

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Regimes de Formação de Vórtices em um
Cilindro Circular que Oscila Forçadamente com
até Dois Graus de Liberdade**

Daniel Spinola Martins

Itajubá, Setembro de 2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Regimes de Formação de Vórtices em um
Cilindro Circular que Oscila Forçadamente com
até Dois Graus de Liberdade**

Autor: **Daniel Spinola Martins**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Curso: **Mestrado em Engenharia Mecânica**

Área de Concentração: **Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Setembro de 2017

MG - Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Regimes de Formação de Vórtices em um
Cilindro Circular que Oscila Forçadamente com
até Dois Graus de Liberdade**

Autor: **Daniel Spinola Martins**

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Alex Mendonça Bimbato

FEG/UNESP

Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Junior

UNIFEI

Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Orientador)

UNIFEI

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, José Roberto e Soraya Martins, e a minha querida avó Percília Leal Spínola.

“Quem é sábio? Aquele que aprende de toda pessoa. Quem é forte? Aquele que domina sua [má] inclinação. Quem é rico? Aquele que se contenta com a sua parte. Quem é honrado? Aquele que honra aos outros. ”

Pirkei Avot; 4:1

AGRADECIMENTOS

Começo agradecendo aos meus pais, Beto e Soraya, ao meu irmão Lucas Spinola e à minha avó, Percília. Todo crescimento obtido na vida é árduo, porém a simples presença de vocês transforma toda dificuldade em oportunidade.

Agradeço a Rosângela Pereira por todo incentivo e persistência em estar ao meu lado durante todo este ciclo. Seu apoio foi incondicionalmente essencial para a evolução e conclusão do trabalho.

Um forte agradecimento ao Professor Luiz Antonio Alcântara Pereira. Orientador exímio e dedicado, que me admitiu e confiou no meu trabalho mediante situações adversas. Dedico todos os méritos do trabalho à sua perspicácia sobre o assunto abordado.

Agradecimento especial aos meus amigos da UNIFEI, Crystianne Lilian, Guilherme Gomes, Gustavo Krupa e Marcos Roselli. O aprendizado oriundo da nossa convivência permitiu-me ampliar conceitos técnico-científicos, interpessoais e filosóficos que, de alguma maneira, afetaram positivamente esta Dissertação de Mestrado e meu crescimento profissional.

Agradeço à CAPES pelo aporte financeiro contemplado a mim durante a realização do Mestrado.

Agradeço à FAPEMIG, via Processo APQ-02175-14, pela concessão de recursos financeiros, que contribuíram para o fortalecimento da infraestrutura computacional no Laboratório de Métodos de Partículas no IEM/UNIFEI; sem esta infraestrutura computacional os resultados numéricos deste trabalho não poderiam ser obtidos.

Sem mais, agradeço a DEUS por ter todos vocês ao meu lado durante o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Estruturas submersas no escoamento de fluidos, por exemplo, correntes de vento ou correntes oceânicas, estão sujeitas às Forças Induzidas pelo Escoamento (F.I.E.) e às Vibrações Induzidas pelo Escoamento (V.I.E.). Tais vibrações podem ser de pequena ou de grande amplitude, assim como as preocupações sobre a segurança da estrutura sob efeito de tal fenômeno podem ser leve ou grave. Estas estruturas submersas vibram sob certa velocidade de um fluido, devido ao desprendimento de vórtices. O presente trabalho direciona os estudos em problemas relacionados à Vibração Induzida por Vórtices (V.I.V.) devido ao desprendimento de vórtices a partir de uma estrutura cilíndrica. Sob certas condições pode ocorrer o *lock-in*, fenômeno identificado quando a frequência de desprendimento de vórtices sincroniza-se com a frequência natural do corpo. Há poucos estudos na literatura caracterizando os modos de desprendimento e a esteira viscosa formada à jusante de um cilindro circular vibrando com dois graus de liberdade; este fato caracteriza o objetivo deste estudo. Na presente metodologia, uma versão puramente Lagrangeana do Método de Vórtices Discretos (M.V.D.) é utilizada para simular numericamente o escoamento de um fluido viscoso em torno de um cilindro circular isolado e oscilando forçadamente com até dois graus de liberdade. Um valor elevado para o número de Reynolds $Re = 10^5$, baseado na velocidade do escoamento incidente e no diâmetro do cilindro, é assumido para todas as simulações realizadas. O comportamento do sistema dinâmico acoplado pela interação fluido-estrutura é analisado para investigar o fenômeno de atrelagem síncrona, bem como modos de sincronização e de competição na formação de vórtices para um cilindro oscilando nessas condições.

Palavras-chave: Interação fluido-estrutura; Vibração induzida por vórtices; Vibração forçada; Dois graus de liberdade; Carregamentos fluidodinâmicos; Descrição Lagrangeana.

ABSTRACT

Structures submerged in a fluid flow, for example, wind or ocean currents, are subject to Flow-Induced Forces (F.I.F) and Flow-Induced Vibrations (F.I.V.). Such vibrations may have small or large amplitude, as well as the concerns about the structural safety under such phenomenon may be mild or severe. The submerged structures vibrate under certain flow velocity due to turbulence and vortex shedding. The present study focuses on problems related to vortex induced vibration (V.I.V.) due to vortex shedding in cylindrical structures. Under certain conditions the lock-in phenomenon may occur when the frequency of vortex shedding synchronizes with the natural frequency of the body. There are few studies in the literature concerning the oscillating cylinders in two degrees of freedom; this fact characterizes the objective of this study. In the present methodology, a purely Lagrangian Discrete Vortex Method (D.V.M.) is used to simulate the viscous flow around an isolated circular cylinder forced to vibrate up to two degrees of freedom. A high Reynolds number, based on the free-flow velocity and the cylinder diameter, is maintained at $Re = 10^5$ for all simulations. The behavior of the coupled structure-flow system is analyzed in order to investigate the phenomena of synchronous coupling or lock-in, as well as synchronization and competition modes in the vortex wake for a cylinder oscillating under these conditions.

Keywords: Fluid-structure interaction, Vortex-induced vibration, Forced vibration, Two degrees of freedom, Fluid-dynamic loads, Lagrangian description.

Sumário

Letras Latinas	VIII
Letras Gregas	XI
Sobrescritos	XII
Subscritos.....	XII
Abreviaturas.....	XIII
Siglas	XIV
Capítulo 1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Vibrações Induzidas pelo Escoamento	1
1.2 Motivação da Pesquisa.....	4
1.3 Objetivos deste Trabalho	8
1.4 Metodologia	10
1.5 Estrutura da Dissertação	11
Capítulo 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1 Introdução	13
2.2 Formação dos Vórtices	13
2.3 Desprendimento de Vórtices em Corpos Rombudos Estacionários	15
2.3.1 Esteira de von Kármán e número de Strouhal	19
2.3.2 Efeitos da proximidade do chão	19
2.3.3 Vibração induzida por vórtices.....	21
2.4 Vibrações com um Grau de Liberdade	26
2.4.1 Vibrações forçadas na direção transversal (cross-flow)	29
2.4.2 Vibrações forçadas na direção longitudinal (in-line)	32
2.5 Vibração com Dois Graus de Liberdade.....	36
2.6 Método de Vórtices Discretos.....	42
Capítulo 3 MODELO MATEMÁTICO	47
3.1 Introdução	47
3.2 Geometria do Problema e Definições	48
3.3 Hipóteses Simplificadoras	51
3.4 Equações Governantes e Condições de Contorno	52
3.4.1 Equações de movimento.....	52
3.5 Adimensionalização do Problema.....	53
3.6 A Equação do Transporte da Vorticidade.....	56
Capítulo 4 SOLUÇÃO NUMÉRICA: MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	58
4.1 Introdução	58

4.2	Problema da Advecção	59
4.3	Difusão da Vorticidade	67
4.4	Geração da Vorticidade.....	69
4.5	Conservação da Massa e Conservação da Circulação Global	72
4.6	Cargas Fluidodinâmicas.....	73
Capítulo 5	RESULTADOS	77
5.1	Introdução	77
5.2	Parâmetros utilizados na simulação numérica	78
5.3	Cilindro circular estacionário e isolado	82
5.4	Cilindro circular isolado e oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento incidente	92
5.5	Cilindro circular isolado e oscilando forçadamente na direção transversal ao escoamento incidente	109
5.6	Cilindro circular oscilando forçadamente na direção longitudinal e na direção transversal em relação ao escoamento incidente.....	117
5.6.1	Efeitos da variação da frequência de oscilação forçada na direção longitudinal	131
5.6.2	Efeitos da variação da amplitude na direção longitudinal.....	136
5.6.3	Efeitos da variação da frequência de oscilação forçada na direção transversal	140
5.6.4	Efeitos da variação da amplitude na direção transversal.....	147
Capítulo 6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS ...	153
6.1	Principais Conclusões	153
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	158
Apêndice A	MODELO DE VÓRTICE DE LAMB.....	160
Apêndice B	O CÓDIGO NUMÉRICO DESENVOLVIDO: TWO DEGREES OF FREEDOM.....	166
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	167

Lista de Figuras

Figura 1.1: Duto flutuante submerso entre duas estruturas flutuantes. (WANG e YANG, 2016)	5
Figura 2.1: Representação da camada limite hidrodinâmica e dos vetores unitários sobre um ponto da superfície do corpo. (Adaptado de INCROPERA, 2003).....	14
Figura 2.2: Separação da camada limite e formação de vórtices em um cilindro (SCHLICHTING, 1979)	14
Figura 2.3: Distribuição de pressão em um cilindro circular	15
Figura 2.4: Esquema da separação da C.L (Adaptado de SUMER 2006).....	16
Figura 2.5: Formação e desprendimento de vórtices alternados contrarrotativos no escoamento a jusante do cilindro.	17
Figura 2.6: Regimes de escoamento sobre um cilindro circular liso em escoamento uniforme (adaptado de SUMER 2006).....	18
Figura 2.7: Esteira de Von Kármán para $Re=100.000$	19
Figura 2.8: Escoamento em a) um cilindro livre, b) cilindro próximo ao chão. E: ponto de estagnação (adaptada de SUMER 2006)	20
Figura 2.9: Interação entre fluido e estrutura. Adaptado de Dalton (2010).....	25
Figura 2.10: Resposta de amplitude medida e prevista para um cilindro circular de.....	29
Figura 2.11: Regimes de formação de vórtices mostrando os regimes de modo 2S, 2P e P + S em $Re = 1000$ (WILLIAMSON e GOVARDHAN, 2008).....	30
Figura 2.12: Esboço dos modos de desprendimento de vórtices sobre um cilindro oscilando na direção transversal. (Adaptado de WILLIAMSON & GOVARDHAN, 2008)	31
Figura 2.13: Comparação entre a frequência de desprendimento e a frequência de oscilação forçada. (adaptado KRISHNAMOORTHY et al., 2001).....	32
Figura 2.14: Modo Simétrico de emissão de vórtices para oscilação in-line de um cilindro circular.	33
Figura 2.15: Modo Antissimétrico A-I de emissão de vórtices para oscilação in-line de um cilindro circular.	34
Figura 2.16: Modo Antissimétrico A-II de emissão de vórtices para oscilação in-line de um cilindro circular.	34
Figura 2.17: Modos Antissimétrico A-III e A-IV de emissão de vórtices para oscilação in-line de um cilindro circular.	34
Figura 2.18: Dependência do modo de desprendimento de um cilindro circular a razão A/d e f_{osc} / f_s (retirada de ONGOREN & ROCKWELL, 1988).	35
Figura 2.19: Respostas in-line e cross-flow para razão de frequências de 2,0, $m^* = 2$ e $\zeta = 0,003$ (reproduzida de ASSI, 2009)	38
Figura 2.20: Amplitudes dos movimentos do cilindro e frequências de oscilação para diferentes relações de frequência: ●, amplitude transversal; ×, amplitude in-line; +, frequência transversal; *, frequência in-line. (Reproduzido de DAHL et al., 2006)	39

Figura 2.21: Resposta da amplitude cross-flow (WILLIAMSON e ROSHKO, 1988).....	41
Figura 2.22: Efeito potencial dos coeficientes empíricos para predição de resposta de V.I.V. 2D.....	42
Figura 3.1: Desenho esquemático do problema	49
Figura 4.1: escoamento viscoso ao redor de um cilindro circular.....	61
Figura 4.2: Discretização da superfície do corpo em MB painéis planos.	62
Figura 4.3: Distribuição constante de fontes sobre o eixo x.....	62
Figura 4.4: Velocidade induzida no ponto P(x,y) por uma distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de uma superfície de comprimento $(x_2 - x_1)$	63
Figura 4.5: Representação da vorticidade gerada a partir de uma superfície plana por vórtices discretos de Lamb. (Adaptada de MORAES, 2011)	70
Figura 4.6: Posição de geração de um vórtice discreto de Lamb.....	70
Figura 5.1: Número de Strouhal via Transformada Rápida de Fourier (TRF)	84
Figura 5.2: Cargas fluidodinâmicas integradas (sem oscilação).....	85
Figura 5.3: Orientação do ângulo θ para a distribuição do coeficiente de pressão	86
Figura 5.4: Evolução da vorticidade após 800 iterações (sem oscilação)	86
Figura 5.5: Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular estacionário e isolado.....	87
Figura 5.6: Distribuição de pressão e atrito de forma em cilindro circular. (Retirada de ACHENBACH, 1968).....	87
Figura 5.7: Formação da esteira próxima no instante de tempo $t=32,80$ (Ponto A)	88
Figura 5.8: Formação da esteira próxima no instante de tempo $t=34,00$ (Ponto B)	88
Figura 5.9: Formação da esteira próxima no instante de tempo $t=34,90$ (Ponto C)	89
Figura 5.10: Formação da esteira próxima no instante de tempo $t = 36,40$ (Ponto D)	89
Figura 5.11: Formação da esteira próxima no instante de tempo $t = 37,45$ (Ponto E).....	90
Figura 5.12: Cálculo da amplitude média de C_L	90
Figura 5.13: Distribuição média do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro	92
Figura 5.14: Representação do modelo proposto por Ongoren & Rockwell (1988).....	93
Figura 5.15: Definição do intervalo para cálculo das médias das cargas fluidodinâmicas para um grau de liberdade.....	95
Figura 5.16: Representação de dois períodos da oscilação forçada in-line imposta ao cilindro.....	98
Figura 5.17: Esteira observada no tempo adimensional $t = 50$ para casos de oscilação forçada longitudinal ($A_x = 0,13$).....	99
Figura 5.18: Cargas fluidodinâmicas integradas com oscilação longitudinal para os casos 2 e 3.....	101
Figura 5.19: Esteira instantânea durante um ciclo de oscilação do cilindro e oscilação da curva do C_L para o caso 2 (Fig. esquerda) e o caso 3 (Fig. direita).....	102
Figura 5.20: Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento. (Caso 2).....	103
Figura 5.21: Esteira instantânea durante dois ciclos de oscilação para o Caso 4 (Modo A-IV).....	104
Figura 5.22: Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento (Caso 4).....	105

Figura 5.23: Transformada Rápida de Fourier (F.F.T.) sobre a curva do coeficiente.....	106
Figura 5.24: Esteira instantânea em um ciclo de oscilação para o Caso 6 (Modo S).....	107
Figura 5.25: Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento. (Caso 6).....	107
Figura 5.26: Esteira instantânea durante um ciclo de oscilação para o Caso 7 (Modo S + A-III).....	108
Figura 5.27: Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento (Modo de sincronização Modo S + A-III).....	109
Figura 5.28: Representação de um ciclo de oscilação transversal	110
Figura 5.29: Esteira medida no tempo adimensional $t = 50$ nos casos de oscilação forçada transversal ($A_y = 0,13$).....	113
Figura 5.30: Esteira instantânea durante um ciclo de oscilação transversal para Caso 10 (Modo 2S).....	115
Figura 5.31: Esteira instantânea durante dois ciclos de oscilação para o Caso 12 (Modo 2P).....	116
Figura 5.32: Visualização numérica da esteira para o modo 2P com observação da coalescência (Caso 13).	116
Figura 5.33: Transformada Rápida de Fourier da força de sustentação via Matlab (Caso 13).....	117
Figura 5.34: Definição do intervalo para cálculo das médias das cargas fluidodinâmicas para dois graus de liberdade.....	120
Figura 5.35: Relação entre os coeficientes fluidodinâmicos e a Velocidade Reduzida.	123
Figura 5.36: Relação entre as amplitudes médias das curvas fluidodinâmicas com a velocidade reduzida para casos com um e dois g.d.l.....	124
Figura 5.37: Esteira medida no tempo adimensional $t = 50$ nos casos de oscilação forçada com dois g.d.l. ($f_{osc} = f_x = f_y$ e $A_x = A_y = 0,13$)	126
Figura 5.38: Variação temporal do posicionamento do cilindro e definição dos pontos A, B, C, D e E. .	127
Figura 5.39: Séries temporais dos coeficientes das forças para o cilindro circular oscilando forçadamente in-line e cross-flow para o Caso 14.	128
Figura 5.40: Esteira instantânea durante um ciclo de oscilação do cilindro para o Caso 16 (Lock-in longitudinal e transversal).....	129
Figura 5.41: Esteira instantânea durante dois ciclos de oscilação do cilindro no Caso 17 (Lock-in longitudinal e transversal).....	130
Figura 5.42: Esteira instantânea durante dois ciclos de oscilação do cilindro para o Caso 18 (Lock-in longitudinal e transversal).....	130
Figura 5.43: Fenômeno de interrupção da formação de vórtices.	131
Figura 5.44: Relação entre os parâmetros obtidos das curvas dos coeficientes fluidodinâmicos com a velocidade reduzida.	133
Figura 5.45: Trajetória do cilindro circular mencionado do tempo adimensional $t = 0,0$ até $t = 40,00$	134
Figura 5.46: Influência da variação da frequência de oscilação forçada longitudinal na esteira.....	135
Figura 5.47: Relação entre parâmetros obtidos das curvas dos coeficientes fluidodinâmicos com a Velocidade Reduzida.	137
Figura 5.48: Trajetória do cilindro circular conforme variação da amplitude de oscilação longitudinal.	138

Figura 5.49: Influência da variação da amplitude longitudinal na formação da esteira para $t = 50$	139
Figura 5.50: Relação entre os coeficientes fluidodinâmicos com a Velocidade Reduzida.	142
Figura 5.51: Relação entre as amplitudes médias das curvas fluidodinâmicas com a velocidade reduzida.	143
Figura 5.52: Trajetória do cilindro circular mencionado do tempo adimensional	144
Figura 5.53: Influência da variação da frequência transversal na formação da esteira para $t = 50$	146
Figura 5.54: Influência da amplitude transversal sobre os coeficientes fluidodinâmicos integrados	148
Figura 5.55: Influência da amplitude transversal sobre os coeficientes fluidodinâmicos	149
Figura 5.56: Trajetória do cilindro circular conforme variação da amplitude de oscilação transversal para $A_x = 0,13$	150
Figura 5.57: Esteira característica de cilindro circular oscilando com 2 g.d.l. e variando amplitude transversal de oscilação.	152
Figura A.1: Matriz dimensional para a difusão da vorticidade.	161
Figura A.2: Modelo do vórtice discreto de Lamb.	165

Lista de Tabelas

Tabela 5.1: Parâmetros de entrada utilizados na simulação numérica de acordo com o arquivo de entrada do programa computacional.....	82
Tabela 5.2: Valores calculados do coeficiente de arrasto e número de Strouhal para um cilindro de seção circular isolado e estacionário.....	84
Tabela 5.3: Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal ($Re = 10^5$).....	91
Tabela 5.4: Parâmetros numéricos para a oscilação forçada longitudinal do corpo circular ($A_x = 0,13, f_s = f_{CL(cilindro\ fixo)} 0,21, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5$).....	93
Tabela 5.5: Resultados obtidos para cilindro oscilando na direção longitudinal ($A_x/D = 0,13, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5$).....	95
Tabela 5.6: Comparação das razões das frequências.....	96
Tabela 5.7: Resultados obtidos para cilindro oscilando in-line.	97
Tabela 5.8: Resultados obtidos para o cilindro oscilando transversalmente ao escoamento incidente. ($A_y/D = 0,13, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5$).....	110
Tabela 5.9: Comparação das razões das frequências para oscilação transversal.	111
Tabela 5.10: Resultados obtidos para o cilindro oscilando na direção transversal ao escoamento incidente. ($A_y/D = 0,13, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5$).....	112
Tabela 5.11: Parâmetros numéricos para a vibração forçada com dois graus de liberdade do cilindro circular.....	118
Tabela 5.12: Resultados obtidos para o cilindro oscilando in-line e cross-flow.....	120
Tabela 5.13: Comparação entre as razões de frequências para oscilações com dois graus de liberdade.	122
Tabela 5.14: Resultados obtidos para cilindro oscilando simultaneamente in-line e cross-flow.	122
Tabela 5.15: Respectivas amplitudes e posicionamento dos pontos A, B, C, D e E.....	125
Tabela 5.16: Resultados obtidos para cilindro oscilando com 2 gdl e variação da frequência longitudinal.....	132
Tabela 5.17: Resultados obtidos para O cilindro oscilando com 2 gdl e variação da amplitude longitudinal.	136
Tabela 5.18: Resultados obtidos para o cilindro oscilando com 2 gdl e variação da frequência transversal.....	141
Tabela 5.19: Resultados obtidos para cilindro oscilando com 2 gdl e variação da amplitude longitudinal.....	147

Simbologia

Letras Latinas

A	Amplitude de oscilação
\mathbf{A}	Vetor potencial para dedução da Lei de Biot-Savart
\mathbf{A}_d	Vetor coluna lado direito de pressão
\mathbf{A}_p	Matriz de influência de pressão
b	Comprimento característico do problema
C_D	Coefficiente de arrasto
C_L	Coefficiente de sustentação
C_P	Coefficiente de pressão
d	Relativo ao diâmetro do cilindro circular
$d\mathbf{s}$	Elemento orientado de uma superfície sólida
D	Força de arrasto
eps	Referente à posição de geração de uma partícula
f_{nx}	Frequência natural do corpo na direção longitudinal
f_{ny}	Frequência natural do corpo na direção transversal
f_{osc}	Frequência de oscilação forçada do corpo
f_s	Frequência de emissão de vórtices para o corpo isolado
f_x	Frequência de oscilação forçada longitudinal do corpo
f_y	Frequência de oscilação forçada transversal do corpo

g_{\min}	Espaçamento entre o corpo e a parede vertical
G	Solução fundamental da equação de Laplace
\mathbf{g}	Campo de aceleração local da gravidade
g	Aceleração local da gravidade
H	Constante da formulação integral para o cálculo do campo de pressões
K	Coefficiente de uma matriz de influência
L	Comprimento do cilindro circular
L	Força de sustentação
Ld	Vetor coluna lado direito de pressão
m	Massa estrutural por unidade de comprimento
m^*	Massa adicionada
M	Número total de painéis planos utilizados para a discretização das fronteiras
MB	Número total de painéis planos utilizados para a discretização do corpo
\mathbf{n}	Vetor unitário na direção normal a uma superfície sólida
n_x	Representa a função cosseno
n_y	Representa a função seno
NV	Número total de vórtices discretos presentes no domínio fluido
p	Campo de pressões
P	Número randômico entre 0 e 1
Q	Número randômico entre 0 e 1
Re	Número de Reynolds

r_1	Relativo à distância radial
r_2	Relativo à distância radial
S	Define o contorno da fronteira que delimita a região fluida bidimensional
S_1	Relativo ao contorno da superfície do corpo
S_2	Relativo ao contorno da superfície do chão
St	Número de Strouhal
S_∞	Relativo ao contorno da fronteira no infinito e que delimita o domínio fluido
t	Tempo adimensional
th_p	Ângulo de orientação de um painel plano genérico p
T_0	Tempo característico do problema
U	Velocidade característica do problema
U_∞	Componente horizontal da velocidade do escoamento não perturbado
\mathbf{u}	Campo de velocidades
u	Componente horizontal da velocidade total induzida em cada partícula
\mathbf{u}_c	Vetor velocidade induzida pelas fronteiras sólidas
\mathbf{u}_i	Vetor velocidade induzida escoamento incidente
\mathbf{u}_v	Vetor velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos de Lamb
v	Componente vertical da velocidade total induzida em cada partícula
v_i	Componente vertical da velocidade do escoamento incidente
V_R	Velocidade reduzida
V_∞	Componente vertical da velocidade do escoamento não perturbado

x	Coordenada de posição horizontal
\mathbf{x}	Vetor posição
X_{osc}	Posição do cilindro na direção longitudinal
y	Coordenada de posição vertical
Y_{osc}	Posição do cilindro na direção transversal
Y	Trabalho específico total
\mathbf{z}_d	Vetor que define o avanço randômico de cada partícula durante cada

Letras Gregas

α	Ângulo do escoamento incidente
λ	Velocidade angular
Γ	Intensidade de um vórtice discreto de Lamb
Γ_Ω	Circulação total na região fluida
Δs	Relativo ao comprimento de cada painel plano
Δt	Relativo ao incremento de tempo discreto
ε	Referente à posição de geração de partículas novas
θ	Referente a um ângulo de orientação
μ	Coefficiente de viscosidade dinâmica
ν	Coefficiente de viscosidade cinemática
η	Coordenada de posição horizontal inercial
π	Valor do número de PI

ρ	Massa específica do fluido
Σ	Representa um somatório
τ	Vetor unitário na direção tangencial a uma superfície sólida
σ_0	Raio do núcleo de uma partícula
$\sigma(x)$	Densidade uma distribuição uniforme de fontes sobre cada painel plano
Ω	Define o domínio fluido
ζ	Coordenada de posição vertical inercial
ω	Campo de vorticidades
ω	Único componente não nulo do vetor vorticidade na direção normal ao plano

Sobrescritos

i	Referente a uma partícula
\cup	Designa composição de superfícies para definir o domínio fluido
*	Designa grandeza adimensional

Subscritos

i	Referente ao escoamento incidente
c	Referente às fronteiras sólidas
v	Referente à nuvem de vórtices discretos de Lamb
τ	Referente à direção tangencial

n	Referente à direção normal
d	Referente ao deslocamento randômico de cada partícula
∞	Referente ao comportamento do fluido longe das fronteiras sólidas
M	Referente à média de um intervalo

Abreviaturas

CFD	<i>Computacional Fluid Dynamics</i>
D.V.M.	<i>Discrete Vortex Method</i>
COUPS	Matriz de influência de fontes
COUPV	Matriz de influência de vórtices discretos
E.T.V.	Equação do Transporte da Vorticidade
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FSI	<i>Fluid-Structure Interaction</i>
GAMMA	Vetor incógnita de vórtices discretos nascentes
g.d.l.	Graus de liberdade
M.V.D.	Método de Vórtices Discretos
P.C.E.	Princípio de Conservação da Energia
P.C.M.	Princípio de Conservação da Massa
P.C.Q.M.L.	Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear
PIV	<i>Particle Image Velocimetry</i>
RHSS	Vetor coluna lado direito de fontes

RHSV	Vetor coluna lado direito de vórtices
SIGMA	Vetor coluna incógnita de fontes
V.I.E.	Vibrações Induzidas pelo Escoamento
V.I.V.	Vibrações Induzidas por Vórtices
W.I.V.	<i>Wake-Induced Vibrations</i>

Siglas

CAPES	Coordenação e Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
FAPEMIG	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
PETROBRÁS	Petróleo Brasileiro S.A.
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Vibrações Induzidas pelo Escoamento

O fenômeno chamado de Vibrações Induzidas pelo Escoamento (V.I.E.) se manifesta principalmente quando uma estrutura da engenharia fica exposta a passagem de um escoamento, que interage com a estrutura e provoca vibrações transversais e paralelas em relação à direção do próprio escoamento. Um caso particular de vibração é identificado quando a força fluidodinâmica responsável pela vibração se origina da distribuição de pressão ao redor da superfície do corpo devido à geração e desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas (comumente chamadas de vórtices). Este caso particular é conhecido como Vibrações Induzidas por Vórtices (V.I.V.) e está presente, por exemplo, nos *risers* e nos dutos submarinos da indústria do petróleo, nos trocadores de calor do tipo casco e tubos, nos cabos de torre de transmissão de eletricidade, etc.

O fenômeno de V.I.E. ainda não está completamente entendido, permanecendo um campo estimulante de pesquisa experimental e numérica. As estruturas fluidodinâmicas, do ponto de vista da mecânica de fluidos, podem ser classificadas em duas categorias: estruturas esbeltas e estruturas rombudas (onde ocorre separação da camada limite). No caso das estruturas rombudas, o desprendimento de vórtices, formando a esteira do corpo, produz forças transversais periódicas no corpo. O desprendimento periódico de vórtices na esteira dá origem à circulação periódica em torno do corpo e, portanto, a uma força de sustentação periódica, onde sua magnitude é proporcional à força de desprendimento dos vórtices. À medida que a frequência da força de sustentação periódica se aproxima de

uma frequência de vibração natural da estrutura, vibrações substanciais podem ocorrer. O mapeamento detalhado do campo do escoamento na esteira próxima ao corpo é de importância primordial para a estimativa da frequência de emissão de vórtices; o levantamento da história temporal das cargas fluidodinâmicas é, muitas vezes, bastante elucidativo. No cenário das simulações computacionais, notam-se variados estudos de V.I.V. sobre um cilindro circular com vibração transversal (do inglês, *cross-flow* (CF)). Os principais motivos para poucas considerações de casos com vibrações do corpo na mesma direção do escoamento (do inglês, *in-line* (IL)) são a falta de testes com combinação de resposta de escoamentos CF e IL e a presunção de que a resposta do escoamento CF contribui muito mais para a fadiga do que o escoamento IL (GE *et al.*, 2009). Alguns códigos comerciais usados na engenharia *offshore*, como SHEAR7, VIVANA e VIVA, são desenvolvidos para dimensionar estruturas submetidas à V.I.V.. No entanto, tais códigos computacionais assumem resposta dinâmica restrita a um número limitado de amplitudes e de frequências de vibração e consideram apenas vibração transversal (CHAPLIN *et al.*, 2005). Baarholm *et al.* (2006) mostrou que os danos por fadiga devido a efeitos de vibrações *in-line* podem se tornar significativos para cilindros longos na presença de vãos.

Neste trabalho analisa-se numericamente o escoamento bidimensional e incompressível de um fluido Newtoniano com propriedades termodinâmicas constantes ao redor de um cilindro circular isolado e que vibra forçadamente com até dois graus de liberdade utilizando o Método de Vórtices Discretos (M.V.D.); este é um dos problemas clássicos da dinâmica dos fluidos devido à presença das estruturas cilíndricas em diversas aplicações de engenharia (BEARMAN, 1984 e BLEVINS, 1990). Embora a simples compreensão dos fenômenos envolvidos no escoamento ao redor de um cilindro circular não resulte em aplicações diretas à engenharia, há o grande desafio de se entender os aspectos fundamentais da interação dinâmica entre o fluido e esta estrutura. O entendimento destes aspectos essenciais de interação fluido-estrutura ajuda a contribuir para o desenvolvimento das mais diversas áreas da engenharia. Quando a frequência de emissão de vórtices sincroniza com a frequência de vibração da estrutura, o escoamento apresenta forte componente bidimensional (BEARMAN, 2011). É importante notar que os resultados obtidos são bastante restritos dada a complexidade do fenômeno de V.I.V.. Os modelos aqui analisados tratam V.I.V. de cilindros rígidos forçados a oscilar sob hipótese de escoamento bidimensional e com até dois graus de liberdade, ou seja,

oscilações forçadas na direção longitudinal e na direção transversal ao escoamento incidente. Espera-se que a discussão de casos mais simples possa servir de preparação para uma posterior análise de modelos mais abrangentes e aplicáveis na prática.

No campo da interação fluido-estrutura (FSI – *Fluid Structure Interaction*) e da engenharia *offshore*, as Vibrações Induzidas por Vórtices têm sido um tópico altamente pesquisado nas últimas décadas. Tanto as vibrações estruturais como a ressonância acústica têm sido associadas ao desprendimento de vórtices em estruturas cilíndricas (EID & ZIADA, 2011 e McCLURE & YARUSEVYCH, 2016). Vibrações caracterizadas pelo desprendimento de vórtices podem ocorrer numa ampla gama de estruturas. Na indústria do petróleo, por exemplo, as estruturas oceânicas afetadas pelo desprendimento de vórtices incluem *risers* de perfuração, *spar buoys*, linhas de amarração e dutos submarinos. O zumbido nos cabos de transmissão de eletricidades e nos fios telefônicos pode ser atribuído ao desprendimento de vórtices, assim como eventuais rupturas em trocadores de calor. Portanto, o desprendimento de vórtices em corpos rombudos imersos em uma corrente incidente é caracterizado por forças instáveis exercidas pelo fluido sobre o corpo. O fenômeno de V.I.V. ocorre quando a frequência de oscilação do corpo e a frequência de desprendimento de estruturas vorticosas se sincronizam, mecanismo conhecido como *lock-in*. A análise física e a previsão de V.I.V. motivaram uma série de estudos, como os realizados por Bearman (1984), Sarpkaya (2004), Williamson & Govardhan (2004), Hirata *et al.* (2008), Païdoussis *et al.* (2010) e Cagnay & Balabani (2014).

Bearman (2009) mostrou que quando a vibração livre acontece, pequenos aumentos na velocidade do escoamento uniforme podem causar variações grandes na amplitude de oscilação do cilindro circular, muito possivelmente, acompanhada por mudanças no regime de formação de vórtices. Saltos inesperados acompanhados de variações bruscas nos parâmetros de controle da vibração dificultam as investigações experimentais para vibração em base elástica, o que não acontece com vibração forçada. No entanto, um grande número de ciclos de oscilação do corpo tem que ser cumprido, quando a este se impõe movimento de vibração forçada; este fato implica, também, em simulações numéricas com elevados tempos de processamento.

As vibrações em base elástica podem ser caracterizadas por um cilindro rígido montado elasticamente, seja nas duas extremidades ou em apenas uma tendo a outra

extremidade livre. Ao aplicar a análise dimensional em cilindros rígidos montados elasticamente, existem variáveis importantes a serem consideradas como a massa estrutural por unidade de comprimento, m , amortecimento e rigidez. As vibrações forçadas podem ser caracterizadas por um cilindro circular que sofre a ação de forças externas como, por exemplo, forças harmônicas. As variáveis importantes a serem consideradas são a frequência de excitação, a amplitude da força de excitação e o ângulo de fase medido em relação ao referencial de tempo.

1.2 Motivação da Pesquisa

A maior motivação desta pesquisa é analisar o regime de formação de vórtices e o fenômeno de V.I.V. no âmbito de estruturas oceânicas. Com o aumento mundial da demanda por energia, a procura de recursos energéticos é parcialmente voltada ao oceano, principalmente em água profundas (profundidade a partir de 1500 metros considerada a lâmina da água). No Golfo do México, por exemplo, sabe-se que existem mais de 3.400 poços em águas profundas. Existe, também, uma tendência de exploração de petróleo *offshore* no Mediterrâneo e na costa da África Oriental depois de uma série de enormes descobertas de gás natural (KRAUSS & BRODER, 2012). No Brasil, a Petrobras é pioneira na tecnologia de exploração em águas profundas. Nestas condições, as estruturas oceânicas operantes evidenciam problemas de vibração, pois os *risers* e cabos extremamente longos têm uma variedade de modos de vibração, sendo suscetíveis a excitações em uma ampla faixa de amplitudes e de frequências.

Existem novos conceitos para o projeto de *risers* e tubulações *offshore* apresentados nos últimos anos. O *pipeline* flutuante é uma nova tecnologia para transferir fluidos e gases sob o oceano (FRYRILEIV *et. al*, 2013). De modo geral, o duto submerso está flutuando em alguma profundidade do oceano com algumas amarrações ou preso ao fundo do mar (KRUIJT, 2003 e PAULSEN *et. al*, 2000). Além disso, o *pipeline* pode ser usado para conectar duas estruturas flutuantes (veja na Figura 1.1).

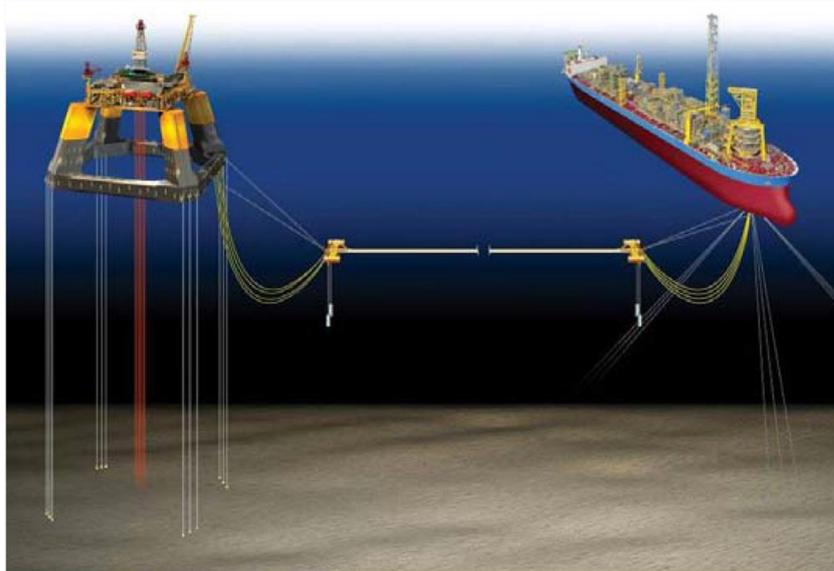


Figura 1.1: Duto flutuante submerso entre duas estruturas flutuantes. (WANG e YANG, 2016)

Em comparação com as tubulações tradicionais, que são colocadas ou enterradas no fundo do mar, o duto flutuante submerso é considerado uma solução mais útil para a engenharia *offshore*. Não é necessário fazer intervenções no fundo do mar, já que o oleoduto não possui contato direto com o mesmo (na presença de vãos). À medida que o oleoduto flutuante submerso está localizado a certa profundidade abaixo da superfície do mar, as forças das ondas também podem ser ignoradas. As principais preocupações são devidas às forças atuantes e aos vórtices gerados devido à passagem de correntes marinhas. Os *risers* podem ter um aspecto de razão do comprimento pelo diâmetro excedendo a ordem de 10^3 , ou seja, tais estruturas são susceptíveis a uma variedade de modos de vibração relacionado a V.I.V., sendo este fenômeno responsável por eventuais problemas de fadiga (FEI *et al.*, 2009).

A análise da resposta dinâmica não linear para uma estrutura cilíndrica é uma tarefa vital para sua segurança, sendo o estudo de V.I.V. importante para análise de fadiga, fenômeno que pode causar ruptura e sérios danos ao componente. Logo, os fenômenos da hidrodinâmica não linear, tais como, formação de camada limite, separação da camada limite e transição para a turbulência na esteira e na camada limite do corpo, devem ser compreendidos pelos pesquisadores. No processo de desprendimento de estruturas vorticosas contrarrotativas há a definição da frequência de emissão dos pares

contrarrotativos de vórtices, que na forma adimensional, é definido pelo número de Strouhal.

Um *riser*, por exemplo, na prática apresenta pelo menos dois graus de liberdade relevantes ao efeito de V.I.V. e o escoamento apresenta efeitos tridimensionais menos relevantes. Na dinâmica dos fluidos, as V.I.V. são movimentos induzidos em corpos que interagem com o escoamento de um fluido externo, produzidos pelas irregularidades periódicas nesse escoamento. Um exemplo clássico é V.I.V. em um cilindro subaquático. A frequência natural da estrutura depende das propriedades mecânicas do material, de seu comprimento, condições de contorno e sua massa, incluindo efeitos da interação fluido-estrutura.

No caso de sincronização entre a frequência de desprendimento de vórtices e a frequência natural da estrutura, a estrutura entra em ressonância e fica sujeita a oscilações transversais (verticais), ocorrendo o fenômeno conhecido como *lock-in*. O *lock-in* se caracteriza pela modificação tanto da frequência natural de vibração, devido à variação da massa adicional, quanto pela modificação da frequência de desprendimento de vórtices, que é influenciada pela vibração da estrutura. O duto pode ainda entrar em ressonância no sentido longitudinal, quando a frequência natural do duto nesta direção se aproximar do dobro da frequência de desprendimento de vórtices.

A velocidade reduzida é um parâmetro utilizado na literatura especializada para associar as condições ambientais com o comportamento estrutural do duto. Nenhuma tentativa de se incluir o efeito de onda, que teria uma contribuição na velocidade final do perfil de velocidades, principalmente em dutos localizados em águas rasas, é apresentada neste trabalho. Desta forma, a velocidade reduzida é definida por:

$$V_R = \frac{U}{f_{osc} d} \quad (1.1)$$

onde f_{osc} é a frequência de oscilação forçada imposta para um dado modo de vibração da estrutura, U é a velocidade da corrente incidente e d é o diâmetro externo do duto.

As primeiras pesquisas sobre V.I.V. se concentraram principalmente em oscilações transversais (*cross-flow*) de cilindros circulares para se determinar as respostas dinâmicas de forças e momentos, como pode-se observar no trabalho realizado por Parkinson (1974). As Vibrações Induzidas por Vórtices através da oscilação transversal de um

cilindro montado elasticamente, excitado através do desprendimento de vórtices, é muito grande em comparação com as oscilações longitudinais (*in-line*), ou seja, na mesma direção do escoamento. Na prática, uma estrutura cilíndrica vibra com mais de um grau de liberdade, se tornando aparente a necessidade da compreensão física de V.I.V. com dois graus de liberdade.

Considerando-se que uma estrutura cilíndrica longa é semelhante a uma viga sob tensão, esta possui um conjunto contável de frequências e modos naturais nas direções longitudinal e transversal ao escoamento. A força de excitação em linha (força de arrasto) devido ao desprendimento de vórtices, tem um período igual à metade do período da força de excitação transversal (força de sustentação), uma vez que o desprendimento de vórtices ocorre sempre à jusante do cilindro.

Em geral, a ressonância dupla exige uma frequência natural transversal f_{ny} igual ou muito próxima da frequência de desprendimento de vórtices, f_{CL} , e a frequência natural longitudinal, f_{nx} , duas vezes maior que f_{CL} . Estas estruturas em águas rasas apresentam características próximas de uma viga, sendo a condição prevalente $f_{nx}/f_{ny} \approx 1$. Em alta profundidade, no entanto, a ressonância destas estruturas longas é quase inevitável, pois o número de modos aumenta e a estrutura possui características de uma corda. Deste modo, é importante fazer uma investigação paramétrica dos valores f_{nx}/f_{ny} em determinada faixa.

Este trabalho, portanto, se baseia no estudo do regime de formação de vórtices a partir de um cilindro de seção circular isolado e que oscila forçadamente em três situações: na mesma direção do escoamento incidente (vibração forçada *in-line*), na direção transversal (vibração forçada *cross-flow*) e em ambas as direções ao mesmo tempo. Um alto valor de Reynolds, isto é, $Re = 10^5$, é adotado. Para tal, deve-se numa primeira etapa compreender a física do mecanismo de formação de vórtices, que ocorre na esteira próxima de um cilindro circular isolado e estacionário através de curvas dos coeficientes de arrasto, de sustentação e de pressão. A comparação dos resultados numéricos obtidos com resultados experimentais disponíveis na literatura (BLEVINS, 1984) para $Re = 10^5$ e a identificação dos erros numéricos, que podem ser associados à ausência dos efeitos tridimensionais nas simulações numéricas, se torna importante.

A compreensão e caracterização do regime de formação de vórtices são essenciais para projetos de engenharia. Segundo Narendran *et al.* (2015), existe uma necessidade contínua de compreender a magnitude das oscilações de pico e da relação força-fase possíveis em todas as condições de esforços.

1.3 Objetivos deste Trabalho

Este trabalho desenvolve um código numérico computacional utilizando o Método dos Vórtices Discretos (M.V.D.) e possui os seguintes objetivos:

- A) Explicar fisicamente o mecanismo de formação de vórtices à jusante de um cilindro isolado e estacionário através da história temporal dos coeficientes de arrasto, sustentação e pressão. Visualizar os fenômenos de formação e de desprendimento das estruturas vorticosas na esteira próxima ao corpo para auxiliar o entendimento dos resultados gráficos. Comparar os resultados obtidos no trabalho com resultados experimentais realizados por Blevins (1984) para um mesmo $Re = 10^5$ e identificação de possíveis erros numéricos associados à ausência de efeitos tridimensionais nas simulações numéricas.
- B) Obter resultados numéricos para a resposta dinâmica de um cilindro circular isolado oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento incidente. Os parâmetros impostos ao movimento harmônico do cilindro circular são: amplitude de oscilação ($A_x/d = 0,13$, sendo d o diâmetro do cilindro) e velocidade reduzida $1,67 \leq V_{Rx} \leq 25$. Nos casos analisados foram verificadas a ocorrência do fenômeno de ressonância (frequência de desprendimento de vórtices sincronizado com a frequência natural da estrutura) e a formação dos modos de desprendimento de vórtices correspondentes. Todas as análises foram realizadas com um alto número de Reynolds, isto é $Re = 10^5$. Estes resultados são utilizados para entender previamente o conceito de V.I.V. sobre a estrutura de seção circular oscilando forçadamente com um grau de liberdade, assim como aferir e validar os resultados obtidos numericamente com os trabalhos realizados por Ongoren & Rockwell (1988) e Silva Siqueira (2011).
- C) Obter resultados numéricos para a resposta dinâmica de um cilindro circular isolado oscilando forçadamente na direção transversal ao escoamento incidente.

Os parâmetros impostos ao movimento harmônico do cilindro circular são: amplitude de oscilação ($A_Y/d = 0,13$, sendo d o diâmetro do cilindro) e velocidade reduzida $1,67 \leq V_{Ry} \leq 25$.

- D) Obter resultados numéricos para a resposta dinâmica de um cilindro circular isolado oscilando forçadamente tanto na mesma direção como transversalmente ao escoamento incidente. Os parâmetros impostos ao movimento harmônico do cilindro circular com dois graus de liberdade são: amplitude de oscilação em x e em y ($A_X/d = A_Y/d = 0,13$) e velocidade reduzida $1,67 \leq V_R \leq 25$. Nestes resultados são identificados os casos que permanecem com a ocorrência do fenômeno de ressonância, e os modos de desprendimento de vórtices correspondentes. Estes casos são analisados comparando-os aos casos em que a oscilação ocorre apenas na direção incidente ao escoamento para, desta forma, evidenciar a influência da implicação de oscilações forçadas no corpo transversalmente ao escoamento incidente. Todas as análises foram realizadas com $Re = 10^5$ e manteve-se a mesma velocidade reduzida em x (V_{Rx}) e em y (V_{Ry}) nos diversos casos estudados. São impostas quatro novas situações para analisar a influência da variação da velocidade reduzida e a variação da amplitude em casos já rodados, tanto na direção longitudinal quanto na direção transversal. Os parâmetros impostos nestes casos são:

Situação 1: $V_{Rx} = V_{Ry} = 0,40$, $A_Y/d = 0,13$ e $0,04 \leq A_X \leq 0,6$.

Situação 2: $V_{Rx} = V_{Ry} = 0,34$, $A_X/d = 0,13$ e $0,04 \leq A_Y \leq 0,6$.
 $V_{Rx} = V_{Ry} = 0,40$, $A_X/d = 0,13$ e $0,04 \leq A_Y \leq 0,6$.

Situação 3: $A_X/d = A_Y/d = 0,13$, $V_{Ry} = 0,40$ e $1,67 \leq V_{Rx} \leq 25$.

Situação 4: $A_X/d = A_Y/d = 0,13$, $V_{Rx} = 0,34$ e $1,67 \leq V_{Ry} \leq 25$.
 $A_X/d = A_Y/d = 0,13$, $V_{Rx} = 0,40$ e $1,67 \leq V_{Ry} \leq 25$.

- E) Analisar as potencialidades da metodologia desenvolvida para a aplicação em trabalhos futuros.

1.4 Metodologia

Neste trabalho são estudados numericamente os regimes de formação de vórtices para a condição do corpo vibrando forçadamente com até dois graus de liberdade. A técnica numérica utilizada é o Método de Vórtices Discretos (M.V.D.), um método puramente Lagrangeano. Este método tem como característica a discretização do campo de vorticidades presente no domínio fluido usando uma nuvem de vórtices discretos de Lamb (PANTON, 1984). A vorticidade é gerada a partir da superfície do corpo de maneira que o conjunto de vórtices discretos nascentes satisfaça as condições de escorregamento-nulo e de conservação global da circulação. Dentre as vantagens do M.V.D., torna-se desnecessário a criação de malha de discretização da região fluida, o escoamento é descrito apenas nas regiões de interesse, ou seja, regiões com presença de vorticidade (dentro da camada limite e esteira do corpo), e o método não exige definição explícita das condições de contorno a grandes distâncias do corpo. Uma dificuldade da simulação numérica sobre uma superfície de seção circular é associada ao fato de se desconhecer o ponto de separação da camada limite, que pode variar durante a simulação numérica. Sendo assim, é necessário simular os processos de geração e de transporte de vorticidade sobre toda a superfície do corpo, ou seja, o desenvolvimento da camada limite.

Cada vórtice discreto é analisado individualmente durante toda sua trajetória para satisfazer a Equação do Transporte da Vorticidade (E.T.V.) na forma bidimensional. Desta maneira, os vórtices discretos são submetidos aos processos de convecção e de difusão da vorticidade (para os problemas bidimensionais os efeitos de deformação dos tubos de vorticidade não se fazem presentes). Na solução do problema puramente convectivo identifica-se uma das principais características do M.V.D., o campo de velocidades do escoamento deve ser calculado apenas nas posições onde se encontram os vórtices discretos, sendo esta velocidade a própria velocidade induzida no fluido. O cálculo do campo de velocidades sobre os vórtices discretos é composto pelas contribuições do escoamento incidente, da fronteira sólida (cilindro circular, neste caso) e da nuvem de vórtices discretos. O cálculo da contribuição da nuvem de vórtices discretos (do inglês, *vortex-vortex interaction*) é o responsável pelo consumo do maior tempo de processamento durante a simulação numérica. O contador do número de operações realizadas por um único processador é proporcional ao quadrado do número

total de vórtices discretos, quando se utiliza a Lei de Biot-Savart. O cálculo da velocidade induzida pelo corpo é determinado utilizando-se o Método dos Painéis (KATZ & PLOTKIN, 1991). Este método possibilita discretizar a superfície de um corpo de forma qualquer e conhecida em segmentos planos ou curvos e a subsequente distribuição de singularidades sobre elas. A distribuição de singularidades garante a condição de contorno sobre os pontos de controle dos painéis. Neste trabalho, fontes com densidade uniforme são utilizadas para satisfazer as condições de impenetrabilidade e a conservação de massa. Os efeitos da viscosidade são impostos na solução do problema puramente difusivo utilizando uma técnica probabilística via Método do Avanço Randômico (LEWIS, 1991), ou seja, o movimento dos vórtices discretos é inspirado na ideia do movimento browniano (EINSTEIN, 1956).

Uma superfície plana localizada a grandes distâncias do corpo possui um sistema de coordenadas fixo para a inclusão dos efeitos de vibração forçada sobre o corpo. A posição da superfície plana não interfere no cálculo do campo de velocidades.

O cálculo das cargas fluidodinâmicas é baseado na formulação integral apresentada por Shintani & Akamatsu (1994), que considera a contribuição de todos os vórtices discretos presentes na esteira.

1.5 Estrutura da Dissertação

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre a hidrodinâmica envolvida no escoamento de um fluido ao redor de um cilindro circular, a influência do número de Reynolds no escoamento, o desprendimento de vórtices e as vibrações induzidas por vórtices. Este capítulo aborda detalhadamente o problema de desprendimento de vórtices e menciona estudos envolvendo efeitos de vibração com um grau de liberdade e com dois graus de liberdade de um cilindro circular.

O Capítulo 3 apresenta a formulação matemática do escoamento de um fluido viscoso ao redor de um corpo oscilante incluindo-se as hipóteses simplificadoras, as equações governantes, as condições de contorno e a adimensionalização do problema.

O Capítulo 4 descreve a implementação do M.V.D., incluindo-se a apresentação do algoritmo desenvolvido e comentários sobre os principais parâmetros utilizados na simulação numérica.

No Capítulo 5 estão apresentados os principais resultados das simulações numéricas, todos acompanhados das discussões associadas a cada caso analisado.

O Capítulo 6 contém as conclusões mais importantes sobre o trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

As referências bibliográficas utilizadas para a preparação deste trabalho se encontram listadas no final deste texto.

No Apêndice A está apresentada a construção do modelo do vórtice discreto de Lamb para o cálculo da velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos. O objetivo é mostrar que o modelo de vórtice de Lamb é a solução da parte difusiva da E.T.V..

No Apêndice B apresenta-se a estrutura do programa computacional *TWO-DEGREES-OF-FREEDOM-FOR* desenvolvido em linguagem de programação FORTRAN.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica sobre conceitos básicos de desprendimento de vórtices e Vibrações Induzidas por Vórtices. Descrevem-se resultados de pesquisas importantes relacionados ao tema a fim de ilustrar os parâmetros relevantes associados a V.I.V. em cilindros de seção circular. Simplificações utilizadas na análise de V.I.V. são mostradas, assim como os parâmetros adimensionais para modelar e dimensionar adequadamente os carregamentos fluidodinâmicos atuantes. O problema de V.I.V. na direção transversal, na mesma direção e em ambas as direções em relação ao escoamento incidente sobre um cilindro circular é revisado.

2.2 Formação dos Vórtices

O conceito da separação da camada limite sobre um corpo imerso em um escoamento está relacionado com a formação de vórtices. Esta separação ocorre em função da distribuição de pressão na camada limite. Para ilustrar tal fenômeno observa-se a Figura (2.1), onde tem-se um escoamento direcionado para a direita.

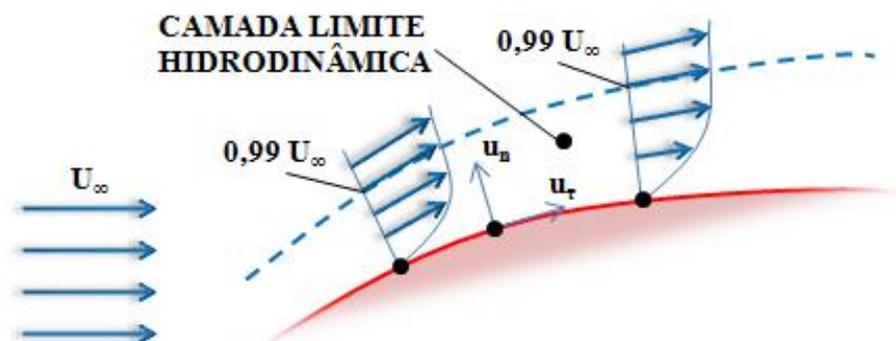


Figura 2.1: Representação da camada limite hidrodinâmica e dos vetores unitários sobre um ponto da superfície do corpo. (Adaptado de INCROPERA, 2003)

Devido à variação da espessura da camada limite, a velocidade na camada limite varia e acelera as partículas de fluido entre os pontos D e E , e desacelera entre os pontos E e F (Figura 2.2). Quando se inicia o escoamento sobre a superfície de um cilindro circular, o movimento de uma partícula fluida é influenciado pelo aumento da quantidade de movimento, e permanece assim enquanto a camada limite é estreita.

Fora da camada limite ocorre uma transformação da energia de pressão em energia cinética entre D e E , e o reverso ocorre entre E e F .

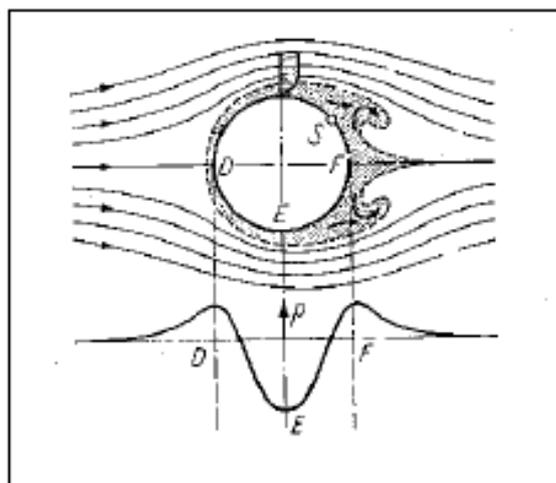


Figura 2.2: Separação da camada limite e formação de vórtices em um cilindro (SCHLICHTING, 1979)

A partícula fluida na proximidade da parede e dentro da camada limite, continua sob a influência do campo de pressão externo, pois a pressão externa é imposta na camada limite.

Devido às forças de atrito presentes na camada limite, a partícula fluida perde parte de sua quantidade de movimento no trajeto de D até E , impossibilitando de superar o aumento de pressão entre E e F . Sendo assim, ela é eventualmente levada ao repouso e, pela combinação dos efeitos viscosos, se move numa direção oposta ao escoamento. Neste movimento reverso se origina um vórtice, o qual crescerá de tamanho e deverá separar-se do corpo, movendo-se a jusante no escoamento.

A formação de vórtices muda completamente o campo do escoamento na região próxima do corpo e a distribuição de pressão sobre a superfície do corpo, quando comparada com a de um escoamento potencial (Figura 2.3).

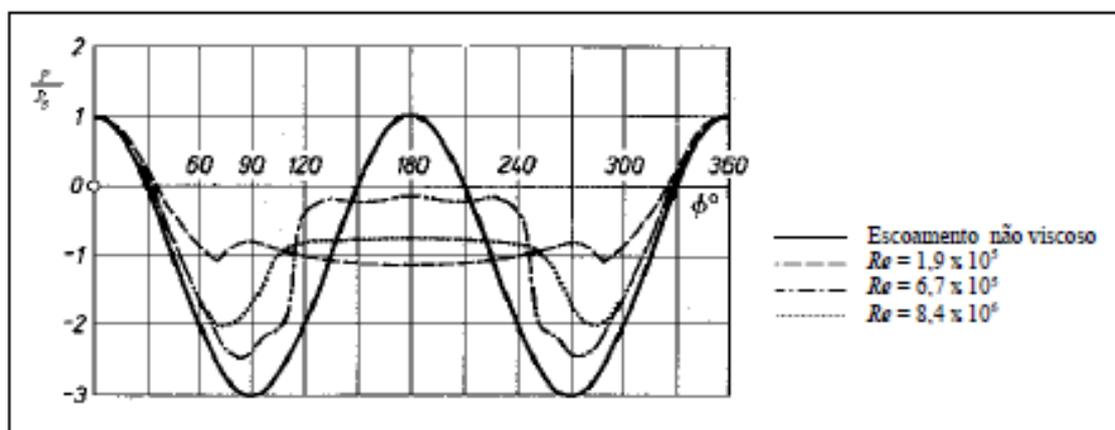


Figura 2.3: Distribuição de pressão em um cilindro circular

Fonte: Schlichting, 1979

2.3 Desprendimento de Vórtices em Corpos Rombudos

Estacionários

É possível descrever o fenômeno de formação de vórtices e de separação da camada limite sem introduzir aspectos dimensionais do escoamento, entretanto para o entendimento do desenvolvimento da esteira de vórtices é necessário introduzir alguns conceitos básicos (RIBEIRO, 2002).

O número adimensional que descreve a relação entre as forças de inércia e viscosas presentes em um escoamento é o número de Reynolds, $Re = \rho Ub / \mu = Ub / \nu$, onde ρ é a massa específica do fluido, μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica, ν é o coeficiente

de viscosidade cinemática, b é um comprimento representativo e U uma velocidade representativa do escoamento.

Sobre determinados valores de Re , a camada limite se desprende da superfície do cilindro devido ao gradiente de pressão imposto pelo escoamento próximo ao cilindro (Figura 2.4).

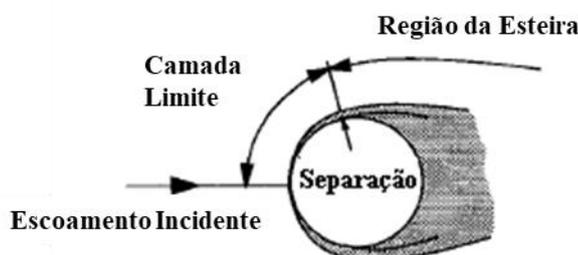


Figura 2.4: Esquema da separação da C.L (Adaptado de SUMER 2006).

O mecanismo proposto por Gerrard (1966), mesmo sem levar em conta efeitos tridimensionais, tem como sustentação física a interação entre duas camadas cisalhantes com vórtices de sinais opostos formadas ao redor do corpo, a partir da separação da camada limite hidrodinâmica. A passagem de uma corrente uniforme nas imediações de um corpo rombudo provoca sobre a superfície deste corpo a formação de uma camada limite, que vai se descolar do corpo em um determinado ponto. Este ponto é denominado ponto de descolamento da camada limite. Como descrito na Seção 2.2, a separação da camada limite acontece quando o escoamento através do corpo encontra uma região de gradiente desfavorável associado à ação dos efeitos viscosos. Neste ponto sobre a superfície do corpo, as partículas fluidas perdem quantidade de movimento e pode haver tanto a anulação da velocidade quanto a inversão do sentido do escoamento. A partir daí são originadas as duas camadas cisalhantes com vorticidades de sinais opostos, que enrolam em torno delas mesmas, formando os vórtices da esteira. Estas duas camadas cisalhantes se comportam como um sistema instável na presença de perturbações. A mecânica do processo de formação dos vórtices a partir das duas camadas cisalhantes pode ser entendida acompanhando-se a Figura (2.5). Em primeiro lugar, o vórtice B cresce a partir da camada cisalhante, onde está ligado, e ganha circulação. Quando a intensidade deste vórtice atinge determinado valor, ele atrai a camada cisalhante presente no lado oposto do corpo e a circulação de sinal oposto tende a:

- a) Fundir-se com o vórtice B que está se formando no lado oposto da esteira diminuindo a intensidade deste vórtice;
- b) Cortar a alimentação do vórtice B liberando-a para a formação da esteira viscosa;
- c) Voltar na direção da região próxima ao corpo e iniciar a formação de um novo vórtice C.

Este mecanismo acontece de maneira dinâmica.

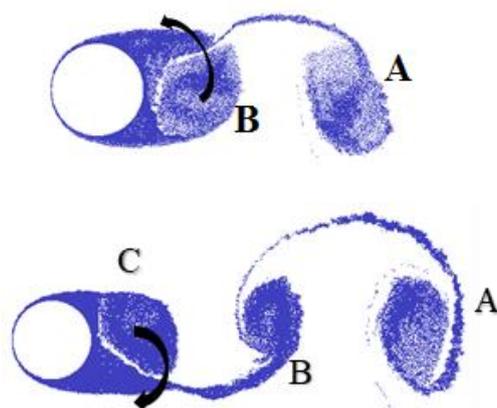


Figura 2.5: Formação e desprendimento de vórtices alternados contrarrotativos no escoamento a jusante do cilindro.

Quando um corpo rombudo, tal como um cilindro circular, é colocado sobre um corrente uniforme de fluido, de modo que o escoamento é essencialmente bidimensional, o fluido é forçado a desviar-se de seu trajeto reto uniforme, movendo-se em torno do cilindro.

Pela Figura (2.6) observa-se que os regimes de escoamento, de desprendimento de vórtices e de formação de esteira variam com o número de Reynolds. O problema estudado neste trabalho utiliza, para todas as simulações, um número de Reynolds de $Re = 1 \times 10^5$. Portanto, os casos estão inseridos no regime subcrítico.

O problema do desprendimento de vórtices não se limita a cilindros circulares, mas pode existir para qualquer corpo rombudo. Tais corpos possuem pressão positiva ou negativa no lado a jusante do corpo. Um gradiente de pressão negativo no lado a montante do corpo força o fluido a aderir ao corpo. No lado de trás do corpo, existe uma região com

gradiente de pressão adverso que força o fluido a se descolar do corpo, resultando em separação; assim formam-se os vórtices. No caso do cilindro circular isolado e estacionário, observa-se um padrão regular de desprendimento de vórtices com o tempo.

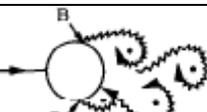
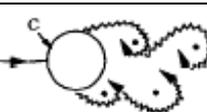
Padrão de Esteira	Característica do Escoamento	Faixa do número de Reynolds
	Sem separação. Creeping flow.	$Re < 5$
	Um par fixo de vórtices simétricos.	$5 < Re < 40$
	Esteira de vórtices laminar.	$40 < Re < 200$
	Transição para turbulência na esteira.	$200 < Re < 300$
	Esteira completamente turbulenta. A: Separação da camada limite Laminar.	$300 < Re < 3 \times 10^5$ Subcrítico
	A: Separação da camada limite Laminar. B: Separação da camada limite turbulenta; mas camada limite laminar	$3 \times 10^5 < Re < 3,5 \times 10^5$ Crítico (Transição inferior)
	B: Separação da camada limite turbulenta; camada limite parcialmente laminar e parcialmente turbulenta	$3,5 \times 10^5 < Re < 1,5 \times 10^6$ Supercrítico
	C: Camada limite completamente turbulenta em um lado	$1,5 \times 10^5 < Re < 4,5 \times 10^6$ Crítico (Transição superior)
	C: Camada limite completamente turbulenta nos dois lados	$4,5 \times 10^6 < Re$ Transcrítico

Figura 2.6: Regimes de escoamento sobre um cilindro circular liso em escoamento uniforme (adaptado de SUMER 2006)

2.3.1 Esteira de von Kármán e número de Strouhal

O padrão periódico de desprendimento de vórtices atrás de um cilindro estacionário na presença de um escoamento incidente é chamado esteira de vórtices de von Kármán. A Figura (2.7) mostra um exemplo da esteira de vórtices de Kármán. A esteira é caracterizada pelo desprendimento alternado de vórtices com rotação. O parâmetro adimensional característico para este tipo de escoamento é chamado de número de Strouhal (St) e está definido abaixo, onde f_s é a frequência de desprendimento de vórtices na esteira, d é o diâmetro do cilindro e U é a velocidade do escoamento incidente.

$$St = \frac{f_s d}{U} \quad (2.1)$$

O número de Strouhal demonstrou experimentalmente ser uma função do número de Reynolds com base no diâmetro do cilindro. Para uma ampla região de número de Reynolds subcrítico, entretanto, o número de Strouhal permanece relativamente constante, com um valor de 0,2 para um cilindro circular (SCHEWE, 1983 e BLEVINS, 1990). As frequências de desprendimento de vórtices e dos coeficientes das forças fluidodinâmicas se relacionam, sendo que para o desprendimento de um par de vórtices alternados, percorre-se um período da curva do coeficiente de sustentação (C_L) e dois períodos da curva do coeficiente de arrasto (C_D) (SUMER, 2006).

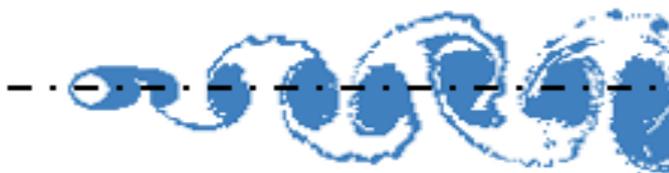


Figura 2.7: Esteira de Von Kármán para $Re=100.000$.

2.3.2 Efeitos da proximidade do chão

Neste trabalho utiliza-se uma superfície plana para a localização do sistema de coordenadas fixo, necessário para a imposição da vibração forçada sobre o corpo. No entanto, o efeito solo não interfere nos resultados numéricos obtidos. De uma maneira geral, o campo de velocidades sobre um cilindro circular próximo ao chão é influenciado não só pelo número de Reynolds, mas também pela distância entre o corpo e o chão, g_{min} (BIMBATO et al., 2011). Os efeitos fundamentais da influência do chão foram

observados por Taneda (1965), Roshko *et al.* (1975), Bearman & Zdravkovich (1978), Lei *et al.* (2000) e Bimbato *et al.* (2011).

Quando um cilindro se encontra próximo ao chão (parede plana), mudanças ocorrem sobre o escoamento ao redor do corpo (SUMER, 2006), tais como:

- Supressão do desprendimento de vórtices para pequenos valores da razão de distâncias ou *gap-ratio* (g_{\min}/d), sendo d o diâmetro do cilindro.
- O ponto de estagnação se move para uma posição angular menor, conforme Figura (2.8).
- A posição do ponto de separação da camada limite muda conforme se aproxima da parede. O ponto de separação do lado do escoamento livre move-se a jusante enquanto o ponto de separação do lado do chão move-se a montante.

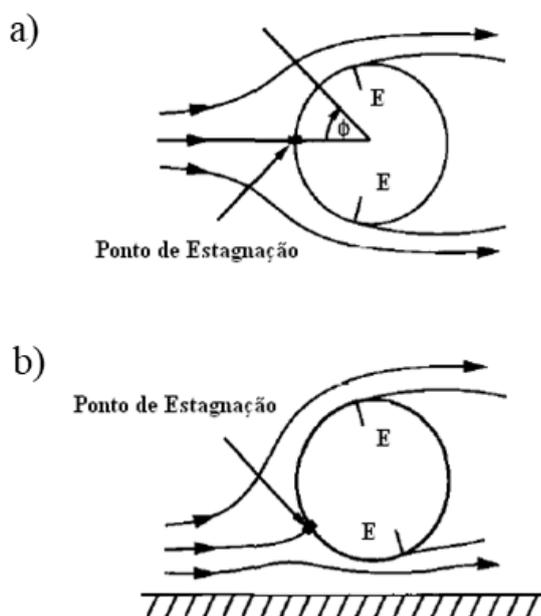


Figura 2.8: Escoamento em a) um cilindro livre, b) cilindro próximo ao chão. E: ponto de estagnação (adaptada de SUMER 2006)

Para o presente trabalho, a presença do chão (neste caso distante do corpo) é considerada na formulação matemática, sendo possível analisar a influência desta interferência em trabalhos futuros. Utiliza-se, para o presente trabalho, uma razão de espaçamento alta, ou seja, $g_{\min}/d = 1000$. Sendo assim, o efeito solo é menosprezado em

todos os resultados. Segundo Bimbato (2012), para $g_{\min}/d > 1000$, pode-se negligenciar a influência da parede sobre os valores das cargas fluidodinâmicas e nos regimes de desprendimentos de vórtices.

2.3.3 Vibração induzida por vórtices

A frequência natural de um cilindro circular flexível ou montado elasticamente pode ser excitada por desprendimento de vórtices. Quando a frequência de desprendimento de vórtices é próxima da frequência natural do cilindro, pode ocorrer movimentos de grandes amplitudes do mesmo. Tais movimentos são chamados de Vibrações Induzidas por Vórtices (V.I.V.) e são causados pela interação da estrutura do cilindro com os vórtices desprendidos na esteira próxima ao corpo. O desprendimento de vórtices em um cilindro oscilante é semelhante ao desprendimento em um cilindro estacionário, onde os vórtices ou turbilhão de vórtices se desprendem próximo à frequência de Strouhal.

Segundo Dalton (2013) existem dois tipos de V.I.V., sendo:

- Oscilações auto-excitadas – este tipo de V.I.V. ocorre naturalmente, ou seja, a frequência de desprendimento de vórtices e a frequência natural são as mesmas. Designa-se este tipo de V.I.V. como sendo Vibrações Induzidas por Vórtices.
- Oscilações forçadas – ocorrem para velocidades e amplitudes que são impostas e controladas independente da velocidade do fluido. Pode-se designar este tipo de V.I.V. como sendo Vórtices Induzidos por Vibrações.

O presente trabalho analisa oscilações forçadas sobre um cilindro circular com até dois graus de liberdades. As V.I.V. são um subconjunto de instabilidades mecânicas de fluidos chamadas Vibrações Induzidas pelo Escoamento (V.I.E.). O termo V.I.V. refere-se geralmente a vibrações que são estáveis e auto limitantes, resultantes de desprendimento de vórtices em grande escala. A natureza de autolimitação das V.I.V. é causada por um equilíbrio entre as forças de excitação e de amortecimento do fluido (VANDIVER & CHUNG, 1989). As V.I.V. diferem de oscilações instáveis, como o galope torcional (do inglês, *galloping*), que pode ser causado por assimetria geométrica de estruturas.

Oscilações instáveis normalmente resultam em cargas extremas em uma estrutura podendo causar sua ruptura, quando excede as propriedades de resistência do material. Em contrapartida, as V.I.V. são tipicamente de amplitude moderada, resultando em oscilações que não são grandes o suficiente para causar esta ruptura prematura, mas em grandes ciclos de oscilação podem resultar na fadiga do material. O principal problema de estruturas sofrendo V.I.V. é falha por fadiga. A fadiga do material está relacionada com as tensões impostas e diretamente relacionada com as forças exercidas sobre o corpo, por isso é desejável prever as forças atuantes devido aos efeitos de V.I.V.. As estruturas oceânicas são tipicamente construídas para durar mais de 20 anos e a vida de fadiga dessas estruturas se torna muito importante na definição dos critérios de projeto.

O problema de V.I.V. é tipicamente associado a longas estruturas que são caracterizadas por um grande número de frequências naturais. Nas aplicações de engenharia *offshore*, uma estrutura flutuante, como uma plataforma de petróleo, deve ser conectada ao fundo do oceano através de estruturas cilíndricas longas como os *risers* de perfuração, linhas de amarração, etc. As linhas de amarração podem ser muito longas e esbeltas, tornando-as suscetíveis aos efeitos de V.I.V.. Além das estruturas na superfície oceânica, as estruturas submarinas podem ser afetadas por V.I.V.. Milhares de quilômetros de tubulações, condutos e cabos existem no fundo do oceano para transportar recursos naturais, fiação e transmissão de dados através do fundo do oceano. Algumas destas longas estruturas são suscetíveis a vibrações causadas pelas correntes oceânicas.

As vibrações dessas estruturas são complexas devido ao elevado número de modos naturais estruturais e variações de correntes oceânicas. Para melhor compreender o problema e as causas de V.I.V., é desejável simplificar o problema em questão.

Uma simplificação para estudar o escoamento em torno de um corpo longo e delgado é analisar a situação de uma pequena seção do corpo. Visualizando esta pequena parte de um cilindro circular, a corrente aparece como uma corrente de fluido livre e com velocidade constante. Esta simplificação permite analisar a mecânica dos fluidos como se o escoamento se desenvolvesse em duas dimensões. Embora esta seja uma simplificação relevante de um conduto marítimo, ela permite a compreensão dos mecanismos básicos que conduzem a forças observadas em *risers*.

No caso de um cilindro circular oscilando forçadamente, é definido o parâmetro adicional de velocidade reduzida para descrever a dinâmica dos fluidos de um escoamento incidente uniforme sobre este corpo. Como já apresentado na Seção 1.2, a velocidade reduzida é definida por:

$$V_R = \frac{U}{f_{osc}d} \quad (2.2)$$

onde U é a velocidade do escoamento incidente uniforme, f_{osc} é a frequência de oscilação forçada imposta ao corpo e d é o diâmetro do cilindro circular. Pode-se correlacionar o regime de formação de vórtices demonstrado na Figura (2.6) com V_R , assim como realizado por Williamson (1985) e Sarpkaya (1986).

Roshko (1961) demonstrou que, com o aumento da velocidade reduzida, as linhas de corrente começam a oscilar à jusante do cilindro circular. A pressão na parte frontal aumenta e ocorre um atrito adicional devido a tais instabilidades.

Lienhard (1966) observou que, para altos valores do número de Reynolds, ocorre a separação da camada limite, sendo formada primeiramente uma camada limite laminar que, conforme aumenta-se o valor de Re , se transforma em uma camada limite turbulenta.

Achenbach & Heinecke (1981) abordaram uma relação entre os números de Reynolds e Strouhal, discutindo a influência do número de Strouhal sobre a frequência de desprendimento de vórtices. Como abordado na Seção 2.3.1., o número de Strouhal (St) é um número adimensional que descreve a frequência de emissão de vórtices. Altos valores de St (ordem de 1) indicam escoamento dominado pela viscosidade. No presente trabalho, o escoamento assume um valor de Reynolds alto e se caracteriza pelo desprendimento de vórtices.

Williamson & Roshko (1988) estudaram experimentalmente os padrões da esteira de vórtices para um cilindro circular isolado e oscilando forçadamente na direção transversal em uma ampla faixa de amplitudes (A/d até em torno de 5,0) e comprimento de onda (λ/d até em torno de 15,0). Eles definiram padrões de regimes de formação de vórtices e as respectivas terminologias para cada modo visualizado. Os padrões periódicos de desprendimento de vórtices se compõem de vórtices singulares (S) e pares de vórtices (P), sendo que se pode encontrar padrões de 2S, 2P e P+S. Veja a Seção 2.4.1.

Ongoren & Rockwell (1988) estudaram experimentalmente os padrões da esteira de vórtices para um cilindro circular oscilando forçadamente na direção longitudinal (*in-line*). Definiram modos de formação de vórtices periódicos com relação ao ângulo de ataque do escoamento incidente. Os diferentes modos são representados por estruturas básicas de vórtices definidos como simétricos (S) e antissimétricos (A). Define-se o conceito do modo de competição, que é determinado pela presença de dois ou mais padrões de desprendimento de vórtices na esteira próxima ao corpo. Veja a Seção 2.4.2.

Szepessy & Bearman (1992) estudaram a influência do coeficiente de sustentação para diferentes razões de comprimento e diâmetro (L/d) de um cilindro circular sobre diferentes números de Reynolds. Observou-se que os efeitos surgidos nas extremidades não possuem tanta influência no campo de escoamento para estruturas com $L/d > 6,7$.

A Figura (2.9) esquematiza efeitos da interação fluido-estrutura quando ocorre V.I.V.. Mesmo sem o cilindro circular vibrar, ainda existe a ação de forças dependentes do tempo (segmento superior e da esquerda apenas). Quando o cilindro circular oscila forçadamente, os quatro segmentos são envolvidos para descrever a resposta do corpo oscilante.

Quando vórtices se desprendem na esteira de um cilindro circular, a frequência de emissão correspondente às oscilações na força de sustentação é exatamente igual à frequência de desprendimento de vórtices. Isso é esperado quando um vórtice ou grupo de vórtices se desprende de um lado do cilindro apenas uma vez por ciclo e um vórtice ou grupo de vórtices se desprende no outro lado do cilindro uma vez por ciclo. Na direção da força de arrasto, no entanto, todos os vórtices são desprendidos a jusante. Portanto, a força de arrasto associada ao desprendimento de vórtices ocorre com o dobro da frequência da força de sustentação, uma vez que ambos os vórtices são desprendidos no mesmo lado do cilindro na direção da força de arrasto. Quando a frequência de desprendimento dos vórtices está próxima da frequência natural do cilindro, as respostas dos movimentos resultantes destas forças oscilantes mostram grandes movimentos transversais (perpendiculares à direção do escoamento), da ordem de um diâmetro do cilindro. As vibrações *in-line* (na mesma direção do escoamento incidente) não são tão grandes como os movimentos do escoamento e são tipicamente inferiores a 0,5 vezes o diâmetro. Por esta razão, muitos estudos experimentais têm experiências simplificadas

considerando apenas as vibrações transversais da estrutura. Estudos como de Sarpkaya (2004) e Williamson & Govardhan (2004) podem ser citados como referência.

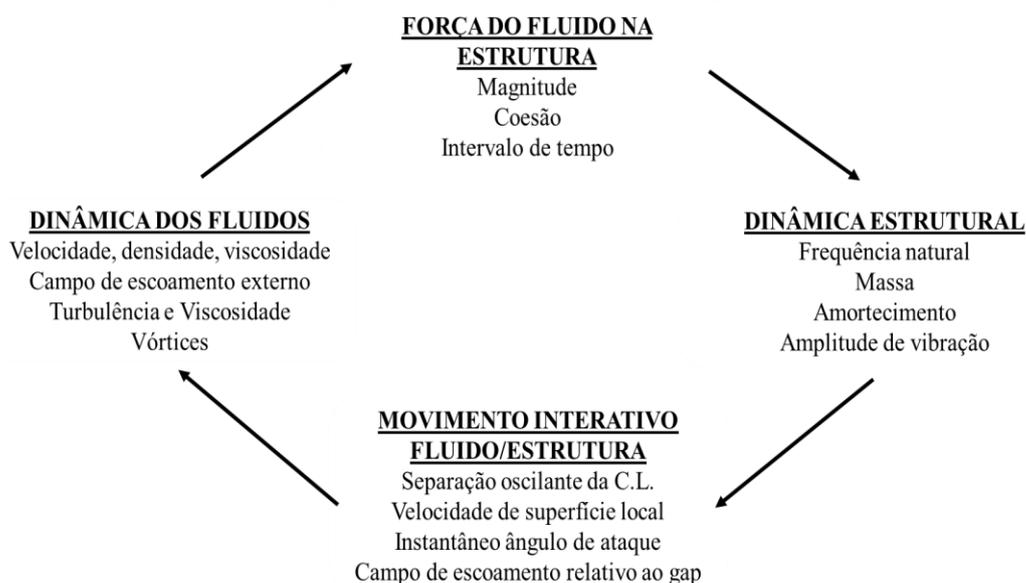


Figura 2.9: Interação entre fluido e estrutura. Adaptado de Dalton (2010)

Muitos pesquisadores se detiveram em abordar uma previsão de V.I.V. através de imposições de oscilações forçadas, testando cilindros circulares submetidos a oscilações sinusoidais forçadas ou controladas por um escoamento incidente. Bishop & Hassan (1964), Sarpkaya (1978), Staubli (1983), Gopalkrishnan (1993), Thompson *et al.* (1996), Hover *et al.* (1998) e Carberry *et al.* (2001, 2004, 2005) são trabalhos que analisam os regimes de escoamento e as forças fluidodinâmicas atuantes sobre um cilindro circular em diversas frequências.

Em regime de sincronização (do inglês, *lock-in*) um cilindro circular é excitado por desprendimento de vórtices; este sofre efeito de vibração induzida por vórtices. As forças fluidodinâmicas atuantes sobre o corpo, no entanto, são influenciadas pelo movimento resultante do cilindro. Através deste mecanismo iterativo, a interação fluido-estrutura atinge um equilíbrio dinâmico através do alinhamento entre escoamento e o movimento da estrutura. A formação dos vórtices é causada por uma instabilidade do escoamento na região da esteira próxima ao corpo. Como resultado, o desprendimento de vórtices é desencadeado por pequenas perturbações no escoamento e a excitação da estrutura é

inevitável. O mecanismo de interação fluido-estrutura se intensifica à medida que a frequência do desprendimento de vórtices se aproxima da frequência natural da estrutura. Esta sincronização pode ocorrer pois em determinados parâmetros relacionados à oscilação do cilindro circular, a frequência de desprendimento de vórtices arrasta-se para a frequência de oscilação da estrutura, evidenciando o *lock-in*.

Pesquisas mais recentes e direcionadas a V.I.V. *in-line*, V.I.V. *cross-flow* e nas duas direções são apresentadas nas próximas Seções a seguir.

2.4 Vibrações com um Grau de Liberdade

O escoamento em torno de um cilindro circular estacionário tem sido estudado por um grande número de pesquisadores com preocupação focada no fenômeno do desprendimento de vórtices e suas consequências para a estrutura. Descrições gerais dos problemas associados ao escoamento de fluido através de cilindros circulares e as propriedades deste problema fundamental são discutidas por Sumer *et al.* (2006), Norberg (1987) e Zdravkovich (2003).

Em problemas envolvendo efeitos de V.I.V. com um grau de liberdade, o cilindro circular é passível de oscilar em apenas uma direção. As linhas de pesquisa nesta área se concentram em duas frentes, oscilação na direção transversal, *cross-flow* e oscilação na direção longitudinal, *in-line*. A primeira aborda o regime de formação de vórtices em um cilindro oscilando transversalmente à direção do escoamento incidente, ou seja, na direção onde atua a força de sustentação, sendo que, na literatura, Paidoussis *et al.* (2010) abordam amplamente a interação fluido-estrutura nesta condição. A segunda frente estuda o caso de oscilação unicamente na mesma direção do escoamento incidente, onde atua a força de arrasto. Estudos de V.I.V. exclusivamente na direção *in-line* se tornaram de interesse principalmente após o acidente do reator “Monju” no Japão há duas décadas, causado por intensas vibrações desta natureza.

Estudos experimentais existem para caracterizar V.I.V. devido ao grande número de aplicações de engenharia, que sofrem com este fenômeno. Por outro lado, há, também, estudos realizados através de testes com modelos de simulação numérica. Experimentos têm incidido sobre sistemas autoexcitados, ou livre de vibrações, onde se permite ao cilindro oscilar exclusivamente devido à excitação do escoamento, e vibrações forçadas,

onde os movimentos do cilindro são forçados mecanicamente e observam-se as forças resultantes do fluido. Esta Seção se concentra principalmente nos estudos de vibrações forçadas que são fundamentais para o problema das V.I.V. aplicado a estruturas oceânicas.

Autores como Sarpkaya (1979, 2004), Bearman (1984, 2011) e Williamson & Govardhan (2004,2008) referem-se a muitos experimentos de vibrações forçadas e as respostas das cargas fluidodinâmicas.

Ao aplicar análise dimensional a cilindros montados elasticamente, existem importantes variáveis a considerar como massa estrutural / unidade de comprimento, m , amortecimento e rigidez. Estes podem ser incorporados nos seguintes parâmetros:

- Razão de massa (m^*): relação entre a massa estrutural e a massa de fluido deslocado.
- ζ : fração de amortecimento crítico.
- V_R : velocidade reduzida.
- f_n : frequência natural da estrutura na ausência de qualquer fluido.

Segundo Bearman (2011), uma visão considerável da resposta de V.I.V. pode ser obtida a partir de uma análise de Parkinson (1974). Este autor considerou um sistema de massa, mola e amortecimento conduzido pela força do fluido resultante do despreendimento de vórtices. Aplicando isso às oscilações transversais, Parkinson (1974) fez dois pressupostos importantes, sendo o primeiro que a força e a resposta são sinusoidais com a mesma frequência, f_{osc} , e, em segundo lugar, que a força do fluido controla a resposta por um ângulo de fase constante, Φ . Quando estas soluções são assumidas e inseridas na equação para um cilindro flexível, seguem-se as relações de amplitude e frequência de vibração:

$$\frac{A_y}{d} = \overline{A_{CL}} \text{sen}\Phi (1/4\pi^3) (1/m^* \xi) (U/f_n d)^2 (f_n/f_{osc}) \quad (2.3)$$

$$\frac{f_{osc}}{f_n} = [1 - \overline{A_{CL}} \cos\Phi (1/2\pi^3) (1/m^*) (U/f_n d)^2 (A_y/d) - 1]^{1/2} \quad (2.4)$$

onde A_y é a amplitude de vibração transversal e $\overline{A_{CL}}$ é a amplitude do coeficiente da força fluida na transversal.

Pelos pressupostos subjacentes às Equações (2.3) e (2.4), verifica-se que V.I.V. pode ser igualmente analisado forçando um cilindro a oscilar em movimento sinusoidal (BLEVINS, 2011). Os parâmetros que precisam ser controlados em um estudo de vibração forçada para obter A_{CL} e F_{CL} , por exemplo, são a razão de amplitude, A_y/d e a velocidade reduzida, V_R , definida através da frequência do movimento forçado. Experimentos que analisaram a vibração forçada transversal foram realizados por vários investigadores, incluindo-se Bishop & Hassan (1964), Sarpkaya (1978), Staubli (1983) e Hover *et al.* (1998). Além disso, uma série de estudos numéricos simularam o movimento forçado. No entanto, não se conhece a priori, precisamente, quais intervalos de razão de amplitude e de velocidade reduzida são encontrados para prever a resposta do sistema.

Morse & Williamson (2009) investigaram experimentalmente o campo de velocidades para um cilindro circular sobre um canal de recirculação de água, variando-se a amplitude e a frequência de oscilação do cilindro, com números de Reynolds iguais à $Re = 4000$ e $Re = 12.000$.

A utilização de técnicas de vibração livre e de vibração forçada têm suas vantagens e desvantagens, mas a técnica de vibração forçada tem o importante benefício de que a frequência e a amplitude de oscilação podem ser rigorosamente controladas. Com vibração livre, um pequeno aumento na velocidade do escoamento pode resultar em grandes mudanças na amplitude da oscilação do cilindro, possivelmente acompanhada por uma mudança no modo de desprendimento de vórtice. Tais faixas, ou transições, são difíceis de estudar sob condições de vibração livre. Por outro lado, deve-se realizar muitas análises utilizando vibração forçada para mapear as condições sob as quais a energia é transferida do fluido para o cilindro.

A Figura (2.10) apresenta uma relação entre amplitude de oscilação transversal e velocidade reduzida para as situações de vibração em base elástica e de vibração forçada para um cilindro circular.

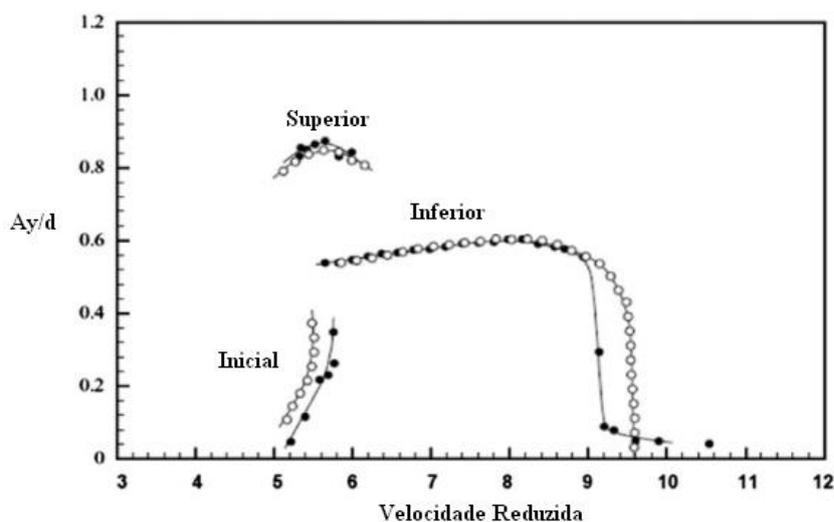


Figura 2.10: Resposta de amplitude medida e prevista para um cilindro circular de vibração livre: ●, resposta de vibração livre de Govardhan & Williamson (2006); ○, resposta de dados de vibração forçada reproduzidos por Morse & Williamson (2009). (Adaptado de BLEVINS, 2011)

2.4.1 Vibrações forçadas na direção transversal (cross-flow)

Existem regimes diferentes com propriedades de simetria específicas para o escoamento a jusante de um cilindro circular. Para baixos valores do número de Reynolds, o escoamento é estável e se forma a esteira de Von Kármán. Um único vórtice é desprendido em cada meio ciclo do C_L e, assim, este regime é chamado de modo 2S. O modo de desprendimento 2S, juntamente com movimento do cilindro que transfere energia entre o cilindro e o fluido, pode levar a um movimento dinâmico e organizado com propriedades de simetria únicas.

No caso da vibração livre, um pequeno aumento da velocidade do escoamento leva a grandes alterações na amplitude da oscilação do cilindro, acompanhada por uma mudança no padrão de desprendimento de vórtices. Esta alternância entre modos e variação de amplitude dificulta o estudo da vibração livre. Compreender as forças fluidodinâmicas associadas com V.I.V. requer uma compreensão da estrutura da esteira a

justante do cilindro. Assim, o estudo de oscilação forçada é uma técnica eficaz para a previsão da dinâmica da vibração livre mapeando a esteira de vórtices. A excitação forçada na direção transversal leva à formação de diferentes modos de desprendimento de vórtices, mostrando a relação entre o movimento controlado pelo cilindro e a estrutura de esteira. O mapa clássico apresentado na Figura (2.11) define vários padrões de esteira com respeito às amplitudes de oscilação e velocidades reduzidas.

Portanto, a Figura (2.11) é um resultado do mapeamento das diferentes estruturas de esteiras que ocorrem para oscilações forçadas. Neste caso, a estrutura da esteira depende da relação imposta de amplitude e diâmetro (A/d) e da relação de frequência de oscilação e frequência de desprendimento de vórtices (f_{osc}/f_{CL}).

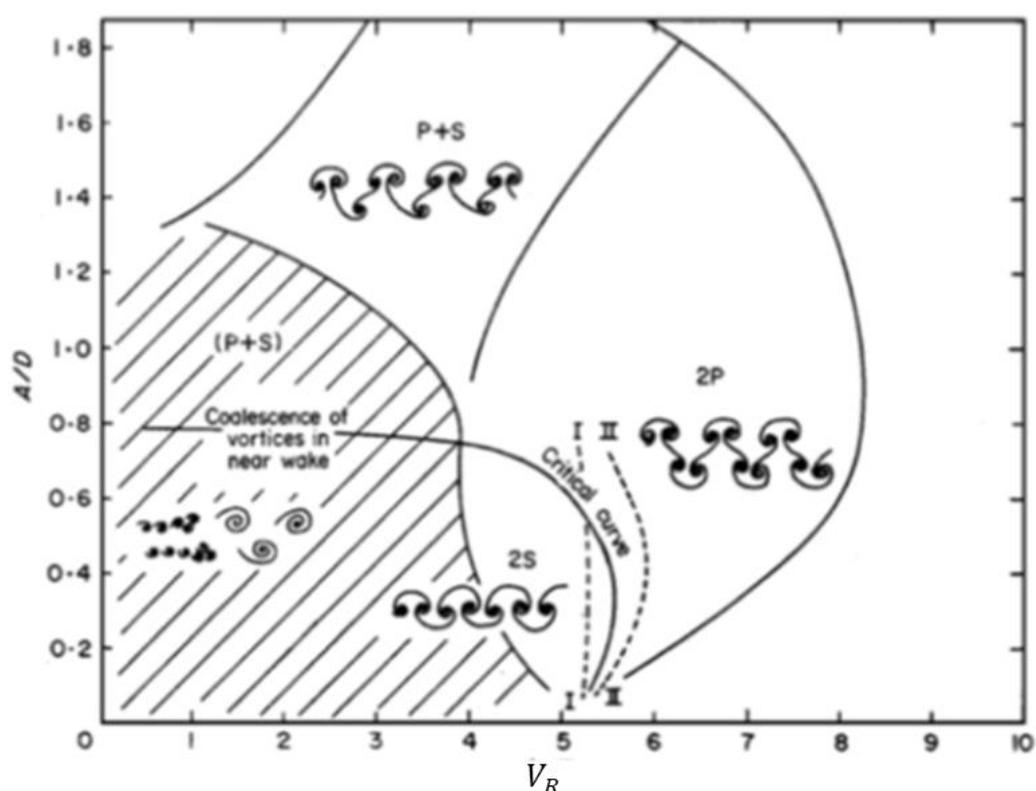


Figura 2.11: Regimes de formação de vórtices mostrando os regimes de modo 2S, 2P e P + S em $Re = 1000$ (WILLIAMSON e GOVARDHAN, 2008).

O modo 2S, como mencionado acima, é a esteira de Von Kármán. A forma 2P representa um par de vórtices desprendidos a cada meio ciclo e P+S é um regime, onde um par de vórtices e um único vórtice são desprendidos a cada ciclo (WILLIAMSON e ROSHKO, 1988). Alterações na fase da força de sustentação devido ao movimento do

cilindro resultam em uma mudança na direção ou magnitude da transferência de energia, que leva a uma forma de modo diferente (BLACKBURN & HENDERSON, 1999). A Figura (2.12) detalha como é o desprendimento de vórtices para cada modo.

A Figura (2.13) compara as frequências de desprendimento de vórtices com frequências de oscilação para casos de oscilação forçada. Tal resultado, apresentado por Krishnamoorthy *et al.* (2001), possui um número de Reynolds igual à $Re = 1500$ e $A/d = 0,22$.

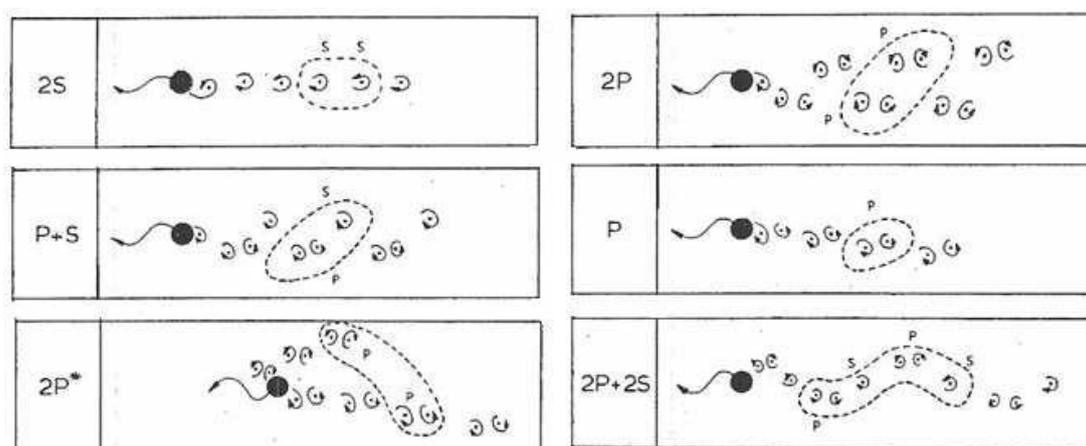


Figura 2.12: Esboço dos modos de desprendimento de vórtices sobre um cilindro oscilando na direção transversal. (Adaptado de WILLIAMSON & GOVARDHAN, 2008)

Moe & Wu (1990) evidenciaram que uma perfeita sincronização possui picos de amplitudes para as cargas fluidodinâmicas com variação de 10%, ambos para casos de oscilação forçada ou oscilação auto-excitada.

Rodriguez & Pruvost (2000) analisaram um cilindro circular oscilando forçadamente na direção transversal (*cross-flow*) a um escoamento uniforme incidente. Constataram que, mesmo para oscilações forçadas e regulares, a estrutura da esteira não apresenta, necessariamente, um resultado esperado de regime de desprendimento de vórtices.

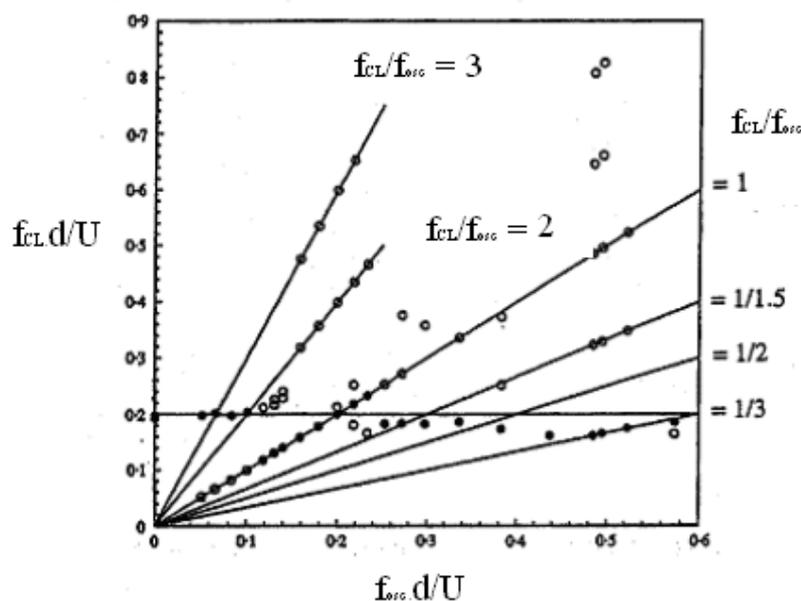


Figura 2.13: Comparação entre a frequência de desprendimento e a frequência de oscilação forçada. (adaptado KRISHNAMOORTHY *et al.*, 2001)

2.4.2 Vibrações forçadas na direção longitudinal (*in-line*)

As oscilações forçadas na mesma direção do escoamento podem, também, gerar efeitos significativos no campo de velocidades e no padrão de esteira. Uma vez que a flutuação da força de arrasto induzida pela esteira tem uma frequência duas vezes maior que a flutuação da força de sustentação, a oscilação contínua tem menor amplitude e maior frequência, o que pode impactar a vida de fadiga da estrutura. Em alguns casos, há uma mudança de fase entre o desprendimento de vórtices e o movimento estrutural, que altera o nível de transferência de energia para estrutura e que pode explicar o padrão da competição modal. Os diferentes padrões de esteira para oscilações forçadas *in-line* na região de comportamento não linear do escoamento são afetados pela combinação de A/d e f_{osc}/f_{CL} . Várias combinações de amplitude e de frequência com um ou mais fenômenos complexos (como histerese, bifurcação e sincronização) podem ocorrer levando a diferentes padrões de escoamento, similarmente ao caso de oscilação forçada transversal.

Griffin & Ramberg (1976) mostraram que um número significativo de pares de vórtices antissimétricos é formado devido à oscilação *in-line* de um cilindro circular. Em

adição, Naudascher (1986), também, confirmou em seu estudo que diferentes modos de desprendimento de vórtices surgem devido à oscilação *in-line* de um cilindro.

Ongoren & Rockwell (1988) apresentaram um estudo experimental clássico usando um canal de recirculação de água descrevendo diferentes modos de formação de vórtices sincronizados com a frequência de oscilação do cilindro circular para $Re=855$. Os modos foram classificados em dois grupos básicos: modo de formação de vórtices simétrico e modo de formação de vórtices antissimétrico. No modo simétrico de formação de vórtices, denotado por modo S, um par de vórtices contrarrotativos se desprende simultaneamente na parte de trás do cilindro circular durante um ciclo de oscilação do corpo. A frequência de emissão do par de vórtices contrarrotativos e a frequência de oscilação do cilindro circular se encontram sincronizadas. O modo antissimétrico se apresentava em quatro subgrupos: modo A-I, modo A-II, modo A-III e modo A-IV. Segundo os autores, mesmo quando não ocorria uma sincronização, os modos fundamentais tendiam a competir entre eles para uma mesma condição de escoamento.

O modo simétrico, S, ocorre para qualquer valor de α (ângulo do escoamento incidente), exceto $\alpha=90^\circ$, e há um componente simétrico de perturbação imposto pelo cilindro ao escoamento (pela parte da frente e pela parte de trás do corpo). Um par de vórtices é desprendido simultaneamente em ambos os lados na parte de trás do cilindro durante um ciclo T de oscilação do corpo, como esquematizado na Figura (2.14).

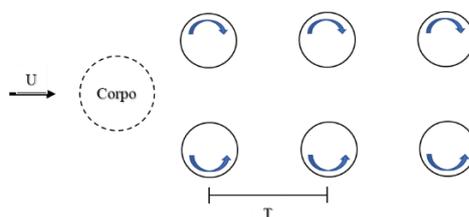


Figura 2.14: Modo Simétrico de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular.

No modo antissimétrico A-I, visualiza-se a emissão de estruturas vorticosas contrarrotativas desprendendo-se de maneira alternada na parte de trás do cilindro formando a clássica esteira de Von Kármán (veja a Figura 2.15).

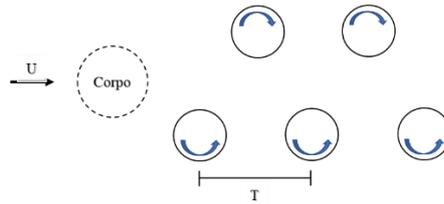


Figura 2.15: Modo Antissimétrico A-I de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular.

O modo antissimétrico A-II ocorre para $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ e, também, se verifica um componente simétrico de perturbação em relação ao escoamento. Neste modo, o efeito deste componente de perturbação é o de dobrar o período T de formação do par de vórtices antissimétricos; portanto, são necessários dois ciclos de oscilação do cilindro para a formação do par de estruturas vorticosas contrarrotativas. Em outras palavras, o período de formação do regime de desprendimento de vórtices do modo A-II é o dobro do modo A-I (Figura 2.16)

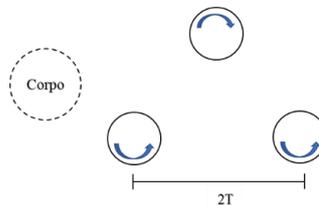


Figura 2.16: Modo Antissimétrico A-II de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular.

Os modos antissimétricos A-III e A-IV ocorrem somente para $\alpha = 0^\circ$ e o período de formação do regime de desprendimento de vórtices é o dobro do modo A-I. Há nestes casos a formação de pares de estruturas vorticosas contrarrotativas como se pode visualizar na Figura (2.17).

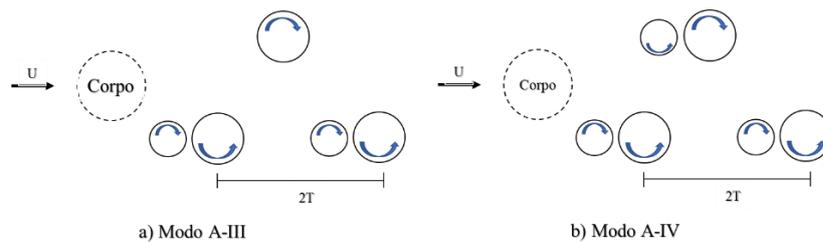


Figura 2.17: Modos Antissimétrico A-III e A-IV de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular.

O regime de formação de vórtices foi correlacionado segundo sua razão de amplitude de oscilação pelo diâmetro do cilindro (A/d) e da frequência de oscilação por frequência de Strouhal encontrada para o cilindro sem oscilação, conforme mostrado na Figura (2.18). Além de Re , as condições iniciais, tais como o nível de turbulência e a rugosidade do cilindro, podem afetar o padrão do regime de formação de vórtices. Para oscilações forçadas *in-line*, aumentando-se a frequência de oscilação e mantendo-se fixo os outros parâmetros, observa-se uma transição do modo antissimétrico para um modo simétrico. Para grandes amplitudes, este regime de transição é caótico e resulta de uma competição entre os modos de desprendimento antissimétrico e simétrico (ONGOREN & ROCKWELL, 1988).

Cagney & Balabani (2013) caracterizaram a resposta do regime *in-line* em dois segmentos, separados por uma região de vibrações com baixa amplitude para $V_R \cdot f_n / f_x = 1/2 St$. A amplitude máxima nos dois segmentos é da ordem de $A_x/d \cong 1$.

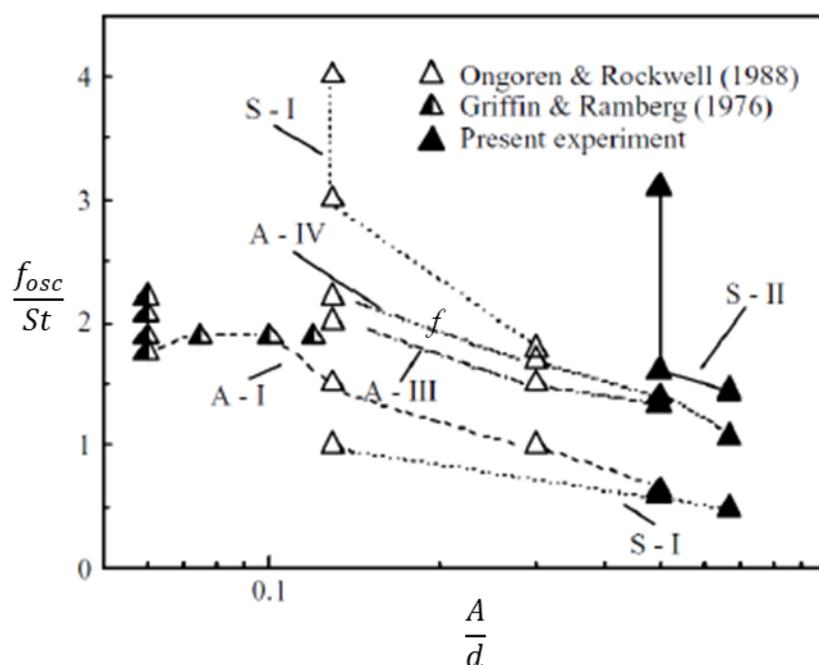


Figura 2.18: Dependência do modo de desprendimento de um cilindro circular a razão A/d e f_{osc}/f_s (retirada de ONGOREN & ROCKWELL, 1988).

A primeira região compreende a faixa de $V_R \cdot f_n / f_x \approx 1,5 - 2,5$, sendo tipicamente associada com o desprendimento de vórtices simétricos (JAUVTIS & WILLIAMSON, 2003), de maneira que o movimento *in-line* do cilindro cause uma camada cisalhante que

se estabelece na mesma frequência do movimento do cilindro, $f_{CL} = f_x$. Ongoren & Rockwell (1988) caracterizam este modo como S-I. Cagney & Balabani (2013), também, mostram que nestas especificações pode ocorrer um modo de desprendimento de vórtices alternado caracterizado como modo A-II, e a troca entre os modos S-I e A-II ocorre variando-se o valor da velocidade reduzida. A segunda região compreende a faixa de $V_R \cdot f_n / f_x \approx 2,5 - 3,5$, sendo caracterizada por desprendimento de vórtices alternados. Observa-se que, quanto menor o valor de $V_R \cdot f_n / f_x$, maior é a tendência do sistema sincronizar. Nesta situação, a frequência de desprendimento ocorre com aproximadamente metade da frequência de vibração do cilindro ($f_{CL} = f_x / 2$) e o desprendimento de vórtices se caracteriza bem próximo do cilindro (AGUIRRE, 1977; CAGNEY & BALABANI, 2013).

Segundo Ongoren & Rockwell (1988) e Perdikaris *et al.* (2009), o modo simétrico tende a ser instável e a se rearranjar em padrões alternados a jusante do cilindro. Este comportamento causa flutuações de velocidade na esteira próxima do corpo para uma frequência f_x , enquanto na esteira mais a jusante as flutuações ocorrem na frequência de Strouhal (CAGNEY & BALABANI, 2013).

2.5 Vibração com Dois Graus de Liberdade

Em situações práticas, um cilindro circular não se movimenta apenas na direção transversal ao escoamento incidente, pois normalmente um cilindro é livre para vibrar em todas direções normais ao seu eixo, devido ao desprendimento de vórtices.

Moe & Wu (1990) discutem os movimentos forçado e livre de um cilindro circular com dois graus de liberdade; no entanto poucos resultados sobre o tema são relatados na literatura. Uma observação sobre este estudo mostra que a verdadeira velocidade reduzida deve ser um parâmetro de comparação quando se comparam as vibrações livres do cilindro com suas oscilações. Ou seja, ao analisar testes de vibração forçada, a frequência utilizada deve ser sempre aquela em que as vibrações realmente acontecem no corpo submerso e submetido a efeitos da massa adicionada; assim, a verdadeira velocidade reduzida será obtida.

Um cilindro rígido montado elasticamente, livre para responder apenas na direção *in-line*, pode vibrar devido ao desprendimento de vórtices, ainda que possua pequenas

amplitudes. Portanto, a vibração devido às flutuações da força de arrasto é produzida para cada desprendimento de vórtice, enquanto que uma flutuação na força transversal requer desprendimento de um par de vórtices alternados.

Limitar o movimento de vibração de um cilindro para apenas a direção transversal ignora os possíveis efeitos de movimentos longitudinais na formação da esteira e sobre as forças fluidodinâmicas atuantes sobre o corpo. Estudos de vibração livre sobre cilindros flexíveis são úteis na determinação de efeitos dos movimentos *in-line* nas forças observadas; no entanto, o cilindro flexível introduz complexidade acrescida ao problema de V.I.V. e a simplificação do problema é necessária para compreender os mecanismos que conduzem aos efeitos de V.I.V.. Além disso, estudos focados principalmente na oscilação transversal não leva em conta o efeito acoplado dos dois movimentos do corpo. Existe um número limitado de estudos, onde um cilindro rígido montado elasticamente é permitido vibrar tanto na direção longitudinal quanto na direção transversal.

Um cilindro flexível e longo possui diferentes modos de vibração e, com uma velocidade de escoamento uniforme prescrita, é possível se ter efeitos de V.I.V. simultâneos nas direções *in-line* e *cross-flow*, mas com diferentes modos estruturais excitados. Empregando a técnica de vibração forçada discutida acima, podem-se estudar os aspectos de V.I.V. com maior aprofundamento. A complexidade do problema aumenta, pois assim existem duas amplitudes e duas frequências variáveis, bem como um ângulo de fase entre os movimentos.

Dahl *et al.* (2010) publicaram dados de respostas de V.I.V. sobre um cilindro livre para responder nas duas direções, transversal e longitudinal. Observaram que combinações paramétricas que promovem uma razão de frequência natural de $f_{nx}/f_{ny} = 2$, ocasiona, seguramente, uma atrelagem síncrona nas duas direções. Essa observação reduz significativamente o número de testes necessários para estudar vibração forçada para esta condição estrutural.

A Figura (2.19) mostra a resposta longitudinal, A_x , e transversal, A_y , de um modelo de cilindro rígido montado elasticamente sob variação da velocidade reduzida, com base na frequência natural do corpo na direção transversal. A razão entre as frequências naturais longitudinal e transversal é de 2, com $m^* = 2$ e $\zeta = 0,003$. Constata-se que a resposta máxima longitudinal é aproximadamente igual a um terço da resposta máxima

transversal e a sua magnitude é maior do que cilindros livres para vibrar apenas na direção longitudinal. Embora os parâmetros sejam diferentes, observa-se que as respostas com variação da velocidade reduzida são diferentes daquelas encontradas nas Figura (2.10).

Jauvtis & Williamson (2003) investigaram o caso em que um cilindro rígido pode responder nas duas direções com uma relação de frequência igual a 1.

Dahl *et al.* (2006) realizaram um estudo do efeito da razão de frequência natural sobre a resposta de um cilindro montado elasticamente. Os resultados das amplitudes e frequências longitudinal e transversal em função velocidade reduzida são reproduzidos na Figura (2.20).

Embora as amplitudes na direção longitudinal sejam cerca de um terço das amplitudes transversais, estas possuem o dobro da frequência e, portanto, é importante no estudo de fadiga do material.

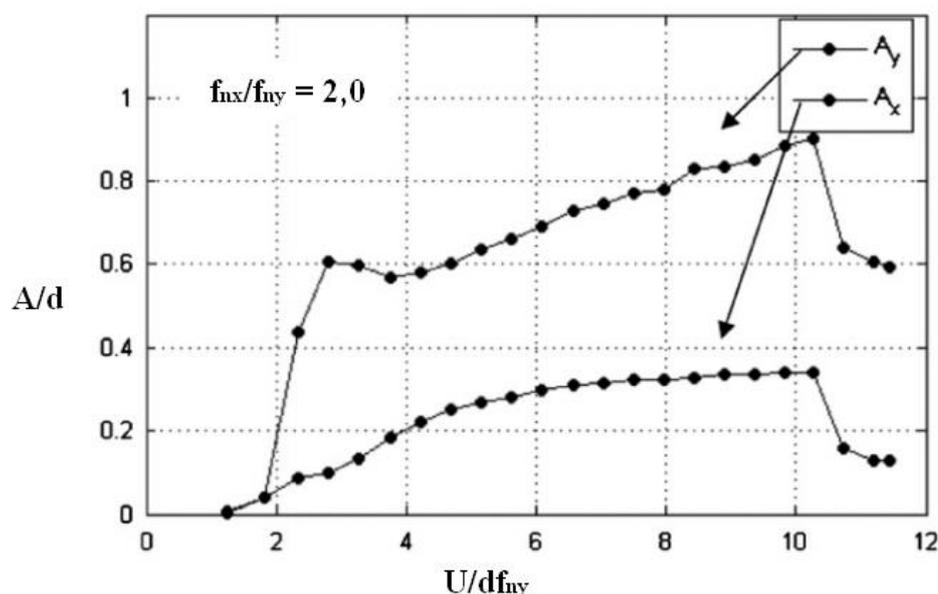


Figura 2.19: Respostas *in-line* e *cross-flow* para razão de frequências de 2,0, $m^* = 2$ e $\zeta = 0,003$ (reproduzida de ASSI, 2009)

Liao *et al.* (2003) demonstraram a influência da velocidade reduzida sobre cilindros submetidos a oscilações longitudinal, transversal e em ambas as direções. Constataram que a máxima amplitude longitudinal e a máxima amplitude transversal não ocorrem simultaneamente.

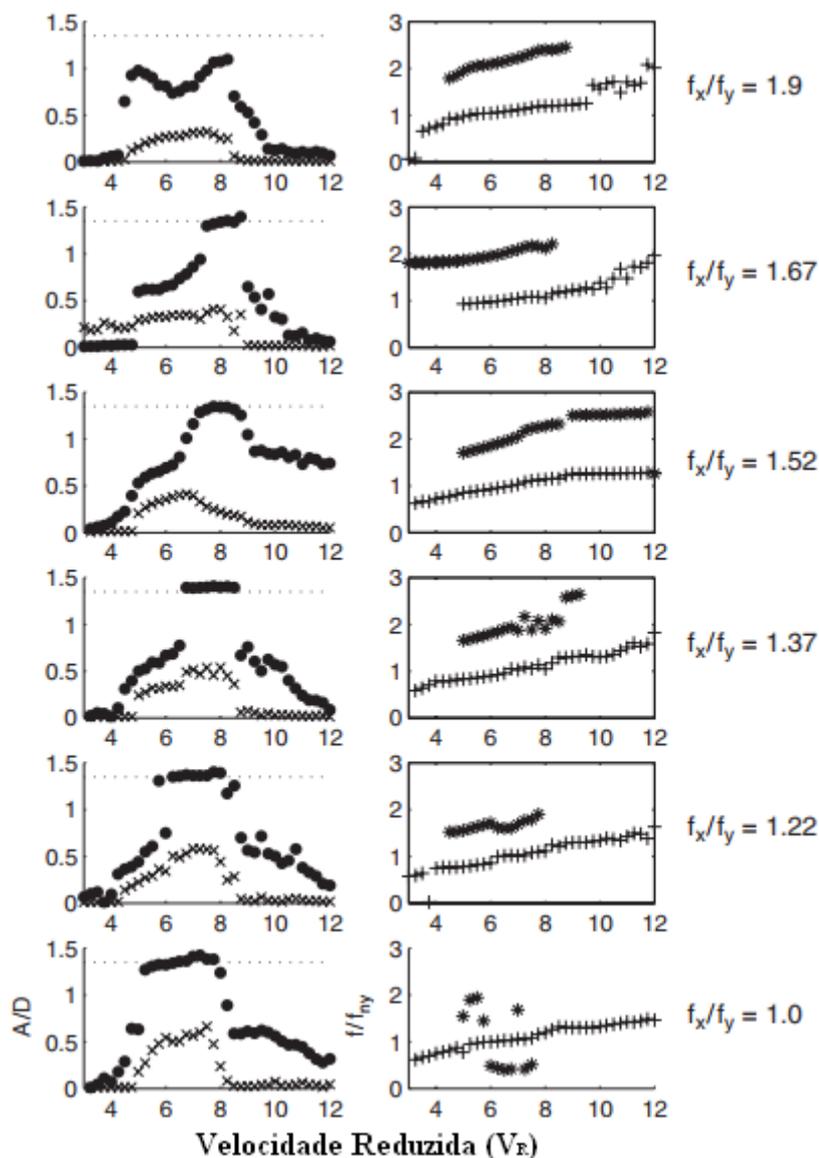


Figura 2.20: Amplitudes dos movimentos do cilindro e frequências de oscilação para diferentes relações de frequência: ●, amplitude transversal; ×, amplitude in-line; +, frequência transversal; *, frequência in-line. (Reproduzido de DAHL *et al.*, 2006)

Jeon & Gharib (2004) estudaram a esteira formada a jusante de um cilindro oscilando com dois graus de liberdade. O cilindro foi forçado em movimento sinusoidal na mesma direção e transversalmente ao escoamento ao mesmo tempo. A frequência longitudinal tem duas vezes a frequência transversal e sem diferença de fase, de modo que o movimento desenhe uma figura de um oito padrão. As amplitudes transversais foram limitadas a 0,5 vezes o diâmetro. Os autores descobriram que o ângulo de fase entre movimentos longitudinal e transversal pode efetivamente atrasar o início de um padrão de esteira do tipo 2P à medida que se aumenta a velocidade reduzida.

Para as grandes amplitudes transversais observadas por Jauvtis & Williamson (2003), definiu-se um padrão de esteira do tipo 2T de dois vórtices trigêmeos formado durante cada ciclo de movimento. Este padrão de esteira foi observado somente para grandes movimentos transversais do cilindro. Em altas acelerações de movimento transversal do corpo em relação ao escoamento incidente, apareceu um vórtice adicional desprendido durante a metade do ciclo de desprendimento do padrão típico 2P.

Srinil (2013) realizou uma investigação experimental e numérica de V.I.V. em um cilindro circular com dois graus de liberdade e mesma razão relativa de frequência natural longitudinal e transversal. Para $m^* = 1,4$, em ambas as direções, caracterizou-se V.I.V. na faixa do parâmetro de velocidade reduzida entre $4 < V_R < 17,5$ e máxima amplitude transversal e longitudinal alcançada entre $1,25 - 1,6$ e $0,5 - 0,7$, respectivamente.

Kim *et al.* (2016) concluiu que, para a mesma razão de frequência de vibração longitudinal e transversal, a resposta da amplitude de vibração longitudinal em comparação com a resposta da amplitude transversal não apresentava disparidade óbvia de resposta em termos da taxa de amortecimento no intervalo de $6,0 < V_R < 9,0$. A característica de nenhuma disparidade pode ser interpretada como resultado da ressonância e da interação entre respostas nas duas direções de oscilação. Nesta condição, observou-se um fenômeno denominado “*Jump*” próximo ao limite do modo de formação $2P + 2S$ como mostrado na Figura (2.21). Este fenômeno está intimamente relacionado com o processo de emparelhamento de vórtices (transição de modo).

Narendran (2015) mostrou que há ausência de resposta histórica e resposta ramificada sob altos valores de número de Reynolds. O perfil de resposta varia para uma resposta máxima na média dos coeficientes fluidodinâmicos da ordem de $1,0 - 1,4$. A relação força-fase e razão de frequência na região de sincronização apresentou um comportamento de ângulo de fase de 170° e razão de frequência entre $1,1 - 1,4$ para $4,01 < V_R < 9,27$. Nas condições de Reynolds da ordem de $Re = 10^5$, os valores máximos encontrados para o coeficiente de força de sustentação e coeficiente de força total transversal do fluido são $4,0$ e $2,05$ respectivamente.

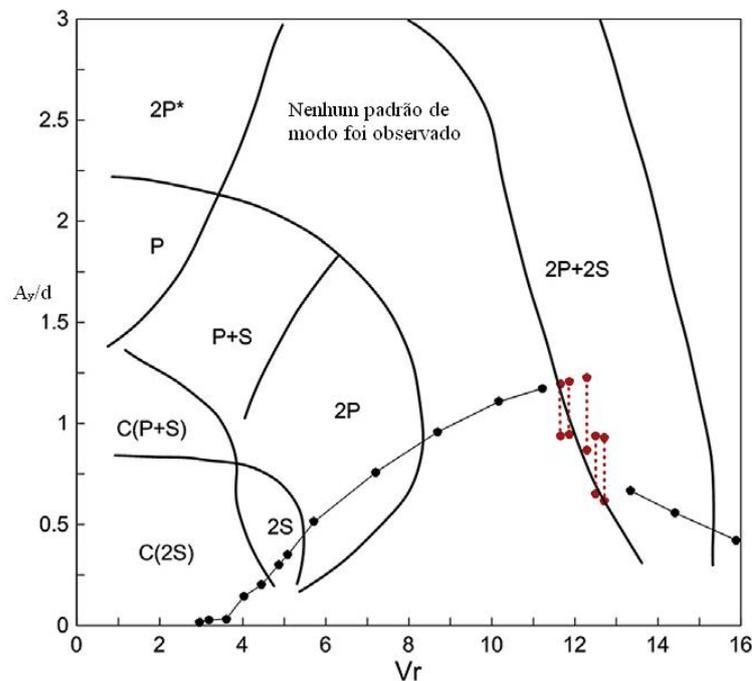


Figura 2.21: Resposta da amplitude cross-flow (WILLIAMSON e ROSHKO, 1988)

Adaptado de Kim *et al.* (2016)

Narendran (2015) mostrou que há ausência de resposta histórica e resposta ramificada sob altos valores de número de Reynolds. O perfil de resposta varia para uma resposta máxima na média dos coeficientes fluidodinâmicos da ordem de 1,0 – 1,4. A relação força-fase e razão de frequência na região de sincronização apresentou um comportamento de ângulo de fase de 170° e razão de frequência entre 1,1 – 1,4 para $4,01 < V_R < 9,27$. Nas condições de Reynolds da ordem de $Re = 10^5$, os valores máximos encontrados para o coeficiente de força de sustentação e coeficiente de força total transversal do fluido são 4,0 e 2,05 respectivamente.

Cagney & Balabani (2014) promoveram um estudo sobre a resposta estrutural e a esteira de vórtices de um cilindro com dois graus de liberdade, submetido a efeitos de V.I.V.. Para situações com respostas de baixa amplitude, ocorre predominância dos modos de formação S-I e A-II, descritos por Ongoren & Rockwell (1988). No caso de competição entre estes modos, conforme o modo A-II se torna predominante, maior a resposta da amplitude transversal.

Srinil (2012) desenvolveu uma correlação da influência dos coeficientes empíricos demonstrados na Figura (2.22) e a intensidade de sua influência nos resultados característicos de V.I.V. transversal e longitudinal para oscilação de cilindro circular.

Coeficientes	Efeito Potencial	
	VIV Cross-flow	VIV In-line
ε_x	Baixo	Alto
ε_y	Alto	Alto
A_x	Baixo	Baixo
A_y	Alto	Alto

Figura 2.22: Efeito potencial dos coeficientes empíricos para predição de resposta de V.I.V. 2D

A análise de resultados no Capítulo 5 se baseia no estudo de vibrações forçadas com até dois graus de liberdade para o caso de um cilindro circular isolado submetido à presença de um escoamento uniforme incidente. O número de Reynolds estabelecido é $Re = 10^5$, e os parâmetros adotados frequência de oscilação e amplitude de oscilação estão na faixa de $0,04 < f_{osc} < 0,6$ e $0,04 < A < 0,6$. O termo mais utilizado nestes casos é a velocidade reduzida e esta varia na faixa de $1,67 < V_R < 25,0$.

2.6 Método de Vórtices Discretos

O Método de Vórtices Discretos (M.V.D) é a ferramenta numérica utilizada para a análise numérica neste trabalho. O M.V.D. é apropriado para estudos de escoamentos com números de Reynolds elevados, como no caso do presente trabalho ($Re = 10^5$), principalmente pela dificuldade em se analisar experimentalmente escoamentos com número de Reynolds desta ordem. Esta técnica numérica discretiza a vorticidade presente no domínio fluido usando uma nuvem de vórtices discretos. Portanto, trata-se de uma descrição puramente Lagrangeana para o escoamento de um escoamento viscoso.

Rosenhead (1931) realizou um trabalho pioneiro, onde foram utilizados vórtices discretos potenciais para o cálculo do movimento de folhas de vorticidade, para simular o efeito de instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz. O resultado obtido, embora simples, representou um grande avanço para o desenvolvimento do M.V.D. até os dias atuais.

O M.V.D. como se conhece hoje teve seu impulso na década de 1970, principalmente com o trabalho desenvolvido por Chorin (1973). O autor propôs um algoritmo de separação da parte viscosa da Equação do Transporte da Vorticidade. Neste algoritmo os efeitos da advecção e da difusão da vorticidade podem ser resolvidos separadamente e os resultados convergem para a E.T.V. quando se utiliza valores baixos para o incremento de tempo. O trabalho consistiu ainda numa técnica prática de análise de escoamentos ao redor de cilindros (caso bidimensional). A difusão da vorticidade foi simulada através do Método de Avanço Randômico e a condição de escorregamento nulo sobre a superfície do corpo foi imposta a partir da criação de novos vórtices discretos. Embora o método evitasse alta discretização do domínio fluido, as interações entre os vórtices discretos já apresentavam alto custo computacional, como destacado por Hu *et al.* (2013).

Algumas referências bibliográficas encontradas na literatura apresentam revisões bibliográficas abrangentes com relação aos desenvolvimentos do M.V.D. e das suas aplicações. Entre estes trabalhos destacam-se: Leonard (1980, 1985), Sarpkaya (1989), Puckett (1993) e Stock (2007). Há outros dois trabalhos importantes e que merecem citação. No trabalho de Anderson & Greengard (1991) se encontra uma coleção de artigos que reproduzem a evolução da técnica no início dos anos de 1990. O livro de Cottet & Koumoutsakos (2000) apresenta considerações práticas com relação à implementação do M.V.D.

Um dos desafios que o M.V.D. apresenta é a necessidade da redução do tempo final de processamento devido ao cálculo da velocidade induzida pelos vórtices discretos presentes na nuvem sobre eles mesmos usando a lei de Biot-Savart; este cálculo requer N^2 operações do processador para N vórtices discretos existentes em um dado instante de tempo. Neste contexto, o emprego do Método de Expansão em Multipólos (GREENGARD & ROKHLIN, 1987) é de extrema valia para o cálculo da interação vórtice-vórtice para a redução dos esforços computacionais. Esta técnica possibilita que um processador faça $N \log N$ operações (interação vórtice-caixa) ou até mesmo N operações para N vórtices da nuvem (interação caixa-caixa), conforme discutido por Koumoutsakos (1993). As pesquisas mais avançadas fazem uma associação do Método de Expansão em Multipólos com algum padrão de programação e paralelização para acelerar ainda mais os cálculos.

Os comentários do parágrafo anterior são a essência para soluções refinadas do mecanismo de advecção da vorticidade, onde o campo de velocidades deve ser conhecido sobre cada vórtice discreto. No cálculo do campo de velocidades induzido sobre cada vórtice discreto durante cada instante de tempo, deve-se levar em conta três contribuições: escoamento incidente, fronteiras sólidas e nuvem de vórtices discretos. Nesse trabalho não é utilizada nenhuma técnica para acelerar os cálculos da Lei de Biot-Savart. Para a advecção da nuvem de vórtices faz-se uso de um esquema de avanço de primeira ordem de Euler (FERZIGER, 1981).

Para a inclusão dos efeitos da difusão viscosa nas simulações numéricas, a literatura apresenta algumas alternativas. Há pelo menos seis esquemas diferentes e citam-se os três de maior destaque: o Método de Avanço Randômico (LEWIS, 1991), o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (LEONARD (1980), KAMEMOTO (1994), ROSSI (1996, 1997, 2005, 2006)) e o Método da Velocidade de Difusão (OGAMI & AKAMATSU, 1991).

Como já mencionado anteriormente, o Método de Avanço Randômico foi a primeira técnica numérica desenvolvida para ser associada ao M.V.D. (CHORIN, 1973) para a inclusão dos efeitos da difusão viscosa. O método é de simples implementação e de rápida execução; no entanto, possui uma taxa de convergência baixa ($1/\sqrt{N}$), sendo N o número total de vórtices discretos presentes na nuvem. Nesta Dissertação de Mestrado optou-se pela utilização do Método de Avanço Randômico (LEWIS, 1991).

O Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice foi proposto por Leonard (1980) e utilizado com sucesso por Kamemoto (1994). Greengard (1985) provou que o método não convergia para as equações de Navier-Stokes e Rossi (1996) apresentou correções fazendo com que o raio do núcleo dos vórtices discretos crescesse até um valor máximo e, a partir de um valor crítico, os vórtices fossem divididos (partição) dando origem a novos vórtices, cujos raios podem novamente se expandir. Posteriormente, Rossi (2006) promoveu modificações para melhorar a técnica do Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice através do uso de Funções de Base Radial (Barba, 2004).

O Método da Velocidade de Difusão foi originalmente proposto por Ogami & Akamatsu (1991) para simular o processo de difusão viscosa da vorticidade através da inserção de uma velocidade extra no processo advectivo, que foi associada ao movimento

difusivo. Esta velocidade está relacionada com o coeficiente de viscosidade cinemática do fluido, com o campo de vorticidades e com o gradiente do campo de vorticidades. O método necessitou de correção do raio do núcleo dos vórtices para que convergisse para as equações e Navier-Stokes, depois que foi questionado por Kempka & Strickland (1993).

A representação de fronteiras sólidas presentes num domínio fluido é, em geral, considerada a partir do Método de Painéis (KATZ & PLOTKIN, 1991), o qual se baseia na distribuição de singularidades sobre uma a superfície discretizada em seguimentos retos ou curvos. Esta técnica permite que seja cancelado ou o componente normal (condição de contorno de Neumann) ou os componentes normal e tangencial (condição de contorno de Dirichlet) da velocidade total induzida sobre cada ponto de controle localizado no centro de cada painel. A vantagem desta técnica é que pode ser utilizado um corpo de forma qualquer e conhecida e a desvantagem é que as condições de contorno são satisfeitas fora da superfície real e sobre cada ponto de controle. Nesta Dissertação de Mestrado utilizam-se painéis planos sobre os quais se distribuem fontes com densidade uniforme (condição de contorno de Neumann). A densidade destas fontes é obtida através de um sistema linear de equações algébricas que impõe a condição de impenetrabilidade sobre a superfície discretizada do corpo.

O modelo mais simples para a representação da camada limite consiste na geração de vórtices discretos de Lamb a partir de pontos estrategicamente escolhidos sobre a superfície do corpo. Estes vórtices discretos são gerados durante cada incremento de tempo de uma simulação numérica típica para garantir a condição de escorregamento-nulo sobre a superfície discretizada do corpo. Esta técnica é utilizada nesta Dissertação de Mestrado. Kamemoto (2009), por exemplo, utiliza uma técnica alternativa em que a distribuição de vorticidade é feita sobre todo o painel (distribuição uniforme) e somente se transforma num vórtice discreto após se deslocar e atingir uma região de camada protetora criada ao redor do corpo.

Kamemoto (2009) discute que o M.V.D. é uma ferramenta numérica que se adapta muito bem para a simulação numérica de escoamentos, onde existam fronteiras móveis e/ou deformáveis. A adaptação do método para fins de inclusão de modelagem de turbulência usando Simulações de Grandes Escalas é bastante simples. Neste aspecto, Kamemoto *et al.* (2000) fizeram uma revisão do M.V.D. descrevendo a importância do

desenvolvimento de modelos de turbulência para os métodos Lagrangianos. Alcântara Pereira *et al.* (2002) apresentaram um trabalho, que teve como finalidade a realização de simulações numéricas mais refinadas envolvendo os aspectos de turbulência. As principais contribuições dos autores foram: a proposição de uma modelagem submalha de turbulência utilizando-se o modelo de Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem adaptada ao M.V.D. e o desenvolvimento e implementação de um algoritmo numérico, para incluir, no contexto do M.V.D., a modelagem de turbulência. Houve a necessidade de se fazer adaptações para escoamentos no plano, mesmo sabendo que a turbulência na sua essência é um fenômeno tridimensional. Mais tarde, Bimbato (2012) realizou correções na técnica proposta por Alcântara Pereira *et al.* (2002) não mais modificando o valor do raio do núcleo dos vórtices discretos em cada instante de tempo da simulação numérica. O procedimento usado anteriormente causava um aumento excessivo do raio do núcleo dos vórtices discretos posicionados nas regiões do escoamento onde a turbulência é considerada, o que implicava em um aumento no valor do coeficiente de arrasto médio. Nesta Dissertação de Mestrado não foi implementada modelagem de turbulência.

Em suma, o estudo do escoamento viscoso a partir do campo de vorticidades utilizando-se a descrição Lagrangeana apresenta algumas vantagens, tais como: a) melhor visualização dos fenômenos que ocorrem durante a simulação do problema, especialmente em escoamentos com altos valores do número de Reynolds e b) o termo de pressão das equações de Navier-Stokes é anulado ao se aplicar o operador rotacional sobre as mesmas. A utilização do operador divergente nas equações de Navier-Stokes permite que se realize o cálculo das cargas fluidodinâmicas a partir da integral resultante de uma equação de Poisson para a pressão (SHINTANI & AKAMATSU, 1994). A terceira vantagem é que a equação que define o transporte da vorticidade é escalar para simulações numéricas no plano, como as realizadas neste trabalho e, desta maneira, o termo advectivo das equações de Navier-Stokes, que é não linear, não precisa ser resolvido. Uma quarta vantagem do Método de Vórtices Discretos Lagrangeano-Lagrangeano é que as condições de contorno a grandes distâncias de fronteiras sólidas são automaticamente satisfeitas, porque a indução do corpo e da nuvem de vórtices discretos não é sentida nestas regiões.

Capítulo 3

MODELO MATEMÁTICO

3.1 Introdução

Este capítulo apresenta a formulação matemática necessária para a simulação numérica de um escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente de um fluido Newtoniano com propriedades termodinâmicas constantes. O fluido se movimenta em torno de um corpo de forma qualquer e conhecida em uma região fluida de grandes dimensões. O corpo fica submetido à presença do escoamento incidente U e possui movimento de vibração forçada com até dois graus de liberdade com amplitudes finitas (A_x, A_y) e velocidades angulares constantes (λ_x, λ_y). Veja a Figura (3.1).

A Revisão Bibliográfica apresentada no capítulo 2 para um cilindro circular rígido e com efeitos de vibração é importante para o entendimento das forças fluidodinâmicas e da formação da esteira de vórtices na região próxima ao corpo. As observações das respostas de deslocamento e as forças atuantes são obtidas considerando o escoamento bidimensional em relação à seção transversal do cilindro. Neste trabalho considera-se o cilindro circular com movimento oscilatório imposto com até dois graus de liberdade submetido a instabilidades do escoamento, como forças oscilantes opostas, onde o percurso do cilindro através do fluido é um movimento prescrito. Portanto, a formulação matemática deste capítulo tem como foco caracterizar os efeitos de movimentos de vibração forçada, isolados ou combinados nas direções longitudinal e transversal em

relação ao escoamento incidente, sobre a resposta de deslocamentos e forças neste corpo. A modelagem matemática dos fenômenos físicos presentes é desenvolvida através da utilização de hipóteses simplificadoras, possibilitando uma solução mais simples do problema, mas que caracterize os fenômenos mais relevantes para o estudo.

O problema estudado nesta Dissertação de Mestrado possui forte interação dinâmica sendo importante uma correta descrição do movimento do corpo para a determinação das cargas fluidodinâmicas. A presença do efeito solo é desconsiderada para concentrar apenas nos fenômenos oriundos das oscilações forçadas impostas. Sendo assim, utiliza-se uma distância adimensional entre chão e corpo de $g_{min} = 1000$. Na Figura (3.1) identifica-se um sistema de coordenadas (ζ, O, η) associado à posição de deslocamento do corpo, chamado de referencial não inercial. Este referencial foi estabelecido no trabalho de Silva (2004) para calcular os efeitos dos carregamentos fluidodinâmicos atuantes entre o modelo estrutural e o modelo hidrodinâmico. O uso de dois referenciais se torna necessário se não existir o chão. No entanto, neste trabalho há a presença do chão, que se torna o referencial fixo (x, o, y) para a imposição de movimentos de vibração forçada sobre o cilindro circular (MORAES, 2011).

3.2 Geometria do Problema e Definições

Na Figura (3.1) identifica-se o sistema de coordenadas fixo (x, o, y) e o sistema de coordenadas móvel (ζ, O, η) . O sistema de coordenadas (ζ, O, η) se torna dispensável devido à presença da superfície plana. O cilindro circular está imerso em uma região semi-infinita totalmente preenchida por um fluido, que se move caracterizando um escoamento incidente uniforme U . O cilindro circular tem diâmetro igual a d e está distante do chão através de um espaçamento g_{min} .

O corpo possui até dois graus de liberdade para oscilar forçadamente na mesma direção do escoamento incidente e na direção transversal ao escoamento incidente. Os movimentos de vibração forçada podem se manifestar de maneira isolada ou combinados.

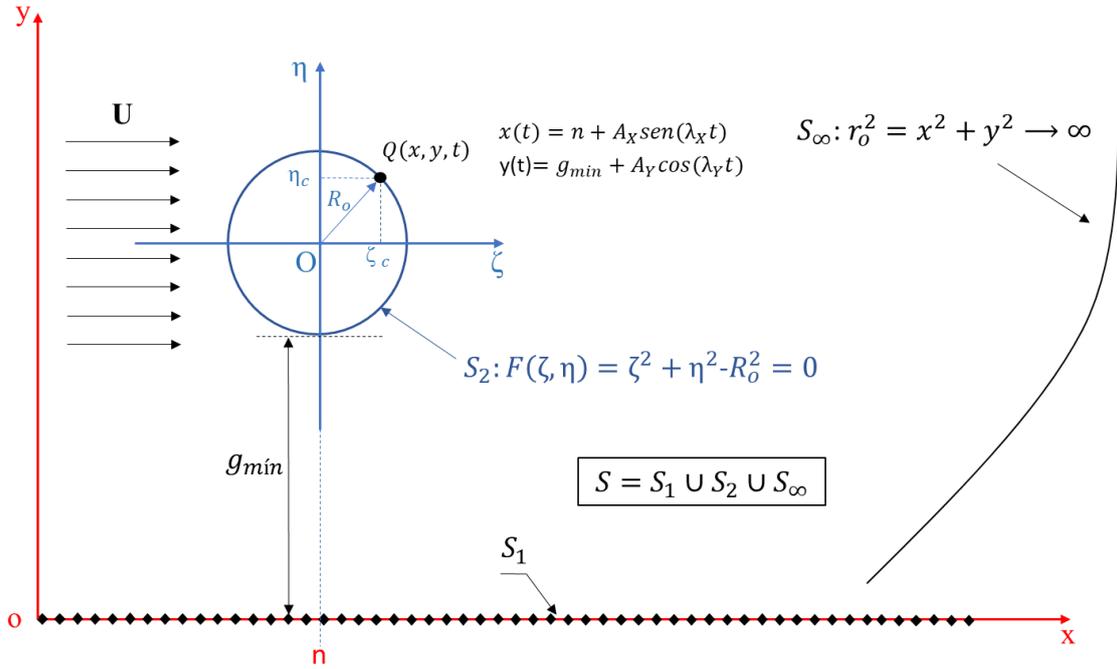


Figura 3.1: Desenho esquemático do problema

A superfície S_1 do chão é definida pela seguinte equação escalar:

$$F_1(x, y) = 0 \quad (3.1)$$

A superfície S_2 do corpo é definida por uma segunda equação escalar:

$$F_2(x, y, t) = 0 \quad (3.2)$$

O domínio fluido Ω é composto pela união das fronteiras, tal que, $S = S_1 + S_2 + S_\infty$. Esta metodologia permite impor ao corpo movimentos oscilatórios lineares ou rotacionais. Mesmo o chão (S_1) não interferindo na análise fluidodinâmica da esteira de vórtices, o mesmo está inserido no problema com a finalidade de ser o referencial inercial e, também, possibilitar estudos posteriores envolvendo mecanismos do efeito solo sobre V.I.V.. É importante salientar que o referencial não inercial (ζ, O, η) , que acompanha o movimento da fronteira S_2 , se move com o tempo em relação ao referencial fixo (x, o, y) .

Assume-se oscilações harmônicas na mesma direção (vibração forçada *in-line*) e na direção transversal (vibração forçada *cross-flow*) em relação à velocidade do escoamento incidente.

Assim sendo tem-se para a direção longitudinal:

$$X_{osc}(t) = A_x \text{sen}(\lambda_x t) \quad (3.3)$$

$$\lambda_x = 2\pi f_x \quad (3.4)$$

onde f_x é a frequência de oscilação longitudinal imposta ao corpo.

Para a direção transversal tem-se:

$$Y_{osc}(t) = A_y \text{cos}(\lambda_y t) \quad (3.5)$$

$$\lambda_y = 2\pi f_y \quad (3.6)$$

onde f_y é a frequência de oscilação transversal imposta ao corpo.

Os componentes da velocidade V do corpo oscilante visto do referencial inercial $(x,0,y)$ são:

$$V_x(t) = \dot{X}_{osc}(t) = A_x \text{cos}(\lambda_x t) \quad (3.7)$$

$$V_y(t) = \dot{Y}_{osc}(t) = -A_y \text{sen}(\lambda_y t) \quad (3.8)$$

Na fronteira fluida no infinito o movimento do fluido deve se manter inerte as oscilações impostas pelo corpo, sendo:

$$u = U \quad (3.9)$$

$$v = 0 \quad (3.10)$$

Na região fluida posterior ao corpo tem-se o desenvolvimento da esteira viscosa, que é influenciada pelas oscilações do corpo. A energia transferida ao fluido, pelo movimento de vibração do corpo, é sentida pela velocidade induzida nas partículas fluidas. Mesmo desprezando os efeitos da compressibilidade, a intensidade da velocidade induzida deve decair com a distância, porque se observa o espalhamento da energia transferida em todas as direções. A jusante do corpo os efeitos causados pela oscilação são somados aos efeitos advectivos associados à velocidade do escoamento não perturbado U .

3.3 Hipóteses Simplificadoras

Para o tratamento matemático do problema, são adotadas algumas hipóteses simplificadoras, que se relacionam com a geometria, com as propriedades do fluido e com as propriedades do escoamento. As seguintes hipóteses simplificadoras são estabelecidas para analisar o escoamento em regime não permanente, que se desenvolve a partir da separação da camada limite na superfície do corpo:

H_1 : Escoamento bidimensional. O escoamento se realiza no plano (x,y) e a região fluida é semi-infinita (devido à presença do chão) estendendo-se até a região S_∞ , como mostrado na Figura (3.1).

H_2 : Fluido homogêneo, newtoniano e com propriedades constantes (massa específica ρ e coeficiente de viscosidade dinâmica μ).

H_3 : Escoamento incompressível. Efeitos da compressibilidade são desprezados, isto é, velocidades envolvidas são muito menores que a velocidade do som no meio, ou seja, número de Mach é assumido tal que $Ma < 0,3$.

H_4 : Força do campo gravitacional desprezada por possuir pouca influência no escoamento.

H_5 : Esteira viscosa assumida laminar. Embora a formulação assumira um número de Reynolds elevado (10^5), nenhuma modelagem de turbulência é incorporada na formulação matemática do problema. O modelo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem pode ser futuramente incorporado à formulação matemática deste problema; para mais detalhes veja o trabalho de Alcântara Pereira *et al.* (2002). A inclusão de efeitos rugosos pode ser incorporada através do trabalho de Bimbato (2012).

H_6 : Escoamento isotérmico, ou seja, desprezam-se os efeitos de troca de calor entre a superfície do corpo e o meio fluido. A inclusão de efeitos térmicos pode ser incorporada através do trabalho de Alcântara Pereira & Hirata (2003).

Observa-se que a hipótese de regime permanente não é considerada, pois a dinâmica do escoamento na região da esteira próxima provoca oscilações no campo de velocidades

com o tempo, fenômeno de estudo no trabalho. Assumidas as hipóteses simplificadoras citadas, pode-se considerar a presença da camada limite utilizando o Método de Vórtices Discretos (Capítulo 4) e, em condições apropriadas, o escoamento separa da superfície do corpo formando a esteira viscosa. A equação da quantidade de movimento, que exprime o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Linear (P.C.Q.M.L.), é representada pelas equações de Navier-Stokes. A condição de contorno especificada sobre a superfície do corpo é a condição de aderência que, por sua vez, pode ser dividida em condição de impenetrabilidade e em condição de escorregamento-nulo.

3.4 Equações Governantes e Condições de Contorno

3.4.1 Equações de movimento

As equações do movimento descrevem os fenômenos físicos que dominam o movimento do escoamento incompressível de um fluido newtoniano com propriedades constantes. Desprezando-se as forças externas de massa, o Princípio de Conservação da Massa e o Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear, sob notação vetorial, são representados pelas equações da continuidade e de Navier-Stokes, respectivamente:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} \quad (3.12)$$

Nestas equações, $\vec{u} \equiv (u, v)$ é o campo de velocidades vetorial, t é o tempo, p é o campo de pressões, ν é o coeficiente de viscosidade cinemática do fluido e ρ é a massa específica do fluido.

As condições de contorno sobre o chão (S_1) e o corpo (S_2) se verificam através da condição de impenetrabilidade; além disso, sobre a superfície do corpo é imposta adicionalmente a condição de escorregamento-nulo. A condição de impenetrabilidade exige que o componente normal da velocidade da partícula fluida seja igual ao componente normal da velocidade da superfície sólida. A condição de escorregamento-

nulo é uma condição física que afirma que o fluido em contato direto com uma fronteira sólida tem a mesma velocidade que a fronteira; não deslizando sobre ela. Portanto, impõe-se que a componente tangencial da velocidade da partícula fluida seja igual ao componente tangencial da velocidade da superfície.

A condição de impenetrabilidade sobre S_1 e S_2 é representada por

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = \vec{V} \cdot \vec{n} \quad (3.13)$$

A condição de escorregamento-nulo sobre S_2 é representada por:

$$\vec{u} \cdot \vec{\tau} = \vec{V} \cdot \vec{\tau} \quad (3.14)$$

Sendo \vec{n} e $\vec{\tau}$, respectivamente, os vetores unitários normal e tangencial às superfícies S_1 e S_2 em cada ponto e o vetor $\vec{V} \equiv (V_x, V_y)$ refere-se à velocidade da superfície do corpo S_2 .

Para longas distâncias do corpo, em S_∞ , assume-se que o escoamento em estudo tende a tornar-se igual o escoamento não perturbado, ou seja:

$$|\vec{u}| = U \quad (3.15)$$

3.5 Adimensionalização do Problema

O uso de um modelo matemático adimensional é a maneira mais genérica de estudar uma grande variedade de fenômenos físicos encontrados em problemas de engenharia. Uma equação adimensional, algébrica ou diferencial, envolve variáveis sem dimensão física. Do ponto de vista da mecânica dos fluidos, uma solução de forma dimensional é uma solução de um problema em particular. No entanto, a solução adimensional depende de um conjunto de parâmetros adimensionais, e estes dependem e se relacionam com as grandezas dimensionais. Assim sendo, a adimensionalização do problema reduz o número de variáveis para descrever uma grande variedade de fenômenos, e permite observar quais parâmetros desaparecem ou podem ser desconsiderados na avaliação de regimes de formação de vórtices. O número de Reynolds em problemas de hidrodinâmica é um bom exemplo disto. Para baixos valores do número de Reynolds, muitos termos nas equações

desaparecem, e assim os sistemas podem ser aproximados por equações diferenciais sem a presença de termos não lineares. No entanto, neste trabalho o número de Reynolds é assumido alto.

Inicialmente, definem-se as grandezas representativas do fenômeno estudado. Neste estudo e, em geral, nos problemas de Mecânica dos Fluidos, têm-se que:

- b é o comprimento característico; adota-se o diâmetro do cilindro circular - d -.
- U é a velocidade característica do escoamento não-perturbado.
- T_o é o tempo característico T_o , onde $T_o = \frac{b}{U}$.

Utilizando-se destas grandezas características, as equações e suas condições de contorno podem ser adimensionalizadas. O conjunto de variáveis adimensionais, que possibilitam a análise de resultados para uma classe maior de problemas são:

$$x^* = \frac{x}{b} \quad : \text{coordenada na direção do eixo } x,$$

$$y^* = \frac{y}{b} \quad : \text{coordenadas na direção do eixo } y,$$

$$g_{\min}^* = \frac{g_{\min}}{b} \quad : \text{espaçamento entre o corpo e a parede vertical},$$

$$t^* = \frac{t}{T_o} \quad : \text{tempo físico},$$

$$\Delta t^* = \frac{U \Delta t}{b} \quad : \text{incremento de tempo},$$

$$u^* = \frac{u}{U} \quad : \text{componente do vetor velocidade na direção do eixo } x,$$

$$v^* = \frac{v}{U} \quad : \text{componente do vetor velocidade na direção do eixo } y,$$

$$p^* = \frac{p}{\rho U^2} \quad : \text{campo de pressões,}$$

$$\omega^* = \frac{b\omega}{U} \quad : \text{único componente não nulo do vetor vorticidade normal ao plano (x, y),}$$

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{bU} \quad : \text{intensidade de um vórtice discreto de Lamb,}$$

$$\sigma_0^* = \frac{\sigma_0}{b} \quad : \text{raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb,}$$

$$A^* = \frac{A}{b} \quad : \text{amplitude de oscilação do corpo nas direções x e y,}$$

$$\lambda^* = \frac{b\lambda}{U} \quad : \text{velocidade angular do corpo nas direções x e y,}$$

$$V_R = \frac{U}{f_{osc} b} \quad : \text{velocidade reduzida do corpo,}$$

$$St = f_s \frac{b}{U} \quad : \text{número de Strouhal na frequência de emissão de vórtices } f_s \text{ do corpo fixo,}$$

$$Re = \frac{\rho U b}{\mu} \quad : \text{número de Reynolds do escoamento,}$$

Os operadores adimensionalizados tornam-se em:

$$\nabla^* = b\nabla \quad : \text{operador Nabla,}$$

$$\nabla^{*2} = b^2\nabla^2 \quad : \text{operador Laplaciano.}$$

O significado de algumas das grandezas adimensionalizadas anteriormente descritas será melhor compreendido no desenvolvimento do Capítulo 4.

Com as definições anteriores, as equações governantes e suas condições de contorno assumem as seguintes formas adimensionais:

$$\nabla^* \cdot \vec{u}^* = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t} + \vec{u}^* \cdot \nabla^* \vec{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^{*2} \vec{u}^* \quad (3.17)$$

Para as seguintes superfícies, têm-se as seguintes condições de contorno:

- S_1 e S_2 (condição de impenetrabilidade):

$$\vec{u}^* \cdot \vec{n}^* = \vec{V}^* \cdot \vec{n}^* \quad (3.18)$$

- S_2 (condição de escorregamento-nulo):

$$\vec{u}^* \cdot \vec{\tau}^* = \vec{V}^* \cdot \vec{\tau}^* \quad (3.19)$$

- S_∞ (condição de escoamento não perturbado):

$$\left| \vec{u}^* \right| \rightarrow 1 \quad (3.20)$$

O asterisco (*), que denota grandeza adimensionalizada, é omitido deste ponto em diante do texto por comodidade de digitação e apresentação das futuras equações.

3.6 A Equação do Transporte da Vorticidade

A Equação do Transporte da Vorticidade (E.T.V.) permite o estudo da dinâmica do campo de vorticidades. As expressões matemáticas adimensionalizadas, que descrevem o escoamento estudado, são governadas pela equação da continuidade simplificada (Eq. (3.16) e pelas equações de Navier-Stokes (Eq. (3.17)). A análise das equações de Navier-Stokes mostra a presença do termo de pressão, que apresenta certas dificuldades para a manipulação das equações, quando se tenta obter uma solução numérica. Portanto, elimina-se este termo da seguinte maneira:

- Aplica-se o operador rotacional ($\nabla \times$) em ambos os lados da Eq. (3.17),
- Utiliza-se da definição matemática da vorticidade ($\vec{\omega}^* = \nabla \times \vec{u}^*$),

- Consideram-se as hipóteses H_1 (escoamento bidimensional) e H_3 (escoamento incompressível) e a Eq. (3.16), e, assim, obtém-se a versão bidimensional da E.T.V. (BATCHELOR, 1967):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (3.21)$$

onde \vec{u} é o vetor velocidade do fluido, Re é o número de Reynolds baseado no diâmetro do cilindro e ω representa, em duas dimensões, o único componente não nulo do vetor vorticidade. Nota-se que a versão bidimensional da E.T.V. é escalar e o termo da pressão presente nas Equações de Navier-Stokes é eliminado. Pode-se recuperar este termo aplicando o operador divergente nas equações de Navier-Stokes e em seguida obtendo-se uma equação de Poisson para a pressão (SHINTANI & AKAMATSU, 1994); veja a seção (4.6). É visto na Eq. (3.21) que o termo correspondente à variação da vorticidade devido à deformação dos tubos de vorticidade não se faz presente. Veja outros detalhes no Apêndice A.

A evolução da vorticidade no domínio fluido é governada pela Eq. (3.21), sendo que o lado esquerdo desta equação representa a variação temporal da vorticidade, ou seja, contém os termos do fenômeno da advecção da vorticidade. O lado direito desta equação contém os termos necessários para descrever a difusão molecular da vorticidade devido aos efeitos da viscosidade.

Capítulo 4

SOLUÇÃO NUMÉRICA: MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

4.1 Introdução

No Capítulo 4 descrevem-se os fundamentos do Método de Vórtices Discretos (M.V.D.), sendo este o modelo hidrodinâmico utilizado para a solução numérica do modelo estrutural de vibração forçada desenvolvido no Capítulo 3. Através deste modelo hidrodinâmico simula-se a camada limite formada a partir da superfície do cilindro circular através da geração de vórtices discretos de Lamb. Desta maneira, torna-se possível calcular as cargas fluidodinâmicas atuantes sobre a superfície do corpo oscilante, assim como evidências possíveis regimes *lock-in*.

O escoamento viscoso que se desenvolve a partir da camada limite formada sobre a superfície do cilindro circular é simulado via M.V.D. utilizando-se os fundamentos do algoritmo proposto por Chorin (1973). A advecção da nuvem de vórtices discretos segue um esquema puramente Lagrangeano, onde os vórtices discretos são tratados como sendo partículas materiais de fluido, bastando-se, portanto, integrar a equação de suas trajetórias. A difusão molecular da vorticidade é simulada utilizando-se o Método de Avanço Randômico onde, em cada instante de tempo, devem ser gerados dois números randômicos para cada vórtice discreto.

Para a identificação do fenômeno de atrelagem síncrona (sincronização) a partir de efeitos de V.I.V. é necessário o cálculo da evolução temporal das forças fluidodinâmicas que se desenvolvem ao redor do cilindro. Com este cálculo encontra-se o número de Strouhal.

4.2 Problema da Advecção

Como discutido na Seção 3.6, a dinâmica do transporte da vorticidade, no caso bidimensional, possui o termo de estiramento e deformação dos tubos de vorticidade nulo e a vorticidade possui apenas um componente não nulo, o componente ω , normal ao plano do escoamento. Sendo assim, a E.T.V. se reduz a:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (4.1)$$

onde \vec{u} é o vetor velocidade do fluido, $\text{Re} = Ud/\nu$ é o número de Reynolds baseado no diâmetro do cilindro e ω representa, em duas dimensões, o único componente não nulo do vetor vorticidade, que é definido como:

$$\vec{\omega}^* = \nabla \times \vec{u}^* \quad (4.2)$$

Considerando a discretização no tempo necessário para se calcular numericamente a evolução do campo de vorticidades, impõe-se a separação dos fenômenos de transporte difusivo e advectivo. Para isto, Chorin (1973) propôs dois operadores, um puramente advectivo e outro puramente difusivo, respectivamente:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \omega = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (4.4)$$

De acordo com o algoritmo de separação da parte viscosa proposto por Chorin (1973), a análise da Eq. (4.3) mostra que a vorticidade é advectada de maneira material. Isto é, cada vórtice discreto presente na nuvem em um dado instante de tempo pode ser transportado por advecção como se fosse uma partícula material de fluido (HELMHOLTZ, 1858). A parcela do lado esquerdo da Eq. (4.5) permite a interpretação puramente Lagrangeana para o transporte advectivo da nuvem de vórtices discretos:

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial\omega}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\omega = 0 \quad (4.5)$$

ou ainda:

$$\frac{D\omega}{Dt} = 0 \quad (4.6)$$

Para a solução do problema puramente advectivo da nuvem de vórtices discretos deve-se calcular o campo de velocidades induzido sobre cada vórtice discreto (i). Esta velocidade representa a própria velocidade induzida no fluido na mesma posição ocupada pelo vórtice discreto em um instante de tempo t. O movimento de um vórtice discreto pode ser calculado integrando a equação para sua trajetória. Portanto, o transporte advectivo da vorticidade é escrito da seguinte forma, aproximadamente:

$$\frac{d\vec{x}^{(i)}}{dt} = \vec{u}^{(i)}(\vec{x}^{(i)}, t) \quad (4.7)$$

onde $\vec{x}^{(i)}$ é o vetor posição do vórtice discreto arbitrário (i) no instante de tempo t e $\vec{u}^{(i)}(\vec{x}^{(i)}, t)$ representa a velocidade total induzida na posição $\vec{x}^{(i)}$ ocupada pelo vórtice discreto neste mesmo instante de tempo t. Tem-se que $i = 1, N$, sendo N o número total de vórtices discretos que compõe a nuvem no instante de tempo t.

Identificando a velocidade total $\vec{u}^{(i)}(\vec{x}^{(i)}, t)$, a solução numérica da equação (4.7) é obtida utilizando-se um esquema de avanço de primeira ordem de Euler (FERZIGER, 1981). Este esquema corresponde a uma primeira aproximação da solução da equação do avanço advectivo e resulta em:

$$\vec{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \vec{x}^{(i)}(t) + \vec{u}^{(i)}(\vec{x}^{(i)}, t)\Delta t \quad (4.8)$$

sendo a velocidade total \vec{u} induzida sobre cada vórtice discreto e assim formada pelas contribuições do escoamento incidente, \vec{u}_i , da velocidade induzida pela fronteira sólida, \vec{u}_c , e da velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos, \vec{u}_v . O vetor velocidade instantânea do fluido é, então:

$$\vec{u} = \vec{u}_i + \vec{u}_c + \vec{u}_v \quad (4.9)$$

No presente estudo, onde o ângulo de ataque do escoamento incidente é assumido como $\alpha = 0^\circ$, o escoamento incidente, \vec{u}_i , é representado pelo escoamento uniforme na direção longitudinal (Figura 4.1). Em termos de componentes nas direções dos eixos dos x e dos y, tem-se, respectivamente:

$$u_i = 1 \quad (4.10)$$

$$v_i = 0 \quad (4.11)$$

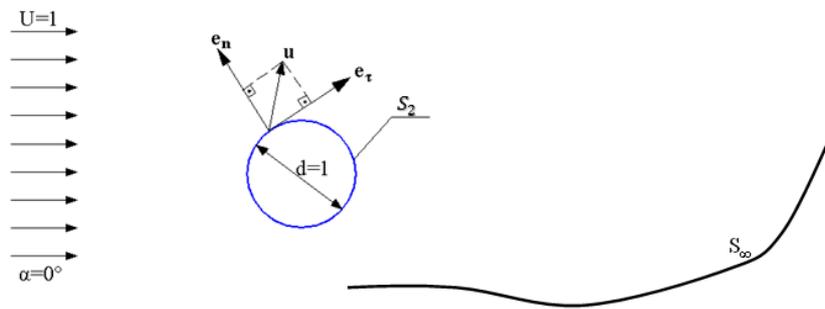


Figura 4.1: Escoamento viscoso ao redor de um cilindro circular.

O Método dos Painéis vem a contribuir de forma fundamental na solução do problema potencial (KATZ & PLOTKIN, 1991) no contexto do M.V.D. e na solução da contribuição da velocidade induzida pelo corpo no modelo de camada limite desenvolvido neste trabalho. O Método dos Painéis possibilita o estudo do escoamento ao redor de corpos das mais diversas geometrias. Este método tem como característica marcante a discretização da superfície de um corpo de forma qualquer e conhecida em segmentos planos (os painéis retos) ou curvos (os painéis curvos) e a distribuição de singularidades sobre tais segmentos de forma a garantir a verificação das condições de contorno em cada ponto de controle dos painéis; veja a Figura (4.2).

Como comentado na Seção 2.6, uma das desvantagens do Método dos Painéis é que ele garante as condições de contorno em apenas um único ponto de cada painel (ponto de controle), e não ao longo de todo o comprimento do painel ou da própria superfície real do corpo. Deve-se ressaltar, ainda, que o polígono formado pelos painéis representa uma

aproximação de uma superfície sólida real e que, neste trabalho, os painéis têm comprimentos iguais.

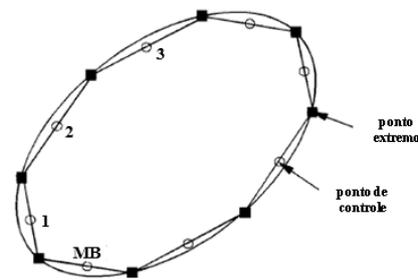


Figura 4.2: Discretização da superfície do corpo em MB painéis planos.

No que concerne à escolha do tipo de singularidade, pode-se optar por uma distribuição com densidade concentrada, constante ou linear ao longo de cada painel. No presente trabalho são utilizados painéis planos, sobre os quais se distribuem singularidades do tipo fontes com densidade constante (ou uniforme), $\sigma(x)$, como mostra a Figura (4.3), retirada de Katz & Plotkin (1991). Sendo assim, neste estudo, impõe-se a condição de velocidade normal nula, ou seja, a condição de impenetrabilidade (condição de contorno de Neumann) sobre cada ponto de controle, que em essência representa a superfície discretizada do corpo.

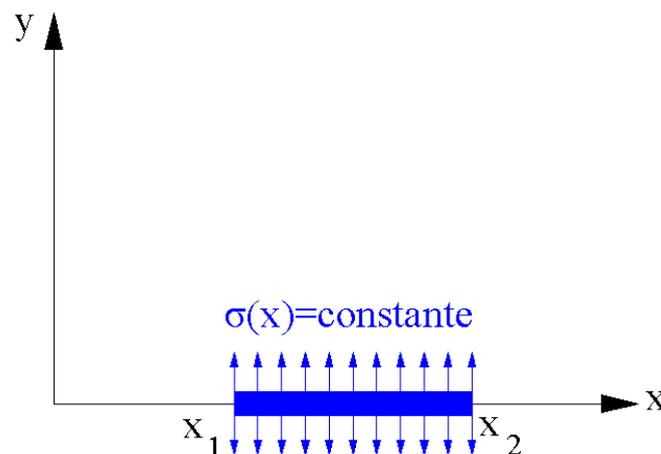


Figura 4.3: Distribuição constante de fontes sobre o eixo x.

Para satisfazer a condição de contorno de Neumann é verificado:

$$\vec{\nabla}\phi \cdot \hat{n} = 0 \quad (4.12)$$

sendo ϕ a função potencial de velocidades utilizada para impor a condição de velocidades normais nulas sobre as superfícies discretizada de S_1 e S_2 durante o cálculo da solução potencial clássica.

Considera-se um sistema de coordenadas fixo em um painel, como representado na Figura (4.3), adaptada de Katz & Plotkin (1991). Os componentes da velocidade nas direções de x e de y induzidos no ponto $P(x, y)$ devido à distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de um painel com comprimento $(x_2 - x_1)$ valem, respectivamente:

$$u = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} dx_0 \quad (4.13)$$

$$v = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} dx_0 \quad (4.14)$$

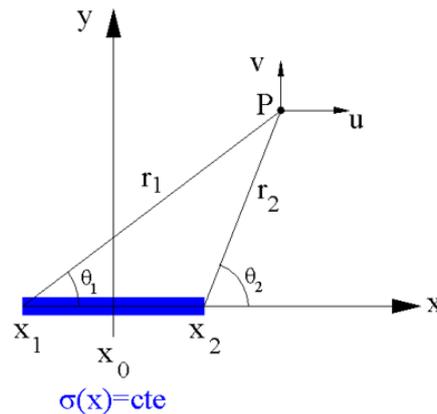


Figura 4.4: Velocidade induzida no ponto $P(x, y)$ por uma distribuição de fontes com densidade constante, $\sigma(x)$, ao longo de uma superfície de comprimento $(x_2 - x_1)$.

Resolvendo-se as duas integrais acima, obtém-se:

$$u = \frac{\sigma(x)}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sigma(x)}{4\pi} \ln \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (4.15)$$

$$v = \frac{\sigma(x)}{2\pi}(\theta_2 - \theta_1) \quad (4.16)$$

onde:

$$\theta_k = \text{tg}^{-1} \frac{y}{x - x_k}, k = 1, 2 \quad (4.17)$$

$$r_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + y^2}, k = 1, 2 \quad (4.18)$$

A indução de velocidades na direção de x para $y \rightarrow 0^\pm$ de um painel sobre ele mesmo, considerando a Figura (4.4), é dada pela equação (KATZ & PLOTKIN, 1991):

$$v\left(\frac{x_2 - x_1}{2}, 0^\pm\right) = \pm \frac{\sigma(x)}{2} \quad (4.19)$$

Os componentes da velocidade induzida por um painel de fontes com densidade uniforme são calculados pela Eq. (4.15) e pela Eq.(4.16). Este cálculo é feito inicialmente para o referencial localizado sobre o painel; veja a Figura (4.4). Em seguida, estes componentes de velocidade são projetados na direção normal ao ponto de controle do painel para a imposição da condição de impenetrabilidade. A velocidade normal obtida, após a projeção dos componentes da velocidade, deve ser escrita no referencial inercial (x, o, y), como definido na Figura (3.1).

As fontes com densidades uniforme, sobre cada painel, induzem velocidade radial. As velocidades induzidas pelas fontes serão decompostas nas direções normal e tangencial (em relação a cada painel plano) para impor as condições de contorno. Quando aplicada aos M painéis (pontos de controle dos painéis), que incluem o corpo e o solo, a condição de contorno de Neumann pode ser expressa na forma matricial descrita na Eq. (4.20), e constitui-se em um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a densidade uniforme de fontes; outra forma para se escrever tal sistema segue na Eq. (4.21).

$$\begin{bmatrix}
0,5 & \dots & K_{1^1j^1} & \dots & K_{1^1k^1} & \dots & K_{1^1j^2} & \dots & K_{1^1k^2} & \dots & K_{1^1M} \\
& & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & & \\
K_{j^11} & \dots & 0,5 & \dots & K_{j^1k^1} & \dots & K_{j^1j^2} & \dots & K_{j^1k^2} & \dots & K_{j^1M} \\
& & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & & \\
K_{k^11} & \dots & K_{k^1j^1} & \dots & 0,5 & \dots & K_{k^1j^2} & \dots & K_{k^1k^2} & \dots & K_{k^1M} \\
& & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & & \\
K_{j^21} & \dots & K_{j^2j^1} & \dots & K_{j^2k^1} & \dots & 0,5 & \dots & K_{j^2k^2} & \dots & K_{j^2M} \\
& & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & & \\
K_{k^21} & \dots & K_{k^2j^1} & \dots & K_{k^2k^1} & \dots & K_{k^2j^2} & \dots & 0,5 & \dots & K_{k^2M} \\
& & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & & \\
K_{M1^1} & \dots & K_{Mj^1} & \dots & K_{Mk^1} & \dots & K_{Mj^2} & \dots & K_{Mk^2} & \dots & 0,5
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
\sigma_1 \\
\dots \\
\sigma_j \\
\dots \\
\sigma_{k^1} \\
\dots \\
\sigma_{j^2} \\
\dots \\
\sigma_{k^2} \\
\dots \\
\sigma_M
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
RHSS_1 \\
\dots \\
RHSS_j \\
\dots \\
RHSS_{k^1} \\
\dots \\
RHSS_{j^2} \\
\dots \\
RHSS_{k^2} \\
\dots \\
RHSS_M
\end{Bmatrix}.
\tag{4.20}$$

$$[COUPS]\{SIGMA\} = \{RHSS\}
\tag{4.21}$$

sendo:

[COUPS] K_{ij}^s um elemento da matriz de influência que representa a velocidade normal induzida pelo painel j no ponto de controle do painel i , quando se tem uma distribuição de fontes com densidade uniforme e unitária sobre o painel j ;

{SIGMA} σ_j um vetor representativo da distribuição uniforme de fontes sobre o painel j (incógnita do problema);

{RHSS} um vetor coluna lado direito da equação matricial (do Inglês, *Right Hand Sides*), o qual possui M elementos, e representa a velocidade normal total induzida no ponto de controle do painel i devido às contribuições do escoamento incidente e da nuvem de vórtices discretos (a nuvem de vórtices discretos também contribui a partir da solução do escoamento potencial, isto é, da geração de vórtices discretos no domínio fluido).

Devido ao movimento oscilatório do cilindro circular em relação ao sistema inercial (x,o,y) , os coeficientes da matriz de fontes são atualizados a cada instante de tempo para impor corretamente a influência da oscilação forçada sobre a velocidade total induzida nos pontos de controle em cada painel. Sobre o corpo discretizado na fronteira (S_2) existem, portanto, coeficientes constantes e coeficientes variáveis na matriz de influência devidos a presença do corpo oscilante; veja a Eq. (4.21).

Os coeficientes da forma $K_{j^1k^1}$, $K_{k^1j^1}$, $K_{j^2k^2}$, $K_{k^2j^2}$ são constantes, pois representam indução entre painéis de um mesmo corpo. Já os coeficientes da forma $K_{j^1j^2}$, $K_{j^2j^1}$, $K_{j^1k^2}$, $K_{k^2j^1}$, $K_{k^1j^2}$, $K_{j^2k^1}$, $K_{k^1k^2}$, $K_{k^2k^1}$ variam de acordo com o movimento oscilatório do corpo. O índice j^1 refere-se ao painel número j do chão e o índice k^2 refere-se ao painel número k do cilindro circular, por exemplo.

Esta condição é necessária para a montagem dos coeficientes da equação matricial de fontes caracterizando um problema de fronteira móvel. O M.V.D. é facilmente adaptado a esta situação.

O cálculo do vetor coluna lado direito fontes para o ponto de controle do painel plano genérico k^1 , pertencente ao chão, é calculado como:

$$RHSS_{k^1} = u_i \sin(th_{pk^1}) - v_i \cos(th_{pk^1}) + u_{k^1,j} \sin(th_{pk^1}) - v_{k^1,j} \cos(th_{pk^1}) \quad (4.22)$$

e para o ponto de controle do painel plano genérico k^2 , pertencente ao corpo que oscila, é calculado como:

$$RHSS_{k^2} = (u_i + u_{osc}) \sin(th_{pk^2}) - (v_i + v_{osc}) \cos(th_{pk^2}) + u_{k^2,j} \sin(th_{pk^2}) - v_{k^2,j} \cos(th_{pk^2}) \quad (4.23)$$

sendo u_i e v_i os componentes do vetor velocidade do escoamento não perturbado, u_{osc} e v_{osc} os componentes respectivos das velocidades de oscilação longitudinal e transversal do corpo, $u_{k^1,j}$ e $v_{k^1,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ($j = 1, N$) no ponto de controle k^1 , $u_{k^2,j}$ e $v_{k^2,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ($j = 1, N$) no ponto de controle k^2 , th_{pk^1} o ângulo de orientação do painel k^1 e th_{pk^2} o ângulo de orientação do painel k^2 .

O cálculo da velocidade induzida pelas duas superfícies (S_1, S_2) é feito no sistema de coordenadas fixo (x,o,y) ao solo; veja na Figura (3.1).

A Eq. (4.22) mostra que o efeito da vibração do corpo, que está representado por X_{osc} e Y_{osc} , provoca uma distribuição de singularidades adicional sobre a superfície discretizada deste corpo. Isto permite concluir que as velocidades induzidas devido a estas novas singularidades, também influenciam no cálculo dos efeitos advectivos e das cargas fluidodinâmicas.

A contribuição da nuvem de vórtices discretos para o cálculo do campo de velocidades é obtida através da Lei de Biot-Savart. O cálculo da contribuição da nuvem de vórtices discretos presente na região fluida (interação vórtice-vórtice) é a etapa que consome maior tempo de processamento, pois o número de operações realizadas por um processador é proporcional ao quadrado do número total N de vórtices discretos presentes no domínio.

Os componentes nas direções x e y da velocidade total induzida no vórtice discreto k pelos demais vórtices discretos são calculado conforme equações abaixo:

$$u_{k_N} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \Gamma_j U_{V_{k,j}} \quad (4.24)$$

$$v_{k_N} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \Gamma_j V_{V_{k,j}} \quad (4.25)$$

Veja no Apêndice A, mais detalhes sobre a expressão para o cálculo da velocidade tangencial induzida por um vórtice discreto de Lamb usando a Lei de Biot-Savart.

4.3 Difusão da Vorticidade

No cálculo numérico da evolução do campo de vorticidade, utiliza-se o algoritmo proposto por Chorin (1973), que se baseia na separação dos problemas da advecção e da difusão da vorticidade, conforme visto na Seção 4.2. Na Eq. (4.4) está evidenciado que o processo de difusão de vorticidade é o responsável pela inclusão dos efeitos viscosos do fluido através da presença do número de Reynolds do escoamento.

O Método do Avanço Randômico é uma técnica probabilística bastante utilizada para a solução do problema da difusão da vorticidade. Esta técnica foi inspirada no trabalho de Einstein (1956), originalmente proposto com a finalidade de simular o movimento browniano de partículas. Lewis (1991) popularizou o método sendo característico de escoamentos com números de Reynolds elevados (MUSTTO *et al.*, 1998 e ALCÂNTARA PEREIRA, *et al.*, 1999). O princípio deste método se baseia nos deslocamentos randômicos de partículas que carregam vorticidade de modo a simular o espalhamento do campo de vorticidades para regiões irrotacionais do escoamento. Outros detalhes sobre o Método de Avanço Randômico podem ser encontrados no trabalho de Ghoniem & Sherman (1985).

Considera-se inicialmente um vórtice discreto arbitrário (i) pertencente a uma nuvem de vórtices discretos e que, no instante t, se localiza na posição $\vec{x}^{(i)}(t)$. Esta técnica possibilita a cada vórtice discreto da nuvem um avanço randômico definido por $\vec{Z}_d \equiv (x_d, y_d)$. Se o avanço advectivo for calculado utilizando o esquema de avanço de primeira ordem de Euler dado pela Eq. (4.8), então o vórtice discreto (i) deve ser posicionado de acordo com:

$$\vec{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \vec{x}^{(i)}(t) + \vec{u}^{(i)}(\vec{x}^{(i)}, t)\Delta t + \vec{Z}_d$$

Os componentes x_d e y_d do vetor avanço randômico \vec{Z}_d , na forma adimensional, são definidos como:

$$x_d^{(i)} = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} [\cos(2\pi Q)] \quad (4.26)$$

$$y_d^{(i)} = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} [\sin(2\pi Q)] \quad (4.27)$$

onde P e Q são números randômicos pertencentes ao intervalo entre 0 e 1.

4.4 Geração da Vorticidade

A vorticidade é uma das grandezas físicas mais importantes em mecânica dos fluidos. Camada limite, ondas, turbulência e muitos outros fenômenos da hidrodinâmica não linear estão ligados com o conceito de vorticidade (MORTEN *et al.*, 2014). No problema proposto no capítulo 3, a vorticidade é gerada quando o escoamento viscoso avança sobre a superfície do corpo provocando a formação da camada limite hidrodinâmica. A manifestação dos efeitos viscosos, pertinentes ao contato do fluido com a fronteira sólida, desenvolve um perfil de velocidades com rotação das partículas fluidas. A separação da camada limite só irá ocorrer na presença de um gradiente de pressão adverso.

O conceito do mecanismo de geração da vorticidade é apresentado a partir das equações de Navier-Stokes na forma vetorial e adimensional:

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \nu\nabla \times \vec{\omega} \quad (4.28)$$

Assumindo-se um escoamento bidimensional e supondo que ele se desenvolve no semiplano superior no qual o eixo real representa uma superfície plana sólida ($y = 0$), deve-se impor a condição de aderência sobre a superfície plana (Figura 4.5). O resultado obtido é:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (4.29)$$

A Eq.(4.29) representa a geração da vorticidade sobre a superfície plana sólida coincidente com o eixo dos x . A derivada do lado direito da equação representa o escoamento de vorticidade que atravessa a superfície plana. Como não existe movimento de massa para $y < 0$, este escoamento de vorticidade representa a quantidade de vorticidade que está sendo gerada a partir da superfície durante um intervalo de tempo Δt . O lado esquerdo da Eq.(4.29) especifica a vorticidade gerada na superfície. Caso o gradiente de pressão seja favorável haverá geração de vorticidade, pois o escoamento se torna positivo. No caso contrário, se o gradiente de pressão é desfavorável, haverá destruição da vorticidade e o escoamento passa a ser negativo. Muito próximo da superfície sólida a velocidade de advecção é muito pequena e este mecanismo pode ser

interpretado como um processo de difusão primária da vorticidade (ALCÂNTARA PEREIRA, 1999).

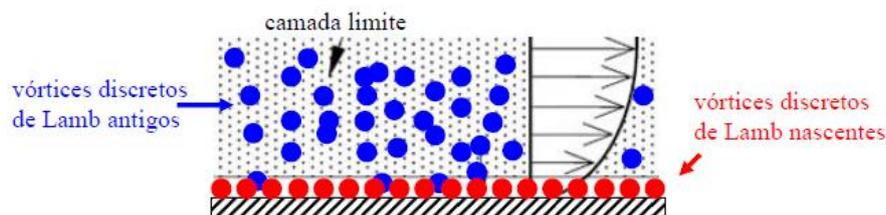


Figura 4.5: Representação da vorticidade gerada a partir de uma superfície plana por vórtices discretos de Lamb. (Adaptada de MORAES, 2011)

Na implementação numérica do M.V.D., o processo de geração de vorticidade se relaciona com a especificação da condição de escorregamento-nulo dada pela Eq. (3.18). Para garantir a condição de escorregamento-nulo sobre o ponto de controle de cada painel, distribuem-se vórtices discretos de Lamb nascentes nas suas vizinhanças (veja a Figura 4.6 e outros detalhes no Apêndice A).

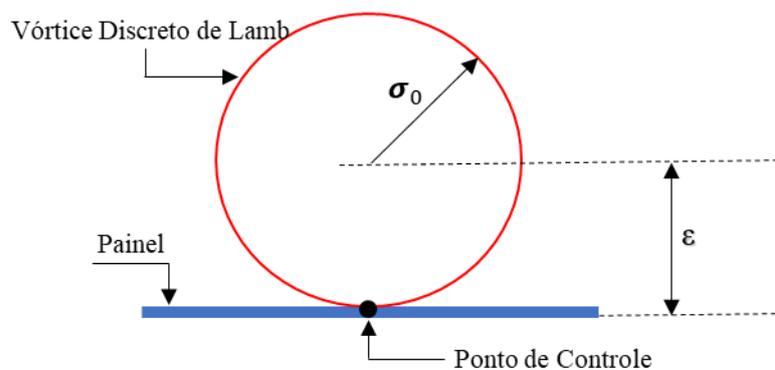


Figura 4.6: Posição de geração de um vórtice discreto de Lamb

Os vórtices discretos nascentes são posicionados de tal maneira que tangenciem o ponto de controle de cada painel (ALCÂNTARA PEREIRA, 1999). O centro de cada vórtice discreto está localizado em $\varepsilon = \sigma_o$, como mostrado na Figura (4.6). Para cada novo incremento de tempo Δt decorrido surgem novos vórtices discretos tangenciando os pontos de controle de todos os painéis que discretizam a superfície do corpo. Esta geração se deve à dinâmica da vorticidade e aos efeitos de V.I.V.

Neste trabalho a técnica de reflexão é utilizada para assegurar que os vórtices discretos que migrarem para o interior de uma fronteira sólida sejam devolvidos ao

domínio fluido. Como o processo da difusão é estatístico, alguns vórtices podem violar a condição de parede não porosa devendo, portanto, ser refletidos. Autores como Ricci (2002) e Bimbatto (2012) utilizaram esta técnica para solucionar este inconveniente. Assim, neste trabalho faz-se uso da reflexão dos vórtices discretos que migrarem para o interior do corpo de volta ao domínio fluido.

De maneira análoga à equação matricial de fontes, Eq. (4.24), esquematiza-se a equação matricial para a geração de novos vórtices discretos, tal que:

$$\begin{bmatrix}
 K_{11^1} & \dots & K_{1j^1} & \dots & K_{1k^1} & \dots & K_{1j^2} & \dots & K_{1k^2} & \dots & K_{1MB} \\
 & & & & & & & & & & \\
 & & & & & & & & & & \\
 K_{j1^1} & \dots & K_{jj^1} & \dots & K_{jk^1} & \dots & K_{jj^2} & \dots & K_{jk^2} & \dots & K_{jMB} \\
 & & & & & & & & & & \\
 & & & & & & & & & & \\
 K_{k1^1} & \dots & K_{kj^1} & \dots & K_{kk^1} & \dots & K_{kj^2} & \dots & K_{kk^2} & \dots & K_{kMB} \\
 & & & & & & & & & & \\
 & & & & & & & & & & \\
 K_{j2^1} & \dots & K_{jj^1} & \dots & K_{jk^1} & \dots & K_{jj^2} & \dots & K_{jk^2} & \dots & K_{jMB} \\
 & & & & & & & & & & \\
 & & & & & & & & & & \\
 K_{k2^1} & \dots & K_{kj^1} & \dots & K_{kk^1} & \dots & K_{kj^2} & \dots & K_{kk^2} & \dots & K_{kMB} \\
 & & & & & & & & & & \\
 & & & & & & & & & & \\
 K_{MB1} & \dots & K_{MBj^1} & \dots & K_{MBk^1} & \dots & K_{MBj^2} & \dots & K_{MBk^2} & \dots & K_{MBMB}
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 \Gamma_1 \\
 \dots \\
 \Gamma_j \\
 \dots \\
 \Gamma_k \\
 \dots \\
 \Gamma_j \\
 \dots \\
 \Gamma_k \\
 \dots \\
 \Gamma_{MB}
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 RHSV_1 \\
 \dots \\
 RHSV_j \\
 \dots \\
 RHSV_k \\
 \dots \\
 RHSV_j \\
 \dots \\
 RHSV_k \\
 \dots \\
 RHSV_{MB}
 \end{Bmatrix}
 \quad (4.30)$$

A Eq. (4.30) representa um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a intensidade dos vórtices discretos de Lamb nascentes. Outra forma de representação da equação matricial é dada por:

$$[COUPV]\{GAMMA\} = \{RHSV\} \quad (4.31)$$

sendo:

$[COUPV]$ a matriz de influência de vórtices discretos nascentes. Cada coeficiente da matriz de influência representa a velocidade tangencial induzida no ponto de controle de um painel por um vórtice discreto de Lamb nascente com intensidade unitária localizado nas proximidades de outro painel;

$\{GAMMA\}$ o vetor incógnita de vórtices discretos nascentes;

$\{\text{RHSV}\}$ o vetor coluna lado direito de vórtices discretos.

O cálculo do vetor coluna lado direito vórtices para o ponto de controle do painel plano genérico k_2 , pertencente ao cilindro circular, é calculado como:

$$\text{RHSV}_{k^2} = \left\{ - (u_i + u_{osc}) \cos(th_{pk^2}) - (v_i + v_{osc}) \sin(th_{pk^2}) - u_{k^2,j} \cos(th_{pk^2}) - v_{k^2,j} \sin(th_{pk^2}) \right\} \quad (4.32)$$

sendo u_i e v_i os componentes do vetor velocidade do escoamento não perturbado, u_{osc} e v_{osc} os componentes respectivos da velocidade de vibração longitudinal e transversal do corpo, $u_{k^1,j}$ e $v_{k^1,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ($j = 1, N$) no ponto de controle k^1 , $u_{k^2,j}$ e $v_{k^2,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos ($j = 1, N$) no ponto de controle k^2 , th_{pk^1} o ângulo de orientação do painel k^1 e th_{pk^2} o ângulo de orientação do painel k^2 .

4.5 Conservação da Massa e Conservação da Circulação Global

No problema estudado é verificado o Princípio de Conservação da Massa e o Princípio da Conservação da Circulação Global. O balanço de massa é verificado através da equação matricial de fontes (Equação 4.20) onde se adiciona mais uma equação para verificar a conservação da massa durante a simulação numérica. A conservação de massa é verificada através dos termos de geração de fontes e sumidouros na superfície do corpo. A equação adicional para o balanço de massa em cada instante de tempo da simulação numérica é dada por:

$$\sum_{j=1}^M (\sigma_j \Delta S_j) = 0 \quad (4.33)$$

sendo M o número total de painéis planos utilizados para a discretização da superfície do cilindro circular e da superfície plana.

Na teoria potencial a condição de conservação da circulação é imposta ao longo do domínio fluido Ω , sendo que para um corpo rombudo é expressa por:

$$\Gamma = \oint_{S_2} \vec{u} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (4.34)$$

A conservação da circulação global é verificada em todos os instantes da simulação através do seguinte balanço:

$$\sum_{j=1}^{MB} (\Gamma_j)_{\text{vórtices nascentes}} + \sum_{k=1}^N (\Gamma_k)_{\text{vórtices antigos}} = 0 \quad (4.35)$$

Para verificar a conservação da circulação global durante a simulação, é adicionada uma nova equação à equação matricial de vórtices discretos nascentes, Eq. (4.36). A equação que verifica o balanço de circulação em cada instante de tempo é dada por:

$$\sum_{j=1}^{MB} (\Gamma_j)_{\text{vórtices nascentes}} = 0 \quad (4.36)$$

uma vez que no primeiro instante de tempo da simulação numérica não existe a presença de vórtices discretos no domínio fluido.

4.6 Cargas Fluidodinâmicas

O escoamento sobre o cilindro circular descrito no capítulo 3 exerce forças resultantes sobre a superfície deste corpo. Existem duas contribuições para estas forças que resultam da ação da pressão estática e da ação da tensão cisalhante. As grandezas de maior interesse neste estudo relacionadas às cargas fluidodinâmicas são: a distribuição de pressões estática sobre a superfície do corpo (cargas distribuídas) e as forças de arrasto e sustentação (cargas integradas).

O desenvolvimento numérico apresentado a seguir permite obter os valores das cargas fluidodinâmicas provenientes da geração e desprendimento de estruturas vorticosas através da metodologia apresentada no trabalho de Ricci (2002). Na E.T.V. (veja a Eq. (3.21) verifica-se a ausência do termo de pressões. Este termo não se faz presente, pois o rotacional do campo de pressões é igual à zero.

Para o cálculo do campo de pressões parte-se da metodologia proposta por Kamemoto (1994), onde se aplica o operador divergente nas equações de Navier-Stokes (Eq. 3.17) e, através da equação da continuidade (Eq. 3.16), se obtém uma equação de Poisson para a pressão, a qual pode ser resolvida utilizando-se um esquema de diferenças finitas.

Com este procedimento, o campo de pressões, em qualquer ponto da região fluida, pode ser calculado integrando-se a função de Bernoulli, definida por Uhlman (1992) como:

$$Y = p + \rho \frac{u^2}{2}, u = |\vec{u}| \quad (4.37)$$

O trabalho de Shintani & Akamatsu (1994) apresenta uma formulação mais apropriada para ser incorporada ao M.V.D. Lagrangeano, onde é necessário conhecer apenas o campo de velocidades e o campo de vorticidades disponíveis em todos os instantes da simulação numérica. A equação integral é dada por:

$$HY_i - \int_{S_2} Y \nabla G_i \cdot \vec{n} dS = \iint_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\vec{u} \times \omega) d\Omega - \frac{1}{\text{Re}} \int_{S_2} (\nabla G_i \times \omega) \cdot \vec{n} dS \quad (4.38)$$

onde:

$H = 1$ em Ω (domínio fluido do problema) ou

$H = 0.5$ em S_2 (superfície de corpos)

G corresponde à solução fundamental da equação de Laplace.

As integrais presentes na Eq. (4.38) são resolvidas numericamente. No trabalho de Ricci (2002) encontram-se todos os desenvolvimentos da dedução completa para a seguinte equação (que permite determinar o valor da pressão no ponto i):

$$HY_i + \int_S \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x-x_i) + n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} Y dS = - \int_{\Omega} \frac{1}{2\pi} \frac{v(x-x_i) - u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega d\Omega - \frac{1}{\text{Re}} \int_S \frac{1}{2\pi} \frac{n_y(x-x_i) - n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \omega dS \quad (4.39)$$

A Equação (4.39) discretizada, para ser resolvida numericamente, assume a seguinte forma numérica:

$$HY_i = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1; j \neq i}^M \frac{n_{xj}(x_j - x_i) - n_{yj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j Y_j =$$

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{2\pi R} \sum_{j=1; j \neq i}^M \frac{n_{yj}(x_j - x_i) - n_{xj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j \gamma_j \quad (4.40)$$

Uma técnica semelhante ao Método dos Painéis resolve a Eq. (4.40) agrupando o primeiro somatório numa matriz de influência de pressão, chamada A_p , e os dois últimos somatórios num vetor coluna lado direito de pressão chamado Ld , respectivamente. Assim, a Eq. (4.40) é escrita na seguinte forma discretizada:

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^M A_{p_{i,j}} Y_j = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{2\pi R} \sum_{j=1}^M A_{d_{i,j}} \gamma_j \quad (4.41)$$

O vetor coluna lado direito da equação pode ser escrito como:

$$Ld_i = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{2\pi R} \sum_{j=1}^M A_{d_{i,j}} \gamma_j \quad (4.42)$$

A aplicação da Eq. (4.42) aos M painéis que discretizam a superfície do cilindro circular e do chão resulta na seguinte equação matricial para a pressão:

$$[A_p] \{Y\} = \{Ld\} \quad (4.43)$$

Conhecidos os valores da incógnita Y para os M painéis, obtêm-se os valores do coeficiente de pressão para cada painel plano, ou seja:

$$C_{p_i} = 2Y_i + 1 \quad (4.44)$$

As forças fluidodinâmicas são obtidas pela integração da pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular. A força de arrasto de forma atua em cada painel plano na mesma direção do escoamento incidente, ao passo que a força de sustentação atua em cada painel plano na direção normal à direção do escoamento

incidente. As contribuições de cada painel para a força de arrasto de forma e para a força de sustentação são, respectivamente:

$$D = \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) \quad (4.45)$$

$$L = - \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) \quad (4.46)$$

onde p_j é a pressão no ponto de controle do painel j , p_∞ é a pressão do escoamento não perturbado, ΔS_j é o comprimento do painel plano j e θ_{pj} é o ângulo de orientação do painel plano j .

A adimensionalização das equações anteriores resulta nas expressões para a obtenção do coeficiente de arrasto de forma e do coeficiente de sustentação, respectivamente:

$$C_D = \sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) = \sum_{j=1}^M C_p \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) \quad (4.47)$$

$$C_L = - \sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) = - \sum_{j=1}^M C_p \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) \quad (4.48)$$

Capítulo 5

RESULTADOS

5.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se os resultados numéricos obtidos do programa *TWO-DEGREES-OF-FREEDOM-FOR* desenvolvido em linguagem de programação *FORTRAN* para simular numericamente um escoamento bidimensional, incompressível e em regime não permanente de um fluido Newtoniano com propriedades termodinâmicas constantes ao redor de um cilindro circular isolado e que vibra forçadamente numa região fluida de grandes dimensões. O código computacional elaborado tem o intuito de promover análises numéricas de carregamentos fluidodinâmicos atuantes sobre o corpo estacionário ou oscilando, sendo possibilitada ao último a inserção de uma oscilação com até dois graus de liberdade. Veja o Apêndice B.

Os resultados numéricos obtidos para o cilindro circular fixo são apresentados e comparados com os resultados experimentais da literatura (BLEVINS, 1984) para, assim, validar o algoritmo proposto.

Para análise da oscilação forçada é necessário, primeiramente, validar as novas rotinas implementadas que simulam os efeitos de oscilações do cilindro circular. Portanto, diversas análises são realizadas para o corpo oscilando longitudinalmente (*in-line*) em relação ao escoamento incidente, a fim de validar os resultados obtidos com os resultados clássicos de padrões de esteira encontrados na literatura (ONGOREN & ROCKWELL,

1988). De maneira análoga, realizam-se análises de oscilações transversais ao escoamento incidente para analisar a influência dos efeitos de vibrações forçadas com até dois graus de liberdade.

A apresentação dos resultados numéricos tem como finalidades:

- Definição e aferição dos parâmetros numéricos variáveis na simulação numérica utilizada através do algoritmo do M.V.D.
- Cálculo dos coeficientes de força de arrasto e de força de sustentação e do coeficiente de pressão para uma descrição física do comportamento de regimes de formação de vórtices a partir da superfície do corpo.
- Descrição da influência da imposição de oscilação forçada transversal sobre um cilindro oscilando na mesma direção do escoamento incidente no que se refere aos tipos de regimes de formação de vórtices encontrados.
- Identificação de situações de *lock-in* para oscilações forçadas do cilindro circular com dois graus de liberdade e posterior relacionamento dos resultados com os parâmetros numéricos adotados.
- Análise da influência da variação da frequência de oscilação e da amplitude de oscilação na direção transversal ao escoamento sobre o regime de formação de vórtices.

5.2 Parâmetros utilizados na simulação numérica

O modelo matemático e físico e, também, o código numérico desenvolvido são caracterizados por alguns parâmetros essenciais para a solução do problema. Tais parâmetros são divididos em duas classes, a primeira relacionada ao fenômeno físico e a segunda relacionada ao método numérico. Os parâmetros relacionados ao fenômeno físico são:

a) Número de Reynolds (Re)

Valores altos do número de Reynolds representam a faixa de interesse prático para estudos de V.I.V.. Valores da ordem de $10^5 < Re < 10^6$ mostram-se apropriados para a formulação do presente trabalho, sendo adotado o valor de $Re = 10^5$ em todos os casos

simulados. O Método do Avanço Randômico se mostra apropriado na solução da difusão da vorticidade via M.V.D. para o nível de discretização adotado neste trabalho.

b) Ângulo de ataque para o escoamento incidente (α)

É um ângulo definido em aviação pelo ângulo formado entre a corda do aerofólio e a direção do seu movimento relativo ao ar, ou melhor, em relação ao escoamento aparente. Este ângulo simula perfis fluidodinâmicos e, no presente estudo (cilindro circular), é considerado como sendo igual a zero.

c) Raio do Núcleo do Vórtice de Lamb (σ_o)

O valor do raio do núcleo do vórtice de Lamb, σ_o , é adotado como sendo o mesmo valor da posição de nascimento dos vórtices discretos (ϵ), ao longo da superfície discretizada do cilindro circular (veja a Figura 4.6). Esta escolha permite que um vórtice discreto gerado se localize a uma distância (ϵ) sobre uma normal que passa pelo ponto de controle do painel; o vórtice discreto sempre tangencia o ponto de controle.

O raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb é estimado da seguinte forma (MUSTTO, 1998):

$$\sigma_o = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re}} \quad (5.1)$$

Para $\Delta t = 0,05$ e $Re = 10^5$, o valor do raio do núcleo do vórtice de Lamb é $\sigma_o = 0,0032$. Contudo, aferiu-se este valor para as condições do trabalho e utilizou-se o valor de $\sigma_o = 0,001$. Mais detalhes sobre a definição do cálculo do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb estão discutidos no Apêndice A.

d) Amplitude de oscilação longitudinal (*in-line*) do corpo (A_x)

A amplitude de oscilação *in-line* adotada é de $A_x = 0,13$ para todos os casos que simulam oscilações forçadas na mesma direção do escoamento. Conforme especificado no trabalho de Oregon & Rockwell (1988), este valor de amplitude é suficiente para o controle da estrutura de formação de vórtices na esteira do cilindro. No trabalho os autores utilizaram um canal de recirculação de água e $Re=855$.

e) Amplitude de oscilação transversal (*cross-flow*) do corpo (A_y)

A amplitude de oscilação transversal é adotada igual a amplitude de oscilação longitudinal, ou seja, $A_x = A_y = 0,13$. Apenas para o caso simulado na Seção 5.6.4 a amplitude de oscilação transversal ao escoamento (A_y) assume valores entre $0,04 < A_y < 0,6$. A finalidade deste estudo é analisar a influência deste parâmetro nos resultados das cargas fluidodinâmicas e nos padrões de esteira.

f) Frequência de oscilação longitudinal (*in-line*) do corpo (f_x)

Para os casos simulados neste trabalho a frequência de oscilação longitudinal possui valores entre $1,67 < f_x < 25$. Nesta faixa são encontrados casos onde o fenômeno de *lock-in* é evidente para uma amplitude de oscilação de $A_x = 0,13$ com um grau de liberdade e na mesma direção do escoamento incidente. Estes mesmos casos são observados posteriormente para oscilações forçadas com dois graus de liberdade do cilindro circular, mantendo a frequência de oscilação longitudinal igual a frequência de oscilação transversal ($f_x = f_y$).

g) Frequência de oscilação transversal (*cross-flow*) do corpo (f_y)

A faixa de valores estudados para a frequência de oscilação transversal está entre $1,67 < f_x < 25$. Em todos os casos de frequência de oscilação longitudinal que apresentam o fenômeno de *lock-in*, é imposto, também, uma frequência de oscilação transversal de mesmo valor ($f_x = f_y$) para avaliar a influência desta nova vibração forçada no sentido transversal ao escoamento.

Os parâmetros relacionados à simulação numérica são:

a) Número de painéis (M)

A superfície do cilindro circular é discretizada e representada por um número MB de painéis planos, sobre os quais se distribuem singularidades do tipo fontes com densidade uniforme. Em todas as análises a superfície do cilindro circular foi discretizada em MB = 300 painéis planos de comprimentos iguais.

b) Incremento de tempo (Δt)

O incremento de tempo nas simulações numéricas é fixado no valor adimensional de $\Delta t = 0,05$. Este valor de incremento de tempo é compatível com a ordem de grandeza do esquema de avanço de primeira ordem de Euler utilizado no processo advectivo da vorticidade conforme expressão apresentada por Mustto *et al.* (1998):

$$\Delta t = \frac{2k\pi}{M} \quad (5.2)$$

onde $0 < k < 1$ e M é o número de painéis que discretizam a superfície do corpo e a superfície plana.

As simulações numéricas, nos casos de cilindro circular oscilando, são realizadas com 1.500 avanços no tempo, resultando em tempos adimensionais finais iguais a $t = 75$. Este tempo adimensional se mostrou eficaz para análise do regime do desprendimento de vórtices e permite o cálculo das cargas fluidodinâmicas atuantes e da frequência de emissão de vórtices.

c) Posição de desprendimento dos vórtices discretos (ε)

A posição de geração dos vórtices discretos (ε) apresenta o mesmo valor numérico do raio do núcleo do vórtice de Lamb (σ_o), permitindo assim, que os vórtices nascentes estejam sempre posicionados tangenciando o ponto de controle dos painéis planos (veja novamente a Figura 4.6). As simulações numéricas adotam $\varepsilon = \sigma_o = 0,001$.

Resumindo, na Tabela (5.1) são apresentados os valores adotados; estes valores resultam de testes realizados com um cilindro circular isolado e estacionário até que os carregamentos fluidodinâmicos atuantes resultem em valores coerentes com os resultados experimentais disponíveis na literatura. Veja a Seção 5.3.

Tabela 5.1: Parâmetros de entrada utilizados na simulação numérica de acordo com o arquivo de entrada do programa computacional

<i>Parâmetro</i>	<i>Descrição</i>
<i>stop</i>	Número total de avanços de tempo na simulação
<i>option = 2</i>	Opção para definir corpo fixo ou oscilante
<i>tck = 0,50</i>	Raio do cilindro
<i>g_{min} = 1.000</i>	Distância entre o corpo e o chão (se opção=2)
<i>l_m = 1,00</i>	Comprimento de cada módulo para definir o chão (se opção=2)
<i>n = 3</i>	Número de módulos antes do centro do corpo (se opção=2)
<i>n_m = 10</i>	Número de módulo (se opção=2)
<i>n_p = 10</i>	Número de painéis em cada módulo (se opção=2)
<i>MB = 300</i>	Número de painéis inscritos distribuídos no corpo
<i>U = 1,00</i>	Velocidade incidente adimensionalizada
<i>α = 0°</i>	Ângulo de ataque
<i>Δ_t = 0,05</i>	Incremento de tempo
<i>ε = 0,0010</i>	Posição de desprendimento de vórtices discretos
<i>σ₀ = 0,0010</i>	Raio do núcleo do vórtice de Lamb
<i>Re = 100.000</i>	Número de Reynolds
<i>A_x</i>	Amplitude da oscilação <i>in-line</i>
<i>A_y</i>	Amplitude da oscilação <i>cross-flow</i>
<i>f_x</i>	Frequência da oscilação <i>in-line</i>
<i>f_y</i>	Frequência da oscilação <i>cross-flow</i>

5.3 Cilindro circular estacionário e isolado

O escoamento ao redor de um cilindro circular isolado e estacionário é o ponto de partida para o entendimento do regime de formação de vórtices e para a validação do algoritmo desenvolvido neste trabalho. Assim, a simulação numérica se baseou na condição de um escoamento bidimensional e incompressível de um fluido Newtoniano de propriedades constantes em uma região fluida de grande dimensão. Os resultados

numéricos obtidos para as cargas fluidodinâmicas integradas (força de arrasto e força de sustentação) e para as cargas fluidodinâmicas distribuídas (coeficiente de pressão) foram comparados com resultados numéricos e experimentais encontrados na literatura.

As instabilidades locais ocasionadas no corpo são relacionadas com a frequência de desprendimento de vórtices, como descrito por Strouhal (1878). O número de Strouhal é o parâmetro associado à frequência de emissão de vórtices (Equação 2.2), e para um corpo que também oscila, se define um número de Strouhal associado à frequência de oscilação do corpo.

Número de Strouhal associado à frequência de emissão de vórtices para cilindro circular isolado e sem oscilação (St)

$$St = \frac{f_{CL}d}{U} \quad (5.3)$$

Número de Strouhal associado à frequência de vibração forçada do corpo (f_{osc})

$$St_{osc} = \frac{f_{osc}d}{U} \quad (5.4)$$

onde f_{CL} é a frequência de desprendimento de vórtices, f_{osc} é a frequência de oscilação do corpo, U é a velocidade do escoamento incidente, d é o diâmetro do corpo.

O entendimento do clássico modelo experimental desenvolvido por Blevins (1984) caracteriza-se pelo estudo do regime de formação de vórtices em um cilindro circular estacionário e isolado, onde o escoamento é submetido a um número de Reynolds igual à $Re=10^5$. Os resultados numéricos obtidos para a média do coeficiente de arrasto, do coeficiente de sustentação e do número de Strouhal são comparados com os resultados obtidos experimentalmente por Blevins (veja a Tabela 5.2).

O modelo numérico elaborado no presente trabalho embasou-se nos resultados experimentais de Blevins (1984), com $\pm 10\%$ de incerteza, como primeira aferição do código. Os valores numéricos representam médias calculadas sobre um intervalo de tempo adimensional estimado entre $t = 13,50$ e $t = 40,00$. Calculou-se 800 interações para o caso do cilindro circular estacionário pois os resultados são precisos nesta situação.

Tabela 5.2: Valores calculados do coeficiente de arrasto e número de Strouhal para um cilindro de seção circular isolado e estacionário.

	$\overline{C_D}$	$\overline{C_L}$	$\overline{St_{CD}}$	$\overline{St_{CL}}^*$	θ_{sep}
Experimental	$1,20 \pm 10\%$	-----	-----	$0,19 \pm 10\%$	82°
Presente Simulação	1,20	0,02	0,4206	0,2103	78°

*Valor obtido via Transformada Rápida de Fourier aplicada à curva da história temporal do coeficiente de sustentação C_L .

Na Tabela (5.2) os resultados numéricos para o número de Strouhal foram calculados através da Transformada Rápida de Fourier (T.R.F. ou F.F.T.) nas curvas de coeficientes fluidodinâmicos integrados (veja Figura 5.1).

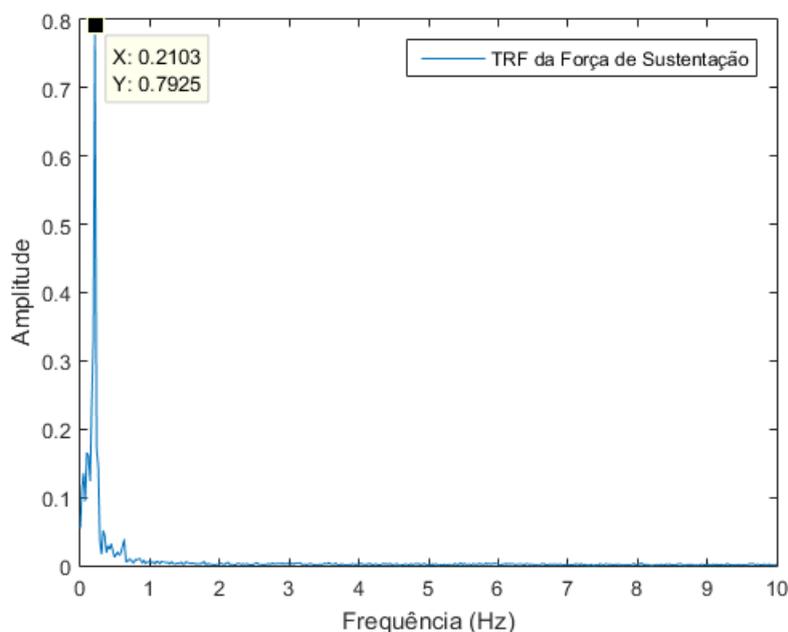


Figura 5.1: Número de Strouhal via Transformada Rápida de Fourier (TRF)

A comparação entre os resultados se mostra satisfatória em vista da aproximação com os valores experimentais de Blevins (1984). Os resultados numéricos permitem uma análise detalhada das cargas fluidodinâmicas atuantes sobre a superfície do corpo ao longo de um tempo determinado, conforme Figura (5.2). Observa-se a existência de um transiente numérico até aproximadamente $t \cong 13$. Após este transiente, os coeficientes de sustentação e arrasto começam a oscilar. Uma característica intrínseca observada e que valida os resultados é a curva do coeficiente de arrasto oscilar com o dobro da frequência

de oscilação da curva que representa o coeficiente de sustentação. Para cada oscilação do coeficiente de arrasto ocorre o desprendimento de uma estrutura vorticosa pela parte superior ou inferior do cilindro circular; já para um período de oscilação do coeficiente de sustentação ocorre o desprendimento de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas.

A Figura (5.2) são detalhadas características físicas do escoamento através do cilindro circular estacionário de acordo com o mecanismo descrito por Gerrard (1966).

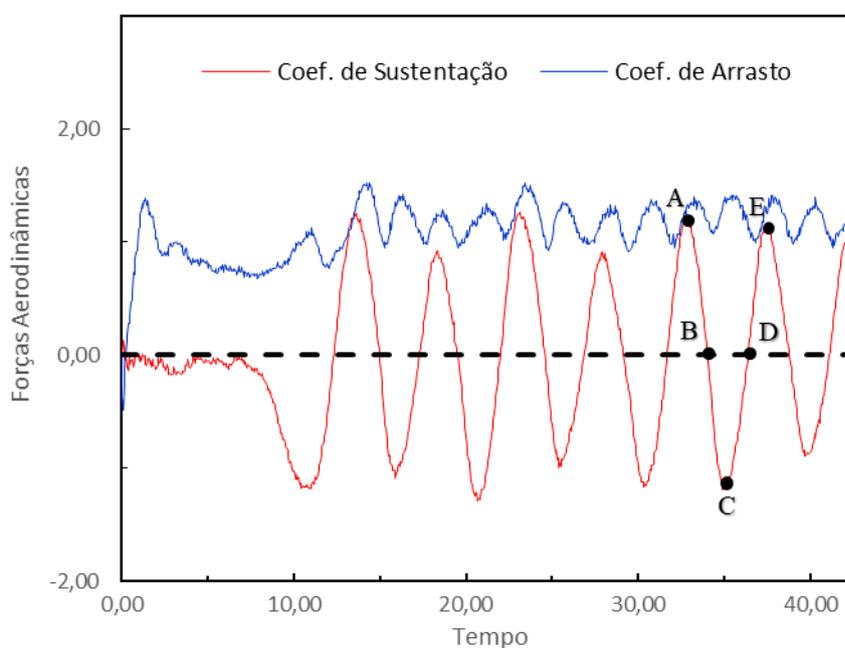


Figura 5.2: Cargas fluidodinâmicas integradas (sem oscilação).

Espera-se encontrar o desprendimento de um par de estruturas vorticosas alternadas contrarrotativas durante um período da curva do coeficiente de sustentação. Portanto, caracteriza-se os pontos A, B, C, D e E, como indicados na Figura (5.2).

A análise do desprendimento das estruturas vorticosas através do campo de pressões atuante na superfície do cilindro circular é demonstrada a seguir. Na Figura (5.3) o ângulo θ define a posição angular de cada ponto de controle sobre a superfície discretizada do corpo, onde o valor do coeficiente de pressão é obtido numericamente.

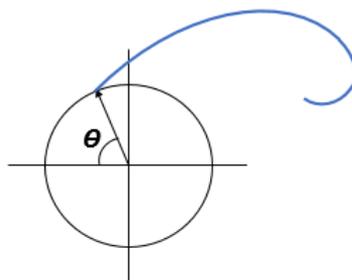


Figura 5.3: Orientação do ângulo θ para a distribuição do coeficiente de pressão

A Figura (5.4) apresenta a posição dos vórtices discretos na esteira do presente caso simulado no instante $t = 40$. Observa-se o agrupamento de vórtices que são alternadamente desprendidos a partir da superfície do corpo formando a esteira de Von Kármán.

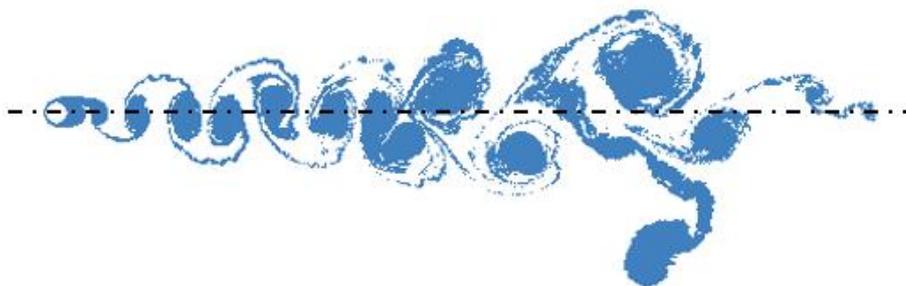


Figura 5.4: Evolução da vorticidade após 800 iterações (sem oscilação)

A Figura (5.4), embora seja bastante ilustrativa, não consegue descrever claramente o comportamento de desprendimento dos vórtices discretos. Para isto, é necessário analisar os pontos indicados por A, B, C, D e E na Figura (5.2). As distribuições instantâneas do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular para estes mesmos pontos estão apresentadas na Figura (5.5).

A curva identificada como Cp_m na Figura (5.5) representa a distribuição do coeficiente médio da pressão, que é calculada entre $t = 32,80$ e $t = 37,45$. Na Figura (5.5), considerando a curva do Cp_m , observa-se que a camada limite separa laminarmente entre um ângulo $\theta = 78^\circ$ e $\theta = 82^\circ$. O resultado obtido numericamente para o ângulo de separação da camada limite é coincidente com o resultado experimental apresentado por Achenbach (1968) para $Re=10^5$, conforme Figura (5.6). Blevins (1984) apresentou o resultado de 82° .

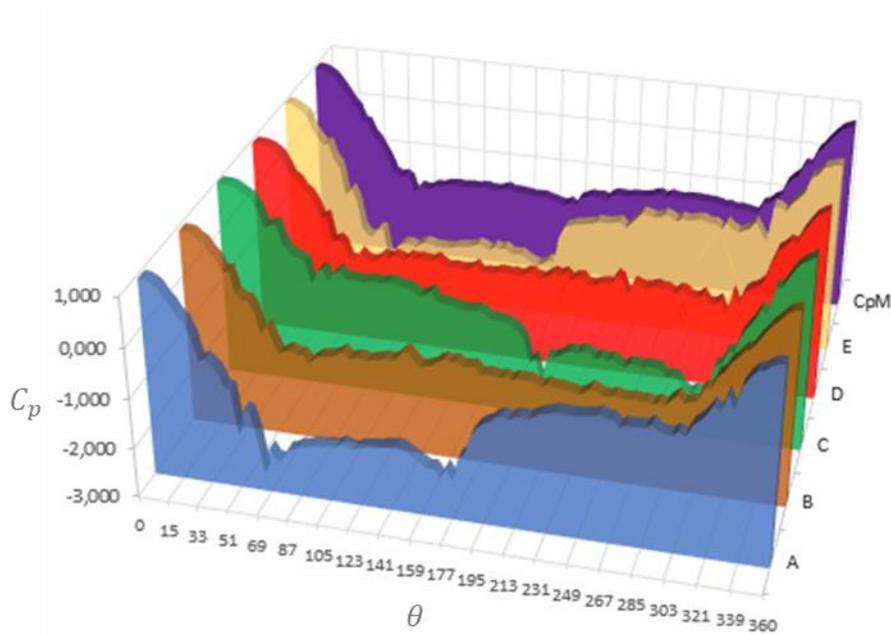


Figura 5.5: Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular estacionário e isolado.

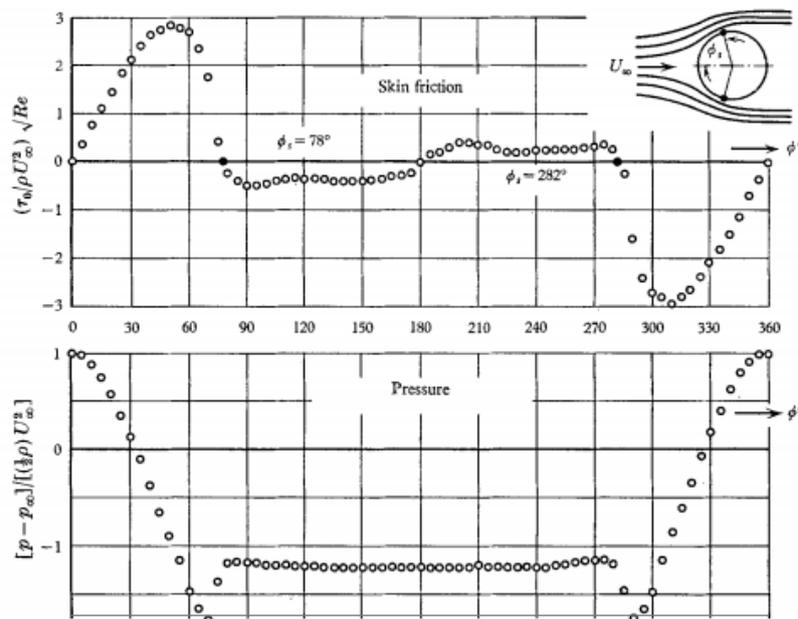


Figura 5.6: Distribuição de pressão e atrito de forma em cilindro circular. (Retirada de ACHENBACH, 1968)

O ponto A indica o instante de tempo $t = 32,80$ e, neste momento, atua uma força de sustentação positiva e uma força de arrasto que está crescendo no cilindro circular, conforme Figura (5.2). Verifica-se o nascimento de um vórtice na parte superior do cilindro (Figura 5.7). Com o auxílio da Figura (5.5), identifica-se uma zona de baixa

pressão compreendida entre $\theta = 60^\circ$ e $\theta = 185^\circ$. O valor da força de arrasto irá aumentar até o instante em que esta estrutura vorticosa seja incorporada pela esteira viscosa (Ponto B).

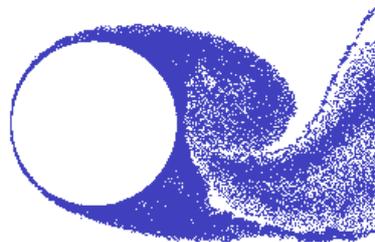


Figura 5.7: Formação da esteira próxima no instante de tempo $t=32,80$ (Ponto A)

O Ponto B indica o instante de tempo $t = 34,00$ e, neste momento, ocorre uma inversão no valor do coeficiente de sustentação, o qual passa de um valor positivo para um valor negativo. Esta inversão de sinal no valor do coeficiente de sustentação remete ao fato de a estrutura vorticosa horária, desprendida da superfície do cilindro circular no ponto A, estar sendo incorporada à esteira viscosa a jusante do corpo (Figura 5.8).

Com o auxílio da Figura (5.5), identifica-se uma zona de baixa pressão aproximadamente constante entre $\theta = 60^\circ$ e $\theta = 300^\circ$ para o Ponto B.

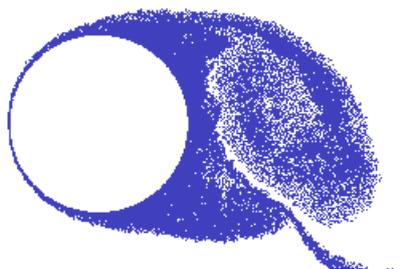


Figura 5.8: Formação da esteira próxima no instante de tempo $t=34,00$ (Ponto B)

O Ponto C indica o instante de tempo $t = 34,90$ e, neste momento, ocorre o desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária na parte inferior do cilindro (Figura 5.9), onde atua uma força de sustentação máxima negativa e uma força de arrasto que está aumentando (Figura 5.2). Identifica-se na Figura (5.5) uma zona de baixa pressão aproximadamente constante entre $\theta = 185^\circ$ e $\theta = 310^\circ$.



Figura 5.9: Formação da esteira próxima no instante de tempo $t=34,90$ (Ponto C)

O Ponto D indica o instante de tempo $t = 36,40$ e, neste momento, ocorre uma inversão no valor do coeficiente de sustentação, o qual passa de um valor negativo para um valor positivo. Esta inversão de sinal no valor do coeficiente de sustentação remete ao fato de a estrutura vorticosa anti-horária, desprendida na superfície do cilindro circular no ponto C, estar sendo incorporada à esteira viscosa a jusante do corpo (Figura (5.10)).

Com o auxílio da Figura (5.5), identifica-se uma zona de baixa pressão aproximadamente constante entre $\theta = 68^\circ$ e $\theta = 300^\circ$ para o Ponto D.

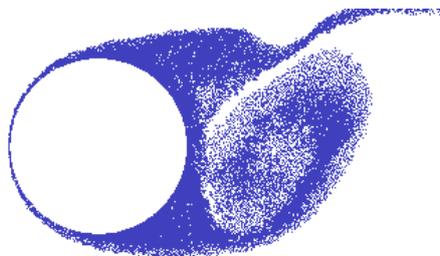


Figura 5.10: Formação da esteira próxima no instante de tempo $t = 36,40$ (Ponto D)

O período de oscilação do coeficiente de sustentação (iniciado em $t = 32,80$) se completa no instante de tempo $t = 37,45$. Durante este período a frequência de emissão de vórtices é igual ao número de Strouhal $St = 0,21$ (caso do cilindro circular sem oscilação), o que valida os resultados desta seção. No Ponto E atua uma máxima força de sustentação positiva e identifica-se uma zona de baixa pressão compreendida entre $\theta = 60^\circ$ e $\theta = 185^\circ$, aproximadamente. É possível verificar, novamente, o nascimento de uma estrutura vorticosa horária na parte superior da seção circular do cilindro da Figura (5.11).

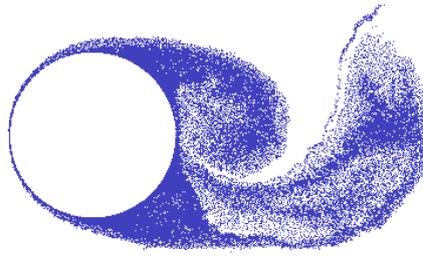


Figura 5.11: Formação da esteira próxima no instante de tempo $t = 37,45$ (Ponto E)

O valor médio do coeficiente de sustentação é obtido através da média aritmética de todos os valores da curva do C_L na faixa entre o primeiro pico positivo (A_1) e o último pico. Para efeitos de posteriores análises, foi caracterizada a amplitude média do coeficiente de sustentação ($\overline{A_{CL}^+}$) correspondente à média aritmética dos pontos extremos positivos adotados entre o primeiro pico (A_1) positivo do coeficiente de sustentação até o último pico obtido (A_N), conforme Figura (5.12). Isto é:

$$\overline{A_{CL}^+} = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_N}{N} \quad (5.5)$$

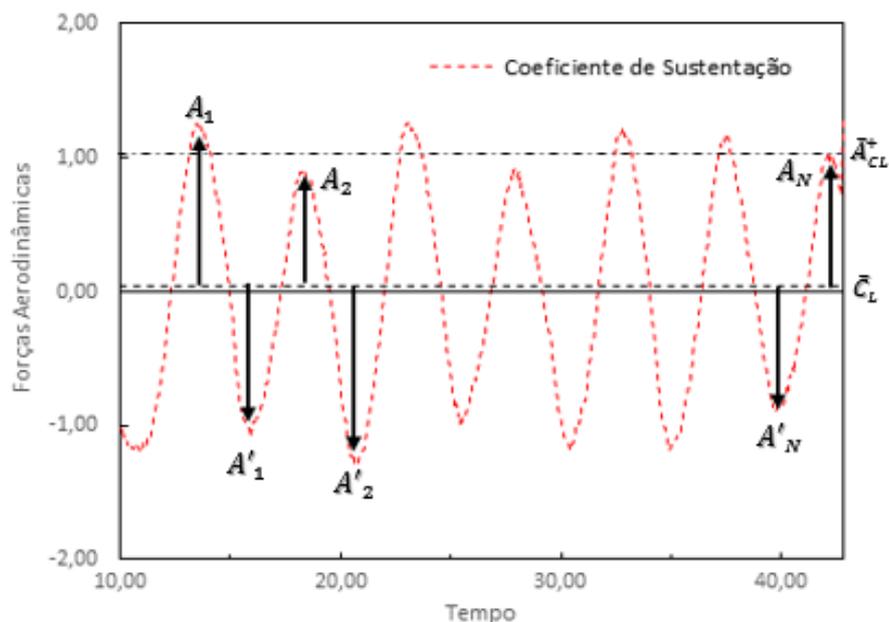


Figura 5.12: Cálculo da amplitude média de C_L

Os resultados médios foram calculados entre os tempos adimensionais de $t = 13,50$ e $t = 40,00$. A Tabela (5.3) contém comparações entre resultados numéricos e resultados

experimentais para as cargas fluidodinâmicas integradas e para o número de Strouhal de diversos autores, incluindo-se os resultados obtidos neste trabalho.

Como já comentado anteriormente, os resultados experimentais de Blevins (1984) apresentam incerteza de $\pm 10\%$. Os resultados apresentados por Mustto *et al.* (1998) foram obtidos utilizando uma versão do M.V.D. Lagrangeano associada ao Teorema do Círculo (MILNE-THOMPSON, 1996). Os demais resultados numéricos são trabalhos na mesma linha de pesquisa da metodologia utilizada neste trabalho.

Tabela 5.3: Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal ($Re = 10^5$)

$Re = 10^5, A = 0,0, \lambda = 0$	$\overline{C_L}$	$\overline{C_D}$	St	$\overline{A_{cl}^+}$
Blevins (1984)	----	1,20	0,19	----
Mustto <i>et al.</i> (1998)	----	1,22	0,22	----
Alcântara Pereira <i>et al.</i> (2002)	0,04	1,21	0,22	----
Silva (2004)	-0,03	1,23	0,20	----
Recicar (2007)	0,07	1,22	0,20	1,058
Simulação Atual	0,02	1,20	0,21	1,152

Os resultados apresentam boa concordância entre si, pois tanto o número de Strouhal como os coeficientes de arrasto e de sustentação possuem valores próximos ao valor experimental. A Figura (5.13) apresenta a comparação para o coeficiente de pressão médio. Conclui-se que os resultados numéricos desta seção estão em conformidade com outros resultados disponíveis na literatura.

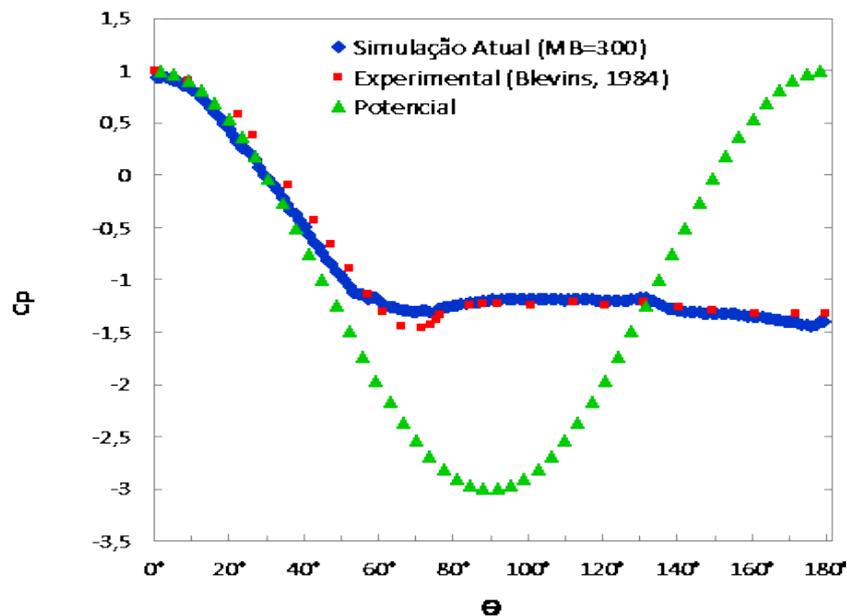


Figura 5.13: Distribuição média do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro

5.4 Cilindro circular isolado e oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento incidente

O entendimento do escoamento ao redor de um cilindro circular com oscilação na direção longitudinal (*in-line*) é referenciado como forma inicial de aferir a implementação do programa computacional com efeitos de vibração forçada; assim, pode-se interpretar os diferentes modos de sincronização nesta etapa. Um estudo clássico deste caso foi realizado por Oregon & Rockwell (1988) para $Re=855$, onde se submeteu um cilindro circular a oscilações forçadas sobre um ângulo α com o escoamento incidente, caracterizando assim o sentido de liberdade do cilindro circular conforme Figura (5.14). Diferentes modos de formação vórtices sincronizados com as oscilações do corpo foram encontrados por estes autores, caracterizados basicamente em dois grupos principais: a formação de vórtices simétricos e a formação de vórtices antissimétricos.

No presente trabalho, a oscilação forçada com um grau de liberdade é realizada na mesma direção do escoamento incidente, ou seja, $\alpha = 0^\circ$. Um resumo das combinações entre os parâmetros numéricos necessários para simular o escoamento ao redor de um

cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento incidente é apresentado na Tabela (5.4).

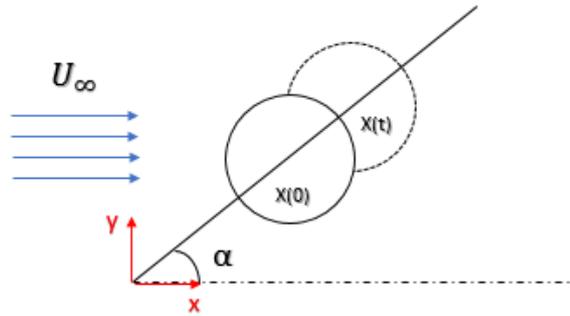


Figura 5.14: Representação do modelo proposto por Ongoren & Rockwell (1988)

Tabela 5.4: Parâmetros numéricos para a oscilação forçada longitudinal do corpo circular ($A_x = 0,13, f_s = f_{CL(cilindro\ fixo)} 0,21, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5$)

Casos	λ_x	f_x	V_R	f_x/f_s
2	0,25	0,04	25,00	0,19
3	0,50	0,08	12,5	0,38
4	1,26	0,20	5,00	0,95
5	2,14	0,34	2,94	1,62
6	2,51	0,40	2,50	1,90
7	3,77	0,60	1,67	2,86

Os casos numerados na Tabela (5.4) de 2 até 7 são simulados buscando evidenciar os modos de formação de vórtices e o surgimento do fenômeno de *lock-in*.

Define-se a velocidade angular do corpo na direção longitudinal por:

$$\lambda_x = 2\pi f_x \quad (5.6)$$

sendo f_x a frequência de oscilação longitudinal (*in-line*) do cilindro circular.

De maneira análoga, define-se a velocidade reduzida do cilindro circular:

$$V_R = \frac{U}{f_x d} \quad (5.7)$$

E em termos de velocidade reduzida, para a classificação dos modos de formação de vórtices, adota-se $1,67 \leq V_R \leq 25$. Os resultados conhecidos da literatura classificam as V.I.V. em duas regiões de instabilidade de acordo com o tipo de desprendimento de vórtices, conforme seção 2.4.2.

A faixa de oscilação do corpo adotada é $0,04 \leq f_x \leq 0,60$. A frequência de emissão de pares de vórtices, f_{CL} , é obtida da Tabela (5.4), onde $f_s = St = 0,21$. A partir do gráfico das histórias temporais dos coeficientes de arrasto e de sustentação pode-se obter as frequências de emissão de vórtices, respectivamente como sendo:

$$f_{CD} = \frac{1}{T_{CD}} \quad (5.8)$$

$$f_{CL} = \frac{1}{T_{CL}} \quad (5.9)$$

A Tabela (5.5) apresenta os resultados numéricos médios calculados entre o intervalo de tempo adimensional definido na Figura (5.15). As médias aritméticas foram realizadas neste intervalo de tempo, que consiste a partir do primeiro ponto extremo positivo (A_1), depois do tempo adimensional $t = 10$, até o último ponto extremo positivo (A_N) da curva do coeficiente de sustentação. Definindo este intervalo de tempo, consideram-se os valores da curva do coeficiente de arrasto para caracterizar o coeficiente de arrasto médio (\bar{C}_D).

Na Tabela (5.5) são, também, apresentados os valores das frequências de emissão de vórtices para os casos de oscilação forçada no mesmo sentido do escoamento incidente. Estas frequências são obtidas via Transformada Rápida de Fourier (T.R.F. ou F.F.T.) dos resultados numéricos dos coeficientes de arrasto e de sustentação, sendo definidos respectivamente como f^* e f^{**} . Desta forma, tem-se:

$$f^* = f_{CD} \quad (5.5)$$

$$f^{**} = f_{CL} \quad (5.6)$$

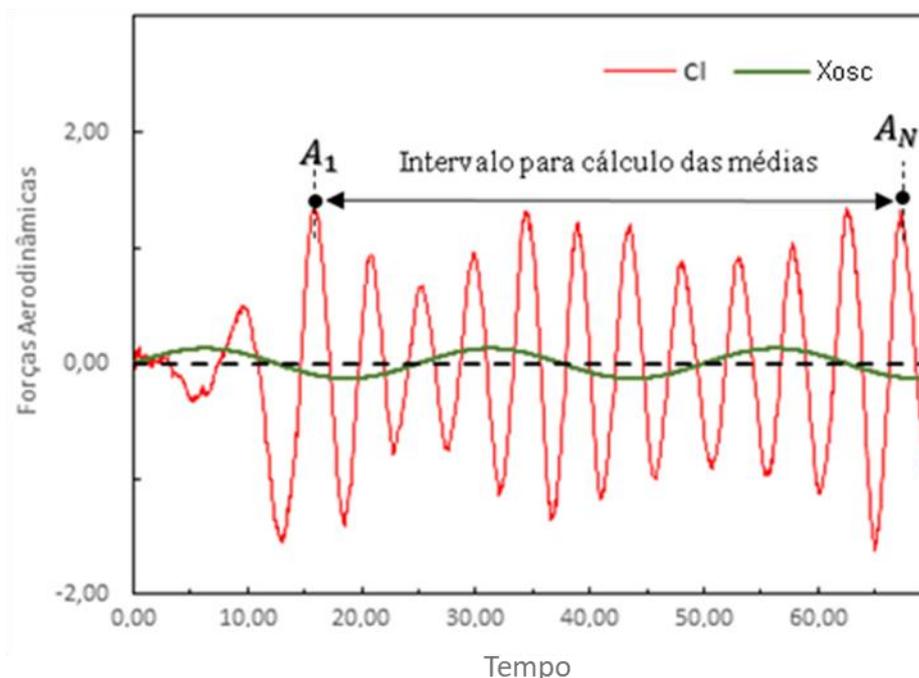


Figura 5.15: Definição do intervalo para cálculo das médias das cargas fluidodinâmicas para um grau de liberdade

Tabela 5.5: Resultados obtidos para cilindro oscilando na direção longitudinal

$$(A_x/D = 0,13, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5)$$

Casos	Vr	f_x	$\overline{C_D}$	$\overline{C_L}$	f_{CD}	f_{CL}	f_x/f_{CD}	f_x/f_{CL}
2	25,00	0,04	1,205	-0,014	0,04	0,21	1,00	0,19
3	12,50	0,08	1,184	0,009	0,08	0,21	1,00	0,38
4	5,00	0,20	1,505	0,031	0,20	0,10	1,00	2,00
5	2,94	0,34	1,06	0,019	0,34	0,17	1,00	2,00
6	2,50	0,40	0,90	0,012	0,40	-	1,00	-
7	1,67	0,60	1,04	-0,077	0,60	0,02	1,00	30,00

Observa-se que os efeitos da oscilação forçada longitudinal imposta ao cilindro circular para todos os casos apresentam o fenômeno de *lock-in* na direção do escoamento incidente. Este fenômeno implica que a frequência de oscilação forçada imposta ao cilindro circular na direção do escoamento incidente é aproximadamente a mesma frequência de oscilação do coeficiente de arrasto que atua nesta direção, $f_x \cong f_{CD}$.

Portanto, nestas condições, o cilindro circular é submetido a efeitos de V.I.V.. A Tabela (5.6) mostra uma comparação das razões das frequências e dos respectivos modos de desprendimentos encontrados. Tais modos são obtidos através do estudo dos coeficientes de arrasto, de sustentação e de pressão.

A Tabela (5.7) contém resultados relevantes do comportamento das curvas temporais das cargas fluidodinâmicas integradas, pois caracteriza o valor médio dos coeficientes de sustentação e de arrasto e as respectivas médias das amplitudes positivas.

A literatura caracteriza basicamente dois grupos básicos para os modos de formação de vórtices sincronizados com o movimento do corpo na direção longitudinal:

- Formação de vórtices simétricos (S)
- Formação de vórtices antissimétricos (A)

Tabela 5.6: Comparação das razões das frequências

$$(A_x/D = 0,13, f_s = f_{CL(cilindro_fixo)} = 0,21, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5)$$

Casos	f_x	f_x/f_s	f_{CD}/f_x	f_{CL}/f_x	f_{CD}/f_s	f_{CL}/f_s	Modo de desprendimento de Vórtices
1	-	-	-	-	2,00	1,00	Kármán
2	0,04	0,19	1,00	5,25	0,19	1,00	Kármán
3	0,08	0,38	1,00	2,62	0,38	1,00	Kármán
4	0,20	0,95	1,00	0,50	0,95	0,48	Antissimétrico A-IV
5	0,34	1,62	1,00	0,50	1,62	0,81	Simétrico (S)
6	0,40	1,90	1,00	-	1,90	-	Simétrico (S)
7	0,60	2,86	1,00	0,03	2,86	0,09	Competição S + A-III

Tabela 5.7: Resultados obtidos para cilindro oscilando *in-line*.

$$(A_x/D = 0,13, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5)$$

Casos	$\overline{C_L}$	$\overline{C_D}$	f_{CL}	$\overline{A_{CL}^+}$	$\overline{A_{CD}^+}$
2	-0,014	1,205	0,21	1,10	1,39
3	0,009	1,184	0,21	1,01	1,74
4	0,031	1,505	0,10	3,16	2,86
5	0,019	1,06	0,17	0,33	2,89
6	0,012	0,9	-	0,22	2,33
7	-0,077	1,04	0,02	0,57	2,48

Existe apenas um modo descrito para a formação de vórtices simétricos (S) enquanto há quatro modos possíveis de formação de vórtices antissimétricos (A). Três destes modos antissimétricos possuem relativamente o dobro do período quando comparados com o modo de Kármán. Nesta seção, foram encontradas a sincronização através do modo simétrico (S-I), modo antissimétrico (Kármán e A-IV) e competição entre o modo simétrico (S) e modo antissimétrico (A-III) identificado como (S + A-III).

Para uma classificação mais detalhada sobre os modos de desprendimento de vórtices é necessário observar a esteira instantânea na região próxima ao corpo, através da análise da esteira instantânea em pontos estratégicos para caracterizar a sincronização dos modos de desprendimentos. Neste trabalho, utilizam-se duas formas de obtenção de tais pontos, ou via curva do movimento oscilatório do cilindro ou via curva dos coeficientes fluidodinâmicos integrados.

Em análises obtidas para a localização do cilindro, os pontos foram retirados do movimento oscilatório do cilindro conforme Figura (5.16), especificando seu respectivo tempo adimensional. Os pontos A, C, E, G e I se localizam na amplitude $A_x = 0,00$, os pontos B e F se localizam na amplitude $A_x = -0,13$ e os pontos D e H na amplitude $A_x = 0,13$. Alguns modos são definidos através de um único período da curva de oscilação forçada do cilindro circular.

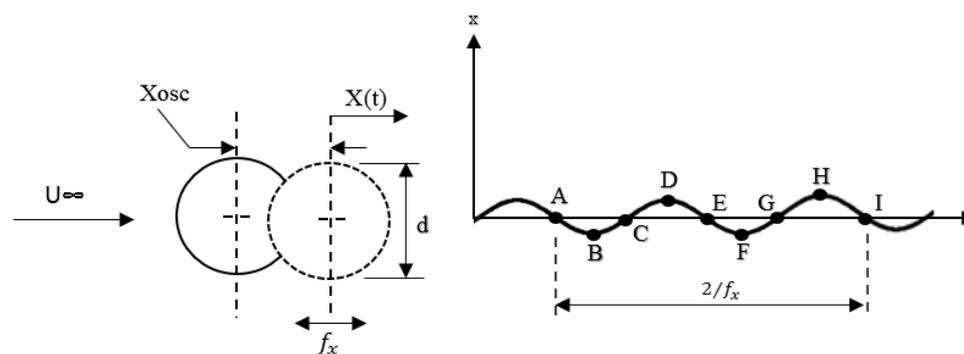


Figura 5.16: Representação de dois períodos da oscilação forçada *in-line* imposta ao cilindro.

A Figura (5.17) mostra a esteira de vórtices no tempo adimensional de $t = 50$ para todos os casos de oscilação forçada *in-line*. Os modos antissimétricos foram encontrados nos casos 2, 3, 4, os modos simétricos nos casos 5 e 6 e um modo de competição no caso 7 (Tabela 5.6). O comportamento de cada modo de sincronização foi previamente descrito na Seção 2.4.2.

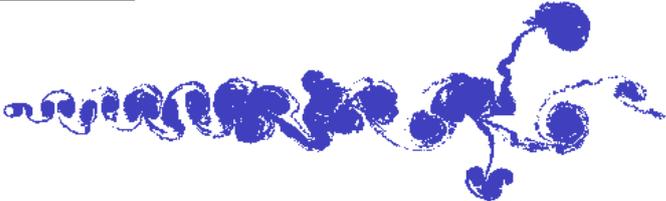
V_{Rx}	Oscilação forçada In-line	
25	<u>Modo de Kármán</u> 	Caso 2 $Vr_x = 25,0$ $f_x = 0,04$ $f_x/f_{CD} \cong 1,0$
12,5	<u>Modo Kármán</u> 	Caso 3 $Vr_x = 12,5$ $f_x = 0,08$ $f_x/f_{CD} \cong 1,0$
5	<u>Modo A-IV</u> 	Caso 4 $Vr_x = 5,0$ $f_x = 0,2$ $f_x/f_{CD} = 1,0$
2,94	<u>Modo S-I</u> 	Caso 5 $Vr_x = 2,94$ $f_x = 0,34$ $f_x/f_{CD} = 1,0$
2,50	<u>Modo S-I</u> 	Caso 6 $Vr_x = 2,50$ $f_x = 0,4$ $f_x/f_{CD} = 1,0$
1,67	<u>Modo S-I + A-III</u> 	Caso 7 $Vr_x = 1,67$ $f_x = 0,6$ $f_x/f_{CD} = 1,0$

Figura 5.17: Esteira observada no tempo adimensional $t = 50$ para casos de oscilação forçada longitudinal ($A_x = 0,13$).

Outra forma de análise do modo de desprendimento já foi definida na Seção 5.3 (Figura 5.2). É a obtenção de pontos definidos através da curva do coeficiente de sustentação. Através de pontos representativos de um período do coeficiente de sustentação, pode-se observar o desprendimento de estruturas vorticosas (casos 2 e 3).

Abaixo apresenta-se uma sequência bem detalhada dos modos de desprendimentos encontrados, assim como os respectivos resultados e singularidades de cada caso para vibração forçada do cilindro na mesma direção do escoamento incidente.

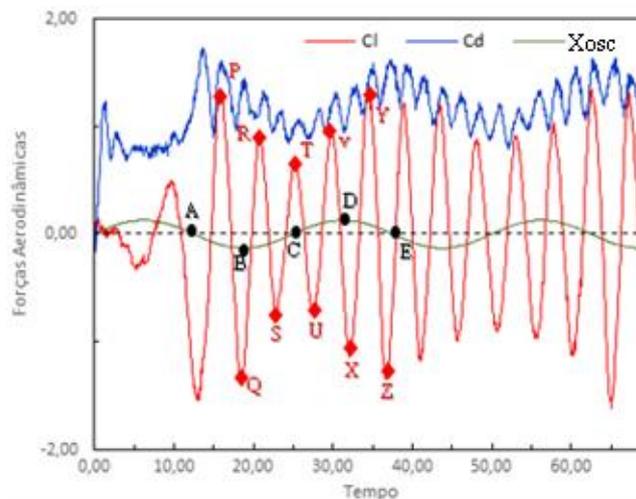
- **Caso 2 e Caso 3 (Tabela 5.6) – Modo de desprendimento de Kármán**

No modo de Kármán ocorre o desprendimento alternado de estruturas vorticosas na parte superior e na parte inferior do cilindro circular. Conforme análise de resultados e considerações de Pereira *et al.* (2012), conclui-se que o modo Kármán ocorre quando a frequência de arrasto (f_{CD}) está sincronizada com a frequência de oscilação do corpo (f_X), a frequência de oscilação do coeficiente de sustentação é aproximadamente $f_{CL} \cong 0,21$ e o valor médio do coeficiente de arrasto é $\overline{C_D} = 1,20$. Algo notavelmente importante neste caso é a frequência do coeficiente de sustentação ser igual a frequência de oscilação da curva do coeficiente de sustentação para cilindro estacionário, ou seja, $f_{CL} = f_s = 0,21$. Em ambos os casos, 2 e 3, a frequência de oscilação está aproximadamente igual à frequência do coeficiente de arrasto; logo, na iminência de entrar em *lock-in* com a estrutura cilíndrica. Encontrou-se a relação de $f_X / f_{CD} = 0,93$ em ambos os casos. É perceptível que o aumento da frequência de oscilação forçada no caso 3, perturba a estrutura da esteira a jusante do cilindro com maior intensidade do que no caso 2, mesmo permanecendo sobre um mesmo modo. Este fato evidencia uma possível alteração do modo de desprendimento para o próximo caso que possuir maior frequência de oscilação longitudinal (Caso 4). Estes resultados se assemelham ao caso do cilindro circular isolado e fixo, portanto, a esteira formada se comporta como a esteira de Kármán do cilindro circular fixo e isolado.

A Figura (5.18), da evolução temporal das cargas fluidodinâmicas integradas atribuídas aos casos 2 e 3, é um exemplo clássico de como se comportam as curvas das cargas fluidodinâmicas de sustentação e arrasto para um cilindro submetido à oscilação forçada *in-line* no modo Kármán. Pontos P, R, T, V e Y, são pontos localizados em todos

os picos superiores da curva do C_L durante um único período de oscilação do cilindro (Caso 2).

Caso 2



Caso 3

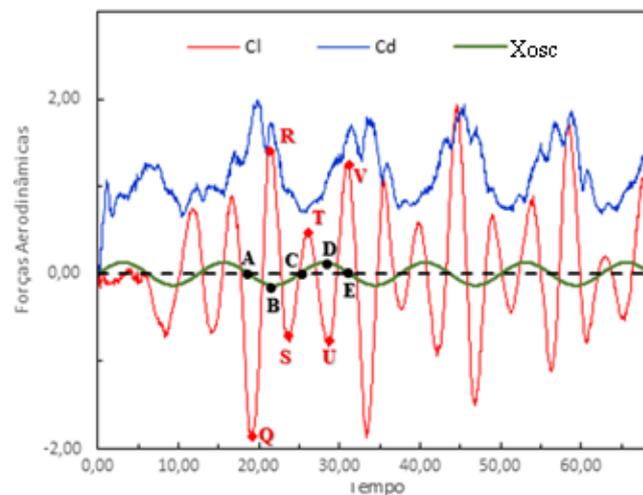


Figura 5.18: Cargas fluidodinâmicas integradas com oscilação longitudinal para os casos 2 e 3.

Estes picos superiores representam estruturas vorticosas se desprendendo da parte superior do cilindro e os pontos Q, S, U, X e Z (picos inferiores da curva do C_L) são estruturas vorticosas se desprendendo da parte inferior do cilindro. Pode-se ver ainda que o desprendimento entre estruturas da parte superior e inferior do cilindro é alternado conforme explicado sobre o modo de Kármán. Portanto, no caso 2 ocorre desprendimento de cinco pares de vórtices antissimétricos durante um período de oscilação do cilindro

circular. De maneira semelhante, se desprendem três pares de vórtices antissimétricos durante um período de oscilação do corpo para o caso 3.

Através da identificação dos pontos sobre a curva do coeficiente de sustentação C_L (Figura 5.19), analisou-se a distribuição do coeficiente de pressão na Figura (5.20). No caso 2, os pontos P e R representam o desprendimento de um vórtice horário na parte superior do cilindro e o ponto Q, o desprendimento de um vórtice na parte inferior do cilindro. O desprendimento de vórtices é observado quando ocorre uma região de baixo coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular. A separação da camada limite acontece quando o escoamento através do corpo encontra uma região de gradiente desfavorável de pressão associado à ação dos efeitos viscosos. Logo, as partículas fluidas perdem quantidade de movimento neste ponto sobre a superfície do corpo, ocasionando a anulação da velocidade ou a inversão do sentido do escoamento. A região com baixo valor do coeficiente de pressão se localiza entre $\theta = 52^\circ$ e $\theta = 182^\circ$ para o ponto P, $\theta = 180^\circ$ e $\theta = 314^\circ$ para o ponto Q e entre $\theta = 64^\circ$ e $\theta = 180^\circ$ para o ponto R.

No caso 3 (Figura 5.19), o ponto R representa o desprendimento de um vórtice horário na parte superior do cilindro e os pontos Q e S o desprendimento de um vórtice na parte inferior do cilindro. A região com baixo valor do coeficiente de pressão se localiza entre $\theta = 180^\circ$ e $\theta = 296^\circ$ para o ponto Q, entre $\theta = 56^\circ$ e $\theta = 192^\circ$ para o ponto R e entre $\theta = 184^\circ$ e $\theta = 290^\circ$ para o ponto S.

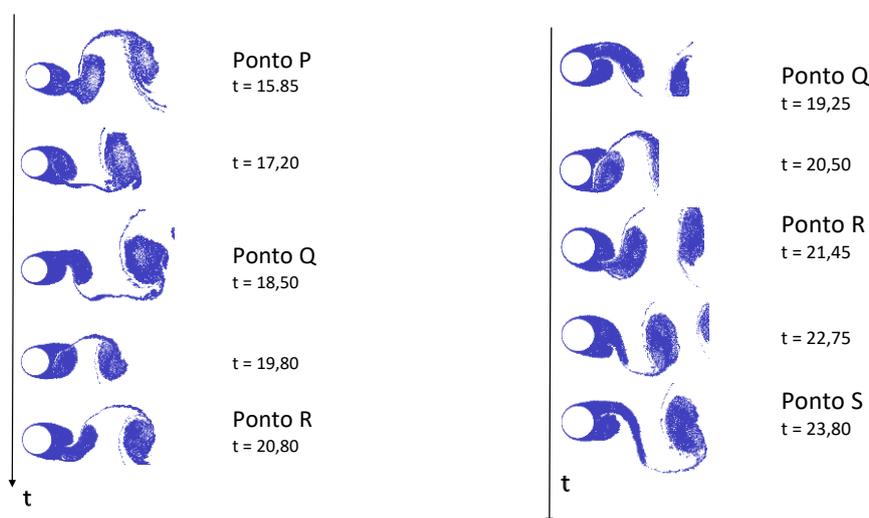


Figura 5.19: Esteira instantânea durante um ciclo de oscilação do cilindro e oscilação da curva do C_L para o caso 2 (Fig. esquerda) e o caso 3 (Fig. direita).

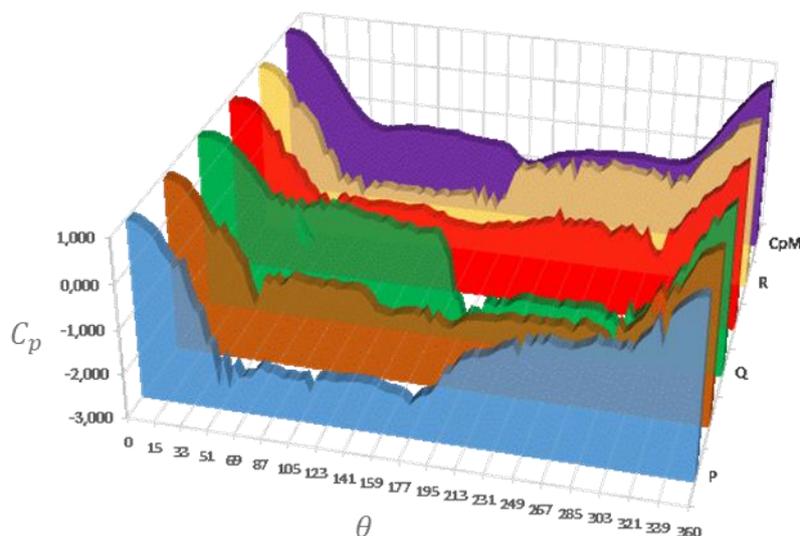


Figura 5.20: Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento. (Caso 2)

- **Caso 4 (Tabela 5.6) – Modo de desprendimento A-IV**

Neste caso se identifica o modo antissimétrico de sincronização A-IV, no qual a velocidade reduzida é $V_R = 5,0$. Este resultado está coerente com as informações experimentais da literatura, porém neste trabalho utiliza-se um número de Reynolds alto ($Re = 10^5$). O modo A-IV descrito por Ongoren & Rockwell (1988) é caracterizado pelo desprendimento de dois pares de vórtices alternados, sendo desprendido um par de vórtices contra rotativos na parte superior do cilindro e um par de vórtices contra rotativos na parte inferior do cilindro durante dois períodos de oscilação do cilindro circular. A esteira próxima do corpo é caracterizada pelo desprendimento alternado de vórtices e observa-se que tais vórtices alternados se fundem conforme se distanciam do corpo.

Para o caso 4 tem-se que $f_x/f_{CD} = 1,0$ e $f_x/f_{CL} = 2,0$. Fica evidente uma relação das frequências de sustentação e arrasto com o caso do cilindro circular isolado e estacionário, onde $f_{CD} = 2 \cdot f_{CL}$. Porém, tais frequências diferem, sendo a frequência de sustentação, deste caso, diferente da frequência de Strouhal.

A Figura (5.21) denota a sequência de pontos identificada na Figura (5.16) como ponto A até Ponto I e confirma as observações experimentais (ONGOREN & ROCKWELL, 1988), onde são necessários dois ciclos de oscilação forçada do corpo na

mesma direção do escoamento incidente para que se formem dois pares contra rotativos de estruturas vorticosas.

Na Figura (5.21), o ponto B inicia a formação da primeira estrutura vorticosa anti-horária na parte inferior do cilindro circular, quando o corpo se encontra na posição de $X_{osc}(t)$ mínimo. No Ponto C uma segunda estrutura vorticosa horária está se formando na parte superior do corpo. No ponto D desprende-se o primeiro vórtice anti-horário formado na parte inferior do corpo. No ponto E, a segunda estrutura é totalmente incorporada à esteira viscosa. No Ponto F começa a formar uma terceira estrutura vorticosa horária na parte superior do corpo. Esta terceira estrutura é incorporada à esteira viscosa no Ponto H. A quarta estrutura vorticosa anti-horária começa a se formar na parte inferior do corpo no Ponto G e é incorporada à esteira viscosa no Ponto I.

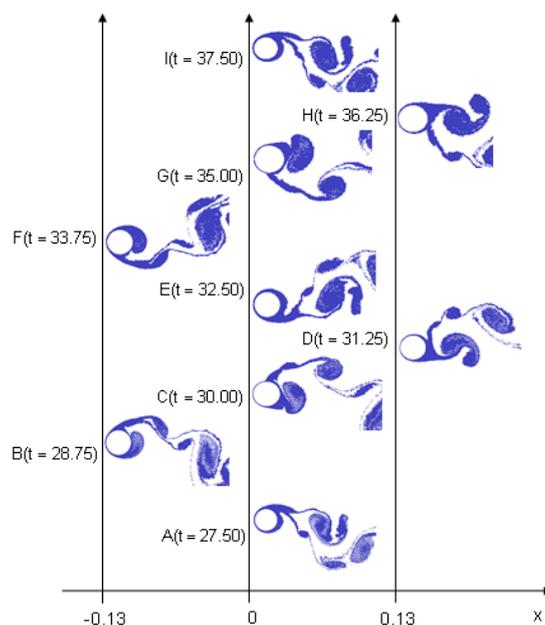


Figura 5.21: Esteira instantânea durante dois ciclos de oscilação para o Caso 4 (Modo A-IV)

O Ponto I e o Ponto A representam pontos por onde o cilindro passa pela sua posição média de oscilação (veja a Figura 5.16).

A distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento para o modo A-IV é identificada na Figura (5.22). A interpretação deste resultado é realizada em paralelo com a interpretação da esteira instantânea.

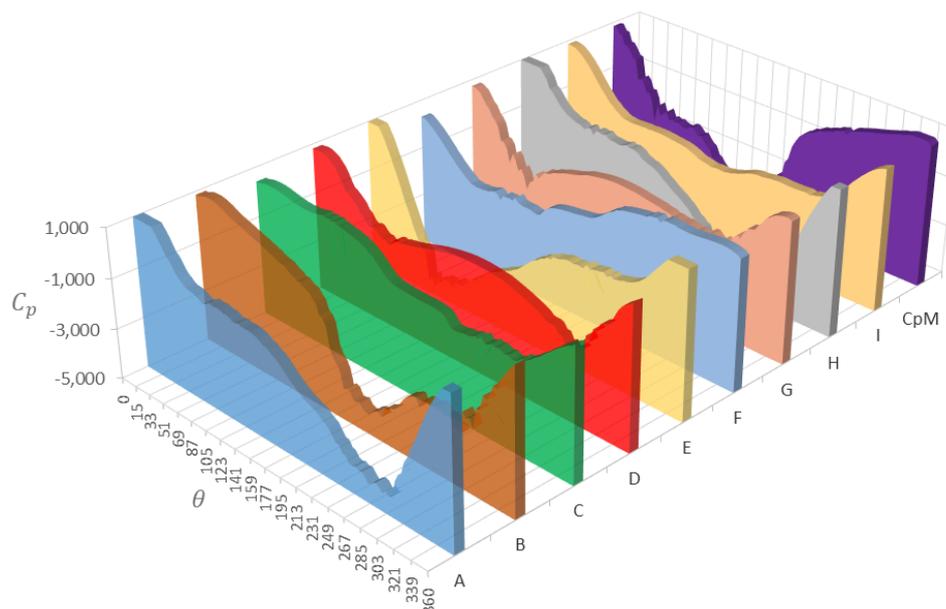


Figura 5.22: Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento (Caso 4).

- **Caso 5 e Caso 6 (Tabela 5.6) – Modo de desprendimento Simétrico**

A literatura classifica (ONGOREN & ROCKWELL, 1988) define a faixa de velocidade reduzida $1,5 \leq V_R \leq 2,5$ para caracterizar desprendimento de vórtices simétricos (S), possuindo os casos 5 e 6 as respectivas velocidades reduzidas ($V_R = 2,94$) e ($V_R = 2,50$). No modo simétrico (S), um par de estruturas vorticosas contrarrotativas se desprende simultaneamente em ambos os lados do cilindro durante um ciclo de sua oscilação forçada do cilindro circular. No caso 5 observa-se uma perturbação do modo S ao longo da esteira, portanto, o modo simétrico é definido devido ao desprendimento localizado nas proximidades do cilindro. Para o caso 6, a perturbação fica nítida após uma distância aproximada de 15 vezes o diâmetro do cilindro. Nota-se um coeficiente de sustentação oscilando em torno de $\overline{C_L} = 0,019$ para o Caso 5 e $\overline{C_L} = 0,012$ para o caso 6, enquanto a sincronização ocorre para a curva do coeficiente de arrasto com um coeficiente de arrasto médio de $\overline{C_D} = 1,06$ (Caso 5) e $\overline{C_D} = 0,90$ (Caso 6), respectivamente. Como ocorre desprendimento simultâneo de vórtices no lado inferior e superior do cilindro circular, a curva do coeficiente de sustentação oscila bem próximo ao valor zero.

Ainda sobre o caso 6, observa-se muito ruído (Figura 5.23) na curva obtida via F.F.T. para se determinar a frequência do coeficiente de sustentação (f_{CL}). Identifica-se, portanto, neste caso, uma boa simetria de desprendimento do par de vórtices simultâneos sobre o cilindro em sua parte superior e inferior, já que a f_{CL} ocorre devido a variação das forças de sustentação. Assim como no caso 5, a frequência de oscilação forçada está sincronizada com a frequência de oscilação do coeficiente de arrasto, ou seja, $f_x = f_{CD}$.

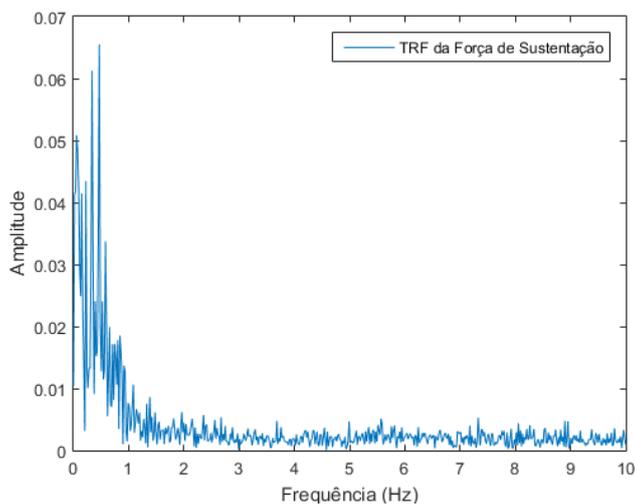


Figura 5.23: Transformada Rápida de Fourier (F.F.T.) sobre a curva do coeficiente

O fenômeno do *lock-in* é identificado através dos pontos A, B, C, D e E na Figura (5.16) onde se identificam o desprendimento de vórtices sobre um período da oscilação do cilindro. Para o caso do *lock-in* é perceptível que, qualquer que seja o período de oscilação estudado, a esteira instantânea se comporta como a Figura (5.24).

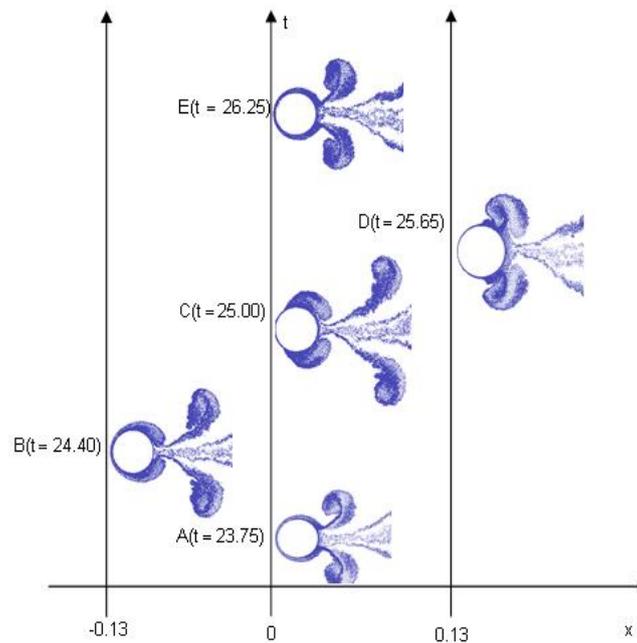


Figura 5.24: Esteira instantânea em um ciclo de oscilação para o Caso 6 (Modo S)

A distribuição de pressão na Figura (5.25) é caracteristicamente idêntica ao caso 5, mesmo possuindo uma frequência de oscilação maior, definindo este comportamento da distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada como padrão do modo simétrico S.

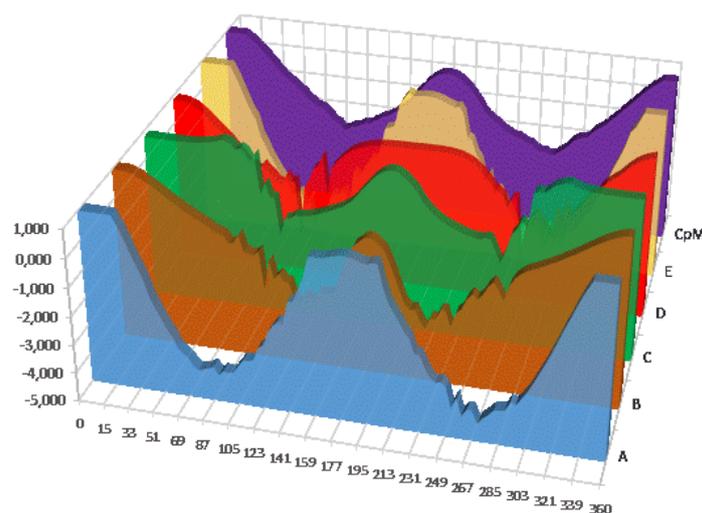


Figura 5.25: Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento. (Caso 6)

- **Caso 7 (Tabela 5.6) – Modo de competição S+A-III**

O modo de competição é descrito por Ongoren & Rockwell (1988) como sendo uma competição entre o modo simétrico e os modos antissimétricos. Esta característica foi encontrada para o caso 7, onde a velocidade reduzida é $V_R = 1,67$. Na proximidade do corpo existe sincronização com o modo S para um determinado número de ciclos de oscilação do corpo. Ao longo da esteira surgem familiaridades e intensificação do modo A-III. As frequências de oscilação forçada longitudinal e frequência de oscilação da curva de arrasto estão sincronizadas, evidenciando o fenômeno de *lock-in*.

Neste caso, sobre o Ponto A se forma um par de estruturas vorticosas contrarrotativas em ambos os lados do cilindro, se incorporando à esteira viscosa no Ponto E. O desprendimento de estruturas vorticosas correspondente aos pontos A, B, C, D e E são mostrados na Figura (5.26).

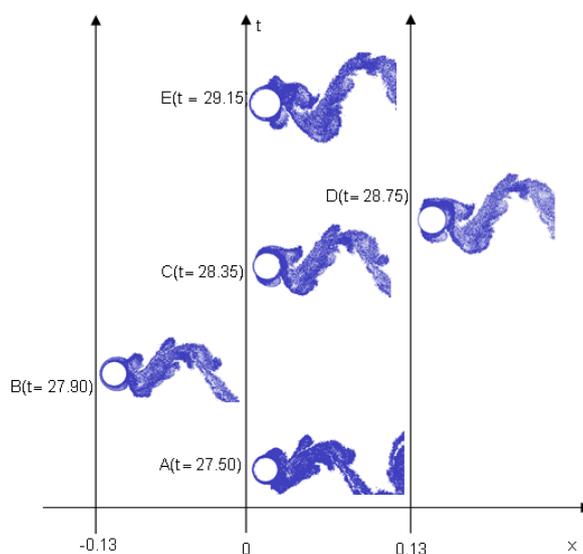


Figura 5.26: Esteira instantânea durante um ciclo de oscilação para o Caso 7 (Modo S + A-III)

A observação mais importante a ser feita na Figura (5.27) se refere ao Ponto A. Neste ponto existem regiões de baixa pressão em ambos os lados superior e inferior do corpo, o que confirma um final de ciclo, onde duas estruturas vorticosas contrarrotativas são incorporadas à esteira e duas novas estruturas vorticosas gêmeas começam a se formar a partir da superfície do corpo.

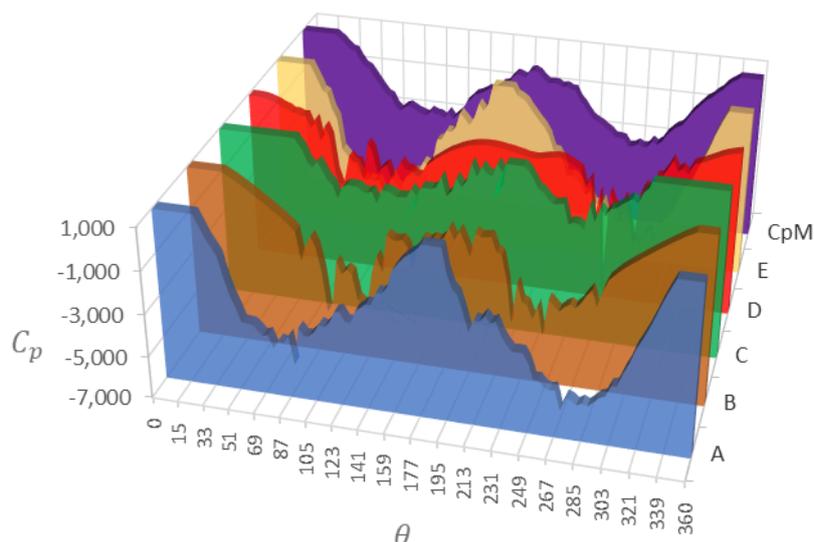


Figura 5.27: Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento (Modo de sincronização Modo S + A-III)

5.5 Cilindro circular isolado e oscilando forçadamente na direção transversal ao escoamento incidente

Alguns autores estudaram os efeitos de V.I.V. para o caso com oscilação de um cilindro circular com um grau de liberdade na direção transversal ao escoamento incidente. O mapeamento realizado por Williamson & Govardhan (2008) define alguns modos de desprendimento de vórtices caracterizados por este efeito de vibração (Figura 2.12). O mapeamento clássico do regime de formação de vórtices em relação à velocidade reduzida foi caracterizado por Williamson & Roshko (1988) conforme (Figura 2.11).

Diferentes modos de formação de vórtices sincronizados com a frequência de oscilação do corpo foram encontrados por estes autores e caracterizados basicamente em dois grupos principais: regimes de agrupamento de vórtices simples (S) e regimes de agrupamentos de vórtices em pares (P).

No presente trabalho, a oscilação forçada do cilindro com um grau de liberdade na direção transversal ao escoamento incidente é denotada na Figura (5.28).

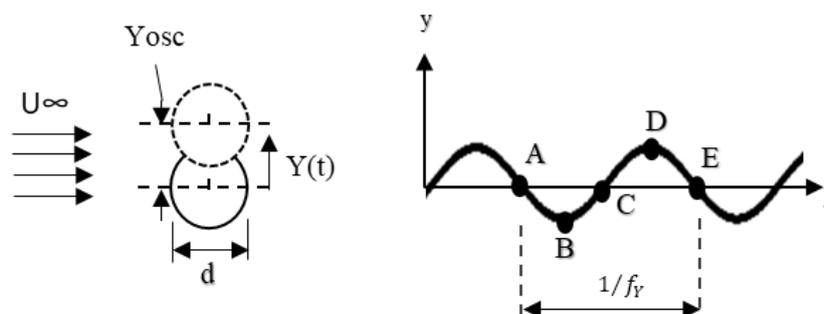


Figura 5.28: Representação de um ciclo de oscilação transversal

Um resumo das combinações entre os parâmetros numéricos necessários para simular o escoamento ao redor de um cilindro circular oscilando forçadamente na direção transversal ao escoamento incidente é apresentado na Tabela (5.8). Nota-se que as frequências obtidas via F.F.T. sobre as curvas das cargas fluidodinâmicas integradas possuem as seguintes características:

- Para $V_R \geq 12,5$; comportamento idêntico ao cilindro circular sem oscilação.
- Para $V_R < 12,5$; $f_Y = f_{CL}$

Tabela 5.8: Resultados obtidos para o cilindro oscilando transversalmente ao escoamento incidente. ($A_Y/D = 0,13, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5$)

Casos	V_r	f_Y	$\overline{C_D}$	$\overline{C_L}$	f_{CD}	f_{CL}	f_Y/f_{CD}	f_Y/f_{CL}
8	25,00	0,04	1,21	0,018	0,41	0,21	0,10	0,19
9	12,50	0,08	1,26	0,023	0,41	0,21	0,20	0,38
10	5,00	0,20	1,3	0,007	0,40	0,2	0,5	1,0
11	2,94	0,34	1,13	0,034	0,67	0,34	0,5	1,0
12	2,50	0,40	1,35	0,006	0,80	0,4	0,5	1,0
13	1,67	0,60	1,89	0,010	0,44	0,14	1,36	1,0

Os casos numerados na Tabela (5.8) de 8 até 13 são simulados buscando evidenciar-se os modos de formação de vórtices e o surgimento do fenômeno do *lock-in*.

Define-se a velocidade angular do corpo para a direção transversal por:

$$\lambda_Y = 2\pi f_Y \quad (5.72)$$

sendo f_Y a frequência de oscilação do cilindro circular.

Define-se a velocidade reduzida do cilindro circular para a direção transversal por:

$$V_R = \frac{U}{f_Y d} \quad (5.13)$$

Em termos de velocidade reduzida, para a classificação dos modos de formação de vórtices, adota-se $1,67 \leq V_R \leq 25$. Os resultados conhecidos da literatura classificam os efeitos de V.I.V. transversal de um cilindro circular em regiões de instabilidade de acordo com o tipo de desprendimento de vórtices (Figura 2.11).

A faixa de oscilação do corpo analisada neste trabalho é $0,04 \leq f_Y \leq 0,60$. A frequência de emissão de vórtices (f_{CL}) é obtida pela Tabela (5.9), onde $f_S = St = 0,21$. A partir da curva das histórias temporais dos coeficientes de arrasto e de sustentação pode-se obter as frequências de emissão de vórtices.

Tabela 5.9: Comparação das razões das frequências para oscilação transversal.

$$(A_Y/D = 0,13, f_S = f_{CL(cilindro_fixo)} = 0,21, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5)$$

Casos	f_Y	f_Y/f_S	f_{CD}/f_Y	f_{CL}/f_Y	f_{CD}/f_S	f_{CL}/f_S	Modo de desprendimento de Vórtices
8	0,04	0,19	10,25	5,36	1,95	1,0	Kármán
9	0,08	0,38	5,13	2,63	1,95	1,0	Kármán
10	0,20	0,95	2,00	1,00	1,90	0,95	2S
11	0,34	1,62	2,00	1,00	3,19	1,62	2P
12	0,40	1,90	2,00	1,00	3,81	1,90	2P
13	0,60	2,86	0,73	1,00	2,10	0,68	Coalescência

A Tabela (5.10) apresenta resultados relevantes ao comportamento das curvas das cargas fluidodinâmicas integradas, pois caracteriza o valor médio dos coeficientes de sustentação e de arrasto e as respectivas médias das amplitudes positivas.

Tabela 5.10: Resultados obtidos para o cilindro oscilando na direção transversal ao escoamento incidente. ($A_y/D = 0,13, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5$)

Casos	$\overline{C_L}$	$\overline{C_D}$	f_{CL}	$\overline{A_{CL}^+}$	$\overline{A_{CD}^+}$
8	0,018	1,21	0,21	1,14	1,4
9	0,018	1,26	0,21	1,23	1,4
10	0,007	1,3	0,2	2,82	1,80
11	0,034	1,13	0,34	0,68	1,50
12	0,006	1,35	0,14	0,60	1,75
13	0,10	1,89	0,15	1,38	2,83

Todos os casos analisados nesta seção possuem um número de Reynolds alto (igual a $Re = 10^5$) uma amplitude de oscilação transversal fixada em $A_y = 0,13$ e uma faixa de velocidade reduzida compreendida entre $1,67 \leq V_R \leq 25$. Os modos de desprendimentos encontrados estão identificados na Tabela (5.9). Nota-se, portanto, a presença do fenômeno de *lock-in* ($f_Y = f_{CL}$) na região compreendida em $V_R \leq 5,00$. Diferentes modos são caracterizados nesta região, ou seja, os modos Kármán (sem sincronização), 2S, 2P e Coalescência (Figura 5.29). Os resultados são coerentes com a literatura, indicando modos clássicos de V.I.V. para um cilindro circular oscilando na direção transversal (2S, 2P e Coalescência).

A análise dos modos de desprendimento de vórtices se realiza através da observação da esteira instantânea próxima ao cilindro sobre os pontos A, B, C, D e E (primeira oscilação de análise) e E, F, G, H, I (segunda oscilação em análise). Para análises com oscilação forçada transversal, os pontos foram retirados do movimento oscilatório do cilindro, especificando seu respectivo tempo adimensional. Os pontos A, C, E, G e I se localizam na amplitude $A_y = 0$, os pontos B e F se localizam na amplitude $A_y = -0,13$ e os pontos D e H na amplitude $A_y = 0,13$.

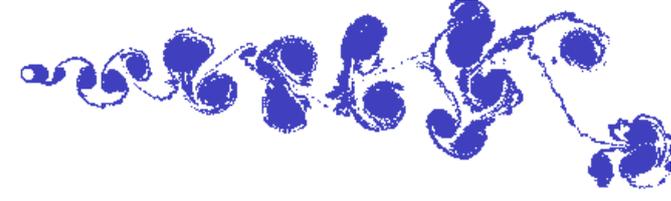
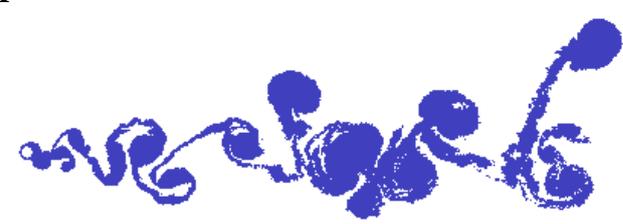
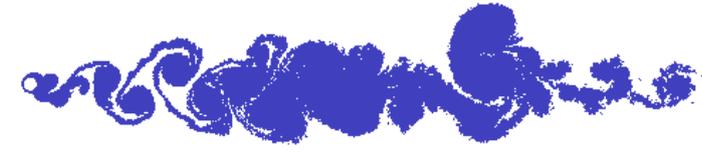
V_{Ry}	Oscilação forçada na direção transversal	
25	Modo de Kármán 	Caso 8 $V_{Ry} = 25,0$ $f_Y = 0,04$ $f_Y/f_{CL} = 0,19$
12,5	Modo Kármán 	Caso 9 $V_{Ry} = 12,5$ $f_Y = 0,08$ $f_Y/f_{CL} = 0,38$
5	Modo 2S 	Caso 10 $V_{Ry} = 5,0$ $f_Y = 0,2$ $f_Y/f_{CL} = 1,0$
2,94	Modo 2P 	Caso 11 $V_{Ry} = 2,94$ $f_Y = 0,34$ $f_Y/f_{CL} = 1,0$
2,50	Modo 2P 	Caso 12 $V_{Ry} = 2,50$ $f_Y = 0,4$ $f_Y/f_{CL} = 1,0$
1,67	Coalescência 	Caso 13 $V_{Ry} = 1,67$ $f_Y = 0,6$ $f_Y/f_{CL} = 1,0$

Figura 5.29: Esteira medida no tempo adimensional $t = 50$ nos casos de oscilação forçada transversal ($A_y = 0,13$).

Como já comentado na Seção anterior, outra forma de análise do modo de desprendimento de vórtices é através da curva do coeficiente de sustentação.

A seguir apresenta-se uma sequência detalhada dos modos de desprendimentos encontrados, assim como os respectivos resultados e singularidades de cada caso de oscilação forçada transversal do cilindro circular.

- **Caso 8, 9 (Tabela 5.9) – Modo Kármán (2S)**

Os casos 8 e 9, cujos valores da velocidade reduzida foram $V_R = 25$ e $V_R = 12,5$, respectivamente, mostram o clássico modo de desprendimento de vórtices alternados de Kármán (Figura 5.29). A frequência de desprendimento de vórtices se iguala à frequência do número de Strouhal retirada da curva do coeficiente de sustentação, ou seja, $f_{CL} = f_s$ e o coeficiente médio de arrasto é aproximadamente igual a $\overline{C_D} \cong 1,2$ caracterizando o modo Kármán. A jusante da esteira ocorre uma descaracterização da esteira de von Kármán. A posição instantânea da esteira é desenvolvida sobre os pontos característicos indicados pelos tempos adimensionais respectivos a um período de oscilação do coeficiente de sustentação. Assim, é visto que, para cada período de oscilação do cilindro, desprendem-se 5 pares de vórtices alternados nos casos 8, e 3 pares de vórtices alternados para o Caso 9.

- **Caso 10 (Tabela 5.9) – Modo 2S**

O modo de sincronização 2S é caracterizado pelo desprendimento de um par de estruturas vorticosas contrarrotativas em um período de oscilação do cilindro circular (Figura 5.30). No caso 10 a frequência de desprendimento de vórtices possui um valor muito próximo da frequência do número de Strouhal, retirada da curva do coeficiente de sustentação. Porém, este valor é devido ao valor da oscilação forçada transversal imposta ao sistema. Para este caso, a frequência de oscilação é a mesma da frequência de desprendimento de vórtices, ou seja, $f_y = f_{CL}$ e as frequências dos coeficientes fluidodinâmicos integrados possuem a seguinte relação $f_{CD} = 2f_{CL}$. Mesmo possuindo frequências próximas aos casos 8 e 9, onde há um modo de formação de vórtices de Kármán, neste caso observa-se um aumento característicos no valor das amplitudes de oscilação provenientes das curvas de C_L e C_D (Tabela 5.10).

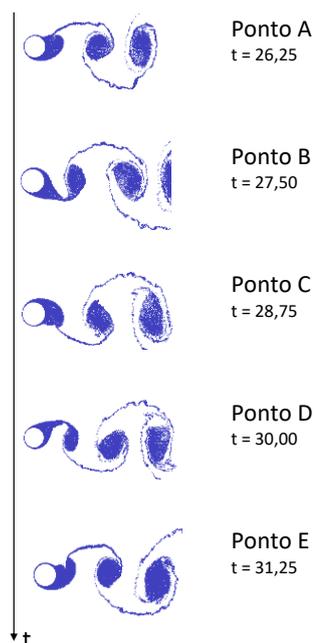


Figura 5.30: Esteira instantânea durante um ciclo de oscilação transversal para Caso 10 (Modo 2S)

- **Casos 11 e 12 (Tabela 5.9) – Modo 2P**

A faixa de valores de velocidade reduzida compreendida entre $(1,67 \leq V_R \leq 2,94)$ apresenta familiaridades com o modo 2P de desprendimento de vórtices caracterizados por Williamson & Roshko (1988). Nesta condição, dois pares de vórtices alternados são desprendidos para dois períodos de oscilação do cilindro.

Podem-se observar nas esteiras características do tempo adimensional $t = 50$ (Figura (5.29), a sincronização da oscilação da curva do coeficiente de sustentação com a frequência de oscilação do cilindro e uma esteira instantânea característica representando o modo através dos pontos sobre Tabela (5.9) dois períodos de oscilação (Figura 5.31).

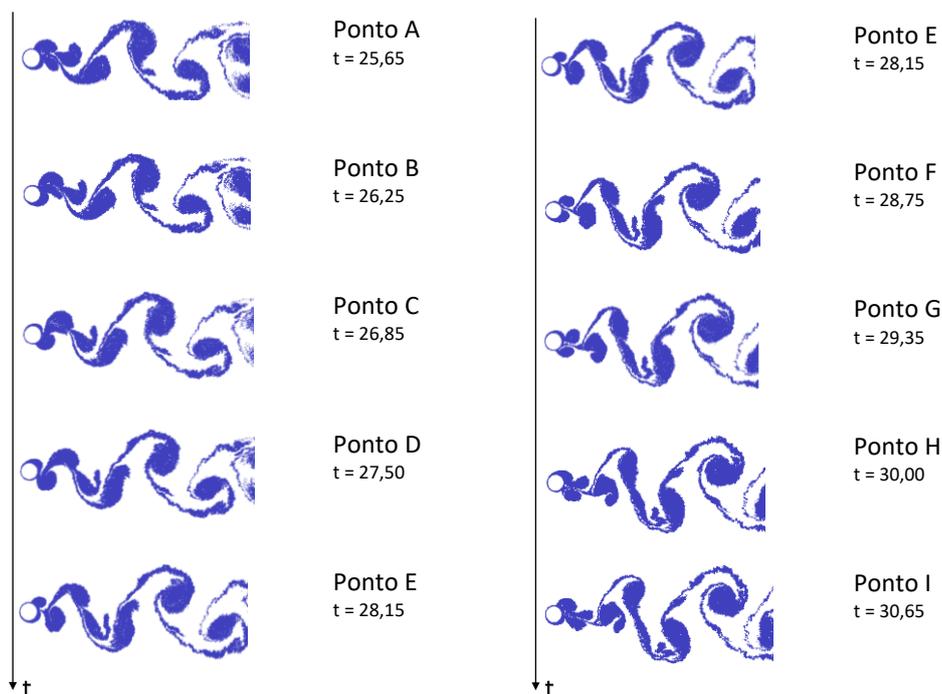


Figura 5.31: Esteira instantânea durante dois ciclos de oscilação para o Caso 12 (Modo 2P).

- **Casos 13 (Tabela 5.9) – Coalescência**

No caso 13 ($V_R = 1,67$) é evidenciado o fenômeno de coalescência na esteira de vórtices mais a jusante do cilindro (Figura 5.31).

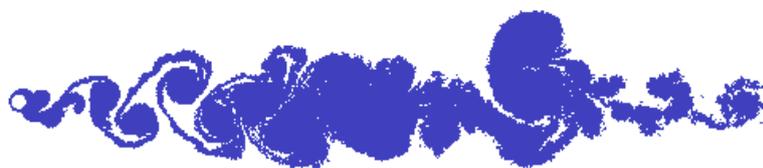


Figura 5.32: Visualização numérica da esteira para o modo 2P com observação da coalescência (Caso 13).

A Figura (5.33) apresenta outros pontos característicos para a frequência de despreendimento de vórtices no caso 13. Este caso não possui um movimento harmônico perfeito, oscilando mais intensamente na frequência de $f_{CL} = 0,14$. O próximo pico representa uma frequência do coeficiente de sustentação de $f_{CL} = 0,60$, que é o mesmo da frequência forçada de oscilação imposta ao cilindro na direção transversal ao

escoamento. Caracterizou-se o fenômeno de coalescência sobre a esteira próxima ao corpo, típico de V.I.V. na direção transversal para baixos valores de velocidades reduzidas. Portanto, utilizou-se nos cálculos a frequência do coeficiente de sustentação igual à $f_{CL} = 0,60$.

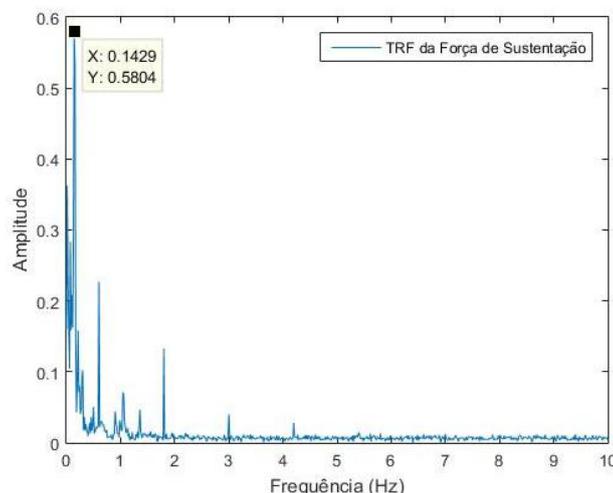


Figura 5.33: Transformada Rápida de Fourier da força de sustentação via Matlab (Caso 13).

5.6 Cilindro circular oscilando forçadamente na direção longitudinal e na direção transversal em relação ao escoamento incidente

Diversificadas estruturas *offshore* possuem múltiplas frequências naturais em diferentes direções que podem ocasionar diferentes condições de ressonância quando submetidas aos efeitos de V.I.V.. Esta Seção apresenta uma investigação numérica de efeitos de V.I.V. sobre os casos analisados anteriormente, porém submetidos a oscilações forçadas com dois graus de liberdade. Atribuem-se os mesmos parâmetros utilizados previamente com oscilação forçada em um grau de liberdade, e incube-se de parametrizar nesta Seção as frequências de oscilação e amplitudes de oscilação longitudinal e transversal. O estudo numérico está direcionado para a faixa de velocidade reduzida de $1,67 \leq V_R \leq 25,00$ e número de Reynolds igual à $Re = 10^5$. As frequências de oscilação forçada do cilindro circular são as mesmas tanto na direção longitudinal quanto na direção transversal, ou seja, conserva a relação $f_X = f_Y$, conforme especificado na Tabela (5.11).

As amplitudes de oscilação forçada para ambas as direções são fixadas no valor de $A_x = A_y = 0,13$.

Objetiva-se nesta seção, portanto, caracterizar os modos de desprendimento de vórtices correspondentes às oscilações forçadas impostas em dois graus de liberdade associadas à influência de fenômenos de V.I.V.. Além disso, comparações com os resultados experimentais são discutidos e observados sobre este modelo numérico na forma de relação com parâmetros de velocidade relativa, de frequências dos coeficientes das forças fluidodinâmicas e dos modos de desprendimento.

Para ocorrer a sincronização nas duas direções, a frequência de oscilação da curva do coeficiente de arrasto deve ser igual ou próxima da frequência da oscilação forçada na direção longitudinal ($f_{CD} = f_x$) e a frequência de oscilação da curva do coeficiente de sustentação deve ser igual ou próxima da frequência da oscilação forçada na direção transversal ($f_{CL} = f_y$). Em nenhum dos casos estudados nesta Seção encontrou-se esta relação, porém os efeitos relacionados ao fenômeno de *lock-in* são evidentes em todos os casos.

Tabela 5.11: Parâmetros numéricos para a vibração forçada com dois graus de liberdade do cilindro circular

$$(A_x/D = 0,13, A_y/D = 0,13, f_s = 0,21, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5)$$

Casos	λ	f_x	f_y	Vr	f_x/f_s	f_y/f_s
14	0,25	0,04	0,04	25,00	0,19	0,19
15	0,50	0,08	0,08	12,5	0,38	0,38
16	1,26	0,20	0,20	5,00	0,95	0,95
17	2,14	0,34	0,34	2,94	1,61	1,61
18	2,51	0,40	0,40	2,50	1,90	1,90
19	3,77	0,60	0,60	1,67	2,86	2,86

Os casos numerados na Tabela (5.11), de 14 até 19 são simulados buscando evidenciar os modos de formação de vórtices e surgimento de fenômeno de *lock-in*.

Definem-se as velocidades angulares do corpo na direção longitudinal e transversal por, respectivamente:

$$\lambda_x = 2\pi f_x \quad (\text{Velocidade angular na mesma direção do escoamento}) \quad (5.14)$$

$$\lambda_y = 2\pi f_y \quad (\text{Velocidade angular na mesma direção do escoamento}) \quad (5.15)$$

Como $f_x = f_y$, adota-se o termo de frequência de oscilação f_{osc} como sendo:

$$f_{osc} = f_x = f_y \quad (5.16)$$

Portanto, a velocidade angular é representada da seguinte forma:

$$\lambda = 2\pi f_{osc} \quad (5.17)$$

sendo f_{osc} a frequência de oscilação longitudinal e a frequência de oscilação transversal do cilindro circular.

Define-se a velocidade reduzida do cilindro circular como:

$$V_R = \frac{U}{f_{osc} d} \quad (5.18)$$

Em termos de velocidade reduzida, para a classificação dos modos de formação de vórtices, adota-se $1,67 \leq V_R \leq 25,00$. A Tabela (5.12) apresenta os resultados numéricos médios calculados entre o intervalo de tempo adimensional caracterizado. As médias aritméticas foram obtidas no intervalo de tempo que consiste do primeiro ponto extremo positivo (A_1), depois do tempo adimensional $t = 10$, até o último ponto extremo positivo (A_N) da curva do coeficiente de sustentação (Figura 5.34). Definido este intervalo de tempo, considera-se todos os valores da curva de arrasto presentes nesta faixa para caracterizar o coeficiente de arrasto médio ($\overline{C_D}$).

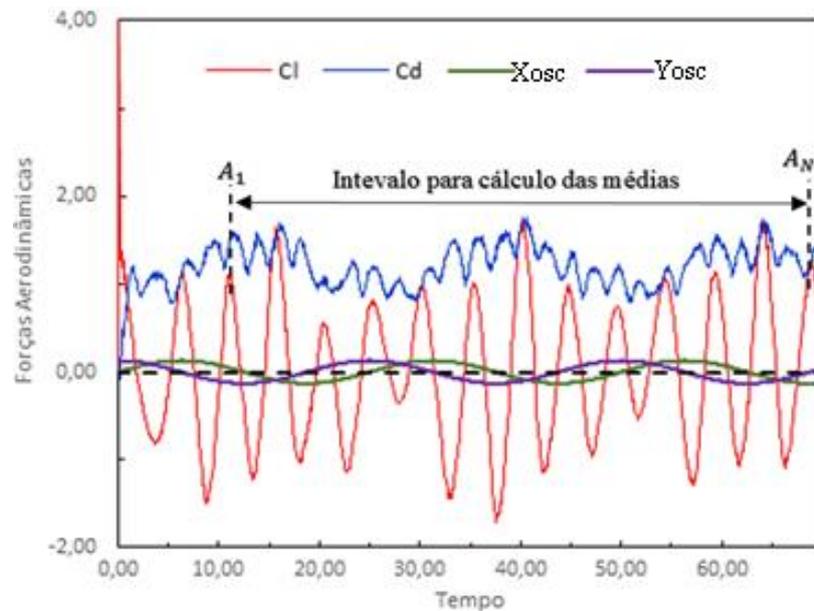


Figura 5.34: Definição do intervalo para cálculo das médias das cargas fluidodinâmicas para dois graus de liberdade

Na Tabela (5.12) são também apresentados os valores das frequências de emissão de vórtices para os casos de oscilação forçada na direção longitudinal e transversalmente ao escoamento incidente. Tais frequências são obtidas via Transformada Rápida de Fourier (T.R.F. ou F.F.T.) dos resultados numéricos dos coeficientes de arrasto e sustentação, sendo definido respectivamente como f_{CD} e f_{CL} .

Tabela 5.12: Resultados obtidos para o cilindro oscilando in-line e cross-flow.

$$\left(\begin{array}{c} A_x/D = A_y/D = 0,13, \alpha = 0^\circ, \text{Re} = 10^5 \\ f_x = f_y \end{array} \right)$$

Casos	Vr	f_{osc}	$\overline{C_D}$	$\overline{C_L}$	f_{CD}	f_{CL}	f_{osc}/f_{CD}	f_{osc}/f_{CL}
14	25,00	0,04	1,214	0,014	0,04	0,21	1,07	0,19
15	12,50	0,08	1,18	0,015	0,086	0,20	0,93	0,40
16	5,00	0,2	1,39	1,96	0,20	0,20	1,00	1,00
17	2,94	0,34	0,4633	2,495	0,34	0,34	1,00	1,00
18	2,50	0,4	0,268	2,631	0,4	0,4	1,00	1,00
19	1,67	0,6	-1,48	3,049	0,60	0,60	1,00	1,00

Com cilindro oscilando forçadamente com dois graus de liberdade para os casos analisados, observa efeitos evidentes de sincronização destes com a frequência de arrasto e de sustentação. Para os casos na faixa entre $5 \leq V_R \leq 25$, observa-se que a frequência do arrasto está aproximadamente igual a frequência de oscilação do corpo, ou seja, $f_{CD} \cong f_{osc}$ e o sistema está aproximadamente em iminência do *lock-in*. Para esta faixa de velocidade reduzida, a frequência da sustentação é aproximadamente igual a frequência de Strouhal encontrada para o caso cilindro circular isolado e estacionário $f_s = 0,21$, ou seja, $f_{CL} \cong f_s$.

Para velocidades reduzidas com menores valores $1,67 \leq V_R < 5,00$, ocorre sincronização em ambas as direções, desta forma, a frequência de oscilação imposta ao cilindro permanece idêntica às frequências de sustentação e arrasto. De forma prática isto significa que as frequências f_{CL} e f_{CD} com tais valores impõem vibrações à estrutura com mesma magnitude, sendo $f_{CD} = f_{CL} = f_{osc}$. Portanto ocorre a sincronização e aplicação dos efeitos de vibrações induzidas por vórtices para direções longitudinal (*in-line*) e transversal (*cross-flow*).

A Tabela (5.13) faz uma comparação entre as razões das frequências e os respectivos modos de desprendimentos encontrados. As tendências a tais modos são obtidas através do estudo dos coeficientes de arrasto, sustentação, pressão e caracterização gráfica do posicionamento dos vórtices discretos, sendo detalhados posteriormente.

Tabela 5.13: Comparação entre as razões de frequências para oscilações com dois graus de liberdade.

$$(A_x/D = A_y/D = 0,13, f_x = f_y, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5)$$

Casos	f_{osc}	f_{osc}/f_S	f_{CD}/f_{osc}	f_{CL}/f_{osc}	f_{CD}/f_S	f_{CL}/f_S	Modo de desprendimento de Vórtices
14	0,04	0,19	0,93	5,30	0,178	1,00	<i>Lock-in</i> longitudinal
15	0,08	0,38	1,08	2,52	0,411	0,96	<i>Lock-in</i> longitudinal
16	0,20	0,95	1,00	1,00	0,954	0,95	<i>Lock-in</i> nas 2 direções
17	0,34	1,62	1,00	1,00	1,619	1,62	<i>Lock-in</i> nas 2 direções
18	0,40	1,90	1,00	1,00	1,943	1,94	<i>Lock-in</i> nas 2 direções
19	0,60	2,86	1,00	1,00	2,848	2,85	<i>Lock-in</i> nas 2 direções

A Tabela (5.14) contém resultados relevantes ao comportamento das curvas das cargas fluidodinâmicas pois caracteriza o valor médio dos coeficientes de sustentação e arrasto e as respectivas médias das amplitudes positivas.

Pela Figura (5.35) se observa valores bem próximos do coeficiente de sustentação para oscilações forçadas longitudinais e transversais sob respectivos valores de velocidade reduzida. A variação da velocidade reduzida não possui significativa influência no $\overline{C_L}$, mantendo-se em um valor próximo a zero.

Tabela 5.14: Resultados obtidos para cilindro oscilando simultaneamente in-line e cross-flow.

$$(A_x/D = A_y/D = 0,13, f_x = f_y, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5)$$

Casos	$\overline{C_L}$	$\overline{C_D}$	f_{CL}	$\overline{A_{CL}^+}$	$\overline{A_{CD}^+}$
14	0,014	1,214	0,21	1,14	1,43
15	0,015	1,18	0,20	1,15	2,00
16	1,960	1,39	0,20	4,61	3,25
17	2,495	0,4633	0,34	5,10	3,01
18	2,631	0,268	0,40	5,87	2,92
19	3,049	-1,48	0,60	7,30	2,10

Ocorre uma aproximação dos valores do coeficiente de sustentação médio ($\overline{C_L}$) para situações do corpo oscilando apenas na longitudinal (*in-line*) ou transversal (*cross-flow*) com o aumento do valor da velocidade reduzida. Para velocidades reduzidas maiores que $Vr = 5,0$, os coeficientes de sustentação médio ficam aproximadamente iguais em todos os casos. Pode-se fazer analogia semelhante sobre o coeficiente de arrasto médio, concluindo que, para $Vr \geq 5,0$ o $\overline{C_D}$ é o mesmo tanto para oscilações forçadas *in-line* e *cross-flow* como para oscilações forçadas com dois graus de liberdade (*in-line* e *cross-flow*). Esta análise é verificada apenas em casos onde as frequências de oscilações e amplitudes são as mesmas, ou seja, $f_{osc} = f_x = f_y$ e $A_x = A_y$.

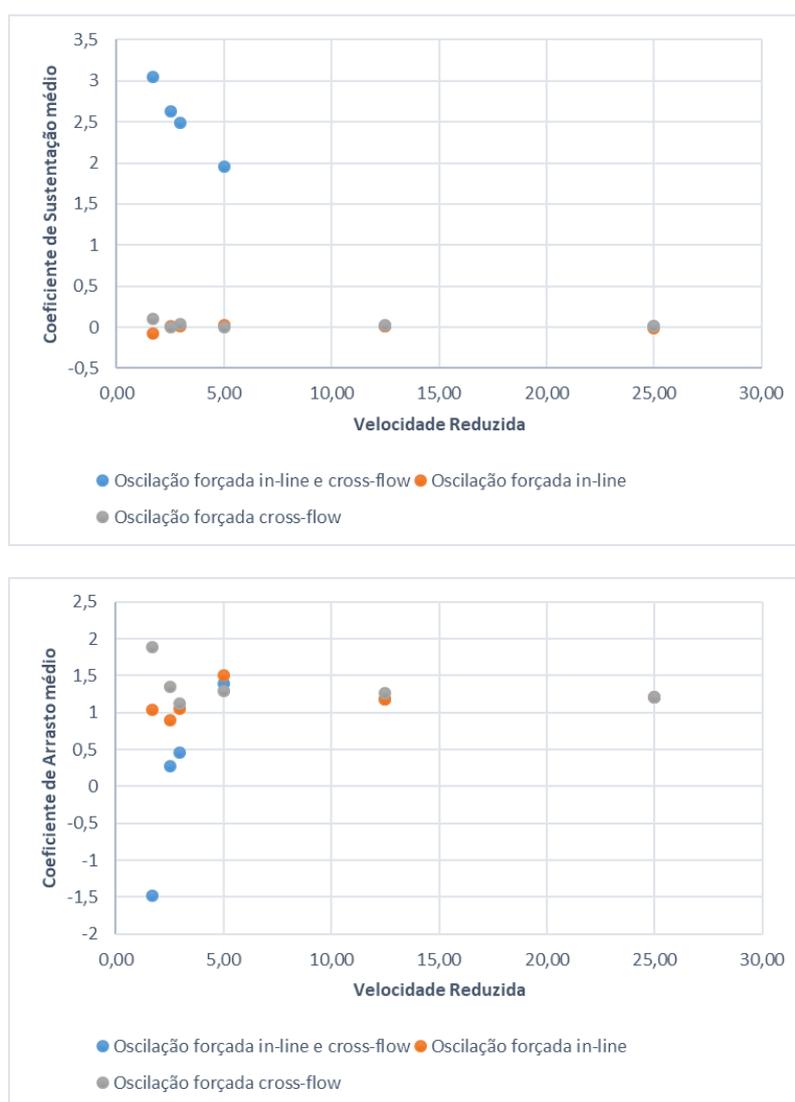
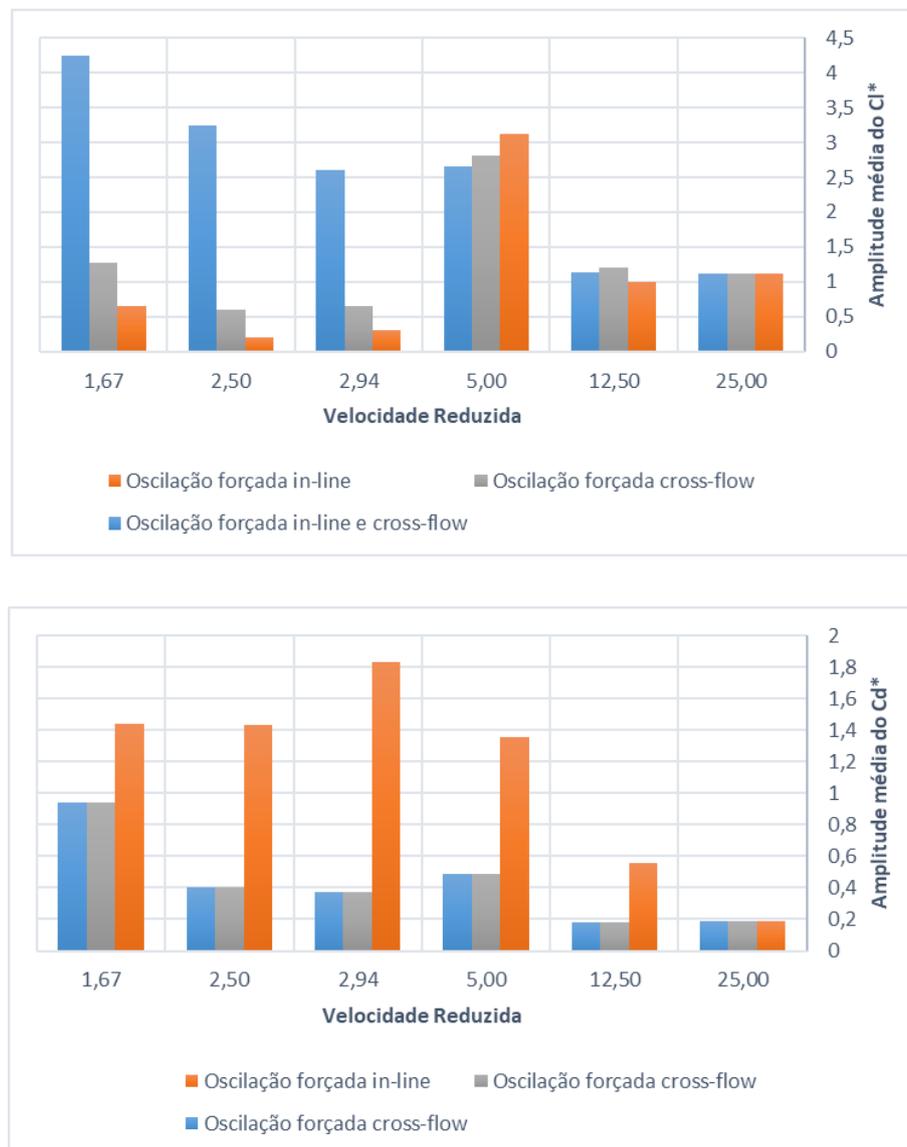


Figura 5.35: Relação entre os coeficientes fluidodinâmicos e a Velocidade Reduzida.

A Figura (5.36) evidencia que um cilindro com oscilação forçada em dois graus de liberdade apresenta uma relativa queda do valor da amplitude de oscilação nas curvas das cargas fluidodinâmicas em virtude do aumento da velocidade reduzida. Para $V_R \geq 5,0$ o valor da amplitude média do C_L fica aproximadamente igual para todos os casos. A amplitude média do C_D é bastante expressiva e sentida em oscilações forçadas longitudinais através da variação da velocidade relativa.



*Distância entre $\overline{A_{CL}^+}$ e $\overline{C_L}$

** Distância entre $\overline{A_{CD}^+}$ e $\overline{C_D}$

Figura 5.36: Relação entre as amplitudes médias das curvas fluidodinâmicas com a velocidade reduzida para casos com um e dois g.d.l..

Os modos de desprendimento de vórtices e as respectivas esteiras são ilustradas na Figura (5.37) para um tempo adimensional igual à 50. Para uma classificação mais detalhada sobre os modos de desprendimento de vórtices é necessário observar a esteira instantânea próxima ao cilindro sobre os pontos A,B,C,D e E. Em todas as análises desta seção com oscilações forçadas simultâneas longitudinais e transversais, tais pontos foram retirados conforme esquema a seguir, especificando seu respectivo tempo adimensional para cada caso rodado. Através da Tabela (5.15) e da Figura (5.38) se verifica a localização dos respectivos pontos sobre um referencial não inercial (x,o,y) e sobre a trajetória do corpo.

$$X_{osc}(t) = A_x \text{sen}(\lambda_x t) \quad (5.19)$$

$$Y_{osc}(t) = A_y \text{cos}(\lambda_y t) \quad (5.20)$$

Tabela 5.15: Respectivas amplitudes e posicionamento dos pontos A, B, C, D e E.

Pontos	$X_{osc}(t)$	$Y_{osc}(t)$
A	0,00	-0,13
B	-0,13	0,00
C	0,00	0,13
D	0,13	0,00
E	0,00	-0,13

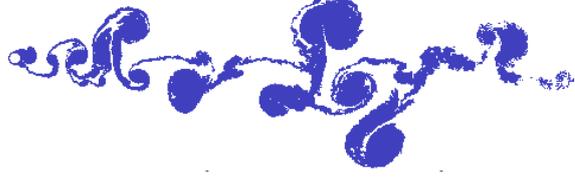
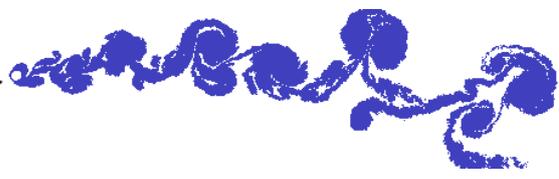
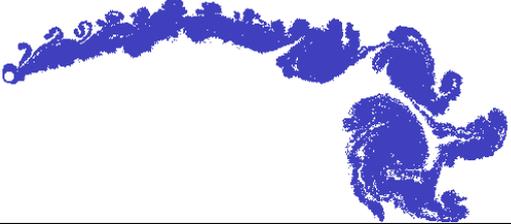
V_{Rx}	Oscilação forçada longitudinal e transversal	
25		Caso 14 $V_R = 25,0$ $f_{osc} = 0,04$ $f_{osc}/f_{CD} \cong 1,0$
12,5		Caso 15 $V_R = 12,5$ $f_{osc} = 0,08$ $f_{osc}/f_{CD} \cong 1,0$
5		Caso 16 $V_R = 5,0$ $f_{osc} = 0,2$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
2,94		Caso 17 $V_R = 2,94$ $f_{osc} = 0,34$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
2,50		Caso 18 $V_R = 2,50$ $f_{osc} = 0,4$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
1,67		Caso 19 $V_R = 1,67$ $f_{osc} = 0,6$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$

Figura 5.37: Esteira medida no tempo adimensional $t = 50$ nos casos de oscilação forçada com dois g.d.l. ($f_{osc} = f_x = f_y$ e $A_x = A_y = 0,13$)

Os casos de oscilação forçada com dois graus de liberdade são descritos abaixo.

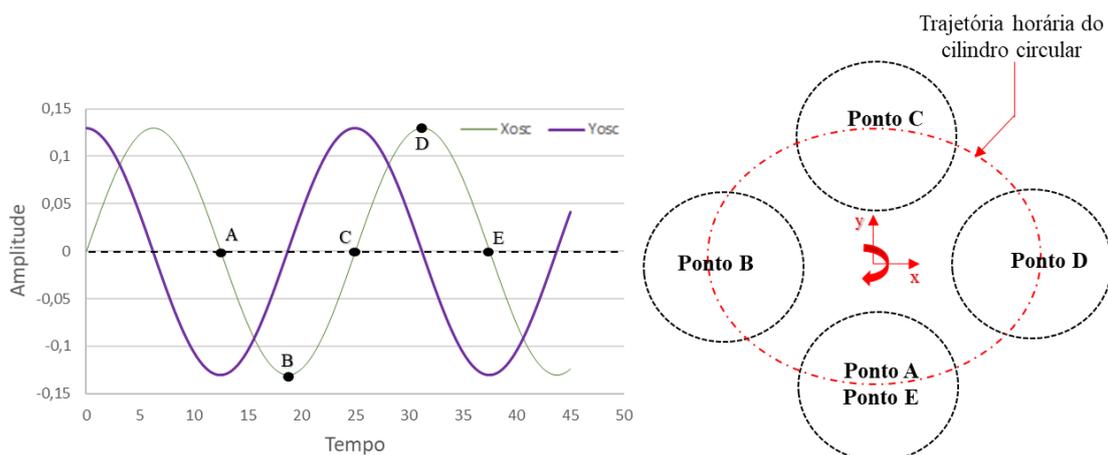


Figura 5.38: Variação temporal do posicionamento do cilindro e definição dos pontos A, B, C, D e E.

- **Caso 14 e 15 – *Lock-in* Longitudinal**

Os modos antissimétricos de desprendimento de vórtices de Kármán foram identificados nos casos 14 e 15. Como já explicado anteriormente, neste modo ocorre o desprendimento alternado de estruturas vorticosas na parte superior e na parte inferior do cilindro circular. A frequência do coeficiente de sustentação é aproximadamente igual a frequência de Strouhal, ou seja, $f_{CL} \cong f_S = 0,21$. Observa-se também que as frequências de arrasto (f_{CD}) encontradas são respectivamente idênticas ao caso de oscilação forçada exclusivamente na direção do escoamento incidente para a faixa de velocidade reduzida $5 \leq V_R < 25$. Conseqüentemente, é notável que a oscilação forçada transversal imposta pouco influência sobre o modo de desprendimento e sobre as frequências das cargas fluidodinâmicas.

Em ambos os casos, 14 e 15, a frequência de oscilação está aproximadamente igual à frequência do coeficiente de arrasto, logo, a interação fluido-estrutura está em iminência de entrar em *lock-in*. Encontrou-se a relação de $f_{osc}/f_{CD} = 1,07$ e $f_{osc}/f_{CD} = 0,93$ para o caso 14 e 15, respectivamente. É perceptível o modo Kármán nas proximidades à jusante do cilindro circular, porém, conforme a esteira se afasta do corpo a mesma perde a estrutura clássica do modo Kármán.

Para esta seção os pontos A, B, C, D e E são identificados iguais aos casos de oscilação forçada com um grau de liberdade na direção longitudinal, sendo portanto, os pontos retirados sobre um período da frequência da curva de oscilação longitudinal do cilindro. Para o caso 14 e 15 é necessário analisar os pontos P, Q, R, S e T que representam um período da curva do coeficiente de sustentação para melhor identificar o modo Kármán, conforme descrito na Figura (5.39).

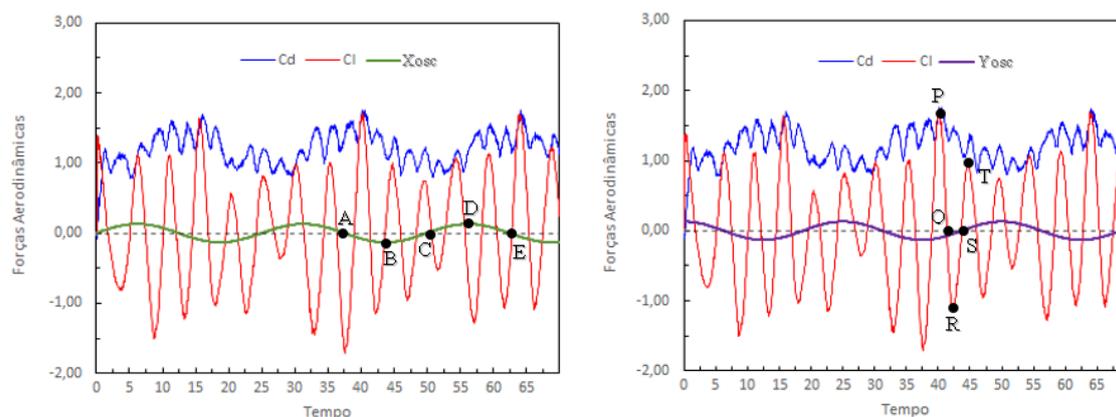


Figura 5.39: Séries temporais dos coeficientes das forças para o cilindro circular oscilando forçadamente *in-line* e *cross-flow* para o Caso 14.

Para os casos 14 e 15, a representação da esteira instantânea sobre o período de oscilação do cilindro não identifica os modos. Logo, a esteira instantânea sobre o período de oscilação do C_L exemplifica melhor o desprendimento de um par de vórtices alternados no modo Kármán. Observa-se o desprendimento de 5 e 3 pares de estruturas vorticosas contra rotativas alternadas para os casos 14 e 15 respectivamente.

Os casos analisados a seguir possuem uma relação de $V_R < 5,0$ e representam situações onde o efeito de *lock-in* é evidenciado tanto na mesma direção ao escoamento incidente como transversalmente ao mesmo. Maiores frequências nas curvas fluidodinâmicas do coeficiente de sustentação representam mais estruturas vorticosas se desprendendo do corpo em um tempo fixo. Conseqüentemente, as vibrações induzidas por vórtices se intensificam no corpo de maneira a sincronizar a frequência das cargas fluidodinâmicas com a frequência de oscilação do corpo ($f_{CL} = f_{CD} = f_{osc}$).

- **Caso 16 – *Lock-in* na direção longitudinal e transversal**

A Figura (5.37) mostra a estrutura da esteira para o tempo adimensional de $t = 50$ para o Caso 16. A velocidade reduzida para ambas as direções longitudinal e transversal são as mesmas e iguais à $V_R = 5,0$. Ocorre competição entre os modos de desprendimento simétrico (S) e antissimétrico (A-III). A Figura (5.40) representa a estrutura da esteira instantânea durante um ciclo de oscilação do cilindro para este modo.

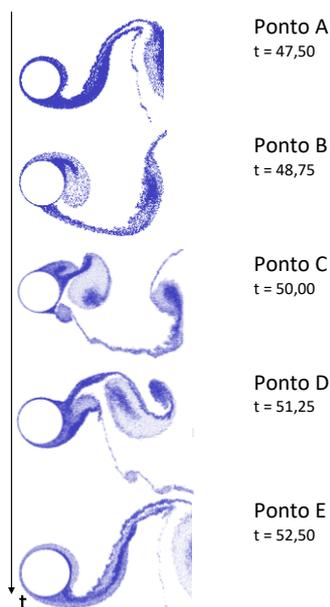


Figura 5.40: Esteira instantânea durante um ciclo de oscilação do cilindro para o Caso 16 (*Lock-in* longitudinal e transversal).

- **Caso 17 – *Lock-in* longitudinal e transversal**

A Figura (5.41) mostra a estrutura da esteira para o tempo adimensional de $t = 50$ para o Caso 17 e sua respectiva esteira instantânea sobre pontos representativos de dois períodos de oscilação. A velocidade reduzida para ambas as direções x e y são as mesmas e igual à $V_R = 2,94$. Ocorre competição entre os modos de desprendimento de vórtices simétricos (S) e antissimétricos (A-I). A esteira próxima ao cilindro possui características leves de coalescência.

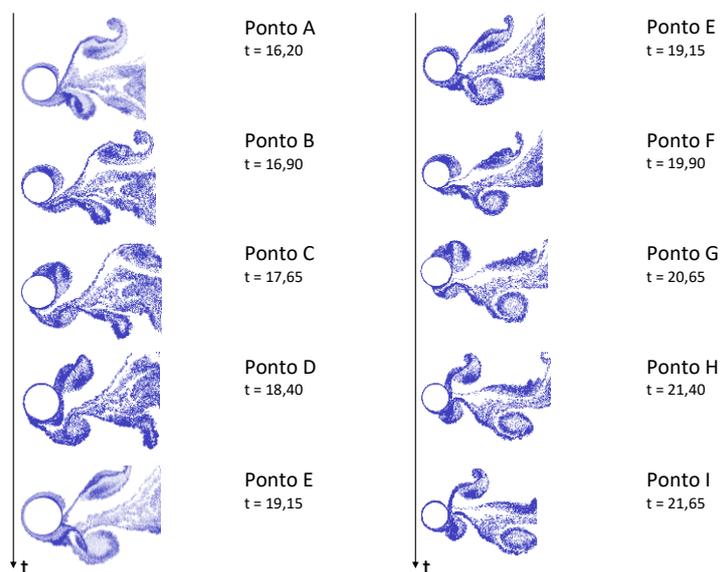


Figura 5.41: Esteira instantânea durante dois ciclos de oscilação do cilindro no Caso 17 (*Lock-in* longitudinal e transversal).

- **Caso 18 – *Lock-in* na direção longitudinal e transversal**

Neste caso, o desprendimento de vórtices na esteira próxima ao cilindro possui uma tendência caracterizada pelo desprendimento de um par de vórtices de um lado da estrutura e desprendimento de um vórtice simples do outro Figura (5.42).

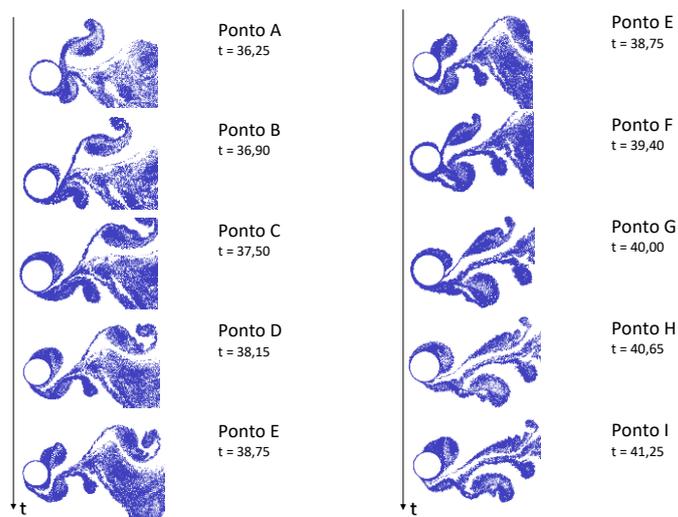


Figura 5.42: Esteira instantânea durante dois ciclos de oscilação do cilindro para o Caso 18 (*Lock-in* longitudinal e transversal).

- **Caso 19 – *Lock-in* na direção longitudinal e transversal**

O caso 19 não possui modo de desprendimento de vórtices identificado, porém, possui uma particularidade importante no seu regime de desprendimento de vórtices. Na parte inferior do cilindro ocorre o fenômeno de interrupção da formação de vórtices, caracterizado apenas por grandes instabilidades e nenhuma identificação de estrutura vorticosa (Figura 5.43).

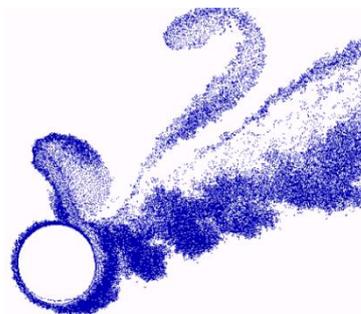


Figura 5.43: Fenômeno de interrupção da formação de vórtices.

5.6.1 Efeitos da variação da frequência de oscilação forçada na direção longitudinal

Nesta seção, objetiva-se analisar a influência da variação da vibração forçada longitudinal imposta em casos com oscilações forçadas em dois graus de liberdade. Iniciou-se tais análises a partir dos resultados obtidos anteriormente sobre o Caso 18, o qual possui os seguintes parâmetros: $V_{Rx} = V_{Ry} = 2,50$ e $A_x = A_y = 0,13$. A análise dos efeitos da variação da frequência longitudinal sobre toda a dinâmica dos fluidos envolvida na formação e desprendimento de vórtices se estabelece mantendo as mesmas amplitudes e velocidade reduzida transversal do Caso 18 citado, ou seja, $A_x = A_y = 0,13$ e $V_{Ry} = 2,50$, variando-se apenas a velocidade reduzida longitudinal, $1,67 \leq V_{Rx} \leq 25$.

A frequência da curva de arrasto se mantém locada com a frequência de oscilação forçada longitudinal do cilindro, ou seja, $f_x = f_{CD}$ para casos de $V_R \leq 5,0$. Relações de frequências de oscilações forçadas tais quais $f_x/f_y \geq 0,5$, propiciam o fenômeno de sincronização entre as frequências de oscilação forçada longitudinal do cilindro e a frequência de oscilação do coeficiente de arrasto (Tabela 5.16). Outra observação é que

o aumento da frequência longitudinal, nestas situações com oscilação forçada em dois graus de liberdade, não interfere no valor do coeficiente de arrasto médio, tendo este um valor aproximado de $C_D \cong 1,30$, conforme Figura (5.44). Os casos 18 e 22 possuem, respectivamente, $V_{Rx} = V_{Ry}$ e $V_{Rx} = 2V_{Ry}$, e resulta em $f_{CL} = f_{CD}$.

A Tabela (5.16) faz uma comparação das razões das frequências buscando evidenciar a sincronização e possíveis efeitos de V.I.V.. A Figura (5.44) contém resultados relevantes ao comportamento das curvas das cargas fluidodinâmicas pois caracteriza o valor médio dos coeficientes de sustentação e arrasto e as respectivas médias das amplitudes positivas.

Tabela 5.16: Resultados obtidos para cilindro oscilando com 2 gdl e variação da frequência longitudinal

$$\left(\begin{array}{l} A_x / D = A_y / D = 0,13, \alpha = 0^\circ \\ \text{Re} = 10^5, f_y = 0,40, V_{Ry} = 2,50 \end{array} \right)$$

CASO	V_{Rx}	V_{Ry}	f_X	f_Y	f_{CD}	f_{CL}	$\frac{f_X}{f_{CD}}$	$\frac{f_X}{f_{CL}}$	$\frac{f_Y}{f_{CD}}$	$\frac{f_Y}{f_{CL}}$
20	25,00	2,50	0,04	0,40	0,26	0,14	0,15	0,29	1,54	2,86
21	12,50	2,50	0,08	0,40	0,80	0,40	0,10	0,20	0,50	1,00
22	5,00	2,50	0,20	0,40	0,20	0,20	1,00	1,00	2,00	2,00
23	2,94	2,50	0,34	0,40	0,34	0,06	1,00	5,67	1,18	6,67
18	2,50	2,50	0,40	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00	1,00	1,00
24	1,67	2,50	0,60	0,40	0,60	0,80	1,00	0,75	0,67	0,50

As amplitudes médias das curvas dos coeficientes fluidodinâmicos apresentam comportamento de redução de valores conforme aumenta-se a velocidade reduzida longitudinal. Tanto os coeficientes médios das cargas integradas como suas amplitudes médias atingem valores praticamente constantes após $V_{Rx} = 12,50$.

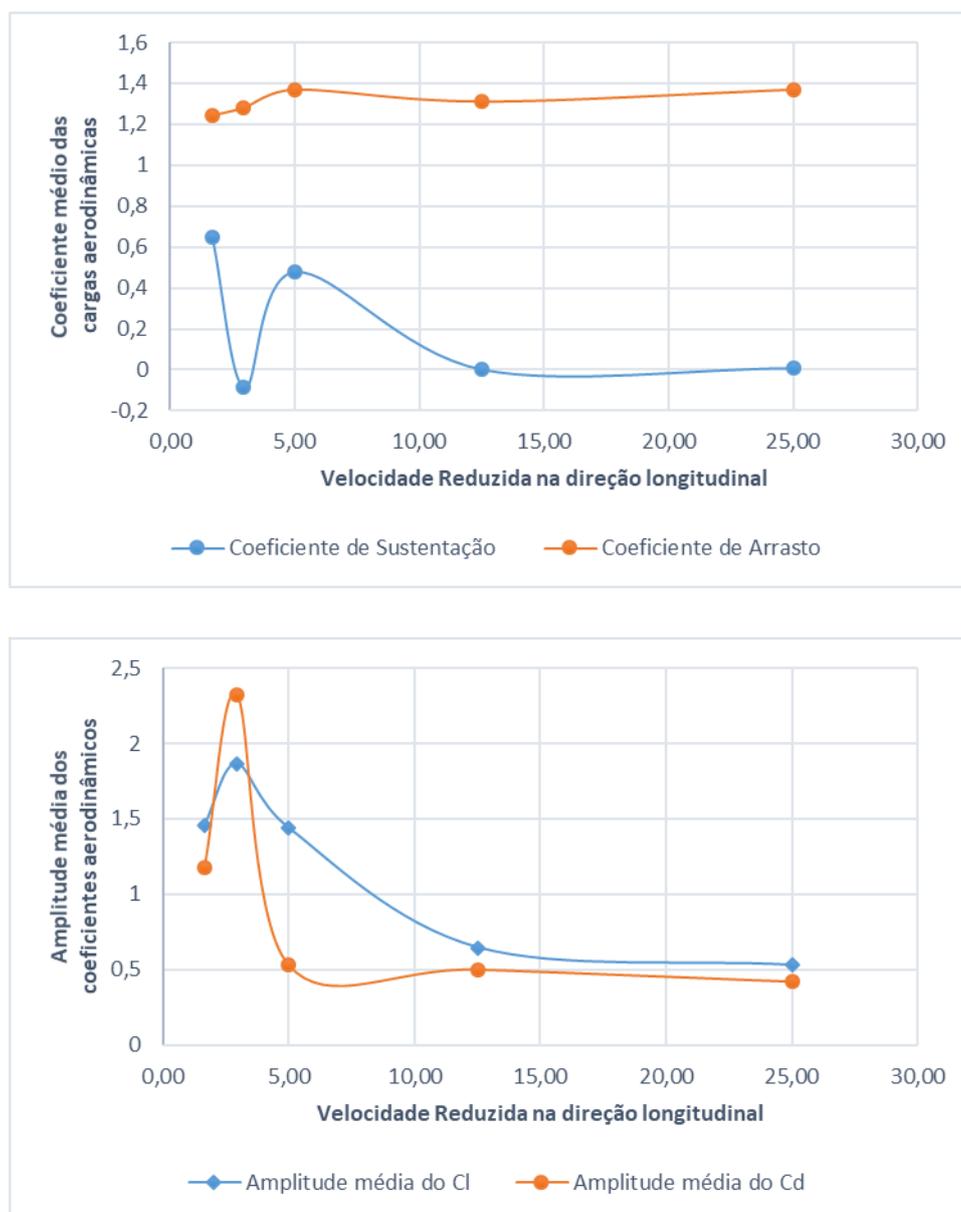


Figura 5.44: Relação entre os parâmetros obtidos das curvas dos coeficientes fluidodinâmicos com a velocidade reduzida.

A Figura (5.45) ilustra os diferentes movimentos do cilindro circular devido a mudança dos parâmetros relacionados às oscilações forçadas impostas sobre o mesmo. O fenômeno de *lock-in* ocorre, nestes casos de oscilação forçada, independente da trajetória periódica percorrida pelo corpo.

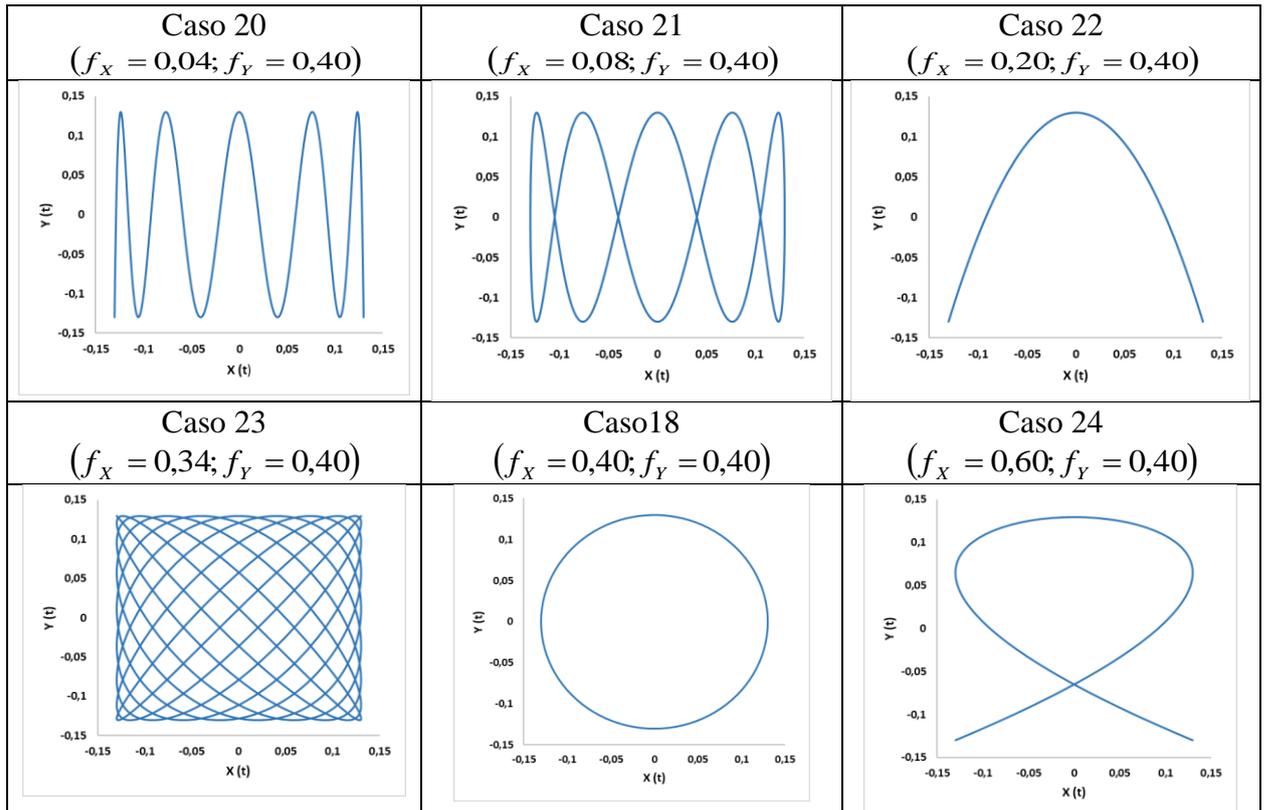


Figura 5.45: Trajetória do cilindro circular mencionado do tempo adimensional $t = 0,0$ até $t = 40,00$.

A Figura (5.46) apresenta a esteira de vórtices a jusante do corpo para os diversos casos desta seção obtidos em um tempo adimensional igual à $t = 50$. Os modos de despreendimento de vórtices com dois graus de liberdade possuem características intercaladas das oscilações forçadas em um grau de liberdade na longitudinal e transversal. Contudo, uma exata identificação dos modos não se faz presente neste trabalho.

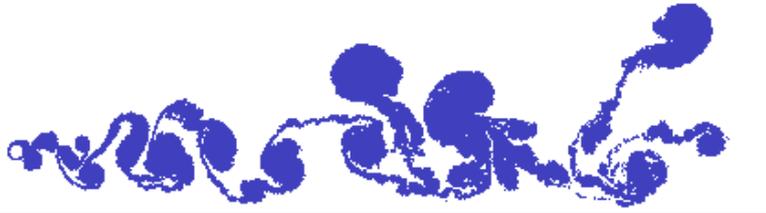
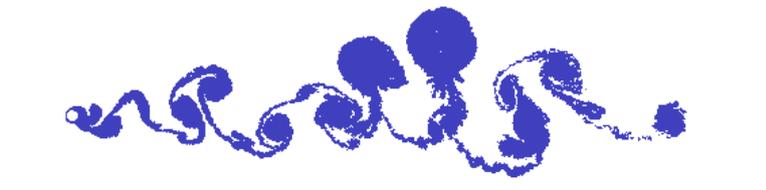
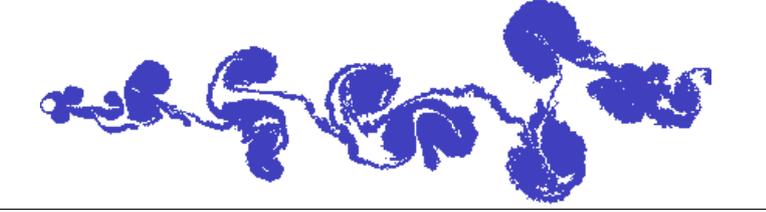
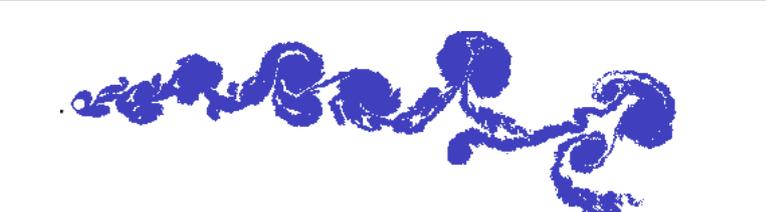
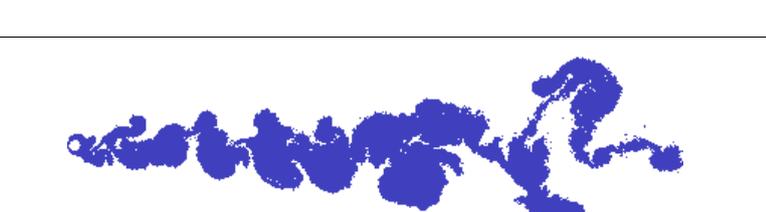
V_{Rx}	$V_{Ry} = 2,50; A_x = A_y = 0,13$	
25		Caso 20 $f_x/f_{CD} = 0,15$ $f_y/f_{CL} = 2,86$
12,5		Caso 21 $f_x/f_{CD} = 0,10$ $f_y/f_{CL} = 1,00$
5		Caso 22 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 2,00$
2,94		Caso 23 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 6,67$
2,50		Caso 18 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 1,00$
1,67		Caso 24 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 0,50$

Figura 5.46: Influência da variação da frequência de oscilação forçada longitudinal na esteira.

5.6.2 Efeitos da variação da amplitude na direção longitudinal

Os efeitos da variação da amplitude longitudinal são observados na Tabela (5.17) através dos resultados obtidos por simulação numérica computacional considerando o caso de velocidade reduzida $V_R = 2,50$ e diferentes valores de amplitude de oscilação longitudinal. Assim, pode-se analisar sua influência sobre os coeficientes médios fluidodinâmicos, frequências e amplitudes do coeficiente de sustentação e arrasto, assim como no modo de desprendimento de vórtices e formação de esteira. A amplitude da oscilação forçada transversal é mantida em $A_Y = 0,13$ e a amplitude de oscilação longitudinal varia entre $0,04 \leq A_X \leq 0,60$.

Tabela 5.17: Resultados obtidos para O cilindro oscilando com 2 gdl e variação da amplitude longitudinal.

$$\left(\begin{array}{l} f_X = f_Y = f_{osc}, \alpha = 0^\circ, \text{Re} = 10^5 \\ V_{Rx} = V_{Ry} = V_R, A_Y = 0,13 \end{array} \right)$$

CASO	A_X	A_Y	f_{osc}	f_{CD}	f_{CL}	$\frac{f_{osc}}{f_{CD}}$	$\frac{f_{osc}}{f_{CL}}$
25	0,04	0,13	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
26	0,08	0,13	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
18	0,13	0,13	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
27	0,20	0,13	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
28	0,34	0,13	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
29	0,40	0,13	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
30	0,60	0,13	0,40	0,40	0,80	1,00	0,50

As frequências obtidas via F.F.T. nas curvas temporais do coeficiente de arrasto e sustentação se mantêm sincronizadas com as frequências de oscilação forçada do cilindro, ou seja, $f_{osc} = f_{CL} = f_{CD}$. O *lock-in* permanece presente na interação fluido estrutura independente da amplitude longitudinal. Quanto maior a amplitude longitudinal, mais a tendência de a frequência de sustentação obter uma relação $f_{CL} = 2f_{osc}$. Tanto que, no caso 30, a frequência da curva temporal do coeficiente de sustentação é $f_{CL} = 0,80$.

Os gráficos da Figura (5.47) informam a influência da variação da amplitude de oscilação forçada longitudinal sobre os valores atribuídos as cargas fluidodinâmicas.

Nota-se que, mesmo fixando um valor de amplitude transversal igual à $A_y = 0,13$, para todos os casos desta Seção, as amplitudes médias das curvas do C_L e C_D aumentam quase que linearmente com a amplitude de oscilação longitudinal. Já o valor médio dos coeficientes das cargas integradas não se define em função da variação da amplitude longitudinal. De fato, o valor de tais coeficientes se lineariza para $A_x \geq 0,34$.

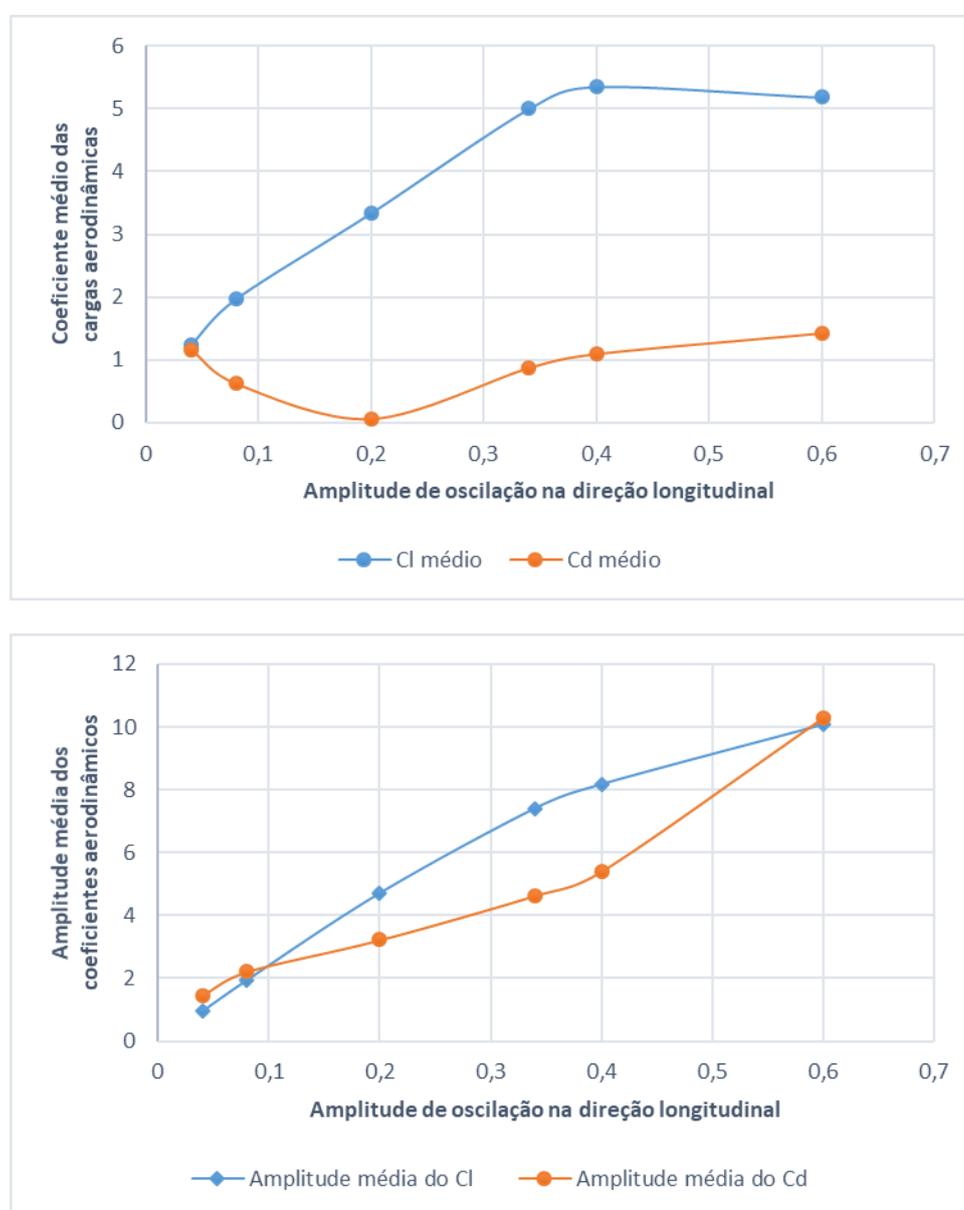


Figura 5.47: Relação entre parâmetros obtidos das curvas dos coeficientes fluidodinâmicos com a Velocidade Reduzida.

A Figura (5.48) é uma importante representação da trajetória percorrida pelo corpo ao longo do tempo. Ocorre, nesta figura, uma diferença de escalas entre o eixo $X(t)$ e $Y(t)$. O aumento da amplitude longitudinal institui movimentos longitudinais ao corpo,

esperando, portanto, resultados mais próximos aos casos de oscilação forçada longitudinal com um grau de liberdade.

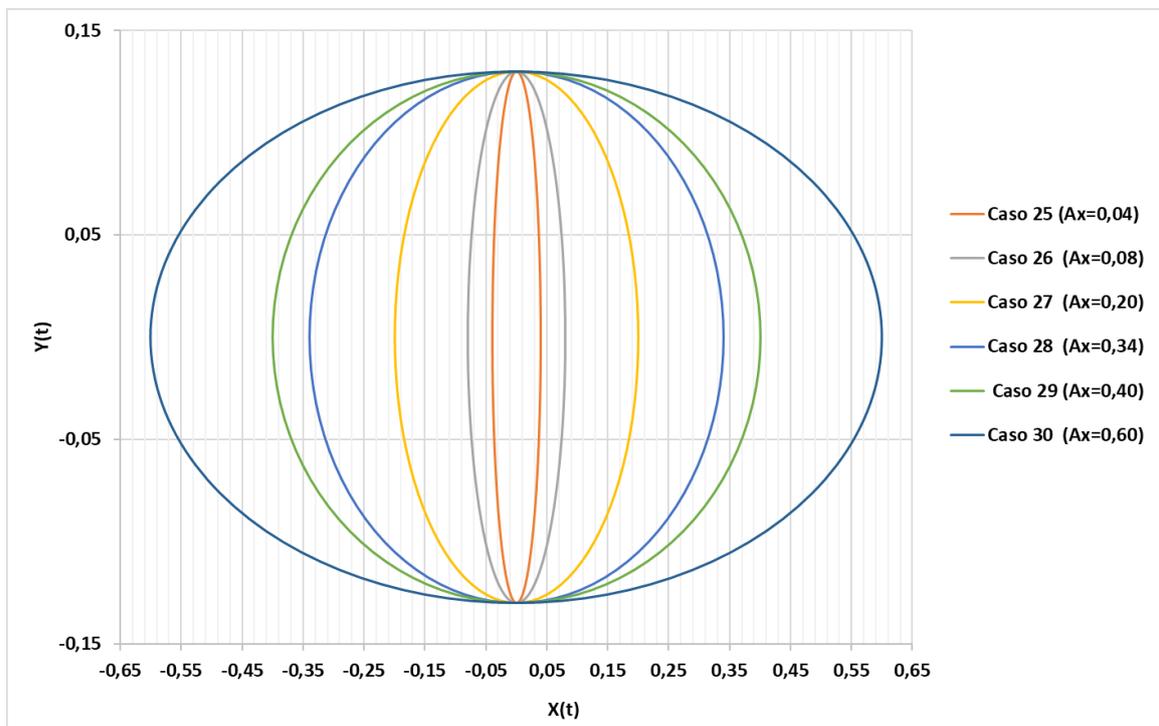


Figura 5.48: Trajetória do cilindro circular conforme variação da amplitude de oscilação longitudinal.

A Figura (5.50) denota a esteira de vórtices, no tempo adimensional de $t = 50$, para os diversos casos que variam amplitude de oscilação forçada longitudinal do corpo. O Caso 25 apresenta uma esteira similar ao Caso 12, ou seja, similaridade com a oscilação forçada transversal nas mesmas condições de velocidade reduzida e amplitude de oscilação forçada. Para amplitudes longitudinais $A_x \leq 0,08$, o efeito da oscilação forçada na direção longitudinal não é sentido na esteira, esboçando traços do modo 2P (modo clássico de V.I.V. na direção transversal).

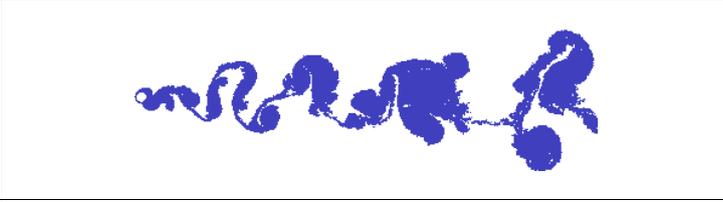
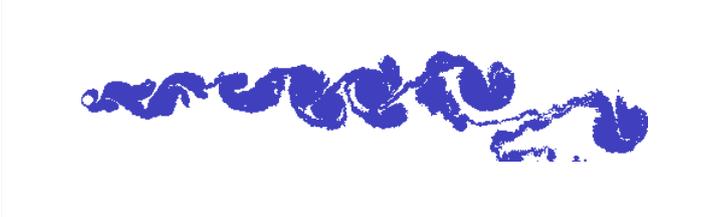
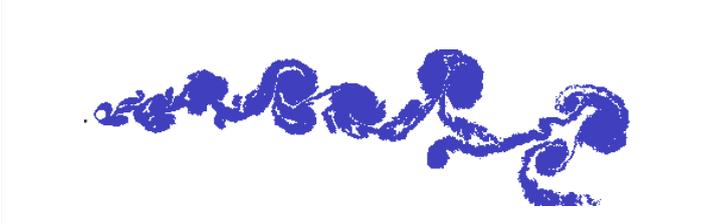
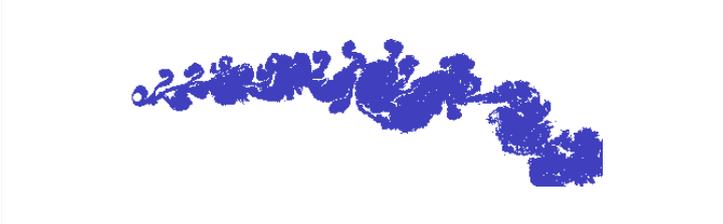
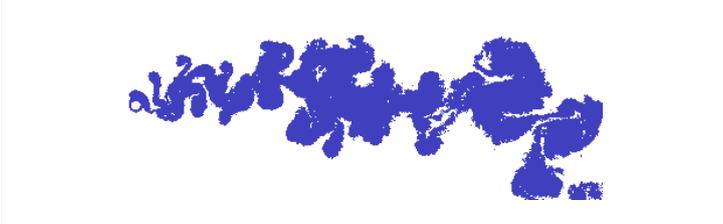
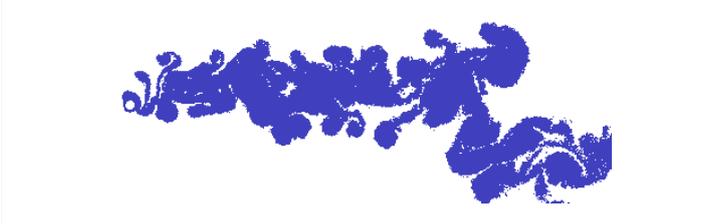
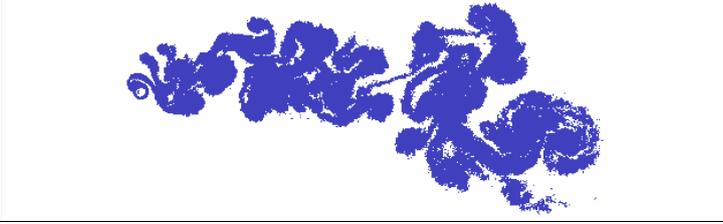
A_x	$V_{R_x} = V_{R_y} = 2,50; A_y = 0,13$	
0,04		Caso 25 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,08		Caso 26 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,13		Caso 18 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,20		Caso 27 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,34		Caso 28 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,40		Caso 29 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,60		Caso 30 $f_{osc} = 0,40$ $0,5$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$

Figura 5.49: Influência da variação da amplitude longitudinal na formação da esteira para $t = 50$.

5.6.3 Efeitos da variação da frequência de oscilação forçada na direção transversal

As análises desta seção iniciaram-se através de dois casos já estudados na seção de oscilação forçada longitudinal e que resultaram em modos de desprendimento simétricos (Casos 5 e 6). Nestes casos, se impôs velocidades reduzidas transversais na faixa de $1,67 \leq V_{Ry} \leq 25$ com amplitude de mesma magnitude, ou seja, $A_X = A_Y$.

Na Tabela (5.18) observa-se que a frequência da curva de arrasto se mantém locada com a frequência de oscilação forçada longitudinal do cilindro, ou seja, $f_{CD} = f_X$ para todos casos analisados, com exceção do Caso 33. O Caso 33 é uma particularidade, onde se tem a relação $f_X = 2f_Y$ e $f_{CD} = f_Y$. Desta maneira, mesmo aumentando a frequência de oscilação forçada transversal, esta não interfere no fenômeno de sincronização observado entre f_{CD} e f_X .

Nos casos 17 e 18 ($f_X = f_Y$) e Caso 33 ($f_X = 2f_Y$), as frequências das curvas das cargas integradas são iguais, ou seja, $f_{CL} = f_{CD}$. A frequência da curva temporal do coeficiente de sustentação encontrada via F.F.T. sincroniza principalmente com valores menores da oscilação forçada transversal imposta (f_Y). Isto se explica devido às perturbações mais bruscas na esteira de vórtices a jusante do corpo, quando submetido a velocidades angulares transversais maiores.

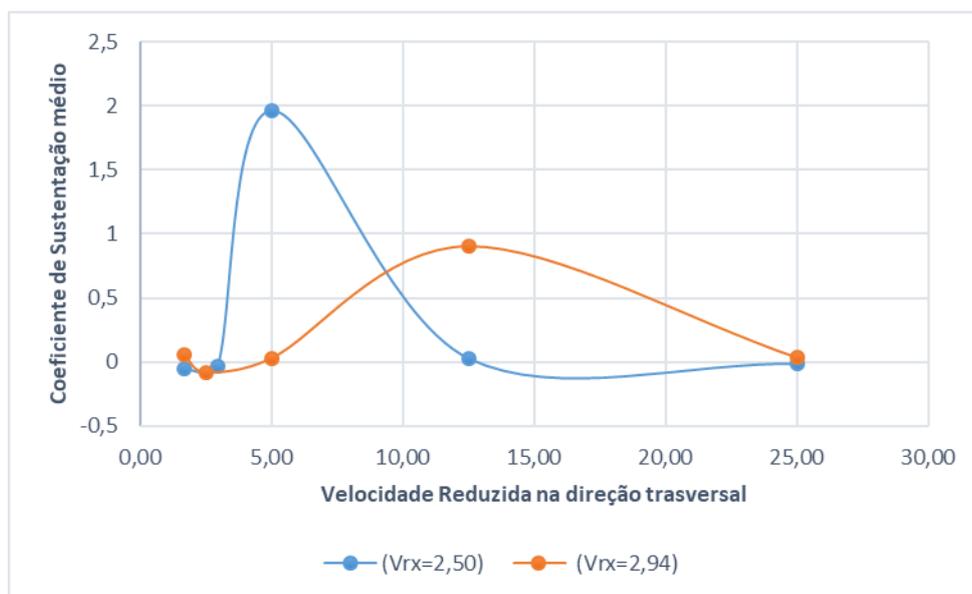
A Figura (5.50) contém resultados relevantes ao comportamento das curvas das cargas fluidodinâmicas pois caracteriza o valor médio dos coeficientes de sustentação e arrasto e as respectivas médias das amplitudes positivas.

Tabela 5.18: Resultados obtidos para o cilindro oscilando com 2 gdl e variação da frequência transversal

$$(A_x/D = A_y/D = 0,13, \alpha = 0^\circ, Re = 10^5)$$

CASO	V_{Rx}	V_{Ry}	f_x	f_y	f_{CD}	f_{CL}	$\frac{f_x}{f_{CD}}$	$\frac{f_x}{f_{CL}}$	$\frac{f_y}{f_{CD}}$	$\frac{f_y}{f_{CL}}$
31	2,50	25,00	0,40	0,04	0,40	0,04	1,00	10,00	0,10	1,00
32	2,50	12,50	0,40	0,08	0,40	0,07	1,00	5,56	0,20	1,11
33	2,50	5,00	0,40	0,20	0,20	0,20	2,00	2,00	1,00	1,00
34	2,50	2,94	0,40	0,34	0,40	0,06	1,00	6,67	0,85	5,67
18	2,50	2,50	0,40	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00	1,00	1,00
35	2,50	1,67	0,40	0,60	0,40	0,20	1,00	2,00	1,50	3,00
36	2,94	25,00	0,34	0,04	0,34	0,04	1,00	8,50	0,12	1,00
37	2,94	12,50	0,34	0,08	0,34	0,08	1,00	4,25	0,24	1,00
38	2,94	5,00	0,34	0,20	0,34	0,14	1,00	2,43	0,59	1,43
17	2,94	2,94	0,34	0,34	0,34	0,34	1,00	1,00	1,00	1,00
39	2,94	2,50	0,34	0,40	0,34	0,06	1,00	5,67	1,18	6,67
40	2,94	1,67	0,34	0,60	0,34	0,25	1,00	1,36	1,76	2,40

O aumento da Velocidade Reduzida na direção transversal, para o caso de oscilação forçada com dois graus de liberdade, não interfere significativamente no coeficiente de sustentação médio (exceção dos casos 38 ($f_x \neq f_y$) e Caso 33 ($f_x = 2f_y$) que se mantêm próximos ao valor de zero, porém, menores velocidades reduzidas implicam em coeficientes de arrasto médio maiores.



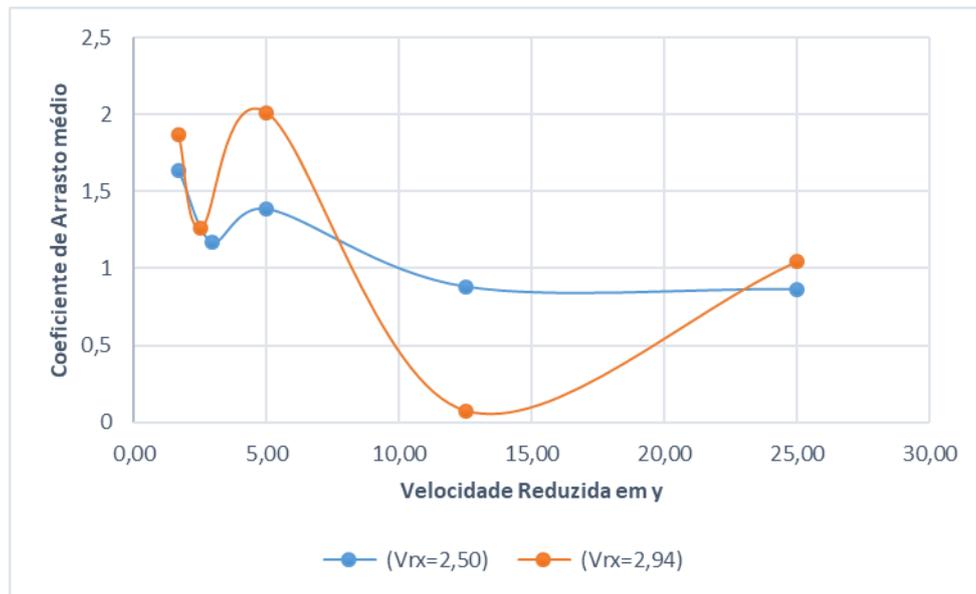
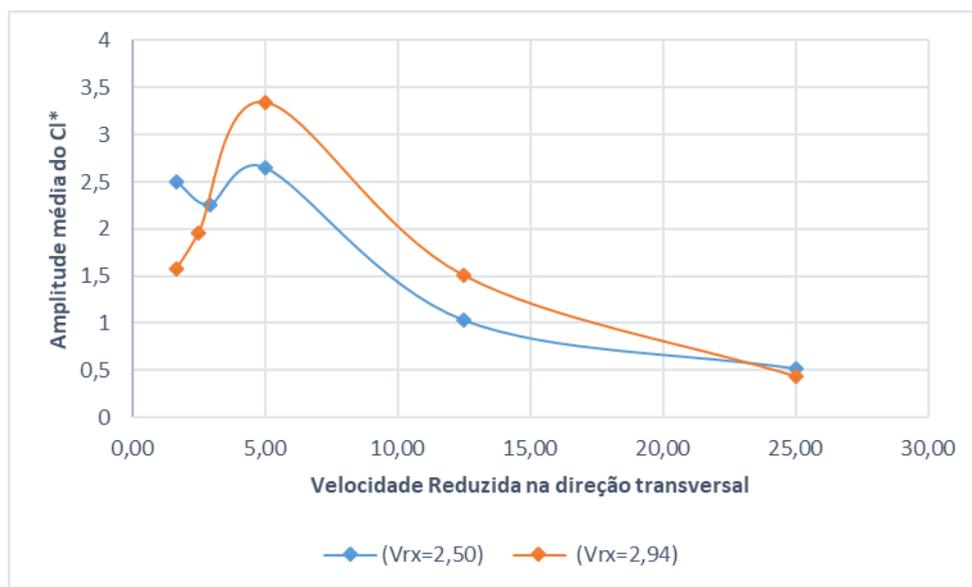
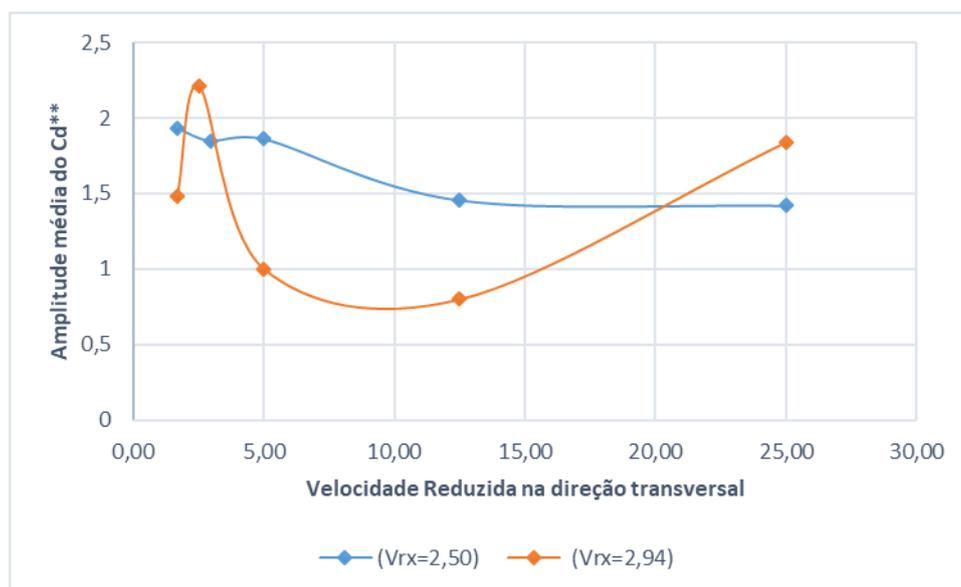


Figura 5.50: Relação entre os coeficientes fluidodinâmicos com a Velocidade Reduzida.

As amplitudes médias das cargas fluidodinâmicas integradas estão definidas na Figura (5.51). A análise destes dados é importante para avaliar o comportamento das curvas dos coeficientes fluidodinâmicos e observar características e tendências relacionadas aos modos de desprendimento.





*Distância entre $\overline{A_{cl}^+}$ e $\overline{C_L}$

** Distância entre $\overline{A_{cd}^+}$ e $\overline{C_D}$

Figura 5.51: Relação entre as amplitudes médias das curvas fluidodinâmicas com a velocidade reduzida.

A fim de ilustração do movimento do corpo ao longo do tempo, a Figura (5.52) denota a trajetória do corpo durante um tempo adimensional $t = 50$.

A influência da imposição e variação de oscilação forçada transversal sobre o regime de vórtices é observado através das esteiras capturadas no tempo adimensional de $t = 50$ conforme Figura (5.53). Estando a velocidade reduzida longitudinal na faixa $2,50 \leq V_{Rx} \leq 2,94$, observa-se que a imposição de oscilações forçadas transversais, tais quais $V_{Ry} \geq 12,50$ não influenciam a esteira e esta permanece inerte aos efeitos da oscilação forçada transversal. Para $V_{Ry} < 12,50$ a esteira altera seu padrão de desprendimento de vórtices, antes caracterizado somente pela oscilação forçada longitudinal, e começa a apresentar nova formação definida por uma sobreposição dos dois modos.

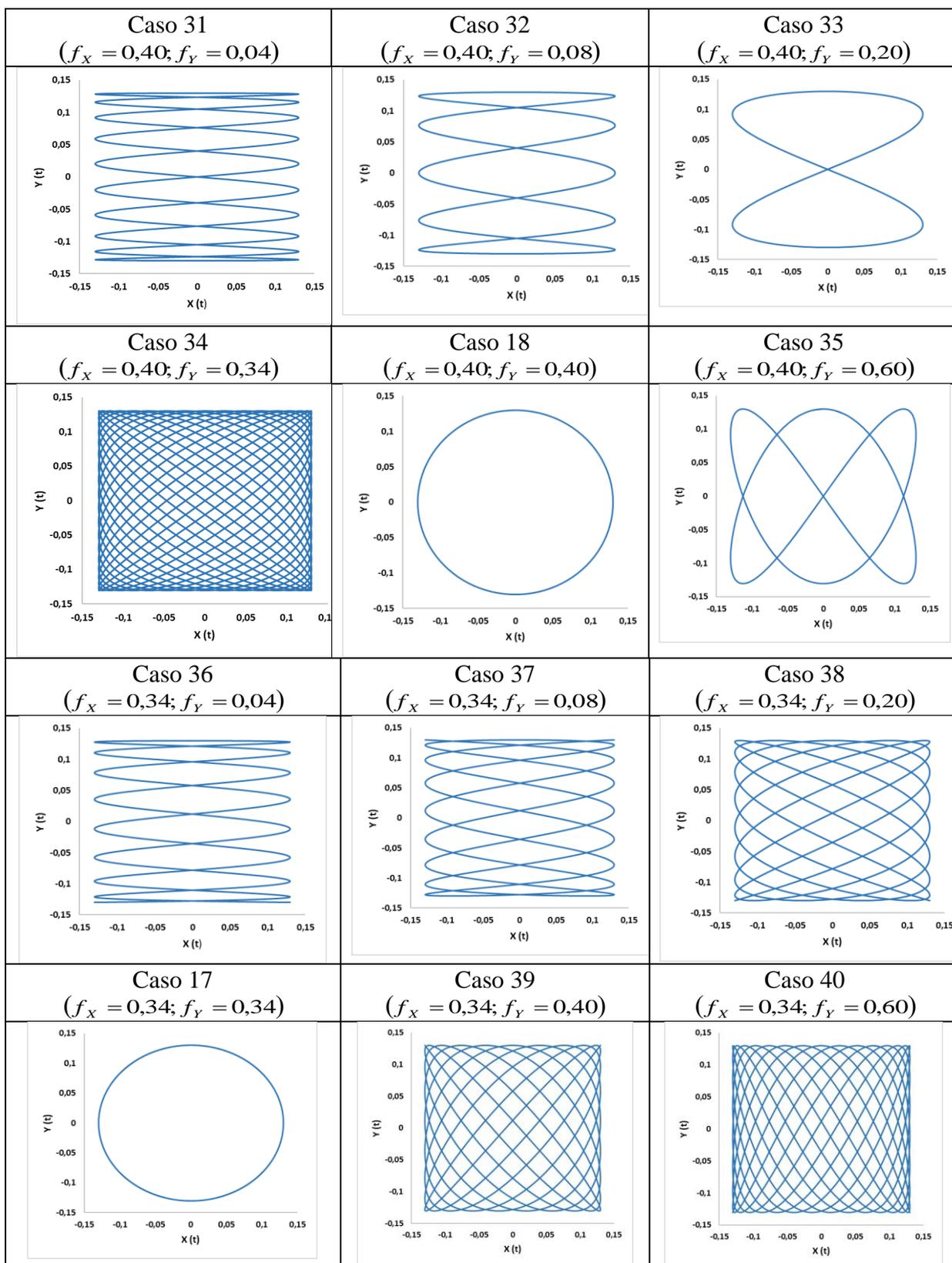
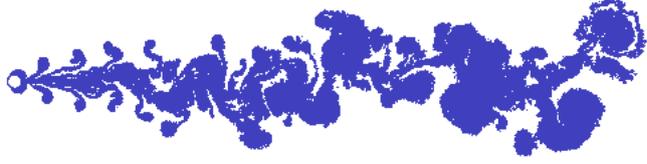
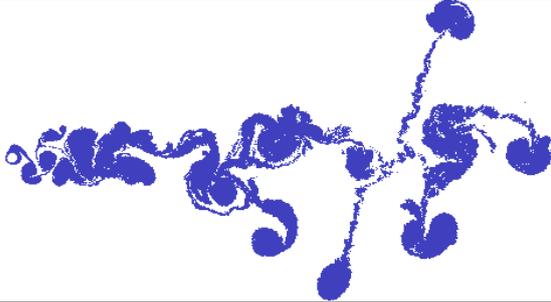
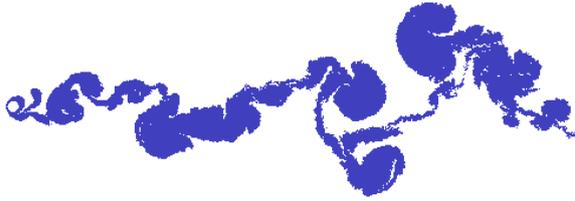
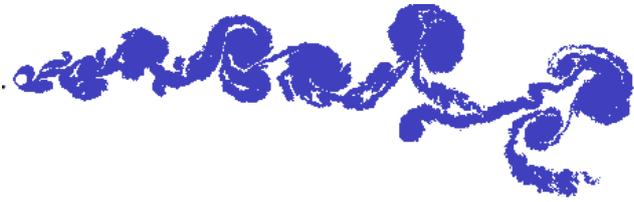


Figura 5.52: Trajetória do cilindro circular mencionado do tempo adimensional

$t = 0,0$ até $t = 50$.

V_{Ry}	$V_{Rx} = 2,50; A_x = A_y = 0,13$	
25		Caso 31 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 1,00$
12,5		Caso 32 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 1,11$
5		Caso 33 $f_x/f_{CD} = 2,00$ $f_y/f_{CL} = 1,00$
2,94		Caso 34 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 5,67$
2,50		Caso 18 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 1,00$
1,67		Caso 35 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 3,00$

V_{Ry}	$V_{Rx} = 2,94; A_x = A_y = 0,13$	
25		Caso 36 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 1,00$
12,5		Caso 37 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 1,00$
5		Caso 38 $f_x/f_{CD} = 1,00$ 43
2,94		Caso 17 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 1,00$
2,50		Caso 39 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 6,67$
1,67		Caso 40 $f_x/f_{CD} = 1,00$ $f_y/f_{CL} = 2,40$

Figura 5.53: Influência da variação da frequência transversal na formação da esteira para $t = 50$.

5.6.4 Efeitos da variação da amplitude na direção transversal

A Tabela (5.19) apresenta os resultados obtidos na simulação numérica considerando dois casos de velocidades reduzidas específicos ($V_R = 2,50$ e $V_R = 2,94$) e diferentes valores para a amplitude de oscilação forçada transversal ao escoamento incidente. O intuito é analisar o efeito da amplitude transversal sobre os coeficientes médios fluidodinâmicos, frequências e amplitudes das curvas do coeficiente de sustentação e arrasto, assim como o modo de desprendimento e esteira de vórtices. A amplitude de oscilação longitudinal é mantida em $A_X = 0,13$ e a amplitude de oscilação transversal varia na faixa entre $0,04 \leq A_Y \leq 0,60$. Todos os casos analisados nesta seção indicam que tal amplitude transversal não influencia nas frequências das cargas fluidodinâmicas integradas. Além deste fato, em todas as situações apresentadas o fenômeno da sincronização (*lock-in*) é evidenciado nas duas direções, caracterizando que a variação da amplitude de oscilação transversal do cilindro não influenciou significativamente na f_{CL} e f_{CD} .

Tabela 5.19: Resultados obtidos para cilindro oscilando com 2 gdl e variação da amplitude longitudinal.

$$(f_X = f_Y = f_{osc}, \alpha = 0^\circ, \text{Re} = 10^5)$$

CASO	A_X	A_Y	f_{osc}	f_{CD}	f_{CL}	$\frac{f_{osc}}{f_{CD}}$	$\frac{f_{osc}}{f_{CL}}$
41	0,13	0,04	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
42	0,13	0,08	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
43	0,13	0,20	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
44	0,13	0,34	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
45	0,13	0,40	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
46	0,13	0,60	0,40	0,40	0,40	1,00	1,00
47	0,13	0,04	0,34	0,34	0,34	1,00	1,00
48	0,13	0,08	0,34	0,34	0,34	1,00	1,00
49	0,13	0,20	0,34	0,34	0,34	1,00	1,00
50	0,13	0,34	0,34	0,34	0,34	1,00	1,00
51	0,13	0,40	0,34	0,34	0,34	1,00	1,00
52	0,13	0,60	0,34	0,34	0,34	1,00	1,00

Dos casos apresentados na Tabela (5.19), elaborou-se os diversos gráficos a seguir avaliando-se a influência da variação da amplitude de oscilação transversal sobre os valores atribuídos às cargas fluidodinâmicas.

Na faixa da amplitude transversal $0,04 \leq A_y \leq 0,20$, evidencia-se um aumento do coeficiente médio de sustentação e respectivo decréscimo do coeficiente de arrasto médio, conforme se aumenta a magnitude de A_y . Já na faixa entre $0,20 < A_y \leq 0,60$, o $\overline{C_L}$ tende a um valor constante e o $\overline{C_D}$ começa a aumentar de valor conforme aumenta A_y .

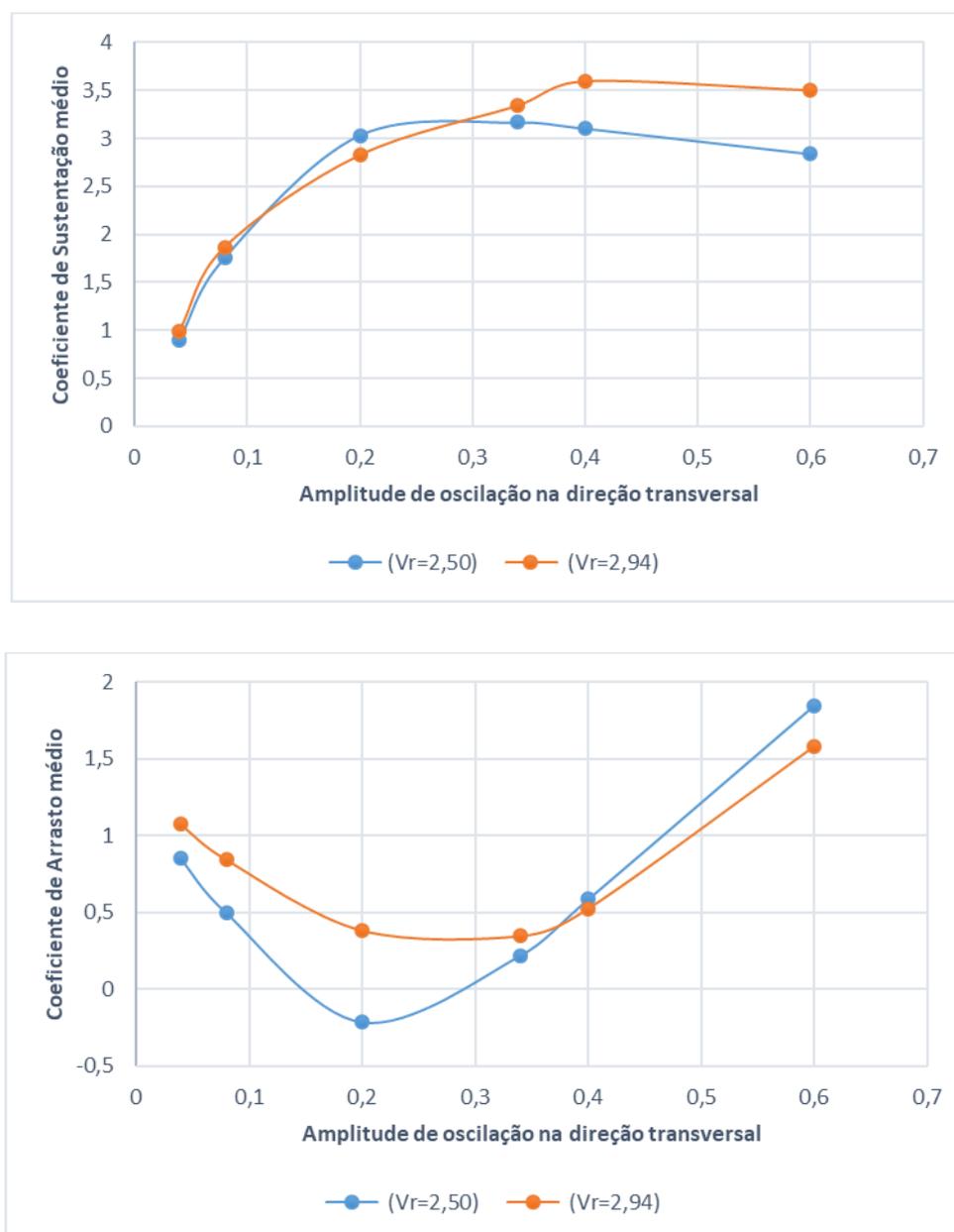
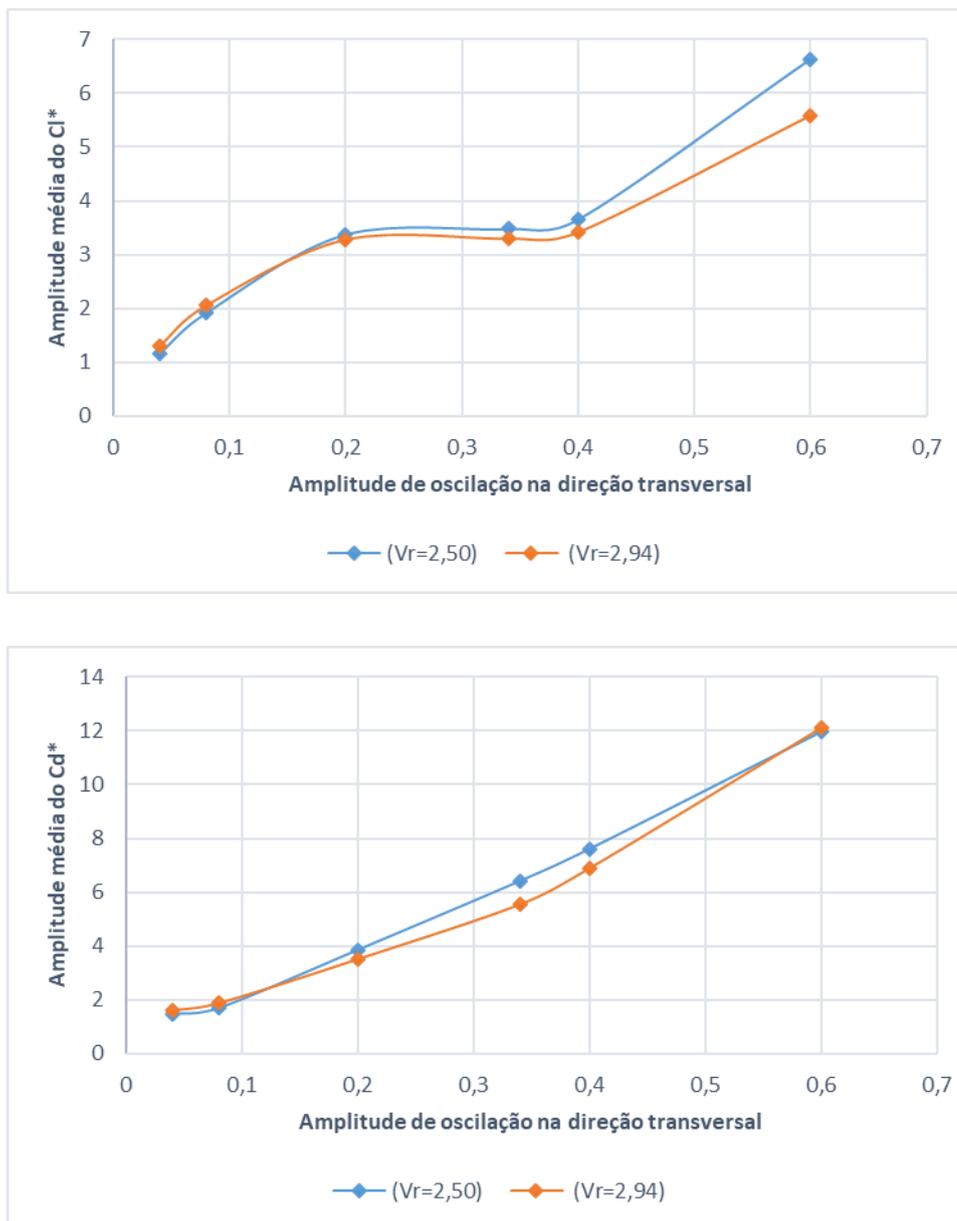


Figura 5.54: Influência da amplitude transversal sobre os coeficientes fluidodinâmicos integrados

Aumentando o valor da amplitude transversal imposta ao corpo, esta influência no acréscimo do valor das amplitudes das curvas temporais do C_L e C_D .



*Distância entre $\overline{A_{Cl}^+}$ e $\overline{C_L}$

** Distância entre $\overline{A_{Cd}^+}$ e $\overline{C_D}$

Figura 5.55: Influência da amplitude transversal sobre os coeficientes fluidodinâmicos

A Figura (5.56) é uma importante representação da trajetória percorrida pelo corpo durante um período de oscilação. Para casos onde a amplitude transversal é $A_y \leq 0,13$, se observa uma oscilação com predominância na direção do escoamento. Já para amplitudes $A_y > 0,13$, a trajetória do corpo tende na direção transversal ao escoamento incidente.

Esta trajetória é importante para identificarmos os pontos A,B,C,D e E utilizados para obtenção da esteira instantânea de vórtices.

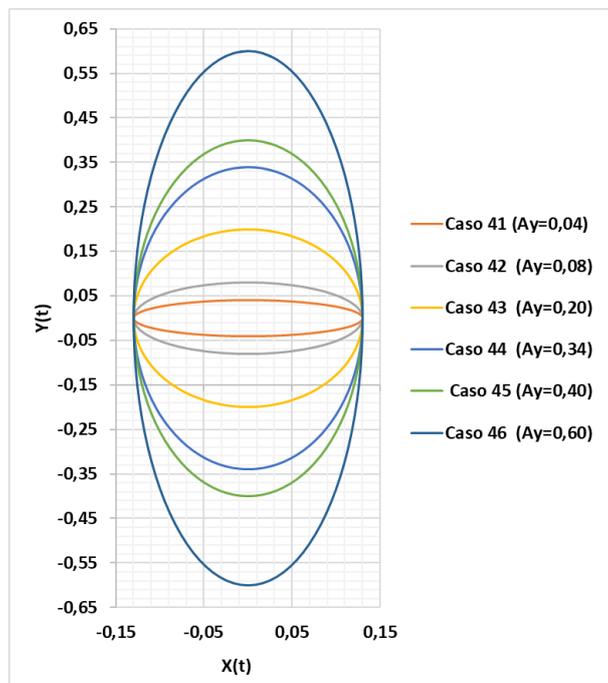
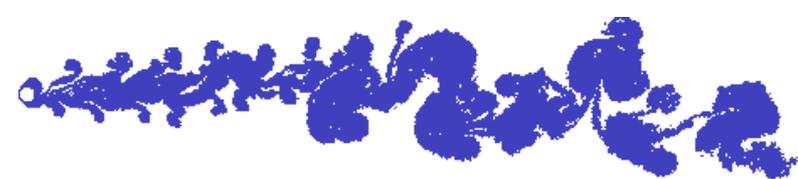
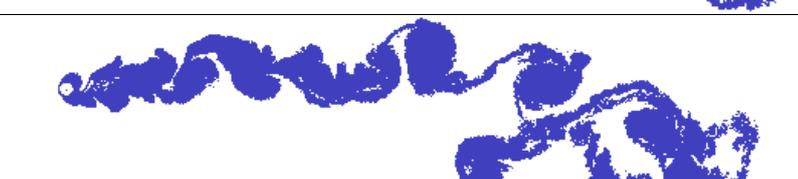
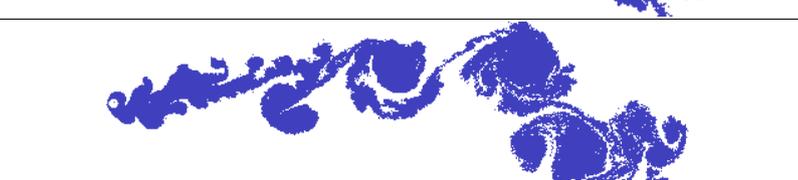
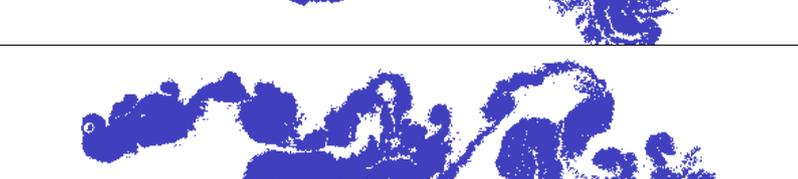


Figura 5.56: Trajetória do cilindro circular conforme variação da amplitude de oscilação transversal para $A_x = 0,13$.

Apesar da variação da amplitude da oscilação forçada transversal não interferir nos valores das frequências das cargas fluidodinâmicas, nem na sincronização em ambas as direções longitudinal e transversal, os modos de desprendimento de vórtices, assim como a esteira de vórtices são influenciados pela variação deste parâmetro, conforme Figura (5.57). Para $A_y < A_x$, a esteira predomina com características típicas de oscilação forçada longitudinal nestes mesmos parâmetros, possuindo tendência ao modo simétrico. Quando $A_y > A_x$, a esteira é caracterizada pela formação de intensa coalescência de vórtices nas proximidades do corpo.

A_y	$V_{R_x} = V_{R_y} = 2,50; A_x = 0,13$	
0,04		Caso 41 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,08		Caso 42 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,13		Caso 18 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,20		Caso 43 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,34		Caso 44 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,40		Caso 45 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,60		Caso 46 $f_{osc} = 0,40$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$

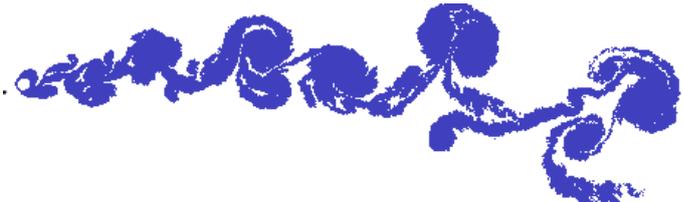
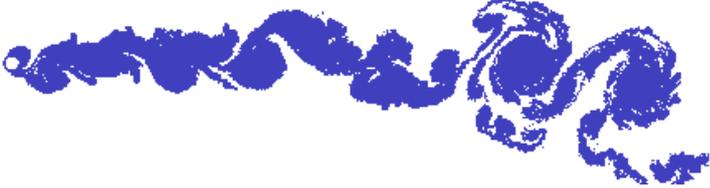
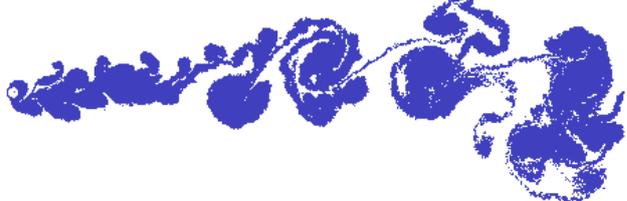
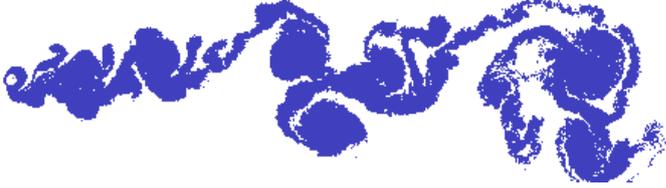
A_y	$V_{Rx} = V_{Ry} = 2,94; A_x = 0,13$	
0,04		Caso 47 $f_{osc} = 0,34$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,08		Caso 48 $f_{osc} = 0,34$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,13		Caso 17 $f_{osc} = 0,34$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,20		Caso 49 $f_{osc} = 0,34$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,34		Caso 50 $f_{osc} = 0,34$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,40		Caso 51 $f_{osc} = 0,34$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$
0,60		Caso 52 $f_{osc} = 0,34$ $f_{osc}/f_{CL} = 1,0$ $f_{osc}/f_{CD} = 1,0$

Figura 5.57: Esteira característica de cilindro circular oscilando com 2 g.d.l. e variando amplitude transversal de oscilação.

Capítulo 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1 Principais Conclusões

Neste trabalho utilizou-se uma versão puramente Lagrangeana do M.V.D. para a análise numérica do escoamento bidimensional ao redor de um cilindro circular isolado e oscilando forçadamente com até dois graus de liberdade usando um valor elevado do número de Reynolds, $Re=10^5$. Este assunto é de grande interesse no meio tecnológico, pois esta configuração aparece com bastante frequência em estruturas marítimas, como os *risers* de produção e umbilicais de plataformas de petróleo, e também no meio acadêmico, uma vez que se trata do estudo de fenômenos complexos originados do escoamento ao redor de uma geometria simples: cilindro circular. Os *risers* são estruturas críticas e devem ser projetados com grandes coeficientes de segurança, a fim de evitar desastres naturais e interrupções de produção de petróleo. O elevado custo destas estruturas tem garantido muitos esforços na busca de uma melhor compreensão do fenômeno de V.I.V. e de suas implicações na operação de *risers*. Esta foi a principal motivação tecnológica para o desenvolvimento deste trabalho.

O objetivo fundamental do trabalho concentrou-se na procura de uma melhor compreensão do fenômeno de acoplamento vibração/escoamento, com a consequente diminuição da incerteza na determinação das forças fluidodinâmicas que atuam nos

elementos cilíndricos de plataformas *offshore* de produção de petróleo. A metodologia utilizada neste trabalho permitiu o cálculo dos carregamentos fluidodinâmicos atuantes sobre a superfície do cilindro circular considerando-se a dinâmica do campo de vorticidades. Os resultados numéricos para carregamentos fluidodinâmicos foram inicialmente aferidos para o modelo estrutural do corpo estacionário e isolado e apresentaram uma concordância muito boa com resultados experimentais encontrados na literatura.

Há dificuldades para a realização de ensaios experimentais baseados em escala reduzida para os “*risers*” e dutos submarinos. Os resultados numéricos se tornam importantes e auxiliam nos entendimentos fundamentais do fenômeno de atrelagem síncrona. A abordagem baseada em C.F.D., apesar de poderosa e promissora, encontra dificuldades ainda insuperáveis relacionados à tridimensionalidade do problema. A técnica experimental, por sua vez, não consegue representar, de maneira apropriada, o *riser* real, não só porque a distorção de escala é expressiva como, também, porque a condição ambiental é muito difícil de ser reproduzida em laboratório. Neste contexto, o presente trabalho apresentou uma boa compreensão do fenômeno de sincronização para as condições de vibração forçada transversal e longitudinal em relação à direção do escoamento incidente, além da combinação de vibrações com dois graus de liberdade. Embora existam diferentes aspectos a ser analisados para uma aplicação ao problema prático, foi possível tirar conclusões importantes.

A região da esteira próxima de um cilindro circular é a parte do escoamento perturbado que recebeu a maior atenção neste trabalho. Verificou-se a presença de grandes estruturas vorticosas formadas na porção desta região, também denominada de região de esteira próxima. Estas estruturas vorticosas são advectadas ao longo da esteira, ao mesmo tempo em que decaem de intensidade por efeitos de difusão viscosa. A forma e o decaimento de tais estruturas dependem do estado do escoamento nesta região, que pode ser laminar, transicional ou turbulento. A característica fundamental dos escoamentos analisados neste trabalho é a sincronização entre a frequência de emissão de vórtices e a frequência de vibração dominante da estrutura. Para esta condição os efeitos tridimensionais são bastante reduzidos na região da esteira próxima. A literatura mostra que a esteira de vórtices para um cilindro isolado e estacionário até $Re \approx 180-220$ é bidimensional; a partir deste valor, sinais de turbulência e, conseqüentemente, de tridimensionalidade, começam a aparecer.

É importante registrar que os resultados obtidos são bastante restritos dada a complexidade do fenômeno de V.I.V.. Os modelos estudados neste trabalho trataram V.I.V. de cilindros rígidos forçados a vibrar sob hipótese de escoamento bidimensional e com até dois graus de liberdade. Na prática, um *riser* é uma estrutura flexível, possui pelo menos dois graus de liberdade relevantes à V.I.V. e o escoamento é, ao menos fracamente, tridimensional.

Para a representação do corpo e para a geração de vorticidade foi utilizado um critério mais apurado para verificação das condições de contorno. Conforme comentado nas seções anteriores, para garantir a condição de impenetrabilidade e a condição de escorregamento nulo impõe-se a condição de aderência. Estando o corpo estacionário ou em movimento, essa condição mostra que na sua fronteira as velocidades normais e tangenciais devem ser iguais à velocidade do corpo. Neste estudo, a fronteira do corpo foi representada por painéis planos, logo, sobre o ponto de controle de cada painel plano verificou-se simultaneamente somatórios de velocidade tangencial e de velocidade normal induzidas iguais a zero. A condição de impenetrabilidade foi obtida através do Método de Painéis (distribuição de fontes com densidade constante e condição de contorno de Neumann). Já a condição de escorregamento nulo foi verificada através da distribuição de vórtices discretos nascentes de Lamb. Os dois sistemas lineares de equações formados apresentam um problema sequencial para a suas soluções. Em um primeiro instante, para garantir a impenetrabilidade, calcula-se a interação painel-painel e painel-vórtice, obtendo uma solução para o sistema linear de fontes. Já em um segundo instante, para garantir o escorregamento-nulo, novos vórtices discretos de Lamb são gerados no ponto de controle de cada painel, porém esse surgimento de novos vórtices discretos causa um desbalanceamento na condição de impenetrabilidade já calculada, chegando-se em uma divergência nos resultados. Para resolver esse impasse, criou-se um processo iterativo para fazer com que esse desbalanceamento seja o menor possível. A equação matricial de fontes é resolvida inicialmente e, em seguida o escoamento incidente e as fontes geradas são usados para resolver a equação matricial de vórtices nascentes. Após alguns experimentos (BIMBATO, 2012), concluiu-se que dez iterações deste processo são suficientes para que os resultados convergem e as duas condições de contorno sejam simultaneamente satisfeitas.

Para vibrações forçadas na mesma direção do escoamento incidente (*in-line*), os resultados numéricos foram obtidos em termos de velocidade reduzida, para a

classificação dos modos de formação de vórtices, adotando-se $1,67 \leq V_R \leq 25$. Os regimes de formação de vórtices encontrados foram o modo simétrico (S-I), o modo antissimétrico (Kármán e A-IV) e o modo de competição entre o modo simétrico (S) e modo antissimétrico (A-III), identificado como (S + A-III). Mesmo para número de Reynolds adotado nas simulações igual a $Re=10^5$, os modos de sincronização foram identificados em conformidade com os experimentos de Ongoren & Rockwell (1988) para $Re=855$. Todas as simulações numéricas realizadas com oscilação forçada somente na direção longitudinal obtiveram sincronização entre as frequências de oscilação forçada na direção longitudinal e a frequência de oscilação da curva do coeficiente de arrasto. Conclui-se que o código computacional desenvolvido utilizando o M.V.D. associado a um modelo estrutural de vibração forçada foi capaz de reproduzir modos típicos para vibrações na direção longitudinal (*in-line*).

Para vibrações forçadas na direção transversal ao escoamento incidente (*cross-flow*), os resultados numéricos foram obtidos em termos de velocidade reduzida, para a classificação dos modos de formação de vórtices, adotando-se $1,67 \leq V_R \leq 25$. Os regimes de formação de vórtices encontrados foram o modo Kármán, o modo 2S de desprendimento de dois vórtices singulares, o modo 2P de desprendimento de dois pares de vórtices e o fenômeno de coalescência. Mesmo para número de Reynolds adotado nas simulações igual a $Re=10^5$ os modos de sincronização foram identificados em conformidade com os experimentos de (WILLIAMSON e ROSHKO, 1988). Para velocidades reduzidas $V_{Rv} \leq 5,0$, as simulações numéricas realizadas com oscilação forçada somente na direção transversal obtiveram sincronização entre as frequências de oscilação forçada na direção transversal e a frequência de oscilação da curva do coeficiente de sustentação. Conclui-se que o código computacional desenvolvido utilizando o M.V.D. associado a um modelo estrutural de vibração forçada foi capaz de reproduzir modos típicos para vibrações na direção transversal (*cross-flow*).

Para vibrações forçadas com dois graus de liberdade, os resultados numéricos apresentaram resultados bastante satisfatórios mantendo tendências ao regime de sincronização. Nos casos que possuem mesma velocidade reduzida longitudinal e transversal assim como mesma amplitude de oscilação nestas direções, os regimes de formação de vórtices encontrados não possuem padrão para a identificação, evidenciando apenas algumas semelhanças com os modos clássicos de V.I.V. em uma direção. Tais

semelhanças foram identificadas e a esteira de vórtices apresenta uma formação caracterizada pela sobreposição dos modos de sincronização encontrados para um grau de liberdade, tanto na direção longitudinal como na direção transversal. Nos casos analisados que possuem $V_{R_x} = V_{R_y}$ na faixa entre $V_R \geq 12,50$ e $A_x = A_y = 0,13$, os regimes de formação de vórtices encontrados assemelham-se com o modo antissimétrico de Kármán. Portanto, tais frequências de oscilação forçada são tão baixas que o regime de formação de vórtices se comporta aproximadamente igual ao cilindro circular sem oscilação. Os resultados numéricos captaram com sucesso regimes de lock-in simples e duplo. No entanto, há dificuldade para classificar os modos de formação de vórtices devido a diferentes competições dos regimes. Não foi identificado na literatura uma classificação de modos específicos para desprendimento de vórtices em cilindro circular oscilando com dois graus de liberdade. Nesta condição de análise, a principal contribuição do trabalho evidenciou que a sincronização, em simulações numéricas que oscilam forçadamente na direção longitudinal e transversal, conserva as mesmas sincronizações características das oscilações forçadas em apenas uma direção. Ou seja, as relações f_x/f_{CD} e f_y/f_{CL} , no caso de oscilações forçadas com dois graus de liberdade, são as mesmas que no caso de oscilação forçada apenas na direção longitudinal e oscilação forçada apenas na direção transversal, respectivamente.

Ainda sobre vibrações forçadas com dois graus de liberdade, objetivou-se analisar a influência da variação da frequência da oscilação forçada longitudinal ou transversal e variação da amplitude de oscilação forçada longitudinal ou transversal sobre alguns resultados analisados anteriormente com $V_{R_x} = V_{R_y}$ e $A_x = A_y$. Abaixo as conclusões obtidas para tais situações.

1. Variação da frequência de oscilação na direção longitudinal

- Não influencia significativamente na sincronização de $f_x = f_{CD}$.
- Interfere na frequência da curva temporal do coeficiente de sustentação (f_{CL}), portanto influencia na sincronização na direção transversal.
- Aumento da V_{R_x} denota características à esteira advindas de casos de oscilação forçada na direção transversal (Esteira modo 2P).

2. Variação da frequência de oscilação na direção transversal

- Mesmo para altos valores V_{Ry} , ocorre a sincronização na direção transversal ($f_y = f_{CL}$). Ou seja, nesta direção o fenômeno de V.I.V. são menos sensíveis à oscilação forçada do que na direção longitudinal.
- Não interfere na frequência da curva temporal do coeficiente de arrasto (f_{CD}), portanto influencia na sincronização na direção longitudinal.
- Baixos valores de V_{Ry} intensificam coalescência sobre a esteira à jusante do corpo.

3. Variação da amplitude de oscilação na direção longitudinal

- Não influencia no fenômeno de sincronização em ambas as direções. Para a amplitude $A_x = 0,60$, observou-se alteração na frequência de oscilação da curva do coeficiente de sustentação.
- Aumento do valor A_x eleva o valor dos coeficientes fluidodinâmicos integrados $\overline{C_L}$ e $\overline{C_D}$ e as amplitudes médias das curvas dos coeficientes integrados $\overline{A_{CL}}$ e $\overline{A_{CD}}$.
- Aumento de A_x intensifica o fenômeno de coalescência na esteira próxima ao corpo.

4. Variação da amplitude de oscilação transversal

- Não influencia no fenômeno de sincronização em ambas as direções.
- Aumento do valor de A_y eleva o valor do coeficiente de sustentação médio $\overline{C_L}$ (até este se manter praticamente constante) e das amplitudes médias das curvas dos coeficientes integrados $\overline{A_{CL}}$ e $\overline{A_{CD}}$.
- Aumento de A_y intensifica o fenômeno de coalescência na esteira próxima ao corpo.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como sugestões para trabalhos futuros ficarão a execução de simulações com efeitos de interferência e de transferência de calor por advecção mista.

O efeito solo, para o caso dos dutos submarinos, é um fenômeno que deve ser incluído nas análises. Pode-se agregar a esta sugestão o uso de modelagem de rugosidade (BIMBATO, 2012); dependendo do valor da rugosidade, as asperezas da superfície do

corpo e do chão irão interferir no tempo de dissipação das estruturas vorticosas que se formam na esteira próxima ao corpo.

A extensão do presente código computacional para a inclusão de mecanismos de transferência de calor por advecção mista (OGAMI, 2001 e ALCÂNTARA PEREIRA & HIRATA, 2003) permitirá que os fenômenos estudados sejam investigados sob nova ótica.

Novas investigações podem ser feitas para o problema de oscilação forçada com dois graus de liberdade para diferentes frequências e amplitudes de oscilação forçada com o intuito de mapear novas regiões que presenciam os fenômenos de sincronização, ou *lock-in*.

Movimento de rotação pode ser facilmente incorporado ao código numérico para tais situações de dois graus de liberdade, favorecendo condições mais realísticas ao problema.

Configurações com cilindros *in tandem* e oscilando em dois graus de liberdade podem ser investigados para observar fenômenos ligados a vibrações induzidas pela esteira.

Finalmente, o uso de processamento paralelo e a inclusão de efeitos tridimensionais nas simulações numéricas são objetivos que se vislumbra atingir em um futuro próximo.

Apêndice A – MODELO DE VÓRTICE DE LAMB

A difusão radial da vorticidade contida no interior do raio do núcleo de um vórtice pontual, localizado no plano, pode ser representada graficamente conforme Figura (A.1), Alcântara Pereira (2016).

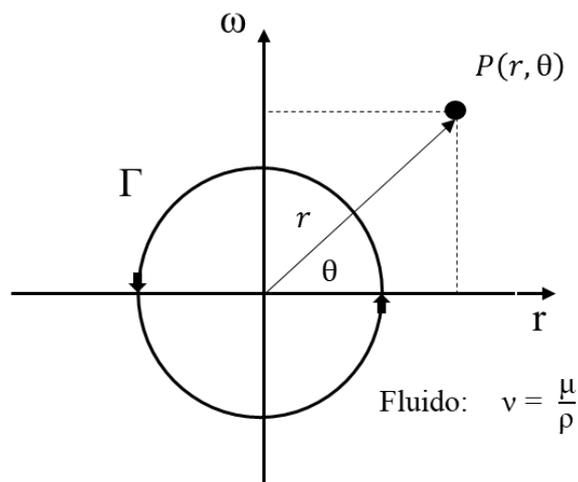


Figura A.1: Difusão radial da vorticidade.

sendo Γ a intensidade do vórtice pontual e $\omega(r,t)$ a distribuição radial da vorticidade.

A intensidade do vórtice pontual é definida como:

$$\Gamma = \int_0^{\infty} \omega 2\pi r dr \quad (\text{A.1})$$

A E.T.V. em coordenadas cilíndricas (r, θ, z) é escrita como:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_r \frac{\partial \omega}{\partial r} + U_\theta \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + W \frac{\partial \omega}{\partial z} = \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right] \quad (\text{A.2})$$

Considerando a simetria do problema e somente o efeito de difusão aplicado à Eq.

(A.2), ou seja, $\left(U_r = 0 \text{ e } \frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \right)$, tem-se:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \partial \omega}{\partial r} \right) \quad (\text{A.3})$$

Utiliza-se a técnica da análise dimensional para obter uma expressão da velocidade tangencial induzida por um vórtice pontual. Para isto, seguem-se os respectivos passos:

1° **Passo:** Relação Funcional: $F\left(\frac{\omega}{\Gamma}, r, t, \nu\right) = 0$.

Portanto, há 4 grandezas.

2° **Passo:** Ordem da matriz dimensional (r), Figura (A.2)

	$\frac{\omega}{\Gamma}$	r	t	ν
M	0	0	0	0
L	-2	1	0	2
T	0	0	1	-1
θ	0	0	0	0

 \longrightarrow

1	0	$\neq 0$
0	1	
r	t	

Figura A.1: Matriz dimensional para a difusão da vorticidade.

Portanto, $r = 2$.

3° **Passo:** Obtenção dos $n - r = 4 - 2 = 2(\text{II})$ - Método Expedito

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Comprimento representativo} \\ \text{Velocidade representativa} \end{array} \right\} = \text{Tempo representativo: } t = T \rightarrow T = t$$

$$\{\text{Propriedades dos fluidos}\} = \text{Propriedade fluidos: } \nu = L^2 T^{-1} \rightarrow L = (\nu t)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Pi_1 = \frac{\omega}{\Gamma} = L^{-2} = ((vt)^{1/2})^{-2} = (vt)^{-1} \rightarrow \Pi_1 = \frac{\omega}{\Gamma} vt.$$

$$\Pi_2 = r = L = (vt)^{1/2} \rightarrow \Pi_2 = \frac{r}{\sqrt{vt}}.$$

4° *Passo*: Relação adimensional: $\mathcal{G}(\Pi_1, \Pi_2) = 0$.

$$\mathcal{G}\left(\frac{\omega}{\Gamma} vt, \frac{r}{\sqrt{vt}}\right) = 0 \quad (\text{A.4})$$

Considerando $\eta = \frac{\Gamma}{vt} f(\eta)$, a relação adimensional definida pela Eq (A.4) pode ser escrita como:

$$\omega = \frac{\Gamma}{vt} = f(\eta) \quad (\text{A.5})$$

e cujas derivadas tomam a seguinte forma:

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{1}{\sqrt{vt}} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = -\frac{1}{2} r v (vt)^{-3/2} = \frac{1}{2} \frac{r}{\sqrt{vt}} \frac{1}{t} = -\frac{\eta}{2t} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} &= -\frac{\Gamma v}{(vt)^2} f(\eta) + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{\Gamma}{vt} = -\frac{\Gamma}{vt^2} f(\eta) + \frac{\partial f}{\partial \eta} \left(-\frac{\eta}{2t}\right) \frac{\Gamma}{vt} = \\ &= -\frac{\Gamma}{vt^2} \left(f(\eta) + \frac{1}{2} \eta \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{\Gamma}{vt} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{1}{\sqrt{vt}} = \frac{\Gamma}{vt \sqrt{vt}} \frac{\partial f}{\partial \eta} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) &= \frac{\partial \omega}{\partial r} + r \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} = \frac{\Gamma}{\nu t \sqrt{\nu t}} \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{r \Gamma}{\nu t \sqrt{\nu t}} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \frac{\partial \eta}{\partial r} = \\ &= \frac{\Gamma}{\nu t \sqrt{\nu t}} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) = \frac{\Gamma}{\eta t \sqrt{\nu t} \sqrt{\nu t}} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) = \frac{\Gamma}{\eta \nu t^2} \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \quad (\text{A.11})$$

Substituindo as derivadas anteriores na Eq. (A.3) resulta:

$$\left(-f - \frac{1}{2} \eta \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \frac{\Gamma}{\nu t^2} = \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \frac{\Gamma}{\nu t^2} \quad (\text{A.12})$$

Ajustando:

$$2\eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + 2 \frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta^2 \frac{\partial f}{\partial \eta} + 2f\eta = 0 \text{ ou } 2nf'' + 2f' + \eta^2 f' + 2f\eta = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \right)$$

$$2(\eta f')' + (2f\eta + \eta^2 f') = 0 \rightarrow \text{Integrando em rela\c{c}\~{a}o a } \eta$$

$$2\eta f' + \eta^2 f = A \rightarrow \text{onde } A = 0, \text{ pois } f'(0) = 0$$

Dividindo membro a membro a equa\c{c}\~{a}o acima por η , resulta:

$$2f' + \eta f = 0 \rightarrow 2 \frac{df}{d\eta} + \eta f = 0 \rightarrow \frac{df}{f} = -\frac{\eta}{2} d\eta; \text{ integrando:}$$

$$\log_e f = -\frac{\eta^2}{4} + C \rightarrow \log_e f - \log_e B = -\frac{\eta^2}{4} \text{ ou}$$

$$f(\eta) = B \exp\left(-\frac{\eta^2}{4}\right).$$

Mas, sabe-se que:

$$\Gamma = \int_0^{\infty} \omega 2\pi r dr \quad (\text{A.13})$$

Como $B = \frac{1}{4\pi}$ tem-se, em termos de variáveis dimensionais, a equação que mostra uma distribuição Gaussiana da vorticidade:

$$\omega(r, t) = \frac{\Gamma}{4\pi\nu t} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \quad (\text{A.14})$$

A utilização da definição de vorticidade permite calcular imediatamente a velocidade tangencial induzida por um vórtice discreto de Lamb:

$$\omega = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU_{\theta}) \quad \rightarrow \quad U_{\theta} = \frac{1}{r} \int_0^r \omega r dr$$

Assim, U_{θ} resulta na seguinte expressão:

$$U_{\theta} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (\text{A.15})$$

A Figura (A.2) representa graficamente o comportamento da distribuição da vorticidade e da velocidade tangencial no interior do raio do núcleo de um vórtice discreto de Lamb de intensidade Γ . O raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb é definido por $\sigma = \sqrt{4\nu\Delta t}$ em analogia com o conceito de raio de penetração da vorticidade a partir de uma fronteira sólida durante um incremento de tempo.

Este modelo de partícula é apropriado para a representação dos vórtices discretos no domínio fluido, que induzem velocidade sobre os pontos de geração de novos vórtices discretos e que induzem velocidade sobre os outros vórtices discretos da nuvem.

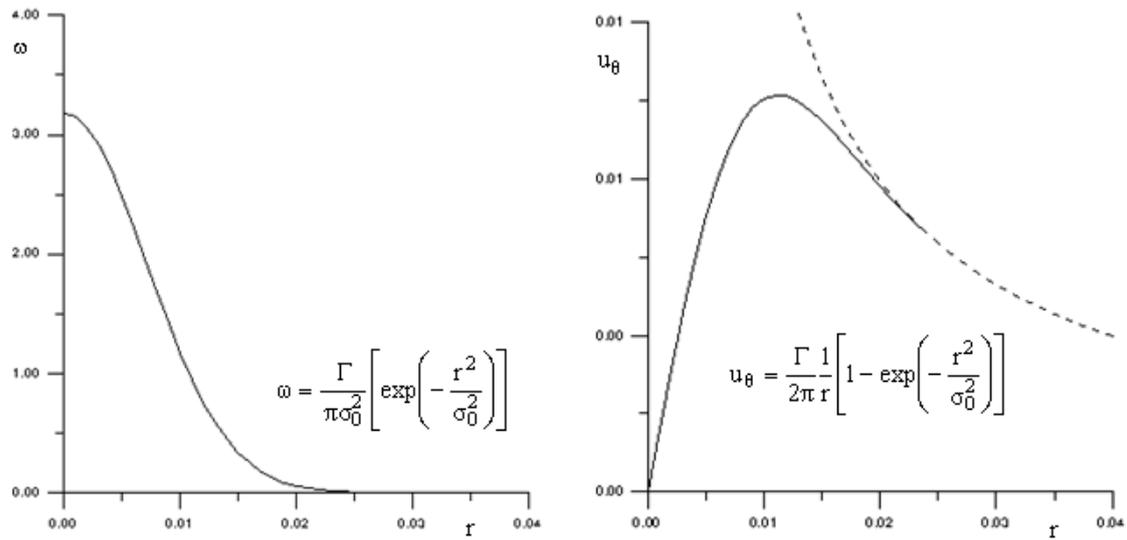
(a) Distribuição de vorticidade, ω (b) velocidade tangencial induzida, u_θ

Figura A.2: Modelo do vórtice discreto de Lamb.

Apêndice B – O CÓDIGO NUMÉRICO DESENVOLVIDO: TWO-DEGREES-OF-FREEDOM

A Figura (B.1) apresenta a estrutura do programa computacional desenvolvido em linguagem FORTRAN para entendimentos iniciais do usuário.

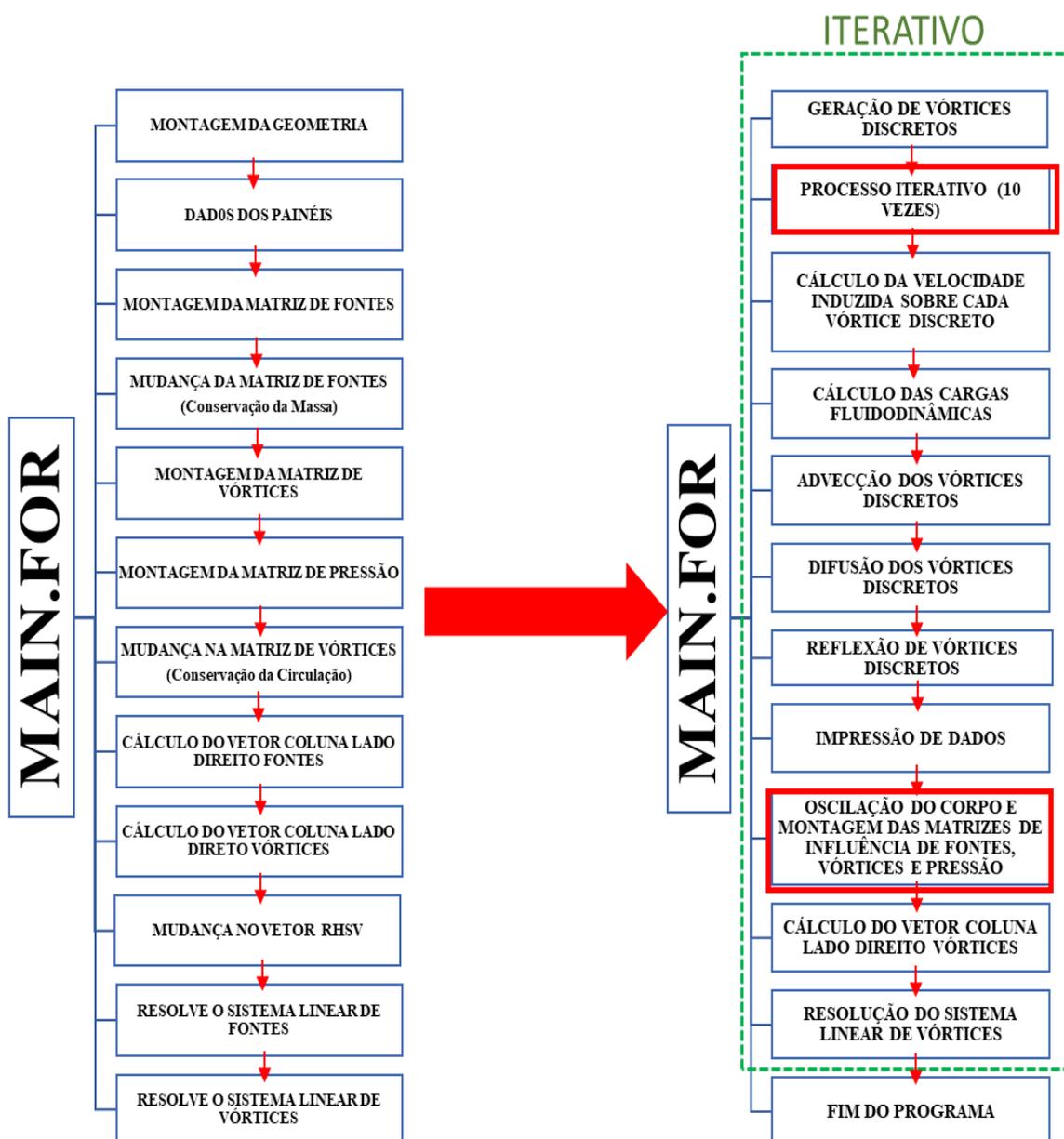


Figura B.1: Estrutura computacional do programa *TWO-DEGREES-OF-FREEDOM-FOR*.

Referências Bibliográficas

ACHENBACH, E.; HEINECKE, E. On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of Reynolds numbers 6×10^3 to 5×10^6 . **Journal of fluid mechanics**, v. 109, p. 239-251, 1981.

AGUIRRE, J. E. Flow-induced in-line vibrations of a circular cylinder. **Doctoral Dissertation, Imperial College of Science and Technology**, 1977.

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A. Simulação Numérica do escoamento em torno de um corpo de forma arbitrária utilizando o método de vórtices discretos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá. 1999.

ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., RICCI, J.E.R., HIRATA, M.H., SILVEIRA- NETO, A, Simulation of Vortex-Shedding Flow about a Circular Cylinder with Turbulence Modeling”. **Internal Society of CFD**, Vol. 11, nº 3, October, 315-322p. 2002.

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A.; HIRATA, M. H. Heat Transfer in the Wake Behind a Body Using A Particle Method. In: **17th International Congress of Mechanical Engineering, Proceedings of COBEM**. p. 10-14. 2003.

ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., Notas de Aula do Curso MCC10: Método de Partículas de Lagrangeanos, CPGEM-UNIFEI. 2016.

ANDERSON, Christopher Radcliff et al. (Ed.). **Vortex dynamics and vortex methods**. American Mathematical Soc., 1991.

ASSI, Gustavo RS; BEARMAN, P. W.; KITNEY, N. Low drag solutions for suppressing vortex-induced vibration of circular cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 25, n. 4, p. 666-675, 2009.

BAARHOLM, Gro S.; LARSEN, Carl M.; LIE, Halvor. On fatigue damage accumulation from in-line and cross-flow vortex-induced vibrations on risers. **Journal of Fluids and Structures**, v. 22, n. 1, p. 109-127, 2006.

BARBA, Lorena A. **Vortex Method for computing high-Reynolds number flows: Increased accuracy with a fully mesh-less formulation.** Tese de Doutorado. California Institute of Technology. 2004.

BATCHELOR, G. K. 1967 *An Introduction to Fluid Dynamics.* 1970.

BEARMAN, P. W.; ZDRAVKOVICH, M. M. Flow around a circular cylinder near a plane boundary. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 89, n. 1, p. 33-47, 1978.

BEARMAN, Peter W. Vortex shedding from oscillating bluff bodies. **Annual review of fluid mechanics**, v. 16, n. 1, p. 195-222, 1984.

BEARMAN, P. W. Circular cylinder wakes and vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 27, n. 5, p. 648-658, 2011.

BIMBATO, Alex Mendonça; PEREIRA, Luiz Antonio Alcântara; HIRATA, Miguel Hiroo. Study of the vortex shedding flow around a body near a moving ground. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 99, n. 1, p. 7-17, 2011.

BIMBATO, Alex Mendonça; PEREIRA, Luiz Antonio Alcântara; HIRATA, Miguel Hiroo. Vortex shedding suppression on a bluff body in the vicinity of a moving ground. 2012.

BISHOP, R. E. D.; HASSAN, A. Y. The lift and drag forces on a circular cylinder in a flowing fluid. In: **Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences.** The Royal Society, p. 32-50. 1964.

BLACKBURN, Hugh M.; HENDERSON, Ron D. A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 385, p. 255-286, 1999.

BLEVINS, Robert D. *Applied fluid dynamics handbook.* New York, Van Nostrand Reinhold Co., 1984, 568 p., 1984.

BLEVINS, Robert D. *Flow-induced vibration.* 1990.

BLEVINS, R. D.; SAINT-MARCOUX, Jean-François. Wake of a vibrating cylinder at $Re = 105$. In: **Proceedings of the ASME 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Rotterdam, The Netherlands.** 2011.

BRØNS, M.; THOMPSON, M. C.; LEWEKE, T. Vorticity generation and conservation for two-dimensional interfaces and boundaries. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 758, p. 63-93, 2014.

CAGNEY, N.; BALABANI, S. Mode competition in streamwise-only vortex induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 41, p. 156-165, 2013.

CAGNEY, N.; BALABANI, S. Streamwise vortex-induced vibrations of cylinders with one and two degrees of freedom. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 758, p. 702-727, 2014.

CHAPLIN, J. R.; BEARMAN, P. W.; CHENG, Y.; FONTAINE, E. Blind predictions of laboratory measurements of vortex-induced vibrations of a tension riser. **Journal of fluids and structures**, v. 21, n. 1, p. 25-40, 2005.

CARBERRY, J.; SHERIDAN, J.; ROCKWELL, D. Forces and wake modes of an oscillating cylinder. **Journal of Fluids and Structures**, v. 15, n. 3-4, p. 523-532, 2001.

CARBERRY, J.; GOVARDHAN, R.; SHERIDAN, J. Wake states and response branches of forced and freely oscillating cylinders. **European Journal of Mechanics-B/Fluids**, v. 23, n. 1, p. 89-97, 2004.

CARBERRY, J.; SHERIDAN, J.; ROCKWELL, D. Controlled oscillations of a cylinder: forces and wake modes. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 538, p. 31-69, 2005.

CHORIN, Alexandre Joel. Numerical study of slightly viscous flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 57, n. 4, p. 785-796, 1973.

COTTET, Georges-Henri; KOUMOUTSAKOS, Petros D. **Vortex methods: theory and practice**. Cambridge university press, 2000.

DAHL, J. M.; HOVER, F. S.; TRIANTAFYLLOU, M. S. Two-degree-of-freedom vortex-induced vibrations using a force assisted apparatus. **Journal of Fluids and Structures**, v. 22, n. 6, p. 807-818, 2006.

DAHL, J. M.; HOVER, F. S.; TRIANTAFYLLOY, M. S. Dual resonance in vortex-induced vibrations at subcritical and supercritical Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 643, p. 395-424, 2010.

DALTON, Charles. A review of vortex-induced vibrations. In: **Earth and Space 2010: Engineering, Science, Construction, and Operations in Challenging Environments**. p. 2161-2166. 2010.

DALTON, Charles. **Fundamentals of Vortex Induced Vibration**. University of Houston, England, 2013.

DE MORAES, Paulo Guimarães. **Efeitos de Interferência entre Dois Corpos Idênticos Alinhados com o Escoamento**. Tese de Doutorado. UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ. 2011.

EID, Mohammed; ZIADA, Samir. Vortex shedding and acoustic resonance of single and tandem finned cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 27, n. 7, p. 1035-1048, 2011.

EINSTEIN, Albert. **Investigations on the Theory of the Brownian Movement**. Courier Corporation, 1956.

FERZIGER, Joel H. **Numerical methods for engineering application**. 1981.

FYRILEIV, O.; AAMLID, O.; VENAS, A. Deepwater pipelines—status, challenges and future trends. **proceedings of the institution of mechanical engineers, Part M: Journal of engineering for the maritime environment**, v. 227, n. 4, p. 381-395, 2013.

GE, Fei et al. Flow-induced vibrations of long circular cylinders modeled by coupled nonlinear oscillators. **Science in China Series G: Physics Mechanics and Astronomy**, v. 52, n. 7, p. 1086-1093, 2009.

GERRARD, J. H. The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. **Journal of fluid mechanics**, v. 25, n. 2, p. 401-413, 1966.

GHONIEM, Ahmed F.; SHERMAN, Frederick S. Grid-free simulation of diffusion using random walk methods. **Journal of Computational Physics**, v. 61, n. 1, p. 1-37, 1985.

GOPALKRISHNAN, Ramnarayan. **Vortex-induced forces on oscillating bluff cylinders**. Tese de Doutorado. Massachusetts Institute of Technology. 1993.

GREENGARD, Leslie; ROKHLIN, Vladimir. A fast algorithm for particle simulations. **Journal of computational physics**, v. 73, n. 2, p. 325-348, 1987.

GRIFFIN, Owen M.; RAMBERG, Steven E. Vortex shedding from a cylinder vibrating in line with an incident uniform flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 75, n. 2, p. 257-271, 1976.

GULF OF MEXICO REGION - BOEM. Disponível em: < <https://www.boem.gov/Gulf-of-Mexico-Region/>>. Acesso em: 10 nov. 2016.

HELMHOLTZ, H. About integrals of hydrodynamic equations related with vortical motions. **J. für die reine Angewandte Mathematik**, v. 55, p. 25, 1858.

HIRATA, M. H.; PEREIRA, L. A. A.; RECICAR, J.N. High Reynolds number oscillations of a circular cylinder. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 30, n. 4, p. 304-312, 2008.

HOVER, F. S.; TECHET, A. H.; TRIANTAFYLLOU, M. S. Forces on oscillating uniform and tapered cylinders in cross flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 363, p. 97-114, 1998.

HU, Qi; GUMEROV, Nail A.; DURAISWAMI, Ramani. GPU accelerated fast multipole methods for vortex particle simulation. **Computers & Fluids**, v. 88, p. 857-865, 2013.

JAUVTIS, N.; WILLIAMSON, C. H. K. Vortex-induced vibration of a cylinder with two degrees of freedom. **Journal of Fluids and Structures**, v. 17, n. 7, p. 1035-1042, 2003.

JEON, David; GHARIB, Morteza. On the relationship between the vortex formation process and cylinder wake vortex patterns. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 519, p. 161-181, 2004.

KAMEMOTO, K. Development of the vortex methods for grid-free Lagrangian direct Numerical Simulation. In: **KSME/JSME THERMAL and FLUID Engineering Conference**. p. 542-547. 1994.

OJIMA, Akira; KAMEMOTO, Kyoji. Numerical simulation of unsteady flow around three-dimensional bluff bodies by an advanced vortex method. **JSME International Journal Series B Fluids and Thermal Engineering**, v. 43, n. 2, p. 127-135, 2000.

KAMEMOTO, Kyoji. Progressive Application of a Lagrangian Vortex Method into Fluid Engineering and Possibility of the Concept of Discrete Element Methods in Vortex Dynamics (Mathematical analysis of the Euler equations: 150 years of vortex dynamics). 2009.

KATZ, Joseph; PLOTKIN, Allen. Low-Speed Aerodynamics—From Wing Theory to Panel Models. Int. edn. 1991.

KEMPKA, S. N.; STRICKLAND, J. H. **A method to simulate viscous diffusion of vorticity by convective transport of vortices at a non-solenoidal velocity**. Sandia National Labs., Albuquerque, NM (United States), 1993.

KIM, S. W.; LEE, S. J.; PARK, C. Y.; KANG, D. An experimental study of a circular cylinder's two-degree-of-freedom motion induced by vortex. **International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering**, v. 8, n. 4, p. 330-343, 2016.

KOUMOUTSAKOS, Petros D. **Direct numerical simulations of unsteady separated flows using vortex methods**. Tese de Doutorado. California Institute of Technology. 1993.

KRAUSS, Clifford; BRODER, John M. Deepwater oil drilling picks up again as BP disaster fades. **New York Times**, 2012.

KRISHNAMOORTHY, S.; PRICE, S. J.; PAIDOUSSIS, M. P. Cross-flow past an oscillating circular cylinder: synchronization phenomena in the near wake. **Journal of fluids and structures**, v. 15, n. 7, p. 955-980, 2001.

KRUIJT, N. Turkey-Cyprus submerged floating freshwater pipeline. 2003.

LEI, Chengwang; CHENG, Liang; KAVANAGH, Ken. A finite difference solution of the shear flow over a circular cylinder. **Ocean Engineering**, v. 27, n. 3, p. 271-290, 2000.

LEONARD, Anthony. Vortex methods for flow simulation. **Journal of Computational Physics**, v. 37, n. 3, p. 289-335, 1980.

LEONARD, Anthony. Computing three-dimensional incompressible flows with vortex elements. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 17, n. 1, p. 523-559, 1985.

LEWIS, R. I. Vortex element methods for fluid dynamic analysis of engineering systems, **Cambridge UP, Cambridge**. 1991.

LIAO, J. C.; BEAL, D.N.; LAUDER, G.V. The Kármán gait: novel body kinematics of rainbow trout swimming in a vortex street. **Journal of experimental biology**, v. 206, n. 6, p. 1059-1073, 2003.

LIENHARD, John H. **Synopsis of lift, drag, and vortex frequency data for rigid circular cylinders**. Technical Extension Service, Washington State University, 1966.

MCCLURE, Jeffrey; YARUSEVYCH, Serhiy. Vortex shedding and structural loading characteristics of finned cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 65, p. 138-154, 2016.

MILNE-THOMSON, Louis Melville. **Theoretical hydrodynamics**. Courier Corporation, 1996.

MOE, G.; WU, Z. J. The lift force on a cylinder vibrating in a current. **Transactions of the ASME. Journal of Offshore Mechanics and Arctic**, v. 112, n. 4, p. 297-303, 1990.

MORSE, T. L.; WILLIAMSON, C. H. K. Fluid forcing, wake modes, and transitions for a cylinder undergoing controlled oscillations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 25, n. 4, p. 697-712, 2009.

MUSTTO, Angelo A.; HIRATA, Miguel H.; BODSTEIN, Gustavo CR. Discrete vortex method simulation of the flow around a circular cylinder with and without rotation. **AIAA Paper**, p. 98-2409, 1998.

NARENDRAN, K.; MURALI, K.; SUNDAR, V. Vortex-induced vibrations of elastically mounted circular cylinder at Re of the $O(10^5)$. **Journal of Fluids and Structures**, v. 54, p. 503-521, 2015.

NORBERG, Christoffer. Effects of Reynolds number and a low-intensity freestream turbulence on the flow around a circular cylinder. **Chalmers University, Goteborg, Sweden, Technological Publications**, v. 87, n. 2, 1987.

OGAMI, Yoshifumi; AKAMATSU, Teruaki. Viscous flow simulation using the discrete vortex model—the diffusion velocity method. **Computers & Fluids**, v. 19, n. 3-4, p. 433-441, 1991.

ONGOREN, A.; ROCKWELL, D. Flow structure from an oscillating cylinder Part 1. Mechanisms of phase shift and recovery in the near wake. **Journal of fluid Mechanics**, v. 191, p. 197-223, 1988.

PAÏDOUSSIS, Michael P.; PRICE, Stuart J.; DE LANGRE, Emmanuel. **Fluid-structure interactions: cross-flow-induced instabilities**. Cambridge University Press, 2010.

PANTON, Ronald L. Vorticity dynamics. **Incompressible Flow, Fourth Edition**, p. 289-325, 1984.

PARKINSON, G. V. Mathematical models of flow-induced vibrations of bluff bodies. **Flow-induced structural vibrations. (A 75-15253 04-39) Berlin, Springer-Verlag, 1974.,** p. 81-127, 1974.

PAULSEN, Gunnar; SOREIDE, T.H.; NIELSEN, F.G. Submerged floating pipeline in deep water. In: **The Tenth International Offshore and Polar Engineering Conference**. International Society of Offshore and Polar Engineers, 2000.

PERDIKARIS, Paris G.; KAIKTSIS, Lambros; TRIANTAFYLLOU, George S. Chaos in a cylinder wake due to forcing at the Strouhal frequency. **Physics of fluids**, v. 21, n. 10, p. 101705, 2009.

PEREIRA, Luiz Antonio Alcântara; HIRATA, Miguel Hiroo. ANTISYMMETRICAL MODE OF VORTEX SHEDDING DUE TO STREAMWISE VORTEX INDUCED VIBRATIONS OF A BLUFF BODY. 2012

PUCKETT, Elbridge G. Vortex methods- An introduction survey of selected research topics. **Incompressible computational fluid dynamics- Trends and advances, Cambridge, United Kingdom and New York, Cambridge University Press, 1993.,** p. 335-407, 1993.

RIBEIRO, Paulo Augusto Rodrigues. Desprendimento de vórtices e controle em esteira de cilindros por simulação numérica direta. 2002.

RICCI, J. E. R. Simulação Numérica do Escoamento ao Redor de um Corpo de Forma Arbitrária, Estacionado nas Imediações de uma Superfície Plana, com o Emprego do Método de Vórtices. **Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Departamento de Mecânica, Itajubá, MG, Brasil, Tese de Doutorado**, 2002.

RODRIGUEZ, O.; PRUVOST, J. Wakes of an oscillating cylinder. **Tiré à part- Office national d'études et de recherches aérospatiales**, 2000.

ROSENHEAD, L. The formation of vortices from a surface of discontinuity. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character**, v. 134, n. 823, p. 170-192, 1931.

ROSHKO, Anatol. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 10, n. 3, p. 345-356, 1961.

ROSHKO, A.; STEINOLFSON, A.; CHATTOORGOON, V. **Flow forces on a cylinder near a wall or near another cylinder**. CALIFORNIA INST OF TECH PASADENA, 1975.

ROSSI, Louis F. Resurrecting core spreading vortex methods: A new scheme that is both deterministic and convergent. **SIAM Journal on Scientific Computing**, v. 17, n. 2, p. 370-397, 1996.

ROSSI, Louis F. Merging computational elements in vortex simulations. **SIAM Journal on Scientific Computing**, v. 18, n. 4, p. 1014-1027, 1997.

ROSSI, Louis F. Achieving high-order convergence rates with deforming basis functions. **SIAM Journal on Scientific Computing**, v. 26, n. 3, p. 885-906, 2005.

ROSSI, Louis F. A comparative study of Lagrangian methods using axisymmetric and deforming blobs. **SIAM Journal on Scientific Computing**, v. 27, n. 4, p. 1168-1180, 2006.

SARPKAYA, Turgot. Fluid forces on oscillating cylinders. **NASA STI/Recon Technical Report A**, v. 78, p. 275-290, 1978.

SARPKAYA, T. Vortex-induced oscillations. **Journal of applied mechanics**, v. 46, n. 2, p. 241-258, 1979.

SARPKAYA, Turgut. Force on a circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan—Carpenter numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 165, p. 61-71, 1986.

SARPKAYA, Turgut. Computational Methods With Vortices- The 1988 Freeman Scholar Lecture. *ASME, Transactions, Journal of Fluids Engineering*, v. 111, p. 5-52, 1989.

SARPKAYA, T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations. *Journal of fluids and structures*, v. 19, n. 4, p. 389-447, 2004.

SCHEWE, Günter. On the force fluctuations acting on a circular cylinder in crossflow from subcritical up to transcritical Reynolds numbers. *Journal of fluid mechanics*, v. 133, p. 265-285, 1983.

SCHLICHTING, H., *Boundary-Layer Theory*. 1979.

SILVA, Hélia. Análise do escoamento ao redor de um corpo oscilante que se desloca com velocidade constante. *UNIFEI, Itajubá, MG, Brasil, Dissertação de Mestrado*, 2004.

SHINTANI, M.; AKAMATSU, T. Investigation of two dimensional discrete vortex method with viscous diffusion model. *Computational Fluid Dynamics Journal*, v. 3, n. 2, p. 237-254, 1994.

SILVA SIQUEIRA, B. O. P. **Formação de Vórtices em um Corpo que Oscila na mesma Direção do Escoamento Incidente**. Tese de Doutorado. UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ. 2011.

SRINIL, Narakorn; ZANGANEH, Hossein. Modelling of coupled cross-flow/in-line vortex-induced vibrations using double Duffing and van der Pol oscillators. *Ocean Engineering*, v. 53, p. 83-97, 2012.

SRINIL, Narakorn; ZANGANEH, Hossein; DAY, Alexander. Two-degree-of-freedom VIV of circular cylinder with variable natural frequency ratio: Experimental and numerical investigations. *Ocean Engineering*, v. 73, p. 179-194, 2013.

STAUBLI, T. Calculation of the vibration of an elastically mounted cylinder using experimental data from forced oscillation. *ASME J. Fluids Eng*, v. 105, n. 2, p. 225-229, 1983.

STOCK, Mark J. Summary of Vortex Methods Literature (a living document rife with opinion). 2007.

SUMER, B. M.; FREDSOE, J. **Hydrodynamics around cylindrical structures**. World scientific, 2006.

SZEPESSY, S.; BEARMAN, P. W. Aspect ratio and end plate effects on vortex shedding from a circular cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 234, p. 191-217, 1992.

TANEDA, Sadatoshi. Experimental investigation of vortex streets. **Journal of the Physical Society of Japan**, v. 20, n. 9, p. 1714-1721, 1965.

THANG, Nguyen D.; NAUDASCHER, Eduard. Vortex-excited vibrations of underflow gates. **Journal of Hydraulic Research**, v. 24, n. 2, p. 133-151, 1986.

THOMPSON, Mark; HOURIGAN, Kerry; SHERIDAN, John. Three-dimensional instabilities in the wake of a circular cylinder. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 12, n. 2, p. 190-196, 1996.

UHLMAN, J. S. **An integral equation formulation of the equation of an incompressible fluid**, Naval Undersea Warfare Center. TR 10-086, 1992.

VANDIVER, J. Kim; CHUNG, Tae Young. Hydrodynamic damping on flexible cylinders in sheared flow. **Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering**, v. 115, n. 2, p. 154-171, 1989.

ZANGANEH, Hossein; SRINIL, Narakorn. Interaction of wake and structure in two-dimensional vortex-induced vibrations. In: **International Conference on Advances and Challenges in Marine Noise and Vibration (MARNAV 2012)**. 2012.

ZDRAVKOVICH, Momchilo M. **Flow around Circular Cylinders: Volume 2: Applications**. Oxford University Press, 2003.

WANG, Zhiqian; YANG, Hezhen. Parametric instability of a submerged floating pipeline between two floating structures under combined vortex excitations. **Applied Ocean Research**, v. 59, p. 265-273, 2016.

WILLIAMSON, C. H. K. Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 159, p. 1-18, 1985.

WILLIAMSON, C. H. K.; ROSHKO, A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. **Journal of fluids and structures**, v. 2, n. 4, p. 355-381, 1988.

WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R. Vortex-induced vibrations. **Annu. Rev. Fluid Mech.**, v. 36, p. 413-455, 2004.

WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R. A brief review of recent results in vortex-induced vibrations. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 96, n. 6, p. 713-735, 2008.