



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ANÁLISE DO ESCOAMENTO AO REDOR
DE UM CORPO OSCILANTE QUE SE DESLOCA
COM VELOCIDADE CONSTANTE**

Hélia Silva

Orientador:

Prof. Ph.D. Miguel Hiroo Hirata

Co-Orientador:

Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira

ITAJUBÁ, JUNHO DE 2004

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá
Bibliotecária Jacqueline Rodrigues de Oliveira Balducci – CRB_6/1698

S586a

Silva, Hélia.

Análise do escoamento ao redor de um corpo oscilante que se desloca com velocidade constante/ por: Hélia Silva. --Itajubá (MG): [s.n.], 2004.

90 p. : il.

Orientador : Prof. Ph.D. Miguel Hiroo Hirata.

Co-Orientador : Prof. Dr. Luiz Antônio Alcântara Pereira.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá -
Departamento de Mecânica.

1. Pequena oscilação. 2. Movimento do aerofólio. 3. Método de vórtices. 4. Método dos painéis. 5. Cargas aerodinâmicas. I .Hirata, Miguel Hiroo, orient. II. Pereira, Luiz Antônio Alcântara, co-orient. III. Universidade Federal de Itajubá - Departamento de Energia. IV. Título.

CDU 531:531.332.232(043)

BANCA EXAMINADORA

Dra. Maria Regina de Oliveira Pereira Araújo – ENERBRASIL

Dr. José Eugênio Rios Ricci – UNIFEI

Dr. Nelson Manzanares Filho – UNIFEI

Dr. Miguel Hiroo Hirata (Orientador) – UNIFEI

Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Co-Orientador) – UNIFEI

Agradeço, em especial, ao Prof. Miguel Hiroo Hirata pela orientação e pela amizade. Agradeço ao Prof. Luiz Antonio Alcântara Pereira pela co-orientação deste trabalho e pela constante colaboração. Quero expressar também os meus sinceros agradecimentos ao Prof. José Eugênio Rios Ricci, pela amizade e pela ajuda constante. Agradeço também ao Prof. Genésio José Menon pelo apoio que me foi dado durante a minha permanência na UNIFEI.

*A Sdnei de Brito Alves,
um companheiro e amigo
de todas as horas.
A inesquecível Nala.*

RESUMO

Este trabalho analisa o escoamento de um fluido sobre um corpo oscilante, o qual se move com velocidade constante. A amplitude do movimento oscilante é considerada como sendo pequena comparada com o comprimento do corpo, e, portanto, como uma primeira aproximação, podem-se transferir as condições de contorno do corpo da posição “atual” para uma posição média da superfície discretizada do corpo. A simulação numérica é realizada utilizando-se o Método de Vórtices, o qual leva em consideração os efeitos viscosos. Cargas aerodinâmicas são, então, calculadas. Uma análise do efeito de oscilação no mecanismo de geração de sustentação do aerofólio é também apresentada.

Palavras chaves: Pequena Oscilação, Movimento do Aerofólio, Método de Vórtices, Método dos Painéis, Cargas aerodinâmicas.

ABSTRACT

This work deals with the aerodynamics properties of the flow around an oscillating body, which moves with constant velocity. The amplitude of the oscillatory motion is considered to be small compared to the airfoil length, therefore, to the first approximation; one is allowed to transfer the body boundary condition from the *actual* position to a mean position of the body surface. The numerical simulation is accomplished by using the Vortex Method, which takes into account the viscous effect in the flow field. Aerodynamic loads are calculated. An analysis of the oscillation effect on the mechanism of airfoil lift generation is also presented.

Keywords: Small Oscillation, Airfoil Motion, Vortex Methods, Panels Methods, Aerodynamics Loads.

ÍNDICE

RESUMO	i
ABSTRACT	ii
ÍNDICE	iii
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	viii
SIMBOLOGIA	xi
CAPITULO 1 – INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 Escoamento ao redor de um corpo oscilante	5
2.2 O método de vórtices	12
2.2.1 Dinâmica da vorticidade	13
2.2.1.1 Desenvolvimento de uma nuvem de vórtices	15
2.2.1.2 Desenvolvimento da esteira de um corpo	16
2.2.1.3 Desenvolvimento da camada limite e da esteira de um corpo	17
2.2.2 Os efeitos convectivos	17
2.2.3 Os efeitos difusivos	18
2.2.4 Geração e conservação da vorticidade	19
2.2.5 Cargas aerodinâmicas	20
CAPÍTULO 3 – FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	22
3.1 Geometria e definições	22
3.2 Hipóteses simplificadoras	24
3.2.1 Hipóteses relativas à geometria	24
3.2.2 Hipóteses relativas às propriedades do fluido	24
3.2.3 Hipóteses relativas ao escoamento	24
3.3 Equações governantes e condições de contorno	24
3.4 Adimensionalização do problema	26
3.5 Transferência da condição de contorno	28

3.6	Equação do transporte de vorticidade	29
3.7	Resumo do Capítulo	30
CAPÍTULO 4 – SIMULAÇÃO NUMÉRICA		31
4.1	O Método de vórtices	31
4.2	Características marcantes do método de vórtices	32
4.2.1	Vórtice discreto	33
4.2.2	Simulação do corpo	36
4.2.3	Convecção da vorticidade	37
4.2.4	Difusão da vorticidade	38
4.2.5	Vórtices nascentes	39
4.2.6	Cargas aerodinâmicas	40
4.3	Implementação numérica do Método de Vórtices	50
CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DE RESULTADOS		57
5.1	Parâmetros utilizados na simulação numérica	57
5.1.1	Parâmetros relacionados com o Método Numérico	57
5.1.2	Parâmetros relacionados com o fenômeno	59
5.2	Exemplos de cálculos	60
5.2.1	Cilindro Circular	60
5.2.2	Aerofólio NACA 0012	63
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES		73
6.1	Conclusões e sugestões	74
APÊNDICE A		
Obtenção da equação do transporte de vorticidade para escoamentos bidimensionais		76
APÊNDICE B		
Velocidade induzida por uma nuvem de vórtices		79

APÊNDICE C

Valores médios calculados para as forças aerodinâmicas 83

APÊNDICE D

Valores médios calculados para as amplitudes de oscilação 84

APÊNDICE E

Valores médios calculados para a relação $\overline{A_{C_L}}(0,04T) / \overline{A_{C_L}}(0,00T)$ 85

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

86

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Representação esquemática do problema	23
Figura 4.1 - Vórtice Potencial: (a) distribuição de vorticidade e (b) distribuição da velocidade induzida	33
Figura 4.2 - Vórtice potencial: (a) distribuição de vorticidade e (b) distribuição da velocidade induzida	34
Figura 4.3 - Geometria do escoamento	41
Figura 4.4 - Esquema computacional para a implementação do Método de Vórtices discretos pelas rotinas enumeradas de 1 a 20	53
Figura 5.1 - Cilindro Circular: Evolução no tempo das cargas aerodinâmicas integradas. $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,0090$, $Re=10^5$, $A = 0.00$, $f = 0.00$ e $\alpha = 0^\circ$.	61
Figura 5.2 - Cilindro circular: Posição dos vórtices na esteira no instante $t=40$. $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,009$, $Re=10^5$, $A = 0.0$, $f = 0.0$.	62
Figura 5.3 - Cilindro Circular: Campo de pressões ao longo da superfície discretizada. $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,0090$, $Re=10^5$, $A = 0.00$, $f = 0.00$ e $\alpha = 0^\circ$.	62
Figura 5.4 - Aerofólio NACA 0012: Posição dos vórtices na esteira no instante $t=30$. $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,00085$, $Re=10^6$, $A = 0.0$, $f = 0.0$ e $\alpha = 0^\circ$.	64
Figura 5.5 - Aerofólio NACA 0012: Evolução no tempo das cargas aerodinâmicas Integradas. $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,00085$, $Re=10^6$, $A = 0.0$, $f = 0.0$ e $\alpha = 0^\circ$.	64
Figura 5.6 - Aerofólio NACA 0012: Campo de pressões ao longo superfície discretizada. $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,00085$, $Re=10^6$, $A = 0.0$, $f = 0.0$ e $\alpha = 0^\circ$.	65
Figura 5.7 - Aerofólio NACA 0012: Análise da influência da frequência de oscilação para um determinado valor de amplitude.	66
Figura 5.8 - Aerofólio NACA 0012: Influência da frequência de oscilação.	

$M=50, \Delta t = 0,05, \varepsilon=\sigma_0=0,00085, Re=10^6$ e $\alpha = 0^\circ$. 67

Figura 5.9 - Aerofólio NACA 0012: Valor máximo para a frequência de oscilação. $M=50, \Delta t = 0,05, \varepsilon=\sigma_0=0,00085, Re=10^6, \alpha = 0^\circ, A=0.04$ e $f=1.5\pi$. 68

Figura 5.10 - Aerofólio NACA 0012: Posição dos vórtices na esteira no instante $t=30$. $M=50, \Delta t = 0,05, \varepsilon=\sigma_0=0,00085, Re=10^6, A = 0.04, f = 1,5 \pi$ e $\alpha = 0^\circ$. 68

Figura 5.11 - Aerofólio NACA 0012: Evolução no tempo das cargas aerodinâmicas integradas. $M=50, \Delta t = 0,05, \varepsilon=\sigma_0=0,00085, Re=10^6, A = 0.04, f = 1.5 \pi$ e $\alpha = 0^\circ$. 69

Figura 5.12 - Aerofólio NACA 0012: Campo de pressões ao longo da superfície discretizada. $M=50, \Delta t = 0,05, \varepsilon=\sigma_0=0,00085, Re=10^6, A = 0.04, f = 1.5 \pi$ e $\alpha = 0^\circ$. 69

Figura 5.13 - Aerofólio NACA 0012: Influência da frequência de oscilação. $M=50, \Delta t = 0,05, \varepsilon=\sigma_0=0,00085, Re=10^6$ e $\alpha = 0^\circ$. 70

Figura 5.14 - Aerofólio NACA 0012: Análise da influência da amplitude de oscilação para um determinado valor da frequência. 71

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Parâmetros numéricos variáveis para a simulação. (Aerofólio NACA 0012).	60
Tabela 5.2 - Cilindro circular sem oscilação: Comparação dos valores médios para força de arrasto ($\overline{C_d}$), de sustentação ($\overline{C_l}$) e número de Strouhal (\overline{St}).	60
Tabela 5.3 - Aerofólio NACA 0012 sem oscilação: Comparação dos valores médios para força de arrasto ($\overline{C_d}$) para a força de sustentação ($\overline{C_l}$), com $\alpha = 5^\circ$.	63
Tabela C.1 - Aerofólio NACA 0012: Resultados da simulação numérica variando-se a amplitude e a frequência de oscilação do corpo	82
Tabela D.1 - Aerofólio NACA 0012: Valores médios para a amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação.	83
Tabela E.1 - Aerofólio NACA 0012: Amplitude média da força de sustentação com relação ao tempo	84

SIMBOLOGIA

Caracteres Latinos

u	Campo de velocidades do fluido	14
S	Define fronteira da região fluida	22
U, U_∞	Velocidade do escoamento incidente	22
r	Raio vetor posição	23
f	Frequência de oscilação	23
A	Amplitude de oscilação do corpo	23
t	Referente ao tempo	23
C	Comprimento da corda do perfil	23
Ma	Número de Mach	24
p	Campo de pressões	25
v	Campo de velocidades do corpo	25
n	Referente a direção normal	25
Re	Número de Reynolds	28
M, N_p	Número de painéis planos	36
KV	Elemento da matriz de influência de vórtices	39
KF	Elemento da matriz de influência de fontes	39
ar	Relativo ao avanço randômico	39
N_v, N	Número total de vórtices discretos presentes na esteira	40
Y	Trabalho específico total	41
C_p	Coefficiente de pressão	45
A_p	Referente a matriz de influência	49
A_d	Referente a matriz de influência	50
L_d	Referente a matriz de influência	50
C_D	Coefficiente de arrasto	60
C_L	Coefficiente de sustentação	60
St	Número de Strouhal	60

Caracteres Gregos

η	Referente ao contorno do corpo	23
ε	Posição de nascimento dos vórtices discretos	24
τ	Referente à direção tangencial	25
ρ	Massa específica	25
Γ	Intensidade de vórtices	27
Δt	Incremento de tempo discreto	27
ν	Coefficiente de viscosidade cinemática	28
ω	Campo de vorticidade	29
π	3,14159265359	33
θ	Relativo à direção tangencial	33
σ_0	Raio do núcleo do vórtice de Lamb	35
Σ	Representa um somatório	36
α	Ângulo de ataque	43
Δr_k	Avanço de um vórtice arbitrário k na direção radial	55
$\Delta \theta_k$	Avanço circunferencial de um vórtice arbitrário k	55

Subscritos

τ	Denota componente tangencial	25
n	Referente à direção normal	25

Sobrescritos

\cup	Composição de superfícies	22
∞	Infinito	23
*	Designa variável dimensional	26

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo principal a análise do escoamento incompressível e em regime não permanente de um fluido Newtoniano com propriedades constantes que se realiza ao redor de um corpo longo, o qual apresenta um movimento de oscilação de pequena amplitude superposto ao movimento principal (deste corpo) através do fluido. Como primeira aproximação, considerando o fato do corpo ser longo, a análise é restrita a uma seção transversal, isto é, o problema é suposto realizar-se em duas dimensões. Especificamente o que está sendo analisado neste trabalho é a influência que o movimento oscilatório de pequena amplitude exerce sobre as cargas aerodinâmicas.

Uma asa de um avião, em função do seu grande comprimento, das cargas que deve suportar e, principalmente, pelo seu comportamento dinâmico, não é projetada para ser rígida; no seu movimento através do ar ela experimenta pequenas oscilações. A análise deste fenômeno é, obviamente, motivada pelas aplicações aeronáuticas, embora se aplique também em outras áreas da engenharia como, por exemplo, na análise do escoamento nas Máquinas de Fluxo.

O escoamento no interior das Máquinas de Fluxo é mais complexo do que a situação que se propõe analisar neste trabalho: há a interferência causada por cada uma das pás sobre as demais, há a presença da voluta e o fenômeno é essencialmente tridimensional. No entanto, é óbvio que há a necessidade da análise preliminar de situações simplificadas para o entendimento dos fenômenos básicos presentes. Este objetivo geral tem sido perseguido pelo Grupo de Máquinas de Fluxo do Instituto de Engenharia Mecânica da UNIFEI.

Nesta linha de pesquisa, Alcântara Pereira (2002) estudou o escoamento através de uma grade linear contendo infinitos perfis aerodinâmicos idênticos. A interação entre os vários perfis é resolvida com a utilização de uma função de interferência de grade, a qual possibilita assumir que a camada limite e a esteira viscosa, desenvolvida em cada um dos perfis, são idênticas às aquelas desenvolvidas nos demais perfis. Trabalhando com esta

modelagem o efeito de interferência de grade já está sendo incluído, tornando-se suficiente concentrar a análise sobre um perfil aerodinâmico de referência da grade. Aspectos de turbulência são considerados. As simulações numéricas foram efetuadas com a utilização de uma nova metodologia, o Método de Vórtices, que utiliza um enfoque lagrangeano ao invés do enfoque euleriano comumente encontrado nos métodos numéricos tradicionais como, por exemplo, Diferenças Finitas, Volumes Finitos etc.

Ricci (2002) analisou o escoamento de um fluido Newtoniano com propriedades constantes em torno de corpos de forma arbitrária, quando dispostos nas proximidades de uma superfície plana. O objetivo, neste caso, era o desenvolvimento de uma metodologia para a inclusão da voluta (representada, no caso, de maneira bastante simplificada, pela superfície plana). Como na referência anterior, o Método de Vórtices foi a ferramenta utilizada nas simulações numéricas.

Como visto, os problemas analisados nas duas Teses de Doutorado mencionadas utilizam o Método de Vórtices para a simulação dos fenômenos físicos. Anteriormente, Alcântara Pereira (1999), na sua Dissertação de Mestrado, havia utilizado esta metodologia para simular o escoamento de um fluido viscoso ao redor de um corpo de forma arbitrária; desde então esta metodologia tem sido desenvolvida no Instituto de Engenharia Mecânica da UNIFEI e vários novos aspectos foram desenvolvidos e implementados visando tornar mais realistas as simulações numéricas. Todos estes resultados foram devidamente documentados através de artigos técnicos apresentados nos devidos meios de divulgação científica (publicação interna, congressos e revistas).

A utilização da descrição lagrangeana nas simulações numéricas apresenta-se, em muitas situações, como uma alternativa importante aos métodos eulerianos (Volumes Finitos, Elementos Finitos, etc.). O Método de Vórtices é, talvez, o principal produto desta classe de métodos. Ele utiliza uma nuvem de vórtices discretos para simular a vorticidade, que se encontra concentrada em sub-regiões da região fluida. Cada vórtice que compõe a nuvem é acompanhado desde a sua origem; a sua evolução, no tempo, é obtida submetendo-o aos processos de convecção e de difusão da vorticidade, caracterizando-se assim, a utilização de uma descrição lagrangeana. Este procedimento constitui-se, em essência, no Método de Vórtices, Chorin (1973); Sarpkaya (1989); Lewis (1991); Kamemoto et al. (1995); Hirata & Alcântara Pereira (1999); Lewis (1999), Hirata (2000). Partículas com outras características que não a dos vórtices, podem ser também utilizadas; partículas de calor para simular os processos de transferência de calor, representam um exemplo bastante ilustrativo Ghoniem & Sherman (1985); Smith & Stansby (1989); Kamemoto & Miyasaka (1999); Ogami (1999).

Entre as características marcantes do Método de Vórtices é interessante mencionar:

- Com a utilização da descrição lagrangeana, torna-se desnecessária a utilização de uma malha de discretização da região fluida. Deste modo, cuidados especiais para o tratamento das instabilidades numéricas que se fazem presentes quando se utilizam o métodos eulerianos, principalmente quando o número de Reynolds (Re) assume valores elevados, não se fazem necessários. Em adição a esta observação é oportuno mencionar que a geração de malha em si, nos métodos eulerianos, já se constitui num trabalho que está longe de ser irrelevante.
- O esquema lagrangeano proposto concentra sua atenção nas regiões onde a vorticidade se encontra presente, isto é, na camada limite e na esteira do corpo. Os esquemas eulerianos, por outro lado, consideram simultaneamente toda a região fluida, independentemente do fato de que existem regiões de menor importância onde nenhuma atividade realmente relevante se faz presente.
- A descrição lagrangeana utilizada para o acompanhamento dos vórtices discretos não exige uma consideração explícita das condições de contorno a grandes distâncias do corpo. Este aspecto é particularmente importante na região da esteira viscosa, onde não se dispõe, a priori, de informações para a especificação destas condições de contorno.

Obviamente, muitas dificuldades são ainda encontradas na implementação do conjunto de técnicas que utiliza a descrição lagrangeana uma vez que estas fazem parte de uma metodologia emergente, que se encontra em desenvolvimento.

No Capítulo 2 faz-se uma revisão bibliográfica referente ao problema em estudo e a evolução do Método de Vórtices.

No Capítulo 3 apresenta-se uma formulação do modelo matemático, utilizado nas simulações numéricas. São apresentados os principais aspectos que definem a geometria do problema, as hipóteses simplificadoras e, como consequência destas hipóteses, as equações simplificadas que representam matematicamente os princípios básicos de conservação e as condições de contorno. Em seguida, com base em grandezas representativas do fenômeno analisado, o problema matemático é adimensionalizado. A adimensionalização do problema matemático permite efetuar, de maneira criteriosa, a transferência da condição de contorno especificada na superfície atual do corpo para a sua posição média; esta transferência é justificada com a utilização da hipótese de que as oscilações realizam-se com pequenas amplitudes. Deve-se observar que esta transferência não teria obrigatoriamente que ser

realizada, mas a sua efetivação simplifica tremendamente a implementação numérica dos algoritmos.

No Capítulo 4 encontra-se a descrição do esquema computacional desenvolvido para a implementação numérica do algoritmo do Método de Vórtices Discretos. Há detalhes do cálculo da velocidade induzida devido à interação vórtice-vórtice, o que é feito de uma maneira bastante eficiente com a utilização de um algoritmo que tem como finalidade a redução do esforço computacional aproveitando a propriedade de que dois vórtices discretos, ambos com intensidade de vórtice igual à unidade, induzem a mesma velocidade com sinal contrário. Há, também, descrições sobre as funções das rotinas de cálculo utilizadas, que auxiliam o programa computacional “SOURCESVORTICES” desenvolvido em linguagem FORTRAN.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos nas simulações numéricas, faz-se uma análise paramétrica em função de algumas grandezas de interesse, as conclusões sobre os resultados obtidos e se encerra com algumas discussões e sugestões para novos estudos.

No Apêndice A tem-se uma análise do comportamento da velocidade induzida por uma nuvem de vórtices.

No Apêndice B é feita uma análise da obtenção da equação de transporte de vorticidade para escoamentos bidimensionais.

No Apêndice C são apresentados os valores médios calculados para as forças aerodinâmicas.

No Apêndice D são apresentados os valores médios calculados para as amplitudes de oscilação.

Finalmente, no Apêndice E são apresentados os valores médios calculados para a relação $\overline{A_{C_L}}(0,04t) / \overline{A_{C_L}}(0,00t)$, que são obtidos dividindo-se o valor médio da amplitude de oscilação do corpo dos casos de XVII até XXI da Tabela C., pelo valor médio do caso I, como mostra a Figura 5.14.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste Capítulo são apresentados os resultados de alguns trabalhos encontrados na literatura, relacionados ao escoamento de um fluido ao redor de um corpo oscilante e ao método de vórtices.

2.1 ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CORPO OSCILANTE COM VELOCIDADE CONSTANTE

As propriedades aerodinâmicas do escoamento ao redor de um corpo podem apresentar pequenas oscilações.

Considerações a respeito de escoamento em regime não permanente podem ser encontradas em seções sobre aerofólios, em publicações que discutem sobre asas fixas e rotores. Sabe-se que o escoamento em regime não permanente altera as características de aerofólios dessas aeronaves e, dessa forma, são de importância para tais tipos. Entretanto, no caso de aeronaves, os fenômenos da aerodinâmica instável estão primariamente ligados aos problemas da aeroelasticidade. Para comprovar esse fato, manifestações catastróficas de flutuações de asas de aeronaves nos anos trinta impulsionaram estudos a respeito de fenômenos aerodinâmicos instáveis, realizados por pesquisadores. As publicações relacionadas aos efeitos da instabilidade aerodinâmica sobre aerofólios de asas fixas continuaram crescendo, incluindo vários aspectos de velocidades transônicas, supersônicas e de escoamento hipersônico. Entretanto, como pode ser visto em Fung (1969), elas continuam relacionadas aos problemas de elasticidade.

Por outro lado, como pode ser observado em rotores dos helicópteros, o interesse a respeito do comportamento de aerofólios sob escoamento em regime não permanente, não estão somente relacionados a problemas de aeroelasticidade, mas também de desempenho. Estes aspectos mais tarde se tornaram evidentes quando a atenção de pesquisadores (Veja Harris & Pruyn.,1967) se voltou para dados de aerofólios estáticos bidimensionais. Ficou aparente que as diferenças nas características dos aerofólios resultantes do fenômeno da

aerodinâmica instável foram o responsável pelas discrepâncias. A importância do fenômeno da aerodinâmica instável para o entendimento e análise de problemas de aeroelasticidade de pás deu um incentivo adicional para estudos experimentais e analítico do escoamento instável. Estudos experimentais conduzidos por Liiva et al. (1968), representaram um dos primeiros esforços direcionados exclusivamente aos problemas de aerodinâmica instável, em seções de pás.

Obviamente, fenômenos dinâmicos em fluidos instáveis não estão limitados a seções de aerofólios fixos ou de asas rotativas, mas como apontado por McCroskey (1977), cobrem um amplo espectro de escoamentos de importância prática, que incluem escoamentos ao redor de corpos aerodinâmicos.

A dinâmica de escoamentos instáveis é um campo de crescimento rápido, o que pode ser observado pelo fato de que a maior parte das 290 referências mencionadas por McCroskey (1977) foram publicadas em praticamente 10 anos.

Seções de pás de rotores, especialmente em vôo frontal, experimentam variações dependentes do tempo de seus ângulos de ataque, os quais durante a variação, proporcionam a manifestação de vários fenômenos de aerodinâmica instável. Por exemplo, Liiva et al. (1969) mostraram que o ângulo de ataque varia a altas frequências devido ao movimento de torção da pá.

Quando programas experimentais para investigação do escoamento em regime não permanente em pás foram formulados, a questão que logo surgiu foi até que ponto a variação do ângulo de ataque poderia ser simulada em túnel de vento. Obviamente, seria impossível simular tais efeitos diretamente em túneis de ventos existentes, uma vez que isto iria requerer variação senoidal da magnitude da velocidade de escoamento. Dessa forma, durante experimentos realizados, transdutores de pressão registraram a distribuição de pressão na superfície sobre a qual as forças normais e momentos são calculados, (Liiva et al. 1968).

Pode ser antecipado, que a baixos ângulos de ataque, e sob baixas oscilações do aerofólio, o comportamento deste pode ser interpretado como previsto pelas teorias potenciais; portanto, as aproximações lineares se aplicam. Experimentos realizados com o aerofólio NACA0012, para escoamento com $Re=3000$ e $\Delta\alpha\pm 5^\circ$, mostraram que o fenômeno físico mais importante consiste na formação de uma onda senoidal de vorticidade, gerada atrás do aerofólio oscilante. Conseqüentemente, uma nuvem de vórtices é gerada por um aerofólio sob variações periódicas durante o vôo, o que influencia as forças e momentos atuantes neste aerofólio. No caso particular de um escoamento uniforme em que o aerofólio

realiza uma variação senoidal do seu ângulo de ataque, uma nuvem senoidal então se formaria.

A importância prática de frequências reduzidas está no fato de que, como os efeitos não lineares causados pela viscosidade e pela compressibilidade não são significativos, ou são mantidos como não significativos durante os testes, e mantendo-se Reynolds e o número de Mach sob escala, a simulação em túnel de vento, de um escoamento em regime não permanente, seria verdadeiramente representativo do fenômeno, desde que a frequência reduzida, de valor k , seja a mesma dos aerofólios utilizados para simulação.

Como é previsto pela física deste tipo de oscilação, sabe-se que além da influência da frequência reduzida discutida anteriormente, efeitos viscosos serão predominantes. Também a influência da compressibilidade, que causa mudanças radicais no comportamento da camada limite, poderá ser maior que no caso da oscilação sob baixos ângulos de ataque. Segundo McCroskey (1977), durante a última década o melhor entendimento do fenômeno do “estol” dinâmico foi obtido, mas, no entanto, um entendimento completo deste evento ainda estava por surgir.

O fato de que a separação do escoamento (“estol” ou ângulo de ataque muito grande em relação velocidade – a asa deixa de dar sustentação, o que faz com que o nariz mergulhe) dinâmico altera mais radicalmente o escoamento estático ao redor de aerofólios, no caso de oscilações sob baixos ângulos de ataque é plenamente visível sob medidas experimentais. Assim, experimentos realizados por McCroskey (1977) mostraram que o escoamento ao longo da superfície superior de um aerofólio parece estar relacionado, provavelmente, não muito diferente daquele encontrado sob condições estáticas a grandes ângulos de ataque. Conseqüentemente, os eventos ocorridos na superfície superior são grandemente responsáveis pelas diferentes características do aerofólio associados ao “estol” dinâmico e estático.

Do que foi dito, McCroskey (1977) mostrou que a circulação geral do escoamento ao redor do aerofólio e, portanto, a sustentação a grandes ângulos de ataque acima do ângulo de “estol” estático irá, em geral, permanecer alta. Entretanto, ainda a grandes ângulos de ataque, o escoamento pode eventualmente, romper e causar o “estol”. Estas mudanças no padrão do escoamento são obviamente acompanhadas de uma correspondente variação na distribuição de pressão ao longo da superfície superior do aerofólio.

Fica aparente que os vórtices formados perto do bordo de ataque, e que se movimentam ao longo da superfície superior do aerofólio constituem uma das principais ferramentas de formação de escoamento em regime não permanente. Portanto, pode ser

esperado que a frequência reduzida, que influencia a distância entre os vórtices, deve ser considerada como um dos parâmetros mais importantes.

Os mecanismos atuais de formação desses vórtices e os fatores que os influenciam, assim como o comportamento da camada limite, incluindo sua separação, postam questões que permanecem sem respostas, e que foram extensivamente estudadas por Johnson et al. (1972).

De acordo com Liiva et al. (1969), em geral, a taxa com que o “estol” se propaga ao longo da corda do aerofólio é inicialmente maior em translações verticais. Para oscilações no “Pitch” e na translação, mudanças similares ocorrem ao longo da progressão do “estol” pela corda, com variações na frequência e no ângulo de ataque médio. Isto significa que para aplicações práticas de engenharia, características aerodinâmicas instáveis (especialmente aquelas relacionadas ao “estol” dinâmico), obtidas por testes em aerofólios, podem ser assumidas como sendo representativos de ambos os tipos de oscilação.

Foi mostrado em pesquisas realizadas que pequenas oscilações sob “estol”, e antes da ocorrência de compressibilidade, o fluido pode ser considerado como sendo não viscoso e incompressível. Portanto, o escoamento ao redor de aerofólios pode ser considerado como sendo potencial. Tal fato abre amplas possibilidades para o tratamento analítico de problemas de aerodinâmica instável, desde que, através da aplicação do princípio de superposição a velocidade potencial do escoamento ao redor de um aerofólio possa ser apresentada como a soma dos potenciais associados com vários aspectos de ambas as características e do movimento do aerofólio.

Theodorsen (1935) estudou as forças aerodinâmicas e momentos agindo num sistema de “asa-aileron” (“aileron” é uma superfície de controle, com dobradiças, localizadas nos bordos de fuga da asa, permitindo uma rolagem axial) oscilando como um todo sobre um eixo vertical e executando movimentos verticais enquanto o “aileron” fica livre para mover sob o seu bordo de fuga. Nesta abordagem, as superfícies aerodinâmicas foram modeladas como sendo placas planas. Para simplificar o problema, foi postulado que as oscilações eram infinitesimais. Conseqüentemente, a nuvem de vórtice do aerofólio seria plana. De modo a obter a velocidade total potencial, necessária para o cálculo da pressão, ele assumiu que ela é composta de duas classes de potenciais: uma associada com o escoamento não circulante, e a outra ligada ao escoamento circulatório relacionado a superfície de vorticidade. A modelagem matemática utilizada para a representação do Potencial de Velocidade do Escoamento não Circulatório e do Potencial de Velocidades para o Escoamento Circulatório, pode ser encontrada em seu artigo.

A abordagem analítica das oscilações de placas planas, discutidas, pode ser estendida a aerofólios que tem espessura finita e “camber”. Este problema será brevemente discutido através da abordagem utilizada.

Similarmente ao caso anterior, assume-se que o fluido é não viscoso e incompressível, enquanto que os deslocamentos do aerofólio são pequenos. Assumindo tais hipóteses o problema pode ser considerado como sendo linear, e, portanto, o potencial de velocidade do escoamento ao redor do aerofólio pode ser expresso como a soma dos potenciais devido a espessura, “camber” e ângulos de ataque resultante da rotação sobre o eixo vertical. Os dois primeiros componentes citados são independentes do tempo e, portanto, são os mesmos que para o aerofólio estacionário. O terceiro componente, devido ao movimento instável, pode ser interpretado como sendo a mesmo que para uma placa plana oscilante.

A modelagem matemática utilizada para as expressões da velocidade e pressões utilizadas pode ser encontrada em McCroskey (1972). Elas se referem à superfície de oscilação do aerofólio, e permitem que se tenha pelo menos, uma noção de alguns dos fenômenos associados ao “estol” dinâmico.

De modo a atingir o objetivo de uma análise precisa do fenômeno do “estol” dinâmico, as interações viscosas e não viscosas que se tornaram aparentemente claras durante a discussão da física da separação do escoamento dinâmico, devem ser incorporadas ao modelo matemático. Infelizmente, a formulação e a solução desse problema são extremamente difíceis, e conseqüentemente, tentativas tem sido feita para o desenvolvimento de métodos de engenharia semi-empíricos para a previsão das características do aerofólio sob “estol” dinâmico.

O estudo realizado por Kamemoto teve o objetivo de estender a aplicabilidade do Método de Vórtices para a investigação dos problemas do fluxo vibratório induzido. Kamemoto (1995) examinou as bases matemáticas do Método de Vórtices, e confirmou que a generalização da Lei de Bio-Savart sugere que o Método de Vórtices, combinado com o Método de Elementos Finitos, é um dos mais apropriados métodos computacionais para a análise dos problemas de vibração de fluxos induzidos. Em relação a discretização do campo de vorticidade, foi visto que os métodos de cálculos de vórtices desenvolvidos em estudos passados podem ser classificados em três níveis, de acordo com o estágio de simplificação dos problemas de aproximação de camadas limites. Os métodos dos três níveis foram aplicados na investigação dos fluxos de vórtices em volta de fluxo inferior vibratório, um cilindro circular oscilante e um prima quadrado oscilante, e foi confirmado que o método de vórtices, combinado com o Métodos de Elementos Finitos tem uma aplicação extensiva para a

investigação dos problemas de fluxo vibratório induzido, é um dos três métodos mais apropriado para tornar possível a aproximação dos tratamentos numéricos. Tornou-se claro que o método do nível três, de simulação numérica direta lagrangeana, é útil para análise de problemas de movimentos limite, relacionada com o fluxo induzido vibratório.

Dalton & Chantranovatana (1980) estudaram o movimento oscilatório de um cilindro circular sob o ponto de vista da distribuição de pressão média no cilindro. (Os efeitos do número de Reynolds de até 40000, e do número de Carpenter-Keulegan na distribuição de pressão, são também examinados. Os resultados são explicados em termos do espalhamento do vórtice e sua relação com o período e com o número de Keulegan-Carpenter. Estudos precedentes em escoamentos dependentes do tempo, deixaram uma lacuna no desenvolvimento da distribuição da pressão média em um campo de escoamento oscilante sinuoso. Portanto, o propósito do estudo de Dalton & Chantranovatana (1980) é o de examinar este tipo de distribuição de pressão. Segundo esses autores, maiores conhecimentos de distribuições de pressão dependente do tempo podem levar a um melhor entendimento do campo de escoamento oscilante e de suas forças resultantes. Eles mostraram que as características do escoamento dependem do número de Keulegan-Carpenter: a medida que o cilindro se move em uma direção, uma esteira de vórtices é formada. Para pequenos valores de KC (menos de 0.38) a separação do escoamento não ocorre e não há formação de vórtices. Para, valores de KC maiores que 5, um par de vórtices é formado e permanece simétrico, não se espalhando durante o movimento. Entretanto, a medida que o cilindro reverte a direção, o par de vórtices se move em direção ao cilindro, e se dissipa rapidamente, devido ao rápido aumento da velocidade relativa entre o cilindro e o fluido. À medida que isto ocorre, um novo par de vórtices simétrico se forma numa nova esteira do cilindro e o processo se repete. Para valores de KC entre 5 e 15, um dos vórtices se torna mais largo que o outro, mas o espalhamento convencional e alternado ainda não ocorre. Esse estudo mostra que a presença da esteira de vórtice no fluxo reverso afeta a distribuição de pressão de uma maneira compreensível e previsível e que, o valor de KC afeta a distribuição de pressão em um dado período, uma vez que causa uma queda de pressão na parte frontal do cilindro. Além disso, a pressão da esteira diminui a medida que os valores de KC aumentam.

Badr et al (1995) em seu artigo, apresentaram os resultados de seus estudos em um campo de escoamento transitório causado por um cilindro circular de comprimento infinito colocado em um fluido viscoso oscilando na direção normal ao eixo do cilindro, o qual é considerado em repouso. Assume-se que o escoamento iniciou-se de maneira repentina, a partir do repouso, e permanece simétrico sobre a direção do movimento. O método utilizado

pelos autores para obtenção da solução é baseado em um procedimento numérico, para integração através das equações não estáticas de Navier-Stokes. O método numérico foi utilizado para grandes valores de tempo e para número de Reynolds moderados e altos. Os efeitos do número de Reynolds e do número de Strouhal na evolução da esteira laminar simétrica são também estudados e comparados com resultados numéricos e resultados experimentais anteriores. A variação no tempo do coeficiente de arrasto é também apresentada e comparada com soluções obtidas para escoamento não-viscoso, para o mesmo problema. A comparação entre os resultados obtidos para escoamentos viscosos e não viscosos mostram uma melhor concordância para maiores valores de Reynolds e Strouhal. O escoamento médio para grandes tempos foi calculado e apresentou boa concordância com previsões anteriores baseadas na teoria da camada limite. Nesse estudo, os resultados mostraram que a contribuição das forças de atrito para o coeficiente de arrasto total C_D é relativamente pequena. Resultados também mostram que a diferença de fase entre as soluções para escoamento viscoso e não-viscoso é pequena no início do movimento, e aumenta com o passar do tempo. A razão para isto é que o campo do escoamento afastado do cilindro é livre de vórtices para pequenos tempos. Com o incremento do tempo, os vórtices são espalhados a partir do cilindro causando mudanças na estrutura do campo de escoamento. Essas mudanças irão fazer com que o escoamento afastado do cilindro desvie do escoamento potencial. Finalmente, os padrões de linhas de corrente encontrados nesse estudo são muito similares aos obtidos experimentalmente por outros autores.

Honji (1981) em seu artigo apresenta os resultados da observação de um cilindro circular oscilando transversalmente em água em repouso, produzindo um escoamento tridimensional com vestígios de elos de diversas camadas separadas, sobre um certo campo de amplitude de oscilação. Esse artigo aponta a instabilidade do escoamento tridimensional observado. Experimentos foram conduzidos em um tanque de vidro cheio de água, no qual um cilindro circular foi posicionado verticalmente e forçado a oscilar transversalmente ao longo de seu diâmetro. A amplitude da frequência de oscilação do cilindro foi menor que 2.5 cm e 0.65Hz. Honji (1981) observou que quando um cilindro circular oscila transversalmente em pequenas amplitudes, um escoamento bidimensional é induzido ao redor dele. Em seus resultados, Honji (1981) definiu a região de formação do escoamento citado, utilizando os menores e os maiores valores do diâmetro do cilindro sobre um dado diâmetro D , para os quais tal tipo de escoamento é formado. Os valores de d_0/D , necessários para a formação da região, diminuem com o número de Strouhal. Nessa figura, observa-se que não há formação desse tipo de escoamento abaixo da curva inferior, possivelmente porque d_0/D é muito

pequeno para que o efeito da curvatura das linhas de escoamento se manifeste por si próprio. Acima da curva superior, a formação não ocorre, porque o escoamento se torna turbulento devido a grande separação do escoamento.

No trabalho de Yiourniezakis et al. (2002) simulam-se escoamentos ao redor de aerofólios da série NACA, sujeitos as pequenas oscilações em diferentes configurações. Um extensivo estudo numérico é realizado para estimar o comportamento das forças aerodinâmicas variando-se o ângulo de ataque do escoamento incidente, o arqueamento e a espessura dos aerofólios. Além disto, analisa-se a influência da amplitude e da frequência de oscilação. Os autores mostram que existe um valor máximo atingido para o coeficiente de sustentação, o qual depende principalmente de arqueamento do aerofólio e do ângulo de ataque. Como futuro trabalho é proposto incluir a combinação de modos diferentes de oscilação para o aerofólio durante uma mesma simulação numérica.

2.2 O MÉTODO DE VÓRTICES

O Método de Vórtices tem se apresentado como uma alternativa para os métodos eulerianos na simulação do escoamento de um fluido viscoso ao redor de corpos. As versões que podem ser utilizadas classificam-se como puramente lagrangeana e versões híbridas: euleriana/lagrangeana (Meneghini & Bearman, 1995). Uma referência básica sobre o método é representada pelo livro do Lewis (1991) e pelo trabalho de Sarpkaya (1989). Hirata (2000) faz uma apresentação geral do método de vórtices, discutindo diferentes algoritmos e suas principais características; o trabalho mostra que parte considerável das atividades de interesse se manifesta nas grandes estruturas do escoamento, podendo ser analisadas utilizando-se um número razoável de vórtices discretos, sendo que os fenômenos que se manifestam nas micro-escalas devem ser modelados de forma apropriada. A formulação apresentada neste artigo torna viável a análise das grandes estruturas do escoamento, considerando as influências dos fenômenos associados à turbulência. Este artigo é uma referência básica para a inclusão da modelagem de turbulência nos métodos lagrangeanos (Alcântara Pereira et al. 2002a, 2002b)

A simulação do escoamento ao redor de um corpo, quando se inclui a geração e o transporte da vorticidade sobre toda a superfície apresenta algumas alternativas. O Método dos Painéis é uma alternativa natural para o cálculo da influência do corpo no campo de velocidades. A grande vantagem da utilização deste método consiste na possibilidade de simular corpos de forma arbitrária, Lewis (1991), por exemplo, utiliza painéis planos sobre os quais distribui-se singularidades do tipo vórtices, sendo que o efeito desta distribuição é

representado na simulação numérica por um único vórtice equivalente, colocado no ponto de controle dos painéis. Evidentemente, este procedimento simplificado, em muitas situações não apresenta boa precisão; para contornar parcialmente estas dificuldades ele desenvolveu um esquema que utiliza subpainéis. Katz & Plotkin (1991) distribuem singularidades, com densidade constante sobre os painéis planos. Kamemoto et al. (1995) nesta mesma linha distribuem fontes sobre os painéis planos.

Uma outra alternativa consiste no Teorema do Círculo apresentado no livro de Milne-Tompson (1955). Este teorema é válido somente se o corpo possuir uma superfície circular, ou se a técnica da transformação conforme, for utilizada. Esta alternativa foi explorada com muita propriedade por Musto (1998), Malta (1998) e Musto et al. (1998), exploram com muita propriedade a alternativa mencionada, ao analisarem o escoamento ao redor de um cilindro circular, com e sem rotação. A dificuldade do procedimento reside no grande número de vórtices necessários, vórtices da esteira e suas imagens no interior do círculo, na simulação do escoamento. O Teorema do Círculo permite que o tratamento de problemas com superfície porosa seja viável, o mesmo acontecendo com corpos imersos em um escoamento com vorticidade (Rand, 1989).

Hirata & Alcântara Pereira (1999) apresentam de forma concisa os fundamentos do Método de Vórtices, o qual utiliza-se de uma nuvem de vórtices discretos para simular a dinâmica da vorticidade no meio fluido. Na apresentação do método partem da formulação geral das equações que governam o movimento de um fluido viscoso e com a utilização da equação do transporte de vorticidade apresentam o algoritmo proposto por Chorin (1973). Este algoritmo permite separar os efeitos de convecção e de difusão da vorticidade na simulação numérica. Expressões para o cálculo das cargas aerodinâmicas são fornecidas. Apresenta-se ainda, de forma bastante didática, o algoritmo utilizado para a implementação numérica, do Método de Vórtices qual é descrito com detalhes.

Outras referências básicas sobre o Método de Vórtices são apresentadas no trabalho de Sarpkaya (1989) e o livro de Lewis (1991). O livro de Cottet & Koumoutsakos (1999) apresenta aos fundamentos matemáticos do Método de Vórtices fornecendo elementos para a implementação numérica do método. Lewis (1999) revisa a metodologia do Método de Vórtices Discretos com exemplos de aplicação.

2.2.1 DINÂMICA DA VORTICIDADE

Rosenhead (1931) estabeleceu os fundamentos da metodologia para simular a evolução da vorticidade em um meio fluido. A partir de então, muitos avanços e refinamentos

foram introduzidos, aperfeiçoando o método. A simulação da evolução da vorticidade em um escoamento envolve as seguintes fases: geração da vorticidade; desenvolvimento da vorticidade, envolvendo os mecanismos de convecção e difusão.

No escoamento real desenvolve-se uma camada limite adjacente a superfície sólida, onde a velocidade do fluido é reduzida de u (velocidade fora da camada limite) para zero na superfície. Dentro desta camada limite existe uma quantidade de vorticidade suficiente para reduzir a velocidade do fluido de u para zero, e esta vorticidade é difundida na direção normal da superfície pela ação da viscosidade. Assim, junto à superfície, desenvolve-se o mecanismo de geração da vorticidade.

O escoamento ao redor de corpos rombudos com arestas vivas foi o primeiro problema estudado com o emprego do Método de Vórtices, em virtude de possibilitar uma simulação numérica bastante simplificada. Esses corpos apresentam os pontos de separação bem definidos, permitindo que os pontos de desprendimentos dos vórtices nascentes sejam fixados na adjacência dos mesmos. Os pontos de desprendimento de vórtices, sendo em pequeno número, fazem com que o número total de vórtices presentes na nuvem ao final de uma simulação numérica, seja reduzido consideravelmente, diminuindo-se, assim, o tempo computacional. Lewis (1981) e Araújo (1997), em seus trabalhos, simulam a vorticidade presente na região fluida desprendendo vórtices discretos apenas nas arestas vivas do corpo, uma vez que estes correspondem aos pontos de separação.

Corpos com superfícies suaves (círculos, aerofólios etc) apresentam uma dificuldade adicional, quando se procura simular numericamente o escoamento. Esta dificuldade está associada ao fato de não se conhecer a posição do ponto de separação, o qual se altera durante toda a simulação. Para superar esta dificuldade é necessário simular os processos de geração e de transporte de vorticidade ao longo de toda a superfície do corpo, ou seja, torna-se necessário simular o desenvolvimento da camada limite. Com este procedimento espera-se que:

1. O ponto de separação seja determinado, automaticamente, em cada instante da simulação e, em consequência, que a posição onde os vórtices livres são lançados para o interior do fluido também o sejam;
2. Algum mecanismo seja necessário para tratar os vórtices que migram para o interior da superfície do corpo (os processos de convecção e de difusão são simulados discretamente);
3. O número de vórtices que compõem a nuvem aumente consideravelmente, o mesmo acontecendo com os requisitos de capacidade e desempenho dos computadores.

Alcântara Pereira (1999) em sua Dissertação de Mestrado utiliza painéis planos sobre os quais é distribuída uma densidade constante de vórtices. Neste esquema, ao final de cada avanço no tempo, toda a vorticidade utilizada para representar o corpo é, em um mecanismo chamado de “difusão primária”, na forma de vórtices discretos de Lamb. Estes vórtices são posicionados a uma pequena distância ε (deslocamento primário) sobre a normal que passa pelo ponto de controle do painel.

Kamemoto et al. (1995), ao distribuem fontes sobre os painéis, têm uma dificuldade adicional, ou seja, a vorticidade gerada sobre as superfícies não aparece naturalmente. Neste caso, em primeiro lugar, a velocidade nos pontos de controle é calculada e, a partir das mesmas chega-se a densidade de vórtices, as quais são difundidas nos vórtices livres.

He & Su (1999) propuseram melhorar o efeito da viscosidade. Eles dividiram a folha de vorticidade da superfície em duas partes. Uma parte permanece como a folha de vorticidade sobre o limite sólido do corpo e a outra entra no campo do escoamento como um vórtice livre. As duas partes da divisão são determinadas por um conjunto de relações cinemáticas apropriadas. Assim a intensidade dos vórtices é determinada, e todos os vórtices gerados no mesmo ponto têm sempre o mesmo sinal. A vantagem do esquema é que não há geração de ruído no cálculo da pressão, e tanto a vorticidade remanescente sobre os painéis, quanto a discretizada nos vórtices nascentes, estarão simulando o corpo; a desvantagem está no fato de que os vórtices são gerados muito próximos dos painéis, apresentando dificuldades para o cálculo da velocidade.

Quando se trabalha com o Teorema do Círculo, a condição de impenetrabilidade é automaticamente satisfeita em toda a superfície do cilindro. Contudo, a condição de escorregamento nulo não é obedecida. Para impor a condição Mustto (1998) utiliza a geração de vorticidade, de tal modo que os vórtices da nuvem e os vórtices nascentes, e suas imagens, anulem o componente tangencial da velocidade em pontos dispostos sobre o cilindro. Estes pontos de controle são distribuídos na direção radial e logo abaixo dos vórtices que estão sendo gerados.

2.2.1.1 DESENVOLVIMENTO DE UMA NUVEM DE VÓRTICES

A análise e a simulação numérica do comportamento e do desenvolvimento de camadas cisalhantes estão entre as primeiras investigações feitas com a utilização de nuvens de vórtices discretos, Ashurst (1977).

2.2.1.2 DESENVOLVIMENTO DA ESTEIRA DE UM CORPO

A simulação do escoamento ao redor de corpos com arestas vivas pode ser considerada como o segundo degrau na escala de dificuldades encontrada na utilização do Método de Vórtices. Como, nestas situações, os pontos de separação encontram-se perfeitamente determinados, a simulação numérica é bastante simplificada. Primeiro, porque os pontos de desprendimento dos vórtices nascentes são fixados nas adjacências dos pontos de separação; este fato contrasta com o que se depara quando não se conhece, “a priori”, o ponto de separação. Em segundo lugar, como as arestas vivas e, conseqüentemente, os pontos de separação e desprendimento dos vórtices nascentes, são em pequeno número, os vórtices discretos da nuvem são pouco numerosos reduzindo, assim, consideravelmente as dificuldades computacionais. As exigências impostas sobre o desempenho dos computadores são reduzidas proporcionalmente. Uma terceira razão que pode ser mencionada é a utilização de pequenos artifícios no processo de desprendimento dos vórtices nascentes, que evita muitos dos problemas associados à migração destes vórtices para o interior do corpo.

Com este tipo de enfoque, Lewis (1981) analisa o escoamento ao redor de corpos rombudos, simulando o processo de separação, como acima descrito; mas os efeitos da difusão de vorticidade na esteira são ignorados.

Kamemoto et al. (1990) ao analisarem as cargas hidrodinâmicas que atuam sobre uma comporta, utilizam o mesmo enfoque considerando os efeitos difusivos na esteira. A difusão de vorticidade foi simulada com um processo de aumento do raio do núcleo dos vórtices discretos no tempo.

Com o intuito de formalizar, em bases mais sólidas, os procedimentos utilizados, alguns trabalhos foram elaborados. Jian & Hirata (1991) mostram, no contexto puramente potencial, as bases para o desenvolvimento da vorticidade na presença de um corpo. Kamemoto et al. (1995) partem da Lei de Biot-Savart para justificar os procedimentos adotados.

Este enfoque foi exaustivamente explorado pelo grupo do Laboratório de Mecânica dos Fluidos (PEM-COPPE/UFRJ); os trabalhos mais significativos são representados pelas Dissertações e Teses elaboradas por Araújo (1994), Moreira da Silva (1995), Fonseca (1996), Araújo (1997) e as publicações decorrentes.

2.2.1.3 DESENVOLVIMENTO DA CAMADA LIMITE E DA ESTEIRA DE UM CORPO

Vários autores dedicaram seus esforços no desenvolvimento de técnicas para a simulação da geração e do transporte de vorticidade junto a superfícies sólidas. Entre os trabalhos mais relevantes podem ser mencionados os de Clements & Maull (1975), Chorin (1978), Chorin (1980), Porthouse & Lewis (1981), Kamemoto & Kawamata (1986).

A simulação do escoamento ao redor de um corpo, quando se inclui a geração e o transporte de vorticidade, apresenta algumas alternativas. Uma alternativa natural consiste na utilização do Método dos Painéis (Katz & Plotkin, 1991) para o cálculo da influência do corpo no campo de velocidades no interior da esteira.

A utilização do Método dos Painéis, no entanto, apresenta duas dificuldades. A primeira refere-se ao número de painéis utilizados; aumentando-se este número, aumenta-se a precisão dos resultados, e, também, os requisitos impostos sobre a capacidade e desempenho dos computadores, uma vez que número de vórtices discretos na nuvem aumenta. A segunda, normalmente ignorada, está associada à geração de vorticidade; uma vez que os vórtices nascentes são localizados nas vizinhanças do ponto médio dos painéis, a condição de contorno do corpo é momentaneamente violada. No algoritmo de implementação do Método de Vórtices Discretos apresentados neste trabalho, após o nascimento de cada conjunto de vórtices discretos, um sistema de equações matriciais é re-equilibrado e uma nova distribuição de vórtices com densidade constante é obtida.

2.2.2 OS EFEITOS CONVECTIVOS

Todos os trabalhos até aqui mencionados utilizam a Lei de Biot-Savart modificada para o cálculo da interferência mútua entre vórtices da nuvem. Este cálculo representa a parcela dominante dos esforços computacionais requeridos (o número de operações requerido é proporcional ao quadrado do número de vórtices presentes na esteira).

Um algoritmo bastante simples e óbvio é utilizado para reduzir este esforço; os detalhes do algoritmo mencionado (desenvolvido por Alcântara Pereira (1999) em colaboração com Mustto (1998) e Malta (1998)) são apresentados no Apêndice B. Outro expediente utilizado para reduzir o esforço computacional consiste em utilizar um esquema de segunda ordem para calcular o deslocamento dos vórtices no processo de convecção de vorticidade. Malta (1998) utiliza o esquema de segunda ordem de Runge-Kutta e obtém uma precisão melhor dos resultados e uma redução no tempo computacional requerido.

Para se obter uma redução considerável do esforço computacional, torna-se necessário a utilização de esquemas alternativos. Esforços computacionais, proporcionais ao número de vórtices presentes na esteira, tem sido possíveis com a utilização do algoritmo conhecido como Expansão em Multipolos; o livro de Puckett (1993), além de mostrar os fundamentos do Método de Vórtices, dedica boa parte de suas páginas para a apresentação deste algoritmo. Estes esquemas são baseados na representação do campo de velocidades, induzido por um conjunto de vórtices, como uma série de potências em d^{-1} (d = distância), a qual é válida longe do conjunto de vórtices (Sparlat & Leonard, 1981). Este esquema foi refinado, ainda mais, por Greengard & Rokhlin (1987). A expansão em múltiplos foi utilizada parcialmente, com sucesso, por Guedes et al. (1998).

Os métodos híbridos utilizam conjuntamente as descrições lagrangeana e euleriana, portanto, precisam de uma malha de discretização da região fluida e estão sujeitos a todos os problemas inerentes (veja, por exemplo, os trabalhos de Christiansen (1973), Meneghini & Bearman (1995) e Walther et al. 1999). O Método de Vórtices em Células (Christiansen, 1973) consiste basicamente em se calcular, a partir da posição e da intensidade dos vórtices, o valor da vorticidade nos pontos de cruzamento da malha. Com estes valores, utilizando algum método euleriano, a velocidade de convecção em cada vórtice é calculada. Aproveita-se a estrutura das malhas para se calcular a difusão de vorticidade.

2.2.3 OS EFEITOS DIFUSIVOS

Para simular o processo de difusão de vorticidade três esquemas podem ser mencionados como os mais utilizados. O método que considera o espalhamento do núcleo, o Método da Velocidade de Difusão e o Método de Avanço Randômico.

No trabalho já mencionado, no qual Kamemoto et al. (1990) analisam as cargas hidrodinâmicas que atuam sobre uma comporta, a difusão de vorticidade foi simulada variando-se, no tempo, o raio do núcleo dos vórtices discretos. Também, como já mencionado, este enfoque foi exaustivamente explorado pelo grupo do Laboratório de Mecânica dos Fluidos (PEM/COPPE/UFRJ), e as publicações decorrentes. Greengard & Rokhlin (1987) mostram, no entanto, que o procedimento que simula a difusão de vorticidade com o espalhamento do núcleo dos vórtices não converge para as equações de Navier-Stokes (N-S), o que é contestado por Cottet et al. (1988) e por Kida & Nakajima (1994). Kamemoto (1994) faz uma introdução sistemática do Método de Vórtices, com enfoque em uma formulação lagrangeana. Este trabalho pode ser considerado como uma referência básica,

quando se simula o processo da difusão de vorticidade com a utilização de um algoritmo que utiliza uma variação do raio do núcleo.

Ghoniem & Sherman (1985) apresentam as bases do Método de Avanço Randômico e o aplicam para fenômenos unidimensionais; veja também Hirata & Hirata (1998). Porthouse & Lewis (1981) apresentam um algoritmo para a simulação da difusão de vorticidade em duas dimensões. Beale & Majda (1982) apresentam as bases teóricas que fundamentam o Método de Vórtices, utilizando o Método de Avanço Randômico para simular a difusão de vorticidade. Pode-se dizer que, atualmente, o Método de Avanço Randômico é o preferido nas simulações numéricas dos efeitos difusivos quando se utiliza um esquema lagrangeano puro (Porthouse & Lewis, 1981; Kamemoto et al. 1995; Mustto et al. 1998; Alcântara Pereira et al. 2002b; etc.). Smith & Stansby (1988) utilizam o Método de Avanço Randômico para simular os efeitos difusivos num esquema de vórtices em células.

Arkell & Graham (1992) usam um Método de Vórtices em Células para acompanhar o movimento de vórtices discretos. A etapa convectiva foi abordada com uma descrição lagrangeana e a etapa de difusão viscosa era simulada com uma descrição euleriana (fazendo-se uso de uma malha).

Para complementar este tópico menciona-se o Método da Velocidade de Difusão, desenvolvido por Ogami & Akamatsu (1991). Na simulação do escoamento viscoso, o termo difusivo da equação de transporte de vorticidade é apresentado na forma de uma velocidade de difusão, que é definida fazendo-se uma analogia com a velocidade convectiva. Neste método a vorticidade não pode ser calculada nas regiões onde não existem vórtices ou onde eles existem, mas estejam dispersos. No entanto, nas regiões onde se tem um número significativo de vórtices, próximos uns dos outros, a vorticidade pode ser calculada, e, deste modo, é necessário atualizar o raio do núcleo viscoso do vórtice. Kempka & Strickland (1993) fornecem uma equação para a atualização deste raio do núcleo, mas este procedimento não é muito apropriado para escoamentos bidimensionais. Ogami & Akamatsu (1991) utilizam um procedimento mais simples, no qual, é medida a distância entre vários vórtices discretos para se obter um valor médio; o melhor raio do núcleo é aproximadamente igual ao dobro da distância média calculada.

2.2.4 GERAÇÃO E CONSERVAÇÃO DA VORTICIDADE

Um aspecto importante relacionado com a conservação da vorticidade refere-se aos vórtices discretos que migram para o interior da superfície do corpo, um fato inevitável, uma vez que a simulação numérica é necessariamente discreta no tempo. Este fato agrava-se com a

geração da vorticidade que é efetuada posicionando-se os vórtices nascentes ao longo da superfície do corpo.

Vários esquemas foram propostos para contornar esta dificuldade. Alguns autores preferem refletir para o interior do fluido os vórtices discretos que atravessam a superfície do corpo. Outros autores (parece ser esta a tendência dominante) preferem simplesmente aniquilá-los e utilizar a lei de conservação da vorticidade para compensar a vorticidade perdida; a vantagem deste procedimento reside na manipulação de um número menor de vórtices discretos na esteira, veja os trabalhos de Mustto (1998), Malta (1998) e Alcântara Pereira (1999).

Kamemoto et al. (1995) apresentam um algoritmo interessante, no qual os vórtices nascentes são representados por segmentos de vorticidade que se movimentam dentro da camada limite e sofrem uma metamorfose, assim que dela se afastam, transformando-se em Vórtices discretos.

Moreira da Silva (1995) utiliza uma camada protetora; nesta camada, que se estende sobre toda a superfície do corpo, o cálculo da velocidade induzida nos vórtices discretos é feito considerando-se um processo de interpolação, inibindo a presença de grandes deslocamentos.

2.2.5 CARGAS AERODINÂMICAS

Entende-se por cargas aerodinâmicas à ação exercida sobre um corpo pelo fluido que escoar ao seu redor. De uma maneira geral, pode-se classificar as cargas aerodinâmicas como cargas distribuídas (por exemplo, a pressão) e cargas integradas (aquelas resultantes da ação integrada das cargas distribuídas, como por exemplo, as forças de arrasto e de sustentação). As grandezas, relacionadas com as cargas aerodinâmicas, de maior interesse são a distribuição de pressões sobre a superfície dos corpos e as forças arrasto e de sustentação.

Lewis (1991) determina o coeficiente de pressão pela integração do termo de pressão das equações de N-S. As cargas aerodinâmicas integradas são calculadas integrando-se o campo de pressões. Mustto et al. (1998), apresentam um algoritmo que permite separar o termo de pressão nas equações de N-S; este algoritmo completa aquele utilizado para a separação dos efeitos viscosos (Chorin, 1973). He & Su (1999) apresentam uma formulação para a determinação da distribuição de pressões isolando o termo de pressão das equações de N-S e acrescentando o termo de aceleração convectiva, não considerado por Lewis (1991). O cálculo das cargas aerodinâmicas integradas pode, no entanto, ser efetuada sem que haja a necessidade da integração da pressão sobre a superfície de um corpo isolado. Utilizando-se

uma forma estendida das fórmulas de Blasius para escoamento em regime não-permanente, pode-se obter estas cargas de maneira bastante elegante a partir de elementos conhecidos durante a simulação numérica, ou seja, a intensidade dos vórtices discretos presentes na esteira e as componentes da velocidade nos pontos por eles ocupados Graham (1980) & Sarpkaya (1989).

Kamemoto (1993) faz uma análise vetorial das equações de N-S obtendo a equação de Poisson para a pressão, usando o método de elemento de contorno para sua solução. Com este procedimento o campo de pressões, em qualquer ponto da região fluida, pode ser calculado integrando-se a fórmula proposta por Uhlman (1992) para corpos isolados. Esta formulação requer a geração de uma malha de discretização da região fluida, o que não oferece nenhuma vantagem para ser combinada com o Método de Vórtices Discretos. Shintani & Akamatsu (1994) adaptam esta formulação para o Método de Vórtices Discretos, sendo necessário conhecer apenas os campos de velocidade e de vorticidade.

CAPÍTULO 3

FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

Neste capítulo apresenta-se o modelo utilizado na simulação numérica do escoamento que se observa ao redor de um corpo que se movimenta com velocidade constante num meio fluido em repouso: sobre o movimento principal, caracterizado pela velocidade U , é superposto uma oscilação de pequena amplitude na direção vertical, veja a Figura 3.1.

Como o corpo é suposto possuir uma dimensão transversal (ao movimento) muito grande quando comparada com a sua dimensão longitudinal, pode-se supor que o escoamento realiza-se aproximadamente num plano perpendicular a dimensão transversal.

Assim sendo o modelo considera um escoamento bidimensional, incompressível de um fluido newtoniano com propriedades constantes, que se realiza ao redor de um corpo com um movimento de oscilação de pequena amplitude. O campo de velocidades pode, então, ser visto como uma superposição da velocidade do escoamento incidente, U , com um componente de perturbação causada pela oscilação do corpo.

3.1 GEOMETRIA E DEFINIÇÕES

A superfície do corpo oscilante é definida pela fronteira S_1 e a superfície a grandes distâncias do corpo é representada pela fronteira S_2 , veja a Figura 3.1; o domínio fluido é delimitado pela superfície S , definida como.

$$S = S_1 \cup S_2 \tag{3.1}$$

onde a superfície S_1 é definida pela equação (3.2), como.

$$F_1(x, y, t) = y - [\eta(x) \pm A \cos ft] = 0 \quad (3.2)$$

e a superfície S_2 é definida pela equação (3.3), como

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty \quad (3.3)$$

A função $F_1(x, y, t)$ define o contorno do corpo de espessura $\eta(x)$ e que oscila ao redor do eixo y com uma amplitude, A , e uma frequência, f , tal que a ordenada (y_c) instantânea do eixo y' é dada pela equação.

$$y_c = A \cos ft \quad (3.4)$$

Na Figura 3.1 o corpo está isolado (no caso representado por um aerofólio) possui um comprimento característico indicado por C . Ele está imerso em um escoamento uniforme caracterizado pela velocidade não perturbada U oscila ao redor do eixo y com uma pequena amplitude, A , e uma frequência f .

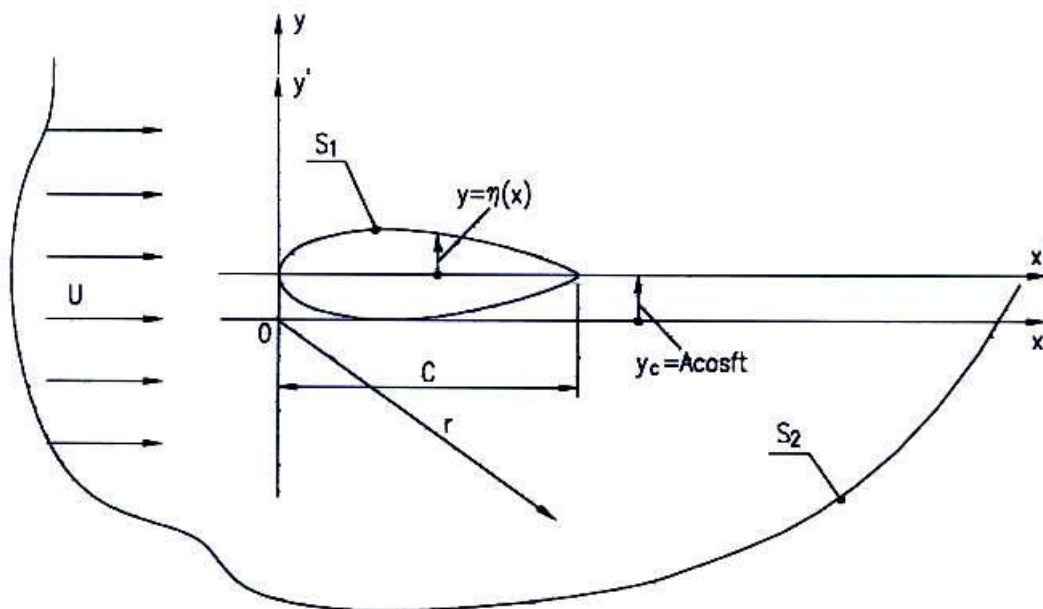


Figura 3.1 - Representação esquemática do problema.

3.2 HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

Apresenta-se a seguir um conjunto de hipóteses que serão utilizadas com o intuito de simplificar as equações que governam o fenômeno. Estas hipóteses são agrupadas de acordo com suas características e são características do problema analisado.

3.2.1 HIPÓTESES RELATIVAS À GEOMETRIA

H₁ – O escoamento realiza-se em duas dimensões e a região fluida estende-se a grandes distâncias do corpo

H₂ – Admite-se que o corpo oscila com pequena amplitude ao redor do eixo y, isto é, admite-se que

$$\frac{A}{C} = O(\varepsilon), \text{ onde o parâmetro pequeno, } \varepsilon \rightarrow 0$$

3.2.2 HIPÓTESES RELATIVAS ÀS PROPRIEDADES DO FLUIDO

H₃ - O fluido é Newtoniano com propriedades constantes.

3.2.3 HIPÓTESES RELATIVAS AO ESCOAMENTO

H₄ - A velocidade característica do escoamento U é admitida como muito menor do que a velocidade de propagação do som no meio fluido. Isto é, assume-se que os efeitos da compressibilidade possam ser desprezados ou que o número de Mach é muito menor que a unidade, em geral Ma < 0.3.

H₅ - Assume-se que o escoamento é laminar.

3.3 EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO

O fenômeno descrito anteriormente é governado pelas expressões matemáticas que representam os princípios de conservação. Utilizando as hipóteses formuladas acima, estas expressões podem ser significativamente simplificadas.

O Princípio de Conservação da Massa é representado pela Equação da Continuidade e o Princípio da Conservação de Quantidade de Movimento Linear é representado pelas equações de Navier-Stokes, respectivamente:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.6)$$

Onde, $\mathbf{u} \equiv (u, v)$ representa o campo de velocidades, p o campo de pressões, ρ a massa específica e $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ representa o coeficiente de viscosidade cinemática.

Na expressão que define a superfície S_1 , a função $\eta(x)$ caracteriza a forma do corpo no sistema de coordenadas auxiliares (x', y') , que oscila ao redor do eixo y . Recorde que a amplitude de oscilação é pequena e que matematicamente este fato é representado por:

$$A = O(\varepsilon), \text{ onde o parâmetro pequeno obedece a relação } \varepsilon \rightarrow 0.$$

Assim, a fronteira S_1 fica definida no sistema de coordenada principal (x, y) da seguinte maneira:

$$y_0 = A \cos ft + y_c = A \cos ft + \eta(x) \quad (3.7)$$

Como o fluido é viscoso (hipótese H3), deve-se especificar uma condição de aderência na superfície S_1 do corpo. Esta condição é mais facilmente verificada, especificando-se as condições de impenetrabilidade e de escorregamento nulo, respectivamente:

$$u_n(x, y_0, t) = v_n(x, y_0, t) \quad (3.8)$$

$$u_\tau(x, y_0, t) = v_\tau(x, y_0, t) \quad (3.9)$$

onde \mathbf{u} e \mathbf{v} representam respectivamente as velocidades do fluido e do corpo e os índices n e τ são utilizados para indicar as componentes normal e tangencial, isto é:

$$\mathbf{u} \equiv (u_n, u_\tau) \rightarrow \text{velocidade do fluido}$$

$$\mathbf{v} \equiv (v_n, v_\tau) \rightarrow \text{velocidade da superfície } S_1$$

Finalmente, na superfície S_2 o componente da velocidade associada à perturbação causada pela oscilação do corpo deve se anular e, portanto, especifica-se que:

$$|\mathbf{u}| \rightarrow U \quad (3.10)$$

3.4 ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA

Inicia-se a adimensionalização do problema com a identificação de grandezas características, ou representativas, do fenômeno. Assim sendo, identificam-se:

C = comprimento característico; no caso de um aerofólio, a sua corda.

U = velocidade característica; no caso a velocidade do escoamento incidente

$T = C.U^{-1}$ = tempo característico

De posse das grandezas características podem ser definidas as grandezas adimensionalizadas; por exemplo, as grandezas que indicam comprimento:

$$C^* = \frac{C}{C} = 1 \rightarrow \text{comprimento adimensionalizado}$$

$$A^* = \frac{A}{C} \rightarrow \text{amplitude de oscilação adimensionalizada}$$

$$x^* = \frac{x}{C}, \quad y^* = \frac{y}{C} \rightarrow \text{coordenadas adimensionalizadas}$$

etc. De maneira análoga definem-se

$$U^* = \frac{U}{U} \rightarrow \text{velocidade incidente adimensionalizada}$$

$$u^* = \frac{u}{U}, \quad v^* = \frac{v}{U} \rightarrow \text{componentes da velocidade adimensionalizadas}$$

$$p^* = \frac{p}{\rho U^2} \rightarrow \text{pressão adimensionalizada}$$

$$\Delta t^* = \frac{U \Delta t}{C} \rightarrow \text{incremento adimensionalizado de tempo}$$

$$f^* = \frac{Cf}{U} \rightarrow \text{frequência adimensionalizada}$$

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{CU} \rightarrow \text{intensidade de um vórtice adimensionalizada}$$

etc.

De posse destas definições, o problema matemático pode ser imediatamente adimensionalizado. O resultado desta adimensionalização é transcrito abaixo:

- Equação da Continuidade (PCM)

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.11)$$

- Equações de Navier-Stokes (P.C.Q.M.L.)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.12)$$

- Condição de Contorno em S_1

$$u_n(\mathbf{x}, y_0, t) = v_n(\mathbf{x}, y_0, t), \text{ impenetrabilidade} \quad (3.13)$$

$$u_\tau(\mathbf{x}, y_0, t) = v_\tau(\mathbf{x}, y_0, t), \text{ escorregamento nulo} \quad (3.14)$$

- Condição de Contorno em S_2

$$|\mathbf{u}| \rightarrow 1, \text{ escorregamento não perturbado} \quad (3.15)$$

Deve-se observar que nas equações (3.11) a (3.14) e naquelas que se seguem, o asterisco (*) utilizado para indicar uma grandeza adimensionalizada foi omitido por comodidade de datilografia.

Observa-se, também, que na equação (3.12) aparece grandeza adimensional denominada de Número de Reynolds, e que é definida como:

$$\text{Re} = \frac{UC}{\nu} \quad (3.16)$$

Onde ν representa o coeficiente de viscosidade cinemática.

3.5 TRANSFERÊNCIA DA CONDIÇÃO DE CONTORNO

As condições de contorno (3.13) e (3.14) foram especificadas sobre a superfície atual do corpo, S_1 . Esta superfície varia no tempo e é definida como:

$$y = y_o = y_c + \eta(x) = A \cos ft + \eta(x), \text{ sendo } y_c \text{ a ordenada instantânea.} \quad (3.7)$$

Este fato apresenta uma certa dificuldade para a simulação numérica. Entretanto, esta dificuldade não é intransponível. Por outro lado, lembrando que o movimento oscilatório é de pequena amplitude (hipótese H2), esta dificuldade pode ser amenizada, cometendo-se um erro de ordem superior.

Para se verificar este fato considere as condições (3.13) e (3.14) que exigem o cálculo das componentes da velocidade em $y = y_o(t)$. Expandindo estas grandezas em série de Taylor, nas vizinhanças de η , tem-se:

$$u_n(x, \eta, t) = u_n(x, \eta, t) + y_c \frac{\partial u_n(x, \eta, t)}{\partial y} + O(y_c^2) \quad (3.7.A)$$

$$u_\tau(x, \eta, t) = u_\tau(x, \eta, t) + y_c \frac{\partial u_\tau(x, \eta, t)}{\partial y} + O(y_c^2) \quad (3.7.B)$$

onde se observa que:

- o primeiro termo do lado direito é da ordem de grandeza do lado esquerdo.

- o segundo termo do lado direito é da ordem de y_c , o que equivale a dizer que é $O(\varepsilon)$, pequeno quando comparado com o primeiro termo.
- o terceiro termo do lado direito é da ordem de y_c^2 , o que equivale a dizer que é $O(\varepsilon^2)$, pequeno quando comparado com o segundo termo e assim por diante.

Pode-se então escrever que,

$$u_n(\mathbf{x}, \eta, t) = v_n(\mathbf{x}, \eta, t) + O(\varepsilon) \quad (3.13.A)$$

$$u_\tau(\mathbf{x}, \eta, t) = v_\tau(\mathbf{x}, \eta, t) + O(\varepsilon) \quad (3.14.A)$$

isto é, as condições impostas sobre a superfície do corpo podem ser especificadas sobre uma posição média definida por $y = \eta(x)$. Nas simulações numéricas esta versão simplificada das condições de contorno será utilizada.

3.6 EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DE VORTICIDADE

No problema de valor de contorno definido pelas equações (3.11), (3.12), (3.13.A), (3.14.A) e (3.15) as incógnitas são representadas pelos dois componentes da velocidade (u, v) e pela pressão (p), que se faz presente nas equações de Navier Stokes.

Manipulando convenientemente estas equações obtém-se a equação de transporte da vorticidade (veja apêndice A) onde, agora, o termo de pressão não se faz presente:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega. \quad (3.17)$$

Esta equação apresenta uma vantagem adicional uma vez que em duas dimensões (hipótese H1), o vetor vorticidade apresenta apenas um componente $\omega = \omega_3$, isto é, a equação (3.17) é uma equação escalar. Observe que o vetor vorticidade $\boldsymbol{\omega} \equiv (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ é definido como:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$$

3.7 RESUMO DO CAPÍTULO

O problema de valor de contorno do fenômeno a ser simulado numericamente é governado por:

EQUAÇÃO DE TRANSPORTE DA VORTICIDADE (2D):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (3.17)$$

CONDIÇÕES DE CONTORNO ESPECIFICADO NA SUPERFÍCIE MÉDIA DO CORPO:

$$u_n(\mathbf{x}, \eta, t) = v_n(\mathbf{x}, \eta, t) + O(\varepsilon) \quad (3.13.A)$$

$$u_\tau(\mathbf{x}, \eta, t) = v_\tau(\mathbf{x}, \eta, t) + O(\varepsilon), \quad \varepsilon \rightarrow 0 \quad (3.14.A)$$

CONDIÇÃO ESPECIFICADA A GRANDES DISTÂNCIAS DO CORPO:

$$|\mathbf{u}| \rightarrow 1 \quad (3.15)$$

CONSERVAÇÃO DA VORTICIDADE:

Além das equações e condições acima, ao se trabalhar com a vorticidade como variável primitiva, tem-se que considerar a condição de conservação da vorticidade que será apropriadamente observada na elaboração do algoritmo numérico. No Capítulo 4.

VORTICIDADE:

Finalmente, como já visto, em duas dimensões, a vorticidade possui apenas um componente que é perpendicular ao plano onde se desenvolve o escoamento, isto é:

$$\omega = \omega_3$$

CAPÍTULO 4

SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo são apresentados os fundamentos do Método de Vórtices, o método numérico utilizado para a solução do problema proposto no Capítulo 3. A apresentação destes fundamentos faz-se acompanhar de uma análise crítica do método.

O Capítulo 4 se completa com a apresentação do algoritmo utilizado para a implementação numérica do Método de Vórtices.

4.1 O MÉTODO DE VÓRTICES

Os métodos numéricos tradicionais utilizam a descrição lagrangeana e, por esta razão, tem a necessidade de discretizar a região fluida em sub-regiões, onde as equações que governam o fenômeno em estudo são aproximadamente satisfeitas. Assim, por exemplo, o método de Diferenças Finitas exige que as equações sejam satisfeitas nos nós (sub-regiões) da malha utilizada para discretizar a região fluida; o método dos Volumes Finitos exige que as equações sejam aproximadas por funções apropriadas no interior das células (sub-regiões) que formam a malha de discretização, etc.

Como visto, o Método de Vórtices utilizado para simular o escoamento de um fluido viscoso utiliza a descrição lagrangeana. Desta maneira, não há a necessidade de se discretizar a região fluida e, conseqüentemente, a utilização de uma malha.

Neste método, deve-se identificar uma “partícula” a qual é acompanhada durante toda a simulação numérica. A caracterização da partícula a ser utilizada é automaticamente feita, uma vez que a vorticidade contida na região fluida deve ser discretizada para seu tratamento numérico. Assim sendo, a vorticidade é discretizada e cada “quantum” de vorticidade representado por uma partícula, para o caso um vórtice discreto. A vorticidade é vista, portanto, como uma nuvem de vórtices discretos que evoluem no tempo, ao longo da simulação numérica.

Com esta visão simplificada do Método de Vórtices já se pode verificar muitas das vantagens do método e suas características, já apresentadas nos capítulos anteriores.

Como o desenvolvimento da vorticidade é governado pela equação (3.17), do Capítulo 3, é natural que a formulação matemática do método tenha esta equação como ponto de partida. Para fins de apresentação a equação é transcrita a seguir:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (3.17)$$

Analisando esta equação verifica-se imediatamente que os termos contidos no seu lado esquerdo correspondem ao transporte de vorticidade por convecção, enquanto que o lado direito contém os termos que governam a difusão de vorticidade.

Tendo em vista estes fatos, Chorin (1973) propõe um algoritmo que é denominado de Algoritmo da Separação da Parte Viscosa “Viscous Splitting Algorithm” . Este algoritmo assume que:

“Para a simulação numérica do transporte da vorticidade o processo de convecção pode ser calculado independentemente do processo de difusão da vorticidade, durante um mesmo incremento de tempo.”

Assim sendo, assume-se que o processo convectivo da vorticidade é governado pela equação (4.1),

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = 0 \quad (4.1)$$

e que o processo de convecção da vorticidade equação (4.2).

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega. \quad (4.2)$$

4.2 CARACTERÍSTICAS MARCANTES DO MÉTODO DE VÓRTICES

O Método de Vórtices apresenta algumas características marcantes que devem ser analisadas.

4.2.1 VÓRTICE DISCRETO

Numa primeira instância parece razoável eleger o vórtice potencial como modelo de partícula que irá compor a nuvem. Analisando o comportamento da velocidade induzida por este vórtice (veja Figura 4.1), verifica-se imediatamente a inadequação deste modelo, uma vez que apresenta um comportamento singular quando se aproxima da origem, isto é, $r \rightarrow 0$.

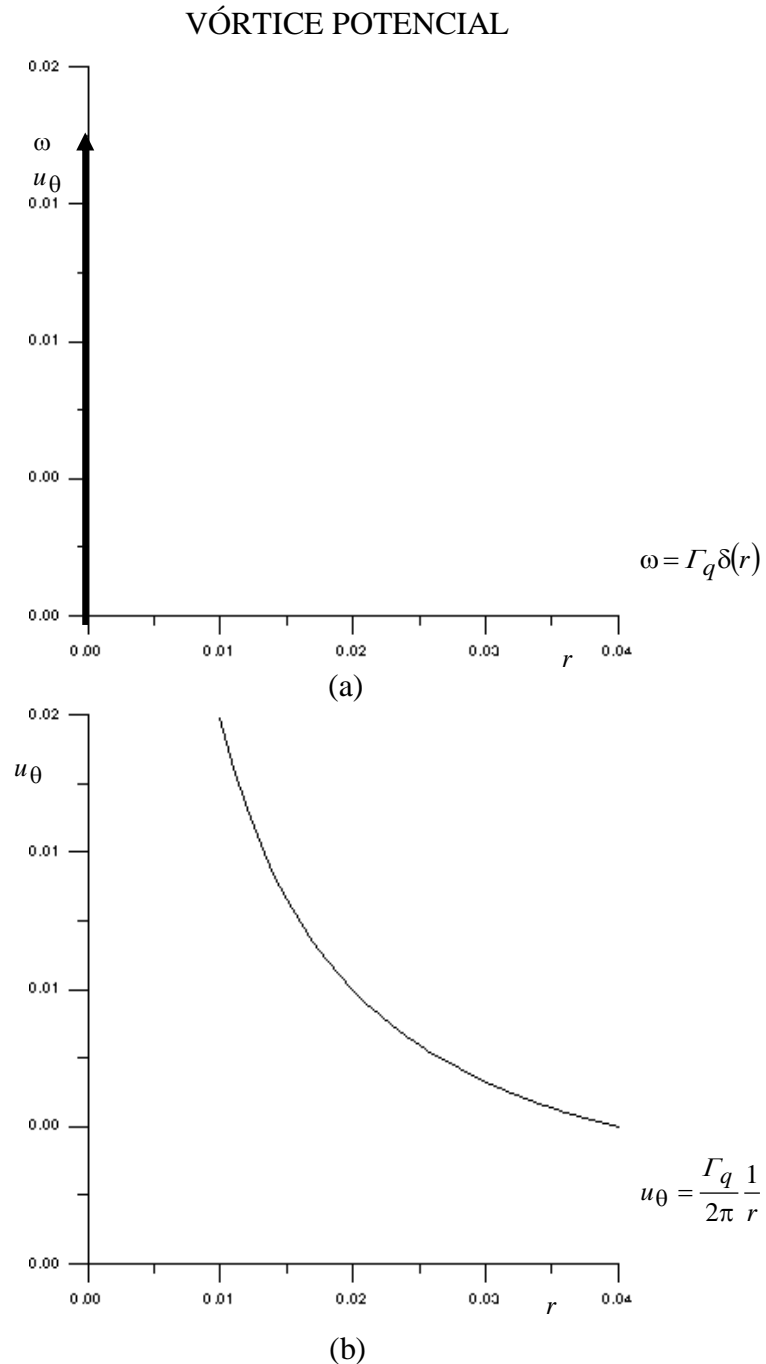


Figura 4.1 –Vórtice Potencial: (a) distribuição de vorticidade e
(b) distribuição da velocidade induzida

Como alternativa propõe-se utilizar como modelo de partícula uma distribuição gaussiana da vorticidade, como é ilustrado na Figura 4.2.

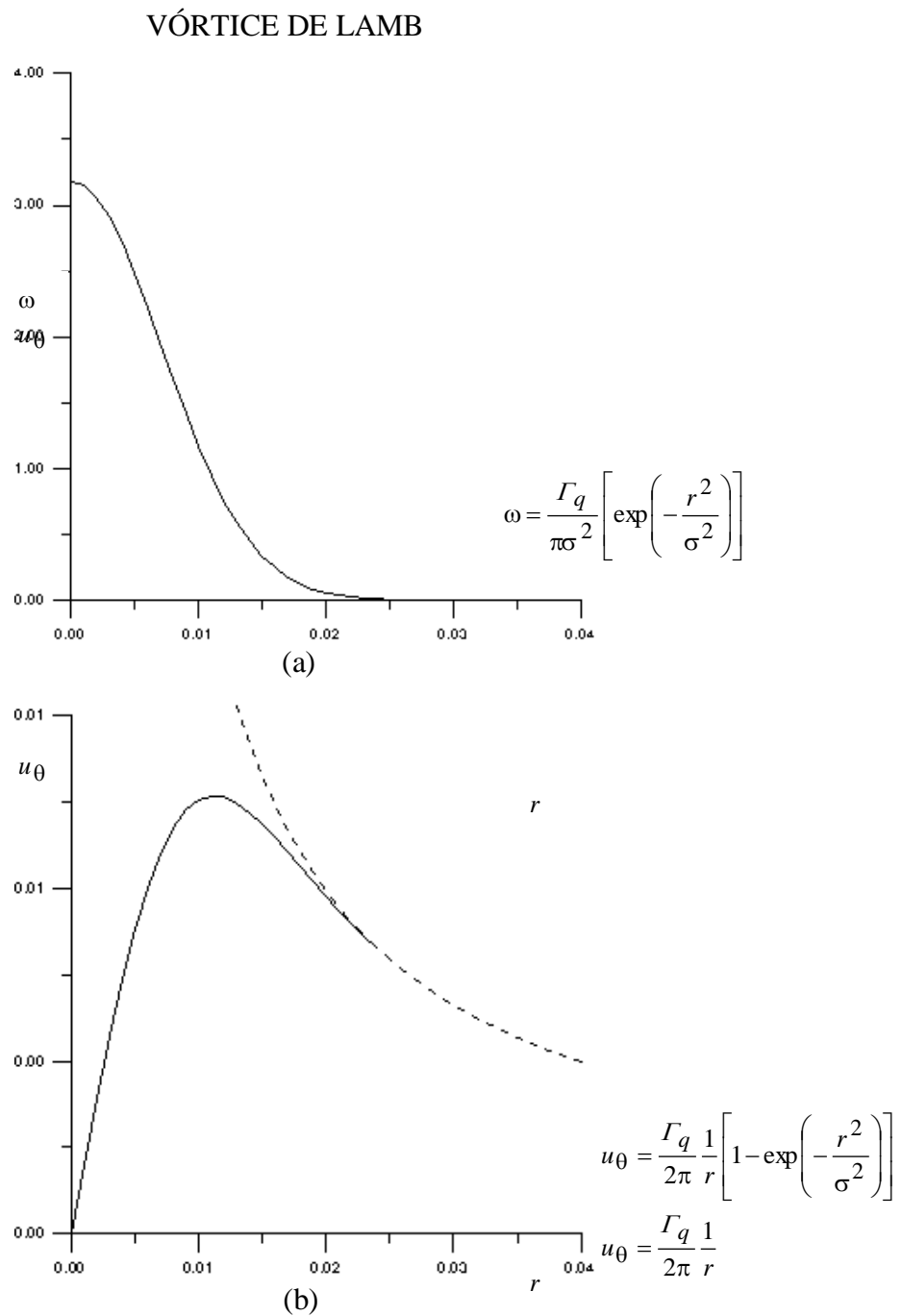


Figura 4.2 – Vórtice de Lamb: (a) distribuição de vorticidade e (b) distribuição da velocidade induzida

Este modelo, conhecido como vórtice de Lamb, apresenta uma distribuição de velocidade sem a singularidade do vórtice potencial. De fato, quando $r \rightarrow 0$ tem-se que $u_\theta \rightarrow 0$, a distribuição apresenta um valor máximo em $r = r_{\max}$ e, com o aumento de r , a velocidade

induzida tende ao valor da velocidade induzida por um vórtice potencial. Desta maneira, pode-se conceber uma região no interior da qual os efeitos viscosos se fazem notar – o núcleo do vórtice – e que é definida pelo raio σ_0 , veja a equação (4.6).

A distribuição da vorticidade deste modelo de partícula obedece à expressão:

$$\omega(r,t) = \frac{\Gamma_j}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_{kj}^2}{\sigma^2}\right) \quad (4.3)$$

onde:

$$\sigma = \sqrt{4 \nu t} \quad , \text{ sendo } \sigma \text{ o raio do vórtice do núcleo de Lamb,}$$

e a velocidade induzida é expressa na equação (4.4).

$$u_{\theta}^{kj} = -\frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{1}{r_{kj}} \left[1 - \exp\left(-\frac{r_{kj}^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (4.4)$$

De acordo com Mustto (1998), pode-se definir o raio do núcleo como equação.

$$\sigma_0 \equiv 2r_{\max} \quad (4.5)$$

onde: r_{\max} corresponde ao valor máximo da velocidade induzida, que é calculado como:

$$r_{\max} \cong 2,24182 \sqrt{\frac{\Delta t}{\text{Re}}} \quad ,$$

o que permite escrever:

$$\sigma_0 = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{\text{Re}}} \quad (4.6)$$

$$u_{\theta}^{kj} = -\frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{1}{r_{kj}} \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (4.7)$$

Deve-se observar que o raio do núcleo foi definido arbitrariamente pela equação (4.5), considerando que, externamente ao núcleo, a velocidade induzida pelo vórtice de Lamb coincide com o valor induzido pelo vórtice potencial.

4.2.2 SIMULAÇÃO DO CORPO

A presença do corpo na região fluida pode ser simulada de algumas maneiras diferentes.

Tendo em vista que a simulação do corpo é feita no contexto da convecção da vorticidade – veja item seguinte – os efeitos viscosos não se fazem presente e, por esta razão, justifica-se a utilização da Teoria Potencial. Assim sendo, uma ferramenta apropriada para este fim têm sido a utilização do Método dos Painéis, (Katz & Plotkin, 1991), que permite simular corpos com formas bastante gerais. Quando o corpo apresenta formas particulares, como por exemplo, um círculo, pode-se utilizar ferramentas mais precisas e específicas como, o Teorema do Círculo, (Milne-Thompson 1955). Este enfoque foi utilizado, entre outros, por Mustto et al, (1998).

Neste trabalho, a superfície do corpo é simulada por um conjunto de painéis planos sobre os quais se distribuem fontes. A densidade da distribuição das fontes é suposta constante sobre cada painel.

Desta maneira, considerando apenas o escoamento incidente e a perturbação causada pela presença do corpo, as componentes da velocidade na direção x e y são, respectivamente, escritas como:

$$u_i + u_c = 1 + \sum_{n=1}^{NP} u_n^p \quad (4.8)$$

$$v_i + v_c = \sum_{n=1}^{NP} v_n^p \quad (4.9)$$

onde: os índices (i) e (c) referem-se aos escoamentos incidente e a perturbação causada pelo corpo; NP é o número de painéis, e u_n^p e v_n^p representam, respectivamente, as componentes da velocidade na direção x e y , induzidas pelo painel n .

O cálculo destes componentes da velocidade é feito com a utilização das expressões:

$$u_n^p = \frac{\sigma(n)}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{s(n)} \ln R ds$$

$$v_n^p = \frac{\sigma(n)}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_{s(n)} \ln R ds$$

onde: $s(n)$ indica o comprimento do painel n e $\sigma(n)$ a densidade da distribuição das fontes constantes neste painel.

4.2.3 CONVECÇÃO DA VORTICIDADE

De acordo com o algoritmo da separação da parte viscosa o processo de convecção da vorticidade é governado pela equação (4.1), que é transcrita abaixo de uma forma sugestiva:

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial\omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\omega = 0$$

onde: o operador D/Dt representa a derivada material ou substantiva.

Assim sendo, a expressão mostra que a vorticidade é transportada como se fosse uma partícula de fluido. Conseqüentemente, a versão discretizada desta equação se escreve como em (4.10),

$$\frac{dx_i}{dt} = u(x_i, t), \quad i = 1, 2 \quad (4.10)$$

onde: $u(x_i, t)$ é a velocidade no instante t , calculada no ponto x_i , $i = 1, 2$.

Numa primeira aproximação, a solução desta equação é dada pelo esquema do avanço de 1ª ordem.

$$\mathbf{x}_i(\mathbf{t} + \Delta t) = \mathbf{x}_i(\mathbf{t}) + \mathbf{u}(\mathbf{x}_i, \mathbf{t}) \cdot \Delta t \quad i = 1, 2 \quad (4.11)$$

A utilização desta fórmula exige, no entanto, a utilização de incrementos de tempo Δt , muito pequeno, onerando sobremaneira o custo computacional. Como alternativa, neste trabalho foi utilizada a fórmula de Adams-Bashforth, (Ferziger 1981):

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + [1.5u(x_i, t) - 0.5u(x_i, t - \Delta t)]\Delta t, \quad i=1,2 \quad (4.12)$$

que consiste numa aproximação com erro de ordem superior, isto é, erro = $O(\Delta t^2)$.

A expressão acima evidencia a necessidade de se conhecer a velocidade no ponto definido pelas coordenadas x_i , $i = 1,2$. Parcelas desta velocidade são calculadas pelas expressões (4.8) e (4.9). Há, no entanto, a contribuição da nuvem de vórtices que não está incluída nestas expressões.

A nuvem de vórtices discretos que simulam a vorticidade presente na região fluida é formada por vórtices que tem origem na superfície do corpo – veja item 4.2.5.

A velocidade $[u, v]$, calculada na posição ocupada por um vórtice i da nuvem, pode ser vista como a soma de 3 parcelas. A primeira parcela está associada ao escoamento incidente e é indicada por (u_i, v_i) , a segunda corresponde à perturbação causada pela presença do corpo é indicada por (u_c, v_c) – veja expressões (4.8) e (4.9) – e a terceira, indicada por (u_v, v_v) , corresponde à interação vórtice-vórtice, isto é: (veja o Apêndice B).

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_c + \mathbf{u}_v \quad \text{e} \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_i + \mathbf{v}_c + \mathbf{v}_v \quad (4.13)$$

Os componentes correspondentes às interações vórtice-vórtice são expressas como:

$$u_v(i) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{NV} \Gamma_j u_{vv}(i, j) \equiv \text{componente induzida na posição ocupada pelo vórtice } i, \quad (4.14)$$

$$v_v(i) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{NV} \Gamma_j v_{vv}(i, j) \equiv \text{componente induzida na posição ocupada pelo vórtice } i,$$

onde Γ_j é a intensidade do vórtice j e as componentes (u_{vv}, v_{vv}) correspondem à velocidade induzida na posição ocupada pelo vórtice (i) , por um vórtice de intensidade unitária localizado na posição do vórtice (j) – veja o vórtice de Lamb, item 4.2.1.

4.2.4 DIFUSÃO DA VORTICIDADE

De acordo com o algoritmo da separação da parte viscosa, o processo de difusão da vorticidade é governado pela equação (4.2), que é transcrita abaixo:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega.$$

A etapa difusiva de um vórtice discreto arbitrário k , após um incremento de tempo Δt é, então, simulada utilizando-se o Método de Avanço Randômico que possui os avanços $ar_{x_k}(t)$, na direção de x , e $ar_{y_k}(t)$, na direção de y , respectivamente:

$$ar_{x_k}(t) = \Delta r_k \cos(\Delta \theta_k) \quad (4.15)$$

$$ar_{y_k}(t) = \Delta r_k \sin(\Delta \theta_k) \quad (4.16)$$

Onde, p_k e q_k são números randômicos com valores no intervalo $(0 - 2\pi)$.

4.2.5 VÓRTICES NASCENTES

No instante inicial $t = 0(\Delta t)$, e a cada novo incremento de tempo Δt , há geração e desprendimento de M novos vórtices discretos de Lamb ao longo da superfície discretizada do corpo, nas vizinhanças dos pontos de controle. Esta escolha permite que os vórtices nascentes estejam sempre posicionados tangenciando o ponto de controle dos painéis planos; ou seja, um vórtice discreto gerado deve localizar-se a uma pequena distância ε sobre uma normal que passa pelo ponto de controle do painel, Alcântara Pereira (1999). O valor das intensidades dos vórtices distribuídos na proximidades dos M painéis é obtido de modo a satisfazer a condição de escorregamento nulo em um único ponto de cada um destes painéis. Deste modo, um segundo sistema de M equações algébricas e M incógnitas deve ser resolvido:

$$\sum_{n=1}^M \text{KV}(s_m, P_n) \{\Gamma_n\} = \{\text{LDV}_m\} \quad (4.17)$$

Na equação matricial (4.17), $\text{KV}(s_m, P_n)$, é uma matriz de influência que representa a indução de velocidade tangencial de todos os vórtices discretos de Lamb sobre o ponto de controle do painel genérico m . O lado direito da equação matricial é um vetor coluna de M

elementos. Para um painel genérico m , o valor de LDV_m , na primeira vez em que ele é calculado (influência apenas do escoamento incidente), no instante $t = 0(\Delta t)$, vale:

$$LDV_m = -U \cos \beta_m \quad (4.18)$$

Em todos os incrementos de tempo seguintes vetor é atualizado devido aos N vórtices livres presentes na esteira, que induzem a velocidade tangencial no ponto de controle de cada painel genérico m :

$$LDV_m = \left\{ -U \cos \beta_m - \sum_{j=1}^N [u_{m_j} \cos \beta_m + v_{m_j} \sin \beta_m] \right\} \quad (4.19)$$

4.2.6 CARGAS AERODINÂMICAS

Neste item comentam-se as abordagens encontradas na literatura para a obtenção das cargas aerodinâmicas. As grandezas relacionadas com as cargas aerodinâmicas, de maior interesse, são as distribuições de pressões sobre a superfície do corpo e as forças de arrasto e de sustentação.

Para o cálculo da pressão o processo utilizado foi o esquema proposto por Shintani & Akamatsu, (1994).

A equação (3.6) do Capítulo 3 é trabalhada a partir da análise vetorial e, para tanto, é utilizada a seguinte relação vetorial (a equação a seguir está na forma dimensional):

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \left(\frac{u^2}{2} \right) - \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}), \text{ onde, } u = |\mathbf{u}| \text{ e com, } \boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}.$$

Finalmente, as equações de Navier-Stokes são escritas como:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (4.20)$$

Designando o trabalho específico total por Y :

$$Y = \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}, \text{ pode-se escrever,}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} = -\nabla Y + \nu \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (4.21)$$

Aplicando o operador divergente nos termos desta equação tem-se:

$$\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) = -\nabla^2 Y + \nu \nabla \cdot \nabla^2 \mathbf{u}.$$

Mas, em função da hipótese de escoamento incompressível ($\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$), resulta:

$$\nabla^2 Y = \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}). \quad (4.22)$$

$$\text{No infinito, } \begin{cases} p = p_\infty \\ u = U_\infty \end{cases} \quad \text{e} \quad \{ Y = Y_\infty.$$

Com Y_∞ constante pode-se escrever:

$$\nabla^2 Y = \nabla^2 (Y + Y_\infty) = \nabla^2 \dot{Y}, \quad \text{ou seja,}$$

$$\nabla^2 \dot{Y} = \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) \quad (4.23)$$

A geometria do escoamento é mostrada na Figura 4.3.

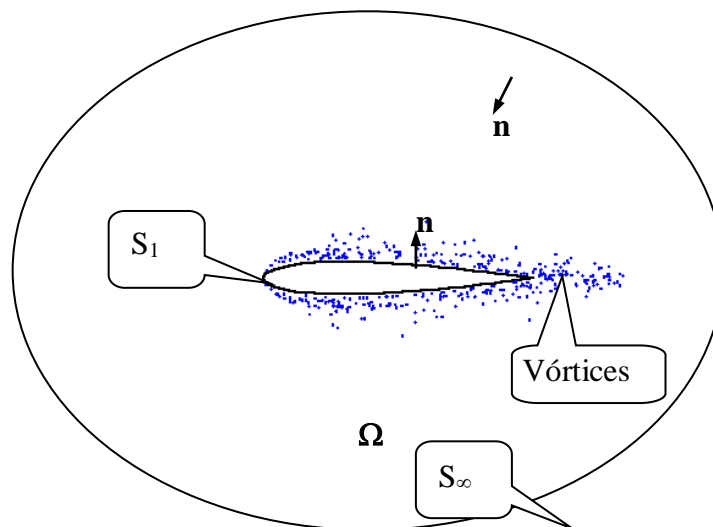


Figura 4.3 - Geometria do escoamento

Multiplicando a equação (4.23) pela função de Green e integrando em Ω , resulta:

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 \dot{Y}) G_i d\Omega = \int_{\Omega} [\nabla \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega})] G_i d\Omega. \quad (4.24)$$

A função de Green, para o escoamento bidimensional, deve ser tomada como:

$$G_i = -\frac{1}{2\pi} \ln r, \text{ com } r = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$$

O índice i denota o ponto onde se quer determinar a pressão.

Visando a solução do problema, a equação (4.24) deve ser trabalhada. Assim sendo, o primeiro termo da mesma pode ser escrito do seguinte modo:

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 \dot{Y}) G_i d\Omega = \int_{\Omega} \dot{Y} \nabla^2 G_i d\Omega + \int_{\Omega} (G_i \nabla^2 \dot{Y} - \dot{Y} \nabla^2 G_i) d\Omega \quad (4.25)$$

No tratamento da primeira integral do segundo membro da equação (4.25), tem-se que o Laplaciano da função de Green, o qual aparece no integrando, é o Delta de Dirac que conduz aos seguintes valores para a integral analisada:

$$\int_{\Omega} \dot{Y} \nabla^2 G_i d\Omega = \begin{cases} 0, & x_i \notin \Omega \cup A_s \cup A_{\infty} \\ -\dot{Y}, & x_i \in \Omega \\ -\frac{\dot{Y}}{2}, & x_i \in A_s \cup A_{\infty} \end{cases}, \text{ ou seja,}$$

$$\int_{\Omega} \dot{Y} \nabla^2 G_i d\Omega = -\alpha \dot{Y}_i, \text{ com } \alpha = \begin{cases} 1, & x_i \in \Omega \\ \frac{1}{2}, & x_i \in A_s \cup A_{\infty} \end{cases}. \quad (4.26)$$

Na segunda integral do segundo membro da equação (4.26) aplica-se a segunda identidade de Green, o que permite escrever:

$$\int_{\Omega} (G_i \nabla^2 \dot{Y} - \dot{Y} \nabla^2 G_i) d\Omega = - \int_{A_s + A_{\infty}} (G_i \nabla^2 \dot{Y} - \dot{Y} \nabla^2 G_i) \cdot \mathbf{n} ds.$$

O sinal negativo da integral do segundo membro se deve à orientação do versor. Portanto, a equação (4.26) pode ser rescrita como:

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 \dot{Y}) G_i d\Omega = -\alpha \dot{Y}_i + \int_{As+A\infty} \dot{Y} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds - \int_{As+A\infty} G_i \nabla \dot{Y} \cdot \mathbf{n} ds. \quad (4.27)$$

Já o segundo membro da equação (4.27) pode ser escrito como:

$$\int_{\Omega} G_i \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \cdot (G_i \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega - \int_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega.$$

Aplicando o teorema de Gauss a primeira integral do segundo membro desta equação, chega-se a:

$$\int_{\Omega} G_i \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega = - \int_{As+A\infty} G_i (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds - \int_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega. \quad (4.28)$$

Levando as equações (4.27) e (4.28) na equação (4.24), a mesma pode ser rescrita como:

$$-\alpha \dot{Y}_i + \int_{As+A\infty} \dot{Y} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds - \int_{As+A\infty} G_i \nabla \dot{Y} \cdot \mathbf{n} ds = - \int_{As+A\infty} G_i (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds - \int_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega,$$

ou

$$-\alpha \dot{Y}_i + \int_{As+A\infty} \dot{Y} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds = - \int_{As+A\infty} G_i (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} - \nabla \dot{Y}) \cdot \mathbf{n} ds - \int_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega. \quad (4.29)$$

A equação (4.21) pode ser escrita como:

$$\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} - \nabla Y = \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} - \nabla \dot{Y} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (4.30)$$

uma vez que Y_{∞} é constante. Portanto, substituindo a equação (4.30) na equação (4.29), resulta:

$$-\alpha \dot{Y}_i + \int_{As+A\infty} \dot{Y} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds = - \int_{As+A\infty} G_i \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \nu \nabla^2 \mathbf{u} \right) \cdot \mathbf{n} ds - \int_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega$$

Deve-se lembrar que, na superfície, \mathbf{u} é constante, zero em A_s ou $U_\infty \equiv U$ em A_∞ . Portanto, a derivada temporal de \mathbf{u} resulta igual a zero. Assim,

$$\alpha \dot{Y}_i - \int_{As+A\infty} \dot{Y} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds = -\nu \int_{As+A\infty} G_i \nabla^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} ds + \int_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega. \quad (4.31)$$

Uma vez que o escoamento é tomado como incompressível, a relação vetorial $\nabla \times \boldsymbol{\omega} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla^2 \mathbf{u}$, pode ser escrita como:

$\nabla^2 \mathbf{u} = -\nabla \times \boldsymbol{\omega}$. Levando-a na equação (4.31) resulta:

$$\alpha \dot{Y}_i - \int_{As+A\infty} \dot{Y} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds = \nu \int_{As+A\infty} G_i \nabla \times \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n} ds + \int_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega. \quad (4.32)$$

A primeira integral da equação (4.32) pode ser reescrita como:

$$\int_{As+A\infty} \dot{Y} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds = \int_{As} \dot{Y} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds + \dot{Y}_\infty \int_{A\infty} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds = \int_{As} \dot{Y} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds \quad (4.33)$$

já que no ∞ $\dot{Y} = \dot{Y}_\infty = Y_\infty - Y_\infty = 0$, uma vez que $\dot{Y} = Y - Y_\infty$.

A segunda integral da equação (4.33) pode ser trabalhada do seguinte modo:

$$\int_{As+A\infty} G_i \nabla \times \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n} ds = \int_{As+A\infty} \nabla \times (G_i \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds - \int_{As+A\infty} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds$$

por sua vez, pelo Teorema de Gauss, pode-se escrever:

$$\int_{As+A\infty} \nabla \times (G_i \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\nabla \times G_i \boldsymbol{\omega}) d\Omega = 0, \text{ e ainda}$$

$$\int_{As+A\infty} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds = \int_{As} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds + \int_{A\infty} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds = \int_{As} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds,$$

uma vez que no infinito $\boldsymbol{\omega} = 0$. Finalmente, a integral pode ser escrita como:

$$\int_{As+A\infty} G_i \nabla \times \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n} ds = - \int_{As} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds. \quad (4.34)$$

Substituindo as equações (4.33) e (4.34) na equação (4.32), chega-se a:

$$\alpha \dot{Y}_i - \int_{As} \dot{Y} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds = \int_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega - \nu \int_{As} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds. \quad (4.35)$$

Adimensionalizando:

$$\dot{Y} = Y - Y_\infty = \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} - \left(\frac{p_\infty}{\rho} + \frac{U_\infty^2}{2} \right) = \frac{p - p_\infty}{\rho} + \frac{1}{2} (u^2 - U_\infty^2)$$

Dividindo por $\frac{U_\infty^2}{2}$, resulta:

$$\frac{\dot{Y}}{U_\infty^2/2} = \frac{p - p_\infty}{\rho U_\infty^2/2} + \frac{2}{2} \left(\frac{u^2}{U_\infty^2} - \frac{U_\infty^2}{U_\infty^2} \right) = C_p + \bar{u}^2 - 1 = \bar{Y} \quad (4.36)$$

$$\frac{\dot{Y}_i}{U_\infty^2/2} = \bar{Y}_i$$

$$\frac{\dot{Y}}{U_\infty^2/2} L \nabla G_i L \cdot \mathbf{n} \frac{ds}{L^2} = \bar{Y} \bar{\nabla} \bar{G}_i \cdot \bar{\mathbf{n}} \bar{d}\bar{s}$$

$$2L \nabla G_i L \cdot \left(\frac{\mathbf{u}}{U_\infty} \times \frac{\boldsymbol{\omega} L}{U_\infty} \right) \frac{d\Omega}{L^3} = 2 \bar{\nabla} \bar{G}_i \cdot (\bar{\mathbf{u}} \times \bar{\boldsymbol{\omega}}) d\bar{\Omega}$$

$$2 \frac{\nu}{U_\infty L} (L \nabla G_i L \times \frac{\boldsymbol{\omega} L}{U_\infty}) \cdot \bar{\mathbf{n}} \frac{ds}{L^2} = \frac{2}{Re} (\bar{\nabla} \bar{G}_i \times \bar{\boldsymbol{\omega}}) \cdot \bar{\mathbf{n}} \bar{d}\bar{s}.$$

Omitindo-se a barra indicativa da variável adimensional, a equação (4.35) pode ser escrita nessa forma como:

$$\alpha Y_i - \int_{As} \nabla G_i \cdot \mathbf{n} ds = 2 \int_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega - \frac{2}{\text{Re}} \int_{As} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} ds. \quad (4.37)$$

Efetuada as operações vetoriais:

$$\nabla G_i = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{r} \nabla r = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial x} \hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial r}{\partial y} \hat{\mathbf{j}} \right) = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{r} \left(\frac{x-x_i}{r} \hat{\mathbf{i}} + \frac{y-y_i}{r} \hat{\mathbf{j}} \right), \text{ ou}$$

$$\nabla G_i = -\frac{1}{2\pi} \frac{(x-x_i)\hat{\mathbf{i}} + (y-y_i)\hat{\mathbf{j}}}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}.$$

Efetuada o produto escalar da primeira integral da equação (4.37), com $\mathbf{n} = n_x \hat{\mathbf{i}} + n_y \hat{\mathbf{j}}$, vetor unitário normal à superfície e dirigido para dentro da região fluida, vem:

$$\nabla G_i \cdot \mathbf{n} = -\frac{1}{2\pi} \frac{n_x (x-x_i) + n_y (y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}. \quad (4.38)$$

Resolvendo o produto vetorial da segunda integral, a equação (4.37) chega-se a:

$$\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} = v\omega \hat{\mathbf{j}} - u\omega \hat{\mathbf{i}} = \omega(v\hat{\mathbf{j}} - u\hat{\mathbf{i}}).$$

Operando o produto escalar, vem:

$$\nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) = -\frac{\omega}{2\pi} \frac{v(x-x_i) - u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}. \quad (4.39)$$

Finalmente, devem-se efetuar as operações vetoriais da terceira integral da equação (4.37).

Iniciando-se pelo produto vetorial, escreve-se:

$$\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega} = \omega G_y \hat{\mathbf{i}} - \omega G_x \hat{\mathbf{j}} = \omega(G_y \hat{\mathbf{i}} - G_x \hat{\mathbf{j}}).$$

Operando agora o produto escalar vem:

$$(\nabla G_i \times \omega) \cdot \mathbf{n} = \frac{\omega}{2\pi} \frac{n_y(x - x_i) - n_x(y - y_i)}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}. \quad (4.40)$$

Levando as equações (4.38), (4.39) e (4.40) na equação (4.37), obtém-se a equação que permitirá a determinação da pressão no ponto i, ou seja:

$$\alpha Y_i + \int_{As} \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x - x_i) + n_y(y - y_i)}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} Y ds = - \int_{\Omega} \frac{1}{\pi} \frac{v(x - x_i) - u(y - y_i)}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \omega d\Omega - \frac{1}{Re} \int_{As} \frac{1}{\pi} \frac{n_y(x - x_i) - n_x(y - y_i)}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \omega ds. \quad (4.41)$$

As integrais presentes na equação (4.41) serão resolvidas numericamente. Com esta finalidade é necessário impor uma discretização nas superfícies e volumes presentes.

O escoamento sendo bidimensional, a superfície do corpo se reduz ao seu perímetro e este é discretizado em N_p painéis de comprimento Δs . Cada um destes painéis irá induzir a propriedade Y no ponto i. Esta propriedade é suposta constante no ponto de controle de cada elemento.

Em vista de o escoamento ser admitido bidimensional, o campo do escoamento se reduz a uma superfície, sendo a vorticidade presente neste campo discretizada em N_v vórtices livres de intensidade Γ .

Feitas estas observações, passa-se a discretização das integrais da equação (4.41), iniciando pela primeira. A primeira simplificação consiste em substituir a integração em toda a superfície do corpo pela somatória de integrais efetuadas sobre cada um dos painéis. Uma nova simplificação consiste em admitir os valores como concentrados nos pontos de controle de cada painel. Deste modo, nem as coordenadas dos pontos de controle e nem a propriedade Y variam, sendo tirados para fora da integral. Resta a integral de ds , a qual resulta no próprio comprimento do painel Δs . Assim, pode-se escrever:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{As} \frac{n_x(x - x_i) + n_y(y - y_i)}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} Y ds \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_p} \frac{n_{x_j}(x_j - x_i) + n_{y_j}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} Y_j \Delta s_j \quad (4.42)$$

A segunda integral faz a somatória dos efeitos da vorticidade distribuída em todo o campo, em termos da propriedade Y . A vorticidade é discretizada nos vórtices livres, os quais estão distribuídos ao longo do campo e apenas nas regiões em que a vorticidade está presente. Portanto, na solução da integral, o campo é discretizado em N_v vórtices livres, resultando como primeira simplificação à substituição da integração em todo o campo pela somatória de integrais efetuadas na área de influência de cada vórtice. Neste modelo simplificado as coordenadas e a velocidade dos vórtices são tomadas como constantes e colocadas fora da integral, resultando em:

$$\int_v \omega dA_v = -\Gamma_v ,$$

onde: dA_v corresponde a área de influência do vórtice.

O sinal negativo que aparece se deve ao fato do sentido positivo da vorticidade ser o sentido anti-horário, ao passo que o sentido positivo adotado para a intensidade dos vórtices é o sentido horário.

Portanto, dentro das simplificações adotadas, a integral pode ser substituída pelo seguinte somatório:

$$\frac{1}{\pi} \int_{\Omega} \frac{v(x-x_i) - u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega d\Omega \approx -\frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_v} \frac{v_j(x_j-x_i) - u_j(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \Gamma_j . \quad (4.43)$$

A terceira integral compreende a contribuição, em termos da propriedade Y , da vorticidade que está sendo gerada sobre a superfície do corpo. Portanto, na sua solução, a superfície do corpo é discretizada nos mesmos N_p painéis anteriores. Em uma primeira aproximação a integral é substituída por um somatório de integrais sobre cada um dos painéis. Uma vez que as coordenadas dos pontos de controle não mudam com o tempo, os painéis são fixos e a indução se refere aos valores concentrados nos pontos de controle; estes valores são retirados da integral. Resta a integral da vorticidade distribuída sobre o próprio painel, e esta, por definição, corresponde a vorticidade que está sendo gerada. Assim, tem-se:

$$\Gamma_g = -\int_{\Delta s} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n} ds = \gamma_g \Delta s_g .$$

Levando na integral, pode-se escrever:

$$\frac{1}{\pi \operatorname{Re}} \int_{A_s} \frac{n_y(x-x_i) - n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega ds \approx -\frac{1}{\pi \operatorname{Re}} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_p} \frac{n_{y_j}(x-x_i) - n_{x_j}(y-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \gamma_j \Delta s_j. \quad (4.44)$$

Substituindo-se as equações (4.42), (4.43) e (4.44) na equação (4.41), resulta:

$$\begin{aligned} \alpha Y_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_p} \frac{n_{x_j}(x_j-x_i) + n_{y_j}(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \Delta s_j Y_j &= \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_v} \frac{v_j(x_j-x_i) - u_j(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \Gamma_j \\ &+ \frac{1}{\pi \operatorname{Re}} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_p} \frac{n_{y_j}(x-x_i) - n_{x_j}(y-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \Delta s_j \gamma_j \end{aligned} \quad (4.45)$$

Ao se observar à equação (4.45), nota-se que existe uma característica muito especial: tanto no primeiro somatório quanto no ultimo, os termos associados à geometria dos painéis não mudam ao longo do tempo. Deste modo, os termos destes somatórios associados à geometria podem ser agrupados em uma matriz de influência. Para o primeiro somatório chama-se a matriz de influência de A_p , sendo os seus termos dados por:

$$A_{p_{i,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{n_{x_j}(x_j-x_i) + n_{y_j}(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \Delta s_j, \quad \begin{cases} i=1, N_p \\ j=1, N_p \end{cases} \quad p/i \neq j$$

$$A_{p_{i,j}} = \alpha. \quad p/i = j$$

Já para o ultimo somatório a matriz de influência será denominada por A_d , sendo seus termos dados por:

$$A_{d_{i,j}} = \frac{1}{\pi \operatorname{Re}} \frac{n_{y_j}(x_j-x_i) - n_{x_j}(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2 + (y_j-y_i)^2} \Delta s_j \quad \begin{cases} i=1, N_p \\ j=1, N_p \end{cases} \quad p/i \neq j$$

$$A_{d_{i,j}} = 0 \quad p/i = j.$$

A equação (4.45) pode ser escrita de uma forma mais compacta, como em (4.46).

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_p} A_{p_{i,j}} Y_j = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_v} \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^{N_p} A_{d_{i,j}} \gamma_j. \quad (4.46)$$

O lado direito da equação (4.46) pode ser escrito do seguinte modo:

$$Ld_i = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_v} \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^{N_p} A_{d_{i,j}} \gamma_j. \quad (4.47)$$

A aplicação da equação (4.47) nos N_p painéis que representam o corpo conduz ao seguinte sistema linear de equações:

$$\begin{aligned} A_{p_{1,1}} Y_1 + A_{p_{1,2}} Y_2 + A_{p_{1,3}} Y_3 + \cdots + A_{p_{1,nP}} Y_{nP} &= Ld_1 \\ A_{p_{2,1}} Y_1 + A_{p_{2,2}} Y_2 + A_{p_{2,3}} Y_3 + \cdots + A_{p_{2,nP}} Y_{nP} &= Ld_2 \\ A_{p_{3,1}} Y_1 + A_{p_{3,2}} Y_2 + A_{p_{3,3}} Y_3 + \cdots + A_{p_{3,nP}} Y_{nP} &= Ld_3 \\ \vdots & \\ A_{p_{N_p,1}} Y_1 + A_{p_{N_p,2}} Y_2 + A_{p_{N_p,3}} Y_3 + \cdots + A_{p_{N_p,nP}} Y_{nP} &= Ld_{N_p} \end{aligned}$$

Em termos matriciais, este sistema de equações pode ser escrito como:

$$[Ap] \{Y\} = \{Ld\}. \quad (4.48)$$

Neste sistema de equações o vetor Y corresponde às incógnitas e pode ser determinado, por exemplo, pelo Método de Eliminação de Gauss.

Determinado os valores de Y para os painéis pode-se encontrar os correspondentes valores de C_p ; ou seja, a partir da equação (4.36), pode-se escrever:

$$C_{p_i} = Y_i + 1, \quad (4.49)$$

uma vez que, a velocidade sobre a superfície do corpo é nula.

4.3 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO MÉTODO DE VÓRTICES

De acordo com discussões anteriores, quando um fluido viscoso incide sobre um corpo há geração de vorticidade. Esta vorticidade se concentra praticamente na camada limite criado

na superfície do corpo, e na esteira viscosa formada a jusante do corpo. A proposta deste algoritmo consiste em utilizar a superfície do corpo e representá-la por fontes para satisfazer a condição de impenetrabilidade. A condição de escorregamento nulo é satisfeita gerando-se vórtices discretos ao longo da superfície do corpo. O estabelecimento do algoritmo da separação da parte viscosa da equação do transporte de vorticidade permite que, durante cada incremento de tempo, os fenômenos de convecção e difusão da vorticidade sejam calculados separadamente. Esta divisão de efeitos constitui-se na base do que se denomina de Método de Vórtices.

A estrutura lógica dos módulos do esquema computacional é apresentada na Figura 4.4. Há na literatura, alternativas para esquemas computacionais objetivando a implementação numérica do Método de Vórtices Discretos. Alguns destes esquemas podem ser encontrados, por exemplo, nos trabalhos de Porthouse (1983), Lewis (1991) e Alcântara Pereira (1999).

Analisando a organização do algoritmo ilustrado na Figura 4.4, observa-se a existência de um Módulo de Entrada de Dados, que neste esquema, é o principal responsável pela obtenção dos dados necessários à execução das principais atividades do programa. Um exemplo de entrada de dados é ilustrado pela estrutura de dados seguinte:

Estrutura de dados de entrada

- M (números de painéis planos);
- STOP (número total de incremento de tempo);
- START (instante de tempo para o início do cálculo das cargas aerodinâmicas);
- UINF/VINF (velocidades do escoamento incidente);
- Δt (incremento discreto de tempo);
- ε (deslocamento primário);
- σ_0 (raio do núcleo do vórtice de Lamb);
- Re (número de Reynolds);
- A (amplitude de oscilação);
- GAP (deslocamento do ponto de controle).
- PRO (camada protetora).
- f (frequência de oscilação);

O módulo que executa esta atividade é denominado de *InputData*. Ele faz a leitura dos parâmetros a partir de dois arquivos: um arquivo de entrada de dados de nome *Input.Dat*, e, seguida, faz a leitura dos pontos extremos dos painéis, em notação complexa $Z_j : j = 1, M+1$, do arquivo denominado de *Panels.Dat*. Os dados deste último arquivo representam a superfície discretizada do corpo.

O cálculo dos dados necessários para a simulação numérica é feito pelo programa principal denominado de *SourcesVortices*, que aciona a rotina *DataPreparation* para os cálculos dos seguintes parâmetros:

CO (K,2) (ponto de controle dos painéis).

PSHED (K,2) (ponto de desprendimento dos vórtices discretos);

Ds_j (Comprimento dos painéis).

A determinação dos coeficientes da matriz de influencia fontes, definidos como $\text{coups}(k, j)$: $k = 1, M$ e $j = 1, M$, são calculados pela rotina *CouplingCoefficients*, e não sofrem variação porque depende apenas da geometria do corpo. Tal matriz de influência é montada impondo-se a condição de impenetrabilidade. Em adição, a determinação do vetor coluna lado direito da equação matricial fontes é feita inicialmente, considerando apenas a presença do escoamento incidente U , que é decomposto na direção normal ao ponto de controle de cada painel (equação 4.50). Esta operação é executada pela rotina *Right_Hand_Sides_S*.

$$\sum_{n=1}^M \text{KF}(s_m, s_n) \sigma(s_n) = \text{LDF}_m \quad (4.50)$$

A determinação dos coeficientes da matriz de influencia vórtices, definida como $\text{coups}(k, j)$: $k = 1, M$ e $j = 1, M$, é feita pela rotina *CouplingCoefficients*. Tais coeficientes não sofrem variação porque depende apenas da geometria do corpo.

A matriz de influência é montada impondo-se a condição de escorregamento nulo, expressa na equação (4.17) do Capítulo 4.

Em adição, a determinação do vetor coluna lado direito da equação matricial vórtices, considerando apenas a presença do escoamento incidente U , é decomposto na direção tangencial a cada painel, ao ponto de controle de cada painel. Esta operação é realizada pela função *Right_Hand_Sides_V*.

A matriz de influência para os vórtices é alterada para que se satisfaça a condição de conservação de circulação. Com este fim, acrescenta-se uma linha e uma coluna nesta matriz.

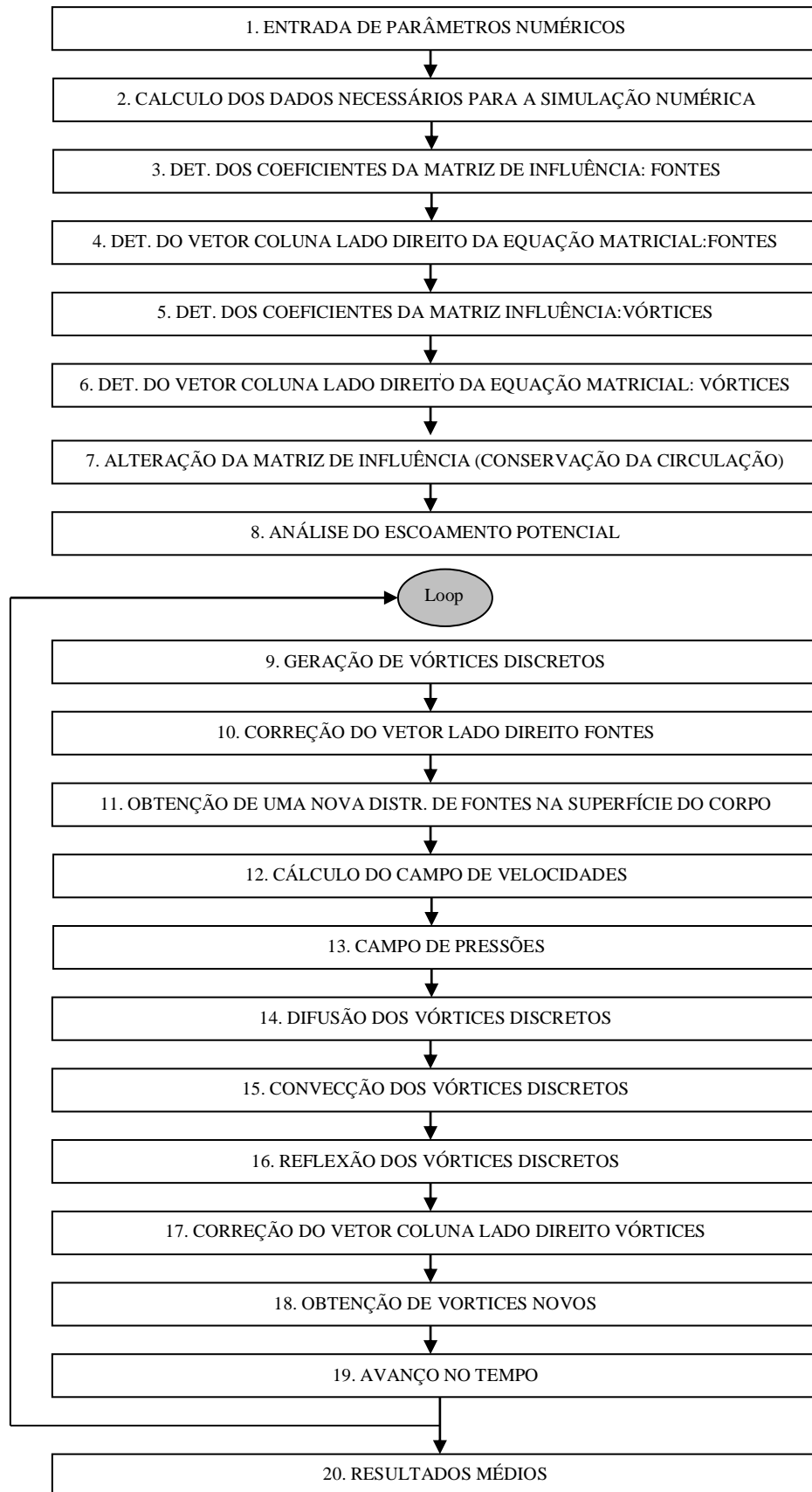


Figura 4.4 - Esquema computacional para a implementação do método de vórtices discretos pelas rotinas enumeradas de 1 a 20.

Os vórtices que vierem a migrar para o interior do corpo, quando se deslocam por convecção e por difusão são refletidos com esta modificação nesta matriz de influência.

A equação (4.58) é satisfeita em todos os instantes de tempo.

$$\sum_{j=1}^M \Gamma_j = 0 \quad \text{onde } M \text{ é o número de painéis} \quad (4.50A)$$

Aproveita-se essa rotina para calcular também os coeficientes da matriz de pressão, dada pela equação (4.50A).

$$\frac{1}{2\pi} \int_{s_1+s_{1i}} \frac{n_x(x-x_i)+n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2} \tilde{Y} ds \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{Np} \frac{n_{xj}(x_j-x_i)+n_{yj}+(y_j-y_i)}{(x_j-x_i)^2+(y_j-y_i)^2} \tilde{Y}_j \Delta s_j \quad (4.51)$$

A análise do escoamento potencial no instante de tempo inicial é feita pela rotina *GaussPiv*, e utiliza o Método de Eliminação de Gauss para a determinação da distribuição de velocidades.

Todo vórtice discreto que é gerado localiza-se a uma pequena distância ε sobre uma normal que passa pelo ponto de controle do painel. A intensidade deste vórtice é calculada diretamente se utilizando a condição de escorregamento nulo. O vórtice discreto gerado possui um núcleo viscoso e o modelo que vem sendo utilizado é o modelo original do vórtice de Lamb (Panton, 1984). A rotina *Generation* realiza o processo de desprendimento dos vórtices discretos. Teoricamente, após a difusão primária a condição de aderência (escorregamento nulo e impenetrabilidade) não é mais satisfeita, e um passo intermediário para nova geração de vorticidade é necessário.

A correção do vetor coluna lado direito da equação matricial fontes é realizada pela rotina *CompUmVm*, que é acionada para calcular as componentes da velocidade induzida no ponto de controle dos painéis planos devido à presença dos vórtices discretos desprendidos, e dos vórtices discretos presentes na região fluida. A seguir, a rotina *Right_Hand_Sides_S* é novamente acionada para a correção do lado direito. Em seguida, obtém-se uma nova distribuição de fontes na superfície do corpo através da rotina *GaussPiv*.

A etapa difusiva de um vórtice arbitrário k , após um incremento de tempo Δt , é simulada utilizando-se o Método de Avanço Randômico (Lewis, 1991), que possui os avanços $ar_{xk}(t)$, na direção de x , e $ar_{yk}(t)$, na direção de y , respectivamente.

$$ar_{xk}(t) = \Delta r_k \cos(\Delta\theta_k) \quad (4.52)$$

$$ar_{yk}(t) = \Delta r_k \sin(\Delta\theta_k) \quad (4.53)$$

onde:

$$\Delta r_k = \sqrt{\frac{4\Delta t}{Re_b} \ln\left(\frac{1}{p_k}\right)} \quad (4.54)$$

$$\Delta\theta_k = 2\pi q_k \quad (4.55)$$

sendo: p_k e q_k números randômicos com valores entre 0 e 1.

A nova posição de um vórtice arbitrário k , após o processo difusivo, é então definida pelas equações:

$$x_k(t+\Delta t) = x_k(t) + ar_{xk}(t) \quad (4.56)$$

$$y_k(t+\Delta t) = y_k(t) + ar_{yk}(t) \quad (4.57)$$

De posse da velocidade induzida na posição ocupada por cada vórtice discreto da nuvem, o avanço convectivo é calculado com a utilização da expressão de Adams-Bashforth. Sendo de segunda ordem, pode-se usar um Δt maior, para um menor custo computacional, pelas equações:

$$x_k(t+\Delta t) = x_k(t) + [1,5U_{txk}(t) - 0,5U_{txk}(t-\Delta t)]\Delta t \quad (4.58)$$

$$y_k(t+\Delta t) = y_k(t) + [1,5U_{tyk}(t) - 0,5U_{tyk}(t-\Delta t)]\Delta t \quad (4.59)$$

Deve-se observar, no entanto, que o cálculo do avanço convectivo dos vórtices nascentes não pode ser feito com a utilização das expressões anteriores; neste caso utiliza-se a fórmula de Euler,

$$x_k(t+\Delta t) = x_k(t) + U_{t_{xk}}(t)\Delta t \quad (4.60)$$

$$y_k(t+\Delta t) = y_k(t) + U_{t_{yk}}(t)\Delta t \quad (4.61)$$

Uma vez que estes vórtices não possuem velocidade induzida no instante de tempo imediatamente anterior. A rotina que calcula a convecção é denominada de *Convection*. Durante cada incremento de tempo os vórtices discretos se deslocam por convecção e por difusão. Alguns desses vórtices podem migrar para o interior da superfície do corpo. O critério utilizado no programa *SourceVortices* reflete estes vórtices. Para cumprir esta finalidade, a rotina *Reflection* é acionada. Em adição, a correção do vetor coluna, lado direito da equação matricial vórtices é realizada pela rotina *Right_Hand_Sides_V*. Após a correção do vetor coluna lado direito vórtices a condição de aderência será novamente satisfeita, e para este fim, a rotina *GaussPiv* é acionada para geração de M novos vórtices discretos ao redor da superfície do corpo.

No final do instante de tempo considerado é fornecido um novo incremento de tempo Δt . Então, novos cálculos são realizados pelas rotinas enumeradas de 9 a 19, na Figura. 4.4. Assim que o último incremento de tempo é concluído, o programa *SourceVórtices* aciona a rotina *Average*. Esta rotina imprime em vários arquivos de saída a posição dos vórtices discretos presentes na esteira, o resultado médio para o campo de pressões, os valores percentuais do número total de vórtices livres, etc. Os resultados finais de cada simulação numérica estão apresentados no Capítulo 5.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DE RESULTADOS

Neste capítulo apresentam-se os resultados da simulação numérica do escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente de um fluido Newtoniano com propriedades constantes, incidindo sobre um corpo oscilante de forma qualquer, isolado numa região fluida de grandes dimensões. A superfície do corpo é discretizada e aproximada por seguimentos de reta (os painéis planos) sobre os quais se distribuem fontes com densidade constante; vórtices discretos de Lamb são gerados ao redor da superfície discretizada do corpo para satisfazer a condição de escorregamento nulo. Inicialmente, analisa-se o escoamento considerando-se a superfície do corpo parada e, em seguida, sujeita a uma pequena oscilação em torno do eixo principal x (veja a Figura 3.1). Analisam-se escoamentos ao redor de um cilindro circular e de um aerofólio NACA 0012. As cargas aerodinâmicas (distribuídas e integradas) são calculadas e, também, é feito um estudo da influência dos parâmetros numéricos que influenciam na oscilação do corpo. Apresentam-se no final do capítulo, os resultados da simulação numérica do escoamento ao redor de um corpo rombudo (cilindro circular), porém não se considera o efeito de oscilação. A investigação do comportamento oscilante do cilindro ficará como sugestão para outros trabalhos.

5.1 PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Nas simulações numéricas, consideram-se duas classes de parâmetros: os parâmetros relacionados com o método numérico e os parâmetros afetos ao fenômeno.

5.1.1 PARÂMETROS RELACIONADOS COM O MÉTODO NUMÉRICO

Os seguintes parâmetros estão relacionados com o método numérico:

a) Número de Painéis Planos (M)

A superfície de um corpo oscilante de forma qualquer é discretizada e representada por um número finito M de painéis planos, sobre os quais se distribuem singularidades do tipo fontes. Esta simplificação acarreta um erro, o qual pode ser minimizado com a utilização de

um número maior de painéis. No contexto do Método de Vórtices este procedimento torna o custo computacional de uma simulação numérica bastante onerosa, porque após cada incremento de tempo Δt , M novos vórtices discretos de Lamb são gerados e desprendidos ao longo da superfície do corpo, nas vizinhanças de cada ponto de controle. Assim, as regiões da superfície do corpo, que se caracterizam por apresentarem os maiores gradientes de pressão, necessitam de uma discretização maior, caso contrário, rápidas flutuações podem se apresentar distorcidas ou passarem despercebidas por um método numérico. Com estas argumentações, em todos os casos analisados neste capítulo são utilizados $M = 50$ painéis planos para a discretização da superfície do corpo investigado.

No caso do cilindro circular, a ordem de grandeza do comprimento dos painéis é de 10^{-2} (a discretização considera que todos os painéis possuem comprimentos iguais).

No caso do aerofólio NACA 0012, a sua superfície é discretizada de modo que apresenta painéis com comprimentos menores nas regiões do bordo de ataque e do bordo de fuga. A ordem de grandeza do comprimento dos painéis é de 10^{-3} , sendo que os painéis com comprimentos maiores estão nas regiões centrais do perfil aerodinâmico no lado do intradorso e no lado do extradorso. A ordem de grandeza do comprimento dos painéis maiores é de 10^{-2} . O comprimento dos painéis está adimensionalizado pelo diâmetro do cilindro (ou pela corda do perfil).

b) Incremento de tempo (Δt)

Na escolha de um valor apropriado para o incremento de tempo Δt alguns critérios podem ser encontrados na literatura veja, por exemplo, o livro de Lewis (1991) e as Dissertações de Mestrado de Mustto (1998) e Malta (1998). Nas simulações numéricas apresentadas neste trabalho optou-se por fixar um valor para o incremento de tempo compatível com a ordem de grandeza do esquema de avanço de segunda ordem de Adams-Bashforth (Ferziger, 1981) utilizado no processo convectivo da nuvem de vórtices discretos. Este valor adotado é igual a $\Delta t=0.05$.

Uma alternativa para o deslocamento convectivo de cada vórtice, durante cada incremento de tempo, consiste em se adotar valores para Δt , de modo que ocorra um refinamento deste deslocamento em toda a região fluida ou em parte dela; veja detalhes de um algoritmo que utiliza diferenças centradas no livro de Lewis (1991). Esta alternativa não é considerada neste trabalho.

c) Posição de Desprendimento dos Vórtices Discretos ao Longo da Superfície do Corpo (ε) e Raio do Núcleo do Vórtice de Lamb (σ_0)

Em todas as simulações numéricas realizadas decidiu-se pela escolha de valores iguais para o raio do núcleo do vórtice de Lamb σ_0 e para a posição de geração dos vórtices discretos ε ao longo da superfície do corpo analisado. Esta escolha permite que os vórtices nascentes estejam sempre posicionados tangenciando o ponto de controle dos painéis planos, ou seja, um vórtice discreto gerado deve localizar-se a uma pequena distância ε sobre uma normal que passa pelo ponto de controle do painel (Alcântara Pereira, 1999). Nas simulações numéricas realizadas, adotam-se os seguintes valores para a posição de desprendimento dos vórtices discretos: (i) cilindro circular, $\varepsilon = 0.0090$ e (ii) aerofólio NACA 0012, $\varepsilon = 0.00085$.

A condição de contorno imposta sobre a superfície contínua de um corpo é transferida para o ponto de controle localizado geralmente no ponto médio do painel plano. Ricci & Hirata (2002) mostram que para minimizar este erro, é possível transferir o ponto de controle para um novo ponto situado entre o painel e a superfície real. De acordo com o trabalho de Ricci & Hirata (2002), o deslocamento padrão dos pontos de controle é de 23% para painéis com singularidades do tipo fontes. Os resultados aqui apresentados consideram este deslocamento dos pontos de controle.

Porthouse & Lewis (1981) adotam um critério para a escolha de ε , explicitamente dependente de Δt e de Re . Ogami & Ayano (1995), no entanto, utiliza outro critério baseado na espessura de deslocamento da camada limite.

5.1.2 PARÂMETROS RELACIONADOS COM O FENÔMENO

Os seguintes parâmetros estão relacionados com o fenômeno:

a) Ângulo de Ataque (α)

Nas simulações numéricas realizadas o escoamento uniforme apresenta ângulo de incidência nulo. A única exceção feita analisa o escoamento ao redor de um aerofólio NACA 0012 sem oscilação, com $\alpha = 5^\circ$ (veja a Tabela 5.2); uma vez que existiam resultados experimentais disponíveis na literatura.

b) Número de Reynolds (Re)

Os valores adotados para Re devem ser altos e suficientes para produzir os efeitos da simulação numérica do processo difusivo, calculado pelo Método de Avanço Randômico (Lewis, 1991), que é um método apropriado para simulações numéricas que adotam altos

valores de Re . Nas simulações numéricas apresentadas adotou-se $Re=10^5$ para o cilindro circular e $Re=10^6$ para o aerofólio NACA 0012.

c) *Amplitude de Oscilação (A) e Freqüência de Oscilação (f)*

Todos os valores considerados para a investigação da influência da oscilação do aerofólio NACA 0012 estão apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1. Parâmetros numéricos variáveis para a simulação. (Aerofólio NACA 0012).
Estes valores são combinados entre si.

f	0.00	$1,00\pi$	$1,25\pi$	$1,50\pi$	$1,75\pi$	$2,00\pi$
A	0.00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05

A = amplitude de oscilação e f = freqüência de oscilação.

5.2 EXEMPLOS DE CÁLCULO

5.2.1 CILINDRO CIRCULAR

O programa “*SOURCESVORTICES.FOR*” foi utilizado para o cilindro de seção circular considerando-se apenas o caso do cilindro sem rotação, sem oscilação, e com $\alpha = 0^\circ$. Os resultados numéricos obtidos para as cargas aerodinâmicas integradas (força de arrasto e de sustentação) e para o campo de pressões foram comparados com outros resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura. Na Tabela 5.2 são apresentadas comparações entre os resultados numéricos e experimentais para as forças aerodinâmicas e para o número de Strouhal com $Re=10^5$.

Os resultados médios para as cargas aerodinâmicas foram calculados entre os instantes $t=20$ e $t=40$. Veja a evolução das forças na Figura 5.1. Na Tabela 5.2 comparam-se os valores numéricos obtidos com os resultados experimentais de Blevins (1984) (com 10% de incerteza) e com os resultados numéricos obtidos por Mustto et al.(1998) e Alcântara Pereira et al. (2002).

Tabela 5.2 – Cilindro circular sem oscilação: Comparação dos valores médios para força de arrasto ($\overline{C_d}$), de sustentação ($\overline{C_l}$) e número de Strouhal (\overline{St}).

$Re=10^5$	$\overline{C_d}$	$\overline{C_l}$	\overline{St}
Blevins (1984)	1,20	-	0,19
Mustto et all. (1998)	1,22	-	0,22
Alcântara Pereira et all. (2002)	1,21	0,04	0,22
Presente Simulação	1,23	-0,02	0,20

Os resultados numéricos apresentados por Mustto et al. (1998) foram obtidos utilizando o Método de Vórtices com o Teorema do Círculo (Milne-Thompson, 1955). Já os

resultados numéricos apresentados no artigo de Alcântara Pereira et al. (2002) utilizam o Método dos Painéis com distribuição constante de vorticidade sobre painéis planos. Os resultados obtidos na presente simulação são muito bons para o número de Strouhal, uma vez que se aproximam do valor experimental. O coeficiente de arrasto apresentou um valor um pouco acima do resultado experimental. Observa-se, no entanto, que os efeitos tridimensionais são negligenciados no presente trabalho para $Re=10^5$; é de se esperar, portanto, que as simulações numéricas para escoamentos bidimensionais produzam valores altos para o coeficiente de arrasto. Por outro lado, o número de Strouhal mostrou-se insensível aos efeitos tridimensionais. A Figura 5.1 mostra que o coeficiente de sustentação oscila em torno do valor zero, como era de se esperar.

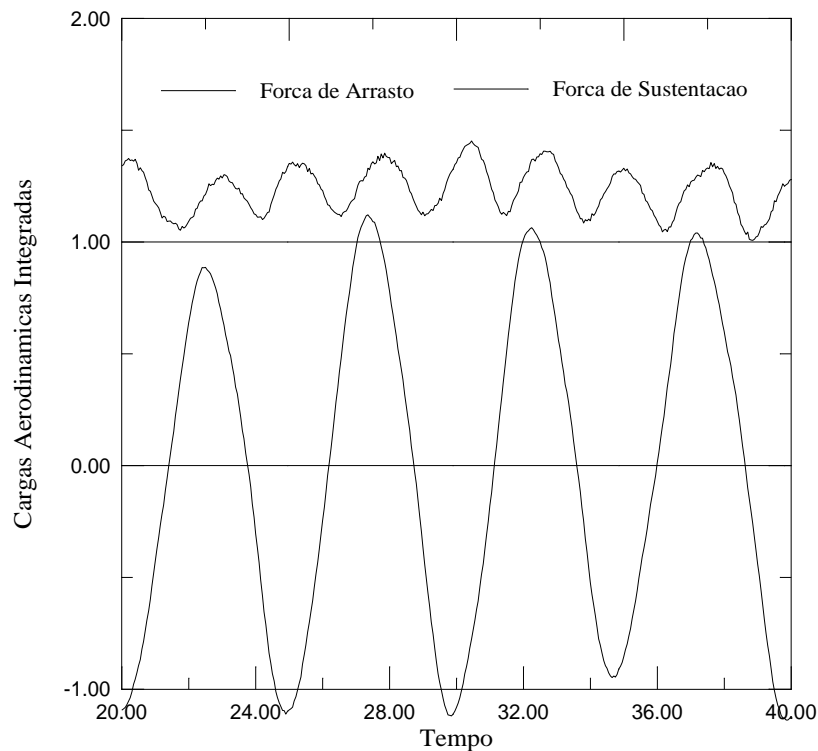


Figura 5.1. Cilindro Circular: Evolução no tempo das cargas aerodinâmicas integradas. $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon = \sigma_0 = 0,0090$, $Re=10^5$, $A = 0.00$, $f = 0.00$ e $\alpha = 0^\circ$.

A Figura 5.2 apresenta a posição dos vórtices na esteira do caso simulado para o cilindro circular após 800 avanços no tempo.



Figura 5.2. Cilindro circular: Posição dos vórtices na esteira no instante $t=40$.
 $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,009$, $Re=10^5$, $A = 0.0$, $f = 0.0$.

Os valores médios calculados para o coeficiente de pressão ao redor da superfície discretizada do cilindro circular são comparados com outros resultados disponíveis na literatura, veja Figura 5.3. Os resultados médios apresentados são aqueles calculados entre os instantes $t=20$ e $t=40$.

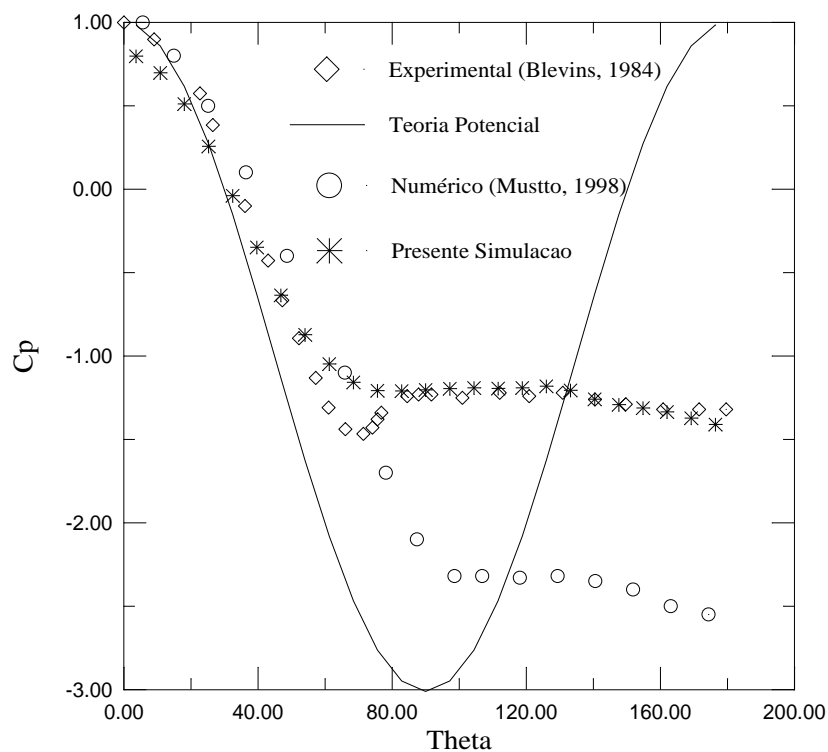


Figura 5.3. Cilindro Circular: Campo de pressões ao longo da superfície discretizada.
 $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,0090$, $Re=10^5$, $A = 0.00$, $f = 0.00$ e $\alpha = 0^\circ$.

Na figura anterior compara-se os resultados da presente simulação com os resultados da solução potencial do Teorema do Círculo (Mustto et all., 1998) e do Método dos Painéis (Alcântara Pereira et all., 2002). Os resultados numéricos atuais apresentam uma boa

concordância com os resultados experimentais. O ponto de separação acontece em torno de 84° , enquanto que o resultado experimental ocorre em 82° . Em outro resultado experimental apresentado por Son & Hanratty (1969) o valor encontrado para o ponto de separação foi de 78° . Uma observação muito interessante é feita no trabalho de Achenbach (1968) para $Re=10^5$ indicando que a camada limite laminar se separa em torno de 78° .

5.2.2 AEROFÓLIO NACA 0012

O programa “*SOURCESVORTICES.FOR*” foi utilizado inicialmente considerando-se o aerofólio NACA 0012 sem oscilação, com $\alpha = 5^\circ$. Os resultados numéricos obtidos para as cargas aerodinâmicas integradas (força de arrasto e de sustentação), foram comparados com resultados experimentais e com outros resultados numéricos disponíveis na literatura.

No resultado numérico apresentado por Lewis (1991) a superfície do perfil aerodinâmico NACA 0012 foi discretizada em $M=50$ painéis sendo a vorticidade toda concentrada no ponto de controle de cada painel. Alcântara Pereira et al. (2003) utilizaram também 50 painéis planos, porém com densidade de vórtices distribuída de forma constante ao longo de cada painel. Comparando-se os resultados dos casos da Tabela 5.3, nota-se que a presente simulação, da mesma forma que o trabalho de Alcântara Pereira et al. (2003), reproduz um valor para o coeficiente de sustentação mais próximo do valor experimental. O resultado numérico obtido para o coeficiente de arrasto não é muito relevante, uma vez que o arrasto de atrito (que predomina nos corpos esbeltos) não é levado em consideração na formulação do problema.

Tabela 5.3. Aerofólio NACA 0012 sem oscilação: Comparação dos valores médios para força de arrasto ($\overline{C_d}$) para a força de sustentação ($\overline{C_l}$), com $\alpha = 5^\circ$.

$Re = 10^6$	$\overline{C_d}$	$\overline{C_l}$
Miley (1982) *	0.0090	0.5400
Lewis (1991) **	0.0030	0.0090
Alcântara Pereira et al. (2003) **	0.0920	0.6720
Presente Simulação ($A=f=0,00$)	0.0240	0.3100

* Experimental

** Numérico

Todas as combinações de casos possíveis da Tabela 5.1 foram investigadas. O algoritmo proposto no Capítulo 4 foi utilizado combinando-se todas as possibilidades da

Tabela 5.1. Apresenta-se, a seguir, uma análise dos resultados obtidos. O primeiro caso, evidentemente, é aquele que não leva em consideração o efeito de oscilação do aerofólio.

A Figura 5.4 apresenta a posição dos vórtices na esteira do aerofólio sem oscilação após 600 avanços no tempo.



Figura 5.4. Aerofólio NACA 0012: Posição dos vórtices na esteira no instante $t=30$.
 $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,00085$, $Re=10^6$, $A = 0.0$, $f = 0.0$ e $\alpha = 0^\circ$.

A Figura 5.5 mostra a evolução no tempo das cargas aerodinâmicas integradas do aerofólio NACA 0012 sem oscilação, entre $t=15$ e $t=30$. Os valores médios da distribuição de pressão na superfície do aerofólio e das forças de arrasto e de sustentação foram calculados entre estes instantes de tempo.

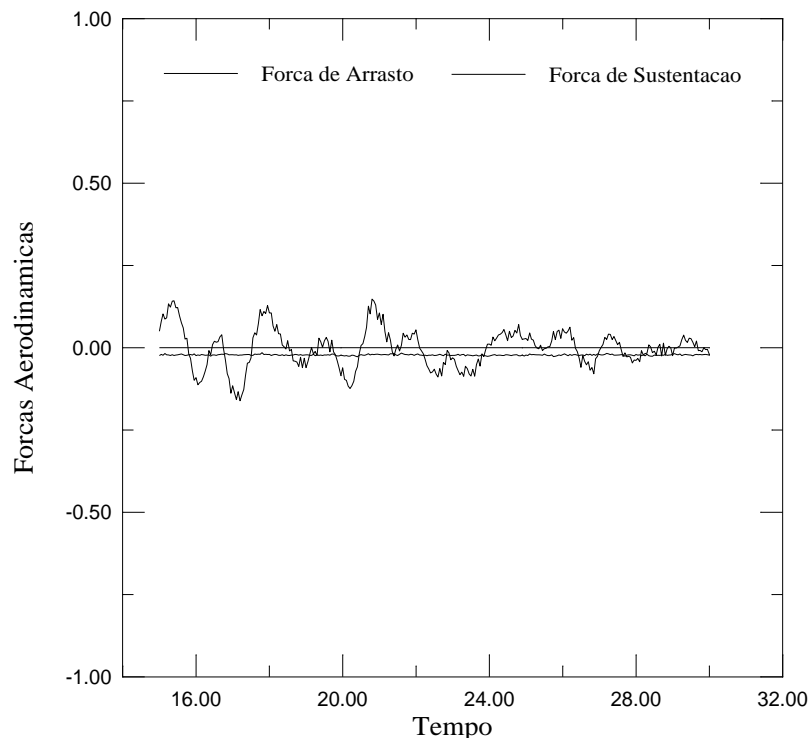


Figura 5.5. Aerofólio NACA 0012: Evolução no tempo das cargas aerodinâmicas integradas
 $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,00085$, $Re=10^6$, $A = 0.0$, $f = 0.0$ e $\alpha = 0^\circ$.

O campo de pressões obtido com o Método de Vórtices, ao longo da superfície discretizada do perfil NACA 0012 sem oscilação, pode ser visto na Figura 5.6. Observa-se

que há uma distribuição simétrica da pressão ao longo da superfície discretizada do perfil nos lados de pressão e de sucção, o que era de se esperar.

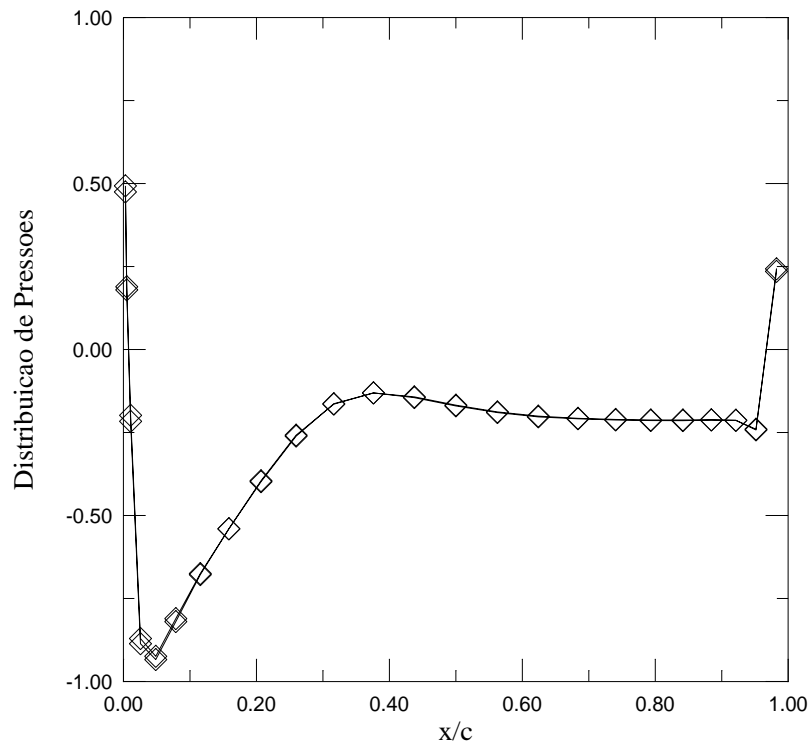


Figura 5.6. Aerofólio NACA 0012: Campo de pressões ao longo da superfície discretizada. $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon = \sigma_0 = 0,00085$, $Re=10^6$, $A = 0,0$, $f = 0,0$ e $\alpha = 0^\circ$

Na Figura 5.5 obteve-se um valor médio para a amplitude de oscilação da força de sustentação. Este valor médio foi calculado entre os instantes $t=15$ e $t=30$. O valor médio encontrado foi de $\overline{A_{C_L}} (0,00T) = 0,1172727$. Este valor é adotado a seguir, para normalizar todos os valores médios obtidos para as amplitudes da força de sustentação do aerofólio quando oscilante.

A Figura 5.7 analisa a influência da frequência de oscilação para um determinado valor fixo de amplitude. A Figura 5.7 (a) merece o comentário inicial: observa-se nesta figura que o valor máximo normalizado da amplitude de oscilação ocorre para $A=0,01$ e $f=\pi$.

O comportamento identificado das forças na seqüência apresentada na Figura 5.7 deixa de acontecer quando a amplitude assume os valores de $A=0,02$, $A=0,03$, $A=0,04$ e $A=0,05$. Pode-se observar das Figuras 5.7 (b) até 5.7 (d) que o valor máximo normalizado da amplitude de oscilação ocorre, agora para $f=1,5\pi$, independente do valor assumido para a amplitude.

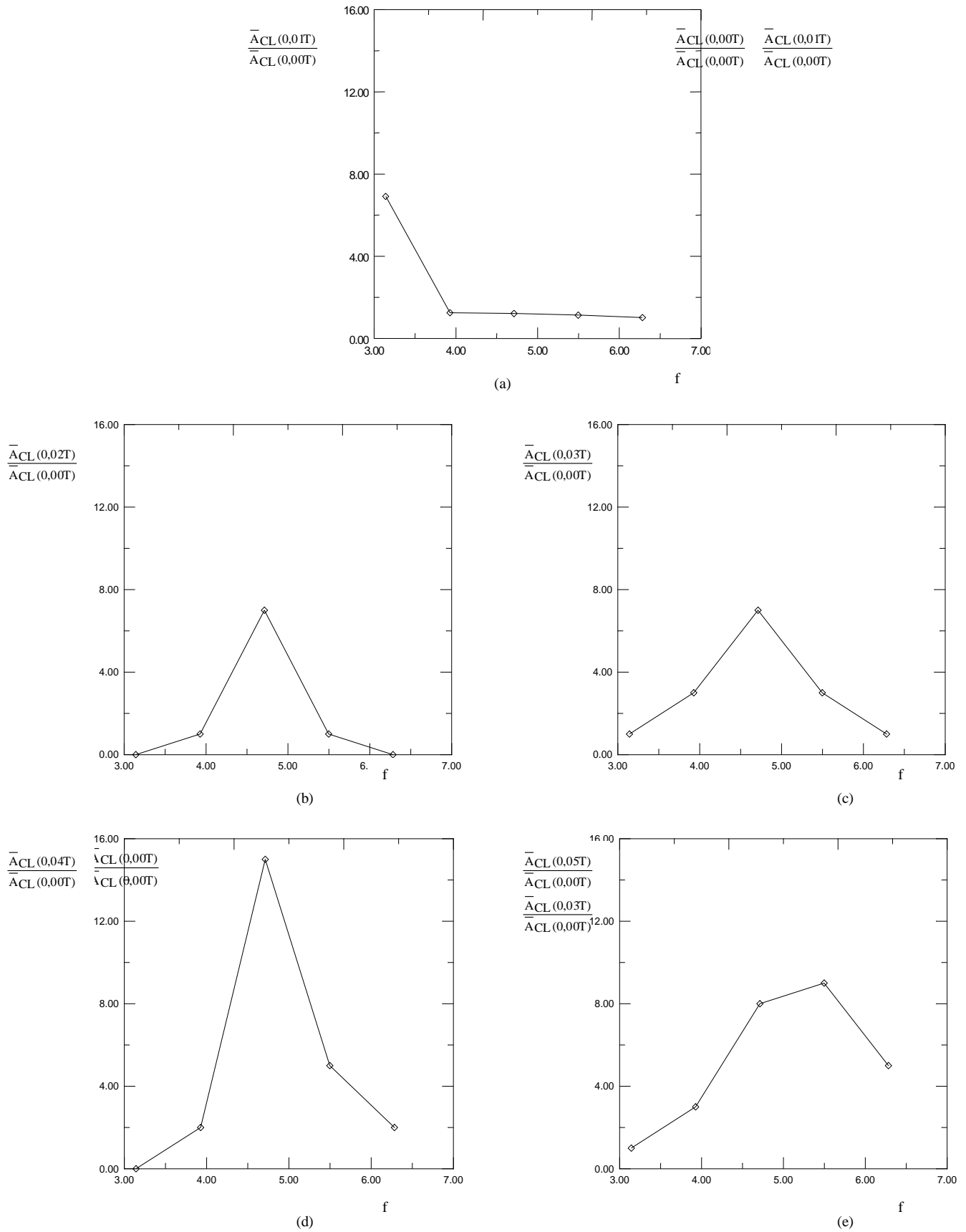


Figura 5.7. Aerofólio NACA 0012: Análise da influência da frequência de oscilação para um determinado valor de amplitude.

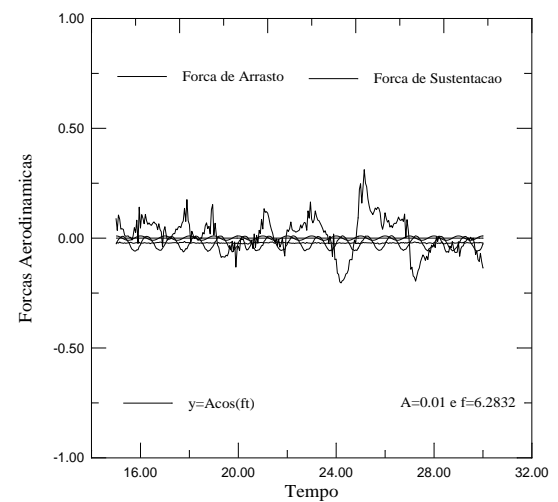
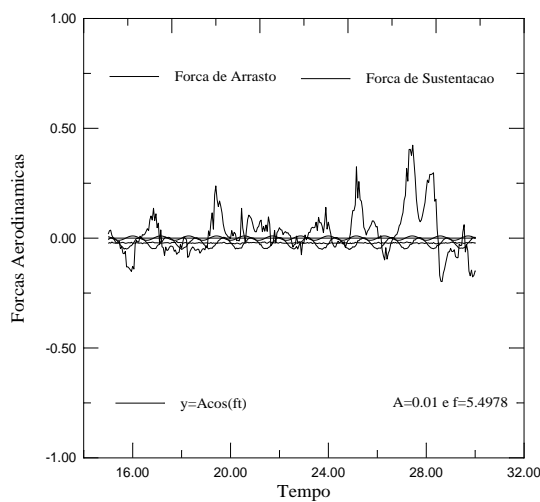
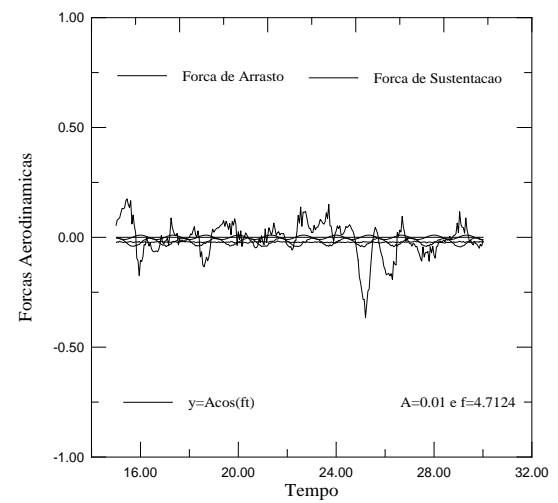
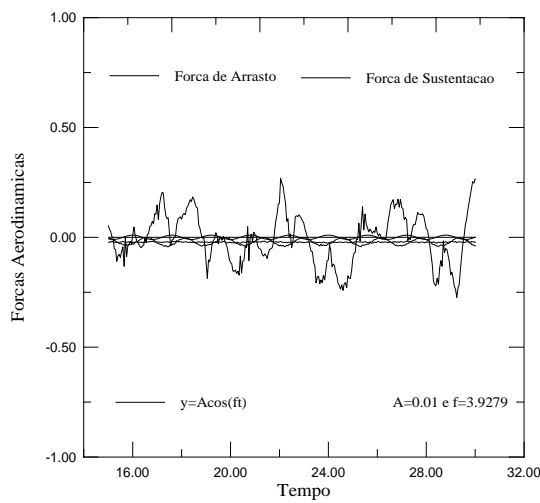
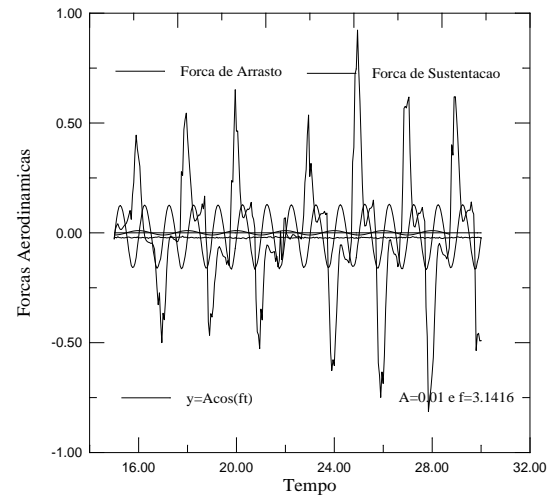
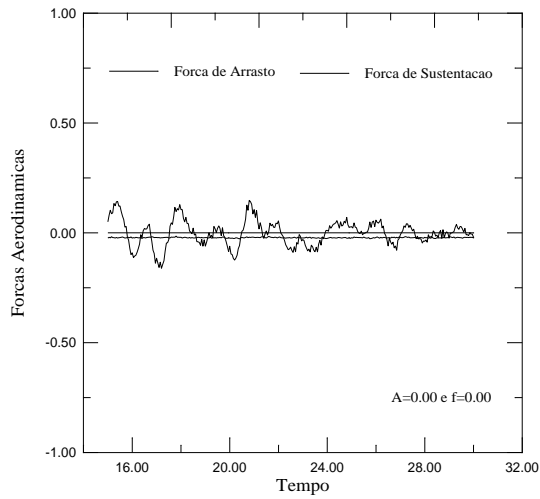


Figura 5.8. Aerofólio NACA 0012: Influência da frequência de oscilação.

$$M=50, \Delta t = 0,05, \varepsilon = \sigma_0 = 0,00085, Re=10^6 \text{ e } \alpha = 0^\circ.$$

O fenômeno da ressonância pode ser identificado nestas simulações numéricas. Veja ainda que o valor máximo geral ocorre para $A=0.04$ (Figura 5.7 (d)). Duas simulações numéricas extras foram realizadas para o caso do aerofólio com oscilação $A=0.04$. Na primeira simulação adotou-se como valor para a frequência de oscilação $f=1,4 \pi$ e na segunda $f=1,6\pi$. Com isto, a Figura 5.7 (d) é novamente construída incluindo-se os resultados novos, veja a Figura 5.9. Conclui-se, portanto, da Figura 5.9. (b) que, realmente, o valor máximo da relação $\overline{A_{C_L}}(0.04T) / \overline{A_{C_L}}(0.00T)$ está ocorrendo para $f=1,5 \pi$.

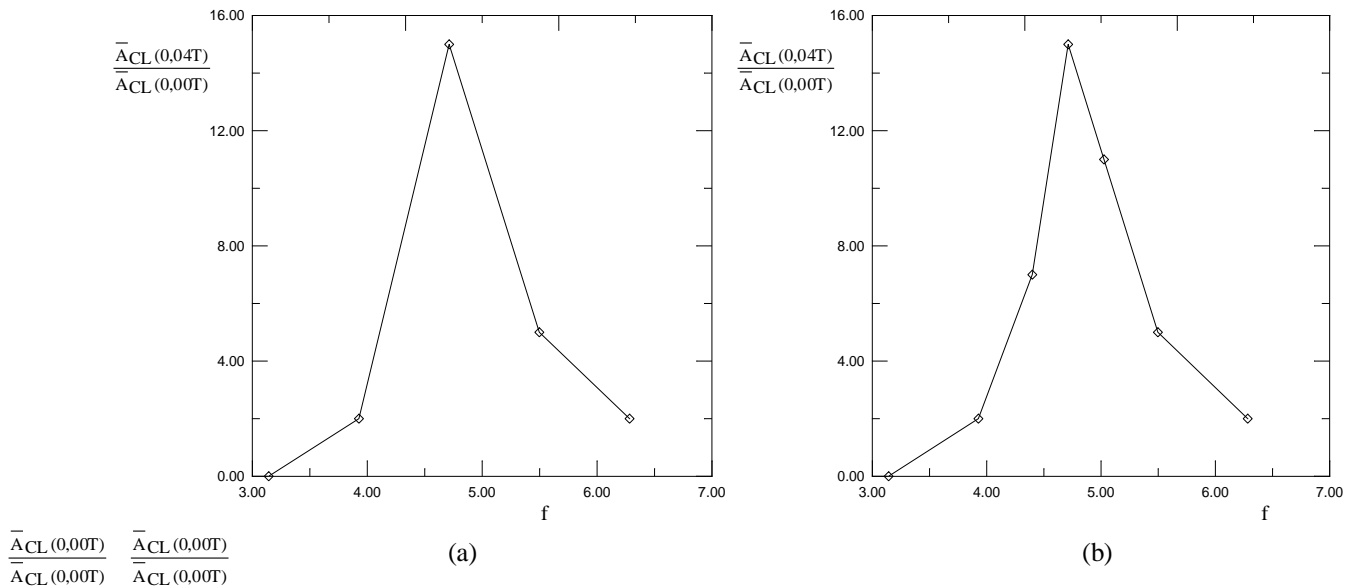


Figura 5.9. Aerofólio NACA 0012: Valor máximo para a frequência de oscilação

$M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,00085$, $Re=10^6$, $\alpha = 0^\circ$, $A=0.04$ e $f=1.5\pi$.

A Figura 5.10 apresenta a posição dos vórtices na esteira do aerofólio com oscilação do caso $A= 0,04$ e $f=1,5 \pi$ após 600 avanços no tempo.



Figura 5.10. Aerofólio NACA 0012: Posição dos vórtices na esteira no instante $t=30$.

$M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,00085$, $Re=10^6$, $A = 0.04$, $f = 1,5 \pi$ e $\alpha = 0^\circ$

A Figura 5.11 mostra a evolução no tempo das cargas aerodinâmicas integradas do aerofólio NACA 0012 com oscilação ($A=0.04$ e $f = 1,5 \pi$) entre $t=15$ e $t=30$. Os valores médios da distribuição de pressão na superfície do aerofólio e das forças de arrasto e de

sustentação foram calculados entre estes instantes de tempo. O campo de pressões ao longo da superfície discretizada deste caso pode ser visto na Figura 5.12.

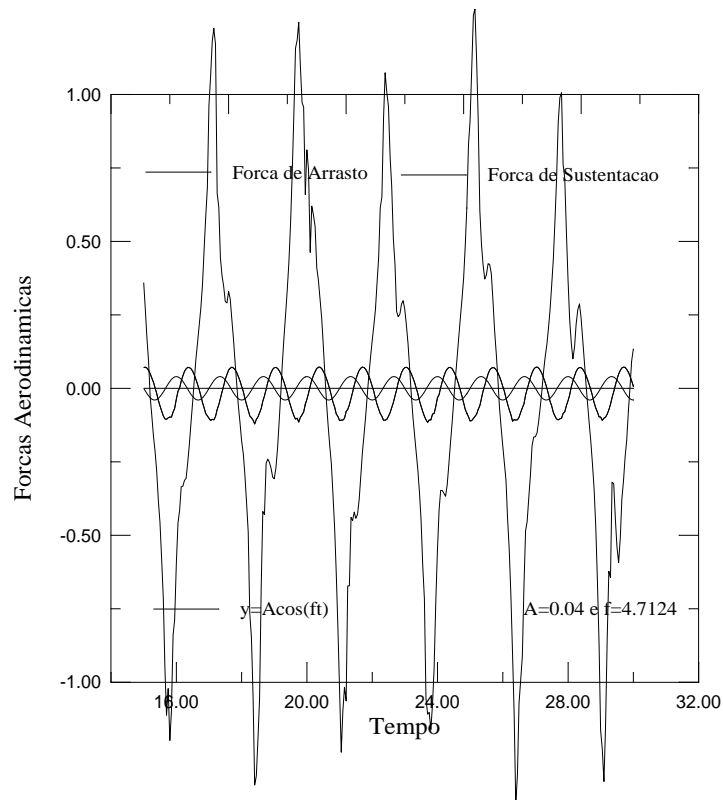


Figura 5.11. Aerofólio NACA 0012: Evolução no tempo das cargas aerodinâmicas integradas. $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,00085$, $Re=10^6$, $A = 0.04$, $f = 1.5 \pi$ e $\alpha = 0^\circ$.

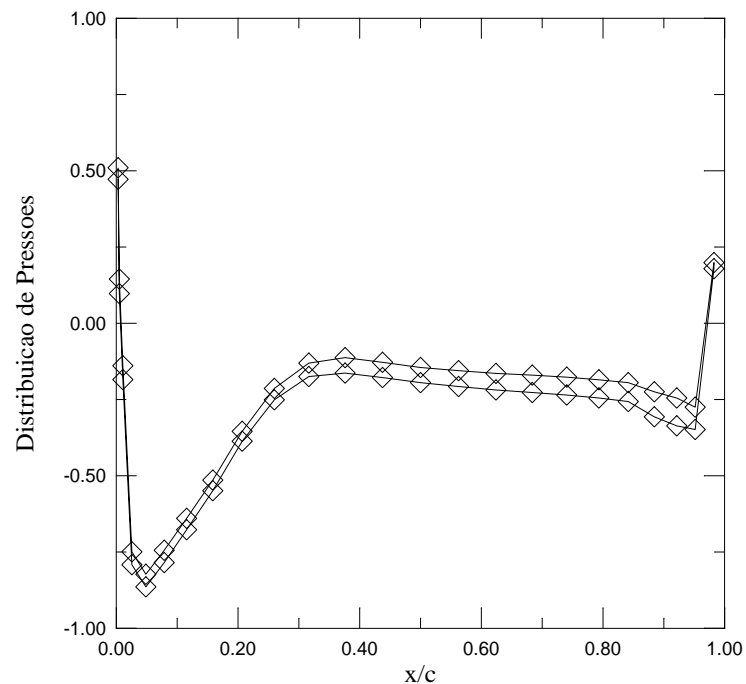
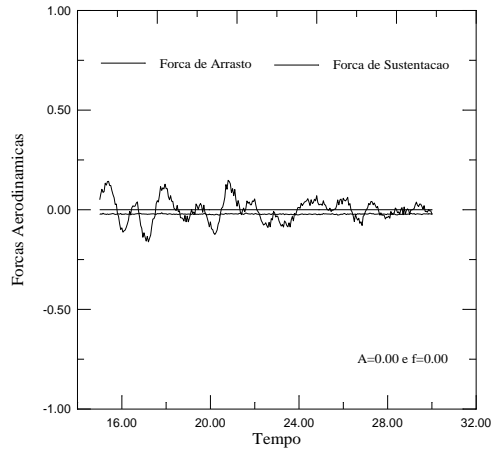
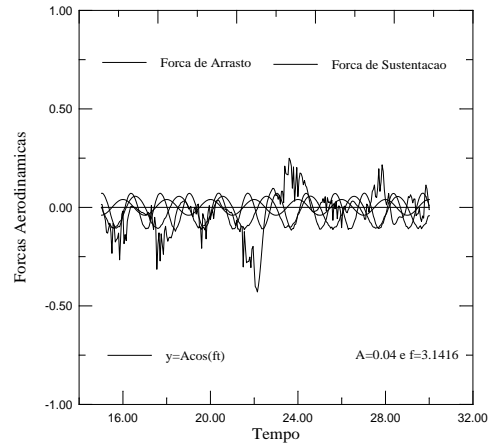


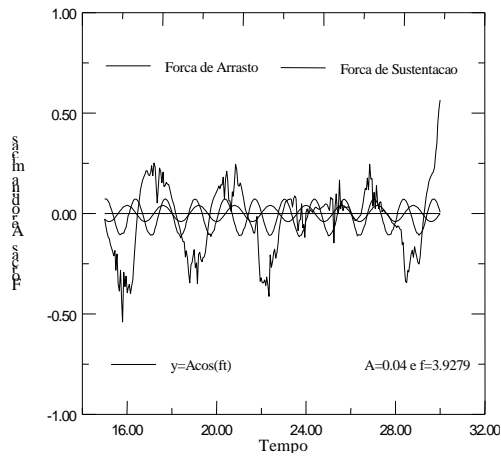
Figura 5.12. Aerofólio NACA 0012: Campo de pressões ao longo da superfície discretizada. $M=50$, $\Delta t = 0,05$, $\varepsilon=\sigma_0=0,00085$, $Re=10^6$, $A = 0.04$, $f = 1.5 \pi$ e $\alpha = 0^\circ$.



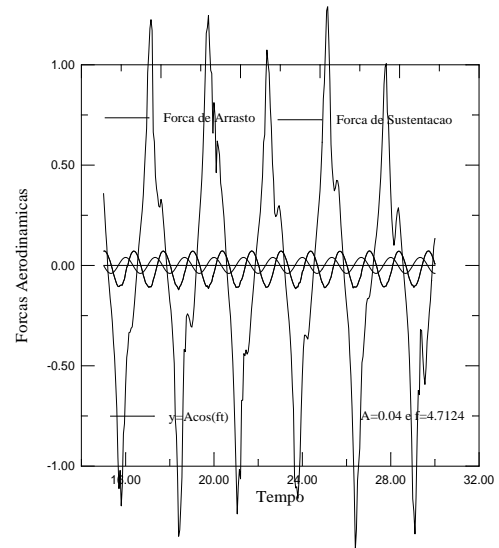
(a)



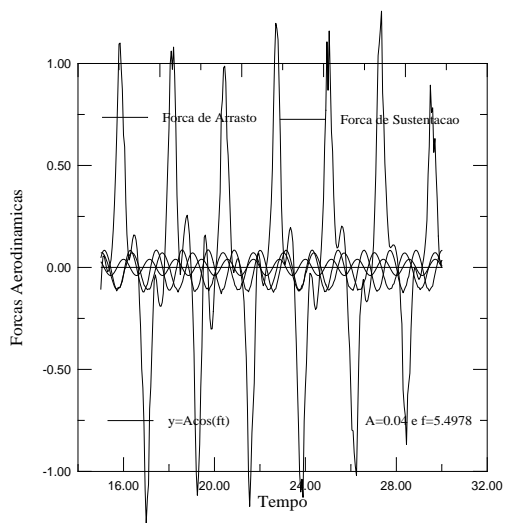
(b)



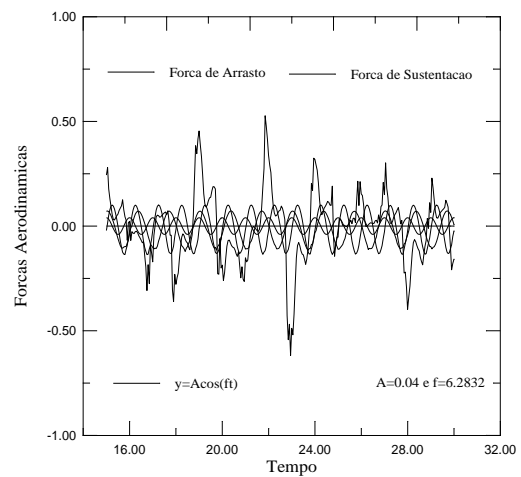
(c)



(d)



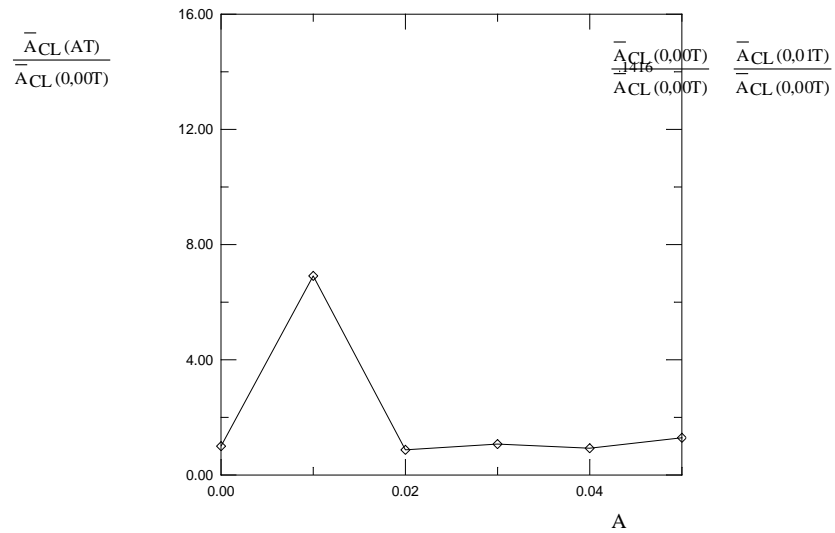
(e)



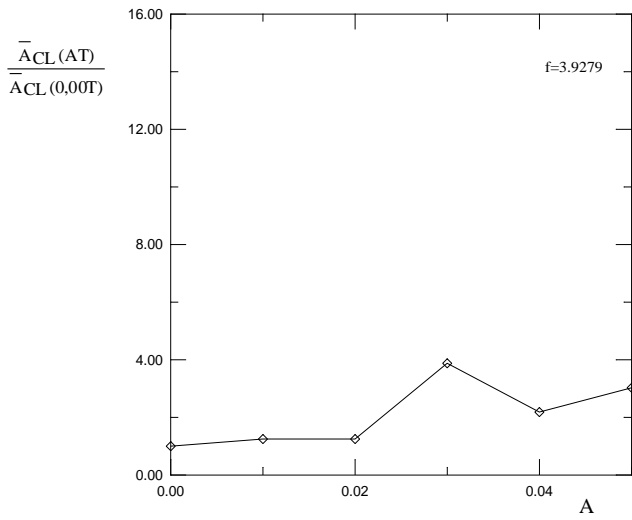
(f)

Figura 5.13. Aerofólio NACA 0012: Influência da frequência de oscilação.

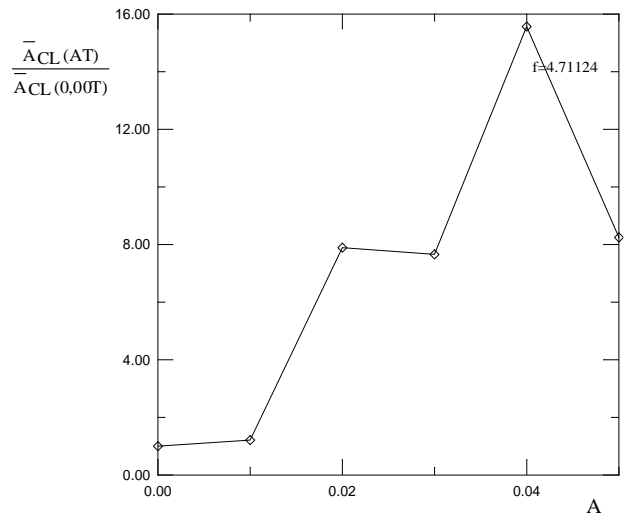
$$M=50, \Delta t = 0,05, \varepsilon = \sigma_0 = 0,00085, Re=10^6 \text{ e } \alpha = 0^\circ.$$



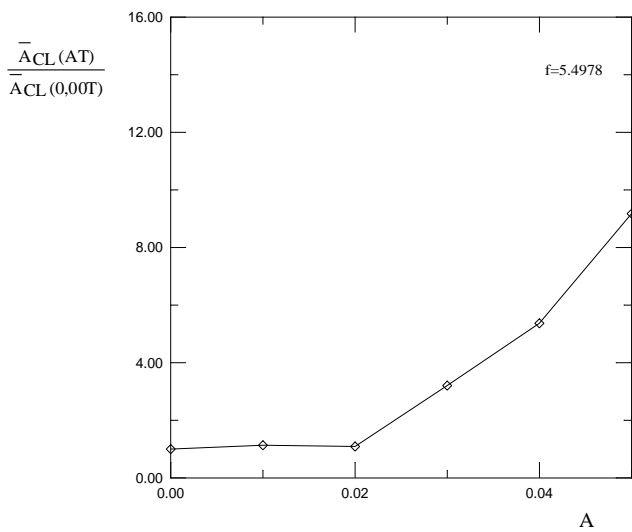
(a)



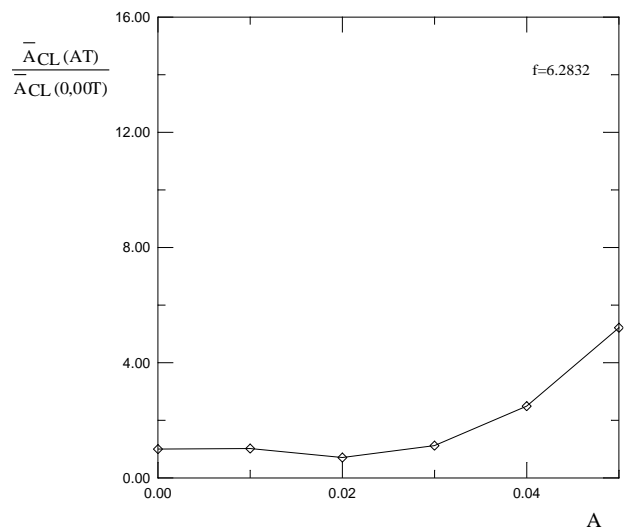
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 5.14 - Aerofólio NACA 0012: Análise da influência da amplitude de oscilação para um determinado valor da frequência.

A Figura 5.14 apresenta o comportamento da variação da amplitude para um determinado valor fixo da frequência de oscilação do perfil NACA 0012. Na Figura 5.13 (c) pode-se observar que o valor máximo normalizado da amplitude de oscilação ocorre também, para, $A=0,04$ e $f=1.5 \pi$.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Este trabalho utiliza o Método de Vórtices Discretos para analisar escoamentos bidimensionais, incompressíveis e em regime não-permanente de um fluido newtoniano com propriedades constantes ao redor de um corpo de forma qualquer, onde um movimento de pequena oscilação é superposto ao movimento principal.

Ao se estabelecer o algoritmo de separação da parte viscosa da equação do transporte de vorticidade (Chorin, 1973), os fenômenos de convecção e difusão da vorticidade podem ser calculados separadamente, dentro de um mesmo incremento discreto de tempo; esta divisão de efeitos constitui-se na base do que se denomina de Método de Vórtices.

A proposta deste trabalho consiste em se utilizar conceitos de Métodos de Perturbação para a transferência da condição de contorno da superfície discretizada para um ponto médio.

O campo de pressões é calculado a partir de uma análise vetorial das equações de Navier-Stokes (N-S), onde se obtém uma equação de Poisson para a pressão (Kamemoto, 1993), que é resolvida utilizando-se o método de elemento de contorno.

O programa computacional “*SOURCESVORTICES*”, desenvolvido em linguagem FORTRAN, simula o comportamento do escoamento descrito acima. Todo o equacionamento apresentado no Capítulo 3 é utilizado para cumprir este objetivo. Nas simulações numéricas realizadas há duas classes de parâmetros variáveis. Na primeira classe estão os parâmetros relacionados com o método numérico: número de painéis planos, incremento discreto de tempo, posição de desprendimento dos vórtices discretos ao longo da superfície de um corpo de forma qualquer e conhecido o raio do núcleo do vórtice de Lamb. Na segunda classe estão os parâmetros afetos ao fenômeno: número de Reynolds, ângulo de incidência do escoamento, amplitude e frequência de oscilação.

Para a validação da metodologia apresentada são escolhidos um cilindro de seção circular e um perfil aerodinâmico das séries NACA 0012. Apresentam-se gráficos para a

distribuição de pressões ao longo da superfície discretizada dos corpos e gráficos para a evolução das forças aerodinâmicas ao longo do tempo.

6.1 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A primeira conclusão que se obtém, a partir dos resultados apresentados no Capítulo 5, é que existe a possibilidade do ajuste de certos parâmetros do modelo para se obter resultados numéricos mais precisos. Este ajuste, no entanto, depende de um estudo semi-empírico mais elaborado, uma vez que, muitos outros casos devem ser tratados em conjunto. Cita-se, por exemplo, o efeito dos parâmetros geométricos (forma, tamanho e orientação) sobre o comportamento aerodinâmico de um perfil; o efeito da amplitude de oscilação e da frequência para os casos ainda não estudados (por exemplo, cilindro); o efeito da amplitude de oscilação e da frequência sobre o coeficiente de arrasto (viscoso).

Quando o aerofólio oscila numa frequência $f = 1,5\pi$ e com amplitude de 0,04, o fenômeno identificado foi o da ressonância. Este fenômeno merece uma melhor investigação, não apresentada neste trabalho.

Algumas sugestões, para complementar os estudos realizados neste trabalho, são sucintamente comentadas, a fim de que se obtenha um melhor conjunto de resultados numéricos para a comparação com os resultados experimentais e outros resultados numéricos.

Uma das primeiras providências consiste no refinamento da etapa convectiva nas vizinhanças da região do bordo de ataque do perfil NACA0012 (Lewis, 1991). Além destas análises mais detalhadas sobre a ordem de grandeza do avanço convectivo na região do bordo de ataque, pode-se incluir análises similares para a etapa difusiva.

É muito importante resolver o processo de difusão da vorticidade utilizando-se um outro esquema. Sugere-se a implementação do modelo numérico denominado Método da Velocidade de Difusão (Ogami & Akamatsu, 1991). As dificuldades para a implementação do algoritmo referem-se aos problemas da convergência do método quando o número de Reynolds é baixo e quando a vorticidade das partículas tende a zero.

O processo atual de convecção da vorticidade pode ser substituído pelo esquema, também de segunda ordem, de Runge-Kutta. Sugere-se uma análise de erros comparativa entre o esquema atual (Adams-Bashforth) e o novo esquema.

A solução da equação matricial dada pelas equações (4.17) e (4.50), que é feita utilizando-se o algoritmo de Eliminação de Gauss com Condensação Pivotal Parcial, pode ser substituída pelo esquema de Mínimos Quadrados. Sugere-se comparar os resultados obtidos com os dois algoritmos, incluindo-se análise de erros.

Quando se obtém o campo de velocidades, a contribuição da nuvem de vórtices é a parcela que demanda o maior tempo computacional. A sugestão que se faz, para a redução deste tempo de processamento, é a implementação de um algoritmo de Expansão em Múltiplos (Guedes et al., 1998). Deve-se comprovar que há um ganho computacional em tempo com este novo algoritmo acelerador implementado; assim um número maior de vórtices discretos pode ser desprezado, por incremento de tempo, e/ou um tempo maior de processamento pode ser considerado.

Os vórtices, presentes na região fluida, podem, também, ser coalescidos, o que acarretaria uma redução no tempo de simulação. Para que a coalescência seja verificada deve-se conservar circulação e momento.

A equação integral (equação 4.41) pode ser resolvida numericamente, considerando-se os valores da propriedade Y_j distribuídos de forma constante sobre cada painel plano, representativo da superfície discretizada de um corpo .

Os resultados apresentados neste trabalho incentivam a ampliação do modelo discutido. Sugere-se considerar a presença de uma superfície plana interferindo no escoamento estudado (Ricci, 2002). O esquema lagrangeano oferece esta possibilidade, que nos métodos eulerianos, pode ser menos adaptável.

Sugere-se, também, analisar o fenômeno da oscilação do corpo considerando-se grandes amplitudes.

Finalmente, o escoamento analisado deve ser simulado levando-se em conta aspectos de turbulência. Sugere-se a utilização do Modelo da Função Estrutura de Ordem 2, que já está adaptado ao Método de Vórtices (Alcântara Pereira et al, 2002).

APÊNDICE A

OBTENÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE DE VORTICIDADE PARA ESCOAMENTOS BIDIMENSIONAIS

Para a obtenção da equação do transporte de vorticidade parte-se da equação (3.17) do Capítulo 3:

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\frac{1}{\rho} \nabla^* p^* + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*$$

A seguir considera-se a seguinte identidade:

$$\mathbf{u}^* \times (\nabla^* \times \mathbf{u}^*) = \frac{1}{2} \nabla^* (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*) - \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* \quad (\text{A1})$$

Isolando a segunda parcela do segundo membro da identidade (A1) e substituindo-a na segunda parcela do primeiro membro da equação 3.17 do Capítulo 3, vem:

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \frac{1}{2} \nabla^* (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*) - \mathbf{u}^* \times (\nabla^* \times \mathbf{u}^*) = -\frac{1}{\rho} \nabla^* p^* + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} - \mathbf{u}^* \times (\nabla^* \times \mathbf{u}^*) = -\frac{1}{\rho} \nabla^* p^* - \frac{1}{2} \nabla^* (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*) + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} - \mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^* = -\nabla^* \left(\frac{p^*}{\rho} + \frac{\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*}{2} \right) + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*$$

Aplicando o operador rotacional membro a membro na equação acima, tem-se:

$$\nabla^* \times \left(\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} \right) - \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = -\nabla^* \times \left[\nabla^* \left(\frac{p^*}{\rho} + \frac{\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*}{2} \right) \right] + \nabla^* \times (\nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} - \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = 0 + \nu \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^*$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} - \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = \nu \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^* \quad (\text{A2})$$

Recorrendo à notação inicial, mostra-se que:

$$\begin{aligned} \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) &= \mathbf{e}_i \frac{\partial}{\partial x_l^*} \times \varepsilon_{ijk} \mathbf{e}_k (u^*_i \omega^*_j) \\ &= \frac{\partial}{\partial x_l^*} u^*_i \omega^*_j \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{lkm} \mathbf{e}_m \\ &= \frac{\partial}{\partial x_l^*} u^*_i \omega^*_j \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{mlk} \mathbf{e}_m \\ &= \frac{\partial}{\partial x_l^*} u^*_i \omega^*_j \mathbf{e}_m (\delta_{im} \delta_{jl} - \delta_{il} \delta_{jm}) \\ &= \frac{\partial}{\partial x_l^*} u^*_i \omega^*_j \mathbf{e}_m \delta_{im} \delta_{jl} - \frac{\partial}{\partial x_l^*} u^*_i \omega^*_j \mathbf{e}_m \delta_{il} \delta_{jm} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_l^*} u^*_i \omega^*_j \mathbf{e}_i \delta_{jl} - \frac{\partial}{\partial x_l^*} u^*_i \omega^*_j \mathbf{e}_j \delta_{il} \\ &= \omega^*_l \frac{\partial}{\partial x_l^*} u^*_i \mathbf{e}_i - u^*_l \frac{\partial}{\partial x_l^*} \omega^*_j \mathbf{e}_j \\ &= \omega^*_l \mathbf{e}_l \cdot \mathbf{e}_l \frac{\partial}{\partial x_l^*} u^*_i \mathbf{e}_i - u^*_l \mathbf{e}_l \cdot \mathbf{e}_l \frac{\partial}{\partial x_l^*} \omega^*_j \mathbf{e}_j \\ \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) &= \boldsymbol{\omega}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* - \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \boldsymbol{\omega}^* \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

Substituindo a equação (A3) na equação (A2), vem:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} - \boldsymbol{\omega}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \boldsymbol{\omega}^* &= \nu \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^* \\ \frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \boldsymbol{\omega}^* &= \boldsymbol{\omega}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* + \nu \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^* \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

Adimensionalizando a equação (A4), encontra-se:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \quad (\text{A5})$$

Para escoamentos bidimensionais $\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u} = 0$. Esta parcela representa o estiramento e a deformação dos tubos de vorticidade.

A forma final da equação de transporte de vorticidade, adimensionalizada, reduz-se a:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \quad (\text{A6})$$

O termo $\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t}$ representa a taxa de variação local da vorticidade.

A taxa de variação da vorticidade devido à convecção é interpretada através do termo $\mathbf{u} \cdot \nabla \boldsymbol{\omega}$.

A taxa de transporte de vorticidade devido a difusão molecular é representada pelo termo $\frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \boldsymbol{\omega}$.

A equação (A6), para escoamentos bidimensionais, pode ser escrita na seguinte forma adimensional:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (\text{A7})$$

Observe que ω é a única componente não nula do vetor vorticidade $\boldsymbol{\omega}$ e sua direção é normal ao plano do escoamento.

APÊNDICE B

VELOCIDADE INDUZIDA POR UMA NUVEM DE VÓRTICES

Na convecção da nuvem de vórtices livres é preciso calcular a velocidade induzida em cada vórtice livre pelos demais vórtices livres da nuvem.

O componente na direção de x da velocidade induzida em cada vórtice arbitrário k pelos outros vórtices livres da nuvem vale:

$$\begin{aligned}
 u_{v_1} &= U_{V_{1,1}} \Gamma_1 + U_{V_{1,2}} \Gamma_2 + U_{V_{1,3}} \Gamma_3 + U_{V_{1,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{V_{1,N}} \Gamma_N \\
 u_{v_2} &= -U_{V_{1,2}} \Gamma_1 + U_{V_{2,2}} \Gamma_2 + U_{V_{2,3}} \Gamma_3 + U_{V_{2,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{V_{2,N}} \Gamma_N \\
 u_{v_3} &= -U_{V_{1,3}} \Gamma_1 - U_{V_{2,3}} \Gamma_2 + U_{V_{3,3}} \Gamma_3 + U_{V_{3,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{V_{3,N}} \Gamma_N \\
 u_{v_4} &= -U_{V_{1,4}} \Gamma_1 - U_{V_{2,4}} \Gamma_2 - U_{V_{3,4}} \Gamma_3 + U_{V_{4,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{V_{4,N}} \Gamma_N \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 u_{v_N} &= -U_{V_{1,N}} \Gamma_1 - U_{V_{2,N}} \Gamma_2 - U_{V_{3,N}} \Gamma_3 - U_{V_{4,N}} \Gamma_4 + \cdots + U_{V_{N,N}} \Gamma_N
 \end{aligned}$$

(B1)

O componente na direção de y da velocidade induzida em cada vórtice arbitrário k pelos outros vórtices livres da nuvem vale :

$$\begin{aligned}
 v_{v_1} &= V_{V_{1,1}} \Gamma_1 + V_{V_{1,2}} \Gamma_2 + V_{V_{1,3}} \Gamma_3 + V_{V_{1,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{V_{1,N}} \Gamma_N \\
 v_{v_2} &= -V_{V_{1,2}} \Gamma_1 + V_{V_{2,2}} \Gamma_2 + V_{V_{2,3}} \Gamma_3 + V_{V_{2,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{V_{2,N}} \Gamma_N \\
 u_{v_3} &= -V_{V_{1,3}} \Gamma_1 - V_{V_{2,3}} \Gamma_2 + V_{V_{3,3}} \Gamma_3 + V_{V_{3,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{V_{3,N}} \Gamma_N \\
 v_{v_4} &= -V_{V_{1,4}} \Gamma_1 - V_{V_{2,4}} \Gamma_2 - V_{V_{3,4}} \Gamma_3 + V_{V_{4,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{V_{4,N}} \Gamma_N \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

(B2)

$$v_{v_N} = -V_{V_{1,N}} \Gamma_1 - V_{V_{2,N}} \Gamma_2 - V_{V_{3,N}} \Gamma_3 - V_{V_{4,N}} \Gamma_4 + \dots + V_{V_{N,N}} \Gamma_N$$

Destes dois conjuntos de N equações sabe-se que :

a) $U_{V_{k,j}}$ é a componente x da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j , se este último possuir intensidade unitária. Para o modelo do vórtice potencial, considerando que $r_{kj} \geq \sigma_0$, tem-se:

$$U_{V_{k,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{[y_k - y_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2}$$

(B3)

Quando a distância entre um vórtice arbitrário k e o ponto de controle de um painel for menor que o raio do núcleo do vórtice de Lamb ($r_{kj} < \sigma_0$), usa-se:

$$U_{V_{k,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{[y_k - y_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2}\right) \right]$$

(B4)

b) $V_{V_{k,j}}$ é a componente y da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j , se este último possuir intensidade unitária. Para o modelo do vórtice potencial, considerando que $r_{kj} \geq \sigma_0$, tem-se:

$$V_{V_{k,j}} = -\frac{1}{2\pi} \frac{[x_k - x_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2}$$

(B5)

Quando a distância entre um vórtice arbitrário k e o ponto de controle de um painel for menor que o raio do núcleo do vórtice de Lamb ($r_{kj} < \sigma_0$), usa-se:

$$V_{V_{k,j}} = -\frac{1}{2\pi} \frac{[x_k - x_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2}\right) \right]$$

(B6)

c) o vórtice arbitrário k não induz velocidade sobre ele mesmo, portanto: $U_{V_{k,k}} = 0$ e

$$V_{V_{k,k}} = 0;$$

d) o componente x da velocidade total induzida no vórtice k pelos demais vórtices é calculada pelo seguinte somatório:

$$u_{k_N} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \Gamma_j U_{V_{k,j}} \quad (\text{B7})$$

e) o componente y da velocidade total induzida no vórtice k pelos demais vórtices é calculada pelo seguinte somatório:

$$v_{k_N} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \Gamma_j V_{V_{k,j}} \quad (\text{B8})$$

f) o componente x da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j , se este último possuir intensidade unitária, é igual e com sinal contrário ao componente x da velocidade induzida no vórtice j pelo vórtice k ;

g) a componente y da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j , se este último possuir intensidade unitária, é igual e com sinal contrário ao componente y da velocidade induzida no vórtice j pelo vórtice k ;

O programa computacional desenvolvido calcula somente as componentes x e y das velocidades induzidas no vórtice k pelo vórtice j . Os componentes induzidas pelo vórtice j no vórtice k não precisam ser calculadas. O programa calcula $U_{V_{k,j}}$ e $V_{V_{k,j}}$ fazendo $U_{V_{j,k}} = -U_{V_{k,j}}$ e $V_{V_{j,k}} = -V_{V_{k,j}}$. Como se pode notar estes cálculos, a cada incremento de tempo Δt , ficam cada vez mais demorados. O artifício apresentado é de grande validade.

Neste artifício não se leva em consideração a intensidade de cada vórtice indutor. No cálculo final da velocidade total induzida em um vórtice arbitrário k pelos outros vórtices livres da nuvem entra o valor da intensidade de cada vórtice livre indutor. Na direção do eixo dos x , por exemplo, obtém-se:

$$u_{v_1} = 0 \Gamma_1 + U_{V_{1,2}} \Gamma_2 + U_{V_{1,3}} \Gamma_3 + U_{V_{1,4}} \Gamma_4 + \dots$$

$$u_{v_2} = -U_{V_{1,2}} \Gamma_1 + 0 \Gamma_2 + U_{V_{2,3}} \Gamma_3 + U_{V_{2,4}} \Gamma_4 + \dots$$

$$u_{v_3} = -U_{V_{1,3}} \Gamma_1 - U_{V_{2,3}} \Gamma_2 + 0 \Gamma_3 + \dots$$

(B9)

$$u_{v_4} = -U_{V_{1,4}} \Gamma_1 - U_{V_{2,4}} \Gamma_2 - \dots$$

...

APÊNDICE C

VALORES MÉDIOS CALCULADOS PARA AS FORÇAS AERODINÂMICAS

Tabela C.1. Aerofólio NACA 0012: Resultados da simulação numérica variando-se a amplitude e a frequência de oscilação do corpo

Caso	A	F	$\overline{C_D}$	$\overline{C_L}$
I	0,00	0,00 π	0,02219184	-0,0021002
II	0,01	1,00 π	-0,0129201	-0,0032746
III	0,01	1,25 π	-0,0213299	0,00769234
IV	0,01	1,50 π	-0,02113127	-0,0091297
V	0,01	1,75 π	-0,0224676	-0,0242753
VI	0,01	2,00 π	-0,0234535	0,01110339
VII	0,02	1,00 π	-0,0229500	-0,0171341
VIII	0,02	1,25 π	-0,0192039	-0,0024014
IX	0,02	1,50 π	-0,2061714	0,0170046
X	0,02	1,75 π	-0,0189518	0,04948598
XI	0,02	2,00 π	-0,0211994	0,00324626
XII	0,03	1,00 π	-0,0244049	-0,0154579
XIII	0,03	1,25 π	-0,0019766	-0,0198338
XIV	0,03	1,50 π	-0,0155739	-0,0505864
XV	0,03	1,75 π	-0,0174563	0,02252294
XVI	0,03	2,00 π	-0,0174363	-0,0049553
XVII	0,04	1,00 π	-0,0250050	-0,0274441
XVIII	0,04	1,25 π	-0,0912135	-0,0268339
XIX	0,04	1,50 π	0,01557394	-0,0505864
XX	0,04	1,75 π	0,0133493	0,03938114
XXI	0,04	2,00 π	-0,0133493	-0,002906
XXII	0,05	1,00 π	-0,0144349	-0,0086981
XXIII	0,05	1,25 π	0,01956240	0,04181911
XXIV	0,05	1,50 π	-0,0144349	0,0062918
XXV	0,05	1,75 π	-0,0118528	0,03560633
XVI	0,05	2,00 π	-0,0129720	-0,0032744

A = amplitude de oscilação, f = frequência de oscilação,

$\overline{C_D}$ = valor médio do coeficiente de arrasto entre os instantes t = 15 e t = 30,

$\overline{C_L}$ = valor médio do coeficiente de sustentação entre os instantes t = 15 e t = 30.

APÊNDICE D

VALORES MÉDIOS CALCULADOS PARA AS AMPLITUDES DE OSCILAÇÃO

Tabela D.1. Aerofólio NACA 0012: Valores médios para a amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação.

Caso	A	f	$\overline{A_{c_L}}$
I	0,00	$0,00\pi$	0,1172720
II	0,01	$1,00\pi$	0,8104789
III	0,01	$1,25\pi$	0,1461013
IV	0,01	$1,50\pi$	0,1417722
V	0,01	$1,75\pi$	0,1329063
VI	0,01	$2,00\pi$	0,1192960
VII	0,02	$1,00\pi$	0,0912350
VIII	0,02	$1,25\pi$	0,2660930
IX	0,02	$1,50\pi$	0,9247043
X	0,02	$1,75\pi$	0,1286313
XI	0,02	$2,00\pi$	0,1206393
XII	0,03	$1,00\pi$	0,1254106
XIII	0,03	$1,25\pi$	0,4546655
XIV	0,03	$1,50\pi$	0,8978930
XV	0,03	$1,75\pi$	0,3757859
XVI	0,03	$2,00\pi$	0,1312335
XVII	0,04	$1,00\pi$	0,1086058
XVIII	0,04	$1,25\pi$	0,2559477
XIX	0,04	$1,50\pi$	0,8256248
XX	0,04	$1,75\pi$	0,6294010
XXI	0,04	$2,00\pi$	0,2920276
XXII	0,05	$1,00\pi$	0,1512793
XXIII	0,05	$1,25\pi$	0,3547363
XXIV	0,05	$1,50\pi$	0,9680080
XXV	0,05	$1,75\pi$	0,1075883
XXVI	0,05	$2,00\pi$	0,6113530

$\overline{A_{c_L}}$ = valor médio do coeficiente de arrasto entre os instantes $t = 15$ e $t = 30$,

APÊNDICE E

VALORES MÉDIOS CALCULADOS PARA A RELAÇÃO $\overline{A_{C_L}} (0,04T) / \overline{A_{C_L}} (0,00T)$

Na Tabela E.1 apresenta-se resultados obtidos para a relação $\overline{A_{C_L}} (0,04T) / \overline{A_{C_L}} (0,00T)$; estes resultados foram obtidos dividindo-se o valor médio da amplitude dos casos XVII até XXI pelo valor médio do caso I.

Tabela E.1. Aerofólio NACA 0012: Amplitude média da força de sustentação com relação ao tempo

Caso	f	$\overline{A_{C_L}} (0,04T) / \overline{A_{C_L}} (0,00T)$
I	$0,00\pi$	0,1172720
XVII	$1,00\pi$	0,1086058
XVIII	$1,25\pi$	0,2559477
XIX	$1,50\pi$	0,8256248
XX	$1,75\pi$	0,6294010
XXI	$2,00\pi$	0,2920276

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Achenbach, E., 1968, "Distribution of Local Pressure and Skin Friction Around a Circular Cylinder in Cross-Flow". *J. Fluid Mech*; vol. 34 (4), pp.625-639.
- Alcântara Pereira, L.A., 1999, "Simulação numérica do escoamento em torno de um corpo de forma arbitrária utilizando o método de vórtices discretos". EFEI/IEM/DME, Itajubá, MG, Brasil, Dissertação de Mestrado.
- Alcântara Pereira, L.A., Hirata, M.H. e Silveira-Neto, A., 2000 , "Simulação numérica do escoamento de um fluido newtoniano usando uma nuvem de vórtices e modelagem sub-malha de turbulência". IV SIMMEC, Maio, Uberlândia, MG, Brasil, pp. 465-472.
- Alcântara Pereira, L.A., 2002, " Simulação numérica do escoamento ao redor de perfis aerodinâmicos montados em grades lineares de turbomáquinas utilizando o método de vórtices discretos com modelagem turbulencia", Tese de doutorado UNIFEI/IEM, Itajubá, MG, Brasil.
- Alcântara Pereira, L.A., Hirata, M.H. and Silveira-Neto, A., 2002, "Vortex method with turbulence sub-grid scale modelling". Artigo submetido à revista periódica RBCM - Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences.
- Alcântara Pereira, L.A., Ricci, J.E.R., Hirata, M.H. and Silveira Neto, A., 2002, "Simulation of vortese-Shedding Flow About a Circular Cylinder with Turbulence Modelling". Intern'l society of CFD/ Computational Fluid dynamics Journal, vol II, nº 3. october, pp- 315-322.
- Araújo, Z.A., 1994, "Simulação numérica do escoamento tridimensional em torno de um cilindro flexível, através do método de vórtices". PEM-COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Tese de Doutorado.
- Araújo, M.R.O.P., 1997, "Escoamento em um arranjo denso de cilindros: simulação numérica através do método de vórtices". PEM-COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Tese de Doutorado.
- Arkell, R.H. and Graham, J.M.R., 1992, "The effects of gravity waves on vortex shedding from cylinders". Proceedings of the IUTAM Symposium on Bluff-Body Wakes, Dynamics and Instabilities, Göttingen, pp. 19-22.
- Ashurst, W.T., 1977, "Numerical simulation of turbulent mixing layers via vortex dynamics". Sandia Lab-SAND 7- 8613.
- Badr, H.M., Dennis, S.C.R., Kocabiyik, S. And Nguyen, P.,1995 "Viscous oscillatory flow about a circular cylinder at small to Strouhal number". *J. Fluid Mech.*, vol. 303, pp.215-232.
- Beale, J.T. and Majda, A., 1982, "Vortex methods: I convergence in three-dimensions". *Math. Comp.*, vol. 39, pp. 1-27.
- Chacaltana, J.T.A., Bodstein, G.C.R. and Hirata, M.H., 1994, "2-D Interaction of a point-vortex with a thin airfoil near a ground plane". Anais do V ENCIT, São Paulo, Brasil.
- Chacaltana, J.T.A., Bodstein, G.C.R. and Hirata, M.H., 1995, "Analytical study of the time-dependent 2-d interaction of a thin airfoil and a vortex in the presence of a ground plane". Proceedings of 13th ABCM - Mechanical Engineering Conference (COBEM), Belo Horizonte, Brasil.
- Chorin, A.J. , 1973, "Numerical study of slightly viscous flow". *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 57, pp. 785-796.
- Chorin, A.J. , 1978, "Vortex sheet approximation of boundary layers". *J. Comp. Phys.*, vol. 27, pp. 428-442.

- Christiansen, J.P., 1973, "Numerical simulation of hydrodynamics by the method of point vortices". *J. Comp. Phys.*, vol. 13, pp. 363-379.
- Clements, R.R. and Maull, D.J., 1975, "The representation of sheets of vorticity by discrete vortices". *Prog. Aero. Sci.*, vol. 16 (2), pp. 129-146.
- Cottet, G.H. and Koumoutsakos, P.D., 1999, "Vortex methods": Theory and practice. Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, U.K.
- Dalton, C. and Chantranuvatana, B., 1980, "Pressure distributions around circular cylinders in oscillating flow". *Journal of fluids engineering*, vol. 102/191.
- Einstein, A., 1956, *Investigations on the theory of brownian motion*. Dover, New York.
- Ferziger, J.H., 1981, *Numerical Methods for Engineering Application*, John Wiley & Sons, Inc.
- Fonseca, G.F., 1996, "Interação bidimensional entre um vórtice e um aerofólio próximo a uma superfície: influência da esteira". PEM-COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Dissertação de Mestrado.
- Fonseca, G.F., Bodstein, G.C.R. and Hirata, M.H., 1997, "A numerical inviscid vortex model applied to parallel blade vortex interaction". *RBCM - Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, vol. XIV, n° 3, pp. 341-356.
- Fung, Y. C., 1969, "The theory of aeroelasticity". Dover Publications, New York.
- Ghoniem, A.F. and Sherman, F.S., 1985, "Grid-free simulation of diffusion using random walk methods". *J. Comp. Phys.*, vol. 61, pp. 1-37.
- Greengard, L. and Rokhlin, V., 1987, "A fast algorithm for particle simulations". *J. Comput. Phys.*, vol. 72, pp. 325-348.
- Guedes, V.G., Hirata, M.H. and Bodstein, G.C.R., 1998, "Vortex method simulation of the flow around a circular cylinder using the multipole expansion algorithm". *International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*, Gazimagusa, TRNC, Turkey, April 26-29, vol. 1, pp. 101-108.
- Harris, F. D., Pruyn, R. R., 1967, "Blade stall-half fact fiction". *Proceeding of the 23rd Annual National AHS Forum*, No. 101, may.
- He, F. and Su, T.C., 1999, "An improved offset model for vorticity shedding from a solid boundary in discrete vortex element method". Department of Mechanical Engineering, FAU: Florida Atlantic University, Boca Raton, FL 33431, pp. 1-24.
- Hess, J.L. & SMITH, A.M.O., 1966, "Calculation of potential flow about arbitrary bodies". *Progress in Aeronautical Sciences*, Vol. 8, pp. 1-138.
- Hirata, S.C. e Hirata, M.H., 1998, "Simulação do processo de difusão de calor utilizando o método de partículas". EFEI/IEM/DME, *Textos em Engenharia Mecânica*, Setembro, n° 02/98, Itajubá, MG, Brasil.
- Hirata, M.H. e Alcântara Pereira, 1999, "O método de vórtices": Algoritmos e implementação numérica. EFEI/IEM/DME, *Textos em Engenharia Mecânica*, Outubro, n° 04/99, Itajubá, MG, Brasil.
- Hirata, M.H., 2000, "O método de vórtices com modelagem de turbulência". *Anais do CONEN 2000: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, Natal, RN, Brasil.
- Honji, H., Streaked flow around na oscillating circular cylinder ; *J. Fluid Mech.* (1981), vol. 107, pp. 509-520 Printed in Great Britain.
- Jian, S. and Hirata, M.H., 1991, "Vorticity method for two-dimensional flow around bluff bodies". *Anais do I Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste*, Natal, RN, Brasil.
- Johnson, W. and Ham, N. D., 1972, "On the mechanism of dynamic stall". *J. of AHS*, vol. 17, No. 4, oct.

- Kamemoto, K. and Kawamata, Y., 1986, "Representation of two-dimensional boundary layers by discrete vortices". Proceedings of the International Conference on Computational Mechanics, Tokyo, Japan.
- Kamemoto, K., Nakahara, N., Kawata, Y., Imamura, K. and Kaneko, T., 1990, "Numerical simulation of vortex flows interacting with vibrations under flow gates". IAHR Symposium, Belgrade, Yugoslave, N4, pp. 1-8.
- Kamemoto, K., 1993, "Procedure to estimate unstead pressure distribution for vortex method" (In Japanese). Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng., vol. 59, n° 568 B, pp. 3708-3713
- Kamemoto, K., 1994, "Development of the vortex methods for grid-free lagrangian direct numerical simulation". Proc. Third JSME-KSME, Sendai, Japan, pp. 542-547.
- Kamemoto, K., Matsumoto, H. and Yokoi, Y., 1995, On the extensive applicability of the vortex methods to the prediction of flow-induced vibration problems. Yokohama National University, Yokohama, Japan.
- Kamemoto, K. and Miyasaka, T., 1999, "Development of a vortex and heat elements method and its application to analysis of unstead heat transfer around a circular cylinder in a uniform flow". Proc. of 1st Int. Conf. on Vortex Methods, Kobe, Nov. 4-5, pp. 191-203, or VORTEX METHODS, edited by K Kamemoto and M. Tsutahara, World Scientific, (2000), pp. 135-144.
- Katz, J. and Plotkin, A., 1991, "Low speed aerodynamics: from wing theory to panel methods". McGraw Hill, Inc.
- Kempka, S.N. and Strickland, 1993, "A method to simulate viscous diffusion of vorticity by convective transport of vortices at a non-solenoidal velocity". SAND93-1763 UC-700.
- Kida, T. and Nakajima, T., 1994, "A vortex method induced from two-dimensional Navier-Stokes equations". Dep. Energy Systems Engr., University of Osaka, Prefecture 862, pp. 93-104.
- Lee, D.J. and Smith, C.A., 1991, "Effect of vortex core distortion on blade-vortex interaction". A.I.A.A. Journal, vol. 29, n° 9, pp. 1355-1362.
- Lewis, R. I., 1981, "Surface vorticity modelling of separated flows from two-dimensional bluff bodies of arbitrary shape". J. Mech. Eng. Sci., vol. 23, n° 1, pp. 1-12.
- Lewis, R. I., 1991, "Vortex element method for fluid dynamic analysis of engineering systems". Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, U.K..
- Lewis, R.I., 1999, "Vortex element methods, the most natural approach to flow simulation - A review of methodology with applications". Proc. of 1st Int. Conf. on Vortex Methods, Kobe, Nov. 4-5, pp. 1-15.
- Liiva, J., Davenport, F., Gray, L., and Walton, I., 1968, "Two-dimensional tests of air-foils oscillating near stall". U. S. Army Aviation Materiel Lab., Fort Eustis, Va., Tech. Report 68-13, april. Also J. Of Aircraft, Vol. 6, No. 1, jan. 1969, 46-51.
- Malta E.S.F., D., 1998, "Aplicação do método de vórtices ao escoamento de alto número de Reynolds em torno de um cilindro circular". PEM-COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Dissertação de Mestrado.
- McCroskey, W. J., 1977, "Some current research in unsteady fluid dynamics". J. of Fluid Engineering, vol. 99, march.
- McCroskey, W. J., 1976, "Dynamics stall experiments on oscillating airfoils". AIAA Journal, vol. 14, No. 1, jan. 57-63.
- Meneghini, J.R. and Bearman, P.W., 1995, "Numerical simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder". J. Fluid Struct., vol. 9, pp. 435-455.
- Milne-Thompson, L.M., 1955, Theoretical hydrodynamics. Macmillan & Co. London.
- Moreira da Silva, M.N., 1995, "Investigação do escoamento transiente, 2 D, ao redor de formas não aerodinâmicas, usando o método de vórtices". PEM-COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Dissertação de Mestrado.

- Mustto, A. A., 1998, "Simulação numérica do escoamento em torno de um cilindro circular com e sem rotação utilizando o método de vórtices". PEM- COPPE/UFRJ , Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Dissertação de Mestrado.
- Mustto, A. A., Hirata, M.H. and Bodstein, G.C.R., 1998, "Discrete vortex method simulation of the flow around a circular cylinder with and without rotation". A.I.A.A. Paper 98-2409, Proceedings of the 16th A.I.A.A. Applied Aerodynamics Conference, Albuquerque, NM, USA, June.
- Ogami, Y., 1999, "A vortex method for heat-vortex interaction and fast summation technique". Proc. of 1st Int. Conf. on Vortex Methods, Kobe, Nov. 4-5, pp. 145-152.
- Panaras, A.G., 1987, "Numerical modelling of the vortex airfoil interaction". A.I.A.A. Journal, vol. 25, n° 1, pp. 5-11.
- Poling, D.R., Dadone, L. and Telionis, D.P., 1989, "Blade-vortex interaction". A.I.A.A. Journal, vol. 27, n° 6, pp. 694-699.
- Porthouse, D.T.C. and Lewis, R. I. , 1981, "Simulation of viscous diffusion for extension of the surface vorticity method to boundary and separated flows". J.Mech. Eng. Sci., I. Mech. E., 23, n° 3, pp.157-167.
- Puckett, E.G., 1993, Vortex Methods: "An introduction and survey of selected research topics". Cap. 11 of Incompressible computational fluid dynamics, ed. by Gunzburger, M.D. & Nicolaidis, R.A.. Cambridge University Press, Cambridge, England, U.K.
- Blevins R.D. (1984) Applied Fluid Dynamics Handbook; Van Nostrand Reinhold Co.
- Rand, O., 1989, "Extension of the Circle Theorems by surface sources distributions". ASME J. of Fluids Engineering, vol. 111, pp 243-247.
- Ricci, J.E.R. e Hirata, M.H., 2002, "Avaliação Numérica do Método de Painéis Utilizado no Cálculo da Velocidade Induzida pelo Corpo, no Contexto do Método de Vórtices". Artigo publicado no CONEN 2002: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, João Pessoa, PB, Brasil.
- Ricci, J.E.R., 2002, "Simulação numérica do escoamento ao redor de um corpo de forma arbitrária, estacionado nas imediações de uma superfície plana, com o emprego de método de vórtices". UNIFEI/IEM/DME, Itajubá, M. G., Brasil, Tese de doutorado.
- Rosenhead, L., 1931, Formation of vortices from a surface of discontinuity. Proc. R. Soc. London, Ser. A., vol. 134, pp. 170-192.
- Sarpkaya, T., 1989, "Computational methods with vortices - The 1988 Freeman Scholar Lecture". Journal of Fluids Engineering, vol. 111. , pp. 5-52.
- Shintani, M. and Akamatsu, T, 1994, "Investigation of two dimensional discrete vortex method with viscous diffusion model". Computational Fluid Dynamics Journal, vol. 3, n° 2, pp. 237-254..
- Smith, P.A. and Stansby, P.K., 1988, "Impulsively started flow around a circular cylinder by the vortex method". J. Fluid Mech., vol. 198, pp. 45-77.
- Smith, P.A. and Stansby, P.K., 1989, "An efficient surface algorithm for random-particle simulation of vorticity and heat transport ". J. Comp. Phys., vol. 81, pp. 349-371.
- Son J.S. and T.J. Hanratty, 1969, "Velocity Gradients at the Wall for Flow Around a Cylinder at Reynolds Number"; J. Fluid Mech; vol. 35 (2), pp.353-368
- Sparlat, P.R. and Leonard, A., 1981, "Computation of separated flows by a vortex tracing Algorithm". A.I.A.A. Paper 81-1246, 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto, California, USA.
- Theodorsen, T., 1935 "General theory of aerodynamic instability and mechanism of flutter". NACA TR N° 496.
- Uhlman, J.S., 1992, "An integral equation formulation of the equation of an incompressible fluid". Naval Undersea Warfare Center, T.R. 10-086.

- Walther, J.H., Sagredo, J.T. and Koumoutsakos, P., 1999, "Simulation of particle flow using vortex methods", Proc. of 1st Int. Conf. on Vortex Methods, Kobe, Nov. 4-5, pp. 221-231.
- Yiourniezakis, N., Valougeorgis, D. and Stapountzis, H., 2002, "A computational study of airfoils in sinusoidal streamwise oscillations". Southeastern Europe Fluent Users Group Meeting. Thessaloniki, Greece.