

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAGEM DE OTIMIZAÇÃO APLICADA À  
TOPOLOGIA DE SENSORES PARA IDENTIFICAÇÃO E  
LOCALIZAÇÃO DE DANOS EM PLACA COMPÓSITA**

**Adriana Amaro Diacenco**

**Itajubá, Julho de 2016**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**ADRIANA AMARO DIACENCO**

**MODELAGEM DE OTIMIZAÇÃO APLICADA À  
TOPOLOGIA DE SENSORES PARA IDENTIFICAÇÃO E  
LOCALIZAÇÃO DE DANOS EM PLACA COMPÓSITA**

**Tese de Doutorado** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá, como requisitos para obtenção do título **DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Área de Concentração: Projeto e Fabricação  
Orientadora: Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge  
Co-orientador: Profa. Dra. Patricia da Silva Lopes Alexandrino

**Julho de 2016**  
**Itajubá**

Dedico esta Tese à minha mãe por estar sempre me ajudando e apoiando em todos os momentos de minha vida e ao meu avô (em memória).

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Deus pela minha vida e por colocar em meu caminho sempre boas oportunidades e por dar forças sempre para eu continuar.

A minha mãe, que está sempre do meu lado e que contribui para meu sucesso.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge pela oportunidade que me forneceu ao me orientar para que fosse possível o desenvolvimento desta pesquisa.

A minha co-orientadora, Profa. Dra. Patrícia da Silva Lopes Alexandrino que sempre se fez presente desde que começou a me co-orientar, agradeço pela orientação, ensinamentos, apoio, disponibilidade, incentivo e amizade que foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Jr. por ter colaborado comigo no início do trabalho, pela atenção e disponibilidade em me ajudar.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro. Aos programas de Pós-graduação em Materiais para Engenharia e Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá.

Aos membros da banca por se disponibilizarem a contribuírem para este trabalho de tese.

DIACENCO, A. A. **Modelagem de Otimização Aplicada à Topologia de Sensores para Identificação e Localização de Danos em Placa Compósita**. 2016. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Itajubá, MG.

## RESUMO

Este trabalho de tese dedica-se à formulação e desenvolvimento de uma metodologia aplicada à análise da topologia de sensores voltados para identificação e localização de danos em uma placa compósita reforçada com fibras. Para tanto, foi necessário formular um problema direto que descreva o comportamento mecânico do material obtendo o estado inicial do mesmo e um problema inverso que possibilite identificar e localizar o dano. A metodologia para análise da configuração dos sensores foi desenvolvida por meio das Redes Neurais Artificiais e dos Algoritmos Genéticos juntamente com a análise de determinados níveis de informação do problema (níveis hierárquicos) dentro do contexto da otimização topológica. Para isso, a estratégia utilizada constituiu em construir diversos modelos da placa compósita com sensores, cada qual definindo uma topologia de sensores em particular, e avaliar o desempenho derivado de cada um deles, com base na delimitação da região de dano imposta, que foi utilizada como critério objetivo. Embora seja a mais geral, esta estratégia exige um modelo de elementos finitos e análise modal para cada topologia, o que implica em um alto custo computacional. O sensor foi representado pelos nós do modelo de elementos finitos e a maximização da probabilidade de detecção de danos foi formulada de acordo com determinados níveis hierárquicos que foram considerados nesta tese, objetivando maximizar a probabilidade de detecção de danos e minimizar o número de sensores necessários. Os resultados obtidos mostraram o desempenho de técnicas computacionais para representar o problema de detecção de danos e, conseqüentemente, para a análise da topologia dos sensores.

*Palavras Chave: Dano. Topologia. Níveis hierárquicos. Sensores. Redes Neurais Artificiais. Algoritmos Genéticos.*

DIACENCO, A. A. **Optimization Modeling Applied to the Sensor Topology to Identify and Locate Damages in Composite Plate**. 2016. Doctoral Thesis, Federal University of Itajubá, MG.

## ABSTRACT

This thesis is dedicated to the formulation and development of a methodology applied to the analysis of the sensor topology focused on identifying and locating damages to a composite plate fiber reinforced. Therefore, it was necessary to formulate a direct problem describing the mechanical behavior of the material obtaining the initial state of the material and an inverse problem that allows to identify and locate the damage. The methodology for the analysis of the sensors configuration was developed by the Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms along with the analysis of certain levels of information problem (hierarchical levels) within the context of topological optimization. For this purpose, the strategy employed consisted in constructing several models of the composite board with sensors, each defining a particular sensor topology, and evaluating the derived performance of each, based on the definition of the imposed damage region, which was used as an objective criterion. This strategy, although is the most general, requires a model of finite elements and modal analysis for each topology, which involves a high computational cost. The sensor was represented by the knots of the finite model and the maximization of the probability of detecting damage was formulated by using the concept of the hierarchical levels that were considered in this thesis in order to maximize the probability of detection of damage and minimize the number of required sensors. The results showed the performance of computational techniques to represent the damage detection issue and hence to analyze the topology of the sensors.

*Keywords: Damage. Topology. Hierarchical levels. Sensors. Artificial Neural Networks. Genetic algorithms.*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Vista explodida da aeronave BEM-145 mostrando as partes fabricadas em composto polimérico. (Cândido <i>et al.</i> , 2000) .....	4
Figura 2.1- Aplicação de materiais compósitos pela AIRBUS. (Fonte: Adaptado de <i>Aviation News</i> ) .....	14
Figura 2.2 – Tipos de materiais utilizados no Boeing 787 (Fonte: Adaptado do site da Boeing).....	15
Figura 2.3 – Classificação dos materiais compósitos (Adaptado de: Tita (1999) <i>apud</i> Diacenco (2010))......	18
Figura 2.4 – Compósito particulado.....	18
Figura 2.5 - Tipos de compósitos reforçados com fibras (Adaptado de: Finkler, 2005)..	20
Figura 2.6 – Compósito Estrutural do Tipo Laminado .....	21
Figura 2.7 – Sequência de empilhamento de camadas compósitas (Mendonça, 2005) ....	21
Figura 2.8 – Estrutura sanduíche: (a) alma plena; e (b) alma vazada do tipo ondulada. (Fonte: Diacenco, 2010).....	22
Figura 3.1 – Esquema do processo de funcionamento da rede neural artificial. ....	28
Figura 3.2 – Tipos de função de ativação (Lopes, 2007). ....	29
Figura 3.3- Configuração de uma rede neural artificial (Adaptado de: Almeida, 2014).	30
Figura 4.1 - Forma retangular do elemento empregado na formulação por elementos finitos (a) coordenadas locais; (b) coordenadas globais.....	42
Figura 5.1 – Esquema da modelagem do dano.....	53
Figura 6.1 – (a) Placa compósita; (b) Discretização da placa. ....	61
Figura 6.2 – Discretização por elementos finitos – deslocamento transversal. ....	62
Figura 6.3 – FRFs da placa composta laminada com e sem amortecimento inerente. ....	63
Figura 6.4 – Esquema da malha de elementos finitos ilustrando os pontos nodais dos dados de entrada da rede. ....	64
Figura 6.5 – (a) Posição (x,y) dos pontos nodais; (b) Posição real e simulada do nó 174, utilizando 13 pontos e redução local de 20% da rigidez. ....	66
Figura 6.6 – Posição real e simulada do nó 174, utilizando 14 pontos nodais.....	67
Figura 6.7 – Posição real e simulada do nó 174, utilizando 14 pontos. ....	69
Figura 6.8 – Posição real e simulada do nó 174 para 40% de redução da rigidez local nos treze pontos nodais selecionados. ....	70
Figura 6.9 – Posição real e simulada do nó 174.....	70

<b>Figura 6.10 – Posicionamento encontrado para o ponto nodal 174 considerando 80% de redução de rigidez local. ....</b>	<b>72</b>
<b>Figura 6.11 – (a) Posição encontrada para o nó 104; (b) Posição nodal 170 encontrada. ....</b>	<b>74</b>
<b>Figura 6.12 – Posição real e simulada: (a) Para o nó 104; (b) 170. ....</b>	<b>75</b>
<b>Figura 6.13 – Posicionamento da redução de rigidez e posições reais do dano (104 e 170). ....</b>	<b>75</b>
<b>Figura 6.14 – Posição real e simulada: (a) Para o nó 104; (b) 170. ....</b>	<b>76</b>
<b>Figura 6.15 – (a) Posição (x,y) dos pontos nodais utilizados pela Rede Neural; (b) Posição real e simulada do nó 174 considerando os deslocamentos verticais associados ao primeiro modo de vibrar. ....</b>	<b>78</b>
<b>Figura 6.16 – Posição real e simulada do nó 174 considerando os deslocamentos verticais associados ao primeiro e segundo modo de vibrar. ....</b>	<b>79</b>
<b>Figura 6.17 – Posição real e simulada do nó 174 considerando os deslocamentos verticais relacionados a todos os modos de vibrar.....</b>	<b>79</b>
<b>Figura 6.18 – Posição real e simulada do nó 174 para análise do número e posicionamento dos sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4.....</b>	<b>81</b>
<b>Figura 6.19 – Posição real e simulada do nó 174 para análise do número e posicionamento dos sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4; (e) Caso 5; (f) Caso 6.....</b>	<b>83</b>
<b>Figura 6.20 – (a) Posição (x,y) dos pontos nodais; (b) Posição real e simulada do nó 174 considerando quatro sensores nas posições nodais 10, 62, 180 e 192. ....</b>	<b>84</b>
<b>Figura 6.21 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 107, 180 e 192.....</b>	<b>85</b>
<b>Figura 6.22 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 107, 159, 180 e 192. ....</b>	<b>85</b>
<b>Figura 6.23 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 107, 133, 159, 180 e 192. ....</b>	<b>86</b>
<b>Figura 6.24 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 81, 107, 133, 159, 180 e 192.....</b>	<b>86</b>
<b>Figura 6.25 – Posição (x,y) dos sensores.....</b>	<b>87</b>
<b>Figura 6.26 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 154 e 166.....</b>	<b>87</b>
<b>Figura 6.27 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 154 e 166.....</b>	<b>88</b>



<b>Figura 7.1 – Posição dos sensores para análise .....</b>	<b>90</b>
<b>Figura 7.2 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando sensor na posição nodal 5: (a) Redução de rigidez na posição nodal 104; (b) Redução de rigidez na posição nodal 174.....</b>	<b>90</b>
<b>Figura 7.3 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando sensor na posição nodal 37: (a) Redução de rigidez na posição nodal 104; (b) Redução de rigidez na posição nodal 174.....</b>	<b>91</b>
<b>Figura 7.4 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando sensor na posição nodal 175: (a) Redução de rigidez na posição nodal 104; (b) Redução de rigidez na posição nodal 174.....</b>	<b>92</b>
<b>Figura 7.5 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando sensor na posição nodal 195: (a) Dano na posição nodal 104; (b) Dano na posição nodal 174. ....</b>	<b>92</b>
<b>Figura 7.6 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando dois sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4; (e) Caso 5; (f) Caso 6; considerando o dano na posição nodal 104. ....</b>	<b>94</b>
<b>Figura 7.7– Análise da probabilidade de sucesso utilizando dois sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4; (e) Caso 5; (f) Caso 6; considerando o dano na posição nodal 174. ....</b>	<b>95</b>
<b>Figura 7.8 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando três sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4; dano na posição 104.....</b>	<b>96</b>
<b>Figura 7.9 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando três sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4; dano na posição 174. ....</b>	<b>97</b>
<b>Figura 7.10 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando quatro sensores: (a) Dano na posição 104; (b) Dano na posição 174.....</b>	<b>98</b>
<b>Figura 7.11 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando quatro sensores: (a) Dano na posição 104; (b) Dano na posição 174.....</b>	<b>99</b>
<b>Figura 7.12 – Fluxograma (Adaptado de: Lopes (2010)).....</b>	<b>100</b>
<b>Figura 7.13 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando dois sensores com a consideração do ruído branco na medida. ....</b>	<b>100</b>
<b>Figura 7.14 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando dois sensores com a consideração do ruído branco na medida. ....</b>	<b>101</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 – Propriedades da placa compósita reforçada com fibras.....	61
Tabela 6.2 – Coordenadas $x$ e $y$ dos pontos nodais selecionados para análise .....	65
Tabela 6.3 – Coordenadas $x$ e $y$ dos ponto nodal escolhido como dano .....	65
Tabela 6.4 – Conjuntos de frequências naturais [Hz] escolhidos como referência.....	67
Tabela 6.5 – Valores dos quatro conjuntos de frequências naturais [Hz] analisando a redução da rigidez local de 20%.....	67
Tabela 6.6 – Valores das frequências naturais relativas.....	68
Tabela 6.7 – Valores das frequências naturais analisando a redução da rigidez local de 40% para a posição nodal 174 e sua influência no posicionamento dos sensores.....	71
Tabela 6.8 – Valores das frequências naturais relativas.....	71
Tabela 6.9 – Valores das frequências naturais [Hz] com redução de 80% no valor da rigidez local .....	72
Tabela 6.10 – Valores das frequências naturais relativas.....	73
Tabela 6.11 – Posicionamento do dano simulado.....	73
Tabela 6.12 – Conjuntos de frequências naturais [Hz] escolhidos como referência.....	73
Tabela 6.13 – Coordenadas $x$ e $y$ dos ponto nodal escolhido como saída da rede neural e dos pontos nodais candidatos a serem os sensores da placa .....	77
Tabela 6.14 – Número e seu respectivo posicionamento para três sensores e resultado encontrado.....	80
Tabela 6.15 – Número e seu respectivo posicionamento e resultado encontrado para dois sensores.....	82
Tabela 7.1 – Número e seu respectivo posicionamento e resultado encontrado para dois sensores.....	93
Tabela 7.2 – Número e seu respectivo posicionamento para três sensores e resultado encontrado.....	96

## LISTA DE SÍMBOLOS

### SÍMBOLOS LATINOS

$M$	:	matriz de massa
$K$	:	matriz de rigidez global
$K_e$	:	matriz de rigidez da subestrutura elástica
$D_b(z)$	:	operador diferencial associado às deformações de flexão-membrana
$D_s(z)$	:	operador diferencial associado às deformações de cisalhamento
$C_b^{(k)}(\theta_k)$	:	matriz ortotrópica associada à flexão
$C_s^{(k)}(\theta_k)$	:	matriz ortotrópica associada ao cisalhamento

### SÍMBOLOS GREGOS

$\epsilon_b$	:	deformação de flexão-membrana
$\epsilon_s$	:	Deformação de cisalhamento
$(\xi, \eta)$	:	coordenadas locais
$\rho$	:	densidade de massa

### LISTA DE ABREVIACÕES

CLT	Teoria Clássica dos Laminados
FSDT	Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem
HSDT	Teoria da Deformação Cisalhante de Ordem Superior
MEF	Método dos Elementos Finitos
AG's	Algoritmos Genéticos

# SUMÁRIO

## Capítulo 1

Introdução.....	1
1.1. Revisão da Literatura .....	6
1.2. Motivação e Objetivos .....	12
1.3. Estrutura do Trabalho.....	13

## Capítulo 2

Materiais Compósitos .....	14
2.1. Contextualização da relação entre material compósito e dano.....	14
2.2. Classificação dos Materiais Compósitos.....	17
2.2.1 Compósito Reforçado com Partículas.....	18
2.2.2 Compósito Reforçado com Fibras.....	19
2.2.3. Compósitos Estruturais .....	20

## Capítulo 3

Métodos de Inteligência Computacional Aplicados à Detecção de Dano: Algoritmos Genéticos e Redes Neurais Artificiais.....	26
3.1. Introdução .....	26
3.2. Redes Neurais Artificiais.....	28
3.2.1. Características do problema inverso utilizando as Rede Neurais Artificiais .	32
3.3. Algoritmos Genéticos .....	32
3.3.1. Características do problema inverso utilizando os Algoritmos Genéticos .....	35

## Capítulo 4

Modelagem por Elementos Finitos de Placas Compósitas Reforçados com Fibras.....	37
4.1. Introdução .....	37
4.2. Implementação do modelo por elementos finitos .....	38
4.2.1. Teoria FSDT associada ao MEF .....	40
4.2.2. O elemento <i>Serendipity</i> .....	41
4.2.3. Obtenção das Matrizes de Massa e Rigidez.....	44
4.3. Representação do amortecimento inerente .....	48

## Capítulo 5

Maximização da Probabilidade de Detecção de Danos.....	50
5.1. Aspectos Gerais .....	50
5.2. Modelagem do Dano.....	52

5.3. Análise da Topologia dos Sensores .....	54
5.4. Escolha do posicionamento dos sensores .....	58
<b>Capítulo 6</b>	
<b>Aplicações numéricas utilizando Redes Neurais Artificiais .....</b>	<b>60</b>
6.1. Considerações iniciais.....	60
6.1.1. Características do problema direto formulado .....	60
6.1.2. Influência do Amortecimento Inerente.....	62
6.2. Análise da Influência da Redução de Rigidez e das Frequências Naturais utilizando as Rede Neurais Artificiais .....	63
6.2.1. Influência da redução da rigidez em 20% e avaliação das frequências naturais .....	64
6.2.2. Influência da redução da rigidez em 40% .....	69
6.2.3. Influência da redução da rigidez em 80% .....	72
6.3. Análise qualitativa das frequências naturais de ordem mais elevada .....	73
6.4. Análise da Topologia dos Sensores na Placa utilizando a Rede Neural Artificial.	76
6.4.1. Comparação entre os dados de entrada da rede neural.....	77
6.4.2. Análise da Redução Número de Sensores na Detecção de Dano.....	80
6.4.2.1. Três sensores .....	80
6.4.2.2. Dois sensores .....	81
6.5. Reposicionamento dos Sensores.....	84
6.5.1. Caso Não-Simétrico .....	84
6.5.1. Caso Simétrico .....	87
<b>Capítulo 7</b>	
<b>Aplicações Numéricas Utilizando Algoritmos Genéticos.....</b>	<b>89</b>
7.1. Considerações iniciais.....	89
7.2. Análise do Número e Posicionamento dos Sensores.....	89
7.2.1. Um sensor.....	89
7.2.1. Dois sensores .....	92
7.2.2. Três sensores .....	96
7.2.3. Quatro sensores .....	98
7.3. Análise da presença do ruído .....	100
<b>Capítulo 8</b>	
<b>Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.....</b>	<b>102</b>
8.1. Conclusões .....	102

<b>8.2. Sugestões para Trabalhos Futuros .....</b>	<b>103</b>
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>105</b>
<b>Anexo A– Programa Desenvolvido para o Problema Direto .....</b>	<b>111</b>
<b>Anexo B – Programa Desenvolvido para o Problema Inverso via Rede Neural Artificial .....</b>	<b>129</b>
<b>Anexo C – Programa Desenvolvido para o Problema Inverso via Algoritmos Genéticos .....</b>	<b>135</b>

# Capítulo 1

## Introdução

O problema da análise da topologia de sensores aplicados para o monitoramento da integridade estrutural é um problema que merece destaque em virtude de sua importância social, tecnológica e econômica. A detecção precoce de danos, realizada a partir de um número de sensores, diminui o risco de acidentes catastróficos, evita manutenção inadequada, bem como fornece um sistema e/ou estrutura com maior confiabilidade.

Uma variedade de trabalhos trata do monitoramento da integridade estrutural, tais como os trabalhos de Backhary *et al.* (2007); Santos (2009); Lopes (2010); Maio (2011), que concluíram que tanto as respostas estáticas, quanto as dinâmicas podem ser utilizadas na formulação do problema de detecção de danos. A grande maioria dos problemas que abordam técnicas para a detecção de danos em estruturas está preocupada com o tipo de técnica a ser aplicada e, negligenciam o estudo e análise da topologia de sensores voltados para o processo de detecção de danos.

A análise da topologia dos sensores aplicada ao problema de detecção de danos envolve níveis de informação a serem tratados tais como, o número de sensores, posicionamento e o tipo de sensor, além destes níveis de informações devem ser considerados na análise, o tipo e a extensão do dano, bem como condições de contorno e discretização e, neste sentido pode-se formular um problema dentro do contexto da otimização topológica.

O problema de otimização topológica aplicado à análise da configuração de sensores para maximização da probabilidade de detecção de danos envolve o desenvolvimento de um modelo direto e inverso, o primeiro modelo é responsável pela previsão do comportamento da estrutura e o segundo pela identificação e localização do dano. O desenvolvimento destes dois modelos permite a obtenção de informações que serão utilizadas para avaliar a configuração dos sensores com o objetivo de maximizar a probabilidade de identificação e localização de danos.

O dano pode estar associado a falhas em componentes estruturais que podem surgir ao longo da vida útil da peça e, estão geralmente associados a diversos fatores variando desde alterações dependentes de fatores ambientais a solicitações às quais estão submetidas. Tais alterações podem caracterizar a presença de um dano e, para o funcionamento adequado dos

componentes estruturais os danos devem ser identificados, localizados e reparados, se possível (SANTOS *et al.*, 2010).

Na literatura encontram-se técnicas específicas, adequadas para determinados problemas e, a avaliação da integridade estrutural pode ser dividida em duas técnicas: técnicas experimentais e técnicas baseadas em modelos (BEGAMBRE, 2007). Técnicas experimentais podem ser efetuadas de várias maneiras como inspeção visual, acústica, ultrassom, raios X, ou ainda, princípios térmicos para a detecção do dano, dentre outras técnicas (VILLALBA, 2009). As técnicas baseadas em modelos ganharam mais espaço a partir das décadas de oitenta e noventa do século passado destacando-se os trabalhos de Cawley e Adams (1979), Leah e Zimmerman (1993), Doeblin, Farrar e Schevitz (1996). Com o desenvolvimento dos modernos computadores, tais técnicas estão cada vez mais consolidadas, isto é, garantem segurança, confiabilidade e desempenho na descrição do comportamento estrutural.

Técnicas baseadas em modelos podem ser elaboradas através da comparação da estrutura em dois estados: estado não danificado e estado danificado. Entende-se por estado não danificado, o estado inicial da estrutura onde seu comportamento pode ser descrito por um modelo experimental, analítico e/ou numérico, caracterizando um modelo comumente conhecido como problema direto.

O problema direto é caracterizado pelo conhecimento das propriedades mecânicas da estrutura (rigidez, massa, amortecimento, por exemplo) e condições complementares (condições iniciais e de contorno) constituindo um sistema inicial, sem a consideração da presença de qualquer tipo de dano e/ou alteração. A partir da montagem do problema direto formula-se o problema inverso, considerando que o estado do sistema que contenha algum tipo de dano, ou seja, é diferente do estado inicial (sem dano). Deste modo, realiza-se uma comparação dos resultados obtidos para a estrutura sem dano e com dano, o que possibilita a formulação do problema inverso, que pode ser solucionado, por exemplo, utilizando técnicas computacionais como Redes Neurais Artificiais e Algoritmos Genéticos (AG's).

Na análise do problema de detecção de danos por técnicas de modelagem, em muitos casos, assume-se que mudanças nas propriedades de rigidez da estrutura geram alterações detectáveis nas respostas estáticas (deslocamentos e distribuições de tensões, por exemplo) e dinâmicas (tais como, frequências naturais e funções de resposta em frequência (FRFs)).

A utilização de técnicas computacionais para resolver o problema inverso e, então, identificar mudanças no comportamento de vários sistemas estruturais já está bem definida na literatura especializada, porém problemas envolvendo técnicas de otimização topológica



aplicadas à análise da configuração dos sensores para maximizar a probabilidade de identificação e localização de danos são pouco detalhados na literatura.

A otimização topológica é uma técnica que determina a distribuição ótima de material dentro de um domínio pré-fixado com o objetivo de satisfazer as condições e/ou restrições de um dado projeto.

Dentro do contexto da análise do problema de detecção de danos, pode-se aplicar a otimização topológica para encontrar a melhor configuração ou distribuição de sensores a serem alocados em uma dada estrutura e, neste caso, pode-se formular o problema de otimização topológica a partir de níveis de informações a serem avaliados em determinado problema, tais níveis de informação podem ser denominados níveis hierárquicos.

Os níveis hierárquicos devem ser estabelecidos na parte inicial do projeto e, para o caso deste trabalho de tese, tem-se como níveis hierárquicos: a discretização da malha, condições de contorno, tipo e extensão do dano, número de sensores, posicionamento de sensores e tipo de sensor.

Um exemplo de formulação que abrange três níveis de informação é otimização estrutural de uma ponte treliçada. A área e comprimento das barras correspondem a variáveis a serem analisadas no problema de otimização dimensional, consistindo em um nível 1 (um) de informação. O posicionamento e a quantidade de barras a ser utilizada corresponde a otimização de forma, tendo-se o nível 2 (dois) de informação. E por último, a análise do tipo de material que constitui as barras abrange o problema de otimização topológica que corresponde ao nível 3 (três) de informação. Logo o problema de otimização estrutural pode ser definido como um problema hierárquico.

Existe uma grande diversidade de trabalhos na área de detecção de danos voltada para estruturas constituídas de material metálico, que fazem uso de técnicas baseadas em modelos, isto é, o problema de detecção de dano é formulado via análise das respostas estáticas e/ou dinâmicas, mas, atualmente os materiais compósitos têm sido amplamente aplicados em diversas áreas da engenharia, destacando-se no setor aeroespacial.

A análise do dano em materiais compósitos está bastante restrita a avaliar danos causados por impactos a baixas velocidades, o que pode ser evidenciado nos trabalhos de Schoeppner e Abrate (2000), Aslan, Karakuzu, Okutan (2003), Ferreira (2006), Romariz (2008), Tsuruta (2008), Guimarães (2010), que associam a presença do dano em materiais compósitos estruturais causados por impacto de baixa velocidade.

Logo, a análise da configuração dos sensores, no contexto da otimização topológica, para a maximização da probabilidade de identificação e localização do dano em materiais compósitos, é um tema que motiva o desenvolvimento deste trabalho.

Materiais compósitos tem amplo destaque na indústria aeroespacial, a empresa Boeing lançou em 2007 o modelo 787, o *Dreamliner*, cuja estrutura primária, incluindo fuselagem e asas, é 50% fabricada em material compósito (DIACENCO, 2010).

Existem três classes de materiais compósitos, sendo que os mais aplicados na indústria aeroespacial são os compósitos reforçados com fibras e os compósitos laminados. No estado atual do desenvolvimento tecnológico, materiais compósitos laminados estão integrados em diversos produtos de alta tecnologia, notadamente no setor aeroespacial. Componentes estruturais de aeronaves para fins civil e militar, tais como: *flaps*, leme, carenagens, empenagens de aeronaves, naceles, aileron, tanques de combustível, cone de cauda, entre outros, que anteriormente eram fabricados em ligas de alumínio, titânio e aços especiais, estão hoje, segundo Cândido *et al.* (2000), sendo fabricados na sua grande maioria em estruturas laminadas de materiais pré-impregnados de compósitos poliméricos avançados como mostrado na Figura 1.1.

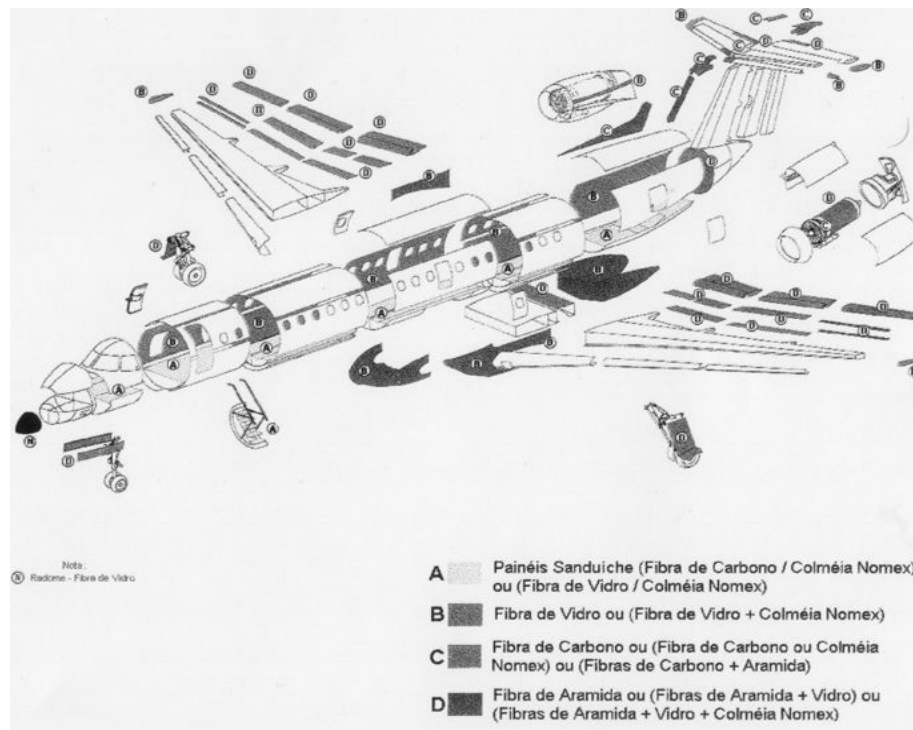


Figura 1.1 - Vista explodida da aeronave BEM-145 mostrando as partes fabricadas em composto polimérico.(Cândido *et al.*, 2000)

Normalmente nestes tipos de aplicações aeronáuticas, as estruturas compósitas estão frequentemente expostas a perturbações estáticas ou quase estáticas e a perturbações periódicas, além de estarem sujeitas a intempéries ambientais tais como a radiação solar, a chuva e vento. Essas perturbações afetam as características mecânicas e podem comprometer a integridade estrutural desses materiais, alterando as suas respostas estáticas (tais como as deformações, distribuição de tensões e etc.) e dinâmicas (tais como os modos de vibração, frequências naturais e amortecimento da estrutura) podendo levar a degradação imediata ou ao longo de um grande período de exposição a essas perturbações (DIACENCO, 2010).

A análise do comportamento de materiais compósitos em ensaios em escala real pode se tornar inviáveis devido ao custo ou ao tempo, e isto tem impulsionado o desenvolvimento de diversos modelos numéricos que possibilitem a representação do comportamento de tais materiais. Uma ferramenta numérica que ganhou destaque nos últimos anos é o Método de Elementos Finitos, devido a sua alta precisão na descrição do comportamento mecânico de diversos tipos de estruturas (barras, vigas, placas, cascas) constituídas tanto de materiais metálicos como de compósitos.

Na modelagem de materiais compósitos através da técnica de elementos finitos faz se necessário a utilização de determinada teoria que represente o campo de deslocamentos mecânicos da estrutura compósita.

No que diz respeito à modelagem do problema direto de detecção de danos, pode ser encontrada uma grande diversidade de teorias utilizadas na formulação de elementos finitos, cada uma delas apresentando características favoráveis e desfavoráveis, notadamente em relação à precisão, domínio de aplicação, e esforço computacional envolvido na sua implementação (FARIA, 2006).

A técnica por elementos finitos pode ser combinada com teorias analíticas que descrevam o comportamento mecânico de estruturas. Basicamente várias teorias aplicadas a diferentes tipos de estruturas (variando desde barras a estruturas curvas) podem ser combinadas com a teoria de elementos finitos, possibilitando a descrição do comportamento mecânico das estruturas.

Existem várias teorias utilizadas na modelagem de placas, entre as que mais se destacam estão, a Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT –*First-orderShearDeformationTheory*) e a Teoria da Deformação Cisalhante de Ordem Superior (HSDT –*Higher-orderShearDeformationTheory*). Ambas as teorias descrevem o comportamento estrutural de modo satisfatório. Apesar da HSDT apresentar algumas

vantagens em relação à FSDT, o uso da FSDT neste trabalho se justifica pelo fato de utilizar menos graus de liberdade por nó, o que representa uma redução de custo computacional (REDDY, 1997, DIACENCO *et al.*, 2011).

Com base no que foi exposto acima, este trabalho apresentará a formulação de dois problemas: o problema direto que será desenvolvido utilizando o método de elementos finitos e a FSDT para uma placa compósita reforçada com fibras e o problema inverso que será formulado por duas técnicas independentes: as Redes Neurais Artificiais e os Algoritmos Genéticos (AG's), com isto será possível a análise da probabilidade de identificação e localização dos danos dentro do contexto da otimização topológica e utilizando níveis hierárquicos.

## **1.1. Revisão da Literatura**

Mudanças nas matrizes de rigidez elementares refletem alterações significativas nas características de respostas da estrutura, podendo ser utilizada como um indicativo da degradação mecânica na estrutura (BEGRAMBRE, 2004). Diante disto, para a modelagem do dano, uma estratégia para a resolução do problema de detecção de dano é considerar elemento a elemento da malha como danificado, de modo que se tenha uma redução da rigidez para cada elemento da malha. Com isto obtém-se a representação do espaço das possíveis soluções. Este procedimento foi abordado no trabalho de Villalba (2012) para a análise de um problema de detecção de dano.

A identificação dos elementos danificados pode ser solucionada através de técnicas de otimização que, no caso do problema de detecção de dano, tem como objetivo minimizar as diferenças entre dados medidos ou conhecidos da informação desejada (deslocamentos, tensões, frequências naturais, fatores de amortecimento modal, dentre outros) da estrutura e dados calculados da mesma informação por meio de técnicas de otimização que avaliam um grande espaço de busca a fim de encontrar a melhor configuração de sistemas. Isto é, efetua-se a diferença entre valores medidos (sensores) e calculados pelo método de otimização.

As técnicas de otimização são divididas em técnicas clássicas de otimização e em técnicas baseadas em inteligência computacional. Estas últimas técnicas apresentam vantagens em relação às técnicas clássicas, destacando-se a melhor eficiência para localizar a solução global. Além disso, nas técnicas de inteligência computacional não há a necessidade

do cálculo das derivadas para orientar a busca e apresentam melhor capacidade de desempenho na busca pelo ótimo global (LOPES, 2007).

Villalba Morales e Laier (2012b) apresentam uma metodologia de detecção de danos, na qual, utilizam-se Algoritmos Genéticos para a resolução do problema inverso, baseado nas alterações das respostas dinâmicas (frequências naturais e formas modais) de vigas. Os autores propõem um modo de incluir ruídos nas medidas, visto que a presença de ruídos diminui a confiabilidade das técnicas baseadas em modelos. Os resultados obtidos neste trabalho demonstraram que a partir da alteração das frequências naturais e formas modais foi possível detectar o dano confiavelmente e de maneira global com a utilização dos algoritmos genéticos.

Uma abordagem similar foi apresentada no trabalho de Silva (2006) que apresenta uma comparação entre a técnica clássica de detecção de dano, sensibilidade modal, com os algoritmos genéticos, ressaltando as vantagens das técnicas heurísticas para localizar e avaliar a intensidade do dano. E ainda, no trabalho o autor validou a metodologia comparando o resultado experimental com o numérico.

Uma alternativa para a validação da metodologia de detecção de danos seria comparar duas técnicas diferentes como redes neurais artificiais e algoritmos genéticos e, se os resultados apresentarem redundância demonstra-se, então, a confiabilidade do modelo. Lopes (2010) efetuou esta análise formulando o problema direto via elementos de contorno e o problema inverso via identificação de parâmetros (redes neurais artificiais) e algoritmos genéticos aplicados a dois tipos de problemas: elastostático e potencial, obtendo resultados significativos na área.

Em relação ao problema de detecção de danos, deve-se atentar para a importância da escolha de um parâmetro estrutural que seja sensível ao modelo de detecção de dano desenvolvido, visto que, uma escolha inapropriada prejudica a predição final dos resultados. Para contornar este problema, uma sugestão seria efetuar uma análise de sensibilidade dos parâmetros de projeto do modelo e utilizar o parâmetro mais sensível na formulação do problema direto e inverso. Em Santos *et al.* (2010), faz-se a identificação de dano efetuando a análise de sensibilidade aplicada a treliças planas e ressalta, também que, tanto alterações estáticas quanto dinâmicas são relevantes para analisar o problema de detecção de dano.

Uma desvantagem das técnicas clássicas é que, na presença de múltiplos locais, o resultado tende a ficar “preso” em um dos múltiplos locais, prejudicando a análise. A fim de contornar este problema, outra alternativa seria a utilização de métodos híbridos, ou seja,

utiliza-se uma técnica de busca global e faz-se uma busca local ao redor da solução encontrada, melhorando assim o desempenho do problema. Begambre (2007) apresenta um método híbrido (combinação da técnica de otimização baseada em enxame de partículas com método simplex não linear), e o algoritmo apresentado é independente dos parâmetros heurísticos e do ponto inicial de busca.

No que se refere à técnica de otimização e, para sua aplicação de uma maneira geral, existe uma importante consideração: em muitos problemas, a solução ótima não leva em consideração *uma única* característica (função) que deve ser minimizada ou maximizada (abordagem mono-objetivo), mas várias. Normalmente, as características devem ser consideradas simultaneamente na busca pela melhor solução. Neste caso, uma abordagem multiobjetivo do problema faz-se necessária (COELLO, 2000; COELLO *et al.*, 2002; DIAS e VASCONCELOS, 2002; DI BARBA e MOGNASCHI, 2004; COULOMB e LEBENSZTAJN, 2004; dentre outros). A principal diferença deste tipo de abordagem é a maneira de apresentar os resultados. Como os objetivos são freqüentemente conflitantes ou antagonistas, ou seja, a melhora de um acarreta na deterioração de outro(s), a resposta de um problema multi-objetivo não corresponde a uma única solução ótima, mas sim a um grupo de soluções que caracteriza o comprometimento entre os diversos objetivos.

Jacob e Senthil (2006) apresentam uma metodologia para a otimização multi-objetivo de compostos laminados baseando no código numérico dos Algoritmos Genéticos. A orientação das fibras e fração volumétrica das lâminas são escolhidas como variáveis primárias de otimização. Um algoritmo genético multi-objetivo é usado para obter a curva de Pareto para dois problemas distintos. O objetivo do primeiro modelo é maximizar a capacidade e minimizar a massa do laminado de grafite/epóxi que é sujeito a momentos biaxiais. Um segundo modelo objetiva maximizar a rigidez e minimizar a massa de um vaso cilíndrico de grafite/epóxi.

Zehnder e Ermanni (2006) utilizaram os AG's, para otimizar o projeto de estruturas compostas laminadas. Utilizaram para isso métodos de parametrização, e a metodologia foi validada pela otimização robusta e flexível de um casco de um barco com limites de custos e peso. Este artigo apresenta a otimização de placas laminadas plásticas reforçadas por fibras sujeita a carregamentos de impacto. O MEF e o AG são usados para obter a otimização ótima em termos da minimização do custo, peso ou então do custo e peso de placas de grafite-époxi enquanto maximizam a resistência. A delaminação induzida pelo impacto e o aparecimento de trincas na matriz são usados como critérios de falha para a otimização do laminado. A

orientação de fibras, o material, a espessura de cada lâmina, bem como o número de lâminas no laminado são usados como variáveis de projeto. A otimização multi-objetivo é usada para encontrar o projeto ótimo. Os resultados demonstram que a integração dos módulos do AG com o MEF conduz à solução ótima para funções objetivo simples e multi-objetivo.

Se ainda forem considerados aspectos de ordem prática (imprecisão na construção, por exemplo), é necessário verificar se a qualidade de uma solução permanece aceitável quando os parâmetros a ela associados sofrem pequenas variações. Como ilustração, a obtenção de uma asa de avião que produza um ganho importante em eficiência aerodinâmica pode não significar grande vantagem se, com a variação de alguns milímetros em sua posição (causada por trepidação, por exemplo), este ganho seja completamente diferente. Assim, a maximização da imunidade da solução às perturbações pode se tornar um novo objetivo na obtenção da solução ótima. Em projetos práticos é necessário, portanto, o acréscimo de incertezas para as análises realizadas pelo processo de otimização robusta (MENEQUIM, 1999; LISBOA, 2003; BARTHOLD, 2005; dentre outros), constituindo uma nova abordagem multi-objetivo e robusta. Assim, faixas de tolerâncias admissíveis para a utilização das variações das variáveis de projeto são obtidas, e conduzem a uma situação mais realística em aplicações de cunho industrial.

Santos, Chiwiacowsky e Campos-Velho (2010) propõem um modelo de análise da robustez do método híbrido desenvolvido para detecção de danos, objetivando estender o método para outros tipos de estruturas (além de treliças e vigas) e para discretizações mais finas, pois o que se observa na literatura é que uma grande quantidade de trabalhos modelados via elementos finitos utilizam pouca quantidade de elementos finitos, ou seja, a discretização da malha não é tão refinada.

As técnicas de inteligência computacional como Redes Neurais Artificiais, Algoritmos Genéticos, Inteligência de Enxame, dentre outras, têm-se sido amplamente aplicadas a problema de detecção de danos, destacando-se diversos trabalhos. Neste contexto, o trabalho de Santos (2006) utiliza Algoritmos Genéticos para identificar o dano a partir das mudanças das características vibratórias do sistema (frequências naturais) aplicadas a barras e vigas constituídas de material metálico, onde se verificou que a presença do dano nestas estruturas é identificável para as primeiras frequências naturais. Outra conclusão, quando se utiliza as frequências naturais para identificar danos na estrutura, foi obtida no trabalho de Salawu (1997) que constata que é necessário verificar ao menos uma mudança 5% nas frequências para que o dano seja detectado com precisão. Gádea (2005) propôs um modelo formulado via

Algoritmos Genéticos que minimiza as diferenças entre as funções de resposta em frequência numéricas e experimentais que permitiram a identificação e localização do dano em pórticos e vigas. Begambre e Laier (2009) propuseram a formulação de um método híbrido baseado na técnica de Enxame de Partículas (*ParticleSwarm*) para identificar, localizar e quantificar dano em estruturas.

Marcy (2013) propôs uma técnica baseada em erros residuais para identificar danos em estruturas do tipo pórtico combinada com Redes Neurais Artificiais, o que possibilitou além da identificação, a quantificação do dano com resultados satisfatórios.

Bandara, Chan e Thambiratnam (2014) propuseram um método de análise da saúde estrutural analisado através das mudanças das Funções de Resposta em Frequências (FRF). A análise em questão foi aplicada para uma estrutura metálica onde se considerou a não linearidade do problema de detecção de dano.

Com isto, pode-se perceber que na literatura atual existe uma grande quantidade de trabalhos voltados para detecção de danos em diversos tipos de estruturas, mas a grande maioria se reporta a estruturas metálicas.

Romariz (2008) desenvolve um modelo numérico para detecção de dano em compósitos, mas o modelo fica restrito ao dano que é originado através de cargas de impacto a baixas velocidades. Tal linha de pesquisa vem sendo estudada por outros autores, como Guimarães (2010) que efetuou uma análise experimental através de ensaio de compressão em placas compósitas laminadas sem defeito e com defeito. O defeito foi induzido após a aplicação de um impacto a baixa velocidade e, então, fez-se uma análise comparativa das imagens através do *C-Scan*, concluindo que compósitos laminados que são submetidos a impactos de baixa velocidade sofrem delaminação. Wei, Qu e Jia (2006) formularam um estudo e análise para diferentes delaminações que ocorrem em um material compósito e como estas delaminações afetaram as propriedades dinâmicas do mesmo. O que permitiu aferir que o método foi eficiente em detectar um dano do tipo delaminação local através das mudanças nas frequências naturais e modos de vibrar.

A identificação e localização de danos estruturais requerem que sensores sejam utilizados na estrutura. Frente a isto, dentro do contexto do problema de detecção de danos encontra-se a otimização topológica. Na literatura, existem diversos trabalhos que avaliam a derivada topológica associada à mudança de forma da estrutura, mas não associados com o melhor posicionamento de sensores da estrutura. Por exemplo, no trabalho de Novotny *et al.* (2002) avaliam a sensibilidade da estrutura associada a mudança de forma e, propõem uma



formulação de um algoritmo de otimização topológica. A formulação apresentou a topologia ótima de componentes estruturais no regime elástico linear e estado plano de tensões, os resultados obtidos foram bastante satisfatórios e poderiam ser estendidos a outras classes de problemas.

Coutinho (2006) propõe um método de otimização topológica em estruturas tridimensionais com o objetivo de avaliar a melhor distribuição de massa de acordo com critérios de tensão. No contexto da otimização topológica pode se identificar e localizar danos analisando a configuração de sensores na estrutura.

Worden e Burrows (2000) apresentam uma comparação entre as técnicas de otimização utilizando algoritmos genéticos com as redes neurais artificiais e com o recozimento simulado (*SimulatedAnnealing*) para verificar a eficiência da análise das técnicas em relação à distribuição de sensores na estrutura.

De uma maneira geral, a otimização topológica pode ser definida como uma técnica que consiste na escolha da melhor distribuição de material aplicada a determinado problema. Esta técnica se encontra dentro do ramo da otimização estrutural, sendo que a otimização topológica está no terceiro nível de informações que a otimização estrutural pode fornecer. Nesse sentido, têm-se que a otimização estrutural é dividida em três níveis de informação, a saber: otimização dimensional, otimização de forma e otimização topológica (COUTINHO, 2006).

Esta ideia de problema hierárquico, definida através de informações a serem avaliadas a partir de sua significância em determinado problema, pode ser adaptada ao problema de detecção de danos da seguinte forma:

- i) A forma como foi elaborada a discretização da malha e, se esta será mantida ao longo do modelo consiste em um primeiro nível de informação (nível 1);
- ii) As condições de contorno pode ser considerada o segundo nível de informação (nível 2);
- iii) O modo como o dano é modelado, isto é, tipo e extensão do dano consiste em um terceiro nível de informação (nível 3);
- iv) A quantidade de sensores a ser utilizada na estrutura corresponde a um quarto nível de informação (nível 4) de informação. Neste trabalho, o número de sensores a ser considerado consiste nos pontos nodais da malha de elementos finitos;
- v) O posicionamento dos sensores e distância entre eles pode ser considerado em um quinto nível de informação (nível 5);

vi) As propriedades do sensor, ou seja, o tipo de sensor a ser utilizado seria o último nível de informação (nível 6).

A capacidade de detecção de danos depende, não somente, da posição dos sensores, mas também do algoritmo de detecção e das características dos sensores (PASHKO *et al.*, 2008). O posicionamento dos sensores envolve também o número de sensores aplicados e a consideração de falsos negativos e positivos o que pode ser resolvido aplicando um teste de hipóteses.

## 1.2. Motivação e Objetivos

Atualmente nota-se uma grande diversidade de trabalhos que descrevem o problema de detecção de danos, porém trabalhos que fazem uso de técnicas de otimização topológica aplicada a configuração de sensores em estruturas compósitas para maximizar a probabilidade de identificação e localização de danos ainda são pouco estudados e desenvolvidos. A escolha da análise do problema de detecção de danos em compósitos se justifica pelo fato de estes materiais estarem sendo cada vez mais utilizados em diversos setores, principalmente, no setor aeroespacial e automobilístico devido a sua característica de combinar uma relação favorável entre a resistência e o peso. Frente a isto, a análise da integridade estrutural de materiais compósitos mostra-se relevante no contexto atual acadêmico.

O objetivo deste trabalho é formular três problemas:

- i) Um problema direto utilizando a Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT) combinada com a técnica de Elementos Finitos para descrição do comportamento mecânico de uma estrutura compósita do tipo placa;
- ii) Um problema inverso para a análise do problema de detecção de dano na estrutura, possibilitando afirmar a existência de um dano na estrutura e localizá-lo a partir de técnicas de otimização (Algoritmos Genéticos) e identificação de parâmetros (Redes Neurais Artificiais);
- iii) Análise da configuração dos sensores para maximizar a probabilidade de detecção de danos por meio do Algoritmo Genético aplicado no contexto da otimização topológica, isto é, formular o problema de otimização de acordo com níveis hierárquicos estabelecidos pelo problema.

### **1.3. Estrutura do Trabalho**

O presente Capítulo realizou uma explanação geral do tema de detecção de danos, efetuando uma revisão bibliográfica voltada para o tema da pesquisa.

No Capítulo 2 é realizada uma introdução a cerca dos materiais compósitos e os tipos de materiais compósitos existentes e, que vêm sendo utilizados no mercado atual.

O Capítulo 3 apresenta a Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem combinada com a Técnica de Elementos Finitos que foi utilizada para formular o problema direto a fim de obter as respostas (frequências naturais e deslocamentos nodais) da placa compósita a ser utilizada como dados de entrada da Rede Neural Artificial e como população dos Algoritmos Genéticos.

O Capítulo 4 mostra uma breve introdução a respeito das Redes Neurais Artificiais e dos Algoritmos Genéticos voltados para este trabalho.

O Capítulo 5 define o problema de maximização da probabilidade de detecção de danos e mostra como foi desenvolvida a modelagem do dano e a sua respectiva identificação e localização via análise da topologia dos sensores.

No Capítulo 6 são mostrados os resultados obtidos para a identificação e localização de danos via Redes Neurais Artificiais.

No Capítulo 7 efetua-se uma discussão dos resultados obtidos para a identificação e localização de danos utilizando os Algoritmos Genéticos, além de fazer as comparações dos resultados quando se utilizam as Redes Neurais Artificiais.

O Capítulo 8 apresenta as conclusões que foram obtidas com o desenvolvimento deste trabalho bem como as sugestões de trabalhos futuros.

## Capítulo 2

### Materiais Compósitos

#### 2.1. Contextualização da relação entre material compósito e dano

Materiais compósitos consistem na junção de dois ou mais materiais que possuem propriedades mecânicas e físicas diferentes entre si, de modo a funcionarem como uma única unidade, para obter um conjunto de propriedades que nenhum dos componentes individualmente apresenta (MENDONÇA 2005; FARIA 2006; DIACENCO 2010). Estes materiais apresentam muitas vantagens em relação aos materiais de uso tradicional, a principal vantagem é a sua relação resistência/peso superior quando comparado aos materiais metálicos.

As indústrias aeronáutica, automobilística, petrolífera e de construção civil vem empregando estes materiais em aplicações que exigem alto desempenho, segurança e confiabilidade. A indústria aeronáutica vem tendo um amplo destaque no desenvolvimento e pesquisa de materiais compósitos e nos diversos tipos de combinação de seus componentes, atualmente cerca de 50% ou mais do peso de algumas aeronaves é fabricada em material compósito. Para destacar este emprego, as Figuras 2.1e 2.2 demonstram a aplicação dos materiais compósitos pela AIRBUS no modelo XWB e pela empresa Boeing no modelo 787.

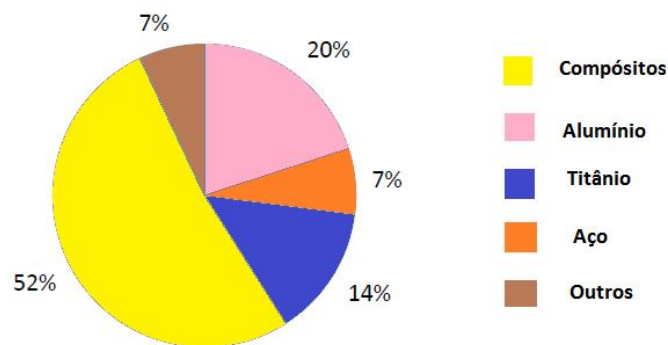


Figura 2.1- Aplicação de materiais compósitos pela AIRBUS.(Fonte: Adaptado de *Aviation News*)



Figura 2.2 – Tipos de materiais utilizados no Boeing 787(Fonte: Adaptado do site da Boeing)

O estudo e o desenvolvimento de novos materiais compósitos estão crescendo cada vez mais, uma vez que, tais materiais permitem inúmeras possibilidades de combinações de seus componentes, como por exemplo, constituição, orientação das fibras, geometria e condições de contorno e, com isto é possível fabricar uma gama diversidade destes materiais. Nesse sentido, torna-se extremamente importante conhecer as classificações destes materiais, visto que apresentam classes específicas e para cada classificação têm-se ao menos duas subclassificações.

Ensaio em escala real destes materiais muitas vezes podem ser difíceis de conduzir, seja em relação ao tempo ou custo de um procedimento experimental, o que faz com que modelos numéricos sejam empregados, pois através destes modelos é possível analisar a viabilidade de um experimento e, ainda, permitem a previsão do comportamento, das propriedades, dentre outras características dos materiais compósitos, o que dependerá das necessidades requeridas de projetos.

Em aplicações de engenharia, notadamente no setor aeroespacial, os componentes internos, externos, nervuras de asas de aeronaves estão submetidos a ações de carregamentos estáticos ou dinâmicos que devem ser analisados e previstos nas etapas iniciais de projeto, o que requer a presença de um modelo analítico e/ou numérico que permita descrever as características de resposta do sistema bem como efetuar a análise da integridade estrutural, pois os componentes constituídos de material compósito apresentam mecanismos de dano complexos. Para tanto, se faz necessário um modelo que seja capaz de obter as respostas dos sistemas e efetuar a análise de um possível dano.

Dano em material compósito pode surgir em várias etapas de planejamento de um material compósito, como nas etapas iniciais de projeto (devido a não consideração de cargas, concentração de tensões, por exemplo), fabricação, utilização ou manutenção. A detecção do dano pode ser realizada a partir da observação ao longo do tempo utilizando medições das respostas mecânicas do sistema através de uma malha de sensores (FARRAR, 2003).

Para monitorar estruturas existem técnicas de inspeção visual, técnicas que utilizam experimentos (podendo ser destrutivos ou não destrutivos) e técnicas baseada em modelos, que irá depender do tipo de componente analisado, do tempo necessário e da relação custo/benefício.

No que diz respeito à análise do problema de detecção de dano em materiais compósitos, nota-se uma grande variedade de trabalhos voltados à análise experimental e numérica aplicada a materiais compósitosdo tipo laminado, quando submetidos a impacto. Visto que estes materiais apresentam vulnerabilidade a este tipo de solicitação, uma vez que é imperceptível exteriormente e que pode reduzir a resistência à compressão pós-impacto até cerca de 70% (FERREIRA, 2006).

Ao analisar o dano em material compósito deve-se efetuar um levantamento das características e propriedades dos materiais que o compõe, ou seja, definir o tipo de material compósito que está sendo empregado. Logo, uma análise da constituição do material que compõe a matriz (metal, polímero, cerâmica) e do tipo reforço (partículas) para materiais compósitos reforçados com partículas, considerações do tipo de matriz e de fibras (tamanho das fibras, orientação das fibras, dentre outros) para compósitos reforçados com fibras e, a sequência de empilhamento, inclusão ou não de camada amortecedora devem ser levados em consideração para compósitos estruturais. Além disto, fatores como geometria, condições de contorno, ambiente em que é exposto o material compósito, também são fatores a serem considerados.

De acordo com o exposto anteriormente, nota-se que não existe uma única metodologia voltada para a análise da detecção do dano em materiais compósitos, visto que se têm muitas classificações para este tipo de material, cada uma voltada para uma aplicação específica.

## 2.2. Classificação dos Materiais Compósitos

A classificação dos materiais compósitos, em grande parte da literatura, está baseada quando estes materiais são formados por apenas dois componentes: a matriz e o reforço, tal combinação originará um material com comportamento diferenciado em relação aos materiais de uso corrente, dependendo da aplicação requerida. A interação entre a fase matriz e a fase dispersa determinam as propriedades finais do compósito, estas propriedades são obtidas através da análise micro-mecânica das fases que constituem o compósito.

A matriz é uma fase contínua que envolve a fase dispersa que normalmente podem ser partículas ou fibras. A finalidade da matriz é interligar a fase dispersa, protegê-la contra ataques químicos, abrasão e, ainda, atuar como meio transmissor e distribuidor das tensões externas aplicadas para as fibras. A fase matriz pode ser constituída a partir de metais, polímeros ou cerâmicas. Em geral, os metais e os polímeros são mais utilizados na constituição da matriz, uma vez que é desejável alguma ductilidade (DIACENCO, 2010).

Os compósitos de matriz metálica podem ser aplicados na fabricação de discos de freios que são compostos por uma matriz metálica a base de alumínio com reforço de 20% de carvão de silício. Além desta aplicação, compósitos de matrizes metálicas podem ser aplicados como ferramentas de corte que são comumente conhecidos como *cermet* (ou cermeto) que consiste em um compósito particulado, cuja matriz é metálica, podendo ser cobalto ou níquel e partículas de carvão de tungstênio ou titânio (CALLISTER, 2002).

Compósitos de matrizes cerâmicas apresentam vantagens de suportarem elevadas temperaturas e uma inerente resistência à corrosão se comparado a outras classes de materiais, porém seus mecanismos de falha restringem suas aplicações como componentes em motores de turbinas para automóveis e aeronaves, pois estes materiais apresentam elevada dureza o que faz com que possuam baixas resistências a impactos (VENTURA, 2009).

Para compósitos de matriz polimérica empregam-se como constituinte da matriz, as resinas poliméricas, estas resinas podem ser aplicadas em instalações de tratamento de águas e em aplicações costeiras, pois apresentam boa resistência à água do mar e a ambientes ácidos (FERREIRA, 2006).

O reforço, também denominado agente de reforço ou fase dispersa, consiste em uma fase descontínua e, é classificado pela sua morfologia em: partículas e fibras. As fibras possuem melhores propriedades de resistência e rigidez, em relação a partículas, o que implica que esta classe de materiais seja mais aplicada em sistemas estruturais. As fibras de

carbono estão sendo amplamente aplicadas, na indústria aeroespacial, devido as suas propriedades, tais como baixa densidade e baixo coeficiente de expansão térmica. Além disso, devido ao elevado módulo de elasticidade, bastante superior ao das outras fibras comercialmente disponíveis, pode-se aumentar a rigidez do compósito, tornando-o competitivo em aplicações industriais (BORGES Jr. *et.al.*, 2010)

A distinção entre os materiais compósitos está baseada neste mecanismo de reforço. A Figura 2.3 apresenta um esquema de classificação.



Figura 2.3 – Classificação dos materiais compósitos (Adaptado de: Tita (1999) *apud* Diacenco (2010)).

### 2.2.1 Compósito Reforçado com Partículas

Conforme a Figura 2.3, nota-se que os compósitos reforçados com partículas são divididos em duas categorias a saber: compósitos reforçados com partículas grandes e compósitos reforçados por dispersão (em algumas bibliografias este reforço é conhecido como reforço com partículas pequenas).

A forma, tamanho e distribuição das partículas são importantes para a determinação da rigidez do compósito. A Figura 2.4 ilustra um compósito particulado esquemático.

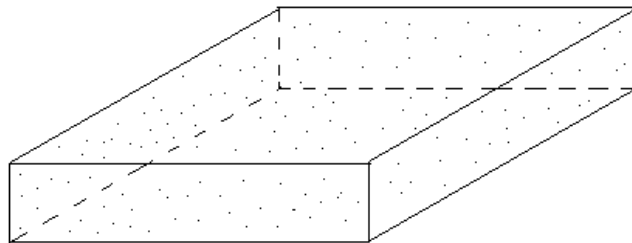


Figura 2.4 – Compósito particulado



Os materiais compósitos particulados podem ser reforçados com partículas grandes ou pequenas que são uniformemente distribuídas na matriz para obtenção de um melhor desempenho. O termo “grande” é utilizado para destacar que o estudo e análise entre a fase dispersa e a fase matriz não pode ser tratado a nível atômico ou molecular. Enquanto que, nos compósitos reforçados por dispersão a interação matriz e reforço é efetuada a nível atômico.

A fase particulada é geralmente mais dura e rígida do que a fase matriz e, a razão entre a dimensão maior e a dimensão menor da partícula é menor que 3 (três).

Como exemplos de compósitos reforçados com partículas grandes podem-se citar o concreto e o *cermet*. No concreto tem-se o cimento que seria a fase matriz e areia e brita que seriam os elementos particulados. Enquanto que, no *cermet* tem-se que a fase matriz é constituída de material metálico e a fase particulada é constituída de duras de uma cerâmica refratária à base de carbetos, tal como o carbetos de tungstênio (WC) ou carbetos de titânio (TiC) (DIACENCO, 2010).

Estudos recentes têm mostrado a possibilidade de fabricação de materiais compósitos particulados utilizando resíduos de madeira, um exemplo deste tipo de compósito é o chamado compósito plástico-madeira que foi fabricado a partir do pó de madeira com resina plástica (MISSAGIA *et.al.*, 2011).

### **2.2.2 Compósito Reforçado com Fibras**

Materiais compósitos reforçados com fibras possuem aplicações comerciais e industriais variadas, sendo impossível de listar todas suas aplicações. Neste tipo de compósito a fase reforço é composta de fibras, ou seja, de filamentos que são imersos na fase matriz.

Existem dois tipos de fibras, as fibras contínuas e as fibras descontínuas, a Figura 2.5 mostra os tipos de fibras e suas possibilidades de configurações.

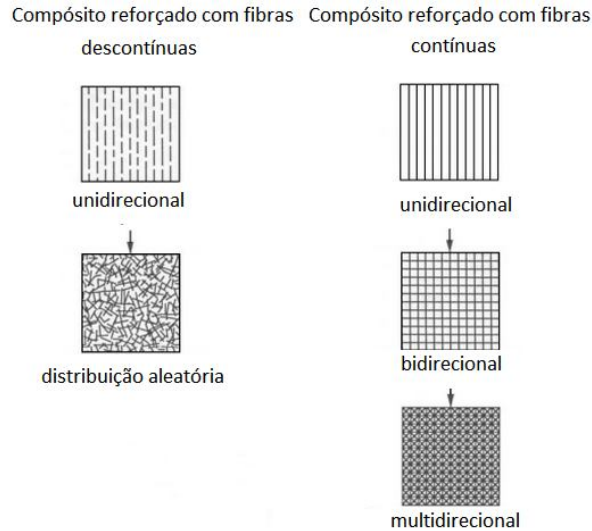


Figura 2.5 - Tipos de compósitos reforçados com fibras (Adaptado de: Finkler, 2005).

As fibras mais utilizadas em setores tecnológicos são: carbono, vidro e aramida (Kevlar). Mas, ainda existem vários outros tipos de fibras como fibras naturais (coco e sisal, por exemplo), que estão sendo amplamente estudadas por diversos pesquisadores (SATYANARAYANA *et al.*, 1981; RAZERA *et al.*, 2004) e que apresentam vantagens como serem biodegradáveis e apresentarem menor custo.

Compósitos de matriz poliéster reforçados com fibras de coco foram testados para análise da viabilidade de sua aplicação em capacetes e coberturas residenciais (MONTEIRO *etal.*, 2006).

### 2.2.3. Compósitos Estruturais

Os compósitos estruturais consistem na sobreposição de camadas ou lâminas de compósitos reforçados com fibras e são divididos em dois grupos: compósitos estruturais do tipo laminado e o compósito estrutural do tipo sanduíche. A diferença básica entre elas está na presença de uma camada denominada alma ou núcleo que se localiza entre as camadas de material compósito reforçados com fibras.

Materiais compostos laminados vêm sendo largamente empregados em numerosos produtos industriais, em virtude de sua tipicamente elevada relação resistência/peso. Além disso, sua estrutura estratificada, resultante da superposição de camadas com diferentes orientações de fibras, permite projetar tais materiais com vistas a um desempenho otimizado em condições de trabalho específicas, seja em regime estático, seja em regime dinâmico (REDDY, 1997).

Por serem mais recentes, os materiais compósitos foram menos intensamente estudados que os materiais metálicos tradicionais, havendo a necessidade de se conduzirem trabalhos de pesquisa que possibilitem um maior conhecimento de seu comportamento, conduzindo a projetos mais eficientes e seguros.

O compósito estrutural laminado conhecido também como estrutura estratificada (estratificado) é constituído por várias lâminas, frequentemente idênticas, variando suas orientações para melhor atender os requisitos de projeto ou fabricação, conforme ilustra a Figura 2.6.

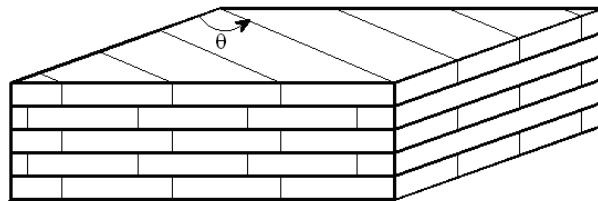


Figura 2.6 – Compósito Estrutural do Tipo Laminado

As fibras são orientadas para obter resistências mecânicas em direções preferenciais. Nesse sentido, cada camada ou lâmina pode ter uma orientação diferente, é o que se denomina sequência de empilhamento, a Figura 2.7 ilustra de maneira esquemática a sequência de empilhamento.

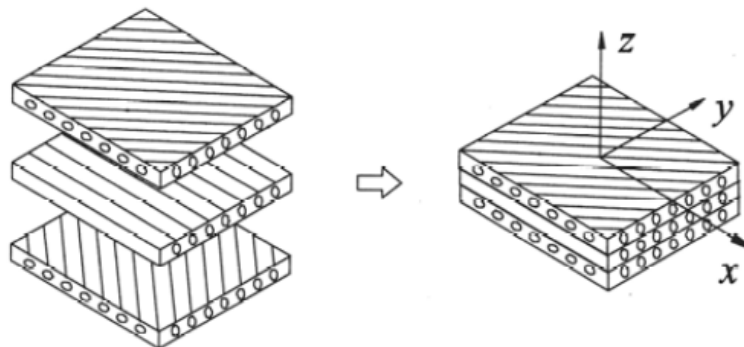


Figura 2.7 – Sequência de empilhamento de camadas compósitas (Mendonça, 2005)

Visto que materiais compósitos apresentam-se como sendo uma combinação de materiais (matriz e fibras) e para compósitos estruturais laminados têm-se que cada camada pode possuir uma orientação de fibras diferente, o que resultará em uma sequência de empilhamento específica para cada tipo de compósito laminado. Nesse sentido, tais materiais podem ser considerados heterogêneos e, na maioria das vezes, anisotrópicos.

Estudos recentes têm avaliado o comportamento mecânico de materiais compósitos do tipo laminado no contexto da análise dos níveis de vibração e da influência dos parâmetros de projeto nas respostas dinâmicas destes materiais.

Para os compósitos estruturais do tipo laminados, os parâmetros de projeto que exercem grande influência na quantificação das respostas deste sistema são: as espessuras das camadas, orientações das fibras e sequência de empilhamento. Diacenco *et al.* (2014) efetuaram uma análise da orientação das fibras e sua influência nas funções de resposta em frequência.

O material compósito estrutural do tipo sanduíche é formado por camadas de material compósito reforçados com fibras e entre as camadas há um núcleo (também denominado de alma ou recheio) constituído de um material menos denso, que proporciona certo grau de rigidez contra o cisalhamento ao longo dos planos perpendiculares às faces e também resiste às deformações perpendiculares ao plano da face (CALLISTER Jr., 2008).

A Figura 2.8 mostra dois tipos de almas: cheias e vazadas. Madeiras e espumas celulares podem ser utilizadas para almas cheias e papel Kraft (com ou sem resina) e papel poliamida podem ser utilizados nas almas vazadas (FARIA, 2006).

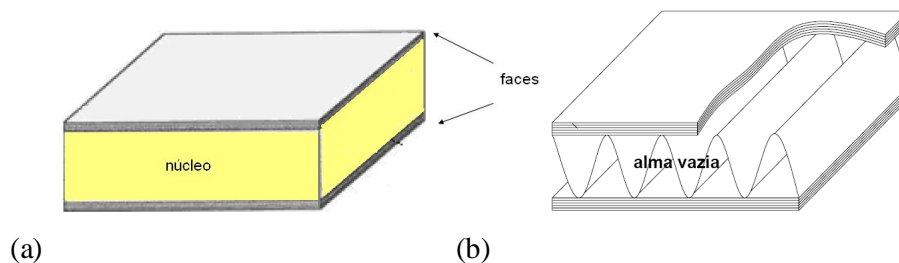


Figura 2.8 – Estrutura sanduíche: (a) alma plena; e (b) alma vazada do tipo ondulada. (Fonte: Diacenco, 2010).

Pesquisas recentes demonstraram que material viscoelástico pode ser utilizado como núcleo em um material compósito estrutural do sanduíche com o objetivo de atenuar os níveis de vibração e ruído de tais estruturas o que comprovou ser uma estratégia promissora para o controle passivo de vibração e ruído, pois os materiais viscoelásticos são capazes de absorver a energia vibratória do sistema e dissipá-la sob a forma de calor. Além de apresentarem baixo custo e de não necessitarem de nenhuma fonte de energia externa, fato que garante inerente estabilidade ao sistema e as tornam mais bem adaptadas a aplicações em sistemas industriais de grande porte (LIMA, DIACENCO, OTONI, 2009).

## 2.2.4. Comportamento Elástico-Linear de Compósitos Estruturais

Na abordagem macromecânica de materiais compósitos estruturais são introduzidas teorias baseadas em camadas equivalentes única, que são teorias que descrevem o comportamento mecânico do material como único, isto é, não fazem distinção entre as lâminas (camadas compósitas) (FARIA, 2006). Nesta abordagem as teorias de placas descrevem analiticamente o comportamento mecânico do material através de hipóteses cinemáticas adotadas na aproximação das quantidades mecânicas (deslocamento e deformação). Dentre as mais conhecidas pode-se citar a Teoria Clássica dos Laminados, Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT) e a Teoria da Deformação Cisalhante de Ordem Superior (HSDT).

As teorias de ordem superior FSDT e HSDT são capazes de modelar de forma mais realista que a teoria clássica (CLT), a distribuição de tensões transversais e os fenômenos de acoplamento entre os mecanismos de deformação característicos dos materiais anisotrópicos (GARCIA, 2003), conforme será evidenciado no Capítulo 4.

A restrição apresentada por esta abordagem é assumir um comportamento elástico-linear para os materiais tratados, admitindo-se que a tensão aplicada é diretamente proporcional a deformação (Lei de Hooke) e que as componentes do deslocamento de um ponto qualquer do material, denotadas por  $u$ ,  $v$  e  $w$ , sejam pequenas o bastante para justificar a linearização das equações que governam o problema (REDDY, 1997).

A relação tensão-deformação para um material elástico-linear obedece a Generalização da Lei de Hooke, dada pela Equação (2.1a).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (2.1a)$$

Ou, na forma compactada dada pela Equação (2.1b).

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad (2.1b)$$

onde,  $\sigma_i$  representa as componentes da tensão,  $\varepsilon_j$  representa as componentes da deformação,  $C$  são os coeficientes do material em que  $i$  representa o número de linhas e  $j$  o número de colunas.

Devido à natureza ortotrópica dos materiais compósitos, ou seja, materiais que possuem dois planos ortogonais de simetria relativa ao terceiro plano mutuamente ortogonal aos outros dois, a relação tensão-deformação se reduz a Equação (2.2) (REDDY, 1997).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

Os coeficientes elásticos de  $C_{ij}$  na Equação (2.2) são relacionados às constantes de Engenharia  $E_{ij}$ ,  $G_{ij}$  e  $\nu$  conforme mostrado na Equação (2.3).

$$\begin{aligned} C_{11} &= E_1 \cdot \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{\Delta}; & C_{12} &= E_1 \cdot \frac{\nu_{21} + \nu_{21}\nu_{23}}{\Delta}; & C_{13} &= E_1 \cdot \frac{\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{32}}{\Delta}; \\ C_{22} &= E_2 \cdot \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{\Delta}; & C_{23} &= E_2 \cdot \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{\Delta}; & C_{33} &= E_3 \cdot \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{\Delta}; \\ C_{44} &= G_{23}; & C_{55} &= G_{13}; & C_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Onde  $\Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}$  e que:  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$  são os módulos longitudinais ou de Young nas direções principais 1,2 e 3, respectivamente;  $G_{12}$ ,  $G_{23}$  e  $G_{31}$  são os módulos de elasticidade transversais nos planos 1-2, 2-3 e 3-1, respectivamente; e  $\nu_{ij}$  são os coeficientes de Poisson obtidos da relação entre a deformação na direção  $j$  quando um elemento diferencial de volume é carregado na direção  $i$  ( $\nu_{ij} = -\varepsilon_j/\varepsilon_i$ ) (Equação (2.4)).

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.4)$$

## 2.4. Transformação de Coordenadas

Os compósitos laminados possuem várias lâminas (camadas), cada uma delas com fibras em diferentes orientações. Com isto, geralmente o sistema de coordenadas do material é diferente do sistema de coordenadas do problema. Dessa forma, as matrizes das propriedades dos materiais podem ser transformadas por uma rotação de um ângulo  $\theta$  em torno do eixo  $z$  utilizando uma matriz de transformação,  $T$ (Equação (2.5)), que promove a transformação do sistema de coordenadas locais do material para o sistema de coordenadas globais(REDDY, 1997).

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin^2(\theta) & 0 & 0 & 0 & -\sin(2\theta) \\ \sin^2(\theta) & \cos^2(\theta) & 0 & 0 & 0 & \sin(2\theta) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta)\cos(\theta) & -\sin(\theta)\cos(\theta) & 0 & 0 & 0 & \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

É necessário conhecer as propriedades elásticas do material, a geometria das lâminas (compósito estrutural), assim como as orientações das fibras de cada lâmina para formular um modelo de representação do comportamento mecânico do material. Com a utilização das teorias de placas é possível descrever o comportamento mecânico do material. Tipicamente tais teorias são implementadas em códigos de elementos finitos descrevendo de maneira mais completa o comportamento do material.

## **Capítulo 3**

# **Métodos de Inteligência Computacional Aplicados à Detecção de Dano: Algoritmos Genéticos e Redes Neurais Artificiais**

### **3.1. Introdução**

A construção da análise do problema de detecção de danos pode ser realizada através de técnicas de inteligência computacional. A inteligência computacional consiste em um conjunto de técnicas que são inspiradas em comportamentos observados na natureza e em sistemas que imitam o comportamento humano. Trata-se de técnicas as quais associam aspectos de adaptação, evolução, raciocínio e aprendizado e, são classificadas de acordo com estes aspectos e outras características que dependem do problema a ser analisado. Tais técnicas são voltadas para resolver problemas para os quais as técnicas matemáticas tradicionais falham (MUKHOPADHYA e BANERJEE, 2012).

Técnicas de inteligência computacional não são somente aplicadas para o problema de detecção de dano como também, problemas de localização ótima de sensores e/ou atuadores, dimensionamento estrutural, dentre outros.

Existem vários tipos de técnicas de inteligência computacional que podem ser diferenciadas pelo tipo de analogia que fazem com a natureza, como os algoritmos genéticos e as redes neurais artificiais.

Os algoritmos genéticos são algoritmos evolucionários, ou seja, trata-se de um processo de otimização baseado na evolução das populações, seguindo as leis da seleção natural de Charles Darwin (LINDEN, 2001). Além disto, caracterizam-se por serem métodos de otimização global, que são métodos que realizam a busca pelo ótimo a partir de um conjunto de pontos iniciais que fazem parte da região viável (das possíveis soluções) do problema.



Métodos de otimização lidam com a minimização ou maximização de um determinado objetivo ou função custo, a fim de encontrar quais as variáveis de concepção de projeto que irão conduzir a resultados desejados (COLAÇO *et al.*, 2006).

Pode-se definir otimização como sendo técnicas matemáticas capazes de encontrar uma solução ou um conjunto de soluções ótimas para uma determinada função ou conjunto de funções. Mas, tais soluções ótimas dependem das exigências de determinado projeto (VANDERPLAATS, 1999).

Os métodos de otimização podem divididos em: métodos de otimização local (clássicos) e métodos de otimização global, podendo também ser conhecidos, em alguns casos, como métodos heurísticos. Os métodos clássicos de otimização podem ser entendidos como métodos que se baseiam em cálculos de derivadas de primeira e segunda ordem ou aproximação destas derivadas o que usualmente, dependendo da complexidade do problema conduzem a muitos mínimos locais, ou seja, há uma grande dificuldade em encontrar a solução global do problema o que torna a análise do problema ineficiente (MEDEIROS e KRIPKA, 2012).

As técnicas clássicas produzem bons resultados quando as funções do problema são contínuas, convexas e unimodais e, na prática isto nem sempre acontece. Enquanto que, as técnicas heurísticas são baseadas em técnicas de inteligência computacional que conduzem a resultados mais satisfatórios e confiáveis possibilitando encontrar a solução global (MERUANE e HAYLEN, 2010).

Logo as técnicas de otimização, baseadas em heurísticas, vêm ganhando espaço o que pode ser justificado pelos inúmeros trabalhos e pesquisas desenvolvidas na literatura. Podendo-se destacar as seguintes vantagens quando comparadas aos métodos clássicos como:

- Não necessita do cálculo das derivadas para orientar a busca;
- Apresenta maiores chances de encontrar o ótimo global;
- Podem ser combinadas com outros métodos possibilitando a maior eficiência da busca pelo ótimo.

As redes neurais artificiais são técnicas computacionais de identificação de parâmetros que são também amplamente aplicadas no campo na detecção de danos. Nas técnicas de identificação de parâmetros aplicada ao problema de detecção de danos, procuram-se determinar os valores desconhecidos, como por exemplo, as coordenadas  $(x,y)$  do dano em uma estrutura, pela análise e implementação de dados de entrada e saída do sistema.

Redes neurais artificiais baseiam-se no comportamento do cérebro humano, isto é, uma rede neural é uma máquina que modela o modo como o cérebro realiza determinada atividade, ou seja, é baseado na aprendizagem. Além disto, apresenta vantagens de tratar problemas não lineares, mapeia a entrada e saída de dados de modo correspondente (HAYKIN, 1999).

Além destas duas técnicas de inteligência computacional que podem ser aplicadas para o problema de detecção de dano, tem-se o recozimento simulado mais comumente conhecido como *SimulatedAnnealing* (SA), Sistemas *Fuzzy*, Algoritmo de Evolução Diferencial, dentre outras. Cabe ressaltar que, neste trabalho de tese foram utilizados as Redes Neurais Artificiais e os Algoritmos Genéticos que se apresentam como opções promissoras para solucionar o problema de detecção de danos, conforme mostrado nos trabalhos de Silva (2006), Lopes (2010) e França (2014).

### 3.2. Redes Neurais Artificiais

As redes neurais artificiais simulam o comportamento do cérebro humano sendo formadas por elementos (neurônios) que estão conectados entre si e cuja informação (comunicação) é efetuada através da transmissão de impulsos nervosos, processo este denominado sinapse. A Figura 3.1 ilustra um fluxograma que explica o processo de funcionamento de um neurônio artificial no qual se tem a seguinte configuração: entrada, soma e saída.



Figura 3.1 – Esquema do processo de funcionamento da rede neural artificial.

Na entrada tem-se que um conjunto de variáveis denominadas de dados de entrada que se localizam na camada de entrada da rede, estes dados de entrada são as variáveis iniciais do problema, no caso da presente tese, utiliza-se a rede neural artificial para analisar a metodologia de detecção de danos e para analisar a topologia dos sensores. Num primeiro caso de estudo, para a análise da metodologia, os dados de entrada foram as frequências naturais da placa compósita quando a mesma é submetida a uma redução de rigidez. Num segundo caso de estudo, para a análise da topologia dos sensores, utiliza-se como dados de

entrada os deslocamentos verticais nodais considerando também uma determinada redução de rigidez.

Os dados de entrada são multiplicados por pesos (ou ponderações) resultando em um somatório que é aplicado em uma função denominada de ativação produzindo variáveis de saída (sinal de saída) o qual é comparado ao final do processo com o sinal que se deseja obter.

A função de ativação pode gerar dois tipos de resultados: ativação ou inibição, ou seja, se resultado desta função for menor do que determinado valor limite a informação não é passada e, em caso contrário a informação é transmitida para outros neurônios, os tipos mais comuns de função de ativação são ilustrados na Figura 3.2 (LOPES, 2007).

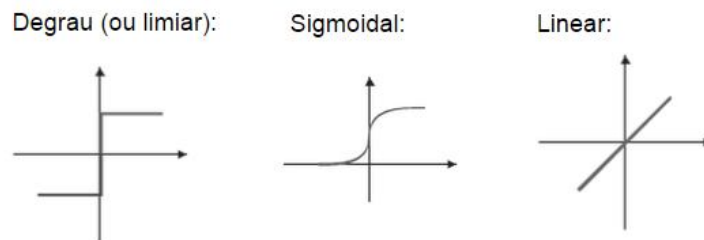


Figura 3.2 – Tipos de função de ativação (Lopes, 2007).

Entre a camada de entrada e a camada de saída de uma rede neural artificial podem existir camadas denominadas camadas intermediárias. A quantidade de neurônios (dados) em cada camada, a quantidade de camadas e o tipo de conexão entre os neurônios define a configuração da rede neural(LOPES, 2007). A Figura 3.3 ilustra um tipo de configuração ou topologia de uma rede neural, a qual apresenta  $n$  neurônios na camada de entrada,  $n_1$  neurônios na primeira camada intermediária e  $n_2$  neurônios na segunda camada intermediária e  $m$  neurônios na camada de saída.

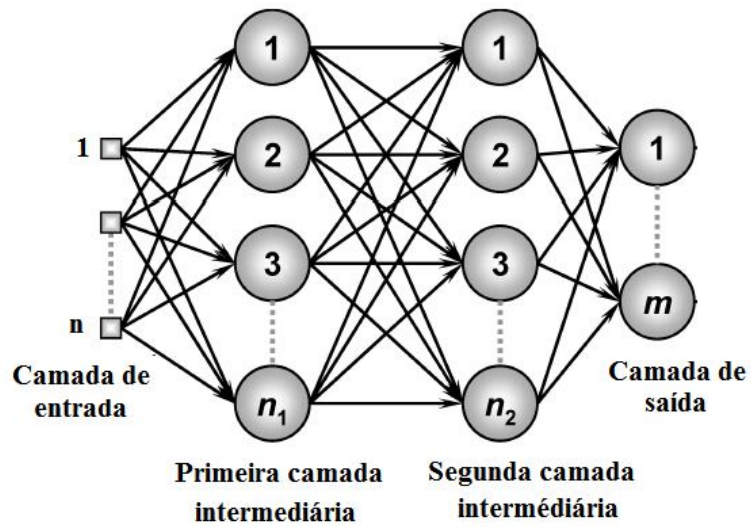


Figura 3.3- Configuração de uma rede neural artificial (Adaptado de: Almeida, 2014).

No caso da Figura 3.3 pode-se afirmar que existirão quatro funções de ativação, a saber: a função de ativação da camada de entrada, uma função de ativação da primeira e outra função de ativação para segunda camada intermediária e, por último outra função de ativação para a camada de saída.

Neste trabalho de tese foram utilizadas uma camada de entrada, uma camada intermediária e uma camada de saída. A função de ativação utilizada na camada de entrada e na camada intermediária foi a hiperbólica *sigmoidal* e para a camada de saída utilizou-se uma função de ativação linear. A implementação da rede neural artificial foi realizada utilizando o software MATLAB®, o qual contém *Toolbox “Neural Network”* que apresenta várias ferramentas matemáticas que podem ser utilizadas para simular vários problemas, neste caso, as funções de ativação no MATLAB® foram: *tansig* (hiperbólica sigmoidal) e *purelin* (linear).

Para que as redes neurais possam generalizar características de um problema específico a ser solucionado é necessário treinar a rede, neste caso, dois tipos de treinamento mais comuns existem: o treinamento não-supervisionado e o supervisionado. No treinamento não-supervisionado os neurônios devem encontrar uma forma de se organizarem sem a ajuda externa, isto é, nenhuma referência para o treinamento. Enquanto que, no aprendizado supervisionado a entrada e saída que se deseja obter são fornecidas por um supervisor externo.

Dentre os diferentes tipos de redes neurais artificiais, as que mais têm sido utilizadas são a do tipo *PerceptrónMulti-Camada* (MLP) (SAMANTA, 2011). Os neurônios neste tipo

de rede estão distribuídos em camadas denominadas de camadas de entrada, ocultas e de saída. A topologia de uma rede neural é definida de acordo ao número de camadas e suas conexões entre os neurônios, conforme foi mostrado na Figura 3.3.

Existem dois tipos de conexões entre os neurônios: *feedforward* e *feedback*, a primeira não utiliza informações geradas na saída para a entrada, enquanto que a segunda utiliza. Um algoritmo de treinamento que vem sendo amplamente aplicado é denominado *backpropagation* (algoritmo de retro-propagação) (VILLALBA, 2012). Este tipo de algoritmo baseia-se no princípio de aprendizado por correção do erro.

De um modo geral, pode se entender o algoritmo de treinamento da rede neural como sendo o processo de aprendizagem da mesma, fazendo com que durante este processo haja a alteração dos pesos sinápticos da rede de maneira ordenada com o objetivo de encontrar a resposta requerida (HAYKIN, 2001).

A configuração *feedforward* e o algoritmo de aprendizagem *backpropagation* com aprendizado supervisionado foi utilizado na formulação do problema inverso via Redes Neurais Artificiais. Durante o treinamento, este algoritmo executa uma sequência de dois passos: no primeiro passo, um sinal é apresentado para a camada de entrada da rede e este sinal é propagado pela rede até que uma resposta seja obtida na camada de saída; no segundo passo, o estágio de adaptação da rede é iniciado. Neste estágio, a saída obtida é comparada com a saída desejada para o sinal de entrada, produzindo um erro. Por último, o erro é retornado pela rede para o ajuste dos pesos para produzir a saída correta (LOPES, 2010).

Para implementação da rede neural no MATLAB<sup>®</sup> utilizou-se o algoritmo de treinamento *backpropagation* com função de treinamento *Gradient descent backpropagation com momentum* e taxa adaptativa (*traingdx*).

A vantagem de se utilizar as Redes Neurais Artificiais em relação a técnicas como, Krigagem e Metodologia de Superfície de Resposta, é a sua capacidade de resolver problemas não-lineares bem como receber simultaneamente várias entradas e distribuí-las de maneira organizada, logo para a construção do problema inverso deste trabalho foi possível a utilização de um grande número de dados de entrada e a avaliação da influência dos níveis hierárquicos que foram considerados neste trabalho para identificar e localizar o dano os quais serão detalhados no Capítulo 5 e 6.

### **3.2.1. Características do problema inverso utilizando as Rede Neurais Artificiais**

Para simular o dano na placa foi considerada uma redução de rigidez local, sendo que foi efetuada uma redução de rigidez em determinados elementos da placa discretizada. Tais elementos contêm pontos nodais associados que serão utilizados como referência para o processo de treinamento da rede neural.

Os dados de entrada da rede serão as frequências naturais modificadas por meio da redução de rigidez local, e como dado de saída, consideram-se as coordenadas  $(x;y)$  de um ponto nodal não pertencente aos dados de entrada da rede onde foi realizada a redução de rigidez. A melhor escolha para os parâmetros da rede neural, após vários testes realizados para a escolha destes parâmetros, foi:

- Número de neurônios na camada de entrada: 50;
- Número de neurônios na camada intermediária: 24;
- Número de neurônio na camada de saída: consiste nos parâmetros de saída, ou seja, posição nodal (coordenadas  $x$  e  $y$ );
- Erro desejado:  $1 \times 10^{-10}$ ;
- Número de iterações: 3000;
- Taxa de aprendizado: 0,05.

### **3.3. Algoritmos Genéticos**

Consiste em uma técnica que teve origem nas observações de Charles Darwin, que por volta de 1850, realizou uma longa viagem para vários lugares, onde pode observar que animais de uma mesma espécie eram ligeiramente diferentes quando em ecossistemas diferentes, sendo que os mais adaptados ao ecossistema sobreviviam. E a combinação dos indivíduos melhores adaptados poderia produzir um indivíduo com características superiores que as dos pais, mas isto não é um processo dirigido, ou seja, não existem garantias de que os descendentes dos pais muito bem adaptados também o sejam, estas e outras observações efetuadas por ele originou a Teoria da Evolução das Espécies (LINDEN, 2001).

A Teoria de Darwin era observacional, nada se sabia a respeito de como esta adaptação ocorria, pois o processo de informação genética era desconhecido. Praticamente,

após um século com a descoberta da molécula de DNA poder-se-ia compreender as características passadas dos pais para os filhos. E com isto pode-se associar a teoria da evolução das espécies com a genética.

Os algoritmos genéticos surgiram na década de 1970 com John Holland que propôs um modelo computacional baseado nos princípios da seleção natural e evolução das espécies para a resolução de problemas de difíceis soluções analíticas. A partir de então, os algoritmos genéticos começaram a serem amplamente aplicados e cada vez mais estudados pela comunidade científica.

Como técnica computacional, o algoritmo genético apresenta a vantagem de não depender da escolha do ponto inicial e como segue uma analogia com as leis da seleção natural e a sobrevivência do mais apto, primeiramente se define uma população inicial que corresponderá a possíveis soluções do problema. Nesse sentido, os indivíduos são analisados para se observar quais indivíduos mais se adaptam e em seguida são escolhidos para o processo de reprodução. Após a fase de reprodução podem ser submetidos ao processo de mutação, para introduzir novas características aos indivíduos, com isto gera uma nova população com possíveis características melhores que a população anterior. E este procedimento é repetido até obter-se uma convergência.

Os algoritmos genéticos fazem parte da classe dos algoritmos evolucionários que podem ser definidos como modelos computacionais baseados em conceitos que simulam a evolução de uma população inicial (conjunto de indivíduos, também denominados cromossomos) com características (genes) específicas através da seleção, cruzamento e mutação que são os operadores genéticos do algoritmo necessários que para uma dada população consiga gerar populações sucessivas. Operadores genéticos são responsáveis por transformar a população através de sucessivas gerações (iterações), estendendo a busca até encontrar um resultado satisfatório.

É importante ressaltar que, tais algoritmos não garantem a o melhor resultado em todas as execuções, sendo gasto um tempo computacional maior na análise, garantindo melhores chances de se encontrar o ótimo global.

A formulação dos algoritmos genéticos aqui descritos consiste no esquema apresentado na Figura 3.4.

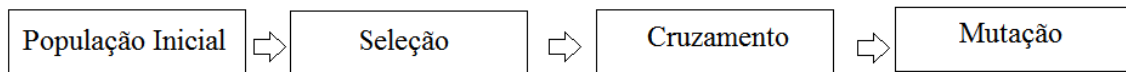


Figura 3.4- Procedimento esquemático de operação dos Algoritmos Genéticos.

Inicia-se o algoritmo com uma população inicial, isto é, gera-se aleatoriamente um conjunto de indivíduos que são possíveis soluções do problema, dentro deste processo aplica-se uma função denominada função de avaliação que fornece uma medida de desempenho do indivíduo, com o objetivo de calcular a aptidão do indivíduo (o que dependerá do tipo de problema a ser analisado) e, então, selecionam-se os melhores indivíduos os quais serão submetidos ao processo de reprodução, o qual será aplicado o operador cruzamento para gerar a geração seguinte. A seleção consiste na escolha de quais elementos da população participarão do processo de reprodução, ainda dentro do processo de seleção pode-se aplicar o elitismo, que consiste em manter os melhores indivíduos nas gerações seguintes. A estratégia de aplicar o elitismo foi proposta por DeJong (1975), pois durante o processo em que o algoritmo genético está trabalhando pode-se perder o melhor indivíduo durante a aplicação do operador cruzamento ou durante a mutação. Seguidamente, efetua-se o processo de cruzamento que consiste na combinação das características dos pais na tentativa de obter um indivíduo com características melhores. Após isto, pode-se aplicar o operador mutação com o objetivo de fornecer uma diversidade genética na nova população. A mutação é uma mudança aleatória nos cromossomos dos indivíduos gerados.

Outro aspecto que também deve ser analisado dentro dos Algoritmos Genéticos são os parâmetros que influenciam o seu desempenho que são: tamanho da população, taxa de cruzamento e taxa de mutação. O tamanho da população reflete diretamente na busca do resultado, pois uma população pequena pode ser responsável apenas por encontrar um ótimo local enquanto que, uma população grande melhora a sua eficiência, aumentando o custo computacional. Já a taxa de cruzamento quando muito baixa, pode não convergir para o resultado ou houver um lento processo de convergência. Quanto à taxa de mutação, um baixo valor é preferível, pois taxas altas de mutação deixam o processo totalmente aleatório.

A escolha dos parâmetros: tamanho da população, taxa de cruzamento e taxa de mutação dependerá do tipo de problema analisado bem como da experiência e/ou tempo em que as simulações numéricas são realizadas.



### 3.3.1. Características do problema inverso utilizando os Algoritmos Genéticos

A escolha do tamanho da população, bem como, dos operadores genéticos nos Algoritmos Genéticos se deve a testes iniciais e a realização de várias simulações para conseguir descobrir a melhor configuração. Logo, a melhor configuração dos Algoritmos Genéticos utilizada para esta análise foi:

- Tamanho da população: 48 indivíduos;
- Probabilidade de cruzamento: 0,98;
- Função de cruzamento: 1,1;
- Critério de parada: 200 gerações

A população consiste nos elementos que tiveram sua rigidez reduzida em relação ao valor inicial. Os sensores são representados pelos nós do modelo, onde foram medidos os deslocamentos verticais em relação ao plano médio da placa compósita, conforme foi descrito no capítulo anterior.

A Rede Neural Artificial consiste em um processo de identificação e localização do dano de caráter fixo, isto é, tem-se a comparação de um único valor encontrado pela rede com o valor real do dano. Enquanto que, com a utilização do Algoritmo Genético é possível executar várias vezes o mesmo problema, o que permite encontrar um valor médio para o dano e sua respectiva probabilidade de sucesso. Logo, quando se aplica os Algoritmos Genéticos, pode-se efetuar uma discussão a respeito da maximização da probabilidade de identificação e localização de danos, pois com esta técnica pôde-se executar um determinado número casos com o intuito de quantificar a probabilidade de sucesso e falha no processo de detecção de danos.

Os níveis hierárquicos analisados foram a localização do dano, o número de sensores e posicionamento dos sensores) com o intuito de verificar a probabilidade de sucesso e falha de cada um deles. O problema foi modelado como sendo mono-objetivo, onde o funcional dado na Equação (3.1) é minimizado.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (d_{i(\text{medido})} - d_{i(\text{jic calculado})})^2 \quad (3.1)$$

Onde:

$n$  – número de sensores  $i$ ;

$d_{i\text{medido}}$  – deslocamentos simulados para as diferenças obtidas para um dado dano, resolvendo o problema de autovalor e autovetor;

$d_{j\text{calculado}}$  – deslocamentos calculados pelo programa de detecção de danos para cada representação de dano  $j$ .

## Capítulo 4

# Modelagem por Elementos Finitos de Placas Compósitas Reforçadas com Fibras

### 4.1. Introdução

Na modelagem do dano se faz necessária a formulação de um modelo que represente a condição inicial da estrutura, de modo a permitir o entendimento do comportamento mecânico da estrutura (suas características de respostas), desconsiderando a presença de qualquer tipo de dano. Além disto, deve-se ter um parâmetro que seja suficientemente sensível à presença de um dano, para que o modelo tenha uma alta confiabilidade e represente a condição do estado danificado da estrutura, similar a um caso real.

De uma maneira geral, na análise do problema de detecção de danos com o objetivo de maximizar a probabilidade de identificação e localização de danos na estrutura, pode ser formulado em três etapas:

- a primeira etapa sem a consideração da presença de determinado tipo de dano, o que permite a obtenção dos deslocamentos e deformações para efetuar uma análise estática e, frequências naturais, fatores de amortecimento modais para efetuar uma análise dinâmica;
- a segunda etapa considera-se uma anomalia no sistema estrutural o que poderia estar associado à presença de um dano, logo é necessário definir o dano caracterizando o tipo de dano (trinca, furo, redução de rigidez, dentre outros) e a extensão do dano. De acordo com isto pode-se realizar a comparação do estado não danificado com o danificado podendo-se, então, formular um problema de detecção de dano;
- a terceira etapa efetua-se a análise da topologia dos sensores que irá envolver o número de sensores, o posicionamentos destes sensores na estrutura e o tipo de sensor utilizado no

processo de detecção do dano. Frente a isto, maximiza-se a probabilidade de detecção de danos.

Neste trabalho, a representação do comportamento mecânico de uma estrutura será realizada através da técnica de elementos finitos aplicada a placas compósitas laminadas. Esta técnica permite encontrar os valores das matrizes de rigidez e de massas elementares, bem como as frequências naturais e os deslocamentos associados ao plano vertical da placa, tendo com isto, um conjunto de valores para a representação da condição inicial da estrutura. Deste modo, um padrão de referência surge para posterior comparação com a mesma estrutura, mas em uma condição modificada.

Para a modelagem da presença do dano será considerado alterações na propriedade de rigidez da estrutura compósita, uma vez que, um dano pode ser definido como uma redução da rigidez da estrutura. Logo, o tipo de dano considerado neste trabalho foi a redução de rigidez elementar e o tamanho do dano estará associado a variação desta rigidez em relação ao seu valor inicial.

## **4.2. Implementação do modelo por elementos finitos**

O Método de Elementos Finitos (MEF) surgiu na década de 1950, devido à necessidade de projetar estruturas de modelos contínuos. Os primeiros elementos foram concebidos por engenheiros aeronáuticos para a análise de distribuição de tensões em chapas de asa de avião (SORIANO, 2002).

Atualmente, o MEF está consolidado como uma ferramenta universal para a análise estrutural e existem inúmeros *softwares* comerciais que se baseiam nesta ferramenta numérica (por exemplo, NASTRAN<sup>®</sup> e ANSYS<sup>®</sup>). Além da análise estrutural, o MEF pode ser usado em problemas de transferência de calor, mecânica dos fluídos e mecânica da fratura.

A técnica por elementos finitos consiste em dividir a estrutura em elementos, denominados elementos finitos que são conectados por nós e, as variáveis do problema serão consideradas como sendo os deslocamentos mecânicos nos nós. O modelo de elementos finitos pode ser combinado com teorias analíticas que descrevam o comportamento mecânico de estruturas compósitas. Frente a isto, pode-se constatar que na literatura existem diversas teorias utilizadas por elementos finitos para modelar uma estrutura compósita laminada, estas teorias podem ser divididas em duas categorias, a saber: A Teoria da Camada Equivalente

Única e a Teoria das Camadas Equivalente Discretas. A primeira categoria modela o compósito laminado como um todo, sem fazer distinção entre as camadas, enquanto que, a segunda categoria analisa cada lâmina individualmente (REDDY, 1997).

A Teoria da Camada Equivalente Única engloba três teorias: a Teoria Clássica dos Laminados (CLT – *ClassicalLaminateTheory*), Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT – *First-orderShearDeformationTheory*) e a Teoria da Deformação Cisalhante de Ordem Superior (HSDT – *Higher-orderShearDeformationTheory*)(REDDY, 1997).

Neste trabalho utiliza-se a Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem que consiste em uma das teorias da camada equivalente única, devido a sua facilidade de encontrar variáveis globais como as frequências naturais e variáveis locais como os deslocamentos nodais. As variáveis globais e locais foram obtidas resolvendo-se o problema de autovalor a partir da formulação do problema direto. Além disso, com utilização destas variáveis pela metodologia proposta para detecção de danos e pela análise da configuração dos sensores foi possível encontrar o dano.

É importante ressaltar que, para danos do tipo delaminação em um compósito estrutural laminado o ideal é utilizar a Teoria das Camadas Equivalente Discretas e, para a formulação do problema de detecção de danos utilizando como parâmetro a rigidez local, pode-se utilizar a Teoria da Camada Equivalente Única, logo como a principal proposta do trabalho está dentro do escopo da análise do posicionamento dos sensores a Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT) foi suficiente para atender esta análise.

A Teoria Clássica dos Laminados negligencia os efeitos das deformações cisalhantes transversais ( $\gamma_{xy}$  e  $\gamma_{yz}$ ) e da deformação normal ( $\epsilon_{zz}$ ), considerando como plano do laminado, o plano  $xy$ . Enquanto que, a Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem assume que a deformação cisalhante transversal varie ao longo da espessura do laminado, podendo se afirmar que é uma teoria mais eficiente com resultados mais precisos. E por último, tem-se a Teoria da Deformação Cisalhante de Terceira Ordem, que descreve o campo de deslocamentos mecânicos com a utilização de onze graus de liberdade o que faz com que a torne uma teoria que, quando combinada com o método de elementos finitos, resulte em um custo computacional (grau de complexidade quando implementada no *softwareMATLAB*<sup>®</sup>) mais elevado em relação a FSDT (DIACENCO *et al.*, 2011).

Baseado no que foi exposto acima, neste trabalho de tese será utilizada a teoria FSDT para modelar o comportamento mecânico do material compósito estrutural do tipo laminado para a representação do problema direto. A formulação do problema inverso (para efetuar a

detecção de dano da placa compósita laminada) será realizada através da técnica de Algoritmos Genéticos e Redes Neurais Artificiais, implicando em um elevado esforço computacional quando combinado com a Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem.

#### 4.2.1. Teoria FSDT associada ao MEF

A Teoria FSDT pertence a uma classe de teorias denominada Teoria das Camadas Equivalente Única, também chamada de Teoria da Camada Equivalente Simples, as quais são baseadas na técnica de separação de variáveis para descrever o campo de deslocamentos mecânicos, onde o número de graus de liberdade independe do número de camadas da estrutura (Reddy, 1997).

Os campos de deslocamentos da FSDT, proposto por Reddy (1997), é expresso conforme a Equação (4.1).

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u_0(x,y,t) + z\psi_x(x,y,t) \\ v(x,y,z,t) &= v_0(x,y,t) + z\psi_y(x,y,t) \\ w(x,y,z,t) &= w_0(x,y,t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

sendo  $\psi_x$  e  $\psi_y$ , as rotações dos segmentos normais à superfície de referência em torno dos eixos  $y$  e  $x$  respectivamente.

A Equação (4.1) pode ser reescrita matricialmente como mostrado na Equação (4.2).

$$U(x, y, z, t) = A(z)u(x, y, t) \quad (4.2)$$

A Equação (4.2) pode ser ainda reescrita conforme a Equação (4.3).

$$U(x, y, z, t) = [u(x, y, z, t) \ v(x, y, z, t) \ w(x, y, z, t)]^T \quad (4.3a)$$

$$A(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3b)$$

$$u(x, y, t) = [u_0(x, y, t) v_0(x, y, t) w_0(x, y, t) \psi_x(x, y, t) \psi_y(x, y, t)]^T \quad (4.3c)$$

Da Teoria da Elasticidade Linear tem-se que as deformações mecânicas são definidas em termos de formas diferenciais dos deslocamentos mecânicos, tal qual mostra a Equação (4.4) (REDDY, 1997).

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (4.4)$$

Substituindo cada linha da Equação (4.1) nas Equações (4.4) e, considerando separadamente as deformações de membrana e cisalhamento, têm-se as Equações (4.5) e (4.6).

$$\varepsilon_b(x, y, z, t) = [D_{b0} + zD_{b1}]u(x, y, t) = D_b(z)u(x, y, t) \quad (4.5)$$

$$\varepsilon_s(x, y, z, t) = [D_{s0}]u(x, y, t) = D_s u(x, y, t) \quad (4.6)$$

As matrizes  $D_i (i = 0, \dots, 2)$  são formadas por operadores diferenciais, conforme mostrado nas matrizes da Equação (4.7).

$$D_b = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & z \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & z \cdot \left( \frac{\partial}{\partial y} \right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left( \frac{\partial}{\partial y} \right) & \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) & 0 & z \cdot \left( \frac{\partial}{\partial y} \right) & z \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \quad (4.7a)$$

$$D_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7b)$$

#### 4.2.2. O elemento *Serendipity*

O elemento finito do tipo *Serendipity* consiste em um elemento retangular de placa plana que apresenta 8 (oito) pontos nodais conforme mostrado na Figura 4.1 (SORIANO, 2002).

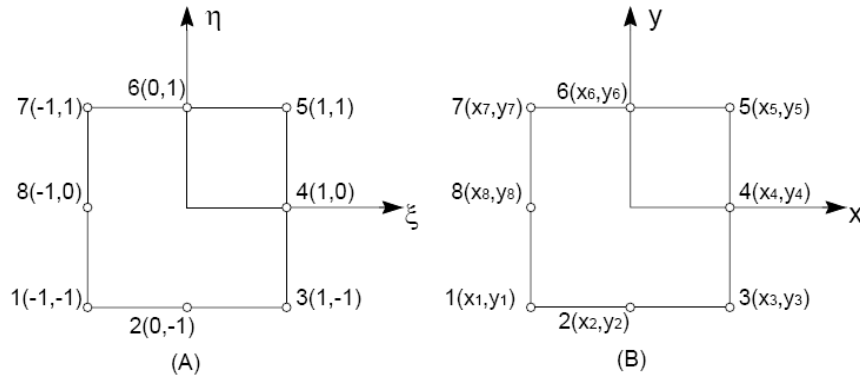


Figura 4.1 - Forma retangular do elemento empregado na formulação por elementos finitos (a) coordenadas locais; (b) coordenadas globais.

Existem relações entre as coordenadas globais e locais, deste elemento, dadas pelas Equações (4.8a) e (4.8b).

$$\xi = \frac{2x - x_8 - x_4}{x_8 - x_4} \quad (4.8a)$$

$$x = \frac{1}{2} [\xi(x_8 - x_4) + x_4 + x_8] \quad (4.8b)$$

$$\eta = \frac{2y - y_6 - y_2}{y_6 - y_2} \quad (4.9a)$$

$$y = \frac{1}{2} [\eta(y_6 - y_2) + y_6 + y_2] \quad (4.9b)$$

A matriz quadrada da Equação (4.10) é a matriz jacobiana que relaciona a derivada das funções de forma (Equações (4.8) e (4.9)) com relação às coordenadas globais com a derivada das funções de forma com relação às coordenadas locais.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (x_8 - x_4) & 0 \\ 0 & (y_6 - y_2) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

O Jacobiano é definido como o determinante da matriz Jacobiana, conforme expresso na Equação (4.11).



$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{(y_6 - y_8)(x_8 - x_4)}{4} \quad (4.11)$$

As funções de forma, que relaciona os deslocamentos em um ponto qualquer com os deslocamentos nos pontos nodais são:

$$N_1(\xi, \eta) = -\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1-\xi)(1+\xi)(1-\eta)$$

$$N_3(\xi, \eta) = -\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\xi)(1-\xi+\eta)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1+\xi)(1+\eta)(1-\eta) \quad (4.12)$$

$$N_5(\xi, \eta) = -\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(1-\xi+\eta)$$

$$N_6(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1-\xi)(1+\xi)(1+\eta)$$

$$N_7(\xi, \eta) = -\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta)$$

$$N_8(\xi, \eta) = \frac{1}{2}(1-\xi)(1+\eta)(1-\eta)$$

A escolha do elemento finito do tipo *Serendipity* se justifica devido ao fato de que ele apresenta um bom desempenho na modelagem de materiais compósitos e de estruturas inteligentes, conforme demonstrado nos trabalhos de Chee (2000).

As variáveis mecânicas apresentadas nas Equações (4.1), (4.5) e (4.6) são convertidas para a formulação em elementos finitos usando as funções de forma do elemento finito *Serendipity*(Equações (4.12)).

$$U(x, y, z, t) = A(z)N(\xi, \eta)u(t) \quad (4.13a)$$

$$\varepsilon_b(x, y, z, t) = D_b(z)N(\xi, \eta)u(t) = B_b(\xi, \eta, z)u(t) \quad (4.13b)$$

$$\varepsilon_s(x, y, z, t) = D_s N(\xi, \eta)u(t) = B_s N(\xi, \eta)u(t) \quad (4.13c)$$

Sendo que  $N(\xi, \eta)$  representa a matriz das funções de forma de dimensão  $5 \times 40$ , mostrado na Equação (4.12).

$$\begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_8 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

### 4.2.3. Obtenção das Matrizes de Massa e Rigidez

Utilizando as interpolações dos campos de deslocamentos e deformações, as expressões das energias cinéticas e deformação podem ser formuladas, respectivamente, como segue (LIMA, DIACENCO E CORREA, 2009):

$$\mathbf{K}_E(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T(t) \mathbf{M}^{(e)} \dot{\mathbf{u}}(t) \quad (4.15)$$

$$\mathbf{S}_E(t) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T(t) \mathbf{K}^{(e)} \mathbf{u}(t) \quad (4.16)$$

Sendo que:  $\mathbf{M}^{(e)}$  é a matriz elementar de massa e  $\mathbf{K}^{(e)}$  é a matriz elementar de rigidez, a qual foi separada em efeito de flexão-membrana e cisalhamento,  $\mathbf{K}^{(e)} = \mathbf{K}_b^{(e)} + \mathbf{K}_s^{(e)}$  e são expressas, respectivamente, como:

$$\mathbf{M}^{(e)} = \sum_{k=1}^n \int_{z=z_k}^{z_{k+1}} \int_{\xi=-1}^{\xi=+1} \int_{\eta=-1}^{\eta=+1} \rho_k N^T(\xi, \eta) A^T(z) A(z) N(\xi, \eta) \det(J) d\eta d\xi dz \quad (4.17)$$

$$\mathbf{K}_b^{(e)} = \sum_{k=1}^n \int_{z=z_k}^{z_{k+1}} \int_{\xi=-1}^{\xi=+1} \int_{\eta=-1}^{\eta=+1} \mathbf{B}_b^T(\xi, \eta, z) \mathbf{C}_b^{(k)}(\theta_k) \mathbf{B}_b(\xi, \eta, z) \det(J) d\eta d\xi dz \quad (4.18)$$

$$\mathbf{K}_s^{(e)} = \sum_{k=1}^n \int_{z=z_k}^{z_{k+1}} \int_{\xi=-1}^{\xi=+1} \int_{\eta=-1}^{\eta=+1} \mathbf{B}_s^T(\xi, \eta, z) \mathbf{C}_s^{(k)}(\theta_k) \mathbf{B}_s(\xi, \eta, z) \det(J) d\eta d\xi dz \quad (4.19)$$

Sendo que:  $\rho$  é a densidade,  $N^T(\xi,\eta)$  é a matriz transposta das funções de forma do elemento *Serendipity*,  $A^T$  é a matriz transposta da matriz  $A$ , expressa na Equação (4.3b),  $N(\xi,\eta)$  é a matriz das funções de forma,  $B_b^T$  e  $B_s^T$  são as matrizes transpostas dos operadores das Equações (4.7a) e (4.7b), respectivamente, aplicados as funções de forma do elemento *Serendipity* em coordenadas locais,  $B_b$  e  $B_s$  são as matrizes dos operadores em coordenadas locais e  $C_b(\theta)$  e  $C_s(\theta)$  são as matrizes dos coeficientes elásticos para um material ortotrópico para os efeitos de flexão-membrana e cisalhamento, mostrado nas Equações (4.20).

Deve-se efetuar uma mudança no sistema de coordenadas da matriz dos coeficientes elásticos de local (coordenadas do material devido a orientação das fibras) para global (sistema de referência) através de uma rotação de um ângulo  $\theta$  em torno do eixo  $z$  de acordo com as Equações (4.18a) e (4.18b), efetuado através de uma matriz de transformação  $T$ .

$$C_b^{(k)}(\theta_k) = T_b(\theta_k)C_b^{(k)}T_b^T(\theta_k) \quad (4.20a)$$

$$C_s^{(k)}(\theta_k) = T_s(\theta_k)C_s^{(k)}T_s^T(\theta_k) \quad (4.20b)$$

Para manter a concordância matemática da formulação, a matriz de transformação  $T$  foi separada em dois efeitos: flexão-membrana e cisalhamento (Equações (4.21a) e (4.21b)).

$$T_b = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \text{sen}^2(\theta) & 0 & -\text{sen}(2\theta) \\ \text{sen}^2(\theta) & \cos^2(\theta) & 0 & \text{sen}(2\theta) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sen}(\theta)\cos(\theta) & -\text{sen}(\theta)\cos(\theta) & 0 & \cos^2(\theta) - \text{sen}^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.21a)$$

$$T_s = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{sen}(\theta) \\ -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.21b)$$

As matrizes de transformação associadas aos efeitos de flexão membrana  $T_b$  e cisalhamento  $T_s$  podem ser parametrizadas, isto é, definindo-se, a orientação  $\theta_k$  das fibras da  $k$ -ésima camada, onde  $s_k = \sin\theta_k$  e  $c_k = \cos\theta_k$ , conforme as Equações (4.22a) e (4.22.b).

$$\mathbf{T}_b(\theta_k) = c_k^2 \mathbf{T}_{b_1} + \mathbf{T}_{b_2} + s_k c_k \mathbf{T}_{b_3} \quad (4.22a)$$

$$\mathbf{T}_s(\theta_k) = c_k \mathbf{T}_{s_1} + s_k \mathbf{T}_{s_2} \quad (4.22.b)$$

De modo análogo, as matrizes dos coeficientes elásticos também foram separadas  $C_b$  e  $C_s$  também em dois efeitos: flexão-membrana e cisalhamento (Equações (4.23a) e (4.23b)).

$$C_b = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.23a)$$

$$C_s = \begin{bmatrix} C_{44} & 0 \\ 0 & C_{55} \end{bmatrix} \quad (4.23b)$$

E, além disto, um procedimento de parametrização também foi efetuado, podendo-se obter as Equações (4.24a) e (4.24b).

$$C_b^{(k)}(\theta_k) = c_k^4 \bar{C}_{b_1}^{(k)} + c_k^2 \bar{C}_{b_2}^{(k)} + s_k c_k^3 \bar{C}_{b_3}^{(k)} + \bar{C}_{b_4}^{(k)} + s_k c_k \bar{C}_{b_5}^{(k)} + s_k^2 c_k^2 \bar{C}_{b_6}^{(k)} \quad (4.24a)$$

$$C_s^{(k)}(\theta_k) = c_k^2 \bar{C}_{s_1}^{(k)} + s_k c_k \bar{C}_{s_2}^{(k)} + s_k^2 \bar{C}_{s_3}^{(k)} \quad (4.24b)$$

Onde:

$$\begin{aligned} \bar{C}_{b_1}^{(k)} &= \mathbf{T}_{b_1} \bar{C}_b^{(k)} \mathbf{T}_{b_1}^T, & \bar{C}_{b_2}^{(k)} &= \mathbf{T}_{b_1} \bar{C}_b^{(k)} \mathbf{T}_{b_2}^T + \mathbf{T}_{b_2} \bar{C}_b^{(k)} \mathbf{T}_{b_1}^T, & \bar{C}_{b_3}^{(k)} &= \mathbf{T}_{b_1} \bar{C}_b^{(k)} \mathbf{T}_{b_3}^T + \mathbf{T}_{b_3} \bar{C}_b^{(k)} \mathbf{T}_{b_1}^T, \\ \bar{C}_{b_4}^{(k)} &= \mathbf{T}_{b_2} \bar{C}_b^{(k)} \mathbf{T}_{b_2}^T, & \bar{C}_{b_5}^{(k)} &= \mathbf{T}_{b_2} \bar{C}_b^{(k)} \mathbf{T}_{b_3}^T + \mathbf{T}_{b_3} \bar{C}_b^{(k)} \mathbf{T}_{b_2}^T, & \bar{C}_{b_6}^{(k)} &= \mathbf{T}_{b_3} \bar{C}_b^{(k)} \mathbf{T}_{b_3}^T, & \bar{C}_{s_1}^{(k)} &= \mathbf{T}_{s_1} \bar{C}_s^{(k)} \mathbf{T}_{s_1}^T, \\ \bar{C}_{s_2}^{(k)} &= \mathbf{T}_{s_1} \bar{C}_s^{(k)} \mathbf{T}_{s_2}^T + \mathbf{T}_{s_2} \bar{C}_s^{(k)} \mathbf{T}_{s_1}^T, & \text{e } \bar{C}_{s_3}^{(k)} &= \mathbf{T}_{s_2} \bar{C}_s^{(k)} \mathbf{T}_{s_2}^T. \end{aligned}$$

As matrizes elementares são calculadas para cada elemento da malha de elementos finitos e as equações globais do movimento são construídas levando-se em conta a conectividade dos nós, usando procedimentos padrões de montagem por elementos finitos

(Huebner et al. (1982) *apud* Diacenco (2010)). Após a montagem, a equação global do movimento no domínio do tempo é escrita conforme a Equação (4.25).

$$M\ddot{q}(t) + Kq(t) = f(t) \quad (4.25)$$

Sendo  $M = \bigcup_{e=1}^{nelem} M^{(e)}$  e  $K = \bigcup_{e=1}^{nelem} K^{(e)}$  as matrizes de rigidez global e de massa. O símbolo  $\bigcup$  indica a matriz de montagem,  $q(t)$  é o vetor de deslocamento global e  $f(t)$  é o vetor de cargas generalizadas.

A ordem das matrizes de massa e rigidez depende do número de graus de liberdade adotados no sistema. Assim, para um sistema de  $N$  graus de liberdade, as matrizes terão ordem  $N \times N$  e os vetores ordem  $N \times 1$ .

A Equação (4.25) pode ser expressa no domínio da frequência, considerando a condição de vibração livre. Considerando  $f(t) = 0$  tem-se a solução harmônica para a Equação (4.26).

$$\{q(t)\} = \{Q\} e^{i\omega t} \quad (4.26)$$

Derivando, duas vezes, a Equação (4.26) em função do tempo é possível obter a Equação (4.27).

$$\{\ddot{q}(t)\} = -\omega^2 \{Q\} e^{i\omega t} \quad (4.27)$$

Substituindo as Equações (4.26) e (4.27) na Equação (4.25), tem-se a Equação (4.28).

$$(K - \omega^2)\{Q\} = 0 \quad (4.28)$$

onde:

$\omega^2$  são os autovalores que representam o quadrado das frequências naturais;

$\{Q\}$  são os autovetores que representam os correspondentes deslocamentos dos seus respectivos modos.

Os modos de vibração podem ser obtidos pelas Equações (4.29) e (4.30).

$$[E^n]\{Q\} = \{0\} \quad (4.29)$$

$$[E^n] = [K] - \omega^2[M] \quad (4.30)$$

A matriz  $[E^n]$  varia de acordo com a frequência natural calculada, logo, é diferente para cada modo. Assim, para cada  $\omega_n$ , um modo de vibração pode ser calculado conforme a Equação (4.31).

$$\begin{bmatrix} e_{11}^n & \cdots & e_{1N}^n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{N1}^n & \cdots & e_{NN}^n \end{bmatrix} x \begin{Bmatrix} Q_{1n} \\ \vdots \\ Q_{Nn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.31)$$

Efetuada o cálculo do determinante de  $[E^n]$  e igualando a zero tem-se o problema de autovalor e autovetor. E a matriz modal do problema que possui  $N$  graus de liberdade é expressa conforme a matriz dada na Equação (4.32).

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \cdots & \varphi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{N1} & \cdots & \varphi_{NN} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Cada coluna da matriz na Equação (4.32) representa um modo de vibração e cada linha é referente ao deslocamento relativo de um grau de liberdade (JULIANI, 2014).

### 4.3. Representação do amortecimento inerente

Materiais compósitos reforçados com fibras apresentam mecanismos de amortecimento inerente associados ao comportamento viscoelástico das matrizes poliméricas e também a outros mecanismos de dissipação interna (DIACENCO, 2010). Foi assumido que o material compósito apresenta amortecimento inerente, representado pelos módulos complexos e independentes da frequência de excitação, conforme a equações mostradas em (4.33).

$$\begin{aligned} E &= E^i (1 + i\eta) \\ G &= G^i (1 + i\eta) \end{aligned} \tag{4.33}$$

A introdução deste amortecimento inerente é realizada considerando as Equações (4.32) na matriz dos coeficientes elásticos.

## Capítulo 5

### Maximização da Probabilidade de Detecção de Danos

#### 5.1. Aspectos Gerais

Problemas de otimização topológica podem ser utilizados desde a sua aplicação tradicional, que consiste na busca da melhor distribuição de massa em determinada estrutura com o objetivo de melhorar alguma propriedade ou resposta específica, a problemas que analisam a melhor distribuição de sensores piezoelétricos com o objetivo de obterem um controle de vibrações mais efetivo. A busca da melhor distribuição de sensores foi realizada no trabalho de Wang e Wang (2000), onde analisaram o controle de vibração torcional aplicados a placas compósitas.

O problema da maximização da probabilidade de detecção de danos consiste em um problema de identificação e localização de danos em estruturas que pode ser solucionado através de técnicas de otimização topológica aplicada à configuração de sensores. Nesse sentido, busca-se formular uma metodologia que analise o número, posicionamento e tipo de sensores a ser aplicado em estruturas, bem como analisar os fatores e/ou parâmetros que influenciam nesta configuração, tais como método numérico aplicado à resolução deste problema e as condições de contorno que são impostas.

A técnica de otimização topológica consiste em um método computacional que permite, de acordo com determinado critério a ser especificado no projeto, buscar a topologia ótima de uma estrutura. É um método responsável por efetuar a distribuição do material dentro de um domínio fixo de forma a maximizar ou minimizar a função objetivo de um projeto de estruturas (BENDSOE e SIGMUND, 2003).

A otimização topológica faz parte da área da otimização estrutural, a qual é dividida em: otimização paramétrica, onde as variáveis de projeto são as dimensões da peça; otimização de forma, isto é, altera-se a forma da estrutura de modo a encontrar o ótimo da mesma de acordo com as condições iniciais e restrições impostas no projeto e, por último,



otimização topológica que consiste em distribuir o material dentro da estrutura para encontrar a melhor topologia da mesma.

O método de otimização topológica pode ser também aplicado na análise do número e posicionamento de sensores dentro de uma estrutura a fim de maximizar a probabilidade de detecção de dano. Logo se pode utilizar os Algoritmos Genéticos como técnica de otimização aplicada a análise da topologia dos sensores.

O procedimento para implementação da otimização topológica para encontrar a melhor distribuição de material em estrutura pode ser formulado e desenvolvido impondo níveis hierárquicos que consistem em um conjunto de informações do problema que serão trabalhadas de modo a priorizar determinada sequência de informações deste problema. Por exemplo, a otimização topológica quando aplicada na busca da melhor distribuição de massa na estrutura pode ser realizada da seguinte forma: primeiro define-se o domínio a qual a estrutura pode existir e, então, efetua-se a discretização da mesma, após o procedimento de definição do domínio e sua discretização, aplicam-se as condições de contorno e, por último realiza-se a distribuição do material. Este procedimento pode ser realizado de maneira análoga para análise da distribuição de sensores dentro de uma estrutura aplicada para a maximização da probabilidade de detecção de danos.

Para o desenvolvimento da metodologia do problema da maximização da probabilidade de detecção de danos, desenvolvida neste trabalho, foi considerado os seguintes níveis hierárquicos:

- Nível 1: Definir a malha de elementos finitos;
- Nível 2: Aplicar as condições de contorno;
- Nível 3: Definir o defeito (tamanho do defeito e tipo de defeito);
- Nível 4: Definir o número de sensores;
- Nível 5: Localização dos sensores;
- Nível 6: Analisar o tipo de sensor.

Os níveis hierárquicos podem, ainda, apresentar subníveis dependendo do que será formulado e analisado, por exemplo, para o nível 3 deve ser considerado o tipo do dano (perda de rigidez), a extensão do dano e sua localização.

Com os níveis hierárquicos definidos e fixados, pode-se simular o dano analisando a melhor configuração dos sensores com o objetivo de maximizar a sua probabilidade de detecção. Se o resultado encontrado for insatisfatório os níveis hierárquicos devem ser

variados, pois existe uma relação entre o procedimento de detecção do dano com o número de sensores, localização bem como o tipo de sensores. Além disto, o modo como foi discretizada a malha e como as condições de contorno são aplicadas também influenciam no resultado final.

Logo, para maximizar a probabilidade de identificação e localização de danos, não basta apenas fixar os níveis hierárquicos a fim de encontrar um resultado para o problema de detecção, tais níveis devem ser variados de acordo com determinado problema. Diante disto, para a formulação e análise da topologia dos sensores para a maximização da probabilidade de detecção de danos aplicada na placa compósita reforçada com fibras, os níveis hierárquicos foram fixados e, após a obtenção do resultado, os níveis hierárquicos tomados como maior prioridade foram variados na busca do melhor resultado, o que será detalhado nas seções seguintes. Entretanto, antes de se realizar a discussão a respeito da topologia dos sensores é necessário abordar o procedimento da modelagem do dano.

## **5.2. Modelagem do Dano**

A partir do desenvolvimento da metodologia de elementos finitos aplicada a uma placa compósita, é possível coletar as informações modais da placa e, então formular o problema de detecção de danos.

O dano foi modelado assumindo-se uma redução de rigidez da placa. Esta redução de rigidez pode ser adotada para um ou vários elementos (finitos) da placa, conforme vários trabalhos apresentados na literatura, tais como, Fanning e Carden (2003) e Lee e Wooh (2005).

A redução da rigidez tem como consequência uma variação em todo conjunto de frequências naturais do modelo, bem como, os deslocamentos dos seus respectivos modos de vibrar. Logo, para formular o problema de detecção de dano pode-se utilizar destas informações (frequências naturais e deslocamentos associados aos respectivos modos) para realizar a detecção de dano, utilizando Redes Neurais Artificiais e Algoritmos Genéticos.

Para a determinação dos parâmetros desconhecidos do dano, foi necessária a modelagem do problema direto obtendo-se as matrizes de rigidez e de massa, para com isto solucionar o problema de autovalor e autovetor. Para formular o problema de detecção de danos foi realizada uma redução de rigidez local, isto é, a redução da rigidez de determinados elementos finitos que foram escolhidos para a implementação do problema. Esta redução foi

simulada como sendo o valor da rigidez sem o dano multiplicado por um fator  $\alpha$ , conforme expresso na Equação (5.1).

$$K_d^e = (1 - \alpha)K_{nd}^e, \quad \alpha \leq 1 \quad (5.1)$$

Onde:

$K_d^e$  representa a rigidez elementar do elemento danificado;

$K_{nd}^e$  representa a rigidez elementar do elemento não danificado;

$\alpha$  representa o fator de redução de rigidez.

É importante ressaltar que a redução de rigidez em determinado elemento e/ou região deste elemento afeta outros elementos finitos vizinhos, o que deve ser considerado no problema de detecção de danos. Para modelar o dano foi considerada a redução de rigidez de determinado nó, conseqüentemente há uma redução de rigidez em torno deste nó, logo pode-se definir uma região a qual pertence ao dano, conforme o exemplo ilustrado na Figura 5.1.

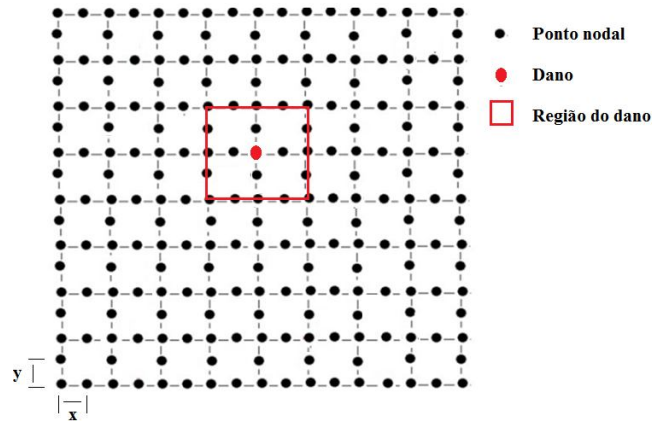


Figura 5.1 – Esquema da modelagem do dano.

A Figura 5.1 ilustra uma placa discretizada por elementos finitos de oito nós (elemento *Serendipity*), a distância de cada nó na direção  $x$  é igual à distância de cada nó na direção  $y$ . A redução da rigidez realizada para um ponto nodal tem como consequência a alteração da rigidez ao redor deste ponto, logo se deve estimar esta região e, adotá-la como sendo a região correspondente ao dano, de acordo com isto, o algoritmo implementado deve ser capaz de identificar esta região. Ainda dentro deste contexto, é importante ressaltar que a diminuição desta região permitirá um aumento da probabilidade de sucesso, assim como uma diminuição

desta região pode aumentar a probabilidade de falha, podendo-se dizer que o sensor pode identificar erroneamente um elemento que não esteja danificado (falso-negativo) ou mesmo não identificar e localizar o dano para um elemento danificado (falso-positivo) (VILLALBA, 2012).

Realizada a redução de rigidez local, o problema de autovalor e autovetor foi resolvido novamente para a obtenção do novo conjunto de frequências naturais que será utilizado para a formulação das Redes Neurais Artificiais e dos Algoritmos Genéticos.

Para a implementação da rede neural foram utilizadas as frequências naturais alteradas, que são aplicadas nos dados de entrada da rede e, como dado de saída, tem-se a localização (coordenadas  $(x;y)$ ) do dano. Reduções de rigidez de diferentes amplitudes e em diferentes locais na placa foram efetuadas para se obter estas frequências naturais modificadas. Após a definição dos dados de entrada e saída da rede, o próximo passo consiste em treinar a rede.

O treinamento da rede foi realizado por meio de um algoritmo de treinamento que relaciona as entradas com as saídas da rede, após ter definido o número de neurônios em cada camada. Este mesmo procedimento realizado para as frequências naturais foi repetido para os deslocamentos verticais em relação ao plano médio da placa em pontos selecionados. Estes deslocamentos foram utilizados como dados de entrada de uma nova rede neural que foi treinada e depois simulada.

Para o desenvolvimento do problema de detecção de danos por meio dos Algoritmos Genéticos foram utilizados os deslocamentos verticais em relação ao plano médio da placa que constituirão a população do algoritmo.

### **5.3. Análise da Topologia dos Sensores**

A análise e a formulação de modelos que avaliam a topologia de redes de sensores aplicada ao monitoramento da integridade estrutural é um tema muito abordado pela comunidade científica. Trabalhos como Kernicky e Whelan (2012), que analisaram topologias de sensores alternativas para abordar o problema de detecção de danos baseado no conceito de energia de deformação modal, e Marini *et al.* (2013), que efetuaram uma pequena discussão acerca da otimização topológica aplicada ao monitoramento da saúde estrutural de compósitos considerando o problema de delaminação e demonstraram que a distribuição de sensores igualmente espaçados não representa a melhor configuração para representar este tipo de

dano, podem ser citados. Associado ao problema de detecção de danos em estruturas compósitas, nota-se uma grande variedade de trabalhos voltados a discutir o problema de delaminação. Visto que, a literatura atual apresenta muitos trabalhos voltados para a detecção de danos em compósitos, no contexto da delaminação, a busca de uma técnica que considere outro tipo de dano, tal como a perda de rigidez, combinada com a avaliação do número e do posicionamento de sensores demonstra-se significativa para a comunidade acadêmica, o que motiva o desenvolvimento deste trabalho.

O monitoramento da saúde estrutural utilizando respostas dinâmicas do sistema através de um número limitado de sensores é de grande importância na engenharia, pois a análise da integridade estrutural tem implicações sociais e econômicas. Nesse aspecto, a análise do número e posicionamento dos sensores torna-se indispensável (SAKARIS, SAKELLARIOU E FASSOIS, 2013).

Formular uma metodologia que seja capaz de identificar e localizar o dano e, além disto, prever o número e posicionamento dos sensores conduz a um problema de maximização da probabilidade de detecção de dano. A maximização da probabilidade de identificação e localização de danos, proposta neste trabalho, manterá fixos dois níveis hierárquicos: a discretização da malha de elementos finitos e as condições de contorno, os outros níveis serão mantidos fixos inicialmente para a obtenção de resultados e, após isto eles serão variados para maximizar a probabilidade de detecção de danos na estrutura compósita. A topologia dos sensores é analisada considerando os níveis hierárquicos 4, 5 e 6.

A detecção de danos baseada nas respostas dinâmicas da estrutura requer um tipo de sensor que efetue a leitura dos parâmetros que estão sendo alterados quando há uma redução de rigidez. Para o monitoramento das vibrações, as medições mais importantes são relativas ao deslocamento, velocidade e aceleração, tais grandezas podem ser relacionadas utilizando procedimentos de cálculo (derivação ou integração). Neste caso, deve-se utilizar um sensor de movimento, sendo que o mais comum é um acelerômetro.

No caso da presente tese, para simular a presença dos sensores e analisar sua configuração, a rede neural foi treinada utilizando os deslocamentos verticais em relação ao plano médio da placa, estes deslocamentos representam as amplitudes do movimento. Estes mesmos deslocamentos também foram utilizados para compor a população dos Algoritmos Genéticos.

Os deslocamentos verticais podem ser representados a partir de uma resposta para um sistema livre não amortecido que pode ser expressa por um sinal senoidal que represente a posição em função do tempo conforme expresso pela Equação (5.2).

$$x(t) = X \text{sen}(\omega t) \quad (5.2)$$

Sendo:

$x(t)$  representa a posição em relação ao tempo;

$X$  representa a amplitude do movimento [m];

$\omega$  representa a frequência natural [rad/s];

$t$  representa o tempo [s].

Para obter a aceleração do sistema deriva-se duas vezes a Equação (5.2) obtém-se a resposta do acelerômetro:

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \quad (5.3)$$

Sendo:  $a(t)$  a aceleração em relação ao tempo.

Visto que o acelerômetro mede as respostas no domínio do tempo é necessário efetuar uma Transformada Rápida de Fourier para obterem-se as respostas no domínio da frequência. A Transformada Rápida de Fourier se tornou a ferramenta mais importante para análise de sinais, pois consegue avaliar um amplo espectro de frequências (KURKA, 2015).

A presença do acelerômetro no modelo formulado para um caso real alteraria a rigidez e a massa da placa, no caso do presente trabalho os sensores foram idealizados, isto é, foi considerado que a presença dos sensores não afeta a rigidez e a massa da placa compósita.

Para um caso prático real deve ser efetuado um levantamento dos tipos de sensores, pois existem vários tipos de sensores podendo-se citar sensores ativos e passivos. Os sensores ativos requerem que uma fonte externa de energia seja utilizada para sua operação, sensores laser e extensômetros, por exemplo, se enquadram nesta classe. Enquanto que, os sensores passivos não necessitam de uma fonte de energia adicional, gerando um sinal elétrico em resposta a um estímulo externo, como por exemplo, sensores piezoelétricos (OGATA, 1998).

Para o caso de validação experimental futura deste trabalho de tese, os sensores indicados seriam sensores laser, pois não afetarem a massa e a rigidez da placa.

Na formulação de um modelo numérico se faz necessária a consideração de incertezas que podem estar presentes no modelo e que estão relacionados à:

- Parâmetros estruturais;
- Ao modo de discretização do modelo;
- Condições de contorno;
- Incertezas nos parâmetros modais.

Além disto, os sensores também apresentam erros no valor medido que devem ser considerados na análise. Nesse sentido, foram considerados três tipos de casos de modo a representar o desempenho dos sensores:

- Caso I: o sensor identifica o dano e localiza a região do dano, com certa precisão;
- Caso II: o sensor identifica erroneamente um elemento não danificado;
- Caso III: o sensor não identifica o dano.

Para o Caso I, foi adotado como sucesso na detecção do dano duas situações, a saber: primeiro quando o sensor identifica e localiza a região do dano, segundo quando o sensor identifica e localiza o dano próximo da região do dano. Para o Caso II o sensor efetua a identificação do dano, porém não consegue localizá-lo na região danificada. E por último, o sensor não identifica a região do dano, o que consistirá na situação descrita pelo Caso III. É importante ressaltar que esta análise é qualitativa e, se faz necessário definir a região do dano do problema, a qual foi definida na Seção 5.2 e mostrada na Figura 5.1.

A detecção de danos foi também analisada em termos das variações das frequências naturais do modelo e, neste caso, o número e o posicionamento de sensores não foram avaliados e, esta mesma abordagem em relação a consideração dos três tipos de casos pode ser aplicada para representar o desempenho desta metodologia, isto é:

- Caso I: com a metodologia utilizada pode identificar o dano e localizar a região do dano, com certa precisão;
- Caso II: o resultado apresentado com a metodologia aplicada identifica erroneamente um elemento não danificado;
- Caso III: a metodologia não identifica o dano.

A questão dos tipos de casos que a metodologia poderá apresentar pode estar associada, por exemplo, as quais foram os valores e/ou posições escolhidas para compor os dados de entrada da rede neural e a população dos algoritmos genéticos. Além disso, a escolha dos parâmetros de entrada da técnica computacional se deve a testes iniciais e a realização de várias simulações para conseguir descobrir a melhor configuração.

Na metodologia de detecção de danos utilizando redes neurais artificiais não há como abordar o problema da maximização da probabilidade de identificação e localização de danos, pois a rede é executada apenas uma vez para cada caso de dano considerado, frente a isto, pode-se avaliar o desempenho da rede para identificar e localizar o dano. Enquanto que, com a utilização dos Algoritmos Genéticos é possível efetuar uma contagem de casos, pois os Algoritmos Genéticos podem ser executados para um mesmo caso várias vezes a fim de calcular a probabilidade de sucesso e probabilidade de falha, além de realizar a discussão a cerca dos tipos de erros considerados neste trabalho.

## **5.4. Escolha do posicionamento dos sensores**

A otimização topológica aplicada à detecção de danos consiste em maximizar a probabilidade de detecção de danos a partir da busca e análise de todas as configurações de sensores possíveis, o que demanda em um alto custo computacional, pois exige uma análise modal para cada topologia.

A construção do modelo de elementos finitos para a estrutura que represente as respostas dos sensores, considerando a estrutura sem dano e com dano, pode ser utilizada para analisar a topologia dos sensores utilizando Algoritmos Genéticos. No problema proposto, o AG foi executado para a contagem de sucessos e fracassos na detecção do dano dentro de uma região estabelecida pela restrição imposta.

As respostas dos sensores podem ser obtidas a partir da matriz modal tomando-se o cuidado de não posicionar os sensores em algum nó modal utilizando a matriz modal apresentada na Equação 4.2, o que prejudicará a identificação e localização do dano.

Em um caso prático é inviável a utilização de um grande número de sensores, sendo necessário analisar um número e um posicionamento estratégico de sensores para maximizar a probabilidade de detecção de danos. Outra questão é que, em muitas situações a



disponibilidade de sensores é insuficiente para o número de pontos necessários na monitoração.

## Capítulo 6

### Aplicações numéricas utilizando Redes Neurais Artificiais

#### 6.1. Considerações iniciais

Nesta seção discute-se os resultados obtidos por meio da formulação do modelo direto e inverso utilizando as Redes Neurais Artificiais. Inicialmente foi implementado numericamente o método de elementos finitos para a representação do comportamento mecânico da placa compósita obtendo-se as frequências naturais da placa e os deslocamentos verticais, constituindo o estado não danificado da placa. Outra implementação foi elaborada considerando uma redução de rigidez local em determinado ponto nodal, sendo possível também obter as frequências naturais e os deslocamentos verticais que terão amplitudes diferentes da consideração não danificada.

A estratégia a ser seguida foi construir diversos modelos de placa com sensores, cada qual definindo uma topologia de sensores em particular, com o objetivo de avaliar o desempenho derivados de cada um deles, com base nas restrições estabelecidas no Capítulo 5. Esta estratégia, embora seja a mais geral, exige um modelo de elementos finitos e análise modal para cada topologia, o que implica em um alto custo computacional.

A principal limitação reside no fato de as topologias disponíveis estarem condicionadas ao número fixado de sensores e à geometria da estrutura.

##### 6.1.1. Características do problema direto formulado

Para a análise da metodologia de detecção de danos formulada neste trabalho considera-se uma placa plana compósita composta por uma camada unidirecional de espessura de 0,004 m com lados  $L_x = L_y = 0,20$  m conforme a Figura 6.1(a). A Figura 6.1(b)

mostra a discretização do modelo de elementos finitos composto por 64 elementos de placa plana. A orientação da fibra desta camada foi adotada como 45°.

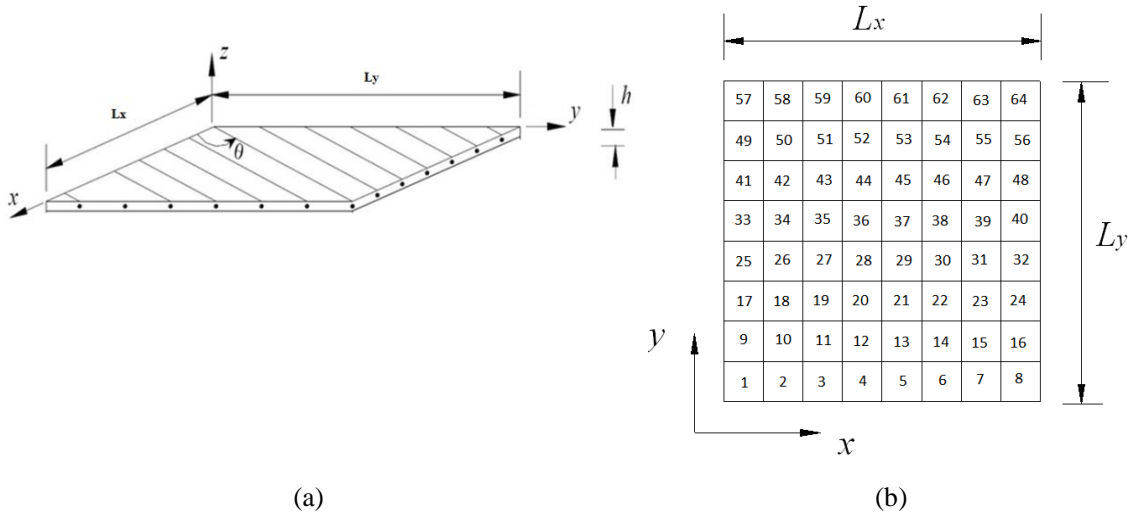


Figura 6.1 –(a) Placa compósita; (b) Discretização da placa.

Os valores das propriedades do material desta camada compósita e são fornecidos nas referências de Lima, Diacenco e Correa (2009) e Diacenco, Lima e Correa(2013) e estão mostradas na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Propriedades da placa compósita reforçada com fibras

Propriedades dos materiais	Valores
$E_1$ (GPa)	172,4
$E_2=E_3$ (GPa)	6,89
$G_{12}$ (GPa) = $G_{13}$ (GPa)	3,45
$G_{23}$ (GPa)	1,38
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0,25
$\nu_{23}$	0,30
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1566

A condição de contorno adotada para a placa foi a condição de simplesmente apoiada (CORREIA, 2002), isto é:

- Para as bordas da placa paralelas ao eixo x:  $u_0 = w_0 = \psi_x = 0$ ;
- Para as bordas da placa paralelas ao eixo y:  $v_0 = w_0 = \psi_y = 0$ .

### 6.1.2. Influência do Amortecimento Inerente

A aplicação numérica apresentada nesta seção tem o objetivo de analisar a influência do amortecimento inerente através da comparação das Funções de Resposta em Frequência (FRFs) originadas modelo direto. O valor do fator de perda ( $\eta$ ) adotado para todos os módulo foi de 0,0001.

Os cálculos consistem em obter as FRFs pontuais associadas ao deslocamento transversal do ponto  $I$ , escolhido arbitrariamente, e indicado na Figura 6.2.

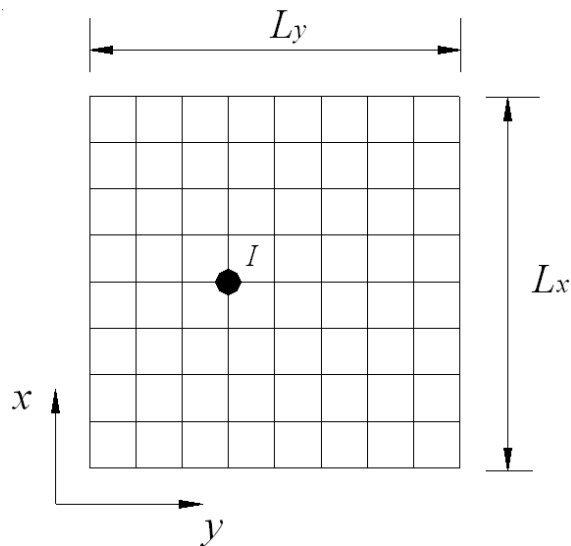


Figura 6.2 – Discretização por elementos finitos – deslocamento transversal.

A Figura 6.3 ilustra as amplitudes da função de resposta em frequência da estrutura composta laminada contendo amortecimento inerente, mostrando as quatro primeiras frequências naturais da placa. Na mesma figura são mostradas as amplitudes da FRF da estrutura sem considerar o efeito do amortecimento. Nota-se que a consideração do amortecimento inerente da estrutura é bastante relevante em termos da atenuação dos níveis de vibração correspondentes aos picos de ressonância.

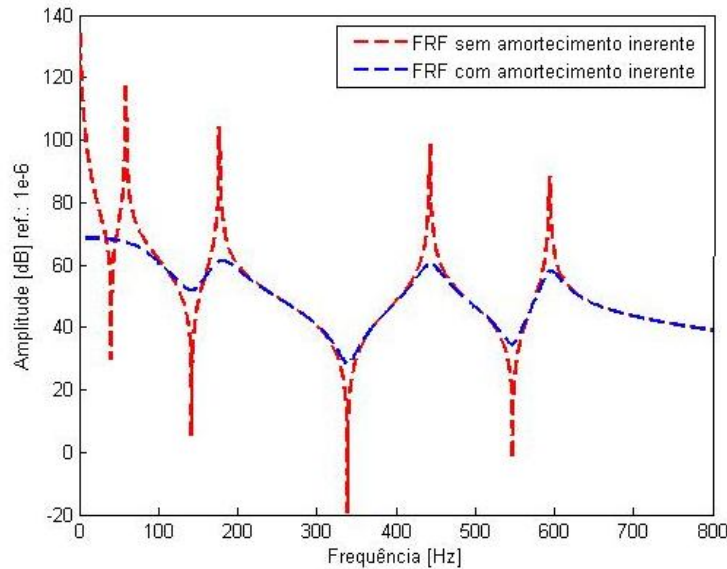


Figura 6.3– FRFs da placa composta laminada com e sem amortecimento inerente.

Para efeito de validação numérica do problema direto aplicado à placa compósita, foram utilizados os trabalhos de Diacenco, Lima e Otoni (2011) e Diacenco, Fonseca e Diniz (2014) que fizeram uso da teoria FSDT combinada com um elemento de placa plana retangular do tipo *Serendipity* contendo oito nós e cinco graus de liberdade por nó para analisar o comportamento mecânico de um material compósito estrutural do tipo laminado.

## 6.2. Análise da Influência da Redução de Rigidez e das Frequências Naturais utilizando as Rede Neurais Artificiais

Visto que a redução da rigidez tem como consequência uma variação em todo conjunto de frequências naturais do modelo, foram estabelecidos como referência, para fins de detecção de dano, quatro conjuntos de frequências naturais (escolhidos em 4 pontos pré-estabelecidos), cada qual contendo cinco valores de frequências naturais, que são as respostas do modelo de elementos finitos quando se reduz a rigidez relacionada à região que contém os pontos nodais que foram escolhidos para compor a rede neural. Diante disto, para cada redução de rigidez associada a determinado ponto nodal tem-se que todas as frequências naturais do modelo estarão diferentes das frequências naturais iniciais (sem a redução de rigidez).

A escolha destes quatro conjuntos de frequências naturais se justifica pelo fato da placa compósita reforçada com fibras ter sido discretizada em 64 elementos finitos, cada qual com 8 nós e 5 graus de liberdade por nó, ao todo tem-se 225 nós e 1125 graus de liberdade, resultando em 1125 frequências naturais, que consiste em um conjunto muito grande para ser implementando computacionalmente.

A matriz de rigidez local associada aos pontos nodais escolhidos foi reduzida de 20%, 40% e 80% em relação ao seu valor inicial. De acordo com isto, tem-se que o nível hierárquico 3 será analisado, pois a extensão do dano será alterada para a análise do desempenho da metodologia aplicada. Além disto, será analisado a influência do conjunto de frequências naturais que serão utilizados para compor os dados de entrada da rede, bem como, o posicionamento do dano simulado que também faz parte do nível 3 de informação.

A discretização por elementos finitos e as condições de contorno aplicadas, que pertencem aos níveis hierárquicos 1 e 2, serão mantidas fixas, então a identificação e a localização do dano, bem como a análise da topologia dos sensores serão analisados por meio dos outros níveis por serem mais relevantes para a formulação proposta.

### 6.2.1. Influência da redução da rigidez em 20% e avaliação das frequências naturais

Nesta aplicação, para poder treinar a rede neural realizou-se uma redução na matriz de rigidez local em regiões da placa que contém os seguintes pontos nodais: 16, 26, 34, 50, 62, 70, 82, 104, 130, 148, 156, 165 e 192, conforme a Figura 6.2, que ilustra a malha de elementos finitos com os respectivos pontos nodais considerados nesta primeira aplicação.

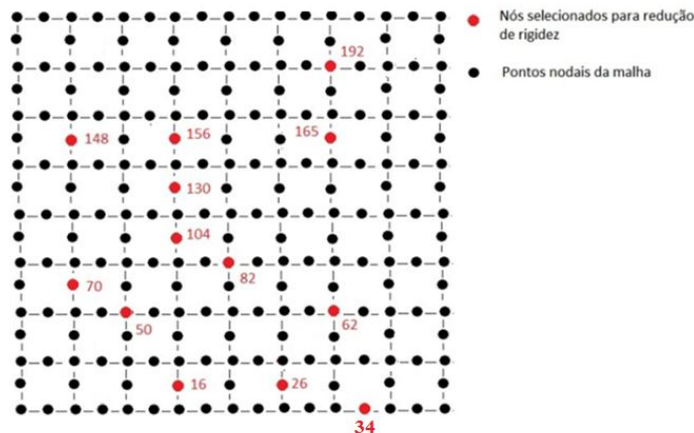


Figura 6.4– Esquema da malha de elementos finitos ilustrando os pontos nodais dos dados de entrada da rede.

Os dados de entrada, para este caso, foram as frequências naturais modificadas quando se reduz a rigidez dos elementos que contém os pontos nodais da Figura 6.4. E como dado de saída foi considerada a posição de um ponto nodal que não pertence ao processo de treinamento da rede neural, como o ponto nodal 174, de modo a validar o resultado obtido.

Logo, a rede neural artificial deve ser capaz de encontrar uma posição próxima a este ponto nodal, pois uma redução de rigidez local afeta as proximidades de elementos finitos vizinhos, está região foi tomada como mostrado na Equação (6.1).

$$\begin{aligned} (x \pm 0,0250) \\ (y \pm 0,0250) \end{aligned} \tag{6.1}$$

Da Equação (6.1) tem-se que as coordenadas  $(x;y)$  de um ponto nodal que possui a rigidez reduzida.

A Tabela 6.2 mostra a posição  $x$  e  $y$  de cada ponto nodal escolhido de acordo com a discretização do modelo de elementos finitos da Figura 6.4.

Tabela 6.2 – Coordenadas  $x$  e  $y$  dos pontos nodais selecionados para análise

Ponto nodal	Coordenada $x$ do nó [m]	Coordenada $y$ do nó [m]
16	0,0750	0,0125
26	0,1250	0,0125
34	0,1625	0
50	0,0500	0,0500
62	0,1500	0,0500
70	0,0250	0,0625
82	0,1000	0,0750
104	0,0750	0,8750
130	0,0750	0,1125
148	0,0250	0,1375
156	0,0750	0,1375
165	0,1500	0,1375
192	0,1500	0,1750

A Tabela 6.3 mostra a posição do nó 174 com o objetivo de comparar o valor de suas coordenadas com o valor que será encontrado pela rede neural artificial após a redução de rigidez local.

Tabela 6.3 – Coordenadas  $x$  e  $y$  dos ponto nodal escolhido como dano

Ponto nodal	Coordenada $x$ do nó [m]	Coordenada $y$ do nó [m]
174	0,0250	0,1625

A Figura 6.5(a) mostra a posição dos dados de entrada da rede utilizados para seu treinamento juntamente com a posição real do ponto 174 (representada em asterisco). Por meio da realização da redução de rigidez local de 20%, em relação ao valor da rigidez inicial, a rede foi treinada utilizando as frequências naturais correspondentes a redução de rigidez e, foi possível encontrar as seguintes coordenadas nodais para a posição 174: (0,0514; 0,1826) m que são mostradas na Figura 6.5(b), esta posição foi o resultado obtido pela rede.

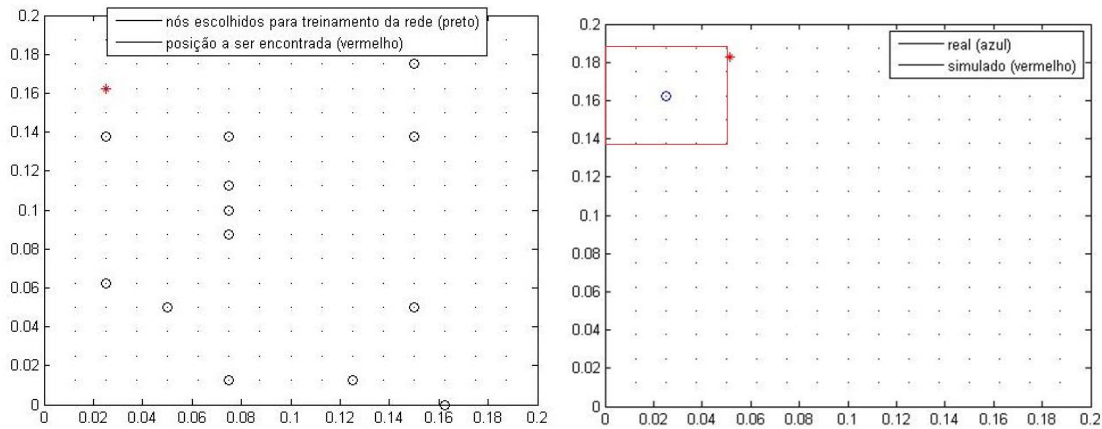


Figura 6.5 – (a) Posição (x,y) dos pontos nodais; (b) Posição real e simulada do nó 174, utilizando 13 pontos e redução local de 20% da rigidez.

Da Figura 6.5(b) evidencia-se, qualitativamente que, para uma redução de 20% sobre o valor da rigidez local, não é possível encontrar a posição exata do dano, devido a presença de erros inerentes, mas uma região próxima ao dano, pois quando reduz-se a rigidez local de determinada região do elemento afeta-se as proximidades desta região, logo com a metodologia formulada consegue identificar e localizar o dano próximo da região do dano, o que está associado ao Caso I descrito no Capítulo 5.

Visto que, a escolha dos dados de entrada pode influenciar no desempenho da metodologia e para verificar se existe uma influência significativa no aumento de um dado de entrada da rede em relação ao resultado final, foi reduzida a rigidez da região que compreende o nó 9 da malha de elementos finitos e, com isto obteve o resultado apresentado na Figura 6.6. As coordenadas encontradas para o nó 174 foram (0,0639; 0,1578) m, pode-se perceber respectivamente que, houve um aumento no valor da coordenada  $x$  e uma redução da coordenada  $y$  em relação ao resultado ilustrado na Figura 6.5(b), o que torna este resultado menos satisfatório em relação ao resultado anterior, mas foi possível identificar o dano próximo da região estipulada como danificada.



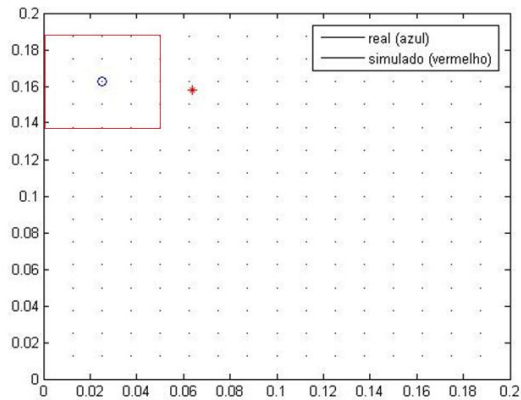


Figura 6.6 – Posição real e simulada do nó 174, utilizando 14 pontos nodais.

As Tabelas 6.4 e 6.5 mostram, respectivamente, os valores das frequências naturais antes e após a redução de 20% da rigidez. Nota-se da Tabela 6.4 que cada conjunto contém cinco frequências naturais, sendo que, o Conjunto 1 possui as frequências naturais menores, o Conjunto 2 apresenta valores moderados de frequências naturais e os Conjuntos 3 e 4 apresentam frequências de ordem mais elevada.

Tabela 6.4 – Conjuntos de frequências naturais [Hz] escolhidos como referência

Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4
361,24	4133,45	30598,14	40886,41
427,06	4166,46	30657,54	40894,67
447,32	4172,87	30706,07	40913,41
459,10	4193,81	30749,04	41317,95
469,02	4234,11	30878,68	41525,89

Tabela 6.5 – Valores dos quatro conjuntos de frequências naturais [Hz] analisando a redução da rigidez local de 20%

Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4
420,34	4127,45	30589,29	40866,38
439,76	4154,65	30639,54	40876,47
450,84	4172,58	30653,41	40890,13
460,86	4191,09	30712,47	41317,88
499,02	4230,84	30877,58	41514,80

A Tabela 6.6 mostra as frequências naturais relativas dadas pela Equação (6.2).

$$f_r = \left| \frac{f_d - f_a}{f_a} \right| \quad (6.2)$$

Sendo:

$f_r$  é definido como frequência relativa;

$f_a$  é definida como a frequência antes da redução da rigidez;

$f_d$  é definida como a frequência após da redução da rigidez;

Tabela 6.6– Valores das frequências naturaisrelativas

<b>Valores em [%] frequências naturais relativa</b>			
<b>Conjunto 1</b>	<b>Conjunto 2</b>	<b>Conjunto 3</b>	<b>Conjunto 4</b>
16,360	0,145	0,029	0,0489
2,970	0,284	0,058	0,0700
0,7870	0,007	0,171	0,0445
0,383	0,065	0,120	0,0002
6,396	0,077	0,004	0,0003

É possível notar da Tabela 6.6 que as variações das frequências naturais foram baixas, exceto para alguns valores das frequências naturais pertencentes ao Conjunto 1, o que é previsto em resultados apresentados na literatura, Barber (1992) afirma que, em um sistema contínuo, cada grau de liberdade está associado a um modo de vibrar e a uma frequência natural, sendo que geralmente apenas as primeiras frequências tem importância prática. Mas, a fim de verificar se esta afirmação procede na detecção de danos utilizando as Redes Neurais Artificiais foram desconsiderados do treinamento da rede as frequências naturais relacionadas aos Conjuntos 2, 3 e 4 e, o resultado está ilustrado na a Figura 6.7, onde se pode perceber que nem mesmo a região que compreende o dano foi encontrada.

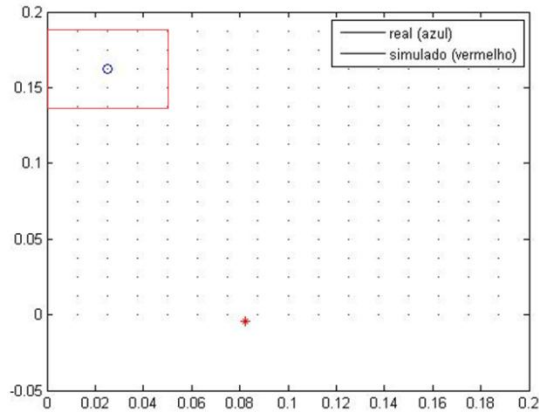


Figura 6.7– Posição real e simulada do nó 174, utilizando 14 pontos.

Logo, pode-se notar que o resultado foi insatisfatório, ou seja, a presença de quatro conjuntos de frequências naturais que são as respostas da redução de rigidez local associadas aos pontos nodais escolhidos, se mostram extremamente significativas no treinamento da rede neural e, conseqüente para a detecção de dano.

Salawu (1997) afirma que, para localizar o dano utilizando como parâmetro as frequências naturais do modelo seria necessária ao menos uma variação de 5% nos valores das frequências naturais, mas, associando-se a técnica de elementos finitos com as redes neurais artificiais, deste trabalho, foi possível encontrar resultados satisfatórios, conforme evidenciado nas Figuras 6.5(b) e 6.6.

### 6.2.2. Influência da redução da rigidez em 40%

Nesta segunda aplicação foi realizada uma redução de rigidez local de 40%, variando-se com isto a extensão do dano que pertence ao nível hierárquico 3. O treinamento da rede neural também foi o mesmo para fins comparativos, isto é, efetuou-se uma redução na matriz de rigidez local associada aos seguintes pontos nodais: 16, 26, 34, 50, 62, 70, 82, 104, 130, 148, 156, 165 e 192, totalizando de treze pontos nodais, conforme a aplicação anterior.

A Figura 6.8 mostra o resultado encontrado para a posição do nó 174 após o treinamento da rede neural.

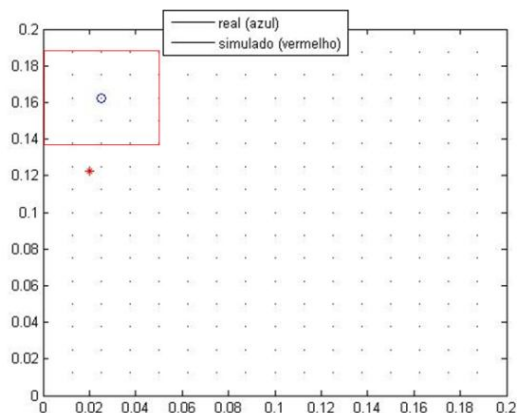


Figura 6.8– Posição real e simulada do nó 174 para 40% de redução da rigidez local nos treze pontos nodais selecionados.

É possível notar qualitativamente da Figura 6.8 que, este resultado identifica a região do dano e localizar a região próxima ao dano. E para este conjunto de dados, o valor das coordenadas  $x$  e  $y$  para o nó 174 foram, respectivamente: 0,0199 m e 0,1227m.

Para analisar a influência do número de pontos nodais nos dados de entrada da rede neural, neste caso, foi considerado um maior número de pontos nodais, sendo incluídos as informações dos nós: 9, 27, 93 e 180.

As coordenadas  $x$  e  $y$  do nó 174 encontradas foram: 0,0303 e 0,1445, respectivamente.

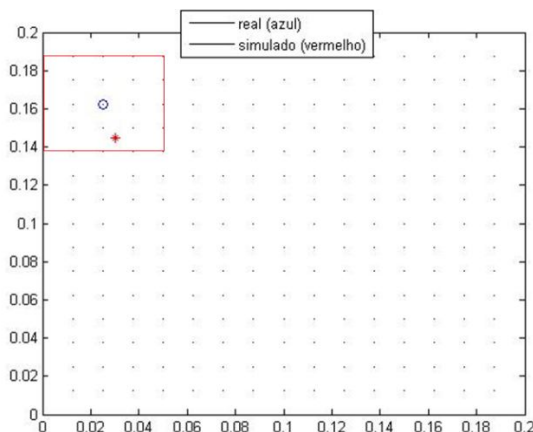


Figura 6.9– Posição real e simulada do nó 174.

É possível notar, qualitativamente uma melhora no resultado, conforme mostra Figura 6.9, demonstrando que para este caso aumentando-se o número de dados fornecidos para treinamento da rede aumenta-se o desempenho do processo de identificação e localização do dano, pois o dano foi localizado dentro da região adotada. Além disto, deve-se atentar à escolha de quais pontos nodais são utilizados para o processo de treinamento da rede, ou seja,

pontos nodais próximos à região do dano podem contribuir para um melhor resultado. Demonstrando que, para o processo de detecção de dano via rede neural artificial, não somente a escolha dos dados de entrada é relevante, mas também, o número de dados de entrada, bem como onde estes dados de entrada estarão posicionados na placa para garantir o melhor desempenho da técnica de detecção de danos. Outro fator que deve ser considerado e que também pertence ao nível hierárquico 3 é o posicionamento do dano a ser encontrado pela rede neural e, que também, pode influenciar no resultado.

A Tabela 6.7 mostra os valores das frequências naturais para o nó 174 após a redução de rigidez.

Tabela 6.7– Valores das frequências naturais analisando a redução da rigidez local de 40% para a posição nodal 174 e sua influência no posicionamento dos sensores

<b>Valores das frequências naturais [Hz] após da redução de rigidez local para o nó 174 correspondentes a:</b>			
<b>Conjunto 1</b>	<b>Conjunto 2</b>	<b>Conjunto 3</b>	<b>Conjunto 4</b>
431,05	4143,87	30581,62	40819,22
443,04	4171,55	30628,96	40865,29
459,35	4184,04	30631,86	40889,57
490,37	4213,46	30711,44	41317,80
540,51	4230,04	30876,90	41495,39

A Tabela 6.8 mostra as frequências naturais relativas, obtidas a partir da Equação (6.1).

Tabela 6.8– Valores das frequências naturais relativas

<b>Valores em [%] frequências naturais relativa</b>			
<b>Conjunto 1</b>	<b>Conjunto 2</b>	<b>Conjunto 3</b>	<b>Conjunto 4</b>
19,32	0,250	0,050	0,160
3,740	0,120	0,090	0,070
2,690	0,260	0,240	0,060
6,810	0,460	0,120	0,0004
15,24	0,096	0,005	0,070

Da tabela 6.8 nota-se que a variação das frequências naturais foram inferiores a 5%, exceto para o conjunto 1 e, conforme discutido anteriormente, é necessário a presença destes quatro conjuntos de frequências naturais para o treinamento da rede neural artificial, bem como, para encontrar resultado final significativo.

### 6.2.3. Influência da redução da rigidez em 80%

Nesta terceira aplicação foi efetuada uma redução na matriz de rigidez local associada aos pontos nodais escolhidos de 80% em relação ao seu valor inicial. O treinamento da rede neural também foi o mesmo, ou seja, efetuou-se uma redução na matriz de rigidez local associada aos seguintes pontos nodais: 16, 26, 34, 50, 62, 70, 82, 104, 130, 148, 156, 165 e 192, totalizando de treze pontos nodais.

A Figura 6.10 ilustra o resultado encontrado para o processo de identificação e localização do dano simulado na posição nodal 174.

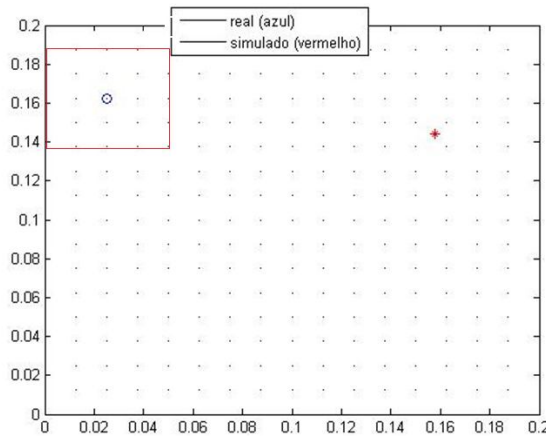


Figura 6.10 – Posicionamento encontrado para o ponto nodal 174 considerando 80% de redução de rigidez local.

As coordenadas  $x$  e  $y$  da posição nodal 174 foram, respectivamente: 0,1576 m e 0,1440 m, é possível notar qualitativamente, que o aumento da redução de rigidez não trouxe nenhuma melhora no resultado.

A Tabela 6.9 ilustra os valores das frequências naturais após a redução local de 80% na rigidez. É possível perceber, qualitativamente, que o aumento na redução da rigidez local não refletiu positivamente para encontrar a posição do dano.

Tabela 6.9– Valores das frequências naturais [Hz] com redução de 80% no valor da rigidez local

Nó 5	Nó 37	Nó 175	Nó 195
431.17	4141.71	30571.97	40747.82
449.42	4163.68	30614.75	40848.51

461.70	4174.46	30626.10	40889.30
504.62	4201.88	30711.02	41317.57
533.88	4233.57	30876.10	41446.20

Tabela 6.10– Valores das frequências naturais relativas

<b>Valores em [%] frequências naturais relativa</b>			
19,358	0,199	0,279	0,339
5,236	0,067	0,090	0,113
3,215	0,038	0,297	0,058
9,915	0,192	0,124	0,0009
13,829	0,013	0,008	0,192

De forma análoga aos casos anteriores, foram realizados os cálculos das frequências naturais relativas, demonstrando que, apenas o primeiro conjunto possui variação significativa nas frequências naturais, conforme mostrado na Tabela 6.10, por serem variações de maiores magnitudes, mas a presença dos outros conjuntos no processo de treinamento da rede se faz necessário para poder-se encontrar o dano com melhor eficiência.

### **6.3. Análise qualitativa das frequências naturais de ordem mais elevada**

Nesta aplicação, considerou-se outros valores de frequências naturais para formar os conjuntos a serem analisados para detecção de dano e, ainda foram considerados dois posicionamentos de danos diferentes dos casos anteriores com a finalidade de verificar o desempenho da rede neural implementada através de informações obtidas da análise modal por elementos finitos. A redução de rigidez considerada foi de 40%, visto que esta redução foi a que melhor representou o problema de detecção de dano em comparação com as outras reduções consideradas. A Tabela 6.11, mostra o posicionamento dos dois danos simulados.

Tabela 6.11 – Posicionamento do dano simulado

<b>Nó</b>	<b>Coordenadas (x;y) do nó</b>
104	(0,075;0,0875)
170	(0,1625;0.150)

A Tabela 6.12 mostra os três conjuntos de frequências naturais utilizados para analisar o problema de detecção de dano.

Tabela 6.12 – Conjuntos de frequências naturais [Hz] escolhidos como referência

Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3
5463,22	14115,63	21228,02
5486,18	14126,30	21282,76
5508,18	14128,48	21306,99
5511,94	14177,17	21311,99
5532,09	14194,18	21446,09

A rigidez foi reduzida de 40% em relação ao seu valor inicial, nas regiões que contém os seguintes dezessete pontos nodais: 9, 16, 26, 27, 34, 62, 70, 82, 93, 114, 130, 148, 156, 165, 174, 180 e 192.

A Figura 6.11(a) e 6.11(b) mostram a posição encontrada para o nó 104 e 170, respectivamente. É possível notar que a posição encontrada referente a posição nodal 104 foi insatisfatória, obtendo como coordenadas  $x$  e  $y$  encontradas: (0,0260;-0,0200) m, logo tem-se o caso 3 (a metodologia não consegue identificar e localizar o dano). Enquanto que, qualitativamente pode-se afirmar que, houve melhora no resultado em relação ao resultado mostrado na Figura 6.11(b), as coordenadas encontradas para este nó foram de 0,0952 m e 0,1153 m, o que compreende ao Caso 2.

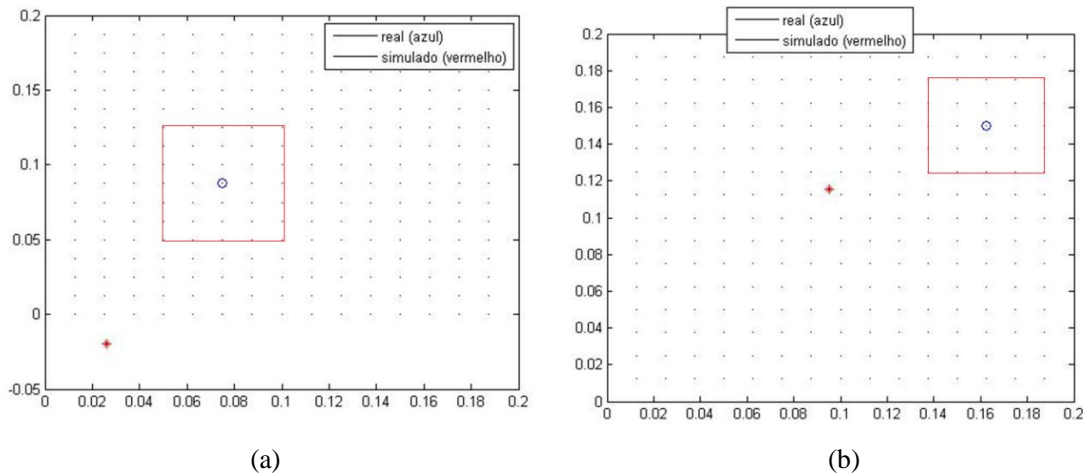


Figura 6.11 – (a) Posição encontrada para o nó 104; (b) Posição nodal 170 encontrada.

Pode-se afirmar ainda que, com a alteração da posição do dano a ser encontrado pela metodologia, altera-se o nível hierárquico 3, pois este nível corresponde ao tipo de dano, extensão do dano e posição do dano, demonstrando que, este nível é fundamental para o desempenho da técnica. Ainda nesta aplicação, com o objetivo de analisar se os resultados insatisfatórios são devidos: aos dados de entrada escolhidos ou a magnitude das frequências naturais, foram retirados do conjunto de dados de entrada os nós: 9, 26, 27, 62, 130 e 192.



As Figuras 6.12(a) e 6.12(b) mostram as respectivas posições dos nós 104 e 170, encontradas efetuando a retirada destes pontos nodais no treinamento da rede.

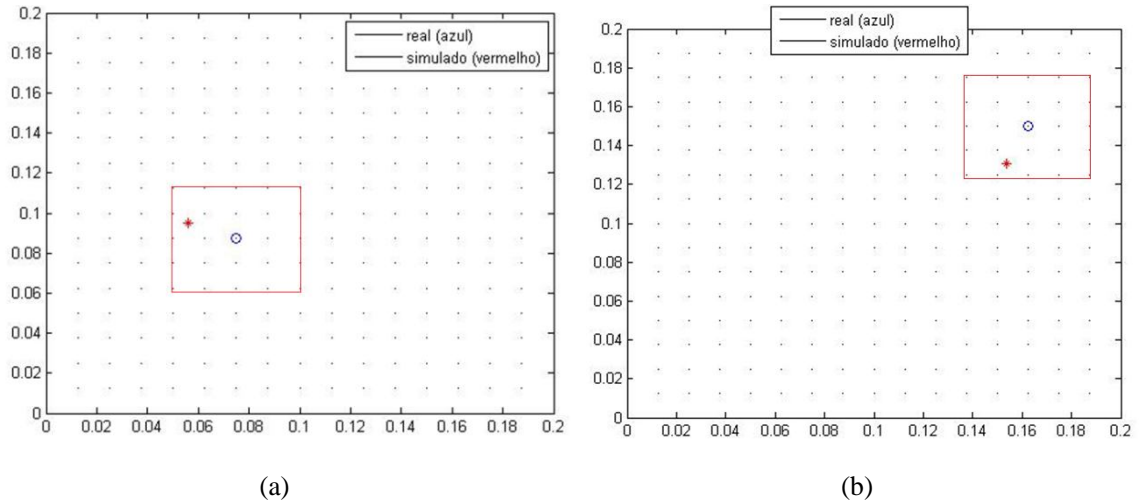


Figura 6.12 – Posição real e simulada: (a) Para o nó 104; (b) 170.

Conforme pode ser visualizado nas Figuras 6.12(a) e 6.12(b) nota-se, qualitativamente, uma melhora significativa nos resultados demonstrando a influência dos dados de entrada para o desempenho da metodologia. As coordenadas encontradas para as posições nodais 104 e 170, foram respectivamente (0,0561; 0,0947) m e (0,1537; 0,1307) m.

Por último, dentro do contexto da análise das frequências naturais como parâmetro na localização do dano, foram considerados dezesseis conjuntos de frequências naturais e, foi considerada uma redução de rigidez de 40% em relação ao seu valor inicial, nas regiões que contém os seguintes dez pontos nodais (redução da rigidez de um ponto por vez): 16, 34, 70, 82, 93, 114, 130, 148, 165 e 180. Estes dez pontos nodais estão mostrados na Figura 6.13.

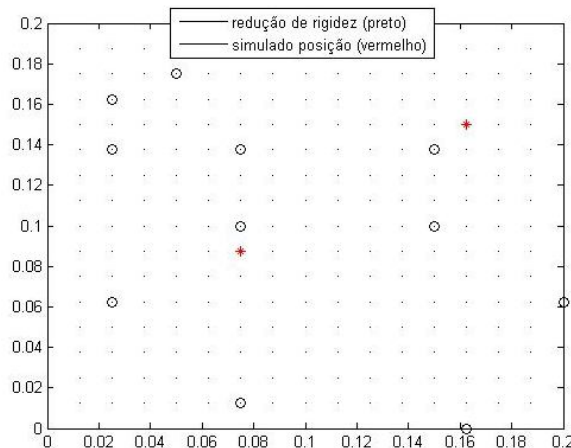


Figura 6.13 – Posicionamento da redução de rigidez e posições reais do dano (104 e 170).

As Figuras 6.14(a) e 6.14(b) ilustram o resultado desta simulação, onde é possível notar, qualitativamente que, a localização da posição 104 foi mais eficiente do que a posição 170 podendo-se afirmar que há influência nas regiões escolhidas para efetuar a redução de rigidez, isto é, para este caso os elementos finitos que tiveram a rigidez reduzida estão mais próximos da posição 104, o que pode ser notada da Figura 6.14(a).

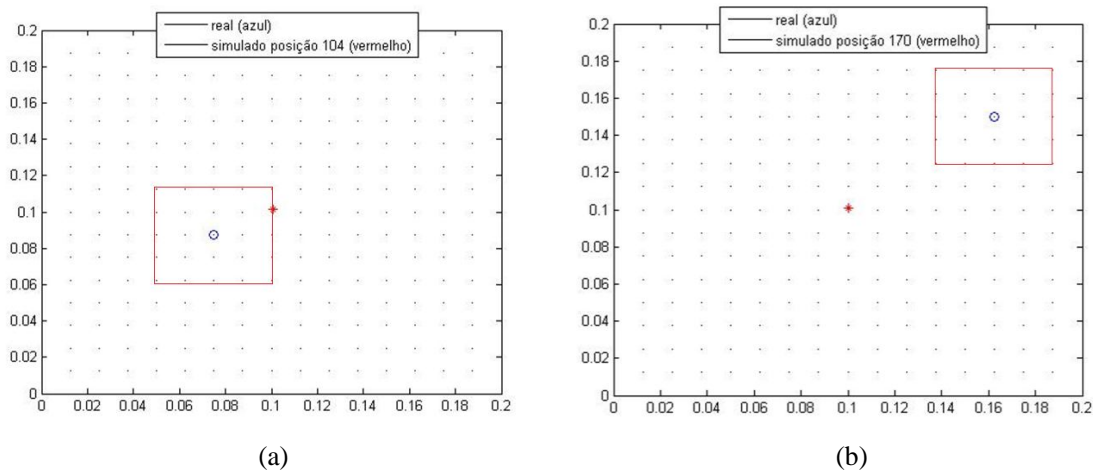


Figura 6.14 – Posição real e simulada: (a) Para o nó 104; (b) 170.

## 6.4. Análise da Topologia dos Sensores na Placa utilizando a Rede Neural Artificial

Nesta seção serão apresentados os resultados encontrados pela metodologia aplicada para a abordagem a cerca do posicionamento e quantidade de sensores, analisando com isto, os níveis hierárquicos 4 e 5. Nesse contexto, uma análise de várias aplicações numéricas foi realizada e discutida a respeito do número e do posicionamento de sensores na placa compósita para simular um caso prático real. Para isto, foram considerados sensores e, conforme foi visto anteriormente, estes dispositivos fazem a leitura da aceleração do movimento vibratório, mas existe uma relação entre esta aceleração com o deslocamento na vertical. Os sensores são representados pelos nós da malha de elementos finitos do modelo, onde foram medidos os deslocamentos verticais em relação ao plano médio da placa compósita.

Foi assumido como condição de restrição o fato de os sensores escolhidos não pertencerem a um nó modal, isto é, onde seu deslocamento em determinado modo de vibração é nulo, esta condição foi possível de ser aplicada utilizando a matriz modal, pois a partir dela obtêm-se os deslocamentos relativos associados ao grau de liberdade  $w_0$ .

Considerando as mesmas condições geométricas, propriedades e condição de contorno da placa dos casos numéricos anteriores, foi adotado que os sensores estão posicionados nos pontos nodais 5, 37, 175 e 195 onde foram coletados os deslocamentos verticais associados ao primeiro modo de vibrar através da resolução do problema de autovalor e autovetor.

Para treinar a rede foi necessário efetuar uma redução de rigidez em determinados elementos finitos e, por meio desta redução foram coletados os deslocamentos nodais alterados que fazem parte da região local que teve a rigidez alterada. Logo, os dados de entrada da rede neural são os deslocamentos verticais e, como dado de saída, foi considerada a posição de um ponto nodal que não pertence aos dados de treinamento da rede neural. Neste caso, considerou-se o ponto nodal 174.

A Tabela 6.13 mostra a posição do nó 174 e as posições dos nós 5, 37, 175 e 195.

Tabela 6.13 – Coordenadas  $x$  e  $y$  dos ponto nodal escolhido como saída da rede neural e dos pontos nodais candidatos a serem os sensores da placa

Ponto nodal	Coordenada $x$ do nó [m]	Coordenada $y$ do nó [m]
174	0,0250	0,1625
5	0,0250	0,0250
37	0,1750	0,0250
175	0,0250	0,1750
195	0,1750	0,1750

A melhor escolha para os parâmetros da rede neural, neste caso, foi:

- Número de neurônios na camada de entrada: 46;
- Número de neurônios na camada intermediária: 24;
- Número de neurônios na camada de saída: consiste nos parâmetros de saída, ou seja, posição nodal (coordenadas  $x$  e  $y$ );
- Erro desejado:  $1 \times 10^{-8}$ ;
- Número de iterações: 4500;
- Taxa de aprendizado: 0,05.

#### 6.4.1. Comparação entre os dados de entrada da rede neural

Nesta aplicação numérica foi realizada uma redução de rigidez de 40% em relação ao seu valor inicial, uma vez que para 40% de redução obteve-se o melhor resultado na detecção do dano, conforme foi descrito na seção 6.2.

A rede foi treinada utilizando os doze pontos nodais (Figura 6.15(a)), encontrando as seguintes coordenadas nodais para a posição 174: (0,0542; 0,1738) m, conforme mostra a Figura 6.15b. É importante ressaltar que é inviável medir todos os graus de liberdade verticais, o que justifica a escolha de determinados pontos nodais para o processo de treinamento da rede neural.

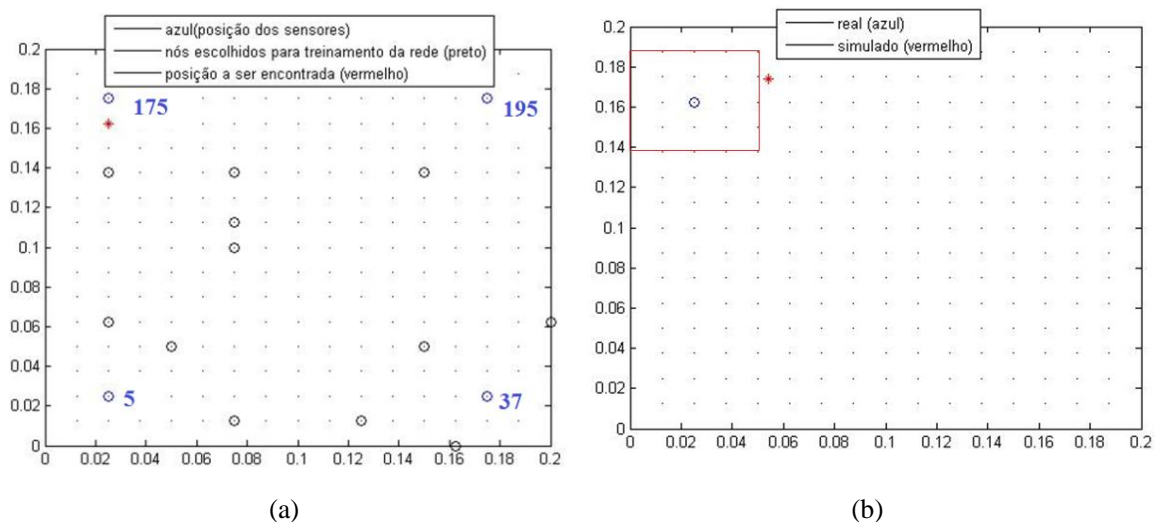


Figura 6.15 – (a) Posição (x,y) dos pontos nodais utilizados pela Rede Neural; (b) Posição real e simulada do nó 174 considerando os deslocamentos verticais associados ao primeiro modo de vibrar.

Da Figura 6.15(b) observa-se, qualitativamente, que a posição encontrada pela rede foi razoavelmente significativa, pois se encontra em posição próxima à região do dano. Além do número e posicionamento dos sensores, deve-se atentar para as condições de contorno da placa, pois o modo como ela está pode influenciar na detecção de danos e, neste caso, nota-se que os sensores estão próximos das bordas da placa.

Visto que, a placa modelada apresenta 1125 modos de vibrar, apenas o deslocamento vertical associado ao primeiro modo de vibrar foi utilizado, pois sua contribuição é mais significativa em relação aos outros modos de vibrar. Para comprovar esta afirmação foi considerada na entrada da rede neural a presença do deslocamento vertical associado ao segundo modo de vibrar, mantendo-se os quatro sensores de deslocamento, foi possível encontrar as seguintes coordenadas nodais para a posição 174 (0,0576; 0,1312) m, conforme mostra a Figura 6.16. De acordo com este resultado comprova-se que apenas o primeiro modo

de vibrar é suficiente para localizar a presença do dano, visto que a localização do dano simulado para este caso foi menos efetiva do que em relação à utilização de um modo de vibrar.

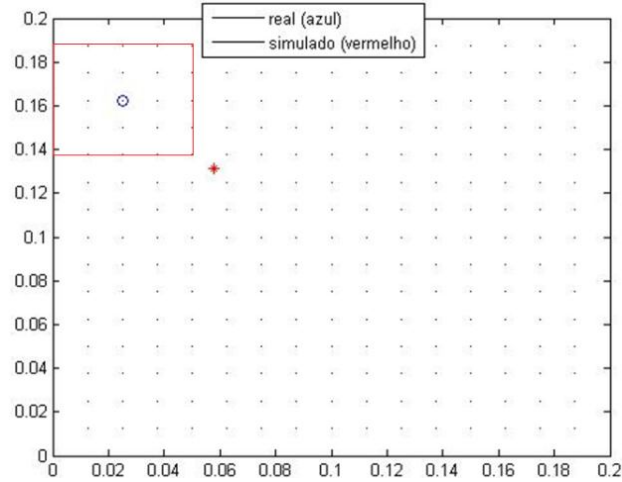


Figura 6.16 – Posição real e simulada do nó 174 considerando os deslocamentos verticais associados ao primeiro e segundo modo de vibrar.

Ainda nesta aplicação, com o objetivo de mostrar que a metodologia poderá ser realizada experimentalmente, foram considerados os deslocamentos de todos os modos de vibrar, isto é, foram somados os 1125 deslocamentos verticais (associados ao terceiro grau de liberdade  $w_0$ ). Logo, a rede neural artificial foi treinada com os mesmos doze pontos nodais, mas considerando os deslocamentos totais, obtendo com isto o resultado mostrado na Figura 6.17.

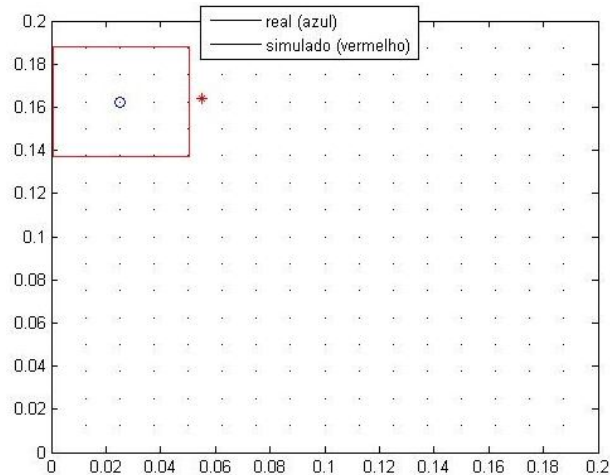


Figura 6.17 – Posição real e simulada do nó 174 considerando os deslocamentos verticais relacionados a todos os modos de vibrar.

Nota-se que o resultado apresentado na Figura 6.15 está similar ao resultado apresentado em 6.15(b), logo a utilização dos deslocamentos associados ao primeiro modo de vibrar é justificada devido a este resultado, uma vez que não houve uma maior contribuição para a localização do dano.

## 6.4.2. Análise da Redução Número de Sensores na Detecção de Dano

Nesta seção foi analisada a influência do nível hierárquico 4 que representa número de sensores e o nível hierárquico 5 que representa o posicionamento dos sensores.

### 6.4.2.1. Três sensores

Neste caso foram considerados três sensores, dispostos em configurações distintas, conforme mostra a Tabela 6.14.

Tabela 6.14 – Número e seu respectivo posicionamento para três sensores e resultado encontrado

Aplicação	Posição dos Sensores	Posição encontrada [m]: Coordenadas (x;y)
1	37; 175; 195	0,0993; 0,2131
2	5; 175; 195	0,0620; 0,2021
3	5; 37; 195	0,0897; 0,1667
4	5; 37; 175	0,0592; 0,1909

A Tabela 6.14 mostra também que, além da redução do número de sensores foram avaliados diferentes configurações com o objetivo de analisar o posicionamento dos sensores e buscar a melhor disposição dos sensores para esta aplicação.

A Figura 6.18 ilustra os resultados obtidos para a detecção de danos considerando quatro posicionamentos distintos de três sensores, sendo que é possível afirmar qualitativamente, que a aplicação 1 não consegue detectar o dano dentro da placa, representando o caso 3. Enquanto que, os resultados apresentados pelas aplicações 2 e 3 não foram satisfatórios, porém a metodologia consegue identificar o dano, mas não localizá-lo, representando com isto o caso 2. Por último, a aplicação 4 pode-se observar que o resultado obtido, identifica e localiza a região próxima ao dano.

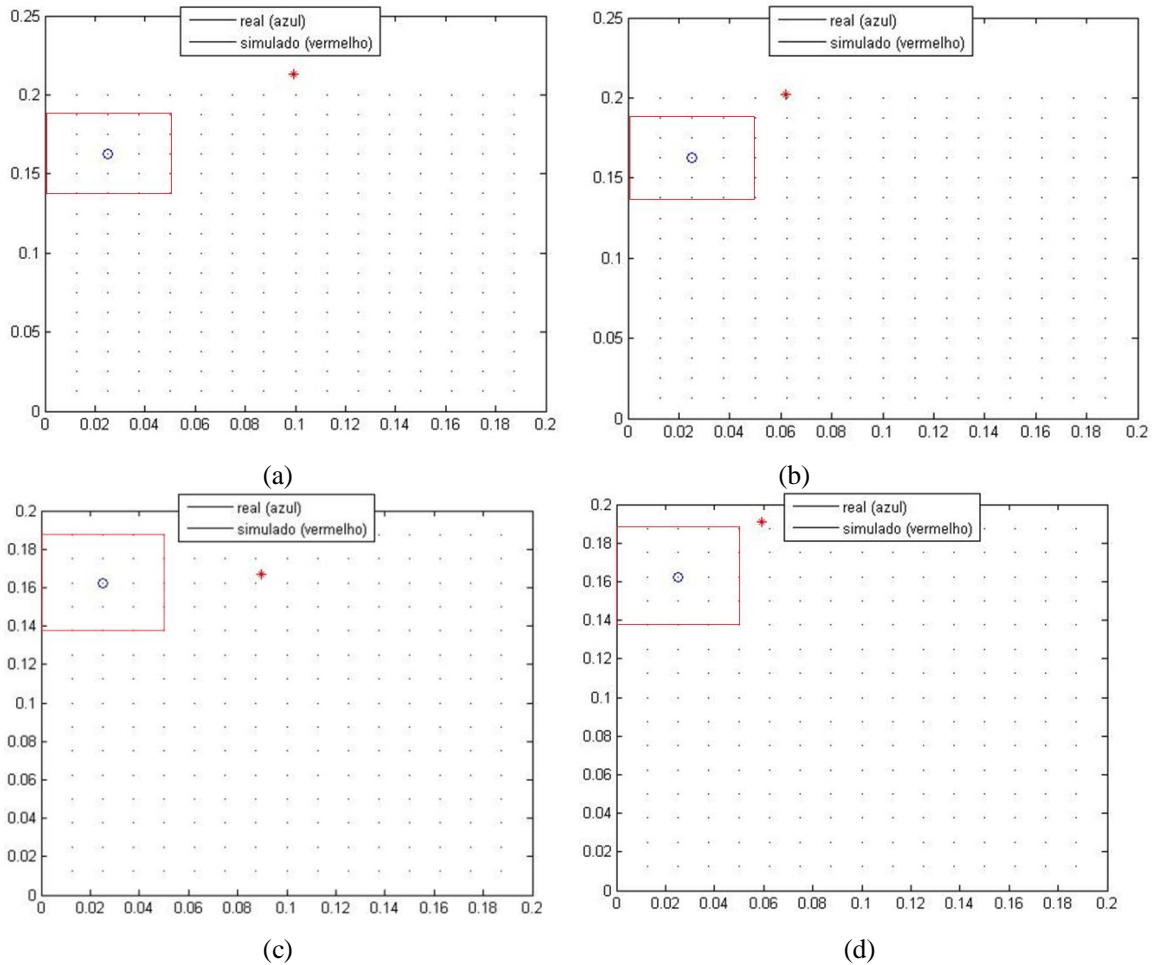


Figura 6.18 – Posição real e simulada do nó 174 para análise do número e posicionamento dos sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4.

De acordo com os resultados apresentados na Figura 6.18, pode-se afirmar que deve-se considerar na metodologia de detecção de danos a análise dos níveis hierárquicos 4 e 5 e, sua significativa influência no processo de detecção de danos, pois não basta somente impor um determinado número de sensores, deve-se verificar o seu desempenho em relação a configuração deste determinado número de sensores, o que pôde-se ser comprovado pela metodologia.

#### 6.4.2.2. Dois sensores

Nesta aplicação foram considerados dois sensores (nível hierárquico 4), dispostos em configurações distintas (nível hierárquico 5), conforme mostra Tabela 6.15 que, também apresenta os sensores que foram combinados e a posição encontrada para o dano, respectivamente.

Tabela 6.15 – Número e seu respectivo posicionamento e resultado encontrado para dois sensores

<b>Número de Casos</b>	<b>Posição dos Sensores</b>	<b>Posição encontrada [m]</b>
<b>1</b>	37; 175	0,0523; 0,2258
<b>2</b>	175; 195	0,0086; 0,1883
<b>3</b>	5; 37	0,0892; 0,1739
<b>4</b>	5; 175	0,0552; 0,2102
<b>5</b>	5; 195	0,0958; 0,2015
<b>6</b>	37; 195	0,0942; 0,2178

A Figura 6.19 ilustra os resultados que foram simulados a partir da Tabela 6.15. Da Figura 6.19 nota-se, qualitativamente que, a presença dos sensores 175 e 195 torna a detecção eficiente em comparação com os outros casos, a obtenção deste bom desempenho está também relacionada à posição do dano, que pertence ao nível hierárquico 3, visto que o sensor 175 está localizado muito próximo ao dano simulado, que se encontra na posição 174 e, isto contribuiu para este bom desempenho apresentado.



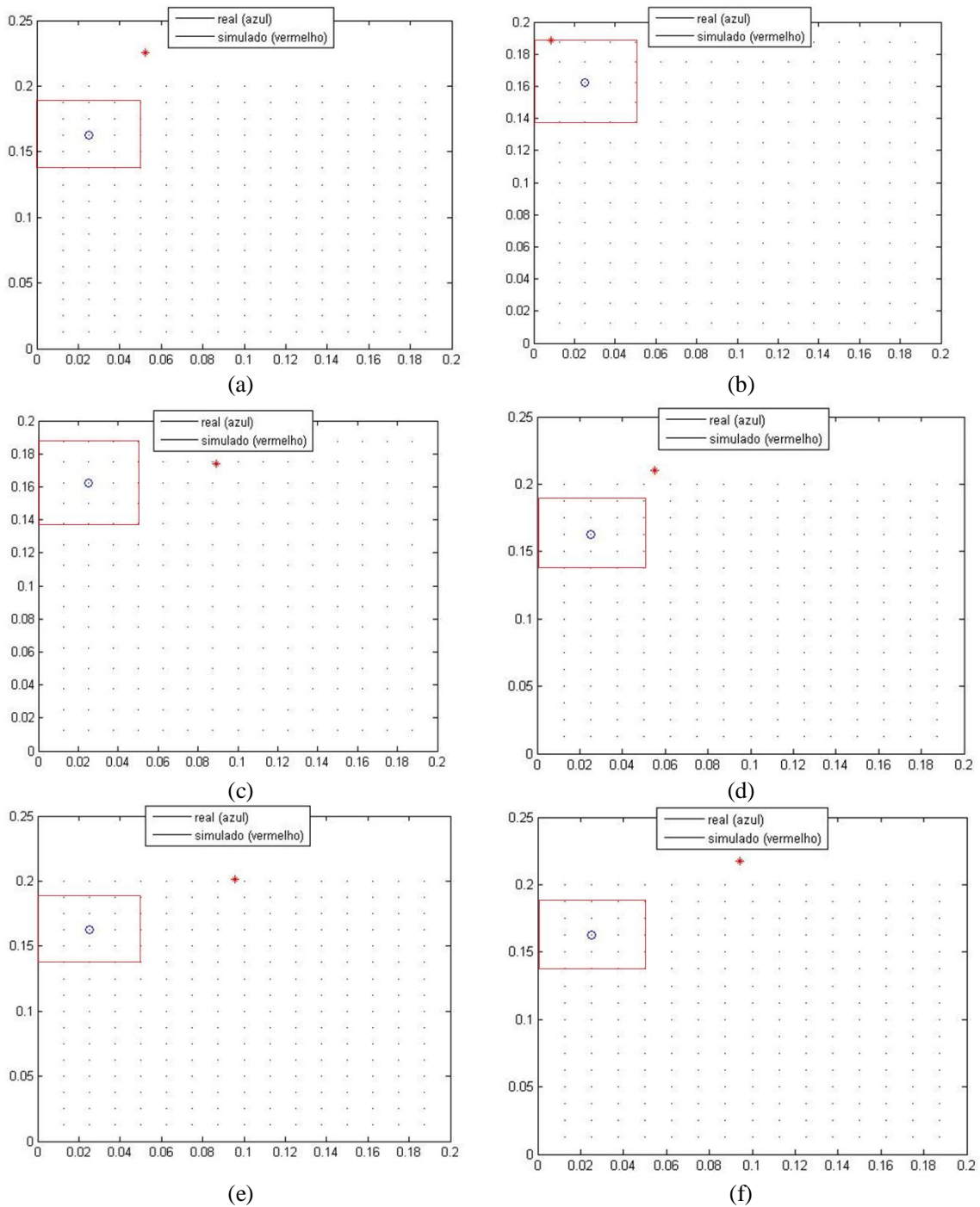


Figura 6.19 – Posição real e simulada do nó 174 para análise do número e posicionamento dos sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4; (e) Caso 5; (f) Caso 6.

Uma observação importante é que o treinamento da rede neural artificial utilizando a mesma configuração aplicada nos casos anteriores e considerando um sensor conduziu a resultados insatisfatórios.

## 6.5. Reposicionamento dos Sensores

### 6.5.1. Caso Não-Simétrico

Para verificar se o posicionamento dos sensores está relacionado com as condições de contorno da placa e, como a aplicação numérica que utiliza quatro sensores de deslocamento associados ao primeiro modo de vibrar foi um resultado razoável, nesta aplicação será apresentada uma comparação utilizando quatro sensores alocados em pontos mais internos da placa. Além disto, será apresentada a análise do posicionamento no desempenho dos resultados.

Os sensores foram considerados estarem nas seguintes posições nodais: 10, 62, 180 e 192 (Figura 6.20(a)) e o dano foi considerado estar na mesma posição (ponto 174). Para fins comparativos, os parâmetros de treinamento da rede foram os mesmo utilizados anteriormente. O resultado numérico encontrado para a detecção do dano na região elementar que contém o nó 174 é mostrado na Figura 6.20(b).

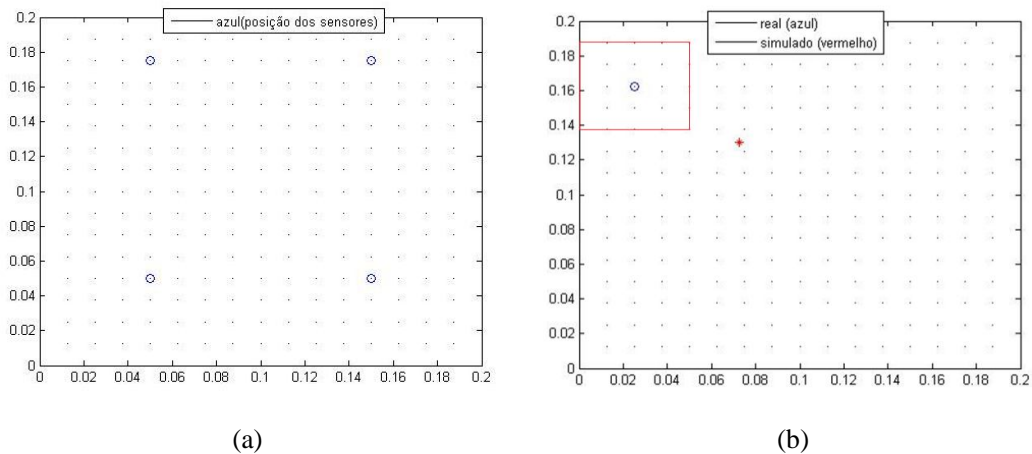


Figura 6.20 – (a) Posição  $(x,y)$  dos pontos nodais; (b) Posição real e simulada do nó 174 considerando quatro sensores nas posições nodais 10, 62, 180 e 192.

A Figura 6.20(b) mostra as coordenadas  $(x,y)$  encontradas do dano simulado para o nó 174. As coordenadas foram 0,0724 m e 0,1299 m, o que demonstra que não houve nenhuma melhora significativa quando considera-se os quatros sensores em outras posições, em relação ao resultado apresentado na Seção 6.5.1.

A fim de buscar o melhor desempenho da metodologia elaborada neste trabalho para o processo de detecção de dano e, conforme demonstrado na Seção 6.5.2, que a redução do número de sensores não foi efetiva para o processo de detecção de danos, foi realizado um

processo do aumento do número de sensores para este caso. Visto que, existe um número ideal de sensores para a aplicação, foi realizada a análise do aumento do número de sensores para analisar a influência do nível hierárquico 5, isto é, o posicionamento dos sensores.

Com o aumento de um sensor posicionado no ponto nodal 107, encontrou-se as seguintes coordenadas: (0,0705; 0,1237) m (Figura 6.21).

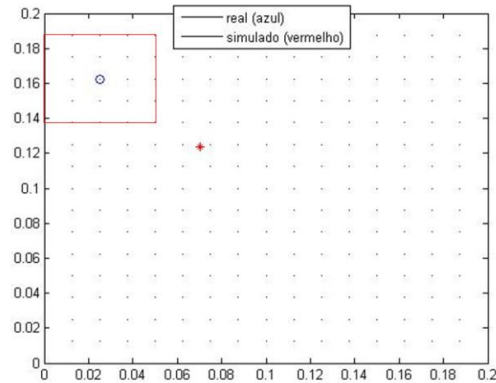


Figura 6.21 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 107, 180 e 192.

Para analisar a relação do número de sensores, considerou-se a presença de um sexto sensor localizado no ponto nodal 159. O resultado encontrado é apresentado na Figura 6.22 onde é possível notar qualitativamente que a posição encontrada está próxima do dano localizado na posição 174.

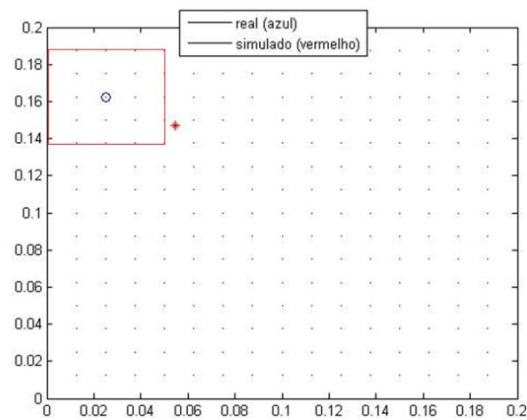


Figura 6.22 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 107, 159, 180 e 192.

As coordenadas encontradas foram (0,0545; 0,1473) m, logo pode-se afirmar que a adição de outro sensor foi significativa para este caso. Frente a isto, pode-se afirmar que não somente o aumento do número de sensor pode conduzir a um resultado mais eficiente, mas

que este aumento está condicionado a sua posição, pois quando foram considerados cinco sensores houve uma perda do desempenho.

Para avaliar se o processo de detecção de dano está condicionado ao aumento do número de sensores ou se existe um número ideal para a detecção foi considerado a adição de outro sensor posicionado no nó 133, tendo em um total sete sensores, obtendo o resultado apresentado na Figura 6.23.

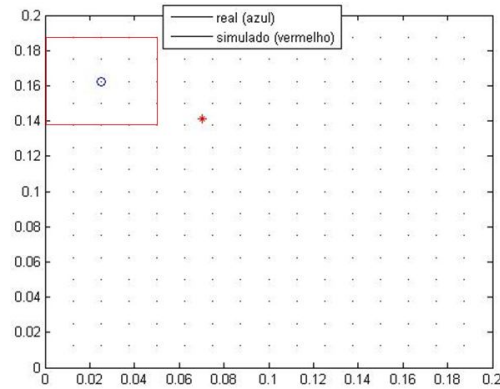


Figura 6.23 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 107, 133, 159, 180 e 192.

Para este caso, as coordenadas encontradas foram (0,0701;0,1413) m, demonstrando que não houve melhora no resultado. O mesmo decorre, quando se considera um oitavo sensor posicionado no nó 81, obtendo as seguinte coordenadas (0,0779;0,1266) m, conforme mostrado na Figura 6.24.

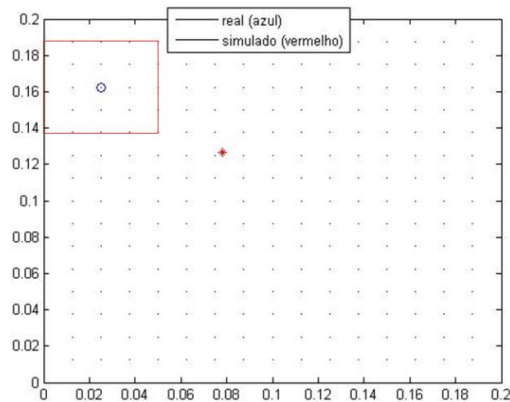


Figura 6.24 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 81, 107, 133, 159, 180 e 192.

De acordo com os resultados obtidos, pôde-se notar qualitativamente que, quando se utiliza seis sensores para este caso, conduz um melhor desempenho da metodologia, demonstrando que existe um número ideal de sensores a ser utilizado, ou seja, a adição de um

ou mais sensores não contribuiu positivamente para o resultado, um fator que pode influenciar neste resultado.

### 6.5.1. Caso Simétrico

Nesta aplicação os sensores foram reposicionados de maneira simétrica com o objetivo de analisar a influência de seu posicionamento no desempenho dos resultados. Além disso, os dois sensores superiores foram considerados estarem mais afastados da borda da placa.

A Figura 6.25 ilustra a nova configuração de sensores.

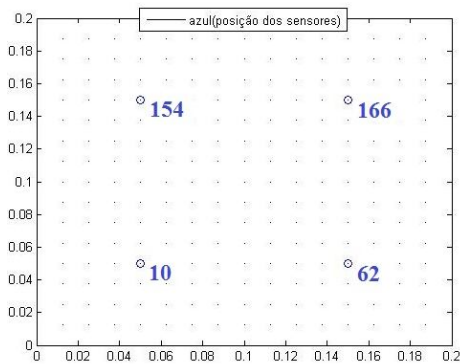


Figura 6.25 –Posição (x,y) dos sensores

Com esta nova configuração foi possível obter as seguintes coordenadas (x;y) para o dano simulado (0,0630; 0,1445) m, conforme Figura 6.26, este resultado foi bastante similar a quando se utiliza os sensores posicionado em: 5, 37, 175 e 195, pois ambos detectaram as proximidades da região danificada.

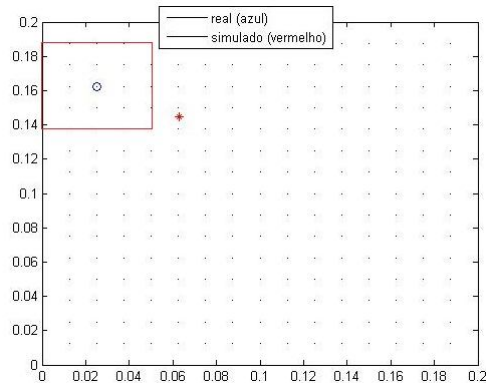


Figura 6.26 –. Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 154 e 166.

Com o objetivo de verificar se o aumento do número de sensores poderá ter como consequência um melhor desempenho no resultado, foram considerados seis sensores, isto é,

além dos quatro sensores (nas posições 10, 62, 154 e 166) foram considerados sensores posicionados nos nós 107 e 133.

A Figura 6.27 apresenta o resultado das coordenadas (x;y) encontrado pela Rede Neural. As coordenadas foram (0,0797; 0,1410) m.

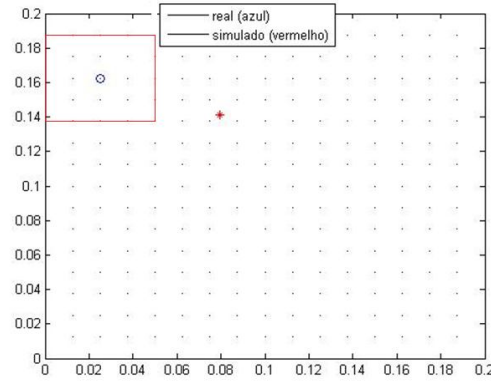


Figura 6.27 – Posição real e simulada do nó 174 considerando cinco sensores nas posições nodais 10, 62, 154 e 166.

A escolha ideal da quantidade de sensores a ser utilizada numa determinada aplicação dependerá de fatores econômicos, da precisão requerida para a aplicação e das necessidades de projeto. Além disto, o número de sensores bem como os seus respectivos posicionamentos não deve ser analisado de maneira isolada, pois existe uma forte dependência dos parâmetros que regem o modelo computacional voltado para sua representação, conforme foi analisado utilizando as Redes Neurais Artificiais. Logo, o bom desempenho da metodologia dependerá da localização do dano, do número dados de treinamento e da análise da configuração dos parâmetros da rede. Por último, outro fator que deve ser analisado é a alocação dos sensores, pois ao formular a metodologia deve-se atentar ao não posicionamento dos sensores em algum nó modal, de modo a não comprometer o desempenho da identificação e localização do dano.

## **Capítulo 7**

### **Aplicações Numéricas Utilizando Algoritmos Genéticos**

#### **7.1. Considerações iniciais**

Neste capítulo serão utilizados os Algoritmos Genéticos combinados com a análise dos níveis hierárquicos, possibilitando com isto formular uma nova análise da topologia dos sensores com o intuito de maximizar a probabilidade de identificação e localização do dano em uma placa compósita reforçada com fibras. Para todos os casos numéricos apresentados, foi considerada a redução de rigidez de 40% em relação ao valor inicial da rigidez, visto que para 40% a metodologia utilizando as Redes Neurais Artificiais foi mais satisfatória. Além disso, para permitir uma comparação com alguns dos resultados que foram obtidos utilizando as Redes Neurais Artificiais, admitiu-se a mesmas condições de contorno, geometria e propriedades da placa compósita que foram utilizadas no capítulo anterior.

#### **7.2. Análise do Número e Posicionamento dos Sensores**

##### **7.2.1. Um sensor**

Nesta seção foi considerada a presença de um sensor, analisado em diferentes posições com o objetivo de analisar o desempenho da metodologia formulada para o processo de detecção de danos. De acordo com isso, foram analisados os níveis hierárquicos: 3 (localização do dano), 4 (número de sensores) e 5 (posicionamento dos sensores).

O dano foi considerado estar, inicialmente, na posição nodal 104, ressaltando ainda que, a redução de rigidez afeta a região ao redor da posição nodal considerada, logo, o sensor deve ser capaz de encontrar esta região. Para comparar a eficiência do sensor, o dano foi considerado estar em outra posição, no caso na posição 174.

Na Figura 7.1 são apresentadas as quatro configurações dos sensores.

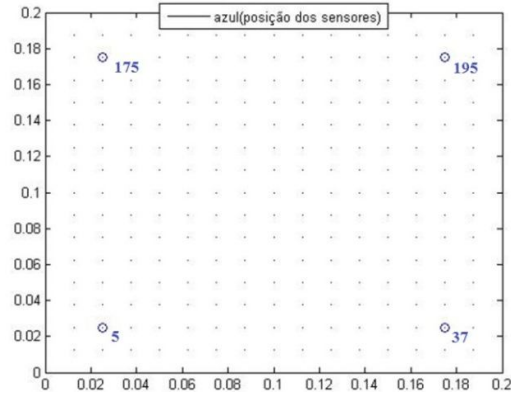


Figura 7.1 – Posição dos sensores para análise

Inicialmente o sensor foi considerado estar localizado na posição nodal 5 (Figura 7.1) e, o desempenho deste sensor foi analisado considerando duas posições distintas de dano simulado (104 e 174), neste caso o resultado foi extremamente insatisfatório, o sensor nesta posição não consegue identificar a região danificada nem muito menos localizá-la, conforme é mostrado na Figura 7.2(a) e na Figura 7.2(b).

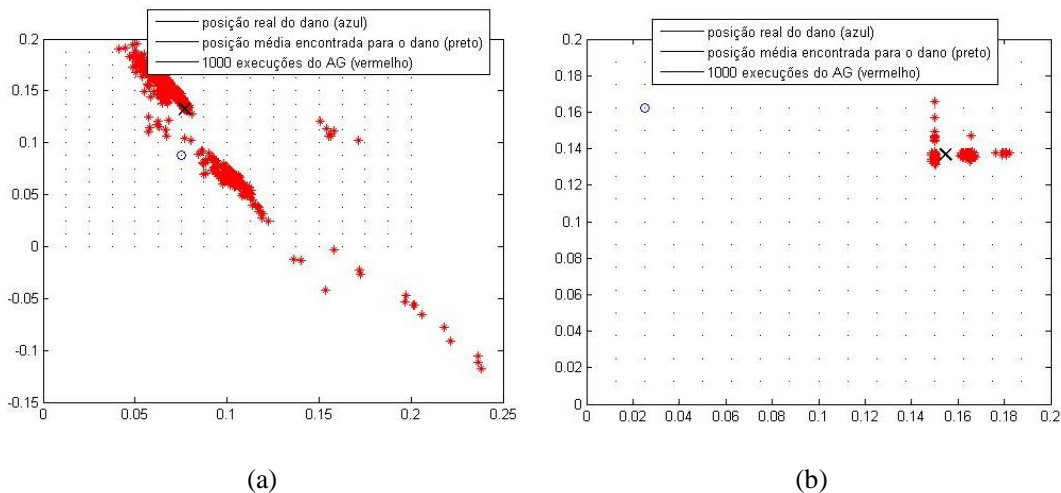


Figura 7.2 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando sensor na posição nodal 5: (a) Redução de rigidez na posição nodal 104; (b) Redução de rigidez na posição nodal 174.

A probabilidade de sucesso quando o dano foi considerado estar na posição 104 foi de 0,053% (Figura 7.2(a)) e de 0% para o dano considerado estar na posição 174, demonstrando que o sensor localizado nesta posição é ineficiente para maximizar a probabilidade de detecção de danos.



Com o sensor posicionado na posição nodal 37 foi possível encontrar resultados mais significativos em relação ao resultado encontrado quando se utiliza o sensor na posição do nó 5. A Figura 7.3(a) e (b) ilustra a posição e a região encontrada para os respectivos danos considerados.

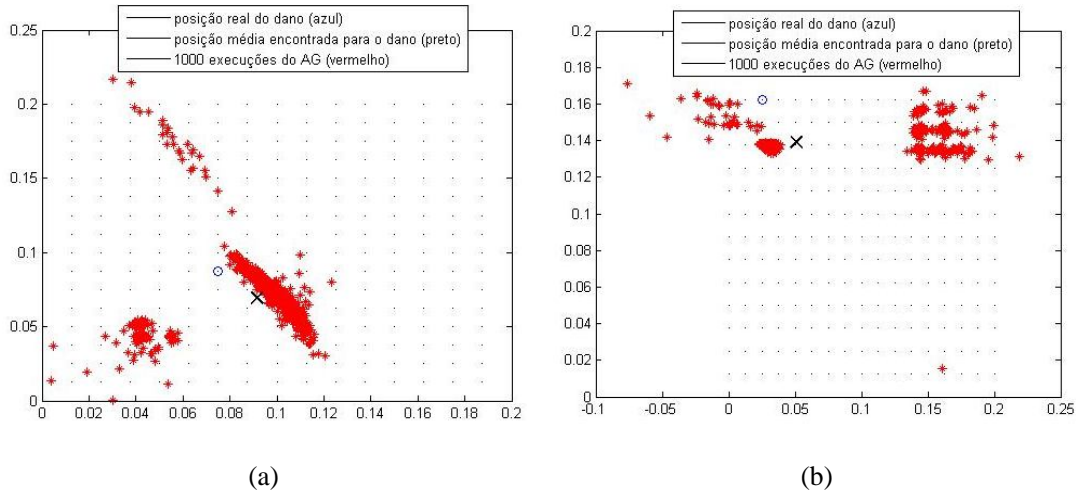


Figura 7.3 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando sensor na posição nodal 37: (a) Redução de rigidez na posição nodal 104; (b) Redução de rigidez na posição nodal 174.

A probabilidade de sucesso foi de 35,50% para a identificação e localização de um dano situado na posição nodal 104, enquanto que, para o dano localizado na posição 174 a probabilidade de sucesso foi de 45,80%. É ainda uma probabilidade bastante baixa, para ambos os casos.

Quando se posiciona o sensor na posição nodal 175, o resultado também apresenta um desempenho negativo para o dano considerado estar na posição 104 com uma probabilidade de sucesso de 34,10%, conforme a Figura 7.4(a) que ilustra este resultado de modo qualitativo. Para o dano considerado estar na posição 174, o sensor localizado na posição nodal 175 apresentou uma probabilidade de sucesso de 12,60%, que é considerada uma probabilidade pequena, uma vez que o dano se encontra próximo ao sensor 175, é importante ressaltar que este resultado está diretamente relacionado à escolha da população inicial, isto é, os pontos que tiveram sua rigidez reduzida para compor a população.

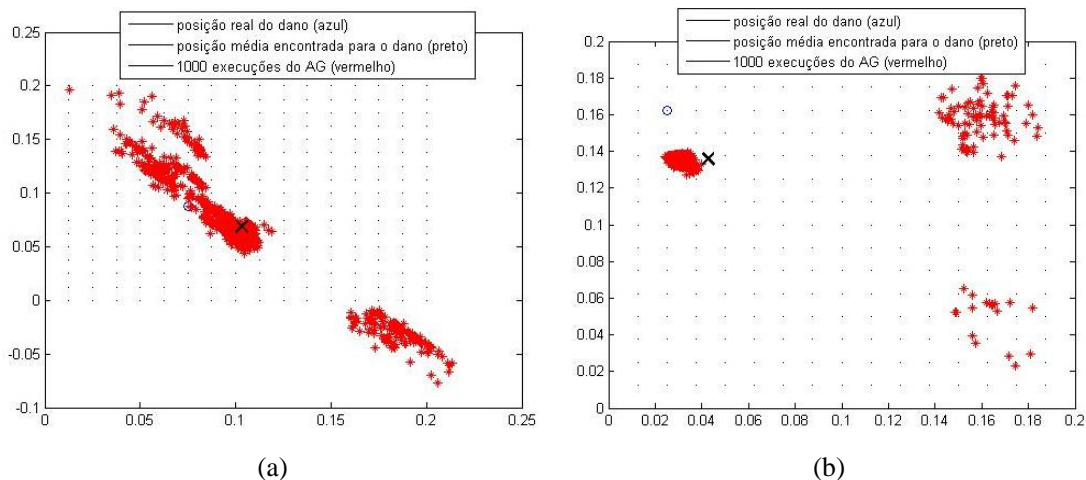


Figura 7.4 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando sensor na posição nodal 175: (a) Redução de rigidez na posição nodal 104; (b) Redução de rigidez na posição nodal 174.

Por último, o sensor foi considerado estar na posição 195 o que trouxe um resultado mais significativo em comparação com os resultados anteriores para o dano situado na posição 174, apresentando uma probabilidade de sucesso de 80,30%. Enquanto que, para a posição nodal 104 obteve-se 39,50%, conforme mostrado na Figura 7.5(a) e (b).

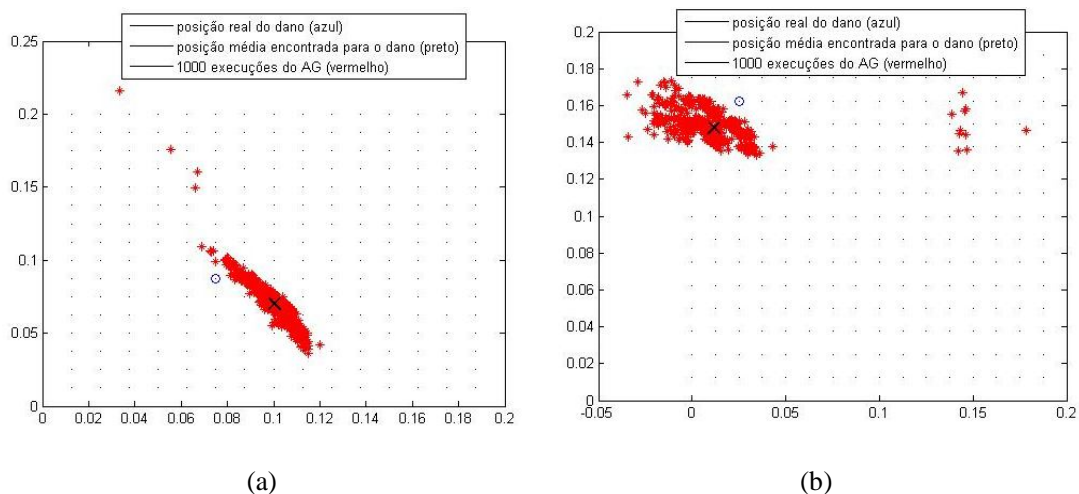


Figura 7.5 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando sensor na posição nodal 195: (a) Dano na posição nodal 104; (b) Dano na posição nodal 174.

### 7.2.1. Dois sensores

Nesta aplicação foi considerada a presença de dois sensores no processo de detecção de dano, com o objetivo de verificar o desempenho da identificação e localização do dano quando se faz uso dos Algoritmos Genéticos juntamente com a análise da influência dos

níveis de informação. Também foi analisada a topologia dos sensores, isto é, os sensores foram dispostos dois a dois em posições diferentes, conforme havia sido realizado utilizando as Redes Neurais Artificiais. O objetivo desta análise é verificar se existe uma concordância dos resultados obtidos pelas Redes Neurais Artificiais e pelos Algoritmos Genéticos.

A Figura 7.6 ilustra os resultados para cada caso que foram simulados a partir da Tabela 7.1, considerando que o dano se localiza, inicialmente, na posição nodal 104.

Tabela 7.1 – Número e seu respectivo posicionamento e resultado encontrado para dois sensores

<b>Número de Casos</b>	<b>Posição dos Sensores</b>	<b>Probabilidade de sucesso para o dano localizado em 104</b>	<b>Probabilidade de sucesso para o dano localizado em 174</b>
<b>1</b>	5; 37	0%	38,10%
<b>2</b>	5; 175	36,90%	40,90%
<b>3</b>	5; 195	41,00%	54,50%
<b>4</b>	37; 175	43,10%	42,90%
<b>5</b>	37; 195	40,00%	84,10%
<b>6</b>	175; 195	40,00%	84,30%

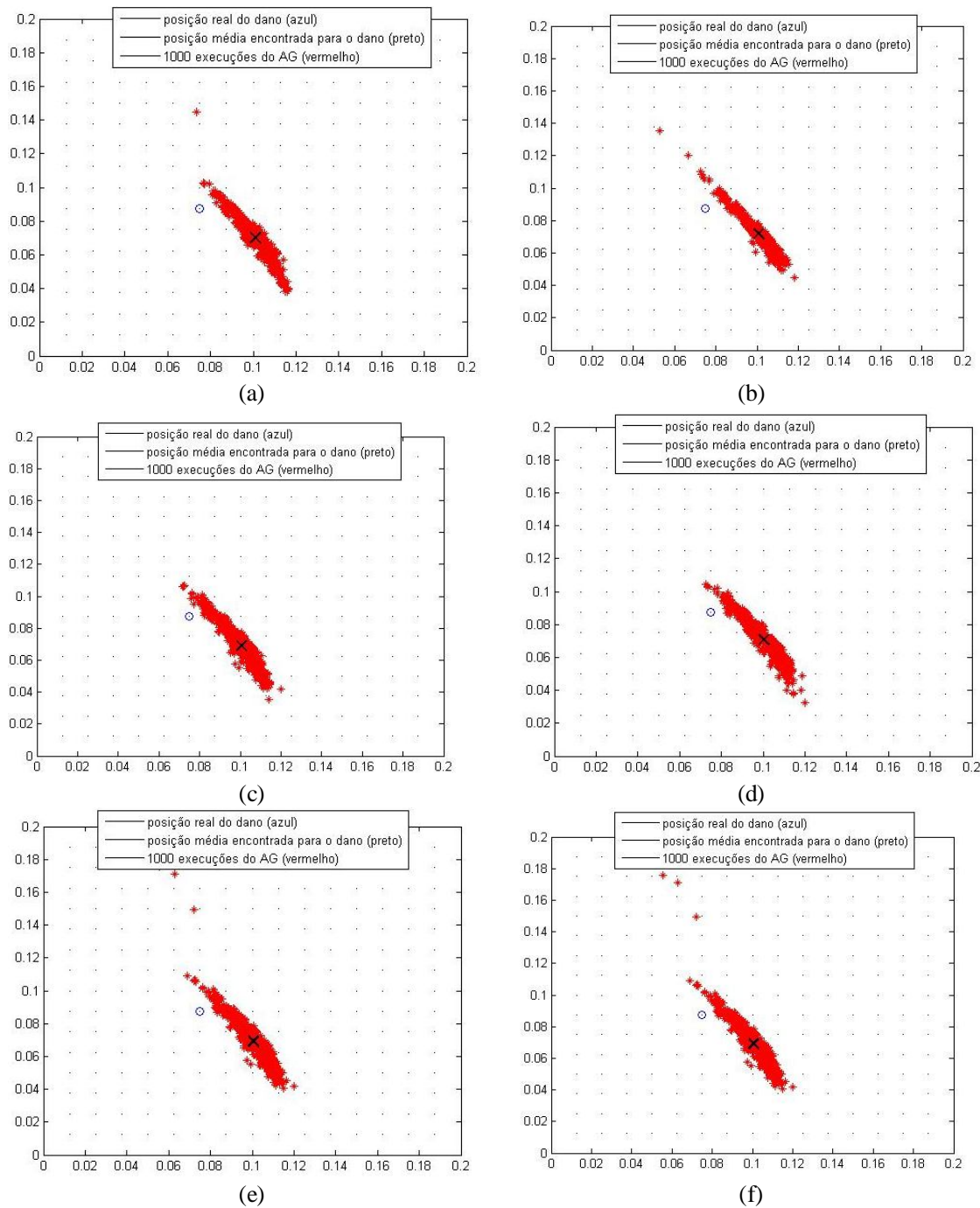


Figura 7.6 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando dois sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4; (e) Caso 5; (f) Caso 6; considerando o dano na posição nodal 104.

A Figura 7.7 ilustra os resultados obtidos para cada caso da Tabela 7.1 quando considera-se que o dano localiza-se na posição nodal 174.

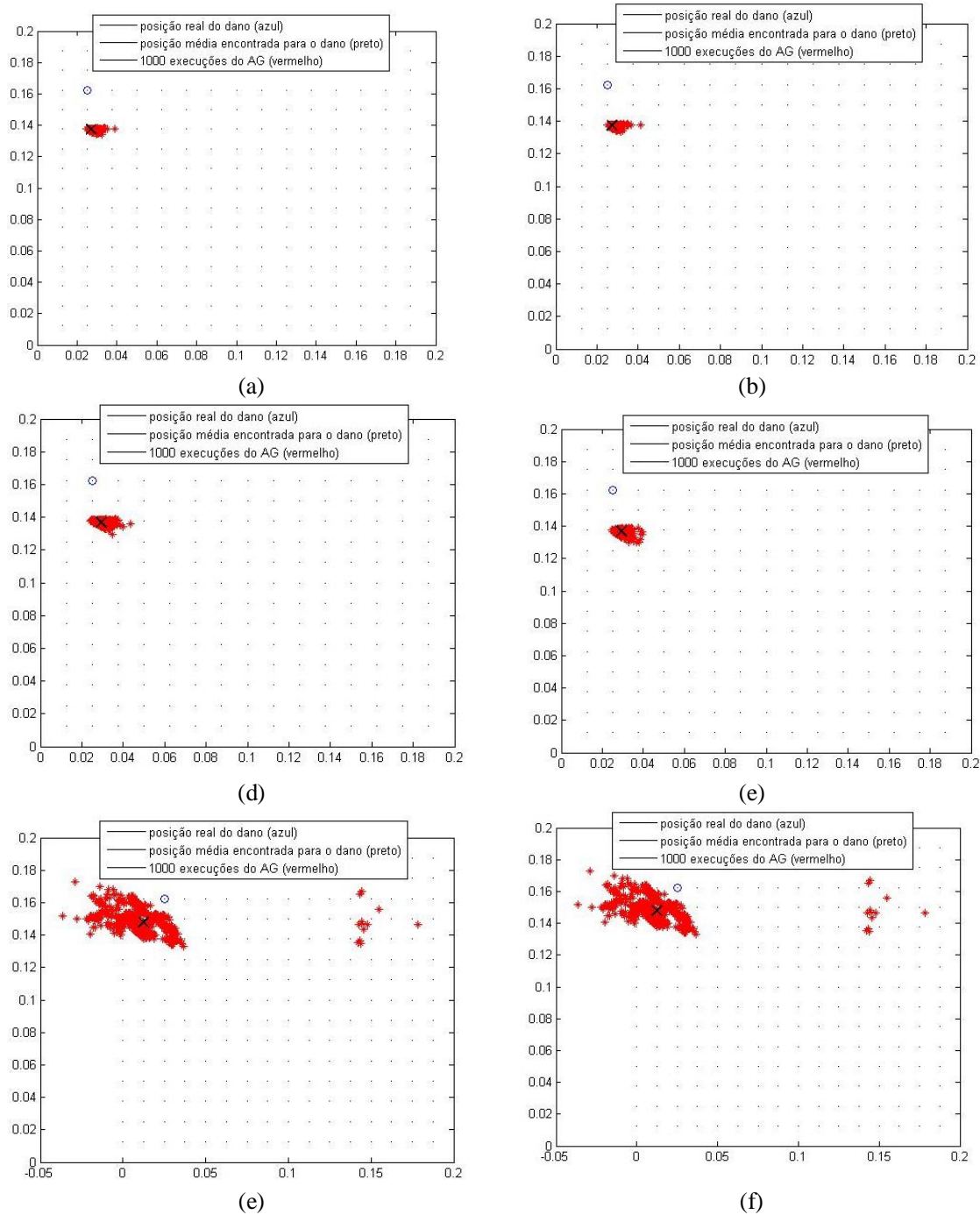


Figura 7.7– Análise da probabilidade de sucesso utilizando dois sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4; (e) Caso 5; (f) Caso 6; considerando o dano na posição nodal 174.

É possível notar através da análise das Figuras 7.6 e 7.7 e, com os dados fornecidos na Tabela 7.1 que o melhor desempenho obtido pelo processo de detecção de danos foi para os sensores posicionados nos nós 175 e 195 para a localização de um dano posicionado no nó 174 e, com este resultado foi possível validar a formulação do processo de identificação e

localização dos danos, visto que este resultado também foi encontrado quando se utiliza as Redes Neurais Artificiais.

### 7.2.2. Três sensores

Neste caso foram considerados três sensores, dispostos em configurações distintas.

A Tabela 7.2 apresenta os resultados encontrados para o dano considerado na posição 104 e na posição 174. A Figura 7.8 ilustra os resultado obtidos para cada caso da Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Número e seu respectivo posicionamento para três sensores e resultado encontrado

Número de Casos	Posição dos Sensores	Probabilidade de sucesso para o dano na posição 104	Probabilidade de sucesso para o dano na posição 174
1	5; 37; 175	36,60%	41,30%
2	5; 37; 195	41,00%	54,40%
3	5; 175; 195	41,00%	54,50%
4	37; 175; 195	40,00%	84,30%

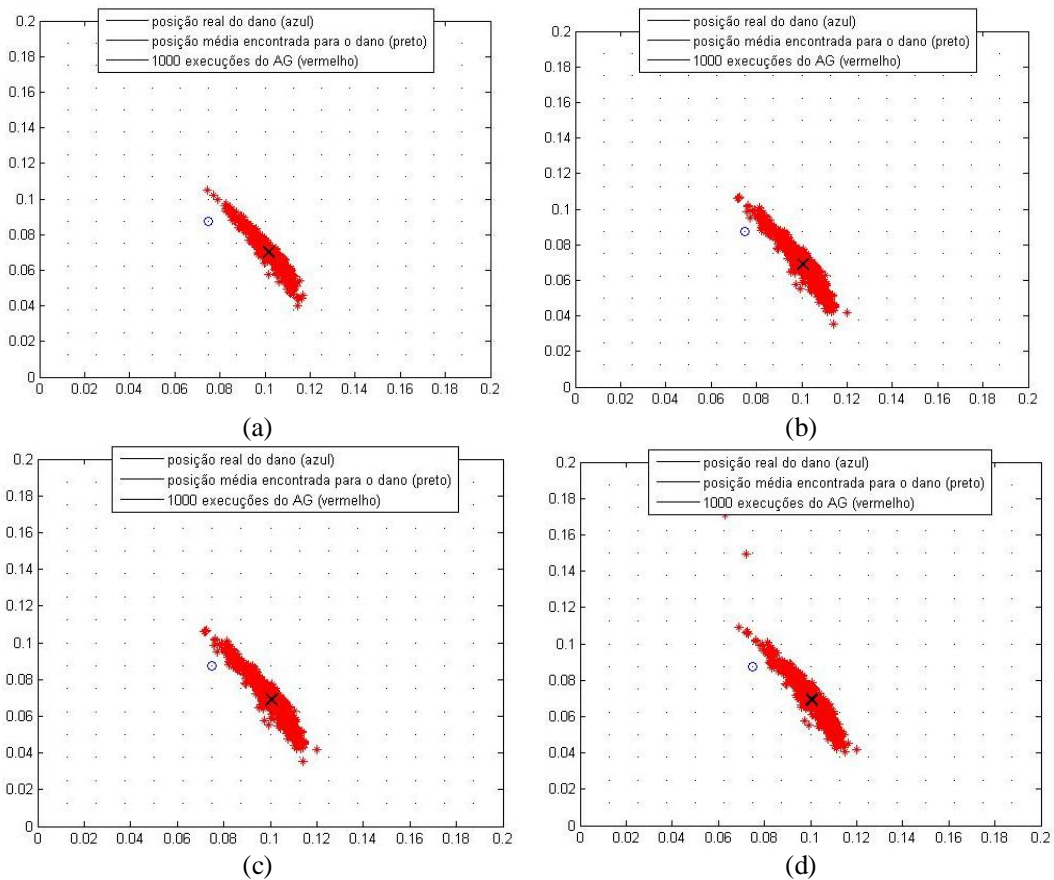


Figura 7.8 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando três sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4; dano na posição 104.



A consideração do sensor 175, no Caso 1 apresentado na Tabela 7.2, juntamente com os sensores 5 e 37 para a detecção de dano localizado na posição nodal 104 foi melhor, visto que, quando se considera somente os sensores 5 e 37 a probabilidade de sucesso é praticamente nula, mas para os outros casos a presença do sensor não conduziu a nenhuma melhora significativa, permanecendo praticamente a mesma porcentagem da probabilidade de sucesso.

A partir da Tabela 7.2 e da Figura 7.9 observa-se que, quando se considera o dano situado na posição 174, há uma pequena melhora no desempenho do processo de detecção de danos.

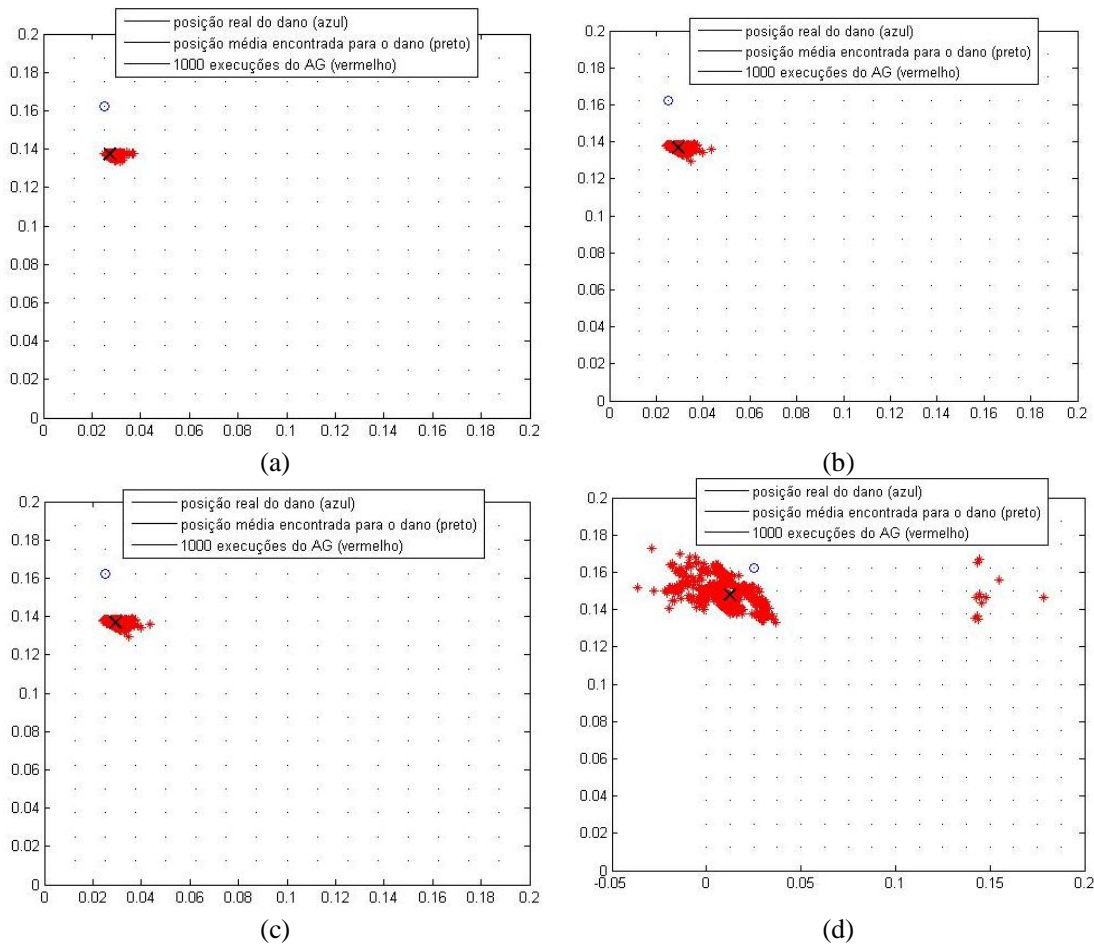


Figura 7.9 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando três sensores: (a) Caso 1; (b) Caso 2; (c) Caso 3; (d) Caso 4; dano na posição 174.

### 7.2.3. Quatro sensores

Nesta seção foi considerada a presença dos quatro sensores, encontrando uma probabilidade de sucesso de 41% para o dano considerado estar na posição 104 e de 54,40% para o dano localizado na posição nodal 174, conforme mostrado também na Figura 7.10.

Este resultado demonstra que, existe a possibilidade de um desempenho inferior no processo de detecção de danos quando se aumenta o número de sensores. Este resultado pode estar também associado às condições de contorno que também podem influenciar no desempenho.

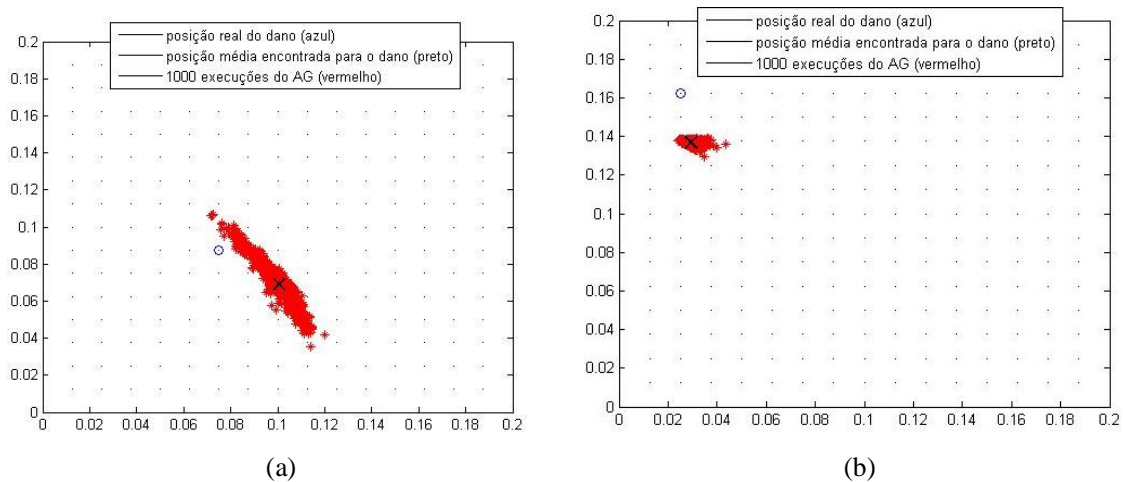


Figura 7.10 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando quatro sensores: (a) Dano na posição 104; (b) Dano na posição 174.

Em relação à quantidade de sensores para o caso analisado pode-se afirmar que com apenas dois sensores têm-se um resultado mais significativo para a maximização da probabilidade de detecção de danos. Logo, deve-se analisar não somente o número de sensores, bem como a sua configuração, pois de todos os casos analisados o melhor desempenho foi apresentado para o par de sensores posicionados nos pontos nodais 175 e 195 voltados para detectar o dano na posição nodal 174 e que, a presença dos sensores 5 e 37 não contribuem para o resultado. Nesse sentido, além da análise do número e posicionamento dos sensores, deve ser também considerada a posição do dano, que irá refletir diretamente no processo de detecção de danos, visto que com este mesmo par de sensores não foi possível detectar com eficiência o dano posicionado no ponto nodal 104. Além disto, deve ser considerada a influência das condições de contorno, como a placa está apoiada e, como os quatro sensores foram considerados estarem mais próximo da extremidade, isto também pode afetar os resultados. Nesse contexto, foi analisada uma configuração diferente de quatro



sensores, situados mais internamente à placa, voltados para detectar o dano posicionado no ponto nodal 174.

As Figuras 7.11(a) e 7.11(b) ilustram os resultados da identificação e localização do dano nas posições 104 e 174, respectivamente, considerando os sensores dispostos nos seguintes pontos nodais: 10, 62, 154 e 166, conforme havia sido realizado utilizando as Redes Neurais.

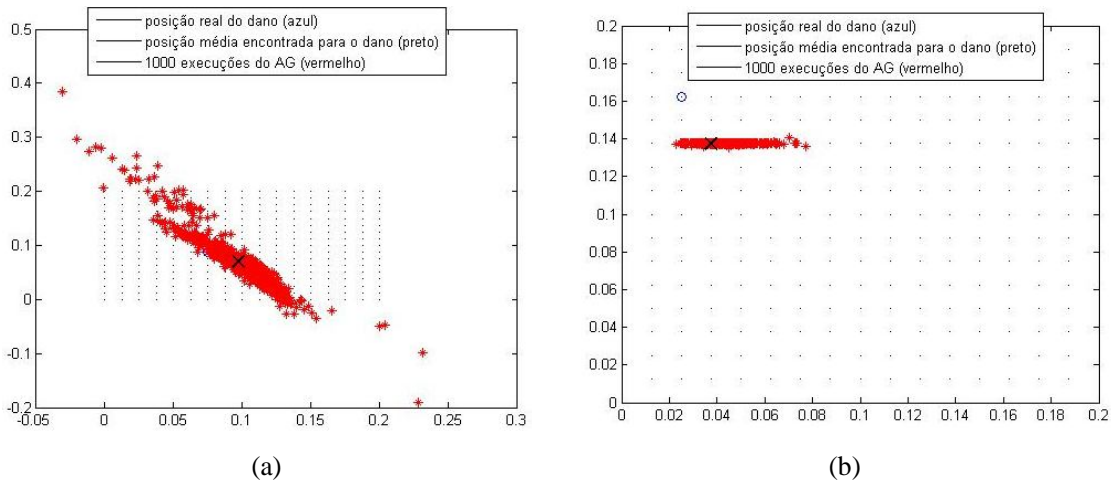


Figura 7.11 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando quatro sensores: (a) Dano na posição 104; (b) Dano na posição 174.

A probabilidade de sucesso foi de 33,5% para o dano considerado estar na posição 104 e de 60,20% para o dano localizado na posição nodal 174. O resultado encontrado para o dano considerado estar na posição 104 foi menos significativo do que no caso anterior, quando foram considerados os sensores estarem em outra configuração, enquanto que para a posição 174 nota-se um pequeno aumento no desempenho.

Outro fator que também deve ser analisado é a precisão requerida em um dado projeto, logo, aumentando a área que foi delimitada como área danificada, aumenta-se a probabilidade de sucesso.

### 7.3. Análise da presença do ruído

Nesta seção foi analisado o desempenho do Algoritmo Genético quando ruídos aleatórios são introduzidos nos valores do deslocamento vertical em relação ao plano médio da placa.

O ruído aleatório é um sinal formado por um conjunto de números aleatórios de uma distribuição normal com média zero (ruído branco) e um coeficiente de covariância de 2% do valor medido pelo sensor. A Figura apresenta o fluxograma para análise do erro na medição (LOPES, 2010).

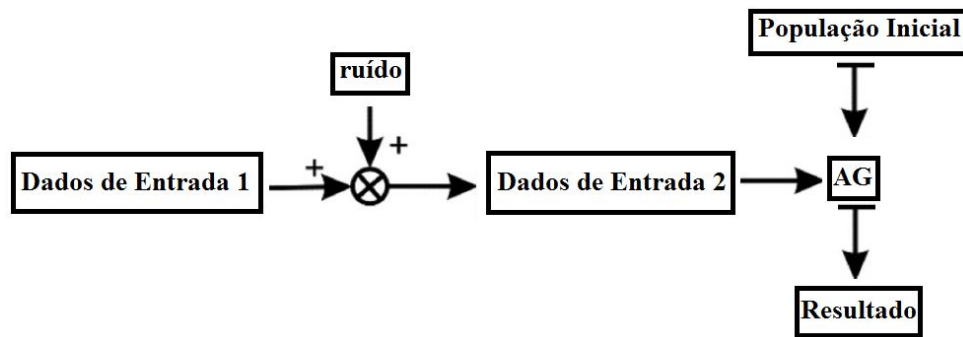


Figura 7.12 – Fluxograma (Adaptado de: Lopes (2010)).

O ruído branco foi implementado no melhor resultado que foi obtido quando se utiliza dois sensores posicionados em 175 e 195 conforme foi apresentado em aplicação numérica anterior, a probabilidade de sucesso foi de 84,30%. A probabilidade de sucesso obtida quando considera-se o ruído foi de 73,40%, a Figura 7.13 ilustra o resultado.

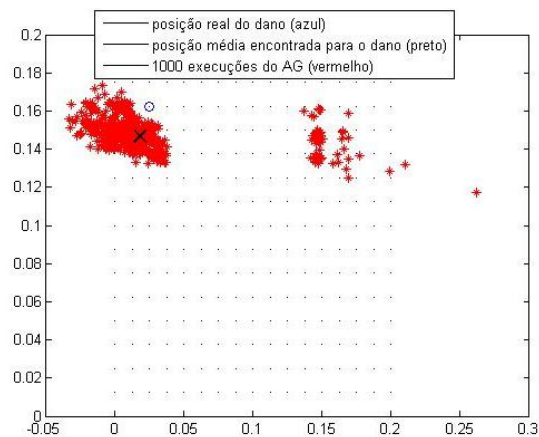


Figura 7.13 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando dois sensores com a consideração do ruído branco na medida.

Aumentando-se o coeficiente de covariância para 5% do valor medido pelo sensor tem-se o resultado apresentado na Figura 7.14. O ruído branco considerando os dois sensores posicionados em 175 e 195 obtendo-se 50,80% de probabilidade de sucesso.

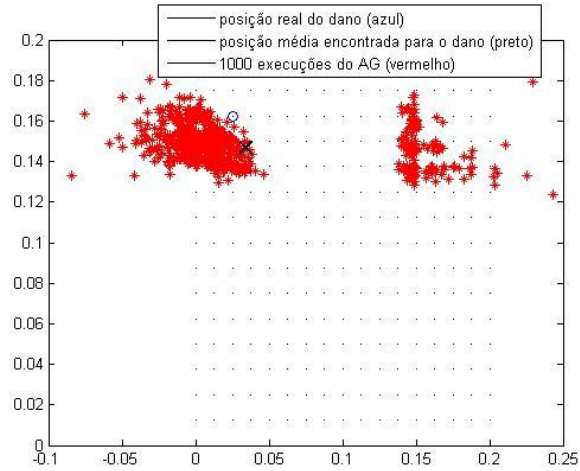


Figura 7.14 – Análise da probabilidade de sucesso utilizando dois sensores com a consideração do ruído branco na medida.

## Capítulo 8

### Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

#### 8.1. Conclusões

Foi realizado um estudo e análise de duas técnicas computacionais, as Redes Neurais Artificiais e os Algoritmos Genéticos, aliados a conceitos de otimização topológica que permitiu formular e desenvolver uma metodologia de otimização aplicada à topologia de sensores em uma placa compósita. Nesse sentido, buscou analisar a configuração de sensores para maximizar a probabilidade de localização e identificação de danos.

Um modelo numérico em elementos finitos foi elaborado utilizando a Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT) para a placa compósita considerada. A elaboração deste modelo numérico foi fundamental para conhecer previamente o comportamento dinâmico da estrutura com o objetivo de se obter as respostas da estrutura (frequências naturais, modos de vibração e os deslocamentos verticais) para um estado que foi considerado como o estado inicial sem a presença de qualquer tipo de dano. De acordo com isto, foi possível formular o problema inverso utilizando duas técnicas computacionais, as Redes Neurais Artificiais e os Algoritmos Genéticos, para a identificação e localização do dano.

O dano foi modelado considerando uma redução de rigidez em determinados elementos (finitos) da placa e os sensores foram posicionados em pontos nodais que foram estabelecidos. A estratégia adotada neste trabalho foi considerar que, a perda de rigidez em determinado ponto da placa afeta a região em torno deste ponto, logo foi delimitada uma região como sendo a região danificada, isto é, os sensores devem ser capazes de identificar e localizar esta região. Como condição de restrição, as respostas dos sensores foram escolhidas como sendo os deslocamentos verticais (normais ao plano da placa compósita) de modos de vibração não-nulos, o que foi possível utilizando a matriz modal que foi obtida pela técnica de elementos finitos.

A proposição de níveis prioritários de informação a serem estabelecidos no início do problema proposto é fundamental para a formulação do modelo, pois com a utilização destes níveis verificou-se que não é possível fixar o nível 4 e 5 de informação, uma vez que o número de sensores, bem como o seu posicionamento, devem ser explorados juntos.

A aplicação das redes neurais ao problema proposto permitiu uma análise prévia do comportamento da placa compósita, em termos do valor da extensão da rigidez, pois para valores de 20% e 80% de redução de rigidez não se obteve resultados satisfatórios, podendo-se afirmar que o problema de detecção de danos pode ter resultados positivos quando a rigidez é reduzida de 40% e, ainda, pode-se afirmar que valores que estão ao redor dessa porcentagem funcionarão para a formulação do problema. Outro aspecto a ser citado é que por meio da rede neural artificial pode-se analisar a influência dos dados de treinamento da rede, isto é, as regiões que tiveram a rigidez reduzida e que contém os pontos nodais utilizados no treinamento exercem influência no desempenho dos sensores, assim como, a posição do dano simulado.

Com a utilização das redes neurais artificiais foi possível mostrar ainda que a utilização de apenas um conjunto de frequências naturais é ineficiente para se localizar o dano, sendo necessário um maior número de frequências naturais e, ainda, frequências naturais de ordem mais elevadas contribuem de maneira positiva para a localização do dano. Outro fator que pode ser comprovado foi em termos das porcentagens de variações das frequências naturais, sendo comprovado que mesmo variações pequenas (menores que 5%) foi possível encontrar o dano.

A metodologia de otimização topológica foi formulada fazendo uso dos Algoritmos Genéticos com informações a respeito da estrutura e do posicionamento dos sensores. Estas informações foram denominadas, neste trabalho, como níveis hierárquicos e, a partir da análise destes níveis foi possível avaliar diversas topologias de sensores voltadas para a detecção de danos na estrutura.

## **8.2. Sugestões para Trabalhos Futuros**

A realização do trabalho de pesquisa aqui reportado permitiu identificar alguns importantes tópicos a serem investigados no futuro:

- Análise do nível hierárquico 6, que considera o tipo de sensor;

- Extensão dos procedimentos de modelagem de outros tipos de elementos estruturais laminados como cascas e sólidos tridimensionais;
- Influências das incertezas no modelo, podendo-se elaborar a modelagem das incertezas;
- A partir das respostas dos sensores obtidas por meio dos AG's, formular um procedimento de otimização topológica de modo a analisar todos os possíveis posicionamentos dos sensores;
- Inclusão de massas concentradas nos pontos onde estão localizados os sensores para simular a presença dos mesmos e a alteração na dinâmica do sistema.

## Referências Bibliográficas

ASLAN, Z., R. KARAKUZU, B. OKUTAN. The response of laminated composite plates under low-velocity impact loading, *Composite Struct.* 59: 119-127. 3, 2003.

BAKHARY, N.; HAO, H.; DEEKS, A. Damage detection using artificial neural networks with consideration of uncertainties. *Engineering Structures* v. 29, p. 2806-2815, 2007.

BANDARA, R. P., CHAN, TOMMY H.T., THAMBIRATNAM, D. P. Frequency response function based damage identification using principal component analysis and pattern recognition technique. *Engineering Structures*, 66, pp. 116-128, 2014.

BARTHOLD, F. J. A short guide to variational design sensitivity analysis, In: 6th WCSMO - World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Rio de Janeiro, Brazil, 2005.

BENDSOE, M. P.; SIGMUND, O. *Topology optimization: Theory, Methods and Application*. Berlin: Springer-Verlag, 2003.

BEGAMBRE, O. Detecção de dano a partir da resposta dinâmica da estrutura: estudo analítico com aplicação a estruturas do tipo viga. Dissertação (Mestrado), Universidade de São Paulo, 2003.

BEGAMBRE, O. Algoritmo híbrido para a avaliação da integridade estrutural: uma abordagem heurística. Tese (Doutorado), Universidade de São Paulo, 2007.

BEGAMBRE, O.; LAIER, J.E. Procedimento de otimização para o ajuste da matriz de rigidez utilizando o algoritmo Simulated Annealing (SA) e dados modais. Anais das XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, 2006.

BORGES Jr., E.A. T., RIBEIRO, I. S., FILHO, E.F.S., FARIAS, C.T.T. SILVA, L.A.S. OLIVEIRA, T.A.S. Avaliação não destrutiva da integridade estrutural de chapas de compósito laminado de alumínio e epóxi reforçado por fibra de carbono com auxílio de técnicas de processamento digital de sinais ultrassônicos. V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM), 2010.

CALLISTER JUNIOR, W. D. *Compósitos*. In: *Ciência e engenharia de materiais: uma introdução*. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002. cap.17, p.360-363.

CANDIDO, G. M., ALMEIDA, S. F. M, REZENDE, M. C. Processing of advanced structural polymeric composite laminates with molded edges. *Polímeros: Ciência e Tecnologia*, Vol.10, no.1, pp.31-41, 2000.

CAWLEY, P.; ADAMS, R. D. The locations of defects in structures from measurements of natural frequencies. *Journal of Strain Analysis*, v. 14, n.2, p. 49-57, 1979.

- COELLO, C. A. C. Handling preferences in evolutionary multi-objective optimization: A Survey, In: IEEE – CEC'2000 – Congress on Evolutionary Computation, Vol. 1, pp. 30–37, New Jersey, 2000.
- COELLO, C. A. C., D. A. Van Veldhuizen e G. B. Lamont Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems (genetic algorithms and evolutionary computation), Kluwer Academic Publishers, 2002.
- COLAÇO, M. J. ORLANDE, H. R.B., DULIKRAVICH, G.S. Inverse and Optimization Problems in Heat Transfer, J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., Vol. XXVIII, No. 1 / 1, 2006
- COULOMB, J. L. e LEBENSZTAJN, L. TEAM Workshop Problem 25: A multiobjective analysis, IEEE - Transactions on Magnetics, Vol. 40, n. 2, pp. 1402-1405, 2004.
- COUTINHO, K. D. Método de Otimização Topológica em Estruturas Tridimensionais. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte, 2006.
- De Jong, K. An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems. Tese de Doutorado, University of Michigan, USA, 1975.
- Di BARBA, P. e MOGNASCHI, M. E., 2004, Recent experiences of multi-objective optimization in electromagnetics: a comparison of methods, In: 8th OIPE – International Workshop on Optimization and Inverse Problems in Electrical Engineering, Grenoble, France.
- DIAS, A. H. F. e VASCONCELOS, J. A., Multi-objective genetic algorithms applied to solve optimization problems, IEEE – Transactions on Magnetics, Vol. 38, n. 2, pp. 1133–1136, Mar. 2002.
- DIACENCO, A. A. Modelagem por Elementos Finitos de Materiais Compósitos Estruturais Incorporando Material Viscoelástico para o Controle Passivo de Vibração e Ruído. Dissertação De Mestrado, Universidade Federal de Itajubá, 2010.
- DIACENCO, A. A.; LIMA, A. M. G. ; CÔRREA, E. O. Numerical Formulation in Finite Elements of Damping In Composites Materials Using Theories of First and Higher Order. In: Congress On Computational Methods In Engineering, Ouro Preto, 2011.
- DIACENCO, A. A.; LIMA, A. M. G. ; CÔRREA, E. O. Finite Element Reduction Strategy for Composite Sandwich Plates with Viscoelastic Layers. Materials Research (São Carlos. Impresso), V. 16, P. 473-480, 2013.
- DIACENCO, A. A.; FONSECA, D. J. ; DINIZ, C. A. Formulação Numérica Em Elementos Finitos do Amortecimento em Materiais Compósitos Usando a Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (Fsdt). 69º Congresso Internacional, São Paulo, 2014.
- DOEBLING, S. W., FARRAR, C. R., PRIME, M. B. and SHEVITZ, D. W. (1996). Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review. Technical Report report LA-13070-MS., Los Alamos National Laboratory.



FANNING, P. J. CARDEN, E.P. Damage detection based on single-input-single-output measurements. *Journal of Engineering Mechanics*. P. 202-209, 2003.

FARIA, A. W. Modelagem por elementos finitos de placas compostas dotadas de sensores e atuadores piezoelétricos: implementação computacional e avaliação numérica. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.

FERREIRA, L. M. S. Avaliação do dano em compósitos laminados devido a impactos de baixa velocidade, Tese (Doutorado), Universidade de Coimbra, Portugal, 2006.

FINKLER, M. Desenvolvimento de Compósitos com Base em Rejeito de Tecidos de Algodão e Acrílico em Matriz de Polietileno de Alta Densidade, Dissertação (Mestrado), Universidade de Caxias do Sul, 2005.

FRANÇA, Altair de Araujo. Detecção e localização de danos em materiais compósitos aplicado em aeronaves utilizando redes neurais artificiais. 2014. 109 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2014.

GADEA , A.S.M. Identificação de danos estruturais a partir das funções de resposta em frequência (FRF). Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2002.

GUIMARÃES, L. G. S. Compressão de placas compósitas após submetidas a impacto a baixa velocidade. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Ciências e Tecnologia – Universidade de Coimbra, 2010.

HAYKIN, S. (1999). *Neural networks: a comprehensive fundation*. (2nd ed.) Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.

JACOB, L. P. e SENTHIL S. V. Multi-objective optimization of fiber reinforced composite laminates for strength, stiffness and minimal mass, *Journal of Computers and Structures*, Vol. 84, pp. 2065-2080, 2006.

JULIANI, T.M. Detecção de danos em modelos de pontes em escala reduzida pela identificação modal estocástica. 2014. 189 p. Dissertação (Mestrado) –Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

KERNICKY, T. and WHELAN, M.J. Sensor Topologies for Application of Strain Energy Damage Diagnostics and Prognostication, SPIE Smart Structures/NDE Conference, San Diego, CA, 2012.

LEATH, W. J.; ZIMMERMAN, D. C. Analysis of neural network supervised training with application to structural damage detecton. *Proceedings of the 9th Virginia Polytechnic Institute and state university symposium on dynamics and control of large structures*, Blacksburg, VA, 1993.

LEE, S.Y.; WOOH, S. H. Detection of stiffness reductions in laminated composite plates from their dynamics response using the microgenetic algorithm. *ComputMech*. 36, p. 320-330, 2005.

- LINDEN, R. Algoritmos Genéticos: Uma importante ferramenta da Inteligência Computacional. Rio de Janeiro. Brasport. 2006.
- LIMA, A.M.G.; DIACENCO, A. A.; CÔRREA, E. O. . **Finite Element Modeling of Composite Sandwich Plates with Viscoelastic Layers**. In: 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering (COBEM), Gramado – RS, 2009.
- LISBOA, A. C. Análise de estabilidade em otimização para domínios finitos de funcionais de Lipschitz, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFMG, Belo Horizonte, 2003.
- LOPES, P. S. (2007); “Detecção de danos em estruturas por meio de técnicas de redes neurais artificiais e de algoritmos genéticos”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica (Projeto e Fabricação), Unifei - Universidade Federal de Itajubá.
- LOPES, P. S.; JORGE, A. B. ; CUNHA JR., S. S. . Detection of holes in a plate using global optimization and parameter identification techniques. *Inverse Problems in Science & Engineering (Print)*, v. 18, p. 439-463, 2010.
- LOPES, P. S. (2010), Modelagem de problema inverso de detecção de danos por técnicas de identificação de parâmetros e de otimização, Itajubá, 135p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.
- MAIO, C.E.B. Técnicas para o monitoramento de integridade estrutural usando sensores e atuadores piezoelétricos. 113. p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.
- MARCY, M. (2013). Identificação e Quantificação de Danos em Pórticos Espaciais Via Método do Erro Residual e Redes Neurais Artificiais. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-001A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 112p.
- MARIANI S.1, BRUGGI M, CAIMMI F, BENDISCIOLI P. AND DE FAZIO M. Sensor deployment over damagecontaining plates: A topology optimization approach. *JournalofIntelligent Material Systems andStructures*. 24(9) 1105–1122, 2013.
- MEDEIROS G. F., KRIPKA M. Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas. *Revista Ciatic – UPF*, vol.4 (1), p.p.19-32, 2012.
- MENEGUIM, R. A. Análise de Estabilidade de Soluções em Otimização Através de Elipsóides Mínimos, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFMG, Belo Horizonte., 1999.
- MERUANE V. and HEYLEN W. Damage Detection with Parallel Genetic Algorithms and Operational Modes. *Structural HealthMonitoring* 9(6) Vol 9(6): 481–16,
- MISSAGIA, Z. M. V.; SANTOS, J. C.; CHRISTOFORO, A. L.; PANZERA, T. H.; SILVA, V. R. V., Compressive Behaviour of Polimeric Composites Reinforced with Sawdust. In: *Brazilian Conference on Composite Material -BCCM, (Anais), Natal (RN) 2011.*

- MUKHOPADHYAY S., BANERJEE S. Global optimization of an optical chaotic system by Chaotic Multi Swarm Particle Swarm Optimization. *Expert Systems with Applications* 39 - 917-924, 2012.
- NOVOTNY, A.; FEIJÓ, R. ; TOROCO, E. Derivada topológica via análise de sensibilidade à mudança de forma na otimização topológica. *Rev. Int. Mét. Num. Cál. Dis. Ing.* Vol 18, 4. P. 499-519, 2002.
- OGATA, Katsuhiko. *Engenharia de Controle Moderno*. Tradução de Prof. Bernardo Severo. Rio de Janeiro: LTC Editora, 1998.
- PASHKO, S.; MOLYBOHA, A.; ZABARANKIN, M., GOROVY S., Optimal sensor placement for underwater threat detection. WileyPeriodicals, Inc. 2008.
- RAZERA, A. T. Fibras lignocelulósicas como agente de reforço de compósitos de matriz fenólica e lignofenólica. Tese (Doutorado) – Instituto de Engenharia Química da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- REDDY, J. N. *Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis*, 2. ed., Florida: CRC Press, 1997.
- ROMARIZ, L. A. Dano em placas laminadas devido ao impacto a baixas velocidades. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- SAKARIS C.S., SAKELLARIOU J.S., FASSOIS S.D, How Many Vibration Response Sensors for Damage Detection and Localization on a Continuous Structural Topology? An Experimental Exploratory Study, in *Proceedings of the 10th International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS)*, Dublin, Ireland, 2013. Also in *Key Engineering Materials*, Trans Tech Publications, Vols. 569-570, pp. 791-798, 2013
- SALAWU, O. S. Detection of structural damage through changes in frequency: a review. *Engineering Structures*, v. 19, n.9, p. 718-723, 1997
- SAMANTA B. Prediction of chaotic time series using computational intelligence. *Expert Systems with Applications* 38 - 11406-11411, 2011
- SANTOS, G.F. Identificação de danos estruturais utilizando técnicas de otimização. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.
- SANTOS, G. F., SILVA, J. G. S., SOEIRO, J.F.C., NETO, J. S. Identificação de dano e análise de sensibilidade em treliças de aço. *Mecânica Computacional Vol XXIX*, p. 7287-7295, Buenos Aires, Argentina, 2010
- SANTOS, L. B. L.; CHIWIACOWSKY, L. D.; CAMPOS VELHO, H. F. Análise de robustez do método híbrido de estimação de dano estrutural. In: *Brazilian Conference On Dynamics, Control And Applications*, 10. (DINCON), Serra Negra, 2010.
- SATYANARAYANA, K.G.; LKULKARN, A.G. ; ROHATGI, P. K. Composite reinforcement of natural fibers: a review. *Journal Science Industrial Res.* 1981.

SCHOEPPNER, G.A. and ABRATE S. , Delamination threshold loads for low velocity impact on composite laminates, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 31, no. 9, pp. 903-915, 2000.

SILVA, N. R. S. Detecção de dano estrutural por algoritmos genéticos e sensibilidade modal. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2006.

TITA, V. Análise dinâmica teórica e experimental de vigas fabricadas a partir de materiais compósitos poliméricos reforçados. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

TSURUTA, K. M. Monitoramento de integridade estrutural de materiais compósitos sujeitos a impactos empregando a técnica da impedância eletromecânica. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2008.

VANDERPLAATS G. N., Structural optimization for statics, dynamics and beyond. *J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng.* [online], vol.28, n.3, pp.316-322, 2006.

VENTURA, Ana Mafalda F.M. Os Compósitos e a sua aplicação na Reabilitação de Estruturas metálicas. *C.Tecn. Mat.*, Lisboa, v. 21, n. 3-4, 2009.

VILLALBA MORALES, J.D. Detecção de dano em estruturas utilizando algoritmos genéticos e parâmetros dinâmicos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

VILLALBA MORALES, J.D. Detecção de dano em estruturas inteligência computacional e análise dinâmica. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos, São Carlos, 2012.

WANG, Q.; WANG, M. A. Controllability Index for Optimal Design of Piezoelectric Actuators in vibration control of beam structures. Department of Civil Engineering National University of Singapore, 2000.

WORDEN K., BURROWS, A. P. Optimal sensor placement for fault detection *Engineering Structures.*, 23, pp. 885–901, 2001.

ZEHNDER, N.; ERMANNI, P. A methodology for the global optimization of laminated composite structures, *Composite Structures*, 72, pp. 311-320, 2006.

## Anexo A– Programa Desenvolvido para o Problema Direto

```
clear allfunction
clear all; clc
format shortg

syms EnabzE1E2E3G12G13G23v12v21v23v32v13v31scro

% MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS DA PLACA COMPÓSITA

% -----
% Funções de Forma
% -----

N1=-1/4*(1-E)*(1-n)*(1+E+n);
N2=1/2*(1-E)*(1+E)*(1-n);
N3=-1/4*(1+E)*(1-n)*(1-E+n);
N4=1/2*(1+E)*(1+n)*(1-n);
N5=-1/4*(1+E)*(1+n)*(1-E-n);
N6=1/2*(1-E)*(1+E)*(1+n);
N7=-1/4*(1-E)*(1+n)*(1+E-n);
N8=1/2*(1-E)*(1+n)*(1-n);

% -----
% Diferenciais: E_x = dE/dx  n_y = dn/dy  e o Jacobiano
% -----

E_x = 2/a;
n_y = 2/b;
J = a*b/4;

% -----
% Diferenciais: dN/dx = dN/dE*dE/dx
% -----

N1_E = diff(N1,E)*E_x;
N2_E = diff(N2,E)*E_x;
N3_E = diff(N3,E)*E_x;
N4_E = diff(N4,E)*E_x;
N5_E = diff(N5,E)*E_x;
N6_E = diff(N6,E)*E_x;
N7_E = diff(N7,E)*E_x;
N8_E = diff(N8,E)*E_x;

% -----
% Diferenciais: dN/dy = dN/dn*dn/dy
% -----

N1_n = diff(N1,n)*n_y;
N2_n = diff(N2,n)*n_y;
N3_n = diff(N3,n)*n_y;
N4_n = diff(N4,n)*n_y;
N5_n = diff(N5,n)*n_y;
N6_n = diff(N6,n)*n_y;
N7_n = diff(N7,n)*n_y;
N8_n = diff(N8,n)*n_y;
```

```

% -----
[Cbt,Cst] =
matriz_coef_elast(E1,E2,E3,G23,G13,G12,v12,v21,v23,v32,v31,v13);

[Bb,Bbt] =
matrizes_bending(N1,N1_E,N1_n,N2,N2_E,N2_n,N3,N3_E,N3_n,N4,N4_E,N4_n,N5,N5_
E,N5_n,N6,N6_E,N6_n,N7,N7_E,N7_n,N8,N8_E,N8_n);

[Bs,Bst] =
matrizes_shear(N1,N1_E,N1_n,N2,N2_E,N2_n,N3,N3_E,N3_n,N4,N4_E,N4_n,N5,N5_E,
N5_n,N6,N6_E,N6_n,N7,N7_E,N7_n,N8,N8_E,N8_n);

bt_cbt_bb (Bb, Bbt, Cbt, E, n, J);

bst_cst_bs(Bs, Bst, Cst, E, n, J);

[A,At] = massa_01 (N1, N2, N3, N4, N5, N6, N7, N8);

massa_02(A,At,n,E,J);

function [Cbt,Cst] =
matriz_coef_elast(E1,E2,E3,G23,G13,G12,v12,v21,v23,v32,v31,v13)

% =====
%                               Matriz de Rigidez Mecânica
% =====
% -----
delta = 1 - v12*v21 - v23*v32 - v31*v13 - 2*v21*v32*v13;
% -----

C11 = E1*(1-v23*v32)/delta;
C12 = E1*(v21+v31*v23)/delta;
C13 = E1*(v31+v21*v32)/delta;
C22 = E2*(1-v13*v31)/delta;
C23 = E2*(v32+v12*v31)/delta;
C33 = E3*(1-v12*v21)/delta;
C44 = G23;
C55 = G13;
C66 = G12;

% C = [  C11 C12 C13 0  0  0
%        C12 C22 C23 0  0  0
%        C13 C23 C33 0  0  0
%        0  0  0  C44 0  0
%        0  0  0  0  C55 0
%        0  0  0  0  0  C66  ];

% =====
%                               Matriz de Flexão - Membrana (Bending)
% =====

Cb = [ C11 C12 C13 0
      C12 C22 C23 0
      C13 C23 C33 0
      0  0  0  C66]

% =====

```

```

%                               Matriz de Cisalhamento (Shear)
% =====

Cs = [ C44  0
      0   C55 ];

% =====
%                               Matriz de Transformação
% =====
% c = cos (téta)
% s = sen (téta)
% -----
% T = [  c^2   s^2  0  0  0  -2*s*c
%        s^2   c^2  0  0  0   2*s*c
%        0     0  1  0  0   0
%        0     0  0  c  s   0
%        0     0  0 -s  c   0
%        s*c  -s*c  0  0  0  (c^2-s^2) ];
% =====
% Matriz de Transformação (Bending) - Tb
% =====

% Tb = [  c^2   (1-c^2)  0  -2*s*c
%        (1-c^2)  c^2    0   2*s*c
%        0        0      1  0
%        s*c     -s*c   0  (2c^2-1) ];

% Tb1 :  c^2 fatorado;
% Tb2 :   constante;
% Tb3 :  s*c fatorado;

Tb1 = [  1  -1  0  0
        -1  1  0  0
         0  0  0  0
         0  0  0  2 ];

Tb2 = [  0  1  0  0
         1  0  0  0
         0  0  1  0
         0  0  0 -1 ];

Tb3 = [  0  0  0 -2
         0  0  0  2
         0  0  0  0
         1 -1  0  0 ];

% [Tb]= c^2*[Tb1]+[Tb2]+sc*[Tb3]

% =====
%                               Matriz de Transformação (Shear)
% =====

% -----
% Cisalhamento - Ts
% -----
% Ts = [c s
%       -s c]
%
% Ts1: c foi fatorado

```

```

% Ts2: s foi fatorado
% -----

Ts1=[1 0
0 1];
Ts2=[0 1
-1 0];
%
% [Ts]=c*[Ts1]+s*[Ts2]

% -----
% Transformação de [Cb] e [Cs] em virtude da orientação das fibras
% -----

% -----
Tb1t = Tb1.';
Tb2t = Tb2.';
Tb3t = Tb3.';

Ts1t = Ts1.';
Ts2t = Ts2.';

% -----
% [Cbt] = [Tb]*[Cb]*[Tbt]
% -----
% RODAR O PROGRAMA " SYMBOL_FLEXM01 "
% =====

Cbt1 = Tb1*Cb*Tb1t;
Cbt2 = Tb1*Cb*Tb2t + Tb2*Cb*Tb1t;
Cbt3 = Tb1*Cb*Tb3t + Tb3*Cb*Tb1t;
Cbt4 = Tb2*Cb*Tb2t;
Cbt5 = Tb2*Cb*Tb3t + Tb3*Cb*Tb2t;
Cbt6 = Tb3*Cb*Tb3t;
% ----- Coefs Fatorados de Cb
% c1 = c^4;
% c2 = c^2;
% c3 = s*c^3;
% c4 = 1;
% c5 = s*c;
% c6 = s^2*c^2;
% -----
Cbt = [ {Cbt1} {Cbt2} {Cbt3} {Cbt4} {Cbt5} {Cbt6} ];
% -----

% -----
% [Cst] = [Ts]*[Cs]*[Tst]
% =====
% RODAR O PROGRAMA " SHEAR "
% =====

Cst1 = Ts1*Cs*Ts1t;
Cst2 = Ts1*Cs*Ts2t + Ts2*Cs*Ts1t;
Cst3 = Ts2*Cs*Ts2t;
% ----- Coefs Fatorados de Cst
% c1 = c^2
% c2 = s*c
% c3 = s^2
% -----

```



```

Cst = [ {Cst1} {Cst2} {Cst3} ];
% -----

function [Bb,Bbt] =
matrices_bending(N1,N1_E,N1_n,N2,N2_E,N2_n,N3,N3_E,N3_n,N4,N4_E,N4_n,N5,N5_
E,N5_n,N6,N6_E,N6_n,N7,N7_E,N7_n,N8,N8_E,N8_n)

% -----
% [Bb] = [Bb0] + z*[Bb1]
% ----- Bb0

Bb0(:,1:5) = [N1_E 0 0 0 0 ;
              0 N1_n 0 0 0 ;
              0 0 0 0 0 ;
              N1_n N1_E 0 0 0 ];

Bb0(:,6:10)= [N2_E 0 0 0 0 ;
              0 N2_n 0 0 0 ;
              0 0 0 0 0 ;
              N2_n N2_E 0 0 0 ];

Bb0(:,11:15)= [N3_E 0 0 0 0 ;
              0 N3_n 0 0 0 ;
              0 0 0 0 0 ;
              N3_n N3_E 0 0 0 ];

Bb0(:,16:20)= [N4_E 0 0 0 0 ;
              0 N4_n 0 0 0 ;
              0 0 0 0 0 ;
              N4_n N4_E 0 0 0 ];

Bb0(:,21:25)= [N5_E 0 0 0 0 ;
              0 N5_n 0 0 0 ;
              0 0 0 0 0 ;
              N5_n N5_E 0 0 0 ];

Bb0(:,26:30)= [N6_E 0 0 0 0 ;
              0 N6_n 0 0 0 ;
              0 0 0 0 0 ;
              N6_n N6_E 0 0 0 ];

Bb0(:,31:35)= [N7_E 0 0 0 0 ;
              0 N7_n 0 0 0 ;
              0 0 0 0 0 ;
              N7_n N7_E 0 0 0 ];

Bb0(:,36:40)= [N8_E 0 0 0 0 ;
              0 N8_n 0 0 0 ;
              0 0 0 0 0 ;
              N8_n N8_E 0 0 0 ];

% ----- Bb1

Bb1(:,1:5) = [0 0 0 N1_E 0 ;
              0 0 0 0 N1_n ;
              0 0 0 0 0 ;
              0 0 0 N1_n N1_E ];

Bb1(:,6:10)= [0 0 0 N2_E 0 ;

```

```

        0 0 0 0 N2_n ;
        0 0 0 0 0 ;
        0 0 0 N2_n N2_E ];

Bb1(:,11:15)= [0 0 0 N3_E 0 ;
              0 0 0 0 N3_n;
              0 0 0 0 0 ;
              0 0 0 N3_n N3_E ];

Bb1(:,16:20)= [0 0 0 N4_E 0 ;
              0 0 0 0 N4_n ;
              0 0 0 0 0 ;
              0 0 0 N4_n N4_E ];

Bb1(:,21:25)= [0 0 0 N5_E 0 ;
              0 0 0 0 N5_n ;
              0 0 0 0 0 ;
              0 0 0 N5_n N5_E ];

Bb1(:,26:30)= [0 0 0 N6_E 0 ;
              0 0 0 0 N6_n ;
              0 0 0 0 0 ;
              0 0 0 N6_n N6_E ];

Bb1(:,31:35)= [0 0 0 N7_E 0 ;
              0 0 0 0 N7_n ;
              0 0 0 0 0 ;
              0 0 0 N7_n N7_E ];

Bb1(:,36:40)= [0 0 0 N8_E 0 ;
              0 0 0 0 N8_n ;
              0 0 0 0 0 ;
              0 0 0 N8_n N8_E ];

% -----
Bb0t = Bb0.';
Bb1t = Bb1.';
% -----
Bb = [ {Bb0} {Bb1} ];
Bbt = [ {Bb0t} {Bb1t} ];
% -----
function [Bs,Bst] =
matrizes_shear(N1,N1_E,N1_n,N2,N2_E,N2_n,N3,N3_E,N3_n,N4,N4_E,N4_n,N5,N5_E,
N5_n,N6,N6_E,N6_n,N7,N7_E,N7_n,N8,N8_E,N8_n)

% -----
% [Bs] = [Bs0]
% ----- Bs0
Bs0(:,1:5)= [ 0 0 N1_n 0 N1 ;
             0 0 N1_E N1 0 ];

Bs0(:,6:10)= [ 0 0 N2_n 0 N2 ;
             0 0 N2_E N2 0 ];

Bs0(:,11:15)= [ 0 0 N3_n 0 N3;
             0 0 N3_E N3 0 ];

```

```

Bs0(:,16:20)= [ 0 0 N4_n 0 N4;
               0 0 N4_E N4 0];

Bs0(:,21:25)= [ 0 0 N5_n 0 N5 ;
               0 0 N5_E N5 0 ];

Bs0(:,26:30)= [ 0 0 N6_n 0 N6 ;
               0 0 N6_E N6 0 ];

Bs0(:,31:35)= [ 0 0 N7_n 0 N7 ;
               0 0 N7_E N7 0 ];

Bs0(:,36:40)= [ 0 0 N8_n 0 N8 ;
               0 0 N8_E N8 0 ];

% -----
Bs0t = Bs0.';
% -----
Bs = [ {Bs0} ];
Bst = [ {Bs0t} ];
% -----

function bt_cbt_bb (Bb, Bbt, Cbt, E, n, J)

% -----
% [Bbt]*[Cbt]*[Bb]
% -----
Cbt1 = Cbt{1};
Cbt2 = Cbt{2};
Cbt3 = Cbt{3};
Cbt4 = Cbt{4};
Cbt5 = Cbt{5};
Cbt6 = Cbt{6};
% ----- Coefs de Cbt
% c1 = c^4;
% c2 = c^2;
% c3 = s*c^3;
% c4 = 1;
% c5 = s*c;
% c6 = s^2*c^2;
% -----
clear Cbt
% -----
Bb0 = Bb{1};
Bb1 = Bb{2};
% -----
Bb0t = Bbt{1};
Bb1t = Bbt{2};
% -----
clear BbBbt
% =====
% RODAR O PROGRAMA " SYMBOL_FLEXM02 "
% =====

% =====
% Bbz0 = Bb0t*Cbt*Bb0;

```

```

% Bbz1 = Bb0t*Cbt*Bb1 + Bb1t*Cbt*Bb0;
% Bbz2 = Bb1t*Cbt*Bb1;
% -----
% Bbz0 : constante
% Bbz1 : z fatorado
% Bbz2 : z^2 fatorado

% =====
%
% Integra " Bbz0 " -----> Resultado : z = ( Zsup - Zinf )
%
% =====
%
% Exemplo para este caso:
%
%          |Zsup
% int(Bbz0*dz) = Bbz0*z | = Bbz0*(Zsup - Zinf)
%          |Zinf
%
% =====
Bbz0_1 = Bb0t*Cbt1*Bb0;
Bbz0_2 = Bb0t*Cbt2*Bb0;
Bbz0_3 = Bb0t*Cbt3*Bb0;
Bbz0_4 = Bb0t*Cbt4*Bb0;
Bbz0_5 = Bb0t*Cbt5*Bb0;
Bbz0_6 = Bb0t*Cbt6*Bb0;
% -----
% ANTES DA INTEGRAÇÃO : Bbz0_1 ... Bbz0_6 Fatoradas de acordo com :
% -----
% c1 = c^4;
% c2 = c^2;
% c3 = s*c^3;
% c4 = 1;
% c5 = s*c;
% c6 = s^2*c^2;
% -----
% Integra no dominio (X,Y) = J*(E,n)
% ----- Integra em relação a n
n_inf = -1; % n interior
n_sup = 1; % n superior
% -----
Bbz0_1 = int(Bbz0_1,n,n_inf,n_sup);
Bbz0_2 = int(Bbz0_2,n,n_inf,n_sup);
Bbz0_3 = int(Bbz0_3,n,n_inf,n_sup);
Bbz0_4 = int(Bbz0_4,n,n_inf,n_sup);
Bbz0_5 = int(Bbz0_5,n,n_inf,n_sup);
Bbz0_6 = int(Bbz0_6,n,n_inf,n_sup);
% ----- Integra em relação a E
E_inf = -1; % z interior
E_sup = 1; % z superior
% -----
Bbz0_1 = J*int(Bbz0_1,E,E_inf,E_sup);
Bbz0_2 = J*int(Bbz0_2,E,E_inf,E_sup);
Bbz0_3 = J*int(Bbz0_3,E,E_inf,E_sup);
Bbz0_4 = J*int(Bbz0_4,E,E_inf,E_sup);
Bbz0_5 = J*int(Bbz0_5,E,E_inf,E_sup);
Bbz0_6 = J*int(Bbz0_6,E,E_inf,E_sup);
% -----
% APÓS INTEGRAÇÃO : Bz0_1 ... Bz0_6 Fatoradas de acordo com :
% -----
% c1 = c^4*z;
% c2 = c^2*z;

```

```

% c3 = s*c^3*z;
% c4 = z;
% c5 = s*c*z;
% c6 = s^2*c^2*z;
% ===== Matrices Sparse
% mfile = 'Kbz0_1.m';
% full2sparse2sym(Bbz0_1,mfile);
% clear Bbz0_1
% % -----
% mfile = 'Kbz0_2.m';
% full2sparse2sym(Bbz0_2,mfile);
% clear Bbz0_2
% % -----
% mfile = 'Kbz0_3.m';
% full2sparse2sym(Bbz0_3,mfile);
% clear Bbz0_3
% % -----
% mfile = 'Kbz0_4.m';
% full2sparse2sym(Bbz0_4,mfile);
% clear Bbz0_4
% % -----
% mfile = 'Kbz0_5.m';
% full2sparse2sym(Bbz0_5,mfile);
% clear Bbz0_5
% % -----
% mfile = 'Kbz0_6.m';
% full2sparse2sym(Bbz0_6,mfile);
% clear Bbz0_6
% %
=====
%      Integra " Bbz1 " ----> Resultado : z^2 = ( Zsup^2 - Zinf^2 )
%
% =====
%
% Exemplo para este caso:
%
% int(Bbz1*z*dz) = Bbz1*(1/2*z^2) |ZinfZsup = (1/2)*Bbz1*( Zsup^2 - Zinf^2 )
%
% =====
Bbz1_1 = Bb0t*Cbt1*Bb1 + Bb1t*Cbt1*Bb0;
Bbz1_2 = Bb0t*Cbt2*Bb1 + Bb1t*Cbt2*Bb0;
Bbz1_3 = Bb0t*Cbt3*Bb1 + Bb1t*Cbt3*Bb0;
Bbz1_4 = Bb0t*Cbt4*Bb1 + Bb1t*Cbt4*Bb0;
Bbz1_5 = Bb0t*Cbt5*Bb1 + Bb1t*Cbt5*Bb0;
Bbz1_6 = Bb0t*Cbt6*Bb1 + Bb1t*Cbt6*Bb0;
% -----
% ANTES DA INTEGRAÇÃO : Bbz1_1 ... Bbz1_6 Fatoradas de acordo com :
% -----
% c1 = c^4*z;
% c2 = c^2*z;
% c3 = s*c^3*z;
% c4 = z;
% c5 = s*c*z;
% c6 = s^2*c^2*z;
% -----
% Integra no dominio (X,Y) = J*(E,n)
% ----- Integra em relação a n
n_inf = -1;      % n interior
n_sup = 1;      % n superior
% -----

```

```

Bbz1_1 = int(Bbz1_1,n,n_inf,n_sup);
Bbz1_2 = int(Bbz1_2,n,n_inf,n_sup);
Bbz1_3 = int(Bbz1_3,n,n_inf,n_sup);
Bbz1_4 = int(Bbz1_4,n,n_inf,n_sup);
Bbz1_5 = int(Bbz1_5,n,n_inf,n_sup);
Bbz1_6 = int(Bbz1_6,n,n_inf,n_sup);
% ----- Integra em relação a E
E_inf = -1;      % z interior
E_sup = 1;      % z superior
% -----
Bbz1_1 = (1/2)*J*int(Bbz1_1,E,E_inf,E_sup);
Bbz1_2 = (1/2)*J*int(Bbz1_2,E,E_inf,E_sup);
Bbz1_3 = (1/2)*J*int(Bbz1_3,E,E_inf,E_sup);
Bbz1_4 = (1/2)*J*int(Bbz1_4,E,E_inf,E_sup);
Bbz1_5 = (1/2)*J*int(Bbz1_5,E,E_inf,E_sup);
Bbz1_6 = (1/2)*J*int(Bbz1_6,E,E_inf,E_sup);
% -----
% APÓS INTEGRAÇÃO : Bz1_1 ... Bz1_6 Fatoradas de acordo com :
% -----
% c1 = c^4*z^2;
% c2 = c^2*z^2;
% c3 = s*c^3*z^2;
% c4 = z^2;
% c5 = s*c*z^2;
% c6 = s^2*c^2*z^2;
% % ===== Matrizes Sparse
% mfile = 'Kbz1_1.m';
% full2sparse2sym(Bbz1_1,mfile);
% clear Bbz1_1
% % -----
% mfile = 'Kbz1_2.m';
% full2sparse2sym(Bbz1_2,mfile);
% clear Bbz1_2
% % -----
% mfile = 'Kbz1_3.m';
% full2sparse2sym(Bbz1_3,mfile);
% clear Bbz1_3
% % -----
% mfile = 'Kbz1_4.m';
% full2sparse2sym(Bbz1_4,mfile);
% clear Bbz1_4
% % -----
% mfile = 'Kbz1_5.m';
% full2sparse2sym(Bbz1_5,mfile);
% clear Bbz1_5
% % -----
% mfile = 'Kbz1_6.m';
% full2sparse2sym(Bbz1_6,mfile);
% clear Bbz1_6

% =====
%
%   Integra " Bbz2 " ----> Resultado : z^3 = ( Zsup^3 - Zinf^3 )
%
% =====
Bbz2_1 = Bb1t*Cbt1*Bb1;
Bbz2_2 = Bb1t*Cbt2*Bb1;
Bbz2_3 = Bb1t*Cbt3*Bb1;
Bbz2_4 = Bb1t*Cbt4*Bb1;
Bbz2_5 = Bb1t*Cbt5*Bb1;
Bbz2_6 = Bb1t*Cbt6*Bb1;

```

```

% -----
% ANTES DA INTEGRAÇÃO : Bbz5_1 ... Bbz5_6 Fatoradas de acordo com :
% -----
% c1 = c^4*z^6;
% c2 = c^2*z^6;
% c3 = s*c^3*z^6;
% c4 = z^6;
% c5 = s*c*z^6;
% c6 = s^2*c^2*z^6;
% -----
% Integra no dominio (X,Y) = J*(E,n)
% ----- Integra em relação a n
n_inf = -1;      % n interior
n_sup = 1;      % n superior
% -----
Bbz2_1 = int(Bbz2_1,n,n_inf,n_sup);
Bbz2_2 = int(Bbz2_2,n,n_inf,n_sup);
Bbz2_3 = int(Bbz2_3,n,n_inf,n_sup);
Bbz2_4 = int(Bbz2_4,n,n_inf,n_sup);
Bbz2_5 = int(Bbz2_5,n,n_inf,n_sup);
Bbz2_6 = int(Bbz2_6,n,n_inf,n_sup);
% ----- Integra em relação a E
E_inf = -1;      % z interior
E_sup = 1;      % z superior
% -----
Bbz2_1 = (1/3)*J*int(Bbz2_1,E,E_inf,E_sup);
Bbz2_2 = (1/3)*J*int(Bbz2_2,E,E_inf,E_sup);
Bbz2_3 = (1/3)*J*int(Bbz2_3,E,E_inf,E_sup);
Bbz2_4 = (1/3)*J*int(Bbz2_4,E,E_inf,E_sup);
Bbz2_5 = (1/3)*J*int(Bbz2_5,E,E_inf,E_sup);
Bbz2_6 = (1/3)*J*int(Bbz2_6,E,E_inf,E_sup);
% -----
% APÓS INTEGRAÇÃO : Bbz2_1 ... Bbz2_6 Fatoradas de acordo com :
% -----
% c1 = c^4*z^7;
% c2 = c^2*z^7;
% c3 = s*c^3*z^7;
% c4 = z^7;
% c5 = s*c*z^7;
% c6 = s^2*c^2*z^7;
% ===== Matrices Sparse
mfile = 'Kbz2_1.m';
full2sparse2sym(Bbz2_1,mfile);
clear Bbz2_1
% -----
mfile = 'Kbz2_2.m';
full2sparse2sym(Bbz2_2,mfile);
clear Bbz2_2
% -----
mfile = 'Kbz2_3.m';
full2sparse2sym(Bbz2_3,mfile);
clear Bbz2_3
% -----
mfile = 'Kbz2_4.m';
full2sparse2sym(Bbz2_4,mfile);
clear Bbz2_4
% -----
mfile = 'Kbz2_5.m';
full2sparse2sym(Bbz2_5,mfile);
clear Bbz2_5
% -----

```

```

mfile = 'Kbz2_6.m';
full2sparse2sym(Bbz2_6,mfile);
clear Bbz2_6
% %
% =====
function bst_cst_bs(Bs, Bst, Cst, E, n, J)

% ----- Cst -----
Cst1 = Cst{1};
Cst2 = Cst{2};
Cst3 = Cst{3};
% ----- Coefs Fatorados de Cst
% c1 = c^2;
% c2 = s*c;
% c3 = s^2;
% -----
clear Cst
% -----
Bs0 = Bs{1};
% -----
Bs0t = Bst{1};
% -----
clear BsBst
% -----

% =====
% RODAR O PROGRAMA " SYMBOL_CIS02 "
% =====
% =====
% Bsz0 = Bs0t*Cst*Bs0;

% -----
% Bsz0 : constante
% =====
%
% Integra " Bsz0 " -----> Resultado : z = ( Zsup - Zinf )
%
% =====
%
% Exemplo para este caso:
%
%          |Zsup
%   int(Bsz0*dz) = Bsz0*z |   = Bsz0*(Zsup - Zinf)
%          |Zinf
%
% =====
Bs0_1 = Bs0t*Cst1*Bs0;
Bs0_2 = Bs0t*Cst2*Bs0;
Bs0_3 = Bs0t*Cst3*Bs0;
% -----
% ANTES DA INTEGRAÇÃO: Bsz0_1 ... Bsz0_3 Fatoradas de acordo com:
% -----
% c1 = c^2;
% c2 = s*c;
% c3 = s^2;
% -----
% Integra no dominio (X,Y) = J*(E,n)
% ----- Integra em relação a n
n_inf = -1; % n interior
n_sup = 1; % n superior

```



```

% -----
Bsz0_1 = int(Bsz0_1,n,n_inf,n_sup);
Bsz0_2 = int(Bsz0_2,n,n_inf,n_sup);
Bsz0_3 = int(Bsz0_3,n,n_inf,n_sup);
% ----- Integra em relação a E
E_inf = -1;      % z interior
E_sup = 1;      % z superior
% -----
Bsz0_1 = J*int(Bsz0_1,E,E_inf,E_sup);
Bsz0_2 = J*int(Bsz0_2,E,E_inf,E_sup);
Bsz0_3 = J*int(Bsz0_3,E,E_inf,E_sup);
% -----
% APÓS INTEGRAÇÃO : Bsz0_1 ... Bsz0_3 Fatoradas de acordo com :
% -----
% c1 = c^2*z;
% c2 = s*c*z;
% c3 = s^2*z;

mfile = 'Ksz0_1.m';
full2sparse2sym(Bsz0_1,mfile);
clear Bsz0_1
% -----
mfile = 'Ksz0_2.m';
full2sparse2sym(Bsz0_2,mfile);
clear Bsz0_2
% -----
mfile = 'Ksz0_3.m';
full2sparse2sym(Bsz0_3,mfile);
clear Bsz0_3
% =====

function [A,At] = mass01(N1,N2,N3,N4,N5,N6,N7,N8)

% =====
%                               MATRIZ DE MASSA
% =====

% [A(z)] = [A0] + z*[A1]

% A0 = [ 1 0 0 0 0
%        0 1 0 0 0
%        0 0 1 0 0 ];

% A1 = [ 0 0 0 1 0
%        0 0 0 0 1
%        0 0 0 0 0 ];

% =====
%                               A0
% =====
A0(:,1:5) = [ N1 0 0 0 0
              0 N1 0 0 0
              0 0 N1 0 0];

A0(:,6:10) = [ N2 0 0 0 0
               0 N2 0 0 0
               0 0 N2 0 0];

A0(:,11:15) = [ N3 0 0 0 0

```

```

        0 N3 0 0 0
        0 0 N3 0 0];

A0(:,16:20) = [ N4 0 0 0 0
               0 N4 0 0 0
               0 0 N4 0 0];

A0(:,21:25) = [ N5 0 0 0 0
               0 N5 0 0 0
               0 0 N5 0 0];

A0(:,26:30) = [ N6 0 0 0 0
               0 N6 0 0 0
               0 0 N6 0 0];

A0(:,31:35) = [ N7 0 0 0 0
               0 N7 0 0 0
               0 0 N7 0 0];

A0(:,36:40) = [ N8 0 0 0 0
               0 N8 0 0 0
               0 0 N8 0 0];

```

```

% =====
%                                     A1
% =====

```

```

A1(:,1:5) = [ 0 0 0 N1 0
              0 0 0 0 N1
              0 0 0 0 0 ] ;

A1(:,6:10) = [ 0 0 0 N2 0
               0 0 0 0 N2
               0 0 0 0 0 ];

A1(:,11:15) = [ 0 0 0 N3 0
                0 0 0 0 N3
                0 0 0 0 0 ];

A1(:,16:20) = [ 0 0 0 N4 0
                0 0 0 0 N4
                0 0 0 0 0 ];

A1(:,21:25) = [ 0 0 0 N5 0
                0 0 0 0 N5
                0 0 0 0 0 ];

A1(:,26:30) = [ 0 0 0 N6 0
                0 0 0 0 N6
                0 0 0 0 0 ];

A1(:,31:35) = [ 0 0 0 N7 0
                0 0 0 0 N7
                0 0 0 0 0 ];

A1(:,36:40) = [ 0 0 0 N8 0
                0 0 0 0 N8
                0 0 0 0 0 ];

```

```

% -----
A0t = A0.';
Alt = A1.';
% -----
A = [ {A0} {A1} ];
At = [ {A0t} {Alt} ];
% -----
function massa_02(A,At,n,E,J)

% =====
%                               MATRIZ DE MASSA
% =====
% [A(z)] = [A0] + z*[A1]
% =====
A0 = A{1};
A1 = A{2};
A0t = At{1};
Alt = At{2};

clear AAt
% =====
Az0 = A0t*A0;
Az1 = A0t*A1 + Alt*A0;
Az2 = Alt*A1;

% =====
%                               coeficientes fatorados:
% =====
%
% a0 = cte;
% a1 = z;
% a2 = z^2;
% =====
%                               INTEGRANDO Az0
% =====

% ANTES DA INTEGRAÇÃO - Az0 fatorada com:
% a0 = ro;
% -----
% Integra no dominio (X,Y) = J*(E,n)
% ----- Integra em relação a n
n_inf = -1; % n interior
n_sup = 1; % n superior
% -----
Az0 = int(Az0,n,n_inf,n_sup);
% ----- Integra em relação a E
E_inf = -1; % z interior
E_sup = 1; % z superior
% -----
Az0 = J*int(Az0,E,E_inf,E_sup);
% -----
% APÓS INTEGRAÇÃO : Az0 Fatorada com :
% -----
% a0 = ro*z;
% ===== Matrices Sparse
% mfile = 'Mz0.m';
% full2sparse2sym(Az0,mfile);
% clear Az0

% =====

```

```

%                               INTEGRANDO Az1
% =====
% ANTES DA INTEGRAÇÃO - Az1 fatorada com:
% a1 = ro*z;
% -----
% Integra no dominio (X,Y) = J*(E,n)
% ----- Integra em relação a n
n_inf = -1;      % n interior
n_sup = 1;      % n superior
% -----
Az1 = int(Az1,n,n_inf,n_sup);
% ----- Integra em relação a E
E_inf = -1;      % z interior
E_sup = 1;      % z superior
% -----
Az1 = (J/2)*int(Az1,E,E_inf,E_sup);
% -----
% APÓS INTEGRAÇÃO : Az0 Fatorada com :
% -----
% a1 = ro*z^2;
% =====
% mfile = 'Mz1.m';
% full2sparse2sym(Az1,mfile);
% clear Az1
% =====
%                               INTEGRANDO Az2
% =====
% ANTES DA INTEGRAÇÃO - Az2 fatorada com:
% a2 = ro*z^2;
% -----
% Integra no dominio (X,Y) = J*(E,n)
% ----- Integra em relação a n
n_inf = -1;      % n interior
n_sup = 1;      % n superior
% -----
Az2 = int(Az2,n,n_inf,n_sup);
% ----- Integra em relação a E
E_inf = -1;      % z interior
E_sup = 1;      % z superior
% -----
Az2 = (J/3)*int(Az2,E,E_inf,E_sup);
% -----
% APÓS INTEGRAÇÃO : Az5 Fatorada com :
% -----
% a6 = ro*(z^3);
% ===== Matrizes Sparse
mfile = 'Mz2.m';
full2sparse2sym(Az2,mfile);
clear Az2

% MODELAGEM DO PROBLEMA DIRETO
% =====
a = 0.2;
h = 0.004;
% -----
h_1 = h;
% -----

```

```

teta_1 = 45;
% =====
% Fator de amortecimento inerente e Ei_j : i-direção j-layer

nt = 0.00001;
% -----
E1_1 = 172.4e9*(1 + i*nt);
% -----
E2_1 = 6.89e9*(1 + i*nt);%
% -----
E3_1 = 6.89e9*(1 + i*nt);%
% -----
G23_1 = 1.38e9*(1 + i*nt);
% -----
G13_1 = 3.45e9*(1 + i*nt);
% -----
G12_1 = 3.45e9*(1 + i*nt);
% =====
ro_1 = 1566;
% =====
v12_1 = 0.25;
% -----
v13_1 = 0.25;
% -----
v32_1 = 0.30;
% =====
%
% ANALISE HARMÔNICA
% =====
freq_i = 1; % [Hz]
freq_f = 800;
npt = 1000;
% -----
noF = [ 17 ]; % Nó da força
ddlF = [ 3 ]; % % u(1) v(2) w(3) fi_x(4) fi_y(5)
%
noD = [ 17 ]; % Nó do deslocamento
ddlD = [ 3 ]; % % u(1) v(2) w(3) fi_x(4) fi_y(5)
% -----
noCx = [ 0 ];
ddlCx = [ 0 ];
%
noCy = [ 0 ];
ddlCy = [ 0 ];
%
noCz = [ 0 ];
ddlCz = [ 0 ];
% =====
%
% ANÁLISE MODAL
% =====
nmodes = 15; % N° de modos para a base de redução
% =====
dspace.prop = [ h_1 ro_1 teta_1 E1_1 E2_1 E3_1 G23_1 G13_1 G12_1
v12_1 v13_1 v32_1];
% -----
dspace.moda = [ nmodes ];
dspace.harm.freq = [ freq_i freq_f npt ];
dspace.harm.noF = [ noF ];
dspace.harm.ddlF = [ ddlF ];
dspace.harm.noD = [ noD ];
dspace.harm.ddlD = [ ddlD ];
dspace.harm.noCx = [ noCx ];

```

```

dspace.harm.ddlCx = [ ddlCx          ];
dspace.harm.noCy  = [ noCy           ];
dspace.harm.ddlCy = [ ddlCy          ];
dspace.harm.noCz  = [ noCz           ];
dspace.harm.ddlCz = [ ddlCz          ];
% =====
[f0,frf] = SYSCOMP(dspace);
% -----
ref = 1e-6;
Hc  = 20*log10(abs(frf.Hc)/ref);
% -----
%figure
plot(frf.freq,Hc,'b--','linewidth',1.5)
xlabel('Frequência [Hz]')
ylabel('Amplitude [dB] ref.: 1e-6')
% =====

```

## Anexo B – ProgramaDesenvolvido para o Problema Inverso via Rede Neural Artificial

```
% MODIFICANDO A RIDIGEZ (20%) ASSOCIADAS AOS NÓS ENUMERADOS A SEGUIR E VERIFICANDO A SUA INFLUÊNCIA SOBRE NÓ 5 37 175 195
```

```
% Nó 9
```

```
freqNo5=[421.302833783814 454.602789051816 472.165885951171  
491.013723586666 547.531072799823 ]  
freqNo37=[4150.22301323304 4163.29881443043 4195.63367605892  
4218.57054490238 4224.06774136395 ]  
freqNo175=[30543.6486106842 30589.3777455822 30611.5963973320  
30716.5985498578 30749.7842981879 ]  
freqNo195=[40790.3381128514 40886.4639409541 40899.9963595360  
41257.6841314970 41269.7834670937 ]
```

```
freqNo9 = horzcat(0.0375,0,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

```
%nó 16
```

```
freqNo5=[447.650535844838 468.073055284826 493.147867732645  
534.136929726004 543.450121337042 ]  
freqNo37=[4174.77474814837 4189.27859289690 4191.67591782794  
4223.81566371114 4228.39363082368 ]  
freqNo175=[30533.1548869444 30598.1703741336 30654.2993164667  
30730.4183463037 30835.5067932240 ]  
freqNo195=[40850.6577907733 40889.5299649632 40890.2851743798  
41271.0010823396 41290.0046521372 ]
```

```
freqNo16 = horzcat(0.075,0.0125,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

```
% nó 26
```

```
freqNo5=[442.591450108937 443.923278246523 457.617242897526  
482.734974700096 525.131451147234 ]  
freqNo37=[4142.14396818620 4170.71365922793 4182.84878481147  
4202.18782638586 4237.11020708816 ]  
freqNo175=[30582.8149547157 30599.3066068641 30691.4615023032  
30732.2422782256 30878.4684606848 ]  
freqNo195=[40741.7982469337 40776.0409366346 40887.0221941011  
41062.0979118235 41323.7084489880 ]
```

```
freqNo26 = horzcat(0.125,0.0125,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

```
% nó 27
```

```
freqNo5=[445.531896206547 455.461947789781 465.864636173010  
504.825337498777 532.637037505808 ]  
freqNo37=[4153.46116482706 4174.97226379800 4180.16843501951  
4211.68278370119 4251.02042352407 ]  
freqNo175=[30547.7991182050 30642.1039473342 30699.6042637167  
30707.3806030173 30765.7548620153 ]  
freqNo195=[40873.1364833103 40888.2431254966 40900.4126411310  
41083.7007811116 41318.3403289912 ]
```

```
freqNo27 = horzcat(0.125,0.025,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

```
% nó 34
```

```
freqNo5=[407.655068980659 444.946574897409 468.379583416938  
497.700084377305 521.190824915434 ]  
freqNo37=[4148.04432029534 4167.18126177516 4194.18508846175  
4225.22055413392 4229.81276914551 ]
```

```

freqNo175=[30597.3967069011 30632.2633278473 30641.5738725730
30735.8983919777 30830.7052682777 ]
freqNo195=[40841.0836095204 40889.0482514622 40913.3729487326
41053.7210585469 41517.7492677076 ]

freqNo34 = horzcat(0.1625,0,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
% nó 50
freqNo5=[428.667160219583 449.717792134880 451.489139203353
466.944677649689 484.257641305765 ]
freqNo37=[4146.14786720222 4176.30521808524 4184.64798252426
4195.70397515915 4196.34768168386 ]
freqNo175=[30492.1596430039 30592.7603520909 30598.2174112275
30735.7990832650 30750.0490407413 ]
freqNo195=[40861.3775291244 40891.6628649439 40909.2118055234
41236.3319975462 41278.3805575983 ]
freqNo50 = horzcat(0.050,0.050,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
% nó 62
freqNo5=[444.393808449871 452.347299664532 455.589298238662
464.071257875238 520.850293097337 ]
freqNo37=[4139.88987807534 4176.63845067461 4202.43888798681
4222.08328918399 4236.84059246663 ]
freqNo175=[30496.9155101033 30649.2116250344 30696.2905310351
30738.0460319992 30748.9238520588 ]
freqNo195=[40744.9763569364 40782.2228769692 40893.2729677836
41184.0611231145 41295.5167412632 ]

freqNo62 = horzcat(0.15,0.05,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
%nó 70

freqNo5=[451.952658958284 467.209072495943 499.606723536551
520.214417888933 536.726544622341 ]
freqNo37=[4148.20264401901 4164.53086998839 4164.71447083904
4230.13764806826 4231.28611701145 ]
freqNo175=[30598.0723747853 30634.6454855363 30667.4311836517
30723.0217469610 30856.1890175551 ]
freqNo195=[40781.5207841609 40886.9623260128 40888.3291865537
41212.9474917020 41471.6964485736 ]
freqNo70 = horzcat(0.025,0.0625,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)

%nó 82

freqNo5=[429.839120348658 455.645563670273 467.781204602033
487.483910412163 509.203718785800 ]
freqNo37=[4149.08927787637 4178.67151460106 4187.53004727689
4221.28484226396 4255.23664897670 ]
freqNo175=[30564.2374289195 30566.8960855549 30655.7642850662
30714.0026825511 30762.2546752790 ]
freqNo195=[40780.8769383336 40889.0598540919 40913.4018521468
41298.4735934329 41390.4774677593 ]

freqNo82 = horzcat(0.1,0.075,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)

% nó 93

freqNo5=[441.362125890409 445.326769658619 469.142484272765
495.372801905651 532.117881556583 ]
freqNo37=[4163.82942107260 4197.28770004266 4215.00079573127
4219.37727620127 4251.73738143718 ]
freqNo175=[30581.4183912362 30583.2910447509 30608.2191003769
30706.1588542633 30872.4860324105 ]

```



```
freqNo195=[40859.7576612804 40861.6151025271 40886.7758550566  
41317.7939143981 41425.4196007715]
```

```
freqNo93 = horzcat(0.2,0.0625,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

```
%nó 104
```

```
freqNo5=[439.999407984058 452.108705318002 463.327644029343  
497.721910478225 536.415840703038 ]  
freqNo37=[4129.07616496692 4145.71616861763 4172.35568394162  
4212.74979679023 4220.90477577173 ]  
freqNo175=[30477.0636452328 30617.8099940428 30688.4876583802  
30744.5686726568 30842.6389130126 ]  
freqNo195=[40848.5119752332 40886.6733471456 40896.8970237379  
41316.3584220018 41485.7751420503 ]  
freqNo104 = horzcat(0.075,0.0875,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

```
% nó 130
```

```
freqNo5=[432.085291431553 456.489017747355 468.199847670362  
488.649445236410 500.491596167357 ]  
freqNo37=[4115.16095470658 4162.90238026864 4164.90407636999  
4202.47708925206 4230.74299147761 ]  
freqNo175=[30554.7730083065 30653.9451673432 30697.6959607848  
30711.0145373666 30831.8901437692 ]  
freqNo195=[40865.2032496391 40894.4875890418 40900.2818044712  
41221.2933858764 41450.6232815612 ]
```

```
freqNo130 = horzcat(0.075,0.1125,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

```
% nó 148
```

```
freqNo5=[439.746926760192 440.741348354875 476.947124820832  
483.802566503202 515.240772350411 ]  
freqNo37=[4144.19032366000 4151.78615601357 4173.11859566011  
4195.07450546271 4215.54667177246 ]  
freqNo175=[30591.9158914295 30657.4797159531 30676.2856805151  
30748.9491981521 30878.2766636855 ]  
freqNo195=[40827.2429987691 40861.1253077337 40890.3047646399  
41267.2483442521 41370.6793083841 ]  
freqNo148 = horzcat(0.025,0.1375,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

```
% nó 156
```

```
freqNo5=[434.245472723029 466.257261094228 475.897516964062  
477.522797243021 540.200197780335 ]  
freqNo37=[4154.93479510791 4171.92713705815 4184.50008918483  
4192.39854779244 4197.51107175100 ]  
freqNo175=[30593.7266210089 30643.3172347845 30646.3376512867  
30738.6842978335 30876.5394355975 ]  
freqNo195=[40839.9503351450 40887.9352049430 40911.3879444903  
41222.8867704458 41263.3482760516 ]
```

```
freqNo156 = horzcat(0.075,0.1375,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

```
% nó 165
```

```
freqNo5=[450.085319667702 457.779217146738 460.272816728109  
477.759293489004 496.200458655179 ]
```

```
freqNo37=[4158.68842004791 4162.02361482498 4182.21263060536
4208.70004199833 4211.07644995006 ]
freqNo175=[30552.9711757831 30589.4174277393 30608.1081618777
30742.2436307364 30875.2839493219 ]
freqNo195=[40813.7310351405 40890.5114036577 40913.2133533370
41302.7071793633 41483.7368970315 ]

freqNo165 = horzcat(0.150,0.1375,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

% nó 174

```
freqNo5=[431.173663380656 449.424015344158 461.701769581386
504.621371801413 533.885960282939 ]
freqNo37=[4141.70955693560 4163.67867142842 4174.46140195350
4201.87647096916 4233.57450248752 ]
freqNo175=[30571.9688460271 30614.7498940374 30626.1016949336
30711.0115815957 30876.1047041219 ]
freqNo195=[40747.8210780182 40848.5088831243 40889.3027005092
41317.5744141029 41446.1956157734 ]
freqNo174 = horzcat(0.0250,0.1625,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

% nó 180

```
freqNo5=[428.762132370535 447.361907613368 468.027796580379
482.078128712267 538.625346852490 ]
freqNo37=[4123.58873008910 4174.49790577962 4191.83814102756
4193.82402743209 4206.92450090369 ]
freqNo175=[30541.8507013483 30605.8101393635 30639.2320014621
30709.0041611108 30866.6570011039 ]
freqNo195=[40797.8677913977 40842.0966299255 40894.6257805956
41134.5078949915 41257.6305230679 ]

freqNo180 = horzcat(0.050,0.175,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

% nó 192

```
freqNo5=[442.573861607268 + 0.000000000000000i 451.190226788420 -
0.846740979103015i 451.190226788420 + 0.846740979103015i 502.415817460001
- 16.1794620604909i 502.415817460001 + 16.1794620604909i ]
freqNo37=[4136.36307634012 + 2.57131593030920i 4145.81637866036 +
0.000000000000000i 4168.70835848059 + 0.000000000000000i 4219.88465369892 +
0.000000000000000i 4236.72237261484 + 0.000000000000000i ]
freqNo175=[30613.8545178652 30632.0680594541 30736.6900605709
30817.0989626602 30878.5614855486 ]
freqNo195=[40891.0409279712 40893.7671611200 40944.3589441058
41119.9389757508 41319.8417859550 ]
freqNo192 = horzcat(0.150,0.175,freqNo5,freqNo37,freqNo175,freqNo195)
```

=====
%%
%REDE NEURAL
%%

```
P1 =
[freqNo9(3:length(freqNo9));freqNo16(3:length(freqNo16));freqNo26(3:length(
freqNo26));freqNo27(3:length(freqNo27));freqNo34(3:length(freqNo34));freqNo
50(3:length(freqNo50));freqNo62(3:length(freqNo62));freqNo70(3:length(freqN
o70));freqNo82(3:length(freqNo82));freqNo93(3:length(freqNo93));freqNo104(3
:length(freqNo104));freqNo130(3:length(freqNo130));freqNo148(3:length(freqN
o148));freqNo156(3:length(freqNo156));freqNo165(3:length(freqNo165));freqNo
180(3:length(freqNo180));freqNo192(3:length(freqNo192))];
```

```

T1 =
[freqNo9(1:2);freqNo16(1:2);freqNo26(1:2);freqNo27(1:2);freqNo34(1:2);freqN
o50(1:2);freqNo62(1:2);freqNo70(1:2);freqNo82(1:2);freqNo93(1:2);freqNo104(
1:2);freqNo130(1:2);freqNo148(1:2);freqNo156(1:2);freqNo165(1:2);freqNo180(
1:2);freqNo192(1:2)];

P = P1';
T = T1';
%net = newff(P,T,[95 20]
%net = newff(P,T,[94 18]
net = newff(P,T,[50
24],{'tansig''tansig''purelin'},'traingdx','learngd','mse'); %rede neural
do tipo feedforward backpropagation
net.divideFcn = '';
net.trainParam.goal = 1e-12; %erro desejado
net.trainParam.epochs = 4500;
net.trainParam.lr = 0.05; %taxa de aprendizado

net = train(net,P,T);

Y = sim(net,P);
plot(T,Y,'ob')
figure(2)
plot([1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8;9;10;11;12;13;14;15;16;17],T,'ob',[1; 2; 3; 4;
5; 6; 7; 8;9;10;11;12;13;14;15;16;17],Y,'*r')

P2 = freqNo174(3:length(freqNo174))'

Y2 = sim(net,P2)
figure(3)
for xplate = 0:0.0125:0.2
for yplate = 0:0.0125:0.2
plot(xplate,yplate,'black-')

hold on;
end
end

legend('real (azul)','simulado (vermelho)')

hold on
plot(0.025,0.1625,'ob',Y2(1),Y2(2),'*r')

figure(4)
for xplate = 0:0.0125:0.2
for yplate = 0:0.0125:0.2
plot(xplate,yplate,'black-')
hold on;
end
end

hold on

plot (0.0375,0,'oblack')%9
hold on
plot(0.075,0.0125,'oblack')%16
hold on
plot(0.125,0.0125,'oblack')%26
hold on

```

```

plot(0.125,0.025,'oblack')%27
hold on
plot(0.1625,0,'oblack')%34
  hold on
plot(0.050,0.050,'oblack')%50
hold on
plot(0.15,0.05,'oblack')%62
hold on
plot(0.025,0.0625,'oblack')%70
hold on
plot(0.075,0.1,'oblack')%82
hold on
plot(0.2,0.0625,'oblack')%93
hold on
plot(0.075,0.0875,'oblack')%104
hold on
plot(0.075,0.1125,'oblack')%130
hold on
plot(0.025,0.1375,'oblack')%148
hold on
plot(0.075,0.1375,'oblack') %156
hold on
plot(0.150,0.1375,'oblack')%165
hold on

plot(0.050,0.175,'oblack')%180
plot(0.150,0.175,'oblack') %192
hold on
plot(0.0250,0.1625,'*r')%%%%%%%%%%174 =)
hold on
plot(0.025,0.025,'ob')
hold on
plot(0.175,0.025,'ob')
hold on
plot(0.025,0.175,'ob')
hold on
plot(0.175,0.175,'ob')

legend('azul(posição dos sensores', 'nós escolhidos para treinamento da
rede (preto)', 'posição a ser encontrada (vermelho)')

```

## Anexo C – ProgramaDesenvolvido para o Problema Inverso via Algoritmos Genéticos

```
% MODIFICANDO OS NÓS ENUMERADOS A SEGUIR E VERIFICANDO A SUA INFLUÊNCIA
% SOBRE NÓ 5 37 175 195

%=====9=====
=====
d5=[-0.000131154704567530];%,-7.23234588550781e-08,-2.84443854820933e-
16,1.91479288293774e-14,6.87059498658003e-07;]
d37=[-1.52648007509691e-07];%,1.73107284084639e-07,-3.02052548730684e-15,-
9.58237964350667e-13,-6.00273321841603e-05;]
d108=[-6.03261076568616e-07];%,,-7.06274823068392e-07,1.03312730278720e-
15,3.32753591464488e-13,2.03247617818664e-05;]
d175=[-8.63299631875175e-08];%,,-1.04860843752157e-07,1.81088039993084e-
15,5.83077224341930e-13,3.56581150835889e-05;]
d195=[6.15621796679140e-08];%,,-0.000134522305305842,6.95328470415957e-
16,2.27168702977806e-13,1.34523629558607e-05;]

d9 = horzcat(0.0375,0,d5,d37,d175,d195)
%=====16=====
=====

d5= [0.000134723209646913];%,5.39407291177268e-07,-5.06453768938972e-17,-
5.54879867839150e-14,-3.51890121799280e-06;]
d37=[4.17154560680658e-08];%,,-1.73019452287213e-07,-6.56172261187071e-15,-
9.22241109075270e-13,-5.93694643458970e-05;]
d108=[5.98383003877760e-07];%,7.08350474439171e-07,2.21534082696840e-
15,3.10787462296009e-13,1.97762780049394e-05;]
d175=[8.56066185468380e-08];%,1.05157567761963e-07,4.06076401839861e-
15,5.70848803207689e-13,3.61222558391536e-05;]
d195=[-5.26661312027679e-07];%,0.000134522324816438,1.73465306814518e-
15,2.17355694861245e-13,1.34994462358427e-05;]

d16 = horzcat(0.075,0.0125,d5,d37,d175,d195)
%=====26=====
=====

d5=[0.000134505232681509];%,2.32452491933057e-05,9.59222259015755e-
15,4.07173331867433e-14,-3.03720208419185e-06;]
d37=[3.53137649213661e-08];%,,-1.72757706263159e-07,1.63530130363496e-
13,6.67030276181799e-13,-5.22052836643782e-05;]
d108=[4.84389230912787e-07];%,8.10830793381303e-07,-6.30798207271346e-14,-
2.57281181995342e-13,2.01811419669778e-05;]
d175=[7.69041657579766e-08];%,1.21229055835252e-07,-1.33476301046957e-13,-
5.44430307529017e-13,4.25086958198949e-05;]
d195=[-2.32329971382199e-05];%,0.000134523477558717,-4.86460571458985e-
14,-1.98427898102158e-13,1.52194253725398e-05;]

d26 = horzcat(0.125,0.0125,d5,d37,d175,d195)
%=====27=====
=====

d5=[0.000134473618512750];%,7.01123979503208e-05,-1.33446708423203e-14,-
2.27839714916242e-14,1.25107959229565e-06;]
d37=[2.58498480336810e-07];%,,-8.64064230583937e-08,5.16893783439628e-
13,9.15383600045376e-13,-6.22286451249487e-05;]
d108=[2.05897292471440e-07];%,1.00536672921084e-06,-1.79174091234401e-13,-
3.17299200256218e-13,2.12581450826000e-05;]
```

```

d175=[ 4.16599238718750e-08];%, ,1.55013415638684e-07, -3.04806110584735e-13, -
5.39790376131547e-13, 3.58206092856031e-05;]
d195=[ -7.01222465188616e-05];%, ,0.000134525224923876, -1.18431710883442e-
13, -2.09739209611781e-13, 1.37207297238799e-05;]
d27 = horzcat(0.125,0.025,d5,d37,d175,d195)
%=====34=====
=====
d5=[0.000134485401668758];%, ,9.27813586651902e-05, -8.38652665788045e-15, -
1.09945077617496e-14, 6.60623913527151e-07;]
d37=[2.18757435060362e-07];%, , -1.42508119648106e-07, 6.69688832831342e-
13, 9.38787998878153e-13, -6.18348669443383e-05;]
d108=[1.02852726454344e-07];%, ,1.11276067378768e-06, -2.23884706159828e-13, -
3.13842886750639e-13, 2.03398078125158e-05;]
d175=[2.33143830962448e-08];%, ,1.70766205136755e-07, -3.95283172027887e-13, -
5.54120693349653e-13, 3.55595782104346e-05;]
d195=[ -9.27901303299880e-05];%, ,0.000134526524307245, -1.50532022398757e-
13, -2.10989186161010e-13, 1.33676900812177e-05;]

d34 = horzcat(0.1625,0,d5,d37,d175,d195)
%=====50=====
=====
d5=[0.000134326369151571];%, ,4.09747278306488e-05, -3.31996647286871e-15, -
7.68215922658838e-15, -4.15355887266627e-07;]
d37=[1.54970031145338e-07];%, , -1.41977434145858e-07, 3.29826512660043e-
13, 8.78365527693621e-13, 6.00357386062811e-05;]
d108=[3.57112951377226e-07];%, ,8.80489949099401e-07, -1.14975503234194e-13, -
3.06187222625795e-13, -2.03383886441266e-05;]
d175=[7.51813131011687e-08];%, ,1.37549692157263e-07, -2.04559985938534e-13, -
5.44781630700166e-13, -3.56864400950763e-05;]
d195=[ -4.10278674049159e-05];%, ,0.000134524177272056, -7.82761711289959e-
14, -2.08471950199264e-13, -1.34518215778887e-05;]

d50 = horzcat(0.050,0.050,d5,d37,d175,d195)
%=====59=====
=====
d5=[0.000134485480670625];%, ,9.21598905384394e-05, -6.31199352906737e-14, -
8.80359978610977e-14, 5.90812953134677e-06;]
d37=[2.09494001278515e-07];%, , -1.11870429743492e-07, 2.69499476246115e-
13, 3.79420857303943e-13, -2.62809928630429e-05;]
d108=[1.06112957228504e-07];%, ,1.11078018726637e-06, -2.16132515266549e-13, -
3.04275870864945e-13, 2.10883721377208e-05;]
d175=[2.37968139628829e-08];%, ,1.70368052529214e-07, -4.25822723831077e-13, -
5.99492428496562e-13, 4.12419017545267e-05;]
d195=[ -9.21685683201951e-05];%, ,0.000134526710361382, -1.58845614868875e-
13, -2.23659659874283e-13, 1.50692299453466e-05;]

d59 = horzcat(0.1250,0.050,d5,d37,d175,d195)

%=====62=====
=====
d5=[ -0.000134484370022773];%, , -0.000103022794543385, 9.44643576554104e-
15, 1.13866414068126e-14, -6.89758931180672e-07;]
d37=[ -2.25856170341389e-07];%, ,1.03728994943353e-07, -6.52675696239297e-13, -
8.35789433108935e-13, 6.03359780530399e-05;]
d108=[ -4.87307644246100e-08];%, , -1.15784433808814e-06, 2.23881233856758e-
13, 2.86688739174305e-13, -2.03330913356817e-05;]
d175=[ -1.55692689828987e-08];%, , -1.77996030350631e-07, 3.94042041659647e-
13, 5.04596365233999e-13, -3.54483511025710e-05;]

```

```
d195=[0.000103033639989254];%,,-0.000134526921570172,1.48649547948751e-13,1.90323484210881e-13,-1.31514447020199e-05;]

d62 = horzcat(0.15,0.05,d5,d37,d175,d195)
%=====66=====
=====

d5=[-0.000134484971956234];%,,-0.000109464476904563,1.71384156600590e-14,2.09788449997933e-14,-1.64732540077027e-06;]
d37=[-1.98355961712765e-07];%,,5.88693655736286e-08,-4.34283991733132e-13,-5.49484154098056e-13,4.60491547178520e-05;]
d108=[-1.83346638766135e-08];%,,-1.18229897152844e-06,1.97472582327800e-13,2.49848152871645e-13,-2.07033064393567e-05;]
d175=[-1.03010239593941e-08];%,,-1.82647126300874e-07,4.24175673264918e-13,5.36689835768945e-13,-4.42609658909253e-05;]
d195=[0.000109475994974803];%,,-0.000134524651921945,1.22931323440168e-13,1.55540780466684e-13,-1.25205543442043e-05;]
d66 = horzcat(0.1625,0.05,d5,d37,d175,d195)
%=====70%=====
=
d5=[0.000135011141695970];%,,1.42349512816646e-06,5.44844334366118e-16,5.54681037266285e-14,-3.52582749125638e-06;]
d37=[7.68065591570430e-08];%,,-1.72393202893440e-07,1.61897196758905e-14,9.39636683518011e-13,-5.94102205151709e-05;]
d108=[5.51946817755862e-07];%,,7.11843345370897e-07,-5.61366733481965e-15,-3.25803518333724e-13,2.00488237558227e-05;]
d175=[8.79443633355430e-08];%,,1.05752203227310e-07,-9.97638929218913e-15,-5.79249055004814e-13,3.53546147293348e-05;]
d195=[-1.40556960334334e-06];%,,0.000134522367483856,-3.64104740019231e-15,-2.20862801358517e-13,1.32194457957794e-05;]

d70 = horzcat(0.025,0.0625,d5,d37,d175,d195)
%=====78 =====
d5=[0.000134484784403808];%,,9.20950284345070e-05,2.65410808143718e-14,3.81502435761231e-14,-2.91197290920945e-06;]
d37=[2.09680454569809e-07];%,,-1.10765780510187e-07,5.75319078468263e-13,8.09893840569150e-13,-5.74702141290313e-05;]
d108=[1.06270817510019e-07];%,,1.10973691551096e-06,-1.88862723479083e-13,-2.65863203488850e-13,1.84371532266658e-05;]
d175=[2.38670298616362e-08];%,,1.70306371841108e-07,-3.60443632633694e-13,-5.07410422118473e-13,3.47908684323975e-05;]
d195=[-9.21042036546829e-05];%,,0.000134526621927213,-1.33878951232328e-13,-1.88468889914966e-13,1.27625103216345e-05;]

d78 = horzcat(0.075,0.0625,d5,d37,d175,d195)

%=====82=====
=====

d5=[0.000134485479305638];%,,8.93044898783128e-05,-2.36486659885168e-14,-3.34581452939070e-14,2.65792932102022e-06;]
d37=[2.05244448440117e-07];%,,-1.13382139726006e-07,3.96501623914077e-13,5.73744119551194e-13,-5.18322557618728e-05;]
d108=[1.26885599561993e-07];%,,1.10275401002879e-06,-1.59595620088745e-13,-2.30931367613612e-13,2.03957509604796e-05;]
d175=[2.62357050975912e-08];%,,1.68494484848356e-07,-3.31329926112028e-13,-4.79438416464353e-13,4.18475526896375e-05;]
```

```

d195=[-8.93126315517666e-05];%, ,0.000134526667849740,-1.20926813548737e-
13,-1.75008254578824e-13,1.50488304748971e-05;]
d82 = horzcat(0.1,0.075,d5,d37,d175,d195)

%=====89=====
d5=[0.000134485375061653];%, ,9.83199663746135e-05,-2.96644335141700e-15,-
3.17394552391161e-15,2.87621279428543e-07;]
d37=[2.13774907881235e-07];%, , -1.03428665966033e-07,5.16230175329108e-
13,6.98378489654715e-13,-5.42167048226372e-05;]
d108=[8.03760465720332e-08];%, ,1.13111739035505e-06,-1.58461561042037e-13,-
2.14367799670975e-13,1.62706457593315e-05;]
d175=[1.89691436818488e-08];%, ,1.74737624178348e-07,-3.71722505488454e-13,-
5.02881625852925e-13,3.79956719545671e-05;]
d195=[-9.83296125424779e-05];%, ,0.000134525755922104,-1.04506892512441e-
13,-1.41369224302685e-13,1.04044683176113e-05;]

d89 = horzcat(0.1375,0.075,d5,d37,d175,d195)
%=====93=====
%%=====

d5=[0.000134485114431975];%, ,0.000101934338540612,-3.38569268746778e-14,-
4.39868666212158e-14,3.44560192675389e-06;]
d37=[1.99008545117877e-07];%, , -8.19633889445443e-08,3.97517548430513e-
13,5.25198472688822e-13,-4.12394275156202e-05;]
d108=[5.52434809245678e-08];%, ,1.15254403016297e-06,-2.20330104807622e-13,-
2.91089093939298e-13,2.29567474046325e-05;]
d175=[1.62108835405393e-08];%, ,1.77252078457380e-07,-4.13932311935727e-13,-
5.46875509066187e-13,4.28918093703571e-05;]
d195=[-0.000101946390569337];%, ,0.000134527609436599,-1.72002600511322e-
13,-2.27230267746628e-13,1.74192203741886e-05;]
d93 = horzcat(0.2,0.0625,d5,d37,d175,d195)
%=====104=====
=%%=====

d5=[0.000134486484530043];%, ,8.20130730012687e-05,-1.00431451730020e-14,-
1.43434172884308e-14,6.15213511534270e-07;]
d37=[1.96680443555513e-07];%, , -1.17640727636464e-07,5.68496307125091e-
13,8.62326022151916e-13,-5.98399030505719e-05;]
d108=[1.27574938175354e-07];%, ,1.04608107841768e-06,-1.73713418869448e-13,-
2.63494792553724e-13,1.78331332569669e-05;]
d175=[3.30852803826969e-08];%, ,1.63968217067782e-07,-3.55610658076677e-13,-
5.39413888228083e-13,3.61095361888949e-05;]
d195=[-8.20189746509719e-05];%, ,0.000134526054963329,-1.34986964322211e-
13,-2.04796052816117e-13,1.35428406309764e-05;]

d104 = horzcat(0.075,0.0875,d5,d37,d175,d195)
%=====110=====
=%%=====

d5=[-0.000134485469880415];%, , -9.41227214766972e-05,1.46480850468812e-
14,1.95976142148097e-14,-1.35686329803321e-06;]
d37=[-2.11737115310164e-07];%, ,1.09280117717059e-07,-6.18021197393187e-13,-
8.58615997349161e-13,6.12966251526473e-05;]
d108=[-1.03487806853155e-07];%, , -1.11026059894053e-06,2.61454873013163e-
13,3.63233192083333e-13,-2.55830203524819e-05;]
d175=[-2.22043340267304e-08];%, , -1.71797635078733e-07,4.04088584928394e-
13,5.61400668350885e-13,-3.90470045044842e-05;]
d195=[9.41320798451409e-05];%, , -0.000134526653077043,1.59640861247373e-
13,2.21777026744812e-13,-1.52180559682940e-05;]

d110 = horzcat(0.125,0.0875,d5,d37,d175,d195)

```



```

%=====112=====
=%%%=====
d5=[0.000134485321187024];%, ,9.94208212067195e-05,-2.91335316767622e-15,-
3.05412413887693e-15,-1.46094054626261e-07;]
d37=[2.18321283211772e-07];%, , -1.04835298879809e-07,5.86760993926704e-
13,7.87631953198864e-13,-5.72894458696163e-05;]
d108=[8.52401483136724e-08];%, ,1.10369102629797e-06,-1.26972259185475e-13,-
1.70434890261378e-13,1.19986176154730e-05;]
d175=[1.81386760667063e-08];%, ,1.75493133819396e-07,-3.59558748979563e-13,-
4.82652317465451e-13,3.37689354074813e-05;]
d195=[-9.94313835114783e-05];%, ,0.000134526153680694,-1.23646168694294e-
13,-1.65988033306646e-13,1.14156513054966e-05;]

```

```

d112 = horzcat(0.1125,0.1,d5,d37,d175,d195)

```

```

%=====114=====
=%%%=====
d5=[0.000134490082361039];%, , -3.23076051168383e-05,8.47475109488069e-
17,1.13358859660868e-15,-4.12705972949520e-07;]
d37=[5.80729838373669e-08];%, , -1.58014468529594e-07,2.18951170801489e-13,-
7.80553793866142e-13,-5.39269037820717e-05;]
d108=[7.25333892936423e-07];%, ,4.21586946528882e-07,-4.80494619971764e-
14,1.71303947496827e-13,1.14759703032384e-05;]
d175=[1.21272127281847e-07];%, ,8.38181038592603e-08,-1.42772185206590e-
13,5.08970745122133e-13,3.38653183209842e-05;]
d195=[3.23181544520936e-05];%, ,0.000134480111089232,-3.15555679273574e-
14,1.12514392679825e-13,7.26680628780301e-06;]

```

```

d114 = horzcat(0.150,0.1,d5,d37,d175,d195)

```

```

%=====118=====
=%%%=====
d5=[0.000134492006887620];%, , -7.62995516953052e-05,-5.00253954269678e-
15,7.06611228214939e-15,3.05907930772059e-07;]
d37=[6.02243211236743e-09];%, , -2.02123184038592e-07,5.67439070397701e-13,-
7.19105250232521e-13,-5.36260643073057e-05;]
d108=[9.77516331540190e-07];%, ,3.49716535267919e-07,-1.65230317785668e-
13,2.09398528184483e-13,1.52435350469946e-05;]
d175=[1.55381700560392e-07];%, ,5.10664816923637e-08,-4.14944470779079e-
13,5.25852581102710e-13,3.82181218261614e-05;]
d195=[7.63106880157246e-05];%, ,0.000134488946913458,-7.66800377592458e-
14,9.71800456615259e-14,6.82143385369050e-06;]

```

```

d118 = horzcat(0.1625,0.1,d5,d37,d175,d195)

```

```

%=====130=====
=%%%=====
d5=[0.000134485145568462];%, ,9.29630700369179e-05,5.41384116746621e-
15,8.37318369271737e-15,-7.25950824931742e-07;]
d37=[2.10939713413181e-07];%, , -1.10452657700126e-07,6.17015537720663e-
13,8.63993847968813e-13,-5.84273029629307e-05;]
d108=[9.04022443208230e-08];%, ,1.11535213479100e-06,-1.64148719131658e-13,-
2.29848890950183e-13,1.52699353443305e-05;]
d175=[2.40702953849249e-08];%, ,1.70764358835146e-07,-3.61693674452446e-13,-
5.06474430675188e-13,3.31681360949329e-05;]
d195=[-9.29721434137095e-05];%, ,0.000134526709252153,-1.32847911538059e-
13,-1.86029939004247e-13,1.20603649328784e-05;]

```

```

d130 = horzcat(0.075,0.1125,d5,d37,d175,d195)

```

```

%=====141=====
=%%%=
d5=[-0.000134485460314247];%,,-9.28226594445449e-05,4.16973655361022e-
15,5.08165077177021e-15,-4.85479305348220e-08;]
d37=[-2.09937086607606e-07];%,,1.09975717368750e-07,-5.78368159654282e-13,-
8.11840704282018e-13,5.71842658314653e-05;]
d108=[-1.02895112435036e-07];%,,-1.11267137538191e-06,1.78607883994058e-
13,2.50702944569339e-13,-1.72424830897246e-05;]
d175=[-2.31801004417549e-08];%,,-1.70924967950193e-07,3.68138432665110e-
13,5.16748665887531e-13,-3.52549811142120e-05;]
d195=[9.28298507956766e-05];%,,-0.000134524545363984,8.83338493049873e-
14,1.24009826537296e-13,-8.27523247689498e-06;]

d141 = horzcat(0.1375,0.1125,d5,d37,d175,d195)
%=====148=====
=%%%=
d5=[-0.000134485654475668];%,,-8.35573147781856e-05,6.79680645498454e-
16,2.20296090600102e-16,8.59512070967087e-08;]
d37=[-1.98487951808580e-07];%,,1.16714407262015e-07,-5.85314862295955e-13,-
8.78614753816488e-13,5.94404893705835e-05;]
d108=[-1.52865811957729e-07];%,,-1.07322597766743e-06,1.97030455509357e-
13,2.95756412817365e-13,-1.96983663654636e-05;]
d175=[-6.05053480690540e-08];%,,-1.79631519607049e-07,3.73482488317620e-
13,5.60634241664874e-13,-3.68931034881197e-05;]
d195=[8.35638649154499e-05];%,,-0.000134526158452834,1.30319524600088e-
13,1.95650864749787e-13,-1.27521723812865e-05;]

d148 = horzcat(0.025,0.1375,d5,d37,d175,d195)
%=====
156%=====%%%=
=
d5=[0.000134485512522656];%,,9.21670587793541e-05,-7.00790294173748e-15,-
8.97391832869387e-15,5.34682521439486e-07;]
d37=[2.09570250822896e-07];%,,-1.10927135080051e-07,6.39745915274390e-
13,9.00643295804393e-13,-5.97170879342211e-05;]
d108=[1.06926219078020e-07];%,,1.11017328133379e-06,-2.23109632517120e-13,-
3.14091498099666e-13,2.04652252266091e-05;]
d175=[2.21353202589480e-08];%,,1.70319764323163e-07,-3.67537154159579e-13,-
5.17425524507765e-13,3.33502377241263e-05;]
d195=[-9.21760406925825e-05];%,,0.000134526632103046,-1.49237134623756e-
13,-2.10109898289386e-13,1.33766107198604e-05;]

d156 = horzcat(0.075,0.1375,d5,d37,d175,d195)
%=====165=====
%%%=
d5=[-0.000134485180885546];%,,-9.91685200176273e-05,6.52330905573744e-
15,7.91373951835955e-15,-4.57848833835718e-07;]
d37=[-2.19659198728673e-07];%,,1.07739796403506e-07,-6.54264167976148e-13,-
8.79081844002873e-13,5.93625778712411e-05;]
d108=[-6.83224007545967e-08];%,,-1.14221116257936e-06,2.21997538084940e-
13,2.98275007549155e-13,-1.97828744668209e-05;]
d175=[-1.83489040491868e-08];%,,-1.75298371214077e-07,4.01835790475648e-
13,5.39915587435887e-13,-3.54782226440996e-05;]
d195=[9.91778972782262e-05];%,,-0.000134527411940578,1.47013892272501e-
13,1.97548395551506e-13,-1.27835746386948e-05;]

d165 = horzcat(0.150,0.1375,d5,d37,d175,d195)

%=====167=====
%%%=

```

```
d5=[-0.000134485041225340];%,, -0.000102917660361426,5.37612028375198e-15,6.32791866548800e-15,-3.20233014455646e-07;]
d37=[-2.23302983244107e-07];%,, 1.03590060470789e-07,-6.62157900359610e-13,-8.69690681051800e-13,6.01145490694922e-05;]
d108=[-4.96753559145347e-08];%,, -1.15724204255804e-06,2.17821425173078e-13,2.86086385342525e-13,-1.93867496875373e-05;]
d175=[-1.73038503702901e-08];%,, -1.75460261243523e-07,4.07556678819026e-13,5.35294861212899e-13,-3.58972239367182e-05;]
d195=[0.000102927690145200];%,, -0.000134527198141586,1.42722336718760e-13,1.87474647445620e-13,-1.24021877402004e-05;]
```

```
d167 = horzcat(0.1250,0.150,d5,d37,d175,d195)
%===== 170
=====
d5=[0.000134490412122976];%,, -3.20941884708019e-05,-2.68622629072646e-15,8.88151484813449e-15,4.26527330330842e-07;]
d37=[4.84956554004759e-08];%,, -1.99127936379929e-07,3.05625612614404e-13,-8.74251743494650e-13,-5.96325593731030e-05;]
d108=[7.59776701140018e-07];%,, 5.71186225007548e-07,-1.02729251296926e-13,2.93868910083090e-13,1.96833058952995e-05;]
d175=[1.20317497781124e-07];%,, 8.06221746506621e-08,-1.88724383352897e-13,5.39849698996198e-13,3.58156820403675e-05;]
d195=[3.21540831894191e-05];%,, 0.000134655768236117,-4.89757384094106e-14,1.40331068057740e-13,9.22672954008685e-06;]
```

```
d170 = horzcat(0.16250,0.150,d5,d37,d175,d195)
%=====174=====
=====
d5=[-0.000134484943389742];%,, -8.98262849590532e-05,-3.49966020772473e-14,-5.08245489237735e-14,3.45658200239682e-06;]
d37=[-2.06559261491777e-07];%,, 1.12469688585538e-07,-5.83910488768605e-13,-8.35357631505407e-13,5.63087880732509e-05;]
d108=[-1.17388235714573e-07];%,, -1.09921451694728e-06,1.25840156243338e-13,1.80023155288972e-13,-1.20874266617522e-05;]
d175=[-4.76964633188330e-08];%,, -1.84352330823605e-07,3.01135619415689e-13,4.30810825881734e-13,-2.82359470903947e-05;]
d195=[8.98350861465713e-05];%,, -0.000134526345731441,8.47815974380590e-14,1.21352286964492e-13,-7.99223291933071e-06;]
d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d5,d37,d175,d195)
```

```
%=====180=====
=====
d5=[0.000134485241409900];%,, 9.83501672901900e-05,4.83036057124840e-14,6.50236940067991e-14,-4.11402425073644e-06;]
d37=[2.17405109949533e-07];%,, -1.06610540140335e-07,6.17512995820398e-13,8.20870261523269e-13,-5.42613558072770e-05;]
d108=[7.45196373679751e-08];%,, 1.13554030365605e-06,-9.07441642017699e-14,-1.20619377482316e-13,8.04795187854444e-06;]
d175=[1.89808284024050e-08];%,, 1.74676136371308e-07,-9.95712115266922e-14,-1.32356747019629e-13,8.59250247866258e-06;]
d195=[-9.83598452933932e-05];%,, 0.000134526164910883,-5.31661229689936e-14,-7.06715185674894e-14,4.68245057427078e-06;]
d180 = horzcat(0.050,0.175,d5,d37,d175,d195)
%=====187=====
=====
d5=[0.000134485467031146];%,, 9.24386797844094e-05,9.60225782129985e-15,1.42531108440374e-14,-8.19991835907243e-07;]
d37=[2.09895251368611e-07];%,, -1.10777285668283e-07,6.23806830360045e-13,8.75506486179552e-13,-5.77772660765812e-05;]
```

```

d108=[1.03651702155047e-07];%, ,1.11255642667021e-06, -1.62509870742713e-13, -
2.28075742733987e-13,1.47531064991236e-05;]
d175=[2.40746878142367e-08];%, ,1.69938314335928e-07, -3.48035159180904e-13, -
4.88467103269296e-13,3.10672394053950e-05;]
d195=[-9.24487799488269e-05];%, ,0.000134527753829110, -8.26133087654794e-
14, -1.15941899102548e-13,7.39564084972188e-06;]
d187= horzcat(0.0875,0.175,d5,d37,d175,d195)

```

```

%=====192=====
=%%%%%=====
d5=[0.000134489669110478];%, , -1.34608315289252e-05, -1.29629022976099e-
15,1.44739150000045e-14,5.33592078363445e-07;]
d37=[7.33372336072715e-08];%, , -1.84014069888456e-07,1.03909568481527e-13, -
8.97212479913106e-13, -6.07455428477119e-05;]
d108=[6.60879957048524e-07];%, ,6.50859031211775e-07, -3.56511441487635e-
14,3.07851347631740e-13,2.04895922389188e-05;]
d175=[1.06313106279117e-07];%, ,9.73037469669061e-08, -6.31186345395069e-
14,5.44995276867363e-13,3.59139043911084e-05;]
d195=[1.34651682099136e-05];%, ,0.000134455831597797, -2.40778286131154e-
14,2.07628401777350e-13,1.34912547945571e-05;]
d192 = horzcat(0.150,0.175,d5,d37,d175,d195)

```

```

%=====205=====
=%%%%%=====
d5=[-0.000134485017611874];%, , -0.000105147071204774, -6.18036257265858e-15, -
8.85586822638701e-15,7.41752609561446e-07;]
d37=[-2.26290644518253e-07];%, ,1.02209755636813e-07, -6.60689535127219e-13, -
8.52763676127667e-13,5.84337145969716e-05;]
d108=[-3.77044787300616e-08];%, , -1.16726466239617e-06,1.94480799440506e-
13,2.51014366446506e-13, -1.68266812400540e-05;]
d175=[1.90932211408649e-08];%, , -2.08253159415918e-07,2.61890148047783e-
13,3.38027295106853e-13, -2.23373812841869e-05;]
d195=[0.000105159570533890];%, , -0.000134526928044855,1.28628187431668e-
13,1.65952820053510e-13, -1.08812786269376e-05;]
d205 = horzcat(0.05,0.150,d5,d37,d175,d195)

```

```

%=====214=====
=%%%%%=====
d5=[0.000134489151839337];%, , -5.19593621864849e-07, -2.47921695967597e-16, -
9.68620990736762e-15,5.51919324964803e-07;]
d37=[9.01362263273839e-08];%, , -1.81507939783737e-07, -4.91679274619125e-
15,9.27879477242266e-13, -6.03994019643585e-05;]
d108=[5.92378798246071e-07];%, ,6.53312004202301e-07,1.68962235550349e-15, -
3.19273283341923e-13,2.04254870756356e-05;]
d175=[9.58377183846502e-08];%, ,5.73229260749535e-08,2.96046658125539e-15, -
5.58596914788030e-13,3.53725897634210e-05;]
d195=[5.32983776983918e-07];%, ,0.000134753537401404,1.28369017630704e-15, -
2.44688400884081e-13,1.52653673452488e-05;]
d214 = horzcat(0.1250,0.150,d5,d37,d175,d195)

```

```

%dados sensores na posição 10; 62; 154 e 166
% pop =
[d9;d16;d26;d27;d34;d50;d59;d66;d70;d78;d82;d89;d93;d104;d110;d114;d118;d13
0;d141;d148;d156;d165;d167;d170;d180;d187;d192;d205;d214];
pop = [d16;d26;d34;d50;d62;d70;d82;d114;d130;d148;d156;d165];
[m,n] = size(pop(:, :));

```

```

% pop=horzcat(pop(:,1:2),normc(pop(:,3:n)));

```

```

total = 10;

```

```

disp('_____')
fprintf('\nENCONTRANDO O MÍNIMO DA FUNCAO USANDO O GA\n\n')
for i = 1:total
    fprintf('executando... %d \n',i)
    %CRIANDO A ESTRUTURA DE OPCOES DO GA E CALCULANDO O MINIMO
    % %      'PopInitRange',[0 0 zeros(1,n-2);0.2 0.2 ones(1,n-2)],...
    %      %'PopInitRange',[0 0 min(pop(:,3:n));0.2 0.2 max(pop(:,3:n))],...
    %      'Generations',50,'CrossoverFraction',0.65,'Vectorized','on',...
    %      'FitnessLimit',0.0001,'MigrationDirection','both' 'forward',...
    %      'PopInitRange',[0.000 0.000 min(pop3(:,3:n));0.200 0.200
max(pop3(:,3:n))],...
    %      'SelectionFcn',@selectionstochunif @selectionroulette,...
    %      'CrossoverFcn',{@crossoverheuristic,0.8},...
    %      'MutationFcn',{@mutationuniform, 0.02} @mutationgaussian,...
    %      'PlotFcns',{@gaplotbestf})
    options = gaoptimset('InitialPopulation',pop,'PopulationSize',m,...
'PopInitRange',[0.0000 0.0000 min(pop(:,3:n));0.2000 0.2000
max(pop(:,3:n))],...
'Generations',200,'CrossoverFraction',0.98,'Vectorized','on',...
'FitnessLimit',10^(-15),'MigrationDirection','both',...
'SelectionFcn',@selectionroulette,'CrossoverFcn',{@crossoverheuristic,1},...
.
'MutationFcn',@mutationgaussian,'TolFun',10^(-20));
    [pop4, fval, reason, output] =
ga(@funcional_JComposito_sensor_aleatorio21012016,n,options);

    %parametros encontrados pelo GA
    x_no(i) = pop4(1,1);
    y_no(i) = pop4(1,2);
    Jmin(i) = fval;
end

%calculando os valores médios e as incertezas com 99.7%
xmean = mean(x_no);
xstd = std(x_no);
xincert = 3*std(x_no);
ymean = mean(y_no);
ystd = std(y_no);
yincert = 3*std(y_no);
jmean = mean(Jmin);
jstd = std(Jmin);
jincert = 3*std(Jmin);

%saída na tela
fprintf('\n\nValores encontrados pelo GA (99.7% confiança)\n')
fprintf('xc = %1.3f ',xmean)
fprintf('+- %1.3f\t',xincert)
fprintf('std %1.3f\t',xstd)
fprintf('\nyc = %1.3f ',ymean)
fprintf('+- %1.3f\t',yincert)
fprintf('std %1.3f\t',ystd)
fprintf('\nJ = %1.3f ',jmean)
fprintf('+- %1.3f\t',jincert)
fprintf('std %1.3f\t',jstd)
fprintf('\n\n')

figure(3)
for xplate = 0:0.0125:0.2

```

```

for yplate = 0:0.0125:0.2
    plot(xplate,yplate,'black-')
    hold on;
end
end
% legend('real (azul)','simulado (vermelho)')
hold on
plot(0.0250,0.1625,'ob',x_no,y_no,'*r')%no 174 nao estah na pop

hold on
plot(xmean,ymean,'xb','LineWidth',2,'MarkerSize',12)%no 174 nao estah na
pop

contProbSucesso = 0;
contProbFalha = 0;
%170 0.16250,0.150
%definindo a região viável para contar os casos de sucesso
for cont = 1:length(x_no)
if abs(x_no(cont) - 0.0250)<=0.025 && abs(y_no(cont) - 0.1625)<=0.025 %para
o nó 174
% if abs(x_no(cont) - 0.0625)<=0.0375 && abs(y_no(cont) -
0.0500)<=0.0375 %para o nó 54
% if abs(x_no(cont) - 0.0750)<=0.0375 && abs(y_no(cont) -
0.0750)<=0.0375 %para o nó 79

                contProbSucesso = contProbSucesso + 1;
else
                contProbFalha = contProbFalha + 1;
end
end

ProbSucesso = contProbSucesso/total
ProbFalha = contProbFalha/total

figure(4)
for x = 0:0.2
for y = 0:1
    plot(x,y,'black-')
    hold on;
end
end
plot(0.0125,ProbSucesso,'dr') %dano prox. sensor
title('probSucesso versus posição Dano')

function J = funcional_JComposito_sensor_aleatorio(pop)

%Cinco primeiros modos * Influência do nó 174 em:
% % % d10=[-8.23447766443085e-06];
% % % d62=[3.89197308841509e-09];
% % % % d107=[2.06592947554366e-07];
% % % % d133=[-2.53786221409004e-07];
% % % % d154=[-1.14542728524931e-07];
% % % % d159=[-6.10893268769374e-08];
% % % % d166=[-9.23494524467146e-06];
% % % % d180=[-2.36299521714570e-07];
% % % % d192=[-5.37676905862800e-06];
% % % % d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d10,d62,d154,d166)

```

```

% d5=[-0.000134484943389742;]
% d37=[-2.06559261491777e-07;]
% d175=[-4.76964633188330e-08;]
% d195=[8.98350861465713e-05;]
% d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d5,d37,d175,d195)
% d5=[-0.000134484943389742,-8.98262849590532e-05,-3.49966020772473e-14,-
5.08245489237735e-14,3.45658200239682e-06;]
% d37=[-2.06559261491777e-07,1.12469688585538e-07,-5.83910488768605e-13,-
8.35357631505407e-13,5.63087880732509e-05;]
% d108=[-1.17388235714573e-07,-1.09921451694728e-06,1.25840156243338e-
13,1.80023155288972e-13,-1.20874266617522e-05;]
% d175=[-4.76964633188330e-08,-1.84352330823605e-07,3.01135619415689e-
13,4.30810825881734e-13,-2.82359470903947e-05;]
% d195=[8.98350861465713e-05,-0.000134526345731441,8.47815974380590e-
14,1.21352286964492e-13,-7.99223291933071e-06;]
% d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d5,d37,d175,d195)

d5=[-0.000134484943389742];%, -8.98262849590532e-05, -3.49966020772473e-14, -
5.08245489237735e-14, 3.45658200239682e-06;]
d37=[-2.06559261491777e-07];%, 1.12469688585538e-07, -5.83910488768605e-13, -
8.35357631505407e-13, 5.63087880732509e-05;]
d108=[-1.17388235714573e-07];%, -1.09921451694728e-06, 1.25840156243338e-
13, 1.80023155288972e-13, -1.20874266617522e-05;]
d175=[-4.76964633188330e-08];%, -1.84352330823605e-07, 3.01135619415689e-
13, 4.30810825881734e-13, -2.82359470903947e-05;]
d195=[8.98350861465713e-05];%, -0.000134526345731441, 8.47815974380590e-
14, 1.21352286964492e-13, -7.99223291933071e-06;]
d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d5,d37,d175,d195)
% d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d37,d175,d195)
% d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d5,d175,d195)
% d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d5,d37)
% d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d37,d195)
% d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d175,d195)
% d174 = horzcat(0.0250,0.1625,d195)
% % % % d5=[0.000134490412122976, -3.20941884708019e-05, -2.68622629072646e-
15, 8.88151484813449e-15, 4.26527330330842e-07;]
% % % % d37=[4.84956554004759e-08, -1.99127936379929e-07, 3.05625612614404e-
13, -8.74251743494650e-13, -5.96325593731030e-05;]
% % % % d108=[7.59776701140018e-07, 5.71186225007548e-07, -1.02729251296926e-
13, 2.93868910083090e-13, 1.96833058952995e-05;]
% % % % d175=[1.20317497781124e-07, 8.06221746506621e-08, -1.88724383352897e-
13, 5.39849698996198e-13, 3.58156820403675e-05;]
% % % % d195=[3.21540831894191e-05, 0.000134655768236117, -4.89757384094106e-
14, 1.40331068057740e-13, 9.22672954008685e-06;]
% % % %
% % % % d170 = horzcat(0.16250,0.150,d5,d37,d175,d195)

%-----
% AQUI É MUDADO O MEDIDO
% OBS.: não esquecer que muda aqui e em 'gaComposito.m'!!!
%-----

med = d174(3:length(d174)); %dados sensores na posição 10; 62; 154 e 166

% med = abs(med);
% med=normc(med);

% med = freqNo140med;

```

```
[m3,n3] = size(pop(:,:)); %tam.pop

for w = 1:m3
    J(w) = abs(sqrt(0.5*sum((med - pop(w,3:n3)).^2)));
end
%ENCONTRA A SOMA MINIMA, LOGO, ENCONTRA O DANO...
```