

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Estudo Numérico da Transferência de Calor por  
Convecção Mista a partir de um Corpo Rombudo e  
Efeitos de uma Parede Frontal**

**Autor: Marcos Vinícius Roselli**

**Orientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Itajubá, Setembro de 2017

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Estudo Numérico da Transferência de Calor por  
Convecção Mista a partir de um Corpo Rombudo e  
Efeitos de uma Parede Frontal**

Autor: **Marcos Vinícius Roselli**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Curso: **Mestrado em Engenharia Mecânica**

Área de Concentração: **Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Setembro de 2017  
MG – Brasil

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Estudo Numérico da Transferência de Calor por  
Convecção Mista a partir de um Corpo Rombudo e  
Efeitos de uma Parede Frontal**

Autor: **Marcos Vinícius Roselli**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Composição da Banca Examinadora:

**Prof. Dr. Alex Mendonça Bimbato – FEG/UNESP**

**Prof. Dr. Genésio José Menon – UNIFEI**

**Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Orientador) – UNIFEI**



Ministério da Educação  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
Criada pela Lei nº 10.435, de 24 de abril de 2002

## A N E X O I

### FOLHA DE JULGAMENTO DA BANCA EXAMINADORA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Título da Dissertação: “Estudo Numérico da Transferência de Calor por Convecção Mista a partir de um Corpo Rombudo e Efeitos de uma Parede Frontal”

Autor: **Marcos Vinicius Roselli**

### JULGAMENTO

Examinadores	Conceito		Rubrica
	A - Aprovado	R - Reprovado	
1º	A		Alex Bimbato
2º	A		Genésio José Menon
3º	A		

**Observações:**

(1) O Trabalho será considerado Aprovado se todos os Examinadores atribuírem conceito A.

(2) O Trabalho será considerado Reprovado se for atribuído pelos menos 1 conceito R.

Este documento terá a validade de 30 (trinta) dias a contar da data da defesa da Dissertação.

Resultado Médio: **Conceito:** A, ou seja, APROVADO

Observações: \_\_\_\_\_

Itajubá, 14 de setembro de 2017.

**Prof. Dr. Alex Mendonça Bimbato**  
1º Examinador – FEG/UNESP

**Prof. Dr. Genésio José Menon**  
2º Examinador – UNIFEI

**Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**  
3º Examinador (Orientador) - UNIFEI

## Dedicatória

Dedico este trabalho a minha esposa Renata Aparecida Ribeiro Gonçalves, aos meus familiares e amigos.

*“Escolhe um trabalho de que gostes, e não  
terás que trabalhar nem um dia na tua vida.”*

*Confúcio.*

## Agradecimentos

Agradeço a Deus por ter dado forças para cumprir as metas ao longo do curso de Mestrado.

Em especial, agradeço a minha esposa Renata Aparecida Ribeiro Gonçalves pelo auxílio financeiro, orientações, conselhos e companheirismo presente ao longo do curso, pois sem ela não seria possível à obtenção do título de mestre.

Agradeço ao meu orientador, Professor Dr. Luiz Antonio, pela exemplar dedicação, paciência e persistência para ensinar e pelo conhecimento que adquiri durante as disciplinas lecionadas e reuniões que tivemos para a organização e o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais, Jurema e Rubens, responsáveis pelas etapas de minha formação, aos meus irmãos, Marcio, Rafael, Rodrigo Alex e Renato, pela inspiração na carreira de engenharia e por serem exemplos de boa conduta e a minha tia Marines, por sempre me acompanhar e apoiar nos momentos importantes de minha vida.

Ao meu sogro José Renato e a minha sogra Teresinha, por sempre me ajudar de forma indireta ao longo desta jornada pelo tratamento de verdadeiros pais.

Aos colegas Daniel e Crystianne do Grupo de Método de Partículas do IEM/UNIFEI e a toda a equipe integrante pelas sugestões que contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao Professor Dr. Alex Mendonça, por se dispor no auxílio ao entendimento do código utilizado e pelas sugestões e correções que contribuíram para o enriquecimento do trabalho.

Ao Professor Dr. Genésio Menon, pelas importantes orientações para se aprimorar o trabalho.

À FAPEMIG via Processo APQ-02175-14, pela concessão de recursos financeiros, que contribuíram para o fortalecimento da infraestrutura computacional no Laboratório de Métodos de Partículas do IEM/UNIFEI; sem esta infraestrutura computacional os resultados numéricos desta Dissertação de Mestrado não poderiam ser obtidos.

## Resumo

O propósito deste trabalho é o de desenvolver um Método de Partículas de Temperatura puramente Lagrangeano para a simulação numérica de efeitos térmicos com inclusão de forças de empuxo sobre escoamentos bidimensionais, viscosos e incompressíveis, que se originam a partir da separação da camada limite na superfície de um cilindro circular. Esta classe de escoamentos não permanentes é investigada para um valor elevado do número de Reynolds gerando-se uma esteira viscosa oscilatória a jusante do corpo. O corpo é estacionário, a sua superfície está aquecida e há a presença de uma parede frontal ao corpo localizada a jusante da região de separação da camada limite, na qual interfere nas forças de empuxo. Partículas de temperatura são geradas no domínio fluido nas vizinhanças da superfície do corpo em adição aos vórtices discretos de Lamb nascentes. As superfícies do corpo e da parede vertical são discretizadas e representadas por painéis planos, sobre os quais se distribuem fontes com densidade uniforme. As condições de contorno sobre as fronteiras sólidas são impostas e resolvidas utilizando-se técnicas numéricas mais apuradas. As distribuições de pressões e as forças fluidodinâmicas atuantes sobre a superfície do corpo são calculadas usando uma formulação integral originária de uma equação de Poisson para a pressão. Os esforços computacionais despendidos para o cálculo do campo de velocidades sobre cada partícula de temperatura e para a geração de vorticidade a partir do calor (aproximação de Boussinesq) são comparados com aquele típico para o cálculo da Lei de Biot-Savart, a chamada interação vórtice-vórtice. Os resultados numéricos para carregamentos fluidodinâmicos e para localização do ponto de separação sobre a superfície do corpo são apresentados e discutidos. A presente metodologia é capaz de capturar a queda do valor da força de arrasto e a mudança do ponto de separação da camada limite devido à variação do número de Richardson.

**Palavras-chaves:** Corpo rombudo, Transferência de calor por convecção mista, Efeitos de uma parede vertical, Cargas fluidodinâmicas, Método de partículas de temperatura.

## **Abstract**

The purpose of this work is to develop a purely Lagrangian temperature particles method to simulate numerically thermal effects adding buoyancy forces on two-dimensional, vortical and incompressible flows that originate from the boundary layer separation on the circular cylinder surface. This kind of unsteady flows is investigated in a high Reynolds number generating an oscillatory viscous wake downstream of the body surface. The body surface is stationary and heated; therefore, the effects of the front wall to the body, placed downstream of separations points, interfere on buoyancy forces. Discrete temperature particles are introduced into the flow field close to a body surface in addition to nascent Lamb vortex elements. The body and vertical wall surfaces are discretized and represented by straight-line panels with constant sources distribution. The boundary conditions on solid walls are imposed and solved by using improved numerical techniques. The pressure distributions and the fluid-dynamic forces on the body surface are computed using an integral formulation derived from the pressure Poisson equation. The computational efforts to calculate both the velocity field induced at temperature particles and the process of vorticity generation from heat (the Boussinesq Approximation) are compared to those of a typical Biot-Savart calculation, the well known vortex-vortex interaction. Numerical results for the fluid-dynamic loads and for the location of the separation point on the body surface are presented and discussed. The present methodology is able to capture the drag force decrease and the boundary layer separation point change due to the Richardson number variation.

**Keywords:** Bluff body, Mixed convection heat transfer, Vertical wall effects, Fluid-dynamic Loads, Lagrangian temperature particles method.

## SUMÁRIO

SUMÁRIO	iii
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	xi
SIMBOLOGIA	xii
LETRAS LATINAS	xii
LETRAS GREGAS	xiv
SOBRESCRITOS	xv
SUBSCRITOS	xv
ABREVIATURAS	xvi
SIGLAS	xvi
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 – MOTIVAÇÕES	1
1.2 – OBJETIVOS DO TRABALHO	6
1.3 – METODOLOGIA	7
1.4 – ESTRUTURA DO TRABALHO	10
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1 – INTRODUÇÃO	12
2.2 – MECANISMO DE FORMAÇÃO DE VÓRTICES A PARTIR DA SUPERFÍCIE DE UM CORPO ROMBUDO E A CLASSIFICAÇÃO DOS ESCOAMENTOS	13
2.3 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR COM EFEITOS DE PAREDE	24

2.4 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR DE PAREDE AQUECIDA E QUE TROCA CALOR COM O MEIO FLUIDO	27
2.5 – MÉTODO DE PARTÍCULAS DE TEMPERATURA	34
CAPÍTULO 3 – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA	37
3.1 – INTRODUÇÃO	37
3.2 – GEOMETRIA DO PROBLEMA E DEFINIÇÕES	38
3.3 – HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS	40
3.4 – EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO	41
3.5 – ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA	47
3.6 – EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DA VORTICIDADE	49
3.7 – EQUAÇÃO DA ENERGIA E SIMILARIDADE COM A E.T.V.	50
CAPÍTULO 4 – MÉTODO DE SOLUÇÃO: O MÉTODO DE PARTÍCULAS DE TEMPERATURA	51
4.1 – INTRODUÇÃO	51
4.2 – PROBLEMA DA ADVECCÃO	53
4.3 – PROBLEMA DA DIFUSÃO	60
4.4 – GERAÇÃO DE VORTICIDADE	62
4.5 – GERAÇÃO DE CALOR	65
4.6 – CONSERVAÇÃO DA MASSA E CONSERVAÇÃO DA CIRCULAÇÃO GLOBAL DO PROBLEMA	67
4.7 – CONDIÇÕES DE CONTORNO MAIS APURADAS	69
4.8 – GERAÇÃO DE VORTICIDADE A PARTIR DO CALOR	72
4.9 – CARGAS FLUIDODINÂMICAS	74
CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DE RESULTADOS	77
5.1 – INTRODUÇÃO	77
5.2 – CILINDRO CIRCULAR SEM EFEITO DE PAREDE PLANA E SEM TROCA DE CALOR	82
5.3 – CILINDRO CIRCULAR SEM EFEITO DE PAREDE PLANA E COM TROCA DE CALOR	94
5.4 – CILINDRO CIRCULAR COM EFEITO DE PAREDE PLANA E SEM TROCA DE CALOR	105

5.5 – CILINDRO CIRCULAR COM EFEITO DE PAREDE PLANA E COM TROCA DE CALOR	108
5.6 – DEFLEXÃO DAS ESTRUTURAS VORTICOSAS DEVIDO AOS EFEITOS DE FORÇAS DE EMPUXO	118
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	120
6.1 – INTRODUÇÃO	120
6.2 – CONCLUSÕES	121
6.3 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	124
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	126
APÊNDICE A: ALGORITMO DO MÉTODO DE PARTÍCULAS DE TEMPERATURA	135
A.1 – INTRODUÇÃO	135
A.2 – ESTRUTURA COMPUTACIONAL DO PROGRAMA MIXED_HEAT_TRANSFER.FOR	136

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Desenhos de Leonardo da Vinci. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Lugt (1983))	13
Figura 2.2 – Mecanismo de formação de vórtices. (Reproduzida de Gerrard (1966))	15
Figura 2.3 – Desprendimento alternado de estruturas vorticosas contrarrotativas a partir da superfície de um cilindro circular para $Re=100$ ( <a href="https://www.youtube.com/watch?v=6SOZAb3UZzM">https://www.youtube.com/watch?v=6SOZAb3UZzM</a> )	16
Figura 2.4 – Coeficiente de arrasto versus número de Reynolds para cilindro circular sem efeitos de parede plana (Adaptada de Schlichting, 1979)	17
Figura 2.5 – escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $Re < 1$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982))	18
Figura 2.6 – Vórtices estacionários a jusante do cilindro para $5 \leq Re \leq 50$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982))	18
Figura 2.7 – Esteira de vórtices oscilatória a jusante do cilindro para $50 \leq Re \leq 70$ . (Reproduzida de Batchelor (1967))	19
Figura 2.8 – Formação e desprendimento de vórtices laminares no escoamento a jusante do cilindro para $70 < Re \leq 200$ . (Reproduzida de Meneghini (2002) e Young (1989))	19
Figura 2.9 – Formação e desprendimento de vórtices laminares no escoamento a jusante do cilindro para $70 < Re \leq 200$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982))	20
Figura 2.10 – Variação do número de Strouhal com o número de Reynolds no regime laminar e no regime de transição para esteira turbulenta. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Williamson (1991))	21
Figura 2.11 – Visualização dos modos A ( $Re=200$ ) e B ( $Re=270$ ). (Reproduzida de Williamson (1996))	22
Figura 2.12 – Representação dos modos A e B do escoamento tridimensional ao redor de um cilindro circular estacionário. (Reproduzida de Williamson (1996))	23
Figura 2.13 – escoamento em torno de um cilindro circular: (a) separação laminar; (b) separação turbulenta; (c) distribuições de pressões teórica e real sobre a superfície do cilindro. (Reproduzida de White (2002))	23

Figura 3.1 – Modelo estrutural e definições	38
Figura 4.1 – Discretização do domínio fluido usando nuvens de partículas	52
Figura 4.2 – Discretização de superfície de um corpo usando MB painéis planos	55
Figura 4.3 – Distribuição de fontes com densidade uniforme. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991))	55
Figura 4.4 – Representação dos componentes da velocidade induzida por um painel qualquer do corpo. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991))	56
Figura 4.5 – Modelo do vórtice discreto de Lamb	59
Figura 4.6 – Representação da vorticidade gerada a partir de uma superfície plana por vórtices discretos de Lamb. (adaptada de Moraes, 2011)	63
Figura 4.7 – Modelo da partícula de temperatura	66
Figura 4.8 – Posição do cilindro circular na presença do efeito solo	70
Figura 5.1 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeito de parede plana e sem troca de calor ( $t=50$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,0010$ , $Re=10^5$ , $MB=300$ )	83
Figura 5.2 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeito de parede plana e sem troca de calor ( $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,0010$ , $Re=10^5$ , $MB=300$ )	84
Figura 5.3 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas entre os instantes de tempo $t=31,3$ e $t=36,45$ ( $Re=10^5$ )	86
Figura 5.4 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán entre os instantes de tempo $t=31,3$ e $t=36,45$ ( $Re=10^5$ )	87
Figura 5.5 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular sem efeito de parede plana e sem troca de calor ( $MB=300$ , $NV=300.000$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,001$ , $Re=10^5$ )	89
Figura 5.6 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeito de parede plana e sem troca de calor ( $t=50$ , $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,0090$ , $Re=10^5$ , $MB=50$ )	90
Figura 5.7 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $\Delta t=0,05$ , $\sigma_0=\epsilon=0,0090$ , $Re=10^5$ , $MB=50$ )	91

- Figura 5.8 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $t=50$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 91
- Figura 5.9 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 92
- Figura 5.10 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50$  do caso do cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $MB=50$ ,  $NV=50.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0090$ ,  $Re=10^5$ ) 93
- Figura 5.11 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50$  do caso do cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $MB=100$ ,  $NV=100.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ) 93
- Figura 5.12 – Distribuição média do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 95
- Figura 5.13 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=0,10$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 96
- Figura 5.14 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=0,10$ ;  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 97
- Figura 5.15 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas entre os instantes de tempo  $t=62,40$  a  $t=67,00$  ( $Ri=0,10$ ;  $Re=10^5$ ) 98
- Figura 5.16 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán entre os instantes de tempo  $t=62,40$  a  $t=67,00$  ( $Ri=0,10$ ;  $Re=10^5$ ) 99
- Figura 5.17 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=75$  do caso do cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=0,10$ ;  $MB=100$ ,  $NV=150.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ) 101
- Figura 5.18 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=0,01$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 103
- Figura 5.19 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=0,01$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 103

- Figura 5.20 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=1,00$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 104
- Figura 5.21 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=1,00$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 104
- Figura 5.22 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular com efeito de parede plana e sem troca de calor ( $U_\infty = 1$ ;  $V_\infty = 0$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 105
- Figura 5.23 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50,75$  do caso do cilindro circular com efeito de parede plana e sem troca de calor ( $U_\infty = 1$ ;  $V_\infty = 0$ ;  $MB=100$ ,  $NV=101.500$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ) 106
- Figura 5.24 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular com efeito de parede plana e sem troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 107
- Figura 5.25 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular com efeito de parede plana e sem troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 107
- Figura 5.26 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=75$  do caso do cilindro circular com efeito de parede plana e sem troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $MB=100$ ,  $NV=150.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ) 108
- Figura 5.27 – Distribuição média do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 109
- Figura 5.28 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=0,10$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 111
- Figura 5.29 - Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=0,10$ ;  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 111

- Figura 5.30 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas entre os instantes de tempo  $t=65,55$  a  $t=69,90$  ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=0,10$ ;  $Re=10^5$ ) 112
- Figura 5.31 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán entre os instantes de tempo  $t=65,55$  a  $t=69,90$  ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Re=10^5$ ) 113
- Figura 5.32 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=75$  do caso do cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=0,10$ ;  $MB=100$ ,  $NV=150.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ) 114
- Figura 5.33 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=0,01$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 116
- Figura 5.34 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=0,01$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 116
- Figura 5.35 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=1,00$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 117
- Figura 5.36 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=1,00$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ ) 117
- Figura 5.37 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán no instante de tempo  $t=50$  para diferentes valores de  $Ri$  ( $MB=100$ ,  $NV=100.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ) 118
- Figura 5.38 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán para  $t=50$  para diferentes valores de  $Ri$  ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $MB=100$ ,  $NV=100.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ) 119
- Figura A.1 – Solução do escoamento potencial 136
- Figura A.2 – Solução do escoamento viscoso 137

## Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor (MB=300)	82
Tabela 5.2 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor para diferentes números de painéis	89
Tabela 5.3 – Comparação dos valores do ângulo aproximado de separação da camada limite com os resultados experimentais para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor	92
Tabela 5.4 – Comparação dos tempos finais de processamento para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor	93
Tabela 5.5 – Comparação dos ângulos aproximados de separação da camada limite para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor	95
Tabela 5.6 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor (MB=100)	96
Tabela 5.7 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor para diferentes números de Richardson	102
Tabela 5.8 – Comparação dos ângulos aproximados de separação da camada limite para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor	109
Tabela 5.9 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor (MB=100)	110
Tabela 5.10 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor para diferentes números de Richardson	115

## Simbologia

### Letras Latinas

$A$	Relativo à área projetada
$\mathbf{A}$	Vetor potencial para dedução da Lei de Biot-Savart
$\mathbf{A}_d$	Vetor coluna lado direito de pressão
$\mathbf{A}_p$	Matriz de influência de pressão
$b$	Comprimento característico do problema
$c_p$	Calor específico à pressão constante
$C_D$	Coefficiente de arrasto
$C_L$	Coefficiente de sustentação
$C_P$	Coefficiente de pressão
$d$	Relativo ao diâmetro do cilindro circular
$D$	Força de arrasto
$d\mathbf{s}$	Elemento orientado de uma superfície sólida
$\mathbf{n}$	Vetor unitário na direção normal a uma superfície sólida
$\boldsymbol{\tau}$	Vetor unitário na direção tangencial a uma superfície sólida
$\epsilon_p$	Referente à posição de geração de uma partícula
$f_s$	Frequência de emissão de vórtices para o corpo sem efeitos de parede plana
$g_{\min}$	Espaçamento entre o corpo e a parede plana dividido por $d$
$G$	Solução fundamental da equação de Laplace
$\mathbf{g}$	Campo de aceleração local da gravidade
$g$	Aceleração local da gravidade
$Gr$	Número de Grashof
$h$	Coefficiente de transferência de calor
$H$	Constante da formulação integral para o cálculo do campo de pressões
$K$	Coefficiente de condutibilidade térmica do fluido
$K_{ij}$	Coefficiente de uma matriz de influência
$L$	Força de sustentação
$\mathbf{L}_d$	Vetor coluna lado direito de pressão

M	Número total de painéis planos utilizados para a discretização das fronteiras
MB	Número total de painéis planos utilizados para a discretização do corpo
n	Referente à direção normal
$n_x$	Representa a função cosseno
$n_y$	Representa a função seno
NT	Número total de partículas de temperatura presentes no domínio fluido
Nu	Número de Nusselt
NV	Número total de vórtices discretos presentes no domínio fluido
p	Campo de pressões
P	Número randômico entre 0 e 1
Pe	Número de Peclet
Pr	Número de Prandtl
q	Intensidade de uma partícula de temperatura
Q	Número randômico entre 0 e 1
Ra	Número de Rayleigh
Re	Número de Reynolds
Ri	Número de Richardson
$r_1$	Relativo à distância radial
$r_2$	Relativo à distância radial
S	Define o contorno da fronteira que delimita a região fluida bidimensional
$S_c$	Referente à composição das superfícies do corpo e da parede vertical
$S_1$	Relativo ao contorno da superfície do corpo
$S_2$	Relativo ao contorno da superfície da parede vertical
St	Número de Strouhal
$S_\infty$	Relativo ao contorno da fronteira no infinito e que delimita o domínio fluido
t	Tempo adimensional
T	Campo de temperaturas
$\theta_p$	Ângulo de orientação de um painel plano genérico p
$T_0$	Tempo característico do problema
$T_w$	Temperatura da parede quente (cilindro circular)
$T_\infty$	Temperatura fria (parede vertical e fronteira fluida a longas distâncias)
U	Velocidade característica do problema
$U_\infty$	Componente horizontal da velocidade do escoamento não perturbado
<b>u</b>	Campo de velocidades

$u$	Componente horizontal da velocidade total induzida em cada partícula
$\mathbf{u}_c$	Vetor velocidade induzida pelas fronteiras sólidas
$\mathbf{u}_i$	Vetor velocidade induzida escoamento incidente
$\mathbf{u}_v$	Vetor velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos de Lamb
$v$	Componente vertical da velocidade total induzida em cada partícula
$v_i$	Componente vertical da velocidade do escoamento incidente
$V_\infty$	Componente vertical da velocidade do escoamento não perturbado
$x$	Coordenada de posição horizontal
$\mathbf{x}$	Vetor posição
$X$	Componente de força de campo gravitacional na direção do eixo dos $x$
$y$	Coordenada de posição vertical
$Y$	Componente de força de campo gravitacional na direção do eixo dos $y$
$Y$	Trabalho específico total (energia/massa)
$\mathbf{Z}_d$	Vetor que define o avanço randômico de cada partícula durante cada incremento de tempo discreto

## Letras Gregas

$\alpha$	Coefficiente de difusividade térmica
$\beta$	Coefficiente de expansão térmica
$\Gamma$	Intensidade de um vórtice discreto de Lamb
$\Gamma_\Omega$	Circulação total na região fluida
$\Delta s$	Relativo ao comprimento de cada painel plano
$\Delta t$	Relativo ao incremento de tempo discreto
$\varepsilon$	Referente à posição de geração de partículas novas
$\theta$	Referente a um ângulo de orientação
$\theta$	Referente à escala de temperatura
$\theta_{SEP}$	Posição relativa o ângulo de separação da camada limite
$\mu$	Coefficiente de viscosidade dinâmica
$\nu$	Coefficiente de viscosidade cinemática
$\pi$	3,14159265359
$\rho$	Massa específica do fluido
$\rho^*$	Massa específica do fluido onde há a presença de gradientes de temperaturas

$\Sigma$	Representa um somatório
$\tau$	Referente à direção tangencial
$\sigma_0$	Raio do núcleo de uma partícula
$\sigma(x)$	Densidade uma distribuição uniforme de fontes sobre cada painel plano
$\Omega$	Define o domínio fluido
$\omega$	Campo de vorticidades
$\omega$	Único componente não nulo do vetor vorticidade na direção normal ao plano

## Sobrescritos

$i$	Referente a uma partícula
$\cup$	Designa composição de superfícies para definir o domínio fluido
*	Designa grandeza adimensional
$\circ$	Referente à intensidade das partículas de temperatura nascentes

## Subscritos

$i$	Referente ao escoamento incidente
$c$	Referente às fronteiras sólidas
$v$	Referente à nuvem de vórtices discretos de Lamb
$w$	Referente à fronteira sólida aquecida
$\tau$	Referente à direção tangencial
$n$	Referente à direção normal
$d$	Referente ao deslocamento randômico de cada partícula
$\infty$	Referente ao comportamento do fluido longe das fronteiras sólidas
$M$	Referente à média de um intervalo

## Abreviaturas

CFD	<i>Computacional Fluid Dynamics</i>
D.V.M.	<i>Discrete Vortex Method</i>
COUPS	Matriz de influência de fontes
COUPV	Matriz de influência de vórtices discretos
E.T.V.	Equação do Transporte da Vorticidade
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
GAMMA	Vetor incógnita de vórtices discretos nascentes
M.V.D.	Método de Vórtices Discretos
M.P.T.	Método de Partículas de Temperatura
P.C.E.	Princípio de Conservação da Energia
P.C.M.	Princípio de Conservação da Massa
P.C.Q.M.L.	Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear
PIV	<i>Particle Image Velocimetry</i>
RHSS	Vetor coluna lado direito de fontes
RHST	Vetor coluna lado direito de temperaturas
RHSV	Vetor coluna lado direito de vórtices
SIGMA	Vetor coluna incógnita de fontes
V.I.E.	Vibrações Induzidas pelo Escoamento
V.I.V.	Vibrações Induzidas por Vórtices
W.I.V.	<i>Wake-Induced Vibrations</i>

## Siglas

CAPES	Coordenação e Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
FAPEMIG	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
PETROBRÁS	Petróleo Brasileiro S.A.
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 – MOTIVAÇÕES

A análise e a compreensão mais aprofundadas de escoamentos com efeitos viscosos ao redor de corpos têm sido fundamentais para o desenvolvimento da tecnologia e para o avanço da ciência em várias áreas do conhecimento. Há atualmente necessidades na comunidade científica internacional de se produzir novas ferramentas na ciência dos fluidos para estudos mais refinados envolvendo-se: a) a aerodinâmica de corpos rombudos e esbeltos com ou sem a presença do efeito solo; b) máquinas de fluxo; c) *risers* usados nas plataformas de prospecção de petróleo; d) trocadores de calor do tipo casco e tubos; e) cabos de torres de transmissão de eletricidade; f) equipamentos de atletas para competições esportivas de alto nível; g) transporte de poluentes; h) escoamentos multifásicos presentes em plantas de processamento primário do petróleo, etc..

O entendimento de fenômenos físicos da hidrodinâmica não linear, que são decorrentes de escoamentos ao redor de corpos rombudos, é de suma importância para o desenvolvimento de novas tecnologias nos diversos campos da engenharia. Estes fenômenos físicos não lineares são identificados, por exemplo, quando ocorre a formação da camada limite, a separação da camada limite, a formação de estruturas vorticosas contrarrotativas, a transição para a turbulência e a influência de efeitos de transferência de calor. Um corpo rombudo, por exemplo, um cilindro circular, é aquele corpo que quando sujeito a uma

corrente de fluido, irá apresentar considerável proporção de sua superfície submersa exposta ao fenômeno de separação do escoamento, ou do descolamento da camada limite (Bearman, 1984). As estruturas cilíndricas são as representantes mais elementares de modelos de corpos rombudos, além de se mostrarem presentes na maioria das estruturas na engenharia. É comum chamar as regiões do domínio fluido com vorticidade concentrada simplesmente de vórtices.

A principal característica que diferencia os escoamentos complexos observados na natureza, quando comparados com a sua idealização usando a teoria potencial, é a presença do campo de vorticidades (Batchelor, 1967). Nos problemas de dinâmica dos fluidos é comum utilizar a teoria potencial desprezando-se, assim, os efeitos do campo de vorticidades; a teoria é especialmente útil para situações de escoamentos ao redor de corpos esbeltos submetidos a pequenos ângulos ataque, tais como perfis aerodinâmicos sem efeitos de parede planas ou perfis aerodinâmicos submetidos aos efeitos de interferência de outras fronteiras sólidas (Hess & Smith, 1967). O conhecimento do campo de vorticidades é, portanto, fundamental para o entendimento de fenômenos físicos da hidrodinâmica não linear intrínsecos aos escoamentos vorticosos. Estes fenômenos despertam grande interesse científico, têm grande impacto nas aplicações da engenharia e têm suas origens vinculadas ao desenvolvimento de instabilidades oriundas da interação entre três camadas cisalhantes. Estas camadas são representadas pela camada limite, que se desenvolve a partir da superfície de um corpo, e pelas duas camadas cisalhantes formadas a partir dos pontos de separação; pode-se incluir, também, a esteira viscosa que se forma a jusante de um corpo rombudo.

Uma área da engenharia que vem ganhando espaço e respeito na comunidade científica internacional é a Dinâmica dos Fluidos Computacional (do inglês, *Computational Fluid Dynamics, C.F.D.*), principalmente devido à evolução dos computadores (*clusters*) de alto desempenho. A essência da *C.F.D.* é modelar corretamente os meios contínuos e representá-los apropriadamente, de maneira física e matemática, usando equações diferenciais parciais. As equações diferenciais devem ser discretizadas em sistemas lineares de equações algébricas. Os sistemas lineares devem ser resolvidos para validar as equações diferenciais e, assim, resolver um projeto baseado em simulações numéricas ao invés de se construir e testar modelos em estudos de campo. O uso de computadores de alto desempenho torna-se crucial para a realização de simulações numéricas mais refinadas de fenômenos físicos presentes nos escoamentos com efeitos viscosos e que são difíceis de investigar usando um laboratório experimental. Em condições extremas citam-se, por exemplo, situações de alto risco

(explosões, radiações e poluição), necessidade de previsões do tempo com confiabilidade, camada limite planetária, evolução estelar, etc.

A vorticidade é, portanto, uma grandeza cinemática e ela fisicamente ocupa uma parte menor do domínio fluido, onde se encontram exatamente as regiões das três camadas cisalhantes e da esteira viscosa, mencionadas anteriormente. Nestas regiões do domínio fluido se manifestam as atividades mais importantes do escoamento, desconhecidas *a priori*. Do ponto de vista da *C.F.D.*, a vorticidade contém todas as informações necessárias para a construção numérica do campo de velocidades a partir da aplicação da Lei de Biot-Savart. O campo de pressões pode também ser obtido a partir da solução numérica do campo de vorticidades. Uma característica importante é que o campo de velocidade e o campo de pressões apresentam valores instantâneos diferentes daqueles encontrados usando a teoria potencial nestas regiões do domínio fluido. Outra característica do campo de vorticidades é que, na ausência dos efeitos da viscosidade do fluido, as estruturas vorticosas podem se mover como se fossem partículas materiais de fluido (Helmholtz, 1858). A inclusão numérica dos efeitos viscosos nas regiões fluidas com presença de estruturas vorticosas é necessária, pois a ação da viscosidade molecular provoca um decaimento gradual da vorticidade para as regiões fluidas vizinhas ao campo deste escoamento.

As discussões precedentes comprovam que os escoamentos com efeitos viscosos ao redor de corpos são complexos, sendo necessários esforços experimentais e esforços numéricos (simulações numérico-computacionais mais refinadas) para entendê-los com maior exatidão. Em particular, a simulação numérico-computacional de escoamentos com efeitos viscosos ao redor de corpos que trocam calor com o meio fluido tem sido realizada basicamente com o uso de dois enfoques. No primeiro enfoque estão os métodos Eulerianos clássicos (Método de Diferenças Finitas, Método de Elementos Finitos, Método de Volumes Finitos, etc.), caracterizados pela necessidade de se criar uma malha de discretização do domínio fluido. No segundo enfoque estão os métodos Lagrangeanos, que têm como características principais a discretização de uma propriedade do escoamento em partículas e o acompanhamento individual de cada uma delas durante todo o tempo de simulação computacional. Uma melhor acurácia na estimativa dos resultados das simulações computacionais somente é possível se as regiões do escoamento, que contêm quantidade significativa de vorticidade, forem bem resolvidas. Agrega-se a esta constatação o fato de que os esquemas de controle para os mecanismos de geração de vorticidade e de geração de calor

a partir das fronteiras sólidas presentes em um escoamento têm de ser apurados, a fim de se satisfazer precisamente as condições de contorno sobre estas superfícies.

Estas são algumas das muitas motivações de ordem científica e tecnológica que levaram ao desenvolvimento desta Dissertação de Mestrado no Grupo de Métodos de Partículas do IEM/UNIFEI. Os desafios encontrados neste trabalho incluem essencialmente a análise da influência de efeitos térmicos (forças de empuxo) na simulação numérica da dinâmica da vorticidade utilizando um Método de Partículas de Temperatura (M.P.T.) puramente Lagrangeano. Nos Métodos numéricos puramente Lagrangeanos utilizam-se pontos computacionais ou partículas, que carregam informações sobre o campo de vorticidades, sobre o campo de temperaturas, sobre a concentração de bactérias em um rio, sobre a concentração de gotas de óleo dispersas na água, etc. Estas diferentes classes de partículas podem aparecer misturadas em um mesmo problema e são livres para se mover e se deformar por todo o domínio fluido ao longo de uma simulação numérico-computacional típica e, desta maneira, simular a dinâmica de escoamentos de interesse em problemas de fenômenos de transporte. Esta característica Lagrangeana de se descrever escoamentos com efeitos viscosos apresenta-se como uma alternativa atraente aos métodos Eulerianos, como está discutido no início da seção 2.5.

O problema escolhido para o desenvolvimento deste trabalho tem como motivação o entendimento de fenômenos físicos associados à transferência de calor por convecção mista, que aparecem durante o projeto e dimensionamento de componentes eletrônicos integrados, de trocadores de calor do tipo casco e tubos, de *risers* usados em plataformas flutuantes de prospecção de petróleo, etc..

Neste trabalho inicia-se, portanto, o desenvolvimento de uma metodologia para a simulação numérico-computacional do mecanismo de transferência de calor por convecção mista, que se manifesta quando um corpo rombudo, estacionário e de parede lisa aquecida, troca calor com o meio fluido. A aerodinâmica deste corpo, além de sofrer influência da transferência de calor por convecção mista, pode, também, sofrer influências de outros mecanismos, tais como, o efeito de rugosidade superficial, o efeito de bloqueio de uma parede, o efeito Venturi, o efeito da mudança na posição do ponto de estagnação sobre a sua superfície e a supressão do desprendimento de vórtices. E este é o horizonte que se vislumbra para trabalhos futuros.

“... Há, ainda, exemplos de trocadores de calor do tipo casco e tubos e de cabos de torres de transmissão de eletricidade, onde o fenômeno de Vibrações Induzidas pelo Escoamento (V.I.E.) se manifesta. Este fenômeno ocorre principalmente quando uma estrutura cilíndrica fica exposta à passagem de um escoamento que interage com a estrutura e provoca vibrações transversais e paralelas em relação à direção do próprio escoamento. Um caso particular de vibração é identificado quando a força fluidodinâmica responsável pela vibração origina-se da distribuição de pressão ao redor da superfície do corpo devido à geração e desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas. Este caso particular é conhecido como Vibrações Induzidas por Vórtices (V.I.V.) e está presente, por exemplo, nos *risers*, nos trocadores de calor do tipo casco e tubos e em cabos de torre de transmissão de eletricidade. Outro fenômeno é uma instabilidade hidroelástica conhecida por *galloping*, que ocorre em corpos rombudos com ponto de separação fixo ou em corpos rombudos onde há o desenvolvimento das forças fluidodinâmicas em fase com o movimento da estrutura. Combinações entre estes dois fenômenos também podem ser identificadas. Para as estruturas cilíndricas, mesmo quando analisadas sem efeitos de parede plana, há estudos clássicos encontrados na literatura com o único objetivo de esclarecer problemas relacionados com a movimentação do corpo por uma força transversal externa (oriunda da distribuição de pressão) que provoca o fenômeno chamado de Atragem Síncrona (do inglês, *Lock-in Phenomenon*). Este fenômeno acontece devido à sincronização entre a frequência de excitação da estrutura e a frequência natural de desprendimento de vórtices da mesma estrutura quando esta se encontra estacionária,  $f_s$ . Essa vibração causa tensões cíclicas que podem, eventualmente, romper por fadiga a estrutura mecânica do corpo. Um conjunto de *risers* pode, portanto, ter a sua vida de operação reduzida quando os tubos forem danificados por choques entre seus vizinhos ou se fraturarem por fadiga estrutural. Portanto, V.I.E. podem ocorrer, também, devido à proximidade entre corpos rombudos e existem situações de geração e desprendimento de vórtices de um corpo atingindo um segundo corpo e fazendo-o entrar em movimento de vibração e, posteriormente, de ressonância. Um novo fenômeno de V.I.E., conhecido por Vibrações por Interferência de Esteira (W.I.V.), foi investigado na literatura (Assi, 2009). Por este ponto de vista, V.I.E. em *risers* e agrupamento dos mesmos passam a ser um problema complexo e com muitas dificuldades para a definição de parâmetros de projeto ...”.

O parágrafo acima foi extraído em parte do trabalho de Moraes (2011) apenas com o intuito de chamar a atenção para a necessidade da inclusão de mecanismos de interferência

entre fronteiras sólidas e de efeitos térmicos nos problemas de V.I.E. em projetos de interesse específico, por exemplo, aqueles financiados pela PETROBRAS.

Este trabalho segue esta linha de pesquisa servindo, também, como ponto de partida para o desenvolvimento de novas pesquisas no campo de V.I.E..

## 1.2 – OBJETIVOS DO TRABALHO

Esta Dissertação de Mestrado utiliza a ferramenta numérico-computacional chamada Método de Partículas de Temperatura (M.P.T.) e apresenta os seguintes objetivos:

1º) Simular numericamente e explicar fisicamente o mecanismo de formação de vórtices, que acontece à jusante de um cilindro circular sem efeito de parede plana, estacionário e de parede fria, através da história temporal do coeficiente de arrasto de forma (quando o corpo é rombudo, cerca de noventa e oito por cento do arrasto total corresponde à parcela do arrasto de forma), do coeficiente de sustentação, da distribuição do coeficiente de pressão, da frequência de emissão de vórtices (número de Strouhal) e da posição do ponto de separação na camada limite hidrodinâmica. Visualizar o mecanismo de formação de vórtices nas vizinhanças do corpo para auxiliar no entendimento dos resultados gráficos. Comparar os resultados numéricos obtidos com resultados experimentais disponíveis na literatura (Blevins, 1984 e Son & Hanratty, 1969) para  $Re=10^5$ , e identificar erros numéricos possivelmente associados à ausência de efeitos tridimensionais nas simulações numéricas.

2º) Investigar da influência do número de Richardson sobre os resultados numéricos obtidos anteriormente. Nesta etapa está inserida a implementação numérica dos efeitos de forças de empuxo. Os valores adotados para o número de Richardson são  $Ri=0,01$ ;  $Ri=0,10$  e  $Ri=1,0$ . A parede do corpo é mantida sempre na temperatura de  $T_w=303$  K e a variação do número de Richardson nas simulações numéricas indica a influência da transferência de calor por convecção mista sobre o comportamento fluidodinâmico do corpo. A temperatura inicial do fluido é mantida igual a  $T_\infty=283$  K para todas as simulações numéricas. O número de Reynolds e o número de Prandtl são também mantidos constantes para todos os casos analisados, isto é,  $Re=10^5$  e  $Pr=1,0$ , respectivamente. Desta maneira, o principal objetivo do trabalho é a investigação da influência do número de Richardson sobre os valores do

coeficiente de arrasto, do ângulo de separação  $\theta$  da camada limite e da frequência de emissão de vórtices.

3º) Investigar, de modo preliminar, a influência dos efeitos de uma parede frontal sobre os resultados numéricos obtidos para o caso com transferência de calor forçada ( $Ri=0$ ) e para o caso com transferência de calor por convecção mista ( $Ri=0,01$ ;  $Ri=0,10$  e  $Ri=1,00$ ) nas condições pré estabelecidas. A parede frontal não apresenta geração de vorticidade e nem geração de calor, isto é, não há formação de camada limite hidrodinâmica e a temperatura é igual à temperatura do fluido (a parede é adiabática). A inclusão da parede vertical neste problema é importante para futuras investigações envolvendo, por exemplo, os problemas de uma parede em frente a uma cavidade aberta e de um corpo confinado numa região quadrada.

4º) Obter conclusões sobre a sensibilidade do código computacional em capturar efeitos térmicos associados às forças de empuxo e sugestões para trabalhos futuros, incluindo-se outros efeitos de perturbação sobre o escoamento viscoso que se desenvolve a partir da superfície do corpo sem efeitos de parede plana.

## 1.3 – METODOLOGIA

A ferramenta numérico-computacional utilizada para a obtenção dos resultados desta Dissertação de Mestrado é uma versão bidimensional e puramente Lagrangeana do Método de Vórtices Discretos (M.V.D.), que foi adaptada por Bimbato (2012) a partir do trabalho original de Alcântara Pereira (2002); nos problemas bidimensionais os efeitos de deformação dos tubos de vorticidade não se fazem presentes e o campo de vorticidades é escalar. A vorticidade presente no domínio fluido é discretizada e representada por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb (Panton, 1984). O Método de Painéis (Katz & Plotkin, 1991) é utilizado para discretizar a superfície do cilindro circular e a parede vertical em segmentos retos ou painéis planos sobre os quais são distribuídas singularidades do tipo fontes com densidade uniforme. Com isto, garantem-se as condições de contorno sobre o ponto de controle de cada painel. A distribuição de fontes garante a condição de impenetrabilidade e a condição de conservação de massa para o corpo e a parede vertical. A intensidade de cada vórtice discreto de Lamb nascente é obtida para satisfazer a condição de escorregamento-nulo

e a condição de conservação global da circulação apenas para o corpo. Não há geração de vorticidade a partir da parede vertical.

Os vórtices discretos de Lamb são submetidos aos processos de advecção e de difusão da vorticidade durante cada incremento de tempo (Chorin, 1973). Para a solução do problema da advecção necessita-se do cálculo da velocidade total induzida sobre cada vórtice discreto presente no domínio fluido; este cálculo deve ser realizado levando-se em conta as seguintes contribuições: escoamento incidente, fronteira(s) sólida(s) representadas pelos painéis de fontes e nuvem de vórtices discretos. O cálculo da contribuição da nuvem de vórtices discretos é obtido via Lei de Biot-Savart e consome o maior tempo de processamento durante uma simulação numérica típica. Vale lembrar que o número de operações realizadas por um processador é proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos presentes no domínio fluido em cada instante de tempo; o número de vórtices discretos aumenta após cada incremento de tempo na proporção do número total de painéis usados para a discretização da fronteira do corpo. No problema puramente advectivo os vórtices discretos são tratados como sendo partículas materiais de fluido bastando-se integrar a equação da sua trajetória; utiliza-se um esquema de avanço de primeira ordem de Euler (Ferziger, 1981). A inclusão dos efeitos da viscosidade é levada em conta na solução do problema puramente difusivo. Dentre os métodos presentes na literatura, optou-se por uma solução probabilística, denominada de Método de Avanço Randômico (Chorin (1973) e Lewis (1991)).

No cálculo das cargas fluidodinâmicas distribuídas (pressão) e das cargas fluidodinâmicas integradas (força de arrasto de forma e força de sustentação) é utilizada uma formulação integral, a qual foi apresentada por Shintani & Akamatsu (1994); esta formulação é originária de uma equação de Poisson para a pressão (Uhlman, 1992) e, assim, permite que se leve em consideração a contribuição de todos os vórtices discretos presentes na esteira.

A palavra advecção é usada neste trabalho para fazer uma analogia com os mecanismos envolvidos no estudo da transferência de calor por convecção. A presente metodologia associa ao fenômeno da transferência de calor por convecção forçada (Alcântara Pereira & Hirata, 2003) o mecanismo de transferência de calor por convecção natural (Ogami, 2001). No mecanismo da transferência de calor por convecção natural (ou térmica) a variação no campo de massas específicas é causada pela variação no campo de temperaturas. Este mecanismo é em grande parte regido pela ação do campo gravitacional. Ao contrário da transferência de calor por convecção forçada, onde a força motriz é externa ao fluido, o

mecanismo da transferência de calor por convecção natural é conduzido pelas forças de campo exercidas diretamente dentro do fluido como resultado do aquecimento ou do resfriamento. Considerando-se a hipótese de escoamento incompressível, o campo de massas específicas varia apenas com mudanças locais moderadas no campo de temperaturas e, assim, a equação da quantidade de movimento linear pode ser acoplada à equação da energia. O mecanismo de transferência de calor por convecção natural é orientado pela força de empuxo, que é refletida no termo fonte de quantidade de movimento associado à gravidade e mudanças de massa específica presentes na equação da quantidade de movimento linear (aproximação de Boussinesq). A versão final utilizada para a equação da quantidade de movimento linear é obtida aplicando-se o operador rotacional nesta equação e considerando-se a definição da vorticidade ( $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ ) para um campo solenoidal (divergente igual à zero).

Para o desenvolvimento da metodologia deste trabalho, o termo da Equação do Transporte da Vorticidade (E.T.V.), que representa forças de empuxo, é modelado modificando-se a intensidade dos vórtices discretos de Lamb durante cada incremento de tempo da simulação numérica para simular a geração de vorticidade a partir do calor. Para que a intensidade dos vórtices discretos seja incrementada, torna-se necessário considerar a presença da nuvem de partículas de temperatura induzindo temperatura nas vizinhanças de cada vórtice discreto de Lamb. Esta metodologia é aplicada no trabalho a partir de uma interpretação direta na E.T.V. (Ogami, 2001).

A ideia da inclusão de partículas de temperatura em simulações com a presença de um campo de vorticidades foi a base para o estudo da transferência de calor sob o ponto de vista dos métodos de partículas puramente Lagrangeanos (Kamemoto & Miyasaka, 1999)). Partículas de temperatura são geradas a partir da fronteira do corpo em uma analogia com a Lei de Fourier para o estudo da condução de calor (Incropera & De Witt, 2003). Devido à similaridade existente entre a Equação da Energia e a E.T.V., as partículas de temperatura são submetidas aos processos de advecção e de difusão do calor (resultando no mecanismo da transferência de calor por convecção). Para a solução do problema da advecção de calor necessita-se das contribuições do escoamento incidente, das fronteiras sólidas e da nuvem de vórtices discretos, resultando-se no cálculo do campo de velocidades sobre a nuvem de partículas de temperatura. O problema da difusão molecular do calor é resolvido usando a mesma abordagem estatística aplicada para o campo de vorticidades.

Durante cada incremento de tempo da simulação numérica a geração simultânea de vórtices discretos de Lamb sobre a superfície discretizada do corpo e de fontes sobre as superfícies discretizadas do corpo e da parede vertical é implementada utilizando um processo de convergência. Esta técnica numérica resulta na solução de dois sistemas lineares de equações algébricas e foi anteriormente explorada com sucesso por Bimbato (2012). Para a geração de partículas de temperatura torna-se necessário implementar uma nova técnica para garantir a condição de contorno de temperatura quente sobre a superfície do corpo. A influência da variação do número de painéis planos durante o processo de convergência das condições de contorno mais apuradas, impostas sobre as fronteiras sólidas discretizadas do problema, é analisada levando-se em conta o tempo final de processamento para as simulações numéricas.

O algoritmo desenvolvido para a solução do problema proposto neste trabalho é implementado na forma de um código computacional usando a linguagem de programação FORTRAN.

## **1.4 – ESTRUTURA DO TRABALHO**

O Capítulo 2 apresenta a descrição do mecanismo de formação de vórtices a partir da superfície de um corpo rombudo e descreve a influência do número de Reynolds sobre o escoamento ao redor de um cilindro circular sem efeitos de parede plana, estacionário e de parede lisa. Em seguida são citados alguns trabalhos importantes, que contribuíram para o entendimento dos efeitos de interferência entre um cilindro circular e uma parede, isto é, os mecanismos do efeito solo. Algumas publicações científicas referentes aos efeitos dos mecanismos de transferência de calor associados ao escoamento em torno de um cilindro circular, para as condições de corpo sem efeitos de parede plana e de corpo posicionado nas imediações de uma parede ou de mais de uma parede, estão discutidas na sequência do Capítulo 2. Apresenta-se finalmente uma descrição da evolução do M.P.T. através dos trabalhos mais relevantes publicados na literatura.

No Capítulo 3 encontra-se a formulação matemática do escoamento bidimensional e incompressível de um fluido com efeitos viscosos ao redor de um cilindro circular de parede lisa e aquecida. O cilindro se encontra estacionário e na presença de uma parede frontal não

aquecida. As hipóteses simplificadoras para a solução do problema, as equações governantes, as condições de contorno e a adimensionalização das equações governantes e das condições de contorno são também apresentadas. As ideias fundamentais do algoritmo de separação da parte viscosa da Equação do Transporte da Vorticidade (E.T.V.), proposto por Chorin (1973), são discutidas no final do Capítulo 3; é feita uma analogia com a Equação da Energia.

O Capítulo 4 descreve as principais características do M.P.T., que se constitui na base para o desenvolvimento teórico e matemático do modelo de camada limite térmica utilizado para a solução numérica do problema formulado no Capítulo 2. O objetivo deste modelo hidrodinâmico é a obtenção das forças fluidodinâmicas e das distribuições de pressão causadas pela geração e desprendimentos de vórtices a partir da superfície aquecida de um cilindro circular.

No Capítulo 5 estão apresentados os principais resultados das simulações numéricas. Um cuidado especial é tomado para que estes resultados sejam acompanhados de discussões físicas pertinentes a cada caso analisado. Os principais resultados mostram que ocorrem mudanças mais significativas no coeficiente de arrasto e na posição do ponto de separação da camada limite devidas à influência do número de Richardson durante a simulação numérica do mecanismo de transferência de calor por convecção mista.

O Capítulo 6 trás as conclusões mais importantes e as sugestões para a sequência de novos estudos nesta linha de pesquisa desenvolvida no Grupo de Métodos de Partículas no IEM/UNIFEI.

As Referências Bibliográficas mais importantes utilizadas para a preparação desta Dissertação de Mestrado se encontram listadas na parte final do texto.

O programa computacional *MIXED\_HEAT\_TRANSFER\_FOR*, desenvolvido em linguagem de programação FORTRAN, tem a sua estrutura mostrada no Apêndice A. Uma breve descrição da sequência computacional do programa desenvolvido é apresentada na forma gráfica para auxiliar no entendimento do código computacional. O programa computacional desenvolvido utiliza a biblioteca de rotinas disponibilizada para os pesquisadores do Grupo de Método de Partículas do IEM/UNIFEI, e as novas rotinas desenvolvidas neste trabalho foram incorporadas a esta biblioteca de rotinas.

Os resultados preliminares deste trabalho foram publicados por Roselli *et al.* (2016).

## Capítulo 2

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

O primeiro objetivo do Capítulo 2 é revisar conceitos importantes que auxiliam no entendimento do mecanismo de formação de vórtices, proposto por Gerrard (1966), a partir da superfície de um corpo rombudo. O conhecimento do mecanismo de formação de vórtices em corpos rombudos é necessário para a aferição do código computacional, quando aplicado para o caso do cilindro circular estacionário, sem efeitos de parede plana e sem efeitos de troca de calor com o meio fluido. Para esta finalidade são definidos especialmente o número de Strouhal e o número de Reynolds. Em seguida é apresentada a descrição da classificação dos diferentes regimes de escoamentos que se originam a partir da superfície lisa de um cilindro circular estacionário, sem efeitos de parede plana e sem efeitos de troca de calor com o meio fluido. Esta classificação depende do número de Reynolds. Na sequência do Capítulo 2 estão apresentadas algumas referências bibliográficas sobre o cilindro circular na presença de uma parede plana; o objetivo é explicar os mecanismos do efeito solo. A revisão bibliográfica seguinte refere-se ao caso deste corpo estacionário e trocando calor com o meio fluido. Alguns resultados de efeitos de parede nas vizinhanças do corpo são discutidos. No final do Capítulo 2 encontra-se uma apresentação dos trabalhos mais conhecidos da literatura e que mostram a evolução do M.P.T..

## 2.2 – MECANISMO DE FORMAÇÃO DE VÓRTICES A PARTIR DA SUPERFÍCIE DE UM CORPO ROMBUDO E A CLASSIFICAÇÃO DOS ESCOAMENTOS

Leonardo da Vinci (que viveu entre 1452 e 1519) deixou registrado em seus manuscritos alguns esquemas ilustrativos alusivos à formação de vórtices para diferentes situações. Registra-se aqui o fato histórico de que, mesmo apesar de sua extrema capacidade de observação, Leonardo da Vinci errou ao desenhar vórtices simétricos em formação de esteira, como reproduzido na Fig. 2.1. Como se sabe hoje, o desprendimento dos vórtices acontece de maneira alternada para estas situações (Gerrard, 1966).

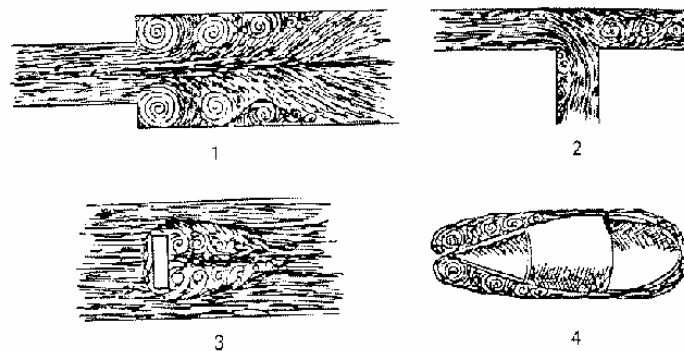


Figura 2.1 – Desenhos de Leonardo da Vinci. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Lugt (1983))

As ferramentas da mecânica clássica, que começaram a surgir no período que percorreu os séculos XVII e XVIII, tornaram possível o estudo do desprendimento de pares de vórtices contrarrotativos de acordo com o que se conhece nos dias atuais. Merecem destaque na história os trabalhos de Rayleigh (1896) e de Von Kármán (1911).

Strouhal (1878) explicou em primeiro lugar um fenômeno já observado pelos gregos, chamado de *Aeolian Tones*. Foi mostrada a existência de uma proporcionalidade do som emitido pela corda (o estudo foi motivado pelo efeito do som emitido nos cabos telegráficos), com a velocidade do vento dividida pelo diâmetro da corda. Inicialmente pensava-se que a oscilação ocorria na mesma direção do escoamento incidente. Ainda, quando a frequência do som coincidia com uma das frequências naturais da corda (livre para oscilar), o som era

amplificado definindo-se uma constante de proporcionalidade com valor 0,185. Esta observação deu origem à definição da frequência de desprendimento de vórtices ( $f_s$ ), isto é:

$$f_s = 0,185 \frac{U}{d} \quad (2.1)$$

onde  $U$  é a velocidade do ar que passa pelas cordas e  $d$  representa uma dimensão característica, neste caso, o diâmetro da corda.

Rayleigh (1896) publicou resultados, que ele já havia observado em 1879, explicando o efeito da corda do violino que vibrava transversalmente ao escoamento do ar que passava ao redor dela; com isto, ele definiu um parâmetro adimensional, hoje conhecido por número de Strouhal ( $St$ ), que relaciona frequência de emissão de vórtices à velocidade do escoamento:

$$St = f_s \frac{d}{U} \quad (2.2)$$

Von Kármán (1911) provou hidrodinamicamente que o modo de desprendimento de vórtices está diretamente atrelado à periodicidade da emissão dos vórtices que formam a esteira pulsante. Registra-se aqui que as análises feitas por Von Kármán desconsideraram a presença de um corpo, os efeitos da viscosidade e o fenômeno da turbulência. Von Kármán (1911) tinha como propósito nobre explicar as propriedades de estabilidade da esteira formada a jusante de um corpo, a qual foi representada por vórtices da teoria do escoamento potencial.

Gerrard (1966) propôs o mecanismo de geração e de emissão de vórtices devido à passagem de uma corrente uniforme sobre um corpo rombudo. O mecanismo descrito, mesmo sem levar em conta efeitos tridimensionais, tem como sustentação física a interação entre duas camadas cisalhantes com vorticidades de sinais opostos formadas ao redor do corpo, a partir da separação da camada limite hidrodinâmica. De acordo com o trabalho de Gerrard (1966), a passagem de uma corrente uniforme nas imediações de um corpo rombudo provoca sobre a superfície deste corpo a formação de uma camada limite, que vai se descolar do corpo em um determinado ponto. Este ponto é denominado ponto de separação do escoamento. A separação da camada limite acontece quando o escoamento através do corpo encontra uma região de gradiente de pressão desfavorável associada à ação dos efeitos viscosos. Neste ponto sobre a superfície do corpo, as partículas fluidas perdem energia cinética e pode haver tanto anulação da velocidade quanto inversão do sentido do escoamento. A partir daí são originadas as duas

camadas cisalhantes com vorticidades de sinais opostos, que enrolam em torno delas mesmas, formando os vórtices da esteira. Estas duas camadas cisalhantes comportam-se como um sistema instável na presença de perturbações.

A mecânica do processo de formação dos vórtices a partir das duas camadas cisalhantes pode ser entendida acompanhando-se os caminhos possíveis a, b e c através da Fig. 2.2. Em primeiro lugar, o vórtice cresce a partir da camada cisalhante, onde está ligado, com o ganho de circulação. Quando a intensidade deste vórtice atinge determinado valor, ele atrai a camada cisalhante presente no lado oposto do corpo e esta circulação de sinal oposto tende a:

- a) Fundir-se com o vórtice que está se formando no lado oposto da esteira diminuindo a intensidade deste vórtice,
- b) Cortar a alimentação do vórtice liberando-a para a formação da esteira viscosa,
- c) Voltar na direção da região próxima ao corpo e iniciar a formação de um novo vórtice.

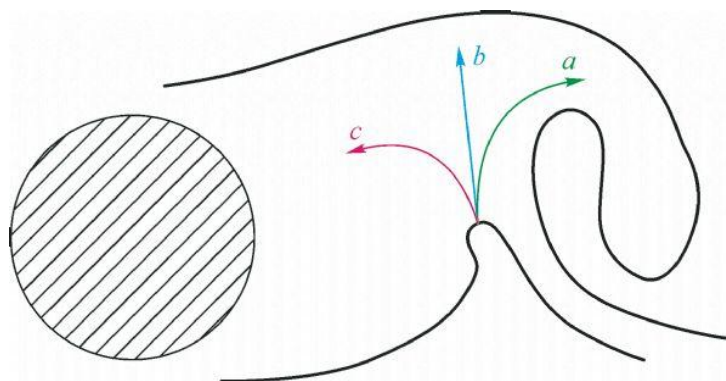


Figura 2.2 – Mecanismo de formação de vórtices. (Reproduzida de Gerrard (1966))

Reynolds (1883) desenvolveu um trabalho com o único intuito de estudar o comportamento de fluidos para uso como lubrificante de máquinas. No entanto, seu trabalho produziu uma das contribuições mais relevantes para a mecânica dos fluidos ao apresentar a classificação dos escoamentos como sendo do tipo laminar ou do tipo turbulento. O trabalho apresentou uma conclusão muito importante por meio de experimentos definindo a viscosidade como sendo uma propriedade física do fluido e independente do escoamento. O trabalho também fazia vaga menção à ideia da condição de escorregamento-nulo, o que contribuiu para a proposição da teoria de camada limite por Prandtl (1904).

A ideia de forças inerciais se contrapondo às forças viscosas foi discutida pela primeira vez por Stokes em 1851. Mas foi Sommerfeld, em 1908, quem relacionou a contraposição entre forças inerciais e forças viscosas apresentando a definição do parâmetro adimensional que ficou conhecido como número de Reynolds:

$$\text{Re} = \frac{\rho U b}{\mu} = \frac{U b}{\nu} \quad (2.3)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade dinâmica,  $\nu$  é o coeficiente de viscosidade cinemática,  $b$  é um comprimento representativo e  $U$  uma velocidade representativa do escoamento.

O escoamento de um fluido com efeito viscoso ao redor de um cilindro circular altera o comportamento do campo de velocidades ao redor do corpo à medida que o número de Reynolds se modifica. Portanto, é o número de Reynolds que define o tipo de escoamento que ocorre através do cilindro circular. Este escoamento, dependendo do número de Reynolds, pode provocar o mecanismo da emissão de pares de estruturas vorticosas contrarrotativas, como mostrado na Fig. 2.3. Quando o mecanismo ocorre, cada par de vórtices é desprendido de maneira alternada a uma frequência  $f_s$ . A presença dos vórtices a jusante do cilindro causa a formação da esteira de Von Kármán e, conseqüentemente, a existência de uma força de arrasto,  $D$ , atuante sobre a superfície do corpo na mesma direção do escoamento e oferecendo resistência para o movimento do corpo.

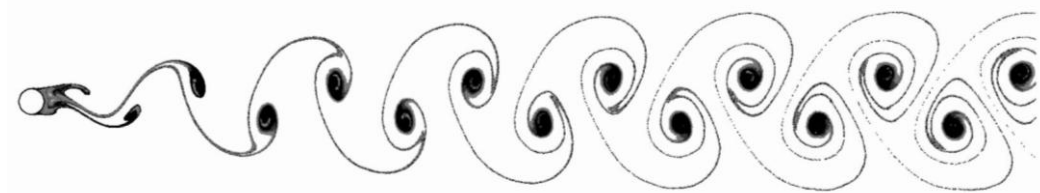


Figura 2.3 – Desprendimento alternado de estruturas vorticosas contrarrotativas a partir da superfície de um cilindro circular para  $\text{Re}=100$

(<https://www.youtube.com/watch?v=6SOZAb3UZzM>)

Conforme comentado anteriormente, o valor adimensional da frequência de emissão de pares de estruturas vorticosas contrarrotativas é chamado de número de Strouhal,  $St$ . Uma relação empírica bastante usada na literatura para a estimativa do número de Strouhal é (Massey, 2012):

$$St = 0,198 \left( 1 - \frac{19,7}{Re} \right), \text{ para } 250 < Re < 2 \times 10^5 \quad (2.4)$$

Na Fig. 2.4 reproduz-se a variação do coeficiente de arrasto em função número de Reynolds para um cilindro circular de comprimento longo (sem efeitos de ponta, ou seja, bidimensional) nas condições de parede lisa e de parede rugosa. O coeficiente de arrasto é definido por:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad (2.5)$$

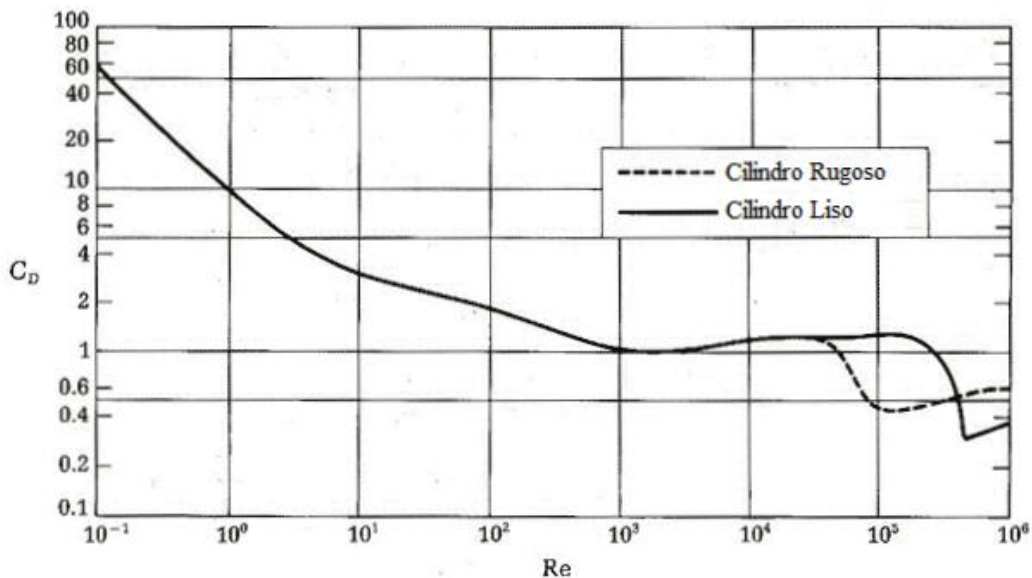


Figura 2.4 – Coeficiente de arrasto em função número de Reynolds para o cilindro circular sem efeitos de parede plana. (Adaptada de Schlichting, 1979)

A seguir, apresenta-se uma descrição do comportamento da esteira de vórtices formada a jusante de um cilindro circular de parede lisa e não aquecida devido influência do número de Reynolds do escoamento. Parte deste conteúdo foi extraída e adaptada do trabalho de Moraes (2011).

Para valores do número de Reynolds bem menores do que a unidade ( $Re < 1$ ), o escoamento ao redor do cilindro circular é altamente viscoso (as forças inerciais são fracas) e conhecido na literatura como *creeping flow*. Nesta situação o escoamento é simétrico, tanto a montante quanto a jusante do corpo, e não se observa o fenômeno da separação; veja na Fig. 2.5.

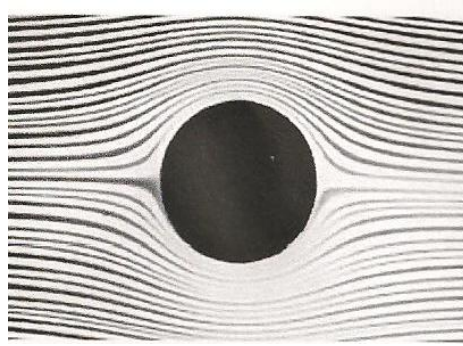
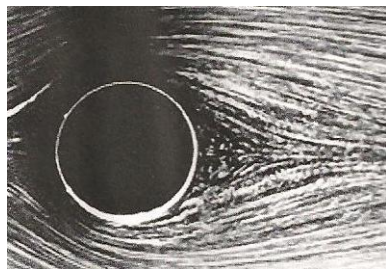
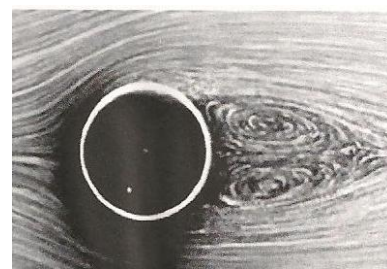


Figura 2.5 – escoamento ao redor de um cilindro estacionário para  $Re < 1$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982))

Quando o número de Reynolds atinge valores superiores a 5, já se observa a ocorrência do fenômeno da separação da camada limite hidrodinâmica na parte posterior do cilindro circular e a formação, nesta região, de um par de vórtices estacionários. Embora haja a formação deste par de vórtices, o escoamento nesta região ainda possui características de regime permanente, veja na Fig. 2.6.



$Re=9,6$



$Re=26$

Figura 2.6 – Vórtices estacionários a jusante do cilindro para  $5 \leq Re \leq 50$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982))

Quando o número de Reynolds do escoamento ao redor do cilindro circular se encontra numa faixa compreendida aproximadamente entre  $50 \leq Re \leq 70$  pode-se observar a formação de uma esteira oscilatória presente no escoamento à jusante do corpo. Nesta região já se encontram presentes alguns vórtices contrarrotativos desprendidos da superfície do corpo, e não mais o par de vórtices estacionário; veja na Fig. 2.7.

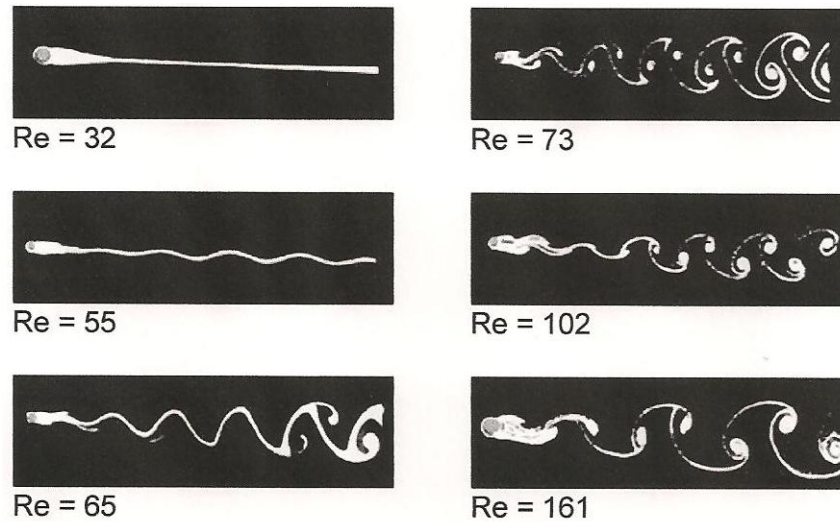


Figura 2.7 – Esteira de vórtices oscilatória a jusante do cilindro para  $50 \leq Re \leq 70$ .

(Reproduzida de Batchelor (1967))

Aumentando-se o número de Reynolds para um valor em torno de  $Re=90$ , os vórtices passam a se desprender de maneira alternada (como pode ser visto na Fig. 2.7), caracterizando-se desta maneira a formação da esteira clássica de Von Kármán. Este regime é definido como sendo laminar com as linhas de corrente instantâneas mostradas na Fig. 2.8.

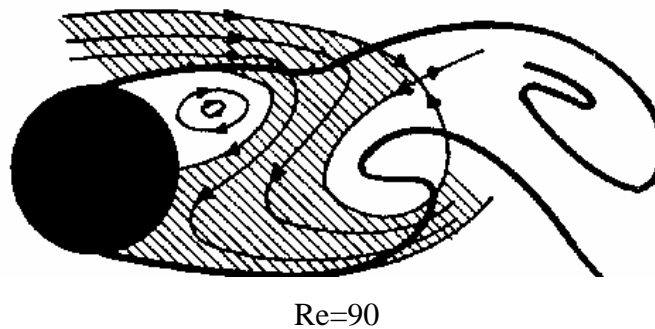
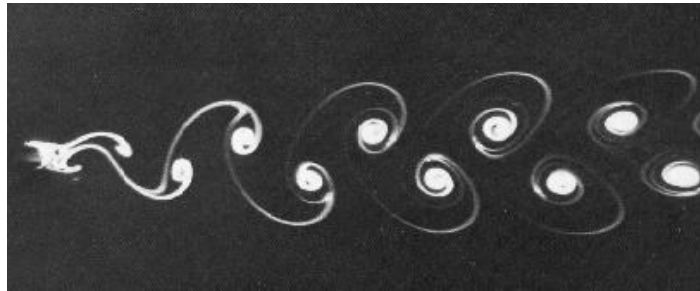


Figura 2.8 – Formação e desprendimento de vórtices laminares no escoamento a jusante do cilindro para  $70 < Re \leq 200$ . (Reproduzida de Meneghini (2002) e Young (1989))

A esteira de Von Kármán desempenha um papel fundamental nas instabilidades que causam o fenômeno de V.I.E. em estruturas cilíndricas; este fenômeno foi comentado na seção 1.1. Na Fig. 2.9, as estruturas vorticosas presentes no escoamento apresentam grande concentração de circulação. A circulação global presente no domínio fluido  $\Omega$  é expressa por (Batchelor, 1967) (onde  $\mathbf{u}$  é o vetor velocidade e  $d\mathbf{s}$  é um elemento de integração):

$$\Gamma_{\Omega} = \oint_c \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (2.6)$$



Re=140

Figura 2.9 – Formação e desprendimento de vórtices laminares no escoamento a jusante do cilindro para  $70 < Re \leq 200$ . (Reproduzida de Van Dyke (1982))

Portanto, é a interação entre as duas camadas cisalhantes opostas, que se separam do corpo, a responsável pela origem dos vórtices na região conhecida como esteira próxima. Estes vórtices são convectados alternadamente para jusante do corpo formando a esteira viscosa. Como estas estruturas vorticosas possuem alta circulação concentrada, elas se difundem ao longo da esteira e perduram até cerca de 250 diâmetros de distância à jusante do corpo (Cimbala *et al.*, 1988).

Roshko (1954) investigou a variação do número de Strouhal em função do número de Reynolds na faixa compreendida entre  $50 \leq Re \leq 70$ . Mais tarde, Williamson (1991) confirmou a existência de uma primeira descontinuidade na curva de Roshko (1954) para um valor de  $Re \approx 64$  (veja na Fig. 2.10). Esta descontinuidade é causada pela transição entre o modo paralelo e o modo oblíquo de geração e desprendimento de vórtices.

O modo de desprendimento de vórtices com linhas paralelas ao eixo do cilindro circular foi reproduzido por Williamson (1991) até, no máximo,  $Re \approx 200$  através da técnica de colocação de placas planas inclinadas nas extremidades do cilindro. Estas placas tinham como finalidade criar regiões de baixa pressão nas extremidades do cilindro. Esta condição de contorno induz a um desprendimento de vórtices paralelos em relação ao eixo do corpo. A obtenção de modos paralelos de desprendimento de vórtices oferece as condições ideais para a comparação dos resultados experimentais com resultados numéricos bidimensionais (Bimbato *et al.*, 2011).

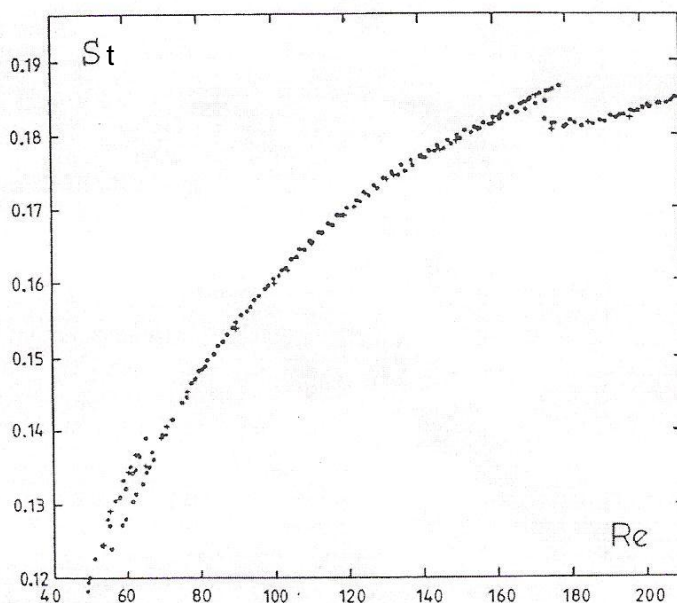


Figura 2.10 – Variação do número de Strouhal com o número de Reynolds no regime laminar e no regime de transição para esteira turbulenta. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Williamson (1991))

De acordo com o trabalho de Meneghini (2002), para números de Reynolds mais elevados, instabilidades na camada cisalhante formada a partir da separação causam uma transição para a turbulência, antes da formação dos vórtices, o que resulta em flutuações turbulentas da pressão na esteira e da frequência de desprendimento de vórtices. Surgem, ainda, tridimensionalidades de grande escala. Williamson (1991) explicou estas observações experimentais através da proposição do surgimento de tubos fechados de vórtices alinhados na direção do escoamento, os quais eram os responsáveis pela transição de uma esteira bidimensional para uma esteira tridimensional. Em última instância, era a presença intermitente destes tubos a explicação da segunda descontinuidade na curva de  $St$  versus  $Re$  para um valor de  $Re \approx 180$ , onde os tubos de vorticidade se deformam até formarem laços, gerando, em seguida, pares de vórtices visualizados no plano do escoamento. Na Fig. 2.11 define-se o modo A como sendo aquele em que as estruturas vorticosas formadas estão associadas à primeira descontinuidade da curva  $St$  versus  $Re$ , como representada na Fig. 2.12.

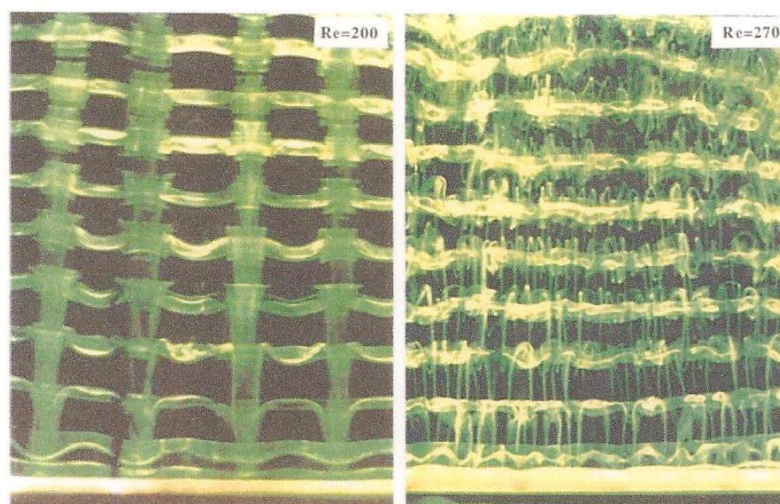


Figura 2.11 – Visualização dos modos A ( $Re=200$ ) e B ( $Re=270$ ). (Reproduzida de Williamson (1996))

A ocorrência do modo A é devida a uma instabilidade nos núcleos das estruturas vorticosas primárias da esteira próxima. Segundo Williamson (1996), o crescimento de maneira não linear subsequente de um laço de vórtice acontece por ação do laço anterior, o que explica o efeito da deformação periódica na direção do eixo do tubo de vorticidade principal. Na Fig. 2.11 podem ser observados os pares de vórtices representativos do modo A ( $Re=200$ ) e que possuem comprimento de periodicidade na direção do eixo entre três e quatro diâmetros do cilindro.

Na Fig. 2.12 há a identificação de uma segunda descontinuidade na curva de  $St$  versus  $Re$  e que corresponde a uma transição para o modo B. Neste segundo modo, há pares de vórtices em menor escala alinhados com a corrente uniforme e com comprimento periódico na direção do eixo do cilindro igual a aproximadamente um diâmetro. Estes vórtices, originários das camadas cisalhantes livres, são mais uniformes ao longo do eixo do cilindro quando comparados com as estruturas vorticosas do modo A.

A importância da inclusão dos efeitos viscosos para a análise da distribuição do coeficiente de pressão sobre a superfície lisa de um cilindro circular está evidenciada na Fig. 2.13. A investigação do comportamento do ângulo de separação da camada limite,  $\theta$ , a partir da superfície aquecida de um cilindro circular, é um dos resultados importantes deste trabalho.

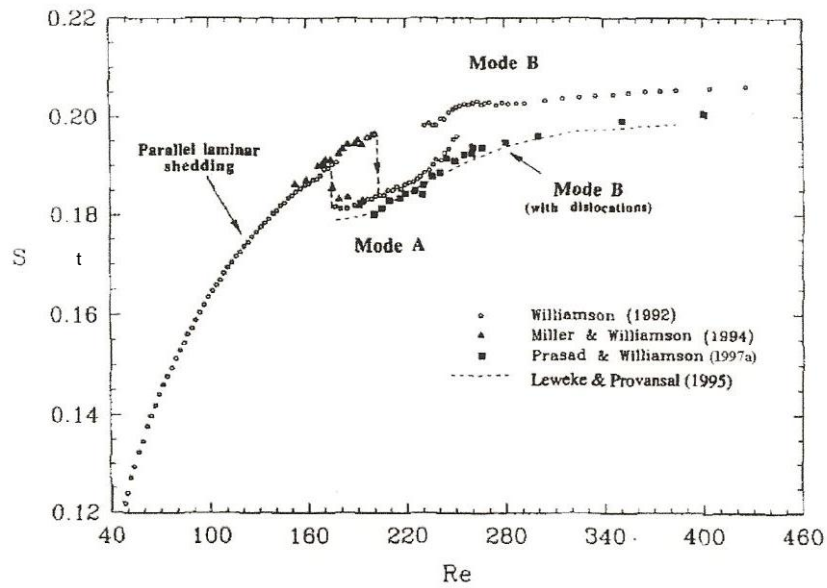


Figura 2.12 – Representação dos modos A e B do escoamento tridimensional ao redor de um cilindro circular estacionário. (Reproduzida de Williamson (1996))

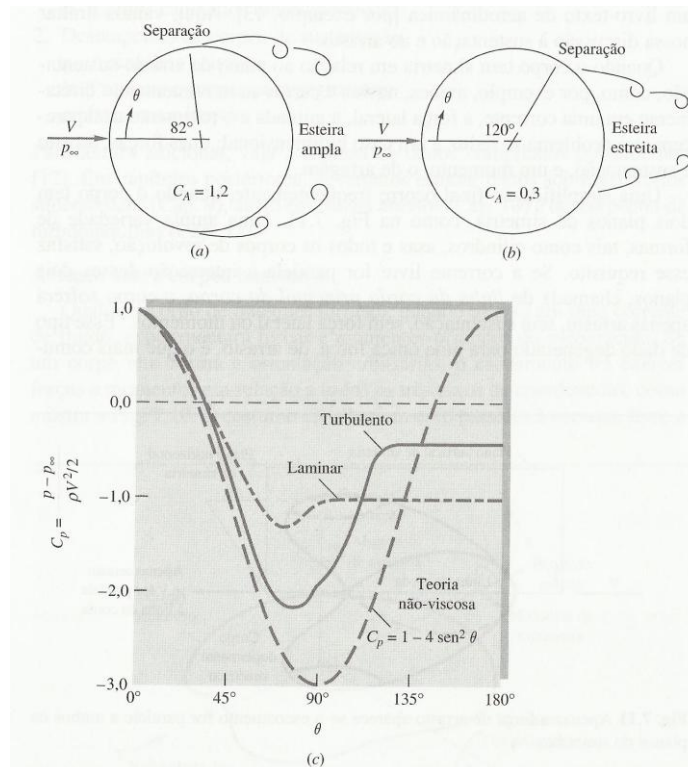


Figura 2.13 – Escoamento em torno de um cilindro circular: (a) separação laminar; (b) separação turbulenta; (c) distribuições de pressão teórica e real sobre a superfície do cilindro. (Reproduzida de White (2002))

## 2.3 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR COM EFEITOS DE PAREDE

Os dois principais parâmetros que alteram o comportamento da esteira viscosa e das cargas fluidodinâmicas atuantes sobre a superfície de um cilindro circular, quando este se encontra situado nas vizinhanças de uma parede plana, são o número de Reynolds e a distância do corpo até a superfície plana. No entanto, o fenômeno do efeito solo ainda está longe de ser completamente entendido, porque há uma variedade de fatores que afetam o comportamento do corpo, em especial a camada limite que se forma na parede plana e que torna o fenômeno ainda mais difícil de ser elucidado. Pode-se citar, ainda, a rugosidade da superfície do corpo como sendo um outro parâmetro importante que altera a aerodinâmica do corpo (Bimbato, 2012).

No trabalho experimental de Roshko *et al.* (1975) foi investigado o escoamento ao redor de um cilindro circular estacionado nas proximidades de uma superfície plana fixa localizado no interior de um túnel de vento para  $Re = 2,0 \times 10^4$ . O comportamento dos valores médios do coeficiente de arrasto e do coeficiente de sustentação foi analisado e concluiu-se que o arrasto diminuía rapidamente, ao passo que a sustentação aumentava à medida que o corpo se aproximava do solo.

Em outro trabalho, Buresti & Lanciotti (1979) mediram o número de Strouhal para um cilindro circular estacionário e na presença do efeito solo (situação de chão parado). Para o corpo imerso em um escoamento com número de Reynolds de até  $1,9 \times 10^5$ , concluiu-se que a distância crítica entre o corpo e o solo era de 0,4; nesta situação, o número de Strouhal ficou em torno de 0,2. Para qualquer distância entre o corpo e o chão menor do que 0,4 havia mudança no valor do número de Strouhal. Concluiu-se, portanto, que a distância crítica, abaixo da qual a frequência de emissão de vórtices diminui, e o valor do número de Strouhal dependem fortemente do regime do escoamento. Ficou esclarecido que para escoamentos a altos valores do número de Reynolds, o número de Strouhal diminui à medida que a distância entre o corpo e o chão decresce, mas, mesmo assim, este tipo de comportamento obedecia a certos limites.

Zdravkovich (1985) concluiu que nos escoamentos para o número de Reynolds variando de  $4,8 \times 10^4$  a  $3,0 \times 10^5$ , a força de arrasto decrescia rapidamente à medida que a

distância do cilindro circular ao solo diminuía a um valor menor do que a espessura da camada limite formada no solo. Portanto, a variação do coeficiente de arrasto era dominada pela relação entre a distância do corpo até o chão e a espessura da camada limite formada no solo, e não mais pela relação convencional distância do corpo até o solo dividido pelo diâmetro do cilindro circular. Outra conclusão importante foi que mesmo o coeficiente de sustentação poderia ser afetado pelas condições de camada limite, apesar de ser insensível à espessura desta.

Zdravkovich (2003) apresentou uma novidade sobre o assunto quando estudou o comportamento do coeficiente de arrasto de um cilindro circular localizado próximo a uma superfície plana móvel. Esta superfície se movimentava com a mesma velocidade do escoamento incidente. O número de Reynolds do escoamento foi de  $Re = 2,5 \times 10^5$ . Nestas condições estabelecidas para o estudo experimental praticamente não houve formação de camada limite junto ao solo. Contrariando todos os estudos anteriores, não se verificou a queda do arrasto quando a distância entre o corpo e o chão diminuía. Porém, não ficou bem entendido se o efeito observado ocorreu devido ao alto valor do número de Reynolds ou à inexistência de camada limite junto ao solo, ou ainda, devido a algum outro fator não considerado.

Nishino (2007) investigou experimentalmente o comportamento do coeficiente de arrasto e do coeficiente de sustentação para um cilindro circular estacionário e localizado próximo a uma esteira rolante em um túnel de vento. A esteira rolante se movimentava com a mesma velocidade do escoamento incidente, portanto, não havia formação de camada limite junto ao solo. Foi analisado o comportamento fluidodinâmico do corpo para  $Re = 4,0 \times 10^4$  e para  $Re = 1,0 \times 10^5$ . Os efeitos de ponta do corpo também foram investigados utilizando-se placas nas suas extremidades, a fim de tornar o escoamento aproximadamente bidimensional. Na situação de maior interesse, isto é, quando o corpo ficava sem a inserção das placas nas suas extremidades (caso essencialmente tridimensional), verificou-se que o coeficiente de arrasto médio aumentava à medida que a distância entre o corpo e o chão diminuía. Este efeito ocorria devido à inexistência de camada limite no solo, de modo que a dúvida deixada no trabalho de Zdravkovich (2003) foi esclarecida. Com relação aos efeitos das placas colocadas nas pontas do corpo, à medida que a distância do corpo até a extremidade da placa aumentava, retirava-se parte da tridimensionalidade do problema. Para o caso mais bidimensional investigado, o valor obtido para o coeficiente de arrasto médio foi o de 1,3, para  $g_{\min}=2,0$ .

Este valor para o coeficiente de arrasto é bastante próximo ao valor obtido para o caso de um cilindro circular sem efeitos de parede plana com  $Re = 1,0 \times 10^5$  (Blevins, 1984). Quando o corpo era posicionado de forma a tangenciar a extremidade da placa (caso menos bidimensional estudado), verificou-se que, para  $g_{\min}$  menor do que 0,35, as placas não exerciam influência alguma sobre o coeficiente de arrasto. Assim, obteve-se um valor médio constante para o coeficiente de arrasto de aproximadamente 0,95. Finalmente para o coeficiente sustentação, os resultados de Nishino (2007) não indicaram modificação importante em comparação com o caso de corpo e chão parados. Desta maneira, sempre que o corpo se aproximava do chão o coeficiente de sustentação aumentava, tal como observado por Roshko *et al.* (1975).

Bimbato (2012) utilizou o M.V.D. para simular numericamente o efeito de um cilindro circular estacionário e na presença do efeito do movimento de uma superfície plana valendo-se das observações experimentais feitas por Nishino (2007). De acordo com Nishino (2007), quando a superfície plana se move com a mesma velocidade do escoamento incidente, praticamente não há formação de camada limite junto ao solo. A partir destas informações, Bimbato (2012) simulou com sucesso o movimento de uma superfície assumindo chão fixo e deixando de gerar vórtices discretos junto a esta superfície. Esta situação representava o solo se movendo com a mesma velocidade do escoamento incidente através da supressão total da camada limite do solo. No trabalho foram analisados resultados preliminares dos efeitos de rugosidade superficial do corpo.

Recentemente Rashid *et al.* (2016) apresentaram uma revisão sobre o mecanismo de supressão (interrupção) do desprendimento de vórtices e do controle de esteira a partir de um corpo rombudo. Foi feita uma citação ao trabalho de Bimbato *et al.* (2013) com destaque para a explicação do mecanismo de supressão do desprendimento de vórtices a partir da superfície do cilindro circular na presença de uma superfície plana móvel, que ocorre devido ao efeito Venturi e que produz a consequente queda no valor do coeficiente de arrasto.

Em suma, os trabalhos acima mostram que o comportamento do coeficiente de arrasto para o cilindro circular na presença de uma parede plana horizontal depende basicamente dos seguintes mecanismos: a) efeito de bloqueio do chão, b) efeito de interferência entre as esteiras do corpo e do chão e c) efeito de ponta do cilindro. O efeito de interferência de esteiras indica ser o principal mecanismo que diferencia os resultados do coeficiente de arrasto para as situações de um cilindro circular estacionário na presença de uma superfície

plana estacionária, ou na presença de uma superfície plana móvel. O comportamento crítico deste tipo de escoamento para a situação de uma superfície plana móvel ocorre quando há a interrupção do mecanismo de desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas a partir da superfície do corpo. Nesta situação o corpo se encontra muito próximo do chão. A inclusão de efeitos de rugosidade superficial, de aspectos de V.I.E. e de mecanismos de transferência de calor abre um campo de pesquisas muito fértil para este problema.

Os mecanismos presentes no efeito de uma parede plana vertical posicionada a jusante de um corpo rombudo provocam mudanças bruscas no comportamento fluidodinâmico do corpo e são dependentes da distância entre o corpo e a superfície plana. Mazur (1996) utilizou uma formulação analítica aproximada para o estudo do movimento arbitrário de um cilindro circular imerso em um fluido nas vizinhanças de uma parede vertical. Os efeitos viscosos foram desprezados, não houve troca de calor, e foi demonstrado a solução exata já conhecida antes, para o problema de um escoamento puramente circulatório sobre o corpo (rotação do corpo). Este assunto não foi explorado com a devida atenção na literatura, uma vez que o maior interesse para as aplicações se concentra na classe dos problemas que envolvem mecanismos de transferência de calor na presença de paredes (confinamentos) e de cavidades. Veja mais detalhes na seção 2.4.

## **2.4 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR DE PAREDE AQUECIDA E QUE TROCA CALOR COM O MEIO FLUIDO**

No final da seção 2.4 será comentado que a maioria dos trabalhos encontrados na literatura investiga os mecanismos de transferência de calor sobre cavidades abertas restritas ou estendidas, ou sobre cavidades abertas para um canal vertical. Há resultados também para cilindros circulares com efeitos de confinamentos. Estes últimos são aqueles de maior interesse para este trabalho.

Alguns parâmetros adimensionais são importantes e devem ser conhecidos *a priori*. O número de Prandtl ( $Pr$ ) relaciona o coeficiente de viscosidade cinemática ( $\nu$ ) com o coeficiente de difusividade térmica ( $\alpha$ ), isto é:

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.7)$$

Quando o número de Prandtl é pequeno, significa que o calor difunde-se mais facilmente comparado à vorticidade (quantidade de movimento linear).

O número de Nusselt (Nu) é um parâmetro bastante utilizado para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção. Ele é definido como:

$$\text{Nu} = \frac{hb}{K} \quad (2.8)$$

sendo h o coeficiente de transferência de calor por convecção, b um comprimento representativo e K o coeficiente de condutibilidade térmica do fluido.

O número de Grashof (Gr) define a relação entre a força de empuxo de um fluido e a força viscosa. Este parâmetro adimensional se define como:

$$\text{Gr} = \frac{\beta g (T_w - T_\infty) b^3}{\nu^2} \quad (2.9)$$

sendo  $\beta$  o coeficiente de expansão térmica, g a aceleração local da gravidade,  $T_w$  a temperatura quente e  $T_\infty$  a temperatura fria.

O número de Peclet (Pe) é similar ao número de Reynolds, com a ressalva de se utilizar o coeficiente de difusividade térmica  $\alpha$ . Em problemas de transferência de calor, o número de Peclet é equivalente ao produto entre o número de Reynolds e o número de Prandtl, isto é:

$$\text{Pe} = \frac{Vb}{\alpha} = \frac{Vb}{\nu} \frac{\nu}{\alpha} = \text{Re Pr} \quad (2.10)$$

O número de Rayleigh (Ra), que determina o regime do escoamento com efeitos predominantes de convecção natural (forças de empuxo), é definido por:

$$\text{Ra} = \frac{\beta g (T_w - T_\infty) b^3 \text{Pr}}{\nu^2} = \text{Gr Pr} \quad (2.11)$$

Para a maioria dos problemas em engenharia, o número de Rayleigh é grande, algo em torno de  $10^6$  e  $10^8$ .

O número de Richardson (Ri) é o parâmetro adimensional que aparece como o resultado da divisão do número de Grashof pelo número de Reynolds elevado ao quadrado. O Número de Richardson estabelece uma relação entre as forças de empuxo e as forças inerciais. Este parâmetro é definido da seguinte maneira:

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (2.12)$$

Se o número de Richardson for bem menor que a unidade, então as forças de empuxo não são importantes para a análise de escoamentos. Se o número de Richardson for bem maior que a unidade, então as forças de empuxo são dominantes nos escoamentos. Por outro lado, se o número de Richardson for de ordem da unidade, então as forças de empuxo possuem moderada influência sobre o escoamento. Em geral, os valores típicos do número de Richardson ficam na faixa entre 0,10 e 10, com valores abaixo da unidade indicando efeitos significativos da turbulência. A convecção natural é tipicamente negligenciada quando  $Ri < 0,1$  e a convecção forçada é igualmente negligenciada quando  $Ri > 10$ . Ambos os efeitos, de convecção natural e de convecção forçada, não podem ser negligenciados quando  $0,1 < Ri < 10$ .

Com relação aos efeitos de escoamentos viscosos ao redor de um corpo rombudo que apresenta efeitos de transferência de calor por convecção natural, por convecção forçada ou por convecção mista, há o interesse em se investigar escoamentos externos ou escoamentos confinados. O corpo pode estar sem efeitos de parede plana, na presença de outros corpos e, nestas duas situações, pode ainda estar na presença de efeitos de paredes planas em diferentes configurações (efeitos de confinamentos). A seguir estão comentados alguns trabalhos que se inserem no contexto da revisão bibliográfica desta seção.

Kieft *et al.* (1999) utilizaram velocimetria por rastreamento de partículas (*particle tracking velocimetry*) para investigar o comportamento de estruturas vorticosas desprendidas a partir da superfície aquecida de um cilindro circular horizontal e imerso na água. O número de Reynolds era baixo ( $Re=73$ ). O número de Richardson variou entre 0 e 1. Os resultados mostraram que, para valores pequenos do número de Richardson, o calor induziu deflexões nas estruturas vorticosas para baixo. Para  $Ri=1,00$ , os efeitos de forças de empuxo se tornaram mais pronunciados sobre as estruturas vorticosas para cima.

Atmane *et al.* (2003) investigaram os efeitos do confinamento sobre o mecanismo da transferência de calor por convecção natural do escoamento ao redor de um cilindro circular

horizontal de parede aquecida e imerso em água. Foi mostrado que o efeito primordial do confinamento vertical resultou em um aumento do fluxo de calor sobre a superfície superior do corpo devido a mecanismos associados com grandes escalas de oscilação da pluma térmica. As chamadas plumas térmicas são conhecidas por colunas de material térmico e pouco denso.

Khodary & Bhattacharyya (2006) estudaram numericamente o problema da transferência de calor por convecção natural laminar a partir de um cilindro de seção quadrada horizontal e de parede isotérmica, confinado entre duas paredes verticais paralelas e adiabáticas. A técnica numérica utilizada foi o Método de Diferenças Finitas. O corpo foi posicionado no meio do canal e foram investigados diferentes espaçamentos do corpo em relação às paredes verticais. O escoamento ascendente mostrou que a transferência de calor por convecção natural foi significativamente afetada pela distância do corpo até as paredes verticais. Para qualquer valor do número de Grashof entre  $1 \times 10^6$  e  $3 \times 10^6$  o posicionamento central do corpo dentro do canal mostrou ser a melhor situação do ponto de vista da transferência de calor. Alguns resultados experimentais foram obtidos pelos autores para validação de resultados numéricos.

Vit *et al.* (2007) investigaram experimentalmente o comportamento do regime de formação de vórtices na região da esteira de um cilindro circular horizontal de parede aquecida no regime laminar com transferência de calor por convecção forçada. Os fluidos analisados foram água e ar. Foi confirmado que a frequência de desprendimento de vórtices muda com o gradiente de temperaturas na camada limite. A frequência de emissão de vórtices aumentou para o cilindro imerso na água desestabilizando o escoamento da esteira, mesmo considerando-se uma pequena diferença entre a temperatura da parede e a temperatura do fluido. Para o ar houve uma diminuição da frequência de emissão de vórtices e estabilidade no escoamento da esteira. Foi usado o conceito de temperatura efetiva para traçar uma curva mostrando a dependência  $St$  versus  $Re_{\text{efetivo}}$ .

Varma *et al.* (2007) utilizaram o Método de Volumes Finitos (FLUENT 6.0) para investigar os efeitos de um escoamento laminar descendente sobre a transferência de calor por convecção natural entre um cilindro circular horizontal e o meio fluido. O número de Reynolds foi  $Re=130$  e a temperatura do fluido frio foi 297 K. A temperatura da superfície do corpo variou entre 297 K e 358 K, o que correspondeu a uma variação do número de Richardson entre  $Ri=0$  e  $Ri=1,05$ . As análises tiveram como foco investigar efeitos de forças

de empuxo sobre a instabilidade da esteira formada; foram analisados frequência de desprendimento de vórtices, força de arrasto e número de Nusselt médio. A separação da camada limite foi antecipada com a inclusão de efeitos de forças de empuxo quando comparada com o caso de  $Ri=0$ . A frequência de desprendimento de vórtices quase sempre decresceu com o aumento do número de Richardson. Não ficou esclarecido pelos autores se os efeitos de aquecimento promovem uma antecipação da transição para escoamento turbulento.

Biswas & Sarkar (2009) investigaram numericamente o fenômeno do desprendimento de vórtices a partir de um cilindro circular horizontal usando o Método de Elementos Finitos. O número de Reynolds variou entre  $Re=10$  e  $Re=45$  e os efeitos de forças de empuxo foram analisados para diferentes valores do número de Richardson. O escoamento permanente com separação se tornou escoamento não permanente com a presença de uma esteira oscilatória devido aos efeitos de forças de empuxo. O fenômeno do desprendimento de estruturas vorticosas foi identificado a partir de  $Re=10$  e  $Ri=1,4$  até  $Re=45$  e  $Ri=1,98$ . O aumento do número de Richardson provocou aumento na frequência de desprendimento de vórtices.

Hu & Koochesfahani (2011) investigaram experimentalmente os efeitos de transferência de calor por convecção mista a partir da superfície de um cilindro circular horizontal. Foi utilizado um canal de recirculação de água vertical com velocidade de aproximação da água pra baixo. Com esta configuração, a direção de atuação das forças de empuxo foi contrária ao movimento da água. A temperatura do escoamento incidente e o número de Reynolds foram escolhidos, respectivamente,  $24^{\circ}\text{C}$  e 135. A variação do número de Richardson na faixa  $0 \leq Ri \leq 1,04$  resultou na mudança do mecanismo de transferência de calor por convecção forçada para o mecanismo de transferência de calor por convecção mista. Houve mudanças significativas no padrão de escoamento com o aumento da temperatura da parede (isto é, o aumento do número de Richardson). O mecanismo de desprendimento de vórtices foi bem explicado pelos autores. Quando o número de  $Ri \leq 0,31$ , o mecanismo de desprendimento de vórtices ficou similar ao caso do cilindro de parede fria. O aumento do número de Richardson para  $Ri \approx 0,50$  provocou um atraso no mecanismo de desprendimento de vórtices mudando o padrão da esteira viscosa. A aproximação do número de Richardson da unidade, isto é,  $Ri \geq 0,72$ , modificou o padrão de desprendimento de vórtices alternados (padrão típico de Kármán) para um padrão de desprendimento de pequenas estruturas geradas quase que simultaneamente nos dois lados da superfície aquecida do corpo. O comportamento

destas estruturas foi comparado ao padrão de vórtices do tipo “Kelvin-helmholtz”. Foi observado também que a frequência de desprendimento de vórtices diminuiu com o aumento do número de Richardson. O coeficiente de arrasto inicialmente decrescia para  $Ri \leq 0,31$  e depois aumentava monotonicamente com o aumento do número de Richardson. O número de Nusselt médio apresentou um decréscimo praticamente linear com o aumento do número de Richardson.

Boirlaud *et al.* (2012) utilizaram a técnica da Simulação Numérica Direta para investigar o fenômeno da transferência de calor por convecção mista a partir da superfície aquecida de um cilindro circular horizontal. O número de Richardson foi  $Ri=2,77$  e o número de Reynolds foi  $Re=1.000$ . Sobre estas condições foi observado o desenvolvimento de uma instabilidade térmica ao longo do corpo associada com distúrbios no desenvolvimento da camada limite turbulenta na superfície superior do corpo. Consequentemente, o comportamento da esteira viscosa formada a jusante do corpo se tornou assimétrico; os efeitos da gravidade deslocaram a esteira para cima.

Khashehchi *et al.* (2015) utilizaram um túnel de vento de seção quadrada e a técnica *PIV* (*Particle Image Velocimetry*) para estudar os efeitos de transferência de calor por convecção mista a partir da superfície aquecida de um cilindro circular. O número de Reynolds variou entre  $Re=1.000$  e  $Re=4.000$ . A temperatura da parede variou entre  $25^{\circ}\text{C}$  e  $75^{\circ}\text{C}$ . Pelo ajuste da temperatura na parede do corpo, o número de Richardson variou entre  $R=0$  e  $Ri=0,22$ . O aumento do número de Richardson mostrou, para os maiores gradientes de temperatura na região da esteira viscosa, o surgimento de estruturas vorticosas contrarrotativas de sinal oposto àquelas criadas a partir da camada limite formada na superfície do corpo. Este mecanismo confirmou que existe geração de vorticidade a partir do calor (termo fonte de quantidade de movimento linear). Em adição a esta nova característica de esteira, verificou-se que o aumento do número de Richardson produziu mudanças na frequência de desprendimento dos vórtices devidas às alterações no mecanismo de formação de vórtices; a posição de um vórtice desprendido sofreu mudança em relação à posição do outro vórtice desprendido e de sentido contrário.

Sebastian & Shine (2015) investigaram numericamente o fenômeno da transferência de calor por convecção natural laminar a partir de um cilindro circular horizontal com e sem a presença de um confinamento. O confinamento foi criado na parte superior ou na parte inferior do corpo para diferentes espaçamentos. As simulações numéricas consideraram

escoamento bidimensional e utilizaram o Método de Volumes Finitos. Os resultados obtidos foram comparados com a situação do corpo sem confinamento. A influência do confinamento nos lados superior e inferior do corpo foi estudada para diferentes valores de Rayleigh. O confinamento pelo lado superior mostrou que o aumento do número de Nusselt na parte superior do corpo dependia da posição da parede. O confinamento pelo lado inferior provocou redução do número de Nusselt médio na parte inferior do corpo em comparação com o mesmo resultado para a parte superior do corpo. O efeito do confinamento em ambos os casos podia ser desprezado para maiores espaçamentos entre o corpo e as paredes.

Os resultados mais recentes publicados na literatura apresentam estudos para arranjos de cilindros circulares aquecidos na presença de efeitos de paredes verticais (enclausuramento por uma cavidade quadrada). Karimi *et al.* (2016), por exemplo, apresentaram resultados para comportamentos de linhas de corrente, de linhas isotérmicas e de taxas de transferência de calor a partir das superfícies aquecidas de dois cilindros sob influência de mecanismos de transferência de calor por convecção mista. As taxas de transferência de calor aumentaram no confinamento com o aumento do número de Richardson e do diâmetro dos cilindros. No entanto, foi observado que o aumento do número de Reynolds modificava o comportamento inicial observado.

No final desta seção registra-se que os futuros trabalhos envolvendo estudos de transferência de calor por convecção mista estão sendo direcionados para situações mais complexas envolvendo arranjos de corpos com ou sem efeitos de confinamentos (Kitamura *et al.*, 2016 e Salcedo *et al.*, 2016).

O código desenvolvido neste trabalho apresenta todas as potencialidades para produzir resultados futuros nesta linha de pesquisa. Pretende-se incluir ainda nas análises numéricas, efeitos de V.I.E. (Moraes, 2011) e efeitos de rugosidade superficial (Bimbato, 2012).

Este aspecto deixa claro que as publicações futuras pretendidas pelo Grupo de Métodos de Partículas do IEM/UNIFEI terão obrigatoriamente que apresentar como característica marcante a combinação de diferentes efeitos sobrepostos ao problema de um corpo sem efeitos de parede plana e estacionário.

## 2.5 – MÉTODO DE PARTÍCULAS DE TEMPERATURA

Há duas maneiras principais para se descrever um fenômeno no âmbito da Mecânica dos Fluidos: a descrição Euleriana e a descrição Lagrangeana.

Os métodos numéricos que utilizam a técnica Euleriana mais conhecidos são: o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Volumes Finitos e o Método dos Elementos Finitos. A característica importante destes métodos é a necessidade de se utilizar uma malha de discretização para todo o domínio fluido de interesse e de satisfazer as equações em subdomínios (nós, volumes, elementos) pré-definidos. Na utilização destas malhas um esforço adicional é gerado, assim como o surgimento de problemas de instabilidade numérica para elevados valores do número de Reynolds.

Os métodos puramente Lagrangeanos se apresentam como opção aos métodos Eulerianos para a solução das equações diferenciais que definem os modelos que simulam escoamentos viscosos ao redor de fronteiras sólidas. Esta classe de métodos numéricos possui características que os tornam mais apropriados para a simulação numérica de certas categorias de problemas envolvendo movimento relativo entre fronteiras deformáveis ou não deformáveis para valores elevados do número de Reynolds, (Kamemoto, 2009a e Kamemoto 2009b).

Na técnica puramente Lagrangeana uma grandeza de interesse é discretizada em partículas (com propriedades definidas), que são acompanhadas individualmente conforme o tempo evolui, não havendo, assim, a necessidade de discretizar todo o domínio. As análises dos mecanismos de advecção e de difusão são concentradas apenas nas regiões onde atividades importantes do escoamento se manifestam. O transporte advectivo resulta na integração da trajetória das partículas (necessidade do cálculo do campo de velocidades) e o transporte difusivo simula efeitos de dissipação (problema do decaimento). As condições de contorno a grandes distâncias de fronteiras sólidas são automaticamente satisfeitas.

O principal representante dos métodos puramente Lagrangeanos é o Método de Vórtices Discretos (M.V.D.), cuja propriedade de interesse a ser discretizada é a vorticidade; esta propriedade é normalmente representada por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb (Panton, 1984). A velocidade total induzida sobre um vórtice discreto é a própria velocidade do fluido naquele ponto. Desta forma, na obtenção da velocidade do fluido, define-se o vetor vorticidade por  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ . Em seguida integra-se o campo de vorticidades para o cálculo do

campo de velocidades,  $\mathbf{u}$ . Esta é a Lei de Biot-Savart, que descreve completamente a indução de velocidade no domínio fluido pelo campo de vorticidades (Batchelor, 1967).

O M.P.T. utiliza todas as ideias do M.V.D. e inclui uma segunda classe de partículas, chamada de partículas de temperatura. Neste contexto, Stansby & Dixon (1983) e Smith & Stansby (1989) apresentaram uns dos primeiros trabalhos numéricos para o estudo do transporte de vorticidade e do transporte de calor a partir da superfície aquecida de um cilindro circular. Nestes trabalhos utilizou-se o Método de Vórtices em Célula (Christiansen, 1973) combinado com o Método de Avanço Randômico (Chorin, 1973). A inclusão de vórtices discretos e de partículas de temperatura nestes trabalhos foi baseada na similaridade existente entre a Equação do Transporte da Vorticidade e a Equação da Energia. Os estudos ficaram limitados à situação de transferência de calor por convecção forçada.

O Método de Vórtices em Célula é um método híbrido, que mescla vantagens dos métodos Eulerianos (estrutura de uma malha para a determinação do campo de velocidades) e dos métodos Lagrangeanos (difusão de partículas como pontos que se deslocam).

O Método de Avanço Randômico é uma técnica probabilística utilizada para a inclusão dos efeitos da viscosidade molecular e da difusividade térmica no M.P.T.. O efeito difusivo é crucial para a dissipação do campo de vorticidades e para a dissipação do calor para regiões vizinhas no domínio fluido. A geração de números randômicos é usada para simular o avanço dos vórtices discretos e das partículas de temperatura.

Ghoniem & Sherman (1985) simularam a difusão de calor unidimensional utilizando o Método de Avanço Randômico. No estudo foi apresentada a análise completa do significado das partículas de temperatura e foram mostrados os fundamentos para a geração de vorticidade devido ao processo de transferência de calor para escoamentos unidimensionais.

Ghoniem *et al.* (1988) e Zhang & Ghoniem (1993) estudaram um escoamento bidimensional com efeito de camada cisalhante e de ascensão de plumas térmicas. O processo de difusão foi simulado usando o Método do Crescimento do Raio do Núcleo (Leonard, 1980) e, apesar da transferência de calor não ter sido considerada, analisou-se o efeito da variação de massa específica. O Método do Crescimento do Raio do Núcleo é uma técnica determinística (Rossi, 1996).

Kamemoto & Miyasaka (1999) simularam o processo de transferência de calor por convecção forçada a partir da superfície aquecida de um cilindro circular a altos valores do número de Reynolds usando o Método do Crescimento do Raio do Núcleo para a simulação da difusão (Leonard, 1980). Partículas de temperatura foram geradas em uma fina camada térmica ao

longo de toda a superfície do cilindro. Apesar da aproximação feita neste estudo de que a temperatura na camada limite térmica era constante ao longo da direção normal, a distribuição do número de Nusselt médio no tempo se mostrou razoavelmente condizente com valores experimentais (Igarashi, 1984). O mecanismo de convecção natural não foi incluído nas análises.

Ogami (2001) apresentou dois modelos para a simulação numérica da geração de vorticidade a partir do calor com o intuito de representar o processo de transferência de calor por convecção natural. No primeiro modelo apresentado, o termo de empuxo presente na Equação do Transporte da Vorticidade foi diretamente considerado e como resultado da implementação numérica ocorria uma mudança na intensidade dos vórtices discretos; este modelo pode ser entendido como uma continuação do trabalho proposto por Ghoniem & Sherman (1985). O processo de difusão foi simulado usando o Método da Velocidade de Difusão (Ogami & Akamatsu, 1991). No segundo modelo proposto pelo autor foi gerado, a partir de uma partícula de temperatura, um par de vórtices discretos, sendo um vórtice positivo e outro negativo. Na simulação unidimensional, os modelos foram comparados com soluções analíticas, a acurácia e validade foram verificadas. Na simulação bidimensional a interação entre o calor e os vórtices foi demonstrada.

Alcântara Pereira & Hirata (2003) desenvolveram um M.P.T. para a análise do processo de transferência de calor por convecção forçada em um escoamento que se desenvolvia ao redor de um cilindro circular com sua parede mantida a temperatura constante. Uma contribuição do presente trabalho é que a condição de  $T_w$  constante é, agora, satisfeita de maneira precisa. O propósito do trabalho de Alcântara Pereira & Hirata (2003) foi simular a geração da camada limite e da esteira viscosa formada a jusante do corpo. A implementação da Equação da Energia foi similar à da Equação do Transporte de Vorticidade para um escoamento incompressível e bidimensional. Portanto, foram introduzidas partículas de temperaturas próximas à superfície do corpo. A transferência de calor da superfície do corpo para o fluido próximo a ela foi determinada pelo gradiente de temperatura da superfície. A difusão da vorticidade e a difusão do calor foram simuladas usando o Método de Avanço Randômico. Os valores calculados para as cargas fluidodinâmicas ao redor do corpo e para a distribuição local do número de Nusselt médio no tempo foram condizentes com os dados experimentais da literatura (Igarashi, 1984). Porém, não foram considerados neste estudo os efeitos do processo de transferência de calor por convecção natural.

O presente trabalho faz uma associação dos algoritmos desenvolvidos por Bimbato (2012) e por Alcântara Pereira & Hirata (2003) e inclui efeitos de forças de empuxo.

## Capítulo 3

# FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

### 3.1 – INTRODUÇÃO

O Capítulo 3 apresenta a formulação matemática para o estudo de efeitos de interferência entre um cilindro circular e uma parede plana vertical na presença do fenômeno da transferência de calor por convecção mista. O corpo se encontra imóvel e a parede plana vertical se encontra posicionada a jusante do corpo. O domínio fluido é bidimensional e de grandes dimensões. A temperatura na parede do corpo é considerada quente e mantida constante em  $T_w$ . A temperatura na parede vertical é constante e assumida igual à temperatura do fluido frio, isto é,  $T_\infty$ ; veja o modelo estrutural que se encontra esquematizado na Fig. 3.1.

O problema investigado nesta Dissertação de Mestrado apresenta fenômenos de interferência fluidodinâmica quando o cilindro circular estiver localizado próximo à parede plana vertical; a correta posição da parede plana à jusante torna-se importante para a determinação das cargas fluidodinâmicas. Um sistema de coordenadas fixo é solidário ao cilindro circular para acompanhar o movimento do fluido com efeito viscoso nas vizinhanças do corpo e nas imediações da parede plana vertical. A localização deste referencial sobre o corpo é muito útil para a realização de experimentos de campo (ensaios em túnel de vento ou ensaios em canal de recirculação de água) ou para a realização de experimentos numéricos (simulação numérico-computacional). Os carregamentos fluidodinâmicos atuantes são

resultado do acoplamento entre o modelo estrutural apresentado no Capítulo 3 e o modelo hidrodinâmico, que está discutido no Capítulo 4.

### 3.2 – GEOMETRIA DO PROBLEMA E DEFINIÇÕES

Na Fig. 3.1 identifica-se o sistema de coordenadas  $(x, o, y)$  fixo ao cilindro circular. O escoamento incidente é definido pelas velocidades não perturbadas  $U_\infty$  e  $V_\infty$ . O corpo tem diâmetro igual a  $d$  e está distante da parede vertical por um espaçamento  $g_{\min}$ . O corpo tem parede aquecida, troca calor com o meio fluido e as forças de empuxo são levadas em consideração durante o mecanismo de formação de estruturas vorticosas contrarrotativas.

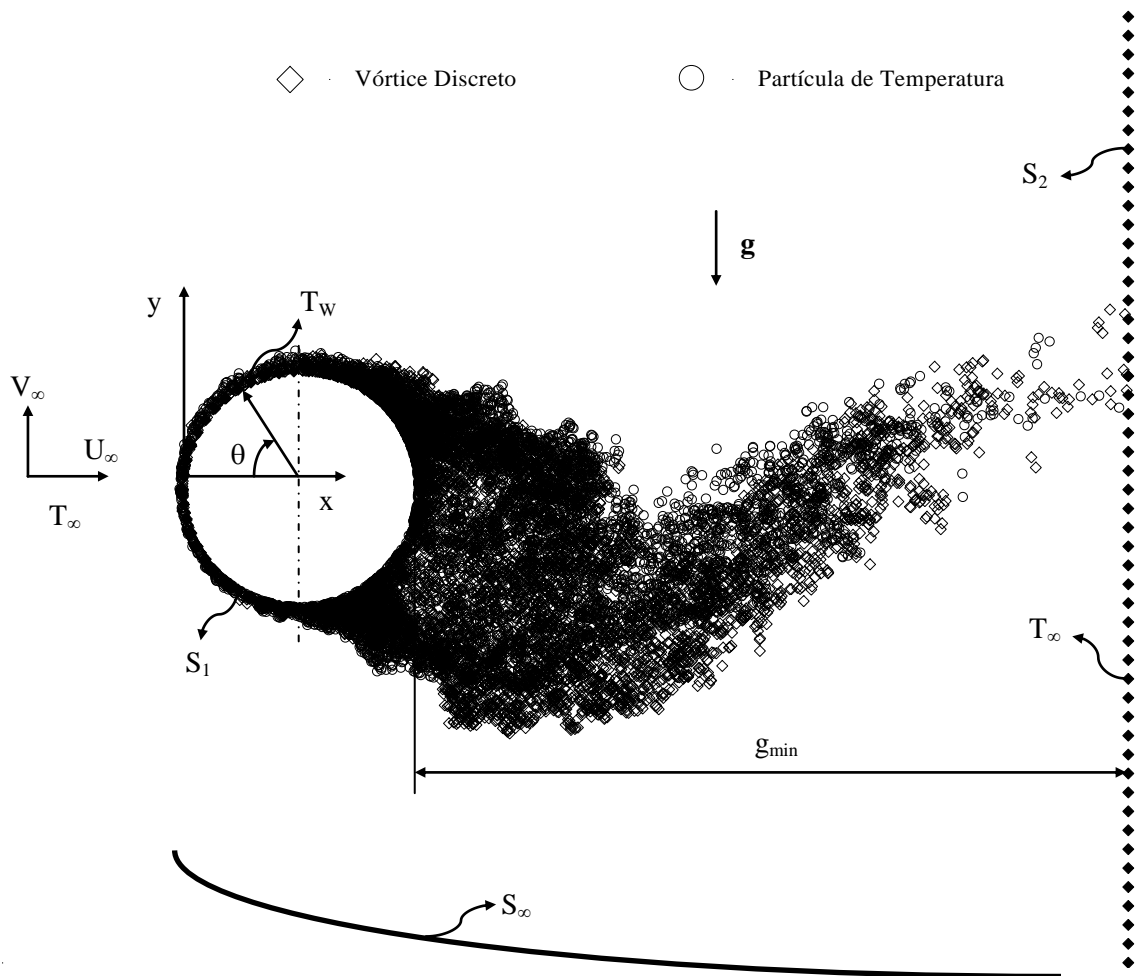


Figura 3.1 – Modelo estrutural e definições

A superfície  $S_1$  do corpo é definida pela seguinte equação escalar:

$$F_1(x, y) = 0 \quad (3.1)$$

E a superfície  $S_2$  da parede plana vertical é definida por uma segunda equação escalar:

$$F_2(x, y) = 0 \quad (3.2)$$

O domínio fluido  $\Omega$  é composto pela união das fronteiras do problema, de maneira que,  $S: S_1 \cup S_2 \cup S_\infty$ . Para as finalidades desta formulação matemática e para simplificar os próximos desenvolvimentos e a implementação numérica, assume-se que a fronteira  $S_1$  não apresenta movimento relativo à superfície  $S_2$ . A inclusão de efeitos de movimento relativo entre o corpo e a parede plana vertical pode ser incluída no problema (Moraes, 2011).

A grande distância, a montante das duas fronteiras sólidas ( $x \rightarrow -\infty$ ), o fluido move-se tal que seus componentes do vetor velocidade são:

$$u = U_\infty \quad (3.3)$$

$$v = V_\infty \quad (3.4)$$

A grande distância, transversalmente às duas fronteiras sólidas ( $x = 0$  e  $y \rightarrow \pm\infty$ ) o movimento do fluido causado pela presença das duas fronteiras sólidas decai em intensidade e verifica-se praticamente que:

$$u = U_\infty \quad (3.5)$$

$$v = V_\infty \quad (3.6)$$

A grande distância, a jusante do cilindro circular ( $g_{\min} \rightarrow +\infty$ ), encontra-se o desenvolvimento da esteira viscosa. Nas vizinhanças do corpo a influência do mecanismo de despreendimento alternado de estruturas vorticosas contrarrotativas induz carregamentos fluidodinâmicos não estacionários. O ângulo  $\theta$ , mostrado na Fig. 3.1, é utilizado para a escolha de pontos sobre a superfície do corpo a fim de se investigar a posição angular de separação da camada limite.

### 3.3 – HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

Na solução do problema devem ser assumidas algumas hipóteses simplificadoras. Estas hipóteses simplificadoras geralmente se relacionam com a geometria do problema, com as propriedades termodinâmicas do fluido e com as propriedades do escoamento. As seguintes hipóteses são assumidas para que se estude o escoamento não permanente que se desenvolve a partir da separação da camada limite na superfície do corpo:

H<sub>1</sub>: O escoamento é bidimensional, isto é, o escoamento se realiza no plano (x, y), que se estende até o contorno  $S_\infty$  da região fluida, como mostrado na Fig. 3.1.

H<sub>2</sub>: O fluido é Newtoniano e as suas propriedades termodinâmicas como a massa específica ( $\rho$ ) na parte fria do fluido, o coeficiente de viscosidade cinemática ( $\nu = \mu/\rho$ ), o calor específico à pressão constante ( $c_p$ ) e o coeficiente de difusividade térmica ( $\alpha$ ) são assumidas constantes em todo o domínio fluido. A exceção é a massa específica, que pode variar moderadamente nas regiões do domínio fluido onde houver a presença de gradientes de temperaturas (aproximação de Boussinesq) oriundos da troca de calor entre a superfície aquecida do corpo e o meio fluido. Portanto, assume-se que a massa específica do fluido apresenta variações moderadas no termo de empuxo na 2ª equação de Navier-Stokes. A variação da massa específica do fluido é calculada como  $\rho^* - \rho = -\rho^*\beta(T - T_\infty)$ , sendo  $\beta$  o coeficiente de expansão térmica e  $\rho^*$  a massa específica nas regiões do domínio fluido onde há a presença de gradientes de temperaturas.

H<sub>3</sub>: Os efeitos de troca de calor entre a parede vertical e o fluido são desprezados, isto é, a parede vertical é considerada adiabática.

H<sub>4</sub>: Desprezam-se os efeitos da compressibilidade, isto é, assume-se que o número de Mach apresenta valores bem menores que a unidade (em geral,  $Ma < 0,3$ ), caracterizando-se, assim, um escoamento incompressível.

H<sub>5</sub>: A esteira viscosa é assumida laminar. Embora as análises feitas considerem o número de Reynolds elevado ( $Re=10^5$ ), nenhuma modelagem de turbulência é incorporada à formulação matemática do problema. O modelo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem pode ser incorporado futuramente à formulação matemática deste problema; para mais detalhes veja os trabalhos de Alcântara Pereira *et al.* (2002) e de Bimbato (2012).

H<sub>6</sub>: As análises são restritas ao escoamento de um fluido com efeito viscoso nas vizinhanças de um cilindro circular nas configurações sem efeitos de parede plana e montado nas vizinhanças de uma parede vertical frontal. O corpo apresenta o fenômeno da separação da camada limite, que promove o surgimento da esteira viscosa. Assume-se que na parede vertical não se desenvolve camada limite. Qualquer outra forma de geometria conhecida pode ser investigada nesta formulação.

As hipóteses simplificadoras apresentadas anteriormente propiciam o desenvolvimento de uma metodologia que cumpre os objetivos deste trabalho listados na seção 1.2. A equação do movimento, que exprime o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Linear (P.C.Q.M.L.), é representada pelas Equações de Navier-Stokes com a inclusão do termo de forças de empuxo (hipótese simplificadora H<sub>2</sub>).

### 3.4 – EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO

O fenômeno físico descrito nas Seções anteriores é governado pelas expressões matemáticas que representam os Princípios de Conservação. Com as hipóteses simplificadoras, o Princípio da Conservação da Massa, P.C.M. (equação da continuidade), o Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear, P.C.Q.M.L. (equações de Navier-Stokes) e o Princípio de Conservação da Energia, P.C.E, assumem formas específicas (White, 2002).

O Princípio de Conservação da Massa é representado pela seguinte forma:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.7)$$

onde  $u$  e  $v$  representam os componentes do vetor velocidade do fluido,  $\mathbf{u}$ .

O Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear é representado pelas equações de Navier-Stokes, que apresentam os seguintes componentes na direção do eixo dos  $x$  (1ª equação de Navier-Stokes) e na direção do eixo dos  $y$  (2ª equação de Navier-Stokes), respectivamente:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + X \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + Y \quad (3.9)$$

onde  $p$  representa o campo de pressões e  $X$  e  $Y$  representam os componentes de força por unidade de massa de campo gravitacional nas direções dos eixos dos  $x$  e dos  $y$ , respectivamente.

Na formulação matemática deste problema, o único componente da força de campo gravitacional atua na direção oposta ao eixo dos  $y$ , que tem sentido positivo para cima, veja a Fig. 3.1. Portanto, tem-se que  $X=0$  e  $Y = -[(\rho^* - \rho)/\rho^*]g$  (hipótese simplificadora  $H_2$ ). Reescrevendo-se a Eq. (3.8) e a Eq. (3.9) tem-se:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{(\rho^* - \rho)}{\rho^*} g \quad (3.11)$$

O termo  $Y = -[(\rho^* - \rho)/\rho^*]g$  representa a única parcela das forças de empuxo e  $\rho^* - \rho$  representa a variação da massa específica do fluido devido à presença de gradientes de temperaturas surgidos da troca de calor entre a superfície do corpo e o meio fluido.

Assumindo-se uma expansão em Séries de Taylor (Chapra & Canale, 2011) para a massa específica  $\rho^*$  em função da temperatura no domínio fluido  $T$  pode-se escrever:

$$\rho^* = \rho \Big|_{T=T_\infty} + \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{T=T_\infty} \frac{(T - T_\infty)}{1!} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial T^2} \Big|_{T=T_\infty} \frac{(T - T_\infty)^2}{2!} + \frac{\partial^3 \rho}{\partial T^3} \Big|_{T=T_\infty} \frac{(T - T_\infty)^3}{3!} + \dots \quad (3.12)$$

A hipótese simplificadora  $H_4$ , assumida na seção 3.3, permite afirmar que  $\rho^* = \rho \Big|_{T=T_\infty}$ , pois nesta região fluida não há gradientes de temperaturas. A variação da massa específica,

portanto, é considerada desprezível quando comparada com o divergente da velocidade. Este efeito pode ser assumido como equivalente àquele de se desprezar os efeitos da compressibilidade ( $Ma < 0,3$ ). Desta maneira, negligenciando-se os termos de segunda ordem e os demais de ordem superior presentes na Eq. (3.12) resulta que:

$$\rho^* \approx \rho \Big|_{T=T_\infty} + \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{T=T_\infty} \frac{(T-T_\infty)}{1!} \quad \text{ou} \quad \rho^* - \rho = \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{T=T_\infty} (T-T_\infty) \quad (3.13)$$

De acordo com a hipótese simplificadora  $H_2$ , assumida na seção 3.3, o coeficiente de expansão térmica é definido por:

$$\beta = -\frac{1}{\rho^*} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (3.14)$$

Substituindo-se a Eq. (3.14) na Eq. (3.13) vem:

$$\rho^* - \rho = -(\rho^* \beta) \Big|_{T=T_\infty} (T-T_\infty) = -\rho^* \beta (T-T_\infty) \quad (3.15)$$

Substituindo-se a Eq. (3.15) na 2ª equação de Navier-Stokes (Eq. 3.11) resulta que:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho^*} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T-T_\infty) \quad (3.16)$$

Com os desenvolvimentos anteriores, a forma vetorial final das Equações de Navier Stokes torna-se em:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \beta g (T-T_\infty) \mathbf{j} - \frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.17)$$

onde  $\mathbf{j}$  define o versor coincidente com a direção do eixo dos y, veja novamente na Fig. (3.1).

A forma final do Princípio de Conservação da Energia é expressa por (desprezando-se os termos referentes ao aquecimento por dissipação viscosa e à taxa de geração interna de energia):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.18)$$

ou:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \alpha \nabla^2 T \quad (3.19)$$

onde  $T$  é a temperatura no fluido e  $\alpha = \frac{K}{\rho c_p}$  é o coeficiente de difusividade térmica (efeitos moleculares).

Sobre a superfície do corpo e sobre a superfície da parede vertical é imposta a condição de impenetrabilidade (impermeabilidade), tal que:

$$(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \text{ sobre } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.20)$$

Sobre a superfície do corpo é imposta a condição de escorregamento-nulo (ação dos efeitos da viscosidade molecular), escrita como:

$$(\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}) = (\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\tau}) \text{ sobre } S_1 \quad (3.21)$$

onde  $\mathbf{n}$  e  $\boldsymbol{\tau}$  são, respectivamente, os versores normal e tangencial às superfícies  $S_1$  e  $S_2$  em cada ponto e o vetor  $\mathbf{V}$  refere-se à velocidade da superfície do corpo (nesta formulação o corpo se encontra estacionário).

Sobre a superfície do corpo é imposta a condição de temperatura quente (mantida constante) dada por:

$$T = T_w \text{ sobre } S_1 \quad (3.22)$$

A grande distância das duas fronteiras sólidas, isto é, em  $S_\infty$ , assume-se que o escoamento analisado tende para o escoamento não perturbado da seguinte maneira:

$$\mathbf{u} = \mathbf{i}U_\infty + \mathbf{j}V_\infty \text{ sobre } S_\infty \quad (3.23)$$

Sobre a superfície da parede vertical e a grande distância das duas fronteiras sólidas é imposta a condição de temperatura fria (mantida constante) expressa por:

$$T = T_\infty \text{ sobre } S_2 \text{ e } S_\infty \quad (3.24)$$

A Eq. (3.7) mostra que o campo de velocidades é solenoidal, isto é:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.25)$$

o que permite que o vetor velocidade do fluido,  $\mathbf{u}$ , seja escrito a partir de um vetor potencial  $\mathbf{A}$ , com divergente nulo (Karamcheti, 1966). Assim:

$$\mathbf{u} = \nabla \times \mathbf{A} \text{ e } \nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (3.26)$$

A Eq. (3.26) satisfaz a equação da continuidade, Eq. (3.25). E o vetor vorticidade, definido por  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ , pode ser reescrito de acordo com a seguinte identidade vetorial:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (3.27)$$

A partir da definição do vetor potencial  $\mathbf{A}$ , obtém-se, a partir da Eq. (3.27), a seguinte equação de Poisson para este vetor:

$$\boldsymbol{\omega} = -\nabla^2 \mathbf{A} \quad (3.28)$$

Integrando-se a Eq. (3.28) e substituindo-se a solução do vetor potencial na Eq. (3.26) obtém-se a seguinte solução para o vetor velocidade do fluido:

$$\mathbf{u} = \int_{\Omega} \boldsymbol{\omega} \times \nabla G d\Omega \quad (3.29)$$

onde  $G$  é a função de Green; para escoamento no plano (hipótese simplificadora  $H_1$ , assumida na seção 3.3) esta função é assumida como:

$$G = -\frac{1}{2\pi} \ln a \quad (3.30)$$

onde  $a = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}$ ; o índice  $i$  denota o ponto onde se deseja determinar a velocidade induzida no fluido pelo campo de vorticidades e  $a$  é a distância entre os pontos.

O gradiente da função de Green é definido por:

$$\nabla G = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{a} \nabla a = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{a} \left( \frac{\partial a}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial a}{\partial y} \mathbf{j} \right) = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{a} \left( \frac{x-x_i}{a} \mathbf{i} + \frac{y-y_i}{a} \mathbf{j} \right) \quad (3.31)$$

ou:

$$\nabla G = -\frac{1}{2\pi} \frac{(x-x_i)\mathbf{i} + (y-y_i)\mathbf{j}}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} = -\frac{1}{2\pi a^2} (x-x_i)\mathbf{i} + (y-y_i)\mathbf{j} \quad (3.32)$$

O propósito é calcular a velocidade induzida no ponto  $(x_i, y_i)$  pelo campo de vorticidades; deve-se, assim, utilizar na Eq. (3.29)  $\nabla_i G$  ao invés de  $\nabla G$ . Logo:

$$\nabla_i G = -\nabla G = \frac{1}{2\pi a^2} (x-x_i)\mathbf{i} + (y-y_i)\mathbf{j} \quad (3.33)$$

E finalmente, substituindo-se a Eq. (3.33) na Equação (3.29) obtém-se a Lei de Biot-Savart, a qual relaciona o campo de velocidades com o campo de vorticidades:

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} \frac{\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{a}}{|\mathbf{a}|^2} d\Omega \quad (3.34)$$

### 3.5 – ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA

A adimensionalização das equações governantes e das condições de contorno do problema formulado na seção 3.4 é importante para que se tenha um ganho de generalidade na apresentação da solução do modelo hidrodinâmico proposto com inclusão de forças de empuxo. Como consequência, torna-se possível a identificação da dependência entre grandezas e a sugestão de como elas se relacionam; também, é possível a preparação da apresentação dos resultados com a presença fundamental de parâmetros adimensionais da mecânica dos fluidos e da transferência de calor. Alguns destes parâmetros adimensionais estão definidos nas Seções 2.2 e 2.4.

Inicialmente escolhem-se as grandezas representativas do fenômeno estudado. Neste trabalho e, em geral, nos problemas de mecânica dos fluidos, tem-se que:

- $b$  é o comprimento característico; adota-se o diâmetro do cilindro circular -  $d$  -.
- $U$  é a velocidade característica; adota-se o módulo da velocidade do escoamento não-perturbado, isto é,  $U = \sqrt{U_\infty^2 + V_\infty^2}$ .
- $t_0$  é o tempo característico, onde  $t_0 = \frac{b}{U}$ .

Com a utilização das grandezas características, as equações governantes e as suas condições de contorno podem ser adimensionalizadas. As grandezas adimensionalizadas são:

$$x^* = \frac{x}{b} : \text{ coordenada na direção do eixo dos } x;$$

$$y^* = \frac{y}{b} : \text{ coordenadas na direção do eixo dos } y;$$

$$g_{\min}^* = \frac{g_{\min}}{b} : \text{ espaçamento entre o corpo e a parede vertical};$$

$$t_0^* = \frac{U t_0}{b} : \text{ tempo físico};$$

$$\Delta t^* = \frac{U \Delta t}{b} : \text{ incremento de tempo;}$$

$$u^* = \frac{u}{U} : \text{ componente do vetor velocidade na direção do eixo dos x;}$$

$$v^* = \frac{v}{U} : \text{ componente do vetor velocidade na direção do eixo dos y;}$$

$$p^* = \frac{p}{\rho U^2} : \text{ campo de pressões;}$$

$$\omega^* = \frac{b\omega}{U} : \text{ único componente não nulo do vetor vorticidade normal ao plano (x, y);}$$

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{bU} : \text{ intensidade de um vórtice discreto de Lamb;}$$

$$q^* = \frac{q}{b^2(T_w - T_\infty)} : \text{ intensidade de uma partícula de temperatura;}$$

$$\sigma_0^* = \frac{\sigma_0}{b} : \text{ raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb e da partícula de temperatura;}$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} : \text{ temperatura induzida no domínio fluido;}$$

$$\nabla^* = b\nabla : \text{ operador Nabla;}$$

$$\nabla^{*2} = b^2\nabla^2 : \text{ operador Laplaciano.}$$

O significado de algumas grandezas acima ficará mais bem entendido com o desenvolvimento do Capítulo 4. Os principais grupos adimensionais estão definidos nas Seções 2.2 e 2.4.

Com as definições anteriores, as equações governantes e suas condições de contorno assumem as seguintes formas adimensionais:

$$\nabla^* \cdot \mathbf{u}^* = 0 \tag{3.35}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{Gr}{Re^2} \theta \mathbf{j} - \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{Re Pr} \nabla^2 \theta \quad (3.37)$$

$$(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n}) \text{ sobre } S_1 \text{ e } S_2 \quad (3.38)$$

$$(\mathbf{u}^* \cdot \boldsymbol{\tau}) = (\mathbf{V}^* \cdot \boldsymbol{\tau}) \text{ sobre } S_1 \quad (3.39)$$

$$\theta = 1 \text{ sobre } S_1 \quad (3.40)$$

$$|\mathbf{u}^*| \rightarrow 1 \text{ sobre } S_\infty \quad (3.41)$$

$$\theta = 0 \text{ sobre } S_2 \text{ e } S_\infty \quad (3.42)$$

O asterisco (\*), que denota grandeza adimensionalizada, é omitido deste ponto em diante do texto por comodidade de digitação e apresentação das equações.

### 3.6 – EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DA VORTICIDADE (E.T.V.)

As expressões matemáticas adimensionalizadas, que governam o fenômeno em estudo, são estabelecidas na forma da equação da continuidade (Eq. 3.35), das equações de Navier-Stokes (Eq. 3.36) e da equação da energia (Eq. 3.37). A análise das equações de Navier-Stokes mostra a presença do termo de pressão, que apresenta certas dificuldades para a manipulação das equações, quando se tenta obter uma solução numérica. Aplicando-se o operador rotacional ( $\nabla \times$ ) em ambos os lados da Eq. (3.36) tem-se como primeira vantagem que  $\nabla \times (\nabla p) = 0$ . A seguir, utilizando-se a definição matemática da vorticidade ( $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ ) e assumindo-se as hipóteses simplificadoras  $H_1$  (escoamento bidimensional) e  $H_4$  (escoamento incompressível) apresentadas na seção 3.3 e a Eq.(3.35), obtém-se a versão bidimensional para a E.T.V. (Batchelor, 1967):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega = \text{Ri} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (3.43)$$

Observe acima que a versão bidimensional da E.T.V. é escalar e que o termo de pressão presente nas equações de Navier-Stokes, Eq. (3.36), é eliminado. Em outras palavras, a E.T.V. representa as equações de Navier-Stokes sem a presença do termo de pressão, mas com a inclusão do termo de forças de empuxo. O termo de pressão é recuperado nesta formulação aplicando-se o operador divergente nas equações de Navier-Stokes e, em seguida, obtendo-se uma equação de Poisson para a pressão (Shintani & Akamatsu, 1994); veja na seção 4.9.

A evolução do campo de vorticidades é governada pela Eq. (3.43). O lado esquerdo desta equação representa a variação temporal da vorticidade, ou seja, contém os termos que representam o fenômeno da advecção da vorticidade. O lado direito desta equação contém os termos necessários para descrever a difusão molecular da vorticidade e os efeitos de forças de empuxo. A inclusão dos efeitos da viscosidade no problema fica concentrada apenas no último termo do lado direito da Eq. (3.43).

A implementação numérica da Eq. (3.43) está discutida a partir da seção 4.2., através do Algoritmo de Separação da Parte Viscosa (do inglês, *Viscous Splitting Algorithm*) desta equação, proposto por Chorin (1973).

### 3.7 – EQUAÇÃO DA ENERGIA E SIMILARIDADE COM A E.T.V.

A Eq. (3.37), que representa o Princípio de Conservação da Energia, possui similaridade com a E.T.V., Eq. (3.43). Em outras palavras, o lado esquerdo da Eq. (3.37) representa a variação temporal do calor e contém os termos que representam o fenômeno da advecção de calor. O lado direito desta equação contém o termo necessário para descrever a difusão molecular do calor. O algoritmo proposto por Chorin (1973) é igualmente aplicado para a implementação numérica da Eq. (3.37). O acoplamento entre a Eq. (3.37) e a Eq. (3.43) é conseguido através da solução do termo associado às forças de empuxo (veja na seção 4.8).

## Capítulo 4

# MÉTODO DE SOLUÇÃO: O MÉTODO DE PARTÍCULAS DE TEMPERATURA

### 4.1 – INTRODUÇÃO

O Capítulo 4 apresenta os fundamentos para a implementação numérica do M.P.T., a ferramenta numérica puramente Lagrangeana utilizada para resolver o modelo hidrodinâmico desta Dissertação de Mestrado. O modelo hidrodinâmico proposto neste Capítulo é necessário para o cálculo das cargas fluidodinâmicas atuantes sobre a superfície do cilindro circular com a inclusão de fenômenos de transferência de calor por convecção mista. A presença do mecanismo de formação de estruturas vorticosas contrarrotativas a partir da superfície do corpo e a consequente formação da esteira viscosa impossibilitam que o problema formulado no Capítulo 3 apresente solução analítica. O cálculo da evolução temporal das forças fluidodinâmicas é necessário, pois sem ele, não se pode identificar os efeitos do fenômeno da transferência de calor por convecção mista sobre a frequência de desprendimento dos vórtices e sobre o ponto de separação da camada limite a partir da superfície do corpo. Esta investigação é possível através da variação do número de Richardson (Ri) nas simulações numéricas.

Conforme discutido na seção 3.6, o transporte da vorticidade é governado pela E.T.V.:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega = \text{Ri} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (4.1)$$

E o transporte do calor é governado pela equação da energia:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{\text{Re Pr}} \nabla^2 \theta \quad (4.2)$$

Na Fig. (4.1) identificam-se a vorticidade e o calor, ambos gerados a partir da superfície do corpo e discretizados na forma de nuvens de partículas.

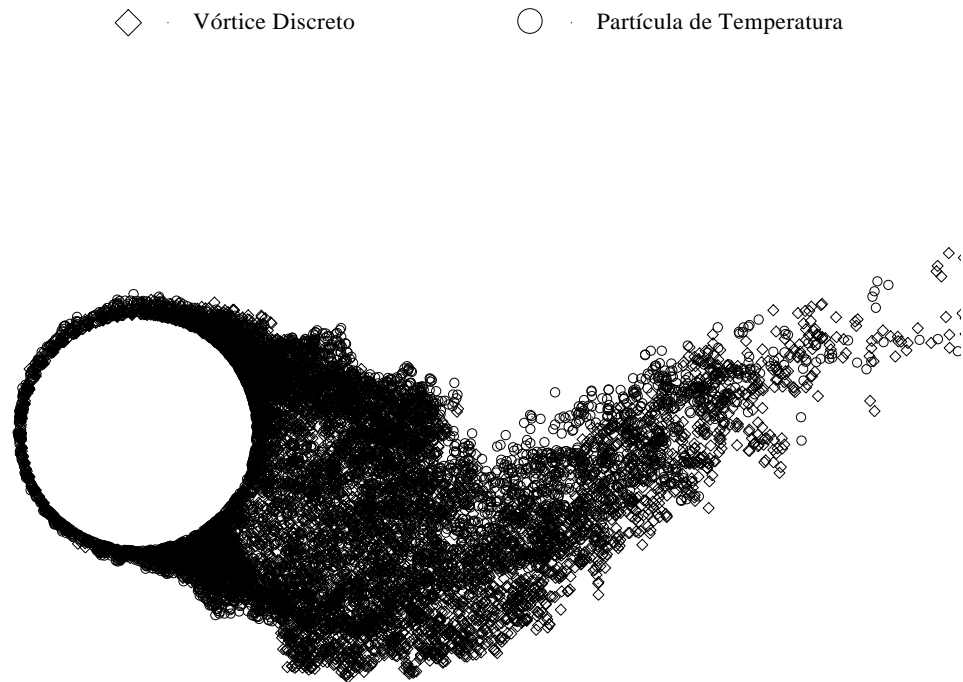


Figura 4.1 – Discretização do domínio fluido usando nuvens de partículas

A técnica numérica utilizada neste trabalho discretiza a vorticidade presente no domínio fluido usando uma nuvem de vórtices discretos de Lamb (Panton, 1984).

A Eq. (4.1) deve ser resolvida para cada vórtice discreto durante cada incremento de tempo da simulação numérica. De maneira análoga, utiliza-se uma nuvem de partículas de temperatura para a indução de temperatura no domínio fluido.

A Eq. (4.2) deve ser resolvida para cada partícula de temperatura durante cada incremento de tempo da simulação numérica.

## 4.2 – PROBLEMA DA ADVECÇÃO

Utilizando o algoritmo de separação da parte viscosa da Eq. (4.1), proposto por Chorin (1973), os problemas da advecção (mais efeitos de forças de empuxo) e da difusão da vorticidade podem ser separados e representados pelas seguintes equações, respectivamente:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \omega = \text{Ri} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (4.4)$$

Uma análise matemática da Eq. (4.3), que governa a advecção da vorticidade (sem a inclusão do termo de empuxo) possibilita uma interpretação Lagrangeana para a advecção da vorticidade. Cada vórtice discreto presente na nuvem em um dado instante de tempo pode ser transportado por advecção como se fosse uma partícula material de fluido (Helmholtz, 1858), isto é:

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = 0 \quad (4.5)$$

onde a forma final da versão Lagrangeana da Eq. (4.5) é escrita por:

$$\frac{D\omega}{Dt} = 0 \quad (4.6)$$

Como comentado na seção 2.3, para a solução do problema puramente advectivo da nuvem de vórtices discretos é necessário o cálculo do campo de velocidades induzido em cada vórtice discreto (i). Esta velocidade representa a própria velocidade induzida no fluido na mesma posição ocupada pelo vórtice discreto em um instante de tempo t. O deslocamento advectivo de cada vórtice discreto é, então, resolvido integrando-se a equação para a sua trajetória. Portanto, o transporte advectivo da vorticidade é escrito da seguinte maneira Lagrangeana para cada vórtice discreto:

$$\frac{d\mathbf{x}^{(i)}}{dt} = \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t) \quad (4.7)$$

onde  $\mathbf{x}^{(i)}$  representa o vetor posição do vórtice discreto arbitrário (i) no instante de tempo t e  $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$  representa a velocidade total induzida na posição  $\mathbf{x}^{(i)}$  ocupada pelo vórtice discreto neste mesmo instante de tempo t. Tem-se  $i=1, NV$ , sendo NV o número total de vórtices discretos presentes na nuvem durante o instante de tempo t.

O cálculo do campo de velocidades sobre cada vórtice discreto, também já comentado na seção 2.3, é composto pelas contribuições do escoamento incidente, da velocidade induzida pelos corpos (cilindro circular e parede vertical) e da velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos. A partir do cálculo da velocidade total  $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$ , a solução numérica da Eq. (4.7) é obtida neste trabalho utilizando-se um esquema de avanço de primeira ordem de Euler (Ferziger, 1981). Este esquema corresponde a uma primeira aproximação para a solução da equação do avanço advectivo e resulta em:

$$\mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{x}^{(i)}(t) + \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t \quad (4.8)$$

onde a velocidade total  $\mathbf{u}$  induzida sobre cada vórtice discreto é assim formada pelas contribuições do escoamento incidente,  $\mathbf{u}_i$ , da velocidade induzida pelas duas fronteiras sólidas,  $\mathbf{u}_c$ , e da velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos,  $\mathbf{u}_v$ . O vetor velocidade instantânea do fluido é, então:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_c + \mathbf{u}_v \quad (4.9)$$

Sem a presença de um ângulo de ataque, o escoamento incidente  $\mathbf{u}_i$  é, por exemplo, representado pelo escoamento uniforme na direção do eixo x. E em termos de componentes tem-se:

$$u_i = 1 \quad (4.10a)$$

$$v_i = 0 \quad (4.10b)$$

A contribuição das duas fronteiras sólidas para o cálculo do campo de velocidades é calculada pelo Método de Painéis (Katz & Plotkin, 1991). O Método de Painéis consiste na discretização da superfície de um corpo (ou de corpos) utilizando-se segmentos (ou painéis) retos ou curvos, sobre os quais são distribuídas singularidades. A vantagem deste método é que se pode considerar a superfície de um corpo como de forma qualquer e conhecida. A

desvantagem deste método é que as condições de contorno são impostas sobre pontos na superfície discretizada do corpo (estes pontos são chamados de pontos de controle); veja a Fig. 4.2.

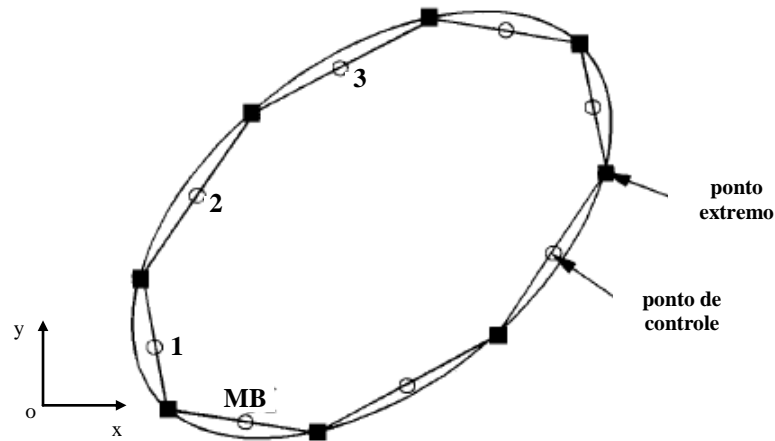


Figura 4.2 – Discretização da superfície de um corpo usando MB painéis planos

Neste trabalho, a superfície do cilindro circular e a superfície da parede vertical são discretizadas e representadas por um conjunto de  $M$  painéis planos, sobre os quais se distribuem fontes com densidade uniforme,  $\sigma(x)$ , através da imposição da condição de contorno de Neumann. As fontes são geradas para satisfazer a condição de contorno de impenetrabilidade de acordo com a Eq. (3.38). Na Fig. 4.3 encontra-se a representação de um painel plano, onde está distribuída uma fonte com densidade uniforme  $\sigma(x)$  para satisfazer a condição de contorno de Neumann (Katz & Plotkin, 1991).

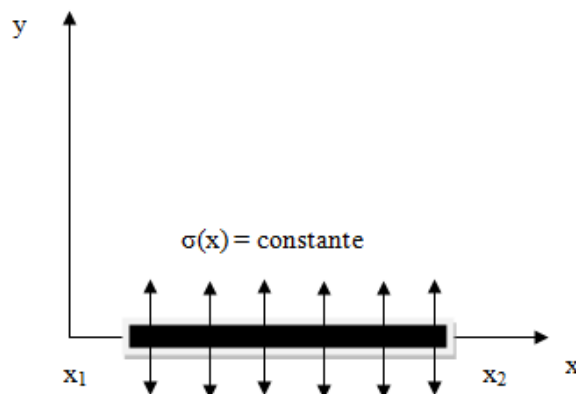


Figura 4.3 – Distribuição de fontes com densidade uniforme. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991))

Adotando-se um sistema de coordenadas fixo ao painel plano, representado na Fig. 4.4, os componentes  $u$  e  $v$  da velocidade induzida por uma distribuição uniforme de fontes sobre um ponto  $P$ , localizado nas vizinhanças do painel, são dados por, respectivamente:

$$u = \frac{\sigma}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sigma}{4\pi} \ln \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (4.11a)$$

$$v = \frac{\sigma}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) \quad (4.11b)$$

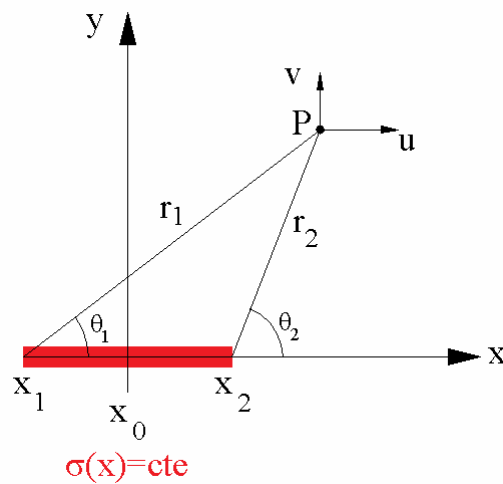


Figura 4.4 – Representação dos componentes da velocidade induzida por um painel qualquer do corpo. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991))

Os componentes da velocidade induzida por um painel de fontes com densidade uniforme são calculados pela Eq. (4.11a) e pela Eq. (4.11b). Este cálculo é feito inicialmente para o referencial localizado sobre o painel (veja a Fig. 4.4). Em seguida, estes componentes de velocidade são projetados na direção normal ao ponto de controle do painel para a imposição da condição de impenetrabilidade, dada pela Eq. 3.38. A velocidade normal obtida, após a projeção dos componentes da velocidade, deve ser escrita no referencial inercial  $(x, o, y)$  mostrado na Fig. 4.2.

Cada painel contendo uma distribuição de fontes com densidade uniforme induz velocidade normal sobre o ponto de controle dos outros painéis. De uma maneira geral, a seguinte equação matricial é montada, sendo que cada linha desta equação está relacionada

com a imposição da condição de contorno de velocidade normal igual à zero sobre cada ponto de controle (Katz & Plotkin, 1991):

$$\begin{bmatrix} 0,5 & \dots & K_{1j} & \dots & K_{1k} & \dots & K_{1M} \\ & & \dots & & \dots & & \dots \\ K_{j1} & \dots & 0,5 & \dots & K_{jk} & \dots & K_{jM} \\ & & \dots & & \dots & & \dots \\ K_{M1} & \dots & K_{Mj} & \dots & K_{Mk} & \dots & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \dots \\ \sigma_j \\ \dots \\ \sigma_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{RHSS}_1 \\ \dots \\ \text{RHSS}_j \\ \dots \\ \text{RHSS}_M \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

onde  $M$  representa o número total de painéis planos utilizados para a discretização das fronteiras sólidas presentes num domínio fluido,  $K_{jk}$  representa a velocidade normal induzida sobre o ponto de controle  $j$  pela distribuição de fontes localizada sobre o painel  $k$  e  $K_{jj}=0,5$  representa a auto indução para a distribuição de fontes.

A Eq. (4.12) constitui-se de um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a densidade uniforme de fontes. Alternativamente pode-se escrever:

$$[\text{COUPS}]\{\text{SIGMA}\} = \{\text{RHSS}\} \quad (4.13)$$

onde

$[\text{COUPS}]$  é a matriz de influência de fontes (velocidade normal induzida sobre cada ponto de controle pelas fontes nascentes);

$\{\text{SIGMA}\}$  é o vetor incógnita de fontes;

$\{\text{RHSS}\}$  é o vetor coluna lado direito de fontes (velocidade normal induzida sobre cada ponto de controle pelo escoamento incidente e pela nuvem de vórtices discretos).

O cálculo do vetor coluna lado direito fontes para o ponto de controle do painel plano genérico  $k$  é calculado da seguinte maneira:

$$\text{RHSS}(k) = \left\{ (u_i) \sin(\theta_{p_k}) - (v_i) \cos(\theta_{p_k}) + u_{k,j} \sin(\theta_{p_k}) - v_{k,j} \cos(\theta_{p_k}) \right\} \quad (4.14)$$

sendo  $u_i$  e  $v_i$  os componentes do vetor velocidade do escoamento não-perturbado;  $u_{k,j}$  e  $v_{k,j}$  os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ( $j=1,NV$ ) no ponto de controle  $k$ , e  $th_{pk}$  o ângulo de orientação do painel  $k$ .

A contribuição da nuvem de vórtices discretos para o cálculo do campo de velocidades é obtida através da Lei de Biot-Savart (veja a Eq. (3.34)). O cálculo da contribuição da nuvem de vórtices discretos presente na região fluida (interação vórtice-vórtice) é a etapa que consome maior tempo de processamento, uma vez que o número de operações realizadas por um processador é proporcional ao quadrado do número total,  $NV$ , de vórtices discretos presentes no domínio fluido. Os componentes da velocidade total induzida sobre o vórtice discreto  $k$  pelos demais vórtices discretos da nuvem na direção do eixo dos  $x$  e na direção do eixo dos  $y$  são calculados por, respectivamente:

$$u_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{NV} \Gamma_j U_{V_{k,j}} \quad (4.15)$$

$$v_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{NV} \Gamma_j V_{V_{k,j}} \quad (4.16)$$

Na Fig. 4.5 tem-se a representação das distribuições de vorticidade e de velocidade tangencial induzida por um vórtice discreto de Lamb. Este modelo de vórtice discreto é escolhido para a discretização do campo de vorticidades (Panton, 1984).

As equações que aparecem na Fig. 4.5, representando a distribuição de vorticidades e a velocidade tangencial induzida no interior do raio do núcleo,  $\sigma_0$ , do vórtice discreto de Lamb, são conhecidas a partir da Eq. (4.1) escrita na forma de coordenadas cilíndricas. Estas equações são obtidas a partir da solução do problema da difusão puramente radial da vorticidade (Batchelor, 1967).

Na Eq. (4.15),  $U_{V_{k,j}}$  representa a projeção da velocidade tangencial,  $u_\theta$ , induzida por um vórtice discreto de Lamb de intensidade unitária na direção do eixo dos  $x$ .

Da mesma forma, na Eq. (4.16),  $V_{V_{k,j}}$  representa a projeção da velocidade tangencial,  $u_\theta$ , induzida por um vórtice discreto de Lamb de intensidade unitária na direção do eixo dos  $y$ .

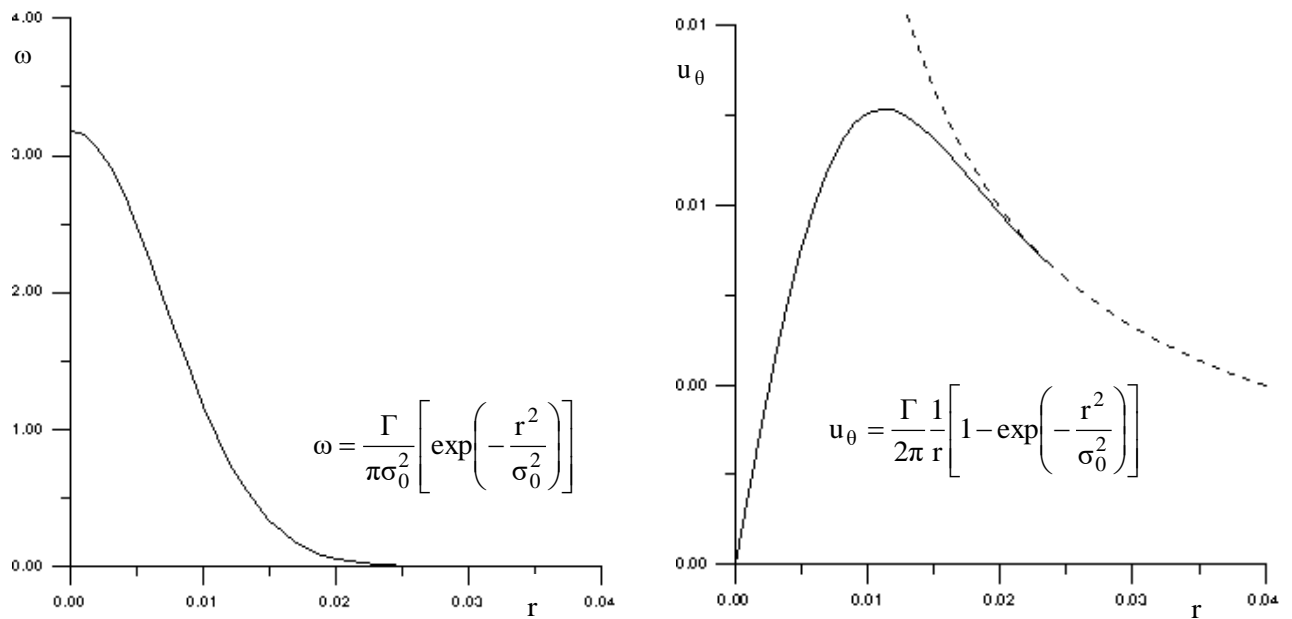
(a) Distribuição de vorticidade,  $\omega$ (b) velocidade tangencial induzida,  $u_\theta$ 

Figura 4.5 – Modelo do vórtice discreto de Lamb

A partir da Eq. (4.2), que governa o transporte de calor, a solução para o problema puramente advectivo do calor é obtida, também, considerando uma interpretação Lagrangeana. Cada partícula de temperatura presente na nuvem em um dado instante de tempo pode ser transportada por advecção como se fosse uma partícula material de fluido (Helmholtz, 1858), ou seja:

$$\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial\theta}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\theta = 0 \quad (4.17)$$

sendo a forma final Lagrangeana da Eq. (4.17) representada por:

$$\frac{D\theta}{Dt} = 0 \quad (4.18)$$

onde a velocidade total,  $\mathbf{u}$ , induzida sobre cada partícula de temperatura, é composta das contribuições do escoamento incidente,  $\mathbf{u}_i$ , da velocidade induzida pelas duas fronteiras sólidas,  $\mathbf{u}_c$ , e da velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos,  $\mathbf{u}_v$ . O esquema de avanço de primeira ordem de Euler é, também, utilizado para a solução numérica do transporte advectivo do calor. Em suma, o mesmo vetor velocidade do fluido é usado para o transporte advectivo da vorticidade e do calor, característica Lagrangeana desta metodologia.

### 4.3 – PROBLEMA DA DIFUSÃO

Na seção 4.2 utilizou-se o algoritmo proposto por Chorin (1973) para a separação dos problemas da advecção e da difusão da vorticidade e do calor. Este algoritmo prova que a solução numérica dos dois problemas é convergente se forem utilizados valores pequenos para o incremento de tempo  $\Delta t$ .

Para a solução do problema da difusão da vorticidade utiliza-se a parte difusiva da Eq. (4.1), isto é:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (4.19)$$

Nesta etapa é levada em conta a manifestação dos efeitos da viscosidade molecular do fluido. Na Eq. (4.19) a presença do número de Reynolds do escoamento confirma esta constatação. A solução da equação que governa o problema da difusão da vorticidade é obtida através do Método de Avanço Randômico (Chorin, 1973). Este método se constitui numa técnica probabilística e foi inspirado na metodologia proposta por Einstein (1956) para simular o movimento browniano de partículas.

O Método de Avanço Randômico se difundiu no meio científico por intermédio de vários pesquisadores como, por exemplo, Lewis (1991). Nesta técnica o processo de difusão da vorticidade não é necessariamente determinístico, o que é interessante para a simulação numérica de escoamentos com valores elevados para o número de Reynolds. Outros detalhes sobre o Método de Avanço Randômico podem ser também encontrados no trabalho de Ghoniem & Sherman (1985).

Para entender os fundamentos do Método de Avanço Randômico, considere um vórtice discreto (i) pertencente a uma nuvem de vórtices discretos e que, no instante de tempo t, se encontra localizado na posição  $\mathbf{x}^{(i)}(t)$ . Esta técnica numérica impõe sobre cada vórtice discreto um avanço randômico definido por  $\mathbf{Z}_d \equiv (x_d, y_d)$ . Se, por exemplo, o problema puramente advectivo for calculado utilizando-se o esquema de avanço de primeira ordem de Euler, Eq. (4.8), então o vórtice discreto (i) deve ser posicionado de acordo com:

$$\mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{x}^{(i)}(t) + \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t + \mathbf{Z}_d. \quad (4.20)$$

Os componentes  $x_d$  e  $y_d$  do vetor avanço randômico,  $\mathbf{Z}_d$ , são definidos como:

$$x_d^{(i)} = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} [\cos(2\pi Q)], \quad (4.21a)$$

$$y_d^{(i)} = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} [\sin(2\pi Q)], \quad (4.21b)$$

onde  $P$  e  $Q$  são números randômicos pertencentes ao intervalo entre 0 e 1.

A partir da Eq. (4.2), que governa o transporte de calor, a solução para o problema puramente difusivo de calor é obtida também pelo Método de Avanço Randômico. Cada partícula de temperatura presente na nuvem em um dado instante de tempo pode ser transportada por difusão através da solução da seguinte equação:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \nabla^2 \theta \quad (4.22)$$

A diferença fundamental entre a Eq. (4.19) e a Eq. (4.22) é a presença do número de Prandtl ( $\text{Pr}$ ) para a solução do problema da difusão do calor. Se  $\text{Pr}=1$ , então a taxa de difusão viscosa e a taxa de difusão térmica são as mesmas para um problema. Nesta situação, a Eq. (4.21a) e a Eq. (4.21b) são usadas para a solução numérica do transporte difusivo do calor. Um valor diferente da unidade para o número de Prandtl diferencia estas taxas difusivas.

De acordo com o algoritmo proposto por Chorin (1973), as equações que simulam separadamente os problemas de advecção e da difusão convergem para a equação original se o incremento de tempo tender para zero. Uma interpretação análoga permite que o problema associado às forças de empuxo possa ser resolvido (veja na seção 4.8).

## 4.4 – GERAÇÃO DE VORTICIDADE

O contato de um fluido com a fronteira sólida de um corpo provoca a formação da camada limite hidrodinâmica. Sob certas condições, as partículas fluidas contornam a superfície do corpo e perdem energia devido ao atrito viscoso. O gradiente de pressões nas imediações do corpo se torna adverso para o movimento das partículas e a camada limite se separa da superfície do corpo. A velocidade na parte interna da camada limite é menor que a velocidade na parte externa e o movimento do fluido se torna rotacional dando origem aos vórtices contrarrotativos (Gerrard, 1966). A vorticidade é, assim, gerada a partir da superfície do corpo.

Para o entendimento do mecanismo de geração de vorticidade a partir de uma fronteira sólida considere que as equações de Navier-Stokes (Eq. 3.36) possam ser escritas da seguinte forma:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p - \frac{1}{Re} \nabla \times \boldsymbol{\omega}. \quad (4.23)$$

Devido à hipótese simplificadora  $H_1$ , apresentada na seção 3.3, o escoamento estudado neste trabalho se realiza no plano  $xy$ . Para simplificar os próximos entendimentos, considere a passagem deste escoamento nas vizinhanças de um comprimento elementar sobre uma superfície plana (veja a Fig. 4.6). Considere, também, que o escoamento se realiza num semi-plano em que o eixo real,  $x$ , representa esta superfície sólida elementar localizada sobre o contorno da superfície plana (em  $y = 0$ ), onde a condição de escorregamento nulo deve ser verificada. Com estas considerações a Eq. (4.23) é simplificada e resulta em:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{Re} \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (4.24)$$

A Eq. (4.24) possibilita uma interpretação matemática do mecanismo de geração da vorticidade numa superfície sólida coincidente com o eixo dos  $x$ . De acordo com esta equação, a derivada do lado direito representa o fluxo de vorticidade que atravessa a superfície coincidente com o eixo dos  $x$  e onde  $y = 0$ . Como não há movimento de massa

fluida para  $y < 0$ , este fluxo de vorticidade representa a quantidade de vorticidade gerada a partir da superfície durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ . O lado direito da Eq. (4.24) resulta na quantificação do fluxo de vorticidade, de maneira tal que, se o gradiente de pressão for favorável, haverá geração de vorticidade e, caso contrário (se o gradiente de pressão for adverso (desfavorável)), haverá uma destruição de vorticidade. Muito próximo à superfície sólida a velocidade de advecção é muito pequena e este mecanismo pode ser interpretado como um processo de difusão primária da vorticidade (Alcântara Pereira, 1999).

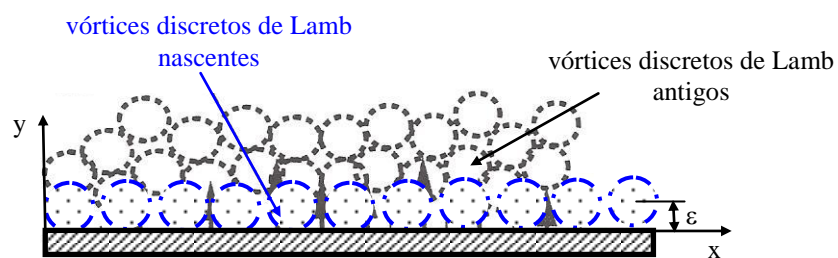


Figura 4.6 – Representação da vorticidade gerada a partir de uma superfície plana por vórtices discretos de Lamb. (adaptada de Moraes, 2011)

O processo descrito acima é implementado numericamente utilizando-se a condição de escorregamento-nulo, Eq. (3.39), sobre a superfície discretizada do cilindro circular (especificamente imposta sobre o ponto de controle de cada painel plano). Para esta finalidade, distribuem-se vórtices discretos de Lamb nascentes nas vizinhanças de cada painel durante cada incremento de tempo. O centro de cada vórtice discreto está localizado em  $\varepsilon = \sigma_0$ ; veja novamente o esquema mostrado na Fig. 4.6.

De acordo com Alcântara Pereira (1999) os vórtices discretos nascentes são posicionados de tal maneira que tangenciem o ponto de controle de cada painel.

Alguns autores, como Ricci (2002) e Bimbato (2012), utilizam-se do artifício de refletir os vórtices discretos que eventualmente migrarem para o interior do corpo após os avanços de advecção e de difusão. Outros autores preferem eliminar estes vórtices discretos e utilizar a Lei de Conservação da Circulação para compensar a vorticidade perdida restituindo-a no domínio fluido no próximo instante de tempo da simulação numérica (Alcântara Pereira, 2002). Neste trabalho os vórtices discretos são refletidos de volta para o domínio fluido.

De maneira análoga à montagem da equação matricial de fontes, Eq. (4.12), obtém-se uma equação matricial para a geração dos vórtices discretos novos, tal que:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & \dots & K_{1j} & \dots & K_{1k} & \dots & K_{1MB} \\ & & \dots & & & & \\ K_{j1} & \dots & K_{jj} & \dots & K_{jk} & \dots & K_{jMB} \\ & & \dots & & & & \\ K_{MB1} & \dots & K_{Mj} & \dots & K_{MBk} & \dots & K_{MBMB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \dots \\ \Gamma_j \\ \dots \\ \Gamma_{MB} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} RHSV_1 \\ \dots \\ RHSV_j \\ \dots \\ RHSV_{MB} \end{Bmatrix} \quad (4.25)$$

onde MB representa o número total de painéis planos utilizados para a discretização da superfície do cilindro circular,  $K_{jk}$  representa a velocidade tangencial induzida sobre o ponto de controle j por um vórtice de Lamb nascente localizado nas proximidades do ponto de controle k e  $K_{jj}$  representa a velocidade tangencial induzida pelo vórtice discreto j posicionado nas imediações do próprio painel plano j.

A Eq. (4.25) constitui-se em um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a intensidade dos vórtices discretos de Lamb nascentes. Alternativamente pode-se escrever:

$$[COUPV]\{GAMMA\} = \{RHSV\} \quad (4.26)$$

onde

$[COUPV]$  é a matriz de influência de vórtices discretos nascentes. Cada coeficiente da matriz de influência representa a velocidade tangencial induzida no ponto de controle de um painel por um vórtice discreto de Lamb com intensidade unitária localizado nas proximidades de outro painel;

$\{GAMMA\}$  é o vetor incógnita de vórtices discretos nascentes;

$\{RHSV\}$  é o vetor coluna lado direito de vórtices discretos nascentes.

O cálculo do vetor coluna lado direito vórtices para o ponto de controle do painel plano genérico k é calculado como:

$$\text{RHSV}(k) = \left\{ -\left( u_i \right) \cos(\text{th}_{p_k}) - \left( v_i \right) \sin(\text{th}_{p_k}) - u_{k,j} \cos(\text{th}_{p_k}) - v_{k,j} \sin(\text{th}_{p_k}) \right\} \quad (4.27)$$

onde  $u_i$  e  $v_i$  são os componentes do vetor velocidade do escoamento não perturbado,  $u_{k,j}$  e  $v_{k,j}$  são os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ( $j=1,NV$ ) no ponto de controle  $k$  e  $\text{th}_{p_k}$  é o ângulo de orientação do painel  $k$ .

## 4.5 – GERAÇÃO DE CALOR

Nos problemas de transferência de calor, o fluxo de calor por condução é definido pela Lei de Fourier na seguinte forma dimensional:

$$q(n, t) = -K \frac{\partial T}{\partial n} \quad (4.28)$$

onde  $q(n,t)$  representa o fluxo de calor na direção normal à superfície de um corpo e  $K$  é a condutividade térmica do material.

O gradiente de temperaturas formado no interior da camada limite térmica permite a geração de partículas de temperatura através de uma analogia com a Lei de Fourier (Kamemoto & Miyasaka, 1999):

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\alpha \frac{\partial T}{\partial n} \quad (4.29)$$

onde  $\alpha$  representa o coeficiente de difusividade térmica e  $n$  representa a direção normal a um painel plano.

Muito próximo à superfície do corpo a velocidade de advecção é muito pequena e este mecanismo de geração de calor por condução pode ser interpretado como um processo de difusão primária do calor (Alcântara Pereira & Hirata, 2003).

Na metodologia utilizada neste trabalho, para a solução do problema da transferência de calor no interior da camada limite térmica assume-se a geração de partículas de temperatura, que subsequentemente podem se deslocar livremente pela região fluida satisfazendo-se a Eq. (4.2).

Escrevendo-se a Eq. (4.2) na forma de coordenadas cilíndricas e resolvendo o problema da difusão puramente radial do calor, tem-se que:

$$T(r,t) = \frac{q}{4\pi\alpha t} \exp\left(-\frac{r^2}{4\alpha t}\right) \quad (4.30)$$

Observe a correspondência entre os problemas da difusão da vorticidade e do calor (Özsisik, 1985). A Eq. (4.30) é utilizada para o cálculo da temperatura induzida no domínio fluido por uma partícula de temperatura de intensidade  $q$ . A Fig. 4.7 mostra que a distribuição de temperaturas no interior do raio do núcleo  $\sigma_0 = \sqrt{4\alpha t}$  da partícula de temperatura é gaussiana.

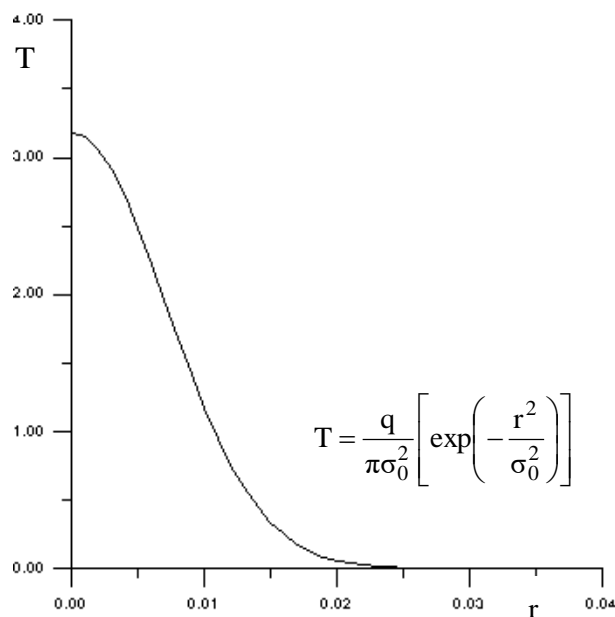


Figura 4.7 – Modelo da partícula de temperatura

Uma inspeção sobre a dimensão da intensidade  $q$  da partícula de temperatura na Eq. (4.29) e na Eq. (4.30) possibilita a proposição de uma equação para o cálculo numérico da intensidade da partícula de temperatura nascente durante um incremento de tempo  $\Delta t$ . Neste trabalho, a Eq. (4.29) é chamada de Lei de Fourier modificada.

Desta maneira, a intensidade de uma partícula de temperatura nascente pode ser calculada durante um incremento de tempo discreto,  $\Delta t$ , devido ao fluxo de calor que atravessa o painel

plano  $\Delta s_j$  pertencente à superfície discretizada do corpo (Kamemoto & Miyasaka, 1999) através da seguinte equação na forma dimensional:

$$q_j = \alpha \frac{T_w - T_j}{\varepsilon} \Delta t \Delta s_j \quad (4.31)$$

onde  $\varepsilon$  é igual ao raio de penetração (raio do núcleo da partícula de temperatura) do fluxo de calor associado a uma partícula de temperatura nascente no painel  $j$  e  $T_w - T_j$  é a diferença de temperaturas entre o ponto de controle do painel  $j$  e a posição  $(x_j, y_j)$  de desprendimento da mesma partícula de temperatura (o centro de cada partícula de temperatura está localizado em  $\varepsilon = \sigma_0$ ; veja novamente o esquema mostrado na Fig. 4.6).

Finalmente, a forma adimensionalizada da Eq. (4.31) é:

$$q_j = \frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} \frac{T_w - T_j}{T_w - T_\infty} \frac{\Delta t \Delta s_j}{\varepsilon} \quad (4.32)$$

A temperatura no ponto  $j$  é calculada a partir da Eq. (4.30) considerando-se todas as partículas de temperatura presentes no domínio fluido e deve ser assumida inicialmente igual à temperatura fria,  $T_\infty$ .

## 4.6 – CONSERVAÇÃO DA MASSA E CONSERVAÇÃO DA CIRCULAÇÃO GLOBAL

O Princípio de Conservação da Massa e o Princípio da Conservação da Circulação Global para o problema não podem ser violados. Isto implica que o balanço de massa e o balanço da circulação global na região fluida devem ser constantes durante uma simulação numérica típica.

O sistema linear de equações algébricas correspondentes à equação matricial de fontes deve ser aumentado de mais duas equações para que se verifique a conservação da massa durante toda a simulação numérica (veja a Eq. (4.12)). A conservação da massa está

relacionada com a geração de fontes e de sumidouros sobre os dois contornos sólidos presentes no problema. A equação do balanço total de massa em cada instante de tempo da simulação numérica é dada por:

$$\sum_{j=1}^M (\sigma_j \Delta S_j) = 0 \quad (4.33)$$

sendo  $M$  o número total de painéis planos utilizados para a discretização da superfície do cilindro circular e da parede vertical. As duas novas linhas são necessárias porque a conservação da massa é imposta separadamente para cada fronteira sólida.

Para a nuvem de vórtices discretos de Lamb, a conservação da circulação global deve ser verificada em qualquer instante da simulação numérica através do seguinte balanço:

$$\sum_{j=1}^{MB} (\Gamma_j)_{\text{vórtices nascentes}} + \sum_{k=1}^{NV} (\Gamma_k)_{\text{vórtices antigos}} = 0 \quad (4.34)$$

Da mesma forma que da imposição da conservação da massa, o sistema linear de equações algébricas correspondentes à equação matricial de vórtices discretos nascentes (veja a Eq. 4.25) deve ser aumentado de mais uma equação para que se verifique a conservação da circulação global durante toda a simulação numérica. A equação que verifica o balanço de circulação em cada instante de tempo é dada por:

$$\sum_{j=1}^{MB} (\Gamma_j)_{\text{vórtices nascentes}} = 0 \quad (4.35)$$

uma vez que no primeiro instante de tempo da simulação numérica ainda não existem vórtices discretos no domínio fluido; vale lembrar que não há geração de vorticidade sobre a parede vertical (hipótese simplificadora  $H_6$ , assumida na seção 3.3).

## 4.7 – CONDIÇÕES DE CONTORNO MAIS APURADAS

A imposição da condição de contorno de aderência (impenetrabilidade e escorregamento nulo) sobre a superfície de um corpo rombudo é fundamental para a geração da camada limite (modelo hidrodinâmico) e formação de pares de estruturas vorticosas contrarrotativas a jusante do corpo. A condição de contorno de aderência exige, por exemplo, que na fronteira do cilindro circular estacionário as velocidades normal e tangencial do fluido devem ser iguais a zero. Neste trabalho, a fronteira do corpo é discretizada e representada por painéis planos, logo devem simultaneamente ser impostos somatórios iguais a zero para a velocidade tangencial e para a velocidade normal induzidas sobre o ponto de controle de cada painel plano.

A condição de impenetrabilidade é dada pela Eq. (3.38) e verificada através do método de painéis (condição de contorno de Neumann e distribuição de fontes com densidade uniforme) para as duas fronteiras sólidas presentes no problema. Já a condição de escorregamento nulo é expressa pela Equação (3.39) (distribuição de vórtices discretos de Lamb nascentes) para a superfície do cilindro circular.

Analisando-se as equações matriciais Eq. (4.12) e Eq. (4.25) e considerando-se os comentários da seção 4.6 depara-se com um problema. Em um primeiro instante, para garantir a condição de contorno de impenetrabilidade, calcula-se a interação painel-painel e painel-vórtice, obtendo-se uma solução para a Equação (4.12). Já em um segundo instante, para garantir a condição de escorregamento-nulo, novos vórtices discretos de Lamb são gerados nas proximidades do ponto de controle de cada painel plano e a Eq. (4.25) é resolvida, porém o surgimento destes novos vórtices discretos causa um desbalanceamento na condição de contorno de impenetrabilidade já calculada; chega-se, portanto, a uma divergência nos dois resultados.

Para resolver este impasse adota-se um processo de convergência para fazer com que esse desbalanceamento seja o menor possível (Bimbato, 2012). A Eq. (4.12) é resolvida inicialmente devido à influência do escoamento incidente apenas (solução para o escoamento potencial) e, em seguida, o escoamento incidente e as fontes geradas são usados para resolver a Eq. (4.25). Alguns experimentos foram realizados por Bimbato (2012) e concluiu-se que após dez iterações deste processo os resultados convergem e as duas condições de contorno são simultaneamente satisfeitas. Nos instantes de tempo seguintes, a contribuição da nuvem

de vórtices discretos é, também, levada em conta durante este processo de convergência. Os dois sistemas lineares de equações algébricas são resolvidos utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados e o Método de Eliminação de Gauss com Condensação Pivotal.

A técnica numérica descrita anteriormente teve como motivação dificuldades encontradas em análises anteriores que usaram, principalmente, um modelo de rugosidade superficial para o cilindro circular na presença do efeito solo (Bimbato, 2012). A tentativa de resolver simultaneamente os dois sistemas lineares de equações algébricas acoplados e de uma só vez apresenta erros na verificação das condições de contorno quando existe a presença de duas fronteiras sólidas e uma delas é montada de maneira assimétrica em relação a outra; isto se deve ao mau condicionamento da matriz. A Fig. 4.8 ilustra os casos investigados por Bimbato (2012) considerando efeito solo e rugosidade. Na Fig. 4.8 (a) o cilindro circular é montado de maneira simétrica em relação ao chão. Nesta configuração a técnica de solução conjunta dos dois sistemas lineares (fontes e vórtices) e a técnica desenvolvida por Bimbato (2012) produzem resultados satisfatórios. No entanto, para a configuração da Fig. 4.8 (b), apenas a técnica desenvolvida por Bimbato (2012) verifica com precisão as condições de contorno sobre o ponto de controle de cada painel plano. Desta maneira, utiliza-se neste trabalho a técnica desenvolvida por Bimbato (2012).

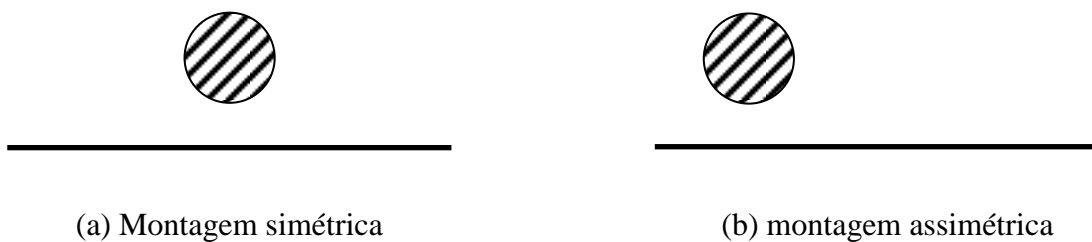


Figura 4.8 – Posição do cilindro circular na presença do efeito solo

Em qualquer instante de tempo,  $t$ , tem-se que MB novas partículas de temperatura, cada uma de intensidade  $q_j$ , devem ser geradas nas imediações dos painéis planos pertencente à superfície do cilindro circular através da Lei de Fourier modificada (veja a Eq. (4.32)). Desta maneira, sobre o ponto de controle de um painel plano  $k$  deve-se impor que o valor da temperatura total induzida seja sempre igual a  $T_w$  (veja a Eq. (3.40)) na forma adimensional. Para satisfazer esta condição de contorno impõe-se o seguinte balanço de temperaturas sobre o ponto de controle do painel plano  $k$ :

$$\sum_{j=1}^{MB} \frac{q_j^\circ}{\pi\sigma_{0j}^2} \left[ \exp\left(-\frac{r_{kj}^2}{\sigma_{0j}^2}\right) \right] = \sum_{j=1}^{MB} \frac{q_j}{\pi\sigma_{0j}^2} \left[ \exp\left(-\frac{r_{kk}^2}{\sigma_{0j}^2}\right) \right] + \sum_{i=1}^{NT-MB} \frac{q_j}{\pi\sigma_{0j}^2} \left[ \exp\left(-\frac{r_{kk}^2}{\sigma_{0j}^2}\right) \right] + T_W - T_\infty \quad (4.36)$$

onde o somatório do lado esquerdo equivale à contribuição de uma correção que deve ser somada para cada valor de  $q_j$ , o primeiro somatório do lado direito equivale à contribuição das partículas de temperatura nascentes e o segundo somatório do lado direito equivale a contribuição da nuvem de partículas de temperatura (somente para  $t > 1\Delta t$ ), sendo NT o número total de partículas de temperatura (as partículas de temperatura nascentes mais aquelas partículas de temperatura que já existem e formam a esteira de calor).

Para cumprir este balanço de temperaturas sobre todos os pontos de controle, resolve-se um sistema linear de equações algébricas para encontrar o vetor incógnita,  $q_j^\circ$ , para a correção da intensidade,  $q_j$ , das partículas de temperatura nascentes.

A necessidade do cálculo do vetor incógnita  $q_j^\circ$  é para verificar se há erros nos valores obtidos diretamente pela Lei de Fourier modificada (Eq. 4.32) e, desta forma, corrigi-los. A seguinte equação matricial é montada:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1MB} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2MB} \\ & & \dots & \\ K_{MB1} & K_{MB2} & \dots & K_{MBMB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^\circ \\ q_2^\circ \\ \dots \\ q_{MB}^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RHST_1 \\ RHST_2 \\ \dots \\ RHST_{MB} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

onde  $RHST_k$  corresponde ao vetor coluna lado direito temperatura da Eq. (4.36), uma vez que esta equação foi escrita apenas para o ponto de controle do painel genérico k.

A implementação desta estratégia numérica é uma das contribuições deste trabalho de Dissertação de Mestrado.

## 4.8 – GERAÇÃO DE VORTICIDADE A PARTIR DO CALOR

O fenômeno da transferência de calor por convecção é representado pela associação dos efeitos da energia transferida pelo movimento macroscópico do fluido (advecção) e da difusão molecular. A transferência de calor por convecção forçada ocorre através do movimento do fluido causado por agentes externos, por exemplo, a energia transferida por bombas e por ventiladores. A transferência de calor por convecção natural ocorre pelo movimento do fluido causado por forças de empuxo, que surgem das diferenças de massas específicas. Estas diferenças de massas específicas são causadas pela presença de gradientes de temperaturas no meio fluido.

A composição dos fenômenos da transferência de calor por convecção forçada e da transferência de calor por convecção natural define a transferência de calor por convecção mista.

A solução numérica para os mecanismos da advecção da vorticidade e da difusão molecular da vorticidade, presentes na Eq. (4.1), são resolvidos utilizando o algoritmo proposto por Chorin (1973). Ainda está presente na E.T.V. o termo de forças de empuxo. Partindo-se da Eq. (4.1) e aplicando-se novamente os fundamentos do algoritmo de separação da parte viscosa desta equação obtém-se a seguinte equação para o problema da convecção natural:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \text{Ri} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (4.38)$$

Ogami (2001) desenvolveu dois modelos para a inclusão do fenômeno da transferência de calor por convecção natural nas análises de problemas envolvendo a interação entre calor e vorticidade. A interpretação física da Eq. (4.38) é que deve ser considerado um processo de geração de vorticidade a partir do calor devido à presença de gradientes de temperaturas no domínio fluido. No primeiro modelo proposto por Ogami (2001) a intensidade  $\Gamma$  de um vórtice discreto é aumentada durante cada incremento de tempo de uma quantidade definida por (termo fonte de quantidade de movimento):

$$\Delta \Gamma = \text{Ri} \frac{\partial \theta}{\partial x} \Delta t \Delta A \quad (4.39)$$

A Eq. (4.39) é originária da Eq. (4.3) após o termo associado ao mecanismo da advecção da vorticidade  $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\omega$  ser resolvido. Além disto, para a obtenção da Eq. (4.39) faz-se uso do conceito da circulação local associada à intensidade  $\Gamma$  do vórtice discreto de interesse:

$$\Gamma = \iint_A \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{n} dA \quad (4.40)$$

A derivada que aparece na Eq. (4.39) é resolvida por diferenças centradas. Numa primeira aproximação tem-se a seguinte expressão:

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2 \Delta x} - \frac{\Delta x^2}{6} \left. \frac{d^3\theta}{dx^3} \right|_i - \frac{\Delta x^4}{120} \left. \frac{d^5\theta}{dx^5} \right|_i - \dots \quad (4.41)$$

e, para uma aproximação de primeira ordem:

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2 \Delta x}, \text{ onde } \Delta x = \sigma_0 \text{ e } \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \quad (4.42)$$

Desta maneira, a nuvem de partículas de temperatura é utilizada para o cálculo da temperatura  $T$  na Eq. (4.42). A temperatura  $T$  é calculada a partir da Eq. (4.30).

Para cada vórtice discreto de Lamb presente no domínio fluido calcula-se um valor de temperatura total induzida a sua direita, na direção do eixo dos  $x$ , isto é, em  $x_d = x_v - \sigma_0$ , e calcula-se outro valor de temperatura total induzida a sua esquerda em  $x_e = x_v + \sigma_0$ .

O cálculo da temperatura total induzida sobre um vórtice discreto de Lamb pela nuvem de partículas de temperatura consome um tempo de processamento equivalente à Lei de Biot-Savart para a interação vórtice-vórtice. A implementação destes cálculos, portanto, contribui de maneira expressiva para o aumento do tempo final de processamento das simulações numéricas. Se o número de Richardson ( $Ri$ ) for igual à zero na Eq. (4.39), então os efeitos de forças de empuxo não são simulados.

## 4.9 – CARGAS FLUIDODINÂMICAS

As cargas fluidodinâmicas são resultantes da ação do movimento de um fluido com efeito viscoso sobre a superfície de um corpo. Os carregamentos fluidodinâmicos são divididos em cargas fluidodinâmicas distribuídas (resultantes da ação da tensão cisalhante e da ação da pressão estática) e em cargas fluidodinâmicas integradas (sendo de especial interesse a força de arrasto de forma e a força de sustentação). A formulação apresentada a seguir foi retirada do trabalho de Ricci (2002).

As técnicas numéricas apresentadas no Capítulo 4 devem ser acopladas com uma metodologia que permita a obtenção das forças fluidodinâmicas causadas pela geração e despreendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas. Na E.T.V. (veja a Eq. 4.1) verifica-se a ausência do termo de pressões. Este termo não se faz presente na Eq. (4.1) porque o rotacional do campo de pressões é igual à zero (veja na seção 3.6).

O cálculo do campo de pressões é realizado neste trabalho considerando-se a abordagem apresentada por Kamemoto (1994). Como primeiro passo, aplica-se o operador divergente nas equações de Navier-Stokes (Eq. (3.17)) com o auxílio da equação da continuidade (Eq. (3.7)). Com isto, obtém-se uma equação de Poisson para a pressão, a qual é resolvida utilizando-se um esquema de diferenças finitas.

O procedimento descrito acima permite o cálculo do campo de pressões em qualquer ponto do domínio fluido. Este campo pode ser calculado através de uma integração, onde se faz uso da definição da equação de Bernoulli (Uhlman, 1992):

$$Y = p + \rho \frac{u^2}{2}, u = |\mathbf{u}| \quad (4.43)$$

No trabalho de Shintani & Akamatsu (1994) foi apresentada outra formulação que pode ser mais facilmente combinada com o M.P.T. desenvolvido neste trabalho; torna-se necessário apenas conhecer o campo de velocidades e o campo de vorticidades. Esta formulação é, portanto, adotada neste trabalho e a equação integral é definida por:

$$H\bar{Y}_i - \int_{S_c} Y \nabla G_i \cdot \mathbf{n} dS = \iint_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega - \frac{1}{Re} \int_{S_c} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} dS \quad (4.44)$$

sendo

$H = 1$  em  $\Omega$  (domínio fluido do problema) ou

$H = 0.5$  em  $S_c$ , dada pela composição de  $S_1$  e  $S_2$  e

$G$  corresponde à solução fundamental da equação de Laplace.

As integrais presentes na Eq. (4.44) são resolvidas numericamente. No trabalho de Ricci (2002) encontram-se todos os desenvolvimentos da dedução completa para seguinte equação (que permite determinar o valor da pressão no ponto  $i$ ):

$$\begin{aligned} HY_i + \int_s \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x-x_i) - n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} Y dS = - \int_{\Omega} \frac{1}{2\pi} \frac{v(x-x_i) - u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega d\Omega \\ - \frac{1}{\text{Re}} \int_s \frac{1}{2\pi} \frac{n_y(x-x_i) - n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega dS \end{aligned} \quad (4.45)$$

A Eq. (4.45) é discretizada e assume a seguinte forma numérica:

$$\begin{aligned} HY_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1; j \neq i}^M \frac{n_{xj}(x_j - x_i) + n_{yj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j Y_j = \\ \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{2\pi \text{Re}} \sum_{j=1; j \neq i}^M \frac{n_{yj}(x - x_i) - n_{xj}(y - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j \gamma_j \end{aligned} \quad (4.46)$$

Com este procedimento, a Eq. (4.46) pode ser resolvida pelo Método de Painéis, de maneira que se agrupe o primeiro somatório numa matriz de influência de pressão, chamada de  $A_p$ , e os dois últimos somatórios num vetor coluna lado direito de pressão, chamado de  $L_d$ , respectivamente, isto é:

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^M A_{p_{i,j}} Y_j = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1; j \neq i}^M A_{d_{i,j}} \gamma_j \quad (4.47)$$

O vetor coluna lado direito na Eq. (4.47), por sua vez, pode ser escrito da seguinte forma:

$$L_{d_i} = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1; j \neq i}^M A_{d_{i,j}} \gamma_j \quad (4.48)$$

A aplicação da Eq. (4.48) nos  $M$  painéis que discretizam a superfície do cilindro circular e da parede vertical resulta na seguinte equação matricial para a pressão:

$$[A_P]\{Y\} = \{Ld\} \quad (4.49)$$

A solução da equação matricial para a pressão resulta no vetor incógnita correspondente aos valores de  $Y$  para os  $M$  painéis planos. A partir deste resultado, obtêm-se os valores para o coeficiente de pressão relativo a cada painel plano, ou seja:

$$C_{P_i} = 2 Y_i + 1 \quad (4.50)$$

As forças fluidodinâmicas são obtidas pela integração da pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular. Uma parcela da força de arrasto de forma atua em cada painel plano na mesma direção da velocidade do escoamento incidente. Uma parcela da força de sustentação atua em cada painel plano na direção normal à direção do escoamento incidente. Somando-se as contribuições de cada painel para a força de arrasto de forma e para a força de sustentação tem-se, respectivamente:

$$D = \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) \quad (4.51)$$

$$L = - \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) \quad (4.52)$$

Nas equações anteriores,  $p_j$  é o valor correspondente à pressão no ponto de controle do painel  $j$ ,  $p_\infty$  é a pressão adotada como de referência,  $\Delta S_j$  é o comprimento do painel plano  $j$  e  $\theta_{pj}$  é o ângulo de orientação do painel plano  $j$ . A adimensionalização da Eq. (4.51) e da Eq. (4.52) resulta nas equações para o coeficiente de arrasto de forma e para o coeficiente de sustentação de cada corpo, respectivamente:

$$C_D = \sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) = \sum_{j=1}^M C_P \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) \quad (4.53)$$

$$C_L = - \sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) = - \sum_{j=1}^M C_P \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) \quad (4.54)$$

## Capítulo 5

### ANÁLISE DE RESULTADOS

#### 5.1 – INTRODUÇÃO

O programa *MIXED\_HEAT\_TRANSFER.FOR*, implementado em linguagem de programação FORTRAN (veja o Apêndice A), apresenta duas opções. Na primeira opção simula-se o caso do cilindro circular estacionário e sem efeitos de parede plana. A segunda opção é utilizada para a simulação numérica do cilindro circular na presença da parede vertical.

A diferença entre as duas opções comentadas anteriormente é que, para o caso do cilindro circular sem efeitos de parede plana, deve-se escolher um valor de  $g_{\min}$  tal que os efeitos da parede vertical não possam ser sentidos pelo corpo, veja na Fig 3.1.

As primeiras análises numéricas do Capítulo 5 estão direcionadas para a validação do código computacional para o caso do cilindro circular estacionário e sem efeitos de parede plana. Os objetivos são:

(a) Definição e aferição dos parâmetros numéricos variáveis nas simulações numéricas utilizando o algoritmo implementado do M.P.T.; uma análise especial da influência do número de painéis planos usados para a discretização da superfície do corpo é apresentada.

(b) Comparação dos resultados numéricos obtidos nas simulações numéricas com os valores experimentais de Blevins (1984) para número de Reynolds  $Re=10^5$ . Os resultados experimentais apresentados por Blevins (1984) são referentes ao coeficiente de arrasto médio e ao número de Strouhal médio e apresentam uma incerteza experimental de  $\pm 10\%$ .

(c) Cálculo das séries temporais dos coeficientes adimensionais da força de arrasto de forma e da força de sustentação e da distribuição do coeficiente de pressão para a apresentação de uma discussão física sobre o comportamento do regime de formação de vórtices a partir da superfície do corpo, especialmente na região envolvida pelas duas camadas cisalhantes de sinal oposto (Gerrard, 1966).

(d) Cálculo de distribuições instantâneas e de distribuições médias do coeficiente de pressão e comparação do valor médio do ângulo do ponto de separação da camada limite com os valores experimentais apresentados por Son & Hanratty (1969) e por Blevins (1984).

Nas simulações numéricas seguintes são apresentadas as análises dos efeitos de transferência de calor por convecção mista sobre os resultados obtidos anteriormente. Nesta etapa, a variação do número de Richardson ( $Ri$ ) cumpre esta finalidade. O principal objetivo é investigar a influência deste parâmetro adimensional nos resultados das curvas do coeficiente de arrasto e do coeficiente de pressão e nos valores do número de Strouhal e do ângulo de separação da camada limite. Na apresentação de todos os resultados numéricos anteriores, o espaçamento adimensional entre o cilindro circular e a parede vertical é  $g_{min}=10.000$ .

Na terceira parte da apresentação dos resultados numéricos investigam-se preliminarmente os efeitos da parede vertical nas proximidades do cilindro para um único valor escolhido de  $g_{min}$ .

Na última parte do Capítulo 5 são apresentados os resultados numéricos da terceira parte com a inclusão de efeitos de forças de empuxo. O número de Richardson ( $Ri$ ) é o parâmetro adimensional utilizado para a inclusão dos efeitos do fenômeno da transferência de calor por convecção mista.

Para a análise dos resultados numéricos deste trabalho torna-se necessário definir parâmetros numéricos afetos às simulações numéricas. Estes parâmetros são divididos em duas classes: na primeira classe associam-se parâmetros numéricos afetos ao fenômeno físico e na segunda classe esta associação é feita considerando-se aspectos do método numérico.

Os parâmetros numéricos relacionados com o fenômeno físico são os seguintes:

a) Número de Reynolds: (Re)

A realização de simulações numéricas para altos valores do número de Reynolds é de interesse prático para os problemas de engenharia. Valores da ordem de  $10^4 < Re < 10^6$  mostram-se apropriados e atendem um dos objetivos deste trabalho apresentado na seção 1.3. Desta maneira, é feita uma escolha apropriada para a solução da difusão da vorticidade e da difusão do calor através do Método de Avanço Randômico; com isto, as potencialidades do M.P.T. são aproveitadas para simular escoamentos não permanentes para altos valores de número de Reynolds. Para todos os casos simulados neste trabalho adota-se  $Re=10^5$ .

b) Número de Prandtl: (Pr)

O número de Prandtl é fixado em  $Pr=1,0$  para todas as simulações numéricas realizadas considerando-se efeitos térmicos.

c) Número de Richardson: (Ri)

O número de Richardson (Ri) varia entre  $0,01 \leq Ri \leq 1,0$ ; nestas situações ocorre geração de vorticidade a partir do calor e o fenômeno da transferência de calor por convecção mista pode ser investigado na dinâmica do campo de vorticidades.

d) Raio do Núcleo de uma Partícula: ( $\sigma_0$ )

O valor para o raio do núcleo de um vórtice discreto de Lamb ou de uma partícula de temperatura é assumido igual ao valor da posição de nascimento dos vórtices discretos ( $\epsilon$ ), veja na Fig. (4.6). Esta escolha implica que o centro do núcleo de uma partícula nascente se localize a uma pequena distância ( $\epsilon$ ) sobre uma normal que passa pelo ponto de controle do painel de localização desta partícula. Nesta estratégia numérica, a partícula nascente sempre tangencia o ponto de controle. Há, por exemplo, um valor nominal para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb e que pode ser estimado pela seguinte relação (Mustto *et al.*, 1998):

$$\sigma_0 = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re}} \quad (5.1)$$

Nas simulações numéricas realizadas neste trabalho adotam-se o incremento de tempo  $\Delta t = 0,05$  e o número de Reynolds  $Re = 10^5$  para estimar o valor do raio do núcleo do vórtice de Lamb e, em seguida, aferir esta estimativa. A mencionada aferição consiste em rodar o programa, analisar os resultados para as cargas fluidodinâmicas e comparar estes resultados com valores experimentais.

Após a realização de alguns testes foram escolhidos três valores para o número MB de painéis que discretizam a superfície do cilindro circular. Estes valores foram: 50, 100 e 300. A aferição para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb resultou nos seguintes valores:  $\sigma_0 = 0,0090$  para MB=50,  $\sigma_0 = 0,0032$  para MB=100 e  $\sigma_0 = 0,0010$  para MB=300. Estes valores para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb são assumidos como sendo os mesmos para o raio do núcleo das partículas de temperatura.

e) Espaçamento entre o cilindro circular e a parede vertical ( $g_{\min}$  ou g/d)

O espaçamento entre o cilindro circular e a parede vertical foi adotado como  $g_{\min} = 1,00$ . A escolha deste valor se justifica para que os efeitos de interferência possam ser analisados numa primeira investigação. Neste trabalho não são feitas outras variações para este parâmetro.

f) Temperatura na parede quente ( $T_w$ ) e temperatura fria ( $T_\infty$ )

Em todas as simulações numéricas realizadas neste trabalho com efeitos térmicos a temperatura na parede do cilindro circular é fixada em  $T_w = 303$  K. A temperatura inicial no fluido e a temperatura na parede vertical são fixadas em  $T_\infty = 283$  K. Portanto, a parede vertical é adiabática. A variação do número de Richardson nas simulações numéricas permite as análises sobre a influência da transferência de calor por convecção no comportamento fluidodinâmico do corpo.

Os parâmetros numéricos relacionados com a simulação numérica são:

a) Número total de painéis planos: (M)

A superfície do cilindro circular e a superfície da parede vertical são discretizada e representadas por um número total de M painéis planos. Em todos os casos analisados utilizam-se 300 painéis planos para a discretização da parede vertical, cujo comprimento é adotado como  $8 \times d$ . Os painéis que discretizam a superfície do cilindro circular são inscritos e

possuem comprimentos iguais. Conforme mencionado anteriormente, foram escolhidos três valores para o número MB de painéis que discretizam a superfície do cilindro circular, isto é, MB=50, MB=100 e MB=300. O tempo final de processamento torna-se bastante crítico na medida em que o número de painéis aumenta e o fenômeno da transferência de calor por convecção mista é simulado.

b) Incremento de tempo: ( $\Delta t$ )

O valor do incremento de tempo é fixado em conformidade com a precisão do esquema de avanço advectivo de primeira ordem de Euler utilizado. Este valor é estimado de acordo com a seguinte expressão, também, apresentada no trabalho de Mustto *et al.* (1998):

$$\Delta t = \frac{4k\pi}{MB} \quad (5.2)$$

onde  $0 \leq k \leq 1$  e MB é o número total de painéis que discretiza a superfície do cilindro circular.

Neste trabalho é adotado  $\Delta t = 0,05$  para o incremento de tempo em todas as simulações numéricas.

As simulações numéricas são realizadas com 1.000 ou com 1.500 avanços no tempo, resultando nos tempos adimensionais finais iguais a  $t = 1.000 \times 0,05 = 50$  e  $t = 1.500 \times 0,05 = 75$ , respectivamente. O caso  $t=75$  é escolhido para a realização de simulações numéricas onde o número de painéis  $MB < 300$  a partir da seção 5.3.

c) Posição de desprendimento das partículas nascentes: ( $\epsilon$ )

A posição de geração das partículas ( $\epsilon$ ) assume o mesmo valor numérico estimado para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb ( $\sigma_0$ ). Já foi mencionado anteriormente que este critério estabelece que uma partícula nascente sempre se posicione tangenciando o ponto de controle do painel plano a partir do qual ela é desprendida. Os valores adotados para  $\epsilon = \sigma_0$  consideram  $\sigma_0 = 0,0090$  para MB=50,  $\sigma_0 = 0,0032$  para MB=100 e  $\sigma_0 = 0,0010$  para MB=300.

## 5.2 – CILINDRO CIRCULAR SEM EFEITOS DE PAREDE PLANA E SEM TROCA DE CALOR

Na Tab. 5.1 é feita uma comparação entre os resultados numéricos obtidos para o coeficiente de arrasto de forma e para o número de Strouhal com os respectivos resultados experimentais de Blevins (1984) para  $MB=300$ . Os valores numéricos representam médias calculadas entre o intervalo de tempo adimensional  $t=15,30$  e  $t=43,05$ , como estão indicados na Fig. 5.1.

Tabela 5.1 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $MB=300$ )

$Re = 10^5$	$C_D$	$St_{EXP}$	$St_{FFT}^*$
Blevins (1984)	$1,20 \pm 10\%$	$0,19 \pm 10\%$	-
Presente Simulação	1,2551	-	0,2158

\* Valor obtido via Transformada Rápida de Fourier aplicada na curva da história temporal do coeficiente de sustentação  $C_L$ .

A comparação entre os resultados mostrados na Tab. 5.1 apresenta pequenas diferenças. O valor numérico do coeficiente de arrasto de forma apresenta o resultado um pouco acima do valor experimental, pois esta é uma característica esperada para simulações numéricas bidimensionais. A discretização da superfície do cilindro circular em  $MB=300$  painéis produz resultados muito satisfatórios. No entanto, o caso apresentado acima demorou 8 dias, 16 horas e 54 minutos. A configuração do processador é INTEL CORE I7 - 2.8GHZ (BOX) 8MB CACHE (i7-860), MB INTEL DH55TC, 8GB RAM DDR3 1333 MHZ.

Na Fig. 5.1 estão registradas as séries temporais dos coeficientes de forças para o escoamento ao redor do cilindro circular estacionário, sem efeitos de parede plana e sem troca de calor. Identifica-se claramente na Fig. 5.1 um transiente numérico que vai até o tempo adimensional de aproximadamente  $t=10,70$ . Após a passagem por este transiente numérico, o coeficiente de arrasto e o coeficiente de sustentação começam a oscilar periodicamente. Outra resposta gráfica importante para a aferição dos resultados numéricos mostra que para cada

período de oscilação do coeficiente de sustentação, há dois períodos de oscilação do coeficiente de arrasto. Isto se deve ao fato de que cada período de oscilação do coeficiente de arrasto implica no desprendimento de uma estrutura vorticosa ou no lado superior ou no lado inferior do cilindro. O coeficiente de sustentação, por outro lado, oscila uma vez para cada duas estruturas vorticosas contrarrotativas que alternadamente se desprendem da superfície do cilindro circular. Estas são características intrínsecas do comportamento fluidodinâmico do escoamento ao redor de um cilindro circular sem efeitos de parede plana, estacionário e que não troca calor com o meio fluido.

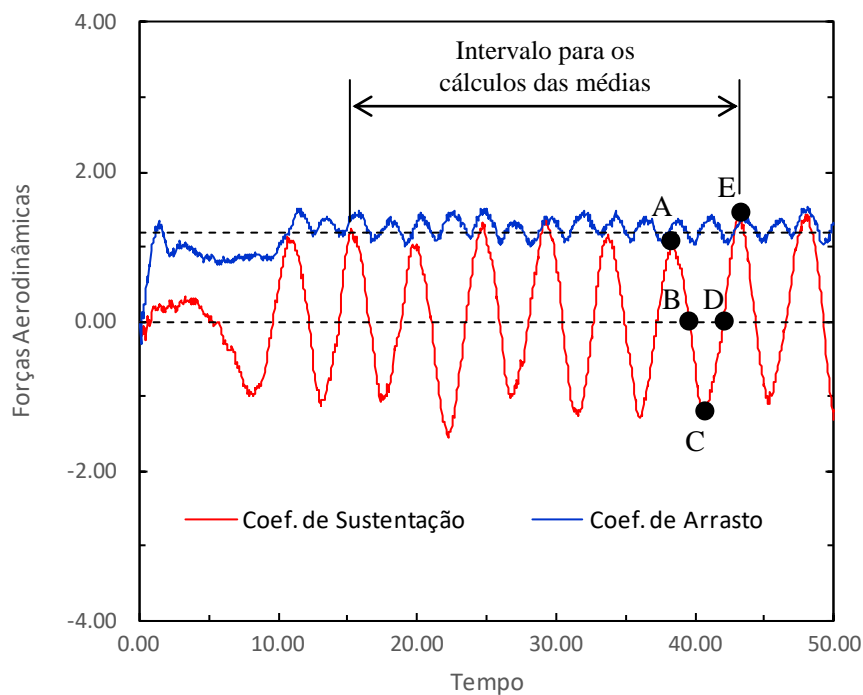


Figura 5.1 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $t=50$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,0010$ ,  $\text{Re}=10^5$ ,  $\text{MB}=300$ )

O procedimento utilizado para o cálculo do número de Strouhal, associado com a frequência de emissão de vórtices no caso do cilindro circular sem efeitos de parede plana e estacionário, é feito com o uso do recurso FFT do *software* OriginPro 2017 com a inclusão de todos os valores dos coeficientes de sustentação entre o intervalo definido pelo penúltimo pico superior disponível e os seis picos anteriores. Este procedimento é válido para os casos de aferição (simulações referentes ao item 5.2); veja a Fig. 5.1.

Os pontos indicados na Fig. 5.1 correspondem aos seguintes instantes de tempo: Ponto A ( $t=38,40$ ), Ponto B ( $t=39,65$ ), Ponto C ( $t=40,70$ ), Ponto D ( $t=42,10$ ) e Ponto E ( $t=43,05$ ). A

descrição do mecanismo de formação de vórtices a partir da superfície do cilindro circular sem efeitos de parede plana e estacionário é interpretada, a seguir, de acordo com a descrição fenomenológica de Gerrard (1966), e com o suporte dos pontos de A até E.

Para uma completa explicação do mecanismo de formação de vórtices a partir da superfície do cilindro circular considera-se o sentido de orientação do ângulo  $\theta$  correspondente à posição do ponto de controle de cada painel plano. Este ângulo indica a posição angular relativamente à superfície discretizada do corpo, onde o valor do coeficiente de pressão é calculado; veja a definição de  $\theta$  na Fig. 3.1.

Os pontos instantâneos indicados por A, B, C, D e E na Fig. 5.1 são os mesmos pontos que indicam as distribuições instantâneas do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular e que estão mostrados na Fig. 5.2. A curva identificada como  $C_{pM}$  na Fig. 5.2 representa a distribuição do coeficiente de pressão médio, que é calculado entre  $t=15,30$  e  $t=43,05$ .

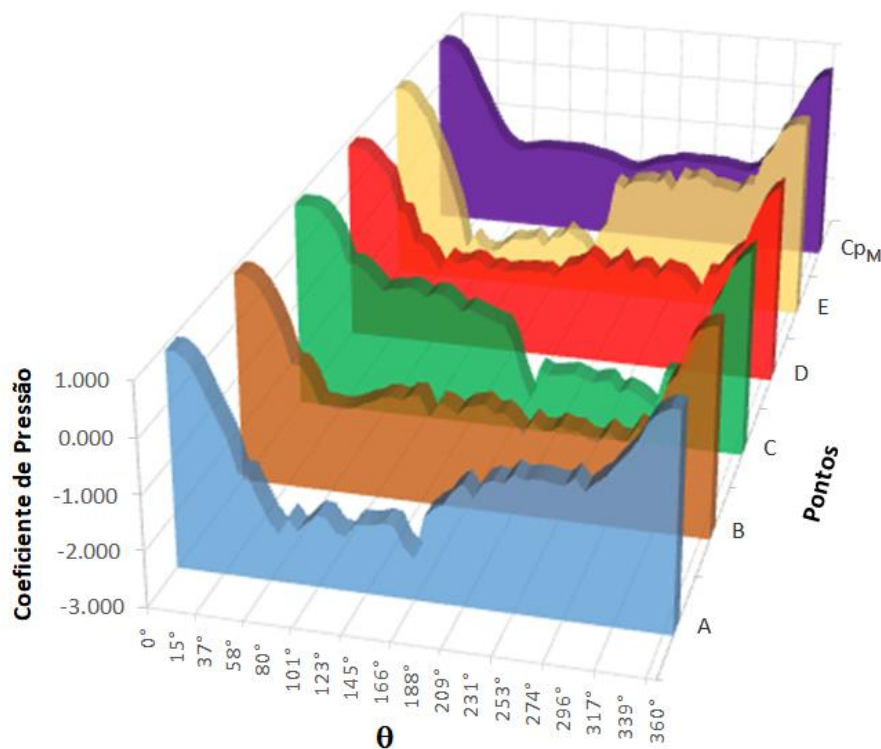


Figura 5.2 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0010$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=300$ )

Para o instante de tempo correspondente ao Ponto A observa-se que uma estrutura vorticosa horária se desprende na parte superior do cilindro circular (veja na Fig. 5.3a), onde atua uma força de sustentação máxima positiva e uma força de arrasto que ainda está aumentando, veja na Fig. 5.1. Este valor da força de arrasto irá aumentar até o instante em que a estrutura vorticosa horária começará a ser incorporada pela esteira viscosa (Ponto B).

Pode-se identificar na Fig. 5.2 uma zona de baixa pressão compreendida aproximadamente entre  $\theta=59^\circ$  e  $\theta=173^\circ$ . Neste mesmo instante de tempo da simulação numérica encontram-se distribuídos no domínio fluido 230.400 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa, como indicado na Fig. 5.4a.

No instante de tempo representado pelo Ponto B na Fig. 5.1 verifica-se a iminência de uma inversão no valor do coeficiente de sustentação, que passará de um valor positivo para um valor negativo. Esta inversão significa que a estrutura vorticosa horária despreendida da superfície do cilindro circular no Ponto A começa a ser incorporada pela esteira viscosa formada à jusante do corpo (veja a Fig. 5.3b). Identifica-se na Fig. 5.2 uma zona de baixa pressão aproximadamente constante e compreendida entre  $\theta=56^\circ$  e  $\theta=307^\circ$  para este instante de tempo da simulação numérica. Há no domínio 237.900 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa identificada na Fig. 5.4b.

O desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária na parte inferior do cilindro circular é explicado pelo Ponto C (veja a Fig. 5.3c). Nesta situação atua uma força de sustentação máxima negativa e uma força de arrasto que ainda está aumentando, como pode ser comprovado na Fig. 5.1. O valor de força de arrasto irá aumentar até o instante de tempo em que a estrutura vorticosa começará a ser incorporada pela esteira viscosa (no Ponto D). Identifica-se na Fig. 5.2 uma zona de baixa pressão compreendida entre  $\theta=184^\circ$  e  $\theta=313^\circ$ , aproximadamente. Há no domínio 244.200 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa identificada na Fig. 5.4c. Na Fig. 5.4c tem-se já configurada a formação da esteira de Von Kármán, onde os três primeiros pares de estruturas vorticosas contrarrotativas, unidos por folhas de vorticidade, definem a formação da esteira viscosa pulsante a jusante do cilindro circular.

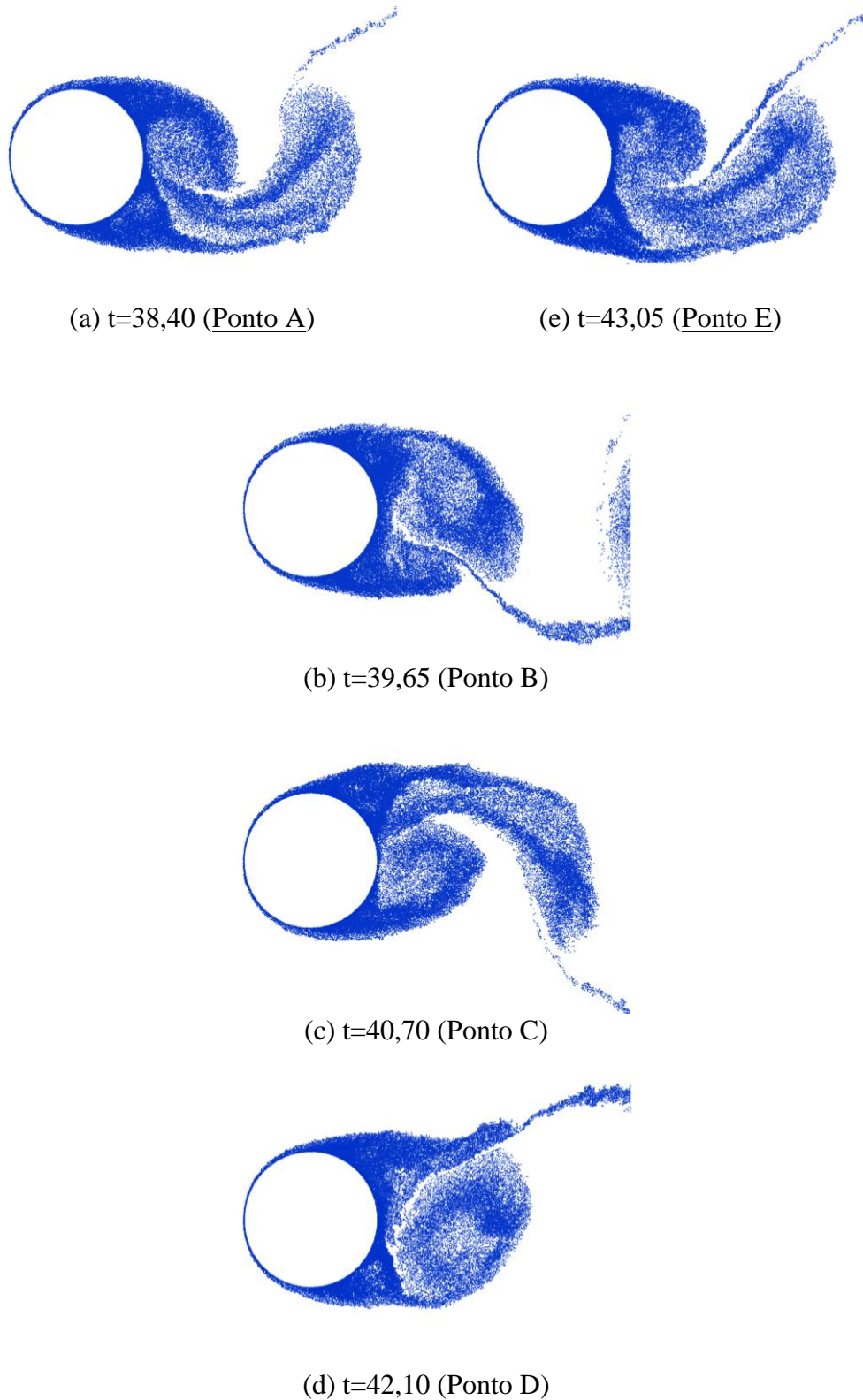
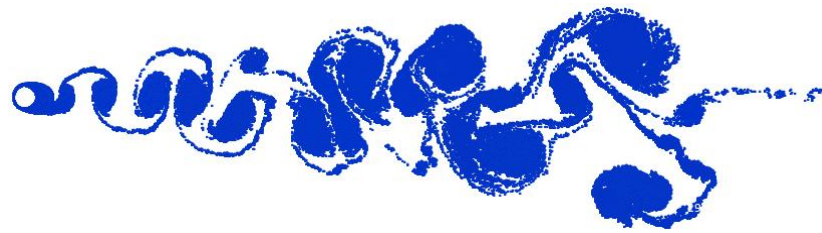
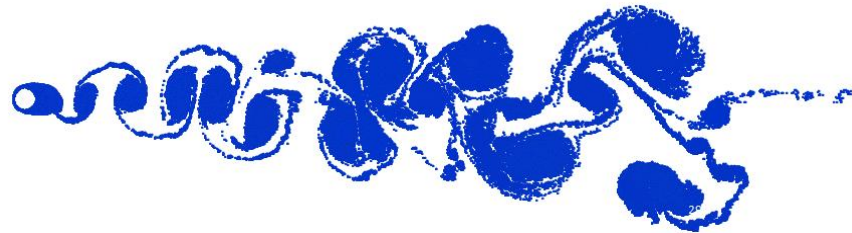


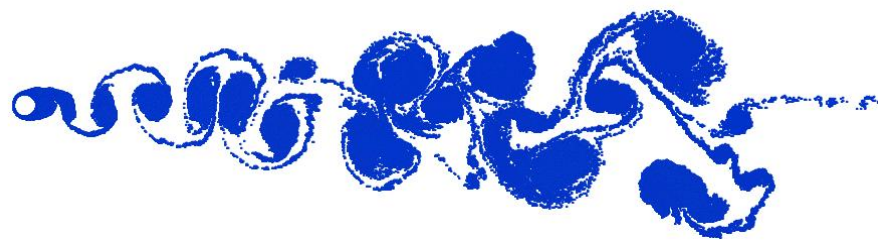
Figura 5.3 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas entre os instantes de tempo  $t=38,40$  e  $t=43,05$  ( $Re=10^5$ )



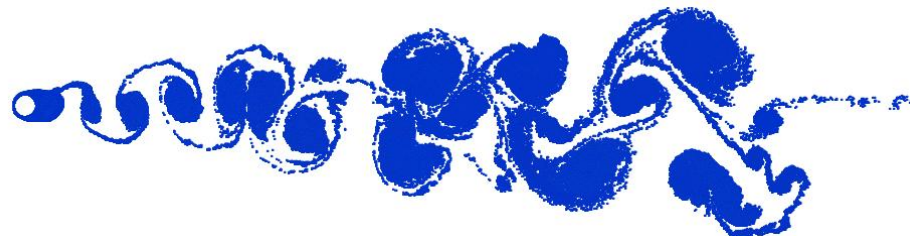
(a)  $t=38,40$  (Ponto A)



(b)  $t=39,65$  (Ponto B)



(c)  $t=40,70$  (Ponto C)



(d)  $t=42,10$  (Ponto D)



(e)  $t=43,05$  (Ponto E)

Figura 5.4 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán entre os instantes de tempo  $t=38,40$  e  $t=43,05$  ( $Re=10^5$ )

Para o instante de tempo identificado pelo Ponto D na Fig. 5.1 existe novamente a iminência de uma inversão no valor do coeficiente de sustentação, o qual passará desta vez de um valor negativo para um valor positivo. A inversão referida significa que a estrutura vorticosa anti-horária desprendida da superfície inferior do cilindro circular no Ponto C começa a ser incorporada pela esteira viscosa formada a jusante do corpo (veja a Fig. 5.3d). Verifica-se na Fig. 5.2 uma zona de baixa pressão compreendida entre  $\theta=61^\circ$  e  $\theta=308^\circ$  e aproximadamente constante. Neste instante de tempo encontram-se distribuídos no domínio fluido 252.600 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa (veja na Fig. 5.4d).

O Ponto E corresponde ao instante de tempo  $t=43,05$  e identifica-se na Fig. 5.1 uma força de sustentação máxima positiva e na Fig. 5.2 uma zona de baixa pressão compreendida, aproximadamente, entre  $\theta=57^\circ$  e  $\theta=176^\circ$ . Este instante de tempo tem a mesma interpretação física do instante de tempo correspondente ao Ponto A, isto é, ele indica que uma estrutura vorticosa horária se desprende na parte superior do cilindro como indica a Fig. 5.3e. Neste instante de tempo encontram-se distribuídos no domínio fluido 258.300 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa apresentada na Fig. 5.4e.

Desta maneira, um período de oscilação do coeficiente de sustentação, iniciado em  $t=38,40$ , se completa no instante de tempo  $t=43,05$ . Durante este período a frequência de emissão de vórtices é igual a  $St=0,2158$ , validando mais uma vez os resultados para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor. O número de Strouhal é, em geral, insensível aos efeitos tridimensionais.

A posição final (para  $t=50$ ) da esteira viscosa formada pela superposição de vórtices discretos de Lamb, gerados a partir da superfície discretizada do cilindro circular, está apresentada na Fig. 5.5.

Na Fig. 5.2 o valor médio estimado para o ângulo de separação da camada limite é  $\theta=76,2^\circ$ . O resultado experimental apresentado por Son & Hanratty (1969) é  $\theta=78^\circ$  e o valor experimental apresentado por Blevins (1984) é  $\theta=82^\circ$ . Conclui-se que há uma boa concordância entre o valor numérico obtido e os dois valores experimentais da literatura.

Portanto, considera-se que o código computacional está aferido e apropriado para a realização da simulação numérica do escoamento viscoso ao redor de um corpo rombudo.



Figura 5.5 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50$  do caso do cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $MB=300$ ,  $NV=300.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0010$ ,  $Re=10^5$ )

Todavia, ainda nesta etapa de análise dos resultados numéricos, é investigada a influência do número de painéis planos que discretizam a superfície do cilindro circular sobre os resultados numéricos anteriores. Os dois casos escolhidos foram  $MB=50$  e  $MB=100$ . A necessidade da redução do número de painéis planos se justifica pelo elevado tempo final de processamento, especialmente quando a nuvem de partículas de temperatura for incorporada ao domínio fluido para a investigação dos efeitos de transferência de calor por convecção mista.

A Tab. 5.2 apresenta a comparação entre os resultados numéricos obtidos para o coeficiente de arrasto e para o número de Strouhal com os respectivos resultados experimentais de Blevins (1984). Os valores numéricos representam médias calculadas usando o mesmo critério explicado anteriormente para o caso  $MB=300$ . Nesta comparação incluem-se, também, os resultados numéricos anteriores para  $MB=300$ .

Tabela 5.2 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor para diferentes números de painéis

$Re = 10^5$	$C_D$	$St_{EXP}$	$St_{FFT}^*$
Blevins (1984)	$1,20 \pm 10\%$	$0,19 \pm 10\%$	-
Presente Simulação para $MB=50$	1,3971	-	0,2335
Presente Simulação para $MB=100$	1,3554	-	0,2243
Presente Simulação para $MB=300$	1,2551	-	0,2158

\* Valor obtido via Transformada Rápida de Fourier aplicada à curva da história temporal do coeficiente de sustentação,  $C_L$ .

Conclui-se que os resultados tendem a se aproximar mais dos valores experimentais à medida que se discretiza o corpo em um número maior de painéis planos, conforme já era esperado. A mesma conclusão pode ser evidenciada ao se analisar os pontos de separação da camada limite, conforme resumo apresentado na Tab. 5.3.

As mesmas análises feitas referentes ao caso MB=300, relativas ao comportamento das séries temporais e, também, as distribuições instantâneas do coeficiente de pressão são válidas para os casos MB=50 e MB=100, como pode ser observado da Fig. 5.6 até a Fig. 5.9.

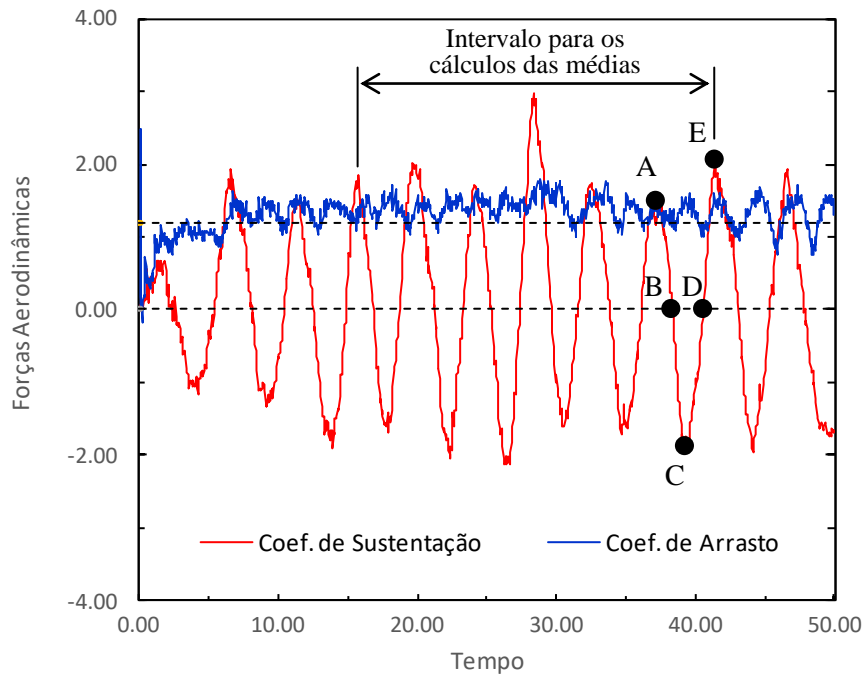


Figura 5.6 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $t=50$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,0090$ ,  $Re=10^5$ , MB=50)

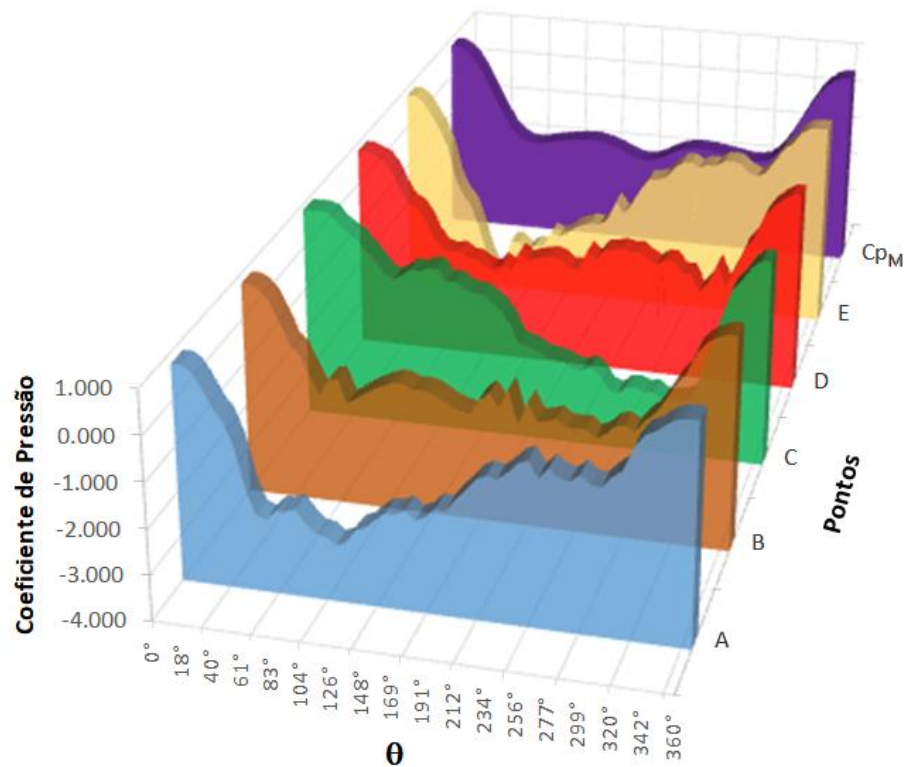


Figura 5.7 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0090$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=50$ )

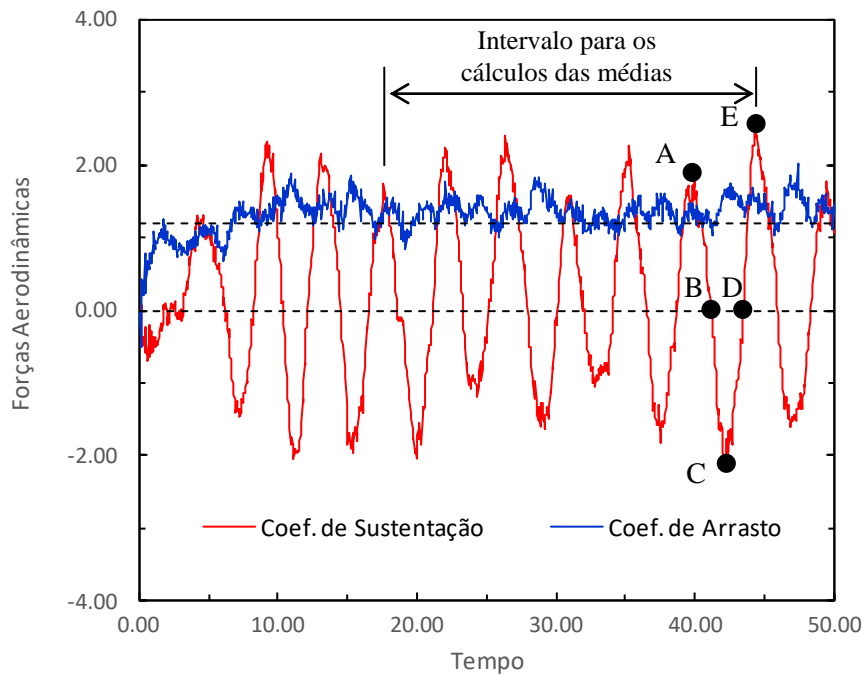


Figura 5.8 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $t=50$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

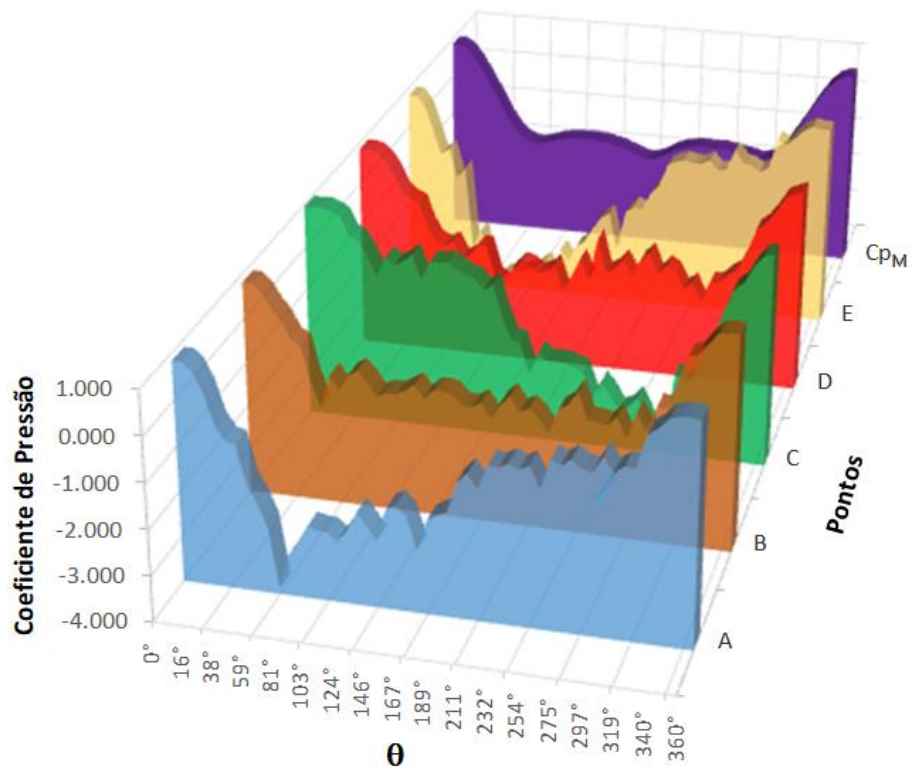


Figura 5.9 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor ( $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

Tabela 5.3 – Comparação dos valores do ângulo aproximado de separação da camada limite com os resultados experimentais para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor

$Re = 10^5$	$\theta_{SEP}$ aproximado
Experimental (Son & Hanratty, 1969)	78°
Experimental (Blevins, 1984)	82°
Presente Simulação para $MB=50$	90,0°
Presente Simulação para $MB=100$	81,0°
Presente Simulação para $MB=300$	76,2°

Apesar de se verificar uma melhora quantitativa nos resultados numéricos, a utilização de um número maior de painéis planos implica em um aumento significativo do tempo final de processamento, conforme apresentado na Tab. 5.4.

Tabela 5.4 – Comparação dos tempos finais de processamento para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor

$Re = 10^5$	Tempo final de processamento*
Presente Simulação para MB=50	00d 08h 09min
Presente Simulação para MB=100	01d 02h 23min
Presente Simulação para MB=300	08d 16h 54min

\*d: dias; h: horas; min: minutos

Nas Fig. 5.10 e Fig. 5.11 estão apresentadas as estruturas das esteiras para os últimos instantes de tempo simulados, referentes aos casos MB=50 e MB=100, respectivamente. Verifica-se que uma menor quantidade de vórtices discretos presentes nas nuvens, em relação ao caso MB=300 (Fig. 5.5), o que implica em uma discretização menos refinada do campo de vorticidades.



Figura 5.10 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50$  do caso do cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor (MB=50, NV=50.000,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0090$ ,  $Re=10^5$ )

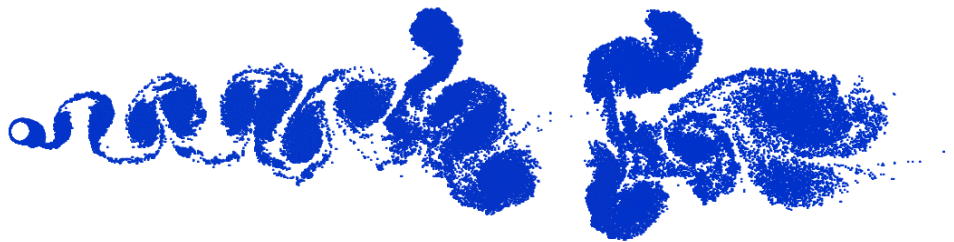


Figura 5.11 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50$  do caso do cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor (MB=100, NV=100.000,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ )

Desta maneira, são adotados 100 painéis planos de comprimentos iguais para representar a superfície discretizada do corpo. Esta situação apresenta resultados numéricos satisfatórios para as diferentes grandezas de interesse e não compromete a capacidade de processamento dos computadores disponíveis para as simulações numéricas. Portanto, para as próximas seções escolhe-se  $MB=100$  para a discretização da superfície do cilindro circular e  $t=75$  (1.500 avanços de tempo). Os parâmetros numéricos das simulações referentes ao fenômeno físico e aqueles referentes ao método numérico desta seção são os mesmos utilizados para a apresentação dos resultados das próximas Seções.

### **5.3 – CILINDRO CIRCULAR SEM EFEITOS DE PAREDE PLANA E COM TROCA DE CALOR**

Verifica-se na Fig. 5.12 a influência do número de Richardson na distribuição média do coeficiente de pressão e a comparação destes resultados com o resultado experimental (Blevins, 1984, sem troca de calor). Os valores médios apresentados na Fig. 5.12 para as distribuições dos coeficientes de pressão instantâneos foram calculados entre o penúltimo pico das séries temporais disponíveis e os nove picos anteriores; veja o exemplo ilustrativo na Fig. 5.13. Estes mesmos intervalos foram utilizados para os cálculos dos valores médios do coeficiente de pressão, do coeficiente de arrasto, do coeficiente de sustentação e do número de Strouhal. Para todos os resultados numéricos das seções seguintes são, também, adotados este mesmo critério.

Na Tab. 5.5 apresentam-se as estimativas para os valores médios dos ângulos de separação das camadas limite através das curvas mostradas na Fig. 5.12. Os resultados numéricos mostrados na Tab. 5.5 indicam que a posição do ângulo de separação muda com o gradiente de temperaturas na camada limite para o caso do cilindro circular estacionário e sem efeitos de parede plana. O aumento do número de Richardson provocou um aumento no ângulo de separação para  $Ri \geq 0,01$ .

A seguir, para analisar a influência dos efeitos térmicos na aerodinâmica do cilindro circular, escolhe-se um dos casos simulados para o número de Richardson, isto é,  $Ri=0,10$ .

Na Tab. 5.6 é feita a comparação entre os valores numéricos e experimentais (Blevins, 1984) para o coeficiente de arrasto e para o número de Strouhal. Os resultados experimentais não consideram troca de calor entre o corpo e o meio fluido. O critério para a seleção do

intervalo para o cálculo do coeficiente de arrasto médio e para o cálculo do número de Strouhal médio já foi explicado no início desta seção.

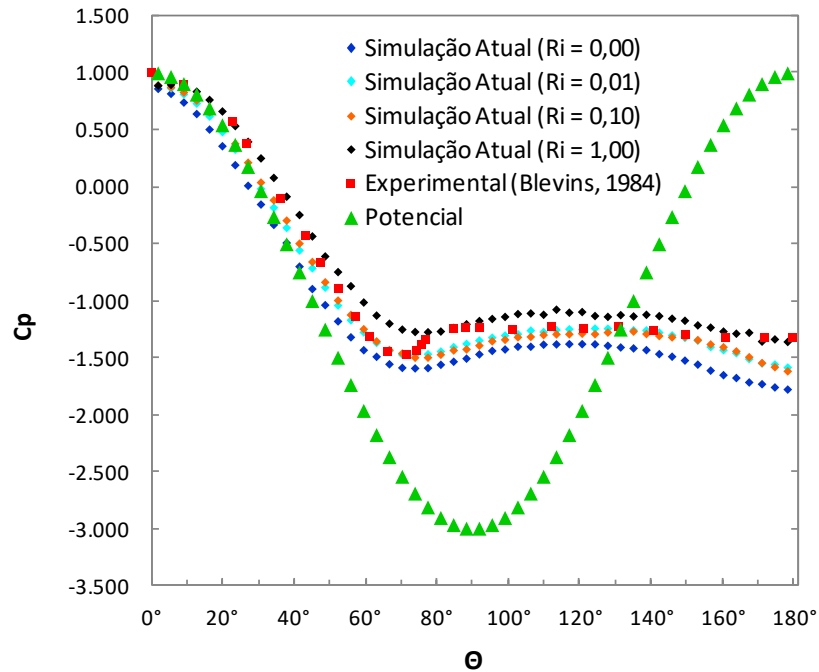


Figura 5.12 – Distribuição média do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

Tabela 5.5 – Comparação dos ângulos aproximados de separação da camada limite para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor

$Re = 10^5$	$\theta_{SEP}$ aproximado
Experimental (Son & Hanratty, 1969)	78°
Experimental (Blevins, 1984)	82°
Presente Simulação para $Ri=0,00$	85°
Presente Simulação para $Ri=0,01$	88°
Presente Simulação para $Ri=0,10$	90°
Presente Simulação para $Ri=1,00$	92°

Os pontos instantâneos A, B, C, D e E da Fig. 5.13 possuem as representações das distribuições instantâneas do coeficiente de pressão na Fig. 5.14. A curva da distribuição do coeficiente de pressão médio para o intervalo mostrado na Fig. 5.13 está, também, apresentada na Fig. 5.14.

Tabela 5.6 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e sem troca de calor (MB=100)

$Re = 10^5$	$C_D$	$St_{EXP}$	$St_{FFT}^*$
Blevins (1984)	$1,20 \pm 10\%$	$0,19 \pm 10\%$	-
Presente Simulação (Ri=0,00; 1000 avanços)	1,3554	-	0,2243
Presente Simulação (Ri=0,00; 1500 avanços)	1,3618	-	0,2236
Presente Simulação (Ri=0,10)	1,2649	-	0,2187

\* Valor obtido via Transformada Rápida de Fourier aplicada à curva da história temporal do coeficiente de sustentação,  $C_L$ .

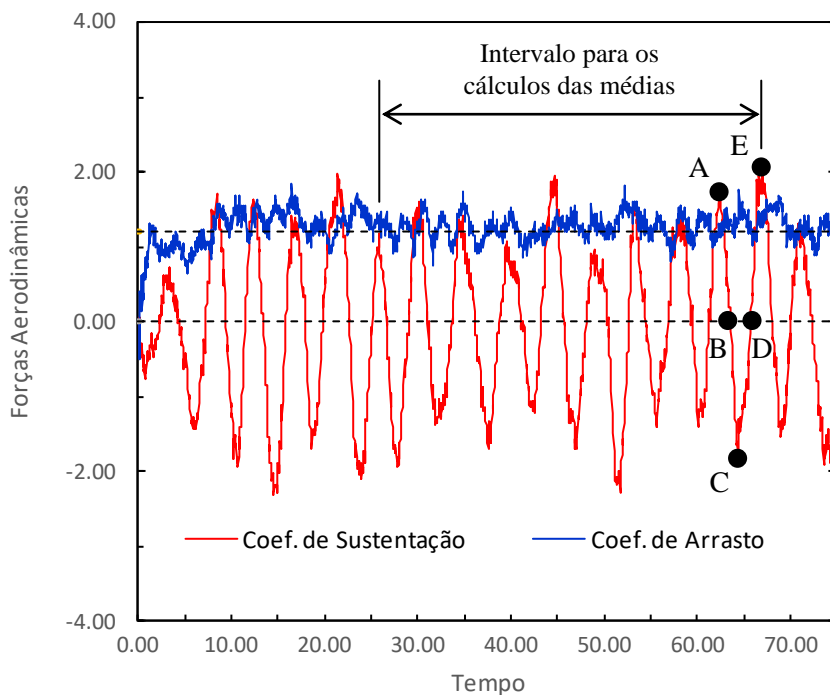


Figura 5.13 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor (Ri=0,10;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ , MB=100)

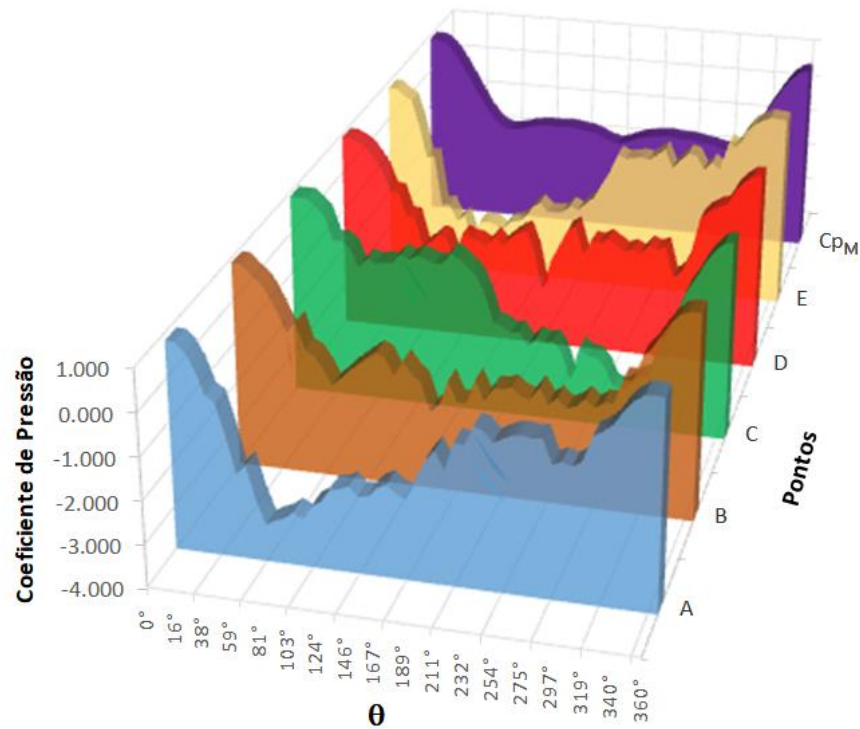


Figura 5.14 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=0,10$ ;  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

A sequência de eventos referentes ao desprendimento alternado de estruturas vorticosas contrarrotativas apresentada na Fig. 5.15 é equivalente ao que foi detalhado na seção 5.2 e apresentado na Fig. 5.3. Os pontos identificados na Fig. 5.13 estão relacionados aos seguintes instantes de tempo: Ponto A ( $t=62,40$ ), Ponto B ( $t=63,60$ ), Ponto C ( $t=64,35$ ), Ponto D ( $t=65,75$ ) e Ponto E ( $t=67,00$ ).

No instante de tempo relativo ao Ponto A, tem-se um pico positivo do coeficiente de sustentação, conforme Fig. 5.13, e o desprendimento de uma estrutura vorticosa horária na parte superior do corpo é identificado na Fig. 5.15a. Os valores do coeficiente de pressão mínimos estão entre o intervalo  $\theta=66,6^\circ$  e  $\theta=171,0^\circ$  (Fig. 5.14). Encontram-se 124.800 vórtices discretos e 124.800 partículas de temperatura distribuídos no domínio fluido neste instante de tempo; veja na Fig. 5.16a a posição da nuvem de vórtices discretos.

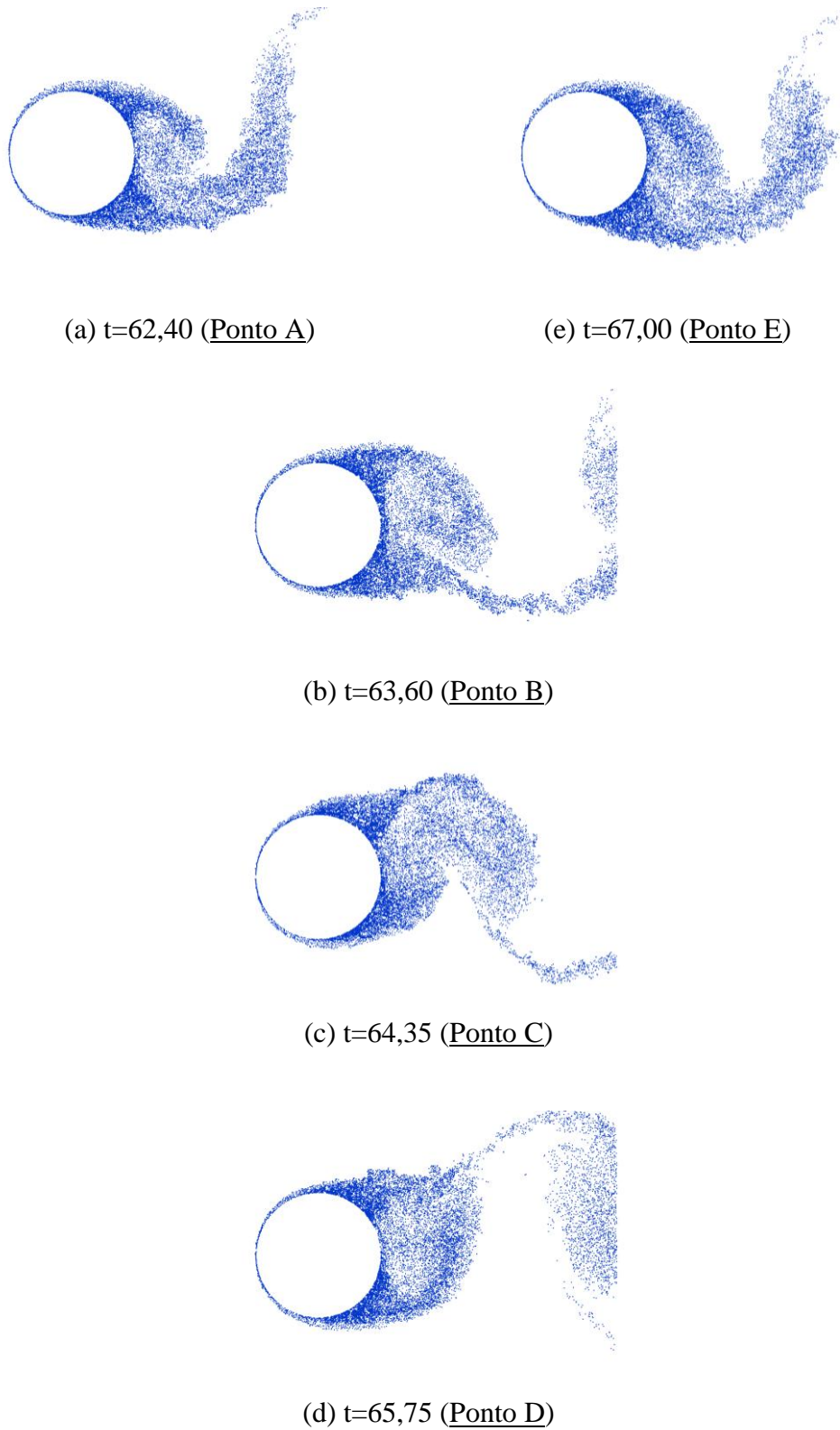


Figura 5.15 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas entre os instantes de tempo  $t=62,40$  a  $t=67,00$  ( $Ri=0,10$ ;  $Re=10^5$ )

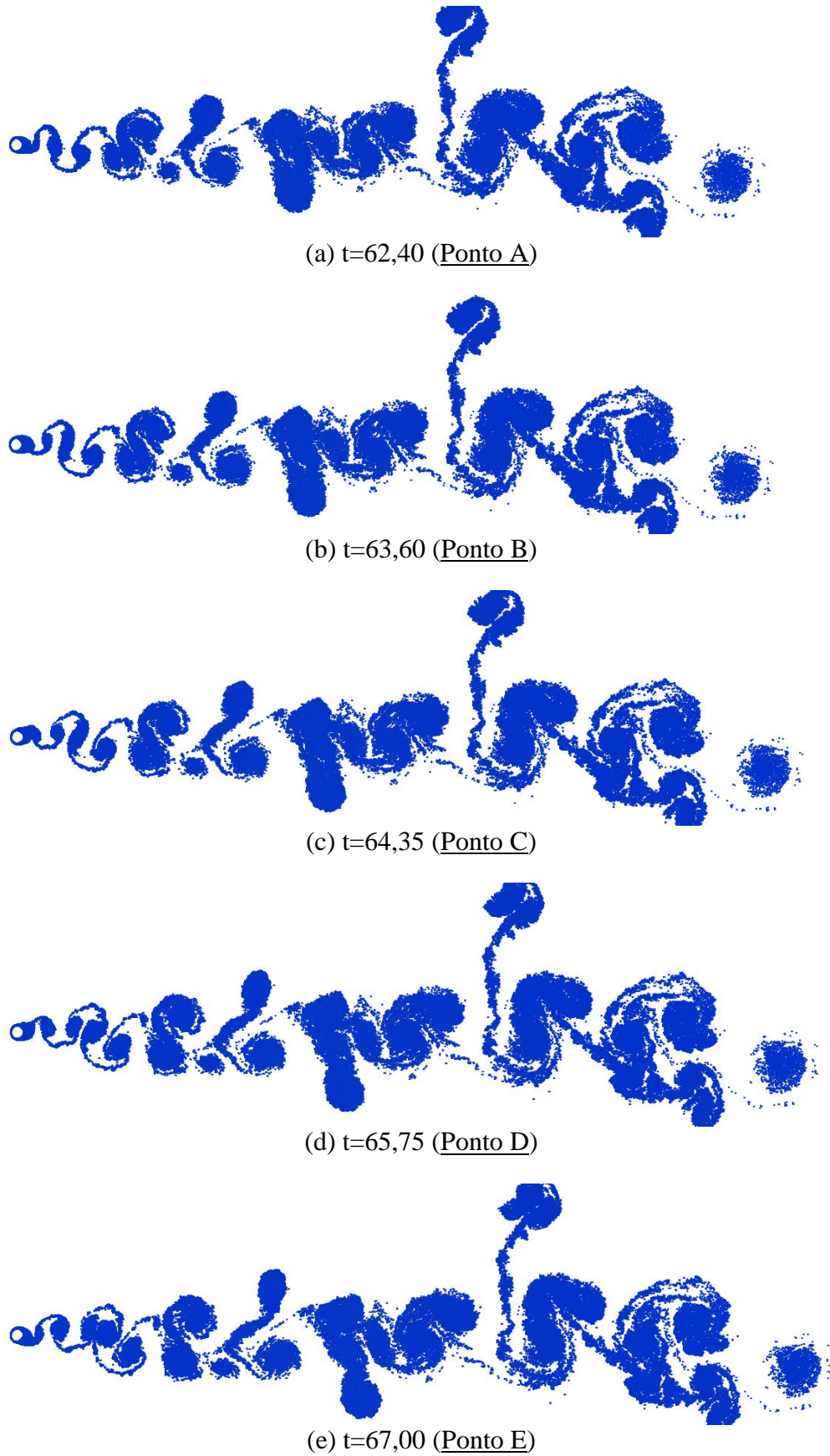


Figura 5.16 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán entre os instantes de tempo  $t=62,40$  e  $t=67,00$  ( $Ri=0,10$ ;  $Re=10^5$ )

Para o instante de tempo correspondente ao Ponto B, tem-se um valor próximo de zero do coeficiente de sustentação, e a estrutura vorticosa horária se incorpora na esteira (Fig. 5.15b). Os valores do coeficiente de pressão mínimos estão entre o intervalo  $\theta=73,8^\circ$  e  $\theta=297,0^\circ$  conforme Fig. 5.14. Há 127.200 vórtices discretos e 127.200 partículas de temperatura presentes no domínio fluido neste instante de tempo, veja na Fig. 5.16b a posição da nuvem de vórtices discretos.

Quando se atinge o Ponto C, o valor do coeficiente de sustentação alcança o valor mínimo do período, e o desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária na parte inferior do corpo é identificado na Fig. 5.15c. O coeficiente de pressão resulta em valores mínimos no intervalo entre  $\theta=171,0^\circ$  e  $\theta=297,0^\circ$ , de acordo com a Fig. 5.14. Encontram-se 128.700 vórtices discretos e 128.700 partículas de temperatura distribuídos no domínio fluido neste instante de tempo; veja na Fig. 5.16c a posição da nuvem de vórtices discretos.

Assim como no Ponto B, para o instante correspondente ao Ponto D, tem-se um valor próximo de zero do coeficiente de sustentação, e observa-se a incorporação na esteira da estrutura vorticosa anti-horária (Fig. 5.15d). Os valores do coeficiente de pressão são mínimos no intervalo entre  $\theta=66,6^\circ$  e  $\theta=300,6^\circ$ , conforme Fig. 5.14. Estão presentes no domínio fluido 131.500 vórtices discretos e 131.500 partículas de temperatura neste instante de tempo; veja na Fig. 5.16d a posição da nuvem de vórtices discretos.

Novamente, ao completar um período, no instante de tempo relativo ao Ponto E, tem-se um pico positivo do coeficiente de sustentação e o desprendimento de uma nova estrutura vorticosa horária na parte superior do corpo (Fig. 5.15e). Pela Fig. 5.15 nota-se a similaridade desta estrutura com aquela desprendida no Ponto A (Fig. 5.15a). Os valores do coeficiente de pressão mínimos estão entre  $\theta=55,8^\circ$  e  $\theta=192,6^\circ$ , conforme a Fig. 5.14. Encontram-se distribuídos no domínio fluido 134.000 vórtices discretos e 134.000 partículas de temperatura neste instante de tempo, veja na Fig. 5.16e a localização dos vórtices discretos.

A posição da esteira de vórtices discretos de Lamb para o último instante de tempo da simulação numérica ( $t=75$ ) usando  $Ri=0,10$  está apresentada na Fig. 5.17. A presente simulação demorou 13d 04h e 39min usando a configuração disponível no laboratório.

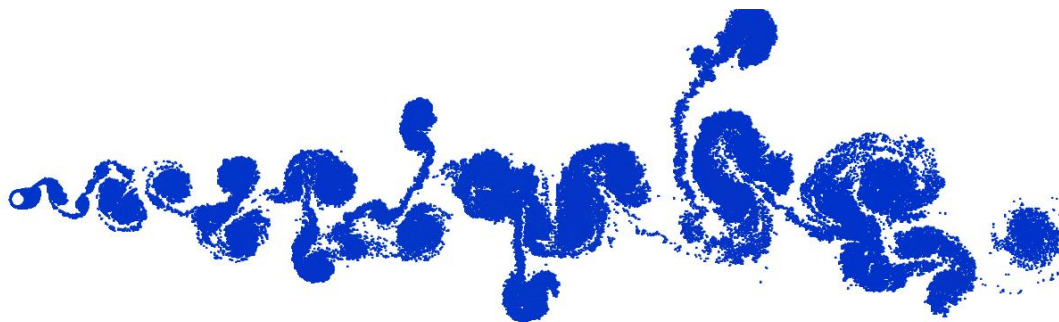


Figura 5.17 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=75$  do caso do cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=0,10$ ;  $MB=100$ ,  $NV=150.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ )

Conclui-se que a frequência de desprendimento de vórtices muda suavemente com o gradiente de temperaturas presente na camada limite. Portanto, quando o número de Richardson  $Ri \leq 0,1$ , o mecanismo de desprendimento de vórtices é similar ao caso do cilindro de parede fria (seção 5.2). Ou seja, o aumento do número de Richardson provocou uma redução pouco acentuada nos valores médios do coeficiente de arrasto e da frequência de emissão de vórtices. Uma análise visual da Fig. 5.17 mostra que, para valores pequenos do número de Richardson, o calor induziu deflexões nas estruturas vorticosas presentes na esteira viscosa, quando comparadas com as estruturas vorticosas mostradas na Fig. 5.11 ( $Ri=0,00$ ). Outros detalhes se encontram na seção 5.6.

A Tab. 5.7 apresenta a comparação dos valores numéricos do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal com os resultados experimentais de Blevins (1984) para diferentes valores do número de Richardson. Vale lembrar, novamente, que os resultados experimentais não consideram troca de calor entre o corpo e o meio fluido.

Tabela 5.7 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor para diferentes números de Richardson

$Re = 10^5$	$C_D$	$St_{EXP}$	$St_{FFT}^*$
Blevins (1984) para $Ri=0,00$	$1,20 \pm 10\%$	$0,19 \pm 10\%$	-
Presente Simulação para $Ri=0,00$	1,3618	-	0,2236
Presente Simulação para $Ri=0,01$	1,2413	-	0,2171
Presente Simulação para $Ri=0,10$	1,2649	-	0,2187
Presente Simulação para $Ri=1,00$	1,1680	-	0,2009

\* Valor obtido via Transformada Rápida de Fourier aplicada na curva da história temporal do coeficiente de sustentação  $C_L$ .

Conclui-se que para  $Ri=1,00$  ocorreu uma queda mais acentuada no valor médio do coeficiente de arrasto. No entanto, a frequência de emissão de vórtices se mantém no padrão de desprendimento de vórtices alternados (padrão típico de Kármán) com efeitos mais pronunciados de indução de deflexão nas estruturas vorticosas (seção 5.6). O aumento no valor do ângulo de separação da camada limite está coerente com a queda no valor do coeficiente de arrasto. O comportamento das forças fluidodinâmicas e das distribuições instantâneas do coeficiente de pressão apresentados para os casos de  $Ri=0,01$  e  $Ri=1,00$  podem ser encontrados nas Fig. 5.18, Fig. 5.19, Fig. 5.20 e Fig. 5.21, respectivamente.

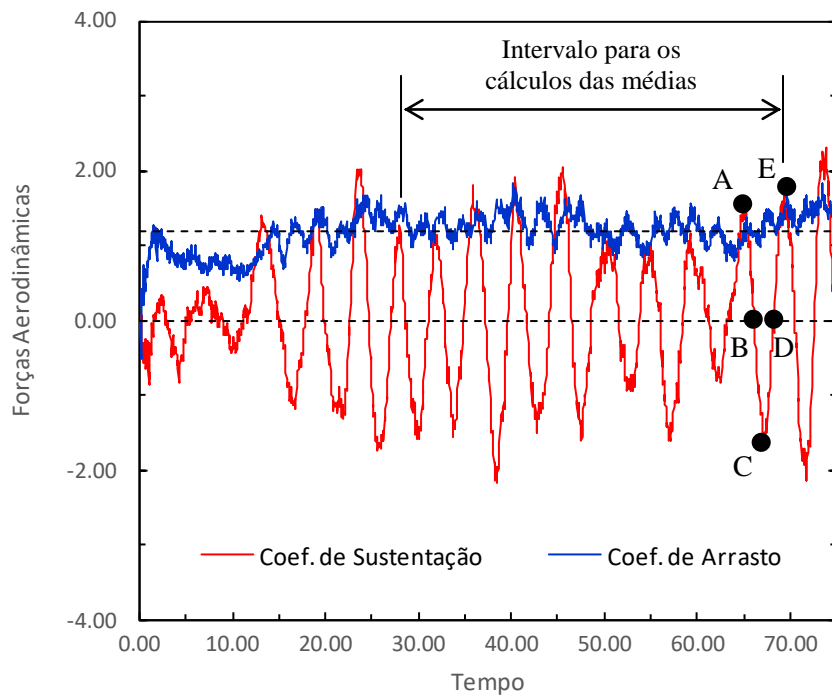


Figura 5.18 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=0,01$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

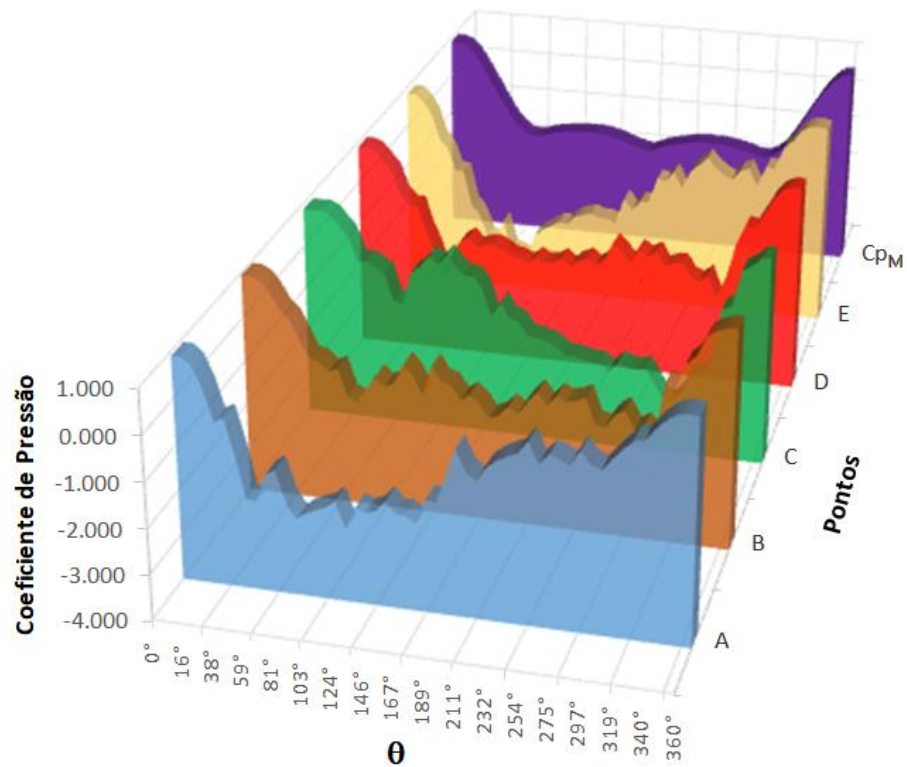


Figura 5.19 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=0,01$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

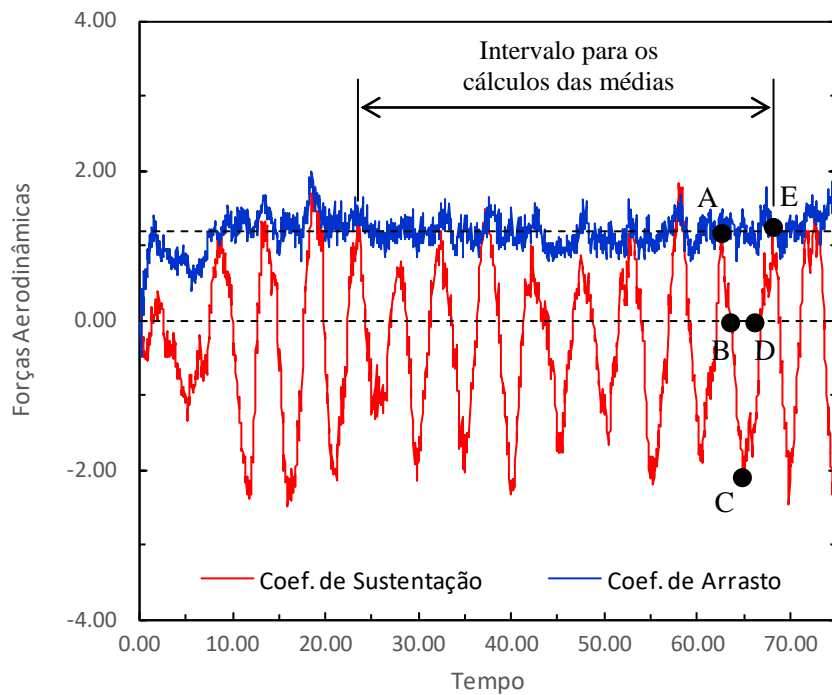


Figura 5.20 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=1,00$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

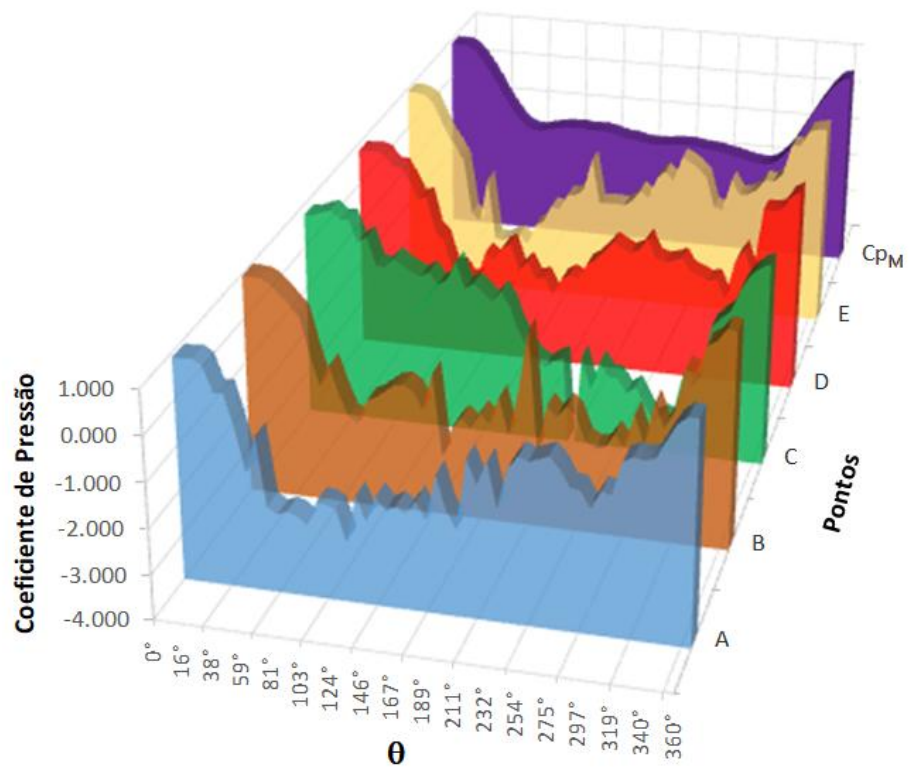


Figura 5.21 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular sem efeitos de parede plana e com troca de calor ( $Ri=1,00$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

## 5.4 – CILINDRO COM EFEITO DE PAREDE PLANA E SEM TROCA DE CALOR

Para a configuração do cilindro circular com efeito de parede plana frontal é inicialmente apresentado o caso do escoamento incidente horizontal ( $U_\infty = 1$  e  $V_\infty = 0$ , veja a Fig. 3.1) e  $g_{\min}=1,0$ . Observam-se grandes variações no coeficiente de sustentação, no qual se atinge pico positivo de 39,33 e pico negativo de 41,87. Estas variações estão mostradas nas séries temporais da Fig. 5.22.

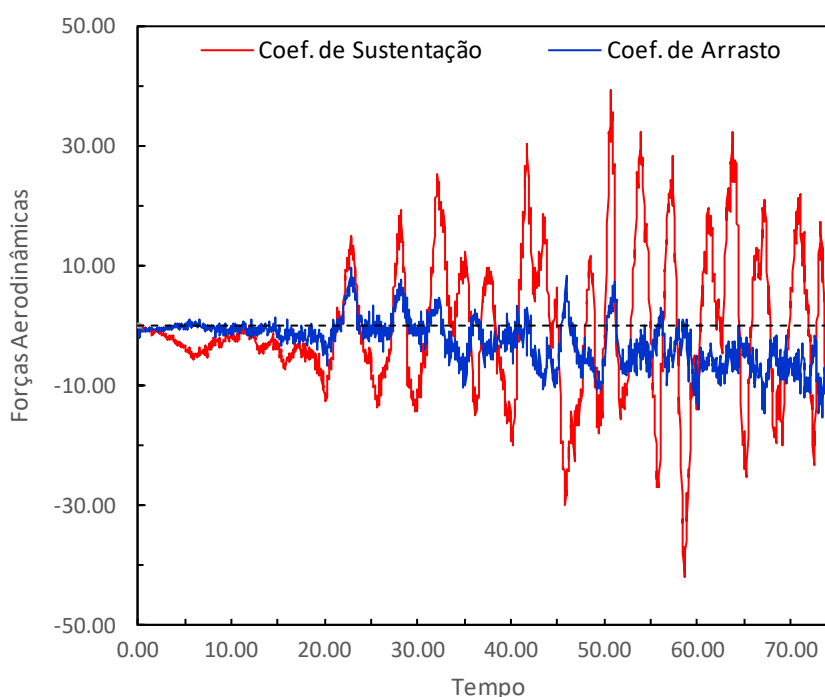


Figura 5.22 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular com efeito de parede plana e sem troca de calor ( $U_\infty=1$ ;  $V_\infty=0$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

Na Fig. 5.23 é apresentada a posição da esteira de vórtices discretos de Lamb correspondente ao instante de tempo  $t=50,75$ , caso em que o coeficiente de sustentação é máximo. Conclui-se que o presente resultado indica que o código computacional desenvolvido se encontra sensível aos efeitos de uma parede frontal. A sensibilidade da influência de uma parede frontal é muito importante para a análise futura de diferentes configurações onde, por exemplo, o corpo aquecido pode se encontrar confinado entre duas paredes laterais.



Figura 5.23 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=50,75$  do caso do cilindro circular com efeito de parede plana e sem troca de calor ( $U_\infty = 1$ ;  $V_\infty = 0$ ;  $MB=100$ ,  $NV=101.500$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ )

A configuração do cilindro circular com efeito de parede plana frontal e com escoamento incidente vertical ( $U_\infty = 0$  e  $V_\infty = 1$ ) é equivalente ao estudo já apresentado por Bimbato (2012), no qual se desenvolveu uma análise mais completa do efeito de uma parede horizontal com variação da distância entre o corpo e a parede, incluindo-se comparações com resultados experimentais de Nishino (2007); veja a seção 2.3. Resultados numéricos similares àqueles de Bimbato (2012) foram obtidos para o caso em análise nesta seção, em que a distância da parede ao corpo é  $g_{min}=1,0$ . Resumidamente, a Fig. 5.24 apresenta a história temporal do coeficiente de arrasto e do coeficiente de sustentação. A Fig. 5.25 mostra a distribuição instantânea do coeficiente de pressão e a Fig. 5.26 apresenta a posição da esteira de vórtices no último instante de tempo da simulação numérica.

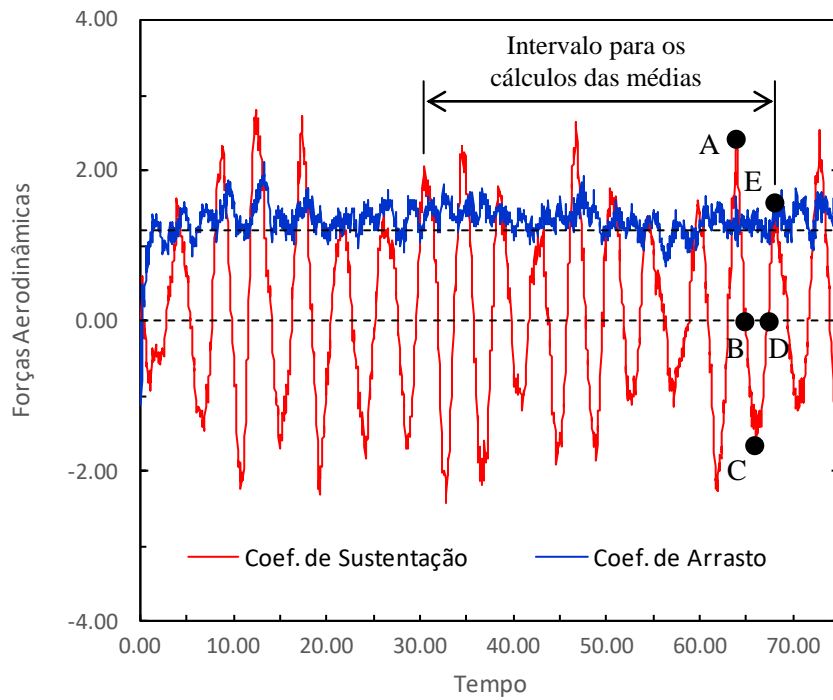


Figura 5.24 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular com efeito de parede plana e sem troca de calor ( $U_\infty=0$ ;  $V_\infty=1$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

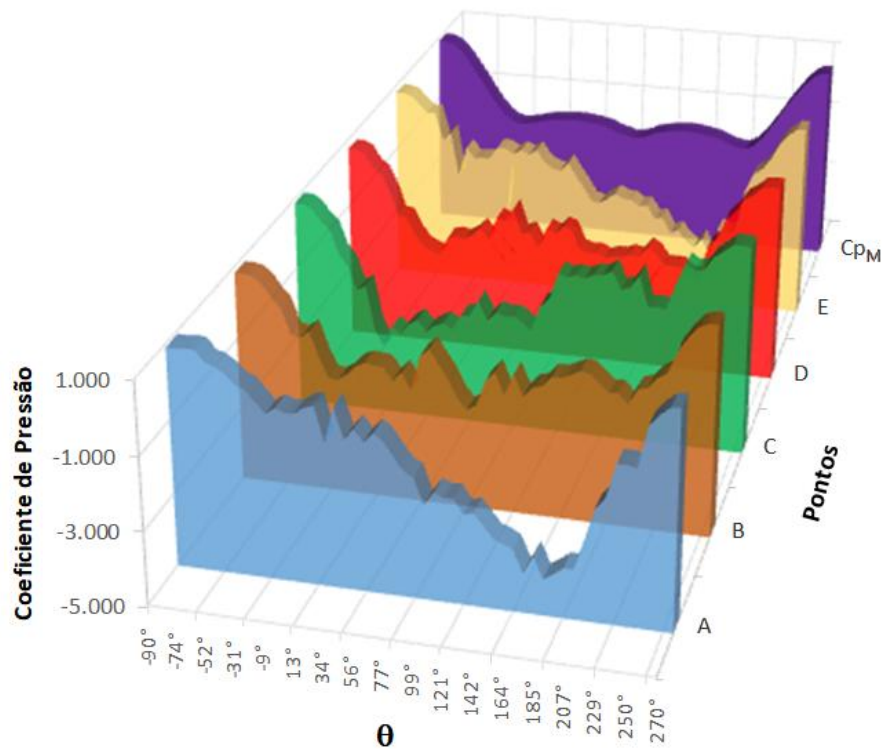


Figura 5.25 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular com efeito de parede plana e sem troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )



Figura 5.26 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=75$  do caso do cilindro circular com efeito de parede plana e sem troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $MB=100$ ,  $NV=150.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ )

## 5.5 – CILINDRO COM EFEITO DE PAREDE PLANA E COM TROCA DE CALOR

Na Fig. 5.12 foi apresentada a influência do número de Richardson na distribuição média do coeficiente de pressão para o caso do cilindro circular estacionário e sem efeitos de parede plana. De maneira análoga, a Fig. 5.27 apresenta a influência do número de Richardson na distribuição média do coeficiente de pressão médio considerando-se o efeito da parede frontal para  $g_{\min}=1,0$  e a presença do escoamento incidente ascendente ( $U_\infty=0$  e  $V_\infty=1$ ). Os resultados são comparados com o caso experimental de Blevins (1984) para  $g_{\min}\approx\infty$  e sem troca de calor entre o corpo e o meio fluido. Na Tab. 5.8 é estimado o valor médio da posição do ângulo do ponto de separação,  $\theta$ , através das curvas da Fig. 5.27. É necessário notar que, para fins de comparação com o resultado experimental,

foi necessário apresentar a curva experimental defasada de  $-90^\circ$ , pois somente assim é possível comparar o coeficiente de pressão para cada ângulo  $\theta$ , uma vez que o escoamento incidente foi deslocado de  $-90^\circ$  em relação ao resultado experimental ( $U_\infty=1$  e  $V_\infty=0$ ). A solução potencial apresentada na Fig. 5.27 segue a mesma orientação do escoamento incidente experimental.

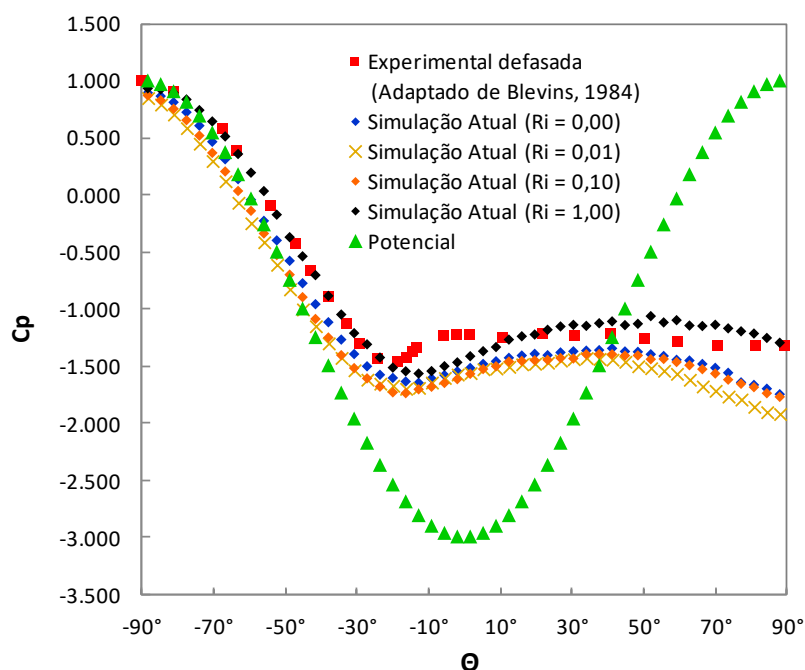


Figura 5.27 – Distribuição média do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\text{eps}=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

Tabela 5.8 – Comparação dos ângulos aproximados de separação da camada limite para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor

$Re = 10^5$	$\theta_{SEP}$ aproximado
Son & Hanratty (1969) para $g_{min} \approx \infty$ e $Ri=0,00$	$-12^\circ$
Blevins (1984) para $g_{min} \approx \infty$ e $Ri=0,00$	$-8^\circ$
Presente Simulação para $g_{min}=1,00$ e $Ri=0,00$	$-9^\circ$
Presente Simulação para $g_{min}=1,00$ e $Ri=0,01$	$-5^\circ$
Presente Simulação para $g_{min}=1,00$ e $Ri=0,10$	$0^\circ$
Presente Simulação para $g_{min}=1,00$ e $Ri=1,00$	$2^\circ$

O valor experimental de Blevins (1984) resulta em um ângulo de separação da camada limite de  $82^\circ$  para  $g_{\min} \approx \infty$ . Este valor foi adaptado para a situação do escoamento ascendente ( $U_\infty = 0$  e  $V_\infty = 1$ ) e resultou em  $-8^\circ$ . O mesmo raciocínio é válido para o resultado experimental de Son & Hanratty (1969). Para as próximas análises, necessárias para se estudar a influência do calor sobre o cilindro circular, escolhe-se novamente o caso do número de Richardson  $Ri=0,10$ . A Tab. 5.9 compara o valor médio do coeficiente de arrasto e o valor médio do número de Strouhal da simulação numérica com os valores experimentais para  $g_{\min} \approx \infty$  e sem troca de calor entre o corpo e o meio fluido. A Fig. 5.28 apresenta o intervalo no qual os valores médios do coeficiente de arrasto e número de Strouhal foram obtidos.

Tabela 5.9 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $MB=100$ )

$Re = 10^5$	$C_D$	$St_{EXP}$	$St_{FFT}^*$
Blevins (1984) para $g_{\min} \approx \infty$ e $Ri=0,00$	$1,20 \pm 10\%$	$0,19 \pm 10\%$	-
Presente Simulação para $Ri=0,10$	1,3449	-	0,2368

\* Valor obtido via Transformada Rápida de Fourier aplicada à curva da história temporal do coeficiente de sustentação,  $C_L$ .

As curvas apresentadas na Fig. 5.29 representam as distribuições instantâneas do coeficiente de pressão para os pontos da Fig. 5.28 indicados por: Ponto A ( $t=65,55$ ), Ponto B ( $t=66,70$ ), Ponto C ( $t=67,60$ ), Ponto D ( $t=68,70$ ) e Ponto E ( $t=69,90$ ). O Ponto A mostra o despreendimento da estrutura vorticiosa horária identificada na Fig. 5.30a (veja também a Fig. 5.31a). Os valores do coeficiente de pressão mínimos estão entre o intervalo  $\theta=127,8^\circ$  e  $\theta=189,0^\circ$ . O Ponto B indica a incorporação na esteira da estrutura vorticiosa horária (Fig. 5.30b e Fig. 5.31b). Os valores mínimos do coeficiente de pressão estão no intervalo  $\theta=-34,2^\circ$  a  $\theta=210,6^\circ$ . O Ponto C indica o despreendimento de uma estrutura vorticiosa anti-horária (Fig. 5.30c e Fig.5.31c). Os valores mínimos do coeficiente de pressão estão no intervalo  $\theta=-34,2^\circ$  a  $\theta=63,0^\circ$ . E os Pontos D e E apresentam as mesmas interpretações das Seções 5.2 e 5.3.

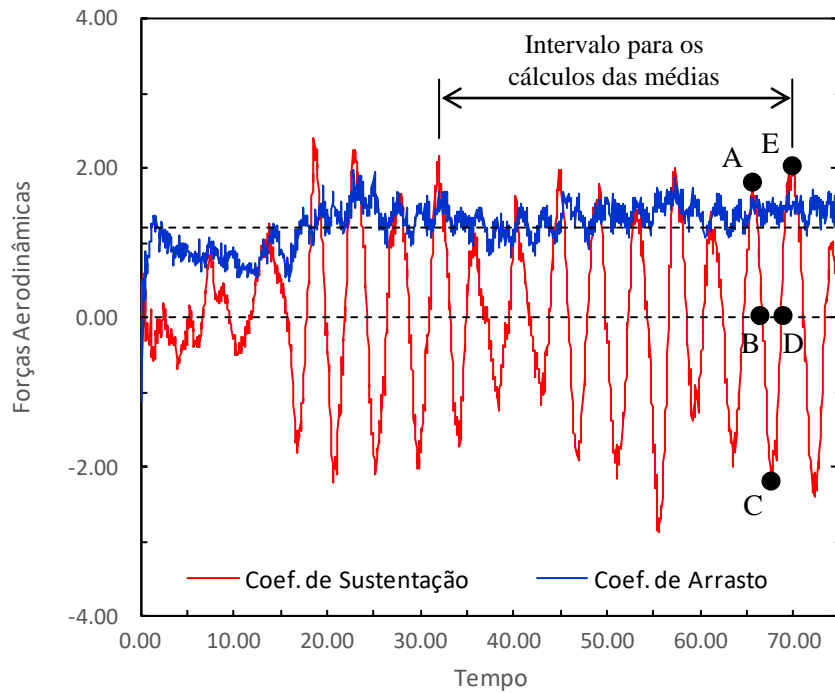


Figura 5.28 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty=0$ ;  $V_\infty=1$ ;  $Ri=0,10$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

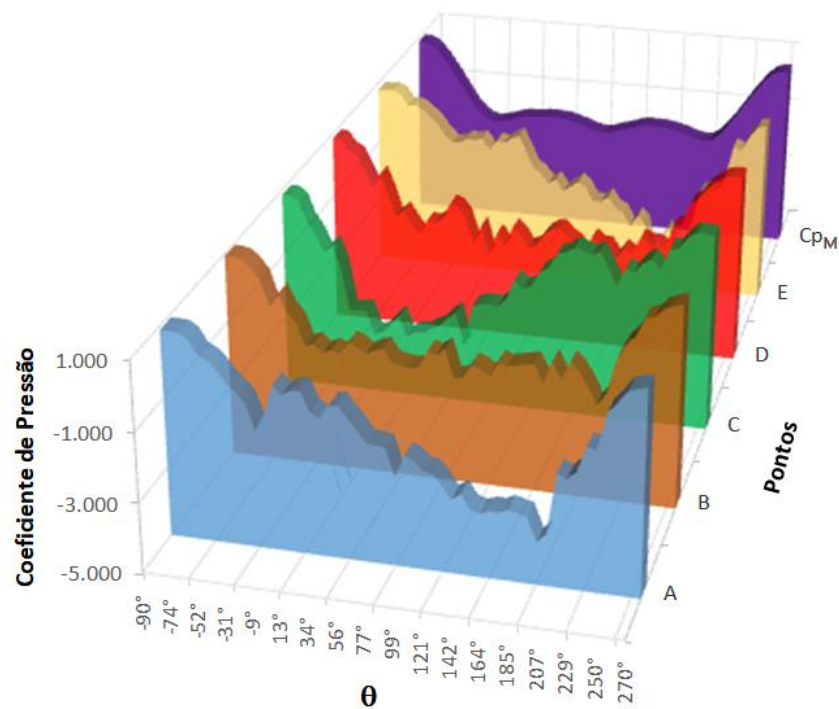


Figura 5.29 - Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=0,10$ ;  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

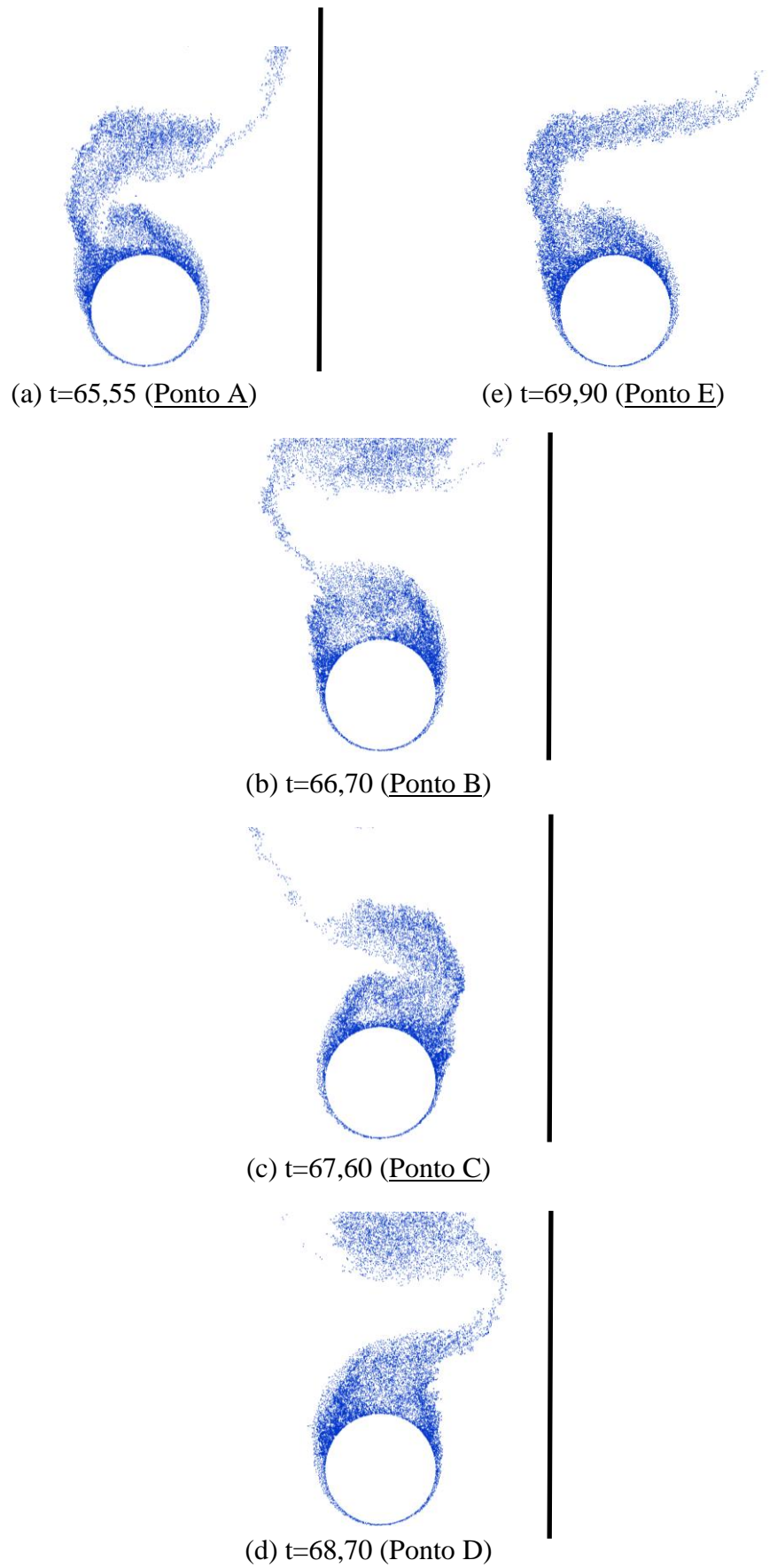


Figura 5.30 – Detalhes do desprendimento alternado de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas entre os instantes de tempo  $t=65,55$  e  $t=69,90$  ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=0,10$ ;  $Re=10^5$ )

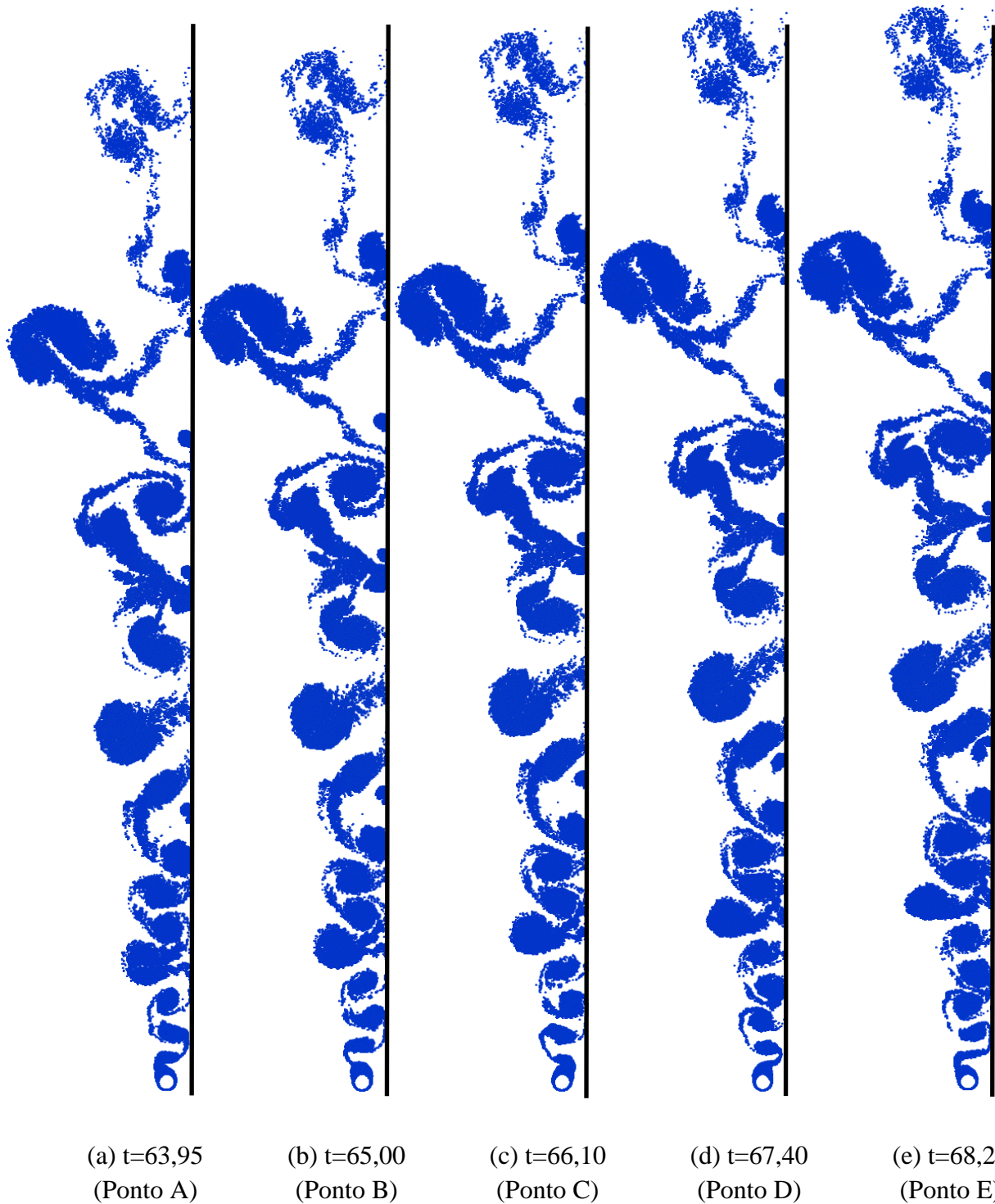


Figura 5.31 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán entre os instantes de tempo  $t=63,95$  e  $t=68,20$  ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Re=10^5$ )

A posição da esteira de vórtices discretos de Lamb para o último instante de tempo da simulação numérica ( $t=75$ ) usando  $Ri=0,10$  está apresentada na Fig. 5.32. Uma análise visual da Fig. 5.32 mostra que o calor presente no domínio fluido induziu deflexões nas estruturas vorticosas presentes na esteira viscosa, quando comparadas com as estruturas vorticosas mostradas na Fig. 5.26 ( $Ri=0,00$ ); veja mais detalhes na seção 5.6. A presente simulação demorou 12d 08h e 35min usando a configuração disponível no laboratório.

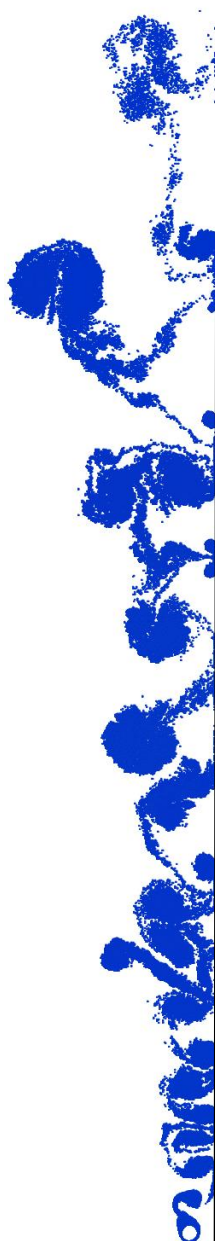


Figura 5.32 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final  $t=75$  do caso do cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=0,10$ ;  $MB=100$ ,  $NV=150.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ )

Na Tab. 5.10 comparam-se os valores médios do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal entre os resultados experimentais de Blevins (1984) e os resultados numéricos da presente simulação para diferentes valores do número de Richardson.

Tabela 5.10 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor para diferentes números de Richardson

$Re = 10^5$	$C_D$	$St_{EXP}$	$St_{FFT}^*$
Blevins (1984) para $g_{min} \approx \infty$ e $Ri=0,00$	$1,20 \pm 10\%$	$0,19 \pm 10\%$	-
Presente Simulação para $Ri=0,00$	1,3306	-	0,2387
Presente Simulação para $Ri=0,01$	1,4138	-	0,2314
Presente Simulação para $Ri=0,10$	1,3449	-	0,2368
Presente Simulação para $Ri=1,00$	1,0807	-	0,2362

\* Valor obtido via Transformada Rápida de Fourier aplicada à curva da história temporal do coeficiente de sustentação,  $C_L$ .

As curvas mostrando a evolução no tempo das forças fluidodinâmicas e das distribuições instantâneas do coeficiente de pressão para os casos de  $Ri=0,01$  e  $Ri=1,00$ , podem ser vistas da Fig. 5.33 até à Fig. 5.36, respectivamente.

Para o efeito da parede frontal usando  $g_{min}=1,00$  e  $Ri=1,00$ , conclui-se que houve uma queda mais representativa no valor médio do coeficiente de arrasto. No entanto, a frequência de emissão de vórtices se mantém no padrão de desprendimento de vórtices alternados (padrão típico de Kármán) com efeitos de indução de deflexão nas estruturas vorticosas presentes na esteira. O aumento no valor do ângulo de separação da camada limite está, também, coerente com a queda no valor do coeficiente de arrasto.

Os resultados numéricos obtidos para  $g_{min}=1,0$  indicam que, somados aos efeitos da parede frontal, os efeitos de forças de empuxo contribuem para a mudança no valor do ponto de separação e, conseqüentemente, para uma queda no valor do coeficiente de arrasto. Portanto, o código desenvolvido se mostra sensível aos efeitos de uma parede frontal e de forças de empuxos.

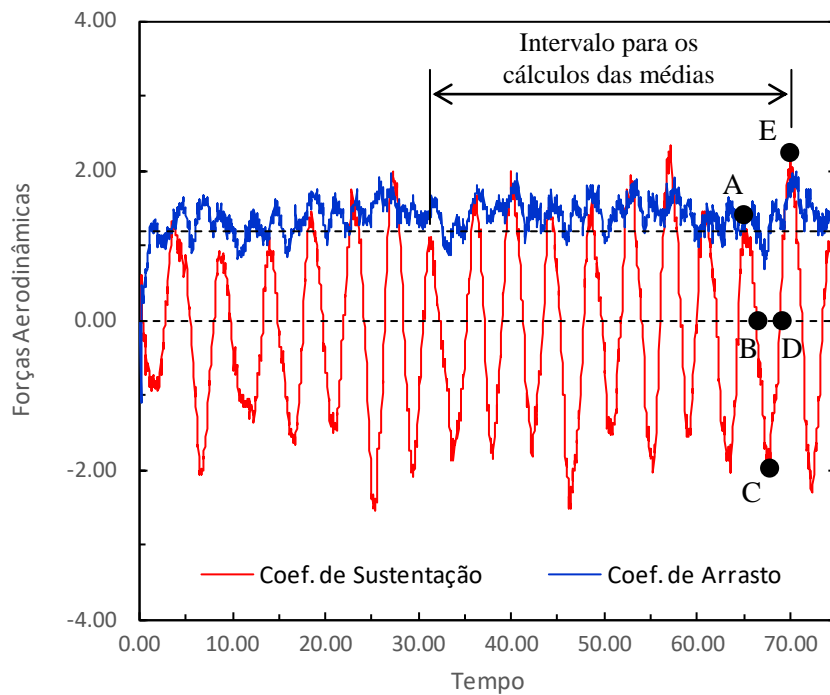


Figura 5.33 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_{\infty} = 0$ ;  $V_{\infty} = 1$ ;  $Ri=0,01$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

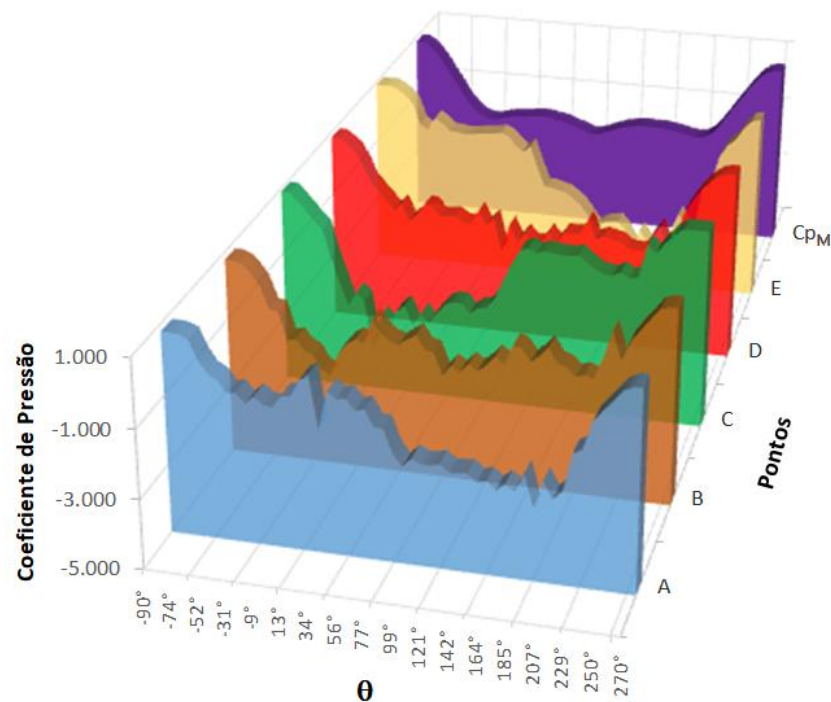


Figura 5.34 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_{\infty} = 0$ ;  $V_{\infty} = 1$ ;  $Ri=0,01$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=\epsilon=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

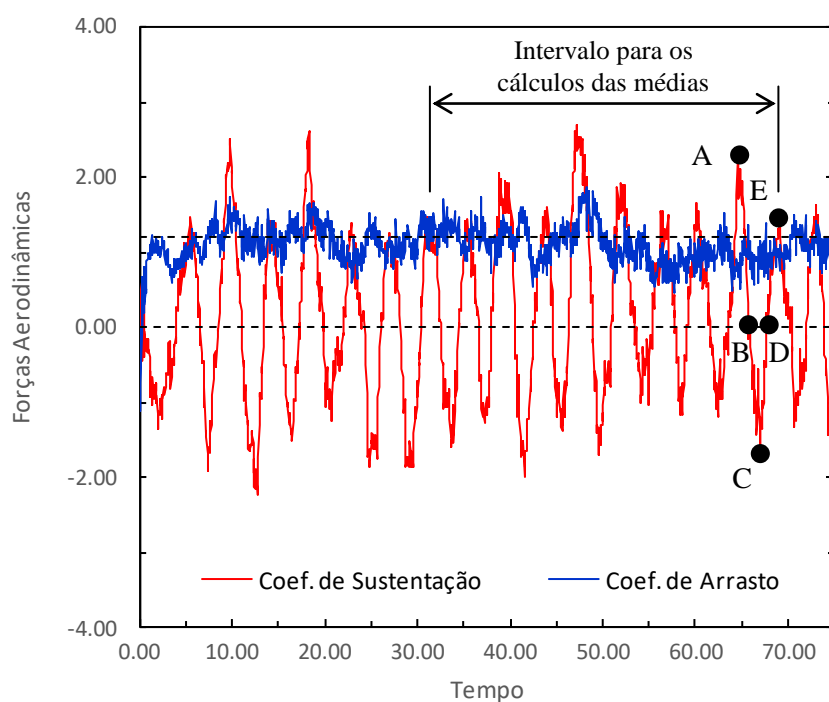


Figura 5.35 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=1,00$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

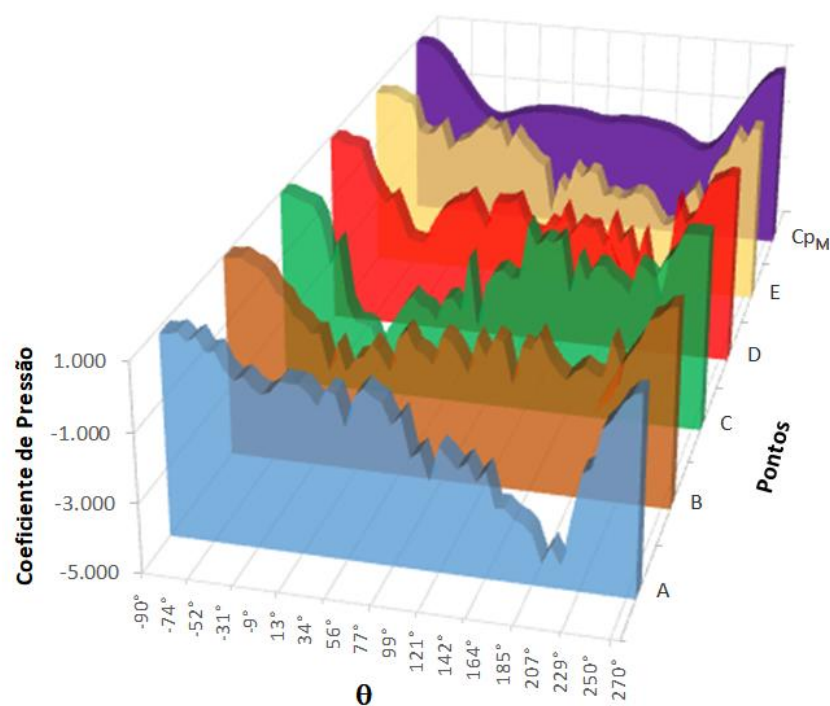


Figura 5.36 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular com efeito de parede plana e com troca de calor ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $Ri=1,00$ ;  $t=75$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ ,  $MB=100$ )

## 5.6 – DEFLEXÃO DAS ESTRUTURAS VORTICOSAS DEVIDO AOS EFEITOS DE FORÇAS DE EMPUXO

A Fig. 5.37 apresenta, para o caso do cilindro circular sem efeitos de parede plana, as posições da esteira de vórtices para  $t=50$  e para os diferentes valores do número de Richardson investigados.

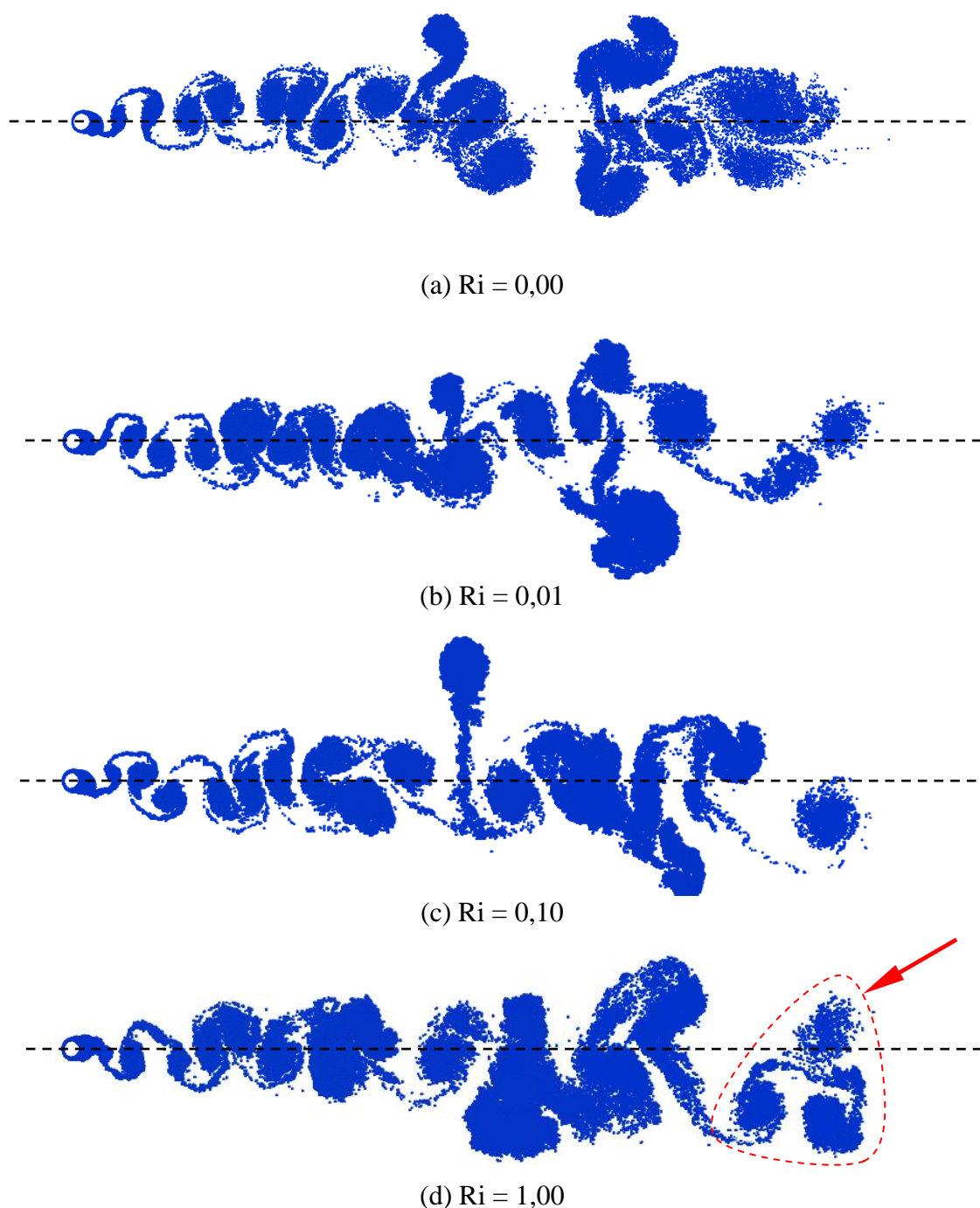


Figura 5.37 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán no instante de tempo  $t=50$  para diferentes valores de  $Ri$  ( $MB=100$ ,  $NV=100.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ )

Os resultados numéricos do mapeamento das esteiras na Fig. (5.37) indicam que a variação do número de Richardson faz com que o calor induz deflexões nas estruturas vorticosas. Para  $Ri=1,00$  os efeitos de forças de empuxo se tornaram mais pronunciados para baixo sobre algumas estruturas vorticosas presentes na esteira.

Na Fig. 5.38, é apresentada a formação das estruturas vorticosas para o cilindro com efeito de parede plana vertical devido à influência do número de Richardson. Para  $Ri=1,00$ , os efeitos de forças de empuxo são novamente mais perceptíveis.

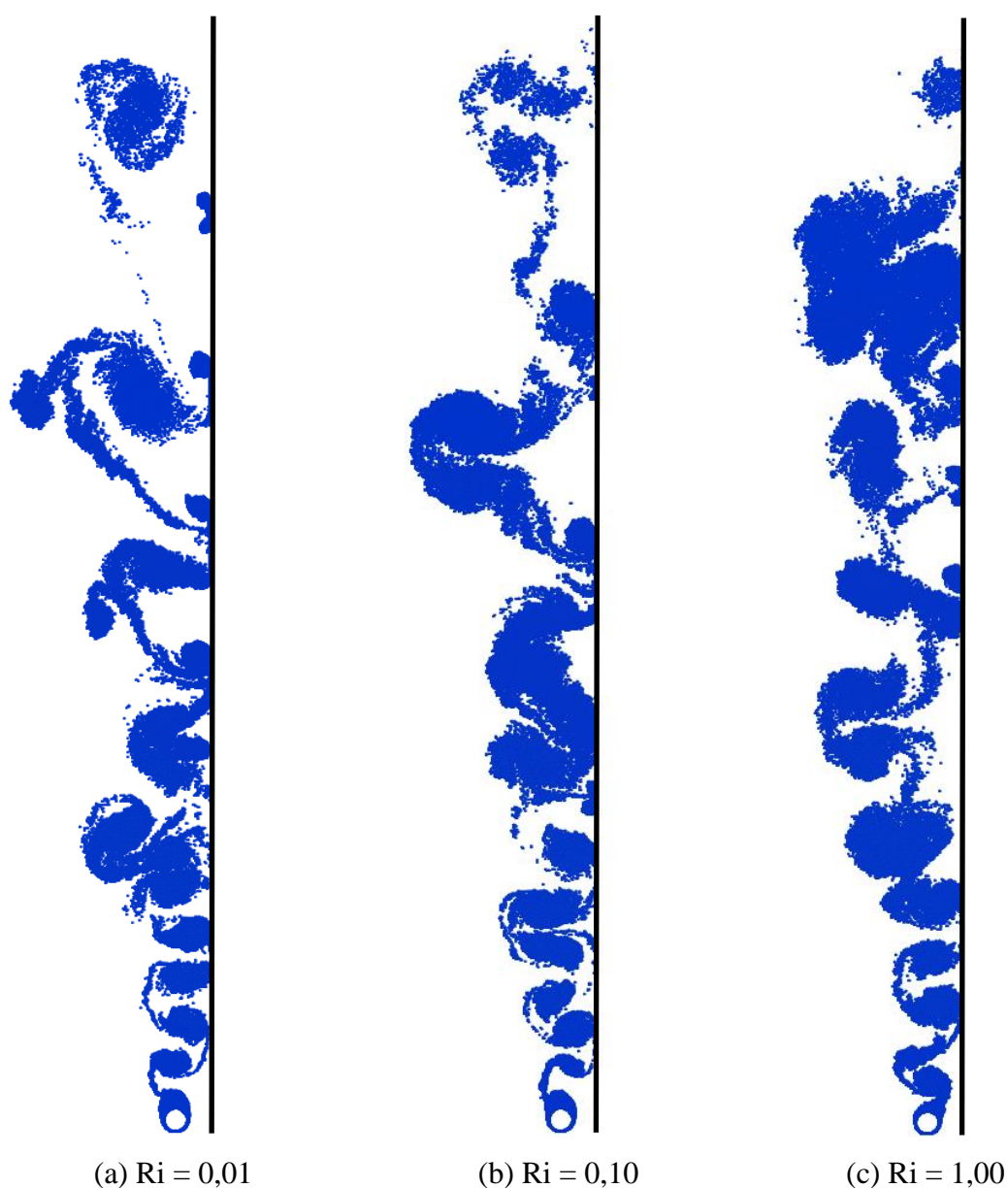


Figura 5.38 – Formação da estrutura da esteira de Von Kármán para  $t=50$  para diferentes valores de  $Ri$  ( $U_\infty = 0$ ;  $V_\infty = 1$ ;  $MB=100$ ,  $NV=100.000$ ,  $\Delta t=0,05$ ,  $\sigma_0=eps=0,0032$ ,  $Re=10^5$ )

## Capítulo 6

# CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

## 6.1 – INTRODUÇÃO

Este Capítulo se inicia com a apresentação das conclusões mais importantes referentes aos efeitos de forças de empuxo sobre o escoamento ao redor de um cilindro circular sem efeitos de parede plana ou na presença de uma parede frontal. O Método de Partículas de Temperatura (M.P.T.) foi a ferramenta numérica utilizada para o acoplamento hidrodinâmico com o modelo estrutural desenvolvido no Capítulo 3. A implementação do algoritmo desenvolvido para o M.P.T. permitiu o cálculo das forças fluidodinâmicas causadas pela geração e desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas a partir da superfície discretizada do cilindro circular estacionário e sem efeitos de parede plana, nas condições de superfície fria ou de superfície aquecida. Foi possível, também, através do algoritmo implementado para o M.P.T. a obtenção destas mesmas forças fluidodinâmicas causadas pela geração e desprendimento de vórtices sob a influência dos efeitos de interferência de uma parede vertical posicionada à jusante do corpo. Foram apresentados resultados preliminares para a influência da parede frontal, uma vez que foi fixado um único valor para o espaçamento entre o corpo e a parede vertical de  $g_{\min}=1,0$ . O objetivo foi mostrar que o código computacional era sensível aos efeitos de interferência entre o corpo e uma superfície plana.

O resultado mais importante deste trabalho foi a investigação dos comportamentos do coeficiente de arrasto, do ângulo de separação da camada limite e do número de Strouhal para as configurações e condições estabelecidas anteriormente. O cálculo de frequência de emissão de vórtices foi importante para o entendimento do comportamento do coeficiente de arrasto.

Na segunda parte do Capítulo 6 estão apresentadas sugestões para a continuidade deste trabalho seguindo a linha do desenvolvimento do M.P.T. aplicado à estudos de escoamentos viscosos com troca de calor. Estes escoamentos são originários da separação da camada limite na superfície de um corpo rombudo e devem incluir diferentes efeitos de interferência.

## 6.2 – CONCLUSÕES

Os resultados numéricos foram obtidos usando uma versão Lagrangeana-Lagrangeana do Método de Partículas de Temperatura (M.P.T.). Nesta técnica numérica o campo de vorticidades foi discretizado e representado por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb. O calor trocado entre o corpo e o meio fluido foi discretizado e representado por uma nuvem de partículas de temperatura. Esta duas classes de partículas são geradas a partir de fronteiras sólidas; no caso deste trabalho, a partir da superfície discretizada do cilindro circular.

As partículas (pontos computacionais) presentes no domínio fluido foram advectadas com a mesma velocidade induzida sobre o fluido, o que caracteriza uma descrição Lagrangeana. Esta velocidade foi calculada levando-se em conta as contribuições do escoamento não perturbado, das fronteiras sólidas e da nuvem de vórtices discretos de Lamb. O cálculo da interação vórtice-vórtice foi obtido através da Lei de Biot-Savart e consumiu o maior tempo de processamento nas simulações numéricas. O Método de Painéis (condição de contorno de Neumann e distribuição de singularidades do tipo fontes com densidade uniforme) foi a técnica numérica escolhida para o cálculo da velocidade induzida pelas fronteiras sólidas. O Método de Avanço Randômico foi a técnica numérica utilizada para a simulação do mecanismo de difusão da vorticidade e do mecanismo de difusão do calor. Os carregamentos fluidodinâmicos atuantes sobre a superfície do cilindro circular foram calculados levando-se em conta a presença do campo de vorticidades; uma formulação integral originária de uma equação de Poisson para a pressão foi utilizada com sucesso.

A contribuição das forças de empuxo foi incluída na formulação assumindo-se a aproximação de Boussinesq. Para esta aproximação, as variações moderadas no campo de massas específicas, devido aos gradientes de temperaturas, ficam restritas ao termo fonte de quantidade de movimento nas equações de Navier-Stokes associado com a força de campo gravitacional. A implementação numérica do termo de forças de empuxo implicou na variação da intensidade de um vórtice discreto de Lamb durante cada instante de tempo de uma simulação numérica típica. Para este cálculo necessitou-se da contribuição da nuvem de partículas de temperatura. A esteira de calor fica praticamente sobreposta à vorticidade.

As simulações numéricas realizadas para o caso do cilindro circular de parede aquecida e trocando calor com o meio fluido assumiram para número de Richardson (Ri) um valor diferente de zero para caracterizar um problema de transferência de calor por convecção mista. O número de Richardson variou entre  $0,00 \leq Ri \leq 1,00$ . A parede do corpo foi mantida sempre na temperatura de  $T_w=303$  K e a variação do número de Richardson nas simulações numéricas indicou a influência da transferência de calor por convecção mista sobre o comportamento fluidodinâmico do corpo. A temperatura inicial do fluido foi mantida igual a  $T_\infty=283$  K.

O M.P.T. se adapta com bastante facilidade para a situação de movimento relativo entre fronteiras sólidas. Outra situação de fácil adaptação é o caso de fronteiras sólidas deformáveis para escoamentos não permanentes a alto valor do número de Reynolds. Em todos os casos analisados neste trabalho o número de Reynolds foi fixado em  $Re=10^5$ . O número de Prandtl, da mesma forma, foi  $Pr=1,0$ . O que resultou no número de Peclet  $Pe=10^5$ .

O cálculo da interação vórtice-vórtice foi realizado através da formulação usando a lei de Biot-Savart. Da mesma forma, os cálculos da interação temperatura-vórtice (para o cálculo do campo de velocidades sobre as partículas de temperatura) e da interação vórtice-temperatura (para o cálculo das forças de empuxo) necessitam de gastos computacionais equivalentes à Lei de Biot-Savart. Na situação da interação vórtice-temperatura os esforços computacionais são dobrados, porque uma partícula de temperatura induz dois valores de temperatura para cada vórtice discreto de Lamb.

Os resultados numéricos iniciais foram aferidos para a descrição do mecanismo de formação de vórtices a partir da superfície de um corpo rombudo sem efeitos de parede plana e de parede fria (Gerrard, 1966). A geometria escolhida para cumprir este objetivo foi o

cilindro circular. O número de painéis para a discretização da superfície do corpo foi escolhido como  $MB=50$ ,  $MB=100$  e  $MB=300$ . Em todos os casos verificou-se uma sincronização entre o campo de pressões instantâneo atuante na superfície do cilindro circular e a formação de estruturas vorticosas contrarrotativas na região da esteira próxima ao corpo.

A conclusão física mais importante foi que, quando uma estrutura vorticosa está se formando na superfície do corpo, ocorre uma queda de pressão estática no mesmo lado (de cima ou de baixo) resultando em uma força de sustentação nesta direção. Durante um período de emissão de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas, a força de sustentação sai do seu máximo valor positivo, atinge seu máximo valor negativo (neste instante uma estrutura vorticosa começa a formar no lado oposto) e retorna para o seu valor máximo positivo inicial. Através das aferições iniciais do código computacional desenvolvido foi possível concluir com uma boa precisão que o período da flutuação da força de sustentação é o mesmo período da emissão do par de estruturas vorticosas contrarrotativas para a esteira viscosa. A força de arrasto, em contrapartida, tem o dobro da frequência de emissão do par de estruturas vorticosas contrarrotativas. É importante observar que, diferentemente da força de sustentação, a força de arrasto não muda a sua direção, mas sofre uma flutuação na sua magnitude, sempre apontando na mesma direção do escoamento. Durante um ciclo da força de arrasto apenas uma estrutura vorticosa é emitida (no lado de cima ou no lado de baixo do cilindro) modificando o campo de pressões que causa esta força.

Como o tempo de processamento se torna bastante elevado quando a superfície do cilindro circular é discretizada em  $MB=300$  painéis planos, optou-se em discretizar a superfície do cilindro circular em  $MB=100$  painéis planos para as análises seguintes que incluem fenômenos de transferência de calor por convecção mista. Na situação de transferência de calor por convecção mista, o efeito de aumento do número de Richardson mostrou uma suave tendência de decréscimo no valor médio do número de Strouhal. No entanto, houve acréscimo significativo do ângulo de separação da camada limite na parte superior do cilindro e decréscimo em torno de 15% no valor médio do coeficiente de arrasto. A mudança na posição do ponto de separação da camada limite é fisicamente coerente com a queda no valor do coeficiente de arrasto. Os resultados numéricos foram comparados com resultados experimentais para a situação do cilindro circular sem troca de calor com o meio fluido. Em resumo, os resultados numéricos mostraram que, para valores pequenos do número de Richardson ( $Ri \leq 10$ ), o calor induziu deflexões nas estruturas vorticosas presentes na

esteira viscosa. Para  $Ri=1,00$  os efeitos de forças de empuxo se tornaram mais pronunciados, no entanto, não ocorreu modificação no padrão de desprendimento alternado de estruturas vorticosas contrarrotativas (padrão típico de Kármán).

Os efeitos de interferência devido à proximidade entre o cilindro circular e a parede vertical mostraram, também, que houve uma ligeira tendência de decréscimo do número de Strouhal em função do aumento do número de Richardson. Notou-se novamente um decréscimo nos valores do coeficiente de arrasto e aumento do ângulo de separação da camada limite com o aumento do número de Richardson. No entanto, o padrão de desprendimento de vórtices não foi alterado em comparação com o caso para  $Ri=0,00$ .

### 6.3 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O programa computacional *MIXED\_HEAT\_TRANSFER-FOR*, desenvolvido em linguagem de programação FORTRAN, se mostrou sensível aos diferentes casos investigados. O estudo da influência de outros parâmetros adimensionais pode ser investigado. O caso do arranjo de cilindros necessita ser analisado, especialmente para espaçamentos diferentes entre os centros dos corpos. Há uma variedade de fenômenos de interferência para ser esclarecidos usando a história temporal das flutuações das cargas fluidodinâmicas, principalmente porque estes resultados ainda são insipientes e contraditórios na literatura, mesmo sem a inclusão de fenômenos de transferência de calor. Com o desenvolvimento deste trabalho, efeitos de transferência de calor por convecção mista podem ser analisados para diferentes configurações de corpos, incluindo-se situações de confinamento.

Investigações podem ser feitas para o problema de V.I.E. de um cilindro sem efeitos de parede plana ou de dois cilindros (Moraes, 2011): simulações para valores diferentes de amplitude de oscilação e de número Reynolds na tentativa de se identificar regimes de formação de vórtices.

Os mecanismos do efeito solo investigados por Bimbato *et al.* (2011) e por Bimbato *et al.* (2013) podem ser investigados novamente incluindo-se efeitos de forças de empuxo.

A inclusão de modelagem submalha de turbulência pode ser juntada à formulação matemática apresentada no Capítulo 3 para que possam ser investigados efeitos de dissipação de energia e efeitos de rugosidade superficial no mecanismo de formação de vórtices em um corpo rombudo. O modelo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem adaptada por Alcântara Pereira *et al.* (2002) e corrigido por Bimbato (2012) para o M.V.D. é a opção mais apropriada. Um desenvolvimento similar pode ser feito para a filtragem da Equação da Energia.

A simulação numérica da difusão da vorticidade e da difusão do calor pode ser resolvida utilizando-se técnica determinística. A indicação é o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (Rossi, 1996). Nesta técnica torna-se necessário estabelecer critérios razoáveis de taxa crítica de crescimento do raio do núcleo do vórtice de Lamb e implementar o procedimento de partição do núcleo viscoso do vórtice discreto com a inclusão da coalescência de vórtices discretos.

A inclusão dos efeitos tridimensionais no presente código computacional é uma das maiores aspirações (Cottet & Koumoutsakos, 2000). No entanto, para que as sugestões anteriores possam ser incorporadas ao algoritmo desenvolvido neste trabalho, a infraestrutura computacional disponível no laboratório do Grupo de Métodos de Partículas no IEM/UNIFEI precisa ser fortalecida.

O algoritmo do Método de Expansão em Multipólos é a técnica numérica indicada para substituir a Lei de Biot-Savart para, assim, acelerar os cálculos numéricos da etapa mais onerosa do algoritmo: a interação vórtice-vórtice. Este cálculo é proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos (NV). A técnica numérica do Método de Expansão em Multipólos acelera os cálculos reduzindo o número de operações de um processador para a ordem de  $NV \log(NV)$  ou até mesmo para NV (Greengard & Rohklin, 1987). E, em associação, a paralelização do código computacional no ambiente FORTRAN com o padrão OPEN MP irá possibilitar a realização de simulações numéricas com um alto nível de refinamento para o campo de vorticidades e para o campo de temperaturas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. (1999)**, “Simulação Numérica do Escoamento em torno de um Corpo de Forma Arbitrária Utilizando o Método de Vórtices Discretos”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá.

**ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., RICCI, J.E.R., HIRATA, M.H., SILVEIRA- NETO, A., (2002)**, “Simulation of Vortex-Shedding Flow about a Circular Cylinder with Turbulence Modeling”. CFD Journal, Vol. 11, nº 3, October, 315-322p.

**ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., (2002)**, “Simulação Numérica do Escoamento ao Redor de Perfis Aerodinâmicos Montados em Grades Lineares de Turbomáquinas Utilizando o Método de Vórtices Discretos”. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Itajubá.

**ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H. (2003)**, “Heat Transfer in the Wake behind a Body using a Particle Method”, 17<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, COBEM, São Paulo, Novembro.

**ASSI, G.R.S., (2009)**, “Mechanisms for Flow-Induced Vibration of Interfering Bluff Bodies”. PhD Thesis, Imperial College London, U.K.

**ATMANE, M.A., CHAN, V.S.S., MURRAY, D.B., (2003)**, “Natural Convection around a Horizontal Heated Cylinder: The Effects of Vertical Confinement”. International Journal of Heat and Mass Transfer, 46, pp. 3661-3672.

**BATCHELOR, G.K., (1967)**, “An Introduction to Fluid Dynamics”. Cambridge University Press.

- BEARMAN P.W., (1984)**, “Vortex Shedding from Oscillating Bluff-Bodies”. *Annu Rev Fluid Mech*, Vol.16, pp.195-222.
- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H. (2011)**, “Study of the Vortex Shedding Flow around a Body near a Moving Ground”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 99, Issue: 1, pp. 7-17.
- BIMBATO, A. M. (2012)**, “Estudo de Escoamento Turbulento em Torno de um Corpo Rombudo de Superfície Hidraulicamente Lisa ou Rugosa Utilizando o Método de Vórtices Discretos”. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Itajubá.
- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H. (2013)**, “Suppression of Vortex Shedding on a Bluff Body”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 121, pp. 16-28.
- BISWAS, G., SARKAR, S., (2009)**, “Effect of Thermal Buoyancy on Vortex Shedding past a Circular Cylinder in Cross-Flow Reynolds Numbers”. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 52, pp. 1897-1912.
- BLEVINS, R.D., (1984)**, “Applied Fluid Dynamics Handbook”. Van Nostrand Reinhold, Co.
- BOIRLAUD, M., COUTON, D., PLOURDE, F., (2012)**, “Direct Numerical Simulation of the Turbulent Wake behind a Heated Cylinder”. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 38, pp. 82-93.
- BURESTI, G., LANCIOTTI, A. (1979)**, “Vortex Shedding from Smooth and Roughened Cylinders in Cross-Flow near a Plane Surface”. *Aeronautical Quarterly*, v. 30, pp. 305-321.
- CHAPRA, S.C., CANALE, R.P., (2011)**, “Métodos Numéricos para Engenharia”. McGraw Hill Brasil.
- CHORIN, A.J., (1973)**, “Numerical Study of Slightly Viscous Flow”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 57, pp.785-796

- CHRISTIANSEN, J.P., (1973)**, “Numerical Simulation of Hydrodynamics by the Method of Point Vortices”. J. Comp. Phys., Vol. 13, pp. 363-79.
- CIMBALA, J.M., NAGIB, H.M., ROSHKO, A., (1988)**, “Large Structure in the Far Wakes of Two Dimensional Bluff Bodies”. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 190, pp. 265-298.
- COTTET, G. H., KOUMOUTSAKOS, P., (2000)**, “Vortex Methods: Theory and Practice”, Cambridge University Press.
- EINSTEIN, A., (1956)**, “Investigations on the theory of Brownian motion”. Dover, New York.
- FERZIGER, J.H., (1981)**, “Numerical Methods for Engineering Application”. John Wiley & Sons, Inc.
- GERRARD, J.H., (1966)**, “The Mechanisms of the Formation Region of Vortices behind Bluff Bodies”. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 25, n° Part 3, pp. 401-413.
- GHONIEM, A.F., SHERMAN, F.S., (1985)**, “Grid-free Simulation of Diffusion Using Random Walk Methods”, J. of Comput. Physics, 61, I-37, pp 1-35.
- GHONIEM, A.F., HEIDARINEJAD, G., KRISHAN, A. (1988)**, “Numerical Simulation of a Thermally Stratified Shear Layer using the Vortex Element Method”. J. Comp. Physics, Vol. 79, pp. 135- 166.
- GREENGARD, L., ROKHLIN, V., (1987)**, “A Fast Algorithm for Particles Simulations”. J. Comp. Phys. Vol. 61, pp 345-358.
- HELMHOLTZ, H., (1858)**, “On Integrals of the Hydrodynamics Equations which Express Vortex Motion Translation”. P.G., Tait, in Phil. Mag (4)1867, Vol 33, pp. 485-512.
- HESS, J., SMITH, A., (1967)**, “Calculation of potential flows about arbitrary bodies”, Prog. Aeronaut. Sci. 8, 1.

- HU, H., KOOCHEFAHANI, M.M., (2011)**, “Thermal Effects on the Wake of a Heated Circular Cylinder Operating in Mixed Convection Regime”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 685, pp. 235-270.
- IGARASHI, T., (1984)**, “Flow and Heat Transfer in the Separated Region around a Circular Cylinder”, *Trans. JSME B* 50 - 416.
- INCROPERA, F. P., DE WITT, D. P. (2003)**, “Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa”. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 5ª. Edição.
- KAMEMOTO, K., (1994)**, “Development of Vortex Methods for grid-free Lagrangian Direct Numerical Simulation”. *Proceedings of the 3th, JSME-KSME: Fluids Engineering Conference*, July, pp. 25-27, Sendai, Japan.
- KAMEMOTO, K., MIYASAKA, T. (1999)**, “Development of a Vortex and Heat Elements Method and Its Application to Analysis of Unstead Heat Transfer around a Circular Cylinder in a Uniform Flow”. *Proc. of 1<sup>st</sup> Int. Conf. on Vortex Methods*, Kobe, Nov. 4-5, pp. 191-203.
- KAMEMOTO, K., (2009a)**, “Prospective Characteristics of a Lagrangian Vortex Method in Application into Vortex Flows of Moving Boundary Problems”. *Workshop – From fast cars to slow flows over bluff bodies*. 29-30 June 2009, Imperial College, London, UK.
- KAMEMOTO, K., (2009b)**, “Progressive Application of a Lagrangian Vortex Method into Fluid Engineering and Possibility of the Concept of Discrete Element Methods in Vortex Dynamics (Mathematical Analysis of the Euler Equations: 150 Years of Vortex Dynamics)”. *Departmental Bulletin Paper*, Yokohama National University, Japan.
- KARAMCHETI, K. (1966)**, *Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics*, John Wiley and Sons, Inc. New York/London/Sydney.
- KARIMI, F., XU, H., WANG, Z., YANG, M., (2016)**, “Numerical Simulation of Steady Mixed Convection around Two Heated Circular Cylinders in a Square Enclosure”. *Heat Transfer Engineering*, Vol. 37, N° 1, pp. 64-75.

- KATZ, J., PLOTKIN, A., (1991)**, “Low Speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods”. McGraw Hill, Inc.
- KHASHEHCHI, M., ABDI, I.A., HOOMAN, K., (2015)**, “Characteristics of the Wake Behind a Heated Cylinder in Relatively High Reynolds Number”. International Journal of Heat and Mass Transfer, 86, pp. 589-599.
- KHODARY, K., BHATTACHARYYA, T.K., (2006)**, “Optimum Natural Convection from Square Cylinder in Vertical Chanel”. International Journal of Heat and Fluid Flow, 27, pp. 167-180.
- KIEFT, R.N., RINDT, C.C.M., VAN STEENHOVEN, A.A., (1999)**, “The Wake Behaviour a Heated Horizontal Cylinder”. Experimental Thermal and Fluid Science, 19, pp. 183-193.
- KITAMURA, K., MITSUISHI, A., SUZUKI, T., KIMURA, F., (2016)**, “Fluid Flow and Heat Transfer of Natural Convection Induced around a Vertical Row of Heated Horizontal Cylinders”. International Journal of Heat and Massa Transfer, 92, pp. 414-429.
- LEONARD, A. (1980)**, “Vortex Methods for Flow Simulation”. J. Comp. Phys., 37:289-335.
- LEWIS, R.I., (1991)**, “Vortex Element Method for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems”. Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, U.K.
- LUGT, H.J. (1983)**, “Vortex Flow in Nature and Technology”. John Wiley & Sons.
- MASSEY, B.S. (2012)**, “Mechanics of Fluids”. 9<sup>th</sup> ed., Spon Press, London and New York.
- MAZUR, V.Y. (1996)**, “Motion of a Circular Cylinder near a Vertical Wall”. Fluid Dynamics, Vol. 1, Issue 3, pp. 49-51.
- MENEGHINI, J.R., (2002)**, “Projeto de Pesquisa no Tópico de Geração e Desprendimento de Vórtices no Escoamento ao Redor de Cilindros”. Resenha apresentada à Escola Politécnica da USP para obtenção de título de Livre-Docência em Engenharia.

- MORAES, P. G. (2011)**, “Efeitos de Interferência entre Dois Corpos Idênticos Alinhados com o Escoamento”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá.
- MUSTTO, A. A., HIRATA, M. H., BODSTEIN, G. C. R., (1998)**, “Discrete Vortex Method Simulation of the Flow around a Circular Cylinder with and without Rotation”. A.I.A.A. Paper 98-2409, Proceedings of the 16th A.I.A.A. Applied Aerodynamics Conference, Albuquerque, NM, USA, June.
- NISHINO, T. (2007)**, “Dynamics and Stability of Flow Past a Circular Cylinder in Ground Effect”. Ph.D. Thesis, Faculty of Engineering, Science and Mathematics, University of Southampton, 145p.
- OGAMI, Y., AKAMATSU, T., (1991)**, “Viscous Flow Simulation Using the Discrete Vortex Model - The Diffusion Velocity Method”, Computers & Fluids, Vol. 19, pp. 433-441.
- OGAMI, Y., (2001)**, “Simulation of Heat-Fluid Motion by Vortex Method”, JSME International Journal, Series B, Vol. 44, N<sup>o</sup>. 4, pp. 513-519.
- ÖZISIK, M. N., (1985)**, “Heat Transfer – A Basic Approach”, McGraw-Hill International Editions, Mechanical Engineering Series.
- PANTON, R.L., (1984)**, “Incompressible flow”. John Wiley & Sons.
- PRANDTL, L. (1904)**, “Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung”. Verh. III, Intern. Math. Kongr., Heidelberg, 1904, S. 484–491, Teubner, Leipzig, 1905.
- RASHIDI, S., HAYATDAVOODI, M., ESFAHANI, J.A. (2016)**, “Vortex Shedding Suppression and Wake Control: A Review”. Ocean Engineering, Vol. 126, pp. 57-80.
- RAYLEIGH, J.W.S., (1896)**, “The Theory of Sound”. Vol. I and II.

- REYNOLDS, O., (1883)**, “An Experimental Investigation of the Circumstances which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous and of the Law of Resistance in Parallel Channels”. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, Vol. 174, Part III, pp. 935-982.
- RICCI, J.E.R., (2002)**, “Simulação Numérica do escoamento ao Redor de um Corpo de Forma Arbitrária Estacionado nas Imediações de uma Superfície Plana, com o Emprego do Método de Vórtices”. Tese de Doutorado, IEM/UNIFEI.
- ROSELLI, M.V., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., BIMBATO, A.M., (2016)**, “A Lagrangian Particle Method for the Heat Transfer Problem with Buoyancy Force”. 16<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, November 07-10<sup>th</sup>, Vitoria, ES, Brazil.
- ROSHKO, A., (1954)**, “On the Drag and Shedding Frequency of Two Dimensional Bluff Bodies”. Tech. Report 3169.
- ROSHKO, A., STEINOLFSON, A., CHATTOORGOON, V. (1975)**, “Flow Forces on a Cylinder near a Wall or Near another Cylinder”. Proceedings of the 2<sup>nd</sup> US National Conference on Wind Engineering Research, Fort Collins, Paper IV-15.
- ROSSI, L. F., (1996)**, “Resurrecting Core Spreading Vortex Methods: A New Scheme that is both Deterministic and Convergent”. *SIAM J. Sci. Comput.*, 17:370-397.
- SALCEDO, E., CAJAS, J.C., TREVIÑO, C., MATÍNEZ-SUÁSTEGUI, L., (2016)**, “Unsteady Mixed Convection Heat Transfer from Two Confined Isothermal Circular Cylinders in Tandem: Buoyancy and Tube Spacing Effects”. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 60, 414-429.
- SCHLICHTING, H., (1979)**, “Boundary Layer Theory”. McGraw-Hill, Inc., 7<sup>th</sup> ed..
- SEBASTIAN, G., SHINE, S.R., (2015)**, “Natural Convection from Horizontal Heated Cylinder with and without Confinement”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 82, 325-334.

- SHINTANI, M., AKAMATSU, T., (1994)**, “Investigation of Two Dimensional Discrete Vortex Method with Viscous Diffusion Model”. *Computational Fluid Dynamics Journal*, Vol. 3, n° 2, pp. 237-254.
- SMITH, P.A., STANSBY, P.K. (1989)**, “An Efficient Surface Algorithm for Random-Particle Simulation of Vorticity and Heat Transport”, *J. Comp. Physics*, Vol. 81, pp. 349 -371.
- SON, J. S., HANRATTY, T. J. (1969)**, “Velocity Gradients at the Wall for Flow Around a Cylinder at Reynolds Number from  $5,0 \times 10^3$  to  $1,0 \times 10^5$ ”. *J. Fluid Mech.*, v. 35 (2), pp. 353-368.
- STANSBY, P.K., DIXON, A.G. (1983)**, “Simulation of Flows around Cylinders by a Lagrangian Vortex Scheme”, *Applied Ocean Research*, Vol. 5, N° 3, pp. 167- 178.
- STROUHAL, V. (1878)**, “Über eine besondere Art der Tonerregung, (On an unusual sort of sound excitation)”. *Annalen der Physik und Chemie*, 3rd series, 5 (10): 216251.
- UHLMAN, J.S., (1992)**, “An Integral Equation Formulation of the Equation of an Incompressible Fluid”. Naval Undersea Warfare Center, T.R. 10-086.
- VAN DYKE, M., (1982)**, “An Album of Fluid Motion”. Stanford: Parabolic Press.
- VARMA, K.B., HU, H., WANG, Z.J., (2007)**, “Numerical Simulation of Effects of Buoyancy on Wake Instability of Heated Cylinder in Contra Flow”. 45<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 8-11 January, Reno, Nevada.
- VIT, T., REN, M., TRÁVNÍČEK, Z, MARSÍK, F., RINDT, C.C.M, (2007)**, “The Influence of Temperature Gradient on the Strouhal-Reynolds Number Relationship for Water and Air”. *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 31, pp. 751-760.
- VON KÁRMÁN, T., (1911)**, “Über den Mechanismus des Widerstandes den ein Bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt”. *Göttinger Nachrichten Math-Phys. Klasse*, 509-517.

**WHITE, F. M. (2002)**, Mecânica dos Fluidos. 4ª Ed., McGraw-Hill Interamericana do Brasil Ltda.

**WILLIAMSON, C.H.K., (1991)**, “2-D and 3-D Aspects of the Wake of a Cylinder, and their Relation to Wake Computations”. Vortex Dynamics and Vortex Methods, AMS-SIAM Lectures in Applied Mathematics, Vol. 28, pp. 719-751.

**WILLIAMSON, C.H.K., (1996)**, “Three Dimensional Wake Transition”. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 328, pp. 345-407.

**YOUNG, J.A., (1989)**, “Viscous Flow around Vortex Shedding Flowmeters: A Discrete Vortex Model”. Ph.D. Thesis.

**ZDRAVKOVICH, M. M. (1985)**, “Forces on a Circular Cylinder near a Plane Wall”. Applied Ocean Research, v. 7, pp. 197-201.

**ZDRAVKOVICH, M. M. (2003)**, Flow around Circular Cylinders: Vol. 2: Applications. Oxford University Press, Oxford, UK.

**ZHANG, X., GHONIEM, A.F. (1993)**, “A Computational Model for the Rise and Dispersion of Wind-Blown, Buoyancy Driven Plumes –I”. Neutrally Stratified Atmosphere, Atmospheric Environ., Vol. 29A, pp. 2295 -2311.

<<https://www.youtube.com/watch?v=6SOZAb3UZzM>>. Acesso em: 17 de agosto de 2017.

## Apêndice A

# ALGORITMO DO MÉTODO DE PARTÍCULAS DE TEMPERATURA

## A.1 – INTRODUÇÃO

O Apêndice A descreve a sequência computacional do programa *MIXED\_HEAT\_TRANSFER·FOR*, que foi desenvolvido em linguagem de programação FORTRAN para a implementação numérica do algoritmo do M.PT..

As principais equações apresentadas no Capítulo 4 são organizadas numa sequência lógica que possibilite a simulação numérica do escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente de um fluido Newtoniano, com propriedades termodinâmicas constantes ao redor de um corpo de parede aquecida na presença de uma parede frontal. A inclusão do fenômeno da transferência de calor por convecção mista é a principal contribuição do código computacional implementado.

## A.2 – ESTRUTURA COMPUTACIONAL DO PROGRAMA *MIXED\_HEAT\_TRANSFER.FOR*

Na Fig. A.1 está apresentada a sequência para a solução do escoamento potencial.

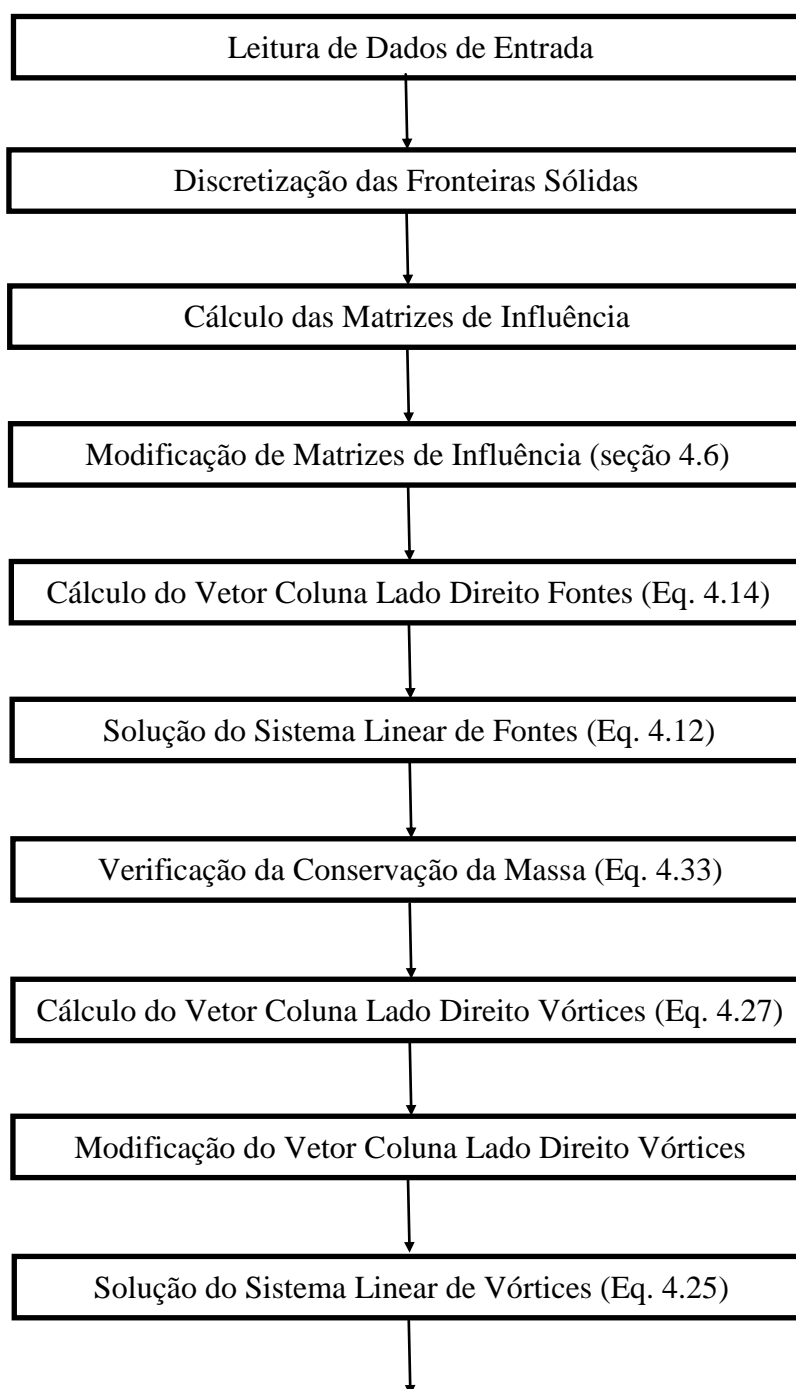


Figura A.1 – Solução do escoamento potencial

Na Fig. A.2 encontra-se a sequência para a solução do modelo viscoso (M.P.T.).

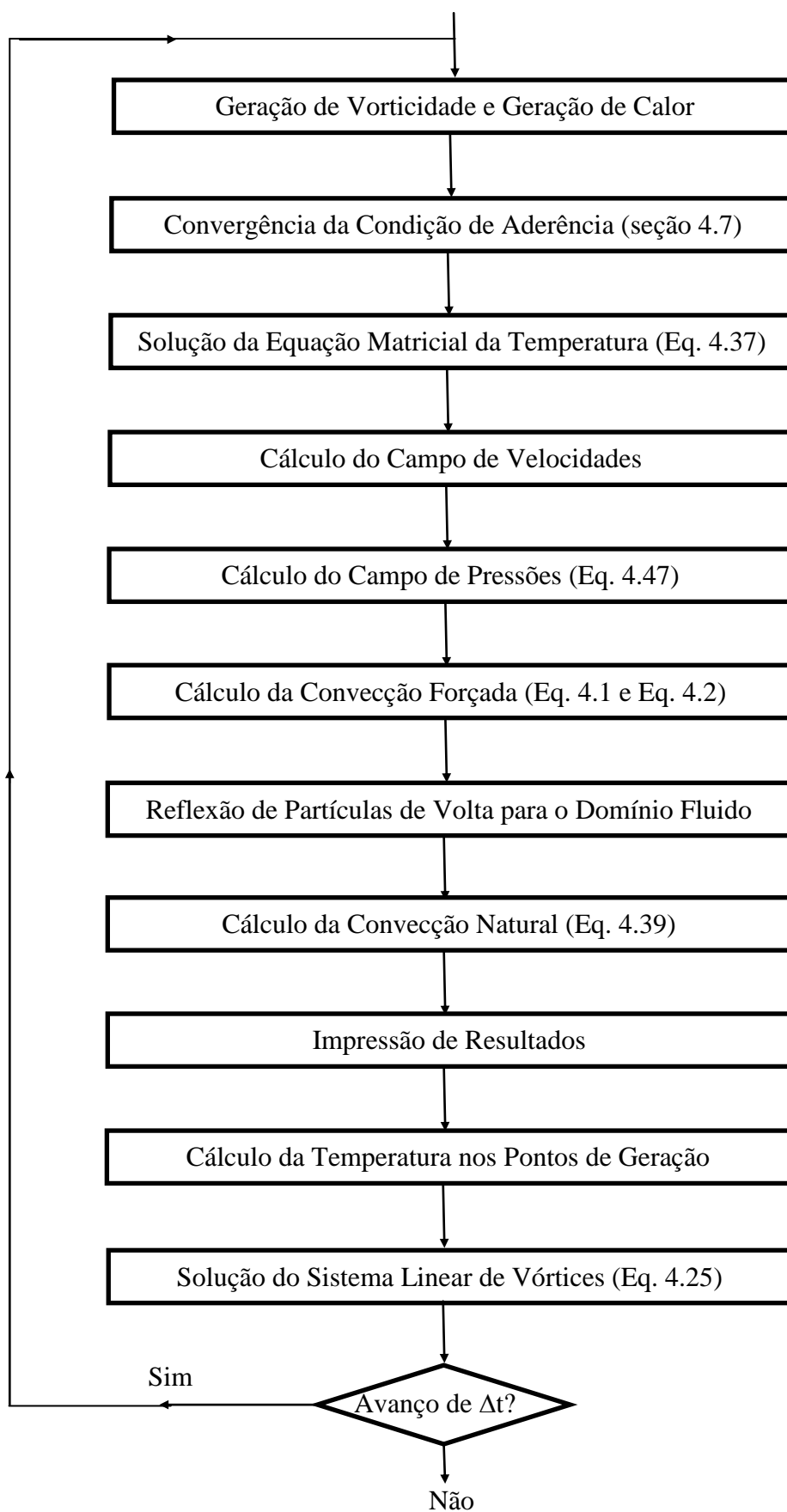


Figura A.2 – Solução do escoamento viscoso