

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Contribuições a Aplicações Práticas de Sistemas de Controle por
Modos Deslizantes**

Fernando Henrique Duarte Guaracy

Itajubá, Março de 2013

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

Fernando Henrique Duarte Guaracy

**Contribuições a Aplicações Práticas de Sistemas de Controle por
Modos Deslizantes**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Automação e Sistemas Elétricos Industriais

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Murari Pinheiro

**Março de 2013
Itajubá**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá –
Bibliotecária Margareth Ribeiro- CRB_6/1700

G914c

Guaracy, Fernando Henrique Duarte

Contribuições a aplicações práticas de sistemas de controle
por modos deslizantes / Fernando Henrique Duarte Guaracy. –
Itajubá, (MG) : [s.n.], 2013.

141 p. : il.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Murari Pinheiro.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá.

1. Controle por modos deslizantes. 2. Controle robusto. 3.
Sistemas não lineares. 4. Conjuntos aproximados. I. Pinheiro,
Carlos Alberto Murari, orient. II. Universidade Federal de Itajubá.
III. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

Fernando Henrique Duarte Guaracy

**Contribuições a Aplicações Práticas de Sistemas de Controle por
Modos Deslizantes**

Dissertação aprovada por banca examinadora em 14 de
Março de 2013, conferindo ao autor o título de ***Mestre em
Ciências em Engenharia Elétrica.***

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Carlos Alberto Murari Pinheiro (Orientador)

Prof. Dr. Luís Henrique de Carvalho Ferreira

Prof. Dr. Cairo Lúcio Nascimento Júnior

**Itajubá
2013**

Aos meus pais, Luciano e Márcia.

Agradecimentos

A Deus, pela força e proteção.

Aos meus pais Luciano e Márcia, pelo incentivo e apoio que sempre me deram.

Ao meu irmão Luís Felipe, pelo companheirismo e amizade em todos os momentos.

À minha namorada Karine, pelo carinho e paciência durante todo esse tempo.

Aos antigos e novos amigos, pelos bons momentos compartilhados.

Um agradecimento especial ao Professor Pinheiro, pela confiança e pela ajuda indispensável na realização de mais esse trabalho.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

"Só sabemos com exatidão quando sabemos pouco; à medida que vamos adquirindo conhecimentos, instala-se a dúvida."

Johann Wolfgang von Goethe

Resumo

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de duas abordagens com a finalidade de auxiliar o projeto e a aplicação prática de sistemas de controle por modos deslizantes. As metodologias foram desenvolvidas com o objetivo de se obter malhas de controle que apresentam as características de robustez relacionadas aos sistemas de controle por modos deslizantes em processos com comportamentos não lineares ou com variações de parâmetros e na presença de distúrbios externos. Buscou-se uma relativa simplicidade nos procedimentos de projeto e algoritmos de controle que diminuam as dificuldades associadas às aplicações práticas dessas estruturas de controle. Entre essas dificuldades, pode-se citar a atenuação ou eliminação do fenômeno conhecido como *chattering*, que é responsável por efeitos negativos nessas malhas de controle, tais como a excitação de dinâmicas não modeladas, a deterioração do desempenho do controlador, o aumento do desgaste em partes mecânicas móveis e perdas por dissipação de calor em circuitos elétricos de potência.

Uma das contribuições deste trabalho corresponde ao desenvolvimento de um procedimento de sintonia para sistemas de controle por modos deslizantes em processos que possam ser aproximados por modelos de ordem reduzida (primeira ordem). O procedimento desenvolvido fornece meios para escolher os valores dos ganhos da lei de controle utilizada de modo que as malhas de controle resultantes apresentem respostas adequadas, evitando circunstâncias que podem resultar em sistemas com respostas lentas ou oscilatórias.

Outra contribuição desenvolvida diz respeito à aplicação de conceitos da Teoria dos Conjuntos Aproximados na realização de estruturas de controle por modos deslizantes. O procedimento desenvolvido pode ser utilizado na substituição de estruturas mais complexas que empregam técnicas de inteligência artificial, resultando em algoritmos de controle mais simples e, portanto, de mais fácil realização prática.

Para comprovar a viabilidade prática dos procedimentos desenvolvidos, são apresentados resultados de ensaios reais realizados em um sistema de nível em escala reduzida.

Palavras-chave: Controle por modos deslizantes, controle robusto, sistemas não lineares, conjuntos aproximados.

Abstract

This work presents the development of two approaches with the purpose of aiding the practical application and design of sliding mode control systems. The methodologies were developed with the purpose of obtaining control loops with the robustness characteristics associated with sliding mode control systems in processes with nonlinear behavior or variable parameters and in the presence of external disturbances. An effort was made to obtain relatively simple design procedures and control algorithms that reduce the difficulties associated with practical applications of this control structure. One of these difficulties is the attenuation or elimination of the so-called chattering phenomenon, which is responsible for negative effects on practical applications of sliding mode control systems, such as excitation of unmodeled dynamics, degradation of controller performance, high wear of moving mechanical parts and high heat losses in electrical power circuits.

One of the contributions of this work is the development of a tuning procedure for sliding mode control systems in processes that can be represented or approximated by reduced (first-order) models. The developed procedure provides means for choosing the value of gains in the control law used in a way that the resulting control loops present adequate responses, avoiding circumstances that can result in systems with slow or oscillatory responses.

Another contribution is the application of Rough Sets Theory concepts on the implementation of sliding mode control structures. The developed procedure can be used in substitution of more complex structures which employs artificial intelligence techniques, resulting in simpler and therefore more easily implemented control algorithms.

To verify the practical feasibility of the developed procedures, results of real tests performed in a reduced scale level system are presented.

Keywords: Sliding mode control, robust control, nonlinear systems, rough sets.

Sumário

Agradecimentos	ii
Resumo.....	iv
Abstract	v
Sumário	vi
Índice de Figuras	viii
Índice de Tabelas.....	xiv
Lista de Abreviaturas.....	xv
Lista de Símbolos.....	xvi
Capítulo 1 Introdução.....	1
Capítulo 2 Sistemas de Controle por Modos Deslizantes	4
2.1. Introdução.....	4
2.2. Sistemas de Estrutura Variável.....	4
2.3. Modos Deslizantes em Sistemas de Estrutura Variável	7
2.4. Descrição de um Sistema em Modo Deslizante	11
2.5. Existência do Modo Deslizante	14
2.6. Extensões da Técnica	16
Capítulo 3 Teoria dos Conjuntos Aproximados.....	19
3.1. Introdução.....	19
3.2. Conceitos Básicos	19
3.3. Aproximação de Funções e Modelos Baseados em Regras	25
Capítulo 4 Sintonia de Controladores por Modos Deslizantes para Sistemas de Primeira Ordem	31
4.1. Introdução.....	31
4.2. Estrutura da Malha de Controle.....	31
4.3. Influência dos Parâmetros do Controlador na Resposta da Malha de Controle	35
4.4. Procedimento de Sintonia.....	43
4.5. Simulações.....	51
4.6. Extensões	62
4.6.1. Referências em Rampa.....	62
4.6.2. Sistemas com Tempo Morto	65
Capítulo 5 Aplicação da Teoria dos Conjuntos Aproximados em Sistemas de Controle por Modos Deslizantes	70

5.1. Introdução	70
5.2. Sistemas <i>Fuzzy</i>	71
5.3. Adaptação de Camada Limite em Controlador por Modos Deslizantes	75
5.3.1. Controlador por Modos Deslizantes com Camada Limite	75
5.3.2. Ajuste da Camada Limite por Regras <i>Fuzzy</i>	83
5.3.3. Ajuste da Camada Limite por Regras Aproximadas	87
5.4. Controlador por Modos Deslizantes Baseado em Regras	93
5.4.1. SMC Baseado em Regras <i>Fuzzy</i>	93
5.4.2. SMC Baseado em Regras Aproximadas	100
Capítulo 6 Resultados Experimentais	109
6.1. Introdução	109
6.2. Sistema de Nível	109
6.3. Sintonia de SMC	111
6.4. SMC Baseado em Regras	121
Capítulo 7 Conclusão	133
7.1. Comentários	133
7.2. Trabalhos Futuros	134
Referências Bibliográficas	135
Anexo A Códigos dos Aplicativos Utilizados nos Ensaios	139

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Retrato de fase para (a) $K(x) = [-4 \ 0]$ e (b) $K(x) = [1 \ 0]$	5
Figura 2.2 – Regiões definidas pela lógica de chaveamento do exemplo considerado.....	6
Figura 2.3 – Retrato de fase do sistema de estrutura variável considerado.	7
Figura 2.4 – Trajetórias típicas para o sistema (2.10).	8
Figura 2.5 – Trajetória do modo deslizante em aplicações reais e ilustração do fenômeno <i>chattering</i>	9
Figura 2.6 – Modo deslizante na interseção de duas superfícies.	10
Figura 2.7 – Dinâmica em modo deslizante pelo método de Filippov.....	13
Figura 2.8 – Ilustração do domínio de modo deslizante para duas dimensões.....	15
Figura 2.9 – Função sinal e função saturação.	18
Figura 3.1 – Ilustração do conjunto O	21
Figura 3.2 – Ilustração da (a) aproximação inferior e (b) aproximação superior.....	21
Figura 3.3 – Ilustração da região de fronteira.....	22
Figura 3.4 – Exemplo de aproximação de um conjunto.....	22
Figura 3.5 – Aproximação de função por regras aproximadas.	28
Figura 3.6 – Resposta do sistema modelado por (3.15) para entradas aleatórias.	29
Figura 3.7 – Comparação entre respostas do modelo original (3.15) e modelo baseado em regras aproximadas.	30
Figura 4.1 – Estrutura da malha de controle.....	32
Figura 4.2 – Resposta de sistema de primeira ordem ao degrau unitário.....	32
Figura 4.3 – Superfície (linha) de chaveamento.....	34
Figura 4.4 – Dois modos de operação da malha ilustrados pelo (a) plano de fase e (b) gráfico da função de chaveamento.....	36
Figura 4.5 – Resposta da malha de controle para (a) $c = 1$ e (b) $c = 2$	37
Figura 4.6 – Valores assumidos por ψ_1	38
Figura 4.7 – Valores assumidos por ψ_2	38
Figura 4.8 – Variação de k_{1a} com $k_{2a} = 2$	40
Figura 4.9 – Variação de k_{2a} com $k_{1a} = 1$	40
Figura 4.10 – Variação de k_{2a} com $k_{1a} = 10$	41
Figura 4.11 – Tempo de alcance para diferentes ganhos.	42
Figura 4.12 – Tempo de subida.	45
Figura 4.13 – Tempo de subida normalizado versus fator de amortecimento.....	45
Figura 4.14 – Especificação do tempo de subida da estrutura referente ao modo de alcance..	46

Figura 4.15 – Valores obtidos com parâmetros $a = 1$, $b = 1$, $c = 1,5$ e $\psi_2 = 0,55$	48
Figura 4.16 – Valores obtidos com parâmetros $a = 1$, $b = 1$, $c = 1,5$ e $\psi_2 = 10$	48
Figura 4.17 – Valores obtidos com parâmetros $a = 1$, $b = 1$, $c = 5$ e $\psi_2 = 10$	49
Figura 4.18 – Valores obtidos com parâmetros $a = 1$, $b = 10$, $c = 1,5$ e $\psi_2 = 0,55$	49
Figura 4.19 – Valores obtidos com parâmetros $a = 0,1$, $b = 0,1$, $c = 0,15$ e $\psi_2 = 0,55$	50
Figura 4.20 – Diagrama de blocos para simulação do controlador por modos deslizantes.	52
Figura 4.21 – Saída do sistema e sinal de controle usando procedimento proposto.	52
Figura 4.22 – Plano de fase e valor da função de chaveamento usando procedimento proposto.	53
Figura 4.23 – Saída do sistema e sinal de controle usando ganhos insuficientes.	53
Figura 4.24 – Plano de fase e valor da função de chaveamento usando ganhos insuficientes. .	54
Figura 4.25 – Saída do sistema e sinal de controle usando ganhos excessivos.	54
Figura 4.26 – Plano de fase e valor da função de chaveamento usando ganhos excessivos.	55
Figura 4.27 – Diagrama de Bode do sistema em malha aberta.	56
Figura 4.28 – Diagrama de Bode do sistema compensado.	57
Figura 4.29 – Saída do sistema e sinal de controle usando controlador PI.	57
Figura 4.30 – Respostas do sistema na ocorrência de distúrbio usando procedimento proposto.	58
Figura 4.31 – Plano de fase e valor da função de chaveamento na ocorrência de distúrbio usando procedimento proposto.	59
Figura 4.32 – Respostas do sistema na ocorrência de distúrbio usando ganhos insuficientes. .	59
Figura 4.33 – Plano de fase e valor da função de chaveamento na ocorrência de distúrbio usando ganhos insuficientes.	60
Figura 4.34 – Resposta do sistema na ocorrência de distúrbio usando ganhos excessivos.	60
Figura 4.35 – Plano de fase e valor da função de chaveamento na ocorrência de distúrbio usando ganhos excessivos.	61
Figura 4.36 – Saída do sistema e sinal de controle na ocorrência de distúrbio usando controlador PI.	61
Figura 4.37 – Efeito da variação de K_d nas características da malha de controle para referência em rampa.	64
Figura 4.38 – Saída do sistema e sinal de controle com entrada em rampa.	64
Figura 4.39 – Plano de fase e valor da função de chaveamento com entrada em rampa.	65
Figura 4.40 – Estrutura da malha de controle com preditor de Smith para sistemas com tempo morto.	66
Figura 4.41 – Malha equivalente para controlador por modos deslizantes com preditor de Smith.	66

Figura 4.42 – Saída do sistema e sinal de controle em sistema com preditor de Smith.	67
Figura 4.43 – Plano de fase e valor da função de chaveamento em sistema com preditor de Smith.	67
Figura 4.44 – Resposta da malha de controle sem preditor de Smith para sistema com tempo morto.....	68
Figura 4.45 – Resposta da malha de controle com preditor de Smith.....	68
Figura 5.1 – Conjuntos <i>fuzzy</i> para variável linguística temperatura.	72
Figura 5.2 – Estrutura de um sistema <i>fuzzy</i>	73
Figura 5.3 – Conjuntos <i>fuzzy</i> para variáveis de entrada referente ao exemplo.	73
Figura 5.4 – Conjuntos <i>fuzzy</i> para variável de saída referente ao exemplo.	74
Figura 5.5 – Processo de inferência <i>fuzzy</i> referente ao exemplo.	74
Figura 5.6 – Ilustração do conceito de camada limite.	75
Figura 5.7 – Função saturação e camada limite.....	76
Figura 5.8 – Trajetória do sistema com lei de controle convencional.	79
Figura 5.9 – Erro do sistema com lei de controle convencional.	79
Figura 5.10 – Função de chaveamento com lei de controle convencional.....	80
Figura 5.11 – Sinal de controle com lei de controle convencional.	80
Figura 5.12 – Trajetória do sistema com camada limite.	81
Figura 5.13 – Erro do sistema com camada limite.	81
Figura 5.14 – Função de chaveamento com camada limite.....	82
Figura 5.15 – Sinal de controle com camada limite.	82
Figura 5.16 – Representação do ângulo ϑ	83
Figura 5.17 – Estrutura da malha de controle com ajuste automático da camada limite.....	84
Figura 5.18 – Conjuntos <i>fuzzy</i> para ajuste da camada limite.....	85
Figura 5.19 – Trajetória do sistema com camada limite ajustada por regras <i>fuzzy</i>	86
Figura 5.20 – Erro do sistema com camada limite ajustada por regras <i>fuzzy</i>	86
Figura 5.21 – Função de chaveamento com camada limite ajustada por regras <i>fuzzy</i>	87
Figura 5.22 – Sinal de controle com camada limite ajustada por regras <i>fuzzy</i>	87
Figura 5.23 – Resposta das regras aproximadas e das regras <i>fuzzy</i>	89
Figura 5.24 – Histograma do tempo de computação das regras <i>fuzzy</i>	90
Figura 5.25 – Histograma do tempo de computação das regras aproximadas.	90
Figura 5.26 – Trajetória do sistema com camada limite ajustada por regras aproximadas.	91
Figura 5.27 – Erro do sistema com camada limite ajustada por regras aproximadas.	91
Figura 5.28 – Função de chaveamento com camada limite ajustada por regras aproximadas..	92
Figura 5.29 – Sinal de controle com camada limite ajustada por regras aproximadas.	92

Figura 5.30 – Estrutura do SMC baseado em regras.....	93
Figura 5.31 – Funções de pertinência associadas.	94
Figura 5.32 – Saída da malha de controle com regras <i>fuzzy</i>	96
Figura 5.33 – Sinal de controle com regras <i>fuzzy</i>	96
Figura 5.34 – Valor da função de chaveamento para malha com regras <i>fuzzy</i>	97
Figura 5.35 – Plano de fase para malha com regras <i>fuzzy</i>	97
Figura 5.36 – Saída do sistema para referência senoidal com regras <i>fuzzy</i>	98
Figura 5.37 – Erro de rastreamento para referência senoidal com regras <i>fuzzy</i>	98
Figura 5.38 – Função de chaveamento para referência senoidal com regras <i>fuzzy</i>	99
Figura 5.39 – Sinal de controle para referência senoidal com regras <i>fuzzy</i>	99
Figura 5.40 – Resposta das regras <i>fuzzy</i> e das regras aproximadas.....	101
Figura 5.41 – Histograma do tempo de computação das regras <i>fuzzy</i>	103
Figura 5.42 – Histograma do tempo de computação das regras aproximadas.	103
Figura 5.43 – Saída do sistema com controlador baseado em regras aproximadas.....	104
Figura 5.44 – Sinal de controle com controlador baseado em regras aproximadas.....	104
Figura 5.45 – Valor da função de chaveamento com controlador baseado em regras aproximadas.	105
Figura 5.46 – Plano de fase com controlador baseado em regras aproximadas.	105
Figura 5.47 – Saída do SMC baseado em regras aproximadas e referência senoidal.....	106
Figura 5.48 – Erro da malha com SMC baseado em regras aproximadas e referência senoidal.	106
Figura 5.49 – Valores da função de chaveamento com SMC baseado em regras aproximadas e referência senoidal.....	107
Figura 5.50 – Sinal de controle com SMC baseado em regras aproximadas e referência senoidal.	107
Figura 6.1 – Bancada utilizada nos ensaios.	109
Figura 6.2 – Programa para controle e supervisão do processo.....	110
Figura 6.3 – Estrutura do experimento.	110
Figura 6.4 – Saída do sistema e sinal de controle da simulação com ganhos adequados.	113
Figura 6.5 – Plano de fase e função de chaveamento da simulação com ganhos adequados.	113
Figura 6.6 – Saída do sistema e sinal de controle da simulação com ganhos insuficientes.	114
Figura 6.7 – Plano de fase e função de chaveamento da simulação com ganhos insuficientes.	114
Figura 6.8 – Saída do sistema e sinal de controle da simulação com ganhos excessivos.	115
Figura 6.9 – Plano de fase e função de chaveamento da simulação com ganhos excessivos. .	115

Figura 6.10 – Saída do sistema e sinal de controle do ensaio utilizando ganhos adequados. .	116
Figura 6.11 – Plano de fase e função de chaveamento do ensaio utilizando ganhos adequados.	117
Figura 6.12 – Saída do sistema e sinal de controle do ensaio utilizando ganhos insuficientes.	117
Figura 6.13 – Plano de fase e função de chaveamento do ensaio utilizando ganhos insuficientes.	118
Figura 6.14 – Saída do sistema e sinal de controle do ensaio utilizando ganhos excessivos. ..	118
Figura 6.15 – Plano de fase e função de chaveamento do ensaio utilizando ganhos excessivos.	119
Figura 6.16 – Saída do sistema dos ensaios em diferentes pontos de operação.	120
Figura 6.17 – Planos de fase dos ensaios em diferentes pontos de operação.	120
Figura 6.18 – Função de chaveamento dos ensaios em diferentes pontos de operação.	121
Figura 6.19 – Saída do sistema e sinal de controle da simulação da resposta ao degrau.	122
Figura 6.20 – Plano de fase e função de chaveamento da simulação da resposta ao degrau.	122
Figura 6.21 – Saída do sistema da simulação com referência senoidal.	123
Figura 6.22 – Sinal de controle da simulação com referência senoidal.	123
Figura 6.23 – Função de chaveamento da simulação com referência senoidal.	124
Figura 6.24 – Saída do sistema e sinal de controle do ensaio para variação em degrau na referência.	124
Figura 6.25 – Plano de fase e função de chaveamento do ensaio para variação em degrau na referência.	125
Figura 6.26 – Saída do sistema do ensaio com referência senoidal.	125
Figura 6.27 – Sinal de controle do ensaio com referência senoidal.	126
Figura 6.28 – Função de chaveamento do ensaio com referência senoidal.	126
Figura 6.29 – Saída e sinal de controle do ensaio correspondente a variação em degrau com nova função de chaveamento.	127
Figura 6.30 – Plano de fase e valor de $s(x)$ do ensaio correspondente a variação em degrau com nova função de chaveamento.	128
Figura 6.31 – Saída do sistema do ensaio com referência senoidal e com a nova função de chaveamento.	129
Figura 6.32 – Sinal de controle do ensaio com referência senoidal e com a nova função de chaveamento.	129
Figura 6.33 – Valor de $s(x)$ do ensaio com referência senoidal e nova função de chaveamento.	130
Figura 6.34 – Resultado dos testes do SMC baseado em regras aproximadas em diferentes pontos de operação.	130

Figura 6.35 – Plano de fase do SMC baseado em regras aproximadas em diferentes pontos de operação.....	131
Figura 6.36 – Função de chaveamento do SMC baseado em regras aproximadas em diferentes pontos de operação.	131
Figura 6.37 – Resposta do sistema com controlador PI convencional.....	132
Figura A.1 – Diagrama de blocos do aplicativo desenvolvido.....	139

Índice de Tabelas

Tabela 3.1 – Representação genérica de um sistema de informação em forma de tabela.....	20
Tabela 3.2 – Exemplo de sistema de informação.....	20
Tabela 3.3 – Matriz de indiscernibilidade para o exemplo da Tabela 3.2.....	23
Tabela 3.4 – Representação tabular numérica de um SI.	25
Tabela 3.5 – Dados da função $y = x_1^2$	27
Tabela 3.6 – Regras de modelagem para o sistema representado por (3.15).....	30
Tabela 4.1 – Sintonia dos parâmetros da malha de controle.	51
Tabela 5.1 – Representação tabular das regras <i>fuzzy</i> para ajuste da camada limite.	84
Tabela 5.2 – Regras para o sistema de adaptação da camada limite.	88
Tabela 5.3 – Regras do controlador <i>fuzzy</i>	94
Tabela 5.4 – Regras para o controlador baseado em regras.	101
Tabela 6.1 – Ganhos utilizados nos experimentos.....	112

Lista de Abreviaturas

A/D	-	Conversor Analógico-Digital
D/A	-	Conversor Digital-Analógico
IND	-	Indiscernibilidade
MF	-	Margem de Fase
PI	-	Controlador Proporcional-Integral
RF	-	Região de Fronteira
SMC	-	<i>Sliding Mode Control</i>
SI	-	Sistema de Informação
TCA	-	Teoria dos Conjuntos Aproximados
USB	-	<i>Universal Serial Bus</i>

Lista de Símbolos

$B_*(X)$	-	Aproximação inferior de X
$B^*(X)$	-	Aproximação superior de X
T_d	-	Constante de tempo do derivador
τ	-	Constante de tempo do modelo do processo controlado
Φ	-	Espessura da camada limite
ζ	-	Fator de amortecimento
ω_{cg}	-	Frequência de cruzamento de ganho
ω_n	-	Frequência natural de oscilação
$s(x)$	-	Função de chaveamento
$sat(x)$	-	Função saturação
$sgn(x)$	-	Função sinal
ψ_1, ψ_2	-	Ganhos da lei de controle do SMC
K_p, K_i	-	Ganhos do controlador PI
k_i	-	Ganho do integrador
K	-	Ganho do modelo do processo controlado
c	-	Parâmetro da linha de chaveamento
K_a	-	Parâmetro de ajuste do SMC
a, b	-	Parâmetros do modelo do sistema controlado
t_a	-	Tempo de alcance ao modo deslizante
t_s	-	Tempo de subida
s	-	Variável de Laplace

Capítulo 1

Introdução

A teoria de sistemas de controle de estrutura variável com modos deslizantes, ou controle por modos deslizantes (*Sliding Mode Control* – SMC), constitui uma importante área da engenharia de controle. Entre suas vantagens estão sua relativa simplicidade estrutural, características de robustez a variações de parâmetros e perturbações externas, e a existência de vários modos de operação, tais como controle regulatório, rastreamento de trajetórias e observação de estados (Fossard e Floquet, 2002). Além disso, a técnica pode ser aplicada a diversos tipos de processos, tais como sistemas não lineares, de comportamento estocástico, com múltiplas entradas e saídas, com modelos em tempo discreto, entre outros (Hung et al., 1993). Entre os diversos campos de aplicações práticas em que controladores por modos deslizantes obtiveram grande aceitação estão a eletrônica de potência, acionamentos elétricos e robótica (Bartoszewicz, 2011). Aplicações em reguladores automáticos de tensão para geradores elétricos também foram desenvolvidas (Chiavegatto, 2004).

O princípio de operação das técnicas de SMC é utilizar chaveamentos de ganhos nas leis de controle com o objetivo de modificar a dinâmica dos sistemas controlados de modo que os estados dos mesmos sejam levados e mantidos em uma superfície do espaço de estados especificada pelo projetista. A teoria básica foi desenvolvida por volta de 1950 e sua aplicação foi posteriormente popularizada pelos diversos trabalhos de Utkin (1977; 1992; 1993). Os fundamentos da teoria podem ser encontrados nos artigos de DeCarlo et al. (1988) e Hung et al. (1993).

Mesmo após várias décadas de pesquisas nesta área, diversos estudos continuam sendo realizados. Novas abordagens, como os modos deslizantes de ordem superior (Levant, 1993), o modo deslizante integral (Utkin e Shi, 1996) e o controle por modo deslizante terminal (Yu, 2002), foram propostas. Existem algumas dificuldades técnicas relacionadas principalmente a aplicações práticas para as quais não há uma abordagem considerada definitiva, resultando no desenvolvimento de diversos métodos de projeto e análises. Uma dessas dificuldades diz respeito à atenuação ou eliminação do fenômeno conhecido como *chattering*, responsável por determinados efeitos que podem ocasionar problemas práticos. Entre os efeitos indesejados causados por este fenômeno estão a excitação de dinâmicas não modeladas, a deterioração do desempenho do controlador, o

aumento do desgaste em partes mecânicas móveis e perdas por dissipação de calor em circuitos elétricos de potência (Utkin, 1993).

Novas técnicas vêm sendo integradas aos métodos de projeto de controladores por modos deslizantes, entre as quais se destacam aquelas que fazem uso de inteligência computacional (Kaynak et al., 2001; Yu e Kaynak, 2009). Entre os estudos nessa área, pode-se citar o trabalho de Jezernik et al. (1997), em que uma rede neural é utilizada para estimar o chamado controle equivalente do controlador por modos deslizantes. No artigo de Hwang e Lin (1992), o cálculo do sinal de controle é feito a partir de um sistema *fuzzy*, utilizado em substituição às leis de controle dos controladores por modos deslizantes convencionais. O trabalho de Moin et al. (1995) apresenta a utilização de algoritmos genéticos para auxílio na escolha dos parâmetros de um SMC.

Nesse contexto, essa dissertação apresenta o desenvolvimento de duas abordagens com o objetivo de facilitar o projeto e a aplicação prática de sistemas de controle por modos deslizantes.

Uma contribuição deste trabalho corresponde ao procedimento de sintonia de sistemas de controle por modos deslizantes para processos que possam ser representados por modelos de primeira ordem. A estrutura da malha de controle a ser estudada é similar à utilizada no trabalho de Ho e Sen (1991). Embora as condições de estabilidade e alcance ao modo deslizante para essa malha sejam bem definidas no trabalho citado, a escolha das faixas de ganhos da lei de controle carece de um procedimento mais específico. Desse modo, foi elaborada uma abordagem para auxiliar na escolha dos ganhos, especificando de maneira mais precisa a faixa na qual os mesmos devem ser escolhidos para resultar em uma malha de controle com respostas adequadas.

Outra contribuição diz respeito à aplicação de conceitos da Teoria dos Conjuntos Aproximados (*Rough Sets*) na construção de uma estrutura computacional eficiente em substituição a outra estrutura que emprega técnicas de inteligência artificial na realização de sistemas de controle por modos deslizantes. Conceitos relacionados aos conjuntos aproximados podem ser aplicados na obtenção de sistemas de informação concisos, mesmo na presença de dados que contenham incertezas ou imprecisões (Pawlak e Skowron, 2007). Os conceitos relativos a essa teoria podem ser utilizados na aproximação de funções, na geração de modelos baseados em regras (Pinheiro et al., 2010a) e na síntese de controladores (Pinheiro et al., 2012). Na abordagem desenvolvida, conceitos similares são utilizados para a substituição de estruturas

complexas usualmente utilizadas nos projetos de controladores por modos deslizantes, tanto para ajuste de parâmetros do controlador como para cálculo direto do sinal de controle, por estruturas computacionais mais simples e, portanto, de mais fácil realização prática.

A estrutura da dissertação é apresentada a seguir. O Capítulo 2 apresenta as definições e os conceitos básicos relacionados a sistemas de controle de estrutura variável e sistemas de controle por modos deslizantes. É apresentada a fundamentação teórica utilizada na análise e no projeto de sistemas de controle por modos deslizantes.

O Capítulo 3 apresenta os fundamentos e conceitos da Teoria dos Conjuntos Aproximados e sua aplicação na obtenção de modelos baseados em regras e na aproximação de funções.

O Capítulo 4 apresenta a primeira contribuição do trabalho, mostrando a estrutura do controlador SMC para sistemas de primeira ordem a ser estudado, juntamente com uma análise da influência dos parâmetros de controle no desempenho da malha de controle resultante. É desenvolvido um procedimento de sintonia visando obter controladores com respostas adequadas. São apresentados resultados de simulações para verificar a eficácia do procedimento de sintonia desenvolvido. É apresentado como a técnica pode ser estendida para sistemas com atraso de transporte e outros tipos de variação da referência de entrada que não sejam do tipo degrau.

O Capítulo 5 apresenta a segunda contribuição do trabalho, mostrando, no contexto de controladores por modos deslizantes, a possibilidade da substituição de estruturas que apresentam formas computacionais complexas por conjuntos de regras obtidas utilizando-se conceitos relativos à Teoria dos Conjuntos Aproximados. São mostradas duas aplicações. A primeira delas corresponde ao desenvolvimento de um sistema para adaptação de um parâmetro do controlador SMC (a espessura da camada limite). A segunda aplicação corresponde ao desenvolvimento de um sistema de controle por modos deslizantes baseado em regras.

O Capítulo 6 apresenta resultados experimentais de ensaios realizados em um sistema de nível em escala reduzida com o objetivo de comprovar a viabilidade de aplicação prática das metodologias desenvolvidas.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Sistemas de Controle por Modos Deslizantes

2.1. Introdução

Nesse capítulo são apresentados os fundamentos relacionados à teoria de sistemas de controle por modos deslizantes. Para a classe de sistemas na qual esta técnica pode ser aplicada, controladores por modos deslizantes fornecem uma maneira sistemática para abordar o problema da manutenção da estabilidade e do desempenho consistente em sistemas que apresentam incertezas na modelagem, distúrbios, comportamentos não lineares ou variações de parâmetros (Slotine e Li, 1991).

Inicialmente, serão apresentadas as definições e os conceitos básicos relacionados a sistemas de controle de estrutura variável e modos deslizantes. Em seguida, será apresentado o ferramental matemático e a fundamentação teórica utilizados na análise e no projeto de sistemas de controle por modos deslizantes. Por último, serão citadas resumidamente algumas extensões da técnica.

2.2. Sistemas de Estrutura Variável

A noção básica referente a sistemas de estrutura variável pode ser entendida recorrendo à comparação com um controlador linear com realimentação de estados referente a um sistema definido por (2.1).

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.1)$$

No projeto de um sistema de controle por retroação de estados convencional, a estrutura do controlador é fixa, definida na forma de (2.2), na qual os parâmetros constantes do vetor (ou matriz) K da lei de controle correspondente são escolhidos de acordo com algum procedimento de projeto, como alocação de polos ou otimização quadrática (Utkin, 1977).

$$u = Kx \quad (2.2)$$

Um sistema em que o controle pode modificar sua estrutura é denominado sistema de estrutura variável. Portanto, um sistema de estrutura variável consiste de um conjunto de subsistemas contínuos (ou estruturas) que são chaveados de acordo com

uma determinada lógica de chaveamento (Utkin, 1993). Como exemplo, seja o sistema definido por (2.3) e a lei de controle definida por (2.4), na qual $K(x)$ pode valer $[-4 \ 0]$ ou $[1 \ 0]$.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (2.3)$$

$$u = K(x)x \quad (2.4)$$

O sistema de controle em questão consiste de duas estruturas lineares. Para $K(x) = [-4 \ 0]$, a realimentação dos estados resulta no modelo (2.5), cujo retrato de fase está ilustrado na Figura 2.1(a). Para $K(x) = [1 \ 0]$, tem-se o modelo (2.6), cujo retrato de fase está ilustrado na Figura 2.1(b). O ponto de equilíbrio de (2.5) é um foco instável na origem e o ponto de equilíbrio de (2.6) é um ponto de sela na origem, também instável.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

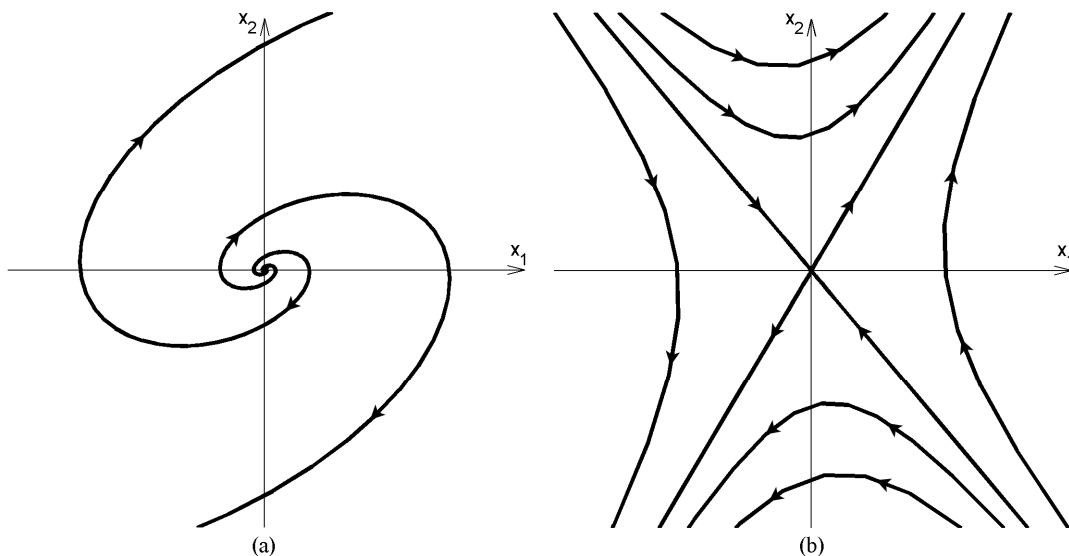


Figura 2.1 – Retrato de fase para (a) $K(x) = [-4 \ 0]$ e (b) $K(x) = [1 \ 0]$.

A lógica de chaveamento das estruturas é determinada em (2.7), sendo a função $s(x)$ definida em (2.8).

$$K(x) = \begin{cases} [-4 & 0] & \text{quando } s(x) > 0 \\ [1 & 0] & \text{quando } s(x) < 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

$$s(x) = x_1 \sigma \quad \sigma = x_1 + x_2 \quad (2.8)$$

A variável $s(x)$ é o produto das duas funções expressas em (2.9). Essas funções descrevem linhas que dividem o plano de fase em regiões nas quais $s(x)$ apresenta sinais diferentes (Figura 2.2). Desse modo, as linhas (2.9) são chamadas de linhas de chaveamento e $s(x)$ é chamada de função de chaveamento. O conjunto de pontos onde $s(x) = 0$ é conhecido como superfície de chaveamento (Hung et al., 1993).

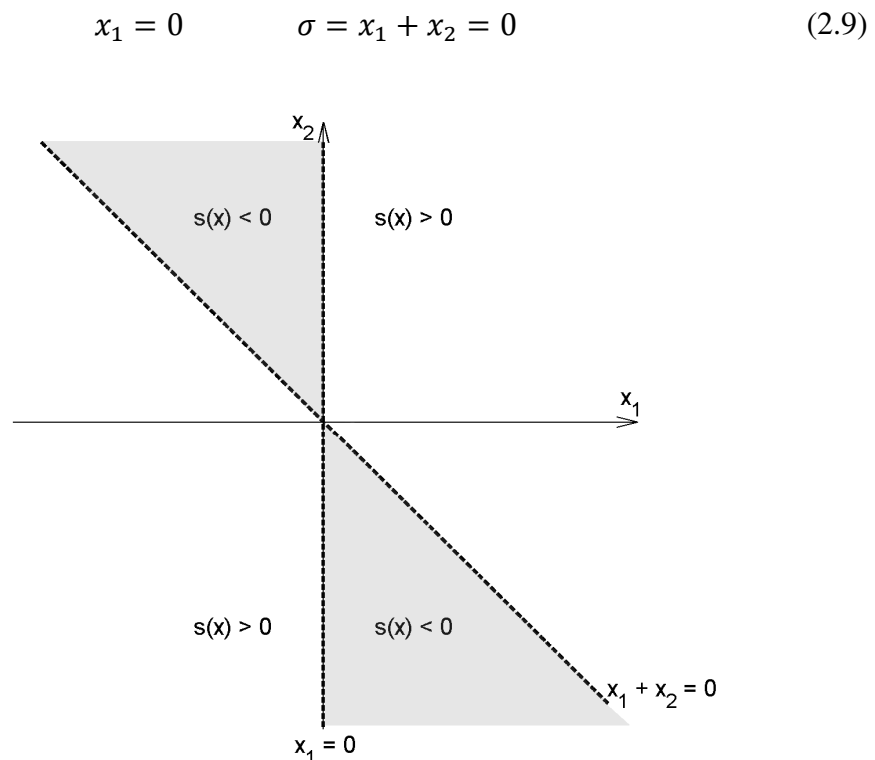


Figura 2.2 – Regiões definidas pela lógica de chaveamento do exemplo considerado.

A Figura 2.3 mostra o retrato de fase do sistema em questão com um controle descontínuo referente ao chaveamento entre as estruturas. Nota-se que o sistema resultante é assintoticamente estável. Novas propriedades para o sistema são obtidas compondo a trajetória desejada a partir de regiões das trajetórias de cada estrutura. São obtidas trajetórias que não são inerentes a nenhuma estrutura considerada individualmente. Para o exemplo ilustrado na Figura 2.3, verifica-se que, apesar das

duas estruturas que compõem o sistema serem individualmente instáveis, o sistema de estrutura variável resultante é assintoticamente estável.

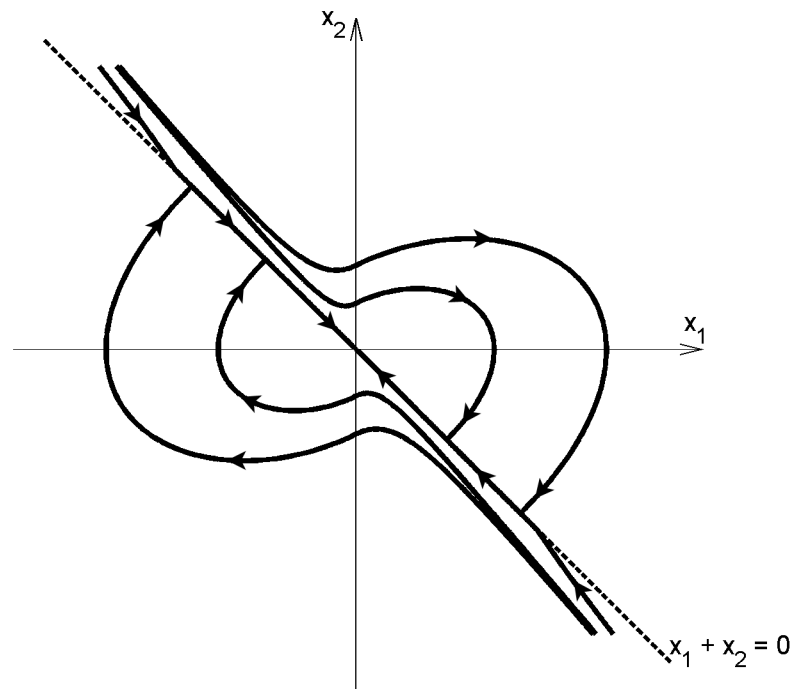


Figura 2.3 – Retrato de fase do sistema de estrutura variável considerado.

2.3. Modos Deslizantes em Sistemas de Estrutura Variável

Para facilitar o entendimento dos conceitos relacionados, considera-se um sistema de estrutura variável de segunda ordem genérico definido por (2.10), no qual M , a_1 , a_2 e c são parâmetros constantes, sgn representa a função sinal e $f(t)$ é um distúrbio com valor limitado. As trajetórias típicas para esse sistema estão ilustradas na Figura 2.4.

$$\begin{aligned} \ddot{x} + a_2\dot{x} + a_1x &= u + f(t) \\ u &= -M\text{sgn}(s(x)) \quad s(x) = \dot{x} + cx \end{aligned} \quad (2.10)$$

As trajetórias são obtidas pela combinação de duas estruturas, a primeira correspondendo a $s(x) > 0$ e $u = -M$, e a segunda correspondendo a $s(x) < 0$ e $u = M$. Dentro do segmento $m-n$ na linha de chaveamento, as trajetórias estão orientadas para a própria linha. Considerando que o sistema encontrou esse segmento no tempo t_a , o estado do sistema não pode sair da linha de chaveamento, ou seja, para $t > t_a$ a trajetória corresponde à linha de chaveamento em questão. Esse movimento é conhecido como

modo deslizante. Como na ocorrência do modo deslizante a trajetória do sistema coincide com a linha de chaveamento $s(x) = 0$, a equação (2.11) pode ser interpretada como a equação de movimento do sistema resultante (Utkin et al., 1999).

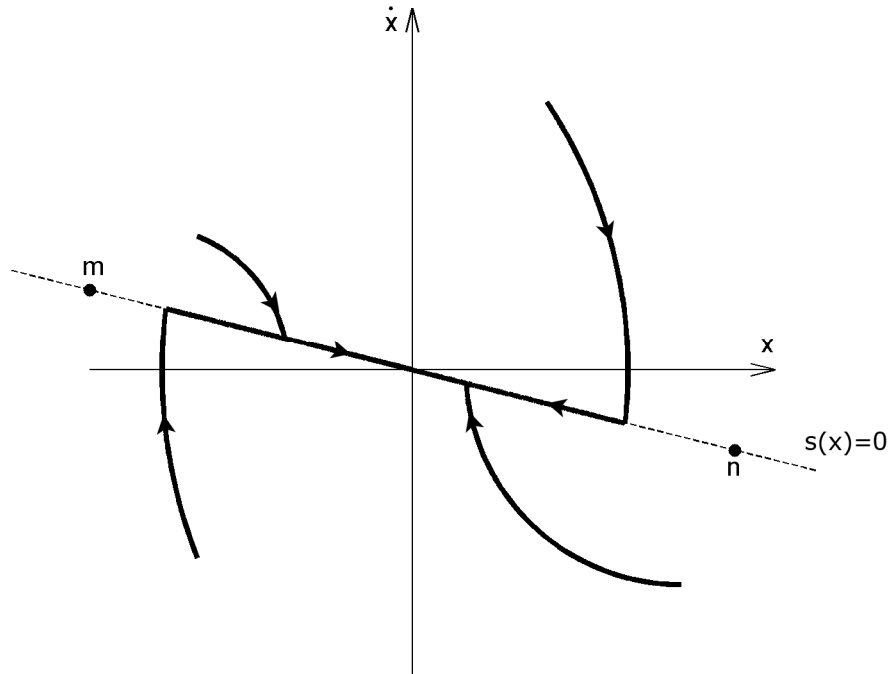


Figura 2.4 – Trajetórias típicas para o sistema (2.10).

$$\dot{x} = -cx \quad (2.11)$$

Nota-se que a ordem da equação de movimento (2.11) é menor do que a ordem do sistema original (2.10). Outro resultado importante é o fato da solução da equação (2.11), dada por (2.12), não depender dos parâmetros da planta nem do distúrbio $f(t)$.

$$x(t) = x(t_a)e^{-c(t-t_a)} \quad (2.12)$$

O modo deslizante em aplicações práticas ocorre em uma trajetória confinada a uma vizinhança próxima à linha de chaveamento, como visto na Figura 2.5, em contraste com a trajetória ideal que ocorre exatamente sobre a linha de chaveamento, na qual considera-se uma frequência de chaveamento infinita. Essa diferença em relação ao comportamento ideal deve-se a imperfeições nos mecanismos de chaveamento, tais como atrasos, zonas mortas e histerese, ou devido a pequenas constantes de tempo dos atuadores ou sensores que não foram consideradas na modelagem do processo

controlado (Young et al., 1999). Essa diferença no comportamento pode levar à ocorrência de oscilações de alta frequência, fenômeno conhecido como *chattering*, um problema que deve ser considerado e tratado em aplicações reais. Entre os efeitos indesejados causados por este fenômeno estão a excitação de dinâmicas não modeladas, a deterioração do desempenho do controlador, o aumento do desgaste em partes mecânicas móveis e perdas por dissipação de calor em circuitos elétricos de potência (Utkin, 1993).

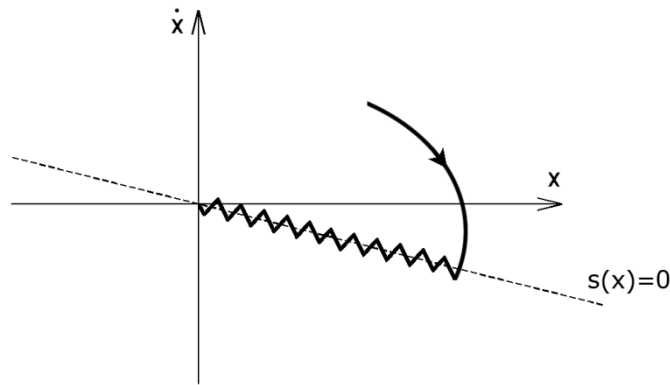


Figura 2.5 – Trajetória do modo deslizante em aplicações reais e ilustração do fenômeno *chattering*.

No caso geral, considera-se o sistema descrito pela equação (2.13), na qual $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $f \in \mathbb{R}^n$ e t denota a variável tempo.

$$\dot{x} = f(x, t, u) \quad (2.13)$$

Cada componente do vetor de controle associado a esse sistema é descontínuo em uma superfície $s_i(x) = 0$ do espaço de estado, como na equação (2.14), na qual $s_i(x)$, $u_i^+(x, t)$ e $u_i^-(x, t)$ são funções contínuas dos estados, com $u_i^+(x, t) \neq u_i^-(x, t)$ e $s(x) \in \mathbb{R}^m$ (Utkin, 1977).

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(x, t) & \text{se } s_i(x) > 0 \\ u_i^-(x, t) & \text{se } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2.14)$$

$$s(x) = [s_1(x) \quad s_2(x) \quad \dots \quad s_m(x)]^T$$

Apesar das funções $s_i(x)$ poderem ser não lineares, usualmente são utilizadas funções lineares (DeCarlo et al., 1988) como definido na equação (2.15), na qual os coeficientes c_{ik} ($i = 1, \dots, m$ e $k = 1, \dots, n$) são parâmetros constantes.

$$s_i(x) = c_{i1}x_1 + c_{i2}x_2 + \dots + c_{in}x_n \quad (2.15)$$

O modo deslizante ocorre quando a trajetória do sistema se situa sobre a superfície de descontinuidade $s(x) = 0$, ou seja, na interseção das m superfícies de chaveamento $s_i(x) = 0$, como exemplificado na Figura 2.6. Essa região possui dimensão $(n-m)$ (Utkin, 1977).

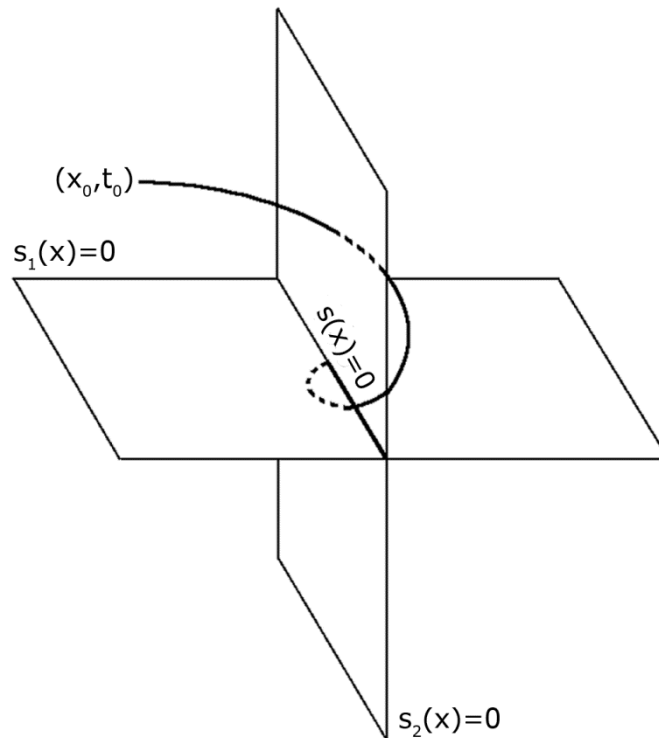


Figura 2.6 – Modo deslizante na interseção de duas superfícies.

O projeto de um sistema de controle por modos deslizantes consiste de dois estágios. O primeiro deles é a seleção das superfícies de chaveamento de modo que o sistema resultante cumpra um determinado critério de desempenho. Como exemplo, pode-se projetar estas superfícies de modo que os polos do sistema resultante sejam especificados pelo projetista (Ackermann e Utkin, 1998). O segundo estágio refere-se à determinação da lei de controle descontínua tal que o sistema atinja a superfície de descontinuidade e que o modo deslizante exista nessa região. O controlador usualmente assume estruturas pré-determinadas, como o controle do tipo relé definido na equação (2.16), na qual os ganhos k_i^+ e k_i^- podem ser fixos ou variáveis, ou a realimentação linear com ganhos chaveados (2.17) (Hung et al., 1993). As condições de alcance, existência e estabilidade do modo deslizante são analisadas na seção 2.5.

$$u_i = \begin{cases} k_i^+ & \text{se } s_i(x) > 0 \\ k_i^- & \text{se } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2.16)$$

$$u(x) = \psi(x)x$$

$$\psi_{ij} = \begin{cases} \alpha_{ij} & \text{se } s_i(x)x_j > 0 \quad (i = 1, \dots, m) \\ \beta_{ij} & \text{se } s_i(x)x_j < 0 \quad (j = 1, \dots, n) \end{cases} \quad (2.17)$$

2.4. Descrição de um Sistema em Modo Deslizante

A descrição matemática da dinâmica de um sistema em modo deslizante é dificultada pela existência de descontinuidades nas entradas de controle do sistema, e, portanto, no lado direito das equações diferenciais associadas. Sistemas descontínuos não são objetos de estudo da teoria clássica das equações diferenciais, a qual não pode garantir a existência ou a unicidade das soluções desse tipo de sistemas (Utkin, 1977). A definição “intuitiva” da dinâmica do sistema em modo deslizante feita para o sistema de segunda ordem (2.10) no exemplo inicial não pode ser estendida para o caso geral. A seguir são apresentadas duas técnicas para a descrição da dinâmica do sistema em modo deslizante: o método de Filippov e o método do controle equivalente.

O método de Filippov é uma importante metodologia desenvolvida para o estudo de equações diferenciais com descontinuidades (Filippov, 1988). O procedimento descrito a seguir permite a interpretação física do método (Utkin et al., 1999). Seja o sistema de ordem arbitrária e controle escalar (2.18), no qual os componentes do vetor f e as funções escalares $u^+(x, t)$, $u^-(x, t)$ e $s(x)$ são contínuas e suaves.

$$\dot{x} = f(x, t, u) \quad x, f(x, t, u) \in \mathbb{R}^n, u(x, t) \in \mathbb{R}$$

$$u(x, t) = \begin{cases} u^+(x, t) & \text{se } s(x) > 0 \\ u^-(x, t) & \text{se } s(x) < 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

Os vetores $f^+ = f(x, t, u^+)$ e $f^- = f(x, t, u^-)$ são considerados constantes em um intervalo de tempo pequeno ($t, t + \Delta t$). Considera-se que o intervalo Δt é composto pelos intervalos Δt_1 e Δt_2 tais que $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$, sendo Δt_1 o tempo em que $u = u^+$ e Δt_2 o tempo em que $u = u^-$. O incremento no vetor de estado após o intervalo de tempo Δt é dado por (2.19).

$$\Delta x = f^+ \Delta t_1 + f^- \Delta t_2 \quad (2.19)$$

O vetor de velocidade dos estados (ou seja, \dot{x}) pode ser achado dividindo a equação (2.19) pelo incremento de tempo Δt . Realizando esse procedimento, tem-se a equação (2.20), na qual $\mu = \Delta t_I / \Delta t$, $0 \leq \mu \leq 1$, é o tempo relativo em que o controle assume o valor u^+ e $(1 - \mu)$ é o tempo relativo em que o controle assume o valor u^- . Essa equação representa o movimento do sistema em modo deslizante.

$$\dot{x} = \mu f^+ + (1 - \mu) f^- \quad (2.20)$$

Como as trajetórias no modo deslizante estão na superfície $s(x) = 0$, o vetor de velocidade dos estados deve ser tangente a essa superfície. Essa condição é descrita pela equação (2.21), na qual $\nabla s(x)$ é o vetor gradiente (2.22) e $a \cdot b$ é o produto interno de a e b .

$$\nabla s(x) \cdot [\mu f^+ + (1 - \mu) f^-] = 0 \quad (2.21)$$

$$\nabla s(x) = \left[\frac{\partial s(x)}{\partial x_1} \quad \frac{\partial s(x)}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial s(x)}{\partial x_n} \right] \quad (2.22)$$

Resolvendo (2.21) para μ tem-se (2.23).

$$\mu = \frac{\nabla s(x) \cdot f^-}{\nabla s(x) \cdot (f^- - f^+)} \quad (2.23)$$

Substituindo (2.23) em (2.20) tem-se a equação do sistema em modo deslizante (2.24).

$$\dot{x} = f^0 = \frac{\nabla s(x) \cdot f^-}{\nabla s(x) \cdot (f^- - f^+)} f^+ - \frac{\nabla s(x) \cdot f^+}{\nabla s(x) \cdot (f^- - f^+)} f^- \quad (2.24)$$

A Figura 2.7 ilustra o método descrito. A interseção da linha que conecta os pontos finais dos vetores f^+ e f^- com o plano tangente à superfície de chaveamento determina o vetor de velocidade dos estados em modo deslizante.

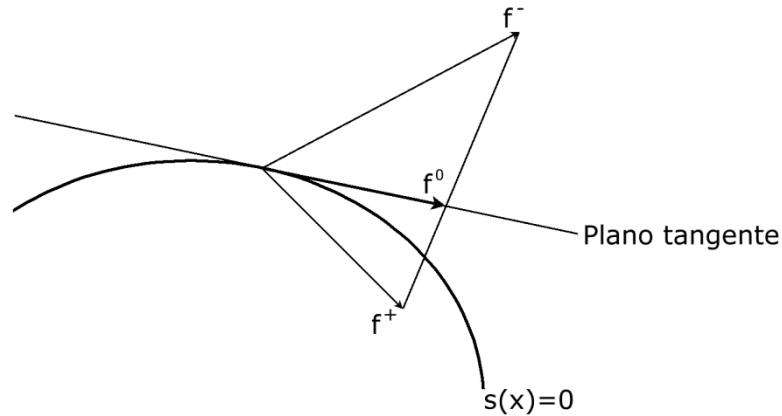


Figura 2.7 – Dinâmica em modo deslizante pelo método de Filippov.

O método do controle equivalente parte do princípio de que, como em modo deslizante o sistema obedece a condição $s(x) = 0$, pode-se considerar que a condição $\dot{s}(x) = 0$ também é satisfeita. Assim, para o sistema (2.13) e (2.14) tem-se a equação (2.25), na qual $G(x)$ é uma matriz de dimensões $m \times n$ cujas linhas são os gradientes das funções $s_i(x)$ ($i = 1, \dots, m$).

$$\dot{s}(x) = G(x)f(x, t, u) = 0 \quad (2.25)$$

Resolvendo a equação (2.25) para o controle u tem-se o controle equivalente, ou u_{eq} . Substituindo a expressão do controle equivalente no sistema original, tem-se a equação do sistema em modo deslizante (2.26) (Utkin et al., 1999).

$$\dot{x} = f(x, t, u_{eq}) \quad (2.26)$$

Seja o caso particular em que o sistema é linear com relação a entrada de controle (2.27).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t) + B(x, t)u(x, t) \quad x, f(x, t) \in \mathbb{R}^n, u(x, t) \in \mathbb{R}^m, B(x, t) \in \mathbb{R}^{n \times m} \\ u_i &= \begin{cases} u_i^+(x, t) & \text{se } s_i(x) > 0 \\ u_i^-(x, t) & \text{se } s_i(x) < 0 \end{cases} \quad (i = 1, \dots, m) \\ s(x) &= [s_1(x) \quad \dots \quad s_m(x)]^T \end{aligned} \quad (2.27)$$

Tem-se que a derivada de $s(x)$ é dada por (2.28). Assumindo que a matriz $G(x)B(x, t)$ é não singular para todo x , o controle equivalente é dado por (2.29).

$$\dot{s}(x) = G(x)f(x, t) + G(x)B(x, t)u(x, t) = 0 \quad (2.28)$$

$$u_{eq}(x, t) = -(G(x)B(x, t))^{-1}G(x)f(x, t) \quad (2.29)$$

Assim, substituindo (2.29) em (2.27), tem-se a equação do sistema em modo deslizante (2.30) (DeCarlo et al., 1988).

$$\dot{x} = f(x, t) - B(x, t)(G(x)B(x, t))^{-1}G(x)f(x, t) \quad (2.30)$$

O método do controle equivalente representa a substituição do controle descontínuo na interseção das superfícies de chaveamento por um controle contínuo tal que o vetor de velocidade dos estados permaneça no plano tangente à superfície de chaveamento (Utkin et al., 1999). O significado físico do controle equivalente está relacionado à componente de baixa frequência do sinal de controle chaveado quando o sistema se encontra em modo deslizante (Utkin, 1992).

2.5. Existência do Modo Deslizante

Em primeira análise, a condição de existência do modo deslizante pode ser analisada por considerações geométricas: os valores de $s(x)$ e sua derivada devem ter sinais opostos em uma vizinhança da superfície de descontinuidade $s(x) = 0$. Essa condição é expressa pela equação (2.31) (Utkin, 1977).

$$s_i(x)\dot{s}_i(x) < 0 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2.31)$$

Uma condição semelhante é expressa pela equação (2.32) (Hung et al., 1993).

$$\lim_{s_i(x) \rightarrow 0^+} \dot{s}_i(x) < 0 \quad e \quad \lim_{s_i(x) \rightarrow 0^-} \dot{s}_i(x) > 0 \quad (2.32)$$

No caso vetorial ($m > 1$), o modo deslizante pode existir em $s(x) = 0$ mesmo na situação em que ele não ocorre em cada superfície de descontinuidade $s_i(x) = 0$ individualmente. Para o caso geral, é conveniente relacionar a existência do modo deslizante com a convergência do estado do sistema à origem do subespaço (s_1, \dots, s_m) de dimensão $n-m$ e utilizar a teoria de estabilidade de Lyapunov (Slotine e Li, 1991)

para formular o conceito de modo deslizante e de sua existência. Para os sistemas do tipo (2.27), tem-se a análise a seguir (Utkin, 1977).

Definição 2.1: Um domínio S na superfície $s(x) = 0$ é um domínio de modo deslizante se para todo $\epsilon > 0$ existe $\delta > 0$ tal que qualquer movimento começando dentro da δ -vizinhança n -dimensional de S pode deixar a ϵ -vizinhança n -dimensional de S somente pela ϵ -vizinhança do limite de S (Figura 2.8).

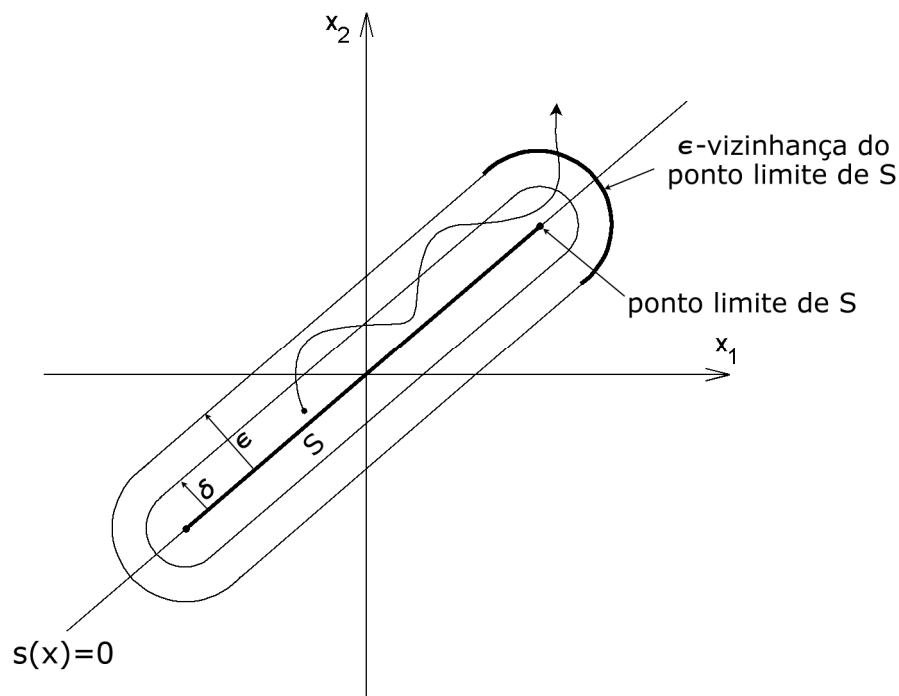


Figura 2.8 – Ilustração do domínio de modo deslizante para duas dimensões.

Teorema 2.1: Para o domínio S de dimensão $n-m$ ser um domínio de modo deslizante, é suficiente que em algum domínio n -dimensional Ω , $S \subset \Omega$, exista uma função continuamente diferenciável $v(x,s,t)$ que satisfaça as seguintes condições:

- 1) v é positiva definida com respeito a s e na esfera $\|s\| = R$, para qualquer $x \in S$ e t , tem-se:

$$\inf_{\|s\|=R} v = h_R, \quad \sup_{\|s\|=R} v = H_R$$

$$h_R \neq 0 \text{ se } R \neq 0 \quad (h_R, H_R \text{ depende só de } R)$$

- 2) A derivada temporal de v tem supremo negativo em esferas $\|s\| = R$ suficientemente pequenas com pontos removidos nas superfícies de descontinuidade, onde essa derivada não existe.

O Teorema 2.1 pode ser interpretado de acordo com o critério de Lyapunov. Analogamente ao método direto de Lyapunov, a estabilidade na superfície de chaveamento requer a escolha de uma função $v(x,s,t)$ positiva definida e com derivada temporal negativa na região de atração. Para sistemas com somente uma entrada, uma função adequada é (2.33), cuja derivada é dada por (2.34).

$$v(x, s, t) = \frac{1}{2} s^2(x) > 0 \quad (2.33)$$

$$\dot{v}(x, s, t) = s(x)\dot{s}(x) < 0 \quad (2.34)$$

Para sistemas multivariáveis, funções úteis não são triviais de serem encontradas, excetuando-se em alguns casos especiais. Entre eles:

- 1) A matriz $G(x)B(x,t)$ em (2.28) é simétrica. Nesse caso a forma recomendada é $v(x,s,t) = s(x)^T R s(x)$ na qual R é simétrica e diagonaliza $G(x)B(x,t)$;
- 2) A matriz $G(x)B(x,t)$ é diagonal. A forma recomendada é $v(x,s,t) = s(x)^T s(x)$;
- 3) A matriz $G(x)B(x,t)$ é de diagonal dominante. A forma recomendada é $v(x,s,t) = s(x)^T W(x,t) s(x)$ na qual $W(x,t)$ é uma matriz diagonal não singular.

O procedimento usual para o caso em que as matrizes não satisfazem nenhum dos casos especiais é utilizar algum tipo de transformação de modo a obter os casos citados acima (DeCarlo et al., 1988).

2.6. Extensões da Técnica

A fundamentação teórica de sistemas de estrutura variável e modos deslizantes foi desenvolvida inicialmente para sistemas de tempo contínuo. Entretanto, a ação de controle do sistema em modo deslizante possui a particularidade de ser descontínua, podendo ser realizada de duas maneiras em sistemas práticos: de maneira analógica direta, por intermédio de dispositivos de chaveamento suficientemente rápidos (como circuitos com transistores) ou de maneira discreta por intermédio de, por exemplo, um microcontrolador digital, sendo o segundo caso mais comum em aplicações práticas (Utkin et al., 1999). Desse modo, é importante o desenvolvimento de uma análise para o modo deslizante em tempo discreto, principalmente nas situações em que o período de amostragem é grande. Entre os estudos realizados nesse sentido estão Sarpturk et al. (1987), Drakunov e Utkin (1990), Furuta (1990) e Gao et al. (1995). O principal efeito

causado pela amostragem é a ocorrência de *chattering* devido à limitação da frequência de chaveamento dos dispositivos utilizados, que para o modo deslizante ideal é teoricamente infinita.

A característica de robustez associada aos sistemas de controle por modos deslizantes só é obtida após a ocorrência do modo deslizante propriamente dito. Durante a fase de alcance ao modo deslizante não há garantia de robustez (Utkin et al., 1999). O conceito de modo deslizante integral foi desenvolvido com o objetivo de eliminar a fase de alcance. Essa técnica força a ocorrência do modo deslizante durante toda a resposta do sistema, garantindo a robustez do sistema desde o tempo inicial de funcionamento do sistema de controle. Diferente das abordagens convencionais, a ordem da equação de movimento do modo deslizante integral é igual à ordem do sistema original, sendo a técnica conhecida também como modo deslizante de ordem completa. Para maiores detalhes, consultar Utkin e Shi (1996).

As técnicas de modos deslizantes de ordem superior (Levant, 1993) expandem o conceito de modos deslizantes de maneira que para o modo deslizante definido como de ordem r , as igualdades (2.35) devem ser satisfeitas. A derivada de ordem r de $s(x)$, ou $s^{(r)}(x)$, é descontínua ou não existe.

$$s(x) = \dot{s}(x) = \ddot{s}(x) = \dots = s^{(r-1)}(x) = 0 \quad (2.35)$$

Os métodos para a eliminação do *chattering* se baseiam principalmente na modificação da dinâmica do sistema em uma pequena vizinhança da superfície de descontinuidade. Uma abordagem usual é a substituição da função sinal usual em leis de controle por uma função saturação (Slotine e Li, 1991), conforme indicado na Figura 2.9. Entretanto, as características de precisão e robustez do modo deslizante ideal são parcialmente perdidas (Fridman e Levant, 2002). A principal vantagem dos modos deslizantes de ordem superior está na eliminação do *chattering* mantendo as características vantajosas da abordagem convencional. O maior problema dessa técnica é o aumento da informação necessária, já que um controlador por modo deslizante de ordem r necessita das informações de $s(x)$, $\dot{s}(x)$, ..., $s^{(r-1)}(x)$ (Levant, 2003).

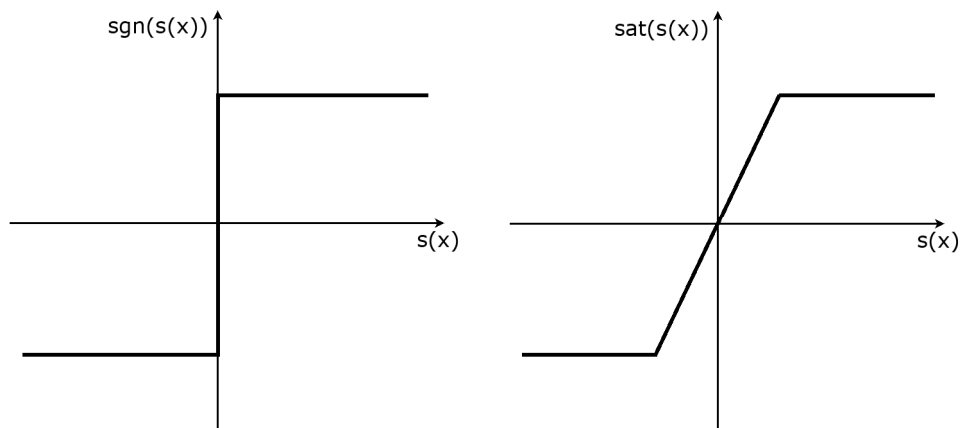


Figura 2.9 – Função sinal e função saturação.

Atualmente, com o uso de circuitos ou processadores de alta velocidade, é possível e economicamente viável utilizar estratégias de controle complexas em aplicações práticas. Isso resultou no desenvolvimento do chamado “controle inteligente”, que utiliza técnicas de inteligência computacional como lógica *fuzzy*, redes neurais artificiais e computação evolutiva nas abordagens de projeto de controladores. Essas técnicas podem ser utilizadas para resolver problemas associados a aplicações práticas de controladores por modos deslizantes, como na redução do *chattering* e na obtenção de informações necessárias para o controlador realizado (Kaynak et al., 2001).

A utilização de técnicas de inteligência computacional em projetos de controladores por modos deslizantes pode ser classificada em duas abordagens. Na primeira delas, denominada abordagem indireta, o método de projeto do controlador por modos deslizantes é realizado quase totalmente como no método convencional, estando o sistema de inteligência computacional sujeito a uma tarefa secundária, como adaptação de parâmetros do controlador, redução de *chattering* ou diminuição de dificuldades inerentes a modelagem do processo controlado. A outra abordagem, denominada abordagem direta, diz respeito ao projeto de um controlador “inteligente” (por exemplo, um controlador *fuzzy*) cujo princípio de operação se apoia na teoria de sistemas de estrutura variável e de modos deslizantes.

Capítulo 3

Teoria dos Conjuntos Aproximados

3.1. Introdução

Nesse capítulo são apresentados os conceitos básicos relacionados à Teoria dos Conjuntos Aproximados (TCA). A TCA (Pawlak, 1991) foi proposta como uma extensão da teoria clássica de conjuntos com o objetivo de incluir os conceitos de incerteza e imprecisão nos dados a serem processados. Quando comparada a outras abordagens com esse mesmo objetivo, sua principal vantagem na análise de dados é o fato de não haver necessidade de conhecimentos prévios ou adicionais a respeito dos dados processados, tais como distribuições de probabilidade ou valores de possibilidades (Pawlak e Skowron, 2007).

Primeiramente, serão apresentados os fundamentos e conceitos da TCA. Em seguida, será mostrada a utilização da TCA na obtenção de modelos baseados em regras e na aproximação de funções.

3.2. Conceitos Básicos

Na Teoria dos Conjuntos Aproximados, o conjunto de dados a ser analisado é representado por um sistema de informação (SI). Um SI é definido por um par ordenado $S = (U, A)$, no qual U é um conjunto finito não vazio de objetos chamado universo e A é um conjunto não vazio de atributos que determinam funções $a: U \rightarrow V_a$ para todo $a \in A$, no qual V_a é o conjunto de valores permitidos para o atributo a . Em várias aplicações pode-se identificar um atributo distinto denominado atributo de decisão que classifica os dados do SI. Esse SI do tipo $S = (U, A \cup \{d\})$, no qual $d \notin A$ é o atributo de decisão, também pode ser chamado de sistema de decisão, sendo os elementos de A conhecidos como atributos de condição (Komorowski et al., 1999).

A Tabela 3.1 ilustra um SI genérico no qual podem ser observados os objetos (o_i), os atributos de condição (a_j) com seus respectivos valores $f(o_i, a_j)$ e o atributo de decisão (coluna d) com os seus respectivos valores $f(o_i, d_i)$ (Pinheiro et al., 2010a).

Tabela 3.1 – Representação genérica de um sistema de informação em forma de tabela.

	a_1	...	a_j	...	a_n	d
o_1	$f(o_1, a_1)$		$f(o_1, a_j)$		$f(o_1, a_n)$	$f(o_1, d_1)$
\vdots	\vdots		\vdots		\vdots	\vdots
o_i	$f(o_i, a_1)$...	$f(o_i, a_j)$...	$f(o_i, a_n)$	$f(o_i, d_i)$
\vdots	\vdots		\vdots		\vdots	\vdots
o_m	$f(o_m, a_1)$...	$f(o_m, a_j)$...	$f(o_m, a_n)$	$f(o_m, d_m)$

Um sistema de informação pode estar representado de maneira redundante, como nos casos em que um mesmo objeto é representado mais de uma vez ou que atributos supérfluos sejam incluídos. Para tratar esse problema, primeiramente é introduzido o conceito de indiscernibilidade. Para qualquer $B \subseteq A$ está associada uma relação de equivalência denominada relação de indiscernibilidade $IND(B)$, definida em (3.1). Se $(o_i, o_j) \in IND(B)$, então os objetos o_i e o_j não podem ser diferenciados entre si pelos atributos de B . O conjunto de todas as classes de equivalência de $IND(B)$ é representado pela notação $U / IND(B)$.

$$IND(B) = \{(o_i, o_j) \in U^2 \mid \forall a_k \in B, f(o_i, a_k) = f(o_j, a_k)\} \quad (3.1)$$

Para ilustrar os conceitos apresentados, um sistema de decisão é representado na Tabela 3.2. O universo é o conjunto de objetos $U = \{o_1, o_2, o_3, o_4, o_5, o_6\}$. O conjunto de atributos condicionais A é $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ e o atributo de decisão é $\{d\}$.

Tabela 3.2 – Exemplo de sistema de informação.

	a_1	a_2	a_3	d
o_1	α_1	β_1	γ_1	δ_1
o_2	α_1	β_1	γ_2	δ_1
o_3	α_1	β_1	γ_3	δ_2
o_4	α_2	β_1	γ_1	δ_2
o_5	α_2	β_2	γ_2	δ_1
o_6	α_2	β_1	γ_3	δ_2

Os subconjuntos não vazios de atributos que podem ser formados são $\{a_1\}$, $\{a_2\}$, $\{a_3\}$, $\{a_1, a_2\}$, $\{a_1, a_3\}$, $\{a_2, a_3\}$ e $\{a_1, a_2, a_3\}$. As classes de equivalência para alguns subconjuntos $B \subseteq A$ são:

$$\begin{aligned} U / IND(\{a_1\}) &= \{\{o_1, o_2, o_3\}, \{o_4, o_5, o_6\}\}; \\ U / IND(\{a_1, a_2\}) &= \{\{o_1, o_2, o_3\}, \{o_4, o_6\}, \{o_5\}\}; \\ U / IND(\{a_2, a_3\}) &= \{\{o_1, o_4\}, \{o_2\}, \{o_3, o_6\}, \{o_5\}\}. \end{aligned}$$

Dado $O \subseteq U$ (Figura 3.1), pode-se aproximar O usando somente as informações de B a partir dos conceitos de aproximação inferior (B_*) e aproximação superior (B^*), definidos em (3.2). Os objetos em $B_*(O)$ podem ser classificados sem dúvida como membros de O com base nas informações de B . Os objetos em $B^*(O)$ podem ser classificados somente como possíveis membros de O com base nas informações de B . Esses conceitos podem ser visualizados na Figura 3.2. O conjunto O é denominado preciso (*crisp*) se $B_*(O) = B^*(O)$, caso contrário ele é definido como impreciso, aproximado (*rough*).

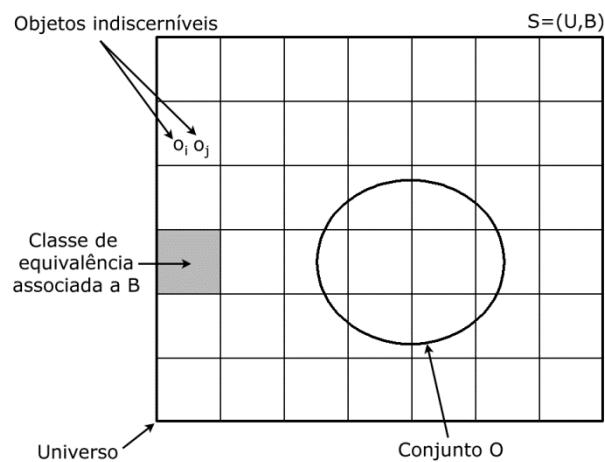


Figura 3.1 – Ilustração do conjunto O .

$$\begin{aligned} B_*(O) &= \{o \in U \mid U/IND(B) \subseteq O\} \\ B^*(O) &= \{o \in U \mid U/IND(B) \cap O \neq \emptyset\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

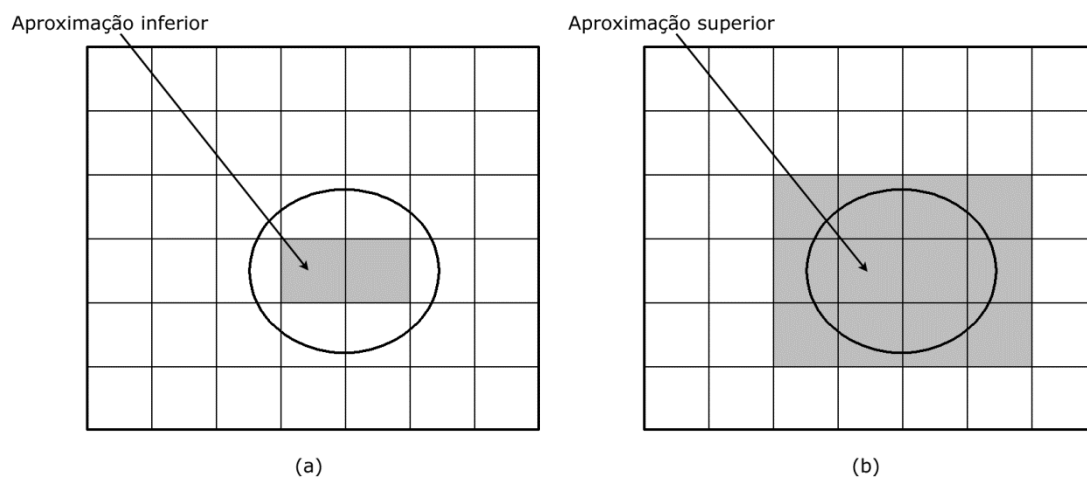


Figura 3.2 – Ilustração da (a) aproximação inferior e (b) aproximação superior.

Outra região que pode ser definida é o conjunto $RF(O) = B^*(O) - B_*(O)$, denominado região de fronteira de O (Figura 3.3), consistindo dos objetos que não podem ser decisivamente classificados como pertencentes ou não a O baseado nas informações de B (Komorowski et al., 1999). Se $RF(O) = \emptyset$, o conjunto é preciso. Caso contrário, é aproximado.

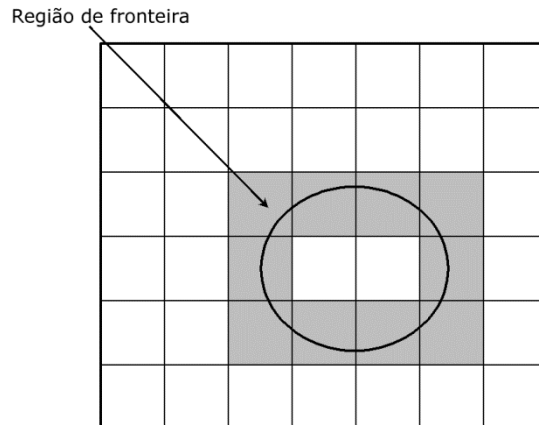


Figura 3.3 – Ilustração da região de fronteira.

Para o exemplo da Tabela 3.2, seja $B = \{a_1, a_2\}$ e $O = \{o_1, o_2, o_5\}$ o conjunto formado pelos objetos em que $d = \delta_1$. Tem-se que a aproximação inferior é $B_*(O) = \{o_5\}$, a aproximação superior é $B^*(O) = \{o_1, o_2, o_3, o_5\}$ e a região de fronteira é $RF(O) = \{o_1, o_2, o_3\}$. A Figura 3.4 ilustra a aproximação do conjunto.

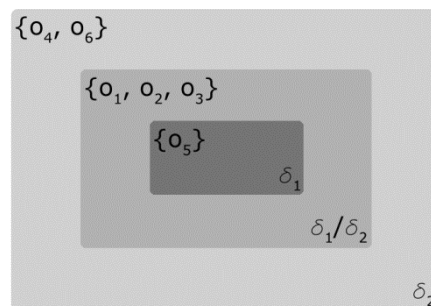


Figura 3.4 – Exemplo de aproximação de um conjunto.

A qualidade da aproximação pode ser caracterizada pelo coeficiente $\alpha_B(O)$ definido na equação (3.3), na qual $|O|$ denota a cardinalidade do conjunto $O \neq \emptyset$. O valor da qualidade da aproximação encontra-se na faixa $0 \leq \alpha_B(O) \leq 1$. No caso em que $\alpha_B(O) = 1$, o conjunto O é preciso em relação ao conjunto de atributos B e, caso $\alpha_B(O) < 1$, O é impreciso em relação ao conjunto de atributos B .

$$\alpha_B(O) = \frac{|B_*(O)|}{|B^*(O)|} \quad (3.3)$$

Para o exemplo, a qualidade da aproximação dada por $\alpha_B(O)$ é:

$$\alpha_B(O) = \frac{|\{o_5\}|}{|\{o_1, o_2, o_3, o_5\}|} = \frac{1}{4} = 0,25$$

A identificação de classes de equivalência pelo conceito de indiscernibilidade permite a redução da quantidade de informação representada em um sistema de informação. São necessárias apenas as informações de um único elemento de determinada classe de equivalência para representar todos os objetos dessa classe. Outra maneira de reduzir a quantidade de informação representada é manter apenas os atributos que preservem a relação de indiscernibilidade e, conseqüentemente, a aproximação do conjunto. Os atributos removidos são redundantes visto que suas remoções não pioram a classificação geral do SI correspondente. Com esse intuito é introduzido o conceito de redução de atributos.

Uma matriz de discernibilidade é uma matriz simétrica $n \times n$, cujos elementos são dados pela equação (3.4), na qual $i, j = 1, \dots, n$ e $n = |U / IND(B)|$. Os elementos da matriz de discernibilidade correspondem aos conjuntos de atributos de B que diferenciam os objetos de uma determinada classe de equivalência i de outra classe de equivalência j .

$$m_D(i, j) = \{a_k \in B | f(o_i, a_k) \neq f(o_j, a_k)\} \quad (3.4)$$

Para a Tabela 3.2, a matriz de discernibilidade com $B = \{a_1, a_2, a_3\}$ é ilustrada na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Matriz de indiscernibilidade para o exemplo da Tabela 3.2.

	o_1	o_2	o_3	o_4	o_5	o_6
o_1	\emptyset					
o_2	a_3	\emptyset				
o_3	a_3	a_3	\emptyset			
o_4	a_1	a_1, a_3	a_1, a_3	\emptyset		
o_5	a_1, a_2, a_3	a_1, a_2	a_1, a_2, a_3	a_2, a_3	\emptyset	
o_6	a_1, a_3	a_1, a_3	a_1	a_3	a_2, a_3	\emptyset

Uma função de discernibilidade $F(B)$ é uma função booleana definida por (3.5) e (3.6). Para cada célula da matriz de discernibilidade, aplica-se o operador \vee (OR) entre seus atributos e, entre as células da matriz, aplica-se o operador \wedge (AND). O conjunto formado pelo termo mínimo de $F(B)$ determina os redutos de B . Um reduto do sistema de informação $S = (U, A)$ é um conjunto de atributos $B \subseteq A$ tal que $IND(B) = IND(A)$, ou seja, reduto é um conjunto de atributos que mantém as mesmas propriedades e possibilidades de realizar classificações que o sistema de informação original.

$$F(B) = \wedge \{ \vee \bar{m}_D(i, j) \} \quad (3.5)$$

$$\bar{m}_D(i, j) = \{ \bar{a}_k | a_k \in m_D(i, j) \} \quad (3.6)$$

Pode existir mais de um reduto para um mesmo conjunto de atributos. A obtenção dos redutos mínimos (ou seja, com cardinalidade mínima entre todos os redutos) de um sistema de informação é um problema *NP-hard*. Entre as abordagens para tratar esse problema computacional estão algoritmos genéticos e relações de similaridade (Huang et al., 2007).

Para o exemplo da Tabela 3.3, tem-se que a função de discernibilidade é dada por:

$$F(B) = (a_3) \wedge (a_3) \wedge (a_1) \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_3) \wedge (a_1 \vee a_3) \wedge (a_3) \wedge (a_1 \vee a_3) \wedge (a_1 \vee a_2) \\ \wedge (a_1 \vee a_3) \wedge (a_1 \vee a_3) \wedge (a_1 \vee a_2 \vee a_3) \wedge (a_1) \wedge (a_2 \vee a_3) \wedge (a_3) \wedge (a_2 \vee a_3)$$

Simplificando a expressão acima utilizando teoremas da álgebra booleana, chega-se à seguinte expressão:

$$F(B) = (a_1 \wedge a_2 \wedge a_3) \vee (a_1 \wedge a_3)$$

Assim, os redutos de B do exemplo são $\{a_1, a_2, a_3\}$ e $\{a_1, a_3\}$.

A partir de um reduto, pode-se obter regras do tipo (3.7) agregando os atributos condicionais do reduto com seus respectivos valores e adicionando os atributos de decisão correspondentes. As regras obtidas refletem as informações de um SI de forma consistente, tratando adequadamente eventuais redundâncias, incertezas ou imprecisões presentes nos dados do sistema.

$$\begin{aligned} & \text{IF } a_1 = f(o_1, a_1) \text{ AND } \dots \text{ AND } a_k = f(o_m, a_k) \\ & \text{THEN } d_1 = f(o_1, d_1) \text{ OR } \dots \text{ OR } d_i = f(o_i, d_i) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Finalizando o exemplo utilizado ao longo dessa seção, tomando o reduto mínimo $\{a_1, a_3\}$, as regras geradas são expressas por (3.8).

$$\begin{aligned} r_1: & \text{IF } a_1 = \alpha_1 \text{ AND } a_3 = \gamma_1 \text{ THEN } d = \delta_1; \\ r_2: & \text{IF } a_1 = \alpha_1 \text{ AND } a_3 = \gamma_2 \text{ THEN } d = \delta_1; \\ r_3: & \text{IF } a_1 = \alpha_1 \text{ AND } a_3 = \gamma_3 \text{ THEN } d = \delta_2; \\ r_4: & \text{IF } a_1 = \alpha_2 \text{ AND } a_3 = \gamma_1 \text{ THEN } d = \delta_2; \\ r_5: & \text{IF } a_1 = \alpha_2 \text{ AND } a_3 = \gamma_2 \text{ THEN } d = \delta_1; \\ r_6: & \text{IF } a_1 = \alpha_2 \text{ AND } a_3 = \gamma_3 \text{ THEN } d = \delta_2. \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.3. Aproximação de Funções e Modelos Baseados em Regras

Os conceitos relativos à TCA podem ser utilizados na aproximação de funções e na obtenção de modelos baseados em regras de sistemas e processos estáticos e dinâmicos (Pinheiro et al., 2010a). Para essas aplicações numéricas, uma representação mais adequada para os sistemas de informação é ilustrada na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Representação tabular numérica de um SI.

x_1	x_2	x_3	...	x_N	y
$x_1^{(1)}$	$x_2^{(1)}$	$x_3^{(1)}$...	$x_N^{(1)}$	$y^{(1)}$
$x_1^{(2)}$	$x_2^{(2)}$	$x_3^{(2)}$...	$x_N^{(2)}$	$y^{(2)}$
...
$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$...	$x_N^{(k)}$	$y^{(k)}$
...
$x_1^{(m)}$	$x_2^{(m)}$	$x_3^{(m)}$...	$x_N^{(m)}$	$y^{(m)}$
...
$x_1^{(v)}$	$x_2^{(v)}$	$x_3^{(v)}$...	$x_N^{(v)}$	$y^{(v)}$

Os atributos de condição (x_i) são variáveis cujos dados ($x_i^{(k)}$) estão relacionados a funções definidas pelos valores ($y^{(k)}$) do atributo de decisão (y). As sentenças (3.9) derivam do sistema de informação em questão.

Valores intermediários $x_1^{(k)} \leq x_1 \leq x_1^{(m)}$, $x_2^{(k)} \leq x_2 \leq x_2^{(m)}$, ..., $x_N^{(k)} \leq x_N \leq x_N^{(m)}$ podem ser representados pela regra genérica (3.10) ou por sua

forma simplificada (3.11), na qual $\alpha^{(g)} = [x_1^{(k)}, x_1^{(m)}]$, $\beta^{(g)} = [x_2^{(k)}, x_2^{(m)}]$, $\gamma^{(g)} = [x_N^{(k)}, x_N^{(m)}]$ e $\delta^{(g)} = [y^{(k)}, y^{(m)}]$, considerando que $y^{(k)} < y^{(m)}$.

$$\begin{aligned}
 s_1: & \text{IF } x_1 = x_1^{(1)} \text{ AND } x_2 = x_2^{(1)} \text{ AND } \dots \\
 & \text{AND } x_N = x_N^{(1)} \text{ THEN } y = y^{(1)} \\
 & \dots \\
 s_2: & \text{IF } x_1 = x_1^{(2)} \text{ AND } x_2 = x_2^{(2)} \text{ AND } \dots \\
 & \text{AND } x_N = x_N^{(2)} \text{ THEN } y = y^{(2)} \\
 & \dots \\
 s_k: & \text{IF } x_1 = x_1^{(k)} \text{ AND } x_2 = x_2^{(k)} \text{ AND } \dots \\
 & \text{AND } x_N = x_N^{(k)} \text{ THEN } y = y^{(k)} \\
 & \dots \\
 s_m: & \text{IF } x_1 = x_1^{(m)} \text{ AND } x_2 = x_2^{(m)} \text{ AND } \dots \\
 & \text{AND } x_N = x_N^{(m)} \text{ THEN } y = y^{(m)} \\
 & \dots \\
 s_v: & \text{IF } x_1 = x_1^{(v)} \text{ AND } x_2 = x_2^{(v)} \text{ AND } \dots \\
 & \text{AND } x_N = x_N^{(v)} \text{ THEN } y = y^{(v)}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned}
 r_g: & \text{IF } x_1^{(k)} \leq x_1 \leq x_1^{(m)} \text{ AND } x_2^{(k)} \leq x_2 \leq x_2^{(m)} \text{ AND } \dots \\
 & \text{AND } x_N^{(k)} \leq x_N \leq x_N^{(m)} \text{ THEN} \\
 & \min\{y^{(k)}, \dots, y^{(m)}\} \leq y \leq \max\{y^{(k)}, \dots, y^{(m)}\}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}
 r_g: & \text{IF } x_1 = \alpha^{(g)} \text{ AND } x_2 = \beta^{(g)} \text{ AND } \dots \text{ AND } x_N = \gamma^{(g)} \\
 & \text{THEN } y = \delta^{(g)}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Para estimar valores em faixas de dados intermediários, utiliza-se a expressão de interpolação linear (3.12). A proposição de modelos baseados em regras obtidas via processamento de conjuntos aproximados, ou regras aproximadas, não constitui um problema computacional no que diz respeito à obtenção dos redutos para geração das regras de modelagem, já que todas as variáveis numéricas de um determinado sistema de informação que definem a estrutura de um modelo constituem o próprio reduto (Pinheiro et al., 2010b). A definição de quais variáveis e quantas de suas amostras

passadas constituem a estrutura de um determinado modelo podem ser obtidas por técnicas conhecidas de modelagem de sistemas (Ljung, 1999).

$$y = \left(x_n, x_n^{(i)}, y^{(i)} \right)_{\substack{i=k,m \\ n=1,N}} = y^{(k)} + \frac{y^{(m)} - y^{(k)}}{N} \sum_{n=1}^N \frac{x_n - x_n^{(k)}}{x_n^{(m)} - x_n^{(k)}} \quad (3.12)$$

Para exemplificar o método, seja a Tabela 3.5 com dados da função não linear $y = x_I^2$. O atributo de condição (x_I) possui valores que serão quantizados em três faixas igualmente espaçadas: $\alpha^{(1)} = [0; 0,3333]$; $\alpha^{(2)} = [0,3333; 0,6667]$; $\alpha^{(3)} = [0,6667; 1]$. As regras de decisão formadas são expressas por (3.13).

Tabela 3.5 – Dados da função $y = x_I^2$.

x_I	y
0,0000	$y^{(a)} = 0,0000$
0,1667	$y^{(b)} = 0,0278$
0,3333	$y^{(c)} = 0,1111$
0,5000	$y^{(d)} = 0,2500$
0,6667	$y^{(e)} = 0,4444$
0,8333	$y^{(f)} = 0,6944$
1,0000	$y^{(g)} = 1,0000$

$$\begin{aligned} & \text{IF } x_I = \alpha^{(1)} \text{ THEN } y = y^{(a)} \text{ OR } y = y^{(b)} \text{ OR } y = y^{(c)}; \\ & \text{IF } x_I = \alpha^{(2)} \text{ THEN } y = y^{(c)} \text{ OR } y = y^{(d)} \text{ OR } y = y^{(e)}; \\ & \text{IF } x_I = \alpha^{(3)} \text{ THEN } y = y^{(e)} \text{ OR } y = y^{(f)} \text{ OR } y = y^{(g)}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Usando a forma simplificada (3.11), tem-se o modelo baseado em regras (3.14), no qual $\delta^{(1)} = [0; 0,1111]$, $\delta^{(2)} = [0,1111; 0,4444]$ e $\delta^{(3)} = [0,4444; 1]$.

$$\begin{aligned} r_1. & \text{IF } x_I = \alpha^{(1)} \text{ THEN } y = \delta^{(1)}; \\ r_2. & \text{IF } x_I = \alpha^{(2)} \text{ THEN } y = \delta^{(2)}; \\ r_3. & \text{IF } x_I = \alpha^{(3)} \text{ THEN } y = \delta^{(3)}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Para estimar valores intermediários é utilizada a expressão (3.12) com $N=1$. A Figura 3.5 mostra a função original em linhas tracejadas e a função aproximada em linhas cheias. A média dos erros em relação à função original é de 3%. No caso dos dados em extremidades das faixas dos atributos de condição, resultando em mais de

uma regra com valores estimados, o valor utilizado é dado pela média aritmética das regras correspondentes.

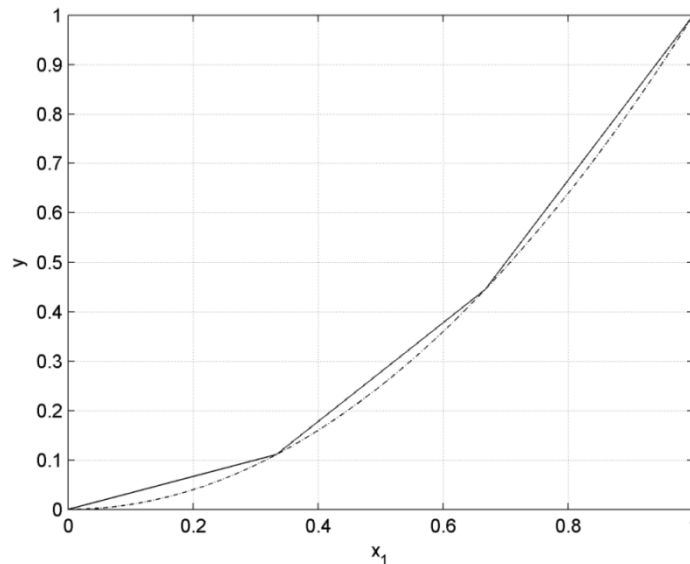


Figura 3.5 – Aproximação de função por regras aproximadas.

Seja agora o sistema dinâmico não linear discreto representado pela equação (3.15). A Figura 3.6 mostra a resposta do sistema para valores aleatórios de entrada no intervalo $[0, 1]$. A partir dos dados gerados pode-se criar uma tabela referente a um sistema de informação definida pelos atributos de condição $x_1 = u(n-1)$ e $x_2 = y(n-1)$ e o atributo de decisão $y = y(n)$.

$$y(n) = 0,3y(n-1) + 0,7u^2(n-1) \quad (3.15)$$

Para o processamento dos dados de um sistema de informação de acordo com a TCA existem ferramentas computacionais, tais como RSL (*Rough Sets Library*), *Rough Enough*, CI (*Column Importance facility*) e *Rosetta*, sendo várias delas de acesso gratuito. Nesse trabalho, foi utilizada a ferramenta *Rosetta* (Øhrn e Komorowski, 1997).

Os processamentos realizados no *software* foram:

- 1) *Discretization* → *Equal frequency binning* → *Intervals* = 4 (quantização de cada atributo de condição em quatro intervalos);
- 2) *Reduction* → *Exhaustive calculation (RSES)* → *Full* (cálculo do reduto);
- 3) *Generate rules* (geração das regras).

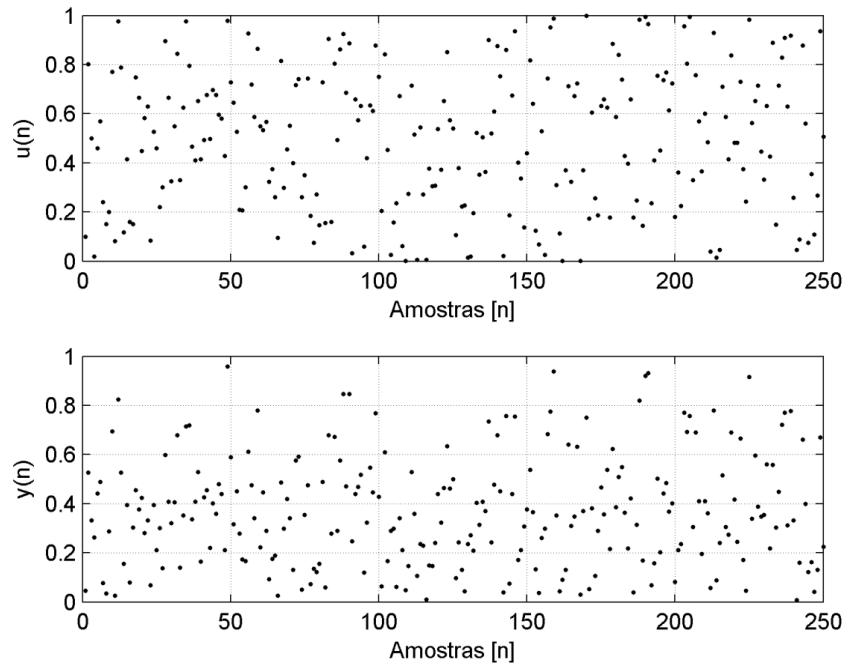


Figura 3.6 – Resposta do sistema modelado por (3.15) para entradas aleatórias.

Um exemplo de regra gerada pelo *Rosetta* está ilustrada em (3.16). No formato (3.10), a regra é escrita como (3.17).

$$\begin{aligned}
 & y_1([0.44346, 0.78179]) \text{ AND } u_1([0.25668, 0.50651]) \Rightarrow y(0.33185) \text{ OR } y(0.33628) \\
 & \text{OR } y(0.18928) \text{ OR } y(0.32284) \text{ OR } y(0.22913) \text{ OR } y(0.24127) \text{ OR } y(0.32285) \text{ OR} \\
 & y(0.24282) \text{ OR } y(0.31499) \text{ OR } y(0.40866) \text{ OR } y(0.36303) \text{ OR } y(0.30448) \text{ OR} \\
 & y(0.36133) \text{ OR } y(0.27467) \text{ OR } y(0.34789)
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{IF } 0,44346 \leq x_1 \leq 0,78179 \text{ AND } 0,25668 \leq x_2 \leq 0,50651 \\
 & \text{THEN } 0,18928 \leq y \leq 0,40866
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

O conjunto de regras que modela o sistema descrito por (3.15) é representado na forma simplificada pela Tabela 3.6, na qual os parâmetros do modelo são:

$$\begin{aligned}
 \alpha^{(1)} &= [0; 0,20349]; \alpha^{(2)} = [0,20349; 0,44346]; \alpha^{(3)} = [0,44346; 0,78179]; \\
 \alpha^{(4)} &= [0,78179; 1]; \beta^{(1)} = [0; 0,25668]; \beta^{(2)} = [0,25668; 0,50651]; \\
 \beta^{(3)} &= [0,50651; 0,71812]; \beta^{(4)} = [0,71812; 1]; \gamma^{(1)} = [0,00777; 0,10630]; \\
 \gamma^{(2)} &= [0,06899; 0,13511]; \gamma^{(3)} = [0,15546; 0,23640]; \gamma^{(4)} = [0,23532; 0,31329]; \\
 \gamma^{(5)} &= [0,05043; 0,21980]; \gamma^{(6)} = [0,12278; 0,29011]; \gamma^{(7)} = [0,18928; 0,40866]; \\
 \gamma^{(8)} &= [0,29828; 0,44217]; \gamma^{(9)} = [0,22331; 0,38733]; \gamma^{(10)} = [0,25975; 0,44927];
 \end{aligned}$$

$$\gamma^{(11)} = [0,35900; 0,57503]; \gamma^{(12)} = [0,44020; 0,64203]; \gamma^{(13)} = [0,40071; 0,74973];$$

$$\gamma^{(14)} = [0,4543; 0,77088]; \gamma^{(15)} = [0,54913; 0,91974]; \gamma^{(16)} = [0,63167; 0,95907].$$

Tabela 3.6 – Regras de modelagem para o sistema representado por (3.15).

	$\beta^{(1)}$	$\beta^{(2)}$	$\beta^{(3)}$	$\beta^{(4)}$
$\alpha^{(1)}$	$\gamma^{(1)}$	$\gamma^{(5)}$	$\gamma^{(9)}$	$\gamma^{(13)}$
$\alpha^{(2)}$	$\gamma^{(2)}$	$\gamma^{(6)}$	$\gamma^{(10)}$	$\gamma^{(14)}$
$\alpha^{(3)}$	$\gamma^{(3)}$	$\gamma^{(7)}$	$\gamma^{(11)}$	$\gamma^{(15)}$
$\alpha^{(4)}$	$\gamma^{(4)}$	$\gamma^{(8)}$	$\gamma^{(12)}$	$\gamma^{(16)}$

A Figura 3.7 mostra os dados computados para o modelo não linear original (cor azul) e o modelo baseado em regras aproximadas (em cor vermelha), no qual foi utilizada a expressão de interpolação (3.12) com $N=2$ para valores intermediários. Verifica-se que as estimativas obtidas estão bem próximas dos valores originais, cujo valor do erro quadrático médio é de 0,0015.

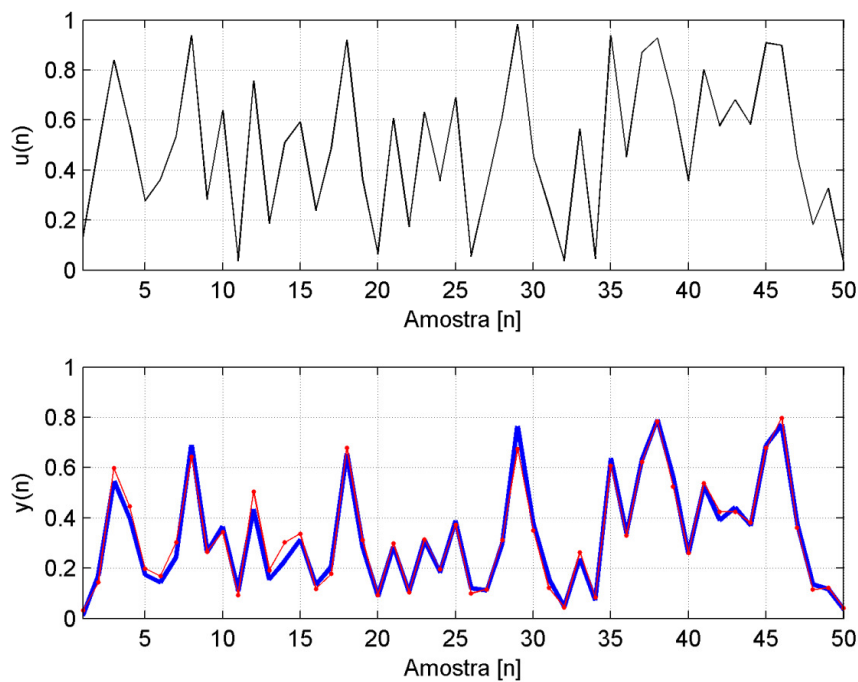


Figura 3.7 – Comparação entre respostas do modelo original (3.15) e modelo baseado em regras aproximadas.

Outros exemplos de aplicações são encontrados em Pinheiro et al. (2010a; b).

Capítulo 4

Sintonia de Controladores por Modos Deslizantes para Sistemas de Primeira Ordem

4.1. Introdução

Esse capítulo apresenta um procedimento de sintonia para uma malha de controle por modos deslizantes na qual os processos controlados podem ser representados ou aproximados por sistemas de primeira ordem. O objetivo do procedimento é orientar a escolha dos parâmetros do controlador principalmente em contextos de aplicações práticas.

Primeiramente, a estrutura da malha de controle a ser estudada será definida. Na sequência, a influência dos valores dos parâmetros do controlador no desempenho da malha de controle será examinada, seguida pelo procedimento de sintonia proposto. Serão apresentadas simulações com o objetivo de demonstrar a utilização e eficácia do procedimento. Finalmente, serão apresentadas possíveis extensões da técnica.

4.2. Estrutura da Malha de Controle

A Figura 4.1 ilustra a estrutura da malha de controle a ser estudada. O sinal de controle u é calculado pelo controlador por modos deslizantes (*SMC*) a partir da informação do erro e da malha em questão, definido como a diferença entre o valor da referência de entrada r e da saída do sistema y , e também pela informação da derivada da grandeza de saída do sistema \dot{y} . Para minimizar os efeitos do *chattering* associado ao chaveamento dos ganhos do controlador e para redução do erro em regime permanente, é adicionada uma ação integral (k_i/s) entre o controlador por modos deslizantes e a planta, resultando na ação de controle v (Ho e Sen, 1991).

As análises realizadas nessa seção são definidas para variações em degrau na referência de entrada da malha de controle. A seção 4.6.1 mostra como a utilização dessa malha de controle pode ser estendida para referências em rampa.

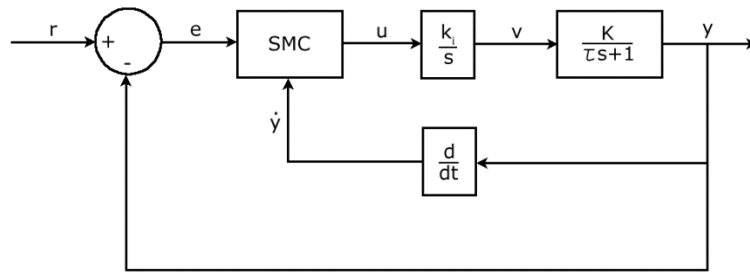


Figura 4.1 – Estrutura da malha de controle.

O sistema a ser controlado é associado a um modelo reduzido ou simplificado representado pela função de transferência de primeira ordem (4.1), na qual K é o ganho do sistema e τ é sua constante de tempo. A Figura 4.2 ilustra a resposta ao degrau unitário típica para sistemas de primeira ordem, cuja resposta analítica é dada por (4.2).

$$\frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (4.1)$$

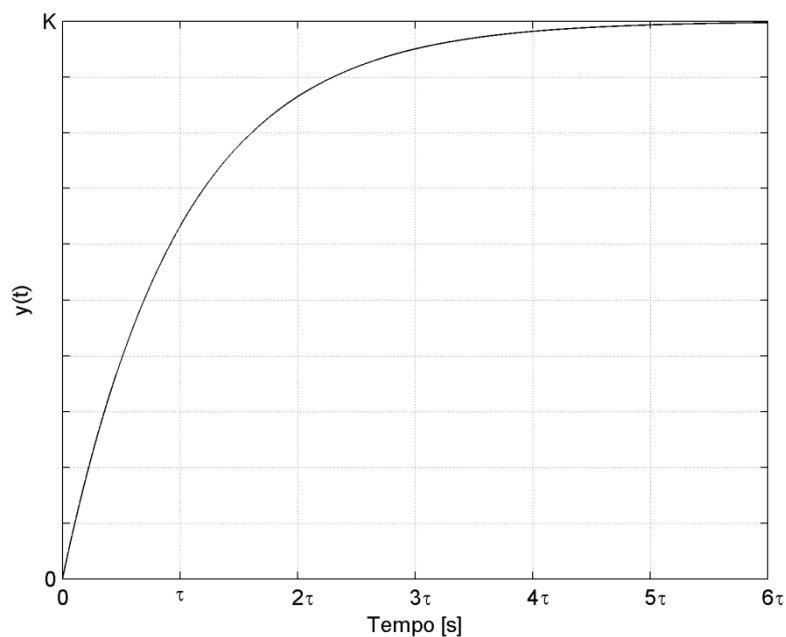


Figura 4.2 – Resposta de sistema de primeira ordem ao degrau unitário.

$$y(t) = K(1 - e^{-t/\tau}) \quad (4.2)$$

Em um intervalo de tempo correspondente a uma constante de tempo, a curva da resposta exponencial do sistema vai de 0 a 63,2% de seu valor final. Em duas constantes de tempo, a resposta atinge 86,5% do valor em regime permanente. Para $t = 3\tau$, 4τ e 5τ ,

a resposta alcança, respectivamente, 95%, 98,2% e 99,3% do valor em regime permanente (Ogata, 2003).

Funções de transferência de primeira ordem são utilizadas para modelar satisfatoriamente vários processos industriais (elétricos, térmicos, químicos, entre outros). As análises realizadas nessa seção não consideram a presença de tempo morto no modelo do sistema, mas um possível tratamento para o caso em que este não pode ser desprezado é apresentado na seção 4.6.2.

Com a ação integral, a função de transferência que relaciona a saída do controlador por modos deslizantes e a saída do sistema é dada por (4.3).

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_i K}{s(\tau s + 1)} \quad (4.3)$$

No domínio do tempo, a relação representada pela função de transferência (4.3) é dada pela equação diferencial correspondente (4.4).

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dy}{dt} = \frac{k_i K}{\tau} u \quad (4.4)$$

Definindo as variáveis de estado x_1 e x_2 em (4.5) e os coeficientes a e b em (4.6), tem-se a representação no espaço de estados dada por (4.7). Nessa representação, o valor da referência de entrada é considerado constante, assim as derivadas da referência são nulas e $\dot{x}_1 = -\dot{y}$.

$$\begin{aligned} x_1 &= r - y \\ x_2 &= \dot{y} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\tau} \\ b &= \frac{k_i K}{\tau} \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u \quad (4.7)$$

A lei de controle utilizada é definida em (4.8) e a lógica de chaveamento dos ganhos é dada por (4.9).

$$u = \psi_1 x_1 + \psi_2 \dot{x}_1 \quad (4.8)$$

$$\psi_1 = \begin{cases} k_{1a} & \text{se } s(x)x_1 > 0, \\ k_{1b} & \text{se } s(x)x_1 < 0. \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\psi_2 = \begin{cases} k_{2a} & \text{se } s(x)\dot{x}_1 > 0, \\ k_{2b} & \text{se } s(x)\dot{x}_1 < 0. \end{cases}$$

A função de chaveamento é descrita pela equação (4.10). A superfície de chaveamento é obtida fazendo $s(x) = 0$ e, nesse caso, corresponde a uma linha com inclinação determinada pelo parâmetro c , conforme ilustrado no plano de fase visto na Figura 4.3.

$$s(x) = cx_1 + \dot{x}_1 \quad (4.10)$$

Os valores limites dos ganhos do controlador podem ser obtidos usando-se a condição de alcance ao modo deslizante definida pela inequação (4.11).

$$s(x)\dot{s}(x) < 0 \quad (4.11)$$

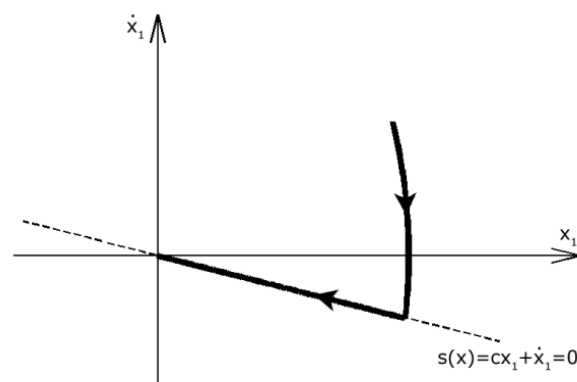


Figura 4.3 – Superfície (linha) de chaveamento.

A derivada da função de chaveamento $\dot{s}(x)$ pode ser obtida das equações (4.7) e (4.10), sendo dada por (4.12).

$$\dot{s}(x) = x_1(-b\psi_1) + \dot{x}_1(c - a - b\psi_2) \quad (4.12)$$

De (4.11) e (4.12), chega-se à condição (4.13).

$$s(x)x_1(-b\psi_1) + s(x)\dot{x}_1(c - a - b\psi_2) < 0 \quad (4.13)$$

Analisando a lógica de chaveamento (4.9) e a condição (4.13), tem-se (4.14).

$$\begin{aligned} s(x)x_1 > 0 &\rightarrow (-bk_{1a}) < 0 \rightarrow k_{1a} > 0 \\ s(x)x_1 < 0 &\rightarrow (-bk_{1b}) > 0 \rightarrow k_{1b} < 0 \\ s(x)\dot{x}_1 > 0 &\rightarrow (c - a - bk_{2a}) < 0 \rightarrow k_{2a} > \frac{c - a}{b} \\ s(x)\dot{x}_1 < 0 &\rightarrow (c - a - bk_{2b}) > 0 \rightarrow k_{2b} < \frac{c - a}{b} \end{aligned} \quad (4.14)$$

As condições (4.14) podem ser escritas na forma compacta (4.15). Caso sejam conhecidos os limites das faixas dentro dos quais os parâmetros a e b variam, essa informação pode ser usada no cálculo dos ganhos do controlador. O ganho k_{2b} deve ser menor que o mínimo valor assumido por $(c-a)/b$ e o ganho k_{2a} deve ser maior que o máximo valor assumido por $(c-a)/b$.

$$\begin{aligned} k_{1b} < 0 < k_{1a} \\ k_{2b} < \min \left[\frac{c - a}{b} \right]_{\max} < k_{2a} \end{aligned} \quad (4.15)$$

4.3. Influência dos Parâmetros do Controlador na Resposta da Malha de Controle

O comportamento da malha de controle pode ser dividido em dois modos de operação distintos: o modo de alcance (*reaching mode*) e o modo deslizante (*sliding mode*). Enquanto o estado do sistema não atinge a superfície de chaveamento, o sistema encontra-se no modo de alcance. O modo deslizante ocorre quando o sistema atinge a superfície de chaveamento $s(x) = 0$ e passa se deslocar sobre ela. A Figura 4.4 ilustra os dois modos de operação da malha pelo gráfico de plano de fase e pelo gráfico da variável $s(x)$.

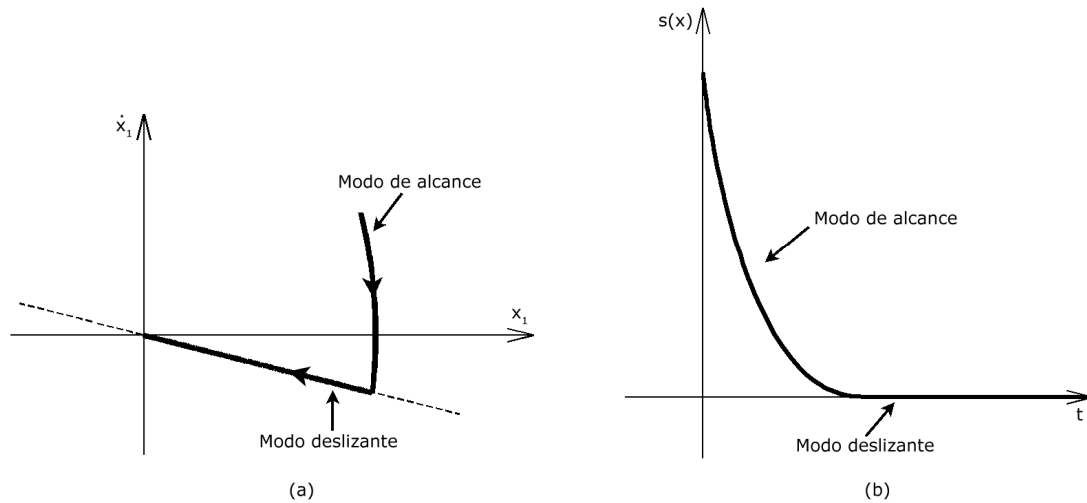


Figura 4.4 – Dois modos de operação da malha ilustrados pelo (a) plano de fase e (b) gráfico da função de chaveamento.

O principal modo de operação é o modo deslizante, no qual se verificam as características de robustez a variações de parâmetros, distúrbios externos e comportamentos não lineares que o processo controlado possa apresentar. Em modo deslizante, o sistema é descrito pela equação da linha de chaveamento, resultando na equação diferencial (4.16).

$$\dot{x}_1 + cx_1 = 0 \quad (4.16)$$

Substituindo as definições das variáveis de estado (4.5) e (4.7) em (4.16), chega-se à equação (4.17).

$$\dot{y} + cy = cr \quad (4.17)$$

A equação (4.17) pode ser escrita na forma de função de transferência, resultando em (4.18). A função de transferência (4.18) está relacionada a um sistema de primeira ordem de ganho unitário com constante de tempo $1/c$. Pela escolha do parâmetro c pode-se especificar a resposta desejada para a malha de controle em questão.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\frac{1}{c}s + 1} \quad (4.18)$$

Para ilustrar a influência do parâmetro c , são apresentadas simulações de um sistema com parâmetros $a = 0,5$ e $b = 1$. Considerando $c = 1$, as faixas de ganhos calculados por (4.15) são $k_{1b} < 0 < k_{1a}$ e $k_{2b} < 0,5 < k_{2a}$. Para $c = 2$, as faixas de ganhos são $k_{1b} < 0 < k_{1a}$ e $k_{2b} < 1,5 < k_{2a}$. Os ganhos utilizados são $k_{1a} = 10$, $k_{1b} = -10$, $k_{2a} = 2$ e $k_{2b} = -2$, respeitando as faixas para os dois valores de c . A Figura 4.5 mostra o resultado das simulações para $c = 1$ e $c = 2$, onde em linhas cheias estão representadas as respostas da malha de controle e em linhas tracejadas estão representadas as respostas de sistemas de primeira ordem descritos pela função de transferência (4.18) que servem de padrões de comportamento da malha em questão.

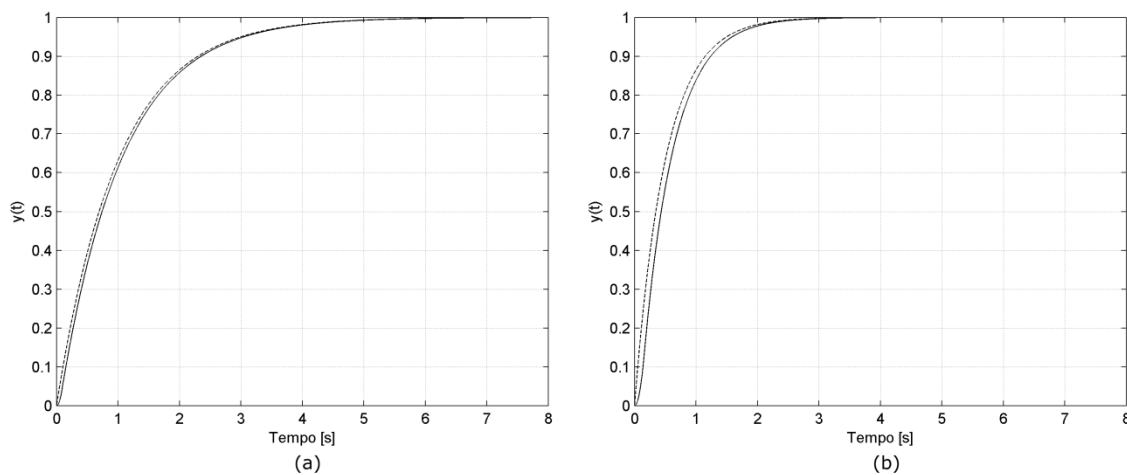


Figura 4.5 – Resposta da malha de controle para (a) $c = 1$ e (b) $c = 2$.

Em todas as simulações realizadas, as derivadas foram obtidas pelo processamento definido pela função de transferência representada por (4.19), na qual o valor do parâmetro T_d deve ser menor que $1/c$ (Ho e Sen, 1991). O valor de T_d utilizado nas simulações dessa seção foi 0,01. Foi utilizado passo de simulação fixo com valor de 1 [ms].

$$\frac{\dot{X}(s)}{X(s)} = \frac{s}{T_d s + 1} \quad (4.19)$$

Analisando a equação (4.15), verifica-se que o valor máximo de c é limitado pelos ganhos k_{2a} e k_{2b} disponíveis para o sistema e pelos parâmetros a e b do sistema a ser controlado. Nos casos em que haja limitação dos ganhos referentes a ψ_2 (ou seja, k_{2a} e k_{2b}) e seja necessário um valor de c maior do que o possível com os ganhos disponíveis, o valor de k_i pode ser ajustado (e consequentemente o parâmetro b) para

que a dinâmica desejada possa ser especificada. Na maioria dos casos, entretanto, k_i pode ser considerado com valor unitário.

No modo de alcance, a malha de controle se comporta como um sistema de realimentação convencional. Os ganhos ψ_1 e ψ_2 permanecem constantes até que o estado do sistema alcance a superfície de chaveamento. Seja a simulação realizada com parâmetros $a = 0,5$, $b = 1$, $c = 1$ e ganhos $k_{1a} = 1$, $k_{1b} = -1$, $k_{2a} = 2$ e $k_{2b} = -2$. As Figuras 4.6 e 4.7 mostram, respectivamente, os valores que os ganhos ψ_1 e ψ_2 assumem durante a simulação, juntamente com o gráfico da função de chaveamento $s(x)$ considerada.

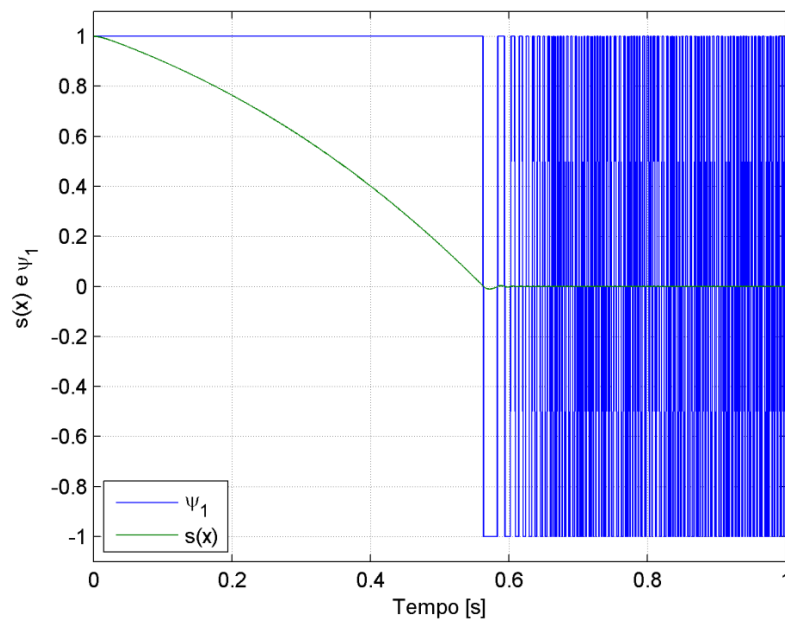


Figura 4.6 – Valores assumidos por ψ_1 .

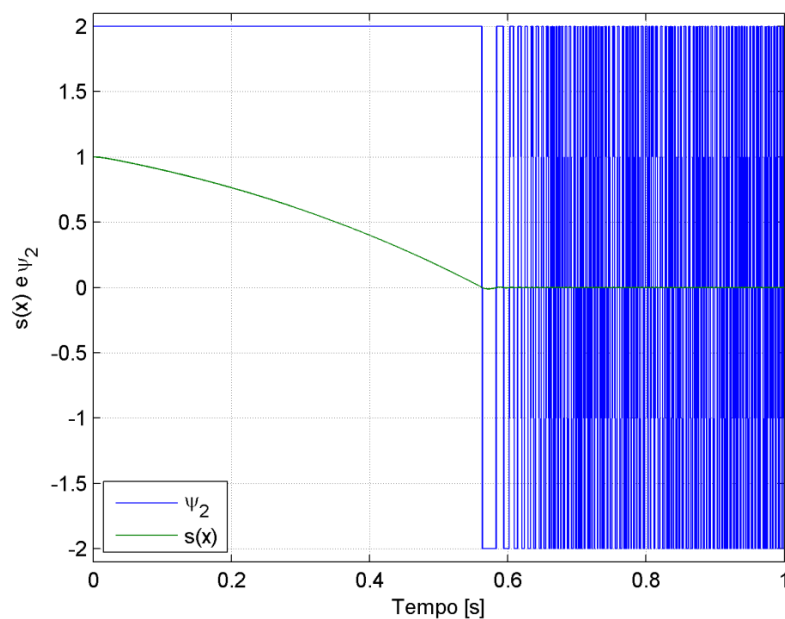


Figura 4.7 – Valores assumidos por ψ_2 .

Pode ser observado que até o instante em que a linha de chaveamento é alcançada, ou seja, no modo de alcance, ψ_1 e ψ_2 permanecem com os valores atribuídos a k_{1a} e k_{2a} , respectivamente. Quando o estado alcança a linha de chaveamento e é iniciado o modo deslizante, os ganhos começam a ser chaveados em seus intervalos de operação.

A partir da representação do sistema no espaço de estados (4.7) e da definição da lei de controle (4.8), pode-se escrever a equação diferencial (4.20), que representa a dinâmica do sistema no modo de alcance.

$$\ddot{x}_1 + (a + b\psi_2)\dot{x}_1 + b\psi_1x_1 = 0 \quad (4.20)$$

Substituindo as variáveis de estado em (4.20) por suas definições em (4.5) e (4.7), pode-se obter a equação (4.21).

$$\ddot{y} + (a + b\psi_2)\dot{y} + b\psi_1y = b\psi_1r \quad (4.21)$$

A equação (4.21) pode ser reescrita no formato de função de transferência, resultando em (4.22).

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b\psi_1}{s^2 + (a + b\psi_2)s + b\psi_1} \quad (4.22)$$

Enquanto o sistema encontra-se no modo de alcance, ao invés de seguir o comportamento determinado para o modo deslizante por (4.18), sua dinâmica é descrita pela função de transferência (4.22). No modo de alcance, as características de robustez associadas ao modo deslizante não existem.

Os ganhos ψ_1 e ψ_2 influenciam a resposta da malha de controle no modo de alcance e, portanto, no desempenho geral do sistema. Para verificar essa influência, seja o sistema com parâmetros $a = 0,5$, $b = 1$ e $c = 1$. As faixas de ganhos permitidos são $k_{1b} < 0 < k_{1a}$ e $k_{2b} < 0,5 < k_{2a}$. Será visto que, dependendo da escolha de valores dentro dessas faixas, a resposta do sistema é diferente. A Figura 4.8 mostra o resultado de simulações para k_{2a} constante com valor igual a 2 e a variação do ganho k_{1a} nos valores 0,5, 2 e 10. Em todas as simulações foram considerados valores simétricos para os ganhos, ou seja, $k_{1a} = -k_{1b}$ e $k_{2a} = -k_{2b}$.

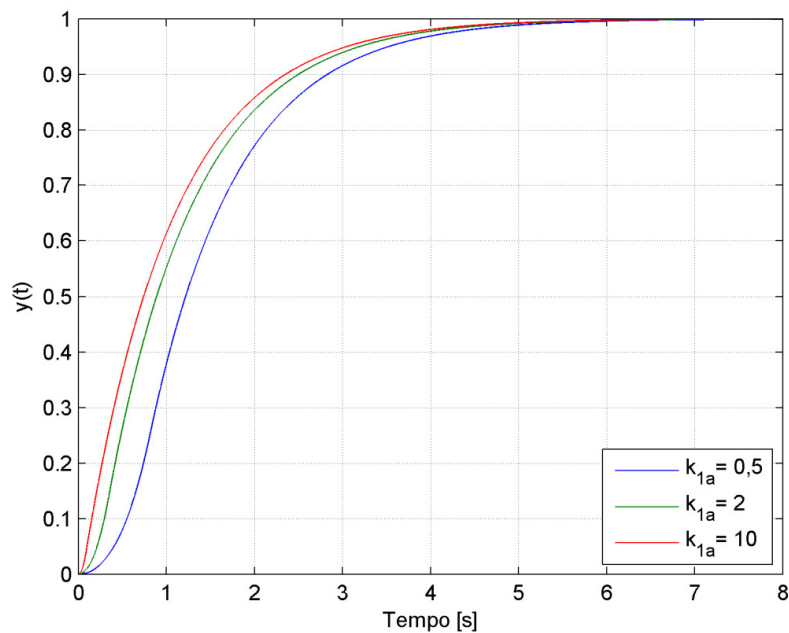


Figura 4.8 – Variação de k_{1a} com $k_{2a} = 2$.

A Figura 4.9 mostra a variação de k_{2a} com valores 1, 5 e 10, mantendo k_{1a} constante com valor igual a 1. A Figura 4.10 mostra a variação de k_{2a} nos mesmos valores, mantendo $k_{1a} = 10$. Verifica-se que quando $k_{1a} = 1$, o aumento de k_{2a} resulta em respostas mais rápidas. Entretanto, quando $k_{1a} = 10$, praticamente não há alteração na resposta do sistema.

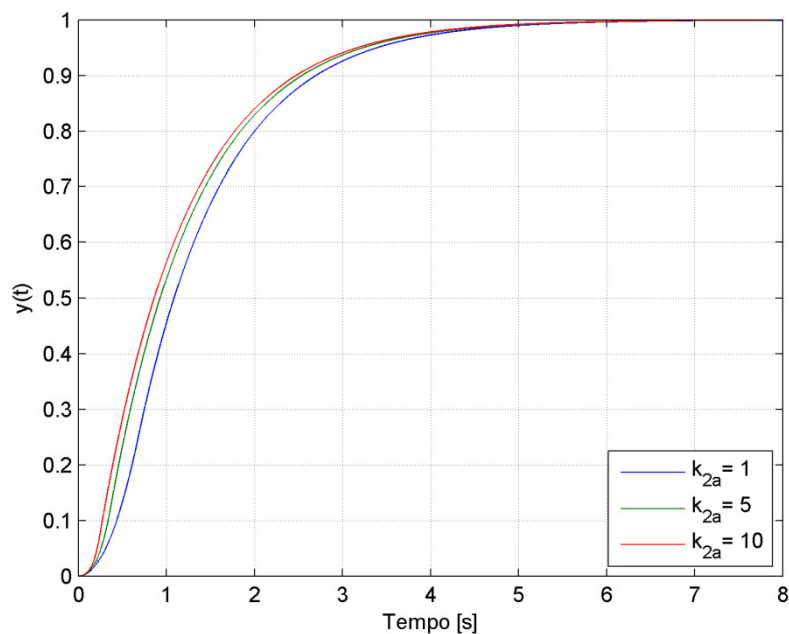


Figura 4.9 – Variação de k_{2a} com $k_{1a} = 1$.

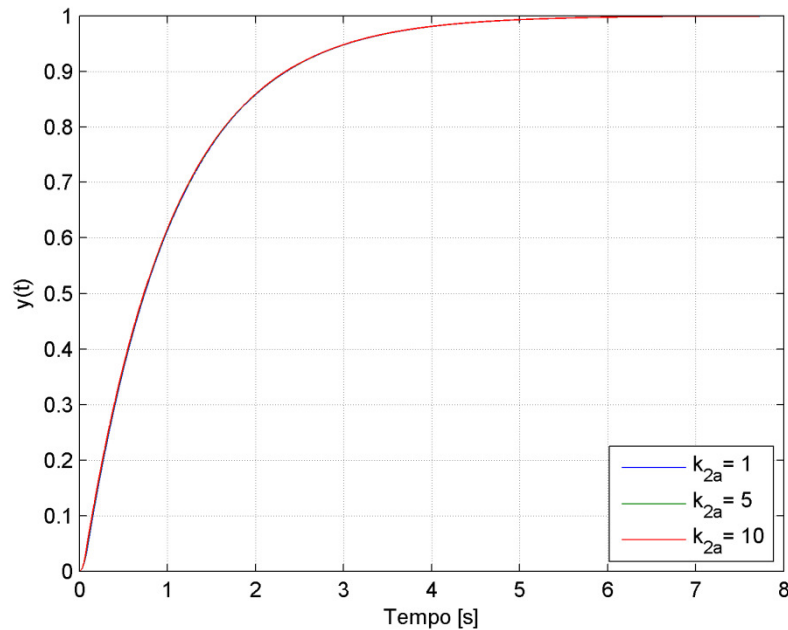


Figura 4.10 – Variação de k_{2a} com $k_{1a} = 10$.

Dadas as variações nas respostas e a interação entre os ganhos, pode-se dizer que o procedimento para escolha dos parâmetros do controlador, mesmo determinadas as faixas (4.15), não está completamente definido.

A variação no comportamento do sistema de acordo com a escolha dos ganhos, mesmo que todos estejam dentro das faixas calculadas, pode ser explicada pela diferença no tempo necessário para o sistema sair do modo de alcance, quando a dinâmica é descrita por (4.22) e entrar em modo deslizante, quando a dinâmica é descrita por (4.18). Esse tempo é chamado de tempo de alcance (t_a) nesse trabalho.

Para ilustrar o efeito da variação dos ganhos no tempo de alcance, foram feitas simulações para um sistema com parâmetros $a = 1$, $b = 1$ e $c = 1,5$. As faixas de ganhos permitidos, calculadas por (4.15) são $k_{1b} < 0 < k_{1a}$ e $k_{2b} < 0,5 < k_{2a}$. A Figura 4.11 mostra o tempo de alcance para vários valores de k_{1a} e k_{2a} . Foram utilizados ganhos simétricos ($k_{1a} = -k_{1b}$ e $k_{2a} = -k_{2b}$). Como o estado do sistema não se desloca exatamente sobre a superfície de chaveamento (fato que ocorre apenas no modo deslizante ideal), foi considerado que o tempo de alcance é o instante em que $s(x)$ assume valor absoluto menor do que 0,02 e a partir daí se mantém nessa faixa indefinidamente, ou seja, $|s(x, t > t_a)| < 0,02$.

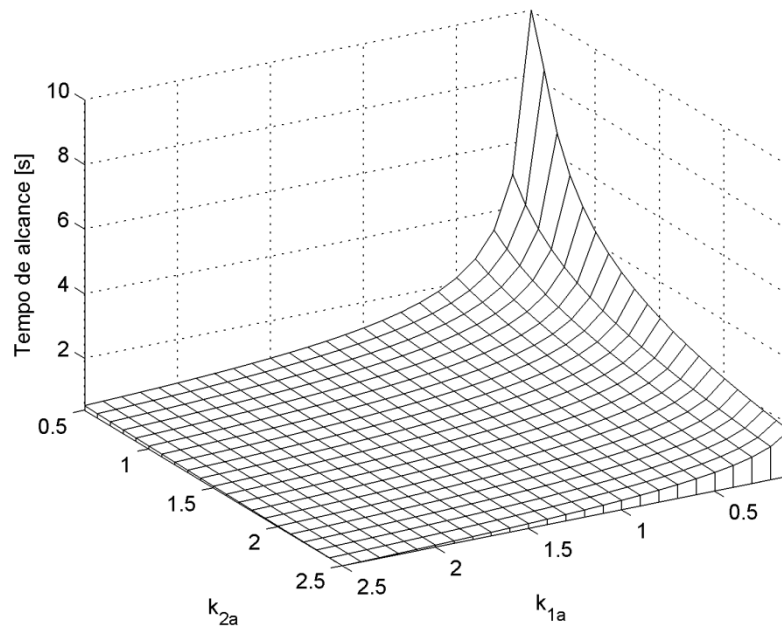


Figura 4.11 – Tempo de alcance para diferentes ganhos.

Ganhos maiores resultam em menores tempos de alcance. Entretanto, verifica-se que a partir de determinados valores o aumento do ganho não resulta em diminuições significativas no tempo de alcance. As expressões para o cálculo do tempo de alcance para uma variação em degrau na referência podem ser obtidas analiticamente, como explicado em Ho e Sen (1991), resolvendo as equações diferenciais (4.16) e (4.20). A expressão de t_a depende das raízes da equação característica (4.23), que são definidas em (4.24).

$$\lambda^2 + (a + b\psi_2)\lambda + b\psi_1 = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = 0 \quad (4.23)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-(a + b\psi_2) \pm \sqrt{(a + b\psi_2)^2 - 4b\psi_1}}{2} \quad (4.24)$$

Para raízes reais e diferentes ($\lambda_1 \neq \lambda_2$) a expressão para o cálculo do tempo de alcance é (4.25). Para raízes complexas conjugadas ($\lambda_1 = d + jf$; $\lambda_2 = d - jf$) a expressão é dada por (4.26). Para raízes reais e iguais ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$) a expressão é dada por (4.27). As expressões resultantes não fornecem informações claras que facilitem a escolha dos ganhos de maneira simples.

$$t_a = \ln \left| \frac{(\lambda_2 + c)\lambda_1}{(\lambda_1 + c)\lambda_2} \right| (\lambda_1 - \lambda_2) \quad (4.25)$$

$$t_a = \tan^{-1} \left| \frac{cf}{f^2 + d(d + c)} \right| f \quad (4.26)$$

$$t_a = -\frac{c}{\lambda(\lambda + c)} \quad (4.27)$$

A seção seguinte busca utilizar as conclusões obtidas nessa seção na elaboração de um procedimento para auxiliar a escolha dos parâmetros do controlador.

4.4. Procedimento de Sintonia

As Figuras 4.8 a 4.10 da seção anterior mostram que existe a necessidade de algum critério complementar à equação (4.15) na escolha dos ganhos ψ_1 e ψ_2 no projeto do controlador. É desejado que o tempo de alcance ao modo deslizante não seja longo, já que enquanto o sistema se encontra no modo de alcance ele não apresenta as características de robustez associadas ao modo deslizante. Entretanto, expressões analíticas para o tempo de alcance, como as equações (4.25) a (4.27), são difíceis de ser obtidas e não trazem muitas informações que facilitem a escolha dos ganhos.

Foi visto que quanto maiores os ganhos, mais rápido o sistema entra em modo deslizante. A partir de determinados valores, entretanto, o aumento dos ganhos não diminui significativamente o tempo de alcance. Em situações práticas, o uso de ganhos desnecessariamente elevados não é indicado, podendo resultar em comportamentos não desejados na resposta da malha de controle, tais como aumento do *chattering*, saturação dos atuadores e respostas oscilatórias.

Procura-se obter um critério que oriente a escolha dos ganhos do controlador. Ao invés de tentar encontrar equações analíticas que descrevam as interações entre os ganhos e a resposta do sistema, como realizado pelas equações (4.25) a (4.27), serão feitas considerações baseadas em conceitos básicos da teoria de sistemas de controle com o objetivo de encontrar expressões simples que ajudem na sintonia do controlador. Embora o uso de técnicas mais complexas, como por exemplo a utilização de controladores por modo deslizante integral, pudesse ser investigado, o objetivo é melhorar o desempenho da malha de controle a partir de um procedimento de sintonia

apropriado, sem modificação da estrutura simples e de fácil aplicação prática do controlador em questão.

Das análises realizadas anteriormente, pode-se verificar que os parâmetros menos específicos da malha de controle são os ganhos referentes a ψ_1 (k_{1a} e k_{1b}). Enquanto os ganhos referentes a ψ_2 dependem dos parâmetros a e b da planta e do parâmetro c da função de chaveamento escolhida, a faixa definida para ψ_1 em (4.15) será sempre $k_{1b} < 0 < k_{1a}$. Desse modo, o procedimento de sintonia se focará em encontrar uma expressão que restrinja a escolha de ψ_1 . Os ganhos serão sempre escolhidos de forma simétrica ($k_{1a} = -k_{1b}$ e $k_{2a} = -k_{2b}$).

Comparando a função de transferência (4.22) com a função de transferência de um sistema de segunda ordem padrão (4.28), pode-se estabelecer os parâmetros equivalentes dados por (4.29), sendo ω_n a frequência natural de oscilação e ζ o fator de amortecimento do modelo considerado.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.28)$$

$$\omega_n = \sqrt{b\psi_1} \quad \zeta = \frac{a + b\psi_2}{2\sqrt{b\psi_1}} \quad (4.29)$$

Uma medida da velocidade da resposta transitória de sistemas de segunda ordem é o tempo de subida (t_s). Ele é definido como o tempo necessário para que a resposta do sistema passe de 10% a 90% de seu valor final (Levine, 1996), conforme ilustrado na Figura 4.12.

Especificar o tempo de subida do sistema modelado por (4.22) equivale a especificar uma velocidade inicial para a malha de controle por modos deslizantes, já que nos instantes iniciais, durante o tempo de alcance, sua resposta é descrita por essa função de transferência. Não é possível obter uma expressão precisa para o tempo de subida em termos da frequência natural e do fator de amortecimento. Uma opção é utilizar valores calculados numericamente para diferentes valores de fator de amortecimento a fim de se determinar um valor de tempo de subida normalizado, dado por $\omega_n t_s$ (Nise, 2003). A Figura 4.13 ilustra a computação resultante.

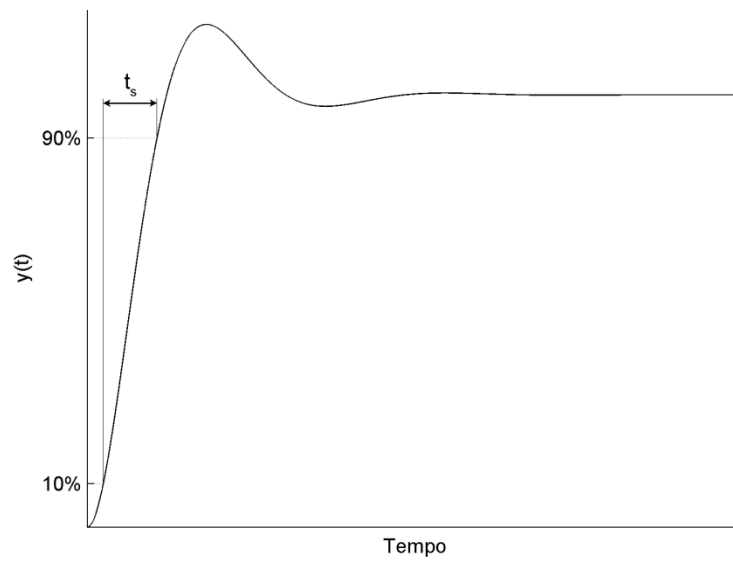


Figura 4.12 – Tempo de subida.

Para obter uma relação aproximada, é suficiente aproximar o gráfico obtido por uma função linear. Utilizando o método dos mínimos quadrados para o cálculo dos coeficientes, chega-se à relação (4.30), que partindo de (4.29) pode ser reescrita na forma (4.31). A aproximação linear é ilustrada em linhas tracejadas na Figura 4.13.

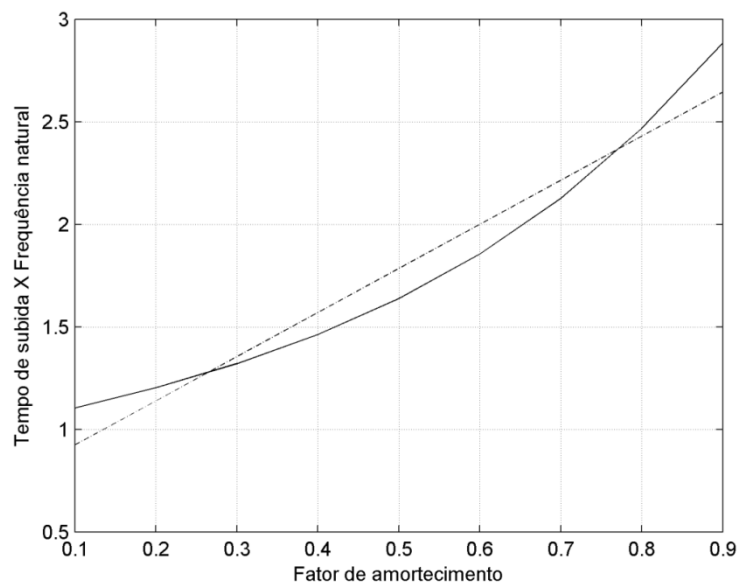


Figura 4.13 – Tempo de subida normalizado versus fator de amortecimento.

$$t_s \omega_n = 2,15\zeta + 0,71 \quad (4.30)$$

$$t_s \sqrt{b\psi_1} = 2,15 \left(\frac{a + b\psi_2}{2\sqrt{b\psi_1}} \right) + 0,71 \quad (4.31)$$

Resolvendo a equação (4.31) para ψ_1 , tem-se a equação (4.32), na qual as constantes K_1 e K_2 são dadas por (4.33).

$$\psi_1 = \frac{K_1^2 + 2K_2 + K_1\sqrt{K_1^2 + 4K_2}}{2} \quad (4.32)$$

$$K_1 = \frac{0,71}{t_s \sqrt{b}}; \quad K_2 = \frac{1,08(a + b\psi_2)}{t_s b} \quad (4.33)$$

Como no modo de alcance os ganhos ψ_1 e ψ_2 são fixos, nas expressões (4.32) e (4.33) é considerado que $\psi_1 = k_{1a}$ e $\psi_2 = k_{2a}$. Para verificar a possibilidade de atribuir o tempo de subida de (4.22) pela equação (4.32), são feitas simulações da resposta ao degrau desse sistema com $a = 2$, $b = 0,5$ e $k_{2a} = 2$. O valor de k_{1a} será variado nos valores 4,3, 9,6 e 22,5, de maneira que, de acordo com a equação (4.32), são esperados tempos de subida aproximadamente iguais a 2, 1 e 0,5 [s], respectivamente. A Figura 4.14 mostra o resultado das simulações. Os tempos de subida foram 2,3, 0,95 e 0,46, resultados próximos aos esperados.

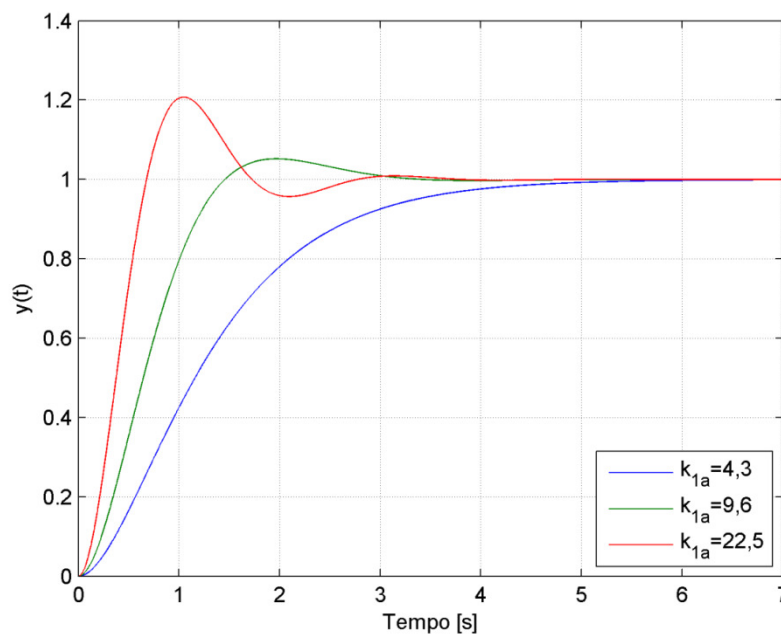


Figura 4.14 – Especificação do tempo de subida da estrutura referente ao modo de alcance.

A ideia do procedimento de sintonia proposto nesse trabalho é fazer com que os ganhos do controlador sejam escolhidos de maneira que a resposta do sistema no modo de alcance apresente uma velocidade adequada quando comparada à velocidade do sistema em modo deslizante, evitando ganhos desnecessariamente elevados ou respostas lentas que demorem a entrar em modo deslizante.

Como visto anteriormente, a constante de tempo do sistema em modo deslizante é dada por $1/c$. Assim, associa-se o tempo de subida de (4.22) à constante de tempo de (4.18) por um parâmetro de ajuste K_a , como visto na equação (4.34).

$$t_s = \frac{K_a}{c} \quad (4.34)$$

Substituindo (4.34) em (4.33), pode-se reescrever as expressões para K_1 e K_2 como em (4.35).

$$K_1 = \frac{c}{K_a} \frac{0,71}{\sqrt{b}}; \quad K_2 = \frac{c}{K_a} \frac{1,08(a + b\psi_2)}{b} \quad (4.35)$$

Para verificar os efeitos da variação de K_a na resposta do sistema, foram realizadas simulações com os parâmetros $a = 1$, $b = 1$, $c = 1,5$ e $k_{2a} = 0,55$. O valor de K_a foi variado entre 0,05 e 5 e o ganho ψ_1 foi calculado de acordo com (4.32) e (4.35). No modo deslizante ideal, a partir do instante em que o sistema atinge a superfície de chaveamento, o estado do sistema se mantém indefinidamente sobre a superfície, ou seja, para $t \geq t_a$, $s(x) = 0$. O afastamento do valor de $s(x)$ de zero a partir do momento em que o sistema entra em modo deslizante indica a ocorrência de oscilações ao redor da superfície de chaveamento e, conseqüentemente, de *chattering*. Nesse trabalho, o somatório do valor absoluto de $s(x)$ em cada instante a partir do tempo de alcance, ou seja, $\sum |s(x, t > t_a)|$, é considerado como uma medida da intensidade do *chattering*. A Figura 4.15 mostra a variação dessa medida e do tempo de alcance com a variação de K_a .

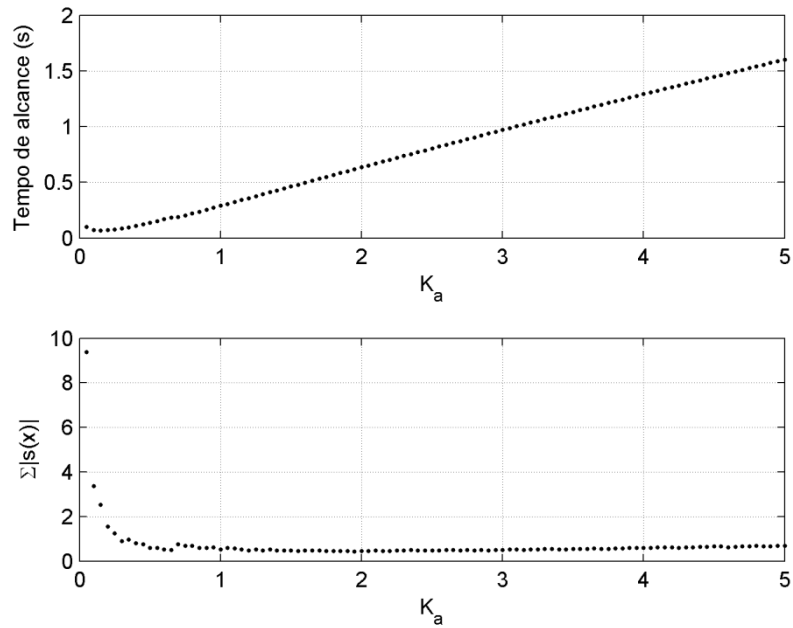


Figura 4.15 – Valores obtidos com parâmetros $a = 1$, $b = 1$, $c = 1,5$ e $\psi_2 = 0,55$.

Para valores adequados do passo de simulação e de T_d , os formatos das respostas apresentadas são aproximadamente os mesmos independente dos parâmetros a , b , c e ψ_2 . Para exemplificar, as Figuras 4.16 a 4.19 mostram os resultados para diferentes valores de parâmetros e ganhos.

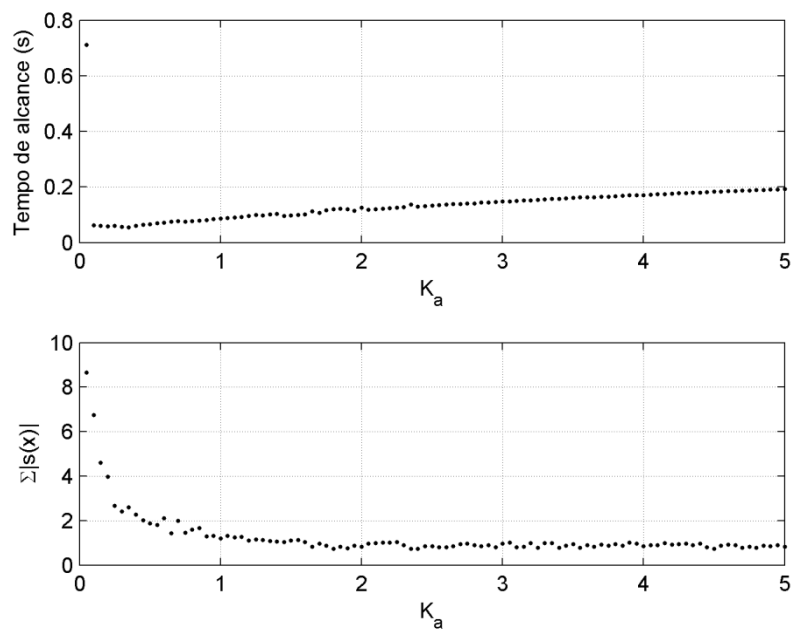


Figura 4.16 – Valores obtidos com parâmetros $a = 1$, $b = 1$, $c = 1,5$ e $\psi_2 = 10$.

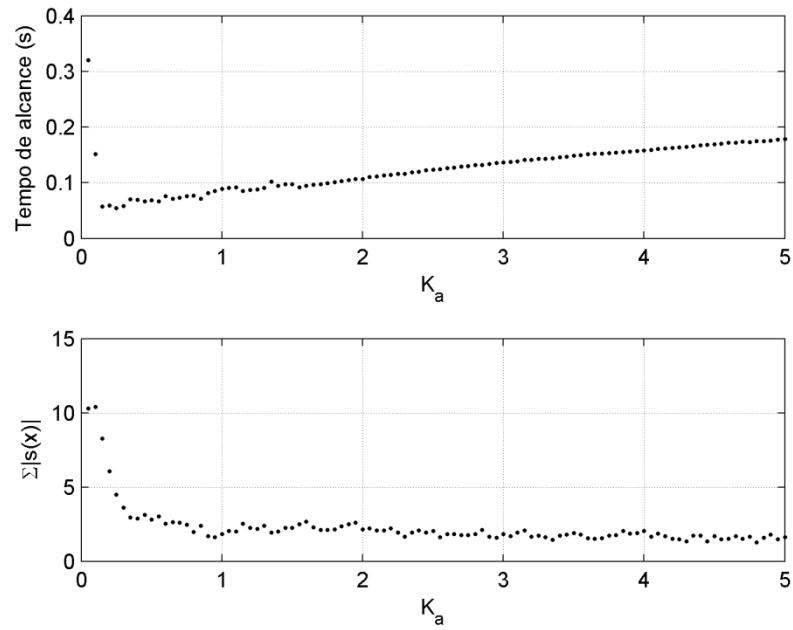


Figura 4.17 – Valores obtidos com parâmetros $a = 1$, $b = 1$, $c = 5$ e $\psi_2 = 10$.

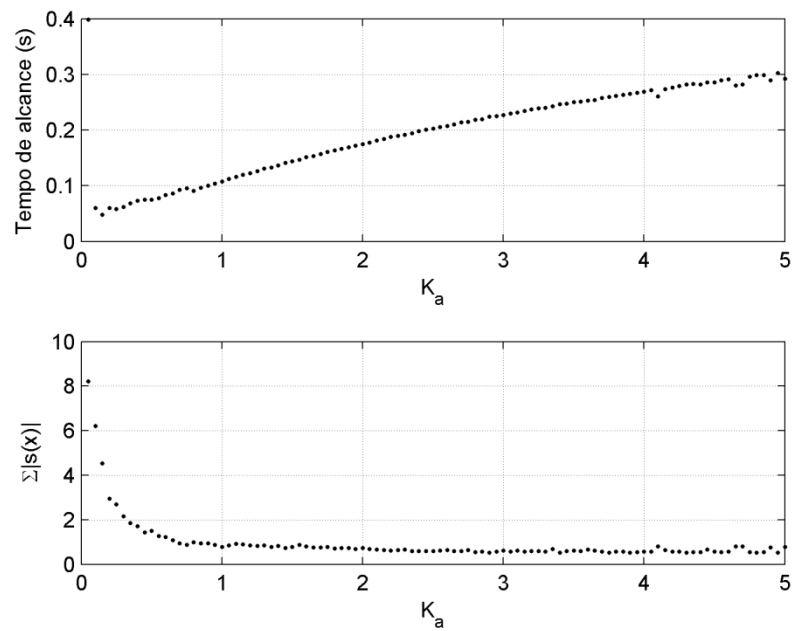


Figura 4.18 – Valores obtidos com parâmetros $a = 1$, $b = 10$, $c = 1,5$ e $\psi_2 = 0,55$.

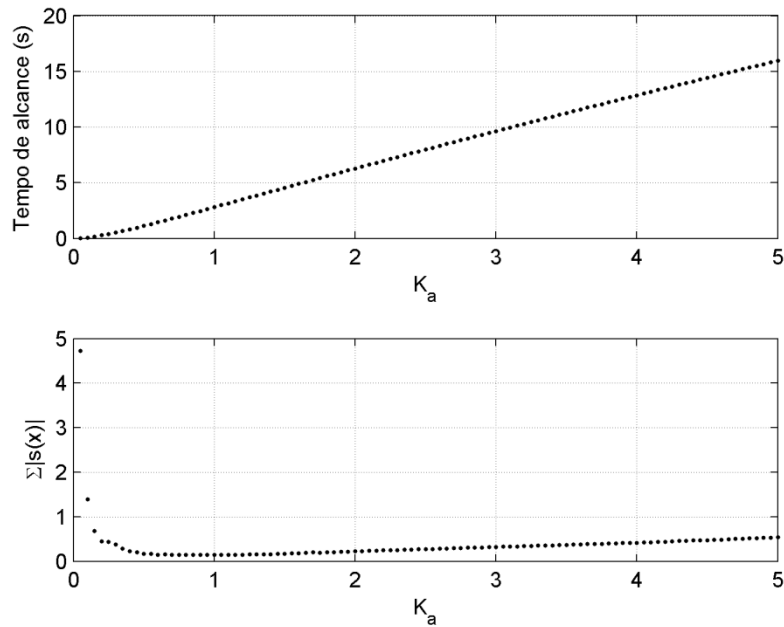


Figura 4.19 – Valores obtidos com parâmetros $a = 0,1$, $b = 0,1$, $c = 0,15$ e $\psi_2 = 0,55$.

Com a realização de simulações utilizando diversos valores para os parâmetros da malha de controle, é possível identificar aproximadamente as seguintes faixas de comportamento do sistema:

- $0,0 < K_a < 0,5$: O sistema encontra rapidamente a linha de chaveamento, mas, devido aos ganhos elevados, o *chattering* é excessivo. Em alguns casos, nota-se que o tempo de alcance para valores baixos de K_a é elevado, indicando que o estado do sistema demora a se estabelecer em uma região próxima à linha de chaveamento devido às oscilações intensas;
- $0,5 \leq K_a \leq 1$: Tempo de alcance baixo e pouca oscilação em torno da superfície de chaveamento, na qual o valor do índice $\sum |s(x)|$ atinge um mínimo;
- $K_a > 1$: O sistema não apresenta oscilações intensas, mas demora a entrar em modo deslizante com o aumento de K_a .

Assim, para uma sintonia adequada, escolhe-se a faixa intermediária indicada por (4.36).

$$0,5 \leq K_a \leq 1 \quad (4.36)$$

Dessa maneira, tem-se uma expressão para cálculo dos ganhos referentes a ψ_1 em função de a , b , c , ψ_2 e do parâmetro de ajuste K_a . O procedimento não fornece uma resposta exata, mas torna possível a obtenção de uma faixa de valores menos imprecisa do que a fornecida por (4.15). Além disso, a sintonia em sistemas práticos pode se concentrar apenas na variação do parâmetro de ajuste K_a .

A Tabela 4.1 resume o procedimento para sintonia dos parâmetros da malha de controle descrito ao longo dessa seção.

Tabela 4.1 – Sintonia dos parâmetros da malha de controle.

Parâmetro	Sintonia
Ganho do integrador k_i	Pode ser ajustado analisando-se (4.15) caso haja limitação dos ganhos referentes a ψ_2 e seja necessário um valor de c maior do que o possível com os ganhos disponíveis. Caso não haja limitação, pode ser considerado com valor unitário.
Parâmetro da linha de chaveamento c	Especifica a dinâmica do sistema de acordo com (4.18).
Ganhos do controlador	ψ_2 Para evitar ganhos desnecessariamente elevados, deve ser escolhido com valor próximo ao calculado em (4.15), levando em consideração as possíveis variações dos parâmetros da planta, caso sejam conhecidas.
	ψ_1 Escolhido de acordo com a equação (4.32), na qual K_1 e K_2 são definidos em (4.35) e K_a é escolhido na faixa (4.36). Os ganhos são escolhidos de forma simétrica, ou seja, $\psi_1 = k_{1a} = -k_{1b}$ e $\psi_2 = k_{2a} = -k_{2b}$.

4.5. Simulações

Para verificar a eficácia do procedimento de sintonia apresentado, são apresentadas simulações da malha de controle com diferentes características de sintonia e sob condições de variação de parâmetros. É simulada também a resposta da malha com um controlador PI convencional para as mesmas condições. O sistema nominal é considerado com parâmetros $K = 1$ e $\tau = 1$. Considerando o ganho do integrador como unitário, os parâmetros de modelagem assumem valores $a = 1$ e $b = 1$.

Para os controladores por modos deslizantes, a função de chaveamento (4.10) é especificada com parâmetro $c = 2$. De acordo com a equação (4.15), as faixas de valores permitidos para os ganhos do controlador são $k_{1b} < 0 < k_{1a}$ e $k_{2b} < 1 < k_{2a}$. Os ganhos utilizados para ψ_2 são $k_{2a} = -k_{2b} = 1,1$. A Figura 4.20 mostra o diagrama de blocos

utilizado nas simulações. Foi utilizado passo de simulação fixo com valor de 1 [ms] e o método de integração de Bogacki-Shampine. A constante do derivador é $T_d = 0,01$.

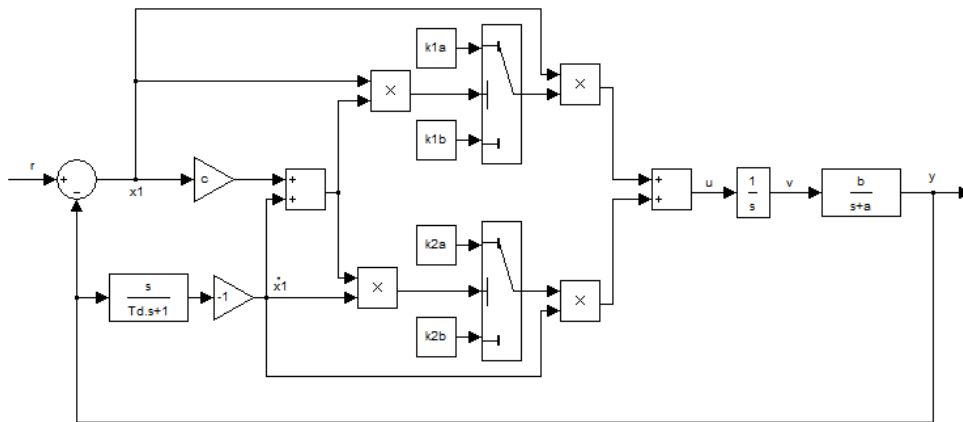


Figura 4.20 – Diagrama de blocos para simulação do controlador por modos deslizantes.

Primeiramente é considerado um controlador projetado de acordo com o procedimento de sintonia proposto. Pela Tabela 4.1, o valor de k_{1a} deve estar na faixa $8,73 < k_{1a} < 22,56$ para uma resposta satisfatória e sem ganhos excessivos para os parâmetros nominais do sistema. Os ganhos são escolhidos com valores $k_{1a} = -k_{1b} = 12,83$, referentes a um valor de $K_a = 0,75$ nas expressões (4.32) e (4.35). A variação de τ corresponde a um valor $\tau = 1,5$ e a variação de K corresponde a um valor $K = 1,5$. A Figura 4.21 mostra a saída do sistema e o sinal de controle da malha resultante. A Figura 4.22 mostra o plano de fase e o valor da função de chaveamento obtidos na simulação.

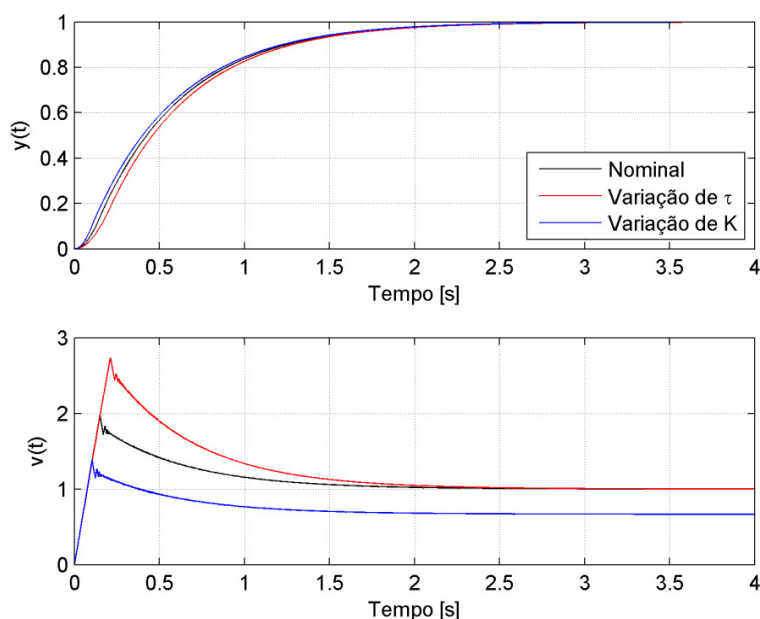


Figura 4.21 – Saída do sistema e sinal de controle usando procedimento proposto.

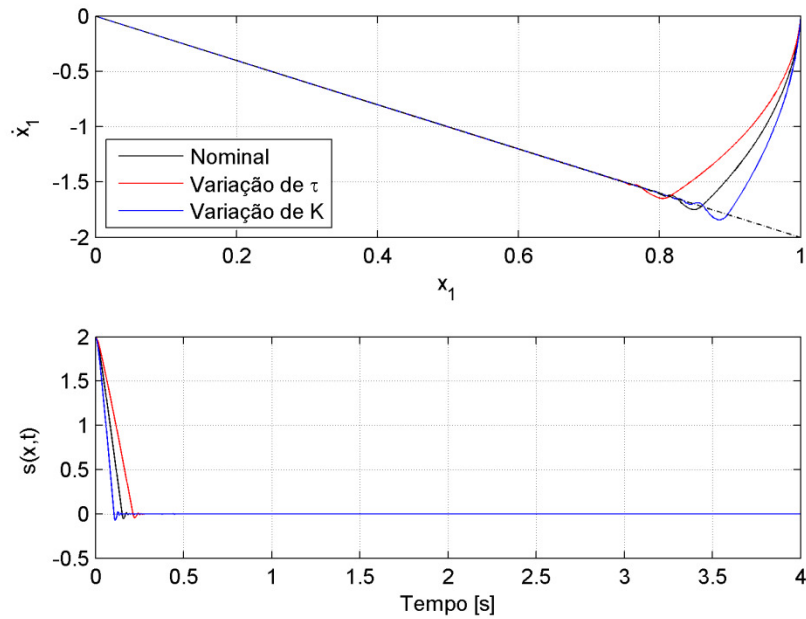


Figura 4.22 – Plano de fase e valor da função de chaveamento usando procedimento proposto.

É simulada também a resposta de um controlador com ganhos considerados insuficientes, com $k_{1a} = -k_{1b} = 1$. A Figura 4.23 mostra a saída do sistema e o sinal de controle e a Figura 4.24 mostra o plano de fase e o valor da função de chaveamento resultantes. Observa-se que a dinâmica do sistema é mais lenta e o sinal de controle é mais suave. Nota-se também que o sistema demora mais para entrar em modo deslizante e que as variações nos parâmetros da planta resultam em respostas com diferenças mais acentuadas entre si.

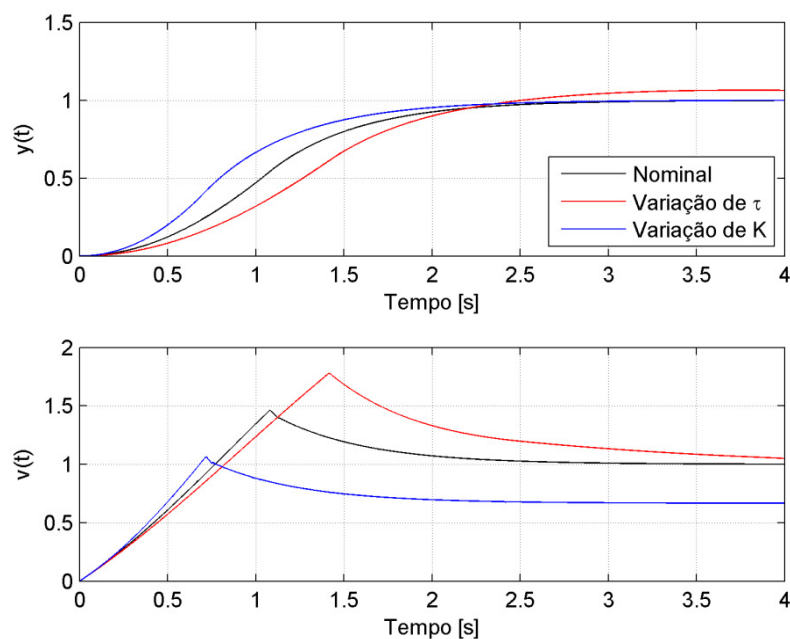


Figura 4.23 – Saída do sistema e sinal de controle usando ganhos insuficientes.

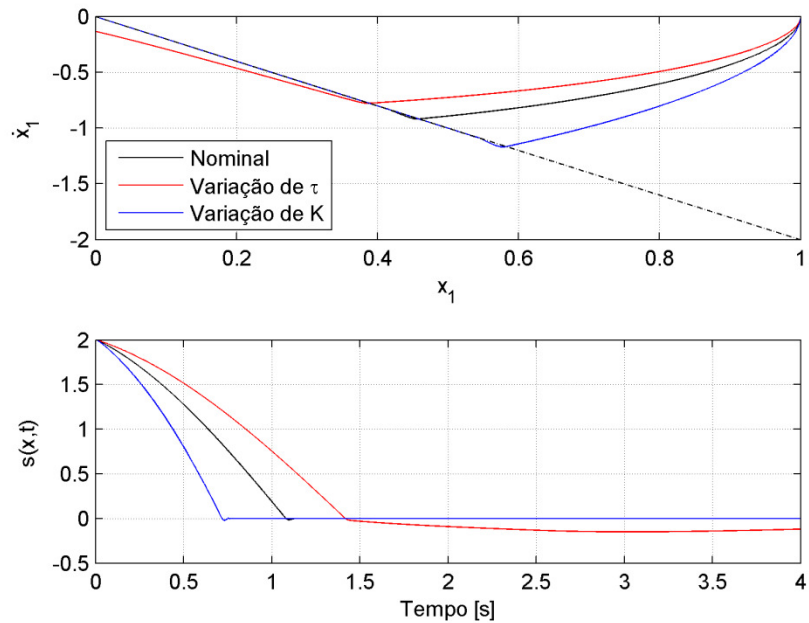


Figura 4.24 – Plano de fase e valor da função de chaveamento usando ganhos insuficientes.

É simulada a resposta para ganhos considerados excessivos com valores $k_{1a} = -k_{1b} = 40$. A Figura 4.25 mostra a saída do sistema e o sinal de controle da malha. A Figura 4.26 mostra o plano de fase e o valor da função de chaveamento. Pode-se verificar que o sinal de controle apresenta oscilações maiores nos instantes iniciais e que há mais oscilação ao redor da linha de chaveamento no instante em que o estado do sistema alcança a mesma.

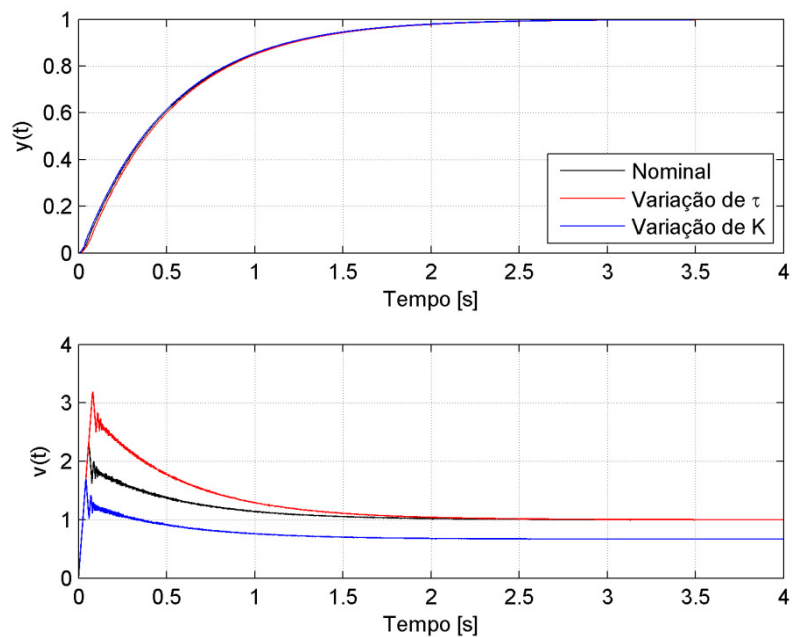


Figura 4.25 – Saída do sistema e sinal de controle usando ganhos excessivos.

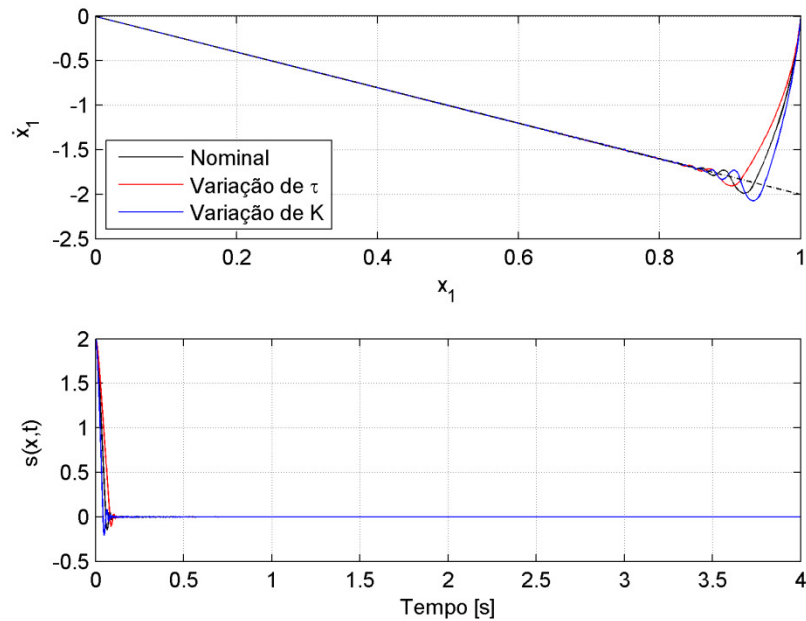


Figura 4.26 – Plano de fase e valor da função de chaveamento usando ganhos excessivos.

Para efeito de comparação, será considerada a utilização de um controlador PI convencional, cujos ganhos são obtidos por técnicas de resposta em frequência. As especificações para a malha de controle são frequência de cruzamento de ganho $\omega_{cg} = 2,85$ rad/s e margem de fase $MF = 70^\circ$. O modelo do sistema a ser controlado é descrito pela função de transferência (4.37). Os ganhos proporcional (K_p) e integral (K_i) são calculados, respectivamente, pelas equações (4.38) e (4.39), nas quais θ é dado por (4.40) (Phillips e Harbor, 2000).

$$G(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (4.37)$$

$$K_p = \frac{\cos(\theta)}{|G(j\omega_{cg})|} \quad (4.38)$$

$$K_i = -\frac{\text{sen}(\theta)\omega_{cg}}{|G(j\omega_{cg})|} \quad (4.39)$$

$$\theta = -180^\circ + MF - \angle G(j\omega_{cg}) \quad (4.40)$$

O diagrama de Bode referente a (4.37) está ilustrado na Figura 4.27, do qual obtém-se:

$$|G(j2,85)| = 0,3311$$

$$\angle G(j2,85) = -70^\circ$$

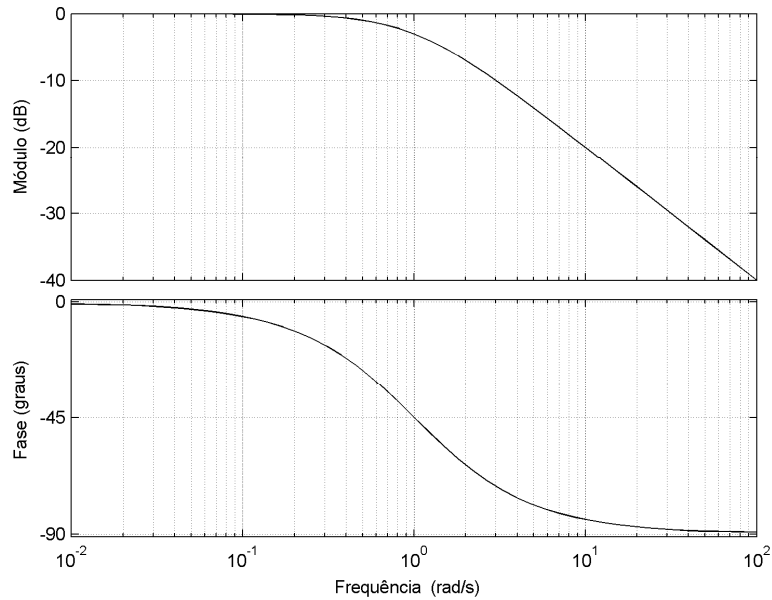


Figura 4.27 – Diagrama de Bode do sistema em malha aberta.

Logo:

$$\theta = -180^\circ + 70^\circ + 70^\circ = -40^\circ$$

$$Kp = \frac{\cos(-40^\circ)}{0,3311} = 2,3$$

$$Ki = -\frac{2,85\text{sen}(-40^\circ)}{0,3311} = 5,5$$

A Figura 4.28 ilustra o diagrama de Bode do sistema compensado, do qual pode ser verificado que as especificações foram atingidas. A Figura 4.29 mostra a saída do sistema e o sinal de controle obtidos na simulação da malha resultante.

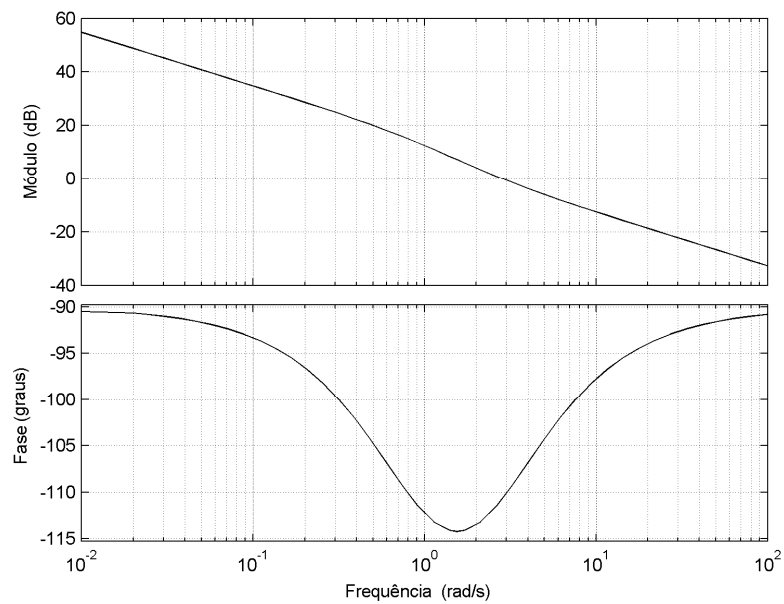


Figura 4.28 – Diagrama de Bode do sistema compensado.

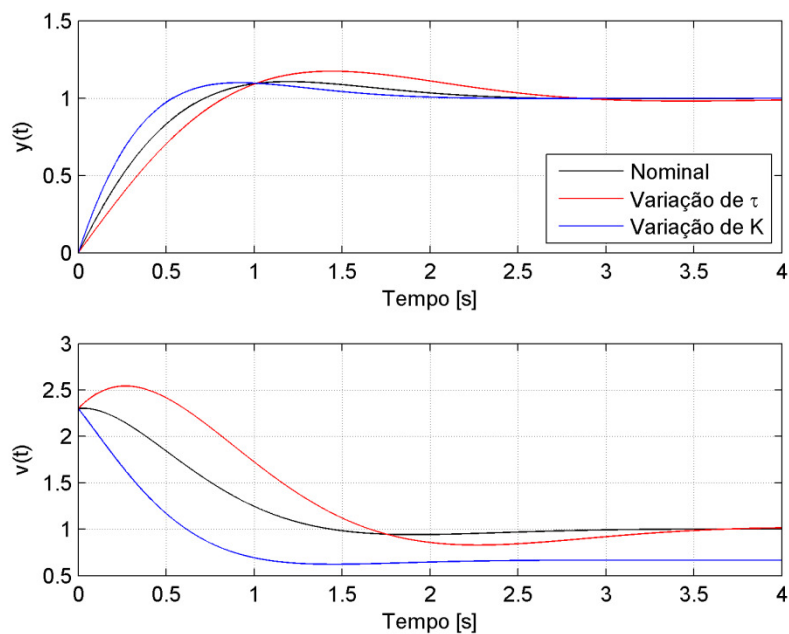


Figura 4.29 – Saída do sistema e sinal de controle usando controlador PI.

Analisando a resposta do sistema das diversas simulações, verifica-se que a saída do sistema com o controlador por modos deslizantes projetado de acordo com o procedimento de sintonia proposto apresenta um desempenho próximo ao do controlador por modos deslizantes com ganhos excessivos. As respostas para esses dois controladores sob condições de variação de parâmetros do modelo do sistema controlado encontram-se bem próximas da resposta com parâmetros nominais. A partir

de certo valor o aumento dos ganhos do controlador não resulta em redução significativa do tempo de alcance e, portanto, não melhora consideravelmente o desempenho do sistema. Pode-se observar que o sinal de controle para o controlador com ganhos excessivos apresenta mais oscilações do que o sinal de controle do controlador com ganhos escolhidos de acordo com o procedimento de sintonia proposto.

Nas simulações apresentadas, as oscilações devido ao *chattering* apresentam amplitudes relativamente pequenas. Em aplicações práticas, as dinâmicas dos atuadores e sensores usualmente são desprezadas na modelagem do processo. Entretanto, a presença dessas dinâmicas em série com a planta faz com que as oscilações devido ao *chattering* sejam intensificadas (Young et al., 1999).

As respostas do controlador por modos deslizantes com ganhos insuficientes sob as condições de variação de parâmetros encontram-se distantes da resposta para o sistema com parâmetros nominais. Observa-se também que o tempo de alcance para esse controlador é bem maior do que para os outros controladores. O controlador PI convencional também apresenta respostas bem distintas da resposta do sistema nominal nas condições de variação de parâmetros.

Para ilustrar a capacidade de rejeição a distúrbios da malha de controle apresentada, foi simulada a resposta dos controladores definidos anteriormente com a ocorrência de um distúrbio em degrau com amplitude unitária que ocorre aos cinco segundos de simulação. As Figuras 4.30 e 4.31 mostram os resultados para o controlador sintonizado de acordo com o procedimento proposto.

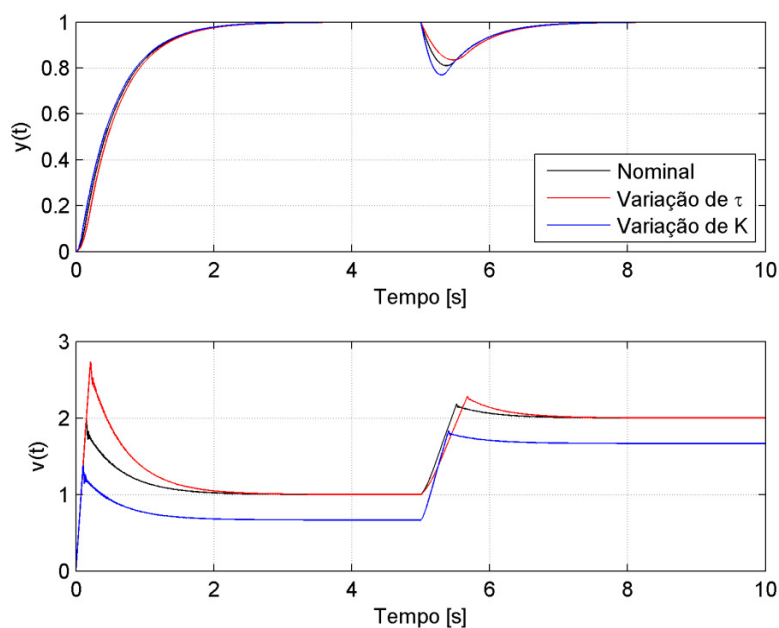


Figura 4.30 – Respostas do sistema na ocorrência de distúrbio usando procedimento proposto.

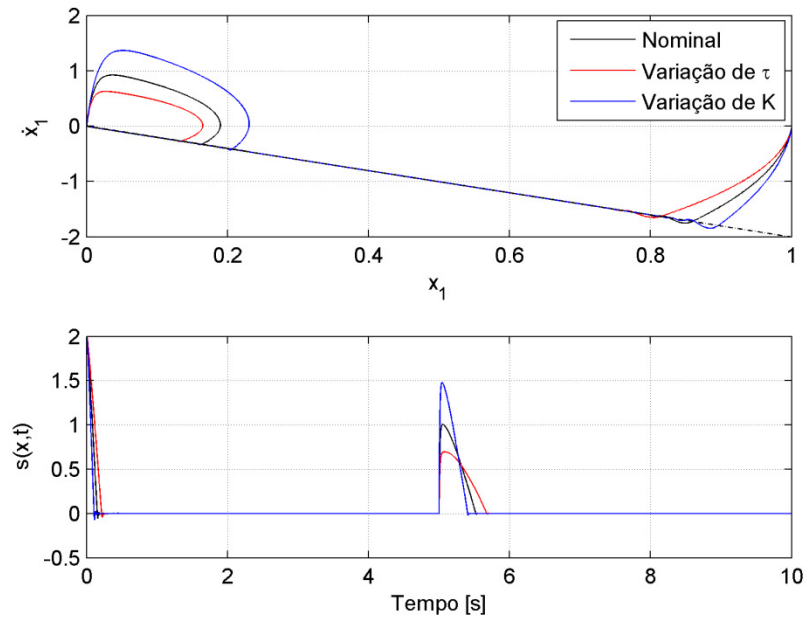


Figura 4.31 – Plano de fase e valor da função de chaveamento na ocorrência de distúrbio usando procedimento proposto.

As Figuras 4.32 e 4.33 mostram os resultados para o controlador com ganhos insuficientes e as Figuras 4.34 e 4.35 mostram os resultados para o controlador com ganhos excessivos.

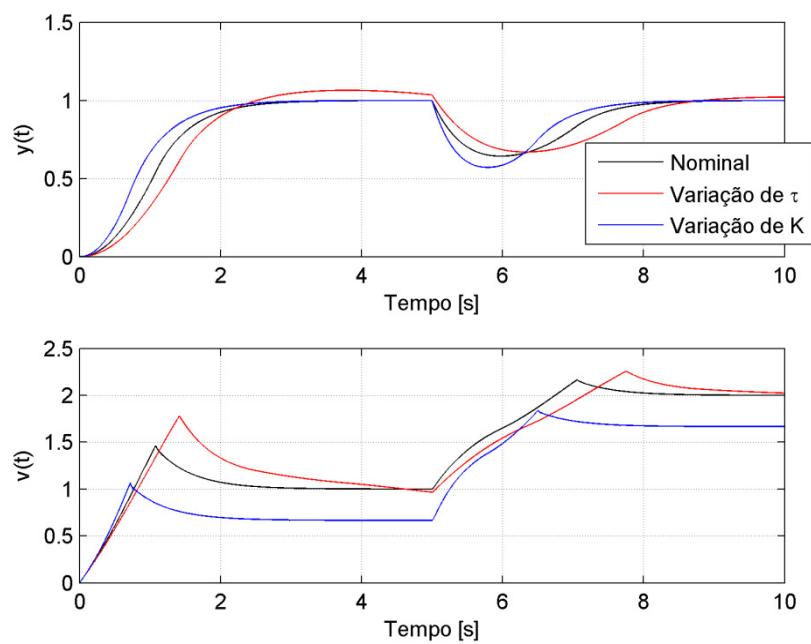


Figura 4.32 – Respostas do sistema na ocorrência de distúrbio usando ganhos insuficientes.

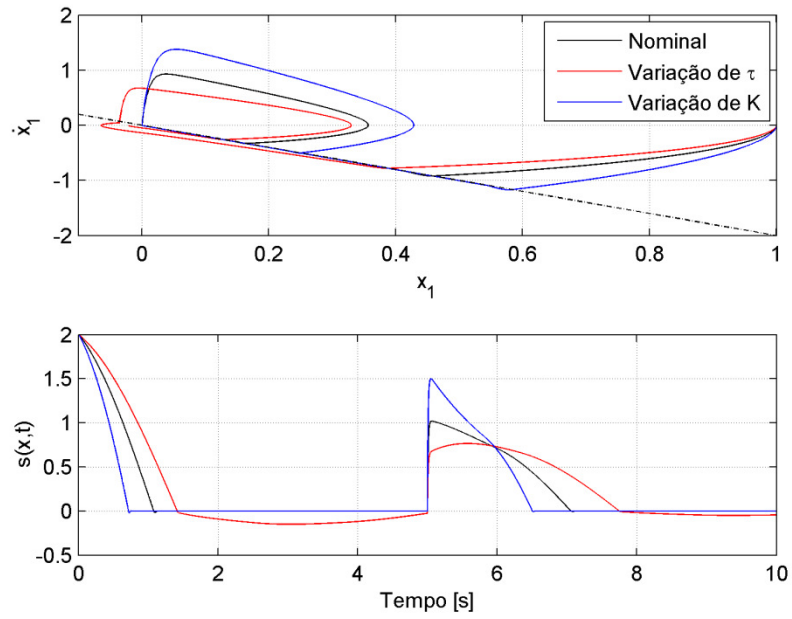


Figura 4.33 – Plano de fase e valor da função de chaveamento na ocorrência de distúrbio usando ganhos insuficientes.

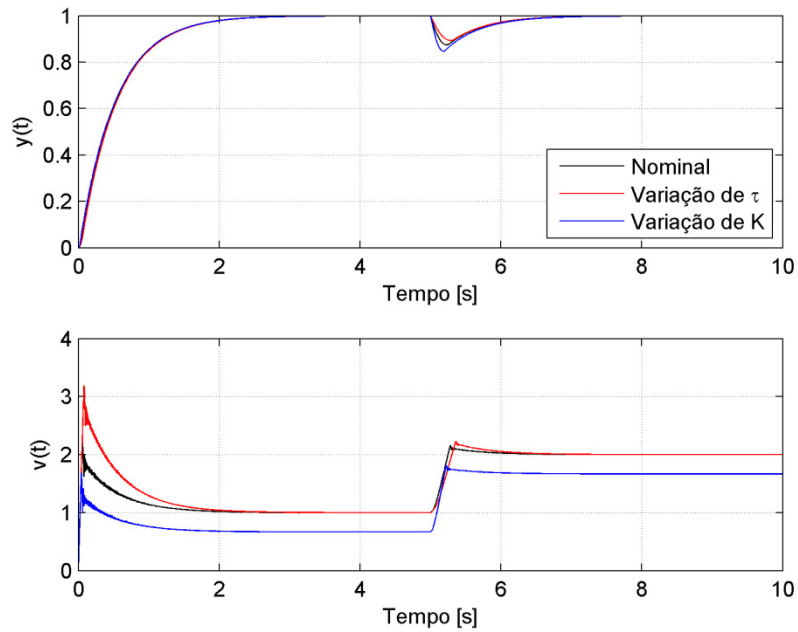


Figura 4.34 – Resposta do sistema na ocorrência de distúrbio usando ganhos excessivos.

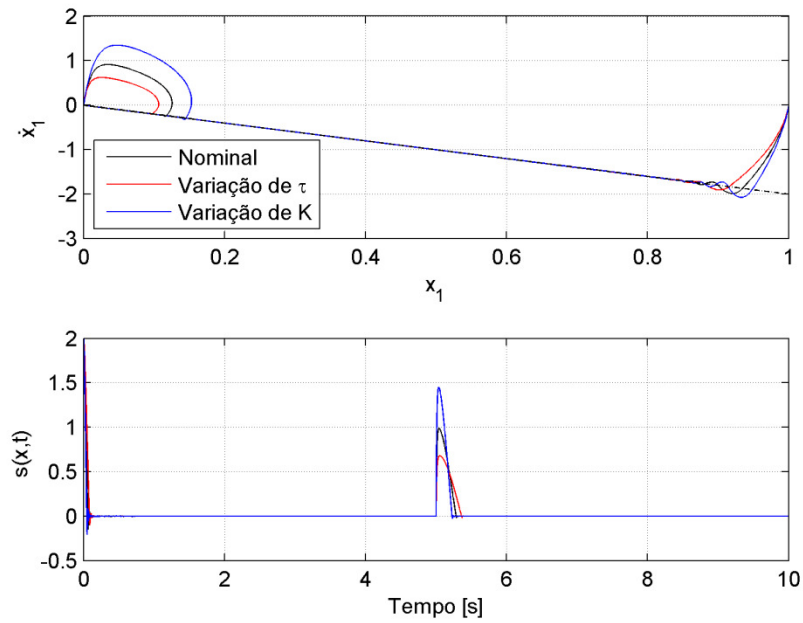


Figura 4.35 – Plano de fase e valor da função de chaveamento na ocorrência de distúrbio usando ganhos excessivos.

Os resultados da simulação com a utilização do controlador PI são apresentados na Figura 4.36.

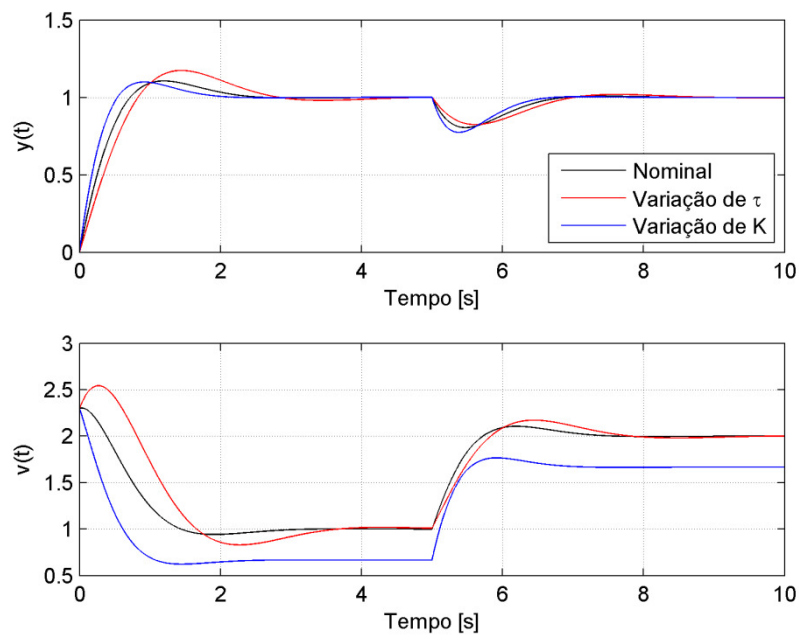


Figura 4.36 – Saída do sistema e sinal de controle na ocorrência de distúrbio usando controlador PI.

Novamente, nota-se que, quando há variação dos parâmetros, o controlador por modos deslizantes projetado de acordo com o procedimento de sintonia proposto e o controlador por modos deslizantes com ganhos excessivos fornecem resultados próximos das respostas obtidas para o sistema nominal na ocorrência de distúrbios. Já o controlador por modos deslizantes com ganhos insuficientes e o controlador PI convencional apresentam respostas mais distantes do caso nominal.

4.6. Extensões

4.6.1. Referências em Rampa

Na seção anterior foi considerado o caso em que o sinal de referência é mantido constante pela maior parte do tempo de operação da malha de controle e é modificado para outro valor constante por uma variação em degrau. Porém, em muitas ocasiões, é desejado que a referência varie suavemente, em forma de rampa, de um valor de referência constante para outro.

A malha de controle apresentada pode ser utilizada para referências em rampa (ou referências arbitrárias em geral) mediante algumas modificações. Nesse caso, a lei de controle utilizada é dada pela equação (4.41).

$$u = \psi_1 x_1 + \psi_2 \dot{x}_1 + \psi_3 \quad (4.41)$$

A variável de estado x_1 continua definida como em (4.5). A derivada de x_1 é dada por (4.42) e a segunda derivada de x_1 é dada por (4.43).

$$\dot{x}_1 = \dot{r} - \dot{y} \quad (4.42)$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{r} - \ddot{y} = \ddot{r} + a\dot{y} - bu \quad (4.43)$$

Os ganhos ψ_1 e ψ_2 são chaveados de acordo com a equação (4.9). O ganho ψ_3 é chaveado de acordo com a equação (4.44).

$$\psi_3 = \begin{cases} k_{3a} & \text{se } s(x) > 0, \\ k_{3b} & \text{se } s(x) < 0. \end{cases} \quad (4.44)$$

A partir de (4.41), (4.43) e (4.44), da função de chaveamento (4.10) e da condição de alcance ao modo deslizante (4.11), pode-se realizar uma análise semelhante à feita em (4.12)-(4.14), chegando-se às condições (4.45) para a escolha dos ganhos.

$$\begin{aligned} k_{1b} &< 0 < k_{1a} \\ k_{2b} &< \min \left[\frac{c}{b} \right] \max < k_{2a} \\ k_{3b} &< \min \left[\frac{\ddot{r} + a\dot{y}}{b} \right] \max < k_{3a} \end{aligned} \quad (4.45)$$

Para um sinal de referência do tipo rampa, o valor de \ddot{r} é nulo. Caso o máximo e o mínimo valor que \dot{y} possa assumir sejam conhecidos (devido a limitações físicas, por exemplo), os ganhos referentes a ψ_3 podem ser tomados como fixos. Se essa informação não for conhecida, pode-se utilizar ganhos variáveis que dependem do valor medido de \dot{y} , como indicado na equação (4.46), na qual $\eta > 1$. O valor de η deve ser escolhido próximo a 1 para evitar ganhos desnecessariamente elevados.

$$k_{3a} = \eta |\dot{y}| \max \left[\frac{a}{b} \right] = -k_{3b} \quad (4.46)$$

A escolha dos ganhos nas faixas definidas em (4.45) garante a estabilidade e o alcance ao modo deslizante. Entretanto, a definição de um procedimento de sintonia como feito para o caso da referência do tipo degrau não é simples, visto que a descrição da dinâmica do sistema no modo de alcance para o caso em que lei de controle é dada por (4.41) não é trivial. Porém, para obter uma indicação aproximada de quais valores de ganhos ψ_1 resultam em respostas adequadas, pode-se utilizar a mesma ideia da metodologia apresentada resumidamente na Tabela 4.1.

Assim, são gerados os gráficos da influência da variação de K_a no tempo de alcance e no índice que indica a ocorrência de *chattering* para o caso em que a referência varia em rampa. Foi utilizada uma malha de controle com parâmetros $a = 1$, $b = 1$, $c = 1,5$, $k_{2a} = 1,55$ e $k_{3a} = 1,1|\dot{y}|$. O valor de K_a foi variado entre 0,1 e 30 e o ganho ψ_1 (k_{1a}) foi calculado de acordo com (4.32) e (4.35). Os ganhos são escolhidos de maneira simétrica. A Figura 4.37 mostra os resultados das simulações. A faixa de valores de K_a com bom compromisso entre baixo tempo de alcance e pouca ocorrência de *chattering* pode ser considerada aproximadamente como $10 \leq K_a \leq 20$.

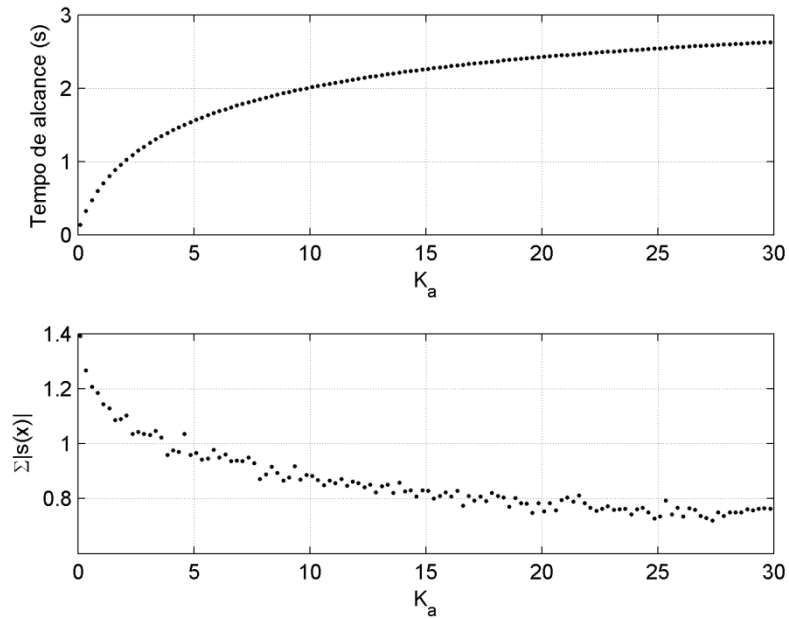


Figura 4.37 – Efeito da variação de K_a nas características da malha de controle para referência em rampa.

Como exemplo, seja o sistema modelado pelos parâmetros $a = 1$ e $b = 1$, com $c = 2$, $k_{2a} = 2,1$ e $k_{3a} = 1,1|\dot{y}|$. O ganho k_{1a} deve estar na faixa $0,38 \leq k_{1a} \leq 0,79$. O valor escolhido é $k_{1a} = 0,5$. A Figura 4.38 mostra a saída do sistema e o sinal de controle da malha para uma referência em rampa unitária. A Figura 4.39 mostra o plano de fase e o valor da função de chaveamento obtidos na simulação.

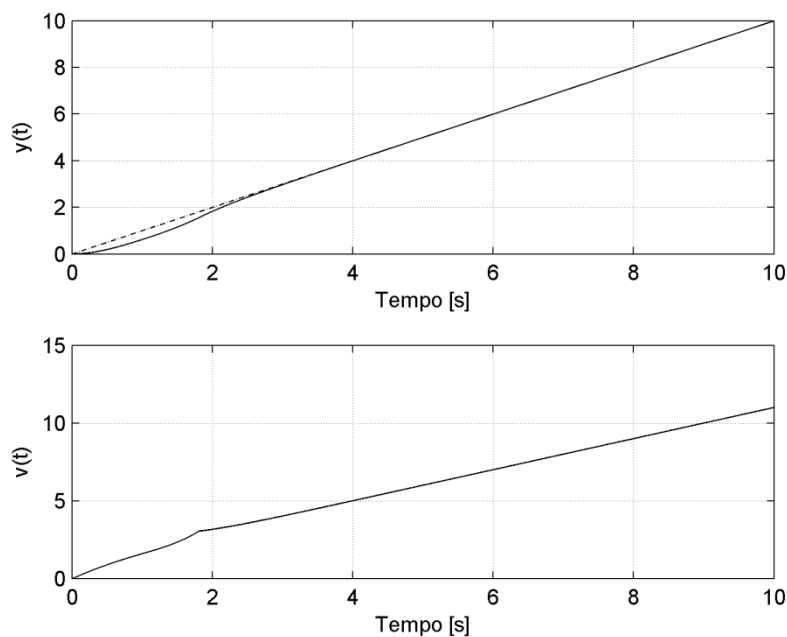


Figura 4.38 – Saída do sistema e sinal de controle com entrada em rampa.

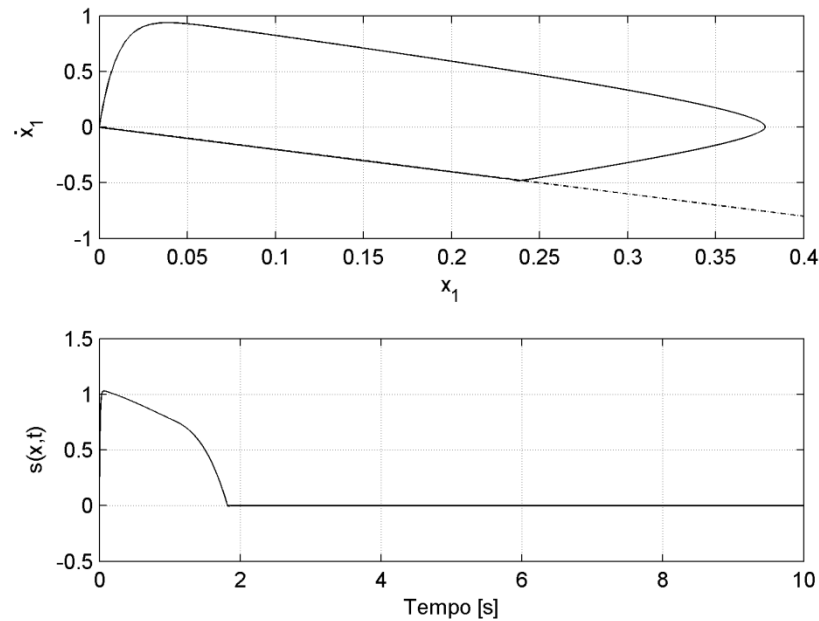


Figura 4.39 – Plano de fase e valor da função de chaveamento com entrada em rampa.

4.6.2. Sistemas com Tempo Morto

Sistemas de primeira ordem com tempo morto (ou atraso puro, atraso de transporte) são capazes de representar o comportamento da maior parte dos processos industriais. As análises realizadas nas seções anteriores não consideram a existência do tempo morto no modelo do sistema a ser controlado. Existem várias abordagens para a análise de sistemas de controle por modos deslizantes para processos com tempo morto (Utkin et al., 1999; Camacho et al., 2007). Nessa seção será mostrada uma solução baseada no preditor de Smith, que não exige grandes alterações no método de projeto e na estrutura geral da malha de controle adotada.

O preditor de Smith (Smith, 1957) é uma estratégia de projeto de controladores para processos com tempo morto significativo e estáveis em malha aberta. Ele consiste de um controlador convencional e uma malha de realimentação interna que contém o modelo do processo com e sem o tempo morto (Levine, 1996). A estrutura da malha de controle por modos deslizantes com o preditor de Smith é ilustrada na Figura 4.40.

O sistema a ser controlado é descrito por uma função de transferência de primeira ordem $G(s)$, definida pela equação (4.47), na qual os parâmetros a e b são definidos em (4.6), e um tempo morto de valor T , representado por e^{-Ts} . A variável de estado x_1 é redefinida como ilustrado na Figura 4.40.

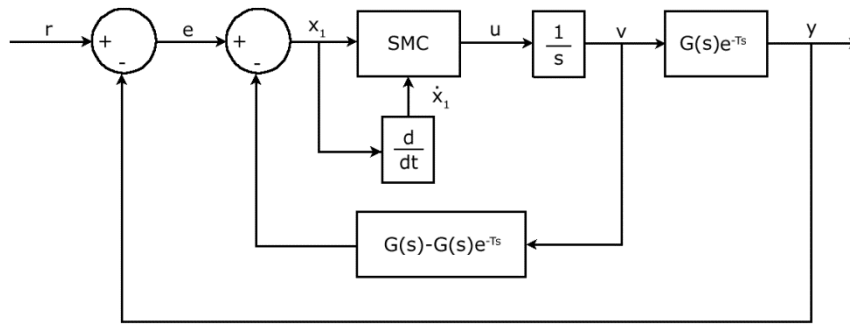


Figura 4.40 – Estrutura da malha de controle com preditor de Smith para sistemas com tempo morto.

$$G(s) = \frac{b}{s + a} \quad (4.47)$$

Assumindo que não há distúrbios ou erros de modelagem do processo, o sinal de realimentação para o controlador por modos deslizantes contém uma predição de $y(t)$, T unidades de tempo adiante, “cancelando” o tempo morto associado ao sistema (Zhong, 2006). A resposta do sistema controlado com o preditor de Smith equivale à resposta atrasada de um sistema sem tempo morto, de maneira equivalente ao deslocamento do atraso para fora da malha de realimentação, como ilustrado na Figura 4.41. Desse modo, o controlador pode ser projetado da maneira convencional, desconsiderando o tempo morto.

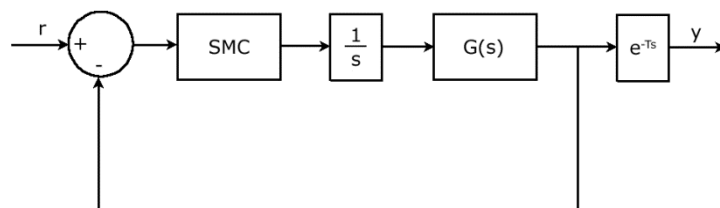


Figura 4.41 – Malha equivalente para controlador por modos deslizantes com preditor de Smith.

No caso real, com ocorrência de distúrbios e erros de modelagem, a robustez do controlador projetado para utilização com o preditor de Smith deve ser analisada de maneira mais cuidadosa (Levine, 1996). Para o caso específico do controlador por modos deslizantes, entretanto, a robustez associada a esse tipo de sistema de controle resulta na compensação dos eventuais distúrbios e erros de modelagem inerentes ao processo controlado (Camacho et al., 2007).

Para exemplificar a aplicação da malha de controle ilustrada, seja um sistema modelado por $a = 1$, $b = 1$ e tempo morto $T = 0,25$. É projetado um controlador por

modos deslizantes de acordo com o procedimento resumido na Tabela 4.1, com parâmetros $c = 2$, $k_{1a} = 12,83$ e $k_{2a} = 1,1$. A estrutura da malha de controle simulada é a ilustrada na Figura 4.40, com o preditor de Smith. A Figura 4.42 mostra a saída do sistema e o sinal de controle e a Figura 4.43 mostra o plano de fase e o valor da função de chaveamento obtidos na simulação.

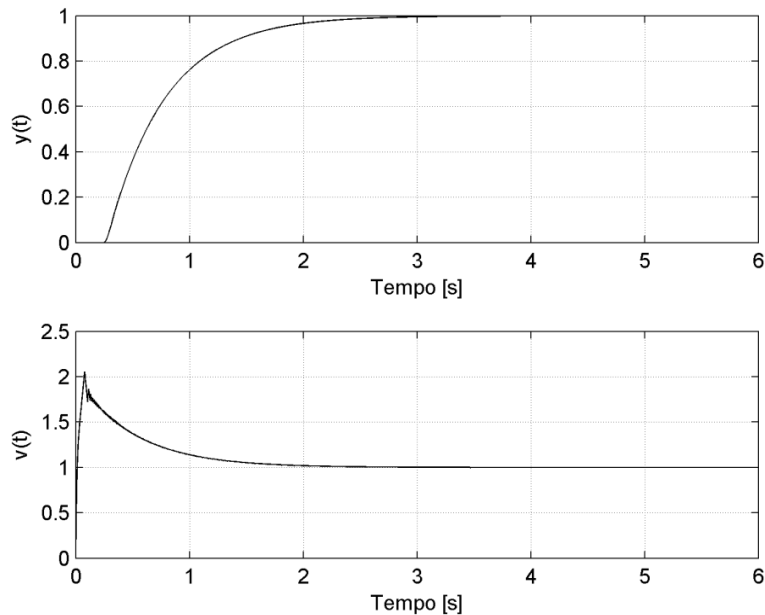


Figura 4.42 – Saída do sistema e sinal de controle em sistema com preditor de Smith.

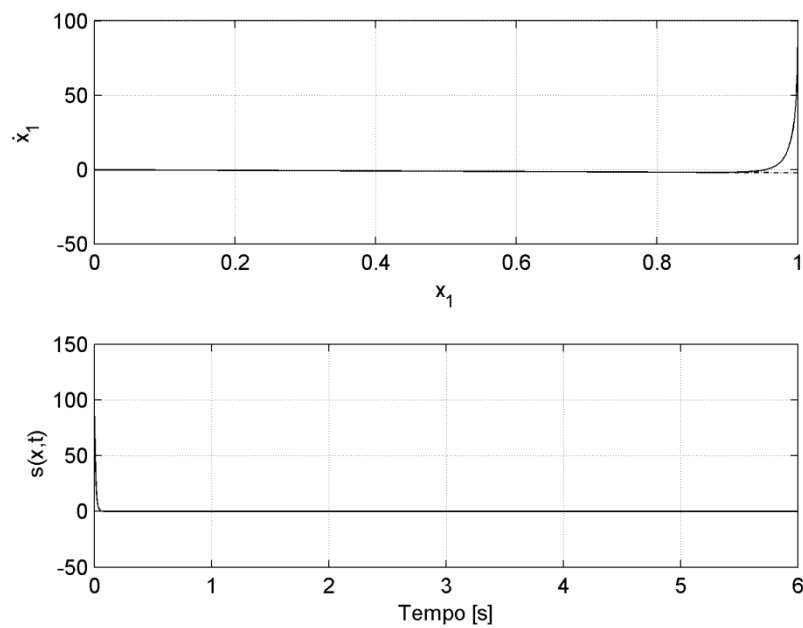


Figura 4.43 – Plano de fase e valor da função de chaveamento em sistema com preditor de Smith.

A Figura 4.44 mostra a resposta da malha de controle sem preditor de Smith para o sistema com tempo morto e a Figura 4.45 mostra a resposta da malha de controle com o preditor de Smith. A resposta do sistema sem tempo morto e com o controlador original está representada em linha tracejada nessas duas figuras.

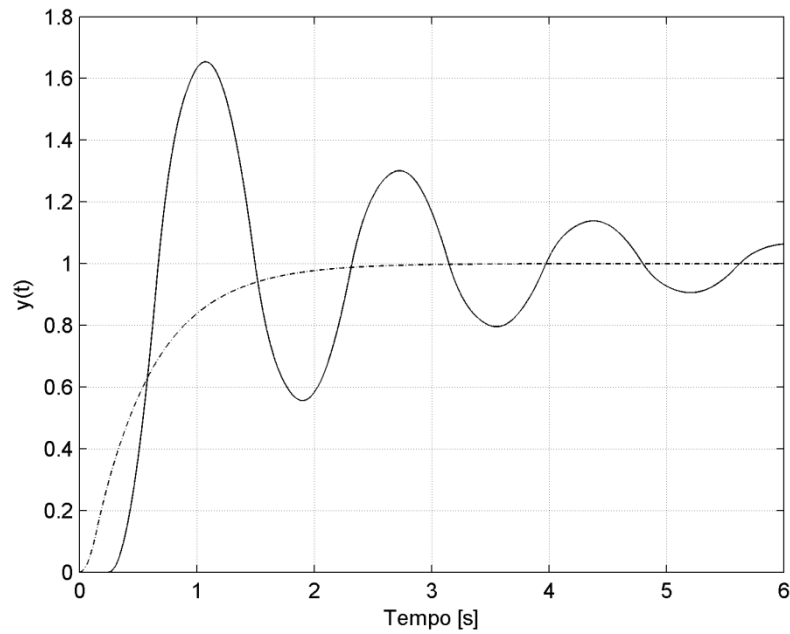


Figura 4.44 – Resposta da malha de controle sem preditor de Smith para sistema com tempo morto.

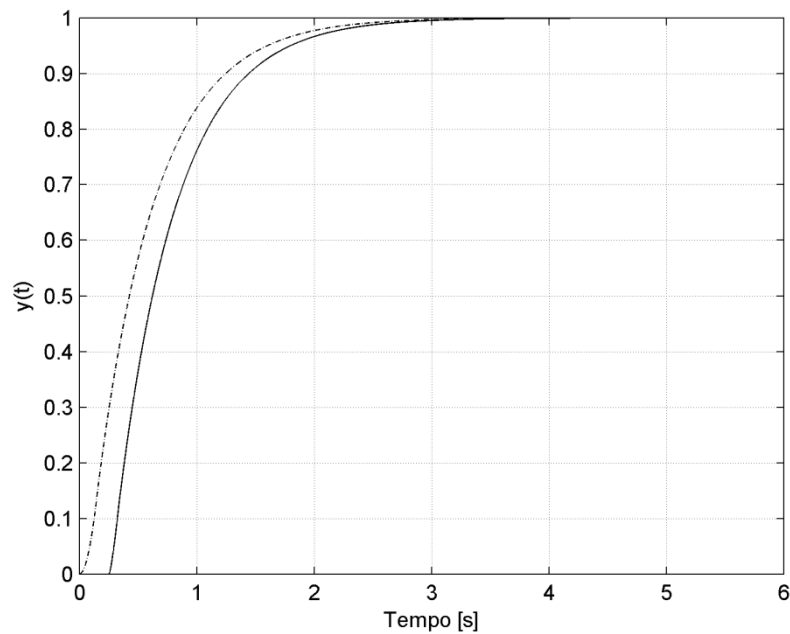


Figura 4.45 – Resposta da malha de controle com preditor de Smith.

Verifica-se que quando o tempo morto não é adequadamente tratado, a resposta do sistema se torna oscilatória. Com a inclusão do preditor de Smith a resposta da malha se torna similar à resposta do controlador original para um sistema sem tempo morto.

Capítulo 5

Aplicação da Teoria dos Conjuntos Aproximados em Sistemas de Controle por Modos Deslizantes

5.1. Introdução

O objetivo desse capítulo é mostrar, no contexto de controladores por modos deslizantes, a possibilidade da substituição de estruturas que apresentam formas computacionais complexas por conjuntos de regras obtidas utilizando-se conceitos relativos à TCA. Será visto que as regras obtidas via TCA podem apresentar formato computacional mais simples do que os sistemas originais, resultando em menores tempos de computação do algoritmo de controle resultante. Isso possibilita a realização desses algoritmos em diversos processadores digitais em que o tempo de processamento do algoritmo seja um fator crítico.

Como já visto anteriormente (Capítulo 2), a utilização de técnicas de inteligência computacional em projetos de controladores por modos deslizantes pode ser classificada em duas categorias. Na abordagem indireta, o método de projeto do controlador por modos deslizantes é seguido como em um método convencional, estando o sistema de inteligência computacional limitado a uma tarefa secundária. A abordagem direta diz respeito ao projeto de um controlador “inteligente” cujo princípio de operação se apoia na teoria de controladores por modos deslizantes. Esse capítulo apresenta a aplicação de conjuntos difusos (*fuzzy sets*) e conjuntos aproximados (*rough sets*) nessas duas categorias.

São apresentadas duas técnicas que utilizam sistemas *fuzzy* como base para geração das regras associadas aos sistemas de controle por modos deslizantes. A primeira técnica apresentada parte da introdução do conceito de camada limite, cujo objetivo é reduzir a ocorrência do *chattering*. É apresentado como a espessura dessa camada pode ser adaptada por um sistema *fuzzy* (abordagem indireta), que em seguida é adequadamente substituído por um conjunto de regras obtidas via conjuntos aproximados, ou regras aproximadas. A segunda técnica apresentada parte de um controlador *fuzzy* cujo princípio de operação se baseia nos conceitos da teoria de controle por modos deslizantes (abordagem direta). O conjunto de regras *fuzzy* do controlador é adequadamente substituído por um conjunto de regras aproximadas.

5.2. Sistemas Fuzzy

O objetivo de um modelo ou sistema *fuzzy* é mapear de maneira conveniente um espaço de entrada para um espaço de saída. O mapeamento é feito por intermédio de sentenças do tipo IF-THEN, que recebem o nome de regras. Entre suas vantagens estão a sua flexibilidade, tolerância a dados com imprecisões e capacidade de modelar funções não lineares complexas (MathWorks, 2012). Os fundamentos da lógica *fuzzy* foram definidos por Zadeh (Zadeh, 1965), tendo sua aplicação em sistemas de controle sido popularizada a partir dos trabalhos de Mamdani (Mamdani, 1976). A seguir será apresentada uma revisão básica sobre conjuntos *fuzzy*.

Seja U um conjunto de objetos denotados genericamente por $\{u\}$, que podem ser discretos ou contínuos. U é o chamado universo de discurso e u representa o elemento genérico de U . Um conjunto *fuzzy* F em um universo de discurso U é caracterizado por uma função de pertinência μ_F que assume valores no intervalo $[0, 1]$, ou seja, $\mu_F: U \rightarrow [0, 1]$. Assim, um conjunto *fuzzy* F em U pode ser representado como um conjunto de pares ordenados constituídos de um elemento genérico u e seu respectivo grau de pertinência, conforme a representação (5.1) (Lee, 1990).

$$F = \{(u, \mu_F(u)) | u \in U\} \quad (5.1)$$

Um conjunto *fuzzy* pode conter elementos com graus de pertinência parciais, enquanto conjuntos clássicos só permitem elementos que pertençam ou não a determinado conjunto (ou seja, em um conjunto clássico, o grau de pertinência pode assumir somente dois valores, 0 ou 1). O uso de conjuntos *fuzzy* fornece a base para um método sistemático de manipulação de informações vagas e imprecisas. Em particular, pode-se utilizar conjuntos *fuzzy* na representação de variáveis linguísticas. A Figura 5.1 ilustra o exemplo da variável linguística temperatura, que pode assumir valores baixa, média e alta, que são descritos por seus respectivos conjuntos *fuzzy* (Gomide et al., 1995).

O comportamento do sistema *fuzzy* é definido por um conjunto de regras do tipo IF-THEN usadas para formular declarações condicionais. Por exemplo, para um sistema com duas entradas e uma saída, as regras possuem o formato (5.2), no qual x , y e z são variáveis linguísticas definidas nos universos de discurso A , B e C , respectivamente. A parte da regra “ $x = A_n$ AND $y = B_n$ ” é chamada antecedente e a parte “ $z = C_n$ ” é denominada conseqüente.

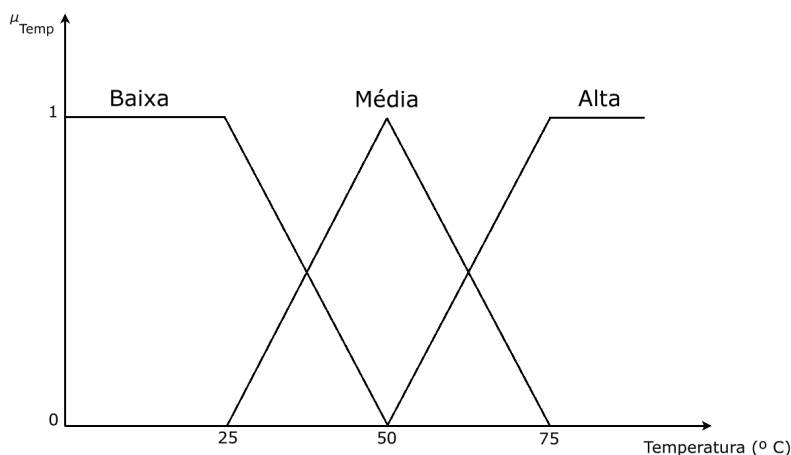


Figura 5.1 – Conjuntos *fuzzy* para variável linguística temperatura.

$$\begin{aligned}
 r_1: & \text{ IF } x = A_1 \text{ AND } y = B_1 \text{ THEN } z = C_1; \\
 r_2: & \text{ IF } x = A_2 \text{ AND } y = B_2 \text{ THEN } z = C_2; \\
 & \dots \\
 r_n: & \text{ IF } x = A_n \text{ AND } y = B_n \text{ THEN } z = C_n;
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

O primeiro passo no processo de inferência *fuzzy* diz respeito ao procedimento de fuzificação, que determina os graus de pertinência das variáveis de entrada aos conjuntos *fuzzy* por intermédio das funções de pertinência associadas. Caso o antecedente de alguma regra tenha mais de uma parte, ou seja, contenha operadores AND ou OR, as operações correspondentes são realizadas para obter um único número que represente o antecedente para a regra. Usualmente, as operações associadas aos operadores AND e OR são, respectivamente, *min* e *max*.

Cada regra resulta em um conjunto *fuzzy* cuja função de pertinência é dada pelo conjunto *fuzzy* do consequente modificado pelo valor do antecedente. A operação mais comum nessa etapa é o método *min*. Para cada variável de saída, os conjuntos *fuzzy* resultantes do processamento das regras são agregados em um único conjunto. O método de agregação mais comum é o método *max*.

O passo final é o procedimento de defuzificação, que, para cada variável de saída do sistema, transforma o conjunto *fuzzy* resultante da etapa de agregação em um número não-*fuzzy*. Um dos métodos mais comuns nessa etapa é o método do centroide. A Figura 5.2 ilustra a estrutura geral de um sistema *fuzzy*.

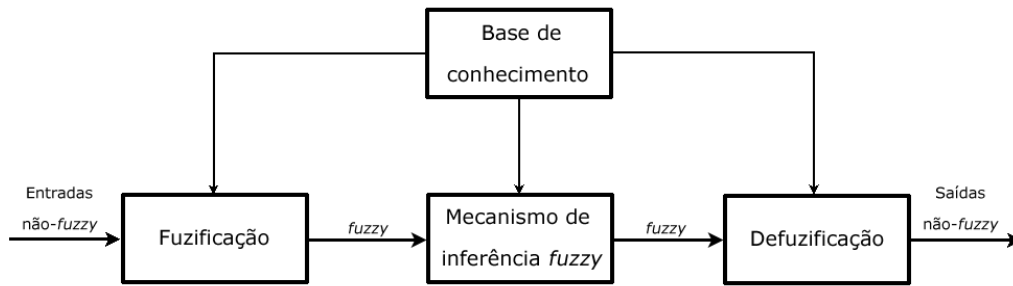


Figura 5.2 – Estrutura de um sistema *fuzzy*.

Como exemplo, seja um sistema *fuzzy* com duas variáveis de entrada, uma variável de saída e três regras, definidas em (5.3). As variáveis de entrada são x e y , que podem pertencer aos conjuntos A_1 , A_2 e B_1 , B_2 , respectivamente, e são representadas pelas funções de pertinência ilustradas na Figura 5.3. A variável de saída z pode pertencer aos conjuntos C_1 , C_2 e C_3 , ilustrados na Figura 5.4. Os universos de discurso de todas as variáveis são definidos como sendo o intervalo $[0, 1]$.

$$\begin{aligned}
 r_1: & \text{ IF } x = A_1 \text{ AND } y = B_1 \text{ THEN } z = C_1; \\
 r_2: & \text{ IF } x = A_1 \text{ AND } y = B_2 \text{ THEN } z = C_2; \\
 r_3: & \text{ IF } x = A_2 \text{ THEN } z = C_3;
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

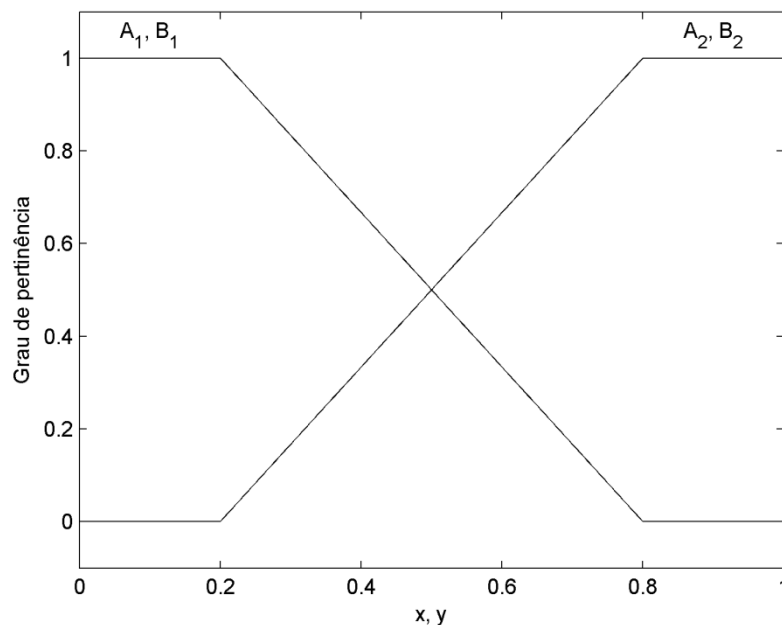


Figura 5.3 – Conjuntos *fuzzy* para variáveis de entrada referente ao exemplo.

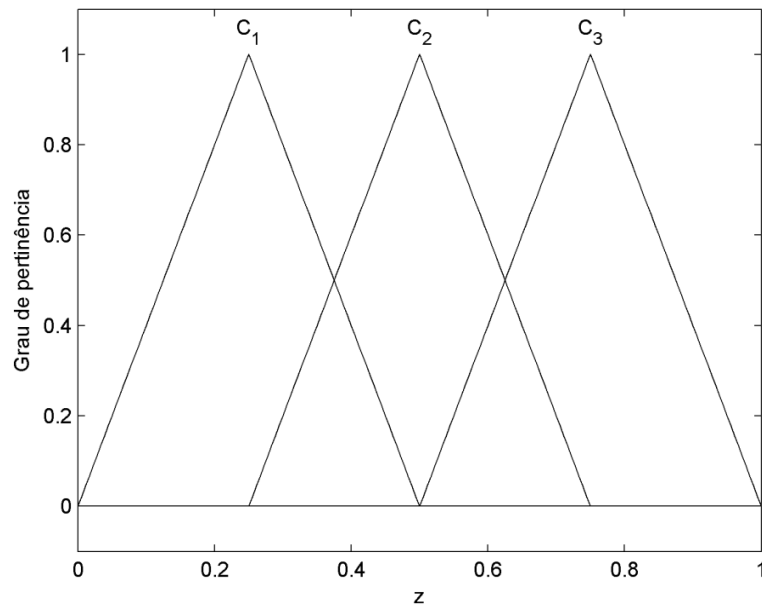


Figura 5.4 – Conjuntos *fuzzy* para variável de saída referente ao exemplo.

A Figura 5.5 ilustra o processo de inferência *fuzzy* para o caso em que as variáveis de entrada assumem valores $x = 0,3$ e $y = 0,6$, resultando na saída $z = 0,46$.

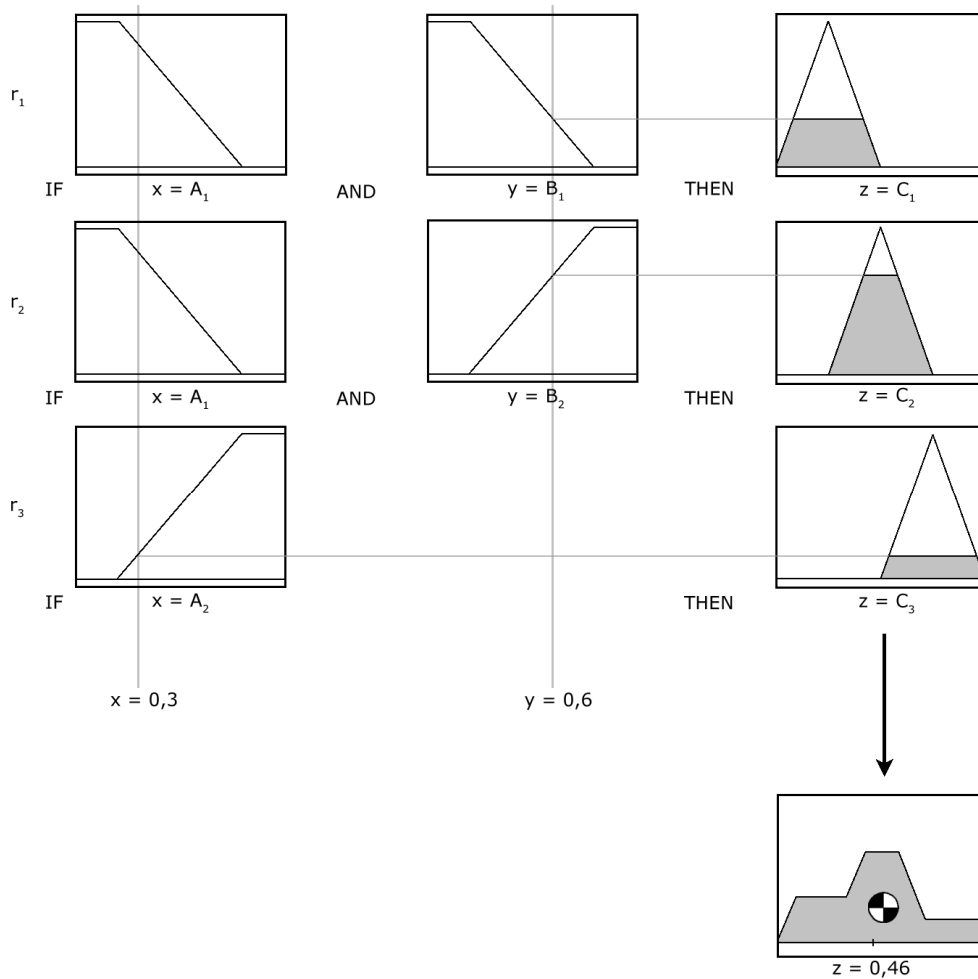


Figura 5.5 – Processo de inferência *fuzzy* referente ao exemplo.

O processo de inferência aqui descrito se refere ao método de inferência de Mamdani. Outro método muito utilizado, mas que não será abordado nesse trabalho, é o chamado método de inferência de Takagi-Sugeno (Takagi e Sugeno, 1985), no qual o consequente das regras é definido por uma função das variáveis de entrada. Seguindo a notação utilizada no exemplo (5.2), o consequente seria dado por $z = f(x,y)$, sendo a função usualmente escolhida como linear, ou seja, $z = ax + by + c$, na qual a , b e c são constantes da função polinomial associada.

5.3. Adaptação de Camada Limite em Controlador por Modos Deslizantes

5.3.1. Controlador por Modos Deslizantes com Camada Limite

Uma solução para atenuar o problema do *chattering* é a suavização do sinal de controle em uma camada limite (*boundary layer*), definida na equação (5.4), em uma região próxima à superfície de chaveamento. A espessura da camada limite é dada por Φ . A Figura 5.6 ilustra o conceito.

$$B(t) = \{x, |s(x, t)| \leq \Phi\} \quad \Phi > 0 \quad (5.4)$$

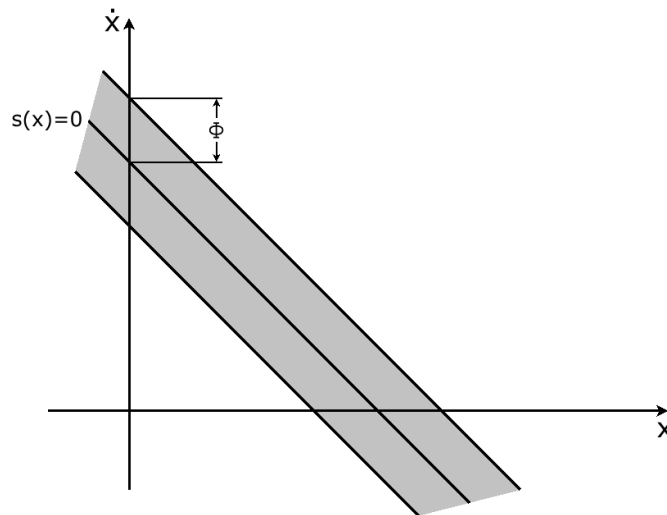


Figura 5.6 – Ilustração do conceito de camada limite.

Fora da região da camada limite $B(t)$, a lei de controle é mantida de acordo com a metodologia de projeto convencional. Na região da camada limite, a descontinuidade na lei de controle, usualmente representada pela função sinal $sgn(s(x))$, é suavizada com sua substituição, por exemplo, pela função $s(x)/\Phi$, resultando na função saturação ilustrada na Figura 5.7.

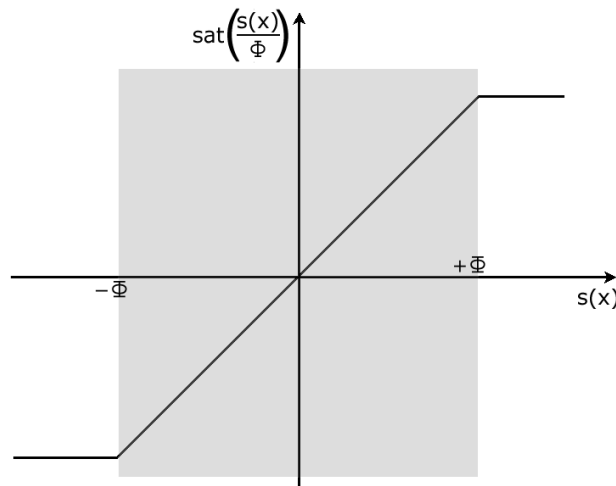


Figura 5.7 – Função saturação e camada limite.

Seja um sistema de segunda ordem representado pela equação (5.5), na qual $u(t)$ é a entrada de controle e $d(t)$ é um distúrbio. Um método de projeto para controladores por modos deslizantes para rastreamento de trajetórias bastante utilizado (Slotine e Li, 1991) parte da consideração de que a dinâmica do sistema não é exatamente conhecida, mas é estimada por (5.6).

$$\ddot{x}(t) = f(x, t) + b(x, t)u(t) + d(t) \quad (5.5)$$

$$\ddot{x}(t) = \hat{f}(x, t) + \hat{b}(x, t)u(t) \quad (5.6)$$

O erro na estimação de $f(x, t)$ é limitado por uma função conhecida $F(x, t)$ dada por (5.7). O distúrbio do sistema também é limitado por uma função conhecida $D(x, t)$ na forma (5.8). O ganho $b(x, t)$ possui limites fixos ou variáveis dados por (5.9) e pode ser estimado por (5.10).

$$|f(x, t) - \hat{f}(x, t)| \leq F(x, t) \quad (5.7)$$

$$|d(t)| \leq D(x, t) \quad (5.8)$$

$$0 < b_{min} \leq b(x, t) \leq b_{max} \quad (5.9)$$

$$\hat{b}(x, t) = \sqrt{b_{min}b_{max}} \quad (5.10)$$

Nesse método, o erro de rastreamento do sistema é definido como a diferença entre a trajetória do sistema x e a trajetória desejada x_d , como ilustrado na equação (5.11). A função de chaveamento é escolhida na forma de (5.12).

$$e = x - x_d \quad (5.11)$$

$$s(x) = ce + \dot{e} \quad (5.12)$$

A lei de controle é dada pela equação (5.13). O ganho K é calculado de modo a garantir a ocorrência do modo deslizante. A condição de alcance ao modo deslizante usualmente utilizada nesse método de projeto é dada pela equação (5.14), na qual η é uma constante positiva. A função $\hat{u}(t)$ é uma estimativa do controle equivalente, sendo calculada por (5.15).

$$u = \hat{b}^{-1}(\hat{u}(t) - K(x, t)\text{sgn}(s(x))) \quad (5.13)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(x) \leq -\eta |s(x)| \quad (5.14)$$

$$\hat{u}(t) = -\hat{f} + \ddot{x}_d - c\dot{e} \quad (5.15)$$

O valor de η influencia o tempo de alcance ao modo deslizante. Quanto maior η , menor é o tempo de alcance (Slotine e Li, 1991). Definindo β em (5.16) e utilizando a condição (5.14), o ganho K é dado por (5.17) (Ha et al., 1999; Lee et al., 2001).

$$\beta = \sqrt{\frac{b_{max}}{b_{min}}} \quad (5.16)$$

$$K = \beta(F(x, t) + D(x, t) + \eta) + |\beta - 1| |\hat{u}(t)| \quad (5.17)$$

A introdução da camada limite resulta na lei de controle modificada (5.18), na qual a função saturação $\text{sat}(s(x)/\Phi)$ é definida em (5.19).

$$u = \hat{b}^{-1} \left(\hat{u}(t) - K(x, t) \operatorname{sat} \left(\frac{s(x)}{\phi} \right) \right) \quad (5.18)$$

$$\operatorname{sat} \left(\frac{s(x)}{\phi} \right) = \begin{cases} \frac{s(x)}{\phi} & \text{se } \left| \frac{s(x)}{\phi} \right| \leq 1 \\ \operatorname{sgn} \left(\frac{s(x)}{\phi} \right) & \text{se } \left| \frac{s(x)}{\phi} \right| > 1 \end{cases} \quad (5.19)$$

A introdução da camada limite diminui a ocorrência do *chattering*, porém deteriora o desempenho de rastreamento do sistema de controle. Para ilustrar o efeito da introdução da camada limite no controlador por modos deslizantes, seja o sistema modelado pela equação (5.20).

$$\ddot{x} = -a_1(t)\dot{x} - a_2(t)x + b(t)u + d(t) \quad (5.20)$$

Os valores a_1 , a_2 , b e d dos parâmetros do modelo não são exatamente conhecidos, mas sabe-se que podem variar nos intervalos $[2; 4]$, $[1; 2]$, $[1,1; 1,5]$ e $[0; 0,5]$, respectivamente. Assim, é possível definir as estimações (5.21).

$$\begin{aligned} \hat{f} &= -3\dot{x} - 1,5x; \\ \hat{b} &= \sqrt{1,1 \cdot 1,5}; \\ \beta &= \sqrt{\frac{1,5}{1,1}}; \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$F = |\dot{x}| + 0,5|x|;$$

$$D = 0,5$$

As simulações mostradas a seguir foram realizadas com os parâmetros dados por (5.22), que se encontram nos intervalos especificados. A trajetória desejada para o sistema é $x_d = \operatorname{sen}(2t)$. A função de chaveamento (5.12) é escolhida com $c = 10$, e o parâmetro η para o cálculo do ganho K em (5.17) é escolhido com valor unitário. As derivadas numéricas das variáveis são obtidas com funções de transferência do tipo (4.19), com $T_d = 0,01$. O passo de simulação utilizado foi de 1 [ms].

$$\begin{aligned}
 a_1(t) &= 2 + 2|\cos(3t)|; \\
 a_2(t) &= 1,5 + 0,5\text{sen}(2t); \\
 b(t) &= 1,1 + 0,4|\cos(t)|; \\
 d(t) &= 0,5\cos^2(4t).
 \end{aligned}
 \tag{5.22}$$

Primeiramente, são ilustradas as respostas para a lei de controle convencional (5.13), sem a camada limite. A Figura 5.8 mostra a trajetória do sistema. A Figura 5.9 indica o erro de rastreamento da malha de controle. A Figura 5.10 mostra o valor de $s(x)$ e a Figura 5.11 o sinal de controle.

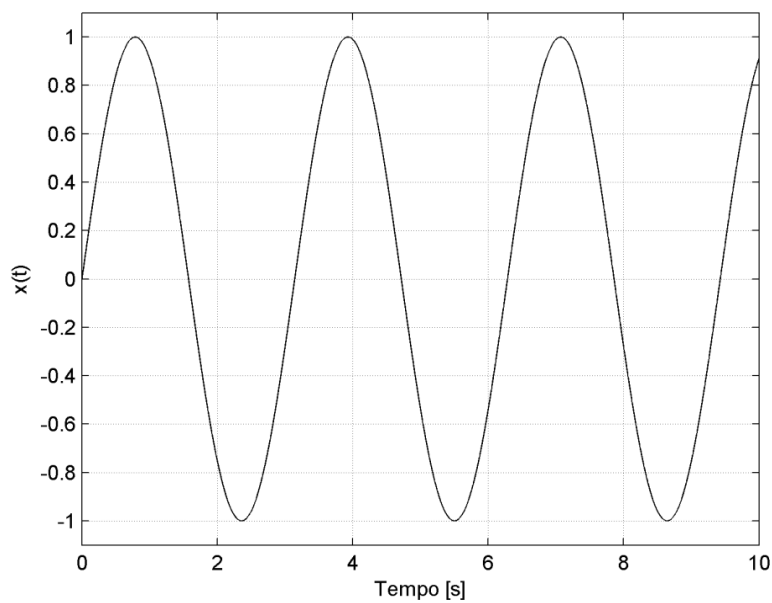


Figura 5.8 – Trajetória do sistema com lei de controle convencional.

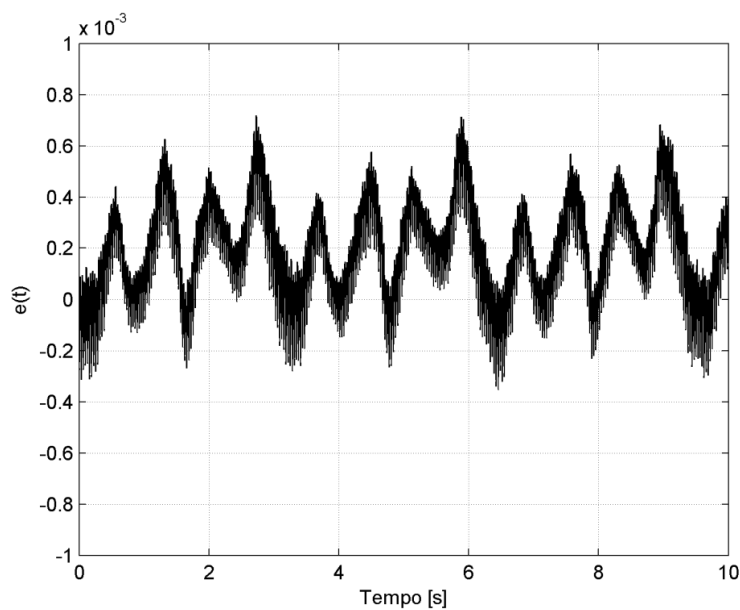


Figura 5.9 – Erro do sistema com lei de controle convencional.

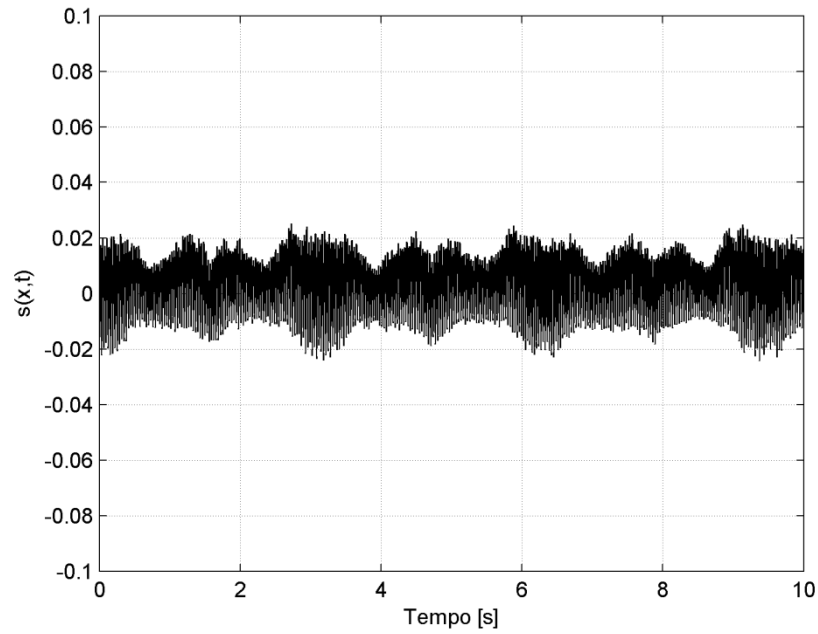


Figura 5.10 – Função de chaveamento com lei de controle convencional.

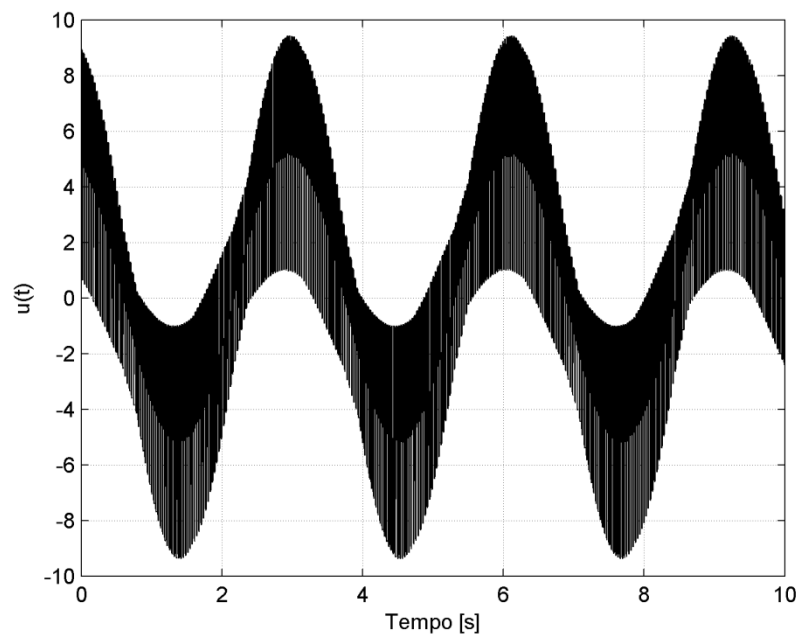


Figura 5.11 – Sinal de controle com lei de controle convencional.

Em seguida, são ilustradas as respostas para a lei de controle modificada (5.18) referente à camada limite, com $\Phi = 1$. A Figura 5.12 mostra a trajetória do sistema e a Figura 5.13 mostra o erro de rastreamento da malha de controle. A Figura 5.14 mostra o valor de $s(x)$ e a Figura 5.15 o sinal de controle.

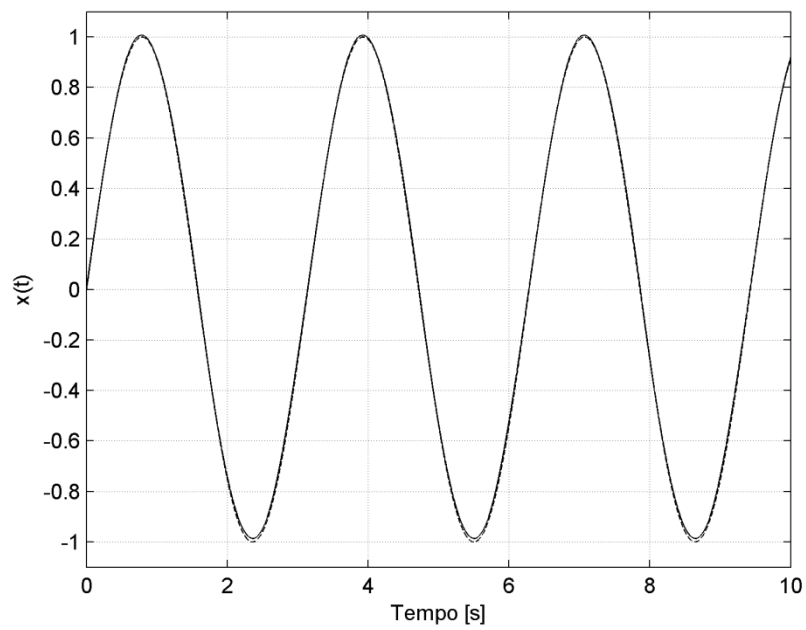


Figura 5.12 – Trajetória do sistema com camada limite.

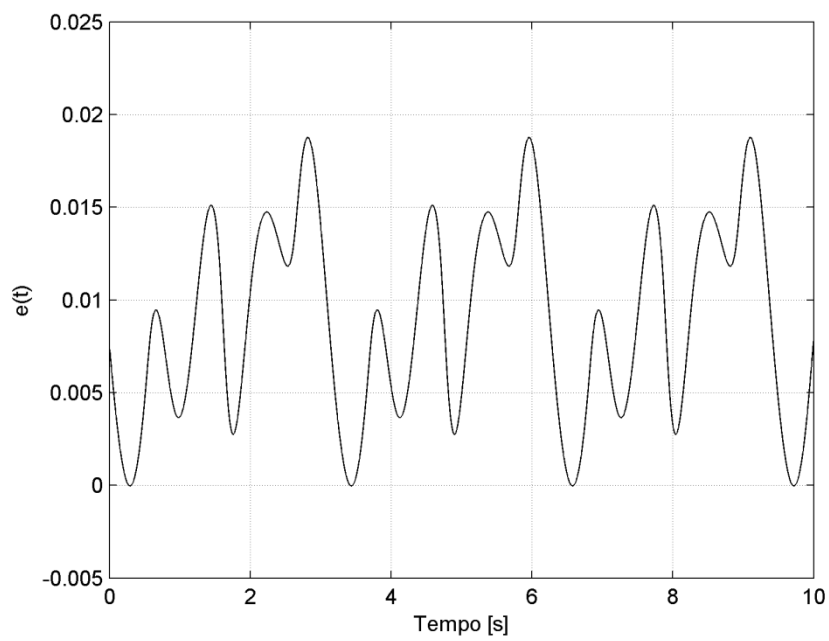


Figura 5.13 – Erro do sistema com camada limite.

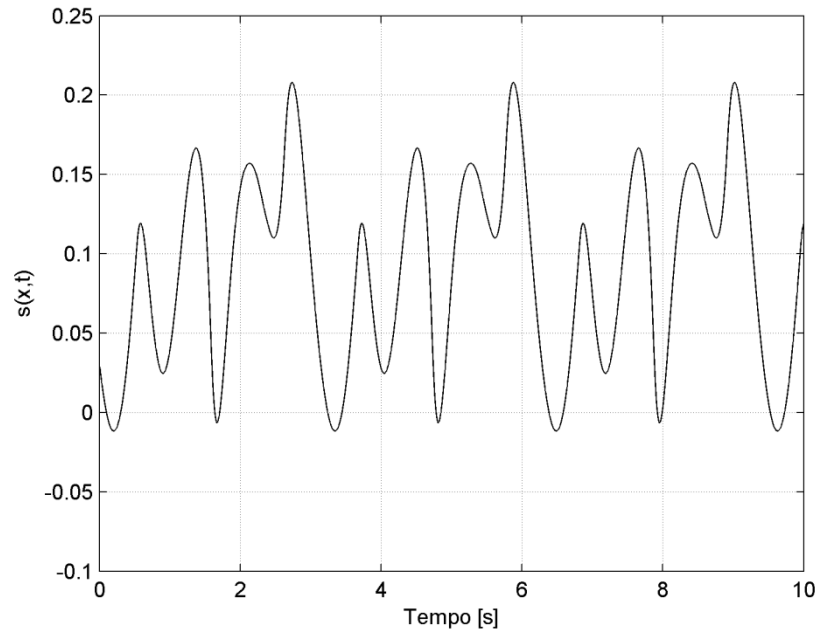


Figura 5.14 – Função de chaveamento com camada limite.

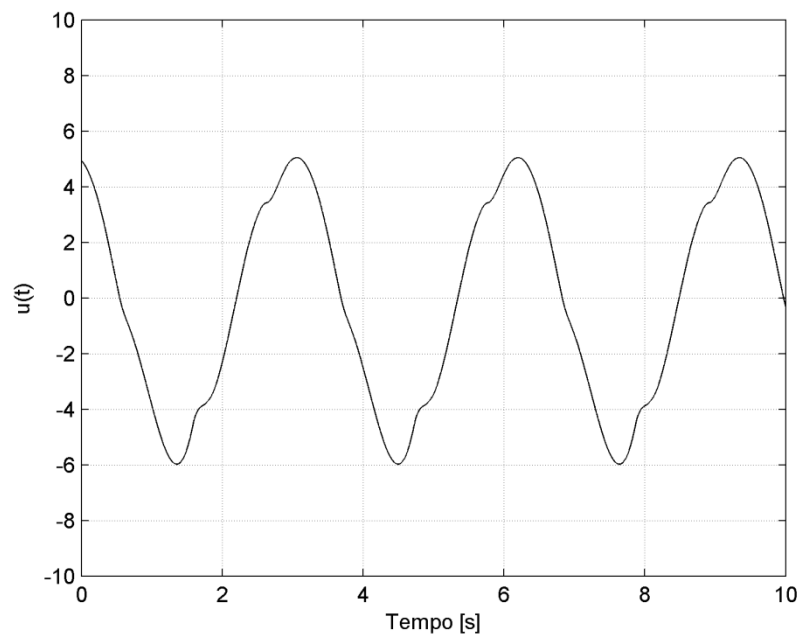


Figura 5.15 – Sinal de controle com camada limite.

Verifica-se que a resposta do sistema com a lei de controle convencional apresenta erros de rastreamento menores do que quando se utiliza a camada limite, mas a ocorrência do *chattering* é muito mais intensa.

O aumento da espessura da camada resulta em maior atenuação do *chattering* e maior erro de rastreamento. Um valor ideal para a espessura da camada pode ser

encontrado experimentalmente por tentativa e erro. Entretanto, esse valor pode ser altamente dependente da trajetória utilizada na sintonia do sistema. Além disso, no caso de realizações práticas, o processo de sintonia pode ocasionar elevados níveis de *chattering* e excitar dinâmicas não desejadas no sistema controlado (Erbatur e Kawamura, 2002).

Existem várias abordagens para o ajuste automático da espessura da camada limite (Slotine e Li, 1991; Lee et al., 2001; Erbatur e Kawamura, 2002). No caso da espessura da camada variar ao longo do tempo, a condição de alcance ao modo deslizante é modificada para (5.23), e o cálculo do ganho K é realizado pela expressão (5.24).

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s(x)^2 \leq (\dot{\Phi}(t) - \eta) |s(x)| \quad (5.23)$$

$$K = \beta (F(x, t) + D(x, t) + \eta - \dot{\Phi}(t)) + |\beta - 1| |\hat{u}(t)| \quad (5.24)$$

5.3.2. Ajuste da Camada Limite por Regras Fuzzy

Nesse trabalho é apresentado um método que utiliza a informação do módulo da função de chaveamento (5.12) e do ângulo θ entre o vetor (e_k, \dot{e}_k) e a superfície de chaveamento em cada instante k , conforme ilustrado na Figura 5.16, para o ajuste automático da camada limite (Lee et al., 2001).

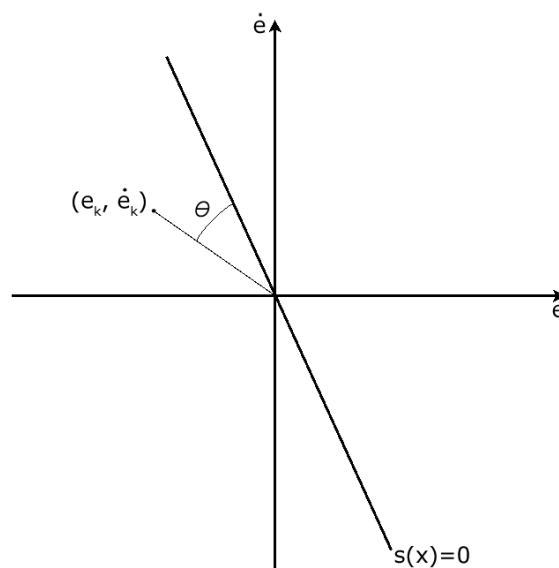


Figura 5.16 – Representação do ângulo θ .

As variáveis de entrada correspondem a medidas da distância do sistema à superfície de chaveamento. A ideia é fazer com que a espessura da camada limite assuma valores pequenos quando o sistema esteja próximo a essa superfície, visando a redução do erro de rastreamento. Quando o sistema se afasta da superfície, a espessura da camada é aumentada para evitar a ocorrência de *chattering*. A estrutura da malha de controle é ilustrada na Figura 5.17.

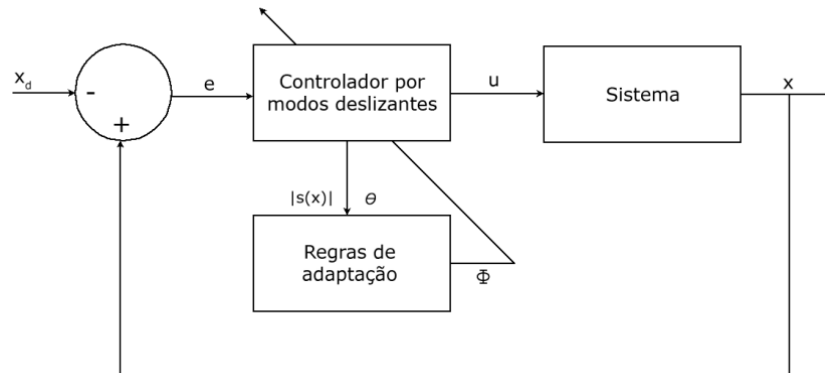


Figura 5.17 – Estrutura da malha de controle com ajuste automático da camada limite.

As informações do sistema são mapeadas por regras *fuzzy*, cujo valor resultante refere-se à informação de Φ associada à espessura da camada limite a ser utilizada. As regras *fuzzy* utilizadas estão representadas na Tabela 5.1. Os conjuntos *fuzzy* foram definidos em quatro grupos: ZE – Zero, PE – Pequeno, ME – Médio, GR – Grande. A Figura 5.18 ilustra as funções de pertinência correspondentes, onde os universos de discurso estão normalizados no intervalo $[0, 1]$.

Tabela 5.1 – Representação tabular das regras *fuzzy* para ajuste da camada limite.

$ s(x) $	θ			
	ZE	PE	ME	GR
ZE	ZE	ZE	PE	PE
PE	ZE	PE	PE	ME
ME	PE	PE	ME	GR
GR	PE	ME	GR	GR

Os fatores de escala utilizados na normalização das variáveis influenciam a resposta do controlador, definindo o quanto o sistema pode se afastar da superfície de chaveamento e a intensidade da variação da espessura da camada em reação a esses afastamentos.

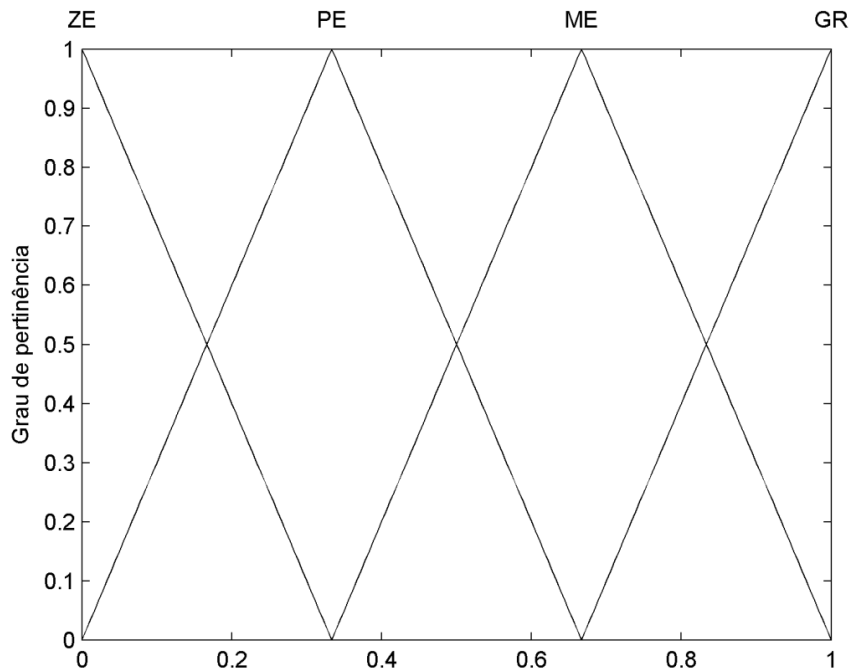


Figura 5.18 – Conjuntos *fuzzy* para ajuste da camada limite.

Foi simulada a resposta do controlador com ajuste automático da camada limite feito pelas regras *fuzzy*, considerando o modelo dado por (5.20)-(5.22), com o valor de $c = 10$ na função de chaveamento (5.12) e $\eta = 1$ no cálculo do ganho K em (5.24). O passo de simulação utilizado foi de 1 [ms]. A constante de derivação T_d para o cálculo da derivada da espessura da camada limite foi escolhida com valor 0,1 e as demais com valor 0,01. Os fatores de escala utilizados para as variáveis de entrada $|s(x)|$ e θ (em radianos) foram, respectivamente, 3 e 1. Para a variável de saída, o fator de escala utilizado foi 1. A Figura 5.19 mostra a trajetória do sistema em linhas cheias e em linhas tracejadas a trajetória de referência $x_d = \text{sen}(2t)$. A Figura 5.20 mostra o erro de rastreamento da malha. A Figura 5.21 mostra o valor de $s(x)$ em linhas cheias e, em linhas pontilhadas, a espessura da camada limite. A Figura 5.22 traz o gráfico do sinal de controle.

Verifica-se que a espessura da camada limite foi ajustada automaticamente de maneira adequada, resultando em respostas com erro de rastreamento e *chattering* limitados. Embora ainda haja a necessidade do ajuste dos fatores de escala para as variáveis *fuzzy*, as dificuldades relacionadas à escolha do valor da espessura da camada limite em aplicações práticas são reduzidas.

Um fator limitante para a utilização dessa solução em aplicações práticas é a complexidade computacional do sistema *fuzzy*, que pode resultar em altos tempos de processamento na realização do algoritmo de controle em questão.

A seção seguinte apresenta o uso de conceitos relativos a conjuntos aproximados visando a obtenção de uma representação desse sistema em forma computacional mais simples, facilitando o uso dessa estrutura em aplicações práticas.

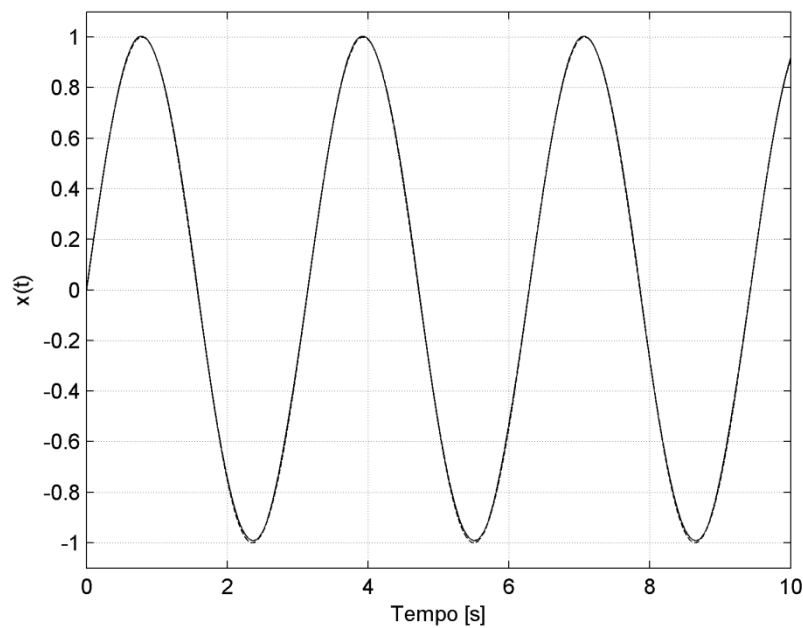


Figura 5.19 – Trajetória do sistema com camada limite ajustada por regras *fuzzy*.

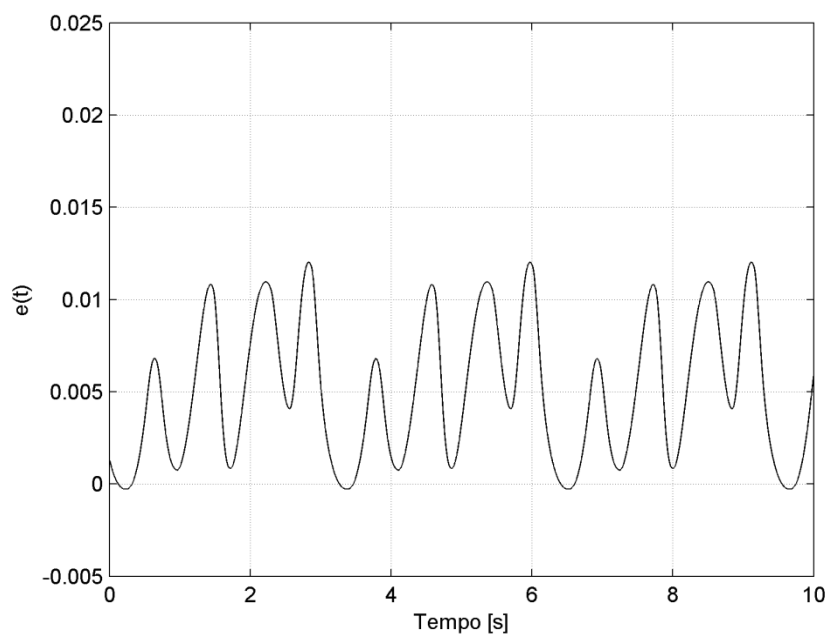


Figura 5.20 – Erro do sistema com camada limite ajustada por regras *fuzzy*.

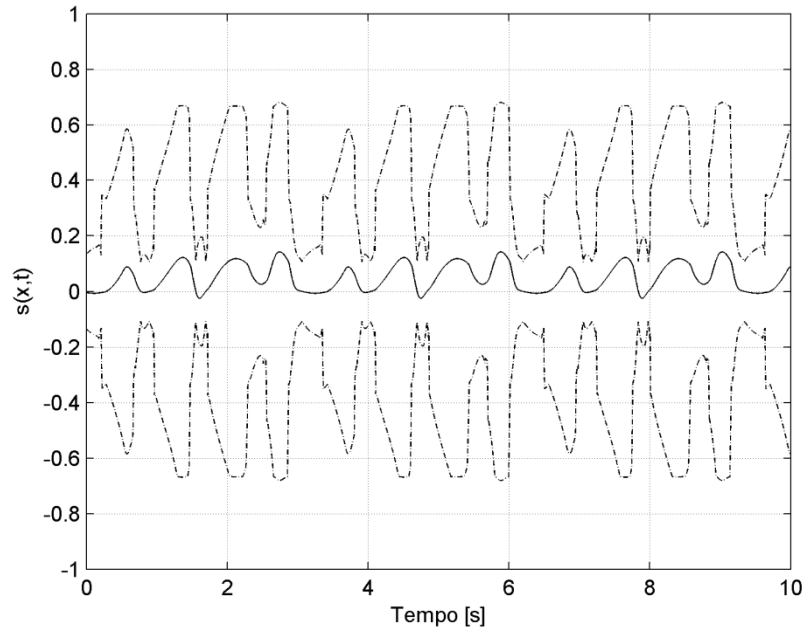


Figura 5.21 – Função de chaveamento com camada limite ajustada por regras *fuzzy*.

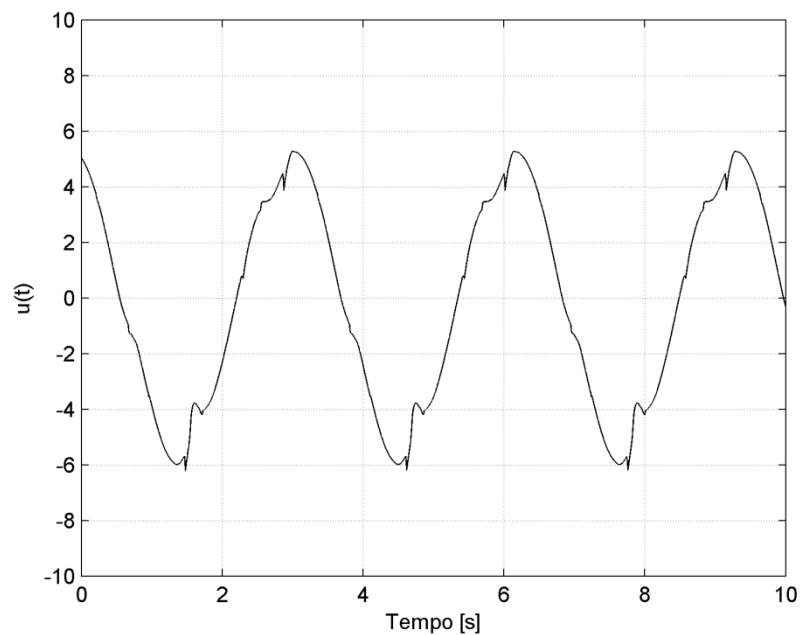


Figura 5.22 – Sinal de controle com camada limite ajustada por regras *fuzzy*.

5.3.3. Ajuste da Camada Limite por Regras Aproximadas

Para obter uma representação alternativa do sistema *fuzzy* que determina o valor da espessura da camada limite, foi elaborada uma tabela com diversos valores de $|s(x)|$ e θ com os respectivos valores de Φ computados pelo sistema *fuzzy* descrito. Os dados foram processados pelo software *Rosetta* de acordo com conceitos da TCA, seguindo o

método apresentado no Capítulo 3, resultando nas dezesseis regras representadas em (5.25). Apesar das regras r_1 e r_2 terem apresentado os mesmos valores de consequentes, as faixas de valores dos antecedentes referentes à θ são diferentes, resultando em valores distintos das interpolações dadas por (3.12).

$$\begin{aligned}
r_1: & \text{ IF } 0 \leq |s(x)| \leq 0,245 \text{ AND } 0 \leq \theta \leq 0,245 \text{ THEN } 0,107 \leq \Phi \leq 0,319; \\
r_2: & \text{ IF } 0 \leq |s(x)| \leq 0,245 \text{ AND } 0,245 \leq \theta \leq 0,495 \text{ THEN } 0,107 \leq \Phi \leq 0,319; \\
r_3: & \text{ IF } 0 \leq |s(x)| \leq 0,245 \text{ AND } 0,495 \leq \theta \leq 0,755 \text{ THEN } 0,291 \leq \Phi \leq 0,446; \\
r_4: & \text{ IF } 0 \leq |s(x)| \leq 0,245 \text{ AND } 0,755 \leq \theta \leq 1 \text{ THEN } 0,333 \leq \Phi \leq 0,561; \\
r_5: & \text{ IF } 0,245 \leq |s(x)| \leq 0,495 \text{ AND } 0 \leq \theta \leq 0,245 \text{ THEN } 0,107 \leq \Phi \leq 0,319; \\
r_6: & \text{ IF } 0,245 \leq |s(x)| \leq 0,495 \text{ AND } 0,245 \leq \theta \leq 0,495 \text{ THEN } 0,320 \leq \Phi \leq 0,491; \\
r_7: & \text{ IF } 0,245 \leq |s(x)| \leq 0,495 \text{ AND } 0,495 \leq \theta \leq 0,755 \text{ THEN } 0,319 \leq \Phi \leq 0,505; \\
r_8: & \text{ IF } 0,245 \leq |s(x)| \leq 0,495 \text{ AND } 0,755 \leq \theta \leq 1 \text{ THEN } 0,438 \leq \Phi \leq 0,703; \\
r_9: & \text{ IF } 0,495 \leq |s(x)| \leq 0,755 \text{ AND } 0 \leq \theta \leq 0,245 \text{ THEN } 0,291 \leq \Phi \leq 0,446; \\
r_{10}: & \text{ IF } 0,495 \leq |s(x)| \leq 0,755 \text{ AND } 0,245 \leq \theta \leq 0,495 \text{ THEN } 0,319 \leq \Phi \leq 0,505; \\
r_{11}: & \text{ IF } 0,495 \leq |s(x)| \leq 0,755 \text{ AND } 0,495 \leq \theta \leq 0,755 \text{ THEN } 0,5 \leq \Phi \leq 0,677; \\
r_{12}: & \text{ IF } 0,495 \leq |s(x)| \leq 0,755 \text{ AND } 0,755 \leq \theta \leq 1 \text{ THEN } 0,515 \leq \Phi \leq 0,892; \\
r_{13}: & \text{ IF } 0,755 \leq |s(x)| \leq 1 \text{ AND } 0 \leq \theta \leq 0,245 \text{ THEN } 0,333 \leq \Phi \leq 0,561; \\
r_{14}: & \text{ IF } 0,755 \leq |s(x)| \leq 1 \text{ AND } 0,245 \leq \theta \leq 0,495 \text{ THEN } 0,438 \leq \Phi \leq 0,703; \\
r_{15}: & \text{ IF } 0,755 \leq |s(x)| \leq 1 \text{ AND } 0,495 \leq \theta \leq 0,755 \text{ THEN } 0,515 \leq \Phi \leq 0,892; \\
r_{16}: & \text{ IF } 0,755 \leq |s(x)| \leq 1 \text{ AND } 0,755 \leq \theta \leq 1 \text{ THEN } 0,680 \leq \Phi \leq 0,892.
\end{aligned} \tag{5.25}$$

As regras podem ser representadas na forma simplificada conforme indicado na Tabela 5.2, cujos parâmetros são: $\alpha^{(1)} = [0; 0,245]$; $\alpha^{(2)} = [0,245; 0,495]$; $\alpha^{(3)} = [0,495; 0,755]$; $\alpha^{(4)} = [0,755; 1]$; $\beta^{(1)} = [0; 0,245]$; $\beta^{(2)} = [0,245; 0,495]$; $\beta^{(3)} = [0,495; 0,755]$; $\beta^{(4)} = [0,755; 1]$; $\gamma^{(1)} = [0,107; 0,319]$; $\gamma^{(2)} = [0,107; 0,319]$; $\gamma^{(3)} = [0,291; 0,446]$; $\gamma^{(4)} = [0,333; 0,561]$; $\gamma^{(5)} = [0,107; 0,319]$; $\gamma^{(6)} = [0,320; 0,491]$; $\gamma^{(7)} = [0,319; 0,505]$; $\gamma^{(8)} = [0,438; 0,703]$; $\gamma^{(9)} = [0,291; 0,446]$; $\gamma^{(10)} = [0,319; 0,505]$; $\gamma^{(11)} = [0,5; 0,677]$; $\gamma^{(12)} = [0,515; 0,892]$; $\gamma^{(13)} = [0,333; 0,561]$; $\gamma^{(14)} = [0,438; 0,703]$; $\gamma^{(15)} = [0,515; 0,892]$; $\gamma^{(16)} = [0,680; 0,892]$.

Tabela 5.2 – Regras para o sistema de adaptação da camada limite.

$ s(x) $	θ			
	$\beta^{(1)}$	$\beta^{(2)}$	$\beta^{(3)}$	$\beta^{(4)}$
$\alpha^{(1)}$	$\gamma^{(1)}$	$\gamma^{(2)}$	$\gamma^{(3)}$	$\gamma^{(4)}$
$\alpha^{(2)}$	$\gamma^{(5)}$	$\gamma^{(6)}$	$\gamma^{(7)}$	$\gamma^{(8)}$
$\alpha^{(3)}$	$\gamma^{(9)}$	$\gamma^{(10)}$	$\gamma^{(11)}$	$\gamma^{(12)}$
$\alpha^{(4)}$	$\gamma^{(13)}$	$\gamma^{(14)}$	$\gamma^{(15)}$	$\gamma^{(16)}$

Com o objetivo de comparar a resposta do sistema *fuzzy* com a resposta das regras aproximadas, a Figura 5.23 mostra respostas computadas por ambas as estruturas utilizando valores aleatórios no intervalo $[0, 1]$ para as variáveis de entrada $|s(x)|$ (em cor azul) e θ (em cor verde). As respostas das regras *fuzzy* estão representadas em cor

azul e as respostas das regras aproximadas estão representadas em cor vermelha. Os resultados numéricos obtidos são bem semelhantes.

No processamento das regras *fuzzy* (Tabela 5.1) foram utilizados procedimentos de fuzzificação com as funções definidas na Figura 5.18, operadores max-min e etapa de defuzzificação do tipo centroide. No processamento das regras aproximadas (Tabela 5.2), de acordo com o método apresentado no Capítulo 3, foram utilizadas interpolações na forma de (3.12), resultando nas expressões (5.26).

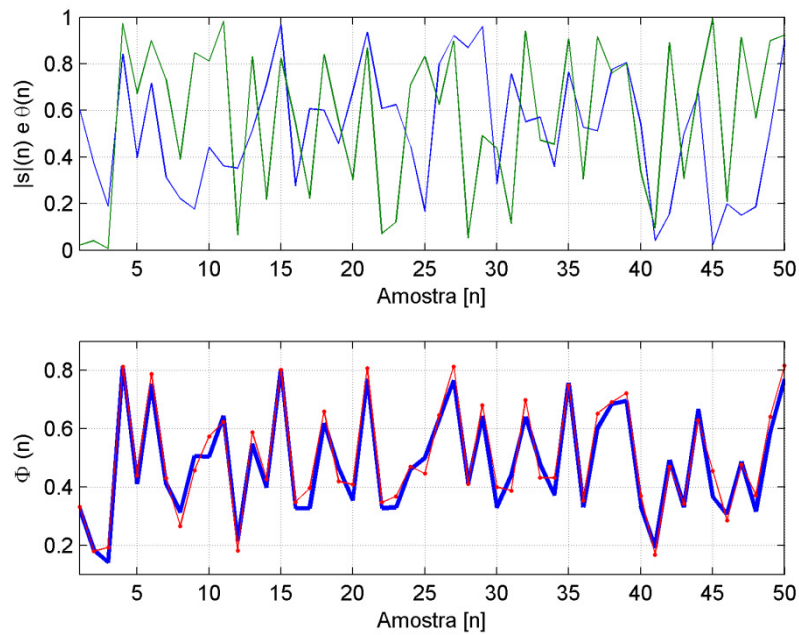


Figura 5.23 – Resposta das regras aproximadas e das regras *fuzzy*.

$$\begin{aligned}
 r_1: & \text{ IF } 0 \leq |s(x)| \leq 0,245 \text{ AND } 0 \leq \theta \leq 0,245 \text{ THEN } \Phi = 0,432 \cdot |s(x)| + 0,432 \cdot \theta + 0,108; \\
 r_2: & \text{ IF } 0 \leq |s(x)| \leq 0,245 \text{ AND } 0,245 \leq \theta \leq 0,495 \text{ THEN } \Phi = 0,432 \cdot |s(x)| + 0,423 \cdot \theta + 0,004; \\
 r_3: & \text{ IF } 0 \leq |s(x)| \leq 0,245 \text{ AND } 0,495 \leq \theta \leq 0,755 \text{ THEN } \Phi = 0,318 \cdot |s(x)| + 0,299 \cdot \theta + 0,143; \\
 r_4: & \text{ IF } 0 \leq |s(x)| \leq 0,245 \text{ AND } 0,755 \leq \theta \leq 1 \text{ THEN } \Phi = 0,465 \cdot |s(x)| + 0,465 \cdot \theta - 0,017; \\
 r_5: & \text{ IF } 0,245 \leq |s(x)| \leq 0,495 \text{ AND } 0 \leq \theta \leq 0,245 \text{ THEN } \Phi = 0,423 \cdot |s(x)| + 0,432 \cdot \theta + 0,004; \\
 r_6: & \text{ IF } 0,245 \leq |s(x)| \leq 0,495 \text{ AND } 0,245 \leq \theta \leq 0,495 \text{ THEN } \Phi = 0,344 \cdot |s(x)| + 0,344 \cdot \theta + 0,152; \\
 r_7: & \text{ IF } 0,245 \leq |s(x)| \leq 0,495 \text{ AND } 0,495 \leq \theta \leq 0,755 \text{ THEN } \Phi = 0,371 \cdot |s(x)| + 0,357 \cdot \theta + 0,052; \\
 r_8: & \text{ IF } 0,245 \leq |s(x)| \leq 0,495 \text{ AND } 0,755 \leq \theta \leq 1 \text{ THEN } \Phi = 0,53 \cdot |s(x)| + 0,541 \cdot \theta - 0,099; \\
 r_9: & \text{ IF } 0,495 \leq |s(x)| \leq 0,755 \text{ AND } 0 \leq \theta \leq 0,245 \text{ THEN } \Phi = 0,299 \cdot |s(x)| + 0,318 \cdot \theta + 0,143; \\
 r_{10}: & \text{ IF } 0,495 \leq |s(x)| \leq 0,755 \text{ AND } 0,245 \leq \theta \leq 0,495 \text{ THEN } \Phi = 0,357 \cdot |s(x)| + 0,371 \cdot \theta + 0,052; \\
 r_{11}: & \text{ IF } 0,495 \leq |s(x)| \leq 0,755 \text{ AND } 0,495 \leq \theta \leq 0,755 \text{ THEN } \Phi = 0,342 \cdot |s(x)| + 0,342 \cdot \theta + 0,162; \\
 r_{12}: & \text{ IF } 0,495 \leq |s(x)| \leq 0,755 \text{ AND } 0,755 \leq \theta \leq 1 \text{ THEN } \Phi = 0,724 \cdot |s(x)| + 0,768 \cdot \theta - 0,422; \\
 r_{13}: & \text{ IF } 0,755 \leq |s(x)| \leq 1 \text{ AND } 0 \leq \theta \leq 0,245 \text{ THEN } \Phi = 0,465 \cdot |s(x)| + 0,465 \cdot \theta - 0,017; \\
 r_{14}: & \text{ IF } 0,755 \leq |s(x)| \leq 1 \text{ AND } 0,245 \leq \theta \leq 0,495 \text{ THEN } \Phi = 0,541 \cdot |s(x)| + 0,53 \cdot \theta - 0,099; \\
 r_{15}: & \text{ IF } 0,755 \leq |s(x)| \leq 1 \text{ AND } 0,495 \leq \theta \leq 0,755 \text{ THEN } \Phi = 0,768 \cdot |s(x)| + 0,724 \cdot \theta - 0,422; \\
 r_{16}: & \text{ IF } 0,755 \leq |s(x)| \leq 1 \text{ AND } 0,755 \leq \theta \leq 1 \text{ THEN } \Phi = 0,432 \cdot |s(x)| + 0,432 \cdot \theta + 0,027.
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

A Figura 5.24 mostra o histograma para o tempo de computação de mil iterações das regras *fuzzy* e a Figura 5.25 mostra o histograma para o tempo de computação das

regras obtidas via TCA. O tempo médio de computação das regras aproximadas é cerca de 70 vezes menor do que o tempo de processamento das regras *fuzzy*. A explicação se deve ao fato de não haver necessidade da utilização de procedimentos de fuzificação e defuzificação no processamento das regras obtidas via conjuntos aproximados.

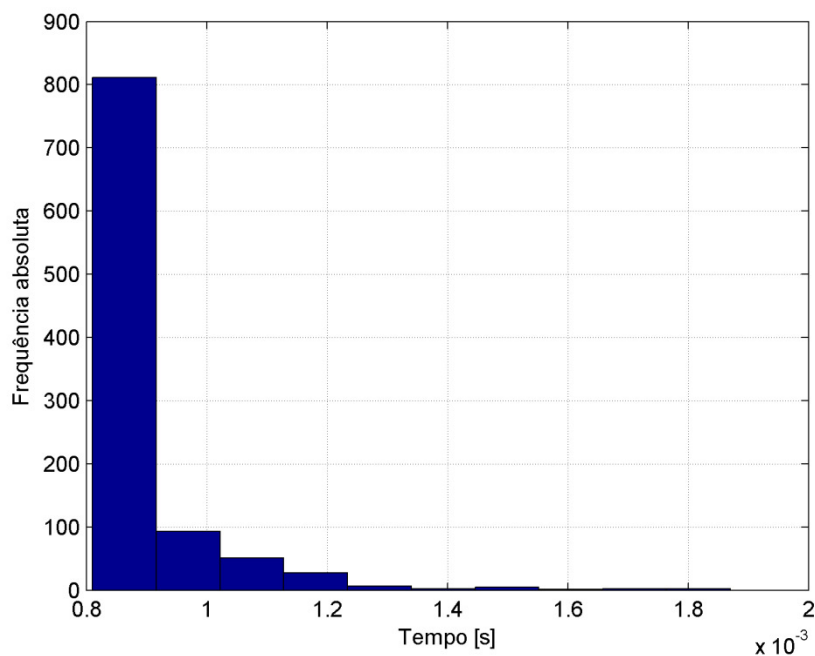


Figura 5.24 – Histograma do tempo de computação das regras *fuzzy*.

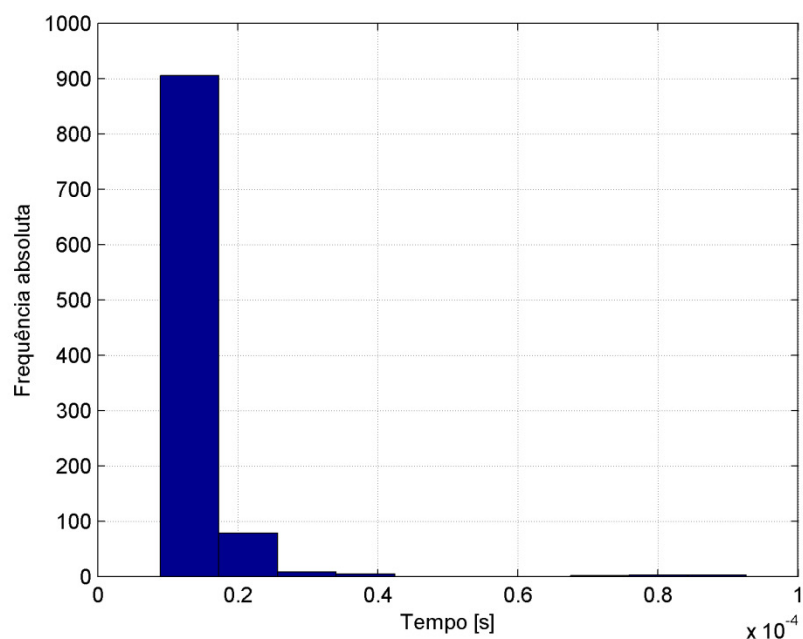


Figura 5.25 – Histograma do tempo de computação das regras aproximadas.

Foi simulada a resposta do SMC com ajuste automático da camada limite pelas regras obtidas via TCA para o sistema modelado pelas equações (5.20) a (5.22), com

$c = 10$ na função de chaveamento (5.12) e $\eta = 1$ na expressão do cálculo do ganho K em (5.24). Os mesmos valores de fatores de escala e constantes de derivação utilizados na simulação do controlador com ajuste da camada pelas regras *fuzzy* foram utilizadas. A Figura 5.26 mostra a trajetória do sistema (em linha cheia) e a trajetória de referência $x_d = \text{sen}(2t)$ (em linha pontilhada) e a Figura 5.27 mostra o erro de rastreamento correspondente.

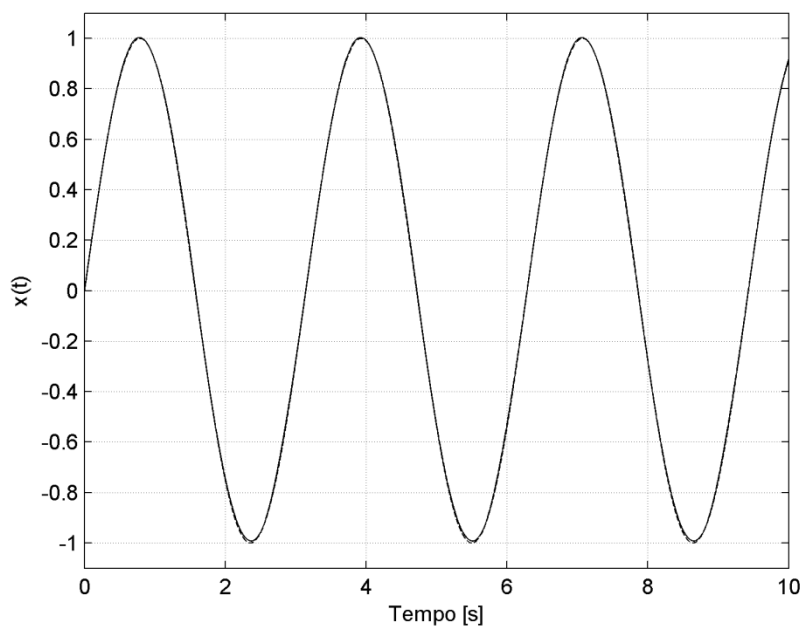


Figura 5.26 – Trajetória do sistema com camada limite ajustada por regras aproximadas.

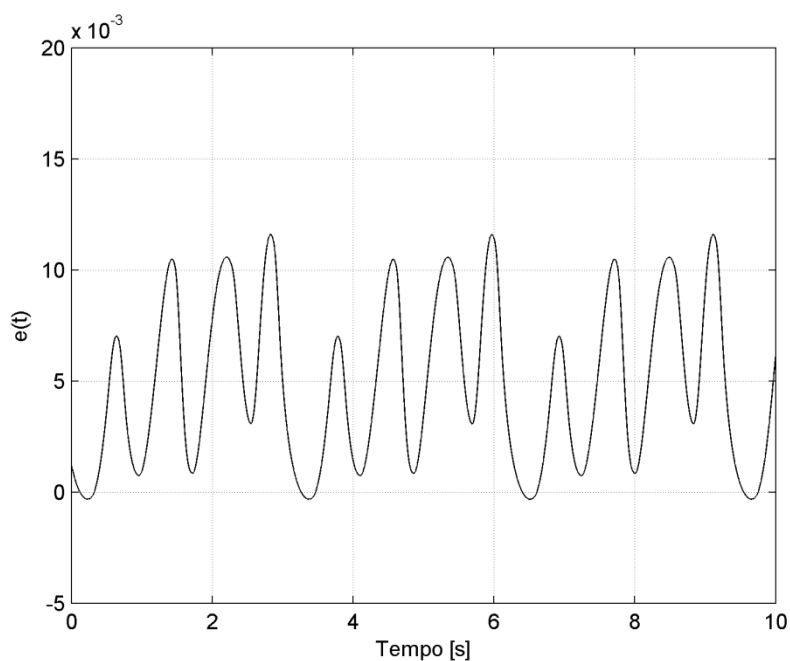


Figura 5.27 – Erro do sistema com camada limite ajustada por regras aproximadas.

A Figura 5.28 mostra o valor de $s(x)$ em linhas cheias e, em linhas pontilhadas, tem-se a espessura da camada limite. A Figura 5.29 mostra o sinal de controle resultante.

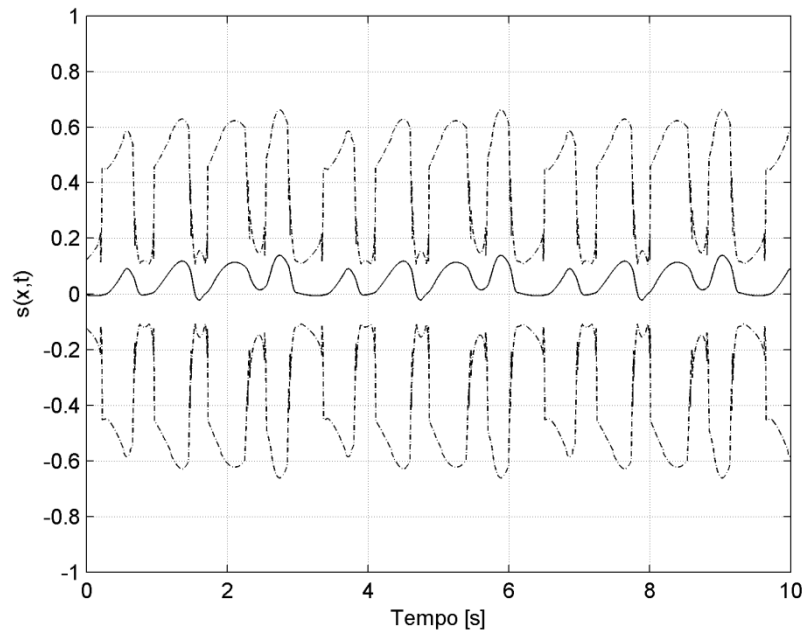


Figura 5.28 – Função de chaveamento com camada limite ajustada por regras aproximadas.

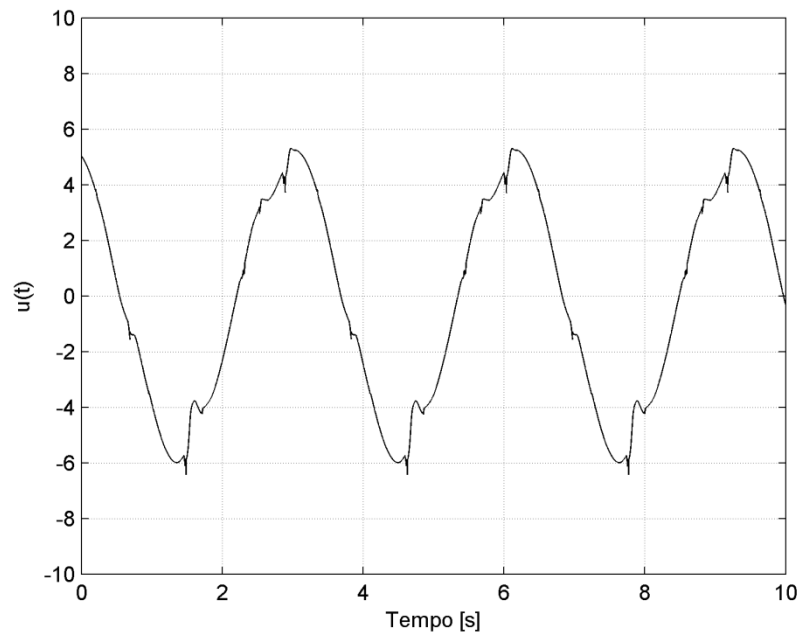


Figura 5.29 – Sinal de controle com camada limite ajustada por regras aproximadas.

Os resultados são bem semelhantes àqueles obtidos com o sistema *fuzzy*. As regras (5.26) correspondem a uma maneira de ajustar automaticamente o valor da camada limite que exige menores esforços computacionais, resultando em tempos de computação do algoritmo de controle reduzidos e mantendo o mesmo princípio de operação.

5.4. Controlador por Modos Deslizantes Baseado em Regras

5.4.1. SMC Baseado em Regras Fuzzy

Nessa abordagem, a lei de controle é diretamente realizada por regras *fuzzy*. A estrutura do controlador foi projetada de acordo com a teoria de sistemas de controle por modos deslizantes. O diagrama da malha de controle é ilustrado na Figura 5.30.

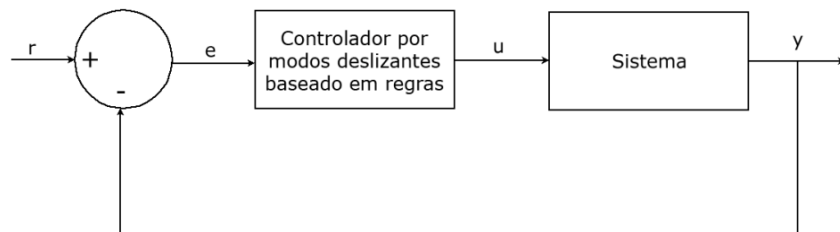


Figura 5.30 – Estrutura do SMC baseado em regras.

No método utilizado, considera-se um sistema de ordem n com uma entrada e uma saída, representado por (5.27) e (5.28).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= f(x) + b(x)u \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$y(t) = x_1(t) \quad (5.28)$$

A função de chaveamento é definida em (5.29), com o erro e suas derivadas definidos nas equações (5.30) e (5.31), nas quais r é a informação da referência de entrada da malha de controle e y constitui a saída do sistema controlado.

$$s(x) = c_1 e_1 + c_2 e_2 + \dots + e_n \quad (5.29)$$

$$e_1 = r - y \quad (5.30)$$

$$\dot{e}_i = e_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, n - 1 \quad (5.31)$$

As entradas para o SMC são as informações de $s(x)$ e $\dot{s}(x)$. A saída do sistema *fuzzy* é a informação Δu , um incremento que é adicionado ao valor atual do sinal de controle, ou seja, $u = u + \Delta u$ (Hwang e Lin, 1992). Os conjuntos *fuzzy* foram definidos em cinco grupos: PG – Positivo Grande, PP – Positivo Pequeno, ZE – Zero, NP – Negativo Pequeno, NG – Negativo Grande. Os universos de discurso estão normalizados em $[-1,1]$. A Tabela 5.3 ilustra a estrutura das regras *fuzzy* e na Figura 5.31 tem-se as funções de pertinência associadas.

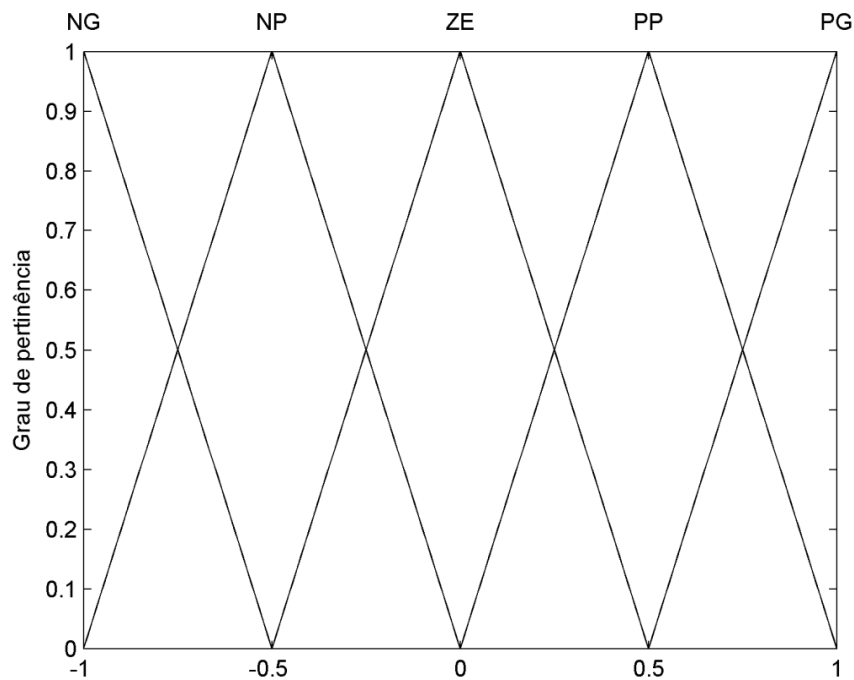


Figura 5.31 – Funções de pertinência associadas.

Tabela 5.3 – Regras do controlador *fuzzy*.

$s(x)$	$\dot{s}(x)$				
	NG	NP	ZE	PP	PG
PG	ZE	PP	PG	PG	PG
PP	NP	ZE	PP	PG	PG
ZE	NG	NP	ZE	PP	PG
NP	NG	NG	NP	ZE	PP
NG	NG	NG	NG	NP	ZE

O sistema é definido de modo a garantir que a condição de alcance ao modo deslizante (4.11) seja satisfeita. Por simplicidade, a análise é realizada para o caso em que a referência é uma função degrau. Nesse caso, usando (5.30) e (5.31), a equação (5.27) pode ser transformada em (5.32).

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= e_2(t) \\ \dot{e}_2(t) &= e_3(t) \\ &\vdots \\ \dot{e}_n(t) &= -f(e) - b(e)u \end{aligned} \quad (5.32)$$

Substituindo (5.32) em (5.29) e tomando a derivada, tem-se (5.33). Assumindo que $b(e) > 0$ para qualquer e , conclui-se que $\dot{s}(x)$ aumenta com a diminuição de u e vice-versa, resultando nas regras representadas na Tabela 5.3 que garantem a condição de alcance ao modo deslizante (4.11).

$$\dot{s}(x) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} - f(e) - b(e)u \quad (5.33)$$

Os valores dos fatores de escala utilizados para normalização das variáveis dependem do passo de simulação (ou tempo de amostragem), do ganho do processo controlado, da velocidade de resposta especificada para a malha de controle e da precisão em regime permanente desejada para a resposta do sistema.

Foi simulada a resposta ao degrau da malha de controle para o sistema modelado pelas equações (5.20) e (5.22). Para um sistema de segunda ordem, a função de chaveamento (5.29) equivale à função (5.12), com $c_l = c$. Assim, a função de chaveamento é especificada com $c = 1$. Os fatores de escala utilizados para $s(x)$, $\dot{s}(x)$ e Δu foram, respectivamente, 2, 1 e 0,05. O passo de simulação utilizado foi de 1 [ms] e as derivadas foram obtidas por funções de transferência do tipo (4.19), com $T_d = 0,01$. A Figura 5.32 mostra a saída do sistema e a Figura 5.33 o sinal de controle obtido na simulação.

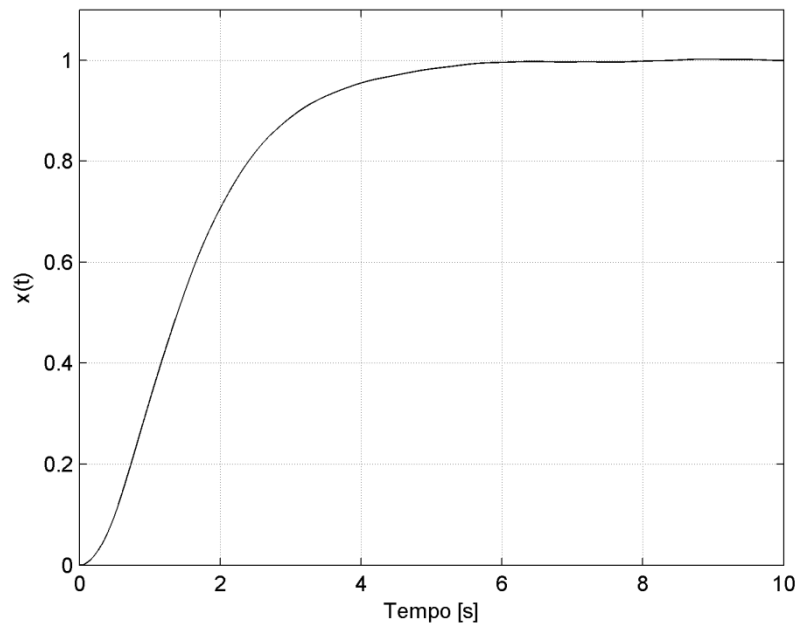


Figura 5.32 – Saída da malha de controle com regras *fuzzy*.

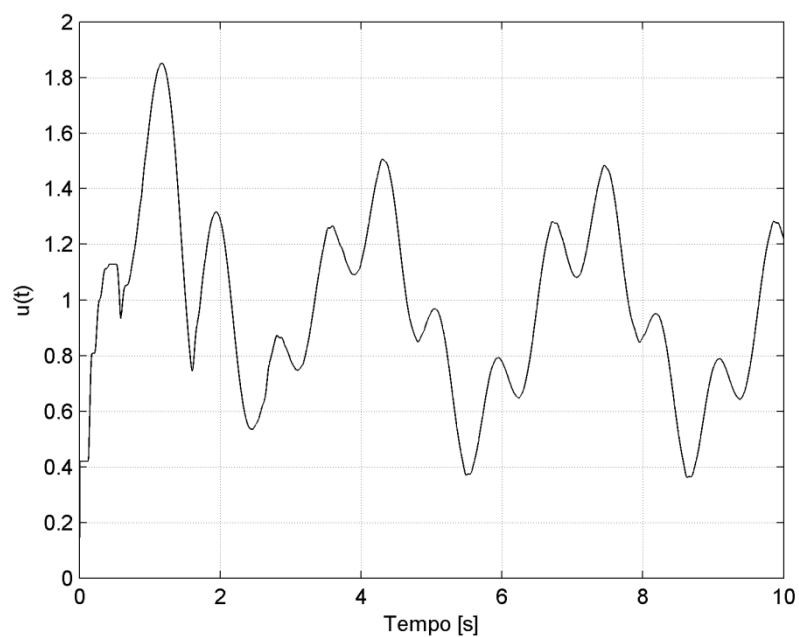


Figura 5.33 – Sinal de controle com regras *fuzzy*.

A Figura 5.34 mostra o valor da função de chaveamento e a Figura 5.35 ilustra o plano de fase do sistema, estando a linha de chaveamento representada em linha tracejada.

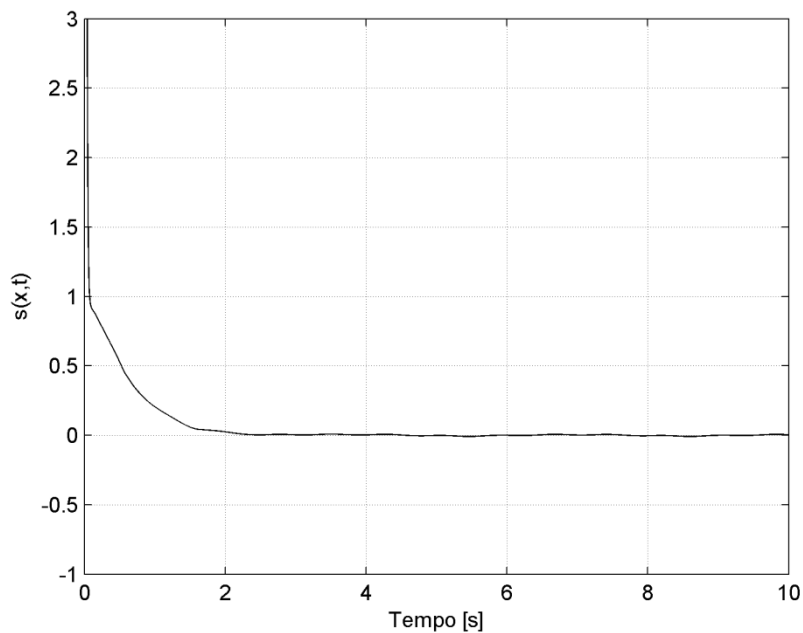


Figura 5.34 – Valor da função de chaveamento para malha com regras *fuzzy*.

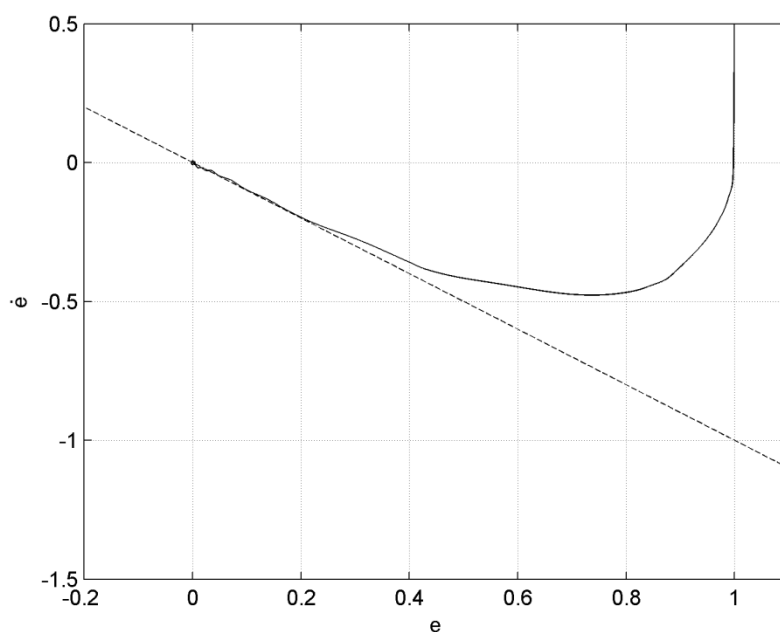


Figura 5.35 – Plano de fase para malha com regras *fuzzy*.

As características de controladores por modos deslizantes são verificadas, como o alcance do estado do sistema à linha de chaveamento e a robustez a distúrbios e variações de parâmetros. Além dessas características, verifica-se que o *chattering* é limitado. Para verificar a capacidade de rastreamento do controlador, foi simulado o mesmo sistema, modelado pelas equações (5.20) e (5.22), com a função de chaveamento

(5.12) especificada com $c = 10$ e a referência senoidal $r(t) = \text{sen}(2t)$. A Figura 5.36 mostra a saída do sistema em linhas cheias e a referência em linhas tracejadas. A Figura 5.37 ilustra o erro de rastreamento correspondente.

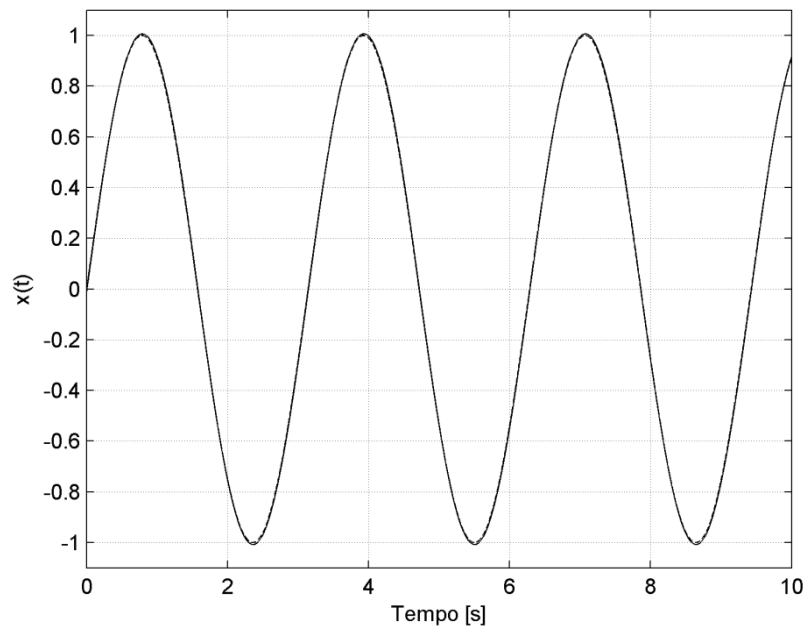


Figura 5.36 – Saída do sistema para referência senoidal com regras *fuzzy*.

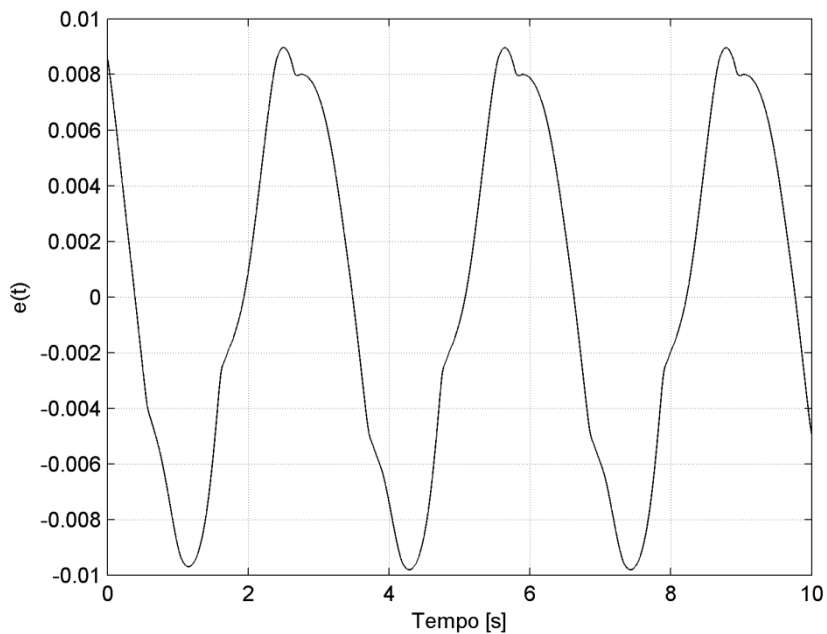


Figura 5.37 – Erro de rastreamento para referência senoidal com regras *fuzzy*.

A Figura 5.38 mostra o valor da função de chaveamento ao longo do tempo e a Figura 5.39 mostra o sinal de controle resultante da simulação.

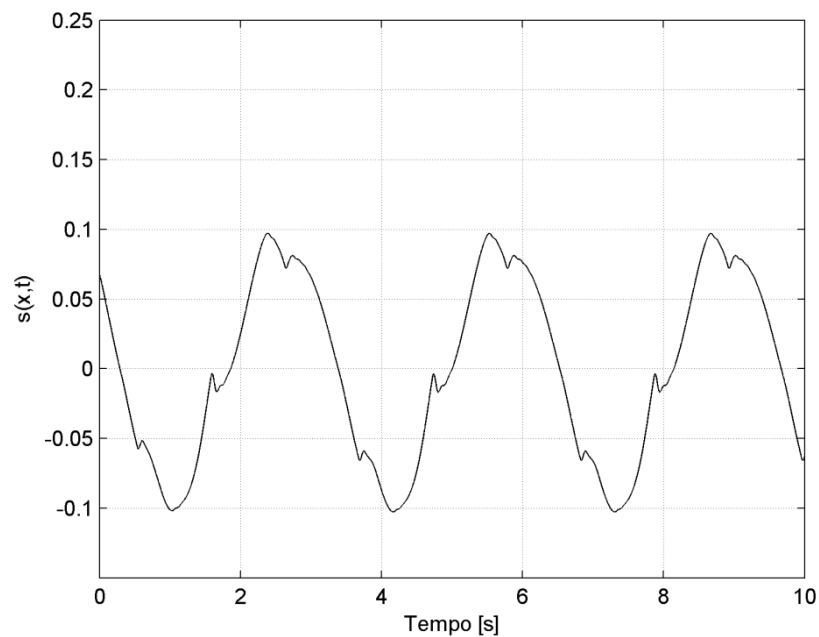


Figura 5.38 – Função de chaveamento para referência senoidal com regras *fuzzy*.

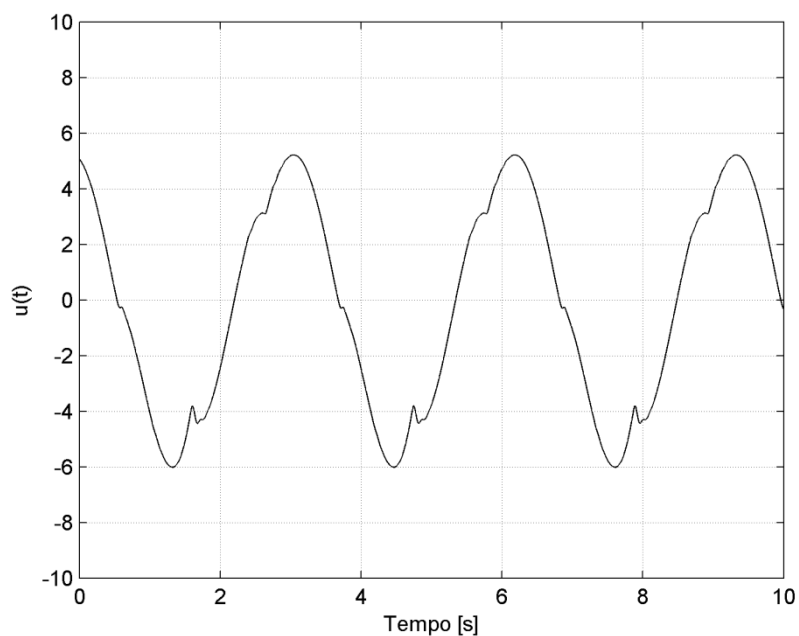


Figura 5.39 – Sinal de controle para referência senoidal com regras *fuzzy*.

Verifica-se que o sistema apresenta um bom desempenho, com erros pequenos e sinal de controle com *chattering* limitado. Quando comparada com métodos

convencionais, essa técnica apresenta a vantagem de necessitar de menos conhecimento a respeito do sistema a ser controlado. A escolha dos fatores de escala, entretanto, deve ser feita de maneira experimental ou por meio de simulações, já que influenciam na resposta do sistema.

Com o objetivo de obter uma representação desse controlador em formato computacional mais simples, será realizado o mesmo procedimento da seção anterior, resultando na substituição das regras *fuzzy* por regras obtidas via TCA, facilitando a utilização desse controlador em aplicações práticas.

5.4.2. SMC Baseado em Regras Aproximadas

Para o sistema *fuzzy* representado pela Tabela 5.3 e Figura 5.31, foi gerada uma tabela com diversos valores para as variáveis de entrada e de saída do sistema em questão. Os dados são processados de acordo com a TCA pelo *software Rosetta*, resultando nas regras (5.34).

$$\begin{aligned}
r_1: & \text{ IF } -1 \leq s(x) \leq -0,610 \text{ AND } -1 \leq \dot{s}(x) \leq -0,610 \text{ THEN } -0,840 \leq \Delta u \leq -0,813; \\
r_2: & \text{ IF } -1 \leq s(x) \leq -0,610 \text{ AND } -0,610 \leq \dot{s}(x) \leq -0,210 \text{ THEN } -0,840 \leq \Delta u \leq -0,550; \\
r_3: & \text{ IF } -1 \leq s(x) \leq -0,610 \text{ AND } -0,210 \leq \dot{s}(x) \leq 0,190 \text{ THEN } -0,840 \leq \Delta u \leq -0,324; \\
r_4: & \text{ IF } -1 \leq s(x) \leq -0,610 \text{ AND } 0,190 \leq \dot{s}(x) \leq 0,610 \text{ THEN } -0,594 \leq \Delta u \leq -0,019; \\
r_5: & \text{ IF } -1 \leq s(x) \leq -0,610 \text{ AND } 0,610 \leq \dot{s}(x) \leq 1 \text{ THEN } -0,360 \leq \Delta u \leq 0,360; \\
r_6: & \text{ IF } -0,610 \leq s(x) \leq -0,210 \text{ AND } -1 \leq \dot{s}(x) \leq -0,610 \text{ THEN } -0,840 \leq \Delta u \leq -0,550; \\
r_7: & \text{ IF } -0,610 \leq s(x) \leq -0,210 \text{ AND } -0,610 \leq \dot{s}(x) \leq -0,210 \text{ THEN } -0,840 \leq \Delta u \leq -0,281; \\
r_8: & \text{ IF } -0,610 \leq s(x) \leq -0,210 \text{ AND } -0,210 \leq \dot{s}(x) \leq 0,190 \text{ THEN } -0,541 \leq \Delta u \leq -0,027; \\
r_9: & \text{ IF } -0,610 \leq s(x) \leq -0,210 \text{ AND } 0,190 \leq \dot{s}(x) \leq 0,610 \text{ THEN } -0,303 \leq \Delta u \leq 0,287; \\
r_{10}: & \text{ IF } -0,610 \leq s(x) \leq -0,210 \text{ AND } 0,610 \leq \dot{s}(x) \leq 1 \text{ THEN } 0,019 \leq \Delta u \leq 0,581; \\
r_{11}: & \text{ IF } -0,210 \leq s(x) \leq 0,190 \text{ AND } -1 \leq \dot{s}(x) \leq -0,610 \text{ THEN } -0,840 \leq \Delta u \leq -0,324; \\
r_{12}: & \text{ IF } -0,210 \leq s(x) \leq 0,190 \text{ AND } -0,610 \leq \dot{s}(x) \leq -0,210 \text{ THEN } -0,542 \leq \Delta u \leq -0,027; \\
r_{13}: & \text{ IF } -0,210 \leq s(x) \leq 0,190 \text{ AND } -0,210 \leq \dot{s}(x) \leq 0,190 \text{ THEN } -0,258 \leq \Delta u \leq 0,235; \\
r_{14}: & \text{ IF } -0,210 \leq s(x) \leq 0,190 \text{ AND } 0,190 \leq \dot{s}(x) \leq 0,610 \text{ THEN } 0 \leq \Delta u \leq 0,534; \\
r_{15}: & \text{ IF } -0,210 \leq s(x) \leq 0,190 \text{ AND } 0,610 \leq \dot{s}(x) \leq 1 \text{ THEN } 0,308 \leq \Delta u \leq 0,840; \\
r_{16}: & \text{ IF } 0,190 \leq s(x) \leq 0,610 \text{ AND } -1 \leq \dot{s}(x) \leq -0,610 \text{ THEN } -0,594 \leq \Delta u \leq -0,019; \\
r_{17}: & \text{ IF } 0,190 \leq s(x) \leq 0,610 \text{ AND } -0,610 \leq \dot{s}(x) \leq -0,210 \text{ THEN } -0,303 \leq \Delta u \leq 0,287; \\
r_{18}: & \text{ IF } 0,190 \leq s(x) \leq 0,610 \text{ AND } -0,210 \leq \dot{s}(x) \leq 0,190 \text{ THEN } 0 \leq \Delta u \leq 0,534; \\
r_{19}: & \text{ IF } 0,190 \leq s(x) \leq 0,610 \text{ AND } 0,190 \leq \dot{s}(x) \leq 0,610 \text{ THEN } 0,258 \leq \Delta u \leq 0,840; \\
r_{20}: & \text{ IF } 0,190 \leq s(x) \leq 0,610 \text{ AND } 0,610 \leq \dot{s}(x) \leq 1 \text{ THEN } 0,542 \leq \Delta u \leq 0,840; \\
r_{21}: & \text{ IF } 0,610 \leq s(x) \leq 1 \text{ AND } -1 \leq \dot{s}(x) \leq -0,610 \text{ THEN } -0,360 \leq \Delta u \leq 0,360; \\
r_{22}: & \text{ IF } 0,610 \leq s(x) \leq 1 \text{ AND } -0,610 \leq \dot{s}(x) \leq -0,210 \text{ THEN } 0,019 \leq \Delta u \leq 0,581; \\
r_{23}: & \text{ IF } 0,610 \leq s(x) \leq 1 \text{ AND } -0,210 \leq \dot{s}(x) \leq 0,190 \text{ THEN } 0,308 \leq \Delta u \leq 0,840; \\
r_{24}: & \text{ IF } 0,610 \leq s(x) \leq 1 \text{ AND } 0,190 \leq \dot{s}(x) \leq 0,610 \text{ THEN } 0,542 \leq \Delta u \leq 0,840; \\
r_{25}: & \text{ IF } 0,610 \leq s(x) \leq 1 \text{ AND } 0,610 \leq \dot{s}(x) \leq 1 \text{ THEN } 0,813 \leq \Delta u \leq 0,840.
\end{aligned} \tag{5.34}$$

O conjunto de regras (5.34) é representado de forma simplificada na Tabela 5.4, cujos parâmetros são: $\alpha^{(1)} = [-1; -0,610]$; $\alpha^{(2)} = [-0,610; -0,210]$; $\alpha^{(3)} = [-0,210; 0,190]$; $\alpha^{(4)} = [0,190; 0,610]$; $\alpha^{(5)} = [0,610; 1]$; $\beta^{(1)} = [-1; -0,610]$; $\beta^{(2)} = [-0,610; -0,210]$; $\beta^{(3)} = [-0,210; 0,190]$; $\beta^{(4)} = [0,190; 0,610]$; $\beta^{(5)} = [0,610; 1]$; $\gamma^{(1)} = [-0,840; -0,813]$;

$$\begin{aligned} \gamma^{(2)} &= [-0,840; -0,550]; & \gamma^{(3)} &= [-0,840; -0,324]; & \gamma^{(4)} &= [-0,594; -0,019]; \\ \gamma^{(5)} &= [-0,360; 0,360]; & \gamma^{(6)} &= [-0,840; -0,550]; & \gamma^{(7)} &= [-0,840; -0,281]; \\ \gamma^{(8)} &= [-0,541; -0,027]; & \gamma^{(9)} &= [-0,303; 0,287]; & \gamma^{(10)} &= [0,019; 0,581]; \\ \gamma^{(11)} &= [-0,840; -0,324]; & \gamma^{(12)} &= [-0,542; -0,027]; & \gamma^{(13)} &= [-0,258; 0,235]; \\ \gamma^{(14)} &= [0; 0,534]; & \gamma^{(15)} &= [0,308; 0,840]; & \gamma^{(16)} &= [-0,594; -0,019]; & \gamma^{(17)} &= [-0,303; 0,287]; \\ \gamma^{(18)} &= [0; 0,534]; & \gamma^{(19)} &= [0,258; 0,840]; & \gamma^{(20)} &= [0,542; 0,840]; & \gamma^{(21)} &= [-0,360; 0,360]; \\ \gamma^{(22)} &= [0,019; 0,581]; & \gamma^{(23)} &= [0,308; 0,840]; & \gamma^{(24)} &= [0,542; 0,840]; & \gamma^{(25)} &= [0,813; 0,840]. \end{aligned}$$

Tabela 5.4 – Regras para o controlador baseado em regras.

$s(x)$	$\hat{s}(x)$				
	$\beta^{(1)}$	$\beta^{(2)}$	$\beta^{(3)}$	$\beta^{(4)}$	$\beta^{(5)}$
$\alpha^{(1)}$	$\gamma^{(1)}$	$\gamma^{(2)}$	$\gamma^{(3)}$	$\gamma^{(4)}$	$\gamma^{(5)}$
$\alpha^{(2)}$	$\gamma^{(6)}$	$\gamma^{(7)}$	$\gamma^{(8)}$	$\gamma^{(9)}$	$\gamma^{(10)}$
$\alpha^{(3)}$	$\gamma^{(11)}$	$\gamma^{(12)}$	$\gamma^{(13)}$	$\gamma^{(14)}$	$\gamma^{(15)}$
$\alpha^{(4)}$	$\gamma^{(16)}$	$\gamma^{(17)}$	$\gamma^{(18)}$	$\gamma^{(19)}$	$\gamma^{(20)}$
$\alpha^{(5)}$	$\gamma^{(21)}$	$\gamma^{(22)}$	$\gamma^{(23)}$	$\gamma^{(24)}$	$\gamma^{(25)}$

Com o objetivo de comparar a resposta das regras *fuzzy* (Tabela 5.3) com a resposta das regras obtidas via TCA (Tabela 5.4), a Figura 5.40 mostra as respostas computadas por ambas as técnicas. Foram utilizados valores aleatórios no intervalo $[-1, 1]$ para as variáveis de entrada $s(x)$ (em cor azul) e $\hat{s}(x)$ (em cor verde). As respostas com as regras *fuzzy* estão representadas em cor azul e as respostas com as regras aproximadas estão representadas em cor vermelha. Os resultados numéricos obtidos são bem similares.

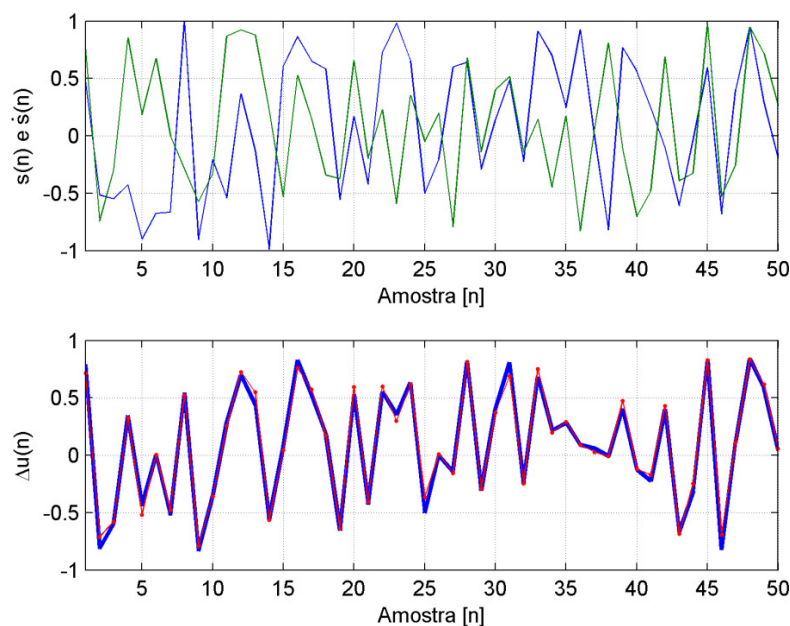


Figura 5.40 – Resposta das regras *fuzzy* e das regras aproximadas.

No processamento das regras *fuzzy* (Tabela 5.3) foram utilizados procedimentos de fuzificação com as funções definidas na Figura 5.31, operadores max-min e etapa de defuzificação do tipo centroide. No processamento das regras aproximadas (Tabela 5.4) foram utilizadas interpolações na forma de (3.12), resultando nas expressões (5.35).

$$\begin{aligned}
r_1: & \text{ IF } -1 \leq s(x) \leq -0,610 \text{ AND } -1 \leq \dot{s}(x) \leq -0,610 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = -0,022.s(x) - 0,022.\dot{s}(x) - 0,84; \\
r_2: & \text{ IF } -1 \leq s(x) \leq -0,610 \text{ AND } -0,610 \leq \dot{s}(x) \leq -0,210 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = -0,238.s(x) + 0,362.\dot{s}(x) - 0,619; \\
r_3: & \text{ IF } -1 \leq s(x) \leq -0,610 \text{ AND } -0,210 \leq \dot{s}(x) \leq 0,190 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = -0,423.s(x) + 0,644.\dot{s}(x) - 0,705; \\
r_4: & \text{ IF } -1 \leq s(x) \leq -0,610 \text{ AND } 0,190 \leq \dot{s}(x) \leq 0,610 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = -0,472.s(x) + 0,685.\dot{s}(x) - 0,724; \\
r_5: & \text{ IF } -1 \leq s(x) \leq -0,610 \text{ AND } 0,610 \leq \dot{s}(x) \leq 1 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = -0,59.s(x) + 0,923.\dot{s}(x) - 0,923; \\
r_6: & \text{ IF } -0,610 \leq s(x) \leq -0,210 \text{ AND } -1 \leq \dot{s}(x) \leq -0,610 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,362.s(x) - 0,238.\dot{s}(x) - 0,619; \\
r_7: & \text{ IF } -0,610 \leq s(x) \leq -0,210 \text{ AND } -0,610 \leq \dot{s}(x) \leq -0,210 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,699.s(x) + 0,699.\dot{s}(x) + 0,012; \\
r_8: & \text{ IF } -0,610 \leq s(x) \leq -0,210 \text{ AND } -0,210 \leq \dot{s}(x) \leq 0,190 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,643.s(x) + 0,643.\dot{s}(x) - 0,014; \\
r_9: & \text{ IF } -0,610 \leq s(x) \leq -0,210 \text{ AND } 0,190 \leq \dot{s}(x) \leq 0,610 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,738.s(x) + 0,703.\dot{s}(x) + 0,013; \\
r_{10}: & \text{ IF } -0,610 \leq s(x) \leq -0,210 \text{ AND } 0,610 \leq \dot{s}(x) \leq 1 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,703.s(x) + 0,721.\dot{s}(x) + 0,007; \\
r_{11}: & \text{ IF } -0,210 \leq s(x) \leq 0,190 \text{ AND } -1 \leq \dot{s}(x) \leq -0,610 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,644.s(x) - 0,423.\dot{s}(x) - 0,705; \\
r_{12}: & \text{ IF } -0,210 \leq s(x) \leq 0,190 \text{ AND } -0,610 \leq \dot{s}(x) \leq -0,210 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,643.s(x) + 0,643.\dot{s}(x) - 0,014; \\
r_{13}: & \text{ IF } -0,210 \leq s(x) \leq 0,190 \text{ AND } -0,210 \leq \dot{s}(x) \leq 0,190 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,616.s(x) + 0,616.\dot{s}(x) + 0,001; \\
r_{14}: & \text{ IF } -0,210 \leq s(x) \leq 0,190 \text{ AND } 0,190 \leq \dot{s}(x) \leq 0,610 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,668.s(x) + 0,636.\dot{s}(x) + 0,019; \\
r_{15}: & \text{ IF } -0,210 \leq s(x) \leq 0,190 \text{ AND } 0,610 \leq \dot{s}(x) \leq 1 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,665.s(x) + 0,682.\dot{s}(x) + 0,031; \\
r_{16}: & \text{ IF } 0,190 \leq s(x) \leq 0,610 \text{ AND } -1 \leq \dot{s}(x) \leq -0,610 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,685.s(x) - 0,472.\dot{s}(x) - 0,724; \\
r_{17}: & \text{ IF } 0,190 \leq s(x) \leq 0,610 \text{ AND } -0,610 \leq \dot{s}(x) \leq -0,210 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,703.s(x) + 0,738.\dot{s}(x) + 0,013; \\
r_{18}: & \text{ IF } 0,190 \leq s(x) \leq 0,610 \text{ AND } -0,210 \leq \dot{s}(x) \leq 0,190 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,636.s(x) + 0,668.\dot{s}(x) + 0,019; \\
r_{19}: & \text{ IF } 0,190 \leq s(x) \leq 0,610 \text{ AND } 0,190 \leq \dot{s}(x) \leq 0,610 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,693.s(x) + 0,693.\dot{s}(x) - 0,005; \\
r_{20}: & \text{ IF } 0,190 \leq s(x) \leq 0,610 \text{ AND } 0,610 \leq \dot{s}(x) \leq 1 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,355.s(x) + 0,382.\dot{s}(x) + 0,241; \\
r_{21}: & \text{ IF } 0,610 \leq s(x) \leq 1 \text{ AND } -1 \leq \dot{s}(x) \leq -0,610 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,923.s(x) - 0,59.\dot{s}(x) - 0,923; \\
r_{22}: & \text{ IF } 0,610 \leq s(x) \leq 1 \text{ AND } -0,610 \leq \dot{s}(x) \leq -0,210 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,721.s(x) + 0,703.\dot{s}(x) + 0,007; \\
r_{23}: & \text{ IF } 0,610 \leq s(x) \leq 1 \text{ AND } -0,210 \leq \dot{s}(x) \leq 0,190 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,682.s(x) + 0,665.\dot{s}(x) + 0,031; \\
r_{24}: & \text{ IF } 0,610 \leq s(x) \leq 1 \text{ AND } 0,190 \leq \dot{s}(x) \leq 0,610 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,382.s(x) + 0,355.\dot{s}(x) + 0,241; \\
r_{25}: & \text{ IF } 0,610 \leq s(x) \leq 1 \text{ AND } 0,610 \leq \dot{s}(x) \leq 1 \\
& \quad \text{ THEN } \Delta u = 0,035.s(x) + 0,035.\dot{s}(x) + 0,77.
\end{aligned} \tag{5.35}$$

A Figura 5.41 mostra o histograma para o tempo de computação de mil iterações das regras *fuzzy* e a Figura 5.42 mostra o histograma para o tempo de computação das regras aproximadas. O tempo médio de computação das regras aproximadas foi cerca de 65 vezes menor do que o tempo de processamento das regras *fuzzy*.

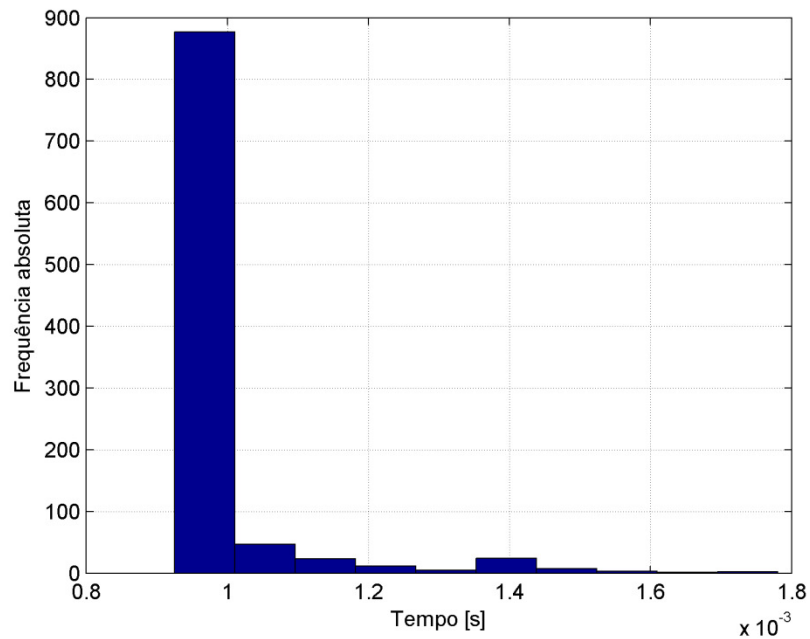


Figura 5.41 – Histograma do tempo de computação das regras *fuzzy*.

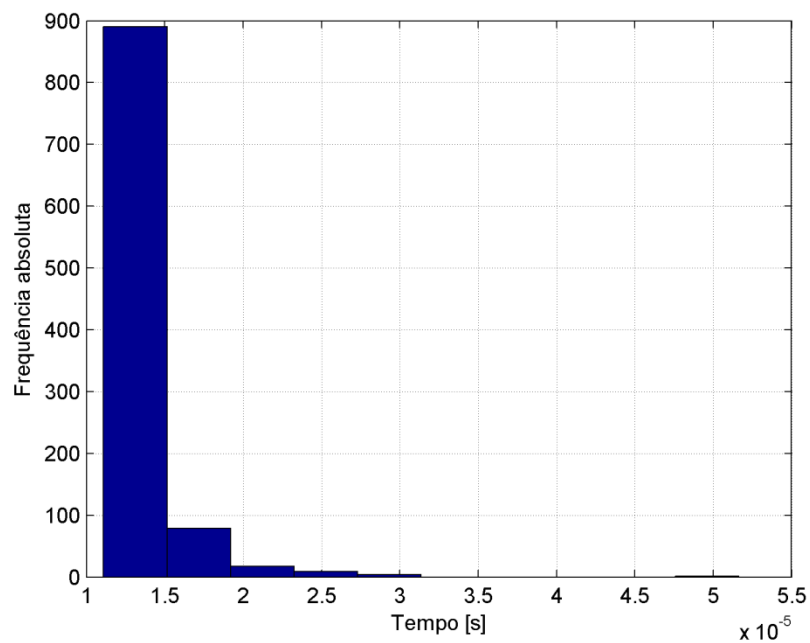


Figura 5.42 – Histograma do tempo de computação das regras aproximadas.

Foi simulada a resposta do controlador para o sistema modelado pelas equações (5.20) e (5.22). Primeiramente são apresentadas as respostas da malha ao degrau unitário, com a função de chaveamento (5.12) escolhida com $c = 1$. Os fatores de escala utilizados para $s(x)$, $\dot{s}(x)$ e Δu foram iguais ao do controlador *fuzzy* (respectivamente, 2, 1 e 0,05). A Figura 5.43 mostra a saída do processo e a Figura 5.44 o sinal de controle resultante.

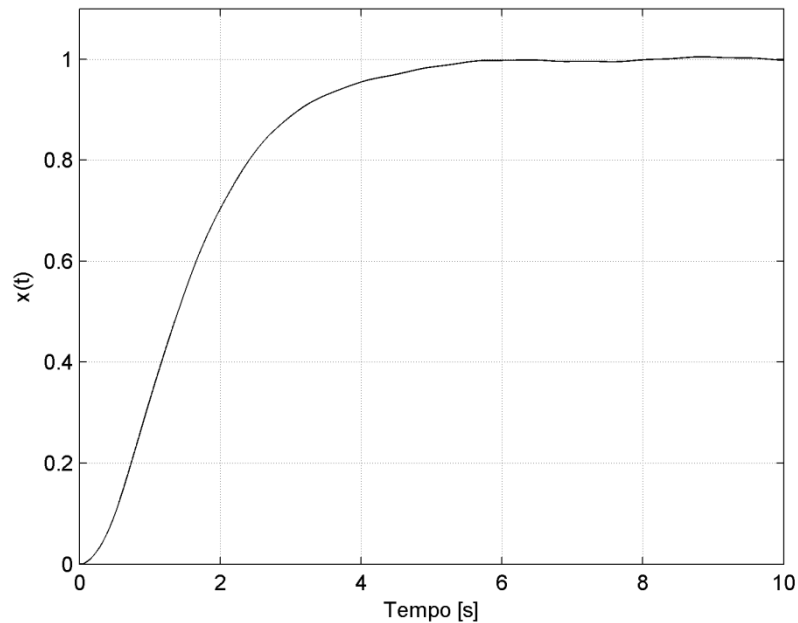


Figura 5.43 – Saída do sistema com controlador baseado em regras aproximadas.

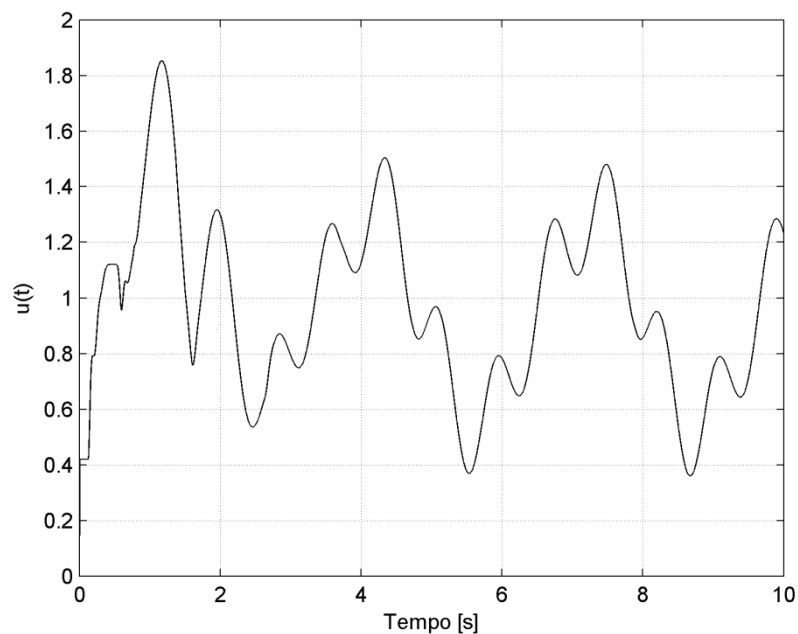


Figura 5.44 – Sinal de controle com controlador baseado em regras aproximadas.

A Figura 5.45 mostra o valor da função de chaveamento e a Figura 5.46 ilustra o plano de fase do sistema, onde a linha de chaveamento é representada em linha pontilhada.

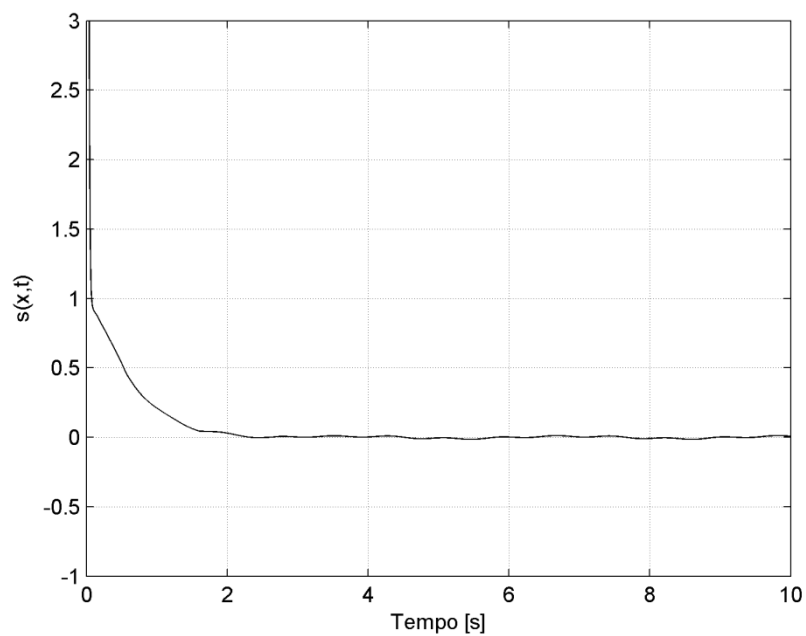


Figura 5.45 – Valor da função de chaveamento com controlador baseado em regras aproximadas.

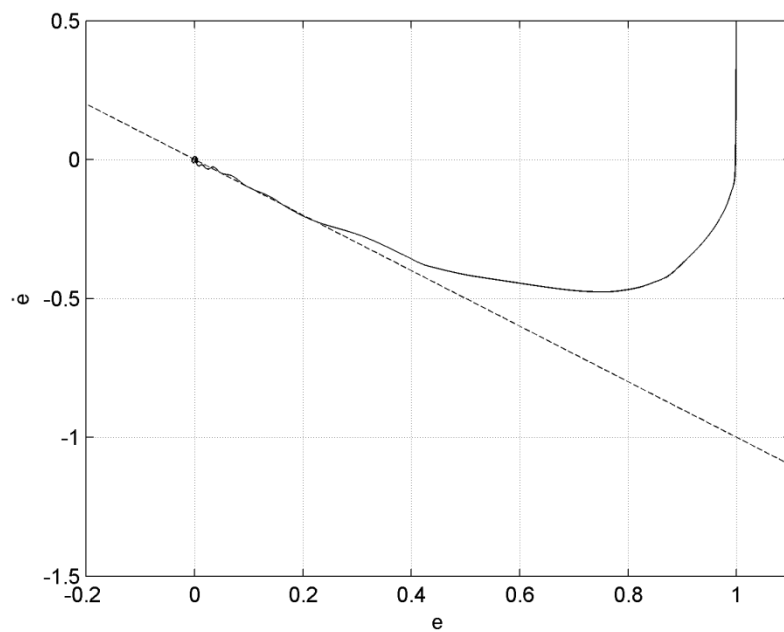


Figura 5.46 – Plano de fase com controlador baseado em regras aproximadas.

O controlador baseado em regras aproximadas manteve as características do sistema *fuzzy* utilizado como base para geração das regras, com a vantagem de ser representado em formato computacional mais simples e eficiente. Para verificar a capacidade de rastreamento, foi simulada a resposta para a referência senoidal $r(t) = \text{sen}(2t)$ com $c = 10$ na função de chaveamento (5.12) e os mesmos fatores de escala para as variáveis de entrada e saída. A Figura 5.47 ilustra a saída da malha de controle para a referência em questão e a Figura 5.48 ilustra o erro de rastreamento correspondente.

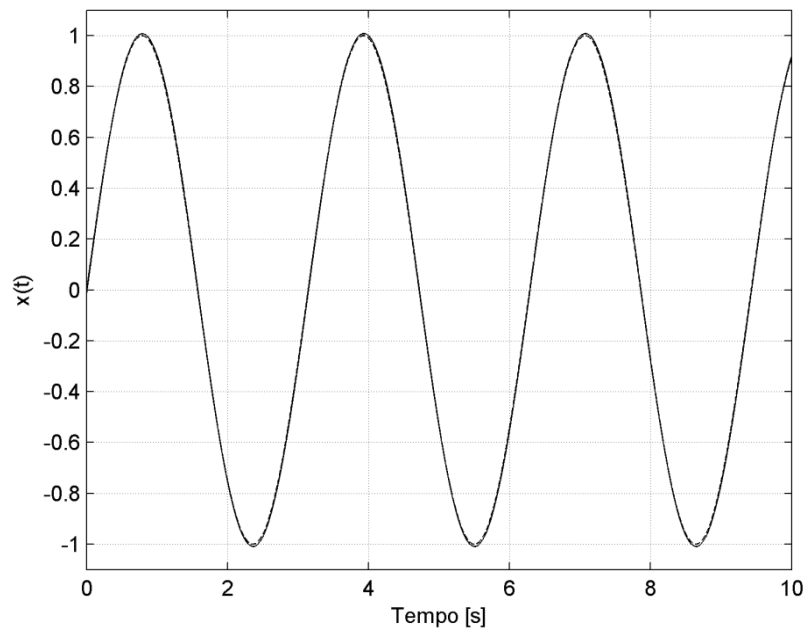


Figura 5.47 – Saída do SMC baseado em regras aproximadas e referência senoidal.

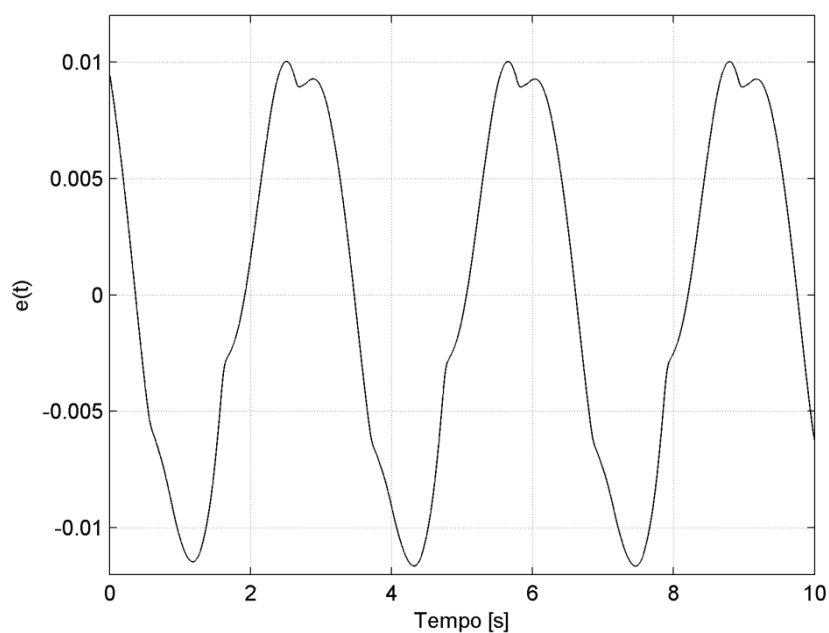


Figura 5.48 – Erro da malha com SMC baseado em regras aproximadas e referência senoidal.

A Figura 5.49 ilustra os valores da função de chaveamento e a Figura 5.50 o sinal de controle resultante.

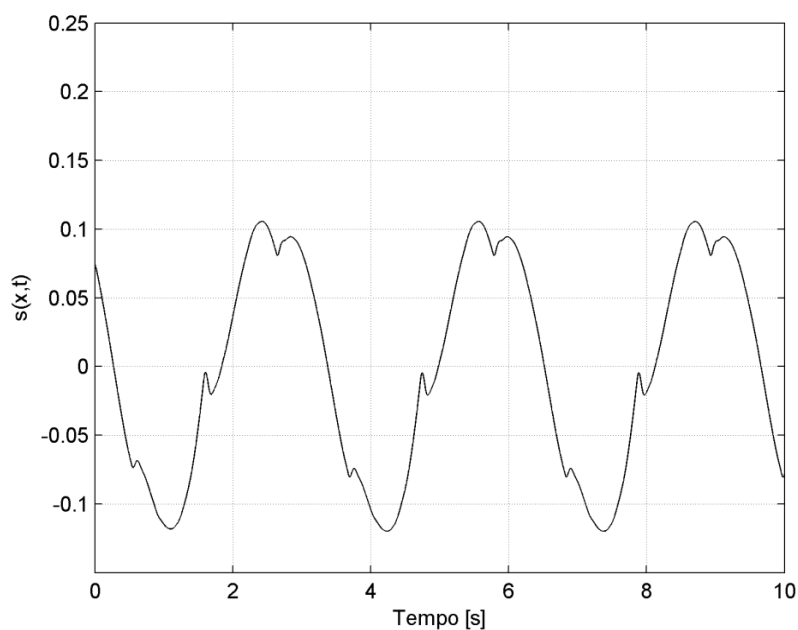


Figura 5.49 – Valores da função de chaveamento com SMC baseado em regras aproximadas e referência senoidal.

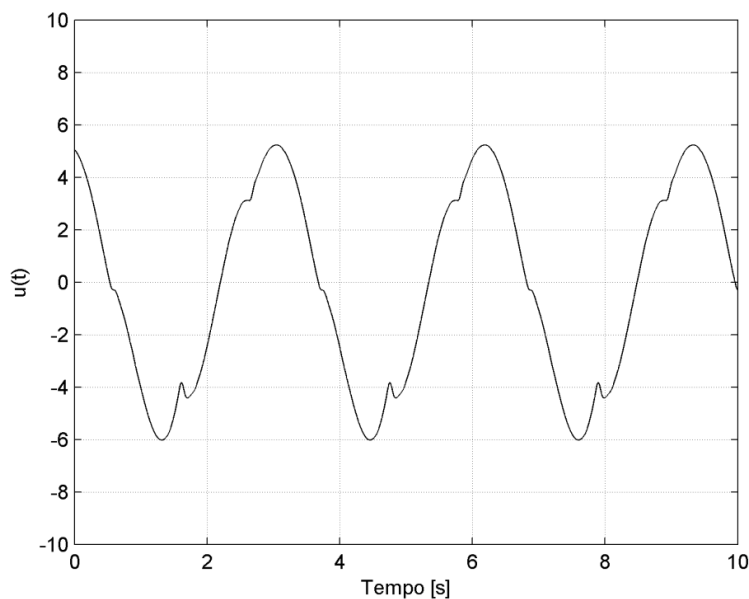


Figura 5.50 – Sinal de controle com SMC baseado em regras aproximadas e referência senoidal.

O desempenho do sistema de controle por modos deslizantes baseado em regras aproximadas é bem semelhante ao do SMC baseado em regras *fuzzy*. Por não haver necessidade dos procedimentos de fuzificação e defuzificação, as regras aproximadas apresentam forma computacional mais simples e resultam em um menor tempo de

processamento do algoritmo de controle, o que facilita a aplicação prática do controlador.

Capítulo 6

Resultados Experimentais

6.1. Introdução

Esse capítulo apresenta resultados de simulações computacionais e testes experimentais com o objetivo de comprovar a viabilidade da aplicação prática dos métodos apresentados nos capítulos anteriores. Os experimentos práticos foram realizados utilizando-se um sistema de nível em escala reduzida.

6.2. Sistema de Nível

O sistema é composto por dois reservatórios sobrepostos e interligados, sendo que uma bomba motorizada transfere um determinado líquido (água) do tanque inferior para o superior, onde o nível do líquido é controlado.

Fazem parte do sistema um computador (PC), no qual os algoritmos de controle são executados, uma interface com conversores analógico-digitais (A/D) e digital-analógicos (D/A), um transdutor de nível e um módulo eletrônico para processamento dos sinais do transdutor e do *driver* da bomba motorizada. A Figura 6.1 ilustra a bancada utilizada nos ensaios e a Figura 6.2 mostra a tela do programa aplicativo elaborado no *software LabVIEW* para controle e supervisão dos experimentos. No Anexo A no final do texto dessa dissertação encontram-se os códigos dos aplicativos utilizados nos ensaios.



Figura 6.1 – Bancada utilizada nos ensaios.

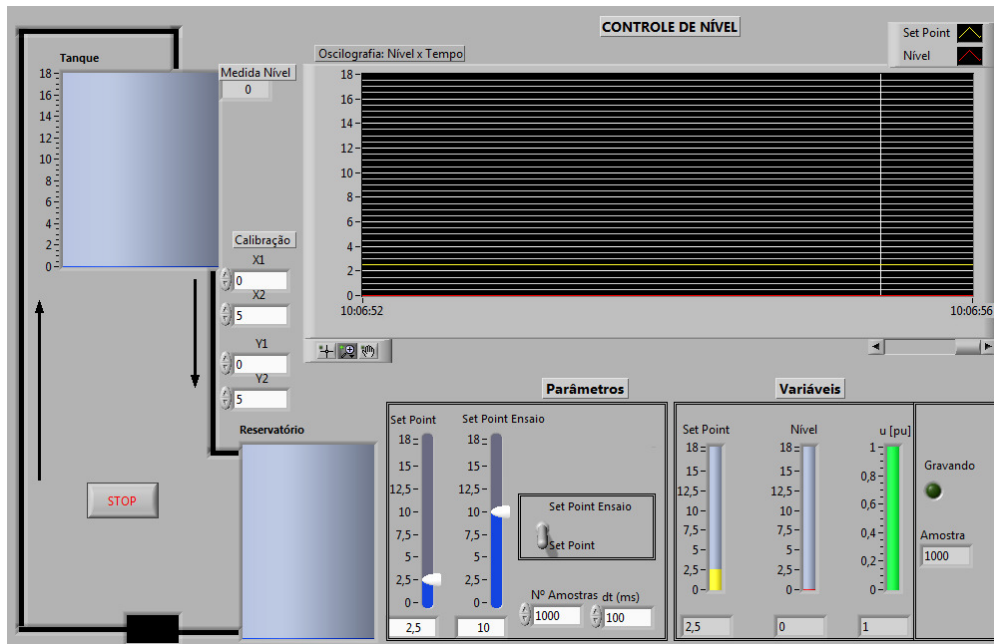


Figura 6.2 – Programa para controle e supervisão do processo.

A Figura 6.3 mostra a estrutura básica da bancada de ensaios. O nível do processo é medido por duas hastes metálicas em contato com o líquido, correspondendo a um transdutor capacitivo. A alteração do nível do líquido equivale a uma variação do dielétrico do capacitor associado às hastes. O módulo eletrônico é responsável por condicionar o sinal do transdutor e transmiti-lo à interface (A/D) do sistema de aquisição de dados (NI USB-6008 da National Instruments), que utiliza comunicação serial em padrão USB com o computador. A informação de comando computada pelo algoritmo de controle também é transmitida para o *driver* de acionamento da bomba motorizada pela interface (D/A) do sistema de aquisição de dados.

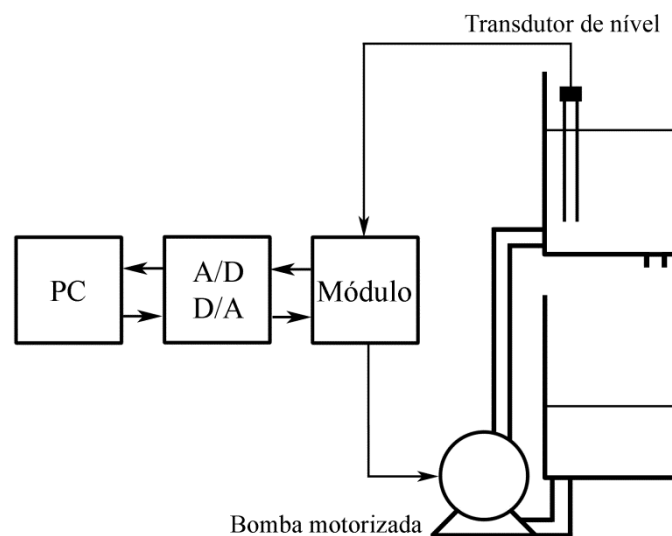


Figura 6.3 – Estrutura do experimento.

Muitos processos industriais envolvem o fluxo de líquidos ao longo de tubulações e reservatórios. Os fluxos nesses processos são geralmente turbulentos, sendo frequentemente representados por equações diferenciais não lineares (Ogata, 2003).

Partindo do princípio de conservação de massa pode-se chegar à equação (6.1), na qual h é o nível do líquido em questão, q_i é a vazão de entrada, q_o é a vazão de saída e A é o valor da seção transversal do reservatório (considerada constante) onde o nível será controlado.

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_i(t) - q_o(t) \quad (6.1)$$

A vazão de saída pode ser descrita pela equação (6.2), na qual a é a seção transversal da tubulação de saída do reservatório e g é a aceleração da gravidade.

$$q_o(t) = a\sqrt{2gh(t)} \quad (6.2)$$

Assim, tem-se a equação diferencial não linear (6.3) que modela o processo.

$$A \frac{dh(t)}{dt} = q_i(t) - a\sqrt{2gh(t)} \quad (6.3)$$

Caso a região de operação seja limitada, a equação não linear pode ser linearizada. Desse modo, o sistema de nível pode ser modelado por uma equação diferencial linear em um determinado ponto de operação (q_i^0 e h^0), como visto em (6.4), na qual c_h é uma constante relacionada com a linearização da equação (6.3).

$$A \frac{d\hat{h}(t)}{dt} = \hat{q}_i(t) - c_h \hat{h}(t) \quad (6.4)$$

6.3. Sintonia de SMC

Nesta seção são obtidos os resultados referentes ao procedimento de sintonia de controladores por modos deslizantes apresentado no Capítulo 4.

Inicialmente, foi realizada a identificação do modelo do processo de nível. Assumindo que a relação entre a tensão na bomba motorizada ou o sinal de comando do

driver da mesma e a vazão de entrada do processo é proporcional, como indicado na equação (6.5), na qual k_b é constante, é possível representar o sistema por um modelo linear de primeira ordem.

$$q_i(t) = k_b v(t) \quad (6.5)$$

Um modelo foi obtido para o ponto de operação entre 6 e 8 unidades de nível. Utilizou-se a ferramenta (*toolbox*) “*ident*” do *MATLAB* para a obtenção do modelo expresso na forma da função de transferência (6.6).

$$\frac{H(s)}{V(s)} = \frac{2,63}{91,74s + 1} \quad (6.6)$$

No projeto do controlador, o ganho do integrador k_i é escolhido com valor unitário. Os parâmetros a e b , calculados por (4.6), assumem valores $a = 0,0109$ e $b = 0,0287$. O valor da constante c da linha de chaveamento (4.10) é escolhido como $c = 0,04$, o que, para variações em degrau na referência de entrada, resulta na especificação de um sistema de primeira ordem com ganho unitário e constante de tempo igual a 25 segundos (4.18). As faixas de ganhos que garantem o alcance ao modo deslizante calculadas por (4.15) são dadas por (6.7).

$$\begin{aligned} k_{1b} < 0 < k_{1a} \\ k_{2b} < 1,01 < k_{2a} \end{aligned} \quad (6.7)$$

Seguindo o procedimento resumido na Tabela 4.1, o ganho $\psi_2 (k_{2a})$ é escolhido com valor 1,5. Para verificar o desempenho da abordagem proposta, foram escolhidos valores de K_a de modo que o ganho $\psi_1 (k_{1a})$ utilizado no controlador resulte em características diversas. Os valores de K_a escolhidos e os respectivos ganhos resultantes são apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Ganhos utilizados nos experimentos.

	K_a	$\psi_1 (k_{1a})$
Adequado	0,5	0,37
Insuficiente (lento)	4	0,027
Excessivo (oscilatório)	0,1	4,28

Primeiramente foram simuladas as respostas ao degrau unitário da malha de controle para os diferentes ganhos. O passo de simulação utilizado nas simulações foi de 100 [ms]. Na obtenção das derivadas das informações do sistema, foram utilizadas funções de transferência do tipo (4.19) com $T_d = 1$. A Figura 6.4 mostra a saída do sistema e o sinal de controle com a utilização de ganhos classificados como adequados (com $K_a = 0,5$). A Figura 6.5 mostra o plano de fase do sistema de controle (estando a superfície de chaveamento representada em linhas tracejadas) e os valores da função de chaveamento ao longo do tempo. Com os resultados obtidos na simulação, verifica-se que a intensidade do *chattering* é limitada e a resposta do sistema ficou adequada.

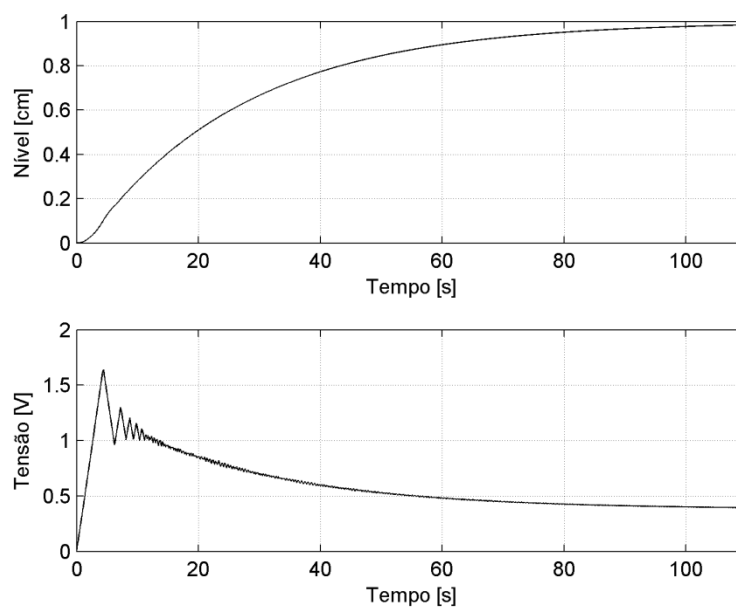


Figura 6.4 – Saída do sistema e sinal de controle da simulação com ganhos adequados.

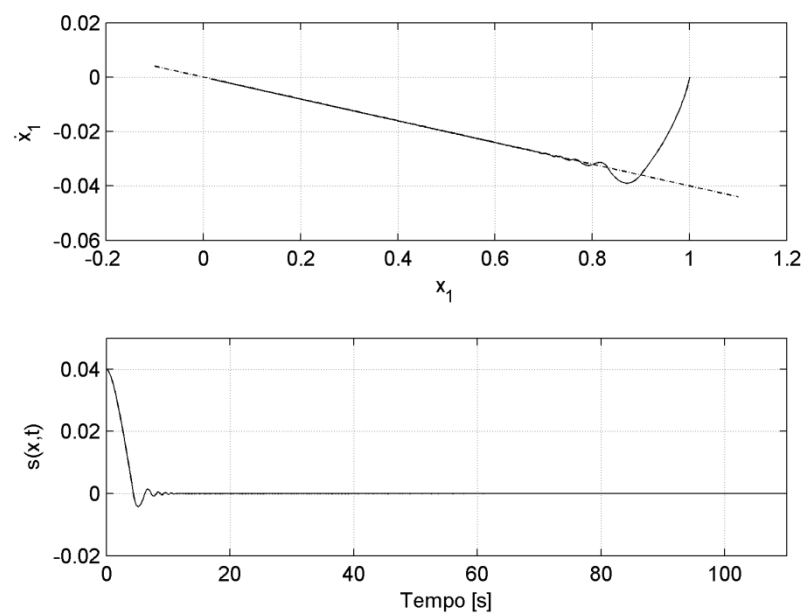


Figura 6.5 – Plano de fase e função de chaveamento da simulação com ganhos adequados.

Agora são mostrados resultados de simulações considerando ganhos classificados como insuficientes (com $K_a = 4$) no controlador. A Figura 6.6 mostra a saída do sistema e o sinal de controle da simulação realizada. A Figura 6.7 mostra o plano de fase e a função de chaveamento obtida. Pode-se observar um padrão de resposta mais lento do que na simulação anterior, uma vez que o sistema demora mais tempo para atingir a linha de chaveamento.

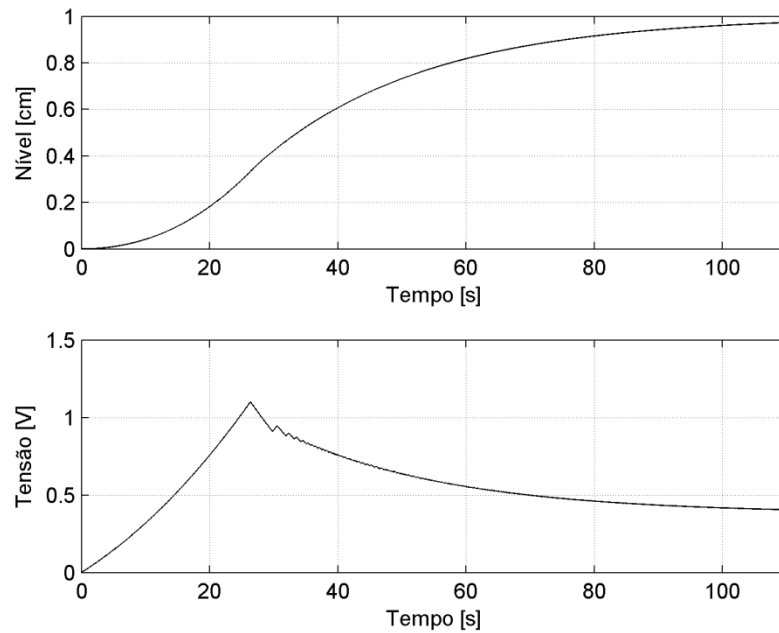


Figura 6.6 – Saída do sistema e sinal de controle da simulação com ganhos insuficientes.

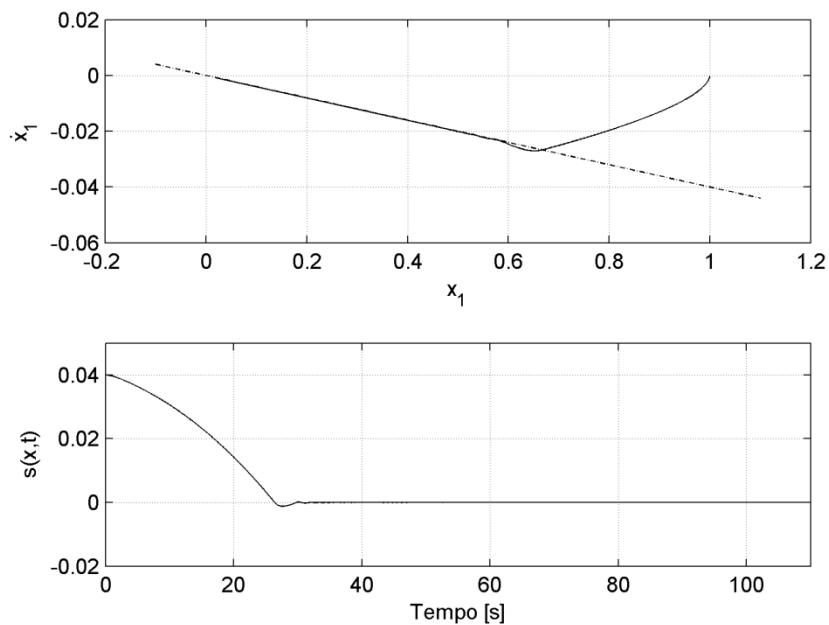


Figura 6.7 – Plano de fase e função de chaveamento da simulação com ganhos insuficientes.

Agora são mostrados resultados de simulações considerando ganhos classificados como excessivos (com $K_a = 0,1$). A Figura 6.8 mostra a saída do sistema e o sinal de controle para a malha simulada com ganhos excessivos no controlador. A Figura 6.9 mostra o plano de fase e a função de chaveamento obtida.

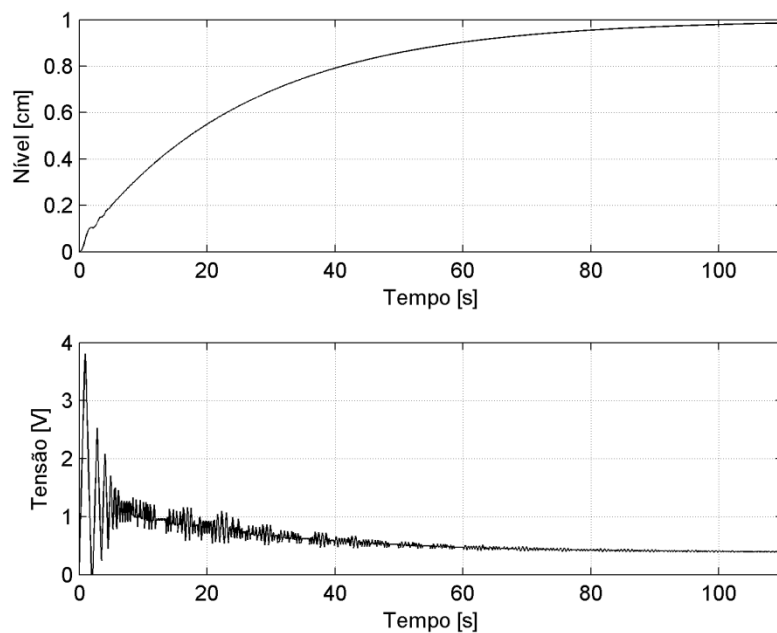


Figura 6.8 – Saída do sistema e sinal de controle da simulação com ganhos excessivos.

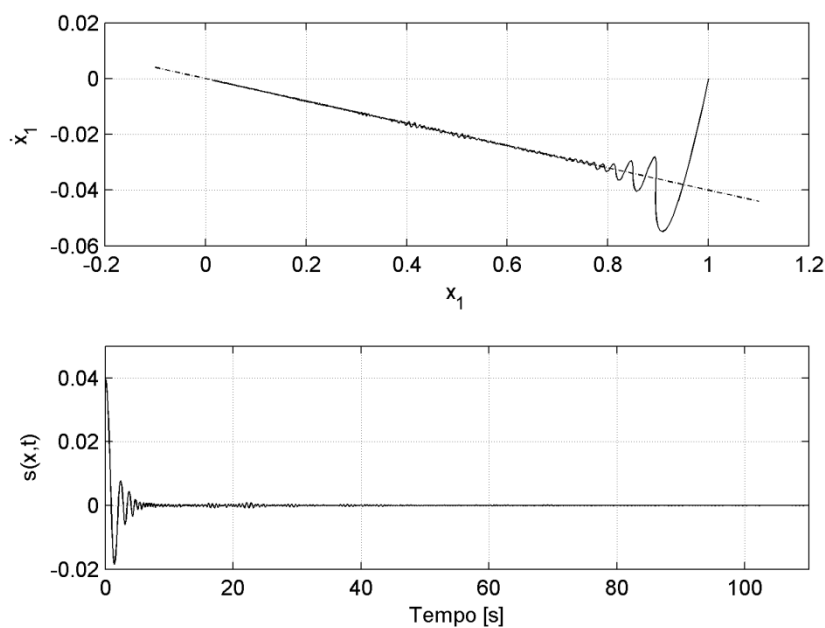


Figura 6.9 – Plano de fase e função de chaveamento da simulação com ganhos excessivos.

Verifica-se que a resposta do sistema é mais rápida do que nas simulações anteriores (a linha de chaveamento é encontrada rapidamente), porém as oscilações na vizinhança da superfície de chaveamento e no sinal de controle são mais intensas. As respostas obtidas nas simulações estão de acordo com as análises realizadas no Capítulo 4.

A seguir, são apresentados os resultados dos ensaios práticos realizados na bancada de testes. Os ensaios foram realizados com uma variação em degrau na referência de entrada de 6 para 7 unidades de nível e o tempo de amostragem utilizado foi de 100 [ms]. As derivadas foram obtidas por funções de transferência do tipo (4.19), com $T_d = 1$. A Figura 6.10 mostra a saída do sistema e o sinal de controle para os ensaios realizados com os ganhos classificados como adequados (com $K_a = 0,5$) de acordo com o procedimento de sintonia proposto.

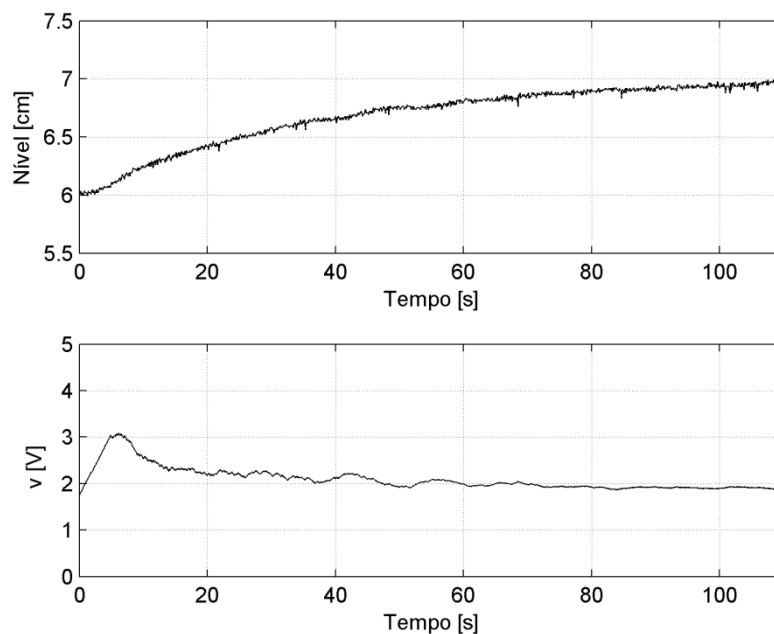


Figura 6.10 – Saída do sistema e sinal de controle do ensaio utilizando ganhos adequados.

A Figura 6.11 mostra o plano de fase, com a superfície de chaveamento representada em linhas tracejadas, e o valor da função de chaveamento ao longo do tempo. O sistema entra em modo deslizante em um tempo satisfatório e o sinal de controle não apresenta muita oscilação, indicando que o procedimento de sintonia foi satisfatório.

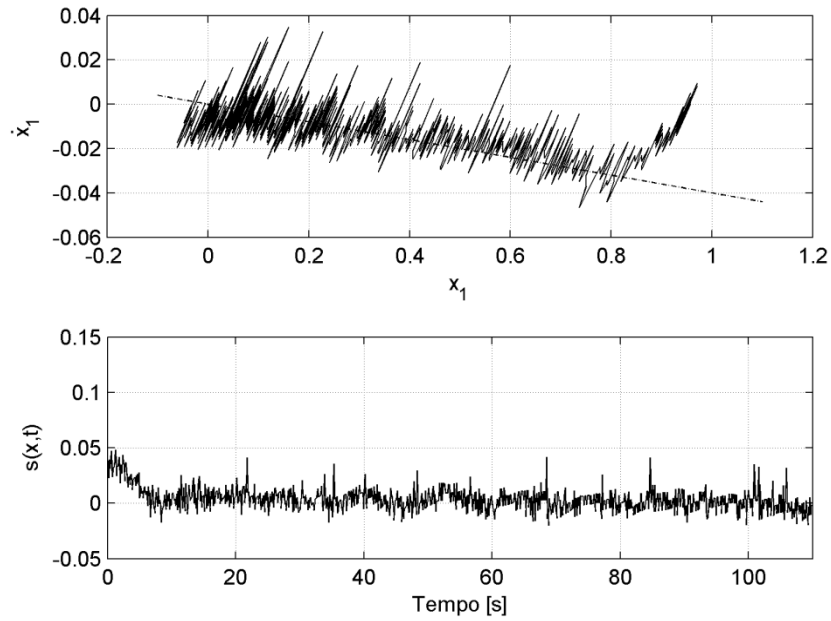


Figura 6.11 – Plano de fase e função de chaveamento do ensaio utilizando ganhos adequados.

A Figura 6.12 mostra a saída do sistema e o sinal de controle para os ensaios realizados com os ganhos classificados como insuficientes (com $K_a = 4$). A Figura 6.13 ilustra o plano de fase, com a superfície de chaveamento representada em linhas tracejadas, e os valores da função de chaveamento no tempo.

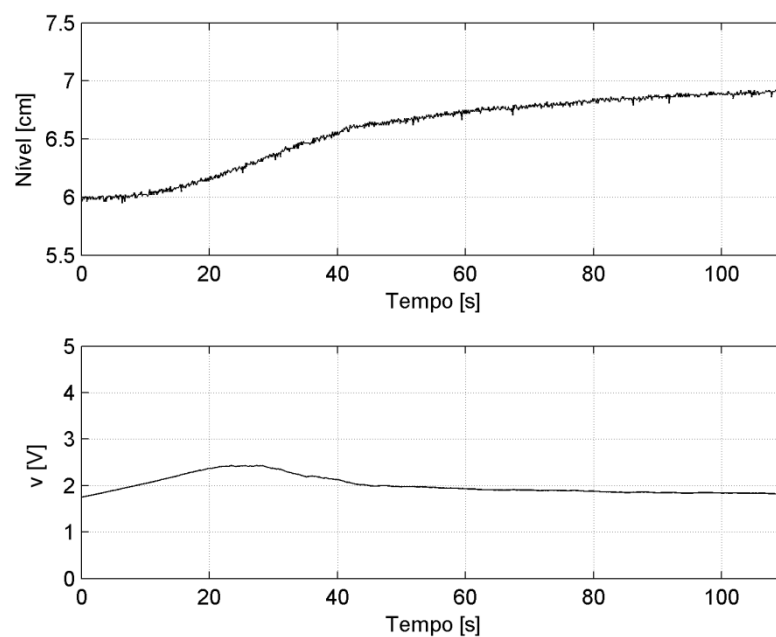


Figura 6.12 – Saída do sistema e sinal de controle do ensaio utilizando ganhos insuficientes.

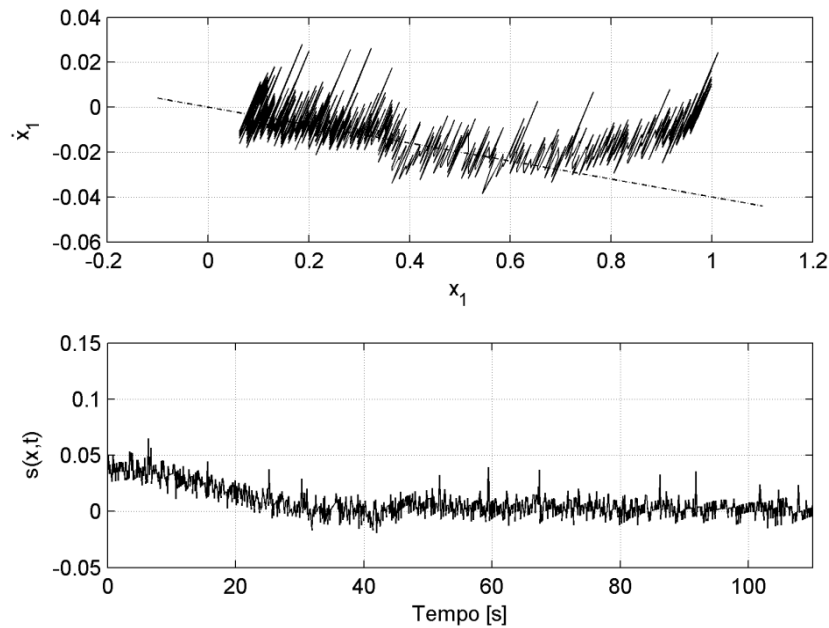


Figura 6.13 – Plano de fase e função de chaveamento do ensaio utilizando ganhos insuficientes.

Observa-se que o sistema apresenta uma resposta mais lenta em relação ao ensaio anterior e demora mais para alcançar a linha de chaveamento, conforme previsto.

A Figura 6.14 mostra a saída do sistema e o sinal de controle para os ensaios realizados com ganhos excessivos ($K_a = 0,1$). A Figura 6.15 mostra o plano de fase, com a superfície de chaveamento representada em linhas tracejadas, e o valor da função de chaveamento ao longo do tempo.

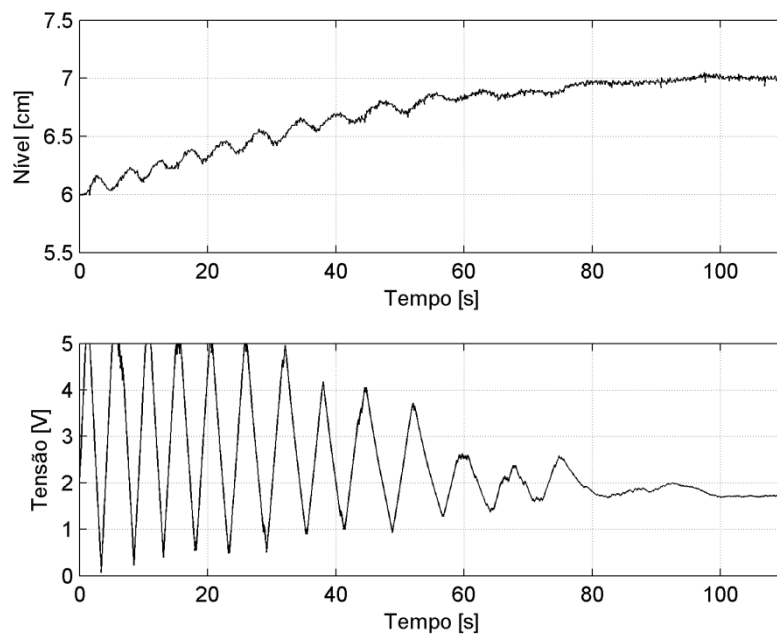


Figura 6.14 – Saída do sistema e sinal de controle do ensaio utilizando ganhos excessivos.

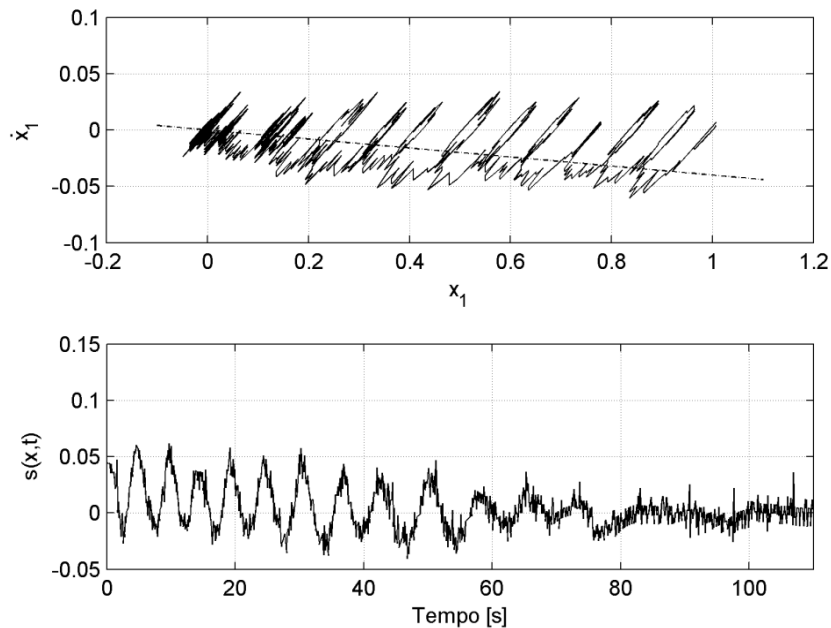


Figura 6.15 – Plano de fase e função de chaveamento do ensaio utilizando ganhos excessivos.

Pode-se verificar que a resposta do sistema é rápida em relação aos ensaios anteriores, porém muito oscilatória. O efeito do *chattering* é intensificado em relação aos resultados obtidos na simulação devido à presença das dinâmicas não modeladas que foram desprezadas no projeto do controlador.

Para verificar a característica de robustez do controlador projetado de acordo com o procedimento de sintonia proposto, foram realizados ensaios em diferentes pontos de operação do processo. Como o sistema é não linear, a mudança do ponto de operação pode ser interpretada como variação nos parâmetros do modelo do processo.

Os ganhos utilizados para o controlador são $k_{1a} = 0,37$ e $k_{2a} = 1,5$, correspondentes à sintonia adequada (com $K_a = 0,5$), e o parâmetro da linha de chaveamento é $c = 0,04$. A Figura 6.16 mostra a saída normalizada para ensaios realizados com a referência variando em degrau de 5 para 6 [cm], de 6 para 7 [cm] e de 7 para 8 [cm]. Verifica-se que as respostas estão praticamente sobrepostas, indicando que o controlador mantém o mesmo padrão de resposta dinâmica nos diferentes pontos de operação. A Figura 6.17 mostra o plano de fase para cada um dos ensaios e a Figura 6.18 mostra o valor da função de chaveamento ao longo do tempo, onde pode-se observar que o comportamento do sistema é praticamente o mesmo em pontos de operação distintos.

Os ensaios resultaram em respostas condizentes com as análises realizadas no Capítulo 4. Isso confirma a possibilidade da aplicação prática do procedimento de

sintonia proposto, visto que o mesmo resultou em um controlador por modos deslizantes factível, com boas características de robustez e ocorrência de *chattering* reduzida.

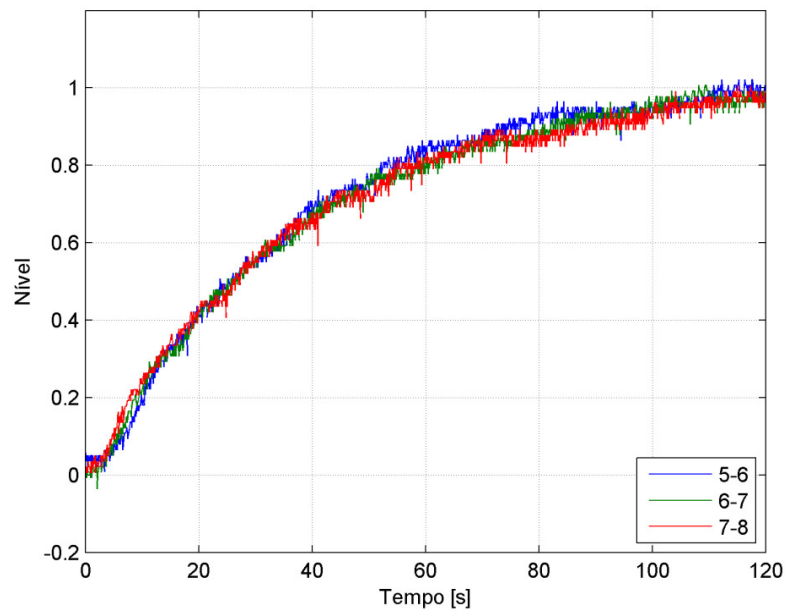


Figura 6.16 – Saída do sistema dos ensaios em diferentes pontos de operação.

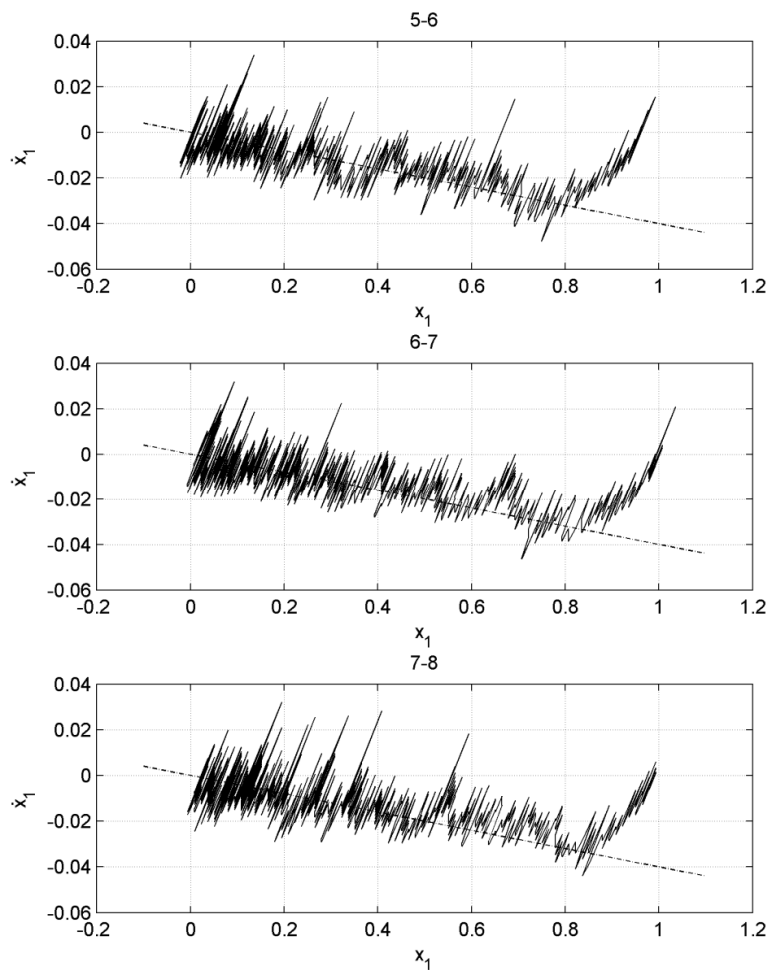


Figura 6.17 – Planos de fase dos ensaios em diferentes pontos de operação.

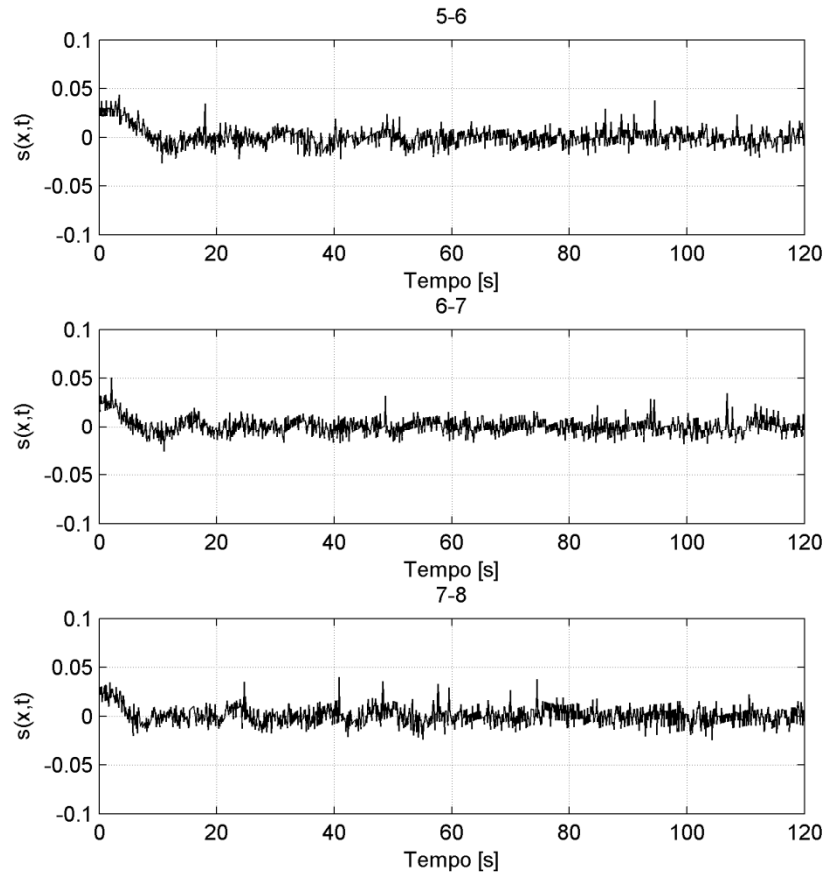


Figura 6.18 – Função de chaveamento dos ensaios em diferentes pontos de operação.

6.4. SMC Baseado em Regras

Nesta seção são obtidos os resultados referentes à utilização da TCA em aplicações de SMC. A malha de controle utilizada é a apresentada na seção 5.4.2, referente ao SMC baseado em regras aproximadas. Seja agora o modelo linearizado (6.8) obtido em outro ponto de operação nominal.

$$\frac{H(s)}{U(s)} = \frac{2,16}{64,28s + 1} \quad (6.8)$$

Com as equações (5.29) e (5.31), a função de chaveamento é dada pela equação (6.9), na qual $e_1 = r - y$ é o erro, definido como a diferença entre a referência r e a saída do processo $y = h$.

$$s(x) = e_1 \quad (6.9)$$

O ajuste dos valores dos fatores de escala das variáveis de entrada e saída do controlador foi feito a partir da realização de simulações da resposta ao degrau unitário do sistema. Os valores escolhidos para os fatores de escala de $s(x)$, $\dot{s}(x)$ e Δu foram, respectivamente, 100, 50 e 0,05. O passo de simulação utilizado foi de 100 [ms] e as derivadas foram obtidas por funções de transferência do tipo (4.19), com $T_d = 1$. A Figura 6.19 mostra a saída do sistema e o sinal de controle utilizando os fatores de escala escolhidos. A Figura 6.20 mostra o plano de fase e os valores da função de chaveamento obtidos na simulação.

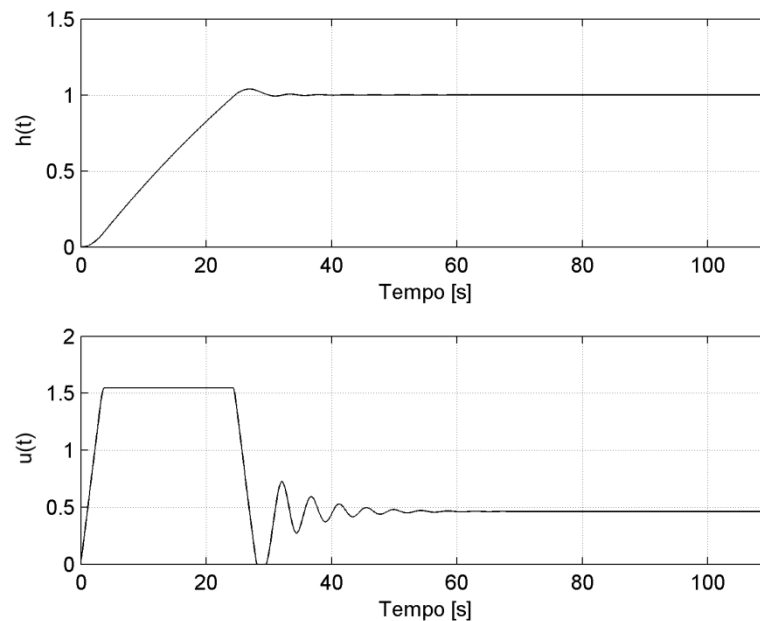


Figura 6.19 – Saída do sistema e sinal de controle da simulação da resposta ao degrau.

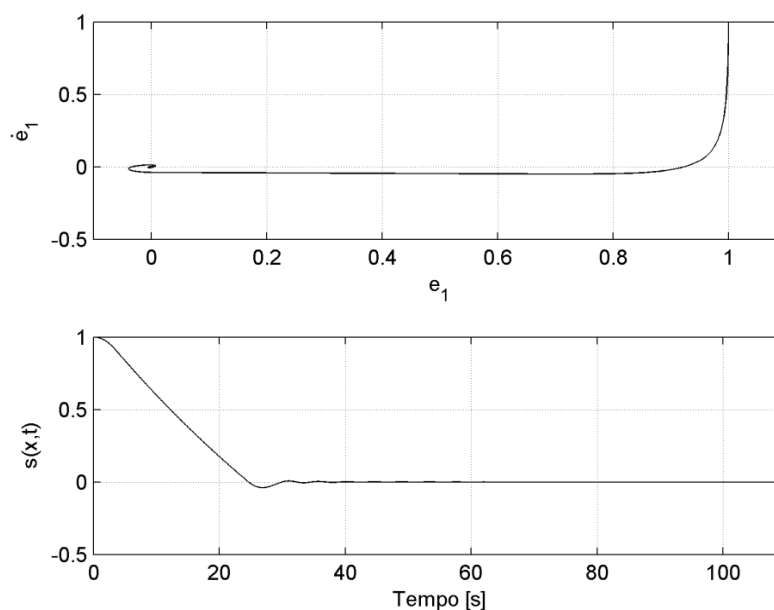


Figura 6.20 – Plano de fase e função de chaveamento da simulação da resposta ao degrau.

Para verificar a capacidade de rastreamento do sistema, é simulada também a resposta a uma referência senoidal descrita por $r = 6 + \text{sen}(0,04t)$. A Figura 6.21 apresenta a saída do sistema, estando a referência representada em linha tracejada. A Figura 6.22 mostra o sinal de controle e a Figura 6.23 os valores da função de chaveamento obtidos na simulação.

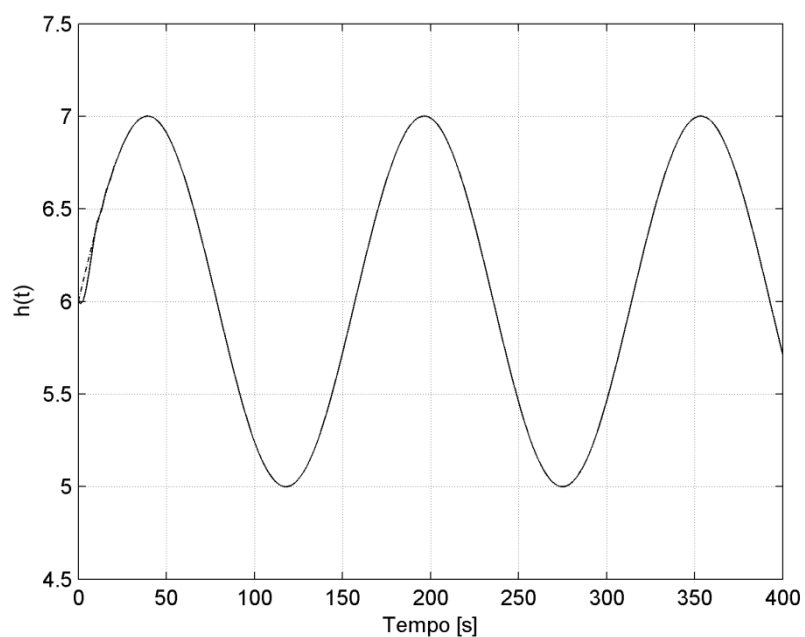


Figura 6.21 – Saída do sistema da simulação com referência senoidal.

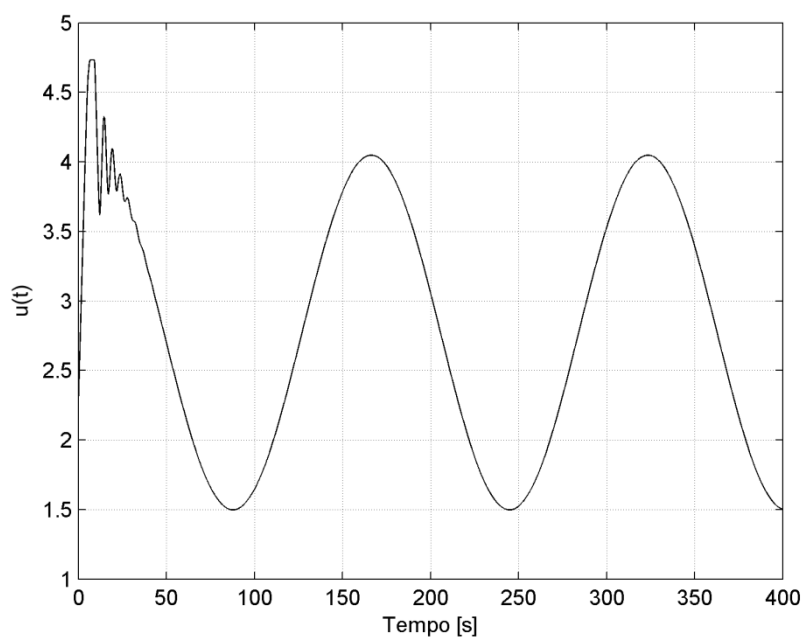


Figura 6.22 – Sinal de controle da simulação com referência senoidal.

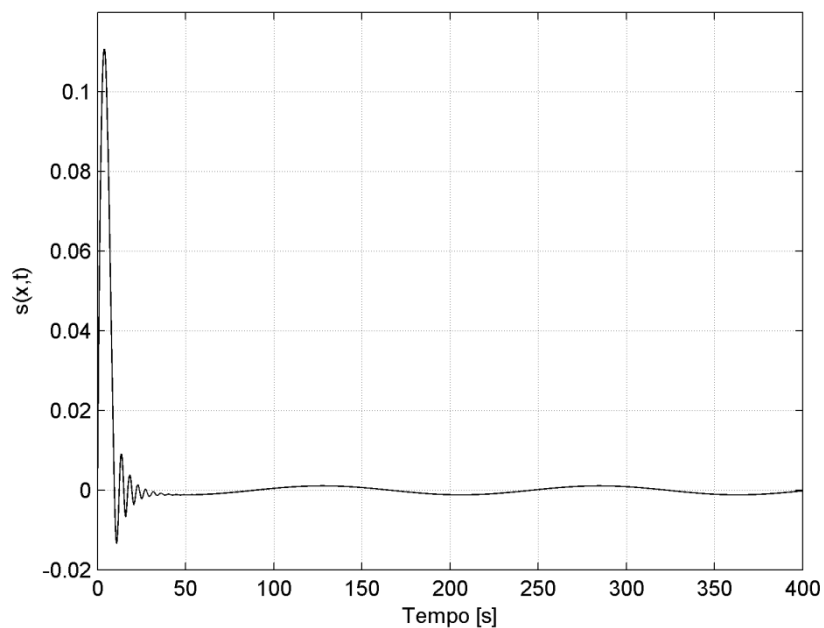


Figura 6.23 – Função de chaveamento da simulação com referência senoidal.

A seguir são ilustradas as respostas dos ensaios no sistema real. Os fatores de escala utilizados foram os escolhidos pela realização das simulações. O tempo de amostragem foi de 100 [ms] e as derivadas foram obtidas por funções de transferência do tipo (4.19), com $T_d = 1$. O sinal de controle foi computado pelas expressões (5.35). A Figura 6.24 mostra a saída do sistema e o sinal de controle do ensaio correspondente a uma variação em degrau na referência de 6 para 7 [cm].

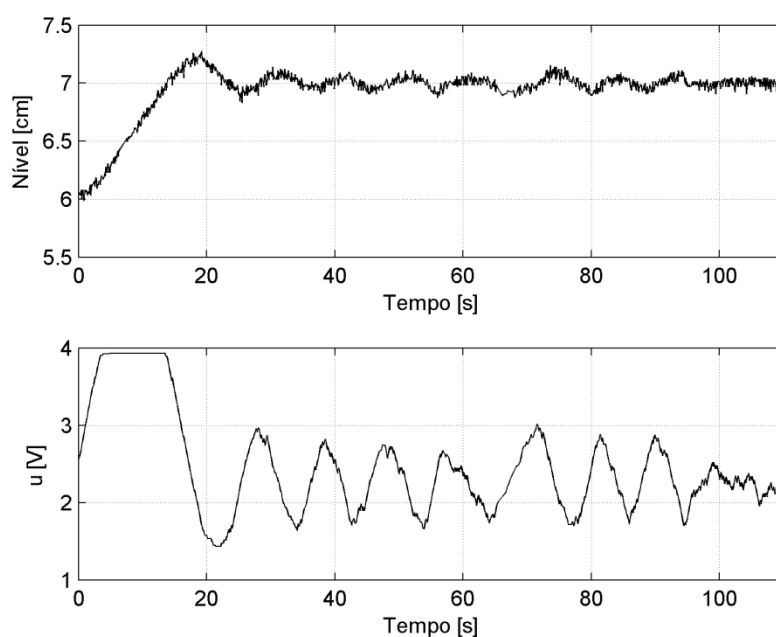


Figura 6.24 – Saída do sistema e sinal de controle do ensaio para variação em degrau na referência.

A Figura 6.25 ilustra o plano de fase e o valor da função de chaveamento obtidos no ensaio.

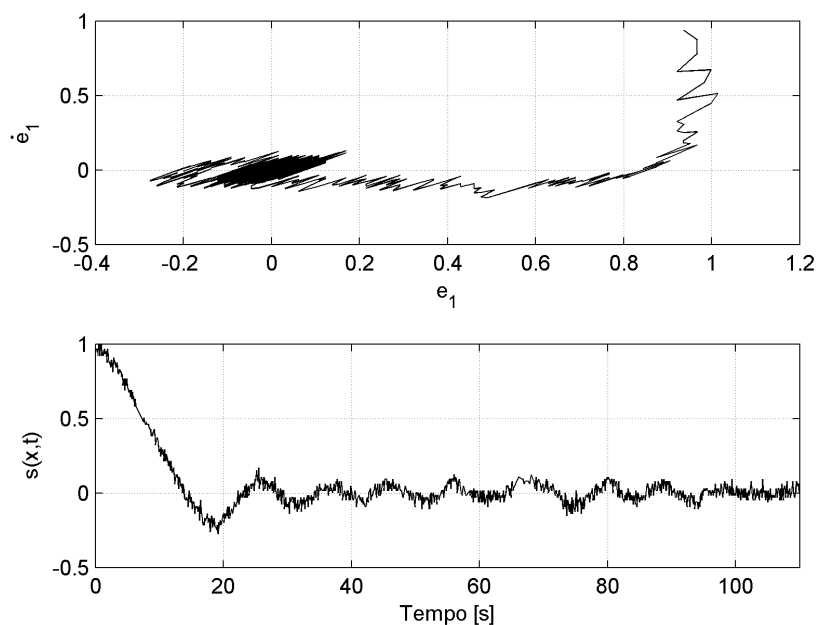


Figura 6.25 – Plano de fase e função de chaveamento do ensaio para variação em degrau na referência.

A Figura 6.26 apresenta a saída do sistema no ensaio realizado com a referência senoidal $r = 6 + \text{sen}(0,04t)$, que está ilustrada em linha tracejada. A Figura 6.27 mostra o sinal de controle e a Figura 6.28 o valor da função de chaveamento no tempo.

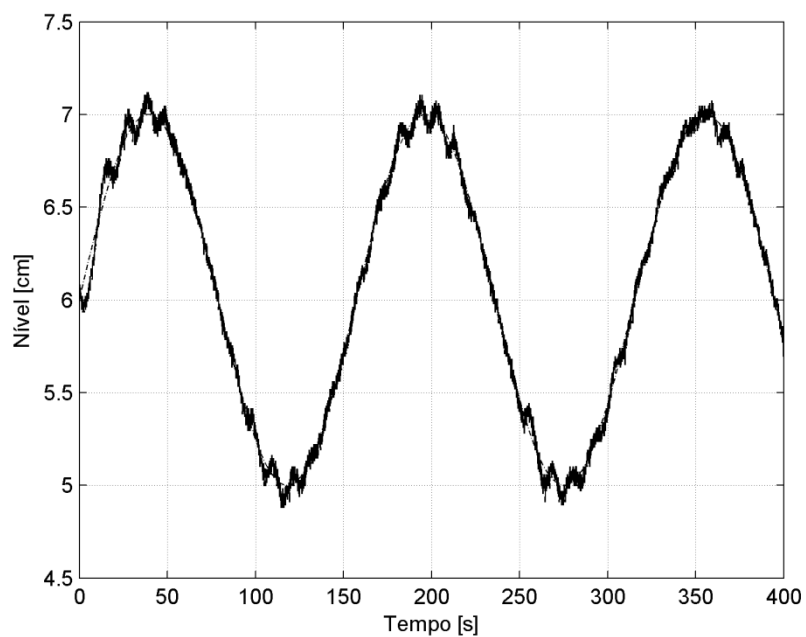


Figura 6.26 – Saída do sistema do ensaio com referência senoidal.

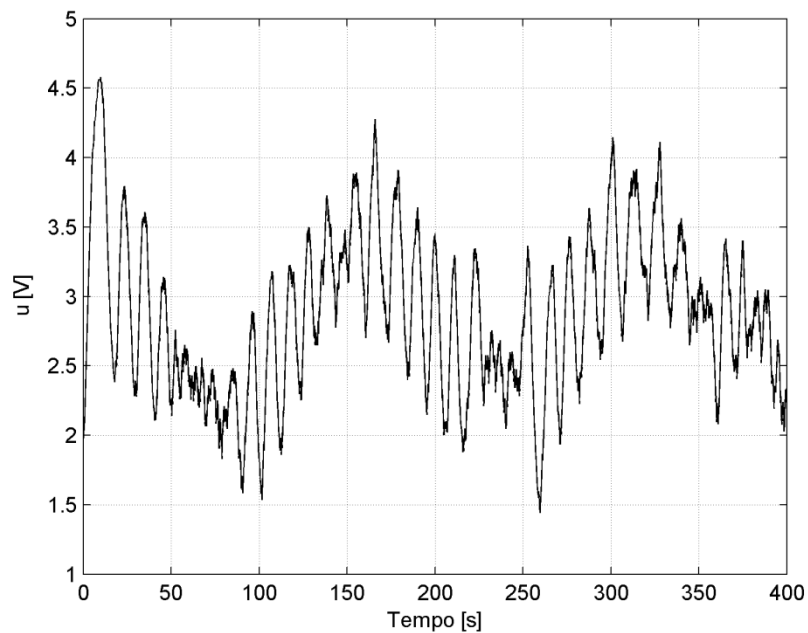


Figura 6.27 – Sinal de controle do ensaio com referência senoidal.

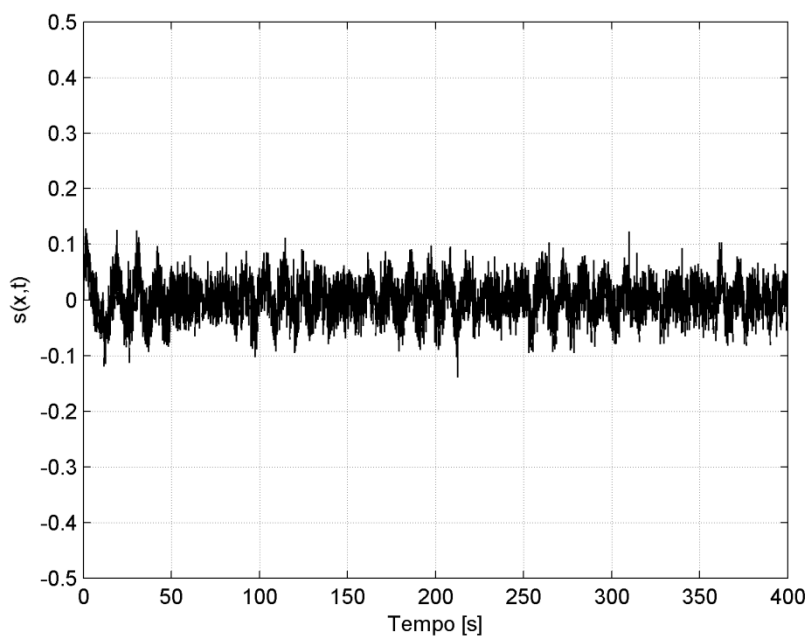


Figura 6.28 – Função de chaveamento do ensaio com referência senoidal.

O comportamento verificado nos ensaios se aproxima dos resultados obtidos nas simulações. Entretanto, embora a saída do sistema siga as referências especificadas e o sistema alcance o modo deslizante, as respostas encontram-se bastante oscilatórias e a função de chaveamento (6.9) não permite o ajuste da dinâmica da malha de controle. A fim de obter respostas mais adequadas, foram realizados novos ensaios considerando

que a dinâmica do atuador é representada por uma função de primeira ordem. A relação entre o nível do processo e a tensão na bomba motorizada é então representada por uma função de transferência de segunda ordem.

Assim, de acordo com as equações (5.29) e (5.31), a função de chaveamento pode ser representada pela equação (5.12) e a dinâmica da malha de controle pode ser especificada pelo parâmetro c . O valor de c foi escolhido como 0,05, resultando na função de chaveamento (6.10). Os ensaios foram realizados utilizando os mesmos valores dos fatores de escala ajustados anteriormente.

$$s(x) = 0,05e_1 + \dot{e}_1 \quad (6.10)$$

A Figura 6.29 ilustra a saída do sistema e o sinal de controle do ensaio correspondente a variação em degrau na referência de 6 para 7 [cm]. Para os casos em que a referência é variada na forma de degrau, a dinâmica para o modo deslizante especificada pela equação (6.10) corresponde à de um sistema de primeira ordem com ganho unitário e constante de tempo igual a 20 segundos (ou seja, $1/c$). Esse padrão de comportamento é verificado na resposta do sistema.

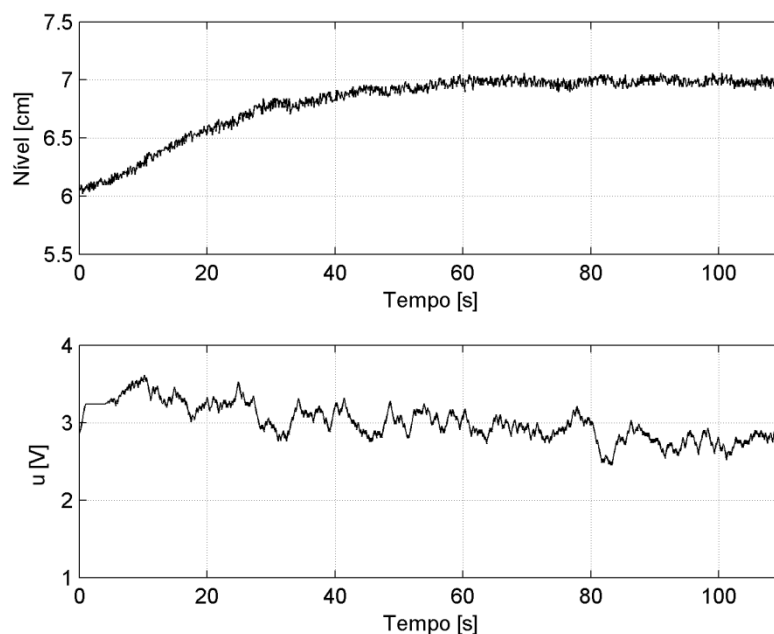


Figura 6.29 – Saída e sinal de controle do ensaio correspondente a variação em degrau com nova função de chaveamento.

A Figura 6.30 ilustra o plano de fase, com a superfície de chaveamento representada em linhas tracejadas, e o valor da função de chaveamento obtidos no ensaio. As respostas se encontram menos oscilatórias em relação aos ensaios anteriores, refletindo a escolha da dinâmica mais lenta expressa pela função de chaveamento (6.10).

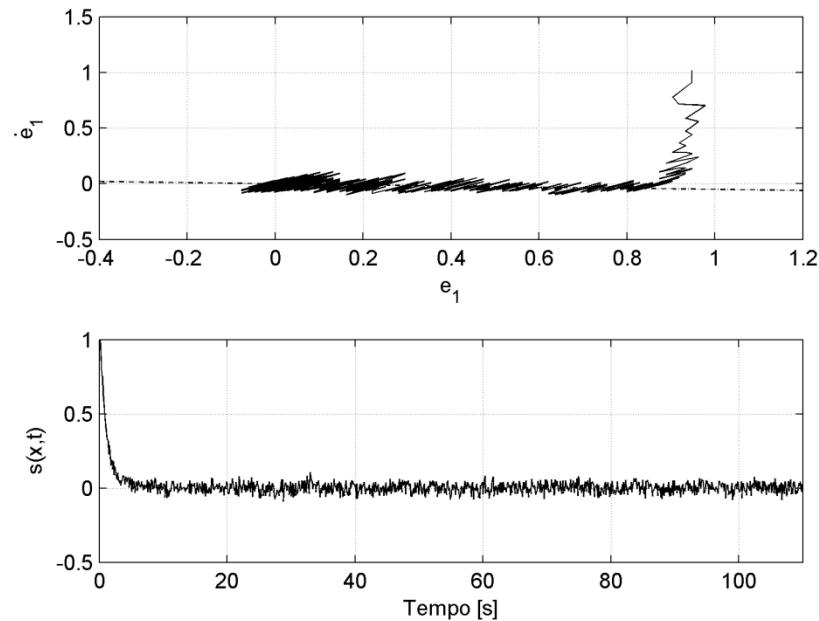


Figura 6.30 – Plano de fase e valor de $s(x)$ do ensaio correspondente a variação em degrau com nova função de chaveamento.

Para verificar a capacidade de rastreamento do sistema, foi realizado o ensaio da malha de controle para a referência de entrada senoidal $r = 6 + \text{sen}(0,04t)$. A Figura 6.31 ilustra a saída do sistema, com a referência representada em linhas tracejadas. A Figura 6.32 mostra o sinal de controle e a Figura 6.33 traz o valor da função de chaveamento. A especificação da função de chaveamento (6.10) resulta em respostas menos oscilatórias quando comparadas às respostas obtidas com a função (6.9).

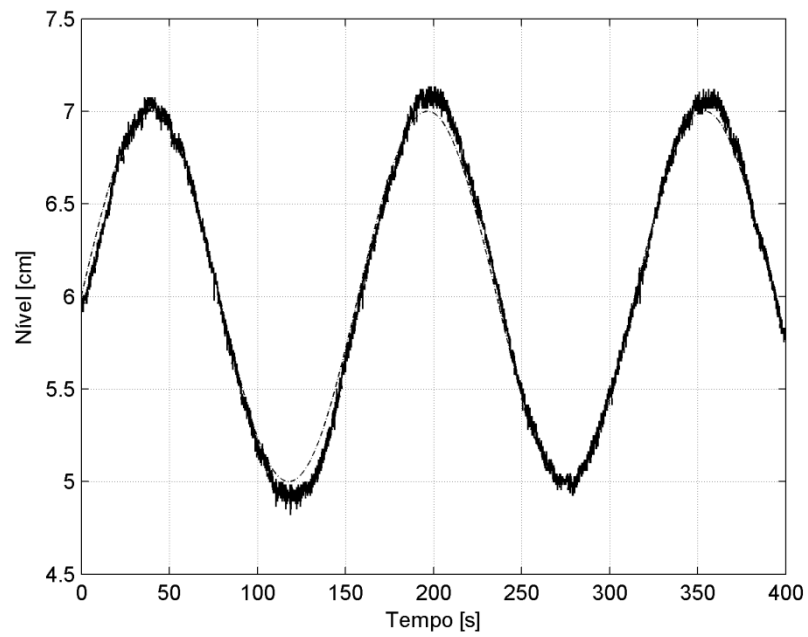


Figura 6.31 – Saída do sistema do ensaio com referência senoidal e com a nova função de chaveamento.

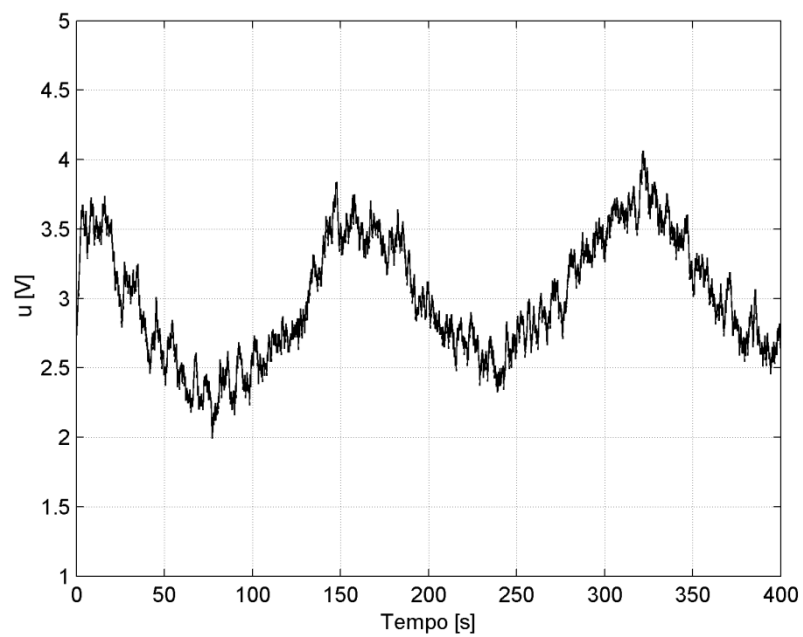


Figura 6.32 – Sinal de controle do ensaio com referência senoidal e com a nova função de chaveamento.

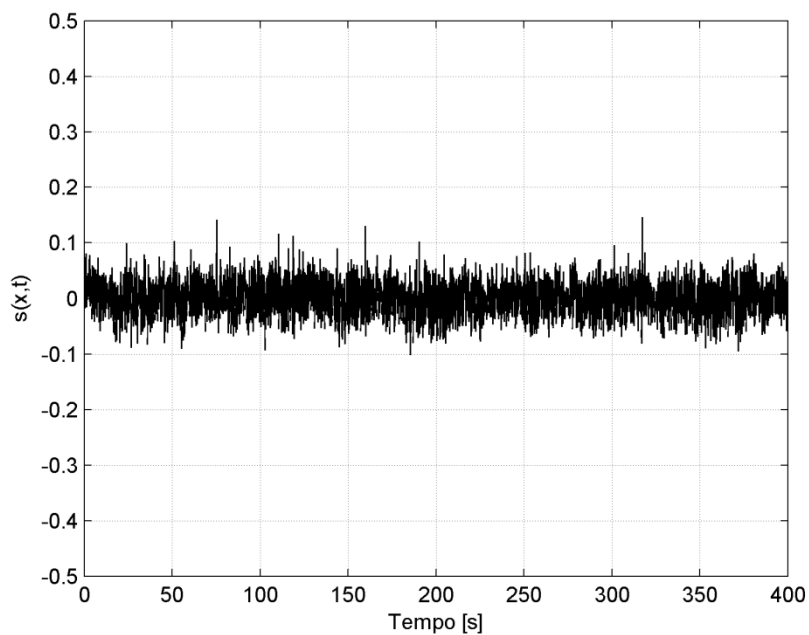


Figura 6.33 – Valor de $s(x)$ do ensaio com referência senoidal e nova função de chaveamento.

Para verificar a característica de robustez do SMC baseado em regras aproximadas, foram realizados ensaios em diferentes pontos de operação. A função de chaveamento utilizada foi a representada pela equação (6.10). A Figura 6.34 mostra a saída normalizada para ensaios realizados com a referência variando em degrau de 4 para 5 [cm] e de 8 para 9 [cm].

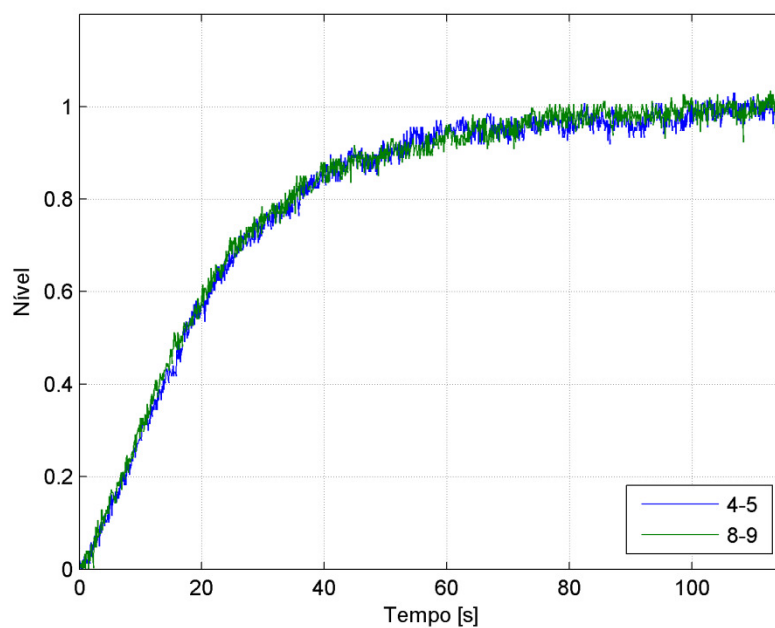


Figura 6.34 – Resultado dos testes do SMC baseado em regras aproximadas em diferentes pontos de operação.

Verifica-se que as respostas estão praticamente sobrepostas, indicando que o controlador mantém o mesmo desempenho nos diferentes pontos de operação ensaiados. A Figura 6.35 mostra o plano de fase para cada um dos ensaios e a Figura 6.36 mostra o valor da função de chaveamento ao longo do tempo, indicando que o comportamento do sistema é o mesmo nos dois pontos de operação considerados.

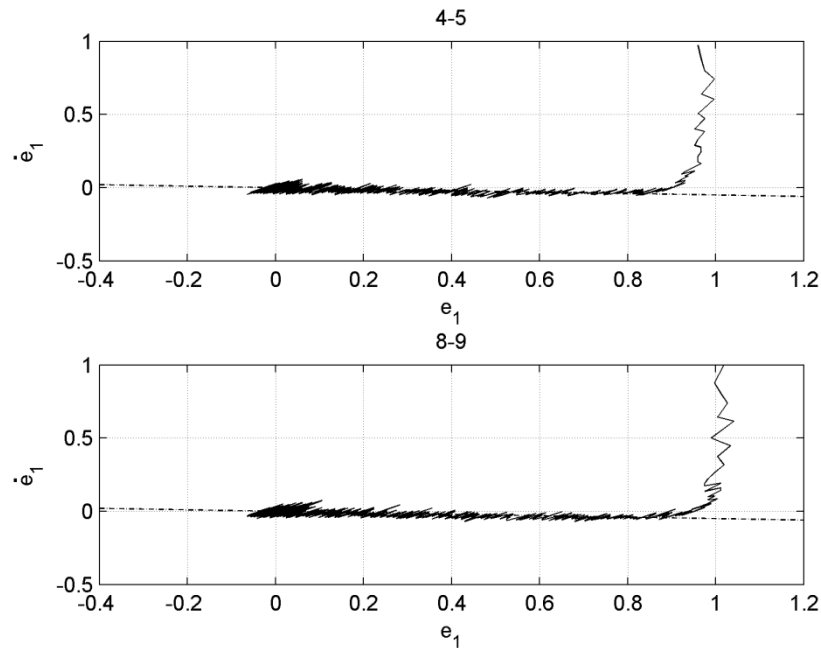


Figura 6.35 – Plano de fase do SMC baseado em regras aproximadas em diferentes pontos de operação.

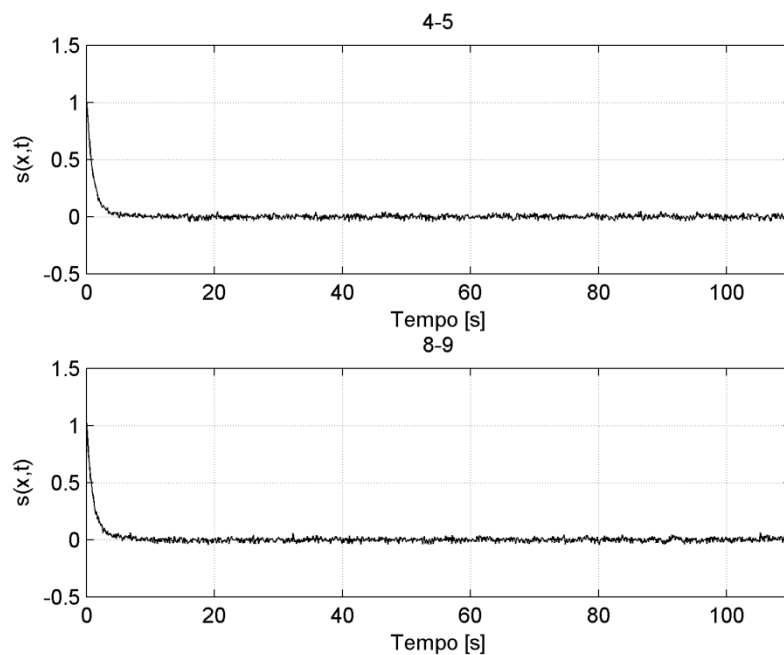


Figura 6.36 – Função de chaveamento do SMC baseado em regras aproximadas em diferentes pontos de operação.

Para efeito de comparação, a Figura 6.37 mostra respostas normalizadas do processo de nível para os ensaios realizados com um controlador PI convencional, com ganho proporcional $K_p = 5$ e ganho integral $K_i = 0,5$, onde pode-se verificar que o máximo pico varia de acordo com o ponto de operação. A variação na resposta se deve ao fato do sistema real ser não linear e o controlador PI utilizado possuir ganhos fixos.

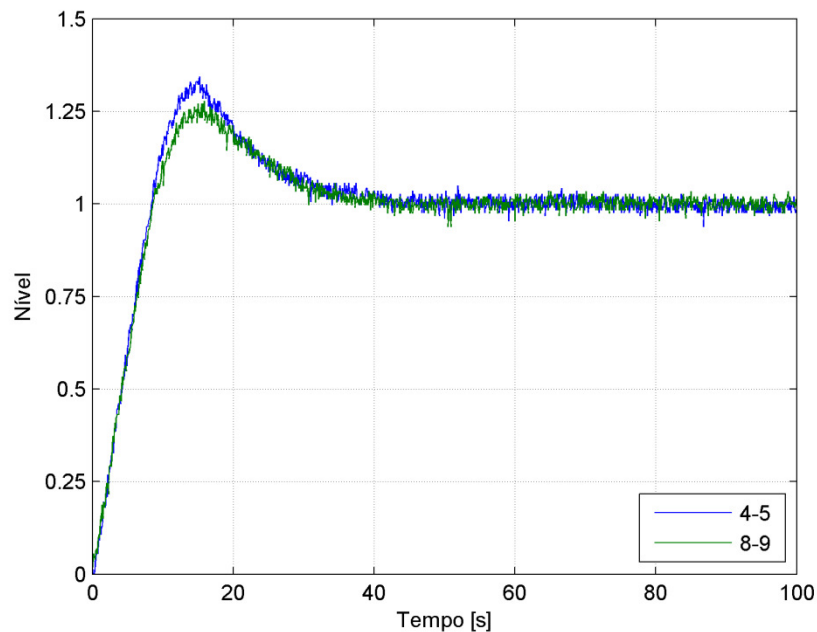


Figura 6.37 – Resposta do sistema com controlador PI convencional.

Os ensaios realizados indicaram a viabilidade de aplicações práticas do SMC baseado em regras aproximadas, resultando em malhas de controle com capacidade de rastreamento de referência e boas características de robustez. As regras aproximadas apresentam forma computacional simples e são facilmente realizadas em ambientes computacionais típicos, conseguindo-se executar os algoritmos de controle correspondentes em aplicações em tempo real.

Capítulo 7

Conclusão

7.1. Comentários

Esse trabalho apresentou o desenvolvimento de duas abordagens com o objetivo de auxiliar a aplicação prática de sistemas de controle por modos deslizantes. Os procedimentos foram desenvolvidos com a finalidade de se obter malhas de controle com características de robustez em contextos de variações de parâmetros, distúrbios externos e não linearidades dos processos controlados. Outra finalidade é de facilitar a realização prática dos sistemas de controle por modos deslizantes, minimizando problemas como o fenômeno *chattering*, que pode causar a deterioração do desempenho do controlador, o desgaste de partes mecânicas de dispositivos de atuação e perdas por dissipação de calor em circuitos elétricos de potência, entre outros efeitos negativos.

A primeira contribuição deste trabalho corresponde ao desenvolvimento de um procedimento de sintonia para sistemas de controle por modos deslizantes para processos que podem ser representados ou aproximados por modelos de primeira ordem. Foram obtidas expressões básicas que fornecem informações para orientar a escolha dos ganhos do controlador de modo que a malha de controle resultante apresente um desempenho adequado, evitando respostas lentas ou oscilações intensas e mantendo características de robustez associadas ao SMC. O procedimento desenvolvido pode ser estendido para sistemas com tempo morto e para referências de entrada na forma de variações em rampa.

Outra contribuição deste trabalho refere-se à utilização de conceitos de conjuntos aproximados no desenvolvimento de sistemas de controle por modos deslizantes, possibilitando realizações computacionais simples e rápidas dos algoritmos de controle correspondentes.

Foram apresentados resultados de simulações computacionais com os objetivos de validar os procedimentos desenvolvidos e as análises realizadas. Por fim, foram realizados ensaios práticos em um sistema de nível real em escala reduzida. Os resultados experimentais comprovaram as análises teóricas realizadas e os resultados numéricos obtidos, a partir dos quais se verificou a viabilidade de aplicações práticas das abordagens desenvolvidas.

Esse trabalho resultou na publicação do seguinte artigo:

Guaracy, F. H. D.; Pinheiro, C. A. M. (2012). Aplicação da Teoria de Conjuntos Aproximados na Realização de um Controlador por Modo Deslizante em um Sistema de Nível. In: *XIX Congresso Brasileiro de Automática*, Campina Grande, Brazil.

7.2. Trabalhos Futuros

Com o intuito de dar continuidade aos trabalhos desenvolvidos nessa dissertação, são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros.

Com relação ao procedimento de sintonia para sistemas de controle por modos deslizantes, sugere-se:

- Realização da análise de sintonia de malhas de controle modeladas diretamente em tempo discreto;
- Extensão do procedimento para sistemas de ordem elevada e também para processos com múltiplas entradas e saídas.

Com relação à utilização da TCA em controladores por modos deslizantes, sugere-se:

- Desenvolver um procedimento para obtenção direta das regras, sem a necessidade do pré-processamento dos dados de um sistema base;
- Obtenção de um procedimento para auxiliar a escolha dos fatores de escala das variáveis de entrada e saída dos sistemas baseados em regras, ou ainda, elaborar um procedimento para ajuste automático desses valores.

Referências Bibliográficas

- Ackermann, J., Utkin, V. I. (1998). Sliding mode control design based on Ackermann's formula. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 2, pp. 234-237.
- Bartoszewicz, A. ed. (2011). *Sliding Mode Control*. InTech.
- Camacho, O., Rojas, R., García-Gabín, W. (2007). Some long time delay sliding mode control approaches. *ISA Transactions*, vol. 46, no. 2, pp. 95-101.
- Chiavegatto, L. (2004). *Desenvolvimento de um regulador de tensão para gerador elétrico através do método de controle de modo deslizante*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI).
- DeCarlo, R. A. Zak, S. H. Matthews, G. P. (1988). Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial. *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 3, pp. 212-232.
- Drakunov, S. V., Utkin, V. I. (1990). Sliding mode in dynamic systems. *International Journal of Control*, vol. 55, no. 4, pp. 1029-1037.
- Erbatur, K., Kawamura, A. (2002). Chattering elimination via fuzzy boundary layer tuning. *IECON '02*, vol. 3, pp. 2131-2136.
- Filippov, A. (1988). *Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fossard, A. J., Floquet, T. (2002). An Overview of Classical Sliding Mode Control. In: Perruquetti, W., Barbot, J. P. (eds) *Sliding Mode Control in Engineering*. New York: Marcel Dekker.
- Fridman, L., Levant, A. (2002). Higher order sliding modes. In: Perruquetti, W., Barbot, J. P. (eds) *Sliding Mode Control in Engineering*. New York: Marcel Dekker.
- Furuta, K. (1990). Sliding mode of a discrete system. *Systems & Control Letters*, vol. 14, no. 2, pp. 145-152.
- Gao, W., Wang, Y., Homaifa, A. (1995). Discrete-Time Variable Structure Control Systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 42, no. 2, pp. 117-122.
- Gomide, F. A. C., Gudwin, R. R., Tanscheit R. (1995). Conceitos fundamentais da teoria de conjuntos fuzzy, lógica fuzzy e aplicações. *Proceedings of 6th*

- International Fuzzy Systems Association World Congress - IFSA95*, Tutorials, pp. 1-38.
- Ha, Q. P., Rye, D.C., Durrant-Whyte, H. F. (1999). Fuzzy moving sliding mode control with application to robotic manipulators. *Automatica*, vol. 35, no. 4, pp. 607-616.
- Ho, E. Y. Y., Sen, P. C. (1991). Control dynamics of speed drive systems using sliding mode controllers with integral compensation. *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 27, no. 5, pp. 883-892.
- Huang, B., Quo, L., Zhou, X. (2007). Approximation Reduction Based on Similarity Relation. In: *Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, Haikou, China.
- Hung, J. Y., Gao, W., Hung, J. C. (1993). Variable Structure Control: A Survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, pp. 2-22.
- Hwang, G., Lin, S. (1992). A stability approach to fuzzy control design for nonlinear systems. *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 48, no. 3, pp. 279-287.
- Jezernik, K., Rodic, M., Saaric, M., Curk, B. (1997). Neural network sliding mode robot control. *Robotica*, vol. 15, no. 1, pp. 23-30.
- Kaynak, O., Erbatur, K., Ertugrul, M. (2001). The Fusion of Computationally Intelligent Methodologies and Sliding-Mode Control – A Survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48, no. 1, pp. 4-17.
- Komorowski, J., Pawlak, Z., Polkowski, L., Skowron, A. (1999). Rough sets: A tutorial. In: Pal, S. K., Skowron, A. (eds.), *Rough Fuzzy Hybridization: A New Trend in Decision-Making*. Singapore: Springer, pp. 3-98
- Lee, C. C. (1990). Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller – Part I. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 20, no. 2, pp. 404-418.
- Lee, H., Kim, E., Kang, H., Park, M. (2001). A new sliding-mode control with fuzzy boundary layer. *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 120, no. 1, pp. 135-143.
- Levant, A. (1993). Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247-1263.
- Levant, A. (2003). Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, vol. 76, no. 9/10, pp. 924-941.

- Levine, W. S. (1996). *The Control Handbook*. New York: CRC Press.
- Ljung, L. (1999). *System Identification: Theory for the user* (2nd ed). New Jersey: Prentice Hall.
- Mamdani, E. H. (1976). Advances in the linguistic synthesis of fuzzy controllers. *International Journal of Man-Machine Studies*, vol. 7, no. 1, pp. 1-13.
- MathWorks (2012). *Fuzzy Logic Toolbox User's Guide*.
- Moin, N. H., Zinober, A. S. I., Harley, P. J. (1995). Sliding mode control design using genetic algorithms. In: *Proceedings of the 1st Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications*, Sheffield, United Kingdom, pp. 238-244.
- Nise, N. S. (2003), *Control Systems Engineering* (4th ed). New York: Wiley.
- Øhrn, A., Komorowski, J. (1997). ROSETTA: A Rough Set Toolkit for Analysis of Data. *Third International Joint Conference on Information Sciences*, pp. 403- 407.
- Ogata, K. (2003), *Engenharia de Controle moderno* (4^a ed). São Paulo: Prentice Hall.
- Pawlak, Z. (1991). *Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Pawlak, Z., Skowron, A. (2007). Rudiments of rough sets. *Information Sciences*, vol. 177, no. 1, pp. 3-27.
- Phillips, C. L., Harbor, R. D. (2000). *Feedback Control Systems* (4th ed). New Jersey: Prentice Hall.
- Pinheiro, C. A. M., Gomide, F. A. C., Carpinteiro, O. A. S., Lima, I. (2010a). Modelos Baseados em Conjuntos Aproximados. In: *XVIII Congresso Brasileiro de Automática*, Bonito, Brazil.
- Pinheiro, C. A. M., Gomide, F. A. C., Carpinteiro, O. A. S., Lima, I. (2010b). Granular Synthesis of Rule-Based Models and Function Approximation using Rough Sets. In: Yao, J.T. (ed), *Novel Developments in Granular Computing*. New York: Information Science Publishing, pp. 408-425.
- Pinheiro, C. A. M., Camatta, U., Rezek, A. (2012). Rough Controller Synthesis. In: Dadios, E. (ed), *Fuzzy Logic - Controls, Concepts, Theories and Applications*. InTech, pp. 281-300.

- Sarpturk, S., Istefanopulos, Y., Kaynak, O. (1987). On the stability of discrete-time sliding mode control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 10, pp. 930-932.
- Slotine, J. J. E., Li, W. (1991). *Applied Nonlinear Control*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Smith, O. J. M. (1957). Closer control of loops with dead time. *Chemical Engineering Progress*, vol. 53, no. 5, pp. 217–219.
- Takagi T., Sugeno M. (1985). Fuzzy identification of Systems and Its Applications to Modelling and Control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 15, no. 1, pp. 116-132.
- Utkin, V. I. (1977). Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 2, pp. 212-222.
- Utkin, V. I. (1992). *Sliding modes in control and optimization*. Berlin: Springer-Verlag.
- Utkin, V. I. (1993). Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, pp. 23-36.
- Utkin, V. I., Guldner, J., Shi, J. (1999). *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. London: Taylor & Francis.
- Utkin, V. I., Shi, J. (1996). Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, pp. 4591-4596.
- Young, K. D., Utkin, V. I., Ozguner, U. (1999). A control engineer's guide to sliding mode control. *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 7, no. 3, pp. 328-342.
- Yu, X. (2002). Fast terminal sliding-mode control design for nonlinear dynamical systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 49, no. 2, pp. 261-264.
- Yu, X., Kaynak, O. (2009). Sliding-Mode Control With Soft Computing: A Survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 9, pp. 3275-3285.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, vol. 8, pp. 338-353.
- Zhong, Q. C. (2006). *Robust Control of Time-delay Systems*. London: Springer.

Anexo A

Códigos dos Aplicativos Utilizados nos Ensaios

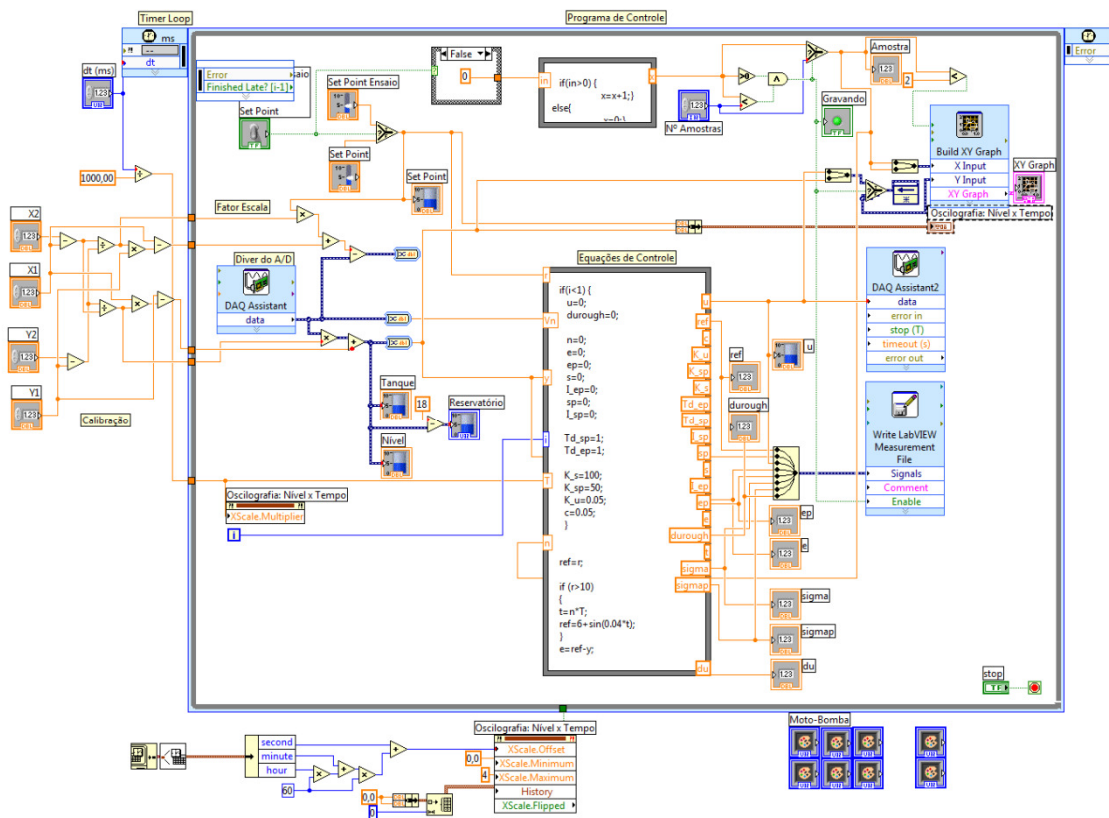


Figura A.1 – Diagrama de blocos do aplicativo desenvolvido.

Sintonia de SMC

```

if(i<1) {
  Ix2=0;
  v=0;

  Td=1;
  c=0.04;
  ki=1;
  K1=0.37;
  K2=1.5;

  psi1=K1;
  psi2=K2;
}

x2=(1/Td)*(-Ix2+y);
Ix2=Ix2+x2*T;
x1p=-x2;

s=c*x1+x1p;

if (s*x1>0) psi1=K1;
if (s*x1<0) psi1=-K1;
if (s*x1p>0) psi2=K2;
if (s*x1p<0) psi2=-K2;

```

```

u=psi1*x1+psi2*x1p;
v=v+ki*u*T;

if(v<0) v=0;
if(v>5) v=5;

```

SMC Baseado em Regras

```

if(i<1) {
    u=0;
    durough=0;
    n=0;
    e=0;
    ep=0;
    s=0;
    I_ep=0;
    sp=0;
    I_sp=0;

    Td_sp=1;
    Td_ep=1;

    K_s=100;
    K_sp=50;
    K_u=0.05;
    c=0.05;
}

ref=r;

if (r>10)
{
t=n*T;
ref=6+sin(0.04*t);
}

e=ref-y;
ep=(1/Td_ep)*(-I_ep+e);
I_ep=I_ep+ep*T;

s=c*e+ep;
sp=(1/Td_sp)*(-I_sp+s);
I_sp=I_sp+sp*T;
sigma=s*K_s;
sigmap=sp*K_sp;

if (sigma>1) sigma=1;
if (sigma<-1) sigma=-1;
if (sigmap>1) sigmap=1;
if (sigmap<-1) sigmap=-1;

if (sigma>=-1 && sigma<=-0.610 && sigmap>=-1 && sigmap<=-0.610) {
    durough=-0.022*sigma-0.022*sigmap-0.84;}

if (sigma>=-1 && sigma<=-0.610 && sigmap>=-0.610 && sigmap<=-0.210) {
    durough=-0.238*sigma+0.362*sigmap-0.619; }

if (sigma>=-1 && sigma<=-0.610 && sigmap>=-0.210 && sigmap<=0.190) {
    durough=-0.423*sigma+0.644*sigmap-0.705; }

if (sigma>=-1 && sigma<=-0.610 && sigmap>=0.190 && sigmap<=0.610) {
    durough=-0.472*sigma+0.685*sigmap-0.724; }

if (sigma>=-1 && sigma<=-0.610 && sigmap>=0.610 && sigmap<=1) {
    durough=-0.59*sigma+0.923*sigmap-0.923; }

```

```

if (sigma>=-0.610 && sigma<=-0.210 && sigmap>=-1 && sigmap<=-0.610) {
    durough=0.362*sigma-0.238*sigmap-0.619; }
if (sigma>=-0.610&&sigma<=-0.210 && sigmap>=-0.610&&sigmap<=-0.210) {
    durough=0.699*sigma+0.699*sigmap+0.012; }
if (sigma>=-0.610&&sigma<=-0.210 && sigmap>=-0.210 && sigmap<=0.190) {
    durough=0.643*sigma+0.643*sigmap-0.014; }
if (sigma>=-0.610&&sigma<=-0.210 && sigmap>=0.190 && sigmap<=0.610) {
    durough=0.738*sigma+0.703*sigmap+0.013; }
if (sigma>=-0.610 && sigma<=-0.210 && sigmap>=0.610 && sigmap<=1) {
    durough=0.703*sigma+0.721*sigmap+0.007; }
if (sigma>=-0.210 && sigma<=0.190 && sigmap>=-1 && sigmap<=-0.610) {
    durough=0.644*sigma-0.423*sigmap-0.705; }
if (sigma>=-0.210&&sigma<=0.190 && sigmap>=-0.610 && sigmap<=-0.210) {
    durough=0.643*sigma+0.643*sigmap-0.014; }
if (sigma>=-0.210&&sigma<=0.190 && sigmap>=-0.210 && sigmap<=0.190) {
    durough=0.616*sigma+0.616*sigmap+0.001; }
if (sigma>=-0.210&&sigma<=0.190 && sigmap>=0.190 && sigmap<=0.610) {
    durough=0.668*sigma+0.636*sigmap+0.019; }
if (sigma>=-0.210 && sigma<=0.190 && sigmap>=0.610 && sigmap<=1) {
    durough=0.665*sigma+0.682*sigmap+0.031; }
if (sigma>=0.190 && sigma<=0.610 && sigmap>=-1 && sigmap<=-0.610) {
    durough=0.685*sigma-0.472*sigmap-0.724; }
if (sigma>=0.190 && sigma<=0.610 && sigmap>=-0.610 && sigmap<=-0.210){
    durough=0.703*sigma+0.738*sigmap+0.013; }
if (sigma>=0.190 && sigma<=0.610 && sigmap>=-0.210 && sigmap<=0.190) {
    durough=0.636*sigma+0.668*sigmap+0.019; }
if (sigma>=0.190 && sigma<=0.610 && sigmap>=0.190 && sigmap<=0.610) {
    durough=0.693*sigma+0.693*sigmap-0.005; }
if (sigma>=0.190 && sigma<=0.610 && sigmap>=0.610 && sigmap<=1) {
    durough=0.355*sigma+0.382*sigmap+0.241; }
if (sigma>=0.610 && sigma<=1 && sigmap>=-1 && sigmap<=-0.610) {
    durough=0.923*sigma-0.59*sigmap-0.923; }
if (sigma>=0.610 && sigma<=1 && sigmap>=-0.610 && sigmap<=-0.210) {
    durough=0.721*sigma+0.703*sigmap+0.007; }
if (sigma>=0.610 && sigma<=1 && sigmap>=-0.210 && sigmap<=0.190) {
    durough=0.682*sigma+0.665*sigmap+0.031; }
if (sigma>=0.610 && sigma<=1 && sigmap>=0.190 && sigmap<=0.610) {
    durough=0.382*sigma+0.355*sigmap+0.241; }
if (sigma>=0.610 && sigma<=1 && sigmap>=0.610 && sigmap<=1) {
    durough=0.035*sigma+0.035*sigmap+0.77; }

du=durough*K_u;
u=u+du;

if(u<0) u=0;
if(u>5) u=5;

```