

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TESE DE DOUTORADO

**Caracterização Experimental e Modelagem de
Estruturas usando Materiais Viscoelásticos
para o Controle Passivo de Vibrações**

Autor: MSc. Júlio César Silva de Souza

Orientador: Prof. Dr. José Juliano de Lima Junior

Itajubá, 04 de dezembro de 2015

MG - Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TESE DE DOUTORADO

Caracterização Experimental e Modelagem de Estruturas usando Materiais Viscoelásticos para o Controle Passivo de Vibrações

Autor: MSc. Júlio César Silva de Souza

Orientador: Prof. Dr. José Juliano de Lima Junior

Curso: Doutorado em Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Projeto e Fabricação

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Itajubá, 04 de dezembro de 2015

MG - Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TESE DE DOUTORADO

Caracterização Experimental e Modelagem de Estruturas usando Materiais Viscoelásticos para o Controle Passivo de Vibrações

Autor: MSc. Júlio César Silva de Souza

Orientador: Prof. Dr. José Juliano de Lima Junior

Composição da Banca Examinadora

Prof. Dr. Fernando José de Oliveira Moreira - EMBRAER

Prof. Dr. Fernando de Azevedo Silva - UNESP

Prof. Dr. Marcos Theiss Neves - IEM/UNIFEI

Prof. Dr. Antônio Carlos Ancelotti Junior - IEM/UNIFEI

Prof. Dr. José Juliano de Lima Junior, Presidente - IEM/UNIFEI

Dedicatória

À Deus, Senhor da sabedoria,

Aos meus pais, Benigno e Neuza, exemplos de vida;

As minhas irmãs Renata e Amanda, pelo apoio dedicado a mim

A minha sobrinha Júlia, pelo brilho de vida. . .

Agradecimentos

Ao meu Orientador, Prof. Dr. José Juliano de Lima Junior, pela competência, dedicação e companheirismo;

Aos Professores da Universidade Federal de Itajubá, Antonio Carlos Ancelotti Junior, Wlamir Carlos de Oliveira, Sebastião Simões da Cunha Júnior, Marcos Theis Neves e Antonio José Faria Bombard pelo apoio e valiosas sugestões;

Aos amigos, Aureliano Rodrigues Barborati Ribeiro, Antônio Edson de Castro Lima, Alberto Cardoso Almeida, Exdras Deivys Alves Moura ("In Memória"), Luis Guilherme Cunha Santos, Felipe de Souza Eloy, Jean Michel C. Suveges, Leonardo Albergaria de Oliveira, Adriano Cássio Baldim, Nancy Del Ducca Barbedo, Janaína da Cunha Vaz e Luciana Bernardo Justino, pelo companheirismo e toda força transmitida, além dos momentos de lazer e inesquecível convívio profissional;

À Keyth que me apoiou e me incentivou a prosseguir;

Às funcionárias Maria Auta de Oliveira, Jussara Gomes da Silva e Nathália Alves Naliatti Dambros pela amizade e serviços prestados.

Ao Instituto de Engenharia Mecânica da UNIFEI, representado pelos seus dedicados Professores e Funcionários, pela oportunidade que me concedeu na realização deste trabalho, e aos amigos desse Instituto, pelo convívio social e profissional;

À CAPES, através do programa de bolsas, pelo apoio financeiro.

*E as pessoas nem sonham que quem acaba uma coisa
nunca é aquele que a começou, mesmo que ambos
tenham um nome igual, que isso só é que se mantém constante,
nada mais.*

José Saramago, escritor.

Resumo

SOUZA, J. C. S (2015), *Caracterização Experimental e Modelagem de Estruturas usando Materiais Viscoelásticos para o Controle Passivo de Vibrações*, 134 pp. Material para defesa de Doutorado em Projetos e Fabricação - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

Dentre as diferentes estratégias de controle de vibrações e ruído de sistemas mecânicos, as técnicas de controle passivo merecem destaque por pesquisadores devido ao seu baixo custo e estabilidade inerente. O presente trabalho refere-se à caracterização dos efeitos dissipativos de materiais viscoelásticos, aplicados em uma estrutura tipo viga, no contexto do controle passivo de vibrações. A caracterização das propriedades do material viscoelástico foi realizada de acordo com o estabelecido pela norma ASTM-E756. Foi preparado um dispositivo de ensaio de forma a possibilitar um experimento com viga em balanço. A estrutura foi submetida a uma excitação por meio de um atuador ou martelo de impacto. As respostas foram registradas tanto no tempo como em frequência em vários níveis de temperatura permitindo avaliar e prever aspectos relacionados ao amortecimento de uma estrutura. A modelagem matemática implementada computacionalmente utilizando o método do campo de deslocamentos anelásticos (ADF) e os resultados experimentais obtidos permitiram não só avaliar o desempenho dos materiais viscoelásticos em termos da atenuação dos níveis de vibração, mas também validar os procedimentos de modelagem da incorporação do amortecimento viscoelástico nos modelos de elementos finitos.

Palavras-chave: Material Viscoelástico, Vibração Mecânica, Controle Passivo de Vibração, Elementos Finitos.

Abstract

Among the different control strategies of vibration and noise of mechanical systems, the passive control techniques should be highlighted by researchers due to its low cost and inherent stability. The present work relates to the characterization of dissipative effects of viscoelastic materials, applied in a beam-like structure in the context of passive vibration control. The characterization of the viscoelastic material properties was performed in accordance with the ASTM-E756 standard. A test device was prepared in order to enable an experiment cantilever. The structure was subjected to an excitation by means of an actuator or impact hammer. The responses were recorded in both time and frequency in several temperature points allowing evaluating and predicting aspects related to the damping of a structure. Mathematical modeling was implemented computationally using anelastic displacement fields (ADF) and the experimental results allowed not only evaluate the performance of viscoelastic materials in terms of mitigating the vibration levels, but also validate the damping of the incorporation of modeling procedures viscoelastic finite element models.

Keywords: Viscoelastic Material, Mechanical Vibration, Passive Vibration Control, Finite Elements.

Sumário

Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	viii
Lista de Abreviaturas	xi
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Estado da Arte	7
1.2 Motivação do Trabalho	11
1.3 Objetivos	11
1.3.1 Objetivo Geral	11
1.3.2 Objetivo Específico	12
1.4 Contribuição do Trabalho	12
1.5 Conteúdo do Trabalho	13
2 MATERIAIS VISCOELÁSTICOS	14
2.1 Viscoelasticidade Linear	14
2.2 Módulo Complexo	17
2.3 Influência da Temperatura e da Frequência nas Propriedades dos Materiais Viscoelásticos	19
2.4 Amortecimento Viscoso	20
2.5 Modelos Viscoelásticos Unidimensionais	24
2.5.1 Modelo de Maxwell	25
2.5.2 Modelo de Voigt	27
2.5.3 Modelo Linear Padrão	28
2.5.4 Modelos Generalizados	29
2.6 Métodos utilizados para Obtenção do Amortecimento de uma Estrutura	30
2.6.1 Métodos Baseados no Decaimento da Resposta	31
2.6.2 Método do Tempo de Decaimento	31
2.6.3 Método do Decaimento da Resposta Impulsiva	31

2.6.4	Método da Banda de Meia Potência	32
2.6.5	Formulação Matemática para o cálculo das Propriedades Mecânicas Dinâmicas	33
2.6.6	Princípio da Superposição Tempo-Temperatura	39
3	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS EM MATERIAIS VISCOELÁSTICOS	43
3.1	Introdução	43
3.2	Modelo de Elementos Finitos de uma Viga com Camada Viscoelástica	45
3.2.1	Modelo do Campo de Deslocamentos Anelásticos - ADF	45
3.2.2	Modelo ADF para uma Viga com Camada Viscoelástica	48
4	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	57
4.1	Montagem das Matrizes de Elementos Finitos	57
4.2	Montagem das Matrizes sem Adição do Modelo ADF	58
4.2.1	Matriz de Rigidez Elementar da Camada Base	59
4.2.2	Matriz de Rigidez Elementar da Camada Viscoelástica	59
4.2.3	Matriz de Rigidez elementar da Camada Restringente	61
4.3	Matriz Massa do Elemento	62
4.3.1	Matriz Massa Elementar da Camada Base	62
4.3.2	Matriz de Massa elementar da Camada Viscoelástica	63
4.3.3	Matriz de Massa Elementar da Camada Restringente	64
4.4	Montagem das Matrizes com Adição do Modelo ADF	66
4.4.1	Matriz de Rigidez Elementar da Camada Base	67
4.4.2	Matriz de Rigidez Elementar da Camada Viscoelástica	67
4.4.3	Matriz de Rigidez Elementar da Camada Restringente	68
4.4.4	Matriz de Amortecimento Elementar	68
4.4.5	Matriz de Massa Elementar da Camada Base	69
4.4.6	Matriz de Massa Elementar da Camada Viscoelástica	69
4.4.7	Matriz de Massa da Camada Restringente	69
4.5	Método de Integração de Newmark	70
5	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	73
5.1	Procedimentos na Determinação de Propriedades Dinâmicas	73
5.2	Ensaio com Controle de Frequência e Temperatura	77
5.2.1	Controle de Temperatura Utilizando Estufa.	77
5.2.2	Construção da “Curva Mestre” Utilizando o Equipamento Reômetro	79

5.3	Determinação dos Parâmetros do Modelo ADF	82
5.4	Descrição dos Ensaios	83
5.5	Ensaio de Vibração Livre	85
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	88
6.1	Resultados Experimentais	88
6.1.1	Construção da Curva Mestre para a Fita VHB 4590	88
6.1.2	Construção da “Curva Mestre” para a Fita ADERMAX287	92
6.1.3	Resultados Experimentais utilizando a Viga de Alumínio A1	94
6.1.4	Resultados Experimentais para a Viga de Alumínio A2	98
6.1.5	Resultados Experimentais para a Viga de Aço Inox	101
6.1.6	Resultado Experimental Considerando Variação de Temperatura	105
6.1.7	Comparativo entre os Métodos de Ajustes - (ERA X MQNL)	109
6.2	Resultados Numéricos	110
6.2.1	Simulação Numérica com a Viga de Alumínio A1	111
6.2.2	Simulação Numérica com a Viga de Aço Inox	113
6.2.3	Simulação Numérica com a Viga de Alumínio A2	114
7	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	115
7.1	Conclusões	115
7.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	117
	APÊNDICES	118
A	NORMAS DE ENSAIO ASTM	118
A.1	NORMA ASTM E 756-05	118
A.1.1	Preparação da Amostra	118
A.1.2	Procedimento Experimental	120
A.2	Cálculo das propriedades	121
B	INSTRUMENTAÇÃO	126
	Referências Bibliográficas	130

Lista de Figuras

1.1	World Trade Center, Nova York, 1969 (adaptado de BARBOSA (2000))	2
1.2	Aplicação de materiais viscoelásticos no setor automobilístico (adaptado de NETO (2012))	3
1.3	Aplicação de material viscoelástico em estruturas aeronáuticas (adaptado de NETO (2012))	3
1.4	Viga de OBERST e FRANKENFELD (1952)	4
1.5	Viga de KERWIN (1959)	4
2.1	(a) Funções de Fluência e (b) Funções de Relaxação para um material viscoelástico (adaptado de DE LIMA (2007))	15
2.2	Variação de G' e η com a temperatura (adaptado de SUN e LU (1995))	19
2.3	Variação de G' e η com a frequência (adaptado de NASHIF et al. (1995))	20
2.4	Ciclo de Histerese	22
2.5	Modelo de Maxwell	25
2.6	Modelo de Voigt	27
2.7	Modelo Linear Padrão	28
2.8	Exemplos de Modelos Generalizados	30
2.9	Método da Banda de Meia Potência (adaptado de MANDAL et al. (2004))	32
2.10	Figura Esquemática da Construção de uma Curva Mestre para o Módulo de Relaxação de um Material Termoreologicamente Simples (Adaptado de SOUZA (2005)).	39
3.1	Modelo ADF com um sistema mecânico (Adaptado de SALDARRIAGA (2007))	45
3.2	Cinemática da Deformação para o Elemento de Viga Sanduíche (Adaptado de GALUCIO et al. (2004))	49
3.3	Elemento de viga sanduíche com três camadas (Adaptado de LESIEUTRE e LEE (1996))	49
5.1	Tipos de Amostras Estabelecidas pela Norma ASTM-E756 (2005)	74
5.2	Aperto dos Parafusos em Laboratório	75
5.3	Descolamento do Material Viscoelástico das Barras (Adaptado de SILVA (2007)).	75

5.4	Placa para Evitar o Descolamento do Material Viscoelástico na Estrutura (Adaptado de SILVA (2007)).	76
5.5	Confecção da Viga com Fita Dupla Face.	76
5.6	Detalhe da Viga Engastada no Interior da Estufa	78
5.7	Bancada para Ensaio de Temperatura.	79
5.8	Ensaio com Variação de Temperatura e Frequência no Reômetro	80
5.9	Geometria Utilizada no Reômetro	81
5.10	Atuador Piezelétrico	84
5.11	Vibrômetro Laser - OMETRON	85
5.12	Figura esquemática da viga sanduíche. (Fonte própria)	85
6.1	Comportamento da Força Normal da Fita VHB4590 em Relação à Folga Aplicada	89
6.2	Variação do Módulo de Cisalhamento do MVE com a Temperatura	90
6.3	Variação do Módulo Complexo de Perda do MVE com a Temperatura	90
6.4	Variação do Fator de Perda(η) do MVE com a Temperatura	91
6.5	Curva Mestre do módulo de cisalhamento e do fator de perda para a fita VHB4590.	92
6.6	Comportamento da Força Normal da Fita ADERMAX287 em Relação à Folga Aplicada	92
6.7	Curva Mestre do Módulo de Cisalhamento e do Fator de Perda para a Fita ADERMAX287.	93
6.8	Resposta em Frequência para a Viga Simples de Alumínio.	94
6.9	Resposta em Frequência para a Viga Oberst de Alumínio A1	95
6.10	Resposta em Frequência para a Viga Sanduíche de Alumínio A1	95
6.11	Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Simples de Alumínio A1	96
6.12	Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Oberst de Alumínio.	96
6.13	Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche de Alumínio A1.	97
6.14	Ajuste da curva de amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche A1.	97
6.15	Resposta em Frequência para a Viga Simples de Alumínio A2.	98
6.16	Resposta em Frequência para a Viga Sanduíche de Alumínio A2	99
6.17	Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Simples de Alumínio A2	99
6.18	Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche de Alumínio A2	100
6.19	Ajuste da curva de amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche de Alumínio A2	100
6.20	Resposta em Frequência para a Viga Simples de Aço Inox	101
6.21	Resposta em Frequência para a Viga Oberst de Aço Inox	102
6.22	Resposta em Frequência para a Viga Sanduíche de Aço Inox	102
6.23	Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga de Aço Inox	103
6.24	Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Oberst com Aço Inox	103

6.25	Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche com Aço Inox	104
6.26	Ajuste da curva de amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche com Aço Inox .	104
6.27	Resposta do Amortecimento da Estrutura para as temperaturas de 20 a 35 °C. .	106
6.28	Resposta do Amortecimento da Estrutura para as temperaturas de 40 a 55 °C. .	107
6.29	Resposta do Amortecimento da Estrutura para as temperaturas de 60 a 70 °C. .	108
6.30	Variação do Fator de Perda(η) do Material Viscoelástico com a Temperatura . .	110
6.31	Desvio percentual do método MQNL em relação ao método ERA	110
6.32	Resposta de Amplitude em Frequência da Viga Sanduíche com Alumínio A1 .	111
6.33	Resposta de Amplitude no Tempo da Viga Sanduíche com Alumínio A1	112
6.34	Resposta de Amplitude em Frequência da Viga Sanduíche com Aço Inox	113
6.35	Resposta de Amplitude no Tempo da viga Sanduíche com Aço Inox	113
6.36	Resposta de Amplitude em Frequência da Viga Sanduíche com Alumínio A2 .	114
6.37	Resposta de Amplitude no Tempo da viga Sanduíche com Alumínio A2	114
A.1	Amostras Estabelecidas pela Norma ASTM E-756.	119
A.2	Aparato de medição pelo método da viga vibrante.	121
A.3	Gráficos do comportamento da frequência natural e do fator de perda em função da temperatura (adaptado de ROSS et al. (2005)).	122
A.4	Gráficos típicos do módulo de cisalhamento e do fator de perda em função da temperatura e da frequência(adaptado de ROSS et al. (2005)).	125
B.1	Analisador de Sinais.	126
B.2	Vibrômetro Laser	127
B.3	Placa para Aquisição de sinais Dspace	128
B.4	Filtros anti-aliasing (adaptado de RIBEIRO (2013)).	128
B.5	Reômetro modelo AR2000 -TA Instruments	129

Lista de Tabelas

3.1	Funções de Dissipação	44
5.1	Propriedades da Fita Dupla Face VHB4590	83
5.2	Propriedades da Fita Dupla Face ADERE 287	83
5.3	Grandezas Físicas e Geométricas das Vigas	86
5.4	Propriedades do Material Viscoelástico - Fita VHB4590	86
5.5	Propriedades do Material Viscoelástico - Fita ADERE287	87
6.1	Resultado Experimental das Vigas Ensaidas	93
6.2	Fator de Perda Estrutural em Diferentes Pontos de Temperatura.	109

Lista de Símbolos

Símbolos Latinos

X	Amplitude da resposta x (m)
A	Área da seção transversal (m^2)
F_0	Amplitude da força de excitação (N)
g	Aceleração da gravidade (m/s^2)
u	Alongamento total de um sistema massa-mola-amortecedor (m)
u_e	Alongamento elástico da Mola (m)
u_v	Alongamento do elemento viscoelástico (m)
C, C_1, C_2	Coefficientes de amortecimento (Ns/m)
W	Coefficiente de ponderação (pesos)
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
L	Comprimento (m)
q	Deslocamento (m)
e_1, e_2	Eixos das elipses rotacionadas (m)
F_d	Força de amortecimento (N)
F_e	Força elástica da mola (N)
F_v	Força no amortecedor viscoso (N)
F	Força de excitação (N)
$H(s)$	Funções de relaxação no domínio de Laplace
$[K]$	Matriz de rigidez global (N/m)
$[K_e]$	Matriz elástica de rigidez do elemento (N/m)
$[K_v]$	Matriz viscoelástica de rigidez do elemento (N/m)
$[D]$	Matriz de amortecimento global (Ns/m)
$[D^e]$	Matriz elástica de amortecimento do elemento (Ns/m)
$[D^v]$	Matriz viscoelástica de amortecimento do elemento (Ns/m)
$[M]$	Matriz de massa global (kg)
$[M_e]$	Matriz Elástica de Massa do Elemento (kg)

Símbolos Latinos

$[M_v]$	Matriz Viscoelástica de Massa do Elemento (kg)
I	Matriz identidade
E	Módulo de elasticidade longitudinal (N/m^2)
G	Módulo de elasticidade transversal (N/m^2)
E'	Módulo de armazenamento longitudinal (N/m^2)
G'	Módulo de armazenamento transversal (N/m^2)
E^*	Módulo complexo de elasticidade longitudinal (N/m^2)
G^*	Módulo complexo de elasticidade transversal (N/m^2)
E''	Módulo de perda longitudinal (N/m^2)
G''	Módulo de perda transversal (N/m^2)
\overline{EI}	Rigidez equivalente de uma placa sanduíche (Nm^2)
K, K_1, K_2	Rigidez das molas (N/m)
T_0	Temperatura de referência ($^{\circ}C$)
i	Unidade imaginária
s	Variável no domínio de laplace
t	Variável no domínio do tempo (s)
μ	Viscosidade do fluido (Pa)(s)
$\{x\}$	Vetor do espaço vetorial

Símbolos Gregos

κ	Ângulo formado entre o eixo horizontal e a elipse rotacionada (<i>rad</i>)
ϕ	ângulo de fase (<i>rad</i>)
ν	Coefficiente de Poisson
ξ	Fator de amortecimento
η	Fator de perda
ω	Frequência (<i>rad/s</i>)
Γ	Função objetivo do ajuste paramétrico
θ	Máximo valor de elasticidade que atinge um material viscoelástico no modelo GHM
ρ	Massa específica (<i>kg/m³</i>)
Λ	Matriz de autovalores de [<i>M</i>]
G_0	Módulo de relaxação do material viscoelástico (<i>N/m²</i>)
Δ_j, Ω_j	Parâmetros característicos de um material viscoelástico - modelo ADF
$\mathcal{L}^{-\infty}$	Transformada inversa de laplace
σ	Tensão normal (<i>N/m²</i>)
τ	Tensão cisalhante (<i>N/m²</i>)

Lista de Abreviaturas

ADF	<i>Anelastic Displacement Fields</i>
AG	<i>Algoritmo Genético</i>
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
ADV	<i>Absorvedor Dinâmico de Vibração</i>
ERA	<i>Eigensystem Realization Algorithm</i>
GHM	<i>Modelo de Golla Hughes McTavish</i>
GDL	<i>Grau de Liberdade</i>
MVE	<i>Material Viscoelástico</i>
MQNL	<i>Mínimos Quadrados Não Linear</i>
MEF	<i>Método dos Elementos Finitos</i>
PSTT	<i>Princípio da Superposição Tempo Temperatura</i>
RKU	<i>Ross -Kerwin-Ungar</i>
SVD	<i>Decomposição em Valores Singulares</i>
VHB	<i>Very High Bond</i>

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Considerando o avanço tecnológico que têm ocorrido nos últimos anos em vários ramos da indústria, estruturas cada vez mais esbeltas e flexíveis têm sido projetadas. Devido ao nível reduzido de amortecimento presente, algumas dessas estruturas sofrem danos irreversíveis devido principalmente a ação contínua de fontes externas de excitação dinâmica. A energia da vibração, induzida pelo tráfego, por ações sísmicas, pela ação dos ventos e das marés e ainda, em alguns casos, pelo ruído ambiente podem causar fadigas em estruturas e, em casos extremos, conduzir a falha das mesmas.

Estes efeitos podem ser vistos mais facilmente em grandes estruturas com pouca rigidez e baixas frequências naturais, ficando propícias a grandes amplitudes de deslocamento. São exemplos clássicos a ponte de Tacoma Narrows nos Estados Unidos, a Passarela do *Millenium* na Inglaterra e a Ponte Rio Niterói no Rio de Janeiro. Sucedeu, nesses casos, que a frequência das excitações externas coincidiram com a frequência natural das estruturas na ponte, ocasionando grandes amplitudes de movimento.

A primeira aplicação de um amortecedor viscoelástico em uma estrutura foi datada no ano 1969 nas torres gêmeas do World Trade Center (figura 1.1 a), na cidade de Nova York. As camadas de materiais viscoelásticos que são coladas entre chapas de aço dissipam energias excessivas de vibrações convertendo-as em calor. Esses amortecedores podem ser submetidos a ação de esforços cortantes podendo ser proporcionais a tração ou compressão das barras onde o dispositivo for instalado. Para reduzir o efeito dos ventos, as torres gêmeas em Nova York foram projetadas com 10000 amortecedores viscoelásticos semelhantes ao apresentado na (figura 1.1 b) localizados entre o décimo e o centésimo andar e instalados nos banzos inferiores das treliças de sustentação das lajes.

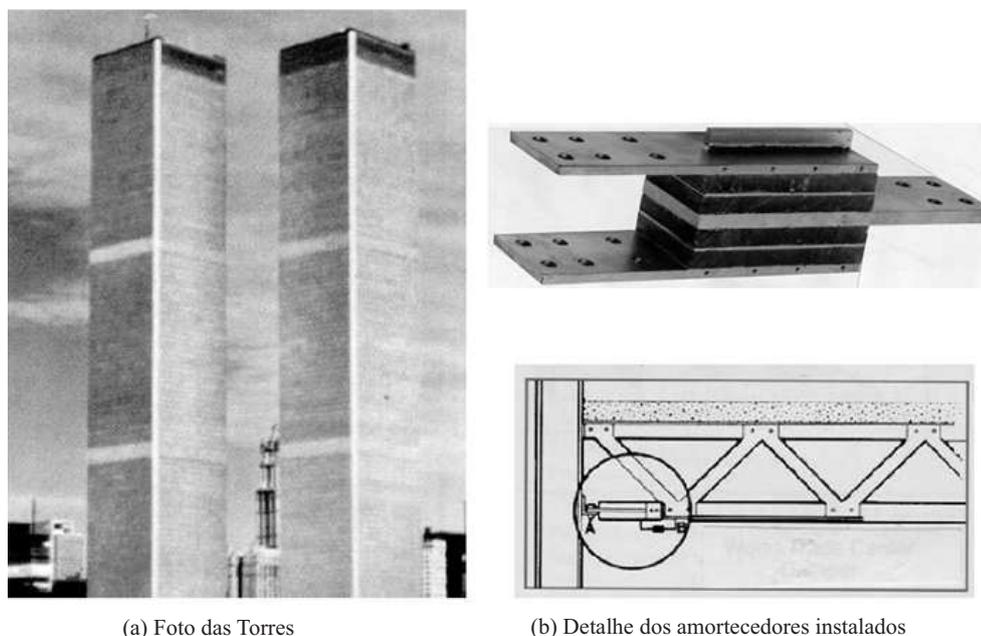


Figura 1.1: World Trade Center, Nova York, 1969 (adaptado de BARBOSA (2000))

Para reduzir os níveis excessivos de vibração, distintos sistemas de controle passivo, ativo ou híbrido (passivo/ativo) podem ser usados para aumentar a capacidade de dissipação de energia, reduzindo as amplitudes de vibrações à níveis admissíveis e, conseqüentemente, aumentando a segurança estrutural e o conforto humano. A técnica do controle passivo pode ser realizada, por exemplo, por meio da adição de sistemas massa-mola na estrutura ou aplicando elementos viscoelásticos em determinados pontos da estrutura sob a forma de amortecedores ou em camadas sobre a superfície livre da estrutura.

Em particular, os materiais viscoelásticos, que podem ser aplicados sob a forma de tratamentos superficiais, como visto nas figuras (1.2) e (1.3), vêm sendo largamente utilizados para aumentar o amortecimento passivo de estruturas veiculares e aeroespaciais, em sistemas de controle e automação, satélites de comunicação e robótica. A necessidade então, por modelos matemáticos capazes de representar adequadamente o comportamento dinâmico desses materiais em função de fatores operacionais e ambientais tem motivado muitos pesquisadores em todo o mundo.

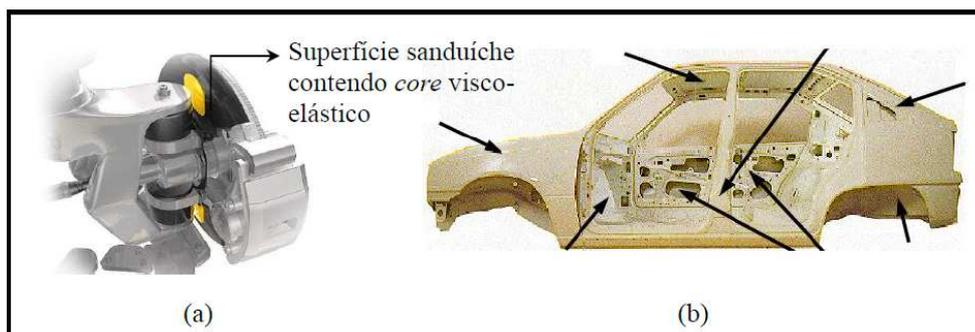


Figura 1.2: Aplicação de materiais viscoelásticos no setor automobilístico (adaptado de NETO (2012))

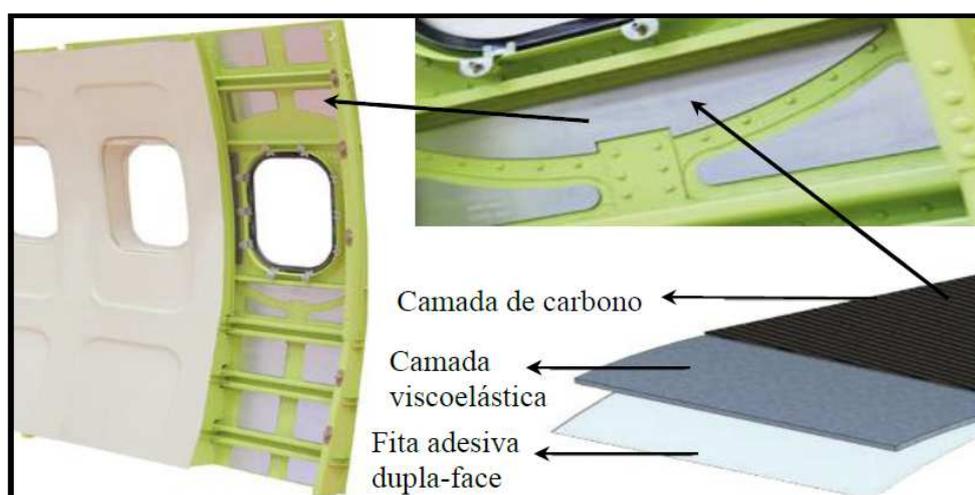


Figura 1.3: Aplicação de material viscoelástico em estruturas aeronáuticas (adaptado de NETO (2012))

Os materiais viscoelásticos podem ser utilizados em conjunto com outros tipos de sistemas ou diretamente sobre a estrutura associados ou não a camadas de restrição. Quando estes são associados a camadas de restrição, são conhecidos na literatura como "estruturas sanduíche" e permitem que sejam obtidas reduções substanciais nos níveis de vibração. Uma das características desse material é apresentar pouca capacidade de carga mas, em contrapartida, possuem elevada capacidade dissipativa ao serem submetidos a deformações cíclicas. A eficácia desse amortecimento dependerá de um pré-conhecimento do comportamento dinâmico da estrutura, ou seja, dos locais onde apresentam as maiores deformações cíclicas possíveis.

Outra técnica para reduzir vibrações é a de controle ativo que tem como característica um conjunto de mecanismos autônomos acoplados às estruturas e que aplicam forças que reduzem as amplitudes dos deslocamentos. Por fim, pode-se utilizar um sistema denominado híbrido que apresentam características mistas de controles passivos e ativos.

Um dos primeiros estudos relativos ao amortecimento de estruturas com tratamento viscoelástico foi datado no início de 1950 e realizados por OBERST e FRANKENFELD (1952). Eles desenvolveram um conjunto de equações que descrevem o amortecimento conferido a vigas e placas obtido por meio de uma camada viscoelástica livre, além de uma metodologia para determinar as propriedades desta camada por meio de ensaios dinâmicos. Estas equações assumem que as seções da viga composta permanecem planas quando deformadas, de acordo com a teoria linear de Euler-Bernoulli, como ilustrado na figura (1.4).

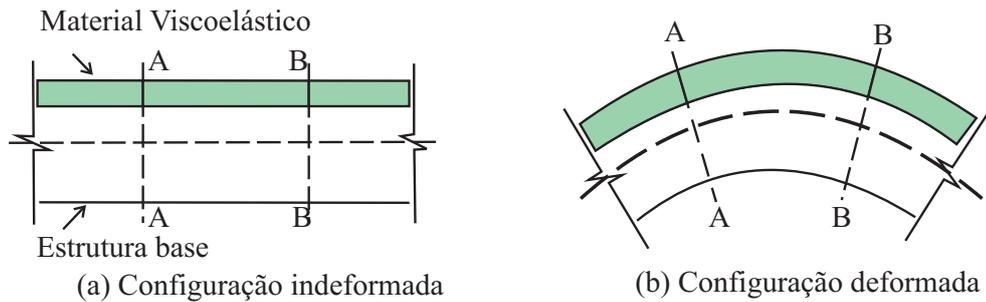


Figura 1.4: Viga de OBERST e FRANKENFELD (1952)

No fim da década de 1950, os autores Ross, Kerwin e Ungar, citado por KERWIN (1959), descrevem um conjunto de equações conhecidas como equações RKU do movimento de vigas e placas tratadas com uma camada de material viscoelástico restringida como descrito na figura (1.5).

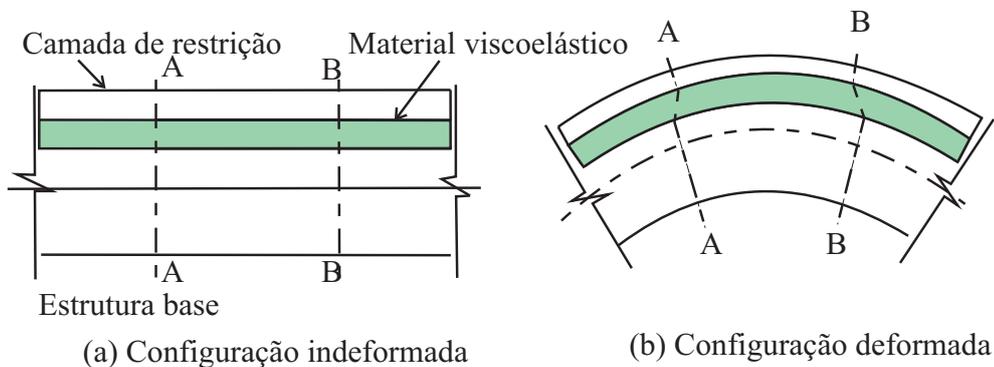


Figura 1.5: Viga de KERWIN (1959)

Nessas equações, são considerados que os modos de vibração da estrutura são senoidais e que as seções da viga composta não permanecem planas, de acordo com a teoria não-linear de TIMOSHENKO (1979). Além disso, o núcleo pode se deformar devido ao cisalhamento e tração tornando as equações RKU como uma base para se determinar o módulo complexo a partir de dados experimentais.

Segundo NASHIF et al. (1995) os materiais viscoelásticos caracterizam-se por apresentarem uma resposta de deformação em função do tempo para uma determinada tensão aplicada, e por este motivo também são conhecidos como materiais dependentes do tempo. Logo, o estado de tensões num dado ponto do material, para um certo instante de tempo, não depende somente do estado de deformações naquele mesmo instante, mas também de toda a história de deformação na qual aquele ponto esteve sujeito, sendo a recíproca, por sua vez, também verdadeira.

A viscoelasticidade pode ser definida como a propriedade de um material exibir tanto comportamento elástico quanto viscoso. Os materiais viscoelásticos têm características tanto de sólido (elasticidade, resistência ao fluxo e estabilidade da forma) quanto de fluido, tais como a dependência do fluxo com o tempo, temperatura e tensão aplicada. Podemos encontrar materiais com propriedades viscoelásticas na indústria alimentícia, em variedades de polímeros, em geomateriais, em materiais biológicos, em compósitos, dentre outros materiais.

MACKERLE (1997) afirma que as áreas de estudos e de aplicações da viscoelasticidade são as mais variadas possíveis, a exemplo da engenharia aeroespacial, engenharia biomédica, engenharia civil, engenharia de alimentos e engenharia mecânica e de materiais.

Segundo MONTENEGRO (2008) é possível obter antecipadamente por meio de ensaios experimentais e simulações computacionais o conhecimento do comportamento físico das estruturas e subsistemas para aplicações na indústria automobilística. Nesse contexto, os materiais viscoelásticos estão sendo reconhecidos pelas suas excelentes características de redução de ruído. No entanto, é de grande interesse para os fabricantes conhecer o comportamento destes materiais quando submetidos a diferentes faixas de frequência de excitação e temperatura.

A caracterização de materiais é um processo que demanda tempo para a realização de testes, geralmente executados pelos fabricantes para algumas temperaturas, incluindo a temperatura ambiente. A análise de componentes viscoelásticos destacando os módulos de relaxação e de fluência do material requer uma coleta de dados em uma maior faixa de temperaturas, a fim de se avaliar o impacto das mesmas na estrutura em estudo.

Os estudos numéricos voltados aos materiais viscoelásticos iniciaram-se na década de 60, sobretudo impulsionados pelo crescente interesse industrial sobre os materiais poliméricos. Já nesse período, os métodos de aproximação das equações diferenciais vinham sendo largamente empregados para a representação de fenômenos inerentes à reologia, especialmente o método dos elementos finitos (MEF).

Inicialmente, os problemas numéricos da viscoelasticidade envolvendo MEF foram resolvidos diretamente no domínio do tempo usando um processo incremental passo-a-passo. Faz-se uso de relações constitutivas nas formas integrais e diferenciais, a exemplo dos trabalhos desenvolvidos por SRINATHE e LEWIS (1981).

Outra forma de resolução numérica no MEF utiliza o chamado princípio da correspondência elástico viscoelástico. Um dos trabalhos pioneiros nessa linha foi desenvolvido por WHITE (1958), que aplicou o princípio da correspondência para problemas termo-viscoelásticos baseados no modelo de Maxwell, empregando o MEF na formulação clássica, ou seja, empregando a sentença variacional apenas em termos de deslocamento/velocidade.

Segundo MOREIRA (2004) dentre os métodos numéricos disponíveis, o método dos elementos finitos assume uma posição preponderante em virtude da sua grande aplicabilidade no campo da engenharia estrutural. Por este motivo, tem existido uma forte motivação no desenvolvimento de modelos numéricos baseados neste método capazes de simular eficientemente o comportamento de estruturas tratadas com camadas de material viscoelástico.

Ainda, segundo MOREIRA (2004), uma das formas de garantir a representatividade do modelo de elementos finitos na modelagem de tratamentos viscoelásticos com restrição ou camadas está na aplicação estratificada de elementos finitos convencionais, representando individualmente cada uma dessas camadas e recorrendo a elementos sólidos para obter uma representação tridimensional da camada viscoelástica. Embora estes modelos permitam representar de maneira satisfatória o padrão de deformações que ocorrem nos tratamentos viscoelásticos, a sua aplicação exige uma etapa de modelagem computacional, em especial nos tratamentos sobre geometrias complexas e nas configurações de tratamentos com multi-camadas.

Apresentam-se no presente trabalho, um estudo sobre a caracterização experimental e identificação das propriedades dinâmicas dos materiais viscoelásticos empregados em uma estrutura, considerando o domínio do tempo e da frequência. É avaliado a sua utilização para a redução de vibrações em estruturas complexas de engenharia, funcionando como um mecanismo de controle passivo de vibrações.

1.1 Estado da Arte

O estudo do uso de materiais viscoelásticos como materiais amortecedores de vibração estrutural teve seu início na década de 50, podendo ser referenciados pelos trabalhos realizados por KERWIN (1959) que utilizaram materiais viscoelásticos em lâminas que vibravam em flexão. Outros autores como OBERST e FRANKENFELD (1952) também se destacaram nessa época, no qual fundamentaram o Método Padrão ASTM E756-1952 (American Society for Testing and Materials). Este método é bastante utilizado atualmente para caracterização de materiais viscoelásticos.

DEN HARTOG (1956) e KORENEV e REZNIKOV (1993) disseram que técnicas passivas se destacam por empregar os absorvedores dinâmicos de vibrações (ADVs) passivos denominados de materiais viscoelásticos. Os materiais viscoelásticos apresentam uma combinação de ações elásticas lineares e viscosas, sendo que ao se deformarem parte da energia cedida, ao se deformarem, será utilizada para vencer os atritos internos do próprio material.

ZENER (1962) pesquisou sobre o atrito interno como sendo uma denominação genérica para os diversos efeitos de dissipação de energia que são gerados principalmente devido a não homogeneidade do material. Essa energia será transformada em calor e para grandes deformações poderá ocorrer retenção de certa parcela de energia no material. Num experimento dinâmico mecânico, geralmente aplica-se em uma viga uma força impulsiva, de pequena amplitude, em que a resposta é uma senóide amortecida com o tempo.

LAZAN (1968) detalhou sobre os primeiros estudos referentes as propriedades de amortecimento de materiais que iniciaram-se por volta do ano de 1784, quando Coulomb provou, por meio de ensaios experimentais, que o amortecimento em oscilações torcionais não é causado pelo atrito do ar, mas pela dissipação de energia interna do material. Nessa época cientistas e engenheiros mostraram-se interessados na capacidade de amortecimento dos polímeros, elastômeros e outros materiais não metálicos.

NASHIF et al. (1995) destacam que diversas estratégias têm sido propostas para a atenuação de vibrações em sistemas mecânicos. Existem algumas soluções relativamente simples que empregam materiais viscoelásticos como amortecedores passivos e outras consideradas sofisticadas baseadas em materiais "inteligentes" e técnicas de controle moderno. De uma maneira geral as técnicas de controle utilizadas podem ser classificadas em dois grandes grupos: técnicas de controle passivo e técnicas de controle ativo.

CUNHA JR (1999) e STEFFEN JR e RADE (2000) estudaram recentemente diversas configurações de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações (ADVs) passivos. Uma limitação importante dos ADVs passivos está no fato de seus parâmetros construtivos serem definidos para operar em uma frequência fixa (ou em uma faixa bem estreita). Quando ocorrem excitações fora da faixa de sintonia do ADV, como frequentemente acontece na prática, esse perde grande parte

de sua eficiência. Segundo SUN e LU (1995), esta limitação dos ADVs passivos deu origem aos absorvedores dinâmicos adaptativos que alteram as suas características (inércia, amortecimento, rigidez), adaptando-se a diferentes frequências de excitação dentro de uma faixa de operação.

LIMA JR (1999) diz que uma estrutura pode ter a sua resposta minimizada, utilizando de forma integrada elementos ativos, como sensores e atuadores, e controladores. Conseqüentemente, essa integração capacitaria o sistema a responder de modo controlado à excitações externas, procurando compensar os efeitos, que levariam sua resposta a se afastar de patamares aceitáveis. Hoje, esses sistemas, integrando estrutura, sensores, atuadores e controladores, são conhecidos como Estruturas Inteligentes.

CLARK et al. (1998) diz que o uso de materiais que exibem propriedades piezelétricas especialmente as cerâmicas, PZT (Titanato Zirconato de Chumbo), e os filmes plásticos, PVDF (Fluorido de Polivinilideno) merecem grande destaque no desenvolvimento de estruturas inteligentes. Os PZTs são constituídos principalmente de óxido de chumbo, zircônio e titânio, e, na sua fabricação, é aplicado um grande campo de coerção, que polariza a cerâmica, alinhando suas moléculas polarizadas na direção do campo elétrico, propiciando, assim, as desejadas propriedades piezelétricas. A utilização de um sistema de controle ativo acoplado com um controle passivo é denominado de sistema híbrido.

SANTOS (2003) analisou as propriedades e o desempenho de um tipo de mecanismo de controle passivo em edifícios altos, aplicando amortecedores com características viscoelásticas. Pode-se citar também o trabalho realizado por BARBOSA (2000) que desenvolveu uma modelagem computacional de estruturas acopladas com camadas viscoelásticas visando o amortecimento.

PITELA (2006) estudou algumas alternativas para aumentar o amortecimento de risers rígidos aplicando materiais viscoelásticos como amortecedores de vibrações. A partir de ensaios experimentais com o emprego de amortecedores viscoelásticos do tipo viga sanduíche foram estimadas as frequências naturais e as taxas de amortecimento dos espécimes ensaiados, avaliando-se a eficiência deste mecanismo para a redução de vibrações e o conseqüente incremento das taxas de amortecimento. Estes resultados permitiram demonstrar quão eficiente pode ser esta solução para aumentar o amortecimento deste tipo de estrutura e, portanto, uma solução para aumentar a vida útil do material pela redução da fadiga.

O estudo analítico do controle de vibrações é relativamente complexo, o que justifica o emprego de técnicas numéricas, tratando o problema de forma discreta. Dentre as diferentes técnicas de modelagem numérica, FARIA (2006) destaca que o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem se mostrado o mais adequado para a modelagem de estruturas diversas, principalmente em virtude de suas características vantajosas de flexibilidade de modelagem e relativa facilidade de implementação numérica. Além disso, o MEF é hoje uma ferramenta de engenharia bastante amadurecida, cujas potencialidades e limitações são amplamente conhecidas ou estudadas, o que possibilita ao projetista grande flexibilidade na aplicação de cargas e condições de contorno.

CHANDRA et al. (2002) apresentaram um estudo comparativo entre resultados para propriedades efetivas de compósitos viscoelásticos reforçados por fibras obtidos a partir da aplicação conjunta de modelos micromecânicos elásticos lineares e do Princípio da Correspondência, como também pelo método dos elementos finitos. Segundo o autor, as diferentes formulações propostas para determinação de propriedades e respostas efetivas de compósitos viscoelásticos apresentam suas peculiares limitações e dificuldades.

MOREIRA (2004) desenvolveu uma metodologia experimental de identificação do módulo complexo de materiais viscoelásticos, com o intuito de caracterizar os materiais aplicados no processo de validação do elemento finito e na simulação dos tratamentos viscoelásticos. Para isso o autor utilizou um elemento finito multi-camada generalizado, capaz de representar um padrão de deformação do material viscoelástico. Verificou uma boa correlação entre o modelo de resposta gerado numericamente por meio do elemento finito proposto e as funções de resposta em frequência medidas.

SALDARRIAGA (2005) apresenta as metodologias experimentais e numéricas utilizadas para a projeção e a aplicação de camadas finas viscoelásticas em carrocerias automóveis para a redução dos desconfortos causados pelas vibrações de baixas frequências. Os resultados obtidos com este modelo foram comparados às temperaturas medidas durante ensaios realizados sobre dois corpos de prova, para vários valores da frequência e da amplitude de força, e o ajuste do modelo permitiu a identificação do coeficiente de rendimento térmico, cujos valores se mostraram muito sensíveis à evolução da frequência e da amplitude de deformação.

DE CAZENOVE (2010) estudou o fenômeno de autoaquecimento em dispositivos amortecedores viscoelásticos. Utilizou-se uma implementação computacional e a validação de uma ferramenta numérica dedicada à simulação do comportamento termomecânico de estruturas amortecidas por materiais viscoelásticos. O autor confirmou que o autoaquecimento pode comprometer, significativamente, o desempenho de dispositivos viscoelásticos, em decorrência da diminuição da rigidez e do fator de perda, ocasionada pela elevação da temperatura.

NETO (2012) desenvolveu uma metodologia, implementada via Matlab, baseada no método dos elementos finitos para a realização de análises de estruturas de engenharia tratadas com camada restrita passiva e fios discretos de ligas com memória de forma visando o aumento de amortecimento passivo nas mesmas. Utilizou-se para isso o modelo derivativo fracionário apresentando resultados satisfatórios em termos da redução das amplitudes de vibração das estruturas analisadas.

FILHO (2012) avaliou o comportamento de estruturas amortecidas com materiais viscoelásticos utilizando o modelo desenvolvido por Golla, Hughes e McTavish, conhecido como modelo GHM. O modelo foi implementação computacionalmente via Método dos Elementos Finitos. Para o estudo aplicado à vigas sanduíches, o autor destaca a influencia que o ajuste dos parâmetros do modelo exercem nos resultados do módulo complexo e de perda, sendo que para os casos estudados verificaram-se resultados numéricos muito próximos dos experimentais.

Uma classe importante de modelos viscoelásticos, são aquelas baseadas na adição de variáveis internas, também chamadas de variáveis dissipativas para representar o comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos. como por exemplo, o modelo dos campos de deslocamentos anelásticos (ADF), proposto por LESIEUTRE (1992) e o modelo de GOLLA e HUGHES (1985).

GOLLA e HUGHES (1985) desenvolveram um modelo baseado na introdução de variáveis dissipativas. LESIEUTRE e LEE (1996) propôs o modelo do campo de deslocamentos inelásticos (Anelastic Displacement Field - ADF). Segundo LESIEUTRE e BIANCHINI (1995) o modelo ADF é baseado na separação dos graus de liberdade associados aos elementos viscoelásticos em dois grupos: um elástico e o outro anelástico, sendo que o grupo anelástico é relacionado com o processo de relaxação próprio do material viscoelástico. O modelo ADF utiliza-se a formulação no domínio do tempo e uma equação de primeira ordem para descrever os graus de liberdade dissipativos. Este modelo tende a produzir matrizes singulares sendo necessário escrever o problema na forma de espaço de estados para realizar a integração no tempo.

CASTELLO (2004) realizou um estudo buscando minimizar a diferença entre as frequências naturais calculadas e as medidas. A solução do problema é dada pela minimização de uma função erro que inclui tanto os dados do experimento quanto os dados do modelo utilizado para representar o sistema. Esse trabalho baseia-se nas variáveis de estado internas para a construção das equações constitutivas dos materiais viscoelásticos.

SALDARRIAGA (2007) utilizou-se de dois modelos para prever o comportamento viscoelásticos sendo esses: o modelo viscoelástico dos campos de deslocamento anelásticos (ADF) e o modelo caracterizado pelo módulo de rigidez complexo. O objetivo foi propôr uma metodologia para o controle passivo de vibração aplicada a rotores flexíveis, baseada no uso de absorvedores viscoelásticos.

PACHECO (2013) também desenvolveu uma metodologia de identificação de propriedades mecânicas de materiais viscoelásticos no domínio do tempo, utilizando séries de Prony e método dos elementos finitos. A metodologia proposta parte de curvas obtidas experimentalmente, em diferentes temperaturas e taxas de carregamento. A autora afirma que resultados melhores possam ser obtidos pela utilização de modelos mais precisos que contabilizem a influência da pressão e temperatura.

1.2 Motivação do Trabalho

O desenvolvimento de novos materiais de construção, como o aço e o alumínio permitiram desenvolver estruturas mais leves e com elevada capacidade portante. Nesse aspecto, podem surgir vibrações consideradas indesejáveis, motivando o estudo de técnicas de controle que minimizam essas vibrações.

O estudo e análise de vibrações ainda está em constante desenvolvimento, tais como: métodos de análise de vibrações e mecanismos de amortecimento. Sistemas auxiliares de controle de vibração inseridos nas estruturas vêm sendo cada vez mais utilizados, destacando o uso de materiais viscoelásticos como alternativas robustas na correção de problemas de vibrações excessivas. O estudo das propriedades dinâmicas desses materiais é algo recente, o que tem motivado a necessidade de pesquisas que descrevem seu comportamento.

Procura-se desenvolver nesse trabalho, nos domínios do tempo e frequência, um estudo da aplicação dos materiais viscoelásticos como dissipador de energia de vibração em uma estrutura, considerando diferentes níveis de temperatura e frequência de excitação. O material viscoelástico se comporta como parte de um sistema passivo de controle de vibrações que, por sua eficiência na atenuação de vibração têm motivado diversos trabalhos sobre o tema, incluindo o presente.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste estudo é desenvolver uma metodologia experimental de identificação e caracterização de propriedades mecânicas dos materiais viscoelásticos no domínio do tempo e frequência, a fim de se obter o amortecimento de uma estrutura.

1.3.2 Objetivo Específico

Têm-se como objetivos específicos:

- Apresentar uma metodologia para caracterização e modelagem de estruturas acopladas com elementos viscoelásticos, utilizando o método dos elementos finitos;
- Apresentar um procedimento de ensaio em laboratório, bem como as dificuldades e limitações na coleta de dados;
- Caracterizar experimentalmente as propriedades dinâmicas do material viscoelástico, bem como os parâmetros de modelo;
- Desenvolver um ambiente de simulação de estruturas inteligentes onde existam vários elementos disponíveis, como o elemento de viga com estruturas do tipo sanduiche;
- Implementar a simulação numérica e comparar com análises experimentais de forma a determinar as propriedades mecânicas dos materiais viscoelásticos ao longo do tempo considerando variação de temperatura e frequência de excitação.

1.4 Contribuição do Trabalho

Considerando-se a grande dificuldade encontrada por muitos pesquisadores na determinação das propriedades dinâmicas dos materiais viscoelásticos usualmente empregados em tratamentos passivos, focou-se nesse trabalho um estudo experimental da metodologia de caracterização e identificação destes materiais.

Buscou-se apresentar as principais dificuldades encontradas na obtenção da montagem experimental pretendida, considerando variações ambientais e de excitação.

O grande desafio desse trabalho foi identificar os parâmetros do modelo estudado por meio de ensaios laboratoriais o que demanda um maior tempo laboratorial. Para isso, escolheu-se materiais comercialmente disponíveis para tratamentos passivos de amortecimento viscoelástico sendo esses submetidos a vários níveis de temperatura e frequência.

Padronizou-se a metodologia e a montagem experimental em todos os ensaios favorecendo grande confiabilidade com o modelo numérico estudado. Comparou-se vários ajustes numéricos para obtenção dos valores de amortecimento das curvas experimentais.

Utilizou-se de uma modelagem via elementos finitos incluindo camadas de materiais viscoelásticos para simular numericamente a resposta de vibração do sistema;

Utilizou-se do método dos mínimos quadrados não linear (MQNL) para realizar o ajuste das curvas experimentais e numéricas.

Verificou-se a influência do engaste na estrutura, mantendo-se constante o torque de aperto dos parafusos em todos os ensaios;

Verificou-se no interior de uma estufa a interferência do vidro de isolamento na leitura de vibração realizada por um vibrômetro laser.

1.5 Conteúdo do Trabalho

No capítulo 1 faz-se uma breve introdução sobre o assunto, uma revisão dos trabalhos publicados contextualizando a técnica de controle passivo de vibrações utilizando materiais viscoelásticos. Apresentam-se as principais contribuições, a motivação do trabalho e os objetivos a serem alcançados;

No capítulo 2 apresentam-se os principais fundamentos da viscoelasticidade linear e os principais modelos estudados que representam o comportamento viscoelástico dos materiais;

No capítulo 3 detalha-se o comportamento viscoelástico aplicando o método dos elementos finitos bem como os procedimentos de inclusão de amortecimento por meio da identificação de parâmetros de modelo;

No capítulo 4 apresentam-se simulações numéricas para visualizar o comportamento da estrutura, utilizando o método de elementos finitos acoplados com o modelo de deslocamentos anelásticos (ADF) estudado;

No capítulo 5 apresentam-se a metodologia empregada no trabalho, bem como os cuidados e procedimentos a serem tomados na aquisição dos dados. Avalia-se o efeito da variação de frequência de excitação e de temperatura no material estrutural acoplado detalhando-se a montagem dos experimentos, os equipamentos e sensores utilizados. Nesse capítulo aborda-se os procedimentos de caracterização das propriedades dinâmicas do material, bem como a forma de identificação dos parâmetros utilizados no modelo numérico aplicado.

No capítulo 6 têm-se os resultados e discussões dos dados experimentais e numéricos. Realiza-se a validação dos modelos de elementos finitos para correlacionar os resultados obtidos em laboratório com os obtidos por meio dos programas de elementos finitos desenvolvidos;

No capítulo 7 apresentam-se as conclusões e perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Neste capítulo são apresentados os principais fundamentos da teoria da viscoelasticidade linear, bem como os modelos que representam o comportamento viscoelástico dos materiais.

2.1 Viscoelasticidade Linear

Os materiais elásticos são aqueles nos quais as deformações devido à aplicação de carregamentos externos são reversíveis, instantâneas e cessam completamente quando cessa a aplicação do carregamento, ou seja, toda a energia armazenada ao se deformarem é liberada quando o carregamento a que estavam submetidos é finalizado. Já nos materiais perfeitamente viscosos toda a energia de deformação é perdida em forma de calor. Segundo os autores LAI et al. (2010), em um problema multiaxial de tensões e deformações em um material considerado elástico, linear e isotrópico, a descrição de seu comportamento é adequadamente feita pela Lei de Hooke Generalizada.

O comportamento dos materiais viscoelásticos, segundo PERSOZ (1987), apresenta uma composição entre os comportamentos perfeitamente elástico e um fluxo viscoso. Esse tipo de comportamento pode ser entendido como: o comportamento de um sólido linear elástico, para o qual a tensão é instantaneamente proporcional à deformação, e independente da taxa de deformação. Este comportamento é regido pela Lei de Hooke, que para os casos de solitação axial (tração e compressão) e de cisalhamento, escreve-se respectivamente de acordo com as equações (2.1) e (2.2).

$$\sigma(t) = \bar{E}\epsilon(t) \quad (2.1)$$

$$\tau(t) = \bar{G}\gamma(t) \quad (2.2)$$

onde \bar{E} e \bar{G} designam, respectivamente, o módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young e o módulo de cisalhamento do material.

O comportamento de um fluido viscoso Newtoniano, para o qual a tensão é proporcional à taxa de deformação cisalhante, sendo independente da deformação é representado pela equação constitutiva (2.3).

$$\tau(t) = \mu(t)\dot{\gamma}(t) \quad (2.3)$$

sendo $\mu(t)$ é a constante dependente do tempo definida como a viscosidade do fluido.

O termo viscoelasticidade está associado à variável tempo, em resposta a uma tensão ou deformação constante aplicada. Dessa forma, pode-se dizer que as respostas dos materiais viscoelásticos podem ser divididas em dois tipos de funções que descrevem a evolução no tempo sendo essas a função de fluência, $F(\sigma_0, t)$, que descreve a evolução da deformação exibida pelo material quando submetidos a uma tensão constante, σ_0 , conforme representado na figura (2.1a); a função de relaxação, $R(\varepsilon_0, t)$, que representa a evolução da tensão suportada pelo material quando submetido a uma deformação constante, ε_0 , de acordo com a figura (2.1 b).

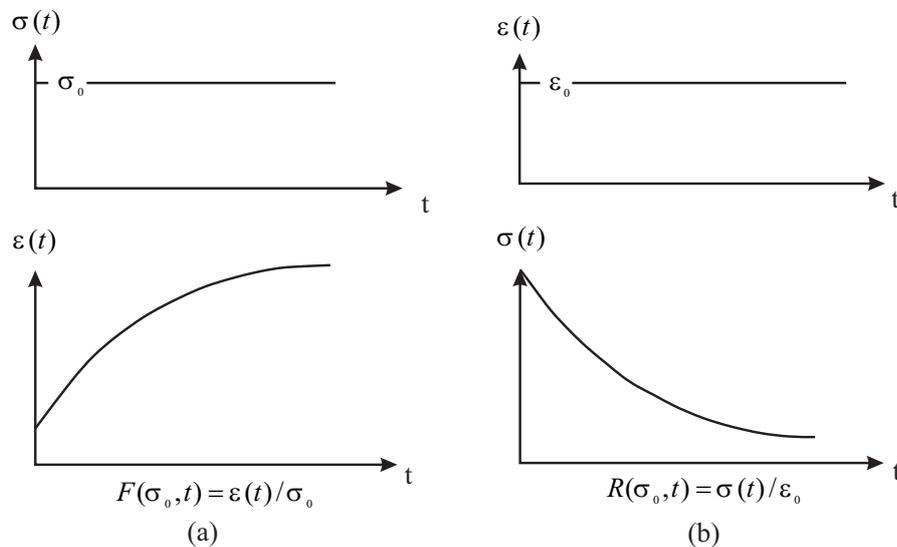


Figura 2.1: (a) Funções de Fluência e (b) Funções de Relaxação para um material viscoelástico (adaptado de DE LIMA (2007))

Como observado anteriormente na figura (2.1), as tensões em um corpo de material viscoelástico dependem do histórico de carregamento, ou seja, elas dependem de todos os estados de tensão (ou de deformação) anteriores. Dessa forma, CHRISTENSEN (1982) mostra que o tensor de tensões deste material pode ser escrito por uma integral de convolução, e para o caso de solitação uniaxial tem-se que a relação tensão-deformação pode ser expressa pela equação (2.4).

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t G(t - \tau) d\varepsilon(\tau) \quad (2.4)$$

sendo $\sigma(t)$ e $\varepsilon(t)$ as componentes de tensão e de deformação (normais ou de cisalhamento), respectivamente; $G(t)$ é denominada função módulo do material viscoelástico. A equação (2.4) pode ser aplicada ao caso de estados multiaxiais de tensão-deformação pela substituição das grandezas escalares por grandezas tensoriais. Ressalta-se que no caso de um material elástico linear, $G(t)$ é constante. Além disso, visto que um material não apresenta deformação para valores de tempo negativos ($\varepsilon(t) = 0$ no intervalo $[-\infty < t < 0]$), a equação (2.4) é representada por:

$$\sigma(t) = G(t)\varepsilon(0) + \int_0^t G(t - \tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (2.5)$$

e definindo

$$G(t) = G_r + h(t) \quad (2.6)$$

a equação (2.5) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\sigma(t) = G_r\varepsilon(t) + h(t)\varepsilon(0) + \int_0^t h(t - \tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (2.7)$$

A equação (2.7) pode ainda ser expressa no domínio de Laplace, considerando condições iniciais nulas como segue:

$$\sigma(s) = G_r\varepsilon(s) + sH(s)\varepsilon(s) = [G_r + H(s)]\varepsilon(s) \quad (2.8)$$

ou ainda sob a forma:

$$\sigma(s) = G(s)\varepsilon(s) \quad (2.9)$$

sendo s a variável complexa de Laplace e G_r o módulo relaxado ou módulo de baixa frequência.

$$H = sH(s); G(s) = G_r + H(s) \quad (2.10)$$

O termo $H(s)\varepsilon(s)$ na equação (2.8) representa o comportamento dissipativo do material viscoelástico e $G_r\varepsilon(s)$ representa a elasticidade do material viscoelástico. A função $H(s)$ frequentemente denominada de função de dissipação será detalhada no capítulo 3.

2.2 Módulo Complexo

As tensões e deformações de um material viscoelástico quando submetidos a um esforço harmônico podem ser representadas, segundo JONES (2001) pelas equações (2.11) e (2.12):

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{i\omega t} \rightarrow \sigma(t) = \sigma_0 [\cos(\omega t) + i \operatorname{sen}(\omega t)] \quad (2.11)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i(\omega t - \psi)} \rightarrow \varepsilon(t) = \varepsilon_0 [\cos(\omega t - \psi) + i \operatorname{sen}(\omega t - \psi)] \quad (2.12)$$

sendo ω a frequência, ψ a diferença entre os ângulos de fase das tensões e das deformações, t a variável tempo, $\sigma(t)$ e $\varepsilon(t)$ a tensão e a deformação no instante t , respectivamente.

Sabendo-se que a relação tensão/deformação é escrita da seguinte forma:

$$\sigma(t) = E^* \varepsilon(t)$$

têm-se que:

$$E^* = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon(t)} \quad (2.13)$$

Das equações (2.11) e (2.12), têm-se:

$$E^* = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \left[\frac{\cos(\omega t) + i \operatorname{sen}(\omega t)}{\cos(\omega t - \psi) + i \operatorname{sen}(\omega t - \psi)} \right]; \quad (2.14)$$

$$E^* = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} [\cos(\psi) + i \operatorname{sen}(\psi)] \quad (2.15)$$

Definindo o fator de perda como $\eta = \tan(\psi)$ têm-se:

$$\eta = \frac{\operatorname{sen}(\psi)}{\cos(\psi)} = \frac{\operatorname{Im}(E^*)}{\operatorname{Re}(E^*)} \quad (2.16)$$

Pode-se definir o módulo complexo E^* para uma dada frequência ω como:

$$E^* = E^*(\omega);$$

$$E^*(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega); \quad (2.17)$$

$$E^*(\omega) = E'(\omega)(1 + i\eta(\omega))$$

sendo que $E'(\omega)$ e $E''(\omega)$ representam a parte real e a imaginária de $E^*(\omega)$, respectivamente. Sabendo-se que as mesmas relações são válidas para o módulo de cisalhamento, G , têm-se também a seguinte relação:

$$\eta = \eta(\omega)$$

$$\eta(\omega) = \frac{E''(\omega)}{E'(\omega)} = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)} \quad (2.18)$$

2.3 Influência da Temperatura e da Frequência nas Propriedades dos Materiais Viscoelásticos

Segundo SUN e LU (1995), os materiais viscoelásticos apresentam grande sensibilidade à variação de temperatura próximas a temperatura ambiente e também à frequência de excitação. De acordo com a temperatura, existem quatro regiões distintas de comportamento em que os materiais viscoelásticos podem estar: região vítrea (I), região de transição (II), região borrachosa (III) e região de escoamento (IV). Observa-se por meio da figura (2.2) que em temperaturas mais baixas (região vítrea) o material tende a apresentar baixo fator de perda sendo que o módulo de elasticidade ou de cisalhamento tem seu valor máximo. Na região de transição encontra-se o valor máximo do fator de perda como maior variabilidade no módulo de elasticidade ou de cisalhamento. Na região emborrachada ambas as variáveis apresentam pouca variabilidade sendo que na região de escoamento o fator de perda tende a aumentar enquanto o valor do módulo de elasticidade ou de cisalhamento tende a diminuir.

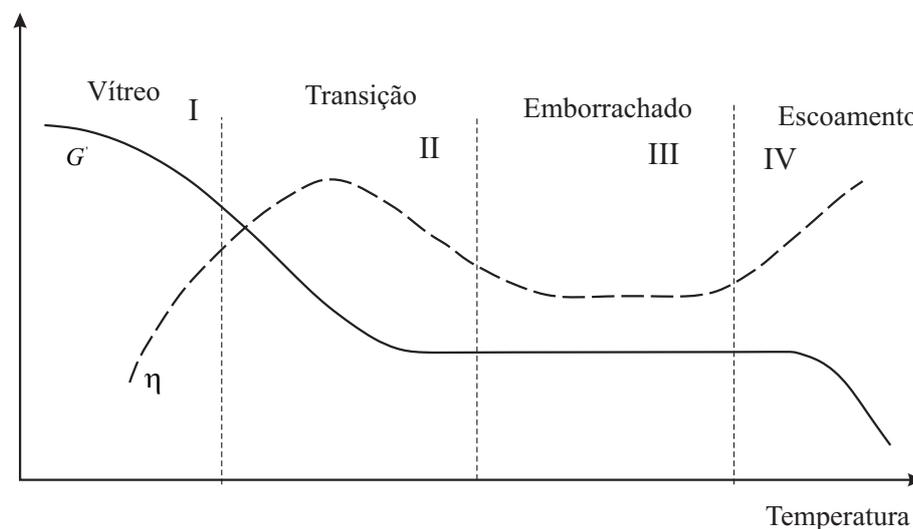


Figura 2.2: Variação de G' e η com a temperatura (adaptado de SUN e LU (1995))

O comportamento apresentado na figura (2.2) é típico dos materiais viscoelásticos lineares, mas existem diferentes materiais que possuem propriedades específicas, apresentando diferentes faixas de valores para o módulo de armazenamento e fator de perda em cada região. Salienta-se que apesar da segunda região apresentar máximo valor no fator de perda, ou seja, um amortecimento eficiente, a terceira região demonstra-se bastante atrativa, visto que o módulo de armazenamento e o fator de perda variam muito pouco com a temperatura, apresentando também resultados satisfatórios com relação à capacidade de amortecimento.

É apresentado na figura (2.3) o efeito da frequência nas propriedades de amortecimento de um material viscoelástico típico, para uma dada temperatura fixa. Segundo NASHIF et al. (1995) o comportamento do módulo de armazenamento do material em função da frequência são sempre crescentes com o aumento da frequência sendo que a inclinação desse crescimento é maior na região de transição do material. Ainda, segundo os autores, este crescimento é menor na região vítrea e elástica com o fator de perda η alcançando valores máximos na região de transição.

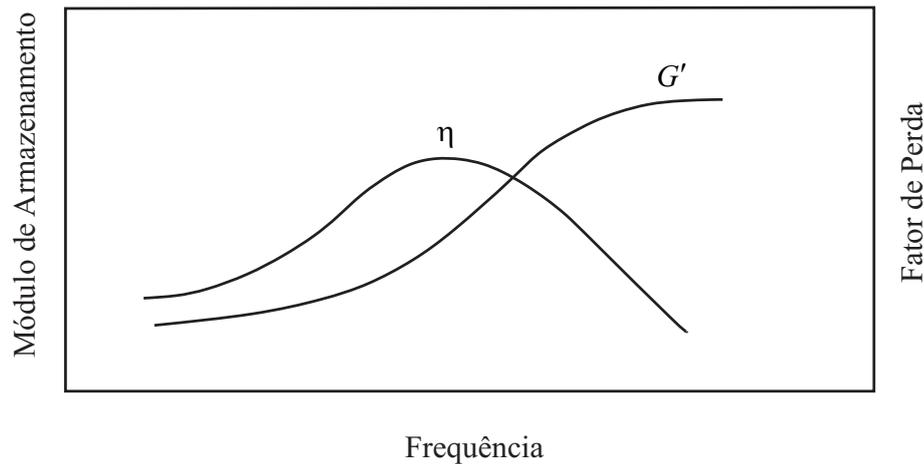


Figura 2.3: Variação de G' e η com a frequência (adaptado de NASHIF et al. (1995))

Observa-se nas figuras (2.2) e (2.3) que a influência exercida pela frequência é qualitativamente o inverso do efeito da temperatura, mas em escala menor, ou seja, a variação para uma larga banda de frequência reflete a mesma influência de alguns graus na temperatura.

2.4 Amortecimento Viscoso

A força de amortecimento viscoso, F_d , é apresentado pela equação (2.19). A sua descrição matemática completa não é muito simples para análises de vibrações, porém um modelo linearizado pode ser considerado, onde a força de amortecimento é diretamente proporcional e com sentido oposto a velocidade de deslocamento da partícula relativa ao fluido.

$$F_d(t) = -c \frac{dx(t)}{dt} \quad (2.19)$$

sendo c a constante de proporcionalidade chamada de constante de amortecimento e $\frac{dx(t)}{dt}$ é a velocidade da partícula.

A energia dissipada por ciclo de oscilação W_d , para um sistema com amortecimento viscoso, é dada pelo valor negativo do trabalho realizado pela força de amortecimento por ciclo:

$$W_d = - \oint F_d dx \quad (2.20)$$

Para um sistema massa-mola com amortecimento viscoso, submetido a uma força de excitação $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$, a resposta permanente do movimento é:

$$x(t) = X \sin(\omega t - \phi) \quad (2.21)$$

sendo X a amplitude do sistema; ω a frequência de excitação e ϕ o ângulo de fase entre a força de excitação e resposta.

A energia dissipada por ciclo de vibração pode ser obtida pelas equações (2.19), (2.20) e (2.21).

$$\begin{aligned} W_d &= \oint F_d dx = - \int_0^{2\pi/\omega} c \frac{dx(t)}{dt} \frac{dx(t)}{dt} dt = - \int_0^{2\pi/\omega} c \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 dt \\ &= - \int_0^{2\pi/\omega} c (X\omega \cos(\omega t - \phi))^2 dt = -c\omega^2 X^2 \int_0^{2\pi/\omega} \cos^2(\omega t - \phi) dt \end{aligned}$$

$$W_d = -\pi c\omega X^2 \quad (2.22)$$

A equação (2.22) indica que a energia dissipada por ciclo de oscilação é proporcional a frequência de excitação e ao quadrado da amplitude de resposta.

Derivando a equação (2.21) obtém-se:

$$\frac{dx(t)}{dt} = X\omega \cos(\omega t - \phi) \quad (2.23)$$

Levando a equação (2.23) a equação (2.19) chega-se a:

$$F_d = c \frac{dx(t)}{dt} = cX\omega \cos(\omega t - \phi) \quad (2.24)$$

Utilizando-se de algumas relações trigonométricas e partindo-se da equação (2.21), pode-se escrever a equação (2.25) que levado a equação (2.24) fornece a equação 2.26:

$$\cos(\omega t - \phi) = \frac{\sqrt{X^2 - x(t)^2}}{X} \quad (2.25)$$

$$F_d = c\omega \sqrt{X^2 - x(t)^2} \quad (2.26)$$

A equação (2.26) rearranjada é descrita pela equação (2.27) sendo:

$$\left(\frac{F_d}{c\omega X} \right)^2 + \left(\frac{x(t)}{X} \right)^2 = 1 \quad (2.27)$$

No plano X versus F_d a equação (2.27) representa um ciclo de histerese como mostrado na figura (2.4):

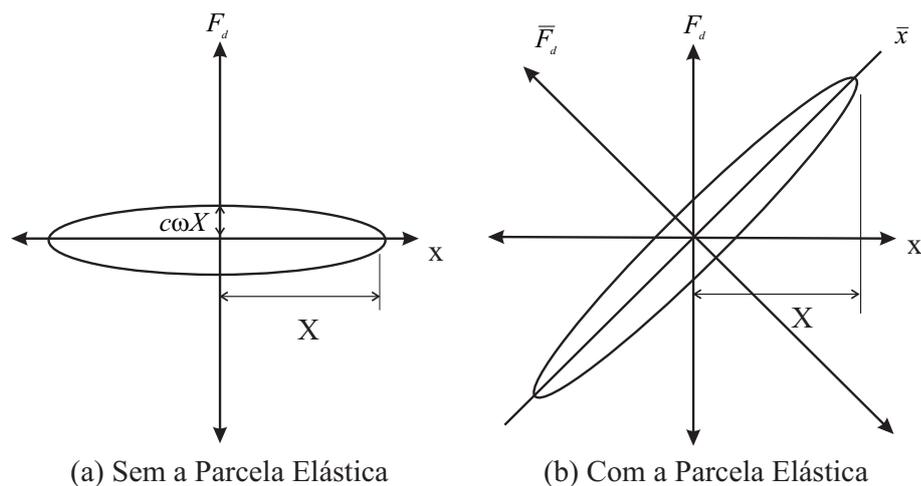


Figura 2.4: Ciclo de Histerese

A área delimitada por uma elipse pode ser calculada multiplicando-se π por seus semi-eixos. Assim sendo, a área A da elipse da figura (2.4a) é:

$$A = \pi c\omega X^2 = W_d \quad (2.28)$$

Observa-se que a área delimitada pela elipse definida pela equação (2.27) representa a energia dissipada por ciclo de oscilação. Isso pode ser verificado pelas equações (2.22) e (2.28).

Se no entanto, for adicionada a parcela elástica de rigidez kx à força de amortecimento viscoso F_d , o gráfico resultante ($F_d + kx$) versus x resulta em uma elipse rotacionada conforme ilustra a figura (2.4b).

Chamando-se de κ o ângulo de rotação da elipse da figura (2.4b) com relação ao eixo x , pode-se escrever que:

$$\kappa = \arctan(k) \quad (2.29)$$

A área da elipse rotacionada \bar{A} pode ser obtida multiplicando-se π pelos valores dos semi-eixos no referencial $\bar{x} \times \bar{F}_d$. O semi-eixo maior e_1 e o menor e_2 da elipse rotacionada podem ser escritas em função de κ e dos semi-eixos no referencial $\bar{x} \times \bar{F}_d$, utilizando relações trigonométricas como:

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{X}{\cos \kappa} = X\sqrt{1+k^2} \\ e_2 &= c\omega X \cos \kappa = \frac{c\omega X}{\sqrt{1+k^2}} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Logo, pode-se escrever a área da elipse rotacionada no sistema $\bar{x} \times \bar{F}_d$ como:

$$A = \pi e_1 e_2 = \pi c\omega X^2 \quad (2.31)$$

Por meio das equações (2.22), (2.28) e (2.31) é deduzido a equação 2.28. Com isso, verifica-se que a energia dissipada para um sistema com amortecimento viscoso não depende de sua parcela elástica.

Para sistemas não lineares ou com amortecimento histerético, o gráfico F_d versus x é uma figura geométrica fechada, porém não mais uma elipse. Estas curvas, elípticas ou não, são chamadas ciclos de histerese. A área interna a esse ciclo sempre representa a energia dissipada por ciclo de oscilação.

O amortecimento também pode ser definido em termos da energia dissipada W_d e o pico de energia potencial U , como:

$$\eta = \frac{W_d}{2\pi U} \quad (2.32)$$

A energia potencial U é representada pela equação (2.33):

$$U = \frac{kx^2(t)}{2} \quad (2.33)$$

sendo η o fator de perda do sistema.

Fisicamente η representa a razão entre a energia dissipada por radiano e o pico de energia potencial. Outra forma de se caracterizar o amortecimento é por meio do coeficiente denominado de fator de amortecimento (ξ), ou seja:

$$\xi = \frac{W_d}{4\pi U} = \frac{\eta}{2} \quad (2.34)$$

2.5 Modelos Viscoelásticos Unidimensionais

Sabe-se que o comportamento dos materiais viscoelásticos está diretamente relacionado ao seu histórico de carregamento e não apenas pelo valor da carga no instante analisado. Segundo KALISKE e ROTHERT (1997), esses materiais são chamados de "materiais com memória". A caracterização dos modelos é feita basicamente por meio de integrais de convolução ou de leis constitutivas de modelos matemáticos que relacionam tensão e deformação.

Os modelos que visam caracterizar o comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos são obtidos por meio de associações entre mola(s) lineares e amortecedor(s) viscoso(s) sendo caracterizados pela observância de um comportamento intermediário entre o sólido elástico e o fluido newtoniano. Segundo DOZDROV (1996) para um material ser considerado viscoelástico, é necessário que o mesmo experimente os fenômenos de fluência e relaxação de tensões. Esses fenômenos estão associados à combinação dos efeitos elásticos e viscosos,

podendo ser representados por diversos modelos reológicos cujo comportamento peculiar é função do arranjo em associação dos elementos básicos: mola (representando a parcela elástica) e amortecedor (representado a parcela viscosa), que podem caracterizar sólidos viscoelásticos ou fluidos viscoelásticos. De acordo com CHRISTENSEN (2003), destacam-se nesse contexto os trabalhos desenvolvidos por Lord Kelvin (1824-1907) e James Clerk Maxwell (1831-1879).

São mostrados na sequência desse trabalho alguns desses modelos.

2.5.1 Modelo de Maxwell

Um dos primeiros modelos desenvolvidos para explicar o comportamento viscoelástico dos materiais poliméricos foi elaborado por James Clerk Maxwell (1831-1879), um físico escocês e também professor de física experimental na cidade de Cambridge, na Grã-Bretanha. De acordo com BRINSON e BRINSON (2008) o modelo de Maxwell é definido por uma mola de constante K e um amortecedor de constante C associados em série como indica a figura (2.5):



Figura 2.5: Modelo de Maxwell

Para uma força F aplicada nesse modelo, o alongamento total x é igual ao somatório do alongamento elástico da mola x_e com alongamento do elemento viscoso x_v .

$$x(t) = x_e(t) + x_v(t) \quad (2.35)$$

Derivando a equação (2.35) com relação ao tempo, obtém-se:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx(t)_e}{dt} + \frac{dx(t)_v}{dt} \quad (2.36)$$

Sabendo-se que a força F é a mesma nos elementos elástico e viscoso e substituindo a equação constitutiva da mola ($F = kx$) e a equação (2.19) na equação (2.36), chega-se a:

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{k} \frac{dF(t)}{dt} + \frac{F(t)}{c} \quad (2.37)$$

A resposta $x(t)$ do modelo de Maxwell depende da força F aplicada. Se uma força F é aplicada instantaneamente no modelo de Maxwell e mantida constante, isto é, $F(t) = F_0H(t)$, o alongamento $x(t)$ pode ser determinado resolvendo a equação (2.38):

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{k}F_0\delta(t) + \frac{1}{c}F_0H(t) \quad (2.38)$$

onde δ é a função delta de Dirac (Impulso Unitário) e $H(t)$ é a função unitária de Heaviside e a função degrau definida como: $H(t) = 0$ para $t < 0$ e $H(t) = 1$ para $t \geq 0$.

Por integração a equação (2.38), aplicando a condição inicial $x(0) = 0$ obtém-se:

$$x(t) = F_0 \left(\frac{1}{k} + \frac{t}{c}H(t) \right) \quad (2.39)$$

A resposta de um modelo viscoelástico linear submetido a uma força constante é conhecida como **Teste de Fluência**.

Por outro lado, se um deslocamento definido pela equação (2.40) é aplicado e mantido constante, pode-se obter a força necessária para se manter esse deslocamento substituindo na equação (2.37), o que resulta na equação (2.41):

$$x(t) = X_0H(t) \quad (2.40)$$

$$X_0\delta(t) = \frac{1}{k} \frac{dF(t)}{dt} + \frac{F(t)}{c} \quad (2.41)$$

A solução da equação 2.41 pode ser obtida utilizando-se o método do fator de integração. Multiplicando-se os dois lados da equação (2.41) por $e^{kt/c}$ e efetuando-se a integração, obtém-se:

$$F(t) = X_0ke^{\frac{-kt}{c}} H(t) \quad (2.42)$$

A resposta de um modelo viscoelástico submetido a um deslocamento constante é conhecida como **Teste de Relaxação**.

2.5.2 Modelo de Voigt

O modelo de Voigt, também muito empregado, foi desenvolvido por Lord Kelvin (1824-1907). Ainda segundo BRINSON e BRINSON (2008) este modelo é definido como uma mola de constante K e um amortecedor de constante C associados em paralelo conforme apresentado na figura (2.6).

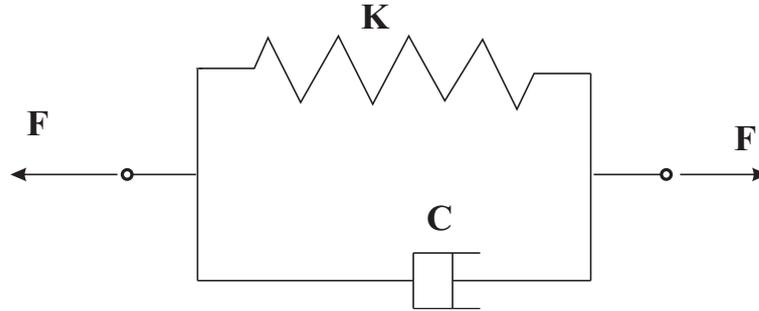


Figura 2.6: Modelo de Voigt

Quando uma força $F(t)$ é aplicada neste modelo, a soma da força $F_e(t)$ na mola e $F_v(t)$ no amortecedor é igual a força $F(t)$ aplicada:

$$F(t) = F_e(t) + F_v(t) \quad (2.43)$$

Sabendo-se que os deslocamentos da mola e do amortecedor são iguais, chega-se à relação entre força e deslocamento, considerando a equação 2.37:

$$F(t) = kx(t) + c \frac{dx(t)}{dt} \quad (2.44)$$

Para o teste de fluência, ou seja, para uma força constante $F(t) = F_0 H(t)$ aplicada instantaneamente num modelo de Voigt inicialmente indeformado, a equação (2.43) fornece a seguinte equação diferencial:

$$F_0 H(t) = kx(t) + c \frac{dx(t)}{dt} \quad (2.45)$$

que pode ser resolvida usando o método do fator de integração fornecendo:

$$x(t) = \frac{F_0}{k} (1 - e^{-\frac{kt}{c}}) H(t) \quad (2.46)$$

Para o teste de relaxação, ou seja, para um deslocamento constante $x(t) = X_0 H(t)$ aplicado instantaneamente num modelo de Voigt inicialmente indeformado, a equação 2.44 fornece a seguinte solução para $F(t)$:

$$F(t) = [c\delta(t) + k]X_0 \quad (2.47)$$

2.5.3 Modelo Linear Padrão

De acordo com ESCARPINI FILHO (2010) o modelo Linear padrão proporciona uma melhor representação dos materiais viscoelásticos lineares, uma vez que para uma carga inicial o mesmo responde com uma deformação elástica devido à distensão da mola K_1 e, mantendo-se a carga aplicada, deformações devido ao modelo Kelvin ocorrem ao longo do tempo. Este modelo é definido por duas molas de constantes K_1 e K_2 e um amortecedor de constante C_2 associados conforme ilustra a figura (2.7). O modelo linear padrão é a combinação de um modelo de Maxwell com uma mola linear conectados em paralelo:

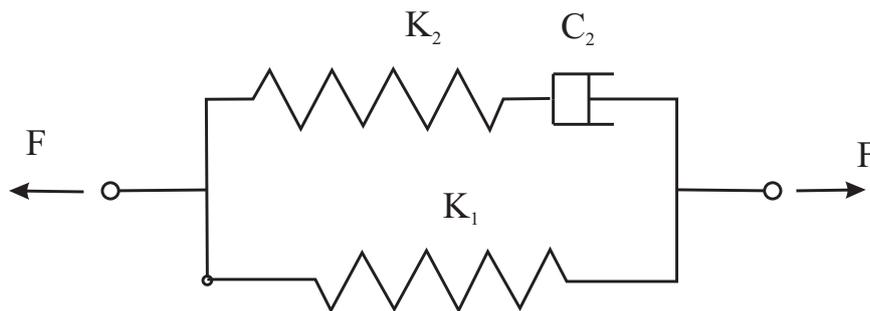


Figura 2.7: Modelo Linear Padrão

A equação diferencial para este modelo pode ser obtida considerando o equilíbrio:

$$F(t) = F_1(t) + F_2(t) \quad (2.48)$$

sendo F_1 a força na mola K_1 e F_2 a força aplicada no modelo de Maxwell.

Como as forças na mola e no modelo de Maxwell são as mesmas, representa-se na equação 2.49 o deslocamento na mola:

$$x(t) = \frac{F_1(t)}{K_1(t)} \quad (2.49)$$

Substituindo as equações (2.48) e (2.49) na equação (2.37) têm-se:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{K_2} \frac{dF_2(t)}{dt} + \frac{F_2(t)}{C_2} = \frac{1}{K_2} \left(\frac{dF(t)}{dt} - K_1 \frac{dx(t)}{dt} \right) + \frac{1}{C_2} (F(t) - K_1 x(t)) \quad (2.50)$$

Rearranjando-se a equação 2.50 têm-se:

$$\frac{dF}{dt} + \frac{K_2}{C_2} F = (K_1 + K_2) \frac{dx}{dt} + \frac{K_1 K_2}{C_2} x(t) \quad (2.51)$$

Para o **Teste de Fluência** têm-se a solução representada pela equação 2.52

$$x(t) = \frac{F_0}{K_1} \left(1 - \frac{K_2}{K_1 + K_2} e^{-\frac{K_1 K_2}{(K_1 + K_2) C_2} t} \right) H(t) \quad (2.52)$$

e para o **Teste de Relaxação** têm-se a equação 2.53 sendo:

$$F(t) = X_0 \left(K_1 + K_2 e^{-\frac{K_2}{C_2} t} \right) H(t) \quad (2.53)$$

2.5.4 Modelos Generalizados

De acordo com LAI et al. (2010) para um material elástico, linear e isotrópico, em um problema multiaxial de tensões e deformações, a descrição de seu comportamento pode ser realizada pela Lei de Hooke Generalizada. Os modelos generalizados são os obtidos por combinação dos modelos básicos de Maxwell, Voigt e Linear Padrão. É ilustrado na figura (2.8) um exemplo de modelos generalizados. Segundo JONES (2001) esse tipo de modelo é mais usado em distribuições que representam um número infinito de elementos infinitesimais, em que a concordância é fortemente melhorada, mas a complexidade matemática é também aumentada.

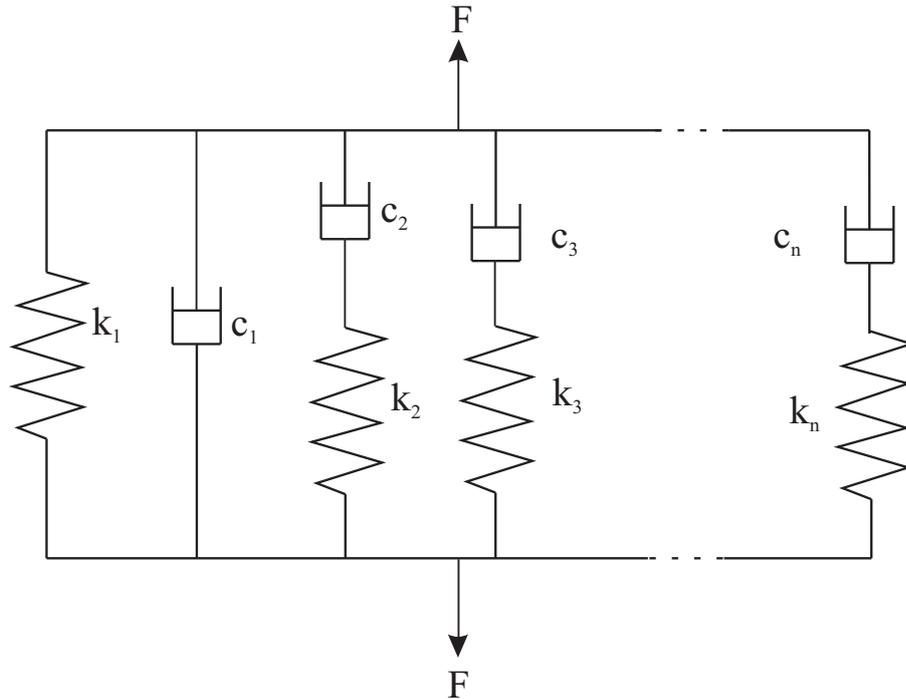


Figura 2.8: Exemplos de Modelos Generalizados

2.6 Métodos utilizados para Obtenção do Amortecimento de uma Estrutura

Existem na literatura vários parâmetros que representam o amortecimento de uma estrutura. Pode-se citar alguns autores que descrevem esses parâmetros como: UNGAR e ZAPFE (2006). O parâmetro normalmente usado para representar o amortecimento é o fator de perda η que pode ser definido como sendo a razão entre a energia dissipada por radiano de oscilação e a máxima energia vibratória do componente de estrutura. Sendo assim descreve-se abaixo alguns desses parâmetros sendo: ξ fator de amortecimento; δ o decremento logarítmico; ϕ o ângulo de perda; ψ a capacidade de amortecimento específico; Q o fator de qualidade; Δ_t a taxa de decaimento; b a banda de meia potência; T_{60} o tempo de reverberação; C o coeficiente de amortecimento viscoso; C_c coeficiente de amortecimento crítico.

A relação entre essas formas, considerando baixos valores de amortecimento, pode ser descrita pelas seguintes equações:

$$\eta = \frac{\psi}{2\pi} = 2\xi = \frac{2C}{C_c} = \frac{2,20}{f_n T_{60}} = \frac{\Delta_t}{27,30 f_n} = \frac{\delta}{\pi} = b = \frac{1}{Q} \quad (2.54)$$

sendo f_n a frequência natural em Hz e o fator de perda η uma grandeza adimensional.

2.6.1 Métodos Baseados no Decaimento da Resposta

É um dos métodos mais simples de ser usado para medição de amortecimento de estruturas por não requerer uma instrumentação complexa. Segundo ZHU et al. (1989), nesse método é necessário somente obter a resposta de decaimento da estrutura, seja por impactação ou por um excitador de vibração (*Shaker*). A amplitude de decaimento é medida com o tempo, e o amortecimento é determinado.

2.6.2 Método do Tempo de Decaimento

O método do livre decaimento é baseado na observação do histórico no tempo da energia de vibração dissipada após a excitação ser bruscamente interrompida. Segundo LIU (2008), a resposta de decaimento é esperada ser exponencial quando um simples modo é excitado. CREMER et al. (2005) descrevem que a energia total de um sistema decai exponencialmente após a excitação ter sido interrompida por meio da equação (2.55).

$$E(t) = E_0 e^{-\eta\omega t} \quad (2.55)$$

sendo que: E_0 é a energia inicial no tempo $t = 0$ e $\eta\omega$ é a constante de decaimento.

O tempo de reverberação T_{60} é o tempo na qual a energia vibratória é reduzida para um milionésimo de seu valor inicial, sendo um parâmetro característico de salas acústicas. Esse parâmetro também pode ser utilizado para determinar o fator de perda por meio da seguinte relação:

$$\eta = \frac{\ln 10^6}{\omega T_{60}} \approx \frac{2,2}{f T_{60}} \quad (2.56)$$

É importante salientar que nesse processo de medição, podem existir diferentes tempos de decaimento na largura da banda. Sendo assim, LIU (2008) enfatiza que o Método do decaimento é mais adequado para estruturas levemente amortecidas e em baixas e médias frequências.

2.6.3 Método do Decaimento da Resposta Impulsiva

Segundo BLOSS e RAO (2001), é um método baseado na medição da taxa de decaimento do sistema quando o sistema ou a estrutura é sujeita a um impulso ou interrupção de uma

excitação estacionária. A inclinação de decaimento entre dois instantes de tempo t_1 e t_2 com amplitudes X_1 e X_2 , respectivamente, em decibéis, é dada por:

$$20 \log_{10} \frac{X_1}{X_2} = 27,3 f_n (t_2 - t_1) \quad (2.57)$$

CROCKER (1998) define a taxa de decaimento Δ_t como sendo a taxa na qual o nível de vibração (deslocamento, velocidade ou aceleração) decresce com o tempo. O fator de perda, dado em decibéis é descrito pela equação (2.58)

$$\eta = \frac{\Delta_t}{27,3 f} \quad (2.58)$$

2.6.4 Método da Banda de Meia Potência

De acordo com MANDAL et al. (2004), o método da Banda de Meia Potência é utilizado para medir o amortecimento de um sistema por meio da medição da largura de banda de frequência, entre pontos na curva de resposta, para o qual a resposta é algumas frações da ressonância do sistema. A convenção geral é considerar os pontos Z_1 e Z_2 , como mostrado na Figura (2.9), localizados na curva de resposta, onde a amplitude da resposta destes pontos é $\frac{1}{\sqrt{2}}$ vezes a amplitude ressonante. A largura da banda entre esses pontos é frequentemente referido como "Banda de Meia Potencia".

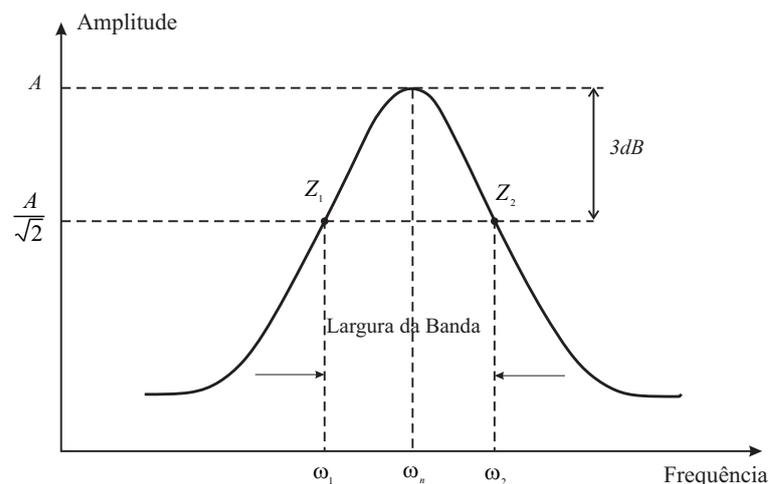


Figura 2.9: Método da Banda de Meia Potência (adaptado de MANDAL et al. (2004))

Os pontos de meia potência ou os pontos de 3dB, para pequenos amortecimentos, correspondem às frequências representadas pelas equações (2.59) e (2.60):

$$\omega_1 = \omega_n(1 - \zeta) \quad (2.59)$$

$$\omega_2 = \omega_n(1 + \zeta) \quad (2.60)$$

em que ζ é a taxa de amortecimento e ω_n a frequência de natural do modo que está sendo avaliado.

A largura da banda é dada por:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \quad (2.61)$$

Segundo MANDAL et al. (2004), o fator de perda neste método é definido como:

$$\eta = \frac{\Delta\omega}{\omega_n} \quad (2.62)$$

2.6.5 Formulação Matemática para o cálculo das Propriedades Mecânicas Dinâmicas

Apresenta-se neste tópico a formulação matemática para o cálculo das propriedades mecânicas dinâmicas de um sistema submetido a uma excitação por vibração livre. De acordo com ANCELLOTTI Jr (2006), a determinação das propriedades dinâmicas de um material está relacionada diretamente com a obtenção do módulo dinâmico extensional (E) e do fator de perda (η) ou de dissipação de energia.

No caso de vigas, ressalta que o ensaio de vibração livre é um dos métodos não-destrutivos mais utilizados para determinar tais propriedades como fator de amortecimento e frequência natural de vibração que posteriormente podem ser utilizados para calcular o módulo dinâmico.

Segundo BEARDS (1996) a energia total armazenada de um sistema em vibração para baixos amortecimentos é constante por todo o ciclo. Consequentemente, a máxima energia cinética armazenada é igual à máxima energia potencial, embora aconteçam em tempos diferentes durante o ciclo de vibração. Portanto, sabendo que a energia total é constante, têm-se:

$$T_{max} + V_{max} = constante \quad (2.63)$$

onde T_{max} é a energia cinética máxima e V_{max} é a energia potencial máxima.

Ainda, segundo BEARDS (1996), para uma viga de massa em vibração transversal, cuja deflexão em vibração é dada por y , a energia cinética pode ser determinada por:

$$T_{max} = \frac{1}{2} \int [\dot{y}_{max}(x, t)]^2 dm = \frac{1}{2} \omega_n^2 \int [y_{max}(x, t)]^2 dm \quad (2.64)$$

onde ω_n é a frequência natural da viga.

A energia de deformação da viga é o trabalho realizado na viga no qual é armazenada como energia elástica. Sendo M o momento de deflexão e θ o ângulo de deflexão, temos que a energia potencial é dada por:

$$V = \frac{1}{2} \int M d\theta \quad (2.65)$$

De acordo com a teoria linear de Euler Bernoulli (pequenas deformações) e considerando que o ângulo de deflexão da viga é tão pequeno, as relações podem ser assumidas como:

$$\theta = \frac{dy}{dx}; \quad R d\theta = dx \quad (2.66)$$

Portanto temos que:

$$\frac{1}{R} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2.67)$$

sendo R o raio de curvatura.

Da teoria de vigas temos a relação:

$$M = EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2.68)$$

sendo EI a rigidez a flexão da viga.

Portanto, a energia potencial pode ser reescrita como:

$$V = \frac{1}{2} \int M d\theta = \frac{1}{2} \int \frac{M}{R} dx = \frac{1}{2} \int EI \left(\frac{d^2 y_{max}}{dx^2} \right) dx^2 \quad (2.69)$$

Considerando que $T_{max} = V_{max}$ e partindo da equação (2.70), a frequência natural dada em Hz do sistema pode ser determinada pela equação (2.71).

$$\frac{1}{2} \omega_n^2 \int [y_{max}(t)]^2 dm = \frac{1}{2} \int EI \left(\frac{d^2 y_{max}}{dx^2} \right) dx^2 \quad (2.70)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\int EI \left(\frac{d^2 y_{max}}{dx^2} \right) dx^2 dx}{\int y_{max}^2 dm}} \quad (2.71)$$

Segundo TIMOSHENKO (1979) a deflexão y da viga de comprimento L para qualquer posição x ao longo da mesma, submetida a uma carga vertical na extremidade livre é dado pela equação (2.72). Considerando que a deflexão estática da viga seja igual à deformação dinâmica, pode-se determinar a primeira frequência natural da viga, sendo que $y(x, t) = y(t)$.

$$y(x) = \left(\frac{y_{max}}{2L^3} \right) (3Lx^2 - x^3) \quad (2.72)$$

em que:

$$\ddot{y}(x) = \left(\frac{y_{max}}{2L^3} \right) (6L - x) \quad (2.73)$$

Portanto, a energia potencial pode ser calculada pela equação (2.74)

$$V = \left(\frac{1}{2}\right) \int_0^L EI \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left(\frac{y_{max}}{2L^3}\right) (6L - 6x)^2 dx \quad (2.74)$$

resultando em:

$$V = \frac{1}{2} \frac{3EI}{L^3} y_{max}^2 \quad (2.75)$$

A energia cinética pode ser calculada pela equação (2.76) que resulta-se na equação (2.77).

$$T = \frac{1}{2} \omega_n^2 \int y_{max}^2 dm \quad (2.76)$$

$$T = \frac{1}{2} \omega_n^2 y_{max}^2 \left(M_p + \frac{33}{140} m \right) \quad (2.77)$$

sendo: M_p amassa na ponta da viga; m a massa total da viga relacionada ao vão livre (não engastado).

Considerando-se uma viga em uma condição engastada-livre e por meio da equação da energia cinética T dada pela equação (2.77) com a equação da energia potencial V dada pela equação (2.74), determina-se a frequência natural do sistema pela equação (2.78).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3EI}{\left(M_p + \frac{33}{140}m\right) L^3}} \quad (2.78)$$

Para um sistema em vibração livre amortecida com um grau de liberdade, pode-se escrever segundo HARRIS e PIERSOL (2002), que:

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + f_n^2y(t) = 0 \quad (2.79)$$

Com: $y(0) = y_0$ e $\dot{y}(0) = \dot{y}_0$

A solução dessa equação em deslocamento e em velocidade, respectivamente, assumindo que $\xi < 1$ é dada por:

$$y(t) = e^{-\xi\omega_n t} [A \cos(\omega_d t) + B \text{sen}(\omega_d t)] \quad (2.80)$$

$$\dot{y}(t) = -\xi\omega_n \left[\frac{A \cos(\omega_d t) + B \text{sen}(\omega_d t)}{e^{\xi\omega_n t}} \right] - \left[\frac{A\omega_d \text{sen}(\omega_d t) - B\omega_d \cos(\omega_d t)}{e^{\xi\omega_n t}} \right] \quad (2.81)$$

sendo: ω_d a frequência natural amortecida dada em rad/s; A e B as constantes arbitrárias e ξ o fator de amortecimento.

O período de oscilação pode ser calculado pelo inverso da equação (2.82), sendo f_d a frequência natural amortecida em Hz .

$$2\pi f_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.82)$$

Para sistemas com o fator de amortecimento muito pequeno ($\xi < 0,1$), pode-se considerar que a frequência natural não amortecida é aproximadamente igual a frequência natural amortecida, ou seja: $f_n \cong f_d$

De acordo com RAO (2008), o decremento logarítmico pode ser calculado por:

$$\Delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (2.83)$$

Escrevendo o fator de amortecimento de acordo com o decremento logarítmico, têm-se:

$$\xi^2 = \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + 4\pi^2} \quad (2.84)$$

Substituindo as equações (2.78) e (2.84) na equação (2.82) e considerando que a carga na extremidade livre seja nula, pode-se obter o módulo de elasticidade da viga. Esse módulo será representado pelo módulo de armazenamento E' da viga dada pela equação (2.86), que está relacionado com a energia elástica armazenada em cada ciclo, dada pela equação (2.85):

$$4\pi^2 f_n^2 = \left[1 - \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + 4\pi^2} \right] \left[\frac{3EI}{\left(\frac{33}{140}m\right) L^3} \right] \quad (2.85)$$

$$E' = \frac{4\pi^2 f_n^2}{3I} \left[\left(\frac{33}{140}m\right) \right] L^3 \left[1 + \frac{\Delta^2}{4\pi^2} \right] \quad (2.86)$$

com: f_n a frequência natural em Hz ; I - Momento de inércia da área da secção transversal da viga, relacionada ao eixo de flexão (m^4); m - massa da viga (kg); L - Comprimento da Viga (m).

Para valores onde o decremento logarítmico $\Delta \ll 1$, pode-se escrever que:

$$\eta = \frac{\Delta}{\pi} = \frac{E''}{E'}; \quad E'' = \eta E' \quad (2.87)$$

com: η o fator de perda do material da viga e E'' o módulo de perda.

A porção $\eta E'$ está relacionada com a energia viscosa dissipada na forma de calor, para cada ciclo, enfatizando que o módulo de armazenamento e o de perda podem ser determinados experimentalmente. O módulo complexo de perda E^* é dado por:

$$|E^*| = [(E')^2 + (E'')^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2.88)$$

2.6.6 Princípio da Superposição Tempo-Temperatura

O Princípio de Superposição Tempo-Temperatura estabelece que uma determinada propriedade obtida ao longo de um dado intervalo de tempo, porém a uma temperatura maior que uma temperatura de referência qualquer, pode ser correlacionada com esta propriedade à temperatura de referência, porém para intervalos de tempo mais longos. Do mesmo modo, os valores de uma propriedade obtida para uma temperatura menor que a temperatura de referência correspondem aos valores da propriedade à temperatura de referência, porém para intervalos de tempo mais curtos.

Os materiais viscoelásticos têm propriedades mecânicas que variam com a temperatura. De acordo com os autores MEDEIROS JÚNIOR e SOARES (2005), o princípio da superposição tempo-temperatura estabelece que as propriedades reológicas (relaxação) obtidas para um intervalo de tempo a uma dada temperatura podem ser correlacionadas com outras, obtidas em temperaturas diferentes por meio de uma translação paralela no eixo do tempo, o que possibilita a formação de uma “curva mestra” para uma dada temperatura de referência, conforme ilustrado na figura (2.10).

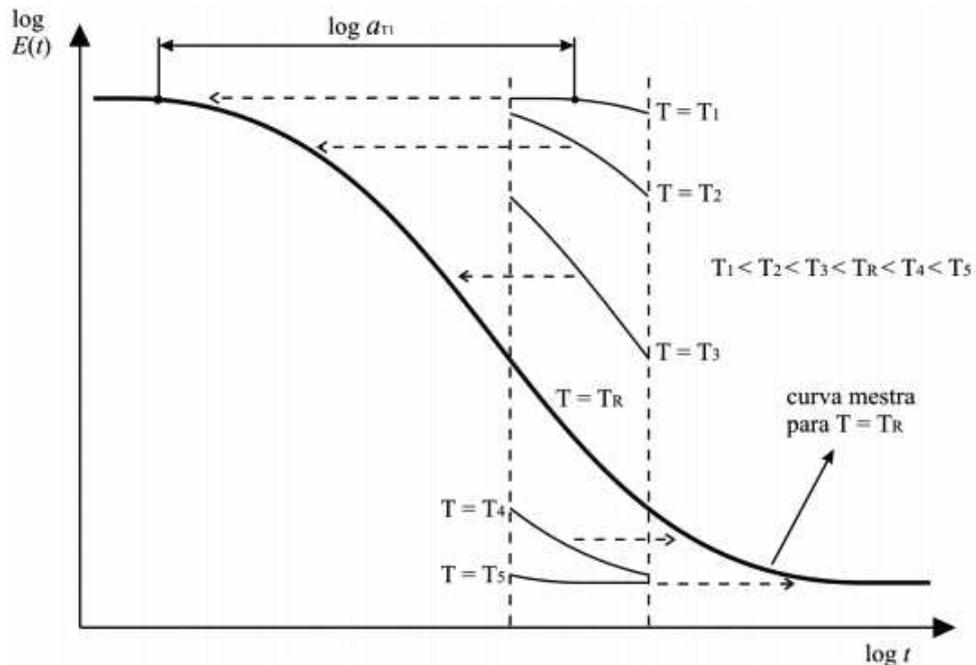


Figura 2.10: Figura Esquemática da Construção de uma Curva Mestra para o Módulo de Relaxação de um Material Termoreologicamente Simples (Adaptado de SOUZA (2005)).

Existem dois tipos de fenômenos relacionados ao efeito da temperatura nas propriedades dos materiais viscoelásticos: i) os reversíveis e ii) os irreversíveis.

De acordo com o autor SCHAPERLY (1974) as mudanças irreversíveis estão relacionadas a fenômenos também irreversíveis como a quebra das ligações atômicas, formação de novos constituintes e perda de massa. Estas mudanças podem ser modeladas semelhantemente ao fenômeno de envelhecimento.

Relacionando-se aos efeitos reversíveis da temperatura, os materiais viscoelásticos podem ser classificados em dois grupos sendo: i) materiais termoreologicamente simples e ii) materiais termoreologicamente complexos. A diferença básica entre esses dois grupos é que a resposta mecânica sob condições de temperatura transiente dos materiais ditos termoreologicamente simples pode ser prevista a partir da resposta sob condições isotérmicas (MORLAND e LEE (1960)).

As relações constitutivas viscoelásticas para o caso uniaxial e condições consideradas isotérmicas podem ser escritas como:

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t - \tau) \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) d\tau \quad (2.89)$$

$$\varepsilon(t) = \int_0^t D(t - \tau) \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) d\tau \quad (2.90)$$

sendo: $E(t)$: módulo de relaxação; $D(t)$: função fluência; t : tempo absoluto tomado a partir de um referencial qualquer (início do ensaio); τ : variável de integração (podendo ser interpretado como o tempo entre duas mudanças de solitação).

Considerando-se apenas os materiais termoreologicamente simples, as equações constitutivas para condições não-isotérmicas se assemelham às equações para o caso isotérmico dado pelas equações 2.89 e 2.90, porém com uma mudança de variável. Desconsiderando-se os efeitos de expansão e contração térmica, as relações constitutivas para condições não-isotérmicas podem ser escritas da seguinte forma:

$$\sigma(t) = \int_0^\zeta E(\zeta - \zeta') \left(\frac{d\varepsilon}{d\zeta'} \right) d\zeta' \quad (2.91)$$

$$\varepsilon(t) = \int_0^\zeta D(\zeta - \zeta') \left(\frac{d\sigma}{d\zeta'} \right) d\zeta' \quad (2.92)$$

onde a variável ζ denominada de tempo reduzido, cuja definição pe dada por:

$$\zeta = \zeta(t) \equiv \int_0^t \frac{1}{a_T} d\tau \quad (2.93)$$

sendo:

$$a_T = a_T[T(\tau)] \quad (2.94)$$

De acordo com SCHAPERY (1974) a função a_T é a única propriedade do material que depende da temperatura e é chamada de "fator de translação horizontal" (*horizontal shift factor*). Segundo SOUZA (2005), as representações matemáticas mais comumente usadas na representação do fator de translação horizontal são a relação de Arrhenius (equação 2.96), geralmente válida para $T < T_g$, sendo T_g a chamada temperatura de transição vítrea (*glass transition temperature*), e a equação WLF (WILLIAMS et al. (1955)) representada pela equação (2.97) válida para $T > T_g$.

$$\log a_T = \frac{\Delta F}{2,303.R_G} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_R} \right) \quad (2.95)$$

sendo: ΔF : energia de ativação constante (por mol); R_G : constante universal dos gases (1,987 cal/molK); T_R : temperatura de referência.

$$\log a_T = \frac{-c_1(T - T_R)}{c_2 + T - T_R} \quad (2.96)$$

sendo que as constantes c_1 e c_2 dependem de T_R .

De acordo com WASILKOSKI (2006), a temperatura de transição vítrea (T_g) em materiais viscoelásticos apresentam variações com a frequência de oscilação da força dinâmica. Segundo o autor, nessa temperatura há um aumento substancial no calor específico decorrente da mudança no número de graus de liberdade, incorrendo equipartição de energia. O ganho de novos graus de liberdade na T_g bem como a redução destes por cristalização implicam variação inercial do sistema. Essa variação inercial será revelada na curva do módulo de cisalhamento e do fator de perda do material.

Verifica-se para o caso de um ensaio realizado sob condições isotérmicas conhecido também como *creep* (estático) que a equação (2.92) torna-se:

$$\varepsilon = D(\zeta) \cdot \sigma_0 \quad (2.97)$$

Nesse caso, o fator de translação horizontal mantém-se constante ao longo do ensaio e a equação (2.93) e pode ser reescrita como:

$$\zeta = \frac{t}{a_T} \quad (2.98)$$

Aplicando-se o logaritmo à equação (2.98), obtém-se:

$$\log \zeta = \log t - \log a_T \quad (2.99)$$

Segundo SOUZA (2005), a equação (2.99) é considerada a base do Princípio de Superposição Tempo-Temperatura, o qual estabelece que as propriedades viscoelásticas (função fluência ou módulo de relaxação) obtidas em ensaios isotérmicos, porém a diferentes temperaturas, podem ser transladadas horizontalmente ao eixo $\log t$ a fim de se formar uma “curva mestra” capaz de representar a resposta do material desde intervalos muito curtos de tempo até intervalos mais longos.

Para a construção de uma “curva mestra” por meio do princípio da Superposição Tempo Temperatura (PSTT) é necessário realizar uma coleta de dados de ensaios dinâmicos, que devem ser realizados a diferentes frequências e temperaturas. Depois de coletados todos os dados, deve ser selecionada uma temperatura de referência. Segundo CHRISTENSEN (1982), os dados dos ensaios realizados nas demais temperaturas devem ser deslocados na escala do tempo até encontrar com a curva da temperatura de referência. Esta translação pode ser feita com base em qualquer uma das funções viscoelásticas, pois, se o PSTT for válido, todas as funções viscoelásticas irão formar funções contínuas após a translação.

Capítulo 3

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS EM MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Neste capítulo apresentam-se as aplicações do método de elementos finitos em sistemas dinâmicos incorporando materiais viscoelásticos como núcleo absorvedor, bem como os procedimentos de inclusão de amortecimento nas matrizes de elementos finitos. O sistema acoplado com materiais viscoelásticos é estudado no domínio da frequência, no intuito de analisar o comportamento das propriedades dinâmicas de vibração em estruturas tipo viga.

3.1 Introdução

Os primeiros estudos utilizando a inclusão do efeito viscoelástico em problemas estruturais usando o método dos elementos finitos foi estudado por BIOT (1955). De acordo com os autores GOLLA e HUGHES (1985) e BARBOSA (2000), a função dissipação $\bar{h}(s)$ é a única propriedade do material cuja representação matemática deve ser escolhida. As funções de dissipação podem ser representadas de acordo com a tabela (3.1) sendo que a maioria dos autores empregam em seus trabalhos a função proposta por BIOT (1955). A escolha por essa fórmula se justifica na concordância que a mesma apresenta com a teoria clássica de funções de transferência racionais no domínio de Laplace, além de apresentar uma equivalência a sistemas de equações diferenciais lineares de valor inestimável.

Tabela 3.1: Funções de Dissipação

Função	Fonte: GOLLA e HUGHES (1985)
$\bar{h}(s) = \sum_{k=1}^n \frac{a_k s}{s + b_k}$	BIOT (1955)
$\bar{h}(s) = \frac{G_1 s^\alpha - G_0 b s^\beta}{1 + b s^\beta}$ $0 < \alpha < 1 \text{ e } 0 < \beta < 1$	BAGLEY e TORVIK (1983)
$\bar{h}(s) = \begin{cases} \frac{\gamma(p)}{s+p} dp, & \text{se } \alpha \leq p \leq \beta \\ 0, & \text{se } p \ni [\alpha; \beta] \end{cases}$	BUHARIWALA (1982)

Segundo SALDARRIAGA (2007) o conceito das variáveis internas têm permitido um grande avanço na modelagem do amortecimento viscoelástico devido à possibilidade de se ter modelos bastante representativos das situações experimentais e ainda por permitir a introdução da dependência da frequência e da temperatura no comportamento do material. Segundo o autor, uma grande vantagem destes métodos é que os dados empíricos do módulo complexo de um determinado material viscoelástico pode ser introduzidos no modelo usando variáveis complexas. Estas variáveis são apenas um recurso matemático para incorporar a informação experimental no modelo teórico e, portanto, não representam deslocamentos físicos ou reais.

Para modelar o comportamento dinâmico de estruturas complexas incorporando amortecimento viscoelástico, os procedimentos de elementos finitos têm sido combinados com modelos matemáticos que descrevem o comportamento de dependência das propriedades mecânicas de materiais viscoelásticos com relação à frequência de vibração.

Determinar as propriedades dinâmicas dependentes da frequência de materiais viscoelásticos é considerado uma tarefa difícil de ser realizada. Nesse contexto, utiliza-se o modelo ADF citado por LESIEUTRE e BIANCHINI (1995) e LESIEUTRE e LEE (1996) como uma solução para este problema. O modelo ADF baseia-se na adição de variáveis internas ou variáveis dissipativas para representar o comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos. É abordado nas próximas seções os detalhes do modelo ADF citado.

3.2 Modelo de Elementos Finitos de uma Viga com Camada Viscoelástica

3.2.1 Modelo do Campo de Deslocamentos Anelásticos - ADF

O modelo ADF proposto por LESIEUTRE e BIANCHINI (1995) baseia-se na separação dos graus de liberdade associados aos elementos viscoelásticos em dois grupos: um elástico e o outro anelástico, sendo que o grupo anelástico é relacionado com o processo de relaxação do próprio material viscoelástico.

Considerando apenas um campo de deslocamento anelástico, o modelo pode ser representado pelo sistema mecânico mostrado na figura (3.1).

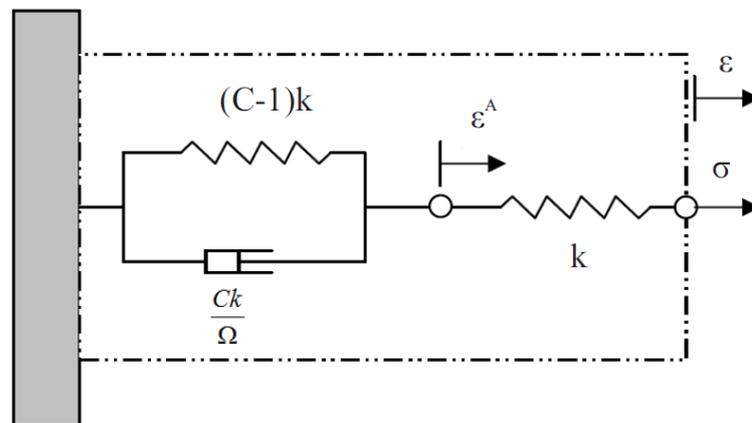


Figura 3.1: Modelo ADF com um sistema mecânico (Adaptado de SALDARRIAGA (2007))

O sistema representado pela figura (3.1) é um modelo viscoelástico clássico composto por um elemento de Kelvin-Voigt em série com uma mola. De acordo com SALDARRIAGA (2007) a tensão na mola, σ é determinada pela rigidez G e pelo deslocamento elástico ε^E sendo este dado pela diferença entre o deslocamento total (ε) e o deslocamento anelástico interno ε^A . A tensão no amortecedor, σ^A é a diferença entre a tensão da mola principal e da mola secundária incluída no elemento de Kelvin-Voigt. A tensão do amortecedor é também equivalente à constante do amortecedor multiplicada pela taxa de mudança na deformação anelástica, representando a evolução do campo de deslocamento anelástico.

Neste modelo, assume-se que o módulo complexo do material e o fator de perda é dado, respectivamente, por:

$$G(\omega) = G_0 \left(1 + \sum_{j=1}^{N_A} \Delta_j \frac{(\omega/\Omega_j)^2}{1 + (\omega/\Omega_j)^2} \right) \quad (3.1)$$

$$\eta(\omega) = G_0 \left(\sum_{j=1}^{N_A} \Delta_j \frac{(\omega/\Omega_j)}{1 + (\omega/\Omega_j)^2} \right) \quad (3.2)$$

em que ω é a frequência angular dada (rad/s), G_0 o módulo de cisalhamento estático (N/m^2), N_A o número de campos de deslocamentos anelásticos, Δ_j a magnitude de relaxação do material e Ω_j o inverso do tempo característico de relaxamento a deformação constante.

Este método é baseado na separação das deformações em duas partes, sendo uma elástica e outra inelástica que representa a relaxação do material. Para isso o campo de deslocamentos q é decomposto da seguinte maneira:

$$q = q^e + \sum_{j=1}^{N_A} q_j^d \quad (3.3)$$

em que q_j^d é a parcela anelástica e q^e a parcela elástica.

A equação de movimento pode ser escrita da seguinte forma:

$$[M] \{\ddot{q}(t)\} + [D] \{\dot{q}(t)\} + ([K]_E + [K(\omega)]^*) \{q(t)\} = \{F(t)\} \quad (3.4)$$

sendo que $[K]_E$ e $[K(\omega)]^*$ são a parte elástica e a parte viscoelástica da rigidez do sistema. M , D , F e q são a massa, o amortecimento, a força e o deslocamento do sistema, respectivamente.

Reescrevendo a equação (3.3) em função de q^e e substituindo a variável q na equação (3.4) obtem-se a equação (3.5).

$$[M] \{\ddot{q}(t)\} + [D] \{\dot{q}(t)\} + ([K]_E + [K(\omega)]_\infty^*) \{q(t)\} - [K(\omega)]_\infty^* \sum_{j=1}^{N_A} \{q(t)\}_j^d = \{F(t)\} \quad (3.5)$$

sendo que:

$$[K]_{\infty}^* = \left(1 + \sum_{j=1}^{NA} \Delta_j \right) [K]_c^0 \quad (3.6)$$

$$[K]_c^0 = G_0 [\bar{K}]_c \quad (3.7)$$

Para descrever as resposta dos graus de liberdade inelásticos do sistema, TRINDADE et al. (2000) escreve um sistema de equações da seguinte forma:

$$\frac{C_j}{\Omega_j} [K]_{\infty}^* \{\dot{q}(t)\}_j^d - [K]_{\infty}^* \{q(t)\} + C_j [K]_{\infty}^* \{q(t)\}_j^d = \{0\} \quad (3.8)$$

sendo que:

$$C_j = \frac{\left(1 + \sum_{j=1}^{NA} \Delta_j \right)}{\Delta_j} \quad (3.9)$$

Rearranjando as equações (3.5) e (3.8) obtêm-se:

$$[\bar{M}]\{\ddot{\bar{q}}(t)\} + [\bar{D}]\{\dot{\bar{q}}(t)\} + [\bar{K}]\{\bar{q}(t)\} = \{\bar{F}(t)\} \quad (3.10)$$

em que:

$$[\bar{M}] = \begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$[\bar{D}] = \begin{bmatrix} [D] & [0] \\ [0] & [D]_{aa} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$[\bar{K}] = \begin{bmatrix} [K]_e + [K]_\infty^* & [K]_{ea} \\ [K]_{ae} & [K]_{aa} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\{\bar{F}(t)\} = \begin{bmatrix} \{F(t)\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\{\bar{q}(t)\} = \text{col}(\{q(t)\}, \{q(t)\}_1^d, \dots, \{q(t)\}_n^d) \quad (3.15)$$

$$[D_{aa}] = \text{diag} \left(\frac{C_1}{\Omega_1} [K]_\infty^*, \dots, \frac{C_n}{\Omega_n} [K]_\infty^* \right); \quad (3.16)$$

$$[K]_{ea} = [- [K]_\infty^*, \dots, [K]_\infty^*] \quad (3.17)$$

$$[K]_{ae} = [K]_{ea}^T \quad (3.18)$$

$$[K]_{aa} = \text{diag}(C_1 [K]_\infty^*, \dots, C_n [K]_\infty^*) \quad (3.19)$$

3.2.2 Modelo ADF para uma Viga com Camada Viscoelástica

É tratado nesse tópico a formulação por elementos finitos de um elemento de viga sanduíche de três camadas com base no desenvolvimento original apresentado por GALUCIO et al. (2004). A Figura (3.2) representa a cinemática da deformação para o elemento de viga sanduíche de comprimento L e largura b (não indicadas na figura), o qual é composto por dois nós. A viga é formada por três camadas, a saber: a estrutura base (b), o núcleo viscoelástico (v) e a camada restringente (c).

É indicado também o deslocamento transversal, w , e os deslocamentos longitudinais da viga base e da camada restrigente, $u_b(x, t)$ e $u_c(x, t)$ e as rotações das seções transversais $\theta_b(x, t) = \theta_c(x, t) = \partial w(x, t) / \partial x$

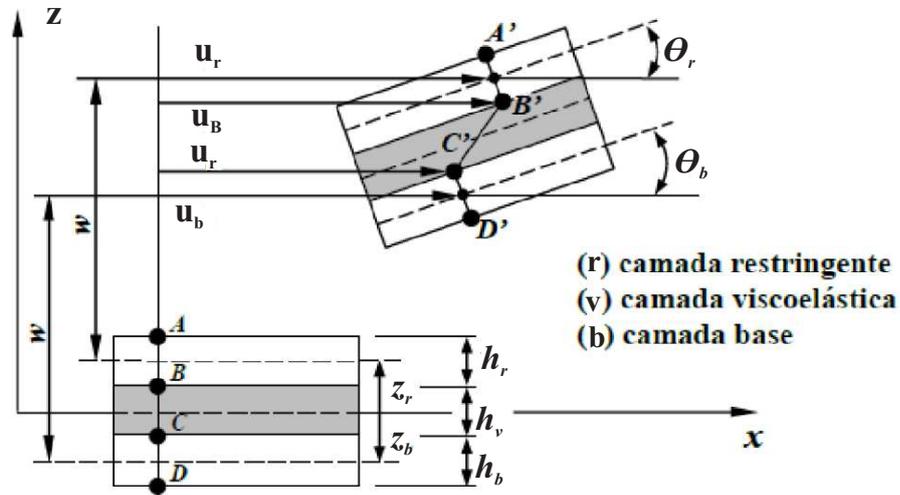


Figura 3.2: Cinemática da Deformação para o Elemento de Viga Sanduíche (Adaptado de GALUCIO et al. (2004))

Representa-se na figura (3.3) um elemento de viga sanduíche com três nós, de comprimento L . O elemento é formado por três camadas sendo: uma viga base, um núcleo viscoelástico e a camada restrigente. Indica-se também, os graus de liberdade nodais sendo: os deslocamentos longitudinais, $u_i (i = 1, \dots, 3)$, os deslocamentos transversais, $w_i (i = 1, 2)$, o ângulo de rotação, $w'_i (i = 1, 2)$, e os ângulos de cisalhamento na camada viscoelástica, $\beta_i (i = 1, \dots, 3)$. Considerando-se a inclusão do modelo ADF na camada viscoelástica, insere-se um ângulo de cisalhamento anelástico representado por $\beta_i^A (i = 1, \dots, 3)$, relacionados ao comportamento de relaxação do material viscoelástico.

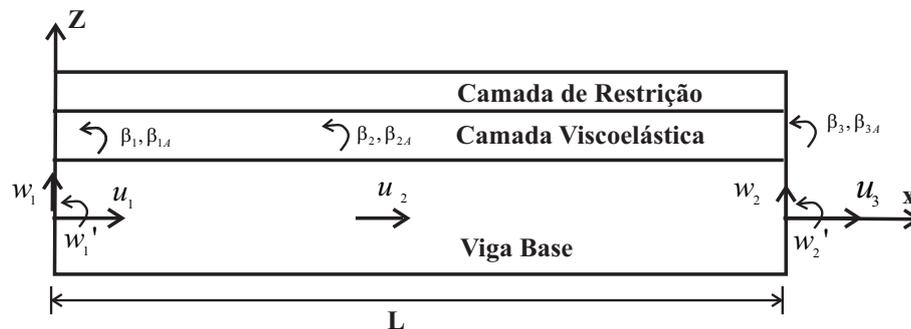


Figura 3.3: Elemento de viga sanduíche com três camadas (Adaptado de LESIEUTRE e LEE (1996))

Considera-se as seguintes hipóteses:

a) A viga base e a camada restringente são supostas elásticas com deformação de cisalhamento transversal desprezível. São consideradas as rigidez de extensão e rigidez de flexão. Os deslocamentos transversais w_i e os ângulos de rotação w_i' da seção transversal são incluídas.

b) Para o núcleo viscoelástico, nas hipóteses clássicas de Euler-Bernoulli são inclusos um ângulo de cisalhamento β_i associado à tensão de cisalhamento transversal. Um ângulo de cisalhamento anelástico β_i^A é incluído para modelar o comportamento viscoelástico no domínio do tempo utilizando o modelo ADF.

c) O deslocamento transversal w_i é suposto ser o mesmo para todas os pontos pertencentes a uma mesma seção transversal do elemento e é interpolado ao longo do comprimento por um polinômio cúbico em x , de acordo com:

$$w = w(x, z, t) = w(x, t) = [N(x)]_w \{ \bar{w}(t) \} \quad (3.20)$$

A função de interpolação é dada por:

$$[N(x)]_w = \left[1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \quad x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \quad \frac{-x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \right] \quad (3.21)$$

e $\{w(t)\}$ os deslocamentos nodais correspondentes dados por:

$$\{w(t)\} = \left[w_1(t) \quad w_1'(t) \quad w_2(t) \quad w_2'(t) \right]^T \quad (3.22)$$

Os deslocamentos longitudinais u_i dos pontos pertencentes ao plano médio da viga base são interpolados por um polinômio quadrático em x sendo:

$$u_0(x, t) = [N(x)]_u \{ \bar{u}(t) \} \quad (3.23)$$

sendo que $[N(x)]_u$ é a função de interpolação e $\{u(t)\}$ os deslocamentos nodais dados por:

$$[N(x)]_u = \left[1 - \frac{3x}{L} + \frac{2x^2}{L^2} \quad \frac{4x}{L} + \frac{4x^2}{L^2} \quad \frac{-x}{L} + \frac{2x^2}{L^2} \right] \quad (3.24)$$

$$\{\bar{u}(t)\} = \begin{bmatrix} u_1(t) & u_2(t) & u_3(t) \end{bmatrix}^T \quad (3.25)$$

Interpolando o ângulo de cisalhamento do núcleo viscoelástico β com u temos:

$$\beta(x, t) = [N(x)]_u \{\bar{\beta}(t)\} \quad (3.26)$$

sendo que:

$$\{\bar{\beta}(t)\} = \begin{bmatrix} \beta_1(t) & \beta_2(t) & \beta_3(t) \end{bmatrix}^T \quad (3.27)$$

Camada Base: Considerando-se a camada base do elemento sanduíche representado pela figura (3.3), o deslocamento longitudinal de um ponto na camada base é dada pela equação (3.28):

$$u_b = u_b(x, z, t) = u_0(x, t) - zw'(x, t) = [N(x)]_u \{\bar{u}\} - z [N'(x)]_w \{\bar{w}(t)\} \quad (3.28)$$

Camada Viscoelástica: O deslocamento longitudinal de um ponto na camada viscoelástica é dada pela equação (3.29) e (3.30). Verifica-se que o ângulo de cisalhamento β é positivo e com a mesma direção que o ângulo de rotação w' .

$$u_v = u_v(x, z, t) = u_0(x, t) - zw'(x, t) - z_v\beta(x, t) \quad (3.29)$$

$$u_v = [N(x)]_u \{\bar{u}\} - \left(\frac{h_b}{2} + z_v \right) [N'(x)]_w \{\bar{w}\} - z_v [N(x)]_u \{\bar{\beta}(t)\} \quad (3.30)$$

Camada Restringente: O deslocamento longitudinal de um ponto na camada restrigente é dada pela equação (3.31) e (3.32)

$$u_r = u_r(x, z, t) = u_0(x, t) - zw'(x, t) - h_v\beta(x, t) \quad (3.31)$$

$$u_r = u_r(x, z, t) = [N(x)]_u \{\bar{u}\} - \left(\frac{h_b}{2} + h_v + z_r \right) [N'(x)]_w \{\bar{w}(t)\} - h_v [N(x)]_u \{\bar{\beta}\} \quad (3.32)$$

Considerando-se os efeitos de extensão, flexão e cisalhamento, a energia de deformação é dada por:

$$U(t) = \frac{b}{2} \int_0^L \int_z [E(x, z) \varepsilon_{xx}^2 + G(x, z, t) \varepsilon_{xz}^2] dz dx \quad (3.33)$$

Partindo das relações de deformação e deslocamento e considerando as aproximações da equação (3.20) a (3.26), pode-se reescrever a equação (3.33) da seguinte forma:

$$u(t) = \frac{1}{2} \{q^{(e)}(t)\}^T [k^{(e)}] \{q^{(e)}(t)\} \quad (3.34)$$

sendo que o vetor dos graus de liberdade nodais elementares é dado por:

$$\{q^{(e)}\} = \left[\{\bar{u}\} \quad \{\bar{w}\} \quad \{\bar{\beta}\} \right]^T \quad (3.35)$$

A matriz de rigidez elementar pode ser escrita como:

$$[K^{(e)}] = [K^{(e)}]_b + [K^{(e)}]_v + [K^{(e)}]_r \quad (3.36)$$

sabendo que: $[K^{(e)}]_b$, $[K^{(e)}]_v$, $[K^{(e)}]_r$ representa as contribuições da viga base, núcleo viscoelástico e camada restringente à matriz de rigidez elementar, respectivamente.

Considerando a energia cinética juntamente com os deslocamentos longitudinal e transversal, e as rotações, têm-se:

$$T(t) = \frac{b}{2} \int_0^L \int_z \rho(x, z) (\dot{w}^2(x, t) + \dot{u}^2(x, t)) dz dx \quad (3.37)$$

Considerando-se as equações (3.20) a (3.26), pode-se reescrever a equação (3.37) da seguinte forma:

$$T(t) = \frac{1}{2} \{\dot{q}^{(e)}(t)\}^T [M^{(e)}] \{\dot{q}^{(e)}(t)\} \quad (3.38)$$

sendo que: $[M^{(e)}] = [M^{(e)}]_b + [M^{(e)}]_v + [M^{(e)}]_c$ representam a contribuição da viga base, núcleo viscoelástico e camada restringente as matrizes de massa, respectivamente.

Assumindo-se que a estrutura sanduíche contenha elementos elásticos e viscoelásticos, a matriz de rigidez pode ser decomposta de acordo com a equação (3.39):

$$[K] = [K]_e + [K(s)]_v \quad (3.39)$$

sendo que $[K]_e$ é a matriz de rigidez correspondente à subestrutura elástica e $[K_v(s)]$ é a matriz de rigidez associada com a subestrutura viscoelástica. A inclusão da dependência em frequência ($s = i\omega$) do comportamento dinâmico do material viscoelástico pode ser feita gerando-se $[K_v(s)]$ para tipos específicos de elementos (barras, vigas, placas, etc) considerando-se inicialmente que os módulos $E(s)$ e $G(s)$ são constantes.

Comparando-se as equações 3.39 e 3.36, escreve-se:

$$[K]_e = [K]_b + [K]_r \quad (3.40)$$

$$[K]_v = G(s) [\bar{K}]_v \quad (3.41)$$

sendo a matriz $[K]_e$ formada pela soma das matrizes de rigidez elementar pertencentes à viga base e à camada restringente, resultando em uma matriz constante, independente da frequência, e $[K_v]$ a matriz dependente da frequência relacionada ao núcleo viscoelástico. As expressões para estas matrizes foram desenvolvidas por LESIEUTRE e LEE (1996) e são apresentadas no capítulo 4.

Amortecimento Adicional ADF: Equação de Movimento

A resposta em frequência ou o comportamento do material viscoelástico no domínio do tempo pode ser analisada utilizando o modelo ADF. Nesse caso, considera-se que o ângulo de deformação total β seja dado pelo somatório de duas partes sendo: (1) uma parte elástica, em que a deformação é instantaneamente proporcional à tensão e (2) uma parte anelástica que introduz o comportamento de relaxação do material viscoelástico.

$$\{\bar{\beta}\}_{total} = \{\bar{\beta}\}_{elastico} + \{\bar{\beta}\}_{inelastico} \quad (3.42)$$

$$\{\bar{\beta}\} = \{\bar{\beta}\}_b + \{\bar{\beta}\}_a \quad (3.43)$$

É apresentada na equação 3.44 a equação diferencial ordinária (ODE) que descrevem a evolução temporal do campo de deslocamento inelástico:

$$\frac{C}{\Omega} [K]_{\beta} \{\dot{\bar{\beta}}\}_a - [K]_{\beta} \{\bar{\beta}\} - c[K]_{\beta} \{\bar{\beta}\}_a = \{0\} \quad (3.44)$$

sendo $[K]_{\beta}$ a matriz de rigidez que aparece na equação elástica, C um parâmetro constitutivo de acoplamento do material e Ω a constante característica de relaxamento do material no tempo considerando a deformação constante.

Equação de Movimento Discretizada:

A equação de movimento final de segunda ordem discretizada para um único elemento pode ser expressada da seguinte forma padrão com massa, amortecimento e matriz de rigidez, sendo:

$$[M] \{q''(t)\} + [D] \{q'(t)\} + [K] \{q(t)\} = \{f(t)\} \quad (3.45)$$

$$\{q(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \\ \{\bar{\beta}^A\} \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

Logo

$$\{q(t)\} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ w_1 \ w'_1 \ w_2 \ w'_2 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_1^A \ \beta_2^A \ \beta_3^A]^T \quad (3.47)$$

Tendo determinado a matriz massa e rigidez, as submatrizes que estão associados com

os graus de liberdade do modelo ADF pode ser facilmente determinada sem nenhum cálculo adicional.

Obtenção das Matrizes Elementares e Globais:

Baseado no estado de tensão assumido para cada camada e das relações deformações deslocamentos, considerando as expressões da energia cinética (3.38) e da energia de deformação mecânica (3.34) para o elemento de viga sanduíche têm-se:

$$[M]^{(e)} = \sum_{k=b,v,r} \rho_k A_k \left[\int_0^L [N(x)]_{xk}^T [N(x)]_{xk} + [N(x)]_w^T [N(x)]_w dx \right] + \rho_k A_k \left[\rho_x I_k \int_0^L [N(x)]_{\theta_k}^T [N(x)]_{xk} [N(x)]_{\theta_k} dx \right] \quad (3.48)$$

$$[K]_e^{(e)} = \sum_{k=b,r} E_k \left[A_k \int_0^L [B(x)]_{mk}^T [B(x)]_{mk} dx + I_k \int_0^L [B(x)]_{bk}^T [B(x)]_{bk} dx \right] \quad (3.49)$$

$$[K]_v^{(e^*)} = E_v^* \left[A_v \int_0^L [B(x)]_{mv}^T [B(x)]_{mv} dx + I_v \int_0^L [B(x)]_{bv}^T [B(x)]_{bv} dx \right] + k_v G_v^* A_v \int_0^L [B(x)]_{sv}^T [B(x)]_{sv} dx \quad (3.50)$$

Nas equações 3.51 e 3.52 pode-se identificar A_k e I_k como sendo a área da seção transversal e o momento de inércia de área da k ésima camada respectivamente:

$$A_k = \int_{-b/2}^{b/2} \int_{z_k-h_k/2}^{z_k+h_k/2} dz dy \quad (3.51)$$

$$I_k = \int_{-b/2}^{b/2} \int_{z_k-h_k/2}^{z_k+h_k/2} (z - z_k)^2 dz dy \quad (3.52)$$

Temos que: $E_k(k = b, c)$ é o módulo longitudinal das camadas elásticas, sendo que E_v^* e G_v^* indicam os módulos longitudinal e de cisalhamento do núcleo viscoelástico, respectivamente.

Levando-se em conta os desenvolvimentos apresentados para a matriz massa e rigidez

pode-se realizar a montagem das matrizes globais a partir das matrizes elementares da viga sanduíche utilizando procedimentos de montagem tradicionais, considerando-se a conectividade de nós e a identificação dos GDLs comuns entre dois ou mais elementos finitos. Como resultado, tem-se o seguinte sistema global de equações do movimento da viga sanduíche contendo amortecimento viscoelástico:

$$[M] \{\ddot{q}(t)\} + ([K]_e + [K]_v)\{q(t)\} = \{f(t)\} - \{f\}_v(t - j\Delta t) \quad (3.53)$$

sendo que: $M = \bigcup_{e=1}^{nel} M^e$, $K_e = \bigcup_{e=1}^{nel} K^e$ e $\tilde{K}_v = \bigcup_{e=1}^{nel} \tilde{K}_v^e$ são as matrizes globais. O símbolo \bigcup refere-se a montagem das matrizes elementares levando-se em conta a conectividade, e $\{q(t)\}$ e $\{f(t)\}$ são, respectivamente, os vetores de deslocamentos nodais e vetores dos esforços externos generalizados. O vetor $\{f\}_v(t - j\Delta t)$ representa os esforços viscoelásticos.

Capítulo 4

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

4.1 Montagem das Matrizes de Elementos Finitos

As simulações numéricas para prever o comportamento da estrutura mista em análise (materiais elásticos e viscoelásticos acoplados) foram desenvolvidas pelo programa de elementos finitos utilizando a linguagem MATLAB ®. Para melhor organização e compreensão dos dados, o programa foi dividido em três partes a saber:

- O pré-processamento consiste na Leitura dos dados em análise com as características físicas e geométricas, montagem das matrizes globais do sistema e aplicação das condições de contorno do problema;
- A resolução do problema dinâmico foi obtido utilizando o comando “eig” do programa MATLAB ® para determinação dos autovalores e autovetores do sistema;
- Após a resolução do problema dinâmico, as respostas no tempo referentes aos graus de liberdade selecionados foram obtidas pelo método de integração de Newmark e consequentemente a resposta em frequência utilizando a transformada rápida de Fourier.

Serão descritos nos itens seguintes os detalhes das matrizes elementares de massa, rigidez e amortecimento considerando o modelo sem adição do modelo ADF e posteriormente com adição do modelo ADF proposto por LESIEUTRE e LEE (1996).

4.2 Montagem das Matrizes sem Adição do Modelo ADF

Apresentam-se nesse tópico os detalhes das matrizes de rigidez e massa do elemento, inicialmente sem adição dos graus de liberdade referentes ao campo de deslocamentos anelásticos β^A . A obtenção das matrizes são baseadas no estado de tensão assumido para cada camada e das relações de deformações e deslocamentos, considerando as expressões da energia cinética (3.38) e da energia de deformação mecânica representada pela equação (3.34).

As matrizes de rigidez da estrutura sanduíche são dadas pelo somatório das seguintes parcelas:

$$[K] = [K_e] + [K_G] = [K_{eb}] + [K_{ev}] + [K_{er}] + [K_{Gv}] \quad (4.1)$$

em que L é o comprimento útil da viga; b a largura da viga; ρ_b a massa específica do material base (kg/m^3); ρ_v a massa específica do material viscoelástico (kg/m^3); ρ_r a massa específica do material de restrição (kg/m^3); h_b a espessura da material base (m); h_v a espessura do material viscoelástico (m); h_r a espessura do material de restrição (m); E_b o módulo de elasticidade do material base (Pa); E_v o módulo de elasticidade do material viscoelástico (Pa); E_r o módulo de elasticidade do material de restrição (Pa).

Os graus de liberdade associados a camada base e a camada de restrição são dados pela equação (4.2).

$$\{q(t)\}_{base} = \{q(t)\}_{restricao} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ w_1 \ w'_1 \ w_2 \ w'_2]^T \quad (4.2)$$

Para o elemento sanduíche representado pela figura (3.3), sem adição do modelo ADF, as matrizes do elemento sanduíche apresentam uma dimensão 10x10 referentes ao vetor $\{q(t)\}_{sanduiche}$ e descrito pela equação (4.3).

$$\{q(t)\}_{sanduiche} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ w_1 \ w'_1 \ w_2 \ w'_2 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3]^T \quad (4.3)$$

4.2.1 Matriz de Rigidez Elementar da Camada Base

Apresentam-se a seguir o detalhe da matriz de rigidez do elemento $[K]_{eb}$ relacionada a camada base da viga sanduíche em estudo.

$$[K]_{eb} = \begin{bmatrix} [K]_{eb11} & [0]_{3 \times 4} & [0]_{3 \times 3} \\ [0]_{4 \times 3} & [K]_{eb22} & [0]_{4 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 4} & [0]_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

em que:

$$[K]_{eb11} = \frac{bE_b h_b^3}{3L} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$[K]_{eb22} = \frac{bE_b h_b^3}{6L^3} \begin{bmatrix} 6 & 3L & -6 & 3L \\ 3L & 2L^2 & -3L & L^2 \\ -6 & -3L & 6 & -3L \\ 3L & L^2 & -3L & 2L^2 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4.2.2 Matriz de Rigidez Elementar da Camada Viscoelástica

Nesse tópico é detalhado a matriz de rigidez $[K]_{ev}$ do elemento relacionada apenas ao núcleo viscoelástico da viga sanduíche.

$$[K]_{ev} = \begin{bmatrix} [K]_{ev11} & [K]_{ev12} & [K]_{ev13} \\ [K]_{ev12}^T & [K]_{ev22} & [K]_{ev23} \\ [K]_{ev13}^T & [K]_{ev23}^T & [K]_{ev33} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

em que:

$$[K]_{ev11} = \frac{bE_v h_v}{3L} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$[K]_{ev12} = \frac{bE_v h_v (h_b + h_v)}{2L^2} \begin{bmatrix} -4 & -3L & 4 & -L \\ 8 & 4L & -8 & 4L \\ -4 & -L & 4 & -3L \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$[K]_{ev13} = \frac{bE_v h_v^2}{6L} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$[K]_{ev22} = \frac{bE_v h_v (3h_b^2 + 6h_b h_v + 4h_v^2)}{6L^3} \begin{bmatrix} 6 & 3L & -6 & 3L \\ 3L & 2L^2 & -3L & L^2 \\ -6 & -3L & 6 & -3L \\ 3L & L^2 & -3L & 2L^2 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$[K]_{ev23} = \frac{bE_v h_v^2 (3h_b + 4h_v)}{12L^2} \begin{bmatrix} 4 & -8 & 4 \\ 3L & -4L & L \\ -4 & 8 & -4 \\ L & -4L & 3L \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$[K]_{ev33} = \frac{bE_v h_v^3}{9L} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$[K]_{Gv} = \begin{bmatrix} [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} \\ [0]_{4x3} & [0]_{4x4} & [0]_{4x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [K]_{Gv33} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$[K]_{Gv33} = \frac{bG_v h_v L}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

sendo G_v o módulo de cisalhamento do material viscoelástico.

4.2.3 Matriz de Rigidez elementar da Camada Restringente

De maneira análoga às matrizes de rigidez anterior, apresentam-se nesse tópico a matriz de rigidez $[K]_{er}$ do elemento relacionadas apenas à camada restringente da viga sanduíche em estudo sendo essa representada pela equação (4.16).

$$[K]_{er} = \begin{bmatrix} [K]_{er11} & [K]_{er12} & [K]_{er13} \\ [K]_{er12}^T & [K]_{er22} & [K]_{er23} \\ [K]_{er13}^T & [K]_{er23}^T & [K]_{er33} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

em que:

$$[K]_{er11} = \frac{bE_r h_r}{3L} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$[K]_{er12} = \frac{bE_r h_r (h_b + 2h_v + h_r)}{2L^2} \begin{bmatrix} -4 & -3L & 4 & -L \\ 8 & 4L & -8 & 4L \\ -4 & -L & 4 & -3L \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$[K]_{er13} = \frac{bE_r h_r h_v}{3L} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$[K]_{er22} = \frac{bE_r h_r (3h_b^2 + 6h_b h_r + 4h_r^2 + 12h_b h_v + 12h_v h_r + 12h_v^2)}{6L^3} \begin{bmatrix} 6 & 3L & -6 & 3L \\ 3L & 2L^2 & -3L & L^2 \\ -6 & -3L & 6 & -3L \\ 3L & L^2 & -3L & 2L^2 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$[K]_{Er23} = \frac{bE_r h_r h_v (h_b + 2h_v + h_r)}{2L^2} \begin{bmatrix} 4 & -8 & 4 \\ 3L & -4L & L \\ -4 & 8 & -4 \\ L & -4L & 3L \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$[K]_{er33} = \frac{bE_v h_r h_v^2}{3L} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

4.3 Matriz Massa do Elemento

Apresentam-se a seguir as matrizes elementares de massa destacando novamente as camadas base, viscoelástica e restrigente da estrutura sanduíche. Primeiramente, consideram-se as matrizes com dimensão 10x10, sem adição do modelo ADF, referentes ao vetor $\{q(t)\}_{sanduíche}$ mostrado na equação (4.3).

$$[M] = [M]_w + [M]_u = [M]_w + ([M]_{ub} + [M]_{uv} + [M]_{ur}) \quad (4.23)$$

4.3.1 Matriz Massa Elementar da Camada Base

Nesse tópico é detalhado a matriz de massa $[M]_w$ do elemento relacionada apenas à camada base do elemento sanduíche.

$$[M]_w = \begin{bmatrix} [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} \\ [0]_{4x3} & M_{w22} & [0]_{4x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

em que:

$$[M]_{w22} = \frac{bL(\rho_b h_b + \rho_v h_v + \rho_r h_r)}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$[M]_{ub} = \begin{bmatrix} [M]_{ub11} & [0]_{3 \times 4} & [0]_{3 \times 3} \\ [0]_{4 \times 3} & [M]_{ub22} & [0]_{4 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 4} & [0]_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$[M]_{ub11} = \frac{\rho_b h_b b L}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$[M]_{ub22} = \frac{b \rho_b h_b^3}{360 L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

4.3.2 Matriz de Massa elementar da Camada Viscoelástica

Apresentam-se a seguir a matriz massa $[M]_{uv}$ destacando isoladamente o núcleo viscoelástico do elemento sanduíche, a saber:

$$[M]_{uv} = \begin{bmatrix} [M]_{uv11} & [M]_{uv12} & [M]_{uv13} \\ [M]_{uv12}^T & [M]_{uv22} & [M]_{uv23} \\ [M]_{uv13}^T & [M]_{uv23}^T & [M]_{uv33} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

em que:

$$[M]_{uv11} = \frac{b \rho_v h_v L}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$[M]_{uv12} = \frac{b \rho_v h_v (h_b + h_v)}{120} \begin{bmatrix} 6 & -7L & -6 & 3L \\ 48 & 4L & -48 & 4L \\ 6 & 3L & -6 & -7L \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$[M]_{uv13} = \frac{b\rho_v h_v^2 L}{60} \begin{bmatrix} -4 & -2 & 1 \\ -2 & -16 & -2 \\ 1 & -2 & -4 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$[M]_{uv22} = \frac{b\rho_v h_v (3h_b^2 + 6h_b h_v + 4h_v^2)}{360L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$[M]_{uv23} = \frac{b\rho_v h_v^2 (3h_b + 4h_v)}{720} \begin{bmatrix} -6 & -48 & -6 \\ 7L & -4L & -3L \\ 6 & 48 & 6 \\ -3L & -4L & 7L \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$[M]_{uv33} = \frac{b\rho_v h_v^3 L}{90} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

4.3.3 Matriz de Massa Elementar da Camada Restringente

Apresentam-se nesse t3pico a matriz massa $[M]_{ur}$, representando isoladamente a camada restringente do elemento sandu3iche, a saber:

$$[M]_{ur} = \begin{bmatrix} [M]_{ur11} & [M]_{ur12} & [M]_{ur13} \\ [M]_{ur12}^T & [M]_{ur22} & [M]_{ur23} \\ [M]_{ur13}^T & [M]_{ur23}^T & [M]_{ur33} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

em que:

$$[M]_{ur11} = \frac{b\rho_r h_r L}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

$$[M]_{ur12} = \frac{b\rho_r h_r (h_b + 2h_v + h_r)}{120} \begin{bmatrix} 6 & -7L & -6 & 3L \\ 48 & 4L & -48 & 4L \\ 6 & 3L & -6 & -7L \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

$$[M]_{ur13} = \frac{b\rho_r h_r^2 L}{60} \begin{bmatrix} -4 & -2 & 1 \\ -2 & -16 & -2 \\ 1 & -2 & -4 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$[M]_{ur22} = \frac{b\rho_r h_r (3h_b^2 + 6h_b h_r + 4h_r^2 + 12h_b h_v + 12h_v h_r + 12h_v^2)}{360L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$[M]_{ur23} = \frac{b\rho_r h_r h_v (h_b + 2h_v + h_r)}{120} \begin{bmatrix} -6 & -48 & -6 \\ 7L & -4L & -3L \\ 6 & 48 & 6 \\ -3L & -4L & 7L \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$[M]_{ur33} = \frac{b\rho_r h_r h_v^2 L}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

4.4 Montagem das Matrizes com Adição do Modelo ADF

Nesse tópicó é abordado as matrizes de massa, rigidez e amortecimento do elemento incorporando o modelo ADF às matrizes de elementos finitos. Uma vez que as matrizes elementares de rigidez, massa e amortecimento são determinadas, as submatrizes que estão associados com os graus de liberdade do modelo ADF já determinadas pelas equações (3.48) a (3.50) podem ser determinadas adicionadas ao modelo de elementos finitos estrutural dado pela equação (3.53).

Considerando-se a equação diferencial de movimento de segunda ordem descrita pela equação (3.53) e repetida na equação (4.43):

$$[M] \{\ddot{q}(t)\} + ([K]_e + [K]_v)\{q(t)\} = \{f(t)\} - \{f\}_v(t - j\Delta t) \quad (4.43)$$

em que:

$$\{q(t)\} = \{q(t)\}_{ADF} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ w_1 \ w'_1 \ w_2 \ w'_2 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_1^A \ \beta_2^A \ \beta_3^A]^T \quad (4.44)$$

a equação de movimento descrita pela equação 4.43 pode ser colocada em primeira ordem na forma de equação de espaço de estado abaixo:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} [M]_{uu} & [M]_{uw} & [M]_{u\beta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ [M]_{uw}^T & [M]_{ww} & [M]_{w\beta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ [M]_{u\beta}^T & [M]_{w\beta}^T & [M]_{\beta\beta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_v}{\Omega_v} [K]_{\beta\beta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\beta} \\ \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\beta}^A \end{Bmatrix} \\
 + & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & [M]_{uu} & [M]_{uw} & [M]_{u\beta} & -[M]_{u\beta} \\ 0 & 0 & 0 & [M]_{uw}^T & [M]_{ww} & [M]_{w\beta} & -[M]_{w\beta} \\ 0 & 0 & 0 & [M]_{u\beta}^T & [M]_{w\beta}^T & [K]_{\beta\beta} & -[K]_{\beta\beta} \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -[K]_{u\beta}^T & -[K]_{w\beta}^T & -[K]_{\beta\beta} & C_v [K]_{\beta\beta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\beta} \\ \bar{u} \\ \bar{w} \\ \bar{\beta} \\ \bar{\beta}^A \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_w \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}
 \end{aligned}$$

As novas matrizes, ao incorpora-se o modelo ADF às matrizes de elementos finitos passam a ter dimensões 13x13, de acordo com os graus de liberdade β_i^A associados ao comportamento de dissipação de energia do material viscoelástico.

De acordo com a equação (4.43), a matriz de rigidez elementar da estrutura sanduíche é dada pelo somatório das seguintes parcelas, sendo:

$$[K]_{A_0} = [K]_{A_{eb}} + [K]_{A_{ev}} + [K]_{A_{er}} + [K]_{A_{gv}} \quad (4.45)$$

em que a matriz $[K]_{A_{eb}}$ representa a matriz de rigidez relacionada à camada base; $[K]_{A_{ev}}$ e $[K]_{A_{gv}}$ a matriz de rigidez relacionada a camada viscoelástica; $[K]_{A_{er}}$ a matriz de rigidez da camada restringente.

Destaca-se nos ítems a seguir o detalhe de cada matriz representada pela equação ().

4.4.1 Matriz de Rigidez Elementar da Camada Base

Apresenta-se na equação (4.46) a matriz de rigidez elementar $[K]_{A_{eb}}$ inserindo o modelo ADF com dimensão 13x13.

$$[K]_{A_{eb}} = \begin{bmatrix} [K]_{eb11} & [K]_{eb12} & [0]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} \\ [K]_{eb12}^T & [K]_{eb22} & [0]_{4 \times 3} & [0]_{4 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 4} & [0]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} \\ [0]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 4} & [0]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

4.4.2 Matriz de Rigidez Elementar da Camada Viscoelástica

Nesse tópico é apresentado a matriz de rigidez elementar $[K]_{A_{ev}}$ para descrever o comportamento do material viscoelástico com modelo ADF inserido.

$$[K]_{A_{ev}} = \begin{bmatrix} [K]_{ev11} & [K]_{ev12} & [K]_{ev13} & [-K]_{ev13} \\ [K]_{ev12}^T & [K]_{ev22} & [K]_{ev23} & [-K]_{ev23} \\ [K]_{ev13}^T & [K]_{ev23}^T & [K]_{ev33} & [-K]_{ev33} \\ [-K]_{ev13}^T & [-K]_{ev23}^T & [-K]_{ev33} & C_v [K]_{ev33} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

sendo C_v o parâmetro constitutivo de acoplamento do material.

A matriz $[K]_{Agv}$ também é utilizado no somatório do elemento sanduíche para descrever o efeito do núcleo viscoelástico.

$$[K]_{Agv} = \begin{bmatrix} [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \\ [0]_{4x3} & [0]_{4x4} & [0]_{4x3} & [0]_{4x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [K]_{gv33} & [-K]_{gv33} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [-K]_{gv33} & C_v [K]_{gv33} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

4.4.3 Matriz de Rigidez Elementar da Camada Restringente

$$[K]_{Aer} = \begin{bmatrix} [K]_{er11} & [K]_{er12} & [K]_{er13} & [0]_{3x3} \\ [K]_{er12}^T & [K]_{er22} & [K]_{er23} & [0]_{4x3} \\ [K]_{er13}^T & [K]_{er23}^T & [K]_{er33} & [0]_{3x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

4.4.4 Matriz de Amortecimento Elementar

Sabendo-se que: $[D_{A_0}] = [D_{Aev}] + [D_{Agv}]$

$$[D]_{Aev} = \begin{bmatrix} [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \\ [0]_{4x3} & [0]_{4x4} & [0]_{4x3} & [0]_{4x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & C_v [K]_{ev33} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

$$[D]_{Agv} = \begin{bmatrix} [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \\ [0]_{4x3} & [0]_{4x4} & [0]_{4x3} & [0]_{4x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & \frac{C_v}{\Omega_v} [K]_{gv33} \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

sendo Ω_v a constante característica de relaxamento do material no tempo considerando a tensão constante.

Apresenta-se a seguir as matrizes de massa considerando adição do modelo ADF ao modelo de elementos finitos sendo: Sabe-se que: $[M_A] = [M_{Aw}] + [M_{Auv}] + [M_{Aur}]$

4.4.5 Matriz de Massa Elementar da Camada Base

$$[M]_{Aw} = \begin{bmatrix} [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \\ [0]_{4x3} & [M]_{w22} & [0]_{4x3} & [0]_{4x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

$$[M]_{ub} = \begin{bmatrix} [M]_{ub11} & [M]_{ub12} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \\ [M]_{ub12}^T & [M]_{ub22} & [0]_{4x3} & [0]_{4x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

4.4.6 Matriz de Massa Elementar da Camada Viscoelástica

$$[M]_{Auv} = \begin{bmatrix} [M]_{uv11} & [M]_{uv12} & [M]_{uv13} & [0]_{3x3} \\ [M]_{uv12}^T & [M]_{uv22} & [M]_{uv23} & [0]_{4x3} \\ [M]_{uv13}^T & [M]_{uv23}^T & [M]_{uv33} & [0]_{3x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

4.4.7 Matriz de Massa da Camada Restringente

$$[M]_{Aur} = \begin{bmatrix} [M]_{ur11} & [M]_{ur12} & [M]_{ur13} & [0]_{3x3} \\ [M]_{ur12}^T & [M]_{ur22} & [M]_{ur23} & [0]_{4x3} \\ [M]_{ur13}^T & [M]_{ur23}^T & [M]_{ur33} & [0]_{3x3} \\ [0]_{3x3} & [0]_{3x4} & [0]_{3x3} & [0]_{3x3} \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

Tendo em vista que no modelo ADF estudado as matrizes de massa global do sistema são simétricas e singulares, ou seja, não permitem inversa, faz-se necessário a exclusão dos modos relativos a movimentos de corpo rígido (auto-valores nulos). Para isso, realizou-se uma Decomposição das matrizes em valores singulares (SVD).

De acordo com TRINDADE et al. (2000) para retirar forças de amortecimento associadas a movimentos de corpo rígidos fatora-se a matriz singular da seguinte maneira:

$$[M]_v = [U] [\Lambda] [V]^T \quad (4.56)$$

sendo $[\Lambda] \in \mathfrak{R}^{r \times r}$ uma matriz diagonal cujos elementos na diagonal são os valores singulares e obedecem $d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_r \geq 0$, $[U] \in \mathfrak{R}^{N \times p}$, $[V] \in \mathfrak{R}^{p \times p}$. $[U]$ representa a matriz de autovetores correspondentes aos autovalores não nulos sendo que:

$$[U]^T [U] = [V]^T [V] = [I]_R \quad (4.57)$$

Existem várias aplicações de SVD, dentre as quais se destacam nesse trabalho o cálculo da pseudo-inversa da matriz massa. A pseudo-inversa da matriz M_v pode ser obtida na forma de:

$$[M]_v^{-1} = [U]^T [\Lambda]^{-1} [V] \quad (4.58)$$

em que:

$$[\Lambda]^{-1} = \text{diag}(d_1^{-1}, d_2^{-1}, \dots, d_r^{-1}) \quad (4.59)$$

4.5 Método de Integração de Newmark

Para obter as respostas do sistema no tempo utilizou-se o método de integração de Newmark. Este método tem como argumentos de entrada: as matrizes globais final de rigidez, massa e amortecimento. Necessita-se também do tempo total observado, o incremento de tempo e o vetor com os graus de liberdade a serem observados podendo obter as amplitudes em deslocamento, velocidade ou aceleração.

As constantes de Newmark são apresentadas por meio das equações 4.60 abaixo, sendo:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\alpha \Delta t^2} & a_1 &= \frac{\delta}{\alpha \Delta t} & a_2 &= \frac{1}{\alpha \Delta t} & a_3 &= \frac{1}{2\alpha} - 1 \\ a_4 &= \frac{\delta}{\alpha} - 1 & a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) & a_6 &= \Delta t (1 - \delta) & a_7 &= \delta \Delta t \end{aligned} \quad (4.60)$$

As constantes α e β são os parâmetros de estabilidade e precisão propostos por Newmark. Segundo RAO (2008), o método de Newmark se torna incondicionalmente estável para α e β sendo:

$$\alpha \geq \frac{1}{4}(\beta + \frac{1}{2})^2 \quad (4.61)$$

$$\beta \geq \frac{1}{2} \quad (4.62)$$

Após a escolha dos valores de α e β , é possível calcular a matriz de rigidez efetiva, como segue:

$$[K]_{efe} = [K] + a_0 [M] + a_1 [D] \quad (4.63)$$

Sendo $[K]$, $[M]$ e $[D]$, as matrizes globais de rigidez, massa e amortecimento, respectivamente. Para cada passo de tempo o vetor de força efetivo, $\{F(t)_{efe}\}$, é atualizado como segue:

$$\begin{aligned} \{F(t)\}_{efe}^t = \{F(t)\}_{efe}^{t-\Delta t} + [M] (a_0 + \{X\}^{t-\Delta t} + a_2\{\dot{X}\}^{t-\Delta t} + a_3\{\ddot{X}\}^{t-\Delta t}) + \\ [D] (a_1 + \{X\}^{t-\Delta t} + a_4\{\dot{X}\}^{t-\Delta t} + a_5\{\ddot{X}\}^{t-\Delta t}) \end{aligned} \quad (4.64)$$

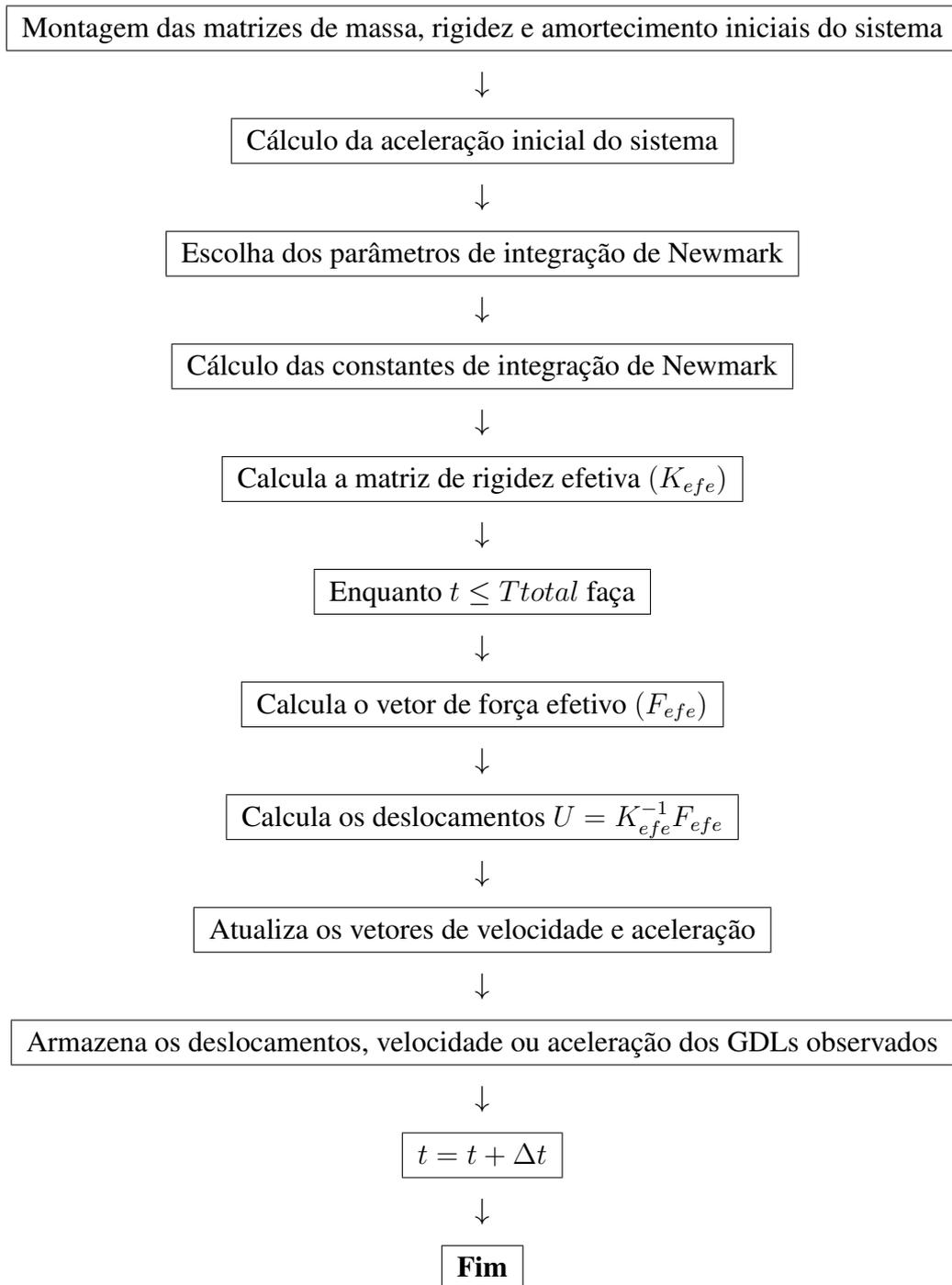
Sendo $\{X\}^t$, $\{\dot{X}\}^t$ e $\{\ddot{X}\}^t$ os vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações no instante de tempo t .

Ao determinar $\{F(t)\}_{efe}^t$ e $[K]_{efe}$ calcula-se o vetor de deslocamentos $\{X\}^t$ e consequentemente os vetores de velocidade e aceleração atualizados de acordo com as equações 4.65 e 4.66.

$$\{\ddot{X}\}^{t+\Delta t} = a_0(\{X\}^t - \{X\}^{t-\Delta t}) - a_2\{\dot{X}\}^t - a_3\{\ddot{X}\}^t \quad (4.65)$$

$$\{\dot{X}\}^{t+\Delta t} = \{X\}^t + a_6\{\ddot{X}\}^t + a_7\{\ddot{X}\}^{t+\Delta t} \quad (4.66)$$

Segue abaixo uma rotina para o método da integração de Newmark sendo:



Capítulo 5

METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Neste capítulo é descrito a metodologia empregada nos ensaios realizados ao longo deste trabalho, bem como os cuidados e procedimentos. Avaliam-se o efeito da variação de frequência de excitação e de temperatura no material estrutural acoplado com material viscoelástico, com o objetivo de conhecer o comportamento dessas estruturas e determinar suas propriedades mecânicas. Apresentam-se também os equipamentos utilizados para medição de frequência e temperatura.

5.1 Procedimentos na Determinação de Propriedades Dinâmicas

A caracterização dos materiais viscoelásticos é realizada a partir de ensaios que utilizam métodos específicos para caracterização de materiais. No presente trabalho, o foco principal é dado a estruturas que tenham materiais com propriedades viscoelásticas acopladas, introduzindo o conceito de estruturas do tipo sanduíche.

Dentre os métodos para a determinação das propriedades dinâmicas dos materiais viscoelásticos utilizou-se o método da viga vibrante, padronizado pela norma ASTM-E756 (2005): "*Standard test method for measuring vibration-damping properties of materials*". Este método têm sido muito utilizado devido à simplicidade que o mesmo apresenta na execução dos ensaios e na utilização dos equipamentos necessários para os ensaios de caracterização. Para execução dos ensaios, utiliza-se uma viga, usualmente engastada-livre, sobre a qual é aplicado um tratamento viscoelástico com ou sem restrição, em diferentes temperaturas de interesse permitindo mensurar parâmetros de amortecimento e frequência natural em condições ambientais definidas.

Os principais tipos de amostras estabelecidas pela norma ASTM-E756 (2005) estão apresentados na figura (5.1). Dentre as amostras, estabeleceu-se nesse trabalho os ensaios de vibração com vigas do tipo homogênea (sem material viscoelástico), Oberst e sanduíche, verificando o efeito dessas configurações no amortecimento da estrutura. A configuração de teste a ser utilizada depende basicamente do tipo de material e das propriedades que desejam-se obter. No caso de materiais rígidos, por exemplo, pode-se fazer diretamente uma viga do próprio material e para materiais flexíveis, são indicados ensaios empregando-se vigas-base de algum metal sobre as quais a amostra de material é fixada. Geralmente, o material utilizado é aço ou alumínio.

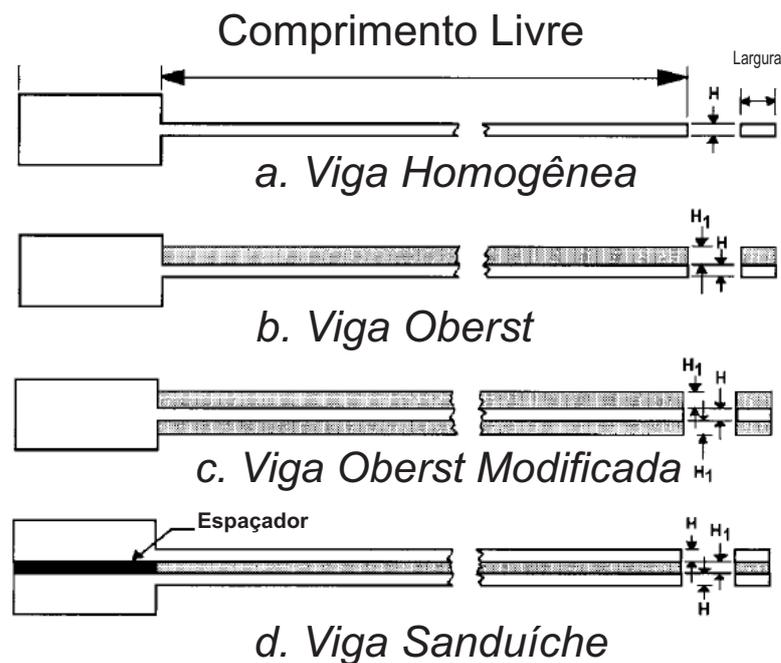


Figura 5.1: Tipos de Amostras Estabelecidas pela Norma ASTM-E756 (2005)

Antes de apresentar a descrição dos ensaios de vibração livre e os resultados utilizando o método padrão da norma ASTM-E756 (2005), é importante ressaltar as precauções que devem ser tomadas referentes aos procedimentos de ensaio e principalmente aos cuidados com a utilização do material viscoelástico em estruturas. Baseando-se nos trabalhos de ADAMS (1987), FAISCA (1998) e SILVA (2007), as principais precauções a serem tomadas são detalhadas a seguir.

Primeiramente, atentou-se para a região de engaste garantindo que a amostra esteja o mais rígido possível evitando perdas de energia. A utilização de engastes rígidos é essencial para a obtenção de bons resultados nas medições, representando corretamente a condição de contorno no ensaio. Para garantir uma confiabilidade e repetibilidade nos ensaios, todas as amostras foram fixadas a uma base fixa apertada por parafusos com torque controlado de 6 Nm . Utilizou-se para isso, 2 parafusos (figura 5.2) com especificação M5 (Aço 1045) de cabeça cilíndrica com sextavado interno e com capacidade de torque máximo de 7 Nm .



Figura 5.2: Aperto dos Parafusos em Laboratório

Recomenda-se que a base inercial para engaste da viga tenha uma seção com comprimento mínimo de 25 *mm* e uma máximo de 40 *mm*. Nesse trabalho, fixou-se uma seção de engaste de 30 *mm*, em todas as vigas ensaiadas.

O material viscoelástico não é fixado na região de engastamento da base da viga sanduíche sendo que essa região apresenta um espaçamento entre as duas barras como visto na figura (5.3). Segundo SILVA (2007) quando a estrutura é engastada, as bases das barras unem-se forçando um descolamento do material viscoelástico num trecho da estrutura. Esse descolamento conduz a uma perda da capacidade de cisalhamento da viga sanduíche, reduzindo a taxa de amortecimento.

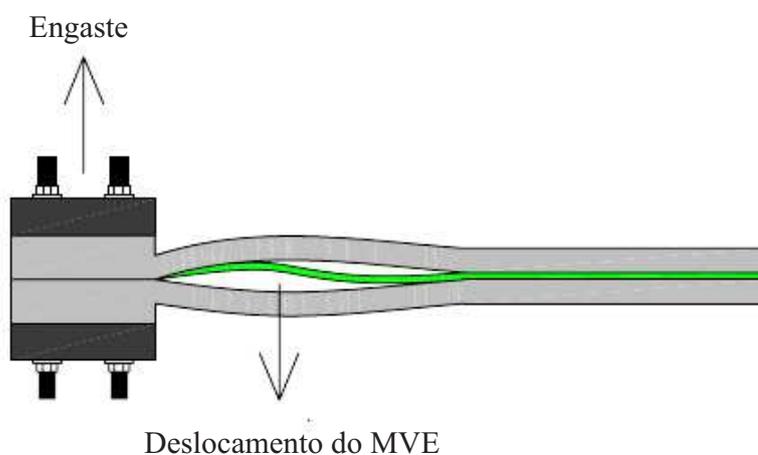


Figura 5.3: Descolamento do Material Viscoelástico das Barras (Adaptado de SILVA (2007)).

Para contornar que esse problema utiliza-se uma placa da mesma espessura do material amortecedor e da mesma largura da estrutura. Na figura 5.4 é possível visualizar a instalação da placa, a qual evita o descolamento do material viscoelástico na viga sanduíche.

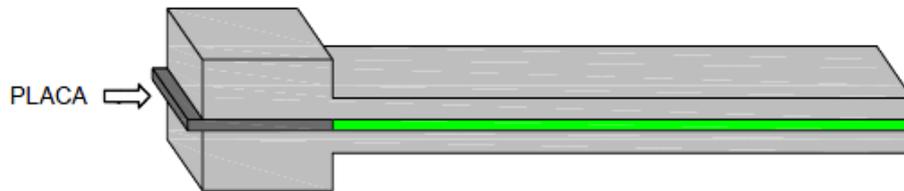


Figura 5.4: Placa para Evitar o Descolamento do Material Viscoelástico na Estrutura (Adaptado de SILVA (2007)).

É apresentado na figura (5.5) um exemplo da confecção de uma viga com camada de material viscoelástico. Recomenda-se seguir as normas dos fabricantes na aplicação do adesivo viscoelástico sendo as principais: a limpeza das barras (tanto a camada base quanto a camada de restrição) em que será fixado a fita viscoelástica, com álcool isopropílico, para que sejam eliminadas impurezas que possam influenciar na boa aderência do material às barras.



Figura 5.5: Confecção da Viga com Fita Dupla Face.

Após a colagem, deve ser realizada uma leve pressão, podendo utilizar uma espátula ou um rolete, para que os esforços sejam distribuídos igualmente, ajudando na fixação e evitando que se criem bolhas de ar entre as barras e o adesivo, além de problemas de curvatura, ondulações e de rugas na sua estrutura. No que diz respeito ao tempo de cura, de acordo com o manual de Fitas Adesivas - VHB, 3M, as fitas viscoelásticas possuem 100 % de aderência em até 72 horas após a colagem ou fixação.

Segundo os autores ADAMS e BACON (1976) outro fator a considerar é o volume de ar que é deslocado durante os ensaios, especialmente para materiais subamortecidos. Nesse caso, podem ocorrer erros de medição devido aos efeitos de inércia e viscosidade do ar, sendo que para deflexões de aproximadamente 1 *mm* na extremidade da viga, o amortecimento aerodinâmico é estimado em torno de 0,05 %. Ainda, segundo ADAMS e BACON (1976), para eliminar o efeito aerodinâmico, recomenda-se ensaiar a estrutura em condições de vácuo. Levando em conta que as estruturas do tipo sanduíche apresentam altos valores de amortecimento, não observaram-se influência do amortecimento aerodinâmico no presente trabalho.

5.2 Ensaio com Controle de Frequência e Temperatura

É descrito nesse tópico os ensaios com as amostras submetidas a variação de temperatura. Os ensaios foram realizados em dois tipos de aparatos sendo que no primeiro utilizou-se um viga sanduíche no interior de uma estufa em vários níveis de temperatura e no segundo um ensaio utilizando um reômetro com frequência e temperatura controlada com o objetivo de caracterizar o material viscoelástico ensaiado e identificar os parâmetros do modelo ADF estudado.

5.2.1 Controle de Temperatura Utilizando Estufa.

Para verificar o efeito da temperatura na resposta da amostra, insere-se a viga sanduíche no interior da estufa, observando-se o efeito dessa variável. Os experimentos realizados na estufa consistem em excitar a viga sanduíche por meio de um sensor piezelétrico demonstrado na figura (5.6) e medir as respostas da viga por meio do Vibrômetro laser apresentado na figura (5.7) em várias condições de temperatura. Este experimento é denominado pela ASTM E 756-98 de Método da Viga Vibrante sendo que a estrutura ensaiada nesse trabalho consiste de um material sanduíche sendo o núcleo dissipador caracterizado por um material viscoelástico do tipo fita dupla face caracterizado pelas tabelas (5.5) e (5.4).

A estrutura foi engastada em uma base rígida de aço com formato cilindro. O conjunto viga sanduíche, termopares e atuador piezelétrico foram colocados dentro da estufa no intuito de verificar a influência das variações de temperatura nas medições das respostas dinâmicas da estrutura. Trata-se de uma estufa de secagem digital da marca BIOPAR utilizada em ensaios para as faixas de temperaturas de 37 a 105°C. Neste trabalho, Variou-se as temperaturas de 20 até 70°C com um incremento de 5°C e analisadas em uma faixa de frequência de 0 a 200 Hz.

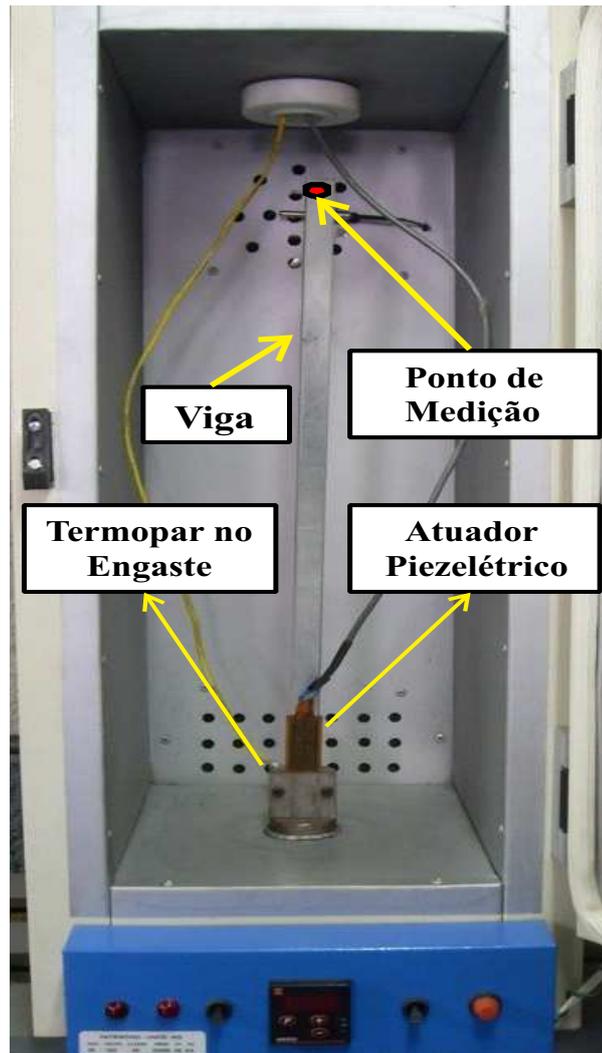


Figura 5.6: Detalhe da Viga Engastada no Interior da Estufa

De acordo com a norma ASTM E 756-98 as camadas do material base e de restrição devem ser da mesma espessura. As dimensões das vigas no forno foram de um comprimento livre após o engaste de no mínimo 200 mm, em conformidade com a norma.

O critério utilizado para estabilização da temperatura considerava a homogeneização das leituras dos termopares do forno e da base visualizados no leitor da estufa e no computador pelo *software Catman* (Figura 5.7) simultaneamente. Quando ambos os termopares, da estufa e o da base de engaste no interior da estufa registraram um mesmo valor, foi considerada a estabilização do ensaio. A estabilização de temperatura em todos os ensaios realizados na estufa demoraram em torno de meia hora por patamar. Isso tornou o experimento demorado, mas com bastante confiabilidade quanto à temperatura da viga.

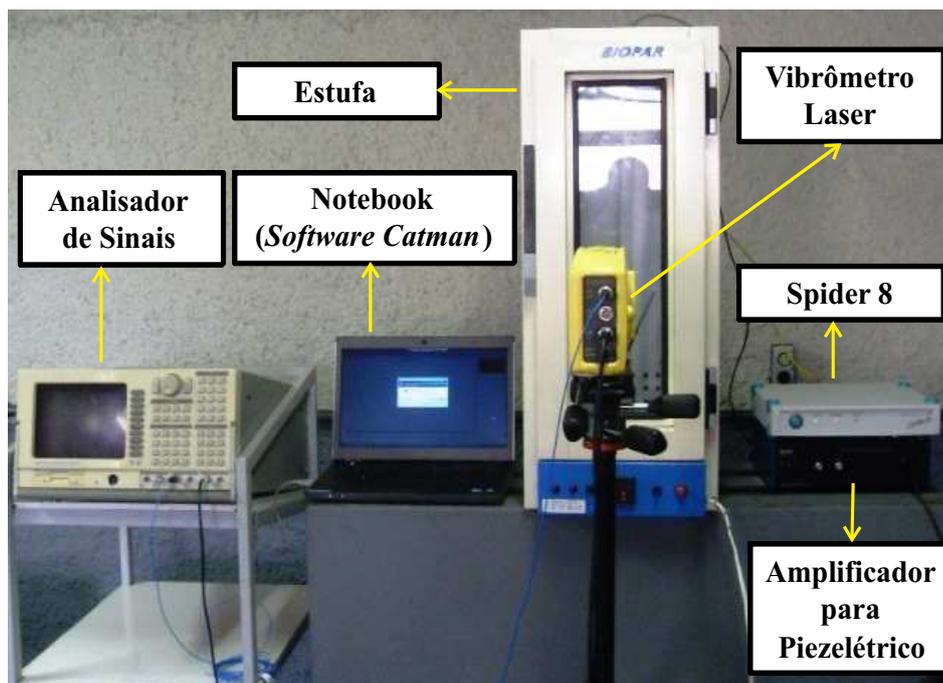


Figura 5.7: Bancada para Ensaio de Temperatura.

5.2.2 Construção da “Curva Mestre” Utilizando o Equipamento Reômetro

É descrito nesse tópico os ensaios submetidos a variação de temperatura e frequência utilizando o equipamento reômetro modelo AR 2000-TA Instruments apresentado na figura (5.8) e descrito no apêndice B. O objetivo desse ensaio é estabelecer as propriedades reológicas (relaxação) para um intervalo de tempo a uma dada temperatura podendo ser correlacionadas com outras, para a construção da “curva mestre” para cada material viscoelástico ensaiado.

Nesse procedimento, a temperatura de análise nos ensaios é controlada por um sistema "Peltier" instalado na placa inferior do equipamento. No sistema "Peltier", uma corrente elétrica é forçada a passar por junções de metais diferentes, resultando em aquecimento de uma e resfriamento de outra para controlar o aquecimento e arrefecimento com rapidez e precisão.

Realiza-se nesse tipo de ensaio a varredura de frequência (*frequency sweep*) com deformação oscilatória de baixa amplitude, em frequência de excitação na faixa de 0,1 a 100 Hz. Nos ensaios utilizando o reômetro, as temperaturas de ensaio ocorreram no intervalo de -12 a 100°C, sabendo-se que a faixa de temperatura do equipamento varia de -20 até 400°C.



Figura 5.8: Ensaio com Variação de Temperatura e Frequência no Reômetro

O equipamento reômetro permite análises de tensão controlada, quando se impõe uma tensão pré-definida e determina-se a taxa de cisalhamento resultante, ou de deformação controlada, quando uma taxa de cisalhamento é imposta e a tensão resultante é determinada.

De acordo com NACCACHE (2012), a escolha do tipo de geometria a ser utilizada em reômetros dependem basicamente de três fatores: o tipo de fluido, a faixa de viscosidade e a taxa de deformação. Nesse trabalho, optou-se por utilizar a geometria de discos paralelos, ou placa-placa, representando pela figura (5.9) sendo esta configuração apropriada para situações onde existem grandes variações da folga e para ensaios em materiais com uma ampla faixa de viscosidade, como é o caso dos materiais viscoelásticos.



Figura 5.9: Geometria Utilizada no Reômetro

O tempo de execução dos ensaios foi em torno de 2 horas por amostra, levando em conta a necessidade de calibração e execução em cada repetição. Cada amostra foi submetida a três repetições, totalizando 6 horas de ensaio para cada material caracterizado.

As “curvas mestras” servem para avaliar o desenvolvimento de uma propriedade reológica qualquer em função da frequência ou do tempo de aplicação do carregamento, descrevendo o comportamento reológico do material para uma única temperatura em um espectro amplo de tempos ou frequências de carregamento. Com base nos fatores de deslocamento obtidos na geração das curvas mestras, é possível deslocar horizontalmente a curva mestra gerada na temperatura de referência e obter uma nova curva, capaz de descrever o comportamento reológico do material ao longo do mesmo espectro de frequências ou tempos de carregamento, na temperatura desejada. Em função das suas potencialidades, as “curvas mestras” representam uma ferramenta importante na caracterização dos materiais viscoelásticos ao longo de uma faixa ampla de temperaturas e tempos ou frequências de carregamento.

Para a construção das “curvas mestras” foram utilizadas as fitas viscoelásticas apresentadas nas tabelas (5.5) e (5.4). Ambos os materiais foram confeccionados em formato circular com 20 mm de diâmetro permitindo que o sensor do tipo placa circular disponível no equipamento entre totalmente em contato com a amostra. Para isso, utilizou-se o princípio da superposição tempo-temperatura com auxílio do software *Reology Advantage Instrument Control AR*.

5.3 Determinação dos Parâmetros do Modelo ADF

Como pode ser observado nas equações (3.1) e (3.2) do capítulo 3 o modelo ADF depende dos parâmetros G_0 , Δ_j e Ω_j para simular o comportamento do material viscoelástico na estrutura.

Segundo JONES (2001) os métodos de ensaio para caracterização desses materiais consistem basicamente em registrar-se, em uma dada temperatura, os deslocamentos e ações externas ao longo do tempo, submetendo uma amostra ou corpo-de-prova a deformações de cisalhamento ou normal.

Após determinar experimentalmente as “curvas mestras” dos valores do módulo de armazenamento e do fator de perda do material viscoelástico utilizando-se do equipamento reômetro apresentado na figura (5.8) pode-se ajustar as curvas da parte real do módulo complexo e do fator de perda, repetidas de maneira proposital nas equações (5.1) e (5.2), considerando um único campo de deslocamento anelástico.

$$G(\omega) = G_0 \left(1 + \Delta \frac{(\omega/\Omega)^2}{1 + (\omega/\Omega)^2} \right) \quad (5.1)$$

$$\eta(\omega) = G_0 \left(\Delta \frac{(\omega/\Omega)}{1 + (\omega/\Omega)^2} \right) \quad (5.2)$$

Analisando as equações (5.1) e (5.2) observa-se que as curvas para o módulo de armazenamento e o fator de perda possuem os mesmos coeficientes sendo que o ajuste devem ser feitos simultaneamente. Para isso, utilizou-se nesse trabalho o ajuste dos parâmetros com otimização multiobjetiva via algoritmos genéticos (AG). De acordo com DIOSAN e OLTEAN (2007) os métodos de otimização multiobjetivo é utilizado para minimizar a distância entre a frente não dominada (modelo numérico) e a frente pareto ótimo (experimental) e encontrar um conjunto de soluções diversificada.

As frequências de excitação utilizadas na caracterização da fita VHB 4590 por meio do princípio da Superposição Tempo Temperatura e temperatura referencial de 26 °C foram determinadas na faixa de 12,6 a 1026 Hz, obtendo-se os valores para o módulo de cisalhamento e o fator de perda, apresentados na tabela (5.1).

Tabela 5.1: Propriedades da Fita Dupla Face VHB4590

Frequência [Hz]	Módulo de Cisalhamento[MPa]	Fator de Perda
12,60	0,30	1,08
20,50	0,39	1,11
51,40	0,63	1,20
64,80	0,71	1,21
212,00	1,43	1,23
408,60	2,11	1,20
532,70	2,47	1,18
670,40	2,83	1,15
1026,00	3,76	1,08

De forma análoga, apresentam-se na tabela (5.2) as propriedades dinâmicas da fita dupla face ADERE 287 obtidas experimentalmente e determinadas pelo princípio da Superposição Tempo Temperatura com temperatura referencial de 26 °C na faixas de excitação de 7,98 a 1220 Hz.

Tabela 5.2: Propriedades da Fita Dupla Face ADERE 287

Frequência [Hz]	Módulo de Cisalhamento[MPa]	Fator de Perda
7,98	0,0086	0,24
12,10	0,00731	0,49
15,00	0,0073	0,597
18,40	0,0074	0,67
22,80	0,0078	0,73
34,60	0,0074	0,82
80,00	0,012	0,79
185,00	0,019	0,70
228,00	0,02	0,69
282,00	0,023	0,66
428,00	0,032	0,57
1220,00	0,057	0,47

De posse destes dados determinam-se os parâmetros G_v , C_v e Ω_v relacionados ao modelo ADF, sendo estes apresentados sequencialmente nas tabelas (5.5) e (5.4).

5.4 Descrição dos Ensaios

Com base no Método Padrão da ASTM descrito por FAISCA (1998) foi preparado um ensaio que permitisse um teste com uma viga engastada numa extremidade e livre na outra. De acordo com MARCHAND (1996), o método de fixação livre-livre também é bastante empregado, onde a amostra é suspensa por elásticos nos pontos nodais (onde teoricamente não há movimento). Nesse caso é necessário determinar os pontos nodais da viga precisamente a fim de evitar o movimento dos elásticos, o que é praticamente impossível, tornando assim o sistema

passível de perda de energia nos suportes.

Para excitar a estrutura utilizou-se na base da viga um atuador piezelétrico representado pela figura (5.10), modelo (QP10N-11651) *Midé*, sendo essa excitação do tipo impulsiva por meio das ferramentas do *Simulink* no *MATLAB*®. Utilizou-se também um conjunto de filtros *anti-aliasing* e um vibrômetro laser modelo (VQ-500-D) atuando como sensor para detecção da resposta de amplitude do sistema.

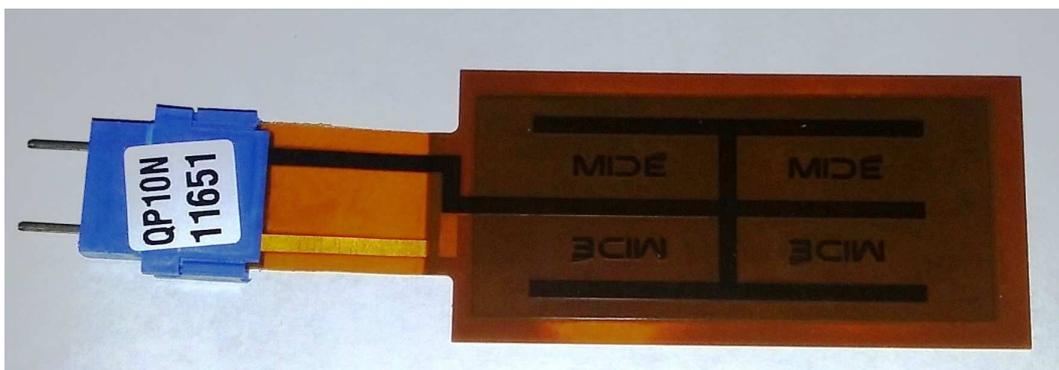


Figura 5.10: Atuador Piezelétrico

O atuador piezelétrico foi excitado por a uma placa de aquisição de sinais com conversores analógicos e digitais "Dspace (DS1104)", descrita no apêndice B, e por meio de um amplificador de ganho fixo para piezelétrico, *Piezo Power Amplifier Quick Pack* modelo (QPA202).

As respostas tanto no tempo como em frequência foram obtidas por meio de um analisador de sinais SRS - *Stanford Research Systems* modelo SR 780. Os sinais no tempo do sensor, logo após serem condicionados e filtrados, foram aquisitados e interpretados com auxílio do programa *MATLAB*®.

O vibrômetro laser representado pela figura (5.11) é utilizado para medir a velocidade de vibração de um ponto na superfície da viga.



Figura 5.11: Vibrômetro Laser - OMETRON

Na figura (5.12) é apresentado um diagrama esquemático da viga do tipo sanduíche com uma extremidade fixa e livre em outra.

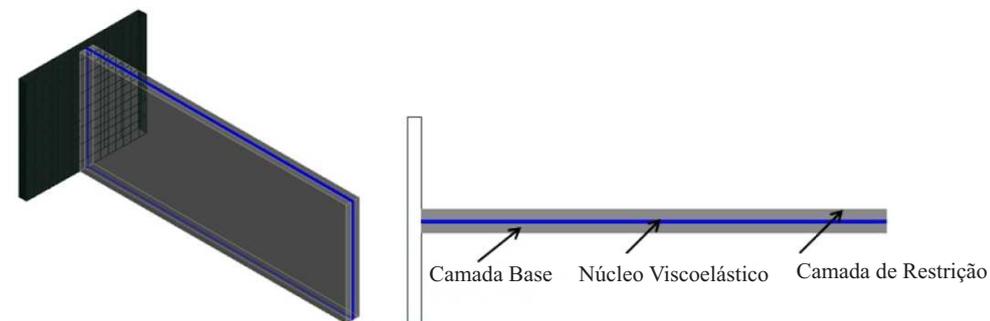


Figura 5.12: Figura esquemática da viga sanduíche. (Fonte própria)

5.5 Ensaio de Vibração Livre

Nos ensaios de vibração livre, engastou-se no suporte como mostrado na figura (5.11) atentando aos cuidados e procedimentos relatados no tópico anterior e aplicou-se uma excitação do tipo impulsiva por meio do atuador piezelétrico apresentado na figura (5.10). Esse procedimento foi necessário para determinar as frequências naturais do sistema, bem como o amortecimento estrutural das amostras.

Para coleta dos dados, posicionou-se o vibrômetro laser em frente a viga de maneira que o feixe laser ficasse centralizado e apontado para a ponta da viga. O sinal do vibrômetro laser é enviado através de um cabo que é conectado ao analisador de sinais. No analisador de sinais é possível visualizar o espectro de frequência da viga, usando a transformada rápida de Fourier (FFT) e a resposta de amplitude no tempo para identificação do amortecimento. O tipo de ensaio engastado-livre foi escolhido pela facilidade da montagem do experimento sendo que uma das extremidades da amostra é fixada de forma a evitar movimentos de rotação e translação da amostra.

As vigas foram confeccionadas na oficina mecânica da Universidade Federal de Itajubá. Mediu-se a espessura, largura e o comprimento útil em vibração livre. O comprimento útil da viga refere-se ao comprimento total descontado o comprimento da viga que foi engastada. A viga foi pesada para a obtenção da massa específica ρ . O módulo de armazenamento E' foi determinado por meio da equação (2.86). O material utilizado para a elaboração dessas vigas foram o Alumínio ABNT 1200 (A1 e A2) e o Aço Inox ABNT 316. As características físicas e geométricas são apresentadas na tabela (5.3).

Tabela 5.3: Grandezas Físicas e Geométricas das Vigas

Amostra	Comprimento[mm]	Largura [mm]	Espessura [mm]	$I [m^4]$	$\rho_b(kg/m^3)$	$E'(GPa)$
Alumínio A1	922	38,00	2,00	$2,58.10^{-11}$	2707	72,81
Alumínio A2	400	19,00	2,00	$1,26.10^{-11}$	2705	72,00
Aço Inox	202	19,00	1,28	$3,32.10^{-12}$	7735	168,54

Para inserir amortecimento à estrutura sanduíche foram utilizados como núcleo viscoelástico as seguintes fitas comerciais sendo elas: uma fita dupla face modelo ADERMAX287 de adesivo acrílico e coloração transparente, com liner protetivo em polietileno na cor verde e também uma fita dupla face modelo VHB4590 de adesivo acrílico transferível e transparente, com liner protetivo em polietileno na cor verde. As fitas com características transferíveis apresentam maior estabilidade e resistência à umidade em suas laminações, garantindo uma boa aderência sobre os materiais e redução nos problemas de curvatura, ondulações e de rugas na sua estrutura.

Apresenta-se na tabela (5.4) a identificação dos parâmetros do modelo ADF para a fita dupla face VHB 4590. Os parâmetros são inseridos no método dos elementos finitos para simular numericamente o comportamento de dissipação de energia na estrutura sanduíche.

Tabela 5.4: Propriedades do Material Viscoelástico - Fita VHB4590

Amostra	Largura [mm]	Espessura [mm]	$\rho_v(kg/m^3)$	$G_v(MPa)$	$E_v(MPa)$	C_v	Ω_v
Fita VHB4590	19	1,10	1140	0,106	0,284	20,859	504,20

Na tabela (5.5) é apresentado os parâmetros do modelo ADF para a fita dupla face ADERE 287.

Tabela 5.5: Propriedades do Material Viscoelástico - Fita ADERE287

Amostra	Largura[mm]	Espessura[mm]	$\rho_v(kg/m^3)$	$G_v(MPa)$	$E_v(MPa)$	C_v	Ω_v
Fita ADERMAX287	19	1,0	1140	0,0075	0,0195	25,272	303,51

sendo que C_v é o parâmetro constitutivo determinado de acoplamento do material; Ω_v a constante característica determinada de relaxamento do material no tempo; G_v o módulo de cisalhamento do material viscoelástico em estudo.

Capítulo 6

RESULTADOS E DISCUSSÕES

É apresentado neste capítulo os resultados obtidos experimentalmente, bem como comparações com as simulação numéricas obtidas pelo método dos elementos finitos incorporando o modelo ADF em estudo. Os resultados dos dados experimentais que foram submetidos à variações de temperatura foram obtidos por meio de uma estufa apresentada na figura (5.6) e ajustadas pelo método dos mínimos quadrados não linear (MQNL) e também ajustados pelo programa ERA, adaptado de MOREIRA (1998). Para identificar os parâmetros do modelo ADF em estudo de cada fita viscoelástica, utilizou-se o equipamento reômetro apresentado na figura (5.8) em vários níveis de temperatura e frequência onde foi possível construir as “curvas mestra” específicas dos materiais viscoelásticos ensaiados.

6.1 Resultados Experimentais

6.1.1 Construção da Curva Mestre para a Fita VHB 4590

Realizou-se, inicialmente, um ensaio conhecido como *Tack Test of Material* (Teste de Aderência ou Pegogosidade do Material) para verificar a força de colagem do material na estrutura. A aderência de um material é determinada pela sua capacidade de deformar-se sob a ação de uma força e penetrar rapidamente na superfície do material, e após a descolagem, voltar à forma original, isto é, uma combinação de características elásticas e viscosas. Apresenta-se na figura 6.1 o gráfico referente ao teste de aderência da fita viscoelástica VHB4590. Verifica-se que em todo intervalo de folga aplicada que os valores da força normal de colagem se mantém constante, sendo esta em torno de 50 *N*, mantendo nessas condições suas características originais. Esta folga é aplicada entre a placa do reômetro apresentado na figura (5.9) e a amostra ensaiada, o que apresentou em ótimas condições para a fita VHB4590.

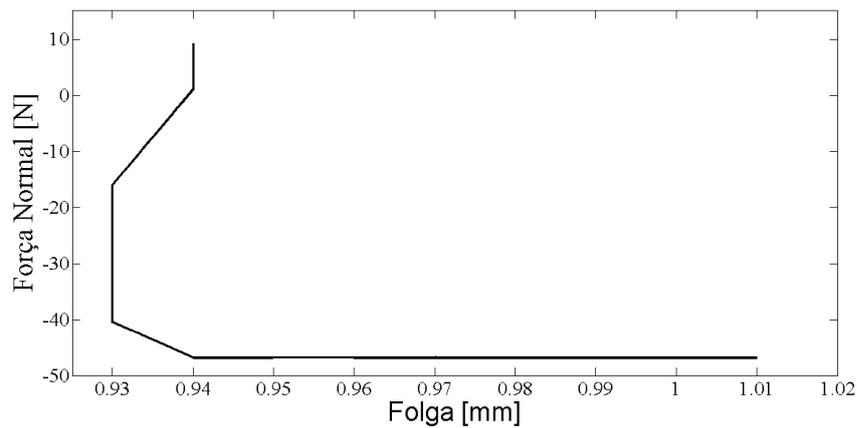


Figura 6.1: Comportamento da Força Normal da Fita VHB4590 em Relação à Folga Aplicada

São apresentados nas figuras (6.2), (6.3) e (6.4) os resultados experimentais do módulo de cisalhamento, módulo complexo de perda e do fator de perda, respectivamente, considerando a variação de temperatura e frequência.

Para a construção da “curva mestre” da fita dupla face VHB 4590 apresentado na tabela (5.4), utilizou-se um reômetro modelo AR2000® detalhado no apêndice A. O reômetro utilizado possui uma frequência de excitação na faixa de 0,1 a 100 Hz. Para prever o comportamento das propriedades dinâmicas desse material em frequências mais altas que 100 Hz utilizou-se o princípio de superposição tempo-temperatura no qual estabelece as propriedades dinâmicas do material ao longo de um dado intervalo de tempo, considerando várias faixas de temperaturas no ensaio.

As temperaturas de ensaio ocorreram no intervalo de -12 a 100°C sendo essas de: -12°C, -10°C, -5°C, 0°C, 25°C, 45°C, 65°C, 85°C e 100°C. Para a construção da “curva mestre” do material fixou-se como temperatura de referência o valor de 26°C.

Apresenta-se na figura (6.2) a variação do módulo de cisalhamento do material viscoelástico para uma faixa de temperatura de -12°C a 100°C e numa variação de frequência de 0 a 100 Hz para o material VHB4590.

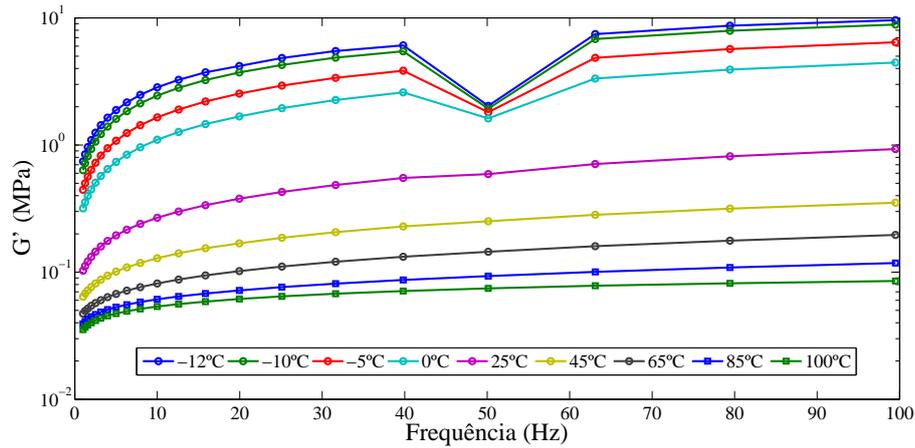


Figura 6.2: Variação do Módulo de Cisalhamento do MVE com a Temperatura

De maneira análoga à figura (6.2) apresenta-se na figura (6.3) a variação do módulo complexo de perda do material viscoelástico VHB4590 para a mesma faixa de frequência e temperatura analisadas anteriormente.

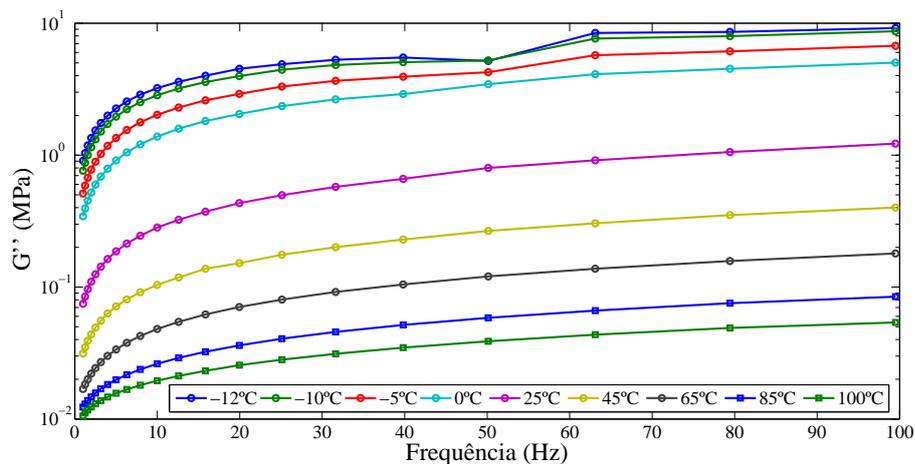


Figura 6.3: Variação do Módulo Complexo de Perda do MVE com a Temperatura

Apresenta-se na figura (6.4) a variação do fator de perda do material VHB4590. Observam-se maiores picos nos valores do fator de perda considerando o intervalo de temperatura compreendido entre -12 a 0°C. Esses picos podem estar correlacionados à temperatura de transição vítrea (T_g) do material viscoelástico que, nesse caso, encontram-se em temperaturas menores do que 0°C e em frequências de excitação entre 40 e 70 Hz .

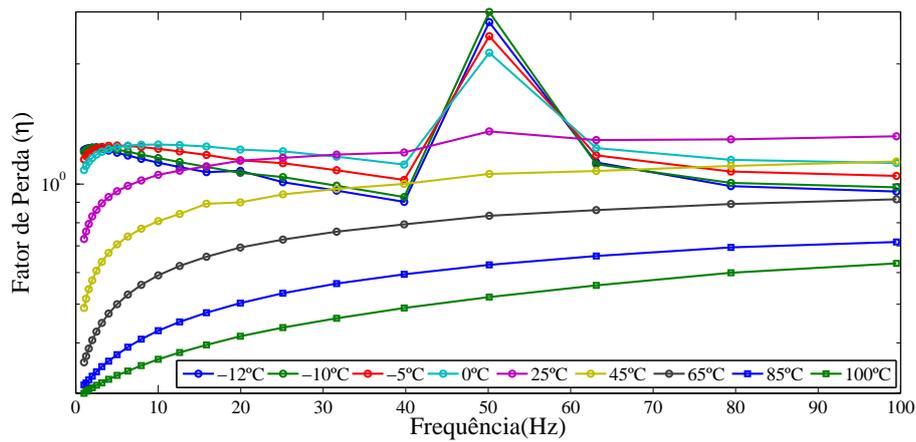


Figura 6.4: Variação do Fator de Perda(η) do MVE com a Temperatura

De acordo com WASILKOSKI (2006), nessa temperatura ocorrem mudanças substanciais no calor específico da amostra decorrente da mudança no número de graus de liberdade, ocasionando variações no fator de perda, como pode ser visto na figura (6.4). Observam-se também variações na curva do módulo de cisalhamento apresentado na figura (6.2) que também ocorreram em temperaturas entre -12 a 0°C e no intervalo de 40 a 70 Hz .

A fim de verificar o comportamento do material viscoelástico em intervalos maiores de tempo, considerando os vários pontos de temperaturas analisadas, apresenta-se na figura (6.5) a “curva mestre” obtida para o módulo de cisalhamento e o fator de perda do material viscoelástico VHB4590. Para isso, utilizou-se o princípio da Superposição Tempo-Temperatura em uma temperatura referência de 26°C.

O comportamento observado para a variação do módulo de cisalhamento e do fator de perda em relação à frequência esta de acordo com o verificado por NASHIF et al. (1995), apresentado na figura (2.3). Segundo NASHIF et al. (1995) o comportamento do módulo de armazenamento e do fator de perda do material em função da frequência apresentam maiores valores na região de transição do material.

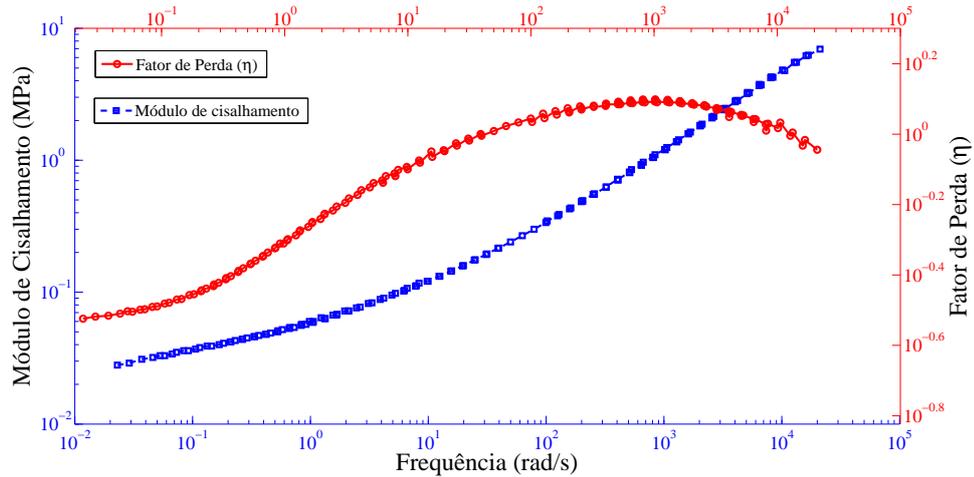


Figura 6.5: Curva Mestre do módulo de cisalhamento e do fator de perda para a fita VHB4590.

6.1.2 Construção da “Curva Mestre” para a Fita ADERMAX287

Apresenta-se nesse tópico a construção da “curva mestre” para a fita ADERMAX287. Realizou-se inicialmente o teste de pegosidade do material para verificar sua capacidade de aderência na estrutura sanduíche ensaiada. Verificou-se para essa fita que o material apresentou um valor de aderência inferior ao encontrado para a fita VHB4590. Apresenta-se na figura (6.6) o gráfico da variação da força normal em relação à folga aplicada.

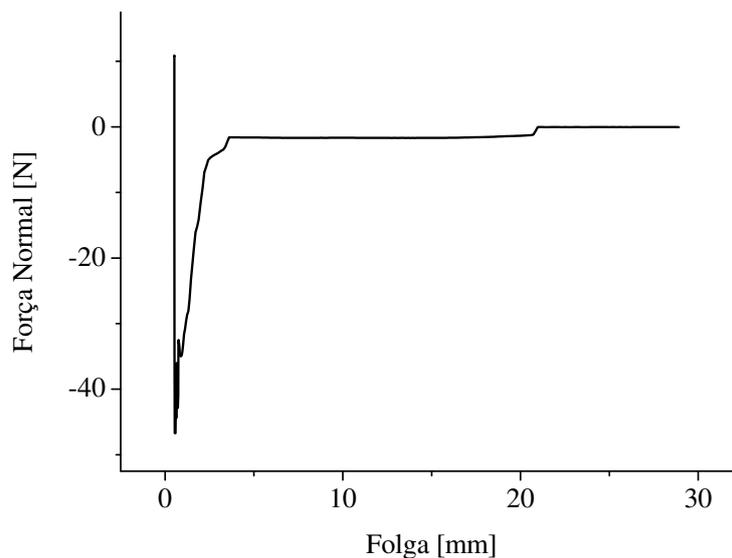


Figura 6.6: Comportamento da Força Normal da Fita ADERMAX287 em Relação à Folga Aplicada

Apresenta-se na figura (6.7) a “curva mestre” do módulo de cisalhamento e do fator de perda do material viscoelástico especificado como ADERMAX287 obtida pelo princípio da superposição tempo-temperatura. A curva apresentada na figura (6.7) apresentou uma menor quantidade de pontos representativos em relação ao apresentado na figura (6.5). Esse comportamento se deve à inferioridade do material em relação às propriedades viscoelásticas somada à menor capacidade de aderência, o que pode prejudicar a capacidade de dissipação de energia na estrutura.

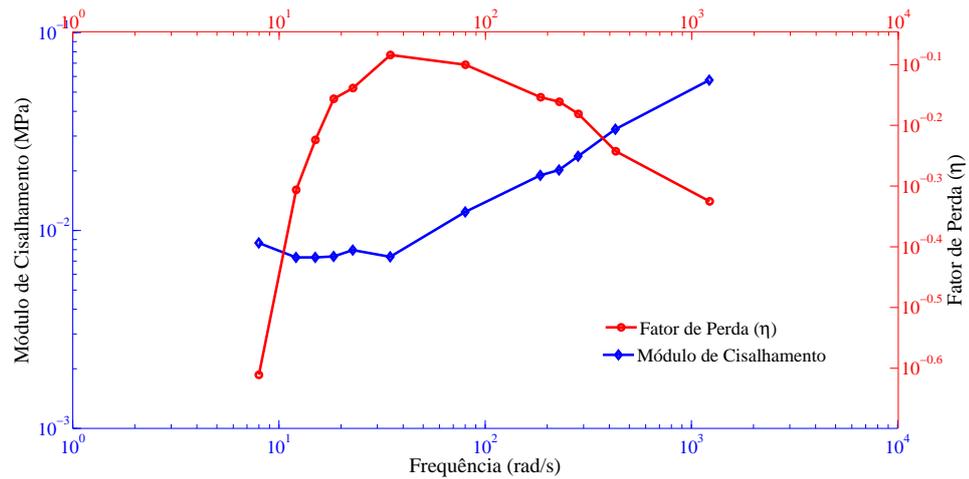


Figura 6.7: Curva Mestre do Módulo de Cisalhamento e do Fator de Perda para a Fita ADERMAX287.

Com base no Método Padrão da ASTM descrito por FAISCA (1998), especificado pela norma ASTM-E756 (2005), apresentam-se na tabela (6.1) os valores das primeiras frequências naturais do sistema e dos fatores de perda η das vigas de Alumínio, Aço Inox e as vigas sanduíches. Como esperado, verifica-se um aumento substancial no fator de perda quando analisamos a estrutura sanduíche.

Tabela 6.1: Resultado Experimental das Vigas Ensaiadas

ME	$\omega_n [Hz]$	η
Alumínio A1	2,00	0,0010
Alumínio Sanduíche A1	3,12	0,55
Alumínio A2	11,00	0,0015
Alumínio Sanduíche A2	16,00	0,60
Aço Inox	24,00	0,0015
Aço Inox Sanduíche	28,00	0,61

Para determinar os valores do fator de perda das vigas sem material viscoelástico utilizou-se a equação (2.62) e para o cálculo dos fatores de perda da estrutura sanduíche, utilizou-se a equação (A.10) apresentada no apêndice A. A equação (A.10) determina o valor do fator de perda apenas do material viscoelástico, isoladamente da estrutura o qual esse material esteja acoplado.

Os ensaios com as vigas sem o material viscoelástico foram realizados com temperatura ambiente e constante e submetidas ao ensaio de vibração livre com condição de contorno engastada-livre como apresentada na figura (5.11). As características físicas e geométricas das vigas de Alumínio e Aço Inox são apresentadas na tabela (5.3).

6.1.3 Resultados Experimentais utilizando a Viga de Alumínio A1

Nas figuras (6.8) a (6.10) são mostrados os espectros de frequência na faixa de 0 a 200 Hz considerando os ensaios com a viga de Alumínio A1, a viga Oberst A1 (apenas uma camada de material viscoelástico) e os ensaios com a estrutura sanduíche, respectivamente.

Observa-se na figura (6.8) que as quatro primeiras frequências naturais da viga de Alumínio são de 2,25; 12,75; 35,50; e 69,50 Hz .

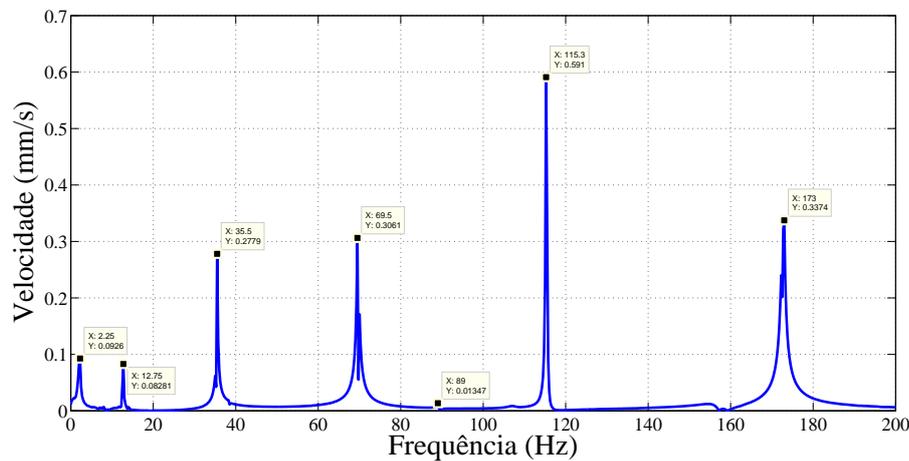


Figura 6.8: Resposta em Frequência para a Viga Simples de Alumínio.

Verifica-se na figura (6.9) que as quatro primeiras frequências naturais utilizando apenas uma camada de material viscoelástico são de 1,75, 11, 31 e 61 Hz . Comparando com as frequências naturais das viga de Alumínio sem material viscoelástico observam-se um pequeno decréscimo nos seus valores modais, decorrente do acréscimo de massa do material viscoelástico.

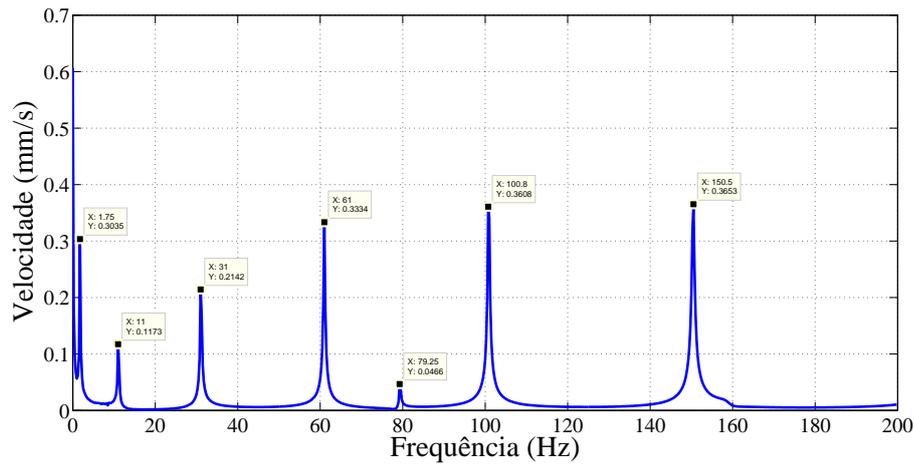


Figura 6.9: Resposta em Frequência para a Viga Oberst de Alumínio A1

Na figura (6.10) é apresentando a resposta em frequência da viga sanduíche, caracterizada por uma viga base, um núcleo viscoelástico e uma viga de restrição. Verifica-se que as quatro primeiras frequências naturais dessa estrutura são de 3,12; 15,38; 33,88 e 83,88 Hz.

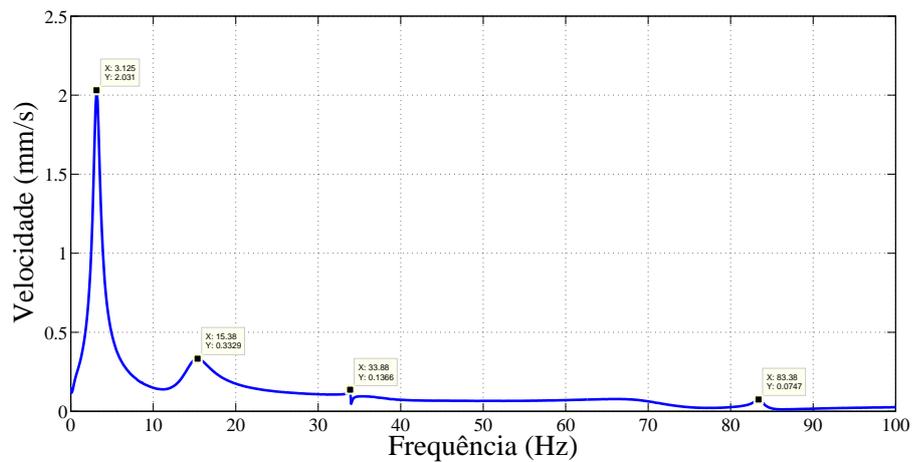


Figura 6.10: Resposta em Frequência para a Viga Sanduíche de Alumínio A1

Nas figuras (6.11) a (6.13) são apresentados as respostas no tempo considerando os ensaios com as vigas de alumínio, viga Oberst e viga sanduíche, respectivamente.

Apresenta-se na figura (6.11) a resposta experimental no tempo da viga de alumínio sem material viscoelástico. Nota-se que a resposta é pouco amortecida com amplitude de velocidade máxima de 6 mm/s após $1,4 \text{ s}$.

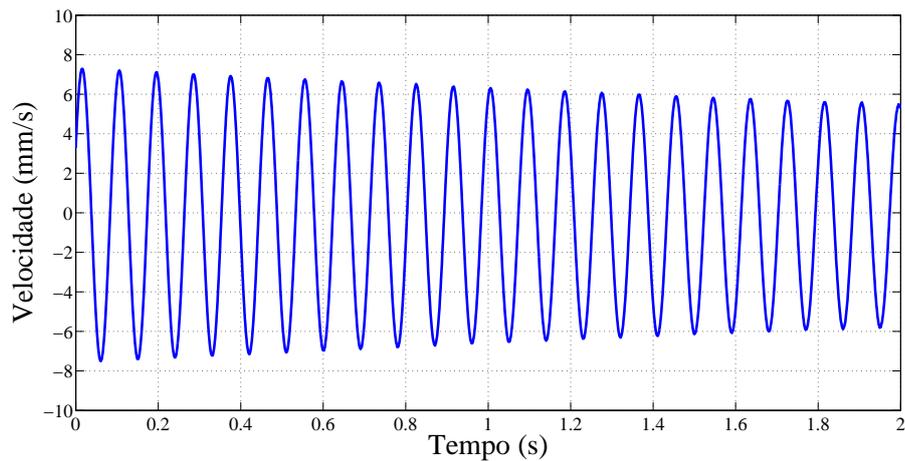


Figura 6.11: Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Simples de Alumínio A1

Na figura (6.12) apresenta-se a resposta no tempo da viga Oberst de Alumínio A1. Observa-se que a resposta no tempo é amortecida com amplitude de velocidade, em regime permanente, entre -1 a 1 mm/s .

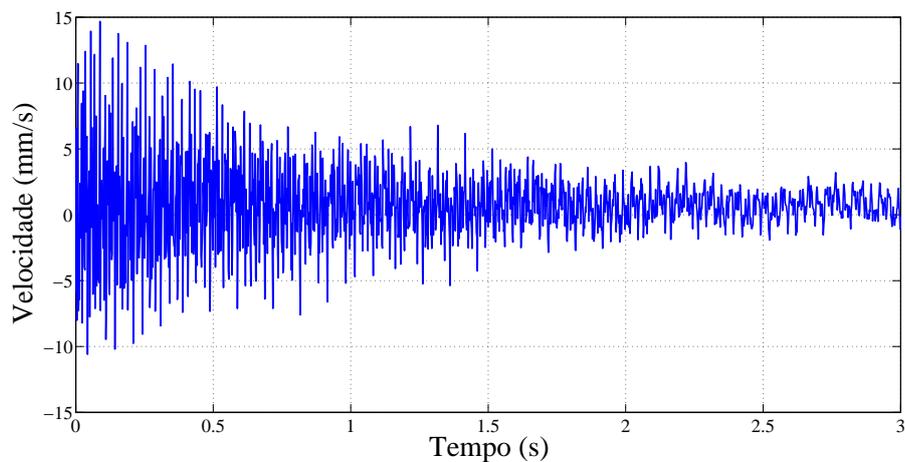


Figura 6.12: Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Oberst de Alumínio.

Na figura (6.13) observa-se pela resposta no tempo a grande efetividade de amortecimento da camada viscoelástica quando utilizada como núcleo absorvedor. Verifica-se que em apenas 2,5s a estrutura aproxima-se de uma amplitude de velocidade quase nula estabilizando o sistema por um controle passivo de vibrações.

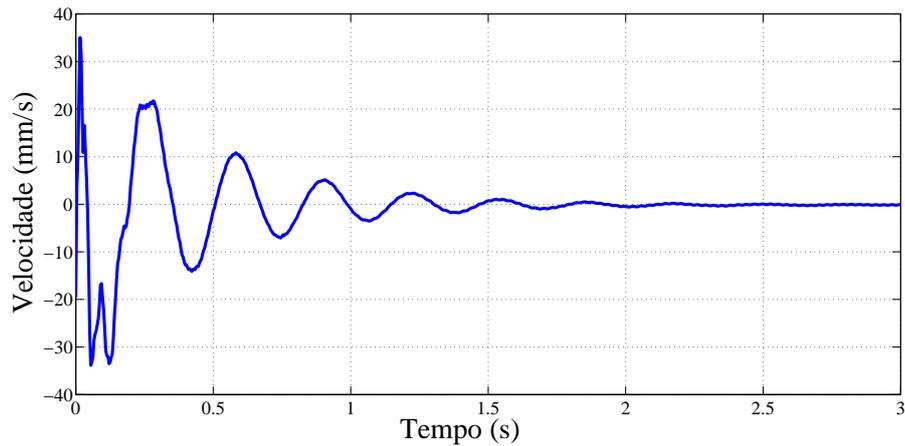


Figura 6.13: Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche de Alumínio A1.

A fim de determinar o valor do fator de amortecimento da curva apresentada na figura (6.13) realizou-se um ajuste pelo método dos mínimos quadrados não linear. Para isso, utilizou-se como resposta de solução analítica a função apresentada na equação (2.81). Na figura (6.14) apresenta-se o ajuste realizado, bem como os quatro parâmetros da resposta analítica já apresentada sendo: os parâmetros **A** e **B** as constantes arbitrárias da resposta analítica; o fator de amortecimento ξ ajustado representado pelo parâmetro **q** e a frequência natural amortecida ω_d representado pelo parâmetro **r**, dada em rad/s .

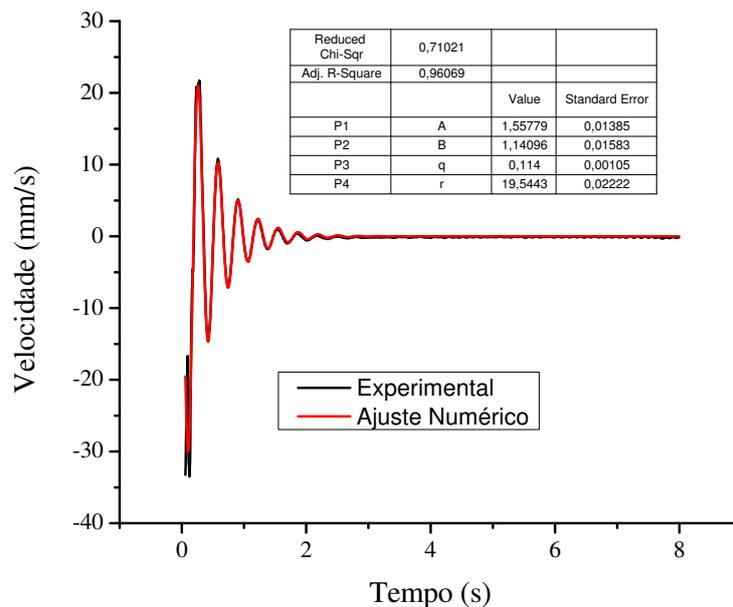


Figura 6.14: Ajuste da curva de amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche A1.

Verifica-se que o valor de R^2 do ajuste realizado apresenta um valor de 0,96 o que representa uma forte relação do ajuste numérico com o experimental e confiabilidade nos parâmetros ajustados.

O valor ajustado do fator de amortecimento ξ para a viga sanduíche de Alumínio A1 é de 0,114, representando um fator de perda η estrutural de 0,228. Apresenta-se na tabela (6.1) o valor do fator de perda apenas do material viscoelástico, sendo esse de 0,55.

A frequência amortecida ajustada ω_d representa a primeira frequência natural do sistema sendo essa de 19,54 rad/s ou 3,1 Hz . Esse valor de frequência também é verificado no gráfico da figura (6.10)

6.1.4 Resultados Experimentais para a Viga de Alumínio A2

Nas figuras (6.15) a (6.17) são mostrados os espectros de frequência considerando os ensaios com a vigas de Alumínio A2. Nesse tópico apresenta-se também o ajuste da curva de amortecimento no tempo pelo método dos mínimos quadrados não linear (MQNL).

Na figura (6.15) é apresentada a resposta em frequência para a viga de alumínio A2 na faixa de frequência de 0 a 200 Hz . Observam-se as quatro primeiras frequências naturais do sistema em 11,00; 67,00; 97,00; e 187,50 Hz .

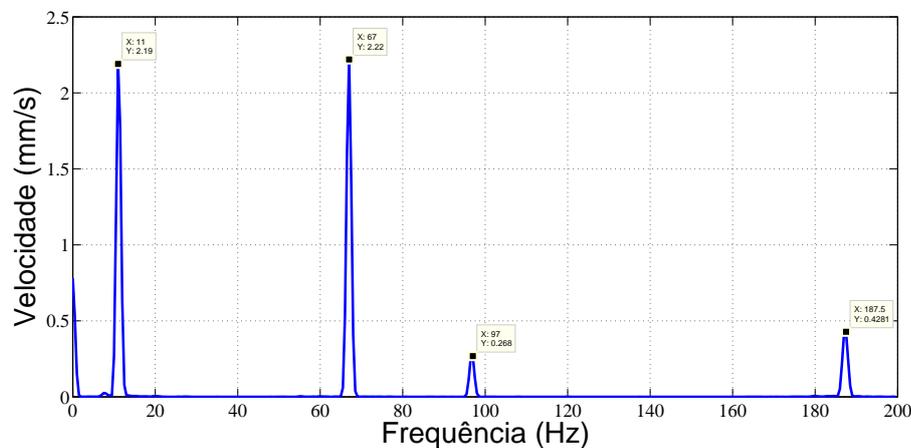


Figura 6.15: Resposta em Frequência para a Viga Simples de Alumínio A2.

Na figura (6.16) têm-se a resposta em frequência da viga sanduíche de Alumínio A2. Assim como verificado na figura (6.10), observa-se alterações nas primeiras frequências naturais amortecidas, sendo essas de 16,00 e 72,00 Hz .

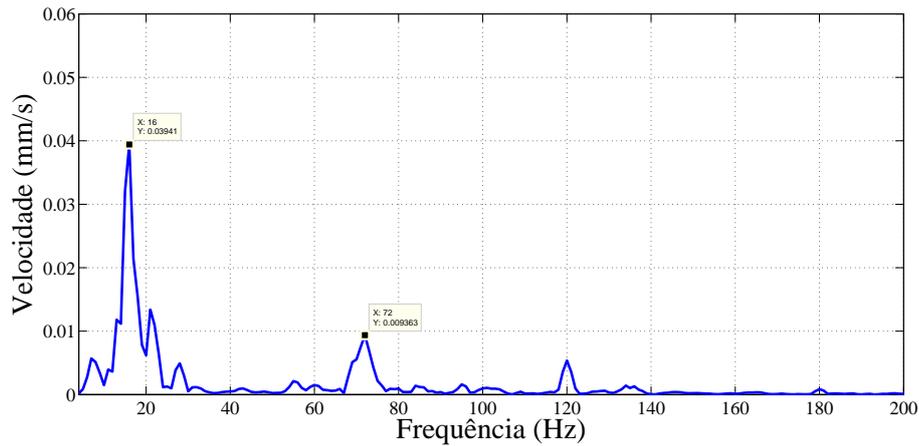


Figura 6.16: Resposta em Frequência para a Viga Sanduíche de Alumínio A2

A resposta no tempo para a viga de alumínio A2 apresentado na figura (6.17) mostrou-se pouco amortecida, o que era esperado por tratar-se de uma estrutura subamortecida. Nota-se uma amplitude máxima de velocidade de 10 mm/s após $1,4 \text{ s}$.

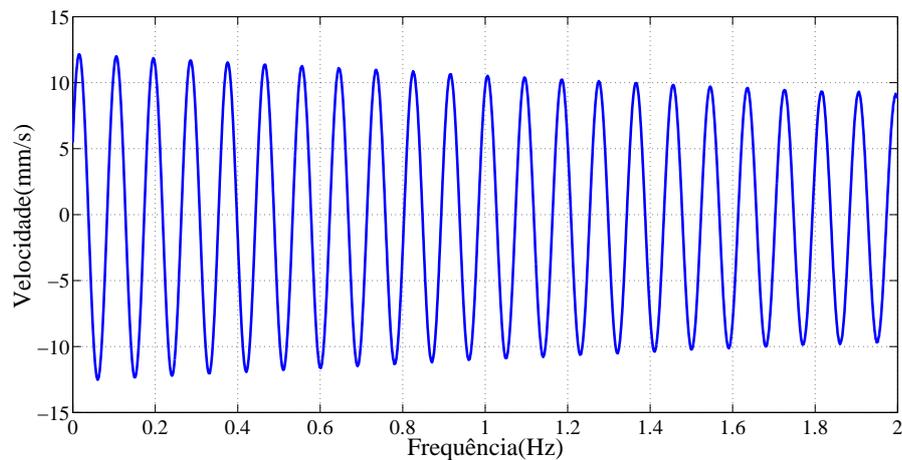


Figura 6.17: Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Simples de Alumínio A2

Assim como apresentado na figura (6.13), apresenta-se na figura (6.18) a resposta no tempo para viga sanduíche de alumínio A2. Nota-se novamente que a estrutura sanduíche apresenta um grande capacidade amortecimento devido a presença efetiva da camada de material viscoelástico como núcleo absorvedor de vibração.

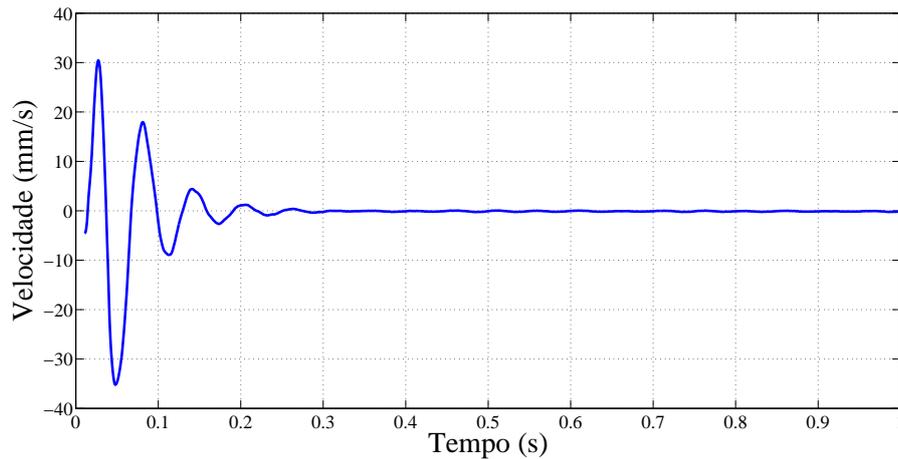


Figura 6.18: Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche de Alumínio A2

A fim de verificar o valor do fator de amortecimento da curva apresentada na figura (6.18) utilizou-se também o ajuste pelo método dos mínimos quadrados não linear. Na figura (6.19) apresenta-se o ajuste realizado bem como os quatro parâmetros da resposta analítica já apresentada sendo: os parâmetros **A** e **B** as constantes arbitrárias da resposta analítica; o parâmetro **q** o fator de amortecimento ξ ajustado e **r** a frequência natural amortecida ω_d dada em rad/s . Observa-se um valor de R^2 de 0,94 o que representa novamente forte relação do ajuste numérico com o experimental.

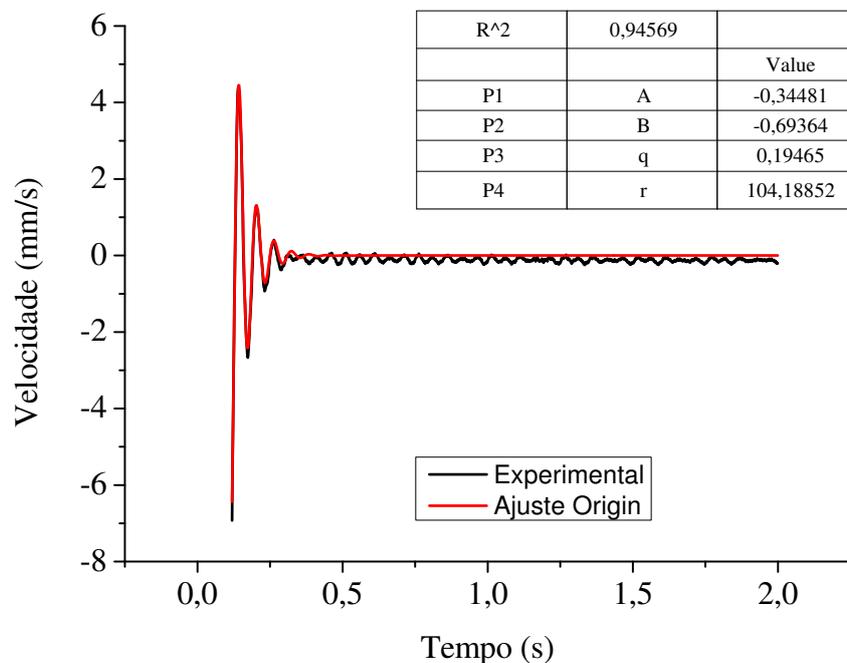


Figura 6.19: Ajuste da curva de amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche de Alumínio A2

6.1.5 Resultados Experimentais para a Viga de Aço Inox

Verifica-se nas figuras (6.20) a (6.22) os espectros de frequência considerando os ensaios com a viga de aço inox, a viga Oberst (1 camada de viscoelástico) e os ensaios com a estrutura sanduíche, respectivamente. Observa-se um comportamento similar aos ensaios com a viga de alumínio sendo que a estrutura sanduíche nas duas vigas ensaiadas apresentam maiores fatores de amortecimento.

Na figura (6.20) é apresentada a resposta em frequência para a viga de aço inox na faixa de frequência de 0 a 200 Hz . As duas primeiras frequências naturais do sistema são 24,00 e 149,00 Hz .

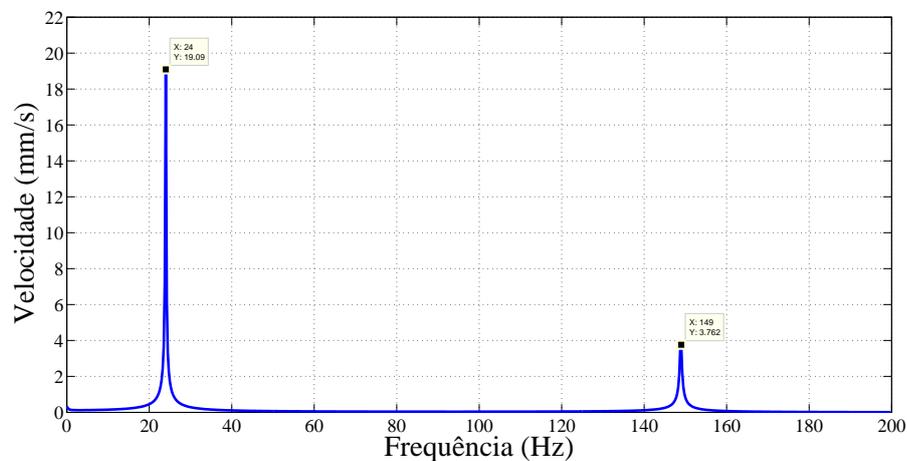


Figura 6.20: Resposta em Frequência para a Viga Simples de Aço Inox

Na figura (6.21) é apresentada a resposta em frequência para a viga Oberst de aço inox. As duas primeiras frequências naturais do sistema foram alteradas para 22,75 e 140,80 Hz decorrente do acréscimo de massa no sistema pela camada viscoelástica.

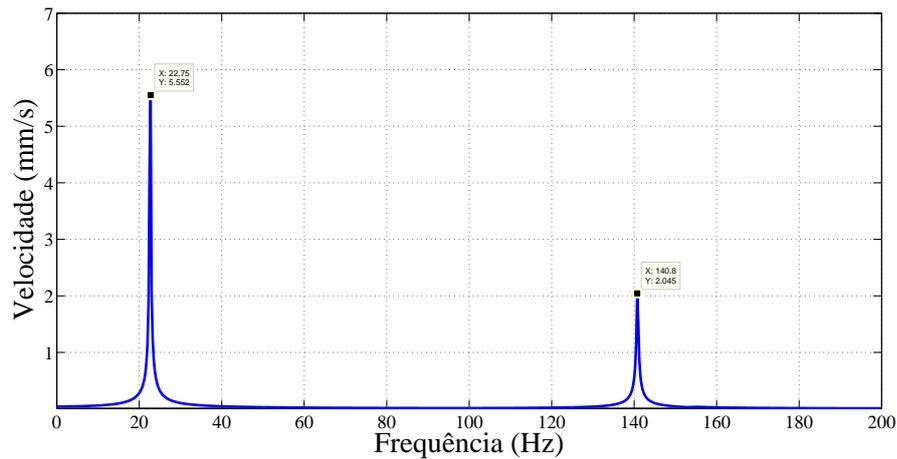


Figura 6.21: Resposta em Frequência para a Viga Oberst de Aço Inox

Na figura (6.22) têm-se a resposta em frequência da viga sanduíche de aço inox. Assim como verificado na figura (6.16), observa-se alteração nas primeiras frequências naturais amortecidas, sendo essas de 28 e 160 Hz .

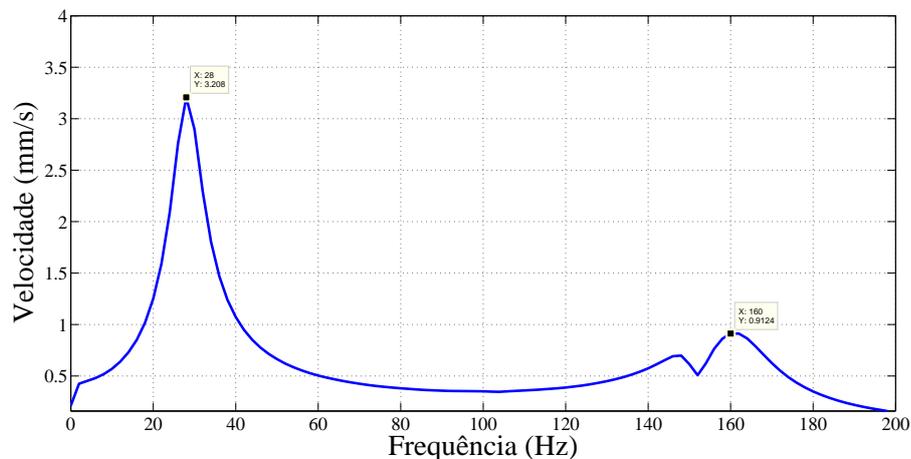


Figura 6.22: Resposta em Frequência para a Viga Sanduíche de Aço Inox

Verifica-se nas figuras (6.23) a (6.25) as respostas no tempo considerando os ensaios com a viga de aço inox, a viga Oberst (1 camada de viscoelástico) e os ensaios com a estrutura sanduíche, respectivamente.

A resposta no tempo para a viga de aço inox apresentado na figura (6.23) também mostrou-se pouco amortecida com uma amplitude máxima de velocidade de 40 mm/s após 3 s .

Observa-se na figura (6.24) a resposta no tempo para a viga Oberst de aço inox. Considerando um tempo de 3 s , a estrutura apresentou uma amplitude máxima em velocidade de 10 mm/s sendo menor que a amplitude observada pela viga sem camada viscoelástica.

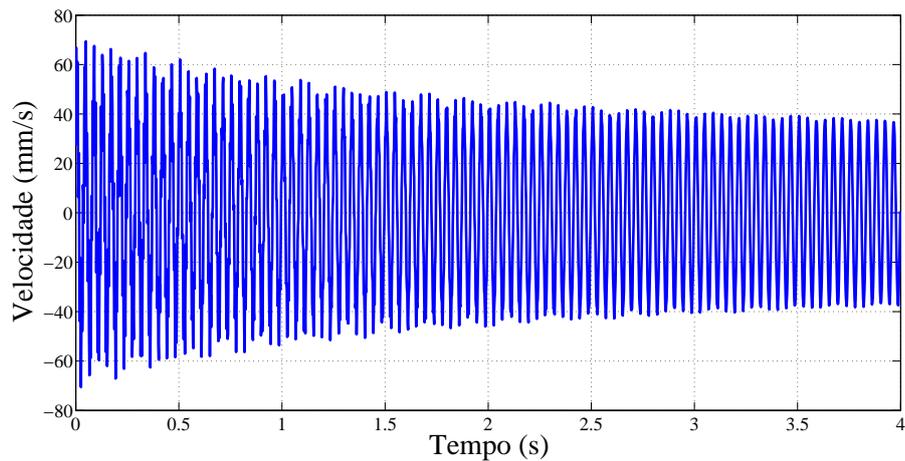


Figura 6.23: Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga de Aço Inox

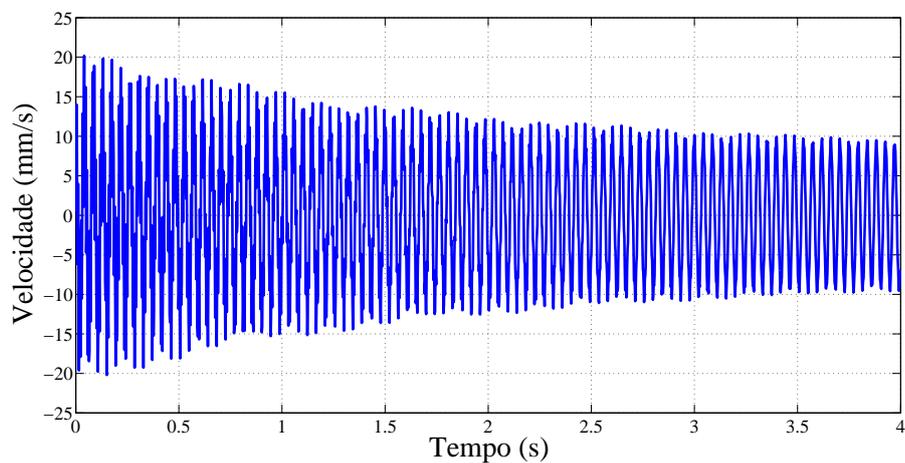


Figura 6.24: Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Oberst com Aço Inox

Na figura 6.25) observa-se um comportamento semelhante ao verificado para as vigas de alumínio A1 e A2. Em todas as vigas sanduíches ensaiadas nesse trabalho, observou-se uma maior efetividade de amortecimento pela camada viscoelástica. Verifica-se que a viga sanduíche de aço inox apresenta uma amplitude de velocidade no tempo quase nula em menos de 1 s.

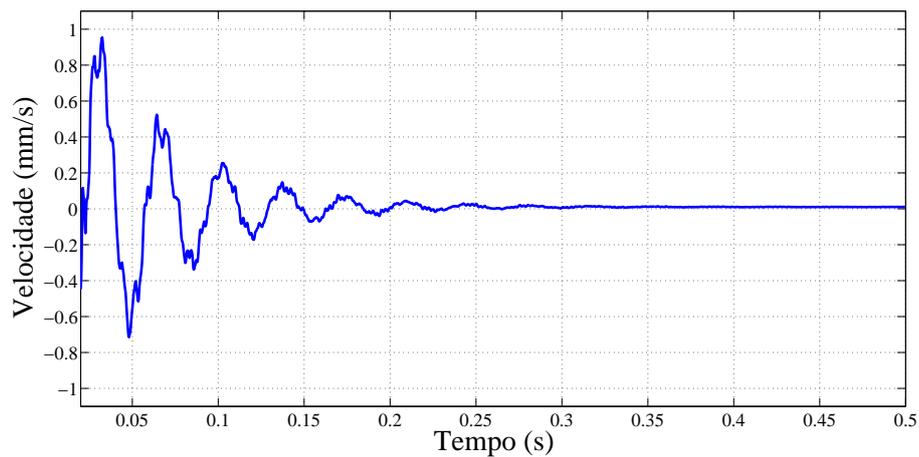


Figura 6.25: Resposta de Amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche com Aço Inox

Realizou-se também, para a viga sanduíche de aço inox um ajuste pelo método dos mínimos quadrados não linear. Na figura (6.26) apresentam-se os quatro parâmetros ajustados. Observa-se um valor de R^2 de 0,93 o que representa forte relação do ajuste numérico com o experimental.

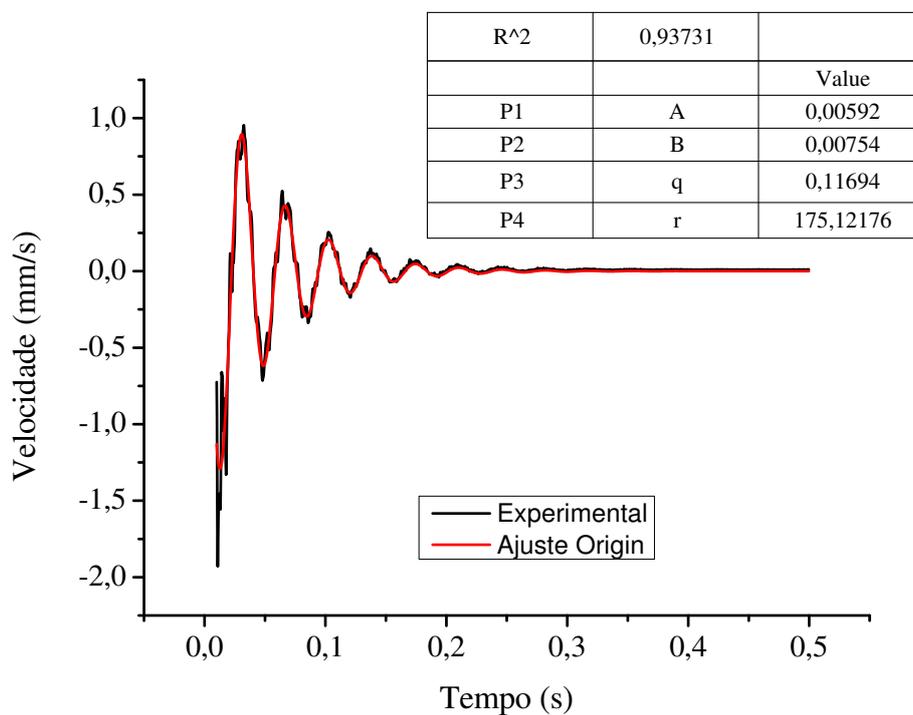


Figura 6.26: Ajuste da curva de amplitude no Tempo para a Viga Sanduíche com Aço Inox

6.1.6 Resultado Experimental Considerando Variação de Temperatura

É descrito nesse tópico os resultados da resposta de amortecimento da estrutura considerando vários pontos de temperatura. Nesse ensaio, utilizou-se a viga de aço inox com características físicas e geométricas apresentadas na tabela (5.3) e como núcleo absorvedor a fita viscoelástica apresentada na tabela (5.5).

Para obter o comportamento das respostas dinâmicas de vibração com variação de temperatura, inseriu-se a viga sanduíche no interior da estufa apresentada na figura (5.6), observando-se o efeito dessa variável.

Em todas as medidas, atentou-se para a estabilização de temperatura. Quando os termopares, da estufa e o da base registraram um mesmo valor, considerava-se a estabilização do ensaio proporcionando confiabilidade no valor medido.

Nas figuras (6.27), (6.28) e (6.29) são apresentados os ajustes realizados. Para isso, utilizou-se para cada intervalo de temperatura o método dos mínimos quadrados não-linear. Os dados foram ajustados considerando-se um intervalo de temperatura de 20 a 70 °C com incrementos de 5°C entre as temperaturas. Verifica-se em todos os ajustes que os valores R^2 apresentaram valores superiores a 0,90 indicando-se uma forte relação entre as respostas experimentais e a resposta numérica que foi ajustada.

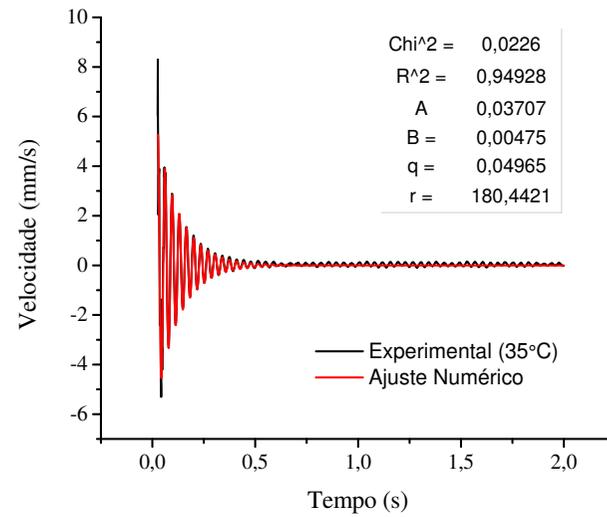
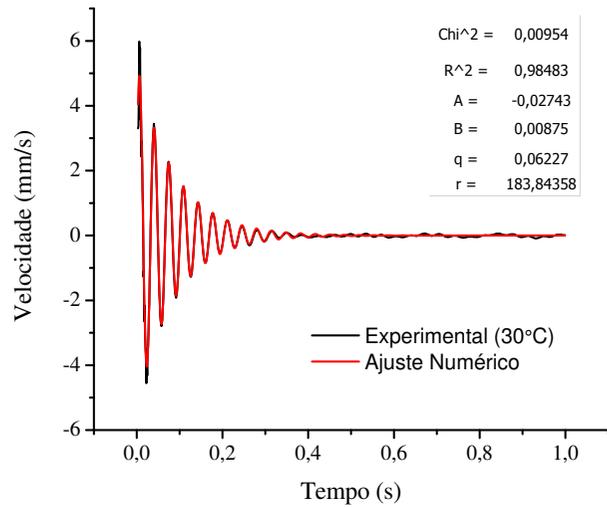
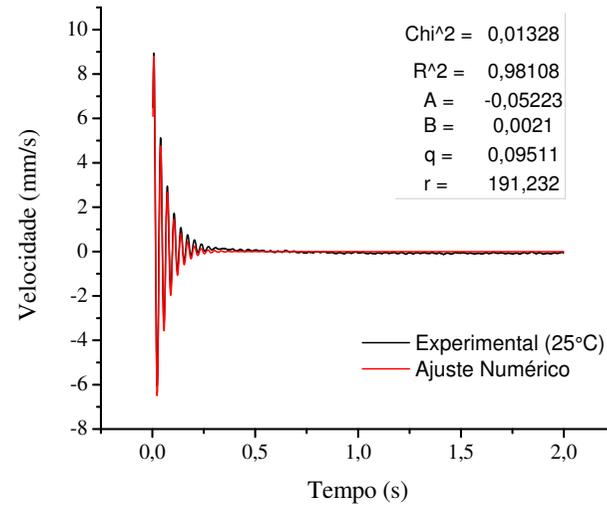
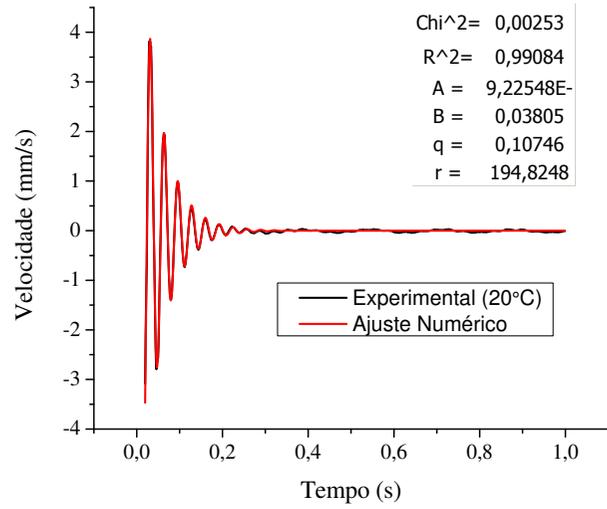


Figura 6.27: Resposta do Amortecimento da Estrutura para as temperaturas de 20 a 35 °C.

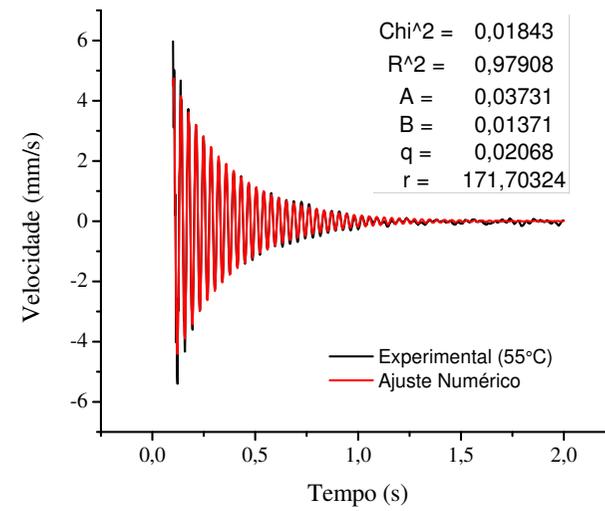
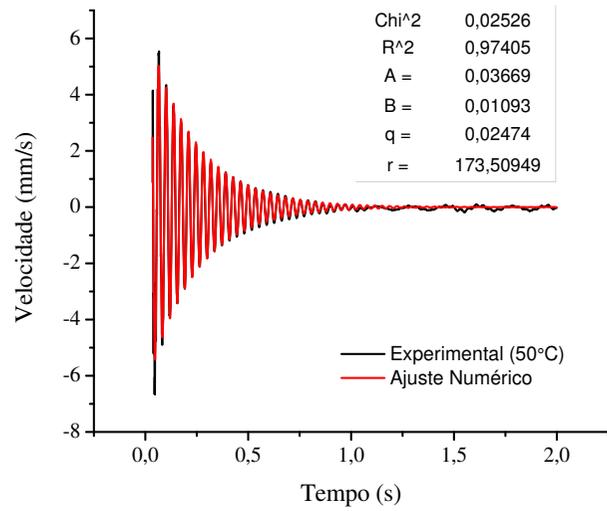
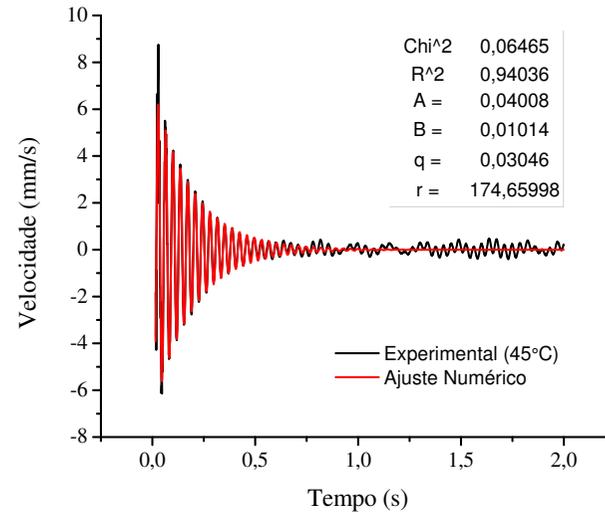
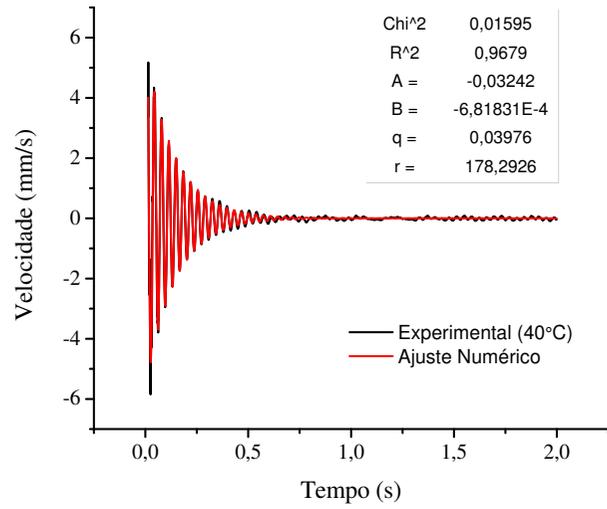


Figura 6.28: Resposta do Amortecimento da Estrutura para as temperaturas de 40 a 55 °C.

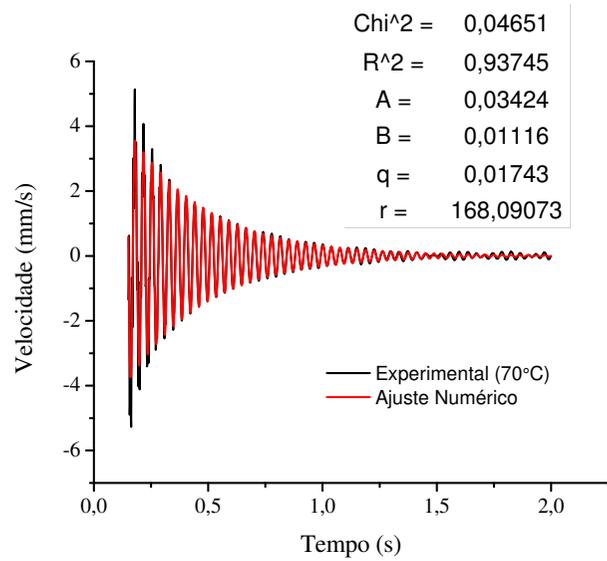
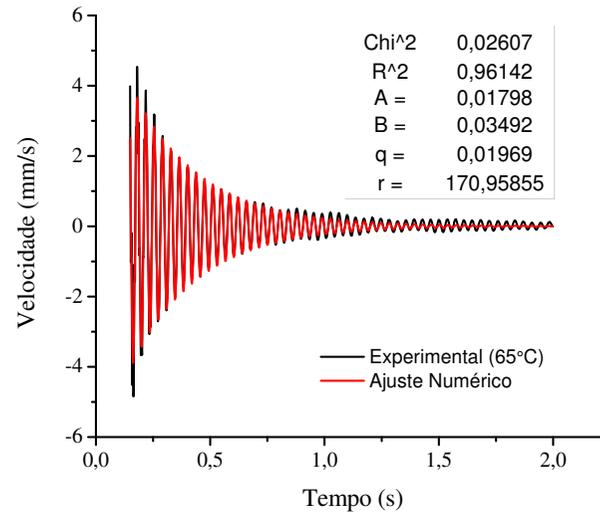
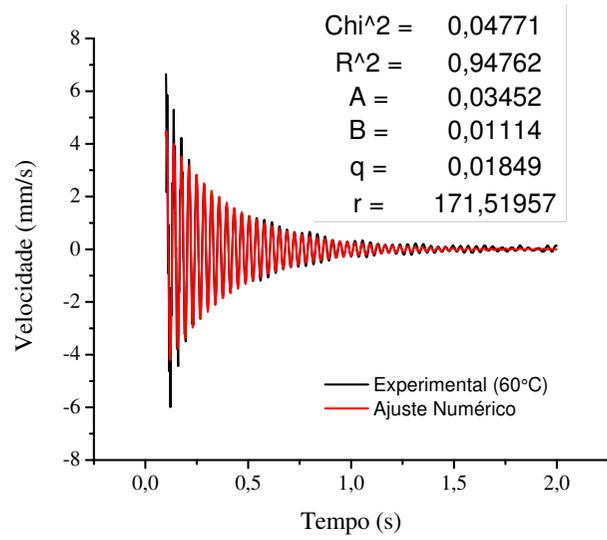


Figura 6.29: Resposta do Amortecimento da Estrutura para as temperaturas de 60 a 70 °C.

6.1.7 Comparativo entre os Métodos de Ajustes - (ERA X MQNL)

É descrito nesse tópico um comparativo entre os dois métodos de ajuste dos dados experimentais de amortecimento da estrutura submetidas à variação de temperatura apresentada no tópico anterior. O primeiro denominado de ERA (*Eigensystem Realization Algorithm*) foi adaptado de MOREIRA (1998) e consiste de uma identificação via realização de auto-sistema. Outro método utiliza o método dos mínimos quadrados não linear (MQNL) para ajustar a curva experimental.

Apresentam-se na tabela (6.2) os valores dos fatores de perda estrutural para cada valor de temperatura avaliado. Utilizou-se nesse ensaio a fita dupla face ADERMAX287 comparando-se os dois métodos de ajustes. Verifica-se pequenos desvio dos resultados encontrados pelo MQNL em relação aos ajustes realizados pelo método ERA, demonstrando confiabilidade nos métodos utilizados.

Tabela 6.2: Fator de Perda Estrutural em Diferentes Pontos de Temperatura.

Temperatura (°C)	Fator de Perda (ERA)	Fator de Perda (MQNL)	Desvio(%)
20	0,220	0,215	2,33
25	0,180	0,190	-5,26
30	0,120	0,130	-7,69
35	0,100	0,100	0,00
40	0,080	0,080	0,00
45	0,059	0,060	-1,67
50	0,050	0,050	0,00
55	0,041	0,041	0,00
60	0,038	0,036	5,00
65	0,040	0,039	2,56
70	0,036	0,035	2,86

Para determinar o valor do fator de perda apenas do material viscoelástico, quando submetido à variação de temperatura apresentada na tabela (6.2) utilizou-se a equação (A.10) apresentada no apêndice A. Apresentam-se na figura (6.30) um comparativo desses resultados considerando novamente os métodos de ajuste ERA e MQNL. Observa-se que o valor do fator de perda do material reduz com o aumento da temperatura, o que está de acordo com o verificado pelo autor SUN e LU (1995) na figura (2.2). Os autores FAISCA (1998), BARBOSA (2000) e PITELA (2006) também verificaram esse tipo de comportamento.

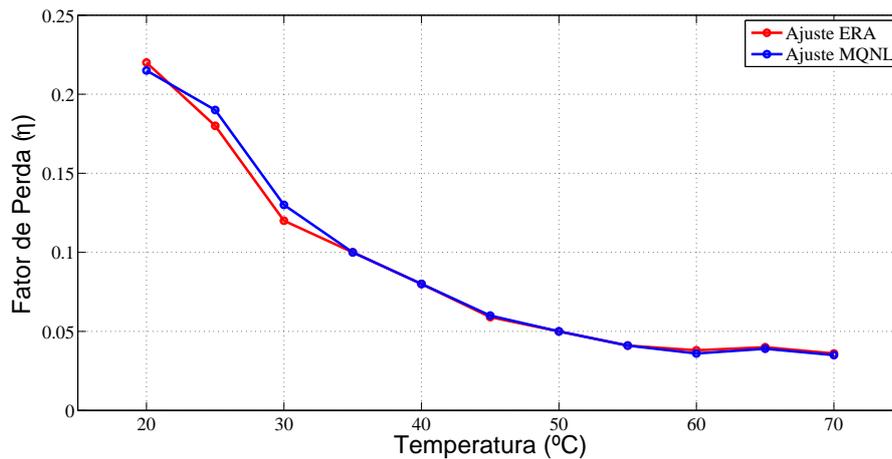


Figura 6.30: Variação do Fator de Perda(η) do Material Viscoelástico com a Temperatura

Na figura (6.31) apresenta-se o desvio do método MQNL em relação ao método ERA desenvolvido por MOREIRA (2004). Observa-se grande aproximação dos métodos sendo o desvio médio de 2,48 % com valores variando de 0 a 7,69 %.

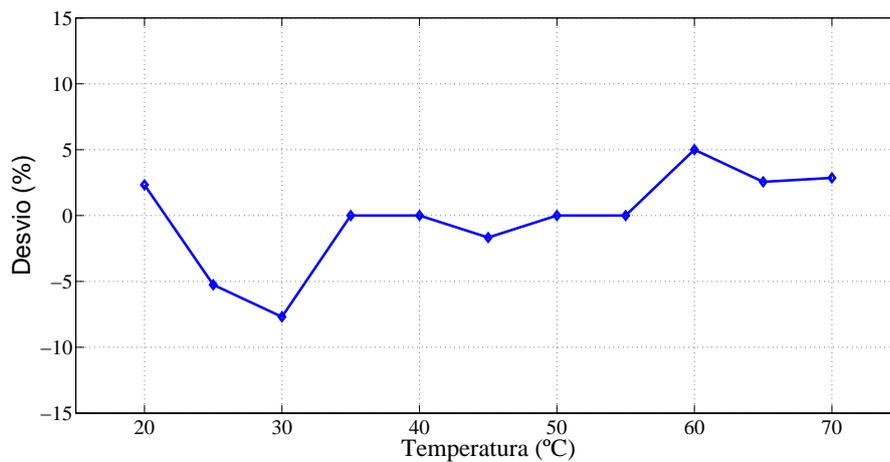


Figura 6.31: Desvio percentual do método MQNL em relação ao método ERA

6.2 Resultados Numéricos

Apresentam-se a seguir os resultados numéricos obtidos considerando as vigas de Alumínio A1, a viga de Alumínio A2 e a viga de Aço Inox apresentadas na tabela (5.3). Para as vigas de Alumínio A1 e Aço Inox utilizaram-se como núcleo absorvedor a fita viscoelástica ADERMAX287 apresentada na tabela (5.5) e para a viga de Alumínio A2 a fita viscoelástica VHB4590 apresentada na tabela (5.4).

Para simular a resposta em frequência e no tempo utilizou-se como base o modelo ADF de acordo com os parâmetros constitutivos apresentados nas tabelas (5.5) e (5.4).

Utilizou-se o método de Newmark para realizar a integração no tempo. Para garantir que o método seja incondicionalmente estável escolheu-se como parâmetros para os dois materiais viscoelásticos os valores de $\alpha = 0,3025$ e os valores de $\beta = 0,601$. Segundo RAO (2008), o critério na escolha dos parâmetros α e β influenciam diretamente nas características de precisão e estabilidade desejadas sendo que os mesmos indicam quanto a aceleração ao final do intervalo influenciam nas equações de velocidade e deslocamento ao final de um intervalo Δt .

Para realizar as simulações utilizou-se de 20 elementos para montagem da matriz global do sistema, situação no qual verificou-se estabilidade das respostas numéricas em relação aos dados obtidos experimentalmente. Sabendo-se que a estrutura sanduíche é representada pela figura (3.3), o número de graus de liberdade das matrizes globais considerando-se as condições de contorno engastada-livre é de 160.

6.2.1 Simulação Numérica com a Viga de Alumínio A1

Na figura (6.32) apresenta-se o gráfico de resposta em frequência experimental e a determinada pelo modelo ADF. Verifica-se proximidade entre as curvas até a frequência de 100 Hz. FILHO (2012) também verificou proximidades nos valores de frequências obtidas numericamente em relação aos dados experimentais.

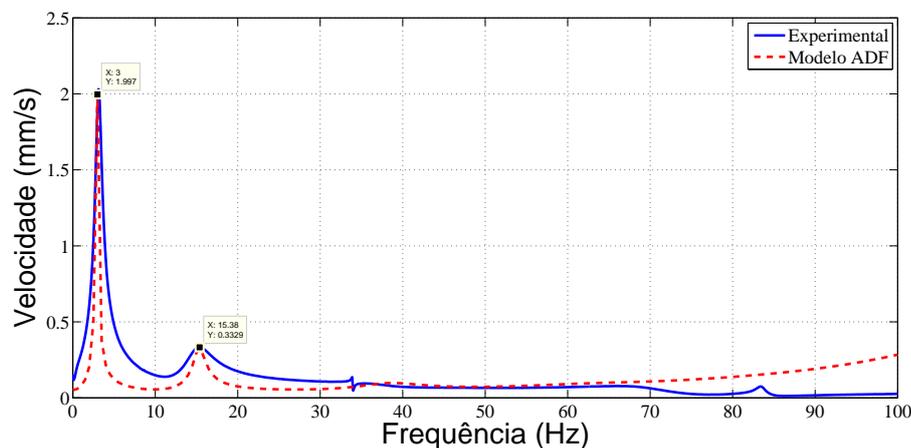


Figura 6.32: Resposta de Amplitude em Frequência da Viga Sanduíche com Alumínio A1

Na figura (6.33) apresentam-se as respostas no tempo entre os resultados experimental e o modelo ADF. Observa-se que a resposta transitória apresenta diferenças de amplitude e fase. A diferença entre as magnitudes dos picos das frequências naturais experimental e numérica pode estar associadas a impossibilidade de assegurar com precisão a posição do carregamento realizado nos ensaios, dentre outros fatores.

Considerando-se que o material utilizado nesse ensaio foi a fita dupla face ADERMAX287, verifica-se na figura (6.6) que esse material apresenta-se com algumas limitações inerentes à baixa aderência do material, ocasionando nesse caso imprecisão na identificação dos parâmetros ADF. Os valores da massa específica e do módulo de elasticidade adotado ou determinado também podem provocar incertezas no modelo, contribuindo para a redução de afinidade entre o valor experimental e numérico.

O autor SALDARRIAGA (2007) encontrou dificuldades em comparar dados experimentais em materiais viscoelásticos com dados numéricos. Segundo o autor, para a estimação do amortecimento, o ajuste também não foi satisfatório em alguns dos seus resultados observados, considerando-se as dificuldades em identificar precisamente os parâmetros do modelo.

O autor FILHO (2012) também verificou diferenças nas taxas de amortecimento obtidas numericamente com as coletadas em laboratório. Para o estudo aplicado à vigas sanduíches, o autor destaca a influência que o ajuste dos parâmetros do modelo exercem nos resultados do módulo complexo e de perda.

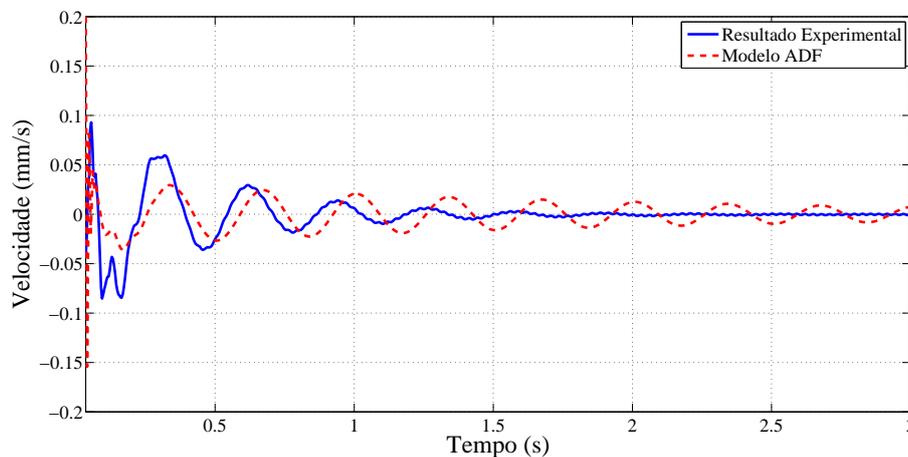


Figura 6.33: Resposta de Amplitude no Tempo da Viga Sanduíche com Alumínio A1

6.2.2 Simulação Numérica com a Viga de Aço Inox

Apresenta-se na figura (6.34) a resposta em frequência da velocidade da ponta da viga para a viga sanduíche de Aço Inox. Comparou-se a simulação numérica pelo método ADF com os obtidos experimentalmente obtendo novamente uma aproximação nas primeiras frequências naturais do sistema.

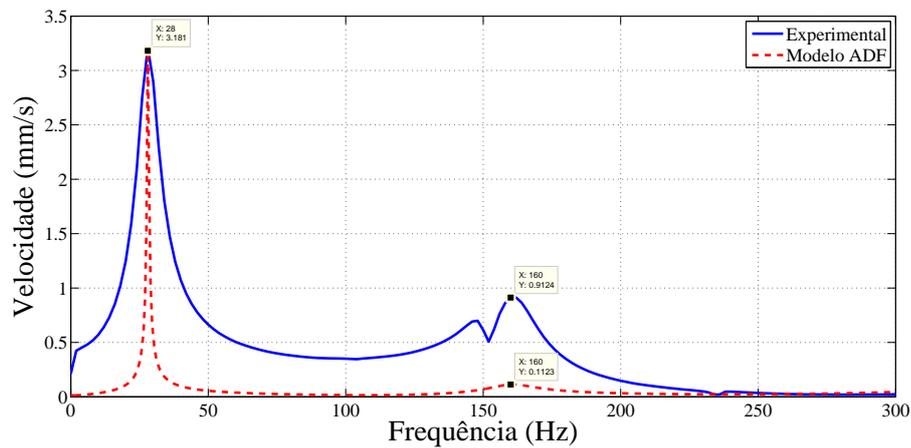


Figura 6.34: Resposta de Amplitude em Frequência da Viga Sanduíche com Aço Inox

Observa-se na figura (6.35) que o tempo final de absorção de energia das curvas experimentais e numéricas foram semelhantes, o que garantiu um valor de amortecimento bem próximos utilizando o modelo ADF.

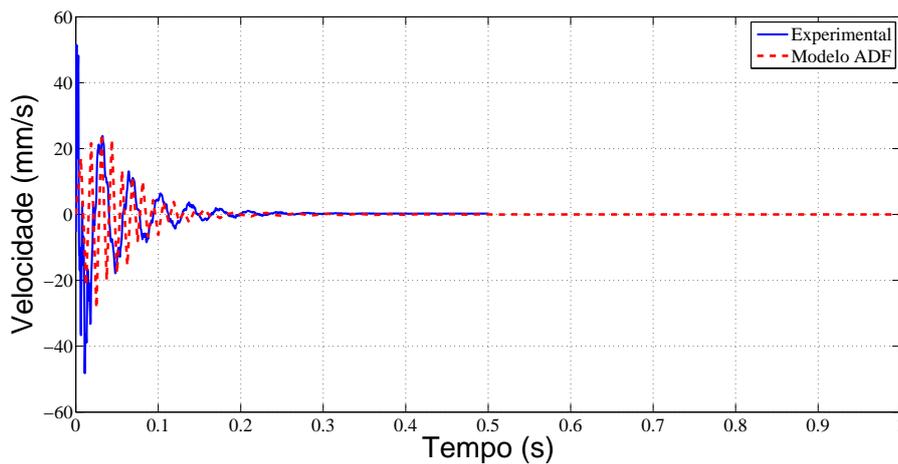


Figura 6.35: Resposta de Amplitude no Tempo da viga Sanduíche com Aço Inox

6.2.3 Simulação Numérica com a Viga de Alumínio A2

Na figura (6.36) é apresentado a resposta numérica considerando a viga sanduíche com alumínio A2. Comparou-se os resultados numéricos via ADF com os obtidos experimentalmente. Observa-se que as primeiras frequências naturais obtidas numericamente se aproximaram dos obtidos em laboratório sabendo-se que as diferenças entre as magnitudes são esperadas.

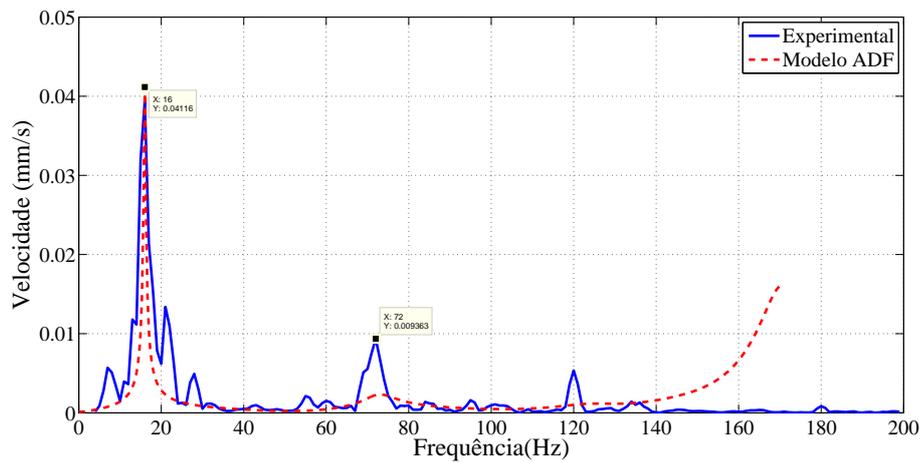


Figura 6.36: Resposta de Amplitude em Frequência da Viga Sanduíche com Alumínio A2

Na figura(6.37) apresenta-se a resposta no tempo quando simulamos pelo modelo ADF. Apesar da resposta transitória do sistema apresentar diferenças de amplitude e fase, verifica-se que o tempo final de absorção de energia, considerando as curvas experimentais e numéricas foram semelhantes.

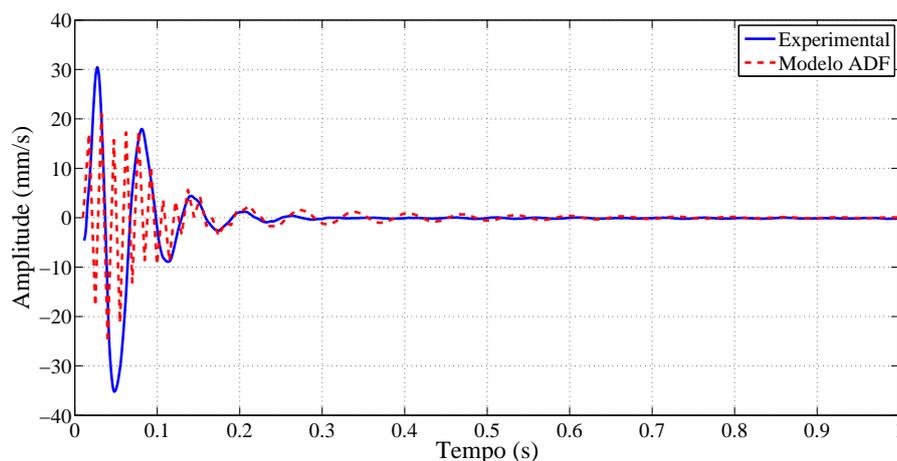


Figura 6.37: Resposta de Amplitude no Tempo da viga Sanduíche com Alumínio A2

Capítulo 7

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

7.1 Conclusões

A metodologia desenvolvida utilizando decremento logarítmico mostrou ser rápida e prática na preparação dos ensaios e na determinação das propriedades viscoelásticas do material, podendo ser aplicada a outros materiais viscoelásticos, atentando para a necessidade de uma caracterização e identificação coerente dos parâmetros do modelo.

A utilização do material viscoelástico no contexto de controle passivo de vibrações mostrou-se eficiente resultando em uma resposta dinâmica estrutural em maiores níveis de amortecimento, como consequência à redução dos níveis de vibração da estrutura.

A utilização do material viscoelástico como núcleo absorvedor aplicado na viga sanduíche, considerando as fitas VHB4590 e ADERMAX287, mostraram-se mais eficientes do que as apresentadas com apenas camadas externas. O valores médios do fator de perda para as fitas ADERMAX287 e VHB4590 é de 55 % e 60%, respectivamente.

A fita VHB4590, apesar de apresentar as mesmas características geométricas do que a fita ADERMAX287, apresentou melhores resultados de aderência nos testes de pegosidade realizados no equipamento Reômetro. Para todo intervalo de folga aplicada na fita VHB4590 os valores da força normal de colagem se mantiveram constantes em torno de 50 N, garantindo melhores resultados no amortecimento estrutural.

A utilização dos métodos de Identificação Via Realização de Auto-Sistema (*ERA*) e o método de ajuste dos Mínimos Quadrados não Linear (*MQNL*) se mostraram eficientes no ajuste da curva experimental das vigas sanduíches permitindo obter precisamente o fator de amortecimento da estrutura analisada. Observa-se grande proximidade entre os métodos sendo que o desvio médio do método *MQNL* em relação ao método *ERA* foi de 2,48%.

O princípio da Superposição Tempo-Temperatura mostrou-se eficiente para a construção das “Curvas Mestras” dos materiais viscoelásticos ensaiados. Com essa técnica, é possível prever o comportamento desses materiais em frequências maiores do que as frequências realmente medidas, possibilitando determinar a temperatura de transição vítrea do material e a identificação dos parâmetros do modelo ADF.

O uso da otimização multiobjetiva via algoritmos genéticos (AG) foi suficiente para identificar os parâmetros do modelo ADF.

Os ensaios com controle de temperatura realizados no interior da estufa utilizando o conjunto viga sanduíche, termopares e atuador piezolétrico mostraram-se práticos e eficientes na obtenção das propriedades dinâmicas do material, sendo que o vidro presente na porta da estufa não influenciou na detecção do sinal de vibração obtido pelo sensor vibrômetro Laser.

A escolha dos parâmetros de estabilidade α e β do método de integração de Newmark influenciam diretamente na obtenção das curvas numéricas de amortecimento no tempo e consequentemente a validação com os dados experimentais.

A modelagem do material viscoelástico via ADF, apesar de utilizar uma equação diferencial de 1ª ordem no modelo dinâmico do amortecimento mostrou-se efetivo na obtenção das frequências naturais do sistema, sabendo-se que frequências naturais são influenciadas mais fortemente pelo ajuste do módulo de elasticidade ou módulo de cisalhamento do material.

As curvas numéricas do fator de perda da estrutura no modelo ADF não obteve a mesma qualidade do que as curvas numéricas obtidas para as frequências naturais. Essas variações estão vinculadas às dificuldades em identificar precisamente os parâmetros do modelo que definem a capacidade de amortecimento do material.

A metodologia experimental desenvolvida para determinação das propriedades dinâmicas dos materiais viscoelásticos mostrou-se eficiente conseguindo produzir resultados confiáveis caracterizando as propriedades dos materiais viscoelásticos utilizados no trabalho. A utilização de engastes rígidos e com torque controlado foi essencial para a obtenção de bons resultados nas medições, representando corretamente a condição de contorno no ensaio.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Pode-se citar como sugestões de trabalhos futuros:

- Desenvolver estudos utilizando o modelo de segunda ordem GHM, derivadas fracionárias e o método da transformada diferencial.
- Fazer um estudo comparativo entre o modelo ADF e os demais.
- Analisar a influência do número de campos anelásticos no modelo ADF;
- Aplicar a técnica desenvolvida em vigas de Vlasov, Cisalhamento e Timoshenko, em estruturas do tipo placa de Kirchhoff e Reissner e Mindlin e Cascas.
- Desenvolver estudos de Controle Ativo utilizando elementos piezelétricos com materiais viscoelásticos.
- Aplicar técnicas como o método sem malha ou funções de base radial na solução de problemas dinâmicos de estruturas com amortecimento viscoelástico.
- Realizar estudos em estruturas que apresentam um grande número de graus de liberdade fazendo a redução da ordem nos modelos.
- Fazer um estudo utilizando a Teoria da Quantificação de Incertezas na análise dinâmica.
- Aplicar o modelo desenvolvido em estruturas que apresentam bases viscoelásticas como isoladores de vibração. Pode-se citar estudos para estruturas aeroespaciais e em estruturas sujeitas a abalos sísmicos.
- Realizar uma modelagem e análise experimental de materiais compósitos associados com materiais viscoelásticos para elaboração de estruturas com altos níveis de amortecimento.

Apêndice A

NORMAS DE ENSAIO ASTM

A.1 NORMA ASTM E 756-05

O método da viga vibrante, padronizado pela norma ASTM E756-05 (2005), é destinado para a medição das propriedades de amortecimento dos materiais como: módulo de Young, (E), ou módulo de cisalhamento, (G), fator de perda, η . Observa-se uma melhor precisão na faixa de frequência entre 50 e 5000 [Hz]. Tais materiais incluem metais, esmaltes, cerâmicas, borrachas, plásticos, matrizes de epóxi reforçadas, e madeiras que permitem confeccionar amostras de vigas do tipo engastadas.

A.1.1 Preparação da Amostra

A configuração da amostra a ser selecionada deve ser baseada no tipo do material a ser utilizado e nas propriedades de amortecimento desejadas, a qual deve ser devidamente engastada em um suporte suficientemente rígido. As técnicas necessárias para a preparação da amostra de teste do material de amortecimento muitas vezes dependem das características físicas do mesmo.

Para cada uma das quatro diferentes configurações de viga representada pela figura (A.1) segue que:

Viga Homogênea (figura A.1.a): utilizada para medir as propriedades de amortecimento do material da própria viga de apoio;

Viga Oberst (figura A.1.b): utilizada para avaliar as propriedades de rigidez dos materiais de amortecimento quando submetidos à deformação longitudinal induzidas pela flexão. Para esta configuração, é recomendado que o material de amortecimento possua módulo de elasticidade na região vítrea maior que 100 MPa;

Viga Oberst Modificada (figura A.1.c): nesse caso, as propriedades também são determinadas por deformação longitudinal induzidas pelo movimento de flexão como realizada na Viga Oberst, porém esta configuração permite uma simplificação nas equações relativas ao modelo com material de amortecimento de um só lado. Este tipo de configuração ajuda a minimizar curvaturas na viga devido à mudanças de temperatura;

Viga Sanduíche (figura A.1.d): utilizada para determinar as propriedades de amortecimento de materiais macios submetidos ao cisalhamento. Neste caso são utilizadas duas vigas. As dimensões e frequências naturais das mesmas devem ser próximas. Bons resultados são obtidos quando o comprimento e a espessura das vigas variam no máximo $\pm 0,5$ mm e as frequências naturais não variem mais que 1 % (em relação ao menor valor). Esta configuração é usualmente utilizada para a caracterização de materiais viscoelásticos macios, com módulo de cisalhamento menor que 100 MPa.

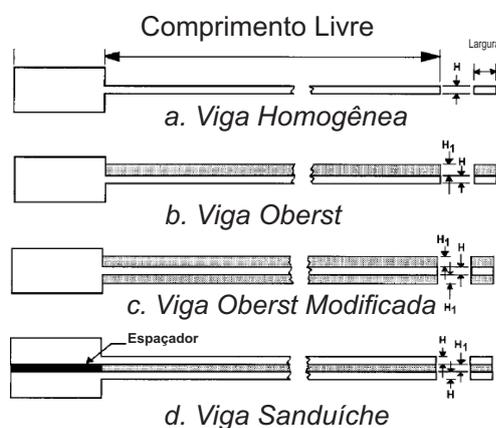


Figura A.1: Amostras Estabelecidas pela Norma ASTM E-756.

É importante focar que a utilização de engastes rígidos é essencial para a obtenção de bons resultados nas medições, representando corretamente a condição de contorno. A base inercial para engaste deve ter uma secção com comprimento de 25 a 40 mm, sendo que suas superfícies superior e inferior devem ultrapassar as respectivas superfícies da viga, respectivamente. O engaste pode ser realizado por meio de uma solda, colagem ou com a utilização de uma presilha.

A aplicação do material sobre a viga base seguiu-se as recomendações fornecidas pelo fabricante do material viscoelástico. Não as existindo, recomenda-se que:

O material de amortecimento deve ser colado à viga de metal utilizando um material com módulo de elasticidade muito maior (cerca de dez vezes) que o do material de amortecimento;

A espessura mínima do material colante deve ser inferior a 0,05 mm e muito menor comparada à espessura do material de amortecimento. Não seguindo estas regras, há o risco da deformação ocorrer na camada adesiva ao invés de ocorrer na camada de amortecimento, podendo resultar em erros.

Os metais utilizados para a viga base são normalmente o aço ou o alumínio.

Recomenda-se as seguintes dimensões: largura de 10 a 20 *mm*, comprimento livre de 180 a 250 *mm* e espessura de 1 a 3 *mm*. Outras dimensões para a viga pode ser selecionados com base na faixa de frequência e nas características de amortecimento do material utilizado. A largura da viga não é uma variável das equações para o cálculo das propriedades do material, porém recomenda-se dimensões suficientes para que frequências torcionais não apareçam no intervalo de frequência de interesse.

A espessura do material de amortecimento pode variar, dependendo das propriedades específicas e das temperaturas e frequências de interesse.

A.1.2 Procedimento Experimental

São detalhados nesse tópico os procedimentos corretos para determinar as propriedades mecânicas do material viscoelástico em vários pontos de temperatura:

Primeiramente, fixou-se firmemente a viga em um dos lados em uma base que seja pesada e rígida, nas condições de contorno engastado-livre;

O conjunto é colocado dentro de uma câmara climatizada e com controle de temperatura;

É recomendável utilizar dois transdutores sendo: um atuador para excitação da viga e um sensor de medição de resposta da mesma. Nesse trabalho utilizou-se um atuador piezelétrico e um vibrômetro laser respectivamente. Os mesmos devem ser posicionados através de dispositivos próprios para fixação em posições na qual, o transdutor de excitação deve estar localizado próximo à região de engaste e o de resposta próximo ao extremo livre da viga.

Representa-se na Figura (A.2) um esquema de montagem deste experimento.

Medições de funções resposta em frequência foram realizadas para diferentes temperaturas. Incrementos de temperatura de 5°C ou 10°C são bastante utilizados.

O começo e o fim da escala de temperatura são dependentes do material de amortecimento em questão e devem ser determinados através do monitoramento dos resultados para o fator de perda da viga com material de amortecimento. O intervalo é adequado quando as inclinações e o pico da curva do fator de perda podem ser bem definidos;

A amostra de teste deve estar em equilíbrio térmico com a câmara térmica.

Considerou-se nesse trabalho que o equilíbrio foi atingido quando a temperatura da viga não diferiu-se de $\pm 0,6^\circ\text{C}$ da temperatura da câmara. O tempo para que ocorra o equilíbrio depende da carga térmica no interior da câmara bem como de sua capacidade. Recomenda-se que este tempo não seja menor que 30 minutos;

Para cada aquisição em uma dada temperatura, excitou-se a viga utilizando um sinal do tipo *sweep sine* (Chirp), ruído branco ou excitação do tipo Impulso. Mediu-se a resposta do

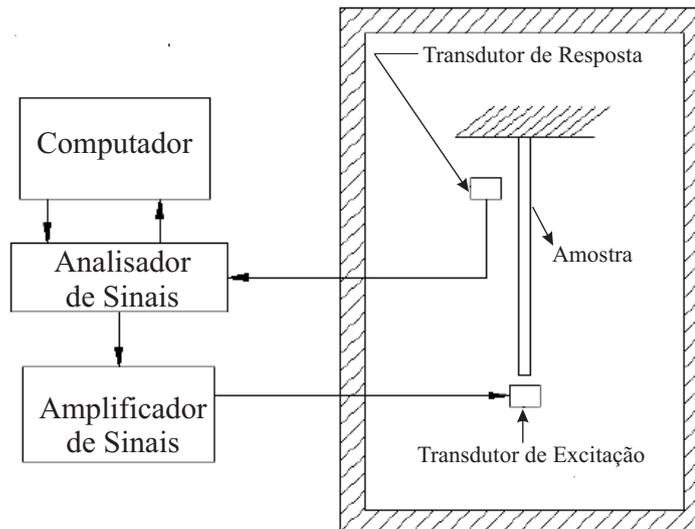


Figura A.2: Aparato de medição pelo método da viga vibrante.

sinal na extremidade da viga.

Mediu-se o valor da frequência natural para as diversas temperaturas de interesse. Na figura (A.3) pode-se observar a variação típica da frequência de ressonância e do fator de perda em função da temperatura de uma viga qualquer com material de amortecimento.

Utilizou-se o método da banda de meia potência para determinar o fator de amortecimento do material;

Outros métodos de cálculo do amortecimento, como o método da largura de banda, por exemplo, podem ser utilizados obtendo-se os mesmos resultados;

A.2 Cálculo das propriedades

As propriedades da viga base utilizada devem ser conhecidas, tais como dimensões, frequências naturais, fator de perda e densidade. Caso o material de amortecimento não seja auto-sustentável, os cálculos devem começar com a determinação da função resposta em frequência da viga base (sem nenhum material aderido).

A seguir são apresentados os procedimentos de cálculos das propriedades de cada configuração mostrada na figura (A.1).

Viga Homogênea: Calculou-se o módulo de elasticidade e o fator de perda do material viga através das equações (A.1) e (A.2) :

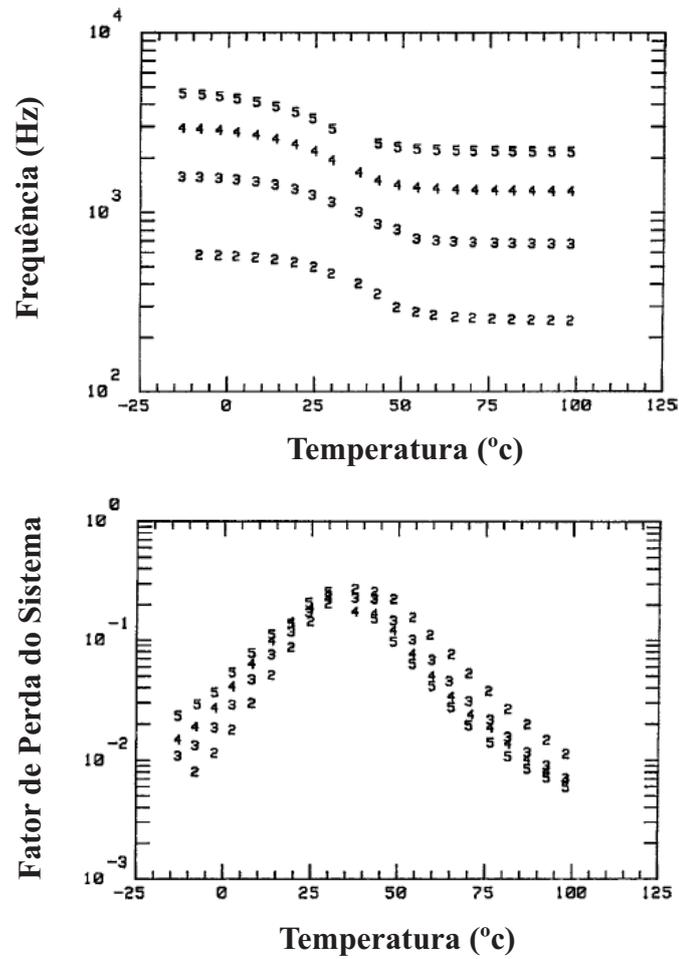


Figura A.3: Gráficos do comportamento da frequência natural e do fator de perda em função da temperatura (adaptado de ROSS et al. (2005)).

$$E = \frac{(12\rho l^4 f_n^2)}{(H^2 C_n^2)} \quad (\text{A.1})$$

$$\eta = \frac{(\Delta f_n)}{(f_n)} \quad (\text{A.2})$$

sendo que o coeficiente do n ésimo modo C_n , de uma viga de seção uniforme, na condição de contorno engastado-livre é representado pela equação (A.3).

$$C_1 = 0,55959; C_2 = 3,5069; C_3 = 9,8194; C_4 = 19,242; C_5 = 31,809$$

$$C_n = (p/2)(n - 0,5)^2, \text{ para } n > 3 \quad (\text{A.3})$$

E : Módulo de Elasticidade do material da viga, em [Pa];

f_n : Frequência de ressonância para o modo n , em [Hz];

Δf_n : Largura da banda de meia potência do modo n , [Hz];

H : Espessura da viga na direção de vibração, em [m];

l : Comprimento da viga, em [m];

n : Número de modos;

η : Fator de perda de material da viga, adimensional;

ρ : Densidade da viga, em [kg/m³].

Viga Oberst: Calculou-se o módulo de elasticidade e o fator de perda do material de amortecimento por meio das equações (A.4), (A.5), (A.6), (A.7) e (A.8), sendo:

$$E_1 = \frac{E}{2T^3} \left[(\alpha - \beta) + \sqrt{(\alpha - \beta)^2 - 4T^2(1 - \alpha)} \right] \quad (\text{A.4})$$

$$\eta_1 = \eta_c \left[\frac{(1 + MT) + (1 + 4MT + 6MT^2 + 4MT^3 + M^2T^4)}{MT(3 + 6T + 4T^2 + 2MT^3 + M^2T^4)} \right] \quad (\text{A.5})$$

$$\alpha = (f_c/f_n)^2(1 + DT) \quad (\text{A.6})$$

$$\beta = 4 + 6T + 4T^2 \quad (\text{A.7})$$

$$\eta_c = \Delta f_c/f_c \quad (\text{A.8})$$

em que:

c : índices 1, 2, 3,...($c = n$); D : taxa de densidade ($r_1 = r$); E : módulo de elasticidade da viga de base, em [Pa]; E_1 : módulo de Elasticidade do material de amortecimento, em [Pa];

f_n : frequência de ressonância do modo n da viga base, em [Hz]; f_c : frequência de ressonância do modo c da viga composta, em [Hz]; Δf_c : largura de banda de meia potência do modo c da viga composta, em [Hz]; H : espessura da viga de base, em [m]; H_1 : espessura do material de amortecimento, em [m]; M : razão do módulo de Elasticidade ($E_1 = E$); T : razão de espessura ($H_1 = H$); η_c : fator de perda da viga composta, adimensional; η_1 : fator de perda de material viscoelástico; ρ : densidade da viga base, em kg/m^3 ; ρ_1 : densidade do material de amortecimento, em kg/m^3 .

Viga Sanduíche: Para a viga sanduíche, as propriedades de módulo de cisalhamento e fator de perda do material de amortecimento, são calculadas por meio das equações:

$$G_1 = A - B - 2(A - B)^2 - 2(A\eta_s)^2 \left[\frac{\frac{2\pi C_n E H H_1}{l^2}}{(1 - 2A + 2B)^2 + 4(A\eta_s)^2} \right] \quad (A.9)$$

$$\eta_1 = \frac{A\eta_s}{A - B - 2(A - B)^2 - 2(A\eta_s)^2} \quad (A.10)$$

$$A = (f_s/f_n)^2(2 + DT)(B/2) \quad (A.11)$$

$$B = 1/[6(1 + T)^2] \quad (A.12)$$

em que: C_n refere-se ao coeficiente para o modo n da viga engastada-livre (uniforme), representada pela equação (A.13).

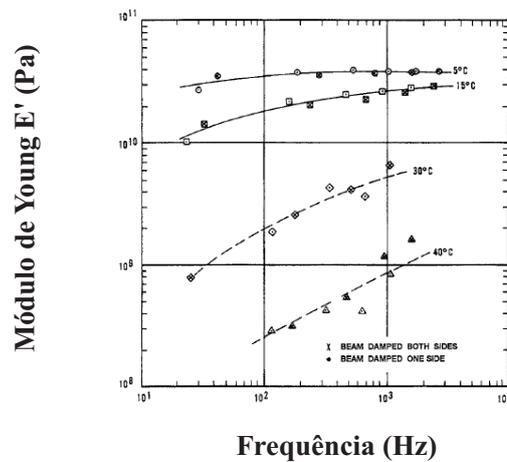
$$C_1=0,55959; C_2 = 3,5069; C_3 = 9,8194; C_4 = 19,242; C_5 = 31,809$$

$$C_n = (\pi/2)(n - 0,5)^2, \text{ para } n > 3. \quad (A.13)$$

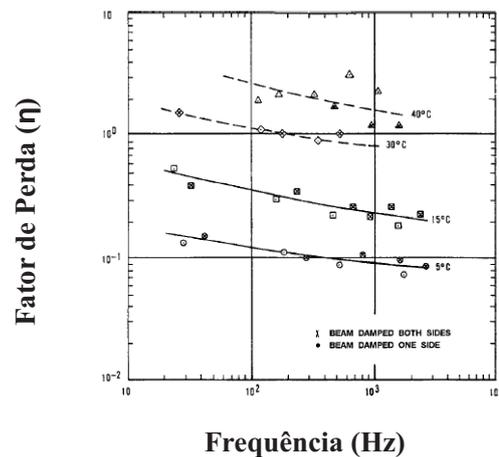
D : taxa de densidade (ρ_1/ρ); E : módulo de Elasticidade da viga de base, em [Pa]; f_n : frequência de ressonância do modo n da viga base, em [Hz]; f_s : frequência de ressonância do modo s da viga composta, em [Hz]; Δf_s : largura de banda de meia potência do modo s da viga composta, em [Hz]; G_1 : módulo de cisalhamento do material de amortecimento, em [Pa]; H : espessura da viga de base, em [m]; H_1 : espessura do material de amortecimento, em [m],

(ambos os lados têm a mesma espessura); l : comprimento da viga, em [m]; s : índice: 1, 2, 3, ... ($s = n$); T : razão de espessura (H_1/H); η_1 : fator de perda do material de amortecimento, adimensional; η_s : fator de perda da viga sanduíche, adimensional ($\Delta f_s/f_s$); ρ_1 : densidade do material de amortecimento, em kg/m^3 ; ρ : densidade da viga base, em kg/m^3

Para as configurações apresentadas, o módulo (de elasticidade ou o de cisalhamento) do material de amortecimento e fator de perda são medidos através do uso de uma única viga ensaiada em diversas temperaturas. Ao realizar os ensaios, as propriedades são determinadas como uma função da temperatura e da frequência. Gráficos típicos do módulo de cisalhamento e do fator de perda são mostrados na figura (A.4).



(a) Módulo de Young em função da frequência



(b) Fator de Perda em função da frequência

Figura A.4: Gráficos típicos do módulo de cisalhamento e do fator de perda em função da temperatura e da frequência (adaptado de ROSS et al. (2005)).

Apêndice B

INSTRUMENTAÇÃO

Apresenta-se nesse apêndice os principais instrumentos utilizados na coleta de dados, sendo:

- **Analizador de sinais:**

Fabricante: SRS (*Stanford Research Systems*);

Modelo: SR 780;

Largura de banda: 102,4 kHz;

Gama Dinâmica: 90 dB

É representado na figura (B.1) o analisador de sinais utilizado nos ensaios



Figura B.1: Analisador de Sinais.

•Vibrômetro Laser

Descricao: Vibrometro OMETRON;

Modelo: VQ-500-D;

Faixa de frequencia: 0,5 Hz a 22 kHz;

Faixa de medicao: 20 mm/s, 100 mm/s e 500 mm/s;

Melhor resolucao: $0,02 \mu\text{m/s}/(\text{Hz}^{0,5})$



Figura B.2: Vibrômetro Laser

•Dspace: placa de aquisição de sinais e Filtro Anti-Alising

Utilizou-se nesse trabalho o modelo do software *Release 7.1* e o modelo do hardware da placa para aquisição de sinais DS1104 representada na figura (B.3).



Figura B.3: Placa para Aquisição de sinais Dspace

Os Filtros anti-aliasing são utilizados para atenuar ruídos ou transientes que possam dificultar a interpretação dos sinais do qual se tem o interesse em fazer a análise e também eliminar faixas de frequências não desejadas.

O primeiro filtro referente as quatro entradas multiplexadas ADC de 16 bits, que possuem uma velocidade de $2\mu s$ e o segundo filtro referente as quatro entradas ADC de 12 bits, que possuem uma velocidade de $800 ns$.

O módulo de filtros apresentado na figura (B.4) foi projetada pelo autor RIBEIRO (2013) para a alocação dos filtros.



Figura B.4: Filtros anti-aliasing (adaptado de RIBEIRO (2013)).

•REÔMETRO

Apresenta-se na figura B.5 o equipamento utilizado para realizar os ensaios com variação de temperatura e frequência simultaneamente.



Figura B.5: Reômetro modelo AR2000 -TA Instruments

Geometria: sistema de placa-plana com 20 mm de diâmetro e uma placa cônica de 20 mm de diâmetro com um ângulo cônico de 2°;

Medições típicas: caracterização de propriedades mecânicas dinâmicas; experimentos de fluência e relaxação de materiais;

Faixa de frequência: frequências no intervalo de $7.5 \cdot 10^{-7}$ a 628 rad/s.

Temperaturas de ensaio: ensaios com temperaturas de -20 °C até 400 °C com Taxas de aquecimento de 10 °C/ min a 30 °C/min.

Referências Bibliográficas

- ADAMS, R. D. *Damping Properties Analysis of Composites*. Materials Analysis and Design, University of Bristol: In: ENGINEERING Materials Handbook, 1987.
- ADAMS, R. D.; BACON, D. G. C. Measurement of the flexural damping capacity and dynamic young's modulus of metals and reinforced plastics. *J. Phys. D: Appl. Phys*, v. 6, p. 27–41, 1976.
- ANCELOTI JR, A. C. *"Efeitos da Porosidade na Resistência ao Cisalhamento e nas Propriedades Dinâmicas de Compósitos de Fibra de Carbono/Resina Epóxi"*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, Brasil, 2006.
- ASTM-E756. Standard test method for measuring vibration damping properties of materials. out. 2005.
- BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. A. A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity. *Journal of Rheology*, v. 27, p. 201–210, 1983.
- BARBOSA, F. S. *Modelagem Computacional com Camadas Viscoelásticas Amortecedoras*. Tese (Doutorado) — COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brazil, 2000.
- BEARDS, C. F. *"Structural Vibration analysis and Damping"*. New York, Estados Unidos: Ed. John Wiley and Sons Inc, 1996.
- BIOT, M. A. Variational principles in irreversible thermodynamics with application to viscoelasticity. *Physical Review*, v. 97, p. 1463–1469, 1955.
- BLOSS, B. C.; RAO, M. D. Measurement of damping in structures by the power input method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Houghton, MI, v. 26, p. 30–32, 2001.
- BRINSON, H. L.; BRINSON, L. C. *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity*. [S.l.]: New York: Springer Science, 2008.
- BUHARIWALA, K. J. *Dynamic response of viscoelastic fibre reinforced composite structures*. Downsview, Ont: Dept. of Aerospace Science and Engineering in, 1982.
- CASTELLO, D. A. *Modelagem e Identificação de Materiais Viscoelásticos no Domínio do Tempo*. Tese (Doutorado) — COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brazil, 2004.
- CHANDRA, R.; SINGH, S. P.; GUPTA, K. Micromechanical damping models for fiber-reinforced composites: a comparative study. *Composites*, p. 787–796, 2002.
- CHRISTENSEN, R. M. *Theory of Viscoelasticity: an introduction*. 2. ed. New York: Academic Press, 1982.

- CHRISTENSEN, R. M. *Theory of Viscoelasticity*. 2. ed. New York: Dover, 2003.
- CLARK, R. L.; SAUNDERS, W. R.; GIBBS, G. P. Adaptive structures dynamics and control. *John Wiley and Sons*, New York, p. 467, 1998.
- CREMER, L.; HECKL, M.; PETERSSON, B. A. T. *Structure-Borne Sound*. 3. ed. Berlin:Springer: Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies, 2005.
- CROCKER, M. J. Handbook of acoustics. *John Wiley and Sons*, New York, p. 1461, 1998.
- CUNHA JR, S. S. *Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia -MG, 1999.
- DE CAZENOVE, J. *Modelagem numérico-computacional e avaliação experimental do autoaquecimento de materiais viscoelásticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2010.
- DE LIMA, A. M. G. *Modélisation et Optimisation Robuste de l'amortissement Viscoélastique de Systèmes Mécaniques*. Tese (Doutorado) — Université de Franche, Comté, 2007.
- DEN HARTOG, J. P. "*Mechanical Vibrations*", 4th ed. New York, USA: McGraw-Hill, 1956.
- DIOSAN, L.; OLTEAN, M. Time domain modeling of linear viscoelasticity using anelastic displacements fields. *Proc. Seventh International Conference on Intelligent Systems Design and Applications ISDA*, p. 869–874, 2007.
- DOZDROV, A. D. *Finite elasticity and viscoelasticity: a course in the nonlinear mechanics of solids*. Massachusetts: Word scientific publishing Co. Pte.Ltd, 1996.
- ESCARPINI FILHO, R. S. *Análise de estruturas de materiais compósitos viscoelásticos lineares através da teoria de volumes finitos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Alagoas, Maceió, Brasil, 2010.
- FAISCA, R. G. *Caracterização de Materiais Viscoelásticos como Amortecedores Estruturais*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil, 1998.
- FARIA, A. W. *Modelagem por Elementos Finitos de Placas Compostas dotas de Sensores e Atuadores Piezelétricos: Implementação Computacional e Avaliação Numérica*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Junho 2006.
- FILHO, W. N. F. *Aplicação de Modelos Teórico-Computacionais para Simulação do Comportamento Dinâmico de Estruturas Amortecidas Através de Materiais Viscoelásticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, 2012.
- GALUCIO, A. C.; DEÜ, J. F.; OHAYON, R. Finite element formulation of viscoelastic sandwich beams using fractional derivate operators. *Computational Mechanics*, v. 33, p. 282–291, 2004.
- GOLLA, D. F.; HUGHES, P. C. Dynamics of viscoelastic structures. *Journal of Applied Mechanics*, Vol 52, p. 897–906, 1985.

- HARRIS, C. M.; PIERSOL, A. G. *"Harris' Shock and Vibration Handbook"*. New York, Estados Unidos: Ed. McGraw Hill, 2002. 1568 p p.
- JONES, D. *Handbook of viscoelastic vibration damping*. Chichester: Wiley: Prentice Hall PTR, 2001.
- KALISKE, M.; ROTHERT, H. Formulation and implementation of three-dimensional viscoelasticity at small and finite strains. *Computational Mechanics*, v. 19, p. 228–239, 1997.
- KERWIN, E. M. Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer. *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 31, p. 952–962, 1959.
- KORENEV, B. G.; REZNIKOV, L. M. *"Dynamic Vibration Absorbers"*. New York, USA: John Wiley and Sons, 1993.
- LAI, M. W.; RUBIN, D.; KREMPL, E. *Introduction to Continuum Mechanics*. [S.l.]: BH Elsevier, 2010.
- LAZAN, B. J. *"Damping of Materials and Members in Structural Mechanics, 1ed"*. New York, USA: Pergamon Press, 1968.
- LESIEUTRE; BIANCHINI. Time domain modeling of linear viscoelasticity using anelastic displacements fields. *Journal of Vibration and Acoustic*, v. 117 (4), p. 424–430, 1995.
- LESIEUTRE, G. A. Finite elements for dynamic modeling of uniaxial rods with frequency dependent material properties. *Int J Solids Structures*, Vol 29, USA, p. 1567–1579, 1992.
- LESIEUTRE, G. A.; LEE, U. A finite element for beams having segmented active constrained layers with frequency-dependent viscoelastic. *Smart Mat. Struct.*5, USA, p. 615–627, 1996.
- LIMA JR, J. J. *Modelagem de Sensores e Atuadores Piezelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estruturas*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas,SP, 1999.
- LIU, W. *Experimental and analytical estimation of damping in beams and plates with damping treatments*. Tese (Doutorado) — University of Kansas, USA, 2008.
- MACKERLE, J. Finite element/boundary element analysis of viscoelastic and viscoplastic problems. *Finite elements in analysis and design*, v. 27, n. 3, p. 273–287, nov. 1997.
- MANDAL, N. K.; RAHMAN, R. A.; LEONG, M. S. Experimental study on loss factor for corrugated plates by bandwidth method. *Ocean Engineering* v.31, n.10, Australia, p. 1313–1323, 2004.
- MARCHAND, V. Determination of the elastic constants of materials in the form of plates, by a free vibration method. *Journal of Sound and Vibration*, v. 194, p. 497–512, 1996.
- MEDEIROS JÚNIOR, M. S.; SOARES, J. B. Construção de curvas mestras para misturas asfálticas por meio de ensaios de creep. XIX Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, Recife, Pernambuco, 2005.
- MONTENEGRO, M. A. G. *Ensaio Experimentais e Simulações Numéricas de Placas Cortafogo usando Material Composto Laminado*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brazil, 2008.

- MOREIRA, F. J. O. *Um Controlador H-Infinito da Banda Limitada para o Controle Ativo de Vibração*. Tese (Doutorado) — UNICAMP, Campinas, Brazil, 1998.
- MOREIRA, R. A. S. *Modelação e análise de tratamentos viscoelásticos multi-camada para controlo passivo de vibrações*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2004.
- MORLAND, L. W.; LEE, E. H. Stress analysis for linear viscoelastic materials with temperature variation. *Transactions of the Society of Rheology*, v. 4, n. 233, 1960.
- NACCACHE, M. F. *Reometria*. [S.l.]: Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-RJ, 2012.
- NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. *"Vibration Damping", A Wiley-Interscience Publication*. John Wiley and Sons, USA: A Wiley-Interscience Publication, 1995.
- NETO, B. G. *Modelagem por elementos finitos de sistemas dinâmicos combinando materiais viscoelásticos e materiais com memória de forma para o controle passivo de vibrações e ruído*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2012.
- OBERST, H.; FRANKENFELD, K. Uber die dampfung der biegeschwingungen dunner bleche durch festhaftende belage. *Acústica*, v. 2, p. 181–194, 1952.
- PACHECO, J. E. L. *Caracterização de materiais viscoelásticos com aplicação de séries de prony e análise por elementos finitos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, 2013.
- PERSOZ, B. *"Introduction a L'Étude de La Rhéologie"*. Dunod: [s.n.], 1987.
- PITELA, B. D. A. *Investigação da Eficiência de Materiais Viscoelásticos para Redução de Vibrações em Risers*. Tese (Doutorado) — UFRG - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil, 2006.
- RAO, S. S. *"Vibrações Mecânicas"*. São Paulo, Brazil, 448 p: Ed. Pearson Prentice Hall, 2008.
- RIBEIRO, A. R. B. *"Controle Ativo de Estruturas Inteligentes Tipo Viga Utilizando Controladores Fuzzy e PID"*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, 2013.
- ROSS, D.; UNGAR, E.; KERWIN, E. "standard test method for measuring vibration-damping properties of materials". *American Society for Testing and Materials, Desig. E756*, New York, USA,, p. 1–14, 2005.
- SALDARRIAGA, M. R. V. *Amortissement des caisses automobiles par des films minces viscoélastiques pour lamélioration du confort vibratoire*. Tese (Doutorado) — cole Centrale de Lyon, Lyon, France, 2005.
- SALDARRIAGA, M. R. V. *Atenuação de vibrações em máquinas rotativas flexíveis usando materiais viscoelásticos nos suportes*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2007.
- SANTOS, E. F. *Atenuadores Viscoelásticos para Redução de Oscilações Aeroelásticas de Edifícios Altos*. Tese (Doutorado) — COPPE/UFRJ, Brasil, 2003.

- SCHAPERLY, R. A. *Viscoelastic Behavior and Analysis of Composite Materials*. New York, USA: Sendeckyj, G.P. (ed.) Mechanics of Composite Materials, 1974.
- SILVA, R. P. *DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIAS PARA CARACTERIZAÇÃO DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS EM BAIXAS FREQUÊNCIAS*. Tese (Doutorado) — UFRG - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil, 2007.
- SOUZA, F. V. *Modelo Multi-Escala para Análise Estrutural de Compósitos Viscoelásticos Suscetíveis ao Dano*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Ceará, 2005.
- SRINATHE, H. R.; LEWIS, R. A finite element method for thermoviscoelastic analysis of plane problems. *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, v. 25, p. 21–23, 1981.
- STEFFEN JR, V.; RADE, D. A. Optimisation of dynamic vibration absorbers over a frequency band, mechanical systems and signal processing. v. 14, p. 679–690, 2000.
- SUN, C. T.; LU, Y. P. *"Vibration Damping of Structural Elements"*. New Jersey, USA: Prentice Hall PTR, 1995.
- TIMOSHENKO, S. P. *"Resistência dos Materiais", Vol. 1*. Rio de Janeiro, Brasil: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 451 p., 1979.
- TRINDADE, M. A.; BENJEDDOU, A.; OHAYON, R. Modeling of frequencydependent viscoelastic materials for active-passive vibration damping. *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 122, p. 169–174, 2000.
- UNGAR, E. E.; ZAPFE, J. *Noise and Vibration Control Engineering. Principles and Applications*. 2. ed. Massachusetts: John Wiley and Sons, 2006.
- WASILKOSKI, C. M. *COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS MATERIAIS POLIMÉRICOS*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba - Paraná, 2006.
- WHITE, J. L. *Finite Elements in linear viscoelasticity*. Ohio: Proc. Conf. Struct. Mech., 1958.
- WILLIAMS, M. L.; LANDEL, R. F.; FERRY, J. D. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glassforming liquids. *Journal of American Chemical Society*, v. 77, p. 3701–3707, 1955.
- ZENER, C. Elasticity and anelasticity of metals. Chicago, K.M Entwistle Metall Rev, v. 7, p. 175, 1962.
- ZHU, G. H.; CROCKER, M. J.; RAO, M. D. Data processing and accuracy analysis of damping measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 85, p. 171–177, 1989.