

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA ELÉTRICA**

**UMA ANÁLISE DE PROTOCOLO PARA MEDIDORES**  
**DIGITAIS DE ENERGIA ELÉTRICA BT**

**Tiago Rodrigues dos Santos Nogueira**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA ELÉTRICA**

**UMA ANÁLISE DE PROTOCOLO PARA MEDIDORES**  
**DIGITAIS DE ENERGIA ELÉTRICA BT**

**Tiago Rodrigues dos Santos Nogueira**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica como requisito parcial à  
obtenção do título de *Mestre em Ciências em*  
*Engenharia Elétrica*

Área de Concentração:  
Sistemas Elétricos de Potência

**Orientador:** Prof. Hector Arango, Dr.

**Itajubá, Novembro de 2013**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA ELÉTRICA**

**UMA ANÁLISE DE PROTOCOLO PARA MEDIDORES**  
**DIGITAIS DE ENERGIA ELÉTRICA BT**

**Tiago Rodrigues dos Santos Nogueira**

Dissertação aprovada por banca examinadora em  
27 de Novembro de 2013, conferindo ao autor o  
título de *Mestre em Ciências em Engenharia*  
*Elétrica*

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Hector Arango

Prof. Dr. José Wilson Lima Nerys

Prof. Dr. Fernando Nunes Belchior

**Itajubá, Novembro de 2013**

*Dedico este trabalho à minha esposa JULIANA e aos meus pais JURANDIR e ROSSANA.*

*Meus pais, pois todas as virtudes que possuo, eles que me deixaram por herança.*

*À minha esposa, companheira nos momentos de alegria e nas dificuldades.*

*À minha família, que muito abdicou para que eu fosse capaz de finalizar este trabalho.*

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro agradeço a Deus, pelo dom da vida e por todas as graças com que me abençoou durante este tempo.

Agradeço em especial aos professores Hector Arango e Benedito Donizeti Bonatto, pelas especiais contribuições e conselhos.

Ao professor José Maria de Carvalho Filho, coordenador do programa de pós-graduação em engenharia elétrica da UNIFEI, pela oportunidade, recepção e constante apoio.

Ao Grupo de Estudos da Qualidade da Energia Elétrica – GQEE, à Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pelos recursos disponibilizados.

Ao Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial – SENAI e à Federação das Indústrias do Estado de Minas Gerais – FIEMG, pelo incentivo e apoio.

## RESUMO

Neste trabalho, discorre-se resumidamente sobre o contexto da medição de energia elétrica em baixa tensão segundo a ótica de vários agentes envolvidos: concessionárias, consumidores, fabricantes de medidores, agência reguladora, entre outros. Posteriormente, são expostas as bases teóricas segundo o estado da arte no que se refere à conceituação de potência e energia elétrica. A partir de então, são apresentados: uma proposta de protocolo aberto para medidores digitais de energia, o medidor de energia elétrica desenvolvido em plataforma *LabView*, os testes e as simulações realizadas.

Embora a medição de energia elétrica aconteça em diversos pontos do sistema elétrico, nesta dissertação tem-se por objetivo analisar medidores utilizados na baixa tensão, devido à relevância atual do tema, em especial frente à quantidade de equipamentos que serão necessários trocar nos próximos anos caso se pretenda implantar as chamadas redes inteligentes, ao grande investimento necessário para substituição destes e ao fato de que tais equipamentos devem aliar uma considerável tecnologia, porém a um custo que não os inviabilize comercialmente.

## **ABSTRACT**

This work presents briefly the context of measuring electricity at low voltage from the viewpoint of various stakeholders: utilities, consumers, meter manufacturers, regulatory agency, among others. Subsequently, the theoretical bases are exposed according to the state of the art with regard to the conceptualization of power and energy. From then, are presented: a proposed open protocol for digital energy meters, the electricity meter platform developed in LabView, tests and simulations.

Although the measurement of electricity happens in various parts of the electrical system, the goal in this work is to analyze the meters used in low voltage, because of to current relevance of the topic, especially against the amount of equipment that will be needed to change in the coming years to install the smart grids, the large investment required to replace these and the fact that such equipment should combine considerable technology, but at a cost that does not impede commercially.

# SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	9
1.1.	Relevância do tema	9
1.2.	Histórico	10
1.3.	Objetivos e contribuições do trabalho	12
1.4.	Estrutura do trabalho	13
2.	MEDIÇÃO EM AMBIENTE <i>SMART GRID</i>	14
3.	DEFINIÇÕES DE ENERGIA ELÉTRICA E OUTRAS VARIÁVEIS ELÉTRICAS	17
3.1.	Teorias para cálculos da energia elétrica	17
3.2.	A abordagem no domínio da frequência de Budeanu	17
3.3.	A abordagem no domínio do tempo de Fryze	20
3.4.	A abordagem no domínio do tempo para sistemas polifásicos de Buchholz	22
3.5.	Teoria FBD de Depenbrock	24
3.6.	<i>IEEE</i> 1459 – Emanuel	27
3.6.1.	Circuitos monofásicos senoidais	27
3.6.2.	Circuitos monofásicos não senoidais	29
3.6.3.	Circuitos trifásicos, senoidais e equilibrados	34
3.6.4.	Circuitos trifásicos, senoidais e desequilibrados	35
3.6.5.	Circuitos trifásicos, não senoidais e desequilibrados	43
3.6.5.1.	Corrente elétrica para sistemas a quatro condutores	44
3.6.5.2.	Corrente elétrica para sistemas a três condutores	44
3.6.5.3.	Tensão elétrica para sistemas a quatro condutores	45
3.6.5.4.	Tensão elétrica para sistemas a três condutores	45
3.6.5.5.	Potências elétricas segundo o conceito de tensões e correntes eficazes – <i>IEEE</i> 1459	46

4.	MEDIÇÃO DE ENERGIA REATIVA	48
4.1.	Contextualização histórica	48
4.2.	Aspectos da medição de energia reativa	50
4.3.	Aspectos do faturamento de energia reativa num cenário <i>smart grid</i>	52
4.3.1.	Cenário convencional (energia ativa unidirecional)	52
4.3.2.	Cenário <i>smart grid</i> (energia ativa bidirecional)	53
5.	MODELAGEM, SIMULAÇÕES E APLICAÇÃO	57
5.1.	Amostragem dos sinais em medidores digitais de energia	57
5.1.1.	Frequência de amostragem	57
5.1.2.	Resolução dos sinais amostrados	58
5.1.3.	Janelas de amostragem	59
5.2.	Modelagem algébrica do protocolo	65
5.2.1.	Protocolo para medição trifásica	67
5.2.2.	Simulação	72
6.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	78
	APÊNDICE A – Algoritmo desenvolvido em <i>LabView</i>	79
	REFERÊNCIAS	82

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Relevância do tema

O processo de implantação de medidores inteligentes é parte fundamental para as chamadas *smart grids*. Estima-se que a troca dos medidores de energia elétrica no Brasil possa custar algo em torno de R\$13,4 bilhões. Segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL, o país possui cerca de 67 milhões de medidores instalados, sendo que o custo médio de cada medidor digital seria de aproximadamente R\$200,00 [1].

Ainda, segundo a agência, além dos benefícios ao consumidor, o sistema de *smart grids* é visto como importante ferramenta para gestão do sistema elétrico nacional. Através dele será possível introduzir tarifas diferenciadas para consumidores residenciais, promover a interação do consumidor com a conta de energia, reduzir as perdas não técnicas e prevenir algum eventual dano à rede elétrica, por exemplo. O processo de regulamentação tem por etapas uma série de consultas e audiências públicas, ocorridas desde 2009, visando para 2013 o início da utilização das redes inteligentes [1].

O montante de energia elétrica consumida pelo Grupo B (baixa tensão) corresponde a cerca de 47% da energia total comercializada pelas distribuidoras (Figura 1.1). Logo, estes clientes representam uma expressiva parcela do mercado, e com características bem distintas no que diz respeito a hábitos de consumo, carga instalada e percepção do mercado se comparadas aos outros grupos consumidores [2].

A definição de um protocolo que atenda a este cenário de medição digital em condições não senoidais tem por objetivo garantir a uniformidade das medições para todo e qualquer medidor a ser comercializado, garantindo, dessa forma, benefícios como tarifação justa e incentivos ao uso eficiente do sistema elétrico.

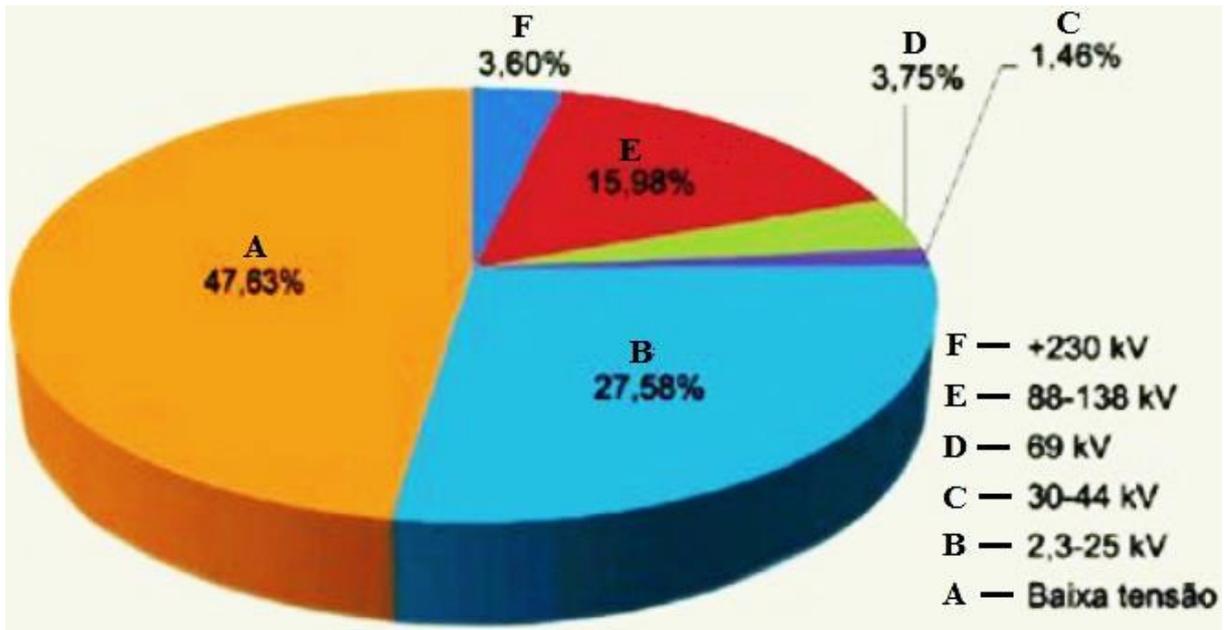


Figura 1.1 – Consumo de energia elétrica na distribuição no Brasil em 2009 [2].

Fonte: Revista Eletricidade Moderna, Setembro de 2012.

## 1.2. Histórico

Em sua 29ª Reunião Pública Ordinária, a ANEEL aprovou a resolução que regulamenta os requisitos básicos para os sistemas de medição eletrônica de energia elétrica de unidades consumidoras do Grupo B (residencial, rural, e demais classes, exceto baixa renda e iluminação pública).

A expectativa é que através desta decisão uma série de benefícios seja disponibilizada aos consumidores de energia, como, por exemplo: condições para difundir a micro geração distribuída, o consumo mais eficiente, possibilidade de atendimento remoto e oferta de novos serviços. Porém, os principais fatores que impulsionaram a agência para estudar a implantação das *smart grids* foram: a necessidade de melhorar a qualidade no serviço prestado em baixa tensão, a redução das perdas no fornecimento de energia elétrica e dos custos operacionais [3].

Embora haja uma concordância em relação aos possíveis benefícios decorrentes da implantação das redes inteligentes, há grandes discussões por parte das concessionárias, que questionam a falta de tempo para elaboração de uma estratégia adequada ao novo sistema, de modo que atendesse as particularidades de cada empresa.

Em uma declaração da Associação Brasileira de Distribuidores de Energia Elétrica – ABRADDEE, a associação alerta que simplesmente trocar de medidor não se justifica economicamente, conforme a experiência mundial já comprovou, pois se trata de um investimento elevado (a diferença de preço entre um medidor analógico atual e um medidor digital inteligente seria de aproximadamente 8 vezes) [4].

Quanto às funcionalidades dos equipamentos, por exemplo, segundo algumas concessionárias, seria desnecessário disponibilizar nos medidores informações como: Frequência de Interrupção Individual por Unidade Consumidora ou por Ponto de Conexão - FIC, Duração de Interrupção Individual por Unidade Consumidora ou por Ponto de Conexão - DIC, e Duração Máxima de Interrupção Contínua por Unidade Consumidora ou por Ponto de Conexão - DMIC, já que tais informações poderiam levar os clientes a conclusões equivocadas, gerando dúvidas devido à diferença entre os valores indicados no medidor do cliente e os efetivamente utilizados para efeito de cálculo dos parâmetros, após processo de expurgo regulamentado [5]. Outra dificuldade seria o convívio de dois sistemas diferentes de faturamento, ou mesmo a alteração do sistema convencional para o novo, o que poderia levar a insatisfação por parte dos clientes [6]. Além disso, o prazo estabelecido para troca dos medidores estaria sujeito à disponibilidade de equipamentos de medição devidamente homologados pelo Instituto Nacional de Metrologia, qualidade e tecnologia - INMETRO [7].

No que diz respeito ao protocolo de medição, a ANEEL não define um procedimento padrão, sabe-se apenas que a agência tem sugerido melhorias na regulamentação atual, inclusive com a abertura da Audiência Pública 065/2012 para aprimorar a regulamentação acerca do fator de potência e da cobrança do excedente de reativos no Brasil. Como agência, cabe à ANEEL apenas a definição das grandezas a serem medidas, sendo que a escolha da técnica de medição mais apropriada é de responsabilidade dos fabricantes, sob supervisão do INMETRO [2].

Por sua vez, o INMETRO, através de consulta pública, divulgou o procedimento de testes que estabelece as condições mínimas a serem observadas na apreciação técnica de medidores eletrônicos de energia elétrica monofásicos e polifásicos. Segundo o Instituto, os testes visam comparar o medidor comercial com um medidor padrão ou com o valor estimado através do método Potência x Tempo [8]. Porém, de fato ainda não se conhece o protocolo utilizado pelo medidor padrão, por medidores comerciais, ou mesmo para o cálculo através do método indicado.

### 1.3. Objetivos e contribuições do trabalho

O uso mais eficiente da rede elétrica é um dos grandes desafios dos engenheiros eletricitas e as redes inteligentes (*smart grids*) são, na atualidade, uma das principais promessas de melhoria no que diz respeito ao uso racional do sistema elétrico como um todo. Este trabalho visa contribuir com as atuais discussões relativas às *smart grids*, mais especificamente, aos medidores inteligentes (*smart meters*) que compõem e são fundamentais à implementação destas redes.

O avanço da tecnologia de medição levou à redução do custo dos medidores digitais o que, conseqüentemente, viabilizou às concessionárias medir tanto a energia ativa quanto a energia reativa também em consumidores de baixa tensão. Este é um importante avanço quando se busca uma maior eficiência do sistema, pois leva a uma tarifação mais justa, ou seja, beneficia-se o consumidor que utiliza a rede de forma mais eficiente.

Outra vantagem oriunda das *smart grids* advém da possibilidade de criação de micro-redes, que permitem aos usuários finais de energia produzir para consumo próprio, ou mesmo disponibilizar o excedente ao sistema em que se encontra conectado. Dessa forma, o medidor de energia ganha uma nova função, mensurar a energia no sentido contrário ao convencional, ou seja, do cliente para a concessionária.

No entanto, a fim de atingir os benefícios citados, este novo cenário exige uma complexidade maior dos equipamentos de medição. Uma importante questão que se procura responder neste trabalho é: ***como definir um protocolo de medição de energia elétrica capaz de atender às exigências deste cenário, sem tornar o custo do equipamento inviável.*** Na busca para contribuir com este tema, há reflexões acerca da necessidade deste protocolo, assim como uma proposta baseada nas principais teorias de potência aceitas.

## 1.4. Estrutura do trabalho

No primeiro capítulo tem-se uma introdução, seguida de motivações para desenvolvimento deste trabalho. É exposto um contexto histórico e considerações sobre a importância do tema segundo a óptica dos principais agentes envolvidos, tais como ANEEL, INMETRO, ABRADEE e concessionárias de energia.

No capítulo subsequente há informações sobre que tipo de benefícios são esperados com a implantação das *smart grids*, tecnologias que vem sendo utilizadas pelas concessionárias brasileiras e projetos piloto desenvolvidos.

Em seguida, são apresentadas algumas das principais teorias de potência atualmente aceitas, em especial, destacam-se *FBD – Fryze-Buchholz-Depenbrock* representando a chamada “escola europeia” e a *IEEE 1459* representando a “escola norte americana”. Grande parte das definições de energia e outras variáveis elétricas atualmente aceitas são baseadas nos conceitos apresentados por estas duas escolas, assim como a fundamentação matemática utilizada neste trabalho.

No quarto capítulo, discorre-se sobre a medição da energia reativa, os motivos para tal e a maneira como deve operar o equipamento para correta medição desta variável.

O quinto capítulo traz uma proposta de protocolo aberto para medições de energia elétrica num cenário *smart grid*. São apresentados: a modelagem matemática, simulações e o algoritmo utilizado para o medidor virtual desenvolvido.

Finalmente, no sexto capítulo têm-se as considerações finais sobre o tema, um resumo dos principais resultados obtidos e as contribuições realizadas, assim como também são sugeridas propostas à continuidade deste trabalho.

Ao final, tem-se um apêndice com partes do algoritmo de programação desenvolvido em *LabView* e, na sequência, as referências utilizadas.

## 2. MEDIÇÃO EM AMBIENTE *SMART GRID*

A evolução das redes tradicionais para as *smart grids*, redes inteligentes de energia elétrica, segue uma tendência mundial, como é o caso dos Estados Unidos, Japão e países da Europa (Figura 2.1). Em algumas dessas experiências internacionais cita-se como benefício, por exemplo, o adiamento de investimentos em geração de energia elétrica em até 3 anos, devido à eficiência energética alcançada com as *smart grids* [1].



Figura 2.1 – Iniciativa de implantação de medidores inteligentes (*Google Maps*, 2010) [9]

No Brasil, a expectativa é que o sistema permita o controle *online* do consumo de energia nas residências, bem como o corte e o religamento, possibilitando, futuramente, a tarifação pré-paga e horosazonal, incentivando o cliente a consumir energia fora dos horários de pico, o que, acredita-se, levará a uma economia não só na distribuição de energia, mas também no redimensionamento da rede elétrica.

Uma das funcionalidades a ser implementada seria a medição nos quatro quadrantes, ou seja, em ambos os fluxos de potência. Pensando em sistemas onde a microgeração de energia por parte do consumidor esteja presente, a concessionária poderia ter o balanço energético entre o que o cliente consumiu da concessionária e o que foi gerado em sua propriedade, por microturbinas eólicas ou por células fotovoltaicas, por exemplo.

Os equipamentos de medição são divididos em modelos monofásicos, bifásicos e trifásicos, todos estes podendo ser utilizados para medições diretas ou indiretas, tipicamente utilizados para medições residenciais e comerciais.

No que diz respeito à comunicação entre os diversos equipamentos neste modelo de rede inteligente, destacam-se as aplicações de AMR - *Automatic Meter Reading* e AMI - *Advanced Metering Infrastructure*, sistemas de gerenciamento remoto, que utilizam conceitos de *Home Area Network – HAN* e o *Neighborhood Area Network – NAN*. Além de tecnologias de comunicação como o Zigbee, entre outras [9].

As redes *HAN*, por exemplo, seriam responsáveis pela conexão entre eletrodomésticos e o medidor de energia, possibilitando ao consumidor gerenciar o seu consumo em tempo real, minimizando custos, programando o desligamento de eletrodomésticos nos horários de pico.

Outro benefício está relacionado à tarifação pré-paga, onde o consumidor pode gerenciar melhor sua despesa mensal com energia elétrica. Além disso, como há uma permanente conexão com a distribuidora os equipamentos poderão trocar informações gerenciando de forma individualizada cada consumidor, podendo ainda detectar falta de energia em cada residência [9].

A fim de se adequar à nova realidade, várias concessionárias criaram projetos piloto, como é o caso da Ampla, que trouxe para o Brasil o conceito de medição centralizada e sistema pré-pago. Segundo a mesma, após conectar cerca de 12% dos consumidores sob a forma de medidores eletrônicos centralizados, as perdas de energia que chegavam a 25% passaram para 20% graças a adoção do sistema. “*A partir de 2003, sentimos a necessidade de um salto tecnológico para que o nível de perdas continuasse decrescendo*” (André Moragas) [10].

A CEMIG, com o lançamento do projeto Cidades do Futuro, visa implantar e testar seu projeto piloto na cidade de Sete Lagoas – MG. Segundo Luiz Hernandes do CPqD – Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Telecomunicações, parceiro da empresa no projeto, trata-se de “*um modelo que deverá atender muito bem ao Brasil por suas características socioeconômicas. O mercado consumidor e as distribuidoras necessitam de projetos de pesquisa e desenvolvimento que apontem as melhores tecnologias e os respectivos benefícios produzidos para a nossa realidade*” [11].

Segundo Daniel Senna Guimarães – Gerente do Programa Redes Inteligentes da CEMIG, é previsto o desenvolvimento de um ambiente para homologação e certificação de dispositivos e sistemas *Smat Grids*. Rodrigo Lacerda, coordenador do projeto na FITec,

parceira da concessionária nesta etapa, vislumbra um espaço dotado de Plataforma de Testes de Interoperabilidade (PTI), focado em questões referentes a protocolos de medição e automação da rede [11].

A EDP Bandeirantes tem por meta instalar quinze mil e quatrocentos medidores em seu projeto piloto no município de Aparecida – SP (Figura 2.2). O sistema dá ao consumidor a possibilidade de escolher pela tarifação horosazonal, além de permitir o controle do consumo de diversos equipamentos dentro da residência via *web*, através da rede *HAN – Home Area Network*. Outra funcionalidade do equipamento é a possibilidade de medição bidirecional, oferecendo ao consumidor a alternativa de gerar energia em sua propriedade, através de células fotovoltaicas, por exemplo, e vender o excedente de energia à concessionária [12].

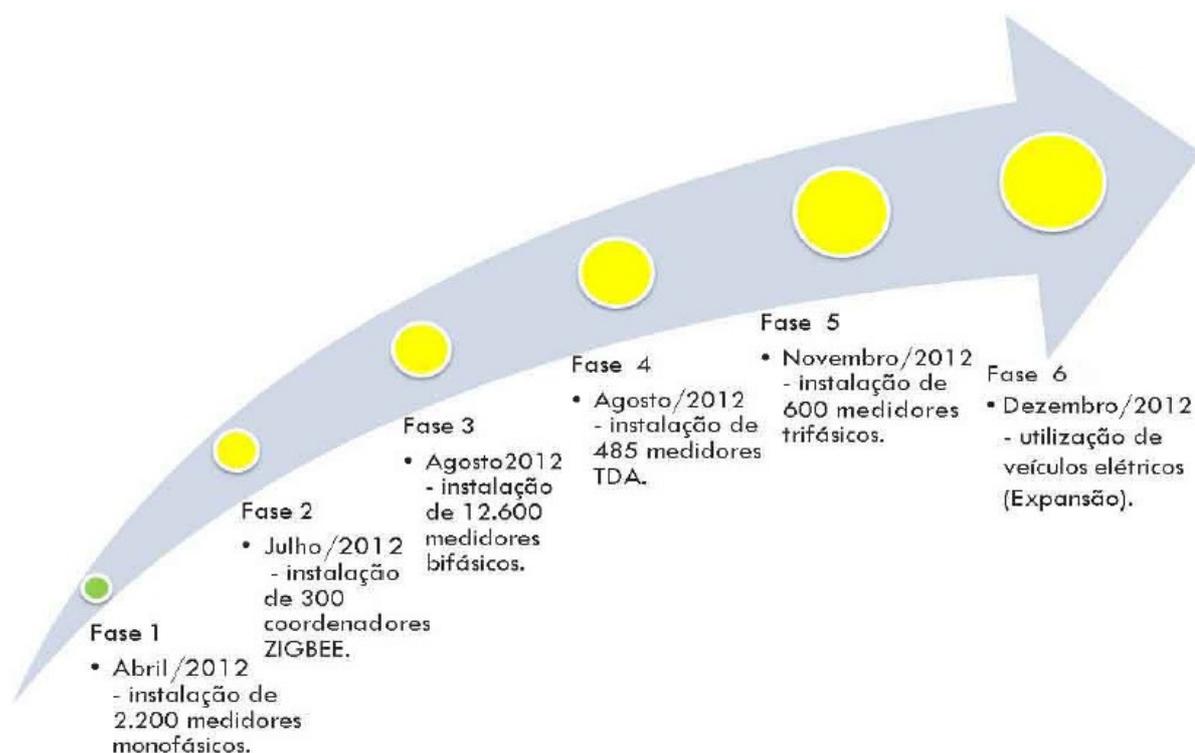


Figura 2.2 – Etapas para implantação do projeto piloto EDP Bandeirantes – Ecil Energia

(Obs: Em sua última declaração, a Ecil atualizou o cronograma para finalização do até Abril de 2013) [12]

### 3. DEFINIÇÕES DE ENERGIA ELÉTRICA E OUTRAS VARIÁVEIS ELÉTRICAS

#### 3.1. Teorias para cálculos da energia elétrica

A determinação do fluxo de energia numa rede desde muito tempo é alvo de estudos por parte da comunidade acadêmica. Recentemente, tem se intensificado a investigação acerca dos fenômenos físicos relacionados aos sistemas elétricos, através das chamadas teorias de potência, em especial impulsionadas pela necessidade de projetar dispositivos e sistemas num cenário em que a forma de onda dos sinais de tensão e corrente tendem a ser não comportados, apresentando distorções, assimetrias, presença considerável de harmônicos, variações de frequência (no caso das chamadas micro redes), entre outros distúrbios relacionados à qualidade da energia elétrica.

Em vista disto, as teorias de potência são novamente alvo da apreciação e uma importante ferramenta para compreender melhor as redes de energia elétrica. A seguir, são apresentadas algumas das principais teorias referentes ao assunto, tais como: Budeanu, Fryze, Buchholz, Depenbrock, Emanuel.

#### 3.2. A abordagem no domínio da frequência de Budeanu

Segundo os preceitos de Fourier, os sinais de tensão e corrente podem ser expressos através de uma série (Série de Fourier). Portanto, seus valores eficazes poderiam ser determinados como:

$$V = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} V_h^2} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_{k-1}^2 + V_k^2}, (k = \infty) \quad (3.1)$$

$$I = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} I_h^2} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_{k-1}^2 + I_k^2}, (k = \infty) \quad (3.2)$$

A partir da interação entre tensão e corrente, determina-se o valor da potência aparente do sinal:

$$S^2 = V^2 I^2 = (V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_{k-1}^2 + V_k^2)(I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_{k-1}^2 + I_k^2) \quad (3.3)$$

No entanto, os valores quadráticos dos sinais devem ser expressos por:

$$V_k^2 = (V_k \cos \theta_k)^2 + (V_k \sen \theta_k)^2 \quad (3.4)$$

$$I_k^2 = (I_k \cos \theta_k)^2 + (I_k \sen \theta_k)^2 \quad (3.5)$$

Substituindo (3.4) e (3.5) em (3.3) e aplicando a identidade de Lagrange na expressão da potência aparente, obtém-se as potências (P, Q<sub>B</sub>, D<sub>B</sub>) definidas por Budeanu:

---


$$\begin{aligned}
 S^2 = & \left( \sum_{h=1}^k V_h I_h \cos \theta_h \right)^2 + \\
 & + \left( \sum_{h=1}^k V_h I_h \sen \theta_h \right)^2 + \\
 & + \sum_{h=1}^{k-1} \sum_{m=k+1}^k [(V_h I_m)^2 + (V_m I_h)^2 - 2V_h V_m I_h I_m \cos(\theta_h - \theta_m)]
 \end{aligned} \quad (3.6)$$


---

Sendo,

$$P = \left( \sum_{h=1}^k V_h I_h \cos \theta_h \right)^2, (k = \infty) \quad (3.7)$$

Onde P, potência ativa total, corresponde ao produto das tensões eficazes pelas componentes, em fase, das correntes eficazes de mesmas frequências.

Além disso, o valor da potência ativa total corresponde ao valor médio da função:

$$P = \bar{p}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) i(t) dt \quad (3.8)$$

Já para a segunda parcela da equação (3.6),

$$Q_B = \left( \sum_{h=1}^k V_h I_h \text{sen } \theta_h \right)^2, (k = \infty) \quad (3.9)$$

Esta parcela, chamada de potência reativa de Budeanu,  $Q_B$ , corresponde ao produto das tensões eficazes pelas componentes, em quadratura, das correntes também eficazes de mesmas frequências.

$$D_B = \sum_{h=1}^{k-1} \sum_{m=k+1}^k [(V_h I_m)^2 + (V_m I_h)^2 - 2V_h V_m I_h I_m \cos(\theta_h - \theta_m)], (k = \infty) \quad (3.10)$$

O termo  $D_B$ , referente à potência de distorção de Budeanu, é uma forma de identificar uma parte da potência que não pode ser expressa nem como ativa, nem como reativa. Usualmente, esta parcela é calculada como:

$$D_B = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_B^2} \quad (3.11)$$

### 3.3. A abordagem no domínio do tempo de Fryze

Para Fryze, a potência aparente é tratada como o produto da tensão (eficaz) pela corrente (eficaz), considerando formas de onda quaisquer, porém periódicas, e valor eficaz de tensão e corrente como sendo:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt} \quad (3.12)$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad (3.13)$$

As potências aparente e ativa são definidas, respectivamente, por Fryze como:

$$S = VI \quad (3.14)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t) dt \quad (3.15)$$

Além disso, Fryze mostrou através da desigualdade de Schwartz entre duas funções que:

$$S \geq P = VI\lambda \quad (3.16)$$

$$\lambda = \frac{P}{S} \leq 1, \text{ (fator de potência)} \quad (3.17)$$

Vale ressaltar que a igualdade de Schwartz só é válida caso a relação entre tensão e corrente for constante no tempo. Isso significa que S será igual a P ( $\lambda=1$ ) apenas no caso em que a corrente tiver a mesma forma de onda que a tensão (carga puramente resistiva) e a relação  $v(t)/i(t)$  se mantiver constante no período analisado, ou seja, resistência invariante naquele período.

Portanto, a potência aparente (S) de uma resistência invariante coincide com a potência ativa (P), qualquer que seja a forma de onda. Assim, o fator de potência alcança seu valor máximo ( $\lambda=1$ ) se, e somente se, a corrente instantânea for proporcional à tensão instantânea ( $v(t)/i(t)$ ). Em qualquer outro caso, ( $\lambda < 1$ ).

Além disso, através da teoria de Fryze, é possível verificar a ortogonalidade entre os valores ativo e reativo das correntes e tensões instantâneas.

$$i_a = \frac{P}{V^2} v = G_a v, (\text{corrente ativa}) \quad (3.18)$$

$$I_a = \frac{P}{V} \rightarrow P = VI_a = G_a V^2 \quad (3.19)$$

Onde  $I_a$ , corrente ativa, corresponde à parcela de corrente que efetivamente transfere potência para a carga e possui mesma forma de onda que a tensão.  $G_a$ , por sua vez, corresponde à condutância equivalente do sistema.

A parcela não compreendida em  $I_a$ , é a chamada corrente não ativa ( $I_{na}$ ):

$$i_{na} = i - i_a, (\text{corrente não ativa}) \quad (3.20)$$

Como relação de ortogonalidade entre elas, tem-se:

$$\langle i_a | i_{na} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T i_a i_{na} dt = 0 \quad (3.21)$$

E, dessa forma, a corrente pode ser decomposta. De modo que,

$$i = i_a + i_{na} \rightarrow I^2 = I_a^2 + I_{na}^2 \quad (3.22)$$

De forma análoga, para a tensão, pode-se decompor em duas parcelas ortogonais, sendo:

$$v_a = \frac{P}{I^2} i = Rv, (\text{tensão ativa}) \quad (3.23)$$

$$V_a = \frac{P}{I} \rightarrow P = V_a I = I^2 R \quad (3.24)$$

$$v_{na} = v - v_a, \text{ (tensão não ativa)} \quad (3.25)$$

$$\langle v_a | v_{na} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v_a v_{na} dt = 0 \quad (3.26)$$

$$v = v_a + v_{na} \rightarrow V^2 = V_a^2 + V_{na}^2 \quad (3.27)$$

Com isso, Fryze define como a potência reativa (3.29), através da analogia com a potência ativa (3.28), como sendo:

$$P = V I_a = V_a I \quad (3.28)$$

$$Q_F = V I_{na} = V_{na} I \quad (3.29)$$

Resultando, como potência aparente, a raiz quadrada da soma quadrática das potências ativa e reativa:

$$S = \sqrt{P^2 + Q_F^2} \quad (3.30)$$

### 3.4. A abordagem no domínio do tempo para sistemas polifásicos de Buchholz

Em 1950, Buchholz estendeu os estudos de Fryze para sistemas polifásicos. Em seu trabalho, Buchholz considera um sistema trifásico a quatro fios como um circuito homogêneo, não diferenciando, no âmbito, condutores de fase e neutro, mas referenciando todos eles a um ponto externo do sistema, que pode ser coincidente com qualquer um dos quatro fios, como:

$$\sum_{\mu=1}^m i_{\mu} = 0 \quad (3.31)$$

A localização do ponto externo não afeta os cálculos seguintes.

Tem-se ainda,

$$v_{\mu*} = v_{\mu r} - v_{*r} \quad (3.32)$$

$$v_{*r} = \frac{1}{m} \sum_{\mu=1}^m v_{\mu r} \quad (3.33)$$

Sendo  $v_{\mu r}$  a tensão da  $\mu$ -ésima fase em relação a um nó de referência “ r ”. A tensão  $v_{*r}$ , por sua vez, é a tensão de flutuação do nó virtual “ \* ” em relação ao nó de referência.

Com isso, Buchholz define a potência instantânea coletiva das “ m ” fases como sendo:

$$p_{\Sigma} = \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*} i_{\mu} \quad (3.34)$$

Em valores eficazes coletivos, a potência ativa coletiva, é dada como:

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*} i_{\mu} dt \quad (3.35)$$

A fim de representar este sistema polifásico, Buchholz definiu o conceito de valores coletivos instantâneos, considerando para o cálculo destes, inclusive o condutor neutro:

$$v_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m v_{\mu}^2} \quad (3.36)$$

$$i_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m i_{\mu}^2} \quad (3.37)$$

De forma similar, definiu os valores eficazes coletivos para tensão e corrente, sendo:

$$V_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\mu=1}^m v_{\mu}^2 dt} \quad (3.38)$$

$$I_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\mu=1}^m i_{\mu}^2 dt} \quad (3.39)$$

Por fim, através dos valores eficazes coletivos, tem-se por potência aparente:

$$S_{\Sigma} = V_{\Sigma} I_{\Sigma} \quad (3.40)$$

De forma similar a Fryze para o modelo monofásico, Buchholz estendeu o conceito de ortogonalidade entre correntes instantâneas para cada condutor do sistema polifásico, definindo-as como correntes ativa (3.41) e não ativa (3.42):

$$i_{a\mu} = \frac{P_{\Sigma}}{V_{\Sigma}^2} v_{\mu*} = G_a v_{\mu*} \quad (3.41)$$

Sendo  $G_a$  a condutância equivalente, por fase, da carga polifásica.

$$i_{na\mu} = i_{\mu} - i_{a\mu} \quad (3.42)$$

### 3.5. Teoria FBD de Depenbrock

Da mesma forma que Buchholz, Depenbrock utiliza do conceito de referência externa (*Virtual Star Point*) para medição das tensões. Em seu trabalho [13] mostra que, independentemente dos valores das tensões de fase, todas as tensões medidas em relação ao ponto virtual, assim como todas as correntes, satisfazem as leis de tensão e corrente de Kirchhoff.

$$\sum_{\mu=1}^m v_{\mu^*} = 0 \quad (3.43)$$

$$\sum_{\mu=1}^m i_{\mu} = 0 \quad (3.44)$$

Com isso, Depenbrock fortalece a teoria de que o condutor neutro deve ser tratado da mesma forma que os condutores de fase.

Numa próxima etapa, estabeleceu as bases para a decomposição das correntes em sistemas polifásicos, separando-as em correntes proporcionais e ortogonais a tensão, definindo-as:

$$i_{p\mu} = \frac{p_{\Sigma}}{v_{\Sigma}^2} v_{\mu^*} = G_p v_{\mu^*}, \text{ (correntes de potência)} \quad (3.45)$$

Onde as chamadas correntes de potência são aquelas relativas à potência instantânea, inclusive possíveis oscilações relativas a harmônicos e desequilíbrios.

Sendo  $G_p$  a condutância equivalente instantânea por fase de uma carga polifásica, e não necessariamente constante no tempo.

$$i_{z\mu} = i_{\mu} - i_{p\mu}, \text{ (correntes de potência zero)} \quad (3.46)$$

As correntes de potência zero são aquelas que não contribuem para a transferência de energia, segundo Depenbrock,

$$p_{\Sigma z} = \sum_{\mu=1}^m v_{\mu^*} i_{z\mu} = 0 \quad (3.47)$$

Já as correntes ativas (3.48), constituem as parcelas responsáveis pela transferência de energia média para a carga. Elas estão relacionadas com aquela já definida por Fryze (3.18-3.19) e, posteriormente, expandida por Buchholz (3.41).

$$i_{a\mu} = \frac{P_{\Sigma}}{V_{\Sigma}^2} v_{\mu^*} = G_a v_{\mu^*} \quad (3.48)$$

Neste caso,  $G_a$ , que representa a condutância equivalente por fase de uma carga polifásica, é constante e coincide com o valor definido por Buchholz.

Depenbrock define por correntes não ativas aquelas associadas a distúrbios e oscilações que afetam a corrente instantânea, mas não transferem energia média para as cargas.

$$i_{na\mu} = i - i_{a\mu} = (G_p(t) - G_a) v_{\mu^*} \quad (3.49)$$

Por fim, define-se a corrente de variação a fim de extrair uma relação entre as correntes de potência e as correntes ativas.

$$i_{v\mu} = i_{p\mu} - i_{a\mu} = i_{na\mu} - i_{z\mu} \quad (3.50)$$

As chamadas correntes de variação só resultam zero quando  $G_p = G_a$ . Quando isto não ocorre, a explicação reside que surgem tais correntes, as quais são responsáveis pelas oscilações da potência instantânea ( $p_{\Sigma} \neq P_{\Sigma}$ ).

Depenbrock [14] e, mais posteriormente, Staudt [15] propõe a seguinte decomposição de correntes num sistema polifásico:

$$i_{\Sigma}^2 = i_{\Sigma a}^2 + i_{\Sigma na}^2 = i_{\Sigma a}^2 + i_{\Sigma v}^2 + i_{\Sigma z}^2 \quad (3.51)$$

Com isso, pode-se associar a seguinte decomposição de potências:

$$S^2 = V_{\Sigma}^2 I_{\Sigma}^2 = V_{\Sigma}^2 I_{\Sigma a}^2 + V_{\Sigma}^2 I_{\Sigma na}^2 = V_{\Sigma}^2 I_{\Sigma a}^2 + V_{\Sigma}^2 I_{\Sigma v}^2 + V_{\Sigma}^2 I_{\Sigma z}^2 \quad (3.52)$$

$$S^2 = P_a^2 + P_{na}^2 = P_a^2 + P_v^2 + P_z^2 \quad (3.53)$$

Cada parcela de potência está relacionada à corrente, sendo  $P_a$  a potência ativa coletiva,  $P_{na}$  a potência não ativa coletiva,  $P_v$  a potência de variação coletiva e  $P_z$  a potência nula coletiva.

Dessa forma, o fator de potência coletivo, neste caso seria:

$$\lambda_{\Sigma} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma} dt}{V_{\Sigma} I_{\Sigma}} = \frac{V_{\Sigma}^2 I_{\Sigma a}^2}{V_{\Sigma} I_{\Sigma}} = \frac{P_{\Sigma}}{S_{\Sigma}} = \frac{P_a}{S} \quad (3.54)$$

### 3.6. IEEE 1459 – Emanuel

A *IEEE1459* na sua versão atualizada em 2010 discorre amplamente sobre os conceitos relacionados à potência ativa, reativa, não ativa, entre outras, seja em sistemas monofásicos, seja em sistemas trifásicos, incluindo em sua abordagem os circuitos desequilibrados e não senoidais.

O documento começa tratando o caso mais simples:

#### 3.6.1. Circuitos monofásicos senoidais

Neste caso, as tensões e correntes são dadas como:

$$v = \sqrt{2}V \text{sen}(wt), (\text{tensão senoidal}) \quad (3.55)$$

$$i = \sqrt{2}I \text{sen}(wt - \theta), (\text{corrente senoidal}) \quad (3.56)$$

Onde  $V$  e  $I$  são os valores *RMS* de tensão e corrente respectivamente,  $w$  é a frequência angular ( $2\pi f$ ),  $f$  é a frequência do sistema,  $\theta$  é o ângulo de fase entre a corrente e a tensão, e  $t$  é o tempo.

Neste caso, a potência instantânea  $p$  é dada por:

$$p = vi, \quad (3.57)$$

$$p = p_a + p_q \quad (3.58)$$

$$p_a = VI \cos \theta [1 - \cos(2wt)] = P[1 - \cos(2wt)], \text{potência ativa instantânea} \quad (3.59)$$

$$P = VI \cos \theta \quad (3.60)$$

$$p_q = -VI \sin \theta \sin(2wt) = -Q \sin(2wt), \text{potência reativa instantânea} \quad (3.61)$$

$$Q = VI \sin \theta \quad (3.62)$$

Para a potência ativa (3.63), tem-se:

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p_a dt \quad (3.63)$$

Por sua vez, para a potência reativa (3.64),

$$Q = \frac{1}{2\pi} \oint v di = -\frac{1}{2\pi} \oint i dv = \frac{w}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i \left[ \int v dt \right] dt \quad (3.64)$$

Onde  $T=1/f$  corresponde ao ciclo da onda,  $k$  constitui um número inteiro positivo e  $\tau$  o instante inicial.

Neste caso, a potência aparente (3.65), que é definida como o produto entre a tensão *RMS* e a corrente *RMS*, seria:

$$S = VI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (3.65)$$

Sob estes conceitos a *IEEE1459* define o fator de potência como:

$$fp = \frac{P}{S} \quad (3.66)$$

### 3.6.2. Circuitos monofásicos não senoidais

Quando se trata de condições não senoidais, as tensões e correntes são divididas em basicamente dois termos:  $v_1$  e  $i_1$ , que são os termos associados à frequência fundamental do sistema e  $v_H$  e  $i_H$ , associados às demais frequências contidas no sinal.

$$v = v_1 + v_H \quad (3.67)$$

$$v_1 = \sqrt{2}V_1 \text{sen}(wt - \alpha_1) \quad (3.68)$$

$$v_H = V_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1}^{h=\infty} V_h \text{sen}(hwt - \alpha_h) \quad (3.69)$$

$$i = i_1 + i_H \quad (3.70)$$

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \text{sen}(wt - \beta_1) \quad (3.71)$$

$$i_H = I_0 + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1}^{h=\infty} I_h \text{sen}(hwt - \beta_h) \quad (3.72)$$

Os respectivos valores *RMS* da tensão e da corrente são dados por:

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v^2 dt} = \sqrt{V_1^2 + V_H^2} \quad (3.73)$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i^2 dt} = \sqrt{I_1^2 + I_H^2} \quad (3.74)$$

sendo as componentes  $V_{HRMS}$  e  $I_{HRMS}$ ,

$$V_{HRMS} = \sqrt{V_0^2 + \sum_{h \neq 1}^{h=\infty} V_h^2} = V^2 + V_1^2 \quad (3.75)$$

$$I_{HRMS} = \sqrt{I_0^2 + \sum_{h \neq 1}^{h=\infty} I_h^2} = I^2 + I_1^2 \quad (3.76)$$

$V_0$  e  $I_0$  são as parcelas referentes às componentes contínuas de tensão e corrente.

A *IEEE1459* faz referência a Peretto et al. [16], no que diz respeito ao erro relacionado aos interharmônicos, sendo que este erro tende a ser menor quando a quantidade de ciclos utilizada para a determinação dos valores *RMS* aumenta (Figura 3.1).

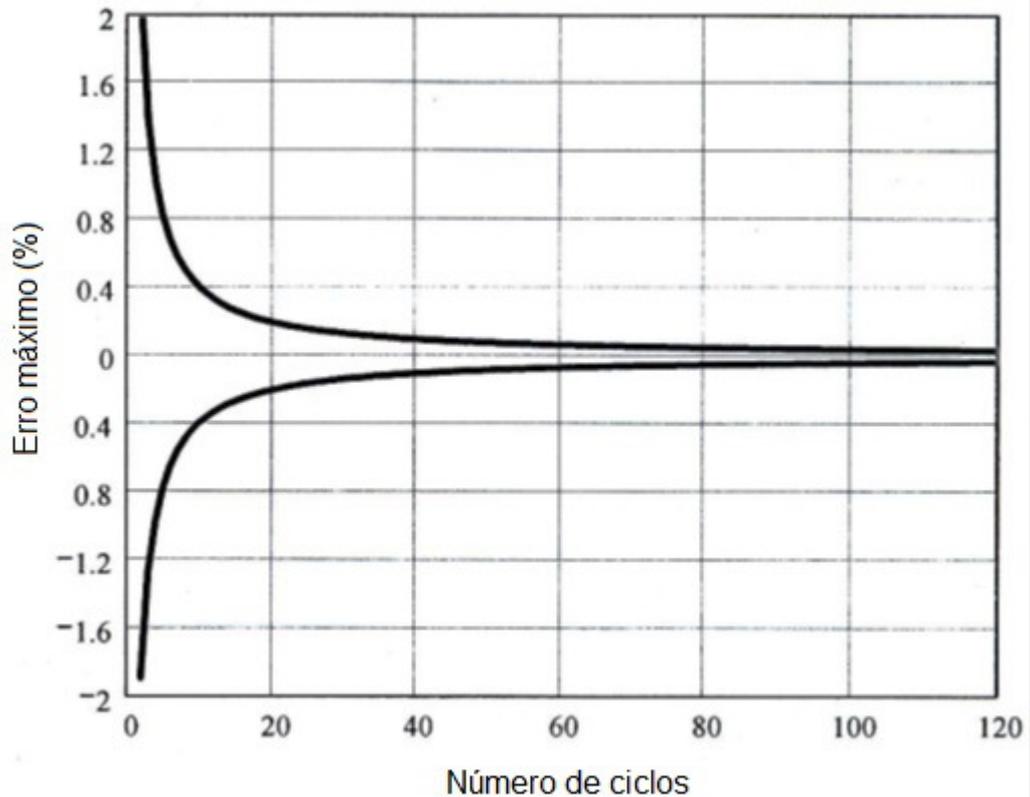


Figura 3.1 – Percentual máximo de erro de uma medida *RMS* conforme o número de ciclos [17]

Neste caso, a potência instantânea  $p$  é dada por:

$$p = vi \quad (3.77)$$

$$p = p_a + p_q \quad (3.78)$$

$$p_a = V_0 I_0 + \sum_{h=1}^{h=\infty} V_h I_h \cos \theta_h [1 - \cos(2h\omega t - 2\alpha_h)] \quad (3.79)$$

$$\begin{aligned} p_q = & - \sum_{h=1}^{h=\infty} V_h I_h \operatorname{sen} \theta_h \operatorname{sen}(2h\omega t - 2\alpha_h) + \\ & + 2 \sum_n^{n=\infty} \sum_{\substack{m=\infty \\ m \neq n}} V_m I_n \operatorname{sen}(m\omega t - \alpha_m) \operatorname{sen}(n\omega t - \beta_n) + \\ & + \sqrt{2} V_0 \sum_{h=1}^{h=\infty} I_h \operatorname{sen}(h\omega t - \beta_h) + \sqrt{2} I_0 \sum_{h=1}^{h=\infty} V_h \operatorname{sen}(h\omega t - \alpha_h) \end{aligned} \quad (3.80)$$

onde  $\theta_h = \beta_h - \alpha_h$  é o ângulo de fase entre os fasores  $V_h$  e  $I_h$ .

Para a potência ativa (3.81), tem-se:

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p_a dt \quad (3.81)$$

$$P = P_1 + P_H \quad (3.82)$$

$$P_1 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_1 i_1 dt = V_1 I_1 \cos \theta_1, \text{potência ativa fundamental} \quad (3.83)$$

$$P_H = V_0 I_0 + \sum_{\substack{h=\infty \\ h \neq 0 \\ h \neq 1}} V_h I_h \cos \theta_h, \text{potência ativa não fundamental} \quad (3.84)$$

Por sua vez, para a potência reativa,

$$Q_1 = \frac{W}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i_1 \left[ \int v_1 dt \right] dt = V_1 I_1 \text{sen} \theta_1, \text{potência reativa fundamental} \quad (3.85)$$

Neste caso, a potência aparente, será expressa como:

$$S = VI, \text{potência aparente} \quad (3.86)$$

$$S_1 = V_1 I_1 = P_1^2 + Q_1^2, \text{potência aparente fundamental} \quad (3.87)$$

$$\begin{aligned} S^2 &= (VI)^2 = (V_1^2 + V_H^2)(I_1^2 + I_H^2) \\ &= (V_1 I_1)^2 + (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 = S_1^2 + S_N^2 \end{aligned} \quad (3.88)$$

$$S_N = \sqrt{S^2 - S_1^2}, \text{potência aparente não fundamental} \quad (3.89)$$

Por sua vez, a potência aparente não fundamental (3.90), é subdividida em três termos, sendo eles relacionados à distorção devido a corrente (3.91), à distorção devido à tensão (3.92) e aos harmônicos de tensão e corrente (3.93).

$$S_N^2 = D_I^2 + D_V^2 + S_H^2 \quad (3.90)$$

$$D_I = V_1 I_H \quad (3.91)$$

$$D_V = V_H I_1 \quad (3.92)$$

$$S_H = V_H I_H = \sqrt{P_H^2 + D_H^2} \quad (3.93)$$

$$D_H = \sqrt{S_H^2 - P_H^2}, \text{potência harmônica de distorção} \quad (3.94)$$

Para este caso, a potência não ativa (3.95) é definida como:

$$N = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (3.95)$$

Por fim, pode-se determinar o fator de potência (3.96) e o fator de potência fundamental (3.97), este último que pode ser associado à  $\cos\theta_1$ :

$$fp = \frac{P}{S} \quad (3.96)$$

$$fp_1 = \cos\theta_1 = \frac{P_1}{S_1} \quad (3.97)$$

Dessa forma, é possível subdividir (Quadro 3.1) as potências aparente, ativa e não ativa, assim como expressar o carregamento de uma linha e a poluição harmônica, seja segundo os valores globais destas grandezas, seja isolando as componentes fundamentais das demais componentes harmônicas:

Quadro 3.1 – Resumo das principais grandezas associadas às potências em sistemas monofásicos não senoidais

<b>Grandeza ou Indicador</b>	<b>Valores globais</b>	<b>Potências na fundamental</b>	<b>Potências não fundamentais</b>
Potência aparente	$S$ [VA]	$S_1$ [VA]	$S_N$ e $S_H$ [VA]
Potência ativa	$P$ [W]	$P_1$ [W]	$P_H$ [W]
Potência não ativa	$N$ [var]	$Q_1$ [var]	$D_I$ , $D_V$ e $D_H$ [var]
Carregamento da linha	$fp = P/S$	$fp_1 = P_1/S_1$	–
Poluição harmônica	–	–	$S_N/S_1$

### 3.6.3. Circuitos trifásicos, senoidais e equilibrados

Para sistema de sequência positiva (a, b, c), as tensões fase-neutro, bem como as correntes de fase, seriam descritas como:

$$v_a = \sqrt{2}V \text{sen}(wt) \quad (3.98)$$

$$v_b = \sqrt{2}V \text{sen}(wt - 120^\circ) \quad (3.99)$$

$$v_c = \sqrt{2}V \text{sen}(wt + 120^\circ) \quad (3.100)$$

$$i_a = \sqrt{2}I \text{sen}(wt - \theta) \quad (3.101)$$

$$i_b = \sqrt{2}I \text{sen}(wt - \theta - 120^\circ) \quad (3.102)$$

$$i_c = \sqrt{2}I \text{sen}(wt - \theta + 120^\circ) \quad (3.103)$$

No caso de um sistema trifásico a três condutores,  $i_a + i_b + i_c = 0$ , a potência instantânea  $p$  é dada por:

$$p = v_{ab}i_a + v_{cb}i_c = v_{ac}i_a + v_{bc}i_b = v_{ba}i_b + v_{ca}i_c = P \quad (3.104)$$

Sendo  $v_{ab}$ ,  $v_{bc}$  e  $v_{ca}$  as tensões fase-fase instantâneas. E como se trata de um sistema com tensões e correntes equilibradas, a potência instantânea é constante e igual a  $P$ .

Para o caso trifásico a quatro condutores, a potência instantânea  $p$  é dada por:

$$p = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = P \quad (3.105)$$

E, por fim, tomando uma referência arbitrária “r” para a tensão  $v_{ar}$ ,  $v_{br}$  e  $v_{cr}$ , tem-se:

$$p = v_{ar}i_a + v_{br}i_b + v_{cr}i_c = P \quad (3.106)$$

A potência ativa será:

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt = 3VI \cos \theta = \sqrt{3} V_{ll} I \cos \theta \quad (3.107)$$

Onde:

$V$ : Tensão fase-neutro *RMS*;

$V_{ll}$ : Tensão fase-fase *RMS*.

A potência reativa (3.108) é definida como:

$$Q = 3VI \sin \theta = \sqrt{3} V_{ll} I \sin \theta = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (3.108)$$

Por sua vez, a potência aparente (3.109), será:

$$S = 3VI = \sqrt{3} V_{ll} I \quad (3.109)$$

E, finalmente, o fator de potência (3.110) é definido como:

$$fp = \frac{P}{S} \quad (3.110)$$

### 3.6.4. Circuitos trifásicos, senoidais e desequilibrados

Neste caso, os sinais de tensão e corrente são assim definidos:

$$v_a = \sqrt{2} V_a \text{sen}(wt + \alpha_a) \quad (3.111)$$

$$v_b = \sqrt{2} V_b \text{sen}(wt + \alpha_b - 120^\circ) \quad (3.112)$$

$$v_c = \sqrt{2} V_c \text{sen}(wt + \alpha_c + 120^\circ) \quad (3.113)$$

$$i_a = \sqrt{2}I_a \text{sen}(wt + \beta_a) \quad (3.114)$$

$$i_b = \sqrt{2}I_b \text{sen}(wt + \beta_b - 120^\circ) \quad (3.115)$$

$$i_c = \sqrt{2}I_c \text{sen}(wt + \beta_c + 120^\circ) \quad (3.116)$$

Onde:  $\alpha_a \neq \alpha_b \neq \alpha_c$  e  $\beta_a \neq \beta_b \neq \beta_c$

No caso de um sistema **trifásico a três condutores**,  $i_a + i_b + i_c = 0$ , a potência instantânea  $p$  é dada por:

$$p = v_{ab}i_a + v_{cb}i_c = v_{ac}i_a + v_{bc}i_b = v_{ba}i_b + v_{ca}i_c \quad (3.117)$$

Onde:

$v_{ab}$ ,  $v_{bc}$  e  $v_{ca}$  : Tensões fase-fase instantâneas.

Para o caso **trifásico a quatro condutores**, a potência instantânea  $p$  é dada por:

$$p = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (3.118)$$

E, por fim, tomando uma referência arbitrária “ $r$ ” para a tensão  $v_{ar}$ ,  $v_{br}$  e  $v_{cr}$ , tem-se:

$$p = v_{ar}i_a + v_{br}i_b + v_{cr}i_c \quad (3.119)$$

A potência ativa (3.120) será:

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p dt = P_a + P_b + P_c \quad (3.120)$$

Onde as potências, por fase,  $P_a$  (3.121),  $P_b$  (3.122) e  $P_c$  (3.123) são definidas como:

$$P_a = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_a i_a dt = V_a I_a \cos \theta_a, \quad \text{sendo } \theta_a = (\alpha_a - \beta_a) \quad (3.121)$$

$$P_b = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_b i_b dt = V_b I_b \cos \theta_b, \quad \text{sendo } \theta_b = (\alpha_b - \beta_b) \quad (3.122)$$

$$P_c = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v_c i_c dt = V_c I_c \cos \theta_c, \quad \text{sendo } \theta_c = (\alpha_c - \beta_c) \quad (3.123)$$

Além disso, pode-se determinar as potências ativas de sequência positiva  $P^+$ , negativa  $P^-$  e zero  $P^0$  a partir das componentes de simétricas da tensão e da corrente:

$$P^+ = 3V^+ I^+ \cos \theta^+ \quad (3.124)$$

$$P^- = 3V^- I^- \cos \theta^- \quad (3.125)$$

$$P^0 = 3V^0 I^0 \cos \theta^0 \quad (3.126)$$

$$P = P^+ + P^- + P^0, \quad \text{potência ativa total} \quad (3.127)$$

Analogamente, a potência reativa (3.128 - 3.130) é definida como:

$$Q_a = \frac{W}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i_a \left[ \int v_a dt \right] dt = V_a I_a \text{sen} \theta_a \quad (3.128)$$

$$Q_b = \frac{W}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i_b \left[ \int v_b dt \right] dt = V_b I_b \text{sen} \theta_b \quad (3.129)$$

$$Q_c = \frac{W}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i_c \left[ \int v_c dt \right] dt = V_c I_c \text{sen} \theta_c \quad (3.130)$$

Considerando o conceito de potência aparente vetorial (3.142), a potência reativa total seria  $Q = Q_a + Q_b + Q_c$ .

De forma similar à potência ativa, definem-se as potências reativas de sequência positiva  $Q^+$ , negativa  $Q^-$  e zero  $Q^0$  a partir das componentes simétricas da tensão e da corrente:

$$Q^+ = 3V^+I^+ \text{sen}\theta^+ \quad (3.131)$$

$$Q^- = 3V^-I^- \text{sen}\theta^- \quad (3.132)$$

$$Q^0 = 3V^0I^0 \text{sen}\theta^0 \quad (3.133)$$

$$Q = Q^+ + Q^- + Q^0, \text{ potência reativa total} \quad (3.134)$$

A potência aparente por fase (3.135 - 3.140) será:

$$S_a = V_a I_a \quad (3.135)$$

$$S_a^2 = P_a^2 + Q_a^2 \quad (3.136)$$

$$S_b = V_b I_b \quad (3.137)$$

$$S_b^2 = P_b^2 + Q_b^2 \quad (3.138)$$

$$S_c = V_c I_c \quad (3.139)$$

$$S_c^2 = P_c^2 + Q_c^2 \quad (3.140)$$

A potência aparente aritmética (3.141) será:

$$S_A = S_a + S_b + S_c \quad (3.141)$$

A potência aparente vetorial (3.142 - 3.143) será:

$$S_V = \sqrt{P^2 + Q^2} = |P_a + P_b + P_c + j(Q_a + Q_b + Q_c)| = |P + jQ| \quad (3.142)$$

$$S_V = \sqrt{P^2 + Q^2} = |P^+ + P^- + P^0 + j(Q^+ + Q^- + Q^0)| \quad (3.143)$$

A IEEE1459 utiliza da seguinte interpretação geométrica para as potências aparente vetorial e aritmética (Figura 3.2):

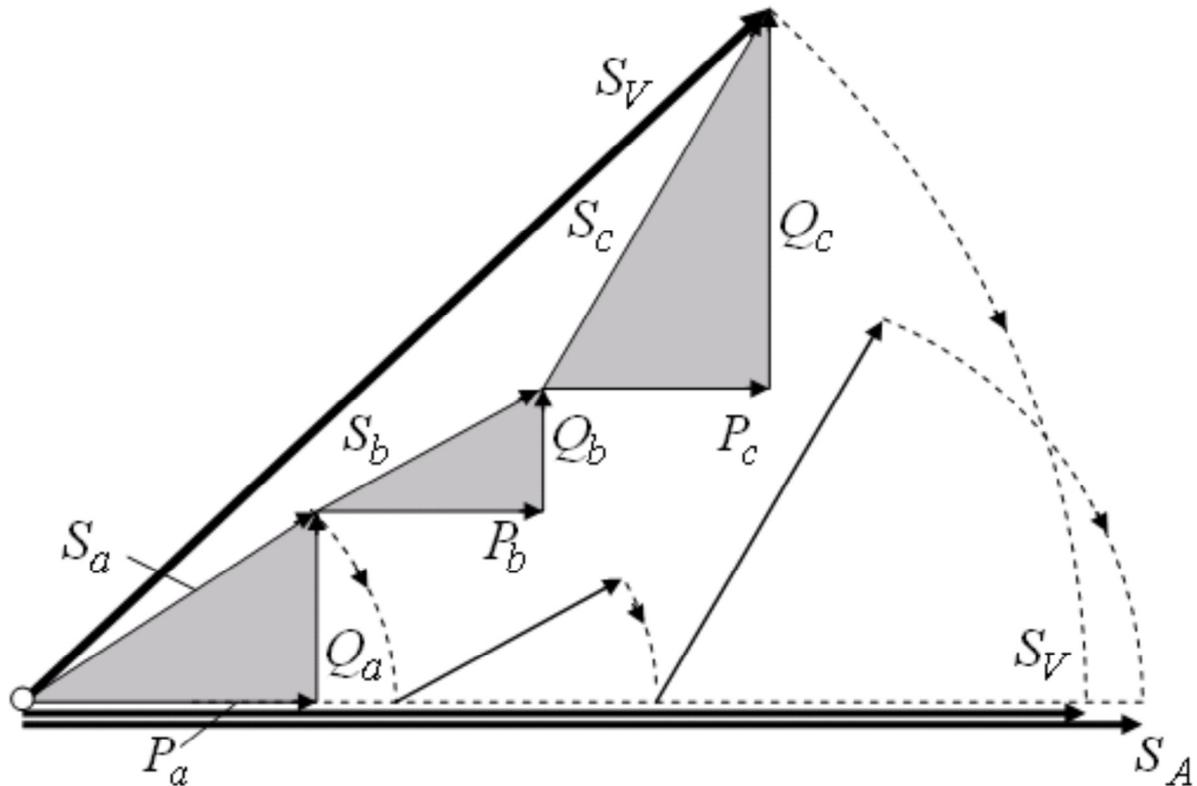


Figura 3.2 – Interpretação geométrica das potências aparente vetorial  $S_V$  e aritmética  $S_A$  [17]

Para a potência aparente, podem-se determinar os valores de suas componentes de sequência positiva  $S^+$ , negativa  $S^-$  e zero  $S^0$  como:

$$S^+ = |S^+| = |P^+ + jQ^+| \quad (3.144)$$

$$S^- = |S^-| = |P^- + jQ^-| \quad (3.145)$$

$$S^0 = |S^0| = |P^0 + jQ^0| \quad (3.146)$$

$$S_V = |S^+ + S^- + S^0| \quad (3.147)$$

$$S_A \neq S^+ + S^- + S^0 \quad (3.148)$$

Finalmente, o fator de potência é determinado por:

$$fp_V = \frac{P}{S_V} , \text{ fator de potência vetorial} \quad (3.149)$$

$$fp_A = \frac{P}{S_A} , \text{ fator de potência aritmético} \quad (3.150)$$

Além disso,  $fp_A \leq fp_V$  [17]

Utilizando o conceito de potência aparente efetiva [18][19], que supõe um circuito equilibrado cujas perdas coincidem com a do circuito desequilibrado em análise, e para o caso de um sistema trifásico a quatro condutores, tem-se:

$$r(I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2) = 3rI_e^2 \quad (3.151)$$

Onde:

$r$  é a resistência da linha;

$I_n$  a corrente de neutro (RMS);

$r_n$  a resistência do condutor neutro de retorno

$\rho = r_n / r$

A norma recomenda a aproximação  $\rho=1,0$  quando se desconhece seu valor real [17][20].

Neste caso,

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + \rho I_n^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2 + (1 + 3\rho)(I^0)^2} \quad (3.152)$$

No caso de um sistema a três condutores ( $I^0 = 0$ ),

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2} \quad (3.153)$$

Para determinar a tensão efetiva,  $V_e$ , considera-se que a potência dissipada numa carga hipotética qualquer seria a soma das potências dissipadas numa carga trifásica equivalente em estrela mais uma carga equivalente em delta:

$$\frac{V_a^2 + V_b^2 + V_c^2}{R_Y} + \frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{R_\Delta} = \frac{3V_e^2}{R_Y} + \frac{9V_e^2}{R_\Delta} \quad (3.154)$$

Usando a seguinte notação:

$$\xi = \frac{P_\Delta}{P_Y} = \frac{9V_e^2}{R_\Delta} \frac{R_Y}{3V_e^2} = \frac{3R_Y}{R_\Delta} \quad (3.155)$$

Tem-se:

$$V_e = \sqrt{\frac{3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + \xi(V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2)}{9(1 + \xi)}} \quad (3.156)$$

E, não se conhecendo o valor de  $\xi$ , recomenda-se utilizar  $\xi = 1,0$  [17]. Com isso, resulta a expressão:

$$V_e = \sqrt{\frac{3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + (V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2)}{18}} \quad (3.157)$$

Por fim, sendo os ângulos das tensões,  $\alpha_a, \alpha_b$  e  $\alpha_c$  (3.111 – 3.113), menores que  $\pm 10^\circ$  e as tensões entre fase-neutro com diferenças não maiores que  $\pm 10\%$ , segue a aproximação da equação anterior:

$$V_e = \sqrt{\frac{(V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2)}{9}} \quad (3.158)$$

Assim, define-se:

$$S_e = 3V_e I_e \quad (3.159)$$

$$fp_e = \frac{P}{S_e} \quad (3.160)$$

$$fp^+ = \frac{P^+}{S^+} \quad (3.161)$$

E, no caso do sistema ser balanceado,

$$S_V = S_A = S_e \quad (3.162)$$

$$fp_V = fp_A = fp_e \quad (3.163)$$

Porém, para o sistema desbalanceado,

$$S_V \leq S_A \leq S_e \quad (3.164)$$

$$fp_V \geq fp_A \geq fp_e \quad (3.165)$$

Finalmente, a *IEEE1459* define a potência desbalanceada  $S_U$ , sendo:

$$S_U = \sqrt{S_e^2 - (S^+)^2} \quad (3.166)$$

Onde,

$$S^+ = 3V^+ I^+ \quad (3.167)$$

$$(S^+)^2 = (P^+)^2 + (Q^+)^2 \quad (3.168)$$

### 3.6.5. Circuitos trifásicos, não senoidais e desequilibrados

Trata-se do caso mais geral analisado. Analogamente ao caso anterior, determina-se a corrente e a tensão eficaz como:

$$3r_e I_e^2 = r_{dc} \sum_{h=1}^{h=\infty} K_{Sh} (I_{ah}^2 + I_{bh}^2 + I_{ch}^2) + r_{ndc} \sum_{h=1}^{h=\infty} K_{Snh} I_{nh}^2 \quad (3.169)$$

A resistência equivalente  $r_e = K_{s1} \cdot r_{dc}$  seria a resistência da linha medida na frequência fundamental, e  $r_{dc}$  a resistência em corrente contínua e  $K_{s1}$  o coeficiente que relaciona a resistência com o efeito pelicular. Portanto,

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{3} \left\{ \sum_{h=1}^{h=\infty} \left[ \frac{K_{Sh}}{K_{S1}} (I_{ah}^2 + I_{bh}^2 + I_{ch}^2) + \frac{K_{Snh} r_{ndc}}{K_{S1} r_{dc}} I_{nh}^2 \right] \right\}} \quad (3.170)$$

Onde,  $K_{Sh}$  e  $K_{Snh}$  estão relacionados ao efeito pelicular e corrente de neutro, computados nas  $h$  harmônica ordem. Além disso,  $r_{ndc}$  é a resistência em corrente contínua do condutor neutro.

Separando os valores RMS das correntes em componentes fundamental  $I_{e1}$  e não fundamental  $I_{eH}$ , tem-se:

$$I_e = \sqrt{I_{e1}^2 + I_{eH}^2} \quad (3.171)$$

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{1}{3} [(I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2) + \rho_1 I_{n1}^2]} \quad (3.172)$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{1}{3} \left\{ \sum_{h \neq 1}^{h=\infty} [K_h (I_{ah}^2 + I_{bh}^2 + I_{ch}^2) + \rho_h I_{nh}^2] \right\}} \quad (3.173)$$

$$\rho_1 = \frac{K_{sn1} r_{ndc}}{K_{s1} r_{dc}} \quad (3.174)$$

$$\rho_h = \frac{K_{snh} r_{ndc}}{K_{s1} r_{dc}} \quad (3.175)$$

$$K_h = \frac{K_{sh}}{K_{s1}} \quad (3.176)$$

### 3.6.5.1. Corrente elétrica para sistemas a quatro condutores

Com a aproximação sugerida pela *IEEE1459*, tem-se para um sistema a quatro fios:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3}} \quad (3.177)$$

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2 + I_{n1}^2}{3}} \quad (3.178)$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2 + I_{nH}^2}{3}} = \sqrt{I_e^2 - I_{e1}^2} \quad (3.179)$$

### 3.6.5.2. Corrente elétrica para sistemas a três condutores

De forma semelhante, para um sistema a três fios, tem-se:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} \quad (3.180)$$

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2}{3}} \quad (3.181)$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2}{3}} = \sqrt{I_e^2 - I_{e1}^2} \quad (3.182)$$

### 3.6.5.3. Tensão elétrica para sistemas a quatro condutores

A tensão efetiva é obtida de forma semelhante, sendo que para sistemas a quatro condutores, tem-se:

$$V_e = \sqrt{V_{e1}^2 + V_{eH}^2} \quad (3.183)$$

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{18} [3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2]} \quad (3.184)$$

$$V_{e1} = \sqrt{\frac{1}{18} [3(V_{a1}^2 + V_{b1}^2 + V_{c1}^2) + V_{ab1}^2 + V_{bc1}^2 + V_{ca1}^2]} \quad (3.185)$$

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{1}{18} [3(V_{aH}^2 + V_{bH}^2 + V_{cH}^2) + V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2]} = \sqrt{V_e^2 - V_{e1}^2} \quad (3.186)$$

### 3.6.5.4. Tensão elétrica para sistemas a três condutores

Para sistemas a três condutores, por sua vez,

$$V_e = \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{9}} \quad (3.187)$$

$$V_{e1} = \sqrt{\frac{V_{ab1}^2 + V_{bc1}^2 + V_{ca1}^2}{9}} \quad (3.188)$$

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2}{9}} = \sqrt{V_e^2 - V_{e1}^2} \quad (3.189)$$

### 3.6.5.5. Potências elétricas segundo o conceito de tensões e correntes eficazes – IEEE 1459

A potência aparente é determinada como uma parcela referente à componente fundamental  $S_{e1}$ , uma segunda relacionada à não fundamental  $S_{eN}$  e a soma algébrica de ambas resulta na chamada potência aparente total  $S_e$  :

$$S_e^2 = S_{e1}^2 + S_{eN}^2, \text{ potência aparente total} \quad (3.190)$$

Sendo que a parcela não fundamental pode ser expressa também como:

$$S_{eN}^2 = S_e^2 - S_{e1}^2 = D_{eI}^2 + D_{eV}^2 + S_{eH}^2 \quad (3.191)$$

Neste caso,  $D_{eI}^2$ ,  $D_{eV}^2$  e  $S_{eH}^2$  são respectivamente relacionados à potência distorcida devido à corrente, potência distorcida devido a tensão e a potência harmônica aparente.

$$D_{eI} = 3V_{e1}I_{eH} \quad (3.192)$$

$$D_{eV} = 3V_{eH}I_{e1} \quad (3.193)$$

$$S_{eH} = 3V_{eH}I_{eH} \quad (3.194)$$

Além disso,

$$D_{eH} = \sqrt{S_{eH}^2 - P_{eH}^2} \quad (3.195)$$

A norma ainda determina a distorção harmônica total equivalente, sendo ela:

$$THD_{eV} = \frac{V_{eH}}{V_{e1}} \quad (3.196)$$

$$THD_{eI} = \frac{I_{eH}}{I_{e1}} \quad (3.197)$$

Cargas desbalanceadas podem ser expressas utilizando da potência fundamental desbalanceada:

$$S_{U1} = \sqrt{S_{e1}^2 - (S_1^+)^2} \quad (3.198)$$

Onde  $S_1^+$  é a potência aparente fundamental de sequência positiva (3.199), e  $P_1^+$  a potência ativa fundamental (3.200), assim como  $Q_1^+$  a potência reativa fundamental (3.201).

$$S_1^+ = \sqrt{(P_1^+)^2 + (Q_1^+)^2} \quad (3.199)$$

$$P_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \cos\theta_1^+ \quad (3.200)$$

$$Q_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \sin\theta_1^+ \quad (3.201)$$

Finalmente, para o fator de potência de sequência positiva da fundamental (3.202), a norma define:

$$fp_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+} \quad (3.202)$$

$$fp = \frac{P}{S_e}, \text{ fator de potência} \quad (3.203)$$

## 4. MEDIÇÃO DE ENERGIA REATIVA

### 4.1. Contextualização histórica

O início do faturamento do excedente de reativos no Brasil data de meados da década de 1960, através de uma comissão nomeada pelo Departamento Nacional de Água e Energia – DNAE, tendo por coordenador o então representante da CESP – Companhia Energética de São Paulo, Moacir Nascimento Cisneiros, atualmente na ARSESP – Agência Reguladora de Saneamento e Energia do Estado de São Paulo. Por meio do Decreto nº 59.414, de 25/10/1966, foram estabelecidas as primeiras regras brasileiras acerca da energia reativa, limitando o fator de potência indutivo médio em 0,90 para consumidores do Serviço de Transmissão (atendidos em tensão superior a 13,2 [kV] e 0,85 para os demais consumidores. Caso o fator de potência ficasse abaixo do limite, o faturamento resultante era multiplicado pelo valor de referência (0,90 ou 0,85) e esse produto era dividido pelo fator de potência indutivo médio verificado.

A partir de agosto de 1967, os limites passaram a ser de 0,85 para todos os níveis de tensão e a regulamentação sobre o assunto foi pouco modificada durante a década seguinte.

Em 1981, a Portaria DNAEE nº 095/ 1981 regulamentou o assunto, determinando que, quando o fator de potência da instalação fosse menor que 0,85, deveria ser realizado um ajuste no faturamento considerando uma fórmula presente na própria Portaria.

Onze anos mais tarde, a Portaria DNAEE nº 085/1992 foi publicada, estabelecendo diversas mudanças na forma de controle da energia reativa que circula pelo sistema. Em especial, podem-se destacar os seguintes tópicos:

- Limite de 0,92 para o fator de potência de referência;
- O faturamento correspondente à energia/demanda reativa excedente passa a ser feito com base em um termo que leva em consideração o fator de potência de referência (0,92) e o valor do fator de potência verificado naquele intervalo;
- Consumidores com tarifa binômica (alta tensão) e medição apropriada passam a ter o fator de potência medido em intervalos de uma hora e não mais em valores médios mensais;

- Possibilidade de distinção do fator de potência de referência indutivo no período de 6h às 24h e capacitivo no período complementar (das 0h às 6h);

- É apresentada, pela primeira vez em um regulamento nacional, a definição do  $fp = \cos\varphi$ , em que o ângulo  $\varphi$  é calculado a partir do fornecimento de energia ativa e do fornecimento ou recebimento de energia reativa.

Com relação à definição do fator de potência, a Portaria DNAEE nº 613, de 9 de junho de 1993, complementou a Portaria nº 085/1992, estabelecendo o fator de potência como “o cosseno do arco tangente do quociente da energia reativa pela energia ativa” (4.1) no período de faturamento.

$$fp = \cos(\arctg\left(\frac{R}{E}\right)) \quad (4.1)$$

Onde,

E: Energia ativa;

R: Energia reativa.

Em 29 de novembro de 2000, com a publicação da Resolução ANEEL nº 456/2000, os quesitos relativos ao faturamento pelo baixo fator de potência passaram a integrar as Condições Gerais de Fornecimento, sendo revogadas as Portarias do DNAEE acerca desse assunto. No entanto, permanece inalterada a maior parte dos critérios relacionados ao controle da energia reativa, havendo somente algumas modificações nas definições. Essas regras foram replicadas nas novas Condições Gerais de Fornecimento, estabelecidas em 2010 (Resolução Normativa nº 414/2010).

Adicionalmente, os Procedimentos de Distribuição – PRODIST complementaram os limites e definições constantes nas Condições Gerais de Fornecimento sem, contudo, abordar os aspectos relacionados à tarifação [2].

## 4.2. Aspectos da medição de energia reativa

O comportamento do sistema elétrico tende a ser, no período das 6h às 24h, demandante de energia reativa, especialmente pela característica da carga industrial, 68% motores [2]. Porém, no período das 0h até às 6h, como há uma redução expressiva no consumo deste consumidor, e devido às características do sistema de transmissão, onde as linhas se comportam como capacitâncias, o sistema é visto pela geração como fornecedor de reativo (Figura 4.1).

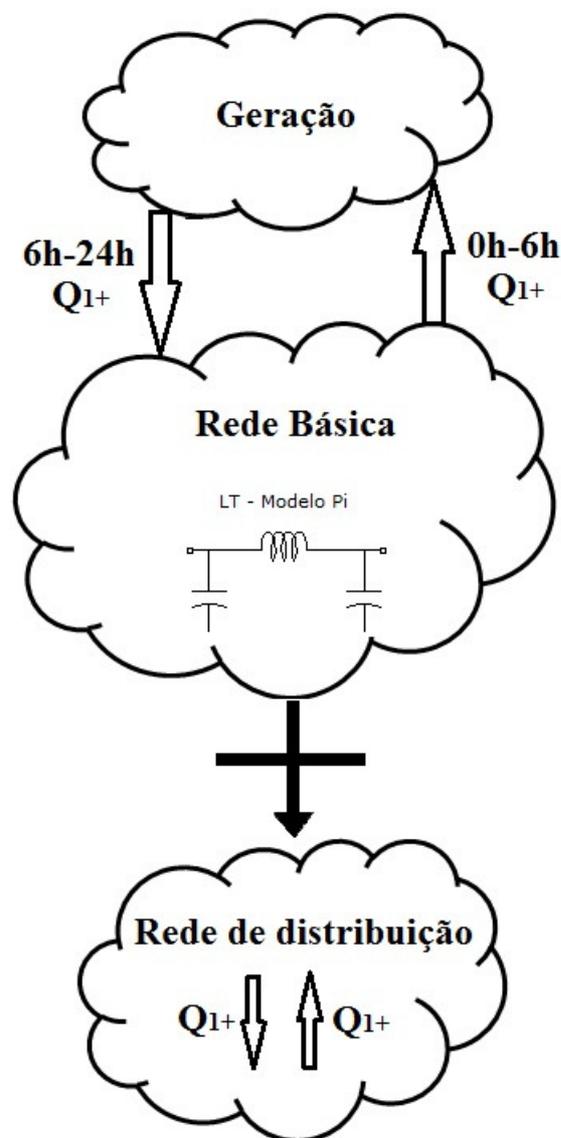


Figura 4.1 – Característica do sistema elétrico nacional: consumo de reativo durante o dia e injeção de reativo das 0h às 6h

Outra característica importante está no fato de ser necessário o monitoramento apenas da energia reativa da fundamental de sequência positiva [2], já que outras parcelas seriam atenuadas ao longo do sistema, pouco interferindo na instabilidade do mesmo.

Portanto, para determinar o valor a ser monitorado pelo medidor, pode-se supor o seguinte equacionamento:

$$[v] \rightarrow [v_1] \rightarrow [v_{1+}] \quad (4.2)$$

$$[i] \rightarrow [i_1] \rightarrow [i_{1+}] \quad (4.3)$$

$$Q_{1+} = [v_{1+}][i_{1+}]\text{sen}(v_{1+}i_{1+}) \quad (4.4)$$

$$R_{1+} = [v_{1+}][i_{1+}]\text{sen}(v_{1+}i_{1+})\Delta t \quad (4.5)$$

Se as cargas contribuem para a injeção de reativo na rede durante o período das 0h às 6h, isto além de gerar perdas maiores no sistema, leva os geradores a trabalharem subexcitados, o que pode acarretar na instabilidade do sistema. Portanto, a medição, além de ser capaz de mensurar o reativo, deve também ser capaz de informar se há consumo (carga indutiva) ou injeção (carga capacitiva) de potência reativa.

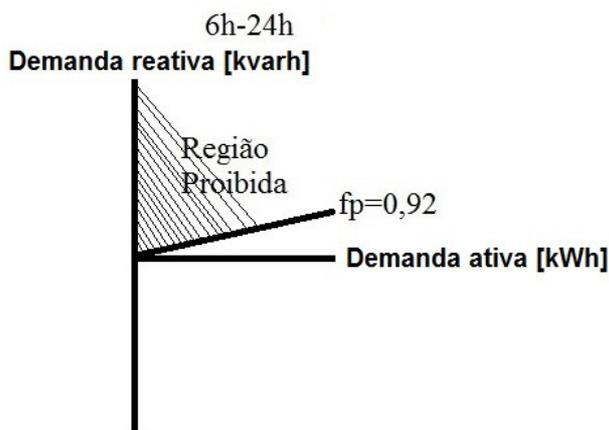


Figura 4.2 – Fator de potência indutivo e menor que 0,92, passível de multa entre as 6h e às 24h

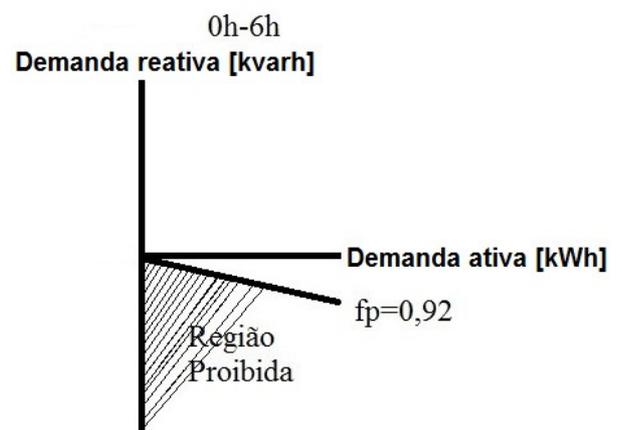


Figura 4.3 – Fator de potência capacitivo e menor que 0,92, passível de multa entre as 0h e às 6h

### 4.3. Aspectos do faturamento de energia reativa num cenário *smart grid*

As redes inteligentes permitem a coexistência de simples consumidores de energia, estabelecimentos que consomem energia da rede e também possuem geração própria, aqueles que armazenam e inclusive disponibilizam a energia excedente para rede. Quando um simples consumidor é motivado a transacionar de forma bilateral com a concessionária, costuma-se denominá-lo *prosumer* [21][22][23].

Além disso, a definição de fator de potência como apresenta a Resolução 414 da ANEEL [24] não prevê o caso de  $E < 0$  (*prosumer* vende para empresa). No intuito de definir o fator de potência de forma válida para este caso e, portanto compatível com o cenário *smart grid*, é necessário analisá-lo em dois períodos: das 6h00min às 24h00min e das 0h00min até as 6h00min, assim como o fluxo de energia ativa: se da concessionária para o consumidor, se do consumidor (*prosumer*) para a concessionária.

#### 4.3.1. Cenário convencional (energia ativa unidirecional)

Num chamado cenário convencional, ou seja, naquele em que o fluxo de energia ativa é somente da concessionária para o consumidor, vale a seguinte lógica para determinação do fator de potência e faturamento:

$$fp_1^+ = \frac{E_1^+}{\sqrt{E_1^{+2} + R_1^{+2}}} \quad (4.6)$$

O fator de potência de sequência positiva da fundamental deve ser maior que 0,92, ou então capacitivo no período das 6h às 24h, porém, das 0h até às 6h, ele deve ser maior que 0,92 ou então indutivo (Tabela 4.1).

Tabela 4.1 – Fator de potência conforme horário do dia

6h00 – 24h00		0h00 – 6h00	
$ fp_1^+ _{ind} = \frac{E_1^+}{\sqrt{E_1^{+2} + R_1^{+2}}} > 0,92$	(4.7)	$ fp_1^+ _{cap} = \frac{E_1^+}{\sqrt{E_1^{+2} + R_1^{+2}}} > 0,92$	(4.8)

Caso isso não ocorra (4.7-4.8), então, deve-se cobrar pelo excedente de reativo, sendo:

$$F_R = \left( \frac{0,92}{|fp_{1+}|} - 1 \right) TE \quad (4.9)$$

$$F_R = \left( 0,92 \frac{\sqrt{E_1^{+2} + R_1^{+2}}}{E_1^+} - 1 \right) TE \quad (4.10)$$

Onde,

$F_R$ : Faturamento da energia reativa excedente à meta relacionada ao fator de potência mínimo permitido (0,92);

$TE$ : Tarifa aplicada ao excedente de reativo consumido (tarifa de energia).

Caso o  $fp_{1+}$  (4.6) seja maior que 0,92 ou caso ele seja capacitivo entre 6h e 24h, ou ainda, indutivo entre 0h e 6h, então não se deve cobrar pela energia reativa.

### 4.3.2. Cenário *smart grid* (energia ativa bidirecional)

Em se tratando de um cenário *smart grid*, onde há possibilidade da troca de energia tanto no sentido concessionária-*prosumer*, quando no seu inverso, *prosumer*-concessionária, faz-se necessário algumas considerações sobre fator de potência e faturamento de reativo.

A primeira alteração diz respeito ao fluxo de energia, que passa a ser bidirecional (Figura 4.4), ou seja, o equipamento deve ser capaz de medir em todos os quatro quadrantes:

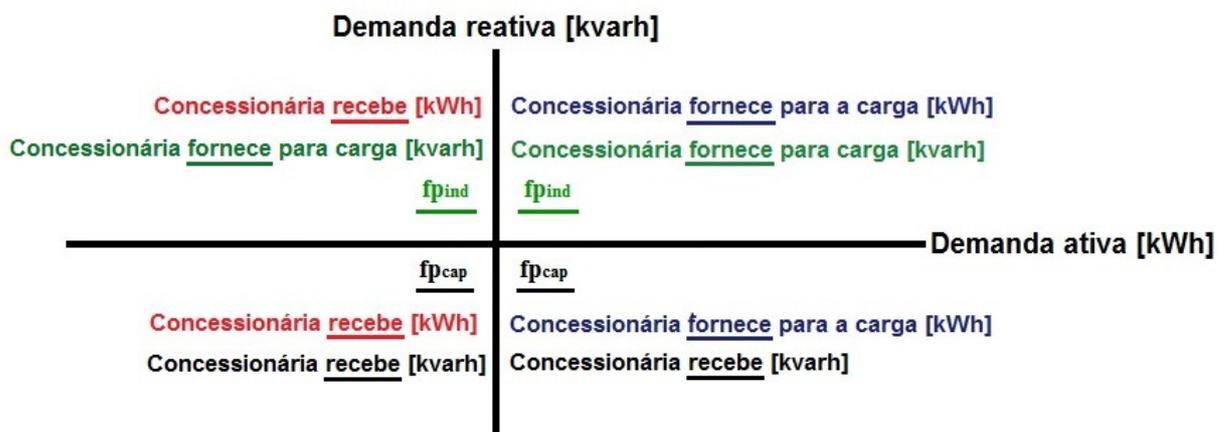


Figura 4.4 – Cenário *smart grid*, medição nos quatro quadrantes

O *prosumer* deve arcar com a energia ativa consumida e deve ser remunerado quando fornecer energia à concessionária. No entanto, independente do sentido em que esteja o fluxo de energia ativa, este deve obedecer aos limites estabelecidos para o fator de potência (Figura 4.5), seja no período do dia (6h-24h), seja no período da madrugada (0h-6h).

O valor máximo da energia reativa que o *prosumer* pode fornecer ou absorver da rede, sem que haja multa devido ao baixo fator de potência, equivale a 42,6% da energia ativa corrente (4.14), considerando como  $fp_{1+}$  meta como 0,92:

$$fp_{1+} = \cos(\arctg\left(\frac{R_1^+}{E_1^+}\right)) \quad (4.11)$$

$$0,92 = \cos(\arctg\left(\frac{R_1^+}{E_1^+}\right)) \quad (4.12)$$

$$tg(\arccos(0,92)) = \left(\frac{R_1^+}{E_1^+}\right) \quad (4.13)$$

$$R_1^+ \cong 0,426E_1^+ \quad (4.14)$$

As regiões proibidas, a fim de se evitar multas relacionadas ao baixo fator de potência, seja quando consumindo energia ativa, seja quando gerando, são:

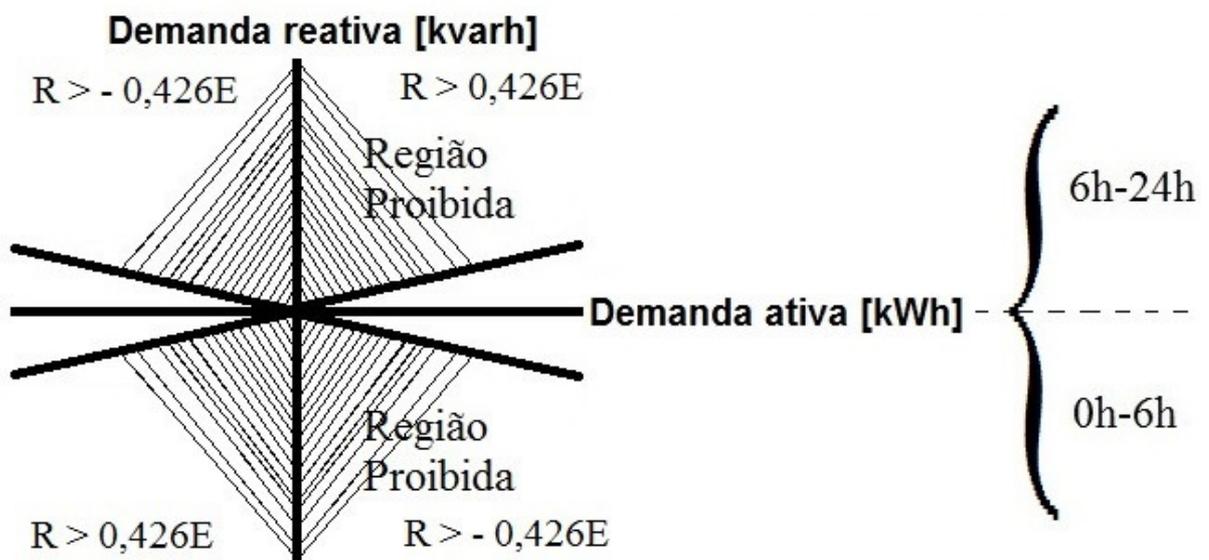


Figura 4.5 – Regiões proibidas nas quatro situações possíveis: fluxo de energia ativa da concessionária para o *prosumer* e do *prosumer* para a concessionária, e  $fp$  absoluto inferior a 0,92 entre 6h-24h e entre 0h-6h

Neste novo contexto o fator de potência, como definido na Resolução 414 da ANEEL [24] (4.15), pode assumir valores negativos. Na sequência, está ilustrada tal situação, pode-se ver que existem regiões em que o valor do fp é positivo e outras regiões em que ele assume valores negativos (Figura 4.6).

$$fp = \frac{E}{\sqrt{E^2 + R^2}} \quad (4.15)$$

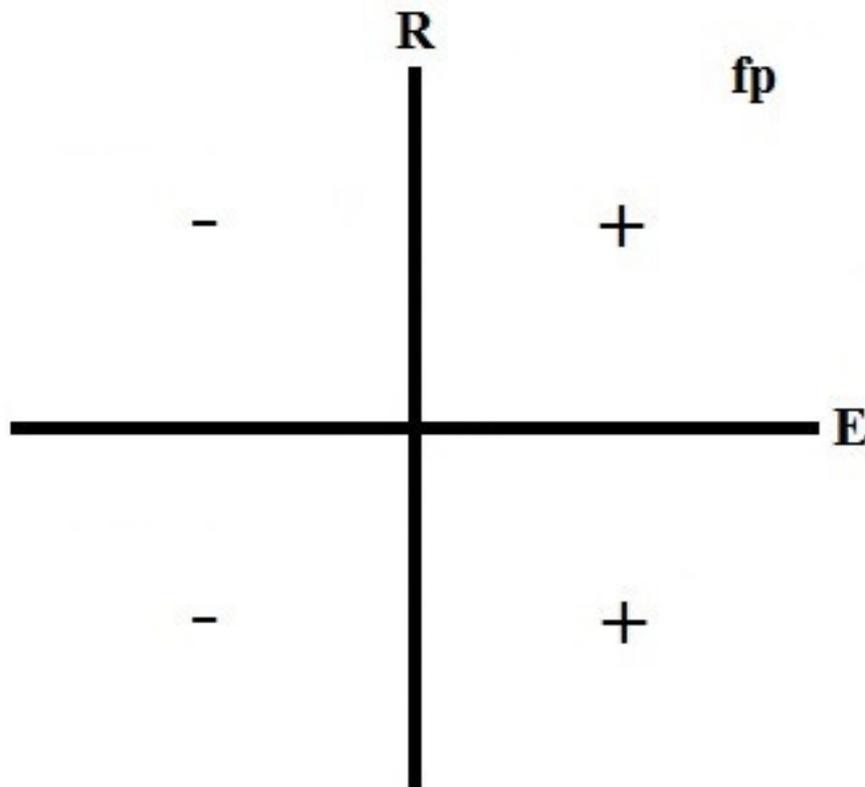


Figura 4.6 – Sinal do fator de potência supondo cenário com medição bidirecional

Portanto, caso o fator de potência de sequência positiva da fundamental se encontre nas regiões proibidas (Figura 4.5), a multa correspondente (4.16) pode ser expressa de uma forma geral como:

---


$$\begin{aligned}
F_R = s & \left[ \left( \frac{|E_1^+| - E_1^+}{2|E_1^+|} \right) (R_1^+ + 0,426E_1^+) \right. \\
& \left. + \left( \frac{|E_1^+| + E_1^+}{2|E_1^+|} \right) (R_1^+ - 0,426E_1^+) \right] \left[ \frac{|R_1^+| + R_1^+}{2|R_1^+|} \right] TE + \dots \\
& + \dots (s - 1) \left[ \left( \frac{|E_1^+| - E_1^+}{2|E_1^+|} \right) (-R_1^+ + 0,426E_1^+) \dots \right. \\
& \left. + \left( \frac{|E_1^+| + E_1^+}{2|E_1^+|} \right) (-R_1^+ - 0,426E_1^+) \right] \left[ \frac{|R_1^+| - R_1^+}{2|R_1^+|} \right] TE
\end{aligned}
\tag{4.16}$$


---

Onde,

$F_R$ : Faturamento da energia reativa excedente à meta relacionada ao fator de potência mínimo permitido (0,92);

$TE$ : Tarifa aplicada ao excedente de reativo consumido (tarifa de energia);

$s$ :  $s=1$  das 6h às 24h ;  $s=0$  das 0h às 6h;

$E_1^+$ : Energia ativa [kWh];

$R_1^+$ : Energia reativa fundamental de sequência positiva [kvarh].

Ou seja, o medidor de energia deve ser capaz de mensurar o consumo de energia reativa, assim como determinar se o mesmo é capacitivo ou indutivo, de modo a tarifar corretamente os casos em que o consumidor se encontrar na região proibida (Figura 4.5) e não cobrar erroneamente deste consumidor caso ele esteja com o fator de potência baixo, porém, contribuindo para melhoria do fator de potência global do sistema.

## **5. MODELAGEM, SIMULAÇÕES E APLICAÇÃO**

Neste capítulo é apresentado um modelo de protocolo aberto para uso em medidores de energia elétrica Grupo B (Baixa Tensão – BT), o equacionamento e algoritmo propostos, assim como os resultados de testes comparativos tanto em ambiente virtual como em laboratório.

### **5.1. Amostragem dos sinais em medidores digitais de energia**

Em se tratando de medidores digitais, deve-se analisar outro aspecto importante da medição, sendo eles: o transdutor, a frequência de amostragem, as características do conversor de sinais utilizado, assim como o tamanho das janelas de amostragem e a forma de agrupamento destas janelas.

#### **5.1.1. Frequência de amostragem**

Tomando-se por base que o equipamento deve ser capaz de mensurar sinais com frequências superiores à fundamental, é necessário definir uma quantidade de amostras suficiente de modo a garantir que sejam capturados os diversos harmônicos que possam existir no sistema. No PRODIST – Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional [25] há referências para medições de harmônicos de, no mínimo, até 25ª ordem, embora não especificamente para medidores de energia.

Segundo o critério de Nyquist, a frequência de amostragem deve ser no mínimo o dobro da máxima frequência contida no sinal a ser medido. Portanto, como tipicamente a maioria dos medidores trabalha com 3840, 7680 e 15360 pontos de amostragem por segundo, o que em 60 [Hz] corresponde a 64ª, 128ª e 256ª amostras por ciclo respectivamente [26], todas estas configurações são suficientes para captar até a 25ª harmônica citada no PRODIST.

$$f_a \geq 2f_s \quad (5.1)$$

Onde,

$f_a$ : Frequência de amostragem;

$f_s$ : Maior frequência contida no sinal.

### 5.1.2. Resolução dos sinais amostrados

Outra particularidade relativa aos equipamentos digitais está relacionada com a resolução do sinal. O processo de digitalização é realizado através de conversores A/D – Analógico/Digital (Figura 5.1) que transformam os sinais analógicos momentâneos em um conjunto de bits, tipicamente de 8 a 32 bits [26].

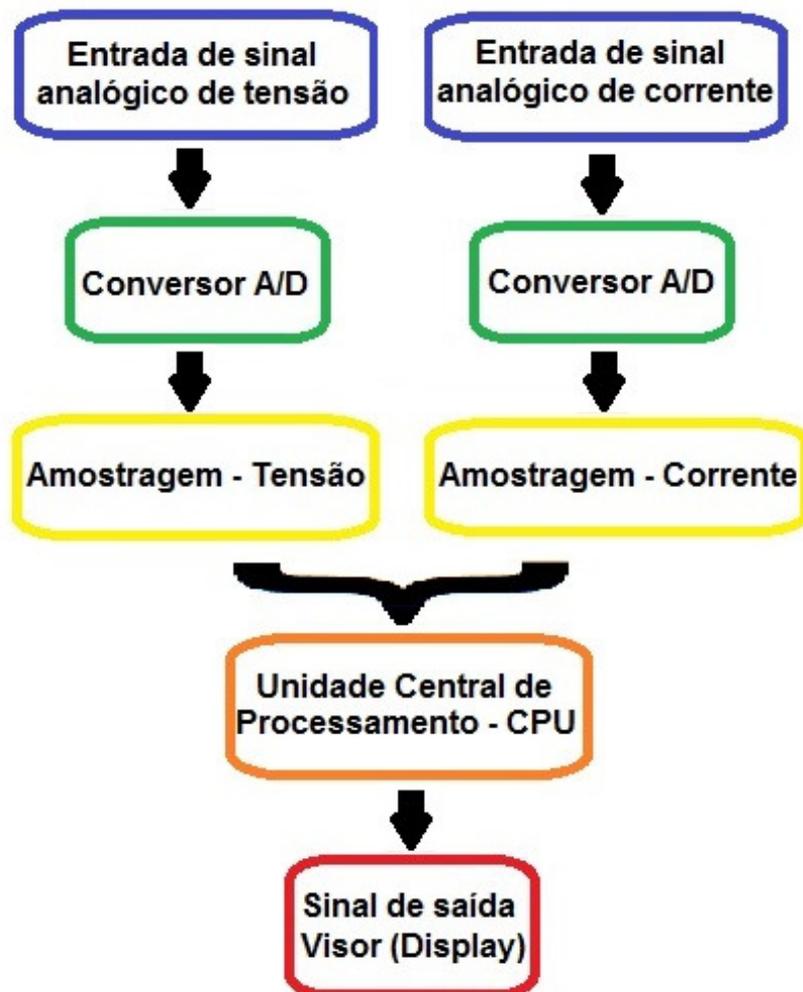


Figura 5.1 – Fluxograma funcional resumido de medidor digital

A resolução das medidas que corresponde ao número de bits que o conversor utiliza para representar o sinal analógico determina a sensibilidade do mesmo em detectar variações na amplitude do sinal amostrado. Por exemplo, para um sinal na faixa de  $\pm 10$  [V] com resolução de 12 bits, o conversor pode captar variações de 4,883 [mV] (5.2 - 5.3), suficiente para a aplicação em medidores de energia elétrica.

$$\text{Resolução} = \frac{\text{Faixa}}{2^n} \quad (5.2)$$

$$\text{Resolução} = \frac{10 - (-10)[V]}{2^{12}} = \frac{20[V]}{4096} \cong 4,883[mV] \quad (5.3)$$

Onde,

n: Número de bits

### 5.1.3. Janelas de amostragem

A forma como se agrupam as janelas de amostragem pode ser objeto de erro nas medições de energia. Alexander Emanuel [27, 28] relata sobre o surgimento de um valor desconhecido de potência, por ele definida como *randomness power*. A seguir, é exposta uma explicação didática deste fenômeno.

Primeiramente, é suposto um sinal senoidal de tensão com amplitude  $U$  (Figura 5.2). Analogamente, é suposto um sinal de corrente, sendo no primeiro ciclo de amplitude  $I$  e em fase com a tensão e no ciclo seguinte com valor nulo (Figura 5.3).

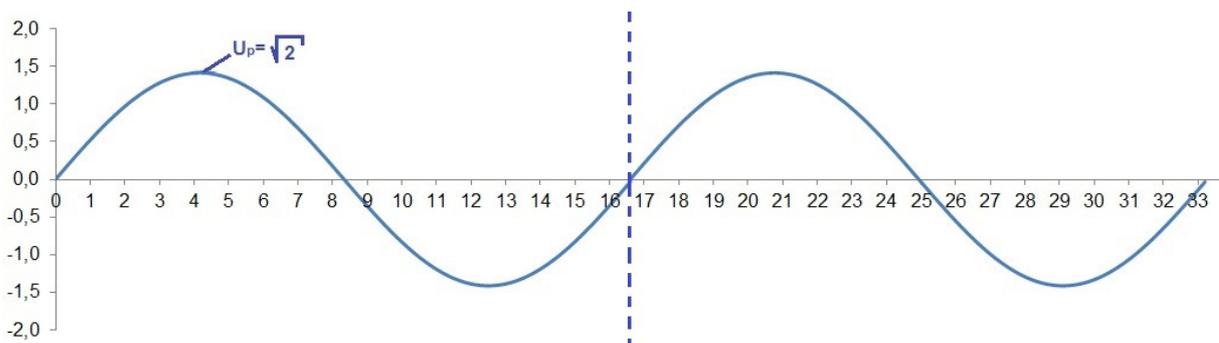


Figura 5.2 – Sinal senoidal de tensão com amplitude igual a  $\sqrt{2}$  nos dois ciclos

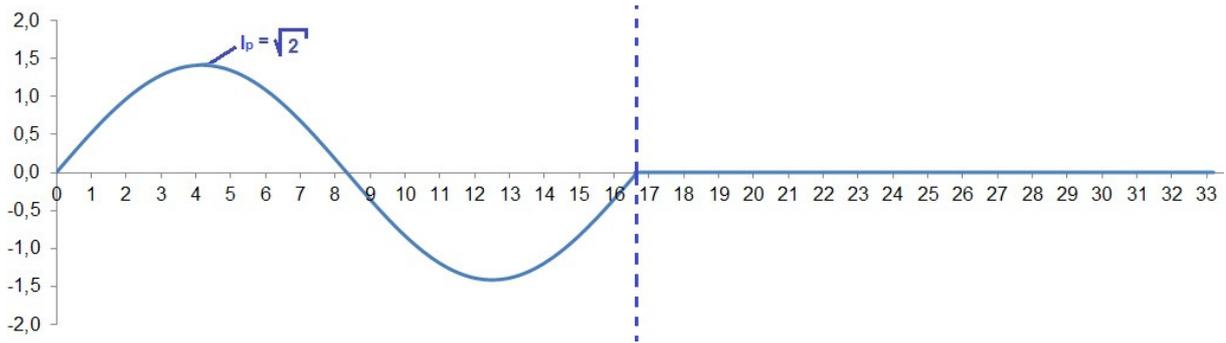


Figura 5.3 – Sinal senoidal de corrente em fase com a tensão e de amplitude igual a  $\sqrt{2}$  no primeiro ciclo e, na sequência, corrente nula

O valor eficaz da tensão analisando ciclo a ciclo (5.4 - 5.6) será igual a 1 (um) no primeiro e no segundo ciclo.

$$(V_{RMS})_c = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}, \text{ sinal analógico} \quad (5.4)$$

$$(V_{RMS})_c = \sqrt{\frac{1}{\Lambda} \sum_{a=1}^{\Lambda} V^2(t_a)}, \text{ sinal digital} \quad (5.5)$$

$$(V_{RMS})_1 = (V_{RMS})_2 = 1 \quad (5.6)$$

Por sua vez, o valor eficaz da corrente analisando ciclo a ciclo (5.7 - 5.10) será igual a 1 (um) no primeiro ciclo, porém igual a 0 (zero) no segundo ciclo.

$$(I_{RMS})_c = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}, \text{ sinal analógico} \quad (5.7)$$

$$(I_{RMS})_c = \sqrt{\frac{1}{\Lambda} \sum_{a=1}^{\Lambda} I^2(t_a)}, \text{ sinal digital} \quad (5.8)$$

$$(I_{RMS})_1 = 1 \quad (5.9)$$

$$(I_{RMS})_2 = 0 \quad (5.10)$$

Onde,

$\Lambda$ : Taxa de amostragem

A energia ativa e aparente, assim como o fator de potência, neste caso seriam:

$$E = E_1 + E_2 = 1\Delta t + 0\Delta t = 1\Delta t \quad (5.11)$$

$$A = A_1 + A_2 = (V_{RMS})_1(I_{RMS})_1\Delta t + (V_{RMS})_2(I_{RMS})_2\Delta t = 1\Delta t + 0\Delta t = 1\Delta t \quad (5.12)$$

Como a energia aparente corresponde à própria energia ativa, o fator de potência no intervalo é igual a 1 (um).

$$fp = \frac{E}{A} = 1 \quad (5.13)$$

No entanto, se o cálculo do valor *RMS* for realizado observando a janela correspondente aos dois ciclos sucessivos, resulta em um valor diferente para a corrente (5.15), o que conseqüentemente altera os valores tanto da energia aparente quanto do fator de potência, sendo:

$$(V_{RMS})_j = \sqrt{\frac{1}{\Lambda} \sum_{a=1}^{\Lambda} V^2(t_a)} = 1 \quad (5.14)$$

$$(I_{RMS})_j = \sqrt{\frac{1}{\Lambda} \sum_{a=1}^{\Lambda} I^2(t_a)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5.15)$$

$$E = E_j = 1\Delta t \quad (5.16)$$

$$A = A_j = (V_{RMS})_j(I_{RMS})_j 2\Delta t = 1 \frac{1}{\sqrt{2}} 2\Delta t = \frac{2}{\sqrt{2}} \Delta t \quad (5.17)$$

$$fp = \frac{E}{A} = \frac{1\Delta t}{\frac{2}{\sqrt{2}} \Delta t} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,707 \quad (5.18)$$

Esta divergência é decorrente da chamada energia aleatória, ou potência aleatória (*radomness power* [28, 29]). A (Tabela 5.1) apresenta um resumo destas comparações.

$$Y = \sqrt{A^2 - E^2} \text{ , Energia Aleatória} \quad (5.19)$$

$$Y = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\Delta t\right)^2 - (1\Delta t)^2} = 1\Delta t \text{ , Energia Aleatória} \quad (5.20)$$

Tabela 5.1 – Resumo dos resultados para o caso da energia aleatória

<b>Grandeza</b>	<b>1º ciclo</b>	<b>2º ciclo</b>	<b>Janela contendo os dois ciclos</b>
<b>Tensão RMS</b>	1	1	1
<b>Corrente RMS</b>	1	0	$1/\sqrt{2}$
<b>Energia ativa</b>	1	0	1
<b>Energia aparente</b>	1	0	$2/\sqrt{2}$
<b>Energia aleatória</b>	0	0	<b>1</b>
<b>fator de potência</b>	1	-	$\sqrt{2}/2 \cong 0,707$

Esta análise visa uma reflexão sobre a importância da escolha das janelas de amostragem e a necessidade de se escolher um tamanho de janela de tal modo que se minimize a ocorrência de potências aleatórias.

A proposta de protocolo apresentada neste trabalho baseia-se em janelas de 200[ms] para a obtenção dos valores eficazes de tensão e corrente, o que em 60[Hz] resultariam 12 ciclos (ou 10 ciclos em 50[Hz]), assim como intervalos de integração de 15[min] para determinar o fator de potência. O modo como são agrupados os ciclos e as janelas para assim calcular a potência aparente (5.24) é expresso de forma resumida em (Figura 5.4), (5.21-5.22).

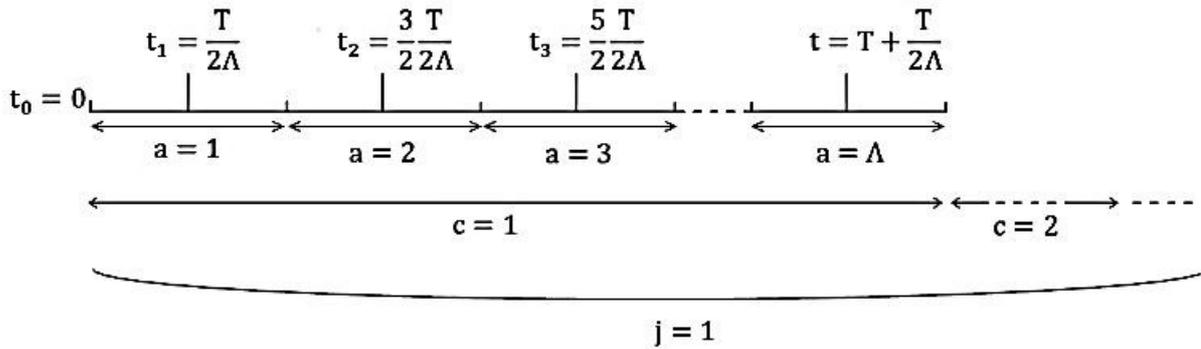


Figura 5.4 – Modelo de amostragem digital utilizado [30]

Onde,

- $\Lambda$ : Taxa de amostragem;
- $T$ : Duração do ciclo;
- $C$ : N° de ciclos da janela;
- $a$ : Amostra;
- $j$ : Janela;
- $t$ : Instante de tempo em que ocorre a amostragem.

Considerando a janela ( $j$ ), a primeira janela  $j=1$  começa em  $t=0$ . Para o ciclo ( $c$ ) da primeira janela, a amostra ( $a$ ) deste ciclo é computada no instante:

$$t_{a,c} = (a - 1) \frac{T}{\Lambda} + (c - 1)T \quad (5.21)$$

Para o ciclo ( $c$ ) da janela ( $j$ ):

$$t_{a,c,j} = \underbrace{(a - 1)}_{\substack{\text{amostra} \\ \text{dentro} \\ \text{do ciclo}}} \frac{T}{\Lambda} + \underbrace{(c - 1)}_{\substack{\text{ciclo dentro} \\ \text{da janela}}} T + \underbrace{(j - 1)}_{\substack{\text{janela dentro do} \\ \text{período de} \\ \text{apuração}}} CT \quad (5.22)$$

A energia ativa da janela (j) é calculada a partir das amostras de potência ativa  $P_{a,c,j}$ , ou seja, a potência vigente durante o intervalo da amostra (a) do ciclo (c) da janela (j):

$$E_j = \left[ \sum_{c=1}^C \sum_{a=1}^{\Lambda} P(t_{a,c,j}) \right] \Delta t \quad (5.23)$$

Onde  $\Delta t$  corresponde ao período de tempo da referida janela.

Para a energia aparente da janela, tem-se:

$$A_j = (V_{RMS})_j (I_{RMS})_j \Delta t \quad (5.24)$$

$$(V_{RMS})_j = \sqrt{\frac{1}{\Lambda C} \left[ \sum_{c=1}^C \sum_{a=1}^{\Lambda} V^2(t_{a,c,j}) \right]} \quad (5.25)$$

$$(I_{RMS})_j = \sqrt{\frac{1}{\Lambda C} \left[ \sum_{c=1}^C \sum_{a=1}^{\Lambda} I^2(t_{a,c,j}) \right]} \quad (5.26)$$

O valor da energia aparente acumulada corresponde a:

$$A = \sum_{j=1}^J A_j \quad (5.27)$$

Onde J é a quantidade de janelas do período de apuração.

## 5.2. Modelagem algébrica do protocolo

O protocolo é baseado no enfoque de Buchholz (Capítulo 3.4) e Depenbrock (Capítulo 3.5), os quais representam o que se poderia chamar “escola europeia” com relação aos sistemas trifásicos incluindo harmônicos e desequilíbrios. Esta escola foi preferida àquela baseada no *Standard 1459*, pois o Brasil tem aderido, em geral, às normas do IEC.

Basicamente, o conceito apresentado segue o atual entendimento sobre potência aparente [26, 29, 31], sendo: “a potência aparente é a máxima potência possível que seria absorvida por uma determinada carga, mantendo-se as mesmas correntes eficazes na linha e as mesmas tensões” (W.V. Lyon).

Para tanto, utiliza-se da seguinte concepção (Figura 5.5) para um sistema elétrico genérico:

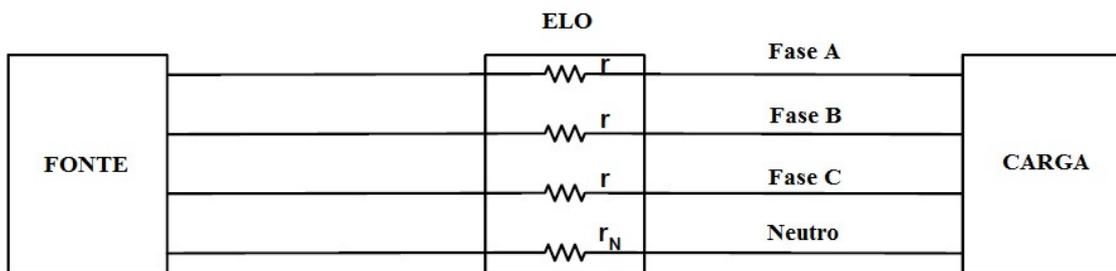


Figura 5.5 – Sistema elétrico a quatro condutores. Representação do modelo utilizado.

Em se tratando de sistemas trifásicos cabem algumas outras considerações. Segundo Depenbrock [13, 29], deve-se tratar o condutor de retorno (neutro) como um condutor de fase, a fim de representar adequadamente o sistema, pois cargas desbalanceadas e/ou não lineares fazem com que flua corrente também nesse condutor.

Neste caso, as medições de tensão devem ser entre fase e neutro, em todas as três fases, e as correntes serão de linha, também em todas as fases.

Com isso, mantendo-se as mesmas considerações acerca da metodologia de amostragem apresentada, tem-se:

$$P_j = \sum_c \sum_a [v]_{a,c} [i]_{a,c} = \sum_c \sum_a [v_a \quad v_b \quad v_c]_{a,c} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}_{a,c} \quad (5.28)$$

$$E_j = P_j \Delta t \quad (5.29)$$

A equação (5.28) representa a potência instantânea trifásica da janela (j), enquanto (5.29) corresponde ao total de energia integralizada durante o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) da referida janela.

A energia aparente da janela (j) (5.30), por sua vez, é obtida através da relação entre a tensão *RMS* – *Root Mean Square* trifásica e a corrente *RMS* trifásica da respectiva janela:

$$A_j = S_j \Delta t \quad (5.30)$$

$$S_j = (V_{\text{RMS}})_j (I_{\text{RMS}})_j, \text{ potência aparente trifásica da janela (j)} \quad (5.31)$$

$$(V_{\text{RMS}})_j = \sqrt{\frac{1}{\Lambda C} \sum_c^C \sum_a^\Lambda [v][k]^{-1}[v]^t} \quad (5.32)$$

$$(I_{\text{RMS}})_j = \sqrt{\frac{1}{\Lambda C} \sum_c^C \sum_a^\Lambda [i]^t[k][i]} \quad (5.33)$$

Sendo,

$$[k]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$[k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

### 5.2.1. Protocolo para medição trifásica

Finalmente, seguindo a modelagem algébrica do protocolo apresentada (Capítulo 5.2), os aspectos da medição de energia reativa (Capítulo 4.3.2) e atendendo aos preceitos, determinados nos Capítulos 5.1.2 e 5.1.3, sobre resolução e amostragem, segue protocolo proposto (Figura 5.6):

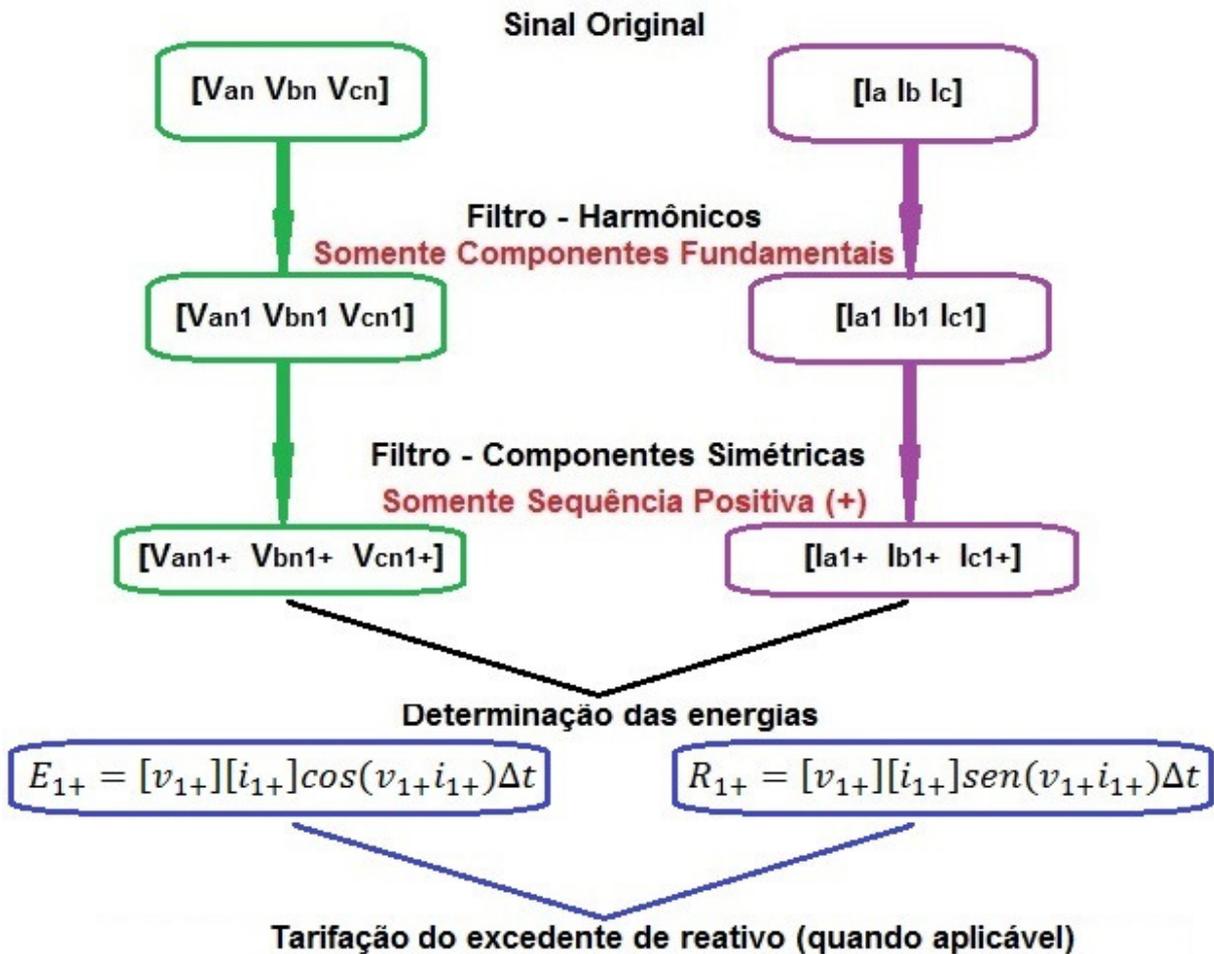


Figura 5.6 – Diagrama esquemático do protocolo de medição

1ª Etapa - Aquisição dos sinais de tensão e corrente: Conforme orientações no que diz respeito à resolução (8 a 32 bits) e quantidade de amostras por segundo (3840, 7680 ou 15360 pontos/segundo), deve-se efetuar as leituras das tensões fase-neutro e das correntes de fase.

$$[v]_a = [v_{an} \quad v_{bn} \quad v_{cn}]_a, \text{ Vetor com sinais de tensão} \quad (5.36)$$

$$[i]_a = [i_a \quad i_b \quad i_c]_a, \text{ Vetor com sinais de corrente} \quad (5.37)$$

Onde,

$j$ : Tamanho da janela - 200[ms] (12 ciclos de 60[Hz]);

$\Lambda$ : Taxa de amostragem (quantidade de amostras no intervalo de 200[ms]);

$a$ : Amostra  $1 \leq a \leq \Lambda$ .

2ª Etapa – Filtrar harmônicos de tensão e corrente: Como se deseja faturar apenas as parcelas de energia ativa e reativa relativas a 60[Hz], deve-se aplicar um filtro (Figura 5.7) para isolar a fundamental tanto da tensão quanto da corrente.



Figura 5.7 – Filtragem dos harmônicos

$$[v_1]_a = [v_{an1} \quad v_{bn1} \quad v_{cn1}]_a, \text{ Vetor com os sinais de tensão ( 60[Hz] )} \quad (5.38)$$

$$[i_1]_a = [i_{a1} \quad i_{b1} \quad i_{c1}]_a, \text{ Vetor com os sinais de corrente ( 60[Hz] )} \quad (5.39)$$

3ª Etapa – Decompor em componentes simétricas e selecionar apenas a sequência positiva:  
 Conforme discutido no Capítulo 4.2, deseja-se mensurar a parcela de energia em 60[Hz] e de sequência positiva. Portanto, faz-se necessário decompor o sinal obtido (5.38 - 5.39) em componentes simétricas (Figura 5.8):

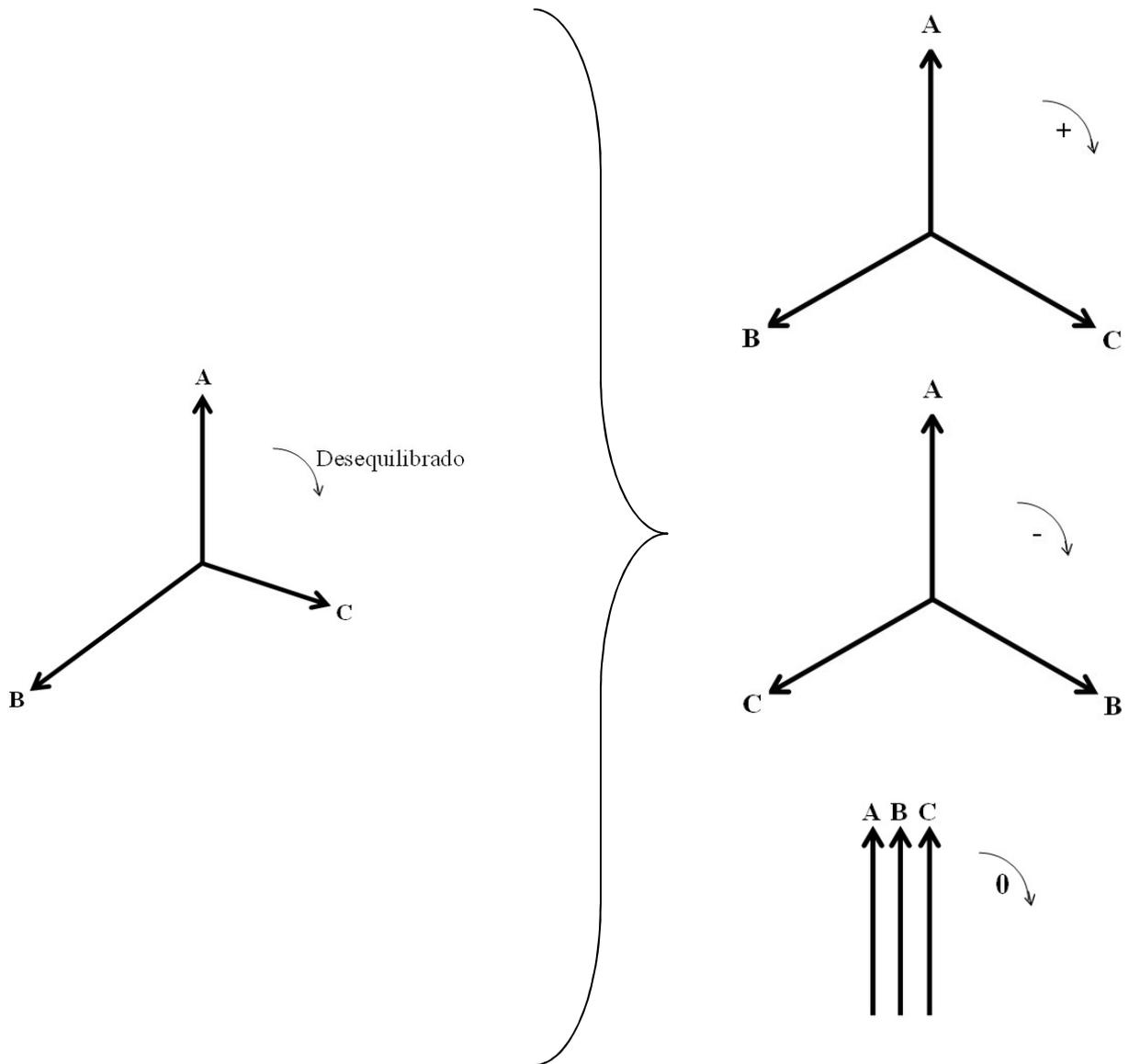


Figura 5.8 – Decomposição da componente fundamental em componentes simétricas

$$[v_1]_a \rightarrow [v_{1+}]_a \text{ e } [i_1]_a \rightarrow [i_{1+}]_a$$

$$[v_{1+}]_a = [v_{a1+} \quad v_{b1+} \quad v_{c1+}]_a, \text{ Vetor de tensão (60[Hz] de seq.+)} \quad (5.40)$$

$$[i_{1+}]_a = [i_{a1+} \quad i_{b1+} \quad i_{c1+}]_a, \text{ Vetor de corrente (60[Hz] de seq.+)} \quad (5.41)$$

4ª Etapa – Cálculo da energia ativa e reativa: Utilizando os sinais de tensão e corrente (60[Hz] de seq. positiva), calcula-se a energia ativa (5.44) e reativa (5.47), acumulando os valores a cada 1h.

$$P_{1+} = \sum_c^C \sum_a^\Lambda [v_{1+}]_{a,c} [i_{1+}]_{a,c} \cos(v_{1+} i_{1+}) = \sum_c^C \sum_a^\Lambda [v_{an1+} \quad v_{bn1+} \quad v_{cn1+}]_{a,c} \begin{bmatrix} i_{a1+} \\ i_{b1+} \\ i_{c1+} \end{bmatrix}_{a,c} \cos(v_{1+} i_{1+}) \quad (5.42)$$

---


$$P_{1+} = \sum_c^C \sum_a^\Lambda \{ (v_{an1+})_{a,c} (i_{a1+})_{a,c} \cos(v_{an1+} i_{a1+})_{a,c} + \dots \\ + (v_{bn1+})_{a,c} (i_{b1+})_{a,c} \cos(v_{bn1+} i_{b1+})_{a,c} + \dots \\ + (v_{cn1+})_{a,c} (i_{c1+})_{a,c} \cos(v_{cn1+} i_{c1+})_{a,c} \} \quad (5.43)$$


---

$$E_{1+} = P_{1+} \Delta t \quad (5.44)$$

$$Q_{1+} = \sum_c^C \sum_a^\Lambda [v_{1+}]_{a,c} [i_{1+}]_{a,c} \sen(v_{1+} i_{1+}) = \sum_c^C \sum_a^\Lambda [v_{an1+} \quad v_{bn1+} \quad v_{cn1+}]_{a,c} \begin{bmatrix} i_{a1+} \\ i_{b1+} \\ i_{c1+} \end{bmatrix}_{a,c} \sen(v_{1+} i_{1+}) \quad (5.45)$$

---


$$Q_{1+} = \sum_c^C \sum_a^\Lambda \{ (v_{an1+})_{a,c} (i_{a1+})_{a,c} \sen(v_{an1+} i_{a1+})_{a,c} + \dots \\ + (v_{bn1+})_{a,c} (i_{b1+})_{a,c} \sen(v_{bn1+} i_{b1+})_{a,c} + \dots \\ + (v_{cn1+})_{a,c} (i_{c1+})_{a,c} \sen(v_{cn1+} i_{c1+})_{a,c} \} \quad (5.46)$$


---

$$R_{1+} = Q_{1+} \Delta t \quad (5.47)$$

Onde,

- j: Tamanho da janela - 200[ms] (12 ciclos de 60[Hz]);
- $\Lambda$ : Taxa de amostragem (quantidade de amostras no intervalo de 200[ms]);
- a: Amostra  $1 \leq a \leq \Lambda$ ;
- C: Quantidade de ciclos no intervalo medido ( 1 hora );
- c: Ciclo  $1 \leq c \leq C$ ;
- $\Delta t$ : Intervalo de 1 hora.

5ª Etapa – Faturamento do excedente de energia reativa: Caso o fator de potência (5.48) no intervalo medido seja inferior a 0,92 e indutivo (das 6h-24h) ou capacitivo (das 0h-6h), então, deve-se cobrar pelo excedente de reativo. Neste caso, e considerando um cenário em que haja medição bilateral (concessionária pode fornecer ou consumir energia ativa), o valor do excedente de reativo a ser faturado (5.49) é dado por:

Se

$$fp_1^+ = \frac{E_1^+}{\sqrt{E_1^{+2} + R_1^{+2}}} \leq 0,92 \quad (5.48)$$

Então, cobra-se do *prosumer*:

---


$$\begin{aligned}
 F_R = s & \left[ \left( \frac{|E_1^+| - E_1^+}{2|E_1^+|} \right) (R_1^+ + 0,426E_1^+) \right. \\
 & \left. + \left( \frac{|E_1^+| + E_1^+}{2|E_1^+|} \right) (R_1^+ - 0,426E_1^+) \right] \left[ \frac{|R_1^+| + R_1^+}{2|R_1^+|} \right] TE + \dots \\
 & \dots (s - 1) \left[ \left( \frac{|E_1^+| - E_1^+}{2|E_1^+|} \right) (-R_1^+ + 0,426E_1^+) \dots \right. \\
 & \left. + \left( \frac{|E_1^+| + E_1^+}{2|E_1^+|} \right) (-R_1^+ - 0,426E_1^+) \right] \left[ \frac{|R_1^+| - R_1^+}{2|R_1^+|} \right] TE
 \end{aligned} \quad (5.49)$$


---

Onde,

$F_R$ : Faturamento da energia reativa excedente a meta relacionada ao fator de potência mínimo permitido (0,92);

$TE$ : Tarifa aplicada ao excedente de reativo consumido (tarifa de energia);

$s$ :  $s=1$  das 6h às 24h ;  $s=0$  das 0h às 6h;

$E_1^+$ : Energia ativa fundamental de sequência positiva [kWh];

$R_1^+$ : Energia reativa fundamental de sequência positiva [kvarh].

## 5.2.2. Simulação

Foram realizadas algumas simulações, tanto no medidor virtual desenvolvido, quanto em medidor comercial. Os equipamentos utilizados para tal foram: fonte hexafásica, programável, modelo CMC 245-6 da Omicron (Figura 5.8), para gerar os perfis dos sinais de tensão e corrente (erro garantido pelo fabricante de 0,1% em relação à tensão e corrente); para aquisição dos sinais (medidor virtual), utilizou-se de uma placa *DAC – Digital to Analog Converter* da *National Instruments - NI*, modelo BNC-2120, de 200[kS/s] e 12 bits (Figura 5.9); além do *software LabView 2009 v9.0* (32-bits) também da *NI* para programação do medidor virtual; transdutores de corrente (0,5[A] a 40[A]) marca Fluke (Figura 5.10), modelo i400s, com banda típica de atuação entre 5[Hz] e 10[kHz], e precisão de 2% + 0,015[A] entre 45 e 400 [Hz] (o que pode acarretar num erro maior quando medindo harmônicas superiores a 6ª ordem).



Figura 5.8 – CMC 245-6 Omicron



Figura 5.9 – DAC  
BNC-2120 (NI)



Figura 5.10 – Pinça  
amperimétrica i440s da  
Fluke [32]

Através do *software LabView*, e utilizando o protocolo indicado (Capítulo 5.2.1), desenvolveu-se o medidor virtual (Figura 5.11) a fim de realizar simulações e comparativos com medidores comerciais.

As principais funcionalidades implementadas no medidor foram: mensurar energia elétrica ativa (3.128) e aparente (3.191) e determinar fator de potência (3.204).

É possível simular virtualmente o medidor, adquirir dados pré-definidos pela fonte Omicron para simular uma medição de carga ou medir efetivamente uma carga real acoplado transdutores à *DAC*.

Seja através da fonte Omicron, seja através do modo de simulação virtual, implementou-se as seguintes situações: correntes harmônicas de 3ª, 5ª, 7ª, 11ª e 13ª ordem; harmônicos de tensão; carga trifásica desequilibrada e/ou assimétrica; variações bruscas na cargas (chuveiro eletrônico monofásico, por exemplo). A seguir, tem-se a tela com as medidas de energia ativa e aparente de um caso simulado.

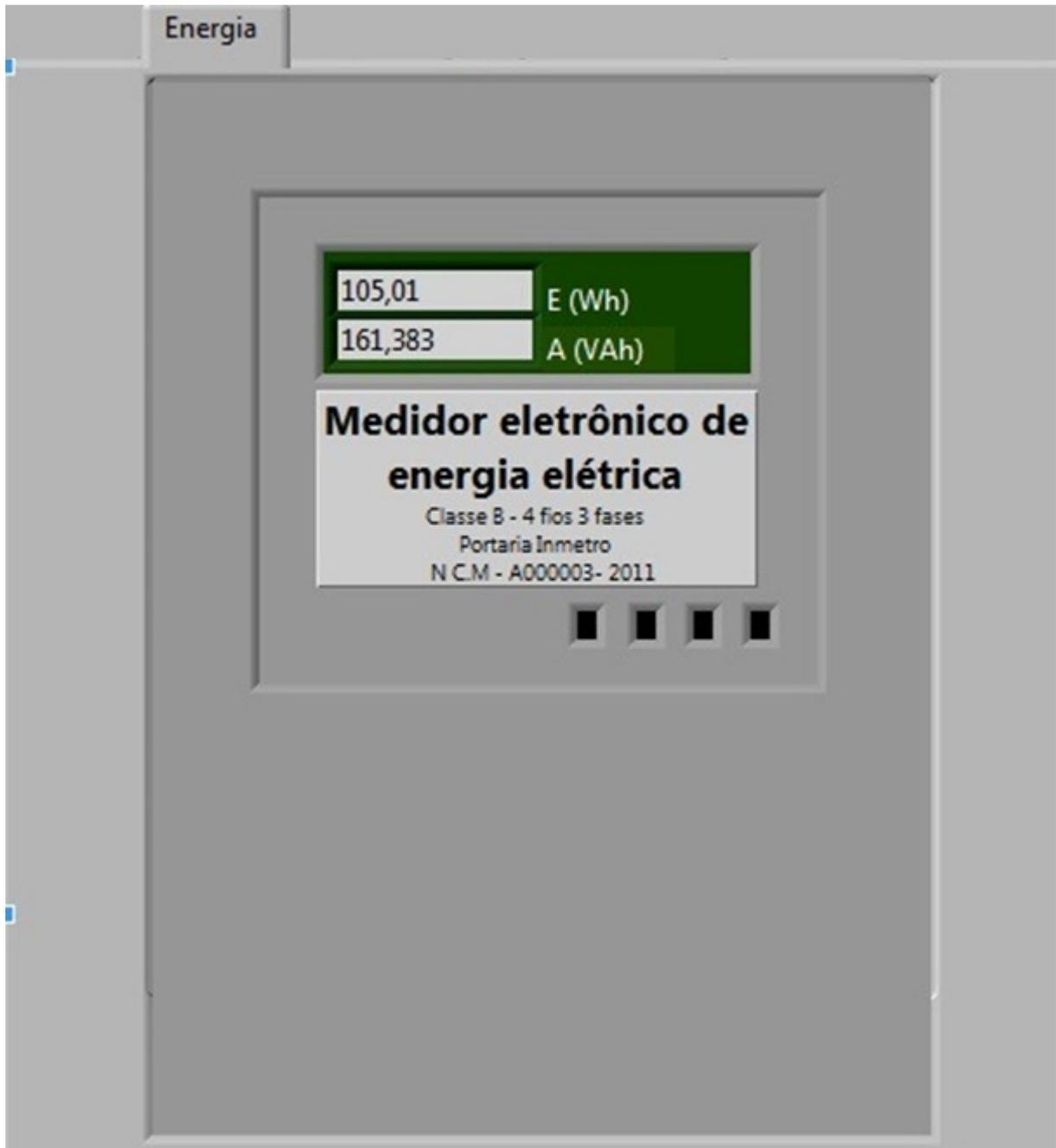


Figura 5.11 – Interface do medidor virtual desenvolvido em *LabView* [30]

Há possibilidade de visualização gráfica dos sinais de tensão e correntes, de forma dinâmica. Na (Figura 5.12), vê-se à esquerda os gráficos da tensão fase-neutro e à direita as correntes por fase.

Durante as simulações, percebeu-se que os elementos gráficos foram responsáveis por grande parte do processamento, sendo que, chegou a triplicar o tempo de simulação em alguns casos. Embora úteis para algumas análises, são dispensáveis quando se deseja simplesmente efetuar medições de energias e fator de potência.

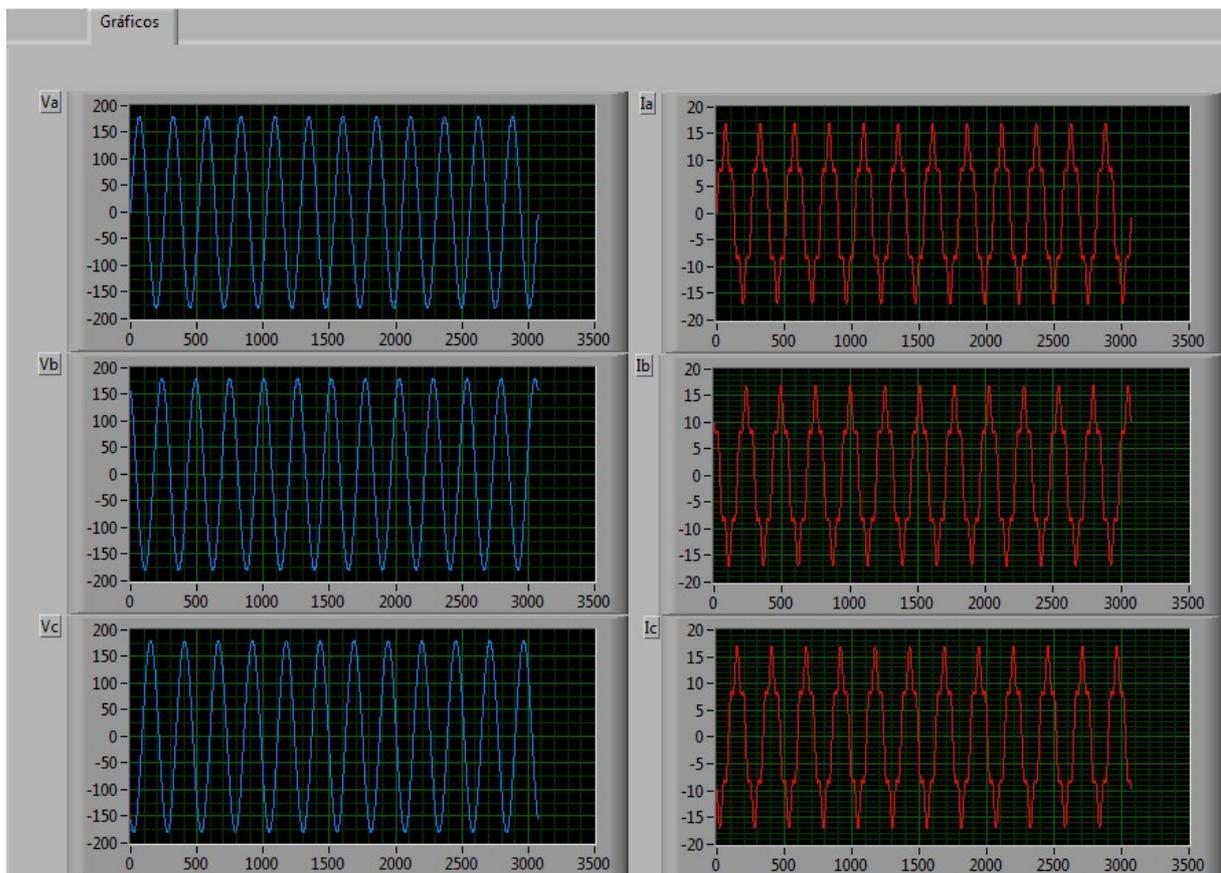


Figura 5.12 – Interface gráfica, tensão fase-neutro à esquerda, corrente de fase à direita (exemplo de simulação com corrente harmônica de 5ª ordem)

A seguir (Figura 5.13), tem-se uma terceira tela, responsável por monitorar os valores instantâneos de tensão e corrente, mensurar o valor *RMS* da fundamental de sequência positiva e, por fim, disponibilizar os valores acumulados das energias ativa e reativa consumidas/geradas no ponto de medição.

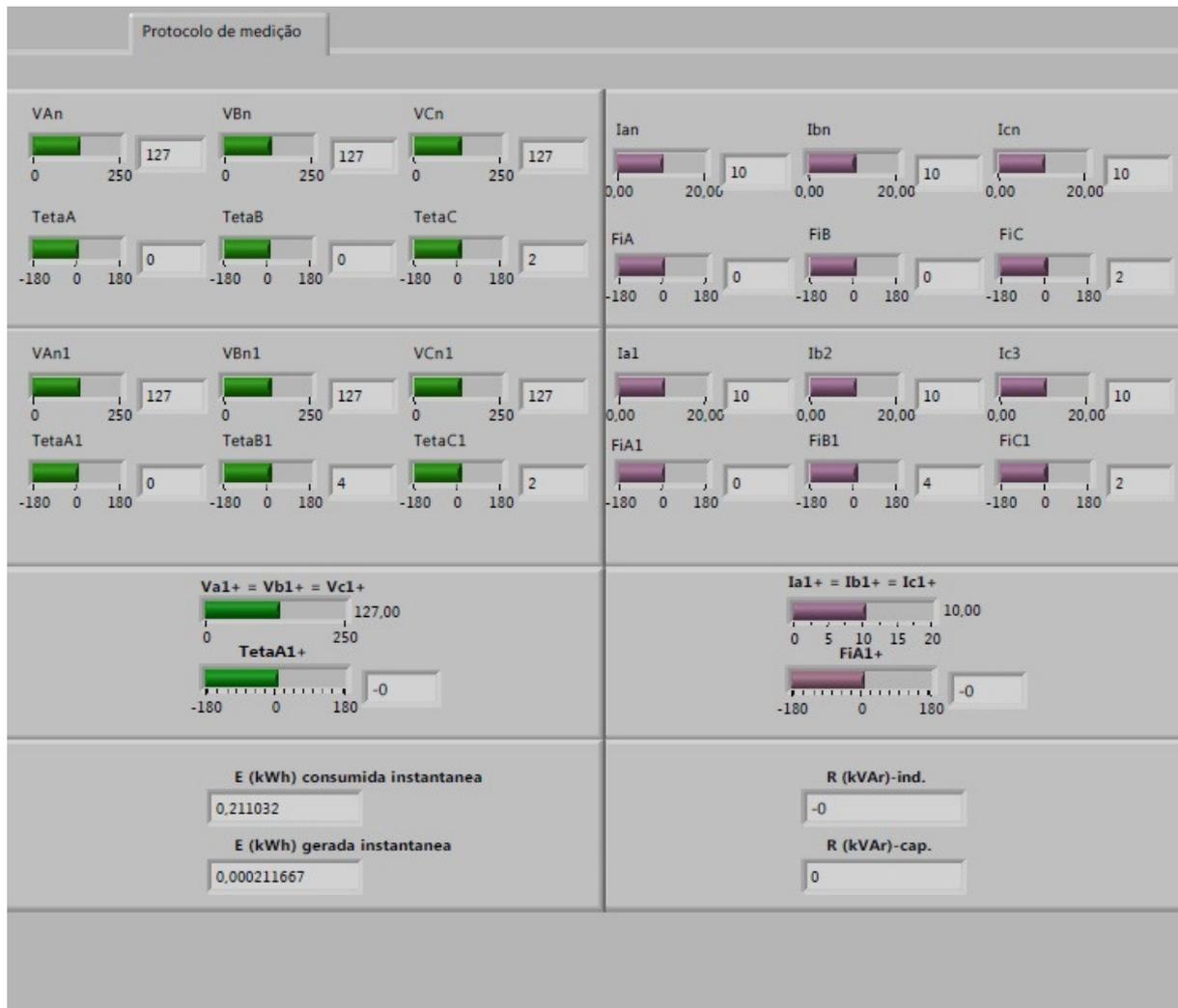


Figura 5.13 – Interface do medidor virtual. Medições de tensão e corrente (módulo e ângulo por fase), valores *RMS* de tensão e corrente, valores acumulados das energias ativa e reativa consumidas/geradas

A seguir é apresentado o resultado de um modelo real de carga, comparando o medidor desenvolvido em *LabView* e um medidor eletrônico de energia elétrica comercial (Tabela 5.4).

Considerou-se, para o teste, um período de 15[*min*] de medição e, além das componentes de 60[*Hz*] desequilibradas (Tabela 5.2), incluíram-se correntes harmônicas de

5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 11<sup>a</sup> e 13<sup>a</sup> ordem, com respectivos valores de 20%, 14%, 10% e 8%, em relação à fundamental (Tabela 5.3). Estes sinais foram utilizados em medidor comercial, que mede energia ativa (E) e energia reativa (R), assim como no medidor virtual utilizando o *software LabView*, mensurando energia ativa (E) e aparente (A).

Tabela 5.2. Tensões e correntes fundamentais

$U_{1A}$	$100\angle 0^\circ$	[V]	$I_{1A}$	$2,00\angle -45^\circ$	[A]
$U_{1B}$	$102\angle -122^\circ$	[V]	$I_{1B}$	$1,50\angle -170^\circ$	[A]
$U_{1C}$	$98,0\angle 118^\circ$	[V]	$I_{1C}$	$2,50\angle 74^\circ$	[A]

Tabela 5.3. Harmônicos de corrente (5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 11<sup>a</sup> e 13<sup>a</sup> ordem)

$I_{5A}$	$0,400\angle -45^\circ$	[A]	$I_{7A}$	$0,280\angle -45^\circ$	[A]
$I_{5B}$	$0,300\angle -170^\circ$	[A]	$I_{7B}$	$0,210\angle -170^\circ$	[A]
$I_{5C}$	$0,500\angle 74^\circ$	[A]	$I_{7C}$	$0,350\angle 74^\circ$	[A]
$I_{11A}$	$0,200\angle -45^\circ$	[A]	$I_{13A}$	$0,160\angle -45^\circ$	[A]
$I_{11B}$	$0,150\angle -170^\circ$	[A]	$I_{13B}$	$0,120\angle -170^\circ$	[A]
$I_{11C}$	$0,250\angle 74^\circ$	[A]	$I_{13C}$	$0,200\angle 74^\circ$	[A]

Segue tabela comparativa dos resultados:

Tabela 5.4. Comparativo: medidor comercial x medidor desenvolvido

Medidor comercial			Medidor desenvolvido		
$E$	105	[Wh]	$E$	105	[Wh]
$R$	113	[varh]	$A$	161	[VAh]
$fp_c$	0,678		$fp_d$	0,651	

Sendo o fator de potência expresso por:

$$fp_c = \frac{E}{\sqrt{E^2 + R^2}} \quad (5.50)$$

$$fp_d = \frac{E}{A} \quad (5.51)$$

Vale ressaltar que a energia aparente representa a máxima energia que pode ser transferida para carga, através do elo em que a carga está instalada, enquanto a energia reativa constitui apenas uma parcela da energia aparente.

Portanto, para condições desequilibradas, em que haja presença de harmônicos, como o caso simulado,

$$A > \sqrt{E^2 + R^2} \quad (5.52)$$

A energia aparente obtida pelo medidor desenvolvido possui, além das componentes ativa e reativa, uma parcela relacionada à harmônicos (H) e outra à desequilíbrio (D). Portanto, a energia aparente (5.53) é resultando da raiz quadrada das somas quadráticas das componentes relativas às energias ativa, reativa, harmônica e desequilibrada.

$$A = \sqrt{E^2 + R^2 + H^2 + D^2} \quad (5.53)$$

Sendo que grande parte da diferença observada entre os medidores comercial e desenvolvido está relacionada com tais parcelas, e no caso deste último, a contribuição das parcelas H e D pode ser obtida como segue:

$$161 = \sqrt{105^2 + 113^2 + H^2 + D^2} \quad (5.54)$$

$$(161)^2 = 105^2 + 113^2 + H^2 + D^2 \quad (5.55)$$

$$\sqrt{H^2 + D^2} \cong 46 \text{ [varh]} \quad (5.56)$$

## 6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A ausência de um protocolo de medição comum pode levar a diferentes resultados quando equipamentos de fabricantes distintos fazem uma mesma leitura. O simples agrupamento das janelas de amostragem se mostra um potencial elemento de erro quando se utiliza um equipamento digital para medição de energia (Tabela 5.1). Além disso, a medição de energia reativa, que passa a ser um recurso importante destes equipamentos, requer o uso de um algoritmo mais sofisticado para que se determine corretamente seu valor (Figura 5.6). A falta de cuidado ao se elaborar um algoritmo para medição de reativo é capaz de gerar prejuízos tanto contra o consumidor quanto para a concessionária.

Além disso, faz-se necessário que o medidor, inserido neste novo contexto de *smart grid* e micro redes, disponha de recursos para medição nos quatro quadrantes, ou seja, que ele possa contemplar não só o faturamento das energias ativa e reativa (quando aplicável) por parte da concessionária, mas também possa mensurar estas mesmas grandezas quando o *prosumer* estiver injetando energia ativa na rede (Figura 4.5 e Figura 5.13).

O protocolo de medição apresentado se baseia nas principais teorias atualmente aceitas para o cálculo de potência e energia elétrica. Trata-se de um protocolo aberto que pode ser implementado em um medidor padrão para testes comparativos com medidores comerciais. Como se desconhece o algoritmo utilizado pelos fabricantes, faz-se necessário o uso de um equipamento padrão capaz de comparar diferentes medidores e validá-los ou rejeitá-los. Assim, o medidor, segundo o protocolo apresentado, é uma alternativa para este equipamento padrão.

Os testes iniciais realizados no medidor desenvolvido, utilizando a plataforma *LabView*, se mostraram promissores (Figura 5.11), porém, para confirmar a robustez do protótipo, faz-se necessário uma maior quantidade de simulações e medidas.

Uma sugestão como sequência deste trabalho é que mais testes sejam realizados, em especial comparando uma gama maior de medidores digitais comerciais, aplicando-se desequilíbrios de tensão e corrente variados e harmônicos. Uma referência de valores para tais distorções pode ser obtida no próprio Prodist – Módulo 8 [25], utilizando-se dos limites estabelecidos no documento para composição dos valores.

## APÊNDICE A – Algoritmo desenvolvido em *LabView*

A seguir, tem-se algumas das telas de programação elaboradas em ambiente *LabView*. Tratam-se de telas de programação na forma de diagrama de blocos. A primeira imagem (Figura A.1) traz uma parte da programação onde são incluídas as matrizes para cálculo dos valores *RMS* de tensão e corrente. Utiliza-se de um bloco de repetição tipo *FOR* nesta etapa do programa.

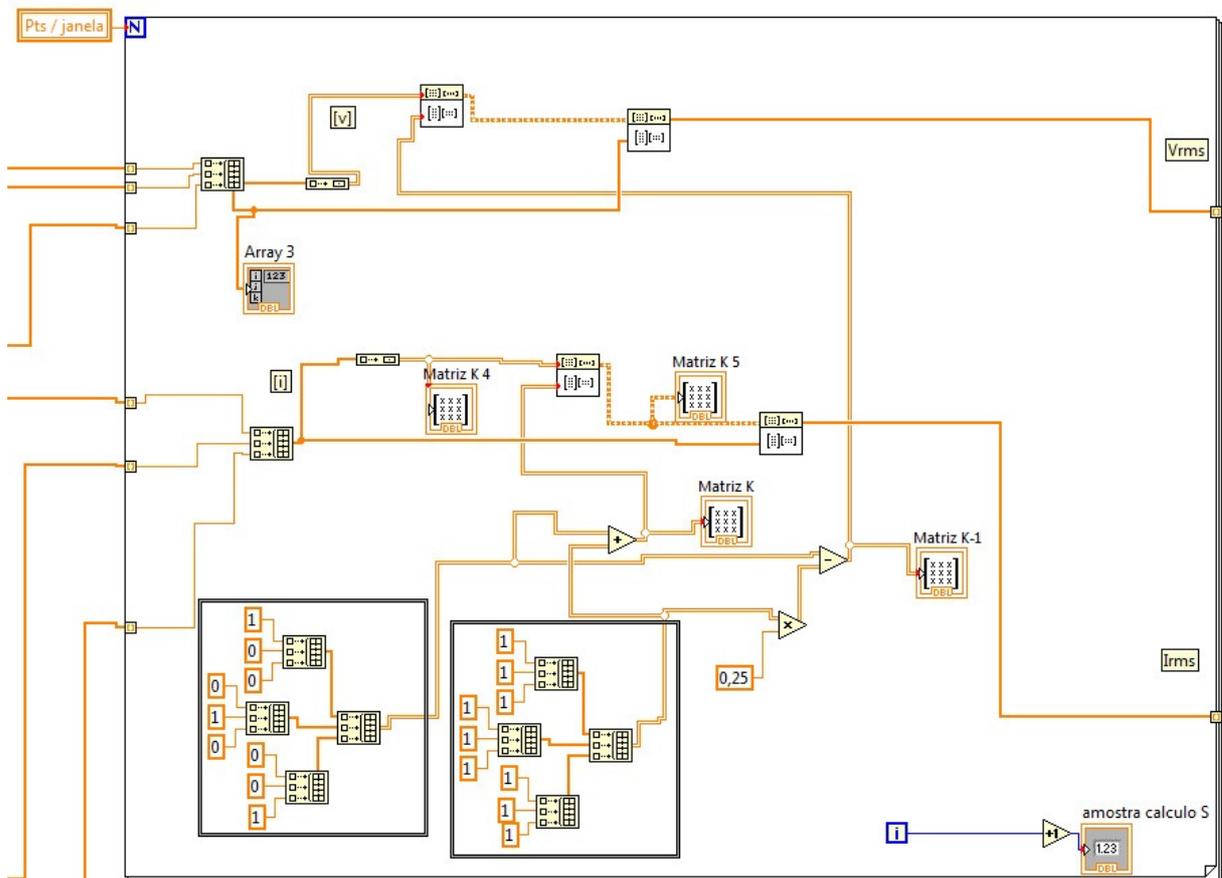


Figura A.1 - Tela com matrizes para cálculo dos valores *RMS* (Equações 5.32 e 5.33)

A tela seguinte (Figura A.2) mostra uma parte do programa que primeiro recebe os valores das tensões e correntes fundamentais de sequência positiva (em módulo e ângulo), calcula os valores das potências ativa e reativa (fundamental de sequência positiva) e, finalmente, disponibiliza os valores das potências ativa e reativa trifásicas.

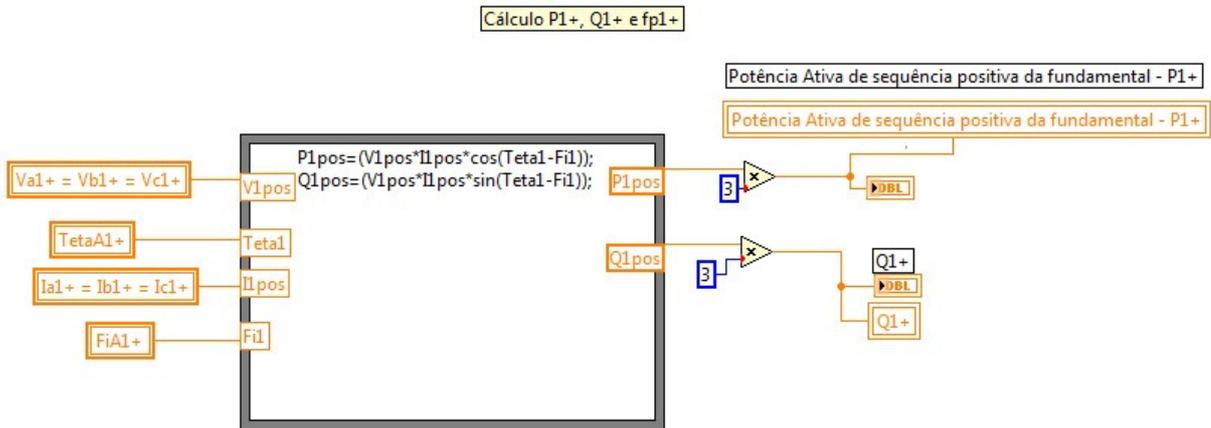


Figura A.2 - Tela para cálculo das potências ativa e reativa

Na sequência (Figura A.3) há o bloco de programação utilizado para adquirir os sinais de tensão e corrente, através da placa (DAC) da *National Instruments*.

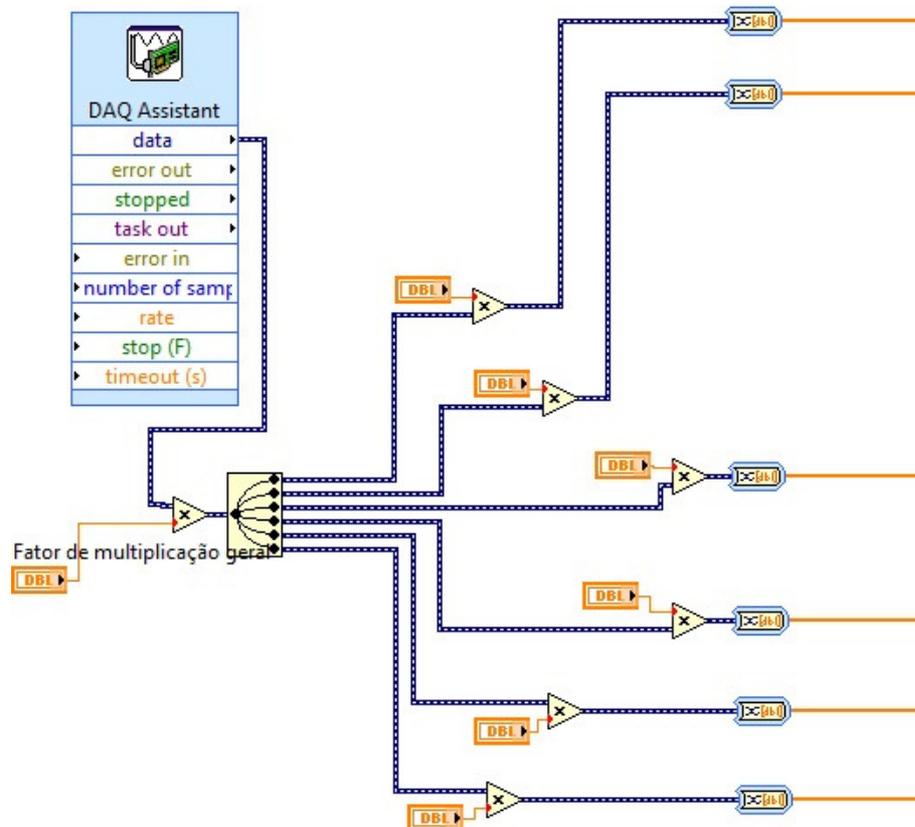


Figura A.3 - Tela com módulo para aquisição de sinais DAQ Assistant

Na (Figura A.4) pode-se ver uma das telas de interface com o usuário. Nela é possível escolher quais harmônicos de corrente se deseja escolher para uma determinada simulação, sua ordem, seus valores absolutos e ângulos de fase. Pode-se habilitar/desabilitar os harmônicos através de uma chave seletora (à direita).

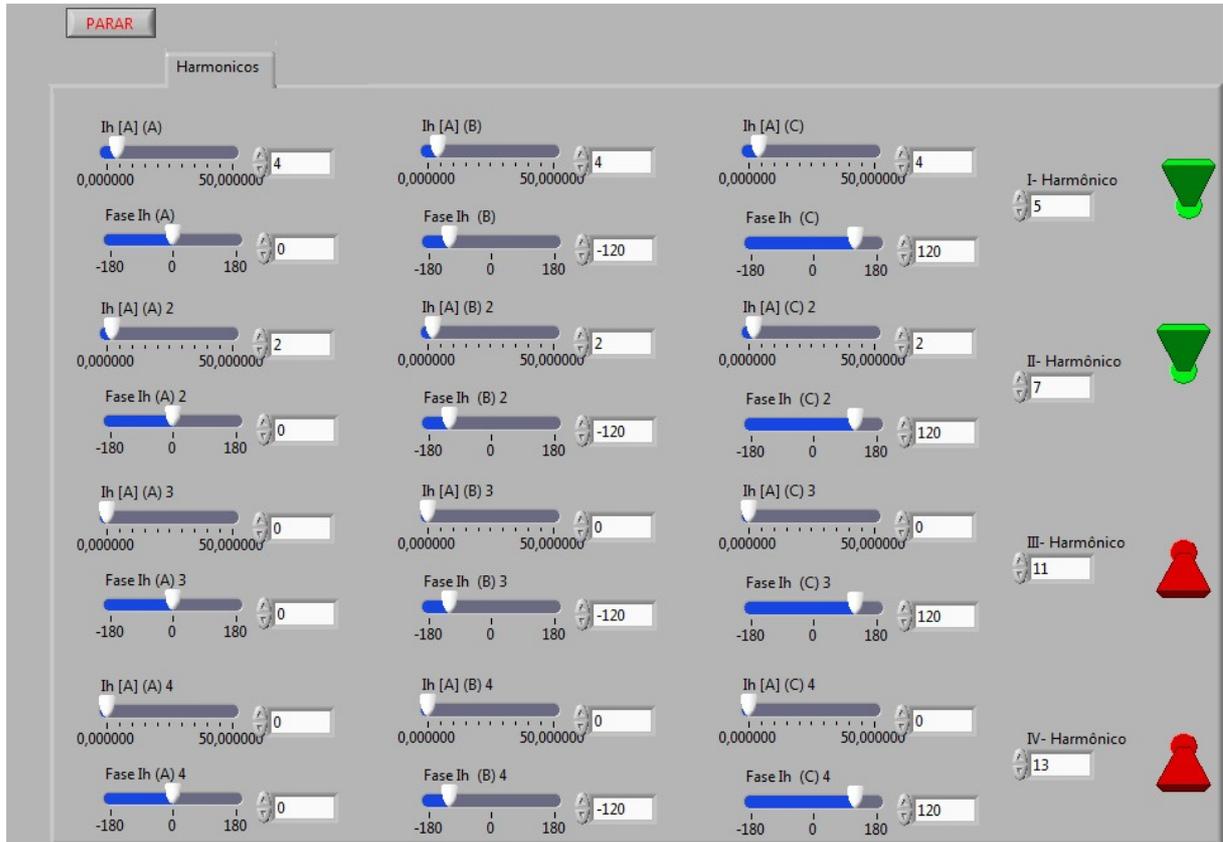


Figura A.4 - Tela de interface com o usuário (para entrada das componentes harmônicas de corrente)

## REFERÊNCIAS

- [1] Amcham - Brasil, por Anne Durey. “Aneel: troca de medidores brasileiros custará R\$ 13,4 bi” – [Online]. Disponível (29 de Agosto de 2012): <<http://www.amcham.com.br/regionais/amcham-recife/noticias/2011/aneel-troca-de-medidores-brasileiros-custara-r-13-4-bi>>
- [2] VIEIRA, D.; LAMIN H., “*Análise da Regulamentação da ANEEL sobre fator de potência*”, Revista Eletricidade Moderna, Ano 40 – Nº 362, páginas 102-111, Setembro de 2012
- [3] ANEEL “ANEEL regulamenta medidores eletrônicos” – [Online]. Disponível (29 de Agosto de 2012): <[http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/noticias/Output\\_Noticias.cfm?Identidade=5903&id\\_area=90](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/noticias/Output_Noticias.cfm?Identidade=5903&id_area=90)>
- [4] Revista Eletrônica: Valor Econômico, por Ana Paula Grabois, “Distribuidoras reagem à proposta do medidor digital” – [Online]. Disponível (16 de Agosto de 2012): <<http://www.valor.com.br/arquivo/783413/distribuidoras-reagem-proposta-do-medidor-digital>>
- [5] AES Brasil – Audiência Pública n. 043/2010 – Requisitos mínimos dos sistemas de medição de energia elétrica – [Online]. Disponível (29 de Agosto de 2012): <[http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2010/043/apresentacao/aes\\_brasil\\_ap\\_043\\_2010.pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2010/043/apresentacao/aes_brasil_ap_043_2010.pdf)>
- [6] CEMIG – Audiência Pública n. 043/2010 – Contribuições da Cemig. [Online]. Disponível (29 de Agosto de 2012): <[http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2010/043/apresentacao/cemig-d\\_ap\\_043\\_2010.pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2010/043/apresentacao/cemig-d_ap_043_2010.pdf)>
- [7] Endesa Brasil – Audiência Pública n. 043/2010 – [Online]. Disponível (29 de Agosto de 2012): <[http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2010/043/apresentacao/endesa\\_brasil\\_ap\\_043\\_2010.pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2010/043/apresentacao/endesa_brasil_ap_043_2010.pdf)>
- [8] Portaria INMETRO nº 375 – Consulta pública. Proposta de Regulamento Técnico Metrológico que estabelece os requisitos técnicos para medidores eletrônicos de energia elétrica, 27 de Setembro de 2011
- [9] ANEEL – [Online]. Disponível (29 de Agosto de 2012): <[www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2010/043/apresentacao/aneel\\_ap\\_043\\_2010.pdf](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/audiencia/arquivo/2010/043/apresentacao/aneel_ap_043_2010.pdf)>
- [10] Portal Rede Inteligente – “Ampla e Light instalam medidor digital enquanto aguardam lei” – [Online]. Disponível (16 de Agosto de 2012): <<http://www.redeinteligente.com/2010/01/19/ampla-e-light-instalam-medidor-digital-enquanto-aguardam-lei/>>

- [11] Revista P&D, Nº 7 – CEMIG – [Online]. Disponível (18 de Setembro de 2012): <<http://www.cemig.com.br/Inovacao/RevistasPeD/RevistaPeD2011.pdf>>
- [12] Book Inovcity – Ecil Energia – [Online]. Disponível em (30 de Novembro de 2012): <<http://www.ecilenergia.com.br/download/Inovcity.pdf>>
- [13] DEPENDBROCK, M., "*Quantities of a MultiTerminal Circuit Determined on the Basis of Kirchof's Laws*", ETEP European Transactions on Electrical Power, vol. 8, no. 4, pp. 249-257, July/August 1998.
- [14] DEPENDBROCK, M., "*Variation Power, Variation Currents: Physical Background and Compensation Rules*", ETEP - European Transaction on Electrical Power Engineering, vol.11, no. 5, pp. 309-316., September/October 2001.
- [15] STAUDT, V., "*Fryze-Buchholz-Depenbrock: A Time-Domain Power Theory*," *Przegląd Elektrotechniczny*", no. 6, pp. 1-11, 2008.
- [16] PERETTO, L., WILLEMS, J. L., and EMANUEL, A. E., "*The effect of the integration interval on the measurement accuracy of rms values and powers in systems with non-sinusoidal waveforms*", Electrical Power Quality and Utilization Journal, vol. 13, no.1, pp. 111–117, 2007.
- [17] *IEEE Std.1459<sup>TM</sup>-2010 (Revision of IEEE Std.1459-2000)*. IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 1006-5997, USA, 19 March 2010
- [18] DEPENDBROCK, M., and STAUDT, V., Discussion to "*Practical definitions for powers in systems with nonsinusoidal waveforms and unbalanced loads*", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, no. 1, pp. 89–90, Jan. 1996.
- [19] EMANUEL, A. E., "*On the assessment of harmonic pollution*", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 10, no. 3, pp. 1693–1698, July 1995.
- [20] PAJIC, S., and EMANUEL, A. E., "*Effect of neutral path power losses on the apparent power definition: A preliminary study*", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 24, no. 2, pp. 517–523, Apr. 2009.
- [21] GRIJALVA, S.; TARIQ, M. U., "*Prosumer-based smart grid architecture enables a flat, sustainable electricity industry*", Conference: Innovative Smart Grid Technologies (ISGT), 2011 IEEE PES. Hilton Anaheim, CA – USA, 2011 January 17-19.
- [22] RATHNAYAKA, A. J. D.; PERTH, W. A.; POTDAR, V. M.; KURUPPU, S. J.; "*An Innovative Approach to Manage Prosumers in Smart Grid*", Conference: World Congress on Sustainable Technologies (WCST) 2011. London, 2011 November 7-10.
- [23] LAMPROPOULOS, I.; VANALME, G. M. A.; KLING, W. L. A; "*A methodology for modeling the behavior of electricity prosumers within the smart grid*", Conference: Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT Europe) – 2010 IEEE PES. Gothenburg, 2010 October 11-13.
- [24] Resolução Normativa Nº 414, ANEEL, 9 de setembro de 2010

- [25] PRODIST – Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – Módulo 8 (Revisão 4 – 01 de Fevereiro de 2012) – ANEEL
- [26] ALMEIDA, J. E. L. de, Proposição de novas metodologias para avaliação das medições de energia elétrica frente a condições não senoidais e de desequilíbrio. 2008. Tese (Doutorado) – Programa de pós-graduação em engenharia elétrica, UNIFEI – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá. 2008
- [27] EMANUEL, A. E.; “*An introduction to the concept of Randomness Power*”, Conference: 14th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP) 2010. Bergamo, 2010 September 26-29.
- [28] EMANUEL, A. E.; “*The Randomness Power: An Other New Quantity to be Considered*”, Conference: Power Engineering Society General Meeting, 2007 – IEEE. Tampa – Finland, 2007 June 24-28.
- [29] DEPENBROCK, M.; “*The FBD-Method, A Generally Applicable Tool for Analyzing Power Relations*”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, n° 2, pp. 381-387, May 1993.
- [30] NOGUEIRA, T. R. S.; TOMASIN, S. G.; ARANGO, H.; BONATTO, B. D.; “*Uma análise de protocolo para medidores digitais de energia elétrica BT*”, Conferência: X CBQEE – Conferência Brasileira sobre Qualidade da Energia Elétrica, 2013. Araxá – MG, Brasil, 25 a 28 de Junho de 2013.
- [31] WILLEMS, J. L.; GHIJSELEN, J. A.; EMANUEL A. E.; “*The Apparent Power Concept and the IEEE Standard 1459-2000*”, IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 20, N° 2, April 2005.
- [32] Fluke Corporation. [Online]. Disponível (22 de Maio de 2013): <<http://www.fluke.com/fluke/brpt/Acessorios/Pincas-amperimetricas/i400s.htm?PID=56300>>