

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Simulação Numérica da Transferência
de Calor por Convecção Forçada,
Natural e Mista numa Cavityde Retangular**

Autor: João José de Souza

Orientador: Prof. Dr. Genésio José Menon

Curso: Mestrado em Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Conversão de Energia

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Outubro de 2006

M.G. – Brasil

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Simulação Numérica da Transferência
de Calor por Convecção Forçada,
Natural e Mista numa Cavityde Retangular**

Autor: João José de Souza

Orientador: Prof. Dr. Genésio José Menon

Itajubá, Outubro de 2006

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Simulação Numérica da Transferência
de Calor por Convecção Forçada,
Natural e Mista numa Cavityde Retangular**

Autor: **Joaõ José de Souza**

Orientador: **Prof. Dr. Genésio José Menon**

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Luciano Fernando dos Santos Rossi - UTFPR

Prof. Dr. Rogério José da Silva - UNIFEI

Prof. Dr. Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva - UNIFEI

Profa. Dra. Ana Lucia Fernandes de Lima e Silva - UNIFEI

Prof. Dr. Genésio José Menon, Orientador - UNIFEI

Dedicatória

À minha esposa Tereza Palmaka
e as minhas filhas
Valéria e Lídia.

Agradecimentos

Ao meu Orientador, Prof. Dr. Genésio José Menon, pela competência, dedicação, paciência e amizade.

Aos amigos Professores Engenheiros, Aldo Ramos Santos, Antonio Santoro, Carlos Alberto do Amaral Moino, Fernando Marques Fernandes, Francisco José do Rosário, Hernandes Brandão, João Baptista Amaral Jr., Julio Murat, Manuel da Silva Valente de Almeida, Marcos Galli, Nelson Gomes, Paulo Roberto Canton e Ricardo Tibério, em especial ao amigo Renato José Pinto, pelo permanente incentivo, colaboração, amizade, momentos de inesquecível convívio profissional.

Aos Professores da Universidade Federal de Itajubá, Waldir de Oliveira e Nelson Manzanares Filho, pelo apoio e valiosas sugestões, que contribuíram para a elaboração deste trabalho.

Ao Instituto de Engenharia Mecânica da UNIFEI, representado pelos seus dedicados Professores e Funcionários, pela oportunidade que me concedeu na realização deste trabalho.

À UNISANTA por tornar possível a realização do Curso de Mestrado aos seus professores.

Aos meus pais, João e Francisca, que sempre me incentivaram na formação e no desenvolvimento cultural.

Resumo

SOUZA, J. J. (2006), Simulação Numérica da Transferência de Calor por Convecção Forçada, Natural e Mista numa Cavidade Retangular , Itajubá, 155p. Dissertação (Mestrado em Conversão de Energia) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

Neste trabalho são realizados estudos de problemas de transferência de calor por convecção forçada, natural e mista em cavidades. Foram considerados quatro casos, sendo estudadas cavidades retangulares onde variou-se três razões de aspecto. Caso 1: temperaturas diferentes nas metades defasadas das placas verticais. Caso 2: temperaturas diferentes nas metades alinhadas das placas verticais. Caso 3: temperaturas diferentes nas metades defasadas das placa vertical e horizontal inferior. Caso 4: temperaturas diferentes nas metades defasadas nas placas verticais e horizontais. O equacionamento é desenvolvido para o regime laminar, permanente, considerando o escoamento bidimensional. Utiliza-se o método de diferenças finitas para resolver as equações de conservação. São determinadas as distribuições da função corrente, temperatura adimensional e vorticidade bem como o número de Nusselt médio em função dos parâmetros térmicos e geométricos. Com o objetivo de validação do programa computacional desenvolvido em FORTRAN, são realizados testes para a cavidade quadrada.

Palavras-chave:

Transferência de calor, Convecção forçada, Convecção natural, Convecção mista, Cavidades retangulares, Método de diferenças finitas, Método Upwind.

Abstract

SOUZA, J. J. (2006), *Numeric Simulation and Natural, Forced and Mixed Convection Study in a Closed Cavity*, Itajubá, 165p. MSc. Dissertation - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

In this work healthy were accomplished studies of Heat Transfer problems embracing forced, natural and mixed convection. We studied 4 cases and 3 distinct rectangular cavities geometrical with distinct rates. In case 1: different temperatures from divergent parts of vertical plates. In case 2: different temperatures from aligned parts of vertical plates. In case 3: different temperatures from divergent parts of vertical and horizontal plates. In case 4: different temperatures from 4 divergent parts of vertical and horizontal plates (one in each part). The formulation is developed for permanent regime, considering bidimensional flowing.

Finite Difference Method is applied to solve Conservative Equations. With this method the Stream function, non-dimensional Temperature and the Medium Nusselt Number, were determined based in the thermal and geometric parameters. In this work with purpose to validate the computational program developed, tests were realized for the rectangular closed cavity.

Keywords:

Heat transfer , Forced Convection , Natural Convection , Mixed Convection, Numerical methods, Finite Difference Method, Rectangular cavity, Upwind Method

Sumário

SUMÁRIO	i
LISTA DE FIGURAS	iv
LISTA DE TABELAS	viii
SIMBOLOGIA	ix
LETRAS LATINAS	ix
LETRAS GREGAS	x
CAPÍTULO 1	
INTRODUÇÃO	
1.1 - MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	1
1.2 - REVISÃO DA LITERATURA	5
1.2.1 - Convecção natural	5
1.2.2 - Convecção forçada	6
1.2.3 - Convecção mista	8
1.3 - OBJETIVOS DO PRESENTE TRABALHO	12
1.4 - CONTRIBUIÇÕES DO PRESENTE TRABALHO	13
1.5 - DELINEAMENTO DO PRESENTE TRABALHO	13
CAPÍTULO 2	
MODELOS MATEMÁTICO	
2.1 - EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO PARA A CONVECÇÃO NATURAL	15
2.2 - ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA A CONVECÇÃO NATURAL	16
2.3 - EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO PARA A CONVECÇÃO FORÇADA E MISTA	19

2.4 - ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA A CONVECÇÃO FORÇADA E MISTA	20
2.5 - CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO	22
2.5.1 - Condições iniciais	23
2.5.2 - Condições de contorno	23
2.6 - NÚMERO DE NUSSELT LOCAL E MÉDIO	24

CAPÍTULO 3

MODELO NUMÉRICO

3.1 - INTRODUÇÃO	27
3.2 - MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS	28
3.3 - MÉTODO UPWIND	28
3.4 - EQUAÇÕES PARA CONVECÇÃO NATURAL	29
3.5 - EQUAÇÕES PARA CONVECÇÃO FORÇADA E MISTA	30

CAPÍTULO 4

TESTE DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

4.1 - DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE TESTES	32
4.2 - TESTE 1 - CONVECÇÃO NATURAL	33
4.3 - TESTE 2 - VARIAÇÃO DO NÚMERO DE GRASHOF (GR)	36
4.4 - TESTE 3 - ANÁLISE DA CONVERGÊNCIA DO NÚMERO DE NUSSELT MÉDIO (NU)	38
4.4.1 - Convecção forçada	38
4.4.1 - Convecção natural	39
4.4.1 - Convecção mista	41
4.5 - TESTE 4 - AVALIAÇÃO DO TEMPO DE PROCESSAMENTO COMPUTACIONAL	42

CAPÍTULO 5

RESULTADOS

5.1 - RESULTADOS DO PRESENTE TRABALHO	44
5.2 - CASO 1	46
5.2.1 - Caso 1 – Convecção forçada	47
5.2.2 - Caso 1 – Convecção natural	52
5.2.3 - Caso 1 – Convecção mista	57
5.3 - CASO 2	69
5.3.1 - Caso 2 – Convecção forçada	70

5.3.2 - Caso 2 – Convecção natural	75
5.3.3 - Caso 2 – Convecção mista	79
5.4 - CASO 3	92
5.4.1 - Caso 3 – Convecção forçada	93
5.4.2 - Caso 3 – Convecção natural	98
5.4.3 - Caso 3 – Convecção mista	103
5.5 - CASO 4	115
5.5.1 - Caso 4 – Convecção forçada	116
5.5.2 - Caso 4 – Convecção natural	121
5.5.3 - Caso 4 – Convecção mista	126
CAPÍTULO 6	
CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	
6.1 - CONCLUSÕES	138
6.1.1 - Convecção forçada	138
6.1.2 - Convecção natural	140
6.1.3 - Convecção mista	140
6.1.4 - Casos estudados	141
6.2 - RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	141
APÊNDICE	
A.1 - Apêndice 1 - Método das Diferenças Finitas para a Equação de Poisson	143
A.2 - Apêndice 2 - Método Upwind	145
A.3 - Apêndice 3 - Método das Diferenças Finitas	148
A4 – Algoritmo do programa computacional	152
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	158
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR	162

Lista de Figuras

Figura 1	Domínio computacional para o caso 1	2
Figura 2	Domínio computacional para o caso 2	3
Figura 3	Domínio computacional para o caso 3	3
Figura 4	Domínio computacional para o caso 4	4
Figura 5	Geometria da cavidade para o caso 1 com condições dimensionais	21
Figura 6	Geometria da cavidade para o caso 1 com condições adimensionais	21
Figura 7	Geometria da cavidade utilizada no estudo comparativo	30
Figura 8	Variação de Nusselt em função da quantidade de pontos nodais	37
Figura 9	Variação de Nusselt em função da quantidade de pontos nodais	38
Figura 10	Variação de Nusselt em função da quantidade de pontos nodais	39
Figura 11	Tempo por iteração matemática	41
Figura 12	Condições de contorno dimensionais para o caso 1	44
Figura 13	Condições de contorno adimensionais para o caso 1	45
Figura 14	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=0,5$ - Caso 1	46
Figura 15	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=1,0$ - Caso 1	47
Figura 16	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=2,0$ - Caso 1	48
Figura 17	Número de Nusselt médio - Convecção Natural - Caso 1	49
Figura 18	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=0,5$ - Caso 1	51
Figura 19	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=1,0$ - Caso 1	52

Figura 20	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=2,0$ - Caso 1	53
Figura 21	Número de Nusselt médio - Convecção Natural - Caso 1	54
Figura 22	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=0,5$ - Caso 1	56
Figura 23	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=1,0$ - Caso 1	57
Figura 24	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=2,0$ - Caso 1	58
Figura 25	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=0,5$ - Caso 1	59
Figura 26	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=1,0$ - Caso 1	60
Figura 27	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=2,0$ - Caso 1	61
Figura 28	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=0,5$ - Caso 1	62
Figura 29	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=1,0$ - Caso 1	63
Figura 30	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=2,0$ - Caso 1	64
Figura 31	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - Caso 1	65
Figura 32	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - Caso 1	66
Figura 33	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - Caso 1	66
Figura 34	Condições de contorno dimensionais para o caso 2	67
Figura 35	Condições de contorno adimensionais para o caso 2	68
Figura 36	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=0,5$ - Caso 2	69
Figura 37	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=1,0$ - Caso 2	70
Figura 38	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=2,0$ - Caso 2	71
Figura 39	Número de Nusselt médio - Convecção Forçada - Caso 2	72
Figura 40	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=0,5$ - Caso 2	74
Figura 41	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=1,0$ - Caso 2	75
Figura 42	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=2,0$ - Caso 2	76
Figura 43	Número de Nusselt médio - Convecção Natural - Caso 2	77
Figura 44	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=0,5$ - Caso 2	79
Figura 45	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=1,0$ - Caso 2	80
Figura 46	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=2,0$ - Caso 2	81

Figura 47	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=0,5$ - Caso 2	82
Figura 48	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=1,0$ - Caso 2	83
Figura 49	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=2,0$ - Caso 2	84
Figura 50	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=0,5$ - Caso 2	85
Figura 51	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=1,0$ - Caso 2	86
Figura 52	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=2,0$ - Caso 2	87
Figura 53	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - Caso 2	88
Figura 54	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - Caso 2	89
Figura 55	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - Caso 2	89
Figura 56	Condições de contorno dimensionais para o caso 3	90
Figura 57	Condições de contorno adimensionais para o caso 3	91
Figura 58	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=0,5$ - Caso 3	92
Figura 59	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=1,0$ - Caso 3	93
Figura 60	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=2,0$ - Caso 3	94
Figura 61	Número de Nusselt médio - Convecção Natural - Caso 3	95
Figura 62	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=0,5$ - Caso 3	97
Figura 63	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=1,0$ - Caso 3	98
Figura 64	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=2,0$ - Caso 3	99
Figura 65	Número de Nusselt médio - Convecção Natural - Caso 3	100
Figura 66	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=0,5$ - Caso 3	102
Figura 67	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=1,0$ - Caso 3	103
Figura 68	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=2,0$ - Caso 3	104
Figura 69	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=0,5$ - Caso 3	105
Figura 70	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=1,0$ - Caso 3	106
Figura 71	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=2,0$ - Caso 3	107
Figura 72	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=0,5$ - Caso 3	108
Figura 73	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=1,0$ - Caso 3	109

Figura 74	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=2,0$ - Caso 3	110
Figura 75	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - Caso 3	111
Figura 76	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - Caso 3	112
Figura 77	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - Caso 3	112
Figura 78	Condições de contorno dimensionais para o caso 4	113
Figura 79	Condições de contorno adimensionais para o caso 4	113
Figura 80	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=0,5$ - Caso 4	115
Figura 81	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=1,0$ - Caso 4	116
Figura 82	Distribuição ψ e θ - Convecção Forçada - $A=2,0$ - Caso 4	117
Figura 83	Número de Nusselt médio - Convecção Forçada - Caso 4	118
Figura 84	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=0,5$ - Caso 4	120
Figura 85	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=1,0$ - Caso 4	121
Figura 86	Distribuição ψ e θ - Convecção Natural - $A=2,0$ - Caso 4	122
Figura 87	Número de Nusselt médio - Convecção Natural - Caso 4	123
Figura 88	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=0,5$ - Caso 4	125
Figura 89	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=1,0$ - Caso 4	126
Figura 90	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - $A=2,0$ - Caso 4	127
Figura 91	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=0,5$ - Caso 4	128
Figura 92	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=1,0$ - Caso 4	129
Figura 93	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - $A=2,0$ - Caso 4	130
Figura 94	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=0,5$ - Caso 4	131
Figura 95	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=1,0$ - Caso 4	132
Figura 96	Distribuição ψ e θ - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - $A=2,0$ - Caso 4	133
Figura 97	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 34.110$ - Caso 4	134
Figura 98	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 136.430$ - Caso 4	135
Figura 99	Número de Nusselt médio - Convecção Mista - $Gr = 341.070$ - Caso 4	135
Figura 100	Fluxograma geral do programa computacional	154

Lista de Tabelas

Tabela 1	Resultados do teste com malha 30x30 pontos nodais.	33
Tabela 2	Resultados do teste com malha 40x40 pontos nodais.	33
Tabela 3	Resultados do teste com malha 50x50 pontos nodais.	33
Tabela 4	Comparação de Nu com valores obtidos por Figueiredo (1986).	35
Tabela 5	Comparação de Nu com valores obtidos por Figueiredo (1986).	35
Tabela 6	Comparação de Nu com valores obtidos por Wong (1979).	35
Tabela 7	Comparação de Nu com valores obtidos por Wong (1979)	35
Tabela 8	Comparação de Nu com valores obtidos por Brito (1999).	36
Tabela 9	Comparação de Nu com valores obtidos por Brito (1999).	36
Tabela 10	Análise do número de Nusselt médio – Convecção forçada.	37
Tabela 11	Análise do número de Nusselt médio – Convecção natural.	38
Tabela 12	Análise do número de Nusselt médio – Convecção mista.	39
Tabela 13	Tempo total de processamento.	40
Tabela 14	Tempo de processamento por iteração matemática	40

Simbologia

Letras Latinas

A	Razão de aspecto ($A=H/L$)
g	Aceleração da gravidade
Gr	Número de Grashof
H	Altura da Cavidade
k	Condutividade térmica
L	Largura da Cavidade
Nu_L	Número de Nusselt local
Nu	Número de Nusselt médio
p	Pressão
Pe	Número de Peclet
Pr	Número de Prandtl
Ra	Número de Rayleigh
Re	Número de Reynolds
S_1	Secção inferior da parede vertical
S_2	Secção superior da parede vertical
S_3	Secção inferior da parede vertical
S_4	Secção superior da parede vertical
S_5	Secção anterior da parede horizontal
S_6	Secção posterior da parede horizontal
S_7	Secção anterior da parede horizontal

S_8	Secção posterior da parede horizontal
T	Temperatura
T_c	Temperatura da superfície fria
T_h	Temperatura da superfície quente
T_o	Temperatura inicial
u	Velocidade horizontal
U	Velocidade horizontal adimensional
U_o	Velocidade média
v	Velocidade vertical
V	Velocidade vertical adimensional

Letras Gregas

β	Coeficiente de expansão volumétrico do fluido
γ	Densidade
ν	Viscosidade cinemática
θ	Temperatura adimensional
ρ	Massa específica
ω	Vorticidade
Ψ	Função corrente

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 - MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

O atual estágio de desenvolvimento dos mais diversos equipamentos atingiram o nível atual de eficiência, graças ao conhecimento da dinâmica dos fluidos. Os problemas de convecção forçada e natural, entre placas paralelas horizontais e verticais, tem sido bastante estudados e vários trabalhos numéricos e experimentais podem ser encontrados na literatura. O estudo desses fenômenos é de grande interesse no campo da engenharia, sendo que dentre estes, o estudo da convecção forçada é de vital importância no resfriamento de componentes eletrônicos, em projetos de condicionamento de ar, em trocadores de calor e outras várias aplicações na área industrial.

O presente trabalho estuda numericamente problemas envolvendo a convecção natural, forçada e mista do escoamento de um fluido em regime laminar em cavidades retangulares. Serão considerados quatro casos onde existirão variações nas condições de contorno do problema, sendo utilizadas paredes isotérmicas e paredes termicamente isoladas. Serão

estudados diferentes casos onde haverá alterações dos posicionamentos dessas regiões termicamente isoladas e também quanto a razão de aspecto da cavidade, ou seja, a relação entre a altura e a largura da cavidade. Ainda serão realizados estudos comparativos entre casos onde as paredes poderão ou não ser termicamente isoladas.

A figura 1 apresenta o domínio computacional Ω para o estudo do Caso 1 onde temos apenas metade das paredes verticais aquecidas ou resfriadas. Nesse caso a parede S_1 será mantida na temperatura fria T_c e a parede S_4 será mantida na temperatura quente T_h . As demais paredes serão termicamente isoladas.

A figura 2 apresenta o domínio computacional Ω para o estudo do Caso 2 onde temos metade das paredes verticais aquecidas ou resfriadas. Existe uma diferenciação em relação ao caso 1 no que se refere ao posicionamento da parte aquecida da parede vertical S_3 . Nesse caso a parede S_1 será mantida na temperatura fria T_c e a metade superior da parede S_3 será mantida na temperatura quente T_h , as demais paredes serão termicamente isoladas

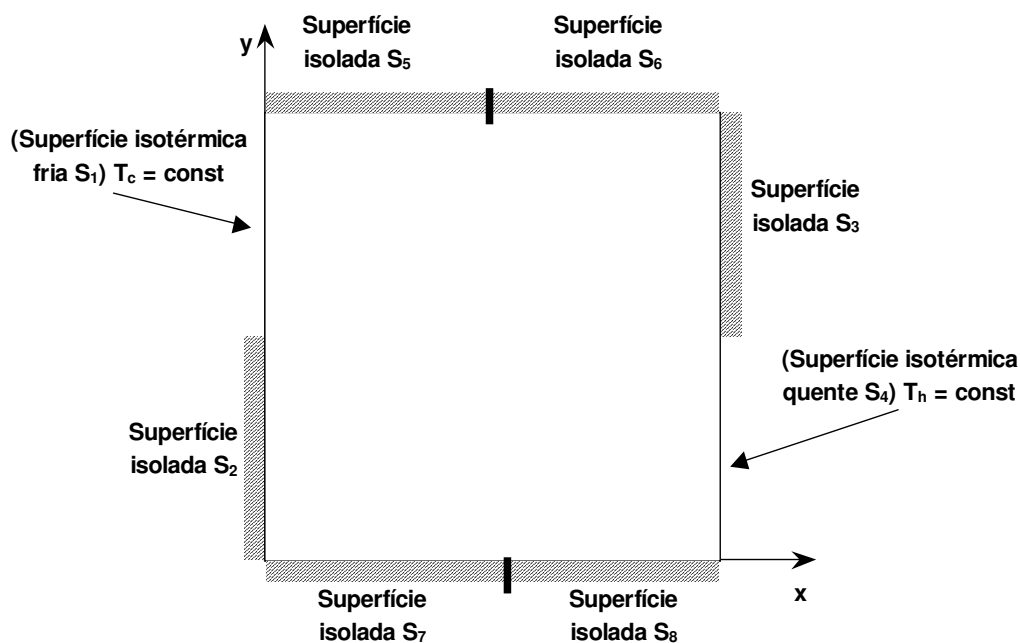


Figura 1 – Domínio computacional para o caso 1

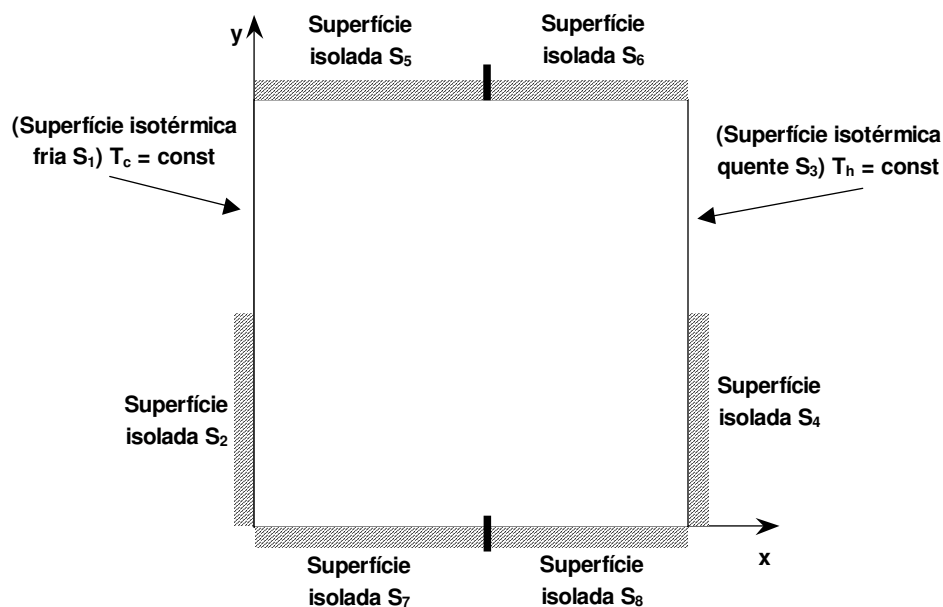


Figura 2 – Domínio computacional para o caso 2

A figura 3 apresenta o domínio computacional para o estudo do Caso 3 onde temos uma parte da parede vertical resfriada e uma parte de uma das paredes horizontais aquecida. Neste caso a parede S_1 será mantida na temperatura fria T_c e a parede horizontal inferior S_7 será mantida na temperatura quente T_h . As demais paredes serão mantidas termicamente isoladas.

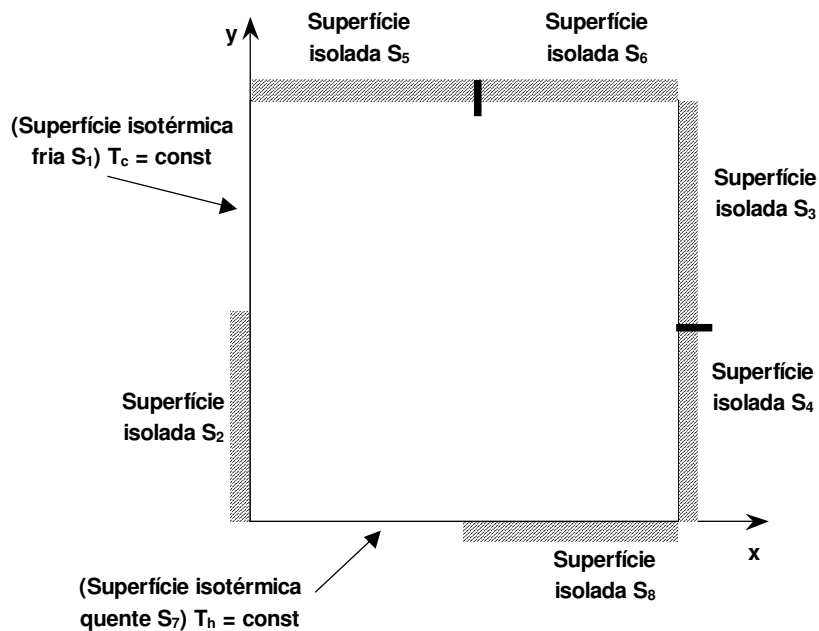


Figura 3 – Domínio computacional para o caso 3

A figura 4 apresenta o domínio computacional para o estudo do Caso 4 onde temos uma partes das paredes vertical e horizontal resfriadas ou aquecidas. Neste caso a parede S_1 e a parede S_6 serão mantidas na temperatura fria T_c . A parede S_4 e a parede S_7 serão mantidas na temperatura quente T_h . As demais paredes serão mantidos termicamente isoladas.

Para a solução dos problemas propostos de convecção forçada, natural e mista é necessária a resolução simultânea de um sistema de equações diferenciais parciais não lineares e acopladas. Dentre os vários métodos numéricos disponíveis para a solução desses problemas de engenharia, o método das diferenças finitas foi utilizada neste trabalho.

Para todos os casos apresentados serão analisados ainda os efeitos referentes a variação da razão de aspecto da cavidade, ou seja, serão estudados todos os casos variando-se as proporções entre a largura e a altura da cavidade.

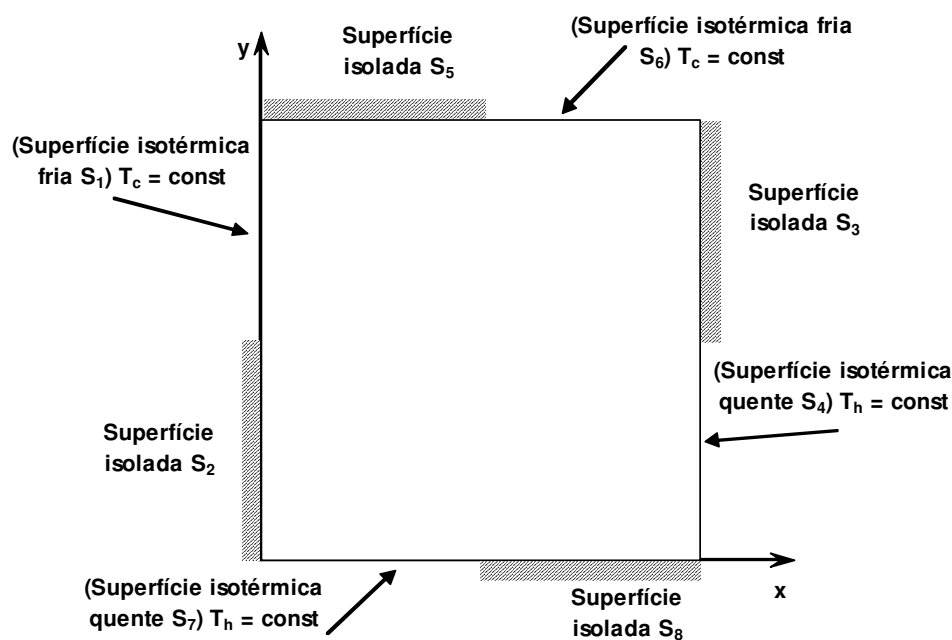


Figura 4 – Domínio computacional para o caso 4

1.2 - REVISÃO DA LITERATURA

Uma revisão da literatura mostra uma grande quantidade de referências na área de transferência de calor envolvendo trabalhos de convecção forçada, natural e mista.

A grande maioria dos trabalhos revisados sobre convecção forçada tratam do escoamento de fluido entre placas planas paralelas verticais e horizontais. Foram revisados trabalhos numéricos, experimentais e analíticos.

Os trabalhos encontrados para os casos de convecção forçada, natural e mista estudam o escoamento de fluido numa cavidade retangular fechada.

A seguir está apresentado um resumo das análises realizadas com base na literatura existente para os casos de convecção forçada, natural e mista.

1.2.1 - Convecção natural

Ghaddar (1992) estudou numericamente a convecção natural de um cilindro aquecido uniformemente colocado dentro de uma cavidade fechada. O escoamento é considerado laminar e bidimensional. A dinâmica do escoamento e o comportamento térmico foram analisados para diferentes fluxos de calor aplicados ao cilindro. Na análise numérica foram consideradas as seguintes relações: altura da cavidade pelo diâmetro do cilindro igual a 40; largura da cavidade pelo diâmetro do cilindro igual a 15; e a dimensão da posição vertical do centro do cilindro pelo diâmetro do cilindro igual a 10. Os resultados foram obtidos para as seguintes faixas: $10 < Ra < 1000$ e Número de Prandtl $Pr = 0,72$. Foi utilizado o método de elementos finitos espectrais, com malhas não uniformes. Os valores do número de Nusselt apresentaram-se um pouco maiores em relação aos valores do número de Nusselt obtidos experimentalmente, para o número de Rayleigh ($Ra < 10^9$).

Valência e Frederik (1989) realizaram um estudo numérico da convecção natural laminar em uma cavidade quadrada fechada. Uma parte de cada superfície vertical foi mantida à temperatura constante e a outra parte restante foi isolada termicamente. As superfícies horizontais foram isoladas termicamente. As partes das superfícies verticais com temperatura especificada foram variadas e cinco casos foram obtidos e estudados no trabalho. As equações de conservação, bidimensionais e no regime permanente foram resolvidas pelo método SIMPLEC. Os resultados foram obtidos para Rayleigh na faixa de 10^3 a 10^7 e do número de

Prandtl $Pr=0,71$. Os autores apresentaram uma equação de correlação para o cálculo do número de Nusselt médio que apresentou um desvio máximo de 6 %.

Basak et al (2005) Apresentou o estudo, o qual abrangeu o estudo da convecção natural em um escoamento laminar, numa cavidade quadrada, com a parede inferior com e sem um aquecimento uniforme, a parede superior adiabática e com as paredes verticais mantidas frias a uma temperatura constante. O método dos elementos finitos foi escolhido para a solução das equações de continuidade, quantidade de movimento e energia, empregando elementos quadrados. O método numérico considerou estudos com uma grande gama de parâmetros (Rayleigh Ra , $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ e Prandtl Pr , $0,7 \leq Pr \leq 10$). O aquecimento não-uniforme da parede inferior produz maiores taxas de transferência de calor no centro da cavidade do que o caso onde a parede inferior tem aquecimento uniforme; entretanto, obteve-se menores valores do número de Nusselt médio para o caso de aquecimento não-uniforme. Foram verificados casos críticos onde os números de Rayleigh foram dominantes na condução da transferência de calor e ainda também verificou-se a baixa correlação entre os valores do número de Nusselt médio e o número de Rayleigh.

1.2.2 - Convecção forçada

Mercer et al. (1967) realizaram um trabalho numérico e experimental de convecção forçada laminar, sobre o escoamento simultaneamente em desenvolvimento, entre placas planas paralelas. Na obtenção da solução numérica foi utilizado o método de diferenças finitas para se resolver as equações de conservação na forma bidimensional e no regime permanente. A investigação experimental foi feita usando-se um interferômetro de Mach-Zehnder. Três testes experimentais foram examinados: ar é aquecido pela placa superior com a placa inferior isolada; ar é aquecido pela placa inferior com a placa superior isolada e ar é aquecido através das duas placas. Suas experiências foram conduzidas para as faixas: $300 \leq Re \leq 1500$ e $0,1 \leq Pr \leq 10$; razão entre o comprimento da placa e o espaçamento entre elas variando de 2 a 8. Foram apresentadas duas equações de correlação do número de Nusselt médio Nu , para os casos obtidos numericamente. As condições de contorno de temperatura para essas equações foram: as duas placas aquecidas; uma placa aquecida e outra isolada. Os números de Nusselt local e médio dos resultados experimentais foram comparados com os correspondentes valores numéricos do trabalho. Essas equações para o cálculo do número de Nusselt médio Nu apresentam um desvio de 7% para Prandtl na faixa de 0,1 a 10.

Tay e Vahl Davis (1971) fizeram um estudo numérico de convecção forçada entre placas planas paralelas utilizando o método de elementos finitos. As propriedades do fluido são constantes, não há geração interna de calor e a dissipação viscosa é desprezível. O perfil de velocidade é desenvolvido e parabólico. Dois casos foram estudados: as duas placas são mantidas com temperaturas variando linearmente, a placa superior é mantida com um fluxo de calor constante e a inferior isolada. O objetivo do trabalho foi determinar a distribuição de temperaturas e a variação do número de Nusselt local ao longo da direção de escoamento. Os resultados obtidos numericamente foram comparados com os resultados analíticos de Lundberg et al. (1963), apresentando boa concordância.

Nguyen (1991) fez um estudo numérico de convecção forçada do escoamento de um fluido em desenvolvimento na região de um conjunto de placas planas paralelas, horizontais e finas, com escoamento uniforme na entrada. As equações de conservação, bidimensionais e no regime não permanente, foram expressas na forma de diferenças finitas. Considerou-se dois casos: temperaturas constantes das placas e fluxo de calor constante das placas. As propriedades do fluido foram consideradas constantes. Os resultados foram obtidos para Reynolds na faixa de 1 a 20 e para Número de Prandtl $Pr = 0,7$.

Nguyen e Maclaine-cross (1991) estenderam o trabalho de Nguyen (1991) para faixas maiores dos números de Prandtl e Reynolds. Os resultados do trabalho de Nguyen e Maclaine-cross (1991) foram obtidos para as seguintes faixas: $0,2 < Pr < 100$ e $40 \leq Re \leq 2000$.

Nguyen (1992) estendeu o seu estudo dos trabalhos de Nguyen (1991) e Nguyen e Maclaine-cross (1991). Nesse trabalho foi incluído o estudo de convecção forçada de um duto circular. O escoamento foi considerado hidrodinamicamente desenvolvido. O perfil de temperatura foi adotado ser uniforme na região de entrada das geometrias estudadas. As equações de conservação, bidimensionais e no regime permanente foram expressas na forma de diferenças finitas. Para o problema de placas planas paralelas e duto circular, considerou-se dois tipos de condições de contorno: temperaturas constantes das placas e fluxo de calor constante das placas. Os métodos ADI (Alternating Direction Implicit) e QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics) foram usados para resolver as equações de diferenças finitas. Para as duas geometrias estudadas os resultados foram obtidos para número de Peclet (Pe) na faixa de 1 a 1000, apresentando uma boa concordância com os trabalhos anteriores de Nguyen (1991) e Nguyen e Maclaine-cross (1991).

Frigo, et al (2004) No trabalho foram realizadas simulações numéricas com o objetivo de validar as modificações implementadas no código computacional Fluids_2D, que o tornaram apto a resolver escoamentos incompressíveis, isotérmicos tridimensionais. Os testes

foram efetuados, solucionando-se o problema da cavidade com tampa deslizante (lid-driven cavity) 2D e 3D. Apesar de constituir uma geometria bastante simples, o escoamento no interior da cavidade é relativamente complexo, apresentando uma grande zona de recirculação e outras instabilidades menores, características desse tipo de escoamento. As equações da continuidade e de Navier-Stokes foram discretizadas espacialmente pelo método dos volumes finitos, com uma formulação temporal totalmente implícita. Foi empregado o algoritmo SIMPLEC, para o acoplamento pressão-velocidade, e o esquema de Diferenças Centrais, para o tratamento dos termos advectivos. Os resultados apresentaram boa concordância com dados da literatura, revelando a boa performance do programa.

Cheng e Hung (2005) Utilizaram o método (LBM) Lattice Boltzmann Method, que é uma alternativa ao convencional método computacional para fluido-dinâmica, na solução das equações de Navier-Stokes. Diferentemente dos métodos tradicionais que se baseiam na velocidade e na densidade, este se baseia na integração dos momentos da função de distribuição das partículas. O caso estudado apresenta a circulação de dois diferentes fluxos através de uma cavidade retangular, que possui a parede superior que se desloca com velocidade constante. Foram avaliadas cavidade com razão de aspecto variando entre 0,1 e 7 e com $0,01 < Re < 5000$. Identificaram claramente a influência do número de Reynolds na vorticidade do fluido no interior da cavidade. Para valores de Reynolds $1 < Re > 100$ o centro da célula de circulação do fluido coincide com o centro da cavidade estudada. Entretanto quando $Re < 100$ observaram a tendência do deslocamento da célula do centro para a direita, ou seja, na direção do sentido de deslocamento da parede superior, seus resultados foram comparados com outros trabalhos numéricos previamente estudados na literatura.

1.2.3 - Convecção mista

Tao (1960) estudou analiticamente a convecção mista entre placas paralelas verticais e em dutos horizontais de seção retangular para o escoamento plenamente desenvolvido. As condições de contorno consideradas para o caso de placas paralelas verticais foram: temperatura com variação axial linear e temperatura da placa constante para um mesmo nível horizontal. Para o duto retangular a temperatura era constante para uma dada seção periférica e linear na direção axial. O método de solução proposto no trabalho fornecia soluções físicas em termos de séries de funções elementares, ao invés de séries de Fourier. Dois casos foram

estudados no trabalho e seus resultados foram comparados com outros trabalhos numéricos previamente estudados na literatura.

Quintiere e Mueller (1973) estudaram também analiticamente a convecção mista entre placas paralelas planas, verticais e finitas. O escoamento foi considerado permanente e bidimensional. Para o caso de convecção natural em canal aquecido simetricamente, as condições de contorno de temperatura consideradas foram: temperaturas uniformes das placas ou mudança repentina nas temperaturas das placas. Ainda para a convecção natural, para o caso de aquecimento assimétrico das placas, foram consideradas temperaturas uniformes e diferentes nas placas. Para os casos de convecção forçada e convecção mista foram consideradas as condições de contorno de temperaturas uniformes e simétricas nas placas. Os resultados foram analisados para as seguintes faixas: $0,01 \leq Pr \leq 10$ e $1 < Ra < 10^5$. O trabalho apresentou resultados satisfatórios numa grande faixa de condições. Para o caso de convecção natural pura com temperatura constante da placa, mostrou-se uma boa concordância com a solução numérica de Bodoia e Osterle (1962), para valores pequenos de Rayleigh.

Oosthuizen e Paul (1985) realizaram um estudo numérico de convecção mista em uma cavidade retangular com uma parede vertical aquecida e outra parede vertical resfriada, permanecendo as demais paredes horizontais isoladas. Na parede vertical resfriada existem uma entrada e uma saída para o escoamento. O escoamento desenvolvido entra na cavidade na mesma temperatura da parede fria. Foi utilizado o método dos elementos finitos para se resolver as equações na forma bidimensional, permanente e no regime laminar. Foram obtidos resultados para: número de Prandtl $Pr = 0,7$; e as seguintes faixas $0 \leq Re \leq 500$; $10^4 \leq Gr \leq 5 \times 10^5$; $2 \leq A \leq 4$.

Aung e Worku (1987) realizaram um estudo numérico de convecção mista em canal constituído por placas planas paralelas verticais. A condição de contorno foi de aquecimento assimétrico das paredes sob fluxos de calor uniforme. O escoamento forçado na região de entrada do duto foi adotado uniforme e dirigido para cima. A razão dos fluxos de calor variou de 0 a 1, caracterizando o grau de aquecimento assimétrico. Os resultados do problema foram obtidos para: número de Prandtl $Pr = 0,72$; $0 \leq Gr/Re \leq 500$. Comparando-se os casos de temperatura uniforme da parede (UWT) com o caso de fluxo de calor uniforme (UHF), para esse último, os resultados mostraram que as forças de empuxo introduziram um menor grau de assimetria nos perfis de velocidade. Verificou-se que até o valor de $Gr/Re = 500$, nenhum escoamento reverso foi observado no trabalho para quaisquer valores da razão do fluxo de calor.

Lin et al. (1991) realizaram um estudo numérico de convecção mista entre placas planas verticais utilizando o método das diferenças finitas. As equações de conservação foram escritas na forma bidimensional e no regime permanente. As condições de contorno do trabalho foram: fluxos de calor constantes nas duas placas e fluxos diferentes nas placas. Os resultados foram obtidos para um caso típico: Número de Prandtl $Pr = 5$; $Gr/Re = 1000$; taxa de transferência de calor da placa para o fluido igual nas duas placas com valor igual a 10 e a razão do fluxo de calor das placas igual a 0,5. Foram expressas equações de correlação para escoamento “ajudado” e “oposto”, para o cálculo do número de Nusselt com um desvio máximo de 15%. Os resultados mostraram que aumentando-se as forças de empuxo em escoamento “ajudado” diminui-se o número de Nusselt em ambos regimes permanente e não permanente. Para escoamento “oposto” o aumento de Gr/Re reduziu o número de Nusselt.

Safi e Loc (1994) estudaram numericamente a convecção mista laminar em uma cavidade semi-aberta. Foi utilizado o método de diferenças finitas para resolver as equações de conservação, bidimensionais e no regime não permanente, em termos da vorticidade, função corrente e temperatura adimensional. A cavidade era formada por uma entrada, localizada na região superior da superfície vertical à esquerda e uma saída localizada na região inferior da superfície vertical à direita. Foram considerados dois tipos de condições de contorno para as superfícies verticais e horizontais. No primeiro, as superfícies eram condutoras. No segundo, as superfícies eram consideradas adiabáticas. Considerou-se um perfil de velocidades uniforme na entrada, com temperatura adimensional quente. Na saída dois tipos de condições de contorno foram impostas, uma foi de escoamento com temperatura adimensional fria e outra de isolamento. Os resultados mostraram que nenhuma diferença foi observada para essas duas condições de contorno de uma cavidade

Ingham et al. (1995) obtiveram resultados numéricos de convecção mista sobre o escoamento hidrodinamicamente desenvolvido entre placas planas paralelas. As equações de conservação, bidimensionais e no regime permanente foram expressas na forma de diferenças finitas. Foram considerados três tipos de condições de contorno: a placa inferior é mantida na temperatura quente e a placa superior na temperatura fria; as duas placas mantidas na temperatura quente. Para esse último, a condição de contorno de temperatura na saída foi igual a 1. Para os dois primeiros casos o perfil de temperatura na saída foi linear, com valores de temperatura variando entre os valores das superfícies fria e quente. Na região de entrada o fluido foi considerado frio. Os resultados foram obtidos para as seguintes faixas: $5 \leq Re \leq 10$; $0 \leq Gr/Re^2 \leq 40$ e $Pr = 7,02$. Para o caso de aquecimento da placa inferior, uma região de recirculação do fluido próxima à superfície quente e orientada transversalmente foi observada,

modificando o processo da transferência de calor. No caso de aquecimento da placa superior o processo da transferência de calor foi auxiliado pelo empuxo.

Oztop e Dagtekin (2003) Apresentam o estudo numérico para problemas bidimensionais de convecção mista em uma cavidade quadrada, onde as paredes verticais se deslocam em direções opostas. As paredes esquerda e direita são mantidas a diferentes temperaturas constantes enquanto que as paredes superior e inferior são isoladas termicamente. Foram avaliados três casos com a movimentação das paredes. O número de Richardson , $Ri = Gr/Re^2$ apresenta uma importancia relativa para as convecções natural e forçada na taxa da transferencia de calor. Foram utilizados os parâmetros: $0,01 < Ri < 100$ e $Pr = 0,7$. Foi observado que todos os valores do número de Richardson e os diferentes sentidos da movimentação das paredes, afetam diretamente a transferencia de calor na cavidade. Para $Ri < 1$ a influencia das paredes moveis na transferencia de calor e semelhante quando se alterna o sentido de movimentação das mesmas, e finalmente a taxa se reduz quando as paredes se movimentam no mesmo sentido. Para o caso onde se opõem as forces de empuxo e de gravidade, e com $Ri > 1$, a taxa de transferencia de calor é um pouco melhor com a formação de células próximas às paredes e de uma célula central contra-rotativa no centro da cavidade

Guo e Sharif (2003) Apresentaram o estudo numérico bidimensional da convecção mista no regime permanente, para uma cavidade quadrada com um fluxo constante de calor proveniente da parede inferior, que é parcialmente aquecida, enquanto que as paredes verticais que são isotermicas e se movimentam. Foram considerados vários diferentes parâmetros geométricos e térmicos. Os estudos numéricos foram realizados para o número de Richardson variando de 0,1 a 10. Foram estudadas as influencias do número de Richardson, do comprimento do aquecimento da parede, sua localização, e a razão de aspecto da cavidade, sobre os valores das temperaturas máxima e dos valores do número de Nusselt. Os resultados foram apresentados na forma de gráficos de função corrente e temperatura isotermica e também em gráficos relacionando-se a variação da temperatura máxima com o número de Nusselt e as condições condições de aquecimento da cavidade. O programa computacional foi desenvolvido considerando-se uma malha uniforme de volumes finitos. O sistema de equações algébricas lineares foram resolvidas utilizando-se o SIP (Strongly Implicit Procedure).

Saldana (2005) Desenvolveu um programa em FORTRAN para a simulação numerica de convecção mista, para um escoamento tridimensional horizontal. Para as equações de energia e quantidade de movimento foi utilizada a aproximação de Boussinesq utilizando o método dos volumes finitos. O algoritmo SIMPLE foi utilizado para correlacionar a pressão e o campo

das velocidades, enquanto que foi utilizado uma implementação paralela para incrementar e acelerar as soluções numéricas. O processo de aquecimento corresponde a um canal aquecido na parte inferior a temperatura constante, com as demais paredes isoladas termicamente. Estudou-se as influências sobre a velocidade e a da distribuição de temperatura, devido o fluxo vertical, para três diferentes números de Richardson $Ri=3$; 2; e 1 e os resultados foram comparados com o caso de convecção forçada onde $Ri=0$. Nessas simulações o número de Reynolds foi fixado igual a 200. Nessas análises, o incremento de Ri implica no aumento da influência das condições de contorno na convecção mista. O estudo numérico indica que o campo de velocidades e a distribuição de temperatura, para a convecção forçada, é fortemente distorcido, quando comparado com a convecção mista. Quando aumenta-se Ri , a zona de recirculação é reduzida. A distribuição das temperaturas demonstram que o incremento do valor de Ri causa um ligeiro aumento da temperatura na superfície do canal, gerando a circulação de fluido com menor densidade.

Para os problemas de convecção forçada, natural e mista que aparecem na literatura, são observados vários trabalhos com diversas aplicações importantes nas áreas de engenharia. Esses trabalhos foram aplicados em uma grande quantidade de geometrias e condições de contorno, utilizando vários métodos de solução.

No presente trabalho foi utilizado o método das diferenças finitas para se estudar a transferência de calor por convecção forçada, natural e mista em cavidades retangulares. Foram considerados quatro casos, onde se variaram as condições de contorno, os parâmetros geométricos e os parâmetros térmicos. Nos problemas de convecção forçada o número de Reynolds variou na faixa de $1 \leq Re \leq 160$. Para problemas de convecção natural o número de Grashof variou na faixa de $34110 \leq Gr \leq 341070$. Para problemas de convecção mista o número de Reynolds variou de $1 \leq Re \leq 100$ e o número de Grashof variou na faixa de $34110 \leq Gr \leq 341070$. Em todos os casos estudados foi considerado o ar no interior da cavidade com número de Prandtl $Pr=0,733$, sendo que a razão de aspecto variou de $0,5 \leq A \leq 2$.

1.3 - OBJETIVOS DO PRESENTE TRABALHO

O presente trabalho tem por objetivo o estudo numérico da convecção forçada, natural e mista, considerando-se o escoamento laminar, bidimensional e em regime não permanente. Entretanto, todos os resultados são apresentados para o regime permanente. O estudo fornece

como resultados as distribuições da função corrente (ψ), temperatura adimensional (θ) e vorticidade(ω).

Para todos os problemas estudados são obtidos os número de Nusselt médio (Nu), em função dos parâmetros geométricos (razão de aspecto) e parâmetros térmicos (número de Grashof, número de Reynolds e número de Prandtl), permitindo assim calcular o fluxo de transferência de calor.

1.4 - CONTRIBUIÇÕES DO PRESENTE TRABALHO

Uma contribuição do presente trabalho foi o desenvolvimento sistemático das equações em uma forma geral para a aplicação do método das diferenças finitas. As equações obtidas pela aplicação do método das diferenças finitas possibilitam o estudo tanto de problemas de transferência de calor por convecção forçada, natural ou mista.

Com o programa computacional desenvolvido torna-se possível realizar estudos em cavidades retangulares variando-se a geometria (razão de aspecto), os parâmetros térmicos (números de Reynolds, Grashof e Prandtl) e as condições de contorno (paredes frias, quentes ou isoladas termicamente).

Através do trabalho é possível visualizar as distribuições de temperatura adimensional, da função corrente e da vorticidade do escoamento dentro da cavidade. Podemos ainda calcular o número de Nusselt médio (Nu) nas diversas superfícies de interesse.

1.5 - DELINEAMENTO DO PRESENTE TRABALHO

A seguir são apresentados os conteúdos dos capítulos de uma forma geral.

No capítulo 2 inicialmente são apresentadas as equações de conservação na forma dimensional para cada tipo de convecção, ou seja, forçada, natural e mista. Essas equações se apresentam juntamente com as hipóteses do escoamento considerado, mais as condições iniciais e as de contorno.

Com o objetivo de reduzir o número de parâmetros e generalizar a solução numérica do problema, as equações de conservação na forma dimensional são adimensionalizadas e

escritas em termos da função corrente (ψ), temperatura adimensional (θ), vorticidade (ω) e dos números de Grashof (Gr), de Prandtl (Pr) e de Reynolds (Re), dependendo do tipo de convecção. São apresentadas as expressões para o cálculo do número de Nusselt médio (Nu) para os problemas de convecção forçada, natural e mista.

No capítulo 3 o método das diferenças finitas é usado para a solução numérica das equações para os problemas de convecção forçada, natural e mista.

Neste trabalho as equações diferenciais em termos da função corrente (ψ), temperatura adimensional (θ), vorticidade (ω). são desenvolvidas numa forma geral válida para a convecção forçada, natural ou mista.

Uma vez resolvido o sistema de equações pode-se calcular o número de Nusselt médio (Nu).

No capítulo 4 serão apresentados os testes de validação do programa computacional desenvolvido. Foram realizadas comparações para a avaliação da malha mais apropriada a ser utilizada na resolução dos problemas de convecção natural. Para isto foram avaliadas malhas com quantidade de nós variando de 121 até 5041. Os resultados obtidos foram comparados com os existentes na literatura.

Na análise foram ainda estudadas a influência do refinamento da malha nos casos de convecção forçada, natural e mista para uma cavidade quadrada, possuindo uma parede aquecida e outra resfriada.

No capítulo 5 serão apresentados os resultados das simulações numéricas realizadas para os quatro casos desse trabalho.

Para cada um dos casos estudados são apresentados resultados dos problemas de convecção forçada, natural e mista. São apresentadas as correspondentes distribuições de função corrente e temperatura adimensional, bem como o número de Nusselt médio para as diversas razões de aspecto e números de Reynolds, Grashof e Prandtl.

Nos problemas de convecção forçada, natural e mista são utilizados os seguintes parâmetros:

Convecção forçada: $0,5 \leq A \leq 2$; $Pr=0,733$; $1 \leq Re \leq 160$,

Convecção natural: $0,5 \leq A \leq 2$; $Pr=0,733$; $34110 \leq Gr \leq 341070$,

Convecção mista : $0,5 \leq A \leq 2$; $Pr=0,733$; $1 \leq Re \leq 100$; $34110 \leq Gr \leq 341070$,

No capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões obtidas neste trabalho para os quatro casos estudados para os problemas de convecção forçada, natural e mista.

Finalmente faz-se algumas recomendações para possíveis trabalhos futuros.

Capítulo 2

MODELO MATEMÁTICO

2.1 - EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO PARA A CONVECÇÃO NATURAL

As equações de conservação para o estudo da convecção natural em cavidades fechadas terão as seguintes considerações:

- a) regime não permanente;
- b) escoamento bidimensional e laminar;
- c) escoamento incompressível;
- d) a função dissipação viscosa foi desprezada;
- e) as propriedades do fluido são constantes, exceto a massa específica no termo de empuxo;
- f) sem geração de calor interno.

Mediante as considerações acima as equações de conservação são:

i) continuidade

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 . \quad (2.1)$$

ii) quantidade de movimento

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) , \quad (2.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta (T - T_0) . \quad (2.3)$$

iii) energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) . \quad (2.4)$$

2.2 - ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA A CONVECÇÃO NATURAL

São introduzidas as seguintes variáveis adimensionais para adimensionalizar as equações de conservação, visando assim, generalizar a análise teórica:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{U_o t}{H}, & X &= \frac{x}{H}, & Y &= \frac{y}{H}, & U &= \frac{u}{U_o}, \\ V &= \frac{v}{U_o}, & P &= \frac{p}{\rho U_o^2}, & \theta &= \frac{T - T_0}{T_h - T_0} . \end{aligned} \quad (2.5)$$

Sendo, H o comprimento de referência, U_0 a velocidade de referência e T_0 a temperatura de referência, dados por: $U_0 = \sqrt{g\beta\Delta TH}$ e $T_0 = \frac{T_h + T_c}{2}$, com $\Delta T = T_h - T_c$, sendo que T_h e T_c são as temperaturas da superfície quente e fria, respectivamente.

Substituindo (2.5) em (2.1), resulta:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad . \quad (2.6)$$

Substituindo (2.5) em (2.2) e (2.3), resultam, respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right), \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{\theta}{2} \quad . \quad (2.8)$$

Sendo Gr o número de Grashof definido como:

$$Gr = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu^2} \quad . \quad (2.9)$$

Substituindo (2.5) em (2.4), resulta:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr\sqrt{Gr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad . \quad (2.10)$$

Sendo Pr o número de Prandtl definido como:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{K} = \frac{\rho \nu c_p}{K} \quad . \quad (2.11)$$

A seguir, são apresentadas as definições da função corrente Ψ e da vorticidade ω .

A definição de vorticidade adimensional ω é dada por:

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} . \quad (2.12)$$

A definição de função corrente adimensional Ψ é dada por:

$$U = -\frac{\partial \Psi}{\partial Y}; \quad V = \frac{\partial \Psi}{\partial X} . \quad (2.13)$$

Os termos de pressão que aparecem nas equações (2.7) e (2.8) podem ser eliminados. Isto é conseguido derivando-se a equação (2.7) com relação a Y , e a equação (2.8) com relação a X . Em seguida as equações são subtraídas uma da outra, resultando:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + U \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + V \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = \\ & = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \frac{\partial^2}{\partial X^2} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{1}{\sqrt{Gr}} \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial \theta}{\partial X} . \end{aligned} \quad (2.14)$$

Substituindo a definição de vorticidade, dada pela equação (2.12), na equação (2.14), resulta:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial \theta}{\partial X} . \quad (2.15)$$

Substituindo a equação (2.13) em (2.12), resulta a seguinte equação:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \omega . \quad (2.16)$$

A definição da função corrente adimensional, dada pela equação (2.13), satisfaz a equação da conservação da massa dada pela equação (2.6).

As equações (2.16), (2.15) e (2.10), são escritas a seguir, em forma de resumo, como:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \omega , \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial \theta}{\partial X} , \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \sqrt{Gr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) . \quad (2.19)$$

Assim, as equações (2.17), (2.18) e (2.19), formam um conjunto de equações diferenciais parciais em termos das variáveis Ψ , ω e θ . Estas equações são básicas no estudo da convecção natural. No item 2.5, serão mostradas as condições iniciais e de contorno para o caso 1 desse trabalho. Para os outros casos estudados, as condições iniciais e de contorno são semelhantes.

2.3 - EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO PARA A CONVECÇÃO FORÇADA E MISTA

As equações de conservação para o estudo da convecção forçada e mista em cavidades fechadas terão as seguintes considerações:

- a) regime não permanente;
- b) escoamento bidimensional e laminar;
- c) escoamento incompressível;
- d) a função dissipação viscosa foi desprezada;
- e) as propriedades do fluido são constantes, exceto a massa específica no termo de empuxo;
- f) sem geração de calor interno.

Mediante as considerações acima as equações de conservação são:

i) continuidade

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 . \quad (2.20)$$

ii) quantidade de movimento

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) , \quad (2.21)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta (T - T_0) . \quad (2.22)$$

iii) energia

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial X} + v \frac{\partial T}{\partial Y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) . \quad (2.23)$$

2.4 - ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA A CONVECÇÃO FORÇADA E MISTA

São consideradas as seguintes variáveis adimensionais para adimensionalizar as equações de conservação, visando assim, generalizar a análise teórica:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{U_o t}{H}, & X &= \frac{x}{H}, & Y &= \frac{y}{H}, & U &= \frac{u}{U_o}, \\ V &= \frac{v}{U_o}, & P &= \frac{p}{\rho U_o^2}, & \theta &= \frac{T - T_0}{T_h - T_0} . \end{aligned} \quad (2.24)$$

Sendo, H o comprimento de referência, U_o a velocidade de referência e T_o a temperatura de referência, dada $T_o = \frac{T_h + T_c}{2}$. Para convecção forçada e mista a velocidade de referência, U_o , é a velocidade da parede superior deslizando da cavidade.

Substituindo (2.24) em (2.20), resulta:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 . \quad (2.25)$$

Substituindo (2.24) em (2.21) e (2.22), resultam, respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) , \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{Gr}}{2\text{Re}^2} \theta . \quad (2.27)$$

Sendo Re o número de Reynolds, Gr o número de Grashof e Pr o número de Prandtl, definidos, respectivamente, como:

$$Re = \frac{U_0 H}{\nu}, \quad Gr = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\nu^2}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{K} = \frac{\rho \nu c_p}{K}. \quad (2.28)$$

Sendo: $\Delta T = T_h - T_c$.

Substituindo (2.24) em (2.23), resulta:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr Re} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right). \quad (2.29)$$

Análogo ao que foi feito para a convecção natural, no item 2.1, aqui também se pretende eliminar os termos de pressão que aparecem nas equações (2.26) e (2.27). Para isso deriva-se a equação (2.26) com relação a Y , e a equação (2.27) com relação a X . Em seguida subtraindo uma equação da outra, resulta:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + U \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + V \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = \\ & = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2}{\partial X^2} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \left(\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{Gr}{2 Re^2} \frac{\partial \theta}{\partial X}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Substituindo a definição de vorticidade, dada pela equação (2.12), na equação (2.30), resulta:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{2 Re^2} \frac{\partial \theta}{\partial X}. \quad (2.31)$$

Substituindo a definição da função corrente adimensional dada pela equação (2.13) em (2.12), que é a definição da vorticidade adimensional, como foi visto no item 2.1, resulta:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \omega. \quad (2.32)$$

As equações (2.32), (2.31) e (2.29) são repetidas, a seguir, para maior clareza, como:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \omega. \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{2 Re^2} \frac{\partial \theta}{\partial X}. \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right). \quad (2.35)$$

As equações (2.33), (2.34) e (2.35) formam um conjunto de equações diferenciais parciais em termos das variáveis Ψ , ω e θ . Estas equações são básicas no estudo da convecção forçada e mista. No caso de convecção forçada basta fazer $\text{Gr}=0$ na equação (2.34). No item 2.5, serão mostradas as condições iniciais e de contorno para o caso 1 desse trabalho.

2.5 - CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

As condições iniciais e de contorno serão apresentadas para o Caso 1, uma vez que para os outros casos estas condições são semelhantes.

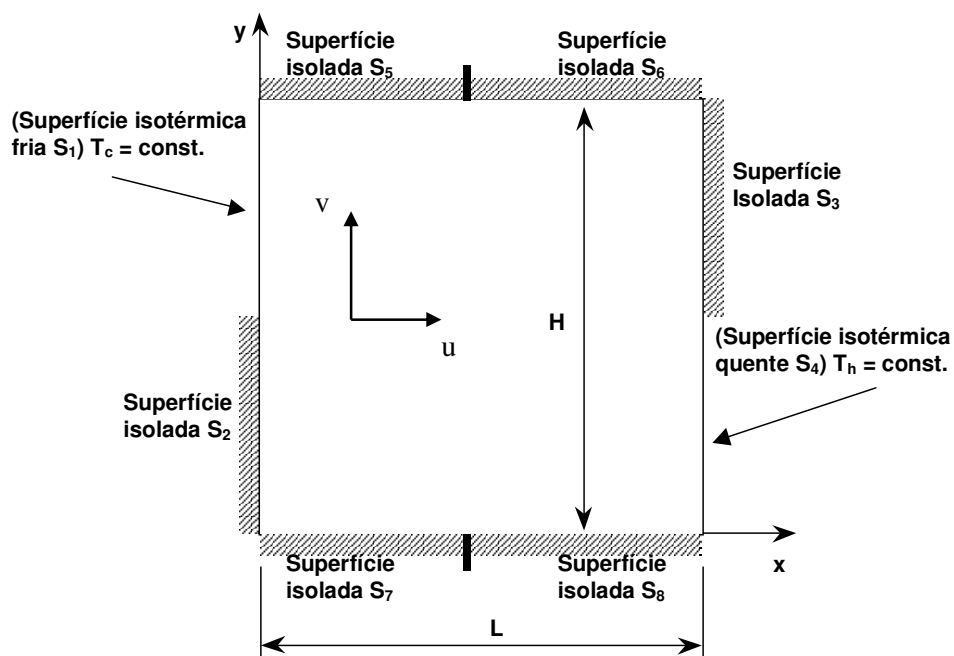


Figura 5 – Geometria da cavidade para o caso 1 com condições dimensionais

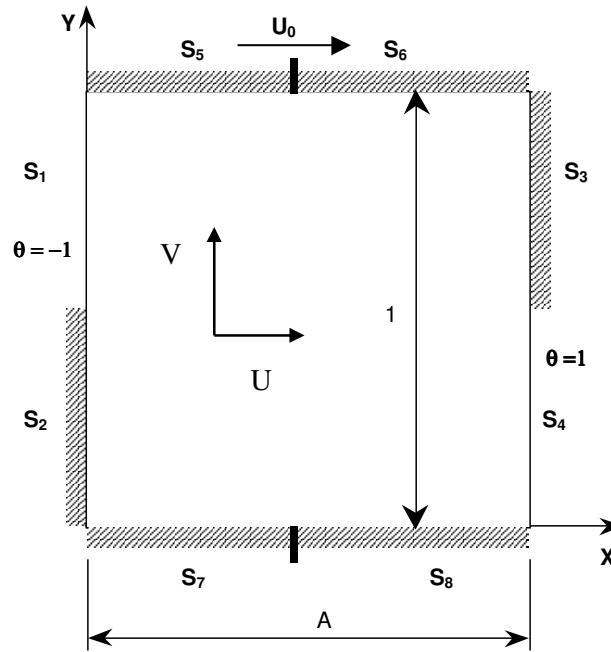


Figura 6 – Domínio computacional e condições de contorno para o caso 1 com condições adimensionais

2.5.1 - Condições iniciais

As condições iniciais para o Caso 1 são:

$$\tau = 0, \quad \Psi = 0, \quad \theta = 0, \quad \omega = 0. \quad (2.35)$$

2.5.2 - Condições de contorno

As condições de contorno para o Caso 1 são:

Superfície S₁

$$\theta = -1, \quad \Psi = 0, \quad \omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}, \quad (2.36a)$$

Superfície S₂

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \quad \Psi = 0, \quad \omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}, \quad (2.36b)$$

Superfície S₃

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \quad \Psi = 0, \quad \omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}, \quad (2.36c)$$

Superfície S₄

$$\theta = 1, \quad \Psi = 0, \quad \omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}, \quad (2.36d)$$

Superfície S₅ e S₆

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad \omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}, \quad (2.36e)$$

para convecção natural: $\Psi = 0$, (2.36f)

para convecção forçada e mista: $\frac{\partial \Psi}{\partial Y} = U_0$, (2.36g)

Superfície S₇ e S₈

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad \Psi = 0, \quad \omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}. \quad (2.36h)$$

2.6 - NÚMERO DE NUSSOLT LOCAL E MÉDIO

As equações (2.17), (2.18) e (2.19) representam um sistema de equações diferenciais parciais, para o estudo da convecção natural. E as equações (2.33), (2.34) e (2.35), são utilizadas para o estudo da convecção forçada e mista. Para se resolver estes sistemas de equações será usado o método das diferenças finitas, com o objetivo de determinar as distribuições das funções Ψ , ω e θ . Assim será possível calcular o número de Nusselt local e médio em função dos parâmetros geométricos e térmicos do problema.

Os números de Nusselt local e médio são definidos a seguir:

i) Número de Nusselt local para a superfície S_4 :

$$\text{Nu}_L = \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_s . \quad (2.37)$$

ii) Número de Nusselt médio para a superfície S_4 :

$$\text{Nu} = \frac{1}{S} \int_s \text{Nu}_L \Big|_s dS . \quad (2.38)$$

Os números de Nusselt local e médio acima, podem ser escritos em função de parâmetros geométricos e térmicos do problema para os casos de convecção mista.

Esses parâmetros já foram definidos anteriormente. Entretanto, para maior clareza são listados a seguir:

Parâmetro geométrico:

$$\text{Razão de aspecto: } A = \frac{L}{H} ; \quad (2.39)$$

Parâmetros térmicos:

$$\text{Número de Grashof: } Gr = \frac{g\beta(T_h - T_c)H^3}{\nu^2} ; \quad (2.40)$$

$$\text{Número de Reynolds: } Re = \frac{U_0 H}{\nu} ; \quad (2.41)$$

$$\text{Número de Prandtl: } Pr = \frac{\nu}{\alpha} . \quad (2.42)$$

Lembrando que o número de Prandtl foi fixado em 0,733 no presente trabalho.

Para o estudo de convecção natural, os números de Nusselt local e médio têm a seguinte relação:

$$\text{Nu}_L = \text{Nu}_L (A, Gr, Pr=0,733), \quad (2.43a)$$

$$\text{Nu} = \text{Nu} (A, Gr, Pr=0,733). \quad (2.43b)$$

Para o estudo de convecção forçada, os números de Nusselt local e médio terão a seguinte relação:

$$Nu_L = Nu_L (A, Re, Pr=0,733), \quad (2.44a)$$

$$Nu = Nu (A, Re, Pr=0,733). \quad (2.44b)$$

Para o estudo de convecção mista, os números de Nusselt local e médio terão a seguinte relação:

$$Nu_L = Nu_L (A, Gr, Re, Pr=0,733), \quad (2.45a)$$

$$Nu = Nu (A, Gr, Re, Pr=0,733). \quad (2.45b)$$

Capítulo 3

MODELO NUMÉRICO

3.1 - INTRODUÇÃO

Diversos problemas de engenharia tem como base a solução de equações diferenciais, que na maioria das vezes, não possuem solução analítica conhecida. Uma das maneiras de se encontrar essa solução é fazer uso dos métodos numéricos.

Os métodos numéricos substituem as derivadas existentes nas equações diferenciais por expressões algébricas que envolvem a função incógnita. Entre os métodos mais conhecidos estão o método de diferenças finitas, o método de elementos finitos e método dos volumes finitos, a seguir será feita uma breve abordagem do método de diferenças finitas.

3.2 - MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

O método de diferenças finitas é muito utilizado na solução de diversos problemas da física, em especial em problemas de escoamento de fluidos e transferência de calor. Nesse método, as derivadas das equações diferenciais são aproximadas por termos da série de Taylor truncada.

No Apêndice A1 pode ser visto o desenvolvimento do Método de Diferenças Finitas para a equação de Poisson para uma dada malha uniforme.

3.3 - MÉTODO UPWIND

No Apêndice A2 são apresentados os desenvolvimentos do Método Upwind para problemas uni e bidimensionais. No Apêndice A3 é desenvolvida uma equação genérica baseada no método Upwind, onde é utilizada uma variável Φ , que pode assumir a temperatura adimensional (θ) e a vorticidade (ω). No desenvolvimento teórico são utilizadas duas constantes A e B conhecidas que irão depender do tipo de problema estudado.

A seguir é apresentada a equação matemática genérica do método Upwind desenvolvida no Apêndice A3, dada pela equação (A3.9), como sendo:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{+i} = \Phi_p + \frac{\Delta\tau}{2\Delta X\Delta Y} & \left\{ \left[2A(\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) \right] \right. \\
 & - \left\{ 4A \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right] + (2|U|\Delta Y + 2|V|\Delta X) \right\} \Phi_p \\
 & + \frac{1}{2} [(|U|-U)\Phi_{+x} + (|U|+U)\Phi_{-x}] \Delta Y + \frac{1}{2} [(|V|-V)\Phi_{+y} + (|V|+V)\Phi_{-y}] \Delta X \\
 & \left. + [B(\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) \Delta Y] \right\}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

3.4 - EQUAÇÕES PARA A CONVECÇÃO NATURAL

Na seqüência serão desenvolvidas as equações de conservação para a função corrente, vorticidade e temperatura adimensional para a convecção natural.

Equação para a função corrente:

A equação para a função corrente foi deduzida no Apêndice A1, sendo dada pela equação (A1.5), como sendo:

$$\Psi_p = \frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right]} \left[(\Psi_{-x} + \Psi_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\Psi_{-Y} + \Psi_{+Y}) - \omega_p \Delta X^2 \right] \quad (3.2)$$

Equação para a vorticidade:

Da equação (3.1) considerando $\Phi = \omega$, $A = 1/\sqrt{Gr}$ e $B = 1$, resulta:

$$\begin{aligned} \omega_{+i} = \omega_p + \frac{\Delta \tau}{2\Delta X \Delta Y} & \left\{ \left[\frac{2}{\sqrt{Gr}} (\omega_{-x} + \omega_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\omega_{-x} + \omega_{+x}) \right] \right. \\ & - \left\{ 4 \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right] + (2|U|\Delta Y + 2|V|\Delta X) \right\} \omega_p \\ & + \frac{1}{2} [(|U|-U)\omega_{+x} + (|U|-U)\omega_{-x}] \Delta Y + \frac{1}{2} [(|V|-V)\omega_{+Y} + (|V|-V)\omega_{-Y}] \Delta X \\ & \left. + [(\omega_{-x} + \omega_{+x}) \Delta Y] \right\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Equação para a temperatura adimensional:

Da equação (3.1) considerando $\Phi = \theta$, $A = 1/\text{Pr} \sqrt{\text{Gr}}$ e $B = 0$, resulta:

$$\begin{aligned} \theta_{+t} = & \theta_p + \frac{\Delta \tau}{2 \Delta X \Delta Y} \left\{ \left[\frac{2}{\text{PrRe}} (\theta_{-x} + \theta_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\theta_{-x} + \theta_{+x}) \right] \right. \\ & - \left\{ 4 \frac{1}{\text{Pr} \sqrt{\text{Gr}}} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right] + (2|U|\Delta Y + 2|V|\Delta X) \right\} \theta_p \\ & \left. + \frac{1}{2} [(|U| - U)\theta_{+x} + (|U| - U)\theta_{-x}] \Delta Y + \frac{1}{2} [(|V| - V)\theta_{+Y} + (|V| - V)\theta_{-Y}] \Delta X \right\} \end{aligned} \quad (3.4)$$

3.5 - EQUAÇÕES PARA A CONVECÇÃO FORÇADA E MISTA

Na sequência serão desenvolvidas as equações de conservação para a função corrente, vorticidade e temperatura adimensional para a convecção forçada e mista.

Equação para a função corrente:

A equação para a função corrente foi deduzida no Apêndice A1, sendo dada pela equação (A1.5), como sendo:

$$\Psi_p = \frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right]} \left[(\Psi_{-x} + \Psi_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\Psi_{-Y} + \Psi_{+Y}) - \omega_p \Delta X^2 \right] \quad (3.5)$$

Equação para a vorticidade:

Da equação (3.1) considerando $\Phi = \omega$, $A = 1/\text{Re}$ e $B = \text{Gr}/2\text{Re}^2$, resulta:

$$\omega_{+t} = \omega_p + \frac{\Delta \tau}{2 \Delta X \Delta Y} \left\{ \left[\frac{2}{\text{Re}} (\omega_{-x} + \omega_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\omega_{-x} + \omega_{+x}) \right] \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \left\{ 4 \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right] + (2|U|\Delta Y + 2|V|\Delta X) \right\} \omega_p \\
& + \frac{1}{2} [(|U|-U)\omega_{+x} + (|U|-U)\omega_{-x}] \Delta Y + \frac{1}{2} [(|V|-V)\omega_{+y} + (|V|-V)\omega_{-y}] \Delta X \\
& + \frac{\text{Gr}}{2 \text{Re}^2} [(\omega_{-x} + \omega_{+x}) \Delta Y] \} \tag{3.6}
\end{aligned}$$

Equação para a temperatura adimensional:

Da equação (3.1) considerando $\Phi = \theta$, $A = 1/\text{PrRe}$ e $B = 0$, resulta:

$$\begin{aligned}
\theta_{+i} = \theta_p + \frac{\Delta \tau}{2 \Delta X \Delta Y} & \left\{ \left[\frac{2}{\text{PrRe}} (\theta_{-x} + \theta_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\theta_{-x} + \theta_{+x}) \right] \right. \\
& - \left\{ 4 \frac{1}{\text{PrRe}} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right] + (2|U|\Delta Y + 2|V|\Delta X) \right\} \theta_p \\
& \left. + \frac{1}{2} [(|U|-U)\theta_{+x} + (|U|-U)\theta_{-x}] \Delta Y + \frac{1}{2} [(|V|-V)\theta_{+y} + (|V|-V)\theta_{-y}] \Delta X \right\} \tag{3.7}
\end{aligned}$$

A formulação apresentada neste item é válida para os casos de convecção forçada e Mista. Para o caso de convecção forçada será necessário fazer o número de Grashof igual a zero, isto é, $\text{Gr} = 0$.

Capítulo 4

TESTE DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

4.1 - DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE TESTES

Para a realização dos testes do programa computacional foi escolhido o clássico problema de convecção utilizando-se uma cavidade quadrada com uma das paredes verticais aquecida, outra fria e as paredes horizontais isoladas termicamente, conforme mostrado na figura 7.

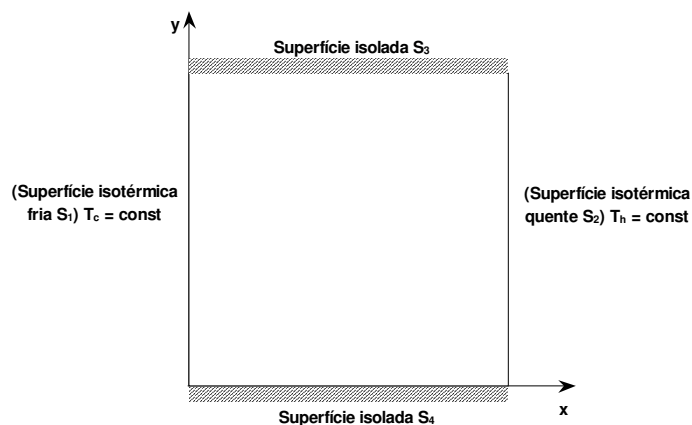


Figura 7 – Geometria da cavidade utilizada no estudo comparativo

Foi realizado um teste com o programa computacional na resolução do problema de convecção natural para a cavidade quadrada para o cálculo do número de Nusselt médio (Nu), utilizando-se os números adimensionais de Grashof (Gr) = 20.000; Prandtl (Pr) = 0,733 e com as malhas de 30x30 ; 40x40 e 50x50 pontos nodais.

O segundo teste foi realizado para verificarmos a influência da quantidade de pontos nodais da malha associada à variação do número de Grashof (Gr) nos valores do número de Nusselt médio (Nu). Neste teste utilizamos as malhas com 21x21; 31x31; 41x41; 51x51; 61x61 e 71x71 pontos nodais. Quanto ao número de Grashof (Gr) utilizamos os valores de 34.110 ; 60.000; 100.000; 136430 e 341.070. O número de Prandtl (Pr) foi fixado com o valor 0,733.

O terceiro teste avaliou a influência da quantidade de pontos nodais da malha no número de Nusselt médio (Nu), para os casos de convecção forçada, natural e mista. Foram também aqui testadas as malhas com 21x21; 31x31; 41x41; 51x51; 61x61 e 71x71 pontos nodais.

Finalmente foi realizado um estudo verificando-se o tempo de processo computacional necessário em cada uma das diferentes malhas propostas no trabalho. Desta forma é possível calcular o tempo necessário para que o programa realize os cálculos em função da malha escolhida.

4.2 - TESTE 1 : CONVECÇÃO NATURAL

Neste primeiro teste do programa computacional foi escolhido o problema clássico de convecção natural em uma cavidade quadrada, sendo fixados os números de Grashof $Gr = 20.000$ e o número de Prandtl $Pr = 0,733$. Foram testadas as seguintes malhas: 30x30 ; 40x40 e 50x50 pontos nodais. A seguir foram realizadas comparações com os valores encontrados na literatura.

A tabela 1 apresenta o resultado do programa para a malha de 30x30 pontos nodais e as comparações com os valores encontrados na literatura. Podemos observar que foi verificado um desvio de 9,89% em relação ao valor experimental obtido por Ozoe et al (1974). O desvio em relação ao valor encontrado por Wilkes et al (1966), utilizando o método das diferenças finitas com malha 20x20, foi de 1,87%. Observa-se ainda que houve um desvio médio de 7,78% em relação aos valores experimentais e teóricos constantes na tabela 1.

A tabela 2 apresenta o resultado do programa para a malha de 40x40 pontos nodais e as comparações com os valores encontrados na literatura. Podemos observar que foi verificado um desvio de 9,82% em relação ao valor experimental obtido por Ozoe et al (1974). O desvio em relação ao valor encontrado por Wilkes et al (1966), utilizando o método das diferenças finitas com malha 20x20, foi de 1,79%. Observa-se ainda que houve um desvio médio de 7,71% em relação aos valores experimentais e teóricos constantes na tabela 2.

A tabela 3 apresenta o resultado do programa para a malha de 50x50 pontos nodais e as comparações com os valores encontrados na literatura. Podemos observar que foi verificado um desvio de 9,67% em relação ao valor experimental obtido por Ozoe et al (1974). O desvio em relação ao valor encontrado por Wilkes et al (1966), utilizando o método das diferenças finitas com malha 20x20, foi de 1,63%. Observa-se ainda que houve um desvio médio de 7,56% em relação aos valores experimentais e teóricos constantes na tabela 3.

O menor desvio dos valores do presente trabalho em relação ao valor experimental obtido por Ozoe et al (1974) foi obtido com a malha de 50x50 pontos nodais. O menor desvio dos valores do presente trabalho em relação aos valores da literatura utilizando o método das diferenças finitas, foi obtido com a malha de 50x50 pontos nodais, quando comparado com o valor encontrado por Wilkes et al (1966).

Analisando-se os valores constantes nas tabelas 1 a 3, podemos constatar que os menores desvio em relação aos valores encontrados na literatura, foram obtidos utilizando-se a malha de 50x50 pontos nodais. Esses resultados e comparações realizadas neste teste referem-se ao estudo da convecção natural em uma cavidade quadrada fechada, com escoamento em regime permanente e com a utilização dos adimensionais do número de Grashof (Gr) = 20.000 e do número de Prandtl (Pr) = 0,733.

Tabela 1 – Resultados do teste com malha 30x30 pontos nodais

Autor	Nuh	Desvio	Método
Souza, JJ	2,469	-	Diferenças finitas (30x30)
Brito, Rogério	2,569	3,89%	Elementos finitos (3362 elementos)
Menon	2,700	8,56%	Elementos finitos (100 elementos)
Ozoe e outros	2,740	9,89%	Valor experimental
Tabarrok e outros	2,695	8,39%	Elementos finitos (200 elementos)
Wilkes e outros	2,874	14,09%	Diferenças finitas (10x10)
Wilkes e outros	2,516	1,87%	Diferenças finitas (20x20)
MÉDIA DOS DESVIOS		7,78%	

Tabela 2 – Resultados do teste com malha 40x40 pontos nodais

Autor	Nuh	Desvio	Método
Souza, JJ	2,471	-	Diferenças finitas (40x40)
Brito, Rogério	2,569	3,81%	Elementos finitos (3362 elementos)
Menon	2,700	8,48%	Elementos finitos (100 elementos)
Ozoe e outros	2,740	9,82%	Valor experimental
Tabarrok e outros	2,695	8,31%	Elementos finitos (200 elementos)
Wilkes e outros	2,874	14,02%	Diferenças finitas (10x10)
Wilkes e outros	2,516	1,79%	Diferenças finitas (20x20)
MÉDIA DOS DESVIOS		7,71%	

Tabela 3 – Resultados do teste com malha 50x50 pontos nodais

Autor	Nuh	Desvio	Método
Souza, JJ	2,475	-	Diferenças finitas (50x50)
Brito, Rogério	2,569	3,66%	Elementos finitos (3362 elementos)
Menon	2,700	8,33%	Elementos finitos (100 elementos)
Ozoe e outros	2,740	9,67%	Valor experimental
Tabarrok e outros	2,695	8,16%	Elementos finitos (200 elementos)
Wilkes e outros	2,874	13,88%	Diferenças finitas (10x10)
Wilkes e outros	2,516	1,63%	Diferenças finitas (20x20)
MÉDIA DOS DESVIOS		7,56%	

4.3 - TESTE 2 : VARIAÇÃO DO NÚMERO DE GRASHOF

Neste segundo teste do programa computacional foi escolhido o problema clássico de convecção natural em uma cavidade quadrada, sendo fixado o número de Prandtl em 0,733 e com o número de Grashof variando entre os valores de 34.110 ; 60.000; 100.000; 136.430 e 341.070. Foram testadas as seguintes malhas: 21x21; 31x31; 41x41; 51x51; 61x61 e 71x71 pontos nodais. A seguir foram realizadas comparações com os valores encontrados na literatura.

As tabelas 4 e 5 apresentam as comparações entre os valores encontrados através do programa computacional com os obtidos por Figueiredo (1986). Para o número de Grashof $Gr = 34.110$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 41x41 pontos nodais com 0,90%. Para o número de Grashof $Gr = 60.000$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 71x71 pontos nodais com -0,14%. Para o número de Grashof $Gr = 100.000$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 31x31 pontos nodais com -1,25%. Para o número de Grashof $Gr = 136.430$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 21x21 pontos nodais com 1,45%.

As tabelas 6 e 7 apresentam as comparações entre os valores encontrados através do programa computacional com os obtidos por Wong (1979). Para o número de Grashof $Gr = 34.110$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 21x21 pontos nodais com 0,34%. Para o número de Grashof $Gr = 136.430$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 31x31 pontos nodais com 0,75%. Para o número de Grashof $Gr = 341.070$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 71x71 pontos nodais com 0,14%.

As tabelas 8 e 9 apresentam as comparações entre os valores encontrados através do programa computacional com os obtidos por Brito (1999). Para o número de Grashof $Gr = 34.110$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 21x21 pontos nodais com 1,37%. Para o número de Grashof $Gr = 60.000$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 21x21 pontos nodais com 0,39%. Para o número de Grashof $Gr = 100.000$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 31x31 pontos nodais com 1,96%. Para o número de Grashof $Gr = 136.430$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 31x31 pontos nodais com 1,26%. Para o número de Grashof $Gr = 341.070$ a malha que apresentou o menor desvio foi a de 41x41 pontos nodais com 1,18%. Com este teste realizado variando-se a quantidade de pontos nodais na malha, podemos concluir que a utilização das malhas com 31x31 e 41x41 pontos nodais acabam gerando os menores desvios em relação aos valores do número de Nusselt médio (Nu) encontrados na literatura.

Tabela 4 – Comparação de Nu com valores obtidos por Figueiredo (1986)

Gr	Figueiredo Nu	Malha 21x21		Malha 31x31		Malha 41x41	
		Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio
34.110	2,884	2,982	3,29%	2,919	1,21%	2,910	0,90%
60.000	3,468	3,602	3,72%	3,487	0,55%	3,459	-0,26%
100.000	4,160	4,282	2,85%	4,108	-1,25%	4,052	-2,60%
136.430	4,686	4,755	1,45%	4,544	-3,03%	4,465	-4,72%
341.070		6,384		6,141		5,962	
		Média	2,83%	Média	-0,63%	Média	-1,67%

Tabela 5 – Comparação de Nu com valores obtidos por Figueiredo (1986)

Gr	Figueiredo Nu	Malha 51x51		Malha 61x61		Malha 71x71	
		Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio
34.110	2,884	2,912	0,97%	2,917	1,14%	2,922	1,32%
60.000	3,468	3,456	-0,35%	3,458	-0,29%	3,463	-0,14%
100.000	4,160	4,038	-2,93%	4,036	-2,98%	4,031	-3,10%
136.430	4,686	4,44	-5,25%	4,434	-5,38%	4,429	-5,48%
341.070		5,945		5,931		5,928	
		Média	-1,89%	Média	-1,88%	Média	-1,85%

Tabela 6 – Comparação de Nu com valores obtidos por Wong (1979)

Gr	Wong Nu	Malha 21x21		Malha 31x31		Malha 41x41	
		Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio
34.110	2,972	2,982	0,34%	2,919	-1,78%	2,910	-2,09%
60.000		3,602		3,487		3,459	
100.000		4,282		4,108		4,052	
136.430	4,510	4,755	5,15%	4,544	0,75%	4,465	-1,00%
341.070	5,920	6,384	7,27%	6,141	3,73%	5,962	0,71%
		Média	4,25%	Média	0,90%	Média	-0,79%

Tabela 7 – Comparação de Nu com valores obtidos por Wong (1979)

Gr	Wong Nu	Malha 51x51		Malha 61x61		Malha 71x71	
		Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio
34.110	2,972	2,912	-2,02%	2,917	-1,85%	2,922	-1,68%
60.000		3,456		3,458		3,463	
100.000		4,038		4,036		4,031	
136.430	4,510	4,440	-1,55%	4,434	-1,69%	4,429	-1,80%
341.070	5,920	5,945	0,42%	5,931	0,19%	5,928	0,14%
		Média	-1,05%	Média	-1,12%	Média	-1,11%

Tabela 8 – Comparação de Nu com valores obtidos por Brito (1999)

Gr	Brito Nu	Malha 21x21		Malha 31x31		Malha 41x41	
		Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio
34.110	3,023	2,982	-1,37%	2,919	-3,44%	2,910	-3,74%
60.000	3,588	3,602	0,39%	3,487	-2,81%	3,459	-3,60%
100.000	4,190	4,282	2,15%	4,108	-1,96%	4,052	-3,29%
136.430	4,602	4,755	3,22%	4,544	-1,26%	4,465	-2,98%
341.070	6,033	6,384	5,50%	6,141	1,79%	5,962	-1,18%
		Média	1,98%	Média	-1,54%	Média	-2,96%

Tabela 9 – Comparação de Nu com valores obtidos por Brito (1999)

Gr	Brito Nu	Malha 51x51		Malha 61x61		Malha 71x71	
		Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio
34.110	3,023	2,912	-3,67%	2,917	-3,51%	2,922	-3,34%
60.000	3,588	3,456	-3,68%	3,458	-3,62%	3,463	-3,48%
100.000	4,190	4,038	-3,63%	4,036	-3,68%	4,031	-3,79%
136.430	4,602	4,440	-3,52%	4,434	-3,65%	4,429	-3,76%
341.070	6,033	5,945	-1,46%	5,931	-1,69%	5,928	-1,74%
		Média	-3,19%	Média	-3,23%	Média	-3,22%

4.4 - TESTE 3 : ANÁLISE DA CONVERGÊNCIA DO NÚMERO DE NUSSELT MÉDIO (Nu)

Neste teste foi analisada a influência da quantidade de pontos nodais da malha no cálculo do número de Nusselt médio (Nu). Foram realizados experimentos numéricos com o caso clássico da cavidade quadrada fechada com uma parede vertical aquecida, outra resfriada e com as paredes horizontais isoladas termicamente. As avaliações numéricas foram feitas para os casos de convecção forçada, natural e mista.

4.4.1 - Convecção forçada

Para o caso de convecção forçada foram utilizadas as malhas com 21x21; 31x31; 41x41; 51x51; 61x61 e 71x71 pontos nodais, sendo analisadas as situações com o número de Reynolds assumindo os valores 1; 10 e 100, com o número de Prandtl igual a 0,733. Os dados resultantes dos cálculos realizados estão contidos na tabela 10.

Analisando-se os dados contidos na tabela 10 e na figura 8 podemos verificar que a quantidade de pontos nodais da malha praticamente não influenciou os valores do número de Nusselt médio (Nu). Na avaliação feita com os diferentes números de Reynolds (Re) nota-se uma pequena variação no número de Nusselt médio (Nu) quando utilizando a malha 21x21 pontos nodais, porém a partir daí, com as demais malhas, os valores estabilizam-se.

Tabela 10 – Análise do número de Nusselt médio (Nu) – Convecção forçada

Malha	21x21	31x31	41x41	51x51	61x61	71x71
Pontos Nodais	441	961	1681	2601	3721	5041
Re = 1	0,999	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000
Re = 10	2,901	2,862	2,854	2,857	2,863	2,867
Re = 100	2,978	2,945	2,927	2,927	2,949	2,967

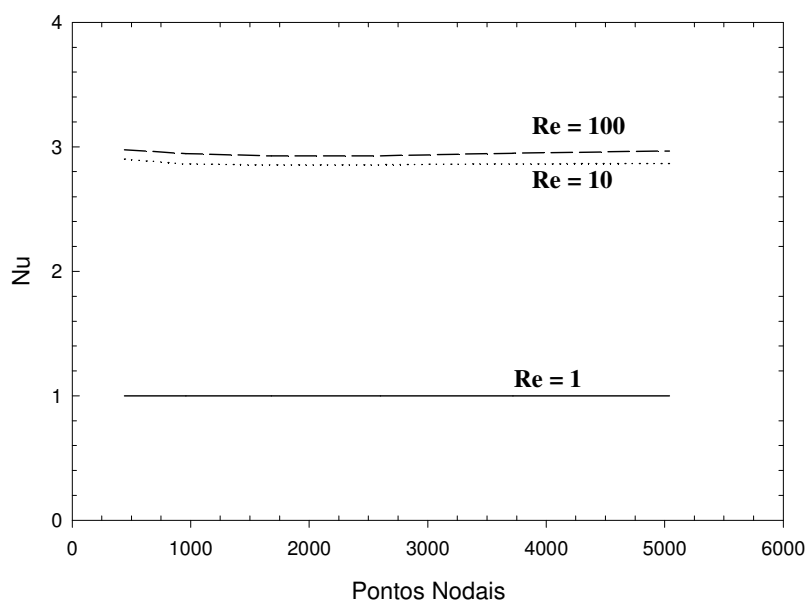


Figura 8 – Variação de Nusselt em função da quantidade de pontos nodais da malha para Convecção Forçada (Pr = 0,733)

.4.2 - Convecção natural

Para o caso de convecção natural foram utilizadas as malhas com 21x21; 31x31; 41x41; 51x51; 61x61 e 71x71 pontos nodais, sendo analisadas as situações com o número de

Grashof assumindo os valores 34.110; 60.000; 100.000; 136.430 e 341.070 e com o número de Prandtl igual a 0,733.

Analisando-se os dados contidos na tabela 11 e na figura 9 podemos verificar que a quantidade de pontos nodais da malha não tem grande influência nos valores do número de Nusselt médio (Nu), exceto quando utilizamos malhas com poucos pontos nodais. Porém os valores do número de Nusselt médio (Nu) tendem a estabilizar-se quando utilizamos malhas com maior quantidade de pontos nodais. Conforme verifica-se na figura 9, os valores do número de Nusselt médio (Nu) apresentam uma variação muito pequena quando se utiliza malhas com 41x41; 51x51; 61x61 ou 71x71 pontos nodais. Essas observações são válidas para todos os cálculos realizados para este caso de convecção natural, onde o número de Grashof (Gr) assumiu os valores 34.110; 60.000; 100.000; 136.430 e 341.070.

Tabela 11 – Análise do número de Nusselt médio (Nu) – Convecção natural

Malha	21x21	31x31	41x41	51x51	61x61	71x71
Pontos Nodais	441	961	1681	2601	3721	5041
Gr = 34.110	2,982	2,919	2,910	2,912	2,917	2,922
Gr = 60.000	3,602	3,487	3,459	3,456	3,458	3,463
Gr = 100.000	4,282	4,108	4,052	4,038	4,036	4,031
Gr = 136.430	4,755	4,544	4,465	4,440	4,434	4,429
Gr = 431.070	6,384	6,141	5,962	5,945	5,931	5,928

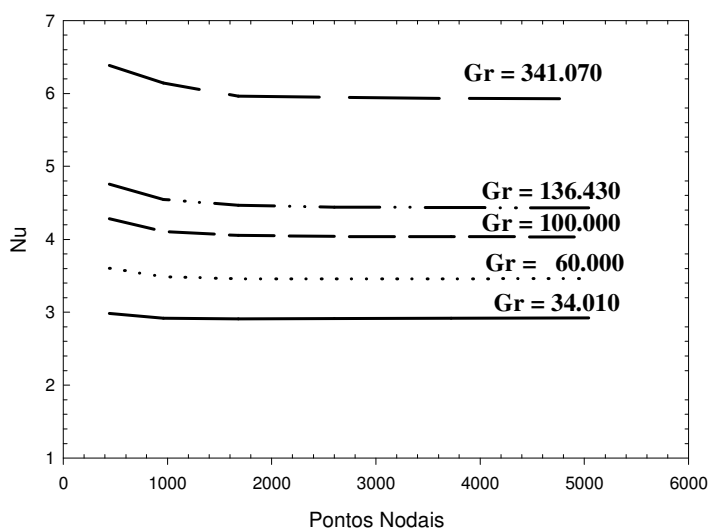


Figura 9 – Variação de Nusselt em função da quantidade de pontos nodais da malha para Convecção Natural (Pr = 0,733)

4.4.3 - Convecção mista

Para o caso de convecção mista foram utilizadas as malhas com 21x21; 31x31; 41x41; 51x51; 61x61 e 71x71 pontos nodais, sendo analisados as situações com o número de Grashof assumindo o valor 34.110, com o número de Prandtl igual a 0,733 e com o número de Reynolds assumindo os valores 1; 10 e 100.

Analisando-se os dados contidos na tabela 12 e na figura 10 podemos verificar também que a quantidade de pontos nodais da malha não tem grande influência nos valores do número de Nusselt médio, exceto quando utilizamos malhas com poucos pontos nodais. Conforme verifica-se na figura 10, os valores do número de Nusselt médio apresentam uma variação muito pequena quando se utiliza malhas com 41x41; 51x51; 61x61 ou 71x71 pontos nodais. Essas observações são válidas para todos os cálculos realizados para este caso de convecção mista, independentemente do número de Reynolds (Re) utilizado nos cálculos

Tabela 12 – Análise do número de Nusselt médio (Nu) – Convecção mista

Malha	21x21	31x31	41x41	51x51	61x61	71x71
Pontos Nodais	441	961	1681	2601	3721	5041
Re = 1	2,921	2,862	2,854	2,857	2,863	2,867
Re = 10	2,976	2,913	2,904	2,907	2,912	2,917
Re = 100	3,012	2,945	2,927	2,927	2,949	2,957

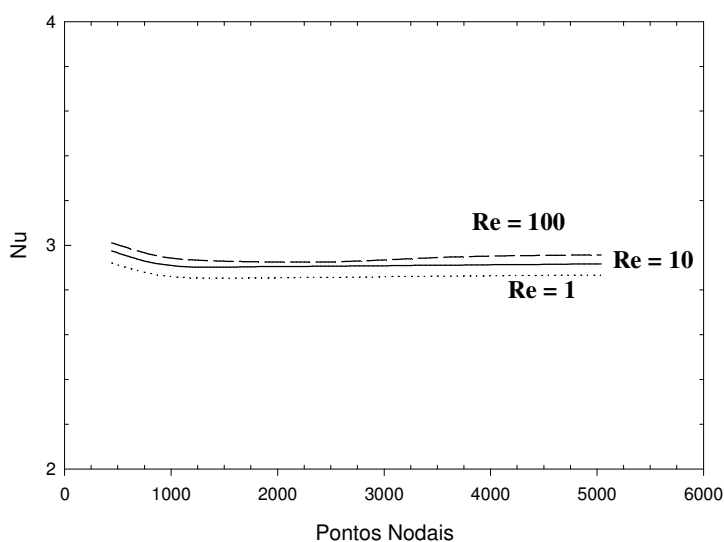


Figura 10 – Variação de Nusselt em função da quantidade de pontos nodais da malha para Convecção Mista (Pr = 0,733 ; Gr = 34.110)

4.5 - TESTE 4 : AVALIAÇÃO DO TEMPO DE PROCESSAMENTO COMPUTACIONAL

Neste teste foi analisada a influência da quantidade de pontos nodais na malha no tempo de processamento computacional. Foram realizados experimentos numéricos com o caso clássico da cavidade quadrada fechada com uma parede vertical aquecida, outra resfriada e com as paredes horizontais isoladas termicamente. As avaliações numéricas foram feitas para o caso de convecção natural com o número de Grashof assumindo o valor 34.110 e com o número de Prandtl igual a 0,733. Em cada uma das simulações numéricas foram realizadas 15.000 iterações com incrementos de tempo constantes.

Analisando a tabela 13 observa-se que aumentando-se a quantidade de pontos nodais na malha aumenta-se o tempo de processamento computacional. Na tabela 14 e na figura 11 observa-se que o tempo por iteração matemática cresce com o aumento da quantidade de pontos nodais na malha. Conforme pode ser observado na tabela 13, quando comparados os tempos de processamento computacional para malhas com 441 e 2601 pontos nodais, nota-se que houve um aumento de 5,89 vezes a quantidade de pontos nodais, entretanto, o tempo necessário para o cálculo aumentou 2,68 vezes.

Tabela 13 – Tempo total de processamento para 15.000 iterações

Pontos Nodais	121	441	961	1681	2601	3721	5041	6561
Tempo total (s)	14	19	28	39	51	63	75	90

Tabela 14 – Tempo de processamento (s) por iteração matemática

Pontos Nodais	121	441	961	1681	2601	3721	5041	6561
Tempo (s)	$9,3 \times 10^{-4}$	$1,3 \times 10^{-3}$	$1,9 \times 10^{-3}$	$2,6 \times 10^{-3}$	$3,4 \times 10^{-3}$	$4,2 \times 10^{-3}$	$5,0 \times 10^{-3}$	$6,0 \times 10^{-3}$

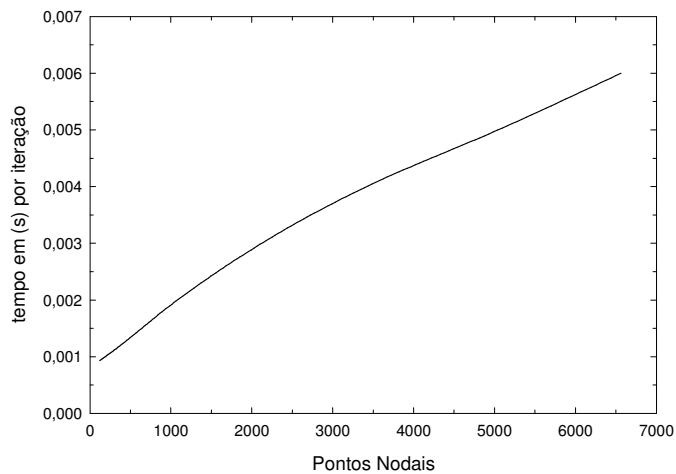


Figura 11 – Tempo por iteração matemática

Em função dos resultados obtidos nos testes realizados, levando em conta a precisão dos resultados e o custo computacional, escolheu-se uma malha 41x41 (com 1681 pontos nodais) para todos os casos estudados neste trabalho.

Capítulo 5

RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados referentes aos casos de convecção forçada, natural e mista, obtidos pelo programa computacional desenvolvido, onde se utilizou o método das diferenças finitas para a solução das equações de conservação.

Serão apresentadas, para o regime permanente, as distribuições da temperatura adimensional (θ), da função corrente (ψ) e os valores do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu), em função dos seus respectivos parâmetros térmicos e geométricos.

5.1 – RESULTADOS DO PRESENTE TRABALHO

Para cada um dos casos estudados são apresentados resultados em regime permanente dos problemas de convecção forçada, natural e mista. São apresentadas as correspondentes distribuições de função corrente e temperatura adimensional, bem como o número de Nusselt

médio na superfície quente para as diversas razões de aspecto e números Reynolds, Grashof e Prandtl.

Nos problemas de convecção forçada, natural e mista são utilizados os seguintes parâmetros:

Convecção forçada: $0,5 \leq A \leq 2$; $Pr=0,733$; $1 \leq Re \leq 160$.

Convecção natural: $0,5 \leq A \leq 2$; $Pr=0,733$; $34110 \leq Gr \leq 341070$.

Convecção mista : $0,5 \leq A \leq 2$; $Pr=0,733$; $1 \leq Re \leq 100$; $34110 \leq Gr \leq 341070$.

Em todos os casos estudados serão consideradas cavidades retangulares com razão de aspecto iguais a 0,5, 1 e 2. Foi adotada uma malha uniforme 41x41, e o fluido no interior da cavidade é o ar com um número de Prandtl igual a 0,733.

A convecção forçada nos problemas estudados é originada pelo deslizamento da parede horizontal superior, com velocidade U_0 , no sentido da esquerda para a direita. Este movimento da parede arrasta o fluido nas proximidades da parede e provoca um escoamento do fluido no sentido horário.

No caso da convecção forçada o campo de velocidades do fluido, e portanto, a distribuição da função corrente, é independente do campo de temperaturas. Sendo somente dependente do número de Reynolds e da razão de aspecto da cavidade. O campo de temperaturas depende da geometria e do tipo de condições de contorno térmicas as quais o fluido está submetido.

No caso da convecção natural o campo de velocidades e temperaturas dependem da razão de aspecto e do número de Grashof. O movimento do fluido é originado pelas forças de empuxo causadas pelos gradientes de temperaturas as quais o fluido está submetido. Quando o fluido é aquecido pelas paredes, tem a tendência de subir, e ao contrário, quando é resfriado pelas paredes tem a tendência de descer, e isto ocasiona o movimento de circulação do fluido no interior da cavidade. Os campos de velocidades e de temperaturas são bastante dependentes da geometria e do tipo de condições de contorno térmicas as quais o fluido está sujeito.

No caso da convecção mista existe uma combinação dos efeitos da convecção forçada e natural. O efeito da convecção forçada sobre o fluido é promover um escoamento nas proximidades da parede horizontal superior. Por outro lado, o efeito da convecção natural é promover o escoamento do fluido, que será bastante dependente da geometria e das condições de resfriamento ou aquecimento das paredes. Assim os campos de velocidades e de temperaturas do fluido são fortemente dependentes do número de Reynolds, do número de Grashof, da razão de aspecto da cavidade e do tipo de condições de contorno impostas na parede.

A convecção forçada e a convecção natural podem ser tratadas como sendo um caso particular da convecção mista. A convecção forçada é um caso particular das equações (2.25) a (2.27), para convecção mista, bastando fazer $Gr \rightarrow 0$. A convecção natural é um caso particular da convecção mista, bastando fazer $Re \rightarrow 0$. Entretanto, isto não pode ser feito a partir das equações (2.25) a (2.27), porque Re está no denominador dessas equações. Nessa situação, existe um conjunto de equações apropriadas para estudar a convecção natural que são dadas pelas equações (2.17) a (2.19). A seguir são apresentados os quatro casos estudados neste trabalho.

5.2 – CASO 1

Este item apresenta os resultados numéricos teóricos de transferência de calor por convecção forçada, natural e mista para uma cavidade fechada.

As figuras 12 e 13 apresentam as geometrias e as condições de contorno dimensionais e adimensionais para a cavidade fechada do Caso 1. Neste caso a cavidade apresenta a metade superior da parede vertical fria (superfície S_1), enquanto que a metade inferior da outra parede vertical está quente (superfície S_4). As demais paredes verticais, assim como as paredes horizontais, estão isoladas termicamente.

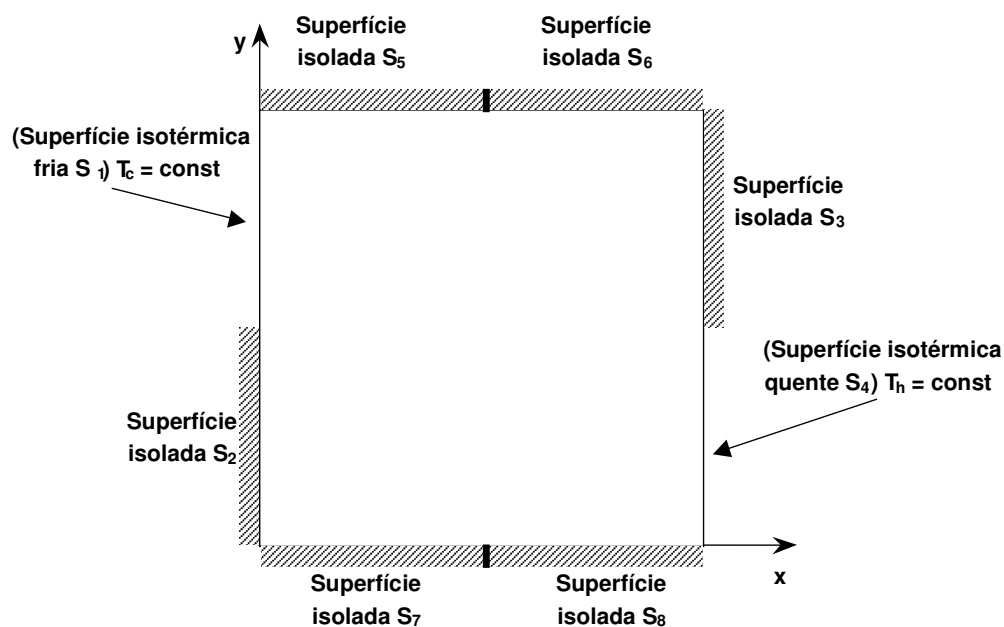


Figura 12 – Condições de contorno dimensionais para o Caso 1

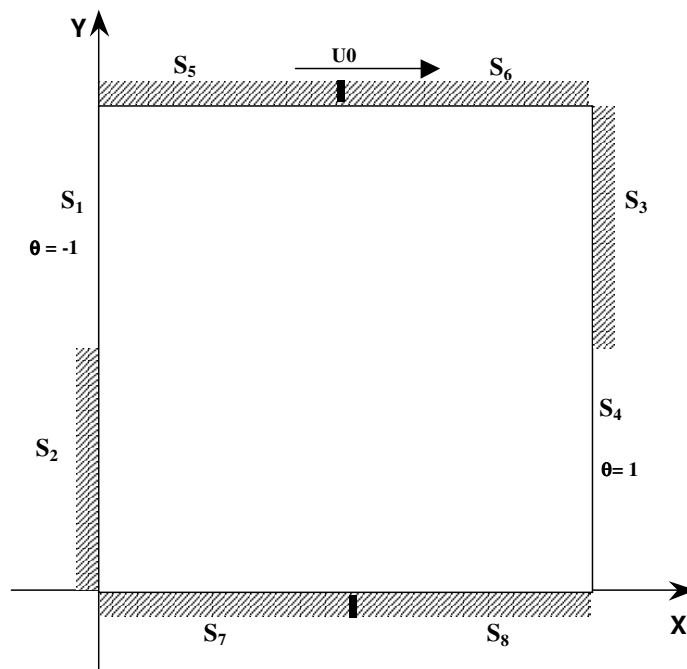
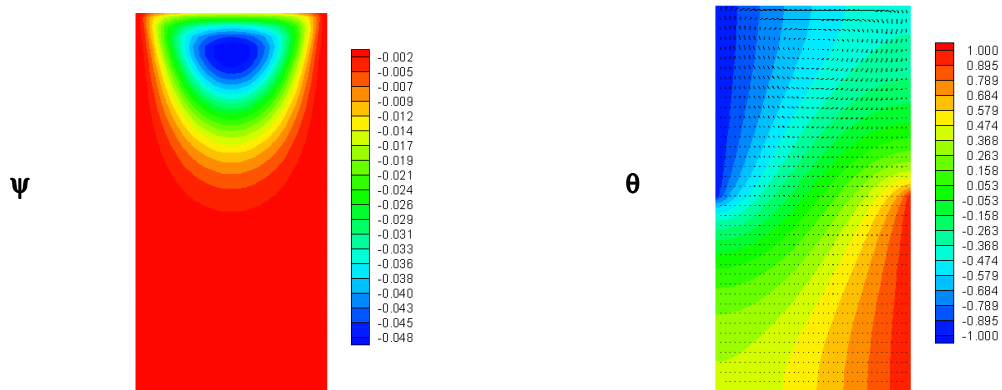


Figura 13 - Condições de contorno adimensionais para o Caso 1

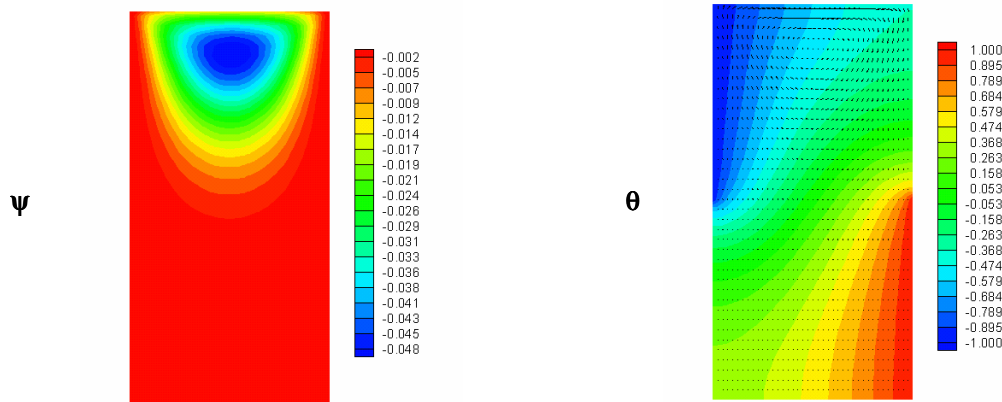
5.2.1 – Caso 1 – Convecção forçada

As figuras 14 a 16 apresentam as distribuições da função corrente, a esquerda, e a temperatura adimensional, a direita, para o caso 1. Na análise das distribuições da função corrente das figuras 14 a 16, verifica-se que ocorre a formação de uma única célula de circulação do fluido no sentido horário por influência do deslocamento da parede superior.

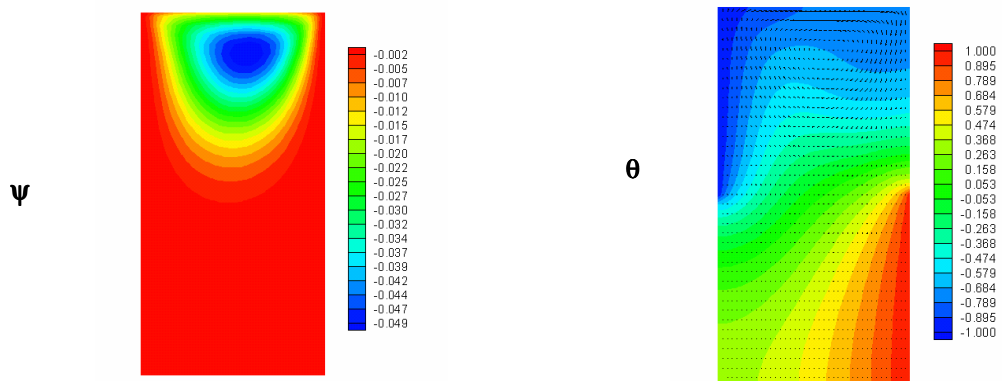
A influência da velocidade da parede superior somente é significativa, para valores do número de Reynolds $Re = 100$, tanto para a função corrente ψ como para a temperatura adimensional. No caso da distribuição da função corrente, para $Re = 100$, esta influência da velocidade da parede superior, cria uma tendência de deformar a célula em direção à parede vertical direita. Para a temperatura adimensional, verifica-se uma deformação das linhas isotérmicas, próximo às paredes isotérmicas superior e inferior, onde existem altos gradientes de temperaturas.



Re = 1

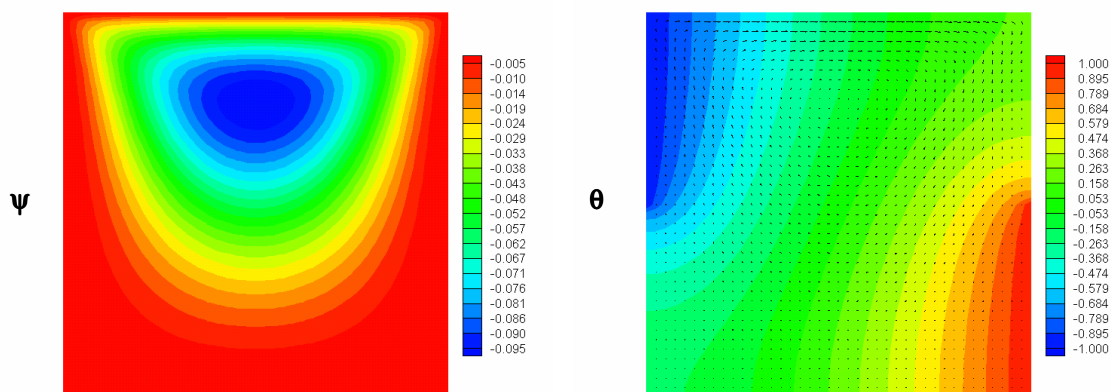


Re = 10

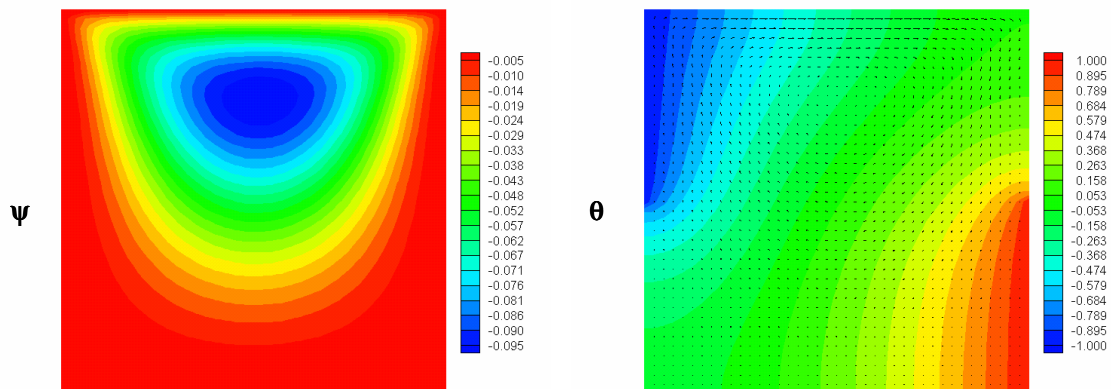


Re = 100

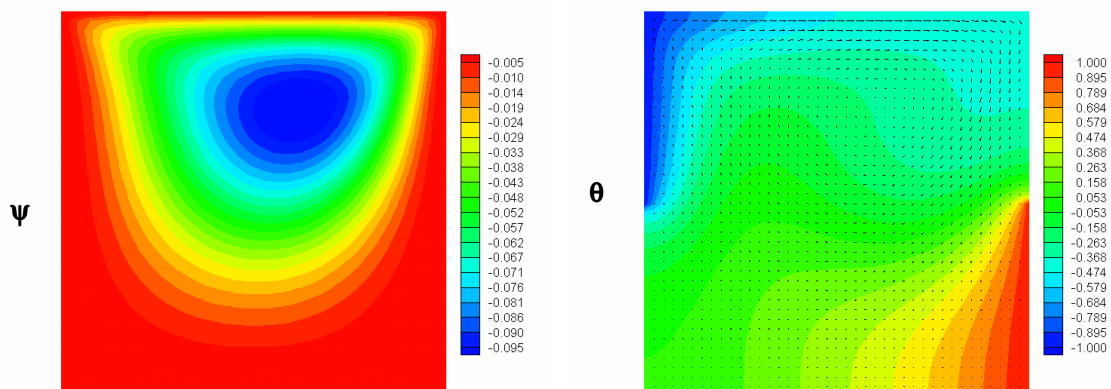
Figura 14 – Distribuição da função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
 Convecção forçada - $A = 0,5$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

Figura 15 – Distribuição da função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
Convecção forçada - $A = 1$; $Pr = 0,733$

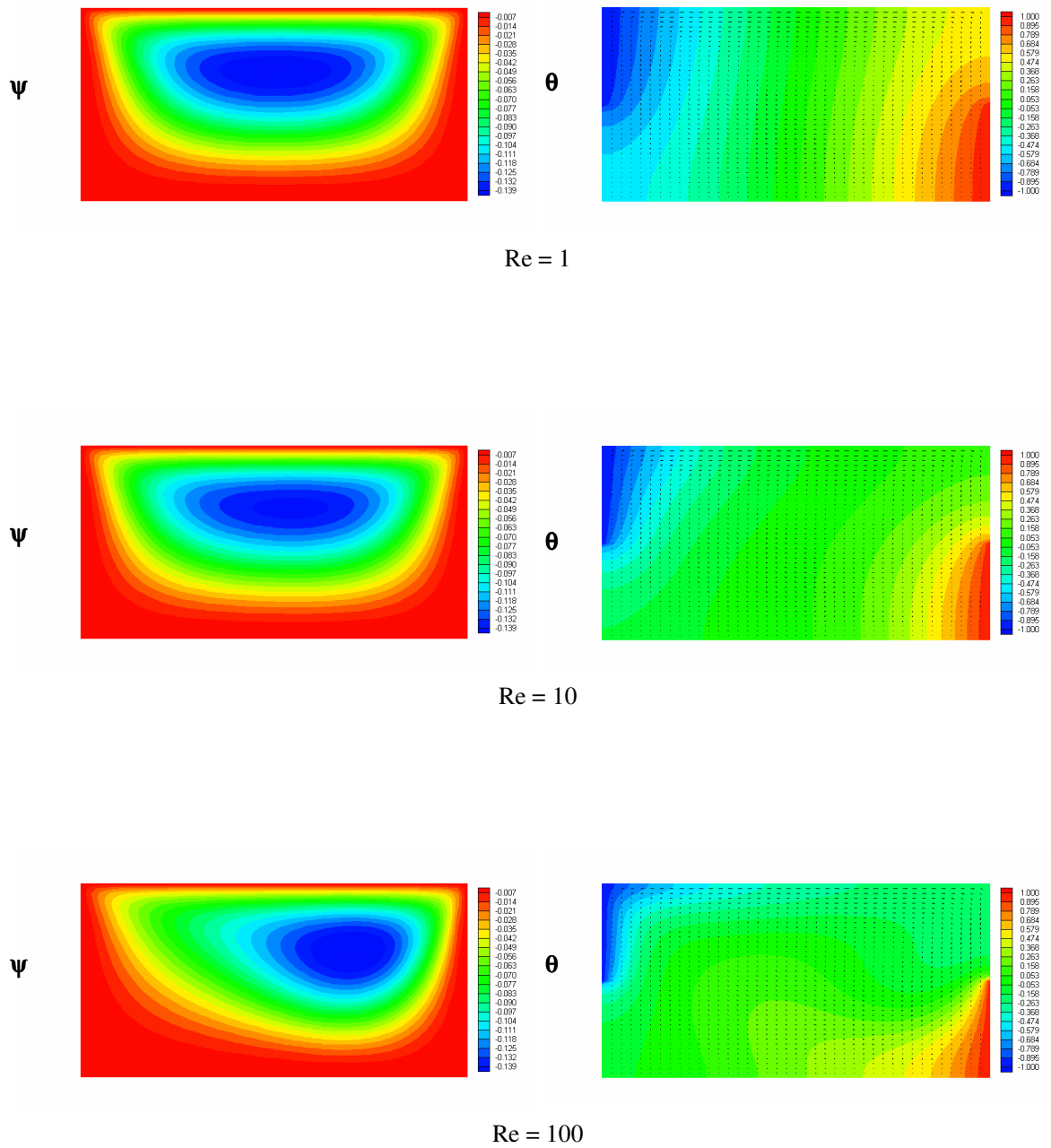


Figura 16 – Distribuição da função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
Convecção forçada - $A = 2$; $Pr = 0,733$

A figura 17 apresenta os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente versus o número de Reynolds para convecção forçada do caso 1 analisado

Para as todas as razões de aspecto, os valores do número de Nusselt médio apresentam ligeira elevação, para valores do número de Reynolds maiores que 10.

A medida que se aumenta a razão de aspecto, ocorre uma maior movimentação do fluido dentro da cavidade, com a expansão da célula de circulação. Entretanto, para números de Reynolds menores que 50, a transferência de calor para o fluido diminui, na medida em que se aumenta a razão de aspecto, conforme pode ser visto na figura 17.

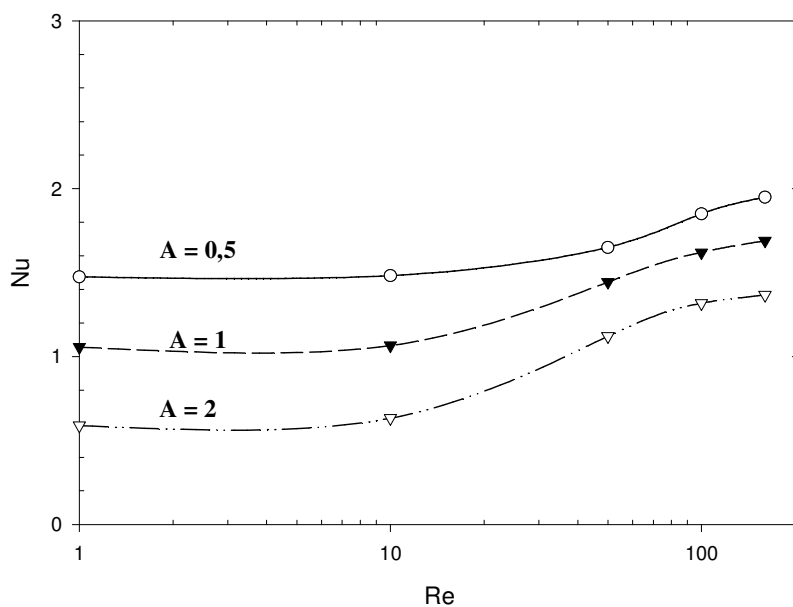


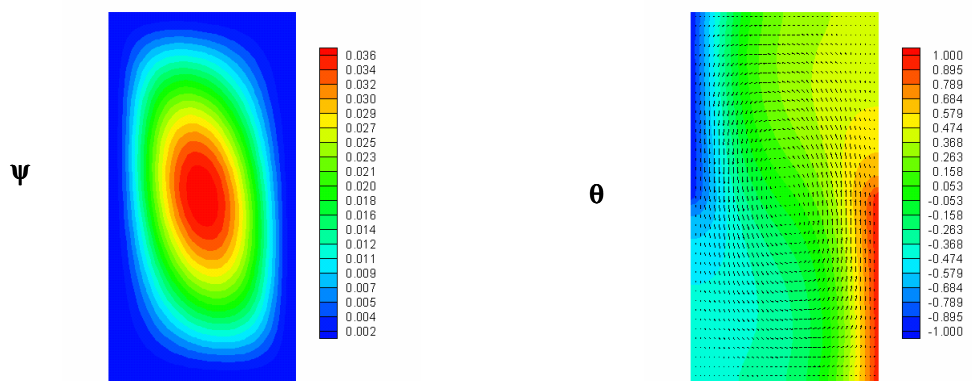
Figura 17 – Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 1 Convecção forçada

5.2.2 – Caso 1 – Convecção natural

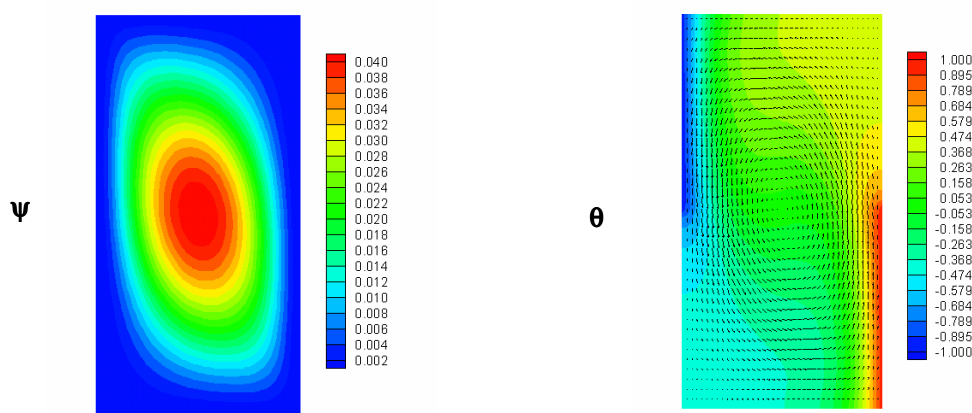
As figuras 18 a 20 apresentam as distribuições da função corrente e temperatura adimensional para o caso 1.

Na análise das distribuições da função corrente, nas figuras 18 a 20, verifica-se a formação de uma única célula convectiva do fluido dentro da cavidade, sendo que a movimentação do fluido se realiza no sentido anti-horário. Praticamente não há variação na forma da célula, em função da variação do número de Grashof. Verifica-se ainda que o fluido próximo às paredes possui baixa velocidade, principalmente nas paredes superior e inferior.

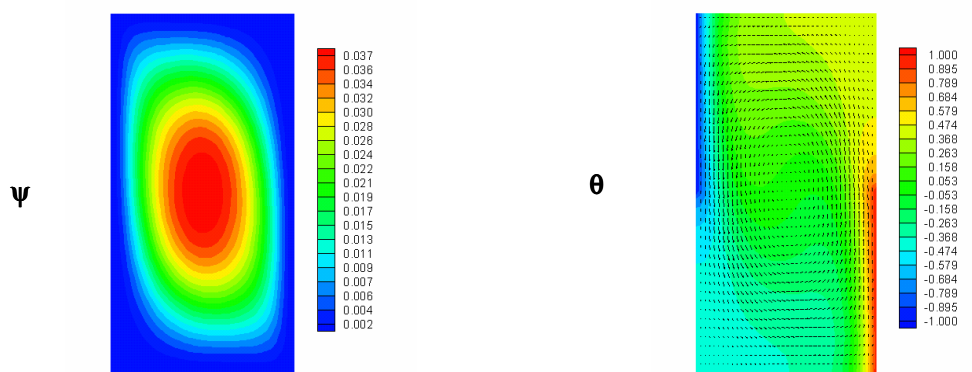
Na análise da distribuição da temperatura adimensional nas figuras 18 a 20, observa-se que as isotermas apresentam o mesmo padrão de comportamento. Somente para alto valor de Grashof ($Gr = 341.070$), as isotermas apresentam uma distribuição ligeiramente diferente dos outros, apresentando um maior gradiente de temperatura próximo das paredes fria e quente.



$Gr = 34.110$

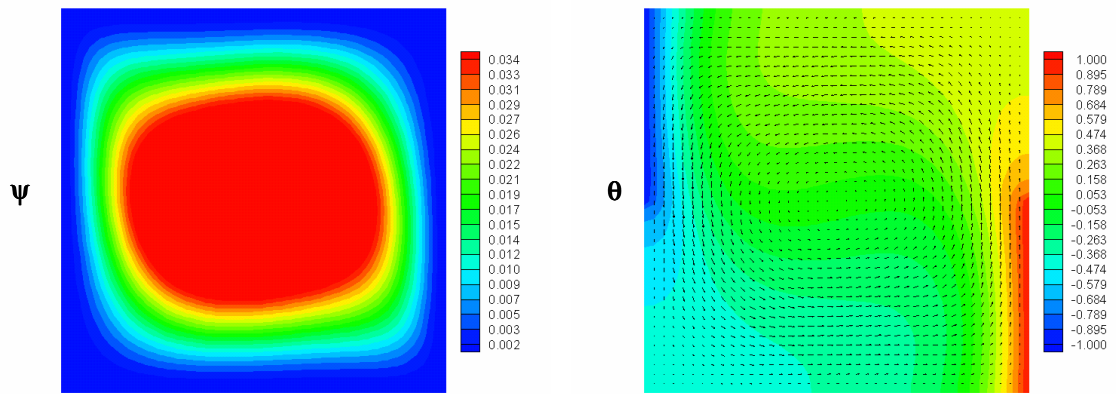


$Gr = 136.430$

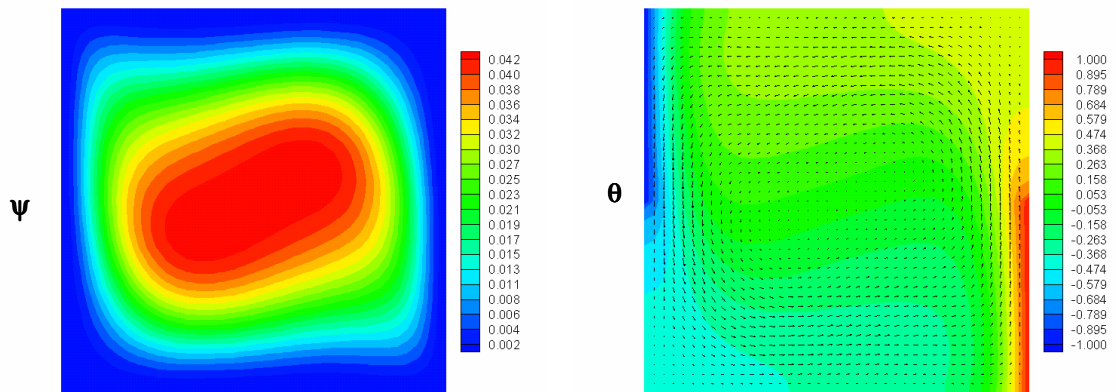


$Gr = 341.070$

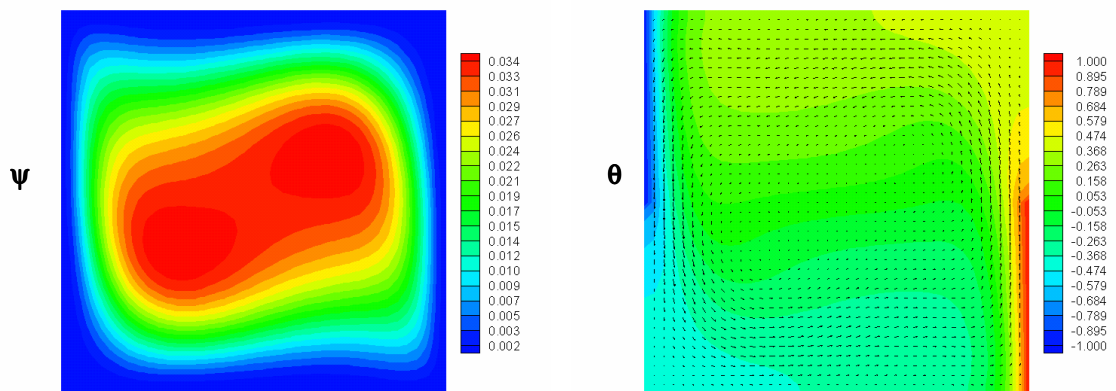
Figura 18 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
Convecção natural - $A = 0,5$; $Pr = 0,733$



$Gr = 34.110$

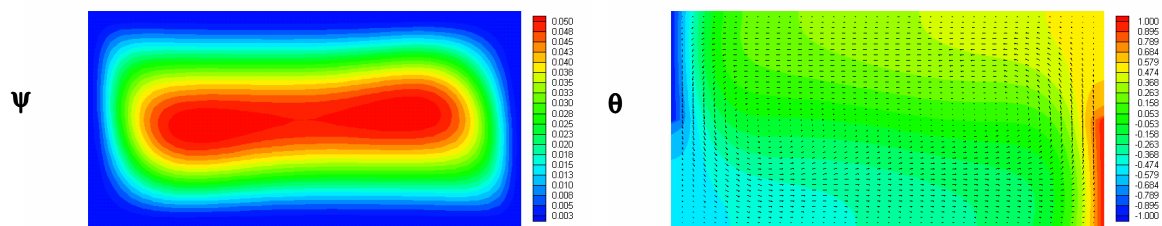


$Gr = 136.430$

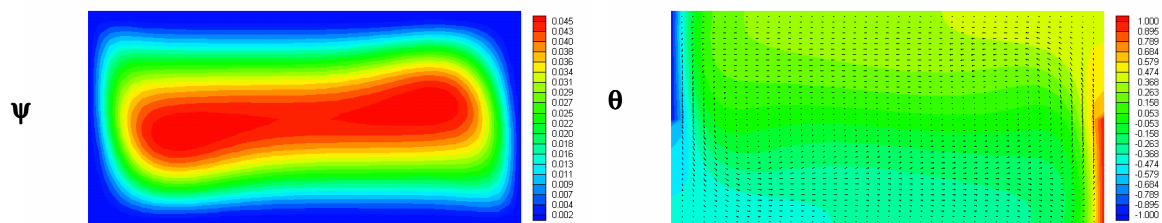


$Gr = 341.070$

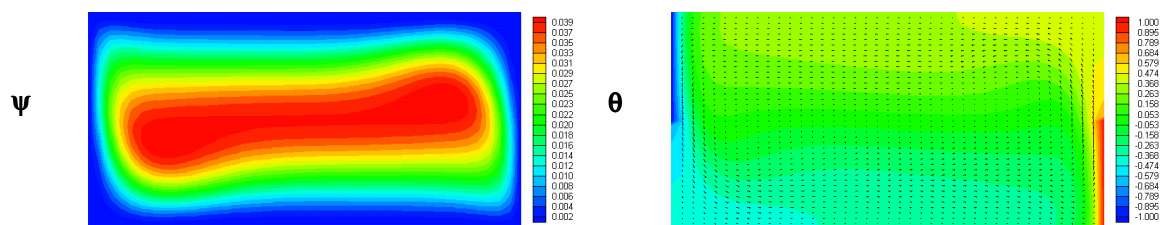
Figura 19 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
Convecção natural - $A=1$; $Pr = 0,733$



$Gr = 34.110$



$Gr = 136.430$



$Gr = 341.070$

Figura 20 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
Convecção natural - $A = 2$; $Pr = 0,733$

A figura 21 apresenta os resultados do número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus o número de Grashof (Gr) para convecção natural do caso 1 analisado.

Observa-se que o número de Nusselt médio na parede quente aumenta em função da elevação do número de Grashof. Os maiores valores do número de Nusselt médio ocorrem para a razão de aspecto $A = 0,5$.

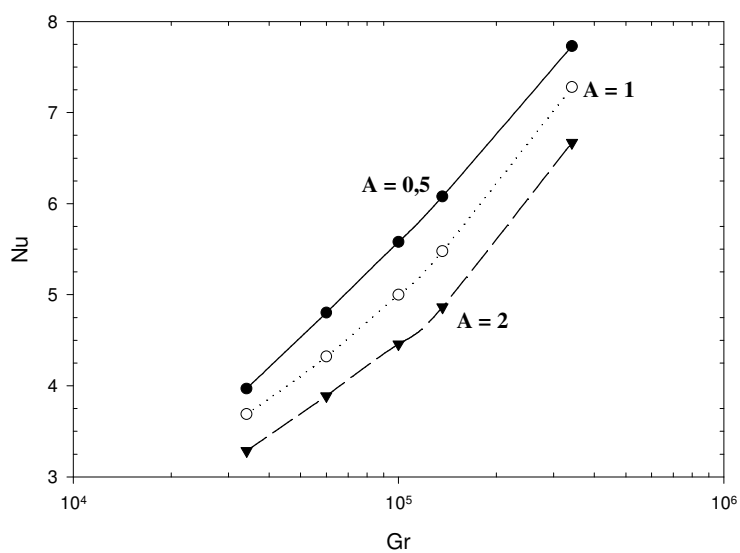


Figura 21 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Grashof (Gr) – Caso 1 Convecção natural

5.2.3 – Caso 1 – Convecção mista

As figuras 22 a 30 apresentam a distribuição da função corrente e temperatura adimensional para o caso 1.

Na análise das distribuições da função corrente nas figuras 22 a 30, verifica-se que a circulação do fluido dentro da cavidade apresenta em algumas situações, uma única célula rotativa no sentido horário, em outras situações, duas células contra-rotativas. No caso de duas células, uma célula é rotativa no sentido anti-horário, devido à convecção natural, e a outra rotativa no sentido horário, próxima da parede superior, devido a convecção forçada.

Para baixos valores de Reynolds ($Re = 1$ e 10) existe a predominância da transferência de calor por convecção natural. Porém para o valor de Reynolds igual a 100 nota-se a influência da convecção forçada, com a formação de uma segunda célula próximo à parede superior em função da movimentação da mesma. Esse fenômeno pode ser observado para todos os valores de Grashof estudados.

Na análise da distribuição da temperatura adimensional nas figuras 22 a 30, verifica-se que somente para alto valor de Reynolds ($Re = 100$), as isothermas apresentam uma distribuição com padrão diferente daquele para número de Reynolds mais baixos. Assim para valores mais altos de Reynolds ($Re = 100$) há uma redução na transferência de calor da parede quente para o fluido. Isto porque a parede superior deslocando-se para a direita, arrasta o fluido frio, dificultando o aquecimento do fluido.

Analisando as figuras de 22 a 30 pode-se notar que independentemente dos valores de Grashof utilizado na simulação, a razão de aspecto influencia na distribuição das isothermas nas cavidades. Sendo que o aumento da razão de aspecto diminui a transferência de calor para o fluido contido na cavidade. Também não é significativa a influência da variação dos valores de Reynolds, quanto a transferência de calor para o fluido e na formação das isothermas.

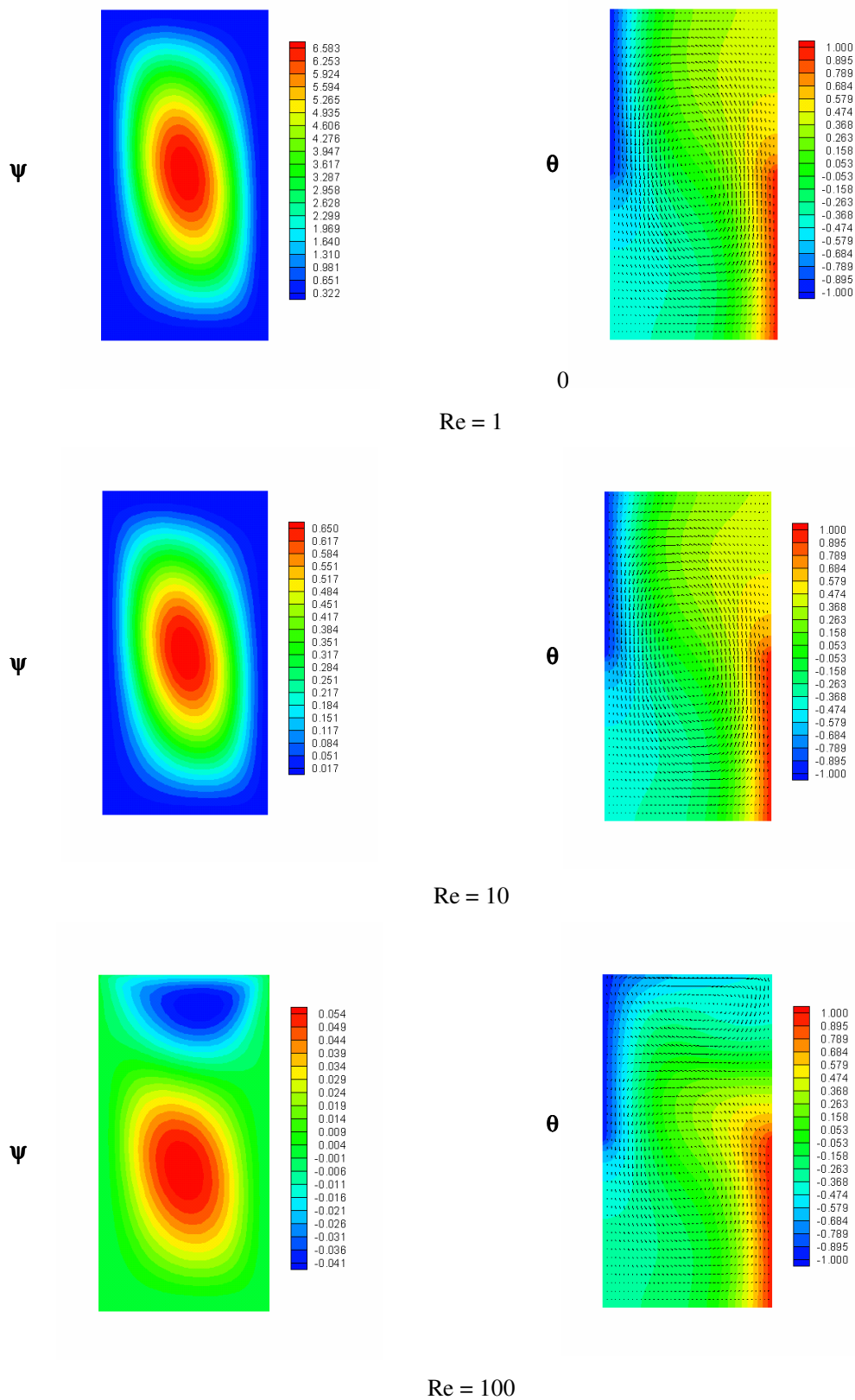
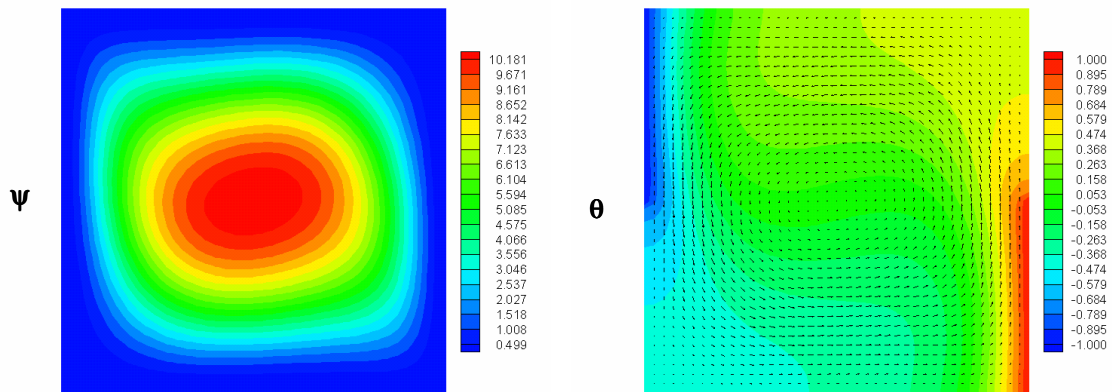
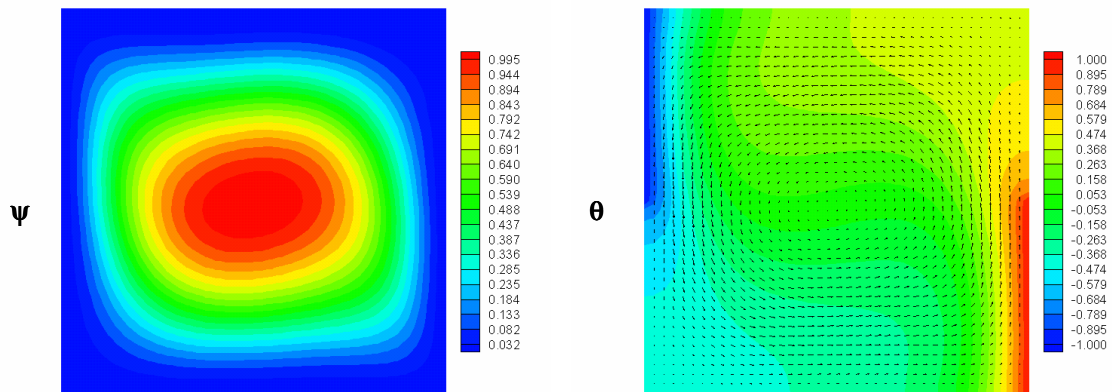


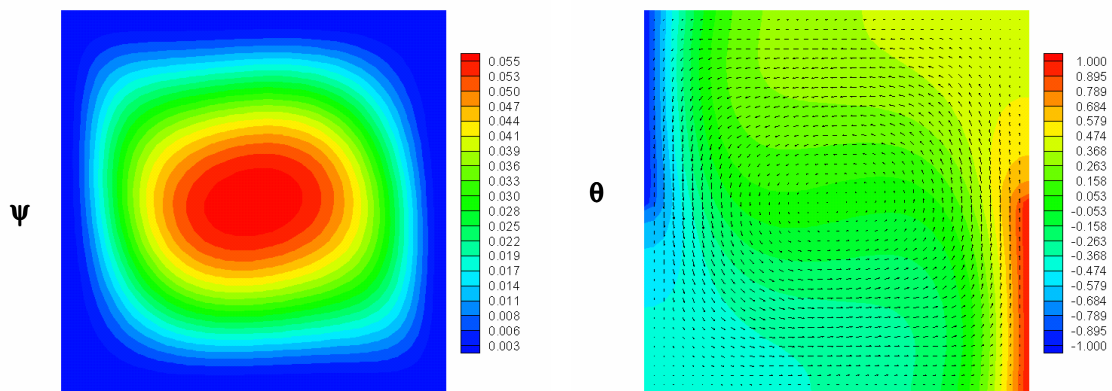
Figura 22 – Distribuições: função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
Convecção mista - $A = 0,5$; $Gr = 34.110$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

Figura 23 – Distribuições: função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
 Convecção mista - A = 1 ; Gr 34.110; Pr = 0,733

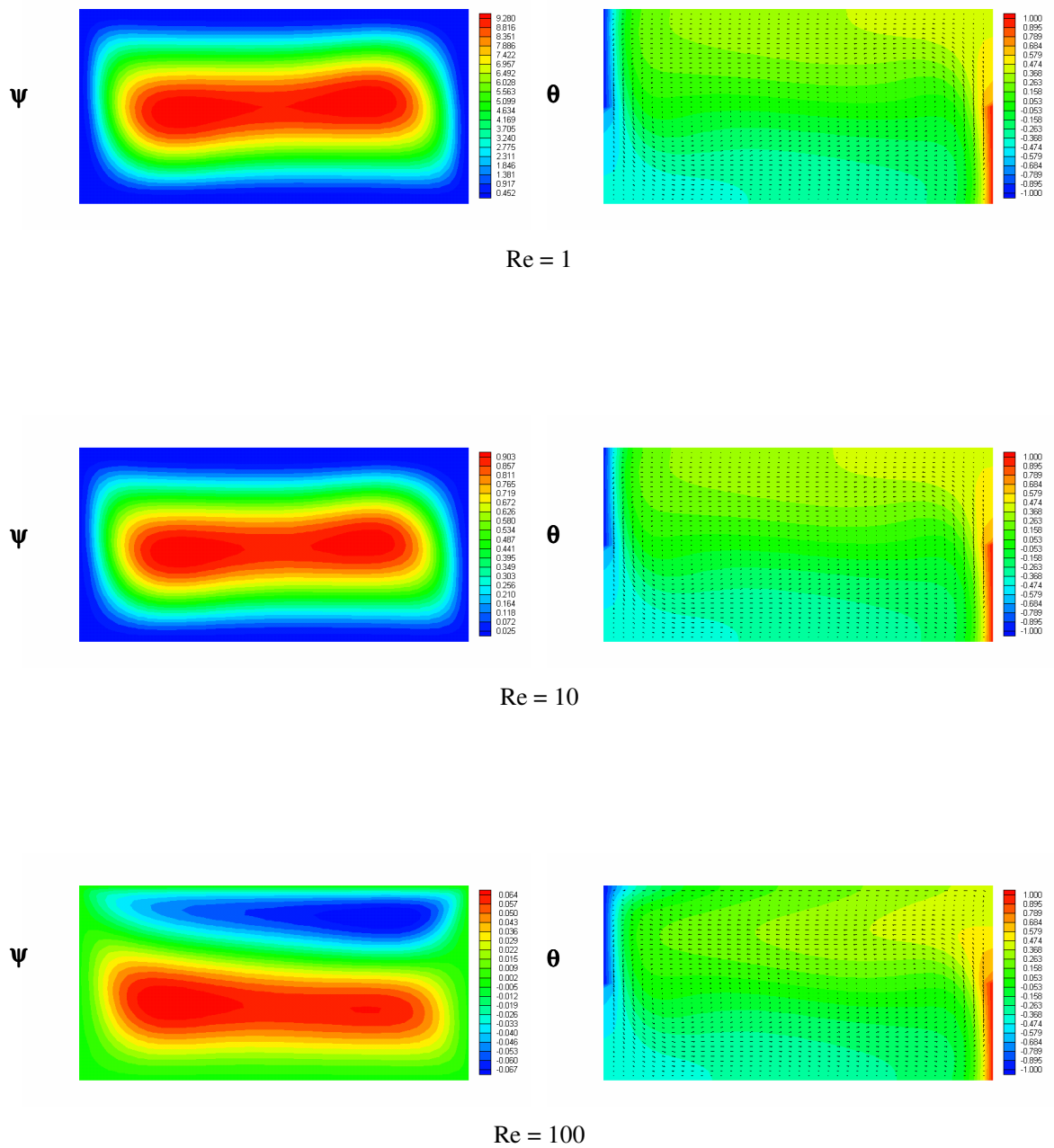
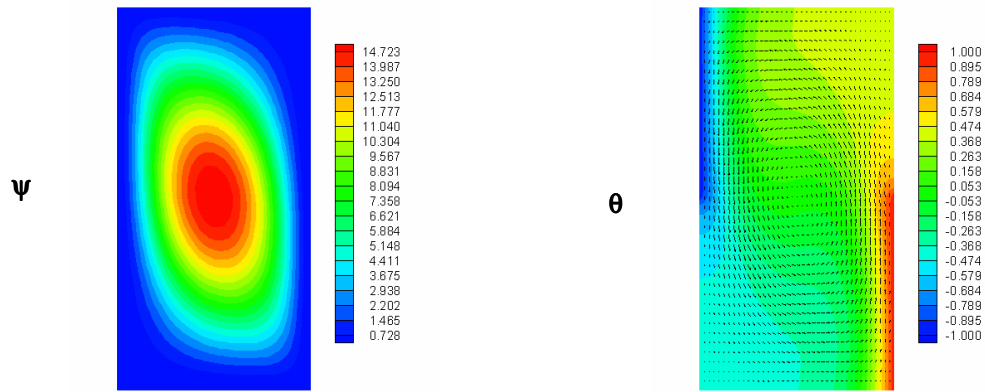
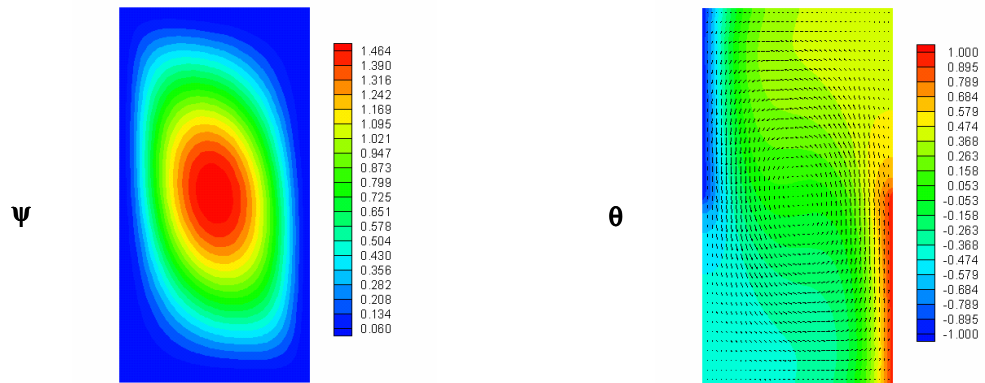


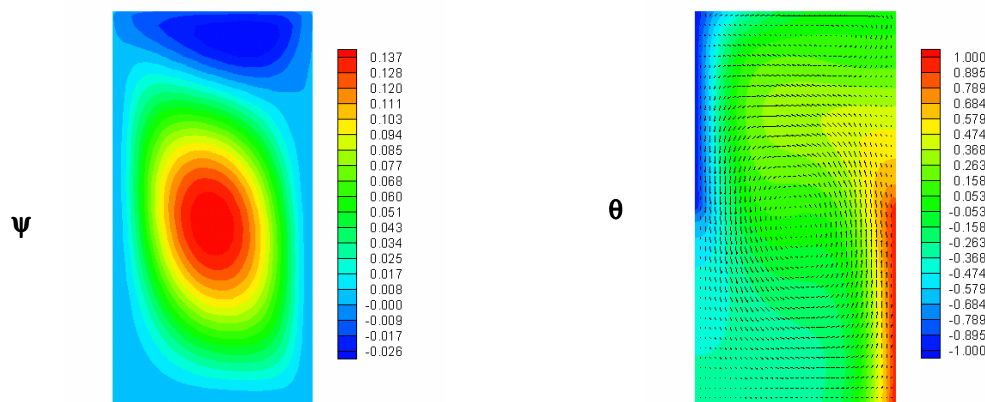
Figura 24 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
 Convecção mista - $A = 2$; $Gr = 34.110$; $Pr = 0,733$



$Re = 1$

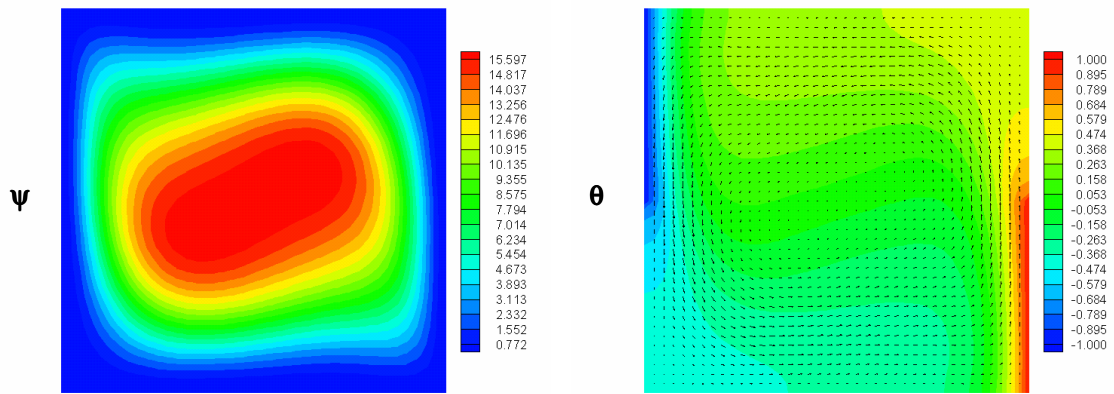


$Re = 10$

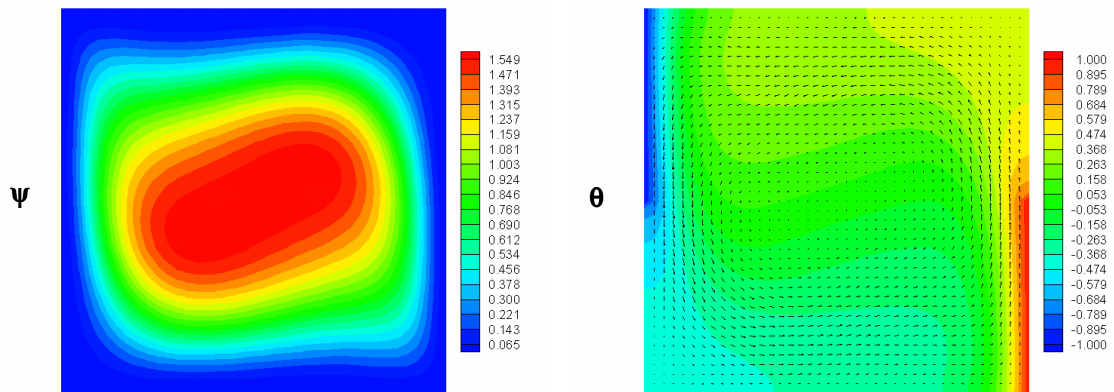


$Re = 100$

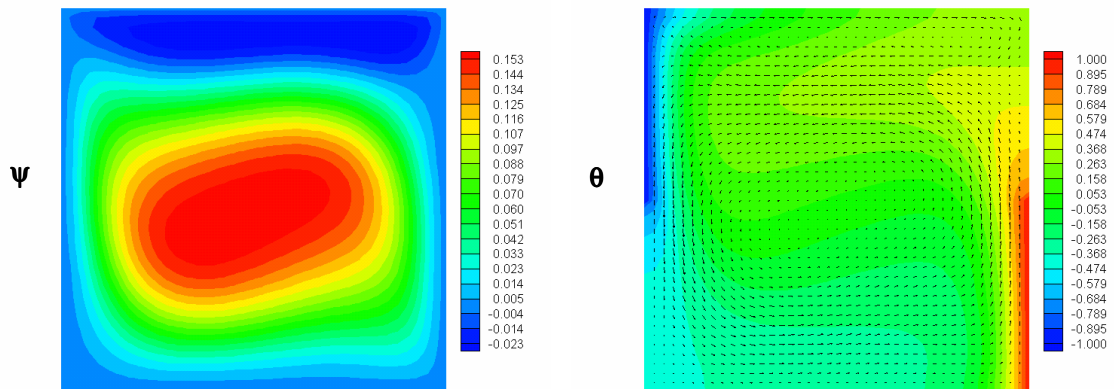
Figura 25 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
Convecção mista - $A = 0,5$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$



Re = 1

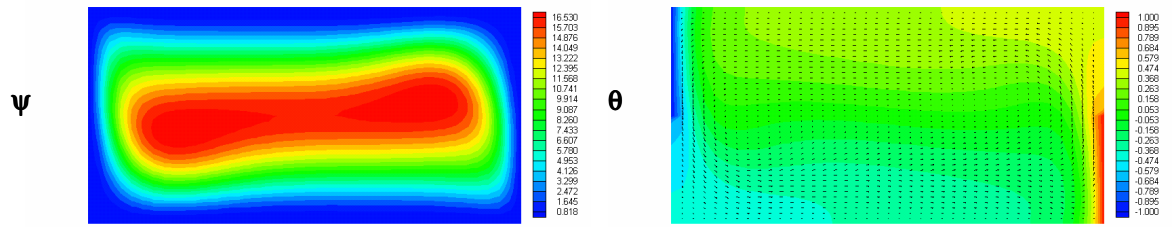


Re = 10

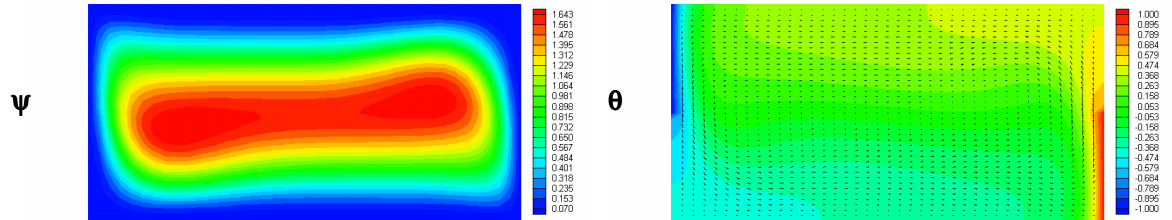


Re = 100

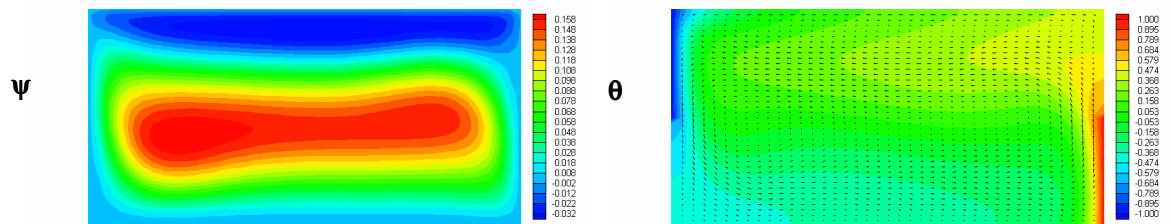
Figura 26 – Distribuições: função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
 Convecção mista - $A = 1$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10

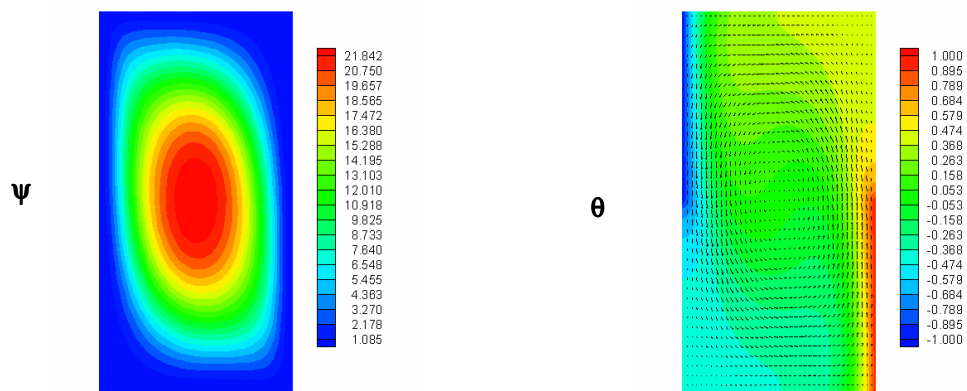


Re = 100

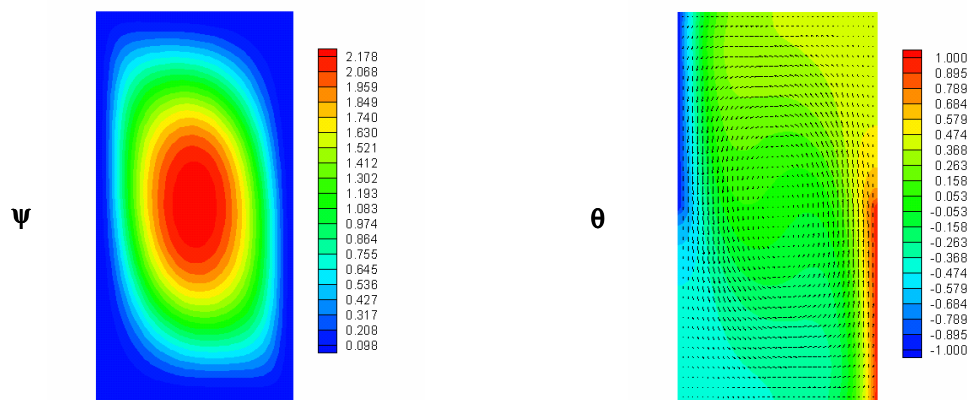
ψ

Figura 27 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1

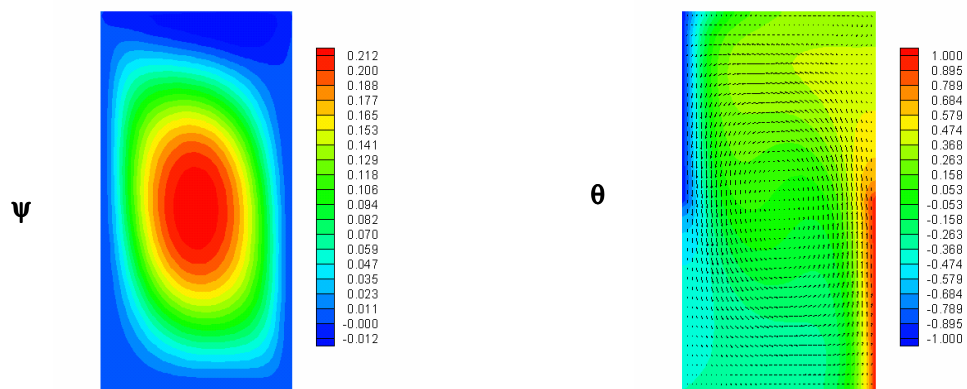
Convecção mista - $A=2$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$



$Re = 1$

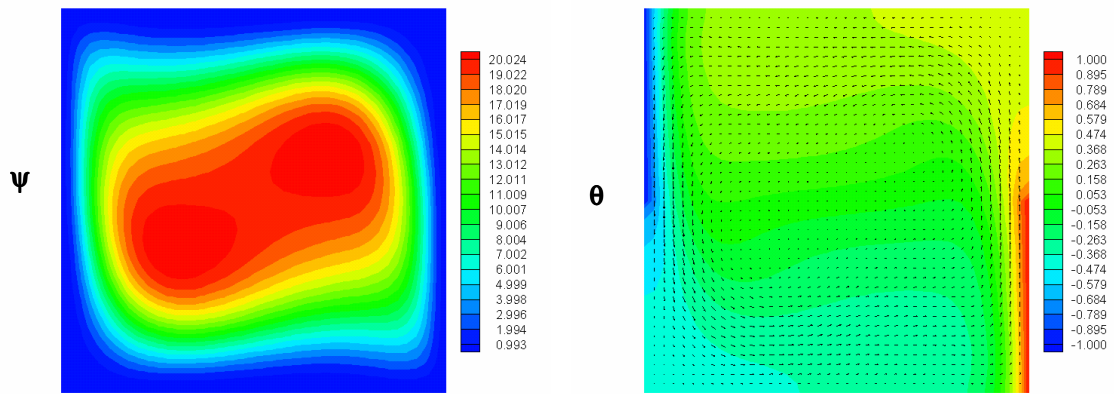


$Re = 10$

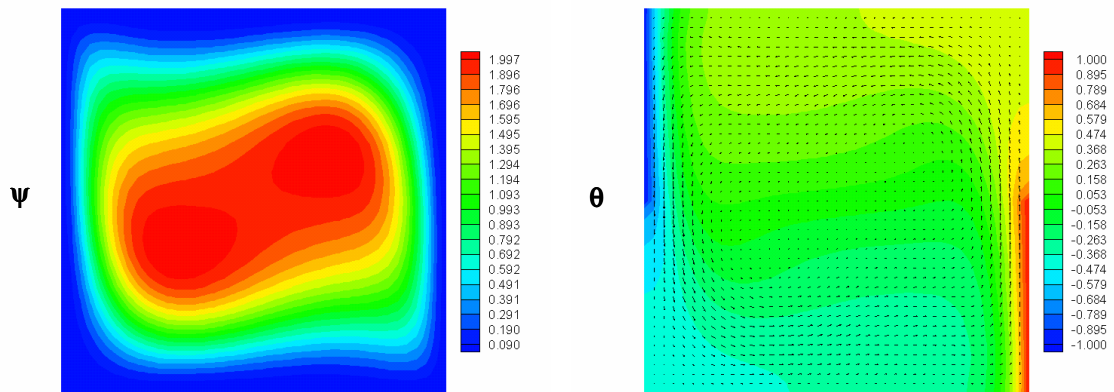


$Re = 100$

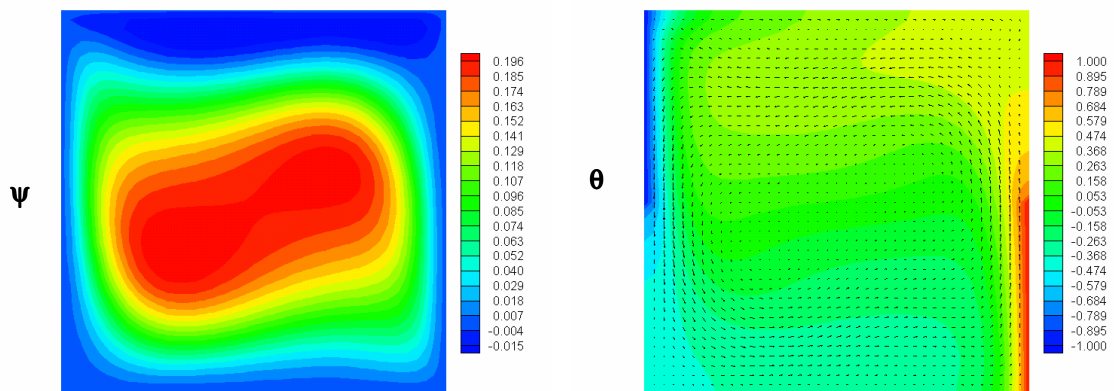
Figura 28 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
Convecção mista - $A = 0,5$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$



$Re = 1$



$Re = 10$



$Re = 100$

Figura 29 – Distribuições: função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
Convecção mista - $A = 1$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$

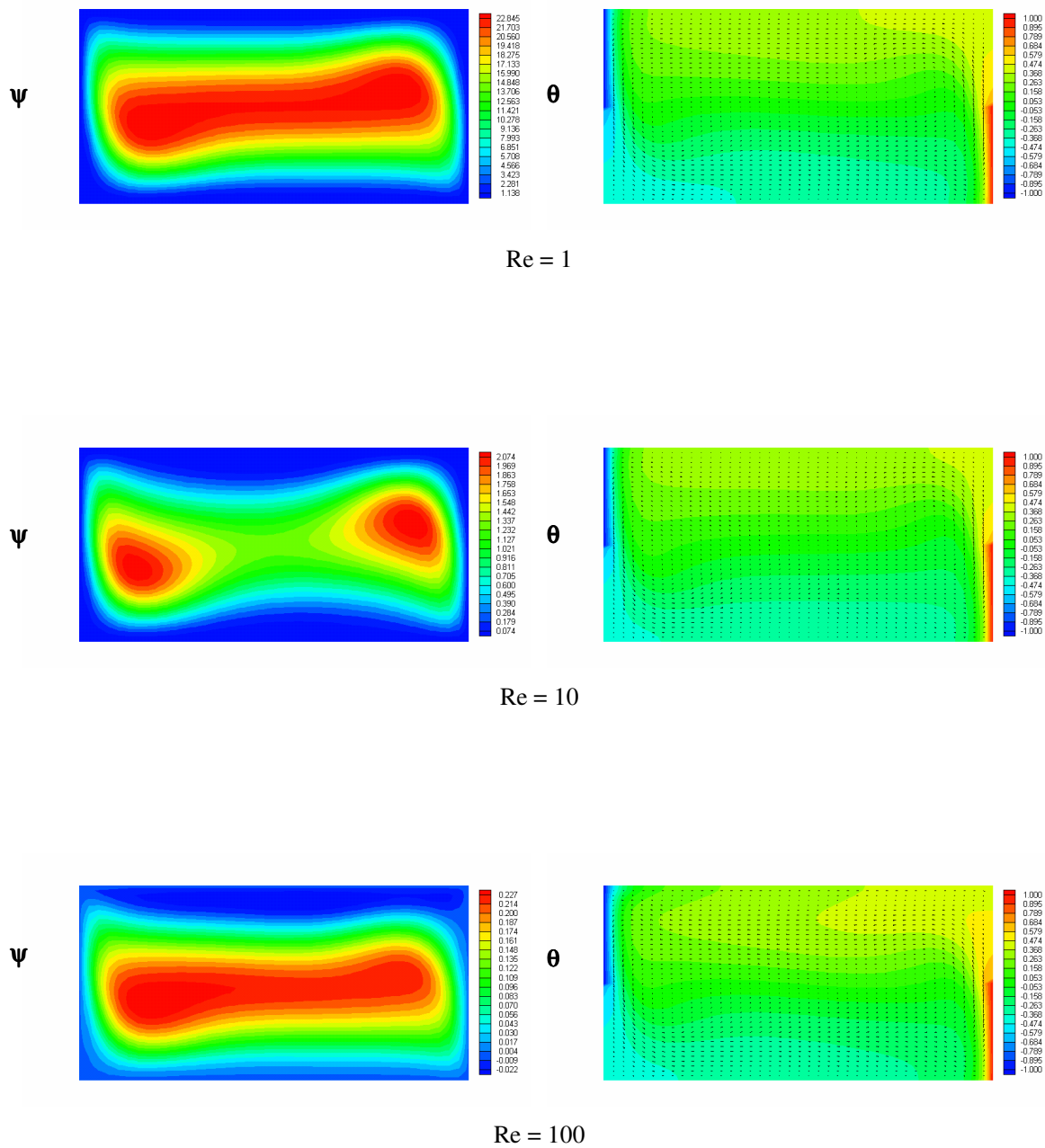


Figura 30 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 1
 Convecção mista - $A = 2$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$

As figuras 31 a 33 apresentam os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente Nu versus o número de Reynolds Re para convecção mista do caso 1 analisado.

Observa-se que em praticamente todos os casos o número de Nusselt médio Nu apresentou ligeira diminuição em função do aumento do número de Reynolds Re . Assim para valores mais altos de Reynolds ($Re = 100$) há uma redução na transferência de calor da parede quente para o fluido. Isto porque a parede superior deslocando-se para a direita, arrasta o fluido frio, dificultando o aquecimento do fluido. Sendo que o aumento da razão de aspecto diminui a transferência de calor para o fluido contido na cavidade.

Entretanto, conforme conforme observa-se nas figuras 31 a 33, é mais significativa a influência da variação dos valores de Grashof, quanto a transferência de calor para o fluido e na formação das isotermas. A medida que aumenta-se o valor do número de Grashof, aumenta a transferência de calor para o fluido.

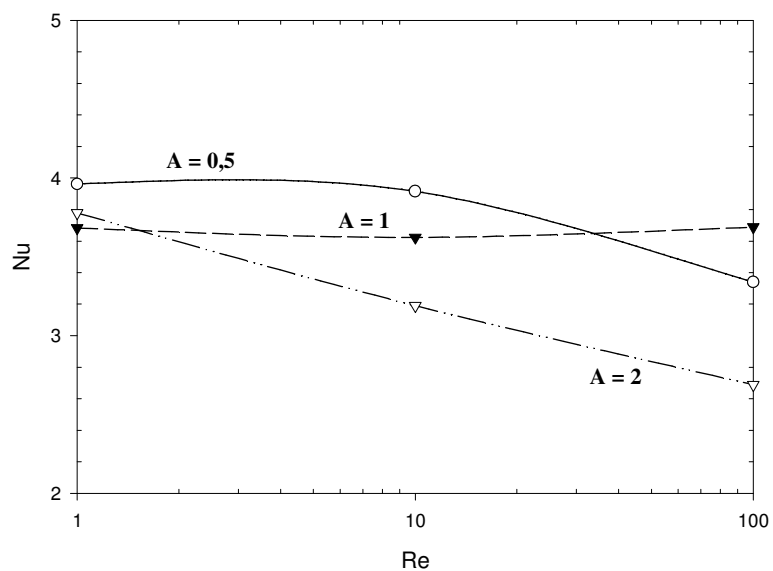


Figura 31 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 1 Convecção mista ($Gr = 34.110$)

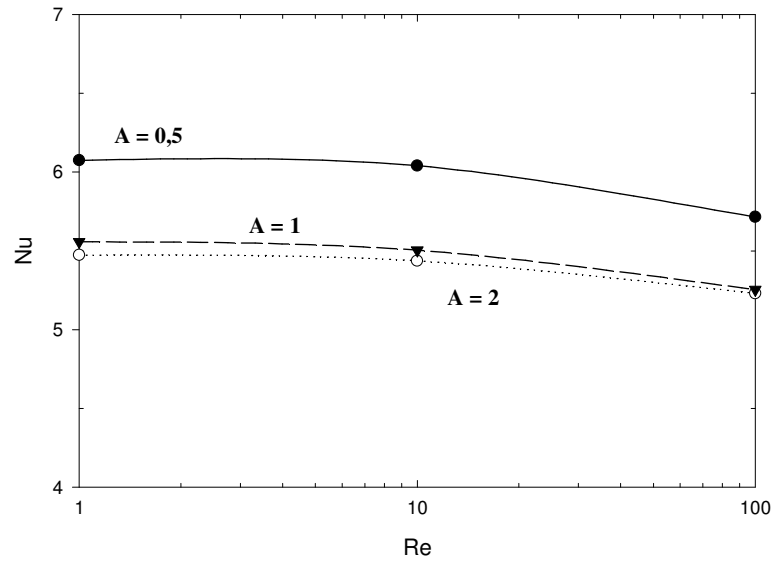


Figura 32 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 1 Convecção mista (Gr = 136.430)

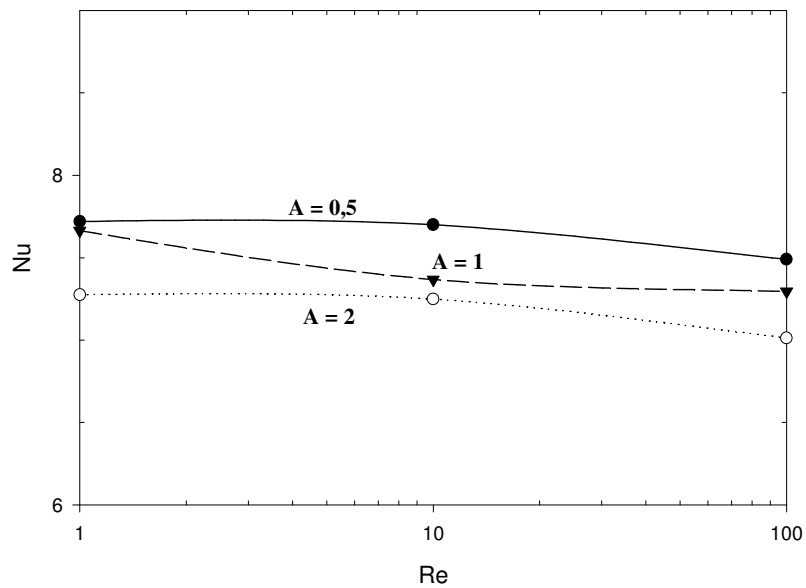


Figura 33 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 1 Convecção mista (Gr = 341.070)

5.3 – CASO 2

Este item apresenta os resultados teóricos de transferência de calor por convecção forçada, natural e mista para uma cavidade fechada, possuindo a metade superior de uma das paredes verticais fria S_1 , enquanto que a metade superior da outra parede vertical S_3 estará quente. As demais secções das paredes verticais, assim como as paredes horizontais, estarão isoladas termicamente.

As figuras 34 e 35 apresentam a geometria e as condições de contorno dimensionais e adimensionais para a cavidade fechada.

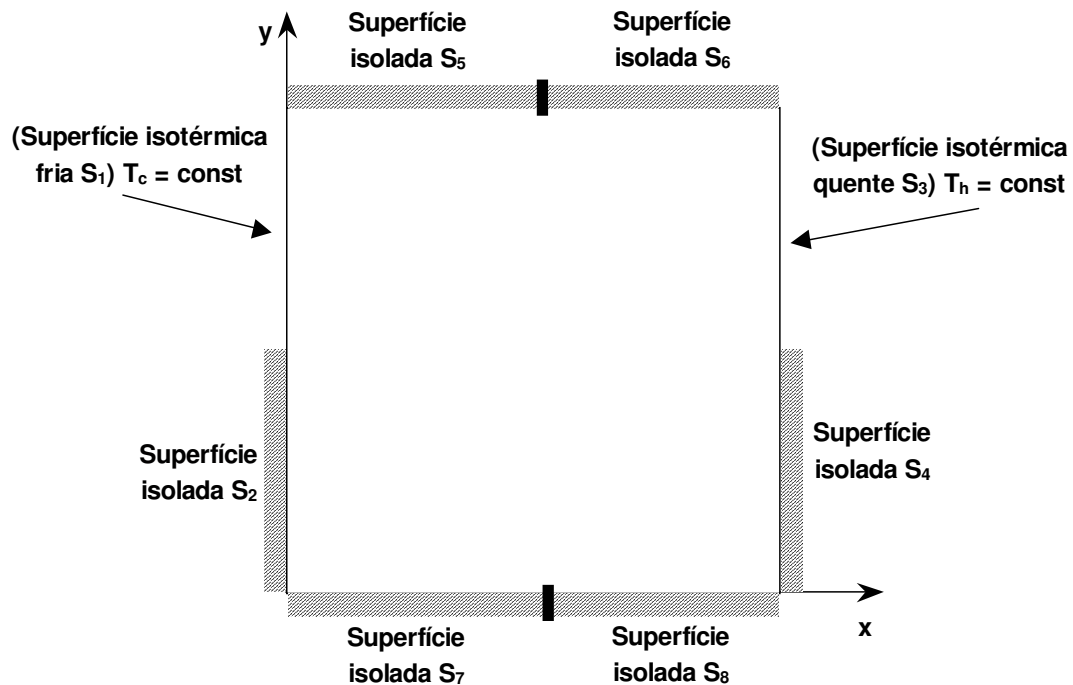


Figura 34 – Condições de contorno dimensionais para o Caso 2

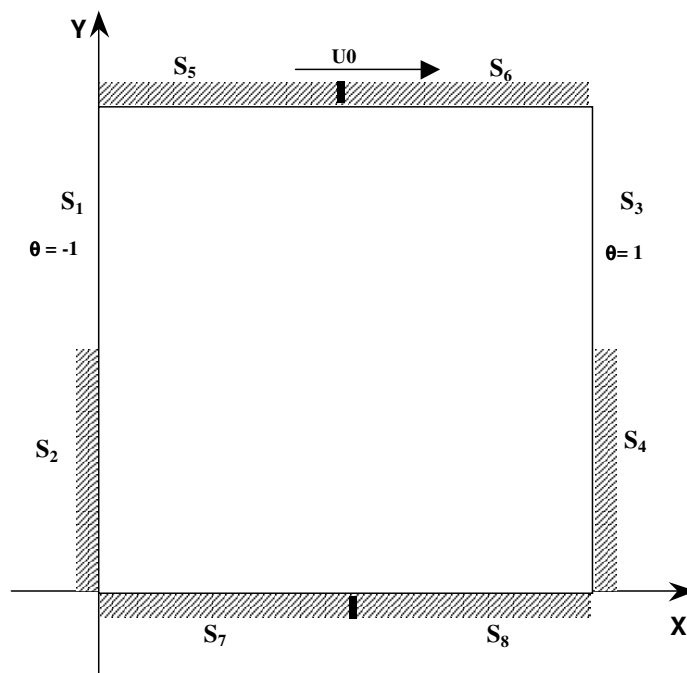


Figura 35 - Condições de contorno adimensionais para o Caso 2

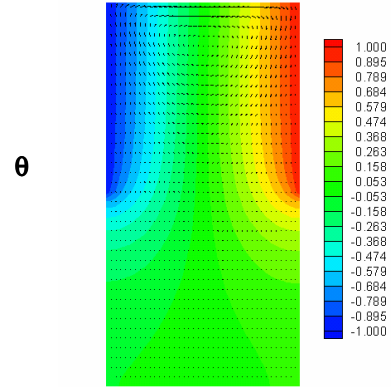
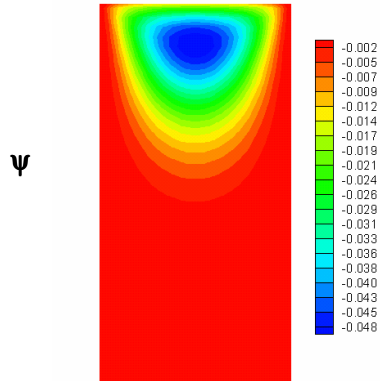
5.3.1 – Caso 2 – Convecção forçada

As figuras 36 a 38 apresentam a distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o caso 2.

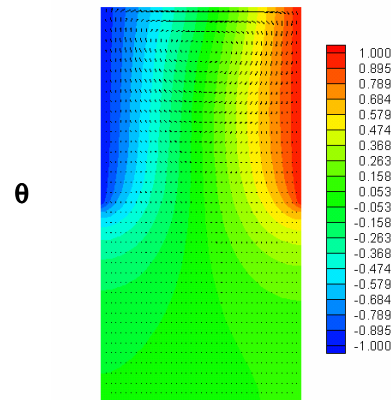
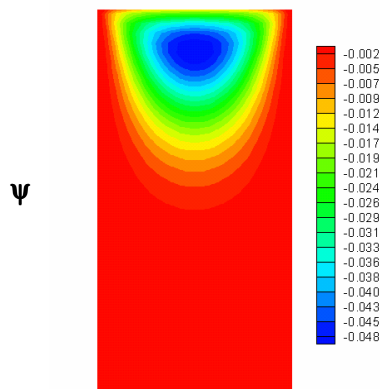
Na análise das distribuições da função corrente das figuras 36 a 38, verifica-se que ocorre a formação de uma única célula de circulação do fluido no sentido horário por influência do deslocamento da parede superior.

A influência da velocidade da parede superior somente é significativa, para valores do número de Reynolds $Re = 100$, tanto para a função corrente, como para a temperatura adimensional. No caso da distribuição da função corrente, para $Re = 100$, esta influência da velocidade da parede superior, cria uma tendência de deformar a célula em direção à parede vertical direita.

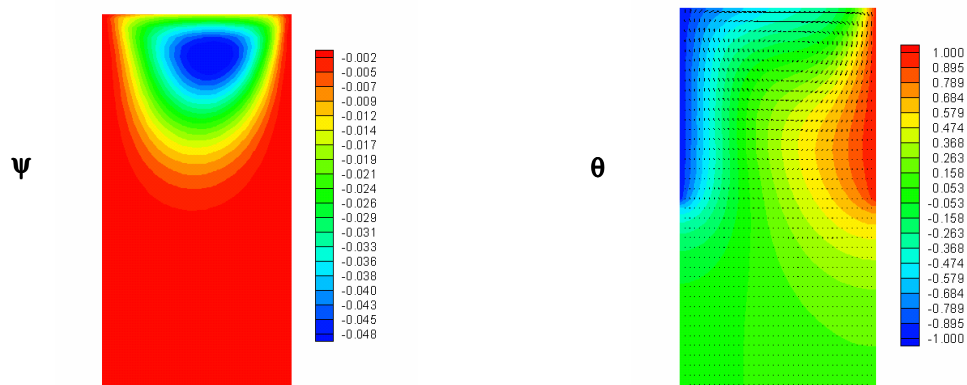
Para a temperatura adimensional, verifica-se uma deformação das linhas isotérmicas, próximo as paredes isotérmicas superior e inferior, onde existem altos gradientes de temperaturas.



Re = 1

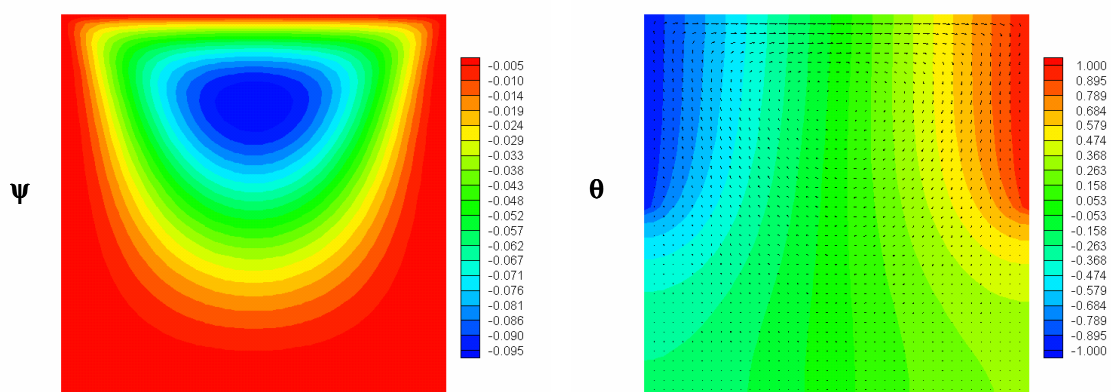


Re = 10

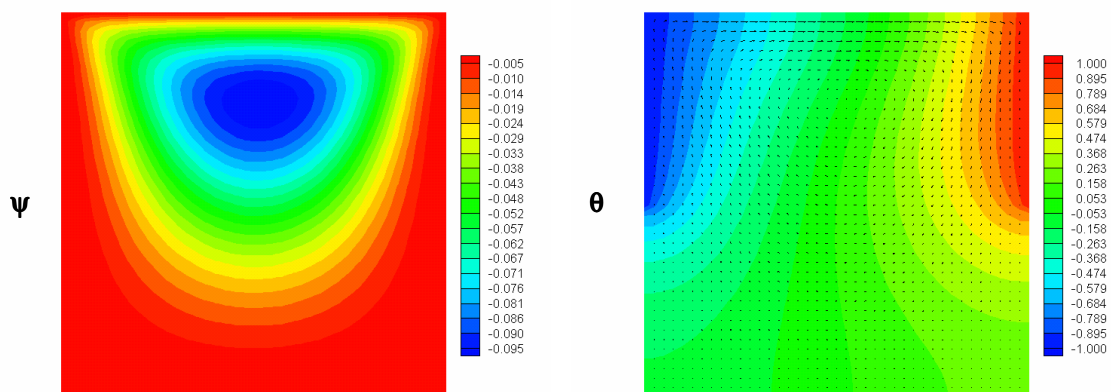


$Re = 100$

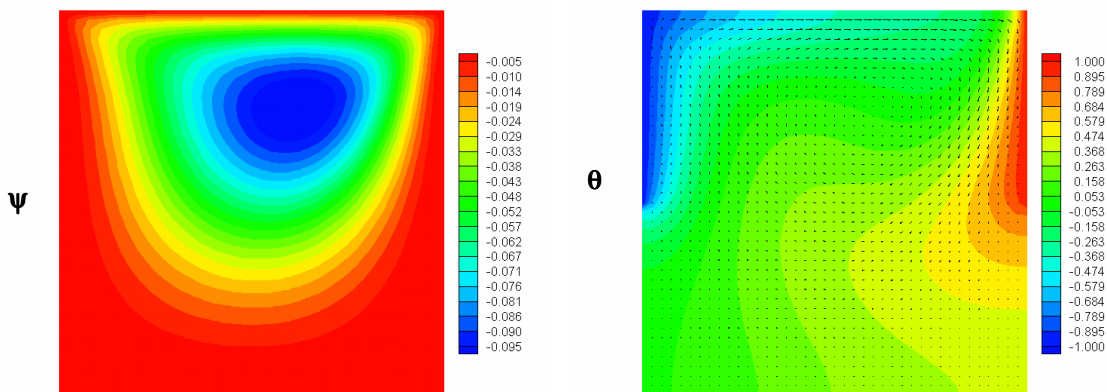
Figura 36 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
Convecção forçada - $A = 0,5$; $Pr = 0,733$



$Re = 1$

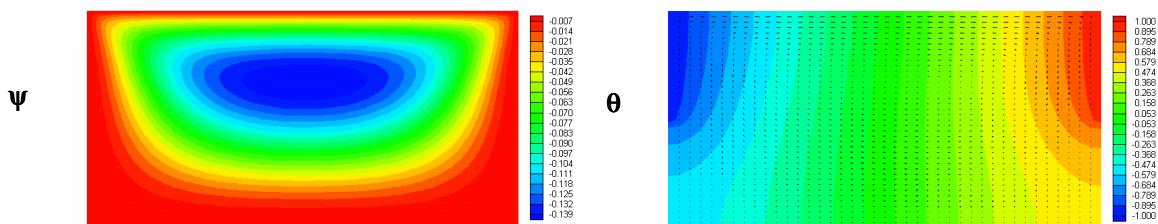


$Re = 10$

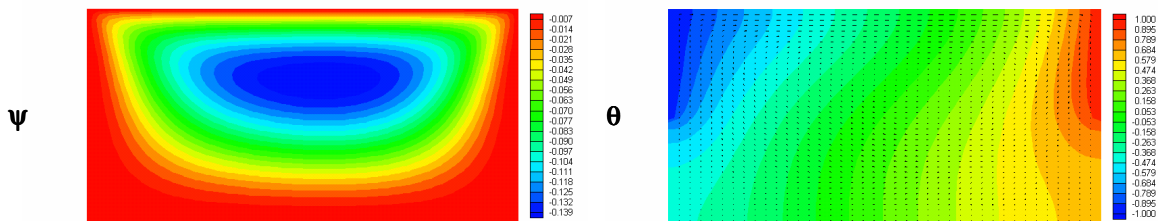


Re = 100

Figura 37 – Distribuição da função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
 Convecção forçada - A= 1 ; Pr = 0,733



Re = 1



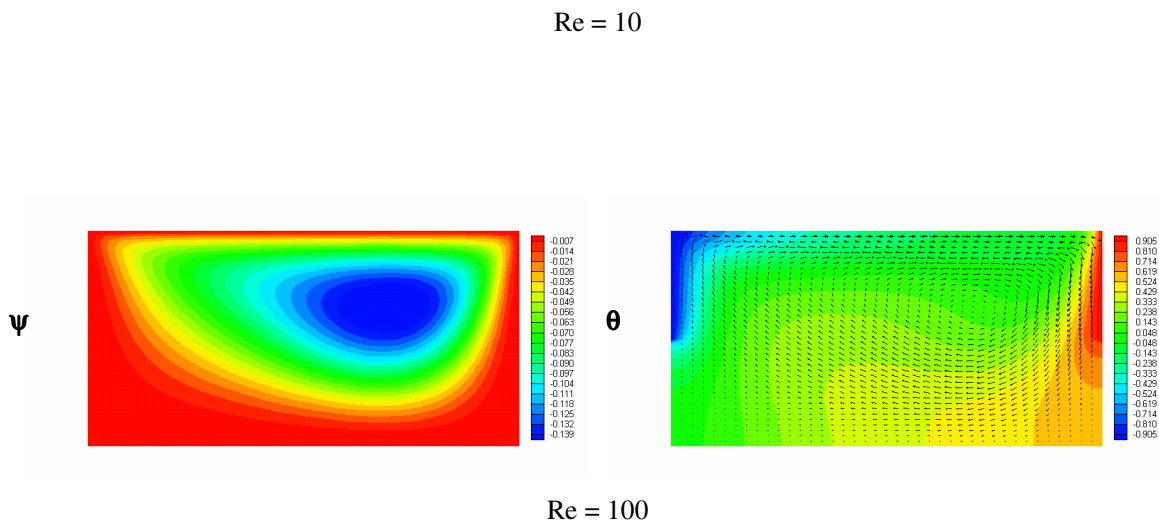


Figura 38 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2 Convecção forçada - A= 2 ; Pr = 0,733

A figura 39 apresenta os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu) versus o número de Reynolds (Re) para convecção forçada do caso 2 analisado.

Nota-se que em função do posicionamento das paredes aquecidas e fria, na parte superior da cavidade, praticamente não há troca de calor ou movimentação do fluido na parte inferior da cavidade. A troca de calor na parte inferior ocorre exclusivamente em função da movimentação da parede superior que arrasta o fluido, gerando a circulação do mesmo no sentido horário.

Podemos observar também que para valores baixos do número de Reynolds ($Re < 10$), o número de Nusselt médio na superfície quente mantém-se praticamente constante em torno de 2,0. À medida que o número de Reynolds aumenta, o número de Nusselt médio na superfície quente também aumenta, seguindo uma curva que se aproxima de uma potência de Re . Para valores de Re maiores que 100, a razão de transferência de calor na superfície quente também aumenta significativamente.

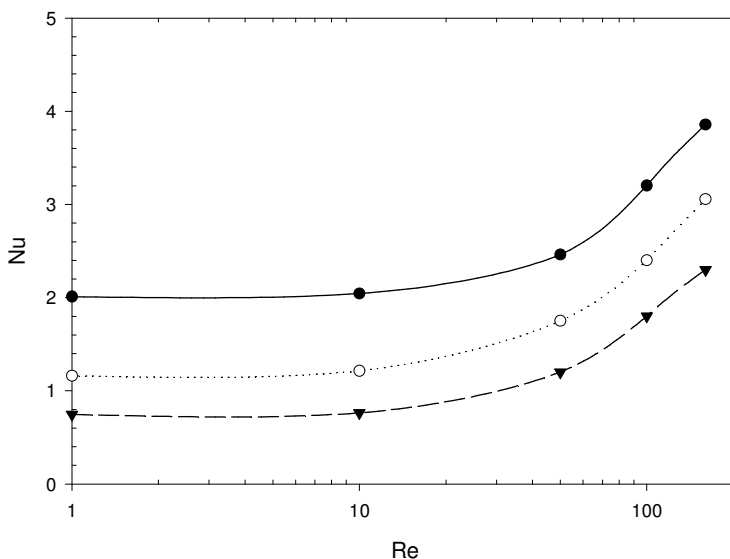


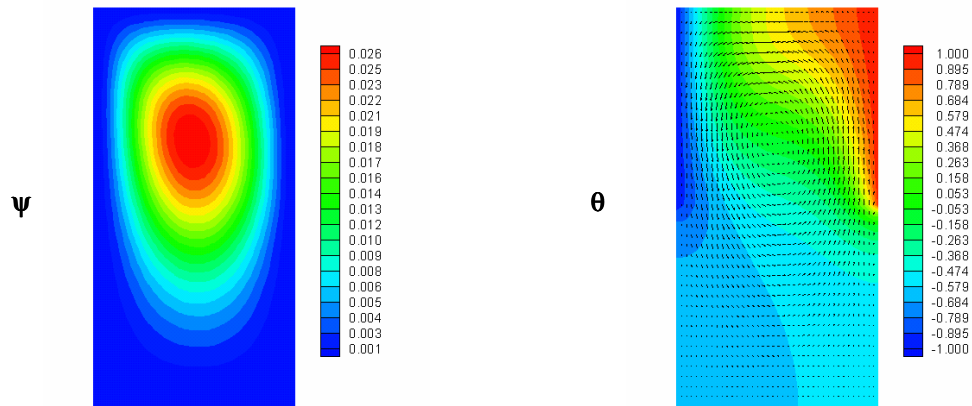
Figura 39 – Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 2 Convecção forçada

5.3.2 – Caso 2 – Convecção natural

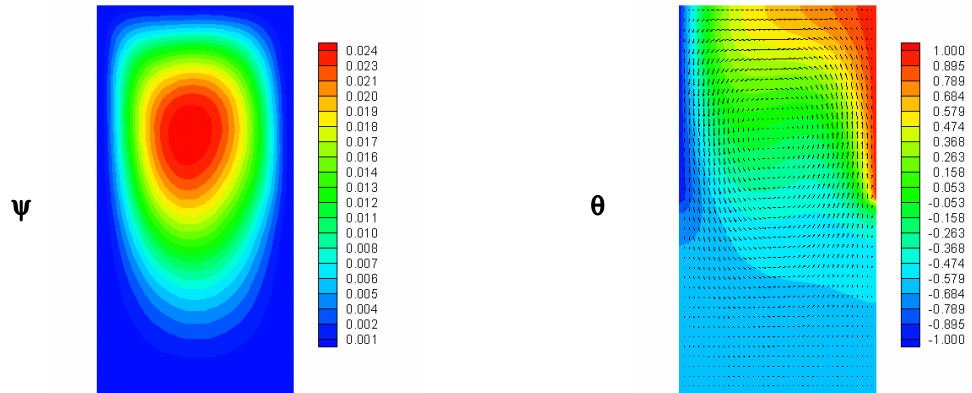
As figuras 40 a 42 apresentam a distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o caso 2. Na análise das distribuições da função corrente, nas figuras 40 a 42, verifica-se a formação de uma única célula convectiva do fluido dentro da cavidade, sendo que a movimentação do fluido se realiza no sentido anti-horário. Praticamente não há variação na forma da célula, em função da variação do número de Grashof. Verifica-se ainda que o fluido próximo às paredes possui baixa velocidade, principalmente nas paredes superior e inferior.

Pela análise da distribuição da temperatura adimensional nas figuras 40 a 42, observa-se que as isotermas apresentam o mesmo padrão de comportamento. Somente para alto valor de Grashof ($Gr = 341.070$), as isotermas apresentam uma distribuição ligeiramente diferente dos outros, apresentando um maior gradiente de temperatura próximo das paredes fria e quente.

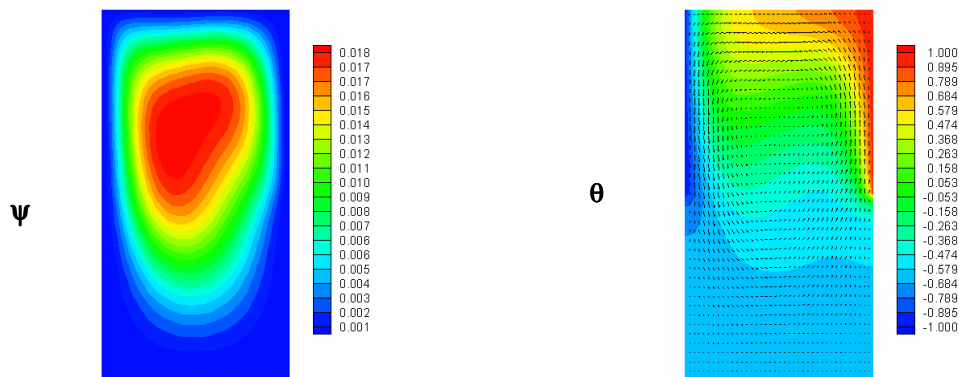
No caso da convecção natural pode-se verificar a maior influência do posicionamento das paredes isotermicas. Praticamente não há troca de calor com o fluido na parte inferior da cavidade. Nota-se também que a circulação ocorre predominantemente na parte superior da cavidade, esse fenomeno é mais acentuado para menores valores da razão de aspecto.



Gr = 34.110

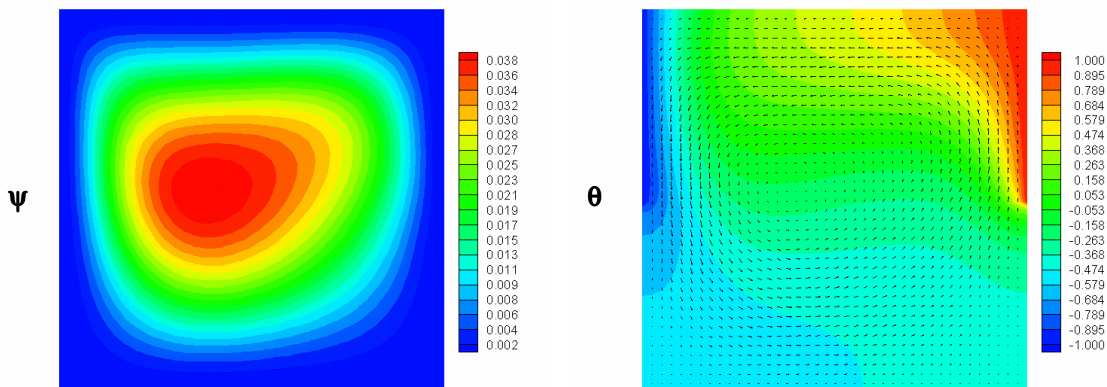


Gr = 136.430

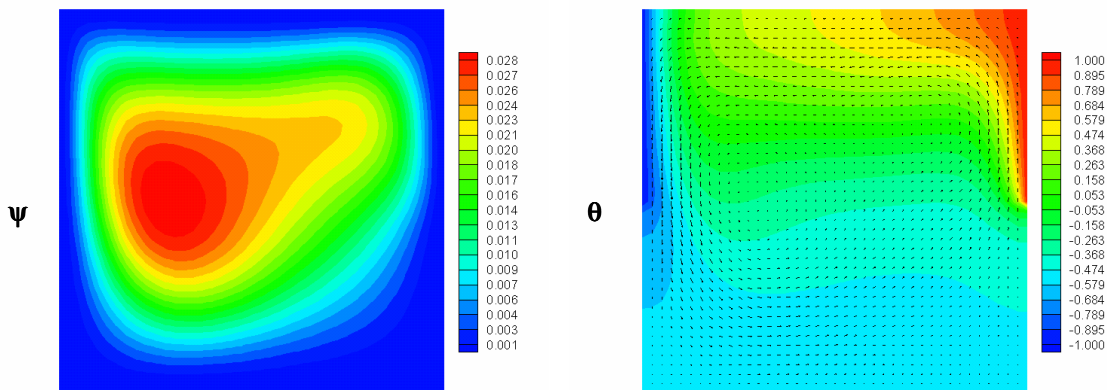


$Gr = 341.070$

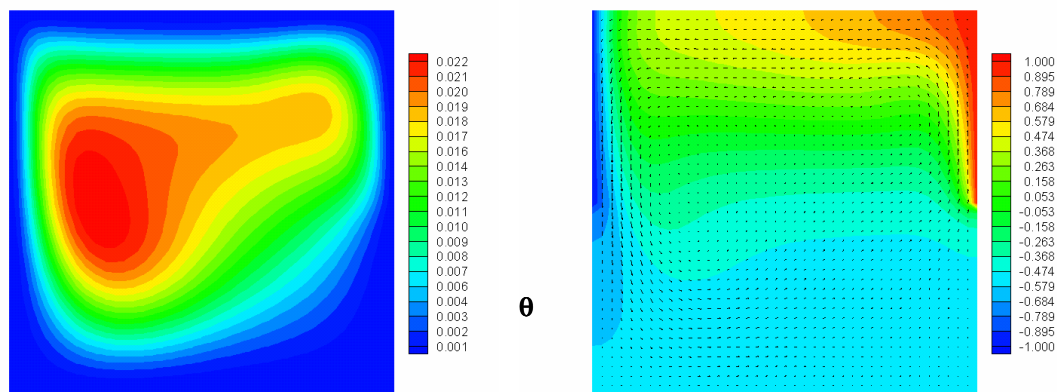
Figura 40 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
Convecção natural - $A = 0,5$; $Pr = 0,733$



$Gr = 34.110$

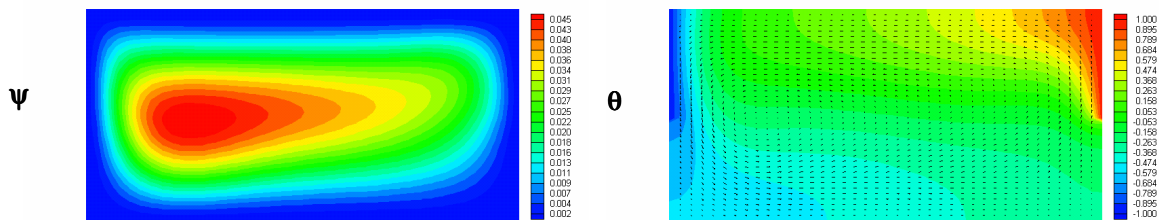


$Gr = 136.430$

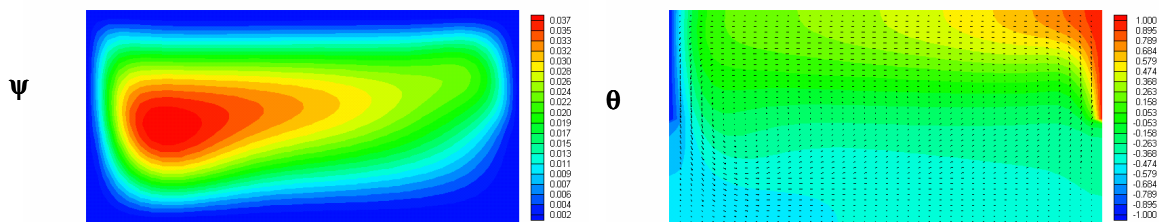


Gr = 341.070

Figura 41 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
Convecção natural - A = 1 ; Pr = 0,733



Gr = 34.110



Gr = 136.430

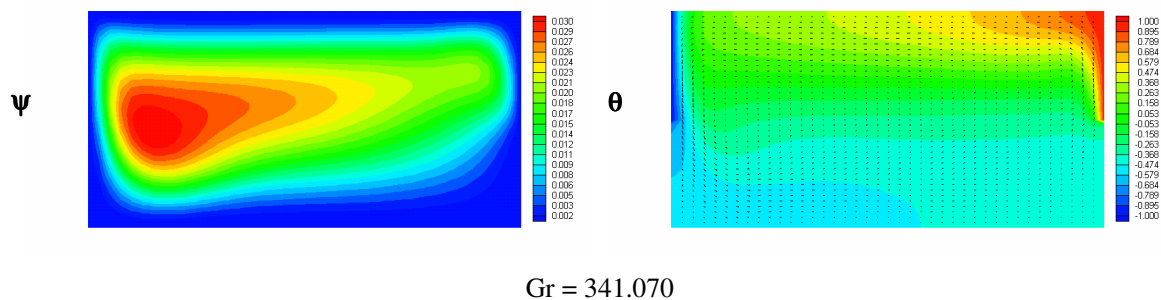


Figura 42 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
Convecção natural - $A= 2$; $Pr = 0,733$

A figura 43 apresenta os resultados do número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus o número de Grashof (Gr) para convecção natural do caso 2 analisado.

Observa-se que o número de Nusselt médio na parede quente aumenta em função da elevação do número de Grashof. Os maiores valores do número de Nusselt médio Nu ocorre para a razão de aspecto $A = 0,5$. Desta forma, o aumento da razão de aspecto diminui a transferência de calor para o fluido.

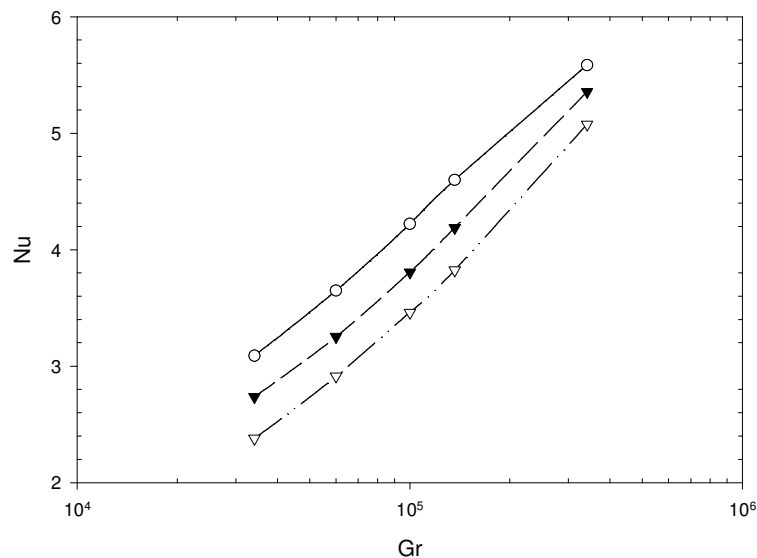


Figura 43 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Grashof (Gr) – Caso 2 Convecção natural

5.3.3 – Caso 2 – Convecção mista

As figuras 44 a 52 apresentam a distribuição da função corrente e temperatura adimensional para o caso 2 com $A = 0,5$ convecção mista.

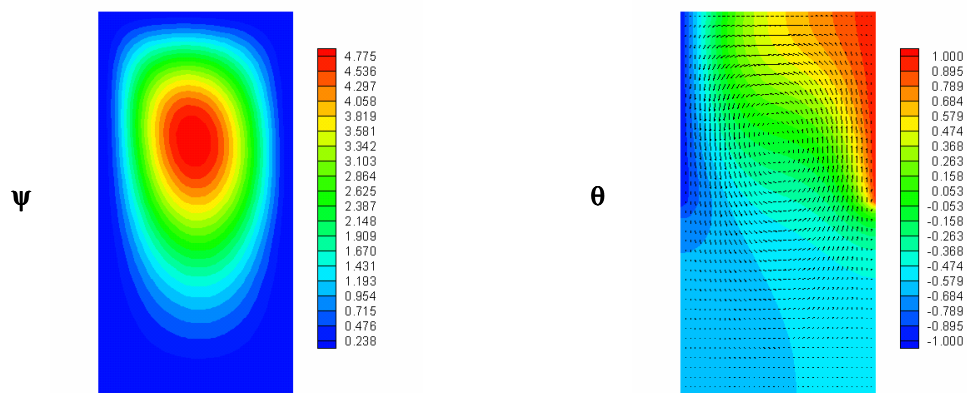
Na análise das distribuições da função corrente nas figuras 44 a 52, verifica-se a circulação do fluido dentro da cavidade, criando-se em algumas situações, uma única célula rotativa no sentido horário, em outras situações, duas células contra-rotativas. No caso de duas células, uma célula é rotativa no sentido anti-horário, devido à convecção natural, e a outra rotativa no sentido horário, próxima da parede superior, devido a convecção forçada.

Observa-se a influência do posicionamento das paredes isotermicas, de modo que praticamente não há circulação do fluido na parte inferior da cavidade. A maior circulação é observada para altos valores da razão de aspecto da cavidade.

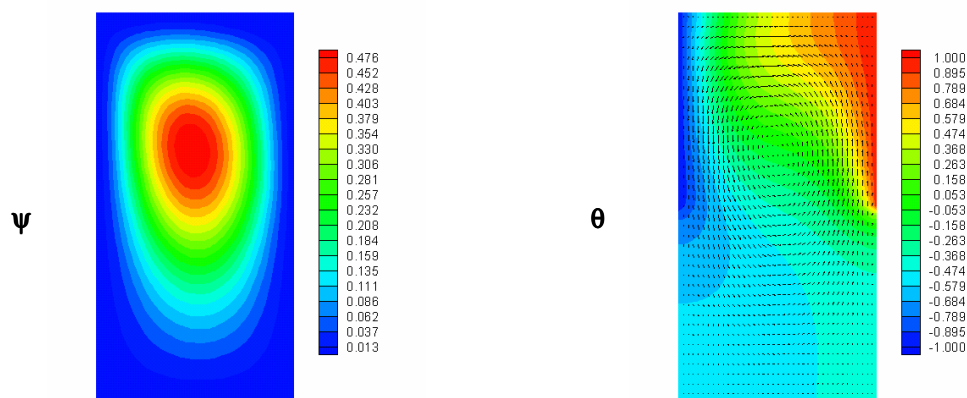
Para baixos valores de Reynolds ($Re = 1$ e 10) existe a predominância da transferência de calor por convecção natural. Porém para o valor de Reynolds $Re = 100$ nota-se a influência da convecção forçada, com a formação de uma segunda célula próximo à parede superior em função da movimentação da mesma. Esse fenômeno pode ser observado para todos os valores de Grashof estudados.

Na análise da distribuição da temperatura adimensional nas figuras 44 a 52, verifica-se que somente para alto valor de Reynolds ($Re = 100$), as isotermas apresentam uma distribuição com padrão diferente daquele para número de Reynolds mais baixos. Assim para valores mais altos de Reynolds ($Re = 100$) há uma redução na transferência de calor da parede quente para o fluido. Isto porque a parede superior deslocando-se para a direita, arrasta o fluido frio, dificultando o aquecimento do fluido.

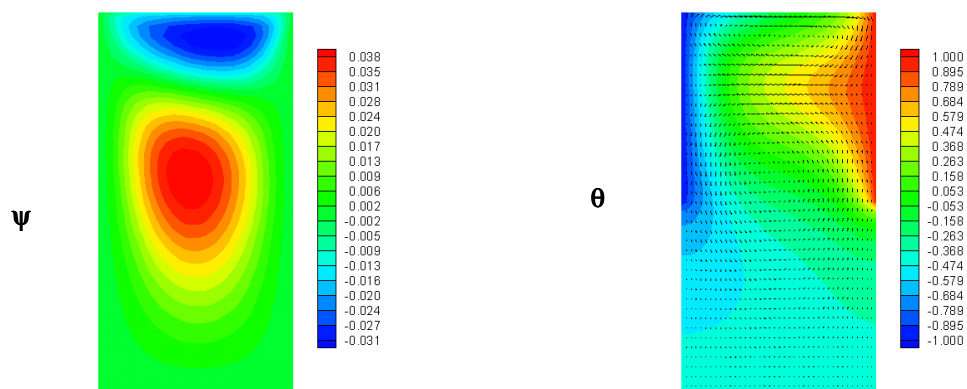
Analisando as figuras de 44 a 52 pode-se notar que independentemente dos valores de Grashof utilizado na simulação, a razão de aspecto influencia na distribuição das isotermas nas cavidades. Sendo que o aumento da razão de aspecto diminui a transferência de calor para o fluido contido na cavidade. Também não é significativa a influência da variação dos valores de Reynolds, quanto a transferência de calor para o fluido e na formação das isotermas.



Re = 1

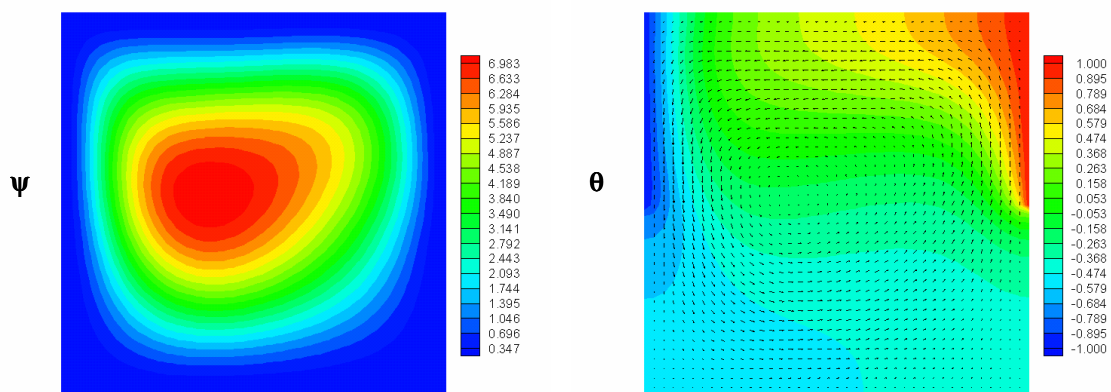


Re = 10

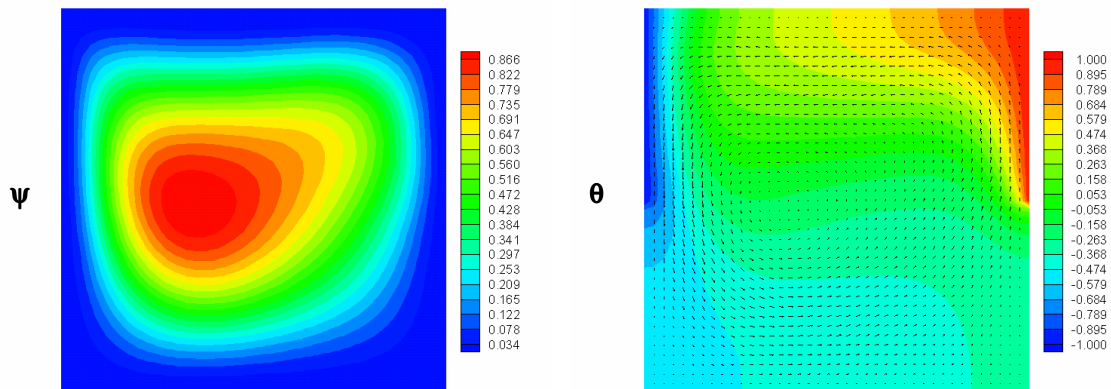


Re = 100

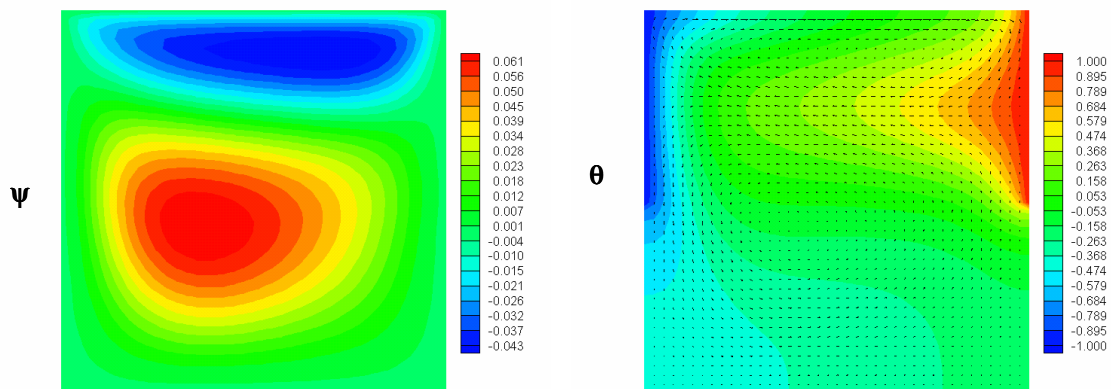
Figura 44 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
 Convecção mista - $A=0,5$; $Gr = 34.110$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

Figura 45 – Distribuições: função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
 Convecção mista - $A=1$; $Gr = 34.110$; $Pr = 0,733$

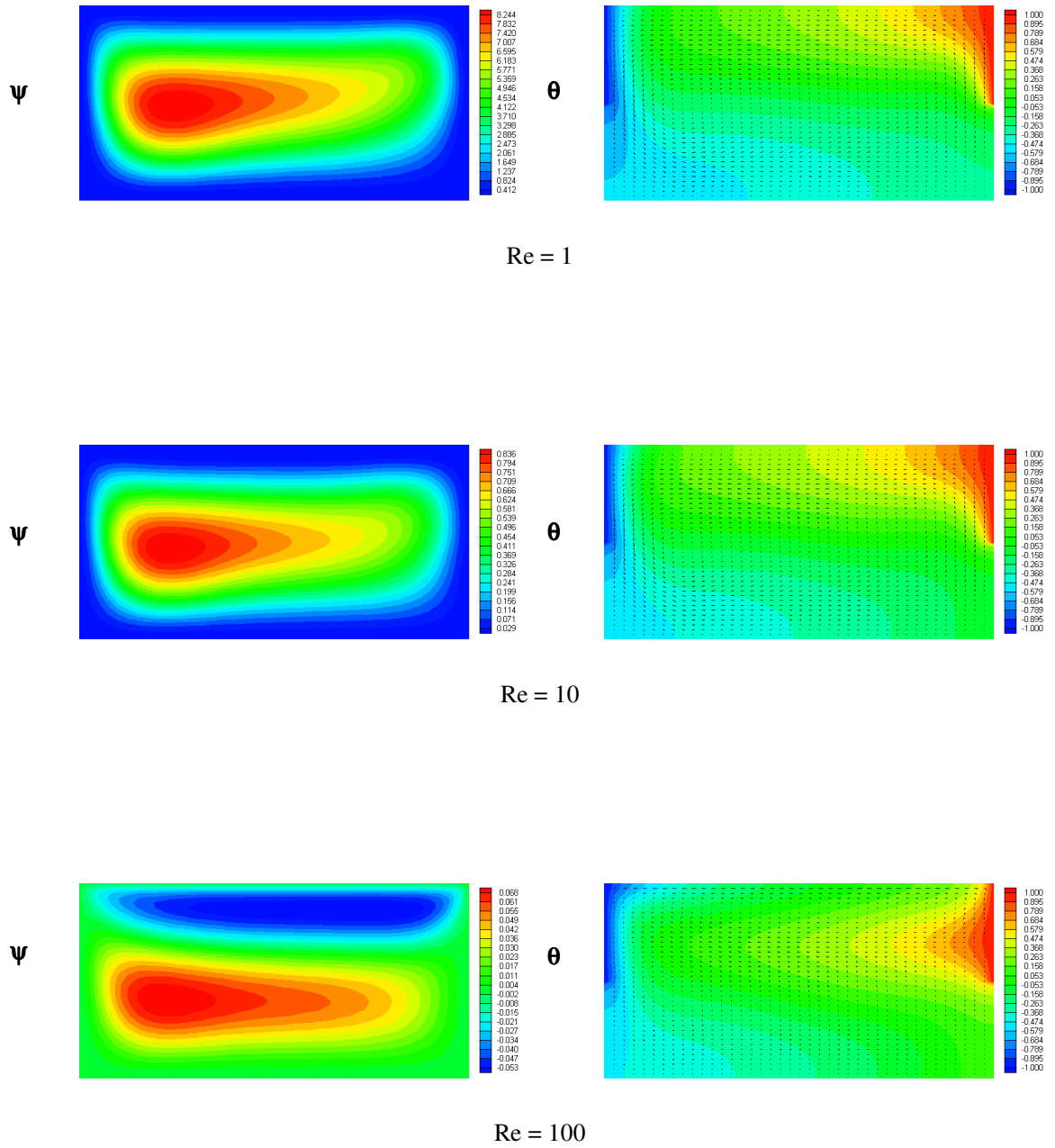
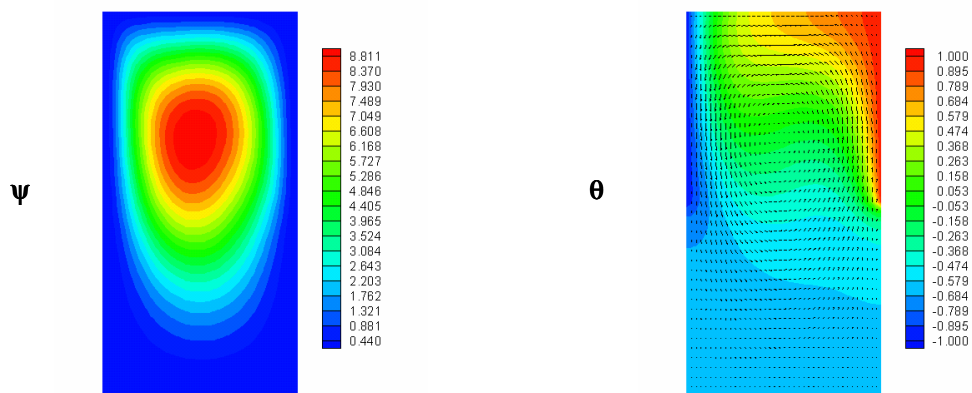
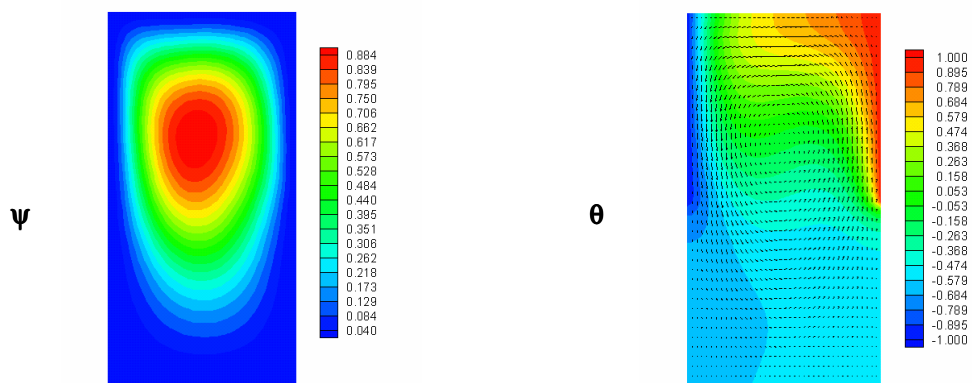


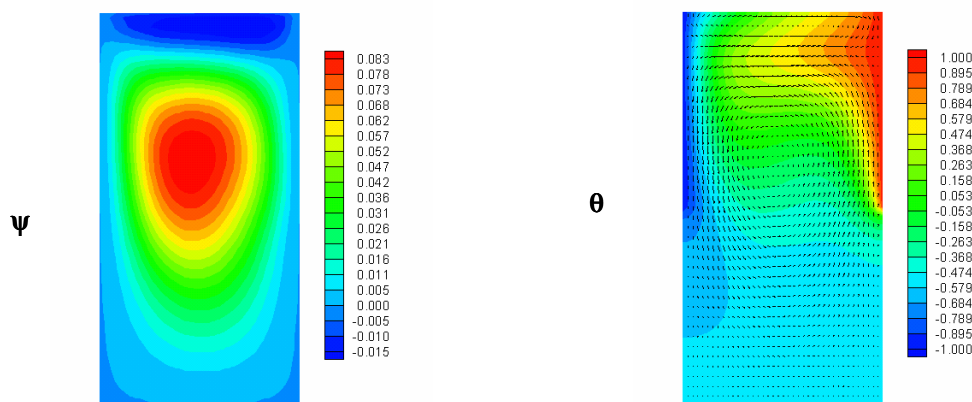
Figura 46 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
Convecção mista - $A = 2$; $Gr = 34.110$; $Pr = 0,733$



Re = 1

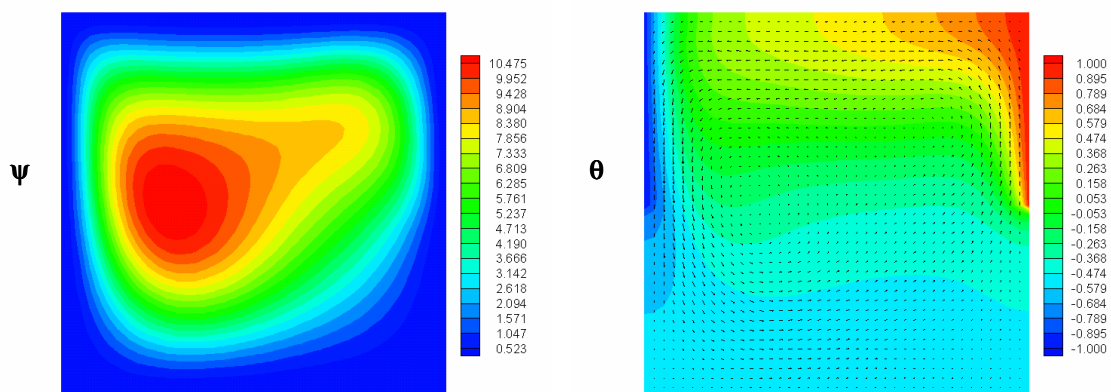


Re = 10

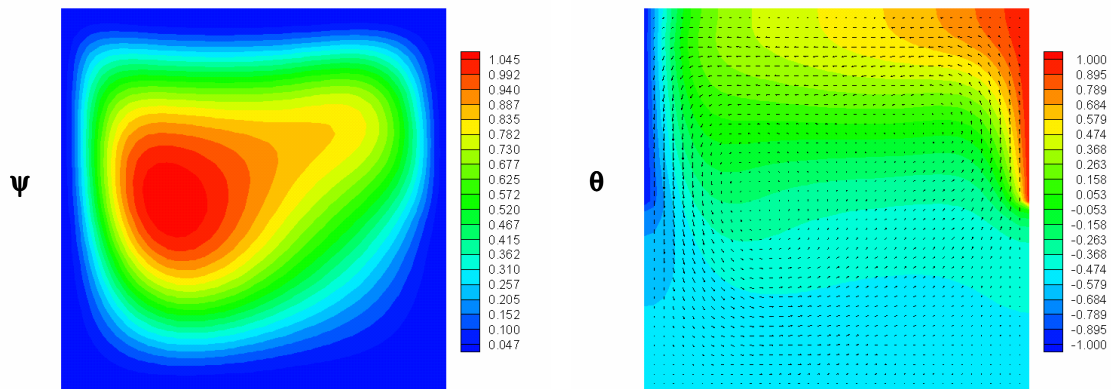


Re = 100

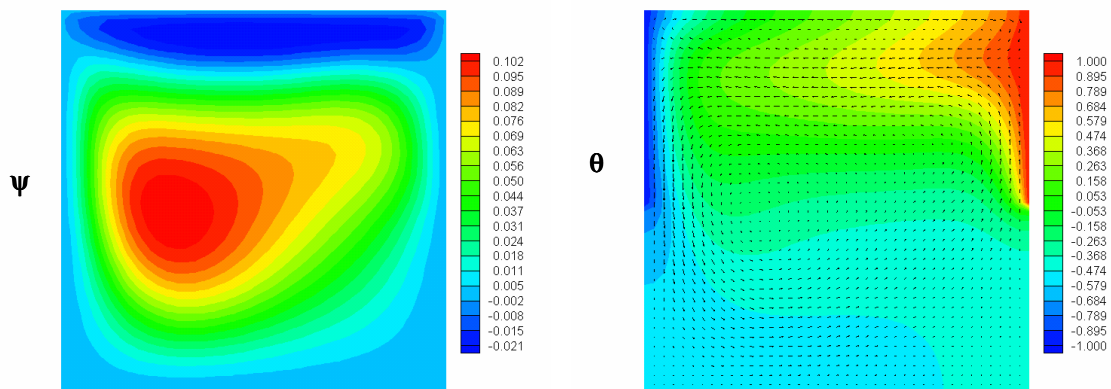
Figura 47 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
 Convecção mista - $A=0,5$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

Figura 48 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
 Convecção mista - A = 1 ; Gr = 136.430 ; Pr = 0,733

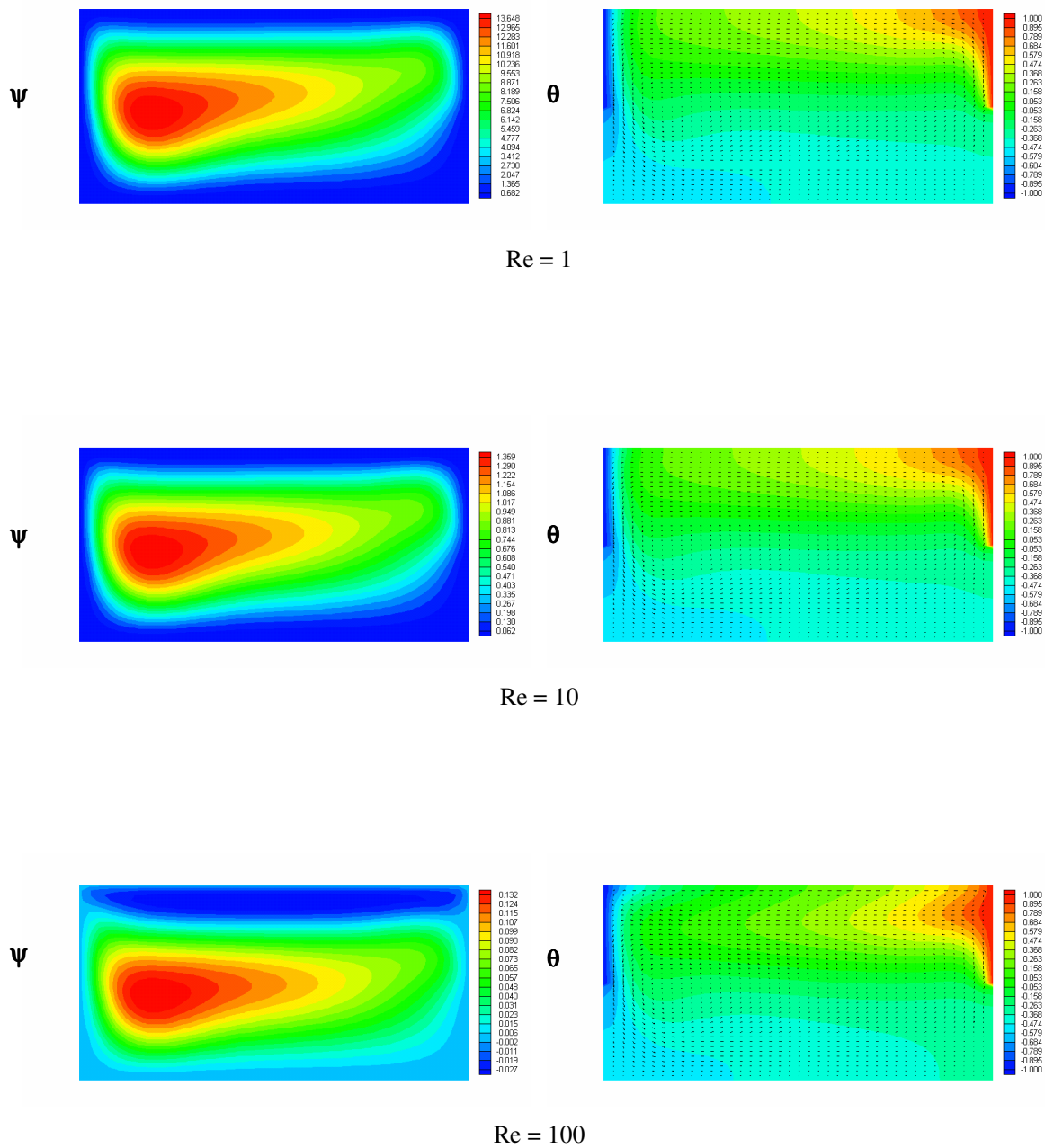
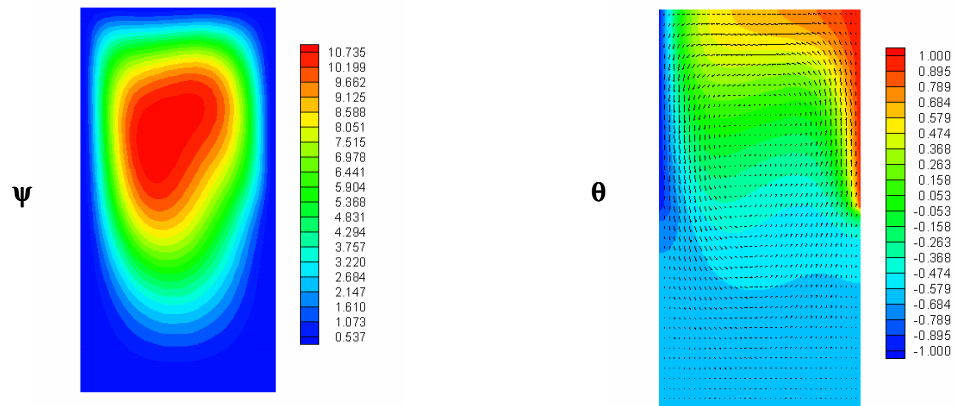
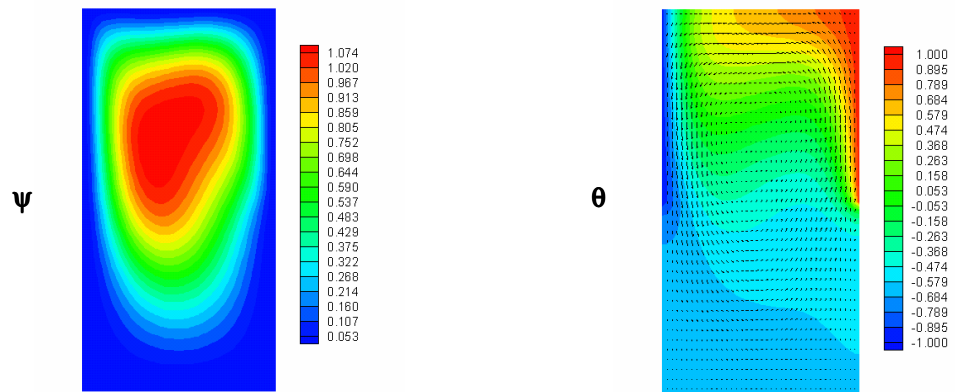


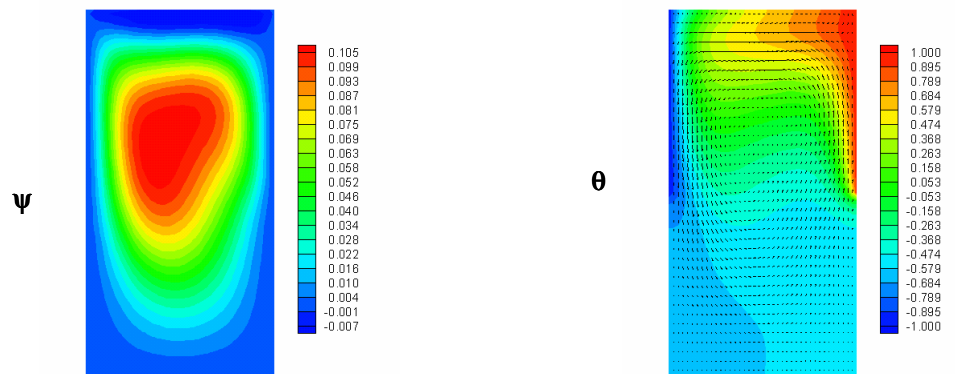
Figura 49 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
Convecção mista - $A = 2$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$



$Re = 1$

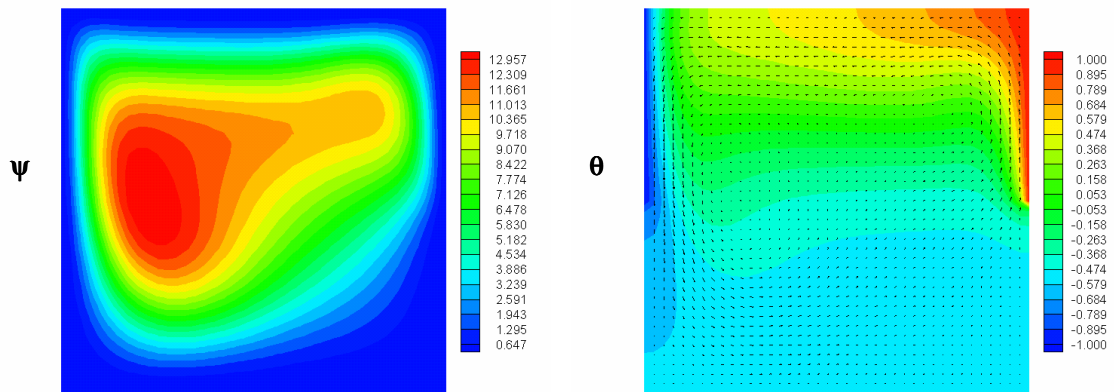


$Re = 10$

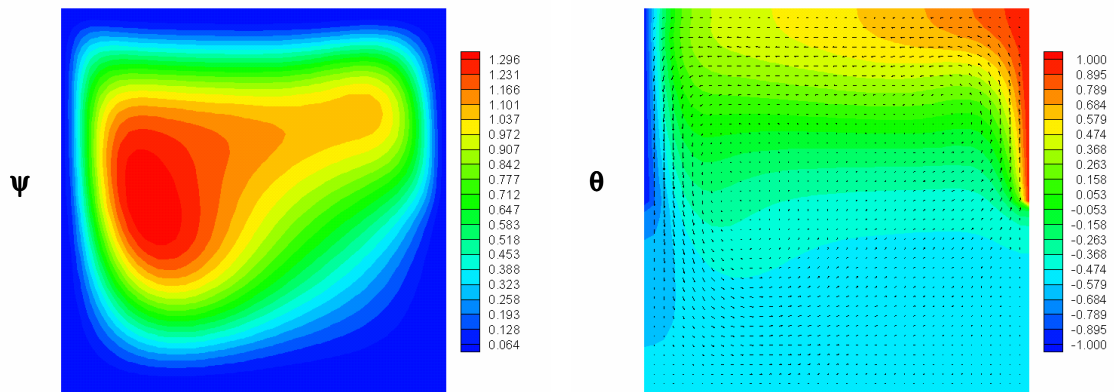


$Re = 100$

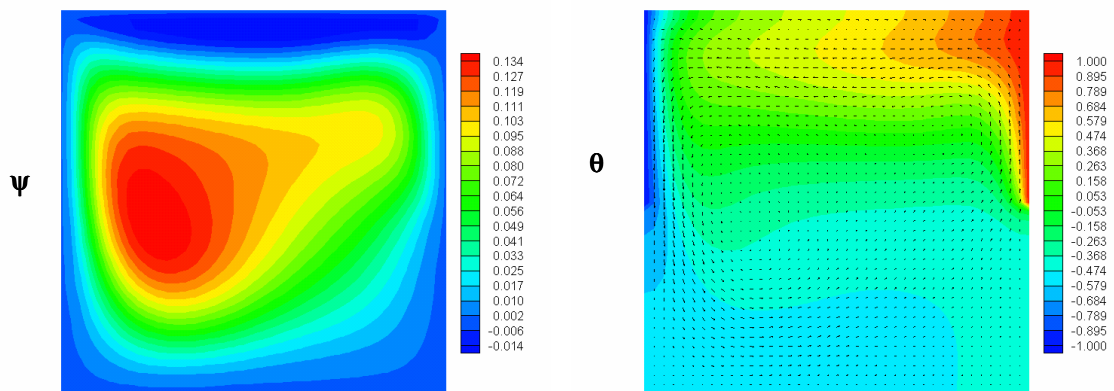
Figura 50 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
Convecção mista - $A = 0,5$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$



$Re = 1$



$Re = 10$



$Re = 100$

Figura 51 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
Convecção mista - $A = 1$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$

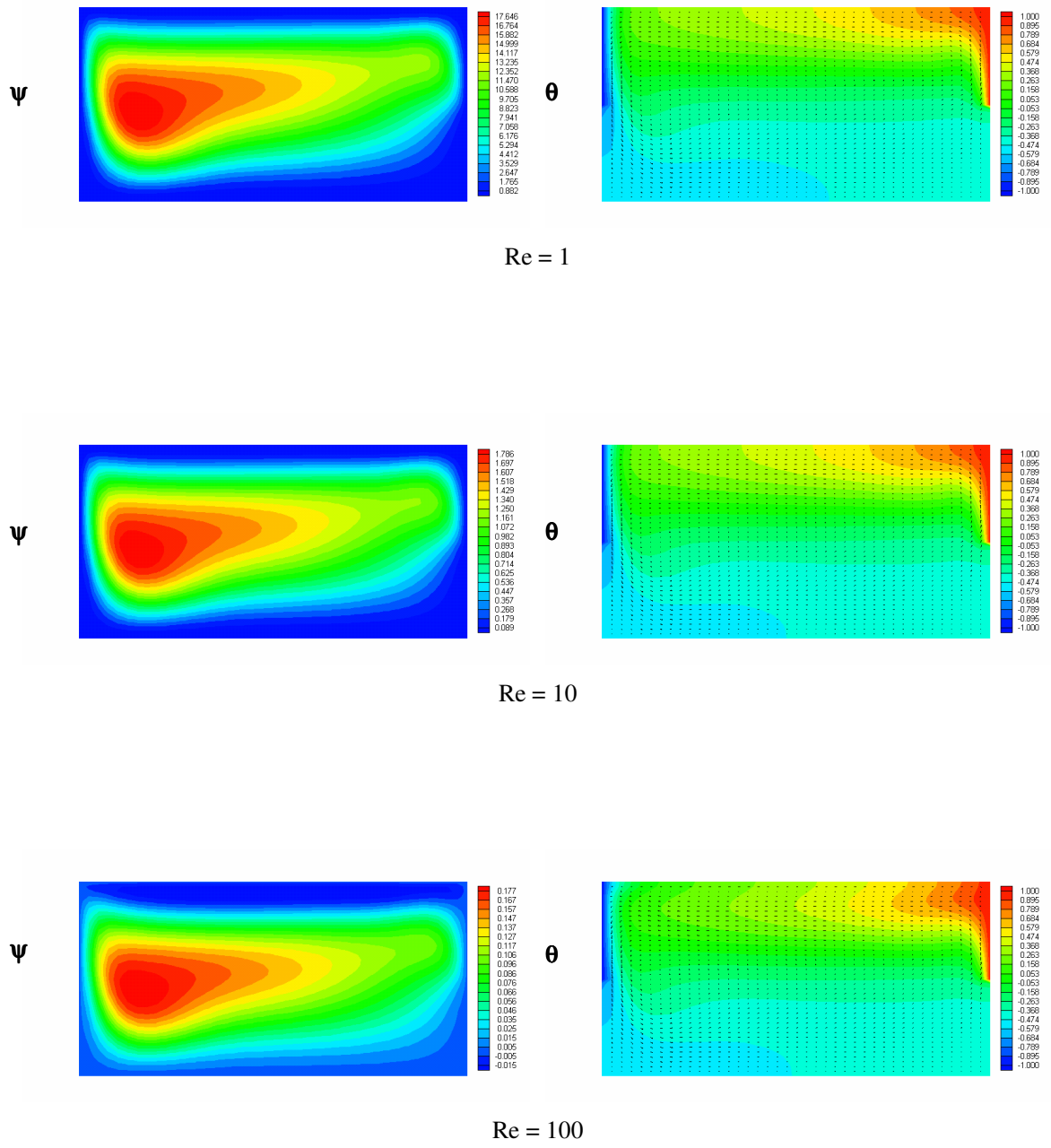


Figura 52 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 2
 Convecção mista - $A= 2$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$

As figuras 53 a 55 apresentam os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu) versus o número de Reynolds(Re) para convecção mista do caso 2 analisado.

Observa-se que em praticamente todos os casos o número de Nusselt médio apresentou ligeira diminuição em função do aumento do número de Reynolds. Assim para valores mais altos de Reynolds ($Re = 100$) há uma redução na transferência de calor da parede quente para o fluido. Isto porque a parede superior deslocando-se para a direita, arrasta o fluido frio, dificultando o aquecimento do fluido. Sendo que o aumento da razão de aspecto diminui a transferência de calor para o fluido contido na cavidade.

Entretanto, conforme observa-se nas figuras, é mais significativa a influência da variação dos valores de Grashof, quanto a transferência de calor para o fluido e na formação das isotermas. A medida que se aumenta o valor do número de Grashof, aumenta a transferência de calor para o fluido.

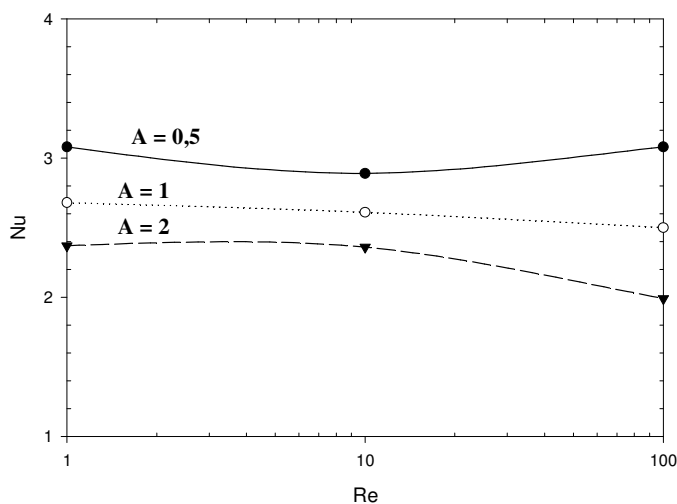


Figura 53 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 2 Convecção mista ($Gr = 34.110$)

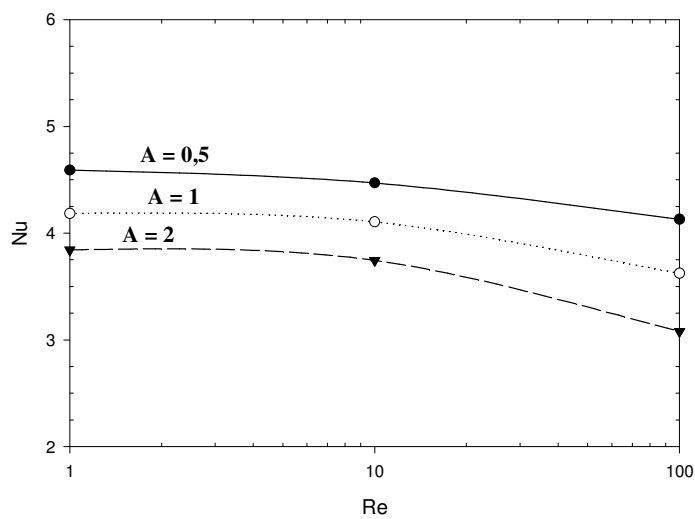


Figura 54 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 2 Convecção mista (Gr = 136.430)

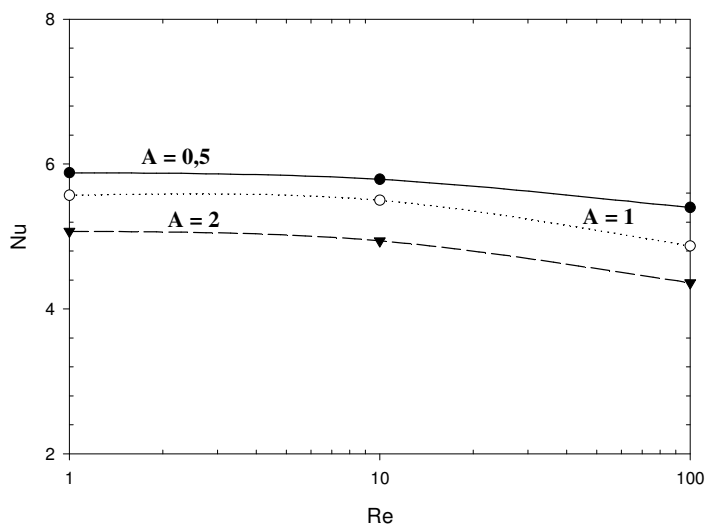


Figura 55 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 2 Convecção mista (Gr = 341.070)

5.4 – CASO 3

Este item apresenta os resultados teóricos de transferência de calor por convecção forçada, natural e mista para uma cavidade fechada, possuindo a parede vertical fria S_1 , enquanto que a parede S_7 estará quente. As demais secções das paredes verticais, assim como as paredes horizontais, estarão isoladas termicamente.

As figuras 56 e 57 apresentam a geometria e as condições de contorno dimensionais e adimensionais para a cavidade fechada.

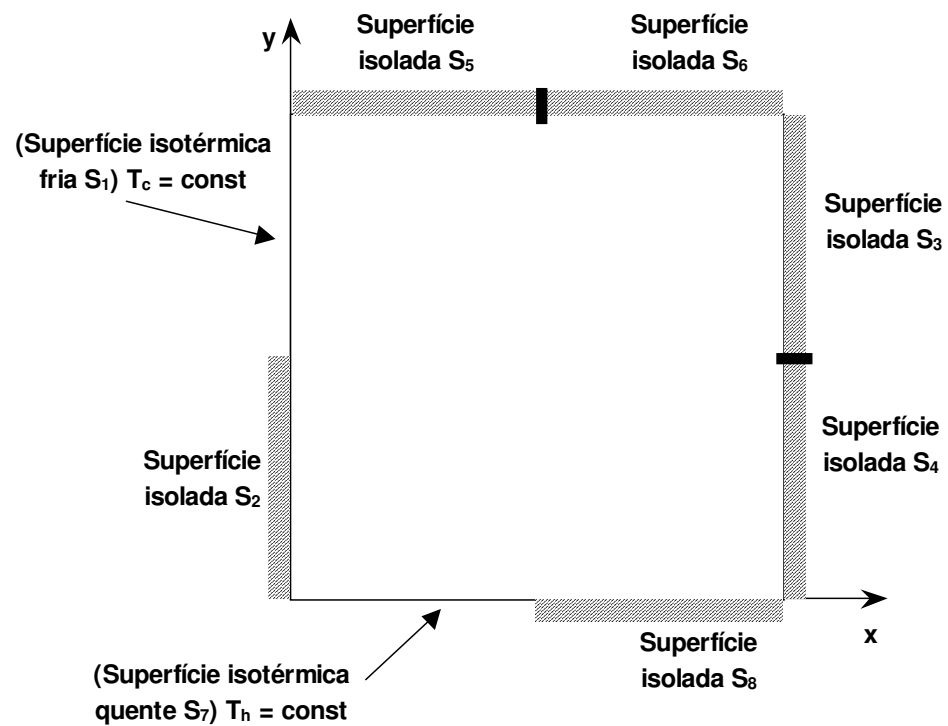


Figura 56 – Condições de contorno dimensionais para o Caso 3

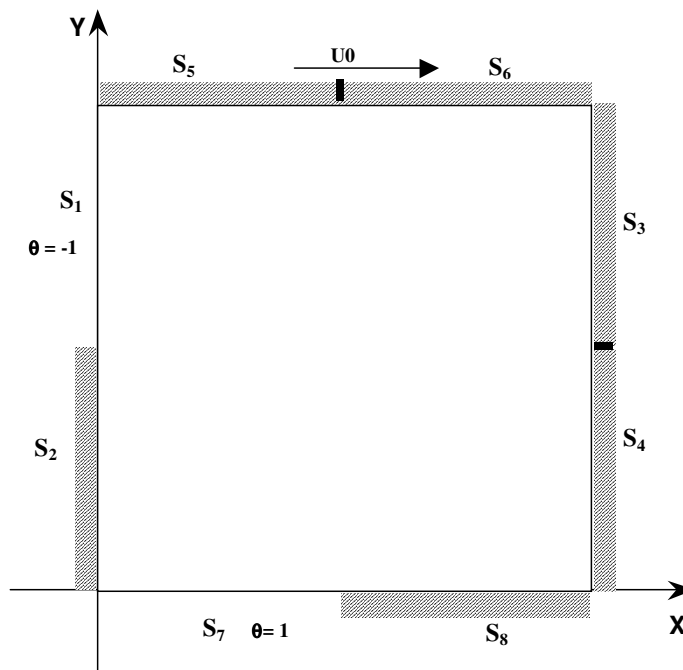


Figura 57 - Condições de contorno adimensionais para o Caso 3

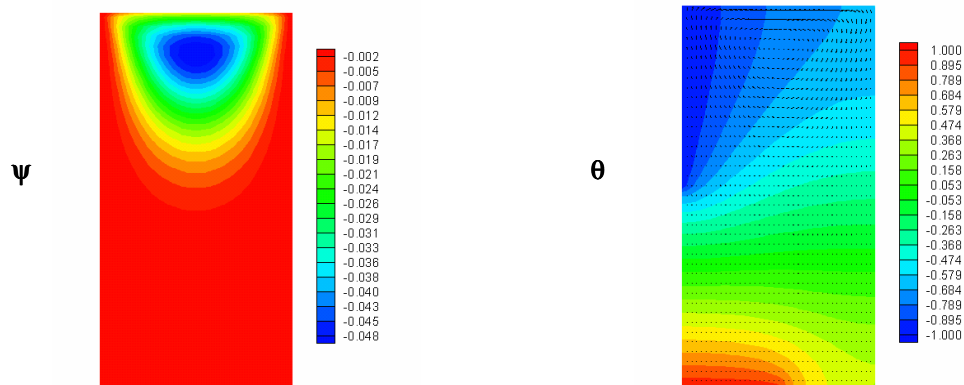
5.4.1 – Caso 3 – Convecção forçada

As figuras 58 a 60 apresentam a distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o caso 3.

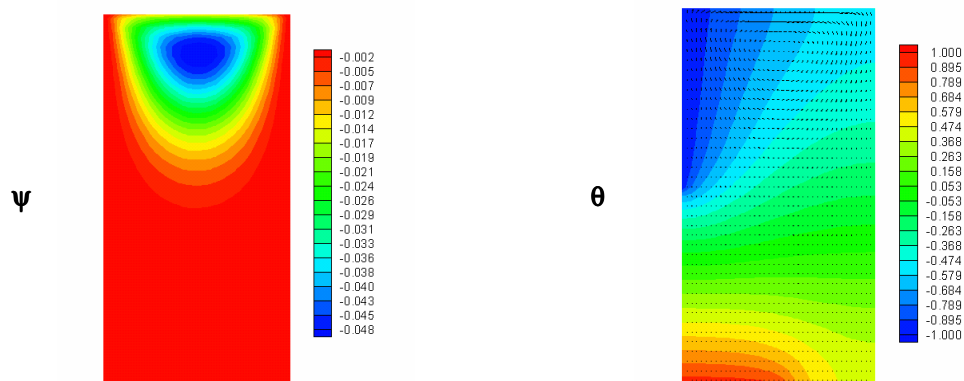
Na análise das distribuições da função corrente nas figuras verifica-se a formação de uma célula de circulação do fluido no sentido horário por influência do deslocamento da parede superior.

A influência da velocidade da parede superior é significativa, principalmente para valores de Reynolds $Re = 100$, pois ocorre uma tendência de deformar a célula em direção à parede vertical direita.

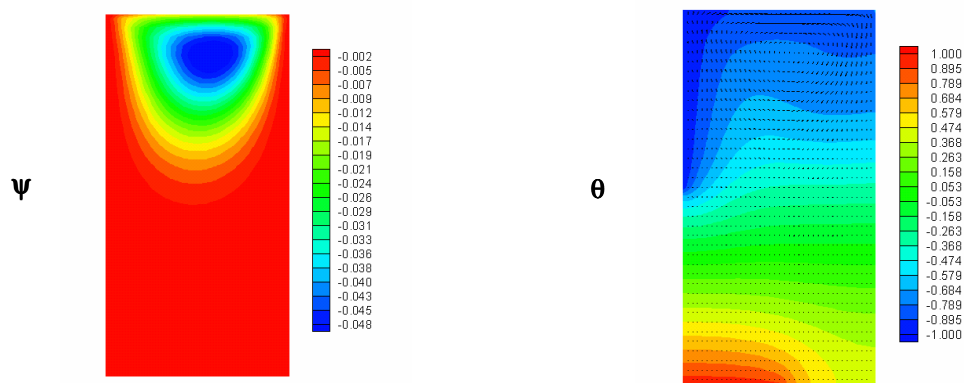
A análise das distribuições das temperaturas adimensionais nas figuras observa-se que para valores baixos de Reynolds ($Re = 1$ e 10) as isothermas apresentam uma maior influência da parede quente, porém para valores mais altos de Reynolds ($Re = 100$) ocorre uma maior influência da parede fria, devido à influência da velocidade da parede superior. Observa-se também que essa influência da parede superior diminui com o aumento da razão de aspecto.



Re = 1

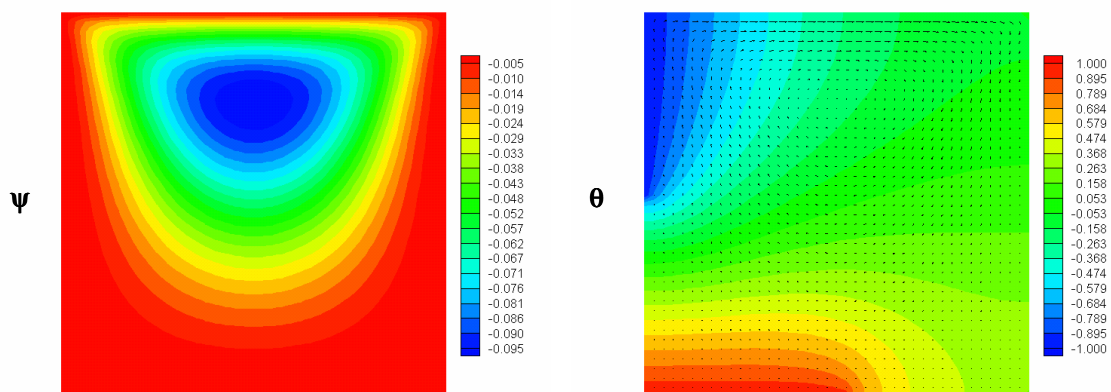


Re = 10

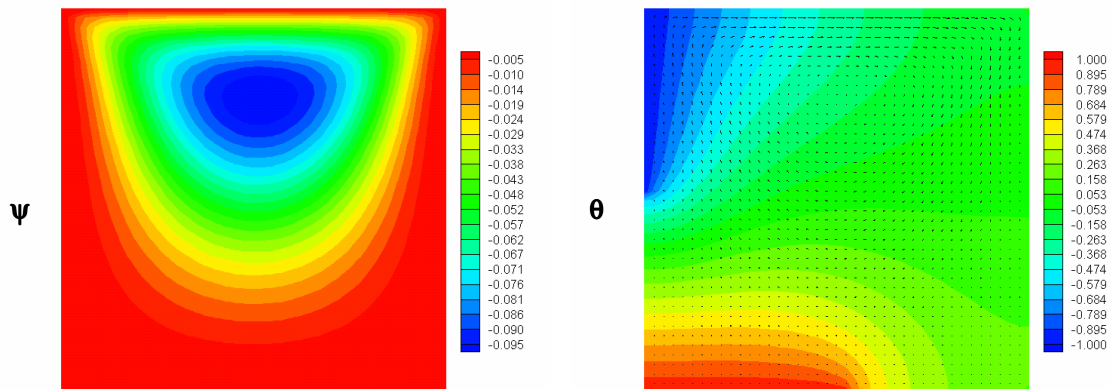


Re = 100

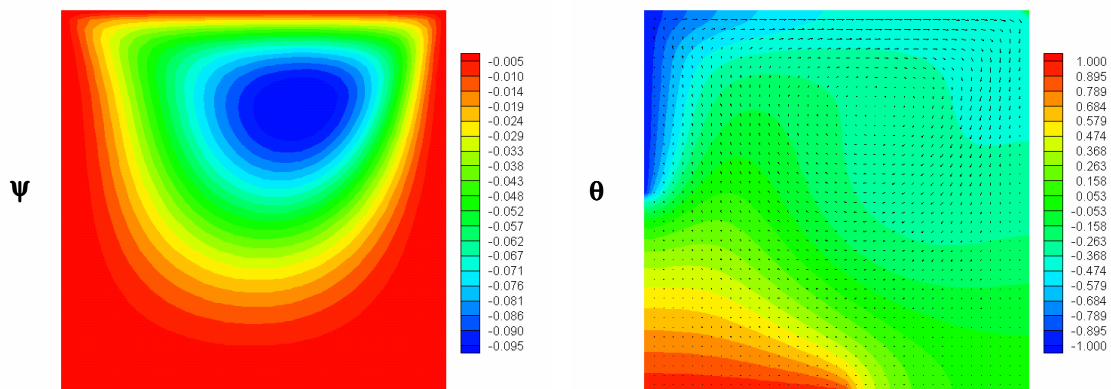
Figura 58 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3 Convecção forçada - $A = 0,5$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

Figura 59 – Distribuição da função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
Convecção forçada - $A = 1$; $Pr = 0,733$

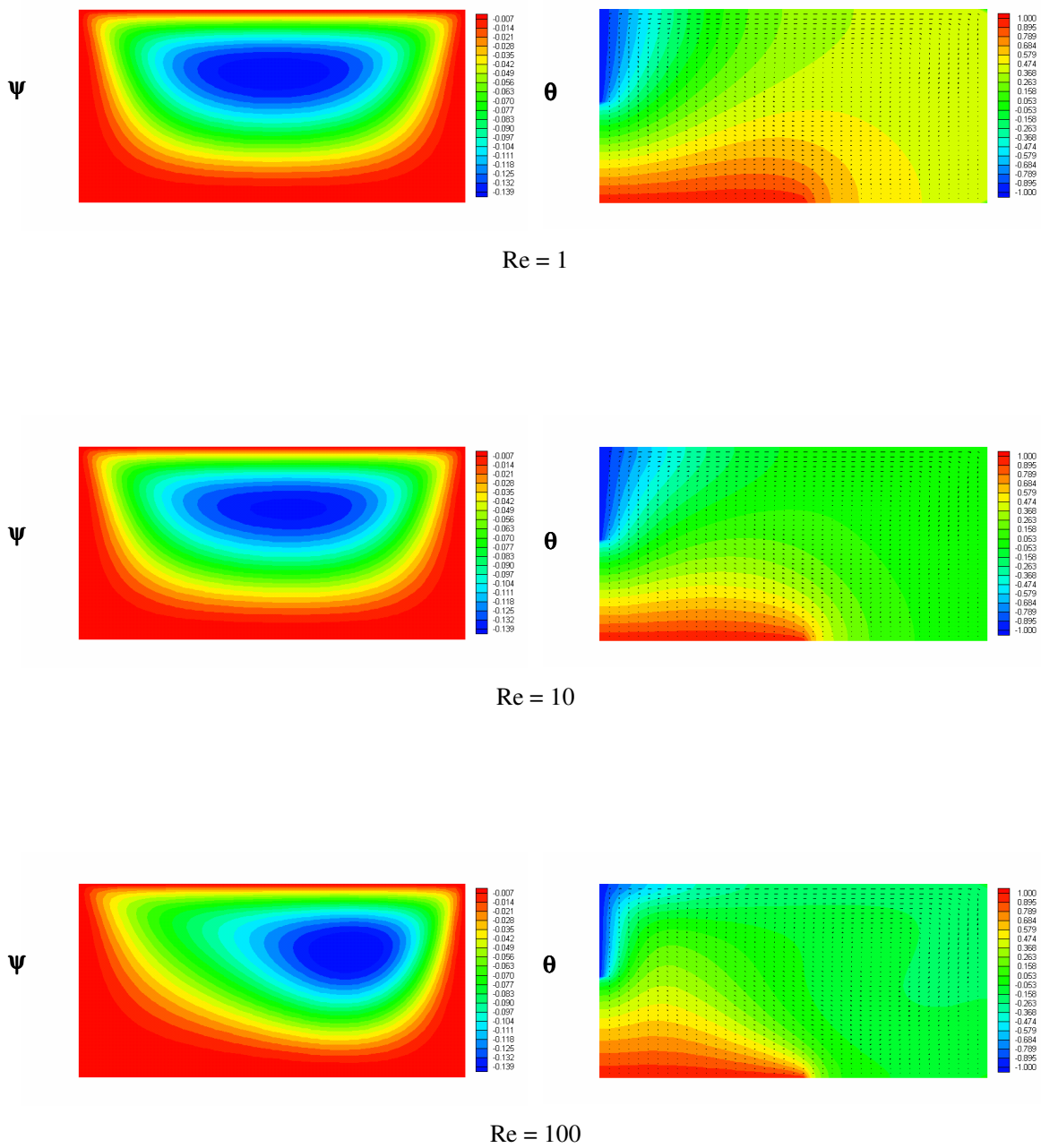


Figura 60 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
 Convecção forçada - A= 2 ; Pr = 0,733

A figura 61 apresenta os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu) versus o número de Reynolds para convecção forçada do caso 3 analisado. Analisando-se a figura 61 observa-se que em função do aumento da razão de aspecto, a transferência de calor para o fluido diminui. Nota-se que o aumento do número de Reynolds contribui para o aumento do número de Nusselt. Desta forma a maior transferência de calor ocorre com altos valores do número de Reynolds Re , associado com uma baixa razão de aspecto da cavidade.

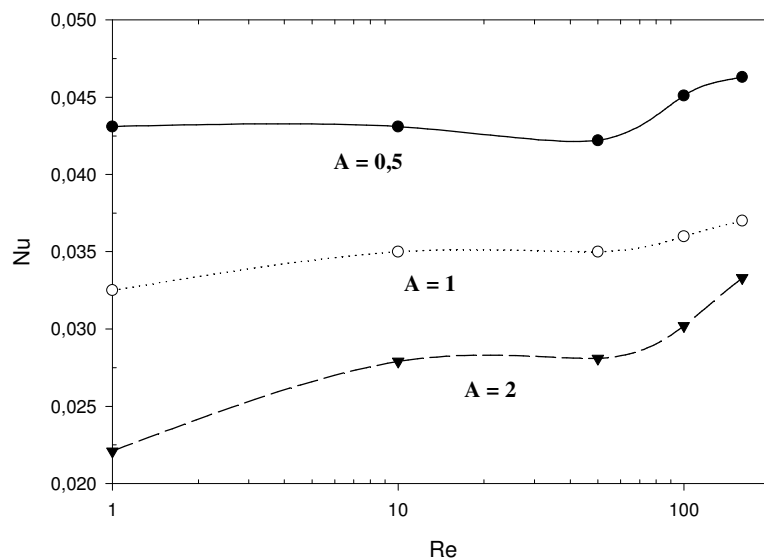


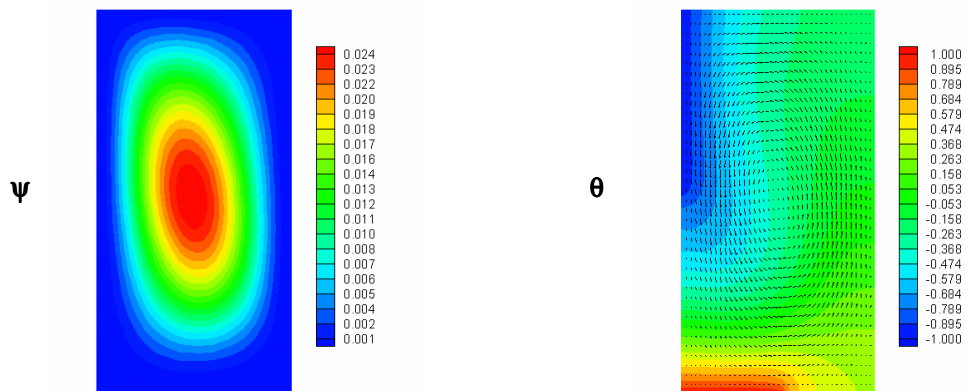
Figura 61 – Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds
Caso 3 Convecção forçada

5.4.2 – Caso 3 – Convecção natural

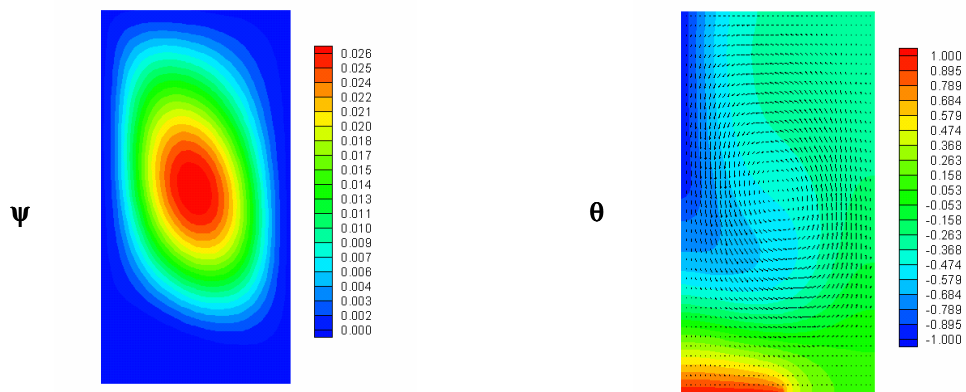
As figuras 62 a 64 apresentam a distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o caso 3.

Na análise das distribuições da função corrente nas figuras pode-se observar a formação de uma célula convectiva do fluido dentro da cavidade, sendo que o movimento do fluido se realiza no sentido anti-horário. A medida que se aumenta o valor de Grashof, aumenta a tendência do aparecimento de uma segunda célula. Para o caso da cavidade com razão de aspecto $A = 0,5$ e Grashof $Gr = 341.070$, esta segunda célula surge muito próximo à parte aquecida da parede inferior. Entretanto para a razão de aspecto $A = 2$ esta segunda célula surge, independentemente do valor do número de Grashof, próximo à parede vertical direita, apresentando também velocidades mais baixas de circulação. O surgimento dessa segunda célula deve-se ao posicionamento das paredes isotermicas. Assim para altos valores da razão de aspecto, a transferência de calor é mais acentuada na porção à esquerda da cavidade.

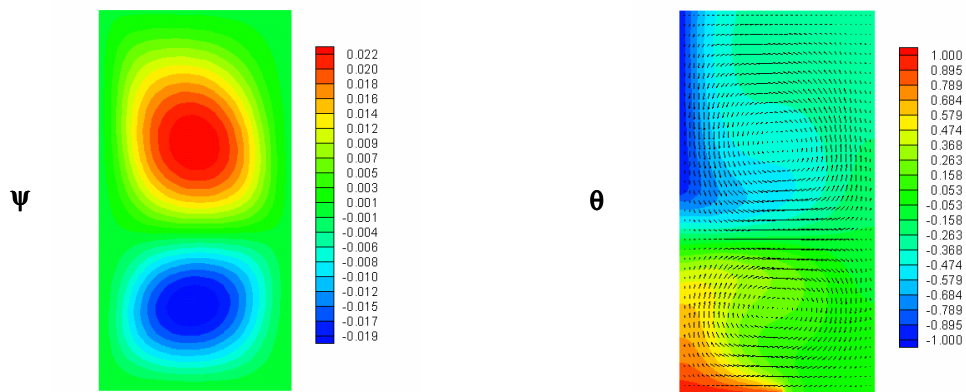
Na análise da distribuição da temperatura adimensional nas figuras observa-se que as isotermas apresentam um mesmo padrão de comportamento. Somente para valores mais altos do número de Grashof ($Gr = 341.070$), ocorre uma distribuição ligeiramente diferente, indicando a ocorrência de maior aquecimento do fluido.



Gr = 34.110

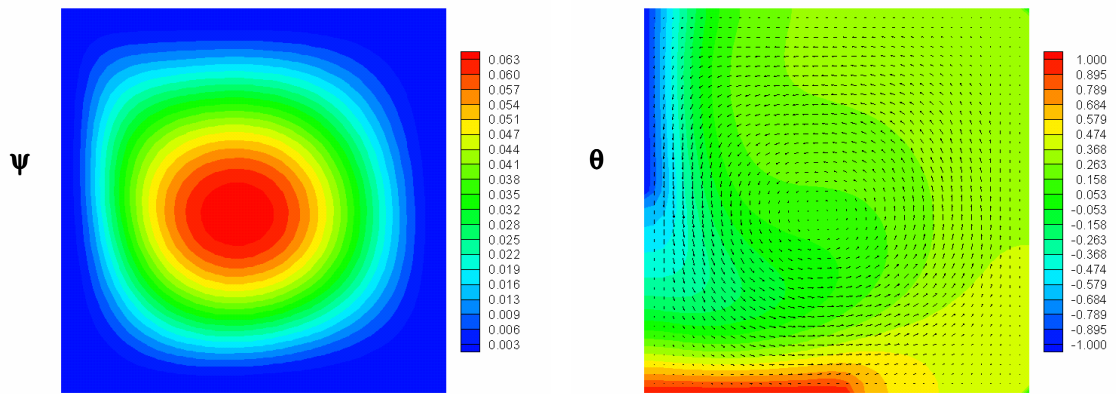


Gr = 136.430

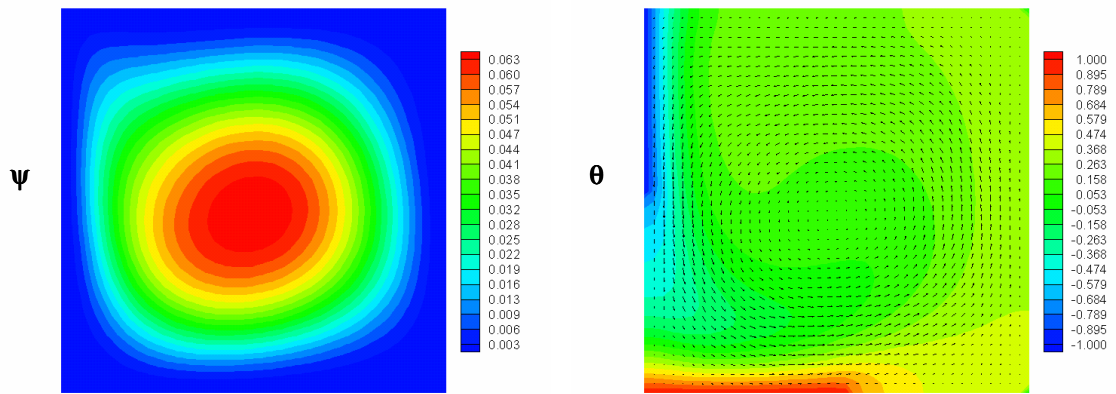


Gr = 341.070

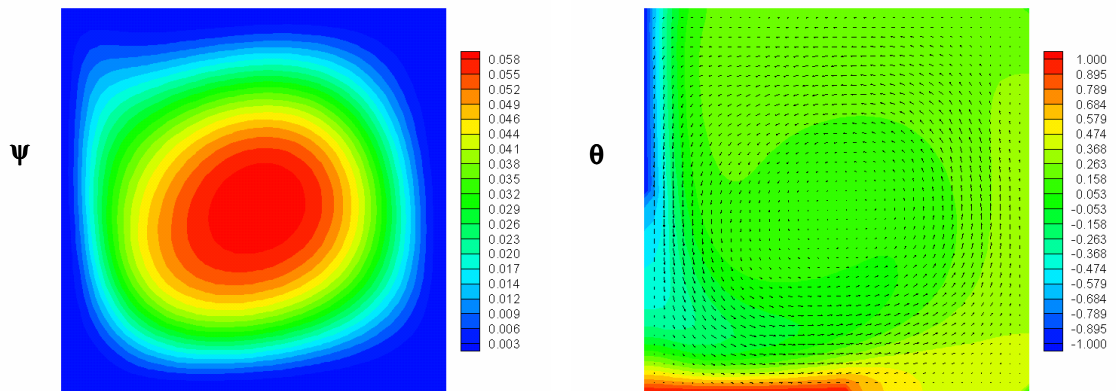
Figura 62 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3 Convecção natural - $A=0,5$; $Pr = 0,733$



Gr = 34.110

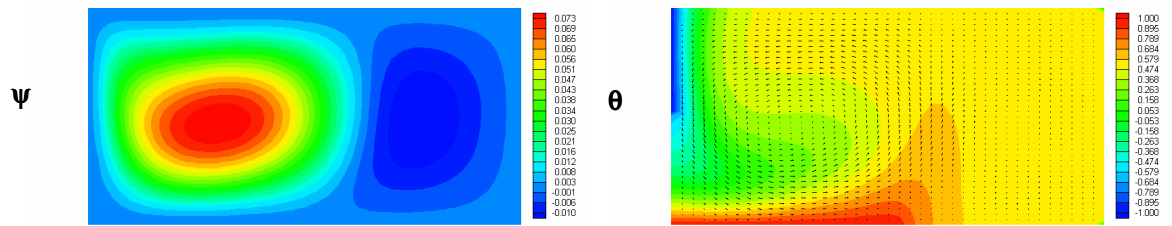


Gr = 136.430

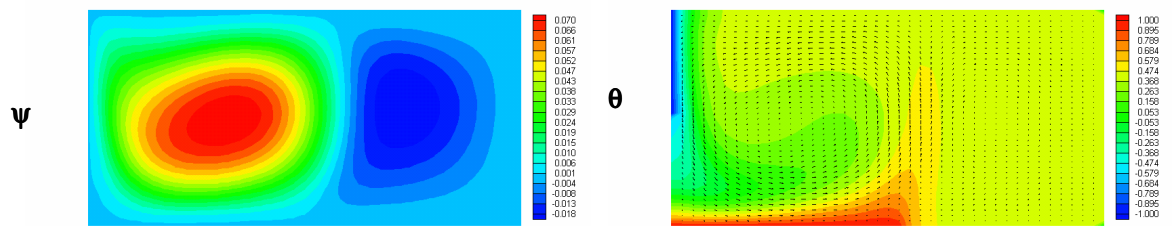


Gr = 341.070

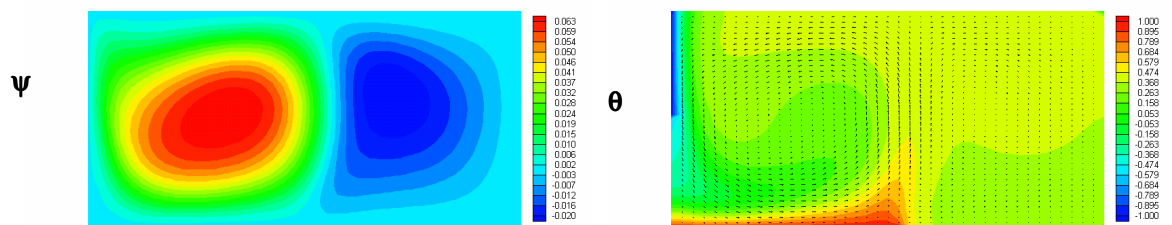
Figura 63 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3 Convecção natural - A= 1 ; Pr = 0,733



$Gr = 34.110$



$Gr = 136.430$



$Gr = 341.070$

Figura 64 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
Convecção natural - $A = 2$; $Pr = 0,733$

A figura 65 apresenta os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu) versus o número de Grashof (Gr) para convecção natural do caso 3 analisado.

Analisando-se a figura 65 observamos que para as razões de aspecto iguais a 0,5 ; 1 e 2 o número de Nusselt médio Nu na parede quente aumenta em função da elevação do número de Grashof. O número de Nusselt aumenta também com a diminuição da razão de aspecto. Desta forma a cavidade com razão de aspecto $A = 0,5$ apresenta uma transferência de calor para o fluido maior do que as demais razões de aspecto.

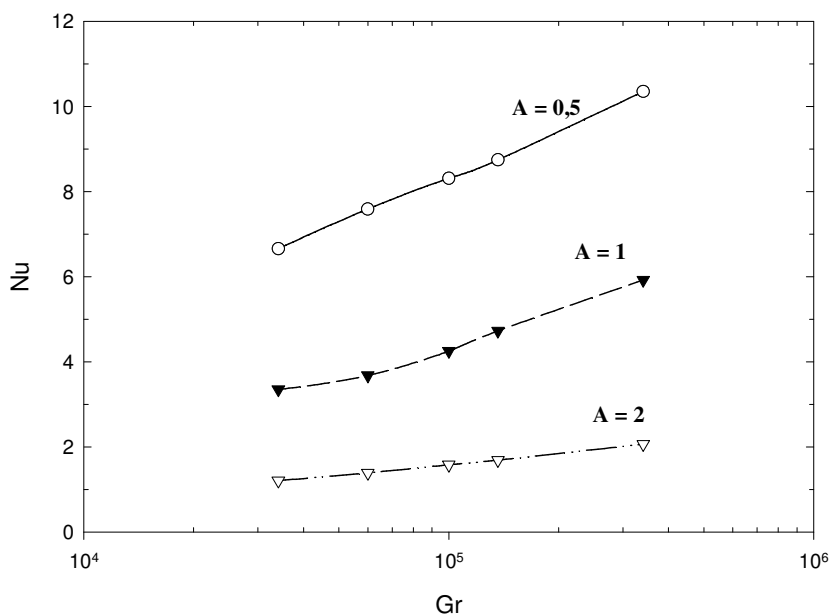


Figura 65 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 3 Convecção natural

5.4.3 – Caso 3 – Convecção mista

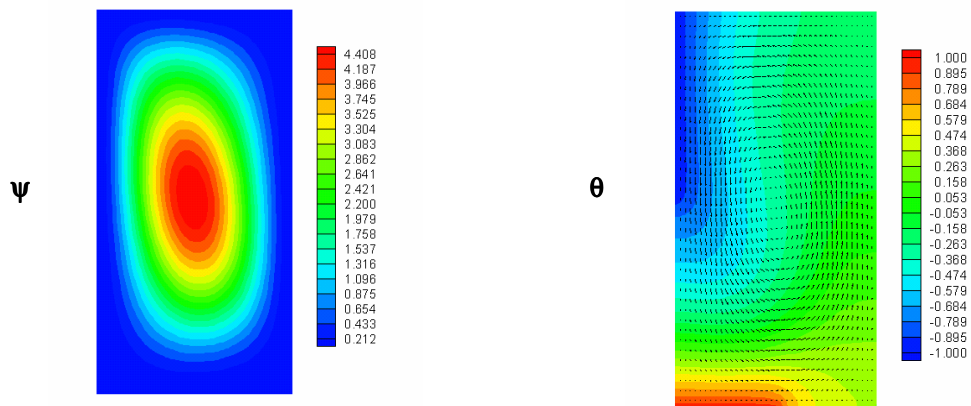
As figuras 66 a 74 apresentam a distribuição da função corrente e temperatura adimensional para o caso 3.

Na análise das distribuições da função corrente nas figuras nota-se comportamentos distintos em função da razão de aspecto das cavidades. Para as cavidades com a razão de aspecto $A = 0,5$ surgem duas células de circulação do fluido. Uma na parte superior da cavidade que gira no sentido horário, por influência do deslocamento da parede superior. E uma segunda no fundo da cavidade com rotação do fluido no sentido anti-horário, gerada por influência da convecção natural. A exceção a esta regra, surgimento de apenas uma célula de circulação, ocorre com a associação de baixos valores de Reynolds ($1 \leq Re \leq 10$) com baixos valores do número de Grashof.

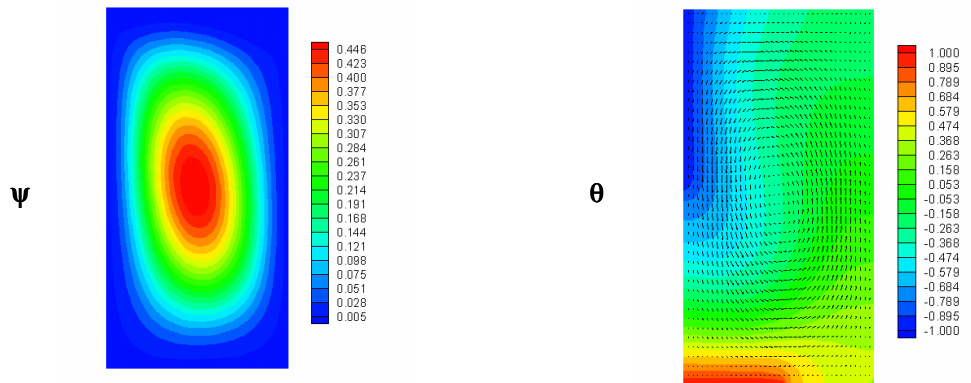
Entretanto para as cavidades com razão de aspecto $A = 1$ e 2 , surge uma célula de circulação do fluido no sentido horário, por influência da movimentação da parede superior. Somente para os casos em que o valor do número de Reynolds é igual a 100 , surge uma segunda célula com circulação do fluido no sentido anti-horário.

Na análise das distribuições das temperaturas adimensionais nas figuras observa-se que o número de Reynolds não apresenta grande influência na transferência de calor dentro da cavidade, pois fixando-se o valor de Grashof, não ocorrem diferenças significativas nas isothermas quando variamos o valor de Reynolds. Entretanto quando variamos os valores de Grashof, nota-se que existem diferenças.

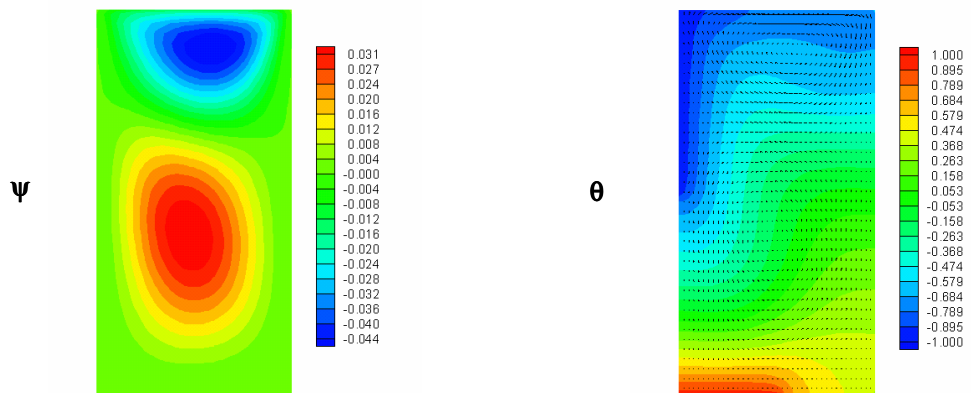
Nas análise destes casos de convecção mista podemos concluir que a influência da convecção forçada é mais significativa quando ocorrem altos valores do número de Reynolds ($Re = 100$), baixos valores de Grashof ($Gr = 34.110$) e ainda quanto menor for a razão de aspecto. Desta forma quanto menor a razão de aspecto da cavidade e maior o número de Reynolds, maior será a influência da convecção forçada na transferência de calor no interior da cavidade.



Re = 1

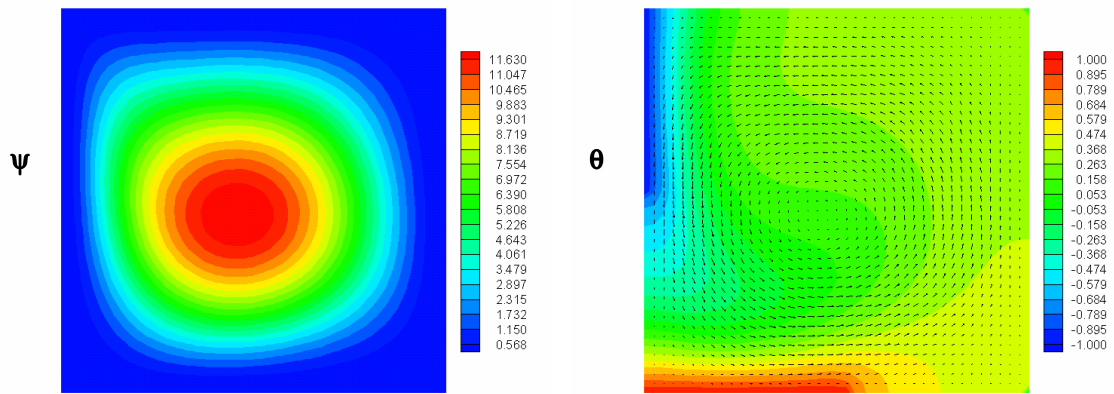


Re = 10

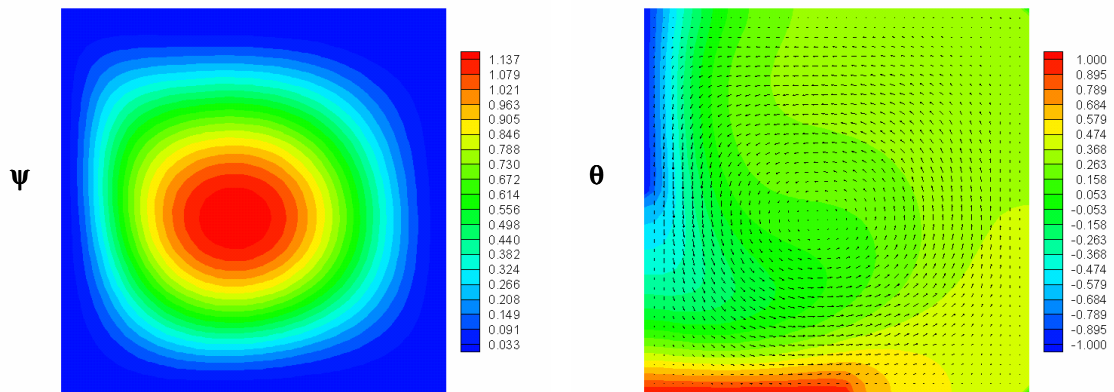


Re = 100

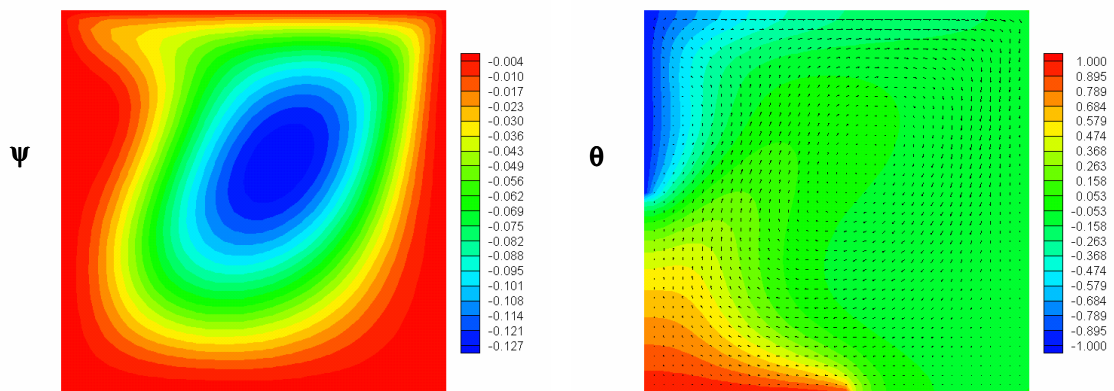
Figura 66 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
 Convecção mista - $A=0,5$; $Gr\ 34.110$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

Figura 67 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
 Convecção mista - $A = 1$; $Gr = 34.110$; $Pr = 0,733$

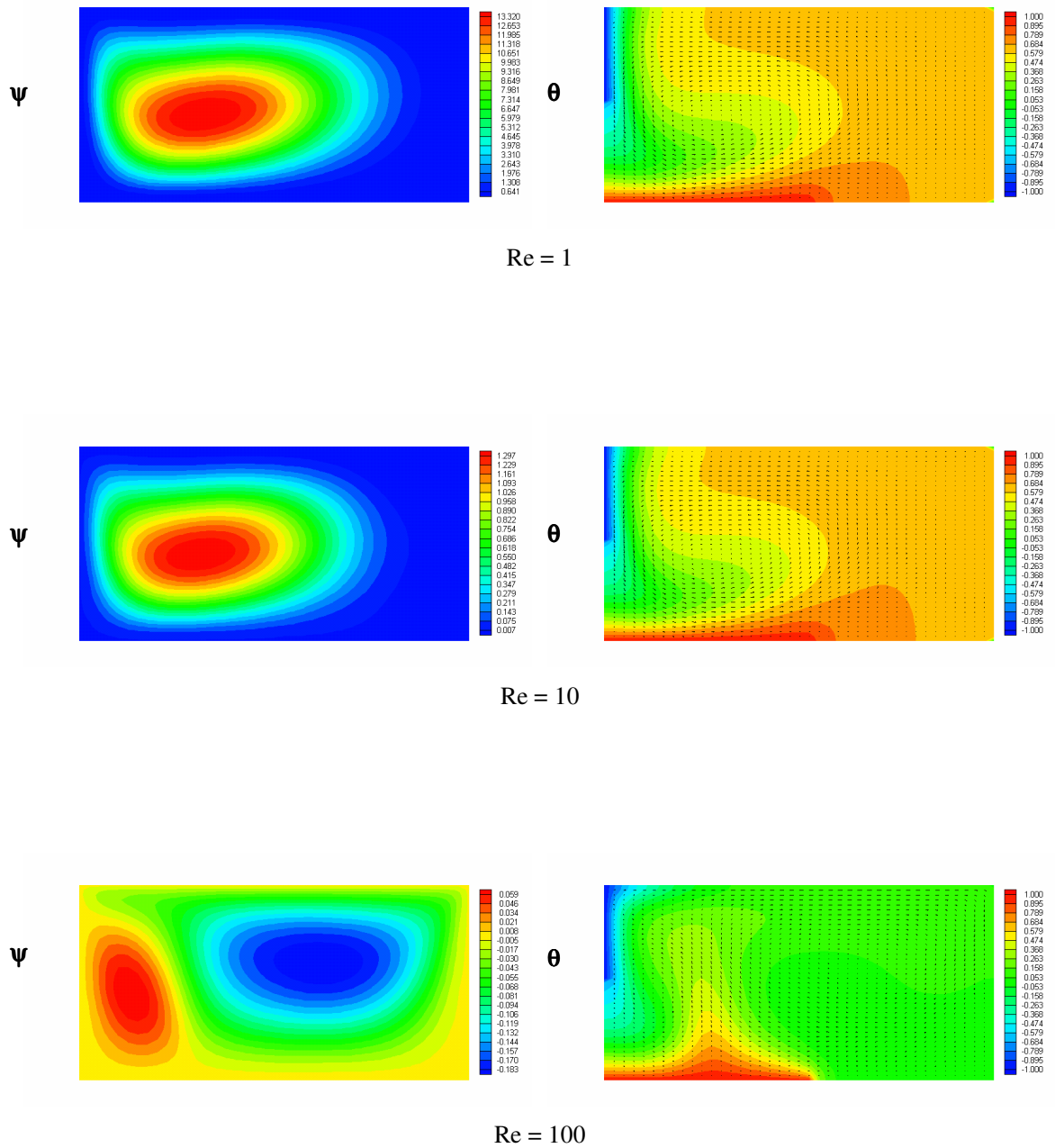
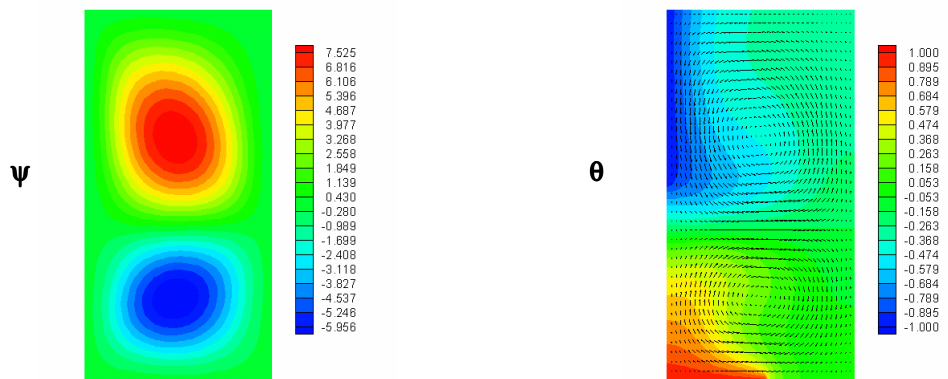
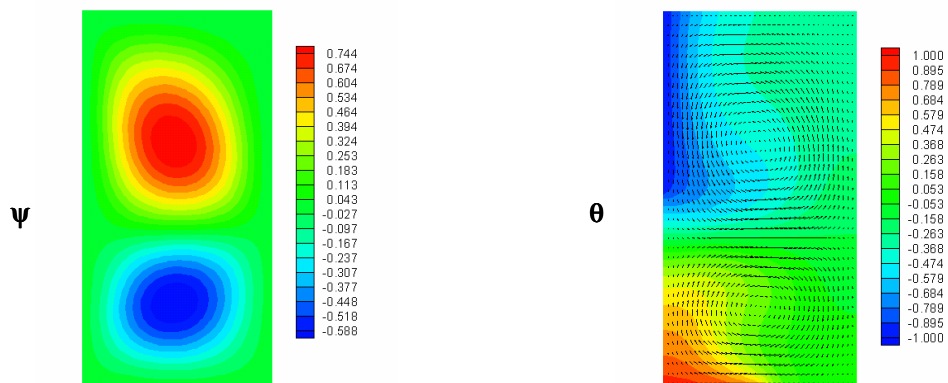


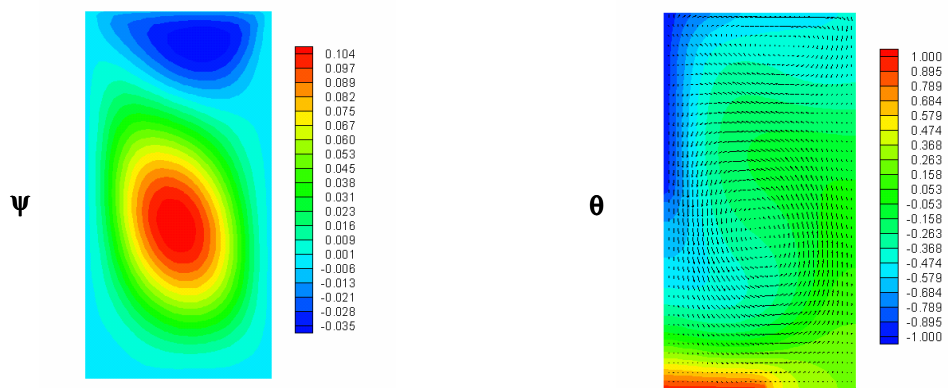
Figura 68 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
 Convecção mista - $A = 2$; $Gr = 34.110$; $Pr = 0,733$



Re = 1

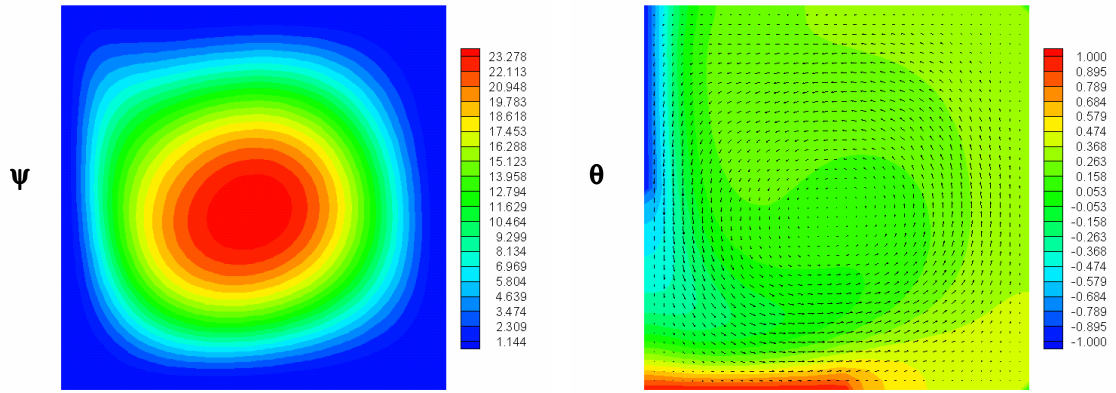


Re = 10

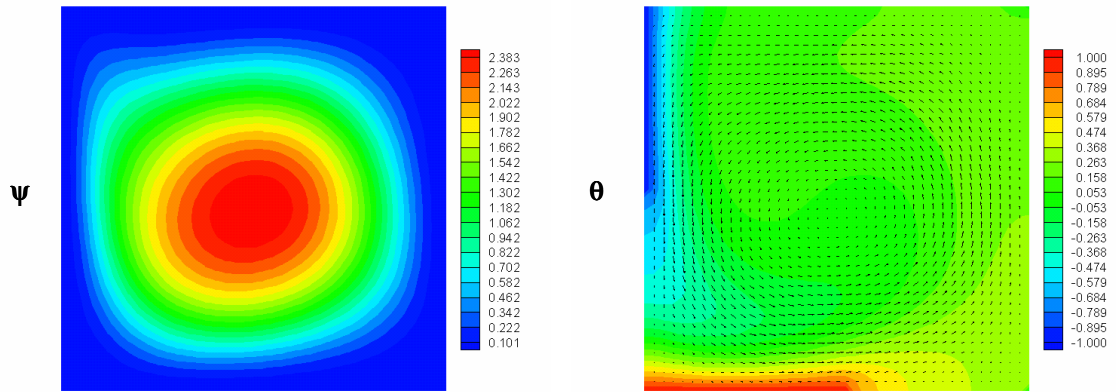


Re = 100

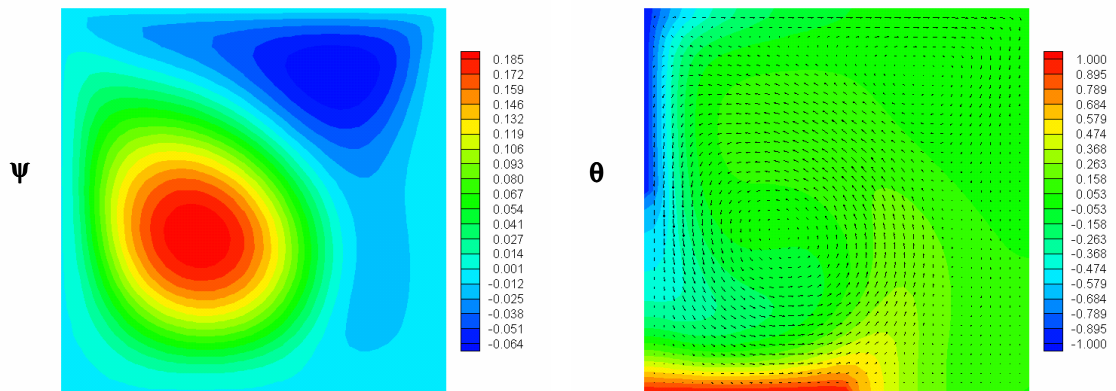
Figura 69 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
 Convecção mista - $A=0,5$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

Figura 70 – Distribuições: função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
 Convecção mista - $A = 1$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$

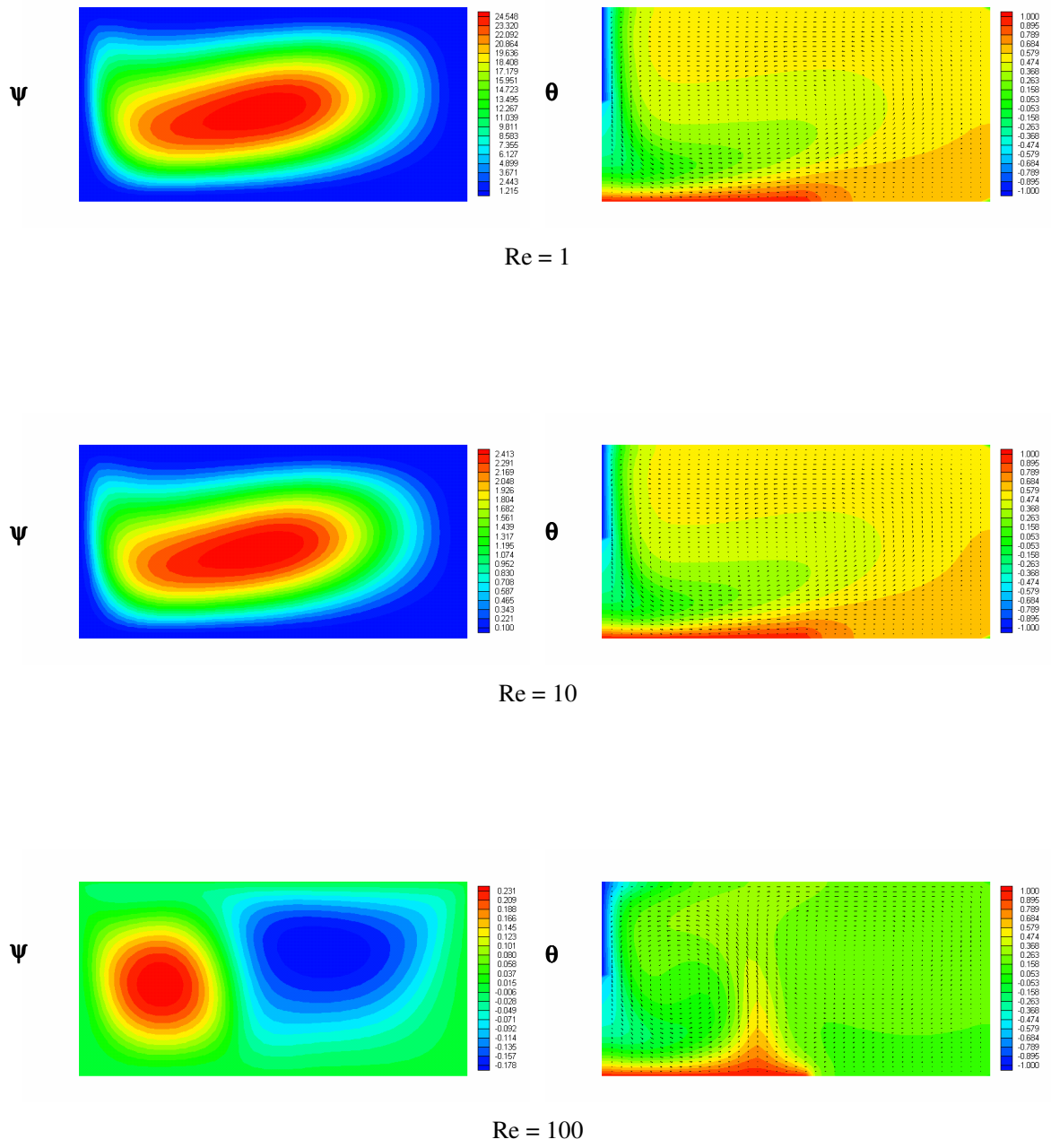
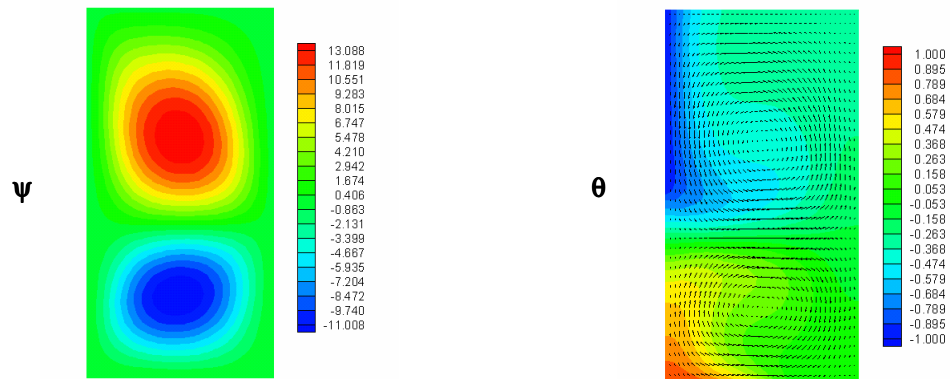
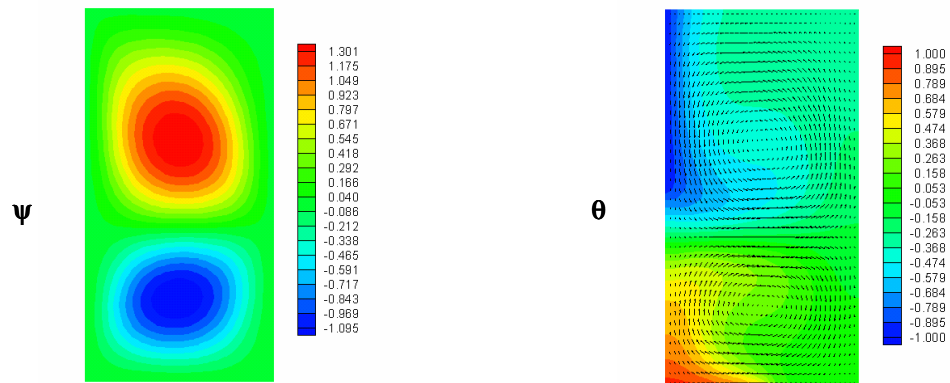


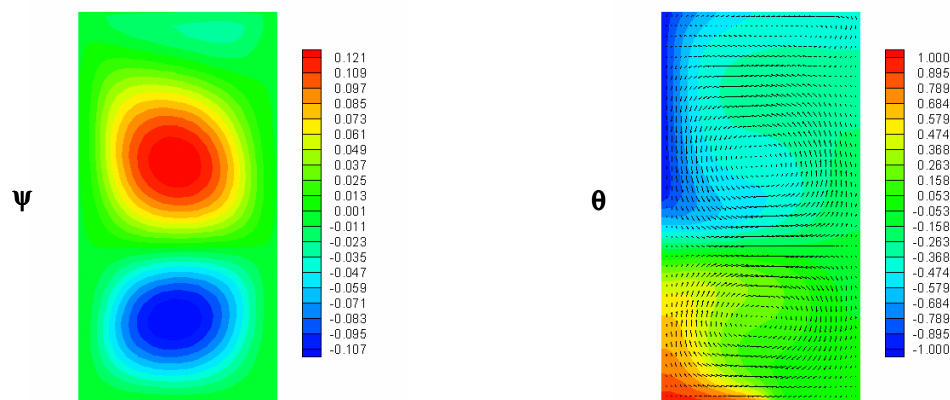
Figura 71 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
 Convecção mista - $A = 2$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$



Re = 1

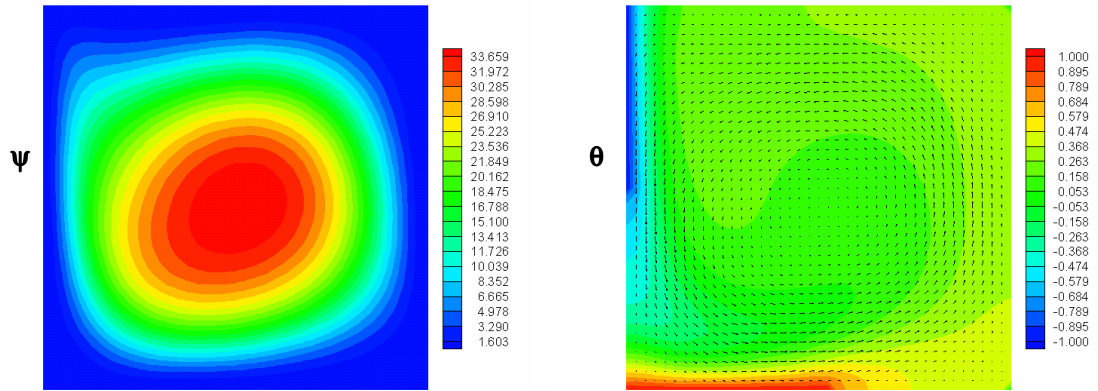


Re = 10

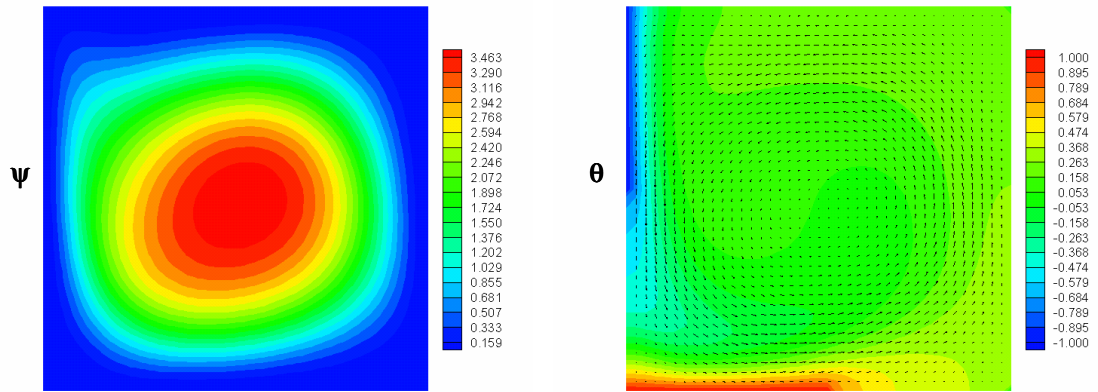


Re = 100

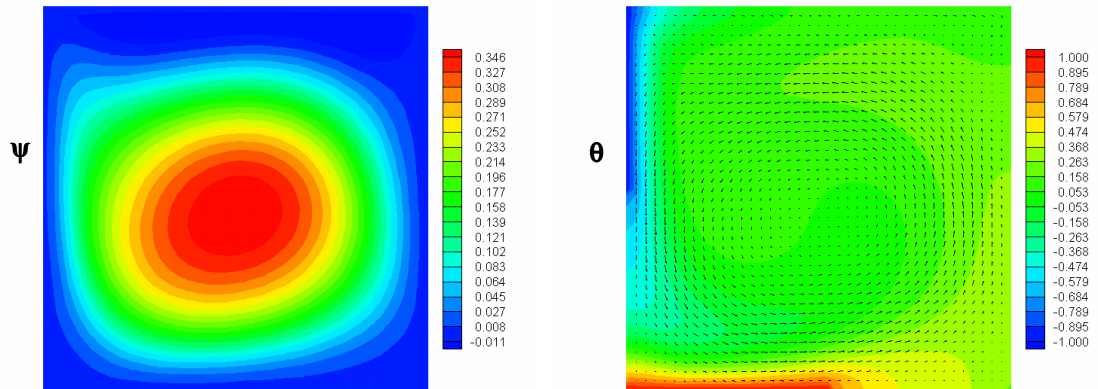
Figura 72 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
Convecção mista - $A = 0,5$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$



Re = 1

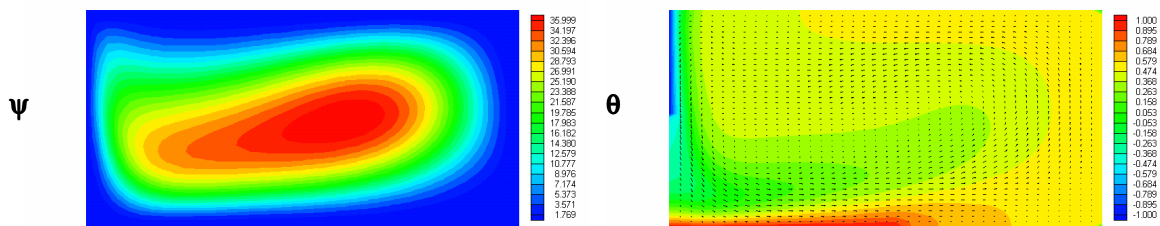


Re = 10

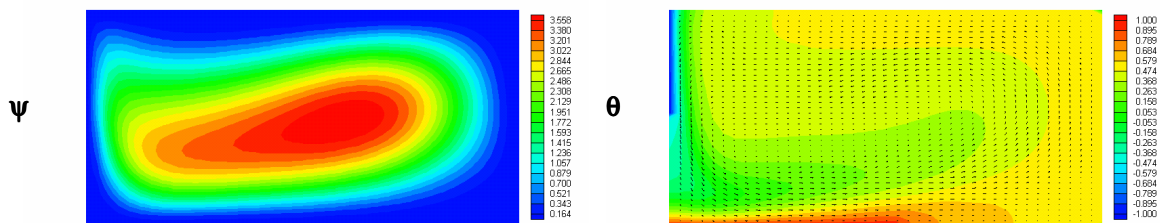


Re = 100

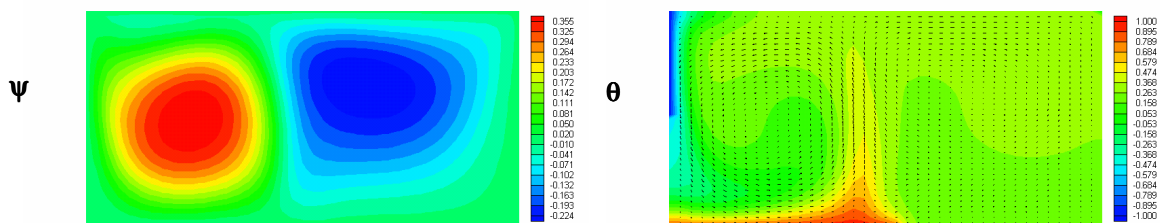
Figura 73 – Distribuições: função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
 Convecção mista - $A = 1$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

ψ

Figura 74 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 3
 Convecção mista - $A= 2$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$

As figuras 75 a 77 apresentam os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu) versus o número de Reynolds (Re) para convecção mista do caso 3 analisado.

Observa-se que em praticamente todos os casos o número de Nusselt médio apresenta pequenas variações para um dado valor da razão de aspecto em função dos incrementos no número de Reynolds. Fixando-se o valor do número de Grashof, nota-se que os maiores valores do número de Nusselt ocorrem para baixos valores da razão de aspecto. Através da análise nas figuras pode-se notar ainda que ocorre um aumento nos valores do número de Nusselt a medida que aumenta-se o valor do número de Grashof.

Desta forma conclui-se que as maiores transferências de calor ocorrem com a associação de altos valores do número de Grashof com baixo valores da razão de aspecto da cavidade em estudo.

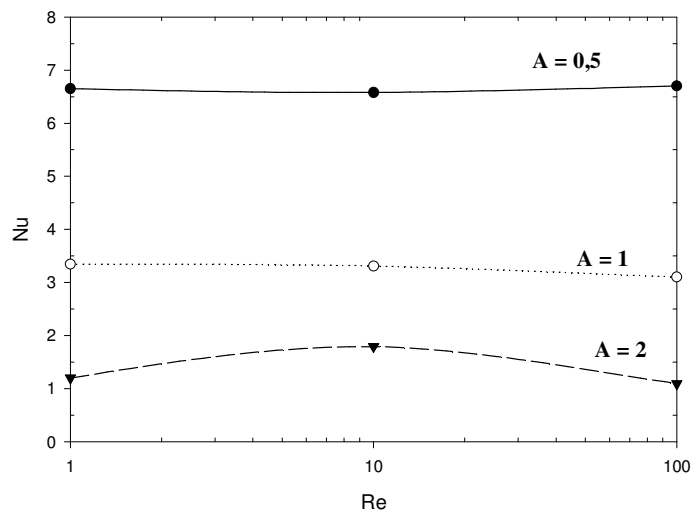


Figura 75 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 3 Convecção mista ($Gr = 34.110$)

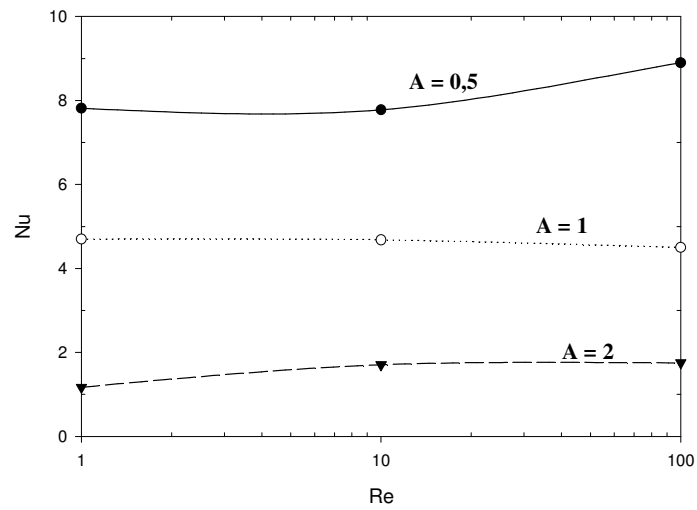


Figura 76 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 3 Convecção mista ($Gr = 136.430$)

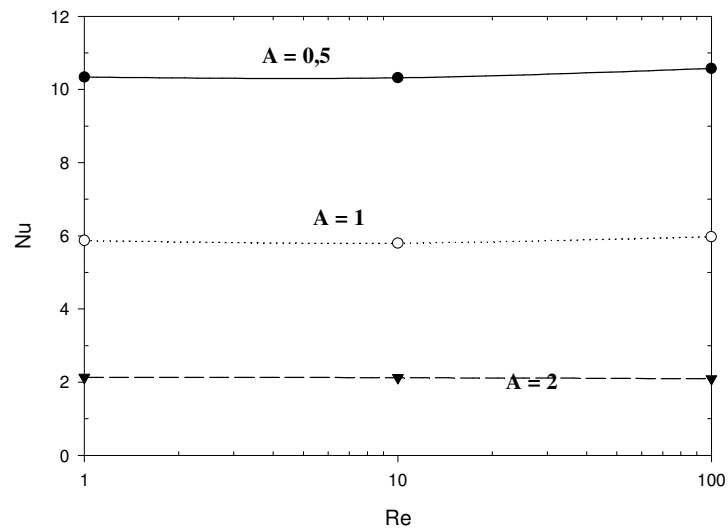


Figura 77 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 3 Convecção mista ($Gr = 341.070$)

5.5 – CASO 4

Este item apresenta os resultados numéricos teóricos de transferência de calor por convecção forçada, natural e mista para uma cavidade fechada, possuindo as paredes S_1 e S_6 frias, enquanto que as paredes S_3 e S_7 estarão quentes. As demais secções das paredes verticais, assim como as paredes horizontais, estarão isoladas termicamente.

As figuras 78 e 79 apresentam a geometria e as condições de contorno dimensionais e adimensionais para a cavidade fechada..

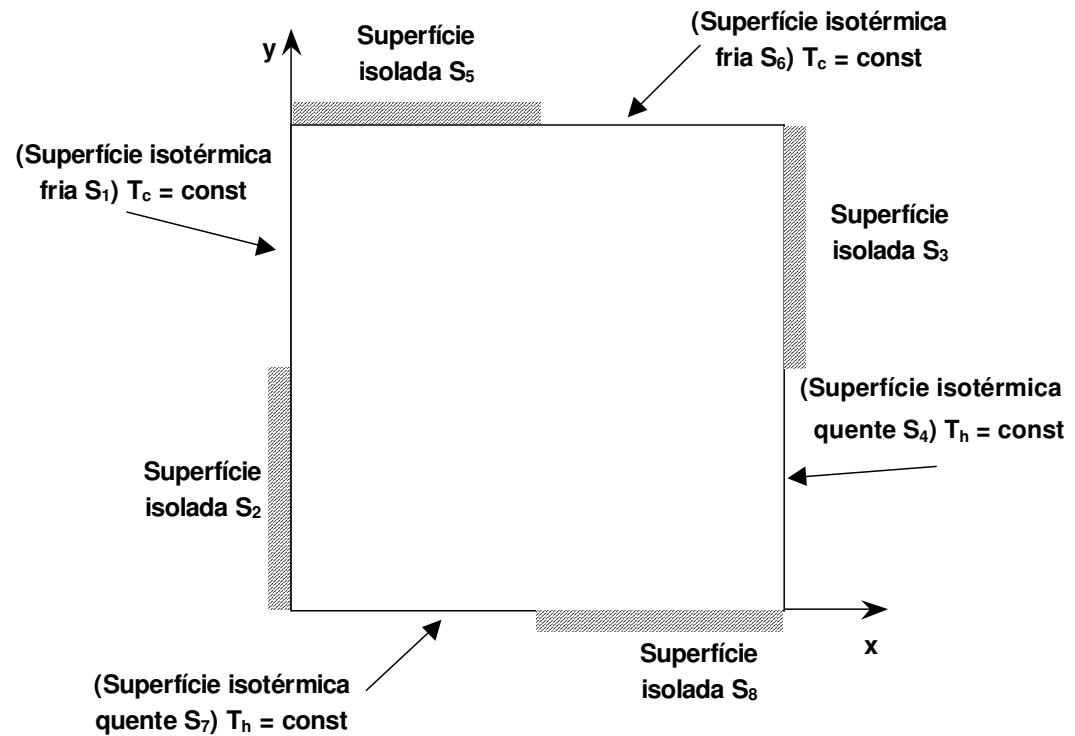


Figura 78 – Condições de contorno dimensionais para o Caso 4

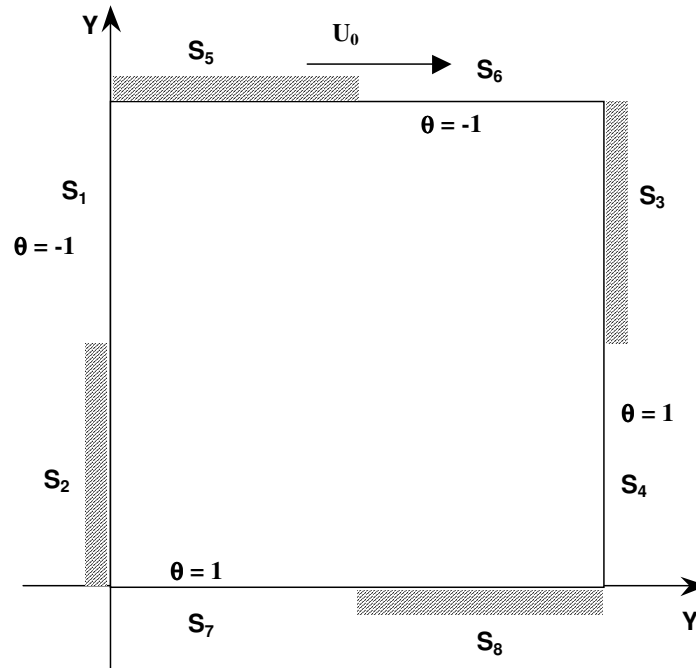


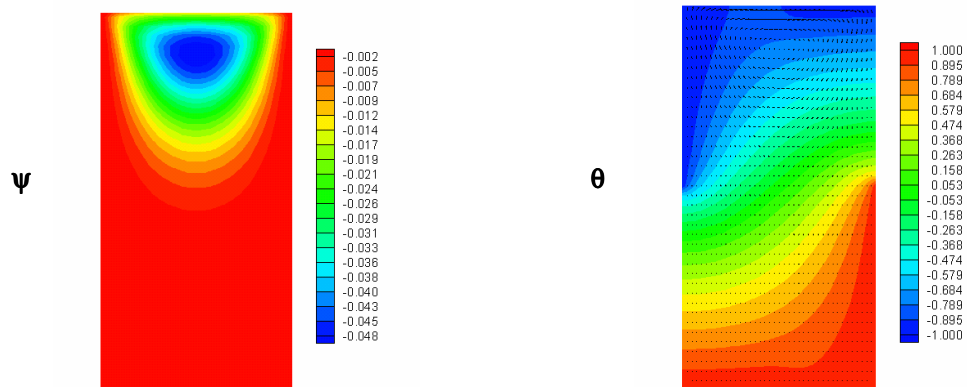
Figura 79 - Condições de contorno adimensionais para o Caso 4

5.5.1 – Caso 4 – Convecção forçada

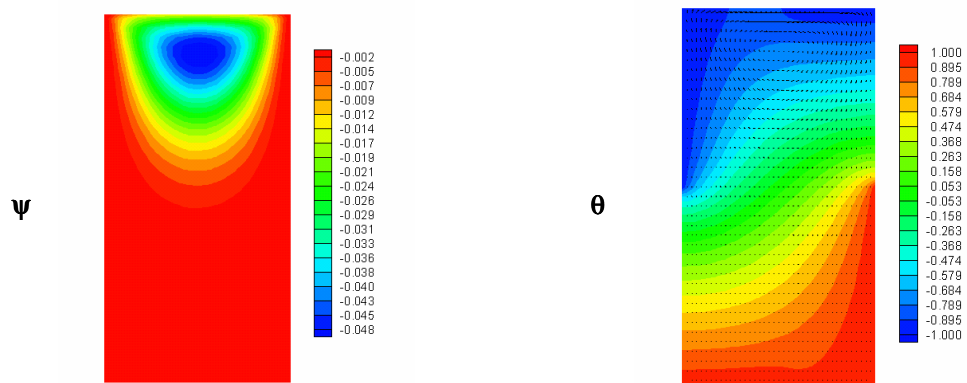
As figuras 80 a 82 apresentam a distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o caso 4.

Na análise das distribuições da função corrente nas figuras nota-se que para baixos valores de Reynolds ($Re = 1$ e 10) praticamente não há variação na forma da célula, porém para valores maiores de Reynolds mais altos ($Re = 100$) a célula aparece deformada e com ligeira tendência de deslocamento para a parede vertical direita. Isto por influência da velocidade de deslocamento da parede superior. Esta influência da velocidade de deslocamento da parede superior é significativa, para os valores de Reynolds mais altos ($Re = 100$), tanto para a função corrente, como para a temperatura adimensional.

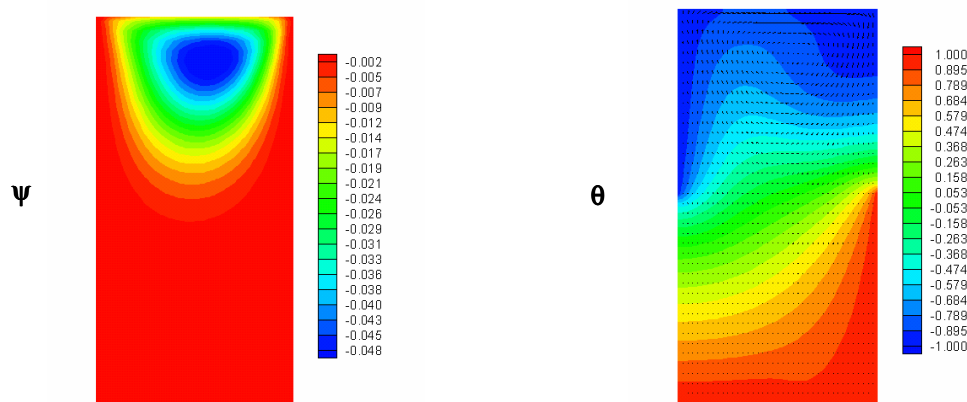
Para a temperatura adimensional observa-se uma deformação das linhas isotermicas, próximo a parede superior, com deslocamento no sentido da parede vertical direita, onde observam-se maiores gradientes de temperatura.



Re = 1

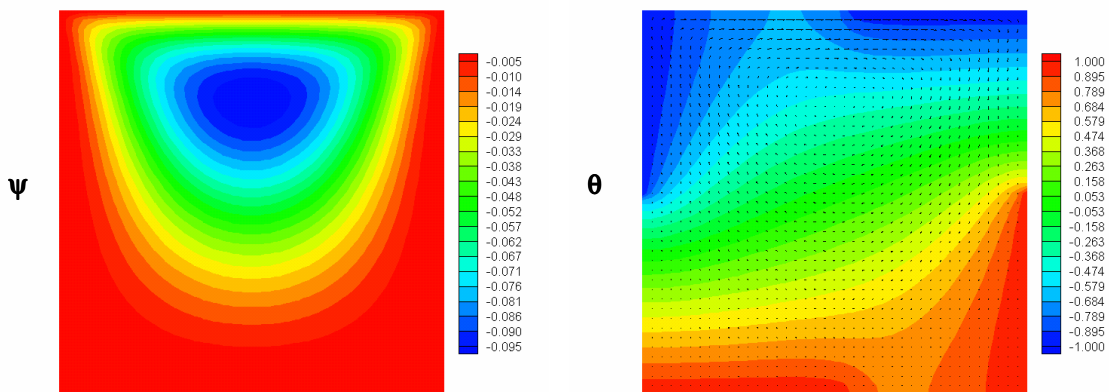


Re = 10

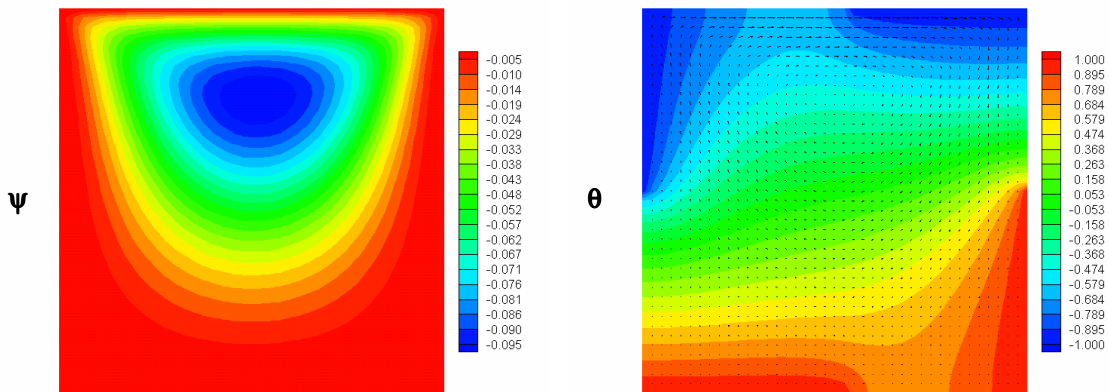


Re = 100

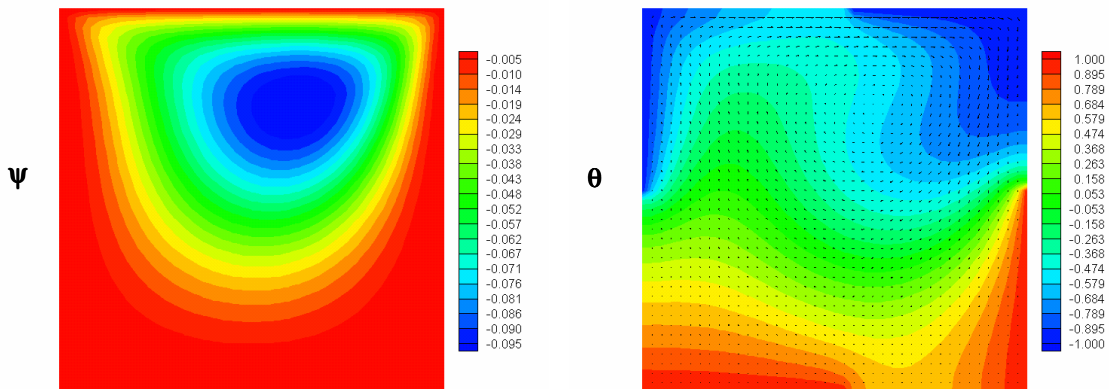
Figura 80 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4
Convecção forçada - $A = 0,5$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

Figura 81 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4 Convecção forçada - $A = 1$; $Pr = 0,733$

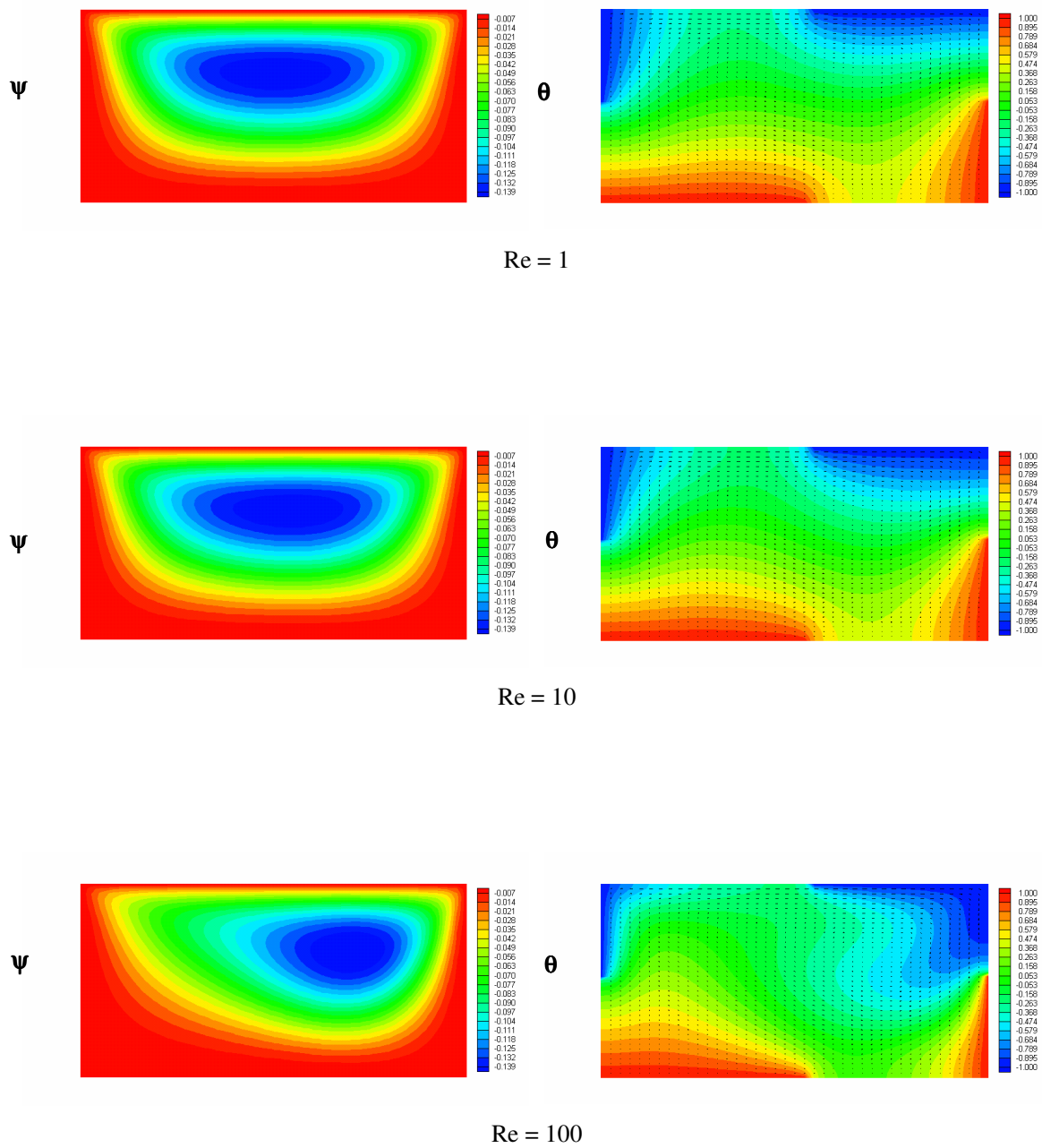


Figura 82 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4
Convecção forçada - $A=2$; $Pr=0,733$

A figura 83 apresenta os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente S_4 (Nu) versus o número de Reynolds (Re) para convecção forçada do caso 4 analisado.

Analisando-se a figura 83 observamos que em função do valor da razão de aspecto houve comportamentos ligeiramente diferentes. Utilizando-se a razão de aspecto igual a 0,50 o número de Nusselt médio permanece constante mesmo com a variação do número de Reynolds. Para as razões de aspecto iguais a 1 e 2 nota-se um ligeiro aumento do número de Nusselt médio na parede quente para valores do número de Reynolds acima de 50. Portanto na figura 84 pode-se observar que para valores baixos do número de Reynolds ($Re < 10$), o número de Nusselt médio na parede quente é praticamente constante para todas as razões de aspecto da cavidade.

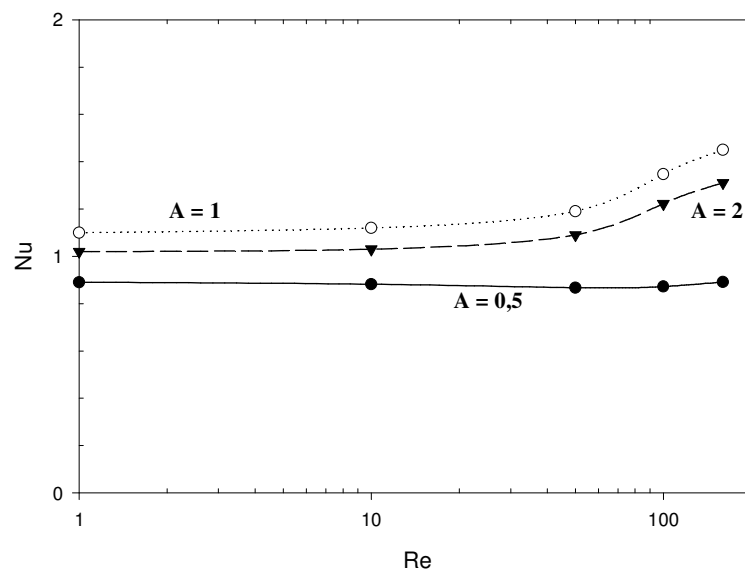


Figura 83 – Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 4 Convecção forçada

5.5.2 – Caso 4 – Convecção natural

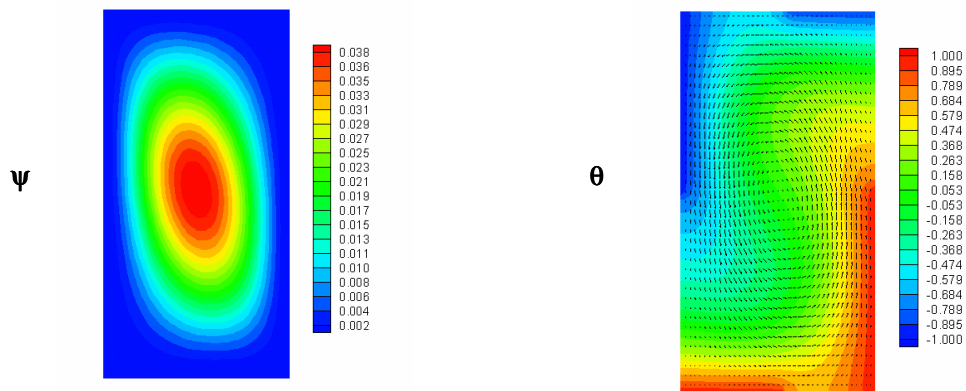
As figuras 84 a 86 apresentam a distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o caso 4.

Na análise das distribuições da função corrente nas figuras 84 a 86, para as razões de aspecto $A = 0, 5$ e 1 , nota-se a formação de uma célula de circulação do fluido dentro da cavidade com movimentação no sentido anti-horário. Entretanto para a razão de aspecto $A = 2$ surgem três células contra-rotativas no interior da cavidade. A célula central de mais baixa velocidade gira no sentido horário, enquanto que as das extremidades giram no sentido anti-horário.

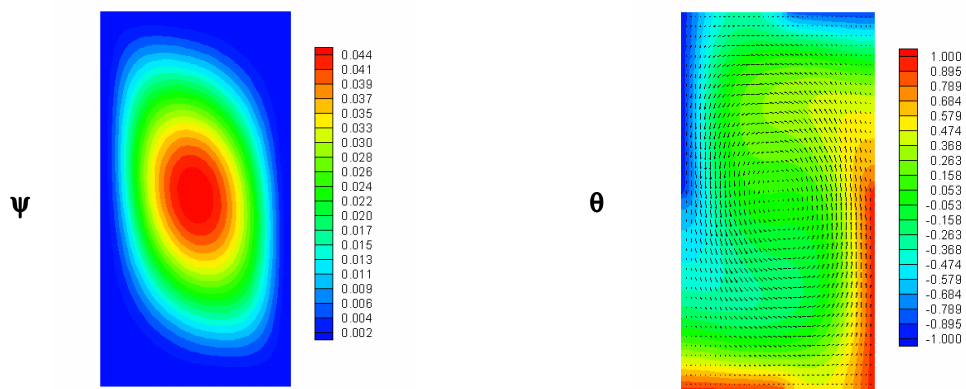
Pode-se observar que a variação do valor de Grashof, praticamente não apresenta influência na circulação do fluido.

A análise da distribuição da temperatura adimensional nas figuras indica que a variação do número de Grashof praticamente não apresenta influências nas distribuições de temperatura.

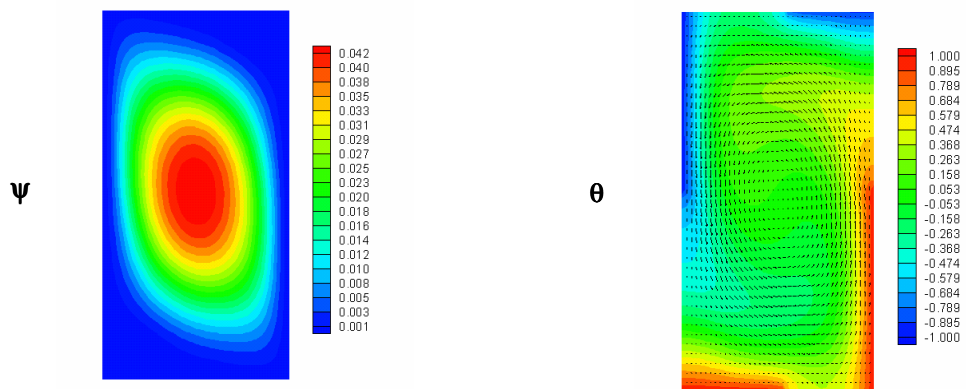
Analisando-se as variações das razões de aspecto observa-se que a medida que esta aumenta, criam-se maiores variações da temperatura adimensional no interior da cavidade. Este fato decorre da influência da função corrente, que nesse caso origina três células de circulação do fluido, fazendo desta forma com que o fluido no interior da cavidade apresente uma maior circulação.



Gr = 34.110

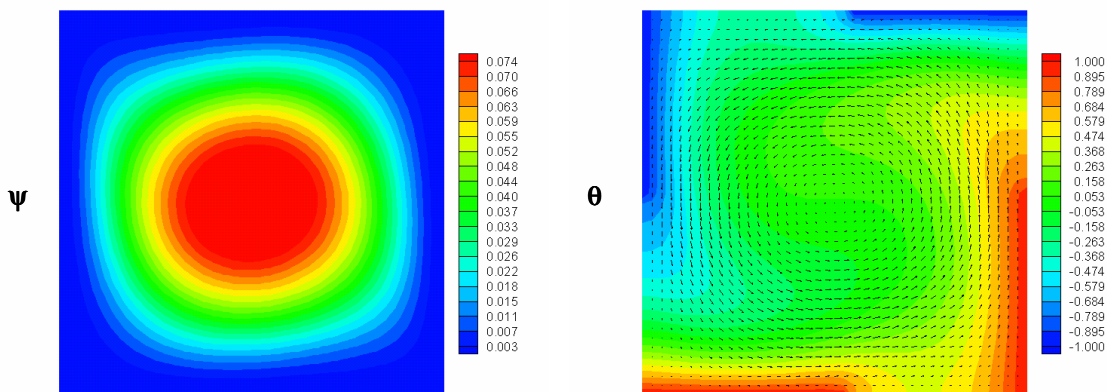


Gr = 136.430

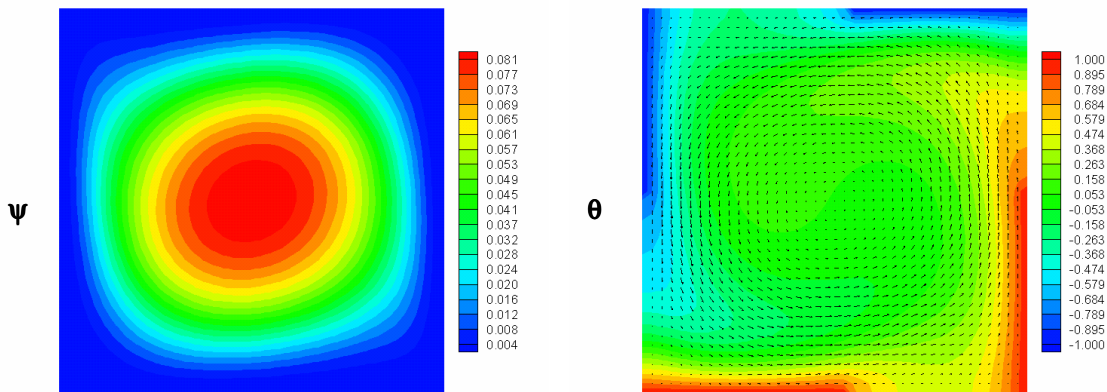


Gr = 341.070

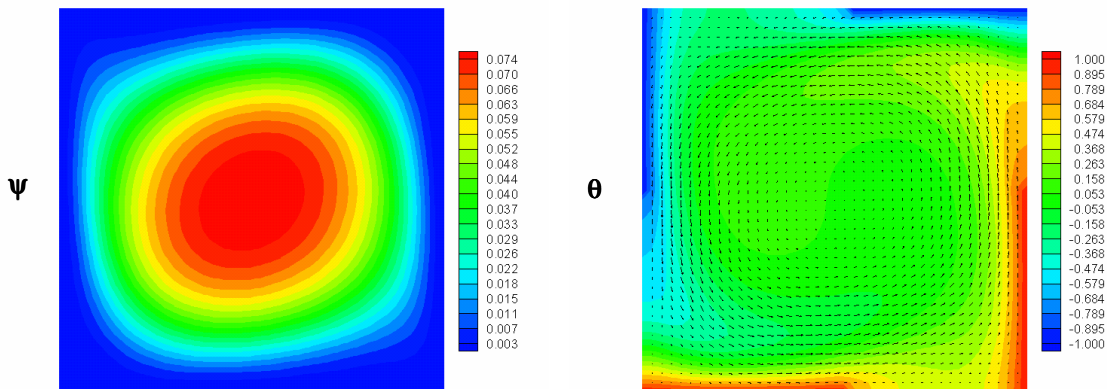
Figura 84 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4 Convecção natural - $A=0,5$; $Pr = 0,733$



Gr = 34.110

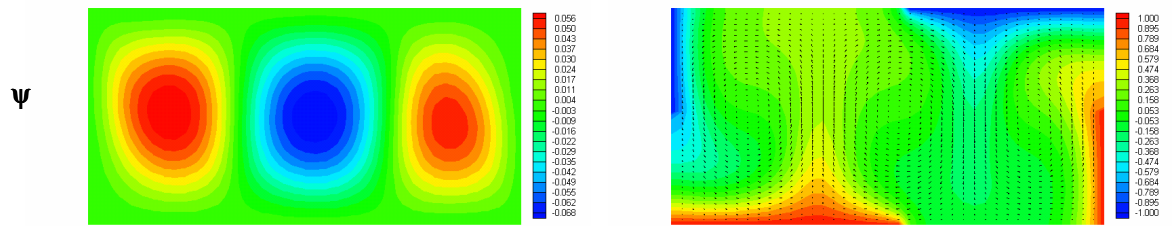


Gr = 136.430

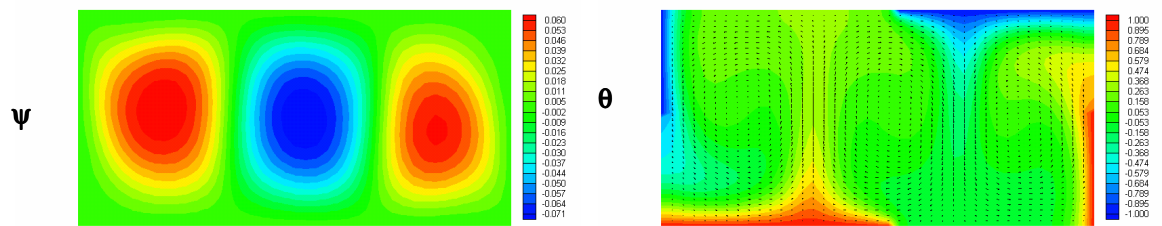


Gr = 341.070

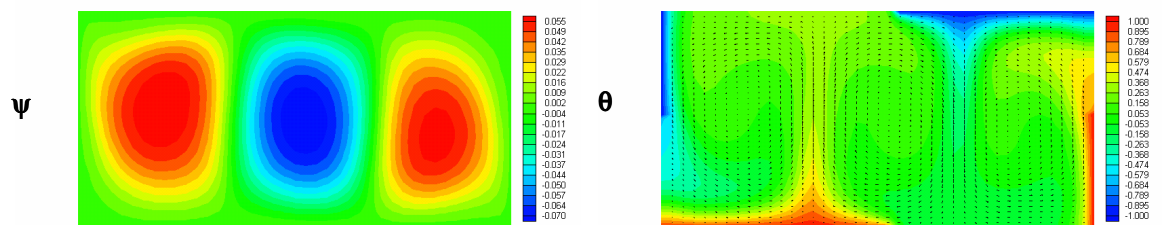
Figura 85 – Distribuição da função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4 Convecção natural - A= 1 ; Pr = 0,733



$Gr = 34.110$



$Gr = 136.430$



$Gr = 341.070$

Figura 86 – Distribuição da função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4
Convecção natural - $A = 2$; $Pr = 0,733$

A figura 87 apresenta os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente S_4 (Nu) versus o número de Grashof (Gr) para convecção natural do caso 4 analisado.

Analisando-se a figura 87 observa-se que para as diversas razões de aspecto, o número de Nusselt médio na parede quente aumenta em função da elevação do número de Grashof. O maior valor do número de Nusselt ocorre na combinação de alto valor do número de Grashof com alto valor da razão de aspecto.

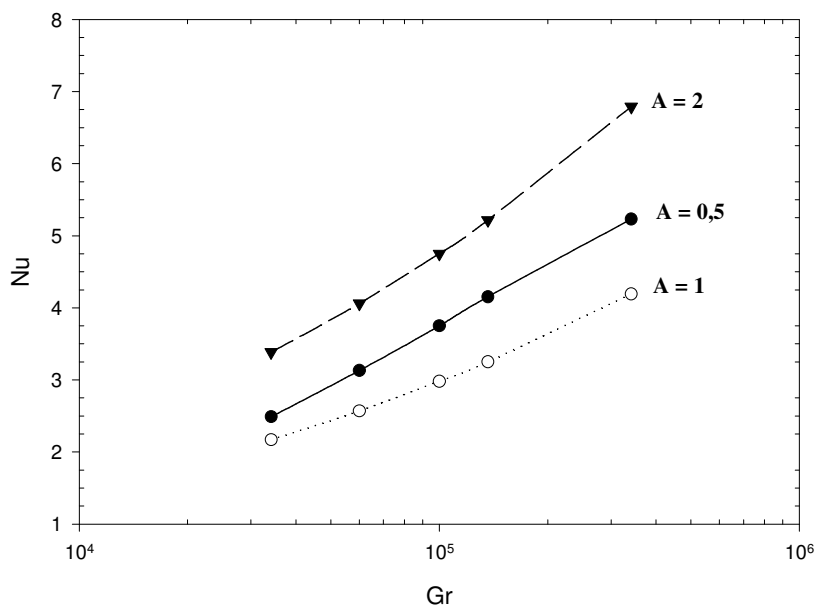


Figura 87 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 4 – Convecção Natural

5.5.3 – Caso 4 – Convecção mista

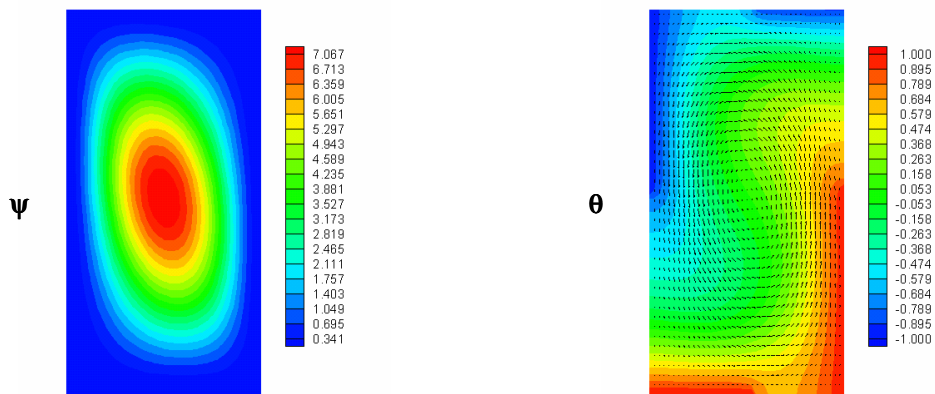
As figuras 88 a 96 apresentam as distribuições das funções corrente e temperatura adimensional para o caso 4.

Na análise das distribuições da função corrente nas figuras nota-se que para a cavidade com razão de aspecto $A = 0,5$ e baixos valores do número de Grashof, para baixos valores de Reynolds ($Re = 1$ e 10), surge apenas uma célula de circulação do fluido, com rotação no sentido anti-horário. Enquanto que as demais associações para esta razão de aspecto, ocorre o surgimento de uma segunda célula de circulação do fluido no sentido horário.

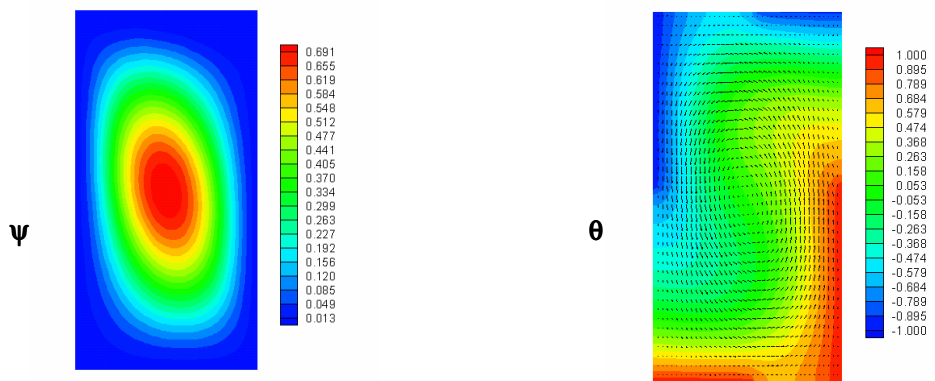
Para as cavidades com razão de aspecto $A = 1$, observa-se a formação de apenas uma célula de circulação do fluido no sentido anti-horário, para baixos valores de número de Reynolds. Entretanto, para Reynolds mais altos ($Re = 100$), surge uma segunda célula com circulação do fluido no sentido horário, por influência do deslocamento da parede superior. Já nos casos onde fixou-se a razão de aspecto $A = 2$, surgem três células de circulação do fluido, sendo que a célula central apresenta velocidades menores sendo originada devido à circulação do fluido originada próximos às paredes isotermicas. Nota-se ainda que o fluido próximo às paredes possui baixas velocidades.

Na análise da distribuição da temperatura adimensional nas figuras, pode-se verificar que as linhas isotermicas não apresentam grandes variações, exceto quando tem-se valores de Reynolds altos ($Re = 100$).

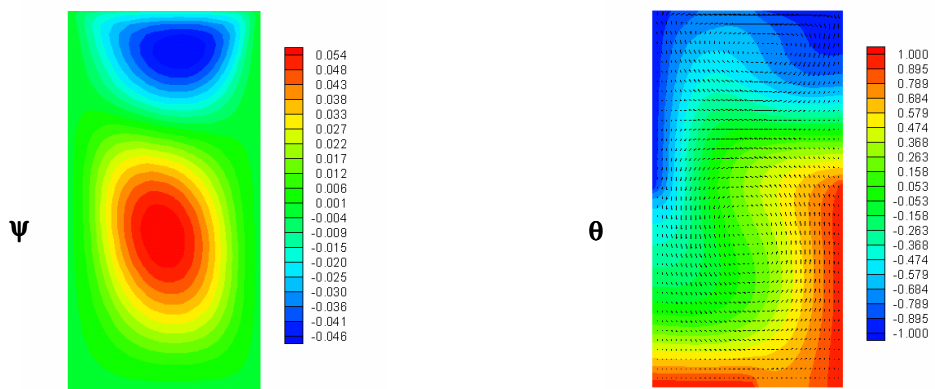
Nas análise destes casos de convecção mista pode-se concluir que a influência da convecção forçada é mais significativa quando ocorrem altos valores do número de Reynolds ($Re = 100$), baixos valores de Grashof ($Gr = 34.110$) e ainda quanto menor for a razão de aspecto. Desta forma quanto menor a razão de aspecto da cavidade e maior o número de Reynolds, maior será a influência da convecção forçada na transferência de calor no interior da cavidade. Inversamente, quanto maior a razão de aspecto e menor o número de Reynolds, maior será a influência da convecção natural na transferência de calor dentro da cavidade.



Re = 1

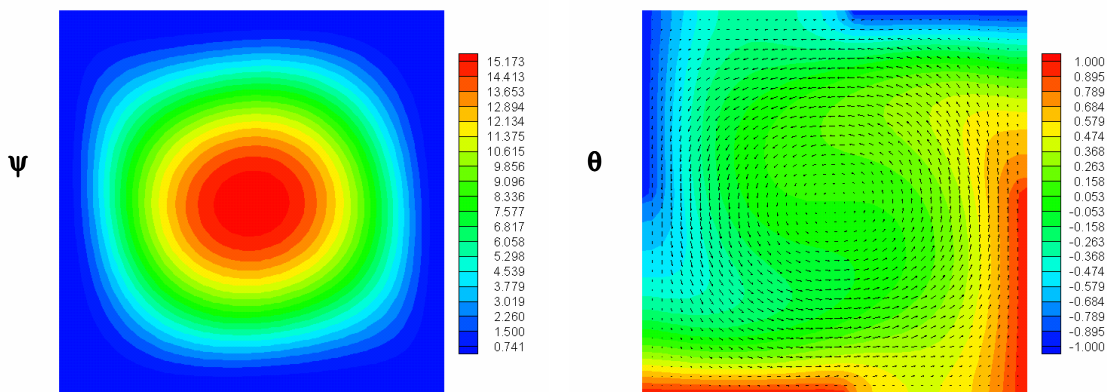


Re = 10

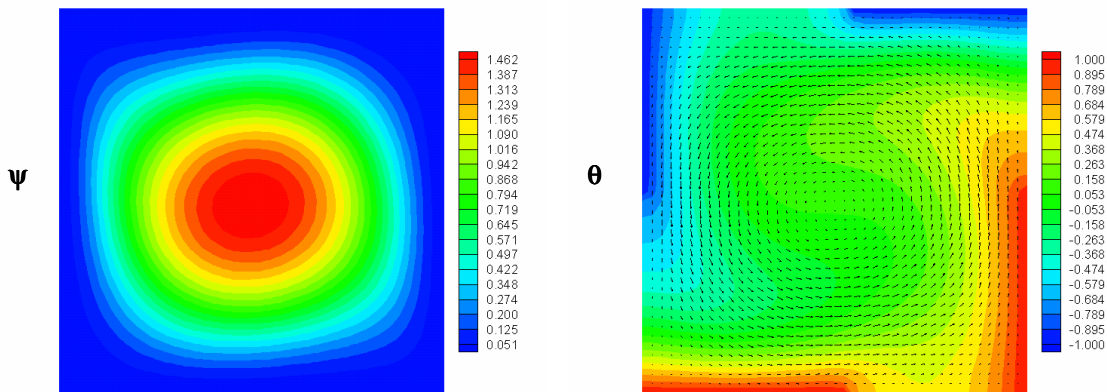


Re = 100

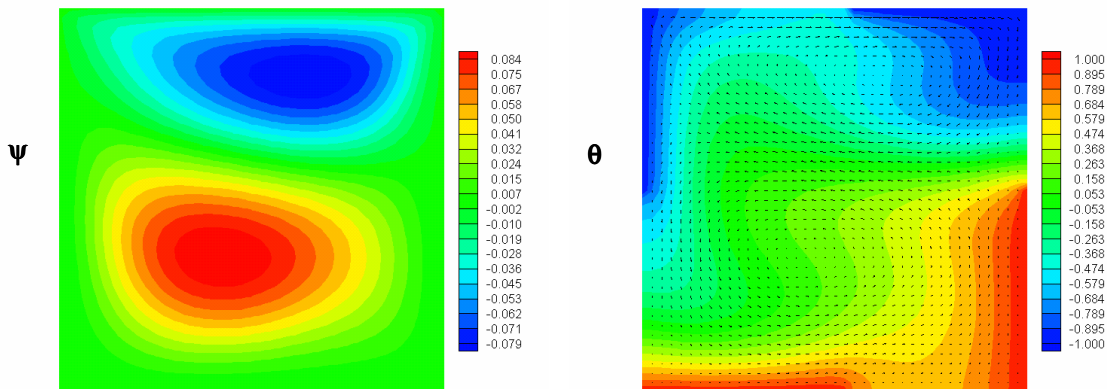
Figura 88 – Distribuições: função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4 Convecção mista - $A=0,5$; $Gr = 34.110$; $Pr = 0,733$



Re = 1

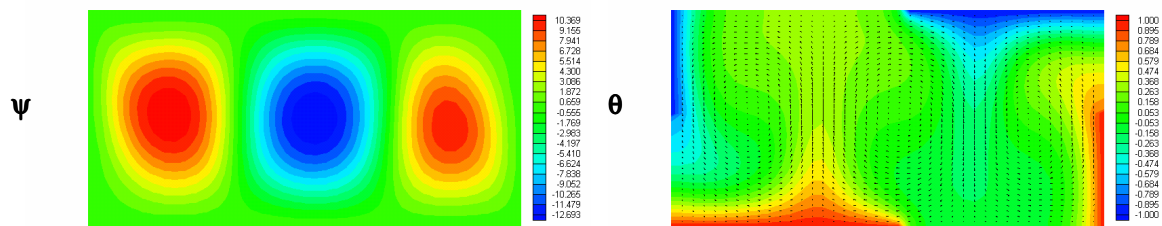


Re = 10

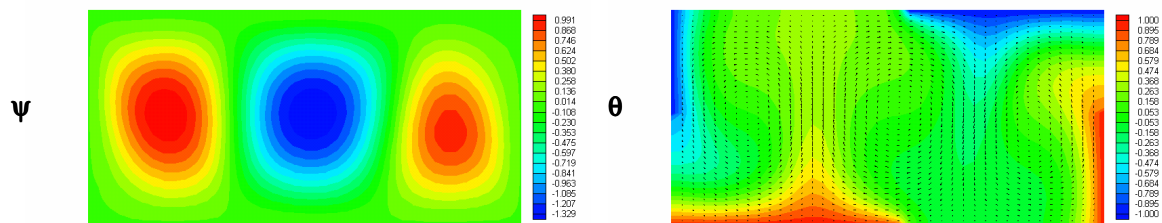


Re = 100

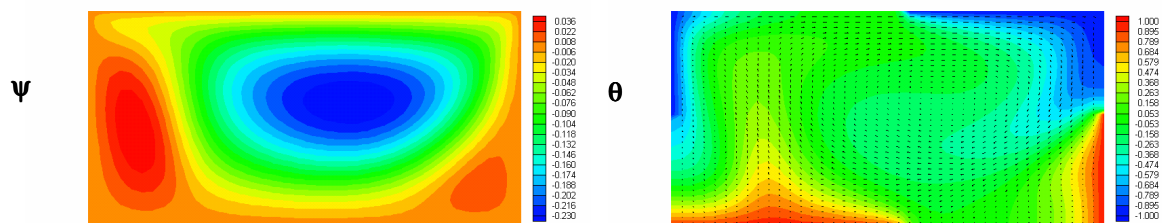
Figura 89 – Distribuições: função corrente Ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4
 Convecção mista - $A=1$; $Gr = 34.110$; $Pr = 0,733$



Re = 1

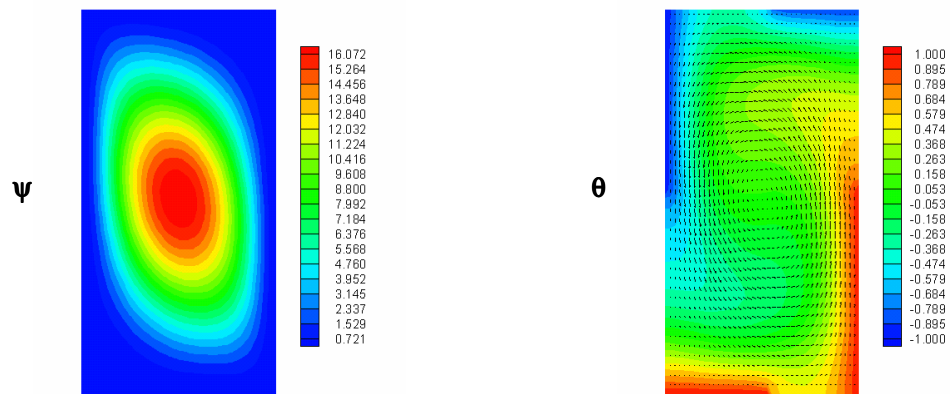


Re = 10

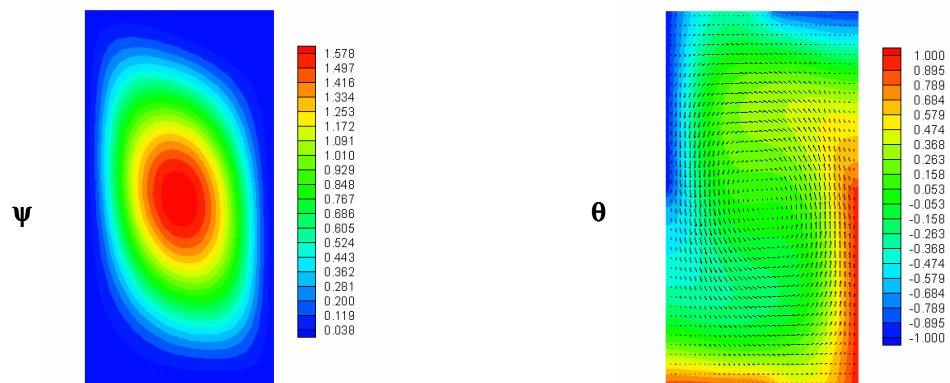


Re = 100

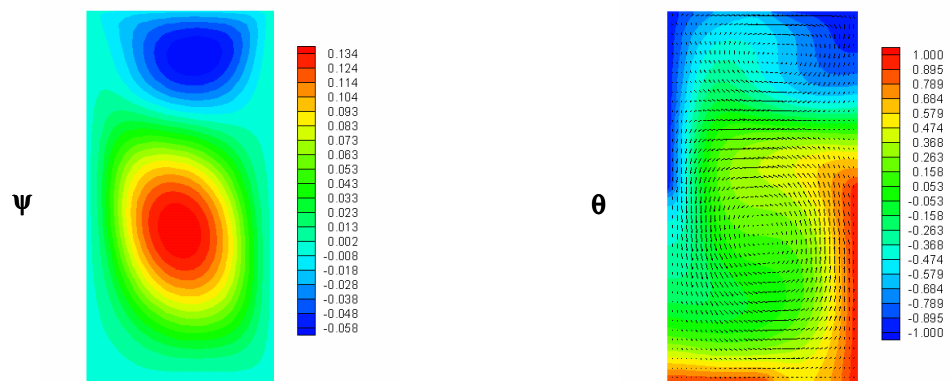
Figura 90 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4 Convecção mista - $A = 2$; $Gr = 34.110$; $Pr = 0,733$



Re = 1

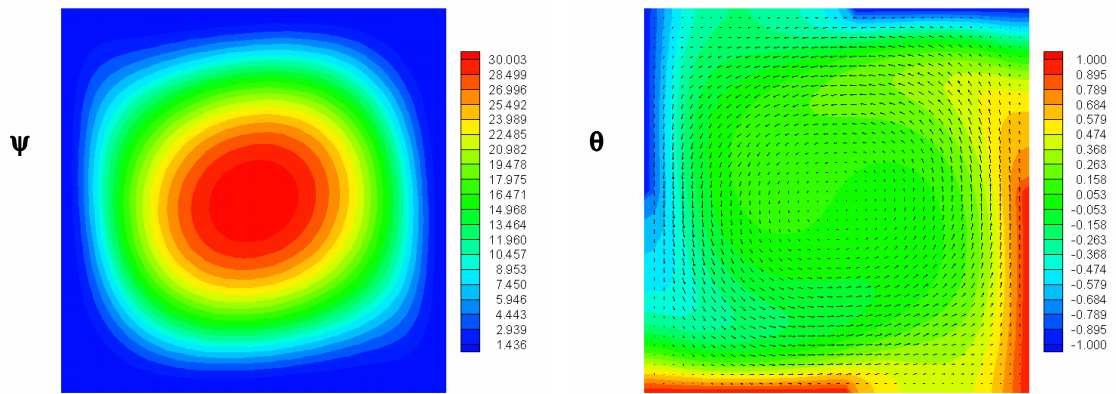


Re = 10

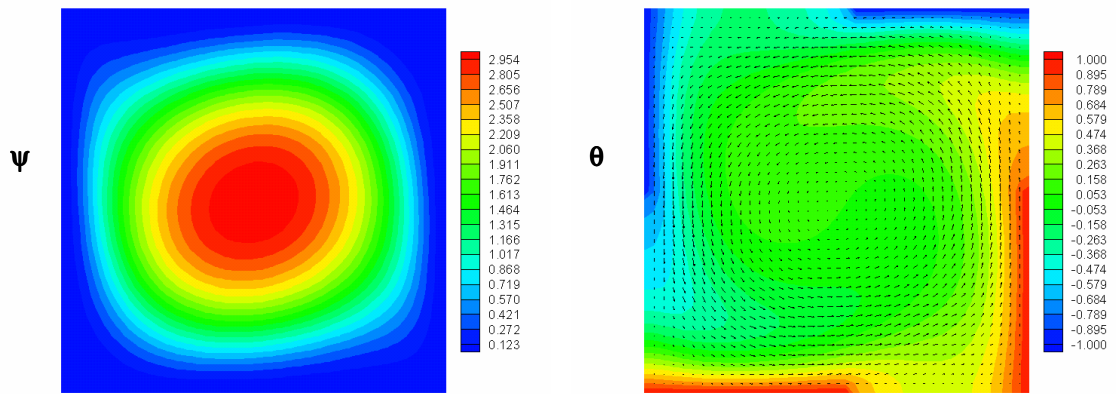


Re = 100

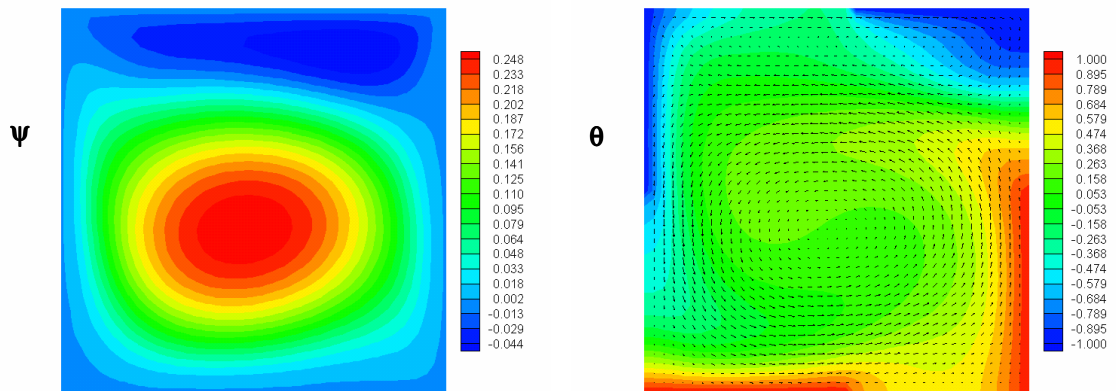
Figura 91 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4
Convecção mista - $A = 0,5$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

Figura 92 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4
 Convecção mista - $A=1$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$

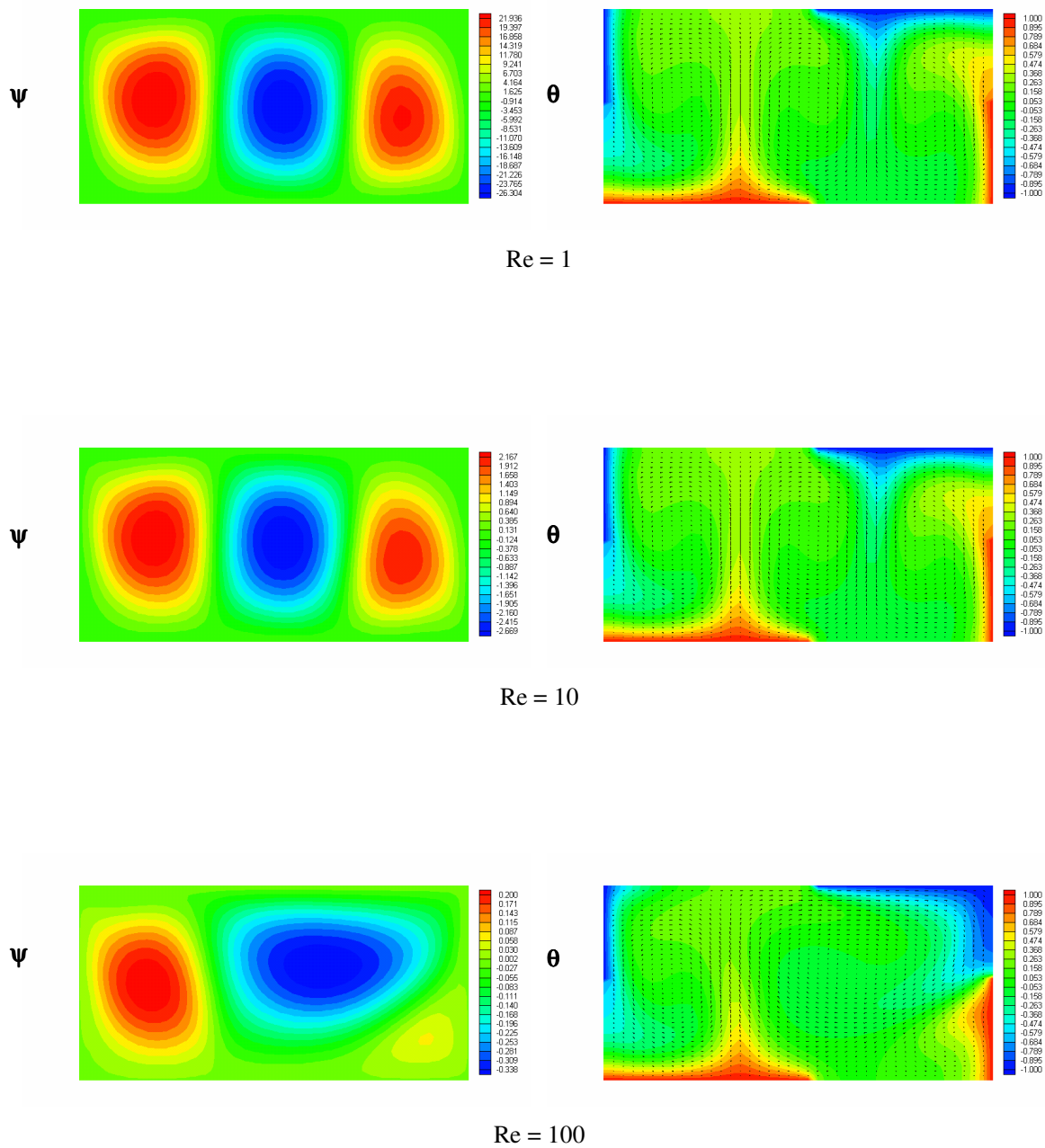
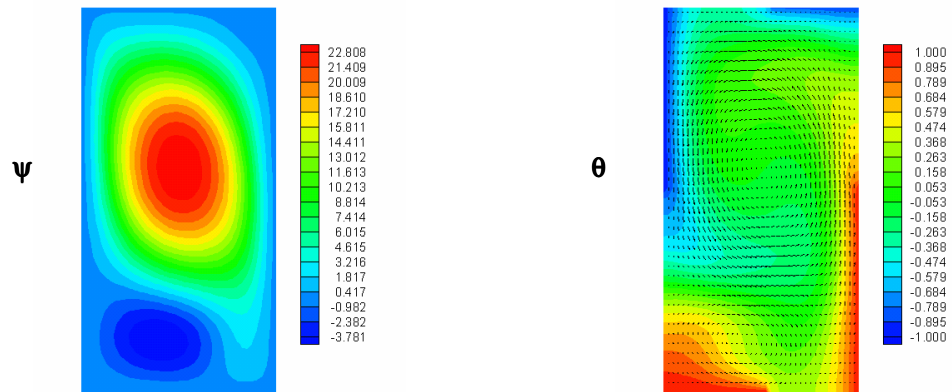
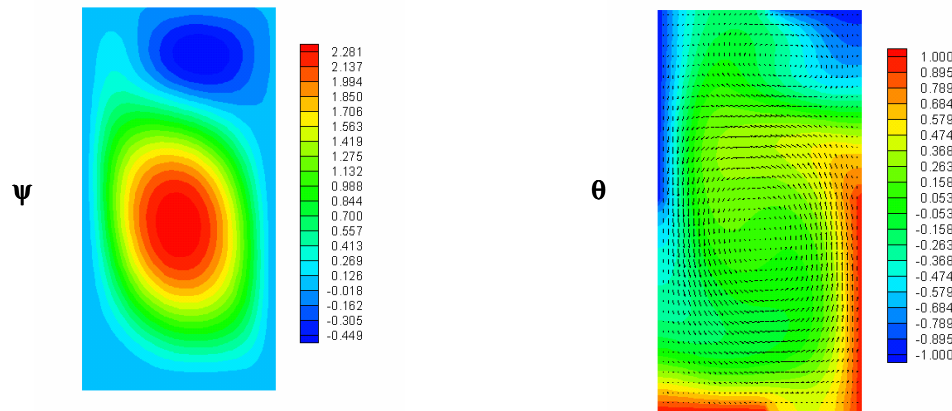


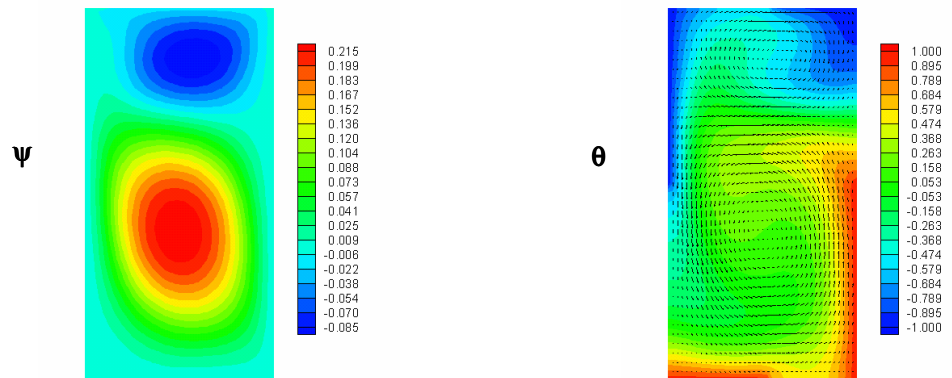
Figura 93 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4 Convecção mista - $A = 2$; $Gr = 136.430$; $Pr = 0,733$



Re = 1

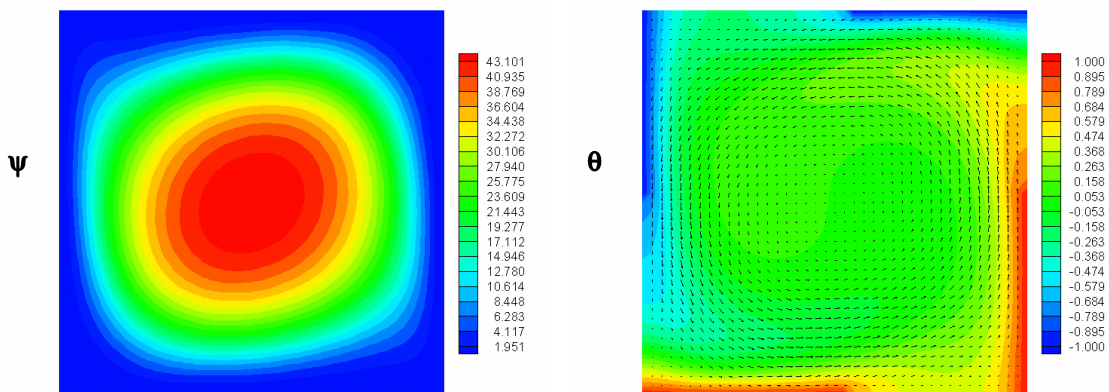


Re = 10

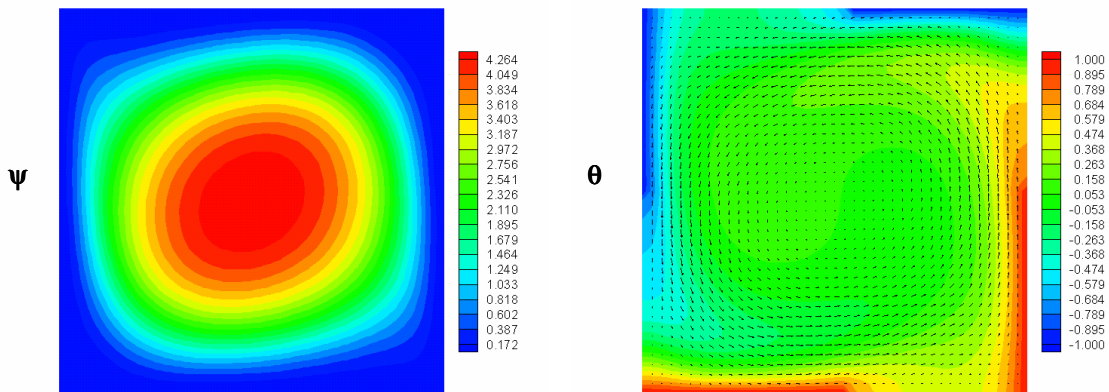


Re = 100

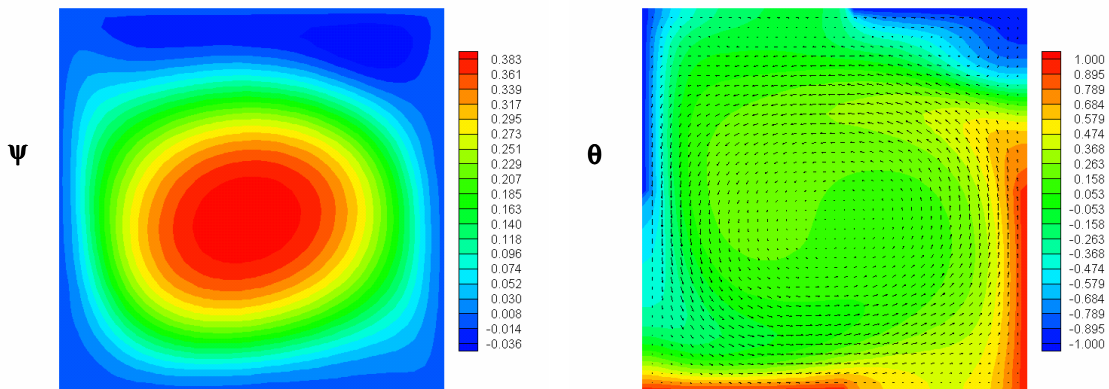
Figura 94 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4
 Convecção mista - $A=0,5$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$



Re = 1



Re = 10



Re = 100

Figura 95 – Distribuições: função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4
 Convecção mista - $A=1$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$

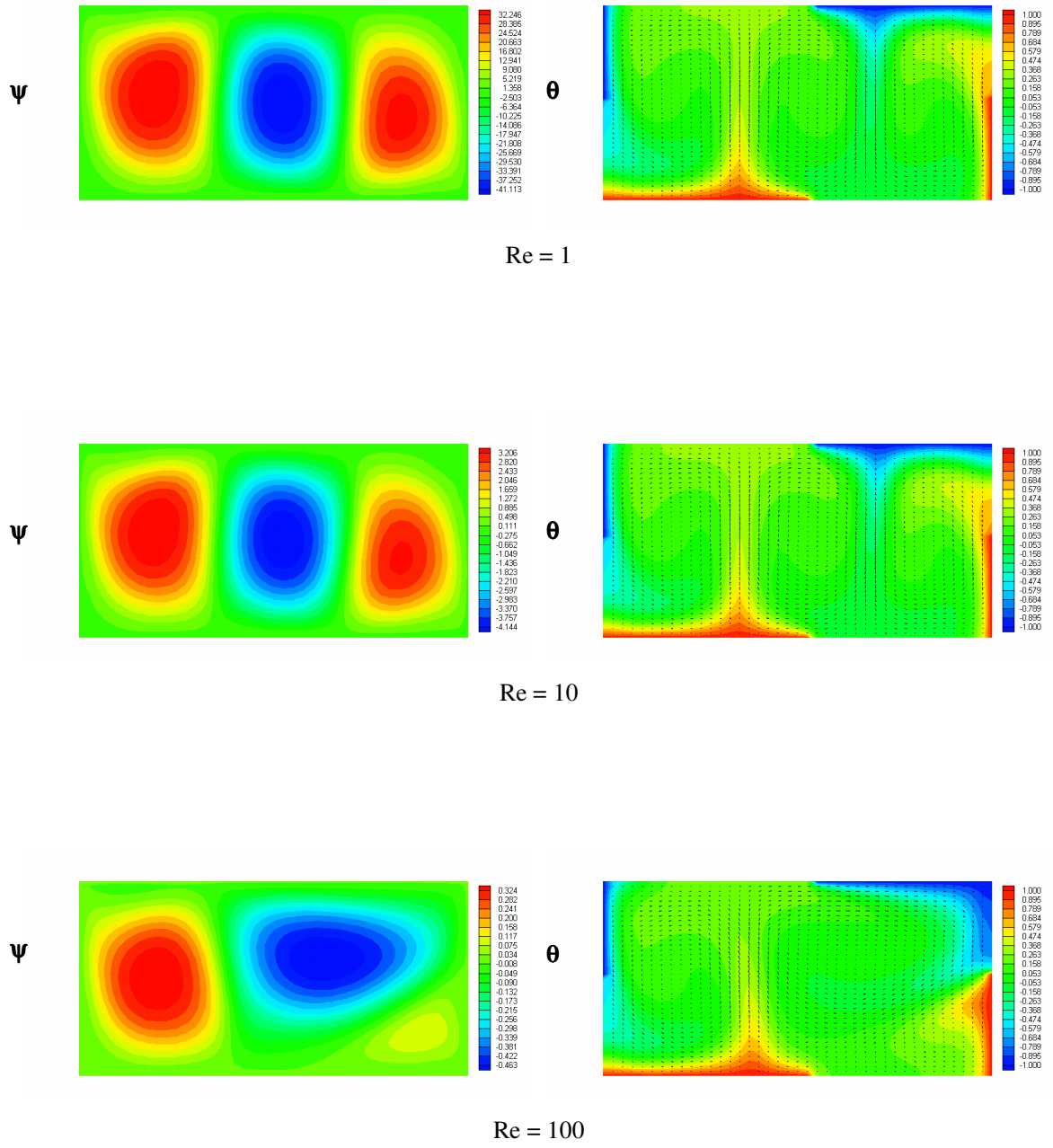


Figura 96 – Distribuição da função corrente ψ e temperatura adimensional θ para o Caso 4
 Convecção mista - $A= 2$; $Gr = 341.070$; $Pr = 0,733$

As figuras 97 a 99 apresentam os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente S_4 (Nu) versus o número de Reynolds (Re) para convecção mista do caso 4 analisado.

Observa-se que em praticamente todos os casos o número de Nusselt médio apresentou pequena diminuição para um dado valor da razão de aspecto em função dos incrementos no número de Reynolds. Entretanto, nota-se também que os maiores valores do número de Nusselt médio surgem para a razão de aspecto $A = 2$ e para altos valores do número de Grashof ($Gr = 341.070$) e baixos valores do número de Reynolds ($Re = 1$).

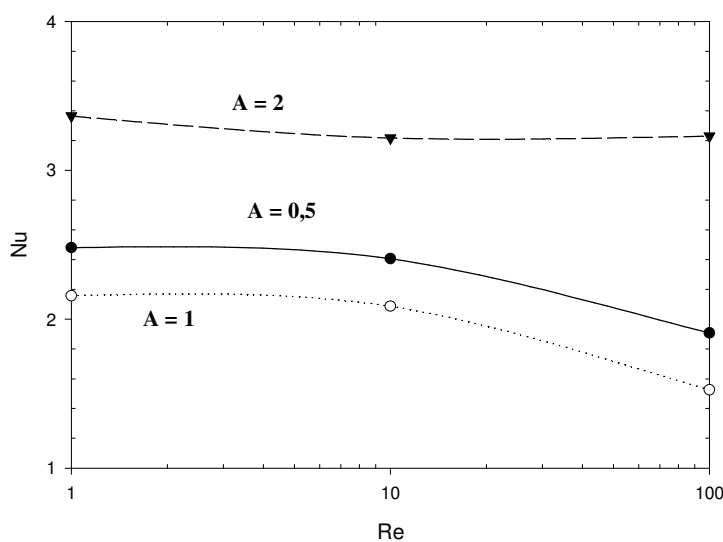


Figura 97 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 4 Convecção mista ($Gr = 34.110$)

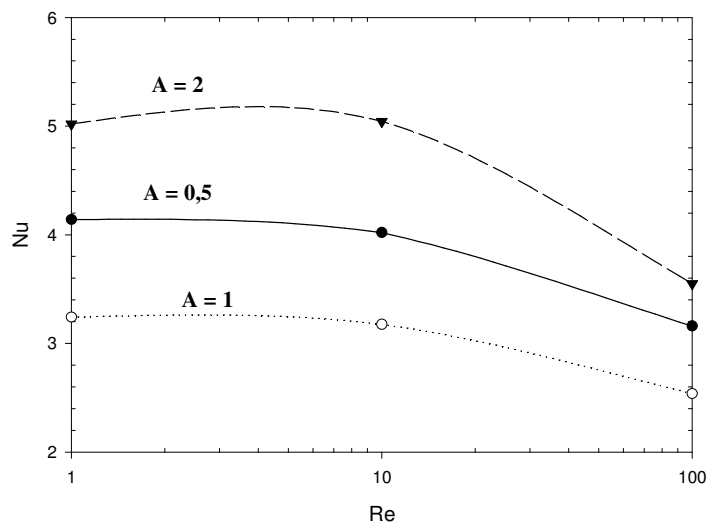


Figura 98 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 4 Convecção mista (Gr = 136.430)

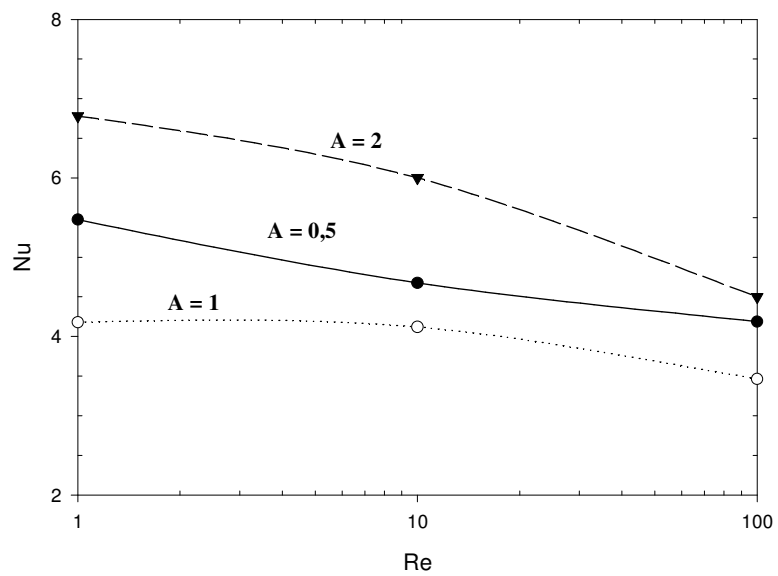


Figura 99 - Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re) – Caso 4 Convecção mista (Gr = 341.070)

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 – CONCLUSÕES

Este trabalho teve por objetivo realizar estudos de problemas de transferência de calor por convecção forçada, natural e mista. Foram considerados 4 casos, sendo estudadas geometrias de cavidades retangulares onde variou-se 3 razões de aspecto. Caso 1: temperaturas diferentes nas metades defasadas das placas verticais. Caso 2: temperaturas diferentes nas metades alinhadas das placas verticais. Caso 3: temperaturas diferentes nas metades defasadas das placas vertical e horizontal inferior. Caso 4: temperaturas diferentes nas metades defasadas nas placas verticais e horizontais. O equacionamento foi desenvolvido para o regime permanente, considerando escoamento bidimensional.

Utilizou-se o método de diferenças finitas para resolver as equações de conservação. Foram determinadas as distribuições da função corrente ψ , temperatura adimensional θ , vorticidade ω e o número de Nusselt médio em função dos parâmetros térmicos e geométricos.

Com o objetivo de validação do programa computacional desenvolvido em linguagem FORTRAN, foram realizados testes para a cavidade quadrada fechada, sendo realizados teste comparativos com dados disponíveis na literatura. Esses testes estão apresentados no capítulo 4, sendo que os comparativos de resultados são apresentados nas tabelas 1 a 9. Os resultados do número médio de Nusselt para os três casos de convecção são apresentados nas tabelas.

Com estes testes realizados variando-se a quantidade de pontos nodais na malha, pode-se concluir que a utilização das malhas com 31x31 e 41x41 pontos nodais acabam gerando os menores desvios em relação aos valores do número de Nusselt médio (Nu) encontrados na literatura.

Comparando-se os valores do número de Nusselt médio (Nu) obtidos com o programa computacional desenvolvido com os valores encontrados na literatura, verificou-se que os menores desvios médios ocorreram em relação a aqueles determinados por Wong (1979). Sendo que os maiores desvios foram encontrados em relação aos valores estabelecidos por Brito (1999). Também pode-se destacar que os menores desvio do número de Nusselt foram observados para baixos valores do número de Grashof ($Gr = 34.110$ e $Gr = 60.000$).

Foram realizados testes para verificar a influência da quantidades de pontos nodais na malha sobre o número de Nusselt médio . Foram realizados experimentos numéricos com o caso clássico da cavidade quadrada fechada com uma parede vertical aquecida, outra resfriada e com as paredes horizontais isoladas termicamente. As avaliações numéricas foram feitas para os casos de convecção forçada, natural e mista.

Analisando-se os dados contidos nas tabelas 10 a 12 e as figuras 8 a 10 pode-se verificar que a quantidade de pontos nodais da malha praticamente não influenciou os valores do número de Nusselt médio, quando utilizamos malhas com médias e grandes quantidades de pontos nodais. Isto quer dizer que apenas para malhas com menos de 1600 pontos nodais (malha 40x40) observam-se variações significativas nos valores do número de Nusselt. Utilizando-se malhas com mais de 1600 pontos nodais, não observa-se variações significativas nos valores do número de Nusselt médio.

Analisando-se as tabelas 13 e 14 e a figura 11 podemos verificar o comportamento do programa computacional em relação ao tempo de processamento. Observa-se que existe uma relação direta entre a quantidade de pontos da malha e o tempo de processamento. Desta

forma foi escolhida a malha de 41x41 pontos nodais para o desenvolvimento do presente trabalho.

Na seqüência serão apresentadas as conclusões dos quatro casos analisados, destacando-se as principais observações quando estudados os efeitos da geometria e condições de contorno da cavidade na transferência de calor por convecção forçada, natural e mista.

6.1.1 - Convecção forçada

Do estudo da convecção forçada destaca-se que a influência da velocidade da parede superior somente é significativa, tanto para a função corrente, como para a temperatura adimensional, para valores do número de Reynolds maiores que 10. No caso da distribuição da função corrente, esta influência da velocidade da parede superior, cria uma tendência de deslocamento da célula em direção à parede vertical direita. A medida que se aumenta a razão de aspecto, ocorre uma maior movimentação do fluido dentro da cavidade, com a expansão da célula de circulação. A transferência de calor para o fluido diminui à medida em que se aumenta a razão de aspecto. Para todas as razões de aspectos dos casos estudados observa-se que os valores do número de Nusselt médio apresentam ligeira elevação para valores do número de Reynolds Re maiores que 10. Sendo que nos casos estudados a utilização de uma baixa razão de aspecto ($A=0,5$), apresentou os mais altos valores do número de Nusselt médio. A exceção ocorre no caso 4, onde os mais altos valores do número de Nusselt médio, surgem para a cavidade com razão de aspecto $A = 1$ e os menores para a razão de aspecto $A= 0,5$.

Os mais altos valores do número de Nusselt médio Nu foram encontrados no estudo da cavidade do caso2. Enquanto que os mais baixo valores foram observados no estudo do caso3.

6.1.2 - Convecção natural

Do estudo da convecção natural verifica-se que a função corrente, o escoamento e a distribuição de temperatura são bastante dependentes da geometria e do número de Grashof. Dependendo da razão de aspecto e do número de Grashof pode haver formação de uma ou várias células de convecção.

Analisando-se os resultados das figuras dos casos estudados, verifica-se que o número de Nusselt médio aumenta com a elevação do número de Grashof Gr . Sendo que nos casos estudados a utilização de uma baixa razão de aspecto ($A=0,5$), apresentou os mais altos valores do número de Nusselt médio. A exceção aparece no caso 4, onde os mais altos valores do número de Nusselt médio, surge para a cavidade com razão de aspecto $A = 2$, e os menores

valores para $A = 1$. Os mais altos valores do número de Nusselt médio foram encontrados no estudo da cavidade do caso3. Enquanto que os mais baixo valores foram observados no estudo do caso4.

6.1.3 - Convecção mista

Do estudo da convecção mista pode-se verificar que a razão de aspecto, o número de Reynolds e o número de Grashof influenciam nas distribuições da função corrente e das temperaturas na cavidade. Sendo que em geral, o aumento da razão de aspecto diminui a transferência de calor para o fluido contido na cavidade. Praticamente em todos os casos, o número de Nusselt médio apresentou ligeira diminuição em função do aumento do número de Reynolds. Em todos os casos estudados observou-se que a maior influência nos valores do número de Nusselt médio, ocorrem por conta dos valores do número de Grashof. Assim sendo, quanto maiores forem os valores do número de Grashof, maiores serão os valores do número de Nusselt médio para uma dada cavidade.

6.1.4 - Casos estudados

Na análise dos quatro casos estudados, apresentados no Capítulo 5, observa-se comportamentos bastante distintos em termo de circulação e de transferência de calor para o fluido confinado na cavidade. Nota-se que para o caso 4 estudado, o fluido apresenta uma maior circulação do fluido e conseqüentemente uma maior troca de calor. Sendo que a cavidade estudada no caso 3 apresenta as menores circulações e as menores transferências de calor para o fluido. Assim para conseguir-se uma maior eficiência na transferência de calor para o fluido, dever-se-ia utilizar as condições de contorno apresentados para a cavidade no estudo do caso4.

6.2 - RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o presente estudo, pode-se sugerir novos trabalhos:

- a) Estudar a transferência de calor por convecção em cavidades de geometria complexa.

- b) Utilizar malhas não uniforme, concentrando-se mais pontos nodais próximos às regiões de altos gradientes.
- c) Realizar estudos abrangendo outras faixas diferentes dos números de Reynolds, Grashof e Prandtl.
- d) Realizar estudos com a introdução de obstáculos no interior da cavidade.
- e) Introduzir várias fontes frias ou aquecidas em uma mesma parede, variando-se a suas quantidades, suas dimensões e seu posicionamento.
- f) Realizar estudos utilizando-se paredes condutoras ao invés de paredes termicamente isoladas.

Apêndice A1

MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS PARA A EQUAÇÃO DE POISSON

A1.1 – INTRODUÇÃO

Seja dada a equação diferencial de Poisson na forma:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = \omega \quad (\text{A1.1})$$

A seguir apresenta-se o desenvolvimento do método das diferenças finitas para a malha uniforme da figura A1.

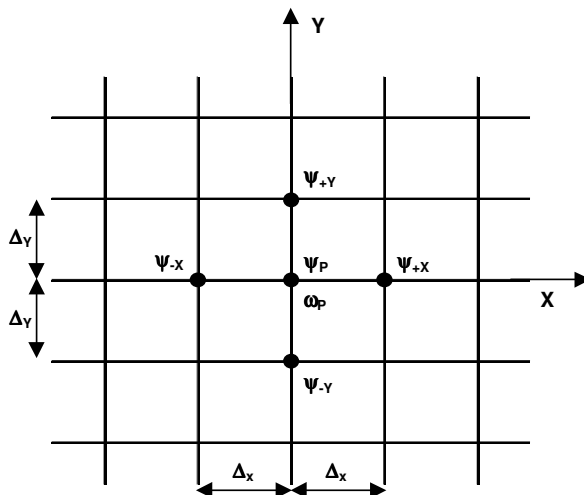


Figura A1 – Malha de diferenças finitas

Com base na figura 1 a equação (A1.1) pode ser escrita na seguinte equação de diferenças finitas:

$$\frac{\Psi_{-x} - 2\Psi_p + \Psi_{+x}}{\Delta X^2} + \frac{\Psi_{-y} - 2\Psi_p + \Psi_{+y}}{\Delta Y^2} = \omega_p \quad (\text{A1.2})$$

De (A1.2), vem:

$$\Psi_{-x} - 2\Psi_p + \Psi_{+x} + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right)^2 (\Psi_{-y} - 2\Psi_p + \Psi_{+y}) = \omega_p \Delta X^2 \quad (\text{A1.3})$$

De (A1.3), vem:

$$(\Psi_{-x} + \Psi_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right)^2 (\Psi_{-y} + \Psi_{+y}) - \omega_p \Delta X^2 = 2\Psi_p + 2\left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right)^2 \Psi_p \quad (\text{A1.4})$$

Explicitando Ψ_p de (A1.4), vem:

$$\Psi_p = \frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right)^2 \right]} \left[(\Psi_{-x} + \Psi_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right)^2 (\Psi_{-y} + \Psi_{+y}) - \omega_p \Delta X^2 \right] \quad (\text{A1.5})$$

A equação (A 1.5) é uma equação explícita para o cálculo da função corrente.

Apêndice A2

MÉTODO UPWIND

A2.1 – MÉTODO UPWIND UNIDIMENSIONAL

A figura A2.1 representa um esquema de diferenças finitas para problemas unidimensionais:

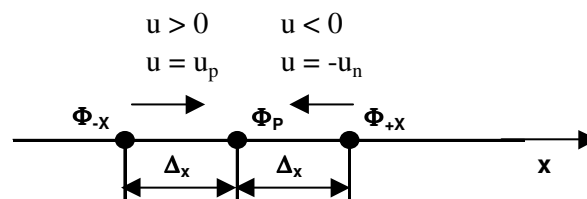


Figura A2.1 – Diferenças finitas de uma variável

Apresenta-se a seguir o método Upwind para calcular o termo convectivo $u \frac{\partial \Phi}{\partial x}$.

O método de Upwind utiliza o seguinte esquema para os casos de $u > 0$ e $u < 0$.

Para $u > 0$:

$$u \frac{\partial \Phi}{\partial x} = u \left(\frac{\Phi_p - \Phi_{-x}}{\Delta x} \right) = u_p \left(\frac{\Phi_p - \Phi_{-x}}{\Delta x} \right) \quad (\text{A2.1})$$

Para $u < 0$:

$$u \frac{\partial \Phi}{\partial x} = u \left(\frac{\Phi_x - \Phi_{-p}}{\Delta x} \right) = -u_n \left(\frac{\Phi_x - \Phi_{-p}}{\Delta x} \right) \quad (\text{A2.2})$$

Sendo:

$$u_n = \frac{1}{2} (|u| - u) \quad (\text{A2.3})$$

$$u_p = \frac{1}{2} (|u| + u) \quad (\text{A2.4})$$

Combinando (A2.1) e (A2.2), vem:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{-u_p \Phi_{-x} + u_p \Phi_p + u_n \Phi_p - u_n \Phi_{+x}}{\Delta x} \\ &= \frac{-u_p \Phi_{-x} + (u_p + u_n) \Phi_p - u_n \Phi_{+x}}{\Delta x} = \\ &= \frac{-u_p \Phi_{-x} + |u| \Phi_p - u_n \Phi_{+x}}{\Delta x} = \end{aligned} \quad (\text{A2.5})$$

De (A2.3), (A2.4) e (A2.5), vem então:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= -\frac{1}{\Delta x} \left[\frac{1}{2} (|u| - u) \Phi_{+x} + \frac{1}{2} (|u| - u) \Phi_{-x} \right] + \frac{1}{\Delta x} (|u| \Phi_p) \\ &= -\left[\frac{u_p \Phi_{-x} - |u| \Phi_p + u_n \Phi_{+x}}{\Delta x} \right] = \end{aligned} \quad (\text{A2.6})$$

A equação (A2.6) é utilizada para calcular o termo convectivo em problemas unidimensionais.

A2.2 – MÉTODO UPWIND BIDIMENSIONAL

A figura A2.2 representa um esquema de diferenças finitas para problemas bidimensionais.

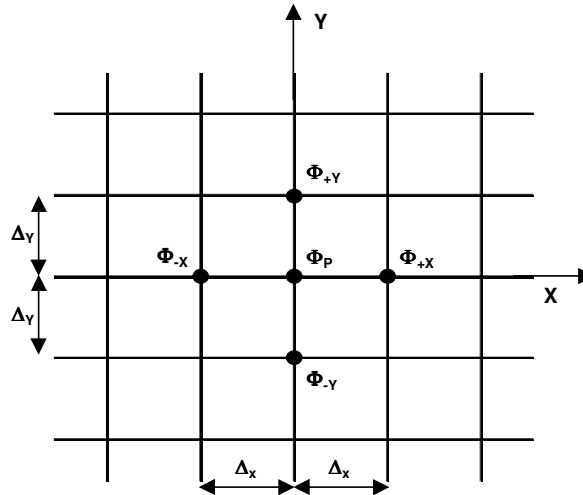


Figura A2.2 – Malha de diferenças finitas

Apresenta-se a seguir o método Upwind para o calcular o termo convectivo $u \frac{\partial \Phi}{\partial x} + v \frac{\partial \Phi}{\partial y}$.

Em analogia a equação (A2.6), no caso bidimensional pode-se escrever que:

$$u \frac{\partial \Phi}{\partial x} + v \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{1}{\Delta x} \left[\frac{1}{2} (|u| - u) \Phi_{+x} + \frac{1}{2} (|u| + u) \Phi_{-x} \right] + \frac{1}{\Delta x} (|u| \Phi_p) - \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{1}{2} (|v| - v) \Phi_{+y} + \frac{1}{2} (|v| + v) \Phi_{-y} \right] + \frac{1}{\Delta y} (|v| \Phi_p) \quad (\text{A2.7})$$

Sendo que:

$$v_p = \frac{1}{2} (|v| + v) \quad (\text{A2.8})$$

$$v_n = \frac{1}{2} (|v| - v) \quad (\text{A2.9})$$

A equação (A2.7) é utilizada para calcular os termos convectivos em problemas bidimensionais.

Apêndice A3

MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

A3.1 – INTRODUÇÃO

Seja a equação diferencial geral dada por:

Onde Φ é uma variável que pode representar θ , e ω . Sendo A e B constantes conhecidas que dependem do tipo de problema estudado.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + u \frac{\partial \Phi}{\partial x} + v \frac{\partial \Phi}{\partial y} = A \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + B \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (\text{A3.1})$$

3.2 – MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

A equação (A3.1) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -u \frac{\partial \Phi}{\partial x} - v \frac{\partial \Phi}{\partial y} + A \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + B \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (\text{A3.2})$$

Tomando como referência a figura A2.2 e considerando os termos convectivos dados pela equação (A2.7), pode-se escrever a equação (A3.2) na seguinte equação de diferenças finitas:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{+t} - \Phi_p}{\Delta t} = & \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{1}{2} (|u| - u) \Phi_{+x} + \frac{1}{2} (|u| - u) \Phi_{-x} \right] + \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{1}{2} (|v| - v) \Phi_{-y} + \frac{1}{2} (|v| - v) \Phi_{+y} \right] \\ & - \left(\frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} \right) \Phi_p + A \left(\frac{\Phi_{-x} - 2\Phi_p + \Phi_{+x}}{\Delta x^2} + \frac{\Phi_{-y} - 2\Phi_p + \Phi_{+y}}{\Delta y^2} \right) + B \left(\frac{\Phi_{+x} - \Phi_{-x}}{2\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (\text{A3.3})$$

Aplicando-se a propriedade distributiva tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{+t} - \Phi_p}{\Delta t} = & \frac{(|u| - u) \Phi_{+x}}{2\Delta x} + \frac{(|u| - u) \Phi_{-x}}{2\Delta x} + \frac{(|v| - v) \Phi_{+y}}{2\Delta y} + \frac{(|v| - v) \Phi_{-y}}{2\Delta y} \\ & - \frac{|u| \Phi_p}{\Delta x} - \frac{|v| \Phi_p}{\Delta y} + A \left(\frac{\Phi_{-x} - 2\Phi_p + \Phi_{+x}}{\Delta x^2} + \frac{\Phi_{-y} - 2\Phi_p + \Phi_{+y}}{\Delta y^2} \right) + B \left(\frac{\Phi_{+x} - \Phi_{-x}}{2\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (\text{A3.4})$$

Isolamos os termos comuns da equação (A3.4) vem:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{+t} - \Phi_p}{\Delta t} = & \left[\frac{(|u| - u) \Phi_{+x}}{2\Delta x} + \frac{(|u| - u) \Phi_{-x}}{2\Delta x} - \frac{|u| \Phi_p}{\Delta x} \right] + \left[\frac{(|v| - v) \Phi_{+y}}{2\Delta y} + \frac{(|v| - v) \Phi_{-y}}{2\Delta y} - \frac{|v| \Phi_p}{\Delta y} \right] + \\ & + A \left(\frac{\Phi_{-x} - 2\Phi_p + \Phi_{+x}}{\Delta x^2} \right) + A \left(\frac{\Phi_{-y} - 2\Phi_p + \Phi_{+y}}{\Delta y^2} \right) + B \left(\frac{\Phi_{+x} - \Phi_{-x}}{2\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (\text{A3.5})$$

Daí então:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{+t} - \Phi_p}{\Delta t} &= \frac{1}{2\Delta x} \left((|u| - u)\Phi_{+x} + (|u| - u)\Phi_{-x} \right) + \frac{1}{2\Delta y} \left((|v| - v)\Phi_{+y} + (|v| - v)\Phi_{-y} \right) - \left(\frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} \right) \Phi_p \\ &+ A \left(\frac{\Phi_{-x} + \Phi_{+x}}{\Delta x^2} \right) + A \left(\frac{\Phi_{-y} + \Phi_{+y}}{\Delta y^2} \right) + 2A \left(\frac{\Phi_p}{\Delta x^2} + \frac{\Phi_p}{\Delta y^2} \right) + B \left(\frac{\Phi_{+x} - \Phi_{-x}}{2\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (\text{A3.6})$$

Isolando os termos de velocidade na equação (A3.6) vem:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{+t} - \Phi_p}{\Delta t} &= \frac{1}{2\Delta x} \left((|u| - u)\Phi_{+x} + (|u| - u)\Phi_{-x} \right) + \frac{1}{2\Delta y} \left((|v| - v)\Phi_{+y} + (|v| - v)\Phi_{-y} \right) \\ &+ \frac{A}{\Delta x^2} \left[(\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 (\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) \right] - \frac{2A}{\Delta x^2} \left[1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 \right] \Phi_p \\ &- \left(\frac{|u|\Delta y}{\Delta x\Delta y} + \frac{|v|\Delta x}{\Delta x\Delta y} \right) \Phi_p + B \left(\frac{\Phi_{+x} - \Phi_{-x}}{2\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (\text{A3.7})$$

Desenvolvendo os termos de velocidade tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_{+t} - \Phi_p}{\Delta t} &= \frac{1}{2\Delta x\Delta y} \left\{ 2A(\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 (\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) \right\} + \\ &+ \frac{1}{2\Delta x\Delta y} \left\{ 4A \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 \right] \right\} \Phi_p - \frac{1}{2\Delta x\Delta y} (2|u|\Delta y + 2|v|\Delta x) \Phi_p + \\ &+ \frac{1}{2\Delta x\Delta y} \left[((|u| - u)\Phi_{+x} + (|u| - u)\Phi_{-x}) \Delta y + ((|v| - v)\Phi_{+y} + (|v| - v)\Phi_{-y}) \Delta x \right] \\ &+ \frac{1}{2\Delta x\Delta y} [B(\Phi_{-x} + \Phi_{+x})\Delta y] \end{aligned} \quad (\text{A3.8})$$

Donde resultando finalmente a equação:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{+t} = & \Phi_p + \frac{\Delta t}{2\Delta x\Delta y} \left\{ \left[2A(\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 (\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) \right] \right. \\
 & - \left. \left\{ 4A \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 \right] + (2|u|\Delta y + 2|v|\Delta x) \right\} \Phi_p \right. \\
 & + \frac{1}{2} [(|u| - u)\Phi_{+x} + (|u| - u)\Phi_{-x}] \Delta y + \frac{1}{2} [(|v| - v)\Phi_{+y} + (|v| - v)\Phi_{-y}] \Delta x + \\
 & \left. + [B(\Phi_{-x} + \Phi_{+x})\Delta y] \right\} \tag{A3.9}
 \end{aligned}$$

A equação (A3.9) é uma equação explícita para cálculo da temperatura adimensional θ ou da vorticidade ω . Os parâmetros A e B da equação (A3.9) terão valores apropriados dependendo do tipo de problema de convecção estudado.

Apêndice A4

ALGORITMO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

A4.1 – INTRODUÇÃO

O fluxograma do programa computacional é apresentado na Figura 100.

Este programa foi desenvolvido para operacionalizar os cálculos das variáveis, conforme as equações definidas no Capítulo 3. Pode ser utilizado para os problemas de convecção forçada, natural ou mista. Na seqüência são descritos os passos e alguns detalhes dos blocos do fluxograma. Foi desenvolvido um programa específico para cada um dos casos estudados neste presente trabalho. Desta forma o programa foi alterado para atender as condições estabelecidas em cada um dos casos estudados. Foram ainda criadas duas opções diferentes de programa, sendo uma para utilização em computadores com o auxílio do Compilador do Software FORTRAN, e uma segunda versão que possibilita a sua utilização em quaisquer tipos de Hardware.

Definição dos parâmetros (Bloco I)

Neste bloco inicial são definidos todos os parâmetros que serão utilizados no programa, assim como os seus limites máximos.

Leitura de dados (Bloco II)

Neste bloco foram introduzidas algumas alterações de forma a criar a versão do programa, que permitiu a sua utilização mesmo em computadores onde não havia a instalação do Compilador do Software FORTRAN. Essa versão do programa foi criada na versão executável, ou seja, com extensão “.exe”. Onde cada um dos dados abaixo relacionados deveriam ser introduzidos individualmente antes do início da operação do programa.

Os dados lidos no programa computacional são:

- tipo do problema de convecção estudado;
- número de Prandtl;
- número de Reynolds;
- número de Grashof;
- número de pontos da malha na direção X;
- número de pontos da malha na direção Y;
- número máximo de iteração;
- intervalo de tempo;
- razão de aspecto;

Leitura das condições iniciais (Bloco III)

Inicialmente, a função corrente ψ , a temperatura adimensional θ , e a vorticidade ω assumem o valor zero em todo o domínio.

Leitura das condições de contorno (Bloco IV)

Os dados impostos para as condições de contorno são:

- valores das temperaturas especificadas para os pontos nodais correspondentes às superfícies fria e quente, que variam em função do caso estudado;
- valores da função corrente ψ e vorticidade ω para os pontos nodais correspondentes do contorno.

Definição das variáveis diferenciais (Bloco V)

Define as variáveis adimensionais a serem utilizadas no programa computacional.

Cálculo da distribuição da função corrente (Bloco VI)

Aplicando as equações (3.2) ou (3.5) dadas no Capítulo 3, obtém-se a distribuição da função corrente (ψ).

Cálculo das velocidades do fluido (Bloco VII)

Aplicando-se a equação (2.13) dada no Capítulo 2, obtém-se as componentes de velocidades U e V.

Cálculo da distribuição da vorticidade (Bloco VIII)

Aplicando-se as equações (3.3) ou (3.6) dadas no Capítulo 3, obtém-se a distribuição da vorticidade (ω).

Cálculo da distribuição da temperatura adimensional (Bloco IX)

Aplicando-se as equações (3.4) ou (3.7) dadas no Capítulo 3, obtém-se a distribuição da temperatura adimensional (θ).

Cálculo do número de Nusselt médio (Bloco X)

Aplicando as equações (2.37) e (2.38), é possível determinar os números de Nusselt local e médio para as superfícies quente conforme o caso estudado.

Na sequência o programa computacional verifica se o número de iterações atingiu o número máximo de iterações, valor este fornecido na leitura de dados (bloco II). Quando a igualdade é atingida o processo de cálculo é interrompido.

Analisa-se, logo após, se houve convergência ou se o regime permanente foi atingido, isto através da análise da convergência do valor do número de Nusselt médio.

Incremento de tempo (Bloco XI)

Se o número máximo de iterações foi atingido, o processo de cálculo é interrompido. Caso contrário, o tempo é incrementado e o processo de cálculo é iniciado a partir do ponto A (ver figura 100 – fluxograma do programa computacional).

Imprimir resultados (Bloco XII)

Os resultados para as distribuições de ψ , θ e ω , bem como os números de Nusselt médio podem ser impressos para cada iteração, ou seja, para cada tempo τ . É ainda gerado um

banco de dados com os valores das distribuições acima mencionadas, para a geração de gráficos no Software SIGMAPLOT.

Os cálculos apresentados neste trabalho foram realizados num microcomputador PC PENTIUM 3 com 550MHz, com 128 Mb de memória RAM, usando o compilador FORTRAN PowerStation 4.0 .

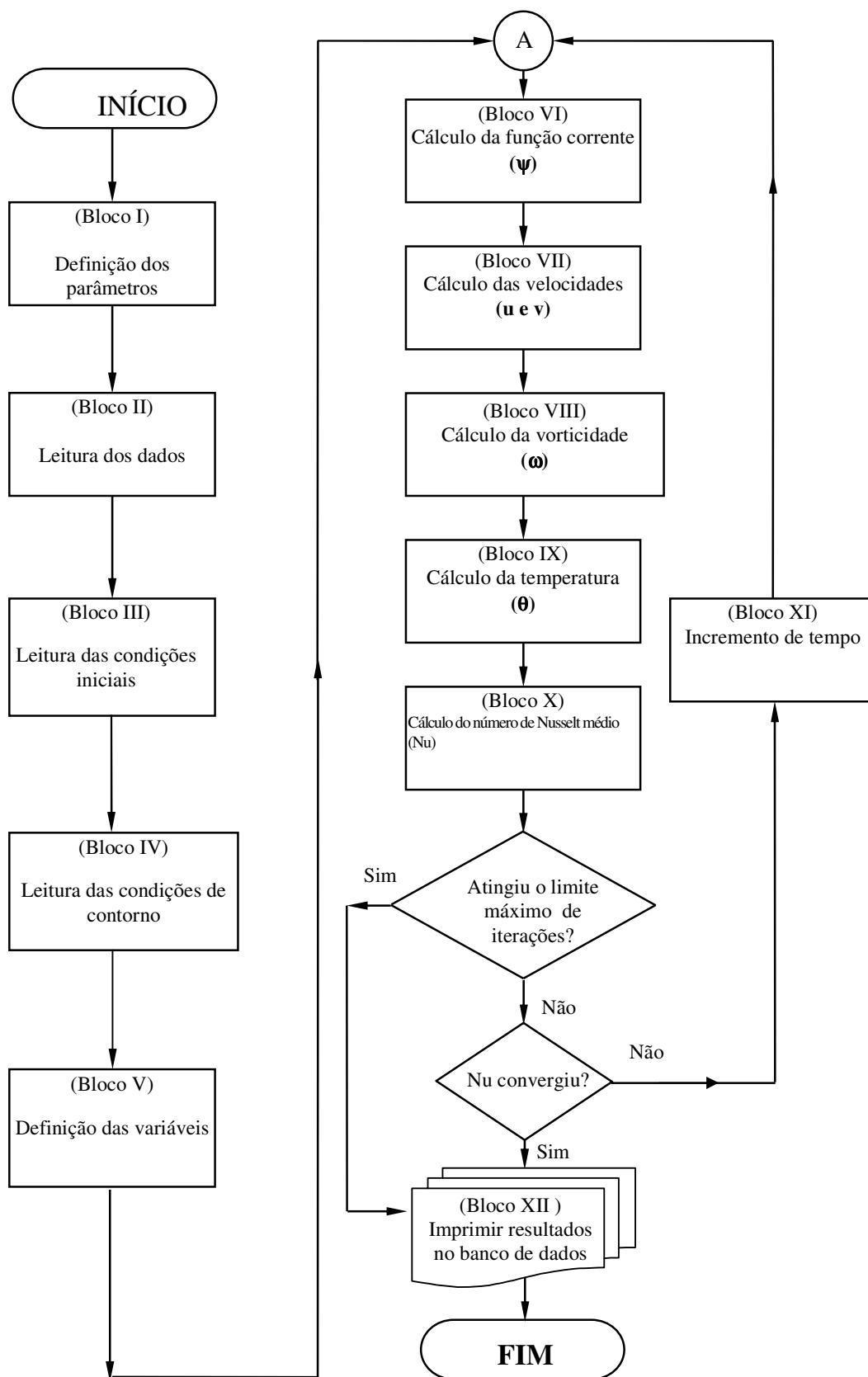


Figura 100 - Fluxograma geral do programa computacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUNG, W.; WORKU, G., (1987). “Mixed convection in ducts with asymmetric wall heat fluxes”. *Journal of Heat Transfer*, Vol.109, pp. 947-951.

BASAK, T.; BALAKRISHNAN, A. R., (2006). “Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity”. *Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 4525-4535.

BODOIA, J. R.; OSTERLE, J. F., (1962). “The development of free convection between heated vertical plates”. *Journal of Heat Transfer*, Vol. 84, pp. 40-44.

BRITO, R. F., (1999). “*Simulação numérica da transferência de calor e do escoamento de fluidos*” – Dissertação de Mestrado, UNIFEI, Itajubá.

CHENG, M.; HUNG, K. N., (2005). “Vortex structure of steady flow in a rectangular cavity” – *Computers & Fluids*, Vol 35, pp. 1046-1062.

FIGUEIREDO, J. R.; GANZAROLLI, M. M., (1986). “Convecção natural em cavidades retangulares_solução numérica” – *II Congresso Latino-americano de Transferência de calor e materia. São Paulo*, pp. 62-73.

FRIGO, L. M.; MANSUR, S. S., (1986). “Simulação numérica 2D e 3D de uma cavidade com tampa deslizante a baixos números de Reynolds” – *Anais di 30 Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC, Ilha Solteira.*

- GHADDAR, N. K., (1992).** “Natural Convection Heat Transfer between a uniformly heated cylindrical element and its rectangular enclosure”, - *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 2327-2334.
- GUO, G.; SHARIF, M. A. R., (2003).** “Mixed convection in rectangular cavities at various aspect ratios with moving isothermal sidewalls and constant flux heat source on the bottom wall”, - *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 465-475.
- INGHAM, D. B.; WATSON, P.; HEGGS, P. J., (1995).** ”Recirculation laminar mixed convection in a horizontal parallel plate duct”.- *International Journal Heat and Fluid Flow*, Vol. 16, pp. 202-210.
- LIN, T. F.; YIN, C. P. (1991),** “Transient Laminar mixed convective transfer in a vertical flat duct” – *Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 384-390.
- LUNDBERG, R. E.; REYNOLDS, W. C., (1963).** ”*Heat Transfer with laminar flow in concentric annuli with constant and variable wall temperature and heat flux*” – NASA TN D-1972.
- MENON, G. J. (1984),** “*Convecção natural no interior de coletores solares concentradores de parábolas compostas*”. – Tese de doutorado, ITA, São José dos Campos.
- MERCER, W. E.; PEARCE, W. M., (1967).** “Laminar forced convection in the entrance region between parallel flat plates”.- *Journal of heat transfer*, Vol. 89, pp. 251-257.
- NGUYEN, T. V., (1991).** “Low Reynolds Number Simultaneously Developing Flows in the Entrance region of Parallel Plates”. - *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol.34, pp. 1219-1991.
- NGUYEN, T. V., (1992).** “Laminar heat transfer for thermally developing flow in ducts”. *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol.35, pp. 1733-1741..

- NGUYEN, T. V.; MACLAINE-CROSS, I. L., (1991).** "Simultaneously Developing, Laminar Flow, Forced Convection in the Entrance Region of Parallel Plates" - *Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 837–842.
- OOSTHUIZON, P. H.; PAUL, J. T., (1985).** "Mixed convective heat transfer in a cavity" – 23rd. *National Heat Transfer Conference – University of Delaware*, pp. 159-169.
- OZOE, H.; YAMAMOTO, K., (1974).** "Natural circulation in a inclined rectangular channel heat on one side in a cooled on the opposing side". - *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol.17, pp. 1209-1217.
- OZTOP, H. F.; DAGTEKIN, I., (2003).** "Mixed convection in two-sided lid-driven differentially heated square cavity". - *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol.47, pp. 1761-1769.
- QUINTIERE, J. MÜLLER, W. K., (1973).** "An analysis of laminar free and forced convection between finite vertical plates". – *Journal of Heat Transfer*, Vol. 95, pp. 53-59.
- SAFI, M. J., (1994).** "Development of thermal stratification in a two-dimensional cavity: a numeric study" - *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 2017-2024.
- SALDANA, J. G. B., (2005).** "Numerical simulation of mixed convection over a three-dimensional horizontal backward-facing step" – Tese de Doutorado, Texas A&M University, Dallas.
- TABARROK, B.; LIN, R. C., (1997).** "Finite element analysis of free convection flow" - *Journal of Heat Transfer*, Vol. 20, pp. 945-952.
- TAO, L. N., (1960).** "On combined free and forced convection in channels" - *Journal of Heat Transfer*, Vol. 82, pp. 233-238.

- TAY, A. O.; VAHL DAVIS, G., (1971).** “Application of finite element method to convection heat transfer between parallel plates”. – *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 1057-1069.
- VALENCIA, A.; FREDERICK, R. L., (1989).** “Heat transfer in square cavities with partially active vertical walls” – *Int. Journal of heat and mass transfer*, Vol. 32, pp. 1567-1574.
- WILKES, J. O.; CHURCHILL, S. W. (1966).**, “The finite difference computational in a rectangular enclosures” – *AIChE Journal*, Vol.12, pp. 161-166.
- WONG, H. H.; RAITHBY, G. D., (1979).** “Improved finite difference methods based on a critical evaluation of the approximation errors” – *Numerical Heat Transfer*, Vol.2, pp. 139-163.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

ALBERTZ, D.; ARIANS, G.; HENNEBERGER, G., (2000), “Comparison between transient and quasi-stationary calculations of eddy current field problems with moving conductors” - *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 19, No. 2, , pp. 173-179.

AL-NAJEM, N. M.; KHANAFER, K. M.; EL-REFAEE, M.M., (1998), “Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse magnetic field” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 8, No. 6, pp. 651–672.

BILOTTI, F.; TOSCANO, A.; VEGNI, L., (2000), “A new design technique for non-homogeneous media filters”. *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 19, No. 2, pp. 229-238.

BOSSAVIT, A., (2000), “Most general “non-local” boundary conditions for the Maxwell equation in a bounded” - *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 19, No. 2, pp. 239-245.

GONG, Z. X.; MUJUMDAR, A. S., (1998), “A finite element model for convection-dominated melting and solidification problems” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 8, No. 4, pp. 393–408.

- IACOVIDES, H.; RAISEE, M., (2001)**, “Computation of flow and heat transfer in two-dimensional rib-roughened passages, using low-Reynolds-number turbulence models” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 11, No. 1 .
- JAYARAJ, S., (1999)**, “Finite difference modelling of natural convection flow with thermophoresis” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 9, No. 6, pp. 692-704.
- KISHINAMI, K.; SAITO, H.; SUZUKI, J.; ALI, A. H. H., (1998)**, “Convective heat transfer from a vertical plate -A fundamental study of combined free and forced convective heat transfer from a vertical plate followed by a backward step” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 8, No. 6, pp. 717–736.
- LACROIX, M.; BENMADDA, M., (1998)**, “Analysis of natural convection melting from a heated wall with vertically oriented fins” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 8, No. 4, pp. 465–478.
- MACKERLE, J., (1999)**, “*Finite element analysis of machine elements*” - *Engineering Computations*, Vol. 16, No. 6, pp. 677-748.
- MACKERLE, J., (2001)**, “*Error estimates and adaptive finite element methods*” – *Engineering Computations*, Vol. 18, No. 5, pp. 802-914.
- MANZARI, M. T., (1999)**, “An explicit finite element algorithm for convection heat transfer problems” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 9, No. 8, pp. 860-877.
- MAYNE, D. A.; USMANI, A. S.; CRAPPER, M., (2000)**, “h-adaptive finite element solution of high Raleigh number thermally driven cavity problem” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 10, No. 6, pp. 598-615.
- NIGRO, N.; STORTI, M.; IDELSOHN, S., (1997)**, “A general algorithm for

compressible and incompressible flow. Stability analysis and explicit time integration” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. Vol. 7, No. 3, pp. 141-168.

NITHIARASU, P.; SUNDARARAJAN, T.; SEETHARAMU, K. N., (1998), “Finite element analysis of transient natural convection in an odd-shaped enclosure” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* , Vol. 8, No. 2, pp. 199–216.

PERICĂ, D.; SLIJEPCĬEVICA, S., (2001), “*Computational modelling of viscoplastic fluids based on a stabilised finite element method*” - *Engineering Computations*, Vol. 18, No. 3/4, pp. 577-591.

RAJI, A.; HASNAOU, M.; ZRIKEM, Z., (1997), “Natural convection in interacting cavities heated from below”. - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. Vol. 7, No. 6, pp. 580-597.

RASOUL, J.; PRINOS, P., (1997), “Natural convection in an inclined enclosure” -, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 7, No. 5, pp. 438-478.

SAMMOUDA, H.; BELGHITH, A., (1999), “Finite element simulation of transient natural convection of low-Prandtl-number fluids in heated cavity” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 9, No. 5, pp. 612-624.

SARR, J.; SALL, M. ; KANE, A. M., (2001), “Numerical natural convection in a sector-shaped enclosure” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 11, No. 4, pp. 342-357.

SATAKE, S., (1998), “Direct numerical simulation of an impinging jet into parallel disks” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 8, No. 7, pp. 768–780.

SHUJA, S. Z.; YILBAS, B. S.; IQBAL, M. O., (2000), “Mixed convection in a square cavity due to heat generating rectangular body” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 10, No. 8, pp. 824-841.

TAHANI, A.; SALON, S. J.; CHARI, M. V. K., (1996), “Combined finite element and Laplace transform method for transient solution of flow-induced fields” - *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 15, No. 1.

VIERENDEELS, J.; MERCI, B.; DICK, E., (2001), “Numerical study of natural convective heat transfer with large temperature differences” - *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 11, No. 4, pp. 329-341.

YOUNG, T. J.; VAFAI, K., (1998), “Convective cooling of a heated obstacle in a channel” - *Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 3131-3148.

UNIFEI – UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

**Simulação Numérica da Transferência
de Calor por Convecção Forçada,
Natural e Mista numa Cavidade**

João José de Souza

Orientador:

Prof. Dr. Genésio José Menon



Objetivos do presente trabalho

- Estudo numérico da convecção forçada, natural e mista, considerando-se o escoamento laminar, bidimensional e em regime não permanente
- Desenvolvimento de código computacional para transferência de calor por convecção forçada, natural e mista



Aplicações

- sistemas de ar condicionado; trocadores de calor;
- resfriamento de componentes eletrônicos;
- sistemas de energia solar;
- centrais termoelétricas;
- armazenamento de combustíveis;
- reatores nucleares;
- aplicações aeroespaciais



Sequência da apresentação

- 1 Introdução
- 2 Modelo Matemático
- 3 Modelo Numérico
- 4 Validação dos Resultados
- 5 Resultados
- 6 Conclusões e Recomendações



1 Introdução



Contribuições deste trabalho

- Desenvolvimento sistemático das equações em uma forma geral para a aplicação do método das diferenças finitas, que possibilitam o estudo tanto de problemas de transferência de calor por convecção forçada, natural ou mista
- O Programa desenvolvido torna possível realizar estudos em cavidades retangulares variando-se a geometria, os parâmetros térmicos e as condições de contorno.



2 Modelo Matemático



Convecção natural

Hipóteses:

As equações de conservação para o estudo da convecção natural em cavidades fechadas terão as seguintes considerações:

- regime não permanente;
- escoamento bidimensional e laminar;
- escoamento incompressível;
- a função dissipação viscosa foi desprezada;
- as propriedades do fluido são constantes, exceto a massa específica no termo de empuxo;
- sem geração de calor interno.



Equações

Continuidade:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Quantidade de Movimento:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta (T - T_0)$$

Energia:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$



Grandezas adimensionais

Número de Grashof:
$$\text{Gr} = \frac{g\beta\Delta T H^3}{\nu^2}$$

Número de Prandtl:
$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{K} = \frac{\rho \nu c_p}{K}$$

Função corrente:
$$U = -\frac{\partial \Psi}{\partial Y}; \quad V = \frac{\partial \Psi}{\partial X}$$

Número de Nusselt local:
$$\text{Nu}_L = \frac{\partial \theta}{\partial X}\bigg|_s$$

Número de Nusselt médio:
$$\text{Nu} = \frac{1}{S} \int_s \text{Nu}_L|_s dS$$



Convecção forçada e mista

Hipóteses:

As equações de conservação para o estudo da convecção natural em cavidades fechadas terão as seguintes considerações:

- regime não permanente;
- escoamento bidimensional e laminar;
- escoamento incompressível;
- a função dissipação viscosa foi desprezada;
- as propriedades do fluido são constantes, exceto a massa específica no termo de empuxo;
- sem geração de calor interno.



Equações

Continuidade:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Quantidade de Movimento:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta (T - T_0)$$

Energia:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$



Grandezas adimensionais

Número de Grashof:
$$\text{Gr} = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu^2}$$

Número de Prandtl:
$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{K} = \frac{\rho \nu c_p}{K}$$

Número de Reynolds:
$$\text{Re} = \frac{U_0 H}{\nu}$$

Função corrente:
$$U = -\frac{\partial \Psi}{\partial Y}; \quad V = \frac{\partial \Psi}{\partial X}$$

Número de Nusselt local:
$$\text{Nu}_L = \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_s$$

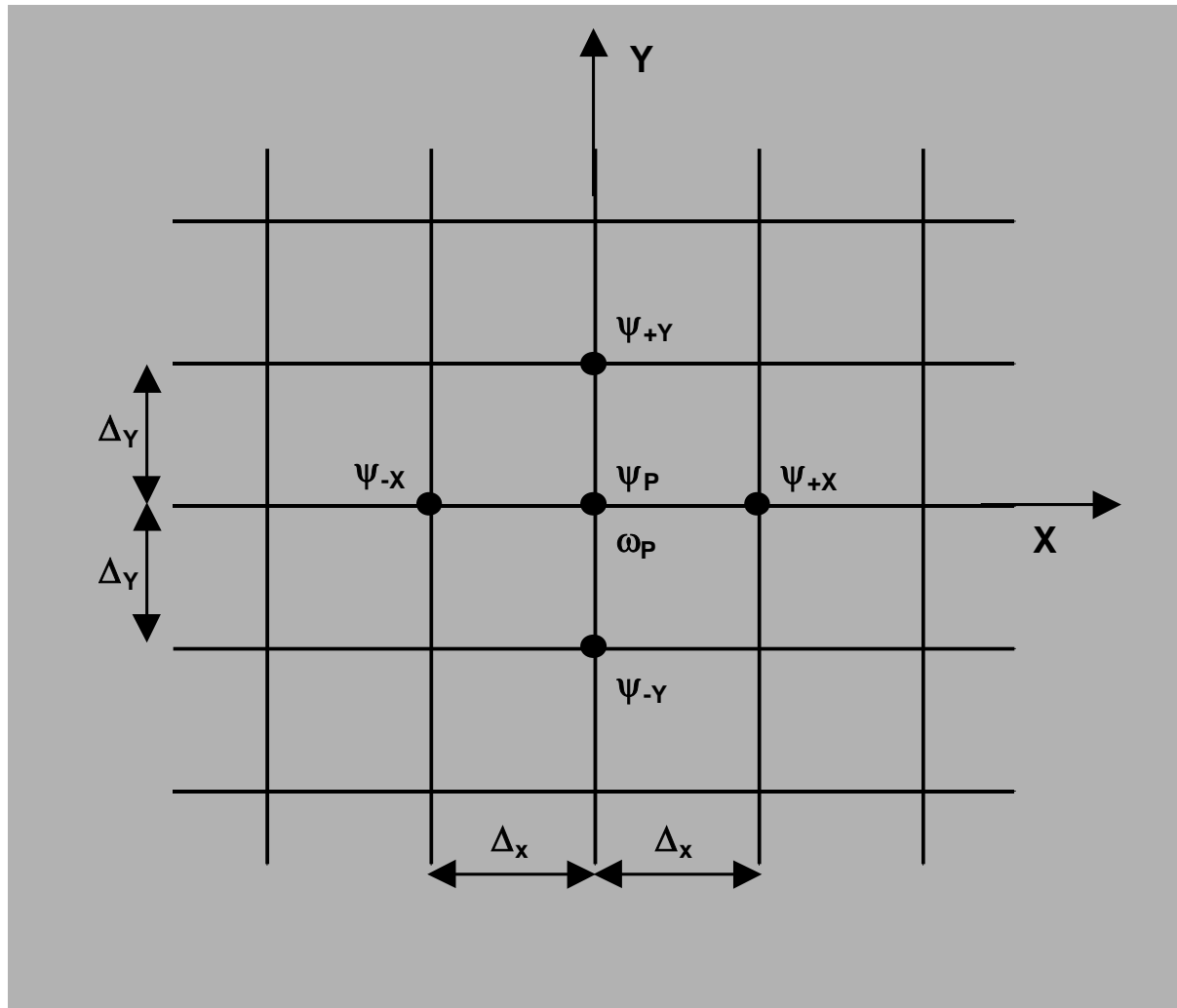
Número de Nusselt médio:
$$\text{Nu} = \frac{1}{S} \int_s \text{Nu}_L \Big|_s dS$$



3 Modelo Numérico



Método das Diferenças Finitas



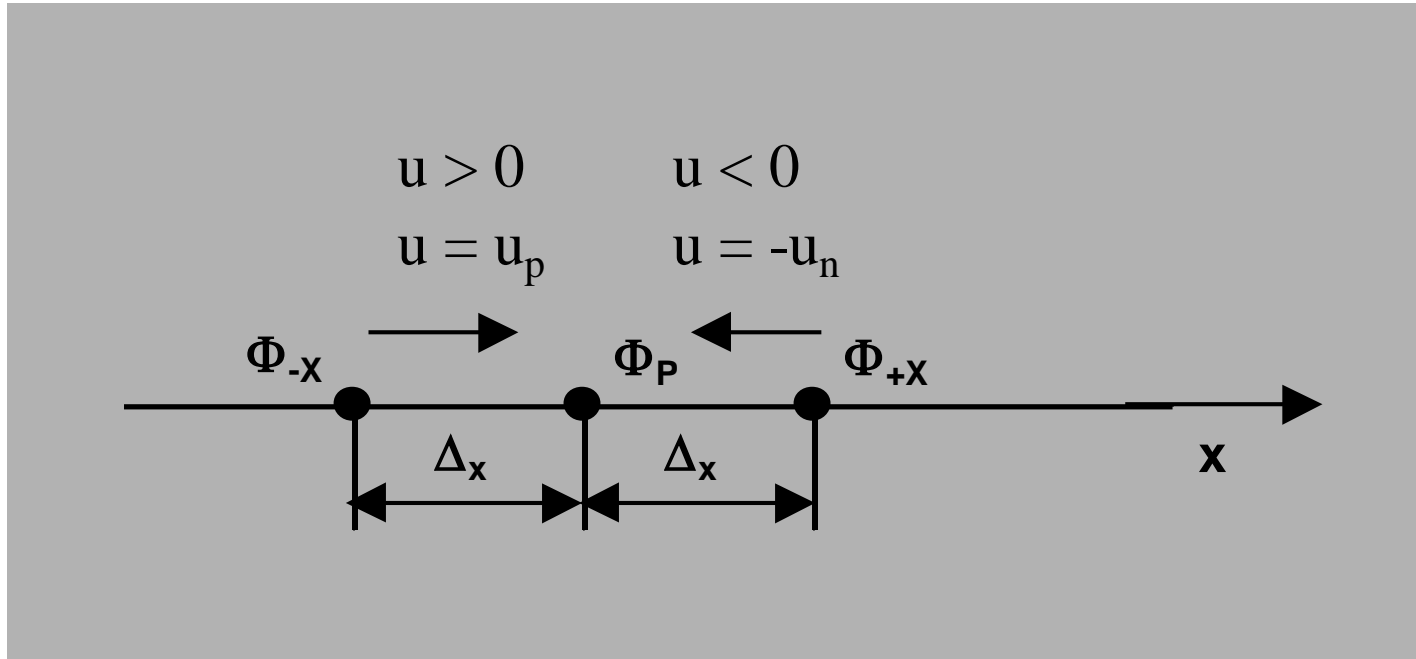
Método das Diferenças Finitas

$$\Psi_p = \frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right]} \left[(\Psi_{-x} + \Psi_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\Psi_{-Y} + \Psi_{+Y}) - \omega_p \Delta X^2 \right]$$

Esta é uma equação explícita para o cálculo da função corrente.



Método Upwind



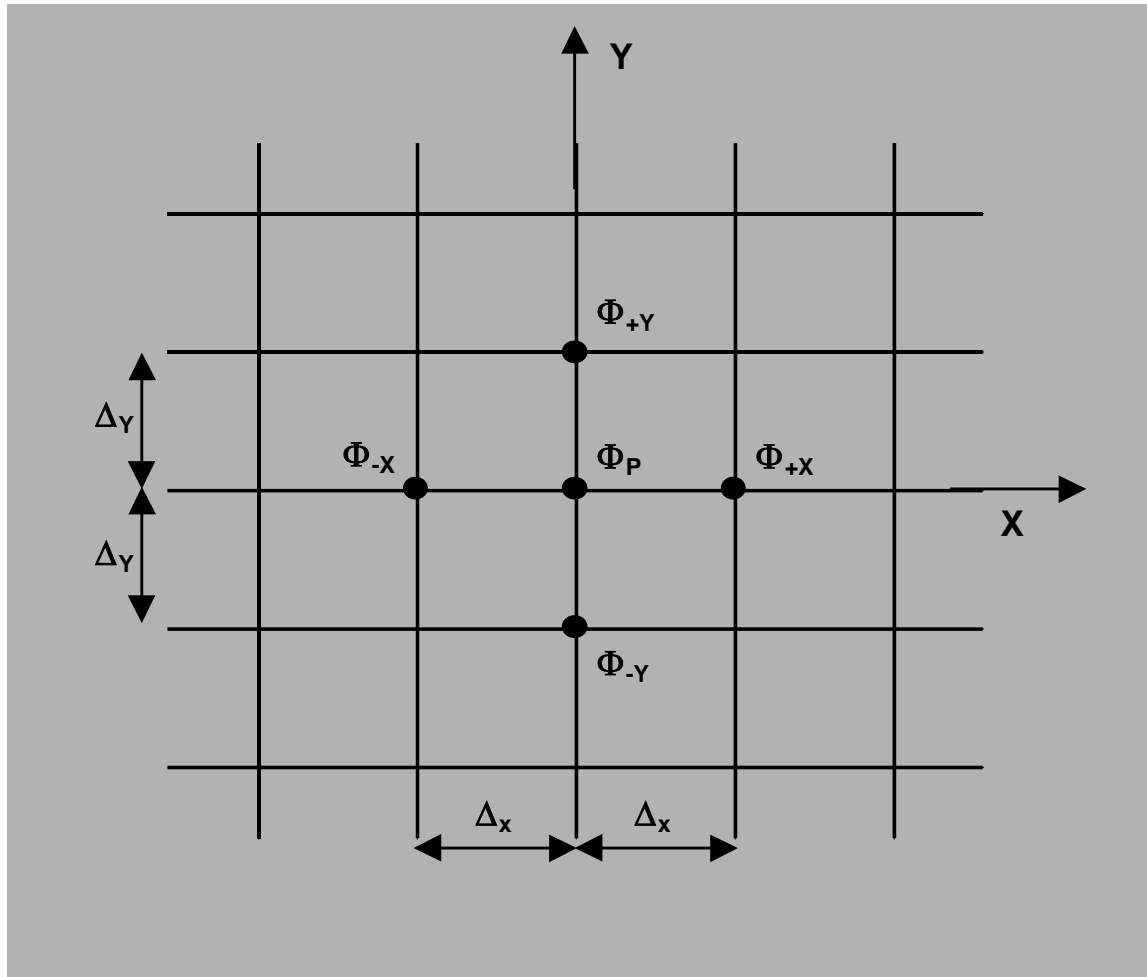
Problemas unidimensionais

$$u \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{1}{\Delta x} \left[\frac{1}{2} (|u| - u) \Phi_{+x} + \frac{1}{2} (|u| + u) \Phi_{-x} \right] + \frac{1}{\Delta x} (|u| \Phi_p) - \left[\frac{u_p \Phi_{-x} - |u| \Phi_p + u_n \Phi_{+x}}{\Delta x} \right] =$$

Esta equação é utilizada para calcular o termo convectivo em problemas unidimensionais



Método Upwind Bidimensional



Problemas bidimensionais

$$u \frac{\partial \Phi}{\partial x} + v \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{1}{\Delta x} \left[\frac{1}{2} (|u| - u) \Phi_{+x} + \frac{1}{2} (|u| + u) \Phi_{-x} \right] + \frac{1}{\Delta x} (|u| \Phi_p)$$

$$-\frac{1}{\Delta y} \left[\frac{1}{2} (|v| - v) \Phi_{+y} + \frac{1}{2} (|v| + v) \Phi_{-y} \right] + \frac{1}{\Delta y} (|v| \Phi_p)$$

Esta equação é utilizada para calcular os termos convectivos em problemas bidimensionais.



Método das Diferenças Finitas

Seja a equação diferencial geral dada por

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + u \frac{\partial \Phi}{\partial x} + v \frac{\partial \Phi}{\partial y} = A \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + B \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

Onde Φ é uma variável que pode representar θ , e ω . Sendo A e B constantes conhecidas que dependem do tipo de problema estudado.



Método das Diferenças Finitas

$$\begin{aligned} \Phi_{+t} - \Phi_p &= \frac{\Delta t}{2\Delta x\Delta y} \left\{ \left[2A(\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 (\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) \right] - \right. \\ &- \left. \left\{ 4A \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 \right] + (2|u|\Delta y + 2|v|\Delta x) \right\} \Phi_p + \right. \\ &+ \frac{1}{2} [(|u| - u)\Phi_{+x} + (|u| + u)\Phi_{-x}] \Delta y + \frac{1}{2} [(|v| - v)\Phi_{+y} + (|v| + v)\Phi_{-y}] \Delta x + \\ &\left. + [B(\Phi_{-x} + \Phi_{+x}) \Delta y] \right\} \end{aligned}$$

Equação explícita para cálculo da temperatura adimensional θ ou da vorticidade ω .

Os parâmetros A e B da equação terão valores apropriados dependendo do tipo de problema de convecção estudado



Equações para Convecção Natural

Função corrente:
$$\Psi_p = \frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right]} \left[(\Psi_{-x} + \Psi_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\Psi_{-Y} + \Psi_{+Y}) - \omega_p \Delta X^2 \right]$$

Temperatura adimensional:

$$\begin{aligned} \theta_{+t} - \theta_p = & \frac{\Delta \tau}{2 \Delta X \Delta Y} \left\{ \left[\frac{2}{\text{PrRe}} (\theta_{-x} + \theta_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\theta_{-x} + \theta_{+x}) \right] - \right. \\ & \left. - \left\{ 4 \frac{1}{\text{Pr} \sqrt{\text{Gr}}} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right] + (2|U|\Delta Y + 2|V|\Delta X) \right\} \theta_p + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} [(|U| - U)\theta_{+x} + (|U| - U)\theta_{-x}] \Delta Y + \frac{1}{2} [(|V| - V)\theta_{+Y} + (|V| - V)\theta_{-Y}] \Delta X \right\} \end{aligned}$$



Equações para Convecção Natural

Vorticidade:

$$\begin{aligned}\omega_{+t} - \omega_p &= \frac{\Delta\tau}{2\Delta X\Delta Y} \left\{ \left[\frac{2}{\sqrt{Gr}} (\omega_{-x} + \omega_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\omega_{-x} + \omega_{+x}) \right] - \right. \\ &- \left\{ 4 \frac{1}{\sqrt{Gr}} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right] + (2|U|\Delta Y + 2|V|\Delta X) \right\} \omega_p + \\ &+ \frac{1}{2} [(|U| - U) \omega_{+x} + (|U| - U) \omega_{-x}] \Delta Y + \frac{1}{2} [(|V| - V) \omega_{+Y} + (|V| - V) \omega_{-Y}] \Delta X + \\ &+ [(\omega_{-x} + \omega_{+x}) \Delta Y] \left. \right\}\end{aligned}$$



Equações para Convecção Forçada e Mista

Função corrente:
$$\Psi_p = \frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right]} \left[(\Psi_{-x} + \Psi_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\Psi_{-Y} + \Psi_{+Y}) - \omega_p \Delta X^2 \right]$$

Temperatura adimensional:

$$\begin{aligned} \theta_{+t} - \theta_p = & \frac{\Delta \tau}{2 \Delta X \Delta Y} \left\{ \left[\frac{2}{\text{PrRe}} (\theta_{-x} + \theta_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\theta_{-x} + \theta_{+x}) \right] - \right. \\ & - \left\{ 4 \frac{1}{\text{PrRe}} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right] + (2|U|\Delta Y + 2|V|\Delta X) \right\} \theta_p + \\ & \left. + \frac{1}{2} [(|U| - U) \theta_{+x} + (|U| - U) \theta_{-x}] \Delta Y + \frac{1}{2} [(|V| - v) \theta_{+Y} + (|V| - v) \theta_{-Y}] \Delta X \right\} \end{aligned}$$



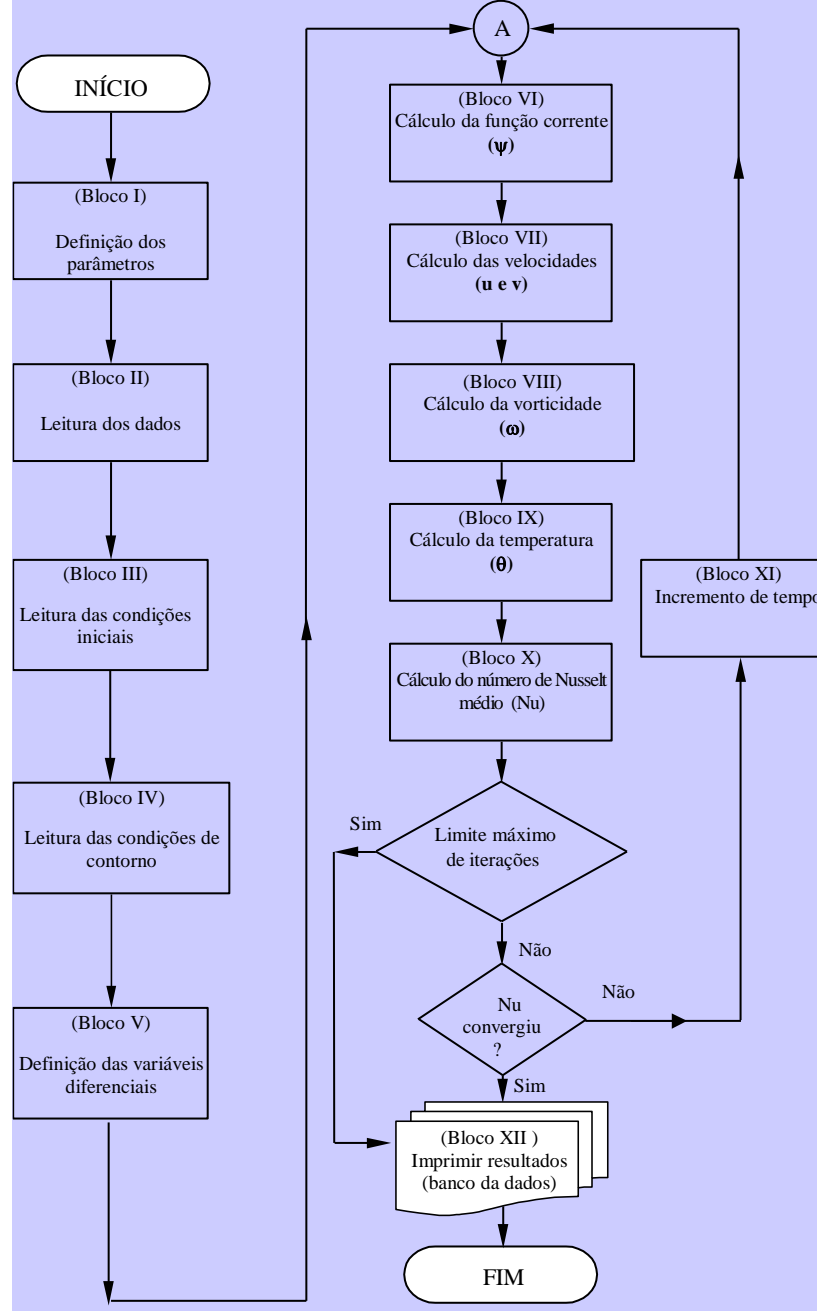
Equações para Convecção Forçada e Mista

Vorticidade:

$$\begin{aligned}\omega_{+t} - \omega_p &= \frac{\Delta \tau}{2\Delta X \Delta Y} \left\{ \left[\frac{2}{\text{Re}} (\omega_{-x} + \omega_{+x}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 (\omega_{-x} + \omega_{+x}) \right] - \right. \\ &- \left. \left\{ 4 \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right) \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right)^2 \right] + (2|U|\Delta Y + 2|V|\Delta X) \right\} \omega_p + \right. \\ &+ \frac{1}{2} [(|U| - U) \omega_{+x} + (|U| - U) \omega_{-x}] \Delta Y + \frac{1}{2} [(|V| - V) \omega_{+Y} + (|V| - V) \omega_{-Y}] \Delta X + \\ &+ \left. \frac{\text{Gr}}{2 \text{Re}^2} [(\omega_{-x} + \omega_{+x}) \Delta y] \right\}\end{aligned}$$



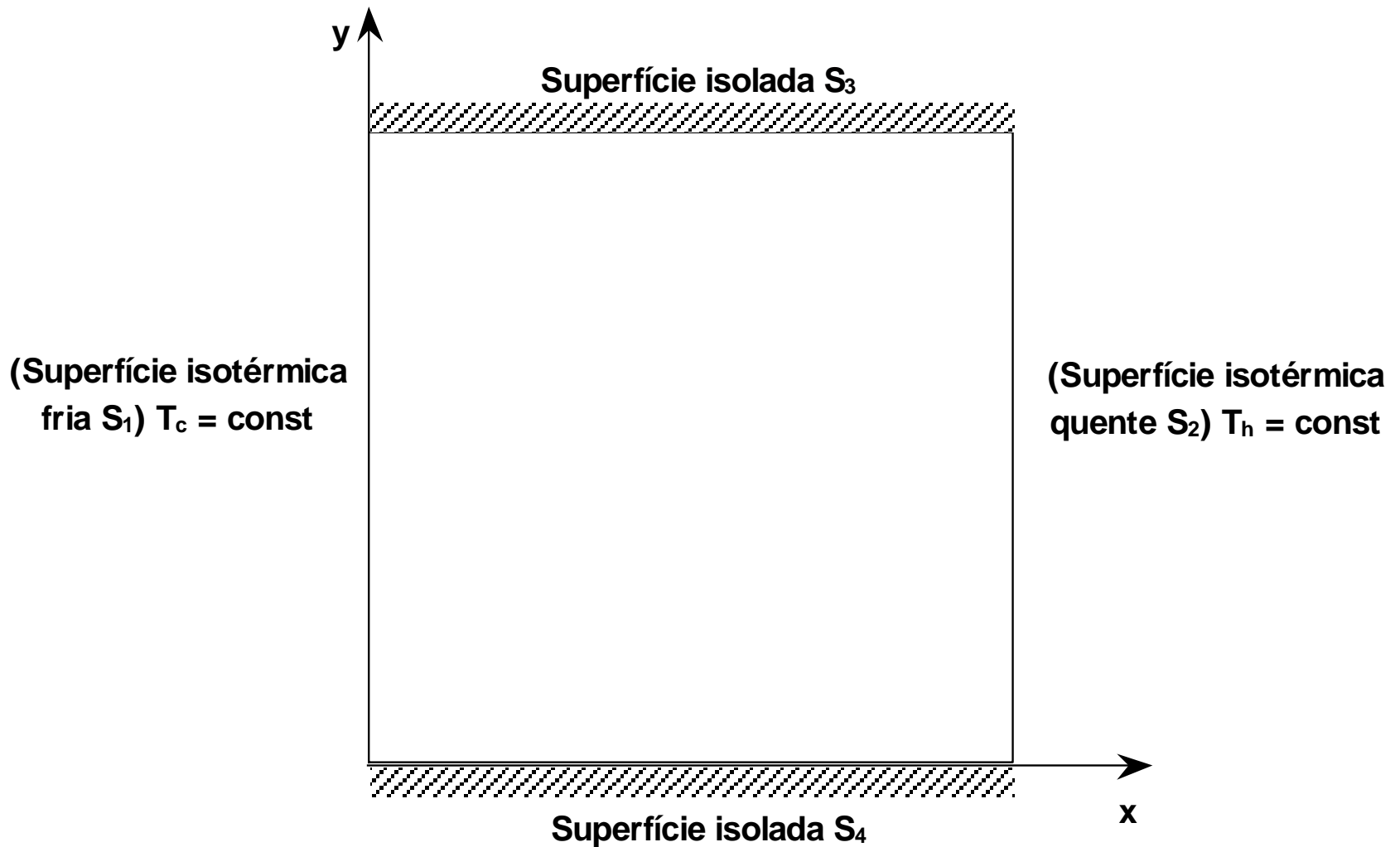
Algoritmo do programa



4 Validação dos resultados

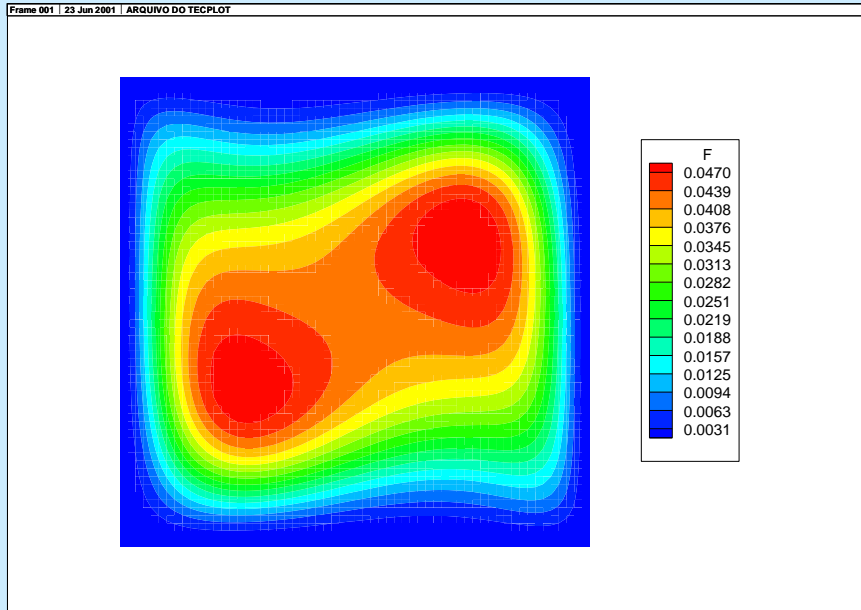


Convecção natural em cavidade quadrada

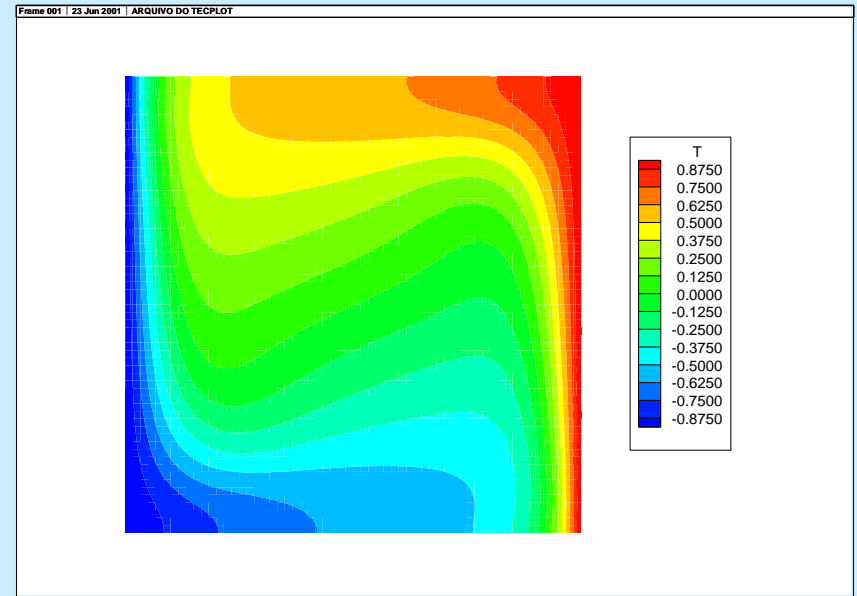


Convecção natural em cavidade quadrada

Convecção Natural



Distribuição da função corrente



Distribuição de temperatura



Convecção natural em cavidade quadrada

Teste da malha

Autor	Malha 30x30		Malha 40x40		Malha 50x50		Método
	Nuh	Desvio	Nuh	Desvio	Nuh	Desvio	
Souza, JJ	2,469	-	2,471	-	2,475	-	Diferenças finitas
Brito, Rogério	2,569	3,89%	2,569	3,81%	2,569	3,66%	Elementos finitos (3362 elementos)
Menon	2,700	8,56%	2,700	8,48%	2,700	8,33%	Elementos finitos (100 elementos)
Ozoe e outros	2,740	9,89%	2,740	9,82%	2,740	9,67%	Valor experimental
Tabarrok e outros	2,695	8,39%	2,695	8,31%	2,695	8,16%	Elementos finitos (200 elementos)
Wilkes e outros	2,874	14,09%	2,874	14,02%	2,874	13,88%	Diferenças finitas (10x10)
Wilkes e outros	2,516	1,87%	2,516	1,79%	2,516	1,63%	Diferenças finitas (20x20)
MÉDIA DOS DESVIOS	7,78%		7,71%		7,56%		

Gr = 20.000 e Pr = 0,733



Convecção natural em cavidade quadrada

Teste da malha com variação de Gr

Gr	Figueiredo	Grade 21x21		Grade 31x31		Grade 41x41		Grade 51x51		Grade 61x61		Grade 71x71	
		Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio
34.110	2,884	2,982	3,29%	2,919	1,21%	2,910	0,90%	2,912	0,97%	2,917	1,14%	2,922	1,32%
60.000	3,468	3,602	3,72%	3,487	0,55%	3,459	-0,26%	3,456	-0,35%	3,458	-0,29%	3,463	-0,14%
100.000	4,160	4,282	2,85%	4,108	-1,25%	4,052	-2,60%	4,038	-2,93%	4,036	-2,98%	4,031	-3,10%
136.430	4,686	4,755	1,45%	4,544	-3,03%	4,465	-4,72%	4,44	-5,25%	4,434	-5,38%	4,429	-5,48%
341.070		6,384		6,141		5,962		5,945		5,931		5,928	
		Média	2,83%	Média	-0,63%	Média	-1,67%	Média	-1,89%	Média	-1,88%	Média	-1,85%

Gr	Wong	Grade 21x21		Grade 31x31		Grade 41x41		Grade 51x51		Grade 61x61		Grade 71x71	
		Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio
34.110	2,972	2,982	0,34%	2,919	-1,78%	2,910	-2,09%	2,912	-2,02%	2,917	-1,85%	2,922	-1,68%
60.000	-	3,602		3,487		3,459		3,456		3,458		3,463	
100.000	-	4,282		4,108		4,052		4,038		4,036		4,031	
136.430	4,510	4,755	5,15%	4,544	0,75%	4,465	-1,00%	4,440	-1,55%	4,434	-1,69%	4,429	-1,80%
341.070	5,920	6,384	7,27%	6,141	3,73%	5,962	0,71%	5,945	0,42%	5,931	0,19%	5,928	0,14%
		Média	4,25%	Média	0,90%	Média	-0,79%	Média	-1,05%	Média	-1,12%	Média	-1,11%

Pr = 0,733



Convecção natural em cavidade quadrada

Teste da malha com variação de Gr

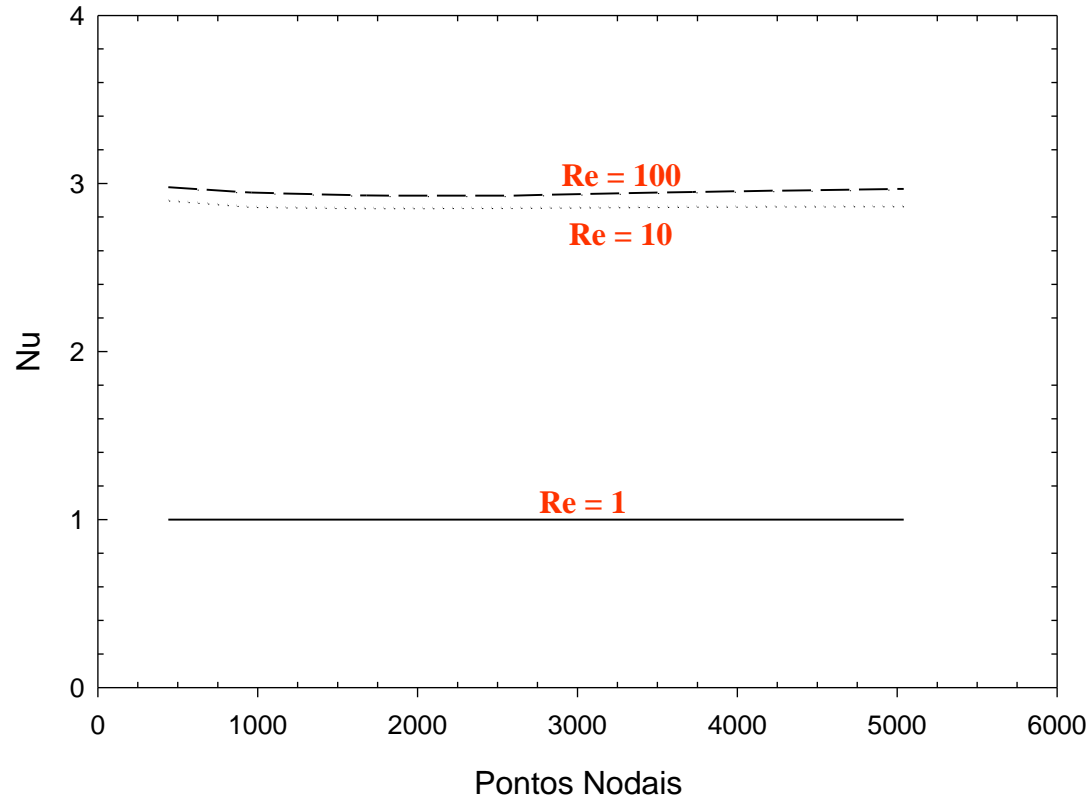
Gr	Brito	Grade 21x21		Grade 31x31		Grade 41x41		Grade 51x51		Grade 61x61		Grade 71x71	
		Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio	Nu	Desvio
34.110	3,023	2,982	-1,37%	2,919	-3,44%	2,910	-3,74%	2,912	-3,67%	2,917	-3,51%	2,922	-3,34%
60.000	3,588	3,602	0,39%	3,487	-2,81%	3,459	-3,60%	3,456	-3,68%	3,458	-3,62%	3,463	-3,48%
100.000	4,190	4,282	2,15%	4,108	-1,96%	4,052	-3,29%	4,038	-3,63%	4,036	-3,68%	4,031	-3,79%
136.430	4,602	4,755	3,22%	4,544	-1,26%	4,465	-2,98%	4,440	-3,52%	4,434	-3,65%	4,429	-3,76%
341.070	6,033	6,384	5,50%	6,141	1,79%	5,962	-1,18%	5,945	-1,46%	5,931	-1,69%	5,928	-1,74%
		Média	1,98%	Média	-1,54%	Média	-2,96%	Média	-3,19%	Média	-3,23%	Média	-3,22%

Pr = 0,733



Convergência do Número de Nusselt médio (Nu)

Covecção forçada

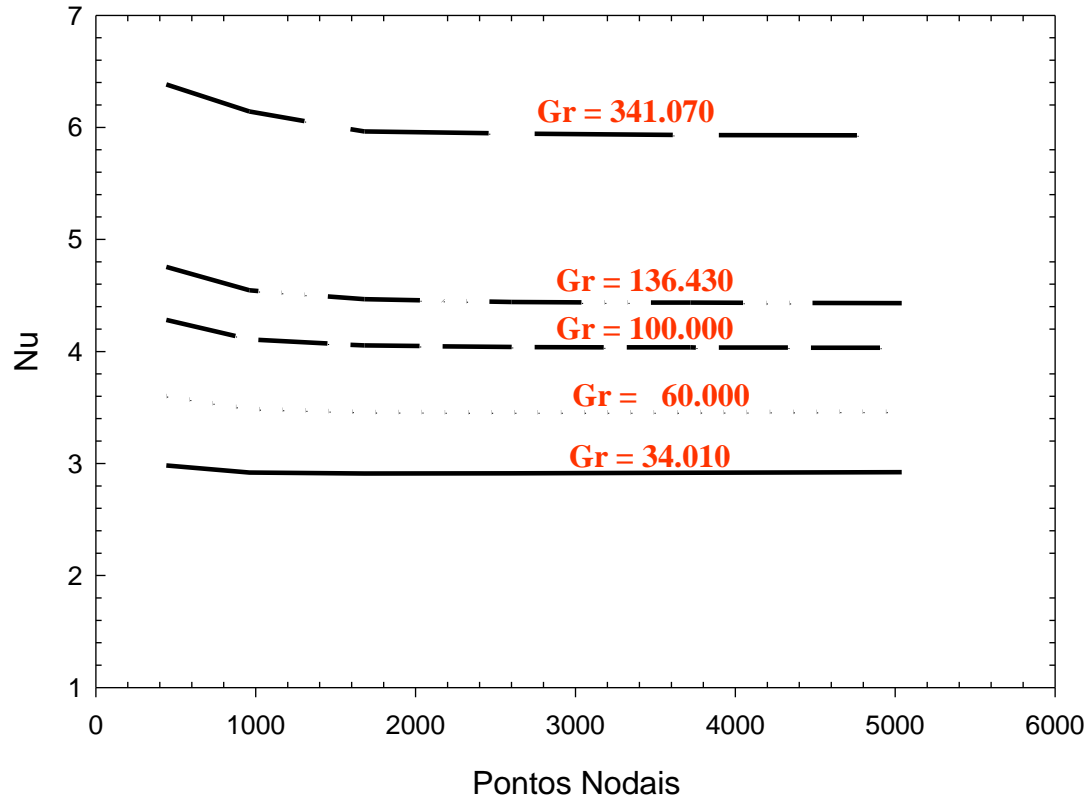


Variação de Nusselt em função da quantidade de pontos nodais da malha (Pr = 0,733)



Convergência do Número de Nusselt médio (Nu)

Covecção natural

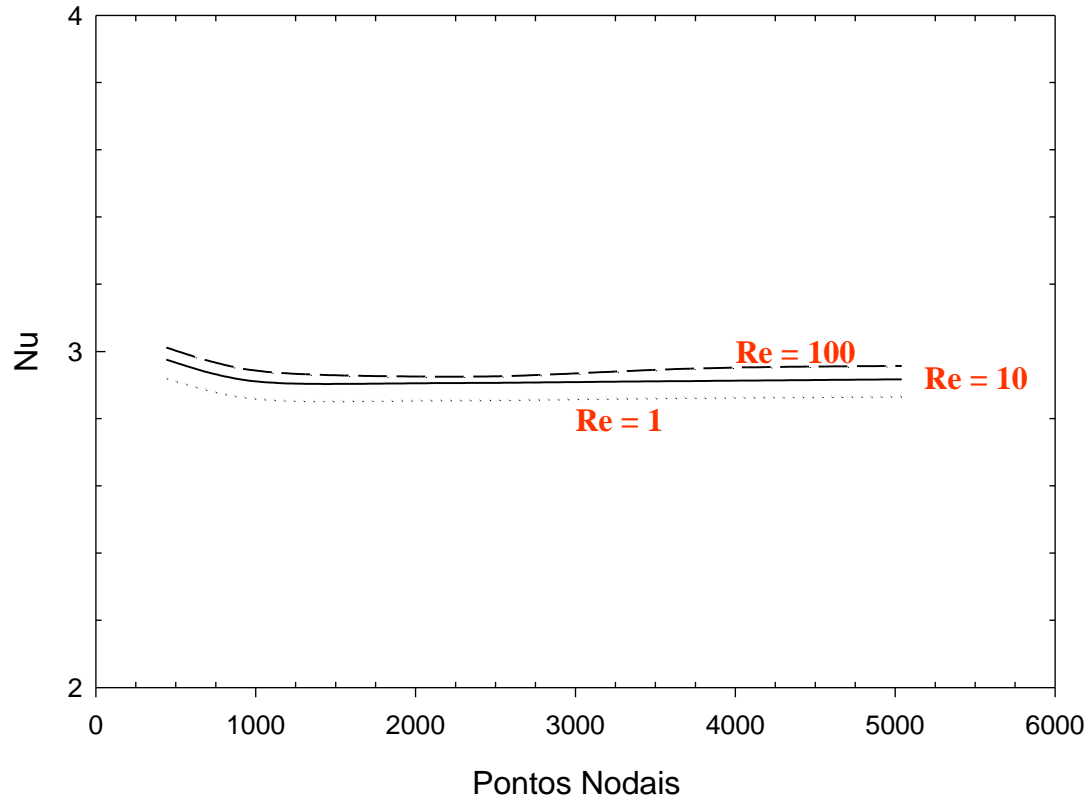


Variação de Nusselt em função da quantidade de pontos nodais da malha ($Pr = 0,733$)



Convergência do Número de Nusselt médio (Nu)

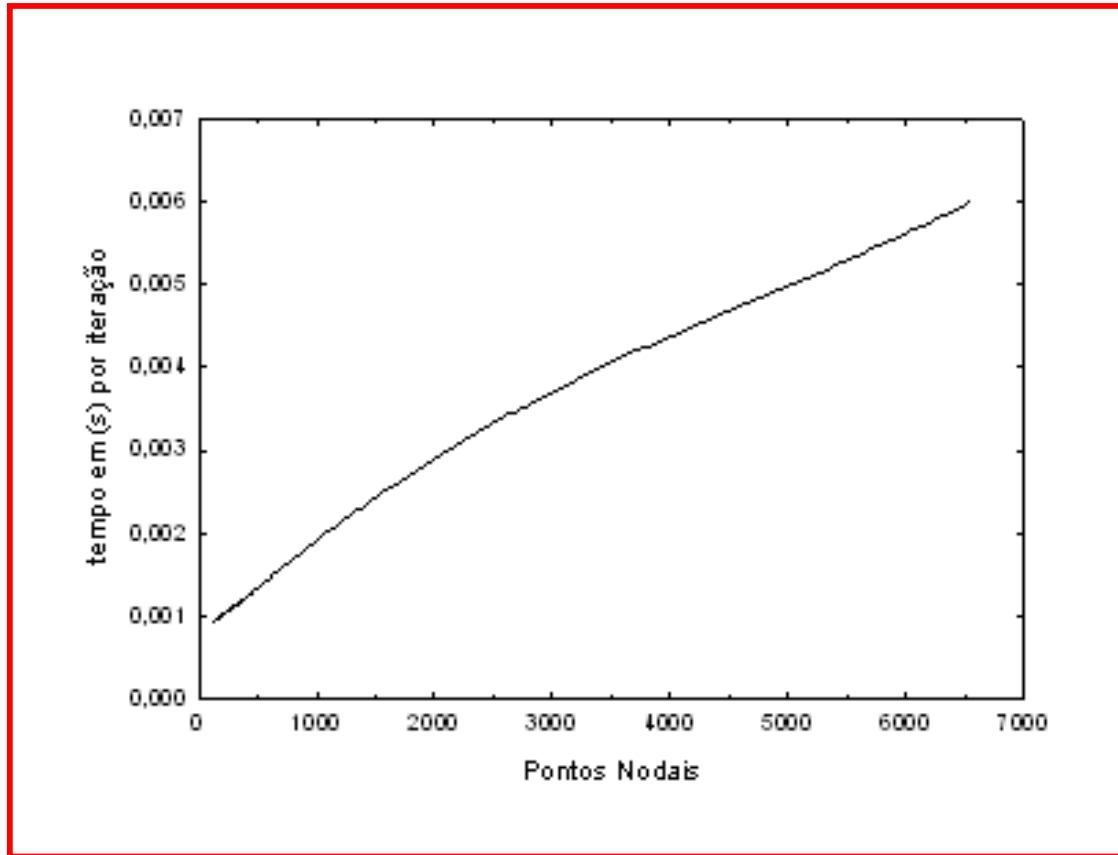
Covecção mista



Variação de Nusselt em função da quantidade de pontos nodais da malha ($Pr = 0,733$; $Gr = 34.110$)



Análise do tempo de processamento computacional



5 Resultados obtidos



Condições térmicas e de contorno

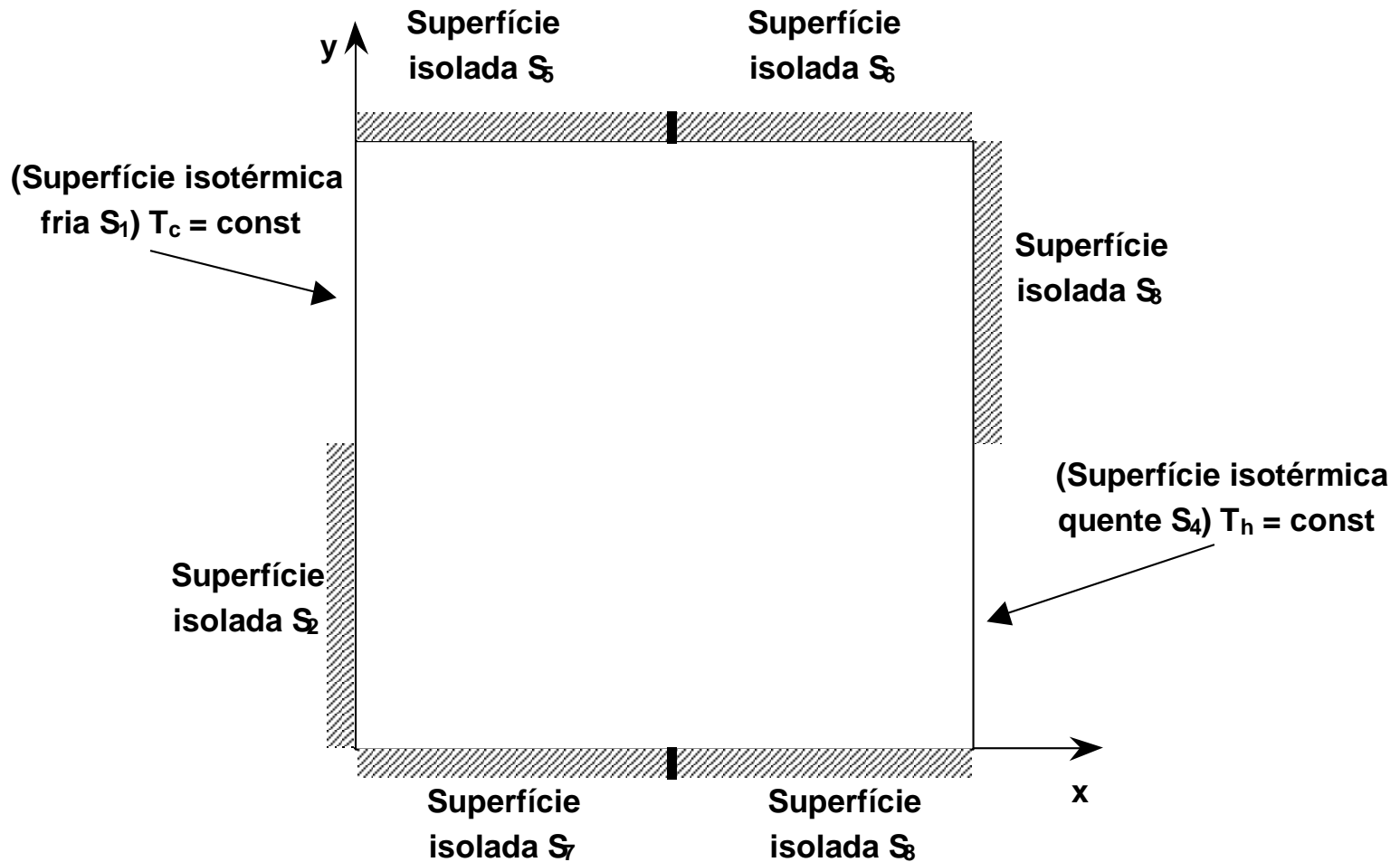
Convecção forçada: $0,5 \leq A \leq 2$; $Pr=0,733$; $1 \leq Re \leq 160$.

Convecção natural: $0,5 \leq A \leq 2$; $Pr=0,733$; $34110 \leq Gr \leq 341070$.

Convecção mista : $0,5 \leq A \leq 2$; $Pr=0,733$; $1 \leq Re \leq 100$; $34110 \leq Gr \leq 341070$



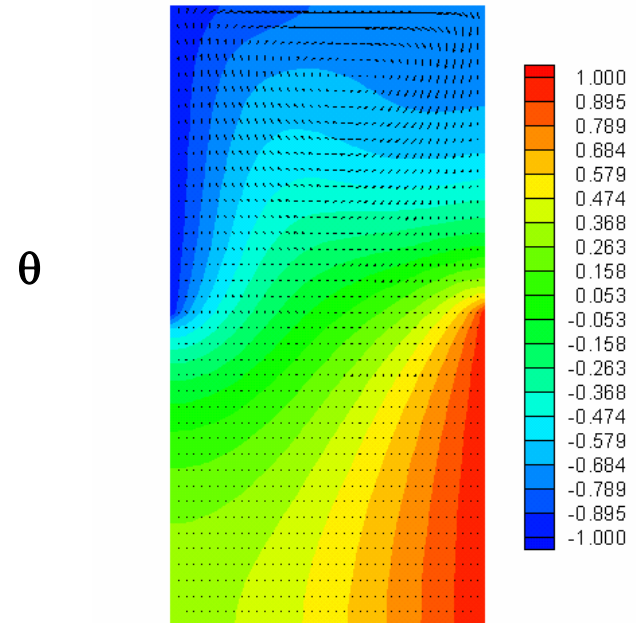
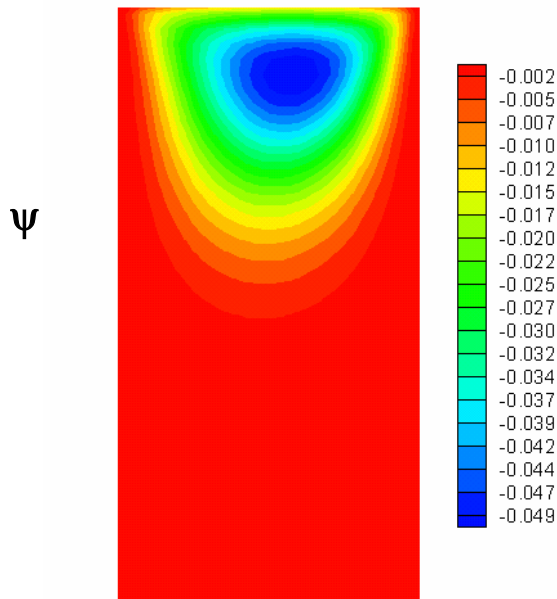
Condições de contorno - Caso 1



Resultados obtidos

Caso 1 – Convecção forçada

$A = 0,5$



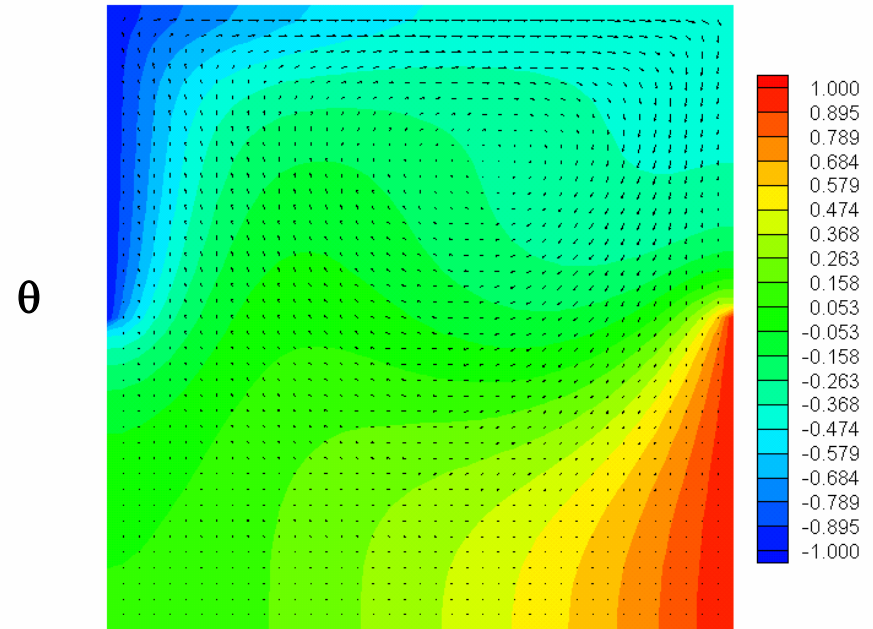
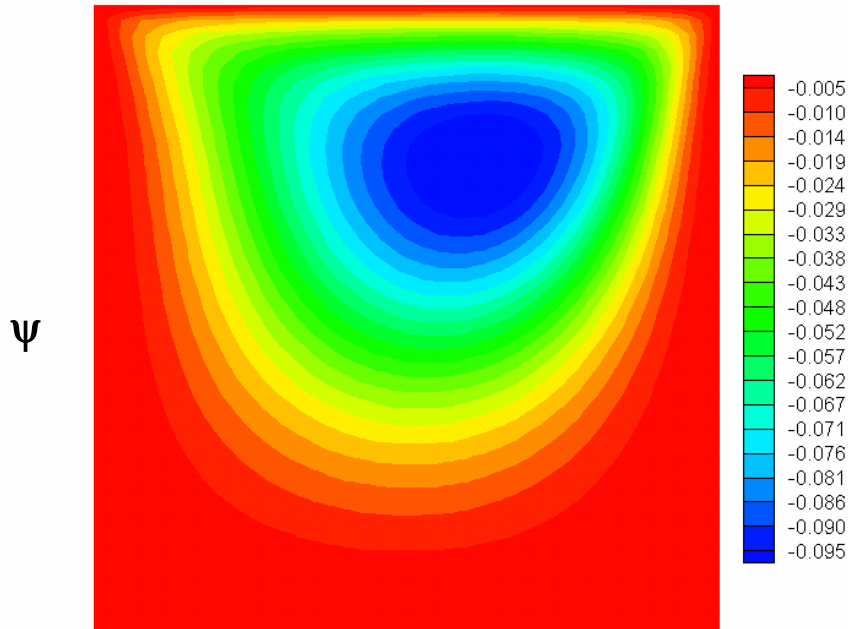
$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 1 – Convecção forçada

$A = 1$



$Re = 100$

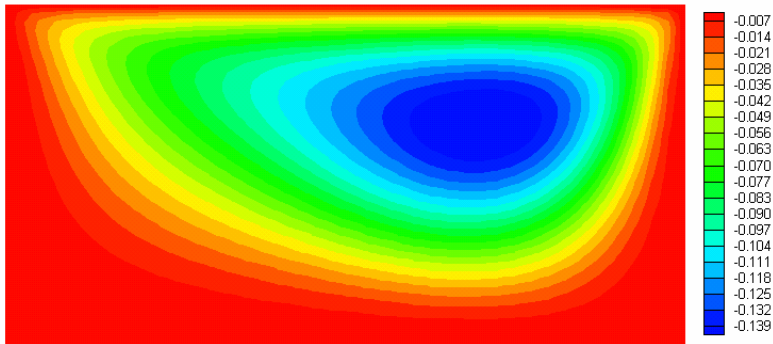


Resultados obtidos

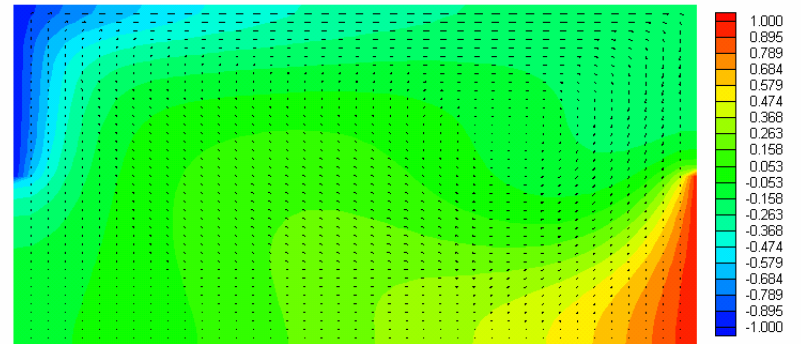
Caso 1 – Convecção forçada

$A = 2$

Ψ



θ

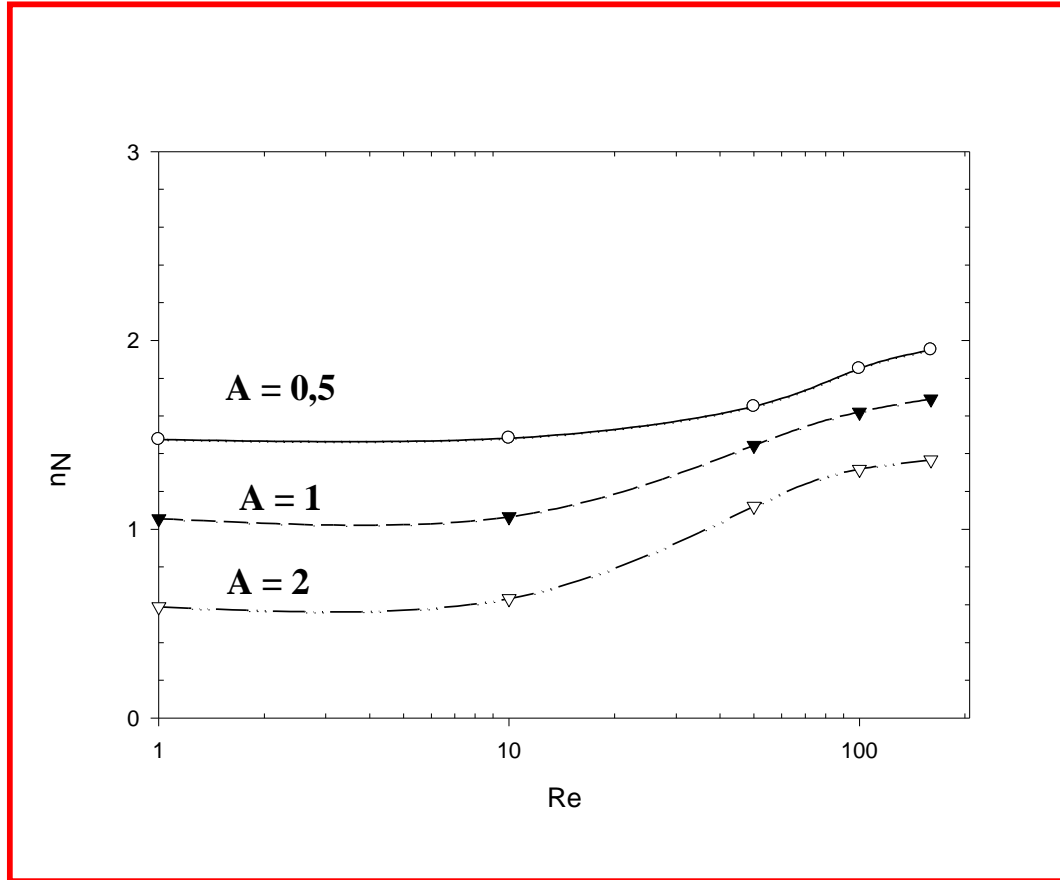


$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 1 – Convecção forçada



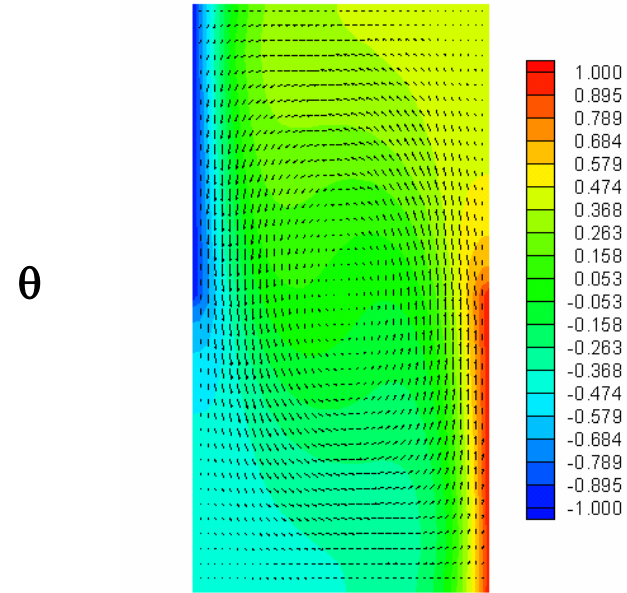
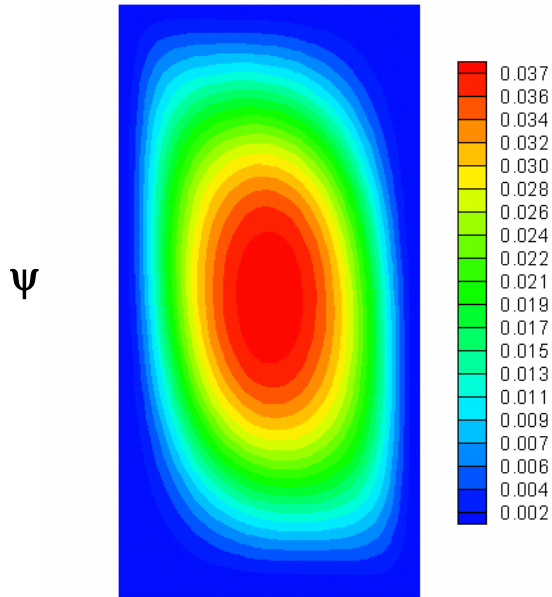
Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)



Resultados obtidos

Caso 1 – Convecção natural

$A = 0,5$



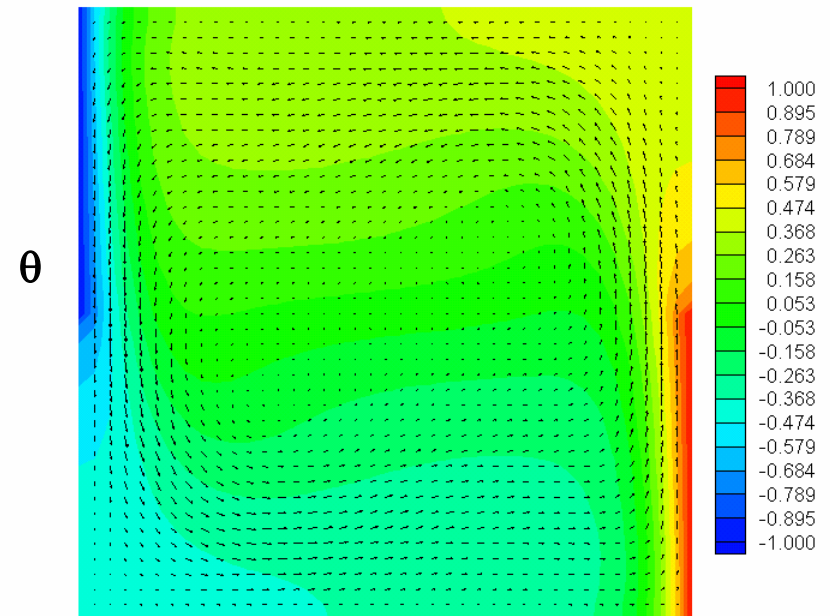
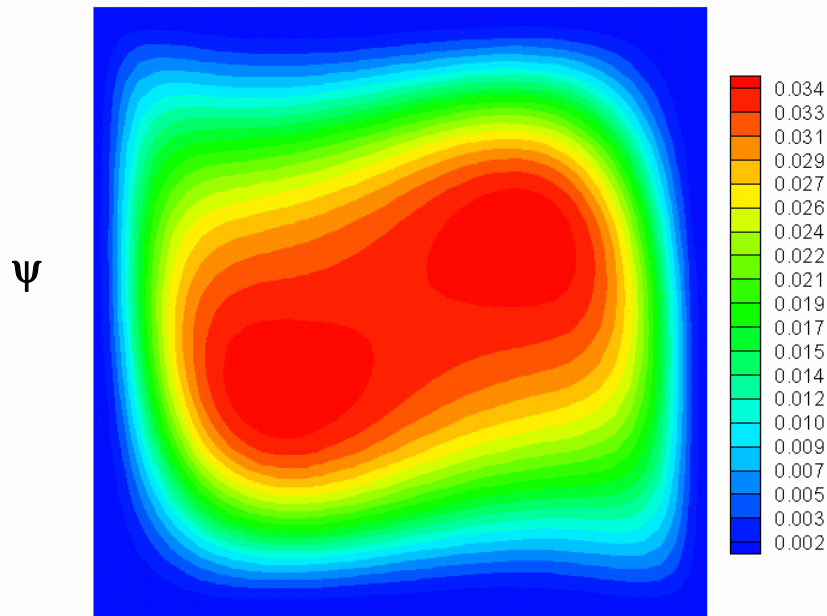
$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 1 – Convecção natural

$A = 1$



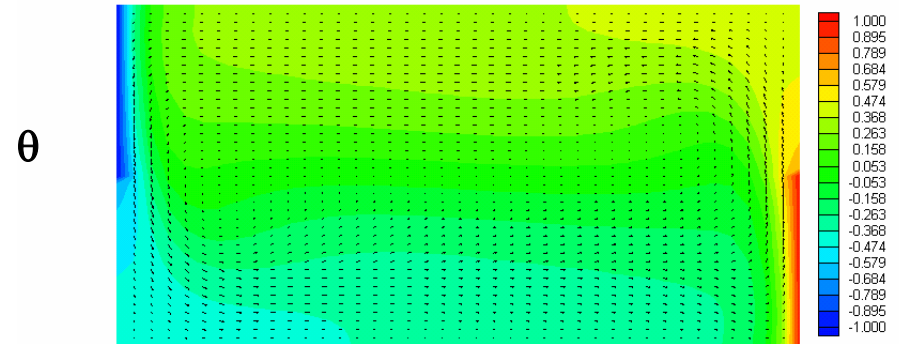
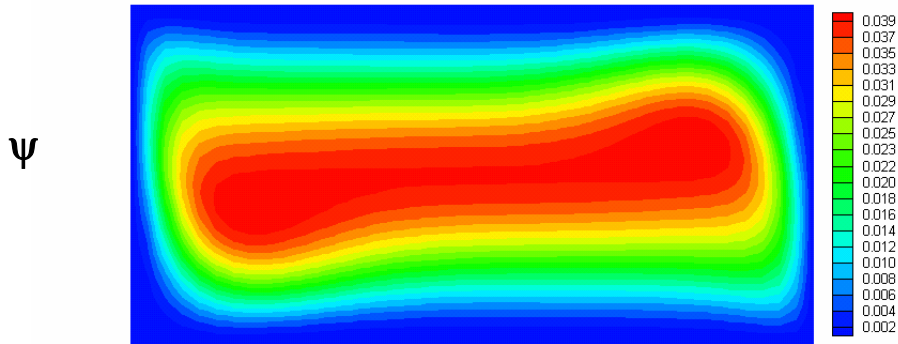
$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 1 – Convecção natural

$A = 2$

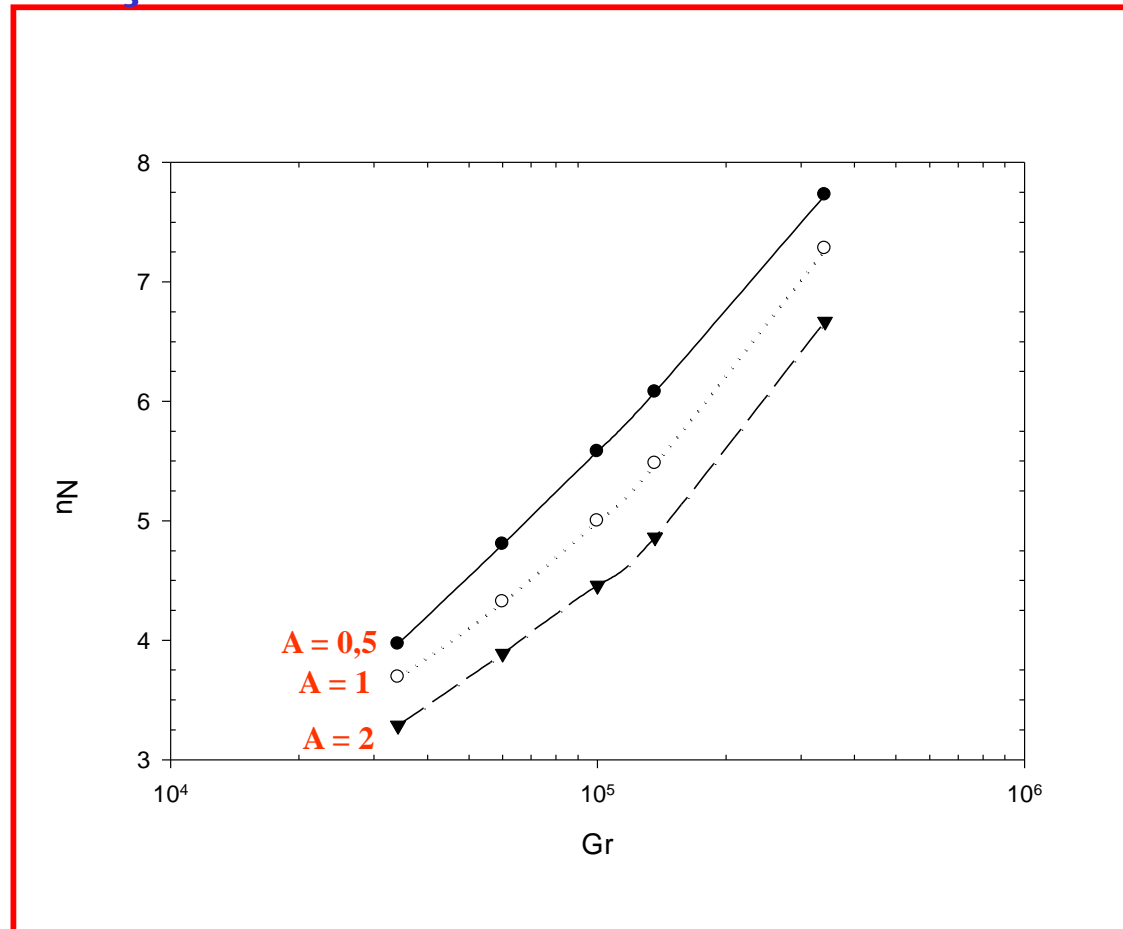


$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 1 – Convecção natural

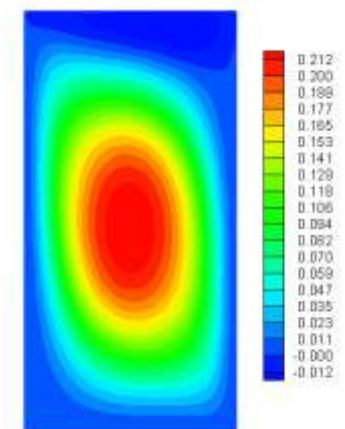
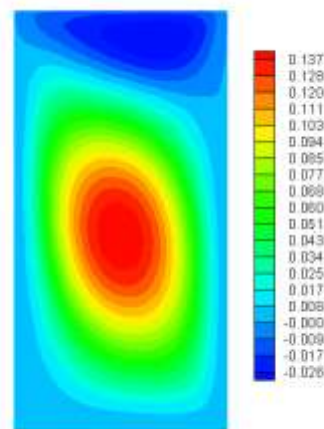
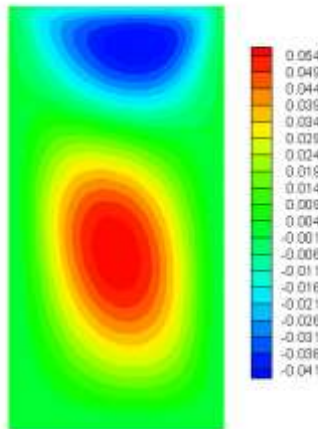
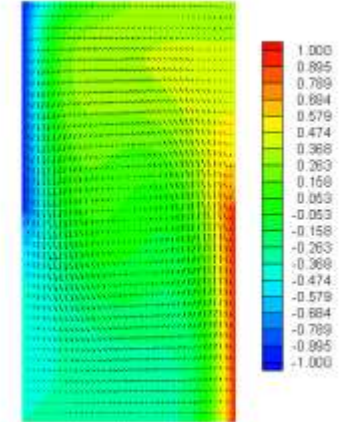
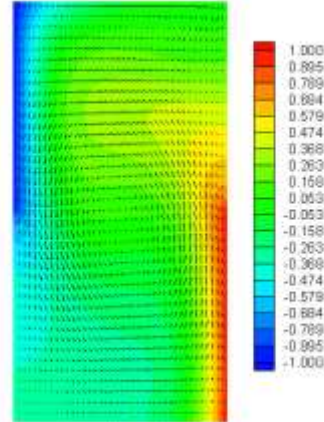
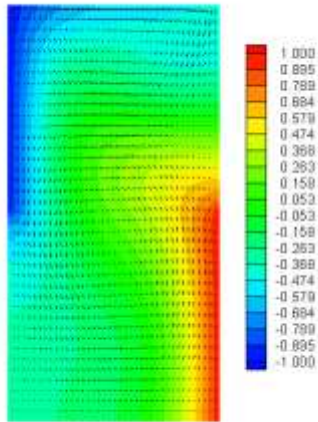


Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)



Resultados obtidos

Caso 1 – Convecção mista $A = 0,5$



$Gr = 34.110$

$Gr = 136.430$

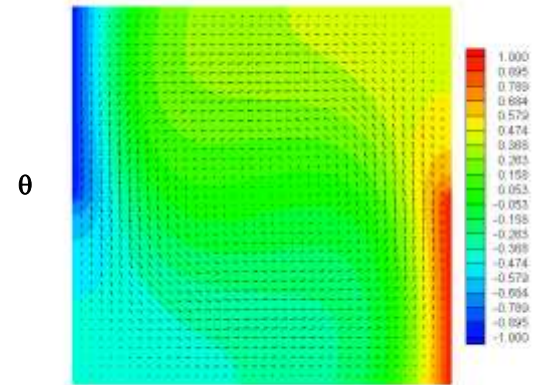
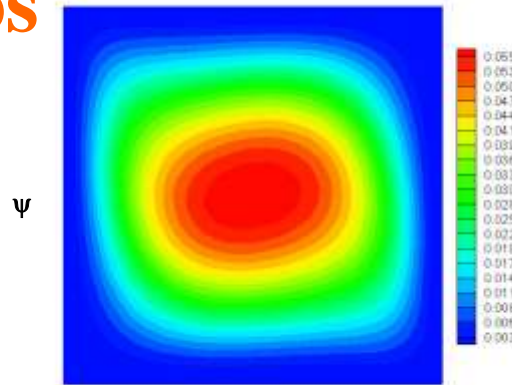
$Gr = 341.070$



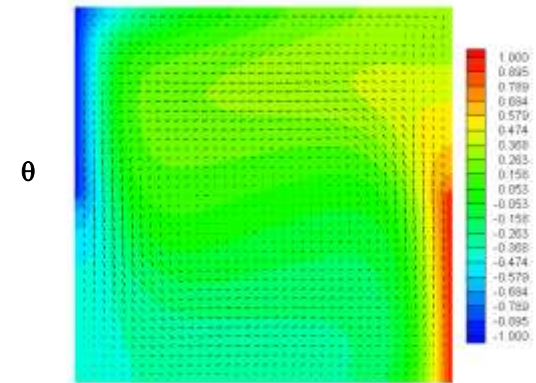
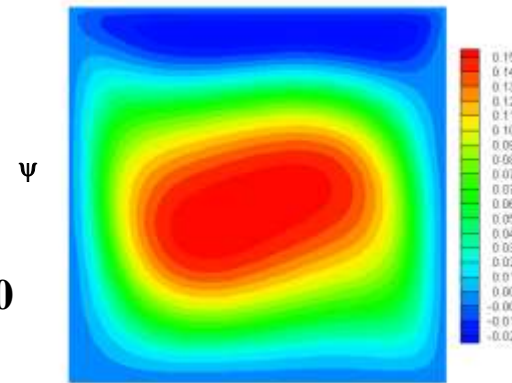
Resultados obtidos

Caso 1
Convecção mista
 $A = 1$

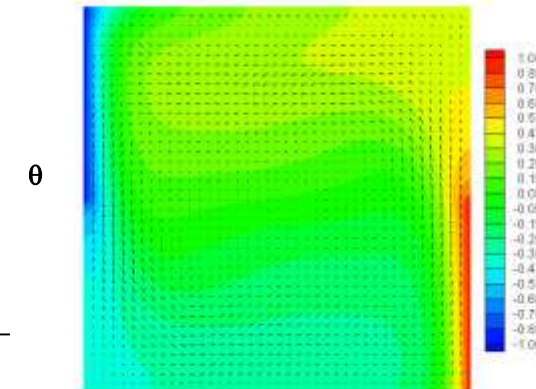
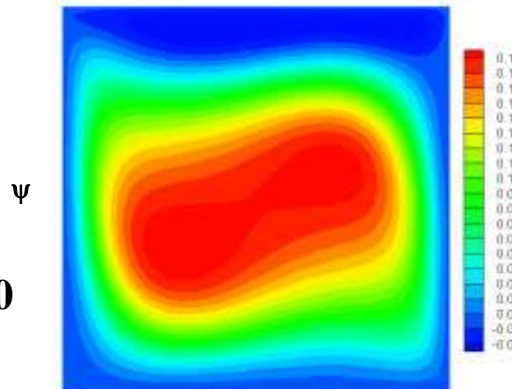
$Gr = 34.110$



$Gr = 136.430$



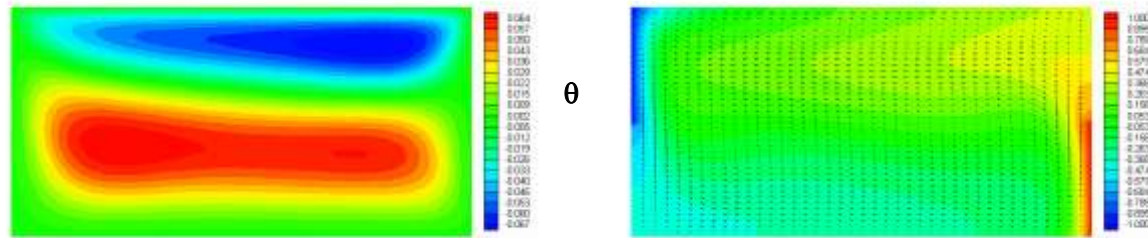
$Gr = 341.070$



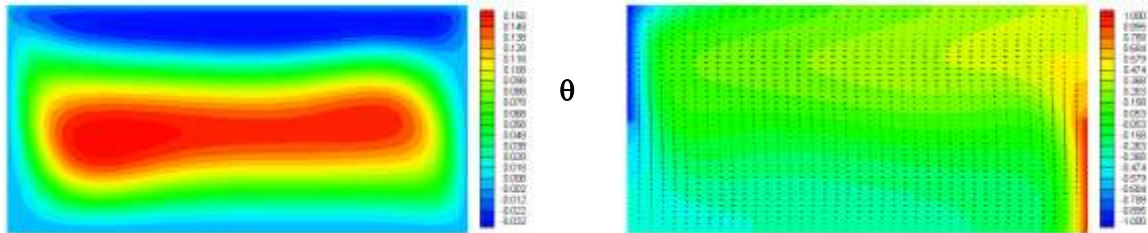
Resultados obtidos

Caso 1 – Convecção mista $A = 2$

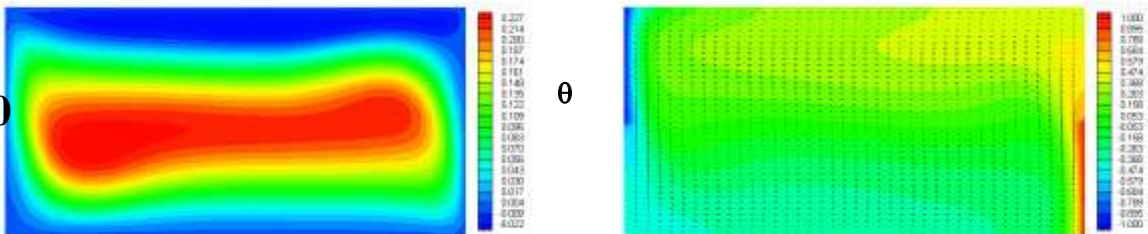
$Gr = 34.110$



$Gr = 136.430$



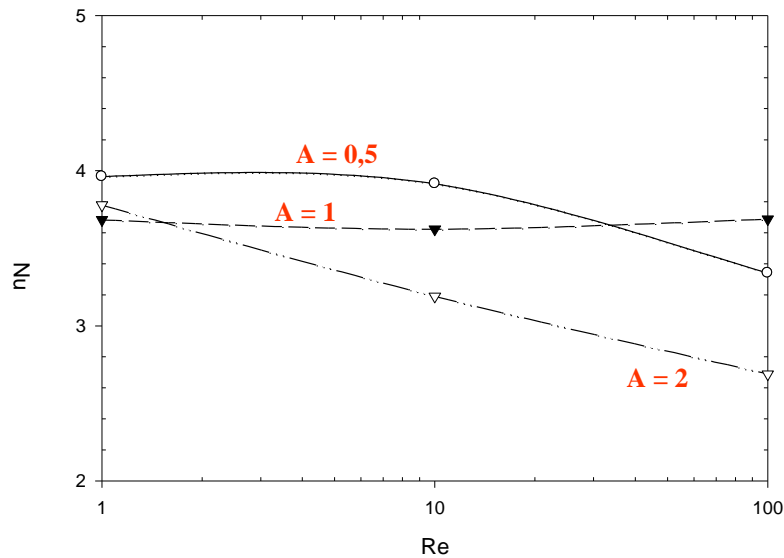
$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

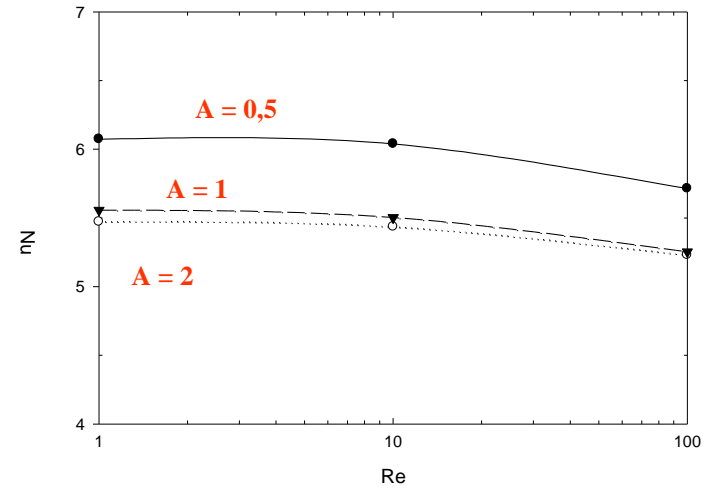
Caso 1 – Convecção mista

Gr = 34.110

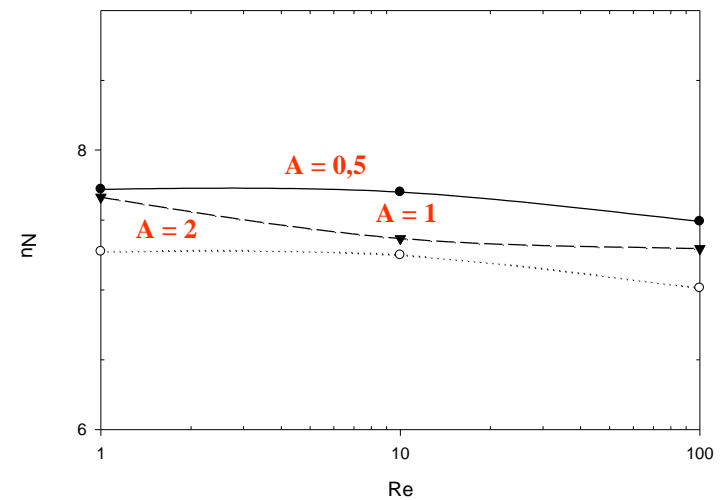


Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)

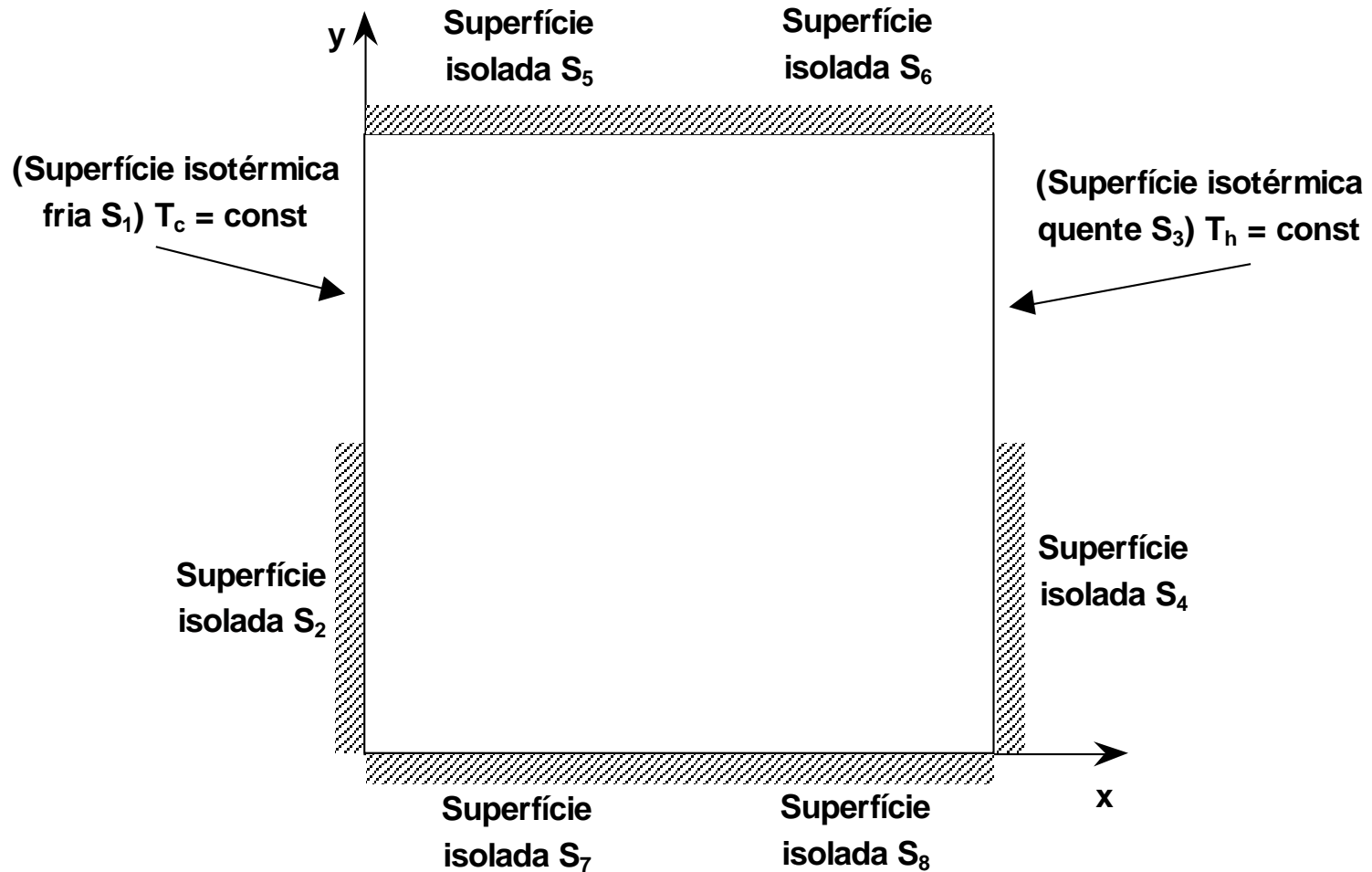
Gr = 136.430



Gr = 341.070



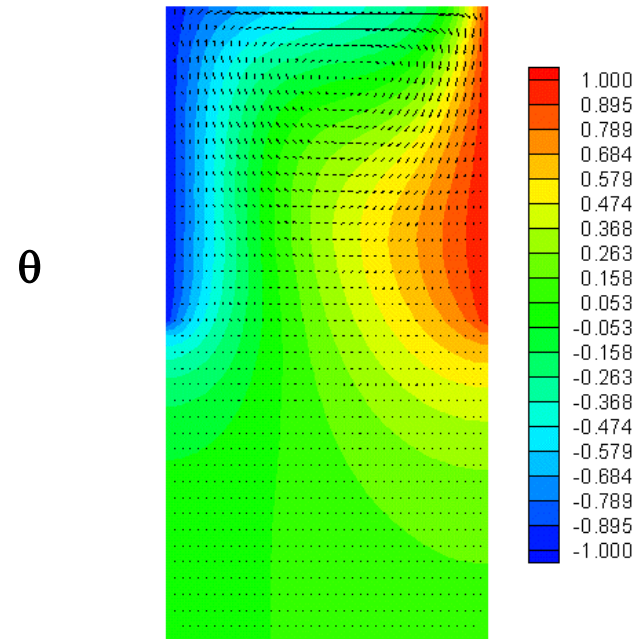
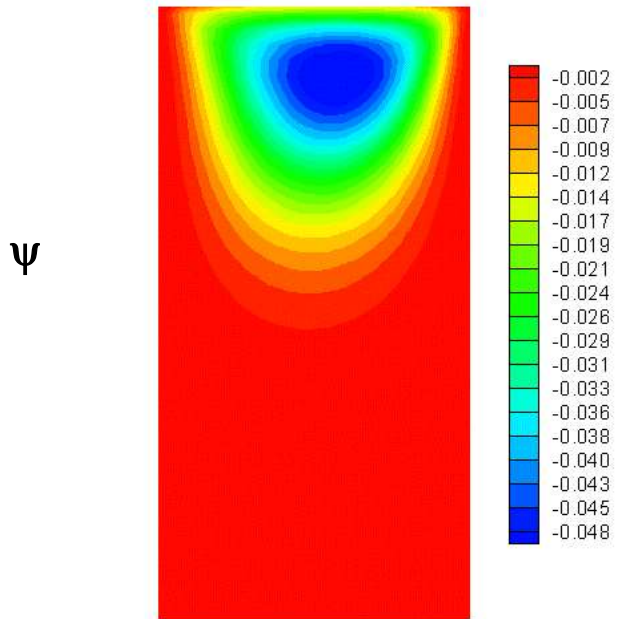
Condições de contorno - Caso 2



Resultados obtidos

Caso 2 – Convecção forçada

$A = 0,5$



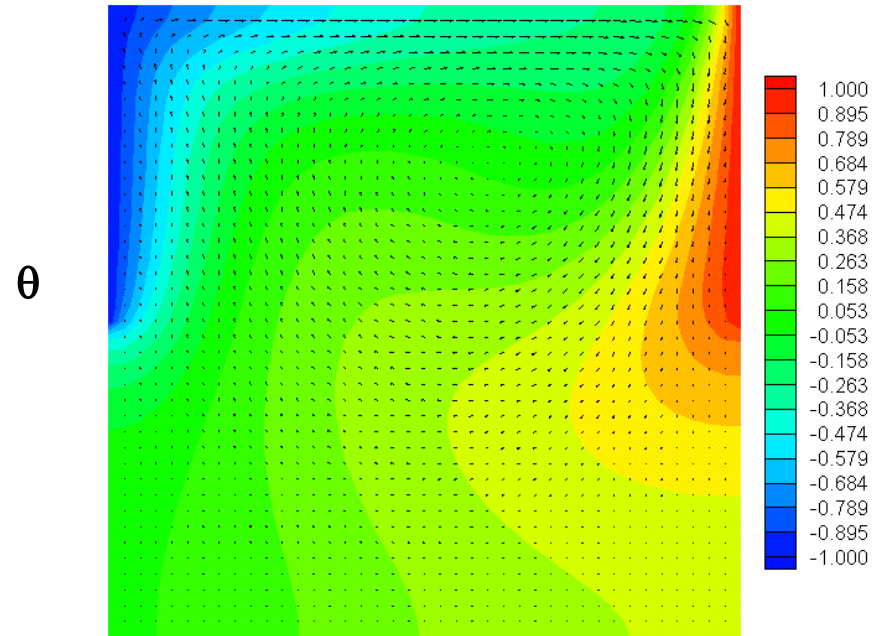
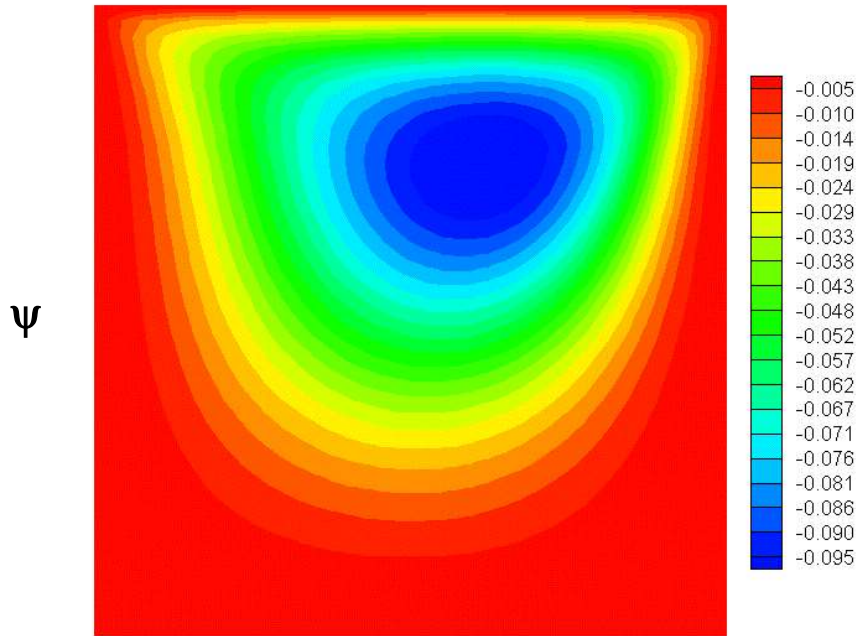
$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 2 – Convecção forçada

$A = 1$



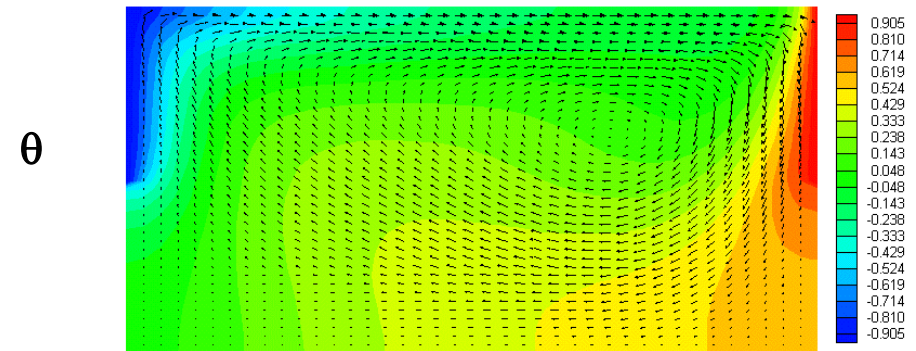
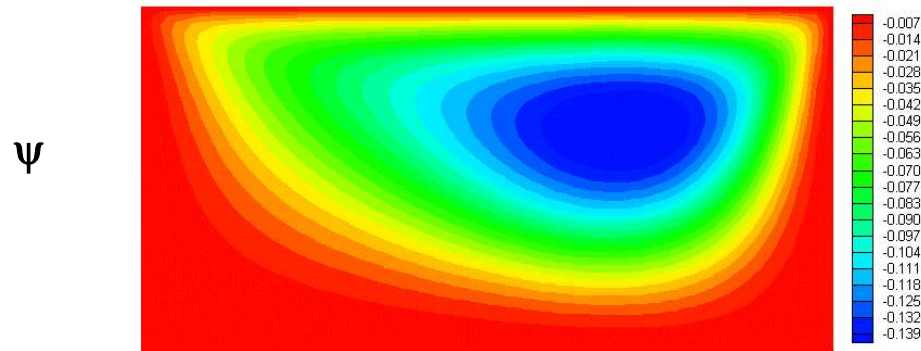
$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 2 – Convecção forçada

$A = 2$

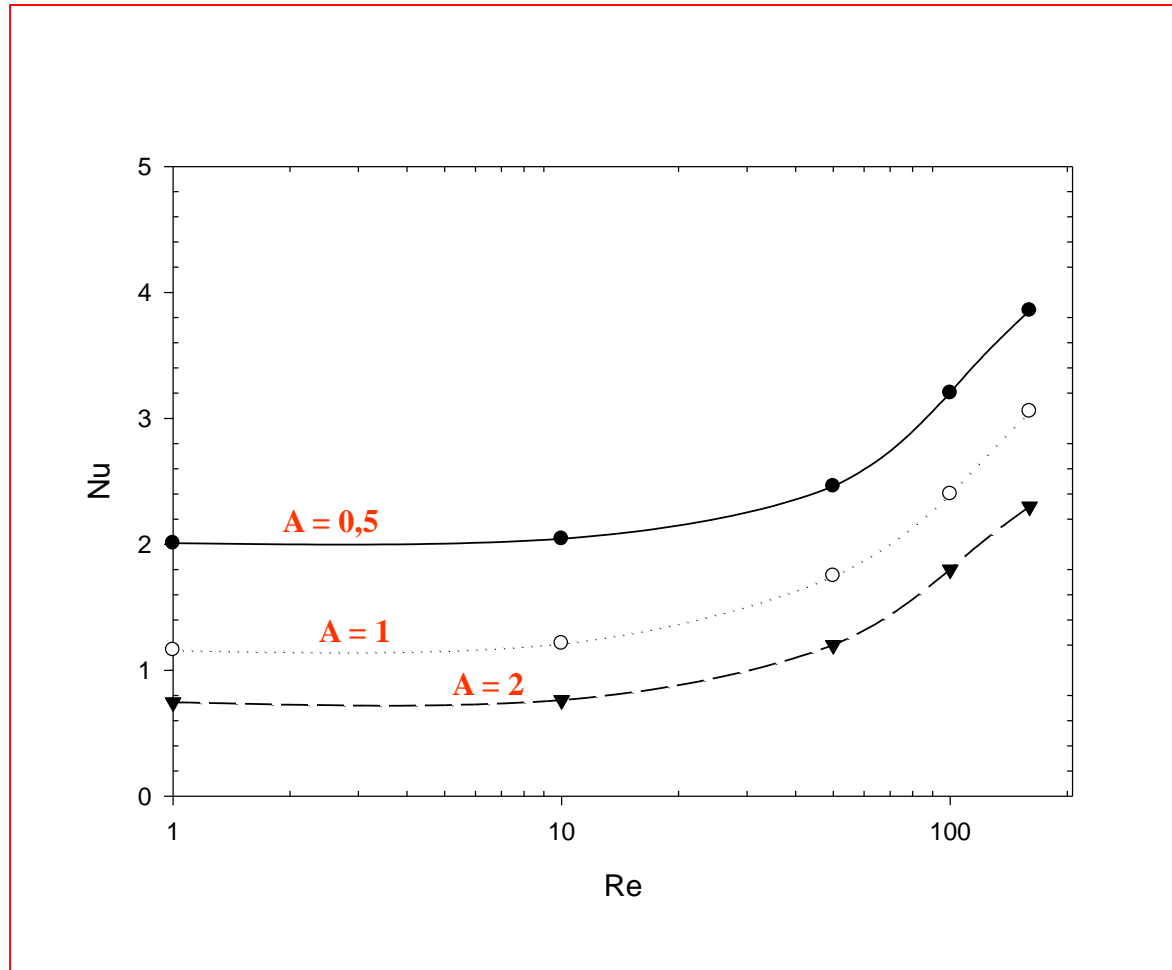


$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 2 – Convecção forçada



Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)

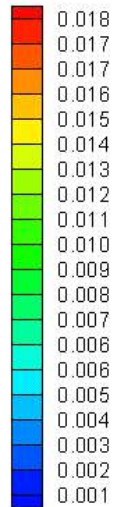
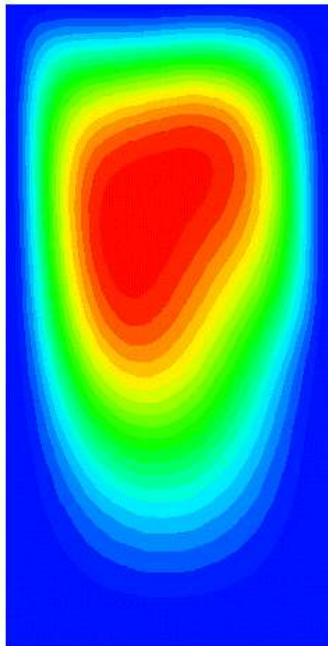


Resultados obtidos

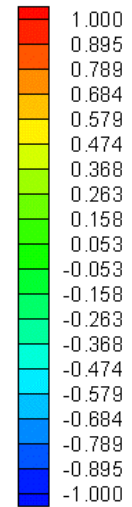
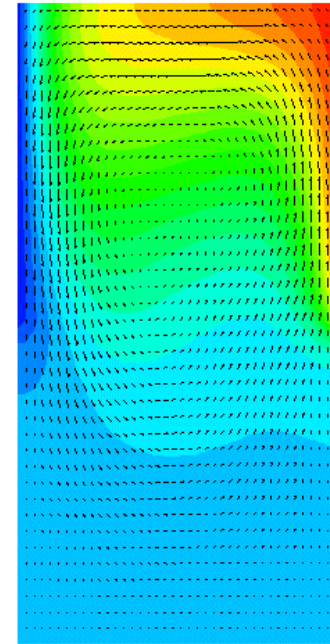
Caso 2 – Convecção natural

$A = 0,5$

ψ



θ



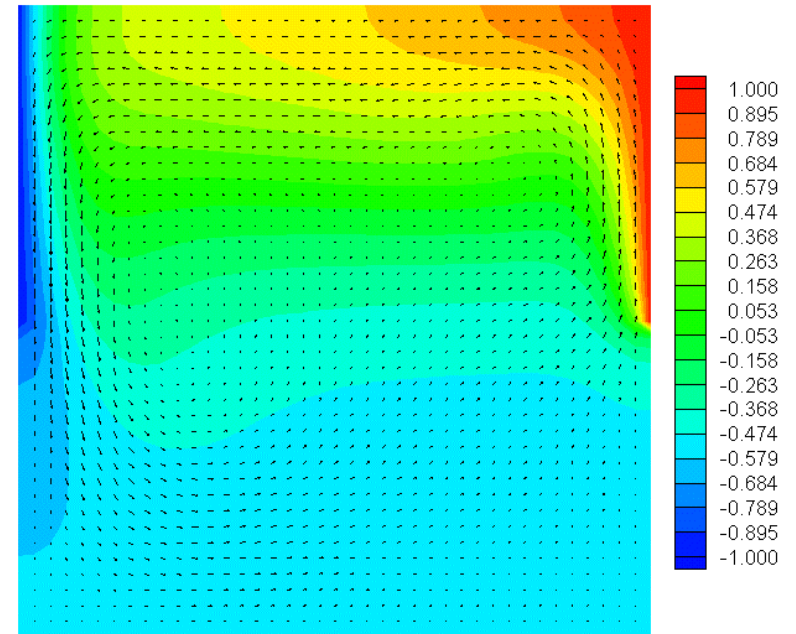
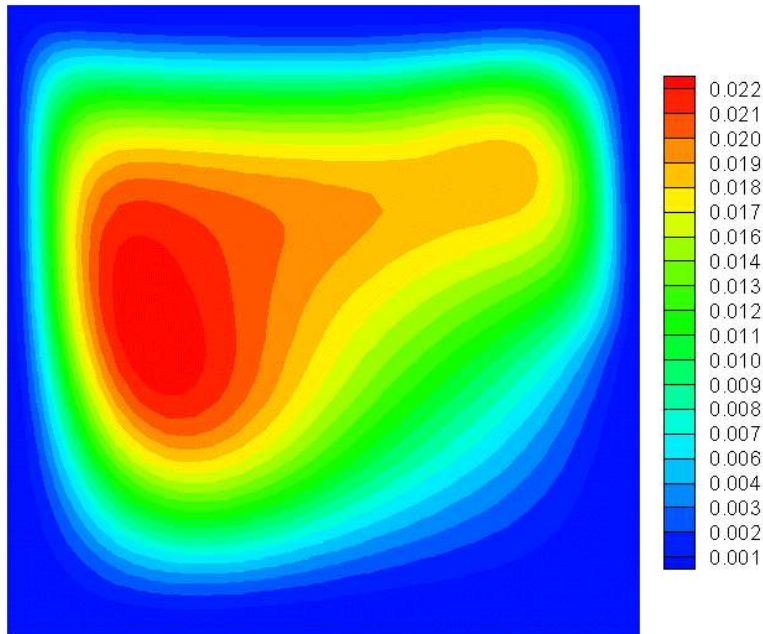
$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 2 – Convecção natural

$A = 1$



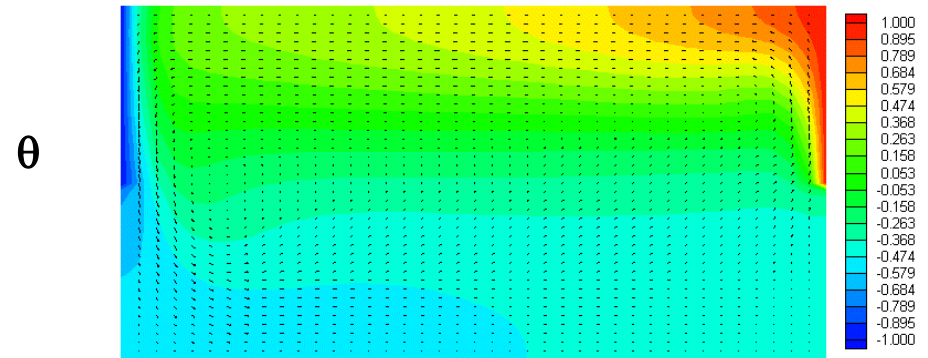
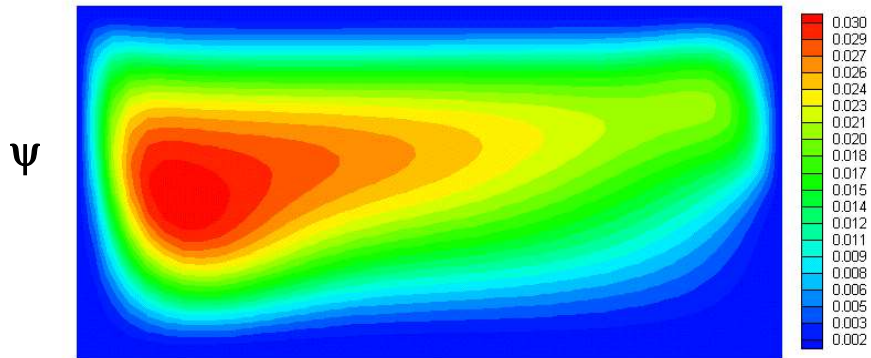
$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 2 – Convecção natural

$A = 2$

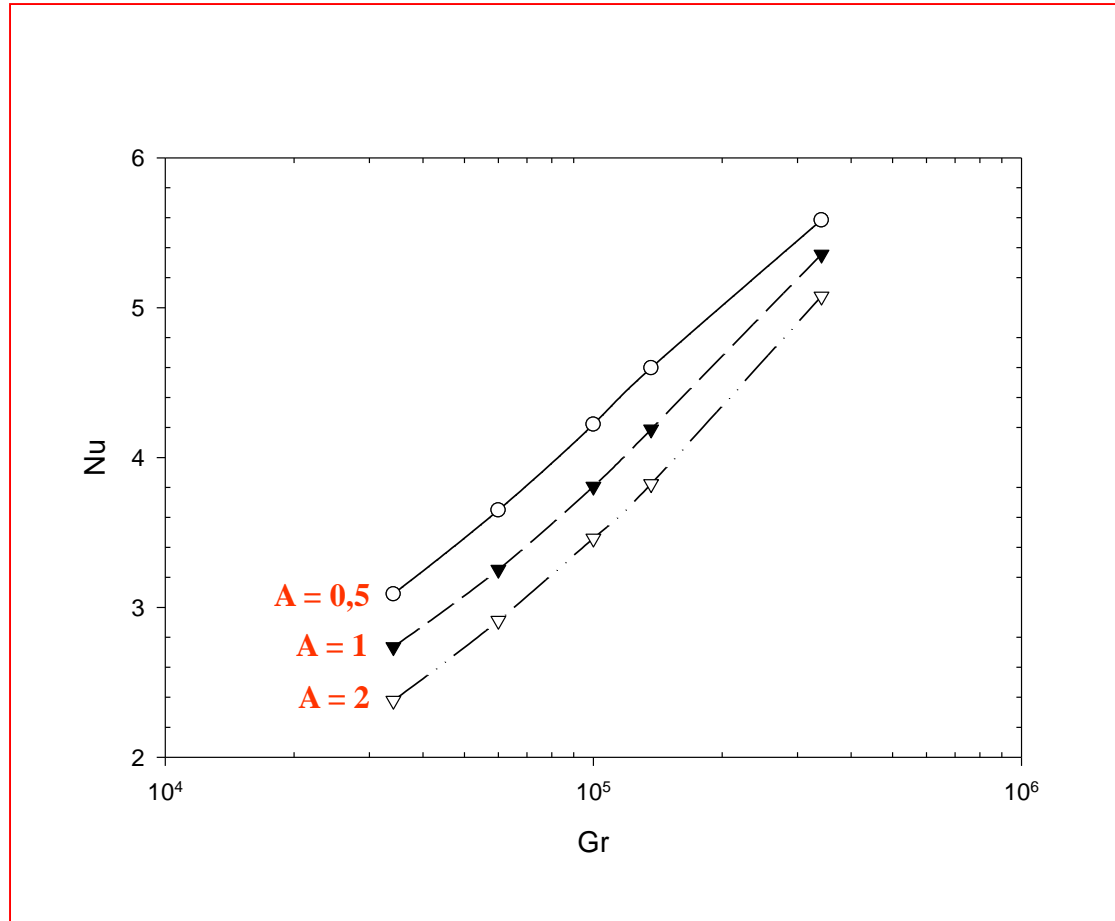


$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 2 – Convecção natural

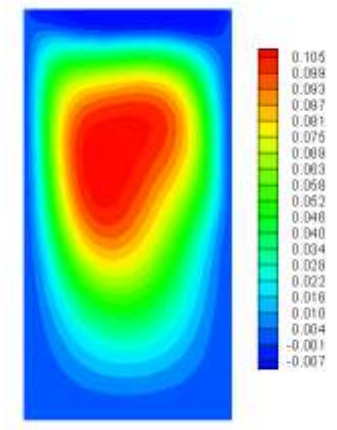
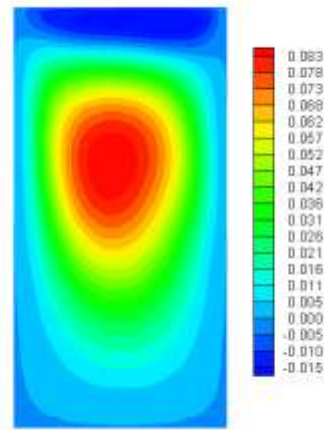
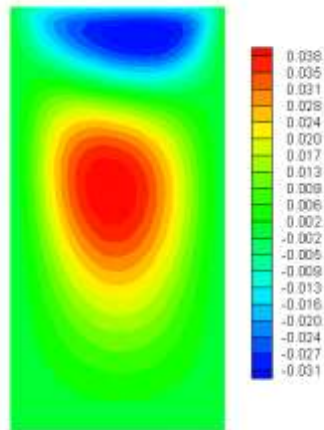
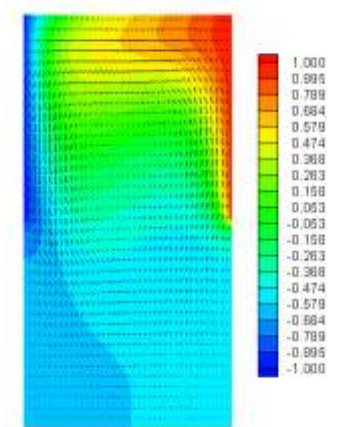
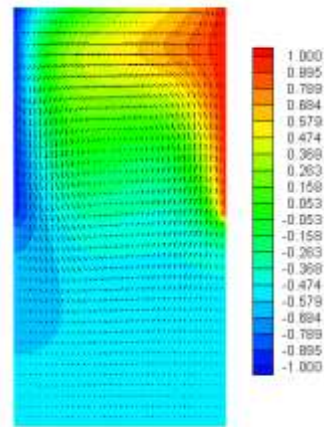
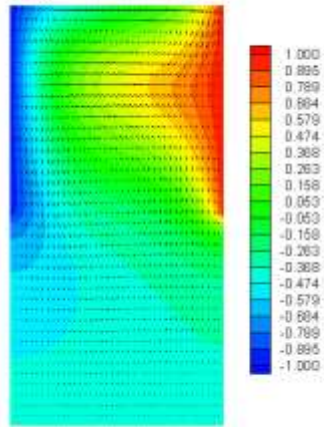


Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)



Resultados obtidos

Caso 2 – Convecção mista $\Lambda = 0,5$



$Gr = 34.110$

$Gr = 136.430$

$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

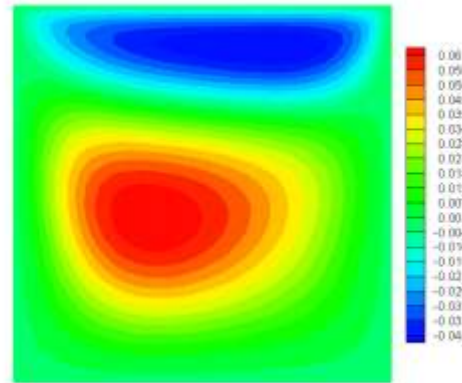
Caso 2

Convecção mista

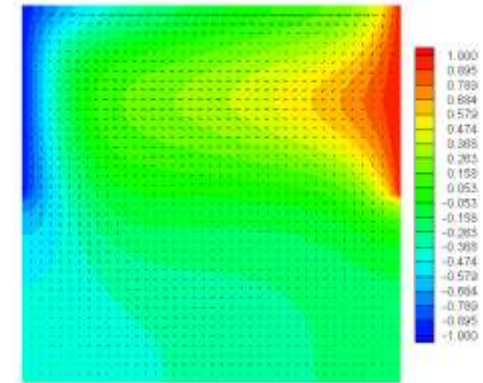
$A = 1$

$Gr = 34.110$

ψ

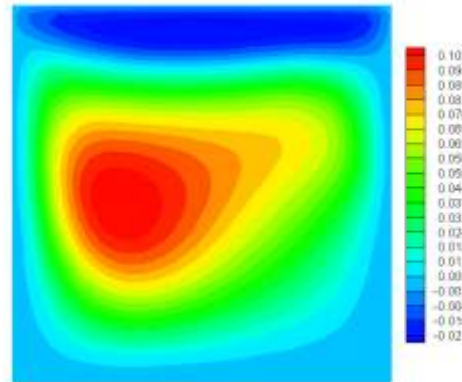


θ

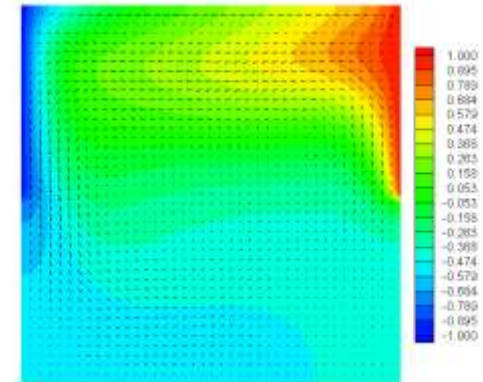


$Gr = 136.430$

ψ

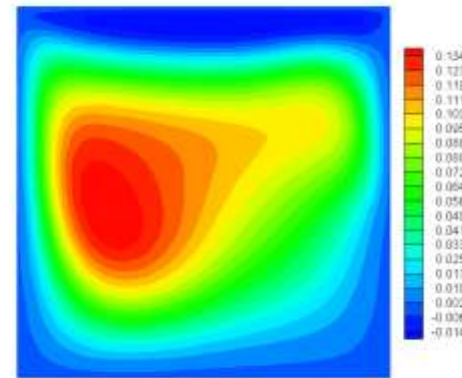


θ

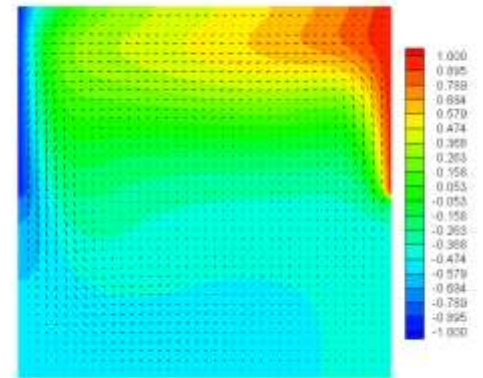


$Gr = 341.070$

ψ



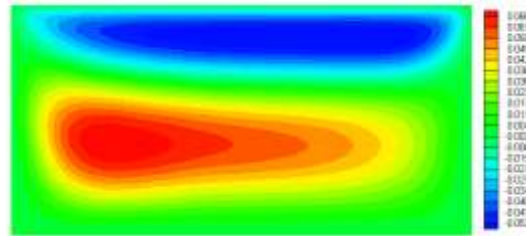
θ



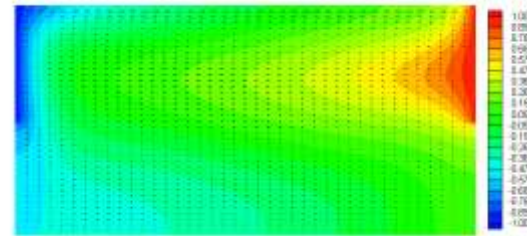
Resultados obtidos

Caso 2 – Convecção mista $A = 2$

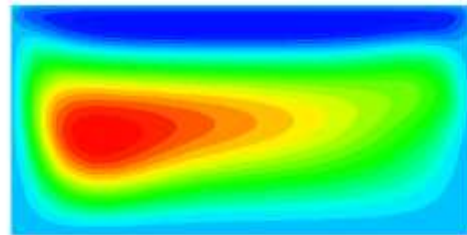
Gr = 34.110



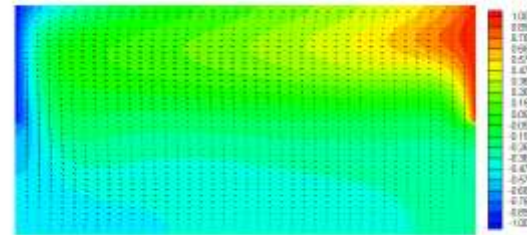
θ



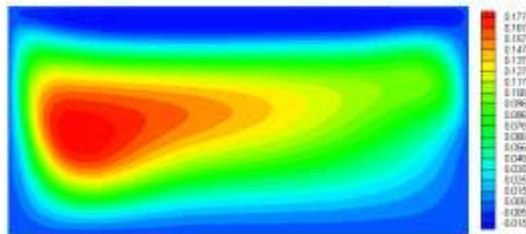
Gr = 136.430



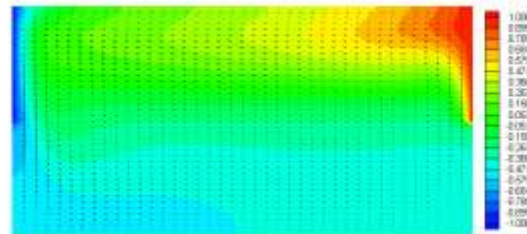
θ



Gr = 341.070



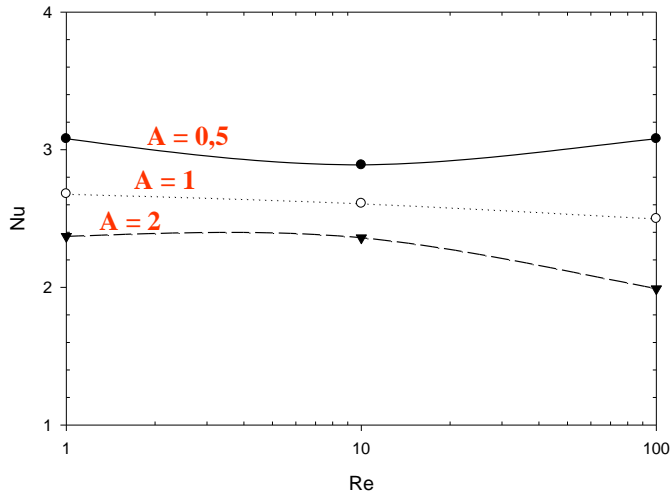
θ



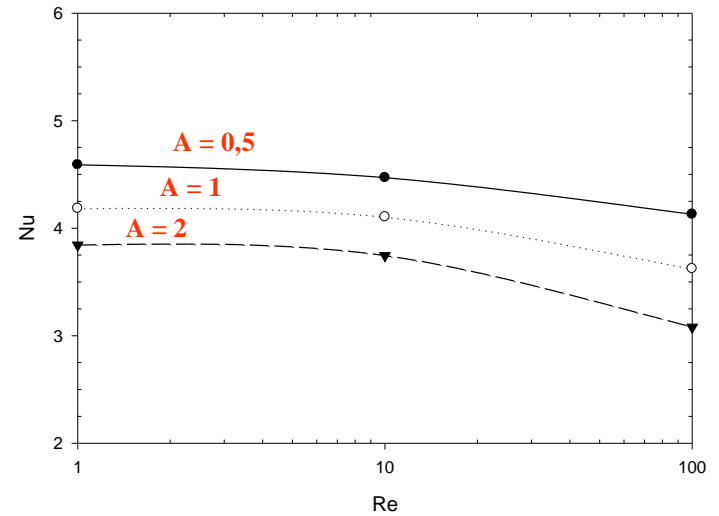
Resultados obtidos

Caso 2 – Convecção mista

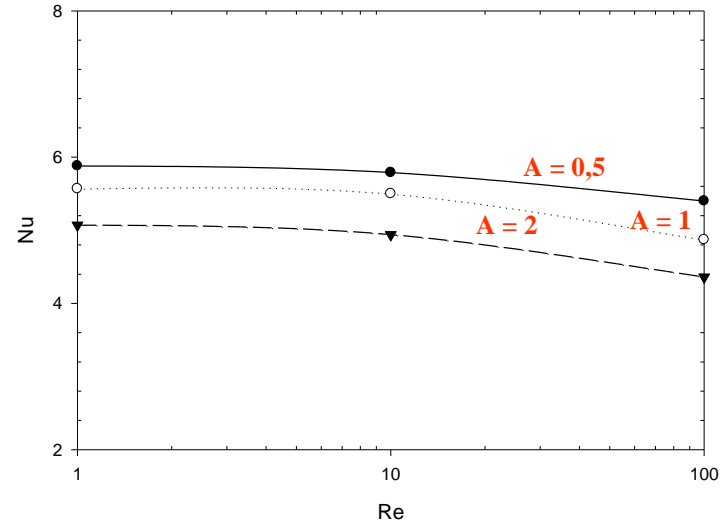
Gr = 34.110



Gr = 136.430



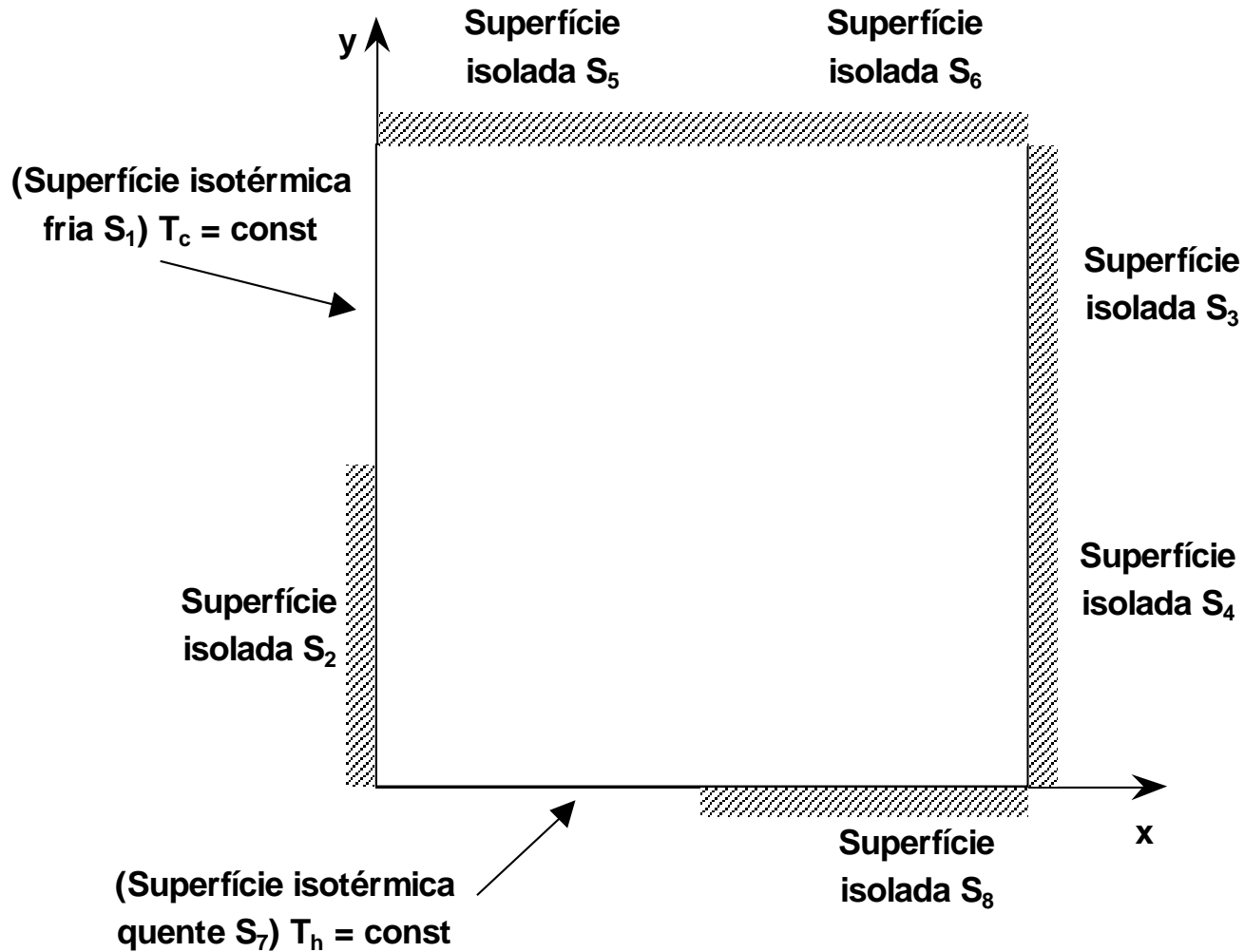
Gr = 341.070



Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)



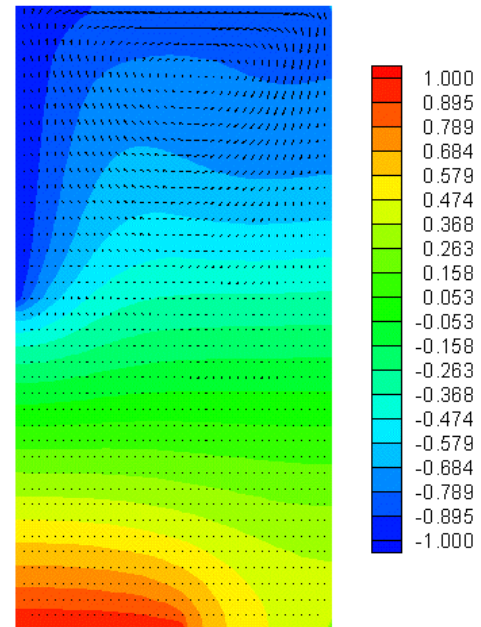
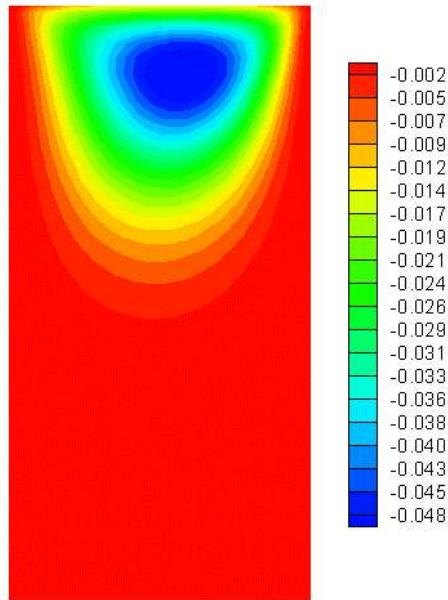
Condições de contorno - Caso 3



Resultados obtidos

Caso 3 – Convecção forçada

$A = 0,5$



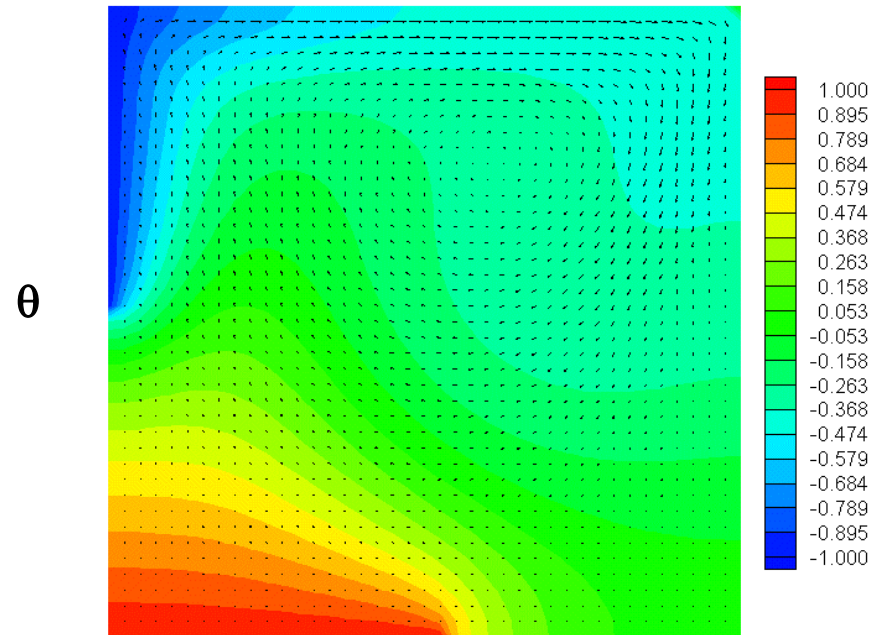
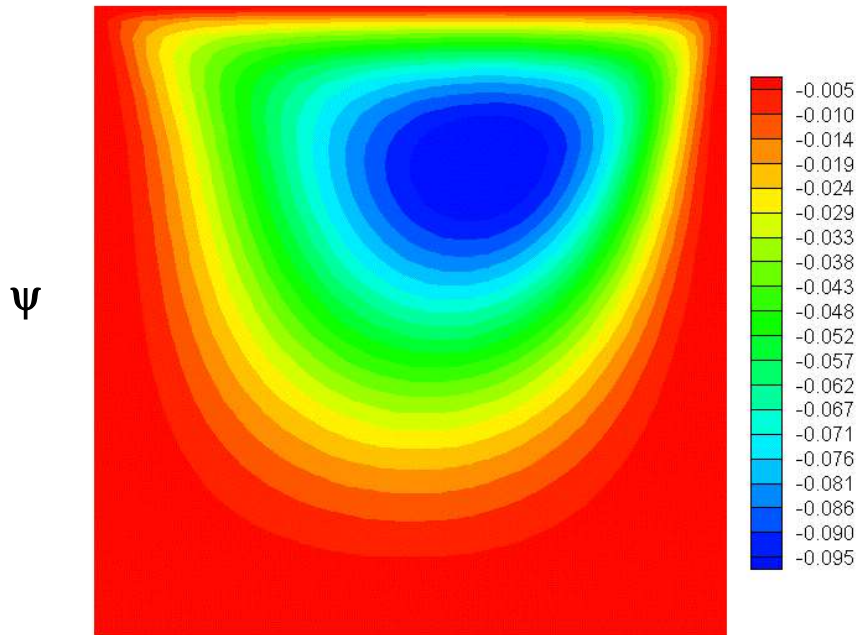
$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 3 – Convecção forçada

$A = 1$



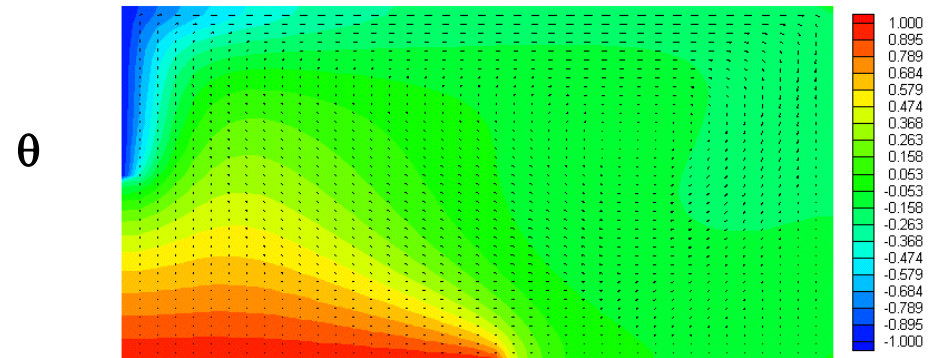
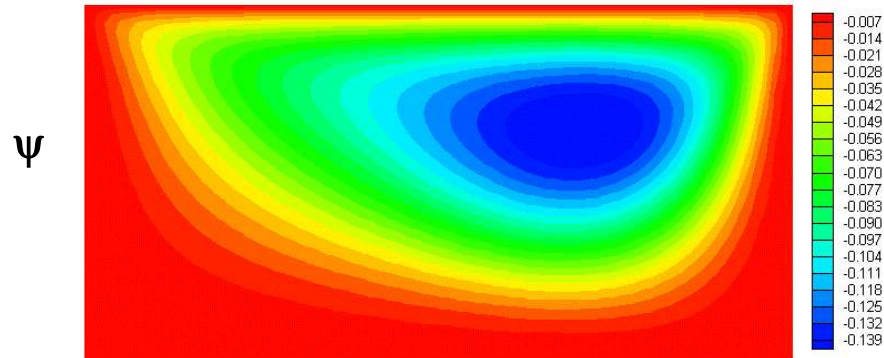
$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 3 – Convecção forçada

$A = 2$

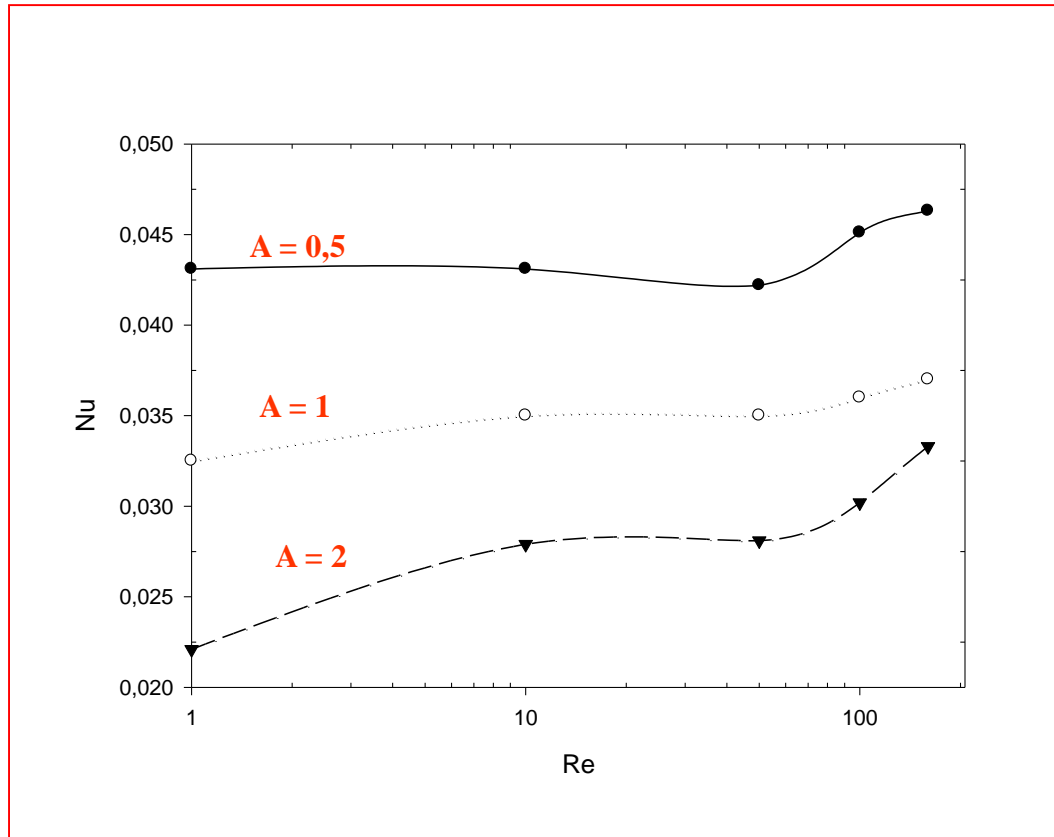


$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 3 – Convecção forçada



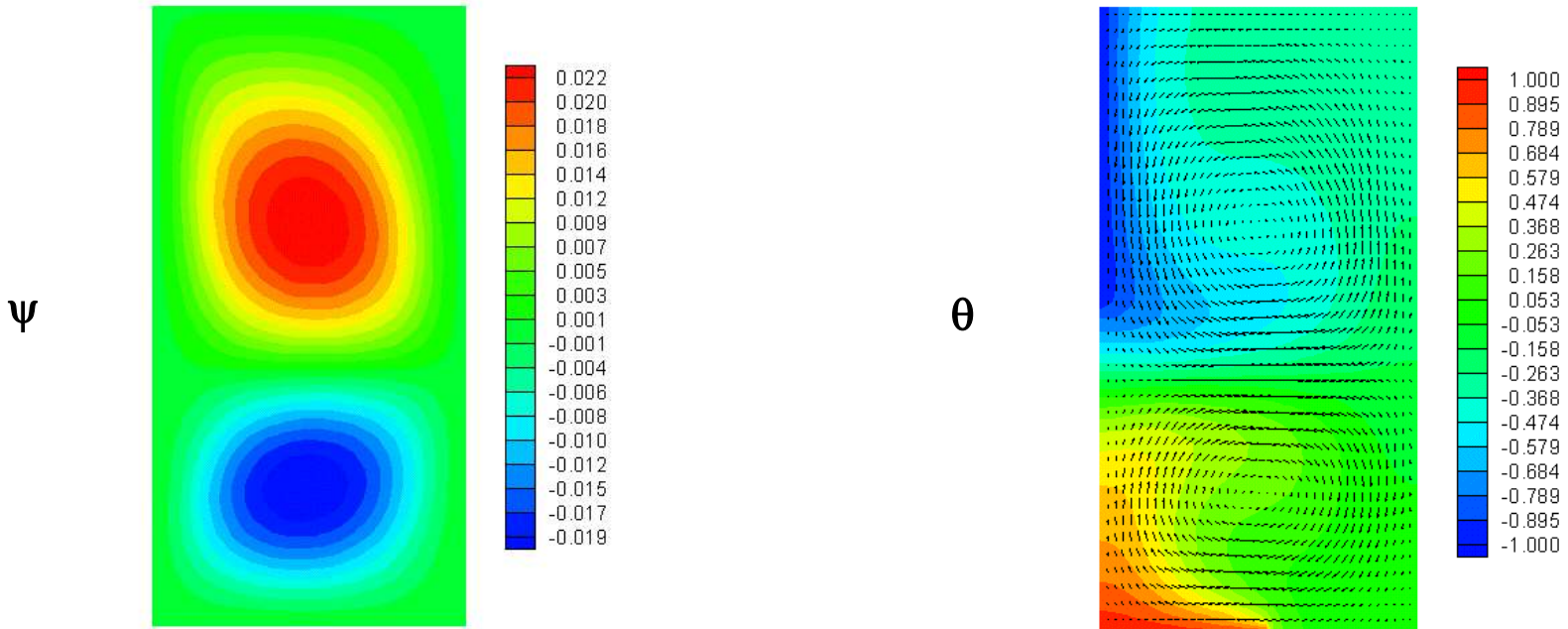
Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)



Resultados obtidos

Caso 3 – Convecção natural

$A = 0,5$



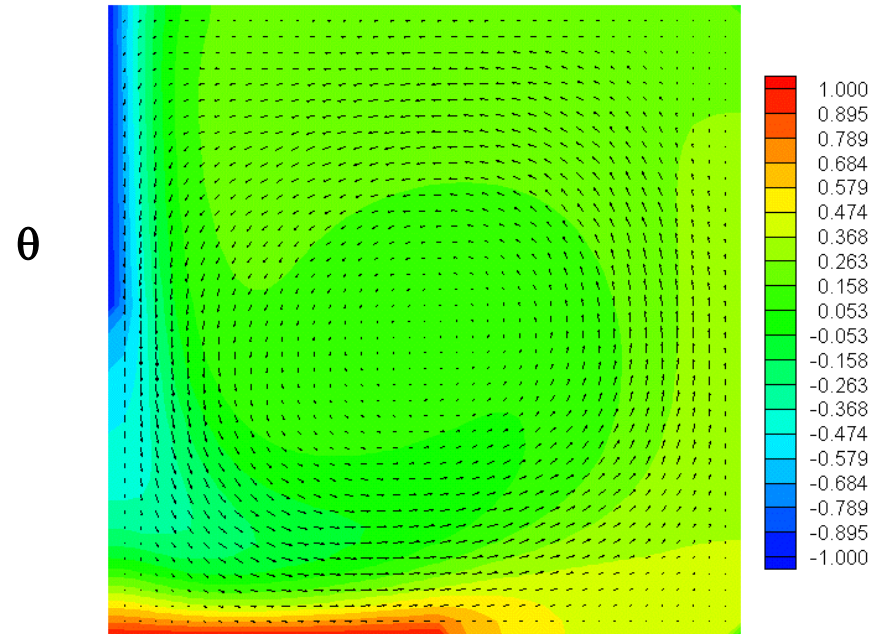
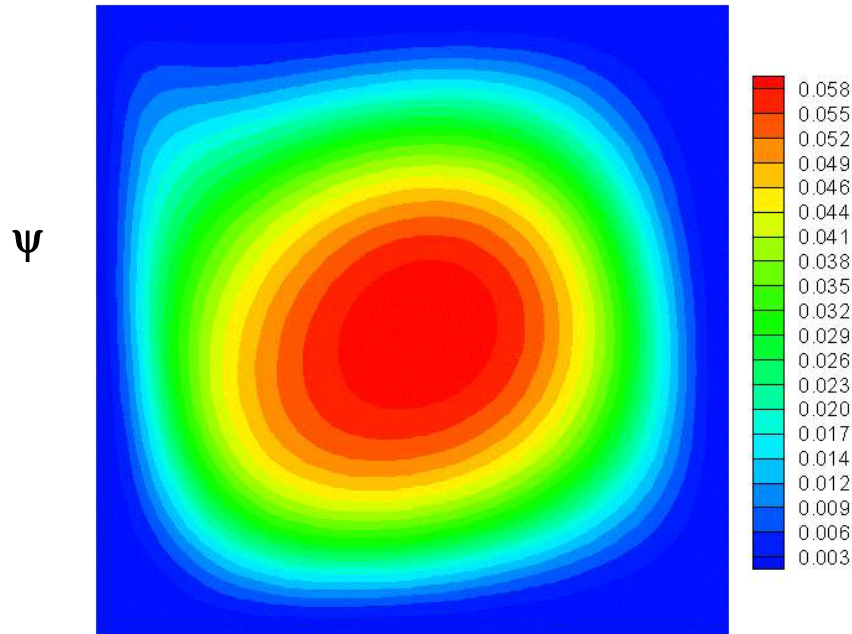
$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 3 – Convecção natural

$A = 1$



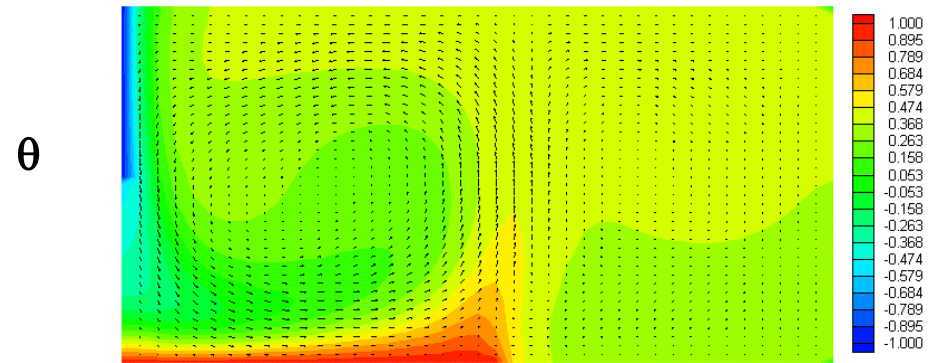
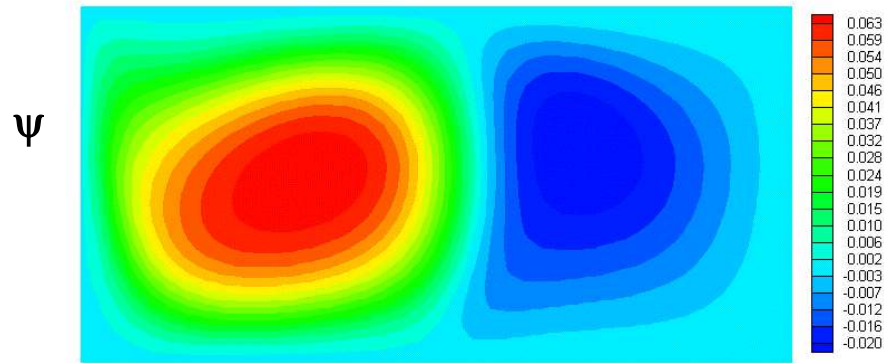
$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 3 – Convecção natural

$A = 2$

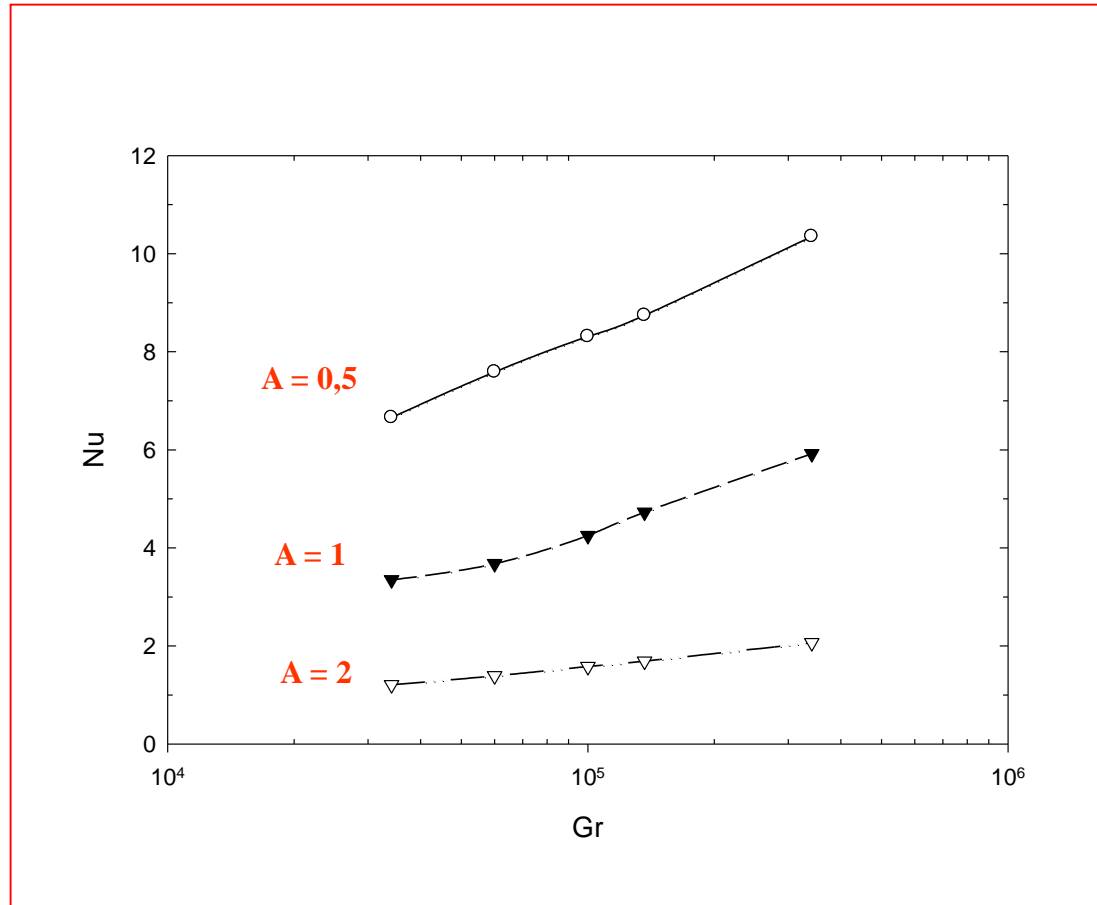


$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 3 – Convecção natural

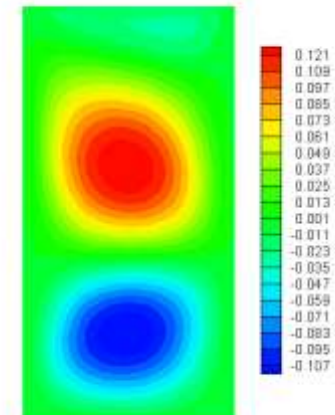
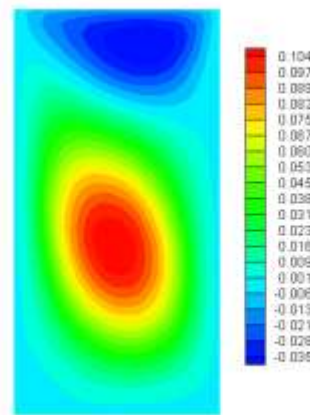
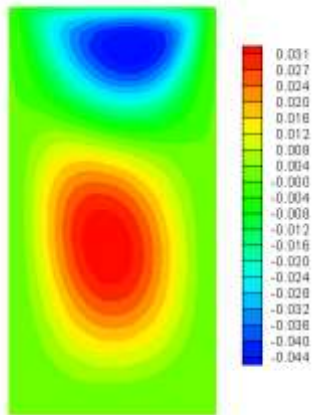
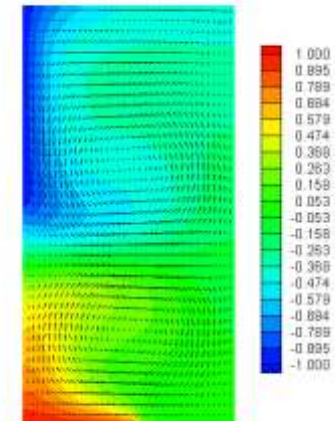
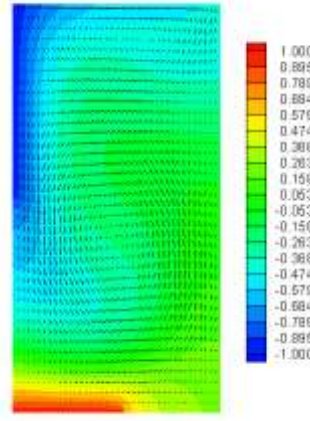
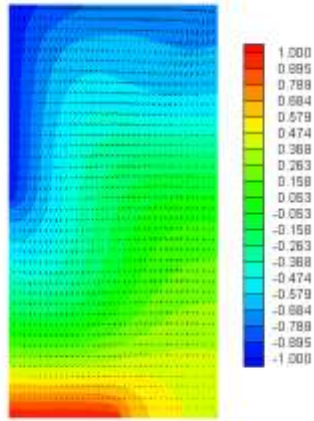


Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)



Resultados obtidos

Caso 3 – Convecção mista $A = 0,5$



$Gr = 34.110$

$Gr = 136.430$

$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

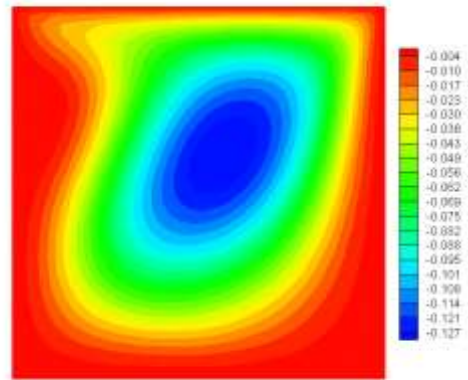
Caso 3

Convecção mista

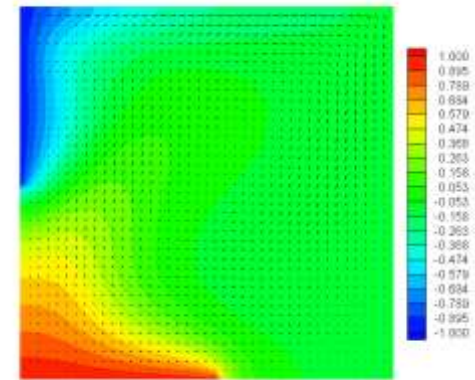
$A = 1$

$Gr = 34.110$

ψ

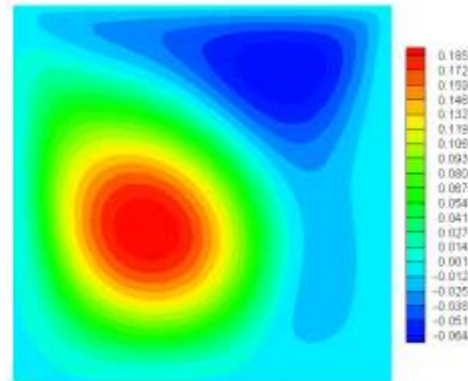


θ

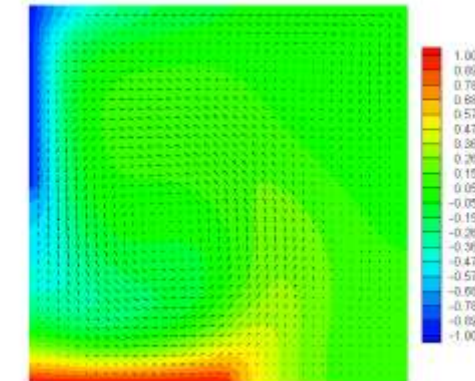


$Gr = 136.430$

ψ

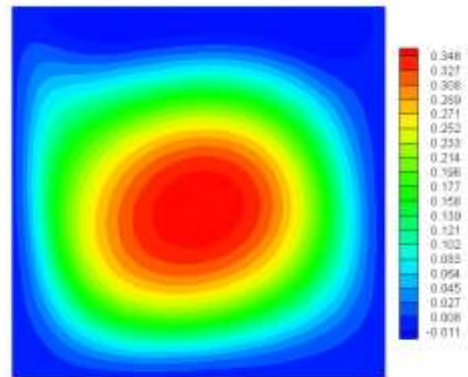


θ

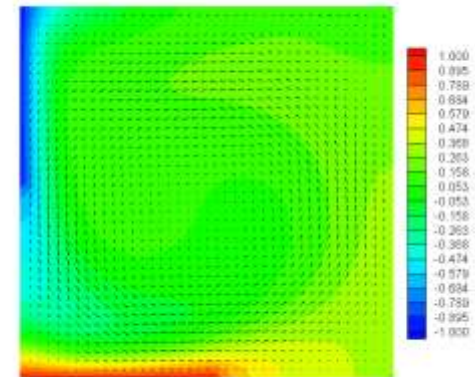


$Gr = 341.070$

ψ



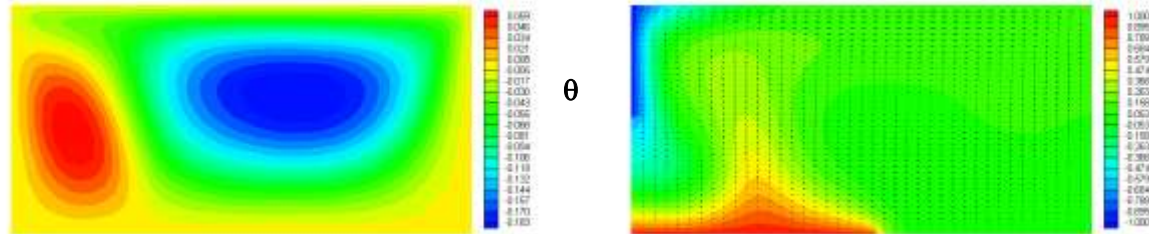
θ



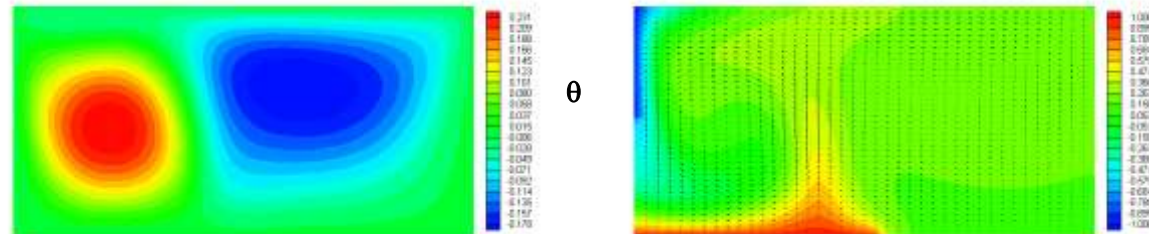
Resultados obtidos

Caso 3 – Convecção mista $A = 2$

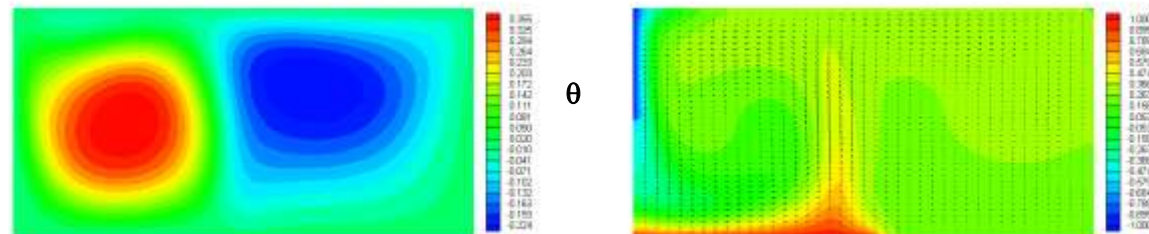
$Gr = 34.110$



$Gr = 136.430$



$Gr = 341.070$

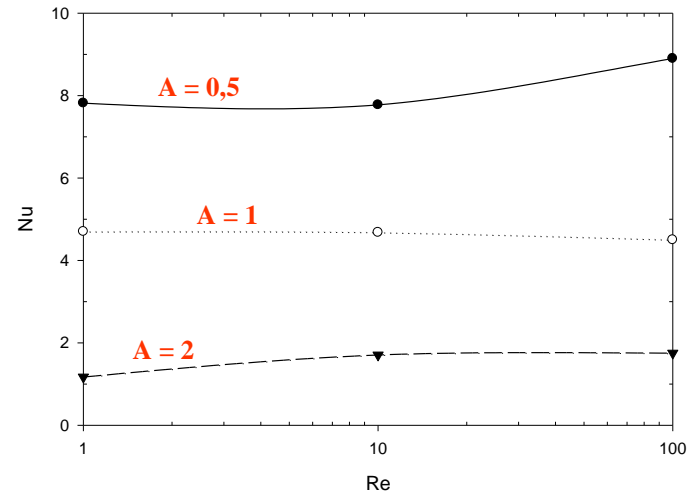


Resultados obtidos

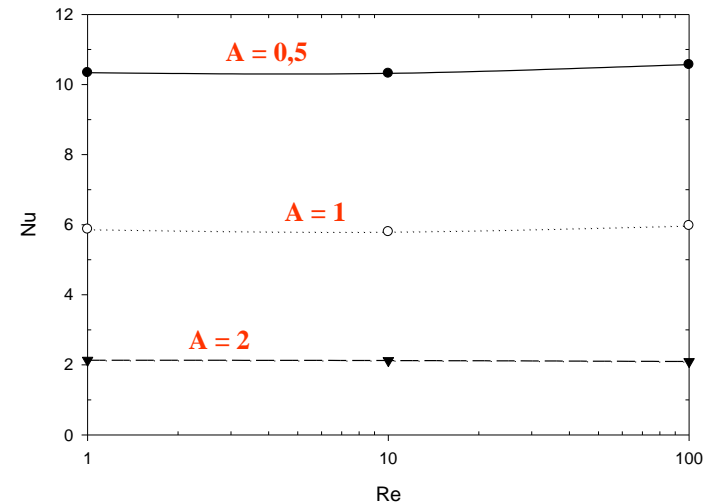
Gr = 136.430

Caso 3 – Convecção mista

Gr = 34.110



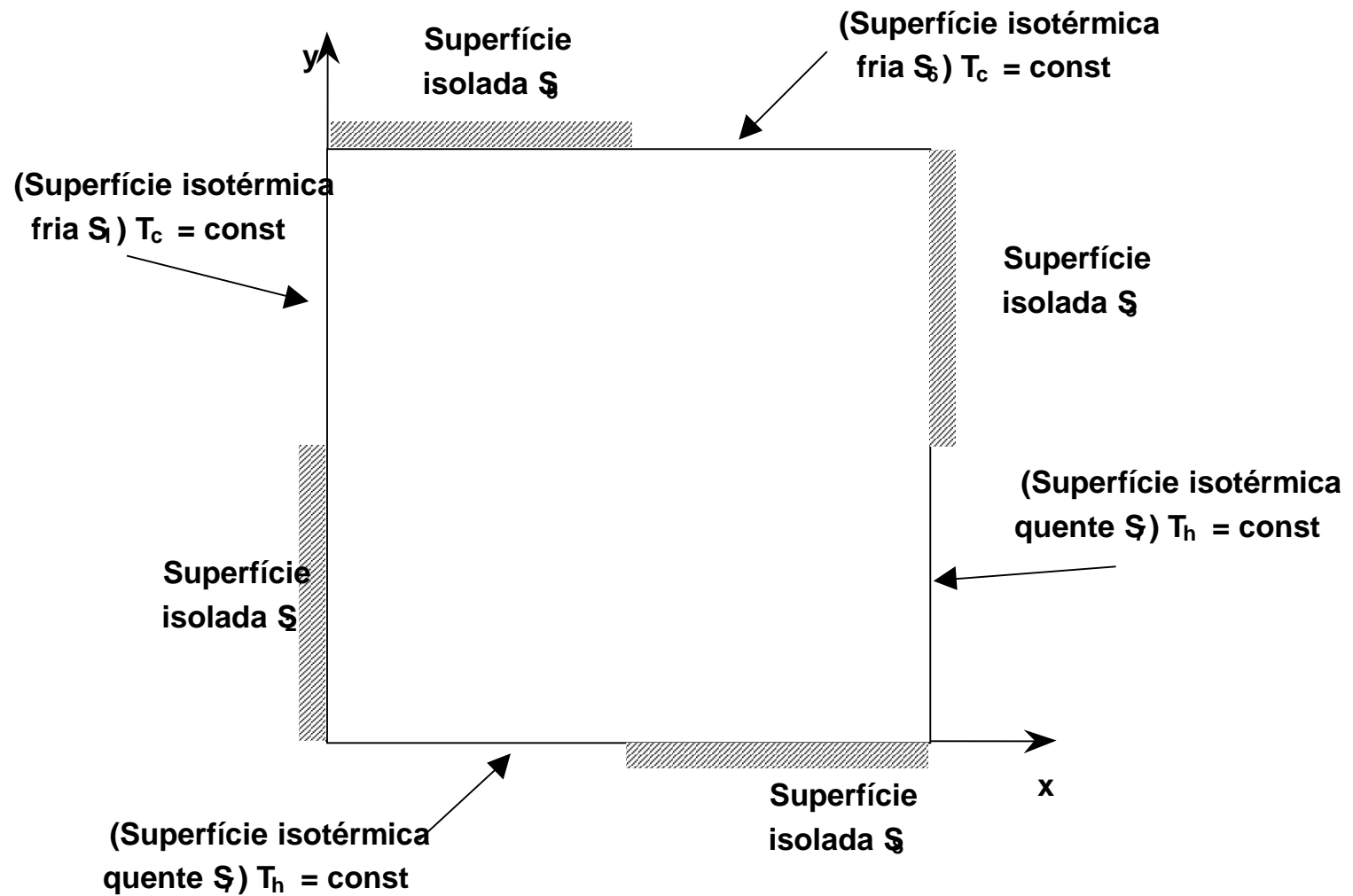
Gr = 341.070



Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)



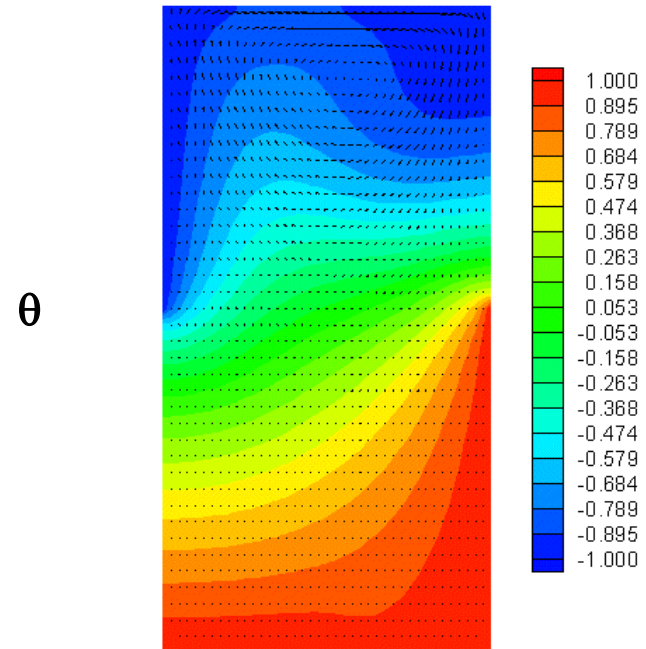
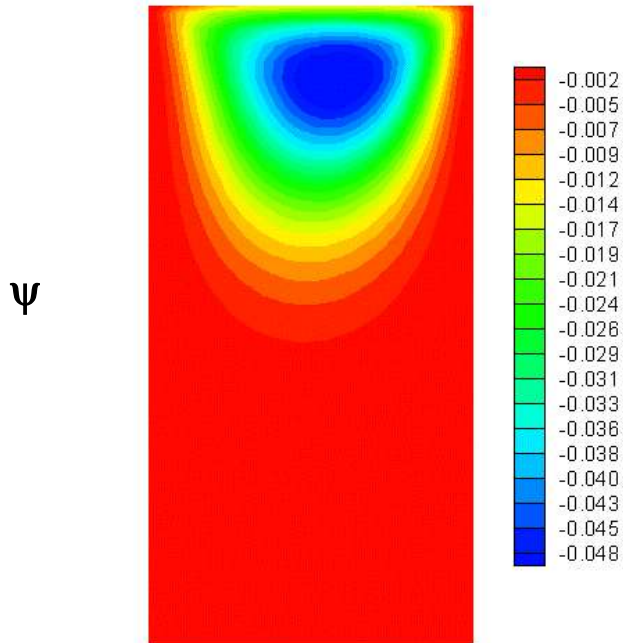
Condições de contorno - Caso 4



Resultados obtidos

Caso 4 – Convecção forçada

$A = 0,5$



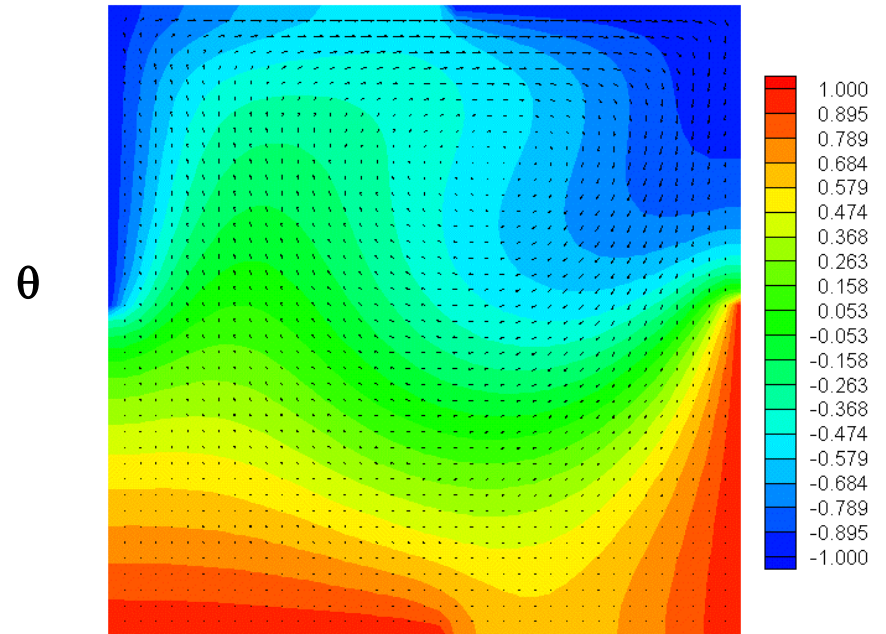
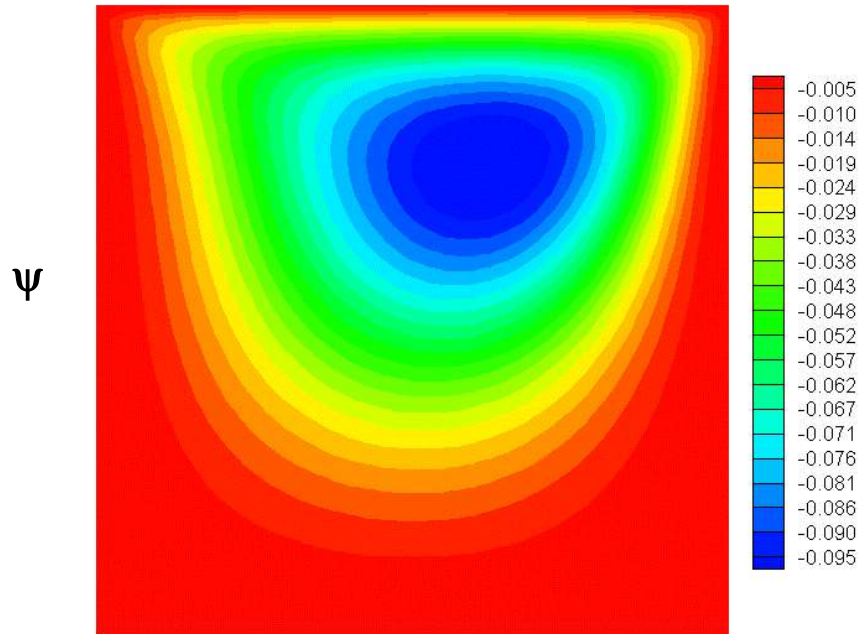
$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 4 – Convecção forçada

$A = 1$



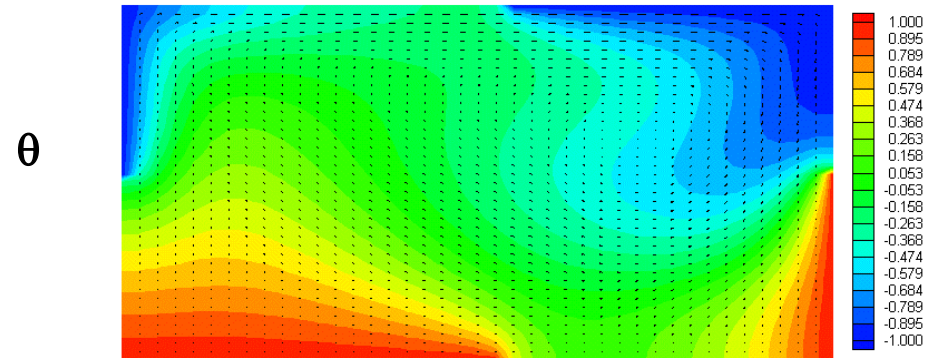
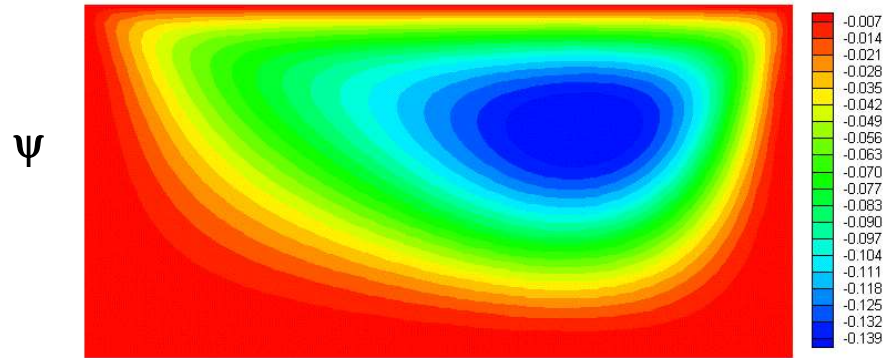
$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 4 – Convecção forçada

$A = 2$

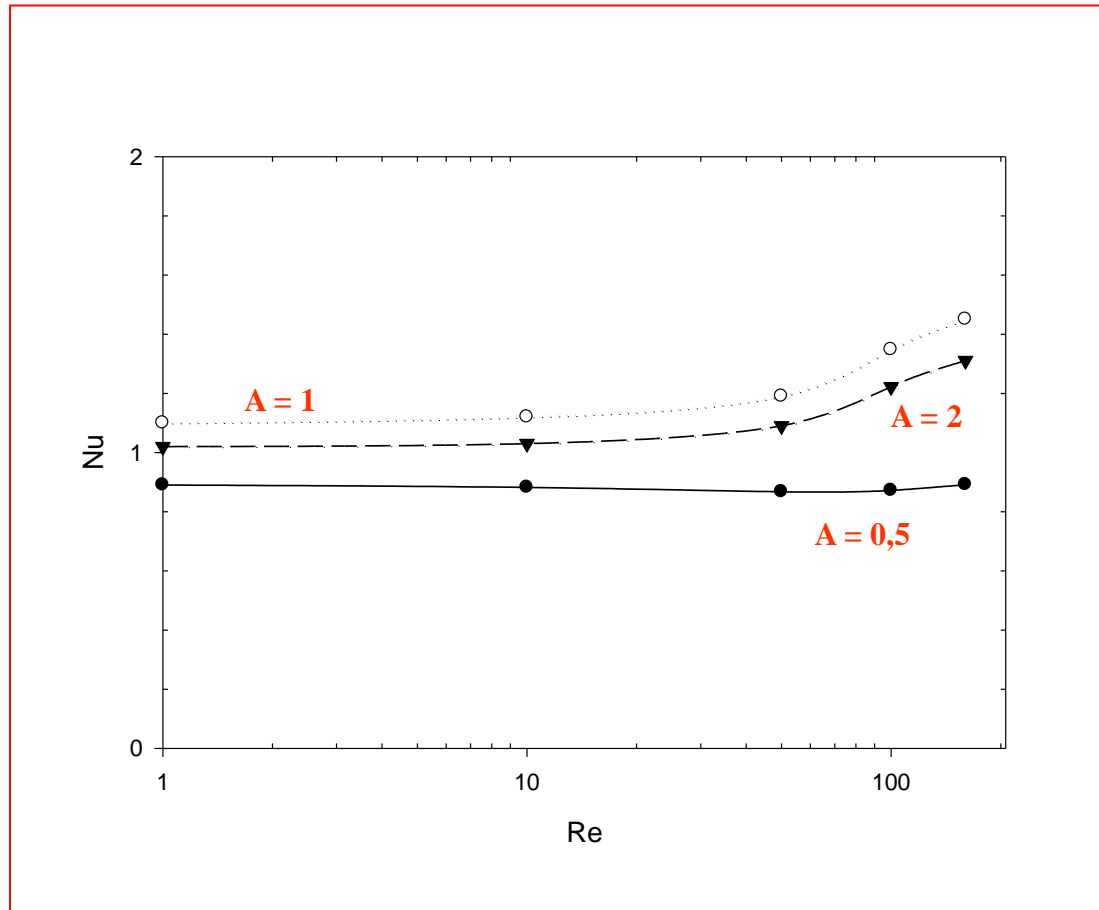


$Re = 100$



Resultados obtidos

Caso 4 – Convecção forçada



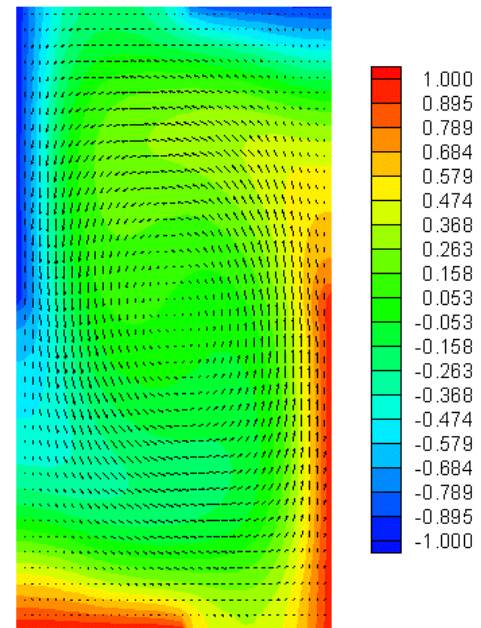
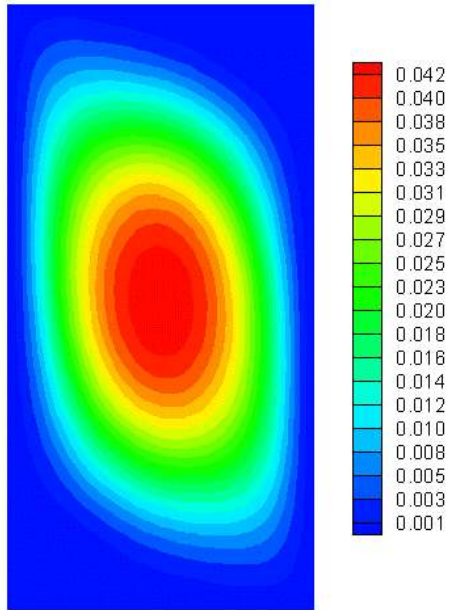
Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)



Resultados obtidos

Caso 4 – Convecção natural

$A = 0,5$



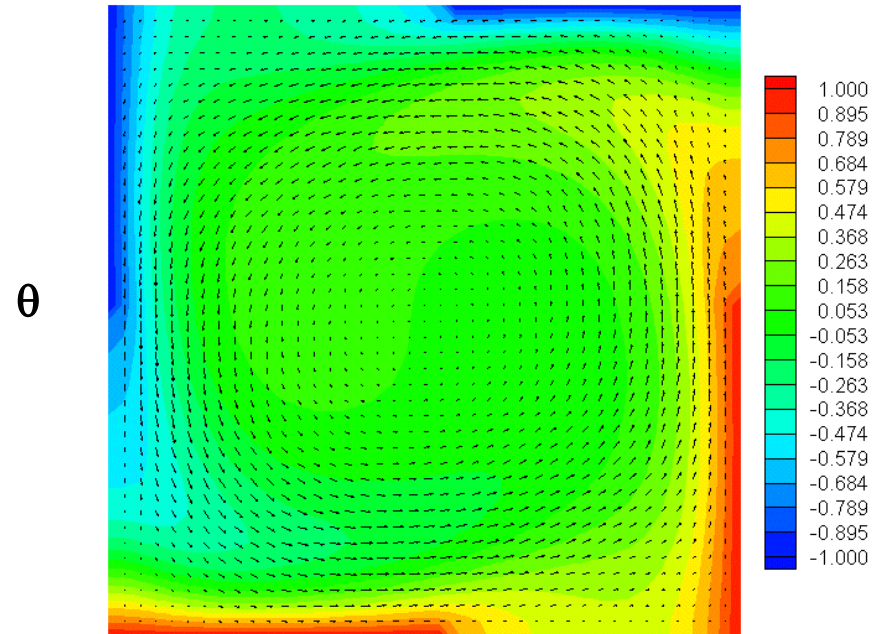
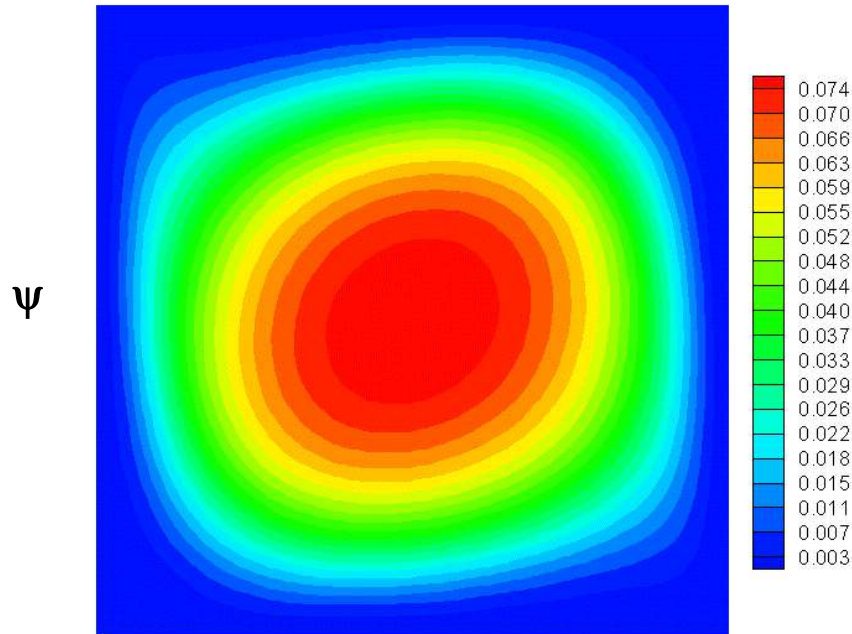
$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 4 – Convecção natural

$A = 1$



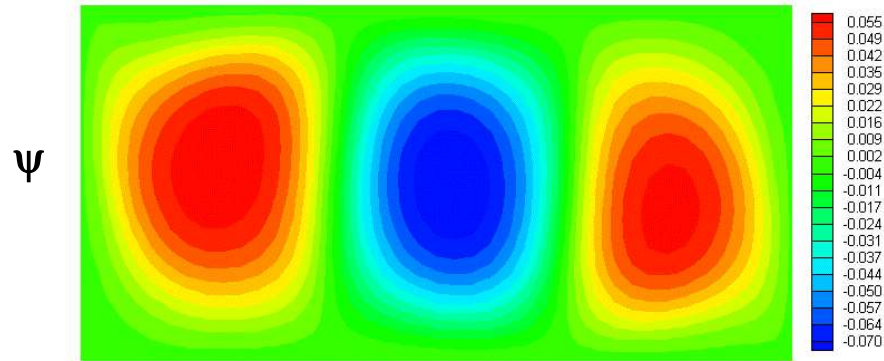
$Gr = 341.070$



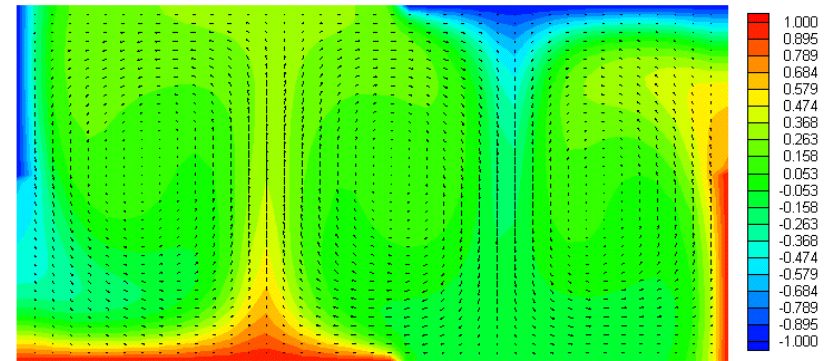
Resultados obtidos

Caso 4 – Convecção natural

$A = 2$



θ

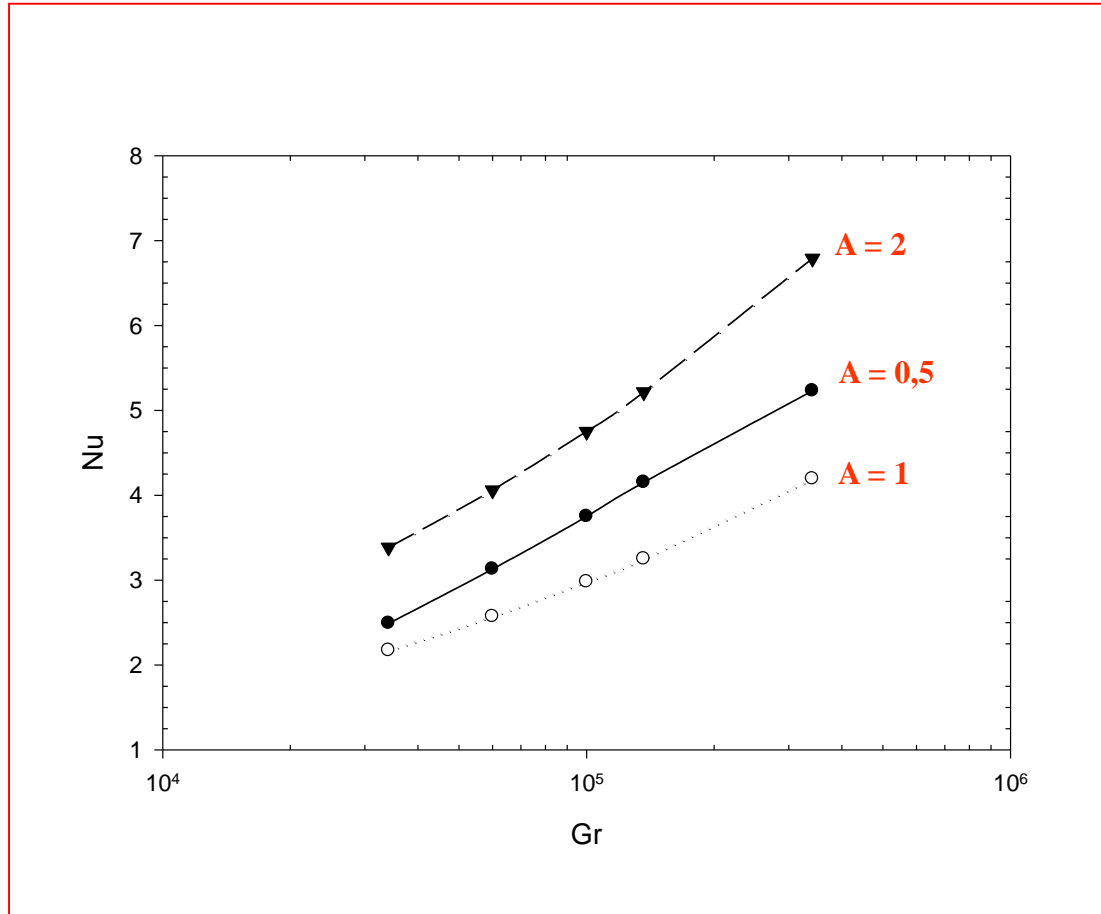


$Gr = 341.070$



Resultados obtidos

Caso 4 – Convecção natural

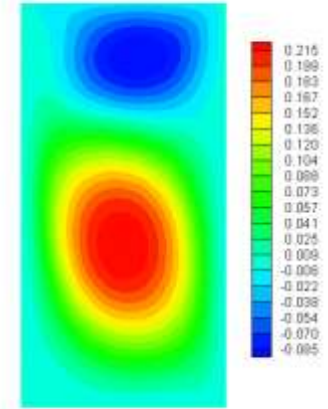
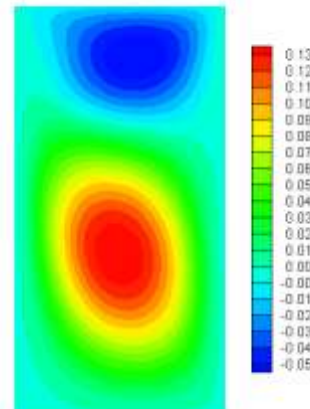
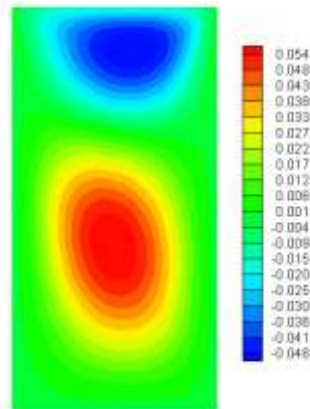
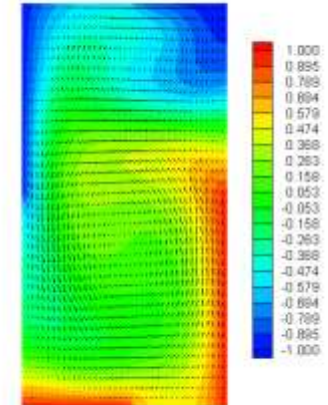
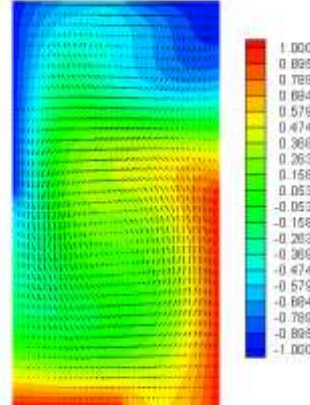
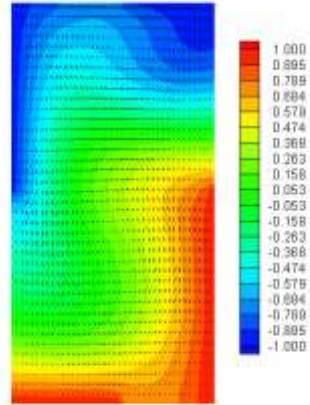


Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)



Resultados obtidos

Caso 4 – Convecção mista $A = 0,5$



$Gr = 34.110$

$Gr = 136.430$

$Gr = 341.070$

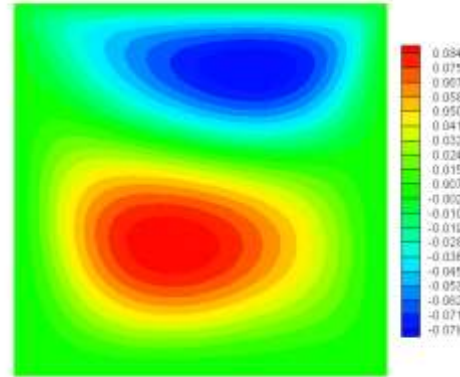


Resultados obtidos

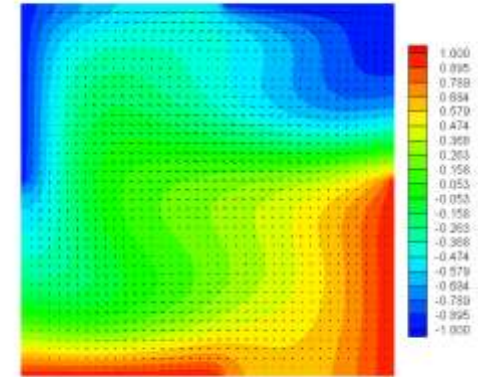
Caso 4
Convecção mista
 $A = 1$

$Gr = 34.110$

ψ

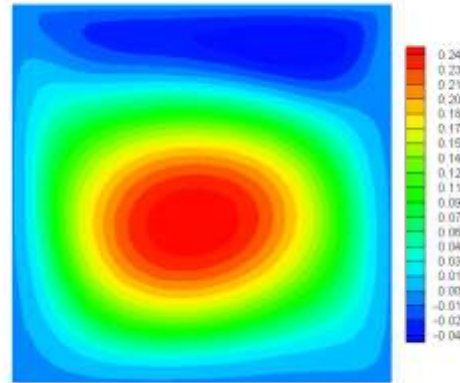


θ

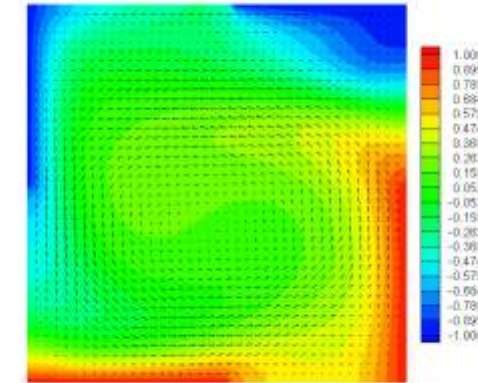


$Gr = 136.430$

ψ

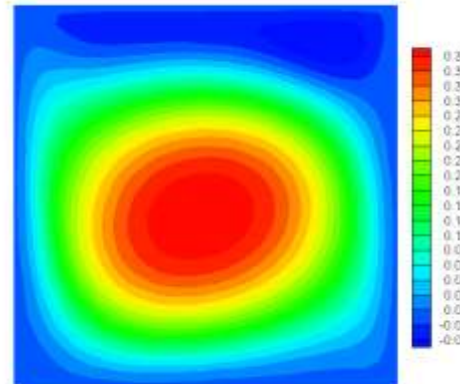


θ

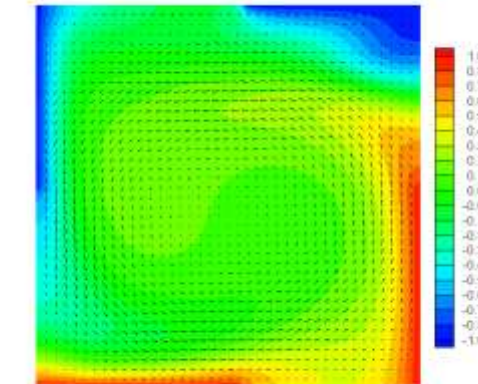


$Gr = 341.070$

ψ



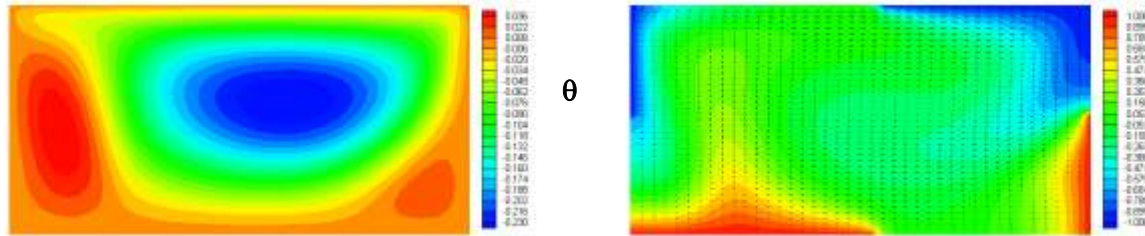
θ



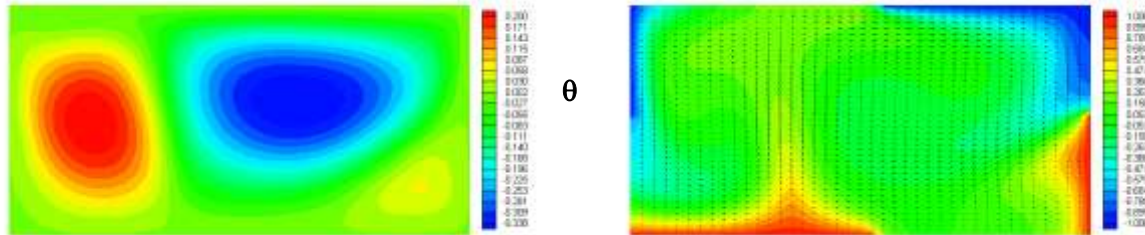
Resultados obtidos

Caso 4 – Convecção mista $A = 2$

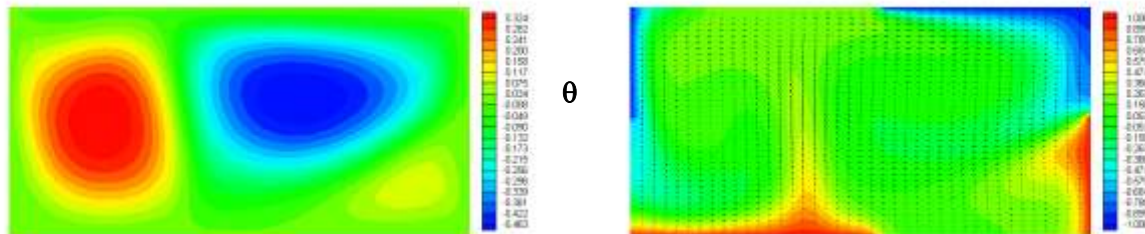
Gr = 34.110



Gr = 136.430



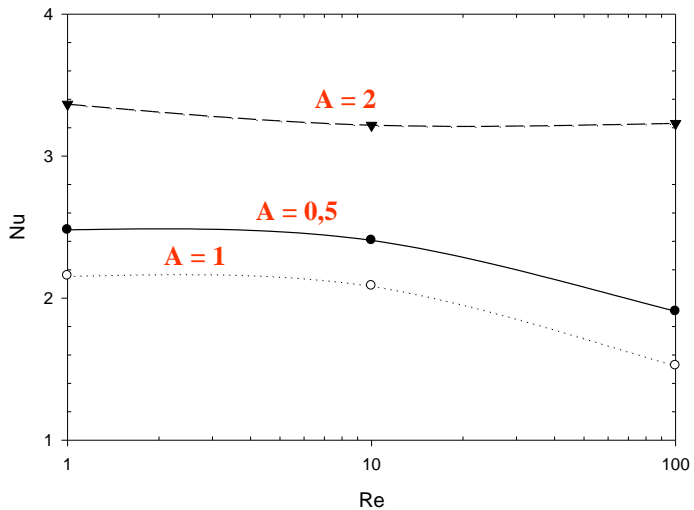
Gr = 341.070



Resultados obtidos

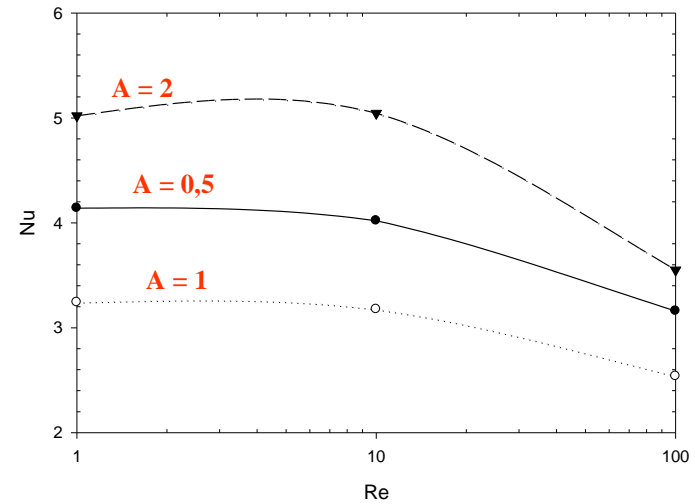
Caso 4 – Convecção mista

Gr = 34.110

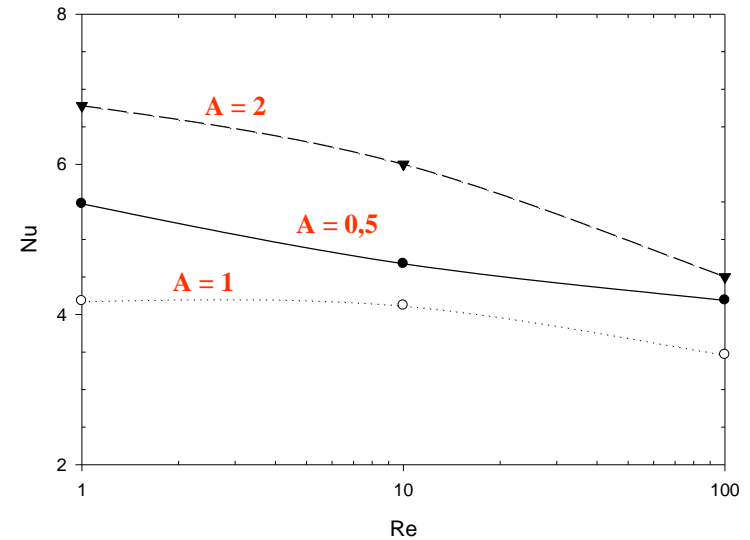


Número de Nusselt médio (Nu) na superfície quente versus número de Reynolds (Re)

Gr = 136.430



Gr = 341.070



Conclusões

- **Convecção forçada**

A transferência de calor para o fluido diminui à medida em que aumenta-se a razão de aspecto. Para todas as razões de aspectos dos casos estudados observa-se que os valores do número de Nusselt médio apresentam ligeira elevação para Reynolds Re maiores que 10.

- **Convecção natural**

Verifica-se que o escoamento e a distribuição de temperatura é bastante dependente da geometria e do número de Grashof. Sendo que o número de Nusselt médio aumenta com a elevação do número de Grashof Gr .

- **Convecção mista**

O aumento da razão de aspecto diminui a transferência de calor para o fluido contido na cavidade. Praticamente em todos os casos, o número de Nusselt médio apresentou ligeira diminuição em função do aumento do número de Reynolds.



Conclusões

• Casos estudados

Na análise dos quatro casos estudados, apresentados no Capítulo 5, observa-se comportamentos bastante distintos em termo de circulação e de transferência de calor para o fluido confinado na cavidade.

Nota-se que para o caso 4 estudado, o fluido apresenta uma maior circulação e conseqüentemente uma maior troca de calor. Sendo que a cavidade estudada no caso 3 apresenta as menores circulações e menor transferência de calor para o fluido.

Assim para conseguir-se uma maior eficiência na transferência de calor para o fluido, dever-se-ia utilizar as condições de contorno apresentados para a cavidade no estudo do caso 4.



Sugestões para trabalhos futuros

- Com o presente trabalho, pode-se sugerir novos trabalhos, estendendo-se o estudo deste:
 - a) Estudar a transferência de calor por convecção em cavidades de geometria complexa.
 - b) Utilizar malhas não uniforme, concentrando-se mais pontos nodais próximo às regiões de altos gradientes.
 - c) Realizar estudos abrangendo outras faixas diferentes dos números de Reynolds, Grashof e Prandtl.
 - d) Realizar estudos com a introdução de obstáculos no interior da cavidade.
 - e) Introduzir várias fontes frias ou aquecidas em uma mesma parede, variando-se a suas quantidades, suas dimensões e seu posicionamento.
 - f) Realizar estudos utilizando-se paredes condutoras ao invés de paredes termicamente isoladas.

