

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**PROPOSIÇÃO DE ALVOS MULTIVARIADOS EM  
PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO  
APLICADO AO PROCESSO SOLDA A PONTO  
DE AÇOS GALVANIZADOS**

**Leandro Framil Amorim**

**Itajubá, fevereiro de 2017**

<b>Dissertação de Mestrado</b>	<b>Leandro Framil Amorim</b>	<b>2017</b>
--------------------------------	------------------------------	-------------

# UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Leandro Framil Amorim

## PROPOSIÇÃO DE ALVOS MULTIVARIADOS EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO APLICADO AO PROCESSO SOLDA A PONTO DE AÇOS GALVANIZADOS

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como parte dos requisitos para obtenção do título de ***Mestre em Ciências em Engenharia de Produção***.

**Área de Concentração:** Engenharia de Produção

**Orientador:** Prof. Anderson Paulo de Paiva, Dr.

Fevereiro de 2017

Itajubá

# UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

## PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM

### ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Leandro Framil Amorim

## PROPOSIÇÃO DE ALVOS MULTIVARIADOS EM

### PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO

#### APLICADO AO PROCESSO SOLDA A PONTO

#### DE AÇOS GALVANIZADOS

Dissertação aprovada por banca examinadora em 16 de fevereiro de 2017, conferindo ao autor o título de *Mestre em Ciências em Engenharia de Produção*.

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Rogério Santana Peruchi (UFPB)

Prof. Dr. José Henrique de Freitas Gomes (UNIFEI)

Prof. Dr. Sebastião Carlos da Costa (UNIFEI)

Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva (Orientador)

Itajubá  
2017

# DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho, bem como todas as minhas demais conquistas, aos meus amados pais, João Coelho Amorim Junior e Alcione Framil Amorim, que sempre me apoiaram incondicionalmente em todos os caminhos.

## AGRADECIMENTOS

À minha família pelo carinho e incentivo nos momentos mais difíceis.

À minha namorada pela motivação constante ao longo desta trajetória.

Ao meu orientador, Dr. Anderson Paulo de Paiva, pela amizade, competência, incentivo e solidariedade.

Ao coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção Dr. Carlos Henrique Pereira Mello, o qual sempre foi solícito em ajudar e aconselhar nas mais diversas situações.

Ao Prof. Dr. Sebastião Carlos da Costa, ao Prof. Dr. José Henrique de Freitas Gomes, ao Victor Eduardo de Mello Valério e ao Fabricio Alves de Almeida, que disponibilizaram seu tempo e dividiram seus conhecimentos.

Às colegas do grupo de pesquisa Taynara Incerti e Juliana Gaudêncio pela atenção e disponibilidade em ajudar nos momentos de estudo.

Ao Adriano Baldim pela ajuda e suporte dados para com o trabalho de pesquisa.

A todos aqueles que de certa forma estiveram e estão presentes, preenchendo positivamente o sentido de minha vida.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro.

# EPÍGRAFE

*“Se eu vi mais longe, foi por estar sobre ombros de gigantes. ”*

*Isaac Newton*

## RESUMO

As abordagens de otimização de processos de manufatura utilizadas em passado recente, comumente empregam a otimização individual dos parâmetros de qualidade, fato este que pode gerar um conjunto de parâmetros de resposta que não é necessariamente compatível com os demais. A maioria das múltiplas características de qualidade medidas nos processos de manufatura são altamente correlacionadas e, com diferentes objetivos de otimização. Dessa forma, a análise individual de cada resposta pode levar a um ótimo conflitante, uma vez que os níveis dos parâmetros de regulação do processo que melhoram uma resposta podem, de outro modo, degradar outro. Dessa maneira, a aplicação desses métodos de otimização tradicionais, sem considerarem essa alta correlação de suas variáveis podem causar a instabilidade do modelo, sobreajuste e imprecisão nos coeficientes de regressão. Assim, considerando processos multivariados de manufatura, o problema de pesquisa desta dissertação resume-se em propor um método para a fixação ou determinação de alvos na otimização multi-objetivo multivariada de processos de manufatura, nos quais analista possua controle sobre os parâmetros do processo e seja capaz de estimar alvos para a otimização de múltiplas respostas correlacionadas sem gerar cenários conflitantes. A proposição do método adequado se dá pela análise de duas hipóteses, sendo a primeira de que métricas multivariadas de redução de dimensionalidade modeladas produziram afastamentos com relação ao ponto de utopia maiores do que as não-modeladas. E segunda hipótese de que a adoção de alvos por otimização individual aumentaria o afastamento global das funções em relação ao ponto de utopia. O estudo aplica o método proposto nos dados do trabalho de Baldim (2014), realizando a otimização do Processo de Solda a Ponto por Resistência Elétrica do Aço Galvanizado, utilizando para tal a fixação dos alvos das funções-objetivos por meio do Método dos Mínimos Parciais e a otimização das mesmas com o uso do Gradiente Reduzido Generalizado aplicado na minimização do Erro Quadrático Médio Multivariado. Este trabalho mostra que as duas hipóteses são verdadeiras e propõe um método adequado. Portanto, torna possível atribuir alvos para problemas de otimização multi-objetivo multivariada de funções-objetivos correlacionadas, de tal forma a se manter para os alvos as mesmas correlações das funções-objetivos originais.

### **Palavras-Chave:**

Mínimos Quadrados Parciais (PLS), Erro Quadrático Médio Multivariado (MMSE), Análise de Componentes Principais (PCA), Metodologia de Superfície de Resposta (MSR), Soldagem a Ponto (RSW).



## ABSTRACT

The manufacturing process optimization approaches used in the recent past commonly employ the individual optimization of quality parameters, a fact that can generate a set of response parameters that is not necessarily compatible with the others. Most of the multiple quality characteristics measured in the manufacturing processes are highly correlated and with different optimization goals. Therefore, individual analysis of each response can lead to a conflicting optimum, since the levels of process regulation parameters that improve one response may otherwise degrade another. In this way, the application of these traditional optimization methods, without considering this high correlation of its variables can cause the model instability, over adjustment and imprecision in the regression coefficients. Therefore, considering multivariate manufacturing processes, the research problem of this dissertation is to propose a method for the fixation or determination of targets in multivariate optimization of manufacturing processes, in which analyst has control over process parameters and be able to estimate targets for the optimization of multiple correlated responses without generating conflicting scenarios. The proposition of the appropriate method is given by the analysis of two hypotheses. The first one being that multivariate dimensionality reduction measures modeled would produce deviations with respect to the point of utopia larger than the non-modeled ones. Second hypothesis that the adoption of targets by individual optimization would increase the global distance of functions from the point of utopia. The study applies the method proposed in the data from the work of Baldim (2014). It's realize the optimization of the Resistance Spot Welding Process of Galvanized Steel, using for this purpose the fixation of the targets of the objective functions by means of the Partial Least Squares Method and the optimization of them with the use of the Generalized Reduced Gradient applied in the minimization of the Multivariate Mean Square Error. This work shows that both hypotheses are true and proposes an appropriate method. Therefore, it makes it possible to assign targets to multivariate optimization problems of correlated goal functions in order to maintain the same correlations of the original goal functions for the targets.

**Keywords:** *Partial Least Squares (PLS), Multivariate Mean Square Error (MMSE), Principal Components Analysis (PCA), Response Surface Methodology (RSM), Resistance Spot Welding (RSW).*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Contribuições gerais do trabalho .....	4
Figura 1.2 - SIPOC do processo delimitado da pesquisa .....	5
Figura 1.3 - Fluxograma da Metodologia de Pesquisa .....	6
Figura 1.4 - Fluxograma geral da pesquisa .....	7
Figura 2.1 - Arranjo CCD.....	14
Figura 2.2 - Tipos de CCD .....	15
Figura 2.3 - (a) Rotacionalidade, (b) Arranjo central composto para 2 fatores.....	15
Figura 2.4 - Método dos Mínimos Quadrados Ordinários.....	17
Figura 2.5 - Interpretação Geométrica do PLS.....	25
Figura 2.6 - (a) Rotação imposta nos eixos das variáveis originais e (b) Novo eixo Z1 representando uma regressão linear ortogonal .....	31
Figura 2.7 - Interpretação geométrica da PCA.....	32
Figura 2.8 - Processo de Solda a Ponto por Resistência Elétrica .....	40
Figura 2.9 - Resistências ao Fluxo de Corrente Elétrica .....	40
Figura 2.10 - Traço de expulsão (Vista lateral).....	42
Figura 2.11 - Traço de expulsão (Vista frontal) .....	42
Figura 2.12 - Gráfico Quantidade de Calor no Processo de Solda a Ponto.....	43
Figura 2.13 - Gráfico de Corrente e Força de Soldagem por Crescimento do ponto ....	44
Figura 2.14 - Diferentes tipos de metais no processo.....	46
Figura 2.15 - Resistência dinâmica para soldar um aço .....	47
Figura 2.16 - Gráfico Temporal do Processo de Solda a Ponto .....	48
Figura 2.17 - Gráfico do ciclo da corrente elétrica.....	49
Figura 2.18 - Perfis de Força e Deslocamento do Eletrodo.....	50
Figura 2.19 - Gráfico de Corrente e Força de Soldagem por Tempo .....	50
Figura 2.20 - Regiões do ponto de soldagem .....	51
Figura 2.21 - Teste de tensão de Cisalhamento .....	53
Figura 2.22 - Padrão de corpo de prova.....	53
Figura 2.23 - Corpo de prova.....	54
Figura 2.24 - Teste de resistência à tração axial.....	55
Figura 2.25 - Teste de Arrancamento .....	55
Figura 2.26 - Medição do diâmetro do ponto de soldagem .....	56
Figura 2.27 - Modos de ruptura: (a) interfacial (b) arrancamento do ponto (c) rasgamento da chapa (d) arrancamento do ponto com rasgamento da chapa.....	57
Figura 2.28 - Gráfico de Carga por Deslocamento.....	58
Figura 3.1 - Fluxograma dos Procedimentos Hipótese 1 .....	61
Figura 4.1 - Plotagem dos escores de RC; Dfmax; IS .....	65
Figura 4.2 - Loading Plot of RC; Dfmax; IS .....	66
Figura 4.3 - Resposta Rc (1 componente) .....	67
Figura 4.4 - Resposta Dfmax (1 componente).....	68

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Referência de dimensionamento dos corpos de prova.....	54
Tabela 4.1 - Planejamento de Experimento CCD .....	63
Tabela 4.2 - Modelagem das variáveis de resposta .....	64
Tabela 4.3 - Análise de Correlação das Variáveis de saída.....	64
Tabela 4.4 - Autovetores da Matriz de Correlação.....	65
Tabela 4.5 - Análise de Correlação PCA.....	66
Tabela 4.6 - Análise de Variância do PLS.....	68
Tabela 4.7 - Seleção de Modelo e Validação .....	68
Tabela 4.8 - Coeficientes do PLS .....	68
Tabela 4.9 - Previsão dos valores Alvos <i>PLS</i> .....	69
Tabela 4.10 - PC1 Modelado.....	69
Tabela 4.11 - MMSE para os escores de PC1 .....	74
Tabela 4.12 - MMSE Modelado .....	75
Tabela 4.13 - Previsão dos valores Alvos <i>PLS2</i> .....	80
Tabela 4.14 - Variáveis de Entrada (Controláveis) – Hipótese 2 .....	81
Tabela 4.15 - EPG para Ótimos individuais (Hipótese 2) .....	81
Tabela 4.16 - Comparação entre EPG Hipótese 1 .....	82
Tabela 4.17 - Comparação das métricas de EPG.....	82
Tabela 4.18 - Cenários de otimização .....	83
Tabela 4.19 - Configuração otimizada de parâmetros de processo .....	83
Tabela 0.1 - Análise de Variância de RC .....	87
Tabela 0.2 - Coeficientes Codificados RC .....	87
Tabela 0.3 - Análise de Variância de Dfmax.....	88
Tabela 0.4 - Coeficientes Codificados Dfmax.....	88
Tabela 0.5 - Análise de Variância de IS .....	89
Tabela 0.6 - Coeficientes Codificados IS .....	89
Tabela 0.7 - Análise de Variância de PC1 .....	90
Tabela 0.8 - Coeficientes Codificados PC1 .....	90
Tabela 0.9 - Análise de Variância de MMSE.....	91
Tabela 0.10 - Coeficientes Codificados de MMSE .....	91
Tabela 0.11 - Resíduos de OLS .....	92

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A	Ampere
AISI	<i>American Iron and Steel Institute</i>
ANOVA	<i>Analysis of Variance – Análise de Variância</i>
AWS	<i>American Welding Society</i>
CCD	<i>Central Composite Design – Arranjo Composto Central</i>
Coef	Coeficiente
Cov	Covariância
Det	Determinante de uma matriz
Dfmax	Deformação observada na força máxima de ruptura
DOE	<i>Design of Experiments – Planejamento de Experimentos</i>
E	Espessura das Chapas
EPG	Erro Percentual Global
GL	Graus de liberdade
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado
H <sub>0</sub>	Hipótese Nula
H <sub>1</sub>	Hipótese Alternativa
IM	Indentação medida pelo relógio apalpador
Ipreaq	Corrente de preaquecimento
IS	Indentação medida pelo sensor LVDT
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
Isolda	Corrente de solda
KA	Quilo Ampere
LVDT	<i>Linear Voltage Differential Transductor</i>
max	Máximo
MCG	Método do Critério Global
min	Minuto
mín	Mínimo
MMSE	<i>Multivariate Mean Square Error</i> (Erro quadrático médio multivariado – EQMM)
MOP	<i>Multiobjective Optimization Problem – Problema de Otimização</i> Multiobjetivo
MS	<i>Mean Square</i>
ms	Milissegundo
MSE	<i>Mean Square Error</i> (Erro Quadrático Médio – EQM)
MSR	Metodologia de Superfície de Resposta
OLS	<i>Ordinary Least Squares</i> (mínimos quadrados ordinários)
PC	<i>Principal Component</i> (componente principal)
PC1	Primeiro Componente Principal (Escore)
PC2	Segundo Componente Principal (Escore)
PCA	<i>Principal Component Analysis</i> (Análise de Componentes Principais)
PCs	Componentes Principais
PLS	<i>Partial Least Squares</i> (Mínimos Quadrados Parciais)
R <sup>2</sup>	Coeficiente de Determinação
R <sup>2</sup> (adj.)	Coeficiente de Determinação Ajustado

RC	Resistência ao Cisalhamento
RSC	Retificadores Controlados de Silício ( <i>Silicon Controlled Rectifier – SCR</i> )
RSM	<i>Response Surface Methodology</i>
RSW	<i>Resistance Spot Welding</i> (Solda a ponto por Resistência Elétrica)
RWMA	<i>Resistance Welder Manufacturers Association</i>
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
SIPOC	<i>Suppliers-Inputs-Process-Outputs-Customers</i> (fornecedor-entradas-processo-saídas-clientes)
SQ	Soma de Quadrados
SS	<i>Sum of Squares</i>
Tpreaq	Tempo de preaquecimento
Tsolda	Tempo de solda
Var	Variância
Y <sub>i</sub>	Resposta
ZTA	Zona Termicamente Afetada

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 Justificativa e Problema de pesquisa .....	2
1.2 Objetivos .....	3
1.3 Contribuições .....	3
1.4 Delimitações da Pesquisa .....	4
1.5 Metodologia .....	6
1.6 Estrutura da Dissertação .....	7
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	9
2.1 Planejamento e Análise de Experimentos .....	9
2.1.1 Metodologia da Superfície de Resposta .....	10
2.1.2 Método dos Mínimos Quadrados Ordinários .....	16
2.2 Mínimos Quadrados Parciais .....	24
2.3 Análise de Componentes Principais .....	27
2.3.1 PCA – Abordagem Algébrica.....	28
2.3.2 PCA – Abordagem Geométrica.....	31
2.3.3 Seleção de Componente Principais e Matrizes de Correlação e Variância-Covariância .....	32
2.4 Método do Erro Quadrático Médio.....	33
2.5 Método do Erro Quadrático Médio Multivariado .....	34
2.6 Erro Percentual Global.....	36
2.7 Método do Gradiente Reduzido Generalizado .....	37
2.8 Processo de Solda a Ponto por Resistência Elétrica .....	39
2.8.1 Parâmetros de Regulagem do Processo.....	43
2.8.2 Geometria do Ponto de Soldagem .....	51
2.8.3 Qualidade da Solda.....	52
<b>3. MÉTODOS MULTIVARIADOS PROPOSTOS</b> .....	59
3.1 Hipótese 1 .....	59
3.2 Hipótese 2 .....	61
<b>4. APLICAÇÃO DOS MÉTODOS PROPOSTOS</b> .....	62
4.1 Análise da Hipótese 1 .....	62
4.2 Análise da Hipótese 2 .....	77
4.3 Análise das Hipóteses e Considerações Finais .....	82

<b>5. CONCLUSÕES</b> .....	84
5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros .....	85
APÊNDICE A – Dados das Regressões por <i>OLS</i> .....	87
APÊNDICE B – Dados das Regressões por <i>PLS</i> .....	93
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	94

# 1. INTRODUÇÃO

A evolução tecnológica proporcionou aos processos de manufatura a possibilidade de se controlar e ajustar grande gama de parâmetros, tendo em vista a melhoria continua para se alcançar padrões de qualidade cada vez mais exigentes, acompanhando a crescente de concorrência do mercado.

O processo de otimização de múltiplos objetivos contempla três etapas: (a) a modelagem das funções objetivo e restrições, (b) a estratégia de combinação entre os múltiplos objetivos (aglutinação ou priorização) e, (c), o algoritmo capaz de determinar o ponto de ótimo que atenda ao sistema como um todo. Em relação à fase de modelagem das funções de transferência, observa-se que, na maioria dos processos de fabricação, é comum escrever as múltiplas características de qualidade em termos do mesmo conjunto de variáveis de entrada ( $x$ ), o que pode originar uma estrutura de correlação entre estas diversas características capaz de alterar o valor e a precisão dos coeficientes dos seus termos independentes (CHIAO e HAMADA, 2001; KHURI, 2003; KHURI e CONLON, 1981; SILVA, 2009).

Grande parte dos parâmetros de qualidade controlados nos processos de manufatura possuem uma correlação significativa e, com diferentes objetivos de otimização. Sendo assim, no contexto de otimização de processos, ao considerar uma análise individual das respostas, negligenciando essa correlação, pode-se alcançar cenários de ótimos conflitantes, uma vez que os níveis dos parâmetros de regulação do processo que melhoram uma resposta podem, de outro modo, degradar outro.

Assim, a aplicação desses métodos de otimização individuais, que não considerarem essa correlação de suas variáveis podem imprecisão nos coeficientes de regressão, causar a instabilidade do modelo e sobreajuste.

Dessa maneira, no âmbito dos processos multivariados de manufatura, métodos para a fixação ou determinação de alvos multivariados na otimização multi-objetivo têm importância. Pois propicia que piloto do processo seja capaz de ter controle sobre os parâmetros do processo e consiga assim estimar alvos para a otimização de múltiplas respostas correlacionadas sem gerar cenários conflitantes.

Nesse sentido, o método dos Mínimos Quadrados Parciais (*Partial Least Squares*) é particularmente útil para a previsão de alvo colineares ou quando se tem mais preditores do que observações e a regressão por mínimos quadrados ordinários falha ou produz



coeficientes com erros-padrão elevados. O PLS reduz o número de preditores a um conjunto de componentes não correlacionados e executa a regressão dos mínimos quadrados nesses componentes. Dessa forma, o PLS é capaz de se ajustar a várias variáveis de resposta em um único modelo.

Este trabalho vem de encontro com essa dificuldade abordada, de se estimar alvos que considerem a multicolinearidade existente nas funções-objetivo em uma otimização. Assim sendo, essa dissertação propõe um método para a fixação ou determinação de alvos multivariados na otimização multi-objetivo de processos de manufatura.

## **1.1 Justificativa e Problema de pesquisa**

Quanto mais complexas forem as necessidades dos clientes e consumidores, mais características de qualidade serão necessárias para atingir tal expectativa. Este perfil de exigência dos clientes atuais pode conferir aos processos de manufatura o caráter multivariado (PAIVA, 2006).

Tradicionalmente uma estratégia adotada para analisar o comportamento de algumas características desejadas, as quais são consideradas significativas, é o incremento de maneira individual dos fatores da função modelada do processo. No entanto, a maioria dos produtos finais oriundos dos processos de manufatura, as múltiplas características de qualidade medidas são altamente correlacionadas e, com diferentes objetivos de otimização. Dessa forma, nesses casos, a análise individual de cada resposta pode levar a um ótimo conflitante, uma vez que os níveis de fator que melhoram uma resposta podem, de outro modo, degradar outro. Portanto, a presença de correlação ou o uso de métodos de otimização que não consideram a correlação, também podem causar a instabilidade do modelo, sobreajuste e imprecisão nos coeficientes de regressão (PAIVA *et al.*, 2009).

As abordagens de otimização utilizadas em passado recente, geralmente empregam a otimização de uma única resposta, gerando um conjunto de parâmetros que não é necessariamente compatível com as demais. O número de subproblemas cresce exponencialmente a medida que o número de funções objetivo cresce.

Assim, considerando processos multivariados de manufatura, o problema de pesquisa desta dissertação resume-se em propor um método para a fixação ou determinação de alvos na otimização multi-objetivo multivariada de processos de manufatura, nos quais analista possua controle sobre os parâmetros do processo e seja

capaz de estimar alvos para a otimização de múltiplas respostas correlacionadas sem gerar cenários conflitantes.

A proposição do método adequado se dá pela análise de duas hipóteses, sendo a primeira de que métricas multivariadas de redução de dimensionalidade modeladas produziram afastamentos com relação ao ponto de utopia maiores do que as não-modeladas. E segunda hipótese de que a adoção de alvos por otimização individual aumentaria o afastamento global das funções em relação ao ponto de utopia.

Portanto, tornar possível atribuir alvos para problemas de otimização multi-objetivo multivariada de funções-objetivos correlacionadas, de modo a se manter para os alvos as mesmas correlações das funções-objetivos originais. Havendo redução de dimensionalidade em MOP (*multi-objective programming*) de funções não-lineares com restrições.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa é propor alvos multivariados para um problema multi-objetivo que conduzam a condições adequadas de operação do processo de solda a ponto do aço galvanizado.

Tendo como objetivo específico a redução da dimensão de um problema de otimização multi-objetivo de funções não-lineares com restrições, utilizando o Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM - *MMSE*).

A proposta desta dissertação é utilizar o método dos Mínimos Quadrados Parciais (*PLS*) para fixação ou determinação de alvos neste tipo de problema (otimização multi-objetivo multivariada).

## 1.3 Contribuições

Um dos grandes desafios na otimização multivariada é a definição de alvos das funções-objetivos na otimização de modo que sejam obedecidos a correlação entre as mesmas e, portanto, o sentido de otimização conflitantes. Outra dificuldade na otimização de processos de manufatura está no âmbito da realização dos testes destrutivos, pois os

recursos são os principais fatores limitantes. Dessa forma, almeja-se com esse estudo contribuir para como reduzir essas dificuldades.

As contribuições gerais desse estudo tangem três pilares importantes da otimização de processos de manufatura, são eles:

O primeiro deles é o Econômico, pois almeja-se com a otimização de um processo de manufatura aumentar a eficácia do mesmo. Produzir mais produtos adequados com menos recursos possíveis, economizando em insumos, energia e retrabalhos.

O segundo pilar deles é a Qualidade, pois a otimização estudada visa melhorar o desempenho do processo e consequentemente a qualidade final do produto.

O último deles é no âmbito ambiental, pois ao empregar os recursos sem desperdícios o meio-ambiente é favorecido. Diminuindo o consumo de energia elétrica e também de insumos do processo como metais consumíveis e fluidos refrigerantes.

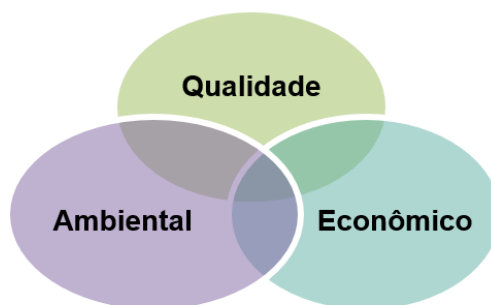


Figura 1.1 - Contribuições gerais do trabalho

## 1.4 Delimitações da Pesquisa

Os resultados apresentados nesta pesquisa não poderão ser generalizados, pois estão sujeitos a algumas limitações, este trabalho tem sua pesquisa delimitada pelos seguintes aspectos:

**Limitação do processo de aplicação:** espera-se que o procedimento proposto possa ser aplicado em diferentes otimizações de processos de manufatura.

**Limitação do número de parâmetros:** outra delimitação desta pesquisa foi o número de parâmetros analisados. O método proposto foi aplicado com os dados do estudo de Baldim (2014), as variáveis de entrada (controláveis) mais significativas são:

- $I_{preaq}$  – Corrente elétrica de pré-aquecimento [%A];
- $T_{preaq}$  – Tempo de duração do pré-aquecimento [Ciclos];
- $I_{solda}$  – Corrente elétrica de solda [%A];
- $T_{solda}$  – Tempo de duração da solda [Ciclos].

A Corrente Elétrica de pré-aquecimento e de solda tem sua unidade de medida expressa pela porcentagem com relação ao valor de 6000 Ampères. Já a unidade de medida dos tempos de duração do pré-aquecimento e de solda são dados em ciclos, cada ciclo é equivalente a 0,016 segundos. A pressão dos eletrodos, ou força de forja, é fixada em 4,3 bar na regulagem da máquina. Quanto as variáveis de saída (parâmetros de qualidade), são consideradas:

- RC - Resistência ao cisalhamento [N];
- $DF_{máx}$  - Deformação observada na força máxima de ruptura [mm];
- IS - Indentação medida pelo sensor de deslocamento do eletrodo [mm];

Deve ser ressaltado que este trabalho não analisará a metalurgia da solda, nem suas transformações de microestruturas características de processos térmicos em aços.

Do Inglês o diagrama *SIPOC* (*Source* – fonte de matéria prima, *Input*– Entrada, *Process* – Processo, *Output*– Saída, *Customer* – Cliente ou produto final) elucida todas as partes envolvidas no processo de manufatura estudado.

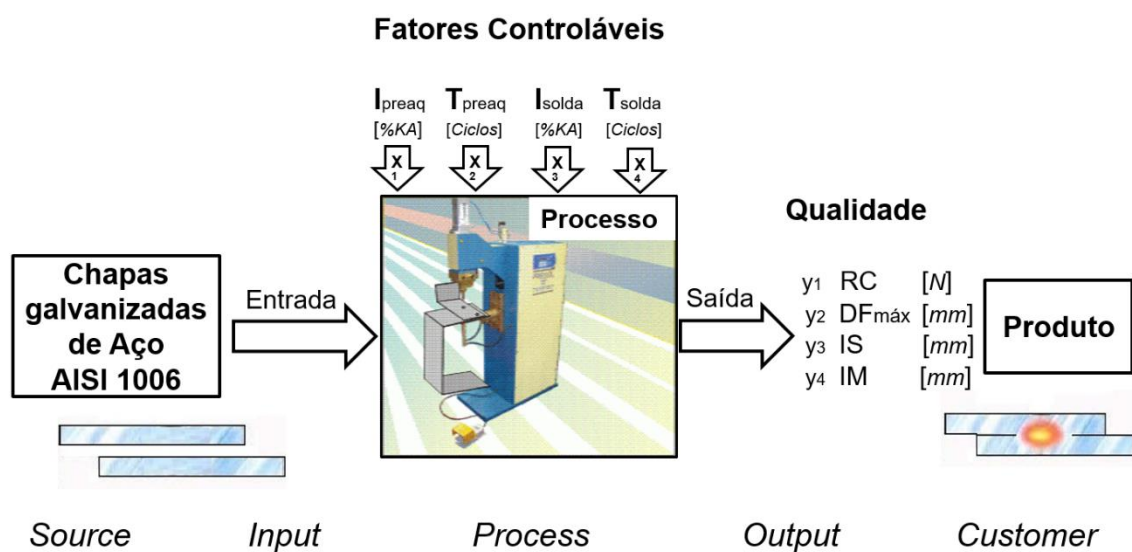


Figura 1.2 - SIPOC do processo delimitado da pesquisa

## 1.5 Metodologia

A pesquisa tem natureza aplicada e uma abordagem quantitativa. Os objetivos desta pesquisa são exploratórios, já os procedimentos são um estudo de caso.

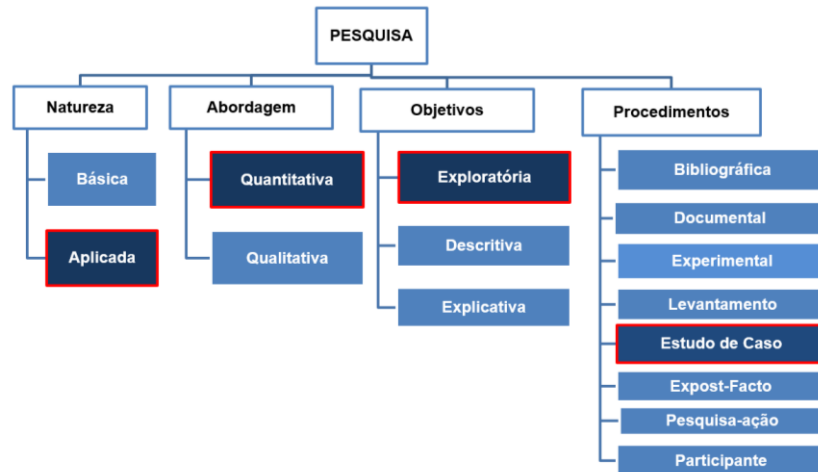


Figura 1.3 - Fluxograma da Metodologia de Pesquisa

A estrutura do método de pesquisa proposto tem como característica a coleta de dados inicial é oriunda do trabalho de Baldim (2014), e posteriormente os dados são gerados por simulação. O objeto de estudo deste trabalho é o método de fixação de alvos multivariados para otimizações multi-objetivo.

Os modelos iniciais são originadas a partir de quatro parâmetros de qualidade final do processo de solda a ponto por resistência elétrica do aço, os modelos são com relação resistência ao cisalhamento, deformação na força máxima de ruptura e indentação gerada.

Em seguida, por meio do método dos Mínimos Quadrados Parciais são fixados os alvos para a otimização dos modelos de deformação na força máxima de ruptura e de indentação gerada a partir do alvo dado de resistência ao cisalhamento.

Posteriormente, foi realizada uma Análise de Componentes Principais de modo a explicar a estrutura de variância-covariância existente no conjunto de dados.

A partir desse ponto, os dados foram analisados paralelamente considerando duas hipóteses. A primeira hipótese com dois procedimentos, **A** e **B**.

No procedimento A, os escores do Componente Principal são modelados por meio do método dos Mínimos Quadrados Ordinários. Em seguida, se calcula o Erro Quadrático Médio Multivariado, para então se otimizar a equação de MMSE de modo a minimizá-la pelo método Gradiente Geral Reduzido. Por fim, é utilizado a métrica do Erro Percentual

Global, a qual possibilita saber o afastamento global das funções em relação ao ponto de utopia.

Já o segundo procedimento, **B**, após a Análise de Componentes Principais, o Erro Quadrático Médio Multivariado é calculado utilizando-se os escores do Componente Principal (diferentemente do primeiro procedimento, o qual o MMSE é calculado com o Componente Principal modelado). Então, posteriormente, o MMSE é modelado por meio do método dos Mínimos Quadrados Ordinários. Por fim, o MMSE é otimizado pelo método Gradiente Reduzido Generalizado e então, é utilizada a métrica do EPG novamente.

Por fim, são comparadas as métricas de EPG dos métodos de otimização aplicados.

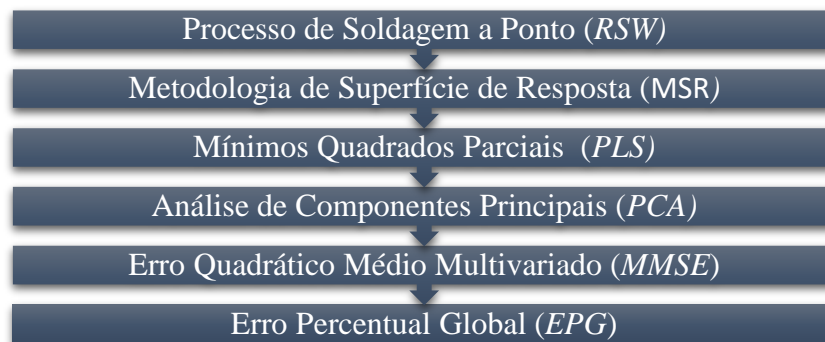


Figura 1.4 - Fluxograma geral da pesquisa

## 1.6 Estrutura da Dissertação

Este primeiro capítulo foi escrito com o intuito de apresentar o tema desta dissertação, assim como os objetivos e as delimitações desta pesquisa. Na continuação do presente trabalho, têm-se a seguinte estrutura:

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica, abordando os temas mais importantes para a condução da pesquisa. São apresentados os princípios do Processo de Solda a Ponto por Resistência Elétrica e posteriormente, são apresentados os conceitos fundamentais da otimização multi-objetivo multivariada.

O Capítulo 3 apresenta algumas das hipóteses e métodos propostos para discussão sobre o tema.

O Capítulo 4 apresenta a sua aplicação dos métodos propostos em um processo de soldagem a Ponto por Resistência Elétrica e seus respectivos resultados e discussões pertinentes.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões da pesquisa e sugestões para trabalhos futuros.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Planejamento e Análise de Experimentos

A metodologia de *Design of Experiments* (Planejamento de Experimentos) pode ser usada na indústria para investigar sistematicamente as variáveis do processo ou produto que influenciam a qualidade do produto. Então, após identificar as condições do processo e os componentes do produto que influenciam a qualidade final do produto, pode-se direcionar esforços de melhoria para otimizar a capacidade de fabricação, confiabilidade, qualidade e desempenho de um produto.

Assim, a metodologia do planejamento experimental estatístico, quando aplicada de maneira eficaz, pode tornar mais fácil a manufatura de produtos, com maior confiabilidade e que têm desempenho de campo acentuado, podendo também acentuar grandemente o desenvolvimento do processo e as atividades de reparação de defeitos (MONTGOMERY, 2001).

O Planejamento de Experimentos é uma série de execuções, ou testes, nos quais intencionalmente são feitas alterações em variáveis de entrada simultaneamente e são observadas as respostas. Um experimento planejado é uma abordagem eficiente para melhorar um processo porque pode-se alterar mais de um fator de cada vez para obter resultados significativos e então tirar conclusões sobre como os fatores interagem para afetar a resposta observada.

Os *DOE* são frequentemente realizados em quatro fases: planejamento, triagem (também chamada de caracterização de processo), otimização e verificação.

Como os recursos são limitados, é muito importante obter a maior quantidade de informações de cada experimento realizado. Experimentos bem projetados podem produzir muito mais informações e muitas vezes requerem menos corridas do que experimentos aleatórios ou não planejados.

Além disso, um arranjo de experimentos bem projetado irá garantir que se possa avaliar os efeitos identificados como importantes. Por exemplo, acredita-se que há uma interação entre duas variáveis de entrada, deve-se incluir ambas as variáveis no arranjo de experimentos ao invés de fazer um experimento o qual se testa "um fator de cada vez". Uma interação ocorre quando o efeito de uma variável de entrada é influenciado pelo nível de outra variável de entrada.



Os Arranjos de Experimentos mais comuns são:

- Arranjos Fatoriais
- Arranjos de Superfície de Resposta
- Arranjos de Misturas
- Arranjos de Taguchi

### **2.1.1 Metodologia da Superfície de Resposta**

A Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) é um conjunto de técnicas estatísticas e matemáticas que são utilizadas para modelar e analisar problemas para os quais, a priori, não existam modelos determinísticos conhecidos (MONTGOMERY, 2001). Assim, como a MSR utiliza arranjos para modelos quadráticos, a metodologia utiliza os testes de hipótese, a Anova e a Regressão (Mínimos Quadrados Ordinários) para criar os modelos e o cálculo de Gradientes, Lagrangeanas e Hessianas das funções geradas, para a localização de pontos estacionários. A ideia de usar arranjos quadráticos está associada à reconhecida capacidade que a Expansão em Série de Taylor tem de aproximar funções (MONTGOMERY, 2001).

Os métodos de superfície de resposta são usados para examinar a relação entre uma variável de resposta e um conjunto de variáveis ou fatores experimentais. Estes métodos são frequentemente utilizados depois de terem sido identificados os fatores controláveis mais vitais e deseja-se encontrar as configurações dos fatores que otimizam a resposta. Os arranjos deste tipo são geralmente escolhidos quando há a suspeita de curvatura na superfície de resposta.

De acordo com Montgomery (2001) e Paiva (2006), o primeiro passo dentro da metodologia MSR é encontrar uma aproximação razoável para o verdadeiro relacionamento entre  $y$  e o conjunto de variáveis. Usualmente, emprega-se um polinômio de baixa ordem.

Supondo que a resposta esperada  $E(Y)$  seja função de  $k$  variáveis preditoras codificadas  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , o relacionamento entre  $y$  e as variáveis preditoras pode ser expresso segundo uma expansão em Série de Taylor (Box e Draper, 1987), tal que:

$$E(Y) = \eta = \eta_0 + \sum_{i=1}^k \left[ \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \right]_0 x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \left[ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x_i \partial x_j} \right] + \dots \quad (2.1)$$

Onde o subscrito zero indica a avaliação na origem.

Se os termos de alta ordem forem ignorados, a expansão produzirá:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i \quad (2.2)$$

Se, em adição, forem mantidos os termos de segunda ordem, a aproximação se tornará:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2.3)$$

Se houver curvatura no processo, então um polinômio de ordem mais alta deve ser utilizado, tal como um modelo de segunda ordem, por exemplo.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2.4)$$

Segundo Box e Draper (1987) quase todos os problemas de superfície de resposta utilizam um desses dois modelos. Contudo, é improvável que um modelo polinomial seja uma aproximação razoável do modelo real em todo o espaço experimental, mas pelo menos para uma determinada região, ele funcionará muito bem (Montgomery, 2001).

Para estimar os parâmetros ( $\beta$ ) do modelo polinomial emprega-se o método dos mínimos quadrados, que também pode ser escrito em forma matricial.

De acordo com Paiva (2006), a análise de uma superfície de resposta é feita em termos de uma superfície ajustada. Se tal superfície é adequada, sua análise será aproximadamente equivalente a análise da superfície real. Evidentemente, usando-se um arranjo experimental adequado para coletar os dados de  $y$ , os parâmetros do modelo serão estimados eficazmente. Geralmente, quando se está em um ponto da região experimental distante do ponto de ótimo, a curvatura do sistema é bem pequena, de onde decorre que um modelo de primeira ordem seja adequado para modelar a resposta. O objetivo

experimental deve ser, portanto, caminhar em direção à região de ótimo. Uma vez encontrada tal região, um modelo quadrático deve ser utilizado.

Sob algumas circunstâncias, um modelo envolvendo apenas efeitos principais e algumas interações pode ser apropriado para descrever a superfície de resposta, principalmente quando a análise dos resultados revelar a inexistência de curvatura. Em outras circunstâncias, a completa descrição do comportamento do processo poderá requerer um modelo quadrático ou cúbico. Se os limites para os fatores forem definidos apropriadamente, será improvável a necessidade de modelos de terceira ordem (PAIVA, 2006).

Na maioria dos experimentos, assume-se inicialmente que o modelo linear é adequado; entretanto, para se confirmar se existe ou não falta de ajuste, deve-se utilizar pontos experimentais extras denominados de *Pontos Centrais*. De acordo com Box et al (1978), tal procedimento consiste em adicionar ao fatorial completo, pontos que sejam intermediários aos níveis dos fatores. Serão adicionados tantos pontos centrais quantos forem os  $K$  fatores do experimento. Os pontos centrais são utilizados para avaliar a existência de curvatura. Se a resposta média obtida com os  $nf$  pontos fatoriais  $\bar{y}_f$  for significativamente diferente da média formada pelos  $nc$  pontos centrais  $\bar{y}_c$ , então, pode-se caracterizar uma região de curvatura significativa.

Segundo Montgomery (2001), a soma de quadrados para curvatura é dada por:

$$SS_{QP} = \frac{(nf \times nc)(\bar{y}_f - \bar{y}_c)^2}{nf + nc} \quad (2.5)$$

O Erro médio quadrático e o teste de hipótese são respectivamente:

$$MS_e = \frac{SS_e}{nc - 1} = \frac{\sum_{i=1}^{nc} (y_i - \bar{y})^2}{nc - 1} \quad (2.6)$$

$$H_0 : \sum_{j=1}^k \beta_{jj} = 0 \quad \text{e} \quad H_1 : \beta_{jj} \neq 0 \quad (2.7)$$

Se  $SS_{QP}$  for muito maior do que  $MS_e$ , haverá evidência suficiente para rejeitar a hipótese nula de que os coeficientes quadráticos são nulos.

Ainda segundo Montgomery (2001), alguns passos precisam ser determinados previamente para se iniciar a aplicação da metodologia, como qual o tipo de Arranjo é

mais apropriado para o determinado experimento. Escolhendo o tipo de Arranjo Experimental corretamente irá garantir que a superfície de resposta modele da maneira mais eficiente. Os tipos de Arranjos Experimentais de Superfície de Resposta mais usados são: Arranjo Composto Central e Box-Behnken. Ao escolher um Arranjo, necessita-se:

- Identificar o número de fatores que são de interesse;
- Determinar o número de execuções que você pode executar;
- Assegurar uma cobertura adequada da região experimental de interesse;
- Determinar o impacto que outras considerações (como custo, tempo ou disponibilidade de instalações) têm na escolha de um projeto.

Dependendo do problema, existem outras considerações que tornam um design desejável. Deve se escolher um projeto que mostre um desempenho consistente nos critérios que considera importantes, como a capacidade de:

- Aumentar a ordem do projeto sequencialmente;
- Realizar os experimentos em blocos ortogonais. Os projetos ortogonalmente bloqueados permitem que os termos do modelo e os efeitos de bloco sejam estimados independentemente e minimizem a variação nos coeficientes estimados;
- Rotacionar o Arranjo. Os Arranjos Rotacionados fornecem a propriedade desejável de variância de predição constante em todos os pontos que são equidistantes do centro de projeto, melhorando assim a qualidade da previsão;
- Detectar falta de ajuste do modelo.

#### **2.1.1.1 Arranjo Composto Central**

O arranjo composto central (*Box-Wilson Central Composite Design- CCD*) é um arranjo amplamente utilizado na prática para ajustar um modelo de superfície de resposta de segunda ordem devido à sua relativa eficiência com respeito ao número de corridas requeridas.

O CCD é uma matriz formada por três conjuntos distintos de elementos experimentais:

- Pontos fatoriais completos ou fracionados  $2^K$  ou  $2^{K-1}$  (também chamados de pontos de cubo), onde  $K$  é o número de fatores. Eles permitem a estimativa de efeitos lineares e de interação, mas não de curvatura;

- Pontos centrais: são adicionados para verificar a curvatura, mas não os termos quadráticos individuais. (O ponto no meio do cubo representa os pontos centrais para o cubo e os blocos axiais.)
- Pontos axiais: são adicionados, além de pontos centrais, para estimar termos quadráticos. (Os pontos unidos por linhas pontilhadas indicam pontos fora ou sobre a superfície do cubo.)

Os pontos nos diagramas abaixo representam um exemplo para as corridas experimentais para um projeto composto central com dois fatores:

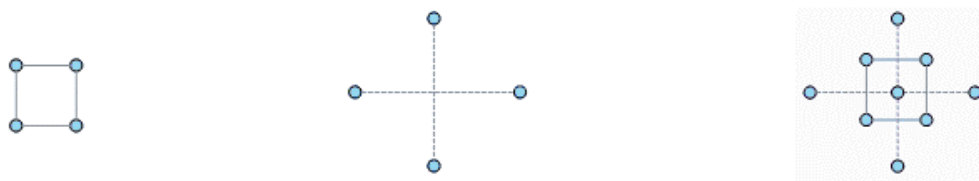


Figura 2.1 - Arranjo CCD

Os pontos na porção do cubo do projeto têm fator níveis, que são codificados -1 e +1.

Os pontos na porção axial, do arranjo estão em  $(+a, 0)$ ,  $(-a, 0)$ ,  $(0, +a)$ ,  $(0, -a)$ .

O "cubo" e as porções axiais, juntamente com o ponto central, são mostrados. O centro de projeto está em  $(0,0)$ .

Se a distância entre o centro do arranjo e ponto fatorial  $(+1; -1)$  for aproximadamente 1 (em módulo), a distância do centro ao ponto axial será maior que a unidade. Esta distância, comumente representada por  $\alpha$ , depende de certas propriedades desejadas para o experimento e do número de fatores envolvidos (Montgomery, 2001). O número de pontos axiais em um CCD é igual ao dobro do número de fatores e representam seus valores extremos. Em função de sua localização, podem ser circunscritos, inscritos ou de face centrada (MONTGOMERY, 2001). A Figura 2.33 representa os diferentes tipos de um CCD.

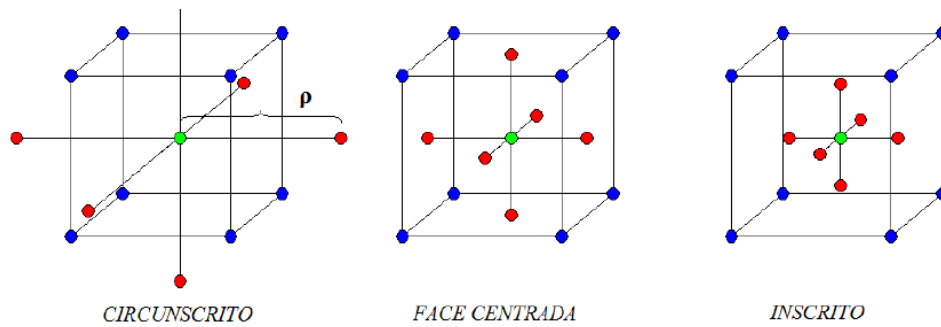


Figura 2.2 - Tipos de CCD  
 Fonte: MONTGOMERY (2011)

O Circunscrito (CCC) é o CCD original. Nele, os pontos axiais estão a uma distância  $\alpha$  do centro, baseado nas propriedades desejadas do projeto. Este arranjo requer 5 níveis para cada fator.

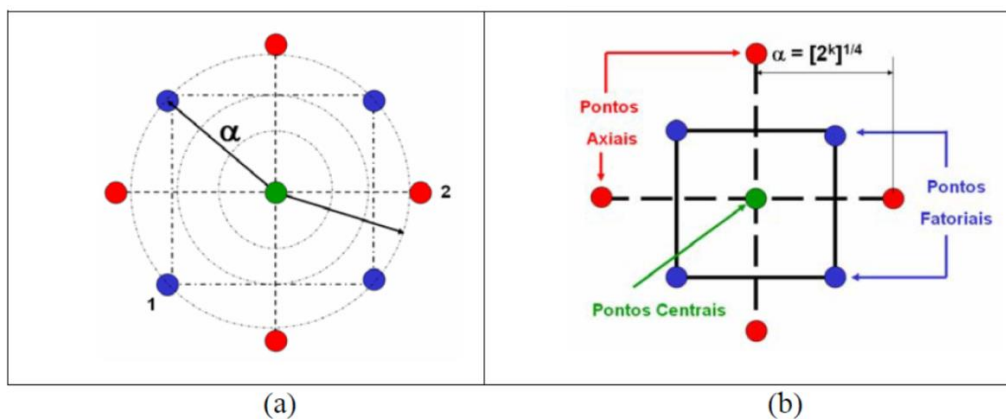


Figura 2.3 - (a) Rotacionalidade, (b) Arranjo central composto para 2 fatores  
 Fonte: PAIVA (2006)

O Arranjo inscrito (CCI) é adequado às situações nas quais os limites especificados não podem ser extrapolados, quer por medida de segurança, quer por incapacidade física de realização. Neste caso, o CCI utiliza os níveis dos fatores como pontos axiais e cria um fatorial completo ou fracionado dentro desses limites. Um CCI requer 5 níveis.

O Arranjo de Face Centrada (CCF) caracteriza-se por dispor os pontos axiais sobre o centro de cada face do espaço fatorial, ou seja,  $\alpha = +1$  ou  $-1$ . Requer 3 níveis para cada fator.

Nos arranjos centrais compostos, a variância predita é constante ao longo da esfera de raio  $\alpha$ , ou seja,  $V[\hat{y}(x)]_{(1)} = V[\hat{y}(x)]_{(2)} = \dots = V[\hat{y}(x)]_{(i)}$  e é definida como:

$$V[\hat{y}(x)] = \sigma^2 x^T (X^T X)^{-1} x \quad (2.8)$$

Esta propriedade denomina-se *rotacionalidade*. Segundo Box e Draper (1987), para manter a rotacionalidade de um arranjo, o valor de  $\alpha$  depende do número de experimentos ( $k$ ) da porção fatorial do CCD, tal que:

$$\alpha = (2^k)^{1/4} \quad (2.9)$$

Quando for necessário se empregar um arranjo em blocos,  $\alpha$  é dado por:

$$\alpha = \left[ k \left( 1 + \frac{n_{s0}}{n_s} \right) / \left( 1 + \frac{n_{c0}}{n_c} \right) \right]^{1/2} \quad (2.10)$$

Na equação 2.10,  $n_{s0}$  é o número de pontos centrais presentes na porção axial do arranjo;  $n_s$  é a quantidade restante de pontos da porção axial;  $n_{c0}$  é o número de pontos centrais da porção cúbica do arranjo (fatorial completo) e  $n_c$  é a quantidade restante de pontos da porção cúbica (Box e Draper, 1987).

### 2.1.2 Método dos Mínimos Quadrados Ordinários

Como descrito anteriormente, de acordo com Paiva (2006), a MSR é uma combinação de técnicas de planejamento de experimentos, os testes de hipótese, a ANOVA e a regressão. O planejamento de experimentos serve como instrumento eficaz de coleta de dados que serão, posteriormente, ajustados segundo algum algoritmo de modelagem.

O método dos Mínimos Quadrados Ordinários (OLS - *Ordinary Least Squares*) é o algoritmo comumente usado para estimar os coeficientes de um modelo de regressão linear múltipla, fatoriais completos, fracionados ou superfícies de resposta (PAIVA, 2006).

Nesse método a equação estimada é calculada pela determinação da equação que minimiza a soma das distâncias quadradas entre os pontos de dados da amostra (preditoras) e os valores previstos (resposta) pela equação. O *OLS* assume que toda a incerteza reside na variável dependente,  $y$ . Então, a soma das distâncias quadradas de cada ponto para a linha deve ser tão pequena quanto possível.

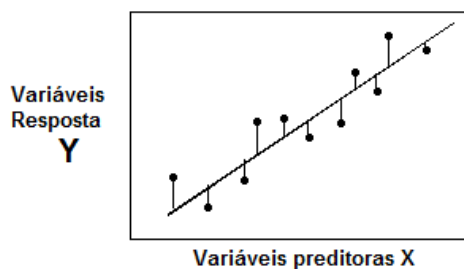


Figura 2.4 - Método dos Mínimos Quadrados Ordinários

Entretanto, de acordo com Nascimento *et al.* (2010), a regressão por OLS fornecerá estimativas mais precisas e imparciais apenas quando forem cumpridas as seguintes premissas:

- 1) A linearidade entre variáveis  $y$  e  $x$  é possível;
- 2) As variáveis  $x$  são livres de erro ou menor que um décimo do erro em  $y$ ;
- 3) Os Resíduos (o erro em  $y$ ) têm uma média de zero. A inclusão de uma constante no modelo forçará a média a ser igual a zero;
- 4) Todas as variáveis predictoras não estão correlacionadas com os resíduos.
- 5) Os resíduos não estão correlacionados entre si (correlação em série);
- 6) Os resíduos têm uma variância constante, ou seja, o erro em  $y$  é homocedástico (variação constante em todo o intervalo de resposta);
- 7) Nenhuma variável preditora está perfeitamente correlacionada ( $r = 1$ ) com outra variável preditora. É melhor evitar correlações imperfeitamente altas (multicolinearidade) também;
- 8) Os resíduos são normalmente distribuídos.

Como a regressão por OLS fornece as melhores estimativas somente quando todas essas premissas forem atendidas, é extremamente importante testá-las. Métodos comuns incluem a análise de gráficos de resíduos, utilizando a necessidade de testes de ajuste, e verificar a correlação entre preditores, usando o fator de inflação de variância (VIF).

O método *OLS* é demonstrado detalhadamente por Montgomery (2009), inicia-se supondo que  $n > k$  observações da variável de resposta disponíveis, assim como  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . Junto com cada resposta  $y$  observada, tem-se uma observação sobre cada variável regressora e  $x$  denotará a  $i$ -ésima observação ou o nível da variável  $x$ . Assumindo-se que valor esperado do erro  $\varepsilon_i = 0$  e  $V(\varepsilon) = \sigma^2$  e que  $\{\varepsilon_i\}$  sejam variáveis aleatórias não correlacionadas, pode-se escrever equação modelo em termos das observações:



$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad (2.11)$$

O método dos mínimos quadrados baseia-se na escolha de valores para  $\beta$  na Equação 2.11, de modo que a soma dos quadrados dos erros seja minimizada. A função de mínimos quadrados pode ser escrita como:

$$L = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n \left( y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} \right)^2 \quad (2.12)$$

A função  $L$  deve ser minimizada em função de  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ . Os estimadores de mínimos quadrados,  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$ , devem satisfazer:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \beta_0} \right|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij}) = 0 \quad (2.13)$$

e

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \beta_j} \right|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij}) x_{ij} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (2.14)$$

Simplificando e generalizando as equações 2.13 e 2.14, obtém-se:

$$\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_{ik} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{ik} + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n x_{i2} x_{ik} + \dots + \hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 = \sum_{i=1}^n x_{ik} y_i \quad (2.15)$$

Esta equação representa as chamadas de Equações Normais de Mínimos Quadrados. Nota-se que existem  $p = k+1$  equações, uma para cada coeficiente de regressão desconhecido. A solução para as equações normais serão os estimadores de mínimos quadrados dos coeficientes de regressão  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$ .

Em notação matricial, a equação 2.15 pode ser escrita como:

$$\mathbf{Y} = \beta \mathbf{X} + \varepsilon \quad (2.16)$$

Onde:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

Em geral,  $\mathbf{y}$  é um vetor ( $n \times 1$ ) das observações,  $\mathbf{X}$  é uma matriz ( $n \times p$ ) dos níveis das variáveis independentes,  $\boldsymbol{\beta}$  é um vetor ( $p \times 1$ ) dos coeficientes de regressão e  $\boldsymbol{\varepsilon}$  é um vetor ( $n \times 1$ ) de erros aleatórios.

Deseja-se encontrar o vetor de estimadores de mínimos quadrados  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ , que minimize:

$$L = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \quad (2.17)$$

É possível notar que  $L$  pode ser expresso como:

$$L = \mathbf{y}'\mathbf{y} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y} - \mathbf{y}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (2.18)$$

Como os estimadores de mínimo quadrado devem satisfazer a:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right|_{\hat{\boldsymbol{\beta}}} = -2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = 0 \quad (2.19)$$

Uma simplificação da matriz de variância-covariância de  $\mathbf{X}$  conduz a equação 2.25:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2.20)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação 2.20 pela inversa da matriz  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ , tem-se:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2.21)$$

A Equação 2.21 é a expressão matricial das equações normais de mínimos quadrados, descritos anteriormente (MONTGOMERY, 2009).

De acordo com Paiva (2006), os modelos de regressão linear múltipla são frequentemente utilizados como aproximações de funções. Como a verdadeira relação função entre  $x$  e  $y$  não é conhecida, aproxima-se tal relacionamento por um modelo de

regressão, que é relativamente adequado dentro de certa faixa de variação das variáveis independentes.

Em notação escalar, o modelo ajustado é:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.22)$$

Como mostrado por Montgomery (2009) e Paiva (2006),  $\hat{y}_i$  representa um valor ajustado, obtido a partir do modelo de regressão. A diferença entre o valor real observado  $y_i$  e  $\hat{y}_i$ , denomina-se resíduo, e o  $(n \times 1)$  vetor residual pode ser representado por:

$$e = y - \hat{y} \quad (2.23)$$

Considerando-se a soma de quadrados para os resíduos (erro), pode-se escrever:

$$SS_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (e_i)^2 = e'e \quad (2.24)$$

Substituindo-se  $e = y - \hat{y} = y - X\hat{\beta}$ , chega-se a:

$$\begin{aligned} SS_E &= (y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta}) = y'y - \beta'X'y - y'X\hat{\beta} + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \\ SS_E &= y'y - 2\beta'X'y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Como  $X'X\hat{\beta} = X'y$ , a equação 2.25 se torna a equação 2.26, denominada soma de quadrados residual:

$$SS_E = y'y - \hat{\beta}'X'y \quad (2.26)$$

Derivando-se uma forma matricial para a soma de quadrados total, vem que:

$$SS_T = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2}{n} = y'y - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2}{n} \quad (2.27)$$

Para a soma de quadrados do modelo, tem-se que:

$$SS_m = SS_t - SS_e = y'y - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2 - (y'y - \hat{\beta} X'y) = \hat{\beta} X'y - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \quad (2.28)$$

### 2.1.2.1 Adequação de Modelos de Regressão (Coeficiente de Determinação)

Segundo Paiva (2006) a medida mais comum de adequação de um modelo é o coeficiente de determinação ( $R^2$ ). Este termo representa o percentual de variação na resposta que é explicada pelo modelo estimado. Associado a este coeficiente, encontra-se o  $R^2$  ajustado –  $R^2$  (adj.), que considera o fato de que  $R^2$  tende a superestimar a quantidade atual de variação contabilizada para a população. Também é fato que a inclusão de muitos termos no modelo de regressão aumenta substancialmente o valor de  $R^2$ . Se o modelo recebeu fatores adicionais desnecessários, haverá um incremento em  $R^2$ , sem haver, necessariamente, melhoria de informação na resposta. É por este motivo que o valor de  $R^2$  ajustado é mais apropriado para se comparar modelos com diferentes quantidades de termos.

O valor de  $R^2$  pode ser calculado aplicando-se a equação 2.29, tal que:

$$R^2 = \frac{SS_m}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E}{SS_T} \quad (2.29)$$

O coeficiente de determinação ajustado ( $R^2$  ajustado) é uma modificação que considera o número  $p$  de variáveis incluídas no modelo. Observando-se a equação 2.30, nota-se que o valor ajustado decresce à medida que  $p$  aumenta.

$$R_{aj}^2 = 1 - \left( \frac{n-1}{n-p} \right) (1 - R^2) \quad (2.30)$$

### 2.1.2.2 Análise Residual

De acordo com Paiva (2006), os resíduos de um modelo de regressão desenvolvem um importante papel no julgamento da sua adequação. Considerando-se alguns aspectos

peculiares, o conjunto de resíduos deve ter distribuição normal com média zero e variância  $\sigma^2$ , devem ser não correlacionados com outros resíduos, com a média dos tratamentos, com as variáveis preditoras e ao longo do tempo. Devem ter padrão aleatório, não tendencioso e devem preferencialmente assumir a forma padronizada segundo a equação 2.31.

$$d_i = \frac{e_i}{\sqrt{MS_E}} = \frac{e_i}{\sqrt{\hat{\sigma}^2}} \quad (2.31)$$

A padronização dos resíduos cria um escalonamento para o desvio-padrão, o que torna sua interpretação mais fácil. Uma outra forma de escalonamento é a de Student, dada pela equação 2.32 a seguir:

$$d_i = \frac{e_i}{\sqrt{\hat{\sigma}^2(1-h_{ii})}} \quad (2.32)$$

$h_{ii}$  representa o  $i$ -ésimo elemento da diagonal de uma Matriz  $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$ .

### 2.1.2.3 Testes para a Falta de Ajuste dos Modelos

A adição de pontos centrais aos arranjos experimentais proporciona a obtenção de uma estimativa do erro experimental. De acordo com Montgomery (2009), este artifício permite que a soma de quadrados residual ( $SS_e$ ) seja discriminada em dois componentes: (a) a soma de quadrados devida ao erro puro ( $SS_{pe}$ ) e (b), a soma de quadrados devido à falta de ajuste do modelo escolhido ( $SS_{lof}$ ) (*lof*, do inglês *Lack of Fit*). Assim, pode-se escrever:

$$SS_e = SS_{pe} + SS_{lof} \quad (2.33)$$

Por suposição, admita-se que existam  $n_i$  observações de uma dada resposta de interesse no  $i$ -ésimo nível dos regressores  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Considere-se que  $y_{ij}$  denote a  $j$ -ésima observação de uma resposta no nível  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  e  $j = 1, 2, \dots, n_i$ . Como existe um total de observações  $n = \sum_{i=1}^m n_i$ , então, o  $ij$ -ésimo resíduo será:

$$y_{ij} - \hat{y}_i = (y_{ij} - \bar{y}_i) + (\bar{y}_i - \hat{y}_i) \quad (2.34)$$

Onde  $\bar{y}_i$  é a média da  $n_i$  observações no nível  $x_i$ . Elevando-se ao quadrado ambos os lados da Equação 2.34 e somando-se cada  $i$  e  $j$ , obtém-se:

$$\underbrace{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_i)^2}_{SS_r} = \underbrace{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}_{SS_{ep}} + \underbrace{\sum_{i=1}^m n_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2}_{SS_{lof}} \quad (2.35)$$

O lado esquerdo da equação 2.35 é a soma de quadrados residual ( $SS_r$ ). Os dois termos do lado direito são respectivamente, o erro puro ( $SS_{ep}$ ) e a falta de ajuste do modelo ( $SS_{lof}$ ). Pode-se notar que  $SS_{pe}$  é obtido computando-se a correta soma de quadrados das observações repetidas em cada nível da variável independente (fator), em operações repetidas para cada um dos  $m$  níveis de  $x$ . Se a suposição de variância constante for satisfeita,  $SS_{ep}$  representa um modelo independente de medição do erro puro, porque apenas a variabilidade das respostas em nível dos fatores é utilizada para calculá-lo. Uma vez que existem  $n_i - 1$  graus de liberdade associados ao erro puro em cada nível, o número total de graus de liberdade para o termo de erro puro é igual a  $n - m$ .

Como se nota,  $SS_{lof}$  é uma soma quadrática ponderada dos desvios encontrados entre a resposta média  $\bar{y}_i$  em um dado nível da variável independente e o correspondente valor ajustado  $\hat{y}_i$ . O valor ajustado  $\hat{y}_i$  é a estimativa fornecida pelo modelo de regressão escolhido para os valores das variáveis independentes em uma dada observação. Se o valor ajustado  $\hat{y}_i$  possuir um valor numérico muito próximo ao valor das médias das respostas  $\bar{y}_i$ , então, há um forte indício que o modelo de regressão escolhido é o mais correto. Caso contrário haverá a necessidade de se estudar um outro modelo que apresente um melhor ajuste dos dados observacionais. Há  $m - p$  graus de liberdade associados à  $SS_{lof}$  porque existem  $m$  níveis de  $x$  e  $p$  graus de liberdade perdidos em função dos  $p$  parâmetros que devem ser estimados pelo modelo.

A estatística de teste para a falta de ajuste pode, então, ser escrita na forma:

$$F_0 = \frac{SS_{lof} / (m - p)}{SS_{pe} / (n - m)} = \frac{MS_{lof}}{MS_{pe}} \quad (2.36)$$

Quando a estatística de  $F_0$  assumir valores menores que o nível de significância escolhido, então, haverá evidência suficiente para se aceitar a hipótese nula de que a diferença entre o valor ajustado e a média observada é nula. Logo, não haverá falta de ajuste na estimativa proporcionada pelo modelo escolhido.

## 2.2 Mínimos Quadrados Parciais

Embora os Mínimos Quadrados Ordinário (*Ordinary Least Squares*) sejam geralmente utilizados como o algoritmo de estimativa de parâmetros, esta abordagem pode conduzir a problemas graves de multicolinearidade. Para tanto, o método dos Mínimos Quadrados Parciais (*PLS*), introduzido por Wold (1983), é capaz de trabalhar efetivamente sobre o problema de múltiplas correlações.

A técnica de *PLS* reduz as variáveis preditoras a um conjunto menor de componentes não correlacionados e realiza a regressão por Mínimos Quadrados nesses componentes, em vez de nos dados originais. Ela é particularmente útil quando variáveis preditoras são altamente colineares ou quando se tem mais variáveis preditoras do que observações e a regressão de Mínimos Quadrados Ordinários produz coeficientes com erros-padrão altos ou falha completamente. Esse método cria componentes ortogonais usando as correlações existentes entre as variáveis independentes e variáveis dependentes. Além disso, conserva a maior parte da variância das variáveis independentes (LIU; LUO; ZHANG, 2012).

O PLS pode calcular tanto os componentes como variáveis preditoras. A validação cruzada é comumente usada para identificar o conjunto menor de componentes que fornecem a maior capacidade de previsão. Se forem calculados todos os componentes possíveis, o modelo resultante será equivalente ao modelo que se obteria utilizando a regressão por mínimos quadrados. Em PLS, os componentes são selecionados com base na quantidade de variância que eles explicam as variáveis preditoras e entre as preditoras e as respostas. Se as variáveis preditoras são altamente correlacionadas, ou se um número menor de componentes perfeitamente modelar a resposta, então o número de componentes no modelo PLS pode ser muito menor do que o número de preditoras.

Como explicado por Oliveri *et al.* (2014), de modo geral, o *PLS* é uma técnica de regressão multivariada a qual calcula direções no espaço dos preditores ( $\mathbf{X}$ ) caracterizado

pelo máximo de covariância com a resposta variável ( $y$ ). Tais direções, chamadas variáveis latentes (VL) são empregadas para definir a regressão do modelo:

$$X_{l,v} = T_{l,L}[P_{L,v}]^T + E_{l,v} \quad (2.37)$$

$$y_{l,1} = U_{l,L}[q_{L,1}]^T + f_{l,1} \quad (2.38)$$

Onde:

$l$  é o número de amostras

$V$  é número de variáveis preditoras originais

$T$  e  $U$  são os escores das matrizes (por exemplo, projeções) de  $x$  e de  $y$ , respectivamente.

$E$  e  $f$  contêm os termos de erro

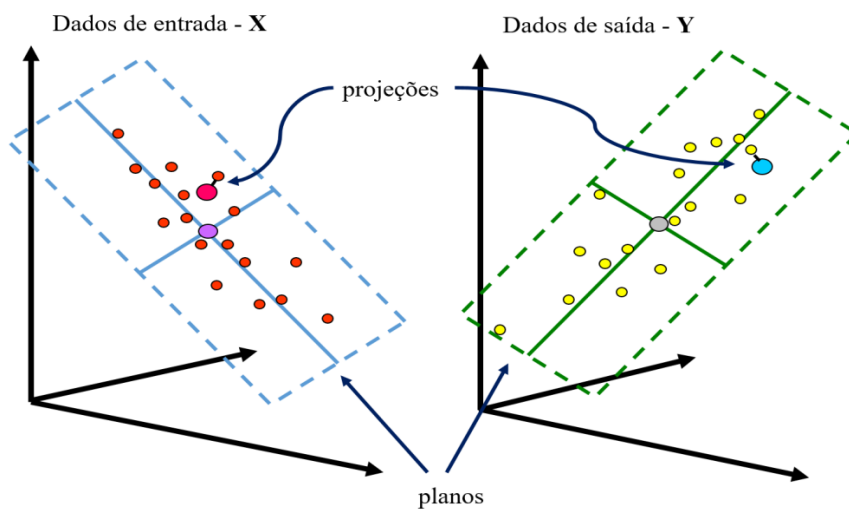


Figura 2.5 - Interpretação Geométrica do PLS

Fonte: SILVA (2009)

O número mais apropriado de variáveis latentes é geralmente determinado num ciclo de validação cruzada, através do estudo da evolução do parâmetro de qualidade, tal como a previsão do Erro, como uma função do aumento do número de variáveis latentes (OLIVERI *et al.*, 2014).

O método regride as variáveis latentes (componentes) da matriz de resposta  $Y$  em função das variáveis latentes da matriz de fatores  $X$ . Após a regressão o método faz a transformação inversa para apresentar os resultados em sua forma original.



Ao contrário da regressão por Mínimos Quadrados, o *PLS* pode encaixar múltiplas variáveis de resposta em um único modelo. Como o *PLS* modela as respostas de forma multivariada, os resultados podem diferir significativamente daqueles calculados para as respostas individualmente. Deve se incluir respostas múltiplas em um único modelo somente se as respostas estiverem correlacionadas, caso contrário, deve se ajustar um modelo separado para cada resposta.

O método *PLS* também é explicado, de maneira detalhada, por Yuntao *et al.* (2012) como sendo o método de regressão que extrai o que tem de mais representativo de dois conjuntos de dados (tabela X e Y), e a diferença entre os componentes maiores do coeficiente de correlação, quando não podem satisfazer os requisitos de precisão, a tabela de dados residuais a mesma “composição do extrato” até a satisfazer os requisitos. Do seguinte modo:

- **1ª Etapa** - Padronizar dados  $[X, Y] = [E_0, F_0]$
- **2ª Etapa** - Extrair  $(t_1, u_1)$

Onde:

$t_1$  é o primeiro componente de  $E_0$

$t_1 = E_0 w_1$ ,  $w_1$  é o primeiro eixo  $E_0$ , que é um vetor;

$u_1$  é o primeiro componente de  $F_0$

$c_1$  é o primeiro eixo de  $F_0$ , que é um vetor, por exemplo  $\|c_1\| = 1$

O vetor  $t_1, u_1$ , deve ser capaz de representar a informação de variação de dados de X e Y:

$$Cov(t_1, u_1) = \sqrt{var(t_1), var(t_1)r(t_1, u_1)}, \rightarrow máx \quad (2.39)$$

Ou seja,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{MÁX} \langle E_0 w_1, F_0 c_1 \rangle \\ w_1 c_1 \\ \text{sujeito a } \begin{cases} w_1 w_1 = 1 \\ c_1 c_1 = 1 \end{cases} \end{array} \right. \quad (2.40)$$

Utilizando o algoritmo de Lagrange, é possível se obter a seguinte fórmula:

$$\begin{cases} E'_0 F_0 F'_0 E_0 w_1 = \theta_1^2 w_1 \\ F_0 E_0 E'_0 F_0 c_1 = \theta_1^2 c_1 \end{cases} \quad (2.41)$$

O vetor  $w_1$  é o autovetor do maior autovalor  $\theta_1^2$  da matriz  $E'_0 F_0 F'_0 E_0$ ;  $c_1$  é o autovetor do maior autovalor  $\theta_1^2$  da matriz  $F_0 E_0 E'_0 F_0$ :

Em seguida, os componentes podem ser obtidos

$$\begin{cases} t_1 = E_0 w_1 \\ u_1 = F_0 c_1 \end{cases} \quad (2.42)$$

Então, três equações de regressão foram obtidas

$$\begin{cases} E_0 = t_1 p'_1 + E_1 \\ F_0 = u_1 q_1 + F_1^* \\ F_0 = t_1 r'_1 + F_1 \end{cases} \quad (2.43)$$

Onde:

$$p_1 = \frac{E'_0 t_1}{\|t_1\|^2}; q_1 = \frac{F'_0 u_1}{\|u_1\|^2}; r_1 = \frac{F'_0 t_1}{\|t_1\|^2}$$

$E_1, F_1^*, F_1$  eram da matriz residual de equações de regressão.

- **3ª Etapa** - Resumir  $(t_2, u_2)$

Substituindo  $E_0, F_0$  por  $E_1, F_1$  nós podemos obter o segundo componente  $t_2, u_2$ .  $p_2, q_2$  e  $r_2$  pode ser obtido. Simultaneamente de acordo com a 2ª Etapa. Repetindo as etapas acima, nós temos:

$$\begin{cases} E_0 = t_1 p'_1 + \dots + t_A p'_A \\ F_0 = t_1 r'_1 + \dots + t_A r'_A \end{cases} \quad (2.44)$$

Onde  $A = r(x)$ ,  $F_0$  é equação de regressão múltipla,  $F_A$  é a matriz residual.

## 2.3 Análise de Componentes Principais

Em 1933, Hotelling desenvolveu uma técnica de estatística multivariada denominada de Análise de Componentes Principais (*Principal Components Analysis - PCA*), a qual se dedica à explicação da estrutura de variância-covariância existente em um conjunto de dados, utilizando-se combinações lineares das variáveis originais

(PERUCHI, 2014). Os principais objetivos da PCA são a redução de dimensionalidade e a interpretação de dados (RENCHEER, 2002; JOHNSON e WICHERN, 2007).

Esse método encontra um conjunto de variáveis não correlacionadas denominadas componentes principais que podem explicar a variação máxima nas variáveis originais. O método da PCA reduz a dimensão dos dados originais enquanto armazena a variação máxima nos componentes principais.

De modo geral, com a análise de Componentes Principais é possível entender a estrutura de dados subjacente e/ou formar um número menor de variáveis não correlacionadas, como por exemplo, para evitar a multicolinearidade na regressão.

De acordo com Silva (2009), embora  $q$  componentes sejam necessários para se reproduzir a variabilidade total de um sistema de interesse, geralmente, a maior parte desta variabilidade pode ser representada por um número  $k < q$  de componentes principais.

Isto quer dizer que existe quase tanta informação em  $k$  componentes principais que nas  $q$  variáveis originais. A ideia geral da PCA é, portanto, que  $k$  componentes principais podem substituir, sem perda considerável de informação, as  $q$  variáveis originais. O conjunto original de dados, consistindo de  $n$  posições (de observações) das  $q$  variáveis, é reduzido para um conjunto posterior também formado por  $n$  posições (de escores) de  $k$  componentes principais.

Segundo Rencher (2002), a Análise de Componentes Principais geralmente expõe relacionamentos que não seriam previamente identificados com o conjunto original, o que resulta em uma interpretação mais abrangente do fenômeno. De acordo com Johnson e Wichern (2007), a análise de componentes principais serve como um passo intermediário na análise dos dados.

### **2.3.1 PCA – Abordagem Algébrica**

Peruchi (2014) aborda algebricamente a PCA como uma combinação linear  $\ell$  de  $q$  variáveis aleatórias. As coordenadas dos eixos têm agora as variáveis  $Y_1, Y_2 \dots Y_q$  e representam a direção de máximo. As componentes principais são não correlacionadas e dependem somente da matriz de covariância  $\Sigma$  (ou da matriz de correlação  $\rho$ ) das variáveis e seu desenvolvimento não requer a suposição de normalidade multivariada.

Segundo a definição de Johnson e Wichern (2007), as informações necessárias para obtenção dos escores do primeiro componente principal ( $PC_1$ ), vem da combinação linear que maximizar a variância, de acordo com a Equação 2.45.

$$\begin{aligned} \text{Maximizar: } & \mathbf{Var} [\mathbf{e}'_1 \mathbf{Y}] \\ \text{Sujeito a: } & \mathbf{e}'_1 \mathbf{e}_1 = 1 \end{aligned} \quad (2.45)$$

No problema de otimização acima, os produtos das variáveis de decisão são limitados ao comprimento unitário, para eliminar indeterminação da solução, visto que  $\mathbf{e}_1$  pode ser multiplicado por qualquer escalar. Para obter os escores do segundo componente principal ( $PC_2$ ), o problema (2.2) é alterado, de acordo com a Equação 2.46, para garantir a ortogonalidade entre  $PC_1$  e  $PC_2$ .

$$\begin{aligned} \text{Maximizar: } & \mathbf{Var} [\mathbf{e}'_1 \mathbf{Y}] \\ \text{Sujeito a: } & \mathbf{e}'_1 \mathbf{e}_1 = 1 \\ & \mathbf{Cov} [\mathbf{e}'_1 \mathbf{Y}, \mathbf{e}'_2 \mathbf{Y}] = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

Desta forma geral, o  $i$ -ésimo componente principal será a solução para a combinação linear  $\mathbf{e}'_i \mathbf{Y}$  que maximiza:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar: } & \mathbf{Var} [\mathbf{e}'_i \mathbf{Y}] \\ \text{Sujeito a: } & \mathbf{e}'_i \mathbf{e}_i = 1 \\ & \mathbf{Cov} [\mathbf{e}'_i \mathbf{Y}, \mathbf{e}'_k \mathbf{Y}] = 0 \quad \text{para } k < i \end{aligned} \quad (2.47)$$

O resultado do problema de otimização lexicográfica descrito acima determina como solução da função objetivo os autovalores e, a solução ótima das variáveis de decisão, os autovetores de cada componente principal. De posse dos pares de autovalores e autovetores de cada componente principal,  $(\lambda_1, \mathbf{e}_1), (\lambda_2, \mathbf{e}_2), \dots, (\lambda_q, \mathbf{e}_q)$  onde  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_q \geq 0$ , os escores de componentes principais podem ser calculados através da combinação linear abaixo:

$$\mathbf{PC}_i = \mathbf{e}'_i \mathbf{Y} = \mathbf{e}_{1i} \mathbf{Y}_1 + \mathbf{e}_{2i} \mathbf{Y}_2 + \dots + \mathbf{e}_{qi} \mathbf{Y}_q \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (2.48)$$

Assim como o percentual de explicação da  $i$ -ésima componente principal usando:

$$\%PC_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^q \lambda_j} \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (2.49)$$

De acordo com Jonhson e Wichern (2002), para se escolher os componentes principais que representem satisfatoriamente um conjunto de dados, considera-se adicionalmente para análise, todos os componentes com explicação conjunta (e acumulada) maior que 80%. Quando se observa que um número reduzido de componentes (geralmente menor do que o número de variáveis) atende a esses dois critérios, identifica-se a presença de redundância no conjunto e, conseqüentemente, a possível redução de dimensionalidade. Uma vez determinados e armazenados o número de componentes principais e seus escores, o método OLS tradicional pode ser, então, aplicado (SILVA, 2009).

Como mostra Peruchi (2014), as componentes principais podem também ser obtidas pelas variáveis padronizadas

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{(Y_1 - \mu_1)}{\sqrt{\sigma_{11}}} \\ Z_2 &= \frac{(Y_2 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_{22}}} \\ &\vdots \\ Z_q &= \frac{(Y_q - \mu_q)}{\sqrt{\sigma_{qq}}} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Em notação matricial,

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{V}^{1/2})^{-1}(\mathbf{Y} - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.51)$$

Onde  $\mathbf{V}^{1/2}$  é a matriz diagonal de desvio-padrão. Claramente,  $Cov(\mathbf{Z}) = (\mathbf{V}^{1/2})^{-1} \boldsymbol{\Sigma} (\mathbf{V}^{1/2})^{-1} = \boldsymbol{\rho}$ . Os escores de componentes principais de  $\mathbf{Z}$  podem ser obtidos dos autovetores da matriz de correlação  $\boldsymbol{\rho}$  de  $\mathbf{Y}$ . Todos os prévios resultados aplicam-se, com algumas implicações, já que a variância de cada  $\mathbf{Z}_i$  é a unidade. A notação será a mesma para  $PC_i$  referindo-se a  $i$ -ésima componente principal e  $(\lambda_i, e_i)$  para os pares de autovalor-autovetor da matriz  $\boldsymbol{\rho}$  ou  $\boldsymbol{\Sigma}$ . No entanto,  $(\lambda_i, e_i)$  derivado de  $\boldsymbol{\Sigma}$  é, em geral, não exatamente o mesmo que derivado de  $\boldsymbol{\rho}$ .

### 2.3.2 PCA – Abordagem Geométrica

Segundo a abordagem geométrica da PCA por Peruchi (2014), as componentes principais são inicialmente obtidas pela rotação dos eixos com objetivo de alinhar com a variação natural do sistema, no qual as novas variáveis tornam-se não correlacionadas e refletem a direção de máxima variância. A Figura 2.38 ilustra a rotação imposta no eixo composto pelas variáveis originais ( $y_1$  e  $y_2$ ) para obtenção dos componentes principais ( $z_1$  e  $z_2$ ) através de um exemplo de Rencher (2002). Observando que a linha formada pelo eixo maior lembra uma linha de regressão. Esta é uma linha que ajusta os pontos de tal forma que a distância perpendicular dos pontos para a linha é minimizada, ao invés de simplesmente minimizar a distância vertical.

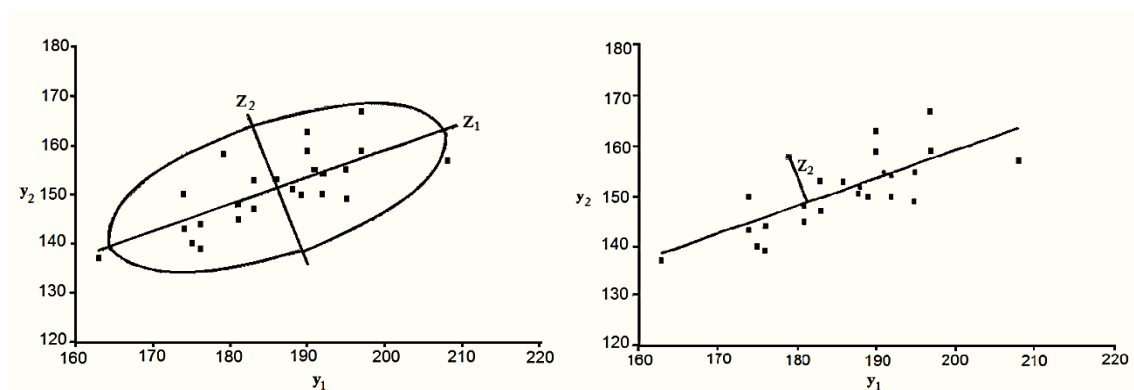


Figura 2.6 - (a) Rotação imposta nos eixos das variáveis originais e (b) Novo eixo  $Z_1$  representando uma regressão linear ortogonal

Fonte: RENCHER (2002)

A PCA corresponde a um ajuste por mínimos quadrados de uma linha reta ( $N=1$ ) ou um plano/hiperplano  $N$ -dimensional para os dados em um espaço  $K$ -dimensional de componentes principais. Os dados são centrados na média e três variáveis originais são descritas por apenas dois componentes principais, conforme apresentado pela Figura 2.39. As variáveis originais são projetadas no plano matemático descrito pelos componentes, e o valor do score em cada componente é obtido através da determinação das distâncias entre a origem e as variáveis originais projetadas. Os autovetores, também chamados de “Carregamentos”, representam os coeficientes da direção do plano ajustado (GABRIELSSON; NYSTRÖM; LUNDSTEDT, 2000; PERUCHI, 2014).

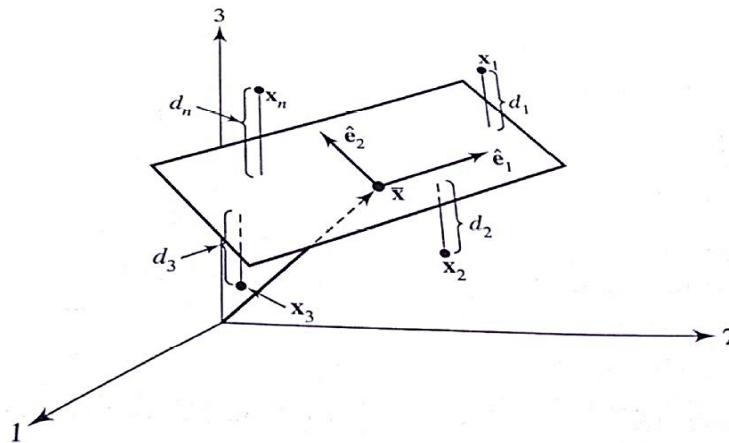


Figura 2.7 - Interpretação geométrica da PCA

Fonte: JOHNSON e WICHERN (2007)

### 2.3.3 Seleção de Componente Principais e Matrizes de Correlação e Variância-Covariância

De acordo com Rencher (2002), em cada aplicação, a decisão deve ser tomada sobre o número de componentes principais que devem ser mantidos, a fim de efetivamente resumir os dados. Dessa maneira, deve-se considerar:

- Reter componentes suficientes para contabilizar uma porcentagem especificada da variância total, como por exemplo, 80%.
- Manter os componentes cujos autovalores sejam superiores à média dos autovalores,  $\sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i}{q}$ . Para a matriz de correlação, esta média é 1.
- Utilizar o gráfico escada (*scree graph*), que mostre  $\lambda_i$  versus  $i$ , e procura diferenciar os “grandes” autovalores dos “pequenos” autovalores.
- Testar a significância dos componentes "maiores", ou seja, os componentes correspondentes aos autovalores maiores.

Com relação à matriz de correlação e à matriz de variância-covariância, percebe-se que as componentes principais geradas pela matriz  $\mathbf{R}$  não são compatíveis com as obtidas pela matriz  $\mathbf{S}$ . Em casos que a variância entre as variáveis originais apresentarem discrepância significativa, a matriz  $\mathbf{R}$  pode apresentar resultados melhores. Por exemplo, se uma variável apresentar variância muito maior que as outras do conjunto original de dados, esta variável dominará a primeira componente principal (JOHNSON e WICHERN, 2007; RENCHER, 2002; PERUCHI, 2014).

## 2.4 Método do Erro Quadrático Médio

O método do critério do Erro Quadrático Médio (*MSE – Mean Square Error*) é comumente utilizado em casos de Otimização Robusta (média x variância) ou Estocástica Não-linear Multiobjetivo. Dependendo do caso, uma resposta em particular ( $y_i$ ) pode ser maximizada, minimizada, ou direcionada a atingir um valor alvo, definindo-se uma função de MSE para cada caso (KÖKSOY, 2006; PAIVA, 2012; CARMELOSSI, 2014).

Considerando a natureza da maior parte dos processos de fabricação, dois objetivos devem ser alcançados ao tentar melhorar seus rendimentos: a distância do alvo ( $\theta$ ) e sua respectiva variância ( $\sigma^2$ ). Para atingir ambos os objetivos, uma Superfície de Resposta Dual (DRS) é geralmente considerada para alcançar os objetivos propostos em cada característica de qualidade. Isto é obtido pela construção de uma superfície de resposta à média ( $\mu(x)$ ) e à variância ou desvio padrão ( $\sigma^2(x)$ ). As funções de média e variância podem ser normalmente escritas como um modelo de segunda ordem através do algoritmo de Mínimos Quadrados Ordinários (OLS). Dessa forma, para realizar com o objetivo da otimização Nominal Melhor (Atingir uma especificação alvo), esta é a expressão direta:

$$\text{Minimizar: } MSE = (\mu(x) - \theta)^2 + \sigma^2(x) \quad (2.52)$$

$f_i(\mathbf{X}^{max_i})$  é entendido como o alvo ( $\theta$ ) de  $f_i(\mathbf{X})$ , cuja média  $\mu(x)$  e variância  $\sigma^2(x)$  são consideradas (PAIVA *et al.*, 2009).

Köksoy (2006) e Köksoy e Yalcinoz (2006) propõem duas estratégias principais para o método do critério do MSE como forma de se otimizar múltiplas respostas:

- A escolha do MSE da resposta de maior importância como função objetivo imputando às demais respostas o caráter de restrições;
- A aglutinação das equações do MSE da cada resposta utilizando sua soma ponderada.

Como aborda Paiva (2012) na estratégia de utilizar o critério MSE definido para otimização de múltiplas respostas, usando um somatório como mecanismo de aglutinação. O objetivo é encontrar um conjunto de variáveis de entrada que possa otimizar simultaneamente todas as funções MSE individuais.



Depois de calculadas as funções MSE individuais para cada resposta ( $MSE_i$ ,  $i=1,\dots,j$ ) um somatório ponderado de MSE's é utilizado para aglutinar as diversas funções MSE's numa função objetivo singular. Nesse caso, uma única restrição que define a região de interesse deve ser inserida no sistema. Essa restrição pode ser do tipo cuboidal ( $-1 \leq x_i \leq 1$ ,  $i = 1, \dots, k$ , onde  $k$  é o número de variáveis de controle) ou esférica ( $\mathbf{X}^T \mathbf{X} \leq \rho^2$ , onde  $\rho$  é o raio do espaço experimental). Neste sistema,  $\omega_i$  representa os pesos atribuídos a cada função MSE individual.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^j \omega_i MSE_i \\ & \text{Sujeito a} \quad \mathbf{X}^T \mathbf{X} \leq \rho^2 \end{aligned} \tag{2.53}$$

## 2.5 Método do Erro Quadrático Médio Multivariado

Partindo dos trabalhos de Bratchel (1989), de Box e Draper (1987), de Lin e Tu (1995), de Köksoy (2006) e de Köksoy e Yalcinoz (2006), Paiva *et al.* (2009) propôs o método do Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM - *MMSE*), o qual combina a Metodologia de Superfície de Resposta (MSR), a Análise de Componentes Principais (PCA) e o Erro Quadrático Médio (MSE). Paiva *et al.* (2009) parte do ponto que a maior parte dos métodos de otimização multiobjetivo ignora a correlação entre as variáveis de resposta.

Segundo Paiva *et al.* (2009), o MMSE é capaz de agregar as várias respostas em um único índice, mantendo sua estrutura de variância-covariância e o desvio individual de cada alvo. Ele promove a independência da computação numérica e iterativa de funções de integração multivariada, enquanto emprega MSR na tarefa de estimativa de equações de regressão multivariada com dados experimentais do processo.

O conjunto original de respostas pode ser transformado em um conjunto de variáveis não correlacionadas, usando a fatoração multivariada, a PCA. Ao ajustar um modelo de segunda ordem a cada variável não correlacionada, as funções-objetivo podem ser agregadas usando uma média geométrica (MSE). Geralmente, o número de equações obtidas para substituir o conjunto original é menor que a quantidade inicial, obviamente dependendo da força da estrutura de variância-covariância (PAIVA *et al.*, 2009).

Em suma, o método MMSE descreve uma média geométrica das regressões das componentes principais, as quais excederam 80% de explicação acumulada das variáveis originais. O método consiste em converter as respostas correlacionadas, através de PCA, em novas variáveis não correlacionadas. Estas novas variáveis, os escores dos componentes principais, são modeladas por MSR em funções de superfície de resposta.

Dessa forma, matematicamente, o MMSE vem a partir da equação 2.53, a média estimada  $\mu(x)$  é substituída pela regressão dos escores dos Componentes Principais. Já a variância  $\sigma^2(x)$  pode ser substituída autovalores dos respectivos componentes principais, haja vista que o  $i$ -ésimo autovalor é a variância da  $i$ -ésimo Componente Principal (JOHNSON e WICHERN, 2007). E por fim, o alvo  $\theta$  é transformado em alvo de componente principal. Então, o MMSE obtém funções-objetivo não-correlacionadas dos Componentes Principais, considerando os respectivos alvos, conforme a Equação:

$$MMSE_i = (PC_i - \zeta_{PC_i})^2 + \lambda_i \quad m \leq q \quad (2.54)$$

$$PC_i = b_{0i} + [\nabla f(\mathbf{x})^T]_i + \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{x}^T [\nabla f(\mathbf{x})^T] \mathbf{x} \right\}_i, i = 1, 2, \dots, p \quad (2.55)$$

$$\zeta_{PC_i} = \sum_{j=1}^p e_{ij} \cdot [Z(Y_j | \zeta_{Y_j})], j = 1, 2, \dots, p \quad (2.56)$$

$$[Z(Y_j | \zeta_{Y_j})] = \frac{(\zeta_{Y_j}) - \mu_{Y_j}}{\sigma_{Y_j}} \quad (2.57)$$

Onde:

- $PC_i$  é definido como o polinômio de segunda ordem ajustado posicionado em relação às variáveis de entrada (variáveis de controle);
- $\zeta_{PC_i}$  é o valor-alvo dos  $i$ -ésimos componentes principais que devem manter uma relação direta com as metas estabelecidas para o conjunto de dados original;
- O alvo dos Componentes Principais  $\zeta_{PC_i}$  é definido de forma heurística, é calculado segundo o conceito de Jonhson e Wichern (2007), o qual o escore para  $i$ -ésimo componente principal é o somatório do produto dos valores padronizados  $Z(\bullet)$  das respostas originais  $Y_j$  pelos seus respectivos autovetores  $e_j$ . Neste caso, a variável padronizada normal é calculada levando em consideração a média, tal como  $Z(Y_j | \mu_{Y_j})$ . Dessa maneira, por analogia, para o caso dos alvos das respostas originais  $\zeta_{Y_j}$  pode ser calculado segundo a equação 2.56.

- As variáveis normais padronizadas (respostas padronizadas)  $Z(Y_j | \zeta_{Y_j})$  são calculadas para cada resposta original  $Y_j$  considerando, o ponto Utopia  $\zeta_{Y_j}$ , a média  $\mu_{Y_j}$  e o desvio padrão  $\sigma_{Y_j}$  de cada  $Y_j$ ;
- $e_{ij}$  representa o conjunto de autovetores associado ao  $i$ -ésimo componente principal;
- $\lambda_i$  são os autovalores associados ao  $PC_i$ ;
- $m$  é o número de PCs necessários e  $q$  é o número de respostas.

De acordo com Peruchi (2014), neste método, a otimização é dada pela minimização de MMSE, na Equação 2.54. Portanto, PC tende a alcançar o alvo estabelecido com a mínima variância.

## 2.6 Erro Percentual Global

O Erro Percentual Global (EPG) das respostas, definido por Gomes (2013), é uma métrica a qual possibilita saber o afastamento global das funções em relação ao ponto de utopia.

É dada soma dos desvios percentuais absolutos das soluções ótimas encontradas em relação aos seus alvos (GOMES, 2013).

$$EPG = \sum_{i=1}^m \left| \frac{y_i^*}{T_i} - 1 \right| \quad (2.58)$$

Onde:

- $EPG$  – Erro percentual global das respostas em relação aos alvos
- $y_i^*$  – Valores das respostas Pareto-ótimas
- $T_i$  – Alvos definidos
- $m$  – Número de objetivos

Dessa forma, o EPG pode ser utilizado na comparação entre dois métodos de otimização, medindo qual método se aproxima mais do ponto alvo, o valor de utopia esperado.

## 2.7 Método do Gradiente Reduzido Generalizado

Para resolver problemas de otimização Não-Lineares (*Nonlinear Programming* – NLP), diversos métodos são conhecidos. De acordo com Köksoy (2008), o problema de múltiplas respostas frequentemente é formulado como sendo um problema de otimização com restrições. Em geral, uma resposta é escolhida como a “resposta primária”, que será otimizada, sujeita às demais respostas, ditas “respostas secundárias”, como restrições. A maioria dos softwares de otimização disponíveis, tratam os problemas de otimização não-lineares desta maneira.

O algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) é a escolha mais popular, pois pode ser aplicado a diversos tipos de problemas não-lineares com restrições de igualdade, além de estar disponível comercialmente, principalmente no popular software de planilha eletrônica, *Microsoft Excel*®. O método GRG é conhecido como um método *primal* (KÖKSOY, 2008), e frequentemente chamado de *método da direção viável*.

Segundo Luenberger (1989), três significantes vantagens:

1. Se o processo termina antes da confirmação do ótimo, o último ponto encontrado é viável devido ao fato de que cada ponto gerado no processo de pesquisa é viável e provavelmente próximo do ótimo;
2. Se o método gera uma sequência convergente, o ponto limite garante, pelo menos, um mínimo local;
3. A maioria dos métodos primais são geralmente absolutos, não dependendo de uma estrutura especial, tais como a convexidade.

O método GRG está bem situado para o manuseio de funções objetivas não-lineares sujeitas a restrições de igualdade e desigualdade não-lineares na forma da Equação 2.59, a qual representa um problema não linear, se uma ou mais funções  $f$ ,  $g_1, \dots, g_n$  forem não lineares (SANCIBRIAN, 2011).

$$\text{Minimiza } f(x) \tag{2.59}$$

$$\text{Sujeito a: } \begin{cases} g_i(x) = 0 & i = 1, \dots, m \\ l_j \leq x_j \leq u_j & j = 1, \dots, n \end{cases}$$

Onde:  $x$  é um vetor de  $n$  variáveis de processo  $(x_1, \dots, x_n)$ ,  $f$  é a função objetivo, e  $g_i$  são as restrições. Os  $l_j$  e  $u_j$  representam, respectivamente, os limites inferiores e superiores do processo. Algumas formulações também incluem inequações como restrições, que, para o método GRG deverão ser convertidas em equações pela introdução de variáveis de folga.

O modelo geral para o GRG é baseado na conversão das restrições do problema para uma irrestrrição, utilizando a substituição direta. Neste caso, o vetor das variáveis  $\mathbf{x}$  pode ser particionado em dois subvetores  $\mathbf{x}_B$  e  $\mathbf{x}_N$ , tal que  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N)^T$ , de forma que  $\mathbf{x}_B$  representa o vetor das variáveis básicas (dependentes) e  $\mathbf{x}_N$  é o vetor das variáveis não básicas (independentes). Dessa forma, reescrevendo a Equação 2.59 na forma das variáveis básicas e não básicas, chega-se à seguinte formulação apresentada por Chen e Fan (2002) e Lasdon *et al.* (1978):

$$\begin{aligned} \text{Minimiza} \quad & F(x) = f[\mathbf{x}_B(\mathbf{x}_N), \mathbf{x}_B] \\ \text{Sujeito a:} \quad & l_N \leq \mathbf{x}_N \leq u_N \end{aligned} \quad (2.60)$$

onde:

$$\begin{aligned} l_N & - \text{Limite inferior para } \mathbf{x}_N \\ u_N & - \text{Limite superior para } \mathbf{x}_N \end{aligned}$$

Iniciando-se com um ponto viável  $\mathbf{x}^k$ , o algoritmo GRG tenta encontrar uma direção de movimento para otimizar a função objetivo. A direção do movimento pode ser obtida pelo gradiente reduzido, conforme a Equação 2.61.

$$r^k(\mathbf{x}_N) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f^k}{\partial \mathbf{x}_N^k} \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} \frac{\partial f^k}{\partial \mathbf{x}_B^k} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial g^k}{\partial \mathbf{x}_B^k} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial g^k}{\partial \mathbf{x}_N^k} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

A busca pelo ponto de ótimo se encerra quando a magnitude do gradiente reduzido atinge o valor de erro desejado (critério de convergência). Caso contrário, uma nova busca é executada para localizar um novo ponto na direção do gradiente reduzido. Este procedimento se repete até que a melhor solução viável seja encontrada (ponto de ótimo).

## 2.8 Processo de Solda a Ponto por Resistência Elétrica

Segundo Cary (2002), a Soldagem por Resistência (*Resistance Welding*) pode ser definida como um conjunto de processos de soldagem que produzem a coalescência das superfícies de contato entre peças de trabalho utilizando aplicação de pressão e o calor obtido a partir da resistência elétrica dessas peças ao fluxo de corrente elétrica em um circuito o qual essas peças de trabalho fazem parte.

A Soldagem a Ponto por Resistência Elétrica (*Resistance Spot Welding*) é o processo mais utilizado dentre os processos de soldagem por resistência. Esse processo se inicia com a movimentação do eletrodo superior em direção do eletrodo inferior, de modo a pressionar as peças de trabalho conjuntamente com uma certa força, denominada força de solda. A quantidade dessa força pode ser controlada com o ajuste da pressão do cilindro pneumático ou hidráulico da máquina. Depois que as peças de trabalho já estão pressionadas uma contra a outra por certo tempo, a fonte de energia é conectada ao circuito elétrico secundário consistindo então Transformador de Soldagem, Máquina com os Braços Porta Eletrodos, Eletrodos e Peças de Trabalho (PODRŽAJ *et al.*, 2008).

Uma representação esquemática do processo de Solda a Ponto por Resistência elétrica é mostrada na Figura 2.8. O tipo mais comum de fonte de energia usada em RSW utiliza dois Retificadores Controlados de Silício (*Silicon Controlled Rectifier - SCR*) que estão ligados em paralelo. A condução da corrente primária  $i_p$  é iniciada com um pulso de um dos porta-eletrodos (P1 ou P2) de cada um dos RCS. Como consequência da mudança da corrente primária, há certa quantidade de tensão de soldagem  $U_w$  na parte secundária do transformador de soldagem que faz com que a corrente elétrica flua no circuito secundário. O fluxo de corrente através das peças de trabalho gera aquecimento (Efeito Joule). A intensidade da geração de calor depende da distribuição resistência no circuito secundário (SIMONČIČ e PODRŽAJ, 2013).

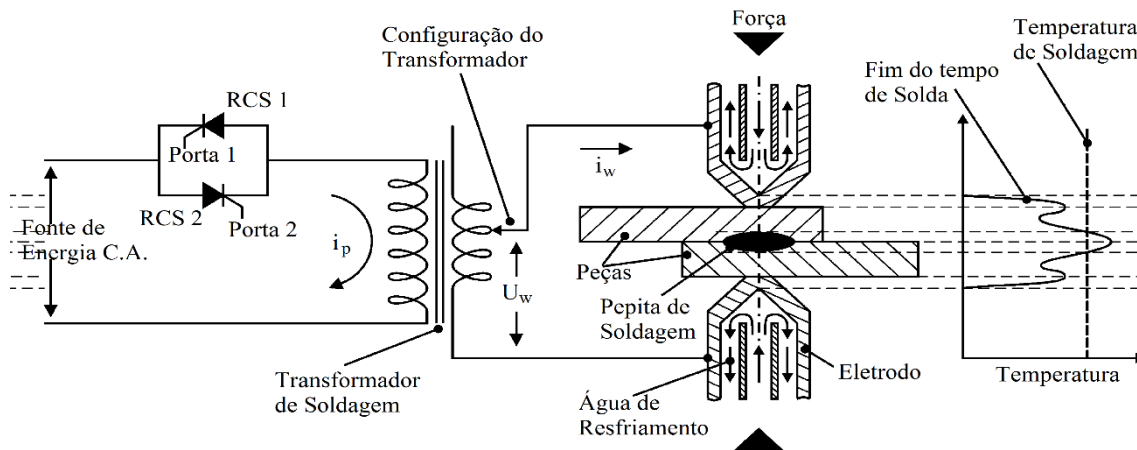


Figura 2.8 - Processo de Solda a Ponto por Resistência Elétrica

Fonte: PODRZAJ *et al.* (2008)

As resistências elétricas encontradas no processo são: resistência do eletrodo, resistência de contato do eletrodo / peça, a resistência da peça e a resistência de contato peça/peça), Figura 2.9., é a maior parte da resistência total é a resistência de contato peça / peça. Portanto, a maior intensidade de aquecimento ocorre nesse ponto. Consequentemente, a temperatura aumenta além da temperatura de solda, como mostrado no perfil de temperatura na Figura 2.8. Como resultado, um volume de material (o chamado ponto de soldagem ou *nugget*) é formado entre as peças (SIMONČIČ e PODRŽAJ, 2013). Em adição às resistências ôhmicas, a resistência de contato também é um fator importante. As resistências de contato são influenciadas pelas condições da superfície como aspereza, limpeza, oxidação e formação de placas na superfície (BALDIM, 2014).

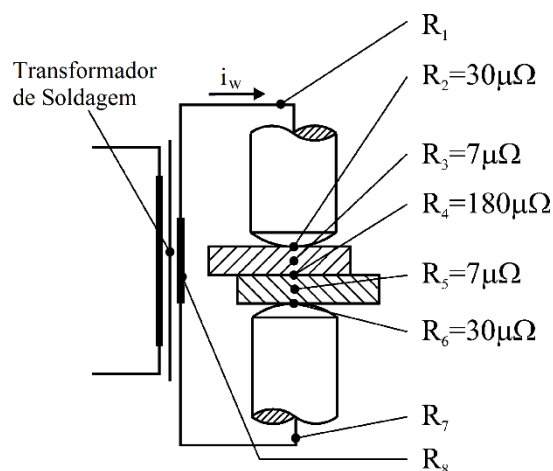


Figura 2.9 - Resistências ao Fluxo de Corrente Elétrica

Fonte: PODRZAJ *et al.* (2008)

De acordo com Simončič (2013), o tamanho (diâmetro) do ponto de soldagem é importante porque, após o resfriamento, define a resistência da solda. Se outros parâmetros permanecerem constantes, o tamanho desse ponto aumentaria com o tempo de soldagem. No entanto, ela não pode ser aumentada indefinidamente. Isso com certeza é limitado pela espessura das peças de trabalho. Na verdade, mesmo antes o ponto de soldagem se expande para as superfícies exteriores das peças, a solda entraria em colapso devido à diminuição da quantidade de material sólido em torno do ponto, que não é mais capaz de suportar a pressão dos eletrodos.

Segundo Podržaj *et al.* (2008), a consequência de uma corrente de soldagem que flui através das resistências, é a geração de  $Q_G$  calor (efeito joule), o que depende do tempo de soldagem  $T_w$ , a corrente de soldagem  $i_w$  e a resistência total de  $R_T$ , de acordo com a equação:

$$Q_G = \int_0^{T_w} i_w^2(t) + R_T(t) dt \quad (2.62)$$

Como mostrado na Figura 2.9, os pontos 1 e 7 representam a resistência elétrica dos eletrodos. Sendo os pontos 2, 4 e 6 as resistências de contato. Já os pontos 3 e 5 representam a resistência elétricas das peças de trabalho. O ponto 4 possui a maior resistência elétrica do conjunto, ocorre, portanto, a maior geração de calor e mais tarde a fusão do material nesse ponto. De acordo com Podržaj *et al.* (2008), existem dois extremos em termos da quantidade de calor gerado durante a solda a ponto (*RSW*):

- Se a quantidade de calor gerada é demasiadamente elevada, ocorre a chamada expulsão, que é a ejeção de metal fundido durante a soldagem. Segundo Zhang e Senkara (2006), o fenômeno da expulsão pode ser comumente observado durante os processos de *RSW*. Ele pode acontecer tanto entre a interface das superfícies interiores das peças de trabalho, quanto também a interface entre eletrodo e peça, como mostrado na Figura 2.10 e na Figura 2.11, respectivamente.

Sendo que, este último pode afetar severamente a qualidade da superfície e a vida-útil do eletrodo, mas não a resistência da solda se for limitado à superfície. Por outro lado, a expulsão quando ocorrida na interface das superfícies interiores entre as peças de trabalho é altamente indesejável em termos de qualidade de solda,



uma vez que envolve a perda de metal líquido a partir do *nugget* durante a soldagem.

A expulsão é frequentemente usada como indicador visual de um processo de solda correto em termos de soldagem de aços. Para alcançar o tamanho de solda tão largo quanto possível são necessários alguns requisitos, uma prática é utilizar uma ampla corrente de soldagem próxima ou além dos limites de expulsão. Esses limites de expulsão são deliberadamente excedidos na produção para reduzir as variações na qualidade da solda causadas por fatores aleatórios (ruídos de processo). No entanto, devido à perda de metal durante a expulsão, alguns defeitos podem surgir no ponto de soldagem, tais como vazios e porosidade que podem reduzir a resistência da solda.

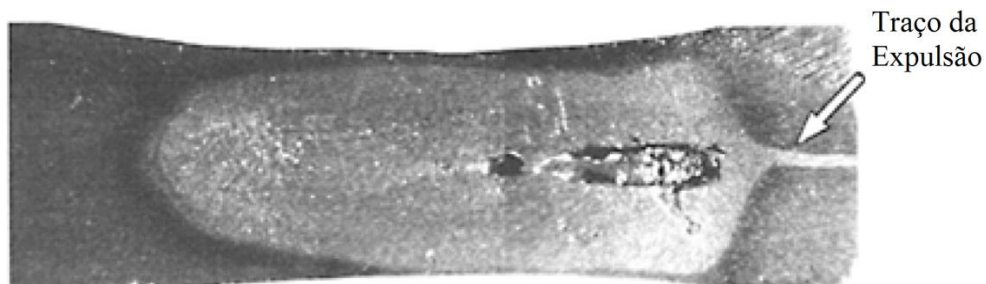


Figura 2.10 - Traço de expulsão (Vista lateral)

Fonte: ZHANG e SENKARA (2006)

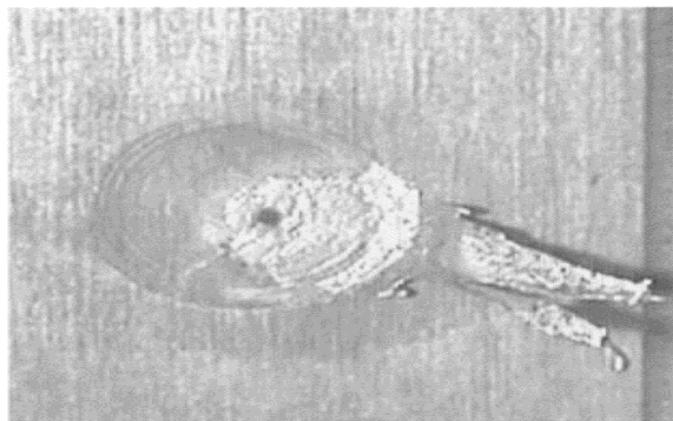


Figura 2.11 - Traço de expulsão (Vista frontal)

Fonte: ZHANG e SENKARA (2006)

- Se a quantidade de calor gerada é muito baixa, o ponto de solda se forma por completo (solda fria). A quantidade de calor gerada deve ser entre o necessário para uma soldagem a frio e a exigida para que ocorra expulsão (Figura 2.12). Soldas conseguidas próximas ao ponto de expulsão são preferidas porque são obtidos grandes pontos de solda e, dessa forma, resultam com altas resistências (PODRŽAJ *et al.*, 2008).

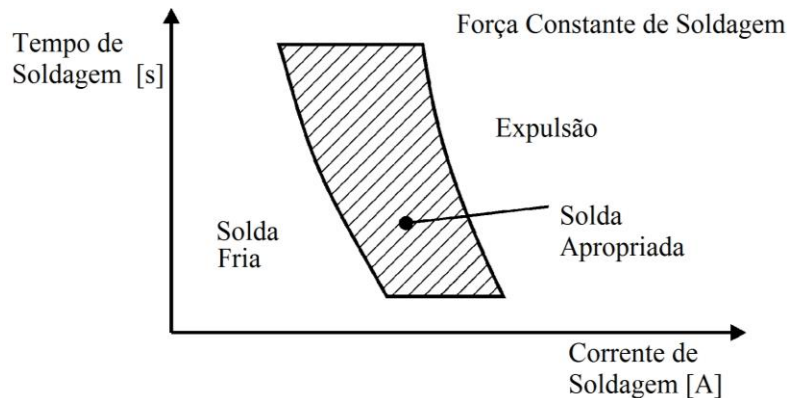


Figura 2.12 - Gráfico Quantidade de Calor no Processo de Solda a Ponto

Fonte: PODRŽAJ *et al.* (2008)

### 2.8.1 Parâmetros de Regulagem do Processo

As principais variáveis do processo de Solda a Ponto por Resistência Elétrica são: corrente de soldagem, tempo de soldagem, força do eletrodo, material e geometria do eletrodo (AWS, 1998a).

De modo geral, esses parâmetros do processo afetam a quantidade de calor que é gerada, basicamente, da seguinte forma:

- Tensão de Soldagem: altas tensões de soldagem implicam em altas correntes de soldagem, portanto mais geração de calor;
- Tempo de Soldagem: se a geração de calor é constante, o montante de calor gerado é proporcional ao Tempo de Soldagem;
- Força de Soldagem: uma alta Força de Soldagem implica em uma menor resistência de contato, o que sob condições normais, reduz a quantidade de calor gerada.

Se for escolhido uma combinação apropriada desses parâmetros, sem distúrbios, uma solda aceitável é produzida (PODRŽAJ *et al.*, 2008). Esse comportamento é apresentado pela Figura 2.13.

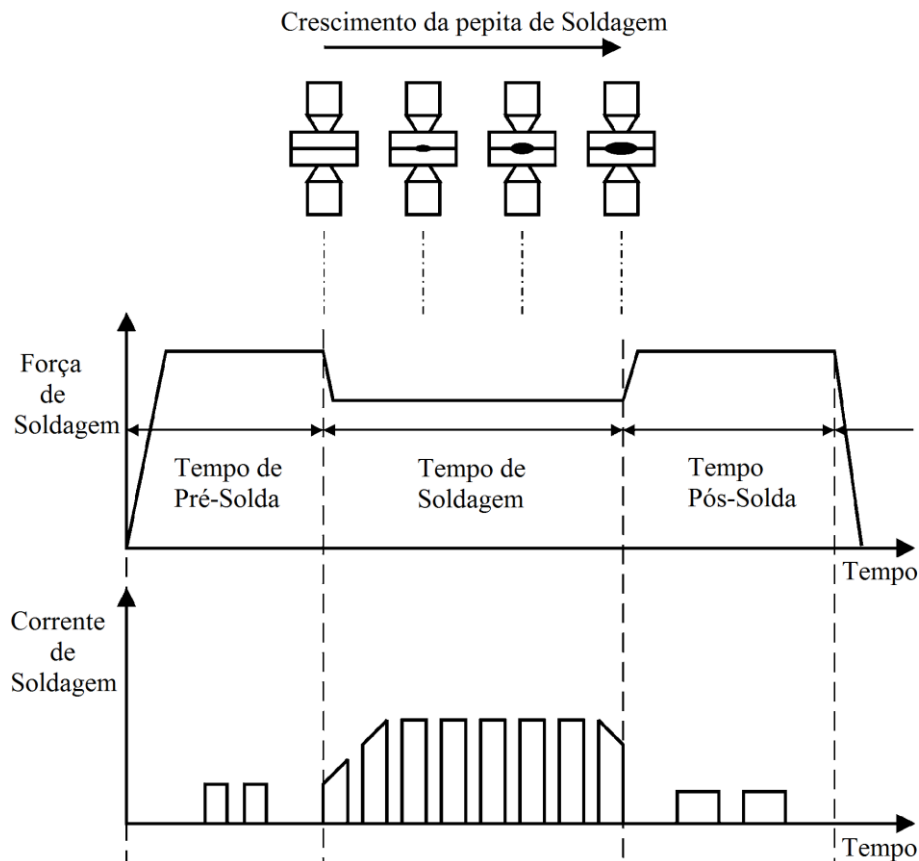


Figura 2.13 - Gráfico de Corrente e Força de Soldagem por Crescimento do ponto

Fonte: PODRZAJ *et al.* (2008)

### 2.8.1.1 Corrente

O fator responsável pelo aquecimento da área de soldagem no processo de solda a ponto é a corrente elétrica, devido ao Efeito Joule, o qual é o calor gerado pelo fluxo de corrente elétrica em um condutor. Pode-se dizer que a corrente elétrica é o fluxo de cargas elétricas e a intensidade de corrente elétrica pode ser expressa pela quantidade de elétrons pelo tempo.

Tão importante quanto a corrente, é a densidade de corrente na região de contato eletrodo e peça de trabalho, que está diretamente ligada ao diâmetro e forma da ponta do eletrodo (BALDIM, 2014). Segundo a RWMA (1969), a densidade de corrente descreve

a quantidade de corrente está sendo entregue a uma área específica, ou seja, a área onde é a soldagem. O cálculo da densidade de corrente é obtido pela seguinte equação:

$$\text{Densidade de corrente} = \frac{\text{Quantidade de Corrente}}{\text{Área de contato do eletrodo e peça de trabalho}} \quad (2.63)$$

O aquecimento e eventual fusão adequados não são obtidos na interface de união se a corrente de soldagem estiver abaixo de um determinado limite inferior. Este valor depende da área de contato entre os eletrodos e as peças ou das peças entre si, do material a ser soldado e da espessura deste. Aumentando-se a intensidade da corrente, pode-se diminuir o tempo de fluxo desta. Contudo, existe um limite superior que, quando ultrapassado, provocará o aquecimento de toda a espessura do material entre os eletrodos, de tal forma que haverá deformação plástica de toda a seção sob a ação dos eletrodos, com possíveis penetrações excessivas destes na superfície do material. A resistência mecânica máxima na junta é obtida, de modo geral, para valores de corrente ligeiramente abaixo deste limite superior. Condições ótimas de operação e resultados são, quase sempre, obtidas nesta situação (MARQUES, MODENESI, BRACARENSE, 2014).

Como regra geral, quanto menor for a área superficial, maior a densidade de corrente. Sendo mais densa, a área superficial fica mais quente e o metal funde rapidamente, porém pode-se ocasionar o fenômeno da expulsão, conforme explicado anteriormente. Por outro lado, quando se tem uma maior área de superfície fornece uma menor densidade de corrente. Se a densidade de corrente é muito baixa para a aplicação, pode haver soldas a frio, ou talvez nenhuma solda (RWMA, 1969).

No Brasil, a fonte de energia utilizada é a corrente alternada, com a frequência da rede elétrica de 60 Hz. A corrente elétrica, a qual é um dos fatores mais importantes no processo *RSW*, geralmente medida em quilo-Amperes (KA - um Quilo-amplificador é igual a 1,000 amperes). Como já explicitado anteriormente, uma soldagem por resistência não pode ser feita a não ser que haja um determinado montante de corrente de solda suficiente. Por exemplo, a quantidade típica de corrente necessária para soldar um aço de baixo teor de carbono é de aproximadamente 10.000 amps (10 kA) em cerca de 5 volts (RWMA, 1969).

### 2.8.1.1.1 Corrente de Pré-aquecimento e Pós-Aquecimento

De acordo com Santos (2006), o pré-aquecimento no processo de soldagem *RSW* é a passagem de corrente pelas chapas antes da corrente de soldagem programada. Segundo Baldim (2014), este parâmetro de regulação, de modo geral, tem sua importância aumentada no caso de chapas de aços galvanizados. Pois, a cobertura de zinco interfere na fusão das peças de trabalho. A soldagem de aços galvanizados, dessa maneira, tem um elemento complicador no processo, materiais com pontos de fusão distintos (Figura 2.14). O ponto de fusão do zinco é de 421°C e do aço-carbono varia entre 1426°C e 1537°C. Portanto, o zinco evapora antes que o ponto de fusão do aço seja atingido.

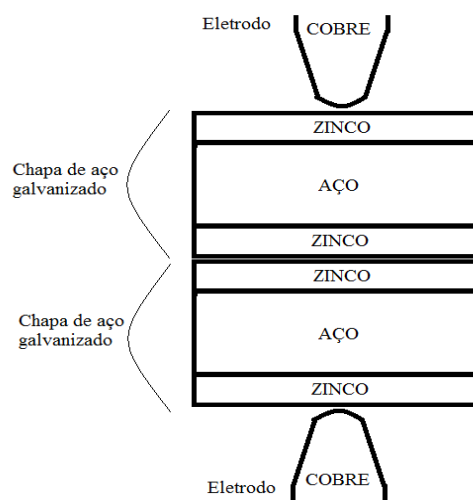


Figura 2.14 - Diferentes tipos de metais no processo

Sendo assim, esse efeito é usado para permitir que no momento da solda, ou seja, a formação do ponto propriamente dito, o zinco já tenha sofrido volatilização na região do ponto, e dessa maneira não atrapalhe o rendimento da corrente programada. Já o pós-aquecimento é aplicado para que ocorra um resfriamento mais lento, evitando assim variações bruscas de temperatura durante a solidificação do metal, o que implicaria na possibilidade de trincas na região afetada pelo calor (SANTOS, 2006).

No aspecto metalúrgico, os recursos de pré-aquecimento e pós-aquecimento também auxiliam a evitar outros efeitos indesejados como a difusão do zinco para dentro do ponto de soldagem e quantidade de cobre deixada sobre a superfície da chapa.

Deve ser considerado que a corrente necessária para efetuar uma solda com tamanho do ponto aceitável é proporcional à espessura do revestimento de zinco. Entretanto, quando a corrente ultrapassa o limite mínimo para a formação do ponto, o cobre do eletrodo começa a migrar para a superfície da chapa e o zinco da chapa migra para a superfície do eletrodo. Dessa maneira, a durabilidade do eletrodo é diretamente afetada por essa degradação. Ressaltando que esta migração é ainda maior quando ocorre a expulsão de material da região de solda. (DIEBOLD; WILLIAMS, 1972; GEDEON & EAGAR, 1986a, NASCIMENTO, 2008; BALDIM, 2014).

Por meio da Figura 2.15 pode-se compreender o perfil de variação da resistência elétrica apresentado ao longo da soldagem a ponto de um aço sem revestimento.

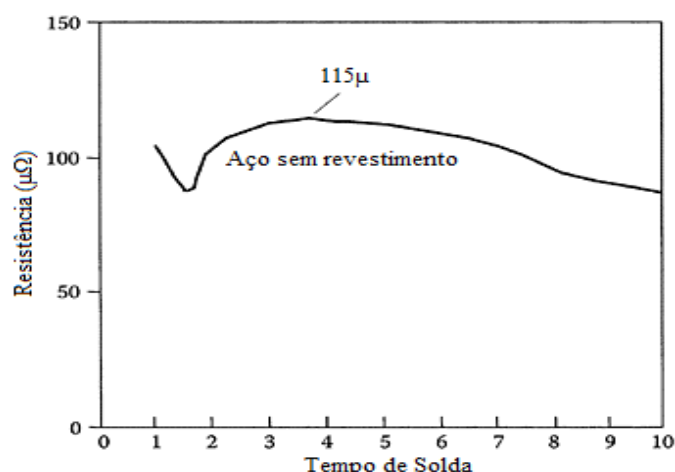


Figura 2.15 - Resistência dinâmica para soldar um aço

Fonte: ZHANG e SENKARA (2006)

### 2.8.1.2 Tempo de Soldagem e Pré-aquecimento

Segundo Marques *et al.* (2014) a quantidade de calor gerada na junta é diretamente proporcional ao tempo de passagem de corrente elétrica. Pela equação 2.2, com diferentes parâmetros de operação pode-se gerar quantidades iguais de calor na junta, desde que a parcela de produto entre corrente e tempo seja mantida constante. Assim, o tempo deve ser otimizado em função dos outros parâmetros de soldagem. Ou seja, em princípio, para diferentes níveis de corrente podem ser obtidas soldas equivalentes, se o tempo do fluxo de corrente for ajustado convenientemente. Contudo, o aumento no tempo de soldagem diminui a eficiência do processo, pois implicará em uma perda maior de calor, através de

condução pelas peças e pelos eletrodos, antes da fusão da interface. Portanto, para reduzir a extensão da zona termicamente afetada, é preferível se trabalhar com correntes elevadas e tempos curtos.

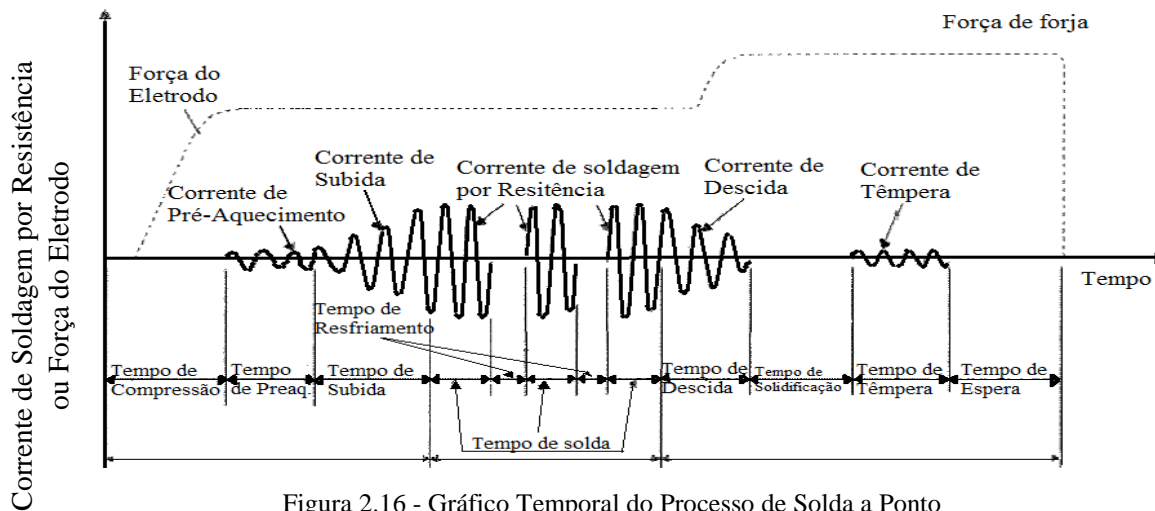


Figura 2.16 - Gráfico Temporal do Processo de Solda a Ponto

Fonte: AWS-J1.1-2013 - Resistance Weld Controls (2013)

A linha do tempo total do processo se inicia com a compressão dos eletrodos nas peças de trabalho, somente para que as chapas se acomodem, sem a passagem de corrente elétrica, ocorrendo a deformação da rugosidade. Em seguida, se inicia o tempo de pré-aquecimento, o qual passa a corrente de pré-aquecimento.

Posteriormente, ocorre o tempo de subida de corrente, o qual a força já é a máxima programada. Esse período precede o tempo de solda, no qual a corrente elétrica atinge o valor programado, podendo ser passada de maneira pulsada. Após o tempo de solda, ocorre o tempo descida da corrente.

Adiante, tem-se o tempo de solidificação e o tempo de tempera, os quais auxiliam na obtenção resfriamento lento do metal fundido, evitando alguns efeitos indesejáveis, conforme explicado anteriormente.

No processo de *RSW*, o tempo é definido por ciclos de corrente alternada de alimentação local. No Brasil, cada ciclo tem um tempo (período) de 16,66 ms (0,01666 s) conforme mostrado na Figura 2.17, pois a frequência de geração de corrente alternada é de 60 Hz, ou 60 ciclos por segundo.

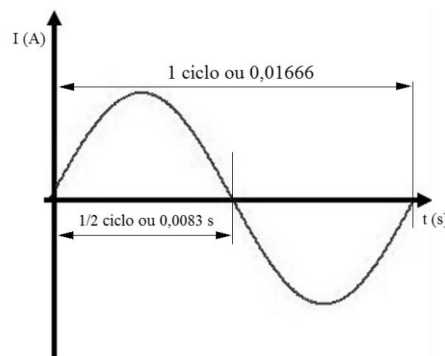


Figura 2.17 - Gráfico do ciclo da corrente elétrica

### 2.8.1.3 Força/Pressão entre Eletrodos e Resistência de Contato

A força dos eletrodos aplicada às peças de trabalho varia ao longo do processo, como apresentado pela Figura 2.18, a compressão inicial corresponde ao primeiro contato dos eletrodos para com a peça, momento o qual se dá o ajuste de posicionamento de superfícies que não são perfeitamente planas e, portanto, apresentam uma variação de posicionamento quando são pressionadas entre si. A medida em que se ocorre o processo, a pressão máxima ocorre no momento de soldagem, o qual pressiona o conjunto peças e eletrodos de modo a propiciar condições adequadas para a fusão do metal das peças, propiciando a endentação das peças, auxiliando também para evitar a expulsão do metal da poça de fusão.

A pressão é ajustada por reguladores de pressão e depende quase que exclusivamente da espessura do material a ser soldado. Essa força aplicada pelos eletrodos ou outros dispositivos apropriados não influencia diretamente na quantidade de calor gerado no processo, mas indiretamente, através de seu efeito na resistência de contato entre as peças. Quanto maior for a força aplicada, melhor o contato, e, portanto, menor resistência na interface peça-peça (MARQUES, MODENESI, BRACARENSE, 2014). Contudo, se aumentarmos excessivamente a pressão dos eletrodos, resultará deformação mecânica dos mesmos (BRACARENSE, 2000).

Por outro lado, segundo Marques *et al.* (2014), a aplicação de uma força muito pequena pode causar variações na resistência de contato, implicando em variações na qualidade dos pontos obtidos e, em casos extremos, à abertura de arco entre as peças. Segundo Bracarense (2000), nesse caso, decrescendo a pressão ou a força dos eletrodos



aumenta-se o aquecimento na face dos eletrodos podendo resultar num desgaste excessivo dos mesmos.

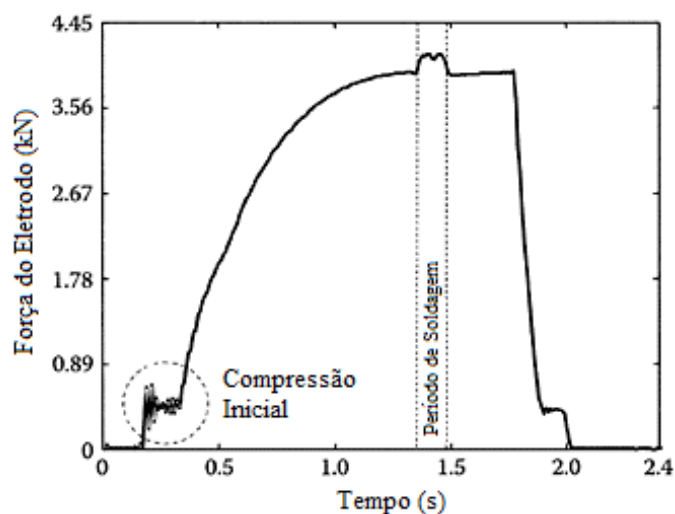


Figura 2.18 - Perfis de Força e Deslocamento do Eletrodo

Fonte: ZHANG e SENKARA (2006)

### 2.8.1.3.1 Pré-pressão e Pós-pressão

A força de pré-pressão é responsável por pressionar as chapas de modo que ocorra um bom assentamento para evitar problemas de expulsão de metal fundido da zona soldada. Durante a pressão de soldagem ocorre à passagem da corrente e a pós-pressão mantém o metal-base comprimido até que o ponto de solda se solidifique (PENTEADO, 2011). O perfil de força e corrente de soldagem é apresentado pela Figura 2.19.

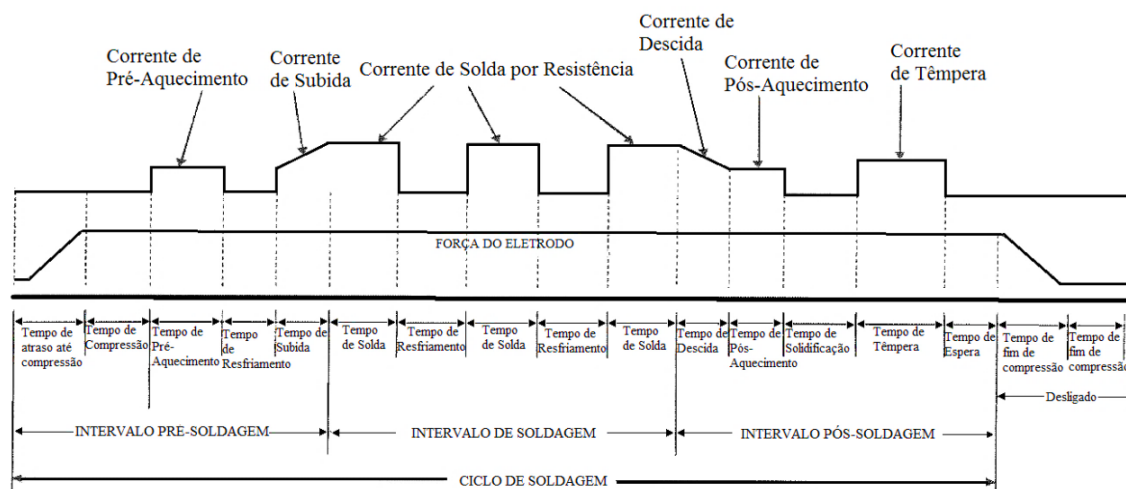


Figura 2.19 - Gráfico de Corrente e Força de Soldagem por Tempo

Fonte: AWS-J1.1-2013 - Resistance Weld Controls (2013)

## 2.8.2 Geometria do Ponto de Soldagem

Alguns parâmetros de medição de fundamental importância no processo de soldagem por resistência elétrica são obtidos em função da geometria do ponto de solda formado e também de sua Zona Termicamente Afetada (ZTA). De acordo com Zhou *et al.* (2003) eles são apresentados conforme a Figura 2.20:

- 1 – Zona de fusão
- 2 – Largura de Indentação
- 3 – Indentação ou Profundidade de Indentação
- 4 – Largura da solda
- 5 – Largura da Zona termicamente afetada
- 6 – Penetração

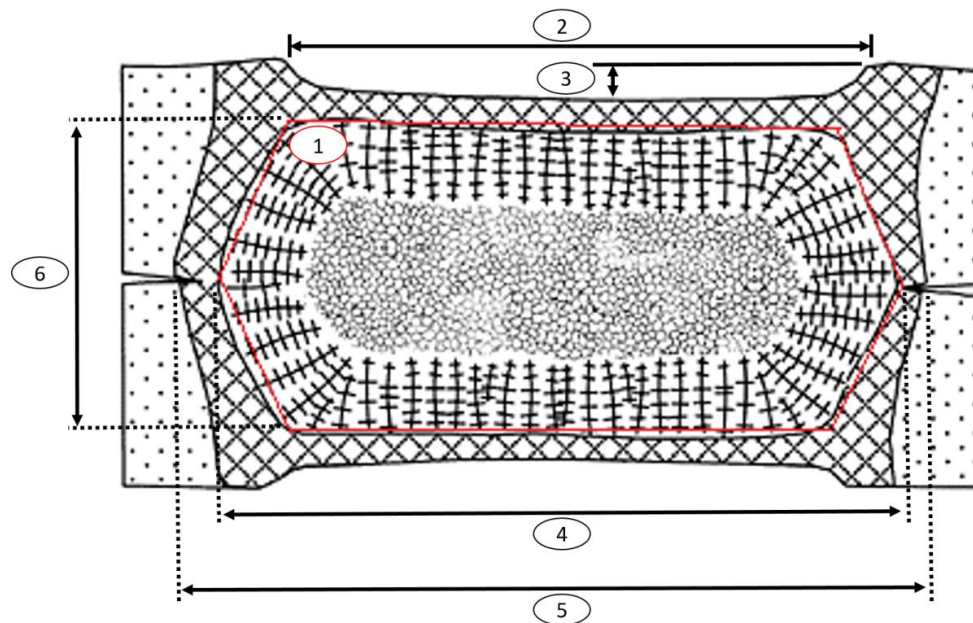


Figura 2.20 - Regiões do ponto de soldagem

Fonte: ZHANG e SENKARA (2006)

A indentação é um fenômeno esperado nos processos *RSW* que acontece devido a diminuição resistência à compressão da chapa soldada, pois o material tem sua ductilidade afetada em função do aquecimento característico do processo. Dessa forma, as chapas de metal a medida que continuam sendo aquecidas sob pressão dos eletrodos sofrem deformação em suas superfícies. Quando um eletrodo com uma área superficial pequena for empregado com pressão e densidade de corrente excessivamente altas a indentação pode ser profunda.

### 2.8.3 Qualidade da Solda

A análise da qualidade do produto final no processo de solda à pontos e dá pela avaliação de características quantitativas e qualitativas do ponto de soldagem. As medidas quantitativas de uma solda são obtidas em grande parte por meio de testes mecânicos. Eles revelam características importantes como o tamanho do ponto de solda e os carregamentos máximos os quais as juntas suportam. Como a resistência mecânica de uma solda geralmente se refere à sua capacidade de suportar cargas estáticas e dinâmicas, os ensaios mecânicos de uma solda podem ser estáticos ou dinâmicos, sendo eles instrumentados por máquinas ou não, destrutivos ou não destrutivos (ZHANG e SENKARA, 2006).

Os ensaios mais usuais relacionados às forças estáticas são o de tensão de cisalhamento, o de resistência à tração axial e o de resistência ao arrancamento. Já para os ensaios relacionados as forças dinâmicas tem-se o ensaio de resistência ao impacto e o ensaio de fadiga (ZHOU; ZHANG; HU, 2003).

Para Zhang *et al.* (2006), embora os ensaios dinâmicos para soldas a ponto sejam reconhecidos como um índice de qualidade importante devido à sua implicação sobre o desempenho de estruturas soldadas, os testes estáticos têm sido quase exclusivamente realizados devido à complexidade, à relativa baixa confiabilidade e repetibilidade e, sobretudo, ao alto custo associado aos ensaios dinâmicos. Ainda assim, no entanto, por razões práticas, na maioria dos casos apenas os ensaios de tensão de cisalhamento são realizados.

#### 2.8.3.1 Testes e Resultados Observados na Qualidade

- Inspeção Visual

A superfície de um ponto de solda deve ser uniforme na forma, relativamente plano e livre de fusão superficial, indentação profunda dos eletrodos, trincas, descoloração ao redor da solda e outros fatores que indicam necessidade de manutenção dos eletrodos ou funcionamento impróprio do equipamento. Contudo, a aparência superficial não é sempre um indicador confiável da qualidade da solda já que o desvio de corrente e outras causas que provocam o aquecimento insuficiente ou penetração inadequada, usualmente, não deixam efeitos visíveis nas chapas. Todas essas

consequências da solda, além de degradarem o aspecto da superfície, podem dar a impressão de que a solda é defeituosa, como o caso da descoloração ao redor da solda, evidente em aço revestido. Entretanto, em alguns casos esses fatores não são possíveis de serem eliminados (VARGAS, 2006; AMARAL, 2011).

- Teste de tensão de Cisalhamento (Instrumentados e destrutivos)

Este teste consiste em aplicar tensão ao conjunto de corpos de provas soldados em, de modo unidimensional em sentidos opostos até que haja separação. Em uma máquina de teste padrão, são colocados os corpos de prova unidos por um único ponto com dimensões padronizadas pela AWS/SAE 8.9M (2002). A carga e o alongamento do corpo de prova são monitorados. Os resultados do teste são utilizados para fazer as curvas de tensão-deformação, em que a tensão nominal e deformação nominal são calculadas a partir das dimensões iniciais da amostra, respectivamente.

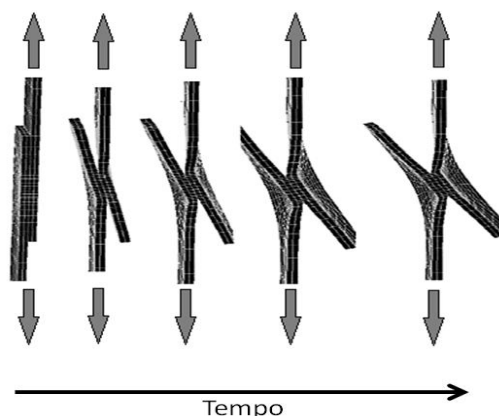


Figura 2.21 - Teste de tensão de Cisalhamento

Fonte: ZHANG; SENKARA (2006)

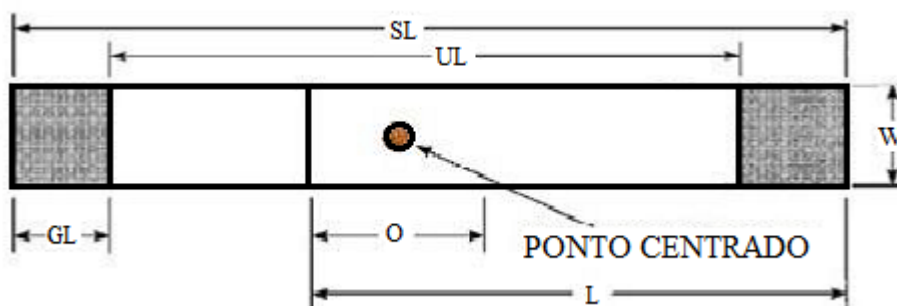


Figura 2.22 - Padrão de corpo de prova

Fonte: AWS (2002)

Tabela 2.1 – Referência de dimensionamento dos corpos de prova

Espessura da chapa	Comprimento de chapa	Largura	Superposição	Comprimento Total	Comprimento Livre	Comprimento a segurar
	L	W	O	SL	UL	GL
0,6 - 1,29	105	45	35	175	95	40
1,30 - 3,00	138	60	45	230	105	62,5

Fonte: AWS (2002)

Para a realização dos testes, os corpos de prova devem ser cortados nas dimensões 105 por 45 mm (Figura 2.23) e, posteriormente limpos de impurezas e óleos e dispostos para a soldagem, seguindo recomendações da norma AWS/SAE 8.9M (2002).

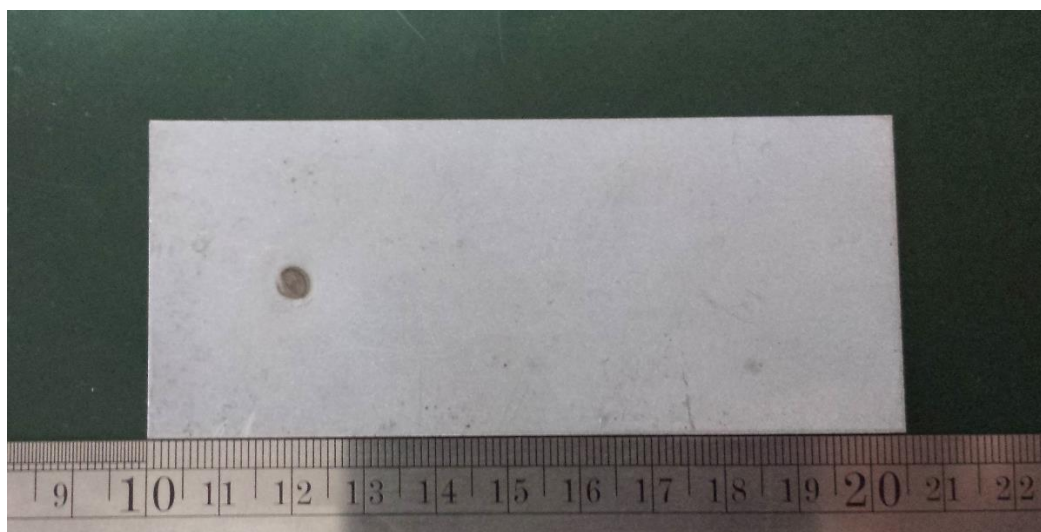


Figura 2.23 - Corpo de prova

- Teste de resistência à tração axial

Este teste de tensão analisa a resistência da solda com relação a cargas aplicadas perpendicularmente. A execução do teste e avaliação da resistência à tração axial são feitos de maneira semelhante ao teste de cisalhamento. Usualmente, esse teste é realizado com os corpos de prova em formato U, com furos em suas extremidades. Dobrados em três partes iguais (conforme a figura 2.24).

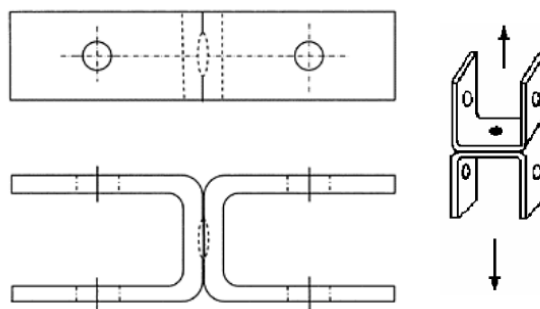


Figura 2.24 - Teste de resistência à tração axial

Fonte: ZHANG, SENKARA (2006)

A principal desvantagem de testes de tensão é a flexão inevitável de metais base antes da junta soldada seja totalmente carregado. Além disso, neste caso, a complicação na preparação dos corpos de prova, que envolve a flexão os cupons, a abertura de furos e parafusos (ZHANG e SENKARA, 2006).

- Teste Arrancamento

A execução desse teste visa separar os corpos de prova soldados de modo que se possa avaliar tanto o diâmetro do ponto de solda como modo de ruptura da junta. Esse tipo de teste é amplamente empregado devido a sua praticidade e baixo custo. Ele pode ser realizado com ferramentas manuais, como talhadeira ou com auxílio de máquinas de tração.

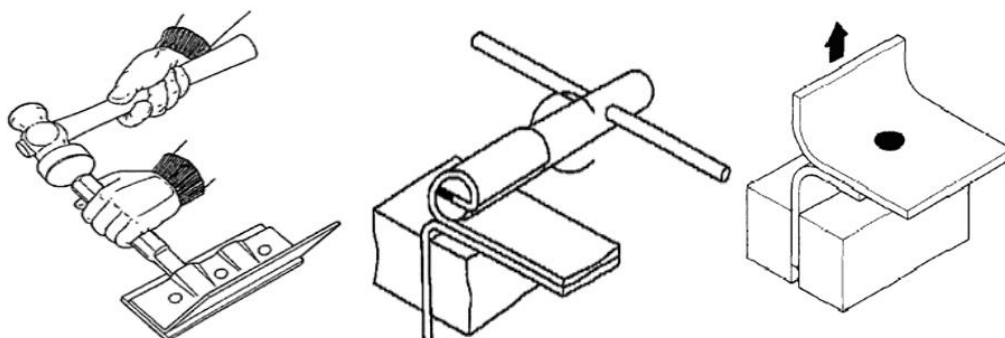


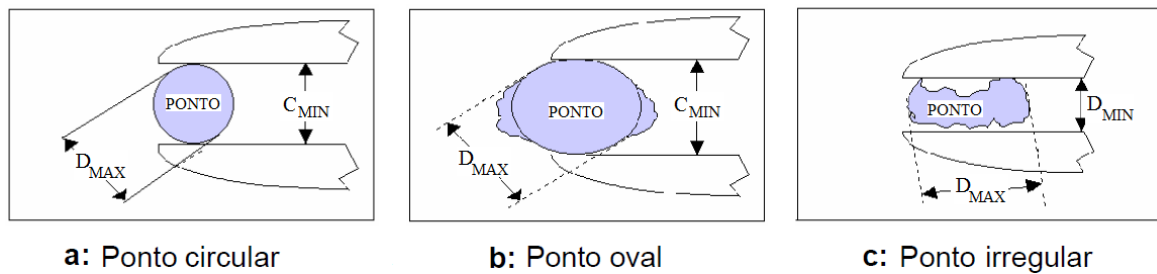
Figura 2.25 - Teste de Arrancamento

Fonte: ZHANG, SENKARA (2006)

- Diâmetro

Como o índice de qualidade mais comumente monitorado, tamanho da solda tem sido em muitos casos, a única medida de qualidade da solda. (ZHANG e

SENKARA, 2006). Após a separação dos corpos de prova o diâmetro é mensurado da seguinte forma:



a: Ponto circular

b: Ponto oval

c: Ponto irregular

Figura 2.26 - Medição do diâmetro do ponto de soldagem

Fonte: SANTOS (2006)

Para os casos de pontos irregulares, calcula-se tamanho pelo Diâmetro médio:

$$\text{Diâmetro médio} = \frac{(D_{\max} + D_{\min})}{2} \quad (2.64)$$

O diâmetro mínimo para uma solda de boa qualidade, segundo a norma ISO/DIS 14373 (2015), deve obedecer ao seguinte critério:

$$\text{Diâmetro} = 5 \sqrt{E} \quad (2.65)$$

Onde “E” é a espessura da menor chapa utilizada no conjunto soldado. Há também, por exemplo, na indústria automotiva, a norma MB 10382 utilizado como critério pela Mercedes-Benz, a qual o valor mínimo aceitável do diâmetro é calculado por:

$$\text{Diâmetro} = 4 \sqrt{E} \quad (2.66)$$

- Indentação

De acordo com Zang *et al.* (2006), a indentação é o recuo nas chapas de trabalho ocasionado pela pressão dos eletrodos durante a soldagem. Isso é um indicador direto da existência da solda e, algumas vezes, significa o montante de penetração da solda. Esse fenômeno é muito difícil de ser eliminado no processo de RSW ao menos que sejam utilizados eletrodos e procedimentos especiais. A indentação é permitida por grande parte das normas técnicas. AWS D8.7 especifica que o crescimento de uma indentação de até

30% no metal é aceitável. Uma endentação excessiva não é desejável para o acabamento superficial da junta soldada e para a capacidade de suportar cargas.

A indentação pode ser medida com o auxílio de sensores durante o processo, como o Transdutor Diferencial de Deslocamento Linear (*LVDT - linear variable differential transducer*) e/ou também com o relógio apalpador analógico juntamente com um traçador de altura.

- Modo de Ruptura

Esta é uma medida qualitativa da qualidade da solda. Tanto nos ensaios de tensão como o de arranchamento o modo de ruptura pode ser avaliado. Verifica se a fratura (abertura) é quebradiça ou dúctil. A morfologia de fratura também é examinada para ver se há um botão de solda destacável ou se a fratura interfacial deixas as superfícies lisas ou ásperas (ZHANG, SENKARA, 2006).

O modo de ruptura é um método de avaliação rápido que define se houve uma boa penetração da solda. Segundo Jou (2003), uma penetração adequada do ponto de solda deve preencher de 60% a 70% da espessura total somada do conjunto soldado. Goodarzi (2009) afirma que a penetração da solda tem forte influência da corrente e tempo de solda.

Um ponto é aprovado como em boas condições estruturais da junta soldada quando mesmo havendo o destacamento dos corpos de prova, a união soldada não se separa. Dessa maneira, de acordo com a DVS (2004), após a ruptura deve haver o arranchamento do ponto soldado, ou seja, uma das chapas deverá expor um furo no local em que se situava o ponto de solda. Os modos de ruptura são mostrados na figura 2.30. O ponto de solda ainda deverá obedecer a seu tamanho mínimo segundo a norma ISO/DIS 14373 (2004).



Figura 2.27 - Modos de ruptura: (a) interfacial (b) arrancamento do ponto (c) rasgamento da chapa (d) arrancamento do ponto com rasgamento da chapa

Fonte: AMARAL (2011)



- Resistências à Fadiga, ao Impacto, Resistência Máxima e Deformação de Ruptura
  - Como o objetivo de um teste mecânico, quer seja para obter uma medida quantitativa ou se obter uma noção qualitativa de qualidade da solda, as seguintes informações normalmente são recolhidas durante o teste:
  - Carga de pico: A força máxima medida durante o teste de tensão (Figura 2.31), dessa forma, sabe-se a resistência máxima de ruptura da junta soldada.
  - Ductilidade: Este parâmetro geralmente se refere a uma medida quantitativa da qualidade da solda, usando quantidades tais como deslocamento máximo ou energia, conforme definido na Figura 2.31.
  - Resistência à fadiga: Esta é geralmente indicada em termos do número de ciclos até à falha sob um determinado padrão de cargas repetidas, sob a forma de curvas L-N.
  - Energia de impacto: Este é o total de energia absorvida por uma junta soldada sob uma carga de impacto. Ela tem uma implicação significativa na resistência ao choque de uma estrutura soldada. (ZHANG e SENKARA, 2006).

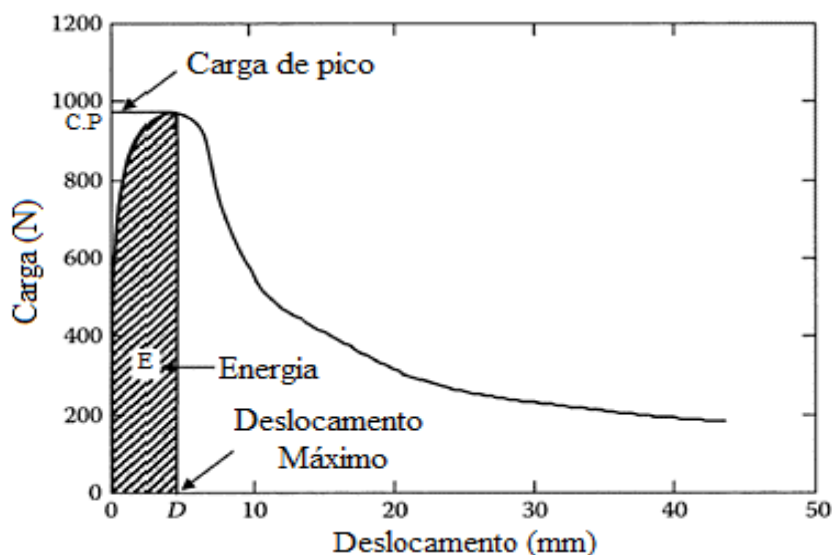


Figura 2.28 - Gráfico de Carga por Deslocamento

Fonte: ZHANG e SENKARA (2006)

### 3. MÉTODOS MULTIVARIADOS PROPOSTOS

Dado que de acordo com Paiva *et al.* (2009) a maior parte dos métodos de otimização multi-objetivo ignora a correlação entre as variáveis de resposta, e que consequentemente tal fato pode proporcionar cenários de ótimos conflitantes, este trabalho propõe um método para se atribuir alvos para problemas de otimização multi-objetivo multivariada de funções-objetivo correlacionadas, de modo a se manter para os alvos as mesmas as correlações das funções-objetivos originais.

Visando explorar o método proposto são discutidas duas hipóteses. Para abordar a hipótese 1, de que métricas multivariadas de redução de dimensionalidade modeladas produzem afastamentos maiores em relação ao ponto de ótimo do que as não modeladas, o método proposto é abordado em duas variações com relação a aplicação da equação do Erro Quadrático Médio Multivariado, denominadas Procedimento A e Procedimento B.

Já a hipótese 2, a qual considera que a adoção de alvos por otimização individual aumenta o afastamento global das funções em relação ao ponto de utopia, tem sua abordagem feita explorando pela otimização individual dos modelos do processo e posterior medição do afastamento em relação ao alvo de otimização por meio do EPG.

#### 3.1 Hipótese 1

Os dois procedimentos que exploram tal hipótese estão definidos em 8 passos cada, sendo que os 4 primeiros passos são os mesmos. No Procedimento A: A função objetivo da otimização é a equação de MMSE, a qual tem como polinômio de segunda ordem o componente principal. No procedimento B: Já a função objetivo da otimização deste procedimento é o polinômio modelado a partir dos MMSEs calculados para cada escore do componente principal. Ou seja, caracterizando a métrica de redução de dimensionalidade modelada.

- **Passo1:** são modelados polinômios os quais relacionam as variáveis de entrada para com as variáveis de saída do processo;
- **Passo2:** uma vez que as variáveis de saída do processo estejam modeladas, investiga-se a existência de multicolinearidade entre as mesmas;

- **Passo 3:** considerando a multicolinearidade existente entre as variáveis de saída, emprega-se então a análise de componentes principais para se reduzir a quantidade de variáveis e então evitar a multicolinearidade na posterior otimização;
- **Passo 4:** antes da aplicação de um método de otimização, necessita-se que sejam atribuídos os alvos para a convergência das respectivas funções objetivos. A proposta deste trabalho é que a partir de fixação de um alvo, da variável de maior importância ao processo, os demais alvos sejam previstos por meio da regressão de Mínimos Quadrados Parciais (PLS);

#### **Procedimento A:**

- **A - Passo 5:** os escores do componente principal (passo 3) são modelados por meio da regressão de Mínimos Quadrados Ordinários;
- **A - Passo 6:** calcula-se o Erro Quadrático Médio Multivariado a partir da função de polinômio do componente principal modelado;
- **A - Passo 7:** é aplicado o método de otimização GRG, tendo como a função objetivo e equação do MMSE;
- **A - Passo 8:** é mensurado por meio da métrica EPG a distância do ponto de ótimo alcançado em relação ao ponto de utopia da otimização, ou seja, o alvo ideal previsto.

#### **Procedimento B:**

- **B - Passo 5:** é calculado o Erro Quadrático Médio Multivariado para cada escore do componente principal (passo 3);
- **B - Passo 6:** os MMSEs dos escores do componente principal são modelados por meio da regressão de Mínimos Quadrados Ordinários;
- **B - Passo 7:** é aplicado o método de otimização GRG, tendo como função objetivo a equação modelada dos MMSEs a partir dos escores do componente principal;
- **B - Passo 8:** é mensurado por meio da métrica EPG a distância do ponto de ótimo alcançado em relação ao ponto de utopia da otimização, ou seja, o alvo ideal previsto.

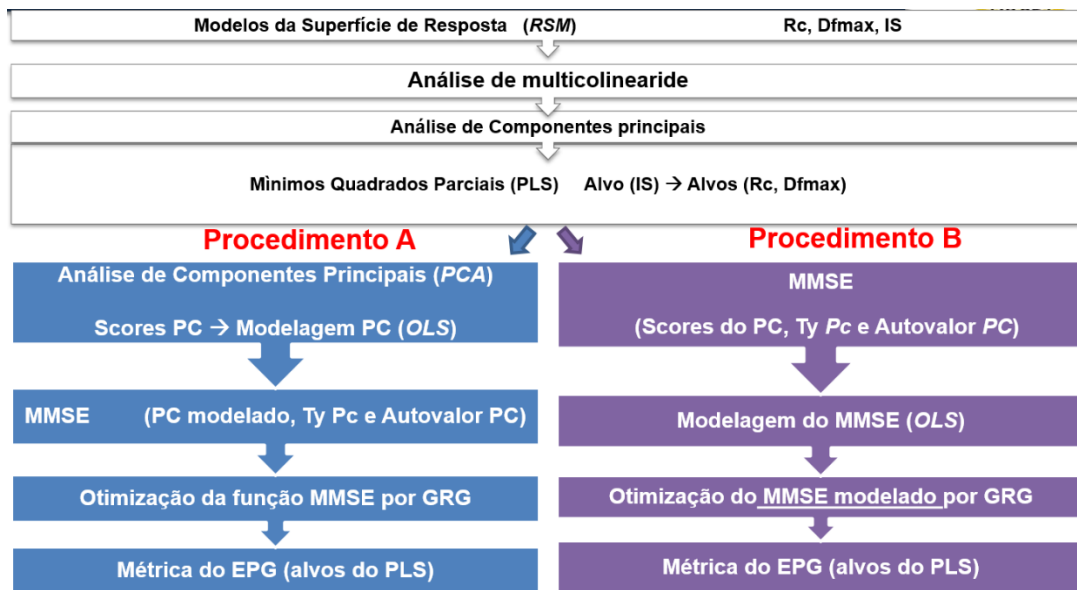


Figura 3.1 - Fluxograma dos Procedimentos Hipótese 1

## 3.2 Hipótese 2

Para se abordar a hipótese 2, a qual considera que a adoção de alvos por otimização individual aumenta o afastamento global das funções em relação ao ponto de utopia, são realizadas as seguintes etapas:

- **Passo1:** são modelados polinômios os quais relacionam as variáveis de entrada para com as variáveis de saída do processo (idêntico hipótese1);
- **Passo2:** por por GRG são então realizadas as otimizações individuais dos modelos de cada variável de saída. Os ótimos devem convergir para os ótimos individuais de cada função objetivo;
- **Passo3:** dada a variável de maior importância no processo fixa-se o ponto de ótimo da otimização individual da mesma como um alvo, então por meio da regressão do Mínimos Quadrados Parciais (PLS) os demais alvos sejam previstos;
- **Passo4:** medição do afastamento entre o resultado obtido da otimização e o ponto de ótimo.

## 4. APLICAÇÃO DOS MÉTODOS PROPOSTOS

### 4.1 Análise da Hipótese 1

Para aplicação do método proposto nesse trabalho utiliza os dados do trabalho de Baldim (2014). Para otimização do processo são considerados quatro parâmetros de entrada e três parâmetros de saída do processo de solda a ponto por resistência elétrica do aço galvanizado. As variáveis de entrada (controle) mais significativas são:

- $I_{preaq}$  – Corrente elétrica de pré-aquecimento [%A];
- $T_{preaq}$  – Tempo de duração do pré-aquecimento [Ciclos];
- $I_{solda}$  – Corrente elétrica de solda [%A];
- $T_{solda}$  – Tempo de duração da solda [Ciclos].

A Corrente Elétrica de pré-aquecimento e de solda tem sua unidade de medida expressa pela porcentagem com relação ao valor de 6000 Ampères. Já a unidade de medida dos tempos de duração do pré-aquecimento e de solda são dados em ciclos, cada ciclo é equivalente a 0,016 segundos. A pressão dos eletrodos, ou força de forja, é fixada em 4,3 bar na regulagem da máquina.

Quanto as variáveis de saída (parâmetros de qualidade), são consideradas:

- RC - Resistência ao cisalhamento [N];
- $DF_{máx}$  - Deformação observada na força máxima de ruptura [mm];
- IS - Indentação medida pelo sensor de deslocamento do eletrodo [mm];

Com relação a aplicação dos procedimentos da hipótese 1, como os quatro primeiros passos são idênticos nos dois procedimentos e são obtidos os mesmos valores, foram descritos apenas uma única vez:

- **Passo 1:** são modelados polinômios os quais relacionam as variáveis de entrada para com as variáveis de saída do processo. Neste caso, o fenômeno modelado, o processo de soldagem a ponto do aço galvanizado por Baldim (2014), não obedeceu ao comportamento de uma função linear. Então foi aplicada a Metodologia de

Superfície de Resposta, a qual por meio dos Mínimos Quadrados Ordinários modelou polinômios que relacionam as variáveis de entrada com as variáveis de saída.

Tabela 4.1 - Planejamento de Experimento CCD

Número	Parâmetros				Respostas			
	Tpreaq	Ipreaq	Tsolda	Isolda	RC	DFmax	IS	
1	5	70	10	84	3826	1,57	0,16	
2	11	70	10	84	4250	1,55	0,18	
3	5	80	10	84	4243	1,76	0,17	
4	11	80	10	84	5184	2,97	0,21	
5	5	70	14	84	4816	2,15	0,21	
6	11	70	14	84	5048	2,34	0,27	
7	5	80	14	84	5148	2,82	0,22	
<b>Fatorial</b> <b>Completo</b>	8	11	80	14	84	5540	3,13	0,30
	9	5	70	10	90	4633	2,35	0,19
	10	11	70	10	90	5240	2,56	0,23
	11	5	80	10	90	4813	2,2	0,20
	12	11	80	10	90	5418	3,44	0,32
	13	5	70	14	90	5378	2,92	0,23
	14	11	70	14	90	5483	3,11	0,31
	15	5	80	14	90	5395	3,12	0,25
	16	11	80	14	90	5947	3,68	0,45
	17	2	75	12	87	4853	2,37	0,23
	18	14	75	12	87	5639	3,78	0,36
<b>Pontos</b> <b>Axiais</b>	19	8	65	12	87	5046	2,43	0,26
	20	8	85	12	87	5250	2,96	0,34
	21	8	75	8	87	4246	1,35	0,22
	22	8	75	16	87	5731	3,44	0,37
	23	8	75	12	81	4229	1,61	0,23
	24	8	75	12	93	5186	2,54	0,30
<b>Pontos</b> <b>Centrais</b>	25	8	75	12	87	4948	2,66	0,30
	26	8	75	12	87	5134	2,65	0,28
	27	8	75	12	87	5084	2,94	0,29
	28	8	75	12	87	4904	2,88	0,28
	29	8	75	12	87	5283	3,13	0,29
	30	8	75	12	87	5285	3,19	0,28
	31	8	75	12	87	5380	3,25	0,29

Fonte: BALDIM (2014)

Tabela 4.2 - Modelagem das variáveis de resposta

Termos	RC		DFmax		IS	
	Coef.	P-value	Coef.	P-value	Coef.	P-value
Constante	5145,4	0,000	2,96	0,000	0,288	0,000
Tpreaq	226,3	0,000	0,28	0,000	0,037	0,000
Ipreaq	142,6	0,000	0,23	0,000	0,022	0,002
Tsolda	338,3	0,000	0,38	0,000	0,036	0,000
Isolda	256,9	0,000	0,29	0,000	0,025	0,001
Tpreaq <sup>2</sup>	25,2	0,405	0,04	0,455	-0,006	0,315
Ipreaq <sup>2</sup>	0,7	0,982	-0,06	0,245	-0,004	0,429
Tsolda <sup>2</sup>	-39,2	0,201	-0,13	0,014	-0,006	0,289
Isolda <sup>2</sup>	-109,5	0,002	-0,21	0,000	-0,013	0,024
Tpreaq*Ipreaq	70,1	0,093	0,17	0,017	0,015	0,045
Tpreaq*Tsolda	-81,0	0,056	-0,09	0,196	0,013	0,087
Tpreaq*Isolda	-7,5	0,851	0,03	0,627	0,013	0,079
Ipreaq*Tsolda	-25,3	0,530	-0,01	0,916	0,003	0,642
Ipreaq*Isolda	-83,5	0,050	-0,10	0,147	0,011	0,144
Tsolda*Isolda	-59,4	0,151	-0,02	0,767	0,001	0,895
R <sup>2</sup>	94,52%		91,35%		89,31%	
R <sup>2</sup> ajustado	89,72%		83,78%		79,96%	

Os dados completos das regressões realizadas estão no Apêndice A.

- **Passo 2:** investiga-se a existência de multicolinearidade entre as a variáveis de saída do processo;

Tabela 4.3 - Análise de Correlação das Variáveis de saída

	RC	Dfmax
<b>Dfmax</b>	0,938 <i>0,000</i>	
<b>IS</b>	0,803 <i>0,000</i>	0,795 <i>0,000</i>
Correlação de Pearson <i>P-value</i>		

Há forte correlação entre as variáveis de saída do processo, pois a correlação de Pearson apresentou valores bem próximos de 1.

- **Passo 3:** Considerando a multicolinearidade existente entre as variáveis de saída, emprega-se então a análise de componentes principais para se reduzir a quantidade de variáveis e então evitar a multicolinearidade na posterior otimização:

Foram obtidos os escores, o autovalor e os autovetores dos componentes principais. O dados gerados na análise de componentes principais encontra-se na Tabela 4.4 e nas Figuras 4.1 e 4.2.

Tabela 4.4 - Autovetores da Matriz de Correlação

	PC1	PC2	PC3
Autovalor	2,6921	0,2458	0,0621
Proporção	0,897	0,082	0,021
Acumulativo	0,897	0,979	1,000
RC	0,589	-0,376	-0,716
Dfmax	0,587	-0,409	0,698
IS	0,555	0,831	0,020

Apenas um componente principal (PC1) é capaz de explicar em maior proporção o fenômeno observado, cerca de 90%.

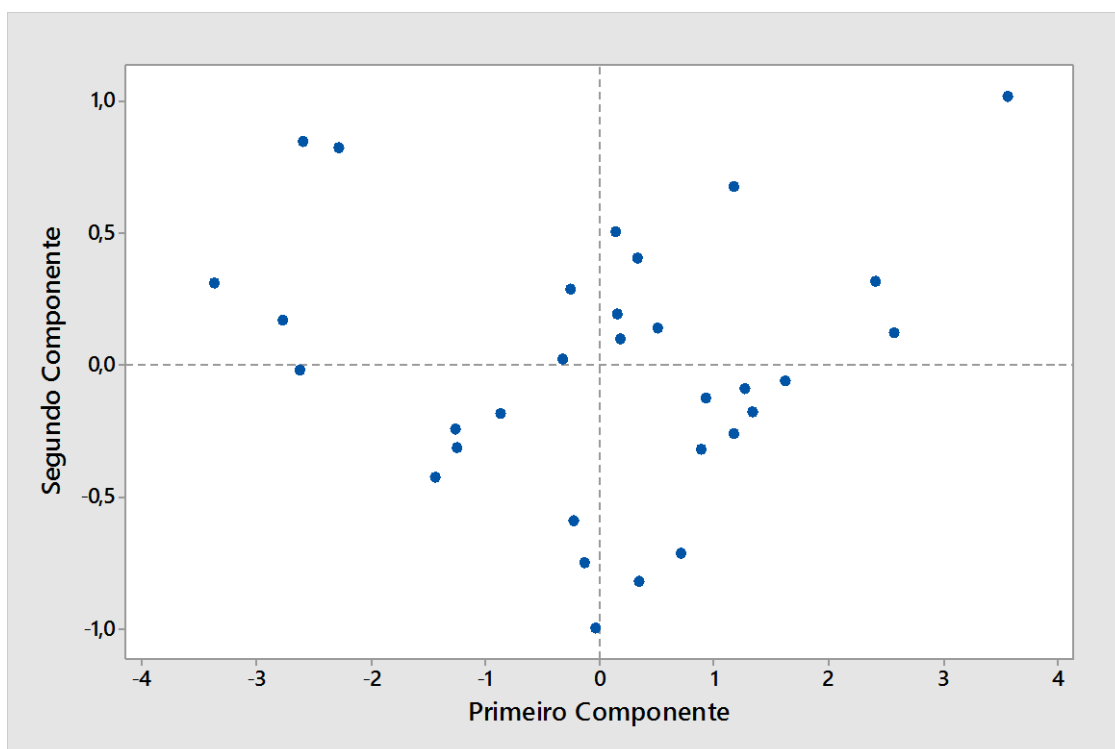


Figura 4.1 - Plotagem dos escores de RC; Dfmax; IS



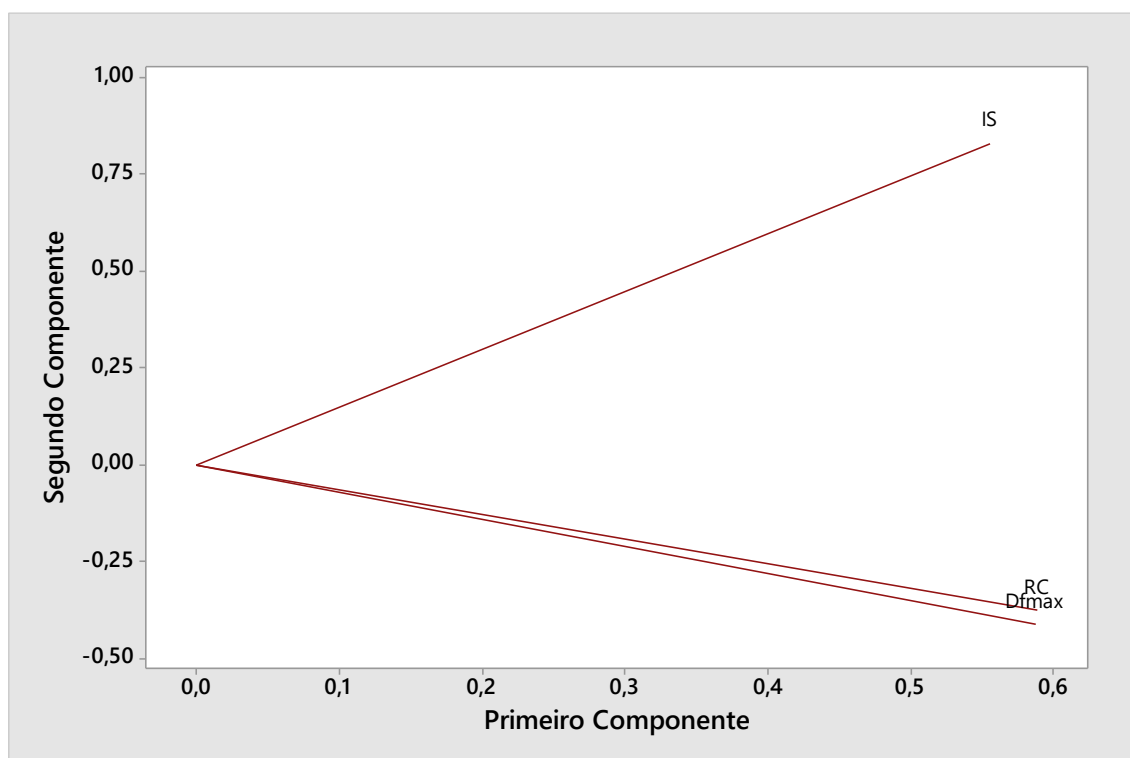


Figura 4.2 - Loading Plot of RC; Dfmax; IS

Tabela 4.5 - Análise de Correlação PCA

	RC	Dfmax	IS	PC1	PC2
<b>Dfmax</b>	0,938 <i>0,000</i>				
<b>IS</b>	0,803 <i>0,000</i>	0,795 <i>0,000</i>			
<b>PC1</b>	0,966 <i>0,000</i>	0,964 <i>0,000</i>	0,911 <i>0,000</i>		
<b>PC2</b>	-0,186 <i>0,316</i>	-0,203 <i>0,274</i>	0,412 <i>0,021</i>	-0,000 <i>1,000</i>	
<b>PC3</b>	-0,178 <i>0,337</i>	0,174 <i>0,349</i>	0,005 <i>0,978</i>	0,000 <i>1,000</i>	-0,000 <i>1,000</i>
Correlação de Pearson					
<i>P-value</i>					

O PC1 tem forte correlação com as variáveis de resposta.

O PC2 tem baixa correlação fraca com IS e desprezível com RC e Dfmax.

O PC3 tem correlação desprezível com todas as variáveis.

- **Passo 4:** são atribuídos os alvos de otimização para as respectivas funções objetivos. Dado que a Indentação é o fator limitante e que a Resistência ao Cisalhamento (RC) e a Deformação observada na carga máxima de ruptura ( $D_{fmax}$ ) são alvos do tipo quanto maior melhor. E que a norma AWS D8.7 estabelece como aceitável o crescimento da Indentação no metal em até 30%. Dessa forma, como a espessura da chapa de aço em estudo é de 1 mm, tem-se o alvo para IS fixado em 0,30 mm. Então, é realizada a previsão dos outros alvos por meio da regressão de Mínimos Quadrados Parciais. Os dados estão dispostos nas Tabelas 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 e Apêndice B.

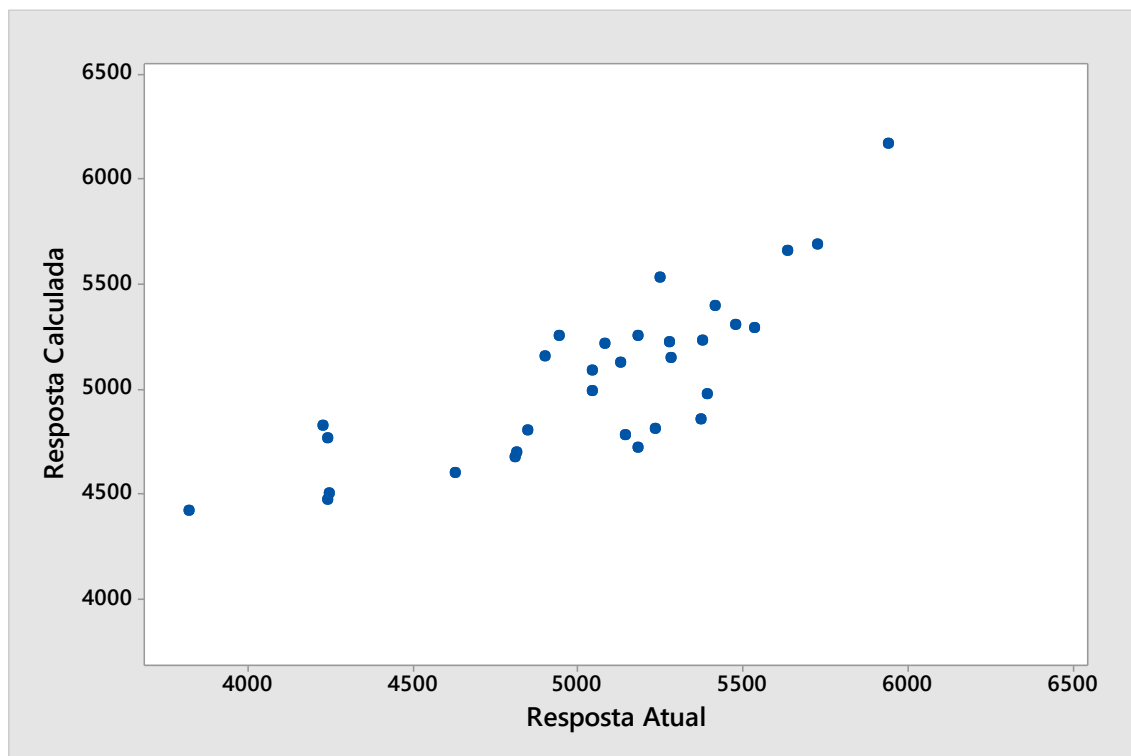


Figura 4.3 - Resposta Rc (1 componente)

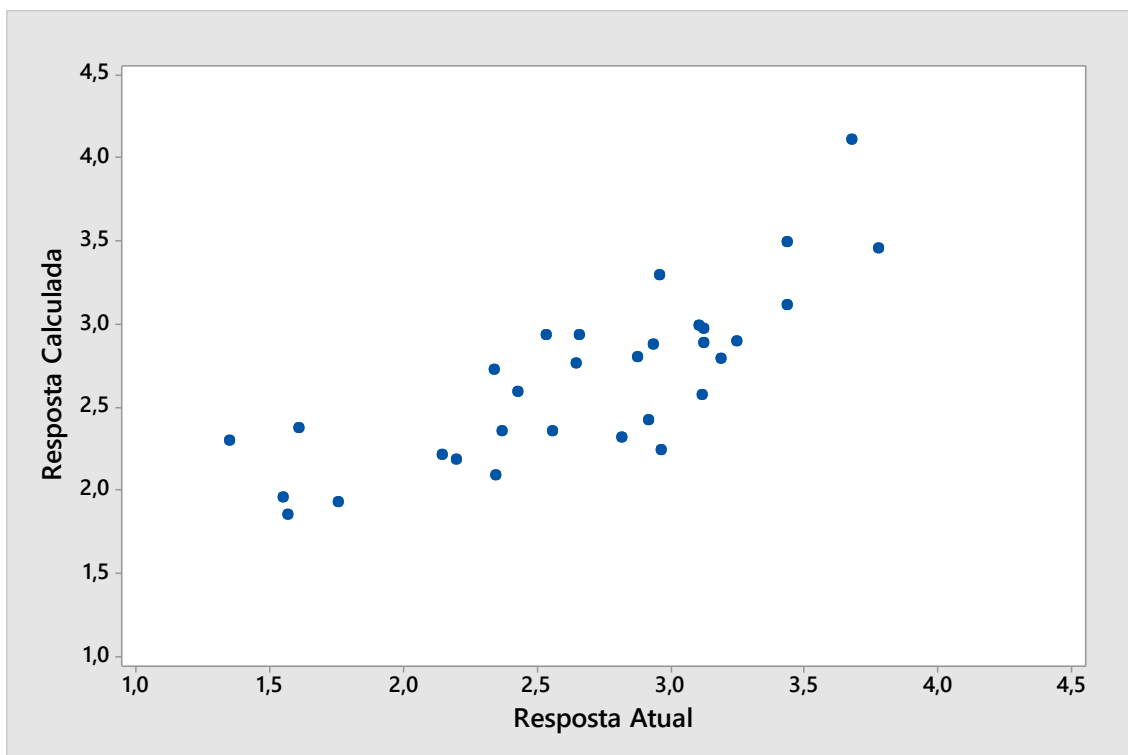


Figura 4.4 - Resposta Dfmax (1 componente)

Tabela 4.6 - Análise de Variância do PLS

ANOVA										
Fonte	RC					Dfmax				
	DF	SS	MS	F	P	DF	SS	MS	F	P
Regressão	1	4649784	4649784	52,49	0,000	1	7,7629	7,629	79,86	0,000
Resíduos	29	2569153	88591			29	4,5153	0,1557		
Erro										
Total	30	7218937				300	12,2782			

Tabela 4.7 - Seleção de Modelo e Validação

	RC	Dfmax
Componentes	1	1
Variância	1	1
Erro	2569153	4,51530
R <sup>2</sup>	0,644109	0,632250

Tabela 4.8 - Coeficientes do PLS

	RC	Dfmax	RC Padronizado	Dfmax Padronizado
Constante	3406,93	0,54916	0,000000	0,000000
IS	6190,71	7,99900	0,802564	0,795142

Os valores dos alvos previstos possuem um Intervalo Confiança de 95% e um Intervalo de Previsão de 95%.

Tabela 4.9 - Previsão dos valores Alvos *PLS*

	<b>RC</b>	<b>Dfmax</b>
Alvo	5264,14	2,94886
Desvio Padrão Alvo	61,0644	0,0809536
I.C. 95%	(5139,25; 5389,03)	(2,78329; 3,11442)
I.P. 95%	(4642,71; 5885,57)	(2,12502; 3,77269)

- **Procedimento A – passo 5:** os escores do componente principal são modelados por meio da regressão de Mínimos Quadrados Ordinários.

Tabela 4.10 - PC1 Modelado

<b>Termos</b>	<b>PC<sub>1</sub></b>	
	Coef.	P-value
Constante	0,571	0,004
Tpreaq	0,851	0,000
Ipreaq	0,579	0,000
Tsolda	1,069	0,000
Isolda	0,790	0,000
Tpreaq <sup>2</sup>	0,016	0,855
Ipreaq <sup>2</sup>	-0,090	0,306
Tsolda <sup>2</sup>	-0,220	0,020
Isolda <sup>2</sup>	-0,443	0,000
Tpreaq*Ipreaq	0,377	0,005
Tpreaq*Tsolda	-0,064	0,585
Tpreaq*Isolda	0,137	0,248
Ipreaq*Tsolda	-0,007	0,950
Ipreaq*Isolda	-0,095	0,419
Tsolda*Isolda	-0,081	0,490
R <sup>2</sup>	95,87%	
R <sup>2</sup> ajustado	92,25%	

Os dados completos da regressão realizada está no Apêndice A.

- **Procedimento A – passo 6:** calcula-se o Erro Quadrático Médio Multivariado a partir da função de polinômio do componente principal modelado.

As variáveis normais padronizadas são calculadas de acordo com a Equação 2.57:

$$\left[ Z \left( Y_j | \zeta_{Y_j} \right) \right] = \frac{\left( \zeta_{Y_j} \right) - \mu_{Y_j}}{\sigma_{Y_j}}$$

onde alvo para as respostas originais  $\zeta_{Y_j}$  são os valores previstos pelo PLS;

$$\left[ Z(RC|5264,14) \right] = \frac{(5264,14) - 5050,33}{490,54} = 0,436$$

$$\left[ Z(Dfmax|2,949) \right] = \frac{(2,949) - 2,673}{0,640} = 0,432$$

$$\left[ Z(IS|0,3) \right] = \frac{(0,3) - 0,265}{0,064} = 0,543$$

Então o alvo para o componente principal é calculado a Equação 2.56:

$$\zeta_{PC_1} = \sum_{j=1}^p e_{ij} \cdot \left[ Z \left( Y_j | \zeta_{Y_j} \right) \right]$$

$$e_{ij} \cdot \left[ Z(RC|5264,14) \right] = 0,2567$$

$$e_{ij} \cdot \left[ Z(Dfmax|2,949) \right] = 0,2535$$

$$e_{ij} \cdot \left[ Z(IS|0,3) \right] = 0,3014$$

Portanto:

$$\zeta_{PC_1} = 0,8117$$

Por fim, o MMSE é calculado em função de PC, o qual esta em função das variáveis de entrada (Ipreaq, Tpreaq, Isolda, Tsolda), pela Equação 2.54:

$$MMSE = (PC_1 - \zeta_{PC_1})^2 + \lambda_{PC_1}$$

Onde:

$$\begin{aligned} PC_1 = & 0,571 + 0,8511 \text{ Ipreaq} + 0,5790 \text{ Tpreaq} + 1,0691 \text{ Isolda} + 0,7899 \text{ Tsolda} \\ & + 0,0159 \text{ Ipreaq} * \text{Ipreaq} - 0,0903 \text{ Tpreaq} * \text{Tpreaq} - 0,2203 \text{ Isolda} * \text{Isolda} \\ & - 0,4432 \text{ Tsolda} * \text{Tsolda} + 0,377 \text{ Ipreaq} * \text{Tpreaq} - 0,064 \text{ Ipreaq} * \text{Isolda} \\ & + 0,137 \text{ Ipreaq} * \text{Tsolda} - 0,007 \text{ Tpreaq} * \text{Isolda} - 0,095 \text{ Tpreaq} * \text{Tsolda} \\ & - 0,081 \text{ Isolda} * \text{Tsolda} \end{aligned}$$

O alvo para PC1 na função de MMSE  $\zeta_{PC_1} = 0,8117$

Autovalor de PC1  $\lambda_{PC_1} = 2,6921$

- **Procedimento A – passo 7:** é aplicado o método de otimização GRG, tendo como a função objetivo e equação do MMSE.

$$\text{Minimizar} \quad MMSE = (PC_1 - \zeta_{PC_1})^2 + \lambda_{PC_1}$$

A restrição usada é para garantir a propriedade de rotacionalidade, o que significa que o raio experimental manterá a mesma variância.

$$G(x) = \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X} \leq \rho^2$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} \text{Ipreaq} \\ \text{Tpreaq} \\ \text{Isolda} \\ \text{Tsolda} \end{bmatrix} \cdot [\text{Ipreaq} \quad \text{Tpreaq} \quad \text{Isolda} \quad \text{Tsolda}] \leq \rho^2$$

$$G(x) = \text{Ipreaq}^2 + \text{Tpreaq}^2 + \text{Isolda}^2 + \text{Tsolda}^2 \leq \rho^2$$

$$G(x) \leq 4$$

Da Equação 2.9 a restrição para o problema de otimização é calculada, sabendo que  $k = 4$ , então:

$$\rho = \alpha = (2^k)^{1/4} \quad \Rightarrow \quad \alpha = (2^4)^{1/4} = 2 \quad ; \quad \rho^2 = 4$$

A resposta ótima encontrada foi :

O valor mínimo de  $MMSE = 2,692$

$$G(x) = \text{Ipreaq}^2 + \text{Tpreaq}^2 + \text{Isolda}^2 + \text{Tsolda}^2 = 0,0211$$

Sendo, portanto, as variáveis de entrada:

$$\text{Ipreaq} = \mathbf{8,2\%} \quad \text{Tpreaq} = \mathbf{75,2 \text{ ciclos}} \quad \text{Isolda} = \mathbf{12,2\%} \quad \text{Tsolda} = \mathbf{87,2\%}$$

E as variáveis de saída:

$$\text{RC} = \mathbf{5216,09 \text{ N}} \quad \text{Dfmax} = \mathbf{3,042 \text{ mm}} \quad \text{IS} = \mathbf{0,297 \text{ mm}}$$

- **Procedimento A – passo 8:** é mensurado por meio da métrica EPG a distância do ponto de ótimo alcançado em relação ao ponto de utopia da otimização, ou seja, o alvo ideal previsto.

Medição do afastamento entre o resultado obtido da otimização e o ponto de ótimo, que foram os alvos previstos pela regressão PLS. O EPG é calculado pela Equação 2.58:

$$EPG = \sum_{i=1}^m \left| \frac{y_i^*}{T_i} - 1 \right|$$

$$EPG = \left| \frac{5216,09}{5264,14} - 1 \right| + \left| \frac{3,042}{2,949} - 1 \right| + \left| \frac{0,297}{0,3} - 1 \right|$$

$$EPG = 0,0091 + 0,0314 + 0,0104$$

$$EPG = 0,051$$

Então, o EPG do procedimento A é 0,051.

- **Procedimento B – passo 5:** é calculado o Erro Quadrático Médio Multivariado para cada escore do componente principal.

O cálculo do MMSE se dá a partir dos escores de PC1. As variáveis normais padronizadas são calculadas pela Equação 2.57:

$$\left[ Z \left( Y_j \mid \zeta_{Y_j} \right) \right] = \frac{\left( \zeta_{Y_j} \right) - \mu_{Y_j}}{\sigma_{Y_j}}$$

onde alvo para as respostas originais  $\zeta_{Y_j}$  são os valores previstos pelo PLS;

$$\left[ Z(RC \mid 5264,14) \right] = \frac{(5264,14) - 5050,33}{490,54} = 0,436$$

$$[Z(Dfmax|2,949)] = \frac{(2,949) - 2,673}{0,640} = 0,432$$

$$[Z(IS|0,3)] = \frac{(0,3) - 0,265}{0,064} = 0,543$$

Então o alvo para o componente principal é calculado pela Equação 2.56:

$$\zeta_{PC_1} = \sum_{j=1}^p e_{ij} \cdot [Z(Y_j | \zeta_{Y_j})]$$

$$e_{ij} \cdot [Z(RC|5264,14)] = 0,2567$$

$$e_{ij} \cdot [Z(Dfmax|2,949)] = 0,2535$$

$$e_{ij} \cdot [Z(IS|0,3)] = 0,3014$$

Portanto:

$$\zeta_{PC_1} = 0,8117$$

Então, o MMSE é calculado em função dos escores de PC, modificando na Equação 2.54 o componente principal modelado pelos escores desse componente.

$$MMSE = (Escores_{PC_1} - \zeta_{PC_1})^2 + \lambda_{PC_1}$$

Onde:

$$\text{O alvo para PC1 na função de MMSE } \zeta_{PC_1} = 0,8117$$

$$\text{Autovalor de PC1 } \lambda_{PC_1} = 2,6921$$



Tabela 4.11 - MMSE para os escores de PC1

Número	Parâmetros				Escores PC1	MMSE
	Tpreaq	Ipreaq	Tsolda	Isolda		
1	5	70	10	84	-3,370	20,182
2	11	70	10	84	-2,765	15,488
3	5	80	10	84	-2,619	14,459
4	11	80	10	84	-0,032	3,403
5	5	70	14	84	-1,264	6,999
6	11	70	14	84	-0,255	3,829
7	5	80	14	84	-0,133	3,585
<b>Fatorial</b>	8	80	14	84	1,339	2,970
<b>Completo</b>	9	70	10	90	-1,430	7,716
	10	70	10	90	-0,218	3,751
	11	80	10	90	-1,248	6,936
	12	80	10	90	1,625	3,353
	13	70	14	90	0,348	2,908
	14	70	14	90	1,273	2,905
	15	80	14	90	0,719	2,701
	16	80	14	90	3,571	10,309
	17	2	75	12	-0,864	5,499
	18	14	75	12	2,581	5,823
	19	8	65	12	-0,314	3,959
<b>Pontos</b>	20	8	85	12	1,182	2,829
<b>Axiais</b>	21	8	75	8	-2,586	14,238
	22	8	75	16	2,414	5,261
	23	8	75	12	-2,282	12,265
	24	8	75	12	0,327	2,927
	25	8	75	12	0,148	3,133
	26	8	75	12	0,180	3,091
	27	8	75	12	0,513	2,781
<b>Pontos</b>	28	8	75	12	0,161	3,116
<b>Centrais</b>	29	8	75	12	0,935	2,707
	30	8	75	12	0,889	2,698
	31	8	75	12	1,172	2,822

- **Procedimento B – passo 6:** os MMSEs dos escores do componente principal são modelados por meio da regressão de Mínimos Quadrados Ordinários.

Tabela 4.12 - MMSE Modelado

Termos	MMSE	
	Coef.	P-value
Constante	2,907	0,000
Tpreaq	-0,784	0,030
Ipreaq	-0,763	0,034
Tsolda	-2,377	0,000
Isolda	-2,042	0,000
Tpreaq <sup>2</sup>	0,750	0,024
Ipreaq <sup>2</sup>	0,183	0,551
Tsolda <sup>2</sup>	1,772	0,000
Isolda <sup>2</sup>	1,234	0,001
Tpreaq*Ipreaq	0,262	0,525
Tpreaq*Tsolda	1,695	0,001
Tpreaq*Isolda	1,225	0,008
Ipreaq*Tsolda	1,369	0,004
Ipreaq*Isolda	1,756	0,000
Tsolda*Isolda	2,076	0,000
R <sup>2</sup>	93,66%	
R <sup>2</sup> ajustado	88,11%	

Os dados completos da regressão realizada está no Apêndice A.

- **Procedimento B – passo 7:** é aplicado o método de otimização GRG, tendo como função objetivo a equação modelada dos MMSEs a partir dos escores do componente principal.

$$\text{Minimizar} \quad MMSE = (Escores_{PC1} - \zeta_{PC1})^2 + \lambda_{PC1}$$

A restrição usada é para garantir a propriedade de rotacionalidade, o que significa que o raio experimental manterá a mesma variância.

$$G(x) = \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X} \leq \rho^2$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} Ipreaq \\ Tpreaq \\ Isolda \\ Tsolda \end{bmatrix} \cdot [Ipreaq \quad Tpreaq \quad Isolda \quad Tsolda] \leq \rho^2$$

$$G(x) = I_{preaq}^2 + T_{preaq}^2 + I_{solda}^2 + T_{solda}^2 \leq \rho^2$$

$$G(x) \leq 4$$

Da Equação 2.9 a restrição para o problema de otimização é calculada, sabendo que  $k = 4$ , então:

$$\rho = \alpha = (2^k)^{1/4} \Rightarrow \alpha = (2^4)^{1/4} = 2 \quad ; \quad \rho^2 = 4$$

A resposta ótima encontrada foi :

O valor mínimo de  $MMSE = -0,710$

$$G(x) = I_{preaq}^2 + T_{preaq}^2 + I_{solda}^2 + T_{solda}^2 = 4$$

Sendo, portanto:

As variáveis de entrada

$$I_{preaq} = 4,6\% \quad T_{preaq} = 69,7 \text{ ciclos} \quad I_{solda} = 13,5\% \quad T_{solda} = 90,0\%$$

As variáveis de saída

$$RC = 5348,01 \text{ N} \quad D_{fmax} = 2,956 \text{ mm} \quad IS = 0,232 \text{ mm}$$

- **Procedimento B – passo 8:** é mensurado por meio da métrica EPG a distância do ponto de ótimo alcançado em relação ao ponto de utopia da otimização, ou seja, o alvo ideal previsto.

Medição do afastamento entre o resultado obtido da otimização e o ponto de ótimo, que foram os alvos previstos pela regressão PLS. O EPG é calculado pela Equação 2.58:

$$EPG = \sum_{i=1}^m \left| \frac{y_i^*}{T_i} - 1 \right|$$

$$EPG = \left| \frac{5348,01}{5264,14} - 1 \right| + \left| \frac{2,945}{2,949} - 1 \right| + \left| \frac{0,232}{0,3} - 1 \right|$$

$$EPG = 0,0159 + 0,0023 + 0,2266$$

$$EPG = 0,2448$$

Portanto, o EPG do procedimento B é 0,2448.

## 4.2 Análise da Hipótese 2

**Passo 1:** o passo 1 da hipótese 1 é idêntico ao passo 1 da hipótese 2. Para realizar a otimização o processo precisa ser modelado. Então foi utilizada a Metodologia de Superfície de Resposta.

**Passo2:** Por por GRG são então realizadas as otimizações individuais dos modelos de cada variável de saída. Os ótimos devem convergir para os ótimos individuais de cada função objetivo.

Para a variável de Resistência ao Cisalhamento, a função objetivo é a do modelo de RC:

Sendo o problema de otimização, Maximizar:

$$\begin{aligned} RC = & 5145,4 + 226,3 I_{preaq} + 142,6 T_{preaq} + 338,3 I_{solda} + 256,9 T_{solda} \\ & + 25,2 I_{preaq} * I_{preaq} + 0,7 T_{preaq} * T_{preaq} - 39,2 I_{solda} * I_{solda} - 109,5 T_{solda} * T_{solda} \\ & + 70,1 I_{preaq} * T_{preaq} - 81,0 I_{preaq} * I_{solda} - 7,5 I_{preaq} * T_{solda} - 25,3 T_{preaq} * I_{solda} \\ & - 83,5 T_{preaq} * T_{solda} - 59,4 I_{solda} * T_{solda} \end{aligned}$$

Sujeito à:

$$G(x) = I_{preaq}^2 + T_{preaq}^2 + I_{solda}^2 + T_{solda}^2 \leq 4$$

A resposta ótima encontrada foi :

O valor máximo do modelo  $RC = 5892,8$

$$G(x) = I_{preaq}^2 + T_{preaq}^2 + I_{solda}^2 + T_{solda}^2 = 4$$

Sendo, portanto:

As variáveis de entrada

$$I_{preaq} = \mathbf{12,3\%} \quad T_{preaq} = \mathbf{80,9 \text{ ciclos}} \quad I_{solda} = \mathbf{13,4\%} \quad T_{solda} = \mathbf{87,8\%}$$

As variáveis de saída

$$RC = \mathbf{5892,81 \text{ N}} \quad D_{fmax} = \mathbf{3,990 \text{ mm}} \quad IS = \mathbf{0,440 \text{ mm}}$$

Para a variável de Deformação máxima observada na força de ruptura, a função objetivo é a do modelo de  $D_{fmax}$ :

Sendo o problema de otimização, Maximizar:

$$\begin{aligned} D_{fmax} = & 2,9571 + 0,2796 I_{preaq} + 0,2346 T_{preaq} + 0,3771 I_{solda} + 0,2896 T_{solda} \\ & + 0,0369 I_{preaq} * I_{preaq} - 0,0581 T_{preaq} * T_{preaq} - 0,1331 I_{solda} * I_{solda} \\ & - 0,2131 T_{solda} * T_{solda} + 0,1719 I_{preaq} * T_{preaq} - 0,0869 I_{preaq} * I_{solda} \\ & + 0,0319 I_{preaq} * T_{solda} - 0,0069 T_{preaq} * I_{solda} - 0,0981 T_{preaq} * T_{solda} \\ & - 0,0194 I_{solda} * T_{solda} \end{aligned}$$

Sujeito à:

$$G(x) = I_{preaq}^2 + T_{preaq}^2 + I_{solda}^2 + T_{solda}^2 \leq 4$$

A resposta ótima encontrada foi :

O valor máximo do modelo  $RC = 4,012$

$$G(x) = I_{preaq}^2 + T_{preaq}^2 + I_{solda}^2 + T_{solda}^2 = 4$$

Sendo, portanto:

As variáveis de entrada

$$I_{preaq} = 12,7\% \quad T_{preaq} = 80,8 \text{ ciclos} \quad I_{solda} = 12,8\% \quad T_{solda} = 87,9\%$$

As variáveis de saída

$$RC = 5883,88 \text{ N} \quad D_{fmax} = 4,012 \text{ mm} \quad IS = 0,433 \text{ mm}$$

Conforme a norma AWS D8.7 estabelece como aceitável o crescimento da Indentação no metal em até 30% então na otimização do modelo de IS a função objetivo deverá convergir para 0,3 mm, dado que 100% corresponde a 1mm, espessura da chapa de aço.

A função objetivo é a modelo de IS:

Convergir para 0,3

$$\begin{aligned} IS = & 0,2879 + 0,03697 I_{preaq} + 0,02205 T_{preaq} + 0,03629 I_{solda} + 0,02470 T_{solda} \\ & - 0,00552 I_{preaq} * I_{preaq} - 0,00432 T_{preaq} * T_{preaq} - 0,00584 I_{solda} * I_{solda} \\ & - 0,01331 T_{solda} * T_{solda} + 0,01547 I_{preaq} * T_{preaq} + 0,01298 I_{preaq} * I_{solda} \\ & + 0,01336 I_{preaq} * T_{solda} + 0,00337 T_{preaq} * I_{solda} + 0,01094 T_{preaq} * T_{solda} \\ & + 0,00096 I_{solda} * T_{solda} \end{aligned}$$

Sujeito à:

$$G(x) = I_{preaq}^2 + T_{preaq}^2 + I_{solda}^2 + T_{solda}^2 \leq 4$$

A resposta ótima encontrada foi :

O valor máximo do modelo  $IS = 0,3$

$$G(x) = I_{preaq}^2 + T_{preaq}^2 + I_{solda}^2 + T_{solda}^2 = 4$$

Sendo, portanto:

As variáveis de entrada

$$I_{preaq} = 6,1\% \quad T_{preaq} = 70,4 \text{ ciclos} \quad I_{solda} = 13,3\% \quad T_{solda} = 89,8\%$$

As variáveis de saída

$$RC = 5357,42 \text{ N} \quad D_{fmax} = 2,989 \text{ mm} \quad IS = 0,259 \text{ mm}$$

**Passo3:** Medição do afastamento entre o resultado obtido da otimização e o ponto de ótimo.

Uma vez que a Indentação é o fator limitante dentre os fatores, para a Hipótese2 a qual as otimizações objetivam ótimos individuais, a previsão dos valores alvos por meio da regressão de PLS parte do valor ótimo obtido para a função objetivo de IS, com o valor de 0,259. Os valores previstos pela regressão PLS são apresentados pela Tabela 4.13:

Tabela 4.13 - Previsão dos valores Alvos PLS2

	<b>RC</b>	<b>Dfmax</b>
Alvo	5010,32	2,62090
Desvio Padrão Alvo	53,7427	0,0712472
I.C. 95%	(4900,41; 5120,24)	(2,47518; 2,76661)
I.P. 95%	(4391,73; 5628,91)	(1,80082; 3,44097)

Os dados completos da regressão por PLS estão apresentados no Apêndice B.

Por fim, os pontos de utopia para cada um dos modelos são obtidos:

$$RC = 5010,32 \text{ N} \quad D_{fmax} = 2,621 \text{ mm} \quad IS = 0,259 \text{ mm}$$

Assim sendo, pela Equação 2.58 podem ser medidos os EPGs:

$$EPG = \sum_{i=1}^m \left| \frac{y_i^*}{T_i} - 1 \right|$$

RC

$$EPG = \left| \frac{5892,81}{5010,32} - 1 \right| + \left| \frac{3,990}{2,621} - 1 \right| + \left| \frac{0,440}{0,259} - 1 \right|$$

$$EPG = 0,1761 + 0,0057 + 0,6981 \quad \Rightarrow \quad EPG = 1,3965$$

Dfmax

$$EPG = \left| \frac{5883,88}{5010,32} - 1 \right| + \left| \frac{4,012}{2,621} - 1 \right| + \left| \frac{0,433}{0,259} - 1 \right|$$

$$EPG = 0,1744 + 0,5309 + 0,6717 \quad \Rightarrow \quad EPG = 1,3769$$

IS

$$EPG = \left| \frac{5357,42}{5010,32} - 1 \right| + \left| \frac{2,989}{2,621} - 1 \right| + \left| \frac{0,259}{0,259} - 1 \right|$$

$$EPG = 0,0693 + 0,1405 + 0 \quad \Rightarrow \quad EPG = 0,3459$$

Dessa maneira, por meio do método GRG os cenários para cada ótimo individual foram obtidos conforme a tabela 4.14.

Tabela 4.14 - Variáveis de Entrada (Controláveis) – Hipótese 2

	<b>Tpreaq</b>	<b>Ipreaq</b>	<b>Tsolda</b>	<b>Isolda</b>
<b>Rc</b>	12,3	80,9	13,4	87,8
<b>Dfmax</b>	12,7	80,8	12,8	87,9
<b>IS</b>	6,1	70,4	13,3	89,8

Por fim, os valores são comparados pela métrica do EPG, observando-se o afastamento global das funções em relação ao alvo estabelecido pelo método do PLS.

Tabela 4.15 - EPG para Ótimos individuais (Hipótese 2)

	<b>RC</b>	<b>DFMAX</b>	<b>IS</b>	<b>EPG</b>
Alvo-PLS (Utopia)	5010,32	2,621	0,259	
<b>EP RC</b>	0,176	0,522	0,698	1,40
<b>EP Dfmax</b>	0,174	0,531	0,672	1,38
<b>EP IS</b>	0,069	0,140	0,000	0,21



### 4.3 Análise das Hipóteses e Considerações Finais

Se mostra como verdadeira a primeira hipótese deste trabalho, haja vista a tabela 4.16, a qual mostra que a métrica EPG do procedimento B (métrica multivariada de redução de dimensionalidade modelada) produziu um afastamento global com relação ao ponto de utopia maior do que o procedimento A (métrica multivariada de redução de dimensionalidade não-modelada).

Tabela 4.16 - Comparação entre EPG Hipótese 1

	<b>RC</b>	<b>DFMAX</b>	<b>IS</b>	<b>EPG</b>
EP A	0,009	0,031	0,010	0,05
EP B	0,016	0,002	0,227	0,24

Em seguida, é possível analisar também como verdadeira a segunda hipótese, pois a adoção de alvos por otimização individual dos modelos de resposta processo tiveram um afastamento global das mesmas maior em relação ao ponto de utopia do que as métricas multivariadas de otimização, conforme o comparativo das métricas de EPG da tabela 4.16.

Tabela 4.17 - Comparação das métricas de EPG

	<b>RC</b>	<b>DFMAX</b>	<b>IS</b>	<b>EPG</b>
EP <b>RC</b>	<b>0,176</b>	0,522	0,698	1,40
EP <b>DFmax</b>	0,174	<b>0,531</b>	0,672	1,38
EP <b>IS</b>	0,069	0,140	<b>0,000</b>	0,21
EP <b>Procedimento A</b>	0,009	0,031	0,010	0,05
EP <b>Procedimento B</b>	0,016	0,002	0,227	0,24

Os valores da métrica EPG evidenciam o quão distante os pontos alcançados pela abordagem do problema por meio de otimização individuais são em relação a metas ou alvos multi-objetivos.

Dados os sentidos de otimização das variáveis de resposta Resistência ao Cisalhamento (maximização), Deformação observada na força máxima de ruptura (maximização), Indentação medida pelo sensor de deslocamento do eletrodo (alvo), os resultados ainda podem ser analisados com relação as variáveis de entrada, conforme Tabela 4.17, apresentando alguns cenários conflitante como, por exemplo, otimizar individualmente IS comparado com RC e Dfmax.

Tabela 4.18 - Cenários de otimização

	<b>Tpreaq</b>	<b>Ipreaq</b>	<b>Tsolda</b>	<b>Isolda</b>
Procedimento A	8	75	12	87
Procedimento B	5	70	14	90
Individual Rc	12	81	13	88
Individual Dfmax	13	81	13	88
Individual IS	6	70	13	90

A fixação dos alvos foi realizada pelo prevista por meio da regressão de Mínimos Quadrados Parciais, priorizando a variável Indentação (IS), a qual é a restrição, tendo o seu valor alvo fixado em 0,3 mm.

Dessa forma, os alvos para outras variáveis de respostas foram estimados com seus respectivos Intervalos de Confiança e de Previsão de acordo com a Tabela 4.13, sendo eles RC= 5010,32 N, Dfmax= 2,621 mm e IS= 0,259 mm.

Considerando os dados que foram utilizados para a aplicação do método propostos, para se alcançar esse cenário de ótimo de qualidade do processo de Soldagem a Ponto por Resistência elétrica de chapas de aço galvanizado, laminadas à frio, com espessura de 1 mm, a configuração de parâmetros de ajuste é apresentada pela Tabela 4.19;

Tabela 4.19 - Configuração otimizada de parâmetros de processo

<b>Tpreaq</b>	<b>Ipreaq</b>	<b>Tsolda</b>	<b>Isolda</b>
8 ciclos	75%	12 ciclos	87%

O procedimento **A**, apresentou o menor afastamento global de seu cenário de utopia, o qual é fixado pelo método dos Mínimos Quadrados Parciais e respeita o caráter multi-objetivo do problema. Se mostrando, dessa forma, o melhor de todos os métodos abordados para resolver esse tipo de problema.

## 5. CONCLUSÕES

A evolução tecnológica proporcionou aos processos de manufatura uma alta gama de tipos de medições e regulação de seus parâmetros, fato este que cria um cenário de um fenômeno multivariado. Dessa forma, com a alta competitividade das indústrias, a empresa a qual domina seus processos de manufatura e emprega de maneira eficaz os seus recursos, conseqüentemente será mais capaz de obter produtos de qualidade à um custo menor, portanto possibilita se destacar no mercado.

Este trabalho mostrou que as abordagens de otimização de processos de manufatura empregando a otimização individual dos parâmetros de qualidade gera um conjunto de parâmetros de resposta que não é necessariamente compatível com os demais, como é mostrado pela métrica EPG das otimizações das variáveis de resposta do Processo de Soldagem a Ponto por Resistência Elétrica do Aço: RC, Dfmax, IS.

As configurações das variáveis de controle do processo para os ótimos de RC e de Dfmax foram bem próximas, enquanto que o encontrado para o ótimo individual de IS foi bem distinto. Não estabelecendo de forma clara a otimização em caráter multi-objetivo desse processo.

Assim, considerando o caráter da otimização multi-objetivo multivariada de processos de manufatura, essa dissertação propõe um método para a fixação ou determinação de alvos nesse tipo de problema, proporcionando controle sobre os parâmetros de controle de processo, sendo capaz estabelecer cenários não conflitantes de otimização para múltiplas respostas que sejam correlacionadas.

Pela análise das métricas EPG para as várias estratégias de otimização abordadas pôde se verificar que o menor valor e, portanto, melhor, foi o procedimento **A**, que é uma métrica multivariada de redução de dimensionalidade não-modelada, considerada na primeira hipótese.

O procedimento **A**, o qual tem como diferencial o fato de que os escores do componente principal são modelados e aplicados na equação de MMSE para posterior otimização da mesma por Gradiente Reduzido Generalizado, apresentou o menor afastamento global de seu cenário de utopia. Alvo esse o qual é fixado pelo método dos Mínimos Quadrados Parciais e respeita o caráter multi-objetivo do problema. Portanto, é o método proposto.

Pela análise das métricas EPG do procedimento **A** e do procedimento **B**, foi possível concluir como verdadeira a primeira hipótese, métricas multivariadas de redução de dimensionalidade modeladas produziram afastamentos com relação ao ponto de utopia maiores do que as não-modeladas.

Já a segunda hipótese, adoção de alvos por otimização individual aumenta o afastamento global das funções em relação ao ponto de utopia, pode ser concluída como verdadeira, pois pela comparação das métricas EPG entre os cenários de otimização das funções RC, Dfmax, IS, IM e de otimização de funções multi-objetivo (procedimentos **A** e **B**) é possível notar a grande diferença dos afastamentos globais para com o ponto de ótimo.

Vale a pena destacar também que este trabalho obteve um cenário de uma configuração ideal para o processo de Soldagem a Ponto por Resistência elétrica de chapas de aço galvanizado, laminadas à frio, com espessura de 1 mm. Contudo, careceu de condições adequadas para aplicar os resultados em experimentos de confirmação.

Portanto, como resultado esse trabalho mostrou ser possível atribuir alvos para problemas de otimização multi-objetivo multivariada de funções-objetivos correlacionadas, de modo a se manter para os alvos as mesmas correlações das funções-objetivos originais. Reduzindo a dimensionalidade em MOP (*multi-objective programming*) de funções não-lineares com restrições.

## 5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Considerando os resultados obtidos e as delimitações de abordagem deste trabalho, tem-se algumas sugestões para futuras pesquisas:

- Aplicar o método proposto a diferentes problemas multiobjetivo, para verificação da funcionalidade do método, estendendo a aplicação do método a outros processos de manufatura;
- Utilizar arranjos de misturas como estratégia para determinação dos pesos de cada resposta;
- Utilizar Algoritmos Genéticos para a otimização das funções objetivo multivariadas.

- Estudar o processo de Soldagem a Ponto por Resistência elétrica considerando variáveis de ruído do processo, assim otimizar tal processo com o método de Projeto Robusto de Parâmetros de Taguchi;

## APÊNDICE A – Dados das Regressões por OLS

Tabela 0.1 - Análise de Variância de RC

Análise de Variância de RC					
	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
<b>Model</b>	14,00	6823189,00	487371,00	19,70	0,00
<b>Linear</b>	4,00	6046519,00	1511630,00	61,11	0,00
Ipreaq	1,00	1228537,00	1228537,00	49,67	0,00
Tpreaq	1,00	487920,00	487920,00	19,73	0,00
Isolda	1,00	2745913,00	2745913,00	111,02	0,00
Tsolda	1,00	1584148,00	1584148,00	64,05	0,00
<b>Square</b>	4,00	413950,00	103488,00	4,18	0,02
Ipreaq*Ipreaq	1,00	18107,00	18107,00	0,73	0,41
Tpreaq*Tpreaq	1,00	13,00	13,00	0,00	0,98
Isolda*Isolda	1,00	43967,00	43967,00	1,78	0,20
Tsolda*Tsolda	1,00	342628,00	342628,00	13,85	0,00
<b>2-Way Interaction</b>	6,00	362719,00	60453,00	2,44	0,07
Ipreaq*Tpreaq	1,00	78680,00	78680,00	3,18	0,09
Ipreaq*Isolda	1,00	104976,00	104976,00	4,24	0,06
Ipreaq*Tsolda	1,00	900,00	900,00	0,04	0,85
Tpreaq*Isolda	1,00	10201,00	10201,00	0,41	0,53
Tpreaq*Tsolda	1,00	111556,00	111556,00	4,51	0,05
Isolda*Tsolda	1,00	56406,00	56406,00	2,28	0,15
<b>Error</b>	16,00	395748,00	24734,00		
<b>Lack-of-Fit</b>	10,00	201148,00	20115,00	0,62	0,76
<b>Pure Error</b>	6,00	194600,00	32433,00		
<b>Total</b>	30,00	7218937,00			

Tabela 0.2 - Coeficientes Codificados RC

Coeficientes Codificados RC						
Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		5145,400	59,400	86,560	0,000	
Ipreaq	452,500	226,300	32,100	7,050	0,000	1,000
Tpreaq	285,200	142,600	32,100	4,440	0,000	1,000
Isolda	676,500	338,300	32,100	10,540	0,000	1,000
Tsolda	513,800	256,900	32,100	8,000	0,000	1,000
Ipreaq*Ipreaq	50,300	25,200	29,400	0,860	0,405	1,030
Tpreaq*Tpreaq	1,300	0,700	29,400	0,020	0,982	1,030
Isolda*Isolda	-78,400	-39,200	29,400	-1,330	0,201	1,030
Tsolda*Tsolda	-218,900	-109,500	29,400	-3,720	0,002	1,030
Ipreaq*Tpreaq	140,200	70,100	39,300	1,780	0,093	1,000
Ipreaq*Isolda	-162,000	-81,000	39,300	-2,060	0,056	1,000
Ipreaq*Tsolda	-15,000	-7,500	39,300	-0,190	0,851	1,000
Tpreaq*Isolda	-50,500	-25,300	39,300	-0,640	0,530	1,000
Tpreaq*Tsolda	-167,000	-83,500	39,300	-2,120	0,050	1,000
Isolda*Tsolda	-118,700	-59,400	39,300	-1,510	0,151	1,000

Tabela 0.3 - Análise de Variância de Dfmax

Análise de Variância de Dfmax					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
<b>Model</b>	14,00	11,22	0,80	12,07	0,00
<b>Linear</b>	4,00	8,62	2,16	32,48	0,00
Ipreaq	1,00	1,88	1,88	28,27	0,00
Tpreaq	1,00	1,32	1,32	19,90	0,00
Isolda	1,00	3,41	3,41	51,42	0,00
Tsolda	1,00	2,01	2,01	30,33	0,00
<b>Square</b>	4,00	1,82	0,46	6,87	0,00
Ipreaq*Ipreaq	1,00	0,04	0,04	0,59	0,46
Tpreaq*Tpreaq	1,00	0,10	0,10	1,46	0,25
Isolda*Isolda	1,00	0,51	0,51	7,64	0,01
Tsolda*Tsolda	1,00	1,30	1,30	19,57	0,00
<b>2-Way Interaction</b>	6,00	0,77	0,13	1,93	0,14
Ipreaq*Tpreaq	1,00	0,47	0,47	7,12	0,02
Ipreaq*Isolda	1,00	0,12	0,12	1,82	0,20
Ipreaq*Tsolda	1,00	0,02	0,02	0,24	0,63
Tpreaq*Isolda	1,00	0,00	0,00	0,01	0,92
Tpreaq*Tsolda	1,00	0,15	0,15	2,32	0,15
Isolda*Tsolda	1,00	0,01	0,01	0,09	0,77
<b>Error</b>	16,00	1,06	0,07		
<b>Lack-of-Fit</b>	10,00	0,70	0,07	1,18	0,44
<b>Pure Error</b>	6,00	0,36	0,06		
<b>Total</b>	30,00	12,28			

Tabela 0.4 - Coeficientes Codificados Dfmax

Coeficientes Codificados Dfmax						
Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		2,957	0,097	30,370	0,000	
Ipreaq	0,559	0,280	0,053	5,320	0,000	1,000
Tpreaq	0,469	0,235	0,053	4,460	0,000	1,000
Isolda	0,754	0,377	0,053	7,170	0,000	1,000
Tsolda	0,579	0,290	0,053	5,510	0,000	1,000
Ipreaq*Ipreaq	0,074	0,037	0,048	0,770	0,455	1,030
Tpreaq*Tpreaq	-0,116	-0,058	0,048	-1,210	0,245	1,030
Isolda*Isolda	-0,266	-0,133	0,048	-2,760	0,014	1,030
Tsolda*Tsolda	-0,426	-0,213	0,048	-4,420	0,000	1,030
Ipreaq*Tpreaq	0,344	0,172	0,064	2,670	0,017	1,000
Ipreaq*Isolda	-0,174	-0,087	0,064	-1,350	0,196	1,000
Ipreaq*Tsolda	0,064	0,032	0,064	0,490	0,627	1,000
Tpreaq*Isolda	-0,014	-0,007	0,064	-0,110	0,916	1,000
Tpreaq*Tsolda	-0,196	-0,098	0,064	-1,520	0,147	1,000
Isolda*Tsolda	-0,039	-0,019	0,064	-0,300	0,767	1,000

Tabela 0.5 - Análise de Variância de IS

Análise de Variância de IS					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
<b>Model</b>	14,00	0,11	0,01	9,55	0,00
<b>Linear</b>	4,00	0,09	0,02	27,99	0,00
Ipreaq	1,00	0,03	0,03	40,48	0,00
Tpreaq	1,00	0,01	0,01	14,39	0,00
Isolda	1,00	0,03	0,03	39,00	0,00
Tsolda	1,00	0,01	0,01	18,06	0,00
<b>Square</b>	4,00	0,01	0,00	1,90	0,16
Ipreaq*Ipreaq	1,00	0,00	0,00	1,07	0,32
Tpreaq*Tpreaq	1,00	0,00	0,00	0,66	0,43
Isolda*Isolda	1,00	0,00	0,00	1,20	0,29
Tsolda*Tsolda	1,00	0,01	0,01	6,25	0,02
<b>2-Way Interaction</b>	6,00	0,01	0,00	2,36	0,08
Ipreaq*Tpreaq	1,00	0,00	0,00	4,72	0,05
Ipreaq*Isolda	1,00	0,00	0,00	3,33	0,09
Ipreaq*Tsolda	1,00	0,00	0,00	3,52	0,08
Tpreaq*Isolda	1,00	0,00	0,00	0,22	0,64
Tpreaq*Tsolda	1,00	0,00	0,00	2,36	0,14
Isolda*Tsolda	1,00	0,00	0,00	0,02	0,90
<b>Error</b>	16,00	0,01	0,00		
<b>Lack-of-Fit</b>	10,00	0,01	0,00	20,40	0,00
<b>Pure Error</b>	6,00	0,00	0,00		
<b>Total</b>	30,00	0,12			

Tabela 0.6 - Coeficientes Codificados IS

Coeficientes Codificados IS						
Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		0,288	0,011	26,760	0,000	
Ipreaq	0,074	0,037	0,006	6,360	0,000	1,000
Tpreaq	0,044	0,022	0,006	3,790	0,002	1,000
Isolda	0,073	0,036	0,006	6,250	0,000	1,000
Tsolda	0,049	0,025	0,006	4,250	0,001	1,000
Ipreaq*Ipreaq	-0,011	-0,006	0,005	-1,040	0,315	1,030
Tpreaq*Tpreaq	-0,009	-0,004	0,005	-0,810	0,429	1,030
Isolda*Isolda	-0,012	-0,006	0,005	-1,100	0,289	1,030
Tsolda*Tsolda	-0,027	-0,013	0,005	-2,500	0,024	1,030
Ipreaq*Tpreaq	0,031	0,015	0,007	2,170	0,045	1,000
Ipreaq*Isolda	0,026	0,013	0,007	1,820	0,087	1,000
Ipreaq*Tsolda	0,027	0,013	0,007	1,880	0,079	1,000
Tpreaq*Isolda	0,007	0,003	0,007	0,470	0,642	1,000
Tpreaq*Tsolda	0,022	0,011	0,007	1,540	0,144	1,000
Isolda*Tsolda	0,002	0,001	0,007	0,130	0,895	1,000



Tabela 0.7 - Análise de Variância de PC1

Análise de Variância de PC1					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
<b>Model</b>	14,00	77,42	5,53	26,50	0,00
<b>Linear</b>	4,00	67,83	16,96	81,26	0,00
Ipreaq	1,00	17,38	17,38	83,30	0,00
Tpreaq	1,00	8,05	8,05	38,56	0,00
Isolda	1,00	27,43	27,43	131,44	0,00
Tsolda	1,00	14,97	14,97	71,76	0,00
<b>Square</b>	4,00	6,70	1,68	8,03	0,00
Ipreaq*Ipreaq	1,00	0,01	0,01	0,03	0,86
Tpreaq*Tpreaq	1,00	0,23	0,23	1,12	0,31
Isolda*Isolda	1,00	1,39	1,39	6,65	0,02
Tsolda*Tsolda	1,00	5,62	5,62	26,92	0,00
<b>2-Way Interaction</b>	6,00	2,89	0,48	2,31	0,09
Ipreaq*Tpreaq	1,00	2,27	2,27	10,90	0,01
Ipreaq*Isolda	1,00	0,06	0,06	0,31	0,59
Ipreaq*Tsolda	1,00	0,30	0,30	1,44	0,25
Tpreaq*Isolda	1,00	0,00	0,00	0,00	0,95
Tpreaq*Tsolda	1,00	0,14	0,14	0,69	0,42
Isolda*Tsolda	1,00	0,10	0,10	0,50	0,49
<b>Error</b>	16,00	3,34	0,21		
<b>Lack-of-Fit</b>	10,00	2,24	0,22	1,22	0,42
<b>Pure Error</b>	6,00	1,10	0,18		
<b>Total</b>	30,00	80,76			

Tabela 0.8 - Coeficientes Codificados PC1

Coeficientes Codificados PC1						
Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		0,571	0,173	3,310	0,004	
Ipreaq	1,702	0,851	0,093	9,130	0,000	1,00
Tpreaq	1,158	0,579	0,093	6,210	0,000	1,00
Isolda	2,138	1,069	0,093	11,460	0,000	1,00
Tsolda	1,580	0,790	0,093	8,470	0,000	1,00
Ipreaq*Ipreaq	0,032	0,016	0,085	0,190	0,855	1,03
Tpreaq*Tpreaq	-0,181	-0,090	0,085	-1,060	0,306	1,03
Isolda*Isolda	-0,441	-0,220	0,085	-2,580	0,020	1,03
Tsolda*Tsolda	-0,887	-0,443	0,085	-5,190	0,000	1,03
Ipreaq*Tpreaq	0,754	0,377	0,114	3,300	0,005	1,00
Ipreaq*Isolda	-0,127	-0,064	0,114	-0,560	0,585	1,00
Ipreaq*Tsolda	0,274	0,137	0,114	1,200	0,248	1,00
Tpreaq*Isolda	-0,014	-0,007	0,114	-0,060	0,950	1,00
Tpreaq*Tsolda	-0,190	-0,095	0,114	-0,830	0,419	1,00
Isolda*Tsolda	-0,161	-0,081	0,114	-0,710	0,490	1,00

Tabela 0.9 - Análise de Variância de MMSE

Análise de Variância de MMSE					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
<b>Model</b>	14,00	611,97	43,71	16,88	0,00
<b>Linear</b>	4,00	264,40	66,10	25,53	0,00
Ipreaq	1,00	14,77	14,77	5,70	0,03
Tpreaq	1,00	13,99	13,99	5,40	0,03
Isolda	1,00	135,56	135,56	52,35	0,00
Tsolda	1,00	100,09	100,09	38,65	0,00
<b>Square</b>	4,00	128,21	32,05	12,38	0,00
Ipreaq*Ipreaq	1,00	16,08	16,08	6,21	0,02
Tpreaq*Tpreaq	1,00	0,96	0,96	0,37	0,55
Isolda*Isolda	1,00	89,79	89,79	34,68	0,00
Tsolda*Tsolda	1,00	43,52	43,52	16,81	0,00
<b>2-Way Interaction</b>	6,00	219,35	36,56	14,12	0,00
Ipreaq*Tpreaq	1,00	1,10	1,10	0,42	0,53
Ipreaq*Isolda	1,00	45,96	45,96	17,75	0,00
Ipreaq*Tsolda	1,00	23,99	23,99	9,27	0,01
Tpreaq*Isolda	1,00	30,00	30,00	11,59	0,00
Tpreaq*Tsolda	1,00	49,35	49,35	19,06	0,00
Isolda*Tsolda	1,00	68,95	68,95	26,63	0,00
<b>Error</b>	16,00	41,43	2,59		
<b>Lack-of-Fit</b>	10,00	41,20	4,12	105,37	0,00
<b>Pure Error</b>	6,00	0,24	0,04		
<b>Total</b>	30,00	653,40			

Tabela 0.10 - Coeficientes Codificados de MMSE

Coeficientes Codificados de MMSE						
Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		2,907	0,608	4,780	0,000	
Ipreaq	1,569	0,784	0,328	-2,390	0,030	1,00
Tpreaq	1,527	0,763	0,328	-2,320	0,034	1,00
Isolda	4,753	2,377	0,328	-7,240	0,000	1,00
Tsolda	4,084	2,042	0,328	-6,220	0,000	1,00
Ipreaq*Ipreaq	1,500	0,750	0,301	2,490	0,024	1,03
Tpreaq*Tpreaq	0,367	0,183	0,301	0,610	0,551	1,03
Isolda*Isolda	3,544	1,772	0,301	5,890	0,000	1,03
Tsolda*Tsolda	2,467	1,234	0,301	4,100	0,001	1,03
Ipreaq*Tpreaq	0,523	0,262	0,402	0,650	0,525	1,00
Ipreaq*Isolda	3,390	1,695	0,402	4,210	0,001	1,00
Ipreaq*Tsolda	2,449	1,225	0,402	3,040	0,008	1,00
Tpreaq*Isolda	2,739	1,369	0,402	3,400	0,004	1,00
Tpreaq*Tsolda	3,512	1,756	0,402	4,370	0,000	1,00
Isolda*Tsolda	4,152	2,076	0,402	5,160	0,000	1,00

Tabela 0.11 - Resíduos de OLS

<b>Resíduos</b>					
	<b>RC</b>	<b>Dfmax</b>	<b>IS</b>	<b>PC1</b>	<b>MMSE</b>
1	-46,083	0,169	-0,032	-0,182	-1,013
2	-111,333	-0,177	-0,010	-0,379	2,224
3	8,500	0,023	-0,008	-0,038	1,565
4	179,750	0,220	-0,021	0,239	-2,606
5	-63,833	-0,232	-0,026	-0,517	0,838
6	2,917	-0,020	-0,005	-0,055	-1,181
7	6,750	0,130	-0,011	0,035	0,247
8	-47,000	-0,225	-0,033	-0,548	-0,262
9	-53,667	0,198	-0,002	0,101	0,719
10	94,083	-0,045	-0,012	-0,036	-0,213
11	97,917	0,105	-0,018	0,054	1,215
12	-36,833	0,205	-0,009	0,070	-0,381
13	-78,917	-0,135	-0,002	-0,240	2,640
14	-109,167	-0,050	-0,027	-0,409	-1,109
15	10,667	0,150	-0,025	-0,068	-1,768
16	146,917	-0,083	0,009	0,182	1,047
17	59,417	-0,175	0,034	0,204	-1,977
18	-59,583	0,116	0,024	0,244	1,486
19	183,083	0,175	0,029	0,634	-1,207
20	-183,250	-0,234	0,028	-0,186	0,717
21	-66,083	-0,320	0,027	-0,138	-0,510
22	65,917	0,261	0,031	0,586	0,019
23	35,250	0,085	0,043	0,499	0,339
24	-35,417	-0,144	0,014	-0,051	-0,830
25	-197,429	-0,297	0,010	-0,423	0,226
26	-11,429	-0,307	-0,011	-0,391	0,184
27	-61,429	-0,017	0,004	-0,058	-0,126
28	-241,429	-0,077	-0,006	-0,410	0,209
29	137,571	0,173	0,005	0,364	-0,199
30	139,571	0,233	-0,007	0,318	-0,209
31	234,571	0,293	0,006	0,601	-0,085

## APÊNDICE B – Dados das Regressões por PLS

Tabela 0.12 - Resíduos de PLS

	X Escores	Y Escores	X Resíduos			Y Resíduos		
	Comp1	Comp1	IS	RC	Dfmax	X Calculado	Y Calculado	
						IS	RC	Dfmax
1	-1,60017	-2,64306	0	-594,348	-0,288592	0,1637	4420,35	1,85859
2	-1,39418	-2,11903	0	-251,447	-0,413379	0,1768	4501,45	1,96338
3	-1,4618	-1,92351	0	-231,827	-0,168984	0,1725	4474,83	1,92898
4	-0,83752	0,46098	0	463,402	0,723456	0,2122	4720,6	2,24654
5	-0,90514	-0,80925	0	122,022	-0,062148	0,2079	4693,98	2,21215
6	0,09653	-0,32684	0	-40,326	-0,381684	0,2716	5088,33	2,72168
7	-0,69443	0,26876	0	371,067	0,500665	0,2213	4776,93	2,31933
8	0,59658	1,07311	0	254,81	0,153948	0,3034	5285,19	2,97605
9	-1,13944	-0,84906	0	31,264	0,257037	0,193	4601,74	2,09296
10	-0,6158	0,1335	0	432,113	0,20067	0,2263	4807,89	2,35933
11	-0,95389	-0,7644	0	138,214	0,012649	0,2048	4674,79	2,18735
12	0,86233	1,2186	0	28,187	0,328765	0,3203	5389,81	3,11124
13	-0,49158	0,66096	0	521,207	0,497478	0,2342	4856,79	2,42252
14	0,63432	0,98057	0	182,952	0,11475	0,3058	5300,05	2,99525
15	-0,18966	0,87751	0	419,345	0,543898	0,2534	4975,65	2,5761
16	2,82792	2,1304	0	-216,651	-0,43111	0,4453	6163,65	4,11111
17	-0,62838	-0,54758	0	50,066	0,01707	0,2255	4802,93	2,35293
18	1,54478	1,83298	0	-19,49	0,321608	0,3637	5658,49	3,45839
19	-0,15507	-0,24176	0	56,726	-0,1637	0,2556	4989,27	2,5937
20	1,22242	0,53584	0	-281,58	-0,334412	0,3432	5531,58	3,29441
21	-0,73217	-2,31892	0	-516,075	-0,950137	0,2189	4762,08	2,30014
22	1,60768	1,61982	0	47,748	-0,050388	0,3677	5683,25	3,49039
23	-0,57806	-2,08753	0	-593,744	-0,768527	0,2287	4822,74	2,37853
24	0,51481	0,04481	0	-66,998	-0,394457	0,2982	5253	2,93446
25	0,50852	-0,14341	0	-302,522	-0,271258	0,2978	5250,52	2,93126
26	0,18144	0,08527	0	12,245	-0,114879	0,277	5121,76	2,76488
27	0,40945	0,30358	0	-127,521	0,059136	0,2915	5211,52	2,88086
28	0,26321	0,01442	0	-249,947	0,073526	0,2822	5153,95	2,80647
29	0,42518	0,74368	0	65,289	0,241137	0,2925	5217,71	2,88886
30	0,23805	0,80467	0	140,958	0,396325	0,2806	5144,04	2,79368
31	0,44405	0,98488	0	154,86	0,351538	0,2937	5225,14	2,89846

Tabela 0.13 - Matriz de Carregamento PLS

	X Carregamento	Y Carregamento
	Comp1	Comp1
<b>IS</b>		1
<b>RC</b>		0,802564
<b>Dfmax</b>		0,795142

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMARAL, F. F. Monitoramento da Qualidade na Soldagem a Ponto por Resistência Elétrica de Chapas de Aço Galvanizadas Baseado em Análise de Experimentos. **Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção – Instituto de Engenharia de Produção e Gestão. Universidade Federal de Itajubá**, 109 p., 2011.

AWS. Welding Handbook - Welding Technology. **American Welding Society**. Miami. v.1, 8ª ed., 1998a.

AWS. Welding Handbook. **American Welding Society**. Miami. v.2, 8ª ed., 1995.

AWS. Welding Handbook. **American Welding Society**. Miami. v.4, p. 233-332, 1998b.

AWS D8.7. Recommended Practices for Automotive Weld Quality-Resistance Spot Welding. **American Welding Society**, Florida, 2005.

AWS/SAE D8.9M. Recommended Practices for Test Methods for Evaluating the Resistance Spot Welding Behavior of Automotive Sheet Steel Materials. **American Welding Society**. Florida, 2002.

AWS-J1.1-2013 – Specification for Resistance Welding Controls, An American National Standard, **American Welding Society** 1<sup>st</sup> ed., 2013.

BALDIM, C. A. Análise Do Efeito Da Eliminação Da Camada De Zinco Na Qualidade Da Solda A Ponto Em Chapas De Aços Galvanizados. **Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica – Instituto de Engenharia Mecânica**, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá. 113p., 2014.

BOX, G. E. P., BEHNKEN, D. W. Some New Three-Level Designs for the Study of Quantitative Variables, **Technometrics**, v 2, p.455–475. 1960.

BOX, G. E. P., DRAPER, N. R. **Empirical Model-Building and Response Surfaces**, John Wiley & Sons, 1 ed., 650p. 1987.

BOX, G. E. P., HUNTER, W. G., HUNTER, J. S. **Statistics for Experimenters**, John Wiley & Sons, 1 ed., 690p. 1978.

BRACARENSE, A.Q. – **Processo de Soldagem por Resistência**. Escola de Engenharia, UFMG. Belo Horizonte, 18p., 2000.

BRANCO, H. L. O. Avaliação de Capas de Eletrodos Utilizadas na Soldagem de Chapas Galvanizadas na Indústria Automobilística. **Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Paraná**, 116p., 2004.

BRATCHELL, N.; Multivariate Response Surface Modelling by Principal Components Analysis”, **Journal of Chemometrics**, v 3, p. 579-588.

CARMELOSSI, M. S. Funções de aglutinação baseadas em eficiência: uma abordagem para problemas de otimização multiobjetivo. **Dissertação de Mestrado em**

**Engenharia de Produção – Instituto de Engenharia de Produção e Gestão. Universidade Federal de Itajubá, 81p., 2014.**

CARY, H. B. **Modern welding technology**, 2002, Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.

CHIAO, C. H., HAMADA, M. Analyzing experiments with correlated multiple responses. **Journal of Quality Technology**, v. 33, n. 4, pp. 451-465, 2001.

CHEN, M. C., FAN, S. S. Tolerance evaluation of minimum zone straightness using non-linear programming techniques: a spreadsheet approach. **Comp. Ind. Eng.** v.43, n.3, p. 437-453, 2002.

CHO, Y.; LI, W.; HU, S. J. Design of Experiment Analysis and Weld Lobe Estimation for Aluminum Resistance Spot Welding. **Welding Journal**, v.85, p.45s-51s, 2006.

DIEBOLD, J. M. Welding Galvanized Steel in Automotive Applications. **Metal Progress**, p.72-77, 1962.

DVS - **Deutch Verband Schweisstecnik. Normas alemãs de soldagem.** Série 29 Dusseldorf: DVS, 2004.

GABRIELSSON, J.; NYSTRÖM, Å.; LUNDSTEDT, T. Multivariate Methods in the Developing an Evolutionary Strategy for Tablet Formulation. **Drug Development and Industrial Pharmacy**, v.26, p.275-296, 2000.

GEDEON, S.A. & EAGAR, T. W. Resistance Spot Welding of Galvanized Steel, Part I: Material Variations and Process Modifications. **Metallurgical Transactions B**, v.17b, 885p., 1986a.

GEDEON, S.A. & EAGAR, T. W. Resistance Spot Welding of Galvanized Steel, Part II: Mechanisms of Spot Weld Nugget Formation. **Metallurgical Transactions B**, v.17B, 901p., 1986b.

GOMES, J. H. F. Método dos polinômios canônicos de misturas para otimização multi-objetivo. **Tese de Doutorado em Engenharia de Produção – Instituto de Engenharia de Produção e Gestão. Universidade Federal de Itajubá, 162 p., Itajubá, 2013.**

GOODARZI, M.; MARASHI, P. S.; POURANVARI, M. Dependence of Overload Performance on Weld attributes for Resistance Spot Welded Galvanized Low Carbon Steel. **Journal of Materials Processing Technology**, p.4379-4384, 2009.

ISO 14373 Resistance welding -- Procedure for spot welding of uncoated and coated low carbon steels, 15 p., 2015.

JOHNSON, R.A.; WICHERN, D. **Applied Multivariate Statistical Analysis.** 5<sup>a</sup> ed. New Jersey: Prentice-Hall, 2007.

JOU, M. Real Time Monitoring Weld Quality of Resistance Spot Welding for the Fabrication of Sheet Metal Assemblies. **Journal of Materials Processing Technology**, v.132, n. 1-3, p.102-113, 2003

KEARNS, W. H. *Welding Handbook: Resistance and Solid-State Welding and Other Joining Processes*. **American Welding Society**, Miami, Vol. 3, 7, 1980.

KHURI, A. I. **An introduction to set theory, in advanced calculus with applications in statistics**, 2 ed, John Wiley e Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA. doi: 10.1002/0471394882.ch1, 2003.

KHURI, A. I., CONLON, M. Simultaneous optimization of multiple responses represented by polynomial regression functions. **Technometrics**, v 23, n 4, pp. 363-375, 1981.

KÖKSOY, O. Multiresponse robust design: Mean square error (MSE) criterion. **Applied Mathematics and Computation**, n.175, p. 1716-1729, 2006.

KÖKSOY, O., YALCINOZ, T. Mean square error criteria to multiresponse process optimization by a new genetic algorithm. **Applied Mathematics and Computation**. n. 175, p. 1657-1674, 2006.

KÖKSOY, O., YALCINOZ, T. Robust design using Pareto type optimization: A genetic algorithm with arithmetic crossover. **Computers and Industrial Engineering**, n. 55, p. 208-218, 2008.

LASDON, L. S., JAIN, A. D. A., RATNER, M. Design and testing of a Generalized Reduced Gradient Code for nonlinear programming. **ACM Trans. Math. Soft.** v.4, n.1, p. 34-50, 1978.

LIN, D.K.J.; TU, W. Dual response surface optimization. **Journal of Quality Technology**, v.27, p.34-39, 1995.

LIU; LUO; ZHANG - Response Surface Modeling by Local Kernel Partial Least Squares. 2012 Fifth International Symposium on Parallel Architectures, **Algorithms and Programming**. 2012.

LUENBERGER, D. G. **Linear and nonlinear programming**. Second Ed., Addison-Wesley, Rading, MA, 1989.

MARQUES, P.V.; MODENESI P.J.; BRACARENSE A.Q. **Soldagem: Fundamentos e Tecnologia**, 363p., 3ª Edição, 3ª Reimpressão, Editora UFMG, 2014.ISBN 9788570417480

MEDAR. **Treinamento Básico do Processo de Soldagem por Resistência para Operadores e Preparadores de Máquina**. Pouso Alegre: Usiminas, 81p., 2005.

MILLER. **Handbook for Resistance Spot Welding**. 2005.

MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**, John Wiley & Sons, 5 ed., 699p, 2001. ISBN 0-471-31649-0

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**, John Wiley & Sons, 6 ed., 754p., 2009. ISBN 978-0-470-16992-6

NASCIMENTO, R.S.; FROES, R. E. S.; SILVA N. O. C.; NAVEIRA, R. L. P.; MENDES, D. B. C.; NETO, W. B.; SILVA, J. B. B. Comparison between ordinary least squares regression and weighted least squares regression in the calibration of metals present in human milk determined by ICP-OES. **Talanta**, n. 80, p. 1102-1109, 2010.

NASCIMENTO, V. C. Seleção de Parâmetros de Soldagem a Ponto por Resistência, Baseado na Medição da Resistência Elétrica entre Chapas. **Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia**, 113p., 2008.

NSRW – **Tuffaloy Standard Straight Tips**, 2016.

OLIVERI P.; LÓPEZ M.I.; CASOLINO M.C.; RUISÁNCHEZ I.; CALLAO M.P.; MEDINI L.; LANTERI S.; LANTERI S. Partial least squares density modeling (PLS-DM) – A new class-modeling strategy applied to the authentication of olives in brine by near-infrared spectroscopy. **Analytica Chimica Acta**, v.851, p. 30-36, 2014. DOI: 10.1016/j.aca.2014.09.013.

PAIVA, A. P. Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em otimização de processo de manufatura com múltiplas respostas correlacionadas. **Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica – Instituto de Engenharia Mecânica, UNIFEI**, 257 p., Itajubá. 2006.

PAIVA, A.P., PAIVA, E.J., FERREIRA, J.R., BALESTRASSI, P.P., COSTA, S.C. A multivariate mean square error optimization of AISI 52100 hardened steel turning. **Int. J. Adv. Manuf. Technol.** v.43, p.631-643, 2009. DOI 10.1007/s00170-008-1745-5.

PAIVA, E.J. Erro Quadrático Médio Multivariado na otimização do torneamento do aço ABNT 52100 endurecido. **Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica – Instituto de Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Itajubá**, 194p., 2012.

PENTEADO, K. M. Otimização da Solda de Pontos por Resistência Elétrica na Liga de Alumínio 5052-H32 através do Projeto e Análise de Experimentos (DOE). **Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção – Instituto de Engenharia de Produção e Gestão. Universidade Federal de Itajubá**, 107p., 2011.

PERUCHI, R. S. MDMAIC Um Roadmap Seis Sigma Multivariado. **Tese de Doutorado em Engenharia de Produção – Instituto de Engenharia de Produção e Gestão. Universidade Federal de Itajubá**, 173p., 2014.

PODRŽAJ, P.; POLAJNAR, I.; DIACI, J.; KARIŽ, Z. Influence of welding current shape on expulsion and weld strength of resistance spot welds. **Science and Technology of Welding & Joining**. v.11, n.3, p.250-254, 2006. DOI: 10.1179/174329306X101391.

PODRŽAJ, P.; POLAJNAR, I.; DIACI, J.; KARIŽ, Z. Overview of resistance spot welding control. **Science and Technology of Welding & Joining**. 2008. DOI: 10.1179/174329308X283893



RENCHER, AC. **Methods of multivariate analysis**. New York: John Wiley and Sons, Inc., 2002.

RWMA – **Resistance Welding Manual**. 2v.3. Ed. Philadelphia: RWMA, 1969.

RWMA - Eletrodos e Ferramentas Utilizadas no Processo de Soldagem por Resistência Elétrica. **Resistance Welder Manufacturers Association**, p. 1-13, 2002.

SANCIBRIAN, R. - Improved GRG method for the optimal synthesis of linkages in function generation problems. **Mechanism and Machine Theory**, v.46, p.1350–1375, 2011.

SANTOS, F. B. S. Estudo da Eficiência do Processo de Soldagem de Pontos por Resistência Elétrica Utilizada na Indústria Automotiva. **Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Fluminense**, Rio de Janeiro, 104p., 2006.

SILVA, E. A. Modelagem e otimização do processo de texturização por falsa torção. **Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção – Instituto de Engenharia de Produção e Gestão. Universidade Federal de Itajubá**. 143p., 2009.

SIMONČIČ, S.; PODRŽAJ, P. Weld Strength Estimation Based On Different Parameters Obtained From Welding Force Curve, **The 12th International Conference of the Slovenian Society for Non-Destructive Testing “Application of Contemporary Non-Destructive Testing in Engineering”**, September 4-6, Portorož, Slovenia, 2013.

USIMINAS. **Material de Treinamento Introdutório aos Conhecimentos Básicos do Processo de Soldagem por Resistência**. Pouso Alegre: Automotiva Usiminas, 34 p., 2010.

VARGAS, J. E. Estudo da Formação, Geometria e Resistência do Ponto na Soldagem por Resistência: Uma Abordagem Estatística. **Dissertação de Mestrado em Sistemas Mecatrônicos. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília**, Brasília. 143p. 2006.

WOLD, S.; ALBANO, C.; DUNN, W.J.; ESBENSEN K.; HELLBERG S.; JOHANSSON E.; SJÖSTRÖM M. Pattern recognition: Finding and using regularities in multivariate data, Proceedings of the IUFOST Conference, **Food Research and Data Analysis**. Applied Science Publishers London, v.3, p.183-185, 1983.

YUNTAO, C.; QINGZHENG, M.; RENSHEN, C. Prediction modeling for heat transfer of boiler based on partial least-square regression. **2012 International Conference on Computer Distributed Control and Intelligent Environmental Monitoring. IEEE**, 2012. DOI: 10.1109/CDCIEM.2012.125

ZHANG, H.; SENKARA, J. **Resistance Welding: Fundamentals and Applications**. CRC Press, 448 p., 2006.

ZHOU, M.; ZHANG, H.; HU, S. J. Relationships between Quality and Attributes of Spot Welds. **Welding Journal**, v.82, p.72-77, 2003.