

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Estudo de Vibrações Induzidas por Vórtices em um
Corpo Rombudo Utilizando o Método de Vórtices
Discretos com Modelo de Rugosidade Superficial**

Autor: **Tiago Raimundo Chiaradia**
Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Curso: **Mestrado em Engenharia Mecânica**
Área de Concentração: **Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como
parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, setembro de 2025
MG – Brasil

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Estudo de Vibrações Induzidas por Vórtices em um
Corpo Rombudo Utilizando o Método de Vórtices
Discretos com Modelo de Rugosidade Superficial**

Autor: Tiago Raimundo Chiaradia

Orientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Alex Mendonça Bimbato – FEG/UNESP

Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho – UNIFEI

Prof. Dr. Yohan Ali Díaz Méndez – UNIFEI

Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Orientador) – UNIFEI

Itajubá, setembro de 2025

MG – Brasil

Dedico este trabalho a Deus, fonte de força e inspiração durante toda esta jornada. À minha família, cujo apoio e incentivo foram essenciais para a realização deste sonho. Que este trabalho seja reflexo da dedicação e do compromisso que sempre busquei manter.

Com gratidão e respeito, ofereço esta conquista a todos que caminharam comigo.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus. Em todos os momentos de dúvida, cansaço ou silêncio, encontrei força na fé. Foi essa presença constante que me guiou e sustentou durante toda a caminhada.

Sou imensamente grato à minha família, que sempre esteve ao meu lado, não só durante o mestrado, mas em toda a minha vida. Ao meu pai Pedro, à minha mãe Mara, ao meu irmão Lucas e à minha noiva Ana Luiza, deixo todo o meu carinho e gratidão. Obrigado por cada gesto, por cada palavra de apoio, por entenderem as ausências e me darem forças quando mais precisei. Nada disso teria sentido sem vocês.

Ao Professor Luiz Antonio Alcântara Pereira, meu orientador, agradeço pela confiança, paciência e por me conduzir com firmeza e dedicação ao longo dessa jornada. Sua orientação foi fundamental para que este trabalho acontecesse e para o meu desenvolvimento como pesquisador e como pessoa.

Agradeço também à CAPES pelo apoio financeiro, que foi essencial para a realização deste projeto, e à FAPEMIG pelo apoio via projeto APQ-01354-25, destinado à aquisição computacional do LMALM (Laboratório de Modelagem e Algoritmos de Métodos Lagrangianos) na UNIFEI.

Aos professores da UNIFEI, meu muito obrigado por cada aula, cada conversa e cada oportunidade de aprendizado. E aos colegas que caminharam comigo nesses anos, meu agradecimento sincero. As trocas, os desafios compartilhados e até os momentos de descontração fizeram toda a diferença.

Cada parte dessa conquista tem um pouco de vocês. A todos que estiveram ao meu lado de alguma forma, meu muito obrigado.

*“Tudo o que fizerem, façam de todo o coração,
como para o Senhor, e não para os homens.”*

Bíblia, Colossenses 3:23

Resumo

A literatura apresenta uma escassez de resultados com efeitos combinados de vibração induzida por vórtices (VIV) e rugosidade superficial para o controle da força de arrasto de corpos rombudos. Neste contexto, o presente trabalho contribui para a literatura com resultados numéricos de efeito de rugosidade superficial sobre VIV de um cilindro circular único. A estrutura cilíndrica é forçada a vibrar na mesma direção do escoamento incidente. A técnica numérica utiliza uma descrição puramente lagrangiana através do Método de Vórtices Discretos (MVD) com modelo de rugosidade superficial. Resultados anteriores publicados na literatura têm reportado que modelo de rugosidade bidimensional é bem mais sensível do que simples modelagem de turbulência bidimensional para capturar fenômenos da hidrodinâmica não linear com diferentes aplicações em problemas de engenharia. Os resultados numéricos apresentados neste trabalho consideram uma amplitude adimensional de $A/D = 0,13$ (sendo D o diâmetro externo do cilindro) com variação da frequência adimensional de oscilação na faixa $0,04 \leq f_0 \leq 0,80$. Estes valores são escolhidos para comparação com resultados experimentais quando possível. Três alturas médias de rugosidade relativa foram escolhidas: $\varepsilon/D = 0,001, 0,0045$ e $0,007$. Os casos de testes sem modelo de rugosidade superficial, quando comparados com dados experimentais, capturaram dois modos antissimétricos básicos conhecidos como AI e AIV, e também modo caótico. O modo simétrico com coalescência também foi capturado. Estes modos indicam que a frequência de emissão de vórtices, retirada da curva de oscilação no tempo do coeficiente de arrasto, se encontra sincronizada com a frequência forçada de vibração estrutural para número de Reynolds de 100.000. Em determinados ensaios realizados com o modelo de rugosidade superficial, verificou-se uma dessincronização entre a frequência forçada e a frequência de desprendimento de vórtices, acompanhada de variações expressivas no coeficiente de arrasto. Esses efeitos configuraram a principal contribuição deste estudo, evidenciando a influência da rugosidade na dinâmica do escoamento.

Palavras-chave: aerodinâmica de corpo rombudo, simulação de grandes escalas (LES), modelo de rugosidade, regime de *lock-in*, dinâmica lagrangiana.

Abstract

In the literature, there is scarcity of tests with combined effects of vortex-induced vibrations (VIV) and rough surface to control drag force behaviour of bluff bodies. In this context, the present work contributes to the limited studies on the surface roughness effects into the VIV of a single circular cylinder. The body is forced to oscillate with respect to the free stream. The numerical approach utilizes a purely Lagrangian description through the Discrete Vortex Method (DVM) with surface roughness model. Previous works in the literature have also demonstrated that two-dimensional roughness model is more sensitive than a single turbulence modeling to capture nonlinear multi-physics phenomenon with a variety of applications in different engineering areas. In the present results, the dimensionless oscillation amplitude was fixed at $A/D = 0.13$ (D is the outer cylinder diameter) and the body oscillation frequency varied in the range $0.04 \leq f_0 \leq 0.80$. These values were chosen to compare with experimental data, when possible. Three relative roughness sizes were chosen, i.e. $\varepsilon/D = 0.001, 0.0045$ and 0.007 . The test cases with no roughness effects, when compared to the experimental data, captured two basic antisymmetrical modes, namely modes AI and AIV, and also the chaotic mode. The symmetric mode with coalescence was captured. Those modes indicate that the vortex shedding frequency, obtained from the time history curve of the drag coefficient force, is synchronized with the body oscillation frequency at a fixed Reynolds number of 100,000. In certain tests involving the surface roughness model, a desynchronization between the forced and vortex shedding frequencies was observed, and significant drag force variations, representing the main contribution of this study.

Keywords: bluff body aerodynamics, large-eddy simulation (LES), roughness model, drag force, lock-in regime, lagrangian dynamics.

Listas de ilustrações

Figura 2.1 – Mecanismo de formação de vórtices.	27
Figura 2.2 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $Re < 1$	28
Figura 2.3 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $5 < Re < 40$, formando vórtices estacionários.	28
Figura 2.4 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $Re = 140$	29
Figura 2.5 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $Re = 10.000$. .	29
Figura 2.6 – Variação do número de Strouhal em função do número de Reynolds. .	30
Figura 2.7 – Regimes de desprendimento de vórtices sobre um cilindro circular oscilando na direção transversal ao escoamento incidente.	32
Figura 2.8 – Séries temporais dos coeficientes de força.	34
Figura 2.9 – Modo Simétrico de emissão de vórtices para oscilação <i>in-line</i> de um cilindro circular.	35
Figura 2.10–Modo Antissimétrico A-I de emissão de vórtices para oscilação <i>in-line</i> de um cilindro circular.	35
Figura 2.11–Modo Antissimétrico A-II de emissão de vórtices para oscilação <i>in-line</i> de um cilindro circular.	35
Figura 2.12–Modo Antissimétrico A-III de emissão de vórtices para oscilação <i>in-line</i> de um cilindro circular.	36
Figura 2.13–Modo Antissimétrico A-IV de emissão de vórtices para oscilação <i>in-</i> <i>line</i> de um cilindro circular.	36
Figura 2.14–Padrão "A" de desprendimento de vórtices com $Re = 490$	37
Figura 2.15–Padrão "B" de desprendimento de vórtices com $Re = 490$	37
Figura 2.16–Padrão "C" de desprendimento de vórtices com $Re = 490$	37
Figura 2.17–Modo simétrico da estrutura de vórtices na esteira do cilindro circular oscilando <i>in-line</i> com $Re = 10^5$	38
Figura 2.18–Modo antissimétrico A-I da estrutura de vórtices na esteira do cilindro circular oscilando <i>in-line</i> com $Re = 10^5$	39
Figura 2.19–Modo antissimétrico A-IV da estrutura de vórtices na esteira do cilindro circular oscilando <i>in-line</i> com $Re = 10^5$	39
Figura 2.20–Competição entre o modo antissimétrico A-I e AIII da estrutura de vórtices na esteira do cilindro circular oscilando <i>in-line</i> com $Re = 10^5$	39
Figura 2.21–Possíveis modos da esteira vorticosa para oscilação puramente <i>in-line</i> . .	40
Figura 3.1 – Geometria do problema e definições importantes	46
Figura 3.2 – Oscilação do cilindro ao longo do eixo x	48

Figura 4.1 – Velocidade induzida no ponto $W(x, y)$ por uma distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de uma superfície de comprimento $(x_2 - x_1)$	59
Figura 4.2 – Adaptação do modelo de turbulência ao Método de Vórtices Discretos.	63
Figura 4.3 – Valores médios em função do raio externo da coroa circular definida ao redor de cada vórtice discreto.	64
Figura 4.4 – Geração de vórtices discretos de Lamb sobre fronteiras hidráulicamente lisas.	65
Figura 4.5 – Efeito da rugosidade sobre fronteiras sólidas.	66
Figura 4.6 – Geração de vórtices discretos de Lamb sobre fronteiras hidráulicamente rugosas.	68
Figura 5.1 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular estacionário ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$).	76
Figura 5.2 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular estacionário ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$).	77
Figura 5.3 – Distribuição média do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular estacionário ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$).	78
Figura 5.4 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular estacionário ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$).	79
Figura 5.5 – Desprendimento de uma estrutura vorticosa horária no instante de tempo $t = 36,95$ (Ponto P).	80
Figura 5.6 – Desprendimento de uma estrutura vorticosa horária no instante de tempo $t = 38,0$ (Ponto Q).	80
Figura 5.7 – Desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária no instante de tempo $t = 38,95$ (Ponto R).	81
Figura 5.8 – Desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária no instante de tempo $t = 40,3$ (Ponto S).	81
Figura 5.9 – Desprendimento de uma estrutura vorticosa horária no instante de tempo $t = 41,3$ (Ponto T).	82
Figura 5.10 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular estacionário ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$).	82
Figura 5.11 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5, f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).	84

Figura 5.12–Sequência do movimento harmônico do cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5, f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$)	85
Figura 5.13–Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 100$ para o cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5, f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$)	86
Figura 5.14–Visualização experimental do modo de sincronização A-I para $Re = 855$	86
Figura 5.15–Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,001$) oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	87
Figura 5.16–Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,0045$) oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	87
Figura 5.17–Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	88
Figura 5.18–Sequência do movimento harmônico do cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5, f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$)	89
Figura 5.19–Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 100$ para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	89
Figura 5.20–Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5, f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$)	90
Figura 5.21–Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	91

Figura 5.22–Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,2$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	92
Figura 5.23–Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso, com $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,2$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	92
Figura 5.24–Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 75$ para o cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,2$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	93
Figura 5.25–Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 75$ para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,2$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	93
Figura 5.26–Visualização experimental do modo de sincronização A-IV para $Re = 855$	94
Figura 5.27–Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	94
Figura 5.28–Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	95
Figura 5.29–Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	95
Figura 5.30–Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$)	96
Figura 5.31–Visualização experimental do modo de sincronização S-I (Tipo I) para $Re = 360, A/D = 0,2, 0,5$ e $1,0$ e $f_0/f_s = 0,44$ e $0,88$	96

Figura 5.32–Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a supefície discretizada do cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5, f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).	97
Figura 5.33–Distribuição instantânea do coeficiente de pressão dos pontos A até E sobre a supefície discretizada do cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5, f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).	98
Figura 5.34–Distribuição instantânea do coeficiente de pressão dos pontos F até I sobre a supefície discretizada do cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5, f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).	99
Figura 5.35–Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).	100
Figura 5.36–Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,0045$ oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).	101
Figura 5.37–Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).	101
Figura 5.38–Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular liso oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).	102
Figura 5.39–Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,0045$) oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).	102
Figura 5.40–Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando <i>in-line</i> com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).	103
Figura 5.41–Visualização experimental do modo do modo caótico C-I para $Re = 360.103$	

Lista de tabelas

Tabela 1 – Valores médios do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal para um cilindro circular estacionário.	77
Tabela 2 – Resultados numéricos obtidos para cilindro circular oscilando <i>in-line</i> com diferentes valores de rugosidade relativa ($A = 0, 13$, $\alpha = 0^\circ$ e $Re = 10^5$).	83

Lista de símbolos

Letras Latinas

A_p	Matriz de influência de pressão
A	Amplitude de oscilação longitudinal do corpo
b	Raio da semicircunferência utilizada no modelo de rugosidade
C_d	Coeficiente de arrasto
\bar{C}_d	Coeficiente de arrasto médio
C_{ij}	Tensor cruzado
C_k	Constante de Kolmogorov
C_l	Coeficiente de sustentação
\bar{C}_l	Coeficiente de sustentação médio
C_P	Coeficiente de pressão
C_{SM}	Constante de Smagorinsky
co	Ponto de controle de um painel plano
D	Diâmetro do cilindro de circular
E	Espectro de energia cinética local
eps	Distância para a geração de vórtices discretos a partir do ponto de controle de um painel plano que discretiza um corpo rugoso
eps'	Distância para a geração de vórtices discretos a partir do ponto de controle de um painel plano que discretiza um corpo liso
\bar{F}_2	Função estrutura de velocidade de segunda ordem
f_s	Frequência associada com o número de Strouhal
f_0	Frequência de oscilação longitudinal imposta ao corpo
\bar{G}	Função filtro

g	Distância vertical entre o corpo e o solo
K_c	Número de onda de corte
L_{ij}	Tensor de Leonard
Ma	Número de Mach
M	Número de painéis que discretizam a superfície do cilindro circular
N	Número de vórtices discretos que compõem a nuvem
NM	Número de módulos do solo
NP	Número de painéis em cada módulo do solo
NR	Número de pontos rugosos
\mathbf{n}	Vetor unitário normal
P	Número randômico entre 0 e 1
p	Campo de pressões
p_{shed}	Ponto de desprendimento de vórtices discretos a partir de uma superfície hidraulicamente rugosa
$p_{shed'}$	Ponto de desprendimento de vórtices discretos a partir de uma superfície hidraulicamente lisa
p_∞	Pressão de referência
Q	Número randômico entre 0 e 1
Re	Número de Reynolds
r_j	Distância do ponto extremo de um painel até um ponto arbitrário do domínio fluido
r_{ext}	Raio externo da coroa circular para o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta
r_{int}	Raio interno da coroa circular para o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta
r_{kj}	Distância entre o vórtice discreto j e o vórtice discreto k
St	Número de Strouhal definido a partir da curva do coeficiente de arrasto

\bar{S}_{ij}	Tensor deformação do campo filtrado
S_b	Contorno que delimita a superfície do cilindro circular
S_g	Contorno que define o solo
S_∞	Fronteira definida a grandes distâncias do corpo e do solo
t	Instante de tempo
th_i	Ângulo de orientação de um painel plano
U_∞	Velocidade do escoamento incidente na direção x
$U_{k,j}$	Componente na direção x da velocidade induzida no vórtice discreto k pelo vórtice j
\mathbf{u}	Campo de velocidades
u	Componente da velocidade na direção x da velocidade total induzida pelos painéis em um ponto do domínio fluido
u_{ik}	Componente na direção x da velocidade induzida por um vórtice k sobre o ponto de controle de um painel i
\mathbf{u}_k	Vetor velocidade total induzida no vórtice k
u_{kN}	Componente na direção x da velocidade total induzida no vórtice k pela nuvem de vórtices
u_{osc}	Componente na direção x da velocidade de oscilação do corpo
u_∞	Componente na direção x da velocidade do escoamento incidente
$V_{k,j}$	Componente na direção y da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j
v	Componente na direção y da velocidade total induzida pelos painéis em um ponto do domínio fluido
v_{ik}	Componente na direção y da velocidade induzida por um vórtice k sobre o ponto de controle de um painel i
v_{kN}	Componente na direção y da velocidade total induzida no vórtice k pela nuvem de vórtices
v_{osc}	Componente na direção y da velocidade de oscilação do corpo

v_∞	Componente da velocidade na direção y da velocidade do escoamento incidente
x	Coordenada cartesiana
\mathbf{x}_k	Posição de um vórtice k da nuvem
x_{osc}	Componente único e instantâneo da posição de oscilação do corpo na direção x
Y	Ponto arbitrário de um ponto genérico da superfície do cilindro circular em oscilação e trabalho específico (cálculo da pressão estática)
y	Coordenada cartesiana

Letras Gregas

α	Ângulo de incidência do escoamento não perturbado
Γ	Intensidade de um vórtice discreto de Lamb
Δ	Raio da esfera (Lesieur & Metais, 1992) para o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta
$\Delta\theta$	Avanço angular de um vórtice discreto utilizado no método de avanço randômico
Δr	Avanço radial de vórtice discreto utilizado no método de avanço randômico
ΔS	Comprimento de um painel plano
Δt	Incremento de tempo
Δx	Comprimento da malha num contexto Euleriano
Δy	Largura da malha num contexto Euleriano
ε	Altura média de rugosidade relativa
θ	Ângulo de orientação da distância do ponto extremo de um painel até um ponto arbitrário do domínio fluido
μ	Coeficiente de viscosidade dinâmica

ν	Coeficiente de viscosidade cinemática
ν_t	Coeficiente de viscosidade turbulento
π	Constante matemática (aproximadamente 3.14159...)
ρ	Massa específica do fluido
Σ	Somatório
$\sigma(x)$	Densidade constante de fontes distribuídas uniformemente sobre os painéis
σ_0	Raio do núcleo viscoso do vórtice discreto de Lamb
σ_{0c}	Raio do núcleo do vórtice de Lamb modificado pela rugosidade
τ	Vetor unitário tangencial
τ_{ij}	Tensor de Reynolds submalha
χ	Fator de controle de rugosidade
Ω	Domínio fluido semi-infinito
ω	Componente da vorticidade normal ao plano
$\boldsymbol{\omega}$	Campo de vorticidade

Abreviaturas

CFD	Dinâmica dos fluidos computacional
COUPS	Matriz de influência de fontes
COUPV	Matriz de influência de vórtices
ETV	Equação do Transporte da Vorticidade
FFT	Transformada Rápida de Fourier
GAMMA	Vetor incógnita de vórtices discretos nascentes
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
MVD	Método de Vórtices Discretos

N-S	Equações de Navier-Stokes
PCM	Princípio de Conservação da Massa
PCQML	Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear
RHSS	Vetor coluna lado direito de fontes
RHSV	Vetor coluna lado direito de vórtices
SIGMA	Vetor coluna incógnita de fontes
VIV	Vibração induzida por vórtices

Siglas

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
FAPEMIG	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
LMALM	Laboratório de Modelagem e Algoritmos de Métodos Lagrangianos
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

Sumário

1	INTRODUÇÃO	22
1.1	Motivações	22
1.2	Objetivos	23
1.3	Metodologia	23
1.4	Estrutura do Trabalho	24
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	26
2.1	O Mecanismo de Formação de Vórtices	26
2.2	O escoamento ao redor de um cilindro circular estacionário	27
2.3	Escoamento ao Redor de um Cilindro Circular Oscilando com um Grau de Liberdade	31
2.4	Supressão do Desprendimento de Vórtices e Controle da Esteira	40
2.5	O Método de Vórtices Discretos	42
3	FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA	46
3.1	Geometria do Problema e Definições	46
3.2	Hipóteses Simplificadoras	48
3.3	Equações Governantes e Condições de Contorno	49
3.4	Escoamentos Turbulentos	50
3.4.1	Filtragem das Equações Governantes	50
3.4.2	Modelagem da Turbulência	52
3.4.3	Adimensionalização do Problema	53
3.4.4	A Equação do Transporte da Vorticidade	55
4	MÉTODO DE SOLUÇÃO: O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETO (MVD)	57
4.1	O Campo de Velocidades do Escoamento	57
4.1.1	A Contribuição do Escoamento Incidente	58
4.1.2	A Contribuição das Fronteiras Sólidas (Método dos Painéis)	58
4.1.3	A Contribuição da Nuvem de Vórtices Discretos (Lei de Biot Savart)	61
4.2	Modelagem da Turbulência	62
4.3	Geração da Vorticidade e Modelo de Rugosidade	64
4.4	Carregamentos Fluidodinâmicos Atuantes	70
4.5	A Advecção da Nuvem de Vórtices Discretos	72

4.6	A Difusão da Vorticidade	72
5	ANÁLISE DE RESULTADOS	74
5.1	Cilindro Circular Estacionário	76
5.2	Cilindro Circular Oscilando <i>In-Line</i> sem e com Efeito de Rugosidade .	83
5.2.1	Cilindro Circular com Frequência de Oscilação $f_0 = 0,04$	84
5.2.2	Cilindro Circular com Frequência de Oscilação $f_0 = 0,2$	91
5.2.3	Cilindro Circular com Frequência de Oscilação $f_0 = 0,34$	94
5.2.4	Cilindro Circular com Frequência de Oscilação $f_0 = 0,8$	100
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	104
6.1	Conclusões	104
6.2	Sugestões Para Trabalhos Futuros	106
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	108
	APÊNDICE A – VÓRTICE DISCRETO DE LAMB	112
	APÊNDICE B – FLUXOGRAMA DO PROGRAMA PRINCIPAL	115

1 Introdução

1.1 Motivações

O estudo do escoamento de fluidos ao redor de corpos rombudos tem sido foco de pesquisa devido à sua relevância para aplicações em problemas de engenharia. Um dos fenômenos mais importantes associados a esse tipo de escoamento é o desprendimento de estruturas vorticosas, que ocorre de forma periódica e pode induzir vibrações em uma estrutura cilíndrica. Essas Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV) são uma fonte significativa de problemas em diversas áreas da engenharia, como em projetos de dutos submarinos, *risers*, cabos de ancoragem, estruturas *offshore* e equipamentos industriais, por causarem esforços cíclicos que podem levar à fadiga e falhas estruturais.

O entendimento aprofundado das VIV é essencial para garantir a confiabilidade e segurança dessas estruturas, especialmente em ambientes desafiadores como o *offshore*, onde as condições de escoamento são complexas e os custos de manutenção e reparo são elevados. Além disso, as vibrações induzidas pelo desprendimento de vórtices apresentam aspectos dinâmicos interessantes, como a ocorrência do fenômeno conhecido como *lock-in*, que consiste na sincronização da frequência de desprendimento de vórtices com a frequência natural da estrutura, amplificando as oscilações e os esforços envolvidos.

Embora existam diversos estudos experimentais e numéricos focados em VIV, a maior parte deles concentra-se em condições de baixo a moderado número de Reynolds ou em estruturas com movimentos livres restritos a poucos graus de liberdade, considerando predominantemente a vibração transversal. Por outro lado, em situações práticas, como em dutos e cabos rígidos submetidos a vibrações forçadas *in-line*, muitas vezes em altos números de Reynolds, os mecanismos envolvidos ainda não são totalmente compreendidos. Adicionalmente, as condições reais de superfície, incluindo rugosidade, podem alterar substancialmente a resposta do escoamento e das vibrações induzidas, porém são pouco exploradas em simulações numéricas.

Dessa forma, há uma clara necessidade de desenvolvimento de técnicas numéricas para ampliar o conhecimento dos mecanismos que regem as vibrações induzidas por vórtices em corpos rombudos, especialmente considerando a influência da rugosidade superficial e de vibrações forçadas *in-line* em regimes de número de Reynolds elevados. A consideração do efeito rugoso é essencial para análises que envolvem vibrações induzidas por vórtices, especialmente em corpos rombudos, pois a rugosidade superficial modifica o comportamento da camada limite e interfere na dinâmica do desprendimento de vórtices. Isso pode alterar tanto a intensidade dos carregamentos fluidodinâmicos atuantes quanto a

frequência de emissão de vórtices, afetando a resposta vibratória do sistema. Ignorar esse efeito pode levar a previsões imprecisas, sobretudo em aplicações envolvendo número de Reynolds elevado.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal o estudo de VIV em um corpo rombudo representado por um cilindro circular bidimensional que sofre vibrações forçadas na direção do escoamento incidente (*in-line*), em condições de alto número de Reynolds. Para representar de forma mais realista o escoamento, é incorporado um modelo de rugosidade superficial, permitindo avaliar como as imperfeições da superfície afetam o padrão de desprendimento de vórtices e o comportamento das vibrações induzidas. Assim, os objetivos específicos são:

- Desenvolver e validar um modelo numérico baseado no Método de Vórtices Discretos (MVD) que incorpore o efeito da rugosidade superficial para simular com maior fidelidade o comportamento do escoamento e das vibrações induzidas em altas condições de Reynolds.
- Investigar os regimes de desprendimento de estruturas vorticosas e suas interações com as vibrações forçadas *in-line*, considerando os efeitos da rugosidade superficial na modulação desses fenômenos.
- Mapear a região de ocorrência do fenômeno de *lock-in* e caracterizar os modos de desprendimento de vórtices, avaliando a influência conjunta da vibração e da rugosidade na resposta hidrodinâmica.
- Fornecer análises detalhadas que contribuam para o aprimoramento do entendimento dos mecanismos físicos associados à vibração e à rugosidade, visando futuras aplicações em engenharia envolvendo corpos rombudos.

1.3 Metodologia

Para alcançar os objetivos propostos, este trabalho utiliza uma abordagem numérica baseada no Método de Vórtices Discretos (MVD), uma técnica lagrangiana que modela o escoamento viscoso ao redor do corpo por meio de vórtices discretos de Lamb. Esses vórtices são gerados na superfície do cilindro e são advectados e difundidos conforme algoritmos específicos, permitindo simular com precisão a evolução do escoamento, mesmo

em regimes de alto número de Reynolds. O avanço temporal é realizado por esquemas numéricos explícitos, garantindo eficiência computacional, potencializada pela paralelização via OpenMP em linguagem FORTTRAN.

As condições de contorno sólidas são representadas pelo Método dos Painéis, que utiliza painéis de fontes com densidade constante para impor a impermeabilidade. Já a condição de não deslizamento é satisfeita através do desprendimento de vórtices discretos de Lamb, sendo imposta via Método de Vórtices Discretos com modelo de camada limite. O solo é tratado numericamente por meio de uma condição de movimento relativo, eliminando a geração de vórtices discretos na sua superfície. Um modelo de rugosidade superficial altera a intensidade dos vórtices gerados, simulando o aumento da transferência de quantidade de movimento próximo às superfícies rugosas, o que impacta diretamente a separação da camada limite e o padrão de desprendimento dos vórtices.

O modelo também contempla a vibração forçada *in-line* do cilindro, imposta como um movimento oscilatório na direção do escoamento incidente, com frequência e amplitude controladas. Essa abordagem permite analisar o impacto da oscilação sobre o desprendimento de vórtices e as forças hidrodinâmicas atuantes, influenciando a resposta dinâmica do sistema fluido-estrutura.

A modelagem da turbulência é realizada pelo método de avanço randômico, que incorpora um coeficiente de viscosidade turbulento para representar os efeitos das escalas submalha. As cargas fluidodinâmicas são obtidas a partir da distribuição de pressão sobre a superfície do corpo, calculada por uma formulação integral baseada em uma equação de Poisson, considerando a contribuição de todos os vórtices discretos presentes na esteira viscosa. A integração dessas pressões resulta nas forças de arrasto de forma e sustentação, possibilitando uma avaliação detalhada dos carregamentos fluidodinâmicos ao longo da simulação.

1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

- No Capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica detalhada sobre Vibrações Induzidas por Vórtices, métodos numéricos aplicados ao problema e estudos relacionados à influência da rugosidade superficial.
- O Capítulo 3 expõe o modelo matemático do problema, incluindo as equações governantes, condições de contorno e a adimensionalização para ganho de generalidade.

- O Capítulo 4 descreve o Método de Vórtices Discretos, suas bases teóricas e as adaptações realizadas para incorporar a modelagem de turbulência, o modelo de rugosidade e vibração forçada.
- No Capítulo 5 são apresentados e discutidos os resultados numéricos obtidos, com análises detalhadas dos regimes de desprendimento, carregamentos fluidodinâmicos atuantes e efeitos da rugosidade.
- O Capítulo 6 traz as conclusões principais, contribuições do trabalho e sugestões para pesquisas futuras.
- Os Apêndices A e B incluem informações complementares, como detalhes da implementação computacional, parâmetros de simulação e demonstrações matemáticas relevantes.

2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre o mecanismo de formação e desprendimento de vórtices em corpos rombudos, especialmente cilindros circulares, e suas consequências na geração de vibrações induzidas por vórtices. São abordados os principais conceitos e estudos relacionados à influência da rugosidade superficial na transição do escoamento e no padrão de desprendimento dos vórtices. Também é apresentado o Método do Vórtice Discreto, utilizado para a modelagem numérica do comportamento dos vórtices na esteira e suas interações com o corpo, com destaque para a capacidade dessa metodologia em capturar fenômenos fluidodinâmicos relevantes para o acoplamento fluido–estrutura.

2.1 O Mecanismo de Formação de Vórtices

No estudo da aerodinâmica de geometrias encontradas na engenharia, é comum classificá-las em corpos rombudos e corpos esbeltos. Um corpo rombudo é aquele que, quando sujeito a uma corrente de fluido, apresenta uma considerável proporção de sua superfície submersa exposta ao fenômeno da separação do escoamento. Já nos corpos esbeltos, como aerofólios em baixos ângulos de incidência, a separação do escoamento apresenta-se reduzida, resultando em uma esteira mais fina a jusante do corpo. Por outro lado, nos corpos rombudos, como um cilindro circular, o escoamento sofre separação da camada limite, formando uma esteira espessa a jusante.

A separação da camada limite ocorre quando o escoamento ao redor de um corpo encontra uma região com gradiente de pressão adverso. Nessa situação, as partículas do fluido começam a perder energia cinética, o que compromete sua capacidade de vencer o gradiente de pressão. Como consequência, formam-se duas camadas de cisalhamento, que podem se enrolar em torno delas mesmas devido à instabilidade do escoamento, resultando na formação da esteira viscosa.

Segundo Gerrard [1], a estrutura vorticosa cresce ganhando circulação oriunda da camada cisalhante a qual está conectada. Quando esta estrutura vorticosa está suficientemente intensa, ele atrai a camada limite cisalhante oposta com circulação oposta e seguem um dos seguintes caminhos:

- (a) Fundir-se com a estrutura vorticosa que está se formando no lado oposto da esteira,
- (b) Mover-se em direção a camada cisalhante oposta e cortar a alimentação da estrutura vorticosa liberando-a para a esteira viscosa,

(c) Voltar na direção da região da esteira próxima ao corpo e iniciar uma nova estrutura vorticosa no lado oposto.

A Figura 2.1 ilustra esses mecanismos associados à formação de vórtices, exemplificando os caminhos (a), (b) e (c).

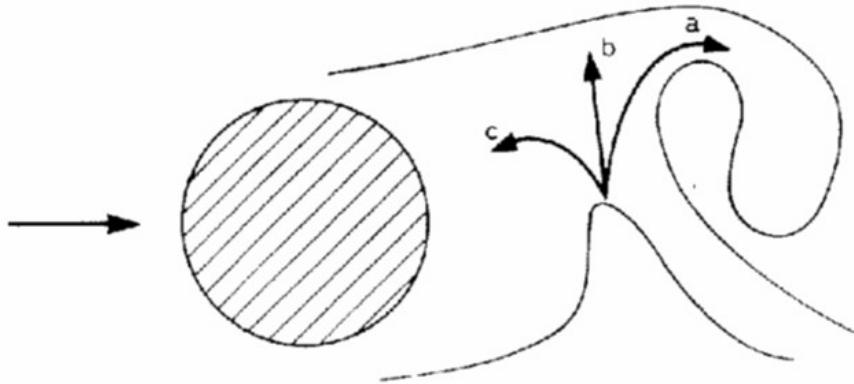


Figura 2.1 – Mecanismo de formação de vórtices. (Reproduzida de Gerrard [1]).

É comum na literatura chamar de vórtices às estruturas vorticosas contrarrotativas; o que também é adotado neste trabalho.

A compreensão da separação da camada limite e da formação de estruturas vorticosas é essencial para a análise de corpos rombudos. Entre os fatores que influenciam esses fenômenos, destaca-se o número de Reynolds, cuja variação altera o regime do escoamento e a dinâmica da esteira.

A seção seguinte aborda o escoamento ao redor de um cilindro circular estacionário, com foco na influência desse número adimensional sobre os principais comportamentos do escoamento.

2.2 O escoamento ao redor de um cilindro circular estacionário

O escoamento ao redor de um cilindro estacionário está fortemente condicionado pelo número de Reynolds, parâmetro adimensional que expressa a razão entre as forças iniciais e viscosas do escoamento ($Re = UD/\nu$, onde U , D e ν são respectivamente, a velocidade do escoamento incidente, o diâmetro do cilindro circular e o coeficiente de viscosidade cinemática). Esse número adimensional é fundamental para caracterizar os diferentes regimes de escoamento, influenciando diretamente fenômenos como separação da camada limite, formação de vórtices e transições entre regimes laminar, transicional e turbulento. Quando o número de Reynolds é baixo ($Re < 1$), o escoamento é aproximadamente

simétrico e não há o fenômeno da separação da camada limite. Este tipo de escoamento é chamado de *creeping flow*, visto na Figura 2.2.

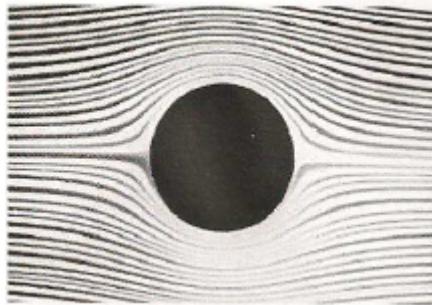


Figura 2.2 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $Re < 1$. (Reproduzida de Van Dyke [2]).

O aumento das forças está relacionado à separação da camada limite. Dessa forma, para números de Reynolds na faixa de 5 a 40, ocorre a formação de vórtices estacionários, conhecidos como vórtices de Föppl, que se estabelecem a jusante do cilindro, como mostrado na Figura 2.3.

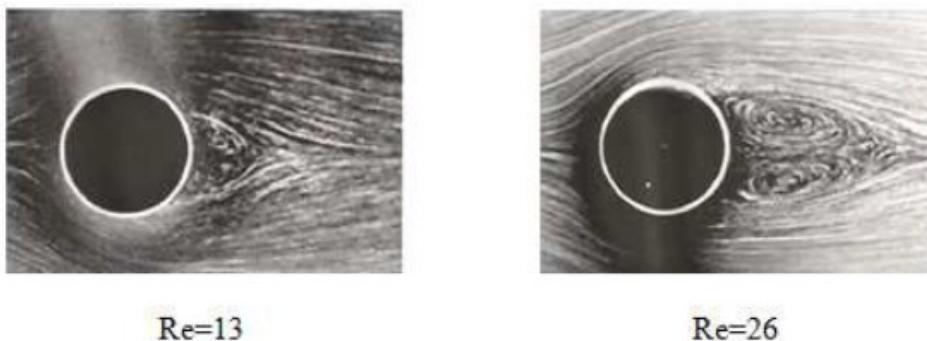


Figura 2.3 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $5 < Re < 40$, formando vórtices estacionários. (Reproduzida de Van Dyke [2]).

Com número de Reynolds em torno de 90, os pontos de separação tornam-se instáveis, ocorrendo desprendimento alternado de vórtices contrarrotativos, caracterizando a esteira de Von Kármán, como ilustra a Figura 2.4. Nessa faixa, o arrasto de forma representa cerca de 98% do arrasto total. A força de arrasto de forma aparece nas estruturas quando se identifica a forma rombuda com separação da camada limite hidrodinâmica.

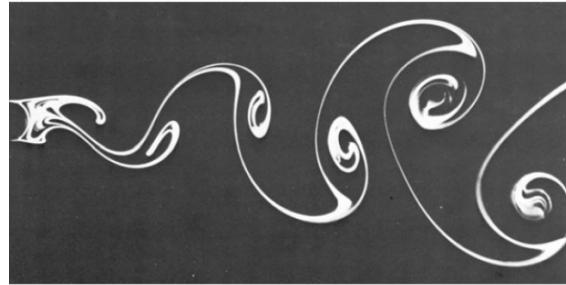


Figura 2.4 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $Re = 140$. (Reproduzida de Van Dyke [2]).

Para valores de Reynolds abaixo de 200, a esteira permanece laminar; entretanto, ao se ultrapassar esse limite, torna-se instável e irregular. Acima de $Re = 200$, os efeitos tridimensionais passam a desempenhar um papel relevante, mesmo em cilindros circulares com alta razão de aspecto. No regime subcrítico, correspondente ao intervalo $300 < Re < 3 \cdot 10^5$, a camada limite sobre o cilindro permanece laminar, apesar da esteira de vórtices ser totalmente turbulenta, ilustrado na Figura 2.5. Nesse intervalo, o número de Strouhal mantém-se praticamente constante em torno de 0,2, como mostra a Figura 2.6. O número de Strouhal, adimensional, representa a frequência de desprendimento de vórtices ($St = fU/D$), onde f , U e D são respectivamente, a frequência de desprendimento de pares de estruturas vorticosas contrarrotativas, a velocidade do escoamento incidente e o diâmetro do cilindro circular. A frequência de Strouhal, obtida a partir da série temporal do coeficiente de sustentação, reflete diretamente a dinâmica do desprendimento de vórtices.

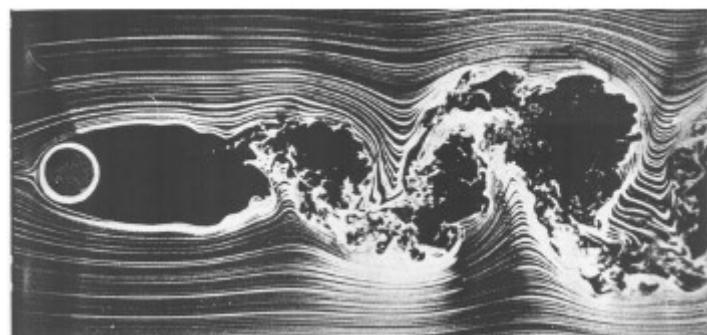


Figura 2.5 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $Re = 10.000$. (Reproduzida de Van Dyke [2]).

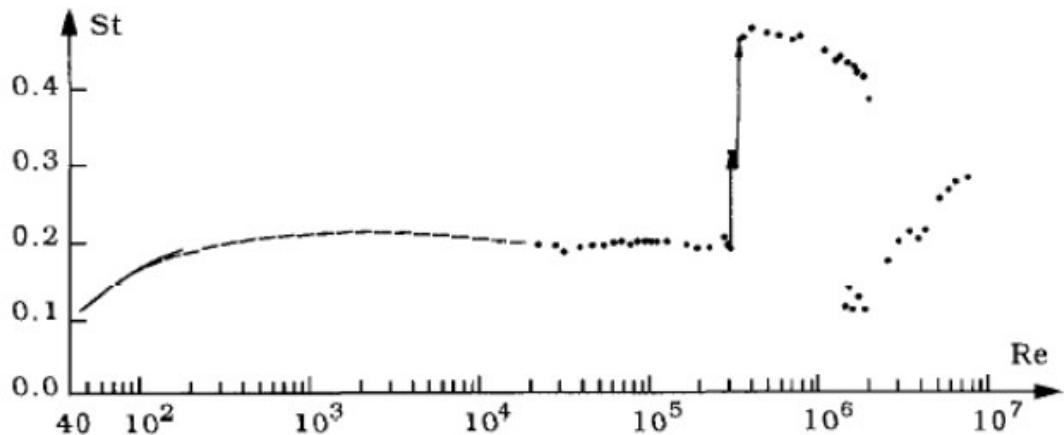


Figura 2.6 – Variação do número de Strouhal em função do número de Reynolds. (Reproduzida de Sumer & Fredsøe [3]).

À medida que o número de Reynolds aumenta, a transição para o regime turbulento ocorre na camada limite. Para $3 \cdot 10^5 < Re < 3,5 \cdot 10^5$ o escoamento é caracterizado pela transição da camada limite para o regime turbulento em apenas um dos lados do cilindro, enquanto o lado oposto permanece laminar, ocorrendo alternância entre os lados. Essa assimetria no escoamento resulta em um coeficiente médio de sustentação diferente de zero. Além disso, observa-se um aumento abrupto no número de Strouhal, que salta de aproximadamente 0,2 para cerca de 0,45. No regime supercrítico, $3,5 \cdot 10^5 < Re < 1,5 \cdot 10^6$, ambos os lados do cilindro apresentam camada limite turbulenta; no entanto, persiste uma região laminar entre o ponto de estagnação e o ponto de transição para a turbulência. O número de Strouhal mantém-se em torno de 0,45 por uma ampla faixa deste regime, passando a decrescer gradualmente à medida que o número de Reynolds aumenta. Para $Re > 4,5 \cdot 10^6$ o escoamento é conhecido como transcrítico; é caracterizado pela presença de uma camada limite totalmente turbulenta ao longo da superfície do cilindro. Essa condição restabelece o desprendimento regular de vórtices, resultando em valores do número de Strouhal que variam entre 0,25 e 0,30. Com o escoamento ao redor de um cilindro estacionário já caracterizado, passa-se à análise de uma configuração mais complexa: o cilindro circular oscilando com um grau de liberdade, permitindo investigar os efeitos sobre o campo de velocidades e a interação fluido-estrutura.

2.3 Escoamento ao Redor de um Cilindro Circular Oscilando com um Grau de Liberdade

Em diversos sistemas mecânicos, as oscilações podem manifestar-se de diferentes formas, sendo uma delas a Vibração Induzida pelo Escoamento (VIE). Esse fenômeno ocorre quando um fluido em movimento interage com uma estrutura, gerando forças aerodinâmicas ou hidrodinâmicas que provocam oscilações na mesma. Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV) é um caso particular de VIE. Tal fenômeno é identificado quando a frequência de oscilação do corpo aproxima-se da frequência de geração e desprendimento de vórtices.

O fenômeno de VIV pode ser analisado por meio de duas abordagens principais, de acordo com Thomson [4]: a livre e a forçada. A oscilação livre ocorre naturalmente, ou seja, a frequência de desprendimento de vórtices e a frequência natural são as mesmas. Este modelo de vibração estrutural é constituído por molas ajustáveis e por um sistema de amortecimento (base elástica) de forma a permitir a movimentação do corpo na direção transversal e/ou na mesma direção do escoamento incidente. Por outro lado, a oscilação forçada ocorre para velocidades e amplitudes que são impostas e controladas independente da velocidade do fluido. Pode ser utilizado um túnel de vento ou de um canal de recirculação de água.

Conforme mostrado por Parkinson [5] há prós e contras a cada uma dessas abordagens. Para a oscilação livre é possível que o experimentalista obtenha evidências diretas das interações não lineares, que ocorrem entre excitação e resposta. Entretanto, o número de parâmetros a serem medidos é maior do que no caso de vibração forçada. Já no caso de oscilação forçada a grande vantagem está no fato de ser possível controlar rigorosamente, a frequência e amplitude de oscilação. Assim, a observação de um certo modo de desprendimento de vórtices é mais simples neste caso. Contudo, como desvantagem, tem-se o fato de algumas das características observadas em problemas práticos de VIV não serem reproduzidas.

Bishop & Hassan [6] analisaram, experimentalmente, o impacto das oscilações de um corpo na formação de vórtices. Em seus estudos, investigaram a influência das forças atuantes em um cilindro quando este é submetido a oscilações forçadas na direção transversal ao escoamento. Descobriram que quando a frequência de oscilação f do cilindro aproxima-se da frequência de Strouhal, f_s , a frequência f e a frequência de oscilação do coeficiente de sustentação tornam-se sincronizadas. Ademais, apontaram a variação brusca do ângulo de fase ϕ entre a força transversal e o deslocamento do corpo que ocorre quando a frequência de oscilação varia em torno da frequência de geração de vórtices. Junto com esta variação ocorre um repentino aumento da amplitude do coeficiente

de sustentação.

Com o objetivo de determinar a região de sincronização, também conhecida como fronteira de *lock-in*, Koopman [7] concluiu que a sincronização ocorre quando a amplitude de oscilação ultrapassa um determinado valor limite. Dessa forma, o regime de *lock-in* pode ser influenciado por duas condições principais: a amplitude e a frequência de oscilação do corpo.

Com as regiões de sincronização já mapeadas por Koopman [7], Williamson & Roshko [8] realizaram uma série de experimentos com um cilindro oscilando transversalmente. O número de Reynolds dos experimentos estava no intervalo entre 300 e 1000. Foram varridas uma ampla faixa de amplitudes entre $0,2 < A/D < 5$ e frequências de oscilação entre $1/3 < f_s < 5$. Dessa forma, identificou-se, experimentalmente, uma série de regimes de sincronização, os quais foram classificados com base na quantidade de vórtices gerados e desprendidos em cada ciclo de oscilação. A Figura 2.7 representa tais regimes de desprendimento de vórtices para um número de Reynolds baixo, $Re = 392$.

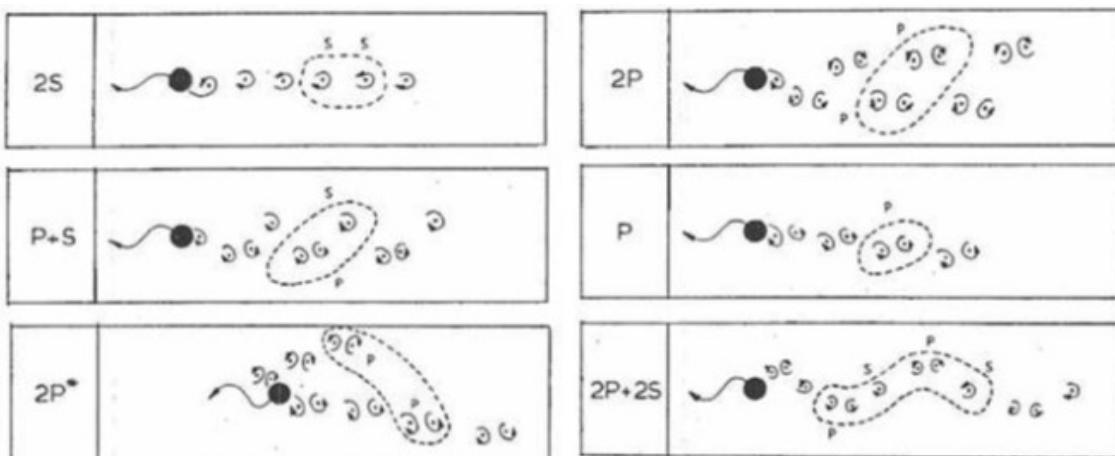


Figura 2.7 – Regimes de desprendimento de vórtices sobre um cilindro circular oscilando na direção transversal ao escoamento incidente.(Adaptada de Williamson & Roshko[8]).

Os diferentes padrões de desprendimento de vórtices foram observados. Dentre eles, destacam-se três: modo $2S$, $2P$ e $P + S$. Como pode-se observar na Figura 2.7, o modo $2S$ é caracterizado por dois vórtices de circulação oposta sendo desprendidos a cada ciclo de oscilação. Já o modo $2P$, dois pares de vórtices são gerados e desprendidos a cada ciclo de oscilação. Por fim, no modo $P + S$, um vórtice mais um par de vórtices de circulação oposta são desprendidos a cada ciclo de oscilação. O fenômeno de Histerese foi uma das principais contribuições do trabalho de Williamson & Roshko [8]. Esse fenômeno foi identificado na transição do modo $2S$ para o modo $2P$ e vice-versa. Tal transição é acompanhada por uma descontinuidade no ângulo de fase. Valores elevados do ângulo de fase (aproximadamente entre 160° e 180°), assim como de amplitude, estão associados ao

modo $2P$. Por outro lado, o modo $2S$ está relacionado a valores de ângulo de fase de 0° a 90° . Os experimentos foram conduzidos em um tanque equipado com uma plataforma rebocada, que continha um sistema de oscilação controlada do cilindro, permitindo o ajuste da amplitude e da frequência. Para a visualização do fenômeno, utilizou-se partículas de alumínio na superfície.

Meneghini & Bearman [9] apresentaram resultados de simulações numéricas do escoamento ao redor de um cilindro submetido a uma oscilação senoidal forçada na direção transversal. Para a realização das simulações, foi empregado o método dos vórtices discretos, incluindo difusão viscosa, conforme descrito pelos autores. O número de Reynolds destas simulações foi de 200, com amplitudes A/D inferiores a 0,6. Para determinar a fronteira de sincronização, os autores realizaram simulações variando a frequência f/f_s entre 0,7 e 1,15 e amplitude A/D entre 0,025 e 0,6. A geração e o desprendimento de vórtices são caracterizados como sincronizados quando a frequência do coeficiente de sustentação C_l coincide com a frequência de oscilação do cilindro. Nesse intervalo ocorre a fronteira de sincronização primária e dois vórtices com circulações opostas são desprendidos a cada ciclo. Este resultado está de acordo com aquele observado experimentalmente de Williamson & Roshko [8].

Ademais, as séries temporais dos coeficientes de força constituíram resultados fundamentais no estudo de Meneghini & Bearman [9] para a adequada interpretação do fenômeno de *lock-in*. A Figura 2.8 ilustra um caso em que a frequência f/f_s foi mantida constante em 0,75, enquanto a amplitude foi variada em quatro valores distintos: $A/D = 0,25; 0,30; 0,45$ e $0,60$, correspondendo, respectivamente, aos casos (a), (b), (c) e (d). O fenômeno de batimento é observado para o caso em que $f/f_s = 0,75$ e $A/D = 0,25$. Com o aumento da frequência de oscilação, o batimento desaparece, resultando em um comportamento mais regular tanto da força de sustentação quanto da força de arrasto. A análise dos resultados apresentados nas Figuras 2.8 permite concluir que quando a amplitude está se aproximando da amplitude de sincronização, as cargas fluidodinâmicas são claramente inconstantes e randômicas. Somente para a amplitude $A/D = 0,60$ observa-se novamente um padrão regular na sustentação.

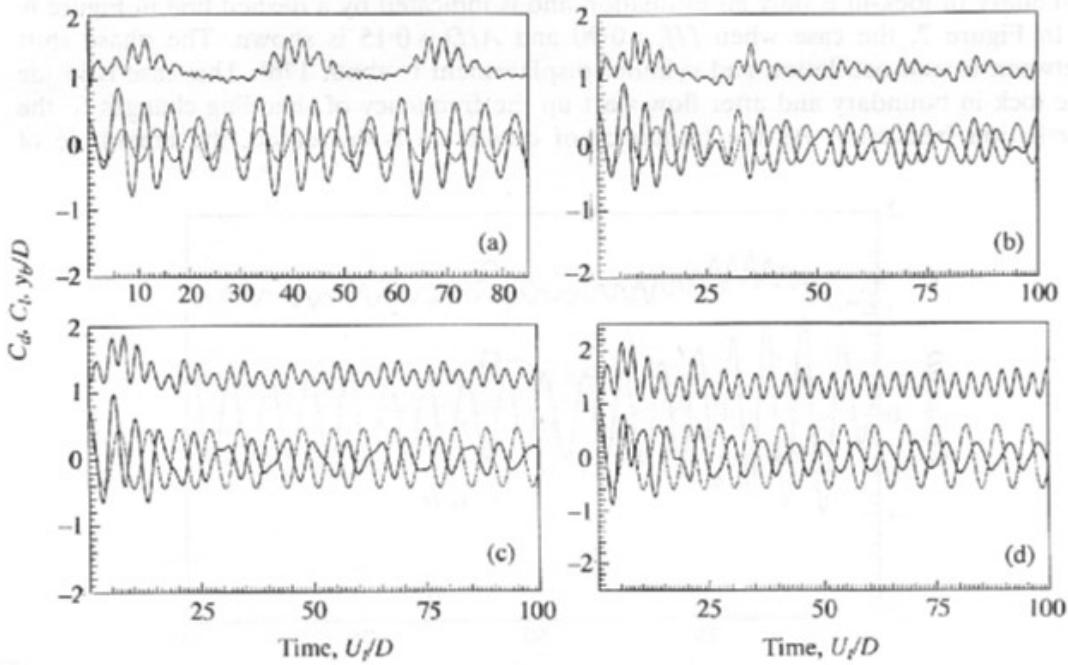


Figura 2.8 – Séries temporais dos coeficientes de força. (Reproduzida de Meneghini & Bearman [9])

Embora as vibrações transversais tenham sido amplamente estudadas devido à sua predominância em diversas configurações de escoamento, as vibrações *in-line* também merecem atenção, especialmente por sua ocorrência em situações práticas de engenharia. Um exemplo marcante foi observado em 1968, durante a construção do *Immingham Oil Terminal*, na costa leste da Inglaterra, quando o fenômeno chamou pela primeira vez a atenção da comunidade científica.

Ongoren & Rockwell [10] realizaram um estudo experimental em um canal de recirculação de água considerando um número de Reynolds igual a 855. O objetivo principal do estudo foi identificar a sincronização entre a geração e desprendimento de vórtices com o movimento de um cilindro circular submetido a uma oscilação forçada, considerando diferentes ângulos de oscilação α em relação à corrente incidente. A amplitude de oscilação do experimento foi de $A = 0,13D$, em que D é o diâmetro do cilindro. A faixa de excitação do cilindro foi $0,5 \leq f_0/f_s \leq 4,0$, em que f_0 é a frequência de oscilação do corpo e f_s é a frequência de emissão de vórtices correspondente ao cilindro estacionário. Assim, Ongoren & Rockwell [10] observaram dois grupos básicos de emissão de vórtices, sendo eles: modo simétrico e modo antissimétrico. No modo simétrico, *Modo S* (Figura 2.9), ocorre o desprendimento simultâneo de uma estrutura vorticosa em cada lado do cilindro no decorrer de um único período T de oscilação, como mostrado na Figura. O modo antissimétrico é dividido em quatro ramificações: *Modo A – I*, *Modo A – II*, *Modo A – III* e *Modo A – IV*. O *Modo A – I* (Figura 2.10) assemelha-se ao modo clássico

de Vón Kárman, no qual ocorre o desprendimento alternado de estruturas vorticosas contrarrotativas. O *Modo A – II* (Figura 2.11), embora semelhante ao *Modo A – I*, requer dois períodos de oscilação para a formação do par de vórtices antissimétrico. O *Modo A – III* (Figura 2.12) também demanda dois períodos de oscilação para se completar e é caracterizado pelo desprendimento de um par de estruturas vorticosas de um lado do cilindro, seguido pelo desprendimento de uma única estrutura do lado oposto. Por fim, o *Modo A – IV* (Figura 2.13), assim como os anteriores, exige dois períodos de oscilação; contudo, nesse caso, um par de estruturas vorticosas contrarrotativas se desprende de cada lado do cilindro.

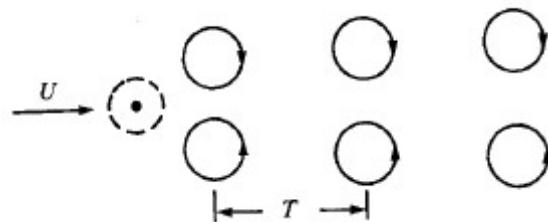


Figura 2.9 – Modo Simétrico de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular. (Reproduzida de Ongoren & Rockwell [10].)

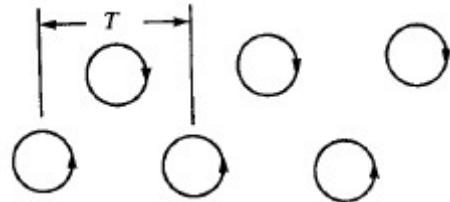


Figura 2.10 – Modo Antissimétrico A-I de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular. (Reproduzida de Ongoren & Rockwell [10]).

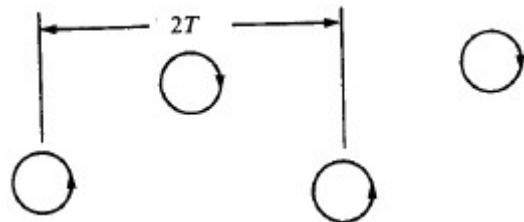


Figura 2.11 – Modo Antissimétrico A-II de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular. (Reproduzida de Ongoren & Rockwell [10]).

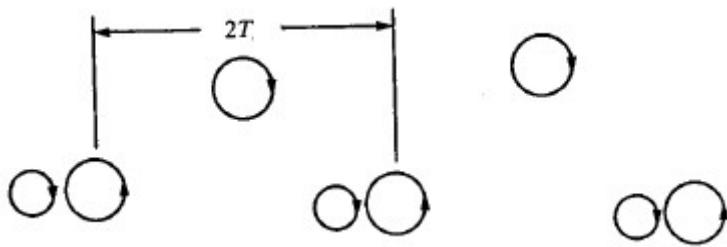


Figura 2.12 – Modo Antissimétrico A-III de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular. (Reproduzida de Ongoren & Rockwell [10]).

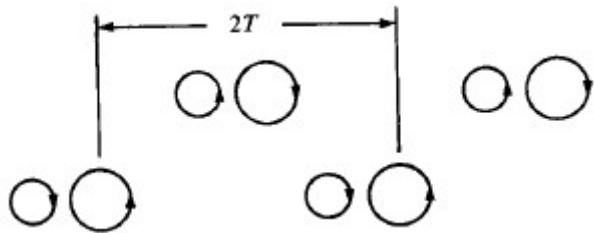


Figura 2.13 – Modo Antissimétrico A-IV de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular. (Reproduzida de Ongoren & Rockwell [10]).

Yokoi & Kamemoto [11] investigaram o fenômeno de desprendimento de vórtices ao redor de um cilindro circular sujeito a oscilações forçadas na direção do escoamento uniforme. O experimento ocorreu em um canal de recirculação de água para uma faixa de Reynolds variando entre $260 \leq Re \leq 2460$. Os resultados indicaram que a frequência de desprendimento dos vórtices (f_s) tende a ser um múltiplo ($n = 0, 5; 1, 2, 3, \dots$) da frequência de oscilação do cilindro (f_0), quando o fenômeno de *lock-in* ocorria. Os autores categorizaram distintos padrões de desprendimento de vórtices por meio da técnica de visualização por iluminação a laser. O primeiro padrão classificado pelos autores foi o padrão "A", conforme ilustrado na Figura 2.14. Nesse regime os vórtices são desprendidos alternadamente, de maneira semelhante ao desprendimento clássico de Vón Kármán, porém com um intervalo de tempo variável. Essa variação temporal provoca uma distorção na estrutura dos vórtices na esteira. Dessa forma, para esse padrão, a frequência de desprendimento dos vórtices corresponde a um múltiplo inteiro da frequência de oscilação do cilindro, ou seja, $f_0/f_s = n$, onde $n = 2, 3$. A Figura 2.15 apresenta o padrão "B", no qual os vórtices são desprendidos simetricamente de ambos os lados do cilindro, resultando no estado de *lock-in* unitário, definido por: $f_0/f_s = 1$. O padrão "C", por sua vez, descreve um regime em que um par de vórtices são gerados pelo cilindro oscilante, porém não formam uma esteira organizada, como mostra a Figura 2.16. Esses padrões refletem comportamentos distintos do escoamento ao redor do cilindro, evidenciando a diversidade das interações entre a oscilação do cilindro e a dinâmica do desprendimento de vórtices.



Figura 2.14 – Padrão "A" de desprendimento de vórtices com $Re = 490$. (Reproduzida de Yokoi & Kamemoto [11]).

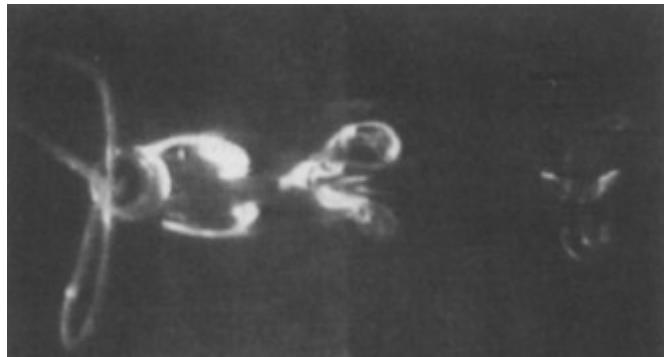


Figura 2.15 – Padrão "B" de desprendimento de vórtices com $Re = 490$. (Reproduzida de Yokoi & Kamemoto [11]).



Figura 2.16 – Padrão "C" de desprendimento de vórtices com $Re = 490$. (Reproduzida de Yokoi & Kamemoto [11]).

Diante da necesidade de realizar simulações com maior aplicabilidade à engenharia, especialmente com números de Reynolds elevados, Silva Siqueira [12] conduziu simulações numéricas em um regime de alto número de Reynolds ($Re = 10^5$). Este estudo demonstrou a viabilidade do Método de Vórtices Discretos na modelagem de fenômenos de vibração forçada, aproximando-os das condições reais encontradas em problemas de engenharia, especialmente em regimes com números de Reynolds elevados. O algoritmo desenvolvido foi inicialmente validado para um cilindro circular estacionário antes de ser empregado na análise de um cilindro oscilante na direção do escoamento (*in-line*). Os

resultados obtidos apresentaram boa concordância com dados experimentais. As principais discrepâncias podem ser atribuídas às limitações da formulação bidimensional utilizada, que, embora adequada para reproduzir as características globais do escoamento, pode não capturar todos os regimes de formação de vórtices que ocorrem em números de Reynolds elevados ($Re \approx 10^5$), particularmente em condições de *lock-in*.

Nesse estudo, foram realizadas simulações com amplitude de oscilação $A = 0,13$, a mesma utilizada no trabalho de Ongoren & Rockwell [10], e $A = 0,5$. A frequência de oscilação nesse estudo variou no intervalo $0,1 \leq f_0/f_s \leq 4$. Por outro lado, no trabalho de Ongoren & Rockwell [10], a frequência de oscilação do cilindro variou no intervalo $0,5 \leq f_0/f_s \leq 4$. O código computacional desenvolvido neste estudo demonstrou a capacidade de reproduzir o modo simétrico *S* e os modos antissimétricos *A – I* e *A – IV*. O *Modo S* (Figura 2.17) foi claramente observado para amplitudes de oscilação $A = 0,13$ quando $f_0/f_s = 2$ e para $A = 0,5$ no intervalo $1 < f_0/f_s < 2$, enquanto Ongoren & Rockwell [10] identificaram esses modos para $f_0/f_s = 3$ e $f_0/f_s = 4$. O *Modo A – I* (Figura 2.18) ocorreu para $f_0/f_s = 0,2$, diferindo dos resultados de Ongoren & Rockwell [10], que observaram esse modo para $f_0/f_s = 0,5$. O *Modo A – IV* (Figura 2.19) foi identificado para $f_0/f_s = 1,8$, valor ligeiramente superior ao relatado por Ongoren & Rockwell [10], que o verificaram para $f_0/f_s = 1,7$. Um caso especial foi o caso com $f_0/f_s = 0,4$. A esteira do instante final da simulação apresenta uma tendência ao modo antissimétrico *A-I*, mas em determinado intervalo de tempo da simulação é observado o modo de desprendimento antissimétrico *A-III*, sendo considerado um modo de competição (Figura 2.20). O modo de sincronização antissimétrico *A – II* não foi encontrado nas simulações numéricas.



Figura 2.17 – Modo simétrico da estrutura de vórtices na esteira do cilindro circular oscilando *in-line* com $Re = 10^5$. (Reproduzida de Silva Siqueira [12]).

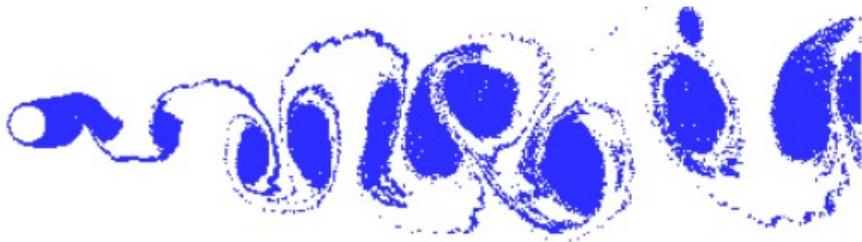


Figura 2.18 – Modo antissimétrico A-I da estrutura de vórtices na esteira do cilindro circular oscilando *in-line* com $Re = 10^5$. (Reproduzida de Silva Siqueira [12]).

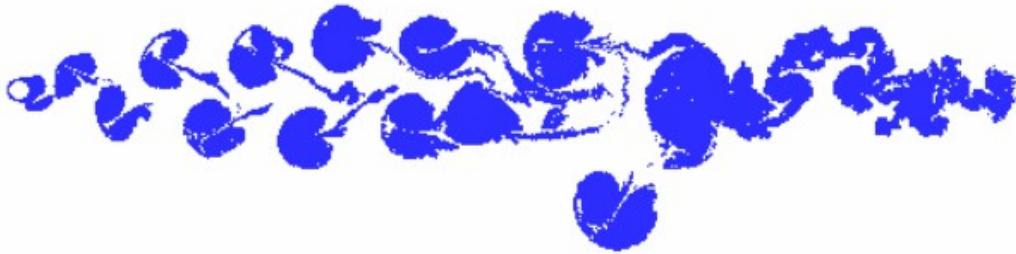


Figura 2.19 – Modo antissimétrico A-IV da estrutura de vórtices na esteira do cilindro circular oscilando *in-line* com $Re = 10^5$. (Reproduzida de Silva Siqueira [12]).

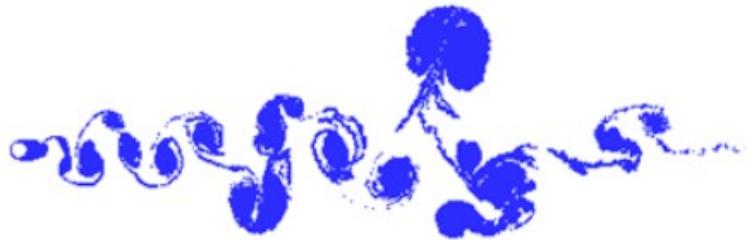


Figura 2.20 – Competição entre o modo antissimétrico A-I e AIII da estrutura de vórtices na esteira do cilindro circular oscilando *in-line* com $Re = 10^5$. (Reproduzida de Silva Siqueira [12]).

A partir do trabalho de Silva Siqueira [12], Martins [13] conduziu simulações numéricas também em regime de alto número de Reynolds ($Re = 10^5$). No entanto, sua principal contribuição consiste na adoção de um referencial inercial, diferente do trabalho de Silva Siqueira [12], que utilizou um referencial não inercial fixado ao cilindro. O *Modo S* foi observado para amplitudes de oscilação $A = 0,13$ quando $f_0/f_s = 1,7$ e $f_0/f_s = 2$. O *Modo A - I* ocorreu para $f_0/f_s = 0,2$ e $f_0/f_s = 0,4$. O *Modo A - IV* foi identificado para $f_0/f_s = 1,0$.

No estudo experimental conduzido por Hu *et al.* [14], foram investigadas oscilações *in-line* na faixa de número de Reynolds entre 360 e 460, considerando amplitudes eleva-

das de oscilação ($0,2 \leq A/D \leq 1,0$) e variações significativas da razão de frequência ($0 \leq f_0/f_s \leq 6,85$). Os resultados sugerem que baixos valores de Reynolds favorecem a coerência dos modos de escoamento, e, sob condições bastante específicas, os modos simétricos podem ser subdivididos em três categorias distintas, cada uma delas apresentando dois subtipos. Além da identificação de um terceiro modo simétrico, os autores propuseram a existência de um novo modo caracterizado por comportamento caótico, denominado modo C, também com dois subtipos. A Figura 2.21 resume os principais modos associados a vibrações *in-line* identificados até o momento na literatura.

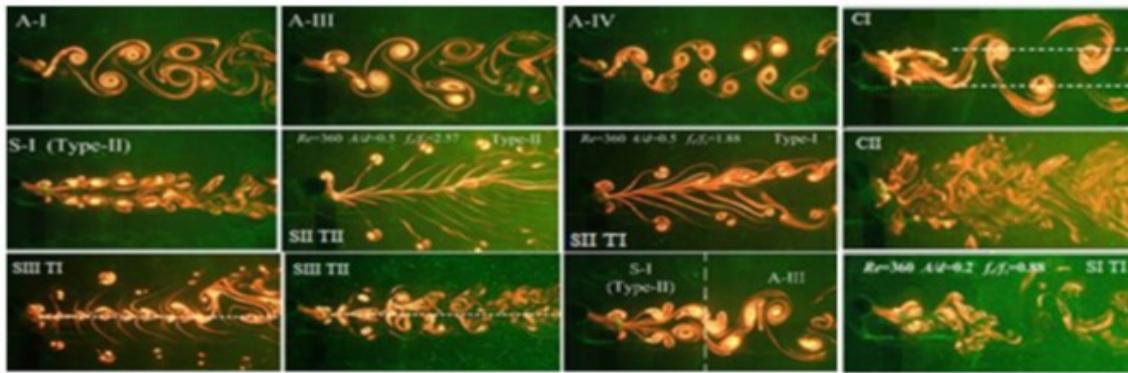


Figura 2.21 – Possíveis modos da esteira vorticosa para oscilação puramente *in-line*. (Reproduzida de Hu *et al.* [14]).

2.4 Supressão do Desprendimento de Vórtices e Controle da Esteira

A supressão do desprendimento de vórtices tem sido amplamente investigada devido à sua relevância em diversas aplicações de engenharia, principalmente no controle de escoamentos ao redor de corpos imersos. Nesse contexto, Rashidi *et al.* [15] exploraram técnicas ativas e passivas para o controle de desprendimentos de vórtices. Métodos ativos necessitam energia externa para modificar o escoamento. Esses métodos podem ser classificados em dois subgrupos: controle da camada limite e controle da esteira. No contexto do controle da camada limite, destacam-se: métodos elétricos, métodos através do uso de um campo magnético e métodos pelo uso de efeitos térmicos. Já os métodos de controle da esteira, destacam-se: métodos de controle por feedback e métodos de geração de um escoamento secundário.

Os métodos de controle passivos baseiam-se em modificações geométricas do corpo, influenciando diretamente o mecanismo de formação e desprendimento de vórtices. Dentre eles, destaca-se o método por rugosidade superficial, que constitui o objeto de estudo desta

dissertação. Segundo Rashidi *et al.* [15], os efeitos da rugosidade na camada limite ocorrem por meio de dois mecanismos: a antecipação da transição para um regime turbulento devido à presença de irregularidades na superfície do corpo e a alteração do perfil de velocidades na camada limite turbulenta. A vibração induzida por vórtices em corpos rombudos é um fenômeno relevante na engenharia. Portanto, o controle do desprendimento de vórtices por meio da rugosidade superficial desempenha um papel fundamental em diversas aplicações, especialmente em estruturas *offshore*, como pilares de plataformas, dutos submarinos e *risers*.

Nikuradse [16] foi o pioneiro na identificação de que os efeitos da rugosidade permanecem confinados a uma fina camada próxima à superfície. A rugosidade relativa, ε/D , é um parâmetro adimensional que quantifica a influência das irregularidades superficiais no escoamento de um fluido sobre uma superfície. É definida pela razão entre a altura média das protuberâncias e saliências que formam a superfície (ε) e um comprimento característico (D).

Achenbach Heinecke [17] estudaram o comportamento do número de Strouhal em função do número de Reynolds para um cilindro circular rugoso. O efeito da rugosidade relativa sobre o número de Strouhal evidencia que o aumento desse parâmetro provoca uma antecipação dos regimes do escoamento. Os regimes de escoamento de um cilindro liso também ocorrem em superfícies rugosas, porém, o ponto de separação do escoamento no cilindro rugoso ocorre em ângulos menores devido ao aumento da espessura da camada limite, reduzindo a troca de quantidade de movimento Sumer Fredsøe [3]. O regime transcrítico se estreita com o aumento da rugosidade, elevando o coeficiente de arrasto médio, enquanto em baixos números de Reynolds, como no regime subcrítico, a rugosidade não impacta esse coeficiente.

Fage & Warsap [18] observaram que o aumento da rugosidade relativa (ε/D) antecipa a crise do arrasto para menores números de Reynolds. O coeficiente de arrasto médio varia menos em cilindros rugosos, reduzindo de 1,4 para 1,1 ($\varepsilon/D = 30 \cdot 10^{-3}$), enquanto em cilindros lisos cai de 1,4 para 0,5. Essa diferença deve-se à posição do ponto de separação, localizada em 140° para cilindros lisos e 115° para cilindros rugosos no regime supercrítico.

Gao *et al.* [19] realizaram estudos experimentais sobre os efeitos da rugosidade superficial na resposta a vibração induzida por vórtices em um cilindro circular, considerando um intervalo de número de Reynolds entre 25.000 e 180.000. Os resultados indicaram que o coeficiente de arrasto nos cilindros rugosos apresenta uma redução abrupta para baixos valores de rugosidade superficial. Entretanto, à medida que a rugosidade aumenta, o arrasto cresce rapidamente, atingindo seu valor máximo quando $\varepsilon/D = 0,00843$. Além disso, concluíram que o inicio do fenômeno de *lock-in* para o cilindro liso ocorre para

uma velocidade reduzida mais alta do que para cilindros rugosos, mas com uma região de *lock-in* mais ampla. A velocidade reduzida é um parâmetro adimensional definido como a razão entre a velocidade do escoamento livre e o produto do diâmetro do cilindro pela frequência natural nas oscilações livres ou pela frequência de excitação nas oscilações forçadas.

Estudos anteriores focaram em rugosidades ε/D inferiores a 3%, demonstrando que tais condições alteram a separação do escoamento e podem reduzir o coeficiente de arrasto. Assim, Chenlin Sun *et al.* [20] estudaram a influência de rugosidades elevadas no escoamento ao redor de cilindros circulares. Este estudo investiga cilindros com ε/D entre 5% e 20%, mostrando que, para $\varepsilon/D \geq 15\%$, a rugosidade altera a dinâmica da esteira e reduz a região de formação de vórtices, com implicações para o controle de vibrações e estruturas em escoamentos turbulentos.

Han *et al.* [21] estudaram a influência da rugosidade superficial dos *risers* marítimos, decorrente da adsorção de organismos marinhos ao longo do tempo de operação, concluindo que exerce influência significativa sobre o campo de escoamento na esteira e, consequentemente, sobre as características dinâmicas da vibração induzida por vórtices (VIV). Utilizando métodos acoplados de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) o estudo propôs um modelo numérico que incorpora a variação de tensão com a vibração estrutural, além de uma modificação no gradiente de velocidade em paredes rugosas. Os resultados indicam que, na faixa de Reynolds entre $2,52 \cdot 10^4$ e $1,26 \cdot 10^5$ e velocidade reduzida entre 1,35 e 6,74; *risers* com superfície rugosa apresentam redução na amplitude de vibração na direção do escoamento, efeito que se intensifica com o aumento da rugosidade e da velocidade do fluxo.

2.5 O Método de Vórtices Discretos

De forma geral, a Dinâmica dos Fluidos Computacional(CFD) utiliza duas abordagens principais para a solução de problemas de engenharia: a abordagem euleriana e a abordagem lagrangiana. Na formulação euleriana, o escoamento é descrito a partir de pontos fixos no espaço, focando na variação temporal das propriedades do fluido nesses locais. Por outro lado, a abordagem lagrangiana consiste em acompanhar o movimento individual das partículas fluidas, permitindo uma análise mais detalhada das trajetórias e dos mecanismos de transporte envolvidos no escoamento. Entre os métodos lagrangianos destaca-se o Método de Vórtices Discretos (MVD), ferramenta utilizada neste trabalho.

No caso do MVD a grandeza discretizada é o campo de vorticidades, representada por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb (Panton [22]). Assim, o método permite a simulação dos mecanismos de geração, convecção e difusão da vorticidade no escoamento,

viabilizando, consequentemente, o cálculo das cargas aerodinâmicas que atuam sobre a superfície do corpo em oscilação. O MVD teve um avanço significativo a partir do trabalho de Chorin [23]. O autor propôs um algoritmo de separação da parte viscosa da Equação do Transporte da Vorticidade (ETV). Neste algoritmo os efeitos da advecção e da difusão da vorticidade podem ser resolvidos separadamente e os resultados convergem para a ETV para pequenos valores de incremento de tempo (Δt).

A representação da camada limite nesta abordagem é obtida por meio da geração de vórtices discretos de Lamb sobre a superfície do corpo. Para modelar essa superfície, emprega-se o Método de Painéis, utilizando uma distribuição de singularidades do tipo fontes com densidade uniforme (Katz & Plotkin [24]). Esta técnica permite cancelar a componente normal (condição de contorno de Neumann) da velocidade total induzida sobre cada ponto de controle localizado no centro de cada painel, impondo, assim, a condição de impenetrabilidade. Com a geração dos vórtices discretos, torna-se necessário implementar modelos numéricos de advecção para permitir o deslocamento desses vórtices discretos ao longo do tempo. No entanto, antes dessa etapa, é fundamental determinar o campo de velocidades. Sabe-se que a vorticidade é definida por $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$, e, ao integrar o campo de vorticidades, determina-se o campo de velocidades, \mathbf{u} , definindo a Lei de Biot-Savart. Com isso, é possível aplicar esquemas de advecção da nuvem de vórtices, como, por exemplo, o esquema de avanço de Euler de primeira ordem (Ferziger [25]) para os vórtices discretos marcharem no tempo. É importante destacar que o cálculo da interação vórtice-vórtice, descrito pela Lei de Biot-Savart, apresenta alta complexidade numérica, uma vez que requer N^2 operações do processador para N vórtices discretos presentes na nuvem.

A difusão da vorticidade foi simulada através do método de avanço randômico, e a condição de escorregamento nulo sobre o corpo foi imposta pela criação de novos vórtices, conforme proposto por Chorin [23] e Lewis [26]. O método é de simples implementação e rápida execução; no entanto, possui uma taxa de baixa convergência ($1/\sqrt{N}$), sendo N o número total de vórtices discretos presentes na nuvem. Essa limitação motivou a busca por alternativas que pudessesem aprimorar a eficiência na inclusão dos efeitos da difusão viscosa. Nesse contexto, outros métodos se destacam na incorporação desses efeitos nos cálculos do Método de Vórtices Discretos (MVD), como o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado e o Método da Velocidade de Difusão.

O Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice foi inicialmente proposto por Leonard [27] e aplicado com êxito por Kamemoto [28]. No entanto, Greengard [29] demonstrou que esse método não convergia para as equações de Navier-Stokes (N-S). Em resposta, Rossi [30] introduziu correções ao método, permitindo que o raio do núcleo dos vórtices discretos se expandisse até atingir um valor máximo. Após alcançar este valor

crítico, os vórtices passavam por um processo de partição, gerando quatro novos vórtices, cujos raios podiam novamente se expandir. Todavia, esse método apresenta a desvantagem significativa de que, ao aumentar o número de vórtices discretos na nuvem, as simulações numéricas tornam-se ainda mais onerosas em termos de tempo computacional. O Método da Velocidade de Difusão foi inicialmente desenvolvido por Ogami & Akamatsu [31] com o objetivo de simular a difusão viscosa da vorticidade, introduzindo uma velocidade adicional no processo advecção, associada ao movimento difusivo. Essa velocidade adicional está vinculada ao coeficiente de viscosidade cinemática do fluido e ao gradiente do campo de vorticidades.

Kamemoto [28] realizaram uma revisão do MVD, ressaltando a relevância do desenvolvimento de modelos de turbulência para métodos baseados na formulação Lagrangiana. Nesse contexto, Alcântara Pereira *et al.* [32] apresentaram um estudo focado em simulações numéricas mais detalhadas que considerassem aspectos turbulentos. Entre suas principais contribuições, destacam-se a proposta de um modelo submalha de turbulência baseado na Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem, adaptada ao MVD, além do desenvolvimento e implementação de um algoritmo para incorporar a modelagem turbulenta no método. Para isso, foi necessário realizar ajustes para escoamentos bidimensionais, mesmo reconhecendo que a turbulência é essencialmente um fenômeno tridimensional. Posteriormente, Bimbato [33] modificou a abordagem proposta por Alcântara Pereira *et al.* [32], e demonstrou que, quando associada ao modelo de rugosidade desenvolvido, é possível simular escoamentos bidimensionais ao redor de corpos rombudos hidráulicamente rugosos com um nível de precisão bastante satisfatório.

De modo geral, a formulação lagrangiana baseada no campo de vorticidades apresenta diversas vantagens na simulação de escoamentos viscosos. Primeiramente, permite uma visualização mais clara dos fenômenos, sobretudo em escoamentos com altos números de Reynolds. Além disso, ao aplicar o operador rotacional nas equações de N-S, o termo de pressão é eliminado, simplificando o modelo. Já o uso do operador divergente possibilita o cálculo dos carregamentos fluidodinâmicos atuantes por meio de uma equação de Poisson para a pressão (Shintani & Akamatsu [34]). Outra vantagem relevante é que, em simulações bidimensionais, a equação de transporte da vorticidade se reduz a uma equação escalar, dispensando a resolução do termo advectivo não linear. Por fim, no Método de Vórtices Discretos, as condições de contorno em regiões afastadas de superfícies sólidas são automaticamente satisfeitas, uma vez que a influência do corpo e da nuvem de vórtices não se propaga para essas áreas.

Nesse contexto, a experiência adquirida em dois trabalhos publicados anteriormente pelo autor, desenvolvidos no âmbito da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI), foi essencial para o amadurecimento técnico e conceitual deste estudo. O primeiro trabalho,

apresentado em congresso (Chiaradia *et al.* [35]), teve como foco a implementação e avaliação de diferentes esquemas de advecção para partículas de vorticidade e temperatura em uma formulação lagrangiana, simulando a interação entre vórtices de ponta de asa de uma aeronave e uma superfície aquecida. Nesse estudo, foi considerado o acoplamento entre os campos de vorticidade e temperatura por meio do número de Richardson, e o alto custo computacional do modelo foi tratado com paralelização em Fortran/OpenMP. Já o segundo trabalho, publicado em revista científica (Chiaradia *et al.* [36]), propôs uma metodologia numérica para simulações bidimensionais de escoamentos incompressíveis e não permanentes com convecção mista, utilizando um modelo de *Large-Eddy Simulation* (LES) acoplado à equação de energia, considerando os efeitos de empuxo via aproximação de Boussinesq. Esses estudos forneceram uma base sólida para o presente trabalho, especialmente no que se refere à descrição lagrangiana da vorticidade, ao tratamento das interações térmicas e ao uso de estratégias computacionais eficientes para simulações de alta complexidade.

Mais recentemente, um terceiro trabalho, do qual o autor é o primeiro autor, foi aceito para apresentação e publicação nos anais do Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica. Esse estudo combina a formulação lagrangiana do Método de Vórtices Discretos com um modelo de vibração forçada, a teoria de LES e um modelo de rugosidade para resolver a equação de transporte da vorticidade. Os resultados indicam que o modo antissimétrico A-I de formação de vórtices é corretamente capturado no caso do cilindro liso, e que a rugosidade superficial interfere de forma mais significativa para $\varepsilon/d = 0,0070$, dificultando a sincronização entre as frequências de formação de vórtices e de oscilação do corpo. Além disso, um quarto trabalho, atualmente em fase final de redação para publicação em revista científica, apresentará parte dos resultados desenvolvidos nesta Dissertação de Mestrado, com foco na análise da vibração forçada in-line de um cilindro circular rugoso.

3 Formulação Geral do Problema

Neste capítulo, apresenta-se a geometria do problema estudado: um cilindro bidimensional sujeito a vibração forçada na direção do escoamento incidente. O cilindro está posicionado a uma distância g do chão, o qual é considerado um referencial inercial, suficientemente grande para evitar influência significativa do efeito solo. Essa configuração possibilita reproduzir de maneira realista o comportamento do escoamento próximo à parede, assim como estudar a interação fluido-estrutura em regimes de vibração forçada. A geometria definida constitui a base para as simulações numéricas realizadas neste trabalho, permitindo investigar os efeitos combinados da vibração do cilindro e da rugosidade superficial sobre a evolução da nuvem de vórtices discretos e os carregamentos fluidodinâmicos atuantes.

3.1 Geometria do Problema e Definições

A Figura 3.1 apresenta o sistema de coordenadas fixo xoy . O cilindro circular encontra-se imerso em uma região semi-infinita completamente ocupada por um fluido em escoamento uniforme de intensidade U_∞ . Esse cilindro possui diâmetro D e está posicionado a uma distância g do solo.

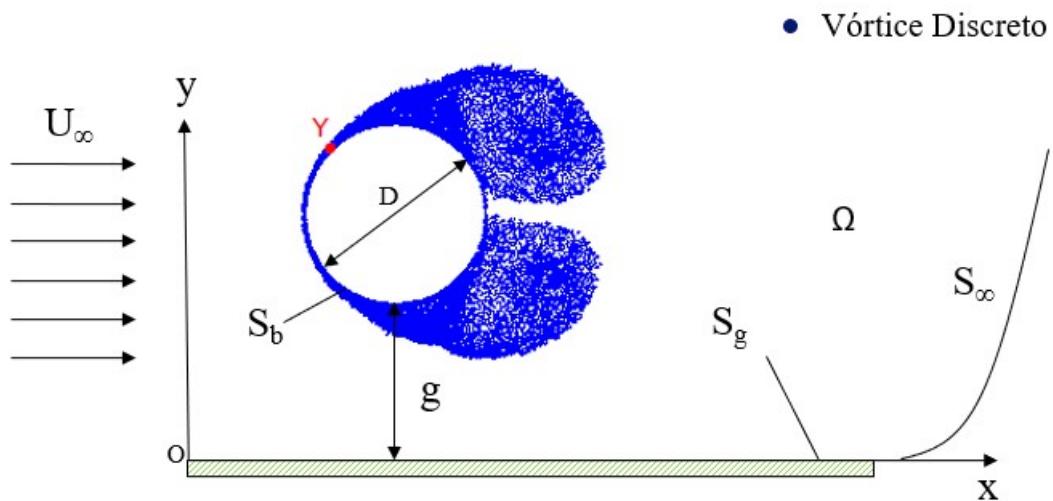


Figura 3.1 – Geometria do problema e definições importantes

Na Figura 3.1 são definidos:

- U_∞ é a velocidade do escoamento incidente, paralela ao solo;
- D é o diâmetro do cilindro circular;
- g é a distância do corpo ao solo;
- S_b é o contorno que define o cilindro circular;
- S_g é o contorno que define o solo;
- S_∞ é o contorno a grandes distâncias do cilindro circular e do solo;
- Ω é o domínio fluido, cujo contorno é definido por $S = S_b \cup S_g \cup S_\infty$;
- Y corresponde a um ponto arbitrário da superfície do cilindro circular em oscilação.

Com o objetivo de analisar a interação entre o escoamento e o movimento do corpo, considera-se que o cilindro sofre uma oscilação harmônica na direção do escoamento incidente, conforme expressa a Equação 3.1. A velocidade do corpo oscilante, observada a partir de um referencial inercial, é dada pela Equação 3.2. A uma distância suficientemente grande do corpo, o fluido apresenta componentes de velocidade uniformes, sendo $u = U_\infty$ na direção do escoamento e $v = 0$ na direção transversal.

$$x_{osc}(t) = A \sin(2\pi f_0 t) \quad (3.1)$$

$$u_{osc}(t) = \dot{x}_{osc} = 2\pi A f_0 \cos(2\pi f_0 t) \quad (3.2)$$

onde A e f_0 representam, respectivamente, a amplitude e a frequência da oscilação longitudinal imposta ao corpo.

A Figura 3.2 ilustra um ciclo completo de oscilação forçada do cilindro, considerando a vibração forçada *in-line*, representado pelos pontos A, B, C, D e E. Os pontos A, C e E correspondem à passagem do cilindro pela posição de equilíbrio. Já os pontos B e D indicam as amplitudes máximas da oscilação, sendo B no sentido oposto ao escoamento e D no mesmo sentido do escoamento.

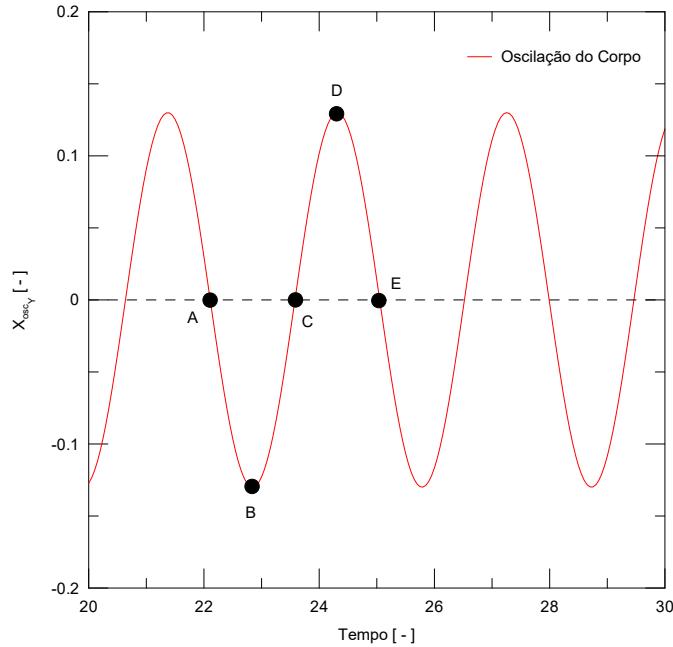


Figura 3.2 – Oscilação do cilindro ao longo do eixo x

3.2 Hipóteses Simplificadoras

Para a formulação matemática do problema, estabelecem-se algumas hipóteses simplificadoras, as quais dizem respeito à geometria do problema, às propriedades termodinâmicas do fluido e às propriedades do escoamento. Essas hipóteses visam tornar viável a análise do escoamento em regime transitório, o qual se desenvolve a partir do fenômeno de separação da camada limite na superfície do corpo e da formação da esteira de vórtices.

- H_1 : O escoamento é bidimensional, isto é, ele se realiza no plano (x, y) e a região fluida é semi-infinita, estendendo-se até a região S_∞ ;
- H_2 : Escoamento incidente paralelo ao solo, ou seja, ângulo de incidência nulo ($\alpha = 0^\circ$);
- H_3 : Fluido newtoniano e com propriedades termodinâmicas constantes (massa específica ρ e coeficiente de viscosidade dinâmica μ);
- H_4 : Considera-se um escoamento incompressível, em que os efeitos da compressibilidade são desprezados. Isso implica que as velocidades características do escoamento são significativamente inferiores à velocidade do som no meio, de modo que o número de Mach é assumido bem inferior a 0,3 ($Ma < 0,3$);
- H_5 : O escoamento é considerado isotérmico, assumindo-se a ausência de gradientes de temperatura entre o fluido em movimento e as fronteiras sólidas;

- H_6 : Força do campo gravitacional desprezada.

As hipóteses simplificadoras permitem representar o desenvolvimento da camada limite, sua separação e a formação da esteira viscosa. A dinâmica do escoamento é regida pela equação da continuidade e pelas equações de N-S, que representam, respectivamente, o Princípio da Conservação da Massa (PCM) e o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Linear (PCQML). Na superfície do corpo, aplica-se a condição de aderência, composta pelas condições de impenetrabilidade e de escorregamento nulo.

3.3 Equações Governantes e Condições de Contorno

As equações do movimento descrevem os principais fenômenos físicos que governam o comportamento do escoamento. Considerando as hipóteses simplificadoras adotadas, o Princípio da Conservação da Massa (PCM) e o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Linear (PCQML) são representados, em notação vetorial, pela equação da continuidade (Equação 3.3) e pelas equações de Navier–Stokes (Equação 3.4), respectivamente.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.4)$$

onde $\mathbf{u} \equiv (u, v)$ é o vetor velocidade do fluido, p representa o campo de pressões, ρ é a massa específica e ν é o coeficiente de viscosidade cinemática.

As condições de contorno sobre a superfície do corpo, denotada por S_b , e sobre o solo, denotada por S_g . A condição de impenetrabilidade sobre S_b e S_g é representada pela Equação 3.5. A condição de escorregamento-nulo sobre S_b é representada pela Equação 3.6.

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (3.5)$$

$$\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau} - \mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\tau} = 0 \quad (3.6)$$

sendo \mathbf{n} e $\boldsymbol{\tau}$, respectivamente, os vetores unitários normal e tangencial às superfícies S_b e S_g em cada ponto e o vetor \mathbf{V} refere-se à velocidade da superfície do corpo.

Para longas distâncias do corpo, em S_∞ , assume-se que o escoamento em estudo tende a tornar-se igual ao escoamento não perturbado, representado pela Equação 3.7.

$$|\mathbf{u}| \rightarrow U_\infty \quad (3.7)$$

3.4 Escoamentos Turbulentos

Grande parte dos escoamentos observados em aplicações práticas de engenharia é turbulento, tornando imprescindível a compreensão e análise dos mecanismos físicos envolvidos. Esses escoamentos apresentam um amplo espectro de escalas interagindo de forma não linear: as grandes escalas são determinadas pela geometria, enquanto as pequenas, associadas às escalas de Kolmogorov e à viscosidade molecular, dissipam energia e concentram maior vorticidade. Nessas pequenas escalas ocorrem as frequências mais altas, enquanto as grandes escalas concentram mais energia. Com o aumento do número de Reynolds, a complexidade do escoamento se intensifica, dificultando a solução direta das equações governantes e exigindo o uso de métodos aproximados para sua simulação.

Entre as principais técnicas destacam-se: Simulação Numérica Direta (DNS), que resolve todas as escalas do escoamento por meio de malhas extremamente finas e pequenos incrementos temporais, demandando elevado custo computacional e sendo viável apenas para baixos números de Reynolds; Simulação via Equações Médias de Reynolds (RANS), que aplica a decomposição de Reynolds para separar componentes médias e flutuantes, resultando nas tensões de Reynolds, cuja modelagem é necessária para fechar o sistema de equações; e Simulação de Grandes Escalas (LES), que emprega filtragem espacial para separar escalas, resolvendo explicitamente as maiores, influenciadas pela geometria, e modelando as menores, homogêneas e isotrópicas, para representar seus efeitos sobre o escoamento.

3.4.1 Filtragem das Equações Governantes

A Simulação LES é empregada com o objetivo de separar as diferentes escalas do escoamento. Os fenômenos de maior relevância ocorrem nas macroescalas (Lesieur & Métais [37]), cuja dinâmica pode ser representada por um número significativo de vórtices discretos. As microescalas, por sua vez, devem ser modeladas. No processo de filtragem, as equações governantes são submetidas a um operador de filtro passa baixo, permitindo a separação entre as componentes de grandes escalas ($\bar{F}(\mathbf{x}, t)$), e aquelas associadas às submalhas ($F'(\mathbf{x}, t)$), representadas na Equação 3.8.

$$F(\mathbf{x}, t) = \bar{F}(\mathbf{x}, t) + F'(\mathbf{x}, t) \quad (3.8)$$

A parte filtrada é dada pela Equação 3.9.

$$\bar{F}(\mathbf{x}, t) = \int_V F(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t) \bar{G}(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad (3.9)$$

onde a função \bar{G} representa um filtro passa baixo.

As equações governantes consideradas para o processo de filtragem são as Equações 3.3 e 3.4. Com o intuito de favorecer o tratamento algébrico e a manipulação das expressões matemáticas, tais equações serão reescritas em notação indicial. As respectivas formas filtradas são apresentadas a seguir, representadas pelas Equações 3.10 e 3.11.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.11)$$

A filtragem das equações resulta em um termo não linear ($\bar{u}_i \bar{u}_j$). Para solucionar o sistema faz-se necessário decompor as escalas, utilizando a Equação 3.8. Assim, define-se a Equação 3.12.

$$\bar{u}_i \bar{u}_j = \bar{u}_i \bar{u}_j + \bar{u}_i \bar{u}'_j + \bar{u}'_i \bar{u}_j + \bar{u}'_i \bar{u}'_j \quad (3.12)$$

Dessa forma, definem-se a seguir alguns tensores relevantes para esta análise, conforme expressões apresentadas nas equações subsequentes.

$$L_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3.13)$$

$$C_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}'_j + \bar{u}'_i \bar{u}_j \quad (3.14)$$

$$\tau_{ij} = \bar{u}'_i \bar{u}'_j \quad (3.15)$$

onde as Equações 3.13, 3.14 e 3.15 correspondem, respectivamente, ao tensor de Leonard, ao tensor cruzado e ao tensor de Reynolds submalha.

Portanto, a Equação 3.12 torna-se a Equação 3.16:

$$\bar{u}_i \bar{u}_j = \bar{u}_i \bar{u}_j + L_{ij} + C_{ij} + \tau_{ij} \quad (3.16)$$

A resolução da Equação 3.16 requer a modelagem do tensor de Reynolds submalha (τ_{ij}), que representa o transporte turbulento entre as escalas resolvidas e não resolvidas. Como essas flutuações não são capturadas pelo número de vórtices discretos utilizado,

esse termo deve ser modelado. Silveira Neto *et al.* [38] demonstraram que, para esquemas convectivos de até terceira ordem, como o de primeira ordem de Euler adotado neste trabalho, os tensores de Leonard e cruzado podem ser desprezados.

3.4.2 Modelagem da Turbulência

Neste trabalho, a modelagem da turbulência baseia-se no conceito do coeficiente de viscosidade turbulenta, ν_t . Essa grandeza é responsável pelo transporte de energia entre as escalas maiores e menores do escoamento. De acordo com Boussinesq [39], a parte anisotrópica do tensor de Reynolds submalha, τ_{ij} , é proporcional ao tensor taxa de deformação do campo de velocidades filtrado, \bar{S}_{ij} . No modelo proposto por Smagorinsky [40], esse tensor de deformação é definido pela Equação 3.17.

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.17)$$

A relação entre este tensor e o tensor de Reynolds sub malha é expressa pela Equação 3.18.

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (3.18)$$

Substituindo a Equação 3.18 na Equação 3.11 tem-se a Equação 3.19:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \nu_t) \bar{S}_{ij}] \quad (3.19)$$

Assim, o coeficiente de viscosidade turbulenta (ν_t) deve ser determinado e, quando necessário, pode ser somado ao coeficiente de viscosidade molecular (ν). Para estimar ν_t , Smagorinsky [40] propôs a seguinte formulação, representada pela Equação 3.20:

$$\nu_t = (C_{SM} l)^2 = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (3.20)$$

onde $C_{SM} = 0,18$ e $l = \sqrt{\Delta x \Delta y}$, sendo Δx e Δy a largura e a altura da malha, respectivamente.

O modelo proposto por Smagorinsky [40] é inadequado para ser combinado com o Método de Vórtices Discretos, por depender de uma malha e utilizar a taxa de deformação (derivadas), o que dificulta sua implementação em um método puramente lagrangiano.

Chollet e Lesieur [41] argumentam que, em regiões com baixa atividade turbulenta, a modelagem submalha é desnecessária, enquanto nas zonas onde se identificam escalas submalha, é fundamental dissipar as manifestações locais da turbulência. Nessas regiões, os fenômenos podem ser considerados aproximadamente homogêneos e isotrópicos. Com

base nessas observações, os autores propõem o uso do espectro local de energia cinética, $E_c(K, t)$, para definir o coeficiente de viscosidade turbulenta, representada pela Equação 3.21.

$$\nu_t(K_c, t) = \frac{2}{3} C_k^{-\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{E(K_c, t)}{K_c}} \quad (3.21)$$

onde $C_k = 1,4$ é a constante de Kolmogorov e K_c é o número de onda de corte.

Com base em uma relação apresentada por Batchelor [42], Métais & Lesieur [37] determinaram o espectro local de energia cinética, $E_c(K, t)$, utilizando o modelo da função estrutura de segunda ordem da velocidade, \bar{F}_2 , calculada pela Equação 3.22.

$$\bar{F}_2(\mathbf{x}, \Delta, t) = \left\| \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t) - \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) \right\|_{\|\mathbf{r}\|=\Delta}^2 \quad (3.22)$$

Nesta definição, é importante observar que o operador “média” é aplicado entre as velocidades $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t)$, calculadas sobre pontos da superfície de uma esfera com o centro em \mathbf{x} e raio $\|\mathbf{r}\| = \Delta$, e a velocidade $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$, calculada sobre o ponto do escoamento definido por \mathbf{x} , onde se deseja determinar a atividade turbulenta.

A função estrutura de velocidade de segunda ordem é utilizada para calcular o coeficiente de viscosidade turbulenta, como mostra a Equação 3.23.

$$\nu_t(\mathbf{x}, \Delta, t) = 0,105 C_k^{-3/2} \Delta \sqrt{\bar{F}_2(\mathbf{x}, \Delta, t)} \quad (3.23)$$

Uma das principais vantagens dessa formulação, especialmente em sua aplicação conjunta com o Método de Vórtices Discretos, reside no fato de que a função estrutura de velocidade de segunda ordem se baseia diretamente nas flutuações locais de velocidade, ou seja, nas diferenças entre velocidades em pontos vizinhos do escoamento. Essa característica é particularmente compatível com a natureza lagrangiana do método, pois dispensa o uso de derivadas espaciais, facilitando sua implementação numérica em métodos que operam com partículas ou elementos discretos no espaço. Na seção 4.2 será explicada a adaptação deste cálculo para o MVD lagrangiano bidimensional.

3.4.3 Adimensionalização do Problema

A adimensionalização das equações governantes e das condições de contorno é uma etapa essencial na formulação do problema, uma vez que promove maior generalidade à apresentação da solução do modelo. Esse procedimento permite evidenciar as relações de dependência entre as variáveis envolvidas e orientar a forma como devem ser associadas.

O primeiro passo consiste na definição das grandezas representativas do fenômeno investigado. Neste trabalho, assim como ocorre comumente em problemas da Mecânica dos Fluidos, adota-se que:

- Comprimento característico (b): Adota-se o diâmetro do cilindro (D).
- Velocidade característica (U): Adota-se a velocidade do escoamento não perturbado (U_∞).
- Tempo característico (t): $t = \frac{b}{U}$.

Com a utilização das grandezas características, as equações e suas condições de contorno podem ser adimensionalizadas. As grandezas adimensionalizadas tornam-se:

- $x^* = \frac{x}{b}$: Coordenada na direção do eixo x .
- $y^* = \frac{y}{b}$: Coordenada na direção do eixo y .
- $g^* = \frac{g}{b}$: Distância entre o cilindro e o solo.
- $\Delta t^* = \frac{\Delta t}{t}$: Incremento temporal.
- $u^* = \frac{u}{U}$: Componente do vetor velocidade na direção do eixo x .
- $v^* = \frac{v}{U}$: Componente do vetor velocidade na direção do eixo y .
- $p^* = \frac{p}{\rho U^2}$: Pressão.
- $\omega^* = t \omega$: Módulo do vetor vorticidade.
- $\Gamma^* = \frac{\Gamma}{bU}$: Intensidade de vórtice discreto de Lamb.
- $\sigma_0^* = \frac{\sigma_0}{b}$: Raio do núcleo viscoso do vórtice discreto de Lamb.
- $A^* = \frac{A}{b}$: Amplitude de oscilação do movimento harmônico.
- $f_0^* = t f_0$: Frequência de oscilação do movimento harmônico.
- $x_{osc}^* = \frac{x_{osc}}{b}$: Função da posição do movimento harmônico na direção x .
- $u_{osc}^* = \frac{u_{osc}}{U^*}$: Função da velocidade do movimento harmônico na direção x .
- $V_R = \frac{U}{b f_0}$: Velocidade reduzida do corpo.
- $St = \frac{b f_s}{U}$: Número de Strouhal: frequência de emissão de estruturas vorticosas em modo adimensional.

- $Re = \frac{\rho U b}{\mu}$: Número de Reynolds.
- $\nabla^* = b \nabla$: Operador Nabla.
- $\nabla^{*2} = b^2 \nabla^2$: Operador Laplaciano.

O significado de algumas grandezas adimensionais, acima apresentadas, será melhor entendido durante a apresentação do Capítulo 4. O asterisco (*), que denota grandeza adimensionalizada, é omitido a partir deste item por comodidade de digitação e apresentação das equações.

3.4.4 A Equação do Transporte da Vorticidade

Sendo a vorticidade ω definida como o rotacional do campo de velocidades do fluido, ou seja, $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$, a Equação 3.4 pode ser reformulada por meio da aplicação do operador rotacional. Considerando-se a conservação da massa, a hipótese de escoamento incompressível e a utilização de identidades vetoriais apropriadas, obtém-se a Equação 3.24.

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\omega} = (\bar{\omega} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{u}} + \left(\frac{1}{Re} + \nu_t^* \right) \nabla^2 \bar{\omega} \quad (3.24)$$

onde:

$$\nu_t^* = \frac{\nu_t}{UD} \quad (3.25)$$

O primeiro termo do lado esquerdo da Equação 3.24 representa a variação local da vorticidade, o segundo termo representa o transporte convectivo da vorticidade, o primeiro termo do lado direito representa a deformação dos tubos de vorticidade e o segundo termo do lado direito representa os efeitos difusivos da vorticidade. Os dois primeiros termos do lado esquerdo podem ser agrupados em uma derivada substancial, e, para o caso bidimensional, o termo relativo a deformação dos tubos de vorticidade é nulo, obtendo-se, assim, a forma lagrangiana da Equação de Transporte da Vorticidade (ETV) bidimensional, que pode ser expressa em sua forma escalar conforme apresentado na Equação 3.26.

$$\frac{D\bar{\omega}}{Dt} = \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\omega} = \left(\frac{1}{Re} + \nu_t^* \right) \nabla^2 \bar{\omega} \quad (3.26)$$

Chorin [23] introduziu o chamado *Viscous Splitting Algorithm*, ou Algoritmo de Separação da Parte Viscosa, aplicado à Equação 3.26. Esse método baseia-se na suposição de que, dentro de um mesmo incremento temporal Δt , os processos de convecção e difusão

da vorticidade podem ser tratados separadamente, sendo a difusão considerada, de forma aproximada, como independente da convecção.

Essa aproximação permite uma significativa simplificação na implementação numérica do MVD, desde que as posições e intensidades dos vórtices discretos estejam previamente conhecidas.

Dessa forma, o fenômeno de convecção da vorticidade é descrito pela Equação 3.27.

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\omega} = 0 \quad (3.27)$$

Já o fenômeno associado à difusão da vorticidade é governado pela Equação 3.28.

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} = \left(\frac{1}{Re} + \nu_t^* \right) \nabla^2 \bar{\omega} \quad (3.28)$$

No cerne do algoritmo proposto por Chorin, os processos de convecção e difusão são realizados de forma sucessiva dentro de um mesmo intervalo de tempo Δt . No limite em que $\Delta t \rightarrow 0$, a solução obtida converge para a Equação 3.26. Observa-se que, em sua forma bidimensional, a Equação de Transporte da Vorticidade (ETV) assume uma natureza escalar, o que simplifica consideravelmente sua resolução numérica. Além disso, ao aplicar o operador rotacional às equações de N-S, o termo de pressão é naturalmente eliminado do sistema. No entanto, caso seja necessário recuperá-lo, é possível aplicar o operador divergente às equações de N-S, o que resulta na formulação de uma equação de Poisson para a pressão, conforme apresentado por Shintani & Akamatsu [34], como será apresentado na seção 4.

4 Método de Solução: O Método de Vórtices Discreto (MVD)

Este capítulo apresenta o modelo hidrodinâmico adotado para a solução numérica do problema formulado no capítulo anterior. O Método de Vórtices Discretos (MVD) fundamenta o desenvolvimento teórico e matemático aqui descrito, visando a determinação dos carregamentos fluidodinâmicos associados à geração e ao desprendimento de vórtices ao longo da superfície de um corpo oscilante. Esse procedimento permite analisar a sincronização entre a frequência de vibração forçada *in-line* da estrutura e a frequência natural de emissão de vórtices.

4.1 O Campo de Velocidades do Escoamento

A obtenção do campo de velocidades é realizada em três etapas distintas:

- Influência do escoamento incidente: o escoamento que incide sobre o sistema gera uma indução de velocidade na nuvem de vórtices discretos. Esta etapa caracteriza-se pela sua simplicidade de implementação;
- Influência das fronteiras sólidas: as superfícies sólidas presentes no domínio do problema também promovem indução de velocidade sobre a nuvem de vórtices discretos. No contexto deste estudo, tais efeitos são atribuídos ao corpo e ao solo, sendo modelados por meio do Método dos Painéis de fontes (condição de contorno de Neumann);
- Cada vórtice discreto exerce, em todos os instantes da simulação numérica, uma indução de velocidade sobre os demais vórtices da nuvem. Destaca-se, nesse contexto, o elevado custo computacional inerente à aplicação da Lei de Biot-Savart para o cálculo dessas interações. A avaliação do campo de velocidades para uma nuvem composta por N vórtices discretos requer um número de operações da ordem de N^2 . Em função dessa alta demanda computacional, o cálculo das velocidades induzidas pelas interações vórtice-vórtice é implementado por meio de processamento paralelo, utilizando OpenMP em Fortran.

4.1.1 A Contribuição do Escoamento Incidente

O escoamento incidente é considerado uniforme, com intensidade U_∞ e direção paralela ao solo. Na forma adimensional e em termos de componentes, suas expressões são dadas pela Equação 4.1.

$$u_\infty = U_\infty \cos \alpha = \cos \alpha = 1, \quad v_\infty = U_\infty \sin \alpha = \sin \alpha = 0 \quad (4.1)$$

4.1.2 A Contribuição das Fronteiras Sólidas (Método dos Painéis)

Para a determinação da contribuição das fronteiras sólidas no campo de velocidades do escoamento, faz-se inicialmente necessária a representação adequada dessas fronteiras. Para esse fim, adotou-se o método de painéis planos com densidade de fonte uniforme e constante. Tal abordagem é amplamente empregada na discretização de contornos sólidos, especialmente quando se busca garantir a satisfação da condição de impermeabilidade, isto é, a anulação da componente normal da velocidade sobre as superfícies sólidas.

No presente estudo, o problema envolve duas fronteiras distintas: o cilindro, que caracteriza um contorno fechado, e o solo, que corresponde a um contorno aberto. Dessa forma, a formulação adotada deve contemplar condições de contorno que sejam válidas para ambos os tipos de fronteira. Nesse contexto, a condição de contorno de Neumann revela-se adequada, pois permite satisfazer simultaneamente as exigências impostas tanto pelo contorno fechado quanto pelo aberto, assegurando o correto tratamento das singularidades associadas a cada fronteira.

Considera-se um sistema de coordenadas fixo em um painel, conforme ilustrado na Figura 4.1. Esse sistema de coordenadas é utilizado para descrever a posição de pontos no domínio do escoamento, bem como para expressar matematicamente as contribuições aerodinâmicas resultantes da presença de distribuições de singularidades sobre o painel. As componentes da velocidade induzida no ponto $W(x, y)$, localizado em uma posição arbitrária do plano, nas direções x e y , são geradas pela presença de uma distribuição de fontes de densidade constante $\sigma(x)$, disposta ao longo de uma superfície que se estende no intervalo de comprimento $x_2 - x_1$. A partir dessa configuração, é possível calcular, por meio de integração ao longo da superfície, as contribuições para as componentes da velocidade induzida no ponto de interesse. As expressões resultantes para essas componentes nas direções x e y são fornecidas, respectivamente, pelas Equações 4.2 e 4.3.

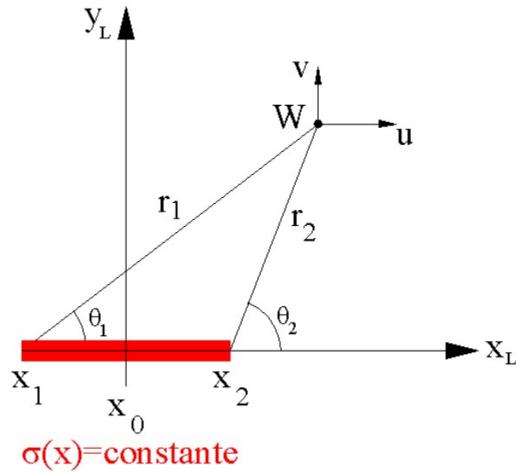


Figura 4.1 – Velocidade induzida no ponto $W(x, y)$ por uma distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de uma superfície de comprimento $(x_2 - x_1)$. (Reproduzida de Bimbato [33]).

$$u = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x - x_0)}{(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2} dx_0 \quad (4.2)$$

$$v = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(y - y_0)}{(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2} dx_0 \quad (4.3)$$

Resolvendo-se as duas integrais acima, obtém-se as Equações 4.4 e 4.5, respectivamente.

$$u = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \quad (4.4)$$

$$v = \frac{\sigma(x)}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) \quad (4.5)$$

onde:

$$\theta_i = \arctan \left(\frac{y}{x - x_i} \right), i = 1, 2 \quad (4.6)$$

$$r_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + y^2}, i = 1, 2 \quad (4.7)$$

A indução de velocidades na direção de x para $y \rightarrow 0^\pm$ de um painel sobre ele mesmo é dada pela Equação 4.8. (Katz & Plotkin [24])

$$v \left(\frac{x_2 - x_1}{2}, 0^\pm \right) = \pm \frac{\sigma(x)}{2} \quad (4.8)$$

Os componentes da velocidade induzida por um painel com fontes de densidade uniforme são determinadas pelas Equações 4.4 e 4.5, sendo inicialmente calculadas em

um referencial local, orientado segundo a geometria do próprio painel. Em seguida, esses componentes são projetados na direção normal ao ponto de controle, a fim de satisfazer a condição de impenetrabilidade do escoamento.

A distribuição uniforme de fontes em cada painel gera um campo de velocidade radial, o qual é decomposto em componentes normal e tangencial, de modo a viabilizar a aplicação das condições de contorno. Quando esse procedimento é estendido aos M painéis que compõem os contornos do corpo e do solo, obtém-se um sistema linear de equações algébricas, cuja forma matricial representa a condição de contorno de Neumann, conforme apresentado na Equação 4.9. Uma formulação alternativa desse sistema é dada pela Equação 4.10, sendo a densidade uniforme de fontes a variável incógnita.

$$\begin{bmatrix} 0.5 & K_{12} & \cdots & \cdots & K_{1M} \\ K_{21} & 0.5 & \cdots & \cdots & K_{2M} \\ K_{31} & K_{32} & \ddots & \cdots & K_{3M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & K_{M2} & \cdots & \cdots & 0.5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \vdots \\ \sigma_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{RHSS}_1 \\ \text{RHSS}_2 \\ \text{RHSS}_3 \\ \vdots \\ \text{RHSS}_M \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

$$[\text{COUPS}]\{\text{SIGMA}\} = \{\text{RHSS}\} \quad (4.10)$$

onde:

- $[\text{COUPS}]$ é a matriz de influência das fontes. K_{ij} é um elemento da matriz $[\text{COUPS}]$ que representa a velocidade normal induzida no ponto de controle do painel i por uma distribuição uniforme de fontes sobre o painel j ;
- $\{\text{SIGMA}\}$ é o vetor incógnita do problema, cujos elementos σ_j representam a densidade uniforme de fontes sobre o painel j ;
- $\{\text{RHSS}\}$ é o vetor coluna do lado direito da equação matricial, com M elementos. Ele representa a velocidade normal total induzida no ponto de controle do painel i em decorrência da contribuição do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos.

Neste trabalho, considerando duas geometrias distintas, o solo, que representa o referencial inercial, e o cilindro oscilante, torna-se necessário aplicar corretamente as condições associadas ao vetor do lado direito do sistema $\{\text{RHSS}\}$, assegurando a devida atribuição das contribuições correspondentes a cada uma das geometrias.

O cálculo do vetor coluna do lado direito associado às fontes, para o ponto de controle do painel plano genérico i , pertencente ao solo, é realizado conforme a Equação 4.11:

$$\text{RHSS} = u_\infty \sin(th_i) - v_\infty \cos(th_i) + \sum_{k=1}^N u_{ik} \sin(th_i) - v_{ik} \cos(th_i) \quad (4.11)$$

Para os pontos de controle localizados nos painéis do corpo oscilante, o cálculo do vetor $\{\text{RHSS}\}$ incorpora a contribuição da velocidade de oscilação do corpo. Assim, sua formulação é dada pela Equação 4.12:

$$\text{RHSS} = (u_\infty + u_{osc}) \sin(th_i) - v_\infty \cos(th_i) + \sum_{k=1}^N (u_{ik} \sin(th_i) - v_{ik} \cos(th_i)) \quad (4.12)$$

sendo:

- u_∞ e v_∞ , os componentes do vetor velocidade do escoamento não perturbado;
- u_{osc} , a componente da velocidade de oscilação longitudinal do corpo (veja a Equação 3.2);
- th_i , o ângulo correspondente ao painel do ponto de controle i ;
- $u_{i,k}$ e $v_{i,k}$, os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos (com $k = 1, \dots, N$) no ponto de controle i .

4.1.3 A Contribuição da Nuvem de Vórtices Discretos (Lei de Biot Savart)

A determinação do campo de velocidades gerado pela nuvem de vórtices discretos é realizada com base na Lei de Biot-Savart. A etapa mais custosa em termos computacionais corresponde ao cálculo das interações entre os vórtices na região fluida (interação vórtice-vórtice), uma vez que o número de operações cresce proporcionalmente ao quadrado do número total N de vórtices discretos no domínio.

As componentes nas direções x e y da velocidade total induzida no vórtice discreto k , devido à influência dos demais vórtices discretos, são determinadas pelas Equações 4.13 e 4.14 respectivamente.

$$u_{k_N} = \sum_{j=1}^N \Gamma_j U_{V_{k,j}} \quad (4.13)$$

$$v_{k_N} = \sum_{j=1}^N \Gamma_j V_{V_{k,j}} \quad (4.14)$$

onde $U_{V_{k,j}}$ e $V_{V_{k,j}}$ representam, respectivamente, as componentes das velocidades induzidas nas direções x e y no vórtice discreto arbitrário k , devido à influência do vórtice discreto j , conforme expresso nas Equações 4.15 e 4.16.

$$U_{V_{k,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{y_k - y_j}{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2} \left[1 - \exp \left(-\frac{r_{kj}^2}{\sigma_{0c_j}^2} \right) \right] \quad (4.15)$$

$$V_{V_{k,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{x_k - x_j}{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2} \left[1 - \exp \left(-\frac{r_{kj}^2}{\sigma_{0c_j}^2} \right) \right] \quad (4.16)$$

onde σ_{0c_j} representa o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb, modificado em função do modelo de rugosidade, cujo detalhamento será apresentado em seções posteriores.

4.2 Modelagem da Turbulência

No contexto da modelagem de escoamentos turbulentos, destaca-se a proposta de Métais & Lesieur [37], segundo a qual os fenômenos que se manifestam nas microescalas podem ser representados por meio de um coeficiente de viscosidade turbulenta, ν_t . A determinação deste coeficiente depende de uma função estrutura de velocidade de segunda ordem, $\bar{\mathbf{F}}_2$, apresentada na Equação 4.17.

$$\bar{\mathbf{F}}_{2k}(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left\| \mathbf{u}_{t_k}(\mathbf{x}_k, t) - \mathbf{u}_{t_j}(\mathbf{x}_k + \mathbf{r}_j, t) \right\|^2 \left(\frac{\sigma_{0c_k}}{\mathbf{r}_j(t)} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (4.17)$$

A introdução da viscosidade turbulenta é fundamental, pois permite incorporar os efeitos da transferência de energia entre as grandes e pequenas escalas diretamente na modelagem do escoamento. Considerando-se o problema adimensionalizado, Alcântara Pereira *et al.* [32] propuseram duas adaptações fundamentais para viabilizar a implementação deste modelo de turbulência no presente trabalho:

- As velocidades devem ser avaliadas em uma coroa circular compreendida entre os raios $r_{\text{int}} = 0,1 \sigma_{0c_k}$ e $r_{\text{ext}} = sm \cdot \sigma_{0c_k}$, conforme ilustrado na Figura 4.2 (a). O parâmetro σ_{0c_k} representa o raio do núcleo do vórtice de Lamb, modificado pelo modelo de rugosidade, o qual será detalhado na Seção 4.3. Para determinar o parâmetro sm , Bimbato [33] realizou um estudo estatístico considerando uma esteira composta por 300.000 vórtices discretos de Lamb. Com o raio interno fixado, adotou-se 61 valores distintos de sm . Para cada valor, contou-se o número de vórtices no interior da coroa circular ao redor de cada vórtice da esteira, dividiu-se pelo respectiva área da coroa e calculou-se a média $\langle N/A_c \rangle$. A Figura 4.3 apresenta esses valores médios em função do raio externo da coroa, evidenciando um comportamento assintótico que fundamenta a escolha do parâmetro sm . Esse

procedimento estabelece que, em simulações numéricas, não é adequado aplicar o modelo de turbulência em todos os vórtices discretos nem apenas em alguns poucos, conforme apontado por Alcântara Pereira *et al.* [32].

- Para o cálculo da função estrutura de velocidade de segunda ordem, as velocidades devem ser obtidas nas posições dos vórtices discretos vizinhos ao vórtice em análise, conforme ilustra a Figura 4.2 (b).

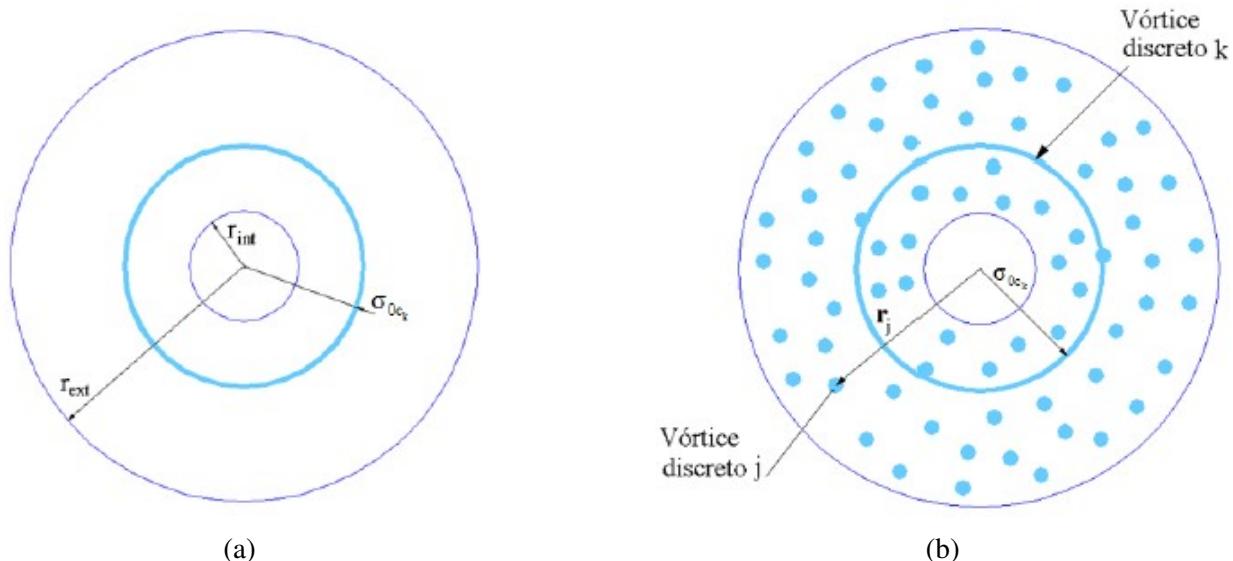


Figura 4.2 – Adaptação do modelo de turbulência ao Método de Vórtices Discretos.(Reproduzida de Bimbato [33]).

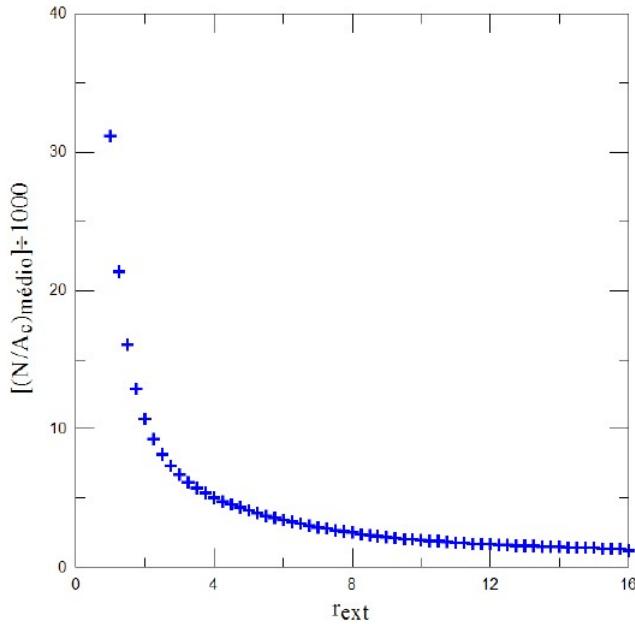


Figura 4.3 – Valores médios em função do raio externo da coroa circular definida ao redor de cada vórtice discreto. (Reproduzida de Bimbato [33]).

Após o cálculo da função estrutura de velocidade de segunda ordem para cada vórtice discreto da nuvem, essa função é empregada para determinar o coeficiente de viscosidade turbulenta associado a cada vórtice discreto que compõe a referida nuvem, através da Equação 4.18.

$$\nu_{t_k}(t) = 0,105 C_k^{\frac{-3}{2}} \sigma_{0c_k} \sqrt{\bar{F}_{2k}(t)} \quad (4.18)$$

onde C_k é a constante de Kolmogorov ($C_k = 1,4$).

Por fim, o coeficiente de viscosidade turbulenta deve ser adicionado ao coeficiente de viscosidade molecular e considera-se um número de Reynolds modificado, conforme mostrado na Equação 4.19.

$$Re_{c_k}(t) = \frac{U_\infty D}{\nu + \nu_{t_k}(t)} \quad (4.19)$$

4.3 Geração da Vorticidade e Modelo de Rugosidade

A vorticidade é uma grandeza física fundamental na mecânica dos fluidos, desempenhando papel central na descrição de diversos fenômenos fluidodinâmicos. Sua geração ocorre em decorrência da interação do escoamento viscoso com a superfície do corpo, o que promove o desenvolvimento da camada limite hidrodinâmica. Tal fenômeno resulta dos efeitos viscosos associados à aderência do fluido à fronteira sólida, gerando um perfil

de velocidades caracterizado pela rotação das partículas fluidas. A separação da camada limite, por sua vez, ocorre exclusivamente na presença de um gradiente de pressão adverso.

Neste trabalho, a geração de vorticidade é realizada a cada incremento temporal da simulação numérica, com o propósito de anular a componente tangencial da velocidade na superfície do corpo. Para isso, são posicionados vórtices discretos de Lamb de forma que cada um tangencie o ponto de controle correspondente a cada painel plano que representa a superfície do corpo. A Figura 4.4 apresenta um exemplo ilustrativo da geração de quatro vórtices discretos posicionados sobre as fronteiras hidráulicamente lisas de um cilindro.

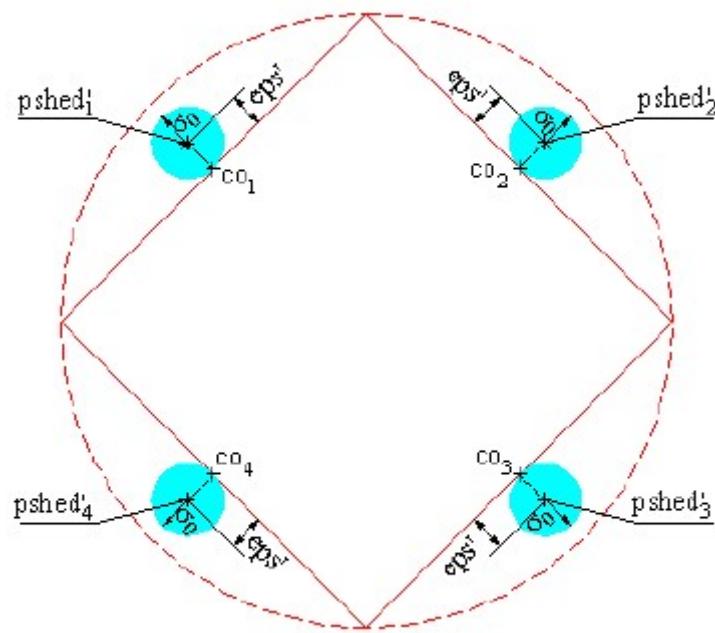


Figura 4.4 – Geração de vórtices discretos de Lamb sobre fronteiras hidráulicamente lisas. (Reproduzida de Bimbato [33]).

onde:

- co_1, co_2, co_3 e co_4 representam os pontos de controle dos painéis 1, 2, 3 e 4 respectivamente;
- eps' corresponde à distância do ponto de controle ao ponto de desprendimento de cada vórtice discreto de Lamb;
- $pshed'_1, pshed'_2, pshed'_3$ e $pshed'_4$ indicam os pontos de desprendimento dos vórtices discretos de Lamb associados aos painéis 1, 2, 3 e 4, respectivamente;

- σ_0 denota o raio do núcleo dos vórtices discretos de Lamb.

O modelo de rugosidade desenvolvido por Bimbato [33] parte do pressuposto de que a rugosidade da superfície sólida pode induzir o desenvolvimento da turbulência no escoamento. Para quantificar a atividade turbulenta nos pontos de desprendimento dos vórtices discretos associados a cada painel, emprega-se uma adaptação da função estrutura de velocidade de segunda ordem. Essa função é calculada a partir das velocidades avaliadas em pontos distribuídos sobre uma semicircunferência de raio $b = 2\varepsilon - \text{eps}'$, cujo centro é o ponto de desprendimento do vórtice discreto do painel i , representado na Figura 4.5.

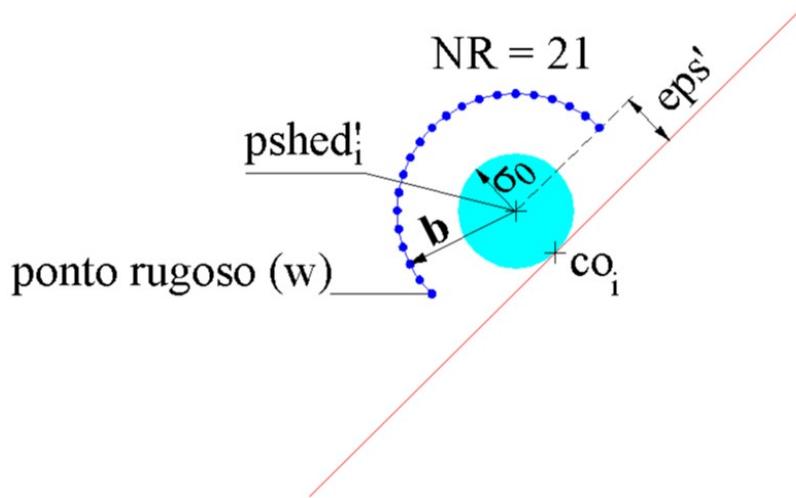


Figura 4.5 – Efeito da rugosidade sobre fronteiras sólidas. (Reproduzida de Bimbato [33]).

Esse procedimento permite modificar, a cada instante da simulação, o raio do núcleo do vórtice discreto recém-gerado, ao considerar a influência de um coeficiente de viscosidade turbulenta que afeta o número de Reynolds local. Esse coeficiente é determinado a partir da função estrutura de velocidade de segunda ordem, que reflete a média das diferenças de velocidade entre o ponto de geração do vórtice e os pontos próximos, denominados pontos rugosos. Para garantir uma média representativa das flutuações locais, utilizam-se neste trabalho $NR = 21$ pontos rugosos distribuídos ao redor de cada ponto de geração.

Portanto, a função de estrutura de velocidade, considerando-se a influência da rugosidade, é definida pela Equação 4.20.

$$\bar{F}_{2i}(t) = \frac{1}{NR} \sum_{w=1}^{NR} \|\mathbf{u}_{t_i}(\mathbf{x}_i, t) - \mathbf{u}_{t_w}(\mathbf{x}_i + \mathbf{b}, t)\|_w^2 (1 + \varepsilon), \quad (4.20)$$

onde:

- \mathbf{u}_t denota a velocidade total nos pontos considerados e NR é o número de *pontos rugosos* distribuídos ao longo da semicircunferência;

- O raio b representa a distância entre o ponto de análise, correspondente ao ponto de desprendimento do painel i (identificado como $pshed'_i$ na Figura 4.5), e os pontos w situados sobre a semicircunferência;
- O fator $(1 + \varepsilon)$ representa uma injeção adicional de quantidade de movimento na camada limite laminar, atuando como um mecanismo que intensifica a energia cinética local na função estrutura de velocidade. Essa modificação modela os efeitos da rugosidade superficial sobre o escoamento, estimulando a transição da camada limite do regime laminar para o turbulento.

A partir dessa função, calcula-se o coeficiente de viscosidade turbulenta associado ao ponto de desprendimento dos vórtices discretos de cada painel i , como mostra a Equação 4.21.

$$\nu_{t_i}(t) = 0,105 C_k^{-\frac{3}{2}} \sigma_{0_k} \sqrt{F_{2_i}(t)}. \quad (4.21)$$

onde: σ_{0_k} é o raio do núcleo do vórtice discreto, k , posicionado no ponto de desprendimento do painel i , de maneira a tangenciar o ponto de controle deste painel.

Como o coeficiente de viscosidade turbulenta deve ser somado ao coeficiente de viscosidade molecular, o número de Reynolds é ajustado localmente, ou seja, ocorre apenas nos pontos de desprendimento dos vórtices discretos onde os efeitos da rugosidade são relevantes, como mostra a Equação 4.22.

$$Re_{c_i}(t) = \frac{UD}{\nu + \nu_{t_i}(t)}, \quad (4.22)$$

Dado que o raio do núcleo dos vórtices é função do número de Reynolds, o qual é modificado pelo coeficiente de viscosidade turbulenta, impõe-se a necessidade de ajustar esse raio, de modo a incorporar adequadamente os efeitos da rugosidade no processo de geração dos vórtices. Assim a Equação 4.23 representa esse efeito.

$$\sigma_{0_{c_k}}(t) = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re} \left(1 + \frac{\nu_{t_i}(t)}{\nu} \right) \chi} \quad (4.23)$$

Como cada vórtice discreto de Lamb deve tangenciar o ponto de controle do painel que o origina, a posição de desprendimento desses vórtices precisa ser ajustada. Assim, a cada instante da simulação numérica, os vórtices são desprendidos em posições distintas, determinadas pela rugosidade da superfície e pelo correspondente efeito turbulento. A Figura 4.6 ilustra esse processo de geração de vórtices de Lamb nas proximidades da superfície discretizada de um corpo com parede hidráulicamente rugosa.

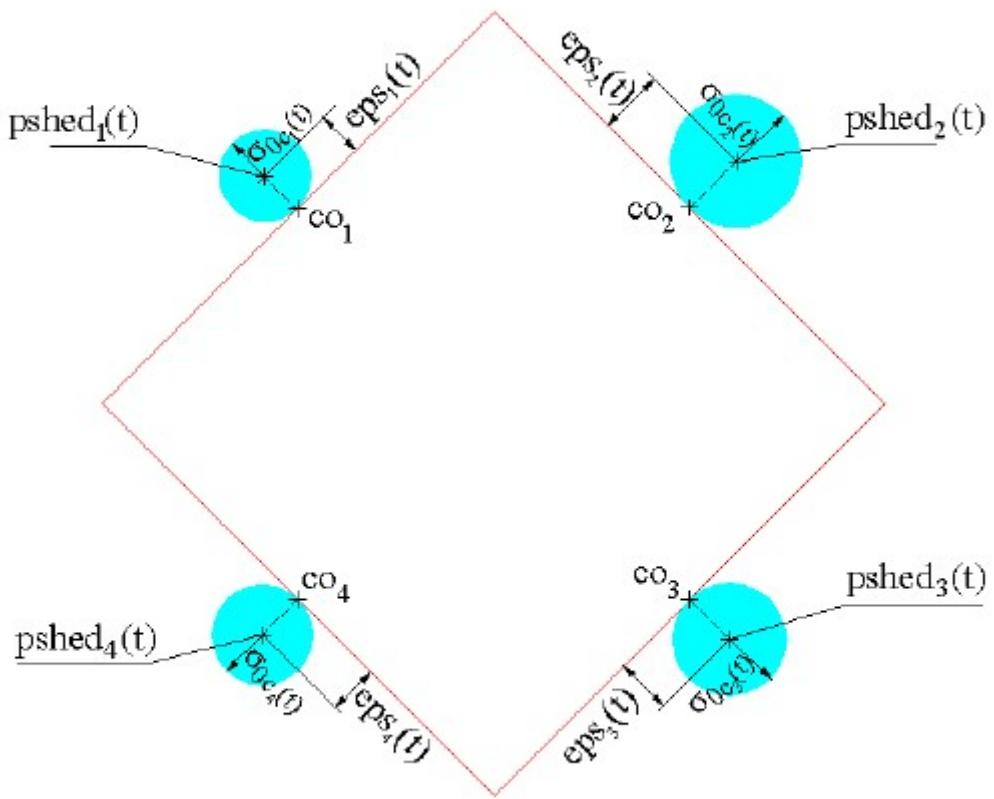


Figura 4.6 – Geração de vórtices discretos de Lamb sobre fronteiras hidráulicamente rugosas. (Reproduzida de Bimbato [33]).

onde:

- co_1, co_2, co_3 e co_4 representam os pontos de controle dos painéis 1, 2, 3 e 4 respectivamente;
- $\text{eps}_1(t), \text{eps}_2(t), \text{eps}_3(t)$ e $\text{eps}_4(t)$ são as distâncias de geração dos vórtices discretos;
- $pshed_1(t), pshed_2(t), pshed_3(t)$ e $pshed_4(t)$ indicam os pontos de desprendimento dos vórtices discretos de Lamb associados aos painéis 1, 2, 3 e 4, respectivamente;
- $\sigma_{0c_1}, \sigma_{0c_2}, \sigma_{0c_3}$ e σ_{0c_4} são os valores do raio do núcleo dos vórtices discretos de Lamb gerados nos painéis 1, 2, 3 e 4 respectivamente.

De forma análoga à construção da equação matricial associada às fontes, determina-se a matriz de influência responsável pela geração dos novos vórtices discretos.

$$\begin{bmatrix} K_{11}(t) & K_{12}(t) & \cdots & \cdots & K_{1M}(t) \\ K_{21}(t) & K_{22}(t) & \cdots & \cdots & K_{2M}(t) \\ K_{31}(t) & K_{32}(t) & \ddots & \cdots & K_{3M}(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1}(t) & K_{M2}(t) & \cdots & \cdots & K_{MM}(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \\ \vdots \\ \Gamma_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{RHSV}_1 \\ \text{RHSV}_2 \\ \text{RHSV}_3 \\ \vdots \\ \text{RHSV}_M \end{Bmatrix} \quad (4.24)$$

$$[\text{COUPV}]\{\text{GAMMA}\} = \{\text{RHSV}\} \quad (4.25)$$

onde:

- K_{ij} é um elemento da matriz $[\text{COUPV}]$, o qual representa a velocidade tangencial induzida pelo vórtice discreto de Lamb posicionado no ponto de desprendimento j , sobre o ponto de controle do painel i ;
- $\{\text{GAMMA}\}$ é o vetor incógnita do problema, cujos elementos Γ_j representam a intensidade do vórtice discreto posicionado no ponto de desprendimento j ;
- $\{\text{RHSV}\}$ é o vetor coluna do lado direito da equação matricial, com M elementos. Este é a soma da velocidade do escoamento incidente e da velocidade induzida por cada um dos vórtices discretos da nuvem sobre o ponto de controle do painel i , todas decompostas na direção tangencial ao painel plano.

O cálculo do vetor coluna lado direito vórtices para o ponto de controle do painel plano genérico i , pertencente ao cilindro circular, é calculado como:

$$\text{RHSV} = -(u_\infty + u_{\text{osc}}) \cos(th_i) - v_\infty \sin(th_i) + \sum_{k=1}^N -u_{i,k} \cos(th_i) - v_{i,k} \sin(th_i) \quad (4.26)$$

sendo:

- u_∞ e v_∞ , os componentes do vetor velocidade do escoamento não perturbado;
- u_{osc} , a componente da velocidade de oscilação longitudinal do corpo (veja a Equação 3.2);
- th_i , o ângulo correspondente ao painel do ponto de controle i ;
- $u_{i,k}$ e $v_{i,k}$, os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos (com $k = 1, \dots, N$) no ponto de controle i .

4.4 Carregamentos Fluidodinâmicos Atuantes

Uma vez representadas e tratadas adequadamente as fronteiras sólidas, torna-se possível determinar as cargas hidrodinâmicas que atuam sobre o corpo imerso no escoamento. No caso do escoamento ao redor de um cilindro circular, essas cargas resultantes sobre a superfície do corpo têm duas origens principais: a atuação da pressão estática e a contribuição da tensão cisalhante. A integração da tensão que atua sobre a superfície de um corpo, frequentemente referida como carga fluidodinâmica distribuída, resulta nas cargas fluidodinâmicas integradas, expressas pelas forças e momentos fluidodinâmicos.

Neste trabalho, emprega-se a formulação integral de Shintani & Akamatsu [34] para determinar o valor da pressão em um ponto genérico, i , do domínio fluido. Essa formulação requer apenas o conhecimento do campo de velocidades e do campo de vorticidade, sendo a equação integral correspondente apresentada na Equação 4.27.

$$H\bar{Y}_i - \int_{S_c} Y \nabla G_i \cdot \mathbf{n} dS = \iint_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega - \frac{1}{Re} \int_{S_c} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} dS \quad (4.27)$$

onde: G corresponde à solução fundamental da equação de Laplace, enquanto Y representa o trabalho específico e,

$$H = \begin{cases} 1, & \text{em } \Omega \text{ (no domínio do escoamento)} \\ 0,5, & \text{em } S_c \text{ (sobre a superfície do corpo)} \end{cases}$$

As integrais presentes na Equação 4.27 são avaliadas numericamente. A dedução completa da equação utilizada para determinar o valor da pressão no ponto i , encontra-se no trabalho de Ricci [44], sendo sua forma final apresentada na Equação 4.28.

$$HY_i + \int_{S_c} \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x - x_i) + n_y(y - y_i)}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} Y dS = - \int_{\Omega} \frac{1}{2\pi} \frac{v(x - x_i) - u(y - y_i)}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \boldsymbol{\omega} d\Omega - \frac{1}{Re} \int_{S_c} \frac{1}{2\pi} \frac{n_y(x - x_i) - n_x(y - y_i)}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \boldsymbol{\omega} dS, \quad (4.28)$$

A Equação 4.28 pode ser discretizada e resolvida numericamente por meio da Equação 4.29.

$$HY_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \frac{n_{xj}(x_j - x_i) + n_{yj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j Y_j = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{2\pi Re} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \frac{n_{yj}(x - x_i) - n_{xj}(y - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j \gamma_j \quad (4.29)$$

A Equação 4.29 pode ser resolvida similarmente ao Método de Painéis, no qual o primeiro termo é organizado em uma matriz de influência da pressão, denotada por A_p , enquanto os dois somatórios restantes são reunidos em um vetor coluna no segundo membro, denominado L_d . Assim, obtém-se a formulação discretizada expressa na Equação 4.30. Logo, a formulação discretizada, quando aplicada aos M painéis que compõem a discretização da superfície do corpo, resulta na forma matricial da pressão, expressa na Equação 4.31.

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^M A_{p,i,j} Y_j = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^M A_{d,i,j} \gamma_j \quad (4.30)$$

$$[A_p]\{Y\} = \{L_d\} \quad (4.31)$$

Dessa forma, ao resolver a equação matricial para a pressão, ou seja, ao determinar os valores do vetor incógnita $\{Y\}$ para os M painéis, é possível obter os valores do coeficiente de pressão associados a cada segmento reto da superfície, representado pela Equação 4.32.

$$C_{p_i} = 2Y_i + 1 \quad (4.32)$$

As forças hidrodinâmicas sobre o corpo são determinadas por meio da integração da pressão ao longo de sua superfície. A força de arrasto corresponde à componente da força atuando na direção do escoamento incidente, enquanto a força de sustentação está associada à componente normal a essa direção. Considerando as contribuições de cada um dos M painéis, as forças totais de arrasto e sustentação podem ser expressas como:

$$D = \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(th_{pj}) \quad (4.33)$$

$$L = - \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(th_{pj}) \quad (4.34)$$

onde p_j é a pressão no ponto de controle do painel j , p_∞ é a pressão de referência, ΔS_j é o comprimento do painel j , e th_{pj} é o ângulo de orientação do painel plano j .

Por fim, a adimensionalização das Equações 4.33 e 4.34 permite a obtenção dos coeficientes de arrasto e sustentação, respectivamente. Esses coeficientes são determinados a partir da contribuição de todos os M painéis, resultando nas seguintes expressões:

$$C_D = \sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(th_{pj}) = \sum_{j=1}^M C_P \Delta S_j \sin(th_{pj}) \quad (4.35)$$

$$C_L = - \sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(th_{pj}) = - \sum_{j=1}^M C_P \Delta S_j \cos(th_{pj}) \quad (4.36)$$

4.5 A Advecção da Nuvem de Vórtices Discretos

Para determinar a velocidade total induzida em um vórtice discreto arbitrário k , é necessário somar as contribuições provenientes do escoamento incidente (conforme expresso na Equação 4.1), das fronteiras sólidas (conforme as Equações 4.4 e 4.5) e da própria nuvem de vórtices discretos (conforme as Equações 4.13 e 4.14). Dessa forma, uma vez determinado o campo de velocidades, a posição de cada vórtice discreto em cada passo temporal é definido pela Equação 4.37.

$$\frac{d\mathbf{x}_k}{dt} = \mathbf{u}_k(\mathbf{x}_k, t) \quad (4.37)$$

Assim, uma vez determinado o campo de velocidades, a posição de cada vórtice discreto pode ser atualizada numericamente a cada incremento de tempo t durante a etapa advectiva, por meio de diferentes métodos de integração. Neste estudo, o avanço advectivo é realizado utilizando o método explícito de Euler de primeira ordem, conforme apresentado na Equação 4.38 (Ferziger [25]).

$$\mathbf{x}_k(t + \Delta t) = \mathbf{x}_k(t) + \mathbf{u}_k(\mathbf{x}_k, t)\Delta t \quad (4.38)$$

onde \mathbf{x}_k representa o vetor posição do vórtice discreto arbitrário k no instante de tempo t e $\mathbf{u}_k(\mathbf{x}_k, t)$ corresponde à velocidade total induzida no vórtice k .

4.6 A Difusão da Vorticidade

A difusão da vorticidade constitui o principal mecanismo de incorporação dos efeitos viscosos no escoamento. Na Equação 4.39, essa influência está implicitamente representada por meio do número de Reynolds, que relaciona as forças inerciais às forças viscosas do escoamento.

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} = \left(\frac{1}{Re} + \nu_t^* \right) \nabla^2 \bar{\omega} \quad (4.39)$$

Com a adoção do modelo de turbulência implementado neste trabalho, a viscosidade efetiva do escoamento passa a ser composta pela soma da viscosidade molecular (ν) e da viscosidade turbulenta (ν_t^*), esta última responsável por representar a transferência de energia das grandes para as pequenas escalas do escoamento.

Com o número de Reynolds já ajustado para refletir as características de um escoamento turbulento, a solução da equação de difusão é obtida por meio de um esquema puramente Lagrangiano, baseado no Método de Avanço Randômico (Chorin [23]). Trata-se de uma técnica de natureza probabilística, que modela a difusão das propriedades do fluido a partir

da introdução de deslocamentos aleatórios compatíveis com os efeitos viscosos presentes no escoamento.

Esta técnica possibilita a cada vórtice da nuvem um avanço randômico definido por $\mathbf{Z}_d \equiv (x_d, y_d)$. Considere um vórtice discreto k pertencente à nuvem, localizado na posição x_k no instante t . O avanço deste vórtice, nas direções radial e angular, é descrito, respectivamente, pelas seguintes Equações 4.40 e 4.41.

$$\Delta r_k = \sqrt{4\Delta t \left(\frac{1}{Re} + \nu_t^* \right) \ln \left(\frac{1}{P} \right)} \quad (4.40)$$

$$\Delta\theta_k = 2\pi Q \quad (4.41)$$

onde P e Q representam números randômicos entre 0 e 1. Nota-se que a inclusão do número de Reynolds modificado na Equação 4.40 evidencia a consideração dos efeitos viscosos e turbulentos durante a etapa de difusão da vorticidade.

Dessa forma, a difusão de um vórtice discreto k da nuvem, após um incremento de tempo Δt resulta em um deslocamento na direção x e um deslocamento na direção y , dados respectivamente pelas Equações 4.42 e 4.43.

$$x_{d_k} = \Delta r_k \cos \Delta\theta \quad (4.42)$$

$$y_{d_k} = \Delta r_k \sin \Delta\theta \quad (4.43)$$

Portanto, a convecção dos vórtices discretos presentes na nuvem incorpora as contribuições tanto da advecção quanto da difusão, resultando no deslocamento total desses elementos. Assim, as equações que descrevem, respectivamente, o avanço dos vórtices nas componentes x e y , são expressas pelas Equações 4.44 e 4.45.

$$x_k(t + \Delta t) = x_k(t) + u_k(t)\Delta t + x_{d_k} \quad (4.44)$$

$$y_k(t + \Delta t) = y_k(t) + v_k(t)\Delta t + y_{d_k} \quad (4.45)$$

5 Análise de Resultados

Neste capítulo, os resultados numéricos são apresentados para o caso de um cilindro com seção circular, nas configurações liso e rugoso, oscilando na direção *in-line*. A apresentação desses resultados tem como principais objetivos:

- Estabelecer e validar os parâmetros numéricos variáveis empregados nas simulações utilizando o algoritmo do Método de Vórtices Discretos (MVD);
- Calcular as séries temporais dos coeficientes de força e do coeficiente de pressão, com o objetivo de permitir uma análise física do regime de formação de vórtices a partir da superfície do corpo, e investigar o efeito da rugosidade no comportamento dos carregamentos fluidodinâmicos ao longo do tempo;
- Avaliar o fenômeno de *lock-in*, verificando se o efeito simulado de rugosidade é capaz de suprimir ou modificar esse acoplamento entre a frequência de oscilação do corpo e a frequência de desprendimento de vórtices;
- Identificar o padrão de esteira formado a jusante do corpo e classificar os modos de desprendimento de vórtices com base em comparações com resultados experimentais disponíveis na literatura.

Os parâmetros físicos e numéricos necessários para a análise dos resultados são:

- (a) Número de Reynolds (Re): Neste trabalho, adotou-se $Re = 10^5$ para todas as simulações, considerando a faixa de interesse prático associada a altos números de Reynolds. A escolha desse regime visa demonstrar a capacidade do Método de Vórtices Discretos (MVD) em simular escoamentos não permanentes, utilizando o Método de Avanço Randômico para tratar a difusão da vorticidade de forma eficiente.
- (b) Ângulo de ataque para o escoamento incidente (α): O ângulo de ataque (α) do escoamento incidente é considerado igual a zero para as simulações numéricas envolvendo o cilindro circular.
- (c) Amplitude de oscilação *in-line* do corpo (A): Para a análise comparativa com os resultados apresentados por Ongoren & Rockwell para $Re = 855$, foi adotada uma amplitude $A = 0,13$. Essa escolha visa permitir a avaliação do comportamento do sistema sob condições semelhantes às utilizadas no estudo de referência, possibilitando uma comparação mais precisa dos resultados numéricos obtidos.

(d) Freqüência de oscilação *in-line* do corpo (f_0): A freqüência de oscilação do corpo assume diferentes valores para que se identifique o fenômeno da sincronização entre a freqüência de emissão de vórtices do corpo oscilando f_s e a freqüência de oscilação do corpo f_0 . As frequências de oscilação adotadas, já devidamente adimensionalizadas foram: $f_0 = 0,04$, $f_0 = 0,2$, $f_0 = 0,34$, $f_0 = 0,4$ e $f_0 = 0,8$.

(e) Rugosidade relativa (ε/D): Nas simulações numéricas realizadas, foram considerados quatro valores de alturas médias de rugosidade relativa para a superfície do cilindro. Os valores adotados foram $\varepsilon/D = 0,0$; $\varepsilon/D = 0,001$; $\varepsilon/D = 0,0045$ e $\varepsilon/D = 0,007$. Esses parâmetros permitem avaliar de forma sistemática os efeitos da rugosidade na dinâmica do escoamento e na interação fluido-estrutura.

(f) Número de painéis planos no cilindro (M): A superfície do cilindro circular é discretizada em $M = 300$ painéis planos de comprimento uniforme, sobre os quais são distribuídas fontes de densidade constante para representar o campo de escoamento.

(g) Número de módulos do solo (NM): O solo é dividido em $NM = 10$ módulos de igual comprimento.

(h) Número de painéis em cada módulo do solo (NP): Cada módulo do solo é discretizado com $NP = 20$ painéis planos.

(i) Incremento de tempo (Δt): Nas simulações numéricas, adota-se um incremento de tempo fixo de $\Delta t = 0,05$, compatível com a precisão do esquema de avanço temporal de primeira ordem de Euler utilizado na advecção e difusão da nuvem de vórtices discretos.

(j) Raio do Núcleo do Vórtice de Lamb (σ_0): Adotando-se $Re = 10^5$ e $\Delta t = 0,05$ tem-se para o cilindro circular o valor de $\sigma_0 = 0,001$.

5.1 Cilindro Circular Estacionário

Como etapa preliminar à análise do cilindro oscilante, realizou-se a simulação numérica de um escoamento ao redor de um cilindro circular estacionário, posicionado a uma distância vertical $g = 1000$ acima do solo. Este caso, amplamente estudado na literatura, é comparado com os resultados experimentais de Blevins [45] com $\pm 10\%$ de incerteza.

A Figura 5.1 apresenta as séries temporais dos coeficientes de forças para um escoamento com $Re = 10^5$. Observa-se a presença de um transiente numérico até aproximadamente um tempo $t = 15$. Após esse transiente, os coeficientes de arrasto de forma (pressão) e sustentação passam a oscilar de forma mais regular, indicando o estabelecimento de um comportamento periódico dos carregamentos fluidodinâmicos atuantes.

Com o objetivo de calcular os valores médios dos coeficientes de arrasto (\bar{C}_d) e sustentação (\bar{C}_l), bem como descrever o mecanismo de formação de vórtices conforme proposto por Gerrard [1], foi realizada uma análise mais detalhada da evolução temporal dessas grandezas. A partir dos dados apresentados anteriormente, considerou-se o intervalo entre $t = 20$ a $t = 50$, período no qual a simulação não encontra-se no transiente numérico. Esse recorte, ilustrado na Figura 5.2, permitiu o cálculo dos valores médios dos carregamentos fluidodinâmicos atuantes, além da identificação dos pontos característicos P, Q, R, S e T, com base na curva do coeficiente de sustentação. Esses pontos representam diferentes fases do processo de desprendimento de vórtices, possibilitando uma análise física mais precisa do fenômeno.

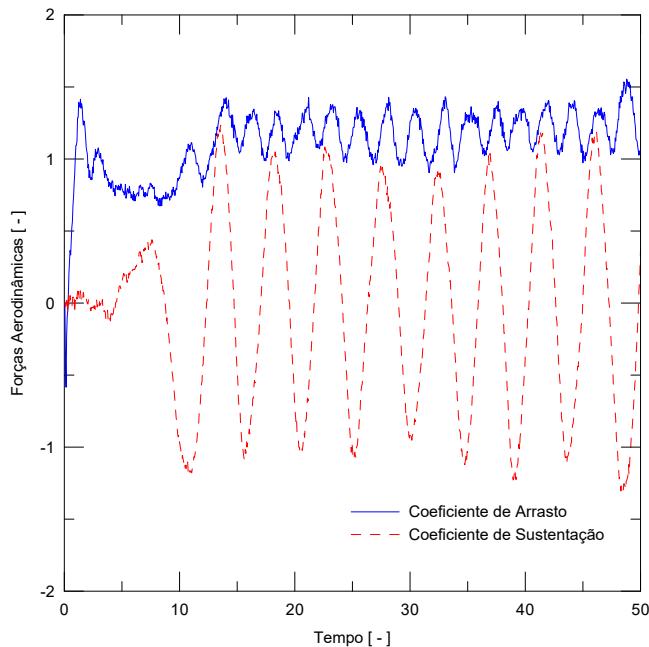


Figura 5.1 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular estacionário ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$).

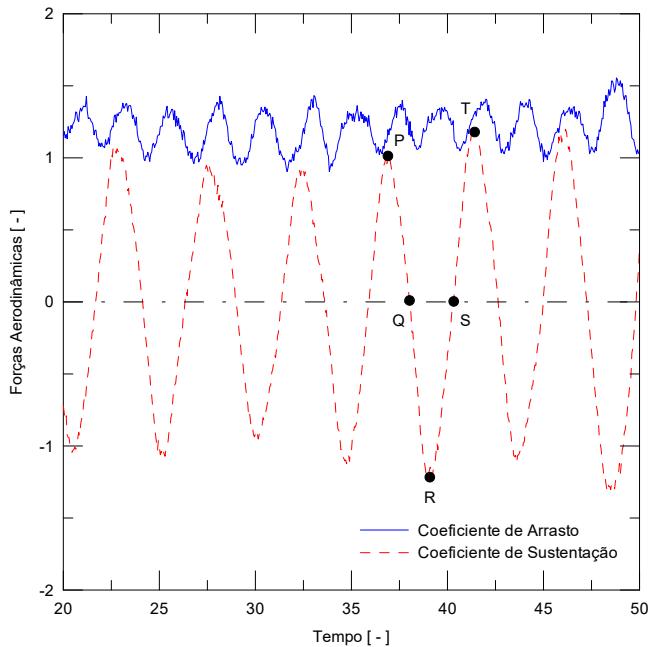


Figura 5.2 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular estacionário ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$).

Os valores obtidos para o coeficiente de arrasto e o número de Strouhal na simulação numérica apresentaram boa concordância com os dados experimentais reportados por Blevins [45], mesmo considerando-se uma abordagem bidimensional, conforme indicado na Tabela 1. Nesta configuração, o coeficiente de arrasto de forma representa mais de 98% do coeficiente de arrasto total, motivo pelo qual o coeficiente de arrasto de atrito (viscoso) não foi considerado separadamente. Além disso, ressalta-se que o número de Strouhal tende a apresentar baixa sensibilidade à ausência de efeitos tridimensionais, o que justifica a adoção de uma abordagem bidimensional para esta análise.

Tabela 1 – Valores médios do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal para um cilindro circular estacionário.

Caso ($Re = 10^5$)	\bar{C}_d	St
Blevins (1984)	$1,2 \pm 10\%$	$0,19 \pm 10\%$
Presente Simulação	1,21	0,20

A determinação da frequência dominante associada ao número de Strouhal foi realizada a partir da análise do sinal temporal do coeficiente de sustentação (C_l). Para isso, utilizou-se a ferramenta *OriginPro*, aplicando-se a Transformada Rápida de Fourier (FFT) sobre a série temporal. Essa técnica permitiu identificar os picos de energia no domínio da frequência, sendo selecionada a frequência correspondente ao pico mais representativo, a qual define o valor do número de Strouhal para o regime analisado.

A Figura 5.3 apresenta o comportamento da distribuição média de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular, comparando os resultados obtidos na presente simulação com os dados experimentais de Blevins [45]. Assim, observa-se uma região de inversão do gradiente de pressão, seguida por um platô na curva, a partir do qual é possível identificar o ângulo de separação do escoamento (θ_s). Para a simulação realizada, esse ângulo foi estimado em aproximadamente $\theta_s = 68^\circ$, um valor considerado aceitável para as condições adotadas.

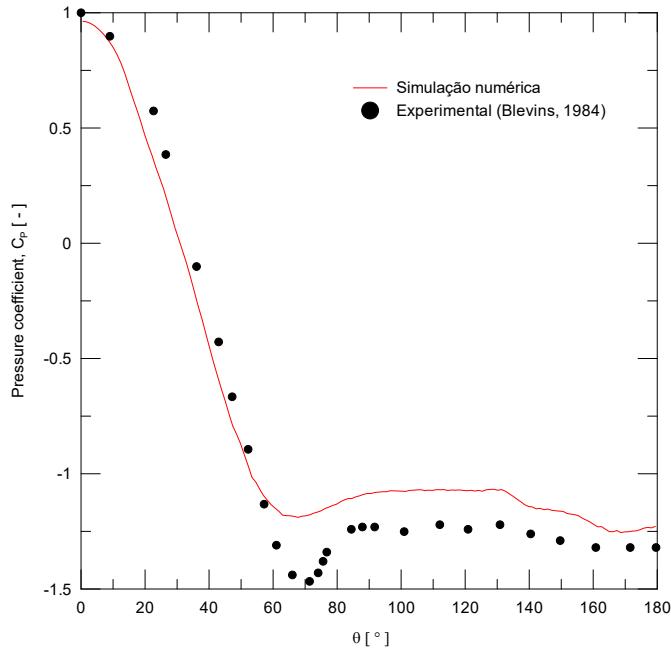


Figura 5.3 – Distribuição média do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular estacionário ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$).

Os pontos indicados por P, Q, R, S e T na Figura 5.2 correspondem, também, aos instantes nos quais foi analisada a distribuição instantânea do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular, conforme ilustrado na Figura 5.4. O ângulo θ indica a posição angular relativa de cada ponto de controle sobre a superfície do cilindro, sendo o valor do coeficiente de pressão calculado pontualmente para cada posição.

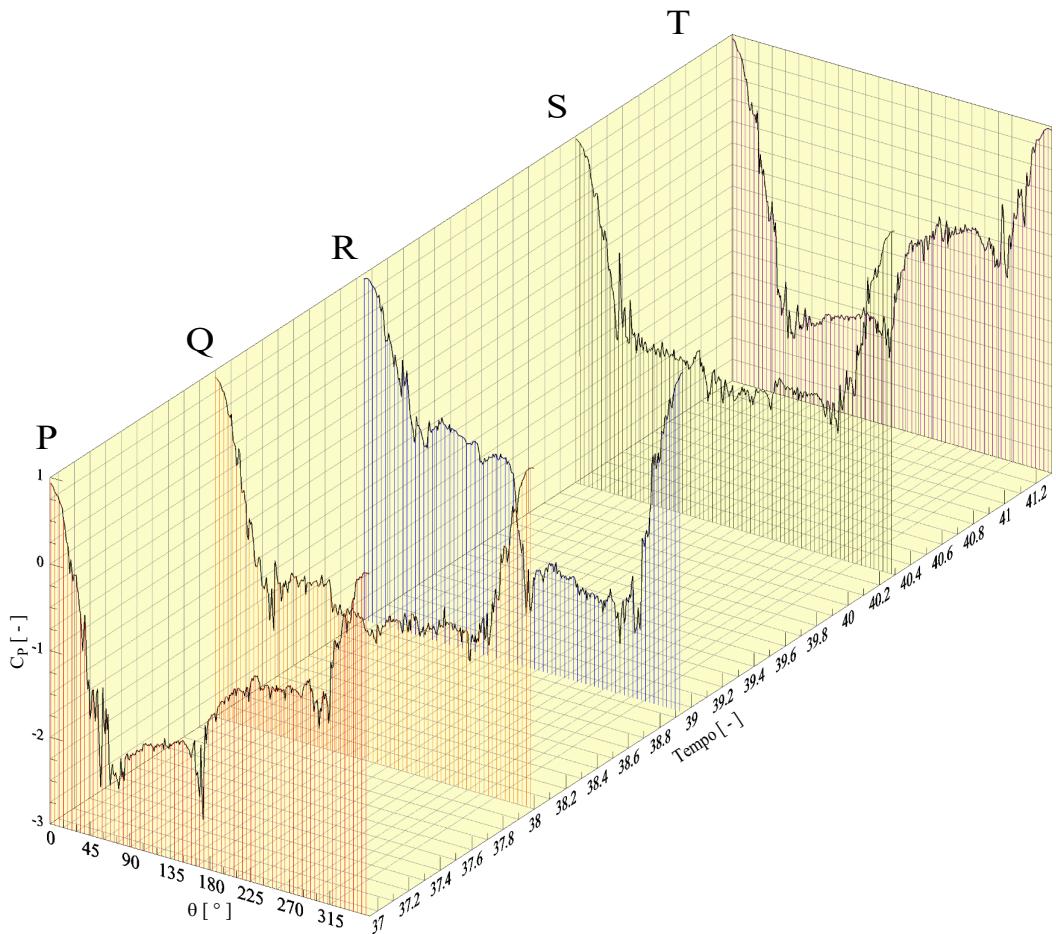


Figura 5.4 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular estacionário ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$).

O instante de tempo correspondente ao ponto P ($t = 36,95$) indica uma boa aproximação com o início do desprendimento de uma estrutura vorticosa horária na parte superior do cilindro, momento em que atua uma força de sustentação máxima e positiva. Na Figura 5.5, identifica-se uma região de baixa pressão ao longo da superfície do cilindro, compreendida aproximadamente entre $\theta = 65^\circ$ e $\theta = 170^\circ$.

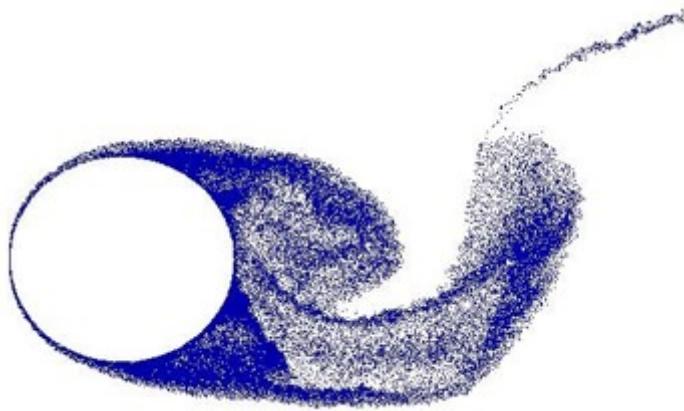


Figura 5.5 – Desprendimento de uma estrutura vorticosa horária no instante de tempo $t = 36,95$ (Ponto P).

No instante representado pelo ponto Q da Figura 5.6, observa-se uma região de baixa pressão aproximadamente constante entre os ângulos $\theta = 67^\circ$ e $\theta = 288^\circ$, na qual ocorre uma inversão do coeficiente de sustentação, passando de um valor positivo para negativo. Nesse momento, a estrutura vorticosa desprendida no ponto P começa a ser incorporado à esteira viscosa formada a jusante do corpo.

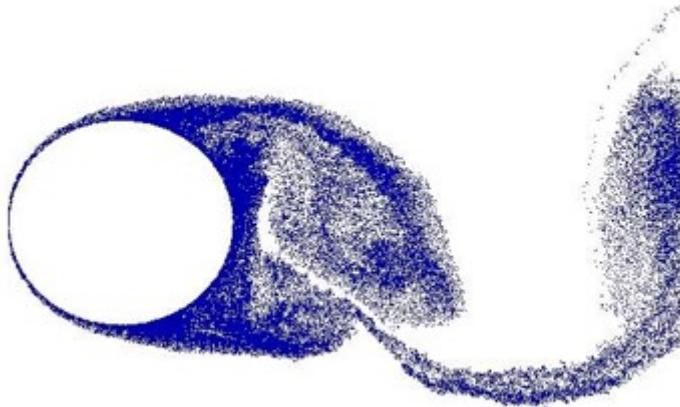


Figura 5.6 – Desprendimento de uma estrutura vorticosa horária no instante de tempo $t = 38,0$ (Ponto Q).

O instante de tempo representado pelo ponto R, na Figura 5.7, corresponde a uma região de baixa pressão situada entre os ângulos $\theta = 189^\circ$ e $\theta = 292^\circ$. Essa configuração indica o desprendimento de uma estrutura vorticosa de sentido anti-horário na parte inferior do cilindro, resultando em um valor negativo para a força de sustentação.



Figura 5.7 – Desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária no instante de tempo $t = 38,95$ (Ponto R).

De forma similar ao instante representado pelo ponto Q, o ponto S, Figura 5.8, apresenta uma região de baixa pressão aproximadamente constante, compreendida entre $\theta = 68^\circ$ e $\theta = 286^\circ$. Em torno deste instante, a estrutura vorticosa desprendida no ponto R começa a ser incorporado à esteira viscosa formada a jusante do corpo.

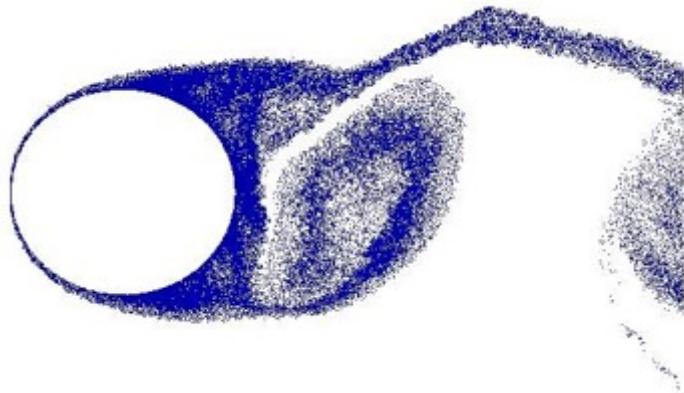


Figura 5.8 – Desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária no instante de tempo $t = 40,3$ (Ponto S).

O período se completa no instante representado pelo ponto T, no qual se observa uma força de sustentação positiva e uma região de baixa pressão compreendida aproximadamente entre $\theta = 50^\circ$ e $\theta = 172^\circ$. De forma análoga ao ponto P, o ponto T, Figura 5.9, se encontra próximo do instante do desprendimento de uma estrutura vorticosa de sentido horário na parte superior do cilindro.

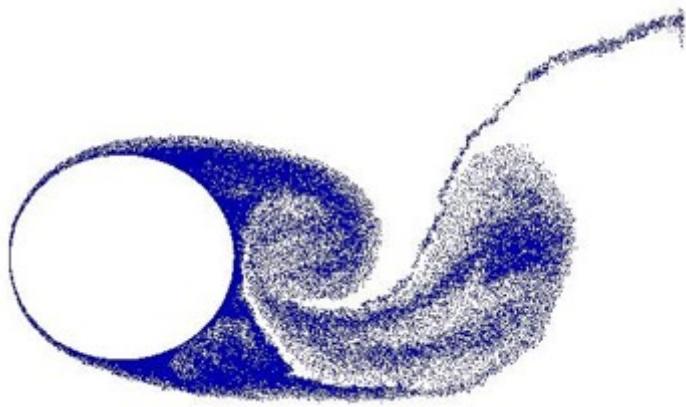


Figura 5.9 – Desprendimento de uma estrutura vorticosa horária no instante de tempo $t = 41,3$ (Ponto T).

Assim, ao final do ciclo representado pelos pontos P, Q, R, S e T, é possível identificar a formação da clássica esteira de Von Kármán. A estrutura final correspondente à esteira é apresentado na Figura 5.10 para o instante final da simulação ($t = 50$), abrangendo um comprimento horizontal de 20 diâmetros do cilindro. Observa-se o mecanismo alternado de formação e desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas.



Figura 5.10 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular estacionário ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$).

Com relação às cargas fluidodinâmicas, observa-se que o coeficiente de arrasto (C_d) oscila uma vez para cada vórtice desprendido, enquanto o coeficiente de sustentação (C_l) oscila uma vez para cada par de vórtices que se desprende (Figuras 5.1 e 5.2). A frequência adimensional extraída da curva de C_d corresponde aproximadamente ao dobro da frequência adimensional determinada a partir da curva de C_l .

Dessa forma, considera-se o código numérico empregado apto a incluir os efeitos de rugosidade superficial sobre a superfície do cilindro circular, de acordo com a proposta apresentada na Tese de Doutorado de Bimbato [33]. Esse modelo injeta quantidade de movimento instantânea no interior da camada limite hidrodinâmica, representando, de forma mais realista, os efeitos da rugosidade superficial. Ressalta-se que tal abordagem

se mostrou consideravelmente mais sensível aos efeitos bidimensionais do que simples modelos de turbulência.

É importante destacar, contudo, que não serão apresentados aqui resultados para os efeitos da rugosidade superficial sobre a superfície do cilindro circular estacionário, visto que uma análise detalhada encontra-se desenvolvida na Tese de Bimbato [33].

5.2 Cilindro Circular Oscilando *In-Line* sem e com Efeito de Rugosidade

A Tabela 2 apresenta os valores médios obtidos numericamente para os coeficientes de arrasto de forma e de sustentação, bem como para a frequência de emissão de vórtices, considerando a curva do coeficiente de arrasto (f^*). Os resultados referem-se ao caso em que a amplitude de oscilação do cilindro circular é fixada em $A = 0,13$, enquanto os valores de frequência de oscilação e de rugosidade relativa variam conforme cada condição analisada.

Tabela 2 – Resultados numéricos obtidos para cilindro circular oscilando *in-line* com diferentes valores de rugosidade relativa ($A = 0,13$, $\alpha = 0^\circ$ e $Re = 10^5$).

Caso	f_0	ε/D	\bar{C}_l	\bar{C}_d	f^*	f_0/f^*	Modo
1	0,04	0,000	-0,0056	1,2270	0,0394	1,015	$A - I$
2	0,04	0,001	-0,0024	1,2853	0,0391	1,023	$A - I$
3	0,04	0,0045	-0,0177	1,2758	0,0418	0,957	$A - I$
4	0,04	0,007	0,0150	1,3470	0,0507	0,789	<i>Não lock-in</i>
5	0,2	0,000	-0,0232	1,3568	0,2008	0,996	$A - IV$
6	0,2	0,001	0,0671	1,4221	0,1973	1,014	$A - IV$
7	0,2	0,0045	0,2063	1,4521	0,1996	1,002	$A - IV$
8	0,2	0,007	-0,0420	1,5237	0,201	0,995	$A - IV$
9	0,34	0,000	-0,0292	1,3535	0,3375	1,007	$S - I$ (<i>Tipo I</i>)
10	0,34	0,001	0,0205	1,3441	0,3407	0,998	$S - I$ (<i>Tipo I</i>)
11	0,34	0,0045	-0,0472	1,5025	0,3397	1,000	<i>Transição</i>
12	0,34	0,007	-0,0934	1,6998	0,3399	1,000	$A - IV$ com coalescência
13	0,80	0,000	-0,0668	1,0896	0,80	1,000	$C - I$
14	0,80	0,001	-0,2403	0,9408	0,7958	1,005	$C - I$
15	0,80	0,0045	-0,0147	0,9285	0,7972	1,004	$C - I$
16	0,80	0,007	-0,0697	0,9894	0,7986	1,002	$C - I$

A determinação da frequência dominante foi realizada a partir da análise espectral do sinal temporal do coeficiente de arrasto (C_d). Para isso, foi utilizada a ferramenta *OriginPro*, por meio da aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT), que permitiu identificar os picos de energia no domínio da frequência. A principal frequência associada à oscilação do C_d reflete o modo de desprendimento de vórtices no regime analisado. Com

base nessa análise, foram selecionadas as frequências correspondentes aos picos mais representativos do espectro para estudo detalhado, uma vez que estas refletem os modos predominantes de interação fluido-estrutura no escoamento.

5.2.1 Cilindro Circular com Freqüência de Oscilação $f_0 = 0,04$

A Figura 5.11 apresenta a série temporal do coeficiente de arrasto e da oscilação do corpo (Equação 3.1) para o Caso 1, que corresponde ao cilindro liso submetido a uma frequência de oscilação imposta de 0,04. A partir da curva de oscilação do corpo, identificam-se os pontos de A a E, que representam um período completo de movimento. Para melhor visualização do comportamento das curvas, os resultados foram traçados no intervalo de tempo de $t = 25$ a $t = 80$. Observa-se que os picos e vales da curva de arrasto estão bem definidos e ocorrem em fase com a oscilação do corpo, indicando que o período do coeficiente de arrasto é aproximadamente igual ao período de oscilação. Essa sincronização evidencia que o cilindro circular opera no regime de *lock-in*, ou seja, a frequência de oscilação do corpo é próxima à frequência associada às flutuações do coeficiente de arrasto.

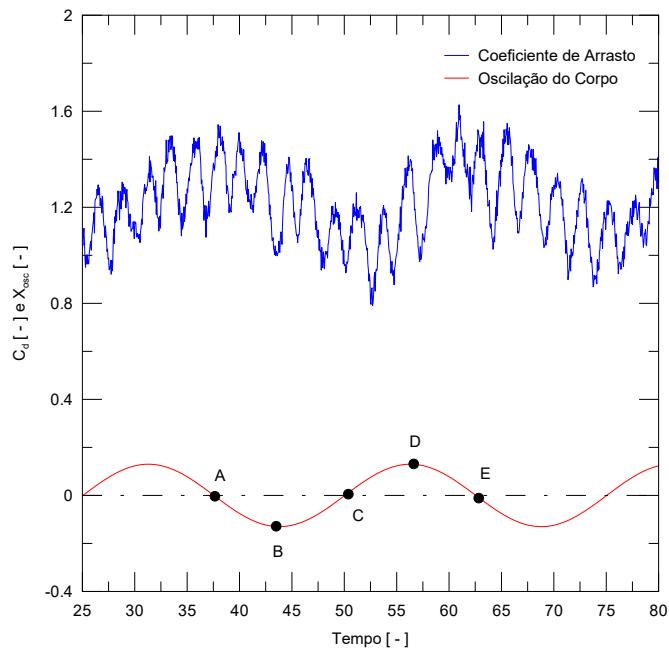


Figura 5.11 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular liso oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$, $f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).

A Figura 5.12 ilustra o comportamento das estruturas vorticosas nas imediações do cilindro, correspondentes aos pontos A, B, C, D e E, os quais caracterizam um ciclo completo de oscilação do cilindro. É importante destacar que esses pontos não possuem a mesma interpretação física dos pontos extraídos da curva do coeficiente de sustentação para o caso de um cilindro estacionário. Para o cilindro fixo, é possível observar diretamente o mecanismo de geração e desprendimento de vórtices. No entanto, no caso atual, em que o cilindro está oscilante, a análise dos pontos refere-se ao comportamento durante um ciclo de oscilação, no qual ocorrem diversas variações do coeficiente de sustentação ao longo do tempo.

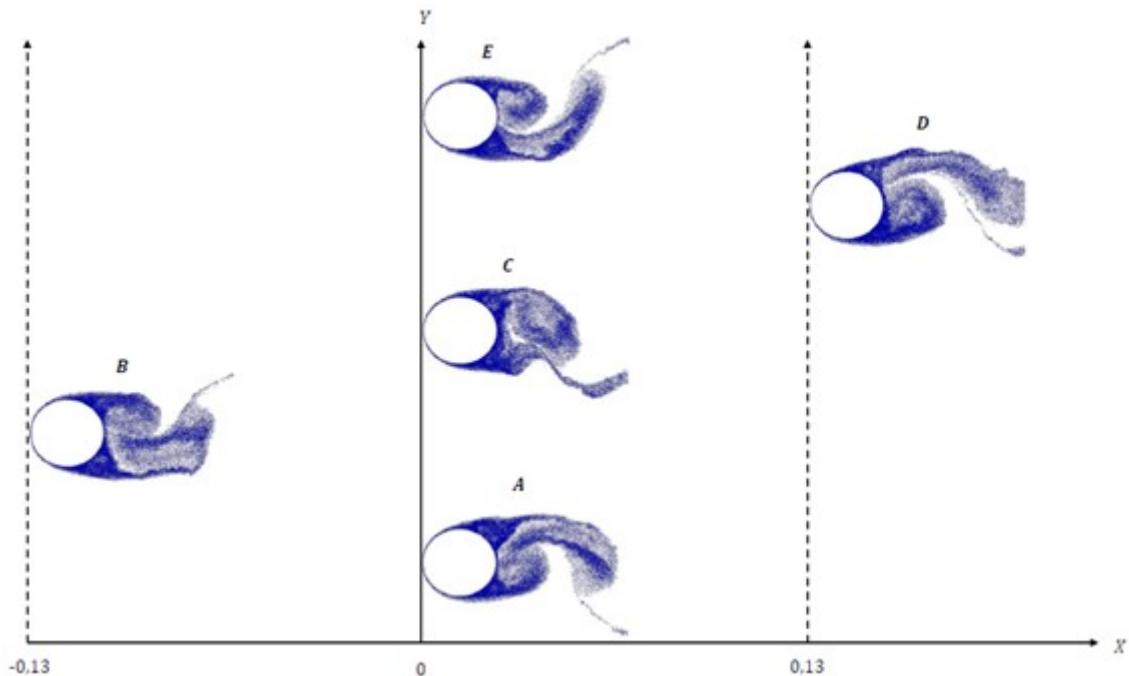


Figura 5.12 – Sequência do movimento harmônico do cilindro circular liso oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$, $f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).

A estrutura final da esteira é apresentada na Figura 5.13 para o instante final da simulação ($t = 100$). Observa-se o mecanismo alternado de formação e desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas, caracterizando a esteira clássica de Von Kármán. Com base nos resultados obtidos de Ongoren & Rockwell [10], identificou-se a ocorrência do Modo AI para o Caso 1. Pode-se observar na Tabela 2 que o coeficiente de arrasto está próximo daquele obtido para o cilindro estacionário, e que o sistema encontra-se em regime de *lock-in*.

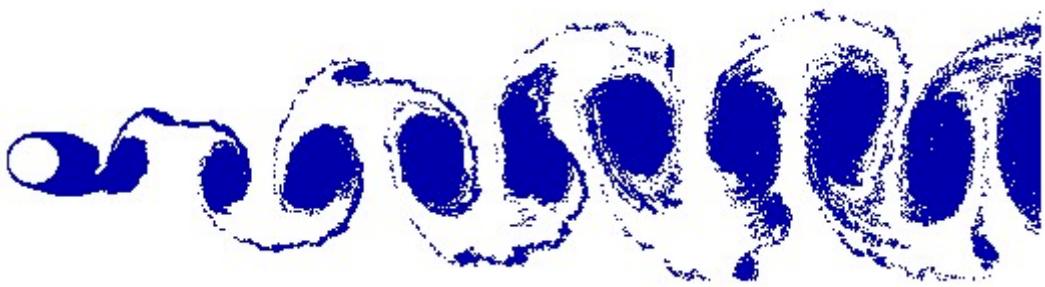


Figura 5.13 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 100$ para o cilindro circular liso oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$, $f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).

A comparação entre as Figuras 5.13 e 5.14 revela que os resultados numéricos obtidos estão em concordância com os dados experimentais apresentados por Ongoren & Rockwell [10] para uma razão de frequências $f_0/f_s = 0,5$. No entanto, para o caso atual, a razão de frequências observada é $f_0/f_s = 0,2$. Essa diferença pode ser atribuída à variação no número de Reynolds, uma vez que, nos experimentos de Ongoren & Rockwell [10], o número de Reynolds considerado foi $Re = 855$, ao passo que, no presente estudo, o regime considerado foi de $Re = 10^5$. Apesar dessa diferença, o modelo de vórtice discreto (MVD) empregado neste trabalho foi capaz de capturar com sucesso o mesmo modo de vibração.

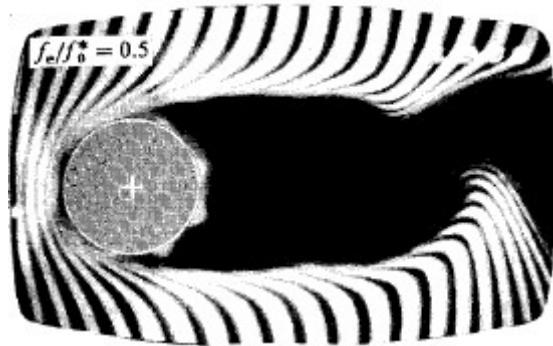


Figura 5.14 – Visualização experimental do modo de sincronização A-I para $Re = 855$. (Reproduzida de Ongoren & Rockwell [10]).

Os resultados a seguir referem-se à análise do efeito da rugosidade relativa sobre o valor do coeficiente de arrasto médio e sobre a razão de frequências, mantendo-se a frequência de oscilação constante em 0,04. Por meio dessa análise, é possível inferir se o cilindro em vibração *in-line* permanece ou se foi retirado do regime de *lock-in*. As Figuras 5.15, 5.16 e 5.17 apresentam a série temporal do coeficiente de arrasto e da oscilação do corpo para os casos 2, 3 e 4, respectivamente.

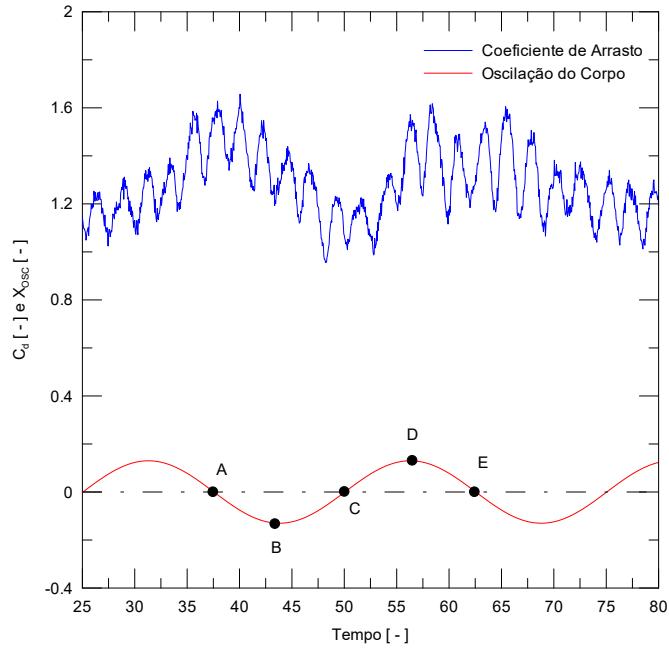


Figura 5.15 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,001$) oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

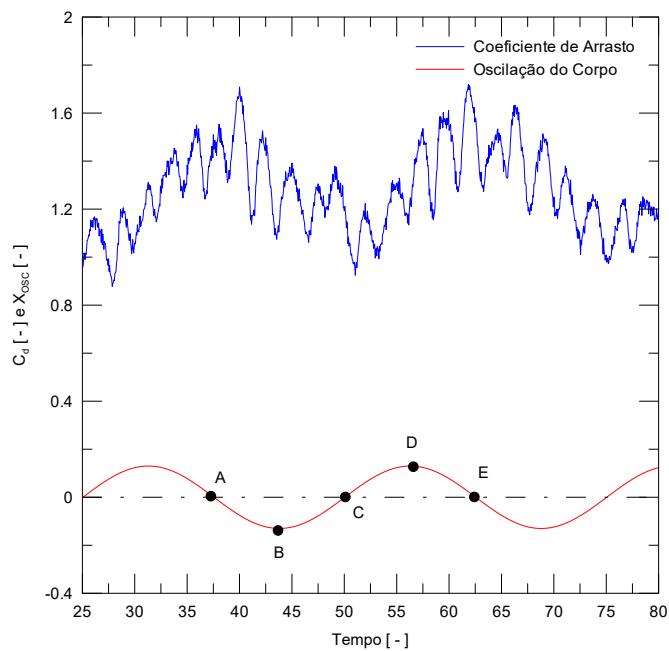


Figura 5.16 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,0045$) oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

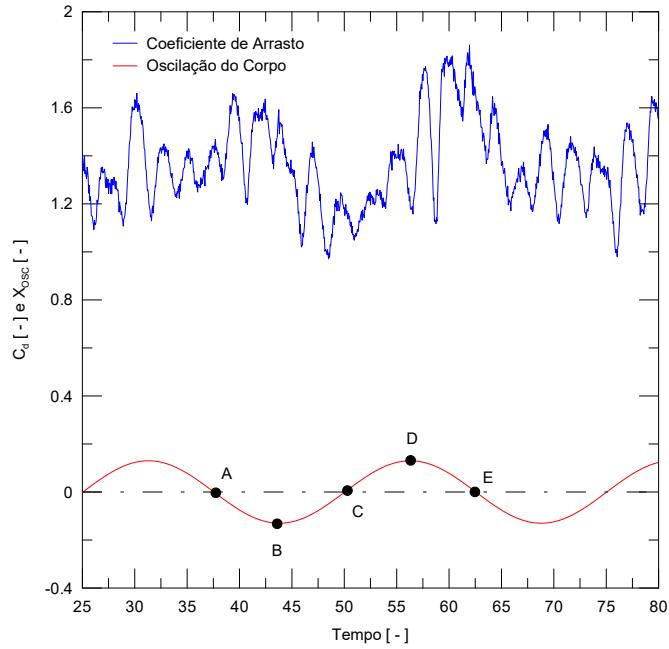


Figura 5.17 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

Observa-se que, na Figura 5.17, a curva do coeficiente de arrasto não apresenta um comportamento bem definido de picos e vales. Assim, pode-se inferir, em um primeiro momento, que para a rugosidade relativa ($\varepsilon/D = 0,007$) a curva de arrasto não apresenta o fenômeno de batimento característico, indicando que a relação de frequências (f_0/f^*) não se mantém próxima de 1. A partir da análise da Tabela 2, verifica-se que o valor encontrado para a relação de frequências foi de 0,789, confirmando a primeira expectativa obtida pela inspeção das curvas. Além disso, observa-se que, devido ao comportamento menos regular em comparação às demais rugosidades analisadas, o coeficiente de arrasto apresentou um aumento superior a 9% em relação ao caso 1.

Para o caso 2, observou-se um aumento no coeficiente de arrasto médio em comparação ao caso liso, contudo o cilindro manteve-se no regime de *lock-in*. No caso 3, embora o coeficiente de arrasto médio tenha permanecido aproximadamente constante, verificou-se que o cilindro circular começou a se afastar do regime de *lock-in*, uma vez que a relação de frequências encontrada foi de 0,957. Dessa forma, para as simulações realizadas com frequência de oscilação igual a 0,04, observa-se uma tendência de saída do regime de *lock-in* com o aumento da rugosidade relativa, ao mesmo tempo em que se evidencia um incremento no valor do coeficiente de arrasto médio.

Como exemplo do efeito mais pronunciado da rugosidade em comparação ao cilindro liso, a Figura 5.18 apresenta o comportamento das estruturas vorticosas nas imediações do

cilindro, correspondentes aos pontos A, B, C, D e E, para o caso com rugosidade relativa ($\varepsilon/D = 0,007$). A Figura 5.19 ilustra o padrão da esteira no instante final da simulação ($t = 100$), considerando uma distância equivalente a 20 diâmetros a jusante do cilindro.

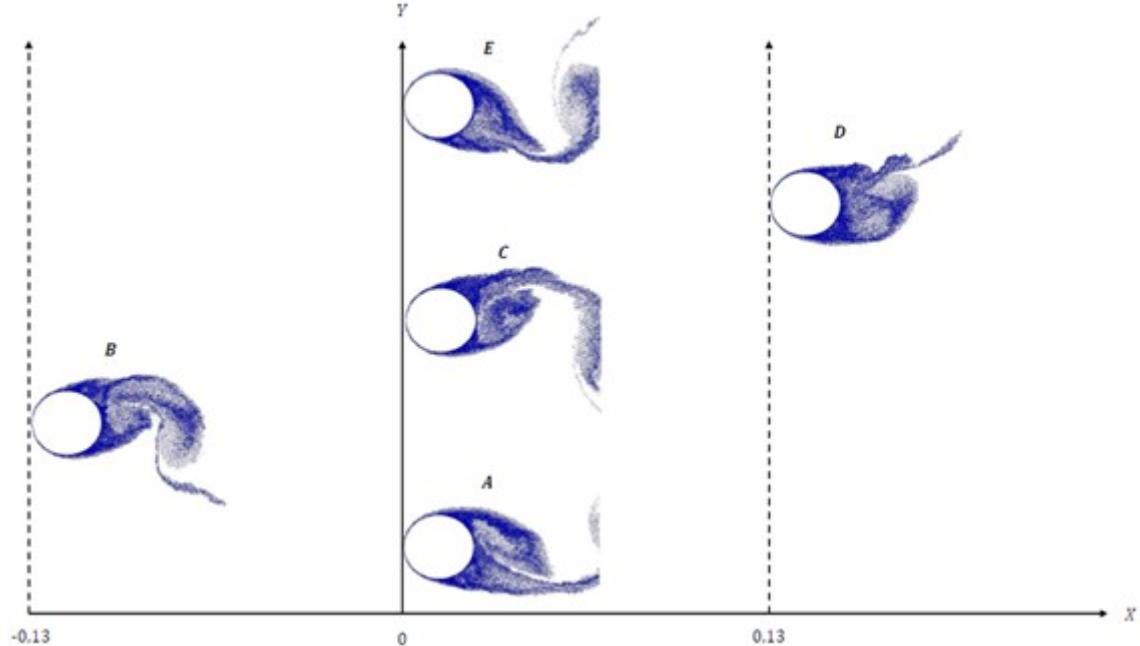


Figura 5.18 – Sequência do movimento harmônico do cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5, f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).

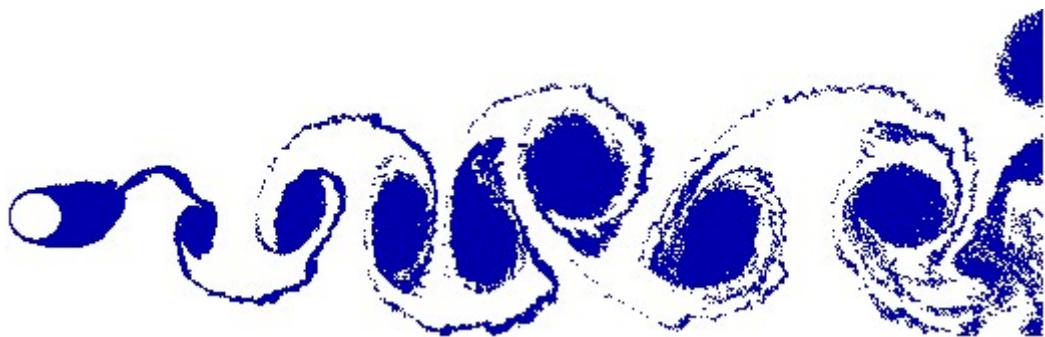


Figura 5.19 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 100$ para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

As Figuras 5.20 e 5.21 mostram, respectivamente para o cilindro liso e para o com maior rugosidade relativa ($\varepsilon/D = 0,007$), as distribuições instantâneas do coeficiente de pressão ao longo do ciclo de oscilação, considerando os pontos de A a E.

Os pontos P a T da Figura 5.4 referem-se ao cilindro estacionário e foram obtidos a partir da curva de sustentação. Comparando com os pontos A a E do cilindro liso oscilante, observa-se comportamento semelhante na distribuição de pressão, com regiões de baixa pressão em um dos lados e o ponto C indicando a incorporação da estrutura ao escoamento, típica do modo A-I. As diferenças na ordem de desprendimento dos vórtices decorrem das diferentes curvas analisadas.

Na Figura 5.21, o cilindro rugoso apresenta padrão de pressão distinto em relação ao cilindro liso (Figura 5.20), refletindo a influência da rugosidade na dinâmica do escoamento. Isso também é evidenciado pelas Figuras 5.12 e 5.18, que mostram diferenças claras no campo de vorticidades.

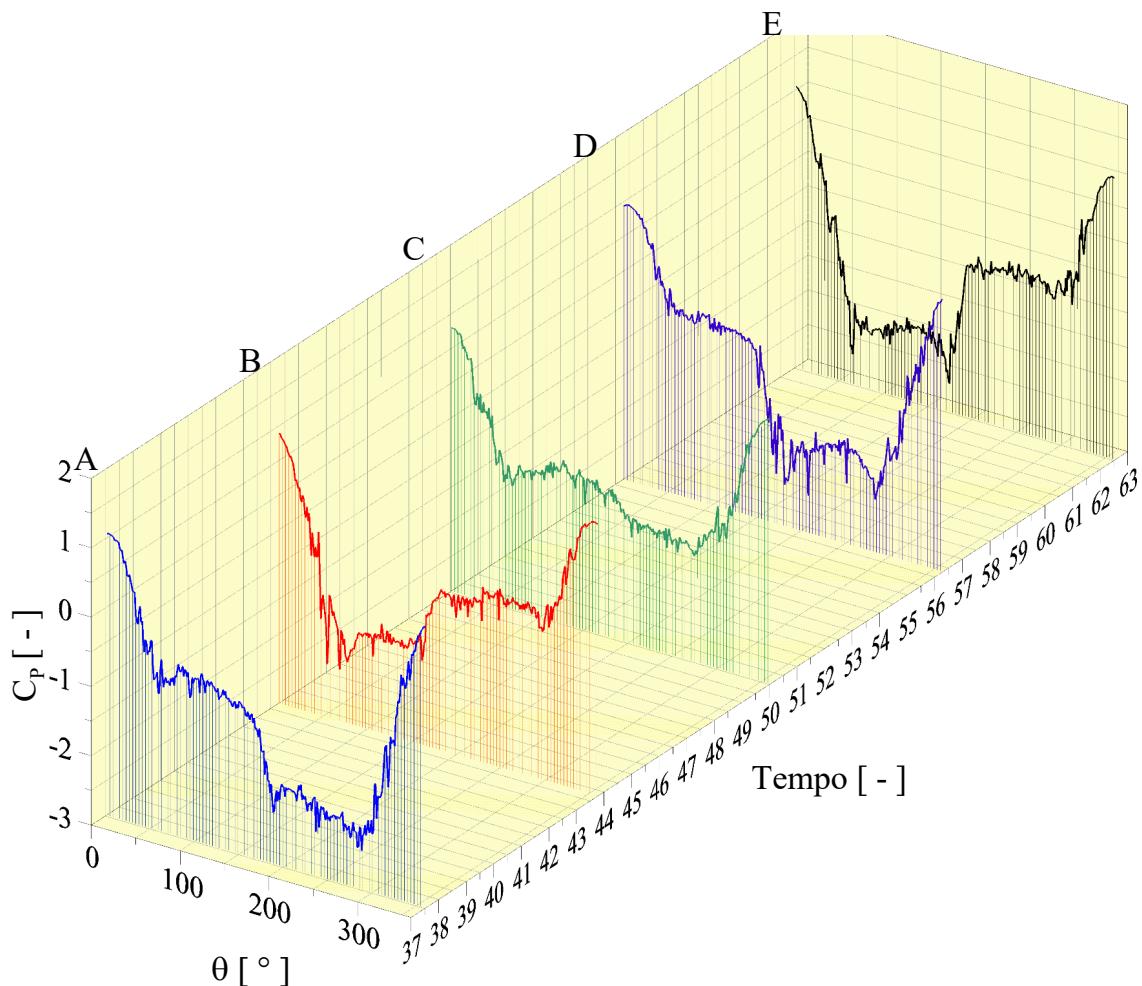


Figura 5.20 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular liso oscilando *in-line* ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$, $f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).

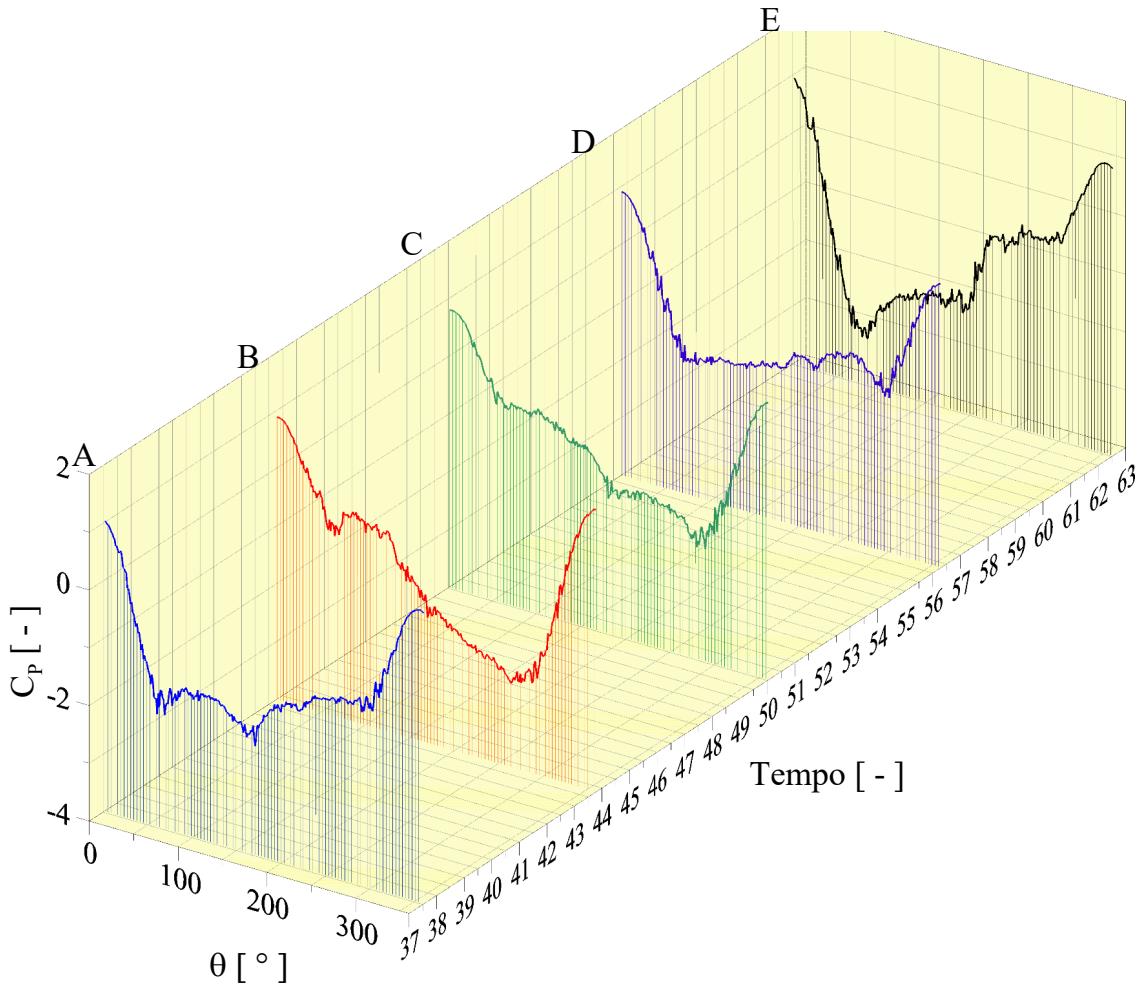


Figura 5.21 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,04$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

5.2.2 Cilindro Circular com Freqüência de Oscilação $f_0 = 0,2$

Para os casos com frequência de oscilação igual a 0,2, não foi observada influência significativa da rugosidade relativa na retirada do sistema do regime de *lock-in* para o cilindro circular. Observou-se, entretanto, um aumento superior a 12% no coeficiente de arrasto na comparação entre os casos 5 e 8. Considerando que o efeito simulado da rugosidade não promoveu a saída do regime de ressonância, os resultados apresentados para a frequência de $f_0 = 0,2$ referem-se apenas aos Casos 5 e 8. As Figuras 5.22 e 5.23 apresentam as séries temporais do coeficiente de arrasto e da oscilação do corpo para os Casos 5 e 8, respectivamente. Destacam-se os pontos de A até I, uma vez que são necessárias duas oscilações completas do corpo para a caracterização do referido modo de desprendimento.

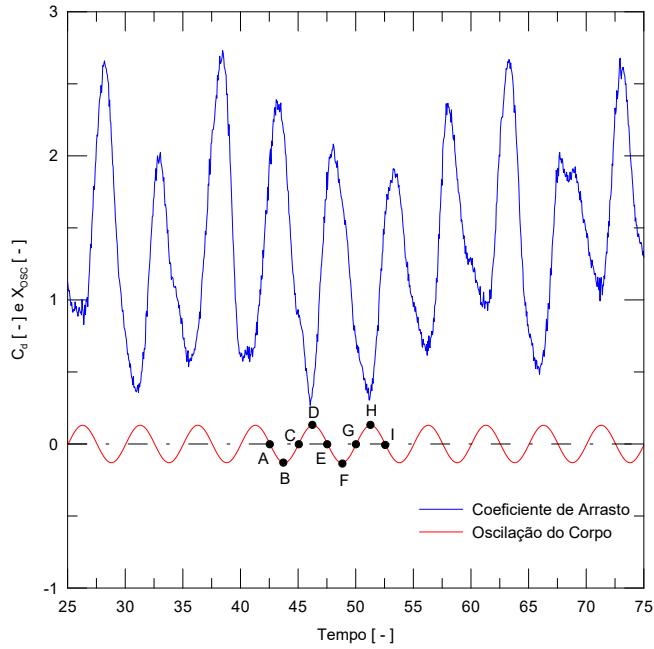


Figura 5.22 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular liso oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,2$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

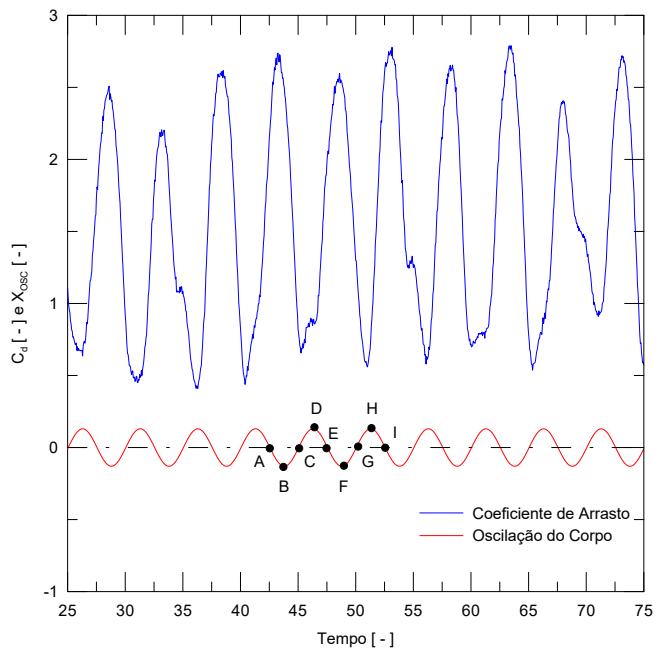


Figura 5.23 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso, com $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,2$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

As esteiras de vórtices correspondentes aos Casos 5 e 8 para o instante de tempo $t = 75$ estão representadas nas Figuras 5.24 e 5.25, respectivamente. Observa-se que o padrão de desprendimento de vórtices está em concordância com os resultados experimentais apresentados por Ongoren & Rockwell [10] para uma razão de frequências $f_0/f_s = 1,8$, conforme ilustrado na Figura 5.26. Dessa forma, para esses casos, identifica-se a ocorrência do Modo A-IV.

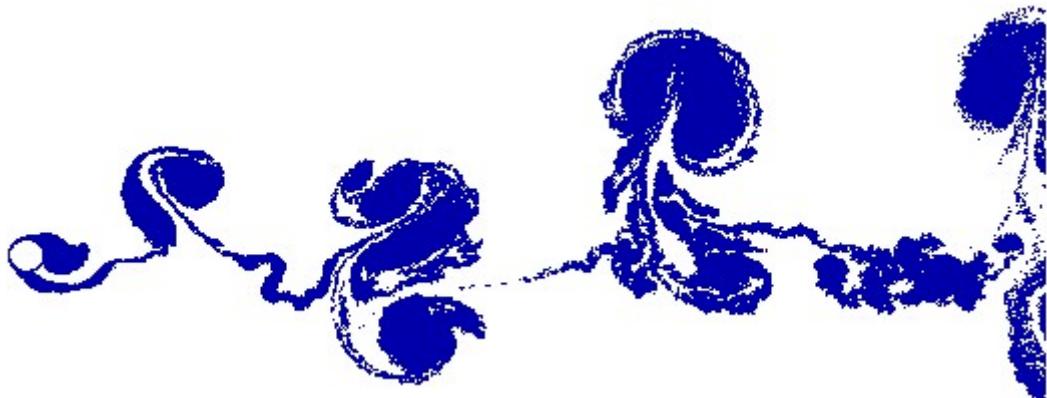


Figura 5.24 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 75$ para o cilindro circular liso oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,2$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

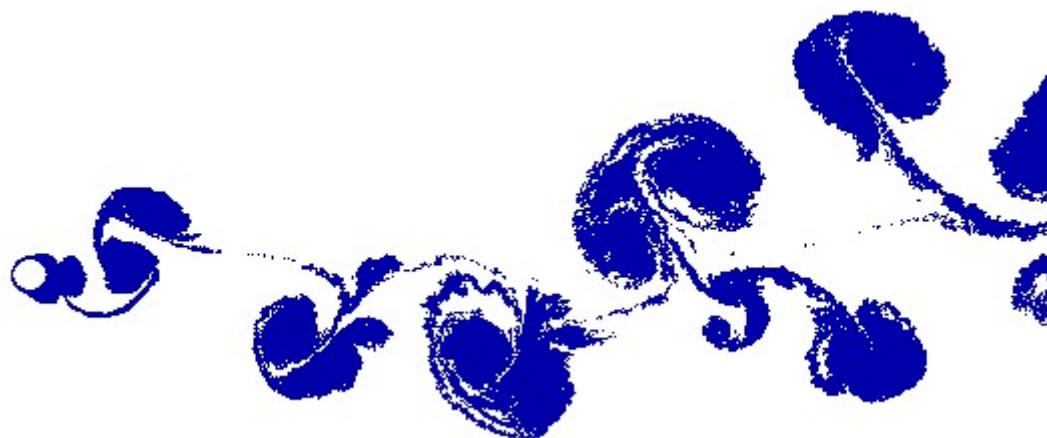


Figura 5.25 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 75$ para o cilindro circular rugoso ($\epsilon/D = 0,007$) oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,2$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

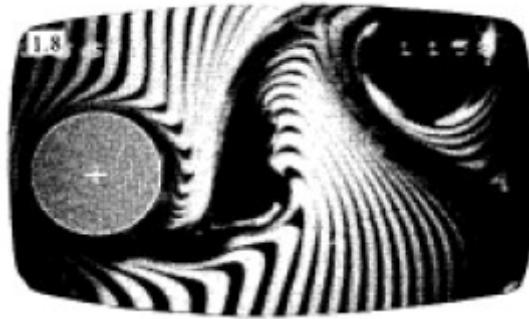


Figura 5.26 – Visualização experimental do modo de sincronização A-IV para $Re = 855$. (Reproduzida de Ongoren & Rockwell [10].)

5.2.3 Cilindro Circular com Frequência de Oscilação $f_0 = 0,34$

Para os casos com frequência de oscilação igual a 0,34, não foi observada uma influência significativa da rugosidade relativa na saída do regime de *lock-in* para o cilindro circular. No entanto, identificou-se um aumento progressivo no coeficiente de arrasto médio até $\varepsilon/D = 0,007$. Assim, o coeficiente de arrasto aumentou em mais de 25% na comparação entre os casos 9 e 12. Considerando que a rugosidade não promoveu a saída do regime de *lock-in*, os resultados apresentados para a frequência de $f_0 = 0,34$ referem-se aos casos 9 e 12. As Figuras 5.27 e 5.28 apresentam as séries temporais do coeficiente de arrasto e da posição de oscilação do corpo para os casos 9 e 12, respectivamente.

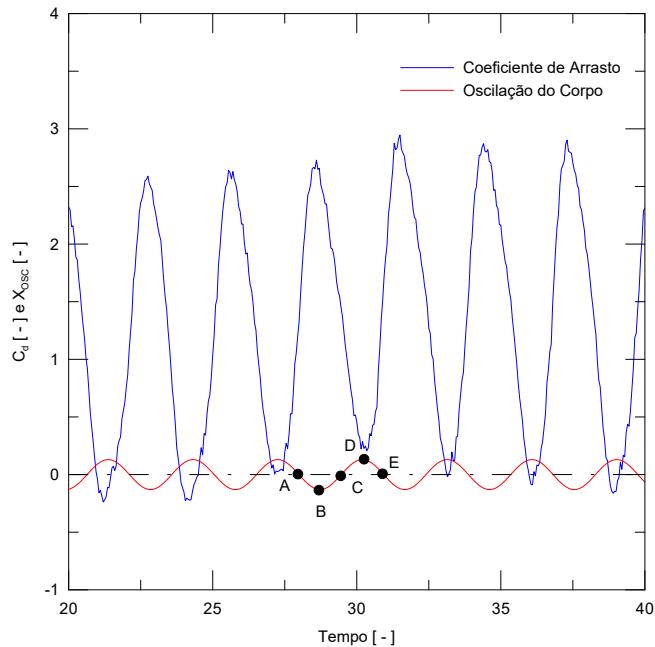


Figura 5.27 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular liso oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

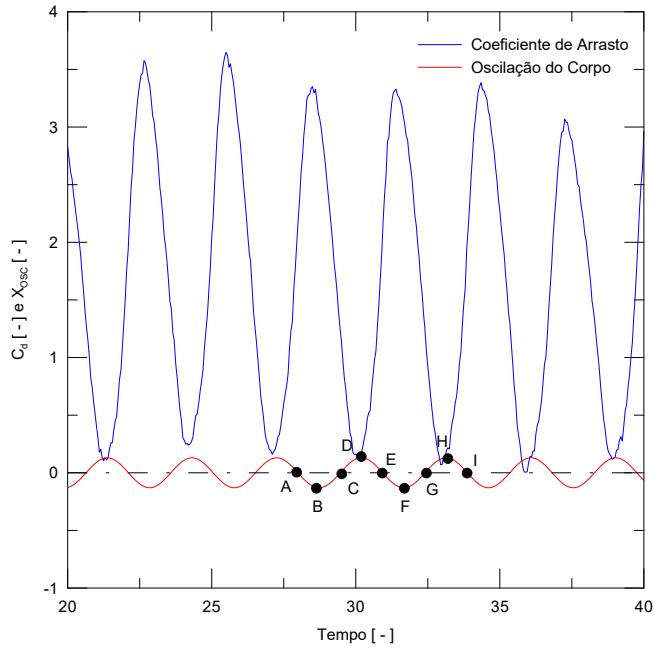


Figura 5.28 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

As esteiras de vórtices correspondentes aos Casos 9 e 12 para o instante de tempo $t = 50$ estão representadas nas Figuras 5.29 e 5.30, respectivamente.

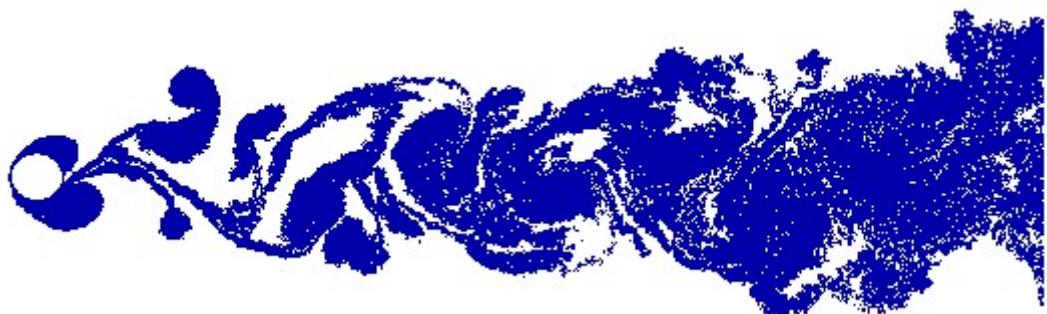


Figura 5.29 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular liso oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

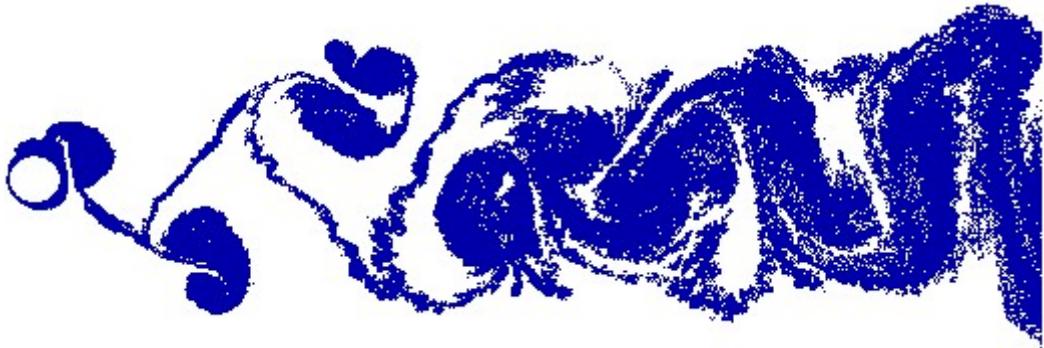


Figura 5.30 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

Em uma análise inicial das esteiras de vórtices geradas pelo escoamento ao redor dos cilindros, observa-se visualmente uma distinção significativa entre os padrões associados ao cilindro liso e ao cilindro com superfície rugosa. A Figura 5.29 ilustra, para o caso do cilindro liso, um padrão de esteira que, à primeira vista, se assemelha à configuração simétrica descrita por Ongoren & Rockwell [10], embora apresente algumas variações em relação ao modelo clássico. Ao comparar esses resultados com os apresentados por Hu et.al. [14] (Figura 5.31), observa-se que o padrão em questão pode ser classificado como um desprendimento simétrico com coalescência de vórtices, fenômeno também reportado em sua análise experimental.

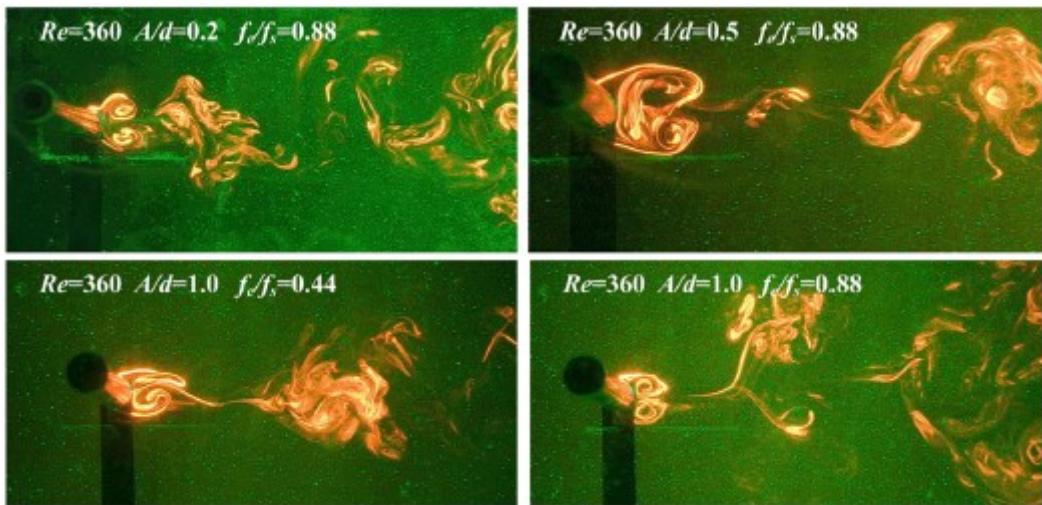


Figura 5.31 – Visualização experimental do modo de sincronização S-I (Tipo I) para $Re = 360$, $A/D = 0,2, 0,5e1,0$ e $f_0/f_s = 0,44$ e $0,88$. (Reproduzida de Hu *et al.* [14]).

A Figura 5.32 apresenta o gráfico de distribuição instantânea de pressão ao longo de um ciclo de oscilação do cilindro liso, considerando o intervalo de pontos de A até E. Essa distribuição evidencia a presença de dois vales de baixa pressão, os quais indicam o surgimento de vórtices gêmeos em posições simétricas em relação ao eixo do escoamento. Tal comportamento reforça a hipótese de uma esteira predominantemente simétrica sob as condições analisadas.

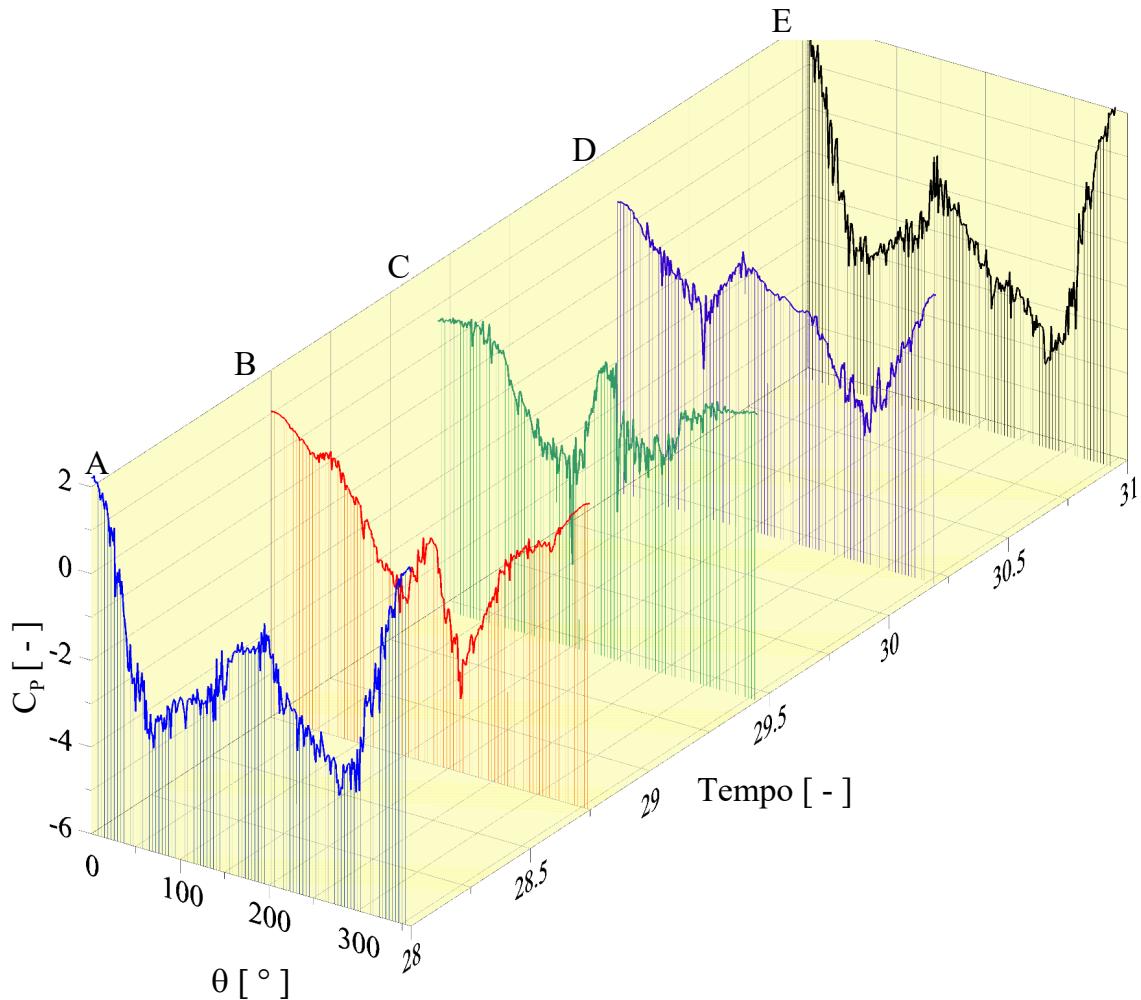


Figura 5.32 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular liso oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$, $f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).

No caso do cilindro com rugosidade superficial relativa $\varepsilon/D = 0,007$, observa-se uma alteração substancial no padrão de desprendimento de vórtices. A esteira de vórtices apresentada na Figura 5.30 revela uma nova estrutura de desprendimento, o modo A-IV, com a coalescência dos vórtices ao longo da esteira. Esse comportamento representa uma novidade em relação ao efeito da rugosidade, que induziu a transição do modo de desprendimento simétrico com coalescência, observado no cilindro liso, para o modo A-IV com coalescência. O gráfico de distribuição instantânea de pressão ao longo de um ciclo de oscilação do cilindro rugoso é analisado no intervalo de pontos de A até I, representado nas Figuras 5.33 e 5.34, evidenciando características distintas em relação ao caso liso.

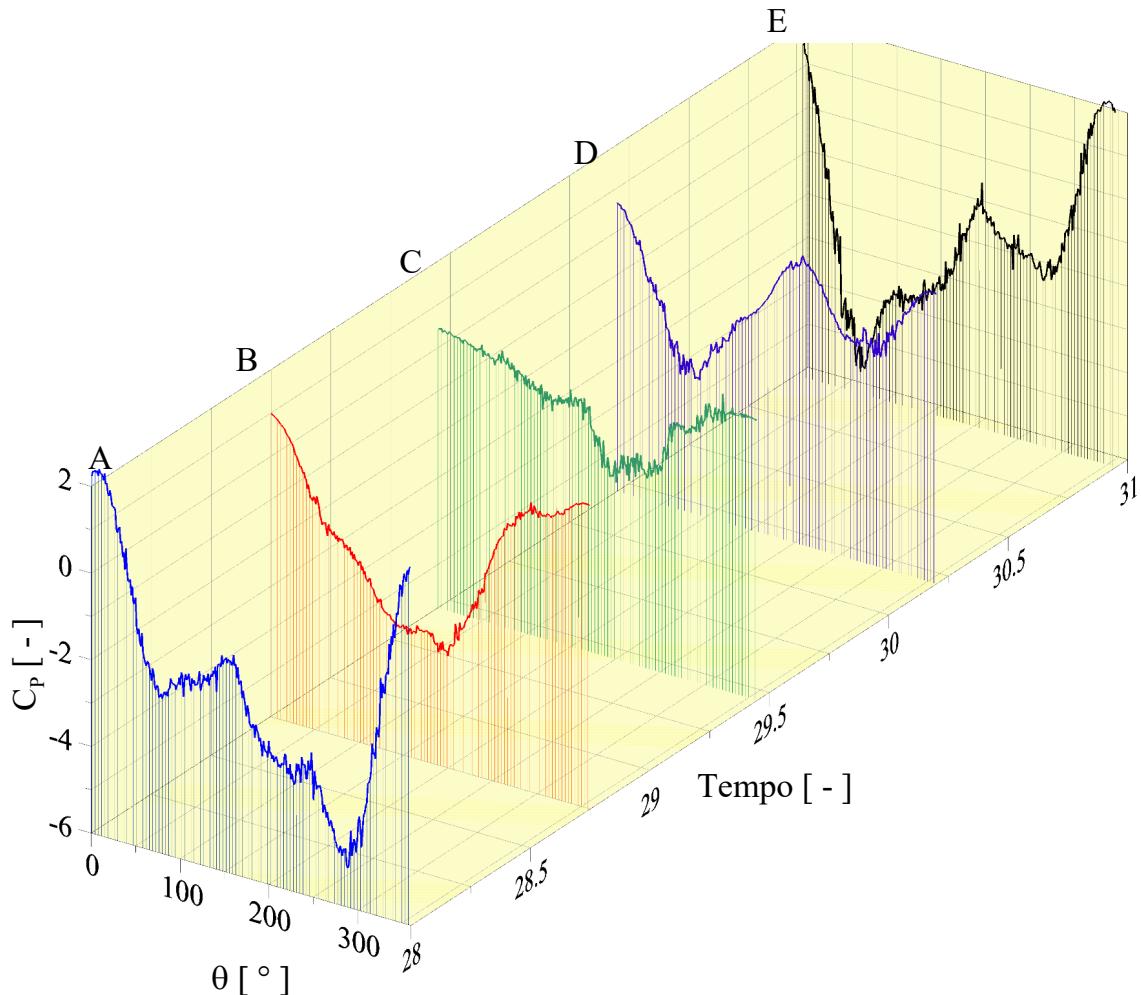


Figura 5.33 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão dos pontos A até E sobre a superfície discretizada do cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$, $f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).

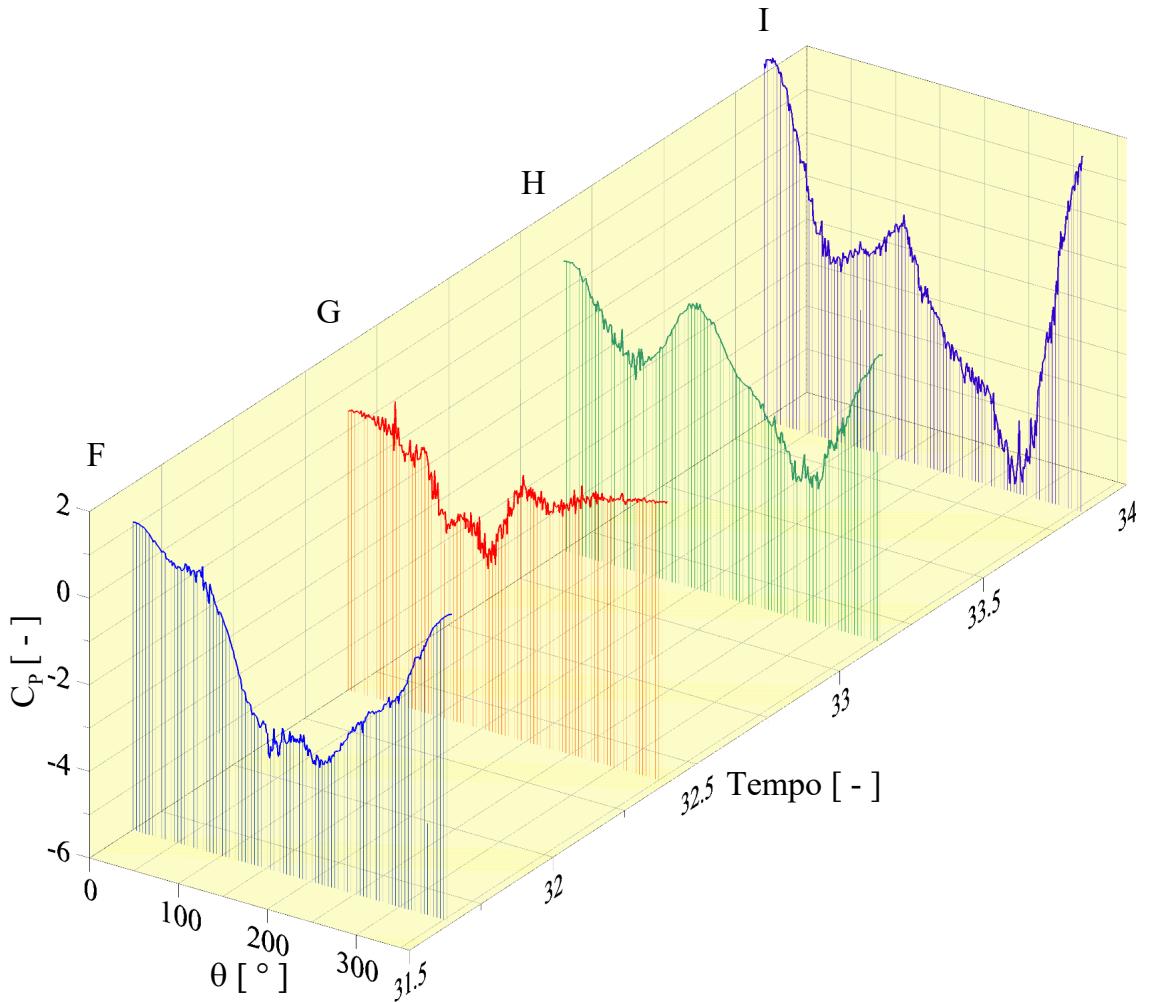


Figura 5.34 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão dos pontos F até I sobre a superfície discretizada do cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,34$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$, $f_0 = 0,04$ e $A = 0,13$).

Dessa forma, conclui-se que o aumento da rugosidade para $\varepsilon/D = 0,007$, em comparação com a superfície lisa, induz mudanças no padrão de formação da esteira de vórtices, embora o sistema permaneça em regime de *lock-in*. Tal comportamento evidencia a sensibilidade do escoamento às condições de contorno impostas pela superfície do corpo, mesmo quando o acoplamento entre a oscilação e o desprendimento de vórtices ainda se mantém.

5.2.4 Cilindro Circular com Freqüência de Oscilação $f_0 = 0,8$

Os casos com frequência de oscilação $f_0 = 0,8$ apresentam resultados expressivos em relação ao efeito da rugosidade na redução do arrasto sobre o cilindro. A Tabela 2 evidencia a diminuição do coeficiente de arrasto ao se comparar o cilindro liso com aquele que apresenta rugosidade relativa de $\varepsilon/D = 0,0045$, bem como o impacto de um aumento da rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0045$ para $\varepsilon/D = 0,007$. O coeficiente de arrasto apresentou uma redução superior a 9% na comparação entre os casos 13 e 16. As Figuras 5.35, 5.36 e 5.37 apresentam os gráficos de coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para a frequência $f_0 = 0,8$, considerando três condições de superfície: cilindro liso, com rugosidade relativa de $\varepsilon/D = 0,0045$ e de $\varepsilon/D = 0,007$.

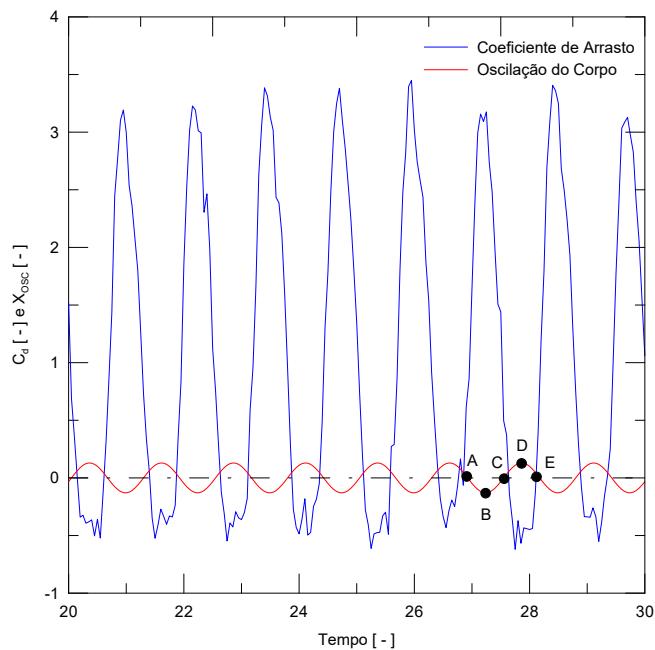


Figura 5.35 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular liso oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,001$, $Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

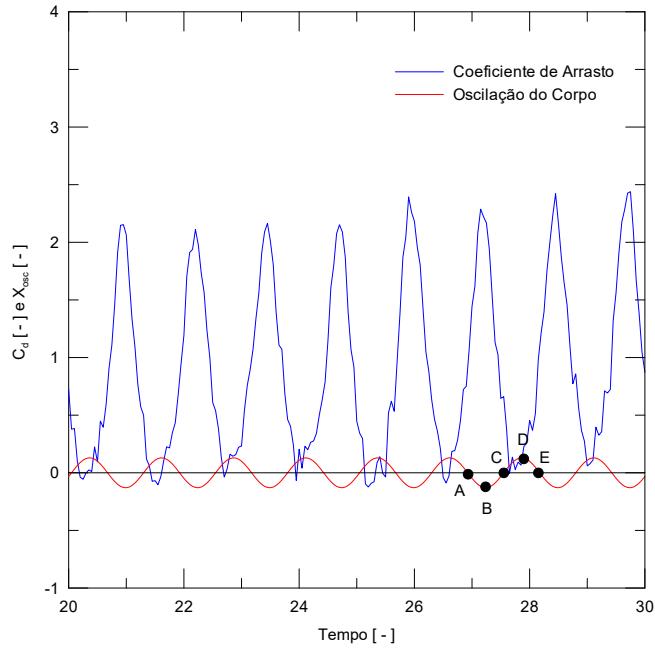


Figura 5.36 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,0045$ oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

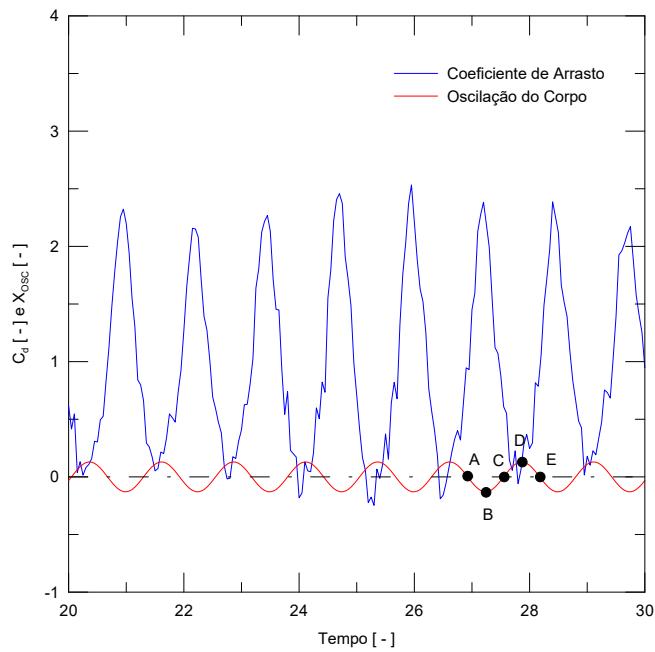


Figura 5.37 – Séries temporais do coeficiente de arrasto e oscilação do corpo para o cilindro circular rugoso $\varepsilon/D = 0,007$ oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

Esse resultado está em concordância com os resultados obtidos por Gao *et al.* [19], cuja análise demonstrou que, dentro de um intervalo limitado de números de Reynolds, o coeficiente de arrasto em cilindros rugosos apresenta uma redução acentuada em comparação ao cilindro liso, mesmo para baixos valores de rugosidade superficial. Com o aumento da rugosidade, o arrasto cresce rapidamente, atingindo seu valor máximo quando 0, 00843.

As esteiras de vórtices dos Casos 13, 15 e 16 no instante $t = 50$ são mostradas nas Figuras 5.38, 5.39 e 5.40. Ongoren e Rockwell [10] observaram que um cilindro submetido a oscilações forçadas com ângulo $\alpha = 0^\circ$ em relação ao escoamento livre apresenta competição entre modos simétricos e antissimétricos para frequências na faixa $f_0/f_s = 0,5$ a 1,0. Essa competição ocorre quando não há sincronização, resultando na coexistência dos dois modos. No presente estudo, esse regime não foi identificado para $f_0 = 0,8$. Por outro lado, essa mesma frequência forçada induz o modo caótico C-I em todos os casos de rugosidade relativa simulados, o mesmo modo identificado experimentalmente por Hu *et al.* [14] e ilustrado na Figura 5.41.

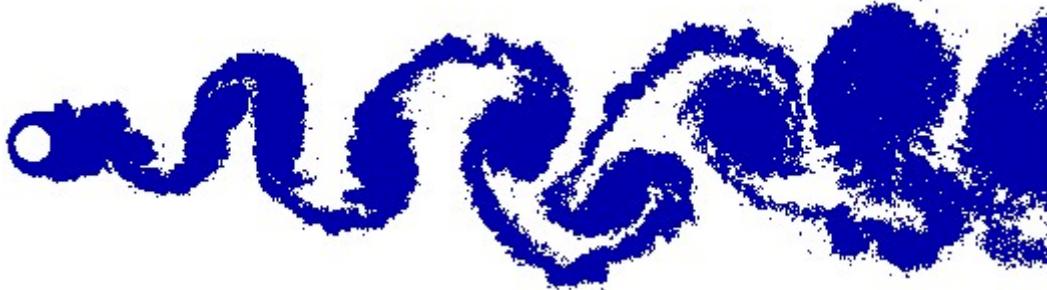


Figura 5.38 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular liso oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

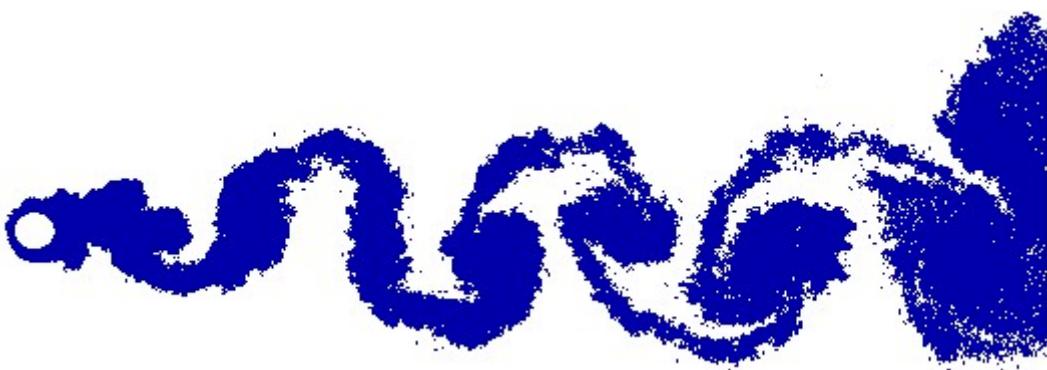


Figura 5.39 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,0045$) oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).

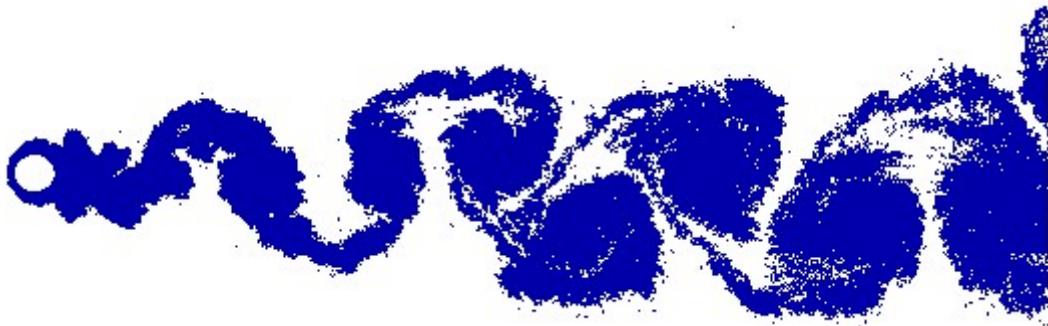


Figura 5.40 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular rugoso ($\varepsilon/D = 0,007$) oscilando *in-line* com frequência de oscilação forçada de $f_0 = 0,8$ ($M = 300, \Delta t = 0,05, \sigma_0 = 0,001, Re = 10^5$ e $A = 0,13$).



Figura 5.41 – Visualização experimental do modo caótico C-I para $Re = 360$. (Reproduzida de Hu *et al.* [14].)

Por fim, considera-se que o código computacional desenvolvido, baseado no Método de Vórtices Discretos (MVD) com acoplamento estrutural para vibração forçada e inclusão de efeitos de rugosidade superficial, foi capaz de reproduzir adequadamente os fenômenos analisados. Considerando número de Reynolds da ordem de 100.000, o modelo demonstrou habilidade em capturar alguns modos de sincronização observados experimentalmente para números de Reynolds inferiores a 1.000. Em determinadas configurações, a dessincronização também foi obtida com sucesso, o que evidencia o atendimento ao objetivo central desta Dissertação de Mestrado. Vale destacar que, embora os casos com frequência de oscilação $f_0 = 0,6$ não tenham sido apresentados neste trabalho, verificou-se que exibiram o mesmo comportamento observado para $f_0 = 0,8$.

Os resultados reforçam ainda a principal contribuição da Tese de Doutorado de Bimbato [33], a qual propôs um modelo de rugosidade superficial bidimensional mais sensível do que simples modelagens de turbulência. No presente trabalho, tais efeitos foram incorporados juntamente à análise de VIV forçada, alcançando resultados consistentes.

6 Conclusões e Sugestões de Trabalhos Futuros

O Capítulo 6 está organizado em duas seções principais. A primeira seção apresenta as conclusões mais significativas relacionadas aos efeitos do escoamento em torno de um cilindro circular que oscila forçadamente na direção do escoamento incidente. Para isso, utilizou-se o Método dos Vórtices Discretos, que permitiu o acoplamento hidrodinâmico com o modelo de vibração estrutural utilizado. Além disso, nesta análise foi considerado o efeito da rugosidade superficial do cilindro, que influenciou diretamente nos resultados da simulação. Na segunda seção, são apresentadas algumas sugestões para o desenvolvimento futuro dos estudos iniciados nesta Dissertação de Mestrado, que também só foi possível devido a trabalhos anteriores desenvolvidos no LMAML.

6.1 Conclusões

Esta Dissertação teve como objetivo analisar o fenômeno das Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV) em um cilindro circular bidimensional com rugosidade superficial, submetido a movimento oscilatório *in-line* em escoamento uniforme. Utilizou-se o Método de Vórtices Discretos (MVD), baseado em uma formulação puramente lagrangiana, eficiente para representar campos de vorticidade em escoamentos não permanentes de alto número de Reynolds ($Re = 10^5$), aproximando-se de cenários de interesse em engenharia.

A discretização do contorno do corpo foi realizada com $M = 300$ painéis planos, nos quais foram distribuídas fontes de densidade uniforme (condição de contorno de Neumann) e gerados vórtices de Lamb. Esses vórtices, com intensidade Γ_i , foram transportados de acordo com velocidades resultantes do escoamento livre, do movimento oscilatório do corpo e da interação mútua entre vórtices via Lei de Biot-Savart. A implementação do modelo foi feita em FORTRAN com paralelização via OPEN/MP, permitindo significativa redução no tempo computacional. O efeito viscoso foi incorporado pelo Método de Avanço Randômico.

O modelo acoplado fluido-estrutura utilizou um referencial inercial sobre o chão, possibilitando o cálculo do campo de velocidades e dos carregamentos hidrodinâmicos por meio da formulação integral da pressão, derivada de uma equação de Poisson para a pressão. O foco da análise foi o acoplamento entre vibração *in-line* e desprendimento de vórtices, observando os impactos no campo de pressões, no coeficiente de arrasto de forma e no número de Strouhal retirado desta curva.

A inclusão da rugosidade superficial ($\varepsilon/D = 0,001, 0,0045$ e $0,007$) demonstrou influências significativas na dinâmica de desprendimento de vórtices. Para frequências de excitação mais baixas, como $f_0 = 0,04$, a rugosidade foi determinante para a saída do regime de *lock-in*, indicando seu papel efetivo na modulação do acoplamento fluido-estrutura. O coeficiente de arrasto aumentou em mais de 9% na comparação entre os casos 1 ($\varepsilon/D = 0,000$) e 4 ($\varepsilon/D = 0,007$).

Em contrapartida, para frequências mais elevadas, como $f_0 = 0,8$, o sistema permaneceu em *lock-in* mesmo com a presença da rugosidade. Entretanto, observou-se uma redução no valor médio do coeficiente de arrasto, sugerindo que a rugosidade pode melhorar a eficiência aerodinâmica do sistema em certas condições, mesmo sem afetar o regime de sincronização. O coeficiente de arrasto diminuiu em mais de 9% na comparação entre os casos 13 ($\varepsilon/D = 0,000$) e 16 ($\varepsilon/D = 0,007$). Esses resultados mostram que a influência da rugosidade está fortemente associada à frequência de excitação, impactando diferentes aspectos da resposta hidrodinâmica do sistema.

As simulações também possibilitaram a identificação de diferentes modos de desprendimento de vórtices, mesmo em condições de alto número de Reynolds, em comparação com regimes observados experimentalmente para $Re < 1000$. Foram capturados o Modo AI para $f_0 = 0,04$, o Modo AIV para $f_0 = 0,20$ e um modo simétrico com coalescência de vórtices para $f_0 = 0,34$. Neste último caso, verificou-se que a introdução de rugosidade na superfície do cilindro alterou o padrão de desprendimento, promovendo a transição do modo simétrico para o Modo AIV com coalescência de vórtices ($\varepsilon/D = 0,007$). Além disso, para a frequência forçada $f_0 = 0,80$, foi observado de forma consistente o Modo Caótico C-I em todos os níveis de rugosidade analisados. Algumas divergências entre os resultados simulados e dados experimentais são atribuídas principalmente à ausência de tridimensionalidade na formulação bidimensional e à diferença entre os valores do número de Reynolds. Ainda assim, os padrões globais de desprendimento, os mecanismos de acoplamento fluido-estrutura e as transições modais foram bem representados, evidenciando a capacidade do MVD em capturar com boa fidelidade os fenômenos de VIV, incluindo-se com sucesso os efeitos de rugosidade superficial.

Conclui-se que este trabalho atinge seu objetivo de contribuir para a compreensão dos efeitos combinados de rugosidade e vibração forçada *in-line* em corpos rombudos submetidos a escoamentos uniformes. A abordagem numérica demonstrou robustez e eficiência para análise dos regimes de desprendimento de vórtices em condições de número de Reynolds elevado. O modelo desenvolvido constitui uma base importante para futuras extensões tridimensionais e aplicações em cenários mais complexos, como troca de calor, interação com o solo, múltiplos corpos ou rugosidade distribuída de forma não uniforme.

6.2 Sugestões Para Trabalhos Futuros

Com base nos resultados obtidos e nas características assumidas para o presente modelo, diversas direções podem ser exploradas com o objetivo de aprofundar a compreensão dos fenômenos relacionados à interação fluido-estrutura em corpos submetidos a vibração *in-line* e à presença de rugosidade superficial.

Uma possível extensão deste estudo consiste na análise do chamado efeito solo, por meio da aproximação do cilindro a uma parede inferior fixa. Alternativamente, pode-se considerar a presença de duas paredes paralelas, simulando o efeito de bloqueio, como em túneis de vento ou canais de recirculação de água. Essa configuração permitiria investigar como a proximidade com o solo altera os padrões de desprendimento de vórtices, as forças hidrodinâmicas atuantes e o campo de recirculação, sendo especialmente relevante para aplicações práticas como *risers* submarinos, pilares de pontes e estruturas de suporte próximas ao fundo.

Outra linha promissora de pesquisa envolve a consideração de múltiplos corpos no domínio, com a introdução de cilindros adicionais dispostos em arranjos do tipo *tandem*, lado a lado ou escalonados. A interação entre as esteiras geradas por diferentes corpos pode resultar em modos oscilatórios mais complexos, como sincronização cruzada, interferência de vórtices e amplificação das forças fluidodinâmicas, com impacto direto em aplicações como trocadores de calor, estruturas *offshore*, cabos de torres de transmissão de energia elétrica e sistemas de ventilação urbana.

Além dos aspectos puramente dinâmicos, é possível ampliar o escopo físico do modelo incorporando efeitos térmicos, por meio da análise da transferência de calor entre o corpo e o escoamento. Para isso, seria necessário implementar uma nuvem de partículas de temperatura, possibilitando também a resolução da equação de energia. Essa abordagem permitiria simulações de convecção forçada em corpos oscilantes e rugosos, contribuindo para aplicações em engenharia térmica, resfriamento de componentes eletrônicos e processos industriais com trocas de calor. Trabalhos anteriores, como o de Carvalho [46], já exploraram essa metodologia no contexto de um cilindro estacionário, oferecendo uma base sólida para a futura integração entre fenômenos térmicos e dinâmicos em geometrias sujeitas a vibração induzida pelo escoamento. A incorporação desses efeitos ao modelo atual representa um avanço importante na direção de uma modelagem multifísica mais abrangente e realista.

Um desdobramento natural e relevante do presente modelo consiste na substituição da oscilação forçada por um sistema de base elástica, representado por um modelo massa-mola-amortecedor. Essa modificação permite a simulação de vibrações induzidas livremente pelo escoamento, caracterizando fenômenos de VIV (Vórtice Induzindo Vibração) com graus de liberdade estruturais. Tal abordagem contribui para uma representação mais

realista da interação fluido-estrutura, refletindo condições frequentemente encontradas em aplicações da engenharia civil, naval e aeroespacial. Nesse contexto, ressalta-se que já foram realizados testes iniciais no Laboratório de Modelagem e Algoritmos de Métodos Lagrangianos (LMAML) com um modelo numérico de VIV *in-line* baseado em base elástica. O autor deste trabalho desenvolveu esse programa computacional com capacidade de simular o acoplamento fluido-estrutura a partir de parâmetros físicos fundamentais, como massa reduzida, velocidade reduzida e fator de amortecimento. Essa formulação permite explorar regimes nos quais ocorre transferência de energia do fluido para a estrutura, possibilitando análises em diferentes condições. Os resultados preliminares obtidos demonstram o potencial da ferramenta como base para validações experimentais e futuras extensões da modelagem.

Outra possibilidade de extensão relevante refere-se à investigação mais aprofundada dos efeitos da rugosidade superficial sobre o escoamento. Conforme discutido por Achenbach [47], a presença de rugosidades pode provocar um aumento percentual significativo no coeficiente de arrasto de atrito (viscoso), alterando substancialmente a distribuição de forças hidrodinâmicas sobre o corpo. A incorporação sistemática desses efeitos no modelo atual permitiria avaliar como diferentes configurações de rugosidade influenciam o desprendimento de vórtices, a dinâmica das oscilações e os regimes de transferência de energia.

Outro aspecto relevante diz respeito ao tempo de simulação dos casos analisados. Conforme demonstrado, os resultados numéricos obtidos apresentaram, de modo geral, boa concordância com os dados experimentais utilizados para validação. A aplicação de computação paralela na determinação da interação vórtice-vórtice permitiu aumentar a quantidade de vórtices discretos e reduzir o passo de tempo, contribuindo para maior precisão das simulações. Estas foram executadas em um computador com CPU Intel Core i9-13900KF, 3,00 GHz, 32 threads e cache L2 de 32 MB, sendo que cada caso de teste demandou aproximadamente 60 horas de tempo de processamento. Como aprimoramento futuro, pretende-se implementar o algoritmo utilizando a tecnologia CUDA, o que possibilitará maior resolução nas simulações, redução do tempo de CPU e a viabilização de simulações com maior duração temporal.

Essas propostas de continuação oferecem caminhos promissores para expandir a metodologia desenvolvida neste trabalho, permitindo investigar uma gama mais ampla de fenômenos associados ao escoamento em regime transitório, ao acoplamento fluido-estrutura e à presença de rugosidade superficial, especialmente em condições de alto número de Reynolds e cenários com maior complexidade geométrica e física.

Referências Bibliográficas

- 1 GERRARD, J. H. The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. *J. Fluid Mech.*, v. 25, n. 2, p. 401–413, 1966.
- 2 DYKE, M. V. *An Album of Fluid Motion*. Stanford: Parabolic Press, 1982.
- 3 SUMER, B. M.; FREDØE, J. Hydrodynamics around cylindrical structures. *Advanced Series on Ocean Engineering*, v. 26, p. 550p, 2006.
- 4 THOMSON, W. *Teoria da vibração com aplicações*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- 5 PARKINSON, G. Phenomena and modelling of flow-induced vibration of bluff bodies. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 26, p. 169–224, 1989.
- 6 BISHOP, R.; HASSAN, A. The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid. *Proceedings Royal Society*, v. 277, p. 51–75, 1964.
- 7 KOOPMAN, G. H. The vortex wakes of vibrating cylinders at low reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, v. 28, p. 501–512, 1967.
- 8 WILLIAMSON, C. H. K.; ROSHKO, A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *J. Fluids and Structures*, v. 2, p. 355–381, 1988.
- 9 MENEGHINI, J. R.; BEARMAN, P. W. Numerical simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, v. 9, p. 435–455, 1995.
- 10 ONGOREN, A.; ROCKWELL. Flow structure from an oscillating cylinder – part 2: Mode of competition in the near wake. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 191, p. 225–245, 1988.
- 11 YOKOI, Y.; KAMEMOTO, K. Vortex shedding from an oscillating circular cylinder in a uniform flow. *Experimental Thermal and Fluid Science*, v. 8, p. 121–127, 1994.
- 12 SIQUEIRA, B. O. P. S. *Formação de Vórtices em um Corpo que Oscila na mesma Direção do Escoamento Incidente*. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Engenharia Mecânica, UNIFEI, 2011.
- 13 MARTINS, D. S. *Regimes de Formação de Vórtices em um Cilindro Circular que Oscila Forçadamente com até Dois Graus de Liberdade*. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Engenharia Mecânica, UNIFEI, 2017.
- 14 HU, Z. e. a. Wake modes behind a streamwisely oscillating cylinder at constant and ramping frequencies. *Journal of Visualization*, v. 22, n. 3, p. 505–527, 2019.
- 15 RASHIDI, S.; HAYATDAVOODI, M.; ESFAHANI, J. A. Vortex shedding suppression and wake control: A review. *Ocean Engineering*, v. 126, p. 57–80, 2016. ISSN 0029-8018.

- 16 NIKURADSE, J. *Strömungsgesetze in Rauhen Rohren*. [S.l.]: V. D. I. v 361, 1933.
- 17 ACHENBACH, E.; HEINECKE, E. On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics.*, v. 109, p. 239–251, 1981.
- 18 FAGE, A.; WARSAP, J. H. The effects of turbulence and surface roughness on the drag of a circular cylinder. *Brit. Aeronautical Research Council, Rep and Memo 1283.*, 1929.
- 19 GAO, Y. et al. Experimental study of the effects of surface roughness on the vortex induced vibration response of a flexible cylinder. *Ocean Engineering*, v. 103, p. 40–54, 2015.
- 20 SUN, C. e. a. On the study of vortex-induced vibration of circular cylinders covered with different roughness. *Applied Ocean Research*, 2022.
- 21 HAN, X. e. a. Surface roughness effects on a tensioned riser vortex-induced vibration in the uniform current. *Applied Ocean Research*, 2022.
- 22 PANTON, R. *Incompressible flow*. [S.l.]: John Wiley and Sons., 1984.
- 23 CHORIN, A. Numerical study of slightly viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 57, p. 785 – 796, 1973.
- 24 KATZ, J.; PLOTKIN, A. *Low Speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods*. [S.l.]: McGraw Hill, 1991.
- 25 FERZIGER, J. H. *Numerical Methods for Engineering Application*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1981.
- 26 LEWIS, R. I. *Vortex Element Method for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems*. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1991.
- 27 LEONARD, A. Vortex methods for flow simulation. *Journal of Computational Physics*, v. 37, n. 3, p. 289–335, 1980.
- 28 KAMEMOTO, K. On contribution of advanced vortex element methods toward virtual reality of unsteady vortical flows in the new generation of cfd. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.*, XXVI, n. 4, p. 368–378, 2004.
- 29 GREENGARD, C. The core spreading vortex method approximates the wrong equation. *Journal of Computational Physics*, v. 61, n. 2, p. 345–348, 1985.
- 30 ROSSI, L. Resurrecting core spreading vortex methods: A new scheme that is both deterministic and convergent. *Siam Journal on Scientific Computing*, v. 17, 03 1996.
- 31 OGAMI, Y.; AKAMATSU, T. Viscous flow simulation using the discrete vortex model – the diffusion velocity method. *Computers & Fluids*, v. 19, p. 433–441, 1991.

32 ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. *Simulação Numérica do Escoamento ao Redor de Perfis Aerodinâmicos Montados em Grades Lineares de Turbomáquinas Utilizando o Método de Vórtices Discretos*. Tese (Doutorado) — Instituto de Engenharia Mecânica, UNIFEI, 2002.

33 BIMBATO, A. M. *Estudo de Escoamentos Turbulentos em torno de um Corpo Rombudo de Superfície Hidráulicamente Lisa ou Rugosa Utilizando o Método de Vórtices Discretos*. Tese (Doutorado) — Instituto de Engenharia Mecânica, UNIFEI, 2012.

34 SHINTANI, M.; AKAMATSU, T. Investigation of two dimensional discrete vortex method with viscous diffusion model. *Computational Fluid Dynamics Journal*, v. 3, n. 2, p. 237–254, 1994.

35 CHIARADIA, T. R. et al. Study of vortex-temperature interactions applied for aircraft wake vortices in vicinity of heated ground plane: The advection problem solution using different schemes to integrate the particles trajectory. In: *Proceedings of the 20th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering (ENCIT 2024)*. Foz do Iguaçu, PR, Brazil: ABCM, 2024. Paper ENC-2024-0117.

36 CHIARADIA, T. R. et al. A contribution to the temperature particles method—implementation of a large-eddy simulation (les) model for the temperature field. *Applied Sciences*, MDPI, v. 15, n. 8, p. 4122, 2025. Published: 9 April 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/app15084122>>.

37 MÉTAIS, O.; LESIEUR, M. Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 239, p. 157–194, 1992.

38 SILVEIRA NETO, A. et al. A numerical investigation of the coherent vortices in turbulence behind a backward-facing step. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 256, p. 1–25, 1993.

39 BOUSSINESQ, J. *Essai sur la théorie des eaux courantes*. [S.l.]: Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences, 1877. v. 23. 1-680 p.

40 OGAMI, Y. General circulation experiments with the primitive equations 1. the basic experiment. *Mon. Weather Rev.*, v. 91, p. 99–164, 1963.

41 CHOLLET, J. P.; LESIEUR, M. Parameterization of small scales of three-dimensional isotropic turbulence utilizing spectral closures. *J. Atmos. Sci.*, v. 38, p. 2747–2757., 1981.

42 BATCHELOR, G. K. *The Theory of Homogeneous Turbulence*. UK: Cambridge University Press, 1953.

43 BIMBATO, A. M.; PEREIRA, L. A. A.; HIRATA, M. H. Study of the vortex shedding flow around a body near a moving ground. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 99, p. 7–17, 2011.

44 RICCI, J. E. R. *Simulação Numérica do Escoamento ao Redor de um Corpo de Forma Arbitrária, Estacionado nas Immediâncias de uma Superfície Plana, com o Emprego do Método de Vórtices*. Tese (Doutorado) — Instituto de Engenharia Mecânica-Universidade Federal de Itajubá, 2002.

45 BLEVINS, R. D. *Applied Fluid Dynamics Handbook*. New York, N.Y.: Van Nostrand Reinhold Co., 1984.

46 CARVALHO, G. F. *Investigação do Escoamento ao redor de um Corpo Rombudo de Parede Hidráulicamente Rugosa e que Troca Calor com o Meio Fluido: Simulação Numérica Utilizando o Método de Partículas de Temperatura*. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Engenharia Mecânica, UNIFEI, 2025.

47 ACHENBACH, E. Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 46, p. 321–335, 1971.

48 NOTAS de aula da disciplina Dinâmica da Vorticidade (MMF11). 2025. Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, UNIFEI.

APÊNDICE A – Vórtice Discreto de Lamb

O modelo de vórtice discreto de Lamb descreve uma distribuição contínua de vorticidade (ω) e velocidade tangencial induzida (u_θ), válida em todo o domínio. Essa distribuição satisfaz a equação de difusão da vorticidade, conforme discutido na disciplina de Dinâmica da Vorticidade (MMF11), ministrada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI) [48].

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) \quad (\text{A.1})$$

A solução da equação acima, para um domínio infinito, é dada por (Kundu, 1990):

$$\omega(r, t) = \frac{\Gamma_j}{\pi \sigma^2} \exp \left(-\frac{r_{kj}^2}{\sigma^2} \right) \quad (\text{A.2})$$

Sendo o parâmetro σ definido como:

$$\sigma = \sqrt{4\nu t} \quad (\text{A.3})$$

A velocidade tangencial induzida pela vorticidade é expressa por:

$$u_\theta^{kj} = \frac{\Gamma_j}{2\pi r_{kj}} \left[1 - \exp \left(-\frac{r_{kj}^2}{\sigma^2} \right) \right] \quad (\text{A.4})$$

O valor de r que maximiza essa velocidade é obtido derivando-se a equação acima em relação a r_{kj} e igualando-a a zero (Musto, 1998). O ponto de máximo ocorre quando:

$$\frac{r_{kj}}{\sigma} = 1,12091 \quad \Rightarrow \quad r_{\max} = 1,12091 \sigma \quad (\text{A.5})$$

Logo, no ponto de máxima velocidade tangencial, temos:

$$u_{\theta_{\max}}^{kj} = -0,71533 \frac{\Gamma_j}{2\pi r_{\max}} \quad (\text{A.6})$$

Define-se o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb, σ_{0N} , como:

$$\sigma_{0N} = 2r_{\max} \quad (\text{A.7})$$

Esse valor foi definido de forma a minimizar a diferença entre as velocidades induzidas pelo modelo de Lamb e pelo vórtice potencial, com erro em torno de 0,6%.

Relacionando a equação anterior com uma forma adimensional usando o tempo Δt , temos:

$$r_{\max} = 2,24182 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re}} \quad (\text{A.8})$$

Assim, obtemos a equação final para o cálculo de σ_{0N} :

$$\sigma_{0N} = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re}} \quad (\text{A.9})$$

Contudo, simulações numéricas mostram que esse valor nominal de σ_{0N} pode depender da malha e da discretização da fronteira sólida. Portanto, um procedimento de calibração é recomendado:

- (i) Definir Δt e Re ;
- (ii) Determinar o número de painéis planos para discretizar a fronteira sólida;
- (iii) Escolher o tipo de singularidade a ser distribuída nos painéis;
- (iv) Realizar simulações numéricas com diferentes valores de σ_0 ;
- (v) Ajustar σ_0 comparando os resultados numéricos com dados experimentais.

Neste estudo, o ajuste foi feito para o escoamento subcrítico ($Re = 1,0 \times 10^5$) ao redor de um cilindro circular, usando 300 painéis e $\Delta t = 0,05$. O valor ideal encontrado foi:

$$\sigma_0 = 0,001$$

Esse valor é utilizado para todas as simulações com o cilindro, independentemente da rugosidade superficial ou efeito do solo.

Quando o modelo de rugosidade exige ajuste do raio do núcleo em função do Reynolds local, define-se o fator de controle χ como:

$$\chi = \frac{\sigma_0}{\sigma_{0N}} \quad (\text{A.10})$$

Aplicando isso ao presente trabalho:

$$\sigma_0 = 1,00 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_{0N} = 4,48364 \sqrt{\frac{5,0 \times 10^{-2}}{1,0 \times 10^5}} = 3,17 \times 10^{-3}$$

$$\chi = \frac{1,00 \times 10^{-3}}{3,17 \times 10^{-3}} = 3,15 \times 10^{-1} \quad (\text{A.11})$$

Para calcular a velocidade tangencial com o raio ajustado σ_0 , usa-se:

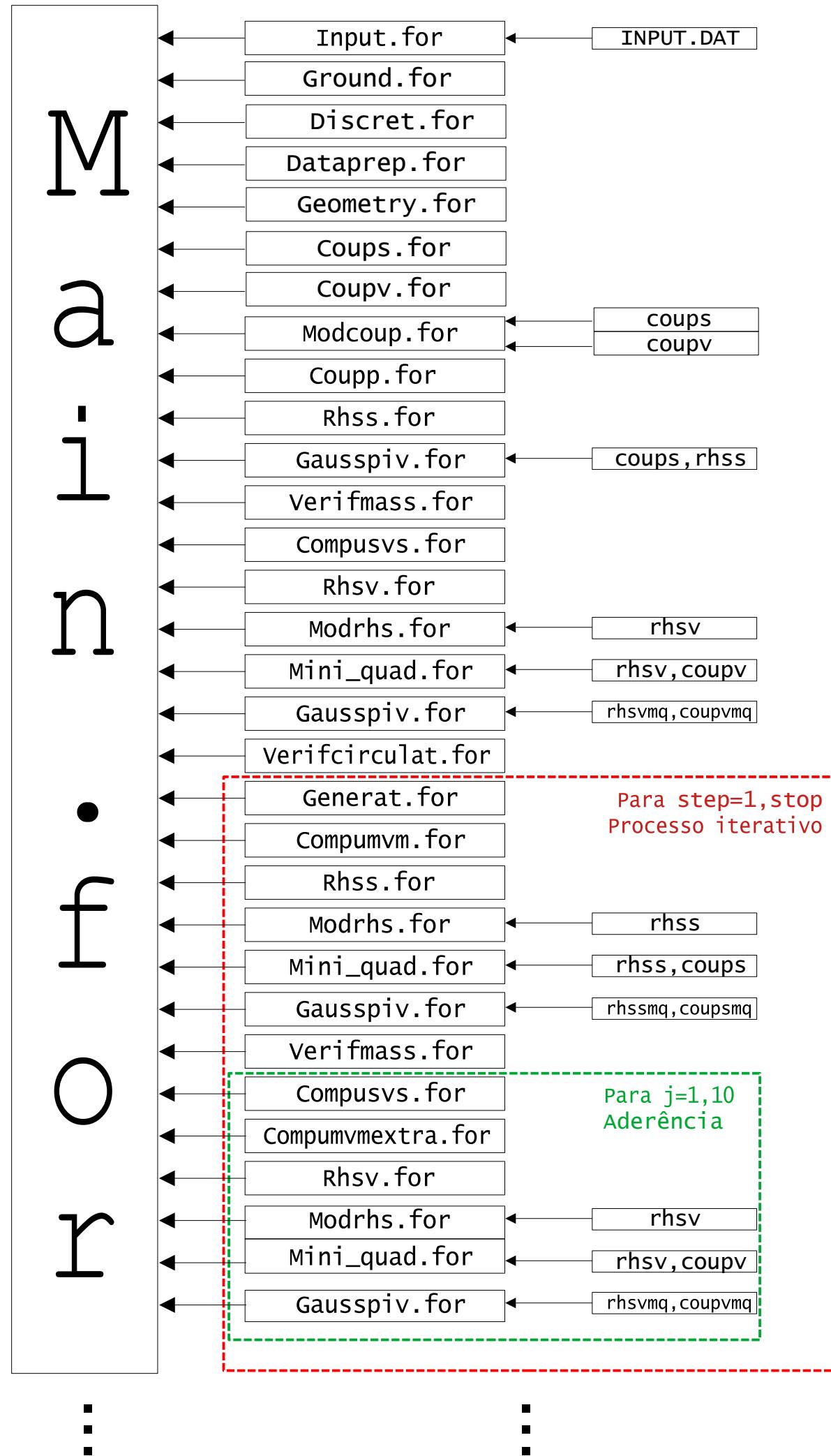
$$u_\theta^{kj} = \frac{\Gamma_j}{2\pi r_{kj}} \left[1 - \exp \left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2} \right) \right] \quad (\text{A.12})$$

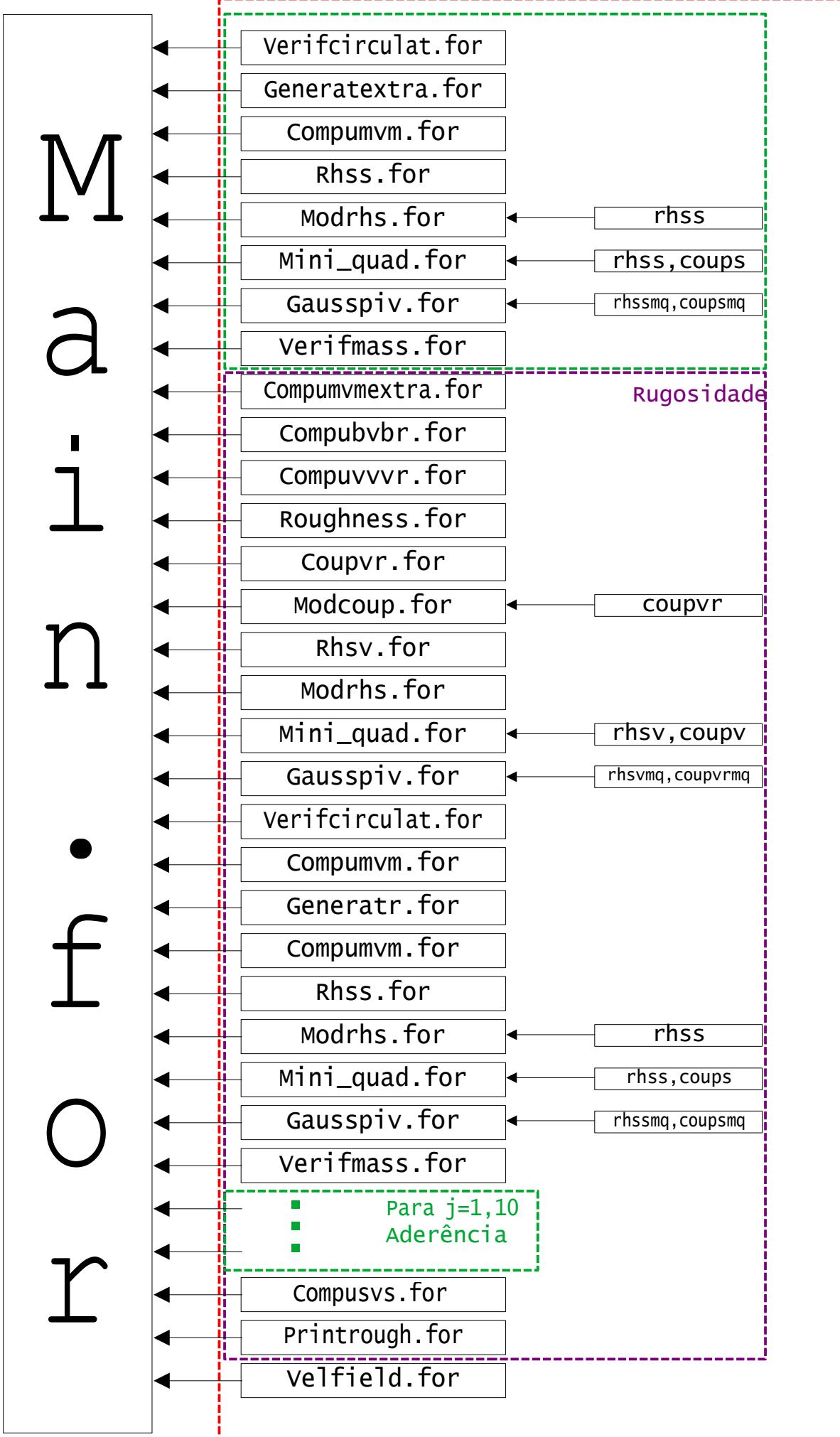
Esse modelo evita singularidades, mas seu termo exponencial aumenta o custo computacional. Assim, usa-se esta equação apenas quando $r_{kj} < \sigma_0$.

APÊNDICE B – Fluxograma do Programa Principal

A simulação da oscilação forçada de um cilindro é uma ferramenta essencial para estudar a interação entre o corpo em movimento e o escoamento ao seu redor. No programa principal representado neste fluxograma, a amplitude e a frequência da oscilação são definidas logo na rotina de entrada, permitindo a configuração de diferentes cenários dinâmicos com facilidade. O código foi estruturado de forma modular, ou seja, dividido em rotinas independentes, cada uma responsável por uma tarefa específica, o que facilita a leitura, o desenvolvimento e futuras modificações. A rotina *oscillation* implementa o modelo de oscilação forçada, controlando o movimento do cilindro ao longo do tempo, enquanto as rotinas *advec* e *diffus* representam, respectivamente, o transporte dos vórtices discretos por advecção e a difusão desses vórtices por meio de deslocamentos randômicos. Também foram incluídas rotinas de turbulência, que, com base em um modelo de estruturas de velocidade, permitiram representar a dissipação de energia no escoamento.

Outra rotina importante a se destacar é a *reflect*, responsável por refletir vórtices discretos que possam adentrar o cilindro, garantindo que a simulação respeite a fronteira sólida do corpo. Uma melhoria relevante nesta versão do programa é a inclusão de um modelo de rugosidade na superfície do cilindro, permitindo considerar os efeitos da rugosidade sobre o padrão de escoamento e sobre as forças atuantes, como arrasto e sustentação, o que torna a simulação mais representativa das condições físicas reais. O fluxograma a seguir mostra a sequência lógica dessas etapas dentro do programa principal, desde a leitura dos parâmetros iniciais até os cálculos realizados em cada passo de tempo da simulação.





M
a
i
n
•
f
O
r

