

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS EM
ESCOAMENTOS INTERNOS DE FLUIDOS COM
TRANSFERÊNCIA DE CALOR**

ANTONIO SANTORO

**ORIENTADORES: MANUEL DA SILVA VALENTE DE ALMEIDA
GENÉSIO JOSÉ MENON**

Dissertação Apresentada ao Curso de Pós-graduação em Engenharia Mecânica como Parte dos Requisitos para a Obtenção do Título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica na Área de Concentração em Conversão de Energia.

**ITAJUBÁ – MG
2002**

536.24(043.2)

S237a

Santoro, Antonio

Aplicação do Método dos Volumes Finitos em Escoamentos Internos de Fluidos com Transferência de Calor: aplicações em engenharia mecânica / por Antonio Santoro; orientado por Genésio José Menon e Manuel da Silva Valente de Almeida. -- Itajubá, MG: [s.n.], 2002.

157 p.: il.

Dissertação (mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Itajubá.

1 – Método de Volumes Finitos. 2 – Transferência de calor. 3 – Convecção Forçada. 4 – Convecção Natural. 5 – Convecção Mista. I. Menon, Genésio José e Almeida, Manuel da Silva V., orient. II. Universidade Federal de Itajubá. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS EM
ESCOAMENTOS INTERNOS DE FLUIDOS COM
TRANSFERÊNCIA DE CALOR**

ANTONIO SANTORO

Membros da Banca Examinadora

- 1 - Prof. Dr. Dênio Lemos Panissi – INPE/LIT
- 2 - Prof. Dr. Osvaldo José Venturini - UNIFEI
- 3 - Prof. Ms. Manuel da Silva Valente de Almeida – Orientador - UNIFEI
- 4 - Prof. Dr. Dr. Genésio José Menon – Orientador - UNIFEI

**ITAJUBÁ – MG
2002**

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Manuel da Silva Valente de Almeida pela dedicação e compreensão na orientação do presente trabalho.

Ao Professor Genésio José Menon pela atenção e orientação na realização deste trabalho.

À minha esposa
Vera

Aos meus filhos
Marco e Rodrigo

RESUMO

No presente trabalho é desenvolvido um código de cálculo para a solução dos problemas de transferência de calor com escoamento laminar e convecção forçada, natural e mista.

É utilizado o Método dos Volumes Finitos com discretização temporal através do método Sola e com dois esquemas de discretização espacial: Quick e Upwind, para os termos convectivos.

O trabalho foi desenvolvido para fluido newtoniano em escoamento laminar, não permanente, bidimensional, em coordenadas retangulares e cilíndricas.

Foram desenvolvidos gráficos de distribuição da função corrente e temperatura. A convergência dos valores foi mostrada também em gráficos apropriados, bem como os números de Nusselt médios.

A validade do código computacional foi verificada no escoamento de Poiseuille (entre placas planas) e em tubos para a convecção forçada, bem como em cavidades quadradas para se obter resultados relacionados com as convecções natural e mista.

Os resultados deste trabalho na aplicação do método dos volumes finitos nos processos de transferência de calor são apresentados para convecção natural e mista em cavidades retangulares com razões de aspecto iguais a 0,5 e 2, bem como em cilindro vertical com razão de aspecto igual a 2 e disco central inferior aquecido, utilizando o sistema de coordenadas cilíndricas.

Palavras-chaves: 1 – Método de Volumes Finitos 2 – Transferência de calor
 3 – Convecção Forçada 4 – Convecção Natural
 5 - Convecção Mista

ABSTRACT

In this work a code has been developed to solve the convection heat transfer problems with laminar flow and forced, natural and mixed convection.

The Volume Finite Method has been used with Semi-Implicity Sola method to make the time discretization and two convective schemes are used: Upwind and Quick.

The work has been developed to newtonian fluid in laminar flow, transient, two-dimensional with rectangular and cylindrical coordinates.

Graphics was developed of the distribution of the stream functions and temperature. The approach of values also was indicated in graphics. The Nusselt number are determined in natural and mixed convection.

For the validation of the developed computer program, some tests were carried out for the flow of Poiseuille (between plain plates), tubes and in rectangular cavity to obtain results for the for the forced, natural an mixed convection.

The results of this work are showed to natural and mixed convection in rectangular cavity with aspect ratio 0,5 and 2 and vertical tubes with aspect ratio 2 and hot central disc in the botton.

Key Words:

1 - Volume Finite Method
3 – Forced Convection
5 – Mixed Convection

2 - Heat Transfer
4 – Natural Convection

SUMÁRIO

	Página
RESUMO	i
ABSTRACT	ii
SUMÁRIO	iii
SIMBOLOGIA	v
ÍNDICE DAS FIGURAS	viii
ÍNDICE DAS TABELAS	xi
CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	
1.1 – Motivação	1
1.2 – Revisão bibliográfica	1
1.3 – Objetivo	2
1.4 – Contribuições	3
1.5 – Delineamento	3
CAPÍTULO 2: MODELO MATEMÁTICO	
2.1 – Convecção Forçada em Coordenadas Cartesianas	6
2.2 - Convecção Natural em Coordenadas Cartesianas	8
2.3 - Convecção Mista em Coordenadas Cartesianas	9
2.4 - Convecção Forçada em Coordenadas Cilíndricas	11
2.5 – Convecção Natural em Coordenadas Cilíndricas	13
CAPÍTULO 3: MODELO NUMÉRICO	
3.1 – Introdução	17
3.2 – Forma Geral das Equações de Conservação	17
3.3 – Discretização Espacial	18
3.4 – Método dos Volumes Finitos	18
3.5 – Solução do Sistema de Equações e Passo de Tempo	31
3.6 – Algoritmo do Programa Computacional	32
CAPÍTULO 4: VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS	
4.1 – Introdução	35
4.2 – Convecção Forçada entre Placas Planas Paralelas	35
4.3 – Convecção Forçada em Tubo Horizontal	40
4.4 – Convecção Natural em Cavidade Quadrada	43
4.5 – Convecção Mista em Cavidade Quadrada	48
CAPÍTULO 5: RESULTADOS	
5.1 – Convecção Natural em Cavidades Retangulares	54
5.2 - Convecção Mista em Cavidades Retangulares	67
5.3 – Convecção Natural em Cilindros Verticais	84
CAPÍTULO 6: CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	
6.1 – Conclusões	93
6.2 – Recomendações para Trabalhos Futuros	97

APÊNDICE A1: INTEGRAÇÃO DA EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE	99
APÊNDICE A2: INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO	101
APÊNDICE A3: INTEGRAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ENERGIA	108
APÊNDICE A4: PROGRAMA COMPUTACIONAL	113
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	156

SIMBOLOGIA

Símbolo

Designação

CARACTERES LATINOS

a	= coeficiente
A	= razão de aspecto = H / L
$[a]$	= matriz dos coeficientes
b	= coeficiente do termo fonte
$\{b_0\}$	= vetor termo fonte
$CONV(T)$	= fluxo convectivo da temperatura
$CONV(u)$	= fluxo convectivo da componente u da velocidade
$CONV(v)$	= fluxo convectivo da componente v da velocidade
c_p	= calor específico a pressão constante do fluido
DesvU	= desvio percentual da velocidade adimensional U
Desv θ	= desvio percentual da temperatura adimensional θ
$DIFF(T)$	= fluxo difusivo da temperatura
$DIFF(u)$	= fluxo difusivo da componente u da velocidade
$DIFF(v)$	= fluxo difusivo da componente v da velocidade
dx	= largura do volume deslocado na direção horizontal, eixo x
dy	= largura do volume deslocado na direção vertical, eixo y
E	= nó a leste do central
$FLSN(u)$	= fluxo convectivo devido à componente de velocidade u e difusivo na direção do eixo vertical, y
$FLSN(v)$	= fluxo convectivo devido à componente de velocidade v e difusivo na direção do eixo vertical, y
$FLUX(T)$	= fluxos convectivo e difusivo da temperatura
$FLUXU(T)$	= fluxo convectivo devido à velocidade u e difusivo da temperatura
$FLUXU(u)$	= fluxo convectivo devido à componente de velocidade u e difusivo
$FLUXV(T)$	= fluxo convectivo devido à velocidade v e difusivo da temperatura
$FLUXV(v)$	= fluxo convectivo devido à componente de velocidade v e difusivo
$FLWE(u)$	= fluxo convectivo devido à componente de velocidade u e difusivo na direção horizontal, eixo x
$FLWE(v)$	= fluxo convectivo devido à componente de velocidade v e difusivo na direção horizontal, eixo x
g	= aceleração da gravidade
Gr	= número de Grashof
Gz	= número de Graetz
h	= altura do cilindro vertical
H	= altura da cavidade
k	= condutibilidade térmica do fluido
L	= largura da cavidade
$[L]$	= matriz triangular inferior
$[L]^t$	= matriz triangular inferior transposta
N	= nó a norte do central

Símbolo	Designação
Nu_x	= número de Nusselt local
Nu_L	= número de Nusselt local
Nu	= número de Nusselt médio
Nu_l	= número de Nusselt médio na superfície S_l
Nu_c	= número de Nusselt médio na superfície fria
Nu_h	= número de Nusselt médio na superfície quente
Nu_{max}	= número de Nusselt máximo em uma superfície
O	= nó central
P	= pressão do fluido
$\{P'\}$	= campo de pressões
Pr	= número de Prandtl
Ra	= número de Rayleigh
Re	= número de Reynolds
Ri	= número de Richardson
r	= raio num ponto do cilindro
r_L	= raio externo do cilindro
R	= raio adimensional
S	= designação de uma superfície genérica
	= nó a sul do central
S_1	= designação de determinada superfície
S_2	= designação de determinada superfície
S_3	= designação de determinada superfície
S_ϕ	= termo fonte na equação de transporte, para a variável ϕ
t	= instante de tempo
T	= temperatura do fluido
T_h	= temperatura quente
T_c	= temperatura fria
T_0	= temperatura de referência
u	= velocidade do fluido na direção horizontal x
u_m	= velocidade média
u_{max}	= velocidade máxima
U	= velocidade adimensional na direção horizontal x
u_0	= velocidade de referência do fluido
v	= velocidade do fluido na direção vertical y
	= velocidade do fluido na direção radial y
V	= velocidade adimensional na direção vertical ou radial y
V_E	= volume de controle a leste do central
V_N	= volume de controle a norte do central
V_O	= volume de controle central
V_S	= volume de controle a sul do central
V_W	= volume de controle a oeste do central
W	= nó a oeste do central
x	= coordenada horizontal
	= coordenada axial
X	= coordenada horizontal adimensional
x_h	= comprimento de desenvolvimento hidrodinâmico

Símbolo	Designação
x_L	= dimensão horizontal do domínio
X_L	= dimensão horizontal adimensional do domínio
x_T	= comprimento de desenvolvimento térmico
x_{vc}	= largura do volume principal na direção horizontal, eixo x
y	= coordenada vertical
	= coordenada radial
Y	= coordenada vertical ou radial adimensional
y_L	= dimensão vertical do domínio
Y_L	= dimensão vertical adimensional do domínio
y_{vc}	= altura do volume principal na direção vertical, eixo y

CARACTERES GREGOS

α	= difusividade térmica do fluido
β	= coeficiente de expansão térmica do fluido
Γ_ϕ	= coeficiente de transporte difusivo da variável ϕ
Δt	= incremento de tempo
Δt_{CONV}	= incremento de tempo de convecção
Δt_{DIFF}	= incremento de tempo de difusão
Δt_T	= incremento de tempo térmico
ρ	= massa específica do fluido
θ	= temperatura adimensional
	= coordenada angular
ϕ	= variável transportada
ν	= viscosidade cinemática do fluido
μ	= viscosidade dinâmica do fluido
Ω	= domínio
ψ	= função corrente

ÍNDICES

i	= ponto nodal i
j	= ponto nodal j
N	= referente ao nó a norte do central
ne	= face este do volume deslocado a norte em relação ao central
nw	= face oeste do volume deslocado a norte em relação ao central
O	= referente ao nó central
S	= referente ao nó a sul do central
se	= face este do volume deslocado a sul, em relação ao central
sw	= face oeste do volume deslocado a sul em relação ao central

ÍNDICE DAS FIGURAS

Figura	Designação	Página
2.1	Geometria do escoamento cilíndrico horizontal em convecção forçada	11
2.2	Geometria de cilindro vertical em convecção natural	15
3.1	Domínio bidimensional dividido em volumes de controle	19
3.2	Fluxograma do programa computacional para as convecções forçada, natural e mista	34
4.1	Geometria do escoamento de Poiseuille	35
4.2	Evolução dos perfis de velocidade e temperatura adimensional ao longo do canal, para $Re=100$	38
4.3	Evolução dos perfis de velocidade e temperatura adimensional ao longo do canal, para $Re=500$	38
4.4	Evolução dos perfis de velocidade e temperatura adimensional ao longo do canal, para $Re=1000$	39
4.5	Geometria da convecção forçada através de tubo horizontal	40
4.6	Geometria do domínio de cálculo, igual ao semicilindro superior do tubo em convecção forçada	41
4.7	Evolução dos perfis de velocidade no semicilindro superior do tubo horizontal em convecção forçada, $Re = 100$	42
4.8	Linhas de temperatura semicilindro em convecção forçada, $Re=100$	42
4.9	Número de Nusselt local da superfície externa do domínio	43
4.10	Geometria da cavidade quadrada em convecção natural	44
4.11	Linhas de corrente e isothermas na cavidade quadrada em convecção natural, com $Ra = 10^4$	45
4.12	Velocidade e temperatura no centro da cavidade quadrada em convecção natural, $Ra = 10^4$	45
4.13	Linhas de corrente e isothermas na cavidade quadrada em convecção natural, $Ra = 10^5$	46
4.14	Velocidade e temperatura no centro do domínio de cálculo, $Ra = 10^5$	46
4.15	Linhas de corrente e isothermas na cavidade quadrada em convecção natural, $Ra = 10^6$	47
4.16	Velocidade e temperatura no centro da cavidade quadrada em convecção natural, $Ra = 10^6$	47
4.17	Geometria para a convecção mista em cavidade quadrada	49
4.18	Velocidade e temperatura no centro da cavidade em convecção mista, $Re = 100$	50
4.19	Linhas de corrente e isothermas para a convecção mista em cavidade quadrada, com $Re = 100$ e $Ri = 1, 10$ e 100	51
4.20	Linhas de corrente e isothermas para a convecção mista em cavidade quadrada, com $Re = 1000$ e $Ri = 0,01; 0,1$ e 1	52
4.21	Velocidade e temperatura no centro da cavidade em convecção mista, com $Re = 1000$	53
5.1	Geometria do Caso 5-1	55
5.2	Linhas de corrente na cavidade retangular em convecção natural, com razão de aspecto $A = 0,5$	57
5.3	Isothermas na cavidade retangular em convecção natural, com razão de aspecto $A = 0,5$	58

Figura	Designação	Página
5.4	Velocidade u e junto à face superior e temperatura próximo à face vertical aquecida da cavidade retangular em convecção natural, $A = 0,5$	59
5.5	Número de Nusselt médio das faces verticais esquerda e direita da cavidade retangular em convecção natural, com $A = 0,5$	60
5.6	Número de Nusselt médio em função de Ra nas faces verticais da cavidade retangular em convecção natural, $A = 0,5$	61
5.7	Geometria do Caso 5-2	62
5.8	Linhas de corrente na cavidade retangular em convecção natural, com razão de aspecto $A = 2$	63
5.9	Isotermas na cavidade retangular em convecção natural, com razão de aspecto $A = 2$	64
5.10	Velocidade u e junto à face superior e temperatura próximo à face vertical aquecida da cavidade retangular em convecção natural, $A = 2$	65
5.11	Números de Nusselt médio das faces verticais da cavidade retangular em convecção natural, com $A = 2$	66
5.12	Número de Nusselt médio em função de Ra das faces verticais da cavidade retangular em convecção natural, $A = 2$	66
5.13	Geometria da convecção mista em cavidade retangular de razão de aspecto $A = 0,5$	69
5.14	Linhas de corrente e isotermas na cavidade retangular em convecção mista, com razão de aspecto $A = 0,5$ e $Re = 100$	70
5.15	Velocidade u , temperatura e Nu médio das faces verticais da cavidade retangular em convecção mista, $A = 0,5$ e $Re = 100$	71
5.16	Número de Nusselt médio das faces verticais em função de Ri para a cavidade retangular em convecção mista, $A = 0,5$ e $Re = 100$	72
5.17	Linhas de corrente e isotermas para a cavidade retangular em convecção com razão de aspecto $A = 0,5$, $Re = 1000$	74
5.18	Velocidade u , temperatura e Nu médio das faces verticais da cavidade retangular em convecção mista, $A = 0,5$ e $Re = 1000$	75
5.19	Número de Nusselt médio das faces verticais em função de Ri para a cavidade retangular em convecção mista, $A = 0,5$ e $Re = 1000$	76
5.20	Geometria da convecção mista em cavidade retangular, $A = 2$	76
5.21	Linhas de corrente e isotermas para a cavidade em convecção mista, com $A = 100$	78
5.22	Velocidade u , temperatura e Nu médio das faces verticais da cavidade retangular em convecção mista, $A = 2$ e $Re = 100$	79
5.23	Número de Nusselt médio em função de Ri para a cavidade retangular em convecção mista, $A = 2$ e $Re = 100$	80
5.24	Linhas de corrente e isotermas para a cavidade em convecção mista, com $A = 2$ e $Re = 1000$	82
5.25	Velocidade u , temperatura e Nu médio das faces verticais da cavidade retangular em convecção mista, $A = 2$ e $Re = 1000$	83
5.26	Número de Nusselt médio das faces verticais em função de Ri para a cavidade retangular em convecção mista, $A = 2$ e $Re = 1000$	84
5.27	Geometria do cilindro vertical em convecção natural	85
5.28	Linhas de corrente da cavidade cilíndrica em convecção natural, $A = 2$	88
5.29	Isotermas da cavidade cilíndrica em convecção natural, $A = 2$	89

Figura	Designação	Página
5.30	Velocidade u e temperatura da cavidade cilíndrica em convecção natural, $A = 2$	90
5.31	Número de Nusselt médio das superfícies aquecida e frias da cavidade cilíndrica	91
5.32	Números de Nusselt médios das superfícies aquecida e frias da cavidade cilíndrica	92

ÍNDICE DAS TABELAS

Tabela	Designação	Página
3.1	Parâmetros da equação (3.1) para a convecção forçada	17
3.2	Parâmetros da equação (3.1) para a convecção natural	18
3.3	Parâmetros da equação (3.1) para a convecção mista	18
4.1	Propriedades físicas do ar a 300 K (26,85° C)	37
4.2	Comparação dos valores de desvio percentual de velocidades e temperaturas adimensionais	40
4.3	Número de Nusselt médio para a convecção natural em cavidade quadrada	48
4.4	Números de Nusselt para a convecção mista em cavidade quadrada	53
5.1	Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 0,5$	61
5.2	Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 2$	65
5.3	Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 0,5$ e $Re = 100$	72
5.4	Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 0,5$ e $Re = 1000$	74
5.5	Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 2$ e $Re = 100$	80
5.6	Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 2$ e $Re = 1000$	84
5.7	Números de Nusselt médios das faces horizontais do cilindro, $A = 2$	92

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 – Motivação

A análise hidrodinâmica e térmica do escoamento dos fluidos através de métodos numéricos tem encontrado grande aplicação no desenvolvimento de equipamentos industriais, comerciais e residenciais. A contribuição da dinâmica do escoamento é responsável pelo atual estágio de desenvolvimento da engenharia destes equipamentos.

No presente trabalho é implementado um código computacional do método dos volumes finitos para a solução dos problemas relacionados com as convecções forçada, natural e mista.

Os problemas envolvendo a convecção forçada entre placas planas paralelas horizontais e verticais têm sido objeto de muitos trabalhos encontrados na literatura. Como aplicações deste estudo, destacam-se os sistemas de ar condicionado, trocadores de calor, no resfriamento de componentes eletrônicos e muitos outros de utilização industrial.

A convecção forçada é analisada numericamente neste trabalho, considerando-se como validação do método utilizado o exemplo do escoamento de ar entre duas placas planas horizontais (escoamento de Poiseuille), bem como em tubo horizontal.

O fenômeno da convecção natural caracteriza-se por inúmeras aplicações na engenharia, como aquecimento ou resfriamento de produtos alimentícios ou químicos, aquecimento residencial e industrial, resfriamento de reatores nucleares e de componentes eletrônicos, sistemas de energia solar e outros. Este trabalho apresenta como validação o problema da convecção natural em cavidade quadrada, sendo as faces superior e inferior termicamente isolada e as laterais a temperaturas diferentes e uniformes. Os resultados da análise hidrodinâmica e térmica da convecção natural em tubo vertical são abordados, sendo a parede cilíndrica termicamente isolada, um disco central da face inferior é mantido aquecido a uma determinada temperatura uniforme e a superfície restante desta face e a superior são mantidas frias em temperatura também uniforme.

O estudo da convecção mista no interior de cavidades encontra vasta aplicação em resfriamento de centrais termoelétricas, tanques de armazenamento de fluidos, resfriamento de componentes eletrônicos e também nos problemas relacionados com o clima e o meio-ambiente. Neste trabalho, é apresentado como validação a análise do escoamento em cavidade quadrada com a face superior movendo-se a velocidade uniforme, a face inferior termicamente isolada e as faces laterais a temperaturas diferenciadas. São apresentados também os resultados da análise de duas cavidades retangulares, com razão de aspecto iguais a 0,5 e 2, com a face superior movendo-se a diferentes velocidades.

Em todos os casos são mostradas as linhas de corrente e isothermas, bem como a análise dos números de Nusselt em algumas superfícies dos respectivos domínios.

Para a solução dos problemas propostos de convecção forçada, natural e mista foram desenvolvidos programas em linguagem FORTRAN, utilizando-se o método dos Volumes Finitos (Patankar, 1980) para a discretização espacial das equações resultantes da integração das equações diferenciais parciais da quantidade de movimento e da energia. Para a discretização temporal, foi utilizado o método SOLA (Hirt et al., 1975).

1.2 – Revisão Bibliográfica

Na pesquisa bibliográfica realizada, foram encontradas muitas referências na área de transferência de calor, envolvendo convecção forçada, natural e mista.

Grande parte dos trabalhos sobre convecção forçada abordam o escoamento de fluidos entre placas planas verticais e horizontais. Foram pesquisados trabalhos numéricos, experimentais e analíticos.

No caso da convecção forçada Mercer et al. (1967) realizaram trabalho numérico e experimental de convecção forçada laminar, sobre o escoamento simultaneamente em desenvolvimento, entre placas planas paralelas. Na obtenção da solução numérica, foi utilizado o método das diferenças finitas para se resolver as equações de conservação na forma bidimensional e no regime permanente. A investigação experimental foi realizada utilizando-se um interferômetro de Mach-Zehnder. Foram conduzidas experiências nas faixas: $300 \leq Re \leq 1500$ e $0,1 \leq Pr \leq 10$.

Brito (1999) analisou a convecção forçada entre placas planas com obstáculos, utilizando-se o método dos elementos finitos, com bons resultados.

Pirani (1996) obteve resultados numéricos na solução do escoamento em tubos, usando o Método dos Volumes Finitos.

A solução clássica do escoamento no interior de cavidade quadrada foi idealizada por Burggraf (1966), utilizando-se um método modificado de relaxação. A parede superior move-se com velocidade uniforme e temperatura especificada e as demais são mantidas fixas a uma temperatura menor que a da parede móvel. São apresentados resultados para $0 \approx Re \leq 400$.

Pan e Acrivos (1967) apresentaram soluções para cavidades de razão de aspecto variando de 0,25 a 5,0 e $Re \approx 0$.

Davis e Jones (1983) apresentaram diversas soluções para o problema da convecção natural em cavidade quadrada com paredes horizontais adiabáticas e verticais a diferentes temperaturas.

Ostrach (1988) apresentou uma revisão detalhada da literatura sobre convecção natural em espaços confinados.

Valencia e Frederik (1989) realizaram um estudo numérico de convecção natural em uma cavidade quadrada fechada. Uma parte de cada superfície vertical foi mantida em temperatura constante e a outra parte foi isolada termicamente. As superfícies horizontais foram consideradas isoladas termicamente. As partes das superfícies verticais com temperatura especificada foram variadas e 5 casos foram obtidos e estudados no trabalho. As equações de conservação, bidimensionais e no regime permanente foram resolvidas pelo método SIMPLEC. Os resultados foram obtidos para Rayleigh na faixa de 10^3 a 10^7 e $Pr = 0,71$.

Fernandes (1991) encontrou resultados da convecção natural em cavidade retangular inclinada, contendo partições parciais diatérmicas.

Franco (1993) obteve resultados numéricos para os problemas de convecção forçada entre placas planas paralelas e horizontais, escoamento hidrodinâmico em cavidade fechada com razão de aspecto 0,5; 1 e 2 e $Re \leq 1000$, convecção mista em cavidade quadrada fechada com $Re \leq 1000$ e $Ra \leq 10^6$ e convecção natural em cavidade quadrada fechada, com $Ra \leq 10^6$.

Assato (1997) estudou a aplicação de métodos numéricos em cavidades anulares de cilindros concêntricos verticais, sujeitos a convecção natural.

1.3 – Objetivo

O presente trabalho tem por objetivo aprender e implementar o método numérico dos volumes finitos, com o desenvolvimento de um código computacional para a solução das convecções forçada, natural e mista, considerando o escoamento laminar e bidimensional em regime permanente e não permanente. Os resultados apresentados são as distribuições da função corrente e temperaturas.

São obtidos também os números de Nusselt médio em função dos diversos parâmetros geométricos e térmicos.

1.4 – Contribuições

O desenvolvimento sistemático das equações na forma geral de conservação para aplicação do método dos volumes finitos caracteriza uma contribuição importante deste trabalho. As equações matriciais e lineares obtidas pela aplicação do método dos volumes finitos possibilitam o estudo hidrodinâmico e de transferência de calor para a convecção forçada, natural e mista. Foi possível a análise de geometrias bidimensionais retangulares e cilíndricas, com diversos tipos de condições de contorno.

Através do presente trabalho é possível visualizar as distribuições de temperatura e o escoamento do fluido no interior de cavidades fechadas.

No estudo da convecção forçada foram apresentados os perfis de velocidade e temperatura ao longo de diversas seções do escoamento, mostrando a evolução para o regime plenamente desenvolvido, tanto para placas planas paralelas como em tubos horizontais.

Na convecção natural foram apresentadas as distribuições da função corrente e de temperatura no interior de cavidades quadradas e retangulares, bem como em cilindro vertical.

Finalmente, no caso da convecção mista, foi analisada a influência da velocidade da superfície superior na distribuição da função corrente e de temperaturas em cavidade quadrada e retangular. Foram determinados também os números de Nusselt médios nas superfícies quente e fria das cavidades.

1.5 – Delineamento

Os capítulos seguintes deste trabalho se resumem conforme descrito a seguir.

Capítulo 2 – Modelo Matemático

São apresentadas as equações de conservação para as convecções forçada, natural e mista. Algumas grandezas adimensionais estão estabelecidas, como os números de Reynolds Re , Prandtl Pr , Rayleigh Ra , Richardson Ri , bem como a temperatura adimensional θ e a função corrente ψ .

Em seguida são apresentadas expressões para o cálculo dos números de Nusselt local e médio nas convecções forçada, natural e mista.

Capítulo 3 – Modelo Numérico

Neste capítulo é apresentado o método dos volumes finitos para a solução numérica das equações para os problemas de convecção forçada, natural e mista. Foram utilizados os esquemas Upwind e Quick para interpolação dos termos convectivos e o método das diferenças centradas para o termo difusivo das equações discretizadas. A discretização temporal baseia-se no método SOLA para a determinação do passo de tempo.

São obtidas equações discretizadas de transporte para se determinar o campo de velocidades, função corrente e temperatura nos diversos domínios abordados.

Por último são descritos os programas computacionais desenvolvidos e utilizados para a solução dos sistemas de equações hidrodinâmicas e térmica para a convecção forçada, natural e mista, obtendo-se as distribuições de velocidades, função corrente e temperaturas, obtendo-se também os números de Nusselt médio.

Capítulo 4 – Validação dos Resultados

Neste capítulo é apresentada a validação dos resultados obtidos pelo programa em linguagem FORTRAN, nos quais se utilizou o Método dos Volumes Finitos para o escoamento em regime laminar de convecção forçada, natural e mista, utilizando-se das equações de conservação.

São mostrados em forma gráfica as distribuições da velocidade, função corrente, temperatura, bem como os valores dos números de Nusselt nas superfícies de interesse.

Inicialmente realizaram-se simulações computacionais para geometrias clássicas, visando a validação do método empregado.

Com o objetivo de validação para a convecção forçada foram encontrados resultados para o escoamento de Poiseuille e comparados com os dados da literatura, com a análise da evolução dos perfis de velocidade e temperatura para números de Reynolds iguais a 100, 500 e 1000. É abordado também o problema da convecção forçada em tubo horizontal para Re igual a 100, incluindo análise do número de Nusselt e sua comparação com os valores de literatura.

Para a validação da convecção natural, foram encontrados resultados para a cavidade quadrada, com as distribuições da função corrente e temperatura para números de Ra iguais a 10^4 , 10^5 e 10^6 , sendo apresentados os gráficos de convergência dos valores obtidos no programa computacional. São analisados também os números de Nusselt e comparados com a literatura.

No caso da validação da convecção mista também foi selecionada cavidade quadrada e as distribuições da função corrente e temperatura foram obtidas para número de Re igual a 100 e Ri igual a 1, 10 e 100; Re igual a 1000 e Ri igual a 0,01; 0,1 e 1,0. Será mostrada também a convergência dos valores obtidos, bem como os números de Nusselt e sua comparação com os dados de literatura.

Capítulo 5 - Resultados

Através da adaptação das rotinas de dados do programa, foram obtidos os resultados para as geometrias do presente trabalho. Inicialmente é apresentado o escoamento em convecção natural em cavidade retangular, com razões de aspecto iguais a 0,5 e 2, com números de Ra iguais a 10^4 , 2×10^4 , 10^5 , 2×10^5 e 10^6 .

Finalmente é abordada a convecção natural em geometria cilíndrica vertical, com parede lateral termicamente isolada e face inferior com círculo central em temperatura elevada e anel externo com temperatura baixa, com razões de aspecto iguais a 0,5 e 2 e números de Ra iguais a 10^4 , 2×10^4 , 10^5 , 2×10^5 e 10^6 .

Capítulo 6 – Conclusões e Recomendações

Neste capítulo são apresentadas as conclusões resultantes deste trabalho, para cada caso estudado.

São relacionadas também algumas recomendações para trabalhos futuros, com o objetivo de se estender as análises aqui efetuadas.

Apêndices

No Apêndice A1 é desenvolvida a integração da equação da continuidade em um volume genérico, no âmbito do método dos volumes finitos.

No Apêndice A2 são desenvolvidas as integrações da equação da quantidade de movimento.

No Apêndice A3 é desenvolvida a integração da equação da energia em função das temperaturas.

No Apêndice A4 é apresentada a listagem do programa computacional em FORTRAN, desenvolvido neste trabalho.

Por fim, são citadas as referências bibliográficas consultadas para a elaboração do presente trabalho.

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMÁTICO

As equações locais instantâneas são deduzidas a partir dos princípios fundamentais da conservação da massa, quantidade de movimento e energia. Através de um balanço de massa, de momento e energia em um volume de controle diferencial as equações de conservação são obtidas. São introduzidas a seguir as variáveis adimensionais necessárias para a caracterização dos fenômenos de transferência de calor e finalmente é abordada a determinação do número de Nusselt. São representadas a convecção forçada, natural e mista em coordenadas cartesianas e cilíndricas.

2.1 Convecção Forçada em Coordenadas Cartesianas

2.1.1 Equações de Conservação

As equações de conservação para a convecção forçada foram desenvolvidas, com base nas hipóteses abaixo:

- escoamento laminar, não permanente e bidimensional;
- sistema de coordenadas cartesianas;
- fluido newtoniano;
- escoamento incompressível;
- propriedades físicas constantes (massa específica, viscosidade, condutibilidade térmica e calor específico);
- dissipação viscosa e trabalho de compressão desprezíveis na equação da energia;
- força da gravidade atuando na direção vertical (eixo y);
- sem geração interna de calor.

Com base nas hipóteses acima, as equações de conservação são:

a) Equação da Continuidade

A equação da continuidade em coordenadas cartesianas é:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (2.1)$$

b) Equação da Quantidade de Movimento

A equação para a componente horizontal da velocidade, u é:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (2.2)$$

A equação para a componente vertical da velocidade, v é:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g. \quad (2.3)$$

c) Equação da Energia

A equação da energia em coordenadas cartesianas e considerando-se as hipóteses acima será:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (2.4)$$

2.1.2 Grandezas Adimensionais

Visando generalizar a análise, as variáveis abaixo relacionadas serão apresentadas na forma adimensional:

$$U = \frac{u}{u_0}, \quad V = \frac{v}{u_0}, \quad X = \frac{x}{y_L}, \quad Y = \frac{y}{y_L}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \quad (2.5)$$

onde U e V são, respectivamente, as velocidades adimensionais nas direções x e y , u_0 é a velocidade na entrada do escoamento (velocidade de referência), x_L é a dimensão horizontal do domínio, y_L sua dimensão vertical, θ é a temperatura adimensional e T_h e T_c são, respectivamente, as temperaturas das superfícies quente e fria.

O número de Reynolds é definido como:

$$Re = \frac{u_0 y_L}{\nu}, \quad (2.6)$$

onde Re é o número de Reynolds e ν a viscosidade cinemática do fluido.

O número de Prandtl é definido da seguinte forma:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad (2.7)$$

sendo:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}, \quad (2.8)$$

onde α é a difusividade térmica, k a condutibilidade térmica, ρ é a massa específica e c_p o calor específico a pressão constante do fluido.

2.2 Convecção Natural em Coordenadas Cartesianas

2.2.1 Equações de Conservação

As equações de conservação serão desenvolvidas, com base nas hipóteses abaixo:

- escoamento laminar, não permanente e bidimensional;
- sistema de coordenadas cartesianas;
- fluido newtoniano;
- efeitos de compressibilidade desprezados;
- propriedades físicas constantes (massa específica, viscosidade, condutibilidade térmica e calor específico), exceto a massa específica nos termos de empuxo;
- dissipação viscosa e trabalho de compressão desprezíveis na equação da energia;
- força da gravidade atuando na direção do eixo cartesiano y ;
- sem geração interna de calor;
- validade da aproximação de Boussinesq.

a) Equação da Continuidade

A equação da continuidade em coordenadas cartesianas é:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (2.9)$$

b) Equações da Quantidade de Movimento

A equação para a componente horizontal da velocidade, u é:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (2.10)$$

A equação para a componente vertical da velocidade, v é:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g \beta (T - T_0), \quad (2.11)$$

sendo P a pressão, ρ a massa específica, β o coeficiente de expansão térmica, T a temperatura e T_0 a temperatura de referência.

c) Equação da Energia

A equação da energia em coordenadas cartesianas e com base nas hipóteses acima relacionadas se reduz a:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (2.12)$$

2.2.2 Grandezas Adimensionais

Visando generalizar a análise, as variáveis abaixo relacionadas serão apresentadas na forma adimensional:

$$U = u \frac{L}{\nu}, \quad V = v \frac{L}{\nu}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \quad (2.13)$$

onde T_h e T_c representam, respectivamente, as temperaturas das superfícies quente e fria da cavidade.

Os números de Grashof Gr , Rayleigh Ra e Prandtl Pr são definidos, respectivamente, como:

$$Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)(L)^3}{\nu^2}, \quad (2.14)$$

$$Ra = Gr Pr, \quad (2.15)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}. \quad (2.16)$$

A função corrente é definida da seguinte forma:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad \text{e} \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X}. \quad (2.17)$$

2.2.3 Número de Nusselt Local e Médio

As relações de definição dos números de Nusselt local e médio são:

a) Número de Nusselt local para uma superfície vertical S :

$$Nu_x = \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_S, \quad (2.18)$$

b) Número de Nusselt médio de uma superfície vertical S :

$$Nu = \frac{1}{S} \int_S Nu_x |_S dS. \quad (2.19)$$

2.3 Convecção Mista em Coordenadas Cartesianas

2.3.1 Equações de Conservação

As equações de conservação serão desenvolvidas, com base nas hipóteses abaixo:

- escoamento laminar, não permanente e bidimensional;
- sistema de coordenadas cartesianas;
- fluido newtoniano;
- efeitos de compressibilidade desprezados;
- propriedades físicas constantes (massa específica, viscosidade, condutibilidade térmica e calor específico), exceto a massa específica nos termos de empuxo;
- dissipação viscosa e trabalho de compressão desprezíveis na equação da energia;
- força da gravidade atuando na direção do eixo cartesiano y ;

- sem geração interna de calor;
- validade da aproximação de Boussinesq.

a) Equação da Continuidade

A equação da continuidade em coordenadas cartesianas é:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (2.20)$$

b) Equação da Quantidade de Movimento

A equação para a componente horizontal da velocidade, u é:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (2.21)$$

A equação para a componente vertical da velocidade, v é:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g \beta (T - T_0). \quad (2.22)$$

c) Equação da Energia

A equação da energia em coordenadas cartesianas e com base nas hipóteses acima será:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.23)$$

2.3.2 Grandezas Adimensionais

Visando generalizar a análise, as variáveis abaixo relacionadas serão apresentadas na forma adimensional:

$$U = \frac{u}{u_0}, \quad V = \frac{v}{u_0}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}. \quad (2.24)$$

sendo u_0 a velocidade de referência.

Os número de Reynolds Re , Grashof Gr , Rayleigh Ra e Prandtl Pr são definidos, respectivamente, da seguinte forma:

$$Re = \frac{u_0 L}{\nu}, \quad (2.25)$$

$$Gr = \frac{g \beta (T_h - T_c) (L)^3}{\nu^2}, \quad (2.26)$$

$$Ra = GrPr, \quad (2.27)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}. \quad (2.28)$$

A função corrente é definida da seguinte forma:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \text{ e } V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (2.29)$$

2.3.3 Número de Nusselt Local e Médio

As relações de definição dos números de Nusselt local e médio são:

a) Número de Nusselt local para uma superfície vertical S :

$$Nu_x = \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_S, \quad (2.30)$$

b) Número de Nusselt médio de uma superfície S :

$$Nu = \frac{1}{S} \int_S Nu_x|_S dS. \quad (2.31)$$

2.4 Convecção Forçada em Coordenadas Cilíndricas

A Figura 2.1 apresenta a geometria que será analisada para a convecção forçada em tubos horizontais.

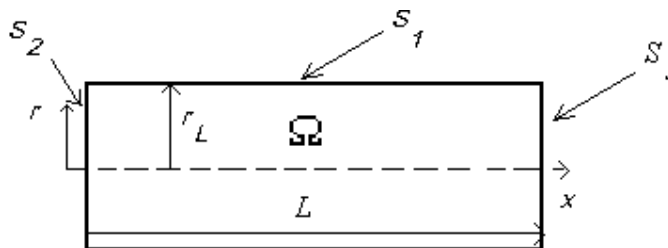


Figura 2.1 - Geometria do escoamento cilíndrico horizontal em convecção forçada

2.4.1 Equações de Conservação

As equações de conservação serão desenvolvidas, com base nas hipóteses abaixo:

- escoamento laminar, não permanente e assimétrico;
- sistema de coordenadas cilíndricas;
- fluido newtoniano;
- escoamento incompressível;

- propriedades físicas constantes (massa específica, viscosidade, condutibilidade térmica e calor específico);
- dissipação viscosa e trabalho de compressão desprezíveis na equação da energia;
- efeitos da gravidade desprezíveis, cilindro com eixo axial x horizontal;
- sem geração interna de calor.

a) Equação da Continuidade

A equação da continuidade em coordenadas cilíndricas é:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (2.32)$$

b) Equações da Quantidade de Movimento

A equação para a componente axial da velocidade, u , será:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rvu - rv \frac{\partial u}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial x} (uu - v \frac{\partial u}{\partial x}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rv \frac{\partial v}{\partial x} \right). \quad (2.33)$$

A equação para a componente radial da velocidade, v , será:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uv - v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rvv - rv \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rv \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{2vv}{r^2}. \quad (2.34)$$

c) Equação da Energia

A equação da energia em coordenadas cilíndricas e com base nas hipóteses acima será:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rvT - \alpha r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0. \quad (2.35)$$

2.4.2 Grandezas Adimensionais

Tendo em vista a axissimetria do escoamento, será analisada apenas a porção superior do cilindro, acima do eixo de simetria.

Visando generalizar a análise, as variáveis abaixo relacionadas serão apresentadas na forma adimensional:

$$X = \frac{x}{L}, \quad R = \frac{r}{L}, \quad U = \frac{L}{\nu} u, \quad V = \frac{L}{\nu} v, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_h - T_0}, \quad (2.36)$$

sendo T_0 a temperatura de referência.

O número de Reynolds é definido como:

$$Re = \frac{2u_0 r_L}{\nu}, \quad (2.37)$$

sendo u_0 a velocidade uniforme na entrada do cilindro.

O número de Prandtl é definido da seguinte forma:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad (2.38)$$

sendo:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}, \quad (2.39)$$

onde α é a difusividade térmica, k é a condutibilidade térmica, ρ é a massa específica e c_p é o calor específico a pressão constante.

A função corrente é definida da seguinte forma:

$$U = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} \quad \text{e} \quad V = -\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial X}. \quad (2.40)$$

2.4.3 Número de Nusselt Local e Médio

As equações (2.32), (2.33), (2.34) e (2.35) juntas constituem um sistema de equações diferenciais parciais não lineares e acopladas. Este sistema será resolvido, utilizando-se o método dos volumes finitos, onde se obtêm as distribuições de velocidades e temperaturas nas formas primitivas (u , v e T), e posteriormente a função corrente (ψ) e as temperaturas adimensionais (θ), conforme equações (2.36) e (2.40). Com a distribuição de temperaturas θ , é possível calcular os números de Nusselt local e médio, em função dos parâmetros geométricos e térmicos do problema.

As equações para a determinação dos números de Nusselt local e médio, apresentadas por (Assato, 1997) são:

i-) Número de Nusselt local na superfície S_1 :

$$Nu_L|_{S_1} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\partial \theta}{\partial R}\right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right)^2} \Big|_{S_1} \quad (2.41)$$

ii-) Número de Nusselt médio na superfície S_1 :

$$Nu_1 = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} Nu_L|_{S_1} dS_1 \quad (2.42)$$

2.5 Convecção Natural em Coordenadas Cilíndricas

2.5.1 Equações de Conservação

As equações de conservação serão desenvolvidas, com base nas hipóteses abaixo:

- escoamento laminar, não permanente e axissimétrico;
- sistema de coordenadas cilíndricas;
- fluido newtoniano;
- efeitos de compressibilidade desprezados;

- propriedades físicas constantes (massa específica, viscosidade, condutibilidade térmica e calor específico), exceto a massa específica nos termos de empuxo;
- dissipação viscosa e trabalho de compressão desprezíveis na equação da energia;
- força da gravidade atuando na direção do eixo y , (cilindro vertical);
- sem geração interna de calor;
- validade da aproximação de Boussinesq.

a) Equação da Continuidade

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad (2.43)$$

b) Equações da Quantidade de Movimento

A equação para a componente axial (vertical) da velocidade, v é a seguinte:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rvu - rv \frac{\partial v}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial y} (vv - v \frac{\partial v}{\partial y}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rv \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \rho g \beta (T - T_0) \quad (2.44)$$

A equação para a componente radial da velocidade, u , é a seguinte:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(uv - v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(ruu - rv \frac{\partial u}{\partial r} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rv \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{2vu}{r^2} \quad (2.45)$$

c) Equação da Energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(ruT - \alpha r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.46)$$

A Figura 2.2 apresenta a geometria de um cilindro vertical em convecção natural. A superfície vertical do cilindro é termicamente isolada, o disco central de sua face inferior é mantido aquecido a uma temperatura constante T_h e a coroa circular inferior, bem como a face superior são mantidas frias à temperatura T_c , também constante.

As condições iniciais e de contorno desta configuração, são:

a) Condições iniciais:

Para $t = 0$,

$$u = v = 0, \quad (2.47a)$$

$$T = T_0. \quad (2.47b)$$

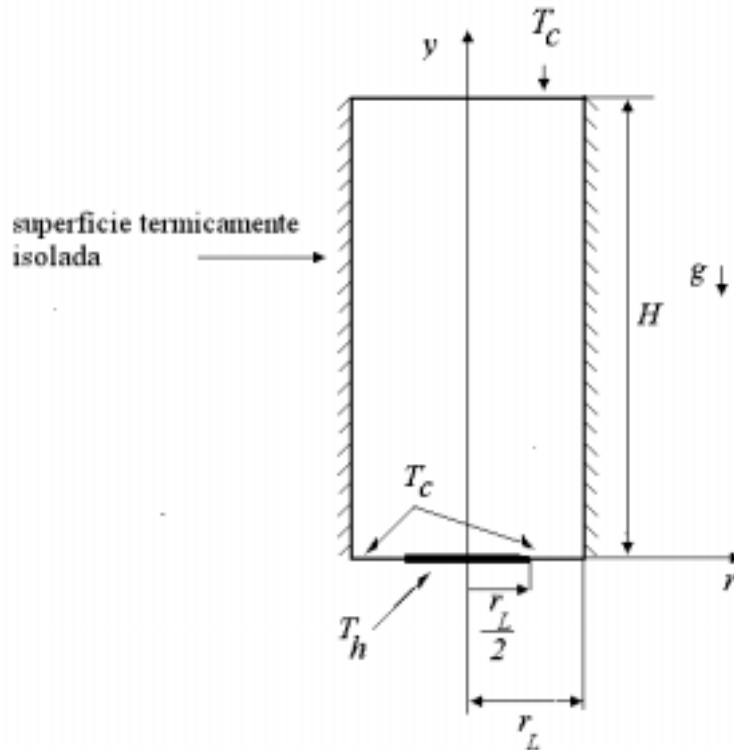


Figura 2.2 - Geometria de cilindro vertical em convecção natural

b) Condições de contorno

Para $t > 0$:

$$T = T_h \quad \left(0 < r < \frac{r_L}{2}, y = 0 \right) \quad (2.48a)$$

$$T = T_c \quad (\text{face superior}) \quad (2.48b)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \quad (\text{superfície vertical}) \quad (2.48c)$$

2.5.2 Grandezas Adimensionais

Visando generalizar a análise, as variáveis abaixo relacionadas serão apresentadas na forma adimensional:

$$U = \frac{u r_L}{\nu}, \quad V = \frac{v r_L}{\nu}, \quad R = \frac{r}{r_L}, \quad Y = \frac{r}{r_L}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_h - T_0} \quad (2.49)$$

Número de Grashof:

$$Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)(r_L)^3}{\nu^2} \quad (2.50)$$

Número de Rayleigh:

$$Ra = Gr Pr \quad (2.51)$$

Número de Prandtl:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.52)$$

Função corrente:

$$U = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial Y} \text{ e } V = -\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (2.53)$$

2.5.3 Número de Nusselt Local e Médio

As relações de definição dos números de Nusselt local e médio são:

Número de Nusselt local numa superfície S pertencente aos discos inferior e superior:

$$Nu_r = \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_S \quad (2.54)$$

Número de Nusselt médio de uma superfície S :

$$Nu = \frac{1}{S} \int_S Nu_r|_S dS \quad (2.55)$$

CAPÍTULO 3

MODELO NUMÉRICO

3.1 – Introdução

As equações diferenciais de transporte serão aqui tratadas numericamente. Para tanto, será empregado o Método dos Volumes Finitos (Patankar, 1980) para a discretização espacial das equações integradas de transporte. É utilizado o princípio da malha deslocada, isto é, as pressões e temperaturas são avaliadas nos volumes de controle principais, enquanto que velocidades são avaliadas nos volumes de controle deslocados da malha, correspondendo às faces dos volumes principais. A discretização temporal das equações será desenvolvida, utilizando-se o método SOLA (Hirt et al., 1975).

3.2 – Forma Geral das Equações de Conservação

As equações: (2.2), (2.3) e (2.4) para a convecção forçada, (2.10), (2.11) e (2.12) para a convecção natural e (2.21), (2.22) e (2.23) para a convecção mista, apresentadas no capítulo 2 podem ser escritas na forma geral como:

$$\frac{\delta\rho\phi}{\delta t} + \nabla \cdot (\rho u\phi) = \nabla \cdot \Gamma_\phi + \rho S_\phi \quad (3.1)$$

sendo:

$\frac{\delta\rho\phi}{\delta t}$: termo transitório da variável ϕ ,

$\nabla \cdot (\rho u\phi)$: transporte convectivo da variável ϕ , através da velocidade u ,

$\nabla \cdot \Gamma_\phi$: transporte difusivo da variável ϕ e

ρS_ϕ : termo fonte.

Os parâmetros da equação (3.1) para as convecções forçada, natural e mista são apresentados nas tabelas 3.1, 3.2 e 3.3, respectivamente.

Tabela 3.1 – Parâmetros da equação (3.1) para a convecção forçada

ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
u	$\mu \cdot \nabla u$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}$
v	$\mu \cdot \nabla v$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - g$
$\frac{T}{\rho}$	$\alpha \cdot \nabla T$	0

Tabela 3.2 – Parâmetros da equação (3.1) para a convecção natural

ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
u	$\mu \cdot \nabla u$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}$
v	$\mu \cdot \nabla v$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - g \beta(T - T_o)$
$\frac{T}{\rho}$	$\alpha \cdot \nabla T$	0

Tabela 3.3 – Parâmetros da equação (3.1) para a convecção mista

ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
u	$\mu \cdot \nabla u$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}$
v	$\mu \cdot \nabla v$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - g \beta(T - T_o)$
$\frac{T}{\rho}$	$\alpha \cdot \nabla T$	0

3.3 - Discretização espacial

A discretização espacial consiste em estabelecer uma certa malha, na qual o espaço contínuo é substituído por um número finito de pontos, nos quais a variável ϕ é avaliada. Quanto maior o número de pontos utilizados, melhor é a aproximação obtida pelo fato de estarmos aproximando a malha de um espaço contínuo. Entretanto um elevado número de pontos pode introduzir erros numéricos os quais devem ser evitados. A discretização no espaço das variáveis dependentes transforma a equação diferencial em um sistema algébrico de equações. A discretização pode ser resumida como a transformação das equações diferenciais ou integrais em equações algébricas envolvendo o valor das variáveis nos pontos da malha.

3.4 – Método dos Volumes Finitos

O método dos Volumes Finitos (Patankar, 1980) consiste na divisão do domínio de cálculo em um número finito de volumes de controle não sobrepostos. Cada volume de controle possui em seu interior um único ponto da malha, chamado ponto nodal, como mostrado na figura 3.1.

A integração das equações diferenciais é realizada em cada volume de controle, assumindo-se um perfil para expressar a variação de ϕ entre os pontos da malha e avaliar a integral. A vantagem é que as variáveis transportadas são sempre conservadas sobre qualquer número de volumes de controle e deste modo sobre todo o domínio de cálculo. O método garante a conservação das quantidades como massa, momento e energia tanto localmente como globalmente.

O princípio da malha deslocada (“staggered grid”) é utilizado para manter as características reais do problema (Patankar, 1980). As grandezas escalares, como pressão e

temperatura são avaliadas no centro dos volumes de controle, enquanto que as grandezas vetoriais, como as velocidades são determinadas nas suas faces. Este procedimento propicia melhor estimativa dos fluxos convectivos. A figura 3.1 mostra os volumes de controle principais para as grandezas escalares e secundários para as velocidades.

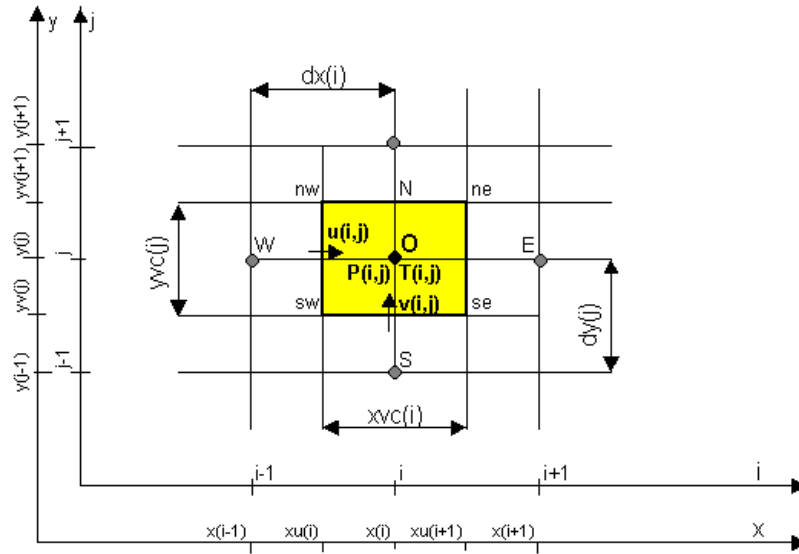


Figura 3.1 – Domínio bidimensional dividido em volumes de controle

A integral de volume da equação de conservação é aproximada, assumindo-se um perfil para a variável ϕ . Será utilizado um perfil linear contínuo por partes para as aproximações. Assim, as equações da continuidade, da quantidade de movimento e da energia são integradas num volume de controle genérico do domínio, obtendo-se um conjunto de equações algébricas para cada volume de controle.

3.4.1 Integração das Equações de transporte para a convecção forçada

a) Equações hidrodinâmicas

A equação (2.1) da continuidade para a convecção forçada é integrada no volume principal V_O , conforme Apêndice A1, resultando na seguinte expressão:

$$[u(i+1, j) - u(i, j)]yvc(j) + [v(i, j+1) - v(i, j)]xvc(i) = 0 \quad (3.2)$$

A equação da quantidade de movimento discretizada para a componente de velocidade u (2.2), integrada no volume deslocado a oeste do volume principal, V_w , conforme Apêndice A2 resulta em:

$$\frac{yvc(j) dx(i)}{\Delta t} [u(i, j)^{t+\Delta t} - u(i, j)] + FLUXU(u)_w = -\frac{1}{\rho} yvc(j) (P_o^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}) \quad (3.3)$$

A equação da quantidade de movimento discretizada para a componente de velocidade v (2.3), integrada no volume deslocado a sul do volume principal, V_s , conforme Apêndice A2 resulta em:

$$\frac{xvc(i) dy(j)}{\Delta t} [v(i, j)^{t+\Delta t} - v(i, j)] + FLUXV(v)_s = -\frac{1}{\rho} xvc(i) (P_o^{t+\Delta t} - P_s^{t+\Delta t}), \quad (3.4)$$

sendo:

$$FLUXU(u)_W = yvc(j) [FLWE(u)_O - FLWE(u)_W] + dx(i) [FLSN(u)_{nw} - FLSN(u)_{sw}]; \quad (3.5)$$

$$FLUXV(v)_S = XVC(i) [FLSN(v)_O - FLSN(v)_S] + dy(j) [FLWE(v)_{se} - FLWE(v)_{sw}], \quad (3.6)$$

onde:

$FLWE(u)_O$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente u de velocidade na face O (direita) do volume deslocado V_W ;

$FLWE(u)_W$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente u de velocidade na face W (esquerda) do volume deslocado V_W ;

$FLSN(u)_{nw}$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente u de velocidade na face nw (superior) do volume deslocado V_W ;

$FLSN(u)_{sw}$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente u de velocidade na face sw (inferior) do volume deslocado V_W ;

$FLSN(v)_O$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente v de velocidade na face O (superior) do volume deslocado V_S ;

$FLSN(v)_S$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente v de velocidade na face S (inferior) do volume deslocado V_S ;

$FLWE(v)_{se}$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente v de velocidade na face se (direita) do volume deslocado V_S ;

$FLWE(v)_{sw}$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente v de velocidade na face sw (esquerda) do volume deslocado V_S .

As equações (3.3) e (3.4) são reescritas, isolando-se as correspondentes componentes u e v da velocidade, avaliadas no tempo $t+\Delta t$, resultando em:

$$u(i, j)^{t+\Delta t} = u(i, j) - \frac{\Delta t}{yvc(j) dx(i)} FLUXU(u)_W - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i)} (P_O^{t+\Delta t} - P_W^{t+\Delta t}); \quad (3.7)$$

$$v(i, j)^{t+\Delta t} = v(i, j) - \frac{\Delta t}{xvc(i) dy(j)} FLUXV(v)_S - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dy(j)} (P_O^{t+\Delta t} - P_S^{t+\Delta t}). \quad (3.8)$$

Considerando-se o volume principal V_O , as equações acima se referem, respectivamente às velocidades nas faces w (oeste) e s (sul). Baseado nas mesmas equações, pode-se escrever as expressões para as velocidades nas faces e (leste) e n (norte do volume V_O , encontrando:

$$u(i+1, j)^{t+\Delta t} = u(i+1, j) - \frac{\Delta t}{yvc(j) dx(i+1)} FLUXU(u)_E - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i+1)} (P_E^{t+\Delta t} - P_O^{t+\Delta t}); \quad (3.9)$$

$$v(i, j+1)^{t+\Delta t} = v(i, j+1) - \frac{\Delta t}{xvc(i) dy(j+1)} FLUXV(v)_N - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dy(j+1)} (P_N^{t+\Delta t} - P_O^{t+\Delta t}) \quad (3.10)$$

Substituindo-se as equações (3.5) a (3.8) na equação da continuidade (3.2), obtém-se uma equação em função das pressões para cada um dos volumes de controle do domínio de cálculo, do tipo:

$$a_O P_O - a_W P_W - a_E P_E - a_S P_S - a_N P_N = b_O \quad , \quad (3.11)$$

sendo que os coeficientes das pressões são:

$$a_O = a_W + a_E + a_S + a_N \quad , \quad (3.12)$$

$$a_W = \frac{yvc(j)}{dx(i)} \quad (3.13)$$

$$a_E = \frac{yvc(j)}{dx(i+1)} \quad (3.14)$$

$$a_S = \frac{xvc(i)}{dy(j)} \quad (3.15)$$

$$a_N = \frac{xvc(i)}{dy(j+1)} \quad (3.16)$$

$$b_O = \frac{\rho}{\Delta t} [u(i, j)yvc(j) - u(i+1, j)yvc(j) + v(i, j)xvc(i) - v(i, j+1)xvc(i)] + \\ - \frac{\rho}{dx(i)} FLUXU(u)_W + \frac{\rho}{dx(i+1)} FLUXU(u)_E - \frac{\rho}{dy(j)} FLUXV(v)_S + \frac{\rho}{dy(j+1)} FLUXV(v)_N \quad (3.17)$$

b) Equação da Energia

A integração da equação da energia (2.4) no volume de controle principal V_O , conforme Apêndice A3, resulta na seguinte expressão, discretizada para a temperatura no centro do volume:

$$T_0^{t+\Delta t} = T_0 - FLUX(T)_0 \frac{\Delta t}{xvc(i)yvc(j)} \quad , \quad (3.18),$$

sendo:

$$FLUX(T)_0 = FLUXU(T)_0 + FLUXV(T)_0 \quad (3.19)$$

e:

$$FLUXU(T)_0 = yvc(j) [FLWE(T)_e - FLWE(T)_w] \quad (3.20)$$

$$FLUXV(T)_0 = xvc(i) [FLSN(T)_n - FLSN(T)_s] \quad (3.21)$$

$$\left. \begin{aligned} FLWE(T)_e &= CONV(T)_e + DIFF(T)_e; \\ FLWE(T)_w &= CONV(T)_w + DIFF(T)_w; \\ FLSN(T)_n &= CONV(T)_n + DIFF(T)_n; \\ FLSN(T)_s &= CONV(T)_s + DIFF(T)_s. \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

Os termos convectivos são determinados através dos esquemas UPWIND ou QUICK. Os termos difusivos são determinados através do método das diferenças centradas.

Em cada instante de tempo as temperaturas são calculadas em todos os volumes de controle do domínio, aplicando-se a Equação (3.18).

3.4.2 Integração das Equações de transporte para a convecção natural

a) Equações hidrodinâmicas

A equação (2.9) da continuidade para a convecção natural é integrada no volume principal V_O , conforme Apêndice A1, resultando na seguinte expressão:

$$[u(i+1, j) - u(i, j)]yvc(j) + [v(i, j+1) - v(i, j)]xvc(i) = 0 \quad (3.23)$$

A equação da quantidade de movimento discretizada para a componente de velocidade u (2.10), integrada no volume deslocado a oeste do volume principal, V_w , conforme Apêndice A2, resulta em:

$$\frac{yvc(j) dx(i)}{\Delta t} [u(i, j)^{t+\Delta t} - u(i, j)] + FLUXU(u)_w = -\frac{1}{\rho} yvc(j) (P_O^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}) \quad (3.24)$$

A equação da quantidade de movimento discretizada para a componente de velocidade v (2.11), integrada no volume deslocado a sul do volume principal, V_s , conforme Apêndice A2, resulta em:

$$\frac{xvc(i) dy(j)}{\Delta t} [v(i, j)^{t+\Delta t} - v(i, j)] + FLUXV(v)_s = -\frac{1}{\rho} xvc(i) (P_O^{t+\Delta t} - P_s^{t+\Delta t}) + \quad (3.25)$$

$$- g\beta xvc(i) dy(j) [T(i, j) - T_0]$$

sendo:

ρ : massa específica do fluido na temperatura de referência T_0

T_0 : temperatura de referência do fluido.

$$FLUXU(u)_w = yvc(j) [FLWE(u)_O - FLWE(u)_w] + dx(i) [FLSN(u)_{nw} - FLSN(u)_{sw}]; \quad (3.26)$$

$$FLUXV(v)_s = XVC(i) [FLSN(v)_O - FLSN(v)_s] + dy(j) [FLWE(v)_{se} - FLWE(v)_{sw}], \quad (3.27),$$

onde:

$FLWE(u)_O$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente u de velocidade na face O (direita) do volume deslocado V_w ;

$FLWE(u)_w$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente u de velocidade na face W (esquerda) do volume deslocado V_w ;

$FLSN(u)_{nw}$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente u de velocidade na face nw (superior) do volume deslocado V_w ;

$FLSN(u)_{sw}$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente u de velocidade na face sw (inferior) do volume deslocado V_w ;

$FLSN(v)_O$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente v de velocidade na face O (superior) do volume deslocado V_s ;

$FLSN(v)_s$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente v de velocidade na face S (inferior) do volume deslocado V_s ;

$FLWE(v)_{se}$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente v de velocidade na face se (direita) do volume deslocado V_s ;

$FLWE(v)_{sw}$: soma dos fluxos convectivo e difusivo devido à componente v de velocidade na face sw (esquerda) do volume deslocado V_s .

As equações (3.24) e (3.25) são reescritas, isolando-se as correspondentes componentes u e v da velocidade, avaliadas no tempo $t+\Delta t$, resultando em:

$$u(i, j)^{t+\Delta t} = u(i, j) - \frac{\Delta t}{yvc(j) dx(i)} FLUXU(u)_W - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i)} (P_O^{t+\Delta t} - P_W^{t+\Delta t}); \quad (3.28)$$

$$v(i, j)^{t+\Delta t} = v(i, j) - \frac{\Delta t}{xvc(i) dy(j)} FLUXV(v)_S - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dy(j)} (P_O^{t+\Delta t} - P_S^{t+\Delta t}) + \\ - g\beta xvc(i) dy(j) [T(i, j) - T_0] \quad (3.29)$$

Considerando-se o volume principal V_O , as equações acima se referem, respectivamente às velocidades nas faces w (oeste) e s (sul). Baseado nas mesmas equações, pode-se escrever as expressões para as velocidades nas faces e (leste) e n (norte do volume V_O , encontrando:

$$u(i+1, j)^{t+\Delta t} = u(i+1, j) - \frac{\Delta t}{yvc(j) dx(i+1)} FLUXU(u)_E - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i+1)} (P_E^{t+\Delta t} - P_O^{t+\Delta t}); \quad (3.30)$$

$$v(i, j+1)^{t+\Delta t} = v(i, j+1) - \frac{\Delta t}{xvc(i) dy(j+1)} FLUXV(v)_N - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dy(j+1)} (P_N^{t+\Delta t} - P_O^{t+\Delta t}) + \\ - g\beta xvc(i) dy(j) [T(i, j+1) - T_0] \quad (3.31)$$

Substituindo-se as equações (3.28) a (3.31) na equação da continuidade (3.23), obtém-se uma equação em função das pressões para cada um dos volumes de controle do domínio de cálculo, do tipo:

$$a_O P_O - a_W P_W - a_E P_E - a_S P_S - a_N P_N = b_O, \quad (3.32),$$

sendo que os coeficientes das pressões são:

$$a_O = a_W + a_E + a_S + a_N \quad (3.33),$$

$$a_W = \frac{yvc(j)}{dx(i)} \quad (3.34)$$

$$a_E = \frac{yvc(j)}{dx(i+1)} \quad (3.35)$$

$$a_S = \frac{xvc(i)}{dy(j)} \quad (3.36)$$

$$a_N = \frac{xvc(i)}{dy(j+1)} \quad (3.37)$$

$$b_O = \frac{\rho}{\Delta t} [u(i, j)yvc(j) - u(i+1, j)yvc(j) + v(i, j)xvc(i) - v(i, j+1)xvc(i)] + \\ - \frac{\rho}{dx(i)} FLUXU(u)_W + \frac{\rho}{dx(i+1)} FLUXU(u)_E - \frac{\rho}{dy(j)} FLUXV(v)_S + \frac{\rho}{dy(j+1)} FLUXV(v)_N + \\ - g\beta xvc(i) dy(j) [T(i, j) - T_0] \quad (3.38)$$

b) Equação da Energia

A integração da equação da energia (2.12) no volume de controle principal V_O , conforme Apêndice A3, resulta na seguinte expressão, discretizada para a temperatura no centro do volume:

$$T_0^{t+\Delta t} = T_0 - FLUX(T)_0 \frac{\Delta t}{xvc(i)yvc(j)} \quad , \quad (3.39)$$

sendo:

$$FLUX(T)_0 = FLUXU(T)_0 + FLUXV(T)_0 \quad (3.40)$$

e:

$$FLUXU(T)_0 = yvc(j) [FLWE(T)_e - FLWE(T)_w] \quad (3.41)$$

$$FLUXV(T)_0 = xvc(i) [FLSN(T)_n - FLSN(T)_s] \quad (3.42)$$

$$\left. \begin{aligned} FLWE(T)_e &= CONV(T)_e + DIFF(T)_e; \\ FLWE(T)_w &= CONV(T)_w + DIFF(T)_w; \\ FLSN(T)_n &= CONV(T)_n + DIFF(T)_n; \\ FLSN(T)_s &= CONV(T)_s + DIFF(T)_s \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

Os termos convectivos são determinados através dos esquemas UPWIND ou QUICK. Os termos difusivos são determinados através do método das diferenças centradas.

Em cada instante de tempo as temperaturas são calculadas em todos os volumes de controle do domínio, aplicando-se a Equação (3.39).

3.4.3 Integração das Equações de transporte para a convecção mista

a) Equações hidrodinâmicas

A equação (2.20) da continuidade para a convecção mista é integrada no volume principal V_O , conforme Apêndice A1, resultando na seguinte expressão:

$$[u(i+1, j) - u(i, j)]yvc(j) + [v(i, j+1) - v(i, j)]xvc(i) = 0 \quad (3.44)$$

A equação da quantidade de movimento discretizada para a componente de velocidade u (2.21), integrada no volume deslocado a oeste do volume principal, V_w , conforme Apêndice A2, resulta em:

$$\frac{yvc(j) dx(i)}{\Delta t} [u(i, j)^{t+\Delta t} - u(i, j)] + FLUXU(u)_w = -\frac{1}{\rho} yvc(j) (P_o^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}) \quad (3.45)$$

A equação da quantidade de movimento discretizada para a componente de velocidade v (2.22), integrada no volume deslocado a sul do volume principal, V_s , conforme Apêndice A2 resulta em:

$$\frac{xvc(i) * dy(j)}{\Delta t} [v(i, j)^{t+\Delta t} - v(i, j)] + FLUXV(v)_s = -\frac{1}{\rho} xvc(i) (P_o^{t+\Delta t} - P_s^{t+\Delta t}) + \quad (3.46)$$

$$- g\beta xvc(i) dy(j) [T(i, j) - T_0]$$

sendo:

ρ : massa específica do fluido na temperatura de referência T_0

T_0 : temperatura de referência do fluido.

$$FLUXU(u)_w = yvc(j) [FLWE(u)_O - FLWE(u)_w] + dx(i) [FLSN(u)_{nw} - FLSN(u)_{sw}]; \quad (3.47)$$

$$FLUXV(v)_s = XVC(i) [FLSN(v)_O - FLSN(v)_s] + dy(j) [FLWE(v)_{se} - FLWE(v)_{sw}], \quad (3.48)$$

onde:

$FLWE(u)_O$: soma dos fluxos convectivo devido à componente u de velocidade e difusivo na face O (direita) do volume deslocado V_w ;

$FLWE(u)_w$: soma dos fluxos convectivo devido à componente u de velocidade e difusivo na face w (esquerda) do volume deslocado V_w ;

$FLSN(u)_{nw}$: soma dos fluxos convectivo devido à componente u de velocidade e difusivo na face nw (superior) do volume deslocado V_w ;

$FLSN(u)_{sw}$: soma dos fluxos convectivo devido à componente u de velocidade e difusivo na face sw (inferior) do volume deslocado V_w ;

$FLSN(v)_O$: soma dos fluxos convectivo devido à componente v de velocidade e difusivo na face O (superior) do volume deslocado V_s ;

$FLSN(v)_s$: soma dos fluxos convectivo devido à componente v de velocidade e difusivo na face s (inferior) do volume deslocado V_s ;

$FLWE(v)_{se}$: soma dos fluxos convectivo devido à componente v de velocidade e difusivo na face se (direita) do volume deslocado V_s ;

$FLWE(v)_{sw}$: soma dos fluxos convectivo devido à componente v de velocidade e difusivo na face sw (esquerda) do volume deslocado V_s .

As equações (3.45) e (3.46) são reescritas, isolando-se as correspondentes componentes u e v da velocidade, avaliadas no tempo $t+\Delta t$, resultando em:

$$u(i, j)^{t+\Delta t} = u(i, j) - \frac{\Delta t}{yvc(j) dx(i)} FLUXU(u)_w - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i)} (P_O^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}); \quad (3.49)$$

$$v(i, j)^{t+\Delta t} = v(i, j) - \frac{\Delta t}{xvc(i) dy(j)} FLUXV(v)_s - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dy(j)} (P_O^{t+\Delta t} - P_s^{t+\Delta t}) + \\ - g\beta xvc(i) dy(j) [T(i, j) - T_0] \quad (3.50)$$

Considerando-se o volume principal V_O , as equações acima se referem, respectivamente às velocidades nas faces w (oeste) e s (sul). Baseado nas mesmas equações, pode-se escrever as expressões para as velocidades nas faces e (leste) e n (norte do volume V_O , encontrando:

$$u(i+1, j)^{t+\Delta t} = u(i+1, j) - \frac{\Delta t}{yvc(j) dx(i+1)} FLUXU(u)_e - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i+1)} (P_e^{t+\Delta t} - P_O^{t+\Delta t}); \quad (3.51)$$

$$v(i, j+1)^{t+\Delta t} = v(i, j+1) - \frac{\Delta t}{xvc(i) dy(j+1)} FLUXV(v)_n - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dy(j+1)} (P_n^{t+\Delta t} - P_O^{t+\Delta t}) + \\ - g\beta xvc(i) dy(j) [T(i, j+1) - T_0] \quad (3.52)$$

Substituindo-se as equações (3.47) a (3.50) na equação da continuidade (3.42), obtém-se uma equação em função das pressões para cada um dos volumes de controle do domínio de cálculo, do tipo:

$$a_O P_O - a_W P_W - a_E P_E - a_S P_S - a_N P_N = b_O \quad (3.53),$$

sendo que os coeficientes das pressões são:

$$a_O = a_W + a_E + a_S + a_N, \quad (3.54)$$

$$a_W = \frac{yvc(j)}{dx(i)}, \quad (3.55)$$

$$a_E = \frac{yvc(j)}{dx(i+1)}, \quad (3.56)$$

$$a_S = \frac{xvc(i)}{dy(j)}, \quad (3.57)$$

$$a_N = \frac{xvc(i)}{dy(j+1)} \quad (3.58)$$

$$\begin{aligned} b_O = & \frac{\rho}{\Delta t} [u(i, j)yvc(j) - u(i+1, j)yvc(j) + v(i, j)xvc(i) - v(i, j+1)xvc(i)] - \frac{\rho}{dx(i)} FLUXU(u)_W + \\ & + \frac{\rho}{dx(i+1)} FLUXU(u)_E - \frac{\rho}{dy(j)} FLUXV(v)_S + \frac{\rho}{dy(j+1)} FLUXV(v)_N + \\ & - g\beta xvc(i) dy(j) [T(i, j) - T_0] \end{aligned} \quad (3.59)$$

b) Equação da Energia

A integração da equação da energia (2.23) no volume de controle principal V_O , conforme Apêndice A3 resulta na seguinte expressão, discretizada para a temperatura no centro do volume:

$$T_0^{t+\Delta t} = T_0 - FLUX(T)_0 \frac{\Delta t}{xvc(i)yvc(j)}, \quad (3.60),$$

sendo:

$$FLUX(T)_0 = FLUXU(T)_0 + FLUXV(T)_0, \quad (3.61)$$

$$FLUXU(T)_0 = yvc(j) [FLWE(T)_e - FLWE(T)_w], \quad (3.62)$$

$$FLUXV(T)_0 = xvc(i) [FLSN(T)_n - FLSN(T)_s], \quad (3.63)$$

$$\left. \begin{aligned} FLWE(T)_e &= CONV(T)_e + DIFF(T)_e; \\ FLWE(T)_w &= CONV(T)_w + DIFF(T)_w; \\ FLSN(T)_n &= CONV(T)_n + DIFF(T)_n; \\ FLSN(T)_s &= CONV(T)_s + DIFF(T)_s \end{aligned} \right\} \quad (3.64)$$

Os termos convectivos são determinados através dos esquemas UPWIND ou QUICK. Os termos difusivos são determinados através do método das diferenças centradas.

Em cada instante de tempo as temperaturas são calculadas em todos os volumes de controle do domínio, aplicando-se a Equação (3.58).

3.4.4 Integração das Equações de transporte para a convecção forçada em cilindro horizontal

Neste caso é utilizado o sistema de coordenadas cilíndricas. Considerando-se as hipóteses estabelecidas no item 2.4 para este caso, as equações da continuidade (2.32), quantidade de movimento para a componente axial da velocidade, u , (2.33), quantidade de movimento para a componente radial da velocidade, v , (2.34) e da energia (2.35) são integradas e escritas como:

a) Equações hidrodinâmicas

- Continuidade:

$$[u(i+1, j) - u(i, j)]r(j)yvc(j) + [v(i, j+1) - v(i, j)]xvc(i) = 0 \quad (3.65)$$

- Quantidade de movimento para a componente axial da velocidade, u :

$$\frac{r(j)yvc(j) dx(i)}{\Delta t} [u(i, j)^{t+\Delta t} - u(i, j)] + FLUXU(u)_w = -\frac{1}{\rho} r(j)yvc(j) (P_o^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}), \quad (3.66)$$

- Quantidade de movimento para a componente radial da velocidade, v :

$$\frac{r(j)xvc(i) dy(j)}{\Delta t} [v(i, j)^{t+\Delta t} - v(i, j)] + FLUXV(v)_s = -\frac{1}{\rho} xvc(i) (P_o^{t+\Delta t} - P_s^{t+\Delta t}), \quad (3.67)$$

sendo:

$r(j)$: raio médio no volume principal,

$$FLUXU(u)_w = r(j) yvc(j) [FLWE(u)_o - FLWE(u)_w] + dx(i) [FLSN(u)_{nw} - FLSN(u)_{sw}], \quad (3.68)$$

$$FLUXV(v)_s = XVC(i) [FLSN(v)_o - FLSN(v)_s] + r(j) dy(j) [FLWE(v)_{se} - FLWE(v)_{sw}], \quad (3.69)$$

As equações (3.66) e (3.67) são reescritas, isolando-se as correspondentes componentes u e v da velocidade, avaliadas no tempo $t+\Delta t$, resultando em:

$$u(i, j)^{t+\Delta t} = u(i, j) - \frac{\Delta t}{r(j)yvc(j)dx(i)} FLUXU(u)_w - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i)} (P_o^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}), \quad (3.70)$$

$$v(i, j)^{t+\Delta t} = v(i, j) - \frac{\Delta t}{r(j)xvc(i)dy(j)} FLUXV(v)_s - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{r(j)dy(j)} (P_o^{t+\Delta t} - P_s^{t+\Delta t}). \quad (3.71)$$

Considerando-se o volume principal V_o , as equações acima se referem, respectivamente às velocidades nas faces w (oeste) e s (sul). Baseado nas mesmas equações, pode-se escrever as expressões para as velocidades nas faces e (leste) e n (norte do volume V_o , encontrando:

$$u(i+1, j)^{t+\Delta t} = u(i+1, j) - \frac{\Delta t}{r(j)yvc(j) dx(i+1)} FLUXU(u)_e - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i+1)} (P_e^{t+\Delta t} - P_o^{t+\Delta t}), \quad (3.72)$$

$$v(i, j+1)^{t+\Delta t} = v(i, j+1) - \frac{\Delta t}{xvc(i) r(j+1) dy(j+1)} FLUXV(v)_N +$$

$$- \frac{1}{\rho r(j+1) dy(j+1)} \Delta t (P_N^{t+\Delta t} - P_O^{t+\Delta t}) \quad (3.73)$$

Substituindo-se as equações (3.70) a (3.73) na equação da continuidade (3.65), obtém-se uma equação em função das pressões para cada um dos volumes de controle do domínio de cálculo, do tipo:

$$a_O P_O - a_W P_W - a_E P_E - a_S P_S - a_N P_N = b_O, \quad (3.74)$$

sendo que os coeficientes das pressões são:

$$a_O = a_W + a_E + a_S + a_N, \quad (3.75)$$

$$a_W = \frac{r(j) yvc(j)}{dx(i)}, \quad (3.76)$$

$$a_E = \frac{r(j) yvc(j)}{dx(i+1)}, \quad (3.77)$$

$$a_S = \frac{xvc(i)}{r(j) dy(j)}, \quad (3.78)$$

$$a_N = \frac{xvc(i)}{r(j) dy(j+1)}, \quad (3.79)$$

$$b_O = \frac{\rho}{\Delta t} [u(i, j)r(j) yvc(j) - u(i+1, j)r(j) yvc(j) + v(i, j)xvc(i) - v(i, j+1)xvc(i)] +$$

$$- \frac{\rho}{dx(i)} FLUXU(u)_W + \frac{\rho}{dx(i+1)} FLUXU(u)_E - \frac{\rho}{r(j) dy(j)} FLUXV(v)_S +$$

$$+ \frac{\rho}{r(j+1) dy(j+1)} FLUXV(v)_N \quad (3.80)$$

b) Equação da energia

A integração da equação da energia (2.35) no volume de controle principal V_O , resulta na seguinte expressão, discretizada para a temperatura no centro do volume:

$$T_0^{t+\Delta t} = T_0 - FLUX(T)_0 \frac{\Delta t}{r(j) xvc(i) yvc(j)}, \quad (3.81)$$

sendo:

$$FLUX(T)_0 = FLUXU(T)_0 + FLUXV(T)_0, \quad (3.82)$$

$$FLUXU(T)_0 = r(j) yvc(j) [FLWE(T)_e - FLWE(T)_w], \quad (3.83)$$

$$FLUXV(T)_0 = xvc(i) [FLSN(T)_n - FLSN(T)_s], \quad (3.84)$$

$$\left. \begin{aligned}
 FLWE(T)_e &= CONV(T)_e + DIFF(T)_e, \\
 FLWE(T)_w &= CONV(T)_w + DIFF(T)_w, \\
 FLSN(T)_n &= CONV(T)_n + DIFF(T)_n, \\
 FLSN(T)_s &= CONV(T)_s + DIFF(T)_s.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.85)$$

Os termos convectivos são determinados através dos esquemas UPWIND ou QUICK. Os termos difusivos são determinados através do método das diferenças centradas.

Em cada instante de tempo as temperaturas são calculadas em todos os volumes de controle do domínio, aplicando-se a Equação (3.81).

3.4.5 Integração das Equações de transporte para a convecção natural em cilindro vertical

Neste caso é utilizado também o sistema de coordenadas cilíndricas, cujo eixo vertical é y . Considerando-se as hipóteses estabelecidas no item 2.5 para este caso, as equações da continuidade (2.47), quantidade de movimento para a componente axial da velocidade, v , (2.48), quantidade de movimento para a componente radial da velocidade, u , (2.49) e da energia (2.50) são integradas e escritas como:

a) Equações hidrodinâmicas

- Continuidade:

$$[u(i+1, j) - u(i, j)] yvc(j) + [v(i, j+1) - v(i, j)] r(i) xvc(i) = 0. \quad (3.86)$$

- Quantidade de movimento para a componente axial da velocidade, v :

$$\begin{aligned}
 \frac{r(i) yvc(j) dx(i)}{\Delta t} [v(i, j)^{t+\Delta t} - v(i, j)] + FLUXV(v)_s = -\frac{1}{\rho} r(i) yvc(j) (P_O^{t+\Delta t} - P_S^{t+\Delta t}) + \\
 - g \beta r(i) yvc(j) dx(i) [T(i, j) - T_0]
 \end{aligned} \quad (3.87)$$

- Quantidade de movimento para a componente radial da velocidade, u :

$$\frac{r(i) xvc(i) dy(j)}{\Delta t} [u(i, j)^{t+\Delta t} - u(i, j)] + FLUXU(u)_w = -\frac{1}{\rho} xvc(i) (P_O^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}), \quad (3.88)$$

sendo:

$r(i)$: raio médio no volume principal,

$$FLUXU(u)_w = r(j) yvc(j) [FLWE(u)_O - FLWE(u)_W] + dx(i) [FLSN(u)_{nw} - FLSN(u)_{sw}], \quad (3.89)$$

$$FLUXV(v)_s = XVC(i) [FLSN(v)_O - FLSN(v)_S] + r(j) dy(j) [FLWE(v)_{se} - FLWE(v)_{sw}], \quad (3.90)$$

As equações (3.87) e (3.88) são reescritas, isolando-se as correspondentes componentes u e v da velocidade, avaliadas no tempo $t+\Delta t$, resultando em:

$$\begin{aligned}
 v(i, j)^{t+\Delta t} = v(i, j) - \frac{\Delta t}{r(i) yvc(j) dx(i)} FLUXV(v)_s - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i)} (P_O^{t+\Delta t} - P_S^{t+\Delta t}) + \\
 - g \beta r(i) yvc(j) dx(i) [T(i, j) - T_0]
 \end{aligned} \quad (3.91)$$

$$u(i, j)^{t+\Delta t} = u(i, j) - \frac{\Delta t}{r(i)xvc(i)dy(j)} FLUXU(u)_w - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{r(i)dy(j)} (P_o^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}). \quad (3.92)$$

Considerando-se o volume principal V_O , as equações acima se referem, respectivamente às velocidades nas faces w (oeste) e s (sul). Baseado nas mesmas equações, pode-se escrever as expressões para as velocidades nas faces n (norte) e e (leste) e do volume V_O , encontrando, respectivamente:

$$v(i, j+1)^{t+\Delta t} = v(i, j) - \frac{\Delta t}{r(i)yvc(j+1)dx(i)} FLUXV(v)_N - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i)} (P_N^{t+\Delta t} - P_O^{t+\Delta t})_+, \quad (3.93)$$

$$- g\beta r(i)yvc(j) dx(i) [T(i, j+1) - T_0]$$

$$u(i+1, j)^{t+\Delta t} = u(i, j) - \frac{\Delta t}{r(i+1)xvc(i+1)dy(j)} FLUXU(u)_E - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{r(i+1)dy(j)} (P_E^{t+\Delta t} - P_O^{t+\Delta t}) \quad (3.94)$$

Analogamente aos casos anteriores, substituindo-se as equações (3.87) a (3.90) na equação da continuidade (3.82), obtém-se uma equação em função das pressões para cada um dos volumes de controle do domínio de cálculo, do tipo:

$$a_O P_O - a_W P_W - a_E P_E - a_S P_S - a_N P_N = b_O, \quad (3.95)$$

sendo os coeficientes a_i definidos da mesma forma que nos casos anteriores.

c) Equação da energia

A integração da equação da energia (2.35) no volume de controle principal V_O , resulta na seguinte expressão, discretizada para a temperatura no centro do volume:

$$T_0^{t+\Delta t} = T_0 - FLUX(T)_0 \frac{\Delta t}{r(i)xvc(i)yvc(j)} \quad (3.96),$$

sendo:

$$FLUX(T)_0 = FLUXU(T)_0 + FLUXV(T)_0, \quad (3.97)$$

$$FLUXU(T)_0 = yvc(j) [FLWE(T)_e - FLWE(T)_w], \quad (3.98)$$

$$FLUXV(T)_0 = r(i)xvc(i) [FLSN(T)_n - FLSN(T)_s], \quad (3.99)$$

$$\left. \begin{aligned} FLWE(T)_e &= CONV(T)_e + DIFF(T)_e, \\ FLWE(T)_w &= CONV(T)_w + DIFF(T)_w, \\ FLSN(T)_n &= CONV(T)_n + DIFF(T)_n, \\ FLSN(T)_s &= CONV(T)_s + DIFF(T)_s. \end{aligned} \right\} \quad (3.100)$$

Os termos convectivos são determinados através dos esquemas UPWIND ou QUICK. Os termos difusivos são determinados através do método das diferenças centradas.

Em cada instante de tempo as temperaturas são calculadas em todos os volumes de controle do domínio, aplicando-se a Equação (3.96).

3.5 Solução do Sistema de Equações e Passo de Tempo

Observa-se que os coeficientes a_i ($i=E,W,S,N$) das equações (3.11), (3.32), (3.53), (3.74) e (3.95) dependem apenas de parâmetros geométricos, enquanto que o termo b_O , no lado direito das equações depende do campo de velocidades e temperaturas no tempo anterior e do passo de tempo de cálculo.

Desta forma, em cada caso obtém-se uma equação linear para cada nó do domínio de cálculo. O sistema de equações resultante gera uma matriz que é calculada de uma só vez, pois depende apenas de parâmetros geométricos da malha, enquanto o vetor b_O tem que ser calculado a cada passo de tempo, por depender do campo de velocidades e temperaturas anterior.

A matriz de coeficientes formada pelo sistema linear de equações possui banda simétrica definida positiva. Para sua solução, foi utilizado o método Choleski (Brebbia, 1978).

O método Cholesky calcula uma matriz triangular inferior, de modo que:

$$[a] \{P'\} = \{b_O\} \quad , \quad (3.101)$$

A matriz dos coeficientes de pressão $[a]$ é decomposta uma só vez, pois seus elementos dependem apenas de grandezas geométricas da malha, que são independentes do tempo:

$$[a] = [L] [L]^t \quad , \quad (3.102)$$

onde:

$[L]$ é a matriz triangular inferior e

$[L]^t$ é a sua transposta.

Substituindo a equação (3.102) em (3.101), tem-se:

$$[L] [L]^t \{P'\} = \{b_O\} \quad (3.103)$$

Como $[L]$ e $\{b_O\}$ são conhecidos em cada passo de tempo, determina-se $\{P'\}$ onde $\{P'\}$ é o campo de pressões P_{ij} .

Os termos convectivos e difusivos das equações da quantidade de movimento são estimados de maneira explícita, resultando numa limitação do passo de tempo de cálculo, para que haja estabilidade do método numérico. Foi adotado neste trabalho o passo recomendado por (Viland, 1986), por ter sido satisfatório em referências pesquisadas por (Martinelli, 1999) e (Carvalho, 1993). A seguir é apresentada a metodologia adotada:

- Condição de convecção:

$$\Delta t_{conv} = \frac{1}{\frac{u}{\Delta x} + \frac{v}{\Delta y}} \quad (3.104)$$

- Condição de difusão:

$$\Delta t_{DIFF} = \frac{1}{2\nu \left(\frac{u}{\Delta x^2} + \frac{v}{\Delta y^2} \right)} \quad (3.105)$$

O passo de tempo considerando ambos os fenômenos será:

$$\Delta t = \frac{1}{\frac{1}{\Delta t_{conv}} + \frac{1}{\Delta t_{DIFF}}} \quad (3.106)$$

A formulação acima é aplicada em todo o domínio de cálculo e em cada passo de tempo é adotado o menor valor obtido de Δt .

A metodologia utilizada para a determinação do passo de tempo térmico é semelhante à utilizada para o passo de tempo hidrodinâmico, diferindo-se apenas na difusão.

- Condição de convecção:

$$\Delta t_{conv} = \frac{1}{\frac{u}{\Delta x} + \frac{v}{\Delta y}} \quad (3.107)$$

- Condição de difusão:

$$\Delta t_{DIFF} = \frac{1}{2\alpha \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)} \quad (3.108)$$

O passo de tempo térmico, considerando ambos os fenômenos será:

$$\Delta t_T = \frac{1}{\frac{1}{\Delta t_{conv}} + \frac{1}{\Delta t_{DIFF}}} \quad (3.109)$$

A formulação acima é aplicada em todo o domínio de cálculo e em cada passo de tempo é adotado o menor valor obtido de Δt_T .

O passo de tempo final de cálculo será o menor valor obtido entre o hidrodinâmico e o térmico.

3.6 Algoritmo do Programa Computacional

A Figura 3.2 apresenta o fluxograma das etapas do programa desenvolvido na linguagem FORTRAN, nas versões para convecções forçada, natural e mista, o qual foi dividido em etapas para melhor clareza na apresentação. A seguir, é apresentada uma breve descrição de cada etapa do programa que se encontra listado integralmente no Apêndice 4.

Na primeira etapa, são lidos os dados do exemplo a ser calculado, como as características geométricas do domínio, do fluido, esquema convectivo, tipo de coordenadas, número total de iterações e grandezas adimensionais da convecção. É também gerada a malha do domínio de cálculo.

Na segunda etapa é formada a matriz de rigidez, com a determinação de seus respectivos coeficientes, os quais dependem exclusivamente de parâmetros geométricos do problema.

Na terceira etapa é realizada a decomposição da matriz simétrica em matriz triangular superior.

Na quarta etapa inicia-se o processo iterativo do programa, com a determinação dos passo de tempo hidrodinâmico e térmico, os quais são calculados a cada iteração.

Na quinta etapa são determinados para cada volume os fluxos hidrodinâmicos convectivos e difusivos.

Na sexta etapa são determinados os termos-fonte das equações da quantidade de movimento.

Na sétima etapa é montada a matriz e determinado o vetor solução para as pressões dos volumes de controle.

Na oitava Etapa são determinadas as componentes horizontal e vertical das velocidades em função das pressões, aplicando-se as equações da quantidade de movimento discretizadas nos volumes do domínio.

Na nona etapa são determinados os perfis de temperatura para cada volume de controle do domínio.

Na décima etapa são definidas as condições de contorno do domínio para cada iteração, encerrando-se o processo iterativo do programa.

Na décima primeira etapa são definidas as grandezas adimensionais no tempo final de cálculo do programa.

Na décima segunda etapa são impressos os dados nos arquivos de saída, permitindo a geração dos gráficos do problema.

Para a apresentação dos gráficos é utilizado o programa Tecplot para as linhas de corrente e isotermas e o programa Grafer para os demais.

Os programas deste trabalho foram executados num microcomputador PC Pentium III 450 MHz, com 64 Mb de memória RAM, utilizando-se o compilador FORTRAN Power Station 4.0.

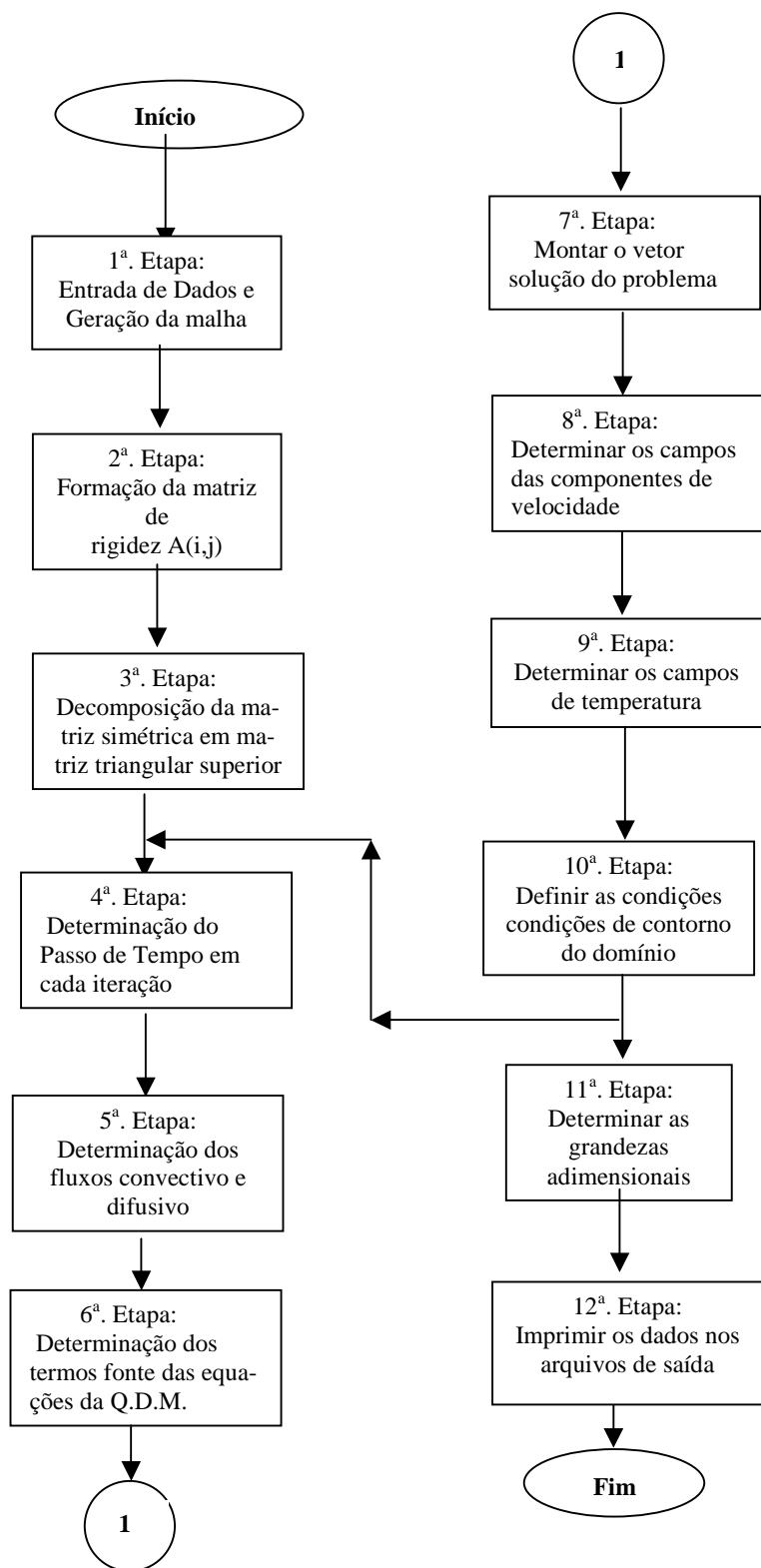


Figura 3.2 - Fluxograma do programa computacional para as convecções forçada, natural e mista

CAPÍTULO 4

VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

4.1 Introdução

Neste capítulo são comparados os resultados obtidos através da execução do programa em linguagem FORTRAN nos quais se utilizou o Método dos Volumes Finitos para o escoamento em regime laminar de convecção forçada, natural e mista, utilizando-se das equações de conservação com os dados disponíveis na literatura.

São mostrados em forma gráfica as distribuições da velocidade, função corrente, temperatura, bem como os valores dos números de Nusselt nas superfícies de interesse.

Inicialmente realizaram-se simulações computacionais para geometrias clássicas, visando a validação do método empregado. Posteriormente, no Capítulo 5 – Resultados, através da adaptação das rotinas de dados do programa, foram obtidos os resultados para as geometrias do presente trabalho.

4.2 Convecção Forçada entre Placas Planas Paralelas

A convecção forçada é representada com o caso do escoamento de Poiseuille, conforme ilustrado na figura 4.1. Consiste no escoamento laminar de um fluido entre duas placas planas paralelas. As camadas limites hidrodinâmica e térmica desenvolvem-se a partir da região de entrada e avançam para o centro do canal à medida que o escoamento avança longitudinalmente. Quando as camadas limites encontram-se no centro do canal, o escoamento torna-se desenvolvido.

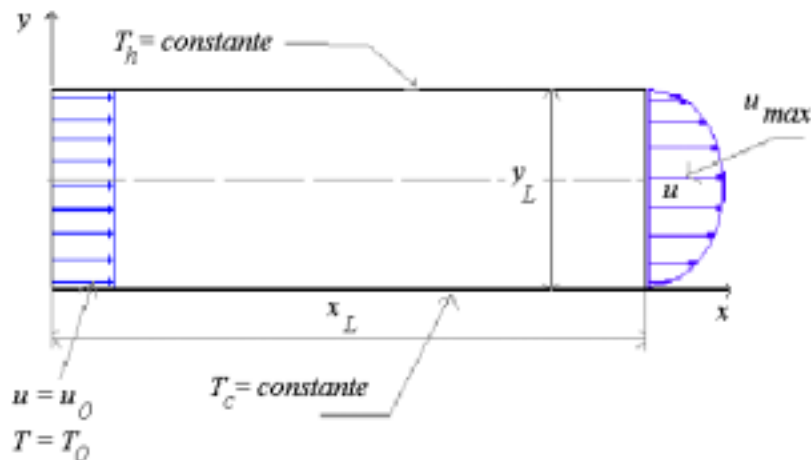


Figura 4.1 - Geometria do escoamento de Poiseuille

As condições iniciais para a configuração acima são:

$$u = v = 0 \text{ em todo o domínio;} \quad (4.1a)$$

$$T = T_0 \text{ em todo o domínio.} \quad (4.1b)$$

As condições de contorno são:

$$T = T_h \text{ na placa superior;} \quad (4.2a)$$

$$T = T_c \text{ na placa inferior;} \quad (4.2b)$$

$$u = v = 0 \text{ nas placas superior e inferior;} \quad (4.2c)$$

$$u = u_0 \text{ perfil uniforme na entrada do escoamento;} \quad (4.2d)$$

$$T = T_0 \text{ na entrada do escoamento} \quad (4.2e)$$

$$v = 0 \quad \text{na entrada e saída do escoamento.} \quad (4.2f)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{na entrada e saída do escoamento} \quad (4.2g)$$

A solução analítica das equações da quantidade de movimento e da energia para o escoamento completamente desenvolvido é dada por (Burmeister, 1983):

a) Perfis de velocidades:

$$u = \frac{3}{2} u_m \left(1 - \frac{\left(y - \frac{y_L}{2} \right)^2}{\left(\frac{y_L}{2} \right)^2} \right), \quad (4.3)$$

onde u é a velocidade em uma posição vertical y , u_m a velocidade média em uma seção transversal e y_L é a distância entre as placas.

b) Perfis de Temperaturas:

$$T = T_c + (T_h - T_c) \frac{y}{y_L}, \quad (4.4)$$

onde T é a temperatura em uma posição y , T_h a temperatura da parede superior ($T_h > T_c$) e T_c é a temperatura da parede inferior.

O número de Reynolds do escoamento é definido como:

$$Re = \frac{u_m y_L}{\nu} \quad (4.5)$$

Os comprimentos de desenvolvimento hidrodinâmico e térmico são, respectivamente (Burmeister, 1983):

$$\frac{x_h}{y_L} \cong 0,05 Re \quad (4.6)$$

e

$$\frac{x_t}{y_L} \cong 0,05 Re Pr \quad (4.7)$$

Os valores de x_h e x_t correspondem aos comprimentos de entrada mínimos para se obter os perfis hidrodinâmico e térmico completamente desenvolvidos.

As velocidades e temperaturas adimensionais são, respectivamente:

$$U = 6(Y - Y^2) e \quad (4.8)$$

$$\theta = \frac{y}{y_L} = Y, \quad (4.9)$$

onde:

$$Y = \frac{y}{y_L} \quad (4.10)$$

$$U = \frac{u}{u_m}, \quad (4.11)$$

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad (4.12)$$

Os valores obtidos no programa computacional são comparados com os correspondentes analíticos obtidos pelas equações (4.8) e (4.9). São apresentados os perfis de velocidade e temperatura adimensional em várias seções do escoamento. As simulações foram desenvolvidas para números de Reynolds iguais a 100, 500 e 1000.

Para a simulação, foram utilizadas as seguintes propriedades do ar à temperatura de 350K:

Tabela 4.1 - Propriedades físicas do ar a 300 K (26,85° C)

Propriedade	Símbolo	Unidade	Valor
Densidade	ρ	$\frac{kg}{m^3}$	0,9950
Viscosidade cinemática	ν	$\frac{m^2}{s}$	$20,92 \times 10^{-6}$
Condutividade térmica	k	$\frac{W}{mK}$	$30,0 \times 10^{-3}$
Calor específico a pressão constante	c_p	$\frac{J}{kg.K}$	1009
Difusividade térmica	$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$	$\frac{m^2}{s}$	$29,9 \times 10^{-6}$
Número de Prandt	Pr	-	0,700
Aceleração local da gravidade	g	$\frac{m}{s^2}$	9,81

4.2.1 Caso 4-1

O caso 4-1 foi desenvolvido, considerando $Re = 100$, canal de 6,0 m x 0,10 m, coordenadas cartesianas, esquema convectivo Upwind, 25 000 iterações e malha regular de 30x50 volumes.

A figura 4.2 apresenta os perfis de velocidades e temperaturas adimensionais ao longo do canal.

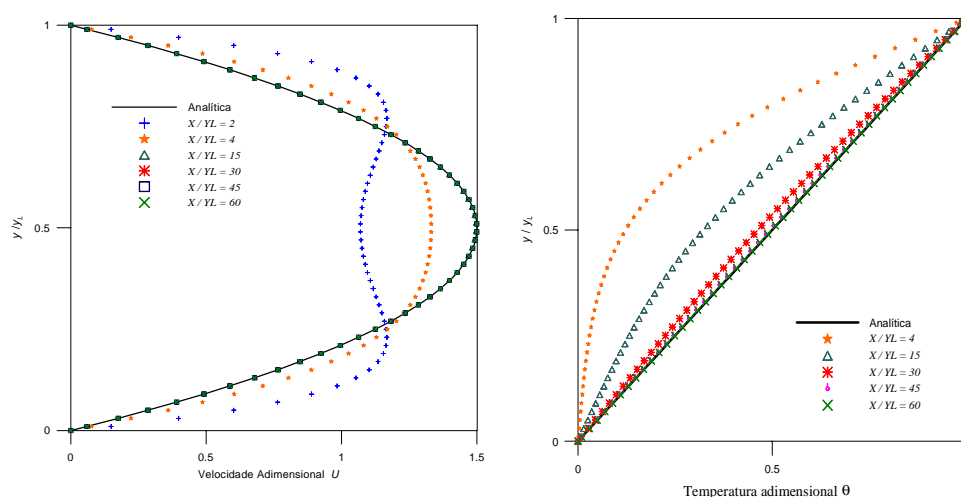


Figura 4.2 - Evolução dos perfis de velocidade e temperatura adimensional ao longo do canal, para $Re = 100$

Nota-se que para valores de x/y_L maiores que 15, os perfis praticamente coincidem, obtendo-se o escoamento completamente desenvolvido. No caso dos perfis de temperatura, conforme figura 4.3, para x/y_L maior que 45, há razoável aproximação dos perfis, aproximando-se da solução analítica para escoamento termicamente desenvolvido.

4.2.2 Caso 4-2

O caso 4-2 foi desenvolvido para $Re = 500$, canal de 15,0 m x 0,05 m, coordenadas cartesianas, esquema convectivo Upwind, 25 000 iterações e malha regular de 30 x 45 volumes. A figuras 4.3 apresenta os perfis de velocidades e temperaturas adimensionais ao longo do canal para o caso 4-2.

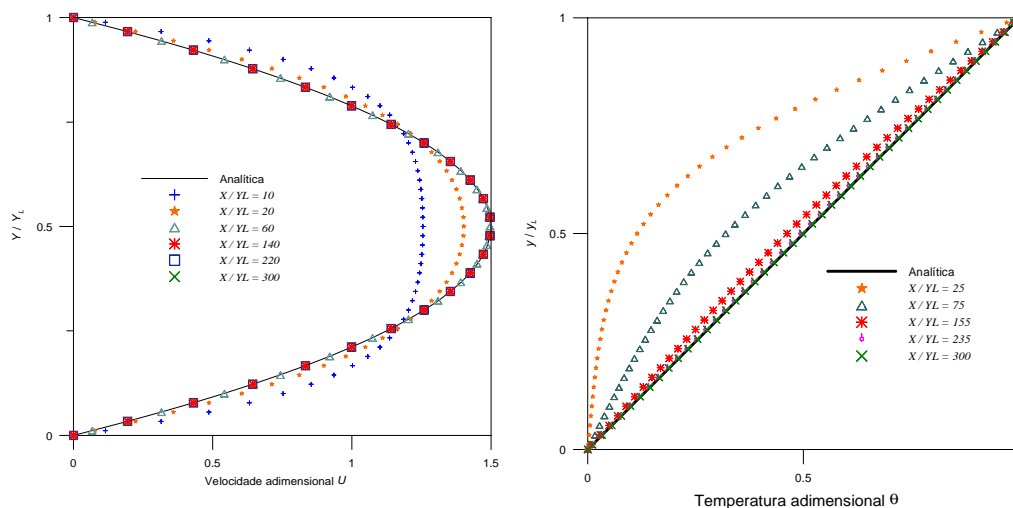


Figura 4.3 - Evolução dos perfis de velocidade e temperatura adimensional ao longo do canal, para $Re = 500$

Como o número de Reynolds é maior, os perfis de velocidade e de temperatura se desenvolvem completamente em um comprimento maior do canal.

4.2.3 Caso 4-3

O caso 4-3 foi desenvolvido para $Re = 1000$, canal de 30,0 m x 0,05 m, coordenadas cartesianas, esquema convectivo Upwind, 25 000 iterações e malha regular de 30 x 45 volumes.

A figura 4.4 apresenta os perfis de velocidades e temperaturas adimensionais ao longo do canal.

Neste caso, para $Re = 1000,0$, os perfis se desenvolvem em comprimentos bem maiores que para $Re = 500$, confirmando então a aproximação do método numérico com as referências bibliográficas que relacionam os comprimentos desenvolvidos com o número de Reynolds.

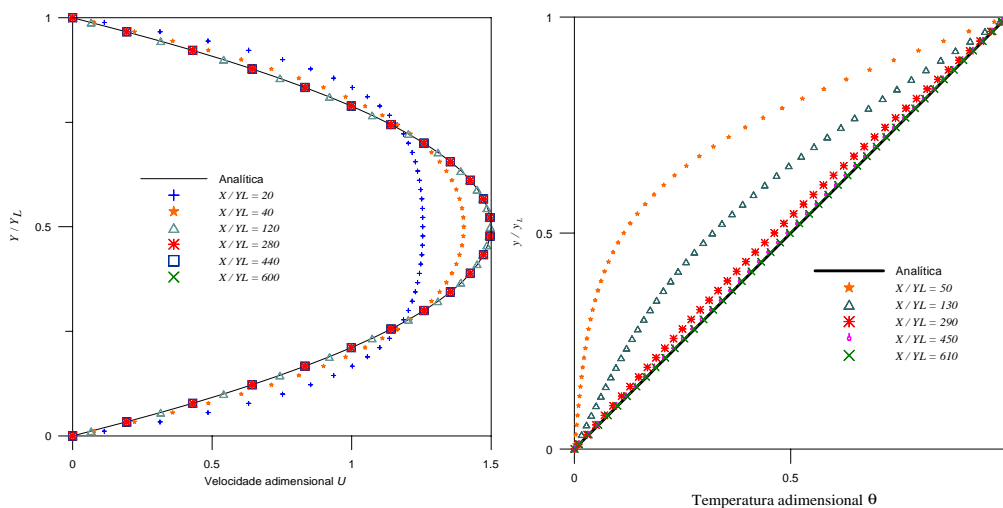


Figura 4.4 - Evolução dos perfis de velocidade e temperatura adimensional ao longo do canal, para $Re = 1000$

4.2.4 Desvio Percentual

Os desvios de valores obtidos através da aplicação do método numérico deste trabalho e aqueles encontrados na literatura para o escoamento completamente desenvolvido foram calculados e a seguir apresentados.

A expressão utilizada para o cálculo do desvio percentual é:

- para a velocidade adimensional:

$$DesvU = \frac{U_{numérico} - U_{teórico}}{U_{teórico}} \times 100\% \quad (4.13)$$

- para a temperatura adimensional:

$$Desv\theta = \frac{\theta_{numérico} - \theta_{teórico}}{\theta_{teórico}} \times 100\% \quad (4.14)$$

Os valores dos desvios foram calculados na seção de saída do escoamento, ao longo de sua altura. Para a determinação dos desvios foi selecionado o centro da seção. A Tabela 4.2 apresenta os resultados calculados e os correspondentes valores encontrados na literatura (Franco, 1993):

Tabela 4.2 - Comparação dos valores de desvio percentual de velocidades e temperaturas adimensionais

<i>Re</i>	<i>Desv_U</i>		<i>Desv_θ</i>	
	neste trabalho	(Franco, 1993)	neste trabalho	(Franco, 1993)
100	0,0400	0,193	0,4000	0,834
500	0,0493	0,177	0,4073	0,747
1000	0,0493	0,141	0,04077	0,531

Conclui-se, então que os valores estão bastante coerentes e apresentando desvios inferiores aos resultados da literatura pesquisada.

4.3 Convecção Forçada em Tubo Horizontal

A convecção forçada é analisada em um tubo por onde passa o ar que é aquecido pelas paredes do mesmo, conforme figura 4.5:

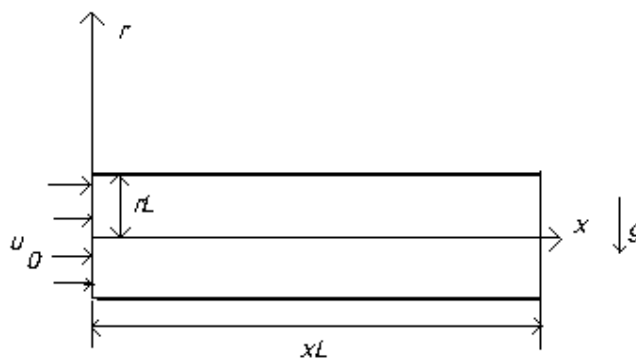


Figura 4.5 - Geometria da convecção forçada através de tubo horizontal

As condições iniciais para a configuração acima são:

$$u = v = 0 \quad \text{em todo o domínio;} \quad (4.15a)$$

$$T = T_0 \quad \text{em todo o domínio.} \quad (4.15b)$$

As condições de contorno são:

$$T = T_h \quad \text{na parede do tubo;} \quad (4.16a)$$

$$u = v = 0 \quad \text{na parede do tubo;} \quad (4.16b)$$

- perfil uniforme de velocidade e temperatura na entrada do escoamento:

$$u = u_0 ; \quad (4.16c)$$

$$T = T_0 < T_h \text{ na entrada do escoamento;} \quad (4.16d)$$

$$v = 0 \quad \text{na entrada e saída do escoamento} \quad (4.16e)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{na entrada e saída do escoamento} \quad (4.16f)$$

Para efeito da simulação numérica e sendo o escoamento axissimétrico, o domínio considerado foi o semicilindro superior do tubo, sendo representativo da distribuição de velocidades e temperaturas de todo o tubo, conforme figura 4.6.

A solução analítica da distribuição de velocidade na direção horizontal, para o escoamento completamente desenvolvido em coordenadas cilíndricas é:

$$u = 2 u_m \left(1 - \frac{r^2}{r_L^2} \right), \quad (4.17)$$

onde u é a velocidade na direção axial (horizontal, neste caso), u_m a velocidade média na seção, r o raio e r_L é o raio máximo.

A velocidade adimensional na direção axial (horizontal) será:

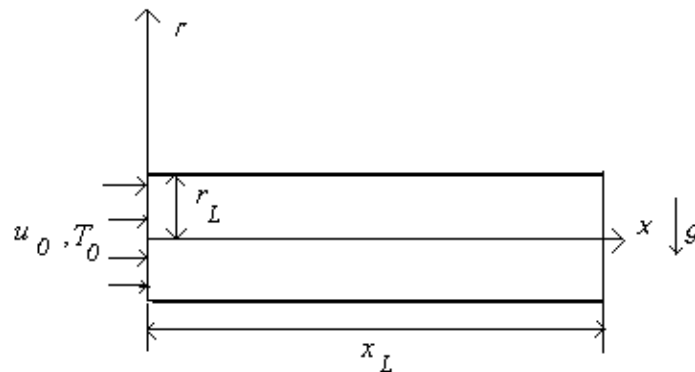


Figura 4.6 - Geometria do domínio de cálculo, igual ao semicilindro superior do tubo em convecção forçada

$$U = 2 \left(1 - R^2 \right), \quad (4.18)$$

onde:

$$R = \frac{r}{r_L} \quad \text{e} \quad U = \frac{u}{u_m} \quad (4.19)$$

Os valores de velocidade obtidos no programa computacional são comparados com os analíticos obtidos pela equação (4.18). São apresentados os perfis de velocidade adimensional em várias seções do escoamento. As simulações foram desenvolvidas para número de Reynolds igual a 100.

Para a simulação, foram utilizadas as propriedades do ar, conforme Tabela 4.1.

Caso 4-4

O caso 4-4 foi desenvolvido para tubo horizontal de 2,0 m de comprimento e 8 cm de diâmetro interno, esquema convectivo Upwind, malha regular de 80 x 20 volumes, coordenadas cilíndricas, 10 000 iterações, número de Reynolds $Re = 100$, temperatura da superfície do tubo igual a 100°C , temperatura do fluido na entrada do tubo igual a 50°C e temperatura inicial do fluido no interior do tubo, 50°C .

A evolução dos perfis de velocidade axial é apresentada na figura 4.7.

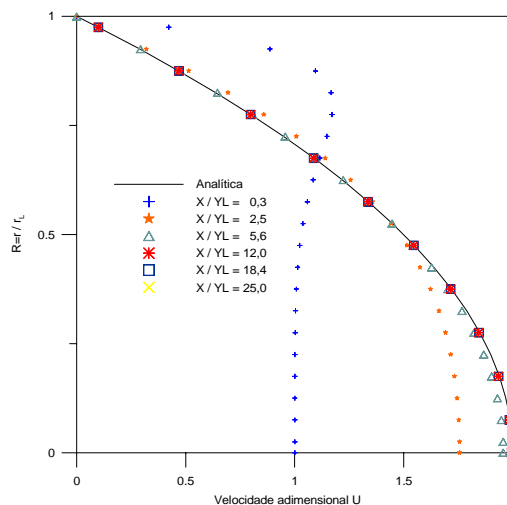


Figura 4.7 - Evolução dos perfis de velocidade no semicilindro superior do tubo horizontal em convecção forçada, $Re = 100$

Os perfis de temperatura foram determinados da mesma forma. Seus resultados foram utilizados para a determinação do número de Nusselt local e médio da superfície externa do domínio. A Figura 4.8 apresenta a distribuição de temperaturas.

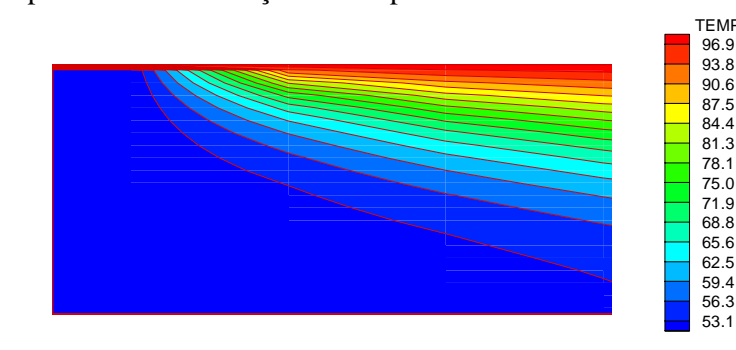


Figura 4.8 - Linhas de temperatura no semicilindro em convecção forçada, $Re=100$

Os números de Nusselt médios para escoamento laminar em tubos com temperatura uniforme de parede foram calculados analiticamente por vários pesquisadores e seus resultados apresentados por (Kreith, 1977) e também (Incropera, 1988). Seus estudos baseiam-se no número de Graetz, Gz , definido como:

$$Gz = Re_D Pr \frac{2r_L}{x_L} \quad , \quad (4.20)$$

onde Gz é o número de Graetz, Re_D o número de Reynolds em relação ao diâmetro do tubo, Pr o número de Prandtl, r_L o raio externo do domínio e x_L o comprimento do tubo.

O número de Nusselt local na superfície cilíndrica é determinado pela seguinte expressão:

$$Nu_x = \frac{\partial \theta}{\partial R} \Big|_{R=1}, \quad (4.21)$$

onde θ_0 é a temperatura de referência, neste caso igual à temperatura do fluido na entrada do tubo.

Quando a temperatura é uniforme, o número de Nusselt aproxima-se de 3,66 em tubos longos, com número de Gz pequenos. No presente exemplo, $Gz = 2,8$ e os números de Nusselt obtidos na análise encontram-se na figura 4.9.

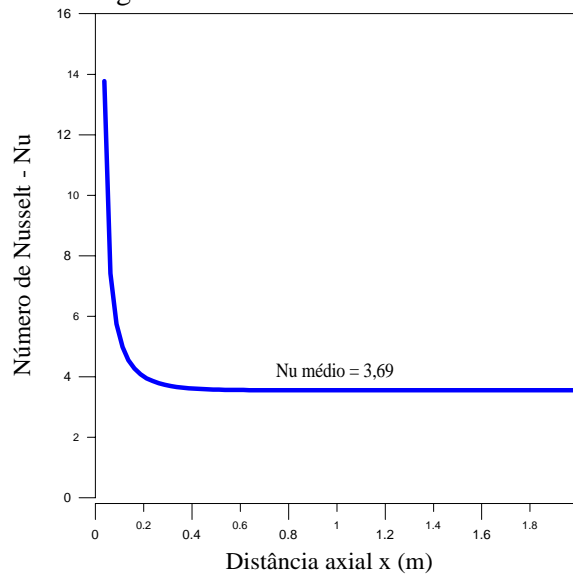


Figura 4-9 - Número de Nusselt local da superfície externa do domínio

Desta forma, o valor encontrado para o número de Nusselt médio da superfície externa do domínio apresenta um desvio de 0,82% em relação ao valor encontrado na literatura pesquisada.

4.4 Convecção Natural em cavidade quadrada

A convecção natural é analisada numa cavidade quadrada, onde são consideradas as propriedades físicas do ar. A figura 4.10 mostra a geometria da cavidade considerada para esta situação.

A superfície vertical esquerda é mantida a uma temperatura elevada uniforme, T_h , determinada em função de determinado número de Ra , ao passo que a direita está à temperatura baixa uniforme, T_c . As superfícies horizontais são termicamente isoladas.

As propriedades físicas adotadas são as indicadas na Tabela 4.1.

As propriedades do ar foram consideradas a 300 K (26,85° C).

As condições iniciais são:

$$T = 20^\circ \text{C} \quad \text{em toda a cavidade.} \quad (4.22)$$

As condições de contorno são:

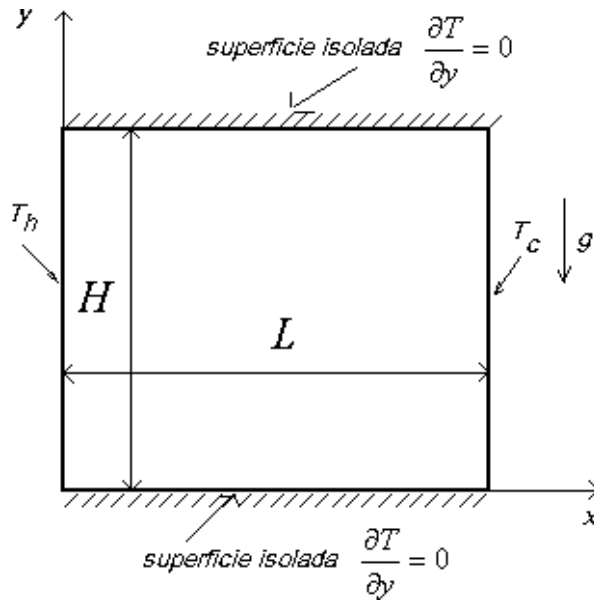


Figura 4.10 - Geometria da cavidade quadrada em convecção natural

$$u = v = 0 \quad \text{nas placas verticais esquerda e direita, (4.23 a)}$$

$$T_c = 20^\circ \text{ C} \quad \text{uniforme, na placa da direita, (4.23b)}$$

$$T_h = T_c + \frac{Ra v^2}{Pr L^3 g \beta}, \quad \text{uniforme na face esquerda (4.23c)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{nas faces superior e inferior (4.23d)}$$

A seguir são apresentadas linhas de corrente e isotermas, considerando-se três exemplos, com variação do número de Ra . Os resultados são comparados com (Franco, 1993).

4.4.1 Caso 4-5

O caso 4-5 foi desenvolvido, considerando-se $Ra = 10^4$, esquema convectivo Quick, cavidade de 0,02 x 0,02 m, malha regular de 50 x 50 volumes e 25 000 iterações.

A figura 4.11 apresenta as linhas de corrente e isotermas para esta situação.

Estes gráficos mostram o escoamento formado por uma única célula de circulação e as formas das linhas são boas, comparáveis com os gráficos da literatura analisada (Franco, 1993).

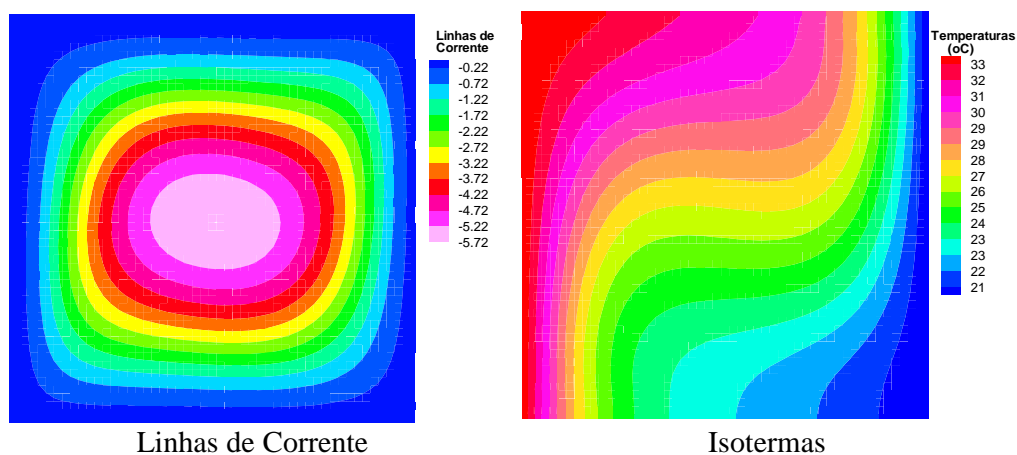


Figura 4.11 - Linhas de corrente e isotermas na cavidade quadrada em convecção natural, com $Ra = 10^4$

O programa foi executado até 25 000 iterações, porém os valores de velocidade e temperatura convergiram antes de se atingir 15 mil iterações, conforme mostrado na figura 4.12.

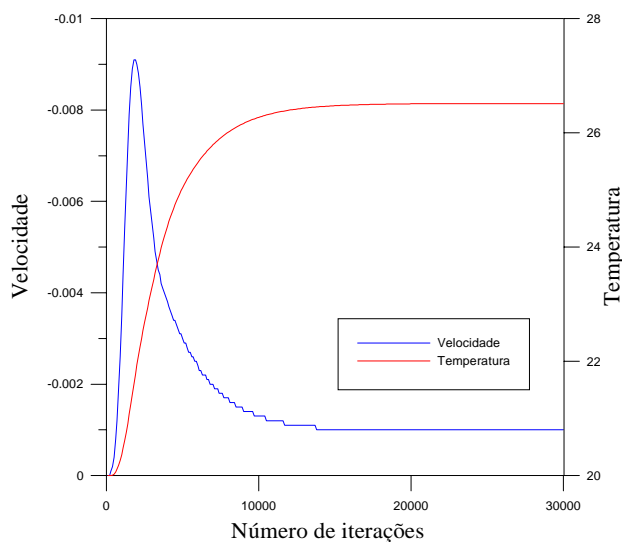


Figura 4.12 - Velocidade e temperatura no centro da cavidade quadrada em convecção natural, $Ra = 10^4$

4.4.2 Caso 4-6

O caso 4-6 foi desenvolvido para $Ra = 10^5$, esquema convectivo Quick, cavidade de 0,05 x 0,05 m, malha regular de 50 x 50 volumes e 30 000 iterações.

A figura 4.13 apresenta as linhas de corrente e isotermas para esta situação.

Neste caso, com $Ra = 10^5$, nota-se que começam a surgir células de recirculação. A velocidade próxima das paredes é alta e baixa na região central da cavidade.

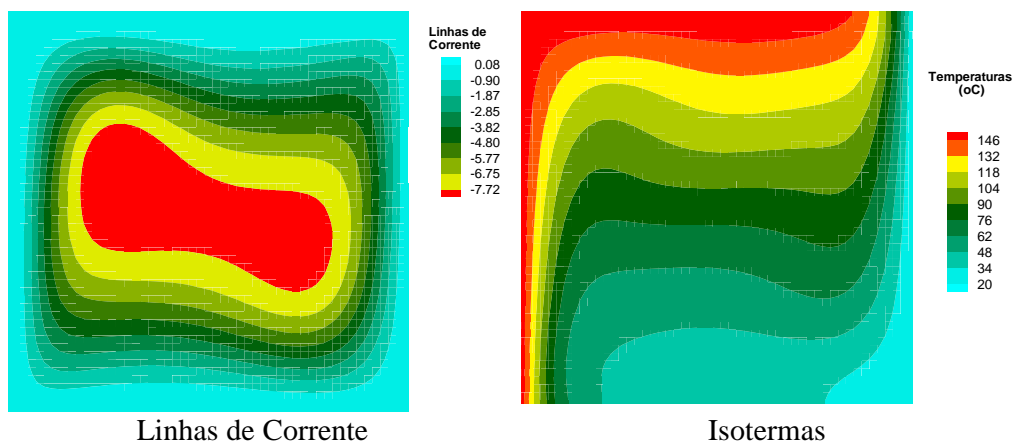


Figura 4.13 - Linhas de corrente e isotermas na cavidade quadrada em convecção natural, $Ra = 10^5$

Os valores de velocidade e temperatura convergiram antes de se atingir 15 mil iterações, conforme mostrado na figura 4.14.

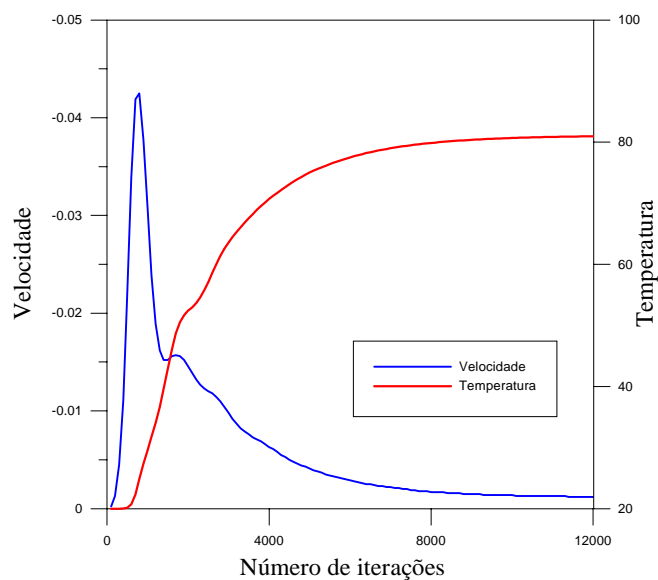
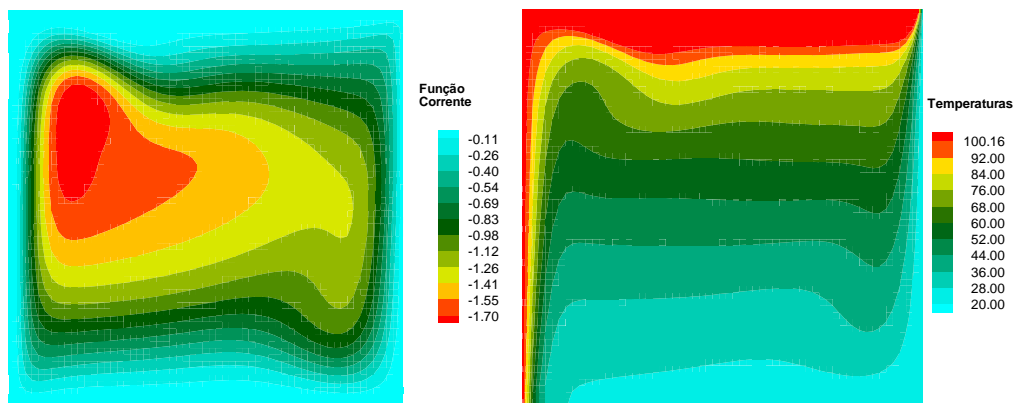


Figura 4.14 - Velocidade e temperatura no centro do domínio de cálculo, $Ra = 10^5$

4.4.3 Caso 4-7

O caso 4-7 foi desenvolvido na condição de $Ra = 10^6$, esquema convectivo Quick, cavidade de 0,05 x 0,05 m, malha regular de 60 x 60 volumes e 20 000 iterações.

A figura 4.15 apresenta as linhas de corrente e isotermas para esta situação.



Linhas de Corrente
 Isotermas
 Figura 4.15- Linhas de corrente e isotermas na cavidade quadrada em convecção natural, $Ra = 10^6$

Para o caso de $Ra = 10^6$, nota-se aumento do gradiente de temperaturas próximo das paredes, em consequência do aumento de Ra . As regiões de recirculação também aumentam.

Os valores de velocidade e temperatura convergiram antes de se atingir 12 mil iterações, conforme mostrado na figura 4.16.

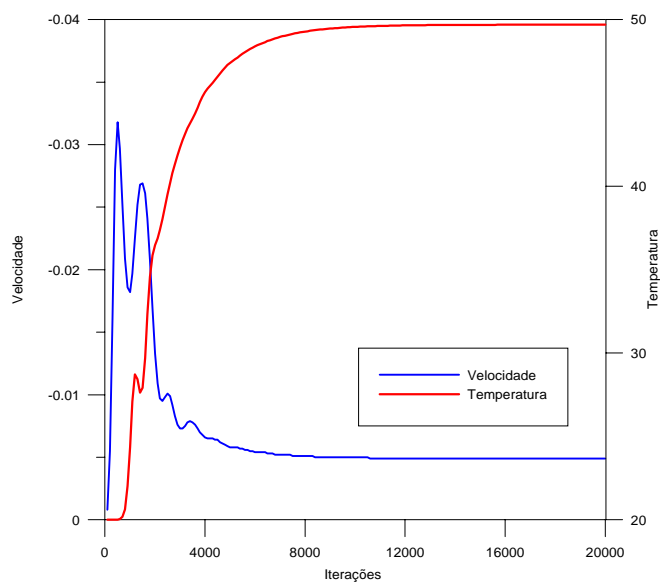


Figura 4.16 - Velocidade e temperatura no centro da cavidade quadrada em convecção natural, $Ra = 10^6$

4.4.4 Número de Nusselt

O número de Nusselt local em uma superfície vertical é determinado através da seguinte expressão:

$$Nu_x = \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (4-24)$$

O número de Nusselt médio ao longo da superfície é determinado através de:

$$Nu_{médio} = \frac{1}{y_L} \int Nu_x dy \quad (4-25)$$

Na Tabela 4.3 é apresentado o número de Nusselt médio para a parede vertical direita da cavidade, em função dos números de Ra , bem como os valores encontrados na literatura (Davis, 1983), incluindo também os correspondentes desvios percentuais entre ambos.

Tabela 4.3 - Número de Nusselt médio para a convecção natural em cavidade quadrada

Ra	$Nu_{méd}$		Desvio Percentual (%)
	Presente Trabalho	Davis (1983)	
10^4	2,2150	2,2473	1,44
10^5	4,5910	4,5559	0,78
10^6	9,3975	8,8682	5,97

Verifica-se que os valores obtidos são bons, quando comparados com a literatura pesquisada.

Nota-se a coerência dos resultados, que com o aumento do número de Ra , em consequência de maiores gradientes de temperatura, aumenta-se também a taxa de transferência de calor.

4.5 Convecção Mista em Cavidade Quadrada

A convecção mista ocorre em inúmeros problemas de engenharia e meio ambiente.

Neste trabalho é analisada numa cavidade quadrada, onde são consideradas as propriedades físicas do ar. A parede superior move-se com velocidade constante e entre as paredes verticais é interposto um gradiente de temperatura.

O número de Richardson (Ri) é empregado para servir como indicador da importância do empuxo induzindo o escoamento. É definido como:

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2}, \quad (4.26)$$

sendo que o número de Grashof é definido conforme Equação (2.26) e o número de Reynolds (Re), conforme Equação (2.7), sendo calculado em função da velocidade da parede superior.

No caso em que $Ri < 1$, há predominância das forças inerciais e quando $Ri \gg 1$, as forças de empuxo são predominantes no escoamento.

A figura 4.17 mostra a geometria da cavidade considerada para esta situação.

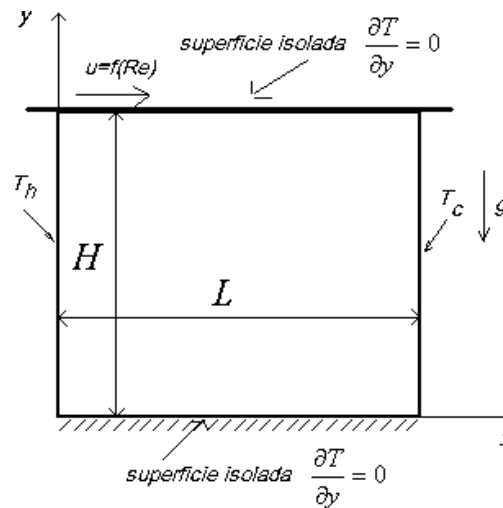


Figura 4.17 - Geometria para a convecção mista em cavidade quadrada

As propriedades físicas adotadas são as mesmas indicadas na Tabela 4.3, sendo consideradas a 300 K (26,85° C).

As condições iniciais são:

- Temperatura inicial uniforme, igual a 20° C em todo o domínio de cálculo;
- Componentes horizontal e vertical da velocidade nulas em todo o domínio de cálculo;

As condições de contorno são:

- Placa direita da cavidade à temperatura constante $T_c = 20^\circ \text{ C}$ (temperatura fria);
- Placa esquerda à temperatura constante T_h (quente), determinada em função de número de Ra :

$$T_h = T_c + \frac{Ra \alpha \nu}{g \beta (L)^3} \quad (4.27),$$

onde:

$$Ra = Ri Re^2 Pr \quad (4.28)$$

- Faces inferior e superior da cavidade termicamente isoladas;
- Face inferior impermeável e não deslizante;
- Face superior impermeável e deslocando-se a velocidade uniforme, em função do número de Reynolds:

$$u_0 = \frac{Re \cdot \nu}{L} \quad (4.29)$$

4.5 1 Caso 4-8

O caso 4-8 foi desenvolvido, fazendo-se $Re = 100$ e $Ri = 1, 10$ e 100 . O esquema convectivo adotado foi o Quick, com cavidade de $0,05 \times 0,05$ m, malha regular de 50×50 volumes, 20 000 iterações.

O tempo de processamento do programa foi de 1 837 segundos.

Os valores de velocidade e temperatura deste caso convergiram satisfatoriamente antes de 15 000 iterações, como pode ser observado na Figura 4.18.

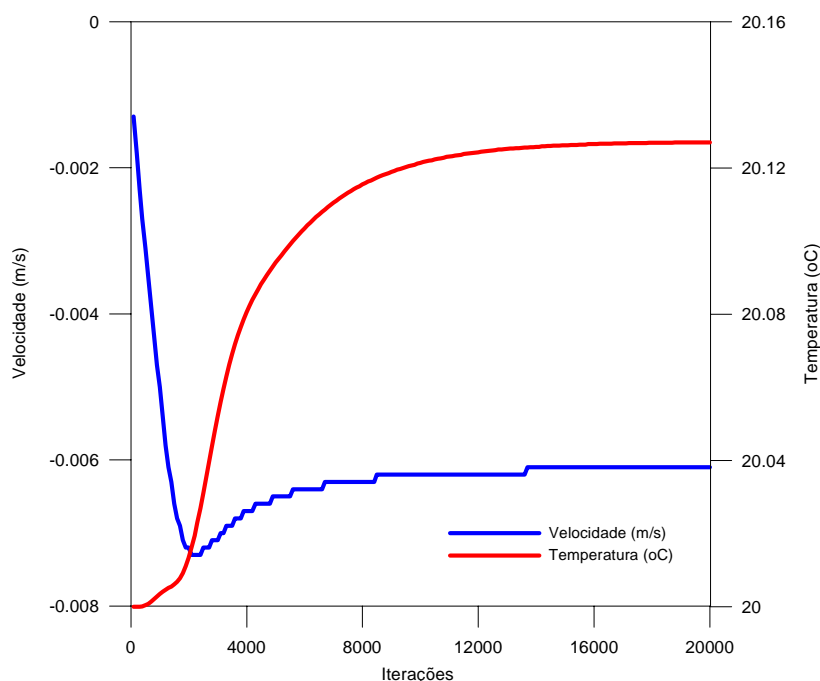


Figura 4.18 - Velocidade e temperatura no centro da cavidade em convecção mista, $Re = 100$

A figura 4.19 apresenta as linhas de corrente e isothermas resultantes, para $Re=100$ e números de Richardson, iguais a 1, 10 e 100.

Nota-se a deformação das isothermas na parte superior da cavidade, devido à atuação da placa em movimento.

Quando o número de Richardson é igual a 10, observa-se maior deformação das isothermas próximo à placa superior, e o gradiente de temperatura se acentuando próximo às paredes verticais, aproximando-se da convecção natural.

Observando-se as linhas de corrente para $Ri = 100$, nota-se grande semelhança com as mesmas curvas para a convecção natural. Ainda persiste pequena deformação das mesmas próximo à placa superior. O gradiente de temperaturas é acentuado, principalmente no canto inferior esquerdo e superior direito da cavidade. Estes gráficos guardam grande similaridade com os apresentados por (Franco, 1993), para a convecção mista. Ao se aumentar significativamente o número de Reynolds, para 1000, a configuração do escoamento é alterada significativamente, como pode ser observado no caso 4-9.

A análise do número de Nusselt é apresentada no item 4.5.3.

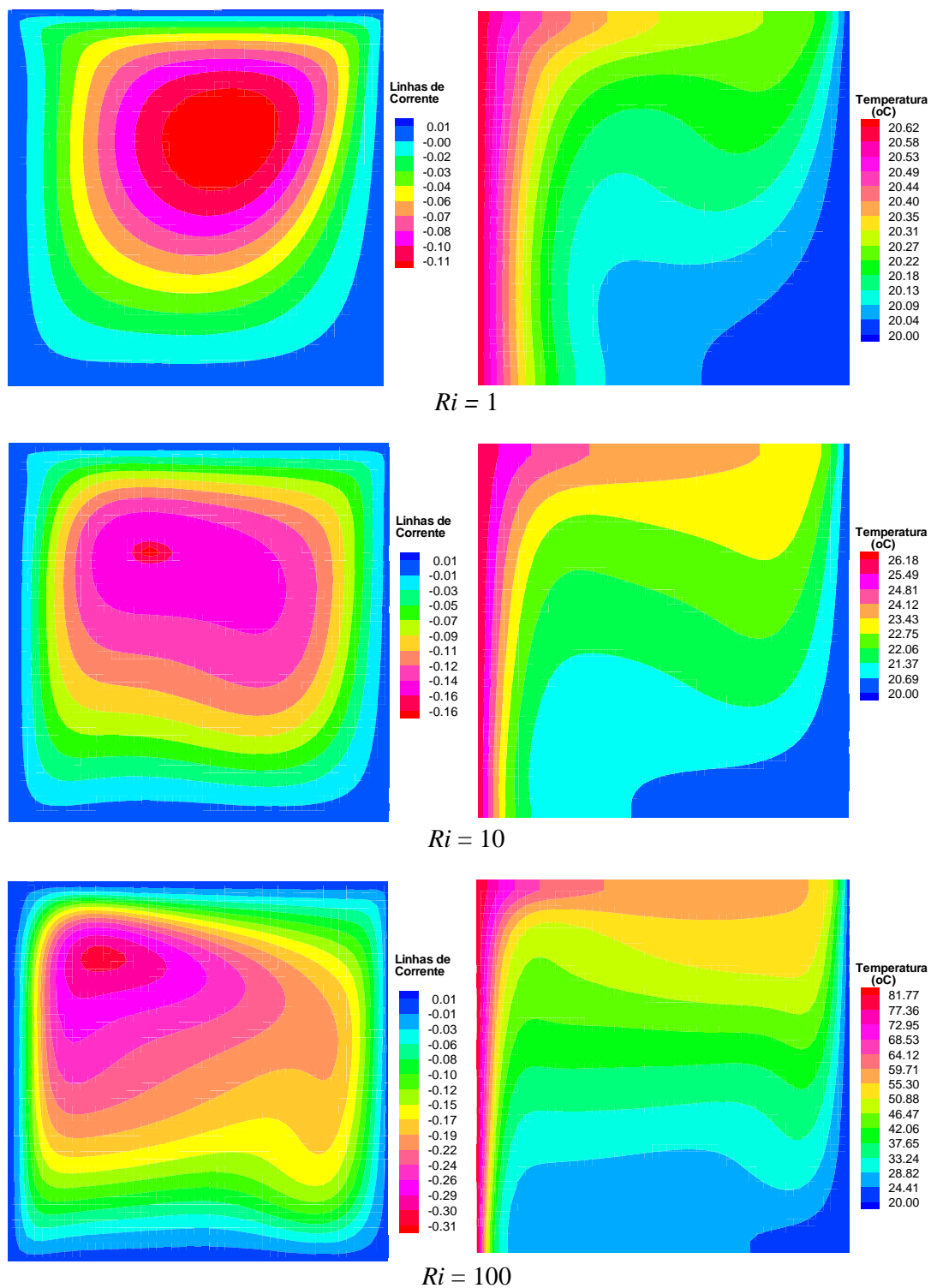


Figura 4.19 - Linhas de corrente e isothermas para a convecção mista em cavidade quadrada, com $Re = 100$ e $Ri = 1, 10$ e 100

4.5.2 Caso 4-9

O caso 4-9 foi desenvolvido para $Re = 1000$ e Ri iguais a 0,01; 0,1 e 1,0. O esquema convectivo é o Quick, com cavidade de 0,05 x 0,05 m, malha regular de 60 x 60 volumes e um total de 35 000 iterações.

O tempo de processamento do programa, neste caso, foi de 4 580 segundos.

A Figura 4-20 apresenta as linhas de corrente e isothermas para número de Reynolds igual a 1000.

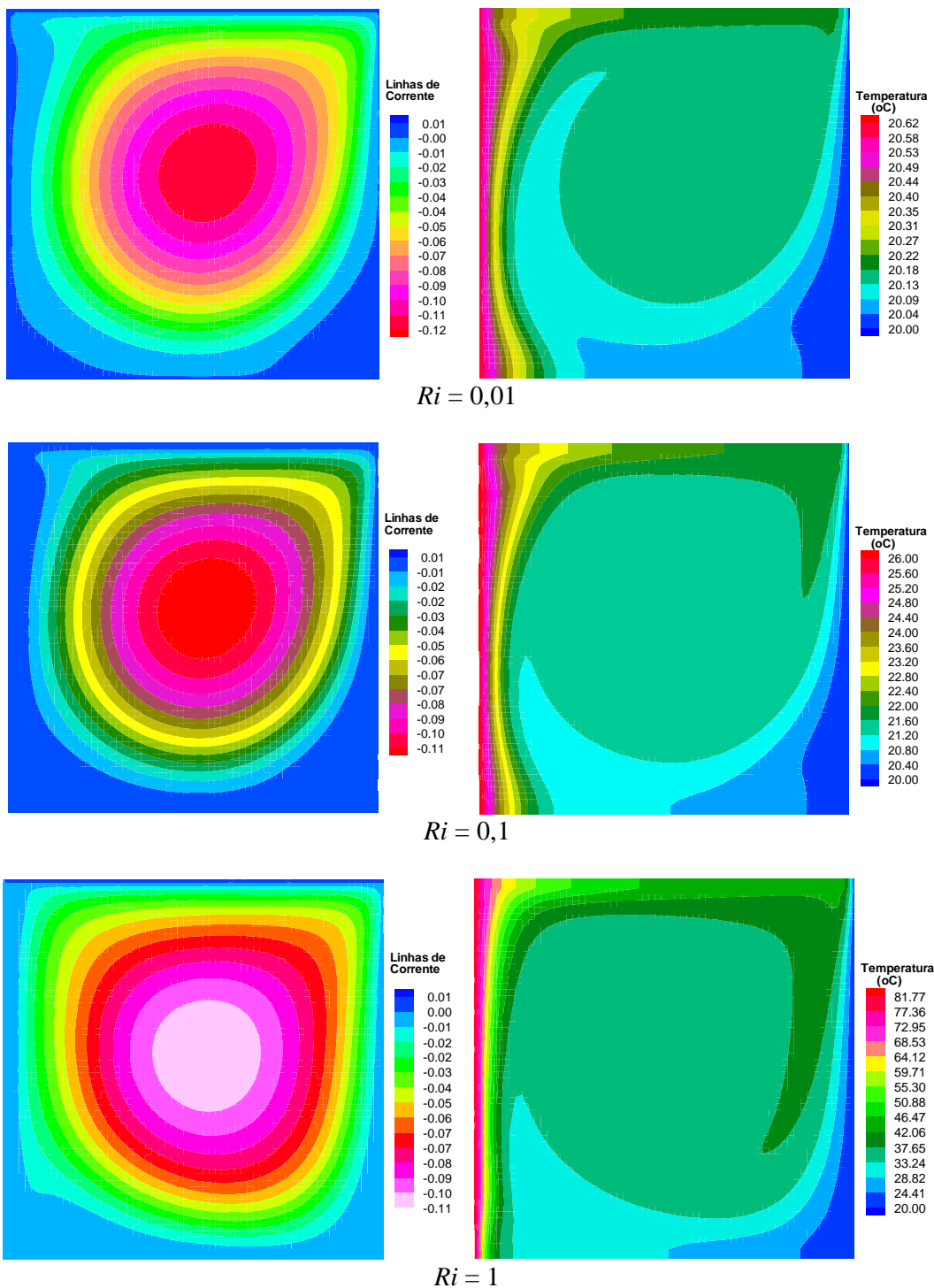


Figura 4.20 - Linhas de corrente e isothermas para a convecção mista em cavidade quadrada, com $Re = 1000$ e $Ri = 0,01; 0,1$ e 1.

Nota-se que todo o interior da cavidade mantém-se praticamente à mesma temperatura. Entretanto, as forças de empuxo começam a deformar as isotermais e linhas de corrente. Percebe-se o aumento do gradiente de temperaturas nos cantos inferior esquerdo e superior direito com o aumento do número de Richardson e consequentemente no número de Ra .

Os valores de velocidade e temperatura deste caso convergiram satisfatoriamente antes de 25 000 iterações, como pode ser observado na Figura 4.21.

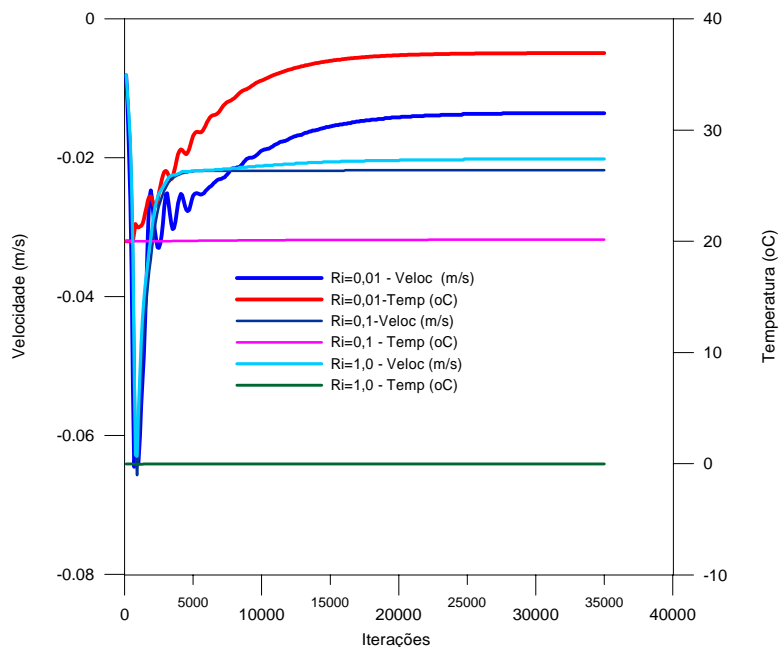


Figura 4.21 - Velocidade e temperatura no centro da cavidade em convecção mista, com $Re = 1000$

4.5.3 Número de Nusselt

Com a distribuição de temperaturas, através do programa de computador, foram determinados os números de Nusselt local máximo (Nu_{max}) e médio (Nu) da superfície vertical quente (da esquerda da cavidade). Os resultados são comparados com (Franco, 1993), sendo os desvios calculados e apresentados na Tabela 4.4:

Tabela 4.4 - Números de Nusselt para a convecção mista em cavidade quadrada

Re	Ri	Nu_{max}			Nu		
		Franco (1993)	presente trabalho	Desvio (%)	Franco (1993)	presente trabalho	Desvio (%)
100	1	4,2741	4,4031	3,02	3,4260	3,6105	5,38
	10	9,1820	8,6335	5,97	5,4703	5,5601	1,64
	100	21,1356	20,5956	2,55	9,8917	10,4514	5,66
1000	0,01	12,8962	11,9906	7,02	8,7267	7,9065	9,40
	0,10	12,9155	12,2422	5,21	9,0364	8,3044	8,10
	1,00	18,6193	17,3892	6,61	10,7236	10,6989	2,30

Pela análise da tabela, conclui-se que o desvio máximo encontrado foi de 7,02% para o número de Nusselt máximo e 9,4% para Nusselt médio, portanto, os resultados são razoáveis, com boa precisão para os números de Nusselt.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos de transferência de calor para a convecção natural e mista em cavidades retangulares e convecção natural em cavidades cilíndricas com eixo vertical.

O programa computacional se apresentou satisfatório tanto para geometrias retangulares quanto cilíndricas.

5.1 Convecção Natural em Cavidades Retangulares

São apresentados os resultados da transferência de calor por convecção natural em duas cavidades retangulares, com razões de aspecto $A = 0,5$ e $A = 2$. A razão de aspecto é definida por:

$$A = \frac{H}{L}, \quad (5.1)$$

sendo A a razão de aspecto, H a altura da cavidade e L sua largura.

A face esquerda das cavidades é mantida a uma temperatura T_h , alta, enquanto que a direita é mantida a uma temperatura T_c , baixa. As superfícies horizontais são termicamente isoladas.

As equações de conservação para a convecção natural (2.9), (2.10), (2.11) e (2.12) são a seguir reapresentadas:

a) Equação da Continuidade

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5.2)$$

b) Equações da Quantidade de Movimento

- componente horizontal da velocidade, u :

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (5.3)$$

- componente vertical da velocidade, v :

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g \beta (T - T_0). \quad (5.4)$$

c) Equação da Energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (5.5)$$

Os números de Grashof Gr , Rayleigh Ra e Prandtl Pr definidos no Capítulo 2 são, respectivamente:

$$Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)(L)^3}{\nu^2}, \quad (5.6)$$

$$Ra = Gr.Pr, \quad (5.7)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}. \quad (5.8)$$

O número de Nusselt local para um ponto de uma superfície vertical S , conforme (2.18) é:

$$Nu_x = \frac{\partial\theta}{\partial X}\bigg|_S, \quad (5.9)$$

O número de Nusselt médio em uma superfície vertical S , conforme (2.19) é:

$$Nu = \frac{1}{S} \int_S Nu_x|_S dS. \quad (5.10)$$

Na análise da convecção natural, são adotadas as propriedades físicas do ar atmosférico, conforme tabela 4.1.

São abordados dois casos, um com razão de aspecto $A = 0,5$ e o outro com $A = 2$.

5.1.1 Caso 5-1

O caso 5-1 consiste em cavidade retangular em convecção natural, com razão de aspecto $A = 0,5$ e números de Rayleigh iguais a 10^4 , 2×10^4 , 10^5 , 2×10^5 e 10^6 . A temperatura da superfície aquecida é determinada em função de Ra , conforme equação (5.12d).

A figura 5.1 apresenta a geometria para o caso 5-1.

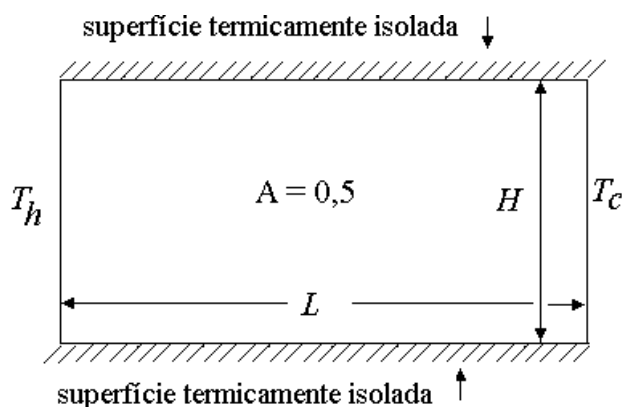


Figura 5.1 - Geometria do Caso 5-1

As condições iniciais do Caso 5-1 são as seguintes:

$$u = v = 0, \quad (5.11a)$$

$$T = T_0 = 20^\circ \text{C} . \quad (5.11b)$$

As condições de contorno são as seguintes:

Faces superior e inferior:

$$u = v = 0, \quad (5.12a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5.12b)$$

Face esquerda:

$$u = v = 0, \quad (5.12c)$$

$$T_h = T_c + \frac{Ra v^2}{Pr L^3 g \beta} \quad (\text{superfície quente}) \quad (5.12d)$$

Face direita:

$$u = v = 0, \quad (5.12e)$$

$$T = T_c = T_0 \quad (\text{superfície fria}). \quad (5.12f)$$

O programa computacional foi desenvolvido para se obter as distribuições de velocidades e temperaturas, bem como para se determinar os números de Nusselt das superfícies quente e fria da cavidade.

O Método dos Volumes Finitos foi empregado, adotando-se o esquema convectivo Quick.

Nas figuras 5.2 e 5.3 são apresentadas, respectivamente, as linhas de corrente e isotermas para cada valor de número de Ra .

Nota-se pela figura 5.2 que para Ra menor que 2×10^4 , aparece uma única célula de recirculação. Para valores maiores de número de Ra , nota-se a presença de mais de uma célula.

A análise da figura 5.3 permite concluir que à medida que o número de Ra aumenta, o gradiente de temperaturas próximo às paredes verticais se acentua.

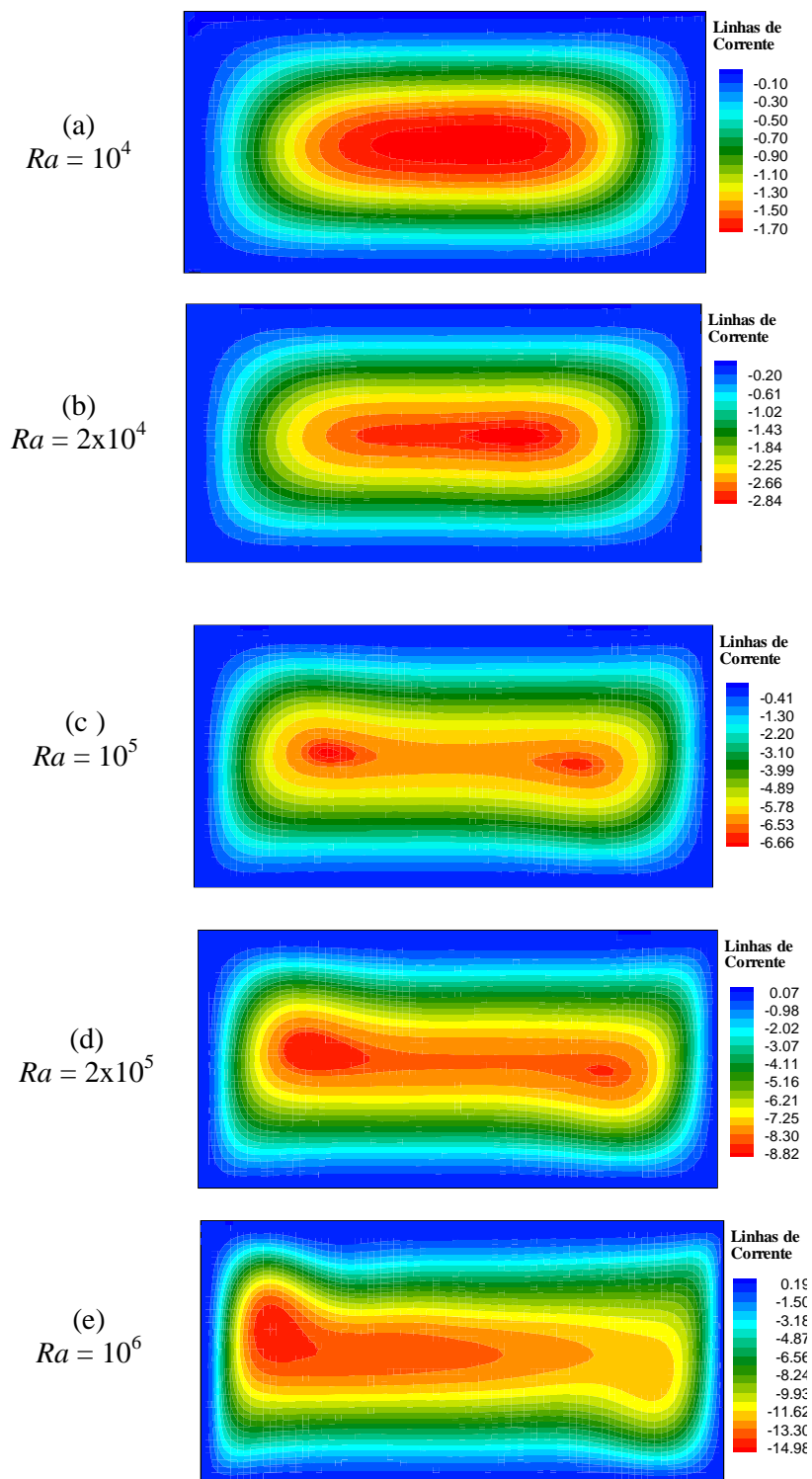


Figura 5.2 – Linhas de corrente na cavidade retangular em convecção natural, com razão de aspecto $A = 0,5$

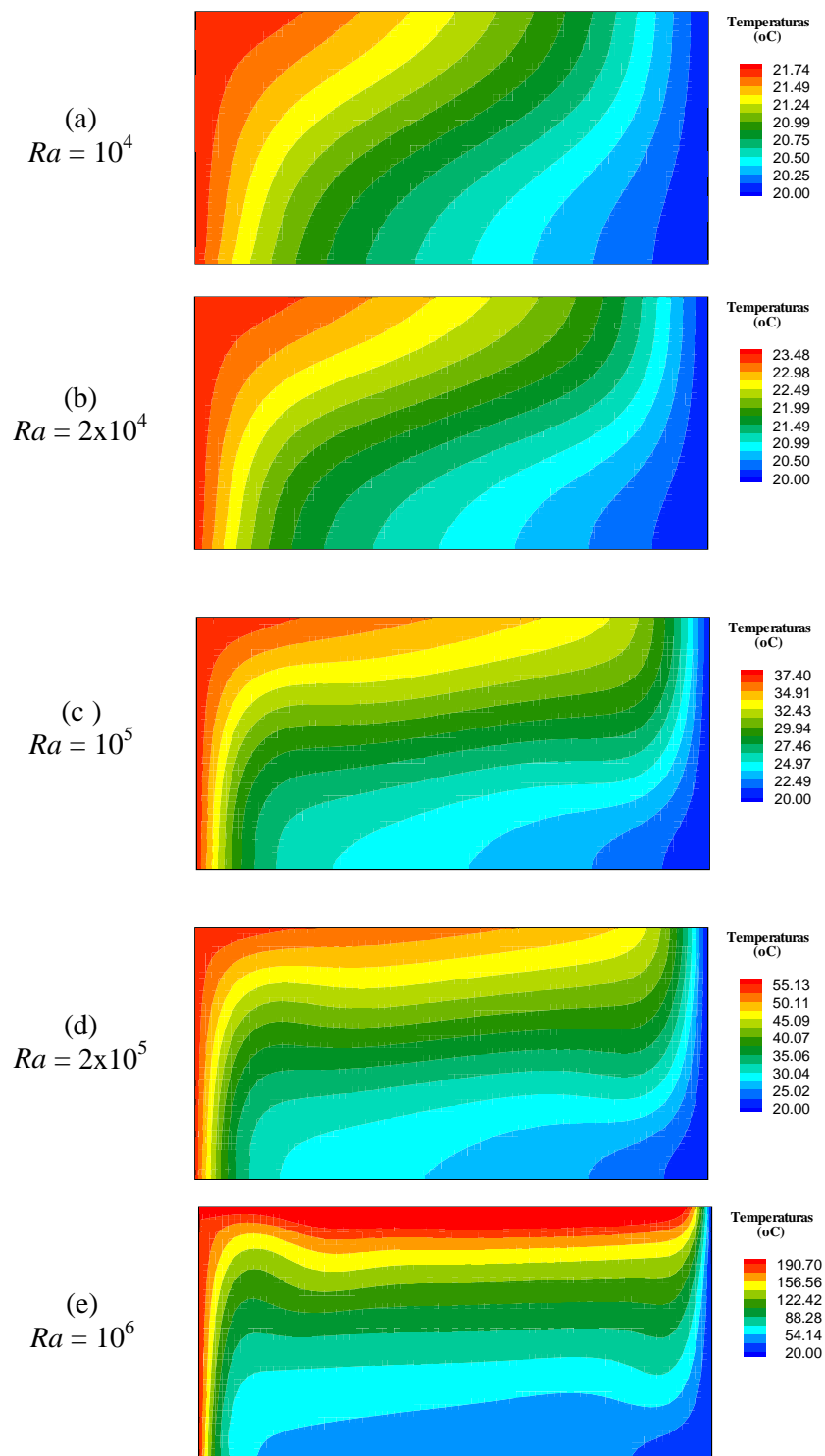


Figura 5.3 – Isothermas na cavidade retangular em convecção natural, com razão de aspecto $A = 0,5$

A Figura 5.4 mostra a evolução da velocidade e da temperatura em função do tempo. Os dados foram obtidos a cada 100 iterações, num total de 50 000. Nota-se a convergência das variáveis à medida que o escoamento se aproxima do regime permanente. Foram seleccionadas a componente horizontal da velocidade próximo à parede superior e a temperatura próxima à parede vertical aquecida da cavidade retangular.

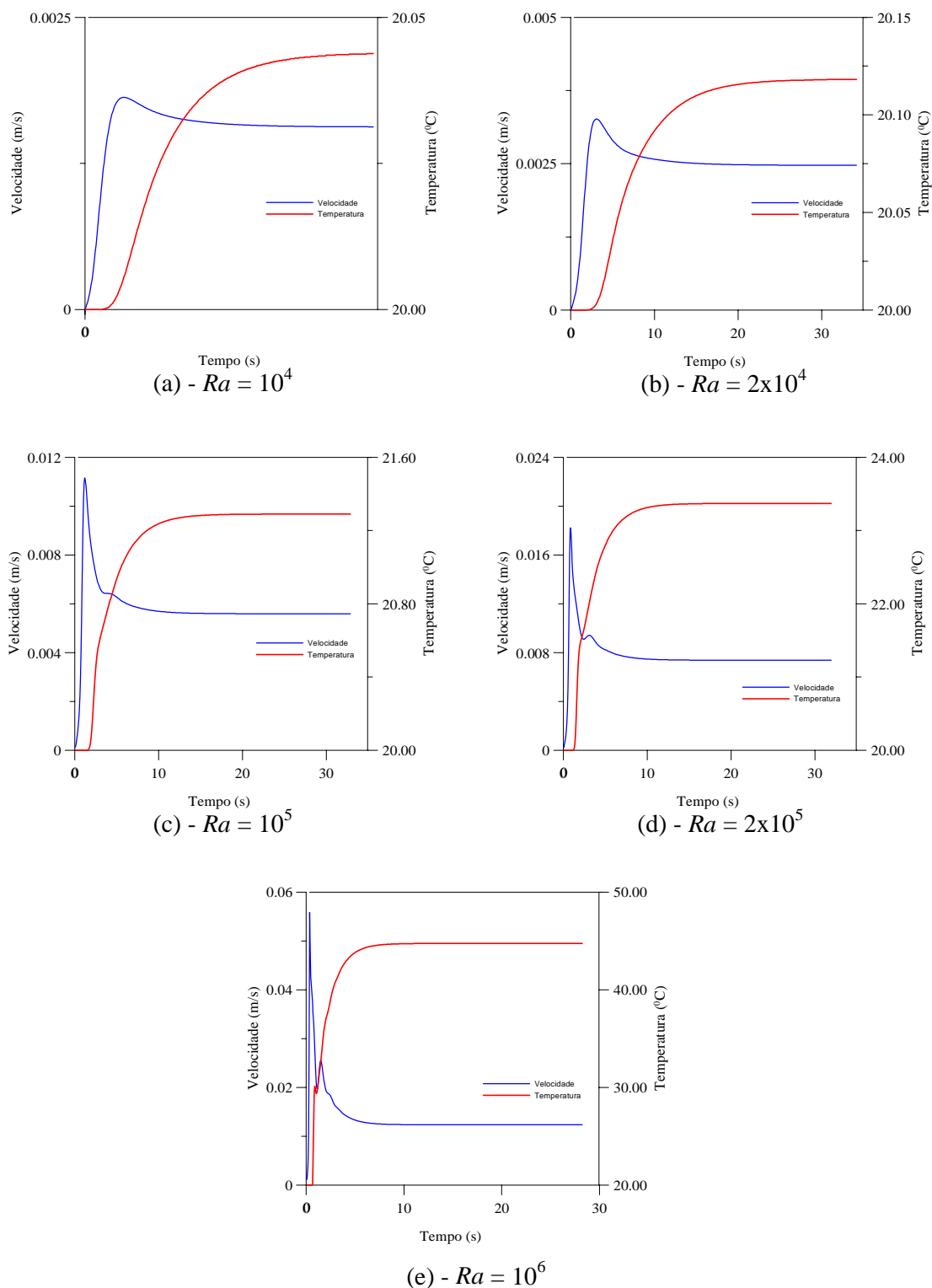


Figura 5.4 – Velocidade u junto à face superior e temperatura próximo da face vertical aquecida da cavidade retangular em convecção natural, $A = 0,5$

A evolução do número de Nusselt médio das faces verticais esquerda (aquecida) e direita (fria) da cavidade é apresentada na figura 5.5. Nota-se a tendência à convergência dos valores à medida que se aproxima do regime permanente.

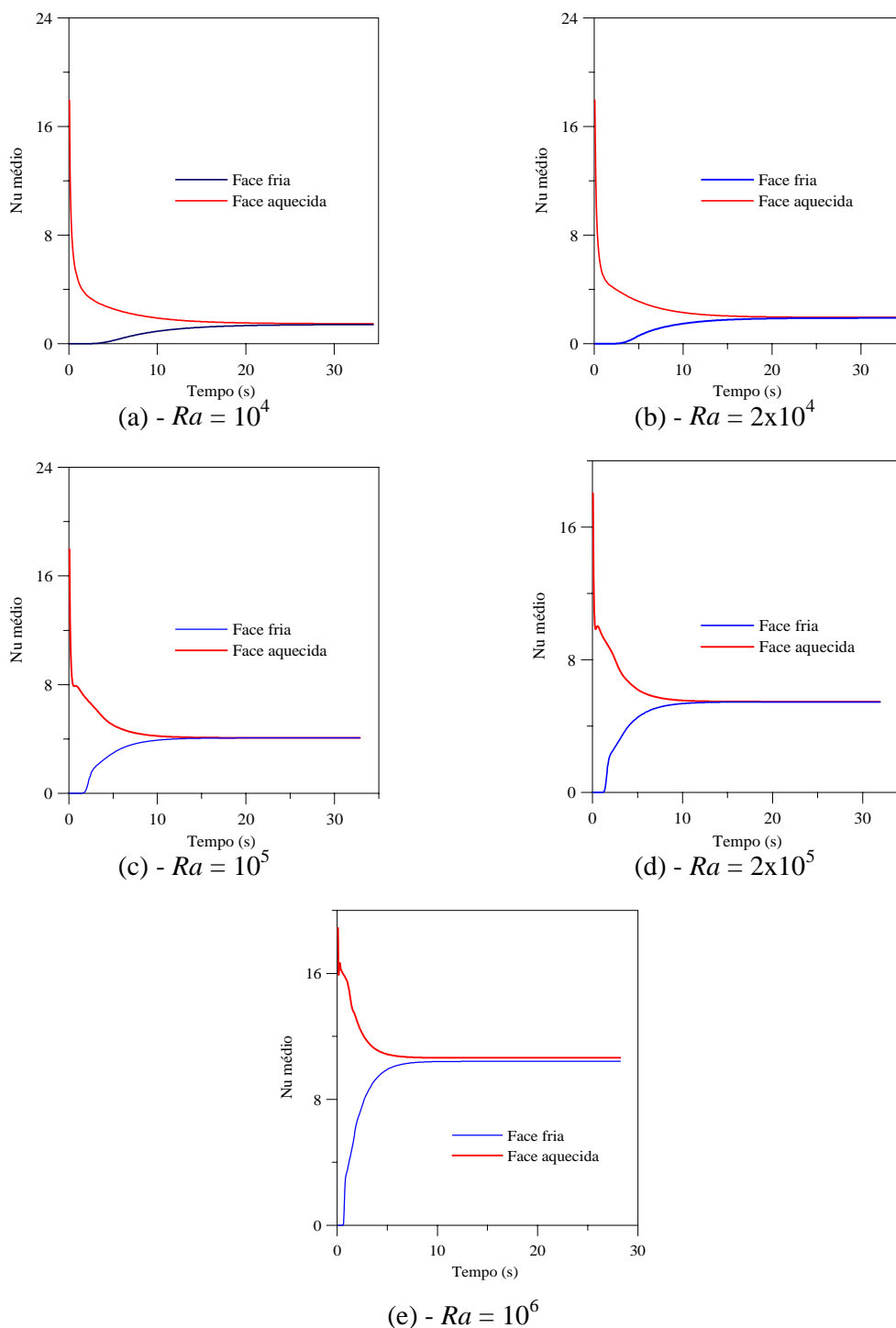


Figura 5-5 – Número de Nusselt médio das faces verticais esquerda e direita da cavidade retangular em convecção natural, com $A = 0,5$

Os valores de Nu médio no regime permanente em função de Ra são apresentados na figura 5.6. Nota-se um aumento do número de Nusselt, à medida que aumenta o número de Rayleigh.

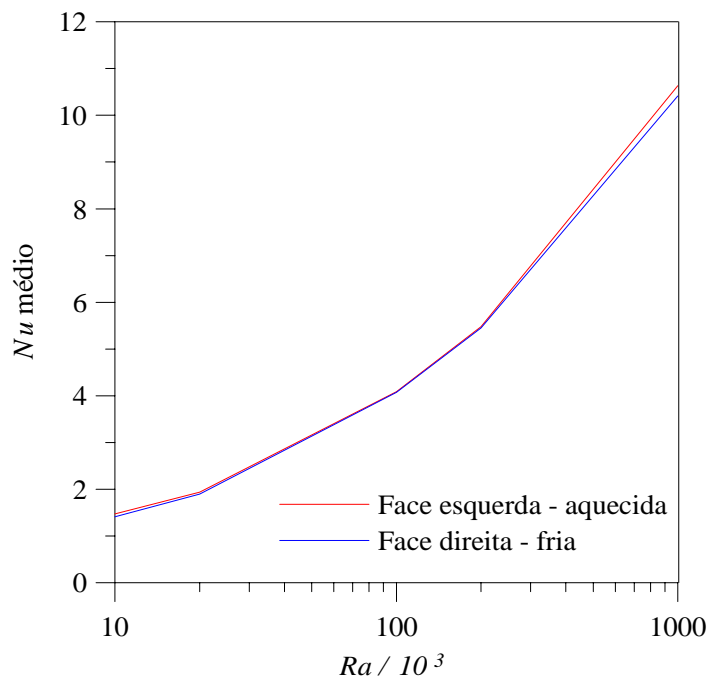


Figura 5.6 – Número de Nusselt médio em função de Ra nas faces verticais da cavidade retangular em convecção natural, $A = 0,5$

A Tabela 5.1 apresenta os valores encontrados de Nu médio nas faces verticais da cavidade.

Tabela 5.1 – Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 0,5$

Ra	Face Esquerda	Face Direita
10^4	1,4710	1,4081
2×10^4	1,9398	1,8968
10^5	4,0849	4,0754
2×10^5	5,4737	5,4522
10^6	10,6327	10,4113

O tempo para o processamento, utilizando-se o equipamento descrito no Capítulo 2, para cada situação do Caso 1, com 50 000 iterações foi de 64 minutos e 53 segundos, resultando em cerca de 13 iterações por segundo, com malha de 80 x 40 volumes.

5.1.2 Caso 5-2

O caso 5-2 consiste em cavidade retangular em convecção natural, com razão de aspecto $A = 2$ e números de Rayleigh iguais a 10^4 , 2×10^4 , 10^5 e 2×10^5 .

A figura 5.7 apresenta a geometria para o caso 5-2.

As condições iniciais do caso 5-2 são as seguintes:

$$u = v = 0, \quad (5.13a)$$

$$T = T_0 = 20^\circ \text{ C}. \quad (5.13b)$$

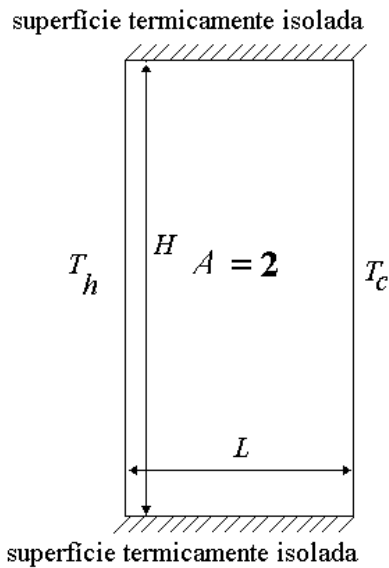


Figura 5.7 - Geometria do caso 5.2

As condições de contorno são as seguintes:

Faces superior e inferior:

$$u = v = 0, \quad (5.14a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5.14b)$$

Face esquerda:

$$u = v = 0, \quad (5.14c)$$

$$T_h = T_c + \frac{Ra v^2}{Pr L^3 g \beta} \quad (\text{superfície quente}). \quad (5.14d)$$

Face direita:

$$u = v = 0, \quad (5.14e)$$

$$T = T_c = T_0 \quad (\text{superfície fria}). \quad (5.14f)$$

O programa computacional foi desenvolvido para se obter as distribuições de velocidades, temperaturas bem como para se determinar os números de Nusselt das superfícies quente e fria da cavidade.

Foram obtidos resultados para 4 valores de Ra : 10^4 , 2×10^4 , 10^5 e 2×10^5 . O Método dos Volumes Finitos foi empregado, adotando-se o esquema convectivo Quick.

Será utilizada malha regular de 40×80 volumes e 50 000 iterações, a qual se mostrou satisfatória, com boa convergência de velocidades e temperaturas, como pode ser observado na figura 5.10.

Nas figuras 5.8 e 5.9 são apresentadas, respectivamente, as linhas de corrente e isotermas para cada valor de número de Ra .

Analisando-se a figura 5.8, nota-se, a exemplo do caso 5-1, que para Ra até 2×10^4 aparece uma única célula de recirculação. Para valores maiores de Ra , constata-se a presença de mais de uma célula.

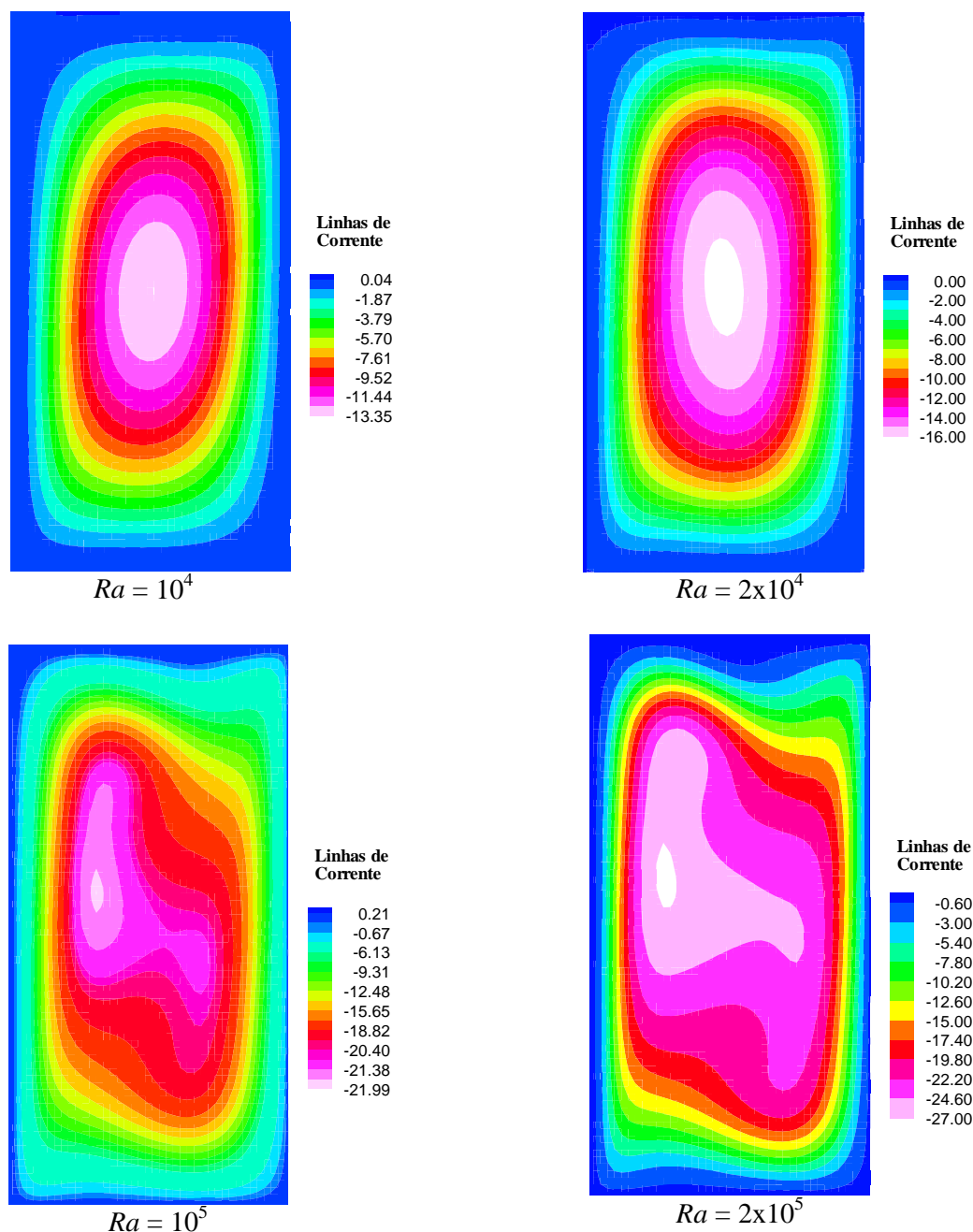


Figura 5.8 – Linhas de corrente na cavidade retangular em convecção natural, com razão de aspecto $A = 2$

A análise da figura 5.9 permite concluir que à medida que Ra aumenta, o gradiente de temperaturas próximo às paredes verticais se acentua. Verifica-se também uma deformação do gradiente junto à face superior da cavidade, principalmente para maiores números de Ra , sugerindo a necessidade de maior refinamento da malha.

O tempo médio de processamento, utilizando-se o equipamento descrito no Capítulo 2, para cada caso do Caso 5.2, com 50 000 iterações foi de 2528 segundos, resultando em cerca de 20 iterações por segundo, com malha de 40 x 80 volumes.

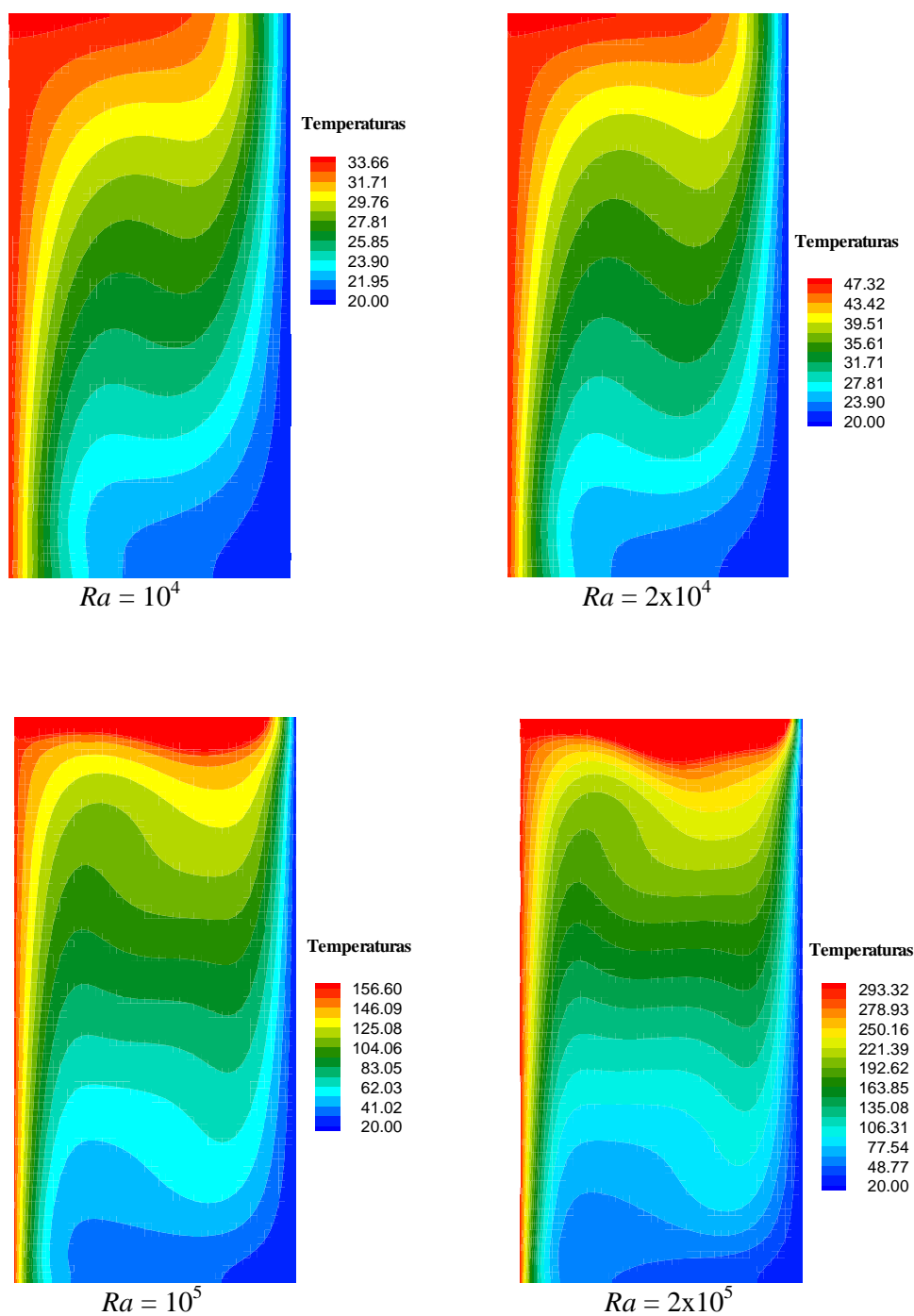


Figura 5.9 – Isotermas na cavidade retangular em convecção natural, com razão de aspecto $A = 2$

A Figura 5.10 mostra a evolução da velocidade e da temperatura em função do tempo. Os dados também foram obtidos a cada 100 iterações, num total de 50 000. Nota-se a convergência das variáveis à medida que o escoamento se aproxima do regime permanente. Foram selecionadas a componente horizontal da velocidade junto à face superior e temperatura próxima da face aquecida da cavidade retangular.

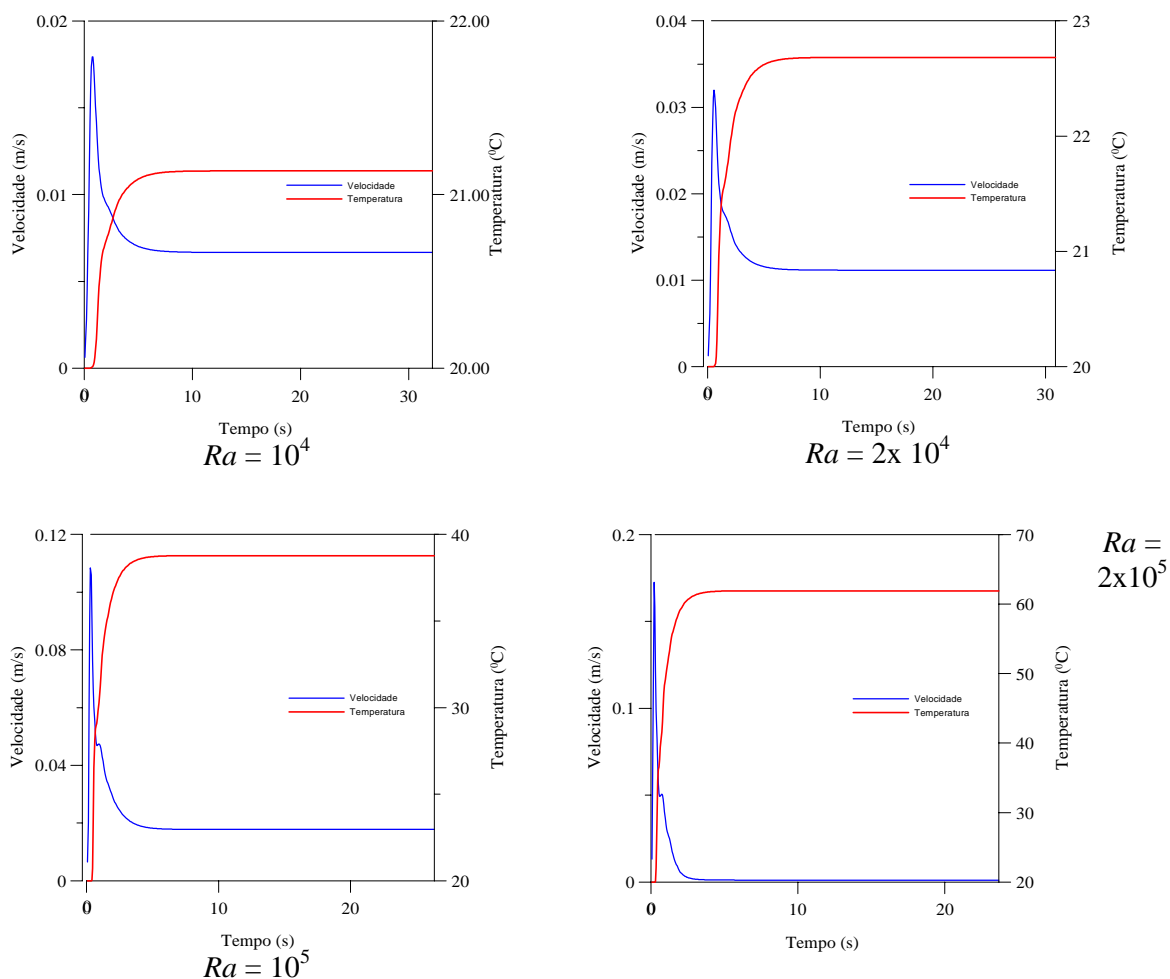


Figura 5-10 - Velocidade u e junto à face superior e temperatura próxima à face vertical aquecida da cavidade retangular em convecção natural, $A = 2$

A evolução do número de Nusselt médio das faces verticais esquerda (aquecida) e direita (fria) da cavidade em função do tempo é apresentada na figura 5.11. Nota-se a tendência à convergência dos valores à medida que se aproxima do regime permanente.

Foram calculados os números de Nusselt das superfícies verticais esquerda (aquecida) e direita (fria). Os valores de Nu médio destas regiões em função de Ra são apresentados na figura 5.12. Nota-se um aumento do número de Nusselt, à medida que aumenta o número de Rayleigh. A Tabela 5.2 apresenta os valores encontrados de Nu , no regime permanente.

Tabela 5.2 – Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 2$

Ra	Face Esquerda	Face Direita
10^4	2,4139	2,4063
2×10^4	2,9202	2,9106
10^5	4,6166	4,5555
2×10^5	5,7572	5,6352

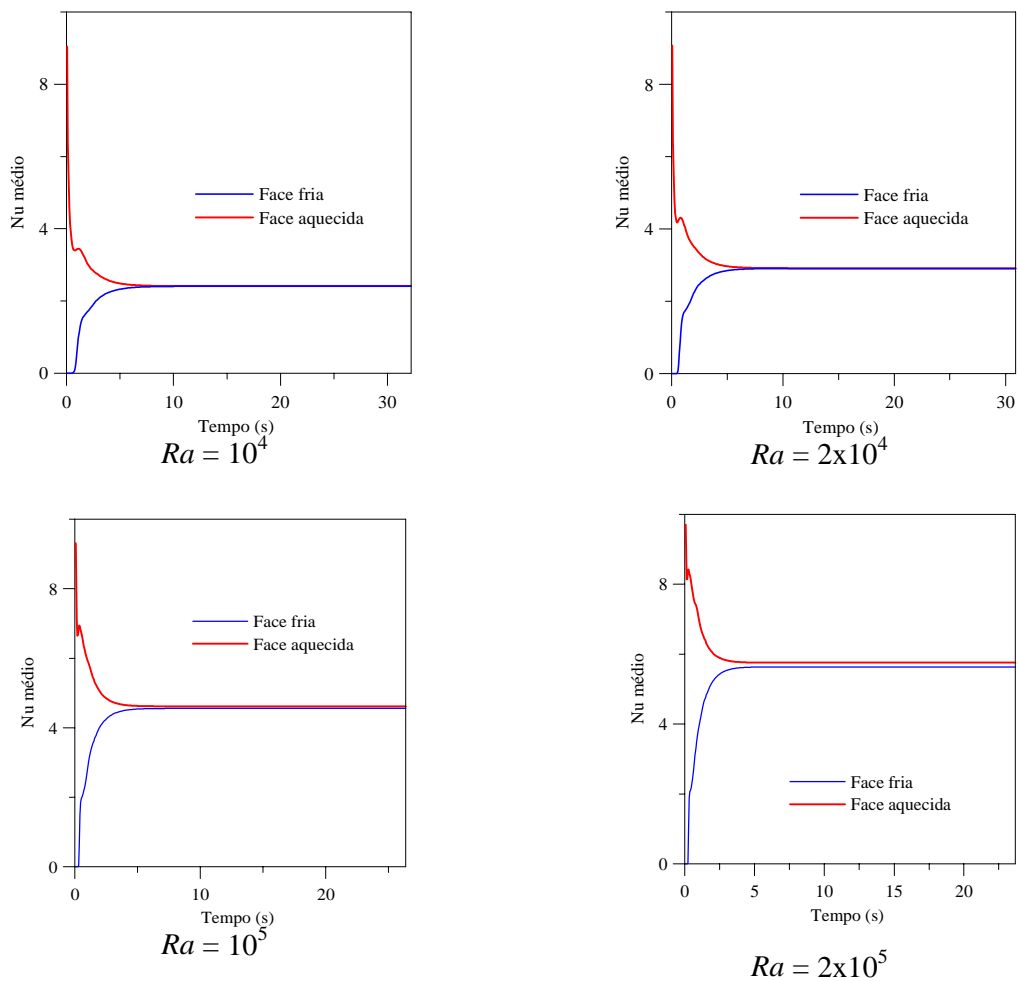


Figura 5-11 – Número de Nusselt médio das faces verticais da cavidade retangular em convecção natural, com $A = 2,0$

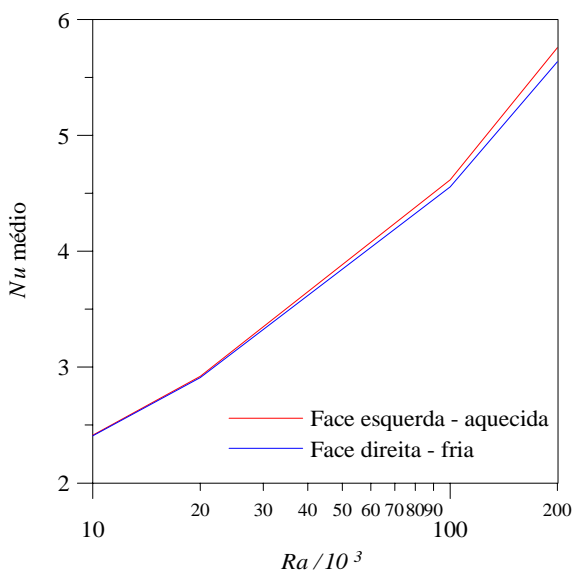


Figura 5.12 – Número de Nusselt médio em função de Ra das faces verticais da cavidade retangular em convecção natural, $A = 2,0$

5.2 Convecção mista em cavidades retangulares

São apresentados os resultados da transferência de calor por convecção mista em duas cavidades retangulares, com razões de aspecto $A = 0,5$ e $A = 2$. A razão de aspecto foi definida pela equação (5.1), sendo aqui reproduzida:

$$A = \frac{H}{L}, \quad (5.15)$$

sendo A a razão de aspecto, H a altura da cavidade e L sua largura.

A face esquerda da cavidade é mantida aquecida a uma temperatura T_h , enquanto que a direita é mantida fria a uma temperatura T_c . As superfícies horizontais são termicamente isoladas.

O número de Richardson (Ri) é empregado para servir como indicador da importância do empuxo induzindo o escoamento. É definido conforme a equação (4.25) como:

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2}, \quad (5.16)$$

sendo que Gr é o número de Grashof, definido conforme Equação (2.26) e reproduzido abaixo:

$$Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)(L)^3}{\nu^2}, \quad (5.17)$$

e o número de Reynolds (Re), conforme Equação (2.6), é definido em função da velocidade da parede superior:

$$Re = \frac{u_0 L}{\nu}, \quad (5.18)$$

onde u_0 é a velocidade da face superior da cavidade. Nos casos que se seguem são definidos números de Reynolds Re iguais a 100 e 1000 e em seguida é calculada a velocidade u_0 correspondente.

No caso em que $Ri < 1$, há predominância das forças inerciais e quando $Ri > 1$, as forças de empuxo são predominantes no escoamento.

As equações de conservação para a convecção mista (2.20), (2.21), (2.22) e (2.23) são a seguir rerepresentadas:

a) Equação da Continuidade

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (5.19)$$

b) Equações da Quantidade de Movimento

- componente horizontal da velocidade, u :

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (5.20)$$

- componente vertical da velocidade, v :

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g \beta (T - T_0). \quad (5.21)$$

c) Equação da Energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (5.22)$$

O número de Grashof Gr foi definido em (5.17) e os de Rayleigh Ra e Prandtl Pr definidos no Capítulo 2 são, respectivamente:

$$Ra = Gr.Pr, \quad (5.23)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}. \quad (5.24)$$

O número de Nusselt local para um ponto de uma superfície vertical S , conforme (2.18) é:

$$Nu_x = \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_S, \quad (5.25)$$

O número de Nusselt médio em uma superfície vertical S , conforme (2.19) é:

$$Nu = \frac{1}{S} \int_S Nu_x \Big|_S dS. \quad (5.26)$$

Na análise da convecção mista são abordados dois casos, um com razão de aspecto $A = 0,5$ e o outro com $A = 2$.

5.2.1 Caso 5-3

O caso 5-3 consiste em cavidade retangular em convecção mista, com razão de aspecto $A = 0,5$, número de Reynolds Re igual a 100 e números de Richardson Ri iguais a 1, 10 e 100.

A figura 5.13 apresenta a geometria para o caso 5-3.

As condições iniciais do Caso 5-3 são as seguintes:

$$u = v = 0, \quad (5.27a)$$

$$T = T_0 = 20^\circ \text{ C}. \quad (5.27b)$$

As condições de contorno são as seguintes:

Face inferior:

$$u = v = 0, \quad (5.28a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5.28b)$$

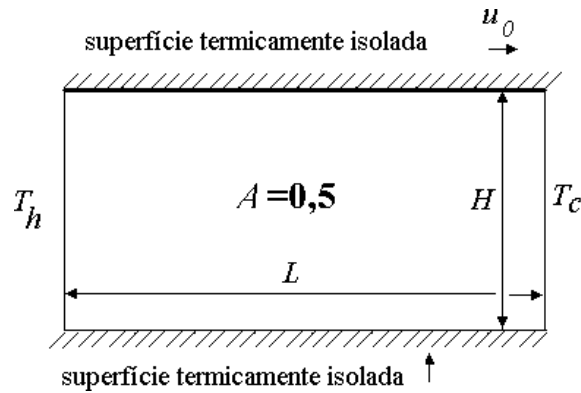


Figura 5.13 - Geometria da convecção mista em cavidade retangular de razão de aspecto $A = 0,5$

Face superior:

$$u = u_0 = \frac{Re v}{L}, \quad (5.29 a)$$

$$v = 0, \quad (5.29b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5.29c)$$

Face esquerda:

$$u = v = 0, \quad (5.30a)$$

$$T = T_h + \frac{Ri Re^2 Pr \alpha v}{g \beta L^3} \quad (\text{superfície quente}). \quad (5.30b)$$

Face direita:

$$u = v = 0, \quad (5.31a)$$

$$T = T_c = T_0 \quad (\text{superfície fria}). \quad (5.31b)$$

O programa computacional foi desenvolvido para se obter as distribuições de velocidades e temperaturas, bem como determinar os números de Nusselt das superfícies quente e fria da cavidade.

Foram obtidos resultados para Ri iguais a 1, 10 e 100. O Método dos Volumes Finitos foi empregado, adotando-se o esquema convectivo Quick.

Foi utilizada malha de 80x40 volumes, e 40 000 iterações.

Na figura 5.14 são apresentadas as linhas de corrente e isotermas para cada valor de número de Ri . Nota-se que à medida que o número de Richardson Ri aumenta, nas linhas de corrente a célula de recirculação se aproxima da face esquerda, aquecida, configurando-se a influência das forças de empuxo sobre o escoamento. A análise das isotermas permite concluir que para $Ri = 1$ as mesmas se deformam significativamente junto à face superior da cavidade, denotando a influência dos efeitos inerciais. Para Ri maiores, nota-se acentuado gradiente de temperatura junto às faces verticais, o que indica maior influência dos efeitos de empuxo, aproximando-se, com elevados números de Richardson, da convecção natural.

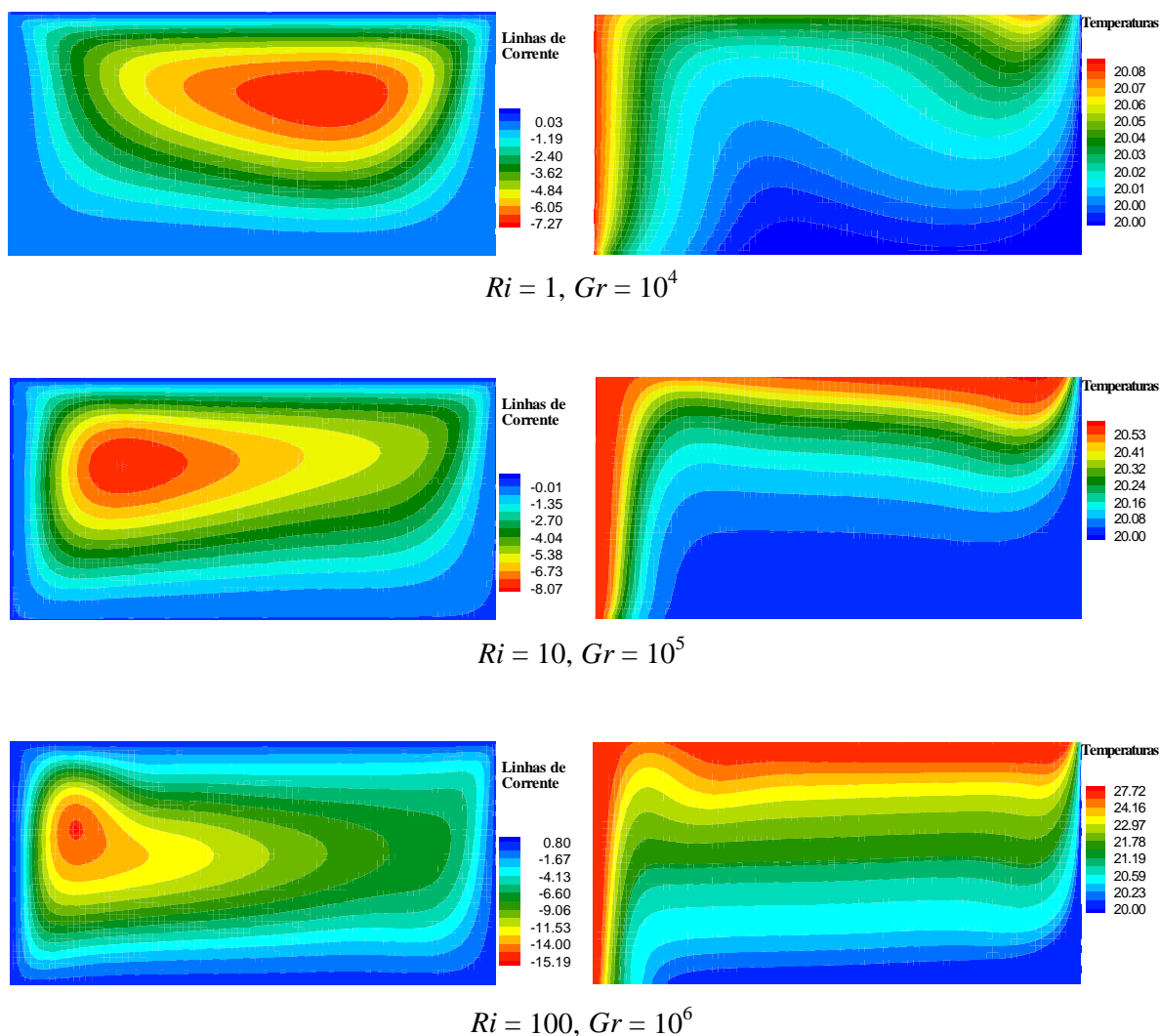
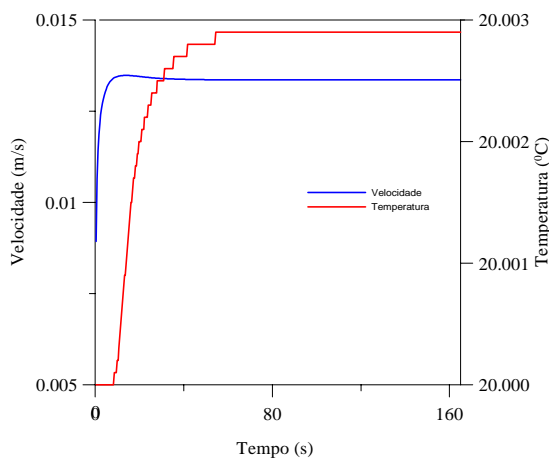


Figura 5.14 – Linhas de corrente e isothermas para a cavidade em convecção mista, com $A = 0,5$ e $Re = 100$

O tempo para o processamento, utilizando-se o equipamento descrito no Capítulo 2, para cada situação do caso 5.3, com 40 000 iterações e malha de 80×40 volumes foi de 3312 segundos, resultando em cerca de 12 iterações por segundo.

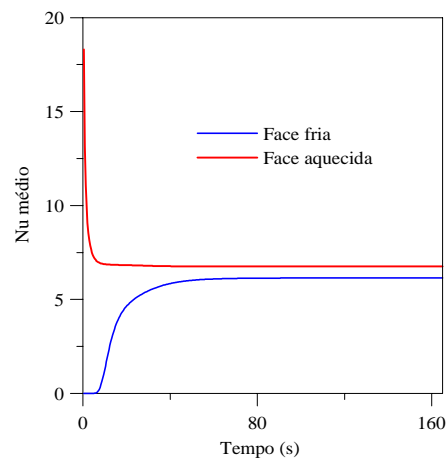
A Figura 5.15 mostra a componente horizontal da velocidade junto à face superior da cavidade, a temperatura junto à superfície aquecida e também o número de Nusselt médio das superfícies verticais em função do tempo. Os dados foram obtidos a cada 100 iterações, num total de 40 000. Nota-se a convergência das variáveis à medida que o escoamento evolui para o regime permanente.

Foram calculados os números de Nusselt das superfícies verticais esquerda (aquecida) e direita (fria). Os valores de Nu médio em função de Ri são apresentados na figura 5.16. Nota-se um aumento do número de Nusselt, à medida que aumenta o número de Richardson. A Tabela 5.3 apresenta os valores encontrados de Nu .

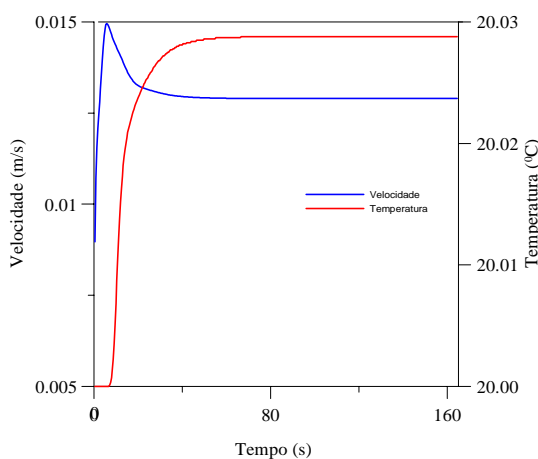


Velocidade e temperatura

$$Ri = 1; Gr = 10^4$$

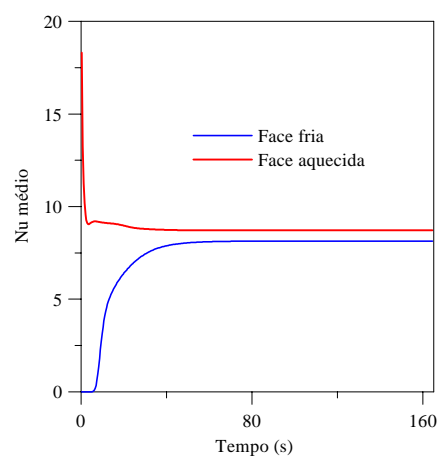


Nu médio

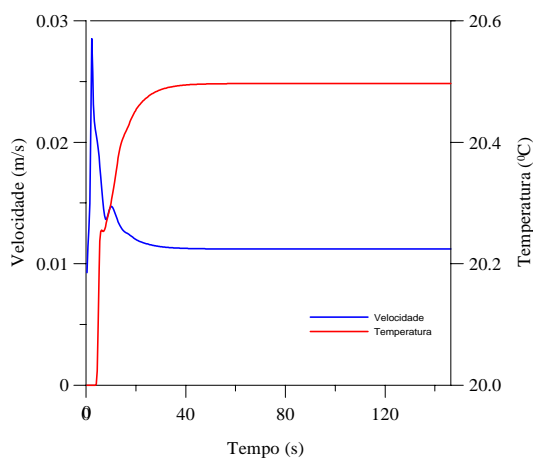


Velocidade e temperatura

$$Ri = 10; Gr = 10^5$$

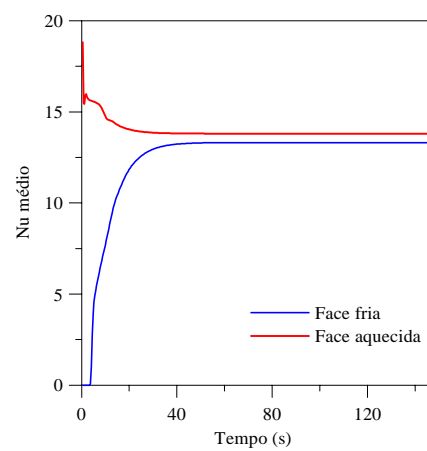


Nu médio



Velocidade e temperatura

$$Ri = 100; Gr = 10^6$$



Nu médio

Figura 5.15 - Velocidade u , temperatura e Nu médio das faces verticais da cavidade retangular em convecção mista, $A = 0,5$ e $Re = 100$

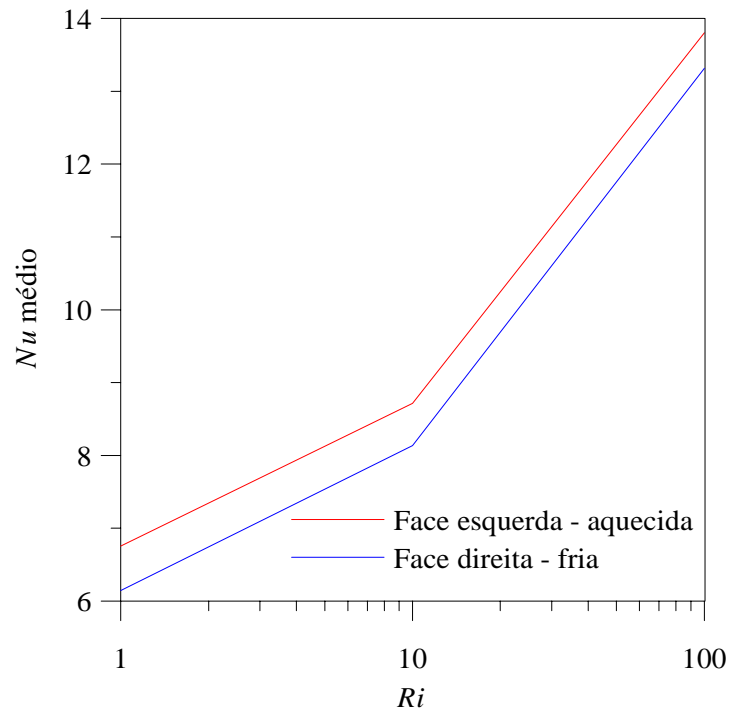


Figura 5.16 – Número de Nusselt médio das faces verticais em função de Ri para a cavidade retangular em convecção mista, $A = 0,5$ e $Re = 100$

Tabela 5.3 – Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 0,5$ e $Re = 100$

Ri	Face Esquerda	Face Direita
1	6,7543	6,1420
10	8,7140	8,1370
100	13,8060	13,3177

5.2.2 Caso 5-4

O caso 5-4 consiste em cavidade retangular em convecção mista, com razão de aspecto $A = 0,5$, número de Reynolds Re igual a 1000 e números de Richardson Ri iguais a 0,01; 0,1 e 1. A geometria para o caso 5-4 é a mesma apresentada na figura 5-13. As condições iniciais do Caso 5-4 são as seguintes:

$$u = v = 0, \quad (5.32a)$$

$$T = T_0 = 20^\circ\text{C}. \quad (5.32b)$$

As condições de contorno são as seguintes:

Face inferior:

$$u = v = 0, \quad (5.33a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5.33b)$$

Face superior:

$$u = u_0 = \frac{Re\nu}{L}, \quad (5.34 a)$$

$$v = 0, \quad (5.34b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5.34c)$$

Face esquerda:

$$u = v = 0, \quad (5.35a)$$

$$T = T_h + \frac{Ri Re^2 Pr \alpha \nu}{g\beta L^3} \quad (\text{superfície quente}). \quad (5.35b)$$

Face direita:

$$u = v = 0, \quad (5.36a)$$

$$T = T_c \quad (\text{superfície fria}). \quad (5.36b)$$

O programa computacional foi desenvolvido para se obter as distribuições de velocidades e temperaturas, bem como determinar os números de Nusselt das superfícies quente e fria da cavidade.

Foram obtidos resultados para Ri iguais a 0,01; 0,1 e 1. O Método dos Volumes Finitos foi empregado, adotando-se o esquema convectivo Quick.

Foi utilizada malha de 80 x 40 volumes, e 40 000 iterações.

Na figura 5.17 são apresentadas as linhas de corrente e isothermas para cada valor de número de Ri . Observando-se as linhas de corrente da figura, nota-se que à medida que o número de Richardson Ri aumenta, a célula de recirculação se aproxima da face esquerda, aquecida, configurando-se a influência das forças de empuxo sobre o escoamento. A análise das isothermas permite concluir que à medida que Ri aumenta, aproximando-se da unidade, acentua-se o gradiente de temperaturas junto às faces verticais da cavidade, denotando a influência dos efeitos de empuxo cada vez maiores.

O tempo para o processamento, como no caso anterior, utilizando-se o equipamento descrito no Capítulo 2, para cada situação do caso 5-4, com 40 000 iterações e malha de 80 x 40 volumes foi de 3002 segundos, resultando em cerca de 13 iterações por segundo.

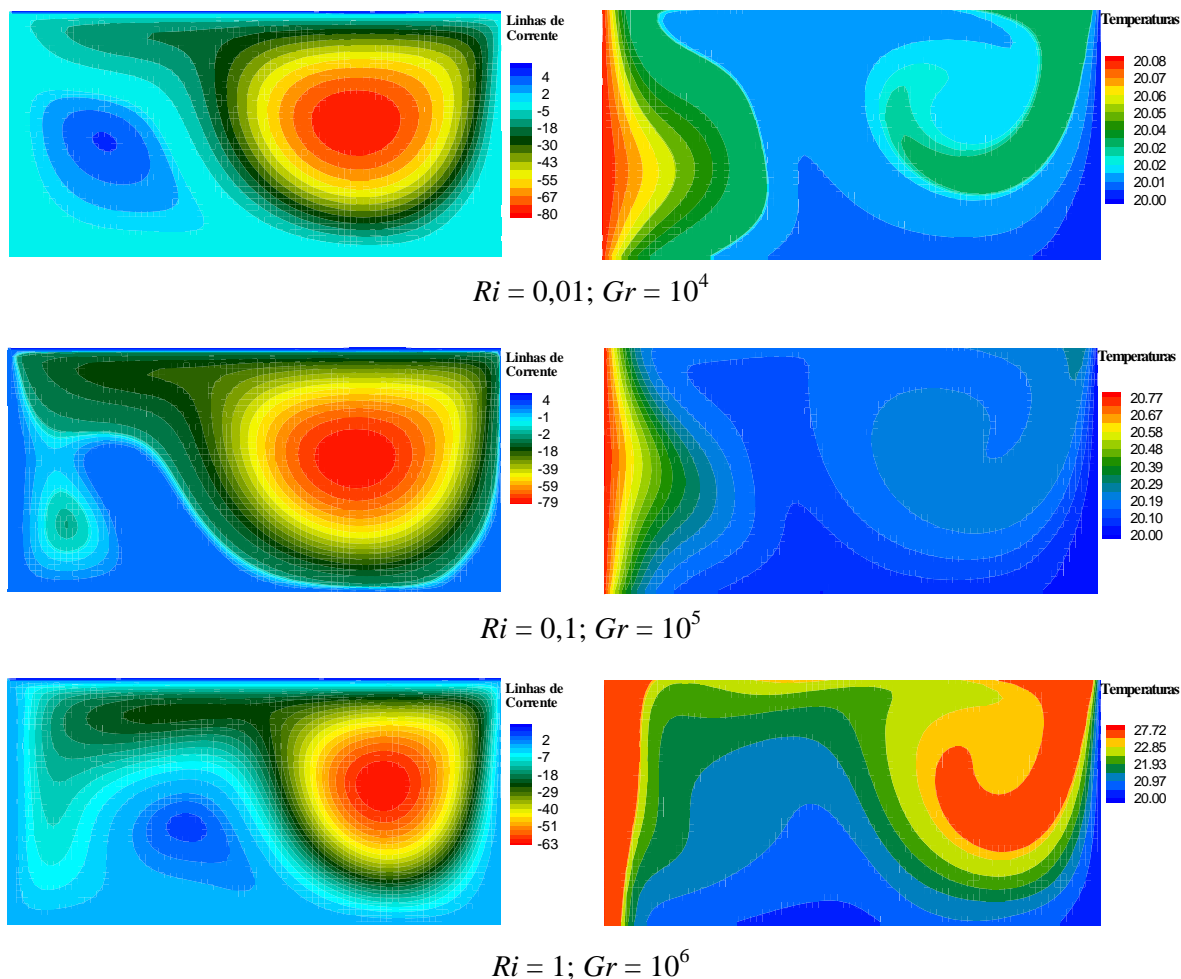


Figura 5.17 – Linhas de corrente e isotermas para a cavidade em convecção mista, com $A = 0,5$ e $Re = 1000$

A Figura 5.18 mostra a componente horizontal da velocidade junto à face superior da cavidade, a temperatura junto à superfície aquecida e também o número de Nusselt médio das superfícies verticais em função do tempo. Os dados foram obtidos a cada 100 iterações, num total de 40 000. Novamente configura-se a convergência das variáveis à medida que o escoamento evolui para o regime permanente.

Foram calculados os números de Nusselt das superfícies verticais esquerda (aquecida) e direita (fria). Os valores de Nu médio em função de Ri são apresentados na figura 5.19. Nota-se, a exemplo do caso anterior, um aumento do número de Nusselt médio, à medida que aumenta o número de Richardson.

A Tabela 5.4 apresenta os valores encontrados de Nu .

Tabela 5.4 – Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 0,5$ e $Re = 1000$

Ri	Face Esquerda	Face Direita
0,01	7,7241	7,8334
0,10	7,8791	8,0299
1,00	12,7963	12,9921

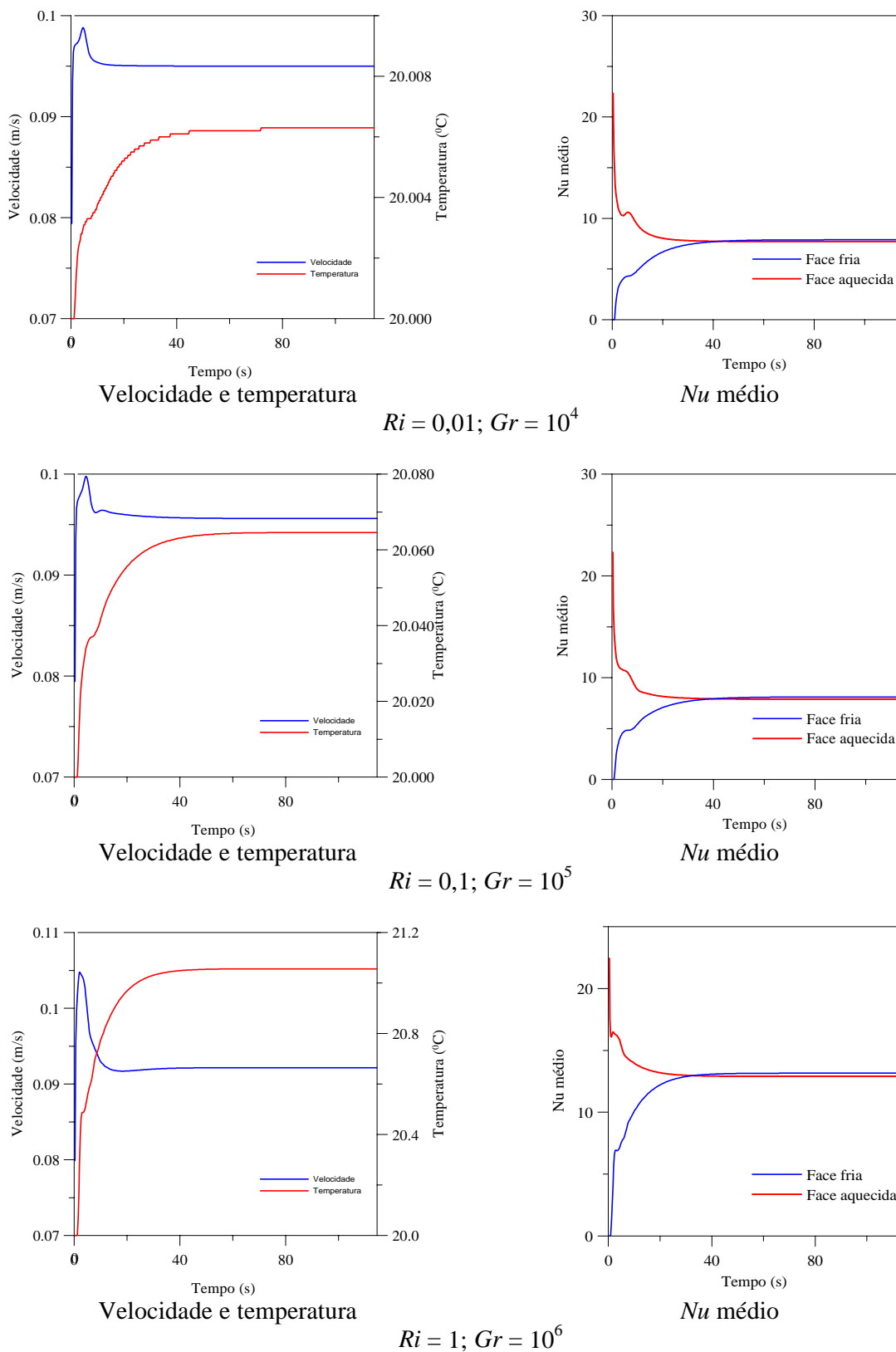


Figura 5.18 - Velocidade u , temperatura e Nu médio das faces verticais da cavidade retangular em convecção mista, $A = 0,5$ e $Re = 1000$

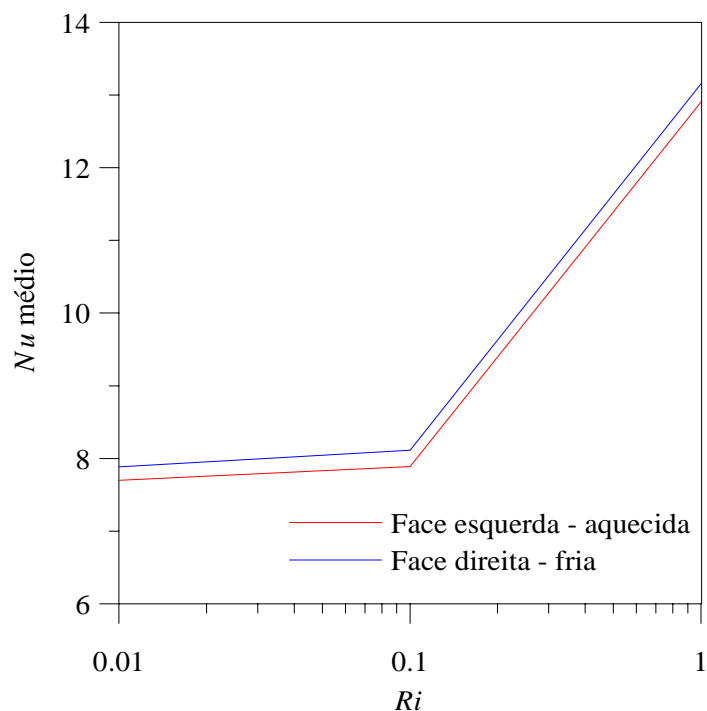


Figura 5.19 – Número de Nusselt médio das faces verticais em função de Ri para a cavidade retangular em convecção mista, $A = 0,5$ e $Re = 1000$

5.2.3 Caso 5-5

O caso 5-5 consiste em cavidade retangular em convecção mista, com razão de aspecto $A = 2$, número de Reynolds Re igual a 100 e números de Richardson Ri iguais a 1, 10 e 100.

A figura 5.20 apresenta a geometria para o caso 5-5.

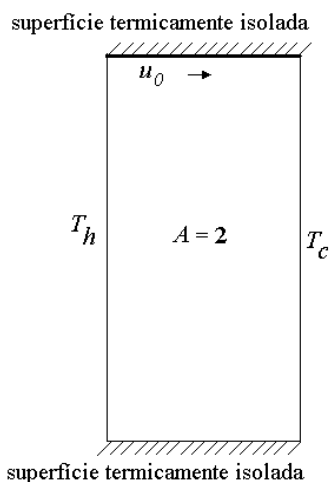


Figura 5.20 - Geometria da convecção mista em cavidade retangular, $A = 2$

As condições iniciais do Caso 5-5 são as seguintes:

$$u = v = 0, \quad (5.37a)$$

$$T = T_0 = 20^\circ\text{C}. \quad (5.37b)$$

As condições de contorno são as seguintes:

Face inferior:

$$u = v = 0, \quad (5.38a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5.38b)$$

Face superior:

$$u = u_0 = \frac{Re\nu}{L} \quad (5.39 a)$$

$$v = 0 \quad (5.39b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (5.39c)$$

Face esquerda:

$$u = v = 0, \quad (5.40a)$$

$$T_h = T_c + \frac{Ri Re^2 Pr \alpha \nu}{g\beta L^3}. \quad (\text{superfície quente}). \quad (5.40b)$$

Face direita:

$$u = v = 0, \quad (5.41a)$$

$$T = T_c = T_0 \quad (\text{superfície fria}). \quad (5.41b)$$

Foram obtidos resultados para Ri iguais a 1; 10 e 100. O Método dos Volumes Finitos foi empregado, adotando-se o esquema convectivo Quick.

Foi utilizada malha de 40 x 80 volumes, e 40 000 iterações.

Na figura 5.21 representam-se as linhas de corrente e isoterms para cada valor de número de Ri . Observando-se as linhas de corrente, nota-se que para número de Richardson $Ri = 1$, existe uma única célula de recirculação. Para $Ri = 10$, há uma deformação da célula e maior aproximação da face aquecida da cavidade, denotando maior influência das forças de empuxo sobre o escoamento. Para $Ri = 100$, surge nova célula de recirculação sobre a face aquecida (esquerda), configurando forte influência do empuxo. A análise das isoterms permite concluir que para $Ri = 1$ as elas se deformam significativamente junto à face superior da cavidade, denotando a influência dos efeitos inerciais. Para Ri maiores, nota-se acentuado gradiente de temperatura junto às faces verticais, o que indica maior influência dos efeitos de empuxo, aproximando-se, com elevados números de Richardson, da convecção natural.

O tempo para o processamento, utilizando-se o equipamento descrito no Capítulo 2, para cada situação do Caso 5-5, com 40 000 iterações e malha de 40 x 80 volumes foi de aproximadamente 1963 segundos, resultando em cerca de 20 iterações por segundo.

A Figura 5.22 mostra a componente horizontal da velocidade junto à face superior da cavidade, a temperatura junto à superfície aquecida e também o número de Nusselt médio das superfícies verticais em função do tempo. Os dados foram obtidos a cada 100 iterações, num total de 40 000. Novamente configura-se a convergência das variáveis à medida que o escoamento evolui para o regime permanente.

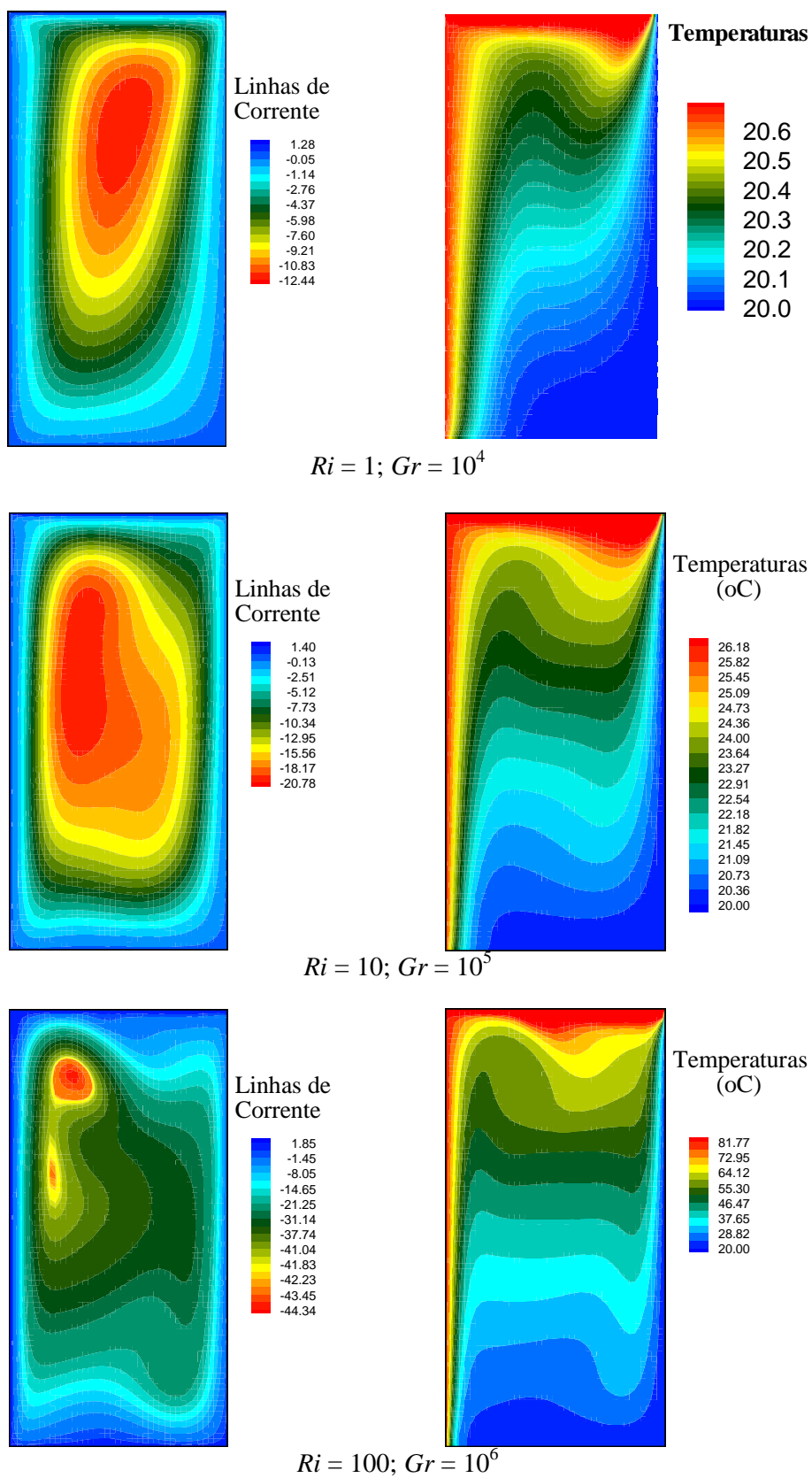
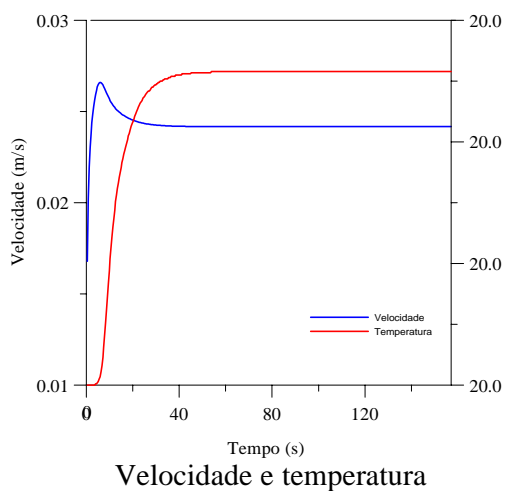
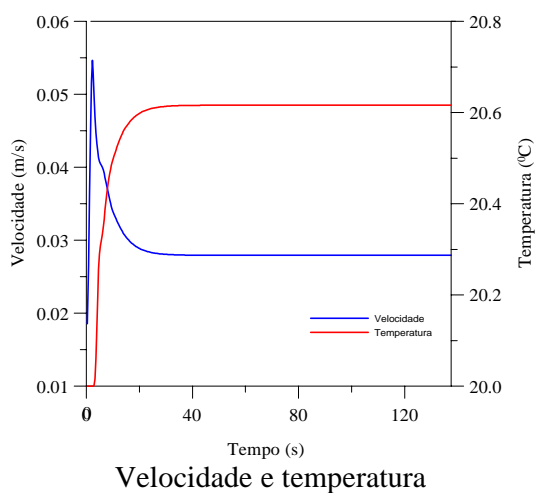
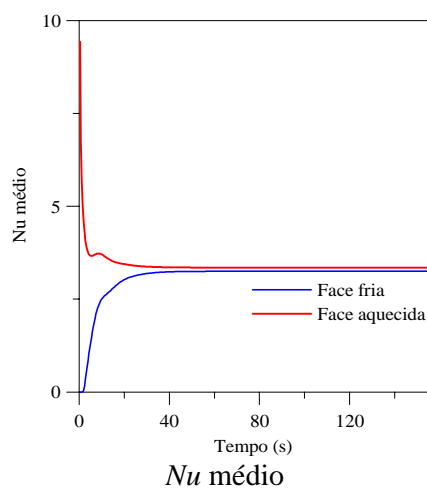


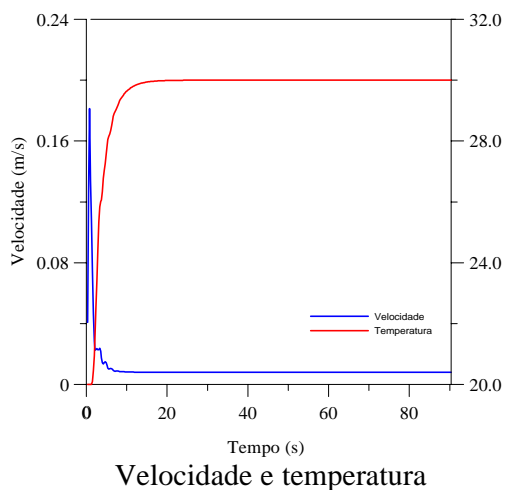
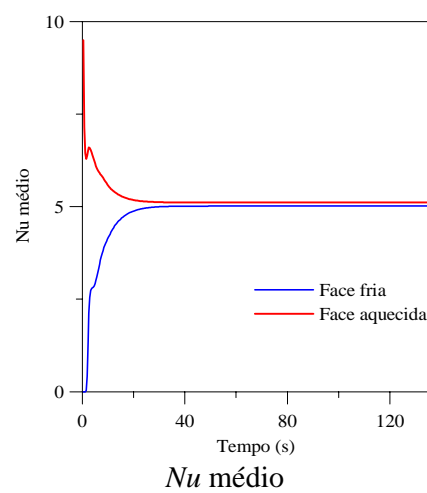
Figura 5.21 – Linhas de corrente e isothermas para a cavidade em convecção mista, com $A = 2$ e $Re = 100$



$$Ri = 1; Gr = 10^4$$



$$Ri = 10; Gr = 10^5$$



$$Ri = 100; Gr = 10^6$$

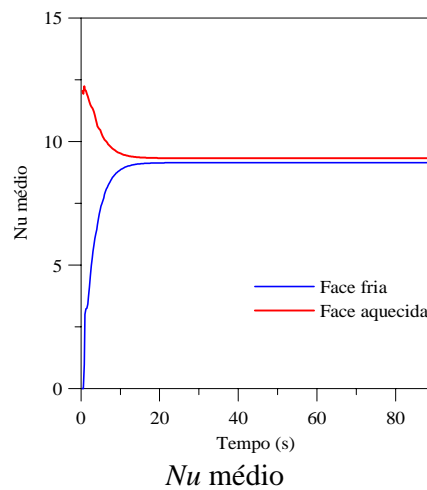


Figura 5.22 - Velocidade u , temperatura e Nu médio das faces verticais da cavidade retangular em convecção mista, $A = 2$ e $Re = 100$

Foram calculados os números de Nusselt das superfícies verticais esquerda (aquecida) e direita (fria). Os valores de Nu mínimo, máximo e médio destas regiões em função de Ri são apresentados na figura 5.23.

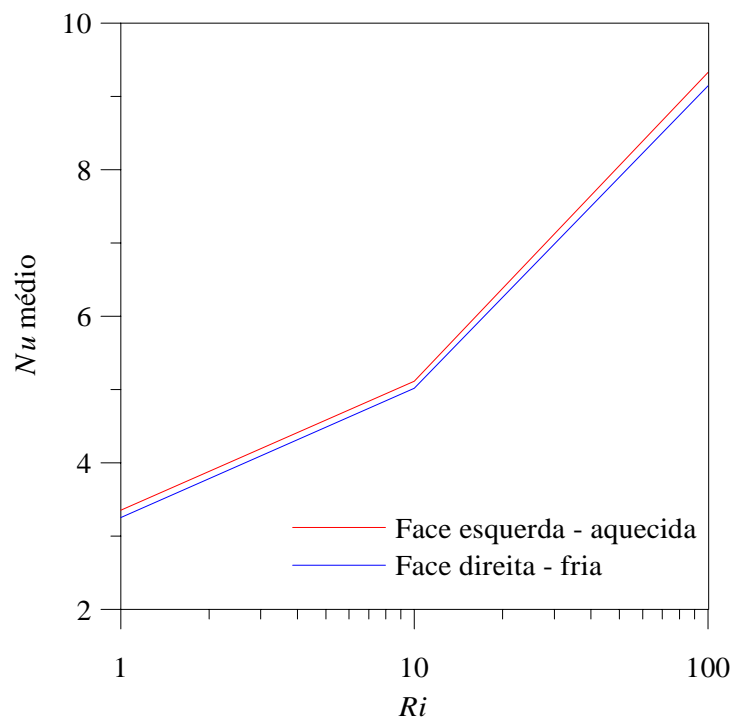


Figura 5.23 – Número de Nusselt médio em função de Ri para a cavidade retangular em convecção mista, $A = 2$ e $Re = 100$

Nota-se também um aumento do número de Nusselt médio, à medida que aumenta o número de Richardson. A Tabela 5.5 apresenta os valores encontrados de Nu .

Tabela 5.5 – Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 2$ e $Re = 100$

Ri	Face Esquerda	Face Direita
1	3,3505	3,2511
10	5,1108	5,0146
100	9,3247	9,1409

5.2.4 Caso 5-6

O caso 5-6 consiste em cavidade retangular em convecção mista, com razão de aspecto $A = 2$, número de Reynolds Re igual a 1000 e números de Richardson Ri iguais a 0,01; 0,1 e 1.

A geometria do caso 5-6 é representada na figura 5.20.

As condições iniciais do caso 5-6 são as seguintes:

$$u = v = 0, \quad (5.42a)$$

$$T = T_0 = 20^\circ\text{C}. \quad (5.42b)$$

As condições de contorno são as seguintes:

Face inferior:

$$u = v = 0, \quad (5.43a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5.43b)$$

Face superior:

$$u = u_0 = \frac{Re\nu}{L}, \quad (5.44 a)$$

$$v = 0, \quad (5.44b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (5.44c)$$

Face esquerda:

$$u = v = 0, \quad (5.45a)$$

$$T = T_h + \frac{Ri Re^2 Pr \alpha \nu}{g\beta L^3} \quad (\text{superfície quente}). \quad (5.45b)$$

Face direita:

$$u = v = 0, \quad (5.46a)$$

$$T = T_c = T_0 \quad (\text{superfície fria}). \quad (5.46b)$$

Foram obtidos resultados para Ri iguais a 0,01; 0,1 e 1. O Método dos Volumes Finitos foi empregado, adotando-se o esquema convectivo Quick.

Foi utilizada malha de 40 x 80 volumes, e 40 000 iterações.

Na figura 5.24 são representadas as linhas de corrente e isotermas para cada valor de número de Ri . Observando-se as linhas de corrente, nota-se que para número de Richardson $Ri = 0,01$, a maior célula de recirculação situa-se próximo à face superior da cavidade, como resultado da atuação das forças inerciais. Para Ri maiores, há uma deformação da célula e maior aproximação da face aquecida da cavidade, denotando maior influência das forças de empuxo sobre o escoamento. Nota-se também o aparecimento de novas células de recirculação. A análise das isotermas permite concluir que para $Ri = 0,01$ há deformação significativa junto à face superior da cavidade, denotando forte influência dos efeitos inerciais. Para Ri maiores, nota-se acentuado gradiente de temperatura junto às faces verticais, o que indica maior influência dos efeitos de empuxo.

O tempo para o processamento, utilizando-se o equipamento descrito no Capítulo 2, para cada situação do Caso 5-5, com 40 000 iterações e malha de 40 x 80 volumes foi de aproximadamente 1949 segundos, resultando em cerca de 21 iterações por segundo.

A Figura 5.25 mostra a componente horizontal da velocidade junto à face superior da cavidade, a temperatura junto à superfície aquecida e também o número de Nusselt médio das superfícies verticais em função do tempo. Os dados foram obtidos a cada 100 iterações, num total de 40 000. Novamente configura-se a convergência das variáveis à medida que o escoamento evolui para o regime permanente.

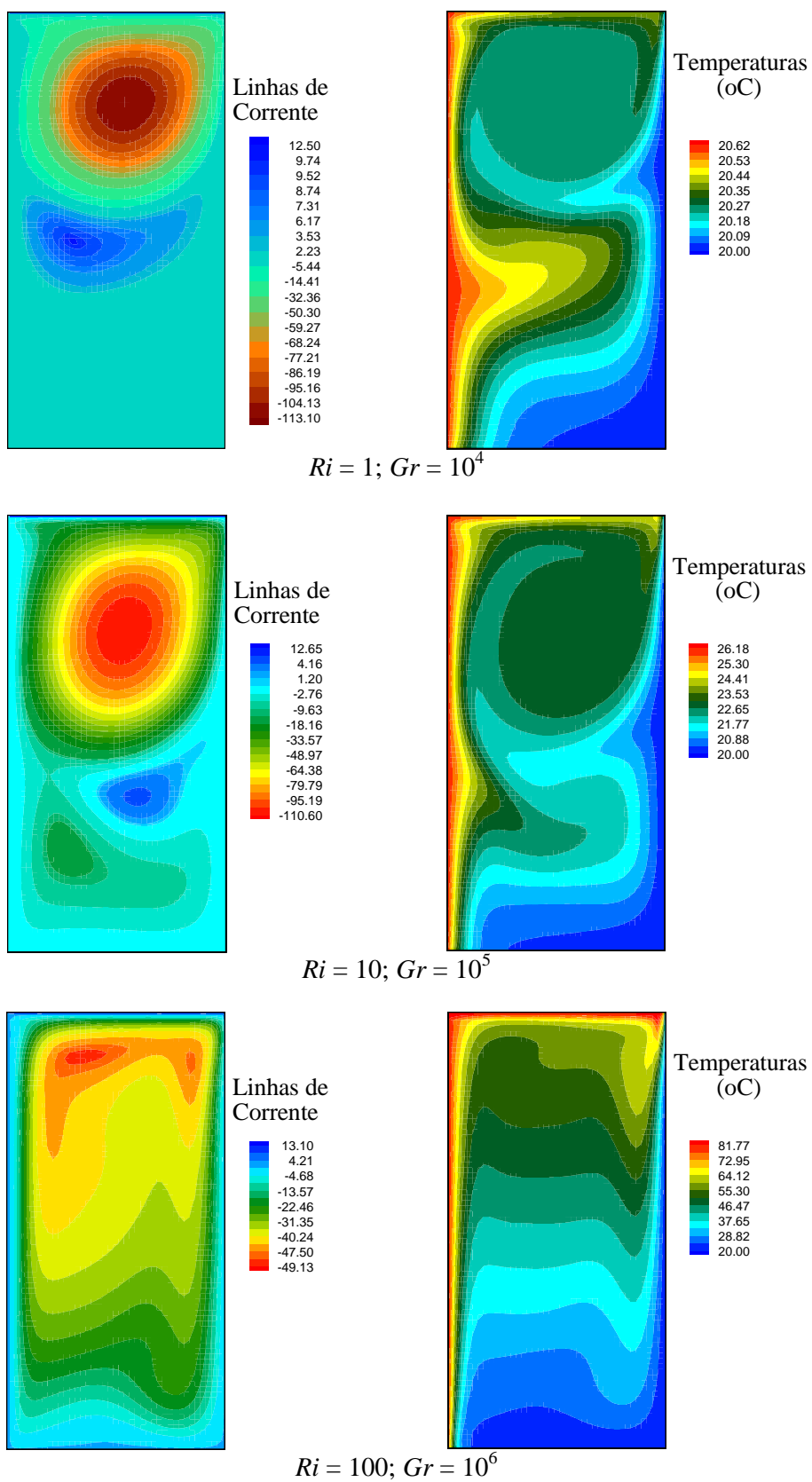


Figura 5.24 – Linhas de corrente e isothermas para a cavidade em convecção mista, com $A = 2$ e $Re = 1000$

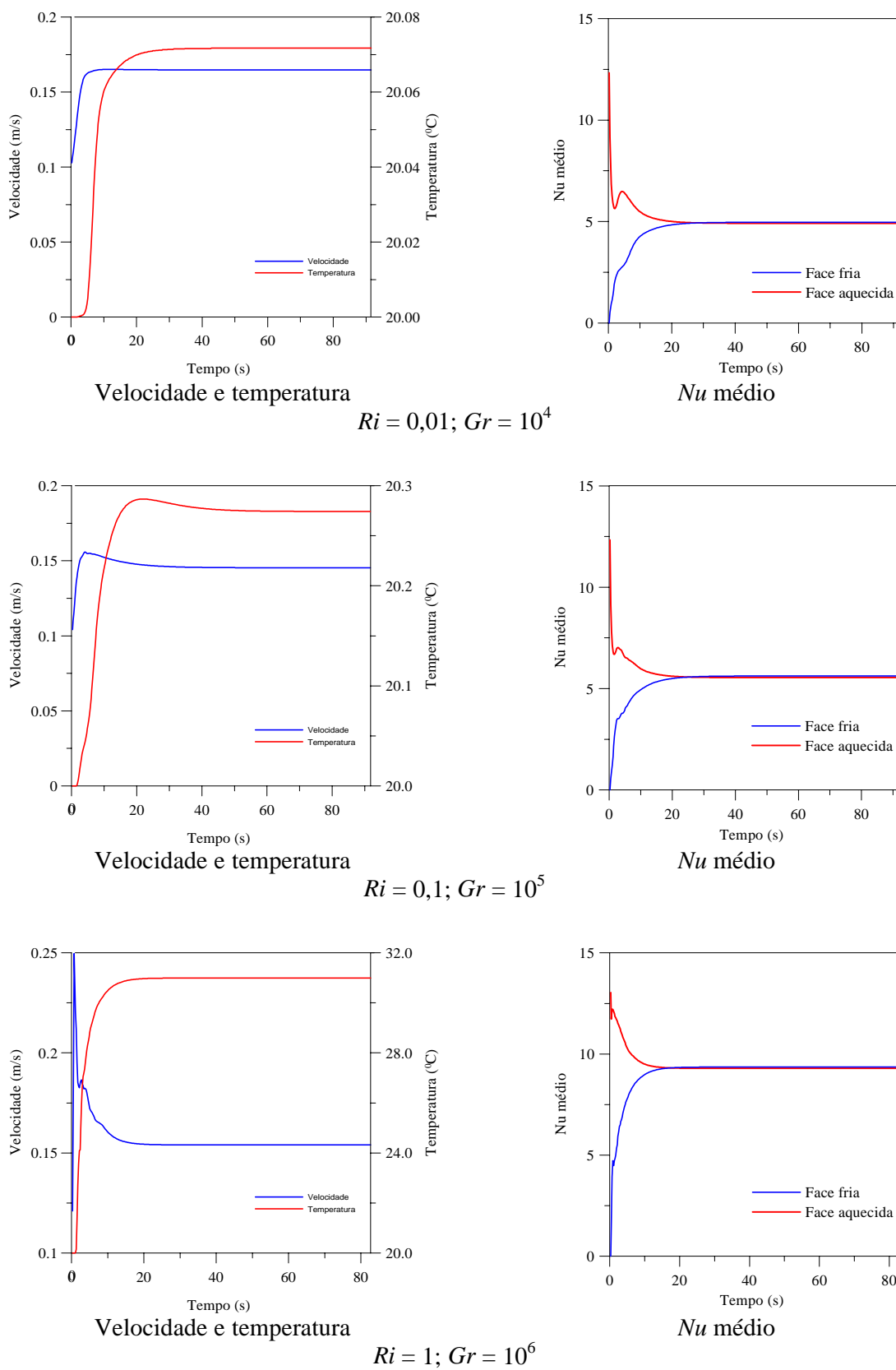


Figura 5.25 - Velocidade u , temperatura e Nu médio das faces verticais da cavidade retangular em convecção mista, $A = 2$ e $Re = 1000$

Foram calculados os números de Nusselt das superfícies verticais esquerda (aquecida) e direita (fria). Os valores de Nu médio destas faces em função de Ri são apresentados na Figura 5.26.

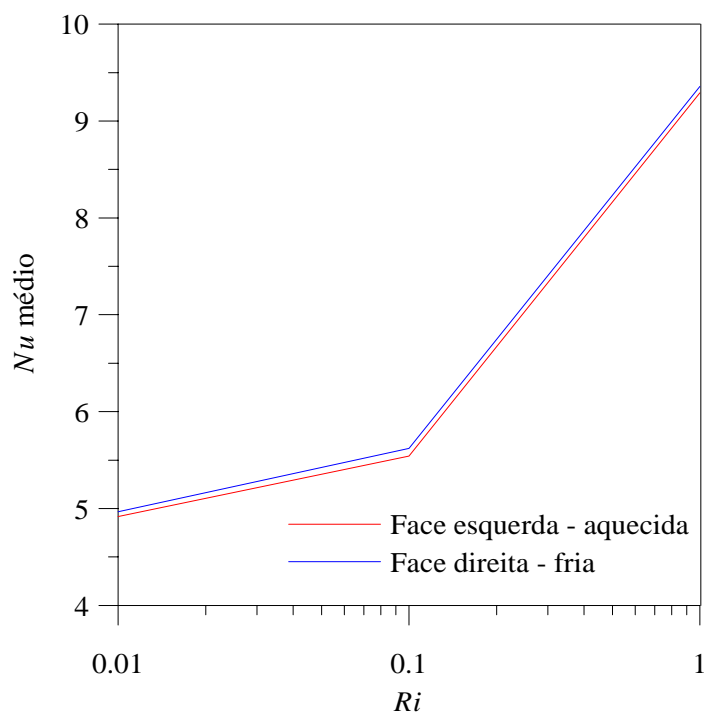


Figura 5.26 – Número de Nusselt médio das faces verticais em função de Ri para a cavidade retangular em convecção mista, $A = 2$ e $Re = 1000$

Nota-se um aumento do número de Nusselt médio, à medida que aumenta o número de Richardson. A Tabela 5.6 apresenta os valores encontrados de Nu .

Tabela 5.6 – Números de Nusselt médios das faces verticais da cavidade, $A = 2$ e $Re = 1000$

Ri	Face Esquerda	Face Direita
0,01	4,9165	4,9684
0,10	5,5428	5,6202
1,00	9,2922	9,3546

5.3 Convecção Natural em Cilindros Verticais

São apresentados os resultados da transferência de calor por convecção natural em cilindro vertical com parte da superfície inferior aquecida. A figura 5.27 mostra a geometria para um cilindro onde a superfície lateral é termicamente isolada, o disco central da face inferior do cilindro é mantido aquecido à temperatura uniforme T_h e o restante da superfície inferior e a superior estão à temperatura uniforme T_c , menor.

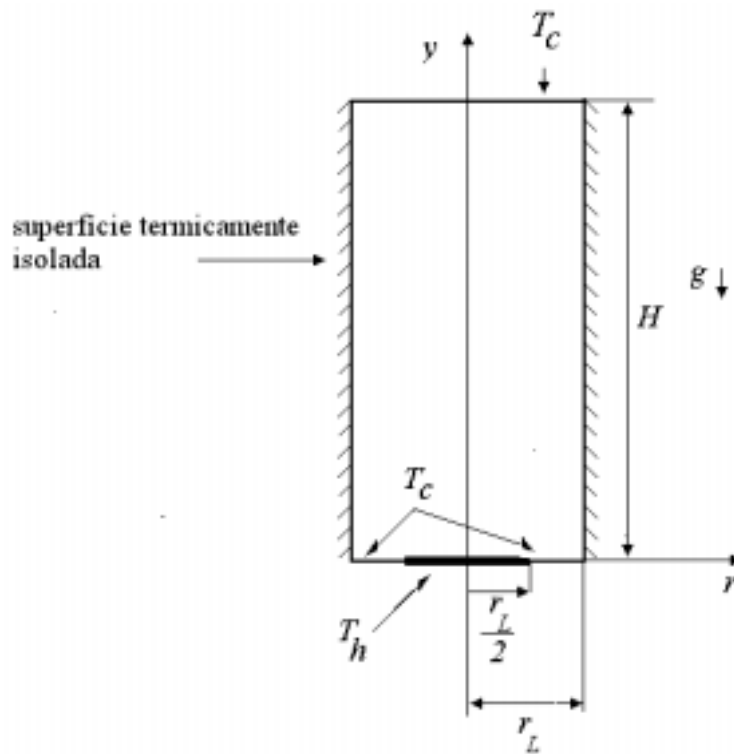


Figura 5.27 - Geometria do cilindro vertical em convecção natural

Considerando-se a configuração axissimétrica dos fenômenos de transferência de calor no cilindro, será analisada apenas a metade direita do cilindro, sujeita a convecção natural.

O cilindro objeto de análise terá razão de aspecto $A = 2$. A razão de aspecto neste caso é definida como:

$$A = \frac{H}{2r_L} \quad (5.47)$$

A superfície vertical do cilindro é termicamente isolada. A face inferior é aquecida parcialmente em sua região central a uma temperatura T_h , constante, a qual é função do número de Rayleigh, Ra , previamente definido.

As equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia para a convecção natural em cilindros verticais, adotando-se coordenadas cilíndricas, (2.47), (2.48), (2.49) e (2.50) são a seguir rerepresentadas, respectivamente:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (5.48)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rvu - rv \frac{\partial u}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial x} (uu - v \frac{\partial u}{\partial x}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rv \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \rho g \beta (T - T_0), \quad (5.49)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uv - v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rvv - rv \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rv \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{2v}{r^2}, \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rvT - \alpha r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad (5.51)$$

Os números de Grashof (Gr), Rayleigh (Ra) e Prandtl (Pr), conforme definidos em (2.54), (2.55) e (2.56) são rerepresentados a seguir:

$$Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)(r_L)^3}{\nu^2}, \quad (5.52)$$

$$Ra = Gr \cdot Pr, \quad (5.53)$$

$$Pr = \frac{\alpha}{\nu} \quad (5.54)$$

A função corrente é definida através das expressões:

$$U = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial Y} \text{ e } V = -\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (5.55)$$

Os números de Nusselt local e médio para uma superfície S , conforme (2.58) e (2.59) são rerepresentados, respectivamente:

$$Nu_x = \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_s, \quad (5.56)$$

$$Nu = \frac{1}{S} \int_S Nu_x|_s dS. \quad (5.57)$$

A exemplo da análise da convecção natural em cavidades retangulares, foram adotadas as propriedades físicas do ar atmosférico para o desenvolvimento do modelo em cavidade cilíndrica, conforme tabela 5.1.

A seguir é detalhado o caso 5-7 de convecção natural em cilindro com eixo vertical.

Caso 5-7

O caso 5.7 consiste em convecção natural em cilindro vertical com características axissimétricas, razão de aspecto igual a 2 e Ra igual a 10^4 , 2×10^4 , 10^5 , 2×10^5 e 10^6 . A geometria desta aplicação encontra-se representada na figura 5.26. A superfície vertical é mantida termicamente isolada, a face superior do cilindro é mantida à temperatura uniforme T_c igual a 20°C , ao passo que a face inferior apresenta um disco central de raio $\frac{r_L}{2}$ aquecido à temperatura T_h , a qual é determinada em função do número de Ra , conforme equação (5-59d). Os demais pontos da superfície da face inferior são mantidos à temperatura uniforme T_c .

As condições iniciais do caso 5-7 são as seguintes:

$$u = v = 0, \quad (5.58a)$$

$$T = T_0 = 20^\circ \text{C} . \quad (5.58b)$$

As condições de contorno são as seguintes:

Superfície vertical :

$$u = v = 0, \quad (5.59a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (5.59b)$$

Disco central da face inferior, de raio $\frac{r_L}{2}$:

$$u = v = 0, \quad (5.59c)$$

$$T_h = T_c + \frac{Ra v^2}{Pr r_L^3 g \beta} \quad (\text{superfície quente}) \quad (5.59d)$$

Face superior e superfície restante da face inferior:

$$u = v = 0, \quad (5.59e)$$

$$T = T_c = T_0 \text{ (superfície fria)}. \quad (5.59f)$$

O programa computacional foi desenvolvido para se obter as distribuições de velocidades, temperaturas bem como para se determinar os números de Nusselt das superfícies quente e fria da cavidade, utilizando-se o Método dos Volumes Finitos, com malha de 40 x 80 volumes.

Foram obtidos resultados para 5 valores de Ra : 10^4 , 2×10^4 , 10^5 , 2×10^5 e 10^6 . O Método dos Volumes Finitos foi empregado adotando-se o esquema convectivo Quick.

O tempo médio de processamento, utilizando-se o equipamento descrito no Capítulo 2, para cada situação do Caso 5-7, com 10 000 iterações foi de 180 segundos, resultando em cerca de 56 iterações por segundo, com malha de 20x80 volumes.

A figura 5.28 apresenta as linhas de corrente para cada valor de número de Ra . Observa-se o aparecimento de célula de recirculação acentuada junto à face inferior do cilindro, a qual se encontra parcialmente aquecida. À medida que aumenta o número de Ra , as linhas se alongam na direção da face superior da cavidade, como consequência da maior transferência de calor, em virtude de maior valor de temperatura do disco inferior central, aquecido.

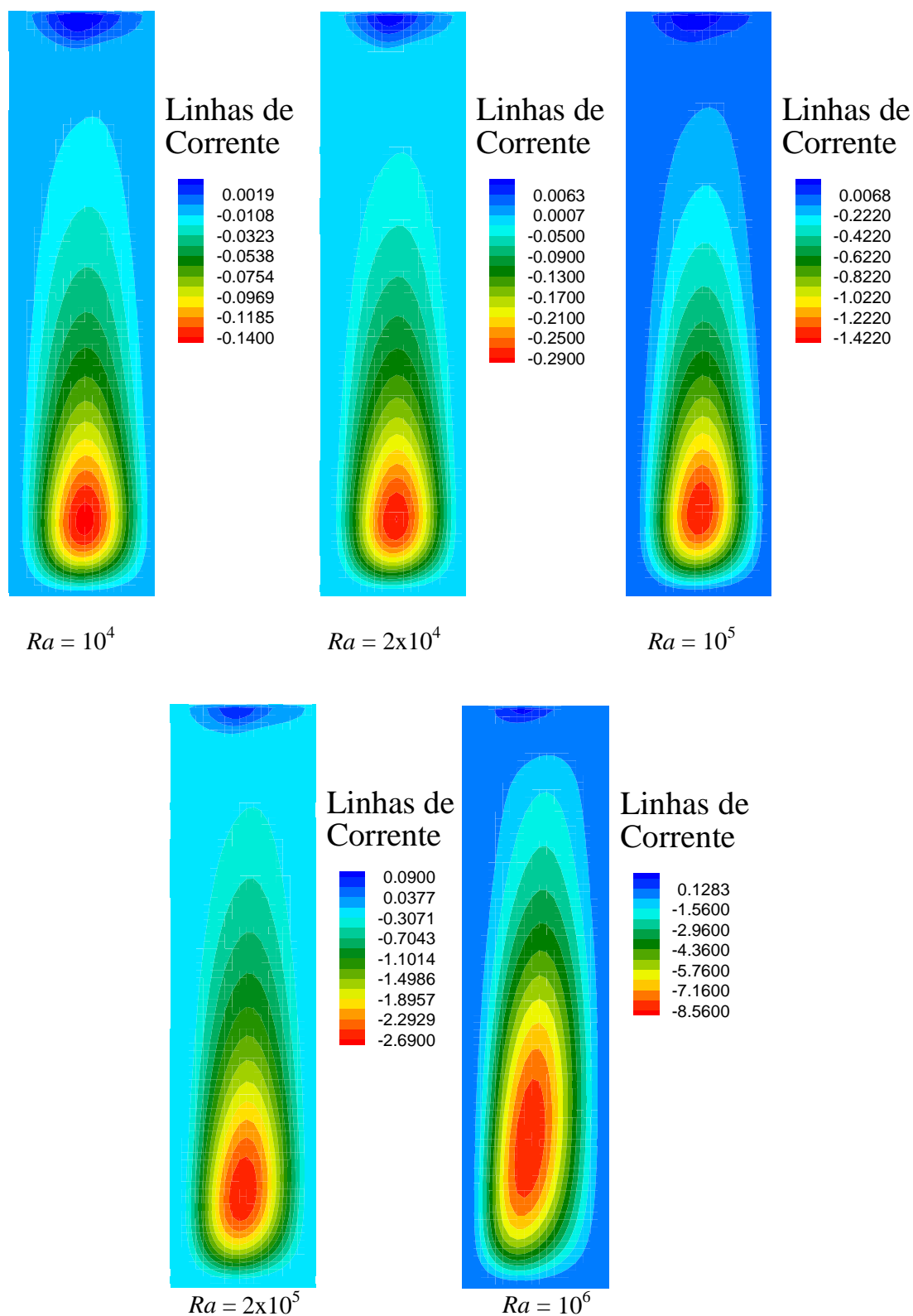


Figura 5.28 – Linhas de corrente da cavidade cilíndrica em convecção natural, $A = 2$

A figura 5.29 mostra as isotermas do semicilindro. Pode-se visualizar que para Ra até 2×10^4 configura-se forte gradiente de temperaturas junto ao disco central inferior aquecido, enquanto que o restante do cilindro permanece com temperaturas praticamente iguais ao valor ini-

cial (fria). Entretanto, à medida que Ra se eleva, os gradientes de temperatura, visualizados pelas isotermas, se propagam por todo o cilindro, ocupando inclusive sua parte superior.

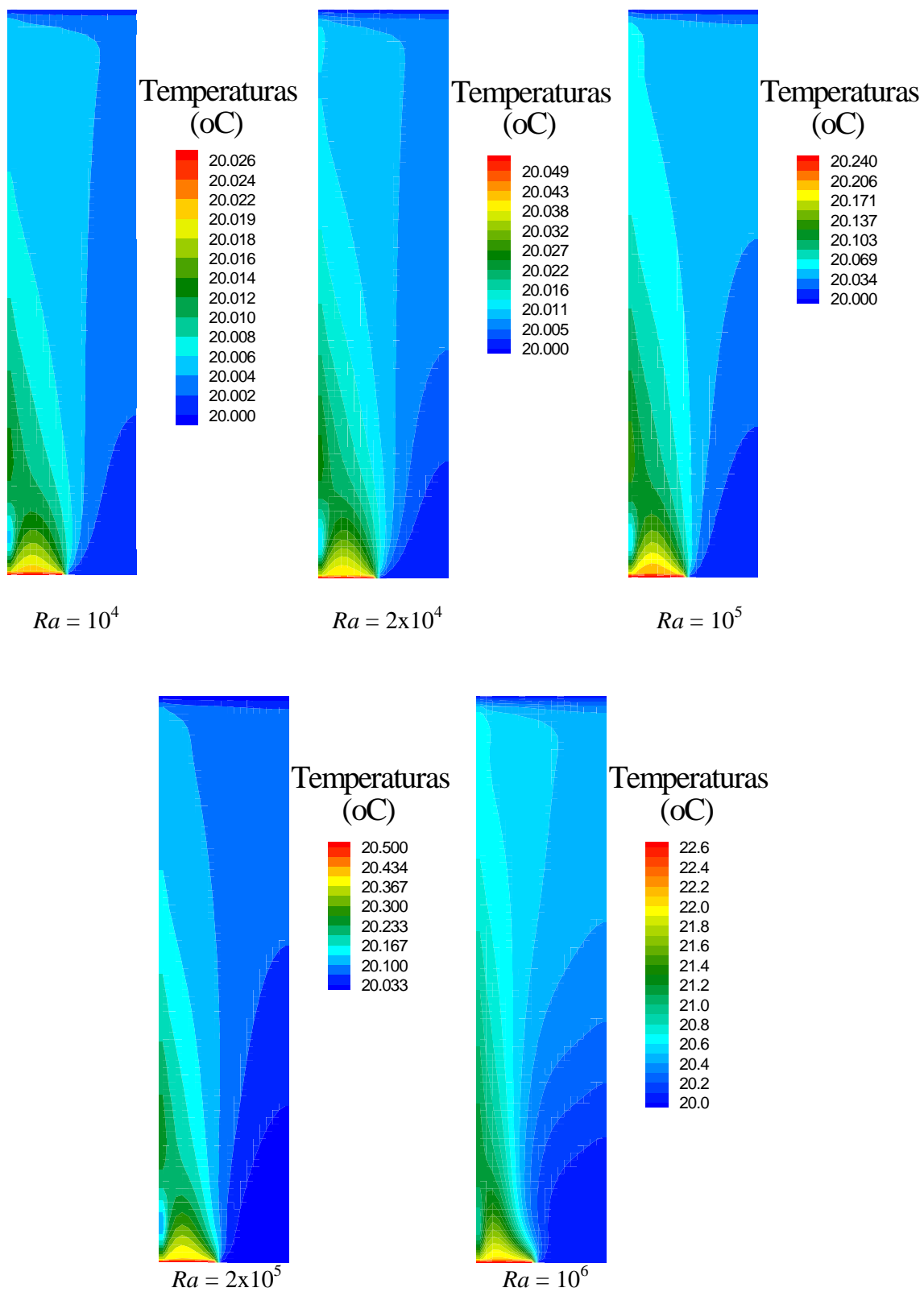


Figura 5.29 – Isotermas da cavidade cilíndrica em convecção natural, $A = 2$

A Figura 5.30 mostra a componente horizontal da velocidade junto à face superior da cavidade e a temperatura junto à superfície aquecida. Os dados foram obtidos a cada 100 iterações, num total de 10 000. Novamente configura-se a convergência das variáveis à medida que o escoamento evolui para o regime permanente.

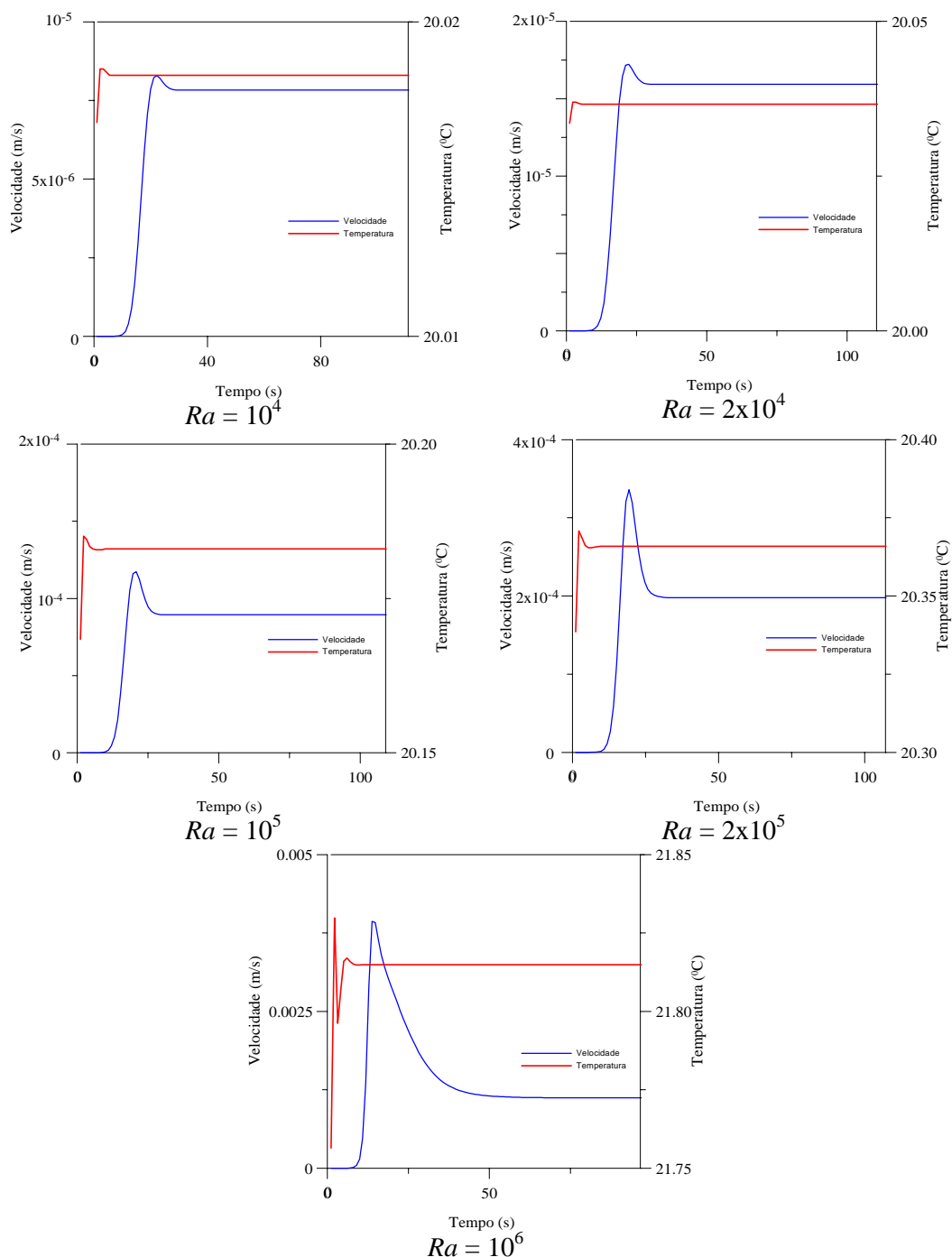


Figura 5.30 - Velocidade u e temperatura da cavidade cilíndrica em convecção natural, $A = 2$

Foram calculados os números de Nusselt das superfícies horizontais correspondentes ao disco central inferior (aquecido) e superfícies frias, correspondentes à face superior e anel externo da face inferior. A Figura 5.31 mostra o Nu médio destas áreas em função do tempo. Observa-se a convergência dos valores após cerca de 30 segundos.

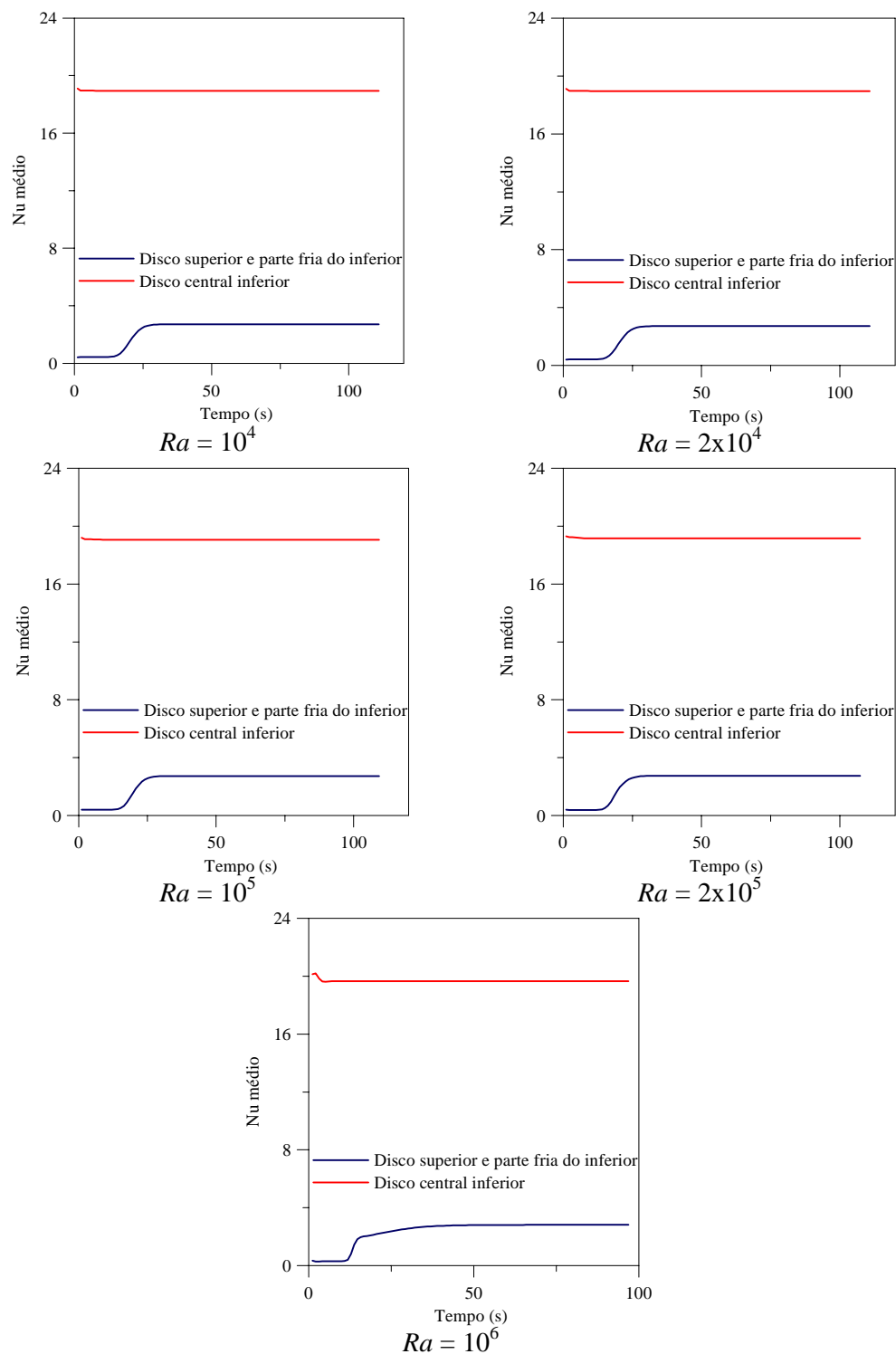


Figura 5.31 – Número de Nusselt médio das superfícies aquecida e frias da cavidade cilíndrica

Os valores de Nu médio das mesmas superfícies em função de Ra são apresentados na figura 5.32. Nota-se que o número de Nusselt aumenta, à medida que Ra se torna mais elevado, o que se deduz que a transferência de calor se torna mais intensa com o aumento do número de Rayleigh.

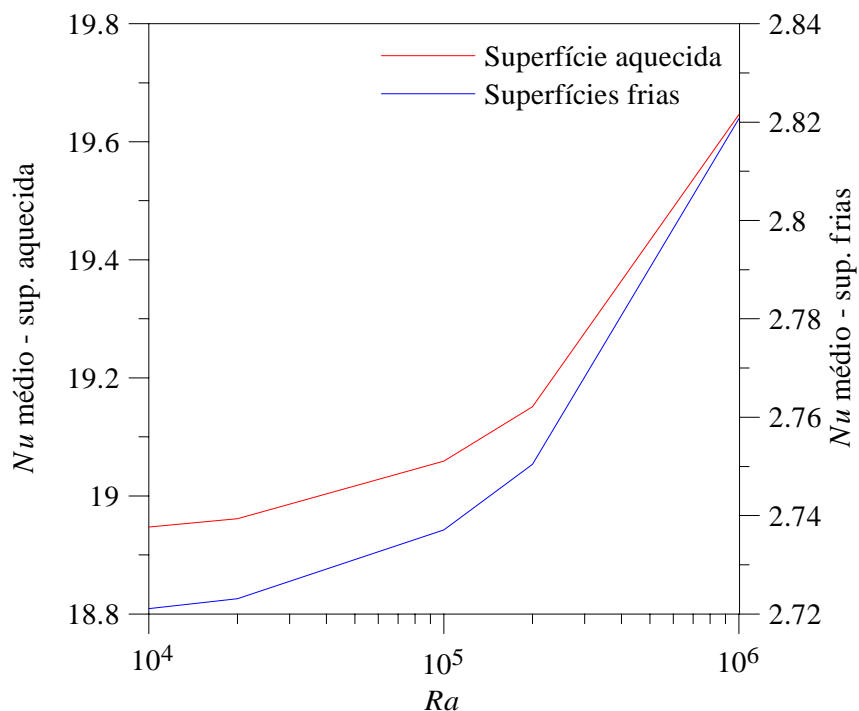


Figura 5.32 – Números de Nusselt médios das superfícies aquecida e frias da cavidade cilíndrica

A Tabela 5.7 apresenta os valores encontrados de Nu .

Tabela 5.7 – Número de Nusselt médio das faces horizontais do cilindro, $A = 2$

Ra	Superfície aquecida	Superfícies frias
10^4	18,9471	2,7211
2×10^4	18,9611	2,7231
10^5	19,0588	2,7371
2×10^5	19,1514	2,7504
10^6	19,6459	2,8207

Convém salientar que é verificada a relação entre os números de Nusselt médios das superfícies quente e fria, inversamente proporcional à relação entre suas áreas, quando se atinge o regime permanente.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 – Conclusões

6.1.1 Introdução

O presente trabalho tem por objetivo aplicar o método numérico dos volumes finitos, com o desenvolvimento de um código computacional para a solução da transferência de calor por convecção forçada, natural e mista, considerando-se o escoamento laminar e bidimensional em regime permanente e não permanente. Os resultados apresentados são as distribuições da função corrente e temperaturas.

As equações de conservação em regime não permanente foram resolvidas, aplicando-se o método dos volumes finitos. Foi desenvolvido um programa computacional em linguagem FORTRAN. Este programa contém rotinas para a obtenção das componentes horizontal u e vertical v da velocidade, da função corrente ψ e da temperatura T . Foi também determinado o número de Nusselt Nu nas superfícies de interesse para as convecções natural e mista, sendo calculados os valores médios nestas áreas.

Foram desenvolvidos gráficos de distribuição da função corrente e temperatura. A convergência dos valores foi mostrada também em gráficos da velocidade, temperatura e números de Nusselt médio em função do tempo.

6.1.2 Validação

A validação do programa computacional em cada tipo de convecção foi desenvolvida com a utilização de dados da literatura, sendo apresentada no capítulo 4 deste trabalho.

A convecção forçada foi validada inicialmente através do escoamento em placas horizontais paralelas, conforme figura 4.1. São apresentados os perfis de velocidade e temperatura adimensionais para Re iguais a 100, 500 e 1000, mostrados nas figuras 4.2 a 4.7. São mostrados também os desvios de valores de velocidade e temperatura adimensionais, em relação aos valores teóricos. Conforme tabela 4.2, os desvios em relação aos valores teóricos deste trabalho são da ordem de 4%, inferiores aos valores encontrados na literatura pesquisada.

Na solução do problema foi utilizado o esquema convectivo Upwind, malhas regulares de 30 x 50 e 30 x 45 volumes, 25.000 iterações.

Foi validada também a convecção forçada através de tubos horizontais, cuja geometria está apresentada na figura 4.8. Nas figuras 4.10 e 4.11 são mostrados, respectivamente, as distribuições de velocidade e temperatura. A evolução do número de Nusselt local na superfície externa do domínio de cálculo foi analisada e apresentada na figura 4.12, sendo também realizada comparação com os valores de literatura, constatando-se desvio da ordem de 0,82%.

Para a solução do problema de convecção forçada em tubo horizontal foi utilizado o esquema convectivo Upwind, malha regular de 80x20 volumes, coordenadas cilíndricas e 10.000 iterações.

A validação do trabalho para convecção natural foi realizada em cavidade quadrada, com geometria conforme a figura 4.13. Foram obtidas linhas de corrente e temperatura para números de Rayleigh Ra iguais a 10^4 , 10^5 e 10^6 , mostradas nas figuras 4.14, 4.15, 4.17, 4.18, 4.20 e 4.21.

A convergência dos valores obtidos no programa computacional foi analisada e mostrada nas figuras 4.16, 4.19 e 4.22.

Os números de Nusselt foram calculados e comparados com os valores de literatura, conforme tabela 4.4, com desvios variando de 0,78 a 5,97%.

Para a solução deste problema de convecção natural em cavidade quadrada foi utilizado o esquema convectivo Quick, malha regular de 50x50 volumes, e 25.000 iterações.

Por último a validação foi realizada para convecção mista em cavidade quadrada, com geometria conforme figura 4.23. Foram obtidas linhas de corrente para Re igual a 100 e números de Richardson Ri iguais a 1; 10 e 100, bem como para Re igual a 1000 e Ri 0,01, 0,1 e 1,0 de acordo com as figuras 4.25 e 4.27. A convergência de velocidades e temperaturas também foi avaliada e mostrada nas figuras 4.24 e 4.26.

Para a solução deste problema de convecção mista em cavidade quadrada foi utilizado o esquema convectivo Quick, malha regular de 50x50 volumes, e 20.000 iterações quando Re é igual a 100 e malha regular de 60x60 volumes e 35.000 iterações, para Re igual a 1.000.

Foram obtidos os números de Nusselt das superfícies verticais da cavidade, cujos resultados foram comparados com os valores encontrados na literatura, sendo os desvios avaliados, conforme mostrado na tabela 4.5. Verifica-se que as variações são pequenas, constatando-se a validade do trabalho.

6.1.3 Convecção natural em cavidades retangulares

Os resultados da aplicação do método dos volumes finitos nos processos de transferência de calor por convecção natural estão apresentados no capítulo 5.

Inicialmente é estudada a convecção natural em cavidades retangulares com razões de aspecto A iguais a 0,5 e 2. Para o desenvolvimento da análise são adotadas as propriedades físicas do ar atmosférico, conforme tabela 5.1.

Na figura 5.1 é mostrada a geometria da cavidade com razão de aspecto igual a 0,5.

Para esta configuração, são avaliadas a velocidade e temperatura para números de Rayleigh Ra iguais a 10^4 , 2×10^4 , 10^5 , 2×10^5 e 10^6 .

As linhas de corrente e isotermas deste caso estão apresentadas nas figuras 5.2 e 5.3. Nota-se a evolução das células de recirculação e dos gradientes de temperatura junto às paredes verticais, à medida que Ra aumenta.

Foi utilizado o esquema convectivo Quick, malha regular de 40x80 volumes e 50.000 iterações.

A convergência da velocidade e temperatura é analisada e mostrada na figura 5.4.

Os números de Nusselt das superfícies verticais foram calculados e mostrados nas figuras 5.5 e 5.6, sendo também apresentados na tabela 5.4. Verifica-se a convergência dos valores à medida que o escoamento evolui para o regime permanente e um aumento de Nu à medida que se aumenta o valor de Ra .

O tempo médio de processamento de cada situação correspondente ao número de Rayleigh foi de 3903 segundos, utilizando equipamento Pentium 450 Mz, correspondendo a cerca de 13 iterações por segundo com malha de 80 x 40 volumes.

A cavidade retangular com razão de aspecto A igual a 2 é analisada e sua geometria apresentada na figura 5.7.

São também a velocidade e temperatura para números de Rayleigh Ra iguais a 10^4 , 2×10^4 , 10^5 e 2×10^5 .

As linhas de corrente e isothermas estão apresentadas nas figuras 5.8 e 5.9. Nota-se também a evolução das células de recirculação e dos gradientes de temperatura junto às paredes verticais, à medida que Ra aumenta. É verificada também deformação do gradiente de temperaturas junto à face superior da cavidade, sugerindo maior refinamento da malha.

Foi utilizado o esquema convectivo Quick, malha regular de 50x50 volumes e 25.000 iterações.

A convergência da velocidade, temperatura e número de Nusselt médio das superfícies verticais foi constatada, sendo mostrada nas figuras 5.10 e 5.11.

Os números de Nusselt das superfícies verticais foram calculados e mostrados na figura 5.12, sendo também apresentados na tabela 5.5. Verifica-se um aumento de Nu à medida que se aumenta o valor de Ra .

O tempo médio de processamento de cada situação desta configuração foi de 2528 segundos, correspondendo a cerca de 20 iterações por segundo.

6.1.4 Convecção mista em cavidades retangulares

A convecção mista em cavidades retangulares foi também avaliada para razões de aspectos A iguais a 0,5 e 2. Foram obtidos resultados para número de Reynolds Re igual a 100 e números de Richardson Ri valendo 1, 10 e 100, bem como para Re igual a 1000 e Ri iguais a 0,01; 0,1 e 1.

A geometria da cavidade com razão de aspecto 0,5 é mostrada na figura 5.12.

Inicialmente, foi analisado o caso de Re igual a 100 e Ri iguais a 1, 10 e 100.

As linhas de corrente e isothermas são apresentadas na figura 5.13. Verifica-se a influência das forças de empuxo e inerciais, com a modulação dos valores de Ri .

Para a obtenção dos resultados foi adotado o esquema convectivo Quick e utilizada malha regular de 80 x 40 volumes com 40 000 iterações.

A convergência de velocidades, temperaturas e Nu médio das superfícies aquecida e fria é analisada e apresentada na figura 5.14.

A exemplo da convecção natural, foram obtidos números de Nusselt das superfícies verticais, sendo apresentada sua evolução em função do tempo na figura 5.15. O aumento do número de Richardson acarreta elevação do número de Nusselt, conforme figura 5.15 e tabela 5.6.

O tempo médio de processamento neste caso foi de aproximadamente 3312 segundos, resultando em cerca de 12 iterações por segundo.

A seguir, foi considerado o caso de Re igual a 1000 e Ri iguais a 0,01; 0,1 e 1.

As linhas de corrente e isoterms são apresentadas na figura 5.16. Verifica-se novamente a influência das forças de empuxo e inerciais, com a variação dos valores de Ri e também um aumento do gradiente de temperaturas junto às faces verticais à medida que o número de Ri se eleva, denotando a influência dos efeitos de empuxo cada vez maiores.

Para a obtenção dos resultados foi adotado o esquema convectivo Quick e utilizada a mesma configuração de malha do caso anterior, com 40.000 iterações.

A convergência de velocidades, temperaturas e número de Nusselt médio das superfícies aquecida e fria é analisada e apresentada na figura 5.17.

Os números de Nusselt das superfícies verticais, estão apresentados na figura 5.18. O aumento do número de Richardson acarreta elevação do número de Nusselt médio, conforme tabela 5.7.

O tempo de processamento foi o mesmo do caso anterior, tendo em vista igual número de iterações e também de volumes da malha.

A geometria da cavidade com razão de aspecto 2 é mostrada na figura 5.19.

A exemplo do caso anterior, inicialmente, foi analisada a configuração de Re igual a 100 e Ri iguais a 1, 10 e 100.

As linhas de corrente e isoterms são apresentadas na figura 5.20. Também pode ser verificada a influência das forças de empuxo e inerciais, com a modulação dos valores de Ri .

Para a obtenção dos resultados foi adotado o esquema convectivo Quick e utilizada malha regular de 40 x 80 volumes com 40.000 iterações.

A convergência de velocidades, temperaturas e Nu médios das superfícies aquecida e fria é constatada e apresentada na figura 5.21.

Os números de Nusselt das superfícies verticais foram calculados, sendo apresentados na figuras 5.22. O aumento do número de Richardson acarreta elevação do número de Nusselt, conforme também pode ser observado na tabela 5.8.

O tempo médio de processamento neste caso foi de aproximadamente 1963 segundos, resultando em cerca de 20 iterações por segundo.

Ainda na mesma geometria, foi considerado o caso de Re igual a 1000 e Ri iguais a 0,01; 0,1 e 1.

As linhas de corrente e isothermas são apresentadas na figura 5.23. Verifica-se novamente a influência das forças de empuxo e inerciais, com a variação dos valores de Ri e também um aumento do gradiente de temperaturas junto às faces verticais à medida que o número de Ri se eleva, denotando a influência dos efeitos de empuxo cada vez maiores.

Para a obtenção dos resultados foi adotado o esquema convectivo Quick e utilizada a mesma configuração de malha do caso anterior, com 40.000 iterações.

A convergência de velocidades, temperaturas e Nu médio das superfícies verticais é evidenciada e apresentada na figura 5.24.

Os números de Nusselt das superfícies verticais estão apresentados na figura 5.25. O aumento do número de Richardson acarreta elevação do número de Nusselt médio, conforme tabela 5.9.

O tempo de processamento foi o mesmo do caso anterior, tendo em vista igual número de iterações e também de volumes da malha.

6.1.5 Convecção natural em cilindros verticais

Por último, foi avaliada a convecção natural em cilindro vertical com razão de aspecto A igual a 2 e disco central inferior aquecido, conforme geometria mostrada na figura 5.26. Neste caso utilizou-se o sistema de coordenadas cilíndricas para o desenvolvimento das equações de conservação, conforme mostrado no capítulo 5, item 5.3.

Foram obtidos resultados para números de Ra iguais a 10^4 , 2×10^4 , 10^5 , 2×10^5 e 10^6 .

As linhas de corrente isothermas estão apresentadas nas figuras 5.27 e 5.28. Nota-se a influência do aumento da temperatura do disco central inferior nas células de recirculação e gradientes de temperatura ao longo do cilindro.

Foi adotado também o esquema convectivo Quick, com malha regular de 20×80 volumes e 40.000 iterações. Dada a simetria da configuração, foi analisado apenas um semicilindro.

Constatou-se a convergência dos valores de velocidade e temperatura, conforme figura 5.29, bem como do número de Nusselt médio das superfícies aquecida e frias, conforme figura 5.30.

O número de Nusselt local foi avaliado junto à superfície aquecida do disco central inferior e também na superfície fria superior do cilindro. A figura 5.31 mostra a evolução de Nu médio com o número de Rayleigh. Os valores são também apresentados na tabela 5.10.

Apesar dos resultados apresentados neste trabalho não terem sido comparados com outros valores teóricos e experimentais, dada a indisponibilidade de dados para as configurações apresentadas, acredita-se que o objetivo deste trabalho tenha sido alcançado, com alguma evolução nos estudos dos métodos numéricos para a solução de problemas de transferência de calor.

6.2 – Recomendações para Trabalhos Futuros

Como sugestão para o desenvolvimento de novos trabalhos, sugere-se:

- a) Estudar a convecção mista em cilindros verticais e também com outras razões de aspecto;
- b) Considerar a convecção forçada em cilindros verticais com diversas razões de aspecto;
- c) Utilizar malhas não uniformes, concentrando-se mais volumes próximos às regiões de altos gradientes de temperaturas;
- d) Considerar a existência de obstáculos no interior das cavidades;
- e) Considerar a variação da massa específica, viscosidade cinemática e condutividade térmica do fluido com a temperatura, avaliando estas propriedades em cada volume de cálculo;
- f) Considerar o caso do escoamento em regime turbulento.

APÊNDICE A1

INTEGRAÇÃO DA EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

A equação da continuidade em coordenadas cartesianas na forma diferencial é expressa como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{A1.1})$$

Será desenvolvida a integração da Equação (A1.1) no volume de controle principal genérico de malha, conforme o Método dos Volumes Finitos.

A figura A1.1 apresenta a nomenclatura empregada no desenvolvimento da integração.

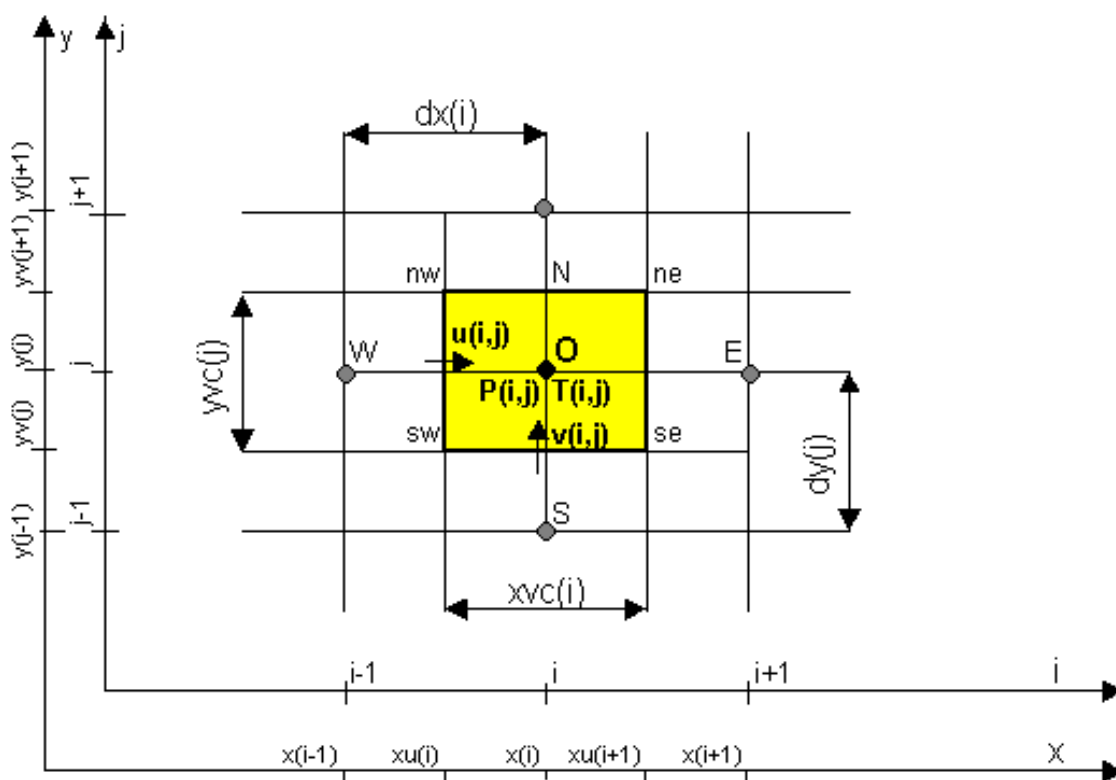


Figura A1.1 - Representação do volume de controle genérico de malha do método dos volumes finitos

Integrando a equação (A1.1) no volume V_0 , tem-se:

$$\int_{V_0} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dV_0 = 0 \quad (\text{A1.2})$$

Considerando um volume elementar $dV_0 = dx \cdot dy \cdot 1$, a integral acima fica:

$$\int_{y^{(j)}}^{y^{(j+1)}} \int_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} \frac{\partial u}{\partial x} dx dy + \int_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} \int_{y^{(j)}}^{y^{(j+1)}} \frac{\partial v}{\partial y} dy dx = 0 \quad (\text{A1.3})$$

Resolvendo a integral interna de ambas as parcelas da Equação (A1.3) acima, tem-se:

$$\int_{y^{(j)}}^{y^{(j+1)}} [u(i+1, j) - u(i, j)] dy + \int_{x^{(i)}}^{x^{(i+1)}} [v(i, j+1) - v(i, j)] dx = 0 \quad (\text{A1.4})$$

Resolvendo as integrais da Equação (A1.4), tem-se:

$$[u(i+1, j) - u(i, j)][y^{(j+1)} - y^{(j)}] + [v(i, j+1) - v(i, j)][x^{(i+1)} - x^{(i)}] = 0 \quad (\text{A1.5})$$

Porém, observando-se a Figura A1.1,

$$y^{(j+1)} - y^{(j)} = yvc(j) \text{ e}$$

$$x^{(i+1)} - x^{(i)} = xvc(i).$$

Então, a Equação (A1.5) assume a forma final abaixo:

$$[u(i+1, j) - u(i, j)]yvc(j) + [v(i, j+1) - v(i, j)]xvc(i) = 0 \quad (\text{A1.6})$$

que é a equação da continuidade discretizada para o volume de controle genérico V_0 .

APÊNDICE A2

INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

A2.1 – Introdução

Serão desenvolvidas neste apêndice as integrações das equações da quantidade de movimento, nos respectivos volumes de controle deslocados.

A2.2 – Equação da quantidade de movimento na direção x

A equação da quantidade de movimento na direção x , em coordenadas cartesianas, na forma diferencial é:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{A2.1})$$

Rearranjando a equação (A2.1), tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u v) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{A2.2})$$

A equação (A2.2) será integrada no volume de controle deslocado genérico de malha, conforme o método dos volumes finitos.

A figura A2.1 apresenta a nomenclatura empregada ao longo do desenvolvimento da integração.

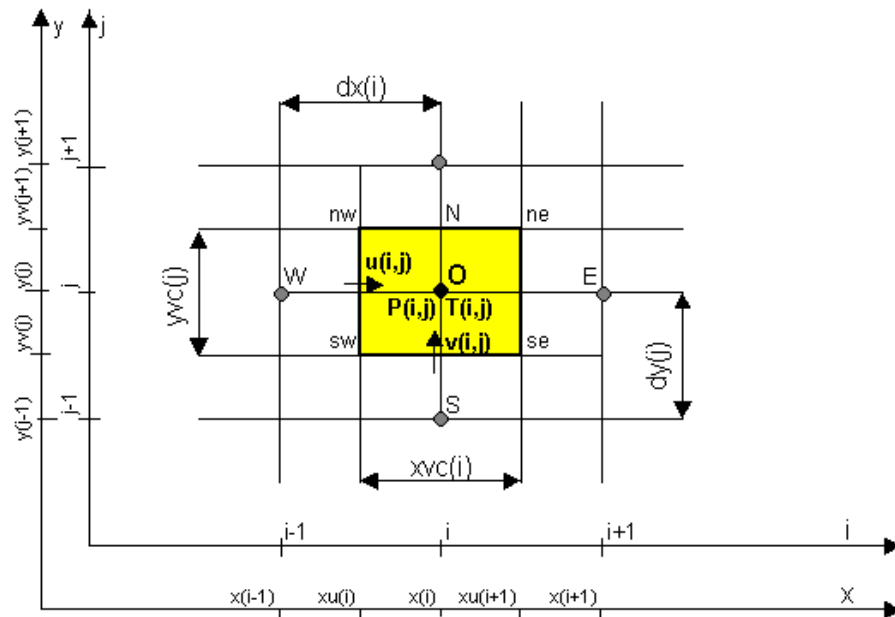


Figura A2.1 - Representação do volume de controle principal e deslocado de malha do método dos volumes finitos

Considerando-se a hipótese de propriedades físicas constantes e dividindo-se por ρ toda a equação, tem-se:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uu) + \frac{\partial}{\partial y}(uv) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{A2.3})$$

Reagrupando os termos comuns da Equação (A2.2), tem-se:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uu - v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(uv - v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (\text{A2.4})$$

A Equação (A2.4) será integrada no volume de controle deslocado a oeste do volume principal (V_w):

$$\int_{V_w} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uu - v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(uv - v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] dV_w = \int_{V_w} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right) dV_w \quad (\text{A2.5})$$

Integrando-se cada termo separadamente, tem-se:

$$\text{a) } \int_{V_w} \frac{\partial u}{\partial t} dV_w = \frac{U(i, j)^{t+\Delta t} - U(i, j)}{\Delta t} V_w .$$

Então:

$$\int_{V_w} \frac{\partial u}{\partial t} dV_w = \frac{U(i, j)^{t+\Delta t} - U(i, j)}{\Delta t} yv(j) dx(i) \quad (\text{A2.6})$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \int_{V_w} \frac{\partial}{\partial x} \left(uu - v \frac{\partial u}{\partial x} \right) dV_w &= \int_{yv(j)}^{yv(j+1)} \int_{x(i-1)}^{x(i)} \frac{\partial}{\partial x} \left(uu - v \frac{\partial u}{\partial x} \right) dx dy = \\ &= \int_{yv(j)}^{yv(j+1)} \left[\left(\bar{u}u - v \frac{\partial u}{\partial x} \right)_o - \left(\bar{u}u - v \frac{\partial u}{\partial x} \right)_w \right] dy = \\ &= \left[\left(\bar{u}u - v \frac{\partial u}{\partial x} \right)_o - \left(\bar{u}u - v \frac{\partial u}{\partial x} \right)_w \right] [yv(j+1) - yv(j)] \end{aligned}$$

Mas:

$$yv(j+1) - yv(j) = yvc(j).$$

Então:

$$\int_{V_w} \frac{\partial}{\partial x} \left(uu - v \frac{\partial u}{\partial x} \right) dV_w = \left[\left(\bar{u}u - v \frac{\partial u}{\partial x} \right)_o - \left(\bar{u}u - v \frac{\partial u}{\partial x} \right)_w \right] yvc(j) \quad (\text{A2.7})$$

$$\text{c) } \int_{V_w} \frac{\partial}{\partial y} \left(uv - v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dV_w = \int_{x(i-1)}^{x(i)} \int_{yv(j)}^{yv(j+1)} \frac{\partial}{\partial y} \left(uv - v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy dx =$$

$$= \int_{x(i-1)}^{x(i)} \left[\left(\bar{u}v - v \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{NW} - \left(\bar{u}v - v \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{SW} \right] dx = \left[\left(\bar{u}v - v \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{NW} - \left(\bar{u}v - v \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{SW} \right] [x(i) - x(i-1)]$$

Como $x(i) - x(i-1) = dx(i)$, então conclui-se que:

$$\int_{V_w} \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{u}v - v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dV_w = \left[\left(\bar{u}v - v \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{NW} - \left(\bar{u}v - v \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{SW} \right] dx(i) \quad (A2.8)$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \int_{V_w} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} dV_w &= -\frac{1}{\rho} \int_{V_w} \frac{\partial P}{\partial x} dV_w = -\frac{1}{\rho} \int_{y^{(j)}}^{y^{(j+1)}} \int_{x(i-1)}^{x(i)} \frac{\partial P}{\partial x} dx dy = -\frac{1}{\rho} \int_{y^{(j)}}^{y^{(j+1)}} (P_o - P_w) dy = \\ &= -\frac{1}{\rho} [y^{(j+1)} - y^{(j)}] (P_o - P_w) \end{aligned}$$

Portanto,

$$\int_{V_w} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} dV_w = -\frac{1}{\rho} yvc(j) (P_o^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}) \quad (A2.9)$$

A equação da quantidade de movimento, discretizada para a componente de velocidade u fica, então:

$$\begin{aligned} \frac{U(i, j)^{t+\Delta t} - U(i, j)}{\Delta t} yvc(j) dx(i) + \left[\left(\bar{u}u - v \frac{\partial u}{\partial x} \right)_o - \left(\bar{u}u - v \frac{\partial u}{\partial x} \right)_w \right] yvc(j) + \\ + \left[\left(\bar{u}v - v \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{NW} - \left(\bar{u}v - v \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{SW} \right] dx(i) = -\frac{1}{\rho} yvc(j) (P_o^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}) \end{aligned} \quad (A2.10)$$

Visando maior facilidade de manipulação, a equação (A2.10) será reescrita da seguinte forma:

$$\frac{yvc(j) dx(i)}{\Delta t} [U(i, j)^{t+\Delta t} - U(i, j)]_w + FLUXU(u)_w = -\frac{1}{\rho} yvc(j) (P_o^{t+\Delta t} - P_w^{t+\Delta t}), \quad (A2.11),$$

onde:

$$\begin{aligned} FLUXU(u)_w &= yvc(j) FLWE(u)_o - yvc(j) FLWE(u)_w + \\ &+ dx(i) FLSN(u)_{NW} - dx(i) FLSN(u)_{SW} \end{aligned} \quad (A2.12)$$

sendo $FLWE(u)_i$ e $FLSN(u)_j$ a soma dos fluxos convectivo e difusivo, respectivamente, nas direções das componentes u e v da velocidade :

$$\begin{aligned} FLWE(u)_o &= CONV(u)_o + DIFF(u)_o, \\ FLWE(u)_w &= CONV(u)_w + DIFF(u)_w, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FLSN(u)_{NW} &= CONV(u)_{NW} + DIFF(u)_{NW}, \\ FLSN(u)_{SW} &= CONV(u)_{SW} + DIFF(u)_{SW}. \end{aligned} \quad (A2.13)$$

Utilizando-se o esquema Upwind para os termos convectivos, tem-se:

$$CONV(u)_O = \bar{u} u = \overline{u_o} u_o, \quad (A2.14)$$

onde:

$$\overline{u_o} = \frac{1}{2} [u(i+1, j) + u(i, j)] \text{ e} \quad (A2.15)$$

$$u_o = u(i, j) \text{ se } \overline{u_o} \geq 0;$$

$$u_o = u(i+1, j) \text{ se } \overline{u_o} < 0. \quad (A2.16)$$

$$CONV(u)_W = \bar{u} u = \overline{u_w} u_w, \quad (A2.17)$$

onde:

$$\overline{u_w} = \frac{1}{2} [u(i, j) + u(i-1, j)] \text{ e} \quad (A2.18)$$

$$u_w = u(i-1, j) \text{ se } \overline{u_w} \geq 0;$$

$$u_w = u(i, j) \text{ se } \overline{u_w} < 0. \quad (A2.19)$$

$$CONV(u)_{NW} = \bar{v} u = \overline{v_{NW}} u_{NW}, \quad (A2.20)$$

onde:

$$\overline{v_{NW}} = \frac{1}{2} [v(i, j+1) + v(i-1, j+1)] \text{ e} \quad (A2.21)$$

$$u_{NW} = u(i, j) \text{ se } \overline{v_{NW}} \geq 0;$$

$$u_{NW} = u(i, j+1) \text{ se } \overline{v_{NW}} < 0. \quad (A2.22)$$

$$CONV(u)_{SW} = \bar{v} u = \overline{v_{SW}} u_{SW}, \quad (A2.23)$$

onde:

$$\overline{v_{SW}} = \frac{1}{2} [v(i, j) + v(i-1, j)] \text{ e} \quad (A2.24)$$

$$u_{SW} = u(i, j-1) \text{ se } \overline{v_{SW}} \geq 0;$$

$$u_{SW} = u(i, j) \text{ se } \overline{v_{SW}} < 0. \quad (A2.25)$$

Utilizando-se o esquema Quick para os termos convectivos, tem-se:

$$CONV(u)_O = \bar{u} u = \overline{u_o} u_o, \quad (A2.26)$$

onde:

$$\bar{u}_o = \frac{1}{2}[u(i+1, j) + u(i, j)]e \quad (\text{A2.27})$$

$$u_o = \frac{1}{2}[u(i+1, j) + u(i, j)] - \frac{1}{8}[u(i-1, j) + u(i+1, j) - 2u(i, j)] \text{ se } \bar{u}_o \geq 0;$$

$$u_o = \frac{1}{2}[u(i-1, j) + u(i+1, j)] - \frac{1}{8}[u(i, j) + u(i+2, j) - 2u(i+1, j)] \text{ se } \bar{u}_o < 0. \quad (\text{A2.28})$$

$$CONV(u)_w = \bar{u} u = \bar{u}_w u_w, \quad (\text{A2.29})$$

onde:

$$\bar{u}_w = \frac{1}{2}[u(i-1, j) + u(i, j)] e \quad (\text{A2.30})$$

$$u_w = \frac{1}{2}[u(i-1, j) + u(i, j)] - \frac{1}{8}[u(i-2, j) + u(i, j) - 2u(i-1, j)] \text{ se } \bar{u}_w \geq 0;$$

$$u_w = \frac{1}{2}[u(i-1, j) + u(i, j)] - \frac{1}{8}[u(i-1, j) + u(i+1, j) - 2u(i, j)] \text{ se } \bar{u}_w < 0. \quad (\text{A2.31})$$

$$CONV(u)_{NW} = \bar{v} u = \bar{v}_{NW} u_{NW}, \quad (\text{A2.32})$$

onde:

$$\bar{v}_{NW} = \frac{1}{2}[v(i, j+1) + v(i-1, j+1)] e \quad (\text{A2.33})$$

$$u_{NW} = \frac{1}{2}[u(i, j) + u(i, j+1)] - \frac{1}{8}[u(i, j-1) + u(i, j+1) - 2u(i, j)] \text{ se } \bar{v}_{NW} \geq 0;$$

$$u_{NW} = \frac{1}{2}[u(i, j) + u(i, j+1)] - \frac{1}{8}[u(i, j) + u(i, j+2) - 2u(i, j+1)] \text{ se } \bar{v}_{NW} < 0. \quad (\text{A2.34})$$

$$CONV(u)_{SW} = \bar{v} u = \bar{v}_{SW} u_{SW}, \quad (\text{A2.35})$$

onde:

$$\bar{v}_{SW} = \frac{1}{2}[v(i, j) + v(i-1, j)] e \quad (\text{A2.36})$$

$$u_{SW} = \frac{1}{2}[u(i, j-1) + u(i, j)] - \frac{1}{8}[u(i, j-2) + u(i, j) - 2u(i, j-1)] \text{ se } \bar{v}_{SW} \geq 0;$$

$$u_{SW} = \frac{1}{2}[u(i, j-1) + u(i, j)] - \frac{1}{8}[u(i, j-1) + u(i, j+1) - 2u(i, j)] \text{ se } \bar{v}_{SW} < 0. \quad (\text{A2.37})$$

Para os termos difusivos, é utilizado o esquema de diferenças centradas, como segue:

$$DIFF(u)_o = -v \left[\frac{u(i+1, j) - u(i, j)}{xvc(i)} \right] \quad (\text{A2.38})$$

$$DIFF(u)_w = -v \left[\frac{u(i, j) - u(i-1, j)}{xvc(i-1)} \right] \quad (\text{A2.39})$$

$$DIFF(u)_{NW} = -v \left[\frac{u(i, j+1) - u(i, j)}{dy(j+1)} \right] \quad (A2.40)$$

$$DIFF(u)_{SW} = -v \left[\frac{u(i, j) - u(i, j-1)}{dy(j)} \right] \quad (A2.41)$$

A equação (A2.11) será reescrita, isolando-se a componente de velocidade $u(i, j)^{t+\Delta t} = u_w$:

$$u_w^{t+\Delta t} = u(i, j)^{t+\Delta t} = u(i, j) - \frac{\Delta t}{yvc(j) dx(i)} FLUXU(u)_w - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{dx(i)} (P_O^{t+\Delta t} - P_W^{t+\Delta t}) \quad (A2.42)$$

A2.3 - Equação da quantidade de movimento na direção vertical y, com a aproximação de Boussinesq

A equação da quantidade de movimento na direção y, em coordenadas cartesianas, na forma diferencial é:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g \beta (T - T_0) \quad (A2.43)$$

Rearranjando a equação (A2.43), visando agrupar os termos convectivos e difusivos, tem-se:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u v - v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v v - v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - g \beta (T - T_0) \quad (A2.44)$$

A equação (A2.44) será integrada no volume de controle deslocado, sul:

$$\int_{V_s} \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u v - v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v v - v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dV_s = \int_{V_s} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - g \beta (T - T_0) \right] dV_s \quad (A2.45)$$

O primeiro membro da equação (A2.45), após integrado de maneira similar ao item A1.1 deste apêndice, apresenta como resultado a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} & \int_{V_s} \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u v - v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v v - v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dV_s = \\ & = \frac{xvc(i) dy(j)}{\Delta t} [v(i, j)^{t+\Delta t} - v(i, j)] + dy(j) \left[\left(u \bar{v} - v \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{SE} - \left(u \bar{v} - v \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{SW} \right] + \\ & + xvc(i) \left[\left(v \bar{v} - v \frac{\partial v}{\partial y} \right)_o - \left(v \bar{v} - v \frac{\partial v}{\partial y} \right)_s \right] \end{aligned} \quad (A2.46)$$

Desenvolvendo a integral do segundo membro da equação (A2.45), tem-se:

$$\int_{v_s} \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - g\beta(T - T_0) \right] dV_s = \int_{v_s} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \right) dV_s + \int_{v_s} [-g\beta(T - T_0)] dV_s \quad (\text{A2.47})$$

Resolvendo a primeira integral do segundo membro da equação (A2.47), tem-se:

$$\int_{v_s} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \right) dV_s = \int_{xu(i)}^{xu(i+1)} \int_{y(j-1)}^{y(j)} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} dy dx = -\frac{1}{\rho_0} \int_{xu(i)}^{xu(i+1)} (P_o - P_s) dx = -\frac{1}{\rho_0} (P_o - P_s) xvc(i)$$

Então:

$$\int_{v_s} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \right) dV_s = -\frac{1}{\rho_0} (P_o - P_s) xvc(i) \quad (\text{A2.48})$$

A segunda integral do segundo membro da equação (A2.47) é resolvida da seguinte forma:

$$\int_{v_s} [-g\beta(T - T_0)] dV_s = -g \beta (T - T_0) xvc(i) dy(j) \quad (\text{A2.49})$$

Aplicando-se as equações (A2.46), (A2.48) e (A2.49) em (A2.45), obtém-se a equação da quantidade de movimento na direção y e com a aproximação de Boussinesq:

$$\begin{aligned} & \frac{xvc(i) dy(j)}{\Delta t} [v(i, j)^{t+\Delta t} - v(i, j)] + dy(j) \left[\left(u \bar{v} - v \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{SE} - \left(u \bar{v} - v \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{SW} \right] + \\ & + xvc(i) \left[\left(v \bar{v} - v \frac{\partial v}{\partial y} \right)_o - \left(v \bar{v} - v \frac{\partial v}{\partial y} \right)_s \right] = -\frac{1}{\rho_0} (P_o - P_s) xvc(i) - g \beta (T - T_0) xvc(i) dy(j) \end{aligned} \quad (\text{A2.50})$$

Isolando-se a componente de velocidade na face sul, v_s e aplicando-se o desenvolvimento dos termos convectivos (esquemas Upwind e Quick) e difusivos, aplicados no item A2.1 deste apêndice, tem-se:

$$\begin{aligned} v_s = v(i, j)^{t+\Delta t} = v(i, j) - \frac{\Delta t}{xvc(i) dy(j)} FLUXV(v)_s + \\ - \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta t}{dy(j)} (P_o - P_s) - \Delta t g \beta [T(i, j) - T_o] \end{aligned} \quad (\text{A2.51})$$

Procedimento análogo será empregado no desenvolvimento da componente de velocidade na face norte, v_N , obtendo-se a equação:

$$\begin{aligned} v_N = v(i, j+1)^{t+\Delta t} = v(i, j+1) - \frac{\Delta t}{xvc(i) dy(j+1)} FLUXV(v)_N + \\ - \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta t}{dy(j+1)} (P_N - P_o) - \Delta t g \beta [T(i, j+1) - T_o] \end{aligned} \quad (\text{A2.52})$$

APÊNDICE A3

INTEGRAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ENERGIA

A3.1 – Introdução

Será desenvolvida neste apêndice a integração da equação da energia em coordenadas cartesianas.

A3.2 – Desenvolvimento

A equação da energia, em coordenadas cartesianas é apresentada como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho c_p u T) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho c_p v T) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) \quad (\text{A3.1})$$

Considerando-se a hipótese de propriedades constantes e dividindo-se ambos os membros da equação (A3.1) por ρc_p , tem-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) = \alpha \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \alpha \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right) \quad (\text{A3.2})$$

onde $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ é o coeficiente de difusividade térmica do fluido.

Agrupando-se os termos comuns da Equação (A3.2), tem-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y}\right) = 0 \quad (\text{A3.3})$$

A Equação (A3.3) é a equação da energia em coordenadas cartesianas, na forma conservativa e com propriedades físicas constantes, a qual será, a seguir, integrada no volume de controle principal V_0 . A figura A3.1 apresenta a nomenclatura utilizada no volume de controle genérico V_0 .

Integrando a equação (A3.3), tem-se:

$$\int_{V_0} \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y}\right) \right] dV_0 = 0 \quad (\text{A3.4})$$

A seguir, cada termo da equação (A3.4) será integrado separadamente.

a) - Termo transitório:

$$\int_{V_0} \frac{\partial T}{\partial t} dV_0 = (T_0^{t+\Delta t} - T_0) \frac{V_0}{\Delta t} = (T_0^{t+\Delta t} - T_0) \frac{[xu(i+1) - xu(i)][yv(j+1) - yv(j)]}{\Delta t}$$

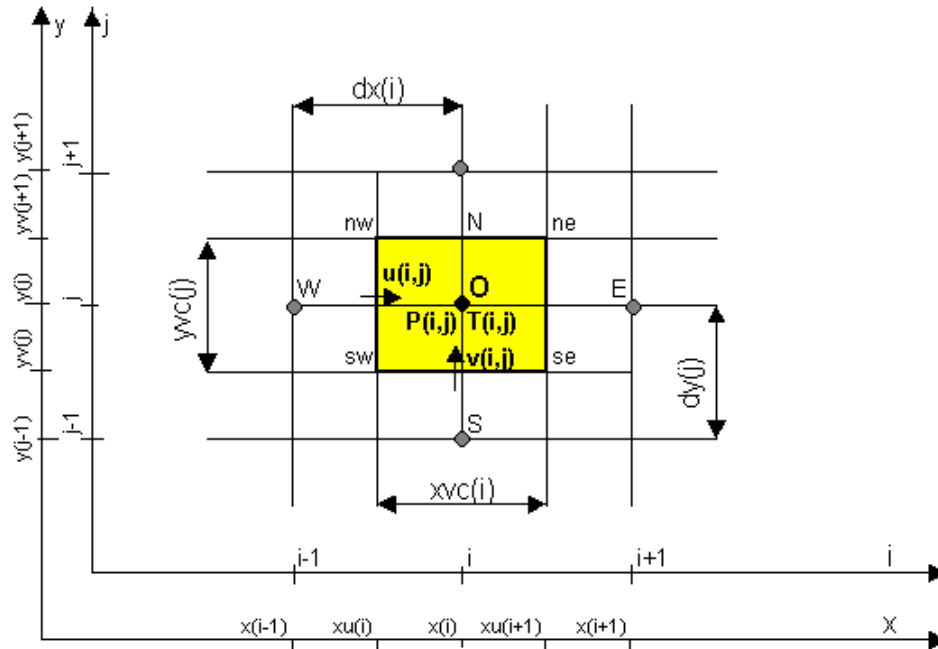


Figura A3.1 - Nomenclatura para a distribuição de temperaturas no volume de controle genérico

Então:

$$\int_{V_0} \frac{\partial T}{\partial t} dV_0 = (T_0^{t+\Delta t} - T_0) \frac{xvc(i) yvc(j)}{\Delta t}. \quad (A3.5)$$

Foi adotado aqui o método Sola, onde as temperaturas são avaliadas no instante $t+\Delta t$.

b) - Termos de transporte convectivo e difusivo na direção x :

$$\begin{aligned} \int_{V_0} \frac{\partial}{\partial x} \left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) dV_0 &= \int_{yV(j)}^{yV(j+1)} \int_{xU(i)}^{xU(i+1)} \frac{\partial}{\partial x} \left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy = \int_{yV(j)}^{yV(j+1)} \left[\left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] dy = \\ &= \left[\left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] [yV(j+1) - yV(j)] \end{aligned}$$

Considerando-se que $yV(j+1) - yV(j) = yvc(j)$, então:

$$\int_{V_0} \frac{\partial}{\partial x} \left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) dV_0 = \left[\left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right)_E - \left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right)_W \right] yvc(j) \quad (A3.6)$$

c) Termos de transporte convectivo e difusivo na direção y :

$$\int_{V_0} \frac{\partial}{\partial y} \left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right) dV_0 = \int_{xU(i)}^{xU(i+1)} \int_{yV(j)}^{yV(j+1)} \frac{\partial}{\partial y} \left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy dx = \int_{xU(i)}^{xU(i+1)} \left[\left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)_N - \left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)_S \right] dx =$$

$$= \left[\left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)_n - \left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)_s \right] [xu(i+1) - xu(i)]$$

Considerando-se que $xu(i+1) - xu(i) = xvc(i)$, então:

$$\int_{V_0} \frac{\partial}{\partial y} \left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right) dV_0 = \left[\left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)_n - \left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)_s \right] xvc(i) \quad (A3.7)$$

A equação da energia discretizada torna-se, então:

$$\begin{aligned} (T_0^{t+\Delta t} - T_0) \frac{xvc(i)yvc(j)}{\Delta t} + \left[\left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left(uT - \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right] yvc(j) + \\ + \left[\left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)_n - \left(vT - \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right)_s \right] xvc(i) = 0 \end{aligned} \quad (A3.8)$$

Para facilitar o manuseio e visando padronizar os procedimentos de solução, a equação (A3.8) será reescrita como:

$$\left(T_0^{t+\Delta t} - T_0 \right) \frac{xvc(i)yvc(j)}{\Delta t} + FLUX(T)_0 = 0 \quad (A3.9)$$

Onde:

$$FLUX(T)_0 = FLUXU(T)_0 + FLUXV(T)_0 \quad (A3.10)$$

e:

$$FLUXU(T)_0 = yvc(j)FLWE(T)_E - yvc(j) FLWE(T)_W \quad (A3.11)$$

$$FLUXV(T)_0 = xvc(i) FLSN(T)_N - xvc(i) FLSN(T)_S \quad (A3.12)$$

$$\left. \begin{aligned} FLWE(T)_E &= CONV(T)_E + DIFF(T)_E; \\ FLWE(T)_W &= CONV(T)_W + DIFF(T)_W; \\ FLSN(T)_N &= CONV(T)_N + DIFF(T)_N; \\ FLSN(T)_S &= CONV(T)_S + DIFF(T)_S. \end{aligned} \right\} \quad (A3.13)$$

Para a determinação das temperaturas nas faces N (norte), S (sul), E (leste) e O (oeste) do volume de controle V_0 , serão adotados os esquemas Upwind e Quick.

Utilizando o esquema Upwind para os termos convectivos, tem-se:

$$CONV(T)_e = u(i+1, j)^{t+\Delta t} T_e, \quad (A3.14)$$

com:

$$\begin{aligned} T_e &= T_0 & \text{se } u(i+1, j)^{t+\Delta t} \geq 0, \text{ ou;} \\ T_e &= T_E & \text{se } u(i+1, j)^{t+\Delta t} < 0; \end{aligned}$$

$$CONV(T)_w = u(i, j)^{t+\Delta t} T_w, \quad (A3.15)$$

com:

$$\begin{aligned} T_w &= T_W & \text{se } u(i, j)^{t+\Delta t} \geq 0, \text{ ou;} \\ T_w &= T_0 & \text{se } u(i, j)^{t+\Delta t} < 0; \end{aligned}$$

$$CONV(T)_n = v(i, j+1)^{t+\Delta t} T_n, \quad (A3.16)$$

com:

$$T_n = T_O \quad \text{se } v(i, j+1)^{t+\Delta t} \geq 0, \text{ ou:}$$

$$T_n = T_N \quad \text{se } v(i, j+1)^{t+\Delta t} < 0 \text{ e}$$

$$CONV(T)_s = v(i, j)^{t+\Delta t} T_s, \quad (A3.17)$$

com:

$$T_s = T_S \quad \text{se } v(i, j)^{t+\Delta t} \geq 0, \text{ ou:}$$

$$T_s = T_O \quad \text{se } v(i, j)^{t+\Delta t} < 0.$$

Utilizando-se o esquema Quick, os termos convectivos são escritos como:

$$CONV(T)_e = u(i+1, j)^{t+\Delta t} T_e, \quad (A3.18)$$

com:

$$T_e = \frac{1}{2}(T_O + T_E) - \frac{1}{8}(T_W + T_E - 2T_O) \quad \text{se } u(i+1, j)^{t+\Delta t} \geq 0, \text{ ou:}$$

$$T_e = \frac{1}{2}(T_O + T_E) - \frac{1}{8}(T_O + T_{EE} - 2T_E) \quad \text{se } u(i+1, j)^{t+\Delta t} < 0;$$

$$CONV(T)_w = u(i, j)^{t+\Delta t} T_w, \quad (A3.19)$$

com:

$$T_w = \frac{1}{2}(T_W + T_O) - \frac{1}{8}(T_{WW} + T_O - 2T_W) \quad \text{se } u(i, j)^{t+\Delta t} \geq 0, \text{ ou:}$$

$$T_w = \frac{1}{2}(T_W + T_O) - \frac{1}{8}(T_W + T_E - 2T_O) \quad \text{se } u(i, j)^{t+\Delta t} < 0;$$

$$CONV(T)_n = v(i, j+1)^{t+\Delta t} T_n, \quad (A3.20)$$

com:

$$T_n = \frac{1}{2}(T_O + T_N) - \frac{1}{8}(T_S + T_N - 2T_O) \quad \text{se } v(i, j+1)^{t+\Delta t} \geq 0;$$

$$T_n = \frac{1}{2}(T_O + T_N) - \frac{1}{8}(T_O + T_{NN} - 2T_N) \quad \text{se } v(i, j+1)^{t+\Delta t} < 0;$$

$$CONV(T)_s = v(i, j)^{t+\Delta t} T_s, \quad (A3.21)$$

com:

$$T_s = \frac{1}{2}(T_S + T_O) - \frac{1}{8}(T_{SS} + T_O - 2T_S) \quad \text{se } v(i, j)^{t+\Delta t} \geq 0, \text{ ou:}$$

$$T_s = \frac{1}{2}(T_S + T_O) - \frac{1}{8}(T_S + T_N - 2T_O) \quad \text{se } v(i, j)^{t+\Delta t} < 0$$

Para os termos difusivos, será utilizado o método das diferenças centradas:

$$\begin{aligned}
 DIFF(T)_e &= -\alpha \frac{T_E - T_o}{dx(i+1)} ; \\
 DIFF(T)_w &= -\alpha \frac{T_o - T_w}{dx(i)} ; \\
 DIFF(T)_n &= -\alpha \frac{T_N - T_o}{dy(j+1)} ; \\
 DIFF(T)_s &= -\alpha \frac{T_o - T_s}{dy(j)} .
 \end{aligned} \tag{A3.22}$$

Isolando a temperatura no instante de tempo em que está sendo avaliada, na equação (A3.9), tem-se:

$$T_o^{t+\Delta t} = T_o - FLUX(T)_o \frac{\Delta t}{xvc(i) yvc(j)} \tag{A3.23}$$

Em cada instante de tempo as temperaturas são calculadas em todos os volumes de controle do domínio, aplicando-se a Equação (A3.23).

APÊNDICE A4

PROGRAMA COMPUTACIONAL

A4.1 Introdução

Este apêndice tem o objetivo de apresentar a listagem do programa computacional FORTRAN que foi desenvolvido e utilizado para a obtenção dos resultados do presente trabalho.

A sequência de desenvolvimento do programa está analisada no capítulo 3 deste trabalho.

Os dados referentes às condições iniciais e de contorno e as condições dos exemplos do trabalho foram inseridos na subrotina USER, a qual é adaptada em cada caso. Aqui, apresenta-se apenas um dos casos apresentados, com a correspondente subrotina preparada para a execução.

O programa contém a rotina principal, a qual chama as subrotinas correspondentes.

Contém comandos para o cálculo do tempo de processamento de cada caso, o qual é armazenado nos arquivos de saída.

A4.2 - Listagem do programa BITERMO

```
PROGRAM Bitermo526a
C*
C *****
C *          Finalidade deste programa:          *
C *          Resolver as equacoes de NAVIER-STOKES para          *
C *          escoamento BIDIMENSIONAL LAMINAR AXISSI-          *
C *          METRICO em coordenadas cartesianas e/ou          *
C *          coordenadas cilindricas e          *
C *          Equação da Energia com aproximação de Boussinesq          *
C* *****Convecção Mista *****
C *          -----          *
C *          Programa elaborado por Antonio Santoro          *
C *****
C *-----          *
C *----- última atualização: 19/12/02 *
C *****
C*
USE MSFLIB
DOUBLE PRECISION XL,YL,T,DT,BMASSA,VISC,XNUT(200,200),RHO
DOUBLE PRECISION R(200),RV(200),FRT,FRTT,UA(200,200) !UA: adimensional
DOUBLE PRECISION RA,G,BETA,RE,NUMAXE,NUMINE,NUMEDE,RI
DOUBLE PRECISION NUMAXD,NUMIND,NUMEDD
DOUBLE PRECISION X(200),Y(200),XU(200),YV(200),U(200,200)
DOUBLE PRECISION DX(200),DY(200),XVC(200),YVC(200),SFU(200,200)
DOUBLE PRECISION FLUXUV(200,200),FLUXVV(200,200),SFV(200,200)
DOUBLE PRECISION V(200,200),FI(200,200),FIMAX
DOUBLE PRECISION A(1000000),L(1000000),B(1000000),PL(1000000)
DOUBLE PRECISION P(1000000)
DOUBLE PRECISION ALFA,TEMP(200,200),TETA(200,200) !TETA:
adimensional
DOUBLE PRECISION U0,PP(200,200),NU(200,200),ERT,DIFTEMP
INTEGER L1,M1,N,IEL,ICH,MODE,ITMAX,NITER
INTEGER(2) DIA,MES,ANO,HORAI,MINI,SEGI,CENTI,DHORA,DMIN,DSEG
INTEGER(4) DCENT
C*
CALL TEMPO(DIA,MES,ANO,HORAI,MINI,SEGI,CENTI,DHORA,
$          DMIN,DSEG,DCENT,1)
```

```

C*
OPEN(6,FILE='Exemplo526a.DAT')
OPEN(8,FILE='TECPLOT526a.DAT')
OPEN(13,FILE='CONVERG526a.DAT') !tendencias das variaveis a convergencia
C*
CALL USER(XL,YL,X,Y,R,XU,YV,RV,DX,DY,XVC,YVC,L1,M1,U,V,U0,RE,RHO,
$ RA,RI,G,BETA,VISC,DT,T,FRT,FRTT,ERT,ITMAX,ALFA,TEMP,NUMEDE,
$ NUMEDD,NITER,ICH,MODE,1)
C*
CALL PARAME(L1,M1,IEL,N,VISC,XNUT)
C*
CALL MATRIZ(L1,M1,IEL,R,RV,DX,DY,XVC,YVC,A)
C*
CALL DECOG(A,L,N,IEL,L1-1)
C*
C*****          INÍCIO DO LOOP DE TEMPO          *****
C*
1    CONTINUE
C*
CALL DTIME(DX,DY,L1,M1,U,V,VISC,ALFA,DT,FRT)
C*
CALL TEMPT(L1,M1,U,V,ALFA,DX,DY,XVC,YVC,DT,TEMP,DIFTEMP,ICH)
C*
CALL FLUXU(L1,M1,R,RV,U,V,VISC,FLUXUV,ICH,DX,DY,XVC,YVC)
C*
CALL FLUXV(L1,M1,R,RV,U,V,VISC,FLUXVV,ICH,DX,DY,XVC,YVC)
C*
IF(MODE.EQ.2) THEN
    CALL TERMOF(L1,M1,R,RV,DY,XVC,YVC,XNUT,U,V,SFU,SFV)
END IF
C*
CALL MONTAB(L1,M1,R,RV,U,V,DT,N,DX,DY,XVC,YVC,SFU,SFV,FLUXUV,
$          FLUXVV,B)
C*
CALL SYSINF(L,PL,B,N,IEL,L1-1)
C*
CALL SYSSUP(L,PL,P,N,IEL,L1-1)
C*
CALL EQDMX(L1,M1,R,DX,YVC,U,P,DT,SFU,FLUXUV)
C*
CALL EQDMY(L1,M1,RV,DY,XVC,V,P,DT,SFV,FLUXVV,BETA,G,TEMP)
C*
CALL USER(XL,YL,X,Y,R,XU,YV,RV,DX,DY,XVC,YVC,L1,M1,U,V,U0,RE,RHO,
$ RA,RI,G,BETA,VISC,DT,T,FRT,FRTT,ERT,ITMAX,ALFA,TEMP,NUMEDE,
$ NUMEDD,NITER,ICH,MODE,2)
C*
CALL ADIMENS(U,VISC,YL,UA,TEMP,TETA,L1,M1)
C*
CALL NUSSELT(L1,M1,TETA,DX,DY,XL,YL,NU,NUMAXE,NUMINE,NUMEDE,NUMAXD
+          ,NUMIND,NUMEDD,NITER)
C*
CALL CONVERG(L1,M1,NITER,T,U,TEMP,NUMEDE,NUMEDD)
C*
C*
IF(NITER.LT.ITMAX) GOTO 1
C*
C*****          FIM DO LOOP DE TEMPO          *****
C*
CALL BILAN(R,RV,XVC,YVC,U,V,L1,M1,BMASSA)
C*
CALL ANALITICA(L1,M1,Y,YL,UANA,TETANA,TEMP,TEMPAN)
C*
CALL PRINT1(L1,M1,X,XU,Y,YV,DT,NITER,BMASSA,

```

```

$          ITMAX,RHO,MODE,FRT,ICH,VISC,XL,YL,ALFA,BETA,RA,RI,RE,
$          NUMAXE,NUMINE,NUMEDE,NUMAXD,NUMIND,NUMEDD)
C*
C*
      WRITE(6,10)
10  FORMAT(1H1,///,43X,'CAMPO FINAL DE VELOCIDADE U(I,J), EM m/s',/)
      CALL SAIDA(L1,M1,U)
C*
      WRITE(6,20)
20  FORMAT(1H1,///,43X,'CAMPO FINAL DE VELOCIDADE V(I,J), EM m/s',/)
      CALL SAIDA(L1,M1,V)
C*
      WRITE(6,30)
30  FORMAT(1H1,///,43X,'CAMPO FINAL DE PRESSAO P(I,J), EM Pa',/)
      CALL PRINTP(L1,M1,RHO,P,PP)
C*
      WRITE(6,40)
40  FORMAT(1H1,///,43X,'CAMPO FINAL DE TEMPERATURAS TEMP(I,J)
+                                     ,EM oC',/)
      CALL PRINTEMP(L1,M1,TEMP)
C*
      WRITE(6,50)
50  FORMAT(1H1,///,40X,'VELOCIDADE ADIMENSIONAL - DIREÇÃO x UA=U/U0',/)
      CALL PRINTUA(L1,M1,UA)
C*
      WRITE(6,60)
60  FORMAT(1H1,///,40X,'TEMPERATURAS ADIMENSIONAIS=(T-Tc)/(Th-Tc)',/)
      CALL PRINTETA(L1,M1,TETA)
C*
      WRITE(6,100)
100 FORMAT(2X,'Numeros de Nusselt da Face esquerda e direita')
      CALL PRINTNU(L1,M1,NU)
C*
C      WRITE(6,*)
C      WRITE(6,70)
C      70      FORMAT(40X,'VELOCIDADES E TEMPERATURAS TEORICAS')
C      WRITE(6,80)
C      80      FORMAT(10X,'Y',9X,'U/U0',4X,'(T-Tc)/(Th-Tc)')
C      CALL PRINTAN(M1,Y,UANA,TETANA)
C*
C*      Calculo do desvio percentual
C      CALL DESVP(M1,UANA,UA,TETANA,TETA,DESV)
C*      Geração do arquivo de dados para grafico 2
C*      CALL GRAF1(L1,M1,Y,YL,UA)
C      CALL GRAF2(L1,M1,Y,TEMPAN,TEMP)
C*
C      CALL GRAF3(L1,M1,X,Y,PP,RHO)
C*
      CALL CORRE(L1,M1,XU,Y,UA,DY,YL,FI,FIMAX)
C*
      CALL TECPLOT(X,Y,UA,TEMP,PP,FI,L1,M1)
C*
C*      Tempo de execução do programa
      CALL TEMPO(DIA,MES,ANO,HORAI,MINI,SEGI,
$              CENTI,DHORA,DMIN,DSEG,DCENT,2)
C*
C* ***** Fim do Programa Principal *****
C*
      STOP
      END
C*
C*
C*
      SUBROUTINE USER(XL,YL,X,Y,R,XU,YV,RV,DX,DY,XVC,YVC,L1,M1,U,V,U0,RE

```

```

$ ,RHO,RA,RI,G,BETA,VISC,DT,T,FRT,FRTT,ERT,ITMAX,ALFA,TEMP,NUMEDE,
$ NUMEDD,NITER,ICH,MODE,IOPS)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Rotina:
C*      Inicializar as varia'ves do problema
C*      MODE: Coord. cilindricas = 2, coord. cartesianas = 1
C*      L1: nu'mero ma'ximo de no's da malha na direcao X
C*      M1: nu'mero ma'ximo de no's da malha na direcao Y
C*      VISC: Viscosidade cinematica do fluido
C*      RA: Numero de Rayleigh
C*      RI: Numero de Richardson
C*      G:   aceleraçao da gravidade
C*      BETA: coeficiente de expansao termica
C*      XL: Dimensao ma'xima do dominio de calculo na direcao X
C*      YL: Dimensao ma'xima do dominio de calculo na direcao Y
C*      ICH: Para esquema QUICK, ICH=2
C*      ALFA: Coeficiente de difusividade termica do fluido
C*      IOPS: Direcionamento da rotina a ser chamada
C*      FRT : FATOR DE RELAXACAO DO PASSO DE TEMPO OTIMO
C*      ERT: Desvio definido dos valores de temperatura atual e anterior
C*      U0 : velocidade de referencia
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION RHO,VISC,X(*),XU(*),Y(*),YV(*),U(200,*)
      DOUBLE PRECISION V(200,*),RX,RY,FRT,FRTT,ALFA,RA,RI,G,BETA
      DOUBLE PRECISION DX(*),DY(*),XVC(*),YVC(*),R(*),RV(*),XL,YL,DT
      DOUBLE PRECISION T,TEMP(200,*),ERT,NUMEDE,NUMEDD
      INTEGER L1,M1,NVOLX,NVOLY,ICH,IOPS,NITER,ITMAX,MODE
      DOUBLE PRECISION K,CP,RE,U0
C*
C*****
C*      TITULO *****
C*      *****
C*      *****
C*      *****
C*      Cavidade retangular em convecção mista **
C*      Caso 526a: A=2,0; Re = 1000; Ri = 0,01
C*      *****
      GOTO (100,200),IOPS
C*****
100 CONTINUE
C*      USER(1)= MALHA
C*****
C*      *****
C*      GERANDO A MALHA DO PROBLEMA,VALORES LIMITES
C*      DO DOMINIO DE CALCULO DO PROBLEMA, XL e YL
C*
      XL=0.05
      YL=0.10
C*
C*      NUMERO DESEJAVEL DE VOLUMES DE CONTROLE NAS
C*      DIRECOES X E Y RESPECTIVAMENTE, NVOLX,NVOLY
C*
      NVOLX=40
      NVOLY=80
C*
C*      DEFININDO A RAZAO PARA DEFINICAO DA MALHA
C*      PARA MALHA UNIFORME FAZER RX/E OU RY=1.0
C*      PARA MALHA EM PROGRESSAO GEOME'TRICA AS
C*      RAZOES RX E RY DEVEM ESTAR ENTRE 1.0 e 4/3
C*
      RX=1.0
      RY=1.0

```

```

C*
C*****  DEFININDO O SISTEMA DE COORDENADAS,  MODE=2  PARA
C*****  COOR. CILINDRICAS E MODE=1 PARA COOR. CARTESIANAS
C*
      MODE=1
C*
C*****  DEFININDO O ESQUEMA CONVECTIVO  A SER UTILIZADO
C*****  ESQUEMA QUICK,  ICH=2;  ESQUEMA UPWIND,  ICH=1
C*
      ICH=2
C*
C*****  FATOR DE RELAXACAO DO PASSO DE TEMPO OTIMO
C*
      FRT=1.0
      FRTT=1.0
C*
C*****  DESVIO MÁXIMO DOS VALORES ATUAL E ANTERIOR DA TEMPERATURA
      ERT=1.0
C*
C*****  CHAMANDO A ROTINA PARA GERACAO DA MALHA
C*
      CALL GRID(XL,YL,NVOLX,NVOLY,RX,RY,X,XU,Y,YV,L1,M1,R,RV,
      $                                     MODE,DX,DY,XVC,YVC)
C*
C*****  PROPRIEDADES DO FLUIDO    (AR) A 300K (Ref: Incropera)
C*
      RHO= 1.1614 ! densidade, em kg/m3
      VISC=15.89E-6 ! viscosidade cinemática, m2/s
C*
C*****  DIFUSIVIDADE TÉRMICA DO FLUIDO
C*      Calculo da difusividade termica a 300K
      K=0.0263 ! Condutividade termica do ar = 0,0263 W/(m.K) (Incropera)
      CP=1007 ! Calor especifico a pressão constante = 1007 J / (kg.K)
C*
      ALFA=K/(RHO*CP)
C*
      RE=1000.0 !Numero de Reynolds
      BETA=1.0/300.0 !(1/T) gas perfeito, assumido inverso da temperatura.
      G=9.81
C*
      RI=0.01 !Numero de Richardson <>0 para convecção mista
C*
      RA=RI*VISC*(RE**2.0)/ALFA !fórmula somente para convecção mista
C*
      RA=200000.0 ! Para convecção natural
C*****  Definindo o penúltimo nó *****
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1

C*****          Condições Iniciais          *****
C*      Temperatura inicial uniforme no domínio, igual a 20oC ***
C*
      DO 52 I=1,L1,1
      DO 52 J=1,M1,1
          TEMP(I,J)=20.0
52  CONTINUE

C*
C*****
C*      CONDIÇÕES DE CONTORNO          *
C*
      *
C*****

```

```

C*
C*
C***** Velocidades junto às PLACAS ESQUERDA,DIREITA,INFERIOR E SUPERIOR
C*
      DO 70 I=1,L1,1
      DO 70 J=1,M2,1
          U(2,J)=0.0
          V(2,J)=0.0
          U(L1,J)=0.0
          V(L1,J)=0.0
          U(I,2)=0.0
          V(I,2)=0.0
          U(I,M1)=RE*VISC/XL      !velocidade na placa superior
          V(I,M1)=0.0
C*
      70  CONTINUE
C*
C***** Condições de contorno para temperatura *****
C*
C*          PLACAS INFERIOR E SUPERIOR TERMICAMENTE ISOLADAS      *****
C*
      DO 50 I=1,L1,1
          TEMP(I,1)=TEMP(I,2)
          TEMP(I,M1)=TEMP(I,M2)
50  CONTINUE
C*
C*          PLACA DIREITA À TEMPERATURA Tc especificada
C*
      DO 51 J=1,M1,1
          TEMP(L1,J)=20.0
51  CONTINUE
C*
C*          PLACA ESQUERDA
C*          Determinação da temperatura Th em função de Ra
      DO 60 J=1,M1,1
          TEMP(1,J)=TEMP(L1,J)+RA*ALFA*VISC/(G*BETA*(XL**3))
60  CONTINUE
C*
C***** FIM DA ROTINA USER(1)
C*****
C*****
C*****
C*****          USER(2)=CONTROLE DO PROGRAMA
C*****
C*****
      GOTO 1000
C*****
200  CONTINUE

C*          Velocidade de referência U0 para convecção natural
C*          PLACAS INFERIOR E SUPERIOR TERMICAMENTE ISOLADAS      *****
C*
      DO 55 I=1,L1,1
          TEMP(I,1)=TEMP(I,2)
          TEMP(I,M1)=TEMP(I,M2)
55  CONTINUE
C*
C*****          CALCULO DO TEMPO DE ESCOAMENTO
C*
      T=T+DT
C*
C*****          NUMERO MÁXIMO DE ITERACOES DO PROGRAMA
C*

```

```

      ITMAX=40000
C*
C*****  NUMERO DE ITERACOES DO PROGRAMA
C*
      NITER=NITER+1
C*
C*****  SAIDA DE TELA
C*
C*
C      IF(NITER.LE.ITMAX*0.8) THEN
C      WRITE(*,*) NITER
C      ELSE
C      WRITE(*,29)NITER,DT,U(L1/2,M1-2),NUMEDE,NUMEDD
29  FORMAT(2X,'IT=',I5,1X,'DT=',F12.8,1X,'U=',F10.6,1X,
$      'Nu esq=',F10.6,1X,'Nu dir=',F10.6)
C      ENDIF
C*****
C*****  FIM DA ROTINA USER(3)
C*****
C*
1000  CONTINUE
C*
C*****  FIM DE ROTINA
C*
      RETURN
      END
C*
C*
      SUBROUTINE GRID(XL,YL,NVX,NVY,RX,RY,X,XU,Y,YV,L1,M1,R,RV,
$      MODE,DX,DY,XVC,YVC)
C*
C*****
C*  Finalidade desta rotina:
C*      Gerar malha em PROGRESSAO GEOMETRICA sendo for-
C*      necido o dominio de calculo XL e YL o numero de
C*      volumes de controle desejava'vel nas direcoes X
C*      e Y respectivamente NVX e NVY e as razoes RX,RY
C*      A progressao geometrica e' feita dos extremos
C*      para o centro do dominio da direita para a es-
C*      querda ate' o centro, da esquerda para a direi-
C*      ta ate' o centro idem de baixo ate' o centro e
C*      de cima ate' o centro.
C*      OBS: O uso desta rotina obriga a que tanto NVX quan-
C*      to NVY sejam PARES no caso de malha geome'trica
C*      OU:
C*      Malha uniforme na direcao X e Malha uniforme
C*      na direcao Y para qualquer valor de NVX e NVY
C*      RECOMENDA-SE usar RX e RY entre 1.0 e 4/3
C*      RX: Para malha uniforme em X fazer RX=1.0
C*      RY: Para malha uniforme em Y fazer RY=1.0
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION RX,RY,SMNTX,SMNTY,PTX,PTY
      DOUBLE PRECISION XL,YL,X(*),Y(*),XU(*),YV(*),R(*),RV(*)
      DOUBLE PRECISION DX(*),DY(*),XVC(*),YVC(*)
      INTEGER L1,M1,NVX,NVY,MODE
C*
C*****  CALCULO DO NUMERO MAXIMO DE NO'S EM X E Y, ( L1, M1)
C*
      L1=NVX+2
      M1=NVY+2
C*
C*****  GERANDO A MALHA NA DIRECAO X
C*****  VERIFICANDO SE A MALHA SERA' REGULAR OU GEOMETRICA

```

```

C*
      IF(RX.EQ.1.0)THEN
        DO 1 I=2,L1,1
          XU(I)=DFLOAT(I-2)*(XL/DFLOAT(NVX))
1        CONTINUE
        ELSE
C*
C*****  CALCULANDO O TAMANHO DO MEIO DOMINIO NA DIRECAO X
C*
          SMNTX=XL/2.0
          MNVX=NVX/2
C*
C*****  CALCULO DO PRIMEIRO TERMO DA PROGRESSAO GEOMETRICA
C*****  NA DIRECAO X
C*
          PTX=(SMNTX*(RX-1.0))/((RX**MNVX)-1.0)
C*
C*****  DETERMINACAO DAS COTAS DA VELOCIDADE
C*
          XU(2)=0.0
          XU(L1)=XL
          DO 2 I=3,MNVX+2,1
            K=L1-(I-2)
            XU(I)=XU(I-1)+PTX*(RX**(I-3))
            XU(K)=XU(K+1)-PTX*(RX**(I-3))
2          CONTINUE
        END IF
C*
C*****  GERANDO A MALHA NA DIRECAO Y
C*****  VERIFICANDO SE A MALHA SERA' REGULAR OU GEOMETRICA
C*
      IF(RY.EQ.1.0)THEN
        DO 3 J=2,M1,1
          YV(J)=DFLOAT(J-2)*(YL/DFLOAT(NVY))
3        CONTINUE
        ELSE
C*
C*****  CALCULANDO O TAMANHO DO MEIO DOMINIO NA DIRECAO Y
C*
          SMNTY=YL/2.0
          MNVY=NVY/2
C*
C*****  CALCULO DO PRIMEIRO TERMO DA PROGRESSAO GEOMETRICA
C*****  NA DIRECAO Y
C*
          PTY=(SMNTY*(RY-1.0))/((RY**MNVY)-1.0)
C*
C*****  DETERMINACAO DAS COTAS DA VELOCIDADE
C*
          YV(2)=0.0
          YV(M1)=YL
          DO 4 I=3,MNVY+2,1
            L=M1-(I-2)
            YV(I)=YV(I-1)+PTY*(RY**(I-3))
            YV(L)=YV(L+1)-PTY*(RY**(I-3))
4          CONTINUE
        END IF
C*
C*****  DETERMINACAO DAS COTAS DA PRESSAO
C*
          X(1)=XU(2)
          Y(1)=YV(2)
          X(L1)=XU(L1)
          Y(M1)=YV(M1)

```



```

DO 5 I=2,L1-1,1
    X(I)=(XU(I+1)+XU(I))*0.5
5    CONTINUE
    DO 6 J=2,M1-1,1
        Y(J)=(YV(J+1)+YV(J))*0.5
6    CONTINUE
C*
C*****  CALCULO DOS RAIOS SE COOR. CILINDRICAS
C*
    IF(MODE.EQ.2)THEN
C*
C*****  COORDENADAS CILINDRICAS
C*
        DO 7 J=1,M1,1
            R(J)=Y(J)
            RV(J)=YV(J)
7        CONTINUE
C*
C*****  CORDENADAS CARTESIANAS
C*
        ELSE
            DO 8 J=1,M1,1
                R(J)=1.0
                RV(J)=1.0
8            CONTINUE
        END IF
C*
C*****  GERANDO O COMPRIMENTO DAS FACES DOS VOLUMES DE CONTROLE
C*
        DO 9 I=2,L1-1,1
            DX(I)=X(I)-X(I-1)
            XVC(I)=XU(I+1)-XU(I)
9        CONTINUE
C*
        DO 10 J=2,M1-1,1
            DY(J)=Y(J)-Y(J-1)
            YVC(J)=YV(J+1)-YV(J)
10       CONTINUE
        DX(1)=0.0
        DY(1)=0.0
        DX(L1)=X(L1)-X(L1-1)
        DY(M1)=Y(M1)-Y(M1-1)
        XVC(1)=0.0
        YVC(1)=0.0
        XVC(L1)=0.0
        YVC(M1)=0.0
C*
C*****          FIM DE ROTINA
C*
        RETURN
        END
C*
C*
C*
SUBROUTINE PARAME(L1,M1,IEL,N,VISC,XNUT)
C*
C*****          FINALIDADE DESTA ROTINA: CALCULAR PARAMETROS DO PROGRAMA *
C*
C*      N:   DIMENSAO DA MATRIZ DE PRESSAO: N=(L1-2)*(M1-1) *
C*      L1:  NUMERO MAXIMO DE NOS NA DIRECAO X *
C*      M1:  NUMERO MAXIMO DE NOS NA DIRECAO Y *
C*      IEL: NUMERO DE ELEMENTOS DO VETOR QUE GUARDA A MATRIZ *
C*           DE PRESSAO *

```

```

C*      VISC: VISCOSIDADE CINEMATICA                      *
C*      XNUT: VISCOSIDADE CINEMATICA EM CADA NO          *
C*                                                         *
C*****
C*
      INTEGER L1,M1,IEL,N
      DOUBLE PRECISION VISC,XNUT(200,*)

C*
C*****  DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
      L2 = L1-1
      M2 = M1-1

C*
C*****  CALCULANDO A DIMENSAO DA MATRIZ DE PRESSAO
C*
      N=(L2-1)*(M2-1)

C*
C*****  CALCULANDO O NUMERO DE ELEMENTOS VO VETOR QUE IRA
C*****  GUARDAR A MATRIZ DE PRESSAO
C*
      IEL=NELE(N,L2)

C*
C*****  ALOCACAO DA VISCOSIDADE CINEMATICA A CADA NO
C*
      DO 10 I = 2,L1,1
      DO 10 J = 2,M2,1
          XNUT(I,J) = VISC
10    CONTINUE

C*
C*****  FIM DA ROTINA
C*
      RETURN
      END

C*
C*
C*
      SUBROUTINE FLUXU(L1,M1,R,RV,U,V,VISC,FLUXUV,ICH,DX,DY,XVC,YVC)
C*
C*****
C*      Finalidade Desta Rotina:
C*          Calcular o somato'rio dos fluxos convectivos e difu-
C*          sivos no volume de controle deslocado para a veloci-
C*          dade U(i,j).
C*      L1,M1: Numero ma'ximo de no's na direcao X,Y, respectivamente
C*      X,Y : Cotas na direcao X e Y dos volumes deslocados
C*      XU,YV: Cotas na direcao X e Y dos volumes principais
C*      U,V : Velocidades U(i,j) e V(i,j) do problema
C*      VISC: viscosidade cinematica do fluido
C*      FLUXUV: Somato'rio dos fluxos convectivos e difusivos
C*          nas faces do volume deslocado para a componen-
C*          te velocidade U(i,j).
C*      ICH: Igual a 1 para ESQUEMA UPWIND e igual a 2 para QUICK
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION DX(*),DY(*),XVC(*),YVC(*),R(*),RV(*)
      DOUBLE PRECISION U(200,*),V(200,*),VISC
      DOUBLE PRECISION FLUXUV(200,*),FLWEUS(200,200),FLSNUS(200,200)
      INTEGER L1,M1,ICH

C*
C*****  DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1

C*

```

```

C***** FLUXO DA COMPONENTE DE VELOCIDADE   U
C*
C***** ZERANDO OS CONJUNTOS A SEREM CALCULADOS
C*
      DO 10 I=1,L1,1
        DO 10 J=1,M1,1
          FLWEUS(I,J)=0.0
          FLSNUS(I,J)=0.0
          FLUXUV(I,J)=0.0
      10  CONTINUE
C*
C***** BALANCO DE FLUXO CONV/DIFF NA DIRECAO WEST-EST
C*
      IF(ICH.EQ.1)THEN
C*****          ESQUEMA UPWIND          *****
          DO 20 I=2,L2,1
            DO 20 J=2,M2,1
              UM=(U(I+1,J)+U(I,J))*0.5
C*
              UPW=U(I+1,J)
              IF(UM.GE.0.0) UPW=U(I,J)
              CONV=UPW*UM
C*
              DIFF=VISC*(U(I+1,J)-U(I,J))/XVC(I)
              FLWEUS(I,J)=CONV-DIFF
          20  CONTINUE
          ELSE
C*****          ESQUEMA QUICK          *****
          DO 25 I = 2,L2,1
            DO 25 J = 2,M2,1
              UM = (U(I+1,J)+U(I,J))*0.5
              IF(I.LE.2.OR.I.GE.(L2-1))THEN
C*
                UPW = U(I+1,J)
                IF(UM.GE.0.0) UPW = U(I,J)
C*
                CONV = UPW*UM
              ELSE
                IP = I
                IF(UM.LT.0.0) IP = I+1
                GRAD1 = U(IP+1,J) - U(IP,J)
                GRAD2 = U(IP,J) - U(IP-1,J)
                CONV = (UM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*UM
              END IF
              DIFF = VISC*(U(I+1,J)-U(I,J))/XVC(I)
              FLWEUS(I,J) = CONV - DIFF
          25  CONTINUE
          END IF
C*
C*****          FRONTEIRAS WEST e EST
C*
C*****          FRONTEIRA WEST
C*
          DO 30 J=2,M2,1
            UM=U(2,J)
C*
            UPW=U(3,J)
            IF(UM.GE.0.0) UPW=U(2,J)
            CONV=UPW*UM
C*
            DIFF=VISC*(U(3,J)-U(2,J))/(2.0*DX(2))
            FLWEUS(1,J)=CONV-DIFF
C*
C*****          FRONTEIRA EST

```

```

C*
      UM=U(L1,J)
C*
      UPW=U(L1,J)
      IF(UM.GE.0.0) UPW=U(L2,J)
      CONV=UPW*UM
C*
      DIFF=VISC*(U(L1,J)-U(L2,J))/(2.0*DX(L1))
      FLWEUS(L1,J)=CONV-DIFF
C*
      30 CONTINUE
C*
C*****      BALANCO DE FLUXO CONV/DIFF NA DIRECAO  SUL-NORTE
C*
      IF(ICH.EQ.1) THEN
C*****      ESQUEMA  UPWIND  *****
      DO 40 I=2,L1,1
      DO 40 J=2,M1,1
      VM=(V(I,J)+V(I-1,J))*0.5
C*
      UPW=U(I,J)
      IF(VM.GE.0.0) UPW=U(I,J-1)
      CONV=UPW*VM
C*
      DIFF=VISC*(U(I,J)-U(I,J-1))/DY(J)
      FLSNUS(I,J)=CONV-DIFF
      40 CONTINUE
      ELSE
C*****      ESQUEMA  QUICK  *****
      DO 45 I=2,L1,1
      DO 45 J=2,M1,1
      VM = (V(I,J)+V(I-1,J))*0.5
      UM = (U(I,J)+U(I,J-1))*0.5
      IF(J.LE.3.OR.J.GE.M2) THEN
C*
      UPW = U(I,J)
      IF(VM.GE.0.0) UPW = U(I,J-1)
C*
      CONV = UPW*VM
      ELSE
      JP = J
      IF(VM.LT.0.0) JP = J+1
      GRAD1 = U(I,JP) - U(I,JP-1)
      GRAD2 = U(I,JP-1) - U(I,JP-2)
      CONV = (UM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*VM
      END IF
      DIFF = VISC*(U(I,J)-U(I,J-1))/DY(J)
      FLSNUS(I,J) = CONV - DIFF
      45 CONTINUE
      END IF
C*
C*****      FRONTEIRAS SUL E NORTE JA' INCLUIDAS NO BALANCO SUL-NORTE
C*
C*****      FLUXO CONV/DIFF PARA O VOLUME DE CONTROLE
C*****      DESLOCADO PARA A VELOCIDADE U(i,j)
C*
      DO 50 I=3,L2,1
      DO 50 J=2,M2,1
      FLUXUV(I,J)=R(J)*YVC(J)*FLWEUS(I,J)-R(J)*YVC(J)*FLWEUS(I-1,J)
      $          +RV(J+1)*DX(I)*FLSNUS(I,J+1)-RV(J)*DX(I)*FLSNUS(I,J)
      50 CONTINUE
C*
C*****
C*
      FIM DA ROTINA
C*

```

```

RETURN
END

C*
C*
C*
SUBROUTINE FLUXV(L1,M1,R,RV,U,V,VISC,FLUXVV,ICH,DX,DY,XVC,YVC)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Rotina:
C*      Calcular o somato'rio dos fluxos convectivos e difu-
C*      sivos no volume de controle deslocado para a veloci-
C*      dade V(i,j).
C*      L1,M1: Numero ma'ximo de no's na direcao X,Y, respectivamente
C*      X,Y : Cotas na direcao X e Y dos volumes deslocados
C*      XU,YV: Cotas na direcao X e Y dos volumes principais
C*      U,V : Velocidades U(i,j) e V(i,j) do problema
C*      VISC: viscosidade cinematica do fluido
C*      FLUXVV: Somato'rio dos fluxos convectivos e difusivos
C*      nas faces do volume deslocado para a componem-
C*      de velocidade V(i,j).
C*      ICH: Igual a 1 para ESQUEMA UPWIND, igual a 2 ESQUEMA QUICK
C*****
C*
DOUBLE PRECISION DX(*),DY(*),XVC(*),YVC(*),R(*),RV(*)
DOUBLE PRECISION U(200,*),V(200,*),VISC
DOUBLE PRECISION FLUXVV(200,*),FLWEVS(200,200),FLSNVS(200,200)
INTEGER L1,M1,ICH

C*
C*****  DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
L2=L1-1
M2=M1-1

C*
C*****      FLUXO DA COMPONENTE DE VELOCIDADE      V
C*
C*****      ZERANDO OS CONJUNTOS A SEREM CALCULADOS
C*
DO 10 I=1,L1,1
DO 10 J=1,M1,1
FLWEVS(I,J)=0.0
FLSNVS(I,J)=0.0
FLUXVV(I,J)=0.0
10 CONTINUE

C*
C*****      BALANCO DE FLUXO CONV/DIFF NA DIRECAO WEST-EAST
C*
IF(ICH.EQ.1)THEN
C*****      ESQUEMA UPWIND      *****
DO 20 I=2,L1,1
DO 20 J=2,M1,1
UM=(U(I,J)+U(I,J-1))*0.5

C*
UPW=V(I,J)
IF(UM.GE.0.0) UPW=V(I-1,J)
CONV=UPW*UM

C*
DIFF=VISC*(V(I,J)-V(I-1,J))/DX(I)
FLWEVS(I,J)=CONV-DIFF
20 CONTINUE
ELSE
C*****      ESQUEMA QUICK      *****
DO 25 I=2,L1,1
DO 25 J=2,M1,1
UM=(U(I,J)+U(I,J-1))*0.5

```

```

VM=(V(I,J)+V(I-1,J))*0.5
IF(I.LE.2.OR.I.EQ.L1) THEN
C*
      UPW = V(I,J)
      IF(UM.GE.0.0) UPW = V(I-1,J)
C*
      CONV = UPW*UM
      ELSE
      IP = I
      IF(UM.LT.0.0) IP = I+1
      GRAD1 = V(IP,J)-V(IP-1,J)
      GRAD2 = V(IP-1,J)-V(IP-2,J)
      CONV = (VM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*UM
      END IF
      DIFF = VISC*(V(I,J)-V(I-1,J))/DX(I)
      FLWEVS(I,J) = CONV - DIFF
25      CONTINUE
      END IF
C*
C*****  FRONTEIRAS WEST-EAST JA' INCLUIDAS NO BALANCO WEST-EAST
C*
C*****  BALANCO DE FLUXO CONV/DIFF NA DIRACAO    SUL-NORTE
C*
      IF(ICH.EQ.1) THEN
C*****  ESQUEMA  UPWIND  *****
      DO 30 I=2,L2,1
      DO 30 J=2,M2,1
      VM=(V(I,J+1)+V(I,J))*0.5
C*
      UPW=V(I,J+1)
      IF(VM.GE.0.0) UPW=V(I,J)
      CONV=UPW*VM
C*
      DIFF=VISC*(V(I,J+1)-V(I,J))/YVC(J)
      FLSNVS(I,J)=CONV-DIFF
30      CONTINUE
      ELSE
C*****  ESQUEMA  QUICK  *****
      DO 35 I=2,L2,1
      DO 35 J=2,M2,1
      VM=(V(I,J+1)+V(I,J))*0.5
      IF(J.LE.2.OR.J.GE.M2) THEN
C*
      UPW = V(I,J+1)
      IF(VM.GE.0.0) UPW = V(I,J)
C*
      CONV = UPW*VM
      ELSE
      JP = J
      IF(VM.LT.0.0) JP = J+1
      GRAD1 = V(I,JP+1)-V(I,JP)
      GRAD2 = V(I,JP)-V(I,JP-1)
      CONV = (VM-((GRAD1-GRAD2)/8.0))*VM
      END IF
      DIFF = VISC*(V(I,J+1)-V(I,J))/YVC(J)
      FLSNVS(I,J) = CONV - DIFF
35      CONTINUE
      END IF
C*
C*****  FRONTEIRA    SUL e    NORTE
C*
C*****  BALANCO DE FLUXO CONV/DIFF NA FRONTEIRA    SUL
C*
      DO 40 I=2,L2,1

```

```

      VM=V(I,2)
C*
      UPW=V(I,3)
      IF(VM.GE.0.0) UPW=V(I,2)
      CONV=UPW*VM
C*
      DIFF=VISC*(V(I,3)-V(I,2))/(2.0*DY(2))
      FLSNVS(I,1)=CONV-DIFF
C*
C*****      FRONTEIRA      NORTE
C*
C*****      BALANCO DE FLUXO CONV/DIFF NA FRONTEIRA      NORTE
C*
      VM=V(I,M1)
C*
      UPW=V(I,M1)
      IF(VM.GE.0.0) UPW=V(I,M2)
      CONV=UPW*VM
C*
      DIFF=VISC*(V(I,M1)-V(I,M2))/(2.0*DY(M1))
      FLSNVS(I,M1)=CONV-DIFF
C*
40  CONTINUE
C*
C*****      FLUXO CONV/DIFF PARA O VOLUME DE CONTROLE
C*****      DESLOCADO PARA A VELOCIDADE      V(i,j)
C*
      DO 50 I=2,L2,1
      DO 50 J=3,M2,1
      FLUXVV(I,J)=RV(J)*DY(J)*FLWEVS(I+1,J)-RV(J)*DY(J)*FLWEVS(I,J)
      $      +R(J)*XVC(I)*FLSNVS(I,J)-R(J-1)*XVC(I)*FLSNVS(I,J-1)
50  CONTINUE
C*
C*****      FIM DA ROTINA
C*
      RETURN
      END
C*
C*
C*
      SUBROUTINE MATRIZ(L1,M1,IEL,R,RV,DX,DY,XVC,YVC,A)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Rotina:
C*      Montar a matriz de Rigidez do problema A(i,j) na
C*      forma de vetor A(ij) por ser matriz simetrica
C*      L1: Numero ma'ximo de no's da malha na direcao X
C*      M1: Numero ma'ximo de no's da malha na direcao Y
C*      IEL: Numero ma'ximo de elementos que ira' conter o
C*      vetor A(ij)
C*      XU,YV: Cotas da velocidade U(i,j) e V(i,j) respectivamente
C*      X,Y : Cotas da pressao respectivamente em X e Y
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION AE,AW,AN,AS
      DOUBLE PRECISION R(*),RV(*),A(IEL)
      DOUBLE PRECISION DX(*),DY(*),XVC(*),YVC(*)
      INTEGER L1,M1
C*
C*****      DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1
      L3=L1-2
      M3=M1-2

```

```

C*
C***** ZERANDO O VETOR DE RIGIDEZ A(ij)
C*
      DO 1 I=1,IEL,1
      A(I)=0.0
1    CONTINUE
C*
C***** NOS INTERNOS MAIS A "FRONTEIRA WEST", (I=2)
C*
      DO 10 J=2,M3,1
      DO 10 I=2,L3,1
C*
C***** DETERMINACAO DOS INDICES DO VETOR A(IJ) E DOS COMPONENTES
C***** DO VETOR PARA A MATRIZ DE RIGIDEZ QUANDO,I=2,3,..,J=2,3,4,..
C*
      M=(I-1)+(J-2)*(L2-1)
      NE=M+1
      NN=M+(L2-1)
      MM=IPOS(M,M,L2)
      MNE=IPOS(M,NE,L2)
      MNN=IPOS(M,NN,L2)
      AE=R(J)*YVC(J)/DX(I+1)
      AN=RV(J+1)*XVC(I)/DY(J+1)
      IF(J.EQ.2)THEN
        IF(I.EQ.2)THEN
          AW=0.0
          AS=0.0
        ELSE
          AW=R(J)*YVC(J)/DX(I)
          AS=0.0
        END IF
      ELSE
        IF(I.EQ.2)THEN
          AW=0.0
          AS=RV(J)*XVC(I)/DY(J)
        ELSE
          AS=RV(J)*XVC(I)/DY(J)
          AW=R(J)*YVC(J)/DX(I)
        END IF
      END IF
      A(MM)=AE+AW+AN+AS
      A(MNE)=-AE
      A(MNN)=-AN
10   CONTINUE
C*
C***** DETERMINACAO DOS INDICES DO VETOR A(IJ) E DOS COMPONENTES
C***** DO VETOR PARA A MATRIZ DE RIGIDEZ QUANDO J=M2 e I=2,3,..
C*
      J=M2
      AN=0.0
      DO 20 I=2,L3,1
      M=(I-1)+(J-2)*(L2-1)
      NE=M+1
      MM=IPOS(M,M,L2)
      MNE=IPOS(M,NE,L2)
      AE=R(J)*YVC(J)/DX(I+1)
      IF(I.EQ.2)THEN
        AW=0.0
        AS=RV(J)*XVC(I)/DY(J)
      ELSE
        AW=R(J)*YVC(J)/DX(I)
        AS=RV(J)*XVC(I)/DY(J)
      END IF
      A(MM)=AE+AW+AN+AS

```



```

      A(MNE)=-AE
20  CONTINUE
C*
C***** DETERMINACAO DOS INDICES E DOS COMPONENTES DO VETOR A(ij)
C***** DA MATRIZ DE RIGIDEZ A(i,j) QUANDO I=L2 e J=2,3,...
C*
      I=L2
      AE=0.0
      DO 30 J=2,M2,1
        M=(I-1)+(J-2)*(L2-1)
        NN=M+(L2-1)
        MM=IPOS(M,M,L2)
        AW=R(J)*YVC(J)/DX(I)
        IF(J.NE.M2)THEN
          MNN=IPOS(M,NN,L2)
          IF(J.EQ.2)THEN
            AN=RV(J+1)*XVC(I)/DY(J+1)
            AS=0.0
            A(MNN)=-AN
          ELSE
            AN=RV(J+1)*XVC(I)/DY(J+1)
            AS=RV(J)*XVC(I)/DY(J)
            A(MNN)=-AN
          END IF
        ELSE
          AN=0.0
          AS=RV(J)*XVC(I)/DY(J)
        END IF
        A(MM)=AE+AW+AN+AS
30  CONTINUE
C*
C***** FIM DA ROTINA
C*
      RETURN
      END
C*
C*
C*
      SUBROUTINE MONTAB(L1,M1,R,RV,U,V,DT,N,DX,DY,XVC,YVC,
      $ SFU,SFV,FLUXUV,FLUXVV,B)
C*
C*****
C* Finalidade desta Rotina:
C* Montar o vetor solucao do problema,{B}, que e':
C* [A]{P}={B}
C* L1: numero ma'xino de no's da malha na direcao X
C* M1: numero ma'xino de no's da malha na direcao Y
C* XU,YV: cotas da posicao das velocidades U(i,j) e V(i,j)
C* X,Y : Cotas da posicao da pressao no eixo X e Y
C* U,V: Velocidades na direcao X e Y respectivamente
C* N: Conte'm o tamanho da matriz de rigidez calculado
C* como segue N=(L2-1)*(M2-1).
C* DT: Passo de tempo de calculo
C* FLUXUV,FLUXVV: Somato'rio dos fluxos convectivos e di-
C* fusivos respectivamente nos volumes
C* deslocados para U(i,j) e V(i,j).
C*****
      DOUBLE PRECISION R(*),RV(*),B(N),DT
      DOUBLE PRECISION DX(*),DY(*),XVC(*),YVC(*)
      DOUBLE PRECISION U(200,*),V(200,*),SFU(200,*),SFV(200,*)
      DOUBLE PRECISION FLUXUV(200,*),FLUXVV(200,*)
      INTEGER L1,M1
C*
C***** DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA

```

```

C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1
C*
C*****  MONTANDO O VETOR SOLUCAO {B(j)}
C*
      DO 10 J=2,M2,1
      DO 10 I=2,L2,1
          VAX=RV(J)*V(I,J)-RV(J+1)*V(I,J+1)
          B1=(YVC(J)/DT)*(R(J)*U(I,J)-R(J)*U(I+1,J))+(XVC(I)/DT)*VAX
          B2=(FLUXUV(I+1,J)/DX(I+1))-(FLUXUV(I,J)/DX(I))
          B3=(FLUXVV(I,J+1)/DY(J+1))-(FLUXVV(I,J)/DY(J))
          B4=(SFV(I,J)/DY(J))-(SFV(I,J+1)/DY(J+1))+
          $      (SFU(I,J)/DX(I))-(SFU(I+1,J)/DX(I+1))
C*
C*****  DETERMINANDO A POSICAO DO COMPONENTE DO VETOR E O VETOR
C*
          M=(I-1)+(J-2)*(L2-1)
          B(M)=B1+B2+B3+B4
      10  CONTINUE
C*
C*****  FIM DA ROTINA
C*
      RETURN
      END
C*
C*
C*
      SUBROUTINE EQDMX(L1,M1,R,DX,YVC,U,P,DT,SFU,FLUXUV)
C*
C*****
C*  Finalidade desta Rotina:
C*      Resolver a equacao de quantidade de movimento para deter-
C*      minar o campo de velocidade U(i,j) no passo de tempo (t+dt)
C*  L1:  numero ma'xino de no's da malha na direcao X
C*  M1:  numero ma'xino de no's da malha na direcao Y
C*  YV:  Cotas da posicao das velocidades V(i,j)
C*  X :  Cotas da posicao da pressao no eixo X
C*  U :  Velocidade na direcao X
C*  P :  Componente de pressao dividida pela densidade
C*  DT:  Passo de tempo de calculo
C*  FLUXUV: Somato'rio dos fluxos convectivos e difusivos
C*          nos volumes deslocados para U(i,j)
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION R(*),U(200,*),P(*),PP(200,200),DT,FLUXUV(200,*)
      DOUBLE PRECISION DX(*),YVC(*),SFU(200,*)
      INTEGER L1,M1
C*
C*****  DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
          L2=L1-1
          M2=M1-1
C*
C*****  TRANSFORMANDO O VETOR P(IJ) NA MATRIZ PP(I,J)
C*
          DO 8 J=2,M2,1
          DO 8 I=2,L2,1
              M= (I-1)+(J-2)*(L2-1)
              PP(I,J)=P(M)
          8  CONTINUE
C*
C*
C*****  CALCULO DA VELOCIDADE NODAL U(i,j) NO TEMPO (t+dt)
C*

```

```

DO 10 I=3,L2,1
DO 10 J=2,M2,1
    UAUX=FLUXUV(I,J)/(R(J)*YVC(J)*DX(I))
    UAUX=UAUX+((PP(I,J)-PP(I-1,J))/DX(I))
    U(I,J)=U(I,J)-(DT*UAUX)+(DT*SFU(I,J)/(R(J)*YVC(J)*DX(I)))
10 CONTINUE
C*
C*****          FIM DE ROTINA
C*
    RETURN
    END
C*
    SUBROUTINE EQDMY(L1,M1,RV,DY,XVC,V,P,DT,SFV,FLUXVV,BETA,G,TEMP)
C*
C*****
C*      Finalidade desta rotina:
C*      Resolver a equacao da quantidade de movimento em regime
C*      transiente para determinar a velocidade V(i,j) em t+dt
C*      L1: numero ma'xino de no's da malha na direcao X
C*      M1: numero ma'xino de no's da malha na direcao Y
C*      XU: Cotas da posicao das velocidades U(i,j)
C*      Y : Cotas da posicao da pressao no eixo Y
C*      V : Velocidade na direcao Y
C*      P : Componente de pressao dividida pela densidade
C*      DT: Passo de tempo de calculo
C*      FLUXVV: Somato'rio dos fluxos convectivos e difusivos
C*              nos volumes deslocados para V(i,j)
C*      BETA: Coeficiente de expansao termica
C*****
C*
    DOUBLE PRECISION RV(*),V(200,*),P(*),PP(200,200),DT,FLUXVV(200,*)
    DOUBLE PRECISION DY(*),XVC(*),SFV(200,*),BETA,G,TEMP(200,*)
    INTEGER L1,M1
C*
    DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
    L2=L1-1
    M2=M1-1
C*
C*****      TRANSFORMANDO O VETOR P(IJ) NA MATRIZ PP(I,J)
C*
    DO 8 J=2,M2,1
    DO 8 I=2,L2,1
        M= (I-1)+(J-2)*(L2-1)
        PP(I,J)=P(M)
    8 CONTINUE
C*
C*****      CALCULO DA VELOCIDADE NODAL V(I,J) NO TEMPO (t+dt)
C*
    DO 10 I=2,L2,1
    DO 10 J=3,M2,1
        VAUX=FLUXVV(I,J)/(RV(J)*XVC(I)*DY(J))
        VAUX=VAUX+((PP(I,J)-PP(I,J-1))/DY(J))
        VAUX=DT*G*BETA*(TEMP(I,J)-TEMP(L1,1))
C      Boussinesq - Temp(L1,1) é Temperatura de referência
        V(I,J)=V(I,J)-(DT*VAUX)+(DT*SFV(I,J)/(RV(J)*DY(J)*XVC(I)))+
$      VAUXT
    10 CONTINUE
C*
C*****          FIM DE ROTINA
C*
    RETURN
    END
C*

```

```

C*
C*
      INTEGER FUNCTION IPOS(I,J,NB)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Funcao:
C*
C*      Funcao para determinar o indice do vetor cor-
C*      respondente a posicao na matriz, isto e', A(i,j)
C*      equivalente a A(ij).
C*
C*      NB: Valor da meia banda da matriz A(i,j).
C*****
C*
      IF(J.LE.NB)THEN
          IPOS=I+(J*(J-1)/2)
      ELSE
          IPOS=(NB*(NB+1)/2)+(NB*(J-NB-1))+(NB-(J-I))
      END IF
      RETURN
      END

C*
C*
C*
      INTEGER FUNCTION NELE(N,NB)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Funcao:
C*      determinar o numero de elementos que o vetor que
C*      ira' conter a matriz de rigidez tera'.
C*
C*      N: e' a variavel que contem a dimensao da matriz do
C*      problema N= (L2-1)*(M2-1).
C*      NB: e' o tamanho da meia banda da matriz de rigidez
C*      que para o me'todo de volumes FINITOS e' igual a
C*      L2
C*****
C*
      INTEGER SOMA,NB,K,N
          SOMA=0
          DO 1 K=1,NB
              SOMA=SOMA+(NB-K)
          1 CONTINUE
          NELE=N*NB-SOMA
          RETURN
          END

C*
C*
C*
      SUBROUTINE BILAN(R,RV,XVC,YVC,U,V,L1,M1,BMASSA)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Rotina:
C*      Fazer o balanço de massa em cada volume de con-
C*      trole principal.
C*      XU,YV: Cotas das velocidades U(i,j) e V(i,j)
C*      U,V: velocidades U(i,j) e V(i,j) do dominio
C*      L1,M1 :Nu'mero ma'ximo de no's na direcao X e Y
C*      BMASSA: Balanço de massa em cada volume de controle
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION R(*),RV(*),U(200,*),V(200,*),BM(200,200),BMASSA
      DOUBLE PRECISION XVC(*),YVC(*)
      INTEGER L1,M1

```

```

C*
C***** DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1
C*
C***** CALCULO DO BALANCO DE MASSA EM CADA VOLUME
C*
      DO 1 I= 2,L2,1
      DO 1 J= 2,M2,1
          DFU=R(J)*U(I+1,J)-R(J)*U(I,J)
          DFV=RV(J+1)*V(I,J+1)-RV(J)*V(I,J)
          BM(I,J)=ABS(YVC(J)*DFU+XVC(I)*DFV)
          BMASSA=DMAX1(BM(I,J),BMASSA)
      1  CONTINUE
C*
C*****          FIM DE ROTINA
C*
      RETURN
      END
C*
C*
C*
      SUBROUTINE DECOG(A,L,N,NE,NB)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Rotina:
C*          Esta sub-rotina realiza a decomposicao de uma
C*          matriz banda simetrica positiva definida em
C*          uma matriz triangular superior banda guardan-
C*
C*      A : Conjunto que originalmente contem a matriz
C*          a ser decomposta e ja esta na forma de VE-
C*          TOR. exemplo, A(1), A(2), .....A(NE).
C*
C*      N : Ordem da matriz Original A(i,j)
C*      NB: Tamanho da Banda da Matriz Original A(i,j).
C*      NE: Numero de Elementos do VETOR A(ij) e L(ij).
C*****
C
      DOUBLE PRECISION A(NE),L(NE),SOMA
      INTEGER I,J,M,MI,I1,I2,I3,JI,ICONT,JFIM,IPOS
C
      VERIFICANDO SE A(1) E MAIOR QUE ZERO
C
      IF(A(1).LE.0.0) GO TO 100
C
      CALCULANDO O VALOR DO PRIMEIRO ELEMENTO DO VETOR
      DECOMPOSTO L(1).
C
      L(1)=DSQRT(A(1))
C
      CALCULANDO OS DEMAIS ELEMENTOS DO VETOR DECOM-
      POSTO RELATIVOS A PRIMEIRA LINHA DA MATRIZ ORI-
      GINAL.
C
      I=1
      DO 10 J=2,NB
          IJ=IPOS(I,J,NB)
          L(IJ)=A(IJ)/L(1)
      10  CONTINUE
C
      i-Calculando o elemento correspondente a dia-
      gonal principal,exemplo L(2,2), L(3,3)

```

```

C      L(4,4),..... . . . . L(n,n).
C
DO 20 I=2,N
  SOMA=0.0
  I2=1
  I1=I-1
  IF(I.GT.NB) I2=I+1-NB
  DO 30 M=I2,I1
    MI=IPOS(M,I,NB)
    SOMA=SOMA+L(MI)*L(MI)
30  CONTINUE
  II=IPOS(I,I,NB)
C  ELIMINANDO POSSIVEL SINGULARIDADE DA MATRIZ A(I,J)
C  PELA ADICAO DE UMA CONSTANTE IGUAL A 1.0E-10 AO
C  ULTIMO ELEMENTO DA DIAGONAL PRINCIPAL, A(NE)
  IF(II.EQ.NE) A(II)=A(II)+1.0E-10
  L(II)=A(II)-SOMA
  IF(L(II).LE.0.0)GO TO 100
  L(II)=DSQRT(L(II))
C
C  VERIFICANDO SE O ULTIMO ELEMENTO DO VETOR DE-
C  COMPOSTO, L(NE), JA FOI CALCULADO,PARA TERMI-
C  NAR OU CONTINUAR .
C
  IF(I.GE.N) GO TO 90
C
C  ii-CALCULANDO OS DEMAIS ELEMENTOS DO VETOR DECOM-
C  POSTO RELATIVOS A MESMA LINHA DA MATRIZ ORIGINA
C
  I3=I+2-NB
  JI=I+1
  JFIM=I1+NB
  IF(JFIM.GT.N) JFIM=N
  ICONT=0.0
  DO 40 J=JI,JFIM
    M=1
    IF(I3.GT.0.0) M=I3
    SOMA=0.0
50  CONTINUE
    IF(ICONT.EQ.(NB-2)) GO TO 52
    MI=IPOS(M,I,NB)
    MJ=IPOS(M,J,NB)
    SOMA=SOMA+L(MI)*L(MJ)
    IF(M.GE.I1) GO TO 51
    M=M+1
    GO TO 50
51  CONTINUE
    ICONT=ICONT+1
52  CONTINUE
    IJ=IPOS(I,J,NB)
    L(IJ)=(A(IJ)-SOMA)/L(II)
    IF(NB.EQ.N) M=1
40  CONTINUE
20  CONTINUE
GO TO 90
100 CONTINUE
C
C  Imprimindo mensagem de ERRO se A(i,i) ou L(i,i)
C  forem menores ou iguais a ZERO
C
  WRITE(6,1)
1  FORMAT('RADICANDO NULO OU NEGATIVO')
90  CONTINUE
    RETURN

```

```

                END
C*
C*
C*
        SUBROUTINE SYSINF(L,Y,B,N,NE,NB)
C*
C*****
C*   Finalidade desta Rotina:
C*       - Achar as raizes do sistema triangular inferior
C*         representado pelo vetor {Y} sendo fornecido a
C*         matriz triangular inferior na forma de vetor
C*         { L } e o vetor solucao {B}.
C*
C*   Problema a ser resolvido      [L]{Y}={B}.
C*   Determinar {Y} sendo conhecido [L] e {B}.
C*
C*   L : Matriz triangular inferior na forma de VETOR
C*   Y : Vetor incognita do problema
C*   B : Vetor solucao do sistema
C*   N : Ordem da matriz triangular inferior, [L]
C*   NE: Numero de elementos do vetor {L} que contem
C*        os elementos da matriz triangular inferior
C*   NB: Tamanho da banda da matriz triangular inferior
C*****
        DOUBLE PRECISION L(NE),Y(N),B(N),SOMA
        INTEGER I,I1,NB,IM
C
C   CALCULO DO PRIMEIRO ELEMENTO DO VETOR INCOGNITA
C   ISTO E;  Y(1)
C
        Y(1)=B(1)/L(1)
C
C   CALCULO DOS DEMAIS ELEMENTOS DO VETOR INCOGNITA
C   Y NA SEQUENCIA CRESCENTE,  ISTO E;  Y(2),Y(3)..,
C   .....,Y(N-1),Y(N).
C
        DO 20 I=2,N
            IM=1
            I1=I-1
            IF(I.GT.NB)IM=I+1-NB
            SOMA=0.0
            DO 10 M=IM,I1
C*****
                MI=(NB*(NB+1)/2)+(NB*(I-NB-1))+(NB-(I-M))
                IF(I.LE.NB) MI=M+(I*(I-1)/2)
C*****
                SOMA=SOMA+L(MI)*Y(M)
            10    CONTINUE
C*****
                II=(NB*(NB+1)/2)+(NB*(I-NB-1))+(NB-(I-I))
                IF(I.LE.NB) II=I+(I*(I-1)/2)
C*****
                Y(I)=(B(I)-SOMA)/L(II)
            20    CONTINUE
            RETURN
        END
C*
C*
C*
        SUBROUTINE SYSSUP(L,Y,X,N,NE,NB)
C*
C*****
C*   Finalidade desta sub-rotina:
C*       - Achar as raizes do sistema triangular superior
C*         representado pelo vetor {X} sendo fornecida a
C*         matriz triangular superior na forma de VETOR

```

```

C*          {L} e o vetor solucao do sistema {Y}.
C*
C*          Problema a ser resolvido [L]{X}={Y}.
C*          Determinar {X} conhecido [L] e {Y}
C*
C*          L : Matriz triangular superior na forma de VETOR
C*          Y : Vetor solucao do sistema
C*          X : Vetor incognita do problema
C*          N : Ordem da matriz triangular superior [L]
C*          NE: numero de elementos do vetor {L} que contem
C*              os elementos da matriz triangular superior
C*          NB: Tamanho da banda da matriz triangular superior
C*****
          DOUBLE PRECISION L(NE),Y(N),X(N),SOMA
          INTEGER I,K,N1,NB,MI,MF

C
C          CALCULO DO ULTIMO ELEMENTO DO VETOR INCOGNITA
C          ISTO E; X(N)
C
          X(N)=Y(N)/L(NE)

C
C          CALCULO DOS DEMAIS ELEMENTOS DO VETOR INCOGNITA
C          X NA SEQUENCIA DECRESCENTE;ISTO E; X(N-1),X(N-2)
C          X(N-3) . . . . . ,X(2),X(1).
C
          N1=N-1
          DO 20 K=1,N1
            I=N-K
            MI=I+1
            MF=I-1+NB
            IF(MF.GT.N)MF=N
            SOMA=0.0
            DO 10 M=MI,MF
C*****
              IM=(NB*(NB+1)/2)+(NB*(M-NB-1))+(NB-(M-I))
              IF(M.LE.NB) IM=I+(M*(M-1)/2)
C*****
              SOMA=SOMA+L(IM)*X(M)
            10          CONTINUE
C*****
              II=(NB*(NB+1)/2)+(NB*(I-NB-1))+(NB-(I-I))
              IF(I.LE.NB) II=I+(I*(I-1)/2)
C*****
              X(I)=(Y(I)-SOMA)/L(II)
            20          CONTINUE
              RETURN
          END

C*
C*
C*
          SUBROUTINE DTIME(DX,DY,L1,M1,U,V,VISC,ALFA,DT,FRT)
C*
C*****
C*          Finalidade desta rotina :
C*              calcular o passo de tempo otimo para a integracao
C*
C*          L1,M1: Numero maximo de volumes nas direcoes X e Y
C*          DX,DY: Comprimento e altura do volume deslocado
C*          U,V : Compomentes de velocidade na direcao X e Y
C*          VISC : Viscosidade cinematica do fluido
C*          ALFA : Coeficiente de difusividade termica do fluido
C*          DT : Passo de tempo calculado
C*          FRT : Fator de relaxacao do passo de tempo otimo
C*****

```



```

C*
DOUBLE PRECISION DX(*),DY(*),U(200,*),V(200,*),DTT
DOUBLE PRECISION VISC,ALFA,DT,DTC,DTDH,DTDT,FRT,DTDIFH,DTDIFT
INTEGER L1,M1
DATA DTMIN,DTC,DTDH,DTDT/1.0,0.0,0.0,0.0/
C*
C***** PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1
C*
C***** CALCULO DO PASSO DE TEMPO DE CONVECAO, DTCONV
C*
      DO 10 I=2,L2,1
      DO 10 J=2,M2,1
          DTC=DMAX1((U(I,J)/DX(I)+V(I,J)/DY(J)),DTC)
10    CONTINUE
      DTCONV=1.0/(DTC + 1.0E-10)
      IF(DTC.LE.0.0) DTCONV=DTMIN
C*
C***** CALCULO DO PASSO DE TEMPO DE DIFUSAO HIDRODINAMICA, DTDIFH
C*
      DO 20 I=2,L2,1
      DO 20 J=2,M2,1
          XNN=VISC
          DTDH=DMAX1((XNN/DX(I)/DX(I)+XNN/DY(J)/DY(J)),DTDH)
20    CONTINUE
C*
      DTDIFH=0.5/(DTDH + 1.0E-10)
      IF(DTDH.LE.0.0) DTDIFH=DTMIN
C*
C***** Calculo do Passo de Tempo de Difusao Termica *****
C*
      DO 25 I=2,L2,1
      DO 25 J=2,M2,1
          DTDH=DMAX1((ALFA/DX(I)/DX(I)+ALFA/DY(J)/DY(J)),DTDT)
25    CONTINUE
      DTDIFT=0.5/DTDT
      IF(DTDT.LE.0.0) DTDIFT=DTMIN
C*
C***** CALCULO DO PASSO DE TEMPO HIDRODINÂMICO
C*
      DT=1.0/(1.0/DTCONV + 1.0/DTDIFH)
C*
C***** CALCULO DO PASSO DE TEMPO TÉRMICO
C*
      DTT=1.0/(1.0/DTCONV + 1.0/DTDIFT)
C*
C***** PASSO DE TEMPO DE INTEGRAÇÃO (mínimo entre o hidrodinâmico e
térmico)
      DT=DMIN1(DT,DTT)
C*
      Correção, utilizando o Fator de Relaxação
C*
      DT=DT/FRT
C*
C***** FIM DE ROTINA
C*
      RETURN
      END
C*
C*
C*
SUBROUTINE TEMPT(L1,M1,U,V,ALFA,DX,DY,XVC,YVC,DT,TEMP,
$              DIFTEMP,ICH)

```

```

C*
C*****
C*   Finalidade Desta Rotina:
C*           Calcular a distribuição de temperaturas TEMP ao longo do
C*           domínio.
C*   L1,M1: Numero máximo de nós na direção x e y, respectivamente
C*   X,Y : Cotas na direção X e Y dos volumes principais
C*   XU,YV: Cotas na direção X e Y dos volumes deslocados
C*   U,V : Velocidades U(i,j) e V(i,j) calculados em rotinas
C*           anteriores
C*   FLWET: Fluxos convectivo e difusivo na direção x
C*   FLSNT: Fluxos convectivo e difusivo na direção y
C*   FLT: Somatório dos fluxos convectivos e difusivos
C*           nas faces do volume para a temperatura TEMP.
C*   ICH: Igual a 1 para ESQUEMA UPWIND e igual a 2 para QUICK
C*   ALFA: Coeficiente de difusividade térmica do fluido, definido na
C*           subrotina USER.
C*   DTT: intervalo de tempo de integração Térmico
C*   TEMP(i,j): Temperaturas nos volumes de controle do domínio.
C*   ERT: Desvio DEFINIDO do valor da temperatura, em relação ao
anterior
C*   DIFTEMP: Desvio calculado do valor da temperatura em relação ao
anterior
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION DX(*),DY(*),XVC(*),YVC(*)
      DOUBLE PRECISION U(200,*),V(200,*)
      DOUBLE PRECISION FLWET(200,200),FLSNT(200,200),FLT(200,200)
      DOUBLE PRECISION TEMP(200,*)
      DOUBLE PRECISION CONVT,DIFFT,DT,ALFA
      DOUBLE PRECISION TEMPWE,TEMPSN,DIFTEMP
      INTEGER L1,M1,L2,M2,I,J,ICH

C*
C*****  DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1

C*
C*****  Inicializando as variáveis
C*
      DO 310 I=2,L1,1
      DO 310 J=2,M1,1
          FLWET(I,J)=0.0
          FLSNT(I,J)=0.0
          FLT(I,J)=0.0
      310  CONTINUE
          DIFTEMP=0.0

C*
C*****          Fluxos térmicos convectivos e difusivos *****
C*
      DO 320 I=2,L1,1
      DO 320 J=2,M1,1
C*****          Fluxo convectivo, face Oeste *****
      IF(ICH.EQ.1)THEN
C*****          Esquema Upwind *****
      IF(I.EQ.2) THEN
          TEMPWE=TEMP(I-1,J)
      ELSE
          IF(I.EQ.L1) THEN
              TEMPWE=TEMP(I,J)
          ELSE
              IF(U(I,J).GE.0.0) THEN
                  TEMPWE=TEMP(I-1,J)

```



```

          $              (TEMP(I,J-2)+TEMP(I,J)-TEMP(I,J-
1)*2.0)/8.0
          ELSE
          TEMPSN=(TEMP(I,J-1)+TEMP(I,J))*0.5-
          $              (TEMP(I,J-1)+TEMP(I,J+1)-
TEMP(I,J)*2.0)/8.0
          ENDIF
        ENDIF
      ENDIF
    ENDIF
    CONVT=TEMPSN*V(I,J)
  C*
  C*              Fluxo difusivo
  DIFFT=ALFA*(TEMP(I,J)-TEMP(I,J-1))/DY(J)
  C*
  C*              Somatorio dos fluxos convectivo e difusivo na face Sul
  FLSNT(I,J)=CONVT-DIFFT
320  CONTINUE
  C*
  C*              Temperatura em cada volume de controle do domínio
  DO 330 I=2,L2,1
  DO 330 J=2,M2,1
  C*
  C*****          FLUXOS CONVECTIVO E DIFUSIVO PARA O VOLUME DE CONTROLE
  C*
          FLT(I,J)=YVC(J)*FLWET(I+1,J)-YVC(J)*FLWET(I,J)
          $              +XVC(I)*FLSNT(I,J+1)-XVC(I)*FLSNT(I,J)
  C*****
  C*****          TEMPERATURA EM CADA VOLUME DE CONTROLE DO DOMINIO *****
  C*****
          TEMP(I,J)=TEMP(I,J)-FLT(I,J)*DT/(XVC(I)*YVC(J))
  C*              Desvio dos valores de temperatura em relação ao tempo anterior
  DIFTEMP=DMAX1(DIFTEMP,ABS(-FLT(I,J)*DT/(XVC(I)*YVC(J))))
330  CONTINUE
  C*
  C*              Temperatura na saída do escoamento
  c      DO 650 J=2,M2,1
  c              TEMP(L1,J)=TEMP(L2,J)
c650  CONTINUE
  C*****          Fim de Rotina *****
  C*
  RETURN
  END
  C*
  C*
  C*
  SUBROUTINE PRINT1(L1,M1,X,XU,Y,YV,DT,NITER,BMASSA,
  $              ITMAX,RHO,MODE,FRT,ICH,VISC,XL,YL,ALFA,BETA,RA,RI,RE,
  $              NUMAXE,NUMINE,NUMEDE,NUMAXD,NUMIND,NUMEDD)
  C*
  C*****
  C*              Finalidade desta Rotina: *
  C*              Fazer a impressao de dados *
  C*****
  C*
  DOUBLE PRECISION X(*),Y(*),DT,TEMPO,BMASSA,VISC,RA,ALFA,BETA
  DOUBLE PRECISION XU(*),YV(*),XL,YL,FRT,RHO,RE,RI

  DOUBLE PRECISION NUMAXE,NUMINE,NUMEDE,NUMAXD,NUMIND,NUMEDD
  INTEGER L1,M1,NITER,ICH,ITMAX
  C*
  C*****          DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
  TEMPO=DT*DFLOAT(ITMAX)

```

```

C*
C*****   CALCULANDO O NUMERO DE REYNOLDS DO ESCOAMENTO
C*
C* Desvio, para o caso de sólidos
C       IF(VISC.EQ.0.0) THEN
C           RE=0
C       ELSE
C           IF(MODE.EQ.2)THEN
C               DO 301 J=1,M1,1
C                   VZE=VZE +(U(2,J)*2.0*3.1415926*R(J)*YVC(J))
C 301          CONTINUE
C                   UM = VZE/(3.1415926*YL*YL)
C                   RE=2.0*UM*YL/VISC
C           ELSE
C               DO 302 J=2,M1-1,1
C                   VZE=VZE +U(2,J)*YVC(J)
C 302          CONTINUE
C                   UM = VZE/YL
C                   RE=UM*YL/VISC
C           ENDIF
C       ENDIF
C*
C       WRITE(6,1)
C 1       FORMAT(1H1,////)
C*
C       WRITE(6,11)
C 11      FORMAT(/,30X,'*****',/)
C*
C       WRITE(6,12)
C 12      FORMAT(32X,'          TITULO:   ESCOAMENTO LAMINAR')
C       WRITE(6,11)
C*
C       WRITE(6,13)
C 13      FORMAT(32X,' DESVIO MAXIMO, EM MODULO ,DO BALANCO DE',/
C +        32X,' MASSA NUM DOS VOLUME DE CONTROLE EM Kg')
C       WRITE(6,14) BMASSA
C 14      FORMAT(/,37X,F18.12)
C       WRITE(6,11)
C*
C       WRITE(6,15)RE
C 15      FORMAT(32X,'   NUMERO DE REYNOLDS DO ESCOAMENTO',/
C +        /,40X,E12.3)
C       WRITE(6,11)
C*
C       WRITE(6,113)
C 113     FORMAT(32X,'   SISTEMA DE COORDENADAS USADO ',/)
C       IF(MODE.EQ.1)THEN
C           WRITE(6,140)
C       ELSE
C           WRITE(6,141)
C       END IF
C 140     FORMAT(44X,'CARTESIANAS')
C 141     FORMAT(44X,'CILINDRICAS')
C       WRITE(6,11)
C*
C       WRITE(6,114)
C 114     FORMAT(32X,'   ESQUEMA CONVECTIVO USADO      ',/)
C       IF(ICH.EQ.1)THEN
C           WRITE(6,150)
C       ELSE
C           WRITE(6,151)
C       END IF
C 150     FORMAT(44X,'UPWIND')
C 151     FORMAT(44X,'QUICK ')

```

```

WRITE(6,11)
C*
WRITE(6,115)VISC
115 FORMAT(32X,' VISCOSIDADE CINEMATICA DO FLUIDO,EM m2/s',/
+      /,40X,E12.4)
WRITE(6,11)
C*
WRITE(6,171)RHO
171 FORMAT(32X,' DENSIDADE DO FLUIDO, EM kg/m3',/
+      /,40X,E12.4)
WRITE(6,11)
C*
WRITE(6,172)RA
172 FORMAT(32X,' NUMERO DE RAYLEIGH',/
+      /,40X,E12.4)
WRITE(6,11)
C*
WRITE(6,175)RI
175 FORMAT(32X,' Numero de Richardson',/
+      /,40X,E12.4)
WRITE(6,11)
C*
WRITE(6,173)BETA
173 FORMAT(32X,' BETA - Coef exp termica',/
+      /,40X,E12.4)
WRITE(6,11)
C*
C*   Determinando e imprimindo o número de Prandtl
PR=VISC/ALFA
WRITE (6,174) PR
174 FORMAT(32X,'NUMERO DE PRANDTL - PR',/
+      /,40X,E12.4)
WRITE(6,11)
C*   Imprimindo o número de Nusselt
WRITE(6,180)
180 FORMAT(32X,'Numero de Nusselt - Nu')
WRITE(6,181)NUMAXE,NUMINE,NUMEDE
181 FORMAT(2X,'Face esquerda: NuMAX= ',F10.4,2X,'NuMIN= ',F10.4,
+      2X,'NuMED= ',F10.4)
WRITE(6,182)NUMAXD,NUMIND,NUMEDD
182 FORMAT(2X,'Face Direita: NuMAX= ',F10.4,2X,'NuMIN= ',F10.4,
+      2X,'NuMED= ',F10.4)
WRITE(6,11)
C***** CALCULO DO TAMANHO DO DOMINIO
C*
WRITE(6,116)XL,YL
116 FORMAT(32X,' DIMENSOES DO DOMINIO DE CALCULO,EM m',/
+      /,37X,' XL= ',F7.4,9X,' YL= ',F7.4)
WRITE(6,11)
C*
WRITE(6,16)DT
16 FORMAT(30X,'INCREMENTO DE TEMPO DE CALCULO EM segundos',/
+      /,35X,E18.5)
WRITE(6,11)
C*
WRITE(6,161)FRT
161 FORMAT(32X,' FATOR DE RELAXACAO DO PASSO DE TEMPO',/
+      /,43X,F6.2)
WRITE(6,11)
C*
WRITE(6,17)TEMPO
17 FORMAT(32X,' TEMPO DE CALCULO EM segundos ',/
+      /,35X,E18.5)
WRITE(6,11)

```

```

C*
WRITE(6,18)NITER
18  FORMAT(32X,'      NUMERO TOTAL DE ITERACOES  ',/
+      /,44X,I6)
WRITE(6,11)
C*
WRITE(6,19)
19  FORMAT(29X,'  VALORES  DA  MALHA  NA  DIRECAO  R  ',/)
DO 100 J=1,M1,1
WRITE(6,20)J,YV(J),J,Y(J)
100  CONTINUE
20  FORMAT(31X,'  YV(' ,I2,')=' ,F8.4,7X,'  Y(' ,I2,')=' ,F8.4)
WRITE(6,11)
C*
WRITE(6,21)
21  FORMAT(29X,'  VALORES  DA  MALHA  NA  DIRECAO  X  ',/)
DO 200 I=1,L1,1
WRITE(6,22)I,XU(I),I,X(I)
200  CONTINUE
22  FORMAT(31X,'  XU(' ,I2,')=' ,F8.4,7X,'  X(' ,I2,')=' ,F8.4)
WRITE(6,11)
C*
C*****  FIM DE ROTINA
C*
RETURN
END
C*
C*
SUBROUTINE SAIDA(L1,M1,U)
C*
C*****
C*  Finalidade desta Rotina:  *
C*  Fazer a impressao de dados  *
C*****
C*
DOUBLE PRECISION U(200,*)
INTEGER L1,M1
C*
C*****  DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
AUX1=10
AUX2=1
IF(L1.LE.10)THEN
WRITE(6,19)(I,I=2,L1)
DO 1 J=M1,1,-1
WRITE(6,20)J,(U(I,J),I=2,L1)
1  CONTINUE
ELSE
4  IF((AUX1).LT.L1)THEN
WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
DO 2 J=M1,1,-1
WRITE(6,20)J,(U(I,J),I=AUX2,AUX1)
2  CONTINUE
AUX2=AUX1+1
AUX1=AUX1+10
GO TO 4
ELSE
WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
DO 3 J=M1,1,-1
WRITE(6,20)J,(U(I,J),I=AUX2,L1)
3  CONTINUE
END IF
END IF
19  FORMAT(//,13X,I2,10(10X,I2))

```

```

20  FORMAT(3X,I2,2X,10(2X,E10.4))
C*
C***** FIM DE ROTINA
C*
      RETURN
      END
C*
C*
C*
      SUBROUTINE PRINTP(L1,M1,RHO,P,PP)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Rotina: *
C*      Fazer a impressao de dados *
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION P(*),PP(200,200),RHO,PP0
      INTEGER L1,M1
C*
C*****      DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1
C*      PRESSÃO DE REFERÊNCIA : PP(L2,M2)
      PP0=P((L2-1)+(M2-2)*(L2-1))
C*
C*****      CONVERTENDO O VETOR PRESSAO EM MATRIZ DE PRESSAO PP(I,J)
C*
      DO 100 I=2,L2,1
      DO 100 J=2,M2,1
          M= (I-1)+(J-2)*(L2-1)
          PP(I,J)=P(M)
C*      Será impressa a pressão relativa :Pressão relativa=Pressão - Pressão
de referência
C*      Pressão de referência: P(L2,M2)
          PP(I,J)=PP(I,J)-PP0
100  CONTINUE
C*
      AUX1=10
      AUX2=2
      IF(L1.LE.10)THEN
          WRITE(6,19)(I,I=2,L2)
          DO 1 J=M2,2,-1
              WRITE(6,20)J,(PP(I,J)*RHO,I=2,L2)
1      CONTINUE
          ELSE
4      IF((AUX1).LT.L1)THEN
          WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
          DO 2 J=M2,2,-1
              WRITE(6,20)J,(PP(I,J)*RHO,I=AUX2,AUX1)
2      CONTINUE
          AUX2=AUX1+1
          AUX1=AUX1+10
          GO TO 4
          ELSE
          WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
          DO 3 J=M2,2,-1
              WRITE(6,20)J,(PP(I,J)*RHO,I=AUX2,L2)
3      CONTINUE
          END IF
      END IF
19  FORMAT(/,13X,I2,10(10X,I2))
20  FORMAT(3X,I2,2X,10(2X,F12.8))
C*

```



```

C***** FIM DE ROTINA
C*
      RETURN
      END

C*
C*      IMPRESSAO DA TEMPERATURA
C*
      SUBROUTINE PRINTEMP(L1,M1,TEMP)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Rotina: *
C*      Fazer a impressao de dados de temperatura *
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION TEMP(200,200)
      INTEGER L1,M1

C*
C*****      DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
      L2=L1-1
      M2=M1-1

C*
C*
      AUX1=10
      AUX2=1
      IF(L1.LE.10)THEN
        WRITE(6,19)(I,I=2,L2)
        DO 1 J=M1,1,-1
          WRITE(6,20)J,(TEMP(I,J),I=2,L1)
1      CONTINUE
        ELSE
4      IF((AUX1).LT.L1)THEN
          WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
          DO 2 J=M1,1,-1
            WRITE(6,20)J,(TEMP(I,J),I=AUX2,AUX1)
2      CONTINUE
          AUX2=AUX1+1
          AUX1=AUX1+10
          GOTO 4
        ELSE
          WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
          DO 3 J=M1,1,-1
            WRITE(6,20)J,(TEMP(I,J),I=AUX2,L1)
3      CONTINUE
          END IF
        END IF
19  FORMAT(//,13X,I2,10(10X,I2))
20  FORMAT(3X,I2,2X,10(2X,E10.4))
C*
C***** FIM DE ROTINA
C*
      RETURN
      END

C*
      SUBROUTINE TERMOF(L1,M1,R,RV,DY,XVC,YVC,XNUT,U,V,SFU,SFV)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Rotina: *
C*      Calcular o valor dos termos fonte das equacoes *
C*      de quantidade de movimento para as componentes *
C*      de velocidade U e V, respctivamente SFU, SFV *
C*      L1,M1: Numero maximo de no's, da malha respectiva- *
C*      mente nas direcoes X, Y *
C*      R,RV : Posicao radial respectivamente da compo- *

```

```

C*           nete de velocidade U e V                               *
C*   DX,DY: Comprimento das faces dos volumes desloca-         *
C*           dos respectivamente pra U e V                       *
C*   XVC,YVC:Comprimento das faces dos volumes princi-        *
C*           pais para a pressao                                  *
C*   XNUT: Viscosidade dinamica do fluido nos no's prin-      *
C*           cipais                                              *
C*   U,V : Componentes de velocidade para o caso bi_di-        *
C*           mensional                                           *
C*   SFU,SFV: Termos fonte respectivamente da componente      *
C*           de velocidade U e V.                                *
C*                                                                 *
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION R(*),RV(*),DY(*),XVC(*),YVC(*)
      DOUBLE PRECISION U(200,*),V(200,*),XNUT(200,*)
      DOUBLE PRECISION SFU(200,*),SFV(200,*)
      INTEGER L1,M1
C*
C***** ZERANDO AS VARIAVEIS A SEREM CALCULADAS
C*
      DO 10 I=1,L1,1
      DO 10 J=1,M1,1
          SFU(I,J)=0.0
          SFV(I,J)=0.0
10    CONTINUE
C*
C***** CALCULO DO TERMO FONTE PARA A COMPONENTE DE VELOCIDADE,U
C***** PARA OS VOLUMES DE CONTROLE DESLOCADOS FORA DA FRONTEIRA
C*
      DO 20 I=3,L1-1,1
      DO 20 J=3,M1-2,1
          SFU1 =(R(J)*YVC(J)*XNUT(I,J)/XVC(I))*(U(I+1,J)-U(I,J))
          SFU2 =(R(J)*YVC(J)*XNUT(I-1,J)/XVC(I-1))*(U(I,J)-U(I-1,J))
          XNUTM=0.25*(XNUT(I,J)+XNUT(I-1,J+1)+
          $           XNUT(I,J+1)+XNUT(I-1,J))
          SFU3 =RV(J+1)*XNUTM*(V(I,J+1)-V(I-1,J+1))
          XNUTM=0.25*(XNUT(I,J)+XNUT(I-1,J-1)+
          $           XNUT(I,J-1)+XNUT(I-1,J))
          SFU4 =RV(J)*XNUTM*(V(I,J)-V(I-1,J))
          SFU(I,J) = SFU1 - SFU2 + SFU3 - SFU4
20    CONTINUE
C*
C***** CALCULO DO TERMO FONTE PARA A COMPONENTE DE VELOCIDADE,U
C***** NO VOLUME DA FRONTEIRA SUL
C*
      DO 30 I=3,L1-1,1
          J=2
          SFU1 =(R(J)*YVC(J)*XNUT(I,J)/XVC(I))*(U(I+1,J)-U(I,J))
          SFU2 =(R(J)*YVC(J)*XNUT(I-1,J)/XVC(I-1))*(U(I,J)-U(I-1,J))
          XNUTM=0.25*(XNUT(I,J)+XNUT(I-1,J+1)+
          $           XNUT(I,J+1)+XNUT(I-1,J))
          SFU3 =RV(J+1)*XNUTM*(V(I,J+1)-V(I-1,J+1))
          XNUTM=0.5*(XNUT(I,J)+XNUT(I-1,J))
          SFU4 =RV(J)*XNUTM*(V(I,J)-V(I-1,J))
          SFU(I,J) = SFU1 - SFU2 + SFU3 - SFU4
30    CONTINUE
C*
C***** CALCULO DO TERMO FONTE PARA A COMPONENTE DE VELOCIDADE,U
C***** NO VOLUME DA FRONTEIRA NORTE
C*
      DO 40 I=3,L1-1,1
          J=M1-1
          SFU1 =(R(J)*YVC(J)*XNUT(I,J)/XVC(I))*(U(I+1,J)-U(I,J))

```

```

SFU2 =(R(J)*YVC(J)*XNUT(I-1,J)/XVC(I-1))*(U(I,J)-U(I-1,J))
      XNUTM=0.5*(XNUT(I,J)+XNUT(I-1,J))
SFU3 =RV(J+1)*XNUTM*(V(I,J+1)-V(I-1,J+1))
      XNUTM=0.25*(XNUT(I,J)+XNUT(I-1,J-1)+
$           XNUT(I,J-1)+XNUT(I-1,J))
SFU4 =RV(J)*XNUTM*(V(I,J)-V(I-1,J))
SFU(I,J) = SFU1 - SFU2 + SFU3 - SFU4
40  CONTINUE
C*
C***** CALCULO DO TERMO FONTE PARA A COMPONENTE DE VELOCIDADE V
C***** PARA OS VOLUMES DE CONTROLE DESLOCADOS FORA DA FRONTEIRA
C*
DO 50 I=3,L1-2,1
DO 50 J=3,M1-1,1
      XNUTM = 0.25*(XNUT(I,J)+XNUT(I+1,J-1)+
$           XNUT(I,J-1)+XNUT(I+1,J))
SFV1 = RV(J)*XNUTM*(U(I+1,J)-U(I+1,J-1))
      XNUTM=0.25*(XNUT(I,J)+XNUT(I-1,J-1)+
$           XNUT(I,J-1)+XNUT(I-1,J))
SFV2 = RV(J)*XNUTM*(U(I,J)-U(I,J-1))
SFV3 =(R(J)*XVC(I)*XNUT(I,J)/YVC(J))*(V(I,J+1)-V(I,J))
SFV4 =(R(J-1)*XVC(I)*XNUT(I,J-1)/YVC(J-1))*(V(I,J)-V(I,J-1))
      XNUTMV = 0.5*(XNUT(I,J)+XNUT(I,J-1))
SFV5 = 2.0*DY(J)*XVC(I)*XNUTMV*V(I,J)/RV(J)
SFV(I,J) = SFV1 - SFV2 + SFV3 - SFV4 - SFV5
50  CONTINUE
C*
C***** CALCULO DO TERMO FONTE PARA A COMPONENTE DE VELOCIDADE,V
C***** NO VOLUME DA FRONTEIRA WEST
C*
DO 60 J=3,M1-1,1
      I=2
      XNUTM = 0.25*(XNUT(I,J)+XNUT(I+1,J-1)+
$           XNUT(I,J-1)+XNUT(I+1,J))
SFV1 = RV(J)*XNUTM*(U(I+1,J)-U(I+1,J-1))
      XNUTM=0.5*(XNUT(I,J)+XNUT(I,J-1))
SFV2 = RV(J)*XNUTM*(U(I,J)-U(I,J-1))
SFV3 =(R(J)*XVC(I)*XNUT(I,J)/YVC(J))*(V(I,J+1)-V(I,J))
SFV4 =(R(J-1)*XVC(I)*XNUT(I,J-1)/YVC(J-1))*(V(I,J)-V(I,J-1))
      XNUTMV = 0.5*(XNUT(I,J)+XNUT(I,J-1))
SFV5 = 2.0*DY(J)*XVC(I)*XNUTMV*V(I,J)/RV(J)
SFV(I,J) = SFV1 - SFV2 + SFV3 - SFV4 - SFV5
60  CONTINUE
C*
C***** CALCULO DO TERMO FONTE PARA A COMPONENTE DE VELOCIDADE,V
C***** NO VOLUME DA FRONTEIRA EAST
C*
DO 70 J=3,M1-1,1
      I=L1-1
      XNUTM = 0.5*(XNUT(I,J)+XNUT(I,J-1))
SFV1 = RV(J)*XNUTM*(U(I+1,J)-U(I+1,J-1))
      XNUTM=0.25*(XNUT(I,J)+XNUT(I-1,J-1)+
$           XNUT(I,J-1)+XNUT(I-1,J))
SFV2 = RV(J)*XNUTM*(U(I,J)-U(I,J-1))
SFV3 =(R(J)*XVC(I)*XNUT(I,J)/YVC(J))*(V(I,J+1)-V(I,J))
SFV4 =(R(J-1)*XVC(I)*XNUT(I,J-1)/YVC(J-1))*(V(I,J)-V(I,J-1))
      XNUTMV = 0.5*(XNUT(I,J)+XNUT(I,J-1))
SFV5 = 2.0*DY(J)*XVC(I)*XNUTMV*V(I,J)/RV(J)
SFV(I,J) = SFV1 - SFV2 + SFV3 - SFV4 - SFV5
70  CONTINUE
C*
C***** FIM DE ROTINA
C*
RETURN

```

```

END
C*
C*
C*
SUBROUTINE ADIMENS(U,VISC,YL,UA,TEMP,TETA,L1,M1)
C*
C*****
C*          FINALIDADE DESTA ROTINA *
C*          Determinar os adimensionais de velocidades e temperaturas *
C*          UA = U*YL / VISC. *
C*          TETA = (TEMP - TEMPC) / (TEMPH - TEMPC) *
C*          *
C*****
C*
DOUBLE PRECISION U(200,*),TEMP(200,*)
DOUBLE PRECISION UA(200,*),TETA(200,*),VISC,YL
INTEGER I,J,L1,M1
DO 10 I=1,L1,1
DO 10 J=1,M1,1
      UA(I,J)=U(I,J)*YL/VISC
      IF(TEMP(L1,J).EQ.TEMP(1,J)) THEN
        TETA(I,J)=1.0
      ELSE
        TETA(I,J)=(TEMP(I,J)-TEMP(L1,J))/(TEMP(1,J)-TEMP(L1,J))
      ENDIF
10 CONTINUE
C*
C*****          Fim de Rotina ADIMENS *****
RETURN
END
SUBROUTINE PRINTUA(L1,M1,UA)
C*
C*****
C*          Finalidade desta Rotina: *
C*          Fazer a impressao de dados de velocidade adimensional UA*
C*****
C*
DOUBLE PRECISION UA(200,*)
INTEGER L1,M1
C*
C*****          DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
AUX1=10
AUX2=1
IF(L1.LE.10)THEN
  WRITE(6,19)(I,I=2,L1)
  DO 1 J=M1,1,-1
    WRITE(6,20)J,(UA(I,J),I=2,L1)
1 CONTINUE
  ELSE
4 IF((AUX1).LT.L1)THEN
  WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
  DO 2 J=M1,1,-1
    WRITE(6,20)J,(UA(I,J),I=AUX2,AUX1)
2 CONTINUE
  AUX2=AUX1+1
  AUX1=AUX1+10
  GO TO 4
  ELSE
  WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
  DO 3 J=M1,1,-1
    WRITE(6,20)J,(UA(I,J),I=AUX2,L1)
3 CONTINUE
  END IF

```

```

        END IF
19  FORMAT(//,13X,I2,10(10X,I2))
20  FORMAT(3X,I2,2X,10(2X,E10.4))
C*
C***** FIM DE ROTINA
C*
        RETURN
        END
C*
        SUBROUTINE PRINTETA(L1,M1,TETA)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Rotina: *
C*      Fazer a impressao de dados de temperatura adimensional *
C*****
C*
        DOUBLE PRECISION TETA(200,*)
        INTEGER L1,M1
C*
C*****      DEFININDO PARAMETROS A SEREM USADOS NESTA ROTINA
C*
        L2=L1-1
        M2=M1-1
C*
C*
        AUX1=10
        AUX2=1
        IF(L1.LE.10)THEN
            WRITE(6,19)(I,I=1,L1)
            DO 1 J=M1,1,-1
                WRITE(6,20)J,(TETA(I,J),I=1,L1)
1          CONTINUE
            ELSE
4          IF((AUX1).LT.L1)THEN
                WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
                DO 2 J=M1,1,-1
                    WRITE(6,20)J,(TETA(I,J),I=AUX2,AUX1)
2          CONTINUE
                AUX2=AUX1+1
                AUX1=AUX1+10
                GOTO 4
            ELSE
                WRITE(6,19)(I,I=AUX2,AUX1)
                DO 3 J=M1,1,-1
                    WRITE(6,20)J,(TETA(I,J),I=AUX2,L1)
3          CONTINUE
            END IF
        END IF
19  FORMAT(//,13X,I2,10(10X,I2))
20  FORMAT(3X,I2,2X,10(2X,E10.4))
C*
C***** FIM DE ROTINA
C*
        RETURN
        END
C*
        SUBROUTINE ANALITICA(L1,M1,Y,YL,UANA,TETANA,TEMP,TEMPAN)
C*      FINALIDADE DESTA ROTINA:PERFIS DE VELOCIDADE u E TEMPERATURAS temp
C*      DESENVOLVIDAS - SOLUÇÃO ANALITICA
C*      UANA: velocidade adimensional U/UM, solução analitica,
C*      esc.completamente desenvolvido
C*      TETANA: temperatura adimensional, solução analítica
C*
        DOUBLE PRECISION Y(*),UANA(*),TETANA(*),YL,TEMP(200,*),TEMPAN(*)

```

```

        INTEGER L1,M1,J
C*
        TEMPAN(1)=TEMP(1,1)
        DO 10 J=2,M1,1
        UANA(J)=1.5*(1-(Y(J)-YL/2.0)**2/(YL/2)**2)
        TETANA(J)=Y(J)/YL
        TEMPAN(J)=TEMP(L1,1)+TETANA(J)*(TEMP(L1,M1)-TEMP(L1,1))
10    CONTINUE
C*
        Fim de Rotina ANALITICA
        RETURN
        END
C*
        SUBROUTINE PRINTAN(M1,Y,UANA,TETANA)
C*
        Finalidade desta Rotina: Gravar os dados analiticos de u e Temp no
C*
        arquivo de dados
        DOUBLE PRECISION Y(*),UANA(*),TETANA(*)
        INTEGER M1,J
C*
        DO 100 J=2,M1,1
        WRITE(6,200) Y(J),UANA(J),TETANA(J)
200  FORMAT(2X,F10.4,2X,F10.4,2X,F10.4)
100  CONTINUE
C*
        Fim da rotina PRINTAN
C*
        RETURN
        END
C*
        SUBROUTINE DESVP(M1,UANA,UA,TETANA,TETA,DESV)
C*
        Finalidade desta Rotina: Calcular o desvio percentual dos
C*
        valores numericos em relação aos resultados analiticos de
        velocidades e
C*
        temperatura.
        DOUBLE PRECISION UANA(*),UA(200,*),TETANA(*),TETA(200,*)
        DOUBLE PRECISION DESV(200,*)
        INTEGER J,M1,M2
        M2=M1-1
        DESV(1,1)=0.0
        DESV(1,2)=0.0
        DESV(M2,1)=0.0
        DESV(M2,2)=0.0
        DO 100 J=2,M2,1
        DESV(J,1)=ABS(UA(18,J)-UANA(J))/UANA(J)*100.0
        DESV(J,2)=ABS(TETA(43,J)-TETANA(J))/TETANA(J)*100.0
100  CONTINUE
C*
        Fim da rotina DESVP
        RETURN
        END
C*****
        SUBROUTINE GRAF1(L1,M1,Y,YL,UA)
C*
        Finalidade desta rotina: Gerar dados para o grafico Y/YL x UA na
        seção
C*
        media da cavidade X=XL /2
        INTEGER J,L1,M1
        DOUBLE PRECISION Y(*),YL,UA(200,*)
        DO 100 J=M1,1,-1
        WRITE(9,150) Y(J)/YL,UA(L1/2,J)
100  CONTINUE
150  FORMAT(F8.4,F10.4)
C*
        Fim da rotina GRAF1
        RETURN
        END
C*****
        SUBROUTINE GRAF2(L1,M1,Y,TEMPAN,TEMP)

```

```

C*           Finalidade desta Rotina: Gerar dados para o Grafico da
C*           temperatura adimensional TETA
C*           Valores de TETA para X/YL=0, 5, 10, 20, 50, 370
C*           Comprimento das camadas limite hidrodinâmica: X/YL=25 e térmica:
369,25
C*
      DOUBLE PRECISION Y(*),TEMPAN(*),TEMP(200,*)
      INTEGER J,L1,M1
      DO 200 J=1,M1,1
      WRITE(10,250) Y(J),TEMP(2,J),TEMP(3,J),TEMP(4,J),TEMP(6,J),
      $           TEMP(10,J),TEMP(L1,J),TEMPAN(J)
250  FORMAT(F8.4,7(F10.4))
200  CONTINUE
C*           Fim da rotina GRAF2
      RETURN
      END
C*
C*****
      SUBROUTINE GRAF3(L1,M1,X,Y,PP,RHO)
C*
C*           Finalidade desta Rotina:
C*           Gerar dados para o grafico da Pressão na cavidade
C*
      DOUBLE PRECISION X(*),Y(*),PP(200,*),RHO
      INTEGER J,L1,M1
      DO 100 J=1,M1,1
      WRITE(11,150) Y(J),PP(L1/2,J)*RHO
100  CONTINUE
      DO 200 I=1,L1,1
      WRITE(12,150) X(I),PP(I,M1/2)*RHO
200  CONTINUE
150  FORMAT(F8.4,2X,F12.8)
C*           Fim da rotina GRAF3
      RETURN
      END
C*
C*****
      SUBROUTINE CORRE(L1,M1,XU,Y,UA,DY,YL,FI,FIMAX)
C*
C*****
C*           Finalidade desta Rotina:
C*           Determinar o valor da funcao corrente em cada
C*           coordenada (X,Y) do dominio, considerando :
C*            $FI(X,Y) = F0 + U(X,Y)*DeltaY$ 
C*           A saida desta rotina sera' da forma :
C*
C*           XU.....Y.....FI(X,Y)
C*
C*           XU,Y : Cotas
C*           FIMAX: Máximo valor da função corrente no domínio
C*****
C*
      DOUBLE PRECISION XU(*),Y(*),UA(200,*),YL
      DOUBLE PRECISION DY(*),FI(200,*),FIMAX,FIMIN
      INTEGER L1,M1
C*
C*****ZERANDO A MATRIZ FI(I,J) E A VARIABEL FIMAX
C*
      DO 1 I=1,L1,1
      DO 1 J=1,M1,1
          FI(I,J)=0.0
1      CONTINUE
      FIMAX=0.0
      FIMIN=0.0

```

```

          WRITE(6,9)
9      FORMAT(20X,' FUNCAO CORRENTE',//,4X,' XU',6X,' Y',7X,' FI')
C*
C*      Referencia: face inferior
      DO 10 I=1,L1,1
          FI(I,1)=0.0
10     CONTINUE
C*
C*      Função corrente no domínio
C*
      DO 2 I=2,L1,1
      DO 2 J=2,M1,1
          FI(I,J)=FI(I,J-1)+UA(I,J)*DY(J)/YL
          IF(FI(I,J).GT.FIMAX) THEN
              FIMAX=FI(I,J)
          ENDIF
          IF(FI(I,J).LT.FIMIN) THEN
              FIMIN=FI(I,J)
          ENDIF
2     CONTINUE
C*
C*      Imprimindo dados para o arquivo
C*
      WRITE(*,*)
      WRITE(6,90) FIMAX
90     FORMAT(' FUNÇÃO CORRENTE MÁXIMA= ',F8.5)
      WRITE(*,*)
C*
          WRITE(6,95) FIMIN
95     FORMAT(' FUNÇÃO CORRENTE MÍNIMA= ',F8.5)
      WRITE(*,*)
C*
      DO 30 I=2,L1,1
      DO 30 J=2,M1,1
          WRITE(6,100)XU(I),Y(J),FI(I,J)
30     CONTINUE
100    FORMAT(3F8.5)
C*
C*****      FIM DE ROTINA      *****
      RETURN
      END
C*
C*****
      SUBROUTINE TECPLOT(X,Y,UA,TEMP,PP,FI,L1,M1)
C*
C*****
C*      Finalidade desta Rotina
C*      Criação de arquivo para gráficos em TECPLOT
C*
      DOUBLE PRECISION X(200),Y(200),XX(200,200),YY(200,200),UA(200,*)
      DOUBLE PRECISION TEMP(200,200),PP(200,200),FI(200,*)
      INTEGER I,J,L1,M1
      WRITE(8,1023) 'TITLE = " ARQUIVO DO TECPLOT "'
      WRITE(8,1024) 'VARIABLES="X", "Y", "TEMP", "PRESSAO" ,"FI","UA" '
      WRITE(8,1025) 'ZONE I=',L1,', J=',M1,', F=POINT'
      DO 10 J=1,M1
      DO 10 I=1,L1
          XX(I,J)=X(I)
          YY(I,J)=Y(J)
          WRITE(8,1026) XX(I,J),YY(I,J),TEMP(I,J),PP(I,J),FI(I,J),UA(I,J)
10     CONTINUE
1023  FORMAT(1X,3A,I5,A)
1024  FORMAT(1X,A)
1025  FORMAT(1X,A,2(I4,A))

```



```

1026 FORMAT(6(1X,F13.8))
C*
C*****          FIM DE ROTINA          *****
      RETURN
      END
C*****
      SUBROUTINE CONVERG(L1,M1,NITER,T,U,TEMP,NUMEDE,NUMEDD)
C*****
C*          Finalidade desta rotina: Gerar dados para os graficos
C*          U e TEMP em função
C*          do tempo, (a cada 100 iterações) na seção media do domínio
C*
      INTEGER L1,M1,NITER,NIA
      DOUBLE PRECISION U(200,*),TEMP(200,*),NUMEDE,NUMEDD,T
      NIA=NIA+1
      IF(NIA.EQ.100) THEN
      WRITE(13,150) NITER,T,U(L1/2,M1-2),TEMP(L1-2,M1/2),NUMEDE,NUMEDD
      NIA=0
      ENDIF
150 FORMAT(I8,1X,F12.8,1X,F12.8,1X,F10.4,1X,F10.6,1X,F10.6)
C*          Fim da rotina CONVERG
      RETURN
      END
C*****
      SUBROUTINE NUSSELT(L1,M1,TETA,DX,DY,XL,YL,NU,NUMAXE,NUMINE,NUMEDE,
+          NUMAXD,NUMIND,NUMEDD,NITER)
C*
C*****
C*          Finalidade desta Rotina
C*          Determinação do número de Nusselt local, maximo, mínimo
C*          e medio
C*          Numero de Nusselt em todo o domínio
C*          NU: numero de Nusselt
C*          NUMAXE: numero de Nusselt maximo da parede esquerda
C*          NUMINE: numero de Nusselt minimo da parede esquerda
C*          NUMEDE: numero de Nusselt médio da parede esquerda
C*          NUMAXD: numero de Nusselt maximo da parede direita
C*          NUMIND: numero de Nusselt minimo da parede direita
C*          NUMEDD: numero de Nusselt médio da parede direita
      DOUBLE PRECISION TETA(200,*),DX(*),DY(*),NU(200,200),XL,YL
      DOUBLE PRECISION NUMAXE,NUMINE,NUMEDE,NUMAXD
      DOUBLE PRECISION NUMIND,NUMEDD,SOMNUE,SOMNUD
      INTEGER I,J,L1,M1,NITER
C*****          Número de Nusselt das paredes verticais
      DO 5 J=1,M1
          I=1
          IF(NITER.GE.100) THEN
              NU(1,J)=ABS((TETA(2,J)-TETA(1,J))/(DX(2)/XL))
              NU(L1,J)=ABS((TETA(L1,J)-TETA(L1-1,J))/(DX(L1)/XL))
          ELSE
          ENDIF
5          CONTINUE
C*****          Número de Nusselt no domínio de cálculo
      DO 10 I=2,L1
          DO 10 J=1,M1
              NU(I,J)=ABS((TETA(I,J)-TETA(I-1,J))/(DX(I)/XL))
10          CONTINUE
C*          Numero de Nusselt maximo, medio e minimo das paredes verticais
      SOMNUE=0.0
      SOMNUD=0.0
      NUMAXE=NU(1,2)
      NUMINE=NU(1,2)
      NUMAXD=NU(L1,2)
      NUMIND=NU(L1,2)

```

```

DO 20 J=2,M1-1
    IF(NUMAXE.LT.NU(1,J)) THEN
        NUMAXE=NU(1,J)
    ELSE
        ENDIF
    IF(NUMINE.GT.NU(1,J)) THEN
        NUMINE=NU(1,J)
    ELSE
        ENDIF
    SOMNUE=SOMNUE+NU(1,J)*DY(J)
    IF(NUMAXD.LT.NU(L1,J)) THEN
        NUMAXD=NU(L1,J)
    ELSE
        ENDIF
    IF(NUMIND.GT.NU(L1,J)) THEN
        NUMIND=NU(L1,J)
    ELSE
        ENDIF
    SOMNUD=SOMNUD+NU(L1,J)*DY(J)
20 CONTINUE

C*   Nu médio
    NUMEDE=SOMNUE/YL
    NUMEDD=SOMNUD/YL

C*
C*****          FIM DE ROTINA          *****
    RETURN
    END

C*
C*****
    SUBROUTINE PRINTNU(L1,M1,NU)
C*
C*****
C*   Finalidade desta Rotina: Imprimir numero de Nusselt
C*   das faces esquerda e direita da cavidade
    DOUBLE PRECISION NU(200,*)
    INTEGER L1,M1,J
    WRITE(6,20)
20 FORMAT(6X,'Esquerda',10X,'Direita')
    DO 10 J=1,M1,1
        WRITE(6,30) J,NU(1,J),NU(L1,J)
30 FORMAT(3X,I4,F10.4,2X,F10.4)
10 CONTINUE

C*
C*****          FIM DE ROTINA          *****
    RETURN
    END

C*
    SUBROUTINE TEMPO(DIA,MES,ANO,HORAI,MINI,SEGI,CENTI,
    $                DHORA,DMIN,DSEG,DCENT,FLAG)
C*   Finalidade desta rotina: Definir a data e
C*   Calcular o tempo de execução do programa
C*   FLAG: número de controle de desvio da rotina
C*
    INTEGER FLAG
    INTEGER(2) DIA,MES,ANO,HORAI,MINI,SEGI,CENTI
    INTEGER(2) HORAF,MINF,SEGF,CENTF,DHORA,DMIN,DSEG
    INTEGER(4) DCENT
    GOTO (1,2),FLAG
1 CONTINUE
    CALL GETDAT(ANO,MES,DIA)
    CALL GETTIM(HORAI,MINI,SEGI,CENTI)
    GOTO 3
2 CONTINUE

```

```

CALL GETTIM(HORAF,MINF,SEGF,CENTF)
DHORA=HORAF-HORAI
DMIN=MINF-MINI
DSEG=SEGF-SEGI
DCENT=CENTF-CENTI
    IF(DCENT.LT.0) THEN
        DCENT=DCENT+100
        DSEG=DSEG-1
    ELSE
    ENDIF
        IF(DSEG.LT.0) THEN
            DSEG=DSEG+60
            DMIN=DMIN-1
        ELSE
        ENDIF
            IF(DMIN.LT.0) THEN
                DMIN=DMIN+60
                DHORA=DHORA-1
            ELSE
            ENDIF
WRITE(6,900) DIA,MES,ANO
WRITE(6,1000) HORAI,MINI,SEGI,CENTI
WRITE(6,1010) HORAF,MINF,SEGF,CENTF
900  FORMAT (3X,'DATA: ',I2,' / ',I2,' / ',I4)
1000 FORMAT (3X,'HORA Inicio: ',I2,'h',I2,'m',I2,'s',I2)
1010 FORMAT (3X,'HORA Fim: ',I2,'h',I2,'m',I2,'s',I2)
WRITE(6,2000) DHORA,DMIN,DSEG,DCENT
2000 FORMAT(2X,'Duração: ',I4,'h',1X,I4,'min',2X,I4,'seg',2X,I4,'cent')
C*      Fim da rotina TEMPO
C*
3 CONTINUE
RETURN
END
C*****
*****
C*****F i m
*****

```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Assato, M., 1997, “Análise Teórica de Convecção Natural em Geometrias Axissimétricas Arbitrárias”, Dissertação de Mestrado – UNIFEI, Itajubá – MG.
- Bennett, C.O. & Myers, J. E., 1978, “Fenômenos de Transporte”, McGraw-Hill, São Paulo.
- Brebbia, C. A. ; Ferrante, A. J., 1978, “Computational Methods for the Solution of Engineering Problems”, Pentech Press Limited, London.
- Brito, R. F., 1999, “Simulação Numérica da Transferência de Calor e do Escoamento de Fluidos”, Dissertação de Mestrado – UNIFEI, - Itajubá –MG.
- Burggraf, O. R., 1966, “Analytical and Numerical Studies of the Structure of Steady Separated Flows”, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 24, pp. 113-151.
- Burmeister, L. C., 1983, “Convection Heat Transfer”, John Wiley & Sons, USA.
- Davis, G. V. e Jones, I. P., 1983, “Natural Convection in a Square Cavity: A Comparison Exercise”, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 3, pp. 219-264.
- Fernandes, S., 1991, “Análise Teórica da Convecção Natural em Cavidades Retangulares Inclinadas com Partições Diatérmicas Ligadas à Superfície Fria” –Dissertação de Mestrado – UNIFEI, Itajubá – MG.
- Franco, A. T., 1993, “Aplicação do Método dos Volumes Finitos Sola para Cavidade Recirculante com Transferência de Calor”, Dissertação de Mestrado –UNICAMP.
- Hirt, C.W.; Nichols, B.D. and Homero N. C., 1975, “SOLA – A numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows”, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California.
- Incropera, F. P. & De Witt, D., 1998, “Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa”, 4ª.Edição, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.
- Kreith, Frank, 1991, “Princípios da Transmissão de Calor”, 3ª. Edição, Editora Edgard Blucher Ltda., São Paulo – SP.
- Maliska, C. R., 1995, “Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional”, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.
- Menon, G. J. “Convecção Mista no Interior de Cilindros Horizontais Concêntricos ou Excêntricos”, IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Rio de Janeiro, Brasil, pp.127 – 130, 1992.
- Mercer, W. E., ; Pearce, W. M. ; Hitchcock, J. E. , 1967, “Laminar Forced Convection in the Entrance Region Between Parallel Flat Plates”, Journal of Heat Transfer, vol. 89, pp.251-257.
- Ozisik, M. N. , 1990, “Transferência de Calor – Um Texto Básico”, Editora Guanabara

- Pan, F. e Acrivos, A., "Steady Flow in Rectangular Cavities", 1967, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 28, parte 4, pp. 643-655.
- Patankar, S. V., 1981, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, New York.
- Pirani, M. J., 1996, "Simulação de Escoamentos Turbulentos Usando o Método de Volumes Finitos", Dissertação de Mestrado – UNIFEI – Itajubá – MG.
- Ostrach, S., 1988, "Natural Convection in Enclosures", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1175-1190.
- Valencia, A.; Frederick, R. L., 1989, "Heat Transfer in Square Cavities with Partially Active Vertical Walls", *int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 1567-1574.
- Valente, M.S., 1995, "Escoamento de um Fluido em Rotação em Condições de Deslocamento ou Reversão Iminente".
- Versteeg, H. K. & Malalasekera, W., 1998, "An introduction to Computacional Fluid Dynamics", Longman, Londres.