

Ariane Neale Ramos Vieira

**Modelagem numérica do escoamento ao redor
de cilindros aquecidos rotativos em regime
laminar e turbulento**

Itajubá/MG

Maio de 2017

Ariane Neale Ramos Vieira

Modelagem numérica do escoamento ao redor de cilindros aquecidos rotativos em regime laminar e turbulento

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciências da Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo

Universidade Federal de Itajubá

Instituto de Engenharia Mecânica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Orientadora: Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva
Coorientador: Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva

Itajubá/MG

Maior de 2017

Ariane Neale Ramos Vieira

Modelagem numérica do escoamento ao redor de cilindros aquecidos rotativos em regime laminar e turbulento/ Ariane Neale Ramos Vieira. – Itajubá/MG, Maio de 2017-

131 p. : il. (color.) ; 30 cm.

Orientadora: Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva

Coorientador: Sandro Metrevelle Marcondes de Lima e Silva

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá

Instituto de Engenharia Mecânica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Maio de 2017.

1. Método da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual. 2. Convecção Mista. 3. Turbulência. 4. Cilindro rotativo.

Ariane Neale Ramos Vieira

Modelagem numérica do escoamento ao redor de cilindros aquecidos rotativos em regime laminar e turbulento

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciências da Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo

Trabalho aprovado. Itajubá/MG, 12 de maio de 2017:

Profa. Dra. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva - Orientadora

Prof. Dr. Marcelo José Pirani - Professor convidado

Prof. Dr. João Batista Campos Silva - Professor convidado

Itajubá/MG
Maio de 2017

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem:

À minha mãe, Neuza, e aos meus irmãos, Ariel e Alana, pelo incentivo em todos os momentos da minha vida.

Aos meus orientadores, Ana Lúcia e Sandro, pela dedicação e suporte ao longo deste trabalho.

Ao meu noivo, Rodrigo, por sua cooperação e paciência nos momentos difíceis.

A todos os professores e colegas do LabTC, que ajudaram de forma direta ou indireta na conclusão deste trabalho. Agradeço em especial aos amigos Cristiano e Angel, pela colaboração durante a realização dos experimentos numéricos no LabTC.

Ao professor Hektor, que gentilmente permitiu o uso das *Workstations* do Laboratório de Astrofísica Computacional (LAC) da Unifei pelos membros do LabTC.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá (Unifei) pelo suporte.

Resumo

O estudo do escoamento e da transferência de calor ao redor de corpos aquecidos imersos em fluidos tem diversas aplicações em situações práticas de engenharia: trocadores de calor, aquecedores, dispositivos eletrônicos, cilindros aquecidos da indústria de papel e celulose, entre outros. Enquanto o problema de corpos estacionários possui uma gama considerável de trabalhos publicados, problemas em que o corpo imerso no fluido também se movimenta são mais escassos na literatura. Além disso, para as situações em que o corpo também está aquecido, é necessário analisar a influência da transferência de calor no fluido e vice versa. No Método da Fronteira Imersa (MFI) termos fontes de força e energia, decorrentes da presença do corpo imerso, são adicionados aos termos fontes das equações de Navier-Stokes e da Energia. A geometria imersa é representada por uma malha lagrangiana que se sobrepõe à malha euleriana do domínio. Este procedimento favorece a simulação de fenômenos complexos como o de interação fluido-estrutura, se comparado com modelos convencionais de malhas adaptativas. O Modelo Físico Virtual (MFV), uma metodologia para avaliação do campo de forças lagrangiano desenvolvido por Lima E Silva (2002), tem se mostrado bastante competitivo em relação às abordagens convencionais. No presente trabalho, foram simulados escoamentos ao redor de cilindros rotativos aquecidos a diferentes valores do número de Reynolds, Richardson e rotações específicas, para regimes laminares e turbulentos. Utilizou-se um programa particular bidimensional baseado no MFI/MFV e também foram simulados casos utilizando o programa OpenFOAM. A evolução temporal dos coeficientes aerodinâmicos de arrasto e sustentação e o número de Nusselt foram analisados. Os valores médios de C_d , C_l e Nusselt e os campos instantâneos de temperatura e vorticidade também foram analisados. Os resultados obtidos foram comparados com dados da literatura, mostrando boa concordância entre eles. Foi proposta uma correlação empírica para o número de Nusselt, em função do número de Reynolds e da rotação específica, utilizando os resultados do OpenFOAM. Esta correlação apresenta bom ajuste dos dados para a faixa de valores analisada.

Palavras-chave: Método da Fronteira Imersa; Modelo Físico Virtual; Modelagem da Turbulência; Convecção Mista; Cilindro Rotativo.

Abstract

The fluid dynamic analysis of flows with heat transfer in the presence of heated immersed bodies is applied to different practical situations: heat exchangers, heaters, electronic devices, heated rollers and others. Once the problem of stationary bodies has a considerable number of published work, problems in which there are flows over moving bodies are more uncommon on literature. Moreover, for situations in which these bodies are also heated, it is necessary to analyze the influence of the heat transfer phenomena on the fluid and vice versa. In the Immersed Boundary Method (IBM) a force and energy term due to the body presence are added in the source term of Navier-Stokes and Energy equations. The immersed geometry is represented by a lagrangian mesh overlying the eulerian mesh of the domain. With this procedure, simulations with complex or moving geometries such as the fluid-structure interaction problem are simplified compared to conventional methodologies with adaptive meshes. The Virtual Physical Model (VPM) is a mathematical model developed by Lima E Silva (2002) to evaluate the lagrangian force and the energy source term, it has been proved to be very competitive compared to conventional approaches. In this work, the heat transfer and the fluid dynamic over a heated circular rotating cylinder were simulated for different values of Reynolds and Richardson numbers and different specific rotations, for laminar and turbulent flows. It was used a two-dimensional program based on IBM/VPM methodology and it was also simulated cases using the OpenFOAM program. Time evolution of drag and lift coefficients and Nusselt numbers were analyzed. The mean values of Cd, Cl and Nusselt and instantaneous fields of temperature and vorticity were also presented. The results were compared with the literature and demonstrated good agreement between them. It was proposed an empirical correlation for the Nusselt number, as a function of Reynolds number and specific rotation using the OpenFOAM results. This correlation demonstrate good agreement with the simulated data.

Keywords: Immersed Boundary Method; Virtual Physical Method; Turbulence Modelling; Mixed Convection; Rotating Circular Cylinder.

Lista de ilustrações

Figura 1.1 – Navio E-Ship 1 da companhia Enercon, utilizado para o transporte de componentes de turbinas eólicas.	20
Figura 1.2 – Perfil termográfico de um cilindro aquecido utilizado na indústria de papel e celulose.	21
Figura 1.3 – Escoamento do ar decorrente do aquecimento e variação de massa específica provocado por uma chama de vela.	22
Figura 1.4 – Escoamento ao redor de um cilindro de seção quadrada a Reynolds 22000.	24
Figura 1.5 – Valores instantâneos de velocidade ao longo do tempo para as metodologias DNS, RANS e LES.	26
Figura 1.6 – Exemplo de malha mista euleriana/lagrangiana utilizada no MFI.	28
Figura 1.7 – Ilustração do pós-processamento da combustão de metano simulado com o OpenFOAM no programa ParaView	29
Figura 3.1 – Ilustração do problema estudado (escoamento ortogonal).	45
Figura 3.2 – Ilustração da aplicação da equação da quantidade de movimento e da equação da energia em uma partícula k da interface.	47
Figura 3.3 – Ilustração de pontos auxiliares lagrangianos ao redor do ponto k da interface.	49
Figura 3.4 – Processo de distribuição da força lagrangiana para os pontos eulerianos. Fonte: Oliveira (2006).	50
Figura 3.5 – (a) representação esquemática dos vetores normais sobre um ponto lagrangiano. (b) representação do comprimento de arco e dos ângulos entre dois pontos lagrangianos consecutivos.	52
Figura 4.1 – Ilustração dos pontos auxiliares 1, 2, 3 e 4.	59
Figura 4.2 – Procedimento para o cálculo do termo de velocidade em x no ponto 3.	59
Figura 4.3 – Procedimento para cálculo da pressão e da temperatura no ponto k	60
Figura 4.4 – Subdomínio de malha euleriana $9\Delta x$ em torno do ponto lagrangiano k para distribuição das forças lagrangianas.	60
Figura 4.5 – Esquema ilustrativo de um volume de controle em uma malha uniforme.	62
Figura 4.6 – Esquema ilustrativo de duas células da malha cartesiana não uniforme utilizada.	63
Figura 4.7 – Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização da derivada temporal da equação de Navier-Stokes para o termo longitudinal.	63
Figura 4.8 – Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização do termo de pressão da equação de Navier-Stokes para o termo longitudinal.	64
Figura 4.9 – Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização da parcela advectiva da equação de Navier-Stokes para o termo longitudinal.	64

Figura 4.10–Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização do termo difusivo da equação de Navier-Stokes para o termo longitudinal.	65
Figura 4.11–Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização do termo difusivo da equação da Energia para o termo longitudinal.	65
Figura 4.12–Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização do termo convectivo da equação da Energia para o termo longitudinal.	66
Figura 4.13–Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização do termo convectivo da equação da Energia para o termo transversal.	66
Figura 4.14–Esquema ilustrativo da discretização utilizada para a equação da correção da pressão.	67
Figura 4.15–Esquema ilustrativo da localização dos pontos p , e , w , n e s	68
Figura 4.16–Esquema de interpolação das velocidades do fluido sobre a interface no ponto k	69
Figura 4.17–Esquema de organização do programa OpenFOAM.	70
Figura 4.18–Representação de uma geometria bidimensional em formato STL.	73
Figura 4.19–Criação da malha de fundo para o <i>snappyHexMeshDict</i>	73
Figura 4.20–Seleção dos elementos destinados à divisão.	74
Figura 4.21–Remoção de elementos realizada pelo <i>snappyHexMesh</i>	74
Figura 4.22–Divisão de elementos por região realizada pelo <i>snappyHexMesh</i>	75
Figura 4.23–Movimentação dos vértices dos elementos para conformação da malha à superfície.	75
Figura 5.1 – Ilustração do domínio do problema estudado e das condições de contorno.	79
Figura 5.2 – Malha euleriana e lagrangiana utilizadas para resolução do problema. .	80
Figura 5.3 – Malha adaptativa gerada pelo <i>snappyHexMesh</i> ao redor de um cilindro circular bidimensional.	81
Figura 5.4 – Malha adaptativa ao redor de um cilindro circular bidimensional para simulação no regime turbulento.	82
Figura 5.5 – Evolução temporal do número médio de Nusselt sobre o cilindro para $Re = 40$ a vários números de Richardson. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.	84
Figura 5.6 – Evolução temporal do coeficiente de arrasto para $Re = 40$ a vários números de Richardson. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.	86
Figura 5.7 – Valores médios do coeficiente de sustentação para $Re = 40$ em função do número de Richardson. (a) Chatterjee e Mondal (2012), (b) OpenFOAM e (c) IBM-VPM.	88
Figura 5.8 – (a) Linhas de corrente para $Ri_{cr} = 1,90$ a $Re = 45$ obtido por Biswas e Sarkar (2009). (b) Linhas de corrente para $Ri = 2$ e $Re = 40$ obtidas pelo IBM-VPM.	89

Figura 5.9 – Linhas de corrente para um mesmo instante de simulação de escoamentos com $Re = 40$ e $Ri = 0,5$ (primeira linha), $Ri = 1,5$ (segunda linha) e $Ri = 2,5$ (terceira linha). OpenFOAM (coluna à esquerda) e IBM-VPM (coluna à direita).	90
Figura 5.10–Campos de vorticidade para um mesmo instante de simulação de escoamentos com $Re = 40$, $Ri = 1,5$ (primeira linha) e $Ri = 2,5$ (segunda linha). OpenFOAM (coluna à esquerda) e IBM-VPM (coluna à direita).	91
Figura 5.11–Isotermas para um mesmo instante de simulação de escoamentos com $Re = 40$ e $Ri = 0,5$ (primeira linha), $Ri = 1,5$ (segunda linha) e $Ri = 2,5$ (terceira linha). OpenFOAM (coluna à esquerda) e IBM-VPM (coluna à direita).	92
Figura 5.12–Valores locais de Nu_θ para os mesmos instantes de simulação com $Re = 40$ e $Ri = 0,5$, $Ri = 1,5$ e $Ri = 2,5$. IBM-VPM.	93
Figura 5.13–Valores locais de C_p para os mesmos instantes de simulação com $Re = 40$ e $0,5 \leq Ri \leq 2,5$. IBM-VPM.	94
Figura 5.14–Valores médios do coeficiente de sustentação em função do número de Richardson para $Re = 100, 150$ e 200 . (a) Bhattacharyya e Singh (2010), (b) OpenFOAM e (c) IBM-VPM	95
Figura 5.15–Valores médios do número de Nusselt para $Re = 100, 150$ e 200 em função do número de Richardson. Bhattacharyya e Singh (2010) (a). OpenFOAM (b). IBM-VPM (c).	96
Figura 5.16–Evolução temporal do coeficiente de sustentação para várias rotações do cilindro com $Re = 100$ e $Ri = 0,5$. (a) Paramane e Sharma (2010), (b) OpenFOAM e (c) IBM-VPM.	97
Figura 5.17–Valores locais instantâneos de C_p para $Re = 100$, $Ri = 0,5$ e $\Omega = -1, 0$ e 1 obtidos com o programa IBM-VPM.	98
Figura 5.18–Diagrama de Fases para $Re = 100$, $Ri = 0,5$ e várias rotações. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.	99
Figura 5.19–Diagrama de Fases para $Re = 200$, $Ri = 0,5$ e $Ri = 2,5$	99
Figura 5.20–Campos de vorticidade para $Re = 100$ e $Ri = 0,25$. (a) $\Omega = 0$, (b) $\Omega = -2$ e (c) $\Omega = +2$. Programa OpenFOAM.	100
Figura 5.21–Variação do valor médio do número de Nusselt em função de Ω para $Re = 100$. (a) programa OpenFOAM e (b) Paramane e Sharma (2010).	101
Figura 5.22–Valores médios do número de Nusselt para diversos valores de número de Reynolds, Richardson e rotação específica. Programa OpenFOAM.	102
Figura 5.23–Valores médios do número de Nusselt para diversos valores de número de Reynolds, Richardson e rotação específica. Programa OpenFOAM.	103

Figura 5.24–Evolução temporal dos coeficientes de arrasto e sustentação para escoamentos a $Re = 1000$ e $Ri = 0$. (a) Alcântara Pereira e Hirata (2003), (b) OpenFOAM e (c) IBM-VPM.	104
Figura 5.25–Valores médios do coeficiente de (a) sustentação e de (b) arrasto com a variação do número de Richardson e $Re = 1000$	106
Figura 5.26–Valores médios do número de Nusselt com a variação do número de Richardson a vários número de Reynolds. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.	106
Figura 5.27–Valores médios do número de Strouhal com a variação do número de Richardson a vários números de Reynolds. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.	107
Figura 5.28–Evolução temporal do coeficiente de sustentação com $Re = 1000$ e $Ri = 0,5$ para escoamentos com cilindro rotativo. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.	108
Figura A.1 – Algoritmo utilizado para a metodologia MFI/MFV proposta por Lima E Silva (2002)	111
Figura A.2 – Diagrama de funcionamento da subrotina 1: Calcular o Campo de Forças lagrangiano	112
Figura A.3 – Diagrama de funcionamento da subrotina 2: Distribuir o Campo de Forças para os pontos eulerianos	113
Figura A.4 – Diagrama de funcionamento da subrotina 3: Resolver equações de Navier-Stokes e Energia	114

Lista de tabelas

Tabela 5.1 – Resumo das simulações numéricas executadas neste trabalho.	78
Tabela 5.2 – Tempo aproximado de simulação (em minutos) conforme caso simulado, máquina e programa utilizados.	79
Tabela 5.3 – Valores de \overline{Cl} obtidos com o programa OpenFOAM para $Re = 1000$, $Ri = 0,5$ e $\Omega = 0$	83
Tabela 5.4 – Comparação dos valores médios temporais do número de Nusselt (\overline{Nu}) para $Re = 40$ para diferentes valores do número de Richardson.	85
Tabela 5.5 – Comparação dos valores médios do coeficiente de arrasto (C_d) a $Re = 40$ para diferentes valores do número de Richardson.	87
Tabela 5.6 – Comparação do número de Strouhal para $Re = 100$ e três diferentes números de Richardson.	95
Tabela 5.7 – Comparação dos números de Strouhal e dos coeficientes de arrasto médio para $Re = 1000$ e $Ri = 0$	105
Tabela 5.8 – Valores médios de Cl e \overline{Nu} para $Re = 1000$ e $Ri = 0,5$ com os programas OpenFOAM e IBM-VPM.	108

Lista de abreviaturas e siglas

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
IBM	<i>Immersed Boundary Method</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
MFI	<i>Método da Fronteira Imersa</i>
MPF	<i>Método dos Passos Fracionados</i>
MSI	<i>Modified Strongly Implicit Procedure</i>
MFV	<i>Modelo Físico Virtual</i>
NPL	<i>Número de Pontos Lagrangianos</i>
RANS	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
STL	<i>STereoLithography</i>
VPM	<i>Virtual Physical Method</i>

Lista de símbolos

Letras latinas

a_p, a_e, a_w, a_n, a_s	constantes do sistema linear da pressão
C_d	coeficiente de arrasto
C_{ij}	tensor Cruzado
C_l	coeficiente de sustentação
C_p	coeficiente de pressão
C_s	constante de Smagorinsky
C_x e C_y	coordenadas do centro do cilindro
d_p, d_e, d_w, d_n, d_s	constantes do sistema linear da função indicadora
ds	comprimento entre os pontos lagrangianos
D	diâmetro do cilindro
$D_{i,j}$	função de distribuição
\vec{f}	vetor força euleriana
f	frequência de desprendimento dos vórtices
Fr	número de Froude
G	parcela da função indicadora
g	termo fonte do sistema linear da função indicadora
\vec{F}	vetor força lagrangiana
Gr	número de Grashof
I	função indicadora
k	energia cinética turbulenta
k_f	condutividade térmica

l	escala de comprimento
L_{ij}	tensor de Leonard
\vec{n}	vetor normal
Nu	número de Nusselt médio instantâneo
\overline{Nu}	número de Nusselt médio temporal
Nu_θ	número de Nusselt local
p	pressão
Pr	número de Prandtl
Pr_t	número de Prandtl turbulento
q	polinômio de Lagrange e termo fonte da equação da energia
Re	número de Reynolds
R_{ij}	tensor submalha de Reynolds
Ri	número de Richardson
S	módulo da taxa de deformação do campo filtrado
$S_{i,j}$	tensor taxa de deformação
St	número de Strouhal
t	tempo dimensional
T	temperatura dimensional
T_{ad}	tempo adimensional
u	componente horizontal da velocidade
U_∞	velocidade da corrente livre
\vec{U}	vetor velocidade
v	componente vertical do vetor velocidade
V_f	velocidade de movimentação do cilindro
V_t	velocidade tangencial do cilindro
x	coordenada cartesiana horizontal

\vec{x}	vetor posição euleriano
\vec{x}_k	vetor posição lagrangiano
y	coordenada cartesiana vertical

Letras gregas

α	difusividade térmica
α_t	difusividade térmica turbulenta
δ	função delta de Dirac
$\Delta x, \Delta y$	dimensão em x e y da malha euleriana
ϕ	variável genérica
$\delta\Omega_b$	fronteira do corpo imerso
κ	frequência reduzida
ν	viscosidade dinâmica
$\tilde{\nu}$	variável auxiliar para cálculo da viscosidade turbulenta
ν_t	viscosidade turbulenta
θ	ângulo de cada ponto lagrangiano
Θ	temperatura adimensional
ρ	massa específica
$\tau_{i,j}$	tensor das tensões viscosas
τ_{SGS}	tensor sub-malha
ω	velocidade angular
Ω	rotação específica
ζ	vorticidade

Operadores

Δ	Variação
∂	derivada parcial
$\vec{\nabla}$	operador nabla
\int	integral
Σ	somatório
Π	produtório

Índices

i,j	índice dos pontos da malha euleriana
k	índice dos pontos da malha lagrangiana
f_k	fluido próximo a interface lagrangiana
t	variável turbulenta
n	norte
s	sul
e	leste
w	oeste
$*$	grandeza adimensional, variável estimada
$'$	símbolo de derivada
\sim	variável filtrada
n	contador
ref	valor de referência

Sumário

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Motivação	19
1.1.1	Objetivos	22
1.1.2	Escoamentos Turbulentos	23
1.1.3	O Método da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual	27
1.1.4	O programa OpenFOAM	29
1.2	Organização do trabalho	31
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	32
2.1	Trabalhos envolvendo escoamentos ao redor de um cilindro circular aquecido	32
2.1.1	Trabalhos Experimentais e Analíticos	32
2.1.2	Trabalhos Numéricos	35
2.2	Trabalhos envolvendo o Método da Fronteira Imersa	40
3	MODELO MATEMÁTICO	45
3.1	Descrição matemática do problema	45
3.2	O Método da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual	47
3.2.1	Parâmetros geométricos para um cilindro circular imerso	51
3.3	Parâmetros adimensionais relevantes	52
3.4	Modelagem da Turbulência	54
3.4.1	Método RANS: Modelo de Spalart-Allmaras	54
3.4.2	Método LES: Modelo de sub-malha de Smagorinsky	57
4	MÉTODO NUMÉRICO	58
4.1	O programa IBM-VPM	58
4.1.1	Discretização do domínio euleriano	62
4.1.2	Discretização do domínio lagrangiano	68
4.2	O programa OpenFOAM	70
4.2.1	Imposição das condições iniciais e de contorno e escolha do <i>solver</i>	71
4.2.2	Geração da malha	72
4.2.3	Esquemas numéricos, de solução e controle da simulação	76
5	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	78
5.1	Regime laminar	83
5.1.1	Cilindro estacionário	84

5.1.2	Cilindro rotativo	96
5.2	Regime turbulento	103
5.2.1	Cilindro estacionário	104
5.2.2	Cilindro rotativo	107
6	CONCLUSÕES	109
	A – ALGORITMO DO PROGRAMA IBM-VPM	111
A.1	Cálculo do Campo de Forças/Temperatura lagrangiano	112
A.2	Distribuição do Campo de Forças/Temperatura para a malha eule- riana	113
A.3	Resolução das equações de Navier-Stokes e Energia	114
	REFERÊNCIAS	115
	ANEXO A – ARQUIVOS DE SIMULAÇÃO COM O OPENFOAM	119
A.1	Condições iniciais e de contorno	119
A.2	Arquivos de constantes	120
A.3	Arquivos de controle	123
	ANEXO B – O NUSSELT-CALC	128

1 Introdução

1.1 Motivação

Os escoamentos ao redor de corpos imersos em fluidos são amplamente estudados pela grande frequência com que ocorrem na natureza e em aplicações tecnológicas. Pode-se citar os escoamentos ao redor de pontes, embarcações, edificações, árvores, ilhas, geometrias aerodinâmicas, trocadores de calor, entre outros. Compreender a física envolvida no comportamento do fluido ao percorrer um obstáculo sólido é de grande importância, não somente para o desenvolvimento tecnológico, como também para a previsão de eventos meteorológicos (como é o caso da ocorrência de chuvas orográficas). Dentre as técnicas utilizadas para o estudo desta classe de escoamentos, as simulações numéricas tem se tornado amplamente competitivas, principalmente nas fases iniciais dos projetos de engenharia, por apresentarem baixos custos e grande acessibilidade, pois os computadores atuais são capazes de realizar simulações numéricas complexas e existem versões gratuitas de *softwares* específicos para a análise de escoamentos dos mais variados tipos.

Sabe-se que ao percorrer um obstáculo o fluido é desacelerado pelo sólido, dando origem a fenômenos complexos como o descolamento de camada limite, a formação de esteiras, o desprendimento de vórtices e oscilações do escoamento. Na dinâmica dos fluidos, os corpos rombudos, como esferas e cilindros, produzem altos coeficientes de arrasto, devido principalmente ao descolamento prematuro da camada limite. Já as formas aerodinâmicas retardam o descolamento da camada limite, minimizando o arrasto e muitas vezes produzindo um alto valor do coeficiente de sustentação. Entretanto, corpos rombudos podem gerar sustentação quando em movimento. Isto ocorre, por exemplo, com o emprego de cilindros rotativos posicionados perpendicularmente ao escoamento. Este fenômeno, no qual a rotação de um corpo altera sua trajetória em um fluido, é conhecido como efeito Magnus, em homenagem ao alemão Heinrich Gustav Magnus. No início do século XX foram realizadas algumas tentativas de criar projetos de aeronaves comerciais a partir deste fenômeno. No entanto, as instabilidades, próprias desta classe de escoamentos, inviabilizou a consolidação destes projetos (ao cessar a rotação, cessava-se bruscamente a sustentação e as aeronaves eram incapazes de manter voo).

Uma recente aplicação do efeito Magnus em projetos de engenharia é a construção do navio E-Ship 1, da companhia de energia alemã Enercon, que pode ser visualizado na Fig. 1.1. Ele possui quatro grandes rotores que se elevam do convés e são rotacionados ao redor do próprio eixo com o auxílio de uma ligação mecânica com as hélices propulsoras do navio, de forma a auxiliar na propulsão do navio, similarmente às velas dos navios convencionais, porém a partir do efeito Magnus.



Figura 1.1 – Navio E-Ship 1 da companhia Enercon, utilizado para o transporte de componentes de turbinas eólicas. Fonte: <<http://glomeep.imo.org/technology/flettner-rotors/>>

Assim como a movimentação influencia no escoamento do meio fluido ao redor do corpo, situações em que existe aquecimento (seja do corpo ou do fluido) também modificam significativamente o escoamento resultante. Alguns exemplos de associações destes dois elementos modificadores também podem ser encontrados em várias aplicações práticas, como no caso de medidores de fluxo de processos industriais com transferência de calor, cilindros aquecidos na indústria de papel e celulose, trocadores de calor rotativos de tubo, na perfuração de poços de petróleo, em barras de combustíveis de reatores nucleares, em cabos de aço de pontes suspensas, entre outros.

Vários estudos têm sido conduzidos tendo como objetivo principal uma compreensão mais apurada dos mecanismos resultantes da associação da transferência de calor com o escoamento do fluido e vice versa. A dificuldade em se analisar todos os parâmetros envolvidos, como os números de Reynolds, Prandtl, Nusselt e Strouhal é inerente ao problema. Além disso, os efeitos do aquecimento podem ser avaliados levando-se em conta os efeitos da convecção natural ou não, conforme o tipo do problema estudado, o que acrescenta mais variáveis a serem analisadas. Os efeitos de empuxo em decorrência da variação de massa específica do fluido podem ser contabilizados pelos números adimensionais de Rayleigh, Grashof e Richardson. Para os casos específicos de corpos cilíndricos em rotação ao redor do próprio eixo deve-se avaliar também a influência da rotação do corpo no escoamento. Uma forma que pode ser utilizada para realizar esta análise é através do parâmetro adimensional denominado por rotação específica. Na Figura 1.2 pode-se observar o campo térmico de um cilindro utilizado na indústria de papel e celulose, medido por uma câmera termográfica. A variação térmica irregular ao longo do eixo do cilindro significa

que os operadores terão de eliminar o rolo de papel inteiro. Para controlar corretamente as perdas térmicas, evitando perdas produtivas, é necessário conhecer corretamente os mecanismos de transferência de calor e, para isto, é fundamental o conhecimento da física envolvida.

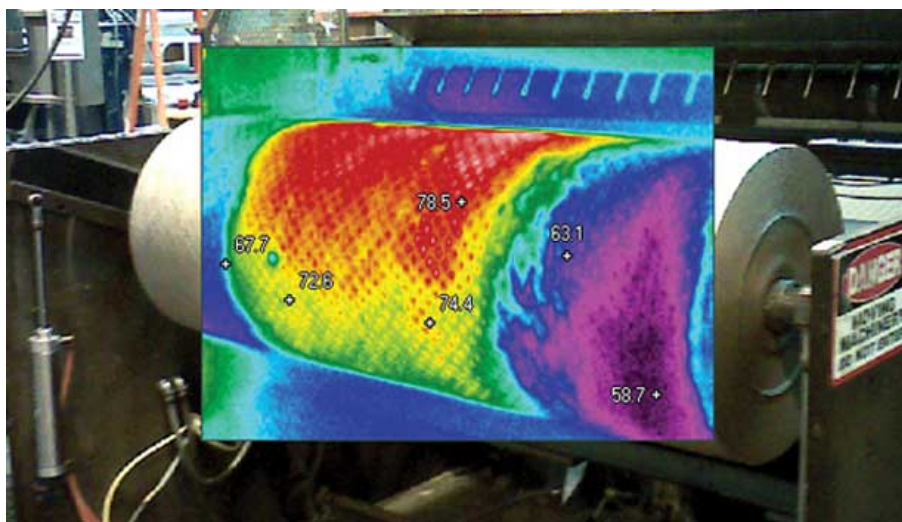


Figura 1.2 – Perfil termográfico de um cilindro aquecido utilizado na indústria de papel e celulose. Fonte: <<http://www.process-heating.com/media/photos/3>>

Em adição às variáveis apresentadas, deve-se considerar ainda a ocorrência da turbulência. A palavra turbulência é empregada para designar diversos tipos de fenômenos que apresentam aspectos comuns de desordem e complexidade, sendo caracterizada por um elevado número de graus de liberdade. A presença de flutuações intrínsecas e distribuídas das propriedades físicas de um escoamento ao longo de uma larga escala de espaço é característica da turbulência nos fluidos. Em decorrência da grande frequência com que ocorre na natureza e de sua grande complexidade, a turbulência nos fluidos tem sido estudada de forma recorrente no meio acadêmico. Ela foi inicialmente observada, com rigor científico, por Osborne Reynolds em 1883, a partir de um experimento no qual investigou o escoamento de água no interior de um duto, a diferentes vazões, com a injeção de um líquido colorido em sua parte central. Posteriormente, Reynolds estimou matematicamente o fenômeno observado, dando origem ao que hoje é conhecido como equações com as médias de Reynolds (RANS).

Escoamentos em que existe a associação de diversos fenômenos, como a turbulência, a transferência de calor, a variação da massa específica e a movimentação da geometria imersa (além de outros, como reações químicas, mudanças de fases, etc) são denominados por escoamentos complexos. Na Figura 1.3 é possível observar a transição de um escoamento laminar para um escoamento turbulento, associado a transferência de calor e com a presença de efeitos de empuxo. Tais escoamentos tem sido alvo de amplo estudo acadêmico por serem de natureza intrinsecamente caótica e possuírem um grande número de variáveis envolvidas.

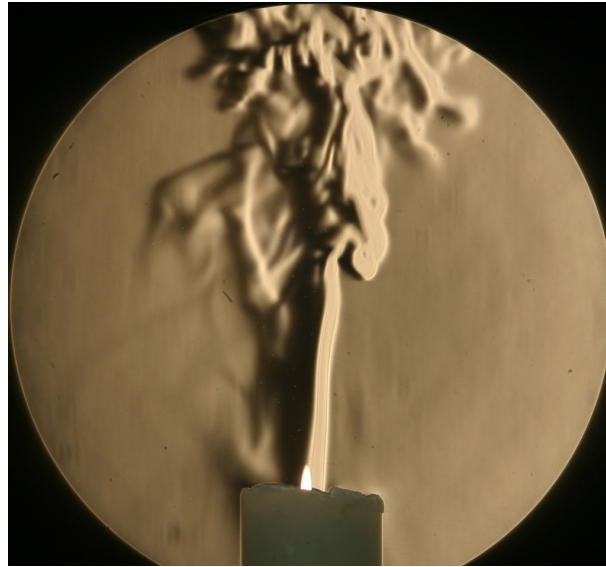


Figura 1.3 – escoamento do ar decorrente do aquecimento e variação de massa específica provocado por uma chama de vela. Fotografia obtida pela técnica Schlieren. Fonte: <<http://technicapture.com/gallery/techniques/schlieren1.jpg>>

1.1.1 Objetivos

O objetivo principal do presente trabalho foi estudar numericamente escoamentos sobre cilindros aquecidos, estacionários e em rotação ao redor do próprio eixo, em regime laminar e turbulento, com o efeito do empuxo. Para esta análise foram empregadas duas metodologias, o Método da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual (MFI/MFV) e o programa OpenFOAM, baseado em volumes finitos.

A metodologia MFI/MFV apresenta a facilidade de representar corpos imersos móveis e em se calcular as forças atuantes sobre as superfícies dos mesmos, comparado com modelos convencionais de malhas adaptativas. Um código particular, denominado IBM-VPM, foi empregado para se estudar o escoamento bidimensional sobre cilindros circulares aquecidos, tanto em regime laminar quanto em regime turbulento, para casos com convecção forçada e mista. Além disso, esta mesma classe de escoamentos foi simulada utilizando o *software* aberto OpenFOAM, a fim de se avaliar os resultados sob diferentes metodologias numéricas. Os principais fatores que influenciam a dinâmica desta classe de escoamento foram analisados utilizando os resultados obtidos pelas simulações numéricas realizadas e comparados com a literatura disponível.

Para realizar a análise do escoamento em regime turbulento foi necessário também realizar um estudo a parte das metodologias numéricas para a modelagem da turbulência. Constituem objetivos secundários do presente trabalho o estudo das metodologias numéricas utilizadas e dos modelos numéricos para a modelagem da turbulência.

A seguir será feita uma breve introdução às principais abordagens numéricas utilizadas para o tratamento de escoamentos turbulentos. Posteriormente será realizada

uma descrição sucinta da metodologia MFI/MFV, destacando suas principais vantagens e desvantagens e justificando sua utilização neste trabalho. Por fim, será feita uma breve descrição do programa OpenFOAM, mencionando suas principais características em relação a outros *softwares* comerciais disponíveis e ressaltando as vantagens de sua utilização no presente trabalho.

1.1.2 Escoamentos Turbulentos

Um princípio fundamental para a resolução de problemas de dinâmica dos fluidos é a hipótese do contínuo, que permite a aplicação das ferramentas do cálculo integral e diferencial aos princípios de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, procedimentos comuns durante a resolução de vários problemas. O fenômeno da turbulência está presente nos termos convectivos destas equações, sendo considerado um dos últimos problemas não resolvidos da mecânica clássica.

As características de escoamento do fluido ao longo do tempo são obtidas pela resolução das equações de conservação e dependem das condições iniciais e de contorno. Conforme o tipo de problema alguns termos podem ser negligenciados ou zerados, de forma a simplificar as equações. Para a maioria dos problemas de engenharia, poucos termos podem ser descartados quando se deseja obter uma modelagem coerente com a física do problema real, sendo necessário a resolução das equações diferenciais em sua forma mais complexa. Assim, exceto para escoamentos muito simples, para os quais é possível realizar uma resolução analítica, faz-se necessário o uso de métodos numéricos para a resolução deste sistema de equações.

O método de resolução por meio de Simulação Numérica Direta - DNS (*Direct Numerical Simulation*) da turbulência é a forma mais simplificada para solucionar o problema de escoamentos turbulentos. No método DNS as equações de Navier-Stokes são discretizadas e resolvidas numericamente sem nenhuma simplificação. A malha deve ser refinada o suficiente para resolver todas as escalas espaciais e os esquemas numéricos devem ser definidos para minimizar a dispersão numérica e de erros. Obtém-se uma solução tridimensional e dependente do tempo para as equações governantes. Tal solução é livre de hipóteses de modelos e os erros, nela introduzidos, ocorrem somente com aproximações numéricas.

A vantagem da metodologia DNS é poder calcular e visualizar resultados difíceis ou até mesmo impossíveis de se medir experimentalmente com grande acurácia, pois o único erro inserido na solução encontrada deve-se aos fatores de aproximação numérica. A desvantagem deste método atribui-se ao fato da exigência de uma malha muito fina (proporcional a ordem de $9/4$ da potência do número de Reynolds) e, em consequência, sua aplicação limita-se a problemas com baixos números de Reynolds, eliminando a grande maioria dos problemas práticos de engenharia.

Em decorrência de suas características, as simulações DNS tem sido realizadas para escoamentos ao redor de geometrias simples e seus dados tem sido utilizados para validação de outras metodologias numéricas utilizadas para tratar a turbulência. Este é o caso, por exemplo, da simulação mostrada na Fig. 1.4, que mostra o escoamento ao redor de um cilindro de seção quadrada a Reynolds 22000. O dados a respeito da evolução temporal dos coeficientes de sustentação e arrasto, assim como as informações sobre os campos de propriedades encontram-se disponíveis *online* para uso de outros pesquisadores.

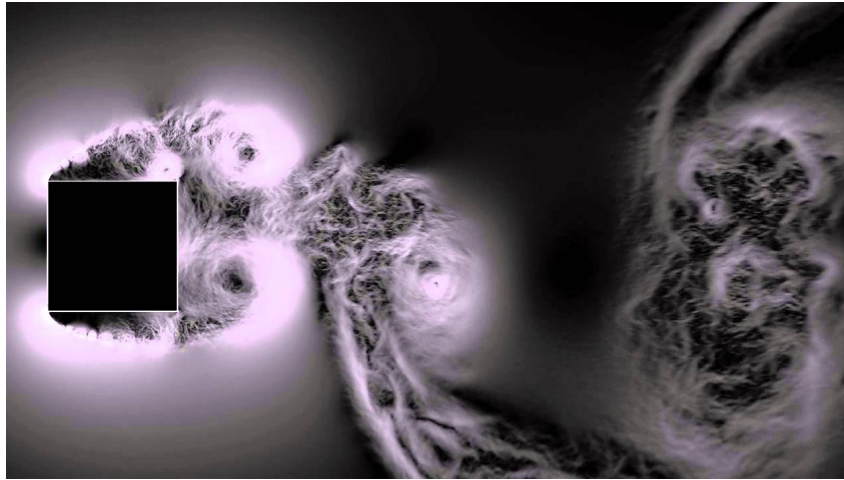


Figura 1.4 – Escoamento ao redor de um cilindro de seção quadrada a Reynolds 22000. Fonte: <http://www.fxtrias.com/forced_convection.html>

Devido à sua limitação (a exigência de elevado processamento computacional) o método DNS não é utilizado para os casos frequentes na engenharia. Para isto existem outras formas de análise de escoamentos, como é o caso dos métodos estatísticos para a média temporal das grandezas sob estudo, denominados por métodos RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) ou método com a média de Reynolds. A proposta de decomposição dos termos de velocidade, pressão e demais variáveis do escoamento em um componente médio e uma parte flutuante foi proposta pela primeira vez por Osborne Reynolds há mais de 100 anos e ainda hoje é utilizada.

Na metodologia RANS considera-se um escoamento turbulento (estatisticamente) estacionário e invoca-se a hipótese da ergodicidade, ou seja, considera-se que as propriedades estatísticas obtidas por uma média de mais de um conjunto de experimentos (médias de conjunto) coincidem com os obtidos pela média de um único experimento realizado, durante um período suficientemente longo de intervalo de tempo (média de tempo). É realizado um algebrismo com os termos médios e flutuantes das propriedades nas equações de Navier-Stokes e Energia, dando origem às equações RANS. Na dedução destas equações surge um termo tensorial, denominado por Tensor de Reynolds, que incorpora os efeitos das flutuações turbulentas que não são resolvidas. A definição matemática deste tensor é usualmente feita pela hipótese de Boussinesq, na qual realiza-se uma aproximação

dos termos flutuantes a partir das quantidades do escoamento médio (que é resolvido), fornecendo o fechamento do problema.

Dentre os modelos que utilizam a hipótese de Boussinesq, conforme a expressão matemática utilizada para a modelagem do tensor turbulento, há diversas formas pelas quais as equações RANS podem ser classificadas. A classificação mais comum leva em consideração o número de equações diferenciais parciais acrescidas ao sistema de equações e que devem ser resolvidas além das equações de Navier-Stokes. Assim, podem ser classificados modelos com zero, uma ou duas equações. Os modelos mais comuns são:

1. Modelos de zero equações:

Tais modelos consideram que a velocidade é proporcional à escala de comprimento e à taxa de cisalhamento. Exemplos:

- Modelo de Prandtl
- Modelo de Smagorinsky
- Modelo de Baldwin-Lomax

2. Modelos de uma equação:

Modelos desenvolvidos para malhas não-estruturadas na indústria aeroespacial; resolve apenas uma equação diferencial com termos convectivos e difusivos, além da expressão para produção e dissipação de ν_t . Exemplo:

- Modelo de Spalart-Allmaras

3. Modelo de duas equações:

Nestes modelos, resolve-se duas equações de transporte para a viscosidade turbulenta, uma equação para a energia cinética turbulenta, κ , e outra equação, que pode ser, por exemplo, para a taxa de dissipação específica da energia cinética, ω , ou para a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, ϵ . Exemplos:

- Modelo κ - ϵ
- Modelo κ - ω

A solução das equações RANS é utilizada atualmente para a resolução de vários problemas práticos de engenharia na previsão de escoamentos complexos. Esta metodologia, entretanto, apresenta o problema de representar amplas escalas temporais. Enquanto as pequenas escalas são fortemente dependentes da viscosidade e pouco afetadas pelas condições de contorno, as largas escalas são fortemente afetadas pelas condições de contorno. O método RANS é incapaz de realizar essa distinção e resolve as equações apenas para o termo médio, desconsiderando os efeitos transientes.

Para os casos em que se deseja, ou nos quais se faz necessário, conhecer os efeitos transientes, uma alternativa é a utilização da metodologia LES (*Large-Eddy Simulation*), também conhecida como modelo de Grandes Escalas. O LES é uma técnica intermediária entre a simulação DNS e a modelagem RANS. Neste método, a contribuição das grandes escalas, detentoras das estruturas turbulentas, responsáveis pela dissipação da energia, são simuladas de forma exata e apenas as pequenas escalas viscosas são modeladas. As pequenas escalas tendem a ser fortemente influenciadas pelos efeitos viscosos e sofrem pouca influência das condições de contorno e por isso podem ser mais facilmente adaptadas de problema a problema do que as equações RANS.

Para separar as escalas o método LES utiliza uma operação de filtro do tipo passa-baixa, no qual separa as grandes amplitudes e baixas frequências (grande escala) das pequenas amplitudes e altas frequências (pequena escala). Este filtro pode ser aplicado às variáveis temporais, espaciais, ou temporais e espaciais. As grandes escalas são resolvidas diretamente e somente os termos presentes nos termos designados às pequenas escalas (viscosas) é que precisam ser modelados. Observa-se a presença de termos dependentes do tempo, o que confere às equações LES maior quantidade de informação em relação às equações RANS. Na Figura 1.5 é ilustrado de forma didática como fica o comportamento dos valores instantâneos de velocidade ao longo do tempo para as metodologias DNS, RANS e LES. É possível notar que a velocidade para o caso do método RANS não varia com o tempo, pois a metodologia baseia-se em uma média temporal. Para os casos das metodologias DNS e LES, os resultados são semelhantes entre si, apresentando mudanças temporais. A velocidade, no caso DNS, varia mais do que na metodologia LES, pois esta última não engloba todas as escalas existentes em um escoamento real.

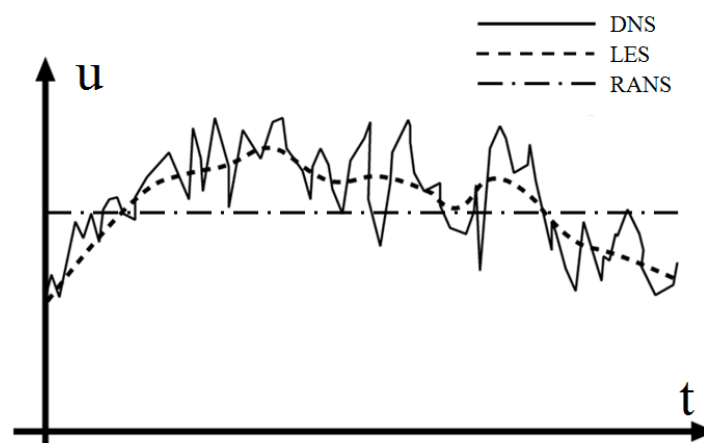


Figura 1.5 – Valores instantâneos de velocidade ao longo do tempo para as metodologias DNS, RANS e LES. Fonte: <<http://www.mechturb.com/numerical-solution-of-fluid-flow/large-eddy-simulation/>>

Há diversos modelos para o tratamento destinado às pequenas escalas (SGS: *Subgrid Scales*, em inglês) e à resolução dos termos matemáticos que a compõe, sendo que alguns

deles são similares aos modelos citados para a modelagem RANS. Conforme realizado para a modelagem do tensor de Reynolds na abordagem RANS, estes modelos são, geralmente, deduzidos a partir da hipótese de Boussinesq. Existem também outros modelos baseados em similaridade energética entre as escalas turbulentas. Conforme o tipo de problema a ser estudado haverá um modelo mais adequado e, ainda hoje, pesquisas tem sido realizadas na área.

1.1.3 O Método da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual

O Método da Fronteira Imersa (*Immersed Boundary Method - IBM*, em inglês) é um método de captura de interface destinado a estudar a interação fluido-estrutura resultante de corpos, em movimento ou não, imersos em fluidos. Possui uma abordagem mista euleriana/lagrangiana para tratar a fronteira do corpo em relação ao meio fluido. Há diversas abordagens para o tratamento da interface, conforme as características da fronteira a ser estudada, que pode ser rígida, possuir comportamento elástico ou inclusive representar a interface de outro fluido.

A metodologia Fronteira Imersa foi proposta pela primeira vez por Peskin (1972) para estudar o fluxo sanguíneo no coração humano. Desde então, numerosas modificações e melhorias vem sendo propostas. Atualmente existem diversas variantes da metodologia e o Modelo Físico Virtual - MFV - (*Virtual Physical Model - VPM*, em inglês) é uma delas. Dentre as diversas abordagens, a principal característica se refere à forma pela qual as condições de contorno são impostas na região de fronteira, ou seja, a forma como é realizada a comunicação entre as malhas euleriana e lagrangiana. Existem duas classificações básicas: a abordagem de força contínua e a abordagem de força discreta. Na abordagem de força contínua uma função, que representa a presença do corpo imerso, é acrescentada às equações de Navier-Stokes e da Energia e, posteriormente, o domínio euleriano é discretizado. Na abordagem de força discreta, as equações são primeiro discretizadas levando em conta apenas o domínio fluido, posteriormente, as células que pertencerem à região de fronteira serão ajustadas para contabilizar a presença do corpo imerso.

No MFI uma das formas de se representar o meio fluido em um domínio bidimensional é através de uma malha retangular cartesiana, denominada por malha euleriana, gerada de forma independente da fronteira do corpo imerso. A fronteira do corpo é representada pelo mesmo contorno de sua superfície. Distribuem-se pontos com espaçamento conhecido sobre este contorno e este conjunto de pontos é denominado por malha lagrangiana. Nas técnicas de malhas adaptativas utiliza-se apenas uma malha euleriana e o contorno do corpo deve ser contabilizado durante a construção da mesma, como observado em cinza na Fig. 1.6. Dentro da fronteira, colorido em cinza, encontra-se o domínio representado pelo corpo Ω_b , quando representado por uma malha adaptativa. Nesta figura também é possível observar as duas malhas utilizadas no MFI: a malha euleriana representando o domínio

fluido Ω_f e a fronteira do corpo imerso, $\partial\Omega_b$, que está discretizada através da malha lagrangiana, por meio dos pontos ilustrados. Conforme demonstrado pela representação gráfica, pode-se observar a vantagem do MFI em relação aos métodos convencionais de malhas adaptativas para os casos em que há movimentação da geometria. Em simulações nas quais são utilizadas malhas adaptativas, como para o caso de movimento de translação do corpo, estas devem ser continuamente atualizadas para compensar a movimentação da geometria, o que não ocorre no MFI.

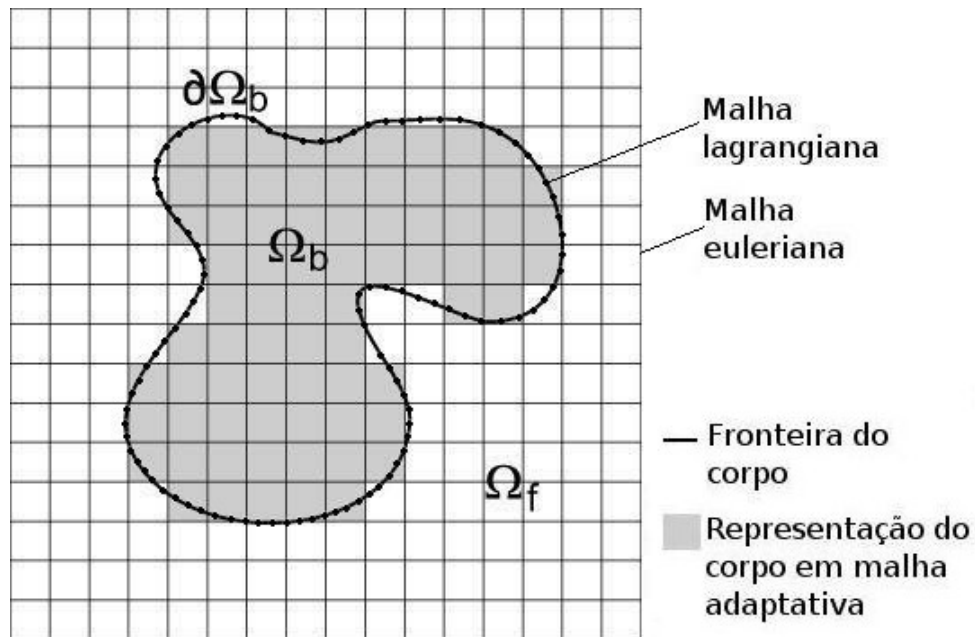


Figura 1.6 – Exemplo de malha mista euleriana/lagrangiana utilizada no MFI.

O MFV utiliza a abordagem de força contínua para a comunicação entre as malhas e foi proposto por Lima E Silva (2002). Nele, a força interfacial é calculada dinamicamente através de um balanço de quantidade de movimento e energia sobre cada partícula de fluido na interface. Posteriormente, os termos fonte de força e energia são distribuídos às partículas de fluido próximas da interface. Assim, impõem-se de maneira indireta as condições de contorno desejadas sobre a fronteira, sem a necessidade da utilização de constantes *ad hoc* para o modelo, como ocorre em outras abordagens de força contínua. Uma outra vantagem do Modelo Físico Virtual é a sua capacidade de se auto-ajustar ao escoamento, pois os termos fonte são obtidos através das próprias equações que modelam o escoamento de forma iterativa e automática.

O Método da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual (MFI/MFV) vem apresentando bons resultados em diferentes simulações e já foi testado em alguns problemas práticos de engenharia para domínios bidimensionais e tridimensionais. Esta metodologia foi escolhida para o estudo no presente trabalho pela facilidade em se representar fronteiras móveis sem a necessidade de reconstruir a malha do domínio a cada iteração.

1.1.4 O programa OpenFOAM

Um outro código utilizado no presente trabalho, o OpenFOAM, é baseado no emprego de malhas adaptativas. O OpenFOAM (*Open Field Operation and Manipulation*) é um programa em código aberto/gratuito para simulações em diferentes áreas, incluindo a dinâmica dos fluidos CFD (*Computational Fluid Dynamics*), produzido pela companhia OpenCFD Ltd. Por ser gratuito, vem sendo utilizado tanto por empresas quanto na área acadêmica para a resolução de problemas em diversas áreas de engenharia e ciência. O OpenFOAM possui recursos capazes de realizar simulações de escoamentos complexos com reações químicas, turbulência e transferência de calor. Também é capaz de resolver problemas envolvendo a dinâmica de sólidos, eletromagnetismo e realizar análises financeiras. O programa inclui ferramentas para o pré e pós processamento, como para a criação de malhas (*blockMesh* e *snappyHexMesh*) e para a análise de resultados (*ParaView*). Na Figura 1.7 encontra-se uma ilustração do pós processamento da simulação da combustão de metano realizada com o OpenFOAM. O resultado do campo de temperaturas é visualizado no programa ParaView. Outra vantagem do OpenFOAM é o suporte para a execução em paralelo, quando se obtém o máximo proveito da capacidade de processamento do computador e a redução do tempo de simulação.

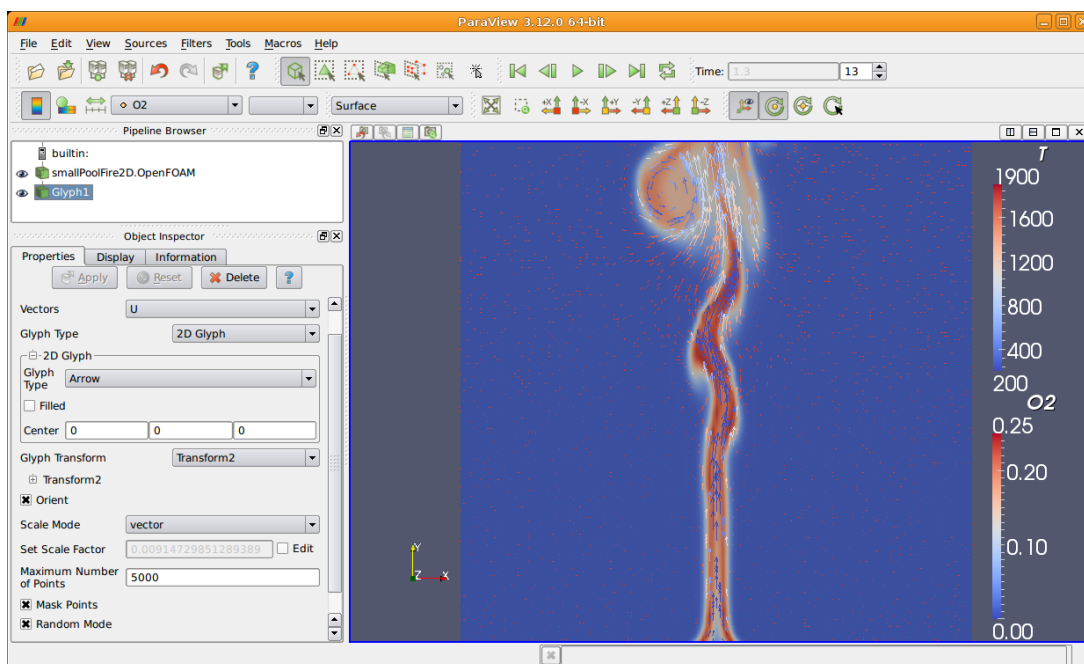


Figura 1.7 – Ilustração do pós-processamento da combustão de metano simulado com o OpenFOAM no programa ParaView. Fonte: <<http://www.paraview.org/>>

O OpenFOAM não possui interface gráfica e funciona de forma modular, sendo que cada informação do problema é armazenada em pastas com arquivos diferentes. Desta forma a reutilização de determinados arquivos, para o caso de problemas similares, é viável. Pode-se configurar casos a partir de outros já resolvidos anteriormente com a simples substituição das condições iniciais e de contorno, uma vez que a física do problema é a

mesma. As pastas contendo os arquivos de controle da simulação e os esquemas numéricos de resolução são simplesmente copiadas, o que agiliza a resolução de problemas da mesma natureza.

O OpenFOAM oferece ainda liberdade para personalizar os modelos existentes, através da implementação de modelos, esquemas numéricos ou metodologias próprias. A documentação do programa, bem como alguns tutoriais para uma seleção de problemas clássicos encontram-se disponíveis na página oficial do programa.

A desvantagem do programa é o fato de não possuir interface gráfica e todos os comandos serem realizados via terminal, pois ele deve ser utilizado com o sistema operacional Linux. Faz-se necessário um conhecimento mais avançado dos modelos matemáticos e físicos que são representados em cada problema, além do conhecimento da linguagem de programação C++ para se ter uma correta manipulação do *software*.

O OpenFOAM foi escolhido para a realização de testes, juntamente com o programa particular IBM-VPM, pelo fato de fornecer bons resultados para o estudo de escoamentos externos além da facilidade de acesso e gratuidade do programa.

1.2 Organização do trabalho

O trabalho foi dividido em seis capítulos. Na introdução foi realizada a apresentação da relevância da classe de escoamento estudada. Uma breve descrição dos principais modelos de turbulência utilizados em trabalhos numéricos foi apresentada. A metodologia MFI/MFV e o programa OpenFOAM, utilizado para realizar as simulações, foram apresentados.

No segundo capítulo é feita a revisão da literatura, referente aos estudos realizados para o escoamento ao redor de cilindros circulares aquecidos. Também os trabalhos que utilizam MFI foram revisados, destacando os trabalhos da literatura com a abordagem MFV, relevantes para o desenvolvimento do presente estudo.

No terceiro capítulo será apresentado o modelo matemático adotado na elaboração deste trabalho. No capítulo são abordadas as equações governantes do problema, alguns parâmetros relacionados a escoamentos ao redor de cilindros circulares aquecidos, as condições de contorno e iniciais aplicadas e a metodologia de Fronteira Imersa. Também foram detalhados as equações para a modelagem turbulenta RANS e LES.

No quarto capítulo são descritos os métodos numéricos utilizados para discretização espacial das equações de Navier-Stokes e Energia, modelagem de fronteiras imersas via MFV, determinação de parâmetros do escoamento e especificamente, para as simulações executadas no programa OpenFOAM, foram apresentados os métodos numéricos de discretização e resolução das equações governantes utilizadas pela programa, assim como o processo de geração da malha adaptativa utilizada.

No quinto capítulo os resultados das simulações executadas para ambos os programas são apresentados. Inicialmente para um cilindro aquecido estacionário e, em seguida, para cilindros aquecidos rotativos. Foram analisados os efeitos do aquecimento, da rotação e da associação entre aquecimento e rotação no escoamento ao redor do cilindro. Foi proposta uma correlação para os coeficientes adimensionais característicos a partir dos resultados obtidos.

No sexto capítulo está presente o fechamento do trabalho, com as conclusões e as sugestões de aprofundamento do estudo nesta classe de escoamentos, assim como propostas de melhorias para o código numérico.

2 Revisão Bibliográfica

Dada a importância dos escoamentos sobre corpos imersos e a variedade de métodos numéricos existentes para se estudar escoamentos complexos, que envolvem fenômenos como a transferência de calor ou a turbulência, optou-se por uma revisão bibliográfica em separado de cada tema. A seguir, são apresentados alguns estudos realizados de escoamentos sobre cilindros aquecidos, estacionários ou rotativos, imersos em fluido em repouso ou com escoamento incidente. Os trabalhos citados foram conduzidos para a geometria de um cilindro circular pois, além desta geometria possuir um número considerável de aplicações práticas, sua simplicidade permite uma análise mais profunda da física envolvida, com a validação das metodologias empregadas. Ao final do capítulo são citados alguns trabalhos que utilizaram o Método da Fronteira Imersa para a análise de escoamentos sobre corpos imersos. Foi realizada uma abordagem especial para o Modelo Físico Virtual, que foi utilizado no presente trabalho.

2.1 Trabalhos envolvendo escoamentos ao redor de um cilindro circular aquecido

A transferência de calor em corpos em movimento e imersos em fluidos é um problema de vasta aplicação na engenharia. A física envolvida neste processo é complexa e tem sido estudada tanto experimentalmente quanto numericamente e, de forma mais restrita, analiticamente. O estudo de fenômenos conjugados, como é o caso da transferência de calor por convecção mista decorrente de escoamentos com velocidades incidentes ortogonais em relação à direção de atuação da força de empuxo, possui uma quantidade menor de referências na literatura. Na sequência, são listadas referências de estudos relativos à convecção forçada, natural e mista em cilindros aquecidos, estacionários e rotativos, para escoamentos com velocidades incidentes ortogonais ou configurações com o fluido em repouso.

2.1.1 Trabalhos Experimentais e Analíticos

Na década de 50 diferentes trabalhos experimentais foram realizados, como os de Anderson e Saunders (1953), que investigaram experimentalmente a transferência de calor em cilindros rotativos aquecidos imersos no ar em repouso. Os autores encontraram um valor crítico de número de Reynolds (baseado na velocidade superficial do cilindro), abaixo do qual o número de Nusselt passa a ser praticamente independente de Reynolds. Este valor de Reynolds passou a ser denominado de Reynolds crítico e depende de cada

configuração experimental. Os autores, com considerações teóricas, chegaram à conclusão de que o número de Reynolds crítico é igual a $Re_{cr} = 1,09 Gr^{1/2}$. Abaixo deste valor, predominam os efeitos de convecção natural. Acima deste valor predominam os efeitos de convecção forçada e o número de Nusselt pode ser descrito como uma função do número de Reynolds ($\overline{Nu} = 0,1 Re_D^{2/3}$) e praticamente independe do número de Grashof.

Etemad (1955) estudou experimentalmente a transferência de calor e o escoamento de ar (inicialmente em repouso) ao redor de cilindros rotativos aquecidos. Com uma faixa de Reynolds variando entre 0 e 65.400, descobriu que o escoamento deixa de ser puramente laminar com Reynolds igual a 900 (valor calculado para a velocidade superficial do cilindro). Os dados experimentais de Etemad (1955) foram muito semelhantes aos de Anderson e Saunders (1953). Nos resultados dos autores, para números de Reynolds abaixo de 1000 o número de Nusselt depende primordialmente do número de Grashof. Para valores de Reynolds entre 1000 e 8000, o número de Nusselt depende de Grashof e Reynolds ($\overline{Nu} = 0,11 (Pr(0,5Re_D^2 + Gr))^{0,35}$). Para números de Reynolds maiores do que 8000, o número de Nusselt é independente de Grashof ($\overline{Nu} = 0,076Re_D^{0,7}$).

Dropkin e Carmi (1957) estudaram experimentalmente o problema de convecção natural de um cilindro rotativo imerso no ar quiescente. Os resultados experimentais abrangeram valores de Reynolds até 43.300 e velocidades de rotação anti-horária até 150 rpm. Os resultados obtidos demonstraram que o movimento de rotação do cilindro se opõe ao movimento ascendente de convecção natural em um dos lados, e reforça o movimento ascendente do ar no lado oposto, de forma a induzir diferenças locais no número de Nusselt. A correlação encontrada para números de Reynolds maiores do que 15.000 foi de $\overline{Nu} = 0,073Re_D^{0,7}$. Para as condições em que há convecção mista, a correlação encontrada é expressa por $\overline{Nu} = 0,095(0,5Re_D + Gr)^{0,35}$. Ambas as expressões foram muito semelhantes às registradas por Anderson e Saunders (1953).

Seban e Johnson (1959) mediram experimentalmente a transferência de calor de um cilindro rotativo imerso em óleo inicialmente em repouso. Os resultados cobriram um intervalo de número de Prandtl entre 150 a 660, com números de Reynolds até $5 \cdot 10^4$, e demonstraram uma dependência crescente da taxa de transferência de calor decorrente da convecção natural com relação ao aumento do número de Prandtl. Deduziram que, para a região de predomínio da convecção natural, na qual o escoamento é laminar, o efeito da rotação do cilindro na taxa de transferência de calor está relacionado apenas com o número de Reynolds e o número de Prandtl. A correlação encontrada está de acordo com os resultados obtidos por Anderson e Saunders (1953), Etemad (1955) e Dropkin e Carmi (1957) realizados com o ar para esta mesma faixa de valores adimensionais. Para valores mais altos de rotação, os efeitos da convecção natural desaparecem e os resultados com óleo podem ser comparados de forma muito similar àqueles encontrados para o ar.

Becker (1963) analisou experimentalmente os valores de transferência de calor

para um cilindro horizontal rotativo aquecido e imerso em água inicialmente em repouso. Os valores encontrados foram obtidos para as faixas de Reynolds nas quais os efeitos de convecção natural podem ser desprezados. Os resultados experimentais foram então correlacionados utilizando expressões em termos dos números de Nusselt, Reynolds e Prandtl. Para o intervalo em que $1000 < Re_D < 46.000$ e $2,2 < Pr < 6,4$ tem-se $\overline{Nu} = 0,111Re_D^{2/3}Pr^{1/3}$. O resultado também concorda bem com os resultados obtidos por Anderson e Saunders (1953).

Badr (1983) estudou analiticamente a convecção mista ao redor de cilindros aquecidos estacionários para valores de Reynolds em relação à velocidade da corrente incidente entre 1 e 40. A direção do escoamento foi considerada horizontal e perpendicular à direção do eixo do cilindro. Os valores de Grasshoff variaram de 0 a 6400 ($0 \leq Ri = Gr/Re^2 \leq 4$) e o número de Prandtl foi fixado em 0,7. Os resultados obtidos pelas equações foram comparados com resultados experimentais, demonstrando boa concordância. O comportamento temporal e espacial das linhas de corrente e isoterms ao redor do cilindro foi analisado e a influência do fenômeno térmico no escoamento foi discutida.

Kendoush (1996) apresentou uma solução analítica aproximada para o problema de transferência de calor em um cilindro horizontal rotativo com um escoamento incidente, considerando as regiões de camada-limite laminar e um meio fluido de extensão grande o suficiente para que os efeitos de parede, ao redor da qual o fluido pudesse estar confinado, fossem desprezados. Através do uso de decomposições adequadas para os componentes de velocidade na equação da energia, e desprezando os efeitos de convecção natural, a solução encontrada para o valor de Nusselt médio é $\overline{Nu} = 0,6366(RePr)^{1/2}$. O resultado pode ser comparado de forma satisfatória com outros trabalhos, como o de Badr (1983).

Ozerdem (2000) estudou experimentalmente a convecção ao redor de um cilindro rotativo aquecido envolto em ar inicialmente em repouso. Os coeficientes médios de convecção foram medidos utilizando-se pirômetros de radiação. Todas as medidas foram tomadas para a região na qual a convecção natural não possui efeitos consideráveis, de forma que as variações de Nusselt fossem dependentes apenas da rotação. De acordo com os resultados experimentais, e para um intervalo $2000 < Re_D < 40.000$, a correlação proposta foi $\overline{Nu} = 0,318Re_D^{0,571}$.

Abdella e Magpantay (2007) estudaram analiticamente a transferência de calor transiente em um cilindro rotativo isotérmico para os casos de convecção mista e forçada, partindo de uma velocidade incidente não uniforme e com características cisalhantes. Os resultados obtidos servem para a avaliação dos estágios iniciais do comportamento do escoamento e da transferência de calor ao redor do cilindro. Os resultados foram obtidos a partir de expansões em séries de potência, com a utilização de parâmetros apropriados para a modelagem da camada limite e com correlações para o número de Nusselt em relação ao número de Reynolds. Foi utilizado um valor de Prandtl igual a unidade por questões de

simplificações numéricas. Abdella e Magpantay (2007) compararam os resultados obtidos com os resultados numéricos para convecção mista e forçada obtidos por outros estudos, como os conduzidos por Anderson e Saunders (1953), e obtiveram boa concordância.

Ma et al. (2015) realizaram um estudo experimental para investigar a taxa de transferência de calor e o comportamento do escoamento ao redor de um cilindro rotativo. O valor de Reynolds de transição foi investigado. Foram testados valores no intervalo entre $0 \leq Re_D \leq 7,5 \cdot 10^4$. Para o aparato experimental foram utilizados termopares Ni-Cr-Ni acoplados à superfície do cilindro em posições angulares distintas. O ambiente foi isolado e um aquecedor no centro do cilindro foi utilizado. Os autores observaram as diferenças locais no número de Nusselt e mediram o valor de Reynolds crítico abaixo do qual o valor de Nusselt médio permanece praticamente constante e independe de Reynolds. O valor de Grashof do experimento foi fixado em $2,3 \cdot 10^8$. As diferenças locais no número de Nusselt foram associadas, conforme apontadas por Dropkin e Carmi (1957), à oposição do movimento ascendente de convecção natural em um dos lados e reforço do movimento ascendente do ar no lado oposto.

A seguir serão listados alguns trabalhos sobre cilindros circulares aquecidos que utilizam a abordagem numérica para estudo.

2.1.2 Trabalhos Numéricos

Ball e Farouk (1985) conduziram estudos numéricos e experimentais nos quais a convecção mista ao redor de um cilindro rotativo isotérmico foi estudada. A solução numérica obtida foi calculada para os intervalos de $1,39 \cdot 10^3 < Gr < 1,39 \cdot 10^6$, números de Reynolds em relação à velocidade da corrente incidente de até 50 e $Pr=0,7$. Estes autores obtiveram resultados em que o valor de Nusselt médio decresce com o aumento da rotação do cilindro. Para valores em que o número adimensional de Richardson $Ri = Gr/Re^2$ é igual à unidade, encontraram problemas de instabilidade. Levantaram a hipótese de que esta instabilidade é gerada devido à presença de escoamentos secundários tridimensionais que aparecem próximos à região em que $Ri = 1$. Para valores em que $0 < Ri < 1$ o valor de Nusselt médio comporta-se de forma praticamente constante, embora os valores de Nusselt locais sejam altamente influenciados pelos valores de Ri .

Abu-Hijleh e Heilen (1998) resolveram numericamente o problema da transferência de calor por convecção mista para o regime laminar em um cilindro isotérmico rotativo imerso no ar em repouso. O estudo abrangeu valores de Reynolds entre $5 < Re_D < 450$ e valores de Richardson entre $0,1 < Ri < 10,0$. Uma correlação para o Nusselt médio como uma função do número de Reynolds e do parâmetro de flutuabilidade Richardson foi proposta como $\overline{Nu}_D = 1,586 + 0,05189Re_D^{0,7072}[-0,4497 + 2,254Gr_D/Re_D^{0,5978}]$. Esta correlação apresenta bons resultados comparados com valores experimentais e demais correlações propostas.

Patnaik, Narayana e Seetharamu (1999) estudaram numericamente os efeitos da convecção mista para escoamentos a diferentes direções de fluxo térmico (para cilindros sendo aquecidos ou resfriados). Foram testados valores de Reynolds de 20 e 40, números de Richardson variando entre -1 e 1 e número de Prandtl 0,71. Para as simulações a direção do escoamento e a direção dos efeitos gravitacionais (de empuxo) eram coincidentes, porém, possuíam sentidos opostos. Foram analisadas as linhas de corrente, as estruturas vorticosas e a evolução temporal dos coeficientes de sustentação e arrasto. Os valores médios de Nusselt e Strouhal foram calculados e a variação local do número de Nusselt foi levantada para a avaliação dos efeitos convectivos nos escoamentos com convecção mista.

ALCÂNTARA PEREIRA e Hirata (2003) estudaram numericamente o escoamento ao redor de um cilindro circular estacionário aquecido para o caso de convecção forçada ($Ri = 0$) e regime turbulento ($Re = 1000$). Utilizaram um método misto com malha euleriana e lagrangiana e o método de vórtices associado ao método de partículas. Nas vizinhanças da superfície do cilindro, partículas térmicas foram introduzidas no campo do escoamento, juntamente com partículas de vorticidade, e o escoamento foi resolvido observando o movimento destas partículas. Os resultados foram comparados com resultados experimentais e demonstraram boa concordância.

Ren, Rindt e Steenhoven (2004) estudaram numericamente e experimentalmente o processo de formação de vórtices tridimensionais na esteira de um cilindro aquecido a baixos números de Reynolds. Para o estudo experimental utilizaram uma técnica eletroquímica de visualização da precipitação de estanho e uma técnica de velocimetria de partículas de alta resolução bidimensional (2D). Para o estudo numérico utilizaram um método de elemento espectral 3D. O escoamento na esteira foi estudado por meio de dois perfis planos perpendiculares. Para um número de Reynolds de 100 e um número de Richardson maior do que 1, plumas térmicas ocorrem na esteira mais a jusante. Pares de vórtices contrarotativos com um comprimento de onda da ordem do comprimento de dois diâmetros do cilindro foram detectados na região de esteira mais próxima. Além disso, observaram uma diferença no movimento do escoamento para diferentes níveis de aquecimento. O processo de desprendimento de vórtices para aquecimentos a $Ri < 1$ é bastante semelhante ao de um cilindro não aquecido, sendo um escoamento tipicamente 2D. Para os casos de $Ri \geq 1$, observaram que o escoamento eleva-se de baixo para cima a partir da metade da esteira. Isto ocorre pois, através de análises do campo térmico, foi possível identificar uma região de estratificação térmica instável na direção da gravidade. Isto indica que o movimento ascendente é induzido pela força de empuxo quando o gradiente de temperatura é suficientemente grande.

Kieft, Rindt e Steenhoven (2007) estudaram numericamente o mecanismo de desprendimento de vórtices para o escoamento ao redor de um cilindro circular aquecido com escoamento perpendicular aos efeitos gravitacionais. A simulação foi realizada para o

valor de Reynolds igual a 75, número de Prandtl 0,7 e valores de Richardson entre 0 e 1. O processo de formação, evolução e desprendimento de vórtices foi analisado, assim como a distribuição de temperaturas foi apresentada com o auxílio de isotermas. Concluíram que, devido ao aquecimento do fluido, há um processo de desbalanceamento de forças, levando a uma assimetria na esteira a jusante.

Biswas e Sarkar (2009) estudaram o efeito da convecção térmica no escoamento ao redor de um cilindro aquecido para o caso de escoamento perpendicular aos efeitos gravitacionais. Analisaram casos de Reynolds entre 10 e 45, para número de Prandtl 0,7 e número de Richardson entre 1 e 2. Demonstraram que, devido ao desbalanceamento do escoamento, para determinado valor de Richardson crítico, a esteira vorticosa começa a aparecer, mesmo para valores baixos de número de Reynolds. Os ângulos de separação para estes casos foram calculados, assim como os valores médios de Strouhal. As variações locais de Nusselt para os experimentos também foram avaliadas e concluiu-se que os valores médios também variavam temporalmente, reforçando a periodicidade encontrada.

Nobari e Ghazanfarian (2010) estudaram numericamente a transferência de calor em um cilindro, a diferentes rotações e a diferentes frequências de oscilação, imerso em um domínio com fluido inicialmente em repouso. Neste trabalho o método de elementos finitos e uma malha dinâmica não estruturada, em um código particular bidimensional, foram utilizados. Observou-se que a frequência de desprendimento de vórtices relaciona-se com a frequência de oscilação e que a rotação modifica o padrão de desprendimento. Também foi observado que o número de Nusselt diminui com o aumento da rotação, conforme resultados para cilindros rotativos sem oscilação. No entanto, a influência da oscilação isoladamente apresentou efeitos de acréscimo no número de Nusselt. A oscilação também contribuiu para o desprendimento dos vórtices. Para os casos com menores valores de Reynolds, o escoamento passa a ter comportamentos mais similares aos de convecção forçada, cuja taxa de transferência de calor é superior à de convecção natural.

Paramane e Sharma (2010) estudaram os efeitos combinados da convecção mista associada à rotação de cilindros aquecidos para escoamentos transversais (nos quais os efeitos de empuxo são perpendiculares ao escoamento incidente). Simularam valores de Reynolds iguais a 40 e a 100, rotação específica entre 0 e 8, número de Prandtl 0,7 e números de Richardson iguais 0 (convecção forçada), 0,5 e 1. Descobriram que a partir de valores críticos de rotação, para cada conjunto de valores de números de Reynolds e Richardson, o desprendimento de vórtices é suprimido. Com um aumento ainda maior da rotação, uma nova frequência de desprendimento surge, com valor inferior ao valor inicialmente registrado para baixos valores de rotação. A evolução temporal, assim como os valores médios para os coeficientes de sustentação, arrasto e Nusselt foram analisados, demonstrando que a rotação pode ser utilizada para redução do arrasto e diminuição da transferência de calor.

Bhattacharyya e Singh (2010) estudaram o processo de desprendimento de vórtices ao redor de um cilindro circular estacionário sujeito a um escoamento transversal para valores de Reynolds entre 50 e 200 e valores de Richardson entre 0 e 2. O papel dos efeitos convectivos na indução de vorticidade baroclínica e esteira foi estudado. Foram calculados os valores médios de Nusselt e coeficientes de arrasto para todas as simulações e sua evolução temporal foi analisada em alguns dos casos estudados. O padrão de escoamento encontrado para os casos foi assimétrico e os valores de coeficientes de sustentação negativos. Isto ocorre pois o fluido mais aquecido próximo ao cilindro sobe devido à variação de massa específica, de forma que a velocidade final na parte de baixo do cilindro é maior do que a velocidade na parte superior. Em decorrência deste desbalanceamento de velocidade o cilindro passa pela experiência de uma força líquida de sustentação negativa.

Sarkar, Dalal e Biswas (2011) estudaram o efeito da convecção mista em escoamentos transversais sobre um cilindro estacionário para diferentes valores de números de Prandtl. Analisaram valores de Reynolds entre 80 e 180, valores de Richardson variando de 0 a 2 e números de Prandtl entre 0,7 e 100. Para as simulações de convecção forçada, observaram um perfil do tipo coronário nos contornos de temperatura, com o aumento do número de Prandtl. Para os casos de convecção mista, observaram que o aumento do número de Prandtl provocou um decréscimo na força e deflexão das estruturas vorticosas, bem como nos números de Strouhal, demonstrando que o aumento no número de Prandtl provoca um efeito de estabilização do escoamento. Os gráficos de Nusselt médio para variadas combinações de números de Richardson, Reynolds e Prandtl foram apresentados e demonstraram um decréscimo no número de Nusselt com o aumento de Richardson.

Boirlaud, Couton e Plourde (2012) realizaram uma simulação numérica direta tridimensional de um escoamento turbulento transversal ao redor de um cilindro aquecido, levando em consideração os efeitos convectivos gravitacionais. O número de Richardson estudado foi igual a 2,77 e o número de Reynolds igual a 1.000. O objetivo da simulação foi estudar o desenvolvimento do escoamento em decorrência das instabilidades térmicas ao longo do cilindro e sua interação com os efeitos de cisalhamento da camada limite na parte superior do cilindro. Verificaram o comportamento assimétrico do escoamento ao redor do cilindro devido ao aquecimento. O escoamento resultante possui características complexas que envolvem instabilidades de Kelvin-Helmholtz, processos de pura difusão convectiva e a formação da esteira de Von Kármán, sendo que esta última se apresenta de forma significativamente desviada para cima em decorrência das forças térmicas de empuxo. Apresentaram diversas figuras contendo os contornos instantâneos de velocidade e temperatura, assim como gráficos com a distribuição espectral da velocidade longitudinal para três pontos diferentes localizados próximo ao cilindro.

Chatterjee e Mondal (2012) estudaram os efeitos da convecção mista nos mecanismos de desprendimento de vórtices atrás de um cilindro estacionário aquecido. Testaram valores

de Reynolds entre 10 e 45, valores de Richardson entre 0 e 2 e número de Prandtl 0,7. Assim como Biswas e Sarkar (2009), observaram que a partir de certo valor crítico do número de Richardson, mesmo para valores baixos de Reynolds, surge um desprendimento periódico de vórtices. Apresentaram campos com linhas de corrente e isothermas para algumas das simulações, assim como a evolução temporal dos coeficientes de sustentação e arrasto, demonstrando a periodicidade do desprendimento. No entanto, ao contrário dos valores apresentados por Biswas e Sarkar (2009), os valores de Richardson crítico foram menores e mais próximos aos encontrados por Paramane e Sharma (2010).

Elghnam (2014) realizou estudos numéricos e experimentais para investigar a transferência de calor de cilindros horizontais isotérmicos rotativos imersos em ar quiescente não confinado. O estudo numérico foi realizado em pacote comercial (Fluent). O objetivo primordial da simulação numérica era o estudo dos campos de propriedades. Foram analisados escoamentos nos intervalos de $1.880 \leq Re_D \leq 6.220$ e de $14.285 \leq Gr \leq 714.285$. Os resultados obtidos foram semelhantes aos resultados obtidos por Anderson e Saunders (1953) e Etemad (1955). Elghnam concluiu que há uma faixa de Reynolds na qual prevalece a convecção natural, de forma que Nusselt correlaciona-se apenas com Grashof, e um intervalo no qual predomina a convecção mista, de forma que Nusselt é uma função de Reynolds e Grashof. A partir de certo valor de Reynolds, a convecção natural pode ser desprezada e apenas os efeitos de convecção forçada são importantes, de forma que Nusselt é uma função apenas de Reynolds. Vale ressaltar que o autor concluiu que para os casos com altos valores de Reynolds as diferenças locais no número de Nusselt tenderam a desaparecer e a transferência de calor tornou-se radialmente uniforme.

Sufyan, Manzoor e Sheikh (2014) realizaram estudos numéricos para avaliar os efeitos da rotação, número de Prandtl e diferenças na condição de contorno para a transferência de calor por convecção em um cilindro rotativo, em regime laminar. Foram avaliados casos na faixa de Reynolds entre 5 e 40, Prandtl variando entre 0,7 e 67 e rotação específica entre 0 e 5. O estudo foi realizado em pacote comercial (FLUENT), para uma geometria bidimensional. Foram testadas as condições de contorno para uma temperatura na superfície do cilindro constante e para fluxo constante. Os resultados foram comparados com os resultados experimentais de Seban e Johnson (1959) e uma nova correlação para o cálculo do número de Nusselt local foi proposta.

Chatterjee e Sinha (2016) estudaram o fenômeno de desprendimento de vórtices na esteira de um cilindro aquecido para diferentes valores de número de Prandtl e rotação específica. As simulações abrangeram valores de Prandtl a 0,71, 7 e 100, valores de Richardson entre 0 e 2, número de Reynolds 40 e rotações específicas variando entre 0 e 4. Observaram novamente que a partir de valores críticos de Richardson o fenômeno de desprendimento de vórtices ocorre mesmo para valores baixos de Reynolds, como 40. Os autores propuseram um abordagem baseada no modelo estendido de Stuart-Landau

para estimar o valor crítico de Richardson a partir do qual há desprendimento vorticoso. Observaram que, em decorrência do efeito estabilizador do número de Prandtl, maiores são os valores do número de Richardson crítico para desestabilizar o escoamento, conforme Prandtl se eleva. Notaram que a rotação possui efeito estabilizador semelhante, aumentando o valor de Richardson crítico, além de reduzir os efeitos de troca térmica (menores valores médios de Nusselt com o aumento da rotação específica), assim como foi observado por Sarkar, Dalal e Biswas (2011).

Kumar et al. (2016) estudaram o escoamento ao redor de um cilindro estacionário aquecido com o efeito do empuxo para diferentes valores de número de Reynolds ($10 \leq Re \leq 35$), Prandtl ($0,25 \leq Pr \leq 100$) e Richardson ($0 \leq Ri \leq 2$). Os autores verificaram que para valores fixos de Pr e Re o escoamento a jusante do cilindro torna-se assimétrico à medida que Ri aumenta, com a diminuição da bolha de recirculação até seu desaparecimento a um valor crítico de Ri . Com Re e Ri fixos, ao se aumentar Pr , notaram que a bolha de recirculação também diminui até desaparecer para um valor crítico de Pr . No entanto, os autores observaram que a bolha de recirculação volta a aparecer após um valor crítico de Pr , superior ao valor crítico de supressão da bolha. A valores muito elevados do número de Pr , notaram que o escoamento na esteira mais afastada da região do cilindro retoma a simetria, aproximando-se da esteira para os casos em que $Ri = 0$. Para valores moderados de Pr , no entanto, a assimetria do escoamento permanece presente em toda a esteira mais distante. A geração das plumas térmicas foram encontradas nos pontos do cilindro onde ocorrem o mínimo valor de Nusselt local. Os autores concluíram que os locais de geração de pluma térmica e de separação do escoamento no cilindro tendem a se aproximar com o aumento do número de Pr .

A seguir serão apresentados alguns trabalhos envolvendo a metodologia da fronteira imersa.

2.2 Trabalhos envolvendo o Método da Fronteira Imersa

A metodologia da Fronteira Imersa foi proposta pela primeira vez por Peskin (1972) para estudar o fluxo sanguíneo no coração humano. Fogelson e Peskin (1988) desenvolveram um método numérico para a resolução das equações de Navier-Stokes na forma tridimensional com a presença de partículas suspensas. Os autores estudaram o fenômeno de agregação das plaquetas durante o coágulo sanguíneo. Obtiveram através de simulação numérica o processo de sedimentação de várias partículas com influência da gravidade.

Beyer (1992) realizou estudos relacionados à modelagem do ouvido interno humano, com o objetivo de compreender o sistema auditivo. A modelagem matemática e computacional do ouvido interno humano apresentada na pesquisa foi desenvolvida em

um domínio bidimensional, apresentando um canal com dois escoamentos separados por uma membrana flexível, cuja rigidez estrutural possuía variação exponencial com seu comprimento. O método apresentado pelo autor é uma variação do método desenvolvido por Peskin (1972). As modificações envolveram a forma de resolução do escoamento e a forma de realizar a transferência das forças da fronteira para o fluido. Beyer (1992) comparou a resolução das equações de Navier-Stokes e fez uma combinação de formas explícita e implícita no cálculo das forças da fronteira imersa. Para tornar o cálculo das forças exercidas nos pontos da fronteira imersa mais viável, foi realizada uma linearização no processo. O autor concluiu que o método utilizado prevê o comportamento auditivo do ouvido interno em relação às ondas sonoras e demais partes do ouvido interno humano. Os resultados obtidos das simulações foram semelhantes a outros resultados apresentados na literatura para problemas semelhantes.

Goldstein, Handler e Sirovich (1993) desenvolveram um método espectral para a solução das equações de Navier-Stokes, também baseado no Método da Fronteira Imersa, no qual foram inseridas as forças devido a presença do corpo para o caso de simulações com obstáculos sólidos no interior do escoamento. Simularam o escoamento em torno de cilindros a baixos e altos números de Reynolds, com a finalidade de validar o método proposto. O modelo apresentado para o cálculo da força na malha lagrangiana contém duas constantes *ad hoc*, α e β , a serem ajustadas. Os resultados obtidos pelos autores foram comparados com a literatura disponível e os autores verificaram uma rápida convergência e eficiência do método.

Peskin e McQueen (1993) simularam numericamente problemas de biodinâmica, utilizando uma formulação mista euleriana-lagrangiana das equações da elasticidade. A descrição Lagrangiana foi utilizada para o cálculo da força elástica e a interação entre as duas formulações foi realizada pela aproximação da função delta de Dirac, de tal forma que a força elástica atuasse gerando interação entre o fluido e o material elástico. As equações do fluido foram discretizadas pelo método das diferenças finitas, utilizando uma malha retangular fixa, e as equações da elasticidade foram modeladas de modo que os pontos da malha lagrangiana fossem conectados por molas. Uma das aplicações do método foi na construção de um modelo do coração humano, em que o músculo cardíaco é o material elástico imerso no fluido sanguíneo.

Lima E Silva (2002) desenvolveu um modelo denominado Modelo Físico Virtual (MFV) para o cálculo da força interfacial lagrangiana. O MFV é baseado nas equações de Navier-Stokes, isto é, a força é calculada dinamicamente através de um balanço de forças sobre uma partícula de fluido na interface. Esta força calculada é inserida como termo fonte nas equações de Navier-Stokes. Assim, impõem-se de maneira indireta, a condição de contorno desejada sobre a fronteira. O Modelo Físico Virtual tem a capacidade de se auto-ajustar ao escoamento uma vez que a força necessária para “frear” as partículas

de fluido próximas a interface é calculada de maneira automática. No modelo MFV não existem constantes a serem ajustadas e não é necessário o conhecimento prévio das malhas vizinhas à interface. A força interfacial é calculada nos pontos Lagrangianos e distribuída para os pontos Eulerianos vizinhos, com o auxílio de uma função tipo Gaussiana. Este método vem apresentando bons resultados em diversas simulações.

Lima E Silva, Silveira-Neto e Damasceno (2003) testaram a metodologia MFI/MFV em domínios bidimensionais para diversos problemas, como o escoamento de Poiseuille e sobre cilindros circulares. Os coeficientes de sustentação e de arrasto e o número de Strouhal foram calculados para o caso de um cilindro imerso e comparados com resultados experimentais e numéricos anteriores, para diferentes números de Reynolds ($10 \leq Re \leq 300$) demonstrando bons resultados. Dentre outros trabalhos desenvolvidos com esta metodologia pode-se citar: escoamentos em torno de obstáculos a altos Reynolds, em Oliveira (2006); escoamentos em torno de geometrias complexas, em Oliveira, Lima E Silva e Silveira-Neto (2006); escoamentos em torno de objetos em queda livre, em Vilaca, Lima E Silva e Silveira-Neto (2004). Neste último trabalho foi utilizada uma versão adaptada do Método da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual (MFI/MFV).

Lima E Silva, Silva e Silveira-Veto (2007) utilizaram a metodologia MFI/MFV para simular escoamentos em torno de diferentes corpos, a $Re = 100$ e $Re = 200$, e diferentes configurações. Foram testados dois cilindros circulares de diâmetros diferentes em tandem, dois cilindros do mesmo diâmetro em tandem e dois cilindros colocados lado a lado. As configurações com sete cilindros com um arranjo em V, para ângulos de $40^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, também foram simuladas, tais como cilindros circulares e quadrados, aerofólios, dois cilindros alinhados e cilindros em paralelo, para números de Reynolds ≤ 300 . Para a análise dos escoamentos foram calculados o número de Strouhal, os coeficientes de sustentação e de arrasto. O número de Strouhal foi calculado utilizando a Transformada Rápida de Fourier (FFT) da distribuição temporal do coeficiente sustentação. A visualização dos campos de vorticidade e pressão e as linhas de corrente foram apresentadas para cada simulação mostrando a dinâmica do escoamento. Também foi simulado neste trabalho uma configuração com 23 corpos rombudos diferentes, representando um corte transversal numa torre central de uma estrutura *offshore*. Os resultados foram comparados com um único quadrado compacto, de tamanho equivalente, e demonstraram que o comprimento horizontal da bolha de recirculação é maior, assim como o coeficiente de arrasto, para o caso com a composição de corpos rombudos.

Silva (2008), trabalhando a partir dos trabalhos desenvolvidos por Lima E Silva (2002), estudou problemas envolvendo Vibração Induzida por Vórtices (VIV), que possui relevância, por exemplo, na área de extração de petróleo em águas profundas. As análises dos resultados obtidos por Silva (2008) considerou escoamentos incompressíveis e bidimensionais. Os resultados apresentaram soluções compatíveis com a literatura para os valores

de forças e coeficientes hidrodinâmicos adimensionais (St, Cd e Cl).

Ren, Shu e Yang (2013) implementaram um Método de Fronteira Imersa no qual as equações de conservação são satisfeitas para as condições de contorno através de uma correção para a velocidade e para o fluxo térmico. A correção para a velocidade foi realizada por meio da condição de Dirichlet (não escorregamento) e para a temperatura por meio da condição de Neumann (fluxo térmico prescrito), adicionando-se termos de força na equação de conservação da quantidade de movimento e um termo fonte/sumidouro na equação da energia. Experimentos numéricos para convecção forçada e natural foram realizados e os resultados mostraram boa concordância com os resultados da literatura disponível.

Lima E Silva e Lima E Silva (2014) estudaram escoamentos transversais em torno de cilindros isotérmicos utilizando o Método da Fronteira Imersa (MFI) com o Modelo Físico Virtual (MFV). As simulações foram realizadas para um domínio bidimensional e o escoamento foi considerado incompressível e o fluido Newtoniano. Os autores utilizaram um código particular para a simulação, denominado por IBM-VPM, e realizaram uma validação para dois casos particulares. No primeiro caso o efeito de transferência de calor no escoamento em torno de um grupo de três cilindros foi estudado considerando casos com convecção forçada e mista. No segundo caso, diferentes números de cilindros foram dispostos numa configuração em linha com distâncias diferentes entre eles. As equações de Navier-Stokes e da Energia foram discretizadas usando o método de diferenças finitas para o espaço e um método de Runge-Kutta de segunda ordem para o tempo. Para avaliar o escoamento os autores apresentaram as linhas de corrente, as isotermas, os coeficientes de arrasto e sustentação, o número de Strouhal e o número de Nusselt para as simulações executadas. Os resultados confirmaram a grande influência das distâncias entre os cilindros sobre os coeficientes aerodinâmicos e sobre o número de Nusselt e a capacidade do presente código numérico para simular escoamentos sobre estruturas aquecidas compostas por qualquer tipo de geometria imersa.

Santos (2014), a partir do trabalho de Lima E Silva (2002), estudou escoamentos incompressíveis, bidimensionais sobre cilindros aquecidos e rotativos, utilizando a metodologia da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual (MFV-MFV) para escoamentos com convecção forçada. Um código computacional em linguagem C++ foi empregado para estudar as alterações na dinâmica do escoamento e no campo térmico causado pela imposição de diferentes taxas de rotação do cilindro. Foram realizadas diversas simulações com o intuito de analisar a estabilidade do método e para se obter os parâmetros relevantes ao problema, como os coeficientes aerodinâmicos de arrasto, sustentação e pressão, os números de Strouhal e de Nusselt, além dos campos de velocidade, pressão, vorticidade e temperatura. Santos (2014) realizou um estudo comparativo dos resultados numéricos obtidos com outros disponíveis na literatura, como os de Ren, Shu e Yang (2013) e os de Lima E Silva (2002).

Reis (2016) desenvolveu um programa para a solução de problemas bidimensionais com o Método da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual para estudar escoamentos compressíveis externos. Estudou escoamentos subsônicos e laminares sobre um perfil circular para diferentes números de Reynolds. Também aplicou a metodologia para a resolução do problema da difração de uma onda de choque. Os coeficientes de arrasto e de sustentação e o número de Strouhal foram comparados com resultados numéricos e experimentais da literatura e apresentaram boa concordância.

No capítulo seguinte é feita uma revisão matemática das equações utilizadas no trabalho.

3 Modelo Matemático

3.1 Descrição matemática do problema

O escoamento ao redor de um cilindro circular aquecido foi estudado utilizando uma aproximação matemática bidimensional, cuja esquema encontra-se ilustrado na Fig. 3.1. A temperatura do fluido incidente é diferente da temperatura do cilindro ($\Theta \neq \Theta_c$), D é o diâmetro do cilindro, a velocidade do escoamento incidente está exclusivamente na coordenada x e os efeitos gravitacionais encontram-se em y , caracterizando um escoamento ortogonal.

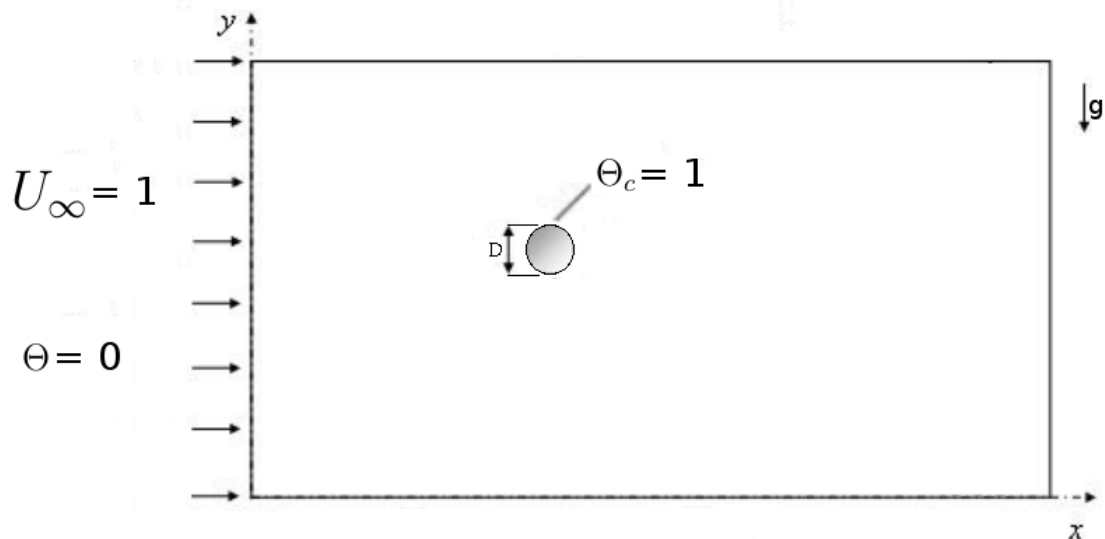


Figura 3.1 – Ilustração do problema estudado (escoamento ortogonal).

Além da aproximação bidimensional, foram consideradas as seguintes hipóteses para a solução das equações de Navier-Stokes e da Energia:

- O fluido é Newtoniano e o escoamento é incompressível;
- A variação de massa específica é pequena e considerada exclusivamente dependente da temperatura (aproximação de Boussinesq);
- O termo de geração de energia é desprezado, pois nem os efeitos de energia interna são considerados (como, por exemplo, os efeitos de absorção e radiação), nem a umidade, que poderia ser responsável por troca de calor latente;
- Não há efeitos de força de Coriolis nem efeitos de rotação do sistema de coordenadas.

A partir destas hipóteses, as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia podem ser escritas, na forma adimensional, para a metodologia MFI/MFV, da seguinte forma:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}\vec{U}) = -\vec{\nabla}p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{U} + Ri\Theta\vec{e} + \vec{f} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}\Theta) = \left(\frac{1}{RePr} \right) \nabla^2 \Theta + q \quad (3.3)$$

em que \vec{U} , p e Θ são os campos de velocidade, pressão e temperatura adimensionais, respectivamente e \vec{e} é o vetor unitário que representa a direção gravitacional ($\vec{e} = (0, -1)$). Os parâmetros adimensionais relevantes são os números de Reynolds (Re), Prandtl (Pr) e Richardson (Ri):

$$Re = \frac{U_\infty D}{\nu} \quad (3.4)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (3.5)$$

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} = \frac{\frac{g\beta(T_c - T_\infty)D^3}{\nu^2}}{\left(\frac{U_\infty D}{\nu}\right)^2} = \frac{g\beta(T_c - T_\infty)D}{U_\infty^2} \quad (3.6)$$

em que U_∞ é a velocidade característica do problema (velocidade do escoamento na entrada do domínio), D é a dimensão característica do problema (o diâmetro do cilindro), ν é a viscosidade cinemática do fluido, α é a difusividade térmica do fluido, g é o módulo da aceleração da gravidade, β é o coeficiente de expansão térmica do fluido, T_c é a temperatura da superfície do cilindro e T_∞ é a temperatura ao longe (do escoamento uniforme na entrada do domínio). Os termos \vec{f} e q são os termos fontes, que modelam a presença do corpo no escoamento.

As adimensionalizações das equações de conservação 3.1, 3.2 e 3.3 foram realizadas utilizando as seguintes relações:

$$u = \frac{u'}{U_\infty}; \quad v = \frac{v'}{U_\infty}; \quad x = \frac{x'}{D}; \quad y = \frac{y'}{D}; \quad p = \frac{p'}{\rho U_\infty^2}; \quad e \quad \Theta = \frac{T - T_\infty}{T_c - T_\infty}$$

em que u' , v' e p' são as velocidades e pressão dimensionais, respectivamente.

A formulação matemática do MFI/MFV para o cálculo dos termos \vec{f} e q é apresentada a seguir.

3.2 O Método da Fronteira Imersa/Modelo Físico Virtual

Na modelagem matemática proposta pelo MFI/MFV o escoamento é resolvido pelas equações de conservação em todos os pontos da malha, incluindo aqueles pontos que, a princípio, fazem parte do corpo sólido. Neste trabalho foram tratadas apenas as fronteiras rígidas, embora o método possa ser utilizado também para fronteiras elásticas. As informações sobre a interface fluido/sólido no domínio de cálculo são passadas à malha euleriana via adição de um termo fonte de força, \vec{f} , no caso das equações de Navier-Stokes, Eq. 3.2, ou de um termo fonte térmico, q , no caso da equação da Energia, Eq. 3.3, como já foi mencionado anteriormente. Estes termos fontes são calculados a partir dos respectivos valores sobre os pontos de malha lagrangiana, \vec{F} e Q , conforme ilustrado na Fig. 3.2, que por sua vez são obtidos a partir dos campos de pressão, velocidade e temperatura da malha euleriana. Existe portanto uma troca de informações entre as duas malhas.

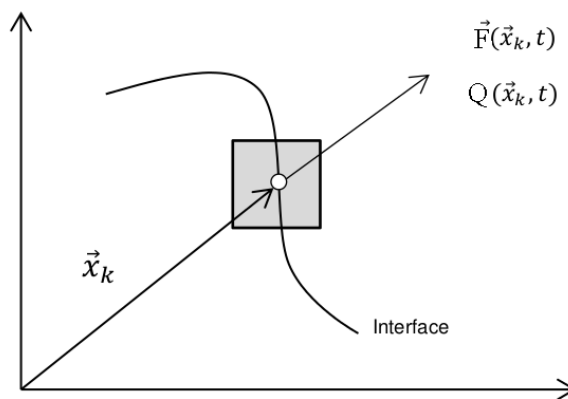


Figura 3.2 – Ilustração da aplicação da equação da quantidade de movimento e da equação da energia em uma partícula k da interface. Adaptado de: Santos (2014).

Conhecendo os termos \vec{F} e Q , estes são distribuídos para os pontos eulerianos vizinhos à interface. Desta forma, ocorre a comunicação entre as malhas, fazendo com que o fluido (malha euleriana) sinta a presença do corpo imerso (malha lagrangiana), pois após algumas iterações o campo de força desvia completamente o escoamento do corpo, representando corretamente a fronteira imersa. Além disso, a interface aquecida modifica a temperatura do fluido ao seu redor, modificando sua massa específica e criando movimentação de massa fluida.

Para calcular os termos fontes, o Modelo Físico Virtual baseia-se no princípio da conservação, tanto da quantidade de movimento quanto da energia, que são válidos também quando aplicados sobre qualquer partícula de fluido que compõe o escoamento. Desta forma, as equações são também válidas quando aplicadas às partículas que estão em contato com uma interface. Realizando portanto o balanço de forças para uma partícula,

k , da fronteira, obtém-se:

$$\vec{F}(\vec{x}_k, t) = \underbrace{\frac{\partial \vec{U}(\vec{x}_k, t)}{\partial t}}_{\vec{F}_a} + \underbrace{\vec{\nabla}(\vec{U}(\vec{x}_k, t) \cdot \vec{U}(\vec{x}_k, t))}_{\vec{F}_i} - \underbrace{\frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{U}(\vec{x}_k, t)}_{\vec{F}_v} + \underbrace{\vec{\nabla} p(\vec{x}_k, t)}_{\vec{F}_p} \quad (3.7)$$

Os termos da Eq. 3.7 são denominados por:

\vec{F}_a : força de aceleração;

\vec{F}_i : força inercial;

\vec{F}_v : força viscosa;

\vec{F}_p : força de pressão.

De forma similar, realizando um balanço de energia para uma partícula, k , da fronteira, obtém-se:

$$Q(\vec{x}_k, t) = \underbrace{\frac{\partial \Theta(\vec{x}_k, t)}{\partial t}}_I + \underbrace{\vec{\nabla} \cdot (\vec{U}(\vec{x}_k, t) \Theta(\vec{x}_k, t))}_{II} - \underbrace{\frac{1}{RePr} \nabla^2 \Theta(\vec{x}_k, t)}_{III} \quad (3.8)$$

Os termos da Eq. 3.8 são aqui denominados por:

I : taxa de variação local de temperatura;

II : taxa de dissipação térmica devido à convecção;

III : taxa de transporte difusivo de energia térmica;

No MFV a força $\vec{F}(\vec{x}_k, t)$ em cada ponto k da interface é calculada pela Eq. 3.7, que possui derivadas de primeira e segunda ordem da velocidade e derivada de primeira ordem da pressão. Estas derivadas são obtidas calculando as variáveis em pontos lagrangianos auxiliares, que podem ser denominados por 1, 2, 3 e 4, por exemplo, conforme ilustrado na Fig. 3.3.

Da mesma forma, o termo fonte $Q(\vec{x}_k, t)$ é calculado pela Eq. 3.8 por meio de interpolações dos valores de velocidade e temperatura nos pontos auxiliares próximos ao ponto k . Estas interpolações são realizadas por meio de uma função de distribuição $D_{i,j}$. Para o cálculo da velocidade dos pontos auxiliares e de cada ponto k utiliza-se a expressão:

$$\vec{U}(\vec{x}_k) = \sum_i D_{i,j}(\vec{x}_i - \vec{x}_k) \vec{U}(\vec{x}_i) \quad (3.9)$$

sendo \vec{x}_k o vetor posição do ponto lagrangiano analisado, \vec{x}_i o vetor posição dos pontos auxiliares, $\vec{U}(\vec{x}_k)$ o vetor velocidade no ponto lagrangiano, $\vec{U}(\vec{x}_i)$ o vetor velocidade na malha euleriana e $D_{i,j}$ a função de distribuição utilizada.

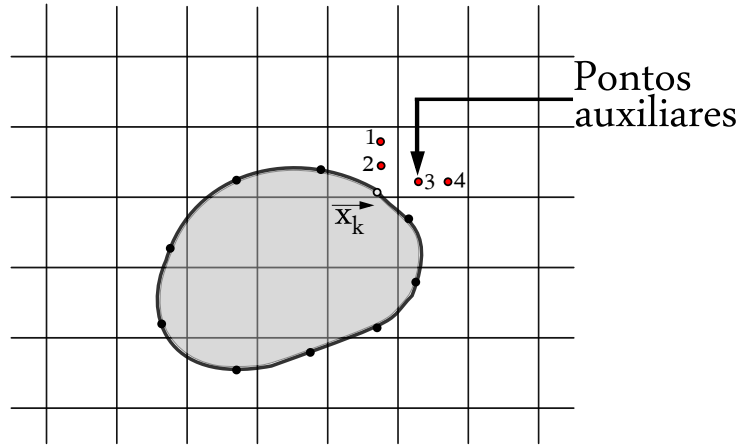


Figura 3.3 – Ilustração de pontos auxiliares lagrangianos ao redor do ponto k da interface, que podem ser utilizados para o cálculo de variáveis e derivadas.

De forma análoga, para obter a pressão e a temperatura nos pontos auxiliares e no ponto k são interpolados valores da malha euleriana, conforme as equações:

$$p(\vec{x}_k) = \sum_i D_{i,j}(\vec{x}_i - \vec{x}_k)p(\vec{x}_i) \quad (3.10)$$

$$\Theta(\vec{x}_k) = \sum_i D_{i,j}(\vec{x}_i - \vec{x}_k)\Theta(\vec{x}_i) \quad (3.11)$$

em que $p(\vec{x}_k)$ são valores de pressão sobre a interface ou nos pontos auxiliares e $p(\vec{x}_i)$ valores de pressão nas malhas eulerianas mais próximas. Da mesma forma, $\Theta(\vec{x}_k)$ são as temperaturas nos pontos auxiliares ou no ponto k e $\Theta(\vec{x}_i)$ as temperaturas nos pontos eulerianos mais próximos.

Com as velocidades, pressões e temperaturas dos pontos k e auxiliares é possível efetuar o cálculo das derivadas espaciais e temporais presentes nos termos de força da Eq. 3.7 e nos termos *I*, *II* e *III* da Eq. 3.8 por meio de uma aproximação numérica apropriada para estas derivadas.

De posse das forças e dos termos térmicos lagrangianos em cada ponto da interface, é necessário realizar uma distribuição destes valores para as malhas eulerianas mais próximas da interface, conforme ilustrado na Fig. 3.4. O processo de distribuição também é feito com a mesma função, $D_{i,j}$, utilizada para a interpolação das variáveis.

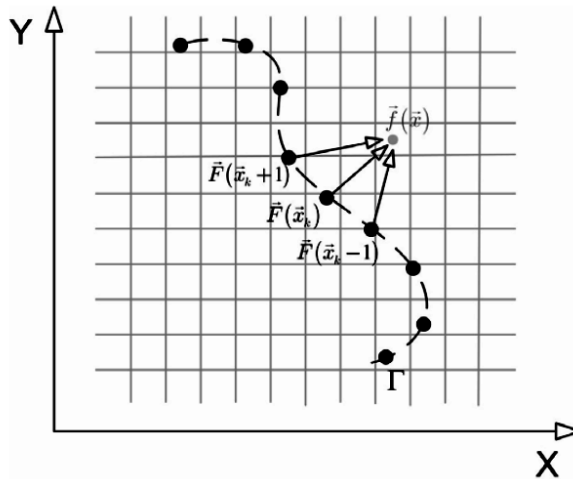


Figura 3.4 – Processo de distribuição da força lagrangiana para os pontos eulerianos. Fonte: Oliveira (2006).

Após calcular todos os termos das Equações 3.7 e 3.8 e obter \vec{F} e Q , são calculados os termos eulerianos \vec{f} e q , dados por:

$$\vec{f}(\vec{x}_i) = \sum_k D_{i,j}(\vec{x}_i - \vec{x}_k) \vec{F}(\vec{x}_k) \Delta s(\vec{x}_k) \quad (3.12)$$

$$q(\vec{x}_i) = \sum_k D_{i,j}(\vec{x}_i - \vec{x}_k) Q(\vec{x}_k) \Delta s(\vec{x}_k) \quad (3.13)$$

sendo que, na Eq. 3.12, $\vec{f}(\vec{x}_i)$ é a força em cada nó euleriano, $\vec{F}(\vec{x}_k)$ é a força de cada nó lagrangiano que é distribuída para os nós eulerianos, $\Delta s(\vec{x}_k)$ é a distância entre os dois pontos lagrangianos e $D_{i,j}$ é uma função de distribuição. Na Equação 3.13, $q(\vec{x}_i)$ é o termo de fonte térmica, em cada nó euleriano, decorrente da presença do corpo imerso aquecido e $Q(\vec{x}_k)$ são os termos de fonte térmica de cada nó lagrangiano que são distribuídos para os nós eulerianos.

Com os termos fontes de força $\vec{f}(\vec{x}_i)$ e térmico $q(\vec{x}_i)$ eulerianos, as equações de conservação que descrevem o problema (Eq. 3.1, 3.2 e 3.3) são resolvidas. A condição de contorno, de Dirichlet, para a velocidade e temperatura, é imposta indiretamente para o corpo imerso durante o cálculo dos termos fontes. A condição de não escorregamento é obtida indiretamente com o cálculo de \vec{f} .

Para os casos em que a fronteira é estacionária, o módulo do vetor velocidade tangencial deve ser nulo, $V_t = 0$. Para o caso em que a fronteira possui velocidade constante conhecida (como é o caso de um cilindro rígido rotativo), deve-se impor o valor de ω (velocidade angular de rotação do cilindro em torno do próprio eixo) e calcular o módulo da velocidade tangencial.

Conforme a relação entre o módulo das velocidades de movimentação da fronteira e a velocidade na entrada do domínio, define-se a rotação específica, Ω , por:

$$\Omega = \frac{V_t}{U_\infty} = \frac{\omega D}{2U_\infty} \quad (3.14)$$

Com V_t calcula-se $\vec{U}(\vec{x}_k)$, ou seja, os valores de u_k e v_k das componentes de velocidade, em cada ponto lagrangiano.

3.2.1 Parâmetros geométricos para um cilindro circular imerso

No MFI/MFV é necessário conhecer alguns parâmetros geométricos para efetuar as distribuições, descritas anteriormente, das variáveis de campo. Inicialmente, deve-se definir a posição central da interface, ou seja, as coordenadas C_x e C_y do centro do cilindro em relação à origem global do sistema de coordenadas. Para a geometria do domínio estudado estes valores foram escolhidos sendo 15D e 30D nas direções x e y , respectivamente, medidos proporcionalmente ao comprimento característico D .

As coordenadas iniciais dos pontos lagrangianos são determinadas através do ângulo entre pontos consecutivos, que é mantido constante, pois a fronteira é não-deformável. Para determinado número de pontos lagrangianos (NPL) tem-se o ângulo $\Delta\theta_k$ que é calculado da seguinte forma:

$$\Delta\theta_k = \frac{2\pi}{NPL} \quad (3.15)$$

sendo o incremento do ângulo dado por

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta\theta_k \quad (3.16)$$

de tal forma que as coordenadas do vetor \vec{x}_k possui componentes x_k e y_k dadas por:

$$x_k = C_x + \frac{D}{2} \cos(\theta_k) \quad (3.17)$$

$$y_k = C_y + \frac{D}{2} \sin(\theta_k) \quad (3.18)$$

em que x_k é a coordenada x do ponto k , y_k é a coordenada y do ponto k , C_x é a coordenada x do centro da interface circular e C_y é a coordenada y do centro da interface circular.

Para o cálculo do vetor normal e seus componentes sobre cada ponto lagrangiano nas direções x e y da malha cartesiana e para calcular o comprimento do arco deve-se proceder como ilustrado na Fig. 3.5. Mais informações podem ser encontradas no trabalho de Lima E Silva (2002).

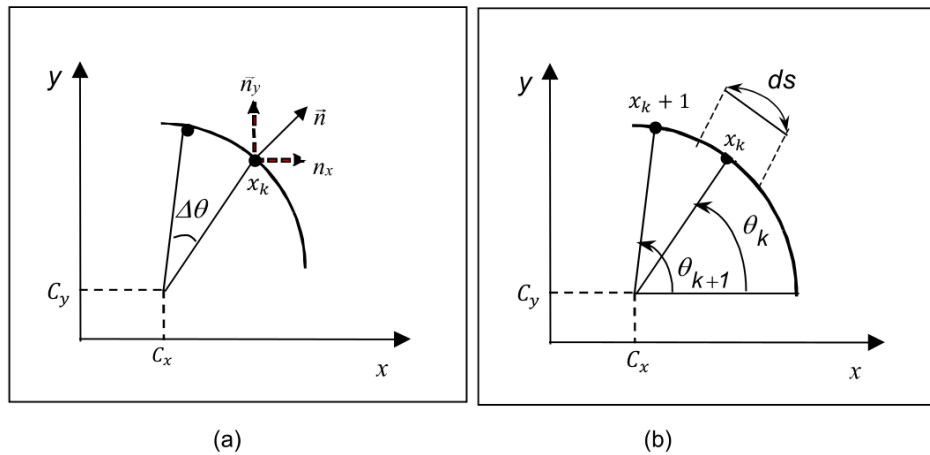


Figura 3.5 – (a) representação esquemática dos vetores normais sobre um ponto lagrangiano. (b) representação do comprimento de arco e dos ângulos entre dois pontos lagrangianos consecutivos. Fonte: Lima E Silva (2002).

No presente trabalho o movimento de rotação do cilindro não altera a distância entre os pontos lagrangianos, pois todos se movem com a mesma velocidade angular. Para simulações em que a interface se deforma estes valores devem ser recalculados a cada instante.

3.3 Parâmetros adimensionais relevantes

São apresentados alguns parâmetros adimensionais que caracterizam o escoamento estudado no presente trabalho. O uso de parâmetros adimensionais auxilia no estudo pois reduz o número de variáveis e possibilita a comparação do resultado mais diretamente com outros autores.

Definiu-se a escala adimensional de tempo por:

$$T_{ad} = \frac{U_{\infty} t}{D} \quad (3.19)$$

em que T_{ad} é o tempo adimensional e t é o tempo dimensional.

A força de arrasto sobre um corpo submerso em um fluido surge da distribuição de pressão e da distribuição de tensão cisalhante ao longo do corpo. A força de arrasto, por unidade de comprimento, pode ser calculada utilizando a componente x da força lagrangiana que está na direção do escoamento:

$$F_d = - \int_0^L F_x ds \quad (3.20)$$

sendo F_x a componente x da força lagrangiana, atuante sobre o fluido, ds o elemento de comprimento centrado no ponto \vec{x}_k , L é o comprimento da interface e que, no caso de um

cilindro circular é igual a πD . O sinal negativo deve-se ao fato do arrasto ser resultante de forças externas à interface, exercidas pelo fluido sobre o cilindro. O coeficiente de arrasto é então definido por:

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 D} \quad (3.21)$$

em que F_d é a força de arrasto e ρ é a massa específica do fluido.

Analogamente à força e ao coeficiente de arrasto, a força de sustentação, também por unidade de comprimento, e o coeficiente de sustentação podem ser calculados, respectivamente, por:

$$F_l = - \int_0^L F_y ds \quad (3.22)$$

$$C_l = \frac{F_l}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 D} \quad (3.23)$$

em que F_y é a componente y da força lagrangiana, transversal à direção principal do escoamento.

O número de Strouhal é definido como a frequência adimensional de desprendimento de vórtices e é muito utilizado para validações em análises numéricas, associado ao coeficiente de arrasto. O número de Strouhal é definido por:

$$St = \frac{fD}{U_\infty} \quad (3.24)$$

sendo f a frequência dimensional de formação e desprendimento de vórtices. Um dos métodos utilizados para a determinação da frequência de desprendimentos de vórtices é através da aplicação de uma Transformada Rápida de Fourier (TRF) no sinal do coeficiente de sustentação. Isto pode ser realizado com o auxílio de um programa desenvolvido em *software* específicos, como o Matlab ou o Scilab. No presente trabalho o Matlab foi utilizado.

Para a avaliação dos processos térmicos pode-se utilizar o número de Nusselt, que é uma grandeza que mede a relação entre a transferência de calor por convecção comparada com a transferência de calor por condução. Pode ser expresso por:

$$Nu = \frac{hD}{k_f} \quad (3.25)$$

sendo h o coeficiente de transferência de calor por convecção e k_f a condutividade térmica do fluido. O número de Nusselt local foi obtido numericamente a partir do gradiente de

temperatura na direção normal à interface, conforme a seguinte expressão:

$$Nu_\theta = \frac{\Theta_{p2} - \Theta_p}{\Delta x} \quad (3.26)$$

em que Θ_{p2} é a temperatura adimensional na direção normal em um ponto distante $2\Delta x$ da interface e Θ_p é a temperatura adimensional da interface em um ponto p , distante Δx da interface.

Ao se realizar uma média do número de Nusselt local da superfície imersa, outro parâmetro muito útil pode ser avaliado, denominado por Nu . A média dos valores do número de Nusselt local calculado em torno da superfície do cilindro imerso pode ser obtida utilizando a seguinte fórmula (LIMA E SILVA, 2002):

$$Nu = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu(\vec{x}_k, t) d\vec{x}_k \quad (3.27)$$

A média do número de Nusselt da superfície imersa, Nu , possui um valor para cada instante de tempo. Ao se realizar uma média temporal deste valor obtém-se o Nusselt médio temporal, denominado por \overline{Nu} , para cada experimento realizado. Todos estes três valores do número de Nusselt são importantes para avaliar as características do escoamento.

No presente trabalho também foram simulados escoamentos no regime turbulento para $Re \geq 1000$. Para isto, foi necessário utilizar modelos de turbulência para o fechamento das equações de conservação. Dois modelos foram empregados, o modelo de Spalart-Allmaras, com a metodologia RANS, e o modelo de Smagorinsky, com a metodologia LES. Estes modelos são descritos a seguir.

3.4 Modelagem da Turbulência

3.4.1 Método RANS: Modelo de Spalart-Allmaras

A equação de Navier-Stokes e a equação da Energia (conforme o livro Turbulência: Anais da I Escola de Primavera em Transição e Turbulência, 1998) são escritas da seguinte forma para a modelagem RANS:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\vec{\nabla} \bar{p} + \vec{\nabla} [(\nu + \nu_t)(\vec{\nabla} \bar{u}_i)] \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\bar{u}_j \bar{T}_i) = \vec{\nabla} [(\alpha + \alpha_t)(\vec{\nabla} \bar{T}_j)] \quad (3.29)$$

em que ν_t é a viscosidade turbulenta, α_t é a difusividade térmica turbulenta e \bar{u}_i , \bar{T} e \bar{p} são as médias temporais das variáveis transportadas.

O modelo RANS escolhido para ser utilizado foi o de Spalart-Allmaras. Ele foi desenvolvido para análise de escoamentos voltados para a análise aerodinâmica de parâmetros. O modelo utiliza uma variável auxiliar, $\tilde{\nu}$, obtida da solução da equação:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial(u_j \tilde{\nu})}{\partial t} = c_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] \\ - \left[c_w f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right] \left[\frac{\tilde{\nu}}{d_w} \right]^2 + f_{t1} \Delta U^2 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Os termos do lado direito da equação representam: a produção de viscosidade turbulenta, as difusões moleculares turbulentas de $\tilde{\nu}$, a dissipação de $\tilde{\nu}$, destruição de $\tilde{\nu}$ que reduz a viscosidade turbulenta junto à parede e os termos que modelam os efeitos de transição para a turbulência com os subscritos t .

Define-se a viscosidade turbulenta ν_t em termos da variável auxiliar $\tilde{\nu}$ e de uma função de amortecimento para as regiões parietais, f_{v1} , como se segue:

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} \quad (3.31)$$

sendo

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \quad (3.32)$$

e

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (3.33)$$

Para as regiões distantes da parede a função f_{v1} não exerce nenhuma influência no cálculo da viscosidade turbulenta, sendo unitária.

Os termos de produção possuem a seguinte formulação para contabilizar a presença da parede:

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{(\kappa d_w)^2} f_{v2} \quad (3.34)$$

sendo

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad (3.35)$$

em que \tilde{S} é a função modificada de S para contabilizar os efeitos parietais, e f_{v2} é uma função de amortecimento semelhante à função f_{v1} . d_w é a distância até a parede mais próxima e o parâmetro S é o módulo da taxa de deformação calculada com as variáveis do campo filtrado:

$$S = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (3.36)$$

O termo de destruição utiliza o termo f_w , que foi calibrado com valor unitário para a região de camada limite logarítmica, intensificando o termo de destruição à medida que se aproxima da parede e tendendo a zero para regiões distantes da parede. Este termo é escrito pela equação:

$$f_w = g \left(\frac{1 + c_{c3}^6}{g^6 + c_{c3}^6} \right)^{1/6} \quad (3.37)$$

onde,

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r) \quad (3.38)$$

e

$$r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d_w^2} \quad (3.39)$$

Os termos associados à modelagem da transição da turbulência são os seguintes:

$$f_{t1} = c_{t1} g_t \left(-c_{t2} \frac{\omega_t^2}{\Delta U^2} [d_w^2 + g_t^2 d_t^2] \right) \quad (3.40)$$

e

$$f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2) \quad (3.41)$$

Estes termos foram descartados pois as simulações foram realizadas apenas para regimes com turbulência plenamente desenvolvida. As demais constantes do modelo são:

$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma}; \quad c_{b1} = 0,1355; \quad c_{b2} = 0,622; \quad \kappa = 0,41; \quad \sigma = 2/3$$

$$c_{w2} = 0,3; \quad c_{x3} = 2; \quad c_{v1} = 7,1; \quad c_{t1} = 1; \quad c_{t2} = 2; \quad c_{t3} = 1,2; \quad e \quad c_{t4} = 0,5.$$

Para o caso da equação da energia, o valor de difusividade térmica turbulenta, α_t , é usualmente calculado a partir do conceito de Prandtl turbulento, Pr_t , conforme o intervalo empírico:

$$0,6 \leq Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} \leq 0,9 \quad (3.42)$$

O conceito de Prandtl turbulento também está presente na modelagem LES utilizada, que será descrita a seguir. Em ambos os modelos de turbulência, RANS (Spalart-Allmaras) e LES (Smagorinsky), foi utilizado um valor de Prandtl turbulento de 0,9.

3.4.2 Método LES: Modelo de sub-malha de Smagorinsky

O método LES é baseado em uma operação de filtragem, que separa as pequenas escalas das grandes escalas do escoamento. A variável filtrada (ou seja, aquela que será resolvida na larga escala), é caracterizada por um símbolo $\tilde{\cdot}$. A equação de Navier-Stokes e a equação da Energia (conforme o livro Turbulência: Anais da I Escola de Primavera em Transição e Turbulência, 1998) são escritas na modelagem LES:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\vec{\nabla} \tilde{p} + \vec{\nabla} [\vec{\nabla} (\nu \tilde{u}_i - \tau_{SGS})] \quad (3.43)$$

sendo que o tensor sub-malha, $\tau_{SGS,ij}$, é definido por:

$$\tau_{SGS,ij} \equiv L_{ij} + C_{ij} + R_{ij} \quad (3.44)$$

e o termo L_{ij} é chamado tensor de Leonard, o termo C_{ij} de tensor cruzado, e R_{ij} é o tensor sub-malha de Reynolds.

$$\frac{\partial \tilde{T}_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\tilde{u}_j \tilde{T}_i) = \vec{\nabla} [(\alpha + \alpha_t)(\vec{\nabla} \tilde{T}_j)] \quad (3.45)$$

O modelo utilizado, de Smagorinsky, é uma aproximação algébrica baseada na hipótese de equilíbrio local para pequenas escalas. Neste modelo supõe-se que a produção de tensões turbulentas na sub-malha seja igual à taxa de dissipação da energia turbulenta. Os tensores Cruzado e de Leonard não são considerados e apenas o tensor de Reynolds de submalha precisa ser modelado. A viscosidade turbulenta é então calculada:

$$\nu_t = (C_s l)^2 \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (3.46)$$

em que $l = \sqrt{\Delta x \Delta y}$ é o comprimento característico da escala de sub-malha, que é uma função da malha de discretização, $C_s = 0,18$ é a constante de Smagorinsky, que pode ser ajustada conforme necessário e \bar{S}_{ij} é a taxa de deformação calculada com base no campo de velocidade filtrado.

A taxa de deformação é dada por:

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.47)$$

As equações apresentadas neste capítulo foram discretizadas no código IBM/VPM por diferenças finitas centradas. No código OpenFOAM as discretizações são baseadas em volumes finitos. No capítulo a seguir são apresentadas as equações discretizadas e a metodologia numérica é comentada, para cada um dos códigos utilizados.

4 Método Numérico

4.1 O programa IBM-VPM

O programa IBM-VPM foi desenvolvido por Lima E Silva (2002) e escrito em linguagem C/C++. As variáveis eulerianas foram implementadas na forma de matrizes com as dimensões da malha ortogonal euleriana e as variáveis lagrangianas na forma de vetores, para o caso de apenas um corpo imerso no fluido. Quando mais de um corpo está imerso no fluido, também as variáveis lagrangianas são implementadas na forma de matrizes. A seguir serão descritas algumas definições e procedimentos adotados durante a implementação do MFI/MFV no programa IBM-VPM.

Conforme descrito nas Equações 3.9, 3.10 e 3.11, é necessário a escolha de uma função de distribuição $D_{i,j}$. No programa IBM-VPM foi utilizada uma função de interpolação/distribuição com propriedades de uma função Gaussiana, de forma a garantir uma transição de valores regular e suave. Foi utilizada a função de distribuição proposta por Unverdi e Tryggvason (1992), dada por:

$$D_{i,j}(\vec{x}_k) = \frac{f[(x_k - x_i)/h]f[(y_k - y_j)/h]}{h^2} \quad (4.1)$$

sendo que as funções em f são:

$$f(r) = \begin{cases} f_1(r), & \text{se } \|r\| < 1 \\ \frac{1}{2} - f_1(2 - \|r\|), & \text{se } 1 < \|r\| < 2 \\ 0, & \text{se } \|r\| > 2 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$f_1(r) = \frac{3 - 2\|r\| + \sqrt{1 + 4\|r\| - 4\|r\|^2}}{8} \quad (4.3)$$

e o membro em r das funções representa:

$$r = \frac{x_k - x_i}{h} \quad \text{ou} \quad r = \frac{y_k - y_j}{h} \quad (4.4)$$

sendo h o tamanho da malha euleriana utilizada e (x_i, x_j) as coordenadas de um ponto \vec{x} do fluido.

Para a implementação do MFI/MFV no programa IBM-VPM foram utilizados quatro pontos auxiliares. Estes pontos auxiliares foram denominados por 1, 2, 3 e 4, e definidos conforme ilustrado na Fig. 4.1. A partir do ponto k , os pontos 1 e 2 são

localizados na direção x e os pontos 3 e 4 na direção y , distanciados Δx e $2\Delta x$ do ponto k , respectivamente. A velocidade em cada um destes pontos é avaliada por meio de interpolações não lineares das velocidades vizinhas, localizadas na malha euleriana, utilizando a função D_{ij} e a Eq. 3.9.

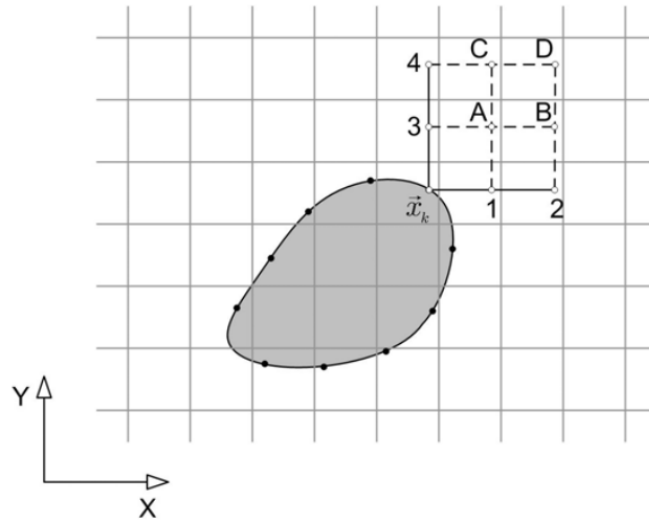


Figura 4.1 – Ilustração dos pontos auxiliares 1, 2, 3 e 4 utilizados para a determinação dos campos de velocidade lagrangiana. Fonte: Oliveira (2006)

Na Figura 4.2 pode-se acompanhar um esquema ilustrativo de como o cálculo é efetuado, para o caso do termo em x da velocidade no ponto 3, destacado. É possível notar também que apenas valores da malha euleriana a uma distância máxima de $2\Delta x$ do ponto alvo são consideradas. Esta distância foi testada no trabalho de Lima E Silva (2002), sendo utilizada para economia de tempo computacional. Valores superiores aos de $2\Delta x$ influenciam de forma pouco significativa no resultado final das velocidades, em virtude da função de distribuição escolhida possuir comportamento gaussiano.

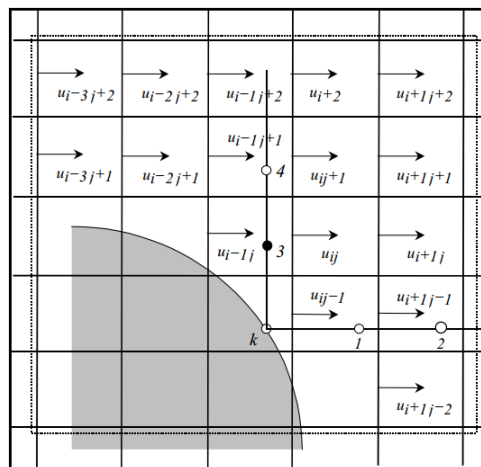


Figura 4.2 – Procedimento para o cálculo do termo de velocidade em x no ponto 3. Fonte: Lima E Silva (2002).

Para determinar os valores dos campos de pressão e temperatura no ponto k utiliza-se um ponto auxiliar p , a uma distância Δx do ponto k , na direção normal, como mostra a Fig. 4.3. O ponto p pertence à malha euleriana externa mais próxima do ponto k . A pressão e a temperatura da malha, à qual o ponto p pertence, é transportada para a interface. Assim, a pressão e a temperatura sobre a interface são obtidas do ponto sobre a linha pontilhada que está situada a uma distância Δx da fronteira imersa. Esta escolha se justifica pelo fato de que o gradiente de pressão normal a uma parede é, normalmente, desprezível. Para os pontos auxiliares 1, 2, 3 e 4 utiliza-se um procedimento análogo ao adotado para a velocidade e ilustrado na Fig. 4.2 com as Equações 3.10 e 3.11.

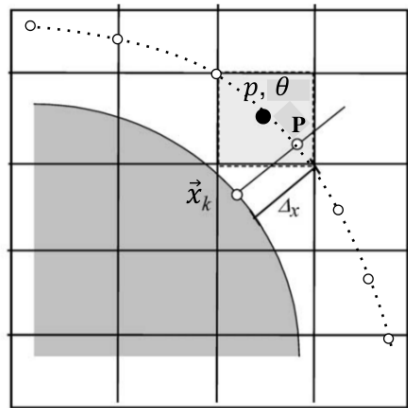


Figura 4.3 – Procedimento para cálculo da pressão e da temperatura no ponto k . Fonte: Santos (2014).

Durante a etapa de distribuição de forças (Eq. 3.12 e Eq. 3.13) foi utilizada a construção de um subdomínio de área $81\Delta x^2$ como um recurso computacional para economia de tempo. Somente os pontos dentro deste subdomínio são utilizados na distribuição. A Figura 4.4 ilustra o formato do subdomínio.

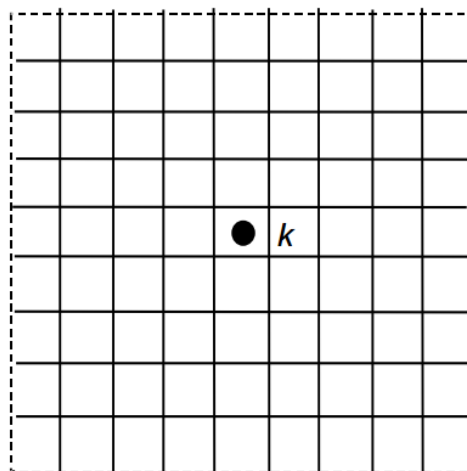


Figura 4.4 – Subdomínio de malha euleriana $9\Delta x$ em torno do ponto lagrangiano k para distribuição das forças lagrangianas. Fonte: Lima e Silva (2002).

O subdomínio quadrado $81\Delta x^2$ é construído centrado em cada ponto lagrangiano k sendo analisado. Identifica-se as coordenadas da malha euleriana sobre a qual este ponto está inserido e então toma-se uma distância, na direção x , $4\Delta x$ acima da localização deste ponto e uma distância $4\Delta x$ abaixo dele. O mesmo procedimento é realizado na direção y , com uma distância $4\Delta x$ à esquerda e uma distância $4\Delta x$ à direita.

Foi utilizado o Método dos Passos Fracionados (MPF) no IBM-VPM. O MPF é um método não iterativo (explícito) de correção da pressão, que consiste em estimar um campo inicial de velocidades com base em campos de pressão, velocidade e de força da iteração anterior (ou da condição inicial e de contorno para o início do programa). Em seguida, com este campo de velocidades estimado, calcula-se o campo da correção do campo de velocidades e, em seguida, obtém-se o novo campo de pressões que satisfaz à equação da continuidade. Apenas uma iteração em cada passo de tempo é necessária para que o campo de velocidades obtido satisfaça a continuidade. Porém, por ser um método explícito, exige um passo de tempo (Δt) reduzido.

A primeira etapa do Método dos Passos Fracionados consiste em estimar o campo de velocidades com base nos campos do último instante de tempo. Isto é realizado com o auxílio da Eq. 4.5 para a iteração atual ($n+1$):

$$\frac{\bar{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{\partial(u_i u_j)^n}{\partial x_j} = -\frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^n}{\partial x_i} \right) \right] + f_i^n \quad (4.5)$$

em que \bar{u}_i é o campo de velocidades estimado, $n+1$ representa a iteração atual, Δt o intervalo de tempo e n o índice de iteração.

Em seguida, resolve-se o sistema linear para a correção da pressão pela seguinte equação:

$$\frac{\partial^2 p'^{n+1}}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial \bar{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} \quad (4.6)$$

Este sistema linear é resolvido pelo método MSI (*Modified Strongly Implicit Procedure*), proposto por Schneider e Zedan (1981).

O campo de pressões real é então obtido (Eq. 4.7) e a velocidade do fluido é corrigida (Eq. 4.8) com o termo de gradiente de pressão calculado, utilizando as seguintes equações:

$$p'^{n+1} = p^n + p^{n+1} \quad (4.7)$$

$$u_i^{n+1} = \bar{u}_i^{n+1} - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{\partial p'^{n+1}}{\partial x_i} \quad (4.8)$$

A convergência é atingida quando os termos de velocidade inicial e velocidade corrigida são suficientemente próximos, conforme a tolerância desejada. A equação da energia é então resolvida de forma desacoplada pelo método MSI.

Uma vantagem do Método dos Passos Fracionados é a garantia de baixos resíduos da continuidade, como foi demonstrado nos trabalhos de Armfield e Street (1999). Isto ocorre devido a própria dedução do método, que utiliza o divergente de velocidades nulo (equação da continuidade) para a construção da equação de Poisson para correção da pressão. Isto permite simulações mais rápidas, pois não é necessário a utilização de um elevado tempo computacional para satisfazer o *loop* de convergência da continuidade.

Por se tratar de um método explícito, foi necessário cuidado durante a atribuição de valores para o incremento temporal. Os cálculos foram iniciados com passos de 10^{-6} s e foram, de forma suave, elevados até o valor de 10^{-4} s. Na sequência serão apresentadas em detalhes as discretizações, temporais e espaciais, das equações resolvidas no IBM-VPM.

4.1.1 Discretização do domínio euleriano

As equações de Navier-Stokes e da Energia foram discretizadas utilizando diferenças finitas centradas de segunda ordem no espaço e Euler explícito para o termo temporal. As velocidades estão localizadas nas faces e a pressão e a temperatura no centro do volume de controle. Na Figura 4.5 é ilustrado um volume de controle do ponto euleriano i,j . Este esquema foi adotado por promover mais estabilidade no acoplamento pressão-velocidade.

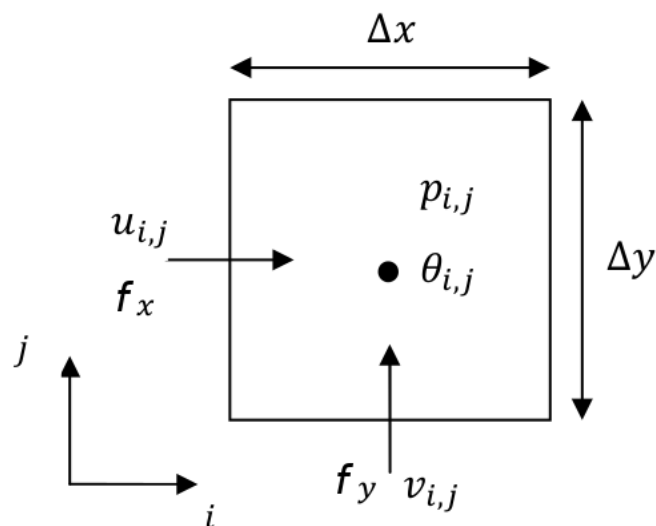


Figura 4.5 – Esquema ilustrativo de um volume de controle em uma malha uniforme. Fonte: Santos (2014)

Para malhas não uniformes foi utilizado um arranjo deslocado com velocidades e forças nas faces da célula e demais propriedades no centro geométrico, conforme ilustrado na Fig. 4.6.

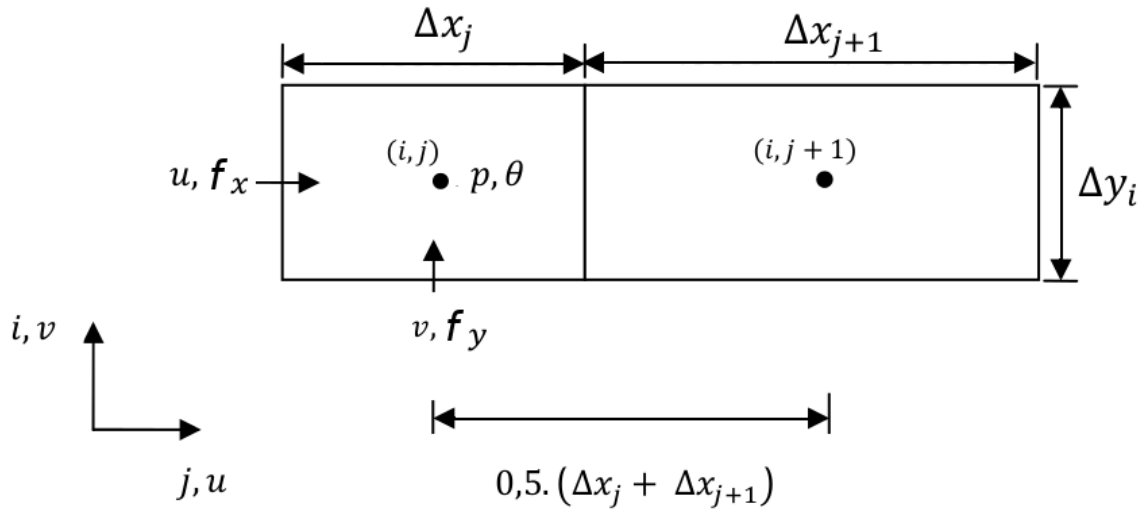


Figura 4.6 – Esquema ilustrativo de duas células da malha cartesiana não uniforme utilizada. Fonte: Santos (2014)

As equações discretizadas a seguir são escritas para uma malha uniforme por uma questão de simplificação de cálculos, apesar de todas as simulações terem sido realizadas com uma malha não uniforme. O esquema ilustrativo para a malha não uniforme é semelhante ao da malha uniforme, com exceção do comprimento de cada célula, que é variável.

- **Termo temporal das Equações de Navier-Stokes**

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta t} \tag{4.9}$$

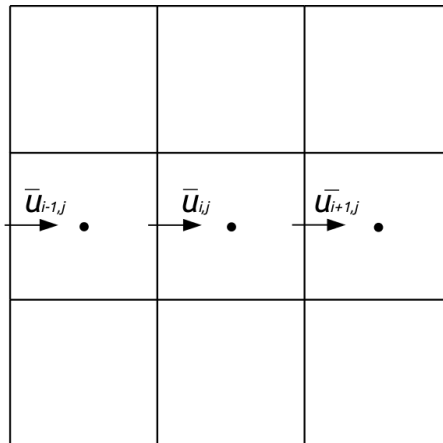


Figura 4.7 – Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização da derivada temporal da equação de Navier-Stokes para o termo longitudinal.

- **Termo de pressão das Equações de Navier-Stokes**

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\Delta x} \quad (4.10)$$

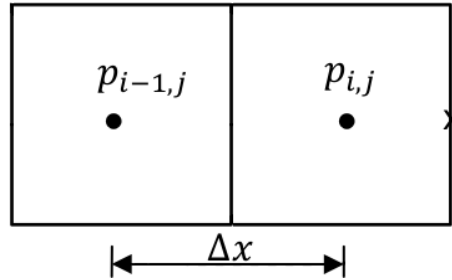


Figura 4.8 – Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização do termo de pressão da equação de Navier-Stokes para o termo longitudinal. Fonte: Santos (2014)

- **Termo advectivo das Equações de Navier-Stokes**

$$\frac{\partial(u.u)}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \cdot \left[\left(\frac{u_{i+1,j} + u_{i,j}}{2} \right)^2 - \left(\frac{u_{i,j} + u_{i-1,j}}{2} \right)^2 \right] \quad (4.11)$$

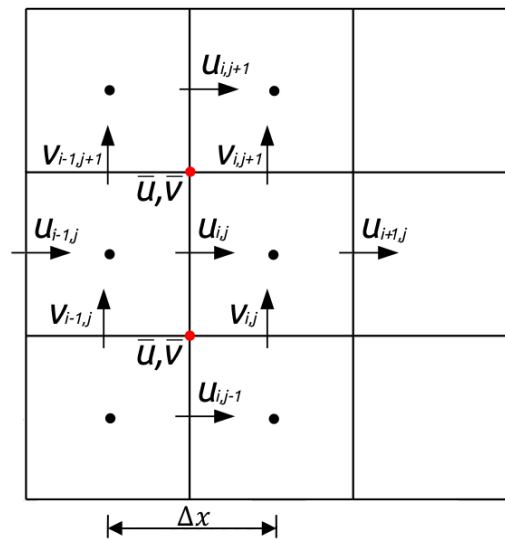


Figura 4.9 – Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização da parcela advectiva da equação de Navier-Stokes para o termo longitudinal.

- **Termo difusivo das Equações de Navier-Stokes**

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \left[\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} - \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} \right] \cdot \frac{1}{\Delta x} \quad (4.12)$$

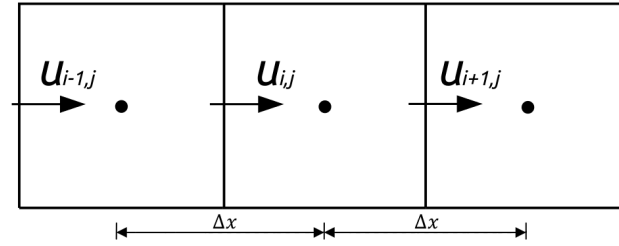


Figura 4.10 – Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização do termo difusivo da equação de Navier-Stokes para o termo longitudinal.

- **Termo de força euleriana f_x**

A componente x da força está localizada na mesma posição da componente x da velocidade e, portanto, pode ser escrita como:

$$f_x = f_{x\ i,j} \tag{4.13}$$

- **Termo temporal da equação da Energia**

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\Theta_{i,j}^{n+1} - \Theta_{i,j}^n}{\Delta t} \tag{4.14}$$

- **Termo difusivo em x da equação da Energia**

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \left[\frac{\Theta_{i+1,j} - \Theta_{i,j}}{\Delta x} - \frac{\Theta_{i,j} - \Theta_{i-1,j}}{\Delta x} \right] \cdot \frac{1}{\Delta x} \tag{4.15}$$

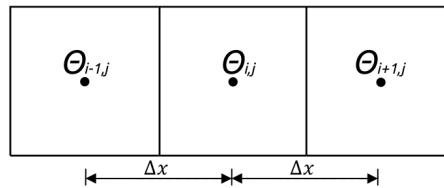


Figura 4.11 – Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização do termo difusivo da equação da Energia para o termo longitudinal.

O termo difusivo em y da equação da Energia pode ser deduzido de forma similar a realizada para o termo em x .

- **Termo convectivo em x da equação da Energia**

$$\frac{\partial u \Theta}{\partial x} = \left[u_{i+1,j} \cdot \frac{\Theta_{i+1,j} + \Theta_{i,j}}{2} - u_{i,j} \cdot \frac{\Theta_{i,j} + \Theta_{i-1,j}}{2} \right] \cdot \frac{1}{\Delta x} \tag{4.16}$$

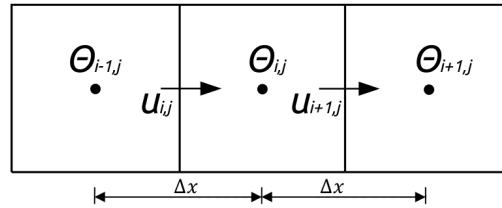


Figura 4.12 – Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização do termo convectivo da equação da Energia para o termo longitudinal.

• **Termo convectivo em y da equação da Energia**

$$\frac{\partial v \Theta}{\partial y} = \left[v_{i,j+1} \cdot \frac{\Theta_{i,j+1} + \Theta_{i,j}}{2} - v_{i,j} \cdot \frac{\Theta_{i,j} + \Theta_{i,j-1}}{2} \right] \cdot \frac{1}{\Delta y} \quad (4.17)$$

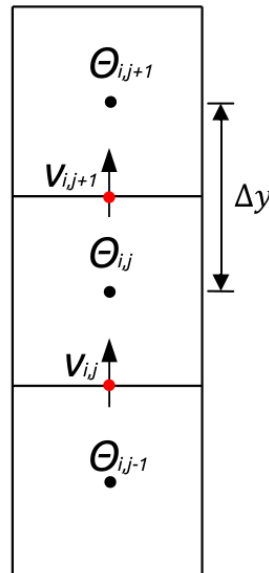


Figura 4.13 – Esquema ilustrativo do procedimento para a discretização do termo convectivo da equação da Energia para o termo transversal.

• **Equação para a correção da pressão**

A equação para a correção da pressão do Método dos Passos Fracionados pode ser escrita na forma expandida da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} = \frac{\rho}{\Delta t} \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right]^{n+1} \quad (4.18)$$

A discretização da Equação 4.18 foi realizada utilizando diferenças finitas centradas, conforme ilustrado na Fig. 4.14, e sua expressão está na Eq. 4.19.

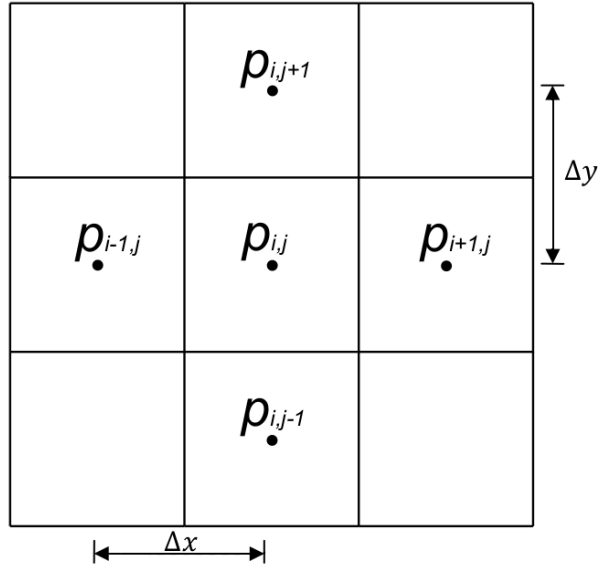


Figura 4.14 – Esquema ilustrativo da discretização utilizada para a equação da correção da pressão.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{p_{i+1,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} - \frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} \right] + \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{p_{i,j+1}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}}{\Delta y} - \frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} \right] \\ = \frac{\rho}{\Delta t} \left[\frac{\bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i,j}}{\Delta x} - \frac{\bar{v}_{i,j+1} - \bar{v}_{i,j}}{\Delta y} \right]^{n+1} \end{aligned} \quad (4.19)$$

A Equação 4.19, quando escrita para todos os pontos da malha euleriana, depende dos pontos vizinhos, no mesmo passo de tempo. Deste modo, todas as equações estão acopladas, gerando um sistema linear de equações que pode ser representado pela seguinte expressão:

$$a_p p'_p + a_e p'_e + a_w p'_w + a_n p'_n + a_s p'_s = b_p \quad (4.20)$$

em que:

$$p'_p = p'_{i,j}; \quad p'_e = p'_{i+1,j}; \quad p'_w = p'_{i-1,j};$$

$$p'_n = p'_{i,j+1}; \quad e \quad p'_s = p'_{i,j-1}.$$

Os coeficientes a_p , a_e , a_w , a_n e a_s são constantes para toda a malha uniforme. Para a malha não uniforme são variáveis ao longo do domínio, pois dependem das dimensões de cada célula. O sub-índices p , e , w , n e s estão ilustrados na Fig. 4.15 e são dados conforme as Equações 4.21, 4.22, 4.23 e 4.24.

$$a_p = - \left[\frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2} \right] \quad (4.21)$$

$$a_e = a_w = \frac{1}{(\Delta x)^2} \quad (4.22)$$

$$a_n = a_s = \frac{1}{(\Delta y)^2} \quad (4.23)$$

$$b_p = \frac{\rho}{\Delta t} \left[\frac{\bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i,j}}{\Delta x} - \frac{\bar{v}_{i,j+1} - \bar{v}_{i,j}}{\Delta y} \right] \quad (4.24)$$

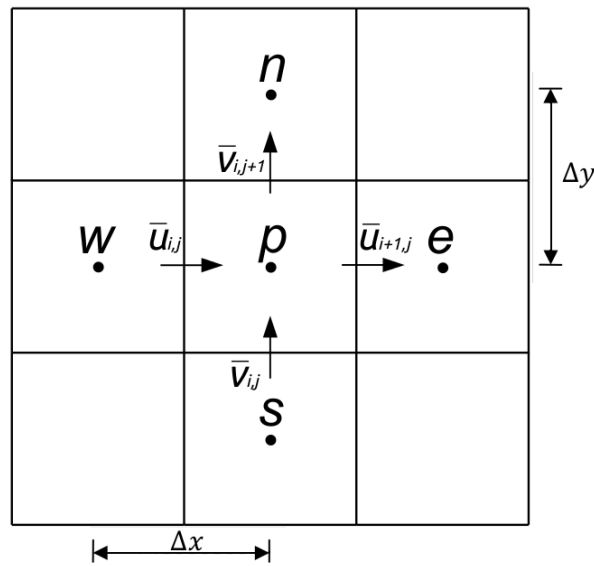


Figura 4.15 – Esquema ilustrativo da localização dos pontos p , e , w , n e s .

4.1.2 Discretização do domínio lagrangiano

Após o procedimento para a determinação dos pontos auxiliares, ilustrado na Fig. 4.1, e a partir das velocidades nestes pontos, calculadas pelas Equações 3.9 e 4.1, é possível efetuar o cálculo das derivadas espaciais e temporais em cada ponto k . Foram utilizados polinômios de Lagrange de segunda ordem para a aproximação das derivadas espaciais, passando pelos pontos k , 1 e 2, na direção x e pelos pontos k , 3 e 4, na direção y . A velocidade do fluido na interface k , para estes cálculos, é considerada igual à velocidade da interface. Denominando genericamente a variável a ser calculada por ϕ , as derivadas espaciais são dadas por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_2)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_k)} \phi_1 + \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_1)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_k)} \phi_2 + \frac{(x_i - x_1) + (x_i - x_2)}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)} \phi_k \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{2\phi_1}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_k)} + \frac{2\phi_2}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_k)} + \frac{2\phi_k}{(x_k - x_1)(x_k - x_2)} \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_4)}{(x_3 - x_4)(x_3 - x_k)} \phi_3 + \frac{(x_i - x_k) + (x_i - x_3)}{(x_4 - x_3)(x_4 - x_k)} \phi_2 + \frac{(x_i - x_3) + (x_i - x_4)}{(x_k - x_3)(x_k - x_4)} \phi_k \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{2\phi_3}{(x_3 - x_4)(x_3 - x_k)} + \frac{2\phi_4}{(x_4 - x_3)(x_4 - x_k)} + \frac{2\phi_k}{(x_k - x_3)(x_k - x_4)} \quad (4.28)$$

O cálculo da derivada temporal é efetuado com o auxílio da velocidade do fluido sobre a interface. As velocidades u_k e v_k são as velocidades da interface no fluido, e terão o valor idêntico ao da velocidade da interface, conforme já utilizado para o cálculo das derivadas espaciais. Já as velocidades u_{fk} e v_{fk} são as velocidades do fluido sobre a interface. O cálculo destes valores será efetuado utilizando-se a Eq. 3.9, a mesma utilizada para o cálculo das velocidades 1, 2, 3 e 4, porém, agora, levando-se em conta as velocidades das malhas eulerianas internas e externas à interface, conforme ilustrado na Fig. 4.16.

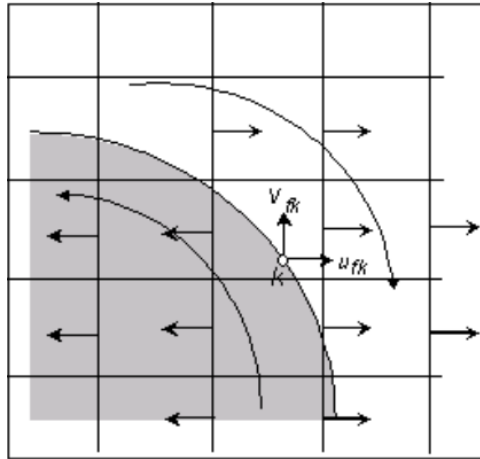


Figura 4.16 – Esquema de interpolação das velocidades do fluido sobre a interface no ponto k . Fonte: Lima E Silva (2002).

O mesmo procedimento de se utilizar uma distância máxima de $2\Delta x$ é utilizado, para economia de tempo computacional. Não há necessidade de percorrer toda a malha computacional, pois os pontos mais distantes não terão influência. Por isto, uma região quadrada $2\Delta x$ é selecionada em volta de cada ponto.

As derivadas temporais são dadas por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_k - u_{fk}}{\Delta t} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{v_k - v_{fk}}{\Delta t} \quad (4.30)$$

As derivadas espaciais da pressão são calculadas pelos polinômios de Lagrange de segunda ordem, conforme realizado para a velocidade, simplesmente substituindo os termos em ϕ nas Equações 4.25 a 4.28 por p .

Conforme o procedimento adotado para a pressão, as derivadas espaciais da temperatura são calculadas pelos polinômios de Lagrange de segunda ordem, substituindo os termos em ϕ das Equações 4.25 a 4.28 por Θ . Já as derivadas temporais são calculadas de forma análoga às derivadas temporais da velocidade. Utiliza-se a temperatura do sólido no ponto k e a temperatura do fluido no sólido, conforme a Eq. 4.31.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\Theta_k - \Theta_{fk}}{\Delta t} \quad (4.31)$$

Mais detalhes a respeito da organização do algoritmo do programa IBM-VPM podem ser encontrados no Apêndice A. Na sequência serão detalhadas as metodologias numéricas utilizadas com o programa OpenFOAM.

4.2 O programa OpenFOAM

O programa OpenFOAM não possui interface gráfica e, para ser executado, via terminal, é necessário acessar o diretório do caso a ser simulado. Este diretório deve conter, ao início da simulação, pelo menos três pastas com arquivos de dados sobre a simulação, conforme mostrado na Fig. 4.17.

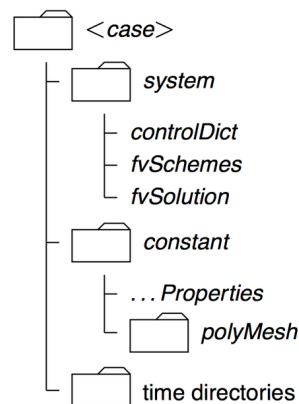


Figura 4.17 – Esquema de organização do programa OpenFOAM. Adaptado de: <http://www.openfoam.com/>.

Na pasta *system* estão os arquivos que contém os esquemas numéricos, de solução e controle da simulação, denominados por *controlDict*, *fvSchemes* e *fvSolution*. Na pasta *constant* estão os arquivos com as propriedades físicas utilizadas e a pasta *polyMesh*, na qual estão contidos dados sobre a malha. No início da simulação, apenas a pasta temporal 0 (zero) encontra-se no diretório do caso estudado. Nela devem estar contidos os arquivos com as condições iniciais e de contorno utilizadas para resolução do problema. Após toda a simulação executada, haverá tantas pastas de tempo (com os respectivos arquivos de propriedades de campo) quantas especificadas no dicionário de controle de simulação (*controlDict*).

O programa usa a metodologia de volumes finitos para resolver o sistema de equações diferenciais parciais atribuído a qualquer malha tridimensional não estruturada com elementos poliédricos. As técnicas de resolução disponíveis são desenvolvidas com uma estrutura robusta, implícita, com acoplamento pressão-velocidade e solução iterativa, embora técnicas alternativas possam ser aplicadas, conforme necessário.

4.2.1 Imposição das condições iniciais e de contorno e escolha do *solver*

O OpenFOAM inclui uma grande variedade de *solvers*, cada um deles projetado para uma classe específica de problema. As equações e algoritmos utilizados diferem de um *solver* para outro, de modo que a seleção do mais apropriado para o problema envolve a pesquisa de suas descrições na documentação do programa. Esta seleção determina muitos dos parâmetros e propriedades físicas necessários para definir a simulação numérica. No OpenFOAM, as equações são resolvidas em termos dimensionais, de tal forma que, para executar simulações a números determinados de Reynolds, Richardson e Prandtl, é necessário especificar corretamente os valores de propriedades físicas e geométricas, bem como as condições iniciais e de contorno.

Para a resolução do problema foram utilizados dois *solvers*. O primeiro deles é denominado por *boussinesqBuoyantFoam* e fornece a solução transiente para as equações de um escoamento incompressível, laminar, de um fluido Newtoniano, no qual existe a presença do termo de empuxo e utiliza-se a aproximação de Boussinesq. O segundo é denominado por *buoyantBoussinesqPimpleFoam* e fornece a solução transiente para as equações de um escoamento incompressível turbulento no qual existe a presença do termo de empuxo e no qual também utiliza-se a aproximação de Boussinesq.

Para o *buoyantBoussinesqPimpleFoam*, além das condições iniciais e de contorno de pressão, temperatura e velocidade para o caso estudado, é necessário fornecer uma condição extra, denominada por *p_rgh*, ao diretório 0 (zero). Esta condição fornece um valor de pressão equivalente à pressão total subtraída da pressão hidrostática. As equações no algoritmo de solução são escritas e resolvidas com o termo *p_rgh*. Após a solução, o termo *p* é calculado pela Eq. 4.32:

$$p = p_rgh + \rho gh \quad (4.32)$$

Para a definição dos valores dimensionais das propriedades, optou-se por escolher um valor de diâmetro unitário e constante para todas as simulações, a fim de se garantir compatibilidade com a geometria simulada no IBM/VPM. A velocidade incidente também foi considerada unitária e variou-se os valores de massa específica e viscosidade cinemática para obtenção dos números de Reynolds desejados. Esta decisão foi realizada para que o tempo de simulação numérica pudesse ser idêntico ao tempo adimensional de simulação

(conforme apresentado na Eq. 3.19). Para a temperatura, fixou-se um valor constante de 450K para a superfície do cilindro e de 300K para o fluido incidente, no caso de escoamento laminar. No caso de escoamento turbulento, uma temperatura de 302K foi fixada na superfície do cilindro e uma temperatura de 300K para o fluido incidente. Os valores do coeficiente de expansão volumétrica, β , e de difusividade térmica, α , foram então calculados para cada valor desejado do número de Richardson e para o valor de Prandtl igual a 0,7. Em todos os casos respeitou-se a condição descrita na Eq. 4.33, derivada da aproximação de Boussinesq e exigida por ambos os *solvers* para a validade numérica, durante a variação dos valores de β (utilizado para definir o valor de Richardson). Os valores de T_{ref} e ρ_{ref} referem-se aos valores de temperatura e massa específica de referência que são, no caso, os valores iniciais destas propriedades no fluido.

$$\frac{\beta(T - T_{ref})}{\rho_{ref}} \ll 1 \quad (4.33)$$

Para os casos de escoamentos turbulentos foi escolhido um menor intervalo de temperaturas como forma de garantir convergência numérica, visto que em regimes turbulentos podem haver variações locais rápidas de propriedades.

4.2.2 Geração da malha

Para a geração da malha foi utilizado o comando *blockMesh* em conjunto com o *snappyHexMesh*. Este utilitário é capaz de gerar malhas tridimensionais (contendo elementos hexaédricos e hexaédricos seccionados) de forma automática a partir de geometrias no formato STL (*STereoLithography*). A malha conforma-se à superfície do corpo através de um processo iterativo de refino a partir de uma malha inicial, que é seccionada na região próxima à fronteira do corpo através de um procedimento próprio do utilitário. A especificação do nível de refinamento de malha é flexível, assim como a qualidade de malha final. Para utilizar este comando é necessário:

- Dados da superfície do corpo em STL;
- Uma malha de fundo com o tamanho do domínio final, puramente hexaédrica;
- Um arquivo denominado por *snappyHexMeshDict* no qual estão presentes as informações do processo iterativo de refino da malha.

Uma explicação simplificada do processo de refino realizado pelo comando *snappyHexMesh* será ilustrada na sequência, para o caso de uma geometria qualquer. A Figura 4.18 possui a representação de uma geometria bidimensional, em formato STL, que será utilizada para a criação da malha.

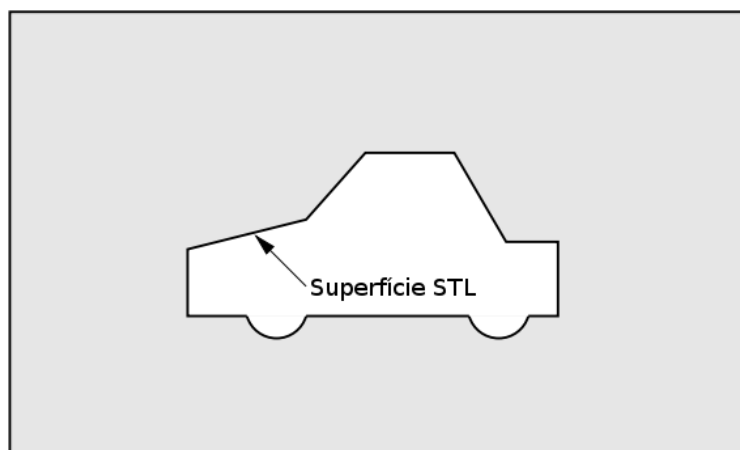


Figura 4.18 – Representação de uma geometria bidimensional em formato STL para uso com o *snappyHexMesh*. Fonte: <<http://www.openfoam.com/>>.

A primeira etapa a ser executada para a geração da malha é a criação de uma malha de fundo com elementos puramente hexaédricos que preencham toda a região do domínio, como mostrado na Fig. 4.19.

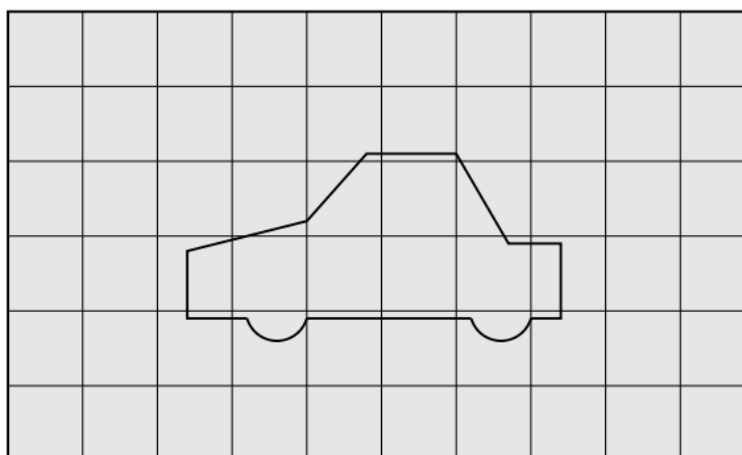


Figura 4.19 – Criação da malha de fundo para o *snappyHexMesh*. Fonte: <<http://www.openfoam.com/>>.

No caso da malha utilizada para a resolução das simulações com o OpenFOAM, esta etapa foi realizada utilizando-se o comando *blockMesh*. O procedimento de funcionamento deste utilitário não será explicado aqui, mas pode ser encontrado no guia de usuário do OpenFOAM, disponível no *site* do programa.

O comando *snappyHexMesh* é executado em seguida e inicia uma sequência de divisões nos elementos, inicialmente uniformes, conforme especificações fornecidas pelo *snappyHexMeshDict*. A divisão começa com os elementos sendo selecionados conforme as características da fronteira da geometria STL em relação à malha de fundo, sempre começando do interior da fronteira. Ao fim do processo os elementos estarão seccionados conforme ilustrado na Fig. 4.20.

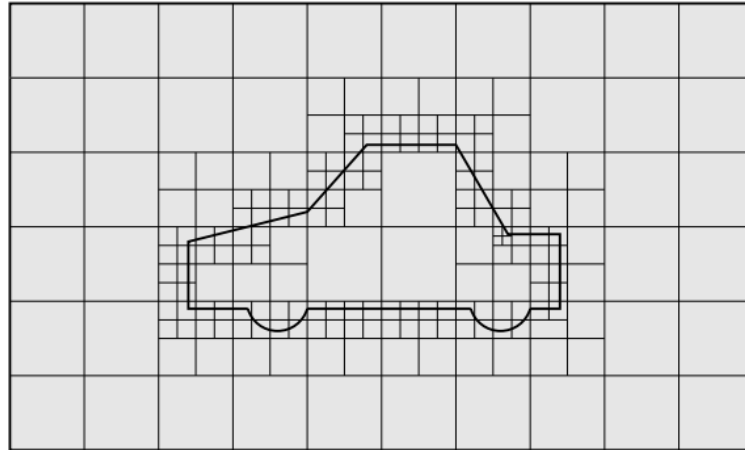


Figura 4.20 – Seleção dos elementos destinados à divisão. Fonte: <<http://www.openfoam.com/>>.

Após a divisão da superfície inicia-se um processo de remoção de elementos, cujo resultado final encontra-se ilustrado na Fig. 4.21.

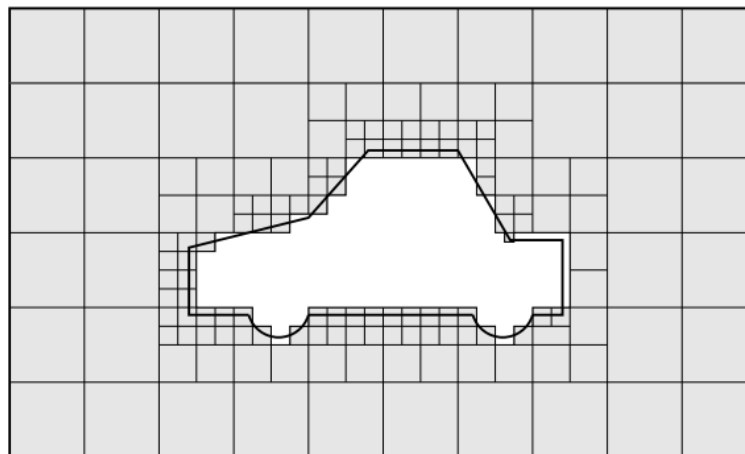


Figura 4.21 – Remoção de elementos realizada pelo *snappyHexMesh*. Fonte: <<http://www.openfoam.com/>>.

A remoção de elementos está sujeita, inicialmente, ao critério de que o elemento a ser descartado deverá estar completamente cercado por elementos que pertencem ao interior do corpo. Caso seja encontrado um elemento conectado ao exterior do corpo, ele deve ser retido se, aproximadamente 50% ou mais do seu volume estiver no exterior do corpo. Os elementos restantes devem ser removidos.

Alguns elementos, que pertencem a determinadas regiões de volume especificadas no dicionário do comando, podem ser novamente divididos, conforme ilustrado na Fig. 4.22 para a região retangular sombreada.

A etapa seguinte do processo envolve mover os pontos de vértice de cada elemento até a superfície da geometria para remover a superfície dentada da malha. Ao fim desta etapa a malha deverá estar conforme ilustrado na Fig. 4.23.

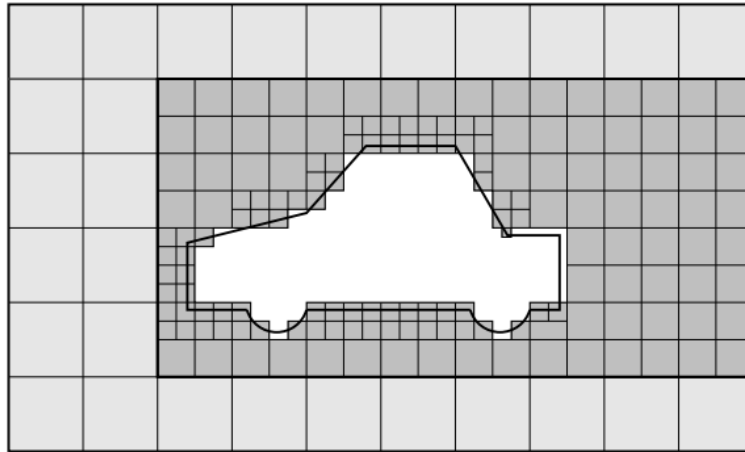


Figura 4.22 – Divisão de elementos por região realizada pelo *snappyHexMesh*. Fonte: <<http://www.openfoam.com/>>.

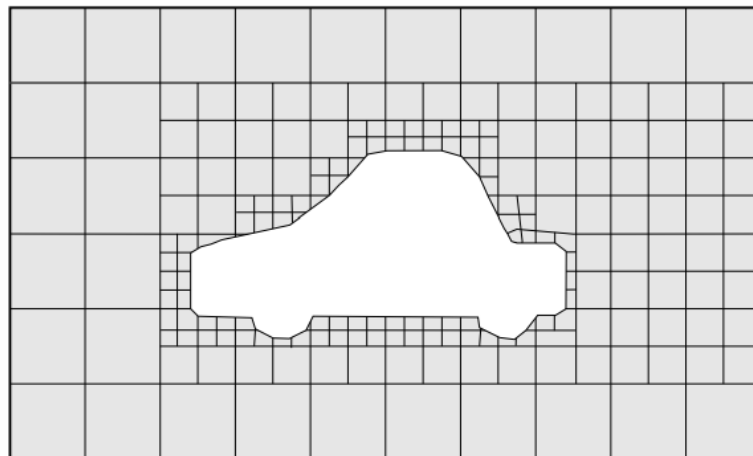


Figura 4.23 – Movimentação dos vértices dos elementos para conformação da malha à superfície. Fonte: <<http://www.openfoam.com/>>.

O processo de movimentação dos vértices passa pelo seguinte processo iterativo:

1. Deslocar os vértices das regiões de fronteira até a superfície STL;
2. Aperfeiçoar a posição dos vértices da região de malha interna, por meio de técnica de otimização numérica, a partir das posições mais recentes dos vértices deslocados;
3. Identificar os vértices que fazem com que os parâmetros de qualidade da malha sejam violados;
4. Reduzir o deslocamento desses vértices de seu valor inicial (em 1) e repetir a etapa 2 até que a qualidade da malha seja satisfeita.

4.2.3 Esquemas numéricos, de solução e controle da simulação

Conforme ilustrado na Figura 4.17, a pasta *system* contém três arquivos, o *controlDict*, o *fvSchemes* e o *fvSolution*. No *controlDict* estão informações de controle da simulação, como os tempos inicial e final da simulação, o passo de tempo utilizado e parâmetros para a saída de dados, como o intervalo de tempo em que os valores de propriedades serão gravados. No *fvSchemes* estão os esquemas de discretização numérica utilizados para a resolução das equações. No *fvSolution* estão especificados os métodos numéricos utilizados para a resolução dos sistemas lineares, as tolerâncias e outras informações de algoritmos de controle que podem ser utilizados para a simulação. Mais detalhes contendo o formato dos arquivos utilizados para a definição dos esquemas numéricos, de solução e controle das simulações executadas encontram-se no Anexo 1. Também encontra-se no Anexo 1 o procedimento utilizado para o cálculo do número de Nusselt, etapa na qual foi realizada uma modificação do código original para a criação de uma nova ferramenta, o *NusseltCalc*.

Nas simulações dos escoamentos laminares foi utilizado um intervalo de tempo $\Delta t = 0,1s$ e para os experimentos turbulentos um intervalo $\Delta t = 0,01s$. A discretização temporal foi feita em Euler implícito de primeira ordem. As discretizações espaciais foram feitas por meio de volumes finitos e integração Gaussiana, com interpolação linear de segunda ordem. Para a resolução dos sistemas lineares foram utilizados o método do gradiente conjugado, para o caso dos sistemas lineares para a pressão, e o método do gradiente conjugado com condicionamento, para os sistemas lineares de velocidade e temperatura.

No *boussinesqBuoyantFoam* é utilizado um algoritmo com acoplamento pressão-velocidade do tipo PISO (*Pressure Implicit with Splitting of Operator*), no qual existe uma etapa preditora e duas etapas corretoras para satisfação da conservação da massa. No *buoyantBoussinesqPimpleFoam* utiliza-se um algoritmo do tipo PIMPLE, que é uma junção do algoritmo PISO com o SIMPLE (*Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations*). Em ambos os casos a equação da energia é resolvida de forma segregada, logo após a resolução do algoritmo PISO. As etapas básicas do algoritmo SIMPLE são as seguintes:

1. Calcular os gradientes de velocidade e pressão a partir dos campos anteriores (ou dos valores de condição inicial, para o caso do início da simulação);
2. Resolver a equação de conservação da quantidade de movimento para calcular o campo de velocidades médias;
3. Detectar as faces dos elementos nas quais o fluxo mássico está incorreto;
4. Resolver uma equação de correção da pressão para calcular o termo de correção de pressão para estes elementos;

5. Corrigir o campo de pressões;
6. Corrigir os fluxos mássicos;
7. Corrigir as velocidades dos elementos a partir dos gradientes corrigidos de pressão;
8. Atualizar a massa específica do fluido em decorrência da variação de pressão.

No *buoyantBoussinesqPimpleFoam*, após a rotina do algoritmo PISO e da resolução da equação da energia, para cada intervalo de tempo, são acrescentadas as rotinas do algoritmo SIMPLE, sendo que, neste caso, a atualização da massa específica da etapa 8 é realizada pela aproximação de Boussinesq, e não pela variação de pressão (que ocorre no caso de escoamentos compressíveis).

No capítulo seguinte são apresentados os resultados das simulações realizadas assim como as malhas utilizadas em cada um dos programas e os parâmetros utilizados em cada um dos experimentos numéricos.

5 Resultados das Simulações Numéricas

Todos os resultados das simulações numéricas realizadas no presente trabalho são apresentados neste capítulo. Buscou-se analisar o escoamento sobre um cilindro aquecido, com ou sem rotação, utilizando duas metodologias numéricas diferentes. Nos códigos computacionais IBM-VPM e OpenFOAM foram variados os números de Reynolds ($40 \leq Re \leq 3900$) e de Richardson ($0 \leq Ri \leq 2,77$), assim como a rotação específica ($-2 \leq \Omega \leq +2$), fixando-se o número de Prandtl em 0,7. No total foram realizados 339 casos utilizando os dois códigos. Um resumo das simulações executadas em cada um dos programas encontra-se na Tab. 5.1.

Tabela 5.1 – Resumo das simulações numéricas executadas neste trabalho.

IBM-VPM		
Reynolds	Richardson	Ω
40	0,5; 1,0; 1,5; 2,0 e 2,5	-1; 0 e +1
100	0,5; 1,0; 1,5; 2,0 e 2,5	-1; 0 e +1
150	0,5; 1,0; 1,5; 2,0 e 2,5	-1; 0 e +1
200	0,5; 1,0; 1,5; 2,0 e 2,5	-1; 0 e +1
1000	0; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5 e 2,77	-1; 0 e +1
3900	0; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5 e 2,77	-1; 0 e +1

OpenFOAM		
Reynolds	Richardson	Ω
40	0,25; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 e 2,5	-2,0; -1,5; -1,0; -0,5; 0; +0,5; +1,0; +1,5 e 2,0
100	0,25; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 e 2,5	-2,0; -1,5; -1,0; -0,5; 0; +0,5; +1,0; +1,5 e 2,0
150	0,25; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 e 2,5	-2,0; -1,5; -1,0; -0,5; 0; +0,5; +1,0; +1,5 e 2,0
200	0,25; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 e 2,5	-2,0; -1,5; -1,0; -0,5; 0; +0,5; +1,0; +1,5 e 2,0
1000	0; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5 e 2,77	-1; 0 e +1

As simulações foram executadas em dois locais, em máquinas do LabTC e no cluster do Laboratório de Astrofísica Computacional. As máquinas do LabTC são compostas por computadores com a 4ª Geração do Processador Intel Core i7-4790 (3.6 GHz expansível para até 4.0 GHz, 8 MB de Cache), 16GB de memória RAM, Dual Channel DDR3, 1600MHz (4x4Gb). O cluster do Laboratório de Astrofísica Computacional é composto por seis máquinas Lenovo ThinkServer RD640. Cada máquina possui 2 processadores físicos Intel Xeon E5-2660 v2 operando a 2.20 GHz de frequência com 10 núcleos físicos e 20 núcleos lógicos, totalizando 40 processadores por máquina. Cada máquina possui 96842 MB de memória RAM do tipo LV-RDIMM DDR3-1600 MHz ECC. O cluster utiliza a distribuição Rocks release 6.2 tendo como base a distribuição CentOS release 6.6 com Kernel Linux 2.6.32 de 64 bits. As máquinas são interligadas usando rede 1 Gigabit Ethernet. O tempo de simulação variou entre algumas horas a algumas semanas, dependendo do caso simulado, da máquina e do programa utilizado, conforme ilustrado na Tab. 5.2.

Tabela 5.2 – Tempo aproximado de simulação (em minutos) conforme caso simulado, máquina e programa utilizados.

Re	Ω	Nº de núcleos	Tempo de simulação (OpenFOAM)	Tempo de simulação (IBM-VPM)
40	0	1	360	21600
40	0	4	150	-
40	1	1	360	17280
40	1	4	150	-
1000	0	1	5160	14400
1000	0	40	720	-

O escoamento foi estudado utilizando um domínio bidimensional de altura $H = 50D$ e largura $L = 60D$, sendo D o diâmetro do cilindro. Na Figura 5.1 encontra-se um esquema do problema estudado. O tamanho do domínio computacional foi mantido o mesmo para os dois códigos em todas as simulações. O cilindro isotérmico foi colocado em seu interior, a uma distância $20D$ da entrada e a $25D$ de altura, no centro do domínio. Esta configuração foi previamente testada de forma que as fronteiras do domínio não interferissem no escoamento próximo ao corpo.

Na entrada do domínio a velocidade e a temperatura do fluido são uniformes e o escoamento se desenvolve da esquerda para a direita. A gravidade atua na direção y , induzindo efeitos de empuxo na direção ortogonal ao escoamento incidente da entrada. As regiões limites do domínio ao norte e ao sul são adiabáticas, com derivadas nulas para velocidade. Estas condições de contorno, assim como o tamanho do domínio, foram escolhidas para garantir um domínio não-confinado de análise para o escoamento.

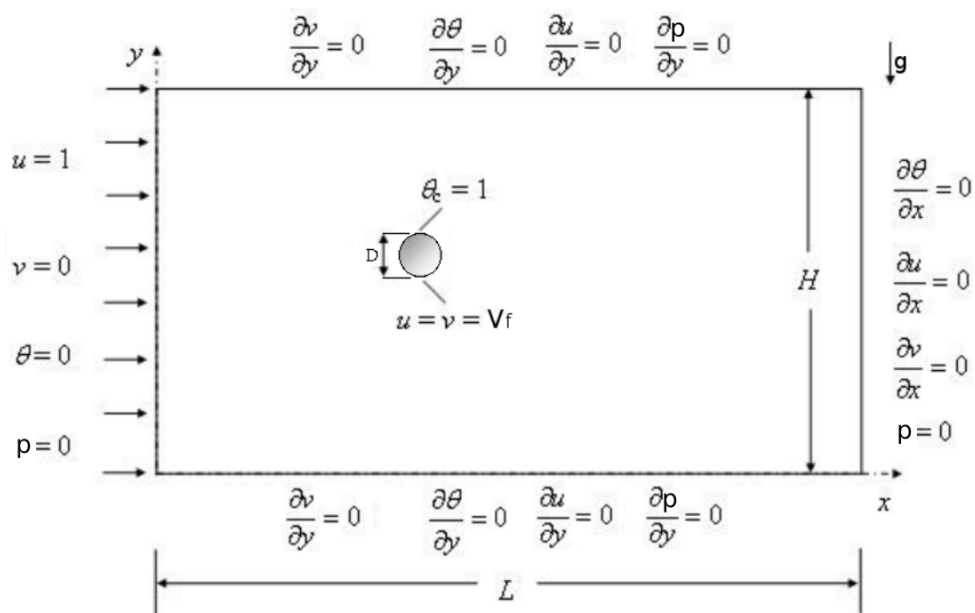


Figura 5.1 – Ilustração do domínio do problema estudado e das condições de contorno.

Uma ilustração das malhas euleriana e lagrangiana utilizadas em todas as simulações numéricas com o código IBM-VPM pode ser vista da Fig. 5.2. A malha euleriana não uniforme foi gerada de forma que a transição entre as regiões de contração (a montante e abaixo do cilindro) e de expansão (a jusante e acima do cilindro) fosse suave. Na região central sobre o cilindro a malha é uniforme (Fig. 5.2.b) e dentro do cilindro existem pelo menos 80 malhas. Este valor foi escolhido após a realização de vários testes de refinamento. Ele também está diretamente relacionado com o número de pontos lagrangianos utilizados para representar o cilindro.

O número de pontos lagrangianos (NPL) é definido pelo usuário, e deve ser escolhido com cuidado, conforme o refino da malha euleriana. O valor de NPL deve ser escolhido de forma que existam pelo menos dois pontos lagrangianos dentro de uma malha euleriana. Desta forma o campo de forças euleriano representará corretamente a geometria da interface (LIMA E SILVA, 2002). Em termos matemáticos pode-se calcular o valor de NPL de acordo com o valor de Δs (distância entre dois pontos lagrangianos), dada por:

$$\frac{\Delta s}{\Delta x} \leq 0,5 \quad (5.1)$$

em que Δx é o tamanho da malha euleriana. No caso de um cilindro circular de diâmetro $D = 1m$ com 80 malhas eulerianas em seu interior, o valor de Δx será $1/80 = 0,0125m$ e $\Delta s = 0,0063$. Com o comprimento da circunferência e do valor de Δs obtém-se o NPL:

$$NPL \geq \frac{\pi D}{\Delta s} = 510 \quad (5.2)$$

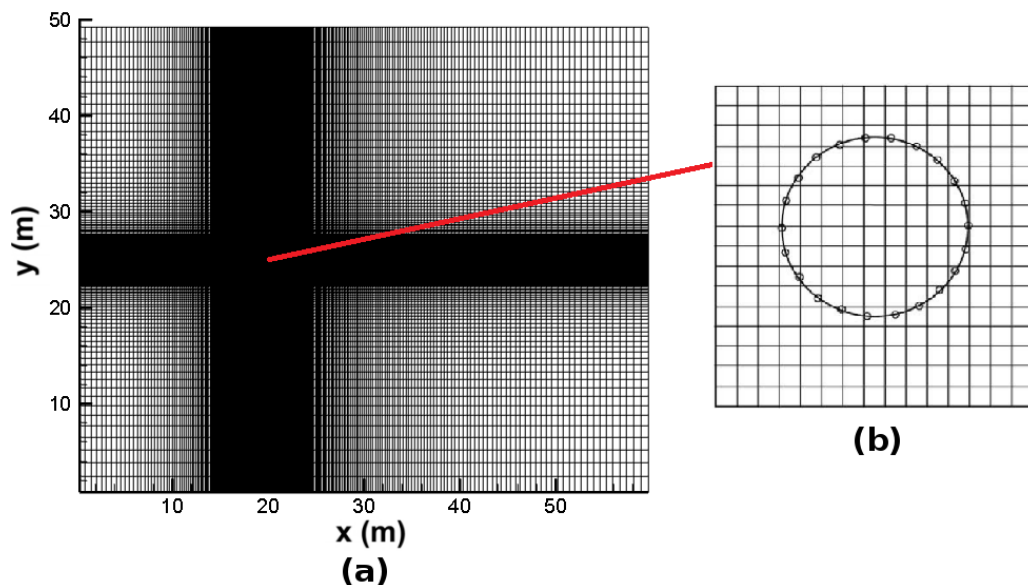


Figura 5.2 – Ilustração da malha euleriana (a), e da malha lagrangiana (b), utilizadas pelo IBM-VPM.

No caso do programa OpenFOAM, a malha utilizada para simular os escoamentos no regime laminar foi gerada pelas ferramentas *blockMesh* e *snappyHexMesh* e está ilustrada na Fig. 5.3. Esta malha foi previamente testada e utilizada no trabalho de Reis (2016), onde apresentou bons resultados. No presente trabalho esta malha foi utilizada apenas para as simulações no regime laminar. Ela foi construída a partir de uma malha base construída com o *blockMesh*, com um número de células nas direções x e y de 150 e 125, respectivamente. Foram utilizados 5 níveis de camadas de refinamento com o *snappyHexMesh* a partir da superfície do cilindro, com 210 células cada uma delas. Isto implica que, na região próxima ao cilindro (primeira camada), os valores de Δx e Δy foram seccionados em 5 vezes (ou seja, sendo o Δx da malha 0,4m, então, na região próxima ao cilindro, a malha terá 0,008m). São contabilizadas 210 células com este nível de refino até a próxima camada, que terá os valores de Δx e Δy seccionados em 4 vezes e novamente 210 células serão contabilizadas, com este novo valor, até a próxima camada. O processo se repete até que se completem o número de camadas e a malha passe a ter o valor de refino especificado no *blockMesh*.

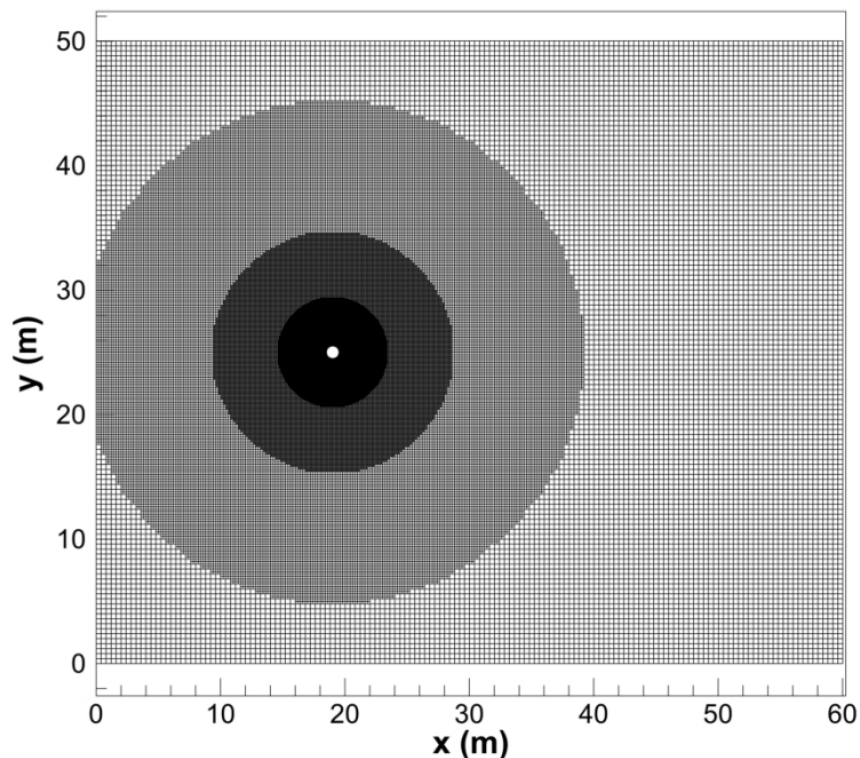


Figura 5.3 – Malha adaptativa gerada pelo *snappyHexMesh* ao redor de um cilindro circular bidimensional. Fonte: Reis (2016).

Nas simulações em regime turbulento foi utilizada a malha ilustrada na Fig. 5.4. Foi necessário refinar a malha nas simulações no regime turbulento para evitar problemas com os valores de propriedades na transição entre as camadas. Portanto, para uma melhor visualização da malha, a Fig. 5.4 encontra-se ampliada, mostrando apenas a região próxima ao cilindro.

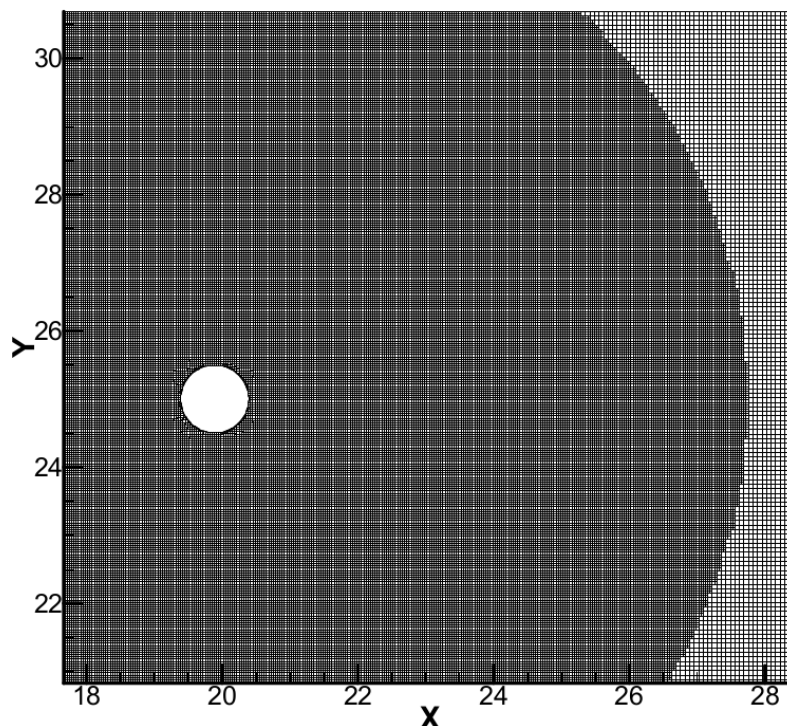


Figura 5.4 – Vista ampliada da malha adaptativa gerada pelo *snappyHexMesh* ao redor de um cilindro circular bidimensional para as simulações no regime turbulento.

Para contornar o problema na transição entre as camadas, utilizou-se uma malha base mais refinada e apenas 2 camadas, com 220 células cada. No código IBM-VPM foi utilizada a metodologia LES para as simulações em regime turbulento e foi utilizada apenas uma malha em todas as simulações, conforme mencionado anteriormente. Para o programa OpenFOAM além da malha utilizada para os casos em regime laminar ser diferente da malha utilizada no regime turbulento, foi necessário testar vários refinamentos de malha base para cada modelo de turbulência utilizado (LES e RANS). Os demais parâmetros do *snappyHexMeshDict* foram mantidos constantes para ambas as malhas utilizadas no regime turbulento.

Foram testados sete refinamentos de malha, quatro deles com a metodologia LES e três deles com a metodologia RANS. No caso da metodologia LES foi necessário um maior refinamento de malha para a obtenção de melhores resultados, conforme pode ser visto na Tab. 5.3, para os valores médios do coeficiente de sustentação. Isto era esperado pelo fato do método LES incluir escalas do escoamento não avaliadas pela metodologia RANS. Comparando um mesmo refinamento de malha (malhas 4 e 5) com os dois diferentes modelos de turbulência é possível notar uma variação de aproximadamente 33% entre os valores médios do coeficiente de sustentação. No entanto, ao se comparar a influência do refinamento de malha apenas no caso da metodologia RANS (malhas 5, 6 e 7), nota-se pouca variação no valor médio de C_l (de aproximadamente 3% entre as malhas 5 e 6 e de aproximadamente 0,2% entre as malhas 6 e 7), demonstrando um refinamento suficiente para esta metodologia. Desta forma, a malha 6, com a metodologia RANS, foi escolhida para as demais simulações

pois demonstrou pouca variação para o valor médio do coeficiente de sustentação em relação aos outros testes de malha. Além disso, ao se comparar os resultados da malha 1 (malha mais refina com a metodologia LES) com os resultados da malha 6, obtém-se uma variação muito pequena no valor médio de Cl (de aproximadamente 0,3%).

Tabela 5.3 – Valores de \overline{Cl} obtidos com o programa OpenFOAM para $Re = 1000$, $Ri = 0,5$ e $\Omega = 0$.

Malha	Nº de células em x e y	Cl
1 (LES)	900x750	0,3017
2 (LES)	810x675	0,2525
3 (LES)	720x600	0,2017
4 (LES)	630x525	0,2072
5 (RANS)	630x525	0,3090
6 (RANS)	540x450	0,3009
7 (RANS)	360x300	0,3003

Em decorrência do grande número de variáveis do problema estudado, para facilitar a análise, inicialmente são apresentados os resultados das simulações realizadas com o cilindro estacionário a diferentes números de Reynolds e de Richardson. Posteriormente, são apresentados os resultados para as simulações numéricas com o cilindro rotativo, fixando o número de Richardson e analisando o efeito da variação do número de Reynolds e da rotação específica. São também apresentados diferentes gráficos dos valores dos coeficientes de arrasto, de sustentação, número de Strouhal e número de Nusselt.

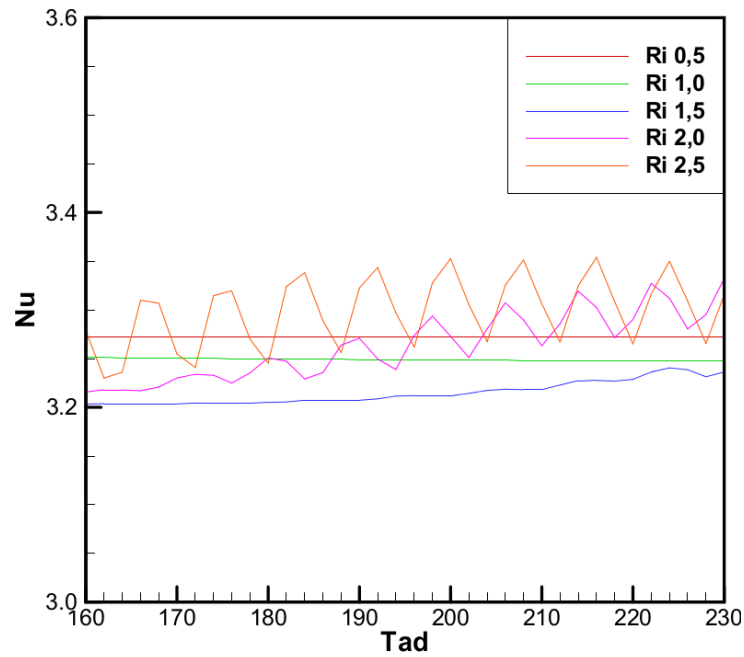
5.1 Regime laminar

Na primeira parte desta seção serão apresentados os resultados e análises para as simulações em regime laminar com o cilindro estacionário. Nas simulações com $Re = 40$, em especial, conforme estudado por Biswas e Sarkar (2009), Paramane e Sharma (2010) e Chatterjee e Mondal (2012) foi investigado o desprendimento de vórtices a valores subcríticos de número de Reynolds com a imposição de aquecimento. A outros valores de Reynolds do regime laminar o desenvolvimento do escoamento foi analisado e comparado com a literatura disponível.

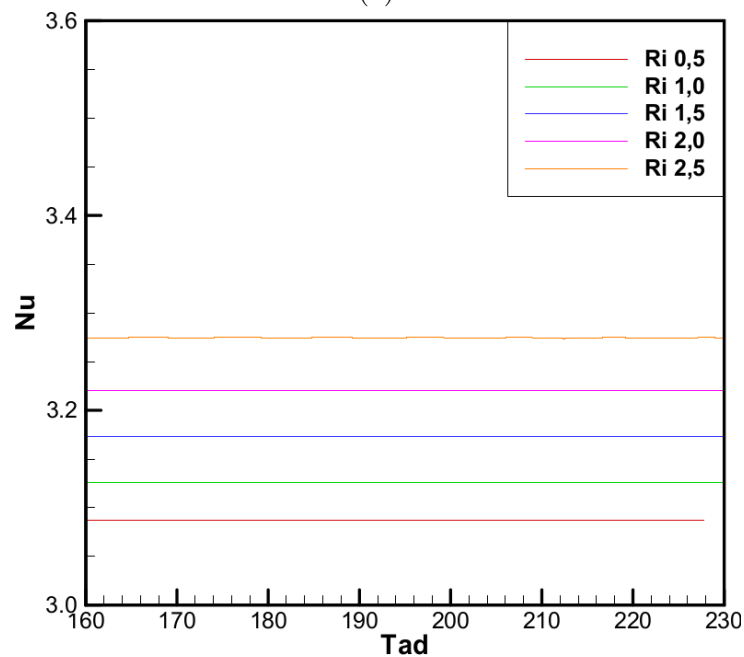
A segunda parte da seção é dedicada à análise das simulações para o regime laminar com o cilindro rotativo. O intervalo $0 \leq \Omega \leq 2$ foi inicialmente escolhido para investigar a supressão do desprendimento periódico de vórtices em escoamentos com convecção mista e rotação do cilindro, conforme demonstrado no trabalho de Paramane e Sharma (2010). Além disso, foram simulados casos com $-2 \leq \Omega \leq 0$ para analisar a influência do sentido de rotação no desenvolvimento do escoamento, pois em escoamentos transversais o sentido da rotação representa um fator extra de estabilização/desestabilização do escoamento.

5.1.1 Cilindro estacionário

Para estudar a dinâmica do escoamento com influência do empuxo, causado pelo aquecimento do cilindro, foram simulados casos iniciais com Reynolds 40 e Richardson variando entre 0,5 e 2,5. Na Figura 5.5 podem ser observados os resultados da evolução temporal ($T_{ad} \equiv t$) do número de Nusselt para diferentes números de Richardson e para Reynolds 40.



(a)



(b)

Figura 5.5 – Evolução temporal do número médio de Nusselt sobre o cilindro para $Re = 40$ a vários números de Richardson. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.

É possível observar, com os gráficos de evolução temporal, o surgimento de uma oscilação periódica, característica da esteira de von Karman, através da variação do número de Nusselt, após certo tempo de simulação. Para a simulação executada com o OpenFOAM, observado na Fig. 5.5a, pode-se notar o início da oscilação em $Ri = 1,5$. Para $Ri = 2,5$ as amplitudes tornam-se significativamente elevadas (com uma amplitude da ordem de 0,1 do número de Nusselt, que varia de aproximadamente de 3,25 a 3,45). O formato dentado do gráfico para o programa OpenFOAM deve-se ao fato da ferramenta de pós-processamento *NusseltCalc*, utilizada para o cálculo do número de Nusselt, ser utilizada em associação aos tempos de simulação gravados para os campos de propriedades. Uma vez que as simulações foram realizadas antes da implementação do *NusseltCalc*, poucas pastas de tempo foram gravadas (a intervalos de dois segundos cada) de forma que, para uma melhoria do gráfico, seria necessário executar todas as simulações por completo novamente.

Na evolução temporal do número de Nusselt obtida com o código IBM-VPM, mostrado na Fig. 5.5b, as instabilidades começam a surgir a partir de $Ri = 2,5$, embora possuam amplitudes muito baixas (da ordem de 0,0012 para o número de Nusselt). É esperado que o escoamento para os casos em que o corpo imerso já se encontra inicialmente modelado desenvolva-se de uma forma diferente do escoamento com o IBM-VPM pois, no segundo caso, deve-se calcular as forças que representam o corpo para que depois o escoamento seja desviado. Além disso, o valor de Richardson crítico, a partir do qual o escoamento a jusante do cilindro passa a ser influenciado de forma significativa pelo aquecimento (e o desprendimento de vórtices se inicia) possui diferentes valores entre os autores consultados. O valor de Richardson crítico varia de 0,6 nos trabalhos de Paramane e Sharma (2010) e Chatterjee e Mondal (2012), e 1,95 no trabalho de Biswas e Sarkar (2009), para os casos com $Re = 40$. Apesar das divergências relativas à transição do escoamento, os resultados para os valores médios de ambos os programas apresentam boa concordância, conforme pode ser observado na Tab. 5.4.

Tabela 5.4 – Comparação dos valores médios temporais do número de Nusselt (\overline{Nu}) para $Re = 40$ para diferentes valores do número de Richardson.

Ri	OpenFOAM	IBM-VPM	Badr (1982)	Paramane e Sharma (2010)	Chatterjee e Sinha (2016)
0,25	3,2679	-	3,49	3,242	-
0,50	3,2726	3,0870	-	-	-
1,00	3,2524	3,1277	-	-	-
1,25	-	-	3,60	-	-
1,50	3,2047	3,1734	-	-	-
2,00	3,3147	3,2218	3,76	-	3,3972
2,50	3,3149	3,2747	-	-	-

A evolução temporal do coeficiente de arrasto encontra-se nas Figs. 5.6a e 5.6b. Também para este coeficiente é possível observar, de forma mais nítida, a transição do

escoamento na evolução temporal com o aumento do número de Richardson no programa OpenFOAM. Embora o escoamento não tenha transicionado para o programa IBM-VPM, os valores médios também estão em coerência com a literatura disponível, conforme observado no Tabela 5.5.

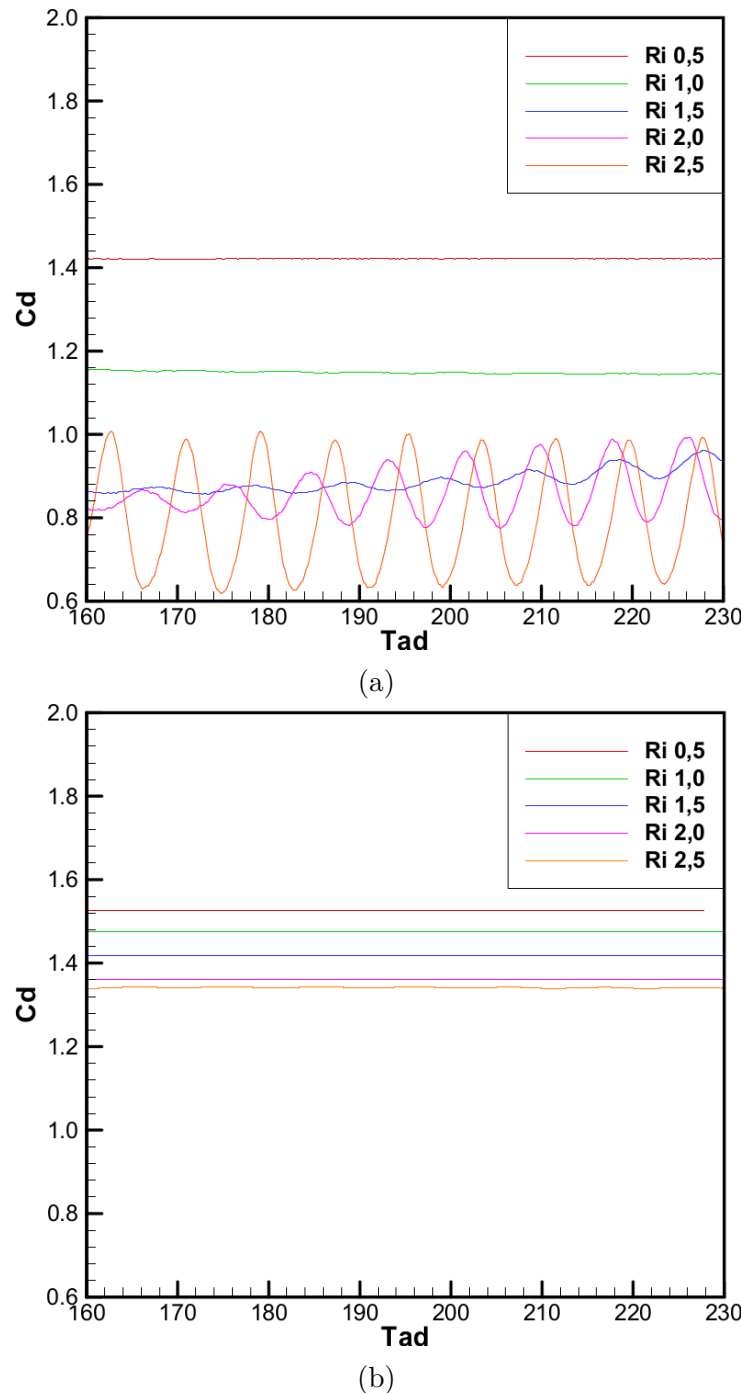


Figura 5.6 – Evolução temporal do coeficiente de arrasto para $Re = 40$ a vários números de Richardson. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.

Foram realizados diversos testes para averiguar se as condições de refino da malha poderiam influenciar na transição do escoamento, mas os resultados obtidos foram pouco distintos. Também o tempo de simulação foi levantado como hipótese para a divergência,

uma vez que o programa IBM-VPM precisa de um tempo maior para a estabilização do escoamento, por se tratar de um programa transiente que precisa primeiro modelar virtualmente a presença do corpo. Entretanto, até $T_{ad} = 230$ (aproximadamente um mês de simulação) o escoamento não apresentou mudanças significativas de comportamento.

Tabela 5.5 – Comparação dos valores médios do coeficiente de arrasto (C_d) a $Re = 40$ para diferentes valores do número de Richardson.

Ri	OpenFOAM	IBM-VPM	Chatterjee e Sinha (2016)
0,25	1,5032	-	-
0,50	1,4262	1,5273	-
1,00	1,1590	1,4811	-
1,50	0,9249	1,4193	-
2,00	0,9071	1,3684	1,0283
2,50	0,7968	1,3424	-

Em relação ao comportamento descendente do coeficiente de arrasto, Chatterjee e Mondal (2012) sugeriram que o aumento do aquecimento ocasiona uma maior proximidade do fluido na superfície sólida aquecida e uma significativa redução do crescimento da bolha de recirculação a jusante do cilindro. Isto resulta em um decréscimo monotônico de C_d com o aumento de Ri . Este decréscimo pode ser notado de forma mais expressiva nos resultados obtidos pelo program OpenFOAM pois, conforme avaliado pelos mesmos autores, o coeficiente de arrasto decresce de forma mais rápida quando $Ri > Ri_{cr}$ do que quando $Ri < Ri_{cr}$. Não tendo o escoamento transicionado para os casos simulados com o IBM-VPM é coerente o decréscimo do coeficiente de arrasto não ser tão expressivo.

Os valores médios do coeficiente de sustentação, em função do número de Richardson para $Re = 40$, foram comparados com os resultados obtidos por Chatterjee e Mondal (2012), conforme mostra os gráficos da Fig. 5.7. Para este coeficiente os resultados obtidos pelo programa OpenFOAM e pelo código IBM-VPM possuem diferenças mais significativas.

Pela análise na Figura 5.7a é possível verificar que para escoamentos a Richardson zero a média temporal do coeficiente de sustentação é zero. Isto ocorre pois o escoamento sem o efeito do empuxo térmico é simétrico. No entanto, a medida que o número de Richardson aumenta o efeito do empuxo devido ao aquecimento induz assimetria no escoamento. Esta assimetria é então responsável pelo aparecimento de forças líquidas na direção ortogonal ao escoamento, de tal forma que o coeficiente de sustentação não é mais nulo. Conforme consultado na literatura, para valores de $Ri > 0$, há um crescimento da bolha de recirculação de fluido, que se prende nas vizinhanças do cilindro e que, além de atuar no decréscimo do coeficiente de arrasto, induz uma sustentação negativa (PARAMANE; SHARMA, 2010). Conforme pode ser observado pela Fig. 5.7b, os resultados obtidos pelo programa OpenFOAM concordam de forma satisfatória com esta tendência.

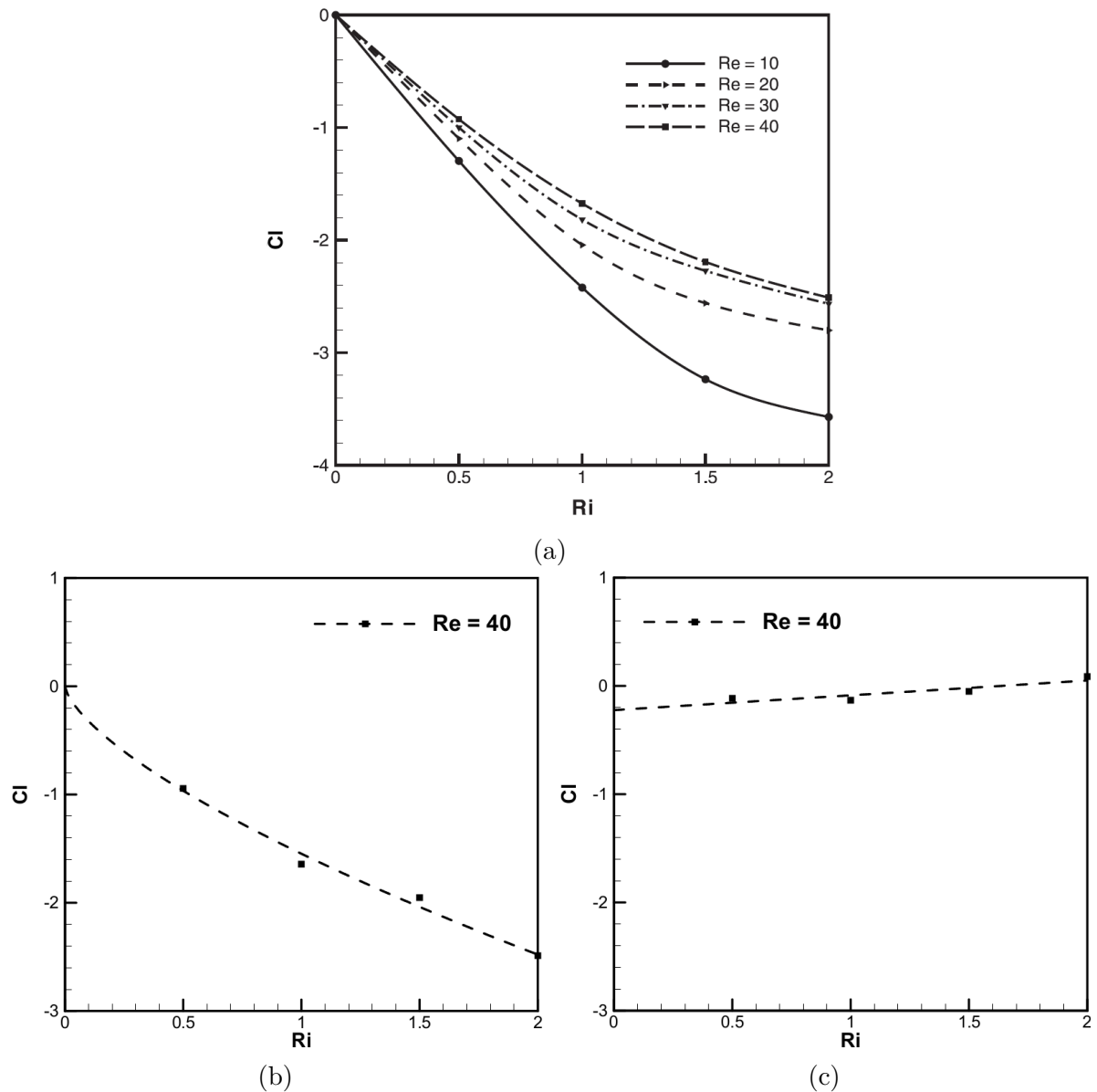


Figura 5.7 – Valores médios do coeficiente de sustentação para $Re = 40$ em função do número de Richardson. (a) Chatterjee e Mondal (2012), (b) OpenFOAM e (c) IBM-VPM.

Biswas e Sarkar (2009) realizaram uma análise detalhada da física envolvida na transição do escoamento com o efeito de empuxo. Os autores identificaram um alongamento da bolha de recirculação com o aumento do número de Richardson, alimentada pelo transporte de vorticidade, produzida nas vizinhanças da superfície do cilindro próximas à esteira. A Figura 5.8 mostra o comportamento das linhas de corrente para o número de Richardson crítico ($Ri_{cr} = 1,985$) para o número de Reynolds 45 obtido pelos autores e os resultados obtidos pelo programa IBM-VPM para $Ri = 2$ e $Re = 40$. É possível observar a boa concordância no que se refere ao comportamento das linhas de corrente. No entanto, no IBM-VPM não ocorreu a separação da bolha na parte inferior do cilindro, embora estes mesmos autores tenham identificado um valor de $Ri_{cr} = 1,95$ para $Re = 40$.

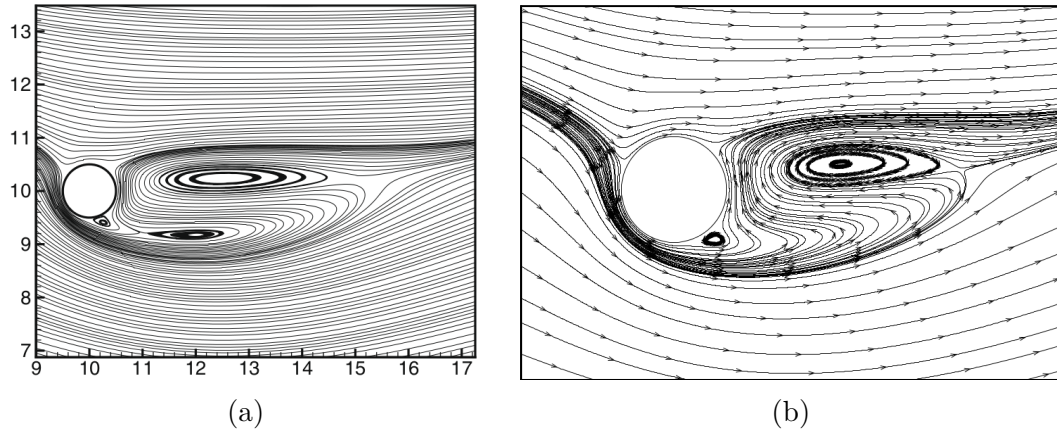


Figura 5.8 – (a) Linhas de corrente para $Ri_{cr} = 1,90$ a $Re = 45$ obtido por Biswas e Sarkar (2009). (b) Linhas de corrente para $Ri = 2$ e $Re = 40$ obtidas pelo IBM-VPM.

Para compreender a física envolvida no fenômeno de desprendimento de vórtices decorrente do empuxo térmico e comparar as diferentes metodologias, especialmente em relação ao coeficiente de sustentação, as linhas de corrente, isotermas e vorticidade foram retiradas de um mesmo instante de tempo ($T_{ad} = 210$) das simulações com o OpenFOAM e com o IBM-VPM. Estes campos foram analisados para as simulações a $Re = 40$ com os valores de Richardson 0,5, 1,5 e 2,5.

Nas Figuras 5.9b, 5.9d e 5.9f fica evidente a perda de simetria em relação ao eixo y no escoamento, mesmo para baixos valores de Ri . O aumento de Richardson também modifica o tamanho e a inclinação dos vórtices. O vórtice horário, na parte superior da bolha de recirculação, está separado do cilindro e se move ligeiramente com a corrente, alongando-se à medida que o número de Richardson aumenta. Já o vórtice anti-horário na parte inferior da bolha permanece colado ao cilindro para todos os valores de Richardson e diminui de tamanho com o aumento de Ri . Este mesmo comportamento foi reportado na literatura por outros autores (BISWAS; SARKAR, 2009; KUMAR et al., 2016). No programa OpenFOAM os campos de linhas de corrente das Figs. 5.9c e 5.9e não foram similares ao obtidos pelo IBM-VPM.

As linhas de corrente das Figuras 5.9c e 5.9e indicam a possibilidade da influência tridimensional no escoamento. O programa OpenFOAM é um programa tridimensional e, para que ele pudesse simular um escoamento bidimensional foi necessário impor condições de contorno do tipo *empty* para a direção z (mais detalhes podem ser visto em Anexo A, nos arquivos de condições iniciais e de contorno). A direção z , no entanto, não pode ser anulada do programa.

A Figura 5.10 mostra os campos de vorticidade para $Ri = 0,5$, $Ri = 1,5$ e $Ri = 2,5$ com os dois programas. Observa-se uma maior inclinação da esteira para os resultados obtidos com o OpenFOAM. Além disso, para $Ri = 1,5$ os vórtices contra-rotativos já estão

evidentes no OpenFOAM enquanto que no IBM-VPM aparecem somente para $Ri = 2,5$.

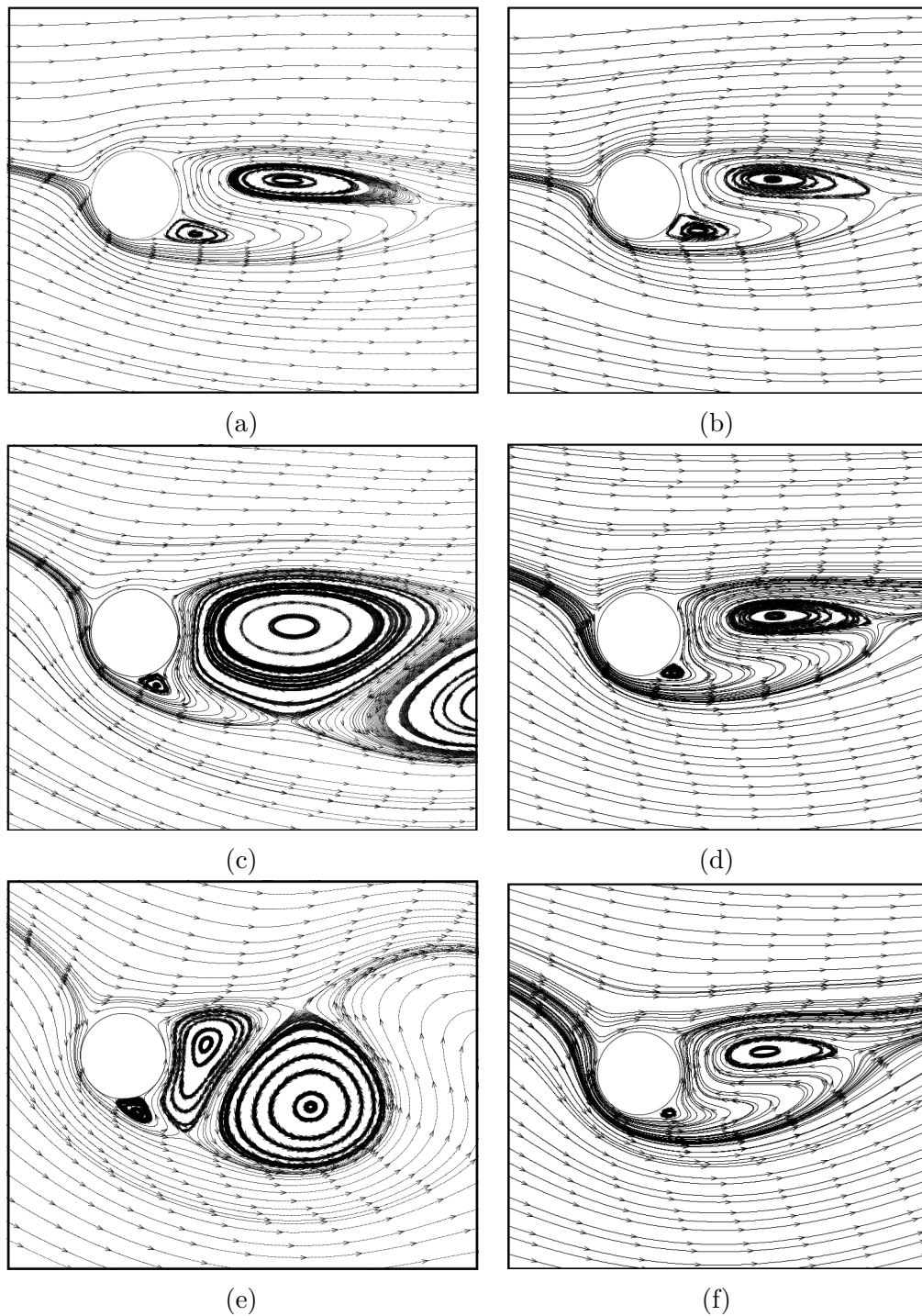


Figura 5.9 – Linhas de corrente para um mesmo instante de simulação de escoamentos com $Re = 40$ e $Ri = 0,5$ (primeira linha), $Ri = 1,5$ (segunda linha) e $Ri = 2,5$ (terceira linha). OpenFOAM (coluna à esquerda) e IBM-VPM (coluna à direita).

Em especial, campo de vorticidade da Figura 5.10e, para o caso com o programa OpenFOAM, reforça a possibilidade da influência tridimensional no escoamento, por mostrar núcleos extras de vórtices, além dos pares contra-rotativos.

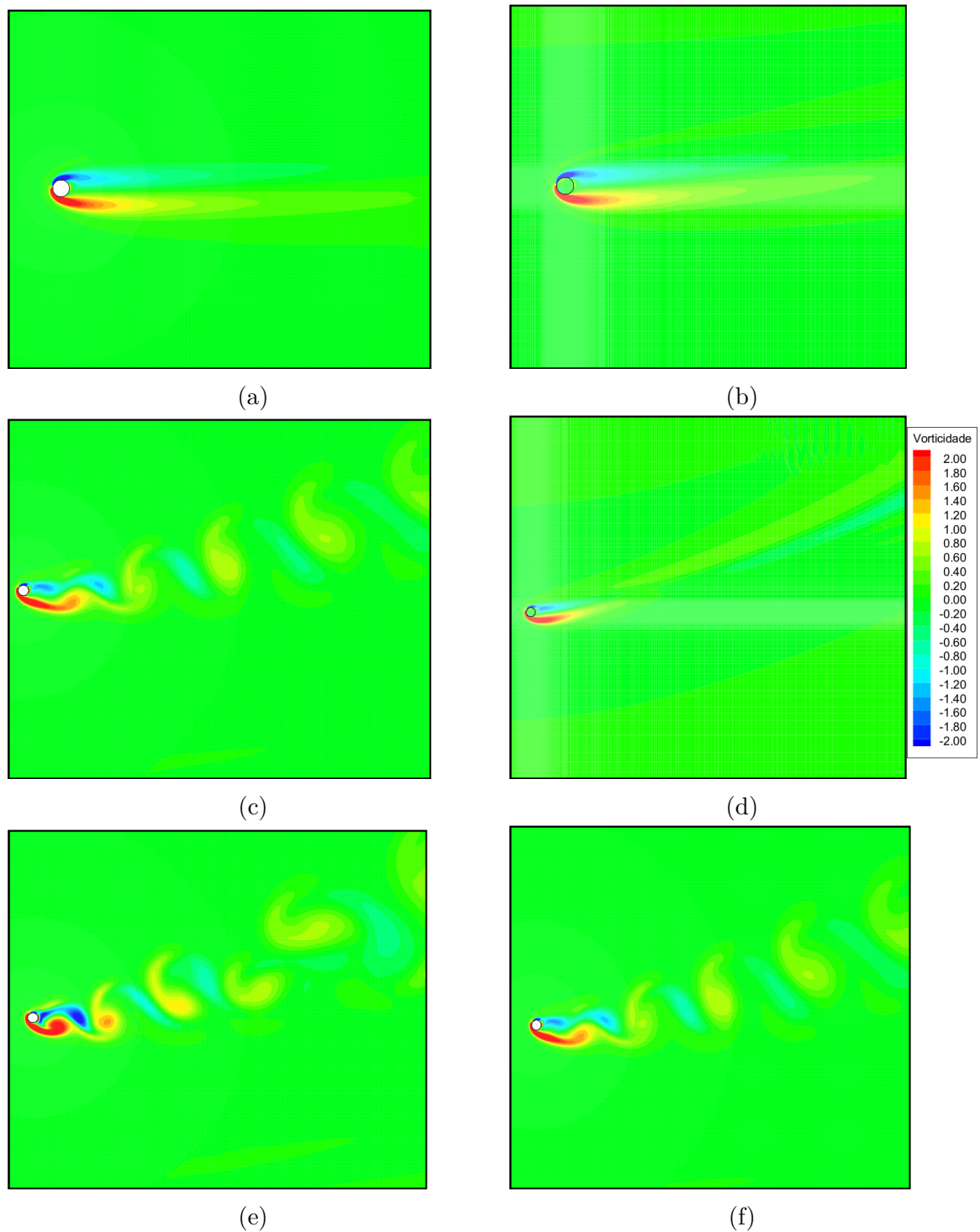


Figura 5.10 – Campos de vorticidade para um mesmo instante de simulação de escoamentos com $Re = 40$, $Ri = 1,5$ (primeira linha) e $Ri = 2,5$ (segunda linha). OpenFOAM (coluna à esquerda) e IBM-VPM (coluna à direita).

A Figura 5.11 mostra as isotermas instantâneas para os mesmos campos da Fig. 5.9. Existe uma semelhança entre os resultados do OpenFOAM e do IBM-VPM nos campos de isotermas. A posição dos pontos de estagnação e dos picos de plumas de temperatura são também semelhantes, porém no OpenFOAM a amplitude dos vórtices é maior, fazendo com que a região de difusão térmica seja mais ampla que no IBM-VPM.

As ondulações mostradas nas isothermas da Fig. 5.11 são regiões de pequenos gradientes de temperatura e podem ser localizadas através do mínimo valor de Nu_θ sobre a superfície do cilindro.

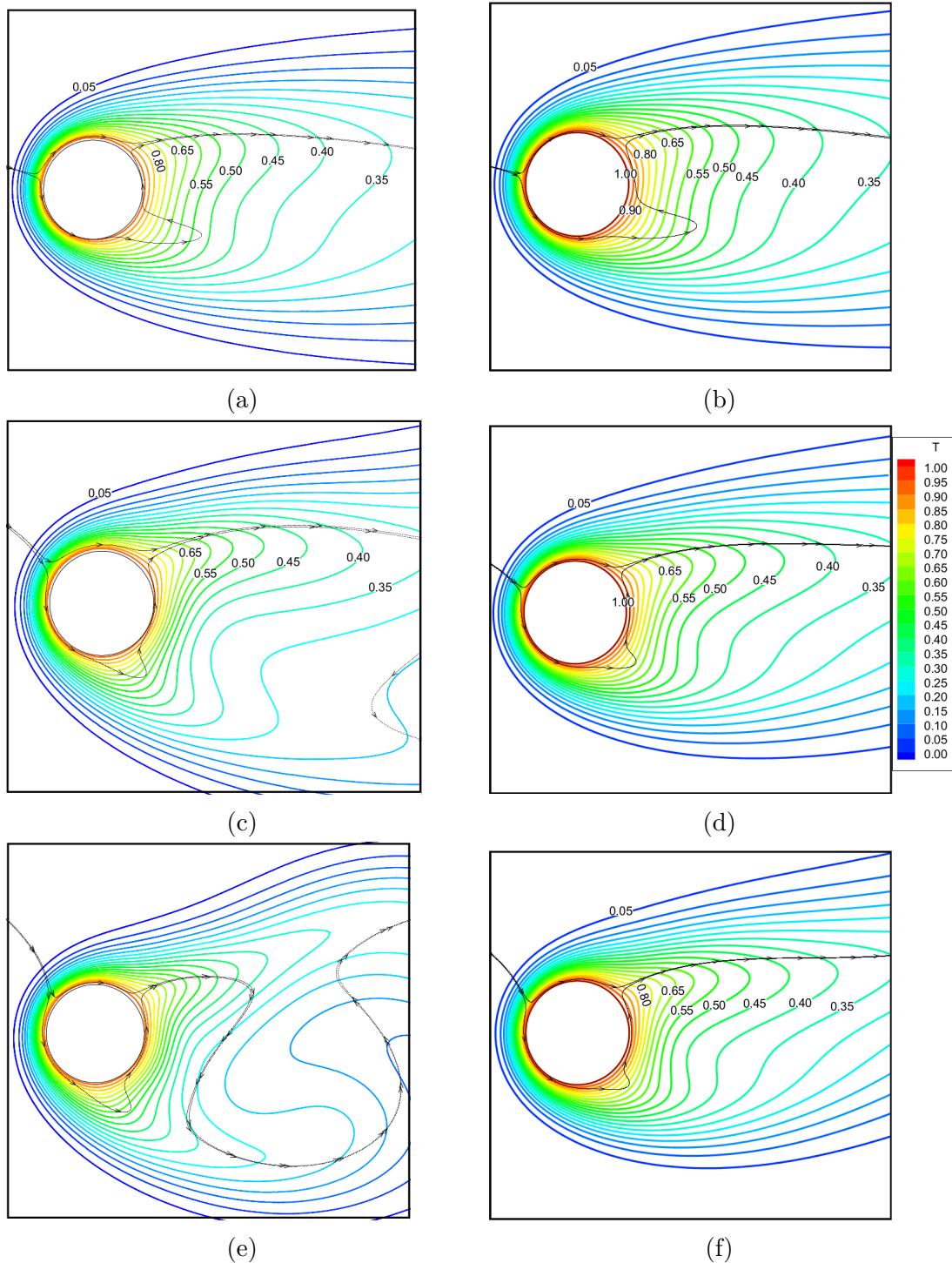


Figura 5.11 – Isothermas para um mesmo instante de simulação de escoamentos com $Re = 40$ e $Ri = 0,5$ (primeira linha), $Ri = 1,5$ (segunda linha) e $Ri = 2,5$ (terceira linha). OpenFOAM (coluna à esquerda) e IBM-VPM (coluna à direita).

A Figura 5.12 mostra a variação do número de Nusselt local para $Re = 40$ e

$Ri = 0,5, 1,5$ e $2,5$ obtida com o IBM-VPM nos mesmos instantes da Fig. 5.11. Estes dados podem ser comparados com as isotermas, para melhor verificar os pontos de separação do escoamento e de geração das plumas térmicas sobre o cilindro.

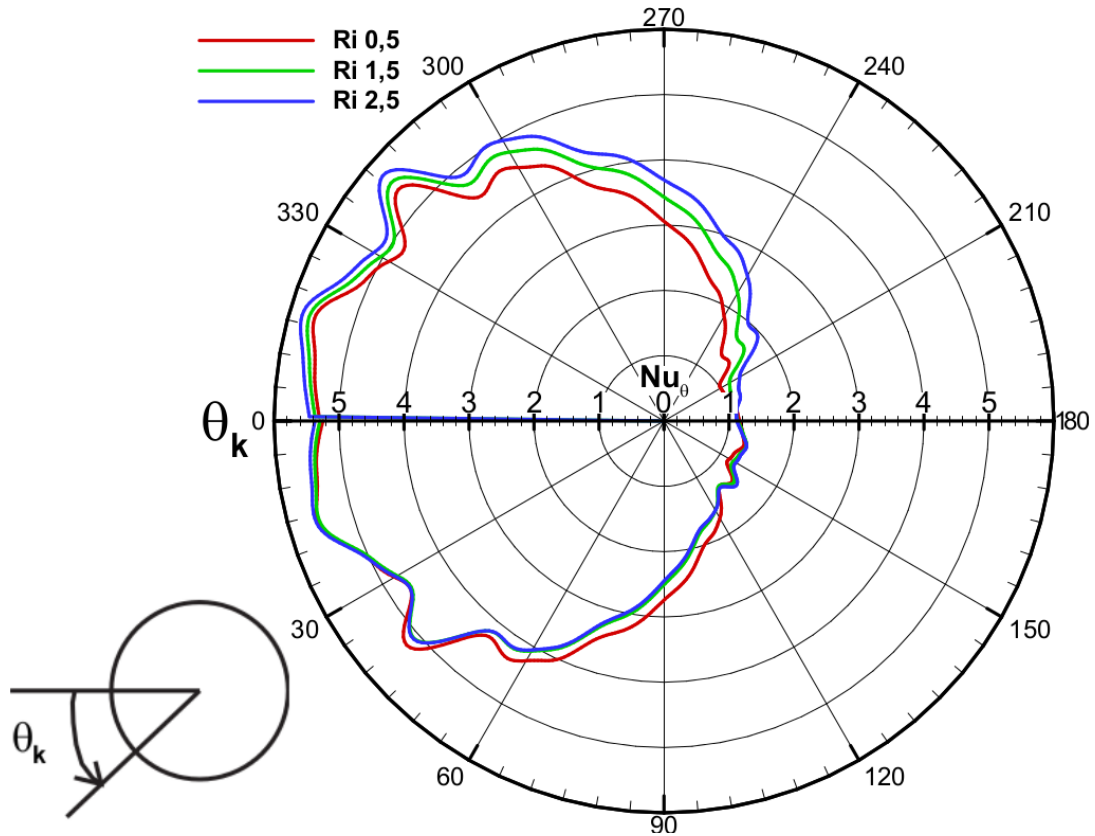


Figura 5.12 – Valores locais de Nu_θ para os mesmos instantes de simulação com $Re = 40$ e $Ri = 0,5, Ri = 1,5$ e $Ri = 2,5$. IBM-VPM.

Observa-se que o ponto de estagnação traseiro move-se ligeiramente para baixo enquanto o ponto de geração de pluma térmica se move para cima, ou seja, o ângulo entre estes dois pontos diminui com o aumento do número de Richardson. Este mesmo comportamento foi observado por Kumar et al. (2016), que inclui também em seu estudo a influência do número de Prandtl.

Pela Figura 5.12 calcula-se aproximadamente os pontos de geração das plumas térmicas (onde Nu_θ atinge o menor valor) como sendo o intervalo entre $210^\circ \leq \theta \leq 215^\circ$ para os valores de Richardson mostrados.

Os valores locais do coeficiente de pressão, para os mesmos instantes da Fig. 5.12, são mostrados na Fig. 5.13. É possível observar de forma quantitativa a redução dos valores máximo e de mínimo do C_p a medida que Ri aumenta. O ponto de C_p mínimo se aproxima de $\theta = 60^\circ$ com o aumento de Richardson. Para o caso em que $Ri = 1,5$ o ponto de máximo está localizado aproximadamente em $\theta = 325^\circ$.

A Figura 5.14 mostra os valores médios de Cl com o aumento do número de Richardson para três valores distintos de Reynolds ($Re = 100, Re = 150$ e $Re = 200$). Conforme

pode ser observado, a maiores valores de Re nota-se que o coeficiente de sustentação possui uma mudança mais significativa com o aumento do número de Richardson do que com o aumento do número de Reynolds para o intervalo $100 \leq Re \leq 200$. Isto também ocorre para o coeficiente de arrasto para esta faixa de valores estudada.

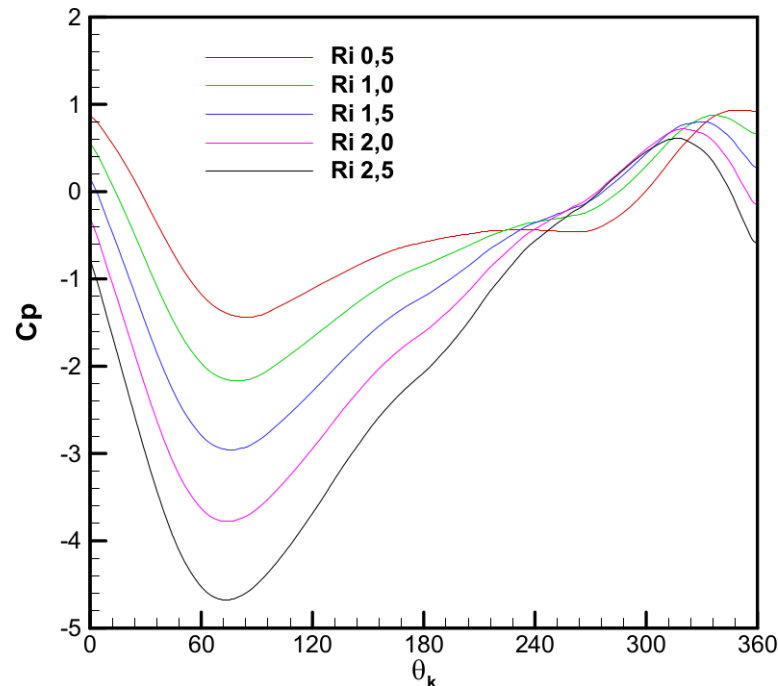


Figura 5.13 – Valores locais de C_p para os mesmos instantes de simulação com $Re = 40$ e $0,5 \leq Ri \leq 2,5$. IBM-VPM.

Assim como demonstrado anteriormente na Fig. 5.7 para $Re = 40$, a tendência de decréscimo dos valores médios do coeficiente de sustentação permaneceu inalterada para os casos simulados com o OpenFOAM e a referência consultada (BHATTACHARYYA; SINGH, 2010). Da mesma forma, os casos simulados com o IBM-VPM para $Re = 100$, 150 e 200 (Fig.5.14c) apresentaram valores médios positivos e com uma pequena variação dos valores absolutos.

Esta variação deve ser melhor investigada verificando, por exemplo, os procedimentos de interpolação das velocidades nos pontos lagrangianos ou aumentando a ordem dos esquemas de discretização. Além disso, o termo da força peso do fluido ($-1/Fr^2$) não foi incluído nas equações da quantidade de movimento, enquanto que no OpenFOAM este termo está presente. No código IBM-VPM apenas os efeitos de flutuação térmica foram analisados.

Embora os resultados com o programa IBM-VPM apresentem valores diferentes para o coeficiente de sustentação (em comparação com os obtidos pelo programa OpenFOAM e por Bhattacharyya e Singh (2010)), os valores do número de Strouhal estão coerentes com os de Sarkar, Dalal e Biswas (2011), conforme pode ser observado na Tab. 5.6, para as simulações com $Re = 100$ e três números de Richardson.

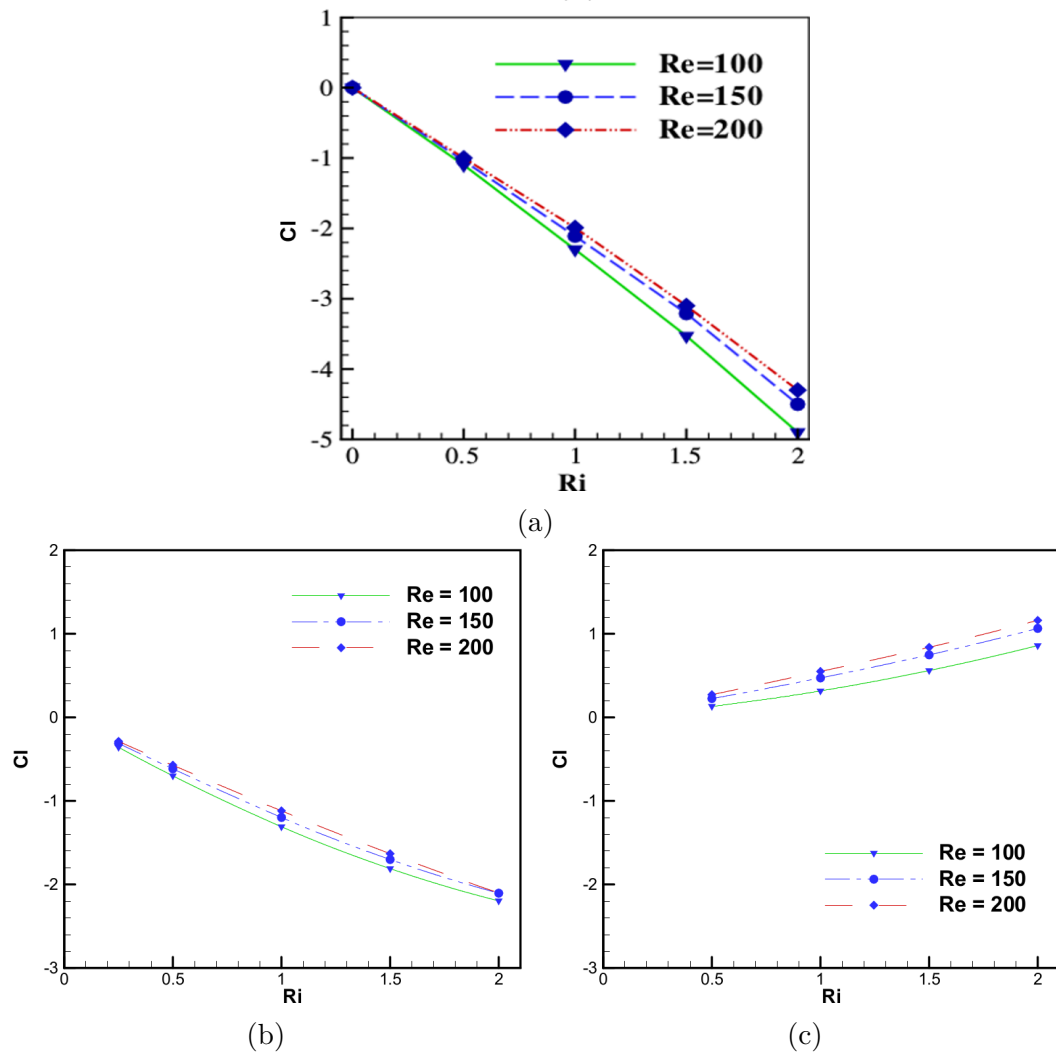


Figura 5.14 – Valores médios do coeficiente de sustentação em função do número de Richardson para $Re = 100, 150$ e 200 . (a) Bhattacharyya e Singh (2010), (b) OpenFOAM e (c) IBM-VPM .

Tabela 5.6 – Comparação do número de Strouhal para $Re = 100$ e três diferentes números de Richardson.

Ri	OpenFOAM	IBM-VPM	Sarkar, Dalal e Biswas (2011)
1,0	0,1563	0,1713	0,1625
1,5	0,1578	0,1915	0,1680
2,0	0,1558	0,1937	0,1720

A Figura 5.15 mostra a variação dos valores médios temporais de Nusselt (\overline{Nu}) com o aumento do número de Richardson. Observa-se que o número de Prandtl simulado ($Pr = 0,7$), o número de Nusselt é pouco sensível ao aumento de Ri na faixa analisada, como também mostrado na literatura (SARKAR; DALAL; BISWAS, 2011; SUFYAN; MANZOOR; SHEIKH, 2014).

A diferença entre os valores de \overline{Nu} obtidos no IBM-VPM com os obtidos pelo

OpenFOAM é de aproximadamente 5% para os três valores apresentados.

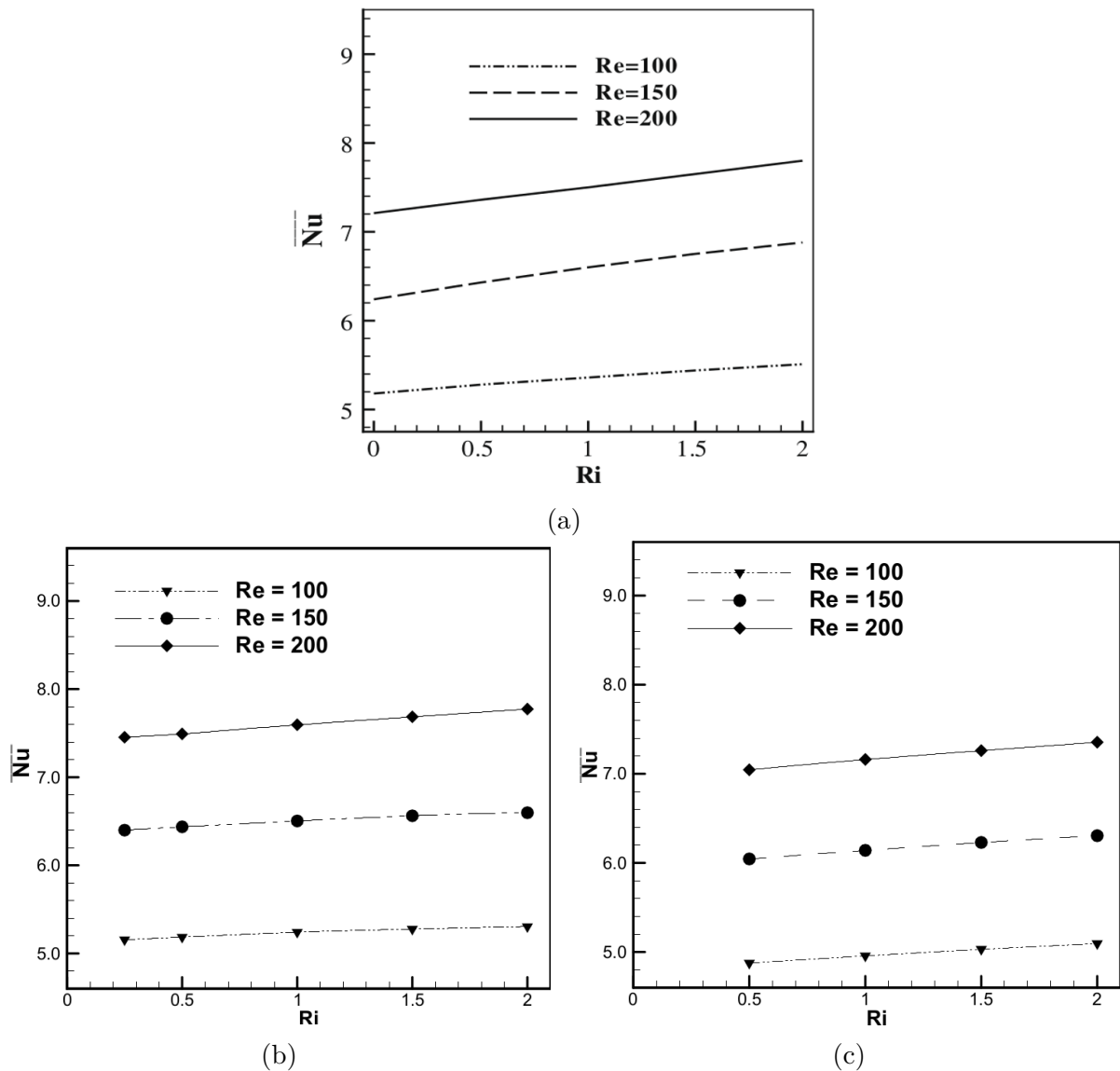


Figura 5.15 – Valores médios do número de Nusselt para $Re = 100, 150$ e 200 em função do número de Richardson. Bhattacharyya e Singh (2010) (a). OpenFOAM (b). IBM-VPM (c).

A seguir são apresentados os resultados das simulações com o cilindro aquecido com rotação constante.

5.1.2 Cilindro rotativo

Para estudar a dinâmica do escoamento em torno de um cilindro aquecido com a influência simultânea do empuxo e da rotação ($\Omega = \omega R/U_\infty$) foram simulados casos iniciais com $Re = 100$, $Ri = 0,5$ e diferentes rotações específicas. Estes valores foram escolhidos para realizar uma comparação com o trabalho de Paramane e Sharma (2010).

Na Figura 5.16 podem ser observados os resultados da evolução temporal do coeficiente de sustentação obtidos com os programas OpenFOAM e IBM-VPM e os resultados da referência consultada. É possível observar a supressão da oscilação periódica de vórtices, característica da esteira de Von Karman, com o aumento da rotação (5.16a). O efeito da rotação tem maior influência na dinâmica do escoamento do que o efeito do empuxo. Isto pode ser percebido com uma melhor concordância dos coeficientes entre os programas OpenFOAM e IBM-VPM para os casos rotativos.

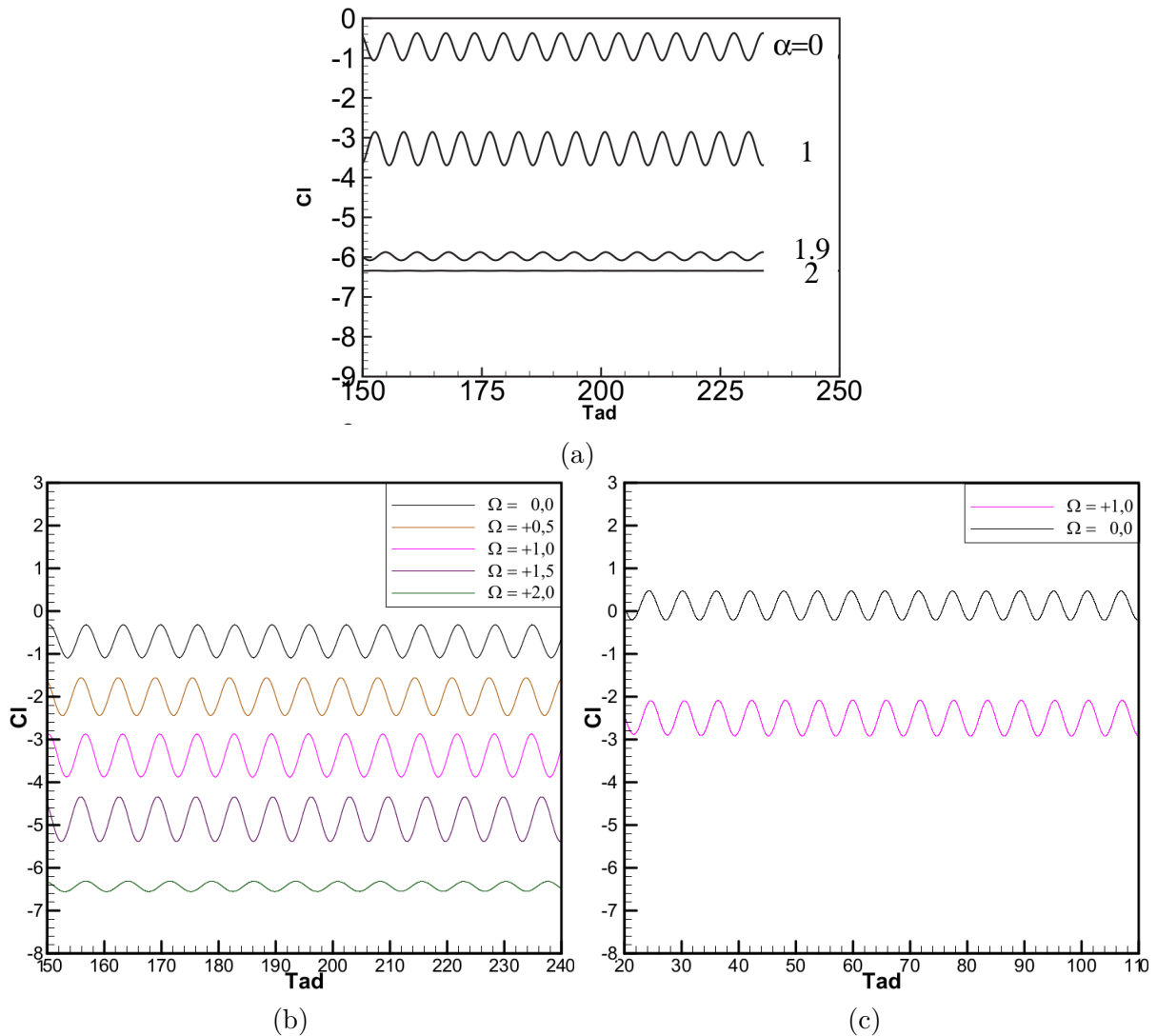


Figura 5.16 – Evolução temporal do coeficiente de sustentação para várias rotações do cilindro com $Re = 100$ e $Ri = 0,5$. (a) Paramane e Sharma (2010), (b) OpenFOAM e (c) IBM-VPM.

Para rotações horárias ($\Omega < 0$) a velocidade na superfície superior do cilindro está na mesma direção da corrente livre. Nesta região, o descolamento do fluido é adiado, a velocidade do escoamento é maior e a pressão é reduzida (valor mínimo de C_p entre 240° e 300°). Na parte inferior do cilindro o escoamento é contrário ao movimento de rotação e portanto, ocorre um aumento de pressão, conforme pode ser observado no gráfico da

Fig. 5.17. Nesta figura o coeficiente de pressão é mostrado em função do ângulo θ_k de cada ponto lagrangiano. A curva de cada ponto lagrangiano não é simétrica devido ao efeito do empuxo que tende a deslocar a esteira de vórtices para cima. A força líquida de pressão resultante na vertical é positiva. Para rotações anti-horárias ($\Omega > 0$), a pressão do lado acelerado diminui (mínimo C_p em aproximadamente 75°) tem-se como consequência um coeficiente de sustentação negativo. As curvas pontilhadas são os valores obtidos com a teoria potencial e, como esperado, é possível observar a grande influência dos efeitos viscosos no escoamento.

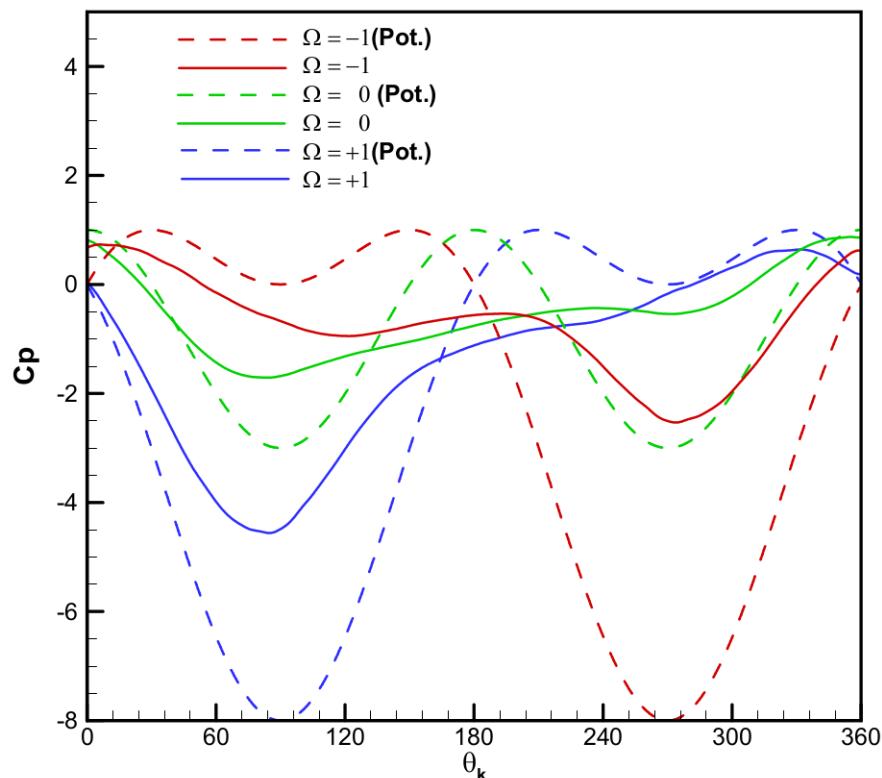


Figura 5.17 – Valores locais instantâneos de C_p para $Re = 100$, $Ri = 0,5$ e $\Omega = -1, 0$ e 1 obtidos com o programa IBM-VPM.

Na Figura 5.18 são mostrados os diagramas de fases $C_l \times C_d$ para $Re = 100$ e $Ri = 0,5$ obtidos com o OpenFOAM e com o IBM-VPM. Observa-se que tanto o coeficiente de sustentação quanto o coeficiente de arrasto têm forte influência da rotação. O valor da variação de C_l aumenta e o de C_d diminui com o aumento de Ω . Os resultados obtidos com o IBM-VPM foram semelhantes aos obtidos por Sufyan, Manzoor e Sheikh (2014). É possível observar a completa supressão do desprendimento de vórtices indicado pelo ponto vermelho para a rotação $\Omega = -2,0$ na simulação efetuada com o programa OpenFOAM. As coordenadas (x, y) deste ponto indicam os valores dos coeficientes de sustentação e arrasto obtidos para este valor de rotação. Nas demais rotações, a variação em x mostra a amplitude do sinal no coeficiente de arrasto. De forma similar, a variação em y mostra a amplitude do coeficiente de sustentação e as coordenadas centrais os valores médios.

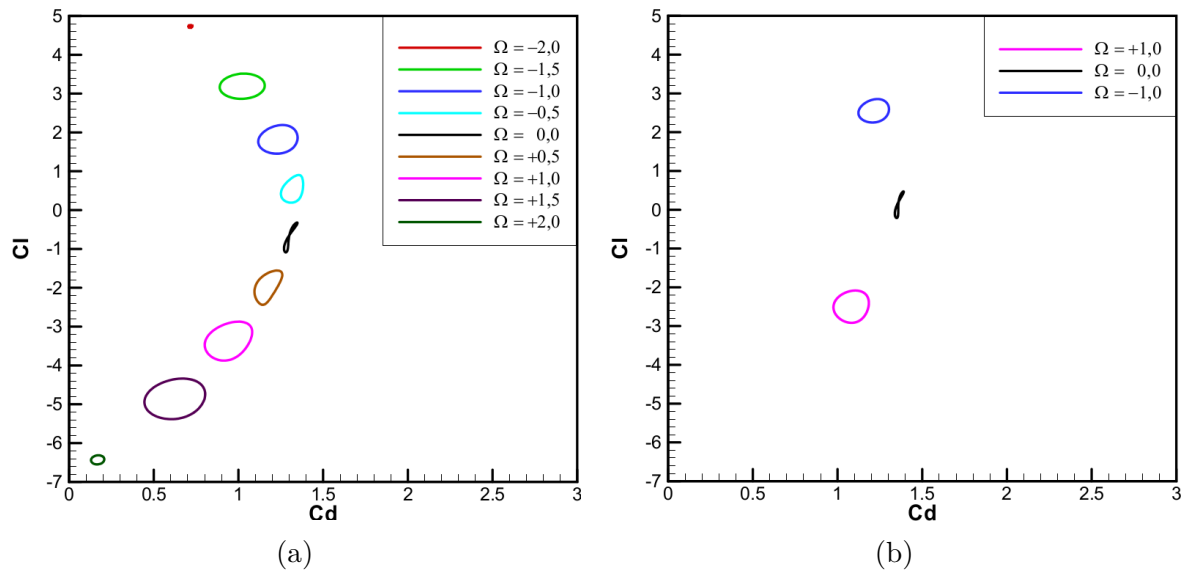


Figura 5.18 – Diagrama de Fases para $Re = 100$, $Ri = 0,5$ e várias rotações. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.

Na Figura 5.19 é mostrado o diagrama de fases obtido com o OpenFOAM para $Re = 200$ a $Ri = 0,5$ e $Ri = 2,5$. As curvas circulares, assim como na figura anterior, representam os resultados totalmente periódicos no tempo. A posição dos *loops* indica os valores médios de C_l e C_d enquanto que a amplitude de flutuação é representada pelo tamanho da curva circular.

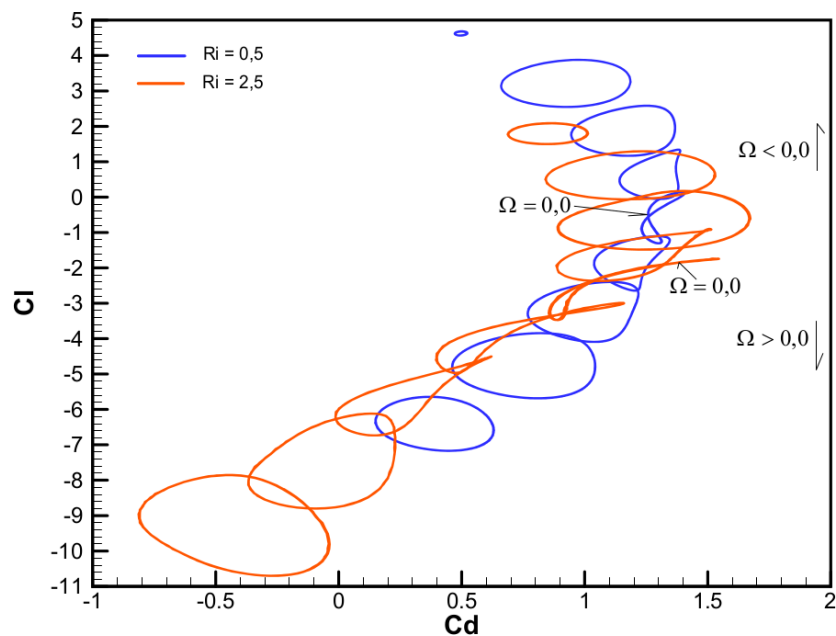


Figura 5.19 – Diagrama de Fases para $Re = 200$, $Ri = 0,5$ e $Ri = 2,5$.

É possível observar (comparando as Figuras 5.18 e 5.19) que com o aumento de Re , para um mesmo valor do número de Richardson ($Ri = 0,5$), a rotação máxima simulada ($\Omega = -2,0$) não é mais suficiente para suprimir o desprendimento de vórtices. Comparativamente, os valores médios, tanto do coeficiente de arrasto quanto do coeficiente

de sustentação, demonstram pouca influência com o aumento do número de Re . Por outro lado, o aumento de $Ri = 0,5$ para $Ri = 2,5$, para uma mesma rotação, desloca as curvas para baixo (as curvas em laranja estão deslocadas para baixo, comparadas com as curvas em azul). Isto indica que para rotações anti-horárias (positivas), o módulo de Cl aumenta, enquanto que para rotações horárias, o módulo de Cl diminui com o aumento de Ri .

A Figura 5.20 mostra os campos de vorticidade, no último instantes de simulação, para diferentes rotações ($\Omega = -2$, $\Omega = 0$ e $\Omega = +2$), $Re = 100$ e $Ri = 0,25$.

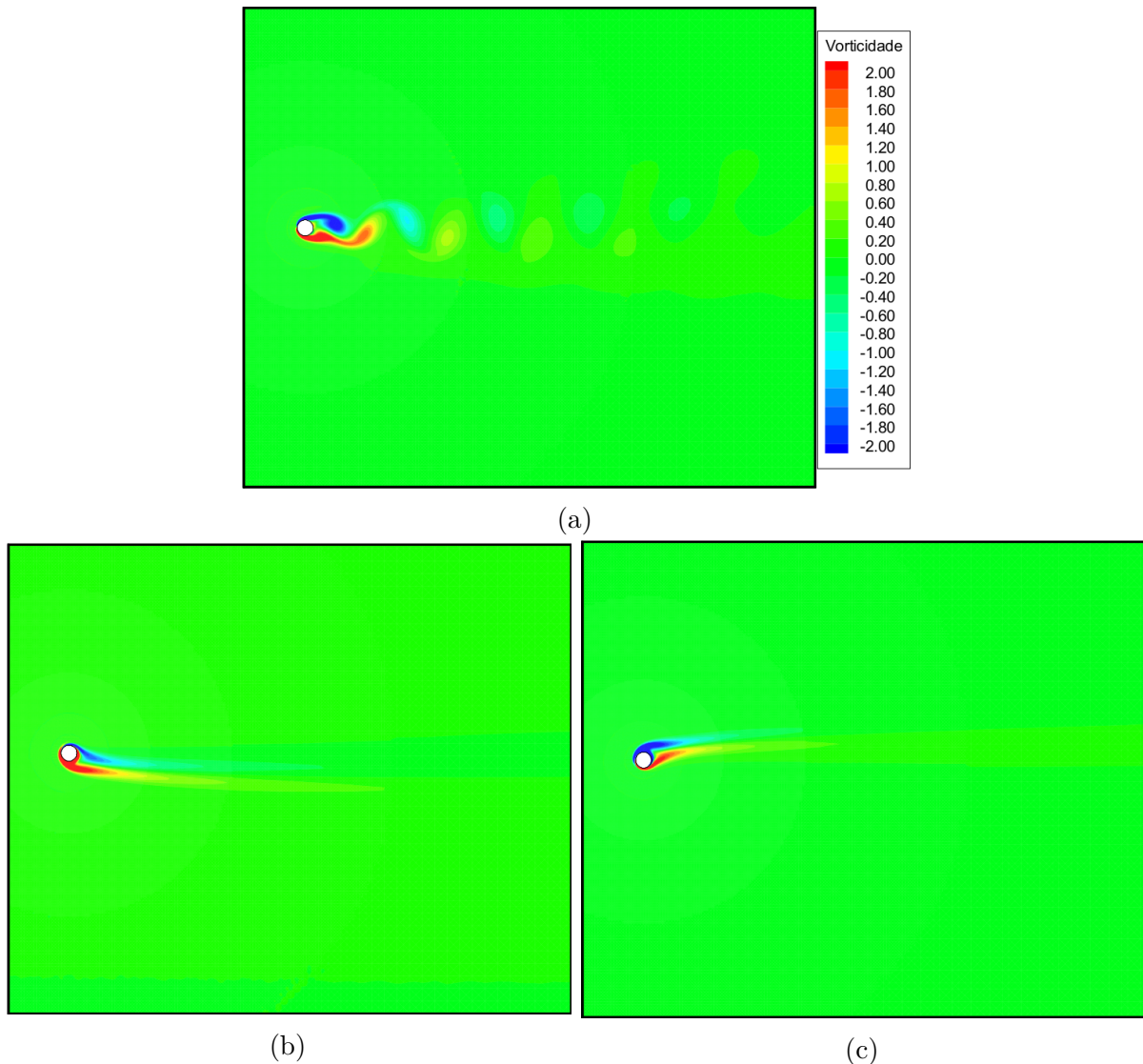


Figura 5.20 – Campos de vorticidade para $Re = 100$ e $Ri = 0,25$. (a) $\Omega = 0$, (b) $\Omega = -2$ e (c) $\Omega = +2$. Programa OpenFOAM.

É possível notar a supressão do desprendimento dos pares contra-rotativos de vórtices com a imposição da rotação. Além disso, o efeito da direção da rotação torna-se evidente, sendo que para rotações anti-horárias ($\Omega > 0$) a esteira inclina-se para cima, na mesma direção da esteira para o caso com o cilindro estacionário, enquanto que para rotações horárias ($\Omega < 0$), a esteira tende a se inclinar no sentido oposto.

A Figura 5.21 mostra a variação do número de Nusselt médio com a rotação a vários números de Richardson para $Re = 100$. Conforme pode ser observado, a rotação inibe o desprendimento de vórtices e reduz a transferência de calor, com a consequente redução do número de Nusselt. A influência do número de Richardson é pequena comparativamente ao efeito da rotação. O comportamento aproximadamente parabólico da curva, assim como os valores obtidos, concordam bem com os resultados obtidos por Paramane e Sharma (2010), na faixa de rotações investigada. Para valores de $\Omega < 0$ (rotação horária) a influência da rotação na variação do número de Nusselt é mais significativa, provocando uma queda maior na transferência de calor. Em rotações horárias a separação do escoamento é adiada e o fluido permanece ao redor do cilindro por mais tempo, reduzindo a transferência de calor por convecção e forçando uma maior dissipação térmica por condução.

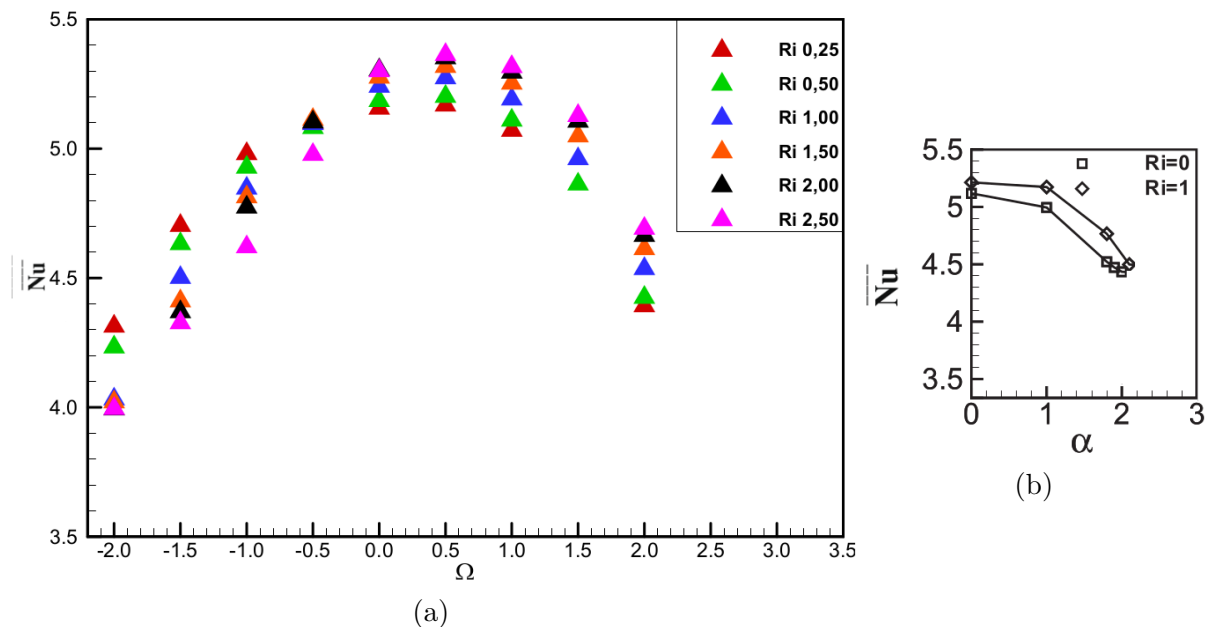


Figura 5.21 – Variação do valor médio do número de Nusselt em função de Ω para $Re = 100$. (a) programa OpenFOAM e (b) Paramane e Sharma (2010).

Para maiores valores de rotação específica ($2 < \Omega < 5$), tem sido reportado na literatura (PARAMANE; SHARMA, 2010; SUFYAN; MANZOOR; SHEIKH, 2014) uma nova formação de vórtices, com maiores amplitudes e menores frequências. O valor médio do número de Nusselt volta a crescer para estes valores de rotação. A valores maiores de rotação ($\Omega > 5$, para $Re = 40$ e $Re = 100$), os vórtices voltam a ser suprimidos e há uma queda brusca no valor médio do número de Nusselt, bem como no coeficiente de sustentação. No presente trabalho estes valores não foram estudados pois buscou-se analisar a influência combinada do aquecimento e da rotação em uma faixa mais ampla do número de Re em busca de uma correlação.

Na Figura 5.23 é possível observar a influência de Ω e de Ri nos valores médios do número de Nusselt em função do número de Reynolds. Com o aumento do número de Reynolds nota-se que a influência do sentido de rotação torna-se mais significativa. As

rotações horárias reduzem de forma mais significativa o número de Nusselt, principalmente quando associadas ao crescimento do número de Richardson.

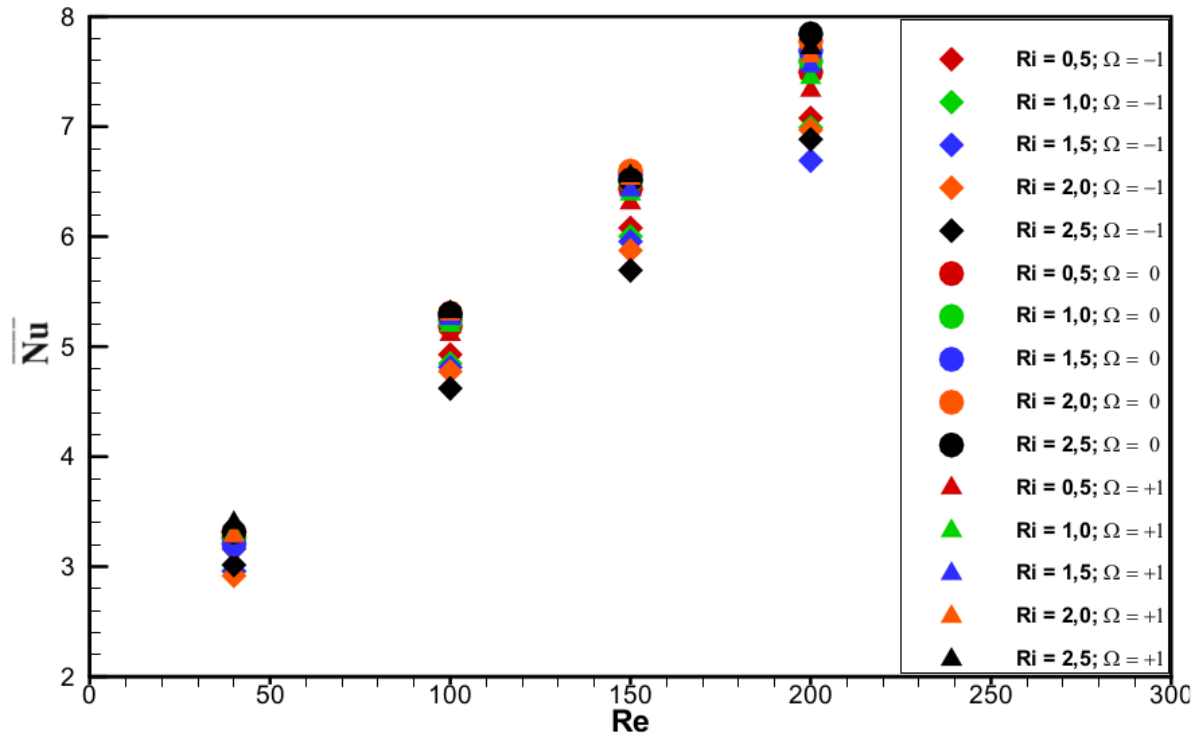


Figura 5.22 – Valores médios do número de Nusselt para diversos valores de número de Reynolds, Richardson e rotação específica. Programa OpenFOAM.

Pelos resultados obtidos, nota-se que a influência do sentido e do valor absoluto da rotação e do número de Reynolds são mais predominantes para o valor médio do número de Nusselt do que Ri . Desta forma, buscou-se correlacionar Ω e Re com o valor de \overline{Nu} . O programa utilizado para criar esta correlação chama-se LABFit e foi desenvolvido na Universidade Federal de Campina Grande por Wilton e Cleide Pereira da Silva. Foi levado em consideração o crescimento linear de \overline{Nu} com o aumento de Re e o formato aproximadamente parabólico de \overline{Nu} com a variação de Ω . Desta forma, para um mesmo valor de Re a curva de ajuste deve se aproximar de uma parábola e, para um mesmo valor de Ω , a curva deve comportar-se de forma linear.

Na Figura 5.23 é mostrada a superfície gerada pelo LABFit para a variação de \overline{Nu} em função de Ω e Re em conjunto com os pontos das simulações realizadas com o OpenFOAM. A correlação que melhor se ajustou aos dados numéricos possui quatro parâmetros, A , B , C e D e pode ser escrita por:

$$Nu = \frac{(A + B \cdot Re)}{1 + C \cdot \Omega + D \cdot \Omega^2} \quad (5.3)$$

sendo $A = 2,461$, $B = 0,02642$, $C = -0,03678$ e $D = -0,05828$.

Os pontos utilizados para ajustar a curva incluem todos os valores de Ri simulados, totalizando 216 pontos. A correlação é válida, com uma confiança de 95,5%, para os intervalos $40 \leq Re \leq 200$, $-2 \leq \Omega \leq 2$ e $0,5 \leq Ri \leq 2,5$. Os resíduos da correlação encontrada estão dispersos no intervalo entre $-0,522 \leq \text{Resíduos} \leq 0,409$ com um erro médio de $1,027 \cdot 10^{-3}$.

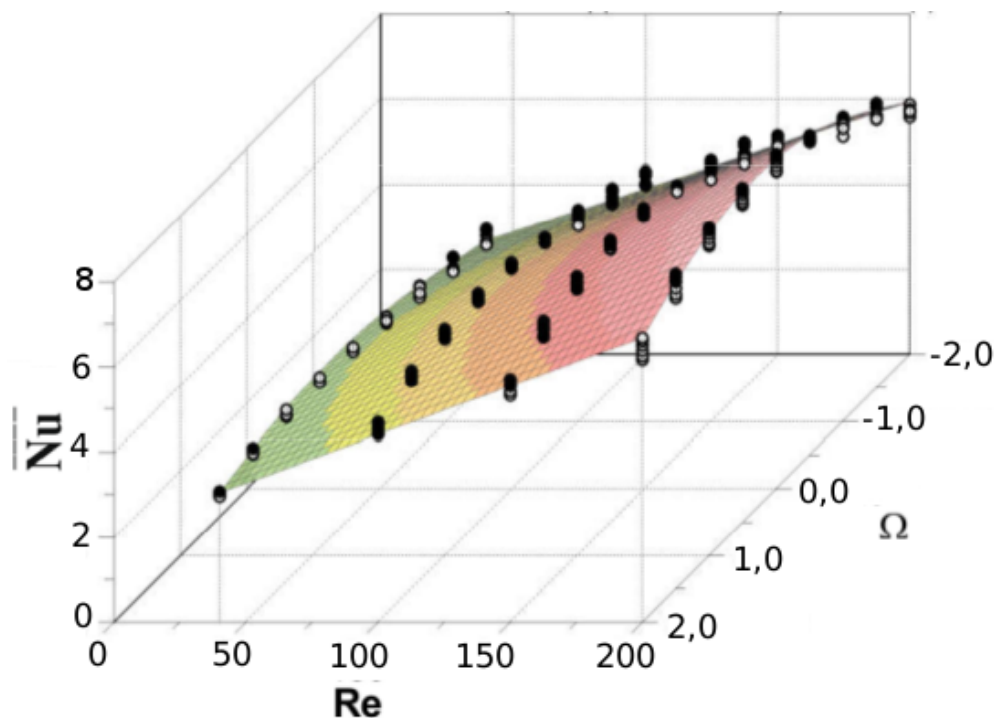


Figura 5.23 – Valores médios do número de Nusselt para diversos valores de número de Reynolds, Richardson e rotação específica. Programa OpenFOAM.

A seguir são apresentados os resultados obtidos para o escoamento em regime turbulento com as metodologias utilizadas. Sabe-se que a turbulência é, por definição, um fenômeno tridimensional e apesar das simulações serem bidimensionais foi possível identificar, mesmo que qualitativamente, os efeitos tridimensionais no escoamento.

5.2 Regime turbulento

Na primeira parte da seção são apresentados os resultados com as simulações em regime turbulento para o cilindro estacionário. Escoamentos em regime turbulento associados a convecção mista possuem pouca literatura disponível para comparação. Inicialmente um valor de Reynolds 1000 foi escolhido e uma simulação a Richardson 0 (convecção forçada) foi realizada para comparação com os trabalhos de Alcântara Pereira e Hirata (2003). No caso da convecção mista, o mesmo valor de Reynolds 1000 foi escolhido, associado a um valor de Richardson 2,77, conforme realizado no trabalho de Boirlaud, Couton e Plourde (2012).

A segunda parte desta seção mostra os resultados das simulações com o cilindro aquecido rotativo em regime turbulento. Para esta classe de escoamentos, em especial com a inclusão do termo de empuxo e da rotação do cilindro, não foi encontrada literatura disponível para comparação. Os valores encontrados foram comparados entre os programas utilizados.

5.2.1 Cilindro estacionário

Para as simulações em regime turbulento com o cilindro estacionário, apenas a convecção forçada foi analisada inicialmente. Os resultados obtidos apresentaram boa concordância com os de Alcântara Pereira e Hirata (2003), conforme pode ser observado pela na Tab. 5.7 pela Fig. 5.24.

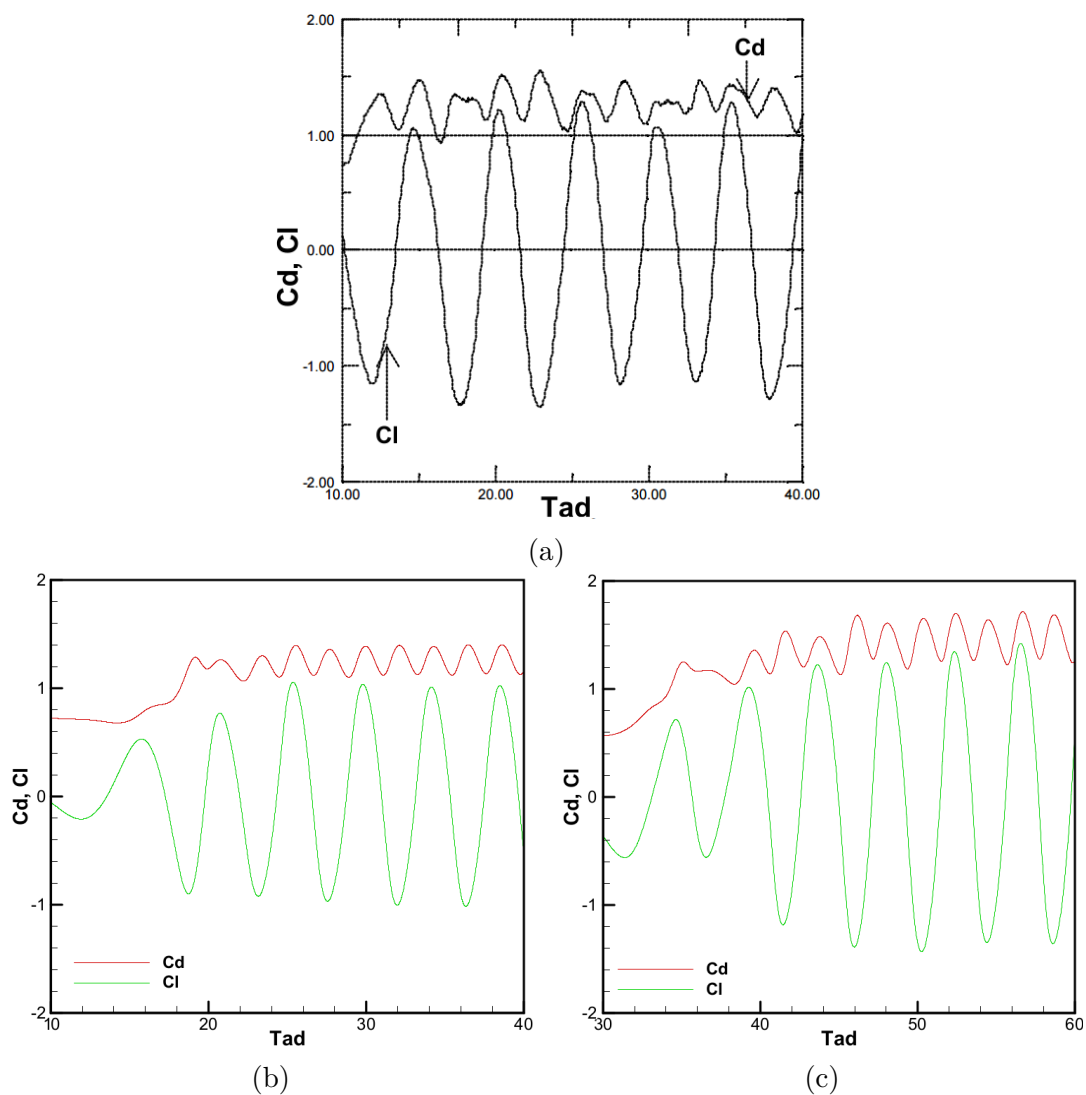


Figura 5.24 – Evolução temporal dos coeficientes de arrasto e sustentação para escoamentos a $Re = 1000$ e $Ri = 0$. (a) Alcântara Pereira e Hirata (2003), (b) OpenFOAM e (c) IBM-VPM.

Na Figura 5.24 estão as evoluções temporais dos coeficientes de sustentação e

arrasto obtidas pelos programas utilizados e pela referência. Nesta figura é possível notar que o fato do programa IBM-VPM utilizar os termos de propriedade da iteração anterior para modelar a força euleriana causa uma demora no estabelecimento da geometria nos instantes iniciais da simulação. Nas Figuras 5.24a e 5.24b, obtidas da referência consultada e do programa OpenFOAM, pode-se notar que a $T_{ad} = 40$ o transiente inicial do escoamento foi superado. No entanto, com o programa IBM-VPM (Fig. 5.24c), é necessário $T_{ad} = 60$ para ultrapassar este transiente inicial de simulação. Depois disso, as linhas de corrente se desviam completamente do corpo e os coeficientes aerodinâmicos se estabelecem. Observa-se que os valores médios dos coeficientes, assim como a amplitude de flutuação, foram similares nos três resultados.

Na Tabela 5.7 são mostrados os números de Strouhal e os valores médios do coeficiente de arrasto obtidos com os dois programas utilizados e os consultados da literatura.

Tabela 5.7 – Comparação dos números de Strouhal e dos coeficientes de arrasto médio para $Re = 1000$ e $Ri = 0$

Re = 1000	Cd	St
Alcântara Pereira e Hirata (2003)	1,26	0,21
OpenFOAM	1,28	0,29
IBM-VPM	1,38	0,22

Os valores médios dos coeficientes de sustentação e arrasto para os casos com $Re = 1000$ e a vários valores de Ri podem ser visualizados na Fig. 5.25. Em oposição ao que ocorreu no regime laminar, o coeficiente de sustentação tende a aumentar com o aumento de Ri . No caso do coeficiente de arrasto existe uma queda sensível, da mesma forma como ocorreu nas simulações em regime laminar.

É possível notar que a tendência dos coeficientes, em especial do Cl, é a mesma entre os programas, assim como ocorreu nas simulações em regime laminar com a imposição da rotação do cilindro. Da mesma forma que a rotação, a turbulência é mais significativa para caracterizar a dinâmica do escoamento, nesta faixa de valores testada. Conforme mencionado por Boirlaud, Couton e Plourde (2012) em seu trabalho, os efeitos térmicos devem se fazer mais significativos apenas a partir de $Ri = 2,77$ para o valor de $Re = 1000$.

Todas as simulações com o programa IBM-VPM no regime turbulento foram realizadas com a metodologia LES. Já as simulações no regime turbulento com o programa OpenFOAM foram realizadas, majoritariamente, com a modelagem RANS. Isto foi realizado devido ao fato da versão do programa utilizada inicialmente (OpenFOAM 3.2) possuir apenas a modelagem RANS implementada no *solver buoyantBoussinesqPimpleFoam*. Posteriormente, com o lançamento de uma versão mais recente (OpenFOAM 4.0) foram realizadas algumas simulações com a modelagem LES (a simulações com $Ri = 2,77$).

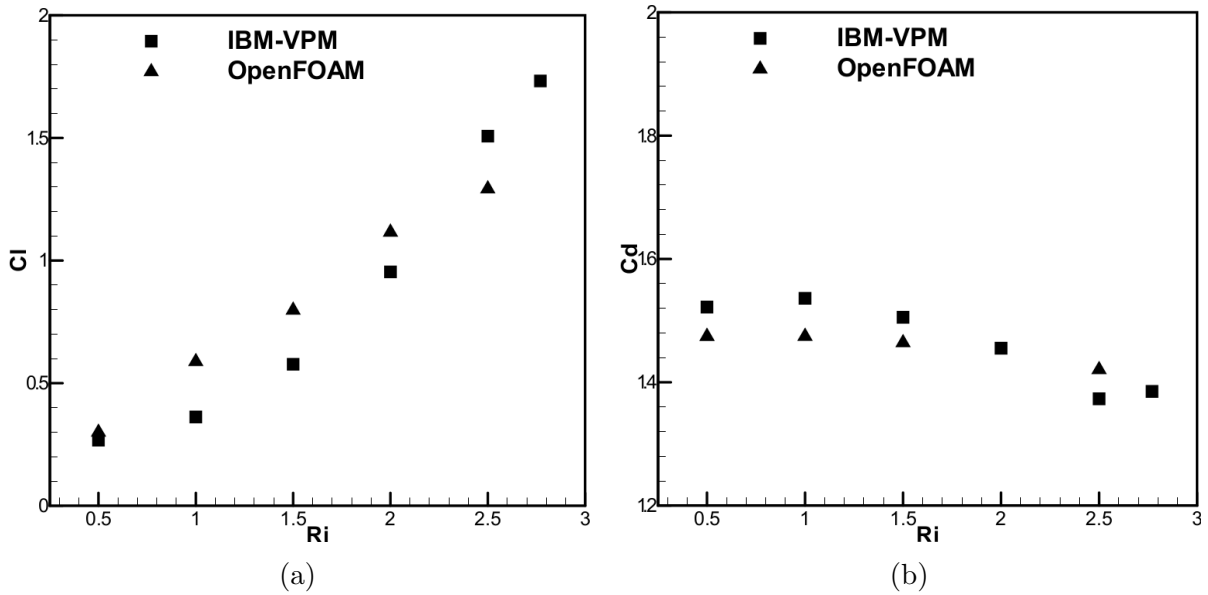


Figura 5.25 – Valores médios do coeficiente de (a) sustentação e de (b) arrasto com a variação do número de Richardson e $Re = 1000$.

Na Figura 5.26 estão os valores médios do número de Nusselt em função de Ri para toda a faixa de Re estudada com os programas. Em ambos os programas os valores são bem próximos com diferenças de aproximadamente 10%, tanto em regime laminar quanto em regime turbulento. A influência do aumento do número de Richardson, como mencionado, é menos significativa do que o aumento do número de Reynolds, pois o aumento do número de Reynolds leva a uma maior mistura do escoamento com o consequente aumento da transferência de calor.

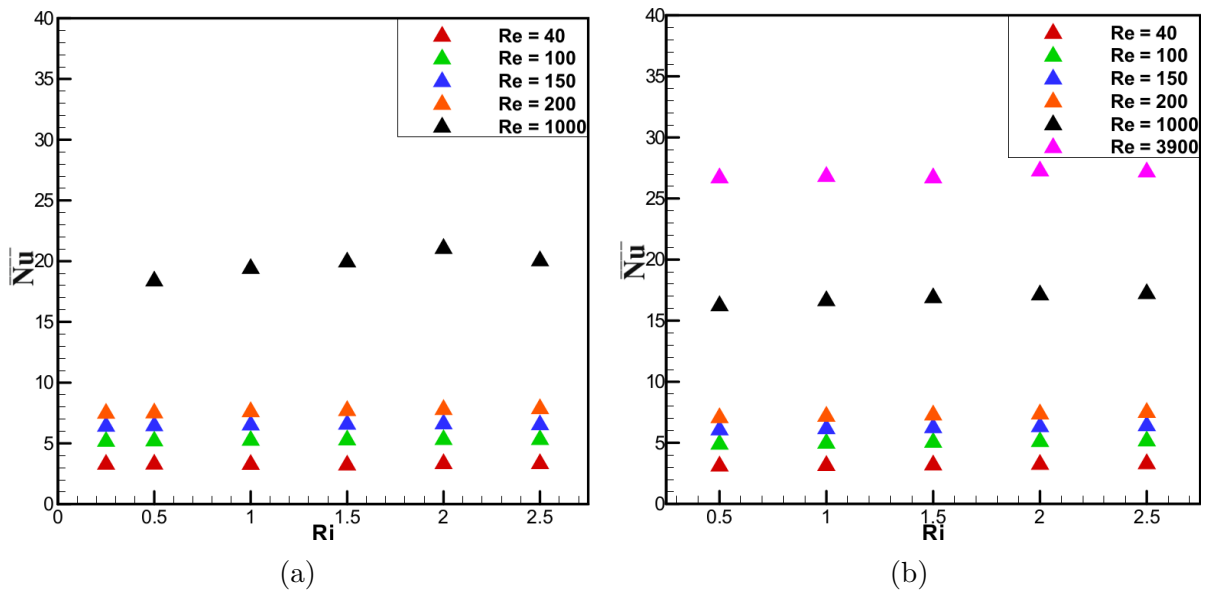


Figura 5.26 – Valores médios do número de Nusselt com a variação do número de Richardson a vários número de Reynolds. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.

Na Figura 5.27 é possível observar a variação do número de Strouhal a vários

valores de Richardson e Reynolds. A dispersão dos valores é maior para o caso do programa IBM-VPM. Conforme já observado, a baixos valores de Reynolds, o programa IBM-VPM tende a concentrar os efeitos térmicos de forma mais significativa na esteira e menos na fronteira do corpo, o que pode ter ocasionado maiores variações no número de Strouhal.

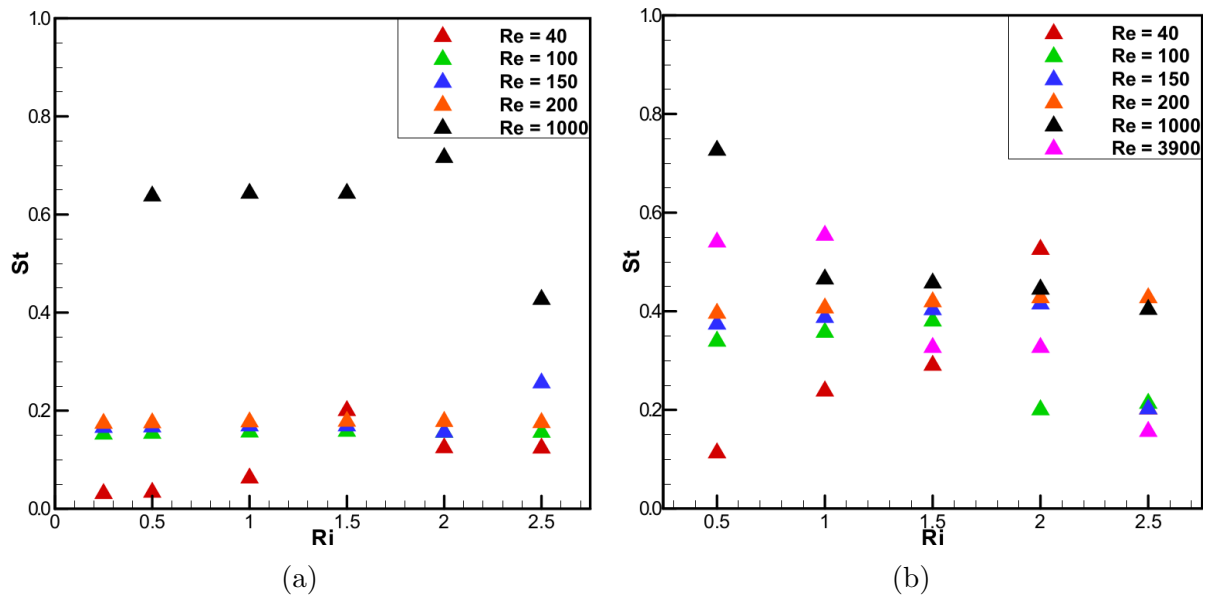


Figura 5.27 – Valores médios do número de Strouhal com a variação do número de Richardson a vários números de Reynolds. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.

Com o aumento de Re e para o intervalo de Ri simulado os efeitos térmicos influenciam de forma pouco significativa no valor de \overline{Nu} . Neste intervalo estudado, a influência do aquecimento está mais associada com a criação de plumas térmicas (conforme observado para o regime laminar), alterando os coeficientes aerodinâmicos.

A seguir serão apresentados os resultados para os casos simulados para o cilindro aquecido, rotativo e em regime turbulento.

5.2.2 Cilindro rotativo

Para estudar a dinâmica do escoamento em torno de um cilindro aquecido, rotativo e em regime turbulento foram simulados apenas alguns casos com $\Omega = -1$ e $\Omega = +1$, com a mesma faixa de valores de Re e Ri testadas com o cilindro estacionário.

Na Figura 5.28 podem ser observados os resultados da evolução temporal do coeficiente de sustentação obtidos com os programas OpenFOAM e IBM-VPM. É possível observar a inversão do sinal de C_l com a inversão do sentido de rotação, conforme obtido nos casos simulados para o regime laminar. As amplitudes entre os dois programas são diferentes, conforme esperado, pois no caso do programa IBM-VPM foi utilizada a metodologia LES, enquanto que no programa OpenFOAM foi utilizada a metodologia RANS.

Os valores médios obtidos para o coeficiente de sustentação e número de Nusselt médio temporal foram muito próximos, conforme pode ser visto na Tab. 5.8. Também é possível verificar a mesma tendência de decréscimo no número de \overline{Nu} , com a imposição da rotação no cilindro.

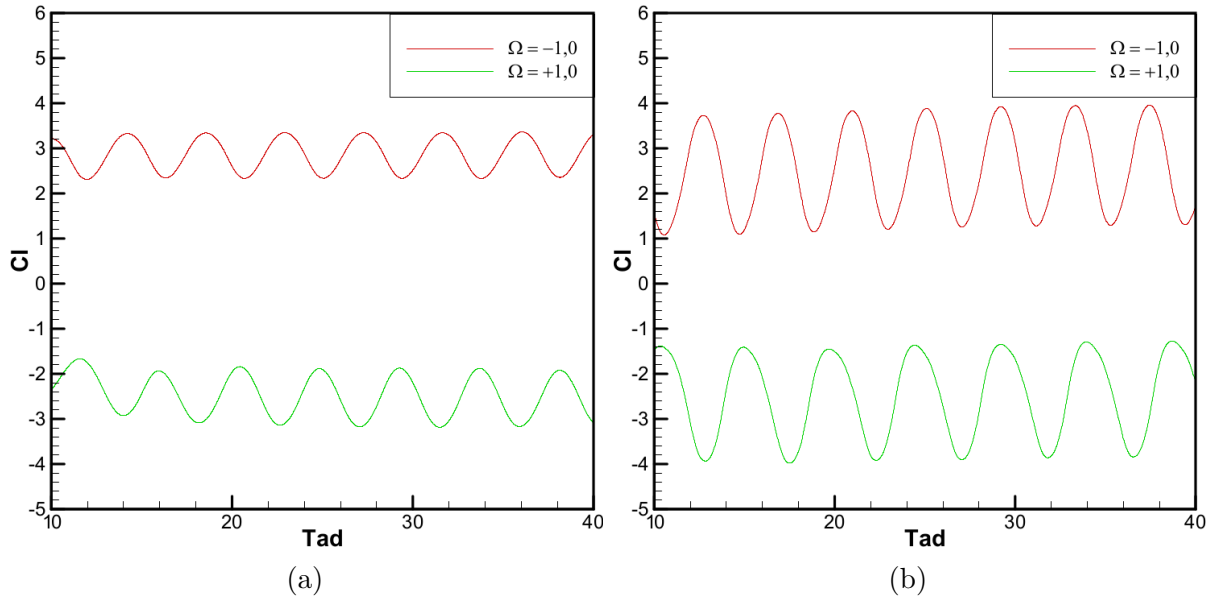


Figura 5.28 – Evolução temporal do coeficiente de sustentação com $Re = 1000$ e $Ri = 0,5$ para escoamentos com cilindro rotativo. (a) OpenFOAM e (b) IBM-VPM.

Tabela 5.8 – Valores médios de Cl e \overline{Nu} para $Re = 1000$ e $Ri = 0,5$ com os programas OpenFOAM e IBM-VPM.

Re	Ω	Cl		\overline{Nu}	
		OpenFOAM	IBM-VPM	OpenFOAM	IBM-VPM
1000	-1	2,8631	2,5458	17,4272	14,5651
	0	0,2997	0,2676	19,0007	16,2106
	+1	-2,5050	-2,4173	17,9270	14,9768
3900	-1	-	2,9769	-	24,3069
	0	-	0,0805	-	26,6769
	+1	-	-2,1688	-	23,9974

A diferença entre os programas, em termos percentuais, ficou entre 4% e 10% para o Cl e entre 14% e 16% para o \overline{Nu} . Devem ser contadas nestas diferenças, as diferenças entre as metodologias utilizadas e as diferenças entre os modelos de turbulência adotados.

6 Conclusões

Apresentou-se neste trabalho um estudo numérico da influência do empuxo em escoamentos transversais sobre cilindros aquecidos estacionários e rotativos. Foram utilizados dois programas computacionais baseados em diferentes metodologias numéricas. O OpeFOAM utiliza malhas adaptativas, as discretizações são feitas por Volumes Finitos e as condições de contorno são impostas diretamente sobre o corpo imerso no escoamento. O código particular IBM-VPM utiliza malhas distintas para o fluido e o corpo e se baseia na metodologia Fronteira Imersa e no Modelo Físico Virtual para calcular as forças sobre o corpo. As discretizações no IBM-VPM são feitas pela metodologia de Diferenças Finitas, com solução explícita das equações da quantidade de movimento. Todas as simulações foram realizadas em um domínio bidimensional.

Um dos diferenciais deste trabalho foi a utilização de rotações horárias e também anti-horárias no cilindro aquecido e no estudo de casos em regime turbulento. A maior parte dos trabalhos encontrados na literatura sobre escoamentos sobre cilindros aquecidos considera apenas rotação anti-horária e a convecção forçada. Entre os trabalhos que tratam a convecção mista e natural sobre cilindros aquecidos, poucos consideram escoamentos transversais, nos quais a força de empuxo atua perpendicularmente à direção do escoamento. No caso da movimentação da geometria, a literatura é muito escassa no que se refere a investigação do sentido de rotação do cilindro no desenvolvimento do escoamento e sua influência nos parâmetros adimensionais (números de Nusselt e de Strouhal, coeficientes de sustentação e arrasto).

Foram estudados inicialmente casos com o cilindro estacionário aquecido a diversos valores de número de Reynolds e Richardson (parâmetro de flutuabilidade). Em seguida, foi imposta a rotação da fronteira do cilindro em torno do próprio eixo, a diversos valores, em sentido horário e anti-horário.

A baixos valores de Reynolds ($Re = 40$) e para cilindro estacionário foi investigada a influência do termo de empuxo na desestabilização do escoamento e desprendimento vorticoso. A dinâmica do escoamento foi estudada e comparada com a literatura. A maiores valores de Reynolds ($100 \leq Re \leq 200$) foi investigada a influência do aquecimento nos parâmetros do escoamento (coeficientes de sustentação e arrasto) e na transferência de calor (número de Nusselt). Neste intervalo de valores notou-se que o aquecimento é mais significativo para o escoamento do que o número de Reynolds. No regime turbulento os programas concordam bem entre si e indicam a mesma tendência de crescimento do coeficiente de sustentação e decréscimo do coeficiente de arrasto com o aumento de Re . Em todas as simulações executadas, com o programa OpenFOAM e com o programa

IBM-VPM, os resultados para o número de Nusselt médio temporal concordam bem entre si e com a literatura consultada.

Com o cilindro rotativo foi verificado que mesmo com o efeito térmico a rotação torna-se um parâmetro mais significativo do que o aquecimento para caracterizar o escoamento. A um dado valor fixo de rotação, a variação de Ri torna-se pouco significativa. A rotação anti-horária atua como supressora do desprendimento vorticoso e da transferência de calor, reduzindo os coeficientes de sustentação e arrasto e o número de Nusselt. A rotação horária aumenta o coeficiente de sustentação (produz sustentação), reduz o coeficiente de arrasto e diminui a transferência de calor de forma uma pouco mais acentuada do que no caso da rotação anti-horária.

Foi também proposta uma correlação empírica para a média temporal do número de Nusselt em função de Re e de ω utilizando os resultados obtidos com o código OpenFOAM. Esta correlação pode ser utilizada para os intervalos $40 \leq Re \leq 200$, $-2 \leq \Omega \leq 2$ e $0,5 \leq Ri \leq 2,5$.

Como sugestão para trabalhos futuros os seguintes tópicos são propostos:

- Paralelizar o programa IBM-VPM para melhoria do poder computacional disponível no LabTC e no cluster de Astrofísica, assim como diminuir o tempo necessário para as simulações;
- Tridimensionalizar o programa IBM-VPM para melhor efetuar os cálculos em com valores de $Ri > 1$ (quando os efeitos tridimensionais começam a surgir) e no regime turbulento;
- Averiguar o que acontece a baixos valores do número de Reynolds com o coeficiente de sustentação, cuja tendência não é compatível com a literatura consultada. Pode-se verificar a hipótese sugerida de que a definição da geometria influencia o início do escoamento no IBM-VPM. Para isto, deve-se modificar o código para que o aquecimento comece a fazer efeito somente depois de algumas iterações, como já ocorre no programa quando há rotação do cilindro;
- Simular valores maiores de rotação, tanto em sentido horário quanto em sentido anti-horário para investigar a mudança no escoamento (supressão e novo desprendimento de vórtices);
- Realizar simulações a outros valores de número de Prandtl e estudar sua influência associada ao empuxo e à rotação do cilindro;
- Realizar um maior número de simulações para propor uma correlação que envolva maiores valores do número de Reynolds e outros valores de rotação, aumentando assim a sua faixa de validade.

APÊNDICE A – Algoritmo do programa IBM-VPM

O primeiro cálculo efetuado pelo algoritmo do programa, mostrado na Fig. A.1, é o cálculo do campo de forças/temperatura lagrangiano. Dadas as condições iniciais e de contorno, fornecidas pelo usuário, o campo de forças lagrangiano é calculado para cada um dos pontos da fronteira.

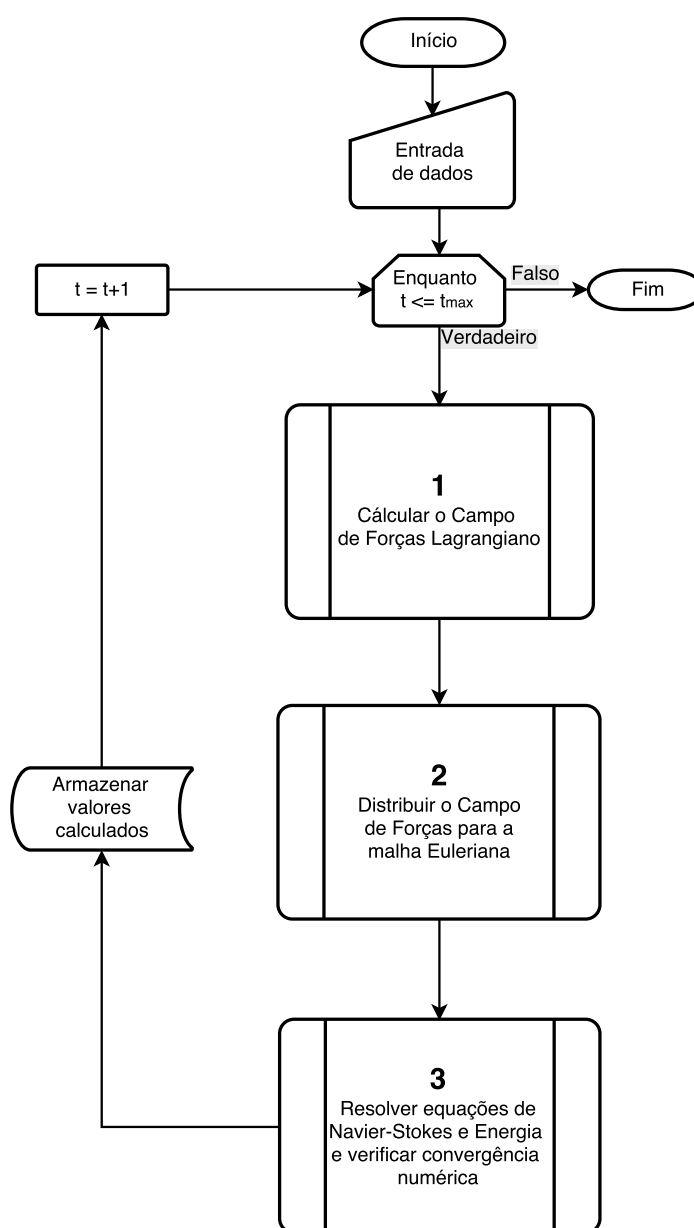


Figura A.1 – Algoritmo utilizado para a metodologia MFI/MFV proposta por Lima E Silva (2002)

Na segunda etapa, é necessário realizar uma distribuição do campo de forças/campo térmico para os nós da malha euleriana mais próxima da interface. Nesta etapa o campo de força/térmico passa a representar a presença do corpo imerso no meio.

A etapa 3 consiste em calcular os novos campos de velocidade e pressão através da solução das equações de Navier-Stokes com a utilização do campo de forças/térmico euleriano (determinado na etapa anterior) como termo fonte. A convergência é testada e o processo se repete até que o campo de velocidades seja corrigido de forma a satisfazer a equação da Continuidade.

A simulação prossegue com o acréscimo temporal e repete toda a rotina de cálculos para um novo valor de tempo. Os dados com os valores dos campos são guardados em arquivos texto ou binários no diretório de origem do programa, conforme o número da iteração temporal especificada. A seguir será descrito brevemente a sequência de cálculos presente em cada uma das etapas do algoritmo apresentado.

A.1 Cálculo do Campo de Forças/Temperatura lagrangiano

Conforme mostrado na Figura A.2 a subrotina 1: Cálculo do Campo de Forças/Temperatura lagrangiano tem início com a entrada de dados sobre os parâmetros geométricos da malha lagrangiana. Estas informações variam conforme a geometria estudada e são utilizadas para modelar a interface imersa em relação à origem do eixo de coordenadas da malha euleriana. Com estas informações é possível determinar as coordenadas dos pontos que compõem a interface e alguns parâmetros geométricos, como a equação da reta normal à superfície e a distância entre pontos. Estas informações encontram-se descritas na Seção 3.3 do Capítulo 3.

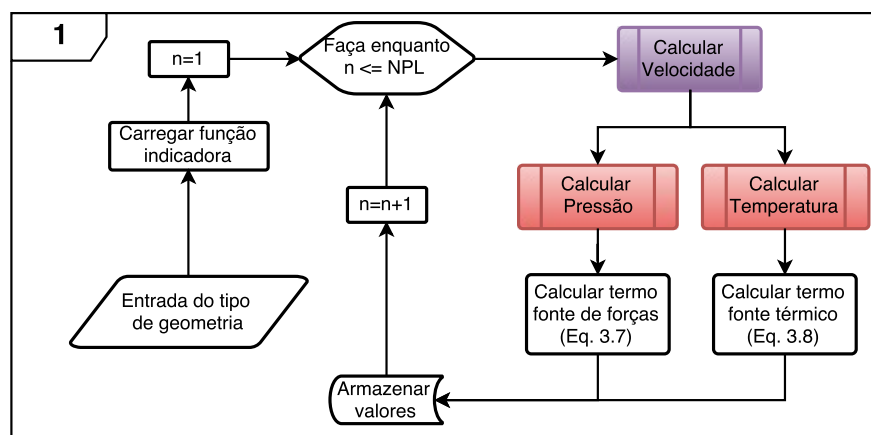


Figura A.2 – Diagrama de funcionamento da subrotina 1: Calcular o Campo de Forças lagrangiano

Com os parâmetros geométricos, é necessário identificar quais pontos pertencem ao

interior do corpo imerso e quais pertencem ao meio fluido. Existem diversas formas de se efetuar esta etapa. No trabalho de LIMA E SILVA (2002), foi utilizada uma função do tipo indicadora, proposta por Unverdi e Tryggvason (1992). Esta função atribui valor unitário aos pontos internos da interface, zero aos pontos externos e sobre a interface proporciona uma transição suave entre os dois valores.

Na sequência, inicia-se um *loop* que percorrerá todos os pontos lagrangianos da fronteira. Ao percorrer cada ponto lagrangiano é realizada uma série de cálculos para determinar os valores de velocidade, pressão e temperatura em cada ponto k . Isto é realizado a partir dos valores das propriedades de pontos auxiliares (calculadas a partir dos pontos eulerianos mais próximos de cada ponto auxiliar) e da função de distribuição $D_{i,j}$, conforme as Equações 3.9, 3.10 e 3.11.

A.2 Distribuição do Campo de Forças/Temperatura para a malha euleriana

Uma vez calculados os termos fonte lagrangianos, estes devem ser distribuídos sobre os pontos vizinhos da malha euleriana. Conforme ilustrado na Fig. A.3, a subrotina 2 inicia-se com uma sequência de cálculos a serem efetuados para cada NPL, até que sejam contabilizadas as influências de todos os pontos lagrangianos sobre a malha euleriana. A distribuição dos termos fonte \vec{f} e q é feita até uma distância máxima pré-determinada de cada ponto k , e calculada automaticamente pela função de distribuição $D_{i,j}$. Esta distância máxima é estabelecida através da construção de um subdomínio quadrado de dimensões $(9\Delta) \times (9\Delta x) = 81\Delta x^2$, ilustrado na Fig. 4.4, presente no Capítulo 4: Método Numérico.

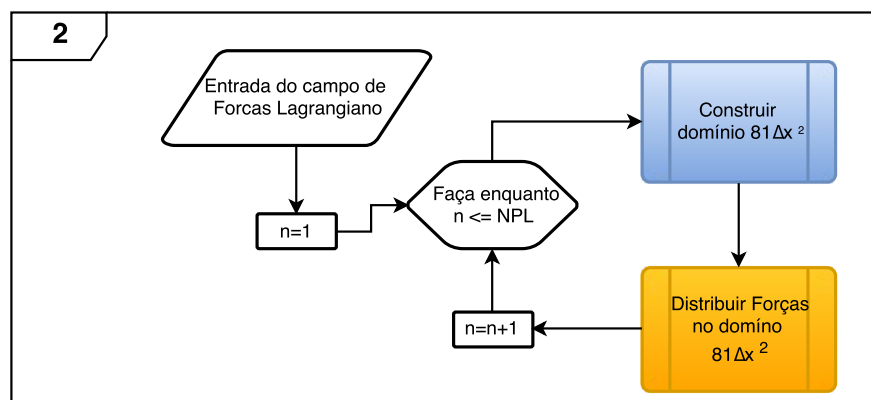


Figura A.3 – Diagrama de funcionamento da subrotina 2: Distribuir o Campo de Forças para os pontos eulerianos

A cada ponto lagrangiano avaliado, uma parcela da força é distribuída aos pontos eulerianos vizinhos, conforme as Equações 3.12 e 3.13. Ao fim desta subrotina, a influência

de cada ponto lagrangiano, k , nos pontos de malha euleriana terão sido calculados e somados.

A.3 Resolução das equações de Navier-Stokes e Energia

Com os termos fonte de força $\vec{F}(\vec{x})$ e térmico $q(\vec{x})$ eulerianos, a última etapa do algoritmo principal, conta com a subrotina 3, mostrada na Fig. A.4. As equações de Navier-Stokes que descrevem o problema, discretizadas para a malha ortogonal euleriana, são resolvidas por meio do Método dos Passos Fracionados. Neste método a equação do movimento é resolvida para se obter uma estimativa da velocidade e uma equação de Poisson é resolvida para a pressão. Esta equação de Poisson é construída de forma acoplada através das equações do movimento e da continuidade, de forma a garantir a conservação da massa.

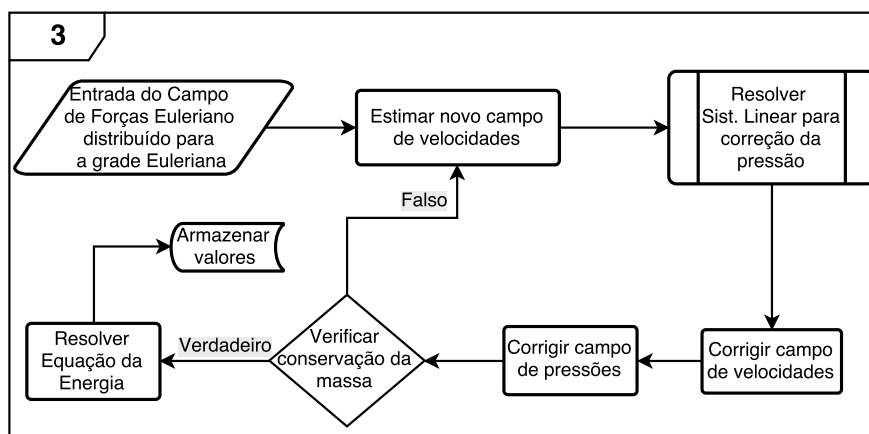


Figura A.4 – Diagrama de funcionamento da subrotina 3: Resolver equações de Navier-Stokes e Energia

Esta sequência foi descrita e pode ser acompanhada em detalhes no Capítulo 4: Método Numérico.

Referências

- ABCM. *"Turbulência: Anais da I Escola de Primavera em Transição e Turbulência"*. 1. ed. [S.l.]: Ediouro Gráfica e Editora S.A., 1998. v. 1. ISBN 85-85769-10-6. 54, 57
- ABDELLA, K.; MAGPANTAY, F. *Approximate analytic solutions for mixed and forced convection heat transfer from an unsteady no-uniform flow past a rotating cylinder*. [S.l.], 2007. 6–16 p. 34, 35
- ABU-HIJLEH, B.; HEILEN, W. Correlation for laminar mixed convection from a rotating cylinder. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 25, n. 6, p. 875 – 884, 1998. ISSN 0735-1933. 35
- ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H. *Heat Transfer in the wake behind a body using a particle method*. [S.l.], 2003. 36
- ANDERSON, J. T.; SAUNDERS, O. A. Convection from an isolated heated horizontal cylinder rotating about its axis. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, v. 217, n. 1131, p. 555–562, 1953. ISSN 0080-4630. 32, 33, 34, 35, 39
- ARMPFIELD, S.; STREET, R. The fractional-step method for the navier–stokes equations on staggered grids: The accuracy of three variations. *Journal of Computational Physics*, v. 153, n. 2, p. 660 – 665, 1999. ISSN 0021-9991. 62
- BADR, H. A theoretical study of laminar mixed convection from a horizontal cylinder in a cross stream. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 26, n. 5, p. 639 – 653, 1983. ISSN 0017-9310. 34
- BALL, K. S.; FAROUK, B. Convection heat transfer from a rotating cylinder. *Int J Heat Mass Trans*, v. 28, p. 1921–1935, 1985. 35
- BECKER, K. Measurements of convective heat transfer from a horizontal cylinder rotating in a tank of water. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 6, n. 12, p. 1053–1062, 1963. Cited By 38. 33
- BEYER, R. P. A computational model of the cochlea using the immersed boundary method. *Journal of Computational Physics*, v. 98, n. 1, p. 145 – 162, 1992. ISSN 0021-9991. 40, 41
- BHATTACHARYYA, S.; SINGH, A. Vortex shedding and heat transfer dependence on effective reynolds number for mixed convection around a cylinder in cross flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 53, n. 15–16, p. 3202 – 3212, 2010. ISSN 0017-9310. 9, 38, 94, 95, 96
- BISWAS, G.; SARKAR, S. Effect of thermal buoyancy on vortex shedding past a circular cylinder in cross-flow at low reynolds numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 52, n. 7–8, p. 1897 – 1912, 2009. ISSN 0017-9310. 8, 37, 39, 83, 85, 88, 89

- BOIRLAUD, M.; COUTON, D.; PLOURDE, F. Direct numerical simulation of the turbulent wake behind a heated cylinder. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 38, p. 82 – 93, 2012. ISSN 0142-727X. 38, 103, 105
- CHATTERJEE, D.; MONDAL, B. On the vortex shedding mechanism behind a circular cylinder subjected to cross buoyancy at low reynolds numbers. *Computational Thermal Sciences: An International Journal*, v. 4, n. 1, p. 23–38, 2012. ISSN 1940-2503. 8, 38, 83, 85, 87, 88
- CHATTERJEE, D.; SINHA, C. Effect of prandtl number and rotation on vortex shedding behind a circular cylinder subjected to cross buoyancy at subcritical reynolds number. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 70, p. 1 – 8, 2016. ISSN 0735-1933. 39
- DROPKIN, D.; CARMI, A. Natural convection heat transfer from a horizontal cylinder rotating in air. *Trans ASME*, v. 4, n. 79, p. 741–749, 1957. 33, 35
- ELGHNAM, R. I. Experimental and numerical investigation of heat transfer from a heated horizontal cylinder rotating in still air around its axis. *Ain Shams Engineering Journal*, v. 5, n. 1, p. 177 – 185, 2014. ISSN 2090-4479. 39
- ETEMAD, G. A. *Free convection heat transfer from a rotating horizontal cylinder to ambient air: with interferometric study of flow*. Tese (Doutorado) — University of California, Berkeley, 1955. Tese de Doutorado. 33, 39
- FOGELSON, A. L.; PESKIN, C. S. A fast numerical method for solving the three-dimensional stokes equations in the presence of suspended particles. *Journal of Computational Physics*, v. 79, n. 1, p. 50 – 69, 1988. ISSN 0021-9991. 40
- GOLDSTEIN, D.; HANDLER, R.; SIROVICH, L. Modeling a no-slip flow boundary with an external force field. *Journal of Computational Physics*, v. 105, n. 2, p. 354 – 366, 1993. ISSN 0021-9991. 41
- KENDOUSH, A. A. An approximate solution of the convective heat transfer from an isothermal rotating cylinder. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 17, n. 4, p. 439 – 441, 1996. ISSN 0142-727X. 34
- KIEFT, R.; RINDT, C.; STEENHOVEN, A. van. Near-wake effects of a heat input on the vortex-shedding mechanism. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 28, n. 5, p. 938 – 947, 2007. ISSN 0142-727X. 36
- KUMAR, S. A. et al. Effects of prandtl number on the laminar cross flow past a heated cylinder. *Physics of Fluids*, v. 28, n. 11, p. 113603, 2016. 40, 89, 93
- LIMA E SILVA, A.; SILVEIRA-NETO, A.; DAMASCENO, J. J. R. Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. *J. Comput. Phys.*, Academic Press Professional, Inc., San Diego, CA, USA, v. 189, n. 2, p. 351–370, 2003. ISSN 0021-9991.
- LIMA E SILVA, A. L. F.; LIMA E SILVA, S. M. M. de. Convection heat transfer around a single row of cylinders. *Computational Thermal Sciences: An International Journal*, v. 6, p. 477–492, 2014. ISSN 1940-2503.

- LIMA E SILVA, A. L. F.; SILVA, A. R.; SILVEIRA-NETO, A. Numerical simulation of two-dimensional complex flows around bluff bodies using the immersed boundary method. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, scielo, v. 29, p. 379 – 387, 12 2007. ISSN 1678-5878. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1678-58782007000400006&nrm=iso>.
- LIMA E SILVA, A. L. F. de. *Desenvolvimento e Implementação de uma nova Metodologia para Modelagem de Escoamentos sobre Geometrias Complexas: Método da Fronteira Imersa com Modelo Físico Virtual*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 12 2002. Tese de Doutorado. 54, 80, 113
- MA, H. et al. Investigation on the air flow and heat transfer from a horizontal rotating cylinder. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 95, p. 21 – 28, 2015. ISSN 1290-0729. 35
- NOBARI, M.; GHAZANFARIAN, J. Convective heat transfer from a rotating cylinder with inline oscillation. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 49, n. 10, p. 2026 – 2036, 2010. ISSN 1290-0729. 37
- OLIVEIRA, J. E. S. *Método da Fronteira Imersa Aplicado à Modelagem Matemática e Simulação Numérica de Escoamentos Turbulentos sobre Geometrias Móveis e Deformáveis*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 12 2006. Tese de Doutorado. 7, 42, 50, 59
- OLIVEIRA, J. E. S.; Lima E Silva, A. L. F. de; SILVEIRA-NETO, A. da. *Influência de Modelos de Turbulência na Simulação de Escoamentos sobre Aerofólios Móveis usando o Método de Fronteira Imersa*. [S.l.], 2006. 42
- OZERDEM, B. Measurement of convective heat transfer coefficient for a horizontal cylinder rotating in quiescent air. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 27, n. 3, p. 389 – 395, 2000. ISSN 0735-1933. 34
- PARAMANE, S. B.; SHARMA, A. Effect of cross-stream buoyancy and rotation on the free-stream flow and heat transfer across a cylinder. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 49, n. 10, p. 2008 – 2025, 2010. ISSN 1290-0729. 9, 37, 39, 83, 85, 87, 96, 97, 101
- PATNAIK, B. V.; NARAYANA, P. A.; SEETHARAMU, K. Numerical simulation of vortex shedding past a circular cylinder under the influence of buoyancy. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 42, n. 18, p. 3495 – 3507, 1999. ISSN 0017-9310. 36
- PESKIN, C. S. Flow patterns around heart valves: A numerical method. *Journal of Computational Physics*, v. 10, n. 2, p. 252 – 271, 1972. ISSN 0021-9991. 27, 40, 41
- PESKIN, C. S.; MCQUEEN, D. M. A general method for the computer simulation of biological systems interacting with fluids. *Symposia of the Society for Experimental Biology*, v. 49, p. 265 – 276, 1993. 41
- REIS, M. G. A. dos. *Modelagem numérica de escoamentos compressíveis utilizando o Método da Fronteira Imersa*. 2016. Dissertação de Mestrado. 44, 81
- REN, M.; RINDT, C. C. M.; STEENHOVEN, A. A. van. Experimental and numerical investigation of the vortex formation process behind a heated cylinder. *Physics of Fluids*, v. 16, n. 8, p. 3103–3114, 2004. 36

- REN, W.; SHU, C.; YANG, W. An efficient immersed boundary method for thermal flow problems with heat flux boundary conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 64, p. 694 – 705, 2013. ISSN 0017-9310. 43
- SANTOS, R. D. C. D. *Análise Bidimensional Termo-fluido Dinâmica de Cilindros Rotativos com o Método da Fronteira Imersa / Modelo Físico Virtual*. 2014. Dissertação de Mestrado. 43, 47, 60, 62, 63, 64
- SARKAR, S.; DALAL, A.; BISWAS, G. Unsteady wake dynamics and heat transfer in forced and mixed convection past a circular cylinder in cross flow for high prandtl numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 54, n. 15–16, p. 3536 – 3551, 2011. ISSN 0017-9310. 38, 40, 94, 95
- SCHNEIDER, G. E.; ZEDAN, M. A modified strongly implicit procedure for the numerical solution of field problems. *Numerical Heat Transfer*, v. 4, n. 1, p. 1–19, 1981. 61
- SEBAN, R. A.; JOHNSON, H. A. Heat transfer from a horizontal cylinder rotating in oil. *National Aeronautics and Space Administration*, v. 2, p. 201–213, 4 1959. 33, 39
- SILVA, A. R. da. *Modelagem Matemática de interação fluido-estrutura utilizando o método da fronteira imersa*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 12 2008. Tese de Doutorado. 42
- SUFYAN, M.; MANZOOR, S.; SHEIKH, N. Heat transfer suppression in flow around a rotating circular cylinder at high prandtl number. *Arabian Journal for Science and Engineering*, Springer Berlin Heidelberg, v. 39, n. 11, p. 8051–8063, 2014. ISSN 1319-8025. 39, 95, 98, 101
- UNVERDI, S. O.; TRYGGVASON, G. A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows. *Journal of Computational Physics*, v. 100, n. 1, p. 25 – 37, 1992. 58, 113
- VILACA, A. C.; Lima E Silva, A. L. F. de; SILVEIRA-NETO, A. da. *Modelagem matemática e simulação numérica do escoamento sobre uma partícula em queda livre*. [S.l.], 2004. 42

ANEXO A – Arquivos de simulação com o OpenFOAM

A.1 Condições iniciais e de contorno

Dentro da pasta 0 (zero) estão os arquivos com as condições iniciais e de contorno. Um exemplo do formato dos arquivos com estas condições encontra-se a seguir, para o caso da condição *p_rgh*, necessária para o caso específico do *buoyantBoussinesqPimpleFoam*.

```

1  /*-----* C++ *-----*\
2  / ===== / /
3  / \ / Field / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox /
4  / \ / Operation / Version: 4.0 /
5  / \ / And / Web: www.OpenFOAM.org /
6  / \ / Manipulation / /
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version    2.0;
11     format      ascii;
12     class       volScalarField;
13     location    "0";
14     object      p_rgh;
15 }
16 // ***** //
17 dimensions    [0 2 -2 0 0 0 0];
18
19 internalField  uniform 0;
20
21 boundaryField
22 {
23     topAndBottom
24     {
25         type      zeroGradient;
26     }
27     inlet
28     {
29         type      zeroGradient;
30     }
31     outlet
32     {
33         type      fixedValue;

```

```

34     value          uniform 0;
35   }
36   wing
37   {
38     type           zeroGradient;
39   }
40   front
41   {
42     type           empty;
43   }
44   back
45   {
46     type           empty;
47   }
48 }
49 // ***** //

```

Conforme pode ser observado pelo código, o campo de pressões no interior do domínio inicializa-se com um valor nulo. As partes superior e inferior possuem derivada nula, assim como a lateral esquerda, denominada por entrada (*inlet*). A parte lateral direita do domínio possui valor prescrito de pressão, identicamente nula, pois o escoamento deve encontrar-se com o meio ambiente sem efeito de jato. Os planos na parte frontal e traseira do domínio são assinalados como vazios (*empty*), para que a simulação seja bidimensional. O trecho denominado por *wing* representa a fronteira do cilindro e possui a condição de impenetrabilidade pela derivada nula de pressão.

Os demais arquivos, para as condições de pressão (p), temperatura (T), velocidade (U), viscosidade turbulenta (ν_t) e difusividade térmica turbulenta (α_t) possuem o mesmo padrão do arquivo apresentado e utilizam seus respectivos valores, apresentadas no Capítulo 3.

A.2 Arquivos de constantes

Além dos arquivos de malha, dentro da pasta *constant* encontram-se os arquivos de constantes físicas necessárias para a resolução da simulação numérica. O *buoyant-BoussinesqPimpleFoam* requer três arquivos de constantes, cujos exemplos e descrição encontram-se a seguir:

- O arquivo g , com s informações sobre o vetor aceleração da gravidade;

```

1  /*-----* C++ *-----*\
2  / ===== / /
3  / \ / Field / foam-extend: Open Source CFD /
4  / \ / Operation / Version: 4.0 /

```

```

5  /  \ \ /  A nd          / Web:          http://www.foam-extend.org      /
6  /  \ \ /  M anipulation /
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         uniformDimensionedVectorField;
13     location      "constant";
14     object        g;
15 }
16 // *****
17 dimensions      [0 1 -2 0 0 0 0];
18 value           ( 0 -9.81 0 );
19 // *****

```

- O arquivo *turbulenceProperties*, que possui informações sobre o tipo de escoamento;

```

1  /*-----* C++ *-----*\
2  / ===== /
3  / \ \ /  F ield      / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox /
4  / \ \ /  O peration  / Version:  4.0 /
5  / \ \ /  A nd        / Web:       www.OpenFOAM.org /
6  /  \ \ /  M anipulation /
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     location      "constant";
14     object        turbulenceProperties;
15 }
16 // *****
17
18 simulationType  RAS;
19
20 RAS
21 {
22     RASModel      SpalartAllmaras;
23     SpalartAllmarasCoeffs
24     {
25         // alphaNut
26         alphaNut      1.5;
27         // Cb1
28         Cb1           0.1355;
29         // Cb2
30         Cb2           0.622;

```

```

31     // Cw2
32     Cw2          0.3;
33     // Cw3
34     Cw3          2;
35     // Cv1
36     Cv1          7.1;
37     Cv2          5.0;
38 }
39
40 turbulence      on;
41
42 printCoeffs     on;
43 }
44 // ***** //

```

- E o arquivo *transportProperties*, que possui as constantes físicas.

```

1  /*-----* C++ *-----*\
2  | ===== | |
3  | \ \ / Field | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4  | \ \ / Operation | Version: 4.0 |
5  | \ \ / And | Web: www.OpenFOAM.org |
6  | \ \ / Manipulation | |
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     object        transportProperties;
14 }
15 // ***** //
16 transportModel Newtonian;
17 // Laminar viscosity
18 nu              [0 2 -1 0 0 0 0] 0.001;
19
20 // Thermal expansion coefficient
21 beta            [0 0 0 -1 0 0 0] 0.038226299;
22
23 // Reference temperature
24 TRef            [0 0 0 1 0 0 0] 300;
25
26 // Laminar Prandtl number
27 Pr              [0 0 0 0 0 0 0] 0.7;
28
29 // Turbulent Prandtl number
30 Prt             [0 0 0 0 0 0 0] 0.9;

```

A.3 Arquivos de controle

A pasta *system* deve conter, obrigatoriamente, três arquivos: *controlDict*, *fvSchemes* e *fvSolution*. No *controlDict* estão as informações de controle da simulação, como os tempos inicial e final, o passo de tempo e parâmetros de saída de dados. Um exemplo do formato deste arquivo encontra-se a seguir:

```

1  /*-----* C++ *-----*\
2  / ===== /
3  / \ \ / F i e l d / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox /
4  / \ \ / O p e r a t i o n / Version: 4.0 /
5  / \ \ / A n d / Web: www.OpenFOAM.org /
6  / \ \ / M a n i p u l a t i o n /
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     location      "system";
14     object        controlDict;
15 }
16 // *****
17 application      buoyantBoussinesqPimpleFoam;
18
19 startFrom        startTime;
20
21 startTime        0;
22
23 stopAt           endTime;
24
25 endTime          40;
26
27 deltaT           0.01;
28
29 writeControl     runtime;
30
31 writeInterval    0.5;
32
33 purgeWrite       0;
34
35 writeFormat      ascii;
36
37 writePrecision   6;
38
39 writeCompression uncompress;
40

```

```
41 timeFormat      general;
42
43 timePrecision   6;
44
45 runTimeModifiable true;
46
47 adjustTimeStep no;
48
49 maxCo          0.3;
50
51 functions
52 {
53     forces
54     {
55         type                forces;
56         functionObjectLibs  ("libforces.so");
57         writeControl        timeStep;
58         writeInterval       1;
59
60         patches             ("wing");
61         p                   p_rgh;
62         U                   U;
63         rhoInf              1225;
64         rho                 rhoInf;
65         CofR                (0 0 0);
66     }
67
68     forceCoeffs
69     {
70         type                forceCoeffs;
71         functionObjectLibs  ( "libforces.so" );
72         writeControl        timeStep;
73         writeInterval       1;
74         log                 true;
75
76         patches             ("wing");
77         p                   p_rgh;
78         U                   U;
79         rhoInf              1225;
80         log                 true;
81
82         CofR                (0 0 0);
83         liftDir              (0 1 0);
84         dragDir              (1 0 0);
85         pitchAxis           (0 0 0);
86
87         magUInf             1;
```

```

88     rho          rhoInf;
89     lRef         1;
90     Aref         0.1;
91 }
92 }

```

No *fvSchemes* estão os esquemas de discretização numérica para as equações.

```

1  /*-----* C++ *-----*\
2  / ===== / / /
3  / \ \ / Field / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox /
4  / \ \ / Operation / Version: 4.0 /
5  / \ \ / And / Web: www.OpenFOAM.org /
6  / \ \ / Manipulation / /
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     location     "system";
14     object       fvSchemes;
15 }
16 // *****
17
18 ddtSchemes
19 {
20     default      Euler;
21 }
22
23 gradSchemes
24 {
25     default      Gauss linear;
26 }
27
28 divSchemes
29 {
30     default      none;
31
32     div(phi,U)   Gauss linear corrected;
33     div(phi,T)   Gauss linear corrected;
34     div(phi,k)   Gauss linear corrected;
35     div(phi,nuTilda) Gauss linear corrected;
36     div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear corrected;
37 }
38
39 laplacianSchemes

```

```

40 {
41     default      Gauss linear corrected;
42 }
43
44 interpolationSchemes
45 {
46     default      linear;
47 }
48
49 snGradSchemes
50 {
51     default      corrected;
52 }
53
54 wallDist
55 {
56     method meshWave;
57 }
58 // ***** //

```

No *fvSolution* estão os *solvers* utilizados para os sistemas lineares, as tolerâncias e outros algoritmos de controle para a simulação. Um exemplo do formato deste arquivo, para o caso da utilização do *buoyantBoussinesqPimpleFoam*, pode ser visualizado a seguir:

```

1  /*-----* C++ *-----*\
2  / ===== / /
3  / \ \ / Field / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox /
4  / \ \ / Operation / Version: 4.0 /
5  / \ \ / And / Web: www.OpenFOAM.org /
6  / \ \ / Manipulation / /
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     location      "system";
14     object        fvSolution;
15 }
16 // ***** //
17
18 solvers
19 {
20     p_rgh
21     {
22         solver      PCG;
23         preconditioner DIC;

```

```
24     tolerance      1e-8;
25     relTol         0.01;
26 }
27
28 p_rghFinal
29 {
30     $p_rgh;
31     relTol         0;
32 }
33
34 "(U|T|k|epsilon|R)"
35 {
36     solver          PBiCG;
37     preconditioner  DILU;
38     tolerance       1e-6;
39     relTol          0.1;
40 }
41
42 "(U|T|k|epsilon|R|nuTilda)Final"
43 {
44     $U;
45     relTol          0;
46 }
47 }
48
49 PIMPLE
50 {
51     momentumPredictor no;
52     nOuterCorrectors 1;
53     nCorrectors      2;
54     nNonOrthogonalCorrectors 2;
55     pRefCell         0;
56     pRefValue        0;
57 }
58
59 relaxationFactors
60 {
61     equations
62     {
63         "(U|T|k|epsilon|R)" 1;
64         "(U|T|k|epsilon|R|nuTilda)Final" 1;
65     }
66 }
67
68 // ***** //
```

ANEXO B – O NusseltCalc

O NusseltCalc é uma ferramenta desenvolvida para calcular o número de Nusselt nas fronteiras de um corpo. É uma modificação desenvolvida a partir de uma ferramenta de pós-processamento já existente, denominada por *wallHeatFlux*. Esta ferramenta precisa ser modificada pois não funciona para escoamentos sob efeito de flutuações devido ao empuxo. Para modificar o *wallHeatFlux* de forma a contabilizar os efeitos de flutuação, deve-se proceder conforme o seguinte tutorial.

1. Inicialmente, deve-se fazer uma cópia da pasta da ferramenta que será modificada, através do seguinte comando:

```
cp -r $FOAM_APP/utilities/postProcessing/wall/wallHeatFlux/
```

2. Um nome deverá ser fornecido para a ferramenta que será criada. Neste caso, o nome NusseltCalc.C foi utilizado, embora outro nome possa ser escolhido. Em seguida, dentro do diretório *Make*, no arquivo *files*, o conteúdo deve ser alterado para:

```
NusseltCalc.C
EXE = $(FOAM_USER_APPBIN)/NusseltCalc
```

Isto irá criar um link para a ferramenta NusseltCalc e torná-lo executável a partir do terminal.

3. A ferramenta deverá ser modificada para aplicações em escoamentos com termos de empuxo. Isto será realizado substituindo-se o *hCombustionThermo.H* pelo *basicThermo.H*. O arquivo *basicThermo* manipula as propriedades termodinâmicas básicas que são necessárias em escoamentos impulsionados pelo empuxo. Substitui-se todas as partes que contêm *hCombustionThermo* no arquivo *createFields.H* pelo *basicThermo* através do seguinte comando:

```
sed -e 's/hCombustionThermo/basicThermo/g' createFields.H > tmp.H
mv tmp.H createFields.H
```

4. O NusseltCalc está agora preparado para calcular o fluxo de calor em escoamentos impulsionados pelo empuxo, mas para calcular o número de Nusselt uma equação precisa ser adicionada ao *loop* do *solver* no NusseltCalc.C. O número de Nusselt é calculado usando o fluxo de calor previamente calculado, Q , pelo *solver*, que pode ser visualizado nas linhas:

```

1   Info<< "\nWall heat fluxes [W]" << endl;
2   forAll(patchHeatFlux, patchi)
3   {
4       if (mesh.boundary()[patchi].isWall())
5       {
6           Info<< mesh.boundary()[patchi].name()
7               << " "
8               << sum
9               (
10              mesh.magSf().boundaryField()[patchi]
11              *patchHeatFlux[patchi]
12              )
13              << endl;
14          }
15      }
16      Info<< endl;

```

A equação utilizada para o número de Nusselt é:

$$Nu = \frac{hl}{k}, \quad \text{sendo :} \quad h = \frac{Q}{T_{hot} - T_{inicial}} \quad (\text{B.1})$$

Ela é implementada no NusseltCalc.C, com a inclusão do seguinte *loop*:

```

1   volScalarField NusseltNumber
2   (
3       IOobject
4       (
5           "NusseltNumber",
6           runtime.timeName(),
7           mesh,
8           IOobject::NO_READ,
9           IOobject::AUTO_WRITE
10      ),
11      mesh,
12      dimensionedScalar("NusseltNumber",dimless,0.0)
13  );
14  forAll(wallHeatFlux.boundaryField(), patchi)
15  {
16      wallHeatFlux.boundaryField()[patchi] = patchHeatFlux[patchi];
17  }
18  wallHeatFlux.write();
19  #include "readRefValues.H"
20  forAll(NusseltNumber.boundaryField(), patchi)
21  {
22      NusseltNumber.boundaryField()[patchi] =
23      length*patchHeatFlux[patchi]/((T_hot-T_initial)*k);
24  }
25  NusseltNumber.write();

```

5. Para calcular o número de Nusselt é necessário especificar o comprimento característico, T_{hot} , $T_{initial}$ e k . Esses valores fornecidos através de um arquivo do tipo dicionário, denominado por *refValues* localizado na pasta *constant*. Para que estes valores possam ser lidos e utilizados é necessário criar um *readRefValues* que lê os valores de um dicionário. Isso é feito criando um arquivo chamado *readRefValues.H*. O arquivo deve possuir o seguinte formato:

```

1   Info << "\nReading refValues" << endl;
2   IOdictionary refValues
3   (
4       IOobject
5       (
6           "refValues",
7           runtime.constant(),
8           mesh,
9           IOobject::MUST_READ,
10          IOobject::NO_WRITE
11        )
12    );
13
14    scalar k (readScalar(refValues.lookup("k")));
15    Info << "Conductivity is:"<< k << endl;
16
17    scalar T_initial(readScalar(refValues.lookup("T_initial")));
18    Info << "Initial temperature is:"<< T_initial << endl;
19
20    scalar T_hot(readScalar(refValues.lookup("T_hot")));
21    Info << "Hot wall temperature:"<< T_hot << endl;
22
23    scalar length(readScalar(refValues.lookup("length")));
24    Info << "Length scale is set to:"<< length << endl;

```

6. A última etapa consiste em compilar o NusseltCalc através do *wmake* no terminal.

Para ser capaz de calcular o número de Nusselt mais tarde é necessário especificar alguns valores de referência que são usados para o número de Nusselt. Estes são especificados no *refValues*:

```

1  /*-----* C++ *-----*/
2  / ===== / /
3  / \ / Field / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox /
4  / \ / Operation / Version: 4.0 /
5  / \ / And / Web: http://www.OpenFOAM.org /
6  / \ / Manipulation / /
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {

```

