

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Estudo Numérico de Vibrações Induzidas por
Interferência de Esteira e Efeito de Rugosidade
no Arranjo de Dois Cilindros Alinhados**

Autor: Victor Hugo Gava Filho

Orientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira

Itajubá, julho de 2026

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Estudo Numérico de Vibrações Induzidas por
Interferência de Esteira e Efeito de Rugosidade
no Arranjo de Dois Cilindros Alinhados**

Autor: Victor Hugo Gava Filho

Orientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira

Curso: Mestrado em Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, julho de 2026
MG Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Estudo Numérico de Vibrações Induzidas por
Interferência de Esteira e Efeito de Rugosidade
no Arranjo de Dois Cilindros Alinhados**

Autor: Victor Hugo Gava Filho

Orientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Gustavo Adolfo Ronceros Rivas - UNILA

Prof.^a Dr.^a Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva - UNIFEI

Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho - UNIFEI

Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Orientador) UNIFEI

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, Victor Hugo Gava e Arlete Dias Gava, por todo apoio, incentivo e dedicação ao longo da minha trajetória. A vocês, minha gratidão por sempre acreditarem em mim e por serem base fundamental em minha formação pessoal e acadêmica.

Dedico também à minha namorada, Alyne Taynara Machado Silva, por estar sempre ao meu lado, pelo companheirismo, apoio e incentivo nos momentos mais importantes desta caminhada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e aos meus pais, Victor Hugo Gava e Arlete Dias Gava, pelo apoio incondicional, pelos ensinamentos e por todo o incentivo durante minha formação. A presença e o suporte de vocês foram fundamentais para que eu pudesse chegar até esta etapa.

À minha namorada, Alyne Taynara Machado Silva, pelo companheirismo, paciência, apoio e incentivo ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Sua presença foi muito importante nos momentos de dificuldade e também nas conquistas alcançadas durante esta caminhada.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira, pela orientação, confiança, disponibilidade e pelos ensinamentos transmitidos ao longo do Mestrado. Agradeço pelas contribuições para meu desenvolvimento acadêmico, científico e profissional, bem como pelo incentivo constante durante a realização desta pesquisa.

Aos colegas do Laboratório de Modelagem e Algoritmos de Métodos Lagrangianos (LMAML), do Instituto de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá, pelo convívio, pelas discussões técnicas, pelo apoio e pelas contribuições ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

À Universidade Federal de Itajubá, ao Instituto de Engenharia Mecânica e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, pela oportunidade de realização deste curso de mestrado e pela infraestrutura disponibilizada.

À FAPEMIG pela concessão da bolsa de estudos do Mestrado e pela concessão de recursos financeiros (Processo APQ-01246-23), que contribuíram para o fortalecimento da infraestrutura computacional no Laboratório de Modelagem e Algoritmos de Métodos Lagrangianos (LMAML) do IEM/UNIFEI; sem esta infraestrutura computacional os resultados numéricos desta Dissertação de Mestrado não poderiam ser obtidos.

RESUMO

Uma versão puramente lagrangiana do Método de Vórtices Discretos (MVD) com modelo de rugosidade é aplicada para a simulação numérica do escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente ao redor de um par de cilindros idênticos alinhados com o escoamento incidente. O cilindro a jusante é posicionado na região da esteira do cilindro a montante para espaçamento centro a centro entre os dois cilindros de $L=5D$ (D é o diâmetro do cilindro). Este espaçamento é maior do que o espaçamento crítico de $L/D=4$, conhecido como regime biestável para dois cilindros imóveis, onde dois valores de coeficiente de arrasto são identificados para dois padrões de escoamento diferentes, isto é, escoamento com recolamento de camada limite no cilindro a jusante e escoamento com descontinuidade na curva do coeficiente de arrasto do mesmo cilindro (mudança de um valor negativo para um valor positivo). Neste trabalho, o cilindro a jusante é forçado a oscilar na direção transversal imerso na esteira do cilindro estacionário a montante para investigar o regime de Vibração por Interferência de Esteira (WIV) com número de Reynolds $Re=6,5 \times 10^4$. WIV é um fenômeno resultante da interação entre a esteira do cilindro a montante e a estrutura flexível a jusante, tal que o cilindro vibra sobre uma ampla faixa de velocidade e, adicionalmente, a força de sustentação não está sincronizada com o movimento do corpo. A amplitude de oscilação é fixada em $A/D=0,15$ e a velocidade reduzida é adotada como $V_R=5$. O fenômeno de WIV aparece combinado com um regime de ressonância, onde o cilindro apresenta comportamento típico de *lock-in* de cilindro único. Para $L/D=5$, o regime de ressonância é capturado de forma individual sem incluir efeitos de rugosidade. A principal contribuição do presente trabalho é mostrar que uma variação no efeito de rugosidade da superfície do cilindro a jusante dessincroniza os regimes de VIV e WIV, e também promove transição entre eles.

Palavras-chave: Cilindros circulares; Vibração por interferência de esteira; Vibração forçada; Efeito de rugosidade; Cargas fluidodinâmicas; Dinâmica lagrangiana.

ABSTRACT

A purely Lagrangian Discrete Vortex Method (DVM) with a roughness model is employed to numerically simulate the two-dimensional, incompressible, unsteady flow around two tandem circular cylinders of equal diameter immersed in an incident flow. The downstream cylinder is located in the wake interference region of the upstream one for streamwise center-to-center distance between two cylinders of $L=5D$ (D is the cylinder diameter). The streamwise spacing ratio $L/D=5$ is greater than the critical spacing $L/D=4$, the latter characterizes the known bistable flow for two immovable cylinders, where two values of drag coefficient are identified for two different flow patterns; namely, reattachment-flow and jump-flow regimes for the downstream cylinder. In this work, the downstream cylinder is forced to vibrate transversely in the wake of another fixed tandem cylinder aiming to investigate a regime of Wake-Induced Vibration (WIV) at $Re=6.5 \times 10^4$. The literature has reported that WIV is a phenomenon resulting from the interaction between the incoming wake and the downstream flexible structure, in which the downstream cylinder vibrates significantly over a wide range of reduced velocities and, additionally, the cross-flow fluid force is not in phase with the body's motion. The non-dimensionalized vibration amplitude is fixed at $A/D=0.15$ and the reduced velocity is adopted as $V_R=5$. The phenomenon of WIV appears combined with a resonant regime, in which the downstream cylinder vibrates at the resonant velocity similar to the Vortex-Induced Vibration (VIV) of a single cylinder. For the streamwise spacing ratio of $L/D=5$, the individual resonant regime is captured for both smooth surfaces. The main contribution of the present research is to show that the variation of downstream cylinder roughness desynchronizes the VIV and WIV regimes, and also promotes transition between them.

Keywords: Circular cylinders; Wake-induced vibration; Forced vibration; Roughness effects; Aerodynamic loads; Lagrangian description.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	vi
LISTA DE TABELAS.....	x
SIMBOLOGIA	xi
LETRAS LATINAS	xi
LETRAS GREGAS	xiii
SOBRESCRITOS	xiv
SUBSCRITOS.....	xiv
ABREVIATURAS	xiv
SIGLAS	xv
 CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO	 1
1.1 Motivações e justificativas	1
1.2 Objetivos do trabalho	6
1.3 Metodologia.....	7
1.4 Estrutura do trabalho	9
 CAPÍTULO 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	 11
2.1 Mecanismo de formação de vórtices	11
2.2 O escoamento ao redor de um cilindro circular estacionário	13
2.3 Arranjo de dois cilindros circulares idênticos estacionários e alinhados com a direção do escoamento incidente.....	19
2.4 Cilindro circular único oscilando na direção transversal ao escoamento incidente	27
2.5 Cilindro circular à jusante oscilando transversalmente na esteira de um cilindro circular estacionário à montante	34
2.6 Método de vórtices discretos com modelo de rugosidade	41
 CAPÍTULO 3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA.....	 46
3.1 Introdução.....	46
3.2 Geometria do problema e definições	46
3.3 Hipóteses assumidas	48
3.4 Equações governantes e condições de contorno.....	49
3.5 Adimensionalização do problema	52
3.6 Equação do transporte da vorticidade.....	55

3.7 Campo de pressões	56
3.8 Modelagem de turbulência	57
3.8.1 Filtragem das equações governantes	58
3.8.2 Modelagem da turbulência	59

CAPÍTULO 4. MÉTODO DE SOLUÇÃO: O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS COM MODELO DE RUGOSIDADE

4.1 Introdução	63
4.2 Método de painéis.....	64
4.3 Geração de vórtices discretos de Lamb com efeito de rugosidade.....	68
4.4 Cálculo do campo de velocidades	72
4.5 Cálculo das cargas aerodinâmicas atuantes	74
4.6 Algoritmo de separação da parte viscosa da equação do transporte da vorticidade.....	76
4.7 Problema da advecção	76
4.8 Problema da difusão e modelagem de turbulência	77
4.9 Detalhes finais do algoritmo.....	80

CAPÍTULO 5. ANÁLISE DE RESULTADOS.....

5.1 Introdução	82
5.2 Cilindro circular único e estacionário.....	85
5.3 Cilindro circular à jusante oscilando na direção transversal sem e com efeito de rugosidade.....	91
5.3.1 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente sem efeito de rugosidade $\varepsilon/d = 0,0000$	92
5.3.2 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente com efeito de rugosidade $\varepsilon/d = 0,0010$	97
5.3.3 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente com efeito de rugosidade $\varepsilon/d = 0,0045$	103
5.3.4 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente com efeito de rugosidade $\varepsilon/d = 0,0070$	109
5.3.5 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente com efeito de rugosidade $\varepsilon/d = 0,0100$	115
5.3.6 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente com efeito de rugosidade $\varepsilon/d = 0,0200$	121

CAPÍTULO 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS....

6.1 Introdução	128
6.2 Conclusões.....	128
6.3 Sugestões para trabalhos futuros	131
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	134
APÊNDICE A	140
Modelo do vórtice discreto de Lamb.....	140

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Exemplos de problemas práticos com interferência de escoamento.....	2
Figura 2.1 Mecanismo de formação de vórtices. (Reproduzida de Gerrard (1966))......	13
Figura 2.2 Escoamento ao redor de um cilindro estacionário sem separação (VAN DYKE, 1982)......	14
Figura 2.3 Vórtices estacionários a jusante de um cilindro - $Re=26$ (VAN DYKE, 1982). ...	15
Figura 2.4 Esteira laminar a jusante de um cilindro - $Re=105$ (VAN DYKE, 1982).	15
Figura 2.5 Esteira de um cilindro estacionário - $Re=10.000$ (VAN DYKE, 1982).	17
Figura 2.6.a Variação do número de Strouhal em função do número de Reynolds. (adaptada de SUMER e FREDSE, 2006)......	17
Figura 2.6.b Regimes de escoamento ao redor de um cilindro com superfície lisa com escoamento incidente permanente (adaptada de SUMER e FREDSE, 2006)......	17
Figura 2.7 Configuração de dois cilindros <i>in tandem</i> (adaptada de IGARASHI, 1981)......	20
Figura 2.8 Estruturas esbeltas e circulares de aplicação de engenharia com configuração <i>in tandem</i> (Imagem elaborada pelo autor).	20
Figura 2.9 Classificação dos padrões de escoamento, com número de Reynolds em função do espaçamento entre os cilindros <i>in tandem</i> (adaptada de IGARASHI, 1981).	21
Figura 2.10 Classificação dos regimes de interferência entre dois cilindros <i>in tandem</i> . (Reproduzida de Igarashi (1981))......	22
Figura 2.11 Variação do coeficiente de arrasto para dois cilindros <i>in tandem</i> . (Adaptada de Igarashi (1981)).	24
Figura 2.12 Variação do número de Strouhal do cilindro a jusante em função do espaçamento entre os cilindros. (Adaptada de Alam et al. (2003))......	24
Figura 2.13 Ilustração de um cilindro circular vibrando transversalmente ao escoamento incidente.	28
(Elaborada pelo autor).	28
Figura 2.14 Principais regimes de desprendimento de vórtices através de um cilindro circular oscilando na direção transversal. (Adaptada de Williamson & Roshko (1988)).	29
Figura 2.15 Contornos de vorticidade para os modos padrões de desprendimento de vórtices: 2S, 2P, P+S e o novo 2P0. (Reproduzida de Morse e Williamson (2009)).	30
Figura 2.16 Linhas de corrente do escoamento para diferentes configurações de saliências superficiais.....	32
(Reproduzida de Xu et al. (2022)).	32

Figura 2.17 Tabela de resultados dos coeficientes de arrasto e sustentação para os cilindros a montante e a jusante em diferentes velocidades reduzidas. (Reproduzida de Moraes (2011)).	36
Figura 2.18 Tabela de resultados das frequências e razões de frequências, para os cilindros a montante e a jusante em diferentes velocidades reduzidas. (Reproduzida de Moraes (2011)).	36
Figura 2.19 Estrutura vorticosa do cilindro a montante passando pela região inferior do cilindro a jusante.	37
(Reproduzida de Moraes (2011)).	37
Figura 2.20 Esquemático do domínio computacional do fluido e dos corpos adotados.	40
(Reproduzida de ALI et al. (2023)).	40
Figura 2.21 Relação de potência extraída do cilindro a jusante, em função da velocidade reduzida.	40
(Reproduzida de ALI et al. (2023)).	40
Figura 3.1 Modelo estrutural e definições.	47
Figura 4.1 Fluxograma do algoritmo da simulação numérica.	63
Figura 4.2 Discretização de superfície de um corpo usando MB painéis planos (adaptada de Lewis (1991)).	65
Figura 4.3 Distribuição de fontes com densidade uniforme. (adaptada de Katz & Plotkin (1991)).	65
Figura 4.4 Representação dos componentes da velocidade induzida por um painel de fontes sobre um ponto P. (adaptada de Katz & Plotkin (1991)).	66
Figura 4.5 Representação da vorticidade gerada a partir de uma superfície plana utilizando vórtices discretos de Lamb. (adaptada de Moraes, 2011).	69
Figura 4.6 Modelo de camada limite com injeção de quantidade de movimento para representar efeito de rugosidade no cilindro a jusante (adaptada de Bimbato et al., 2020).	70
Figura 4.7 Adaptação do cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta para a versão bidimensional do MVD (reproduzida de Oliveira e Alcântara Pereira, 2022).	79
Figura 5.1 Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular estacionário ($M = 200$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,0015$, $Re = 65.000$).	87
Figura 5.2 Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular estacionário ($M = 200$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,0015$, $Re = 65.000$).	87
Figura 5.3 Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds. (Adaptada de Malta (1998)).	88
Figura 5.4 Variação do número de Strouhal em função do número de Reynolds. (Adaptada de Malta (1998)).	89
Figura 5.5 Distribuição média do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular estacionário ($M = 200$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,0015$, $Re = 65.000$).	90

Figura 5.6 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, sem rugosidade, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.	93
Figura 5.7 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de 30 a 50.	94
Figura 5.8 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante liso no tempo adimensional $t = 15$.	95
Figura 5.9 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante para o ponto Q1 em $t = 38,6$.	96
Figura 5.10 Coeficiente de pressão para o ponto Q1 no tempo adimensional $t = 38,6$.	96
Figura 5.11 Esteira viscosa completa para o tempo adimensional $t = 50$.	97
Figura 5.12 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, com rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0010$, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.	98
Figura 5.13 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de 30 a 50 para o caso de $\varepsilon/D = 0,0010$.	99
Figura 5.14 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0010$ no tempo adimensional $t = 15$.	100
Figura 5.15 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0010$ para o ponto Q2 no tempo adimensional $t = 41,75$.	101
Figura 5.16 Coeficiente de pressão para o ponto Q2 do cilindro oscilante a jusante, com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0010$ no tempo adimensional $t = 41,75$.	102
Figura 5.17 Esteira viscosa completa para o tempo adimensional $t = 50$, para rugosidade $\varepsilon/D = 0,0010$.	102
Figura 5.18 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, com rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0045$, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.	103
Figura 5.19 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de 30 a 50 para o caso de $\varepsilon/D = 0,0045$.	105
Figura 5.20 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0045$ no tempo adimensional $t = 15$.	106
Figura 5.21 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0045$ para o ponto Q3 no tempo adimensional $t = 52,15$.	107
Figura 5.22 Coeficiente de pressão para o ponto Q3 do cilindro oscilante a jusante, com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0045$, no tempo adimensional $t = 52,15$.	108
Figura 5.23 Esteira binária completa para o tempo adimensional $t = 60$ e rugosidade $\varepsilon/D = 0,0045$.	109
Figura 5.24 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, com rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0070$, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.	110
Figura 5.25 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de $t = 30$ a $t = 50$ para o caso de $\varepsilon/D = 0,0070$.	111

Figura 5.26 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0070$ no tempo adimensional $t = 15$.	112
Figura 5.27 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0070$ para o ponto Q4 no tempo adimensional $t = 27$.	113
Figura 5.28 Coeficiente de pressão para o ponto Q4 do cilindro oscilante a jusante, com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0070$ e tempo adimensional $t = 27$.	114
Figura 5.29 Esteira binária completa para o tempo adimensional $t = 50$, para rugosidade $\varepsilon/D = 0,0070$.	115
Figura 5.30 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, com rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0100$, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.	116
Figura 5.31 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de 30 a 50 para o caso de $\varepsilon/D = 0,0100$.	117
Figura 5.32 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0100$ no tempo adimensional $t = 15$.	118
Figura 5.33 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0100$ para o ponto Q5 no tempo adimensional $t = 22,65$.	119
Figura 5.34 Coeficiente de pressão para o ponto Q5 do cilindro oscilante a jusante, com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0100$ para o tempo adimensional $t = 22,65$.	120
Figura 5.35 Esteira binária completa para o tempo adimensional $t = 60$, para rugosidade $\varepsilon/D = 0,0100$.	121
Figura 5.36 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, com rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0200$, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.	122
Figura 5.37 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de 30 a 50 para o caso de $\varepsilon/D = 0,0200$.	123
Figura 5.38 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0200$ no tempo adimensional $t = 15$.	124
Figura 5.39 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0200$ para o ponto Q6 no tempo adimensional $t = 22,80$.	125
Figura 5.40 Coeficiente de pressão para o ponto Q6 do cilindro oscilante a jusante, com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0200$ no tempo adimensional $t = 22,80$.	126
Figura 5.41 Esteira binária completa para o tempo adimensional $t = 60$, para rugosidade $\varepsilon/D = 0,0200$.	127

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 Casos simulados em função do espaçamento (L/D) entre os cilindros sem efeitos de rugosidade superficial ($Re=65.000$). (Reproduzida de Moraes (2021)).	25
Tabela 2.2 Casos simulados para $L/D=4,5$ com a inclusão dos efeitos rugosos ($Re=65.000$). (Reproduzida de Moraes (2021)).	26
Tabela 5.1 Dados obtidos na simulação para o caso do cilindro isolado sem rugosidade e os dados experimentais do Blevins (1984).	88
Tabela 5.2 Resultados numéricos obtidos para cilindro circular a jusante oscilando na transversal com diferentes valores de rugosidade relativa ($A = 0,15$, $\alpha = 0^\circ$ e $Re = 65.000$).	92

SIMBOLOGIA

LETRAS LATINAS

A	Relativo à área projetada
A/D	Amplitude de oscilação forçada do cilindro a jusante
$\mathbf{A}$	Vetor potencial para dedução da Lei de Biot-Savart
A_d	Vetor coluna lado direito de pressão
A_p	Matriz de influência de pressão
b	Comprimento característico do problema
$\mathbf{b}$	Raio vetor usado no modelo de rugosidade
CD	Coeficiente de arrasto
C_{ij}	Tensor cruzado
C_k	Constante de Kolmogorov
CL	Coeficiente de sustentação
C_p	Coeficiente de pressão
D	Relativo ao diâmetro do cilindro circular
D	Força de arrasto
$d\mathbf{s}$	Elemento orientado de uma superfície sólida
E	Espectro de energia cinética turbulenta
$\bar{F}_2$	Função estrutura de velocidade de segunda ordem
f	Frequência de oscilação forçada do cilindro a jusante
f_s	Frequência de emissão de vórtices para cilindro único estacionário
f^*	Frequência de emissão de vórtices para o cilindro a jusante oscilando
G	Solução fundamental da equação de Laplace
H	Constante da formulação integral para o cálculo do campo de pressões
L	Distância centro a centro entre os dois cilindros alinhados <i>in line</i>
L	Força de sustentação
L_d	Vetor coluna lado direito de pressão
L_{ij}	Tensor de Leonard
m^*	Razão de massa

M	Número total de painéis planos utilizados para a discretização das fronteiras
Ma	Número de Mach
MB	Número de painéis planos utilizados para a discretização de um corpo
n	Referente à direção normal
$\mathbf{n}$	Vetor unitário na direção normal a uma superfície sólida
n_x	Representa a função cosseno
n_y	Representa a função seno
NV	Número total de vórtices discretos presentes no domínio fluido
NVC	Número total de vórtices discretos presente no interior de uma coroa circular
p	Campo de pressões
P	Número randômico entre 0 e 1
Q	Número randômico entre 0 e 1
Re	Número de Reynolds
r_1	Relativo à distância radial
r_2	Relativo à distância radial
S	Define o contorno da fronteira que delimita a região fluida bidimensional
S_c	Referente à composição das superfícies dos dois cilindros
S_1	Relativo ao contorno da superfície do cilindro a montante
S_2	Relativo ao contorno da superfície do cilindro a jusante
St	Número de Strouhal
$\tilde{S}_{ij}$	Tensor deformação do campo filtrado
S_∞	Relativo ao contorno da fronteira no infinito e que delimita o domínio fluido
t	Tempo adimensional
θ_p	Ângulo de orientação de um painel plano genérico p
T_0	Tempo característico do problema
U	Velocidade característica do problema
U_∞	Componente horizontal da velocidade do escoamento não perturbado
$\mathbf{u}$	Campo de velocidades
u	Componente horizontal da velocidade total induzida sobre cada vórtice
$\mathbf{u}_c$	Vetor velocidade induzida pelas fronteiras sólidas
$\mathbf{u}_i$	Vetor velocidade induzida escoamento incidente
$\mathbf{u}_v$	Vetor velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos de Lamb
v	Componente vertical da velocidade total induzida sobre cada vórtice discreto
v_i	Componente vertical da velocidade do escoamento incidente

V_{∞}	Componente vertical da velocidade do escoamento não perturbado
V_R	Velocidade reduzida
x	Coordenada de posição horizontal
$\mathbf{x}$	Vetor posição
y	Coordenada de posição vertical
X	Força de campo na direção do eixo dos x
Y	Força de campo na direção do eixo dos y
Y	Trabalho específico total (energia por unidade de massa)
Z_d	Vetor que define o avanço randômico de cada partícula durante cada incremento de tempo discreto

LETRAS GREGAS

Γ	Intensidade de um vórtice discreto de Lamb
Γ_{Ω}	Circulação total na região fluida
Δs	Relativo ao comprimento de cada painel plano
Δt	Relativo ao incremento de tempo discreto
ε	Altura média de rugosidade relativa para o cilindro a jusante
ε	Referente à posição de geração de vórtices discretos de Lamb
ζ	Razão de amortecimento
θ	Referente a um ângulo de orientação
μ	Coeficiente de viscosidade dinâmica
ν	Coeficiente de viscosidade cinemática
ν_t	Coeficiente de viscosidade turbulenta
π	3,14159265359
π	Parâmetro adimensional
ρ	Massa específica do fluido
Σ	Representa um somatório
τ	Referente à direção tangencial
$\boldsymbol{\tau}$	Vetor unitário na direção tangencial a uma superfície sólida
σ_0	Raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb
$\sigma(x)$	Densidade uma distribuição uniforme de fontes sobre cada painel plano

Ω	Define o domínio fluido
ω	Campo de vorticidades
ω	Único componente não nulo do vetor vorticidade na direção normal ao plano

SOBRESCRITOS

i	Referente a um ponto indutor
$\cup$	Designa composição de superfícies para definir o domínio fluido
*	Designa grandeza adimensional
–	Designa grandeza filtrada

SUBSCRITOS

i	Referente ao escoamento incidente
c	Referente às fronteiras sólidas
v	Referente à nuvem de vórtices discretos de Lamb
τ	Referente à direção tangencial
n	Referente à direção normal
d	Referente ao deslocamento randômico de cada vórtice discreto de Lamb
∞	Referente ao comportamento do fluido longe das fronteiras sólidas

ABREVIATURAS

DNS	Direct Numerical Simulation
DVM	Discrete Vortex Method
COUPS	Matriz de influência de fontes
COUPV	Matriz de influência de vórtices discretos
ETV	Equação do Transporte da Vorticidade
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>

GAMMA	Vetor incógnita de vórtices discretos nascentes
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
MVD	Método de Vórtices Discretos
PCM	Princípio de Conservação da Massa
PCQML	Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations</i>
RHSS	Vetor coluna lado direito de fontes
RHSV	Vetor coluna lado direito de vórtices
SI	Sistema Internacional de Unidades
SIGMA	Vetor coluna incógnita de fontes
VIE	Vibração por Interferência de Esteira
VIV	Vibração Induzida por Vórtices
WIV	<i>Wake-Induced Vibration</i>

SIGLAS

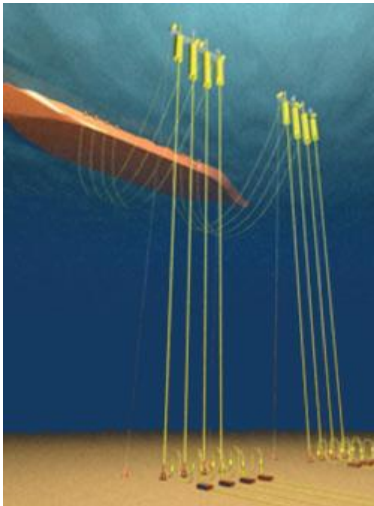
FAPEMIG	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
LMAML	Laboratório de Modelagem e Algoritmos de Métodos Lagrangianos
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

1.1 Motivações e justificativas

O escoamento ao redor de cilindros circulares constitui-se num problema clássico de mecânica dos fluidos, pois combina simplicidade geométrica com fenômenos complexos, como separação da camada limite, formação de esteira viscosa, flutuações de forças fluidodinâmicas e possíveis respostas vibratórias da estrutura. A Figura 1.1 exemplifica algumas situações em que estruturas cilíndricas se fazem presentes, envolvendo fenômenos como instabilidade da camada limite, separação da camada limite, formação de regiões de recirculação, esteira de von Kármán, flutuações de forças fluidodinâmicas, ressonância estrutural, efeitos de rugosidade superficial e interferência de escoamento.

O campo do escoamento e as forças fluidodinâmicas experimentadas por um único cilindro circular estacionário podem se tornar totalmente diferentes quando ele se encontra agrupado nas proximidades de outros cilindros. O efeito da presença de outros corpos no escoamento é chamado de interferência de escoamento. Um dos focos deste trabalho, a interferência de esteira, é um dos mais críticos tipos de interferência, que se manifesta quando um cilindro circular se encontra imerso ou nas proximidades da esteira viscosa de outro corpo rombudo, isto é, regiões do domínio fluido caracterizadas por concentração significativa de vorticidade. A forma rombuda é aquela que quando sujeita a um escoamento incidente apresenta considerável proporção de sua superfície imersa exposta ao fenômeno da separação do escoamento (Bearman, 1984). O cilindro circular é o representante mais conhecido dos corpos rombudos.



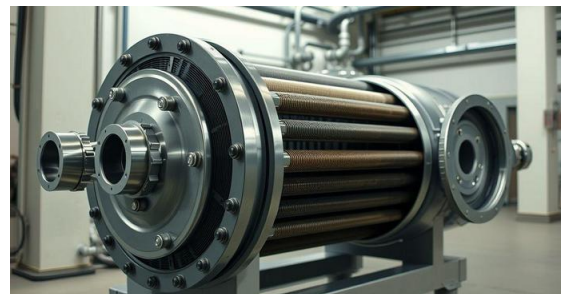
(a) risers de plataforma.



(b) dutos submarinos para prospecção de petróleo.



(c) cabos de torre de transmissão de eletricidade.



(d) trocador de calor casco e tubos.

Figura 1.1 Exemplos de problemas práticos com interferência de escoamento.

O problema de interferência entre dois cilindros circulares imóveis, alinhados com a direção do escoamento incidente, configuração *in tandem*, envolve mecanismos fluidodinâmicos sensíveis ao espaçamento entre os corpos, ao número de Reynolds e ao padrão de interação entre as camadas cisalhantes e a esteira formada a jusante de cada corpo. Entre os aspectos relevantes, destacam-se as condições para o recolamento da camada limite no cilindro a jusante, a variação das cargas fluidodinâmicas e as alterações no número de Strouhal dos dois corpos. De interesse para a construção do modelo de interação fluido-estrutura deste trabalho,

adota-se um espaçamento centro a centro entre os dois cilindros de $L=5D$ (D é o diâmetro do cilindro). Há um espaçamento crítico igual a $L/D=4$, conhecido como regime biestável para dois cilindros imóveis, em que são identificados dois valores de coeficiente de arrasto para dois padrões diferentes de escoamento; no primeiro o escoamento apresenta recolamento de camada limite no cilindro a jusante, e, no segundo, o escoamento apresenta descontinuidade na curva do coeficiente de arrasto do mesmo cilindro com mudança de um valor negativo para um valor positivo. Desta maneira, de acordo com Alam et al. (2003), justifica-se a escolha do espaçamento $L=5D$, para que não apareça o comportamento com dois padrões diferentes de escoamento visando o estudo de Vibração por Interferência de Esteira (WIV), do Inglês, *Wake-Induced Vibration*.

O fenômeno de WIV é identificado quando um cilindro circular é habilitado para vibrar transversalmente na esteira de outro cilindro circular idêntico estacionário a montante. A resposta vibratória do cilindro a jusante mostra que a amplitude de oscilação adimensionalizada pelo diâmetro do cilindro, A/D , apresenta dependência do número de Reynolds, Re , da velocidade reduzida, V_R (adimensionalização da frequência natural de vibração da estrutura), da distância centro a centro entre os dois cilindros alinhados com a velocidade do escoamento incidente, L/D , da razão de massa, m^* , e da razão de amortecimento, ζ (Assi et al., 2010). Além desses parâmetros, características geométricas, condições de contorno, propriedades estruturais e efeitos de superfície podem alterar a resposta do sistema, tornando a definição de critérios de projeto uma tarefa complexa.

É importante mencionar que WIV difere do fenômeno de Vibração Induzida por Vórtices (VIV), do Inglês, *Vortex-Induced Vibration*, e de outros, porque a excitação não é gerada pelo mecanismo de desprendimento de vórtices do próprio corpo, mas sim pela interação do corpo com a esteira de vórtices desenvolvida a partir da superfície de outro corpo estacionário à montante. Estruturas vorticosas interferem com o cilindro a jusante, induzem flutuações na força de sustentação, que não se encontra sincronizada com o movimento do corpo, sendo, portanto, diferente do regime clássico de *galloping* de corpo rombudo de seção não circular oscilando com um grau de liberdade (Assi, 2009).

Por outro lado, na literatura clássica, a Vibração Induzida por Vórtices (VIV) é associada ao acoplamento entre o desprendimento alternado de vórtices e a resposta dinâmica de uma estrutura flexível. Nesse fenômeno, as flutuações da força de sustentação, originadas pela esteira do próprio corpo, podem excitar oscilações transversais. O regime de atrelagem

síncrona, ou *lock-in*, ocorre quando a frequência de desprendimento de vórtices se aproxima da frequência natural de vibração da estrutura, resultando em sincronização entre a dinâmica da esteira e o movimento do corpo. Essa condição pode amplificar os esforços oscilatórios das estruturas e, em aplicações de engenharia, contribuir para a redução da vida útil por fadiga estrutural. O estudo de VIV é uma etapa necessária em projetos de engenharia, por exemplo, para estimar a vida útil de *risers* (flexíveis ou rígidos) e de dutos submarinos, à medida que a exploração e a produção de petróleo alcançam níveis de perfuração em águas mais profundas (Figura 1.1).

Neste trabalho, a construção do modelo bidimensional de vibração forçada para o cilindro a jusante considera número de Reynolds da ordem de 10^5 , o que resulta numa frequência adimensional de desprendimento de vórtices para o cilindro a montante adotado próximo de 0,20 (número de Strouhal próximo de $St=0,20$, Massey, 2012). No caso de VIV pura, para que uma estrutura cilíndrica não se rompa por fadiga, o valor da frequência de emissão de vórtices deve estar o mais afastado possível dos valores de frequência natural do corpo. O valor de frequência adotado para a vibração forçada do cilindro de jusante é, portanto, prioritariamente escolhido igual a $f_0=0,20$ (ou velocidade reduzida $V_R=5$) em sincronização com a frequência de emissão de vórtices a partir do cilindro a montante, representando uma condição equivalente à sincronização observada em VIV. A amplitude de oscilação é mantida fixa no valor de $A/D=0,15$. No exemplo de estruturas *offshore* submetidas ao fenômeno de VIV, o número de Reynolds é da ordem de 10^5 . Embora efeitos tridimensionais estejam presentes em escoamentos reais nessa faixa de número de Reynolds, a abordagem bidimensional é adotada como uma aproximação numérica útil para investigar os mecanismos fundamentais de desprendimento de vórtices do cilindro a montante e de interação da esteira com o movimento transversal do cilindro a jusante. Quando o cilindro vibra na faixa de sincronização, os efeitos de tridimensionalidade são menos intensos; devido ao fato de o escoamento ficar sincronizado ao longo do comprimento do cilindro, o movimento de oscilação do corpo durante a emissão de vórtices produz um aumento da força fluidodinâmica (Bearman, 1984).

Ressalta-se que a formulação bidimensional adotada neste trabalho também está associada à própria natureza do modelo de rugosidade empregado, desenvolvido no contexto do Método de Vórtices Discretos com representação escalar do campo de vorticidades, sendo formulado para representar, de maneira mais direta, os mecanismos bidimensionais associados à geração e ao transporte da vorticidade (Bimbato, 2012). Assim, a análise bidimensional não tem como objetivo reproduzir integralmente os efeitos tridimensionais presentes em

escoamentos reais nessa faixa de número de Reynolds, mas sim isolar e avaliar, de forma controlada, a influência da rugosidade superficial sobre os mecanismos fundamentais de formação de vorticidade, interação de esteiras e sincronização entre força fluida e movimento imposto. Resultados anteriores do grupo de pesquisa do LMAML têm demonstrado que modelo de rugosidade bidimensional capturar efeitos importantes como redução da força de arrasto e mudança na frequência de desprendimento de vórtices, além disso, esse modelo de rugosidade é viabilizado pela modelagem de turbulência bidimensional, que utiliza a função estrutura de velocidades de segunda ordem (OLIVEIRA, 2020), (MORAES, 2021) e (CHIARADIA et al., 2025).

A escolha dos parâmetros $A/D=0,15$ e $V_R=5$ justifica-se para a vibração forçada do cilindro a jusante na direção transversal, o que proporciona o surgimento de mecanismos associados ao fenômeno de WIV. A principal contribuição deste trabalho é incluir efeitos de rugosidade superficial para o cilindro a jusante oscilante e investigar como se comportam os fenômenos de *lock-in*, VIV e WIV, quando sujeito a esteira viscosa do cilindro a montante. As alturas médias de rugosidade relativa são adotadas como $\varepsilon/D=0,000$ (parede hidraulicamente lisa); 0,0010; 0,0045; 0,0070; 0,0100 e 0,0200.

A literatura apresenta discrepâncias em resultados envolvendo vibração de cilindros circulares, especialmente quanto às amplitudes de resposta, frequências dominantes, coeficientes de força e limites de sincronização. Essas diferenças podem estar associadas às técnicas experimentais empregadas, às condições de contorno adotadas e às simplificações introduzidas nos modelos matemáticos e numéricos. Essas discrepâncias também reforçam a necessidade de abordagens numéricas capazes de isolar a influência de parâmetros como número de Reynolds, espaçamento entre cilindros, amplitude de oscilação, velocidade reduzida e rugosidade superficial sobre a dinâmica da esteira e as cargas fluidodinâmicas, visto que cada um desses parâmetros afeta diretamente a interação fluido-estrutura.

Por outro lado, há poucos modelos estruturais de dois corpos rombudos alinhados, com a inclusão de osciladores e de efeitos de rugosidade superficial estudados em laboratórios experimentais ou implementados em códigos numéricos, para valores de número de Reynolds da ordem de 10^5 . Nesse contexto, ainda há espaço para avanços na compreensão dos mecanismos de separação da camada limite sob efeitos de rugosidade superficial, das instabilidades associadas à formação de esteiras próximas e da interação desses fenômenos com regimes de VIV e WIV. É neste contexto que também se insere o presente trabalho. Os

principais resultados deste trabalho foram recentemente publicados na literatura internacional (GAVA FILHO et al., 2026).

1.2 Objetivos do trabalho

Esta Dissertação de Mestrado tem como objetivo geral utilizar o Método de Vórtices Discretos (MVD) com modelo de rugosidade superficial para estudar os fenômenos de Vibração Induzida por Vórtices (VIV) e Vibração por Interferência de Esteira (WIV) no arranjo de dois cilindros circulares de mesmo diâmetro alinhados com a direção do escoamento incidente para número de Reynolds $Re=6,5 \times 10^4$. Para cumprir este objetivo geral, são estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- i) Implementação de um novo algoritmo do MVD com modelo de rugosidade a partir da pesquisa desenvolvida por Moraes (2011, 2021).
- ii) Realização de simulação numérica usando processamento paralelo no ambiente OpenMP com Fortran para o cálculo de carregamentos fluidodinâmicos atuantes sobre a superfície do cilindro a montante; nesta configuração os dois cilindros estão muito distantes um do outro e não há inclusão de efeito de rugosidade superficial.
- iii) Realização de simulações numéricas usando processamento paralelo no ambiente OpenMP com Fortran para o cálculo de carregamentos fluidodinâmicos atuantes sobre a superfície do cilindro oscilante posicionado a jusante de outro cilindro estacionário; nesta configuração os efeitos de variação de alturas médias de rugosidade relativa do cilindro a jusante são investigados.
- iv) Avaliação da influência das alturas médias de rugosidade relativa do cilindro a jusante na identificação de regimes associados a VIV, WIV, acoplamento entre VIV e WIV, desacoplamento entre esses fenômenos e transições dinâmicas entre eles.
- v) Apresentação das conclusões mais importantes relativas à sensibilidade do MVD com modelo de rugosidade no que concerne ao controle de força de arrasto, força de sustentação e frequência de emissão de vórtices para o cilindro a jusante.
- vi) Apresentação de sugestões para futuras pesquisas no âmbito do desenvolvimento do MVD pelo grupo de pesquisa do LMAML no IEM/UNIFEI.

1.3 Metodologia

A técnica numérica bidimensional utilizada neste trabalho vem sendo desenvolvida há mais de duas décadas por pesquisadores do LMAML no IEM/UNIFEI. A principal característica do MVD na sua versão puramente lagrangiana é a discretização do campo de vorticidades utilizando pontos computacionais, chamados de vórtices discretos de Lamb. O Método de Painéis, oriundo da teoria de escoamento potencial, é implementado para a discretização das fronteiras sólidas usando painéis planos. Uma formulação integral derivada de uma equação de Poisson para a pressão é implementada para o cálculo dos carregamentos fluidodinâmicos distribuídos (pressão estática) e integrados (coeficientes de arrasto de forma e de sustentação); esta formulação tem a vantagem de incluir a contribuição do campo de vorticidades no cálculo dos carregamentos aerodinâmicos atuantes. Modelagem de turbulência do tipo LES (*Large Eddy Simulation*), via implementação da função estrutura de velocidade de segunda ordem do campo filtrado, é utilizada para viabilizar o uso do modelo de rugosidade superficial.

No processo de discretização do campo de vorticidades e das fronteiras sólidas torna-se necessário utilizar milhares de vórtices discretos de Lamb e centenas de painéis planos, a fim de que se alcance um refinamento apropriado. Durante cada incremento de tempo de uma simulação numérica típica, as condições de contorno de impenetrabilidade e de escorregamento nulo devem ser simultaneamente satisfeitas sobre o ponto de controle de cada painel plano. A condição de impenetrabilidade é garantida através de uma distribuição de fontes com densidade uniforme (condição de contorno de Neumann) sobre cada painel plano e da imposição da condição de conservação da massa. A condição de escorregamento-nulo é garantida através de uma distribuição de vórtices discretos de Lamb nas imediações de cada painel plano e da imposição da condição de conservação global da circulação. A característica puramente lagrangiana do MVD garante automaticamente a condição de escoamento não perturbado distante de fronteiras sólidas, porque as contribuições induzidas pelos elementos do tipo fonte e pelos vórtices discretos de Lamb tendem a zero quando avaliadas a grandes distâncias das fronteiras sólidas.

A intensidade e o raio do núcleo viscoso de cada vórtice discreto de Lamb nascente são corrigidos devido ao efeito de rugosidade superficial. O modelo de rugosidade desenvolvido pelo grupo do LMAML tem a ideia central de injetar quantidade de movimento no interior da camada limite, que é instantaneamente construída pelos vórtices discretos de Lamb. Esta

injeção de quantidade de movimento simula aumento de energia cinética por efeito de rugosidade no interior da camada limite. Esta estratégia não necessita da discretização física das fronteiras sólidas criando contornos de rugosidade representados usando painéis planos.

Os vórtices discretos de Lamb são os únicos pontos computacionais no domínio fluido que exigem o cálculo do campo de velocidades. A velocidade total induzida sobre cada vórtice discreto necessita de três contribuições, isto é, do escoamento incidente, das fronteiras sólidas (painéis com distribuição de fontes) e da nuvem de vórtices discretos (via lei de Biot-Savart). O cálculo da terceira contribuição consome o maior tempo de processamento de uma simulação numérica, uma vez que o número de operações realizado por um processador é proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos, que vai aumentando ao longo do tempo. Para uma redução significativa do tempo deste cálculo, utiliza-se processamento paralelo no ambiente OpenMP com Fortran.

O campo de pressões sobre cada painel plano é calculado após a geração de vórtices discretos e do cálculo do campo de velocidades, assim, neste ponto do algoritmo, têm-se as condições de contorno garantidas sobre cada ponto de controle.

Em seguida, os vórtices discretos são advectados utilizando um esquema de avanço de primeira ordem de Euler, adotado em trabalhos anteriores desenvolvidos no âmbito do MVD. Nesta etapa, os vórtices discretos são tratados como partículas materiais de fluido, de modo que sua posição é atualizada pela integração da equação de trajetória. Os efeitos viscosos e a modelagem de turbulência são incluídos na etapa da difusão de vorticidade, que é resolvida via solução estatística através do método de avanço randômico.

Em cada passo de tempo, após a simulação da convecção da vorticidade, composta pelas etapas de advecção e difusão (SILVEIRA NETO, 2020), o movimento oscilatório forçado do cilindro a jusante é imposto na direção transversal ao escoamento incidente, a partir da definição de uma amplitude e de uma frequência de oscilação. Para isso, adota-se uma função harmônica do tipo cosseno para determinar a posição e a velocidade instantâneas do cilindro a jusante. O movimento do cilindro a jusante em relação ao cilindro a montante exige atualização instantânea das matrizes de influência para a geração seguinte de fontes e de vórtices discretos de Lamb, além da matriz de influência para o cálculo do campo de pressões. Nesta estratégia o cilindro a montante guarda o referencial inercial para o deslocamento do cilindro a jusante. Os

deslocamentos da nuvem de vórtices e do cilindro a jusante também são levados em consideração na geração de novas fontes e de novos vórtices discretos de Lamb.

Mais detalhes sobre o algoritmo adaptado para o MVD com modelo de rugosidade estão discutidos no Capítulo 4.

1.4 Estrutura do trabalho

O texto do trabalho de Dissertação de Mestrado está estruturado em seis capítulos e um apêndice.

O capítulo 1 inclui motivações e justificativas para o desenvolvimento deste trabalho, os objetivos do trabalho e a descrição geral da metodologia utilizada para as simulações numéricas pretendidas.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica que abrange o mecanismo de formação de vórtices a partir de um único cilindro estacionário, regimes de escoamento no arranjo de dois cilindros imóveis alinhados com a direção do escoamento incidente, regimes de formação de vórtices a partir de um único cilindro que oscila na direção transversal ao escoamento incidente, características do escoamento ao redor de um cilindro a jusante que oscila na direção transversal ao escoamento incidente imerso na esteira de um cilindro estacionário à montante, e avanços no MVD com inclusão de efeito de rugosidade superficial.

O capítulo 3 mostra a formulação matemática do problema (hipóteses assumidas, equações governantes, condições de contorno), a dedução da lei de Biot-Savart, a adimensionalização do problema (a fim de que se obtenha ganho de generalidade para as simulações numéricas), a equação do transporte da vorticidade, a obtenção do campo de pressões, e a modelagem de turbulência.

O capítulo 4 detalha o algoritmo adaptado para a solução numérica do problema formulado no capítulo 3. Entre os detalhes apresentados do algoritmo incluem-se as ideias importantes para a modelagem de turbulência e para o modelo de rugosidade superficial.

O capítulo 5 apresenta os principais resultados obtidos a partir das simulações numéricas e as discussões desses resultados.

O capítulo 6 apresenta as principais conclusões do trabalho e as sugestões para o desenvolvimento de pesquisas futuras.

O apêndice A apresenta as equações para o cálculo das distribuições radiais de vorticidade e de velocidade tangencial associadas com o modelo do vórtice discreto de Lamb.

CAPÍTULO 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta a base teórica e crítica necessária para a compreensão dos fenômenos estudados nesta Dissertação de Mestrado. Inicialmente, busca-se descrever, em termos físicos, a dinâmica do escoamento de um fluido ao redor de corpos rombudos, com ênfase em cilindros de seção circular e parede hidraulicamente lisa, ao longo de diferentes faixas do número de Reynolds. Essa discussão inclui o mecanismo de formação e desprendimento de vórtices na esteira, bem como as principais transições do escoamento, fornecendo um referencial necessário para a posterior validação do código numérico aplicado ao caso do cilindro circular único e estacionário.

Na sequência, são reunidas e discutidas as contribuições relevantes da literatura sobre o escoamento em torno de cilindros circulares oscilando transversalmente à corrente de fluido, com um grau de liberdade, destacando a relação entre o desprendimento de vórtices e as vibrações induzidas pelo escoamento. Em seguida, a revisão é estendida para a configuração composta por dois cilindros de mesmo diâmetro alinhados ao escoamento, em arranjo *in tandem*, na qual o cilindro a montante permanece fixo e o cilindro a jusante está sujeito à oscilação transversal. Essa configuração é de particular interesse por evidenciar mecanismos de interação de esteiras e de vibração induzida pela esteira do corpo a montante.

Por fim, o capítulo apresenta uma revisão dos principais trabalhos relacionados às estratégias de supressão do desprendimento de vórtices e ao controle da esteira, bem como da evolução do Método de Vórtices Discretos. Dessa forma, o Capítulo 2 organiza a literatura de suporte aos capítulos seguintes, articulando a descrição física do escoamento, os estudos experimentais e numéricos de configurações simples e compostas de cilindros, e os desenvolvimentos metodológicos que fundamentam a abordagem numérica adotada nesta dissertação.

2.1 Mecanismo de formação de vórtices

Na análise aerodinâmica de geometrias típicas da engenharia, é usual classificá-las em corpos esbeltos e corpos rombudos. Corpos esbeltos, como aerofólios, com baixo ângulo de ataque são projetados de modo que a separação da camada limite seja mínima, de forma que o escoamento permanece aderido por grande parte da superfície e a esteira formada a jusante é

relativamente delgada. Já os corpos rombudos, como o cilindro circular, apresentam separação pronunciada do escoamento, com descolamento antecipado da camada limite e formação de uma região de recirculação de baixa pressão, associada a uma esteira espessa e altamente vorticosa (BURESTI, 1998).

A separação da camada limite ocorre, em geral, quando o escoamento ao redor do corpo encontra um gradiente de pressão adverso suficientemente intenso. Nessa condição, as partículas de fluido que se deslocam próximas à parede perdem energia cinética e deixam de conseguir vencer o aumento de pressão, fazendo com que o escoamento próximo à parede perca quantidade de movimento, apresente velocidade tangencial igual a velocidade da fronteira sólida e, eventualmente, desenvolva escoamento reverso local. Como resultado, formam-se camadas de cisalhamento desprendidas que delimitam a região de esteira; essas camadas, por sua vez, são suscetíveis a instabilidades fluidodinâmicas e tendem a se enrolar, originando estruturas vorticosas coerentes na esteira do corpo.

Conforme discutido por Gerrard (1966), os vórtices que se desenvolvem na vizinhança do ponto de separação crescem alimentados pela circulação proveniente da camada cisalhante à qual permanecem conectados, até atingirem intensidade suficiente para induzir o deslocamento da camada de cisalhamento oposta, de circulação contrária, em direção à região de formação do vórtice. A partir desse momento, a interação entre essas duas camadas cisalhantes conduz ao descolamento do vórtice formado e à reorganização da esteira, dando origem a novos ciclos de formação e desprendimento de vórtices, que podem seguir diferentes padrões de evolução, conforme será discutido ao longo deste capítulo.

A dinâmica de formação dos vórtices a partir das duas camadas de cisalhantes de sinais opostos pode ser descrita, de forma simplificada, da seguinte maneira (conforme ilustrado pelos caminhos a, b e c na Figura 2.1). Inicialmente, uma estrutura vorticosa começa a se desenvolver a partir de uma das camadas cisalhantes desprendidas da superfície do corpo, alimentando-se continuamente da circulação proveniente dessa camada. À medida que essa estrutura cresce e sua intensidade atinge um determinado valor, o seu campo de pressão passa a influenciar de forma significativa a camada de cisalhamento situada no lado oposto do corpo, que possui circulação de sinal contrário (GERRARD, 1966).

A partir desse momento, a circulação oposta pode seguir diferentes trajetórias:

a) **Interação atenuadora:** a camada cisalhante oposta é parcialmente capturada pelo vórtice em formação do outro lado da esteira, fundindo-se a ele e reduzindo a intensidade do vórtice que estava se desenvolvendo no lado oposto;

b) **Desprendimento do vórtice:** a aproximação dessa circulação contrária interrompe o aporte de vorticidade ao vórtice em crescimento, de modo que a alimentação é interrompida e o vórtice já formado se desprende, passando a compor a esteira viscosa a jusante;

c) **Início de um novo ciclo:** em alternativa, essa circulação de sinal oposto pode ser redirecionada novamente para a vizinhança do corpo, dando origem ao desenvolvimento de uma nova estrutura vorticosa e, assim, reiniciando o ciclo de formação e desprendimento de vórtices.

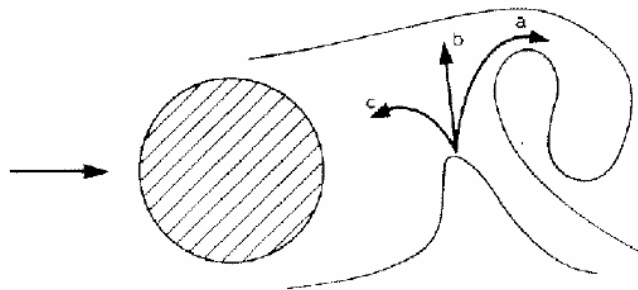


Figura 2.1 Mecanismo de formação de vórtices. (Reproduzida de Gerrard (1966)).

2.2 O escoamento ao redor de um cilindro circular único e estacionário

O escoamento em torno de um cilindro circular único e estacionário é amplamente utilizado como problema canônico em Mecânica dos Fluidos e serve de referência para o estudo de escoamentos mais complexos, como aqueles envolvendo vibrações induzidas pelo escoamento e arranjos com múltiplos corpos. De acordo com Zdravkovich (1997), o cilindro circular é uma das geometrias mais investigadas na literatura, devido à combinação entre simplicidade geométrica e riqueza de fenômenos associados à separação da camada limite, formação de esteira e desprendimento de vórtices.

O comportamento do escoamento ao redor de um cilindro circular estacionário é fortemente governado pelo número de Reynolds (Re), Reynolds (1883), parâmetro adimensional que expressa a razão entre os efeitos inerciais em relação aos efeitos viscosos. Esse número é definido por $Re = UD/\nu$, em que U representa a velocidade do escoamento

incidente, D o diâmetro do cilindro e ν o coeficiente de viscosidade cinemática. Assim, valores elevados de Re indicam predominância dos efeitos amplificadores (quantidade de movimento) em relação aos efeitos amortecedores. A variação de Re é determinante para a definição dos diferentes regimes de escoamento, influenciando diretamente a separação da camada limite, a formação e desprendimento de vórtices, bem como as transições entre os regimes laminar, transicional e turbulento, tanto na esteira viscosa quanto na própria camada limite. Norberg (2001, 2003) compila extensivamente resultados experimentais de cargas fluidodinâmicas e flutuações de sustentação para cilindros hidraulicamente lisos em ampla faixa de número de Reynolds, apresentando correlações empíricas que relacionam coeficientes de forças e frequência de desprendimento de vórtices a número de Reynolds.

Nos regimes de baixos números de Reynolds, o comportamento do escoamento é bem estabelecido em termos de transições sucessivas. Williamson (1996) discute que, para $Re \ll 1$, o escoamento pode ser aproximado por um regime de Stokes, essencialmente simétrico e sem separação da camada limite, Figura 2.2. À medida que o Reynolds aumenta para a faixa aproximada de $Re \approx 5-40$, surgem vórtices de recirculação simétricos a jusante do cilindro, ainda estacionários, sem emissão periódica, Figura 2.3 (WILLIAMSON, 1996). Quando o número de Reynolds atinge valores próximos de $Re \approx 47$, ocorre uma bifurcação do tipo Hopf supercrítica, na qual o escoamento perde a estabilidade estacionária e passa a apresentar desprendimento alternado de vórtices, configurando a clássica esteira de von Kármán laminar, Figura 2.4 (WILLIAMSON, 1996).

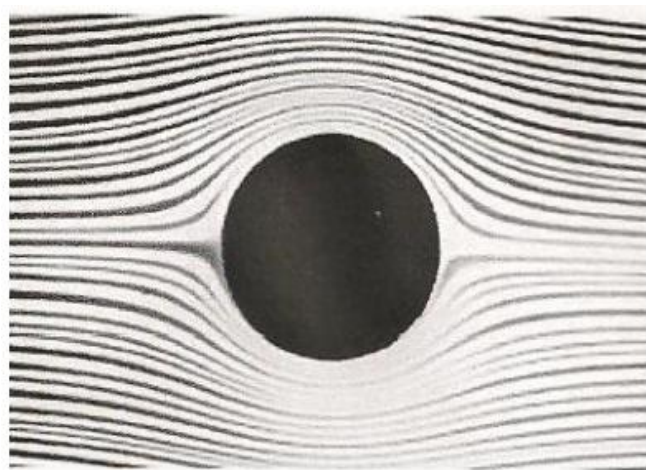


Figura 2.2 Escoamento ao redor de um cilindro estacionário sem separação (VAN DYKE, 1982).

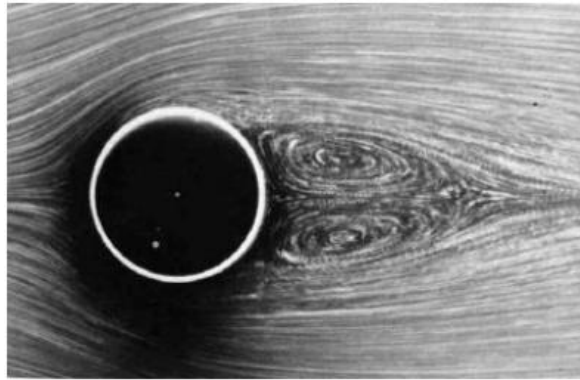


Figura 2.3 Vórtices estacionários a jusante de um cilindro - $Re=26$ (VAN DYKE, 1982).

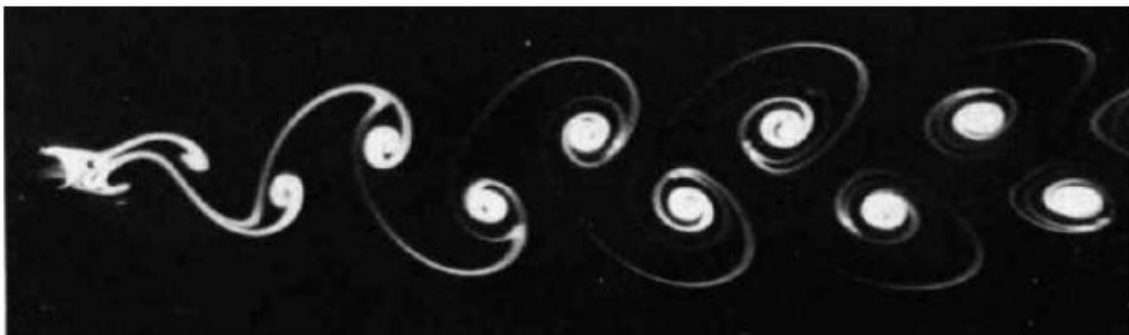


Figura 2.4 Esteira laminar a jusante de um cilindro - $Re=105$ (VAN DYKE, 1982).

Cantwell e Barkley (2010) investigam numericamente esse regime subcrítico, mostrando que, mesmo abaixo do ponto crítico de emissão de vórtices, perturbações infinitesimais podem sofrer amplificação transitória significativa, gerando estruturas temporárias semelhantes à esteira de von Kármán que se propagam a jusante do corpo. Lavinhas (2010), por sua vez, realiza uma análise de estabilidade não linear global do escoamento ao redor de um cilindro circular e mostra que a dinâmica da amplitude da oscilação dominante pode ser descrita, nas vizinhanças da bifurcação, por uma equação de Landau, derivada diretamente das equações de Navier–Stokes. Esses resultados reforçam a interpretação do desprendimento de vórtices como um fenômeno de oscilador autoexcitado, no qual a não linearidade limita a amplitude das oscilações (CANTWELL; BARKLEY, 2010; LAVINAS, 2010).

Para valores intermediários de Reynolds, tipicamente na faixa $50 \leq Re \leq 200$, a esteira é predominantemente bidimensional nas proximidades da seção média do cilindro. De acordo com Williamson (1996), nesse intervalo observa-se um desprendimento alternado de vórtices quase periódico, com estrutura bem definida ao longo da direção de escoamento. A frequência de emissão de vórtices é usualmente caracterizada pelo número de Strouhal, $St=fD/U$. Roshko

(1954) mostra experimentalmente que, para cilindros de parede hidraulicamente lisa, o número de Strouhal assume valores próximos de 0,2 em ampla faixa de Reynolds subcrítico. Blevins (1990) reúne esses e outros dados experimentais e apresenta correlações empíricas em que St varia moderadamente com Re para $40 \leq Re \leq 200$, e aproximando-se de um valor quase constante em regimes mais elevados (BLEVINS, 1990; ROSHKO, 1961).

Quando o número de Reynolds é aumentado além de aproximadamente $Re \approx 180$, a esteira passa a apresentar importantes efeitos tridimensionais. Williamson (1996) descreve de forma detalhada a sequência de transições que levam ao aparecimento dos chamados modos tridimensionais A , B e seus submodos, caracterizados por ondulações na direção axial e pela perda de coerência das estruturas vorticosas ao longo do eixo do cilindro. Esses modos tridimensionais alteram significativamente a topologia da esteira e a distribuição de esforços ao longo do cilindro, de modo que a hipótese de escoamento estritamente bidimensional se torna menos adequada, embora ainda útil em determinadas aproximações para projetos conservadores de engenharia (WILLIAMSON, 1996).

Na faixa de Reynolds típica de muitas aplicações de engenharia, aproximadamente $1.000 \leq Re \leq 200.000$, o escoamento em torno de um cilindro circular de parede hidraulicamente lisa apresenta uma camada limite predominantemente laminar que se separa a jusante do corpo, com transição para turbulência ocorrendo na região de camada de cisalhamento despreendida, esteira viscosa, Figura 2.5. Zdravkovich (1997) discute que, nesse regime subcrítico, a posição do ponto de separação, o comprimento da região de recirculação e os coeficientes médio de arrasto e de sustentação dependem sensivelmente do número de Reynolds, mas o mecanismo básico de esteira de von Kármán permanece dominante. Norberg (2001, 2003) reforça esse quadro ao apresentar medições detalhadas de forças e de frequência de desprendimento de vórtices para cilindros de parede hidraulicamente lisa, mostrando que o coeficiente de arrasto diminui gradualmente com o aumento de Reynolds, enquanto o número de Strouhal mantém-se em torno de 0,2 com pequenas variações, conforme a Figura 2.6.a.

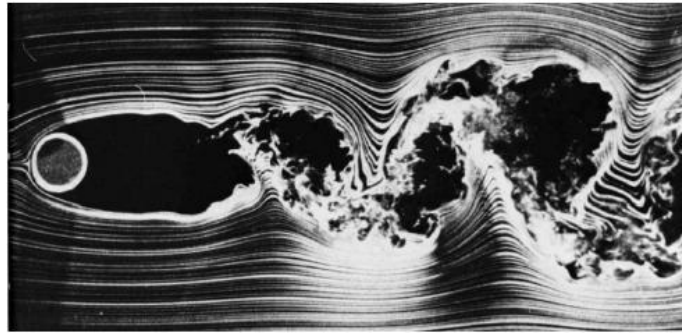


Figura 2.5 Esteira de um cilindro estacionário - $Re=10.000$ (VAN DYKE, 1982).

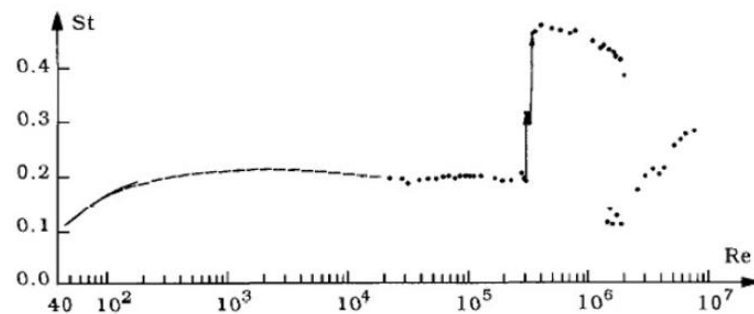


Figura 2.6.a Variação do número de Strouhal em função do número de Reynolds. (adaptada de SUMER e FREDSE, 2006).

Padrão de esteira	Característica do escoamento	Faixa de número de Reynolds
	Sem separação «Creeping flow»	$Re < 5$
	Um par fixo de vórtices simétricos	$5 < Re < 40$
	Esteira laminar de vórtices	$40 < Re < 200$
	Transição para a turbulência na esteira	$200 < Re < 300$
	Esteira completamente turbulenta A: Separação laminar da camada limite	$300 < Re < 3 \times 10^5$ Subcrítico
	A: Separação laminar da camada limite B: Separação turbulenta da camada limite; mas camada limite laminar	$3 \times 10^5 < Re < 3,5 \times 10^5$ Crítico ou Transição inferior
	B: Separação turbulenta da camada limite; camada limite parcialmente laminar e parcialmente turbulenta	$3,5 \times 10^5 < Re < 1,5 \times 10^6$ Supercrítico
	C: Camada limite completamente turbulenta em um lado	$1,5 \times 10^6 < Re < 4 \times 10^6$ Transição superior
	C: Camada limite completamente turbulenta nos dois lados	$Re > 4 \times 10^6$ Transcrítico

Figura 2.6.b Regimes de escoamento ao redor de um cilindro com superfície lisa com escoamento incidente permanente (adaptada de SUMER e FREDSE, 2006).

Ao se aproximar do chamado regime crítico, em torno de $Re \approx 200.000$, ocorre uma transição da camada limite laminar para turbulenta antes do ponto de separação. De acordo com Roshko (1961), essa transição atrasa a separação, deslocando o ponto de desprendimento da camada limite para ângulos mais a jusante, ou seja, aumentando o ângulo de separação e resultando em uma redução abrupta do coeficiente de arrasto, fenômeno conhecido como crise de arrasto. Mais recentemente, Rodríguez et al. (2015), Miralles e Koobus (2023) e Bimbato et al. (2020) utilizaram simulações numéricas de grandes escalas e modelos híbridos de turbulência e de rugosidade para descrever, em detalhes, a topologia da esteira em regimes crítico e supercrítico, incluindo a presença de bolhas de separação laminar, transição turbulenta na camada de cisalhamento e separação turbulenta posterior. Esses estudos evidenciam que, nessa faixa de Reynolds, o campo de vorticidade e as flutuações de força no cilindro exibem comportamento altamente complexo (MIRALLES; KOOBUS, 2023; RODRÍGUEZ et al., 2015; ROSHKO, 1961). A Figura 2.6.b mostra as diferentes esteiras e camadas limites para as diferentes faixas do número de Reynolds.

Além do caso de cilindros de parede hidraulicamente lisa em escoamento não confinado (escoamento externo), a literatura também explora o efeito de rugosidade superficial e de condições de contorno mais complexas sobre a esteira. Shih et al. (1993) realizam experimentos em túnel de vento pressurizado com cilindros de diferentes rugosidades e mostram que a rugosidade pode antecipar a transição da camada limite, deslocando a crise de arrasto para valores menores de Reynolds e modificando de forma significativa os coeficientes de arrasto e sustentação. Achenbach (1971) também investiga a influência da rugosidade em cilindros circulares e confirma que pequenas alterações na topografia da superfície são suficientes para alterar a posição de separação e a estrutura da esteira turbulenta. Em contexto mais recente, Oliveira e Alcântara Pereira (2024) aplicam o Método de Vórtices Discretos para simular o escoamento em torno de um cilindro próximo a um solo móvel, destacando que a combinação de rugosidade e efeito de parede pode alterar tanto o padrão de desprendimento de vórtices quanto os esforços hidrodinâmicos.

No cenário nacional, Lavinas (2010) analisa numericamente o escoamento incompressível ao redor de um cilindro circular, focando na derivação da equação de Landau a partir de uma abordagem de estabilidade não linear global, enquanto trabalhos posteriores, como o de Bimbato et al. (2019) e de autores vinculados ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica na UNIFEI, investigam o efeito de superfícies rugosas e de proximidade

com o solo sobre a dinâmica do escoamento e sobre a resposta estrutural. Esses estudos nacionais reforçam a relevância do cilindro circular estacionário como problema de referência para validação de códigos numéricos, inclusive aqueles baseados em formulações lagrangianas de vorticidade, como o Método de Vórtices Discretos (CHIARADIA, 2025; GAVA FILHO et al., 2026; OLIVEIRA, 2020).

Por fim, o valor de Reynolds adotado nesta Dissertação de Mestrado de $Re=65.000$, insere-se na faixa subcrítica em que a camada limite sobre o cilindro permanece majoritariamente laminar até a separação, mas a esteira já apresenta efeitos tridimensionais relevantes e intensa produção de vorticidade. Os resultados experimentais de Norberg (2001, 2003) e as simulações de Rodríguez et al. (2015) e Miralles e Koobus (2023) fornecem, nesse contexto, um referencial importante para a validação do modelo bidimensional empregado neste trabalho, como sendo base de comparação para a interpretação dos padrões de desprendimento de vórtices que, em capítulos posteriores, estarão associados às vibrações induzidas pelo escoamento em cilindros oscilantes e em arranjos in tandem.

2.3 Arranjo de dois cilindros circulares idênticos estacionários e alinhados com a direção do escoamento incidente

O escoamento ao redor de dois cilindros circulares idênticos estacionários e alinhados com a direção do escoamento incidente, em configuração *in tandem*, constitui um problema canônico em dinâmica dos fluidos, no qual a interferência de esteiras desempenha papel central, Figura 2.7. Nessa configuração, o cilindro a montante modifica de forma significativa o campo de velocidades e pressões visto pelo cilindro a jusante, alterando a separação da camada limite, o padrão de desprendimento de vórtices e as cargas fluidodinâmicas em ambos os corpos. Esse tipo de arranjo é frequentemente encontrado em aplicações de engenharia, como feixes de tubos em trocadores de calor, *risers*, dutos submarinos, chaminés e elementos estruturais esbeltos, exemplificados na Figura 2.8. De forma geral, o comportamento do sistema depende, sobretudo, do número de Reynolds (Re) e do espaçamento entre centros normalizado L/D , em que L é a distância entre os centros dos cilindros e D é o diâmetro. Trabalhos de revisão clássicos, como os de Zdravkovich (1977, 1988), compilaram resultados experimentais e numéricos para diferentes arranjos (*tandem*, *side-by-side* e *staggered*), mostrando que pequenas variações em

L/D e em Re podem conduzir a mudanças abruptas no regime de escoamento, com impacto direto nos coeficientes de arrasto, sustentação e no número de Strouhal.

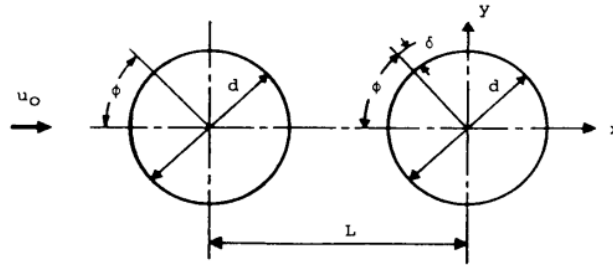


Figura 2.7 Configuração de dois cilindros *in tandem* (adaptada de IGARASHI, 1981).

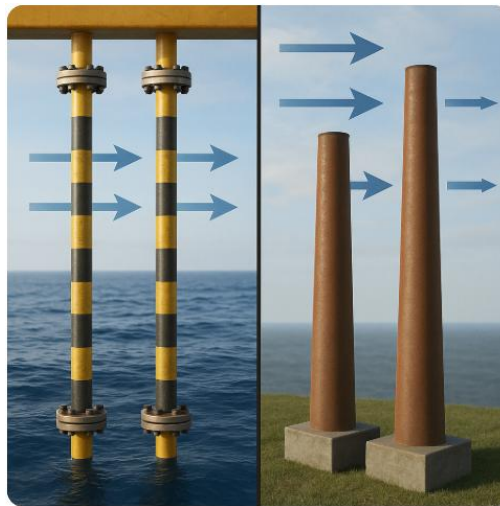


Figura 2.8 Estruturas esbeltas e circulares de aplicação de engenharia com configuração *in tandem* (Imagem elaborada pelo autor).

Nesse contexto, Igarashi (1981, 1984) e, posteriormente, Sumner (2010) propuseram uma classificação dos principais regimes de interferência que ocorrem em arranjos de dois cilindros *in tandem*. Em síntese, três modos de escoamento podem ser destacados. No chamado regime de corpo estendido (*single extended-body*), que ocorre para espaçamentos muito pequenos ($L/D \approx 1,0-1,8$), as camadas cisalhantes que se desprendem do cilindro a montante envolvem o cilindro a jusante sem que haja adesão na sua superfície frontal; do ponto de vista aerodinâmico, o conjunto se comporta como um único corpo alongado, com desprendimento de vórtices apenas a partir da esteira do segundo cilindro (IGARASHI, 1981, 1984; SUMNER, 2010). À medida que o espaçamento é aumentado, estabelece-se o regime de adesão da camada limite, típico de espaçamentos intermediários ($L/D \approx 1,8-3,4-3,8$), em que a camada cisalhante desprendida do cilindro a montante se reanexa na face frontal do cilindro a jusante, formando uma bolha de recirculação entre os corpos; nessa condição, o desprendimento periódico de

vórtices ocorre, em geral, apenas a jusante do segundo cilindro (IGARASHI, 1984; SUMNER, 2010). Para espaçamentos ainda maiores ($L/D \geq 3,4-3,8$), observa-se o regime de co-desprendimento (*co-shedding*), no qual ambos os cilindros passam a desprender vórtices de forma mais ou menos independente, dando origem a duas esteiras de von Kármán em interação (IGARASHI, 1984; SUMNER, 2010), Figura 2.9. Entre os regimes de adesão da camada limite e co-desprendimento, diversos autores relatam ainda a ocorrência de um regime biestável, no qual o escoamento alterna de forma intermitente entre características semelhantes às de *reattachment* e de co-desprendimento, associado a um espaçamento crítico (L/D) sensível a Re e à turbulência de aproximação (IGARASHI, 1984; SUMNER, 2010).

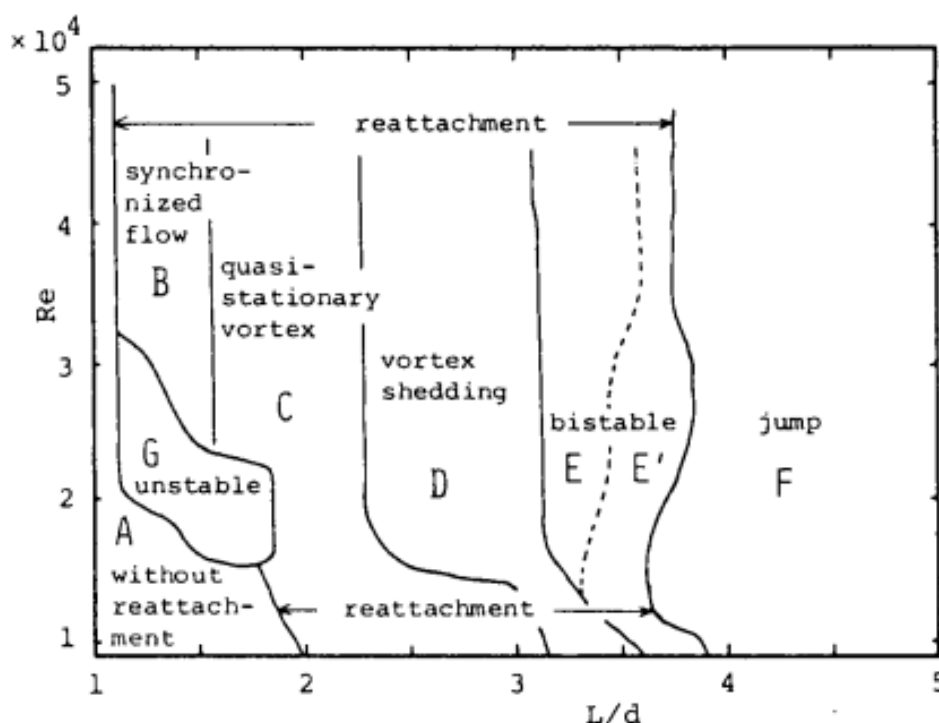


Figura 2.9 Classificação dos padrões de escoamento, com número de Reynolds em função do espaçamento entre os cilindros *in tandem* (adaptada de IGARASHI, 1981).

A Figura 2.10 ilustra o esquema dos diferentes regimes de interferência que se estabelecem quando o cilindro a jusante é posicionado exatamente sobre a linha de centro do cilindro de montante, conforme apresentado no estudo clássico de Igarashi (1981).

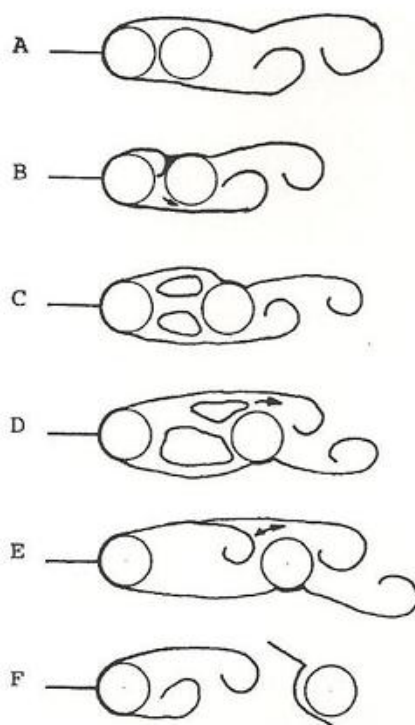


Figura 2.10 Classificação dos regimes de interferência entre dois cilindros in tandem. (Reproduzida de Igarashi (1981)).

Conforme ilustrado na Figura 2.10, no regime *A* as duas camadas de cisalhamento que se separam da superfície do cilindro a montante não se recolam sobre o cilindro a jusante, de modo que o escoamento a jusante se organiza na forma de uma única esteira de vórtices. À medida que a configuração evolui para o regime *B*, essas mesmas camadas passam a ser interceptadas pelo cilindro a jusante, porém ainda sem a formação de vórtices no espaço entre os corpos, mantendo-se, portanto, apenas uma esteira única a jusante. Prosseguindo para o regime *C*, o escoamento no espaço entre os cilindros sofre uma nova reorganização e surgem vórtices simétricos estacionários confinados nesse espaço. Quando se atinge o regime *D*, esses vórtices simétricos deixam de ser estáveis e passam a crescer e diminuir de forma alternada nas proximidades do cilindro a jusante, caracterizando um padrão mais dinâmico de interação entre as camadas cisalhantes desprendidas e o cilindro a jusante. Na sequência, o regime *E* representa uma situação de transição, em que a camada de cisalhamento proveniente do cilindro a montante se enrola junto ao cilindro a jusante, configurando um comportamento biestável entre os regimes *D* e *F*. Finalmente, no regime *F* estabelece-se o desprendimento alternado de vórtices contrarrotativos no espaçamento entre os dois cilindros, originando a jusante do segundo cilindro uma esteira binária, na qual cada vórtice resulta da combinação entre um vórtice emitido pelo cilindro a montante e outro emitido pelo cilindro a jusante. Em regimes

nos quais o cilindro a jusante permanece fortemente imerso na esteira gerada pelo cilindro a montante, podem ocorrer valores médios reduzidos ou até negativos do coeficiente de arrasto do segundo cilindro. Esse comportamento está associado ao efeito de baixa quantidade de movimento e à região de baixa pressão formada entre os corpos. À medida que o espaçamento aumenta e o escoamento passa para regimes de co-desprendimento, o cilindro a jusante tende a apresentar comportamento mais próximo ao de um corpo único isolado.

A influência do espaçamento L/D nas forças fluidodinâmicas tem sido amplamente investigada. Em estudo experimental em regime subcrítico, Alam et al. (2003) analisaram os coeficientes de arrasto e sustentação em dois cilindros circulares alinhados na direção do escoamento e mostraram que o arrasto médio do cilindro a jusante varia de forma não monotônica com L/D , podendo inclusive assumir valores negativos em certas faixas de espaçamento, devido ao efeito de baixa quantidade de movimento e à região de baixa pressão induzida pela esteira do cilindro a montante. Esses autores observaram, ainda, que o número de Strouhal associado ao cilindro a jusante apresenta saltos bruscos ao se atravessar o espaçamento crítico $(L/D)_c$, que separa os regimes de *reattachment* e co-desprendimento, evidenciando a estreita relação entre o mecanismo de formação de vórtices entre os cilindros e a frequência de desprendimento observada na esteira distante (ALAM et al., 2003). Complementarmente, Xu e Zhou (2004), a partir de medições de velocidade com fio quente em diferentes posições da esteira, confirmaram a existência de regime biestável na vizinhança desse espaçamento crítico, com alternância entre frequências típicas dos regimes de *reattachment* e co-desprendimento.

As Figuras 2.11 e 2.12 ilustram, respectivamente, a descontinuidade que ocorre no coeficiente de arrasto dos cilindros a montante e a jusante, além da descontinuidade do número de Strouhal após o espaçamento crítico.

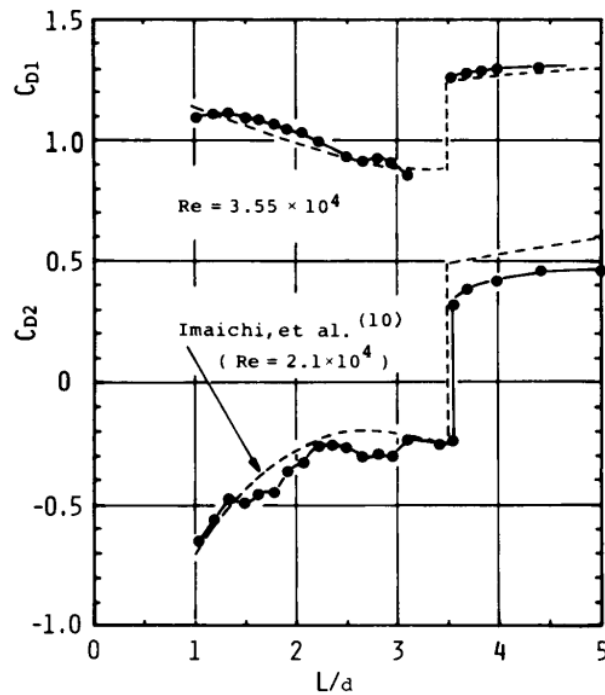


Figura 2.11 Variação do coeficiente de arrasto para dois cilindros in tandem. (Adaptada de Igarashi (1981)).

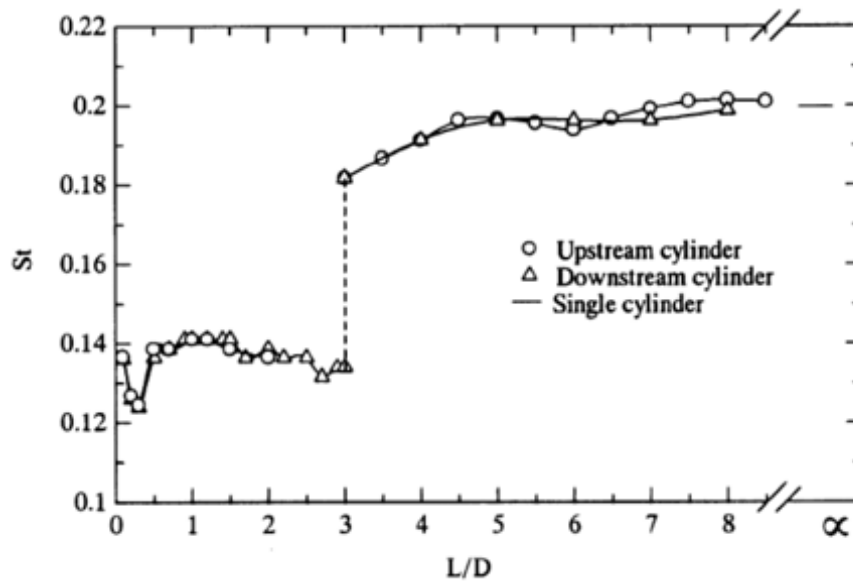


Figura 2.12 Variação do número de Strouhal do cilindro a jusante em função do espaçamento entre os cilindros. (Adaptada de Alam et al. (2003)).

No âmbito numérico, Moraes (2011) empregou um Método de Vórtices Discretos bidimensional, acoplado a um modelo de turbulência do tipo LES, para estudar o escoamento em torno de dois cilindros circulares idênticos alinhados com o escoamento para diferentes valores de L/D . Os resultados reproduziram, de forma satisfatória, as tendências de variação de arrasto, sustentação e número de Strouhal reportadas experimentalmente por Igarashi (1981) e Alam et al. (2003), indicando que métodos numéricos lagrangianos do transporte da vorticidade

podem capturar com boa fidelidade os efeitos de interferência em arranjos *in tandem* em regimes subcríticos do número de Reynolds. Na sequência, na Tese de Doutorado, Moraes (2021) estendeu essa abordagem para incluir a presença de rugosidade superficial nos cilindros, utilizando um modelo de rugosidade acoplado a um método de vórtices discretos paralelizado. Os resultados mostraram que a rugosidade pode deslocar os limites de transição entre os regimes de *reattachment* e co-desprendimento em termos de L/D , modificar a intensidade das flutuações de força e alterar o comportamento da esteira binária formada a jusante, ressaltando a sensibilidade do problema a pequenas mudanças nas condições de contorno. Os resultados de Moraes (2021) para dois cilindros idênticos, fixos e alinhados *in tandem*, sem e com efeito de rugosidade superficial relativa (rugosidade adimensional pelo diâmetro unitário do cilindro), são apresentados nas Tabelas 2.1 e 2.2, respectivamente.

Tabela 2.1 Casos simulados em função do espaçamento (L/D) entre os cilindros sem efeitos de rugosidade superficial ($Re=65.000$). (Reproduzida de Moraes (2021)).

Caso	L/D	CD_M	CD_J	St_M	St_J
1	1,5	0,856529	-0,294601	0,1397	0,15
2	2,0	0,81084	-0,336255	0,15	0,15
3	2, 5	0,78312	-0,381122	0,15	0,15
4	3,0	1,06649	0,433382	0,1875	0,1875
5	3,5	1,042105	0,417954	0,1875	0,1875
6	4,0	1,046403	0,408135	0,20	0,1875
7	4,5	1,078981	0,489682	0,20	0,20

Tabela 2.2 Casos simulados para $L/D=4,5$ com a inclusão dos efeitos rugosos ($Re=65.000$). (Reproduzida de Moraes (2021)).

Caso	ε/D_M	ε/D_J	CD_M	CD_J	St_M	St_J
7	0,000	0,000	1,078981	0,489682	0,20	0,20
8	0,001	0,001	0,901846	0,505972	0.1875	0.1875
9	0,001	0,000	0,924528	0,644990	0.1875	0.1875
10	0,000	0,001	1,103525	0,440877	0.20	0.20
11	0,007	0,007	1,024633	0,419355	0.1875	0.1875
12	0,007	0,000	0,990363	0,485975	0.20	0.20
13	0,000	0,007	1,032111	0,379798	0.20	0.20

A correlação entre estrutura de esteira e regimes de interferência também tem sido destacada em estudos experimentais e numéricos. Sumner (2010) discute que, forma-se essencialmente uma única esteira a jusante do segundo cilindro, com padrão de desprendimento similar ao de um cilindro único isolado, porém com campo de pressão severamente modificado na região entre os corpos. No regime de *reattachment*, a região entre os cilindros é dominada por uma bolha de recirculação quase estacionária, e o desprendimento periódico ocorre principalmente a partir da borda de fuga do cilindro de jusante. Já no regime de co-desprendimento, observam-se duas camadas de vórtices se originando a partir de cada cilindro, interagindo e formando padrões complexos de pares de vórtices na esteira distante (SUMNER, 2010). Moraes et al. (2012) analisaram, com base em simulações numéricas, a formação de uma esteira binária de vórtices (*binary-vortex street*) atrás de dois cilindros circulares em tandem, mostrando que determinadas combinações de L/D e Re podem produzir dois filetes de vórtices alternados persistentes, com forte interação entre as contribuições de cada cilindro. Resultados em três dimensões obtidos por Grioni et al. (2020), utilizando um modelo híbrido SAS (*Scale-Adaptive Simulation*), indicam que, para Re em torno de 100.000, a estrutura tridimensional da esteira e os valores médios e flutuantes de forças de arrasto e sustentação em ambos os cilindros são fortemente influenciados pelo espaçamento L/D e pelo nível de turbulência incidente.

Mais recentemente, outros esforços têm sido direcionados para ampliar esse arcabouço clássico a faixas de Re mais elevadas e a condições de contorno mais complexas. Nazvanova et

al. (2022) realizaram simulações numéricas de dois cilindros *in tandem* no regime de transição superior, compondo equações URANS com análise modal via *Dynamic Mode Decomposition* (DMD); os autores mostraram que os modos coerentes dominantes da esteira estão intimamente associados à frequência de desprendimento de vórtices e às oscilações de forças de sustentação e arrasto em ambos os cilindros. Zhao et al. (2024), por sua vez, investigaram numericamente o escoamento ao redor de dois cilindros circulares *in tandem* sob uma superfície livre, mostrando que a interação entre a esteira dos cilindros e a interface livre altera o espaçamento crítico $(L/D)_c$, bem como o padrão de vórtices gerados, com implicações diretas para aplicações em ambiente costeiro e *offshore*. Além disso, estudos envolvendo rugosidade superficial, altos números de Reynolds e proximidade de paredes e superfície livre, como o de Moraes e Alcântara Pereira (2021), indicam que efeitos adicionais de tridimensionalidade, rugosidade, proximidade de paredes e presença de superfície livre podem deslocar significativamente as fronteiras entre regimes de corpos *in tandem*, *reattachment*, co-desprendimento e escoamento biestável, exigindo refinamentos aos modelos clássicos baseados apenas em L/D e Re .

Em síntese, a literatura mostra que o arranjo de dois cilindros circulares idênticos estacionários em configuração *in tandem* apresenta comportamento altamente sensível ao espaçamento L/D , ao número de Reynolds e às condições de contorno do escoamento. Revisões como as de Zdravkovich (1977, 1988) e Sumner (2010), aliadas a estudos experimentais (IGARASHI, 1981, 1984; ALAM et al., 2003; XU; ZHOU, 2004) e numéricos (MORAES, 2011; MORAES; ALCÂNTARA PEREIRA, 2021; GRIONI et al., 2020; NAZVANOV; YIN; ONG, 2022; ZHAO et al., 2024), fornecem um arcabouço consistente para a compreensão dos regimes de interferência, dos padrões de esteira e das forças fluidodinâmicas atuantes nessa configuração, servindo de base para análises mais complexas que incluem cilindros oscilantes e vibrações induzidas pelo escoamento em arranjos com múltiplos corpos.

2.4 Cilindro circular único oscilando na direção transversal ao escoamento incidente

O escoamento ao redor de um cilindro circular que oscila transversalmente em relação à corrente incidente constitui a configuração canônica para o estudo das vibrações induzidas por vórtices (*vortex-induced vibrations*, VIV) em corpos rombudos, sendo esse arranjo exemplificado na Figura 2.13. Revisões clássicas mostram que a resposta dinâmica do sistema fluido–estrutura é governada principalmente por parâmetros adimensionais como o número de

Reynolds Re , a massa reduzida m^* , o amortecimento estrutural, a razão entre a frequência de oscilação e a frequência natural f_n e a amplitude adimensional de oscilação A/D (WILLIAMSON; GOVARDHAN, 2004; GABBAI; BENAROYA, 2005). Nessa configuração, o desprendimento alternado de vórtices na esteira passa a ser fortemente modulado pela oscilação do corpo, de modo que o campo de escoamento deixa de ser apenas “imposto” sobre o cilindro para tornar-se resultado de um acoplamento bidirecional entre o fluido e a estrutura (WILLIAMSON; GOVARDHAN, 2004).

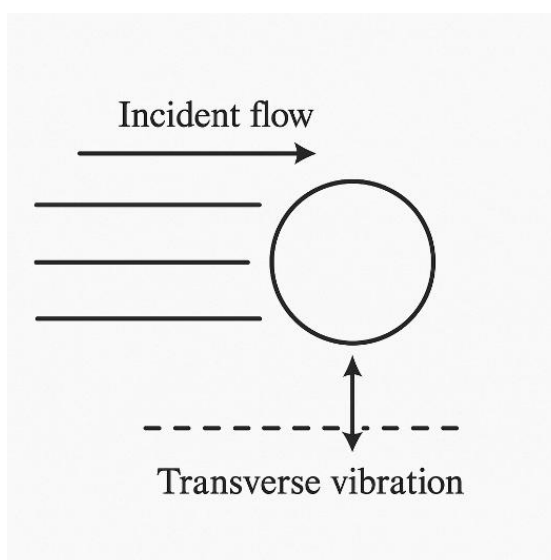


Figura 2.13 Ilustração de um cilindro circular vibrando transversalmente ao escoamento incidente.
(Elaborada pelo autor).

Do ponto de vista físico, a característica mais marcante do escoamento ao redor de um cilindro circular oscilando transversalmente é o fenômeno de *lock-in* (ou *lock-on*), no qual a frequência de desprendimento de vórtices sincroniza com a frequência de oscilação do corpo em determinada faixa de velocidades reduzidas. Esta sincronização provoca um aumento significativo da amplitude de oscilação e modifica de forma sistemática a topologia da esteira, dando origem a diferentes modos de desprendimento identificados experimental e numericamente (WILLIAMSON; GOVARDHAN, 2004; TAMURA, 2020). Uma visão sintética do estado da arte em modelagem matemática para VIV, é apresentada por Tamura (2020), que discute como esses modelos incorporam os efeitos de histerese, múltiplos ramos de resposta e transições abruptas entre modos de escoamento.

Para compreender de forma sistemática o papel da amplitude e da frequência de oscilação na organização da esteira, uma linha de pesquisa clássica consistiu-se em impor

oscilações transversais controladas a um cilindro rígido e mapear os regimes de desprendimento em função de A/D e da razão de frequência f/f_s , em que f_s é a frequência de desprendimento de vórtices do cilindro fixo. Nesse contexto, Williamson e Roshko (1988) construíram um mapa de regimes para valores subcríticos de Reynolds, identificando padrões como o modo 2S, caracterizado pela emissão de dois vórtices simples por ciclo; o modo 2P, associado à emissão de dois pares de vórtices por ciclo; e o modo P+S, no qual ocorre a emissão de um par de vórtices em um lado da esteira e de um vórtice simples no lado oposto. A maior parte dos experimentos foi realizado para $Re = 392$, e os principais modos de desprendimento podem ser visualizados na Figura 2.14. Estudos posteriores de Morse e Williamson (2009) refinaram esse diagrama, revelando variantes como o modo $2P_0$ associado a pares de vórtices que interagem de forma mais forte com a camada cisalhante próxima ao corpo e detalhando as transições entre modos por meio de medições simultâneas de forças fluidodinâmicas e técnicas de visualização de escoamento (MORSE; WILLIAMSON, 2009). A Figura 2.15 apresenta os contornos de vorticidade obtidos experimentalmente por Morse e Williamson (2009), permitindo visualizar o modo $2P_0$ e sua relação com os demais padrões de desprendimento.

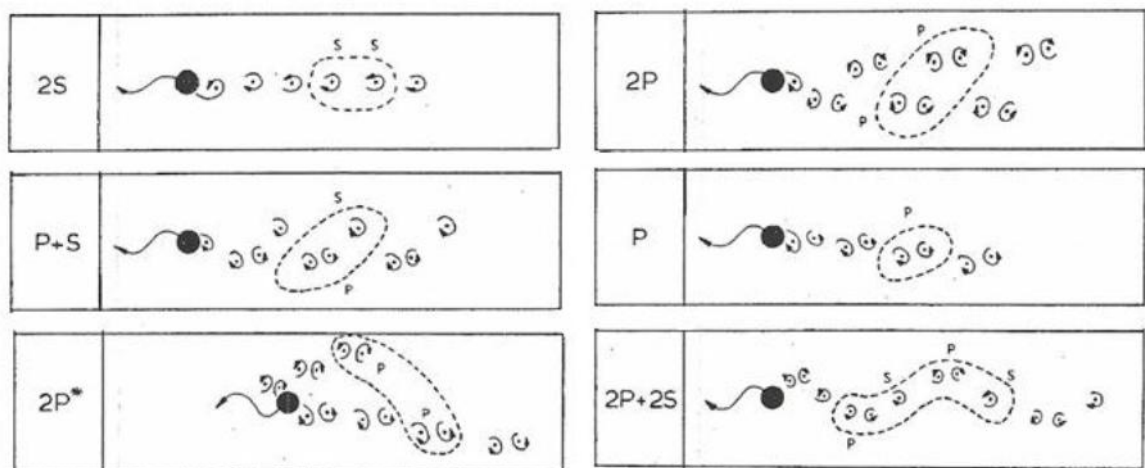


Figura 2.14 Principais regimes de desprendimento de vórtices através de um cilindro circular oscilando na direção transversal. (Adaptada de Williamson & Roshko (1988)).

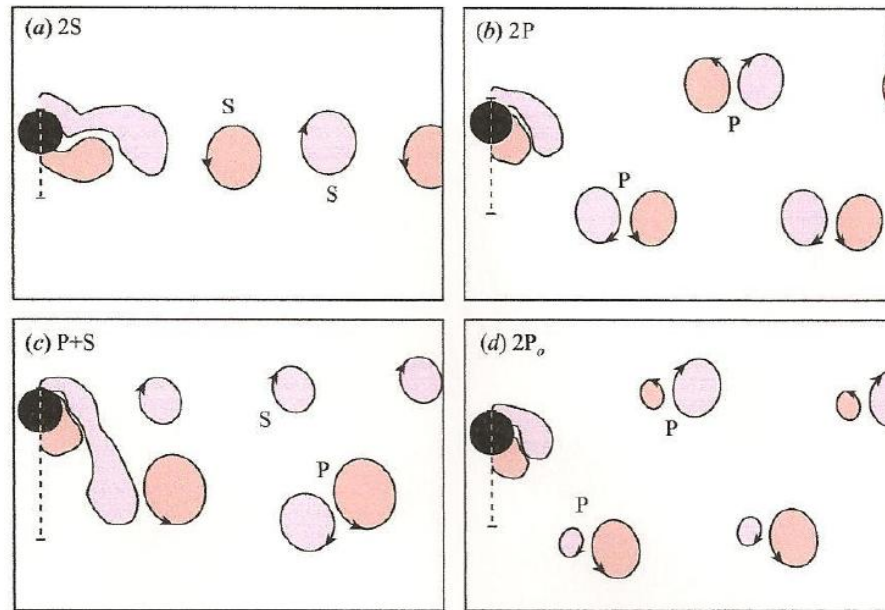


Figura 2.15 Contornos de vorticidade para os modos padrões de desprendimento de vórtices: 2S, 2P, P+S e o novo 2P0. (Reproduzida de Morse e Williamson (2009)).

Quando o movimento do cilindro não é imposto, mas resulta da montagem em base elástica e da interação com o escoamento, o problema passa a caracterizar uma VIV autoinduzida. Experimentos pioneiros de Brika e Laneville (1993) com um cilindro longo e flexível mostraram que a resposta em amplitude apresenta, em função da velocidade reduzida, uma região de *lock-in* com múltiplos ramos (inicial, superior e inferior), bem como trajetórias orbitais elípticas e em “8” no plano transversal, associadas a mudanças na esteira de 2S para 2P e estados modais mistos (BRIKA; LANEVILLE, 1993). Em regime de baixos números de Reynolds, simulações numéricas de Prasanth e Mittal (2008) reproduziram de maneira detalhada esses ramos de resposta para um cilindro com um grau de liberdade, evidenciando a coexistência de múltiplos estados estáveis e histerese nas transições entre modos de desprendimento (PRASANTH; MITTAL, 2008). Essas investigações clássicas fornecem a base física para interpretar, em termos de padrões de vorticidade na esteira, o aumento abrupto de amplitude observado em aplicações de engenharia como dutos marinhos e cabos expostos a escoamentos transversais.

Em paralelo aos estudos de escoamentos em cilindros sem efeito de ponta, teses e dissertações dedicaram-se a explorar efeitos tridimensionais, múltiplos graus de liberdade e condições específicas de contorno. A partir de simulações diretas das equações de Navier–Stokes, Pinto (2012) analisou a VIV de um cilindro com um grau de liberdade, quantificando a influência de massa reduzida e amortecimento na largura da região de *lock-in* e na ocorrência

dos modos 2S e 2P em função de Re . Em um estudo experimental, Freire (2016) investigou um cilindro rígido livre para oscilar em duas direções ortogonais, mostrando que a liberação de dois graus de liberdade traz novos caminhos de transição entre ramos de resposta e modifica substancialmente as trajetórias orbitais em função da velocidade reduzida (FREIRE, 2016). Complementarmente, Silva (2019) analisou numericamente VIV tridimensional de um cilindro apoiado elasticamente, destacando a formação de estruturas coerentes alongadas na direção do eixo do cilindro e a importância da sincronização de vórtices ao longo do vão para o amortecimento efetivo da resposta global do sistema (SILVA, 2019).

Moraes (2011) discutiu o escoamento ao redor de um cilindro único oscilando transversalmente como etapa necessária para a compreensão de padrões de interferência em arranjos de dois corpos alinhados. Nessa revisão, o autor descreve como os diferentes modos de desprendimento identificados por Williamson (1996), refletem na distribuição de vorticidade e nas forças fluidodinâmicas, ressaltando que a caracterização da esteira de um cilindro único oscilante é pré-requisito para analisar problemas de interferência em configuração *in-tandem* (MORAES, 2011).

A partir de 2020, observa-se uma intensificação do uso de métodos numéricos avançados e técnicas de análise modal para refinar a compreensão da VIV de cilindros circulares. Tamura (2020) apresenta uma revisão abrangente sobre modelos matemáticos para VIV, discutindo desde formulações baseadas em forças de arrasto e sustentação parametrizadas até modelos não lineares em espaço de estados e critérios de impedância para previsão de instabilidades. No campo das simulações numéricas de alta fidelidade, Li e Ishihara (2021a) estudaram a VIV de um cilindro com dois graus de liberdade em um sistema geometricamente não linear, utilizando o método *ALE* acoplado às equações de Navier–Stokes, e mostraram que a não linearidade geométrica altera sensivelmente a largura dos ramos de *lock-in* e a distribuição de forças de arrasto e sustentação ao longo da faixa de velocidades reduzidas. Esses resultados apontam para a necessidade de considerar efeitos estruturais não lineares quando se extrapola o conhecimento de cilindros rígidos para estruturas reais mais flexíveis.

Diversos trabalhos recentes têm explorado a interação entre VIV e modificações geométricas ou de rugosidade no cilindro. Xu et al. (2022) analisaram numericamente a VIV de uma estrutura cilíndrica com saliências superficiais distribuídas ao longo do perímetro, em escoamento turbulento. Os autores mostraram que a presença dessas saliências modifica a formação de vórtices próxima à parede e pode reduzir a amplitude máxima de oscilação ou

deslocar a faixa de lock-in, dependendo da cobertura e da altura relativa das saliências. A Figura 2.16 apresenta, de forma qualitativa, as linhas de corrente obtidas para diferentes configurações de saliências superficiais. Resultados semelhantes foram reportados para *risers* com rugosidade distribuída ao longo da superfície, indicando que pequenas variações de rugosidade podem modificar a estrutura da esteira e, conseqüentemente, a resposta vibratória global (HAN et al., 2022).

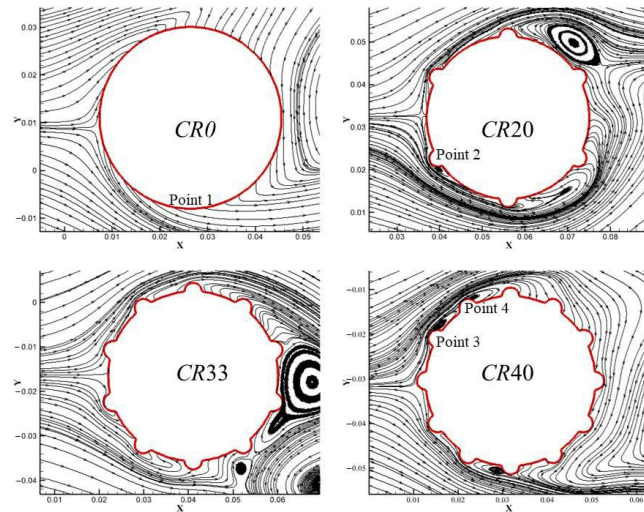


Figura 2.16 Linhas de corrente do escoamento para diferentes configurações de saliências superficiais.

(Reproduzida de Xu et al. (2022)).

Outra vertente importante de pesquisas recentes refere-se à análise detalhada da estrutura da esteira de cilindros oscilantes por meio de decomposições modal-espaciais. Utilizando *Proper Orthogonal Decomposition* (POD), Parasuram e Sinha (2024) investigaram numericamente o escoamento em torno de um cilindro sinusoidalmente oscilante, variando sistematicamente o número de Reynolds, a amplitude e a frequência de excitação, e mostraram como poucos modos POD de grande energia são capazes de representar as principais estruturas coerentes associadas aos modos 2S, 2P e P+S. Esse tipo de análise relaciona os mapas de regimes clássicos e modelos reduzidos de baixa ordem, potencialmente úteis em acoplamentos fluidos–estrutura mais complexos, como o caso de dois cilindros alinhados.

Nos últimos anos também se intensificou o interesse pelo VIV de cilindros em escoamentos puramente oscilatórios ou em combinações de escoamento com oscilação estrutural, situação particularmente relevante para aplicações *offshore*. Zhu et al. (2024) realizaram simulações numéricas em escoamento oscilatório em torno de um cilindro circular montado elasticamente, identificando como a variação do número de Keulegan–Carpenter

(indica a importância relativa da força de arrasto em relação às forças de inércia, em abjetos submetidos a escoamentos oscilatórios) e do número de Stokes (quantifica a inércia de partículas suspensas em relação ao escoamento do fluido) modifica o aparecimento do *lock-in* e a transição entre esteiras simétricas e assimétricas. Complementarmente, estudos recentes revisitam a própria definição de *lock-in* em escoamentos oscilatórios: Jankee et al. (2025), por meio de medições experimentais com excitação acústica de um escoamento oscilante em torno de cilindros com diferentes diâmetros, mostraram que a faixa de *lock-in* pode ser reescalada por meio de parâmetros combinando amplitude e frequência de oscilação do escoamento, fornecendo uma descrição quantitativa mais geral do fenômeno.

Além de descrever o comportamento físico do escoamento e seus regimes, parte da literatura recente tem se concentrado em estratégias numéricas eficientes para prever VIV em contextos de projeto. Li e Ekici (2025) propuseram um acoplamento pseudo-temporal entre um solver de escoamento e um modelo estrutural para previsão de VIV de um cilindro circular, demonstrando que a técnica reduz significativamente o custo computacional mantendo boa precisão nas amplitudes de oscilação e nas forças fluidodinâmicas em comparação com simulações totalmente acopladas. Em paralelo, revisões recentes sobre VIV de cilindros flexíveis sintetizam avanços em experimentos, simulações e monitoramento em campo, destacando a relevância de combinar modelos físicos clássicos com técnicas estatísticas e de *machine learning* para previsão e controle de vibrações em escala real (HUERA-HUARTE, 2025).

De forma geral, a literatura mostra que o problema do escoamento ao redor de um cilindro circular oscilando transversalmente está razoavelmente consolidado em termos de identificação de regimes de formação de esteira, parâmetros de controle e fenômeno de *lock-in* para o caso de cilindro único isolado, mas permanece em evolução quando se consideram efeitos tridimensionais, não linearidades estruturais, rugosidade e escoamentos oscilatórios combinados. A presente Dissertação de Mestrado se apoia nessa biblioteca de conhecimento para, em capítulos posteriores, estender a análise ao caso de dois cilindros alinhados com o escoamento incidente, no qual a oscilação do cilindro a jusante e a interferência de esteira introduzem mecanismos adicionais de acoplamento fluido-estrutura não contemplados no problema de cilindro único isolado.

2.5 Cilindro circular à jusante oscilando transversalmente na esteira de um cilindro circular estacionário à montante

O arranjo formado por dois cilindros circulares idênticos alinhados com o escoamento, no qual o cilindro a jusante pode estar montado elasticamente ou submetido a oscilação transversal forçada, constitui uma configuração clássica para o estudo de interferência de esteira e vibrações induzidas pelo escoamento. Já nos trabalhos pioneiros de King e Johns (1976), Zdravkovich (1988) e na revisão de Sumner (2010), mostrou-se que, para separações na faixa da região de interferência de esteira, a esteira de von Kármán do cilindro a montante pode excitar grandes deslocamentos transversais no cilindro a jusante, com respostas qualitativamente distintas da VIV de um cilindro único isolado, incluindo a ocorrência de *galloping* de esteira a altos valores de velocidade reduzida (regime de WIV).

Bokaian e Geoola (1984) foram pioneiros em caracterizar de forma sistemática o fenômeno, cunhando o termo *wake-induced galloping* para descrever um ramo de resposta de grande amplitude, que cresce monotonicamente com a velocidade reduzida em um par de cilindros circulares alinhados. Nesse regime, a excitação deixa de ser ressonante no sentido estrito de VIV e passa a ser governada por um mecanismo quase-estático associado às variações da força de sustentação média com o deslocamento lateral do cilindro a jusante. Brika e Laneville (1999) e Borazjani e Sotiropoulos (2009) reforçaram essa interpretação ao mostrar que, para determinados espaçamentos *in tandem*, a resposta do cilindro a jusante apresenta dois picos: um típico de VIV, associado ao *lock-in* com o número de Strouhal da esteira, e outro, em velocidades reduzidas maiores, associado a um processo de *galloping* induzido pela esteira (*wake galloping*).

Assi et al. (2010) reinterpretaram o fenômeno a partir de medidas detalhadas da resposta e de visualizações de escoamento em um par de cilindros *in tandem* com o cilindro a jusante montado com um ou dois graus de liberdade. Esses autores propuseram o mecanismo de *vortex-interaction excitation*, no qual a dinâmica da esteira do cilindro a montante e a do cilindro a jusante se acoplam de maneira que a força de sustentação sobre o cilindro oscilante apresenta um componente claramente autoexcitado. Quando a contribuição da esteira do cilindro a montante faz com que o gradiente da força transversal em relação ao deslocamento lateral mude de sinal, surge um ramo de resposta de grande amplitude, com crescimento persistente para o termo velocidades reduzidas, V_R , elevadas, que os autores identificam como regime típico de

WIV. Em trabalho posterior, Assi (2014) mostrou que esse comportamento se mantém em arranjos *in tandem* e *staggered* com dois graus de liberdade, reforçando a ideia de que WIV é um mecanismo robusto de autoexcitação em pares de cilindros.

Uma visão importante do mecanismo de WIV com o cilindro a jusante oscilando forçadamente na esteira de um cilindro fixo é apresentada na Dissertação de Mestrado de MORAES (2011), que constitui uma referência importante para o presente trabalho. O autor emprega uma versão do Método de Vórtices Discretos puramente lagrangiano para simular o escoamento incompressível bidimensional ao redor de dois cilindros circulares alinhados *in tandem*, em regime de Reynolds elevado ($Re=65.000$). Para a configuração com dois cilindros imóveis, MORAES (2011) mostra que há um salto descontínuo nos valores do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal em um espaçamento crítico, interpretado como resultado de um regime biestável do escoamento. Em seguida, o autor considera o caso em que o cilindro a montante permanece fixo e o cilindro a jusante é submetido a vibração forçada transversal com amplitudes $A/D = 0,15$ e $A/D = 0,50$, espaçamento $L/D = 4,5$ e frequência de excitação $f_0=0,20$. Os resultados evidenciam que o mecanismo de WIV não se comporta como uma ressonância puramente estrutural: a interação entre a esteira do cilindro a montante e o movimento do cilindro a jusante altera simultaneamente os coeficientes médios de forças e a frequência de emissão de vórtices de ambos os corpos, com forte sensibilidade da dinâmica para a velocidade reduzida VR , que pode ser entendida como sendo o inverso da frequência de oscilação, adimensionalizada pelo diâmetro do cilindro e a velocidade do escoamento incidente, ou seja, é uma grandeza adimensional.

De acordo com MORAES (2011), para $A/D=0,15$ foram investigados seis casos, com velocidades reduzidas variando de $VR=50$ até $VR=5$. Nessa série de casos, o coeficiente de arrasto médio do cilindro de montante permanece próximo de $C_{D,m} \approx 1,0-1,14$, com valores médios de coeficiente de sustentação muito pequenos, o que indica um comportamento semelhante ao de um cilindro único em regime turbulento bem estabelecido. Já o cilindro de jusante apresenta variação mais significativa nos coeficientes médios de arrasto e sustentação: para $VR=5$, o valor de $C_{D,m}$ cresce para aproximadamente 0,83, com $C_{L,m} \approx 0,27$, indicando amplificação nos carregamentos transversais num regime em que a frequência de emissão de vórtices do cilindro de jusante (f_{s0}) se sincroniza simultaneamente com a frequência de vibração forçada (f_0) e com a frequência de emissão do cilindro de montante (f_s), isto é, as razões entre as frequências assumem valor unitário.

As Figuras 2.17 e 2.18 reproduzem, respectivamente, as Tabelas 5.5 e 5.6 de Moraes (2011), nas quais a velocidade reduzida foi variada mantendo-se constantes: $A/D=0,15$, $g/d=4,5$, $f_0=0,20$ e $Re=65.000$.

Casos	V_R	Cilindro à Montante		Cilindro à Jusante	
		C_D	C_L	C_D	C_L
1	50	1,0495	-0,0246	0,4673	0,0798
2	25	1,0054	0,0387	0,5121	0,0107
3	12,5	1,1352	-0,0067	0,3906	0,0662
4	8,33	1,0645	-0,0026	0,5785	-0,0649
5	6,25	1,0725	0,0157	0,5964	0,0743
6	5	1,0918	0,0326	0,8344	0,2664

Figura 2.17 Tabela de resultados dos coeficientes de arrasto e sustentação para os cilindros a montante e a jusante em diferentes velocidades reduzidas. (Reproduzida de Moraes (2011)).

Casos	V_R	Cilindro à Montante		Cilindro à Jusante	
		$f_s : Q(x,y)$	f_0 / f_s	$f_{s0} : P(x,y)$	f_0 / f_{s0}
1	50	0,18	0,0	0,20	0,10
2	25	0,19	0,0	0,19	0,21
3	12,5	0,19	0,0	0,20	0,40
4	8,33	0,20	0,0	0,12	1
5	6,25	0,20	0,0	0,16	1
6	5	0,20	0,0	0,20	1

Figura 2.18 Tabela de resultados das frequências e razões de frequências, para os cilindros a montante e a jusante em diferentes velocidades reduzidas. (Reproduzida de Moraes (2011)).

De acordo com Moraes (2011), a passagem das estruturas vorticosas geradas pelo cilindro a montante nas proximidades do cilindro a jusante modifica o campo de pressão local, produzindo regiões de baixa pressão associadas à interação entre a esteira incidente e a superfície do corpo oscilante. A Figura 2.19 ilustra esse mecanismo.

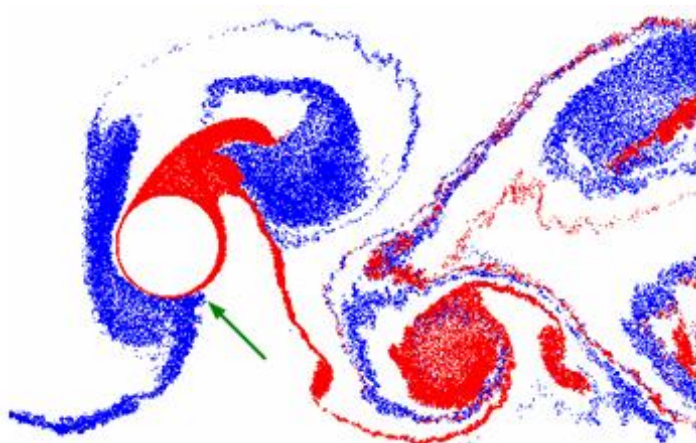


Figura 2.19 Estrutura vorticosa do cilindro a montante passando pela região inferior do cilindro a jusante.
(Reproduzida de Moraes (2011)).

Trabalhos mais recentes consolidaram a interpretação de que, em muitos arranjos, o ramo de *galloping* corresponde fisicamente ao mecanismo de WIV. Nishi e Shigeyoshi (2022), ao investigarem a vibração de um cilindro móvel na vizinhança de dois cilindros fixos, retomam o estudo anterior de um cilindro móvel atrás de um cilindro fixo de Bokaian e Geoola (1984) e classificam as curvas de resposta em quatro categorias: (i) ressonância de vórtices pura, (ii) *galloping* puro, (iii) mistura VIV/WIV com picos próximos e (iv) mistura com picos separados. Os autores deixaram explícito que a ressonância de vórtices corresponde à VIV, ao passo que o *galloping* é a instabilidade aeroelástica associada à WIV, caracterizado por amplitudes que crescem monotonamente com a velocidade reduzida. Lin et al. (2024), ao investigarem experimentalmente a WIV de um cilindro circular posicionado a jusante de um cilindro oscilante, mostraram que a resposta do cilindro a jusante pode mudar substancialmente em função da amplitude de oscilação do corpo a montante.

No campo numérico, Li e Ishihara (2021b) realizaram um estudo sistemático do *wake galloping* de cilindros *in tandem*, variando razões de massa e espaçamento. Os autores separaram a resposta em dois regimes principais: um regime ressonante, próximo da VIV, e um regime de *wake galloping* associado à interferência de esteira. A partir da decomposição das forças em componentes em fase com o deslocamento do cilindro a jusante, eles calcularam as contribuições de rigidez aerodinâmica (componente em fase com o deslocamento) e de amortecimento aerodinâmico (componente em fase com a velocidade) e mostraram que o ramo de *galloping* está associado a amortecimento aerodinâmico negativo, isto é, a uma contribuição da força transversal que injeta energia líquida no sistema.

Essa leitura de decomposição de forças em fases é consistente com a teoria geral de vibração induzida. Em análises mais amplas, autores como Lupi et al. (2023) e Verma e De (2023) mostraram que a força transversal pode ser decomposta em componentes em fase com o deslocamento, a velocidade e a aceleração da estrutura, sendo a componente em fase com a velocidade justamente a responsável pelo chamado amortecimento aerodinâmico. Quando esse termo é negativo (isto é, quando a força transversal é aproximadamente sincronizada com a velocidade transversal do cilindro), o fluido passa a realizar trabalho positivo sobre a estrutura em cada ciclo, alimentando vibrações de grande amplitude, típicas de *galloping* e *wake galloping*.

No caso específico de *wake galloping* de dois cilindros circulares *in tandem*, Kim (2009) analisou em detalhe o campo de pressões em torno do cilindro a jusante e decompôs o sinal de pressão em componentes em fase com o deslocamento e com a velocidade. O autor mostrou que a manutenção das grandes amplitudes de *wake galloping* está associada a um termo de amortecimento aerodinâmico negativo, diretamente ligado à componente da pressão (e, portanto, da força de sustentação) em fase com a velocidade de oscilação do cilindro a jusante. Em outras palavras, o regime de *wake galloping* é caracterizado por uma quase-sincronização entre o coeficiente de sustentação e a velocidade transversal, o que promove transferência líquida de energia da esteira para a estrutura.

Uma interpretação análoga é encontrada em sistemas de *galloping* de cabos. Nikitas e Macdonald (2015), ao estudarem fenômenos aeroelásticos de cabos em número de Reynolds crítico, mostraram que o mecanismo de instabilidade pode ser descrito pela presença de uma componente de força autoexcitada em fase com a velocidade transversal do cabo, isto é, por um amortecimento aerodinâmico negativo. Embora se trate de uma geometria não circular, a base conceitual é a mesma: o *galloping* é visto como instabilidade de amortecimento cujo gatilho é justamente a sincronização entre a força fluidodinâmica transversal (ou o coeficiente de sustentação) e a velocidade de vibração da estrutura. Em termos de teoria de vibrações, textos clássicos de dinâmica estrutural lembram que apenas a componente da força em fase com a velocidade realiza trabalho líquido no sistema ao longo de um ciclo, o que reforça essa interpretação (LUPU et al., 2023).

Nos últimos cinco anos, diversos trabalhos ampliaram a compreensão das WIV em arranjos de cilindros *in tandem*, com ênfase na influência de parâmetros estruturais, espaçamento e número de Reynolds, em configurações que incluem tanto cilindros livres

quanto cilindros com movimento imposto. Lin et al. (2020) investigaram numericamente, a resposta dinâmica e os coeficientes fluidodinâmicos de um cilindro oscilando em escoamento externo sob a influência da esteira de um cilindro a montante, usando um modelo de acoplamento fluido-estrutura em regime de Re moderado. Os autores mostraram que a presença da esteira desloca a região clássica de *lock-in* em termos de velocidade reduzida e pode alargar a faixa de resposta de alta amplitude quando o espaçamento é suficientemente pequeno, reforçando a observação de que o cilindro de jusante pode entrar em regimes de oscilação sustentada mesmo fora da faixa típica de VIV de cilindro único.

SOARES e SRINIL (2021) propuseram, um modelo analítico não linear para WIV de cilindros *in tandem*, baseado em um oscilador de déficit de esteira acoplado ao movimento transversal do cilindro de a jusante. Nesse modelo, o campo de velocidades da esteira a montante é representado por equações diferenciais de ordem reduzida, que atualizam instantaneamente a equação de movimento da estrutura. Os autores demonstraram que o acoplamento não linear entre o déficit de esteira e o deslocamento transversal reproduz com boa fidelidade regimes de grande amplitude observados experimentalmente, além de capturar histerese e múltiplos ramos de solução na resposta em função da velocidade reduzida, características típicas de WIV intensas.

Em termos de mapeamento sistemático dos regimes de WIV em função do espaçamento, Neumeister et al. (2023) realizaram uma análise experimental das vibrações induzidas por esteira em cilindros em tandem, para espaçamentos adimensionais L/D entre 2,5 e 10. Os autores obtiveram amplitudes de oscilação, acelerações e frequências dominantes do cilindro de a jusante, mostrando que a amplitude máxima ocorre para espaçamentos intermediários (tipicamente $L/D \approx 3,5-4,5$), em que a esteira do cilindro de a montante interage de forma mais eficiente com o cilindro de a jusante. Em espaçamentos muito pequenos, o escoamento tende a um regime de esteira quase estacionária, com oscilação reduzida; já para espaçamentos muito grandes, o cilindro de jusante volta a comportar-se mais próximo de um cilindro isolado, com predomínio de VIV em vez de WIV.

No contexto de aproveitamento de energia, Ali et al. (2023) analisaram numericamente o fenômeno de *wake galloping* de um cilindro de a jusante em arranjo *in tandem* para conversão de energia mecânica em energia elétrica. O estudo mostrou que, para um espaçamento fixo e número de Reynolds moderado, a amplitude adimensional A/D do cilindro de a jusante atinge valores da ordem de 0,5–0,6 na região de *lock-in*, com pico de eficiência de extração de energia

em torno de uma velocidade reduzida intermediária (tipicamente $Ur \approx 8$), antes que a amplitude decaia novamente em velocidades mais altas. Esse resultado indica que arranjos com cilindro a jusante sujeito a WIV podem ser ajustados em termos de espaçamento e parâmetros estruturais para aumentar a potência média extraída da esteira. As Figuras 2.20 e 2.21 apresentam, respectivamente, o esquema do domínio computacional adotado e a relação de potência extraída do cilindro a jusante em função da velocidade reduzida.

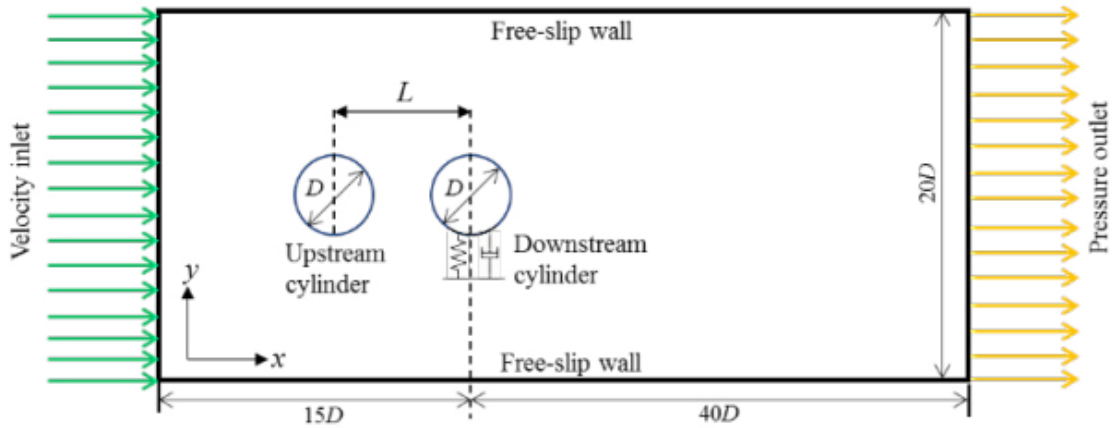


Figura 2.20 Esquemático do domínio computacional do fluido e dos corpos adotados.

(Reproduzida de ALI et al. (2023)).

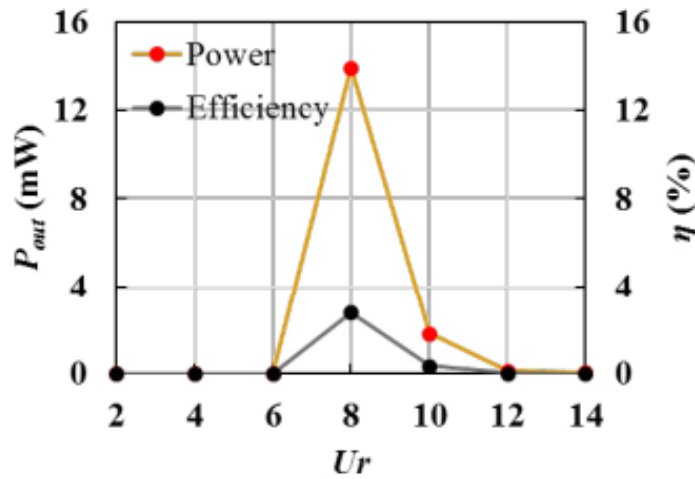


Figura 2.21 Relação de potência extraída do cilindro a jusante, em função da velocidade reduzida.

(Reproduzida de ALI et al. (2023)).

Esse conjunto de trabalhos fornece a base conceitual para interpretar os resultados numéricos desta dissertação, especialmente quanto à distinção entre VIV, WIV, *wake galloping* e regimes de sincronização associados à interação entre a esteira do cilindro a montante e o movimento transversal do cilindro a jusante.

2.6 Método de vórtices discretos com modelo de rugosidade

O desenvolvimento do Método de Vórtices Discretos (MVD) com modelo de rugosidade no LMAML no IEM UNIFEI está diretamente ligado à uma formulação puramente lagrangiana para o estudo de escoamentos turbulentos em torno de corpos rombudos. Na sua Tese de Doutorado, Alcântara Pereira (2002) implementou um MVD acoplado a um modelo de turbulência do tipo LES, baseado na função estrutura de velocidade de segunda ordem, para simular o escoamento ao redor de perfis aerodinâmicos montados em grades lineares de turbomáquinas, estabelecendo a base numérica e física do código lagrangiano utilizado posteriormente em superfícies rugosas. Essa formulação é detalhada em Alcântara Pereira et al. (2003), em que se demonstra que o método é capaz de reproduzir coeficientes fluidodinâmicos e estatísticas turbulentas em configurações bidimensionais, sem o uso de malhas eulerianas convencionais.

Ainda na fase inicial, o grupo passa a tratar configurações com proximidade de paredes. Ricci (2002) aplica o MVD ao escoamento ao redor de um corpo de forma arbitrária estacionado nas imediações de uma superfície plana, sistematizando o tratamento de efeito de solo em uma formulação lagrangiana. Na sequência, Bimbato (2008) utiliza o método de vórtices discretos para analisar o comportamento fluidodinâmico de um corpo rombudo na presença de uma superfície plana móvel, discutindo a influência da distância relativa corpo–parede e da velocidade da superfície sobre a esteira e sobre o coeficiente de arrasto. Esses trabalhos de Alcântara Pereira (2002), Ricci (2002) e Bimbato (2008) estruturam três pilares que serão fundamentais mais adiante: a modelagem de turbulência em um esquema puramente lagrangiano, a capacidade de tratar escoamentos em efeito de solo e a preparação do código para inclusão de modelos adicionais, como rugosidade superficial e acoplamentos com transferência de calor por convecção mista.

O marco na modelagem de rugosidade superficial no MVD da UNIFEI é a tese de doutorado de Bimbato (2012). Nesse trabalho, o autor propôs um modelo bidimensional de rugosidade em escala sub-malha, acoplado à formulação lagrangiana com LES, no qual os efeitos da rugosidade superficial são incorporados via modificação local da função estrutura de velocidade do campo filtrado e do coeficiente local de viscosidade turbulenta, sem a necessidade de discretizar geometricamente a superfície para representar elementos de rugosidade. Bimbato (2012) mostra que, ao introduzir um parâmetro de rugosidade equivalente

no modelo sub-malha, é possível antecipar ou retardar a crise de arrasto em cilindros circulares, reproduzindo com boa fidelidade a redução abrupta do coeficiente de arrasto, o deslocamento do ponto de separação e a mudança de regime de escoamento em função da altura relativa de rugosidade ε/D . A formulação é posteriormente publicada por Bimbato et al. (2019), onde os autores introduziram um novo método de vórtices lagrangiano para avaliar efeitos de rugosidade de superfície, detalhando o acoplamento entre MVD, LES e rugosidade; já em Bimbato et al. (2020) o modelo é aplicado ao estudo da formação de bolhas de separação assimétricas em um corpo rombudo, evidenciando que pequenas variações em ε/D podem induzir mudanças qualitativas no padrão de desprendimento de vórtices e no balanço entre arrasto de pressão e de atrito.

Em paralelo à consolidação física do modelo de rugosidade, o grupo LMAML do IEM UNIFEI também se dedicou à robustez numérica e ao desempenho computacional do MVD. Andrade (2017) desenvolveu um algoritmo acelerador para a modelagem de turbulência em um MVD lagrangiano, com foco na redução do custo computacional associado ao grande número de vórtices discretos necessários para representar escoamentos turbulentos em altos números de Reynolds. A autora propõe o uso de decomposição em caixas e paralelização via OpenMP, estratégias que mais tarde são incorporadas às versões do código com modelo de rugosidade, permitindo simulações mais longas e varreduras paramétricas mais amplas. Essa linha é retomada em Oliveira e Alcântara Pereira (2023), que apresentam uma implementação de alto desempenho do MVD lagrangiano para escoamentos turbulentos em torno de cilindros com diferentes superfícies, demonstrando que a combinação de estruturas de dados otimizadas e paralelização permite aumentar significativamente o número de vórtices e de casos analisados sem comprometer a qualidade dos resultados avaliados nos casos estudados.

Com a infraestrutura numérica consolidada, Oliveira (2020) dedica sua tese de doutorado ao desenvolvimento de um modelo de rugosidade para simulação numérica paralela do escoamento ao redor de um corpo rombudo, propondo o chamado modelo lagrangiano dinâmico de rugosidade, denominado MLDRV. Diferentemente da formulação original de Bimbato (2012), o MLDRV é dinâmico no sentido de que a alteração da intensidade dos vórtices gerados na superfície rugosa passa a depender da geração de elementos de rugosidade. Oliveira (2020) aplica o MLDRV a cilindros circulares lisos e rugosos, isolados e na vizinhança de uma parede móvel, em ampla faixa de números de Reynolds, e mostra que a combinação entre rugosidade e efeito de parede plana móvel pode ser interpretada como uma

técnica híbrida de controle passivo-ativo do desprendimento de vórtices, capaz de reduzir significativamente o arrasto médio e, em certas combinações de parâmetros, suprimir a esteira de von Kármán. Esses resultados são sintetizados em Oliveira e Alcântara Pereira (2022), que integram o MLDRVL a um código MVD com LES para estimar coeficientes de arrasto e investigar estratégias de controle de escoamento em torno de cilindros circulares, reproduzindo a crise de arrasto em cilindros rugosos sem o uso de malhas e funções de parede.

O modelo de rugosidade de Bimbato (2012) é aplicado a problemas em que o corpo rombudo interage com uma parede móvel. Oliveira et al. (2020) realizaram experimentos numéricos do escoamento ao redor de um corpo rombudo com e sem modelo de rugosidade na vizinhança de uma parede plana móvel, mostrando que existe espaçamento crítico entre cilindro e parede capaz de reduzir o coeficiente de arrasto e suprimir o desprendimento de vórtices (redução significativa do número de Strouhal) quando a rugosidade é adequadamente escolhida. Em outro trabalho, Oliveira et al. (2020) estudaram o controle e a supressão do desprendimento de vórtices em um cilindro circular levemente rugoso, demonstrando que rugosidades relativamente pequenas, combinadas a condições geométricas e de escoamento apropriadas, podem levar à atenuação significativa das flutuações de sustentação e à alteração do espectro de frequências da esteira. Em continuação, Oliveira e Alcântara Pereira (2024) aplicaram o MLDRVL, em um corpo rombudo na vizinhança de uma parede móvel, e estudaram o efeito conjunto da rugosidade superficial e do movimento da parede sobre as cargas fluidodinâmicas, reforçando o caráter híbrido da abordagem, em que rugosidade atua como mecanismo passivo e a parede móvel como mecanismo ativo de modificação da esteira.

A partir de 2021, a modelagem lagrangiana de rugosidade passa a ser aplicada a arranjos de múltiplos corpos. Na sua tese de doutorado, Moraes (2021) estudou os efeitos de rugosidade superficial sobre escoamentos ao redor de dois corpos rombudos idênticos e alinhados *in tandem* utilizando o MVD, com a formulação de rugosidade proposta por Bimbato (2012), analisando diferentes combinações de condições superficiais (cilindros a montante e a jusante lisos ou rugosos) e espaçamentos adimensionais L/D . Moraes (2021) mostrou que a distribuição de rugosidade entre os cilindros modifica de forma significativa os modos de desprendimento de vórtices, os coeficientes de arrasto e sustentação médios e instantâneos e a topologia da esteira compartilhada. Em Moraes e Alcântara Pereira (2021), essa configuração foi examinada especificamente na região de co-desprendimento, demonstrando que a rugosidade pode ser utilizada como mecanismo de modulação da interferência fluido-dinâmica entre os cilindros,

com potencial aplicação em problemas de vibrações induzidas pelo escoamento em arranjos estruturais alinhados. Complementarmente, Moraes et al. (2022) analisaram os efeitos combinados de rugosidade superficial e confinamento por parede em corpos rombudos em regime de maior espaçamento entre o corpo e o chão, mostrando que, ao ajustar-se ε/D e a distância ao solo, é possível controlar o padrão de recirculação e a topologia da esteira, com impacto direto nos coeficientes fluidodinâmicos.

A linha de rugosidade é ainda estendida para problemas relacionados à dissipação de esteiras de aeronaves. Moraes et al. (2022) apresentaram uma descrição lagrangiana dos efeitos de força de empuxo em vórtices de ponta de asa próximos a uma superfície plana aquecida, utilizando o MVD para representar a dinâmica da interação vorticidade-calor e incluindo a flutuabilidade via aproximação de Boussinesq, embora sem rugosidade no solo. Em seguida, Carvalho et al. (2023) combinaram MVD, LES e o modelo de rugosidade de Bimbato (2012) para estudar a interação e o decaimento de esteiras de aeronaves em proximidade de pistas rugosas sob vento cruzado, mostrando que a rugosidade acelera a dissipação dos vórtices primários e altera a trajetória e o tempo de vida das estruturas vorticosas, com implicações diretas em segurança operacional e separação entre aeronaves.

Embora a presente Dissertação de Mestrado não trate diretamente de transferência de calor por convecção mista, os trabalhos associados ao Método de Partículas de Temperatura (MPT) são relevantes por evidenciarem a extensão da formulação lagrangiana desenvolvida no grupo de pesquisa do LMAML no IEM UNIFEI. Recentemente, a formulação também tem sido estendida para problemas multifísicos, mantendo a mesma base conceitual de discretização por partículas (OLIVEIRA, 2018).

Dessa forma, paralelamente à linha do MVD, o grupo da UNIFEI desenvolve o Método de Partículas de Temperatura, que estende a formulação lagrangiana baseada em partículas para a representação do campo de temperatura. Carvalho (2025) apresentou, em sua Dissertação de Mestrado, uma formulação na qual o calor é discretizado por partículas lagrangianas, chamadas de partículas de temperatura. Essa abordagem permite analisar escoamentos em torno de corpos rombudos com parede hidraulicamente rugosa e que trocam calor com o meio fluido. Com efeitos de flutuabilidade, Chiaradia et al. (2025) publicaram uma contribuição específica ao MPT ao implementar um modelo de turbulência do tipo LES para o campo de temperatura, de forma análoga ao tratamento empregado para o campo de vorticidades no MVD. Ao acoplar o MPT com LES à formulação lagrangiana de vorticidade, Chiaradia et al. (2025) viabilizaram o

estudo de escoamentos turbulentos com transferência de calor por convecção mista em torno de corpos rombudos, fornecendo um arcabouço para análise termo–fluido–dinâmica em descrição puramente lagrangiana.

A associação entre modelo de rugosidade (Bimbato (2012)) e MPT foi publicada no trabalho de Carvalho et al. (2025), que desenvolveram um MPT lagrangiano acoplado ao MVD com modelo de rugosidade para investigar o escoamento ao redor de um corpo rombudo rugoso aquecido. Nesse estudo, as equações do transporte da vorticidade e de energia, são acopladas com o efeito da rugosidade sobre o coeficiente de arrasto, números de Strouhal e Nusselt em diferentes regimes de convecção. Em paralelo, a dissertação de Chiaradia (2025) aplicou o MVD com modelo de rugosidade superficial ao estudo de vibrações induzidas por vórtices em cilindros rugosos, sem troca de calor mostrando que o modelo de rugosidade (Bimbato, 2012) é particularmente sensível à captura de fenômenos não lineares de sincronização entre esteira e movimento estrutural *in line* e identificando novos padrões de esteira associados à presença de rugosidade.

Em suma, o desenvolvimento do MVD com modelo de rugosidade pelo LMAML no IEM UNIFEI reúne uma sequência de contribuições voltadas à simulação lagrangiana de escoamentos ao redor de corpos rombudos. Essa linha de pesquisa parte da formulação do MVD com turbulência sub-malha (Alcântara Pereira, 2002; Alcântara Pereira et al., 2003), avança para o desenvolvimento de um modelo bidimensional de rugosidade (Bimbato, 2012; Bimbato et al., 2019, 2020), desenvolve um segundo modelo de rugosidade, modelo lagrangiano dinâmico de rugosidade (Oliveira, 2020; Oliveira e Alcântara Pereira, 2022), estende a formulação para configurações com múltiplos corpos e confinamento (Moraes, 2021; Moraes e Alcântara Pereira, 2021; Moraes et al., 2022), e inclui troca de calor para o tratamento de problemas conjugados de transferência de calor por convecção mista (Carvalho, 2025; Chiaradia et al., 2025). Estes estudos fornecem esses estudos fornecem a base metodológica para a presente Dissertação de Mestrado, especialmente no que se refere ao uso do MVD com modelo de rugosidade (Bimbato et al., 2019) para investigar escoamentos não permanentes, cargas fluidodinâmicas e regimes de VIV/WIV em configurações envolvendo cilindros circulares. Fica evidenciado que a inclusão de transferência de calor por convecção mista será uma extensão natural desta Dissertação de Mestrado.

CAPÍTULO 3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

3.1 Introdução

O Capítulo 3 apresenta a formulação matemática para o estudo de Vibração por Interferência de Esteira (WIV) no arranjo de um cilindro circular à jusante oscilando transversalmente na esteira de um cilindro circular idêntico estacionário à montante. O referencial inercial é fixado no cilindro a montante, enquanto o cilindro a jusante oscila de maneira forçada na direção transversal ao escoamento incidente. O domínio fluido é assumido bidimensional e suficientemente amplo, conforme o modelo estrutural esquematizado na Figura 3.1.

As hipóteses assumidas são inicialmente apresentadas com o objetivo de organizar as equações diferenciais governantes e as condições de contorno do problema. Na sequência, deduz-se a lei de Biot-Savart e realiza-se a adimensionalização das grandezas relevantes, com a definição dos principais coeficientes adimensionais. A partir das equações governantes, obtém-se a equação do transporte da vorticidade, fundamental para a formulação lagrangiana adotada neste trabalho. Por fim, são discutidas a formulação integral para o cálculo do campo de pressões e a modelagem de turbulência empregada nas simulações numéricas.

3.2 Geometria do problema e definições

Na Figura 3.1 identifica-se o sistema de coordenadas (x, O, y) fixo no cilindro circular imóvel localizado à montante. O escoamento incidente é definido pela velocidade não perturbada U_∞ . Os dois cilindros têm mesmo diâmetro D e são espaçados centro a centro pela distância definida por L .

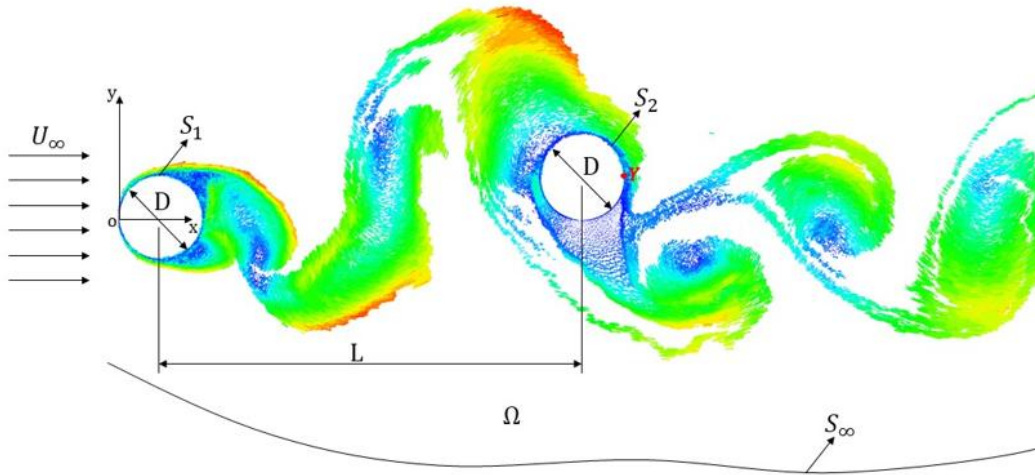


Figura 3.1 Modelo estrutural e definições.

O cilindro a montante é identificado pela superfície S_1 e pela seguinte equação escalar:

$$F_1(x, y) = x^2 + y^2 = (D/2)^2 \quad (3.1)$$

O cilindro a jusante, idêntico ao cilindro a montante, é identificado pela superfície S_2 . Um ponto P pertencente a essa superfície acompanha o movimento do cilindro a jusante, que oscila forçadamente na direção transversal em relação ao referencial (x, O, y) , conforme a seguinte função harmônica:

$$y_{osc,P} = A[\cos(2\pi f_0 t)] \quad (3.2)$$

onde A é a amplitude de oscilação, f_0 é a frequência de oscilação e t é o tempo.

A velocidade do ponto P é calculada da seguinte maneira:

$$\dot{y}_{osc,P} = v_{osc} = -2\pi A f_0 [\sin(2\pi f_0 t)] \quad (3.3)$$

Distante dos dois corpos identifica-se a fronteira fluida S_∞ .

O domínio fluido Ω corresponde à região ocupada pelo fluido ao redor dos dois cilindros. O contorno desse domínio é definido por $\Omega = S_1 \cup S_2 \cup S_\infty$, em que S_1 e S_2 representam,

respectivamente, as superfícies dos cilindros à montante e à jusante, enquanto S_∞ representa a fronteira externa suficientemente distante dos corpos.

A grandes distâncias dos dois corpos, o fluido move-se tal que seu componente do vetor velocidade (o escoamento incidente não possui ângulo de ataque) é definido por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{U}_\infty \quad (3.4)$$

Duas esteiras viscosas se desenvolvem a partir das superfícies S_1 e S_2 . A interação da esteira do cilindro à montante com o cilindro à jusante induz o fenômeno de WIV. Nas vizinhanças dos dois corpos a influência do mecanismo de desprendimento alternado de vórtices contrarrotativos também induz carregamentos fluidodinâmicos. O ângulo θ , mostrado na Figura 3.1, é utilizado para a identificação de pontos sobre a superfície dos dois corpos para o cálculo da distribuição de pressão.

3.3 Hipóteses assumidas

Na formulação matemática são assumidas algumas hipóteses para redução da complexidade do problema estudado. Estas hipóteses são agrupadas em relação à geometria do problema, às propriedades termodinâmicas do fluido e às propriedades do escoamento. Assim, assumem-se as seguintes hipóteses para que se estude o escoamento não permanente, que se desenvolve a partir da separação da camada limite na superfície do cilindro a montante e interage com o cilindro a jusante:

H_1 : O escoamento é assumido bidimensional, isto é, ocorre no plano (x,y) , que se estende até o contorno S_∞ do domínio fluido Ω , como mostrado na Figura. 3.1.

H_2 : O fluido é assumido newtoniano com as suas propriedades termodinâmicas massa específica (ρ) e coeficiente de viscosidade cinemática ($\nu = \mu/\rho$) considerados constantes em todo o domínio fluido.

H_3 : Os efeitos de troca de calor entre as fronteiras sólidas e o fluido são desprezados, isto é, as superfícies S_1 e S_2 são consideradas isotérmicas.

H4: Desprezam-se os efeitos da compressibilidade do fluido; em outras palavras assume-se que o número de Mach apresenta valores bem menores que a unidade (em geral, $Ma < 0,3$), caracterizando-se, assim, um escoamento incompressível.

As hipóteses assumidas acima possibilitam o desenvolvimento de uma metodologia compatível com os objetivos deste trabalho, listados na Seção 1.2. A equação do movimento, associada ao Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Linear (PCQML), é representada pelas Equações de Navier-Stokes, sem inclusão de termos de forças de empuxo, uma vez que não são considerados efeitos de troca de calor entre as fronteiras sólidas e o fluido, nem variações de massa específica associadas a gradientes térmicos.

3.4 Equações governantes e condições de contorno

O fenômeno físico de WIV entre dois cilindros circulares idênticos alinhados com a direção do escoamento incidente é governado pelas expressões matemáticas que representam os princípios de conservação. Com as hipóteses anteriormente assumidas, o Princípio de Conservação da Massa, P.C.M. (equação da continuidade) e o Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear, P.C.Q.M.L. (equações de Navier-Stokes) assumem formas específicas (White, 2018).

O Princípio de Conservação da Massa é representado pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.5)$$

onde u e v representam os componentes do vetor velocidade do fluido u .

O Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear é representado pelas equações de Navier-Stokes, que apresentam os seguintes componentes na direção do eixo dos x (1ª equação de Navier-Stokes) e na direção do eixo dos y (2ª equação de Navier-Stokes), respectivamente:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + X \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + Y \quad (3.7)$$

onde p representa o campo de pressões e X e Y representam os componentes de força de campo gravitacional nas direções dos eixos dos x e dos y , respectivamente.

Na formulação matemática deste problema, os componentes da força de campo gravitacional são desprezados, isto é, $X=Y=0$.

Com os desenvolvimentos anteriores, a forma vetorial final das Equações de Navier-Stokes torna-se em:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.8)$$

Sobre a superfície dos dois corpos é imposta a condição de impenetrabilidade (impermeabilidade), tal que:

$$(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \text{ sobre } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.9)$$

Sobre a superfície dos dois corpos é também imposta a condição de escorregamento-nulo (ação dos efeitos de viscosidade molecular), isto é:

$$(\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}) = (\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\tau}) \text{ sobre } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.10)$$

onde $\mathbf{n}$ e $\boldsymbol{\tau}$ são, respectivamente, os versores normal e tangencial às superfícies S_1 e S_2 em cada ponto e o vetor $\mathbf{V}$ refere-se à velocidade da superfície dos corpos (nesta formulação o cilindro a montante se encontra estacionário e o cilindro a jusante oscila de acordo com a Eq. (3.2)).

A grande distância das duas fronteiras sólidas, isto é, em S_∞ , assume-se que o escoamento analisado tende para o escoamento não perturbado da seguinte maneira:

$$\mathbf{u} = iU_\infty + \mathbf{j}(0) \text{ sobre } S_\infty \quad (3.11)$$

A Eq. (3.5) mostra que o campo de velocidades é solenoidal, isto é:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.12)$$

o que possibilita escrever o vetor velocidade do fluido $\mathbf{u}$ a partir de um vetor potencial $\mathbf{A}$, com divergente nulo. Desta maneira:

$$\mathbf{u} = \nabla \times \mathbf{A} \text{ e } \nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (3.13)$$

A Eq. (3.13) satisfaz a equação da continuidade, Eq. (3.12); consequentemente, o vetor vorticidade, definido por $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$, pode ser escrito de acordo com a seguinte identidade vetorial:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (3.14)$$

Com a definição do vetor potencial $\mathbf{A}$, obtém-se, a partir da Eq. (3.14), uma equação de Poisson para este vetor, tal que:

$$\boldsymbol{\omega} = -\nabla^2 \mathbf{A} \quad (3.15)$$

Integrando-se a Eq. (3.15) e substituindo a solução do vetor potencial na Eq. (3.13) obtém-se a seguinte solução para o vetor velocidade do fluido (Karamcheti, 1966):

$$\mathbf{u} = \int_{\Omega} \boldsymbol{\omega} \times \nabla G d\Omega \quad (3.16)$$

onde G é a função de Green; e para escoamento bidimensional (hipótese H_1), esta função é dada por:

$$G = -\frac{1}{2\pi} \ln a \quad (3.17)$$

sendo $a = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$ a distância entre os pontos, e o índice i refere-se ao ponto onde se deseja determinar a velocidade induzida no fluido pelo campo de vorticidades.

O gradiente da função de Green é dado por:

$$\nabla G = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{a} \nabla a = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{a} \left(\frac{\partial a}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial a}{\partial y} \mathbf{j} \right) = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{a} \left(\frac{x - x_i}{a} \mathbf{i} + \frac{y - y_i}{a} \mathbf{j} \right) \quad (3.18)$$

ou ainda:

$$\nabla G = -\frac{1}{2\pi} \frac{(x - x_i) \mathbf{i} + (y - y_i) \mathbf{j}}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} = -\frac{1}{2\pi a^2} (x - x_i) \mathbf{i} + (y - y_i) \mathbf{j} \quad (3.19)$$

Como o objetivo é calcular a velocidade induzida sobre o ponto (x_i, y_i) pelo campo de vorticidades, então se utiliza na Eq. (3.16) $\nabla_i G$ ao invés de ∇G . Desta maneira:

$$\nabla_i G = -\nabla G = \frac{1}{2\pi a^2} (x - x_i) \mathbf{i} + (y - y_i) \mathbf{j} \quad (3.20)$$

Como último passo substitui-se a Eq. (3.20) na Eq. (3.19) para obter a Lei de Biot-Savart, que relaciona o campo de velocidades com o campo de vorticidades:

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} \frac{\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{a}}{|\mathbf{a}|^2} d\Omega. \quad (3.21)$$

3.5 Adimensionalização do problema

O objetivo de adimensionalizar as equações governantes e as condições de contorno do problema formulado na Seção 3.4 é obter ganho de generalidade na apresentação da solução do modelo matemático para sua posterior implementação numérica (capítulo 4). Nesse contexto, identificam-se as grandezas características do problema e definem-se os parâmetros adimensionais utilizados na análise dos resultados. Os resultados numéricos a serem obtidos também se tornam generalizados com o uso de parâmetros adimensionais clássicos da mecânica dos fluidos. Alguns destes parâmetros adimensionais serão definidos a seguir.

O primeiro passo é escolher as grandezas representativas do fenômeno estudado. Neste trabalho e, em geral, nos problemas de mecânica dos fluidos, são escolhidos:

- b é o comprimento característico; adota-se o diâmetro do cilindro circular D .
- U é a velocidade característica; adota-se o módulo da velocidade do escoamento não-perturbado, isto é, $U = \sqrt{U_{\infty}^2 + V_{\infty}^2}$.
- T_0 é o tempo característico, onde $T_0 = \frac{b}{U}$.

Após a escolha das grandezas representativas, as equações governantes e as condições de contorno do problema podem ser adimensionalizadas. As grandezas adimensionalizadas tornam-se em:

$$x^* = \frac{x}{b} \quad : \text{coordenada na direção do eixo dos } x,$$

$$y^* = \frac{y}{b} \quad : \text{coordenadas na direção do eixo dos } y,$$

$$L^* = \frac{L}{b} = \frac{L}{D} \quad : \text{distância centro a centro entre os dois cilindros circulares,}$$

$$A^* = \frac{A}{b} = \frac{A}{D} \quad : \text{amplitude de oscilação forçada do cilindro a jusante,}$$

$$T_0^* = \frac{UT_0}{b} \quad : \text{tempo característico adimensionalizado,}$$

$$\Delta t^* = \frac{U\Delta t}{b} \quad : \text{incremento de tempo,}$$

$$u^* = \frac{u}{U} \quad : \text{componente do vetor velocidade na direção do eixo dos x,}$$

$$v^* = \frac{v}{U} \quad : \text{componente do vetor velocidade na direção do eixo dos y,}$$

$$p^* = \frac{p}{\rho U^2} \quad : \text{campo de pressões,}$$

$$\omega^* = \frac{b\omega}{U} \quad : \text{único componente não nulo do vetor vorticidade normal ao plano (x, y),}$$

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{bU} \quad : \text{intensidade de um vórtice discreto de Lamb (Apêndice A),}$$

$$\sigma_0^* = \frac{\sigma_0}{b} \quad : \text{raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb (Apêndice A),}$$

$$\nabla^* = b\nabla \quad : \text{operador Nabla,}$$

$$\nabla^{*2} = b^2\nabla^2 \quad : \text{operador Laplaciano.}$$

Os principais parâmetros adimensionais obtidos (importantes para se estabelecer semelhança entre diferentes experimentos realizados) são os seguintes:

$$Re = \frac{\rho UD}{\mu} = \frac{UD}{\nu} \quad : \text{número de Reynolds;}$$

$$St = f_s \frac{D}{U} \quad : \text{número de Strouhal;}$$

onde f_s é a frequência de emissão de pares contrarrotativos de vórtices a partir de um cilindro único estacionário.

$$V_R = \frac{U}{f_0 D} \quad : \text{Velocidade Reduzida};$$

onde f_0 é a frequência de vibração forçada do cilindro a jusante.

$$C_p = \frac{(p - p_\infty)}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad : \text{coeficiente de pressão};$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad : \text{coeficiente de arrasto de forma (pressão)};$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad : \text{coeficiente de sustentação}.$$

Algumas das grandezas apresentadas nesta seção serão retomadas e detalhadas no Capítulo 4, durante a descrição do algoritmo numérico.

A partir das definições acima, as equações governantes e suas condições de contorno assumem as seguintes formas adimensionais:

$$\nabla^* \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \left(\mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \right) \mathbf{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^{*2} \mathbf{u}^* \quad (3.23)$$

$$(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{v}^* \cdot \mathbf{n}) \quad \text{sobre } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.24)$$

$$(\mathbf{u}^* \cdot \boldsymbol{\tau}) = (\mathbf{v}^* \cdot \boldsymbol{\tau}) \quad \text{sobre } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.25)$$

$$|\mathbf{u}^*| \rightarrow 1 \quad \text{sobre } S_\infty \quad (3.26)$$

O asterisco (*), que denota grandeza adimensionalizada, é omitido deste ponto em diante do texto por comodidade de digitação e apresentação das próximas equações.

3.6 Equação do transporte da vorticidade

Na seção anterior, as expressões matemáticas adimensionalizadas governam o fenômeno em estudo, sendo estabelecidas na forma da equação da continuidade (Eq. 3.22) e das equações de Navier-Stokes (Eq. 3.23). Nas equações de Navier-Stokes identifica-se a presença do termo de pressão, que pode apresentar alguma dificuldade para a manipulação das equações buscando uma solução numérica (capítulo 4). Para contornar este problema, a estratégia é aplicar o operador rotacional ($\nabla \times$) em ambos os lados da Eq. (3.23) para que apareça a seguinte identidade vetorial $\nabla \times (\nabla p) = 0$ (sem mostrar a sua dedução). Adicionalmente, a definição matemática da vorticidade ($\omega = \nabla \times \mathbf{u}$) é considerada, junto com as hipóteses simplificadoras H_1 (escoamento bidimensional) e H_4 (escoamento incompressível) apresentadas na seção 3.3 e a Eq.(3.22), para que se obtenha a seguinte versão bidimensional adimensionalizada da Equação do Transporte da Vorticidade (ETV) (Batchelor, 1967):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (3.27)$$

A Eq. (3.27) é escalar e o termo de pressão, anteriormente presente nas equações de Navier-Stokes, Eq. (3.23), não mais se faz presente. A ETV, desta maneira, corresponde à forma em vorticidade das equações de Navier-Stokes para o caso bidimensional incompressível. Nessa formulação, o termo de pressão é eliminado pela aplicação do operador rotacional, e a evolução do campo de vorticidades passa a ser governada pelos mecanismos de advecção e difusão. Com relação ao termo de pressão, ele é recuperado nesta formulação aplicando-se o operador divergente nas equações de Navier-Stokes e em seguida obtendo-se uma equação de Poisson para a pressão (Shintani & Akamatsu, 1994), veja na seção 3.7.

O lado esquerdo da Eq. (3.27) reúne o termo local de variação temporal da vorticidade e o termo advectivo, associado ao transporte da vorticidade pelo campo de velocidades. O lado direito descreve a difusão da vorticidade, controlada pelos efeitos viscosos. É importante mencionar que os efeitos da viscosidade molecular no problema ficam concentrados no lado direito da Eq. (3.27). A implementação numérica de Eq. (3.27) é discutida no capítulo 4, através

do algoritmo de separação da parte viscosa (do inglês, *Viscous Splitting Algorithm*) desta equação, como proposto por Chorin (1973).

3.7 Campo de pressões

O campo de pressões é recuperado na formulação geral do problema pela aplicação do operador divergente ($\nabla \cdot$) em ambos os lados da Eq. (3.23) junto com a hipótese simplificadora H_4 (escoamento incompressível), apresentada na seção 3.3. Após algumas manipulações, a Eq. (3.23) resulta em uma equação de Poisson para a pressão, na seguinte forma:

$$\nabla^2 p = -\nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \quad (3.28)$$

A formulação geral para o cálculo do campo de pressões é baseada na abordagem apresentada por Shintani & Akamatsu (1994) e Kamemoto (1994). A abordagem permite o cálculo do campo de pressões em qualquer ponto do domínio fluido, por meio de uma integração que utiliza a definição da equação de Bernoulli (Uhlman, 1992):

$$Y = p + \rho \frac{u^2}{2}, u = |\mathbf{u}| \quad (3.29)$$

No trabalho de Shintani & Akamatsu (1994) é apresentada a seguinte equação integral:

$$H\bar{Y}_i - \int_{S_c} Y \nabla G_i \cdot \mathbf{n} dS = \iint_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega - \frac{1}{\text{Re}} \int_{S_c} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} dS \quad (3.30)$$

onde:

$H=1$ em Ω (domínio fluido do problema) ou

$H=0.5$ em S_c , dada pela composição de S_1 e S_2 e

G corresponde à solução fundamental da equação de Laplace.

No trabalho de Ricci (2002) também são encontrados os desenvolvimentos da dedução completa para seguinte equação (que permite determinar o valor da pressão no ponto i):

$$HY_i + \int_S \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x-x_i) + n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} Y dS = - \int_{\Omega} \frac{1}{\pi} \frac{v(x-x_i) - u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega d\Omega$$

$$-\frac{1}{\text{Re}} \int_S \frac{1}{\pi} \frac{n_y(x-x_i) - n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega dS \quad (3.31)$$

As integrais na Eq. (3.31) são resolvidas numericamente (seção 4.5).

3.8 Modelagem de turbulência

No presente problema, o número de Reynolds adotado, $\text{Re} = 65.000$, situa o escoamento em regime subcrítico, com camada limite predominantemente laminar antes da separação e esteira com forte atividade vorticosa e efeitos turbulentos. Por isso, torna-se necessário incorporar uma modelagem capaz de representar a dissipação associada às escalas não resolvidas pelo método numérico. A turbulência caracteriza-se por uma ampla gama de escalas interagindo de maneira não linear: as estruturas de grande porte são determinadas pela geometria do escoamento e pelas condições de contorno, enquanto as microestruturas, associadas às escalas de Kolmogorov, são controladas pela viscosidade molecular, desempenhando papel crucial na dissipação de energia. Nessas pequenas escalas concentram-se as maiores frequências, enquanto as estruturas de grande escala armazenam a maior parcela da energia cinética.

Com o aumento do número de Reynolds, a complexidade dos padrões turbulentos cresce significativamente, tornando inviável a solução direta das equações governantes. Dessa forma, diferentes estratégias de modelagem e simulação foram desenvolvidas:

- Simulação Numérica Direta (DNS), capaz de resolver todas as escalas turbulentas, mas com custo computacional extremamente elevado, sendo aplicável apenas a baixos valores de Reynolds.
- Modelos baseados em médias de Reynolds (RANS), que empregam a decomposição de Reynolds para separar componentes médias e flutuantes, introduzindo as chamadas tensões de Reynolds, as quais necessitam de modelagem adicional para o fechamento do sistema.
- Simulação de Grandes Escalas (LES), que adota filtragem espacial para resolver explicitamente as escalas mais energéticas, fortemente influenciadas pela geometria, enquanto as menores, geralmente homogêneas e isotrópicas, são representadas por modelos submalha.

3.8.1 Filtragem das equações governantes

A metodologia LES baseia-se na separação das escalas do escoamento por meio de um processo de filtragem. As macroestruturas, mais relevantes do ponto de vista dinâmico, são resolvidas diretamente, ao passo que as microestruturas, menos influentes individualmente, devem ser modeladas.

O procedimento consiste na aplicação de um operador de filtro passa-baixa às variáveis de interesse, de forma que o campo de uma grandeza genérica $F(x,t)$ possa ser decomposto em duas partes: a contribuição das grandes escalas $\bar{F}(x,t)$ e a das flutuações de submalha $F'(x,t)$.

$$F(x,t) = \bar{F}(x,t) + F'(x,t) \quad (3.32)$$

A operação de filtragem é definida integralmente por:

$$\bar{F}(x,t) = \int_V F(x-y,t) G(y) dy \quad (3.33)$$

em que $G(y)$ representa a função filtro.

Aplicando-se o operador às equações governantes da continuidade e da quantidade de movimento, obtêm-se as formas filtradas das Equações 3.34 e 3.35, respectivamente:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.35)$$

isto é, a filtragem do termo convectivo não linear introduz a necessidade de representar os efeitos das escalas não resolvidas, reunidos no tensor submalha τ_{ij} , conforme indicado na Eq. (3.35).

Para expor explicitamente as contribuições de cada escala, decompõe-se o produto não linear pela identidade:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{u'_i u'_j} \quad (3.36)$$

Aplicando-se novamente a operação de filtragem e reorganizando-se os termos, definem-se os tensores característicos da teoria submalha:

- Tensor de Leonard (L_{ij}), que representa interações puramente de escalas resolvidas;
- Tensor cruzado (C_{ij}), associado à interação entre componentes resolvidas e submalha;
- Tensor de Reynolds submalha (τ_{ij}), que descreve a transferência de energia entre escalas não resolvidas.

Em notação compacta, a Equação 3.36 é escrita da seguinte forma:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_i} \overline{u_j} + L_{ij} + C_{ij} + \tau_{ij} \quad (3.37)$$

onde τ_{ij} é o tensor submalha que requer modelagem para fechar as equações filtradas.

Em formulações numéricas de baixa ordem, como a adotada neste trabalho, os tensores de Leonard (1980) e cruzado são usualmente negligenciados, de modo que o fechamento das equações filtradas passa a depender, principalmente, da modelagem do tensor de Reynolds submalha.

3.8.2 Modelagem da turbulência

Neste estudo, a representação dos efeitos turbulentos é realizada por meio do coeficiente de viscosidade turbulenta ν_t , associado à transferência de quantidade de movimento e à dissipação de energia entre as escalas não resolvidas do escoamento. Conforme a hipótese clássica de Boussinesq, a componente anisotrópica do tensor de Reynolds submalha τ_{ij} pode ser relacionada ao tensor taxa de deformação do campo de velocidades filtrado S_{ij} . Essa aproximação permite representar os efeitos das escalas não resolvidas por meio de uma viscosidade efetiva adicional, preservando o fechamento das equações filtradas no contexto da modelagem LES.

No modelo desenvolvido por Smagorinsky (1963), amplamente empregado em simulações de grandes escalas (LES), o tensor de deformação S_{ij} é formalmente definido pela seguinte Equação 3.38:

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (3.38)$$

A interação entre o tensor taxa de deformação S_{ij} e o tensor de Reynolds submalha τ_{ij} é formalmente descrita pela Equação 3.39:

$$\tau_{ij} = -2\nu_t S_{ij} \quad (3.39)$$

onde ν_t representa a viscosidade turbulenta efetiva.

Substituindo o tensor de Reynolds submalha, definido pela Eq. (3.39), na equação do transporte da quantidade de movimento filtrada, obtém-se a Eq. (3.40):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} [(v + \nu_t) \bar{S}_{ij}] \quad (3.40)$$

Dessa forma, é necessário realizar o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta. Um dos modelos mais difundidos para determinar esse parâmetro é o de Smagorinsky (1963), no qual a viscosidade turbulenta é expressa pela Equação 3.41:

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (3.41)$$

em que $C_s = 0,18$ é a constante de Smagorinsky e $\Delta = \sqrt{\Delta x \Delta y}$, na qual Δx e Δy representam a largura e a altura da malha, respectivamente, sendo a escala de filtragem, geralmente associada ao tamanho da malha (Método Euleriano). Dessa forma, a forma clássica do modelo de Smagorinsky (1963) é menos compatível com uma formulação puramente lagrangiana, pois depende de uma escala de filtragem associada à malha e do cálculo de derivadas espaciais do campo de velocidades.

Por sua vez, o método utilizado neste trabalho é puramente lagrangiano, ou seja, não possui malha. Dessa forma, Chollet e Lesieur (1981) destacam que, em porções do escoamento onde a atividade turbulenta é reduzida, a presença de um modelo submalha torna-se dispensável, visto que as grandes escalas predominam e o processo dissipativo é naturalmente controlado pela viscosidade molecular. Por outro lado, nas regiões em que surgem flutuações

significativas associadas às escalas submalha, a dissipação das estruturas menores torna-se indispensável para evitar o acúmulo irreal de energia cinética. Nessas zonas, o comportamento turbulento pode ser assumido, em primeira aproximação, como estatisticamente homogêneo e isotrópico, o que permite o emprego de hipóteses espectrais.

Com base nessas considerações, os autores Chollet e Lesieur (1981) introduziram uma formulação espectral em que o coeficiente de viscosidade turbulenta ν_t é determinado a partir do espectro local de energia cinética $E_C(K,t)$. Essa relação é apresentada pela Equação 3.42, que expressa a dependência direta entre a viscosidade turbulenta e a distribuição espectral da energia entre as diferentes escalas do escoamento.

$$\nu_t(K_C,t) = \frac{2}{3} C_K^{-3/2} \sqrt{\frac{E(K_C,t)}{K_C}} \quad (3.42)$$

em que é $C_K = 1,4$ a constante de Kolmogorov e K_C número de onda de corte.

Com fundamento na relação proposta por Batchelor (1967), Métails e Lesieur (1992) desenvolveram uma formulação para a estimativa do espectro local de energia cinética $E_C(K,t)$, baseada no conceito da função-estrutura de segunda ordem da velocidade. Essa função, denotada por F_2 , permite quantificar as flutuações de velocidade entre dois pontos do escoamento separados por uma distância característica, refletindo a intensidade das variações turbulentas locais. O cálculo de F_2 é realizado por meio da Equação 3.43, a qual expressa matematicamente essa correlação e fornece uma medida direta da energia contida nas escalas submalha. Dessa forma, a função-estrutura torna-se um instrumento essencial para descrever o comportamento espectral da turbulência e determinar o coeficiente de viscosidade turbulenta de maneira mais realista.

$$\overline{F_2}(x,\Delta,t) = \left\| \overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}+\mathbf{r},t) - \mathbf{u}(\mathbf{x},t)} \right\|_{\|\mathbf{r}\|=\Delta}^2 \quad (3.43)$$

Nessa formulação, destaca-se que o operador de média é aplicado às velocidades $\overline{\mathbf{u}}(\mathbf{x}+\mathbf{r}, t)$, avaliadas em diferentes pontos situados na superfície de uma esfera de raio $\|\mathbf{r}\|=\Delta$ e centrada na posição $\mathbf{x}$, e à velocidade $\overline{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t)$, correspondente ao ponto do escoamento onde se pretende determinar a intensidade da atividade turbulenta. Esse procedimento possibilita a

quantificação estatística das flutuações locais de velocidade, refletindo a transferência de energia entre escalas adjacentes do movimento.

A função-estrutura de velocidade de segunda ordem desempenha, portanto, um papel central na avaliação da dissipação turbulenta, sendo empregada diretamente no cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta, conforme descrito pela Equação 3.44, que estabelece a relação entre F_2 , o comprimento característico Δ e o coeficiente ν_t .

$$\nu_{t_i}(t) = 0.105 C_k^{-3/2} \sigma_{\theta_k} \sqrt{\bar{F}_{2_i}(t)} \quad (3.44)$$

Uma das principais vantagens dessa formulação sobretudo quando aplicada em conjunto com o Método de Vórtices Discretos (MVD) reside no fato de que a função-estrutura de segunda ordem da velocidade fundamenta-se diretamente nas flutuações locais de velocidade, isto é, nas diferenças entre as velocidades observadas em pontos vizinhos do escoamento. Essa característica confere elevada compatibilidade com a abordagem lagrangiana do método, uma vez que elimina a necessidade de calcular derivadas espaciais explícitas, simplificando significativamente o processo de implementação numérica.

Após o cálculo do ν_t utilizando a função estrutura de segunda ordem da velocidade para um problema puramente lagrangiano, encontra-se a versão final da Equação do Transporte da Vorticidade (ETV), utilizada neste trabalho, Equação 3.45.

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\omega} = \left(\frac{1}{\text{Re}} + \nu_t \right) \nabla^2 \bar{\omega} \quad (3.45)$$

CAPÍTULO 4. MÉTODO DE SOLUÇÃO: O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS COM MODELO DE RUGOSIDADE

4.1 Introdução

O Capítulo 4 é organizado de acordo com a sequência de execução do algoritmo desenvolvido para a solução numérica do problema estudado. Para o melhor entendimento da finalidade da apresentação de cada seção deste capítulo, inicialmente apresenta-se a ideia do algoritmo do MVD com modelo de rugosidade implementado no ambiente Fortran com OpenMP, na seguinte sequência:

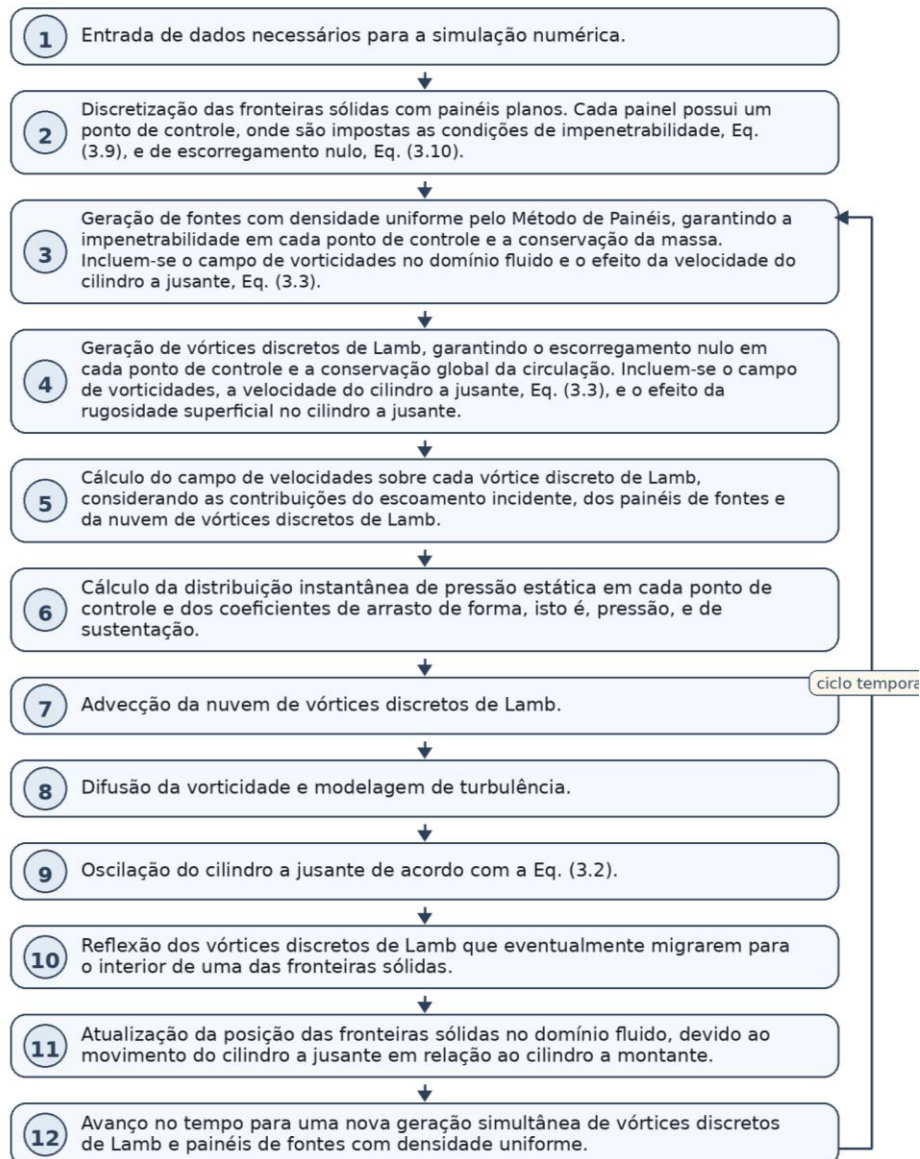


Figura 4.1 Fluxograma do algoritmo da simulação numérica.

- (i) Entrada de dados necessários para a simulação numérica.
- (ii) Discretização das fronteiras sólidas utilizando painéis planos; cada painel plano possui um ponto central chamado ponto de controle, onde são impostas as condições de impenetrabilidade, Eq. (3.9), e de escorregamento nulo, Eq. (3.10).
- (iii) Geração de fontes com densidade uniforme, via Método de Painéis, para garantir a condição de impenetrabilidade sobre cada ponto de controle e a condição de conservação da massa. Nesta etapa incluem-se a presença do campo de vorticidades presente no domínio fluido e o efeito da velocidade do cilindro a jusante, de acordo com a Eq. (3.3).
- (iv) Geração de vórtices discretos de Lamb para garantir a condição de escorregamento nulo sobre cada ponto de controle e a condição de conservação global da circulação. Nesta etapa incluem-se a presença do campo de vorticidades presente no domínio fluido, o efeito da velocidade do cilindro a jusante, de acordo com a Eq. (3.3), e os efeitos de rugosidade superficial para o cilindro a jusante.
- (v) Cálculo do campo de velocidades sobre cada vórtice discreto de Lamb devido às contribuições do escoamento incidente, das fronteiras sólidas representadas por painéis planos com distribuição uniforme de fontes, e da nuvem de vórtices discretos de Lamb.
- (vi) Cálculo da distribuição instantânea de pressão estática sobre cada ponto de controle e cálculo dos coeficientes de arrasto de forma (pressão) e de sustentação.
- (vii) Advecção da nuvem de vórtices discretos de Lamb.
- (viii) Difusão da vorticidade e modelagem de turbulência.
- (ix) Oscilação do cilindro a jusante de acordo com a Eq. (3.2).
- (x) Reflexão de vórtices discretos de Lamb que eventualmente migrarem para o interior de uma das duas fronteiras sólidas do problema.
- (xi) Atualização da posição das fronteiras sólidas no domínio fluido, porque o cilindro a jusante se movimenta em relação ao cilindro a montante.
- (xii) Avanço no tempo para uma nova geração simultânea de vórtices discretos de Lamb e de painéis de fontes com densidade uniforme.

4.2 Método de painéis

A representação das duas fronteiras sólidas do problema (Figura. 3.1) para o cálculo do campo de velocidades sobre cada vórtice discreto de Lamb é obtida pelo Método de Painéis (Katz & Plotkin, 1991). O Método de Painéis discretiza a superfície de um corpo (ou múltiplos corpos) utilizando-se segmentos (ou painéis) retos ou curvos. Cada painel possui um ponto

central (ponto pivotal ou ponto de controle). E sobre estes painéis devem ser distribuídas singularidades para satisfazer alguma condição de contorno sobre cada ponto de controle. A grande vantagem do Método de Painéis é que se pode considerar a superfície de um corpo de forma qualquer e conhecida. A desvantagem é que as condições de contorno são impostas apenas sobre os pontos de controle na superfície discretizada de um corpo. A Figura 4.1 exemplifica a discretização de um corpo de forma qualquer e conhecida em painéis planos.

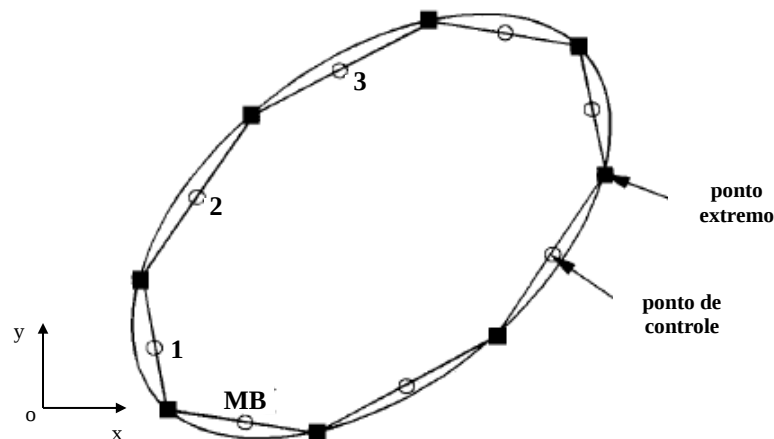


Figura 4.2 Discretização de superfície de um corpo usando MB painéis planos (adaptada de Lewis (1991)).

De acordo com a Figura. 3.1, as fronteiras sólidas do problema devem ser discretizadas e representadas por um conjunto de M painéis planos, sobre os quais se distribuem fontes com densidade uniforme $\sigma(x)$ para satisfazer a condição de contorno de Neumann. A condição de contorno de Neumann satisfaz a condição de impenetrabilidade de acordo com a Eq. (3.9). A Figura. 4.2 representa um painel plano sobre o qual se distribuí singularidade do tipo fonte com densidade uniforme $\sigma(x)$.

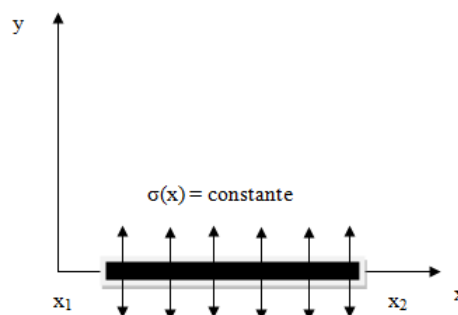


Figura 4.3 Distribuição de fontes com densidade uniforme. (adaptada de Katz & Plotkin (1991))

Um sistema de coordenadas deve ser fixado no ponto de controle do painel plano, como representado na Figura. 4.3, a fim de que os componentes U e V da velocidade induzida por

uma distribuição uniforme de fontes sobre um ponto P , localizado nas vizinhanças do painel, sejam calculados por, respectivamente:

$$u = \frac{\sigma}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sigma}{4\pi} \ln \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (4.1)$$

$$v = \frac{\sigma}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) \quad (4.2)$$

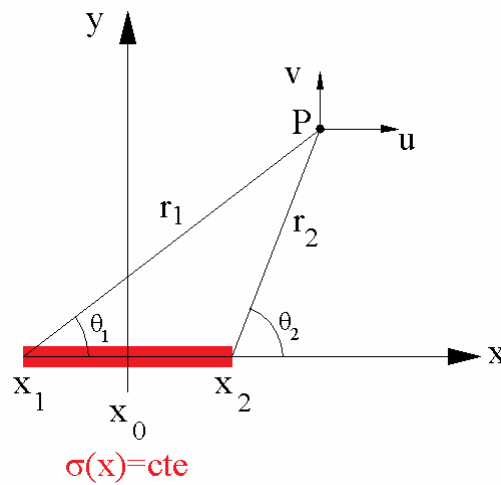


Figura 4.4 Representação dos componentes da velocidade induzida por um painel de fontes sobre um ponto P . (adaptada de Katz & Plotkin (1991)).

O cálculo dos componentes u e v da velocidade induzida por uma distribuição uniforme de fontes sobre um ponto P é inicialmente realizado no referencial localizado sobre o painel, veja a Figura. 4.3. Em seguida, estes dois componentes da velocidade induzida, considerando que o ponto P seja outro ponto de controle, devem ser projetados na direção normal a este ponto de controle para a imposição da condição de impenetrabilidade. A velocidade normal obtida, após a projeção dos componentes da velocidade, deve ser escrita para o referencial inercial $(x, 0, y)$, como mostrado na Figura. 4.1, equivalente ao referencial inercial $(x, 0, y)$ na Figura. 3.1.

Nesta formulação, cada painel com uma distribuição de fontes com densidade uniforme também induz velocidade normal sobre o ponto de controle dos outros painéis existentes no domínio fluido. Consequentemente, uma equação matricial é obtida, sendo que cada linha desta equação está relacionada com a imposição da condição de contorno de velocidade normal igual a zero sobre cada ponto de controle (Katz & Plotkin, 1991), tal que:

$$\begin{bmatrix} 0,5 & \dots & K_{1j} & \dots & K_{1k} & \dots & K_{1M} \\ & & \dots & & & & \\ K_{j1} & \dots & 0,5 & \dots & K_{jk} & \dots & K_{jM} \\ & & \dots & & & & \\ K_{M1} & \dots & K_{Mj} & \dots & K_{Mk} & \dots & 0,5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \dots \\ \sigma_j \\ \dots \\ \sigma_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} RHSS_1 \\ \dots \\ RHSS_j \\ \dots \\ RHSS_M \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

onde M é o número total de painéis planos utilizados para a discretização das fronteiras sólidas dos dois cilindros circulares, K_{jk} estabelece a velocidade normal induzida sobre o ponto de controle j pela distribuição de fontes localizada sobre o ponto de controle k , e $K_{jj}=0,5$ representa a auto indução para uma distribuição de fontes.

A Eq. (4.3) constitui um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a densidade uniforme de fontes. Alternativamente, pode-se escrever:

$$[COUPS]\{\Sigma\} = \{RHSS\} \quad (4.4)$$

onde:

$[COUPS]$ é a matriz de influência de fontes (velocidade normal induzida sobre cada ponto de controle pelas fontes nascentes);

$\{\Sigma\}$ é o vetor incógnita de fontes;

$\{RHSS\}$ é o vetor coluna lado direito de fontes (velocidade normal induzida sobre cada ponto de controle pelo escoamento incidente e pela nuvem de vórtices discretos; apenas para o cilindro a jusante inclui-se o efeito adicional de sua velocidade de vibração, Eq. (3.3)).

O cálculo do vetor coluna lado direito fontes para o ponto de controle do painel plano genérico k pode ser representado da seguinte maneira geral:

$$RHSS(k) = \left\{ (u_i) \sin(\theta_{p_k}) - (v_i - v_{osc}) \cos(\theta_{p_k}) + u_{k,j} \sin(\theta_{p_k}) - v_{k,j} \cos(\theta_{p_k}) \right\} \quad (4.5)$$

sendo u_i e v_i os componentes do vetor velocidade do escoamento não perturbado; v_{osc} a velocidade de vibração do cilindro a jusante (apenas para os painéis do cilindro a jusante); $u_{k,j}$ e $v_{k,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos (correção

necessária no Método de Painéis devido à presença do campo de vorticidades) no ponto de controle k , e θ_{pk} o ângulo de orientação do painel k .

Na Eq. (4.3) inclui-se uma linha extra para garantir a conservação da massa (portanto, fontes e sumidouros devem ser gerados) e utilizam-se o Método dos Mínimos Quadrados e o Método de Eliminação de Gauss com Condensação Pivotal para a obtenção do vetor incógnita $\{\text{SIGMA}\}$.

4.3 Geração de vórtices discretos de Lamb com efeito de rugosidade

Uma explicação para a geração de vorticidade a partir de uma fronteira sólida é que o contato de um fluido com a fronteira exige que a condição de escorregamento nulo seja satisfeita devido à ação de efeitos viscosos. Para interpretar o mecanismo de geração de vorticidade a partir de uma fronteira sólida considere que as equações de Navier-Stokes (Eq. 3.23) possam ser alternativamente escritas da seguinte maneira:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p - \frac{1}{Re} \nabla \times \boldsymbol{\omega}. \quad (4.6)$$

Devido à hipótese simplificadora H_1 , apresentada na seção 3.3, o escoamento estudado se desenvolve no plano (x,y) . Apenas com o intuito de simplificar a interpretação do mecanismo de geração de vorticidade, considere o movimento de um fluido nas imediações de uma superfície plana, veja a Figura. 4.4. Assumindo que este escoamento se realiza no semiplano em que o eixo real x representa esta fronteira sólida para qualquer $y=0$ ao longo da superfície, onde a condição de escorregamento nulo deve ser satisfeita. Com estas considerações a Eq. (4.6) é bastante simplificada resultando em:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (4.7)$$

Assim, a Eq. (4.7) possibilita a interpretação matemática do mecanismo de geração da vorticidade numa superfície sólida coincidente com o eixo dos x . A derivada do lado direito da equação é interpretada como o fluxo de vorticidade que atravessa a superfície coincidente com o eixo dos x para qualquer $y = 0$ ao longo da superfície. Como não há movimento de massa fluida para $y < 0$, este fluxo de vorticidade representa a quantidade de vorticidade gerada a

partir da superfície durante um intervalo de tempo Δt . O lado esquerdo da Eq. (4.7) quantifica o fluxo de vorticidade, tal que, se o gradiente de pressão for favorável, então haverá geração de vorticidade e, caso contrário (gradiente de pressão adverso ou desfavorável), então haverá uma destruição de vorticidade. Muito próximo da fronteira sólida a velocidade de advecção é pequena e este mecanismo pode ser interpretado como um processo de difusão primária da vorticidade (Alcântara Pereira, 1999).

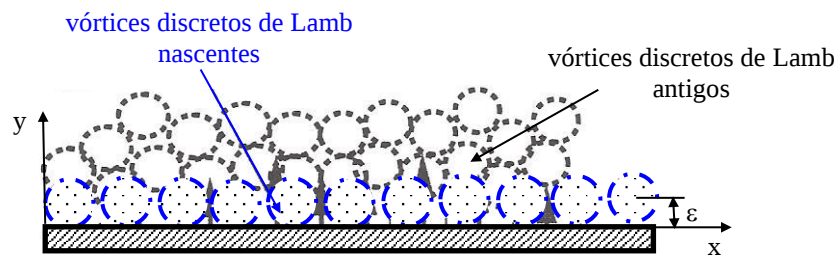


Figura 4.5 Representação da vorticidade gerada a partir de uma superfície plana utilizando vórtices discretos de Lamb. (adaptada de Moraes, 2011).

O mecanismo descrito anteriormente é representado numericamente por meio da imposição da condição de escorregamento nulo, Eq. (3.10), sobre o ponto de controle de cada painel plano. A estratégia é distribuir vórtices discretos de Lamb (nascentes) nas vizinhanças de cada painel durante cada incremento de tempo. O centro de cada vórtice discreto de Lamb localiza-se em $\varepsilon = \sigma_0$; veja novamente o esquema mostrado na Figura. 4.4. Cada vórtice discreto de Lamb possui um raio do núcleo σ_0 , onde a vorticidade se encontra distribuída (Apêndice A). De acordo com Alcântara Pereira (1999), estes vórtices discretos de Lamb (nascentes) devem ser posicionados tangenciando o ponto de controle de cada painel.

A inclusão de efeito de rugosidade para o cilindro a jusante utiliza o modelo proposto por Bimbato (2012) e Bimbato et al. (2020). A Figura 4.5 ilustra a ideia do modelo de injeção de quantidade de movimento no interior da camada limite para simular efeitos de rugosidade; observe que não existe discretização da superfície para modelar rugosidade, mas sim um efeito de injeção de quantidade de movimento, que foi viabilizado pela modelagem de turbulência, através do cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta. O objetivo é simular um ganho de energia cinética sobre o mecanismo de geração de vorticidade variando-se o raio do núcleo dos vórtices discretos de Lamb (nascentes) e com subsequente correção no valor da intensidade desses vórtices discretos, conforme Bimbato et al. (2020).

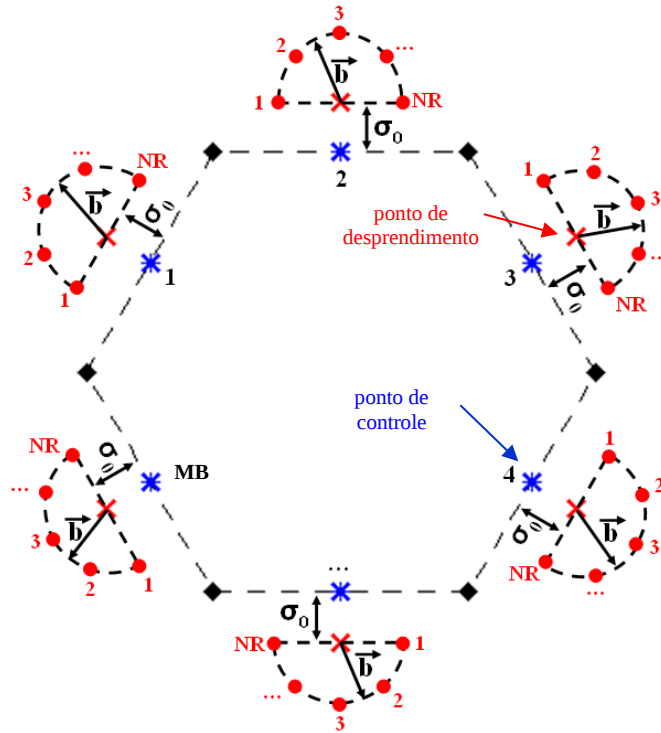


Figura 4.6 Modelo de camada limite com injeção de quantidade de movimento para representar efeito de rugosidade no cilindro a jusante (adaptada de Bimbato et al., 2020).

Na Figura 4.5 adota-se uma circunferência de raio $b=2\varepsilon-\sigma_0$ sobre cada painel plano, onde o centro desta circunferência coincidirá com o centro do vórtice discreto de Lamb (nascente) com efeito de rugosidade. Ao longo da circunferência foram escolhidos (aferidos) $NR=21$ pontos rugosos (Bimbato, 2012) para o cálculo das diferenças de velocidades médias entre o centro da circunferência e estes pontos. Assim, a função estrutura de velocidade de segunda ordem adaptada pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\bar{F}_{2_i}(t) = \frac{1}{NR} \sum_{w=1}^{NR} \left\| \bar{\mathbf{u}}_{t_i}(\mathbf{x}_i, t) - \bar{\mathbf{u}}_{t_w}(\mathbf{x}_i + \mathbf{b}, t) \right\|_w^2 (1 + \varepsilon) \quad (4.8)$$

onde $\mathbf{u}_t$ representa o vetor velocidade do campo filtrado para os pontos envolvidos, e $(1 + \varepsilon)$ é o ganho de energia cinética devido ao efeito da altura média de rugosidade relativa ε/D .

A partir da Eq. (4.8), o cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta é calculado da seguinte maneira:

$$v_{t_i}(t) = 0.105 C_k^{-3/2} \sigma_{0_k} \sqrt{\bar{F}_{2_i}(t)} \quad (4.9)$$

onde $C_k=1,4$ é a constante de Kolmogorov.

O valor modificado do raio do núcleo do vórtice discreto (nascente) é corrigido tal como:

$$\sigma_{oc_k}(t) = 1.41421 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re} \left(1 + \frac{v_{t_i}(t)}{\nu} \right)} \quad (4.10)$$

onde Δt é o incremento de tempo e Re é o número de Reynolds.

A correção no raio do núcleo do vórtice discreto (nascente) incrementa sua intensidade de um valor $\Delta\Gamma$; este mecanismo é interpretado como um novo termo fonte de quantidade de movimento para o MVD com modelo de rugosidade. A grande vantagem do conjunto de pontos rugosos é a combinação de geração de vórtices discretos e mudança instantânea no campo de vorticidades no interior da camada limite para introduzir efeitos inerciais devido à interferência de rugosidade superficial.

De maneira análoga à montagem da equação matricial de fontes, Eq. (4.3), obtém-se uma equação matricial para a geração dos vórtices discretos de Lamb impondo-se a condição de escorregamento nulo, tal que:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & \dots & K_{1j} & \dots & K_{1k} & \dots & K_{1M} \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ K_{j1} & \dots & K_{jj} & \dots & K_{jk} & \dots & K_{jM} \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ K_{M1} & \dots & K_{Mj} & \dots & K_{Mk} & \dots & K_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \dots \\ \Gamma_j \\ \dots \\ \Gamma_M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} RHSV_1 \\ \dots \\ RHSV_j \\ \dots \\ RHSV_M \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

onde M representa o número total de painéis planos utilizados para a discretização da superfície de cada cilindro circular, K_{jk} representa a velocidade tangencial induzida sobre o ponto de controle j por um vórtice discreto de Lamb (nascente) localizado nas proximidades do ponto de controle k , e K_{jj} representa a velocidade tangencial induzida pelo vórtice discreto de Lamb j posicionado nas imediações do próprio painel plano j .

A Eq. (4.11) também constitui um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a intensidade dos vórtices discretos de Lamb (nascentes). Alternativamente, pode-se escrever:

$$[COUPV]\{\Gamma\} = \{RHSV\} \quad (4.12)$$

onde:

[COUPV] representa a matriz de influência de vórtices discretos de Lamb (nascentes). Cada coeficiente da matriz de influência representa a velocidade tangencial induzida no ponto de controle de um painel por um vórtice discreto de Lamb (nascente) com intensidade unitária localizado nas proximidades de outro painel;

{GAMMA} representa o vetor incógnita de vórtices discretos de Lamb (nascentes);

{RHSV} representa o vetor coluna lado direito de vórtices discretos de Lamb (nascentes).

O cálculo do vetor coluna lado direito vórtices para o ponto de controle do painel genérico k é calculado como:

$$\text{RHSV}(k) = \left\{ - (u_i) \cos(\theta_{pk}) - (v_i - v_{osc}) \sin(\theta_{pk}) - u_{k,j} \cos(\theta_{pk}) - v_{k,j} \sin(\theta_{pk}) \right\} \quad (4.13)$$

sendo u_i e v_i os componentes do vetor velocidade do escoamento não perturbado; v_{osc} a velocidade de vibração do cilindro a jusante (apenas para os painéis do cilindro a jusante); $u_{k,j}$ e $v_{k,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos (correção necessária no modelo de camada limite devido à presença do campo de vorticidades) no ponto de controle k , e θ_{pk} o ângulo de orientação do painel k .

Na Eq. (4.13) incluem-se duas linhas extras para garantir a conservação global da circulação e utilizam-se o Método dos Mínimos Quadrados e o Método de Eliminação de Gauss com Condensação Pivotal para a obtenção do vetor incógnita {GAMMA}.

4.4 Cálculo do campo de velocidades

Na versão puramente lagrangiana do MVD, o cálculo do campo de velocidades é realizado sobre cada vórtice discreto de Lamb, sendo necessárias as seguintes contribuições: contribuições do escoamento incidente, $\mathbf{u}_i$, fronteiras sólidas (dois cilindros circulares), $\mathbf{u}_c$, e da nuvem de vórtices discretos, $\mathbf{u}_v$. O vetor velocidade instantânea do fluido (calculado sobre cada vórtice discreto) pode, então, ser escrito da seguinte maneira (a barra que representa grandeza filtrada é omitida por comodidade de digitação):

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_c + \mathbf{u}_v \quad (4.14)$$

A contribuição do escoamento incidente, $\mathbf{u}_i$, sem a presença de um ângulo de ataque, é representada apenas pelo escoamento uniforme na direção do eixo dos x ; em termos de componentes pode-se escrever:

$$u_i = 1 \quad (4.15)$$

$$v_i = 0 \quad (4.16)$$

A contribuição das duas fronteiras sólidas, $\mathbf{u}_c$, é obtida pelo Método de Painéis (seção 4.2) através das Eqs. (4.1) e (4.2) com mudança final para o referencial global.

A contribuição da nuvem de vórtices discretos de Lamb, $\mathbf{u}_v$, é obtida a partir da Lei de Biot-Savart, veja a Eq. (3.21). Este cálculo é chamado de interação vórtice-vórtice, sendo a etapa que consome maior tempo de processamento, porque o número de operações realizadas por um processador é proporcional ao quadrado do número total NV de vórtices discretos presentes no domínio em cada instante de tempo. Utiliza-se processamento paralelo para acelerar estes cálculos. Os componentes da velocidade total induzida sobre o vórtice k pelos demais vórtices na direção do eixo dos x e na direção do eixo dos y são calculados por, respectivamente:

$$u_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{NV} \Gamma_j U_{V_{k,j}} \quad (4.17)$$

$$v_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{NV} \Gamma_j V_{V_{k,j}} \quad (4.18)$$

No Apêndice A encontra-se a representação da distribuição de vorticidade e da velocidade tangencial induzida por um vórtice discreto de Lamb, veja a Figura A.2. Este modelo de vórtice discreto é escolhido para a discretização do campo de vorticidades (Panton, 1984). As Eqs. A.14 e A.15, representando a distribuição de vorticidades e a velocidade tangencial induzida no interior do raio do núcleo σ_0 do vórtice discreto de Lamb, são obtidas a partir da Eq. (3.27) – especificamente a solução do problema da difusão puramente radial da vorticidade (Batchelor, 1967) – escrita na forma de coordenadas cilíndricas.

Nas Eq. (4.17) e (4.18), $U_{vk,j}$ e $V_{vk,j}$ representam, respectivamente, a projeção da velocidade tangencial u_θ induzida por um vórtice discreto de Lamb de intensidade Γ_j na direção do eixo dos x e na direção do eixo dos y .

4.5 Cálculo das cargas fluidodinâmicas atuantes

As cargas aerodinâmicas resultam da ação do movimento de um fluido ao redor da superfície de um corpo. Estes carregamentos são divididos em cargas distribuídas (resultantes da ação da tensão cisalhante e da ação da pressão estática) e em cargas integradas (sendo de especial interesse, a força de arrasto de forma (pressão) e a força de sustentação). A formulação apresentada parte das discussões precedentes na seção 3.7. A Eq. (3.31) é discretizada e assume a seguinte forma numérica (Ricci, 2002):

$$HY_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1; j \neq i}^M \frac{n_{xj}(x_j - x_i) + n_{yj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j Y_j =$$

$$\frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{\pi Re} \sum_{j=1; j \neq i}^M \frac{n_{yj}(x - x_i) - n_{xj}(y - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j \gamma_j \quad (4.19)$$

A Eq. (4.19) é resolvida pelo Método de Painéis, tal que, o primeiro somatório é agrupado numa matriz de influência de pressão, representada por A_p , e os dois últimos somatórios são agrupados num vetor coluna lado direito pressão, representado por L_d . Desta maneira:

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^M A_{p,i,j} Y_j = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^M A_{d,i,j} \gamma_j \quad (4.20)$$

O vetor coluna lado direito na Eq. (4.20) é ainda escrito da seguinte forma:

$$L_{d_i} = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^M A_{d,i,j} \gamma_j \quad (4.21)$$

A aplicação da Eq. (4.21) para os M painéis planos, que discretizam a superfície dos dois cilindros circulares, resulta numa equação matricial para a pressão, tal como:

$$[A_p]\{Y\} = \{L_d\} \quad (4.22)$$

O vetor incógnita da equação matricial para a pressão corresponde aos valores de Y para os M painéis planos. A partir deste resultado, obtêm-se os valores para o coeficiente de pressão relativo a cada painel plano, isto é:

$$C_{p_i} = Y_i + 1 \quad (4.23)$$

As forças aerodinâmicas são obtidas pela integração da distribuição instantânea da pressão ao longo da superfície discretizada de cada cilindro circular. Uma parcela da força de arrasto de forma (pressão) atua em cada painel plano na direção coincidente com a velocidade do escoamento incidente, U . Uma parcela da força de sustentação atua em cada painel plano na direção perpendicular à direção do escoamento incidente. E somando-se as contribuições de cada painel para a força de arrasto de forma e para a força de sustentação encontram-se os seguintes resultados, respectivamente:

$$D = \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) \quad (4.24)$$

$$L = - \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) \quad (4.25)$$

Nas Eqs. (4.24) e (4.25), p_j correspondente à pressão atuante sobre o ponto de controle do painel plano j , p_∞ corresponde à pressão adotada como de referência, ΔS_j representa o comprimento do painel plano j , e θ_p define o ângulo de orientação do painel plano j . A adimensionalização das Eqs. (4.24) e (4.25) conduz às fórmulas para o coeficiente de arrasto de forma e para o coeficiente de sustentação de cada cilindro circular, respectivamente:

$$C_D = \sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) = \sum_{j=1}^M C_p \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) \quad (4.26)$$

$$C_L = - \sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) = - \sum_{j=1}^M C_p \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) \quad (4.27)$$

4.6 Algoritmo de separação da parte viscosa da equação do transporte da vorticidade

Na seção 3.6 foi apresentada a ETV, que é repetida nesta seção, isto é:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (4.28)$$

Na seção 3.8 foi apresentada a ETV na sua forma filtrada, que também é repetida nesta seção, ou seja:

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\omega} = \left(\frac{1}{\text{Re}} + \nu_t \right) \nabla^2 \bar{\omega} \quad (4.29)$$

Utilizando o algoritmo de separação da parte viscosa da Eq. (4.29), proposto por Chorin (1973), os problemas da advecção e da difusão da vorticidade (incluindo-se modelagem de turbulência) podem ser separados e resolvidos de maneira sequencial. Logo, os problemas puramente advectivo e difusivo são expressos pelas seguintes equações, respectivamente:

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\omega} = 0 \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} = \left(\frac{1}{\text{Re}} + \nu_t \right) \nabla^2 \bar{\omega} \quad (4.31)$$

De acordo com Chorin (1973), as Eqs. (4.30) e (4.31) devem ser resolvidas para cada vórtice discreto de Lamb durante cada incremento de tempo Δt . Estas equações convergem para a equação original, Eq. (4.29), se o incremento de tempo tender para zero.

4.7 Problema da advecção

Uma análise matemática da Eq. (4.30), que governa a advecção da vorticidade, permite que se faça uma interpretação lagrangiana para o transporte da vorticidade. Cada vórtice discreto de Lamb presente no domínio fluido pode ser transportado por advecção como se fosse uma partícula material de fluido (Helmholtz, 1858); e a Eq. (4.30) torna-se em:

$$\frac{D\bar{\omega}}{Dt} = \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \bar{\omega} = 0 \quad (4.32)$$

onde sua forma final lagrangiana é escrita por:

$$\frac{D\bar{\omega}}{Dt} = 0 \quad (4.33)$$

Na seção 4.4 foi apresentado o cálculo do campo de velocidades sobre cada vórtice discreto de Lamb. O vetor velocidade instantâneo calculado sobre cada vórtice discreto é a própria velocidade induzida sobre o fluido na mesma posição ocupada pelo vórtice discreto em um instante de tempo t . Nesta interpretação puramente lagrangiana, o deslocamento advectivo de cada vórtice discreto é resolvido integrando-se a equação para a sua trajetória, da seguinte maneira (a barra representando grandeza filtrada é omitida por comodidade de digitação):

$$\frac{d\mathbf{x}^{(i)}}{dt} = \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t) \quad (4.34)$$

onde $\mathbf{x}^{(i)}$ é o vetor posição ocupado pelo vórtice discreto (i) no instante de tempo t , e $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$ é o vetor velocidade total induzida na posição $\mathbf{x}^{(i)}$ ocupada pelo vórtice discreto neste mesmo instante de tempo t , veja a Eq. (4.14). O contador $i=1, NV$, onde NV é o número total de vórtices discretos presentes na nuvem durante o instante de tempo t .

A partir do cálculo do vetor velocidade total $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$, a solução numérica da Eq. (4.34) é obtida via esquema de avanço de primeira ordem de Euler (Ferziger, 1981). Este esquema corresponde a uma primeira aproximação para a solução da equação do avanço advectivo e resulta em:

$$\mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{x}^{(i)}(t) + \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t \quad (4.35)$$

4.8 Problema da difusão e modelagem de turbulência

Para a solução do problema da difusão da vorticidade utiliza-se a parte difusiva da Eq. (4.31) com a presença do coeficiente de viscosidade turbulenta, ν_t (a barra representando grandeza filtrada é novamente omitida por comodidade de digitação). Nesta etapa do algoritmo considera-se a manifestação dos efeitos da viscosidade molecular do fluido; na Eq. (4.31), a

presença do número de Reynolds do escoamento ratifica a presença dos efeitos viscosos. E a presença do coeficiente de viscosidade turbulenta inclui as manifestações turbulentas em torno de cada vórtice discreto de Lamb.

A solução numérica da Eq. (4.31) é obtida via Método de Avanço Randômico (Chorin, 1973) com cálculo adicional do coeficiente de viscosidade turbulenta. Dependendo da atividade turbulenta local, esse coeficiente pode assumir valores significativamente superiores ao coeficiente de viscosidade cinemática, ν . O método de solução da etapa difusiva representa uma técnica probabilística, que foi inspirada na formulação proposta por Einstein (1956) para simular o movimento browniano de partículas. Nesta técnica, a solução para o processo de difusão da vorticidade não é determinística, o que se torna atrativo para a simulação numérica de escoamentos com valores elevados para o número de Reynolds. Outros detalhes sobre o Método de Avanço Randômico também podem ser encontrados no trabalho de Ghoniem & Sherman (1985).

Antes da apresentação das equações para simular o movimento randômico de cada vórtice discreto de Lamb, discute-se a implementação da modelagem de turbulência adaptada à versão bidimensional do MVD. O conceito do coeficiente de viscosidade turbulenta para modelagem da turbulência está associado com o cálculo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem, $\bar{F}_2$, conforme Métails e Lesieur (1992).

Alcântara Pereira (2002) e Alcântara Pereira et al. (2002) propuseram duas adaptações para a implementação do modelo de turbulência bidimensional, ou seja:

(i) para os pontos do domínio fluido onde as velocidades são calculadas (centro do núcleo de cada vórtice discreto), deve-se adotar uma coroa circular de raios interno e externo $r_{\text{int}} = 0,1\sigma_0$ e $r_{\text{ext}} = sm \times \sigma_0$, respectivamente, onde σ_0 define o raio do núcleo do vórtice discreto, onde o coeficiente de viscosidade turbulenta é calculado, veja a Figura 4.6. O valor de sm é obtido por estudo estatístico, conforme mostrado por Bimbato (2012) e Bimbato et al. (2019).

(ii) para o cálculo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem, os pontos onde as velocidades são calculadas (interior da coroa circular) devem coincidir com o centro do raio do núcleo dos vórtices discretos que se encontram nas vizinhanças do vórtice discreto considerado, onde o coeficiente de viscosidade turbulenta é calculado, veja a Figura 4.6.

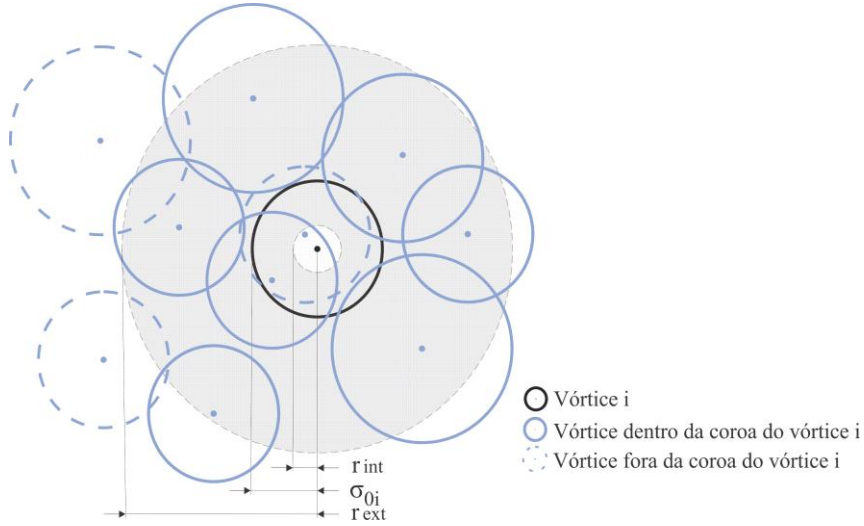


Figura 4.7 Adaptação do cálculo do coeficiente de viscosidade turbulenta para a versão bidimensional do MVD (reproduzida de Oliveira e Alcântara Pereira, 2022).

O cálculo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem é baseado no cálculo das diferenças de velocidades entre o vórtice discreto i , onde o coeficiente de viscosidade turbulenta é calculado, e outros vórtices discretos localizados no interior da coroa circular associada ao vórtice discreto i . Este cálculo deve ser realizado para cada vórtice discreto da nuvem durante cada incremento de tempo através da seguinte equação:

$$\bar{F}_{2i} = \frac{1}{NVC} \sum_{j=1}^{NVC} \left\| \bar{\mathbf{u}}_i(\mathbf{x}_i, t) - \bar{\mathbf{u}}_j(\mathbf{x}_i + \mathbf{r}_{ij}, t) \right\|^2 \left(\frac{\sigma_{0i}}{r_{ij}} \right)^{2/3} \quad (4.36)$$

onde $\bar{\mathbf{u}}_i$ representa o vetor velocidade total calculado para o vórtice discreto localizado na posição $\mathbf{x}_i$, $\bar{\mathbf{u}}_j$ representa o vetor velocidade total calculado para cada vórtice discreto localizado na posição $\mathbf{x}_i + \mathbf{r}_{ij}$ (interior da coroa circular), NVC define o número de vórtices discretos presentes no interior da coroa circular, $\mathbf{x}_i$ representa o vetor posição de um vórtice discreto (i), $\mathbf{r}_{ij}$ é a diferença entre os vetores posição do vórtice discreto em análise (vórtice i) e um vórtice discreto localizado no interior da coroa circular (vórtice j) em um instante t , e r_{ij} é o módulo do vetor posição $\mathbf{r}_{ij}$. Na Eq. (4.36), o termo $(\sigma_{0i}/r_{ij})^{2/3}$ corrige o efeito do cálculo tridimensional (pontos sobre a superfície de uma esfera), porque os vórtices discretos existentes em uma coroa circular não se encontram equidistantes do centro do vórtice discreto em análise.

Neste modelo, o cálculo instantâneo do coeficiente de viscosidade turbulenta sobre cada vórtice discreto atua juntamente com o coeficiente de viscosidade molecular, o que implica numa correção local do número de Reynolds em função da atividade turbulenta existente ao redor de cada vórtice discreto presente no domínio fluido.

Com relação ao Método de Avanço Randômico, considere um vórtice discreto (i) localizado no domínio fluido na posição $\mathbf{x}^{(i)}(t)$ no instante de tempo t. Sobre este vórtice discreto deve-se impor um avanço randômico definido por $\mathbf{Z}_d \equiv (x_d, y_d)$. De acordo com o algoritmo proposto por Chorin (1973), após a solução do problema puramente advectivo, via esquema de avanço de primeira ordem de Euler, Eq. (4.35), o vórtice discreto (i) deve sofrer um segundo deslocamento, por efeitos de difusão molecular e movimentos turbulentos, de acordo com:

$$\mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{x}^{(i)}(t) + \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t + \mathbf{Z}_d. \quad (4.37)$$

Os componentes x_d e y_d do vetor avanço randômico $\mathbf{Z}_d$ são assim definidos como:

$$x_d^{(i)} = \sqrt{2k\Delta t \left(\frac{1}{\text{Re}} + \nu_t \right) \ln \left(\frac{1}{P} \right)} [\cos(2\pi Q)], \quad (4.38)$$

$$y_d^{(i)} = \sqrt{2k\Delta t \left(\frac{1}{\text{Re}} + \nu_t \right) \ln \left(\frac{1}{P} \right)} [\sin(2\pi Q)], \quad (4.39)$$

onde $k=2$ é a constante que define a largura de corte para a discretização do campo de vorticidades no domínio fluido (Barba, 2004); P e Q são números randômicos pertencentes ao intervalo entre 0 e 1; e o coeficiente de viscosidade turbulenta é calculado de acordo com a Eq. (4.9).

4.9 Detalhes finais do algoritmo

Após organizar a sequência de implementação do algoritmo do MVD com modelo de rugosidade nas seções 4.2 a 4.8, esta seção apresenta os procedimentos finais do algoritmo, incluindo o acoplamento iterativo entre os sistemas lineares, a imposição do movimento oscilatório, a reflexão de vórtices e a atualização das matrizes de influência.

Os sistemas de equações lineares representados pelas Eqs. (4.3) e (4.11) são resolvidos simultaneamente num processo de convergência, a fim de que se garantam as condições de impenetrabilidade e de escorregamento nulo de maneira mais precisa. A Eq. (4.3) é inicialmente

resolvida (primeira vez) apenas devido à influência do escoamento incidente e da posição de origem do cilindro oscilante à jusante (solução para o escoamento potencial). Em seguida, o escoamento incidente e as fontes geradas sobre os painéis são usados para resolver a Eq. (4.11). Alguns testes numéricos foram realizados por Bimbato (2012) e concluiu-se que dez iterações deste processo de interação são suficientes para a convergência simultânea das duas condições de contorno sobre cada ponto de controle. Nos instantes de tempo seguintes de uma simulação numérica típica, a contribuição da nuvem de vórtices discretos e do movimento oscilatório do cilindro a jusante são também consideradas para este processo de convergência. Os dois sistemas lineares de equações algébricas mencionadas utilizam o Método dos Mínimos Quadrados e o Método de Eliminação de Gauss com Condensação Pivotal, como já foi mencionado nas seções anteriores.

Esta estratégia numérica foi necessária devido às dificuldades encontradas na implementação original do modelo de rugosidade para cilindro circular na presença do efeito solo (Bimbato, 2012). A tentativa inicial de resolver os dois sistemas lineares de equações algébricas acoplados (de uma só vez) apresentou erros na verificação das condições de contorno sobre os pontos de controle, provavelmente, devido ao mau condicionamento da matriz obtida.

Após a solução da difusão da vorticidade combinada com modelagem de turbulência (seção 4.8), a implementação do algoritmo segue com a imposição do movimento oscilatório para o cilindro a jusante de acordo com a Eq. (3.2). Em seguida, deve haver reflexão de vórtices discretos de Lamb que eventualmente migrarem para o interior de uma das duas fronteiras sólidas do problema.

Como etapa seguinte torna-se necessário atualizar as três matrizes de influência do problema (Eqs. (4.3), (4.11) e (4.22)), porque ocorre mudança na posição relativa entre as fronteiras sólidas no domínio fluido devido ao movimento do cilindro a jusante em relação ao cilindro a montante.

Finalmente, o algoritmo se encerra com um avanço no tempo de um incremento Δt para nova geração simultânea de vórtices discretos de Lamb e de painéis de fontes com densidade uniforme.

CAPÍTULO 5. ANÁLISE DE RESULTADOS

5.1 Introdução

As primeiras análises numéricas do Capítulo 5 estão direcionadas para a validação do código computacional para o caso do cilindro circular único e estacionário. Os objetivos são:

(a) Definição e aferição dos parâmetros numéricos variáveis nas simulações numéricas utilizando o algoritmo implementado do MVD com modelo de rugosidade. Uma análise especial da influência do número de painéis planos usados para a discretização da superfície do corpo é apresentada.

(b) Comparação dos resultados numéricos obtidos nas simulações numéricas com os valores experimentais de Blevins (1984) para número de Reynolds $Re \approx 10^5$. Os resultados experimentais apresentados por Blevins (1984) são referentes ao coeficiente de arrasto médio e ao número de Strouhal médio e apresentam uma incerteza experimental de $\pm 10\%$.

(c) Cálculo das séries temporais dos coeficientes adimensionais da força de arrasto de forma (pressão) e da força de sustentação, e da distribuição do coeficiente de pressão para a apresentação de uma discussão física sobre o comportamento do regime de formação de vórtices a partir da superfície do corpo, especialmente na região envolvida pelas duas camadas cisalhantes de sinal oposto (Gerrard, 1966).

(d) Cálculo de distribuições instantâneas e de distribuições médias do coeficiente de pressão e comparação do valor médio do ângulo do ponto de separação da camada limite com os valores experimentais apresentados por Son & Hanratty (1969) e por Blevins (1984).

Nas simulações numéricas seguintes são apresentadas as análises dos efeitos de rugosidade superficial sobre o fenômeno de WIV. Nesta etapa, a variação da altura média de rugosidade relativa cumpre esta finalidade. O principal objetivo é investigar a influência deste parâmetro adimensional nos resultados das curvas do coeficiente de arrasto e do coeficiente de pressão e nos valores do número de Strouhal.

Para a análise dos resultados numéricos deste trabalho torna-se necessário estabelecer e aferir parâmetros numéricos afetos às simulações numéricas. Estes parâmetros são divididos em duas classes: na primeira classe, os parâmetros físicos que relacionam-se com características

do escoamento ou da geometria e na segunda classe são considerados aspectos do método numérico.

Os parâmetros relacionados com os fenômenos físicos são os seguintes:

a) Número de Reynolds: (Re)

A realização de simulações numéricas para altos valores do número de Reynolds é de interesse prático para os problemas de engenharia. Valores da ordem de $10^4 < Re < 10^6$ mostram-se apropriados para esta finalidade. Assim, a escolha é também apropriada para a solução da difusão da vorticidade via Método de Avanço Randômico. Com isto, as potencialidades do MVD com modelo de rugosidade são mostradas para simular escoamentos não permanentes para altos valores de número de Reynolds. Para todos os casos simulados neste trabalho adota-se $Re=6,5 \times 10^4$.

b) Raio do Núcleo do vórtice discreto de Lamb: (σ_0)

O valor apropriado para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb é assumido igual ao valor da posição de nascimento dos vórtices discretos, ε , veja na Figura (4.4). Esta escolha implica que o centro do núcleo de um vórtice discreto nascente (antes da inclusão de efeito de rugosidade) se localiza a uma pequena distância ε sobre uma normal que passa pelo ponto de controle do painel plano para a geração deste vórtice discreto. Nesta estratégia numérica, o vórtice discreto sempre irá tangenciar o ponto de controle do painel plano. O valor nominal para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb pode ser estimado pela seguinte relação (Mustto et al., 1998):

$$\sigma_0 = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re}} \quad (5.1)$$

Em todas as simulações numéricas deste trabalho adotam-se o incremento de tempo $\Delta t = 0,05$ e o número de Reynolds $Re = 65.000$ para a estimativa do valor do raio do núcleo do vórtice de Lamb e, em seguida, aferir esta estimativa. A mencionada aferição consiste em rodar o programa, analisar os resultados para as cargas aerodinâmicas e comparar estes resultados com valores experimentais.

Após a realização de alguns testes foram escolhidos três valores para o número MB de painéis que discretizam a superfície do cilindro circular único e estacionário. Estes valores foram: 50, 200 e 300. A aferição para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb resultou nos seguintes valores: $\sigma_0 = 0,0090$ para MB=50, $\sigma_0 = 0,0015$ para MB = 200 e $\sigma_0 = 0,0010$ para MB = 300.

c) Espaçamento entre os dois cilindros circulares (L/D)

Na apresentação de todos os resultados numéricos com efeitos de interferência entre os dois cilindros, o espaçamento adimensional centro a centro entre os cilindros é $L/D = 5$. Neste trabalho não são feitas outras variações para este parâmetro pelos propósitos do cilindro a montante emitir uma esteira de vórtices numa frequência adimensional da ordem de 0,20.

d) Altura média de rugosidade relativa (ε/D)

A variação da altura média de rugosidade relativa para o cilindro a jusante é muito importante para cumprir o objetivo geral deste trabalho, isto é, investigar como se comportam os fenômenos de VIV e WIV nas condições dos fenômenos isolados, combinados e de transição. Os valores adotados são $\varepsilon/D=0,000$ (parede hidraulicamente lisa); 0,0010; 0,0045; 0,0070; 0,01 e 0,0200.

e) Amplitude de oscilação (A/D) e velocidade reduzida (V_R)

A escolha dos parâmetros amplitude de oscilação forçada e velocidade reduzida são $A/D = 0,15$ e $V_R = 5$, respectivamente. Estas escolhas possibilitam que o cilindro circular à jusante vibre forçadamente na direção transversal para capturar fenômenos de interesse associados com WIV.

Os parâmetros numéricos relacionados com a simulação numérica são:

a) Número total de painéis planos: (M)

A superfície de cada cilindro circular é discretizada e representada por um número total de MB de painéis planos. Em todos os casos analisados utilizam-se MB = 200 painéis planos para a discretização. Os painéis planos, que discretizam a superfície de cada cilindro circular, são inscritos e possuem comprimentos iguais. Conforme mencionado anteriormente, foram aferidos três valores para o número MB de painéis planos, isto é, MB = 50, MB = 200 e MB =

300. O valor de $MB = 200$ foi considerado apropriado para a utilização em duas fronteiras sólidas totalizando $M = 400$ painéis. É importante lembrar que o tempo final de processamento se torna bastante oneroso à medida que o número total de painéis planos aumenta devido à interação vórtice-vórtice (cálculo instantâneo do vetor velocidade induzida sobre cada vórtice discreto).

b) Incremento de tempo: (Δt)

O valor para o incremento de tempo é escolhido em coerência com a precisão do esquema de avanço advectivo de primeira ordem de Euler adotado nas simulações numéricas. O valor foi estimado de acordo com uma expressão também apresentada no trabalho de Mustto *et al.* (1998):

$$\Delta t = \frac{4k\pi}{MB} \quad (5.2)$$

onde $0 \leq k \leq 1$ e MB é o número total de painéis que discretiza a superfície do cilindro circular único.

Neste trabalho foi escolhido $\Delta t = 0,05$ para o incremento de tempo de todas as simulações numéricas.

As simulações numéricas são realizadas com 1.000 avanços no tempo, resultando no tempo adimensional final igual a $t = 1.000 \times 0,05 = 50$.

c) Posição de geração de vórtices discretos de Lamb: (ε)

A posição de desprendimento dos vórtices discretos de Lamb, ε , assume o mesmo valor numérico estimado para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb (σ_0). Já foi mencionado anteriormente que este critério estabelece que um vórtice discreto seja gerado sempre tangenciando o ponto de controle do painel plano no qual ele é desprendido.

5.2 Cilindro circular único e estacionário

Antes de analisar os casos envolvendo vibração transversal forçada, realizou-se uma simulação com o cilindro mantido estacionário, com o objetivo de validar a metodologia numérica desenvolvida e verificar a capacidade do modelo em reproduzir corretamente os

principais fenômenos associados ao escoamento em torno de corpos rombudos. Essa etapa é essencial para assegurar a confiabilidade dos resultados subsequentes, uma vez que permite comparar as previsões numéricas de coeficiente de arrasto, número de Strouhal e padrões de desprendimento de vórtices com dados clássicos da literatura.

As simulações foram conduzidas para um número de Reynolds de $Re = 65.000$, valor representativo do regime subcrítico, no qual a camada limite permanece laminar até o ponto de separação, enquanto a esteira apresenta comportamento predominantemente turbulento. Nessa condição, o escoamento em torno de um cilindro circular isolado apresenta desprendimento alternado de vórtices de sinais opostos, caracterizando a formação da esteira de von Kármán.

A escolha desse regime de escoamento permite avaliar a robustez do Método de Vórtices Discretos (MVD) na captura da dinâmica de desprendimento e difusão de vorticidade. O modelo emprega uma formulação lagrangiana pura, na qual a geração de vorticidade ocorre na superfície do cilindro e os vórtices discretos de Lamb são advectados e difundidos conforme o método de avanço randômico. Essa abordagem evita as limitações associadas a discretizações Eulerianas fixas, proporcionando maior precisão na representação do transporte de vorticidade em elevados números de Reynolds (Bimbato et al., 2020).

A superfície do cilindro foi discretizada em $M = 200$ painéis planos de comprimento uniforme, sobre os quais se distribuem fontes de densidade constante para impor as condições de impermeabilidade e de velocidade tangencial nula. O avanço temporal foi realizado por meio de um esquema explícito de Euler, utilizando um incremento de tempo de $\Delta t = 0,05$, garantindo estabilidade numérica e resolução adequada das escalas temporais do desprendimento de vórtices. O raio do núcleo viscoso dos vórtices de Lamb foi definido como $\sigma_0 = 0,0015$, valor calibrado para representar o efeito difusivo da viscosidade sem comprometer a coerência das estruturas vorticosas na esteira.

Durante a simulação, observou-se a formação periódica de pares de vórtices contrarrotativos, liberados alternadamente dos lados opostos do cilindro, Figura 5.1. Esse comportamento confirma que o modelo numérico é capaz de reproduzir o padrão antissimétrico típico da esteira de von Kármán, cuja frequência de emissão de vórtices está associada ao número de Strouhal.

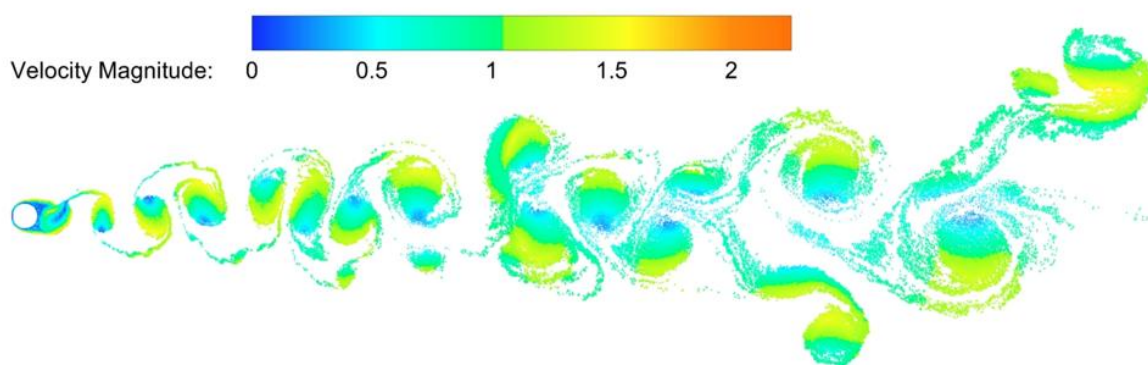


Figura 5.1 Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t = 50$ para o cilindro circular estacionário ($M = 200$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,0015$, $Re = 65.000$).

A partir da análise da série temporal do coeficiente de sustentação, o valor médio obtido de $St \approx 0,2$ mostrou boa concordância com resultados experimentais e numéricos clássicos disponíveis na literatura para a mesma faixa de Reynolds.

O coeficiente médio de arrasto calculado também apresentou valores compatíveis com as correlações empíricas de escoamentos subcríticos, apresentando divergência inferior a $\pm 10\%$ em relação aos dados experimentais reportados por Blevins (1984), amplamente reconhecidos como referência na caracterização aerodinâmica de cilindros circulares. Essa proximidade entre resultados numéricos e experimentais reforça a validade da modelagem implementada e demonstra a consistência do método na predição das forças fluidodinâmicas. A série temporal das cargas fluidodinâmicas do cilindro a montante pode ser observada na Figura 5.2.

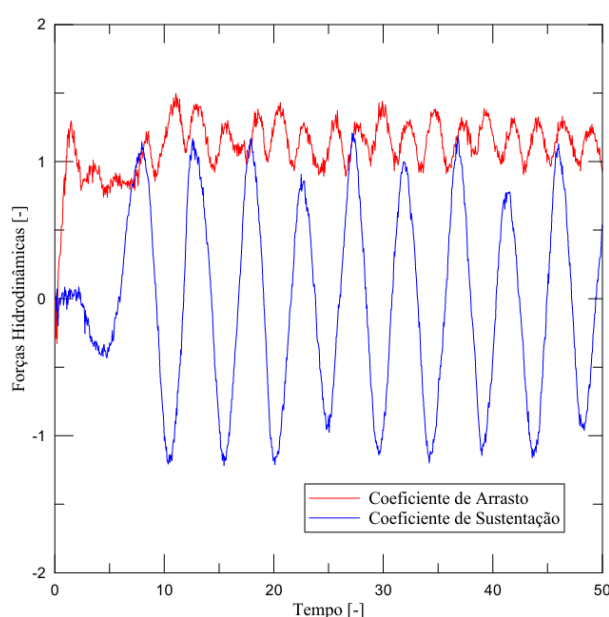


Figura 5.2 Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular estacionário ($M = 200$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,0015$, $Re = 65.000$).

Tabela 5.1 Dados obtidos na simulação para o caso do cilindro isolado sem rugosidade e os dados experimentais do Blevins (1984).

Casos para $Re = 10^5$	C_D (-)	St (-)
Blevins (1984)	1, 2 $\pm 10\%$	0,19 $\pm 10\%$
Presente Simulação	1,21	0,20

Além da validação realizada com os resultados experimentais de Blevins (1984), efetuaram-se validações adicionais do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal com base em estudos experimentais e numéricos disponíveis na literatura. Esses resultados comparativos são apresentados nas Figuras 5.3 e 5.4.

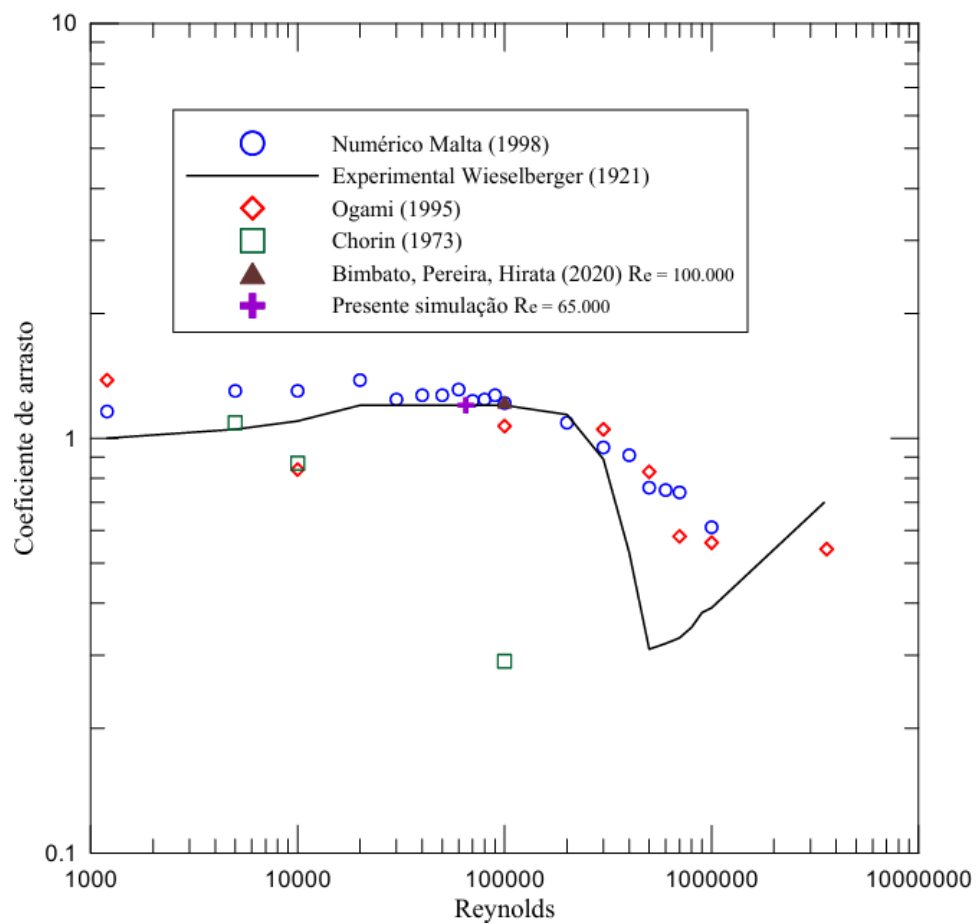


Figura 5.3 Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds. (Adaptada de Malta (1998)).

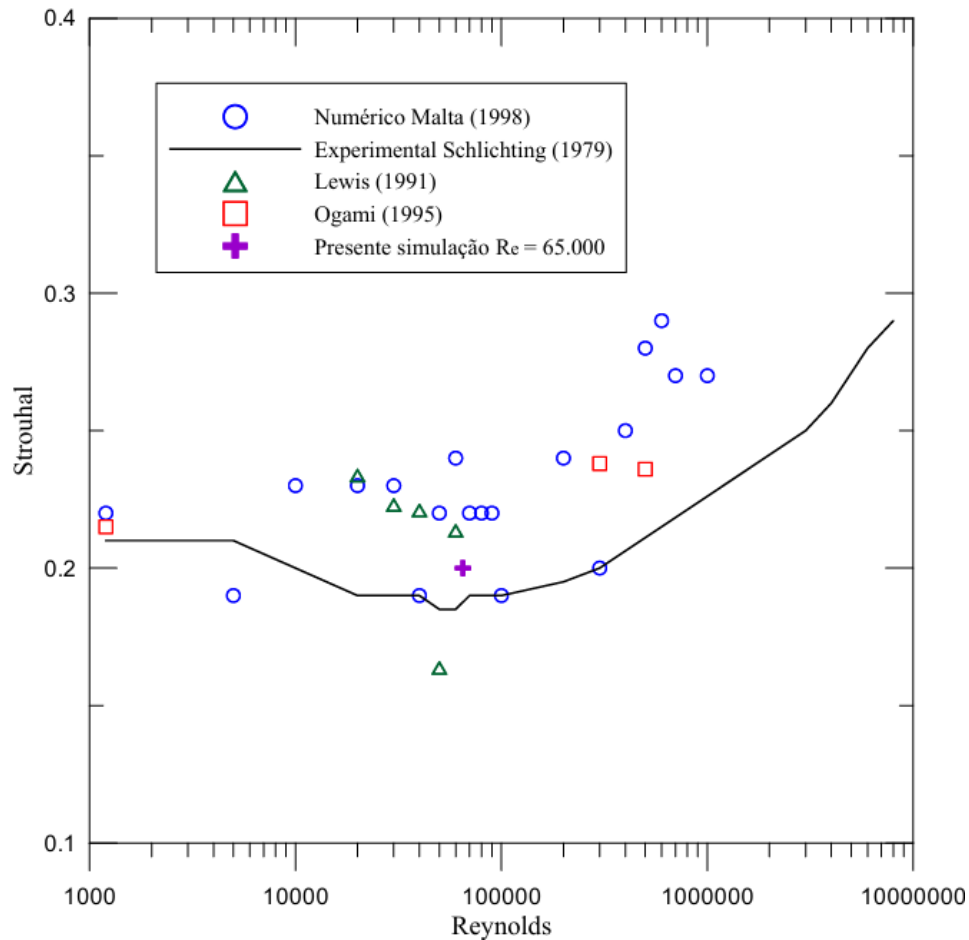


Figura 5.4 Variação do número de Strouhal em função do número de Reynolds. (Adaptada de Malta (1998)).

A identificação da frequência dominante, utilizada no cálculo do número de Strouhal, foi obtida por meio da análise do sinal temporal do coeficiente de sustentação (C_l). Para essa finalidade, empregou-se o software OriginPro, aplicando a Transformada Rápida de Fourier (FFT) sobre a série temporal correspondente. Essa metodologia possibilitou detectar os picos de energia no domínio da frequência, sendo escolhida aquela associada ao pico de maior intensidade, a qual representa a frequência predominante e, consequentemente, o número de Strouhal do regime estudado.

A distribuição média do coeficiente de pressão ao longo da superfície do cilindro apresentou comportamento simétrico, com máximos na região de estagnação e gradiente negativo pronunciado até o ponto de separação, Figura 5.5. Essa distribuição reproduz o padrão característico de um corpo rombudo submetido a um escoamento bidimensional de alta velocidade.

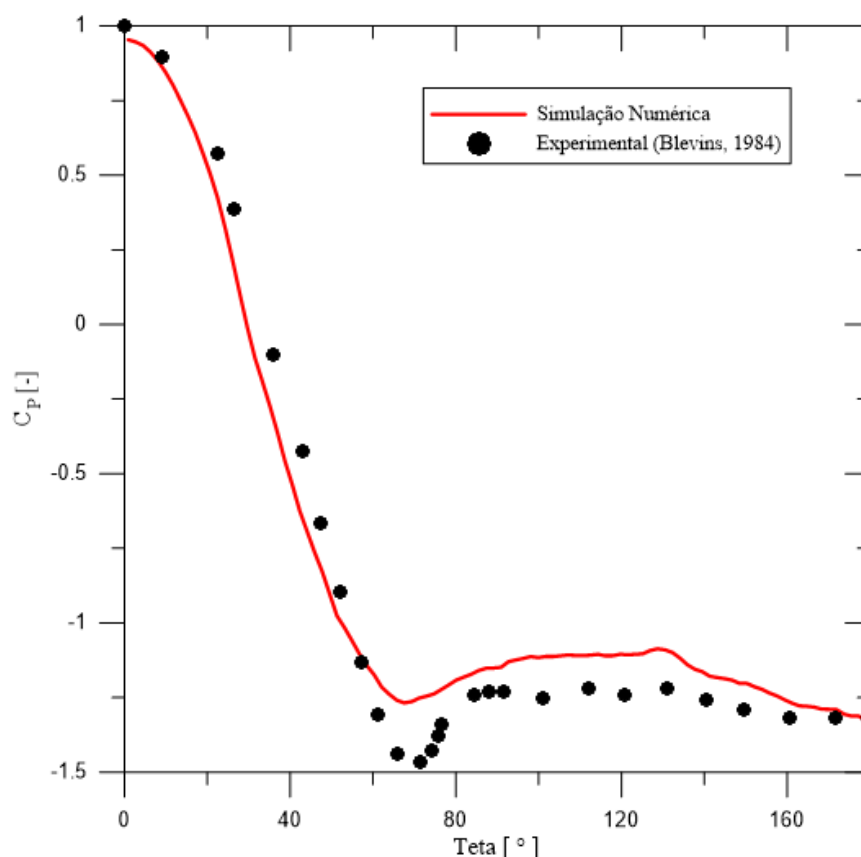


Figura 5.5 Distribuição média do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular estacionário ($M = 200$, $\Delta t = 0,05$, $\sigma_0 = 0,0015$, $Re = 65.000$).

A análise do campo de vorticidade permitiu visualizar com clareza a alternância das estruturas vorticosas, bem como a dissipação gradual de sua intensidade à medida que se afastam do corpo. Essa dissipação é resultado da ação combinada da viscosidade molecular e do modelo de difusão turbulenta, que garante estabilidade numérica e coerência física ao escoamento.

Os resultados obtidos nesta etapa confirmam a validade e a precisão da implementação do Método de Vórtices Discretos com partículas com núcleo viscoso de Lamb para simulações bidimensionais de escoamentos incompressíveis ao redor de cilindros circulares. Assim, os resultados obtidos indicam boa concordância com os dados de referência de Blevins (1984) e com as curvas comparativas apresentadas por Malta (1998). Além disso, a formulação empregada permanece consistente com os fundamentos metodológicos discutidos por Chorin (1973), Lewis (1991), Ogami (2001) e Bimbato et al. (2020). Dessa forma, esse modelo demonstra ser apto para ser aplicado nas etapas seguintes, que envolvem o estudo de vibrações

forçadas e da influência da rugosidade superficial sobre o desprendimento de vórtices e as forças fluidodinâmicas atuantes.

5.3 Cilindro circular à jusante oscilando na direção transversal sem e com efeito de rugosidade

Com o intuito de avaliar a resposta do modelo numérico frente ao escoamento envolvendo movimento harmônico transversal, foi realizada a simulação de um cilindro circular submetido a vibração forçada, representada por uma função cossenoidal. Nessa condição, o cilindro executa deslocamentos transversais ao escoamento incidente segundo a relação apresentada no capítulo 3:

$$y_{osc,p} = A[\cos(2\pi f_0 t)] \quad (5.3)$$

onde A é a amplitude adimensional de oscilação e f a frequência de excitação imposta. Nesta etapa, o objetivo principal consiste em verificar a capacidade do método proposto em reproduzir de forma coerente os fenômenos de acoplamento fluido–estrutura e o desprendimento periódico de vórtices induzidos pela oscilação do corpo.

As simulações foram conduzidas para um número de Reynolds de $Re = 65.000$, amplitude adimensional de $A = 0,15$ e frequência de oscilação de $f = 0,2$. Essa condição foi selecionada por representar um regime de vibração intermediário, no qual a frequência de oscilação imposta se aproxima da frequência natural de emissão de vórtices de um cilindro estacionário (correspondente a $St \approx 0,2$), favorecendo o surgimento do fenômeno de sincronização parcial (lock-in).

A Tabela 5.2 apresenta os valores médios obtidos numericamente para os coeficientes de arrasto de forma e de sustentação, bem como a frequência adimensional de emissão de vórtices (f^*), considerando as séries temporais do coeficiente de sustentação. Os resultados correspondem ao caso em que a amplitude de oscilação do cilindro circular é mantida em $A = 0,15$ e a frequência de excitação é fixada em $f = 0,2$, variando-se apenas os níveis de rugosidade relativa de acordo com cada condição analisada. Além disso, obteve-se uma rugosidade crítica capaz de modificar significativamente a interação fluido-estrutura, a rugosidade de 0,0045.

Tabela 5.2– Resultados numéricos obtidos para cilindro circular a jusante oscilando na transversal com diferentes valores de rugosidade relativa ($A = 0,15$, $\alpha = 0^\circ$ e $Re = 65.000$).

Caso	f	$\frac{\varepsilon}{D}$	$\overline{C}_L$	$\overline{C}_D$	f*	f*/ f
1	0,2	0,0000	-0,0033	0,0292	0,1993	0,9965
2	0,2	0,0010	-0,7840	0,5644	0,1993	0,9965
3	0,2	0,0045	-0,4391	0,4996	0,1597	0,7985
4	0,2	0,0070	-0,6432	0,3322	0,1993	0,9965
5	0,2	0,0100	-0,4120	0,3400	0,1996	0,9980
6	0,2	0,0200	-0,7588	0,2487	0,1996	0,9980

A identificação da frequência dominante associada ao desprendimento de vórtices foi realizada por meio da análise espectral do sinal temporal do coeficiente de sustentação (C_L). Para isso, empregou-se o software OriginPro, utilizando a Transformada Rápida de Fourier (FFT) como ferramenta de decomposição harmônica. Essa técnica permitiu converter o sinal do domínio temporal para o domínio da frequência, evidenciando os componentes periódicos mais significativos do escoamento.

Nas análises subsequentes, a identificação dos regimes dinâmicos é realizada a partir da relação de fase entre o coeficiente de sustentação, o deslocamento e a velocidade transversal do cilindro a jusante. O regime de *lock-in* é associado à sincronização entre o coeficiente de sustentação e o deslocamento do corpo, ou à proximidade entre a frequência dominante de emissão de vórtices e a frequência de oscilação imposta. Por sua vez, a WIV é tratada como o fenômeno mais amplo de vibração induzida pela interferência da esteira do cilindro a montante, enquanto o *wake-galloping* é interpretado como um regime específico dentro desse contexto, caracterizado pela tendência de sincronização entre o coeficiente de sustentação e a velocidade transversal do cilindro. Essa condição está associada à componente de força em fase com a velocidade e, portanto, à transferência líquida positiva de energia do fluido para a estrutura.

5.3.1 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente sem efeito de rugosidade $\varepsilon/D = 0,0000$.

Para o caso do cilindro a jusante oscilante com parede hidraulicamente lisa, $\varepsilon/D = 0,0000$, submetido a uma vibração transversal harmônica caracterizada por razão de amplitude $A/D = 0,15$ e frequência adimensional $f = 0,2$, foi determinada a série temporal do coeficiente de sustentação, bem como a distribuição do coeficiente de pressão ao longo da superfície do cilindro.

A Figura 5.6 apresenta a série temporal do coeficiente de sustentação, juntamente com as curvas de deslocamento e de velocidade. A partir dessas informações, é possível identificar a ocorrência do fenômeno de VIV (*Vortex-Induced Vibrations*), caracterizado pela sincronização do coeficiente de sustentação com o deslocamento do corpo ou quando a razão entre a frequência de emissão dos vórtices e a frequência de oscilação aproxima-se da unidade. Por sua vez, o fenômeno de WIV (*Wake Interference Vibrations*) pode ser identificado pela manifestação do fenômeno de *wake-galloping*, que possui como característica o coeficiente de sustentação em fase com a velocidade de vibração, tendo, assim, uma transferência de energia líquida positiva do fluido para o corpo.

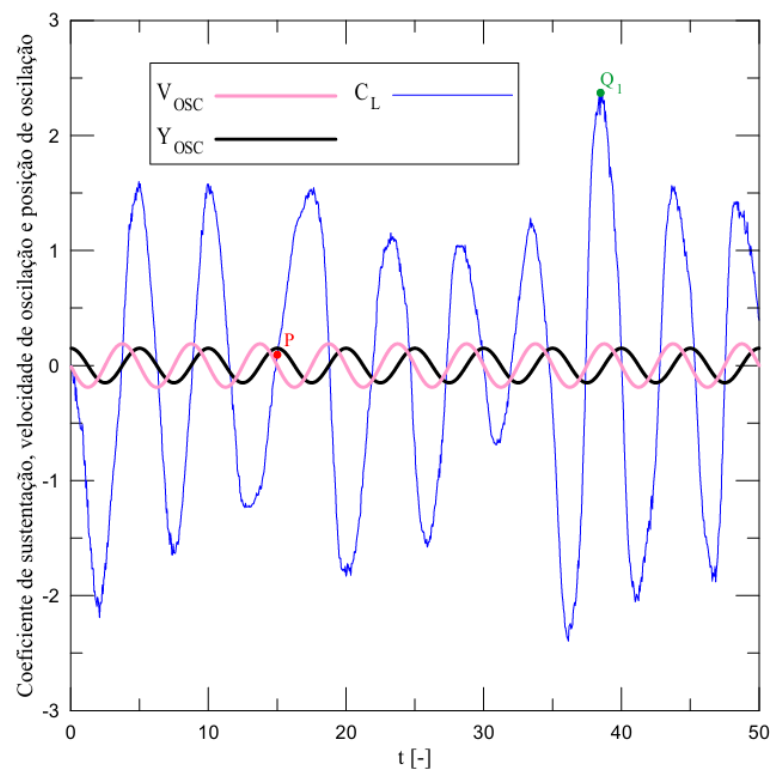


Figura 5.6 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, sem rugosidade, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.

Para a altura de rugosidade $\varepsilon/D = 0,0000$, correspondente à condição de parede hidráulicamente lisa, observa-se, conforme apresentado na Figura 5.6, que o coeficiente de sustentação permanece em fase com a curva de deslocamento, do tempo adimensional 0 até 12,5, caracterizando, assim, um *lock-in* nesse intervalo. Após esse período, até aproximadamente o tempo adimensional 24, não se identifica a ocorrência de *lock-in* nem de *wake-galloping*. Contudo, a partir desse intervalo, o coeficiente de sustentação entra em fase com a curva da velocidade até o fim da simulação. Assim, no período de tempo adimensional de 24 a 50, observa-se a ocorrência de *wake-galloping*; entretanto, como mencionado

anteriormente, esse fenômeno não se manifesta ao longo de toda a série temporal, não podendo, dessa forma, ser interpretado como *lock-in* puro ou *wake-galloping* puro.

O coeficiente de sustentação médio apresenta valor $C_L = -0,0033$, e o número de Strouhal, obtido por meio da Transformada Rápida de Fourier da curva do coeficiente de sustentação, é $St = 0,1993$. Esses valores foram calculados no intervalo de tempo adimensional entre 30 e 50. Tais resultados indicam um comportamento hidrodinâmico característico de um regime estável, com oscilações suaves e bem definidas ao longo do tempo.

O número de Strouhal pode ser analisado com mais detalhe pela Figura 5.7, onde detalha com mais clareza o comportamento da FFT da curva do coeficiente de sustentação, sendo possível observar uma única frequência expressiva.

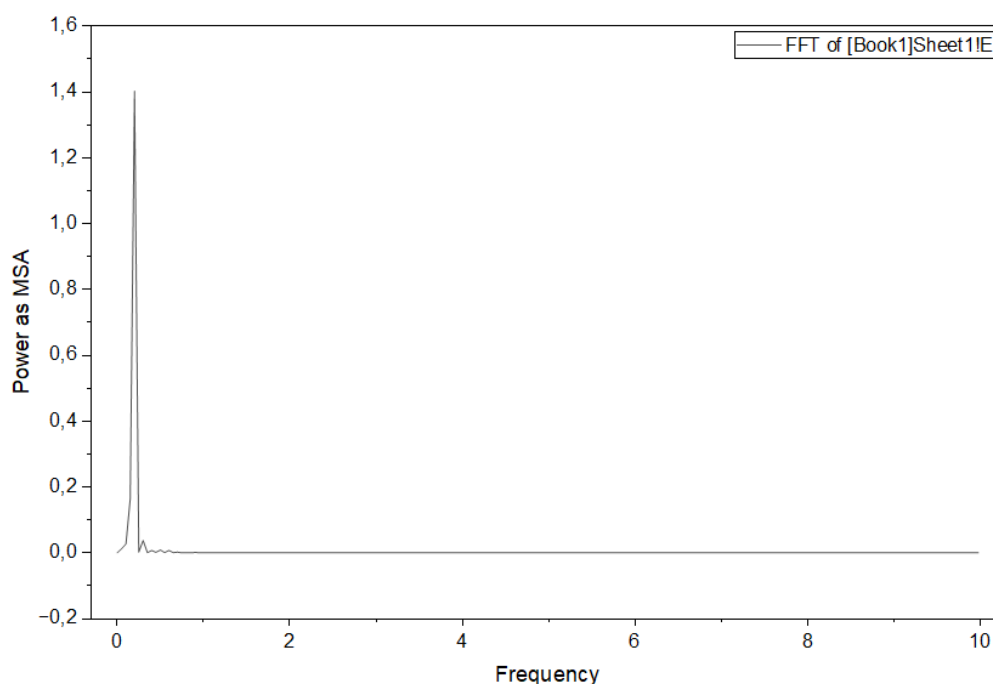


Figura 5.7 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de 30 a 50.

Por meio da Figura 5.7, como mencionado anteriormente, percebe-se que há um único pico relevante no espectro de frequências obtido a partir da série temporal do coeficiente de sustentação. Isso está em concordância com o fato de que, após o cilindro oscilatório a jusante sofrer a influência da esteira do cilindro a montante, o fenômeno de *wake-galloping* tende a predominar até o final da simulação numérica, ou seja, não há muitas alternâncias de fenômenos ao longo da série temporal.

A Figura 5.8 mostra a estrutura vorticosa do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante no tempo adimensional $t = 15$, correspondente ao ponto P , deslocamento máximo positivo, na série temporal do coeficiente de sustentação, Figura 5.6, ou seja, pode-se entender como sendo uma interação inicial da esteira do cilindro a montante com a fronteira sólida oscilante do cilindro a jusante.

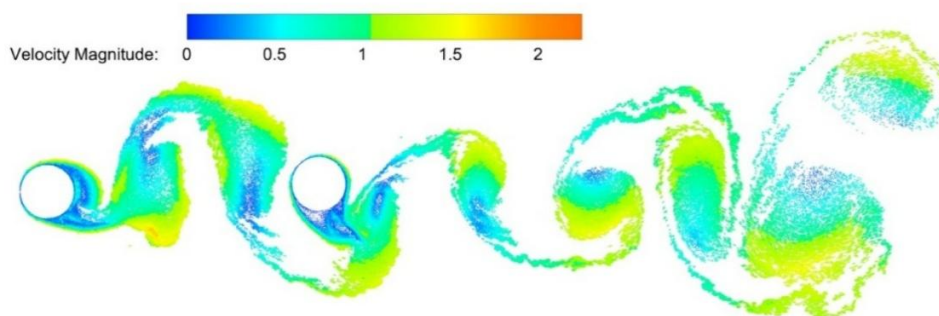


Figura 5.8 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante liso no tempo adimensional $t = 15$.

Observa-se, na Figura 5.8, que uma estrutura vorticosa proveniente do cilindro a montante atravessa a região inferior do cilindro a jusante, induzindo velocidades nas estruturas vorticosas nascentes geradas por este último. Além disso, evidencia-se a presença de uma folha de vorticidade que estabelece a ligação entre essa estrutura e uma outra grande estrutura vorticosa oriunda do cilindro a montante, a qual se encontra em iminência de interagir com a fronteira sólida do corpo a jusante.

Por sua vez, o ponto Q_1 , localizado em $t = 38,6$, identificado na série temporal do coeficiente de sustentação apresentada na Figura 5.6, caracteriza-se por uma elevada amplitude de oscilação, resultante da interação da estrutura vorticosa desprendida do cilindro a montante ao passar pelo cilindro oscilante a jusante. A Figura 5.9, por conseguinte, apresenta a visualização dessa interação correspondente ao ponto Q_1 .

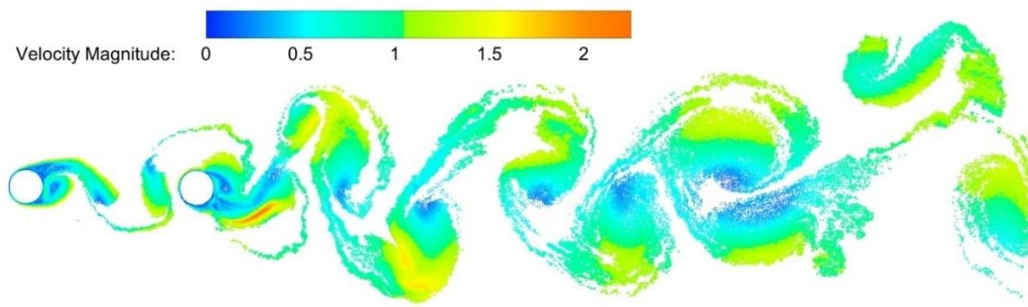


Figura 5.9 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante para o ponto Q_1 em $t = 38,6$.

Dessa forma, a partir da Figura 5.9, constata-se que, no ponto Q_1 , uma estrutura vorticiosa atravessa a região superior do cilindro, induzindo velocidades no escoamento e originando uma zona de intensa circulação. Como consequência, verifica-se a ocorrência de um pico de elevada amplitude no coeficiente de sustentação.

Ademais, foi obtido o coeficiente de pressão instantânea em função do ângulo θ para o ponto Q_1 , a fim de se investigar com maior profundidade esse ponto específico da série temporal do coeficiente de sustentação. A Figura 5.10 apresenta a curva do coeficiente de pressão instantânea para o ponto Q_1 .

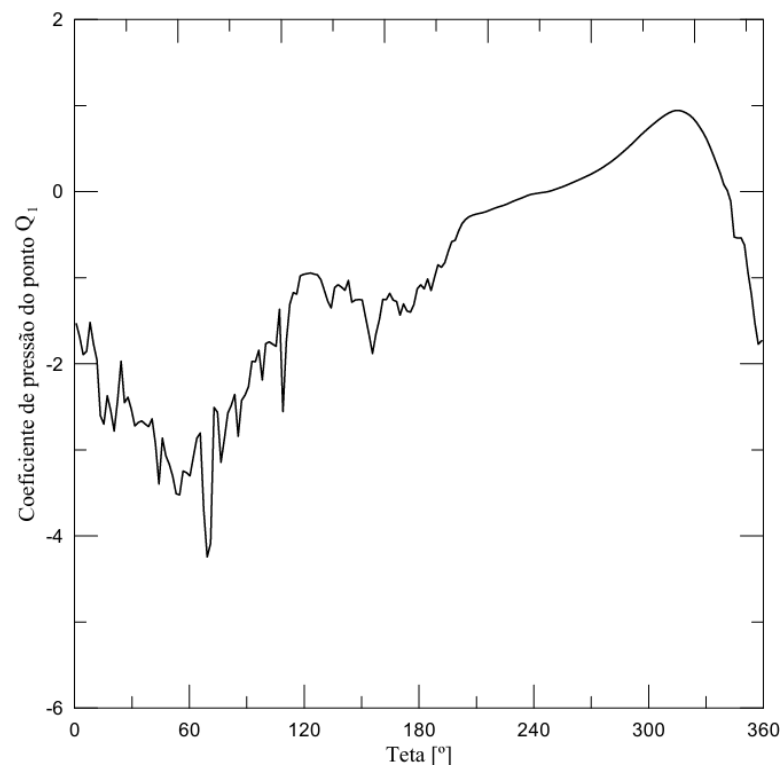


Figura 5.10 Coeficiente de pressão para o ponto Q_1 no tempo adimensional $t = 38,6$.

Conforme mostrado na Figura 5.10, observam-se grandes flutuações negativas do coeficiente de pressão na região superior do cilindro, o que corrobora a hipótese de que, nesse instante, uma estrutura vorticosa do cilindro a montante atravessa essa região, induzindo velocidades e promovendo intensas circulações. Essa dinâmica perturba o campo de pressão, tornando-o consideravelmente negativo, o que resulta em uma força de sustentação positiva de elevada magnitude.

Para se obter uma melhor compreensão do comportamento das estruturas vorticosas ao longo de toda a simulação, realizou-se a captura de toda a esteira no último instante de tempo, $t = 50$, da simulação, a qual é apresentada na Figura 5.11.



Figura 5.11 Esteira viscosa completa para o tempo adimensional $t = 50$.

5.3.2 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente com efeito de rugosidade $\varepsilon/D = 0,0010$.

Para o caso do cilindro a jusante oscilante com superfície rugosa $\varepsilon/D = 0,0010$, ou seja, com a influência de rugosidade superficial, e submetido a uma vibração transversal harmônica caracterizada por uma razão de amplitude $A/D = 0,15$ e frequência adimensional $f = 0,2$, foi determinada a série temporal do coeficiente de sustentação, bem como a distribuição do coeficiente de pressão ao longo da superfície do cilindro.

A Figura 5.12 apresenta a série temporal do coeficiente de sustentação, juntamente com as curvas de deslocamento e de velocidade transversal do cilindro a jusante. Com base nos critérios de fase definidos na seção 5.3, observa-se que, para $\varepsilon/D = 0,0010$, a resposta dinâmica não permanece associada a um único regime ao longo de toda a simulação. Em determinados intervalos, o coeficiente de sustentação aproxima-se da fase do deslocamento do corpo, indicando ocorrência localizada de lock-in; em outros trechos, a aproximação de fase com a

velocidade transversal sugere manifestação pontual de wake-galloping, fenômeno associado ao amortecimento aerodinâmico negativo, conforme Li e Ishihara (2021b). Dessa forma, verifica-se uma alternância entre lock-in, wake-galloping e intervalos de dessincronização.

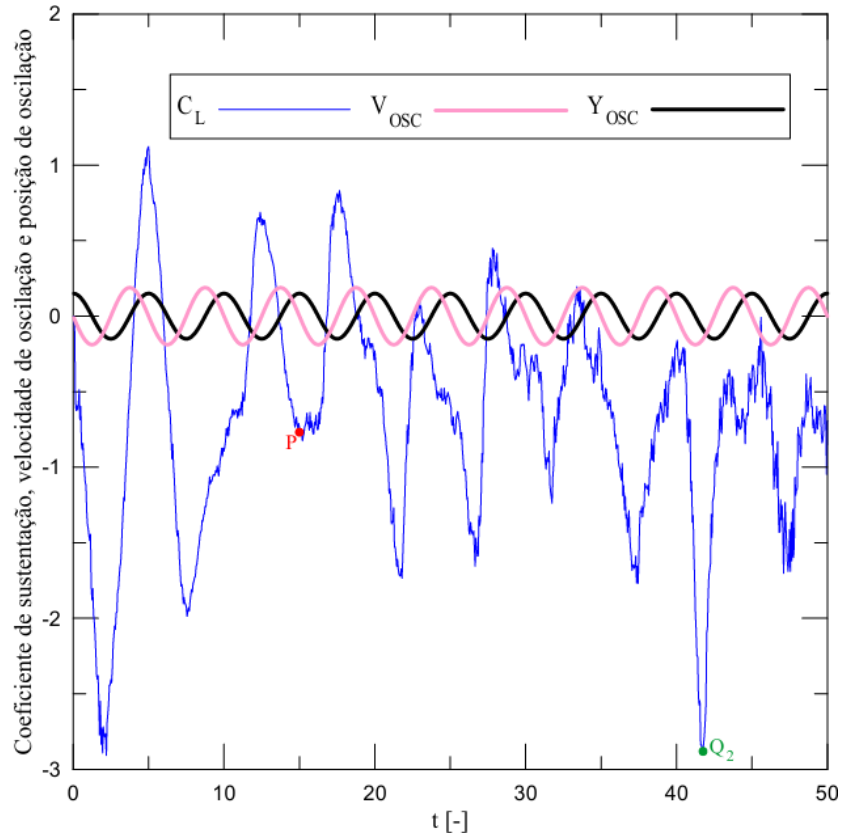


Figura 5.12 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, com rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0010$, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.

A análise da série temporal acima evidencia a presença de VIV (*Vortex-Induced Vibrations*) na parte inicial da série, em que o cilindro a jusante oscila sem a influência da esteira, aproximadamente do tempo adimensional 0 até 8. Após esse intervalo, até cerca do tempo adimensional 22, não há ocorrência clara de fenômenos. Porém, a partir do tempo adimensional 22, percebe-se uma sincronização do coeficiente de sustentação com a curva de velocidade, caracterizando, assim, o fenômeno de *wake-galloping*, presente em casos de WIV (*Wake Interference Vibrations*).

Entretanto, esse fenômeno não predomina de forma constante ao longo da série temporal, visto que, no tempo adimensional 27,5, não existe sincronização do pico da curva do coeficiente de sustentação com o pico da curva de velocidade (*wake-galloping*), nem com o pico da curva de deslocamento (*lock-in*). Porém, ao analisar o restante da série temporal, percebe-se que o coeficiente de sustentação volta a sincronizar com a curva de velocidade e,

posteriormente, ora se sincroniza com a curva de deslocamento, ora com nenhuma das curvas. Dessa forma, observa-se que não há um fenômeno puro de *lock-in* nem de *galloping* ao longo da série temporal, ocorrendo, assim, uma alternância entre esses fenômenos.

O coeficiente de sustentação médio para esse caso analisado apresenta valor $C_2 = -0,7840$, e o número de Strouhal obtido por meio da Transformada Rápida de Fourier da curva do coeficiente de sustentação é $St = 0,1993$, porém ocorreu uma manifestação de uma segunda frequência relevante quando se realizou o FFT da curva do coeficiente de sustentação, essa frequência possui o valor de 0,3990. Esses valores foram calculados no intervalo de tempo adimensional entre 30 e 50. Tais resultados da aplicação da FFT na curva do coeficiente de sustentação podem ser visualizados na Figura 5.13.

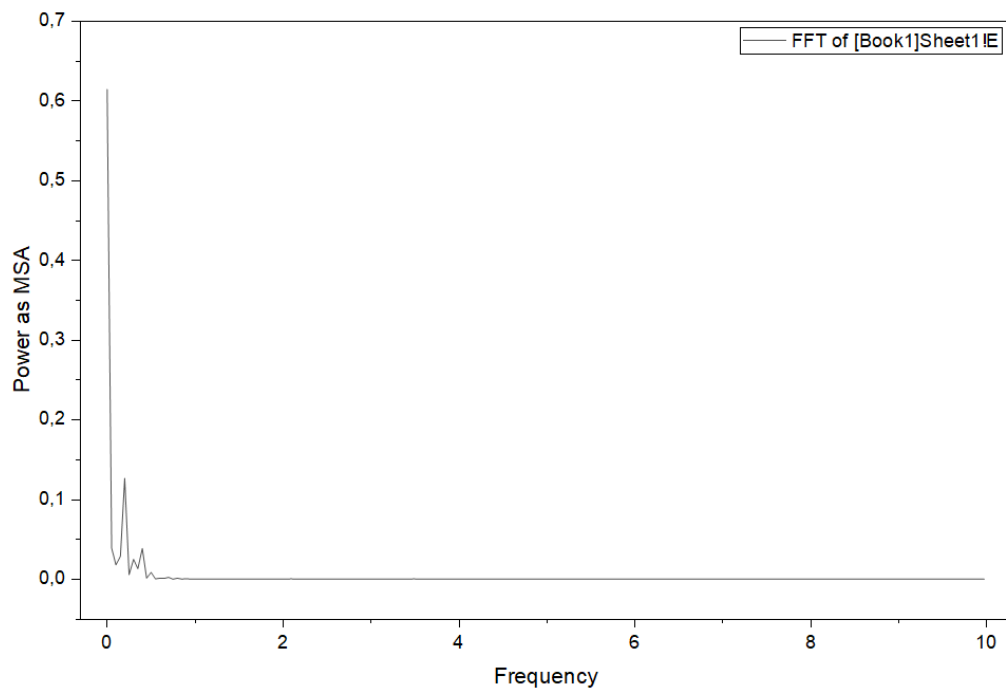


Figura 5.13 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de 30 a 50 para o caso de $\varepsilon/D = 0,0010$.

Por meio da Figura 5.13, como mencionado anteriormente, percebe-se que há dois picos relevantes no espectro de frequências obtido a partir da série temporal do coeficiente de sustentação. Essas duas frequências estão de acordo com a ideia de que o coeficiente de sustentação alterna, mais vezes, entre a sincronização com a velocidade e a sincronização com o deslocamento, diferentemente do caso do cilindro hidraulicamente liso, que apresenta maior tendência a permanecer no fenômeno de *wake-galloping* após sofrer a influência da esteira. Assim, a rugosidade superficial $\varepsilon/D = 0,0010$ tende a provocar uma alternância mais

pronunciada entre os fenômenos de *lock-in* e *wake-galloping*, o que se reflete no espectro de frequências da série temporal do coeficiente de sustentação.

A Figura 5.14 mostra a estrutura vorticosa do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante oscilante, com rugosidade superficial $\varepsilon/D = 0,0010$, no tempo adimensional $t = 15$, correspondente ao ponto P de deslocamento máximo positivo na série temporal do coeficiente de sustentação, representada pela Figura 5.12. Assim, esse instante pode ser interpretado como uma interação inicial da esteira do cilindro a montante com a fronteira sólida oscilante do cilindro a jusante.

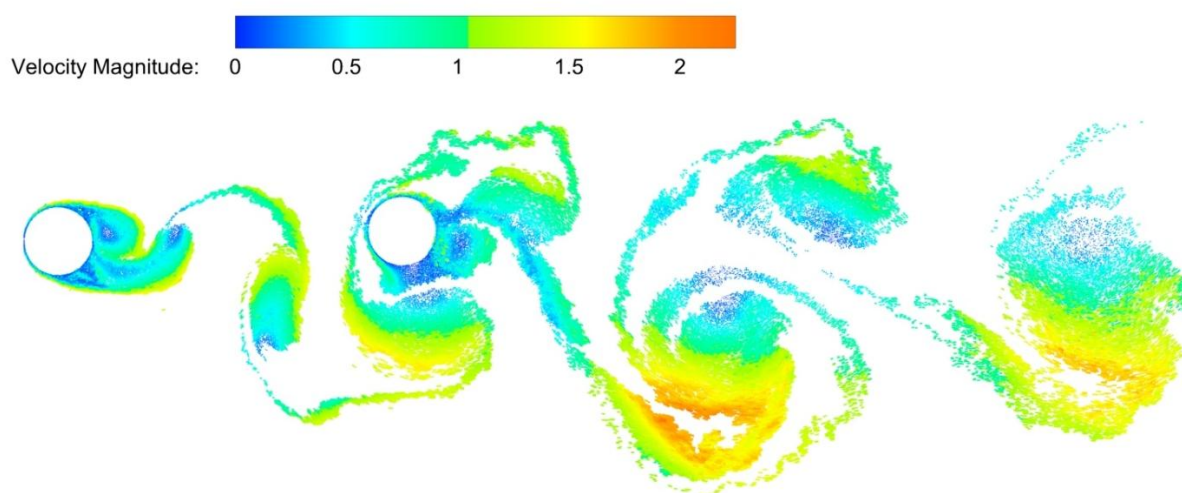


Figura 5.14 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0010$ no tempo adimensional $t = 15$.

Percebe-se, na Figura 5.14, que uma estrutura vorticosa proveniente do cilindro a montante atravessa a região inferior do cilindro a jusante, induzindo velocidades nas estruturas vorticosas nascentes do cilindro a jusante. Essa indução de velocidade provoca uma queda de pressão na região de maior circulação, o que resulta em uma força vertical dirigida para baixo (*downforce*) no cilindro. Esse comportamento pode ser verificado no ponto P da série temporal do coeficiente de sustentação, Figura 5.12. Além disso, observa-se com clareza o momento em que as estruturas vorticosas do cilindro a montante se integram às estruturas do cilindro a jusante, devido às folhas de vorticidade que conectam duas estruturas vorticosas contrarrotativas de mesma origem.

Por sua vez, o ponto Q_2 , localizado em $t = 41,75$, identificado na série temporal do coeficiente de sustentação apresentada na Figura 5.12, caracteriza-se por um vale com elevada amplitude, resultante da interação da estrutura vorticiosa desprendida do cilindro a montante ao passar pelo cilindro oscilante a jusante. A Figura 5.15, por conseguinte, apresenta a visualização dessa interação correspondente ao ponto Q_2 .

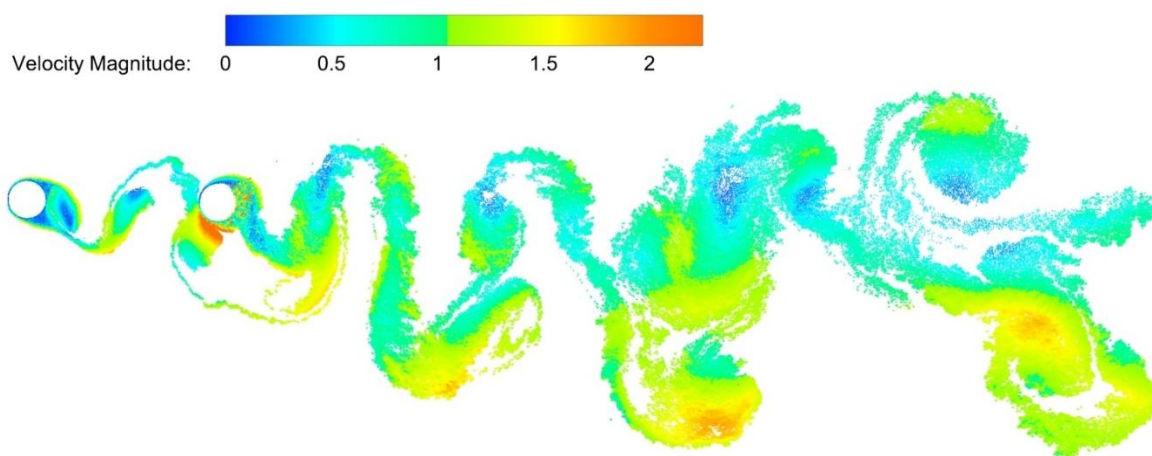


Figura 5.15 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0010$ para o ponto Q_2 no tempo adimensional $t = 41,75$.

Dessa forma, a partir da Figura 5.15, constata-se que, no ponto Q_2 , uma estrutura vorticiosa proveniente do cilindro a montante está começando a atravessar a região inferior do cilindro a jusante, induzindo altas velocidades nos vórtices nascentes nessa região do cilindro a jusante, o que provoca uma zona de intensa circulação e, por consequência, uma queda de pressão. Como resultado, verifica-se a ocorrência de um vale de elevada amplitude no coeficiente de sustentação.

Ademais, foi obtido o coeficiente de pressão instantânea em função do ângulo θ para o ponto Q_2 , a fim de se investigar com maior profundidade esse ponto específico da série temporal do coeficiente de sustentação. A Figura 5.16 apresenta a curva do coeficiente de pressão instantânea para o ponto Q_2 .

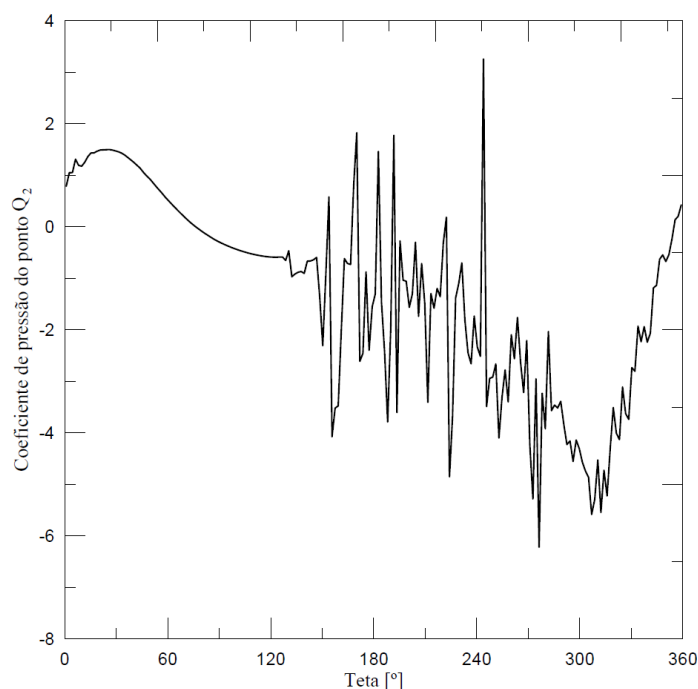


Figura 5.16 Coeficiente de pressão para o ponto Q_2 do cilindro oscilante a jusante, com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0010$ no tempo adimensional $t = 41,75$.

Conforme mostrado na Figura 5.16, observam-se grandes flutuações negativas do coeficiente de pressão na região inferior do cilindro, o que corrobora a hipótese de que, nesse instante, uma estrutura vorticosa do cilindro a montante atravessa essa região, induzindo velocidades e promovendo intensas circulações. Essa dinâmica perturba o campo de pressão, tornando-o consideravelmente negativo e instável, o que resulta em uma força de sustentação negativa de elevada magnitude.

Para se obter uma melhor compreensão do comportamento das estruturas vorticosas ao longo de toda a simulação, realizou-se a captura de toda a esteira no último instante de tempo que corresponde ao tempo adimensional $t = 50$, da simulação, a qual é apresentada na Figura 5.17.



Figura 5.17 Esteira viscosa completa para o tempo adimensional $t = 50$, para rugosidade $\varepsilon/D = 0,0010$.

5.3.3 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente com efeito de rugosidade $\varepsilon/D = 0,0045$.

Para o caso do cilindro a jusante oscilante com superfície rugosa $\varepsilon/D = 0,0045$, ou seja, com a influência de rugosidade superficial, e submetido a uma vibração transversal harmônica caracterizada por uma razão de amplitude $A/D = 0,15$ e frequência adimensional $f = 0,2$, foi determinada a série temporal do coeficiente de sustentação, bem como a distribuição do coeficiente de pressão ao longo da superfície do cilindro.

A Figura 5.18 apresenta a série temporal do coeficiente de sustentação, juntamente com as curvas de deslocamento e de velocidade. A partir dessas informações, é possível identificar a ocorrência localizada do fenômeno de *lock-in*, característico de problemas de VIV (*Vortex-Induced Vibrations*), descrito pela sincronização do coeficiente de sustentação com o deslocamento do corpo ou quando a razão entre a frequência de emissão dos vórtices e a frequência de oscilação se aproxima da unidade. Esse fenômeno predomina neste problema antes da influência da esteira do cilindro a montante, até aproximadamente $t = 14$.

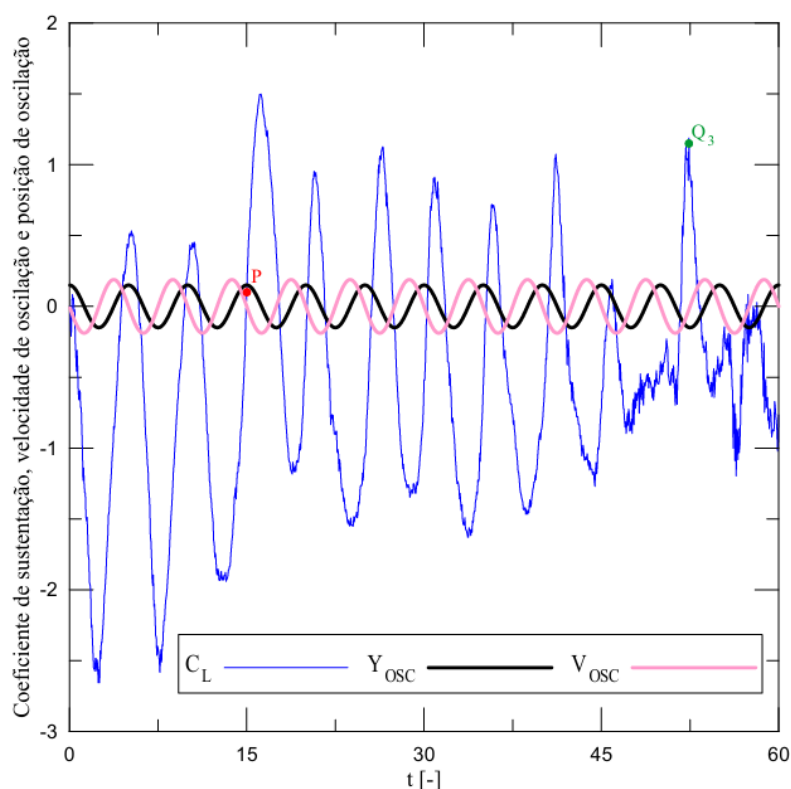


Figura 5.18 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, com rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0045$, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.

Por sua vez, com base na Figura 5.18, percebe-se que, quando a esteira do cilindro a montante passa a influenciar o cilindro a jusante, deixa de ocorrer o fenômeno de *lock-in*. Além disso, também não se observa a ocorrência do fenômeno de *wake-galloping*, característico de problemas de WIV. O *wake-galloping* tem como característica a sincronização do coeficiente de sustentação com a curva da velocidade de oscilação, isto é, o pico de C_L coincide com o pico da curva de velocidade; o mesmo é válido para os vales. Dessa forma, há uma transferência líquida positiva de energia do fluido para o corpo. No entanto, isso não ocorre para este caso de altura de rugosidade. Observa-se que, após aproximadamente $t = 14$, quando um vale do coeficiente de sustentação coincide com um vale da curva de posição (associado ao *lock-in*), passa a ocorrer um comportamento oposto ao observado no *wake-galloping*: em vez de picos e vales de C_L coincidirem com picos e vales da curva de velocidade, os picos do coeficiente de sustentação passam a coincidir com os vales da curva de velocidade, e os vales de C_L passam a coincidir com os picos da curva de velocidade. Assim, por definição, trata-se de um efeito oposto ao *galloping*, contrariando a ideia de transferência líquida positiva de energia do fluido para o corpo.

O coeficiente de sustentação médio para este caso analisado apresenta o valor $C_L = -0,4391$, e o número de Strouhal obtido por meio da Transformada Rápida de Fourier (FFT) da curva do coeficiente de sustentação foi $St = 0,1597$. Além disso, observou-se a manifestação de uma segunda frequência relevante na FFT do coeficiente de sustentação, com valor de 0,2329. Dessa forma, ao analisar o número de Strouhal obtido e a frequência secundária, percebe-se que, para este caso, não há sincronização no intervalo de tempo analisado, de 30 a 50. Esse comportamento é coerente, pois, nesse período quando já há influência da esteira a montante sobre o cilindro a jusante, não ocorre o fenômeno de *lock-in* nem o fenômeno de *wake-galloping*, o que é corroborado com número de Strouhal encontrado. Esses resultados da aplicação da FFT à curva do coeficiente de sustentação podem ser visualizados na Figura 5.19.

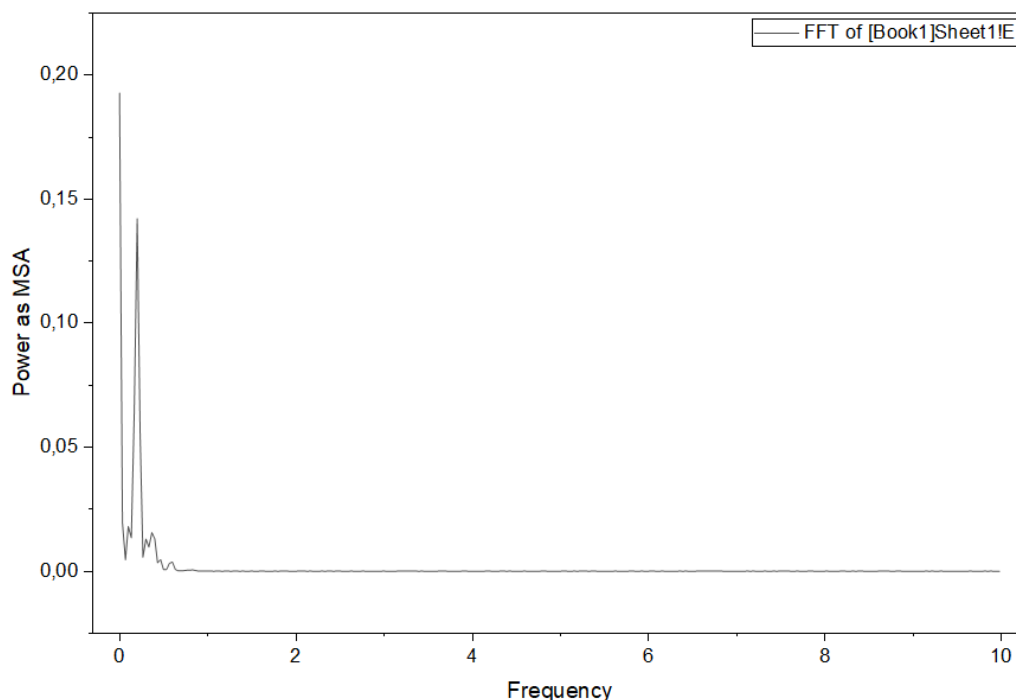


Figura 5.19 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de 30 a 50 para o caso de $\varepsilon/D = 0,0045$.

Por meio da Figura 5.19, conforme mencionado anteriormente, percebe-se que há dois picos relevantes no espectro de frequências obtido a partir da série temporal do coeficiente de sustentação, porém nenhuma das duas frequências se aproxima da frequência de oscilação imposta ao corpo, assim, não se verifica sincronização dominante nesse intervalo. Essas duas frequências corroboram a ideia de que, para esta altura de rugosidade $\varepsilon/D=0,0045$, não ocorre sincronização associada ao fenômeno de *lock-in* nem ao *wake-galloping*. Assim, este caso mostra-se atípico em relação aos demais casos analisados, chegando a apresentar um comportamento aparente oposto ao *wake-galloping*.

A Figura 5.20 mostra a estrutura vorticosa do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante oscilante, com rugosidade superficial $\varepsilon/D = 0,0045$ para $t = 15$, correspondente ao ponto P de deslocamento máximo positivo na série temporal do coeficiente de sustentação, representada pela Figura 5.20. Assim, esse instante pode ser interpretado como uma interação inicial da esteira do cilindro a montante com a fronteira sólida oscilante do cilindro a jusante.

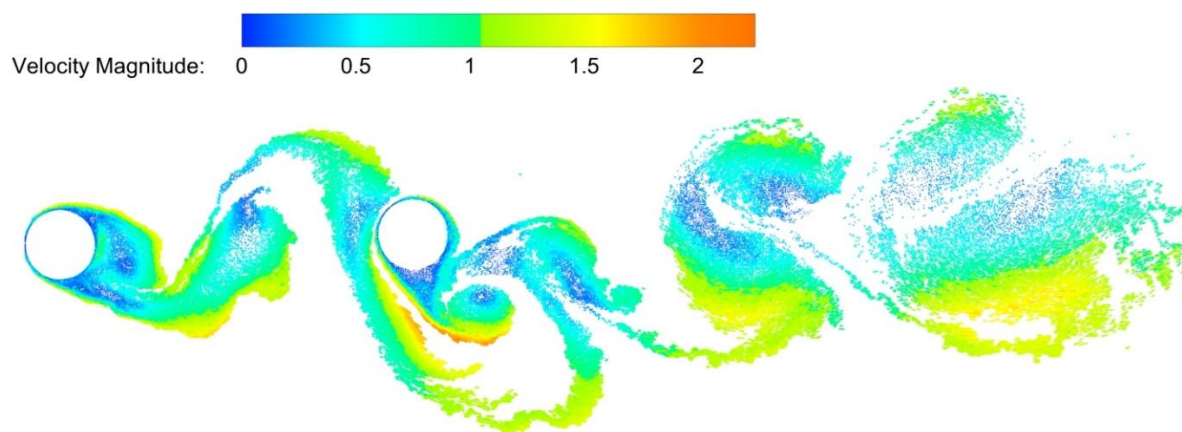


Figura 5.20 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0045$ no tempo adimensional $t = 15$.

Percebe-se, na Figura 5.20, que uma estrutura vorticosa proveniente do cilindro a montante atravessa a região inferior do cilindro a jusante, induzindo velocidades nas estruturas vorticosas nascentes do cilindro a jusante nessa região. Além disso, para este caso, observa-se também a presença de uma estrutura vorticosa do cilindro a montante na iminência de atravessar a região superior do cilindro a jusante. Assim, há um balanceamento da indução de velocidade entre as regiões inferior e superior, o que promove uma equalização do campo de pressões, resultando em um coeficiente de pressão próximo de zero. Esse comportamento pode ser verificado no ponto P da série temporal do coeficiente de sustentação para este caso, apresentado na Figura 5.18. Por fim, observa-se com clareza a interação entre as estruturas vorticosas do cilindro a montante e do cilindro a jusante, as quais se conectam por meio de folhas de vorticidade.

Por sua vez, o ponto Q_3 , correspondente a $t = 52,15$, identificado na série temporal do coeficiente de sustentação apresentada na Figura 5.18, caracteriza-se por um pico com elevada amplitude, resultante da interação da estrutura vorticosa desprendida do cilindro a montante ao passar pelo cilindro oscilante a jusante. A Figura 5.21, por conseguinte, apresenta a visualização dessa interação correspondente ao ponto Q_3 .

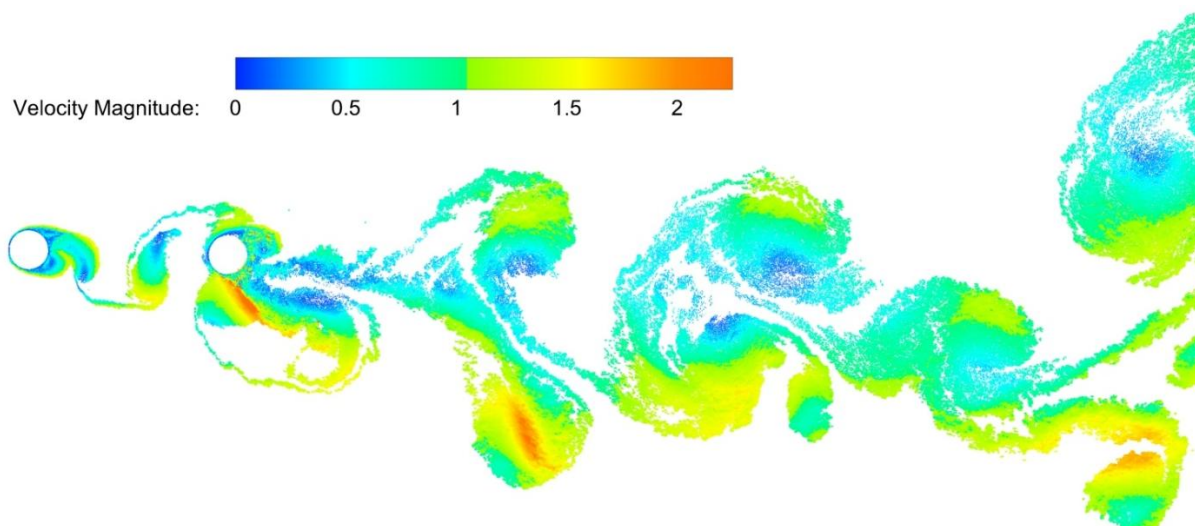


Figura 5.21 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0045$ para o ponto Q_3 no tempo adimensional $t = 52,15$.

Dessa forma, a partir da Figura 5.21, constata-se que, no ponto Q_3 , uma estrutura vorticiosa proveniente do cilindro a montante está começando a atravessar a região superior do cilindro a jusante, induzindo velocidades nos vórtices nascentes nessa região. Observa-se também a presença de uma estrutura vorticiosa do cilindro a montante que já atravessou a região inferior do cilindro a jusante, porém se encontra mais afastada da sua parede. Essas induções de velocidade promovem uma zona de intensa circulação e, por consequência, uma queda de pressão nessa região. Como resultado, verifica-se a ocorrência de um pico na curva do coeficiente de sustentação.

Ademais, com o objetivo de investigar com maior profundidade o comportamento observado no ponto Q_3 da série temporal do coeficiente de sustentação, foi determinado o coeficiente de pressão instantâneo em função do ângulo θ nesse instante específico, permitindo avaliar a distribuição de pressão ao longo da superfície do cilindro a jusante e, consequentemente, compreender com maior rigor os mecanismos associados ao pico de C_L identificado. A Figura 5.22 apresenta a curva do coeficiente de pressão instantâneo correspondente a esse ponto, evidenciando as regiões de sucção e recuperação de pressão ao redor do cilindro, bem como os efeitos da interação entre as estruturas vorticosas provenientes do cilindro a montante e as estruturas nascentes no cilindro a jusante.

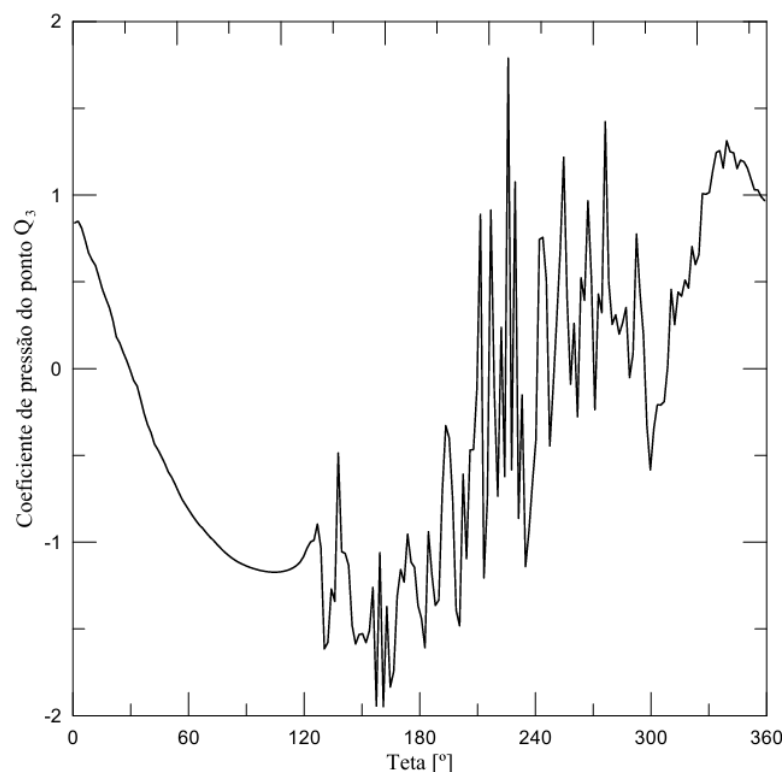


Figura 5.22 Coeficiente de pressão para o ponto Q_3 do cilindro oscilante a jusante, com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0045$, no tempo adimensional $t = 52,15$.

Percebe-se que, no ponto Q_3 , correspondente a um pico na série temporal do coeficiente de sustentação, ocorre uma região de queda de pressão acentuada na superfície superior do cilindro a jusante. Além disso, observam-se grandes flutuações de pressão, resultantes da influência da esteira do cilindro a montante em conjunto com o efeito de vibração do cilindro a jusante. Esse acoplamento promove uma recuperação de pressão na região inferior do cilindro a jusante; entretanto, tal recuperação ocorre de forma instável, com variações significativas ao longo da superfície, de modo que, embora a pressão tenda a se elevar nessa região, esse comportamento é marcado por elevada instabilidade.

Para se obter uma melhor compreensão do comportamento da esteira binária no caso do cilindro oscilante a jusante com altura de rugosidade $\varepsilon/D = 0,0045$ ao longo de toda a simulação, realizou-se a captura completa da esteira viscosa no último instante de tempo, correspondente ao tempo adimensional $t = 60$. O resultado dessa captura é apresentado na Figura 5.23.



Figura 5.23 Esteira binária completa para o tempo adimensional $t = 60$ e rugosidade $\varepsilon/D = 0,0045$.

5.3.4 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente com efeito de rugosidade $\varepsilon/D = 0,0070$.

Para o caso do cilindro a jusante oscilante com superfície rugosa $\varepsilon/D = 0,0070$, ou seja, com a influência de rugosidade superficial, e submetido a uma vibração transversal harmônica caracterizada por uma razão de amplitude $A/D = 0,15$ e frequência adimensional $f = 0,2$, foi determinada a série temporal do coeficiente de sustentação, bem como a distribuição do coeficiente de pressão ao longo da superfície do cilindro.

A Figura 5.24 apresenta a série temporal do coeficiente de sustentação, juntamente com as curvas de deslocamento e de velocidade transversal do cilindro a jusante. Aplicando os critérios de fase definidos na seção 5.3, observa-se que, para $\varepsilon/D = 0,0070$, os regimes de *lock-in* e *wake-galloping* não se mantêm de forma permanente ao longo de toda a série temporal. Em determinados intervalos, o coeficiente de sustentação aproxima-se da fase do deslocamento do corpo; em outros, tende a se aproximar da fase da velocidade transversal. Além disso, há instantes em que o coeficiente de sustentação permanece em uma condição intermediária entre as curvas de deslocamento e de velocidade, indicando alternância entre os regimes dinâmicos analisados.

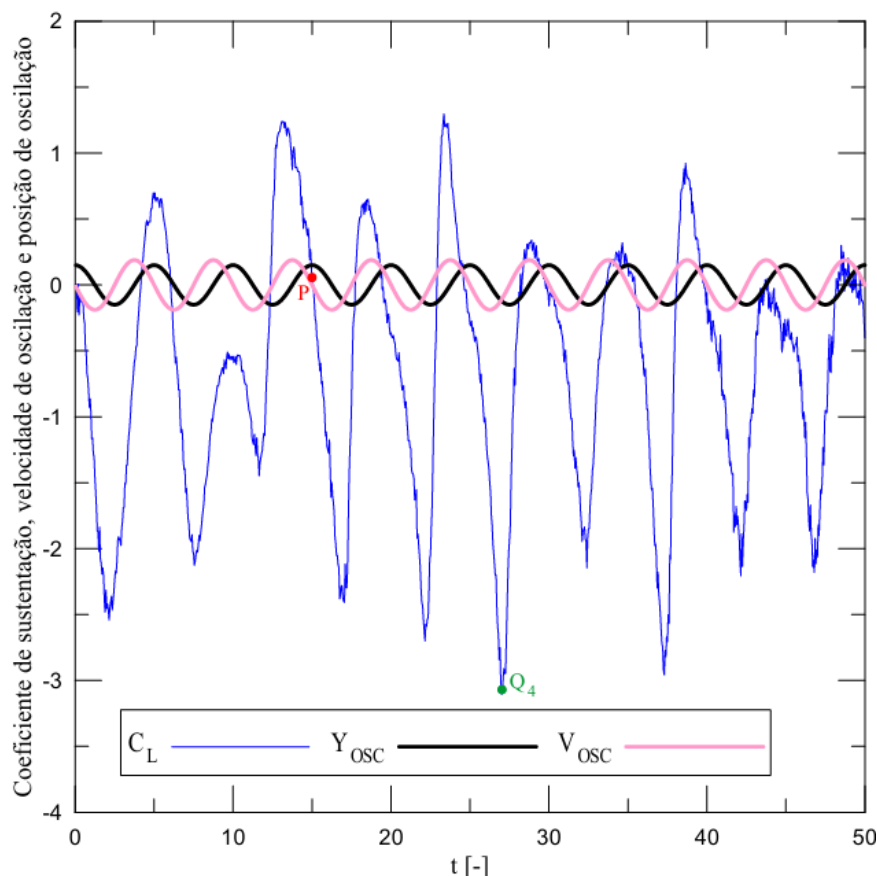


Figura 5.24 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, com rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0070$, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.

Por sua vez, com base na Figura 5.24, percebe-se que, quando a esteira do cilindro a montante passa a influenciar o cilindro a jusante, após o tempo adimensional 10, deixa de ocorrer o fenômeno de VIV ao longo de toda a simulação. Ainda, após o tempo adimensional 10, observa-se a ocorrência do fenômeno de *wake-galloping*, característico de problemas de WIV, no intervalo entre os tempos 10 e 24, aproximadamente, no qual o pico do coeficiente de sustentação coincide com o pico da curva de velocidade, resultando em uma transferência líquida positiva de energia do fluido para o corpo. Ademais, após o tempo adimensional 24, ocorre um comportamento distinto em relação aos demais casos analisados: observa-se, de forma pontual, em alguns instantes ao longo da série temporal, a sincronização do pico de C_L com o pico da curva de velocidade, isto é, o *wake-galloping* manifesta-se apenas em alguns picos do coeficiente de sustentação. No entanto, para os vales da curva de C_L , não há sincronização com os vales das curvas de velocidade e deslocamento, uma vez que os vales do C_L coincidem com pontos intermediários entre os vales das curvas de velocidade e deslocamento. Assim, o fenômeno observado graficamente pode ser interpretado como ocorrendo em uma condição intermediária entre esses dois vales sucessivos. Além disso, é

importante ressaltar que esse comportamento intermediário ocorre com frequência significativamente maior nos vales de C_L do que nos picos.

O coeficiente de sustentação médio para esse caso analisado apresenta valor $C_L = -0,6432$, e o número de Strouhal obtido por meio da Transformada Rápida de Fourier da curva do coeficiente de sustentação é $St = 0,1993$, porém ocorreu uma manifestação de uma segunda frequência relevante quando se realizou o FFT da curva do coeficiente de sustentação, essa frequência possui o valor de 0,3990. Esses valores foram calculados no intervalo de tempo adimensional entre 30 e 50. Tais resultados da aplicação da FFT na curva do coeficiente de sustentação podem ser visualizados na Figura 5.25.

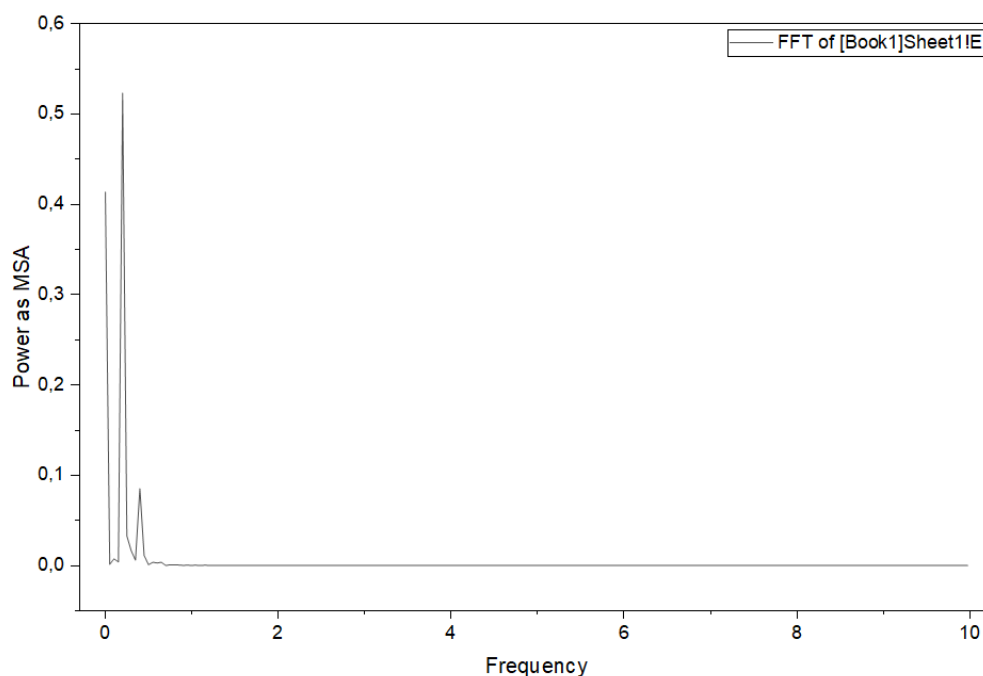


Figura 5.25 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de $t = 30$ a $t = 50$ para o caso de $\varepsilon/D = 0,0070$.

Por meio da Figura 5.25, como mencionado anteriormente, percebe-se que há dois picos relevantes no espectro de frequências obtido a partir da série temporal do coeficiente de sustentação. Essas duas frequências estão de acordo com a ideia de que, no intervalo de tempo analisado, o coeficiente de sustentação alterna a ocorrência dos fenômenos: em determinados instantes, observa-se pontualmente o *wake-galloping* em um pico; entretanto, no vale posterior a esse pico, não ocorre *wake-galloping*, mas sim o fenômeno intermediário descrito anteriormente. Dessa forma, a série temporal do coeficiente de sustentação não apresenta uma única frequência representativa.

A Figura 5.26 apresenta a estrutura vorticiosa proveniente do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante em oscilação, para rugosidade superficial $\varepsilon/D=0,0070$ no tempo adimensional $t = 15$, correspondente ao ponto P de deslocamento máximo positivo na série temporal do coeficiente de sustentação, mostrada na Figura 5.24. Desse modo, esse instante pode ser entendido como o início da interação entre a esteira gerada a montante e a fronteira sólida oscilante do cilindro a jusante.

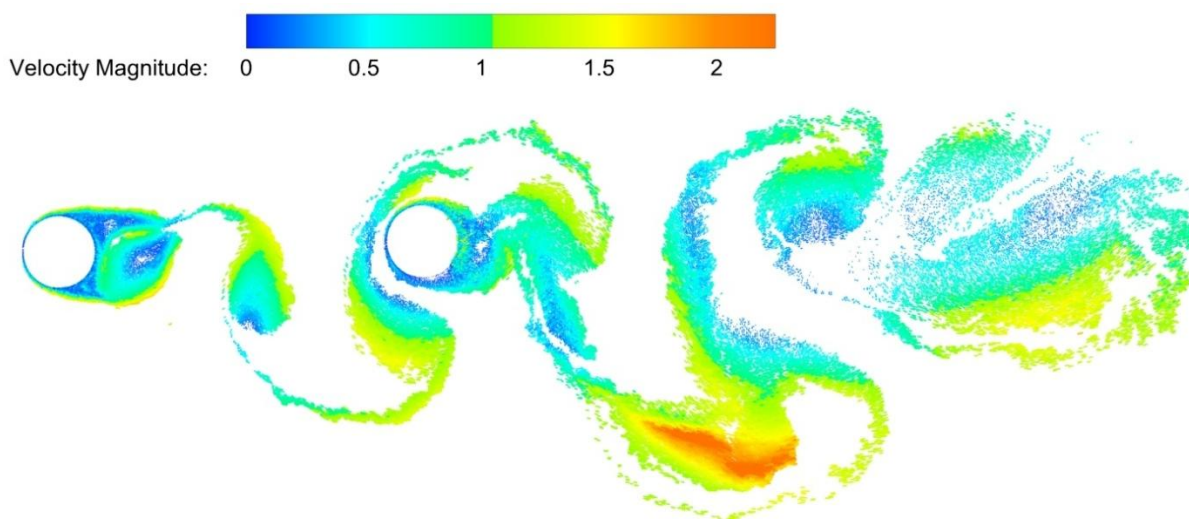


Figura 5.26 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0070$ no tempo adimensional $t = 15$.

Percebe-se, na Figura 5.26, que uma estrutura vorticiosa proveniente do cilindro a montante atravessa a região inferior do cilindro a jusante, induzindo velocidades nas estruturas vorticosas nascentes do cilindro a jusante nessa região; contudo, essa estrutura encontra-se mais afastada da parede do cilindro. Além disso, para este caso, observa-se também a presença de uma estrutura vorticiosa do cilindro a montante atravessando a região superior do cilindro a jusante, a qual está mais próxima da parede do cilindro a jusante. Assim, ocorre um balanceamento da indução de velocidade entre as regiões inferior e superior, promovendo uma equalização do campo de pressões e resultando em um coeficiente de sustentação próximo de zero. Esse comportamento pode ser verificado no ponto P da série temporal do coeficiente de sustentação para este caso, apresentado na Figura 5.24. Além disso, percebe-se que a esteira binária a jusante do cilindro oscilante tende a se formar e a se deslocar para baixo. Isso ocorre porque, no instante em que a estrutura vorticiosa do cilindro a montante está atravessando o cilindro a jusante, este se encontra no deslocamento máximo, ou em sua vizinhança, fazendo com que a maior parte da esteira do cilindro a montante passe pela região inferior do cilindro a jusante; esse efeito pode ser observado na Figura 5.24 como um deslocamento médio negativo

do coeficiente de sustentação. Por fim, nota-se com clareza a interação entre as estruturas vorticosas dos cilindros a montante e a jusante, as quais se conectam por meio de folhas de vorticidade.

Por sua vez, o ponto Q_4 , correspondente ao tempo adimensional $t = 27$, identificado na série temporal do coeficiente de sustentação apresentada na Figura 5.24, caracteriza-se por um vale com elevada amplitude ($C_L < -3$), resultante da interação da estrutura vorticiosa desprendida do cilindro a montante ao passar pelo cilindro oscilante a jusante. A Figura 5.27, por conseguinte, apresenta a visualização dessa interação correspondente ao ponto Q_4 .

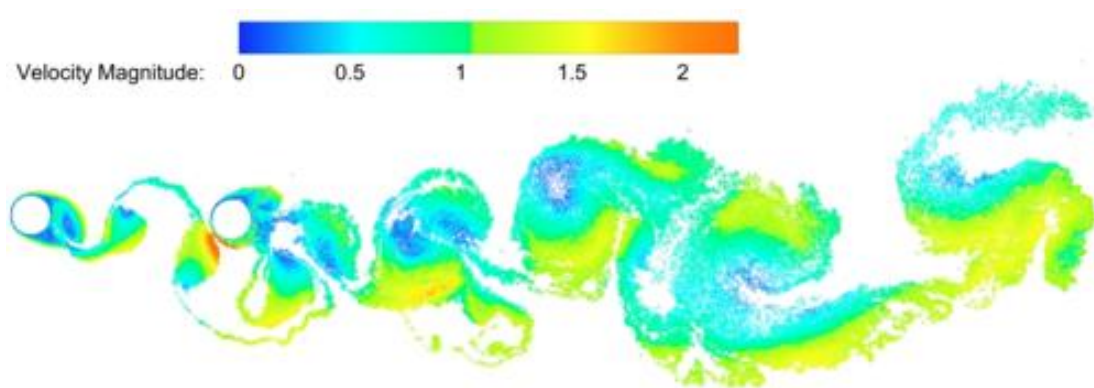


Figura 5.27 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0070$ para o ponto Q_4 no tempo adimensional $t = 27$.

Dessa forma, a partir da Figura 5.27, constata-se que, no ponto Q_4 , uma estrutura vorticiosa proveniente do cilindro a montante está começando a atravessar a região inferior do cilindro a jusante, induzindo altas velocidades nos vórtices nascentes nessa região do cilindro a jusante, o que provoca uma zona de intensa circulação e, por consequência, uma queda de pressão. Como resultado, verifica-se a ocorrência de um vale de elevada amplitude no coeficiente de sustentação.

Ademais, foi obtido o coeficiente de pressão instantânea em função do ângulo θ para o ponto Q_4 , a fim de se investigar com maior profundidade esse ponto específico da série temporal do coeficiente de sustentação. A Figura 5.28 apresenta a curva do coeficiente de pressão instantânea para o ponto Q_4 .

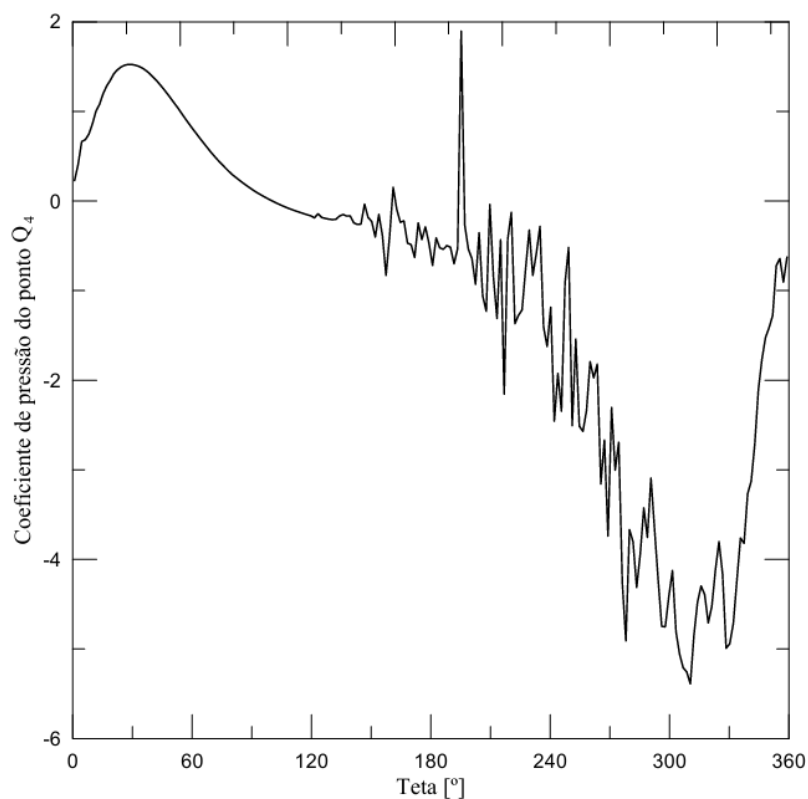


Figura 5.28 Coeficiente de pressão para o ponto Q_4 do cilindro oscilante a jusante, com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0070$ e tempo adimensional $t = 27$.

Conforme mostrado na Figura 5.28, observam-se grandes flutuações negativas do coeficiente de pressão na região inferior do cilindro, o que corrobora a hipótese de que, nesse instante, uma estrutura vorticosa do cilindro a montante atravessa essa região, induzindo velocidades e promovendo intensas circulações. Essa dinâmica perturba o campo de pressão, tornando-o consideravelmente negativo e instável, o que resulta em uma força de sustentação negativa de elevada magnitude.

Para se obter uma melhor compreensão do comportamento das estruturas vorticosas ao longo de toda a simulação, realizou-se a captura de toda a esteira no último instante de tempo que corresponde ao tempo adimensional $t = 50$, da simulação, a qual é apresentada na Figura 5.29.



Figura 5.29 Esteira binária completa para o tempo adimensional $t = 50$, para rugosidade $\varepsilon/D = 0,0070$.

5.3.5 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente com efeito de rugosidade $\varepsilon/D = 0,0100$.

Para o caso do cilindro a jusante oscilante com superfície rugosa $\varepsilon/D = 0,0100$, ou seja, com a influência de rugosidade superficial, e submetido a uma vibração transversal harmônica caracterizada por uma razão de amplitude $A/D = 0,15$ e frequência adimensional $f = 0,2$, foi determinada a série temporal do coeficiente de sustentação, bem como a distribuição do coeficiente de pressão ao longo da superfície do cilindro.

Na Figura 5.30, observa-se a série temporal do coeficiente de sustentação comparada ao deslocamento e à velocidade transversal do cilindro a jusante. Para $\varepsilon/D = 0,0100$, a resposta apresenta intervalos nos quais o coeficiente de sustentação tende a acompanhar o deslocamento do corpo, caracterizando trechos compatíveis com *lock-in*. Entretanto, também são observados instantes de alteração da relação de fase, indicando que a rugosidade modifica a interação entre a esteira incidente e o cilindro oscilante, sem eliminar completamente a possibilidade de manifestações locais associadas ao *wake-galloping*.

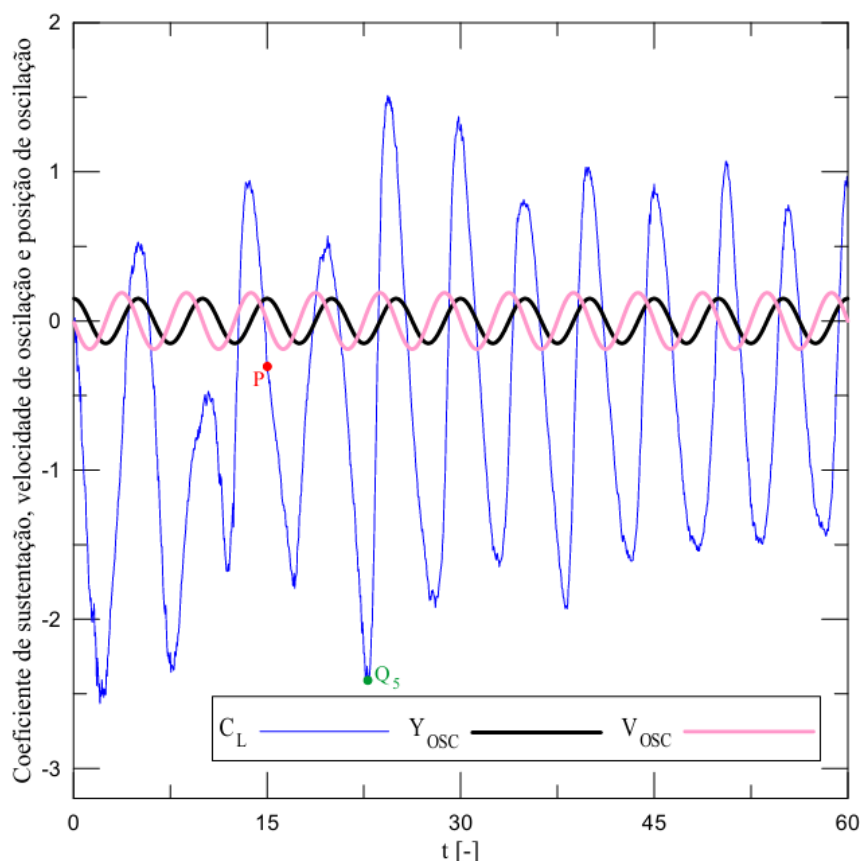


Figura 5.30 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, com rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0100$, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.

Por sua vez, com base na Figura 5.30, observa-se que, no início da série temporal, ocorre o fenômeno de *lock-in* até aproximadamente o tempo adimensional 10. Nesse intervalo, a esteira do cilindro a montante ainda não exerce influência significativa sobre os carregamentos fluidodinâmicos do cilindro a jusante. A partir de $t \approx 10$, identifica-se a manifestação do *wake-galloping*, característico de problemas de WIV, no intervalo aproximado entre $t = 10$ e $t = 15$, no qual os picos do coeficiente de sustentação coincidem com os picos da curva de velocidade, resultando em uma transferência líquida positiva de energia do fluido para o corpo. Assim, para a altura de rugosidade $\varepsilon/D=0,0100$, o *wake-galloping* ocorre de maneira pontual e breve, associado ao início da influência da esteira do cilindro a montante.

Ademais, após $t \approx 15$, o fenômeno de *lock-in* volta a se manifestar por um período mais prolongado, estendendo-se até aproximadamente $t \approx 47$, mesmo com a passagem de estruturas vorticosas do cilindro a montante pela região do cilindro oscilante a jusante. Dessa forma, diferentemente dos demais casos com rugosidade superficial, neste caso há um regime que se destaca por mais tempo ao longo da série temporal do coeficiente de sustentação. Entretanto, não se pode caracterizá-lo como um problema de VIV puro, uma vez que, previamente, ocorreu

WIV, ainda que por um intervalo curto. Além disso, após $t \approx 47$, observa-se a dessincronização de C_L em relação à curva de deslocamento e, posteriormente, próximo de $t = 60$ (fim da simulação), verifica-se nova sincronização. Assim, conclui-se que, após um período prolongado, ocorrem saídas rápidas do regime de *lock-in* ao longo da simulação; portanto, devido a essas intermitências e episódios de dessincronização, não é possível definir o regime como estritamente VIV.

O coeficiente de sustentação médio para esse caso analisado apresenta valor $C_L = -0,4120$, e o número de Strouhal obtido por meio da Transformada Rápida de Fourier da curva do coeficiente de sustentação foi $St = 0,1996$. Esses valores foram calculados no intervalo de tempo adimensional entre 30 e 50. O resultado da aplicação da FFT na curva do coeficiente de sustentação pode ser visualizado na Figura 5.31.

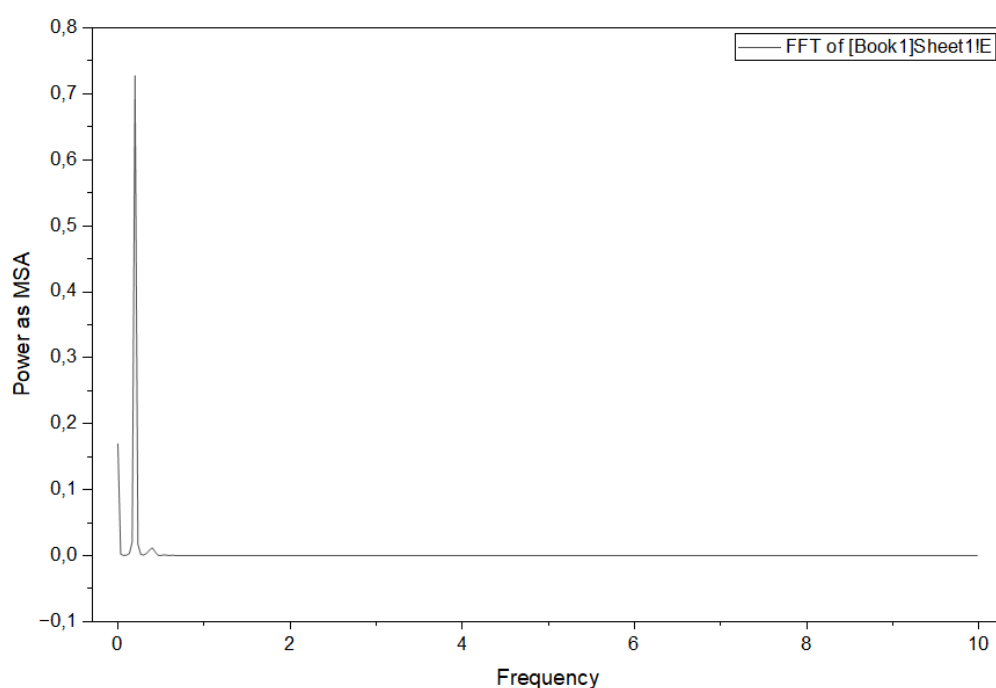


Figura 5.31 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de 30 a 50 para o caso de $\varepsilon/D = 0,0100$.

Por meio da Figura 5.31, conforme mencionado anteriormente, observa-se a presença de apenas um pico relevante no espectro de frequências obtido a partir da série temporal do coeficiente de sustentação. Essa frequência dominante é consistente com o fato de que há um fenômeno predominante ao longo da série temporal de C_L , especialmente no intervalo adotado para a aplicação da FFT, compreendido entre os tempos adimensionais 30 e 50.

A Figura 5.32 apresenta a estrutura vorticosa proveniente do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante em oscilação, para rugosidade superficial $\varepsilon/D=0,0100$, no tempo adimensional $t = 15$, correspondente ao ponto P de deslocamento máximo positivo na série temporal do coeficiente de sustentação, mostrada na Figura 5.30. Desse modo, esse instante pode ser entendido como o início da interação entre a esteira gerada a montante e a fronteira sólida oscilante do cilindro a jusante.

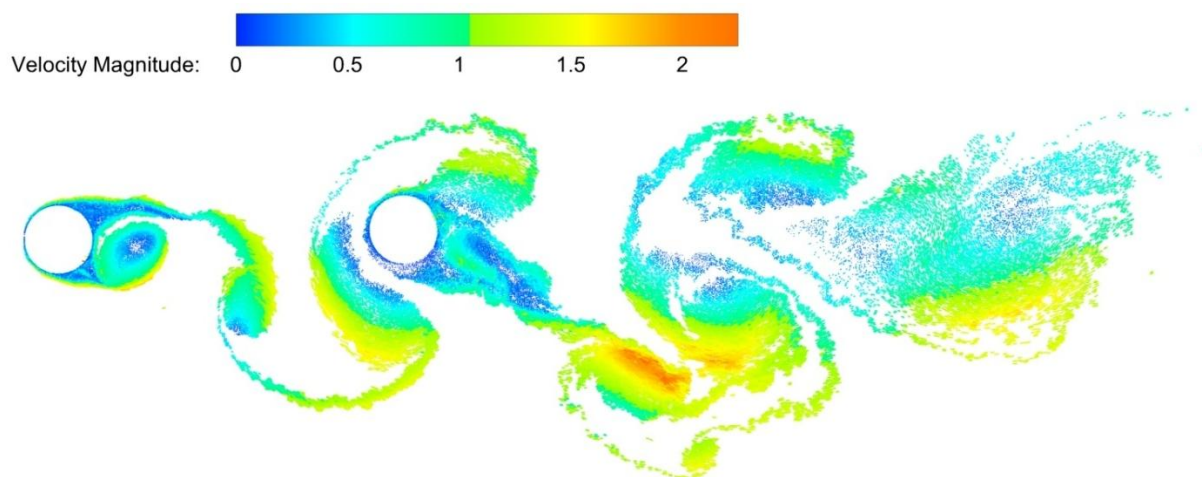


Figura 5.32 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0100$ no tempo adimensional $t = 15$.

Percebe-se, na Figura 5.32, que uma estrutura vorticosa proveniente do cilindro a montante atravessa a região superior do cilindro a jusante, enquanto uma segunda estrutura vorticosa, também oriunda do cilindro a montante, encontra-se na iminência de passar pela região inferior do cilindro a jusante. Dessa forma, ocorre um balanceamento da indução de velocidade entre as regiões inferior e superior, o que promove uma equalização do campo de pressões e resulta em um coeficiente de sustentação levemente negativo, influenciado principalmente pela estrutura vorticosa que se aproxima da região inferior. Esse comportamento pode ser verificado no ponto P da série temporal do coeficiente de sustentação para este caso, apresentada na Figura 5.30.

Além disso, observa-se que a esteira binária a jusante do cilindro oscilante tende a se formar e a se deslocar para baixo. Isso ocorre porque, no instante em que a estrutura vorticosa do cilindro a montante atravessa a região do cilindro a jusante, este se encontra no deslocamento máximo, ou em sua vizinhança, fazendo com que a maior parte da esteira do cilindro a montante passe pela região inferior do cilindro a jusante. Esse efeito pode ser identificado na Figura 5.30 pelo deslocamento médio negativo do coeficiente de sustentação. Por fim, nota-se de forma

clara a interação entre as estruturas vorticosas dos cilindros a montante e a jusante, as quais se conectam por meio de folhas de vorticidade.

Por sua vez, o ponto Q_5 , correspondente ao tempo adimensional $t = 22,65$, identificado na série temporal do coeficiente de sustentação apresentada na Figura 5.30, caracteriza-se por um vale com elevada amplitude ($C_L < -2$), resultante da interação da estrutura vorticosa desprendida do cilindro a montante ao passar pelo cilindro oscilante a jusante. A Figura 5.33, por conseguinte, apresenta a visualização dessa interação correspondente ao ponto Q_5 .

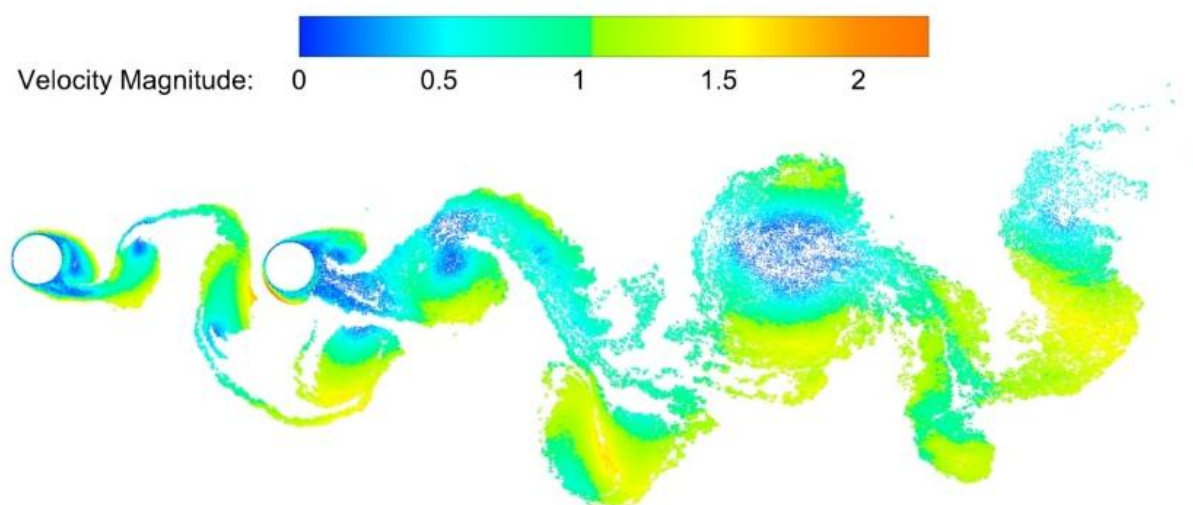


Figura 5.33 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0100$ para o ponto Q_5 no tempo adimensional $t = 22,65$.

Dessa forma, a partir da Figura 5.33, constata-se que, no ponto Q_5 , uma estrutura vorticosa proveniente do cilindro a montante está na iminência de atravessar a região inferior do cilindro a jusante, induzindo altas velocidades nos vórtices nascentes nessa região do cilindro a jusante, o que provoca uma zona de intensa circulação e, por consequência, uma queda de pressão. Como resultado, verifica-se a ocorrência de um vale de elevada amplitude no coeficiente de sustentação.

Ademais, foi obtido o coeficiente de pressão instantânea em função do ângulo θ para o ponto Q_5 , a fim de se investigar com maior profundidade esse ponto específico da série temporal do coeficiente de sustentação. A Figura 5.34 apresenta a curva do coeficiente de pressão instantânea para o ponto Q_5 .

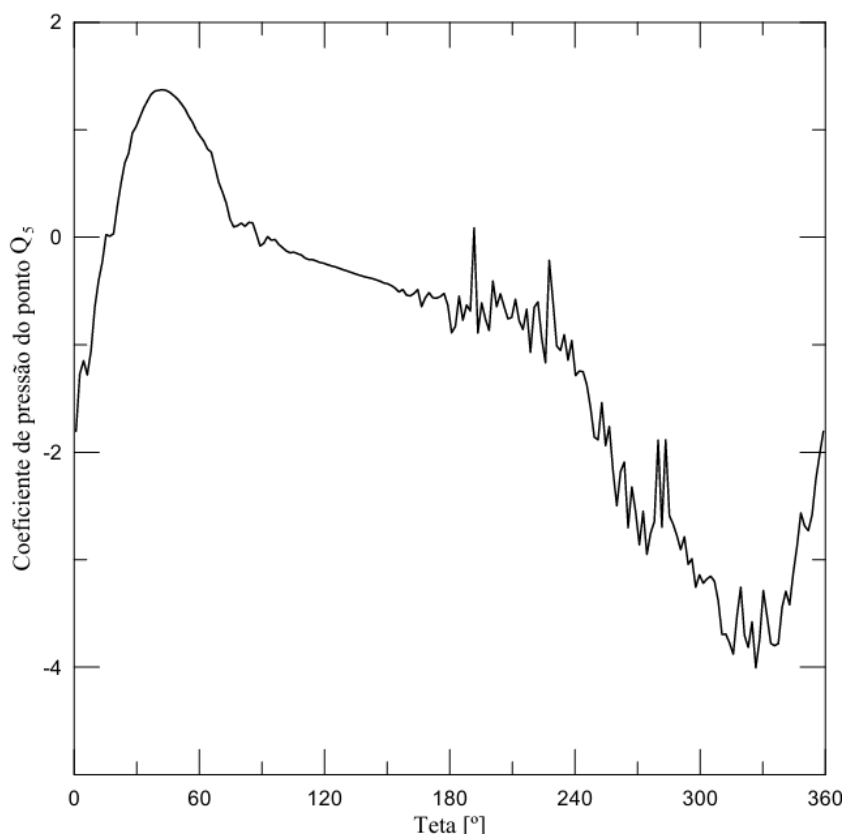


Figura 5.34 Coeficiente de pressão para o ponto Q_5 do cilindro oscilante a jusante, com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0100$ para o tempo adimensional $t = 22,65$.

Conforme mostrado na Figura 5.34, observam-se grandes flutuações negativas do coeficiente de pressão na região inferior do cilindro, o que corrobora a hipótese de que, nesse instante, uma estrutura vorticiosa do cilindro a montante está na iminência de atravessar essa região, induzindo velocidades e promovendo intensas circulações. Essa dinâmica perturba o campo de pressão, tornando-o consideravelmente negativo e instável, o que resulta em uma força de sustentação negativa de elevada magnitude.

Para se obter uma melhor compreensão do comportamento das estruturas vorticosas ao longo de toda a simulação, realizou-se a captura de toda a esteira no último instante de tempo que corresponde ao tempo adimensional $t = 60$, da simulação, a qual é apresentada na Figura 5.35.



Figura 5.35 Esteira binária completa para o tempo adimensional $t = 60$, para rugosidade $\varepsilon/D = 0,0100$.

5.3.6 Cilindro circular a jusante oscilando transversalmente com efeito de rugosidade $\varepsilon/D = 0,0200$.

Para o caso do cilindro a jusante oscilante com superfície rugosa $\varepsilon/D = 0,0200$, ou seja, com a influência de rugosidade superficial, e submetido a uma vibração transversal harmônica caracterizada por uma razão de amplitude $A/D = 0,15$ e frequência adimensional $f = 0,2$, foi determinada a série temporal do coeficiente de sustentação, bem como a distribuição do coeficiente de pressão ao longo da superfície do cilindro.

A Figura 5.36 apresenta a série temporal do coeficiente de sustentação, juntamente com as curvas de deslocamento e de velocidade. Com base nessas informações, é possível identificar, antes da influência da esteira do cilindro a montante, a ocorrência localizada do fenômeno de *lock-in*, característico do VIV (*Vortex-Induced Vibrations*), o qual é descrito pela sincronização do coeficiente de sustentação com o deslocamento do corpo ou, alternativamente, quando a razão entre a frequência de emissão de vórtices e a frequência de oscilação se aproxima da unidade.

Por sua vez, a manifestação pontual de *wake-galloping* é verificada quando o coeficiente de sustentação tende a ficar em fase com a velocidade transversal do cilindro. De acordo com Li e Ishihara (2021b), esse fenômeno está associado ao amortecimento aerodinâmico negativo.

Ademais, é importante ressaltar que, para a rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0200$, tanto o *lock-in* quanto o *wake-galloping* não se manifestam de forma permanente ao longo de toda a série temporal (simulação).

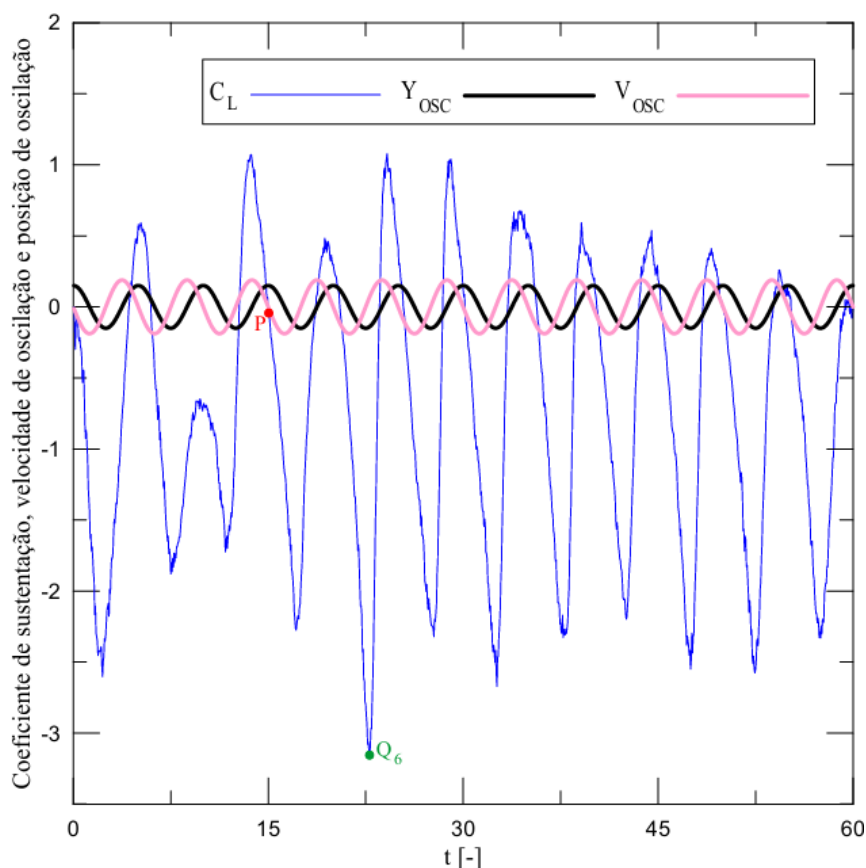


Figura 5.36 Série temporal do coeficiente de sustentação com o movimento oscilatório do cilindro a jusante, com rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0200$, $A/D=0,15$ e $f=0,2$.

Por sua vez, com base na Figura 5.36, observa-se que, quando a esteira do cilindro a montante passa a influenciar o cilindro a jusante, após aproximadamente o tempo adimensional $t = 10$, o fenômeno de *lock-in* deixa de ocorrer. Ainda, a partir desse instante, identifica-se a ocorrência pontual do fenômeno de *wake-galloping*, característico de problemas de WIV, em torno de $t \approx 14$, quando o pico do coeficiente de sustentação coincide com o pico da curva de velocidade, resultando em uma transferência líquida positiva de energia do fluido para o corpo. Contudo, esse comportamento não volta a ser observado ao longo do restante da série temporal.

Ademais, após esse intervalo e até o fim da simulação, verifica-se um comportamento atípico, não característico nem de VIV nem de WIV, no qual os picos da curva do coeficiente de sustentação passam a ocorrer em instantes intermediários entre os picos das curvas de velocidade e de deslocamento. Em outras palavras, observa-se uma dessincronização sistemática, que se repete para praticamente todos os picos, configurando o regime predominante na série temporal. Além disso, os vales da curva de sustentação também tendem a apresentar comportamento semelhante, situando-se em instantes intermediários entre os vales das curvas de velocidade e de deslocamento. Em alguns casos, nota-se uma tendência de os

vales de C_L se aproximarem da sincronização com a curva de deslocamento; entretanto, esse efeito não se mostra suficientemente nítido para uma caracterização conclusiva.

O coeficiente de sustentação médio para esse caso analisado apresenta valor $C_L = -0,7588$, e o número de Strouhal obtido por meio da Transformada Rápida de Fourier da curva do coeficiente de sustentação é $St = 0,1996$, porém ocorreu uma manifestação de uma segunda frequência relevante quando se realizou o FFT da curva do coeficiente de sustentação, essa frequência possui o valor de 0,3993. Esses valores foram calculados no intervalo de tempo adimensional entre 30 e 50. Tais resultados da aplicação da FFT na curva do coeficiente de sustentação podem ser visualizados na Figura 5.37.

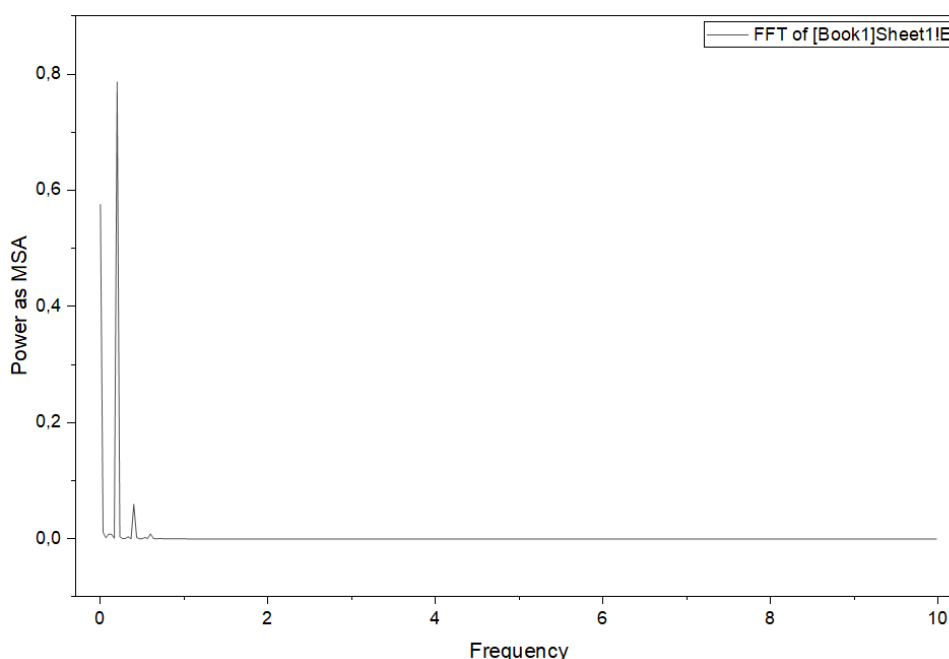


Figura 5.37 FFT da curva do coeficiente de sustentação no intervalo de tempo adimensional de 30 a 50 para o caso de $\varepsilon/D = 0,0200$.

Por meio da Figura 5.37, conforme mencionado anteriormente, observa-se a presença de dois picos relevantes no espectro de frequências obtido a partir da série temporal do coeficiente de sustentação. Essas duas componentes são coerentes com o comportamento verificado no intervalo de tempo analisado, no qual C_L não apresenta sincronização nem com a curva de velocidade nem com a curva de posição. Além disso, há instantes em que os picos permanecem sistematicamente defasados em relação a ambas as curvas, enquanto os vales tendem, de forma sutil, a se aproximar da sincronização com a curva de posição. Em conjunto, esses aspectos indicam que a série temporal do coeficiente de sustentação não apresenta uma oscilação estritamente constante ao longo do intervalo considerado. Dessa forma, não se

identifica uma única frequência dominante capaz de representar adequadamente o comportamento de C_L .

A Figura 5.38 apresenta a estrutura vorticosa proveniente do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante em oscilação, para rugosidade superficial $\varepsilon/D=0,0200$, no tempo adimensional $t = 15$, correspondente ao ponto P de deslocamento máximo positivo na série temporal do coeficiente de sustentação, mostrada na Figura 5.36. Desse modo, esse instante pode ser entendido como o início da interação entre a esteira gerada a montante e a fronteira sólida oscilante do cilindro a jusante.

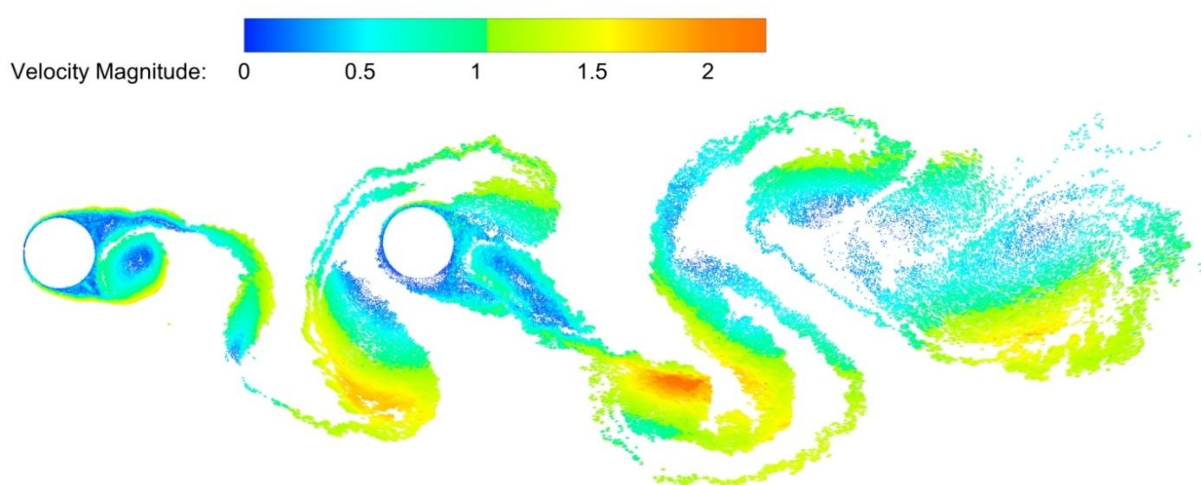


Figura 5.38 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0200$ no tempo adimensional $t = 15$.

Percebe-se, na Figura 5.38, que uma estrutura vorticosa proveniente do cilindro a montante atravessa a região superior do cilindro a jusante, induzindo velocidades nas estruturas vorticosas nascentes do cilindro a jusante nessa região. Além disso, para este caso, observa-se também a presença de uma estrutura vorticosa do cilindro a montante na iminência de atravessar a região inferior do cilindro a jusante. Dessa forma, ocorre um balanceamento da indução de velocidade entre as regiões inferior e superior, o que promove uma equalização do campo de pressões e resulta em um coeficiente de sustentação próximo de zero. Esse comportamento pode ser verificado no ponto P da série temporal do coeficiente de sustentação para este caso, apresentada na Figura 5.36.

Adicionalmente, nota-se que a esteira binária a jusante do cilindro oscilante tende a se formar e a se deslocar para baixo. Isso ocorre porque, no instante em que a estrutura vorticosa do cilindro a montante atravessa a região do cilindro a jusante, este se encontra no deslocamento

máximo, ou em sua vizinhança, fazendo com que a maior parte da esteira do cilindro a montante passe pela região inferior do cilindro a jusante. Esse efeito pode ser observado na Figura 5.36 por meio de um deslocamento médio negativo do coeficiente de sustentação. Por fim, evidencia-se a interação entre as estruturas vorticosas dos cilindros a montante e a jusante, as quais se conectam por meio de folhas de vorticidade.

Por sua vez, o ponto Q_6 , correspondente ao tempo adimensional $t = 22,80$, identificado na série temporal do coeficiente de sustentação apresentada na Figura 5.36, caracteriza-se por um vale com elevada amplitude ($C_L < -3$), resultante da interação da estrutura vorticiosa desprendida do cilindro a montante ao passar pelo cilindro oscilante a jusante. A Figura 5.39, por conseguinte, apresenta a visualização dessa interação correspondente ao ponto Q_6 .

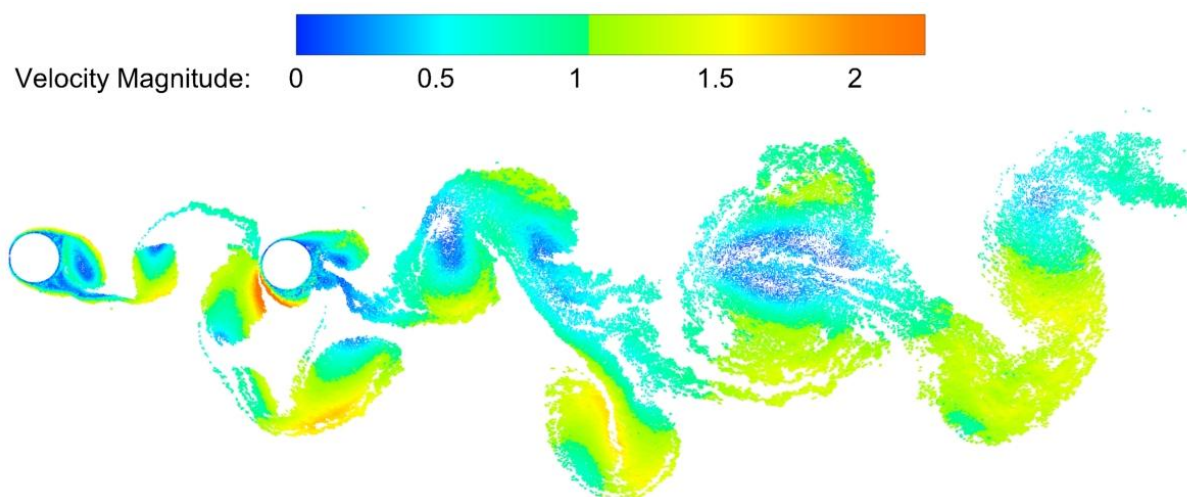


Figura 5.39 Esteira do cilindro a montante interagindo com o cilindro a jusante com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0200$ para o ponto Q_6 no tempo adimensional $t = 22,80$.

Dessa forma, a partir da Figura 5.39, constata-se que, no ponto Q_6 , uma estrutura vorticiosa proveniente do cilindro a montante encontra-se na iminência de atravessar a região inferior do cilindro a jusante, induzindo elevadas velocidades nos vórtices nascentes nessa região. Tal indução intensifica a circulação local e, conseqüentemente, promove uma queda de pressão. Como resultado, observa-se a ocorrência de um vale de elevada amplitude na série temporal do coeficiente de sustentação.

Ademais, foi obtido o coeficiente de pressão instantânea em função do ângulo θ para o ponto Q_6 , a fim de se investigar com maior profundidade esse ponto específico da série temporal do coeficiente de sustentação. A Figura 5.40 apresenta a curva do coeficiente de pressão instantânea para o ponto Q_6 .

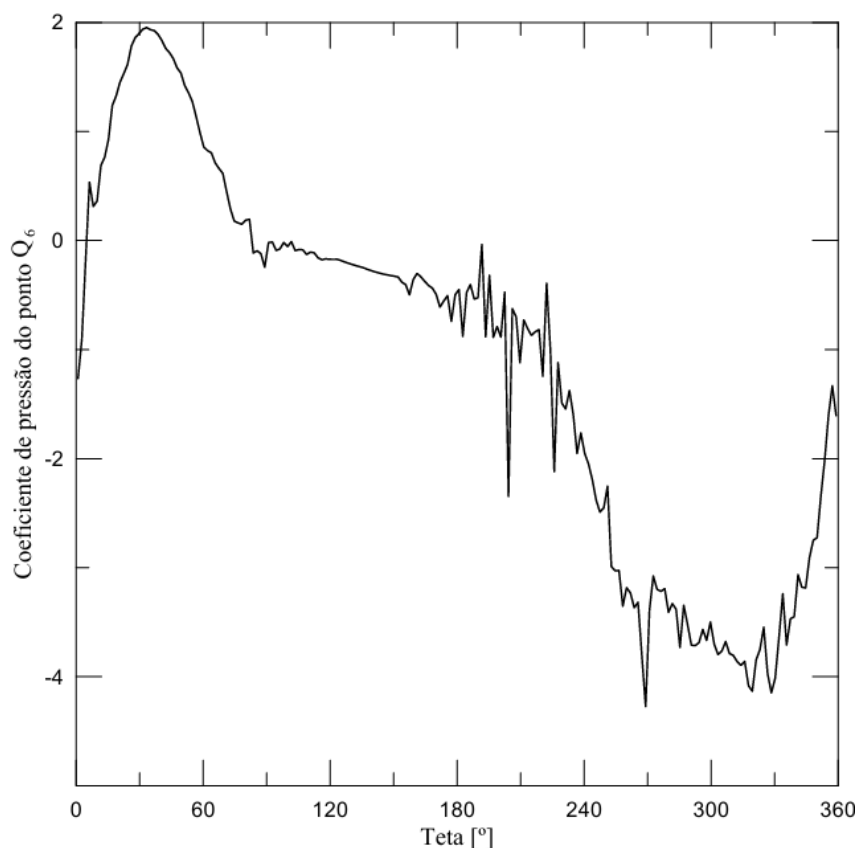


Figura 5.40 Coeficiente de pressão para o ponto Q_6 do cilindro oscilante a jusante, com rugosidade $\varepsilon/D = 0,0200$ no tempo adimensional $t = 22,80$.

Conforme mostrado na Figura 5.40, observam-se flutuações negativas pronunciadas do coeficiente de pressão na região inferior do cilindro, o que corrobora a hipótese de que, nesse instante, uma estrutura vorticosa proveniente do cilindro a montante encontra-se na iminência de atravessar essa região, induzindo velocidades e intensificando a circulação local. Essa dinâmica perturba o campo de pressões, tornando-o significativamente mais negativo e instável, o que resulta em uma força de sustentação negativa de elevada magnitude.

Para se obter uma melhor compreensão do comportamento das estruturas vorticosas ao longo de toda a simulação, realizou-se a captura de toda a esteira no último instante de tempo que corresponde ao tempo adimensional $t = 60$, da simulação, a qual é apresentada na Figura 5.41.



Figura 5.41 Esteira binária completa para o tempo adimensional $t = 60$, para rugosidade $\varepsilon/D = 0,0200$.

CAPÍTULO 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1 Introdução

O Capítulo 6 está organizado em duas seções principais. Na primeira seção, são apresentadas as conclusões mais relevantes obtidas ao longo deste trabalho, no qual se investigou o escoamento em torno de dois cilindros circulares alinhados *in-tandem*, com o cilindro a montante mantido fixo e o cilindro a jusante submetido a uma oscilação forçada transversal. As análises foram conduzidas por meio do Método dos Vórtices Discretos (método lagrangiano), o que possibilitou representar, de forma consistente, a dinâmica da vorticidade e a interação da esteira do cilindro a montante com o cilindro a jusante, bem como avaliar seus impactos sobre os coeficientes fluidodinâmicos, em especial os coeficientes de pressão, sustentação e de arrasto. Ademais, foi considerada a influência da rugosidade superficial aplicada ao cilindro à jusante, variando-se a altura de rugosidade entre os casos estudados, de modo a caracterizar como essa modificação altera o desenvolvimento da esteira, a distribuição de pressões e, conseqüentemente, o comportamento temporal e das forças fluidodinâmicas. Verificou-se que diferentes níveis de rugosidade conduzem a respostas distintas das forças, refletindo mudanças na intensidade e na organização das estruturas vorticosas, bem como na predominância de regimes associados à interferência de esteira.

Na segunda seção, são apresentadas sugestões para a continuidade e o aprofundamento dos estudos iniciados nesta Dissertação de Mestrado, contemplando possíveis extensões metodológicas e investigações adicionais capazes de ampliar a compreensão dos mecanismos de interação fluido-estrutura em arranjos *in-tandem* com rugosidade. Por fim, destaca-se que o desenvolvimento deste trabalho foi viabilizado e fortalecido pelos avanços obtidos em pesquisas anteriores conduzidas no LMAML no IEM UNIFEI, que forneceram suporte técnico e científico para a implementação, validação e aplicação do método numérico e dos modelos adotados.

6.2 Conclusões

A presente Dissertação de Mestrado teve como principal objetivo avaliar os fenômenos de *lock-in*, VIV e wake-galloping (WIV) para o cilindro à jusante oscilante, sem e com

rugosidade superficial, utilizando o Método de Vórtices Discretos (MVD). Para todos os casos analisados, manteve-se a mesma configuração numérica e geométrica: espaçamento entre os cilindros ($L/D = 5$), relação de diâmetro ($D = 1$), número de painéis planos por cilindro ($M = 200$), amplitude de oscilação relativa ($A/D = 0,15$) e frequência de oscilação adimensional ($f = 0,2$), ou seja, o único parâmetro que mudou em cada caso foi a altura de rugosidade relativa. Ademais, todos os casos foram simulados com o mesmo número de Reynolds, $Re = 65.000$, ou seja, Reynolds subcrítico, no qual a camada limite ainda é laminar, mas a esteira é turbulenta.

A discretização da fronteira dos corpos foi realizada por meio do Método dos Painéis, com distribuição de fontes de densidade uniforme, aplicada no ponto pivotal de cada painel, de modo a satisfazer a condição de contorno de Neumann. Por sua vez, a geração de vorticidade na vizinhança da fronteira sólida é representada por vórtices discretos de Lamb, introduzidos de forma a tangenciar o ponto pivotal do painel, com o objetivo de anular a velocidade tangencial nesse ponto. Dessa maneira, assegura-se a imposição da condição de escorregamento nulo e a adequada representação do mecanismo de formação da camada limite.

Após a sua inserção, os vórtices discretos são transportados pelos mecanismos de advecção e difusão, considerando-se a velocidade do escoamento incidente, a velocidade de oscilação do corpo (cilindro à jusante), bem como a velocidade induzida pelos dois cilindros e pela nuvem de vórtices discretos. Para a solução da advecção, empregou-se o Esquema de Avanço de Euler de primeira ordem; para a solução da difusão, associada aos efeitos viscosos, utilizou-se o Método de Avanço Randômico.

A interação entre os vórtices é calculada pela Lei de Biot–Savart, etapa reconhecidamente mais onerosa do ponto de vista computacional. Assim, visando reduzir o custo de processamento, a implementação foi realizada em FORTRAN, com paralelização via OpenMP, o que proporcionou ganhos significativos de tempo computacional.

Para viabilizar o modelo acoplado fluido-estrutura com vibração forçada, adotou-se o cilindro a montante fixo como referencial inercial, o que possibilitou o cálculo do campo de velocidades e dos carregamentos hidrodinâmicos por meio da formulação integral da pressão, a qual foi derivada de uma equação de Poisson para o campo de pressão.

O foco principal de análise deste trabalho consistiu na investigação da interação do cilindro a jusante, com diferentes alturas de rugosidade, oscilando forçadamente na direção

transversal e imerso na esteira do cilindro a montante. As alturas de rugosidade relativa utilizadas neste trabalho foram: $\varepsilon/D = 0,0000, 0,0010, 0,0045, 0,0070, 0,0100$ e $0,0200$.

A inclusão da rugosidade demonstrou alterar o comportamento dos fenômenos após a influência da esteira do cilindro a montante sobre o cilindro a jusante. Ademais, é importante ressaltar que as condições de vibração forçada adotadas são típicas de problemas em regime de *lock-in* (VIV), uma vez que $A/D = 0,15$ e $f = 0,2$. Assim, observou-se que, para todos os casos analisados, antes de a esteira do cilindro a montante interferir no cilindro a jusante, este apresentava o fenômeno de *lock-in*, o que está de acordo com a condição de oscilação forçada e com a física do problema.

Para o caso do cilindro a jusante oscilante com parede hidraulicamente lisa ($\varepsilon/D = 0,0000$), observou-se inicialmente um regime de *lock-in*, seguido por um intervalo de dessincronização e, posteriormente, pela predominância do *wake-galloping* no trecho final da série temporal analisada. Além disso, o coeficiente de sustentação não apresentou deslocamento negativo em seu valor médio, indicando, assim, um equilíbrio do campo de pressão ao longo do tempo, mesmo diante da passagem de estruturas vorticosas geradas a montante.

Por sua vez, para as alturas de rugosidade $\varepsilon/D = 0,0010, 0,0070$ e $0,0200$, observou-se que, após a influência da esteira viscosa sobre o cilindro a jusante, esses casos não apresentaram um fenômeno constante ao longo da série temporal do coeficiente de sustentação. Em outras palavras, verificou-se uma alternância acentuada entre os regimes de *wake-galloping* e *lock-in*, o que chegou a provocar o surgimento de uma frequência secundária na Transformada Rápida de Fourier da série temporal de C_L . Assim, o C_L não apresentou um movimento oscilatório com frequência estritamente constante, uma vez que as distâncias entre picos e vales exibiram pequenas variações ao longo do tempo.

No que tange à altura média de rugosidade relativa $\varepsilon/D = 0,0045$ do cilindro oscilante posicionado a jusante, observou-se um comportamento singular em comparação aos demais casos analisados. Sob a influência da esteira proveniente do cilindro a montante, verificou-se a ocorrência de um fenômeno antagônico ao *wake-galloping*: uma sincronização inversa do coeficiente de sustentação C_L em relação à curva de velocidade, diferente de todos os outros casos.

Nessa condição, os picos de C_L apresentaram-se em oposição de fase com os picos de velocidade, ou seja, picos de C_L sincronizaram-se aos vales de velocidade, e vice-versa.

Consequentemente, não houve transferência líquida positiva de energia do fluido para o corpo; ao contrário, o fluido atuou como um mecanismo de dissipação do movimento. Ressalta-se que esse fenômeno foi verificado exclusivamente para a rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0045$.

Finalmente, para a rugosidade de $\varepsilon/D = 0,0100$, observou-se um comportamento distinto em relação aos casos de $\varepsilon/D = 0,0010$; $0,0070$ e $0,0200$, especificamente no que concerne à frequência de transição entre os regimes de *lock-in*, *wake-galloping* e dessincronização ao longo da série temporal do coeficiente de sustentação C_L .

Nesse cenário, verificou-se que a interferência da esteira do cilindro a montante sobre o cilindro a jusante resultou na predominância do fenômeno de VIV durante a maior parte do tempo analisado. Embora o *lock-in* tenha se manifestado como o regime dominante, ele não ocorreu de forma pura, uma vez que foram registradas dessincronizações pontuais. Nestes episódios, contudo, o coeficiente de sustentação apresentava uma tendência subsequente de ressinchronização com a curva de deslocamento do corpo.

Conclui-se que o presente trabalho cumpriu seus objetivos ao contribuir para a compreensão da influência da rugosidade superficial em escoamentos sobre dois cilindros dispostos em configuração *tandem*. A investigação permitiu analisar como a esteira plenamente desenvolvida do cilindro a montante interfere no cilindro a jusante, o qual foi submetido a vibração transversal forçada. Dessa forma, foi possível caracterizar o comportamento das forças fluidodinâmicas e identificar os regimes de *lock-in*, *wake-galloping* e dessincronização. Por fim, a abordagem numérica adotada mostrou-se adequada aos casos investigados, permitindo o exame detalhado dos mecanismos de formação de vorticidade e do acoplamento entre o movimento imposto do corpo e as forças fluidodinâmicas resultantes.

6.3 Sugestões para trabalhos futuros

A configuração de dois cilindros alinhados *in tandem*, com o cilindro a jusante submetido à oscilação transversal, ainda permite a investigação de diferentes parâmetros físicos e numéricos. Entre eles, destacam-se o espaçamento relativo entre os corpos, a frequência e a amplitude de oscilação, o tempo total de simulação e a inclusão de efeitos tridimensionais.

Uma possível continuidade deste estudo consistiria na realização de simulações mantendo-se os parâmetros originais, porém com a ampliação do horizonte temporal de análise, isto é, com o aumento do número de passos de tempo (*time steps*). As simulações conduzidas no presente trabalho foram realizadas com janelas de 1000 e 1200 passos de tempo. Nesse

sentido, a extensão da análise para 5000 passos de tempo permitiria corroborar os comportamentos capturados e conferir maior robustez estatística à caracterização dos fenômenos, assegurando maior confiabilidade às tendências observadas. Ao longo deste trabalho, não foram realizadas simulações com maior número de passos de tempo, correspondentes a tempos adimensionais mais elevados, em razão do aumento do custo computacional associado ao crescimento do número de vórtices discretos no domínio fluido, uma vez que o cálculo direto das interações vórtice-vórtice possui custo proporcional a N_v^2 . O computador utilizado nesta Dissertação de Mestrado foi um Intel I9 13900K com 128 Gb de memória RAM, e o tempo médio de cada simulação foi aproximadamente 210 horas.

Adicionalmente, uma vertente promissora para a expansão desta pesquisa envolve a redução do espaçamento relativo entre os cilindros. No presente trabalho, as simulações foram conduzidas com uma razão centro a centro de $L/D = 5$, condição que propicia o desenvolvimento pleno da esteira do cilindro à montante antes de sua incidência sobre o cilindro à jusante. Dessa forma, a investigação de cenários que contemplem o recolamento da camada limite proveniente do primeiro corpo sobre o cilindro oscilante permitiria a compreensão de novas dinâmicas inerentes à configuração *in tandem* sob vibração transversal. Tal abordagem mostra-se relevante, visto que a proximidade entre os corpos altera substancialmente os mecanismos de interação, o comportamento dos esforços hidrodinâmicos e os padrões de formação de vórtices, estabelecendo um contraste direto com os resultados obtidos na presente investigação.

Outra vertente de contribuição para a continuidade da presente pesquisa consiste na realização de simulações paramétricas utilizando como variáveis independentes a frequência e a amplitude de oscilação, uma vez que ambas exercem influência direta sobre os fenômenos dinâmicos capturados nas séries temporais. De modo específico, recomenda-se a investigação da frequência de $f = 0,04$, correspondente à velocidade reduzida $V_R = 25$, associada a uma amplitude relativa de $A/D = 0,5$, uma vez que tais magnitudes são propícias à manifestação do regime de *galloping*. Essa abordagem permitiria verificar a sensibilidade do sistema e a estabilidade dos comportamentos observados sob condições cinemáticas distintas daquelas exploradas neste estudo.

Adicionalmente, propõe-se a realização de estudos que contemplem a oscilação simultânea de ambos os cilindros, tanto o a montante quanto o a jusante. Essa abordagem permitiria avaliar o comportamento do sistema em condições de sincronia, mantendo-se a mesma frequência e amplitude para ambos os corpos, bem como em regimes de oscilação

distintos. O objetivo central dessa análise será investigar de que maneira a esteira oscilatória proveniente do cilindro a montante interfere nas cargas fluidodinâmicas do cilindro à jusante.

Ademais, uma extensão natural do trabalho desenvolvido nesta Dissertação de Mestrado, consiste na realização de simulações de problemas envolvendo vibração em base elástica e transferência de calor por convecção mista, visto os trabalhos desenvolvidos nos últimos anos pelo grupo de pesquisa LMAML no IEM UNIFEI.

As perspectivas de continuidade supracitadas contribuem para o aprofundamento da compreensão acerca dos mecanismos de formação de vorticidade e do comportamento das forças fluidodinâmicas sob distintas condições paramétricas, preservando-se a configuração em *tandem*. Tais investigações permitiriam caracterizar com maior precisão o surgimento e a evolução dos regimes de lock-in, wake-galloping e dessincronização, além de avaliar a sensibilidade desses regimes a diferentes condições geométricas, cinemáticas e numéricas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACHENBACH, E.** (1971) Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 46, p. 321–335.
- ALAM, M. M. et al.** Fluctuating fluid forces acting on two circular cylinders in a tandem arrangement at a subcritical Reynolds number. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 91, p. 139–154, 2003.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.** (1999), “Simulação Numérica do Escoamento em torno de um Corpo de Forma Arbitrária Utilizando o Método de Vórtices Discretos”. *Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá*.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.** Simulação numérica do escoamento ao redor de perfis aerodinâmicos montados em grades lineares de turbomáquinas utilizando o método de vórtices discretos com modelagem sub-malha de turbulência. 2002. *Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2002*.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., RICCI, J.E.R., HIRATA, M.H., SILVEIRA-NETO, A.,** (2002), “Simulation of Vortex-Shedding Flow about a Circular Cylinder with Turbulence Modeling”. *Intern'l Society of CFD*, Vol. 11, n 3, October, 315-322p.
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H.; SILVEIRA NETO, A.** A vortex method with turbulence sub-grid scale modelling. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 25, n. 2, p. 140–146, 2003.
- ALI, U. et al.** Energy harvesting from wake-induced vibrations of a downstream cylinder in tandem arrangement. *Procedia Computer Science*, v. 224, p. 280–287, 2023.
- ANDRADE, C. L. de.** Desenvolvimento de um algoritmo acelerador da modelagem de turbulência de um método de vórtices discretos Lagrangiano. 2017. *Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2017*.
- ASSI, G. R. S.** *Mechanisms for Flow-Induced Vibration of Interfering Bluff Bodies*. Ph.D. Thesis, Imperial College London, London, U.K., 2009.
- ASSI, G. R. S.; BEARMAN, P. W.; MENEHINI, J. R.** On the wake-induced vibration of tandem circular cylinders: the vortex interaction excitation mechanism. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 661, p. 365-401, 2010.
- ASSI, G. R. S.** Wake-induced vibration of tandem and staggered cylinders with two degrees of freedom. *Journal of Fluids and Structures*, v. 50, p. 340-357, 2014.
- BARBA, L.A.** (2004), “Vortex method for computing high-Reynolds number flows: increased accuracy with a fully mesh-less formulation”. California USA, 2004. *Ph.D. Thesis, California Institute of Technology*.
- BATCHELOR, G.K.,** (1967), *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- BEARMAN P.W.,** (1984), “Vortex Shedding from Oscillating Bluff-Bodies”. *Annu Rev. Fluid Mech*, Vol.16, pp.195-222.
- BIMBATO, A. M.** Análise do comportamento aerodinâmico de um corpo na presença do solo utilizando o método de vórtices discretos. 2008. *Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2008*.
- BIMBATO, A. M.** Estudo de escoamentos turbulentos em torno de um corpo rombudo de superfície hidraulicamente lisa ou rugosa utilizando o método de vórtices discretos. 2012. *Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2012*.
- BIMBATO, A.M., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H.,** (2019), “Development of a New lagrangian Vortex Method for Evaluating Effects of Surfaces Roughness”, *European Journal of Mechanics B-Fluids*, Vol. 74, p. 291-301.

- BIMBATO, A. M.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H.** Study of surface roughness effect on a bluff body the formation of asymmetric separation bubbles. *Energies*, v. 13, n. 22, 6094, 2020.
- BLEVINS, R.D.**, (1984), *Applied Fluid Dynamics Handbook*. New York, N.Y.: Van Nostrand Reinhold Company.
- BLEVINS, R. D.** Flow-induced vibration. 2. ed. New York: *Van Nostrand Reinhold*, 1990.
- BOKAIAN, A.; GEOOLA, F.** Wake-induced galloping of two interfering circular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 146, p. 383-415, 1984.
- BORAZJANI, I.; SOTIROPOULOS, F.** Vortex-induced vibrations of two cylinders in tandem arrangement in the proximity-wake interference region. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 621, p. 321-364, 2009.
- BRIKA, D.; LANEVILLE, A.** Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 250, p. 481-508, 1993.
- BRIKA, D.; LANEVILLE, A.** The flow interaction between a stationary cylinder and downstream flexible cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, v. 13, p. 579-606, 1999.
- BURESTI, G.** Vortex shedding from bluff bodies. In: RIERA, J. D.; DAVENPORT, A. G. (eds.). *Wind Effects on Buildings and Structures*. Rotterdam: *Balkema*, 1998. p. 61-95.
- CANTWELL, C. D.; BARKLEY, D.** Computational study of subcritical response in flow past a circular cylinder. *Physical Review E*, v. 82, n. 2, p. 026315, 2010.
- CARVALHO, G. F. M. de et al.** Lagrangian vortices interactions using large-eddy simulation (LES) and surface roughness model—application for aircraft wake vortices with crosswind. *Applied Sciences*, v. 13, n. 22, 12336, 2023.
- CARVALHO, G. F. M. de.** Investigação do escoamento ao redor de um corpo rombudo de parede hidraulicamente rugosa e que troca calor com o meio fluido: simulação numérica utilizando o método de partículas de temperatura. 2025. *Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá*, 2025.
- CARVALHO, G. F. M. de; CHIARADIA, T. R.; GAVA FILHO, V. H.; MORAES, P. G. de; BIMBATO, A. M.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.** Development of a Lagrangian Temperature Particles Method to Investigate the Flow Around a Rough Bluff Body. *Fluids*, v. 10, n. 11, 288, 2025.
- CHIARADIA, T. R.** Estudo de vibrações induzidas por vórtices em um corpo rombudo utilizando o método de vórtices discretos com modelo de rugosidade superficial. 2025. *Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá*, 2025.
- CHIARADIA, T. R.; CARVALHO, G. F. M. de; BIMBATO, A. M.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.** A contribution to the Temperature Particles Method—implementation of a Large-Eddy Simulation (LES) model for the temperature field. *Applied Sciences*, v. 15, n. 8, 4122, 2025.
- CHOLLET, J.-P.; LESIEUR, M.**, (1981), “Parameterization of Small Scales of Three-Dimensional Isotropic Turbulence Utilizing Spectral Closures”. *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 38, n. 12, pp. 2747-2757.
- CHORIN, A.J.**, (1973), “Numerical Study of Slightly Viscous Flow”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 57, pp.785-796.
- EINSTEIN, ALBERT.** *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*. Edited by R. Fürth. Translated by A. D. Cowper. New York, N.Y.: Dover Publications, 1956.
- FERZIGER, J.H.**, (1981), “Numerical Methods for Engineering Application”. *John Wiley & Sons, Inc.*
- FREIRE, C. M.** Experimental study on the vortex-induced vibration phenomenon for rigid circular cylinder free to oscillate in two degrees of freedom. 2016. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

- GABBAI, R. D.; BENAROYA, H.** An overview of modeling and experiments of vortex-induced vibration of circular cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, v. 282, p. 575–616, 2005.
- GAVA FILHO, V.H.; CARVALHO, G.F.M.D.; ALCÂNTARA PEREIRA, L.A.** Analysis of Forced Transverse Vibration of a Rough Circular Cylinder Subjected to Wake Interference — Numerical Investigation Using the Lagrangian Discrete Vortex Method. *Appl. Sci.* 2026, 16, 4678. <https://doi.org/10.3390/app16104678>
- GERRARD, J.H.**, (1966), “The Mechanisms of the Formation Region of Vortices behind Bluff Bodies”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 25, n° Part 3, pp. 401-413.
- GHONIEM, A.F., SHERMAN, F.S.**, (1985), “Grid-free Simulation of Diffusion Using Random Walk Methods”, *J. of Comput. Physics*, 61, I-37, pp 1-35.
- GRIONI, M. et al.** Numerical study of the flow interference between two tandem cylinders at high subcritical Reynolds numbers using a SAS turbulence model. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, v. 13, n. 1, p. 169–183, 2020.
- HAN, X.; TANG, Y.; MENG, Z.; RUAN, W.; QIU, A.; GU, J.; WU, J.**, (2022), “Surface roughness effects on a tensioned riser vortex-induced vibration in the uniform current”. *Applied Ocean Research*, 118, 102970.
- HELMHOLTZ, H.**, (1858), “On Integrals of the Hydrodynamics Equations which Express Vortex Motion Translation”. P.G., Tait, in *Phil. Mag* (4)1867, Vol 33, pp. 485-512.
- HUERA-HUARTE, F.**, (2025), “Vortex-Induced Vibration of Flexible Cylinders in Cross-Flow”. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 57, 285–310.
- IGARASHI, T.** Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem: 1st report. *Bulletin of the JSME*, v. 24, n. 188, p. 323–331, 1981.
- IGARASHI, T.** Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem: 2nd report unique phenomenon at small spacing. *Bulletin of the JSME*, v. 27, n. 233, p. 2380–2387, 1984.
- JANKEE, G. K. et al.** Scaling and dynamics of vortex lock-in for circular cylinders in an oscillating flow. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 1002, A37, 2025.
- KAMEMOTO, K.**, (1994), “Development of Vortex Methods for grid-free Lagrangian Direct Numerical Simulation”. *Proceedings of the 3rd, JSME-KSME: Fluids Engineering Conference*, July, pp. 25-27.
- KARAMCHETI, K.** (1966), *Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics*, John Wiley and Sons, Inc. New York/London/Sydney.
- KATZ, J., PLOTKIN, A.**, (1991), “Low Speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods”. *McGraw Hill*, Inc.
- KIM, H.** Mechanism of wake galloping of two circular cylinders. 2009. Tese (*Doutorado em Engenharia*) Nagoya University, Nagoya, 2009.
- KING, R.; JOHNS, D. J.** Wake interaction experiments with two flexible circular cylinders in flowing water. *Journal of Sound and Vibration*, v. 45, p. 259-283, 1976.
- LAVINAS, P. N.** Escoamento ao redor de um cilindro circular: derivação da equação de Landau a partir das equações de Navier–Stokes. 2010. Tese (*Doutorado em Engenharia Mecânica*) Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- LEONARD, A.** (1980), “Vortex Methods for Flow Simulation”. *J. Comp. Phys.*, 37:289-335.
- LEWIS, R.I.**, (1991), “Vortex Element Method for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems”. *Cambridge Univ. Press*, Cambridge, England, U.K.
- LI, T.; ISHIHARA, T.** Numerical study on vortex-induced vibration of circular cylinder with two-degree-of-freedom and geometrical nonlinear system. *Journal of Fluids and Structures*, v. 103, 103415, 2021a.

- LI, T.; ISHIHARA, T.** Numerical study on wake galloping of tandem circular cylinders considering the effects of mass and spacing ratios. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 210, p. 104536, 2021b.
- LI, H.; EKICI, K.** Vortex-Induced Vibration Predictions of a Circular Cylinder Using an Efficient Pseudo-Time Code-Coupling Approach. *Fluids*, v. 10, n. 7, 182, 2025.
- LIN, J.; FAN, D.; WANG, J.** Dynamic response and hydrodynamic coefficients of a cylinder oscillating in cross-flow with an upstream wake interference. *Ocean Engineering*, v. 215, art. 107920, 2020.
- LIN, K. et al.** Mapping the properties of wake-induced vibration on a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 1001, p. 1-33, 2024.
- LUPI, F.; PIEPER, L.; WINKELMANN, U.; HOEFFER, R.** Aerodynamic damping functions in vortex-induced vibrations for structures with sharp edges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 238, p. 105411, 2023.
- MALTA, E. S. F. D.** (1998). Aplicação do método de vórtices ao escoamento de alto número de Reynolds em torno de um cilindro circular. Rio de Janeiro: PEM-COPPE/UFRJ. Dissertação de Mestrado.
- MASSEY, B.S.** (2012), "Mechanics of Fluids". 9th ed., Spon Press, London and New York.
- MÉTAIS, O., LESIEUR, M.** (1992), "Spectral Large-Eddy Simulations of Isotropic and Stably-Stratified Turbulence". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 239, p. 157-194.
- MIRALLES, F.; KOOBUS, B.** Simulation of the flow past a circular cylinder from sub-critical to super-critical Reynolds numbers using an intermittency-based hybrid model. *Journal of Fluids and Structures*, v. 123, p. 104008, 2023.
- MORAES, P. G. de.** Efeitos de Interferência entre Dois Corpos Idênticos Alinhados com o Escoamento. 2011. 154 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2011.
- MORAES, P. G.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H.** The formation of binary-vortex street behind two circular cylinders arranged in tandem. In: *Proceedings of the 14th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering ENCIT 2012*, Rio de Janeiro, 2012.
- MORAES, P. G. C.** Desenvolvimento de um modelo de rugosidade para a simulação numérica paralela do escoamento ao redor de um corpo rombudo. 2021. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2021.
- MORAES, P. G. de.** Estudo de efeitos de rugosidade superficial sobre escoamentos ao redor de dois corpos rombudos idênticos e alinhados in tandem utilizando o Método de Vórtices Discretos. 2021. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2021.
- MORAES, P. G. de; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.** Surface roughness effects on flows past two circular cylinders in tandem arrangement at co-shedding regime. *Energies*, v. 14, n. 24, 8237, 2021.
- MORAES, P. G. de; OLIVEIRA, M. A. de; BIMBATO, A. M.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.** A Lagrangian description of buoyancy effects on aircraft wake vortices from wing tips near a heated ground plane. *Energies*, v. 15, 6995, 2022.
- MORAES, P. G. de; OLIVEIRA, M. A. de; BIMBATO, A. M.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.** Effects of surface roughness and wall confinement on bluff body aerodynamics at large-gap regime. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 44, 331, 2022.
- MORSE, T. L.; WILLIAMSON, C. H. K.** Fluid forcing, wake modes, and transitions for a cylinder undergoing controlled oscillations. *Journal of Fluids and Structures*, v. 25, n. 4, p. 697–712, 2009.

- MUSTTO, A. A., HIRATA, M. H., BODSTEIN, G. C. R.**, (1998), “Discrete Vortex Method Simulation of the Flow around a Circular Cylinder with and without Rotation”. A.I.A.A. Paper 98-2409, Proceedings of the 16th A.I.A.A. Applied Aerodynamics Conference, Albuquerque, NM, USA, June.
- NAZVANOV, A.; YIN, G.; ONG, M. C.** Numerical investigation of flow around two tandem cylinders in the upper transition Reynolds number regime using modal analysis. *Journal of Marine Science and Engineering*, v. 10, n. 10, 1501, 2022.
- NEUMEISTER, J. et al.** Wake-induced vibration analysis for tandem cylinders with a spacing ratio of 2.5–10. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 45, 2023.
- NIKITAS, N.; MACDONALD, J. H. G.** Aerodynamic forcing characteristics of dry cable galloping at critical Reynolds numbers. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, v. 49, p. 243-249, 2015.
- NISHI, Y.; SHIGEYOSHI, Y.** Vortex- and wake-induced vibrations of a circular cylinder placed in the proximity of two fixed cylinders. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, v. 10, p. 1081-1089, 2022.
- NORBERG, C.** Flow around a circular cylinder: aspects of fluctuating lift. *Journal of Fluids and Structures*, v. 15, p. 459–469, 2001.
- NORBERG, C.** Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements. *Journal of Fluids and Structures*, v. 17, n. 1, p. 57–96, 2003.
- OGAMI, Y.**, (2001), “Simulation of Heat-Fluid Motion by Vortex Method”, *JSME International Journal, Series B*, Vol. 44, N°. 4, pp. 513-519.
- OLIVEIRA, D. A. S.** de. *Desenvolvimento de um método de partículas puramente lagrangeano para o estudo de escoamentos bifásicos*. 2018. 67 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2018. Disponível em: <https://repositorio.unifei.edu.br/jspui/handle/123456789/1347>. Acesso em: 8 jun. 2026.
- OLIVEIRA, M. A.** de; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. Desenvolvimento de um modelo de rugosidade para a simulação numérica paralela do escoamento ao redor de um corpo rombudo. 2020. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2020.
- OLIVEIRA, M. A.** de; MORAES, P. G. de; ANDRADE, C. L.; BIMBATO, A. M.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. Control and suppression of vortex shedding from a slightly rough circular cylinder by a discrete vortex method. *Energies*, v. 13, n. 17, 4481, 2020.
- OLIVEIRA, M. A.** de; MORAES, P. G. de; BIMBATO, A. M.; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. Numerical experiments of the flow around a bluff body with and without roughness model near a moving wall. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 42, 129, 2020.
- OLIVEIRA, M. A.** de; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. A Lagrangian roughness model integrated with the vortex method for drag coefficient estimation and flow control investigations around circular cylinder for a wide range of Reynolds numbers. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 44, 331, 2022.
- OLIVEIRA, M. A.** de; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. High performance computation of a Lagrangian approach for turbulent flow investigations around cylinders with different surfaces. *Contribuciones a las Ciencias Sociales*, 2023.
- OLIVEIRA, M. A.** de; ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. Effect of surface roughness on aerodynamic loads of bluff body in vicinity of smoothed moving wall. *Applied Sciences*, v. 14, n. 7, 2919, 2024.
- PANTON, R.L.**, (1984), *Incompressible Flow*. New York: John Wiley & Sons.

- PARASURAM, I. V. L. N.; SINHA, A.** Investigating wake structures in flow past oscillating cylinder using proper orthogonal decomposition. *Sadhana Academy Proceedings in Engineering Sciences*, v. 49, 79, 2024.
- PINTO, L. C.** Análise por simulação numérica direta do escoamento ao redor de um cilindro submetido a vibração induzida por vórtices. 2012. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.
- PRASANTH, T. K.; MITTAL, S.** Vortex-induced vibrations of a circular cylinder at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 594, p. 463–491, 2008.
- REYNOLDS, O.**, (1883), “An Experimental Investigation of the Circumstances which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous and of the Law of Resistance in Parallel Channels”. *Phill. Trans. Roy. Soc.*, Vol. 174, Part III, pp. 935–982.
- RICCI, J. E. R.** Simulação numérica do escoamento ao redor de um corpo de forma arbitrária, estacionado nas imediações de uma superfície plana, com o emprego do método de vórtices. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2002.
- RODRÍGUEZ, I. et al.** On the flow past a circular cylinder from critical to super-critical Reynolds numbers: wake topology and vortex shedding. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 52, p. 103–121, 2015.
- ROSHKO, A.** On the development of turbulent wakes from vortex streets. National Advisory Committee for Aeronautics Technical Report, NACA Report 1191, 1954.
- ROSHKO, A.**, (1954), “On the Drag and Shedding Frequency of Two-Dimensional Bluff Bodies”. Tech. Report 3169.
- ROSHKO, A.** Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 10, n. 3, p. 345–356, 1961.
- SHIH, W. C. L. et al.** Experiments on flow past rough circular cylinders at large Reynolds numbers. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 49, p. 351–368, 1993.
- SHINTANI, M., AKAMATSU, T.**, (1994), “Investigation of Two-Dimensional Discrete Vortex Method with Viscous Diffusion Model”. *Computational Fluid Dynamics Journal*, Vol. 3, nº 2, pp. 237–254.
- SILVA, T. S. F. C.** Estudo tridimensional da vibração induzida por vórtices sobre um cilindro rígido elasticamente apoiado através da solução numérica das equações de Navier–Stokes. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.
- SILVEIRA NETO, Aristeu da.** *Escoamentos turbulentos: análise física e modelagem teórica*. Uberlândia: Composer, 2020.
- SMAGORINSKY, J.**, (1963), “General Circulation Experiments with the Primitive Equations: I. The Basic Experiment”. *Monthly Weather Review*, Vol. 91, n. 3, pp. 99–164.
- SOARES, B.; SRINIL, N.** Modelling of wake-induced vibrations of tandem cylinders with a nonlinear wake-deficit oscillator. *Journal of Fluids and Structures*, v. 105, art. 103340, 2021.
- SON, J. S., HANRATTY, T. J.** (1969), “Velocity Gradients at the Wall for Flow Around a Cylinder at Reynolds Number from to”. *J. Fluid Mech.*, v. 35 (2), pp. 353–368.
- SUMER, B. M.; FREDSE, J.** Hidrodinamics around Cylindrical Structures. *Advanced Series on Ocean Engineering*, v. 26, p. 550, 2006.
- SUMNER, D.** Two circular cylinders in cross-flow: a review. *Journal of Fluids and Structures*, v. 26, n. 6, p. 849–899, 2010.
- TAMURA, Y.** Mathematical models for understanding phenomena: Vortex-induced vibrations. *Japan Architectural Review*, v. 3, n. 4, p. 398–422, 2020.

- UHLMAN, J.S.**, (1992), “An Integral Equation Formulation of the Equation of an Incompressible Fluid”. Naval Undersea, T.R. 10-086.
- VAN DYKE, M.**, (1982), “An Album of Fluid Motion”. Stanford: Parabolic Press.
- VERMA, M.; DE, A.** Three-dimensional numerical investigation of a transversely oscillating slotted cylinder and its applications in energy harvesting. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 967, p. 1-36, 2023.
- WHITE, F. M.** (2018), *Mecânica dos Fluidos*. 8ª Ed., McGraw-Hill.
- WILLIAMSON, C. H. K.; ROSHKO, A.** Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, v. 2, p. 355–381, 1988.
- WILLIAMSON, C. H. K.** Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 28, p. 477–539, 1996.
- WILLIAMSON, C.H.K.**, (1996), “Three-Dimensional Wake Transition”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 328, pp. 345-407.
- WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R.** Vortex-induced vibrations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 36, p. 413–455, 2004.
- XU, Y.; ZHOU, Y.** Strouhal numbers and flow structures around two tandem cylinders. *Experiments in Fluids*, v. 37, p. 248–256, 2004.
- XU, H. et al.** A study on the vortex induced vibration of a cylindrical structure with surface bulges. *Journal of Marine Science and Engineering*, v. 10, n. 11, 1785, 2022.
- ZDRAVKOVICH, M. M.** Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements. *Journal of Fluids Engineering*, v. 99, n. 4, p. 618–633, 1977.
- ZDRAVKOVICH, M. M.** Review of interference-induced oscillations in flow past two parallel circular cylinders in various arrangements. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 28, p. 183-199, 1988.
- ZDRAVKOVICH, M. M.** *Flow around circular cylinders. Volume 1: Fundamentals*. Oxford: Oxford University Press, 1997.
- ZHAO, F. et al.** Free-surface effects on the flow around two circular cylinders in tandem. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 1001, A7, 2024.
- ZHU, H. et al.** Numerical investigation of the vortex-induced vibration of a circular cylinder in oscillatory flow. *Ocean Engineering*, v. 310, 118666, 2024.

APÊNDICE A

Modelo do vórtice discreto de Lamb

Este Apêndice é integralmente reproduzido com autorização do conteúdo oferecido na disciplina MMF11 Dinâmica da Vorticidade, apresentada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica na UNIFEI em 2024.

A difusão radial da vorticidade contida no interior do raio do núcleo de um vórtice pontual, localizado no plano (x,y), pode ser representada graficamente como mostrado na Figura A.1.

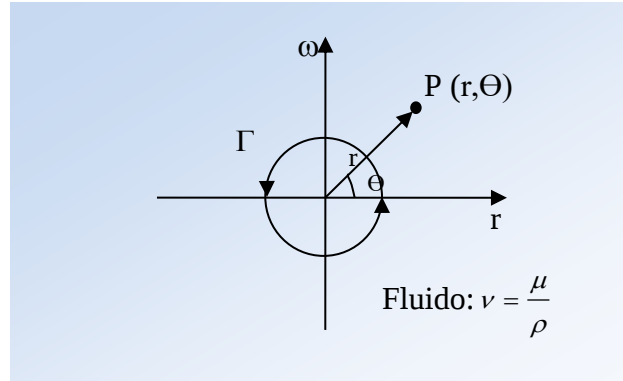


Figura A1 Difusão radial da vorticidade.

onde, Γ é a intensidade do vórtice pontual e $\omega(r,t)$ representa a distribuição radial da vorticidade.

As dimensões e unidades no SI para Γ e ω são apresentadas abaixo:

$$[\Gamma] = [L^2 T^{-1}] \rightarrow \text{m}^2/\text{s}.$$

$$[\omega] = [T^{-1}] \rightarrow 1/\text{s}.$$

A intensidade do vórtice pontual é definida como:

$$\Gamma = \int_0^\infty \omega 2\pi r dr. \quad (\text{A.1})$$

A ETV em coordenadas cilíndricas (r,θ,z) é escrita como:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_r \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + W \frac{\partial \omega}{\partial z} = \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right]. \quad (\text{A.2})$$

Considerando a simetria do problema e somente o efeito de difusão aplicado na Eq. (A.2), ou seja, $(U_r = 0 \text{ e } \frac{\partial}{\partial \theta} = 0)$, tem-se que:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right). \quad (\text{A.3})$$

A seguir são utilizados argumentos da Análise Dimensional (White, 2018) para a obtenção da expressão da velocidade tangencial induzida por um vórtice pontual. São seguidos os seguintes passos:

1° Passo: Relação Funcional: $F\left(\frac{\omega}{\Gamma}, r, t, \nu\right) = 0$.
Portanto, há $n = 4$ grandezas com dimensão.

2° Passo: Ordem da matriz dimensional (r); veja a Tab. A.1:

Tabela A.1 Matriz dimensional para a difusão da vorticidade.

	$\frac{\omega}{\Gamma}$	r	t	ν
M	0	0	0	0
L	-2	1	0	2
T	0	0	1	-1
θ	0	0	0	0

 $\longrightarrow \left| \begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \hline r & t \end{array} \right| \neq 0.$

Portanto, $r = 2$.

3° Passo: Obtenção dos $n-r = 4-2 = 2$ π s (pelo Método Expedito)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Comprimento Representativo} \\ \text{Velocidade Representativa} \end{array} \right\} = \text{Tempo Representativo: } t = T \longrightarrow T = t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Propriedade dos Fluidos} \end{array} \right\} = \text{Propriedade dos Fluidos: } \nu = L^2 T^{-1} \longrightarrow L = (\nu t)^{1/2}$$

$$\pi_1 = \frac{\omega}{\Gamma} = L^{-2} = \left((\nu t)^{\frac{1}{2}} \right)^{-2} = (\nu t)^{-1} \longrightarrow \pi_1 = \frac{\omega}{\Gamma} \nu t.$$

$$\pi_2 = r = L = (\nu t)^{\frac{1}{2}} \longrightarrow \pi_2 = \frac{r}{\sqrt{\nu t}}.$$

4° Passo: Relação adimensional: $\Pi(\pi_1, \pi_2) = 0$

$$\Pi\left(\frac{\omega}{\Gamma} \nu t, \frac{r}{\sqrt{\nu t}}\right) = 0. \quad (\text{A.4})$$

Definindo $\eta = \frac{r}{\sqrt{\nu t}}$, a relação adimensional mostrada na Eq. (A.4) pode ser escrita como:

$$\omega = \frac{\Gamma}{\nu t} f(\eta), \quad (\text{A.5})$$

e cujas derivadas tomam a seguinte forma:

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{1}{\sqrt{vt}}, \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{1}{2}rv(vt)^{-3/2} = -\frac{1}{2}\frac{r}{\sqrt{vt}}\frac{1}{t} = -\frac{\eta}{2t}, \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} &= -\frac{\Gamma v}{(vt)^2}f(\eta) + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{\Gamma}{vt} \\ &= -\frac{\Gamma}{vt^2}f(\eta) + \frac{\partial f}{\partial \eta} \left(-\frac{\eta}{2t}\right) \frac{\Gamma}{vt} \\ &= -\frac{\Gamma}{vt^2} \left(f(\eta) + \frac{1}{2}\eta \frac{\partial f}{\partial \eta}\right), \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{1}{\sqrt{vt}} = \frac{\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \frac{\partial f}{\partial \eta}, \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = \frac{\partial \omega}{\partial r} + r \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} = \frac{\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{r\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt\sqrt{vt}} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right), \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = \frac{\Gamma}{\eta t \sqrt{vt} \sqrt{vt}} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) = \frac{\Gamma}{\eta vt^2} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right). \quad (\text{A.11})$$

Substituindo-se as derivadas anteriores na Eq. (A.3) resulta:

$$\left(-f - \frac{1}{2}\eta \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \frac{\Gamma}{vt^2} = \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \frac{\Gamma}{vt^2}. \quad (\text{A.12})$$

Arrumando:

$$2\eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + 2 \frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta^2 \frac{\partial f}{\partial \eta} + 2f\eta = 0 \text{ ou}$$

$$2\eta f'' + 2f' + \eta^2 f' + 2f\eta = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \right)$$

$$2(\eta f')' + (2f\eta + \eta^2 f') = 0 \rightarrow \text{integrando em rela\c{c}\~ao a } \eta$$

$$2\eta f' + \eta^2 f = A \longrightarrow \text{onde } A = 0, \text{ pois } f'(0) = 0.$$

Dividindo membro a membro a equa\c{c}\~ao acima por η , resulta:

$$2f' + \eta f = 0 \rightarrow 2 \frac{df}{d\eta} + \eta f = 0 \rightarrow \frac{df}{f} = -\frac{\eta}{2} d\eta; \text{ integrando:}$$

$$\log_e f = -\frac{\eta^2}{4} + C \rightarrow \log_e f - \log_e B = -\frac{\eta^2}{4} \text{ ou}$$

$$f(\eta) = B \exp\left(-\frac{\eta^2}{4}\right).$$

Mas, sabe-se que:

$$\Gamma = \int_0^\infty \omega 2\pi r \, dr. \quad (\text{A.13})$$

Considerando-se que $B = \frac{1}{4\pi}$, tem-se em termos de variáveis dimensionais a seguinte equação, que mostra uma distribuição Gaussiana da vorticidade:

$$\omega(r, t) = \frac{\Gamma}{4\pi \nu t} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right). \quad (\text{A.14})$$

A utilização da definição de vorticidade permite calcular imediatamente a velocidade tangencial induzida por um vórtice discreto de Lamb:

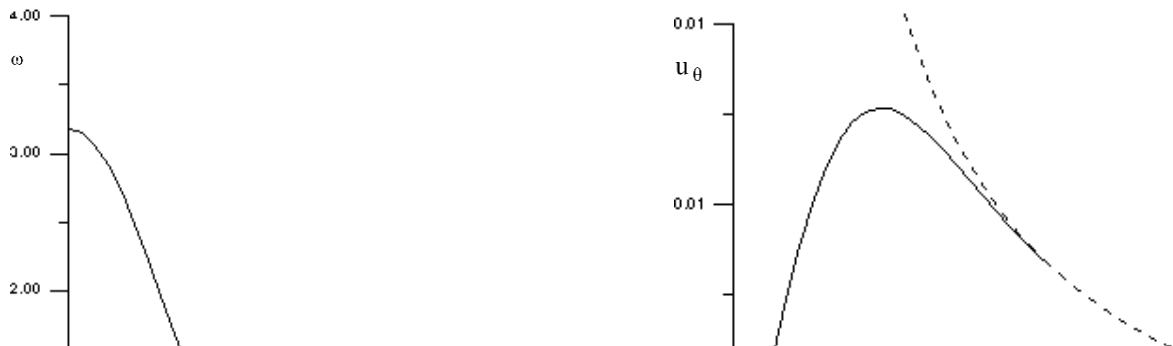
$$\underbrace{\omega = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_\theta)}_{\nabla \times \mathbf{V} = \boldsymbol{\omega}} \rightarrow U_\theta = \frac{1}{r} \int_0^r \omega r \, dr.$$

Assim, U_θ resulta na seguinte expressão:

$$U_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \right]. \quad (\text{A.15})$$

A Figura A.2 representa graficamente o comportamento da distribuição da vorticidade e da velocidade tangencial no interior do raio do núcleo de um vórtice discreto de Lamb de intensidade Γ_q . O raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb é definido por $\sigma = \sqrt{4\nu \Delta t}$ em analogia com o conceito de raio de penetração da vorticidade a partir de uma fronteira sólida durante um incremento de tempo.

Este modelo de partícula é apropriado para a representação dos vórtices discretos no domínio fluido, que induzem velocidade sobre os pontos de geração de novos vórtices discretos e que induzem velocidade sobre os outros vórtices discretos da nuvem de vórtices (Lei de Biot-Savart).



(a) Distribuição de vorticidade, ω

(b) velocidade tangencial induzida, u_θ

Figura A.2 Modelo do vórtice discreto de Lamb