

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA MECÂNICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Otimização Estrutural de Elementos em Compósitos Usando Redes Neurais Artificiais

Autora: Camila Aparecida Diniz.

Orientador: Prof. Sebastião Simões da Cunha Jr.

Co-orientador: Prof. Antônio Carlos Ancelotti Jr.

Fevereiro de 2017

Itajubá - MG

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Camila Aparecida Diniz

Otimização Estrutural de Elementos em Compósitos Usando Redes Neurais Artificiais

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Projeto, Materiais e Processos.

Orientador: Prof. Sebastião Simões da Cunha Jr.

Co-orientador: Prof. Antônio Carlos Ancelotti Jr.

Fevereiro de 2017
Itajubá – MG

Dedicatória

Este trabalho eu dedico à minha família que esteve sempre muito presente nos momentos mais difíceis.

Ao meu noivo Lucas Mota que sempre me apoiou e me incentivou nesta jornada.

"O homem que não pode acreditar em si mesmo, não pode acreditar em mais nada."

Roy L. Smith

Agradecimentos

Ao professor Dr. Sebastião Simões pela amizade, paciência e companheirismo que teve comigo durante estes dois anos de mestrado, me auxiliando em toda pesquisa como orientador.

Ao professor Dr. Antônio Carlos Ancelotti, meu co-orientador, muito prestativo comigo durante o desenvolvimento desta pesquisa.

Aos meus pais e minhas irmãs pelo apoio em todos os momentos e pelo amor incondicional.

Aos meus familiares pelo carinho e apoio, principalmente ao meu padrinho Paulo Carvalho e a minha querida tia Helena Rhodus, pessoas que participaram efetivamente da minha vida acadêmica.

Aos meus amigos do GEMEC, pelos bons momentos que passamos juntos e pela ajuda sempre que foi necessário.

Aos professores da Pós-Graduação pela disponibilidade e boa vontade em ensinar o desconhecido.

Afinal, agradeço a todos que me ajudaram a desenvolver essa pesquisa e torcem pelo meu sucesso.

Resumo

DINIZ, C. A. (2017), *Otimização Estrutural de Elementos em Compósitos Usando Redes Neurais Artificiais*, Itajubá, 87 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

Os materiais compósitos apresentam numerosos benefícios como baixo peso, alta resistência mecânica e rigidez. Estruturas feitas em materiais compósitos vêm sendo desenvolvidas por diversas indústrias e, existe uma grande preocupação em relação à segurança das mesmas. Sendo assim, é importante ter mecanismos que detectem futuras falhas neste material e proporcionem a produção de estruturas mais confiáveis. Esta pesquisa buscou desenvolver um mecanismo utilizando as simulações numéricas através do Método de Elementos Finitos (MEF) e do Critério de Falha Tsai-Wu, juntamente com as Redes Neurais Artificiais (RNAs), na busca por configurações para o material compósito laminado que não apresentem falha e tenham uma margem de segurança que atenda as necessidades de projeto. Primeiramente, foram feitas simulações numéricas considerando um laminado com geometria tubular de aplicação médica e uma viga de aplicação qualquer, buscando como resposta o valor máximo do critério de falha para configurações que consideram as orientações das camadas do laminado de 0° , 45° e 90° . Os resultados gerados com as simulações foram empregados em bancos de dados que posteriormente foram utilizados para treinamento e validação das RNAs. Sendo estas, criadas para determinar qual a orientação para a estrutura laminada de acordo com o valor do critério de falha. Após muitos treinamentos, foram encontrados parâmetros ótimos que permitiram que as RNAs gerassem respostas coerentes de acordo com as informações impostas para validação. As orientações geradas pelas RNAs foram validadas e encontraram semelhança com o valor do critério de falha inserido como entrada nas RNAs. Assim, pôde-se fazer uma inversão das RNAs com o propósito de projeto de estruturas compósitas.

Palavras-chave: Materiais Compósitos, Redes Neurais Artificiais, Critério de Falha Tsai-Wu.

Abstract

DINIZ, C. A. (2017), *Structural Optimization of Composite Elements Using Artificial Neural Networks*, Itajubá, 87 p. MSc. Thesis – Institute of Mechanical Engineering, Federal University of Itajubá.

Composite materials have many advantages as low weight, high mechanical strength and stiffness. Composite structures have been developed by several industries and the main concern is related to their safety. Therefore, it is important to have mechanisms detecting failures and providing more reliable structural production. This work aims develop a mechanism using both Finite Elements Analysis (FEA), Tsai-Wu Failure Criterion and the Artificial Neural Networks (ANN) in order to determine the configuration for a laminated composite structure which is reliable and presents a safety margin that meets the goal design. The numerical simulations were performed considering a laminate as a free-clamped tubular geometry and a beam-type structure both using layers with 0° , 45° and 90° in their orientations. The numerical simulations were used to create databases that were used for ANN training and validation. The ANN were created to determine the layers orientation of the laminated structure according to the value of the failure criterion. After the training sessions, we found optimal parameters to the ANN which allowed generate coherent responses according to the information required for validation. The layers orientations from ANN were validated and very good results were obtained allowing to do the ANN inversion looking for composite structure design.

Keywords: Composite Materials, Artificial Neural Networks, Tsai-Wu Failure Criterion.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	i
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	v
Simbologia.....	vi
Letras Latinas.....	vi
Letras Gregas.....	vi
Siglas e Abreviaturas	vii
Capítulo 1.....	1
INTRODUÇÃO	1
1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
1.2 OBJETIVOS	8
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	9
Capítulo 2.....	10
MATERIAIS COMPÓSITOS.....	10
2.1 CLASSIFICAÇÃO E CONCEITOS BÁSICOS DOS COMPÓSITOS.....	10
2.2 ANÁLISE DOS LAMINADOS	13
Capítulo 3.....	17
CRITÉRIO DE FALHA	17
3.1 CONCEITOS GERAIS DOS CRITÉRIOS DE FALHA	17
3.2 CRITÉRIO DE FALHA TSAI-WU	20
3.3 MARGEM DE SEGURANÇA.....	23

Capítulo 4	26
REDES NEURAI ARTIFICIAIS	26
4.1 NEURÔNIO ARTIFICIAL	28
4.2 ESTRUTURA DA REDE NEURAL	29
4.3 MÉTODOS DE APRENDIZADO DE UMA REDE NEURAL	32
Capítulo 5	36
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS LAMINADOS	36
5.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	37
5.2 TUBO PARA APLICAÇÕES MÉDICAS	38
5.3 VIGA PARA APLICAÇÃO GERAL.....	40
Capítulo 6	44
CRIAÇÃO DAS REDES NEURAI	44
6.1 RNA DO TUBO PARA APLICAÇÕES MÉDICAS	44
6.1.1 Tubo Com 03 Camadas.....	45
6.1.2 Tubo Com 05 Camadas.....	50
6.1.3 Tubo Com 06 Camadas.....	52
6.2 RNA PARA UMA VIGA COMPÓSITA.....	54
Capítulo 7	58
CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	58
7.1 CONCLUSÕES	58
7.2 PERSPECTIVAS FUTURAS.....	60
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	61
Apêndice A	67
ANÁLISE DE REGRESSÃO LINEAR	67
Apêndice B	70
FORMULAÇÃO DA TEORIA CLÁSSICA DOS LAMINADOS	70

Lista de Figuras

Figura 1.1 - Aeronave Boeing 787 produzida com 50% de materiais compósitos.....	2
Figura 1.2 - Muletas feitas com material compósito.....	2
Figura 2.1 - Tipos de reforços dos materiais compósitos.....	11
Figura 2.2 – Matriz reforçada com fibras contínuas e descontínuas.....	12
Figura 2.3 - Empilhamento de lâminas de um material compósito laminado.....	12
Figura 3.1 - Parâmetros de resistência de uma lâmina.....	18
Figura 4.1 - Modelo de um neurônio biológico.	27
Figura 4.2 - Simbologia de um neurônio artificial.....	28
Figura 4.3 - Principais funções de ativação: a) Limiar; b) Sigmoidal; c) Linear.....	29
Figura 4.4 - Modelo de uma RNA típica.....	30
Figura 4.5 - Rede do tipo camada única.....	30
Figura 4.6 - Rede alimentada adiante com camada oculta e camada de saída.....	31
Figura 4.7 - Rede recorrente do tipo realimentada.....	32
Figura 4.8 - Fluxo de informações do algoritmo <i>backpropagation</i>	34
Figura 4.9 - Inversão da RNA em relação às simulações numéricas.	35
Figura 5.1 - Geometria tubular com cinco camadas.....	39
Figura 5.2 - Condições de contorno da geometria tubular.	40
Figura 5.3 - Viga compósita com seis camadas	42

Figura 5.4 - Condições de contorno da viga.....	42
Figura 6.1 - Carga de compressão aplicada nos nós da extremidade do tubo.....	45
Figura 6.2 - RNA para um laminado com 03 camadas.	46
Figura 6.3 - Melhor desempenho para a RNA para 03 camadas.....	47
Figura 6.4 - RNA para um laminado com 03 camadas considerando carregamento variável.	48
Figura 6.5 - Melhor desempenho para a RNA com 03 camadas e carga externa variável	49
Figura 6.6 - RNA para um laminado com 05 camadas	50
Figura 6.7 - Melhor desempenho para a RNA de 05 camadas.....	51
Figura 6.8 - RNA para um laminado com 06 camadas	52
Figura 6.9 - Melhor desempenho para a RNA de 06 camadas.....	53
Figura 6.10 - a) Carregamento de tração nas extremidades da viga; b) Viga engastada em todas as extremidades.	55
Figura 6.11 - RNA para uma viga laminada com 06 camadas.....	55
Figura 6.12 - Melhor desempenho para a RNA da viga com 06 camadas.	56
Figura A.1 - Análise de regressão RNA 03 camadas (a) Carregamento fixo; (b) Carregamento variável.....	68
Figura A.2 - Análise de regressão RNA 05 camadas	68
Figura A.3 - Análise de regressão RNA 06 camadas	69
Figura A.4 - Análise de regressão geometria viga RNA 06 camadas.....	69

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 - Propriedades elásticas do material compósito.	38
Tabela 5.2 - Parâmetros de resistência do material compósito.	38
Tabela 5.3 - Dimensões da geometria tubular vazada.....	39
Tabela 5.4 - Dimensões da geometria de uma viga compósita.	41
Tabela 6.1 - Resultados da RNA para o tubo laminado com 03 camadas.	47
Tabela 6.2 - Resultados gerados pela RNA para o tubo com 03 camadas e com carga variável.....	50
Tabela 6.3 - Resultados gerados pela RNA para um laminado com 05 camadas.	52
Tabela 6.4 - Resultados gerados pela RNA para um laminado com 06 camadas.	54
Tabela 6.5 - Resultados gerados pela RNA para uma viga laminada com 06 camadas	56

Simbologia

Letras Latinas

E_1	Módulo de elasticidade na direção longitudinal às fibras [Pa].
E_2	Módulo de elasticidade na direção transversal às fibras [Pa].
F	Tensor de força nas direções do laminado [N].
G_{12}	Módulo de cisalhamento no plano 1-2 [Pa].

Letras Gregas

ρ	Massa específica do material laminado (densidade) [kg/m ³].
θ	Orientação das camadas do laminado.
ν	Coefficiente de Poisson.
ε_1^T	Deformação última em tração na direção longitudinal às fibras [m].
ε_1^C	Deformação última em compressão na direção longitudinal às fibras [m].
ε_2^T	Deformação última em tração na direção transversal às fibras [m].
ε_2^C	Deformação última em compressão na direção transversal às fibras [m].
τ_{12}	Resistência ao cisalhamento no plano 1-2 [Pa].
σ_1	Tensão normal na direção longitudinal às fibras [Pa].
σ_2	Tensão normal na direção transversal às fibras [Pa].
σ_1^T	Resistência à tração na direção longitudinal às fibras [Pa].

σ_1^C	Resistência à compressão longitudinal [Pa].
σ_2^T	Resistência à tração transversal [Pa].
σ_2^C	Resistência à compressão transversal [Pa].

Siglas e Abreviaturas

AG	Algoritmo Genético.
CLT	Teoria Clássica dos Laminados.
FI	Índice de falha.
FSDT	Teoria de Deformação Cisalhante de Primeira Ordem.
HSDT	Teoria de Deformação Cisalhante de Ordem Superior.
MEF	Método de Elementos Finitos.
MoS	Margem de segurança.
R^2	Coefficiente de determinação.
RNA	Redes Neurais Artificiais.
SR	Fator de resistência.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O avanço da tecnologia proporcionou o surgimento de materiais que foram capazes de suprir as novas necessidades advindas do progresso. O êxito dos materiais compósitos ocorreu devido aos seus diversos benefícios quando comparado aos materiais convencionais, como baixo peso e alta resistência mecânica. Atualmente, os materiais compósitos são utilizados em várias indústrias como a aeronáutica, automobilística, naval, civil, eólica, de equipamentos esportivos, estruturas ortopédicas, entre outras. A indústria aeronáutica militar conseguiu reduzir o peso de suas aeronaves em cerca de 30% devido ao uso de materiais compósitos poliméricos em substituição aos materiais metálicos (KAW, 2006). Como exemplo desse avanço tecnológico tem-se a aeronave ilustrada na Figura 1.1, que possui asas e fuselagem feitas em materiais compósitos reforçados com fibra de carbono, considerando que os materiais compósitos representaram cerca de 50% do peso estrutural da aeronave e proporcionaram uma economia de combustível de 20%, conseqüentemente a emissão de poluentes foi reduzida (GRIFFITHS, 2005). Segundo Miracle & Donaldson (2001), outra indústria que está investindo no uso de materiais compósitos, devido sua alta resistência e leveza é a ortopédica. A Figura 1.2 mostra muletas feitas em material compósito carbono/epóxi que apresentam maior resistência comparada àquelas feitas de alumínio, além de serem 50% mais leves.

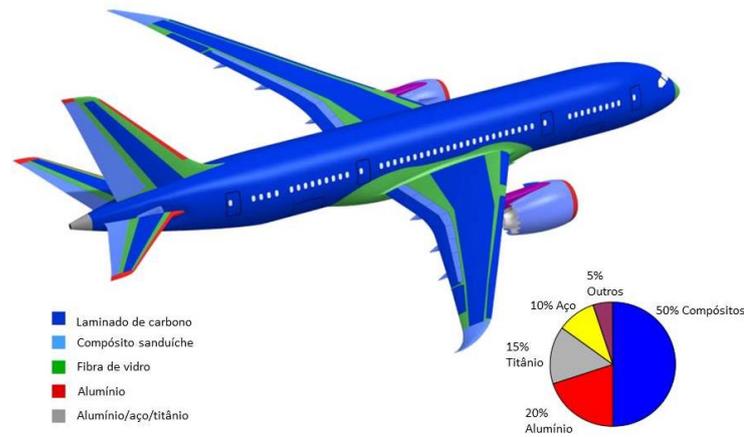


Figura 1.1 - Aeronave Boeing 787 produzida com 50% de materiais compósitos (Adaptado de Griffiths, 2005).



Figura 1.2 - Muletas feitas com material compósito. Retirado de (Miracle & Donaldson, 2001).

Os materiais compósitos são anisotrópicos, ou seja, suas propriedades apresentam variações de acordo com a direção das fibras. Isso muitas vezes dificulta a identificação de falhas, tornando a análise desses materiais mais complexa. A existência de falha em qualquer estrutura compósita é indesejada, sendo considerado como falha quando a estrutura deixa de cumprir sua função, podendo alcançar o colapso estrutural (HINTON & SODEN, 1998). Morales (2013) define falha como sendo a ausência da capacidade de uma estrutura em suportar um determinado

carregamento, resultando em uma concentração de microdefeitos na estrutura gerando assim o dano. Considerando que a falha em compósitos não tem uma análise trivial, e na maioria das vezes não é de fácil percepção. Assim torna-se necessário fazer um estudo amplo sobre como é o comportamento do material quando sujeito a esforços estáticos e/ou dinâmicos, pois muitas vezes a falha de um material pode levar a perdas irreversíveis.

De acordo com Mendonça (2005), pesquisas relacionadas com análise de falhas em compósitos vêm utilizando diferentes critérios de falhas tais como a Teoria de Tensão Máxima, Teoria de Deformação Máxima, Critério de Falha Tsai-Hill, Critério de Falha Tsai-Wu, Critério de Hoffman, Critério de Hashin entre outros, sendo a grande maioria desses critérios e teorias baseados em análises desenvolvidas para materiais metálicos.

Um dos critérios mais utilizados na análise de falha em materiais anisotrópicos é o Critério de Falha Tsai-Wu, devido a algumas vantagens como maior interação entre os componentes de tensão, conseguindo distinguir entre as forças de tração e compressão e a fácil implementação computacional. Porém este critério apresenta como desvantagem a não capacidade de especificar o tipo de falha, apenas a ocorrência da mesma (KAW, 2006; CAKIOA, 2015; COSTA, 2011).

Métodos numéricos são muito utilizados para fazer a análise das falhas em ambiente de programação sendo um dos mais conhecidos o Método dos Elementos Finitos (MEF). Este método é usado para prever o comportamento da estrutura em casos em que os métodos analíticos apresentam dificuldade em encontrar soluções adequadas ao problema proposto. O conceito é discretizar a estrutura em pequenos elementos, esses elementos são interligados por nós, formando assim a chamada malha de elementos finitos, e por fim são obtidas soluções aproximadas para o problema (FISH & BELYTCHKO, 2007).

Considerando a falha em estruturas compósitas como algo que merece atenção é preciso otimizar o processo de produção desses materiais em busca de soluções menos dispendiosas, que assegurem a produção de um material robusto e confiável. Atualmente, uma ferramenta importante que vem sendo utilizada no estudo de materiais compósitos são as Redes Neurais Artificiais (RNAs). Segundo Chong & Zak (2001), as RNAs buscam imitar o cérebro humano, adquirindo conhecimento através do aprendizado e depois sendo capaz de transmitir respostas baseadas no conhecimento adquirido, sendo formadas por circuitos simples constituídos de camadas que são habitadas por neurônios interconectados entre si com a função de transmitir informações.

A idealização de otimizar a produção de materiais compósitos surgiu com a pesquisa realizada por Martins (2015), onde foram realizadas 19 simulações numéricas utilizando o MEF

para detectar qual a melhor sequência de empilhamento das camadas do laminado, para que o mesmo fosse confiável e apresentasse uma margem de segurança satisfatória.

Seguindo a tendência de uso de métodos numéricos a fim de otimizar a produção de materiais compósitos, neste trabalho as Redes Neurais Artificiais são utilizadas como uma ferramenta para busca de orientações adequadas para que o material compósito não apresente falha estrutural e atenda a margem de segurança desejada.

Assim, as RNAs são criadas para prever a orientação adequada das camadas do laminado, considerando o valor máximo do Critério de Falha Tsai-Wu e a margem de segurança. Desta forma, espera-se que essa metodologia possibilite um pré-projeto de material compósito rápido e robusto, diminuindo consideravelmente o número de simulações numéricas, comumente necessários e experimentos.

As geometrias analisadas foram de um tubo utilizado em próteses transtibiais e de uma viga, feitos com material compósito carbono/epóxi. Para ambas as geometrias foram realizadas simulações numéricas utilizando o MEF em busca dos valores máximos do Critério de Falha Tsai-Wu para diversas sequências de empilhamento.

Os resultados gerados pelas simulações numéricas foram utilizados para criar bancos de dados para treinamento e validação das RNAs. Por fim, realizaram-se análises de regressão em busca de verificar a coerência entre os dados inseridos nas RNAs para treinamento e as respostas geradas pelas mesmas, assegurando que os resultados fossem coesos e apropriados para a análise estrutural em questão.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A busca das indústrias por materiais com melhor desempenho e propriedades mais robustas é constante, sendo assim os materiais compósitos estão em ascensão e são adotados por vários ramos industriais nacionais e internacionais. Beber (2003) estudou em sua pesquisa, a inserção dos compósitos de fibra de carbono como reforço externo de estruturas em concreto armado para recuperação na construção civil. Alves *et al.* (2010) apresentaram a possibilidade do uso de compósitos de fibras naturais para a produção de um capô frontal de um veículo (Buggy). Rêgo *et al.* (2012) produziram um material compósito cerâmico de alta resistência para utilização como revestimento de tanques de armazenamento de petróleo. Campos (2013) desenvolveu um

modelo de pás para aerogeradores usando o material compósito reforçado com fibras de carbono, o que gerou uma diminuição considerável no peso da estrutura. Galvão (2014) produziu e caracterizou compósitos feitos com rejeitos de pó de vidro para serem utilizados como isolantes térmicos. Rodrigues (2015) utilizou os materiais compósitos como material dentário, este apresentou uma adequada resistência ao desgaste. Martins (2015) desenvolveu um estudo sobre o uso de tubos feitos com material compósito carbono/epóxi para próteses transtibiais. Fernandes (2016) projetou e construiu um veleiro autônomo de pequeno porte com o casco feito com materiais compósitos. Como é possível perceber, os materiais compósitos podem ser utilizados em diversas aplicações. Sendo assim, produzir materiais com um alto índice de perfeição é o ideal, evitando as possíveis falhas que este material possa sofrer.

A falha em uma estrutura é algo indesejado, porém nas estruturas feitas em materiais compósitos a falha é bastante complexa e exige um estudo mais aprofundado. Devido a mecanismos iterativos, as falhas podem ser causadas por fratura (delaminação), micro trincas, fissuras, entre outras (TSAI & WU, 1972). Tsai & Hahn (1980) afirmam que os mecanismos de falhas dos materiais compósitos estão relacionados aos estados de deformação e tensão, sendo estes, fundamentais para o comportamento desses materiais. Considerando o comportamento dos materiais compósitos sensíveis à forma como os mesmos são obtidos, torna-se relevante analisar as possíveis falhas que estes materiais podem apresentar quando submetidos a carregamentos e deformações. Lee (1982), preocupado em identificar as falhas nos materiais compósitos realizou uma análise considerando um material compósito laminado com um furo sob um carregamento biaxial, sendo o pioneiro a utilizar o MEF para analisar falhas em materiais compósitos. A programação desenvolvida foi capaz de calcular as tensões, identificar o dano juntamente com os modos de falhas e determinar a resistência máxima suportada pelo laminado. Esta análise gerou resultados proveitosos, porém o método utilizado era dispendioso em relação ao tempo gasto com as simulações e exigia um alto índice de memória dos equipamentos.

Chang & Scott (1984) criaram um método para prever a resistência à ruptura e o modo de falha de materiais compósitos laminados. Os resultados analíticos foram comparados com os resultados experimentais e tiveram boa concordância.

Reddy & Pandey (1987) criaram um procedimento baseado no MEF juntamente com vários critérios de falhas como Tsai-Wu, para analisar a falha na primeira camada de placas feitas com material compósito laminado sujeito a cargas no plano e/ou de torção. Foi constatada a equivalência nos critérios de falhas usados para os casos propostos com cargas aplicadas no

plano. Já para laminados submetidos à aplicação de cargas de torção, o Critério de Falha Tsai-Hill e de Deformação Máxima apresentaram divergência em relação à localização da falha.

Hwang & Sun (1989) analisaram a falha nos materiais compósitos usando o MEF e o Critério de Falha Tsai-Wu. Consideraram três modos diferentes de falhas: quebra de fibra, trincas na matriz e delaminação. Os resultados analíticos e experimentais foram semelhantes.

Lessard & Chang (1991) pesquisaram de forma experimental a compressão de placas compósitas com furos, considerando alguns mecanismos de falhas. Foi verificado que as orientações das camadas dos laminados interferem significativamente no dano da estrutura.

Cui *et al.* (1992) fazem uma comparação sobre diversos critérios de falhas usados para diagnosticar a delaminação em estruturas compósitas laminadas unidirecionais. Foi constatado que o Critério de Falha Tsai-Wu é o que consegue prever melhor a delaminação nas estruturas e a Teoria de Tensão Máxima foi considerada imprecisa para este tipo de abordagem.

Choi & Chang (1992) estudaram os danos nos materiais compósitos causados por objetos estranhos de baixa velocidade. Foi desenvolvido um modelo que consiste na análise de tensões e falhas para prever o início do dano.

Conforme a tecnologia foi sendo aprimorada, técnicas de otimização e inteligência computacional foram introduzidas nas análises do comportamento de materiais compósitos. As Redes Neurais Artificiais tornaram-se uma ferramenta analítica poderosa para solução de problemas de engenharia, gerando resultados eficazes e rápidos. Um dos primeiros artigos publicados onde as RNAs foram usadas para modelar o comportamento de materiais compósitos, foi dos autores Pidaparti & Palakal (1993), que criaram uma RNA para prever o comportamento não linear de tensão-deformação de materiais compósitos laminados. Os resultados gerados pela RNA foram comparados com experimentos, demonstrando que ela conseguiu prever o comportamento de tensão-deformação uniaxial, porém é um modelo de RNA limitado, pois não consegue prever todas as tensões no plano multi axial.

Uma abordagem similar foi feita por Bezerra *et al.* (2007), que desenvolveram uma RNA para prever o comportamento tensão-deformação em cisalhamento de materiais compósitos reforçados com fibras de carbono e vidro. Os autores constataram que a inserção do algoritmo de aprendizado Levenberg-Marquardt permitiu uma alta qualidade nos resultados gerados pela RNA. Outro fator que teve influência significativa nos resultados foi o aumento dos neurônios nas camadas ocultas gerando resultados mais robustos.

Outra pesquisa envolvendo o uso das RNAs na análise de materiais compósitos foi feita por Jiang *et al.* (2007), que utilizaram a RNA para prever propriedades do desgaste de materiais

compósitos poliméricos. A RNA criada foi capaz de determinar a taxa de desgaste específica, o coeficiente de fricção e as propriedades mecânicas, tais como resistência a compressão. Os resultados gerados pela RNA foram produtivos, porém é possível afirmar que a RNA pode ser aprimorada com a expansão do banco de dados usado para treinamento.

Considerando que as simulações que empregam análise estrutural, na maioria das vezes exigem muito tempo de processamento dependendo da complexidade do problema, a técnica de RNA é uma ótima opção para minimizar esse impacto, exigindo pouco tempo de processamento. Lopes *et al.* (2010) utilizaram a análise de confiabilidade considerando o Critério de Falha Tsai-Wu em materiais compósitos laminados e compararam com a análise de elementos finitos onde é utilizada uma RNA, buscando comparar o tempo de processamento das análises e fazer uma redução no custo computacional. Os resultados mostraram que o uso das redes neurais proporcionou uma redução de tempo de processamento, considerando valores baixos de probabilidade de falha.

Cardozo *et al.* (2011) desenvolveram uma pesquisa buscando otimizar estruturas compósitas laminadas complexas. Os autores criaram uma formulação combinando o MEF para análise estrutural, os Algoritmos Genéticos (AG) para a otimização estrutural e as RNAs para aproximar as soluções do MEF. A RNA é utilizada para relacionar as soluções geradas com o MEF, reduzindo o processamento e consequentemente o custo computacional. Isto é confirmado quando ocorre a comparação entre o uso do MEF com o AG e a RNA com o AG, onde a aplicação da RNA gera um tempo inferior de processamento.

Nicholas *et al.* (2012), também criaram um procedimento de otimização usando os AG com o intuito de maximizar o fator de segurança de placas feitas em materiais compósitos. Os ângulos das fibras e a sequência de empilhamento das camadas foram escolhidos como variáveis de projeto, sendo otimizados até alcançarem os valores ideais para o valor máximo do fator de segurança. Os autores utilizaram o Critério de Falha Tsai-Wu e a Teoria de Tensão Máxima para verificar a falha estática no material compósito. Com esta pesquisa foi constatado que uma sequência de camadas com ângulos convencionais não produz bons fatores de segurança e que quando o intervalo entre os ângulos é reduzido, o fator de segurança tem um aumento significativo.

Outra pesquisa de grande relevância que evidencia a otimização dos materiais compósitos é a de Hajmohammad *et al.* (2013), que utiliza a RNA para obter o carregamento máximo de flambagem em uma placa compósita. Sendo estes dados utilizados pela técnica de AG para otimizar a estrutura compósita. Os AG foram utilizados para obter o projeto ótimo da estrutura, e

foi constatado que a variação na sequência de empilhamento do laminado pode gerar um aumento da carga de flambagem na estrutura.

Mallela & Upadhyay (2016) elaboraram uma ferramenta de análise analítica eficaz utilizando RNA para prever a carga de flambagem em painéis compósitos laminados sujeitos a um carregamento de cisalhamento no plano. Foi produzido um banco de dados usando o Método dos Elementos Finitos para treinamento da RNA. Esta, que foi eficiente em determinar a carga de flambagem para painéis laminados gerando resultados muito precisos, podendo ser utilizada como uma ferramenta de apoio nos projetos de painéis laminados.

Desta forma mostra-se viável uma pesquisa em torno da otimização dos materiais compósitos, considerando como fator relevante diagnosticar as possíveis falhas deste material através de mecanismos eficientes e coesos. Esta revisão bibliográfica apresentou alguns trabalhos expressivos envolvendo os materiais compósitos, o Critério de Falha Tsai-Wu e as Redes Neurais Artificiais.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver mecanismos utilizando as RNAs, que sejam capazes de determinar a orientação adequada das camadas dos laminados, através do conhecimento dos valores do Critério de Falha Tsai-Wu. Deseja-se que a RNA seja capaz de desempenhar o caminho inverso ao realizado pelas simulações numéricas, de forma eficaz e ágil.

O objetivo geral pode ser dividido em alguns objetivos específicos:

- Estudar detalhadamente o funcionamento das RNAs e os diversos critérios de falhas;
- Realizar simulações numéricas utilizando o MEF para determinar o valor do Critério de Falha Tsai-Wu em estruturas compósitas carbono/epóxi;
- Criar bancos de dados com os resultados gerados pelas simulações numéricas para treinamento e validação das RNAs;
- Criar, treinar e validar RNAs para determinar as orientações adequadas das camadas dos laminados que atendam à margem de segurança especificada;
- Mostrar a possibilidade do uso da RNA juntamente com o MEF para análise estrutural de materiais compósitos.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho está segmentado em sete capítulos, finalizando com as referências bibliográficas e o apêndice A. A seguir serão apresentados os assuntos relacionados a cada capítulo.

No Capítulo 1, apresentou-se uma introdução sobre o assunto da pesquisa, uma revisão bibliográfica sobre as principais pesquisas na área e por último foi proposto os objetivos para o desenvolvimento desta pesquisa.

No Capítulo 2, apresentam-se os principais conceitos sobre materiais compósitos, uma breve introdução a Teoria Clássica dos Laminados que determina o comportamento do material compósito e faz-se referência a algumas pesquisas que utilizam esta teoria.

No Capítulo 3, serão expostos os principais critérios de falhas para materiais anisotrópicos, dando maior ênfase ao Critério de Falha Tsai-Wu, utilizado nesta pesquisa.

No Capítulo 4, exibe-se uma história sobre o surgimento das redes neurais, posteriormente apresentam-se os princípios fundamentais sobre a técnica de Redes Neurais, as melhores arquiteturas, os algoritmos de treinamento e os parâmetros mais relevantes.

O Capítulo 5 inicia-se apresentando o problema que deu embasamento para esta pesquisa, faz-se uma apresentação das simulações numéricas que foram feitas em relação às geometrias de um tubo e de uma viga, utilizadas para criação dos bancos de dados para treinamento e validação das RNAs.

No Capítulo 6, os resultados sobre as RNAs são apresentados, visando demonstrar detalhadamente quais parâmetros foram utilizados e quais foram às respostas das RNAs para os laminados em questão.

Por fim, no Capítulo 7, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentados com o intuito de finalizar esta pesquisa. Constando ainda, as referências bibliográficas utilizadas para esta pesquisa e o apêndice A que retrata a análise de regressão feita para todas as RNAs.

Capítulo 2

MATERIAIS COMPÓSITOS

2.1 CLASSIFICAÇÃO E CONCEITOS BÁSICOS DOS COMPÓSITOS

Nas últimas décadas novas classes de materiais foram surgindo, dentre elas está a classe dos materiais compósitos. Segundo Mendonça (2005), um material compósito é a junção de dois ou mais materiais distintos que são combinados visando obter propriedades que nenhum dos materiais isoladamente apresenta. Alguns exemplos de materiais compósitos naturais são a madeira e o osso, sendo a madeira um compósito de resina linino reforçado com fibras de celulose, já o osso é feito com cálcio e fosfato reforçado com colágeno (KAW, 2006).

Com o passar do tempo surgiram novos tipos de compósitos chamados de materiais compósitos modernos. Esses materiais são definidos por duas fases, uma chamada de reforço, que é descontínua e rígida e a outra chamada de matriz que é mais fraca e menos rígida; algumas vezes é adicionada uma fase entre o reforço e a matriz chamada de interfase (DANIEL & ISHAI, 1994). A função da fase matriz é unir as fibras e transmitir as tensões, além de proteger as fibras do desgaste gerado pelo uso, já o reforço é constituído de fibras que são mais resistentes e rígidas, tendo como função principal suportar os carregamentos mecânicos (MENDONÇA, 2005; LEVY NETO & PARDINI, 2006).

Kaw (2006) classifica os materiais compósitos de acordo com o tipo de matriz e a geometria do reforço considerando como tipos de matriz: metálica, cerâmica e polimérica. Em relação ao reforço, é considerado como sendo em forma de partículas, flocos ou fibras (Figura 2.1).

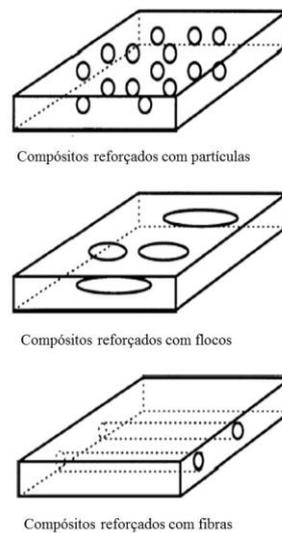


Figura 2.1 - Tipos de reforços dos materiais compósitos (Adaptado de Kaw, 2006).

Ainda segundo Kaw (2006), no compósito reforçado com partículas, as mesmas são imersas na matriz de forma aleatória, consistindo em um material com vantagens como resistência superior e melhor resistência à oxidação. O reforço em flocos proporciona um alto módulo de flexão fora do plano e tem um baixo custo, porém este tipo de reforço apresenta uma restrição, sua orientação é bem trabalhosa. Já o reforço em fibras, constitui-se em matrizes reforçadas com fibras longas (contínuas) ou curtas (descontínuas), como é visto na Figura (2.2). As matrizes mais usadas são as poliméricas feitas com resina epóxi, uretano ou poliéster. Sendo divididas em termorrígidas e termoplásticas, onde as termorrígidas após o resfriamento não conseguem voltar a sua forma original, sendo mais rígidas, enquanto que as termoplásticas são muito sensíveis às altas temperaturas, sendo facilmente maleáveis. A matriz polimérica também está presente nos impregnados reforçados com fibras contínuas, chamados de *prepregs*, que consistem em fitas ou tecidos que são impregnados através do calor e compressão por uma resina, sendo muito usados para aplicações estruturais.

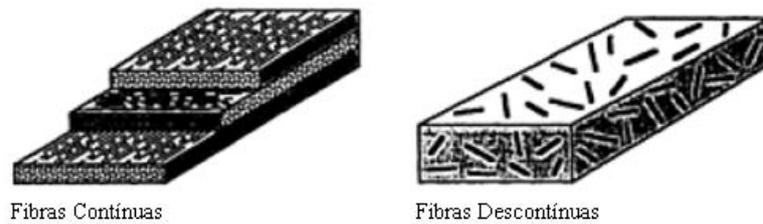


Figura 2.2 - Matriz reforçada com fibras contínuas e descontínuas. . Retirado de (Miracle & Donaldson, 2001).

Em relação aos tipos de materiais compósitos, os laminados são um tipo particular, formados por duas ou mais camadas finas empilhadas, onde a resistência varia de acordo com a orientação das fibras em cada lâmina, tendo uma das direções de maior índice de resistência. Assim, busca-se variar as orientações das fibras nas camadas para que a resistência varie, desenvolvendo propriedades em várias direções de acordo com as necessidades de carregamento exigidas. Em compósitos unidirecionais as fibras determinam as propriedades longitudinais e a matriz as transversais. Os laminados podem ter formato plano (placas) ou curvo (cascas). Na Figura 2.2 é possível observar o empilhamento das lâminas formando um laminado (CALLISTER Jr, 2002; MENDONÇA, 2005).

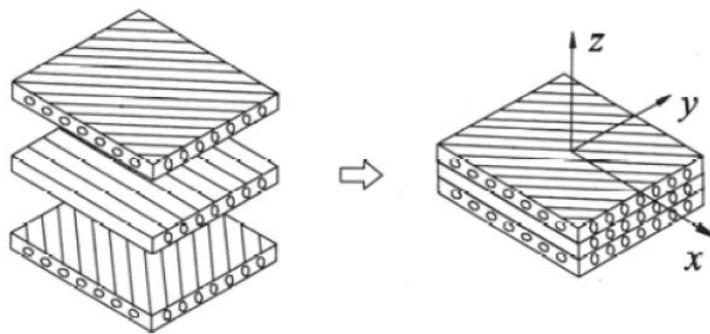


Figura 2.3 - Empilhamento das camadas de um material compósito laminado (Retirado de Mendonça, 2005).

Panosso (2011) afirma que o material laminado é considerado como sendo um único componente, ou seja, as camadas empilhadas são consideradas como uma única estrutura, o contato entre elas é considerado perfeito não sofrendo nenhum deslocamento entre as mesmas.

Para uma perfeita análise de um material laminado é necessário conhecer bem algumas definições para que a modelagem matemática seja feita de forma adequada, essas definições são apresentadas posteriormente.

2.2 ANÁLISE DOS LAMINADOS

Uma análise precisa de laminados é feita em diferentes níveis considerando as tensões e deformações sofridas pelo material. Para um estudo sobre as falhas no material laminado é necessário fazer uma abordagem da micromecânica e da macromecânica dos materiais laminados. Daniel & Ishai (1994) descrevem estes termos como:

- **Micromecânica:** estuda as propriedades mecânicas do compósito de forma microscópica. Com o conhecimento das interações dos componentes da camada (fibra e matriz) é possível conhecer o comportamento de todo laminado. A micromecânica afirma que os materiais compósitos são heterogêneos e que existe uma aglutinação excelente entre as fibras e a matriz. Considerando propriedades como força e vida em fadiga que são muito influenciadas por características locais.
- **Macromecânica:** Considera uma camada unidirecional como um material anisotrópico *quasi*-homogêneo que tem suas próprias propriedades de rigidez e força. No estudo macroscópico o laminado é visto como uma única estrutura, não sofrendo discriminação entre as camadas. Sendo o comportamento do laminado determinado de acordo com as condições de cada camada. A análise macroscópica estuda a relação tensão-deformação da camada.

Como a micromecânica é considerada muito complexa, são utilizados critérios de falha considerando a análise macromecânica para diagnosticar as falhas nos materiais compósitos. O critério de falha pode ser expresso em tensões e forças sem referenciar os mecanismos de falhas.

A análise macromecânica é empregada através da Teoria Clássica dos Laminados (CLT) a qual define o comportamento do material em função das propriedades das camadas e da sequência de empilhamento (DANIEL & ISHAI, 1994). Por fim, em nível estrutural, que consiste na junção da Teoria Clássica dos Laminados com a análise dos elementos finitos, é apresentado o comportamento da estrutura e os estados de tensão das camadas individualmente. A formulação da Teoria Clássica dos Laminados é melhor descrita no Apêndice B.

Como o comportamento dos materiais laminados apresenta variação devido à espessura das camadas, às orientações das fibras e o tipo de material utilizado. Onde cada camada quando isolada demonstra características diferenciadas a Teoria Clássica dos laminados é usada para demonstrar essas relações.

A Teoria Clássica dos Laminados defende que para estudos sobre placas sejam usados os pressupostos obtidos com as hipóteses de *Kirchhoff* e para cascas as hipóteses de *Kirchhoff-Love*. Essas hipóteses são baseadas nas seguintes suposições (MENDONÇA, 2005; KAW, 2006):

- As camadas são ortotrópicas e homogêneas;
- A aderência das camadas é considerada excelente, não sofrendo descolamento ou deslizamentos;
- Os deslocamentos ao longo das camadas são considerados contínuos, sendo a camada de resina utilizada considerada bem fina e não deformando por cisalhamento;
- O laminado apresenta uma parede muito fina comparada ao restante da superfície;
- A hipótese das seções planas é utilizada considerando que uma linha quando reta e perpendicular ao plano (xy) permanecem da mesma forma quando um carregamento é aplicado e o laminado é estendido e flexionado ($\gamma_{xz} \equiv \gamma_{yz} \equiv 0$), estando no estado plano de tensão.
- Os segmentos normais à superfície tem comprimento constante.

Muitas pesquisas são baseadas nas hipóteses da CLT, como é o caso de Almeida (2006), que desenvolveu uma ferramenta computacional de otimização empregando o AG. Esta ferramenta busca encontrar o melhor ângulo de orientação das fibras para aumentar a rigidez de um cilindro laminado sujeito a uma carga de pressão. Simultaneamente, o autor desenvolveu um programa de análise estrutural utilizando o MEF, na qual um elemento triangular plano cujo comportamento

segue a CLT considerando as hipóteses apresentadas acima. Esta análise deu apoio ao algoritmo de otimização, permitindo sua aplicação em estruturas complexas.

Mendonça (2014) elaborou uma metodologia de otimização para rotores com eixos feitos em material compósito, tendo como objetivo encontrar o melhor projeto. Foi utilizada a técnica do AG e para fundamentar alguns conceitos utilizou-se a Teoria Clássica dos Laminados. Os resultados demonstraram que a sequência de empilhamento é um fator de grande influência sobre a dinâmica dos rotores.

Cakioa (2015) fez uma comparação entre as previsões de falhas dos materiais laminados usando métodos analíticos e numéricos, os métodos analíticos são resolvidos baseados na Teoria Clássica das Placas Laminadas uma extensão da CLT. Foram feitas também caracterizações sobre as previsões de falhas de acordo com características do laminado como a sequência de empilhamento.

Vignoli (2016) desenvolveu um estudo para analisar a concentração de tensão em materiais compósitos. A CLT foi utilizada para conseguir propriedades equivalentes a de laminados simétricos e o Critério de Falha Tsai-Wu foi utilizado considerando diversas condições de carregamentos para diferentes laminados com furos circulares e elípticos.

A Teoria Clássica dos Laminados é muito aplicada nas análises de materiais compósitos conseguindo descrever o comportamento desses materiais como sendo feitos por uma única camada. Outras teorias de placas foram surgindo complementando as suposições da CLT como a Teoria de Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT) e Teoria de Deformação Cisalhante de Ordem Superior (HSDT). Segundo Diacenco (2016), as teorias de placas usadas representam de forma analítica o comportamento mecânico do material através de suposições cinemáticas em relação aos deslocamentos e deformações.

Essas teorias são muitas vezes utilizadas associadas ao Método dos Elementos Finitos. Este método vem sendo muito utilizado para resolução de problemas de engenharia onde os métodos analíticos convencionais não são capazes de encontrar soluções precisas. Sendo um dos mais adequados para análises estruturais, empregado como uma ferramenta poderosa de análise estrutural por diversos programas computacionais.

Este método consiste em primeiramente discretizar uma geometria gerando vários elementos, onde estes elementos são conectados através de nós. Através dos nós de cada elemento é feito o cálculo do campo de deslocamento usando funções de interpolação polinomiais. Os valores gerados com o cálculo dos deslocamentos nos nós são chamados de graus de liberdade elementares. Assim, é possível descrever as matrizes e os vetores globais de

acordo com as condições impostas pelos nós dos elementos vizinhos e das condições de contorno (DIACENCO, 2010; FARIA, 2006).

Neste trabalho, a análise estrutural usando o MEF é feita combinando a FSDT em um programa computacional de elementos finitos. Esta teoria é adequada ao estudo em questão, devido à espessura das estruturas utilizadas para análise do problema serem finas. E ainda apresenta vantagens como o baixo custo computacional e excelente predição dos resultados, sendo muito coerente em apresentar as características mecânicas do material referente a deflexões e cargas de flambagem (FARIA, 2006).

Capítulo 3

CRITÉRIO DE FALHA

3.1 CONCEITOS GERAIS DOS CRITÉRIOS DE FALHA

O sucesso no uso de estruturas compósitas está relacionado à sua eficiência e segurança. Visto essas necessidades, algumas teorias foram criadas para diagnosticar possíveis falhas nessas estruturas. Geralmente estas teorias estão relacionadas a forças normais e de cisalhamento do laminado, definindo os estados de tensões em que a falha acontece (KAW, 2006).

De acordo com Kaw (2006), os critérios de falhas foram criados primeiramente para materiais isotrópicos como o aço, onde foram encontradas as tensões normais e de cisalhamento máximas do material, quando a tensão máxima fosse maior que a última força, a falha era indicada no material.

Dentre os vários critérios de falhas relevantes para materiais isotrópicos podem-se citar: *i)* Tensão Normal Máxima (também conhecida como Rankine), *ii)* Tensão Máxima de Cisalhamento (Tresca) e *iii)* Teoria de Distorção Máxima (Von Mises).

Teorias de falhas para materiais compósitos foram apresentadas com base nas teorias criadas para materiais isotrópicos, e adaptações foram feitas considerando o comportamento anisotrópico e a força dos materiais compósitos (DANIEL & ISHAI, 1994). Este comportamento anisotrópico

permite que haja mudança nas propriedades do material conforme as orientações forem sendo combinadas.

De acordo com Costa (2011), as propriedades dos materiais compósitos e o tipo de carregamento que será aplicado no mesmo gera uma variação nas características deste material, devido à prevalência da anisotropia. Segundo Daniel & Ishai (1994) a macromecânica faz referência à resistência de uma camada como sendo anisotrópica, ou seja, a mesma varia com a orientação das fibras. Sendo assim, é possível estabelecer alguns parâmetros de resistências de acordo com estudos da macromecânica.

Kaw (2006) afirma que no caso de um laminado unidirecional são definidos dois eixos para o material, a direção transversal às fibras e a direção longitudinal às fibras. Desta maneira são considerados quatro parâmetros de resistência normal e um de resistência ao cisalhamento, totalizando cinco parâmetros de resistência fundamentais para o uso do critério de falha, como é mostrado na Figura 3.1:

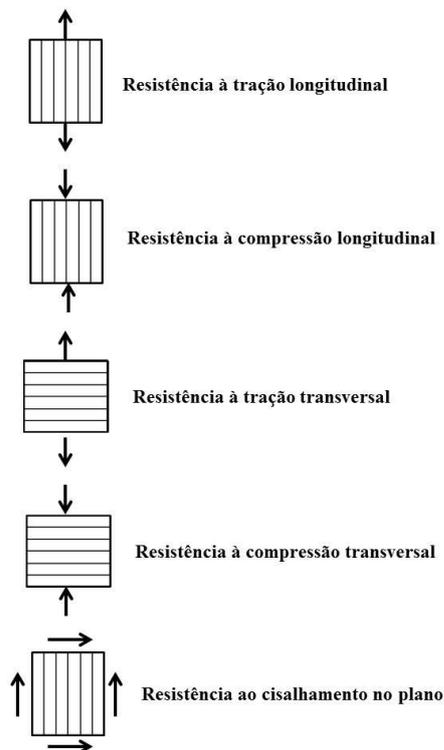


Figura 3.1 - Parâmetros de resistência de uma lâmina. Adaptado de (Daniel & Ishai, 1994).

Os parâmetros de resistência ilustrados na Figura 3.1 representam uma lâmina de comportamento elástico linear. Para um carregamento uniaxial longitudinal são apresentadas as seguintes relações elásticas (VOYIADJIS & KATTAN, 2005):

$$\sigma_1^T = E_1 \varepsilon_1^T \quad (3.1a)$$

$$\sigma_1^C = E_1 \varepsilon_1^C \quad (3.1b)$$

Já para um carregamento transversal uniaxial, as relações elásticas são:

$$\sigma_2^T = E_2 \varepsilon_2^T \quad (3.2a)$$

$$\sigma_2^C = E_2 \varepsilon_2^C \quad (3.2b)$$

Considerando o carregamento em cisalhamento temos:

$$\tau_{12}^F = G_{12} \gamma_{12}^F \quad (3.3)$$

onde:

σ_1^T = resistência à tração na direção longitudinal às fibras;

σ_1^C = resistência à compressão na direção longitudinal às fibras;

σ_2^T = resistência à tração na direção transversal às fibras;

σ_2^C = resistência à compressão na direção transversal às fibras;

τ_{12}^F = resistência ao cisalhamento no plano.

Conforme apresentado, as teorias de falhas tem o intuito, de primeiramente, encontrar as tensões no eixo principal e depois usar os cinco parâmetros de resistência (mostrados acima) para constatar se a falha ocorreu. Usualmente, esses critérios de falha não consideram o procedimento físico envolvido no momento da falha, apenas consideram os efeitos macroscópicos (MENDONÇA, 2005; KAW, 2006).

De acordo com Kaw (2006), os principais critérios de falha utilizados para materiais compósitos são: *i)* Critério de Falha da Tensão Máxima, *ii)* Critério de Falha da Deformação Máxima, *iii)* Critério de Falha Tsai-Hill e *iv)* Critério de Falha Tsai-Wu.

O Critério de Falha da Tensão Máxima é considerado uma extensão da Tensão Normal Máxima feito para materiais isotrópicos. Este critério considera que a falha ocorre se as tensões exercidas nas direções principais do material forem iguais ou maiores que as resistências nas respectivas direções de carga (MENDONÇA, 2005).

Já o Critério de Falha da Deformação Máxima é baseado na Tensão Máxima de Cisalhamento, onde a falha ocorre se a deformação normal ou de cisalhamento nos eixos locais da camada for igual ou maior que a deformação última na direção correspondente. A deformação última é o mesmo que a deformação máxima suportada pelo material (KAW, 2006).

Esses dois critérios apresentados não consideram a relação entre os cinco parâmetros de resistência propostos, por isso são considerados critérios não interativos.

O Critério de Falha Tsai-Hill foi baseado em uma generalização da Teoria de Distorção Máxima. Neste caso a falha no material ocorre quando a energia de distorção é igual ou maior que certo valor de resistência da camada, não havendo distinção entre as tensões de compressão e tração (KAW, 2006).

Nesse trabalho, empregou-se o Critério de Falha Tsai-Wu pelo fato de que o mesmo é um critério bastante utilizado em problemas envolvendo materiais compósitos, consegue distinguir entre as forças de tração e compressão e por ser um critério de fácil implementação computacional, este critério é descrito posteriormente.

3.2 CRITÉRIO DE FALHA TSAI-WU

O critério de falha Tsai-Wu é baseado na Teoria de Falha da Energia de Deformação Total, foi elaborado por Tsai e Wu com o intuito de ser um método de fácil utilização e que descrevesse o material de forma coerente (TSAI & WU, 1972; VOYIADJIS & KATTAN, 2005).

De acordo com Daniel & Ishai (1994), esse critério é capaz de prever a força perante vários estados de tensão, aos quais não existem dados experimentais acessíveis, isto é, utilizando os tensores de força que tem como função transformar um sistema de coordenadas em outro. Sendo estes tensores de forças os responsáveis por diferenciar as tensões de compressão e tração.

Tsai e Wu (1972) propuseram um aumento no número de termos utilizados pelo Critério de Falha Tsai-Hill com o propósito de aproximar melhor os dados experimentais, considerando um estado de tensão bidimensional. Dessa forma, a falha no material compósito de acordo com o Critério de Falha Tsai-Wu ocorre se a expressão abaixo for infringida (MENDONÇA, 2005):

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\tau_{12} + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{16}\sigma_1\tau_{12} + F_{26}\sigma_2\tau_{12} \leq 1 \quad (3.4)$$

onde σ_1 e σ_2 são as tensões normais, τ_{12} é a tensão de cisalhamento e $F_{11}, F_{22}, F_{66}, F_1, F_2$ e F_{12} são os tensores de força de 2ª, 4ª e 9ª ordem. Esses tensores são obtidos usando os cinco parâmetros de uma lâmina unidirecional que foram apresentados no início deste capítulo. Expressões que mostram como encontrar os valores dos tensores de força (VOYIADJIS & KATTAN, 2005):

$$F_{11} = \frac{1}{\sigma_1^T \sigma_1^C} \quad (3.5a)$$

$$F_{22} = \frac{1}{\sigma_2^T \sigma_2^C} \quad (3.5b)$$

$$F_1 = \frac{1}{\sigma_1^T} - \frac{1}{\sigma_1^C} \quad (3.5c)$$

$$F_2 = \frac{1}{\sigma_2^T} - \frac{1}{\sigma_2^C} \quad (3.5d)$$

$$F_{66} = \frac{1}{(\tau_{12}^F)^2} \quad (3.5e)$$

A única constante que demonstra dificuldade em ser calculada com conhecimento dos cinco parâmetros é F_{12} , a mesma requer o uso de um ensaio diferenciado. Alguns ensaios foram apresentados para resolver esse problema, como o teste biaxial, onde a lâmina falha considerando $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, como mostra a expressão (MENDONÇA, 2005):

$$F_{12} = \frac{1}{2\sigma^2} \left[1 - \left(\frac{1}{\sigma_1^T} - \frac{1}{\sigma_1^C} + \frac{1}{\sigma_2^T} - \frac{1}{\sigma_2^C} \right) \sigma - \left(\frac{1}{\sigma_1^T \sigma_1^C} + \frac{1}{\sigma_2^T \sigma_2^C} \right) \sigma^2 \right] \quad (3.6)$$

Visto o grande inconveniente em encontrar a constante F_{12} por meio de experimentos e o descaso pelo valor exato desta constante, Tsai & Hahn (1980) através de dados experimentais reais apresentaram uma expressão mais direta para o cálculo desta constante, dado por:

$$F_{12} = -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma_1^T \sigma_1^C \sigma_2^T \sigma_2^C} \right]^{1/2} \quad (3.7)$$

Como todas as constantes já foram determinadas, a expressão geral do Critério de Falha Tsai-Wu é dada por (MENDONÇA, 2005):

$$F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 \leq 1 \quad (3.8)$$

Este critério de falha apresenta vantagens, tais como (DANIEL & ISHAI, 1994; MENDONÇA, 2005; GOUVÊA, 2006):

- Autonomia em utilizar quantos termos forem necessários para aproximar os dados experimentais;
- Diferenciação entre as forças de tração e compressão;
- Fácil implementação computacional;
- Considera o efeito do componente hidrostático das tensões;
- É considerado um critério mais geral por relacionar um número maior de propriedades mecânicas.

Panosso (2011) evidência o fato do Critério de Falha Tsai-Wu ser baseado em fenômenos físicos, o que torna impossível a previsão do modo de falha. Sendo um critério que consegue prever somente se a falha ocorre ou não na estrutura.

Como exemplos de aplicação do Critério de Falha de Tsai-Wu pode-se citar a pesquisa de Gouvêa (2006), que utilizou métodos de otimização para encontrar o valor ótimo para as orientações das fibras de um laminado submetido a esforços no plano, considerando o valor máximo do Critério de Falha Tsai-Wu como função objetivo. Siqueira (2009) fez uma análise sobre o comportamento mecânico de um material compósito considerando alguns critérios de falhas dentre eles o Critério de Falha Tsai-Wu. O autor comparou os resultados obtidos com as simulações com resultados experimentais e pôde constatar que o Critério de Falha Tsai-Wu

demonstra melhores resultados comparado aos outros critérios utilizados. Panosso (2011) apresentou um estudo comparativo sobre os materiais compósitos laminados considerando vários critérios de falhas como o Critério de Falha Tsai-Wu e fez um estudo sobre a variação da resistência em relação à orientação das fibras. Foi possível afirmar que o Critério de Falha Tsai-Wu é extremamente eficiente para analisar falhas em um laminado em tração. O Critério de Falha Tsai-Wu também foi referência na pesquisa de Mascia & Simoni (2013), onde os mesmos realizaram um estudo sobre alguns critérios de falhas aplicados a dois tipos de madeira.

Outra pesquisa que destaca os benefícios no uso do Critério de Falha Tsai-Wu é de Debski & Jonak (2015), os autores investigam a estabilidade não linear e a força limite de colunas finas feitas em materiais compósitos submetidos a um carregamento de compressão, consideram como fator principal o processo de falha que foi descrito pelo Critério de Falha Tsai-Wu. Os resultados comprovaram que o critério de falha aplicado é ideal para avaliar a falha em estruturas compósitas.

Considerando a gama de aplicações do Critério de Falha Tsai-Wu com resultados proveitosos, é possível afirmar que a escolha deste critério para esta pesquisa foi apropriada e permite análises coerentes.

3.3 MARGEM DE SEGURANÇA

Com as informações do critério de falha é possível determinar se a estrutura laminada compósita irá apresentar falha ou não. A busca é sempre para que a falha não ocorra e a estrutura esteja segura, porém é importante ter mecanismos que demonstrem o quanto esta estrutura é confiável e segura, de forma quantitativa. Sendo assim, identificar qual a margem de segurança que atende às necessidades das estruturas laminadas compósitas é de grande valia.

A margem de segurança tem a função de atribuir quanto de solicitação a mais a estrutura suporta. No caso da estrutura tubular vazada analisada, pode ocorrer o fenômeno da flambagem antes mesmo que a estrutura alcance seu limite máximo de resistência, por isso é fundamental nunca permitir que a estrutura seja utilizada no seu limite, é ideal sempre ter uma garantia de segurança, ou seja, atribuir uma margem de segurança que assegure confiança na estrutura.

Campbell (2010) define que a estrutura compósita é projetada para suportar um dado carregamento e a margem de segurança é a capacidade que a estrutura tem de suportar um valor

adicional de carregamento. Sendo assim, quando a estrutura está apta para suportar esse carregamento adicional, a margem de segurança tem valores positivos, que representam quantas vezes mais a estrutura suporta determinado carregamento.

Lebrão (2007) afirma que em sua pesquisa o aumento da quantidade de camadas e a mudança nas orientações das fibras permitiram um aumento da margem de segurança e da resistência à compressão de uma estrutura tubular reforçada com fibras de vidro sujeita a um carregamento de compressão, porém a rigidez do material foi diminuída.

Kolios & Proia (2012) definem a margem de segurança para materiais compósitos usando o Critério de Falha Tsai-Wu sendo:

$$Mos = SR - 1 \quad (3.9)$$

Sendo que, *Mos* é à margem de segurança (*margin of safety*) e *SR* é o fator de resistência. O fator de resistência é obtido através da seguinte expressão (KOLIOS & PROIA, 2012):

$$SR = \frac{(-b + \sqrt{b^2 + 4a})}{2a} \quad (3.10)$$

onde as variáveis *a* e *b* são calculadas utilizando as constantes presentes na expressão 3.8, como mostra as expressões:

$$a = F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 \quad (3.11a)$$

$$b = F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 \quad (3.11b)$$

O resultado da expressão 3.8 é chamado de índice de falha (FI), que pode ser utilizado para definir a resistência reserva do material segundo o Critério de Falha Tsai-Wu.

Sendo assim, para o Critério de Falha Tsai-Wu, o fator de resistência é inversamente proporcional ao índice máximo de falha (MARTINS, 2015):

$$SR = \frac{1}{FI} \quad (3.12)$$

Kolios & Proia (2012) asseguram que a margem de segurança comparada à SR e FI é mais intuitiva e demonstra o comportamento real do material compósito. Quando o valor da margem de segurança for nulo ou negativo representa que o material sofre falha, já quando a margem tem valores positivos representa que o material está seguro.

Capítulo 4

REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

De acordo com Haykin (2001), a técnica de Redes Neurais Artificiais (RNAs) é considerada uma imitação do cérebro humano uma vez que, quando as pessoas nascem seus cérebros desenvolvem a habilidade de criar suas próprias normas através das experiências cotidianas, as RNAs dispõem deste mesmo intuito. Assim, uma RNA é considerada como uma máquina criada para imitar a forma como o cérebro humano desempenha suas tarefas, armazenando conhecimento e tornando este conhecimento disponível.

A RNA é um sistema capaz de aprender através de exemplos e gerar respostas corretas com informações desconhecidas, sendo um mecanismo de alta eficiência capaz de resolver problemas de grande complexidade principalmente quando não se tem uma relação linear entre as entradas e saídas de um dado problema de engenharia.

Foram desenvolvidas ao longo dos últimos anos vários tipos de RNAs podendo-se citar (KOVÁCS, 1996):

- Neurônio artificial simples (McCulloch e Pitts em 1943);
- Princípio Hebbiano (Hebb em 1949);
- Criação do primeiro neuro computador (Minsky em 1951);
- Rede *perceptron* (Rosenblatt final dos anos de 1950);
- Rede Adaline – *Adaptative Linear Element* (Widrow e Hoff entre os anos 1960 e 1970);

- Algoritmo de retropropagação – *backpropagation* (Rumelhart, Hinton e Williams em torno do ano de 1986);
- Rede de funções base radial (Broomhead e Lowe em 1988).

De acordo com Lopes (2007), as RNAs são inspiradas no funcionamento do cérebro humano e grande parte do seu estudo vem de conhecimentos do sistema biológico, como é o caso do uso de um neurônio artificial que é muito semelhante ao neurônio biológico.

Ainda segundo a autora, os neurônios biológicos apresentam um corpo celular conhecido como soma, onde se encontra o núcleo, responsável por armazenar as informações genéticas. A soma é formada por muitas ramificações, chamadas de dendritos e também por uma ramificação que é chamada de axônio, como pode ser visto na Figura 4.1. O axônio é conectado pela sinapse aos dendritos de outros neurônios, sendo o axônio responsável por transmitir as informações aos neurônios. O processo de sinapse no organismo humano é responsável por fazer a comunicação para os neurônios através de impulsos nervosos. O neurônio artificial é uma imitação do neurônio humano buscando adquirir conhecimento através do treinamento e armazenar as informações. Com isso, a RNA é uma técnica computacional que através de um modelo matemático busca simular o funcionamento do cérebro humano, em relação ao processo de aprendizagem.

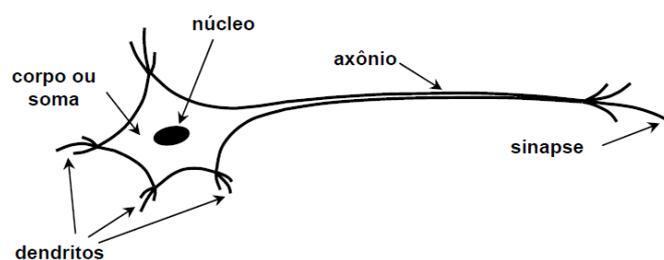


Figura 4.1 - Modelo de um neurônio biológico (LOPES, 2007).

França (2014) cita uma grande diferença entre o funcionamento do cérebro humano e das RNAs. O cérebro tem em torno de 100 bilhões de neurônios formando 10^4 sinapses, enquanto que as RNAs tem um potencial menor apresentando cerca de algumas centenas de neurônios.

4.1 NEURÔNIO ARTIFICIAL

O elemento fundamental para a criação de qualquer rede neural são as unidades de processamento, mais conhecido como neurônio artificial. Um modelo de neurônio utilizado é mostrado na Figura 4.2:

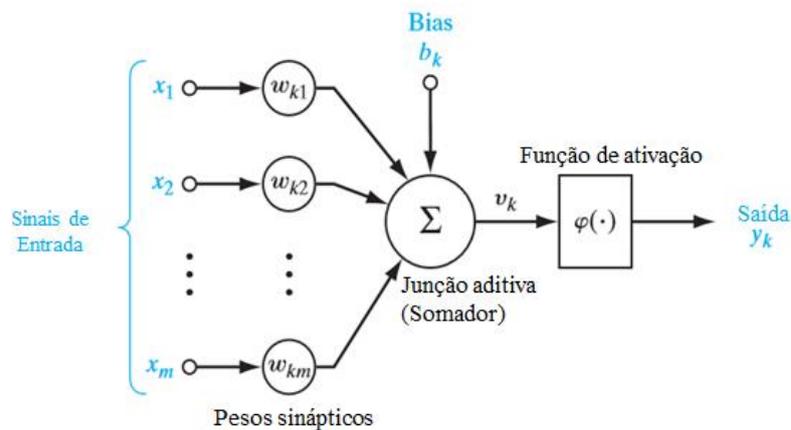


Figura 4.2 - Simbologia de um neurônio artificial (Retirado de Haykin, 2009).

É ilustrado acima um modelo de neurônio artificial, onde x_1, x_2, x_m representam os terminais de entrada (dendritos) e w_{k1}, w_{k2}, w_{km} são os pesos sinápticos. O primeiro índice dos pesos sinápticos representa o neurônio e o segundo índice refere-se ao terminal de entrada da sinapse, y_k é o terminal de saída, b_k é chamado de bias que tem a função de alterar a entrada da função de ativação, sendo esta responsável por limitar a amplitude de saída do neurônio. O somador apresentando na Figura 4.2 é utilizado para somar os sinais de entrada estimados pelas sinapses (HAYKIN, 2001; LOPES, 2007).

Segundo Braga *et al.* (2000), a função de ativação presente em uma arquitetura de rede neural representa a saída do neurônio em termos do campo local induzido, tendo como missão informar os erros da rede para as camadas anteriores com muita precisão. De acordo com Haykin (2001), são apontados três tipos principais de funções de ativação:

- Função de Limiar (*Threshold*);

- Função Linear;
- Função Sigmoidal.

No processamento das redes neurais a função linear é muito utilizada para as camadas de saída e a função sigmoidal para as camadas ocultas.

A Figura 4.3 apresenta as principais funções de ativação em formato de gráfico (LOPES, 2007):

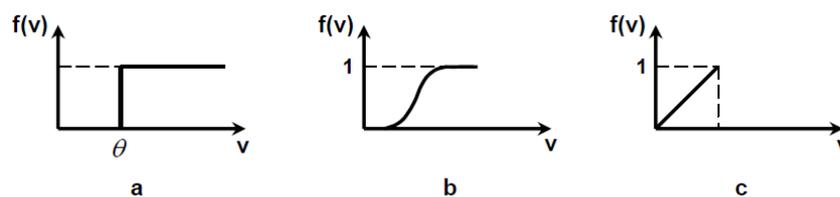


Figura 4.3 - Principais funções de ativação: a) Limiar; b) Sigmoidal; c) Linear (LOPES, 2007).

A função de ativação pode reproduzir resultados diferenciados em caso de ativação ou inibição. No caso do resultado da função ser menor que um valor estipulado, a informação não é transmitida; de outro modo se for maior, a informação é transmitida para os neurônios (LOPES, 2007).

4.2 ESTRUTURA DA REDE NEURAL

A maioria das redes neurais são constituídas de camadas de entrada (*input layers*), camadas de saída (*output layers*) e de camadas intermediárias ou ocultas (*hidden layers*), sendo essas últimas localizadas entre as camadas de saída e de entrada, como é mostrado na Figura 4.4.

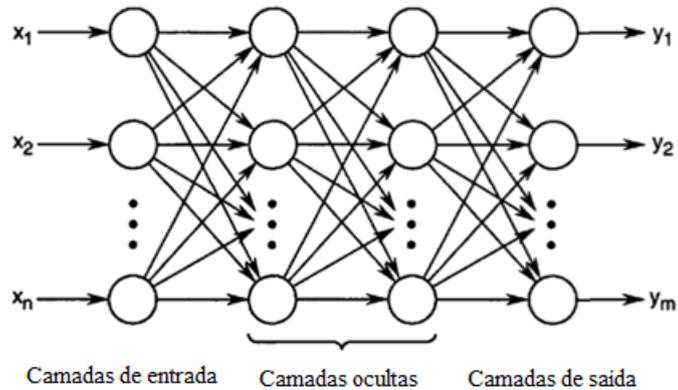


Figura 4.4 - Modelo de uma RNA típica (Adaptado de Chong & Zak, 2001).

As camadas de entrada tem a função de receber a informação, as camadas ocultas recebem as informações das camadas de entrada e transportam para as camadas de saída, sendo as camadas de saída responsáveis por transmitir a resposta final.

A forma como os neurônios estão dispostos representam a arquitetura de uma rede neural. Segundo Haykin (2009), existem três tipos sendo eles:

- Redes *Feedforward* camada única: um dos tipos mais simples de redes neurais. Neste caso os neurônios estão dispostos em forma de camadas. Consiste em uma única camada de nós de saída, onde os neurônios fazem um único percurso. Na Figura 4.5 é apresentada uma rede com quatro nós nas camadas de saída e de entrada.

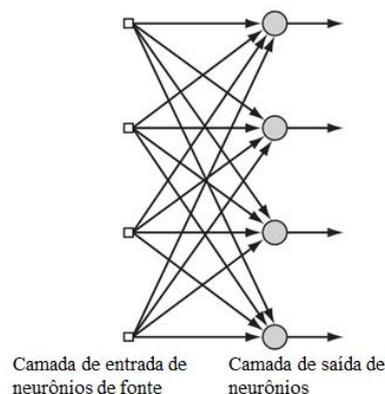


Figura 4.5 - Rede do tipo camada única (Adaptado de Haykin, 2009).

- Redes *Feedforward* múltiplas camadas: este tipo de rede inclui neurônios ocultos que tem a função de influenciar na entrada e na saída da rede de maneira proveitosa. Os sinais gerados na saída de cada camada são utilizados como sinais de entrada na camada seguinte, Figura 4.6.

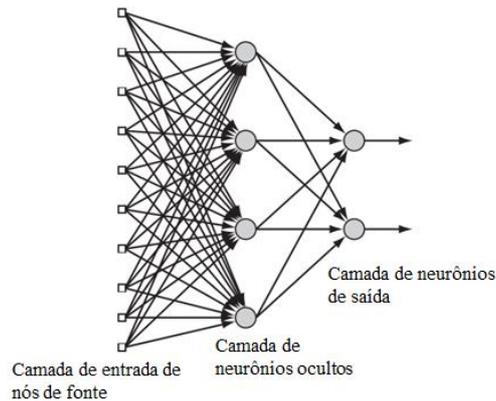


Figura 4.6 - Rede alimentada adiante com camada oculta e camada de saída (Adaptado de Haykin, 2009).

- Redes de camadas recorrentes: esta estrutura de rede também é conhecida como *feedback*, apresentando *realimentação*. As redes recorrentes consideram pelo menos um circuito fechado de realimentação que tem impacto direto sobre o desempenho da rede. Neste tipo de rede os neurônios de saída alimentam todos os neurônios de entrada. A Figura 4.7 ilustra uma rede recorrente onde os sinais de saída emitidos pelos neurônios são enviados para a entrada dos outros neurônios.

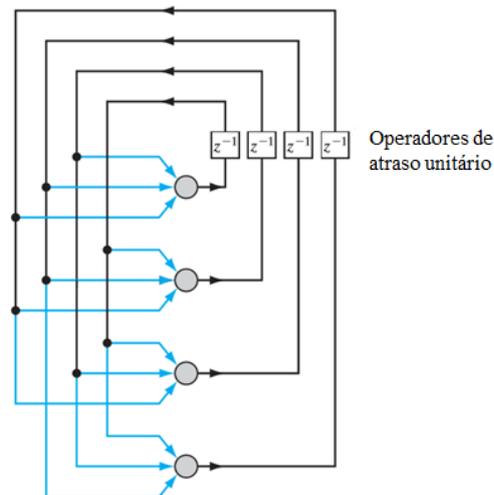


Figura 4.7 - Rede recorrente do tipo realimentada (Adaptado de Haykin, 2009).

4.3 MÉTODOS DE APRENDIZADO DE UMA REDE NEURAL

Uma característica fundamental da RNA é o poder de aprender com os exemplos e aprimora-los através da aprendizagem. Segundo Haykin (2001), a aprendizagem é um processo adaptativo pelo qual a rede é submetida a estímulos vindos do ambiente em que a mesma foi inserida.

Existem diversos métodos para o aprendizado de uma RNA, que se distinguem pela modificação dos pesos sinápticos. Sendo divididos em dois grupos principais: o aprendizado supervisionado e o não supervisionado.

No aprendizado não supervisionado não existe um agente para controlar o processo de aprendizagem. Neste caso apenas as entradas da rede são conhecidas, sendo os pesos sinápticos modificados de acordo com preceitos internos já estabelecidos (CÂMARA, 2013). A aprendizagem não supervisionada se torna possível quando existe coerência entre os dados de entrada, sem isso é impossível determinar um padrão adequado de entrada (HAYKIN, 2001).

Já no aprendizado supervisionado, a RNA recebe informações de um agente através de um banco de dados que é utilizado para o treinamento, visando modelar o comportamento da mesma de forma positiva ou negativa. Neste método de aprendizado, a rede gera dados de saída que são

comparados com dados desejados. Assim, com a diferença entre as saídas torna-se possível conhecer o erro gerado pela rede e fazer o ajuste de parâmetros, buscando minimizar os mesmos. (HAYKIN, 2001)

O algoritmo *backpropagation* é um dos mais utilizados para o treinamento de RNA múltiplas camadas, sendo presente no aprendizado supervisionado por correção de erros. Este algoritmo tem uma alta competência, sendo capaz de gerar respostas robustas sem utilizar todas as amostras possíveis no treinamento (BRAGA *et al.*, 2000).

Segundo Haykin (2001), para utilizar este algoritmo é necessário que a rede disponha das seguintes características:

- Apresentar uma função de ativação não linear;
- Apresentar no mínimo uma camada oculta;
- Apresentar uma alta conectividade, sendo a mesma determinada pelo número de sinapses que ocorre entre os neurônios.

De acordo com Haykin (2001), este algoritmo considera um passo para frente (propagação) e um passo para trás (retropropagação). Nos passos para frente é aplicado um padrão de atividades que vão se propagando de camada por camada até alcançarem a saída; neste momento os pesos sinápticos da rede são fixos. Agora nos passos para trás os pesos são regulados conforme correção do erro. É feita uma comparação entre as saídas reais e as saídas desejadas; essa diferença entre as saídas reais e as desejadas é o sinal de erro que deve ser minimizado. Assim, esse erro é propagado para as camadas anteriores; contra o fluxo das conexões sinápticas, até atingir um valor insignificante e as saídas serem resultados mais próximos dos desejados. A Figura 4.8 define o algoritmo de *backpropagation*:

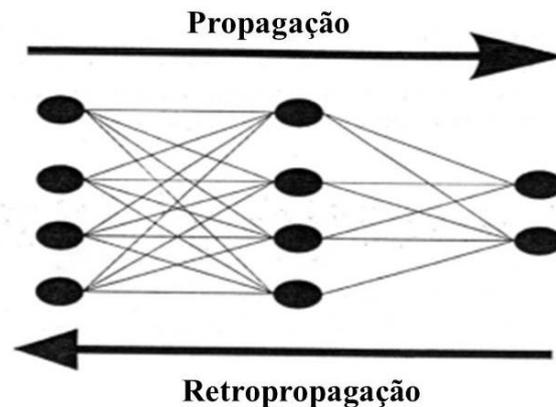


Figura 4.8 - Fluxo de informações do algoritmo *backpropagation* (BRAGA *et al.*, 2000).

O processo de treinamento da rede neural usando o algoritmo *backpropagation* é feito da seguinte forma (LOPES, 2007):

- Primeiramente são selecionados os dados para o treinamento e validação da rede neural;
- A RNA é criada através da inserção de todos os parâmetros necessários para uma configuração ideal;
- O treinamento da rede é feito com conhecimento das informações acima, em busca de valores de saída próximos dos valores de saída desejados;
- Por último, a simulação é feita com o intuito de validar novos dados de entrada.

Buscando auxiliar no treinamento das redes neurais do tipo *backpropagation* para obterem uma convergência mais rápida e minimizar a função erro com melhor precisão, são utilizados alguns algoritmos de otimização tais como o algoritmo de Levenberg-Marquardt, Gradiente Descendente *Backpropagation*, Gradiente Descendente com Momento, Gradiente Descendente com Taxa Adaptativa e Gradiente Descendente com Momento e Taxa Adaptativa. Neste trabalho os algoritmos de otimização utilizados foram o Levenberg-Marquardt e o Gradiente Descendente com Momento e Taxa Adaptativa, os mesmos demonstraram melhores resultados. Mais informações acerca desses algoritmos podem ser obtidas em Haykin (2009) e Chong & Zak (2001).

Para que se tenha uma RNA que possa fornecer resultados satisfatórios, diferentes parâmetros devem ser analisados além dos citados acima. São eles:

- Quantidade de iterações que o algoritmo deve fazer;
- Valor de tolerância do erro, ou seja, a diferença entre os valores gerados pela rede com os valores de saídas desejados;
- Taxa de aprendizado da rede;
- Menor valor para o gradiente no processo de otimização.

Com alteração desses parâmetros e com muito treinamento é possível criar redes neurais eficientes que consigam alcançar respostas robustas.

Uma adversidade que pode acontecer durante o treinamento das redes neurais é o *overfitting*, que ocorre quando o número de parâmetros introduzidos na RNA está em excesso e não apresenta equilíbrio, gerando uma piora na quantidade de acertos da mesma. Geralmente, neste caso, a RNA já memorizou os padrões de treinamento, e não consegue alcançar as saídas que não fazem parte do conjunto de treinamento. Já o *underfitting*, ocorre quando a RNA é treinada com uma quantidade insuficiente de parâmetros (BRAGA *et al.*, 2000).

Nesse trabalho, as RNAs são utilizadas em conjunto com o Critério de Falha de Tsai-Wu na busca por estruturas que atendam ao critério de falha bem como a uma margem de segurança previamente definida.

Aqui, será feita uma inversão das RNAs onde a entrada será os valores do critério de falha e a saída será a configuração final do laminado em termo de direção das diversas camadas que o compõe e que atendam à entrada desejada. Na Figura 4.9 tem-se um esquema de como as RNAs serão utilizadas no trabalho.

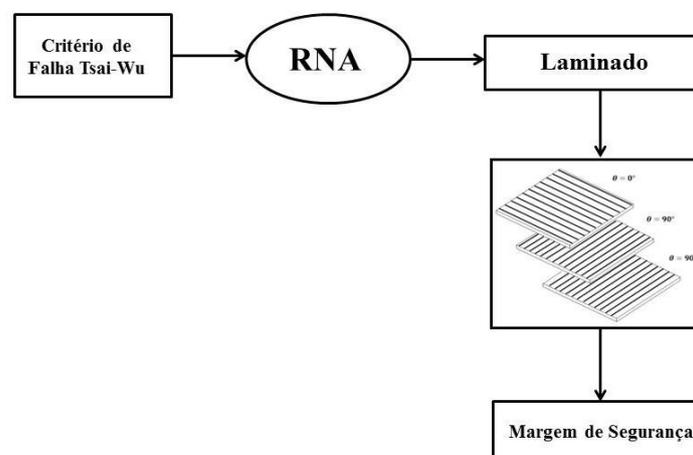


Figura 4.9 - Inversão da RNA em relação às simulações numéricas.

Capítulo 5

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS LAMINADOS

As simulações numéricas são utilizadas com o intuito de solucionar problemas de engenharia, cujos métodos analíticos não são capazes de gerar soluções adequadas. Sendo assim, as simulações numéricas são feitas buscando alcançar respostas aproximadas para problemas complexos. Neste contexto, surge o Método dos Elementos Finitos (MEF) como uma ferramenta bastante robusta para simulações de sistemas complexos como os materiais compósitos.

Neste estudo as simulações numéricas dos laminados foram feitas utilizando um programa computacional de elementos finitos onde se define grandezas importantes tais como as propriedades do material, a geometria, sequência de empilhamento das camadas, a malha, as condições de contorno, o carregamento, e como resposta tem-se o valor do critério de falha Tsai-Wu.

Com as inúmeras informações geradas pelas simulações numéricas, serão criados bancos de dados que serão utilizados para treinamento e validação das RNAs como será visto no próximo capítulo.

5.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Visto a complexidade da análise de um material compósito e das possíveis falhas que este material pode sofrer, torna-se importante ter mecanismos que consigam apresentar qual a melhor configuração para o material compósito. Onde o mesmo possa ser empregado em projetos de estruturas com confiança atendendo de forma precisa às exigências desses projetos. Neste caso, a maior dificuldade encontrada no momento do projeto de estruturas compósitas é em relação à quantidade de camadas e qual a orientação das fibras nestas camadas para que o material apresente um ótimo desempenho. Isto, levando em consideração as condições de contorno e os carregamentos do material que devem ser atribuídos no momento do projeto.

Segundo Costa *et al.* (2010), sendo a quantidade de camadas e as orientações das fibras nessas camadas são fatores determinantes para indicar o comportamento do laminado, torna-se possível, através destes fatores, causar alterações nas propriedades dos compósitos de forma positiva e negativa. Desta maneira, o grande problema encontrado está em determinar qual a configuração para o material compósito que não indique falha e que tenha uma margem de segurança que seja aceitável para tal estrutura. Uma análise errônea de estruturas compósitas pode gerar falhas inesperadas, que muitas vezes não podem ser reparadas ou causam danos irreversíveis.

Nesse trabalho, propôs-se uma metodologia na qual se fez uma inversão das RNAs, ou seja, nas simulações numéricas convencionais, as respostas são relacionadas ao critério de falha adotado uma vez considerada a geometria da estrutura analisada, ao passo que aqui as RNAs forneceram as orientações das camadas do laminado tendo como entrada o valor do critério de falha desejado.

Pretendeu-se assim, diminuir o número de simulações numéricas e mesmo experimentos com o intuito de se obter uma dada estrutura compósita que atenda as exigências de projeto.

Nesse trabalho foram consideradas duas geometrias diferentes de estruturas compósitas sendo elas: *i*) tubo para aplicações médicas e *ii*) uma viga de aplicação geral. Ambos de material compósito carbono/epóxi.

5.2 TUBO PARA APLICAÇÕES MÉDICAS

Uma análise utilizando o MEF foi aplicada em um programa computacional de elementos finitos para uma geometria tubular vazada. Esse procedimento permitiu que diversas simulações fossem realizadas sem a necessidade que a estrutura fosse fabricada, proporcionando uma economia de tempo e de material.

Foram feitas diversas simulações variando a orientação das fibras e a quantidade de camadas do laminado, com o intuito de produzir diversos bancos de dados para treinamento e validação das RNAs.

A análise estrutural via MEF realizada considerou um elemento com as seguintes características:

- Tipo casca, que é baseado nos estudos da CLT e FSDT;
- Elemento com 08 nós;
- 06 graus de liberdade por nó.

Foram inseridos na presente análise as propriedades elásticas e os parâmetros de resistência do material, ambas obtidas dos estudos de Martins (2015) para um material compósito prepreg carbono/epóxi. Como é mostrado nas Tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 5.1 - Propriedades elásticas do material compósito (MARTINS, 2015).

E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}	ρ (kg/m ³)
101,86	3,41	7,56	0,30	1550

Tabela 5.2 - Parâmetros de resistência do material compósito (MARTINS, 2015).

σ_1^T (MPa)	σ_1^C (MPa)	σ_2^T (MPa)	σ_2^C (MPa)	τ_{12} (MPa)
1363,49	572,27	5,86	102	200,61

A geometria tubular vazada é utilizada em próteses transtibiais de membros inferiores e foi projetada com as seguintes dimensões:

Tabela 5.3 - Dimensões da geometria tubular vazada.

Comprimento	0,300 m
Diâmetro interno	0,030 m
Espessura de cada camada	0,175 mm

Como já foi citado neste trabalho, fatores como as orientações das fibras em cada camada e a sequência de empilhamento para um material laminado são de grande relevância. É importante salientar que estes fatores são fundamentais para determinar a falha em um material compósito, sendo os mesmos cruciais para qualquer análise numérica utilizando materiais compósitos laminados. Neste caso, foram feitas simulações considerando uma geometria tubular com 03, 05 e 06 camadas; variando a orientação dessas camadas entre os ângulos de 0° , 45° e 90° . Como é mostrado na Figura 5.1.

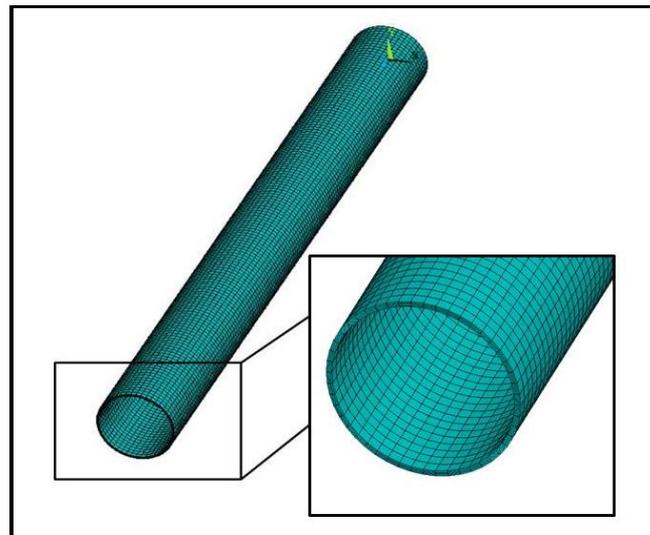


Figura 5.1 - Geometria tubular com cinco camadas.

Na Figura 5.1 é possível ver a discretização da geometria em pequenos elementos formando assim, a chamada malha de elementos finitos. A precisão dos resultados gerados pela simulação depende muito do tamanho dos elementos e da quantidade de elementos presentes na geometria. Para uma análise robusta é necessário que a geometria seja discretizada em vários elementos com tamanho reduzido. Neste caso, o tamanho dos elementos é considerado ideal, um tamanho menor ocasionaria um enorme custo computacional.

Por fim, foi aplicado em uma das extremidades da estrutura um carregamento de compressão no valor de 4480 N, que corresponde a uma massa corporal de aproximadamente 100 kg. No caso do laminado com três lâminas, ocorreu uma variação no carregamento, considerando forças de 3000 N, 7500 N, 9000 N e 12000 N. O carregamento foi distribuído entre os nós da extremidade do tubo, totalizando 96 nós com força aplicada. A outra extremidade encontra-se engastada em relação aos três eixos (x, y, z) . Como é apresentado na Figura 5.2.

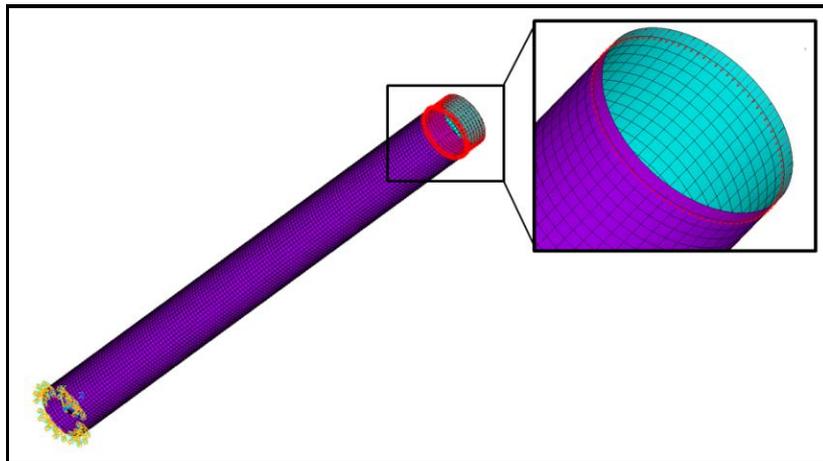


Figura 5.2 - Condições de contorno da geometria tubular.

Uma vez definidos geometria, condições de contorno e carga aplicada, utilizou-se o programa comercial de elementos finitos para obter o Critério de Falha de Tsai-Wu bem como a margem de segurança para diferentes combinações de orientações para as camadas do laminado. A partir dos resultados gerados com as simulações foram criados bancos de dados com as informações das orientações e dos respectivos valores do critério de falha.

Do total das simulações, uma grande maioria dos dados foi utilizada para treinamento da RNA e outra parte distinta da primeira foi utilizada na validação da RNA.

5.3 VIGA PARA APLICAÇÃO GERAL

O mesmo procedimento descrito acima para o tubo foi realizado para uma viga de aplicação geral. Na análise realizada com a viga, os resultados tiveram o propósito de comprovar que a

técnica de RNA pode ser empregada em análises de diversas geometrias e gerar resultados satisfatórios. No caso da viga, foi considerado um laminado com 06 camadas onde foram variadas as orientações de 0° , 45° e 90° , visando obter combinações para treinamento e validação da RNA. As orientações foram escolhidas baseadas em análises experimentais futuras, sendo que os meios disponíveis para produção não possibilitam uma grande variedade de ângulos para as camadas dos laminados.

A análise estrutural via MEF realizada considerou um elemento com as seguintes características:

- Tipo casca, que é baseado nos estudos da CLT e FSDT;
- Elemento com 08 nós;
- 06 graus de liberdade por nó.

As propriedades geométricas da viga estão dispostas na Tabela 5.4. Já as propriedades elásticas e os parâmetros de resistência do material foram os mesmos apresentados Tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 5.4 - Dimensões da geometria de uma viga compósita.

Comprimento	0,250 m
Largura	0,030 m
Espessura de cada camada	0,175 mm

Com todas as informações necessárias, foi possível criar a geometria da viga compósita como mostra a Figura 5.3.

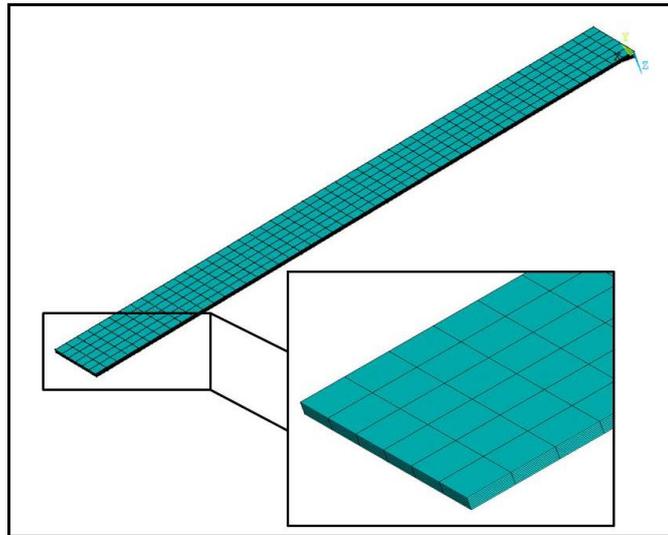


Figura 5.3 - Viga compósita com seis camadas.

Com a viga discretizada a próxima fase foi aplicar o carregamento e as condições de contorno. Neste caso, foi aplicada uma pressão uniforme de tração na viga distribuída entre os nós da extremidade no valor de 1000N/m^2 , totalizando 13 nós na extremidade com pressão aplicada. O valor imposto como pressão foi escolhido arbitrariamente, com o propósito de verificar a metodologia utilizada. A outra extremidade da viga foi engastada em todas as direções. A Figura 5.4 apresenta as condições de contorno da viga em questão.

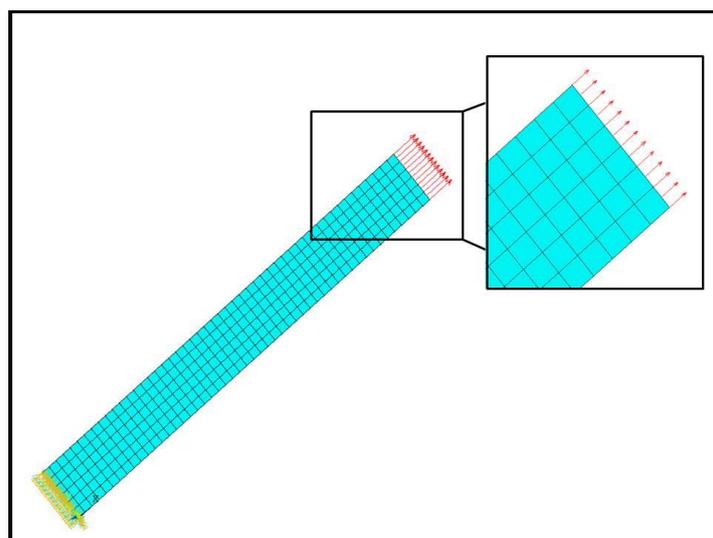


Figura 5.4 - Condições de contorno da viga.

Assim como na estrutura tubular, aqui foram feitas simulações numéricas empregando um programa computacional de elementos finitos, considerando como resposta o Critério de Falha Tsai-Wu, tendo como parâmetro de entrada do programa as diferentes direções das fibras em cada uma das 06 camadas do laminado.

Ao final das simulações numéricas, criou-se um banco de dados que foi utilizado tanto para treinamento quanto para validação da RNA.

Capítulo 6

CRIAÇÃO DAS REDES NEURAIS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos nas simulações numéricas para as estruturas laminadas avaliadas.

Para um bom treinamento e validação das RNAs, tanto os dados de entrada (Critério de Falha de Tsai-Wu) quanto os de saída (orientação das camadas do laminado) tiveram um estudo estatístico afim de avaliar a relação entre os dados. Este estudo foi realizado através de análises de regressão que foram obtidas através de um programa computacional de engenharia. As análises de regressão são melhores detalhadas no Apêndice A.

6.1 RNA DO TUBO PARA APLICAÇÕES MÉDICAS

Primeiramente foram feitas análises utilizando uma geometria tubular vazada com aplicação em próteses transbiais. As RNAs desenvolvidas para determinar a configuração adequada do dispositivo consideraram 03, 05 e 06 camadas de laminado. Estas quantidades de camadas foram escolhidas baseadas nos estudos de Martins (2015), onde o mesmo encontrou como configuração ótima um laminado com 06 camadas, sendo desnecessária a utilização de mais que 06 camadas em um laminado de geometria tubular.

Foram feitas quatro RNAs diferentes para cada configuração de laminado, considerando que:

- Laminado com 03 camadas: avaliou-se a estrutura tendo carregamento externo fixo (4480 N) e variável (3000 N, 7500 N, 9000 N, 12000 N);
- Laminado de 05 camadas: estrutura com carregamento externo fixo (4480 N);
- Laminado de 06 camadas: estrutura com carregamento externo fixo (4480 N).

Para todos os casos, as cargas externas (carga de compressão) foram distribuídas entre os nós da extremidade do tubo, como é mostrado na Figura 6.1:

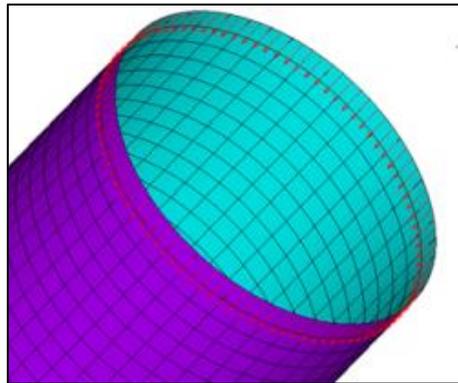


Figura 6.1 - Carga de compressão aplicada nos nós da extremidade do tubo.

6.1.1 Tubo Com 03 Camadas

a) Carregamento Externo Fixo

A RNA para o laminado com 03 camadas foi feita considerando como entrada o valor do critério de falha para o carregamento fixo e como saída a orientação das fibras em cada camada como mostra a Figura 6.2.

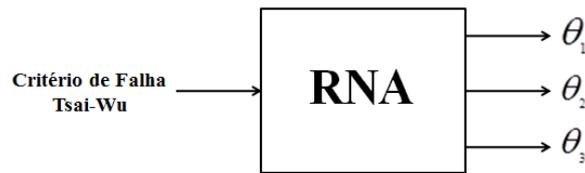


Figura 6.2 - RNA para um laminado com 03 camadas.

Após diversos treinamentos e alterações nos parâmetros da RNA, a melhor configuração encontrada foi:

- Algoritmo de aprendizado: Levenberg-Marquardt;
- Função de ativação para as camadas ocultas: tangente hiperbólico;
- Função de ativação para a camada de saída: linear;
- Erro médio quadrático: 10^{-15} ;
- Numero de camadas ocultas: 2;
- Número de neurônios nas camadas ocultas: [7 10];
- Taxa de aprendizado: 0,02;
- Número de iterações: 15000.

A Figura 6.3 mostra a convergência da rede para o erro estipulado ao final do número proposto de iterações de 15000.

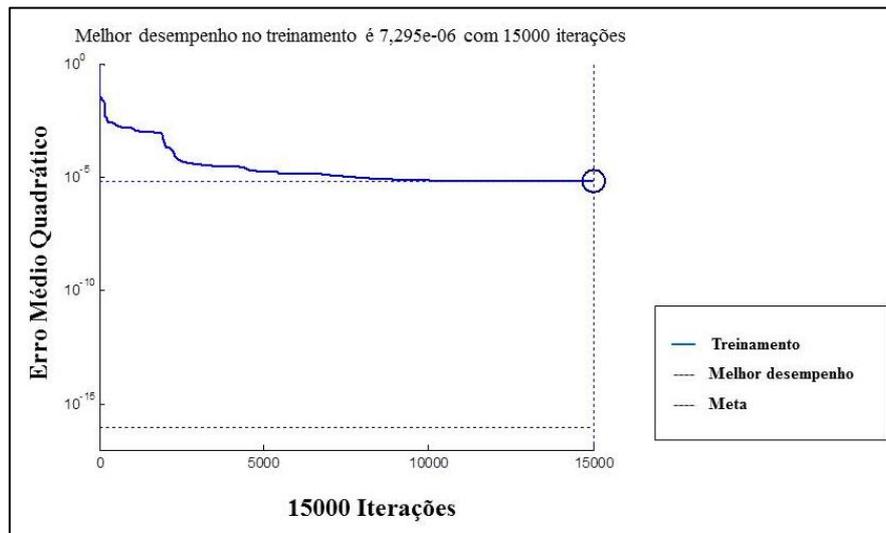


Figura 6.3 - Melhor desempenho para a RNA para 03 camadas.

O erro proposto foi muito pequeno, como pode ser visto na Figura acima, a RNA não alcançou o mesmo, porém o valor do erro alcançado pela mesma é mínimo e gerou resultados coerentes. As orientações geradas pela RNA são apresentadas na Tabela 6.1 juntamente com a validação feita considerando as orientações geradas pela RNA.

Tabela 6.1 - Resultados da RNA para o tubo laminado com 03 camadas.

Critério de falha (desejado)	Orientações geradas pela RNA	Critério de falha validado	Margem de segurança
0,1519	89,07/89,25/3,40	0,1519	5,5833
0,2850	38,76/-3,46/47,32	0,2835	2,5273
0,4735	85,83/44,73/45,26	0,4737	1,1110

As orientações geradas pela RNA foram aproximadas dos ângulos propostos de 0°, 45° e 90°, mostrando que a RNA gerou resultados bem próximos dos esperados.

A validação do critério de falha teve o intuito de mostrar que a RNA foi capaz de fazer a inversão em relação às simulações numéricas, sendo as validações feitas utilizando um programa computacional de elementos finitos. No programa foram inseridos os valores das orientações geradas pela RNA e como resposta teve-se o valor do critério de falha, que foram próximos dos valores de entrada da RNA.

A margem de segurança exposta na Tabela 6.1 é referente ao valor do critério de falha gerado na validação, desde que o mesmo é resultado das orientações produzidas pela RNA.

Para a RNA de 03 camadas, uma pequena quantidade de neurônios nas camadas ocultas da RNA foi suficiente, isso devido à quantidade de dados para treinamento serem poucos e ao tipo de algoritmo de aprendizado utilizado ser o Levenberg-Marquardt, um algoritmo de convergência rápida para poucas camadas ocultas da RNA, isso considerando uma pequena quantidade de neurônios nas mesmas. Este algoritmo proporciona convergência, porém a mesma é mais demorada quando os parâmetros da RNA são expandidos, isso comparado a outros algoritmos como o gradiente descendente. Segundo Barbosa *et al.* (2005), o algoritmo de aprendizado Levenberg-Marquardt é veloz quando o número de parâmetros utilizados pela RNA são reduzidos, caso contrário o algoritmo é classificado como inadequado.

b) Carregamento Externo Variável

Aqui, utilizou-se uma RNA tendo duas entradas e três saídas. As entradas foram o valor do critério de falha e a carga externa aplicada e as saídas às orientações para o laminado de 03 camadas como mostra a Figura 6.4. A carga externa teve os seguintes valores: 3000 N, 4480 N, 7500 N, 9000 N e 12000 N. As simulações foram feitas considerando a aplicação de cada carregamento separadamente. Para criação dos bancos de dados foram mesclados os carregamentos, de forma que a RNA foi treinada considerando todos os carregamentos, o valor do critério de falha para os mesmos e as orientações propostas.

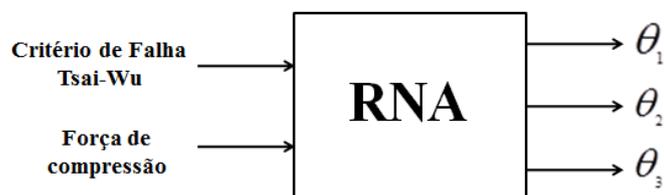


Figura 6.4 - RNA para um laminado com 03 camadas considerando carregamento variável.

Após o treinamento a RNA com duas entradas e uma saída alcançou respostas esperadas de acordo com a seguinte configuração:

- Algoritmo de aprendizado: Levenberg-Marquardt;

- Função de ativação para as camadas ocultas: tangente hiperbólico;
- Função de ativação para a camada de saída: linear;
- Erro médio quadrático: 10^{-3} ;
- Numero de camadas ocultas: 2;
- Número de neurônios nas camadas ocultas: [8 23];
- Taxa de aprendizado: 0,01;
- Número de iterações: 20000.

Neste caso é possível notar que houve uma alteração significativa no valor do erro e na quantidade de neurônios nas camadas ocultas da RNA. O número de neurônios nas camadas ocultas cresceu, pois a quantidade de dados inseridos para treinamento da RNA foi maior e uma configuração com poucos neurônios não exibia bons resultados. Já o valor do erro sofreu alteração, pois na RNA anterior o mesmo foi identificado como sendo um valor muito pequeno e a RNA não conseguiu alcançar tal valor, então esta modificação foi adotada.

Diante disso, a RNA encontrou seu melhor desempenho quando atingiu o valor do erro especificado, como é apresentado na Figura 6.5.

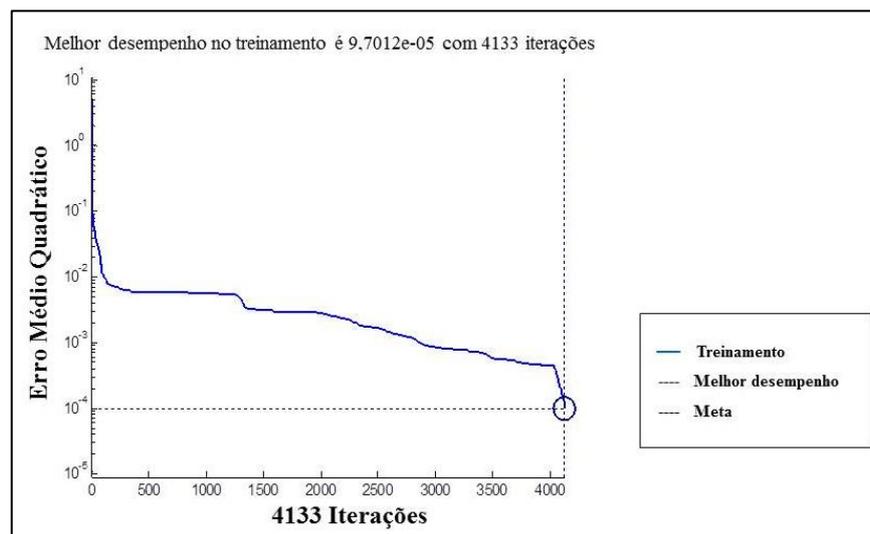


Figura 6.5 - Melhor desempenho para a RNA com 03 camadas e carga externa variável.

No projeto da RNA, o algoritmo encontrou a convergência rapidamente e com apenas 4000 iterações alcançou o erro médio quadrático estipulado e as respostas geradas foram satisfatórias, como é mostrado na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 - Resultados gerados pela RNA para o tubo com 03 camadas e com carga variável.

Critério de falha (input 1)	Força variável (input 2)	Orientações geradas pela RNA	Critério de falha validado	Margem de segurança
0,1908	3000 N	1,01/44.18/45.01	0,1908	4,2411
0,1519	4480 N	88,26/89,40/-1.14	0,1598	5,2578
0,4746	7500 N	44,93/-0,16/44,95	0,4747	1,1066
0,8874	9000 N	42,06/44,52/1,06	0,8877	0,1265
0,4278	12000 N	91,60/89,12/46,54	0,4280	1,3375

Sendo assim, é permitido afirmar que as RNAs criadas para apresentar as orientações adequadas para um laminado com 03 camadas foram satisfatórias, gerando resultados bem próximos ao esperado.

6.1.2 Tubo Com 05 Camadas

Nesta arquitetura de RNA considerou um laminado com 05 camadas empilhadas. O carregamento externo aplicado foi de 4480 N, sendo este distribuído pelos nós da extremidade do laminado. A RNA apresentou uma entrada e cinco saídas como é apresentado na Figura 6.6:

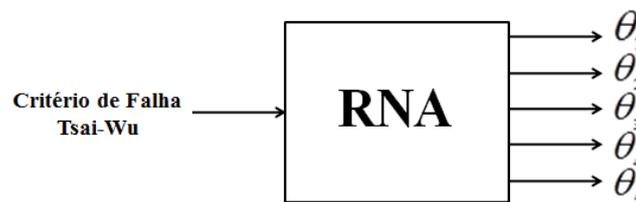


Figura 6.6 - RNA para um laminado com 05 camadas.

Assim, a configuração de RNA mais adequada para análise do dispositivo foi:

- Algoritmo de aprendizado: Levenberg-Marquardt;

- Função de ativação para as camadas ocultas: tangente hiperbólico;
- Função de ativação para a camada de saída: linear;
- Erro médio quadrático: 10^{-2} ;
- Numero de camadas ocultas: 2;
- Número de neurônios nas camadas ocultas: [56 95];
- Taxa de aprendizado: 0,001;
- Número de iterações: 7000.

A RNA para o tubo com 05 camadas empilhadas apresentou uma entrada e cinco saídas. Nesta situação, a RNA encontrou convergência quando completou o número exigido de iterações, gerando um erro médio quadrático pequeno como pode ser observado na Figura 6.7.

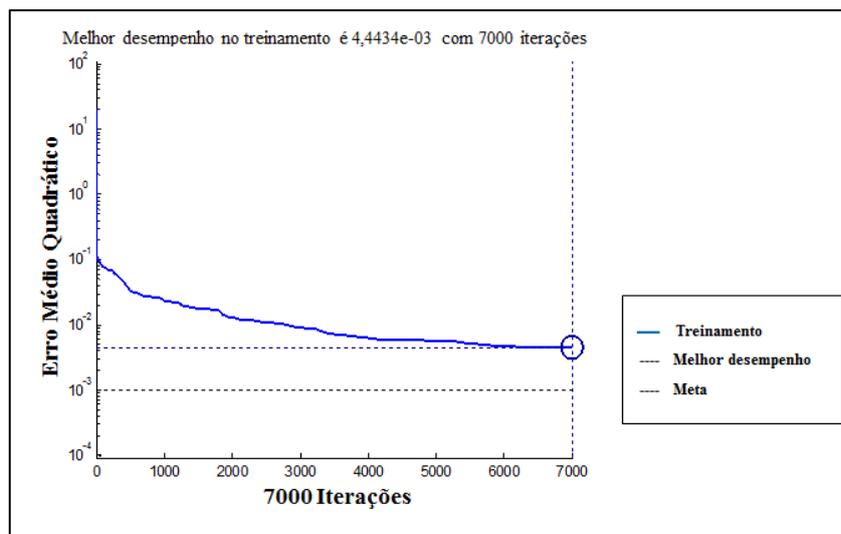


Figura 6.7 - Melhor desempenho para a RNA de 05 camadas.

Usando os parâmetros expostos acima, a RNA para o laminado de 05 camadas gerou as seguintes respostas (Tabela 6.3), que foram validadas usando um programa computacional de elementos finitos.

Tabela 6.3 - Resultados gerados pela RNA para um laminado com 05 camadas.

Critério de falha (input)	Orientações geradas pela RNA	Critério de falha validado	Margem de segurança
0,0297	8,61/99,80/93,01/86,92/4,31	0,0298	32,55
0,1666	5,38/2,65/41,31/36,32/43,43	0,1668	4,9952
0,5057	46,22/49,21/0,45/3,21/96,93	0,5066	0,9739

Considerando maior parte das orientações geradas pela rede serem próximas dos valores propostos, é permitido afirmar que estes parâmetros usados para RNA de cinco camadas gerou bons resultados. Algumas orientações sofreram um pequeno desvio, porém grande parte das mesmas apresentou um erro mínimo.

As orientações geradas pela RNA permitiram o cálculo da margem de segurança para a estrutura tubular laminada. É sugerido que a margem de segurança não apresente um valor muito alto, já que um valor alto prediz que a estrutura deve ser otimizada, pois apresenta uma resistência muito alta (VERA, 2012).

Como pode ser observado na Tabela 6.3, as orientações geradas pela RNA para o laminado de cinco camadas produziram valores de critério de falha próximos aos valores desejados considerados como entrada da RNA, mostrando novamente que esta metodologia permite obter resultados altamente satisfatórios.

6.1.3 Tubo Com 06 Camadas

Esta RNA foi constituída de uma entrada (valor do critério de falha) e seis saídas (orientações das camadas do laminado) como mostra a Figura 6.8. As considerações a respeito da simulação numérica são as mesmas apresentadas na seção anterior.

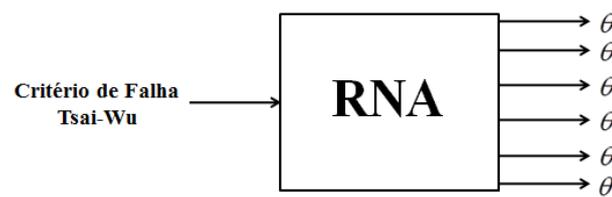


Figura 6.8 - RNA para um laminado com 06 camadas.

Após os treinamentos e alterações nos parâmetros da RNA, a melhor configuração alcançada que gerou resultados coerentes foi:

- Algoritmo de aprendizado: gradiente descendente com momentum;
- Função de ativação para as camadas ocultas: tangente hiperbólico;
- Função de ativação para a camada de saída: linear;
- Erro médio quadrático: 10^{-2} ;
- Numero de camadas ocultas: 2;
- Número de neurônios nas camadas ocultas: [350 200];
- Taxa de aprendizado: 0,1;
- Número de iterações: 15000.

Como pode ser observado o número de neurônios nas camadas ocultas da RNA sofreu um aumento expressivo, isso se deve ao número de dados de treinamento ser maior comparado às outras redes. Outro fator que permitiu o aumento do número de neurônios nas camadas ocultas foi o algoritmo de aprendizado utilizado, que permite uma convergência mais rápida empregando uma grande quantidade de neurônios nas camadas ocultas.

Nesta arquitetura de RNA o algoritmo teve facilidade em encontrar a convergência, como mostra o desempenho da RNA na Figura 6.9.

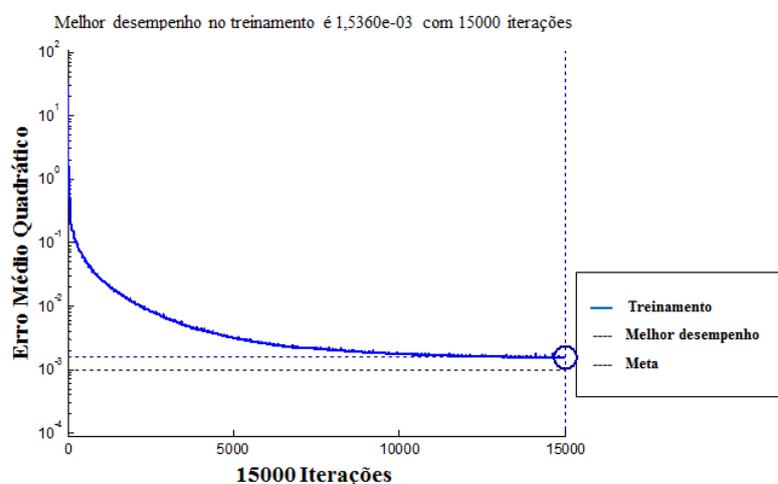


Figura 6.9 - Melhor desempenho para a RNA de 06 camadas.

Neste caso, a RNA interrompeu seu treinamento quando atingiu o número máximo de iterações propostas. Os resultados referentes às orientações para o laminado com 06 camadas é apresentado na Tabela 6.4:

Tabela 6.4 - Resultados gerados pela RNA para um laminado com 06 camadas.

Critério de falha (input)	Orientações geradas pela RNA	Critério de falha validado	Margem de segurança
0,1076	91,07/-1,59/90,31/45,88/89,89/90,78	0,1077	8,2850
0,1933	0,93/-0,34/88,76/90,56/91,21/0,97	0,1933	4,1733
0,3886	2,99/1,49/94,33/-4,77/96,22/90,98	0,3902	1,5628

Na pesquisa de Martins (2015), a margem de segurança adequada encontrada para o tubo compósito com seis camadas foi de 4,63, ou seja, a estrutura suporta quatro vezes mais o carregamento de compressão que foi aplicado. Neste caso, a melhor configuração para o laminado com seis camadas é mostrada com a orientação que corresponde a $0^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}$ que proporcionou uma margem de segurança de 4,17.

As respostas apresentadas na Tabela 6.4 comprovam que a RNA gerou orientações lógicas com o valor de critério de falha imposto como entrada. Logo, as RNAs se mostraram novamente como uma ferramenta bastante robusta na busca pelo projeto de um material compósito laminado.

Com o propósito de comprovar o desempenho da técnica de RNA para uso de qualquer geometria de laminado, foi proposta uma análise utilizando a geometria de uma viga, como será apresentado na seção seguinte.

6.2 RNA PARA UMA VIGA COMPÓSITA

Neste caso, foi considerada uma viga com 06 camadas empilhadas sujeita a uma pressão de tração de 1000 N/m^2 . Essa pressão foi distribuída entre os nós de uma das extremidades da viga ficando a outra extremidade engastada em todas as direções. Como é apresentado na Figura 6.10:

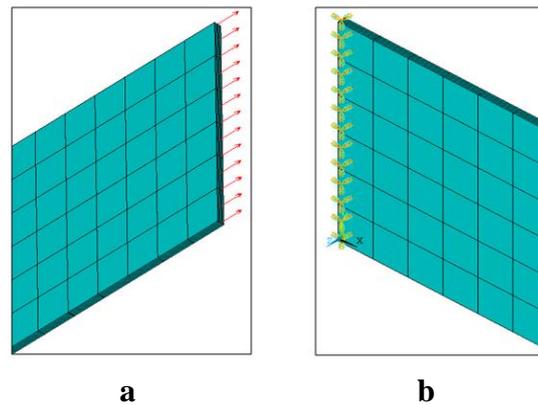


Figura 6.10 - a) Carregamento de tração nas extremidades da viga; b) Viga engastada em todas as extremidades.

As orientações utilizadas para análise da viga foram às mesmas impostas para a análise do tubo. Sendo assim, esta RNA apresentou uma entrada e seis saídas, como mostra Figura 6.11:

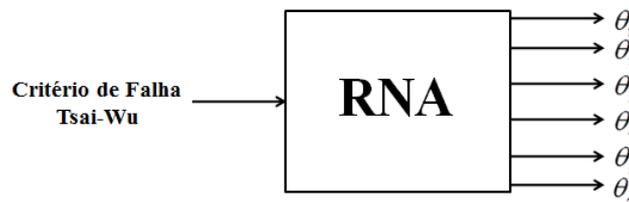


Figura 6.11 - RNA para uma viga laminada com 06 camadas.

Com os bancos de dados totalmente prontos foram feitos os treinamentos para a RNA e os parâmetros que alcançaram resultados mais proveitosos foram:

- Algoritmo de aprendizado: Levenberg-Marquardt;
- Função de ativação para as camadas ocultas: tangente hiperbólico;
- Função de ativação para a camada de saída: linear;
- Erro médio quadrático: 10^{-2} ;
- Numero de camadas ocultas: 2;
- Número de neurônios nas camadas ocultas: [45 75];
- Taxa de aprendizado: 0,002;

- Número de iterações: 5000.

Neste caso ocorreu uma pequena alteração na taxa de aprendizado em busca de resultados melhorados. No caso desta pesquisa, as RNAs que produziram os melhores resultados sempre foram configuradas com um pequeno valor de taxa de aprendizado (com uma taxa mais alta o algoritmo não gerou bons resultados). A Figura 6.12 apresenta o desempenho da RNA para a viga com 06 camadas.

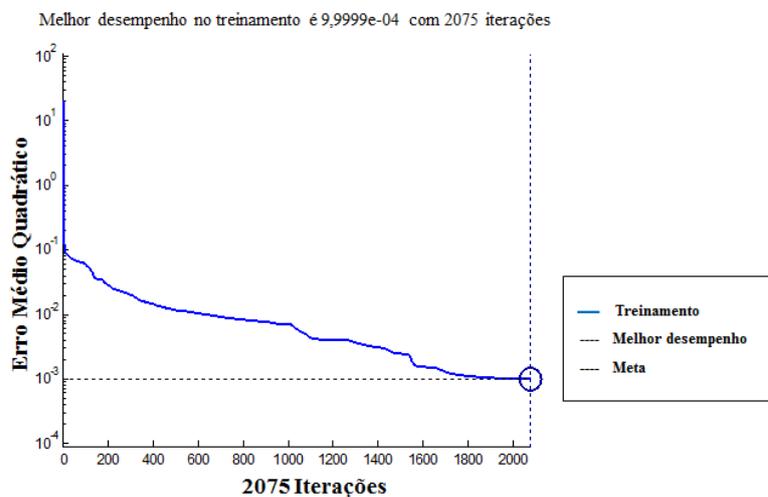


Figura 6.12 - Melhor desempenho para a RNA para a viga com 06 camadas.

Nesta análise, a RNA parou seu treinamento quando alcançou o erro médio quadrático estipulado, completando 2075 iterações. As orientações das camadas da viga laminada definidas pela RNA de acordo com o valor do critério de falha foram:

Tabela 6.5 - Resultados gerados pela RNA para uma viga laminada com 06 camadas.

Critério de falha (input)	Orientações geradas pela RNA	Critério de falha validado	Margem de segurança
0,0612	92,23/91,18/41,85/94,50/-7,39/87,84	0,0606	15,5016
0,1316	38,74/96,32/95,89/-2,21/41,53/-0,18	0,1329	6,5244
0,2223	47,38/82,62/3,69/-0,01/31,36/5,66	0,2234	3,4762

A RNA treinada e validada para a viga laminada com 06 camadas reproduziu orientações muito próximas dos ângulos esperados, fornecendo margens de segurança positivas que permitem considerar a viga uma estrutura confiável.

As redes neurais aplicadas nestas análises demonstraram resultados coesos e harmoniosos; permitindo afirmar que as mesmas são ferramentas excelentes para otimização dos materiais compósitos e conseguem fazer o caminho inverso ao realizado pelas simulações, com menor tempo computacional. Para realização das simulações numéricas foram demandadas várias horas e, em alguns casos, até dias para obtenção dos bancos de dados. Com as redes neurais, depois que foram encontradas as configurações ideais, as mesmas conseguiram apresentar as orientações das camadas dos laminados em segundos.

Capítulo 7

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

7.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho propôs-se uma metodologia de uso das redes neurais artificiais (RNAs) em conjunto com o método dos elementos finitos (MEF) no projeto de estruturas compósitas laminadas.

Normalmente, o processo de projeto de estruturas compósitas via simulações numéricas, segue um dado caminho onde uma vez obtido as informações acerca do material laminado (propriedades do material, quantidade de camadas, sequência de empilhamento, entre outras), estas informações são inseridas em programas computacionais de elementos finitos os quais irão obter parâmetros de projeto como critérios de Falha. Ao final, analisam-se os valores obtidos e não estando dentro do esperado, todo o procedimento deve ser refeito.

Afim de aprimorar o projeto de estruturas compósitas laminadas este trabalho apresenta a inversão das RNAs onde o projetista insere o valor do critério de falha desejado de acordo com a margem de segurança indicada e as RNAs informam as direções de cada camada de laminado que irá atender o critério de falha adotado.

Com a finalidade de avaliar a metodologia apresentada, avaliaram-se numericamente dois projetos de estruturas compósitas de carbono/epóxi: *i)* tubo para aplicações médica e *ii)* viga de

aplicação geral. Para ambos os projetos, usou-se como critério de falha o Critério de Tsai-Wu, uma vez que esse critério apresenta resultados confiáveis para materiais compósitos e vem sendo bastante utilizado em diferentes pesquisas de alto nível.

Uma vez definidas as estruturas testes, foram elaborados bancos de dados para treinamento e validação das RNAs. Os bancos de dados incluíam o valor máximo do Critério de Falha de Tsai-Wu e as respectivas orientações do laminado.

Após as RNAs totalmente treinadas e validadas, as mesmas foram capazes de gerar orientações condizentes com o valor máximo do critério de falha desejado inserido como informação principal. Logo, as RNAs foram capazes de fazer o caminho inverso ao das simulações de uma forma prática e gerando resultados satisfatórios.

As orientações dos laminados geradas pelas RNAs foram bem próximas dos valores esperados com somente algumas configurações que demonstraram uma pequena divergência.

A RNA utilizada no projeto do tubo laminado com 03 camadas e carga externa variável foi a que apresentou o melhor resultado. Isso se deve ao fato dessa configuração ser a que teve o maior número de informações para treinamento da RNA, proporcionando assim um melhor treinamento e conseqüentemente respostas melhoradas.

As RNAs que encontraram maior dificuldade em gerar resultados totalmente precisos foram as para a geometria tubular com cinco camadas e para a geometria da viga, porém maioria dos valores estava próximo dos valores esperados.

Uma dificuldade encontrada no início desta pesquisa foi em relação às orientações do laminado, primeiramente foram consideradas as orientações de 0° , -45° , 45° e 90° . Porém, as mesmas quando combinadas muitas vezes geravam o mesmo valor máximo de critério de falha; isso devido às orientações de $\pm 45^\circ$, gerando uma confusão nas respostas geradas pela RNA. Então foi definido que a orientação negativa fosse retirada das simulações para que esse obstáculo fosse superado.

As simulações permitiram uma variedade muito grande de valores de critério de falha para os laminados. Muitos deles eram bem próximos, o que gerou a necessidade de remover os mesmos, em busca de facilitar as análises feitas pelas RNAs e gerar um menor custo computacional. Com os bancos de dados totalmente selecionados e com informações harmoniosas foi possível treinar e validar as RNAs com um grande potencial de exatidão.

Outra informação relevante foi à necessidade de normalizar os dados de treinamento de entrada e de saída. Isso foi preciso para que a RNA tivesse um melhor desempenho.

O uso da técnica de RNAs proporcionou uma economia significativa de tempo computacional comparada às simulações numéricas utilizando o MEF. Depois de treinadas e validadas as RNAs foram capazes, de com os valores do critério de falha, reproduzir as orientações adequadas para um laminado tanto com geometria tubular vazada quanto de uma viga.

O valor do critério de falha proporcionou estipular uma margem de segurança para o material compósito, permitindo que o mesmo seja produzido com segurança e que atenda as necessidades de carregamento excedente. Todas as orientações reproduzidas pelas RNAs proporcionaram margem de segurança positiva. Assim, o laminado se torna mais confiável, possibilitando um carregamento superior ao determinado no início das análises e proporcionando segurança, caso haja algum imprevisto relacionado ao carregamento.

Enfim, esta pesquisa promoveu uma análise conjunta utilizando o MEF e as RNAs na busca por uma metodologia de projeto de estruturas compósitas laminadas reproduzindo resultados altamente satisfatórios encorajando estudos mais avançados acerca do tema proposto.

7.2 PERSPECTIVAS FUTURAS

Algumas sugestões para trabalhos futuros são exibidas:

- Realizar análises experimentais para constatar a robustez da metodologia utilizada;
- Considerar RNAs com outras entradas, além do valor máximo do critério de falha;
- Analisar geometrias mais complexas com diversos carregamentos e condições de contorno variadas;
- Diversificar as orientações utilizadas para o laminado nas simulações numéricas;
- Dispor de mecanismos que consigam selecionar os valores mais significantes de critério de falha, em busca de utilizar valores que realmente influenciam nas propriedades da estrutura;
- Empregar a técnica de DOE (*Design of Experiments*) para selecionar as informações mais relevantes sobre os materiais compósitos;
- Utilizar outras técnicas de otimização como Algoritmo Genético.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, F. S., **Otimização de Estruturas de Materiais Compósitos Laminados Utilizando Algoritmos Genéticos**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Dissertação de Mestrado), 2006.

ALVES, C.; FERRÃO, P. M. C.; SILVA, A. J.; REIS, L. G.; FREITAS, M.; RODRIGUES, L. B.; ALVES, D. E., **Ecodesign of Automotive Components Making use of Natural Jute Fiber Composites**. Journal of Cleaner Production, v. 18, pp. 313-327, 2010.

BARBOSA, A. H.; FREITAS, M. S. R.; NEVES, F. A., **Confiabilidade Estrutural Utilizando o Método de Monte Carlo e Redes Neurais**. Revista Escola de Minas, v. 58, pp. 247-255, 2005.

BEBER, A. J., **Comportamento Estrutural de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Compósitos de Fibra de Carbono**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Tese de Doutorado), 2003.

BEZERRA, E. M.; ANCELOTTI, A. C.; PARDINI, L. C.; ROCCO, J. A. F. F.; ILHA, K.; RIBEIRO, C. H. C., **Artificial Neural Networks Applied to Epoxy Composites Reinforced with Carbon and E-glass Fiber: Analysis of the Shear Mechanical Properties**. Materials Science and Engineering, v. 464, pp. 177-185, 2007.

BRAGA, A. P.; CARVALHO, A. P. L. F.; LUDERMIR, T. B., **Redes Neurais Artificiais: Teoria e Aplicações**. LTC. 2000.

CAKIOA, D. C., **Estudo de Falha em Placas Laminadas Usando Métodos Analíticos e Numéricos**. Instituto Superior de Engenharia de Lisboa (Dissertação de Mestrado), 2015.

CALLISTER JR, W. D., **Ciência e Engenharia de Materiais – Uma Introdução**. LTC. 2002.

CÂMARA, E. C. B., **Previsão do Módulo de Elasticidade Transversal de Compósitos Unidirecionais Através de Redes Neurais Mistas**. Universidade Federal do Rio Grande do Norte (Dissertação de Mestrado), 2013.

CAMPBELL, F. C., **Structural Composite /Materials**. ASM International. 2010.

CAMPOS, M. O., **Estudo Comparativo de Pás para Aerogeradores de Grande Porte Fabricadas em Materiais Compósitos Reforçadas com Fibra de Carbono ou Fibra de Vidro**. Universidade Federal do Rio Grande do Norte (Dissertação de Mestrado), 2013.

CARDOZO, S. D.; GOMES, H. M.; AWRUCH, A. M., **Optimization of Laminated Composite Plates and Shells Using Genetic Algorithms, Neural Networks and Finite Elements**. Latin American Journal of Solids and Structures, v. 8, pp. 413-427, 2011.

CHANG, F. K.; SCOTT, R. A., **Failure of Composite Laminates Containing Pin Loaded Holes-Method of Solution**. Journal of Composite Materials, v. 18, pp. 255-278, 1984.

CHOI, H. Y.; CHANG, F. K., **A Model for Predicting Damage in Graphite/Epoxy Laminated Composites Resulting from Low-Velocity Point Impact**. Journal of Composite Materials, v. 26, pp. 2134-2169, 1992.

CHONG, E. K. P.; ZAK, S. H., **An Introduction to Optimization**. John Wiley & Sons. 2001.

COSTA, D. I. G.; ALBUQUERQUE, E. L.; REIS, A.; PANOSSO, G.; SOLLERO, P., **Análise Numérica de Falhas em Laminados Usando um Critério Baseado em Fenômenos Físicos**. Mecânica Computacional, v. 29, pp. 5173-5187, 2010.

COSTA, D. I. G., **Análise Numérica de Falhas em Materiais Compósitos Laminados Usando um Critério Baseado em Fenômenos Físicos**. Universidade Estadual de Campinas (Dissertação de Mestrado), 2011.

CUI, W. C.; WISNOM, M. R.; JONES, M., **A Comparison of Failure Criteria to Predict Delamination of Unidirectional Glass/Epoxy Specimens Waisted Through the Thickness**. Composites, v. 23, pp. 158-166, 1992.

DANIEL, I. M.; ISHAI, O., **Engineering Mechanics of Composite Materials**. Oxford University Tress. 1994.

DEBSKI, H.; JONAK, J., **Failure Analysis of Thin-Walled Composite Channel Section Columns**. Composite Structures, v. 132, pp. 567-574, 2015.

DIACENCO, A. A., **Modelagem por Elementos Finitos de Materiais Compósitos Estruturais Incorporando Material Viscoelástico Para o Controle Passivo de Vibração e Ruído**. Universidade Federal de Itajubá (Dissertação de Mestrado), 2010.

DIACENCO, A. A., **Modelagem de Otimização Aplicada à Topologia de Sensores Para Identificação e Localização de Danos em Placa Compósita**. Universidade Federal de Itajubá (Tese de Doutorado), 2016.

FARIA, A. W., **Modelagem por Elementos Finitos de Placas Compostas Dotadas de Sensores e Atuadores Piezoelétricos: Implementação Computacional e Avaliação Numérica**. Universidade Federal de Uberlândia (Dissertação de Mestrado), 2006.

FERNANDES, P. M. C., **Projeto e Construção de um Veleiro Autónomo, Utilizando Materiais Compósitos, Impressão a 3D e Aprendizagem Máquina.** Escola Naval (Dissertação de Mestrado), 2016.

FISH, J.; BELYTSCHKO, T., **A First Course in Finite Elements.** John Wiley & Sons. 2007.

FRANÇA, A. A., **Detecção e Localização de Danos em Materiais Compósitos Aplicado em Aeronaves Utilizando Redes Neurais Artificiais.** Universidade Estadual Paulista (Dissertação de Mestrado), 2014.

GALVÃO, A. C. P., **Obtenção e Caracterização de um Compósito de Poliuretano de Mamona e Pó de Vidro para Aplicações em Isolantes Térmicos.** Universidade Federal do Rio Grande do Norte (Dissertação de Mestrado), 2014.

GOUVÊA, A. R., **Critérios de Falha e Otimização de Estruturas de Materiais Compósitos Usando o Método dos Elementos de Contorno.** Universidade Estadual de Campinas (Dissertação de Mestrado), 2006.

GRIFFITHS, R., **Boung Sets Pace for Composite Usage in Large Civil Aircraft.** High Performance Composites, 2005. Disponível em: <www.compositesworld.com/articles/boeing-sets-for-composite-usage-in-large-civil-aircraft>. Acesso em: 10 out. 2016.

HAJMOHAMMAD, M. H.; SALARI, M.; HASHEMI, S. A.; ESFE, M. H., **Optimization of Stacking Sequence of Composite Laminates for Optimizing Buckling Load by Neural Network and Genetic Algorithm.** Indian Journal of Science and Technology, v. 6, pp. 5070-5077, 2013.

HAYKIN, S., **Redes Neurais: Princípios e Prática.** Bookman. 2001.

HAYKIN, S., **Neural Networks and Learning Machines.** Pearson. 2009.

HINTON, M. J.; SODEN, O. D., **Predicting Failure in Composite Laminates: The Background to The Exercise.** Composite Science and Technology, v. 58, pp. 1001-1010, 1998.

HWANG, W. C.; SUN, C. T., **Failure Analysis of Laminated Composites by Using Iterative Three-Dimensional Finite Element Method.** Computers & Structures, v. 33, pp. 41-47, 1989.

JIANG, Z.; ZHANG, Z.; FRIEDRICH, K., **Prediction on Wear Properties of Polymer Composites with Artificial Neural Networks.** Composites Science and Technology, v. 67, pp. 168-176, 2007.

KAW, A. K., **Mechanics of Composite Materials.** CRC Press. 2006.

KOLIOS, A. J.; PROIA, S., **Evaluation of the Reliability Performance of Failure Criteria for Composite Structures.** World Journal of Mechanics, v. 2, pp. 162-170, 2012.

- KOVÁCS, Z. L., **Redes Neurais Artificiais: Fundamentos e Aplicações**. Academic. 1996.
- LEBRÃO, G. W., **Viabilidade de Fabricação de Tubo para Prótese de Membro Inferior em Compósito Híbrido Epóxi Carbono – Vidro**. Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (Dissertação de Mestrado), 2007.
- LEE, J. D., **Three Dimensional Finite Element Analysis of Damage Accumulation in Composite Laminate**. Computers & Structures, v. 15, pp. 335-350, 1982.
- LESSARD, L. B.; CHANG, F. K., **Damage Tolerance of Laminated Composites Containing an Open Hole and Subjected to Compressive Loadings: Part II – Experiment**. Journal of Composite Materials, v. 25, pp. 2-64, 1991.
- LEVY NETO, F.; PARDINI, L. C., **Compositos Estruturais – Ciência e Tecnologia**. Edgard Blucher. 2006.
- LOPES, P. S., **Detecção de Danos em Estruturas por Meio de Técnicas de Redes Neurais Artificiais e Algoritmos Genéticos**. Universidade Federal de Itajubá (Dissertação de Mestrado), 2007.
- LOPES, P. A. M.; GOMES, H. M.; AWRUCH, A.M., **Reliability Analysis of Laminated Composite Structures Using Finite Elements and Neural Networks**. Composite structures, v. 92, pp. 1603-1613, 2010.
- MALLELA, U. K.; UPADHYAY, A., **Buckling Load Prediction of Laminated Composite Stiffened Panels Subjected to In-plane Shear Using Artificial Neural Networks**. Thin Walled Structures, v. 102, pp. 158-164, 2016.
- MARTINS, A. T. D., **Projeto e Fabricação de Tubos Compósitos em Fibras de Carbono/Epóxi para Próteses Transtibiais por Moldagem com Bladder**. Universidade Federal de Itajubá (Dissertação de Mestrado), 2015.
- MASCIA, N. T.; SIMONI, R. A., **Analysis of Failure Criteria Applied to Wood**. Engineering Failure Analysis, v. 35, pp. 703-712, 2013.
- MENDONÇA, P. T. R., **Materiais Compostos & Estruturas-Sanduiche: Projeto e Análise**. Manole. 2005.
- MENDONÇA, W. R. P., **Otimização Dinâmica de Rotores com Eixos em Compósito**. Universidade Estadual Paulista (Tese de Doutorado), 2014.
- MIRACLE, D. B; DONALDSON, S. L., **Handbook Composites**. ASM International. 2001.
- MONTGOMERY, D. C.; VINING, G. G.; PECK, E. A., **Introduction to Linear Regression Analysis**. John Wiley. 2012.

MORALES, E. D., **Análise de Critérios de Falha em Materiais Dúcteis: Um Estudo Numérico e experimental**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Dissertação de Mestrado), 2013.

NICHOLAS, P. E.; PADMANABAN, K. P.; SOFIA, A. S., **Optimization of Dispersed Laminated Composite Plate for Maximum Safety Factor Using Genetic Algorithm and Various Failure Criteria**. *Procedia Engineering*, v. 38, pp. 1209-1217, 2012.

PANOSSO, G. B., **Análise de Critérios de Falha Baseados em Fenômenos Físicos para Materiais Compósitos Laminados**. Universidade Estadual de Campinas (Dissertação de Mestrado), 2011.

PIDAPARTI, R. M. V.; PALAKAL, M. J., **Material Model for Composites Using Neural Networks**. *AIAA Journal*, v. 31, pp. 1533-1535, 1993.

RAWLINGS, J. O.; PANTULA, S. G.; DICKEY, D. A., **Applied Regression Analysis: A Research Tool**. Springer. 1998.

REDDY, J. N.; PANDEY, A. K., **A First-Ply Failure Analysis of Composite Laminates**. *Computers & Structures*, v. 25, pp. 371-393, 1987.

RÊGO, S. A. B. C.; FERREIRA, R. A. S.; YADAVA, Y. P., **Uso de Óxidos de Alumínio, Titânio e Cério na Produção de Compósitos Cerâmicos para Revestimento Protetor de Tanques de Armazenamento e Transporte de Petróleo Cru**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CERÂMICA, 56., Curitiba. Anais... Curitiba, 2012.

RODRIGUES, M., **Desenvolvimento e Avaliação Tribológica de Compósitos do Sistema Al_2O_3 / ZrO_2 para Aplicações Dentárias**. Instituto Politécnico de Setúbal (Dissertação de Mestrado), 2015.

SIQUEIRA, E. J., **Estudo dos Critérios de Falhas em Compósitos PPS/Fibras de Carbono Utilizando Elementos Finitos**. Universidade Estadual Paulista de Guaratinguetá (Dissertação de Mestrado), 2009.

TSAL, S. W.; HAHN, H. T., **Introduction to Composite Materials**. Technomic Publication Company. 1980.

TSAL, S. W.; WU, E. A., **General Theory of Strength Test Anisotropic Materials**. *Journal of Composite Materials*, v. 5, pp. 58-80, 1972.

VERA, R. V., **Estruturas Aeronáuticas de Interior em Compósito Natural: Fabricação, Análise Estrutural e de Inflamabilidade**. Universidade de São Paulo (Dissertação de Mestrado), 2012.

VIGNOLI, L. L., **Um Estudo do Efeito de Concentração de Tensão em Materiais Anisotrópicos Aplicado à Compósitos Laminados Unidirecionais**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (Dissertação de Mestrado), 2016.

VOYIADJIS, G. Z.; KATTAN, P. I., **Mechanics of composite materials with Matlab**. Springer. 2005.

Apêndice A

ANÁLISE DE REGRESSÃO LINEAR

A análise de regressão linear é utilizada para demonstrar relação entre variáveis, no caso desta pesquisa foi utilizada para certificar que os dados utilizados para treinamento e validação das RNAs, que foram obtidos através das simulações numéricas, são dependentes das respostas geradas pelas RNAs, ou seja, demonstram relação.

Segundo Rawlings *et al.* (1998), a regressão é uma modelagem onde expressões numéricas são utilizadas com a finalidade de representar variáveis aleatórias, divididas em variáveis independentes (X) e as variáveis dependentes (Y), sendo as variáveis independentes constantes informadas. As variáveis independentes são as orientações utilizadas para validação e as variáveis dependentes as orientações geradas pela RNA. Sendo assim é possível afirmar que as respostas da RNA tem correlação com as orientações utilizadas para o treinamento.

Na regressão linear a intenção é encontrar a linha reta (chamada de linha de regressão), responsável por apresentar um melhor ajuste em relação aos pontos que apresentam os valores de (Y) em relação a cada valor provável de (X). Esta linha considera a qualidade do ajuste e é medida através do coeficiente de determinação (R^2), que tem seus valores $0 \leq R^2 \leq 1$, quanto mais próximo do valor um, significa que as variáveis esclarecem o modelo de regressão (MONTGOMERY *et al.*, 2012).

As próximas Figuras demonstram as análises de regressão feitas para todas as RNAs apresentadas anteriormente.

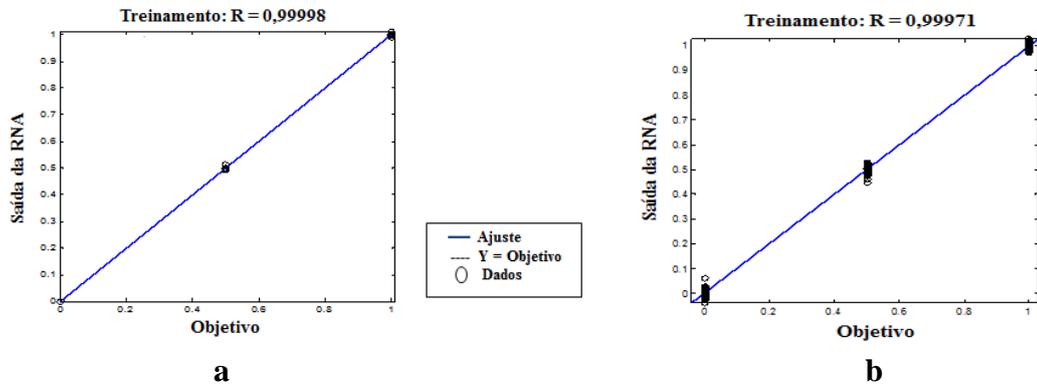


Figura A.1 - Análise de regressão RNA com 03 camadas: a) Carregamento fixo; b) Carregamento variável.

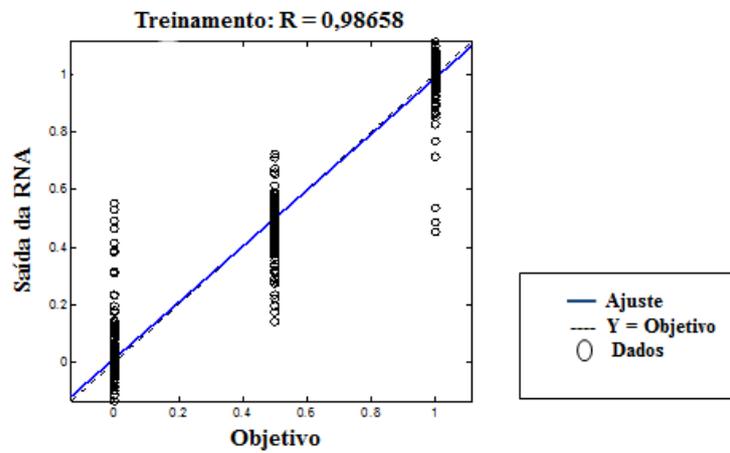


Figura A.2 - Análise de regressão RNA 05 camadas.

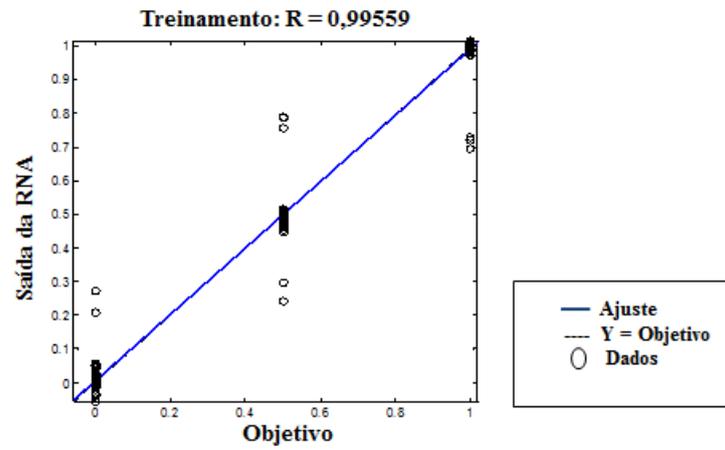


Figura A.3 - Análise de regressão RNA 06 lâminas.

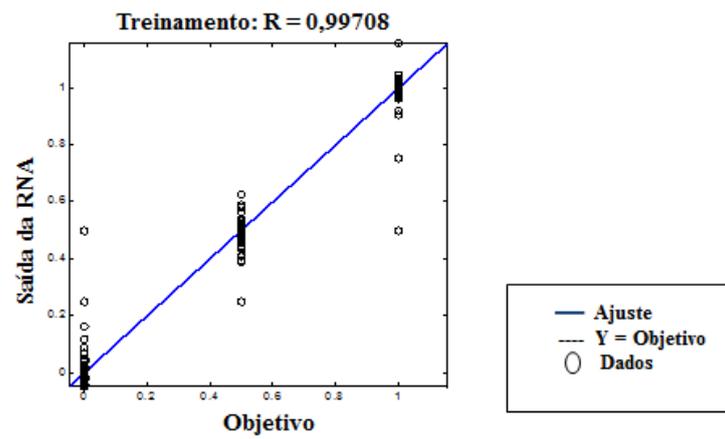


Figura A.4 - Análise de regressão geometria viga RNA 06 camadas.

Apêndice B

FORMULAÇÃO DA TEORIA CLÁSSICA DOS LAMINADOS

No estudo da Teoria Clássica dos Laminados os deslocamentos no ponto C considerando as direções x e y são dados por (MENDONÇA, 2005):

$$u \equiv u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (\text{B.1a})$$

$$v = v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (\text{B.1b})$$

$$w = w_0 \quad (\text{B.1c})$$

A relação deformação-deslocamento é dada considerando três definições de deformações no plano xy , como pode ser visto a seguir:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \quad (\text{B.2a})$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \quad (\text{B.2b})$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \quad (\text{B.2c})$$

É necessário levar em consideração os efeitos flexão e membrana. As deformações de membrana são as deformações coplanares no plano médio, conforme mostra o primeiro termo da equação (B.2c), sendo estas deformações relacionadas aos deslocamentos de membrana por:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

O segundo termo da equação (B.2c) define o comportamento de flexão no plano médio das curvaturas, definido através da equação:

$$\begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

A próxima equação relaciona as deformações no laminado, da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad \{\varepsilon\} = \{\varepsilon^0\} + z\{k\} \quad (\text{B.5})$$

Devido à existência de uma relação linear entre as deformações do laminado, pode-se afirmar que as deformações são independentes das coordenadas xy . Assim, admitisse que ocorram uma relação constitutiva onde as tensões variam linearmente em relação à espessura do laminado, expressas como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

As tensões podem sofrer alteração de acordo com cada lâmina, porém não variam linearmente como as deformações, pois a matriz de rigidez reduzida $[\bar{Q}]$ tem suas propriedades elásticas específicas, que dependem do tipo de material e da orientação das fibras. As tensões variam de forma descontínua, por isso é ideal relacionar as forças e os momentos em relação à deformação do material laminado.

Com os resultados das forças por comprimento no plano através da espessura do laminado, temos:

$$\{N_x, N_y, N_{xy}\} = \int_{-H/2}^{H/2} \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} dz \quad (\text{B.7})$$

Assim, os momentos por unidade de comprimento no plano através da espessura do laminado, são expressos da seguinte forma:

$$\{M_x, M_y, M_{xy}\} = \int_{-H/2}^{H/2} \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} z dz \quad (\text{B.8})$$

Os termos $\{N\}$ e $\{M\}$ são as forças normais e os momentos pelo comprimento do laminado paralelos ao eixo principal xy . Considerando um laminado com várias camadas, é feito um somatório dos momentos e tensões ao longo da espessura das camadas, sendo assim temos:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz \quad (\text{B.9a})$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z dz \quad (\text{B.9b})$$

Por fim, temos as resultantes das tensões-deformação e momentos-deformação no plano médio, que geram equações fundamentais para a Teoria Clássica dos Laminados, como as expostas a seguir:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{B.10a})$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{B.10b})$$

Segue a forma simplificada das expressões acima:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\varepsilon^0\} \\ \{k\} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

As matrizes de rigidez do elemento são $[A]$, $[B]$ e $[D]$, são definidas como matriz de rigidez de membrana, acoplamento membrana-flexão e matriz de rigidez à flexão, respectivamente. Sendo todas as matrizes simétricas e funções da geometria, das propriedades do material e da sequência de empilhamento das lâminas.