

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Formação de Vórtices em um Corpo que Oscila
na mesma Direção do Escoamento Incidente**

Autor: Bruna Oliveira Passos e Silva Siqueira

Orientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira

Itajubá, Dezembro de 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Formação de Vórtices em um Corpo que Oscila na mesma Direção do Escoamento Incidente

Autor: **Bruna Oliveira Passos e Silva Siqueira**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Curso: **Mestrado em Engenharia Mecânica**

Área de Concentração: **Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Dezembro de 2011
MG – Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Formação de Vórtices em um Corpo que Oscila
na mesma Direção do Escoamento Incidente**

Autor: **Bruna Oliveira Passos e Silva Siqueira**

Orientador: **Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira**

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Leandro Franco de Souza – USP/São Carlos

Prof. Ph.D. Miguel Hiroo Hirata – FAT/UERJ

Prof. Dr. Hélcio Francisco Villa Nova – UNIFEI

Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira (Orientador) – UNIFEI

Dedicatória

*Dedico este trabalho ao meu marido Hélio Tadeu de Siqueira e ao meu filho Miguel
Passos Siqueira.*

*“Mais ágil que todo o movimento é a sabedoria.
Ela atravessa e penetra tudo, graças à sua pureza.”
Doutrina de Salomão.*

Agradecimentos

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus por mais uma etapa que está se concluindo em minha vida.

Deixo meu sincero agradecimento à minha família pelo apoio em todos os momentos desta caminhada, sem o qual eu não teria chegado aqui.

Ao Professor Luiz Antonio Alcântara Pereira pela confiança, apoio e incentivo, além da sua compreensão nos momentos necessários. Pela orientação a mim oferecida de forma clara e direta, me mostrando todo seu conhecimento e colaborando, assim, para o meu crescimento tanto pessoal quanto profissional.

Aos meus colegas do Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI, Alex Mendonça Bimbato e Paulo Guimarães de Moraes, que sempre se disponibilizaram a me ajudar contribuindo de maneira significativa na conclusão deste trabalho.

De forma especial, lembro também o Professor José Célio Dias, que desde a graduação me incentivou a fazer o curso de mestrado na UNIFEI.

Agradeço a todos meus amigos que sempre me deram força e não me deixaram desanimar no meio do caminho.

Por fim, agradeço a CAPES pela bolsa de estudos que me foi concedida durante o período em que desenvolvi esta Dissertação de Mestrado.

Resumo

O objetivo deste trabalho consiste no estudo do escoamento bidimensional ao redor de um cilindro circular estacionário ou oscilando forçadamente na mesma direção deste escoamento através de simulações numéricas utilizando o Método de Vórtices Discretos. Este assunto é de grande interesse no meio tecnológico, uma vez que o entendimento da formação e desprendimento de vórtices (*vortex shedding*) a partir de um simples cilindro oscilando forçadamente apresenta fenômenos tão complexos quanto aqueles que se manifestam nas geometrias mais complicadas. O escoamento não-permanente que se desenvolve a jusante do corpo induzirá flutuações nas forças de arrasto e de sustentação, o que pode fazer a estrutura vibrar, se houver sincronização com uma das frequências naturais do corpo; este fenômeno é conhecido como Vibração Induzida por Vórtices (V.I.V.). A movimentação do corpo por uma força externa causa um fenômeno chamado de Atrélagem Síncrona, conhecido como *Lock-in Phenomenon*. Esse fenômeno caracteriza-se pela sincronia entre o movimento do corpo e a frequência de desprendimento de vórtices a partir da sua superfície. V.I.V. de um cilindro circular tem recebido muita atenção dos pesquisadores devido a sua relevância para o desenvolvimento de tecnologias em estruturas marinhas e em trocadores de calor, caracterizando-se como um problema típico de interação fluido-estrutura. A literatura está plena de resultados para cilindro circular oscilando na direção transversal ao escoamento incidente e há poucos resultados disponíveis para oscilações do cilindro circular na mesma direção deste escoamento. Os resultados deste trabalho têm como finalidade esclarecer questões referentes aos modos de sincronização e de competição durante a formação de vórtices, quando um cilindro oscila *in-line* em escoamentos com alto número de Reynolds.

Palavras-chaves: Corpo rombudo, Oscilação forçada *in-line*, Fenômeno de *lock-in*, Cargas Aerodinâmicas, Método de Vórtices Discretos.

Abstract

The aim of this work is to investigate numerically the two-dimensional flow past a single circular cylinder that is either stationary or in simple harmonic oscillation in the *in-line* direction relative to an incident flow. A Lagrangian mesh-free Vortex Method is used to calculate global as well local quantities in a high Reynolds number flow. The flow around an oscillating circular cylinder has been investigated by various researches in the past few decades. This is a very important topic because the vortex shedding from the forcedly vibrating cylinder is a model simpler than the interactive-vibration model and yet can provide an understanding of complicated problems with many important applications for the technological environment. The unsteady flow that develops downstream of the body will induce fluctuating drag and lift forces, which can cause the structure to vibrate when synchronized to one of the body's natural frequencies, known as Vortex-Induced Vibrations (V.I.V.). The structural motion can capture the wake frequency for a range of reduced velocity, a phenomenon known as *lock-in*. V.I.V. of a circular cylinder has received much attention as a result of its relevance to marine and heat-exchanger technology, and its representation as a classical case of fluid-structure interaction. The literature is plenty with results for the circular cylinder oscillating transversely in a free stream. On the other hand, circular cylinders moving only by translation in the streamwise direction have been scarcely investigated. The present numerical results are presented to elucidate issues of synchronization and competing modes of vortex formation associated with features of the near-wake structure due to *in-line* motion of the cylinder at a high Reynolds number flow.

Keywords: Bluff body, *In-line* forced oscillation, *Lock-in* phenomenon, Aerodynamics loads, Discrete Vortex Method.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	i
LISTA DE FIGURAS	iv
LISTA DE TABELAS	ix
SIMBOLOGIA	x
LETRAS LATINAS	x
LETRAS GREGAS	xii
SOBRESCRITOS	xiii
SUBSCRITOS	xiii
ABREVIATURAS	xiii
SIGLAS	xiv
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 – MOTIVAÇÕES	1
1.2 OBJETIVOS DESTE TRABALHO	7
1.3 METODOLOGIA	8
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	10
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1 – A PRESENÇA DOS VÓRTICES AO LONGO DA HISTÓRIA	12
2.2 – O MECANISMO DE FORMAÇÃO DE VÓRTICES	14
2.3 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR ESTACIONÁRIO	15
2.4 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO COM UM GRAU DE LIBERDADE	19
2.5 – O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	27

CAPÍTULO 3 – FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA	35
3.1 – DEFINIÇÕES	36
3.2 – HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS	38
3.3 – EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO	39
3.4 – ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA	40
3.5 – EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DA VORTICIDADE	43
CAPÍTULO 4 – MÉTODO DE SOLUÇÃO: O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS (M.V.D.)	45
4.1 – CONVECÇÃO DA NUVEM DE VÓRTICES DISCRETOS	45
4.2 – DIFUSÃO DA VORTICIDADE	50
4.3 – GERAÇÃO DE VORTICIDADE	51
4.4 – CONSERVAÇÃO DA MASSA E DA CIRCULAÇÃO GLOBAL	55
4.5 – CARGAS AERODINÂMICAS	56
CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DE RESULTADOS	60
5.1 – CILINDRO CIRCULAR ESTACIONÁRIO	63
5.2 – CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO <i>IN-LINE</i>	72
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	96
6.1 – AS CONCLUSÕES MAIS IMPORTANTES	96
6.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	100
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102
APÊNDICE A: DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DE VORTICIDADE	111
APÊNDICE B: ALGORITMO ACELERADOR DA LEI DE BIOT-SAVART	114
APÊNDICE C: O ALGORITMO DO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS	120
C.1 – ESTRUTURA DO PROGRAMA <i>SINGLE BODY</i> <i>OSCILLATION.FOR</i>	121
C.2 – FUNÇÃO DAS ROTINAS NO ALGORITMO	122
C.2.1 – Rotina <i>INDATA.FOR</i>	122
C.2.2 – Rotina <i>DATAPR.FOR</i>	123
C.2.3 – Rotina <i>COUPS.FOR</i>	123
C.2.4 – Rotina <i>MODCOUP.FOR</i>	123
C.2.5 – Rotina <i>RHSS.FOR</i>	123

C.2.6 – Rotina MODRHS.FOR	124
C.2.7 – Rotina GAUSSPIV.FOR	124
C.2.8 – Rotina MODM.FOR	124
C.2.9 – Rotina COUPV.FOR	125
C.2.10 – Rotina RHSV.FOR	125
C.2.11 – Rotina COUPP.FOR	125
C.2.12 – Rotina GENERAT.FOR	126
C.2.13 – Rotina POSCLOUD.FOR	126
C.2.14 – Rotina COMPUMVM.FOR	126
C.2.15 – Rotina COMPUBVB.FOR	126
C.2.16 – Rotina COMPUCVC.FOR	127
C.2.17 – Rotina POSBODY.FOR	127
C.2.18 – Rotina PRESSURE.FOR	127
C.2.19 – Rotina DIFFUS.FOR	127
C.2.20 – Rotina CONVEC.FOR	128
C.2.21 – Rotina REFLECT.FOR	128
C.2.22 – Rotina PRINT.FOR	128
C.2.23 – Rotina AVERAGE.FOR	129
APÊNDICE D: CÁLCULO DO NÚMERO DE STROUHAL	130

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Dutos submarinos (Fonte: http://www)	2
Figura 1.2 – Trocadores de calor do tipo casco e tubos. (Fonte: http://www)	5
Figura 1.3 – Cabos de torre de transmissão de eletricidade. (Fonte: http://www)	6
Figura 2.1 – Desenhos de Leonardo da Vinci. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Lugt (1983))	13
Figura 2.2 – Mecanismo de formação de vórtices. (Reproduzida de Gerrard (1966))	15
Figura 2.3 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $Re < 1$. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Young (1989))	16
Figura 2.4 – Vórtices estacionários a jusante do cilindro para $5 \leq Re \leq 50$. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Young (1989))	16
Figura 2.5 – Esteira de vórtices oscilatória a jusante do cilindro para $50 \leq Re \leq 70$. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Young (1989))	17
Figura 2.6 – Formação e desprendimento de vórtices laminares no escoamento a jusante do cilindro para $70 < Re \leq 200$. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Young (1989))	18
Figura 2.7 – Variação do número de Strouhal com o número de Reynolds no regime laminar e no regime de transição para esteira turbulenta. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Williamson (1991))	19
Figura 2.8 – Mapa dos principais regimes de desprendimento de vórtices sobre um cilindro circular oscilando na direção transversal. (Adaptada de Williamson & Rohsko (1988))	21
Figura 2.9 – Esquema para a oscilação forçada <i>in-line</i> de um cilindro circular. (Reproduzida de Ongoren & Rockwell (1988))	23
Figura 2.10 – Modo Simétrico de emissão de vórtices para oscilação <i>in-line</i> de um cilindro circular	24
Figura 2.11 – Modo Antissimétrico A-I de emissão de vórtices para oscilação <i>in-line</i> de um cilindro circular	24
Figura 2.12 – Modo Antissimétrico A-II de emissão de vórtices para oscilação <i>in-line</i> de um cilindro circular	25
Figura 2.13 – Modos Antissimétricos A-III e A-IV de emissão de vórtices para Oscilação <i>in-line</i> de um cilindro circular	25

Figura 3.1 – Modelo estrutural e definições	36
Figura 4.1 – Distribuição de fontes com densidade uniforme. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991))	47
Figura 4.2 – Representação dos componentes da velocidade induzida por um painel qualquer do corpo. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991))	48
Figura 4.3 – Separação do escoamento com detalhes do interior da camada limite. (Fontes: http://www)	52
Figura 4.4 – Representação da vorticidade nascente a partir de uma fronteira sólida por vórtices discretos de Lamb	53
Figura 5.1 – Obtenção do número de Strouhal via transformada rápida de Fourier	63
Figura 5.2 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular estacionário ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$)	64
Figura 5.3 – Orientação do ângulo θ para a distribuição do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular	65
Figura 5.4 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular estacionário ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$)	65
Figura 5.5 – Detalhes do desprendimento de uma estrutura vorticosa horária correspondente ao instante de tempo $t=28,85$ (<u>Ponto A</u>)	66
Figura 5.6 – Detalhes do desprendimento de uma estrutura vorticosa horária correspondente ao instante de tempo $t=30,25$ (<u>Ponto B</u>)	67
Figura 5.7 – Detalhes do desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária correspondente ao instante de tempo $t=31,7$ (<u>Ponto C</u>)	67
Figura 5.8 – Detalhes do desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária correspondente ao instante de tempo $t=32,65$ (<u>Ponto D</u>)	68
Figura 5.9 – Detalhes do desprendimento de uma estrutura vorticosa horária correspondente ao instante de tempo $t=33,8$ (<u>Ponto E</u>)	69
Figura 5.10 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular estacionário ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$)	69
Figura 5.11 – Comparação entre o resultado da distribuição do coeficiente de pressão experimental (Blevins, 1984) e o resultado da presente simulação para o caso do cilindro circular estacionário ($Re=10^5$)	70
Figura 5.12 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando <i>in-line</i>	

(M=300, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =0,1$)	75
Figura 5.13 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando <i>in-line</i>	
(M=300, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =0,1$)	75
Figura 5.14 – Visualização experimental do modo de sincronização S para $\text{Re}=855$. (Figura retirada de Ongoren & Rockwell (1988))	76
Figura 5.15 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando <i>in-line</i>	
(Modo S, M=300, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,5$, $\alpha=0^\circ$)	77
Figura 5.16 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando <i>in-line</i>	
(M=300, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =2$)	78
Figura 5.17 – Visualização experimental do modo de sincronização A-I para $\text{Re}=855$. (Figura retirada de Ongoren & Rockwell (1988))	79
Figura 5.18 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando <i>in-line</i>	
(M=300, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,5$, $\alpha=0^\circ$, $f_0 / f_s =0,2$)	79
Figura 5.19 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando <i>in-line</i>	
(M=300, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =0,2$)	80
Figura 5.20 – Seqüência do movimento harmônico <i>in-line</i> do cilindro circular	
(M=300, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =0,2$)	81
Figura 5.21 – Visualização experimental do modo de sincronização A-IV para $\text{Re}=855$. (Figura retirada de Ongoren & Rockwell (1988))	82
Figura 5.22 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando <i>in-line</i>	
(M=300, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =1,7$)	82
Figura 5.23 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando <i>in-line</i>	
(M=300, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =1,7$)	83
Figura 5.24 – Seqüência do movimento harmônico <i>in-line</i> do cilindro circular	
(M=300, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =1,7$)	84
Figura 5.25 – Competição entre modos (Figura retirada de Ongoren & Rockwell (1988))	85

Figura 5.26 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando <i>in-line</i> (Modo Competição, $M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$)	85
Figura 5.27 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando <i>in-line</i> ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =4$)	86
Figura 5.28 – Seqüência do movimento harmônico <i>in-line</i> do cilindro circular ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =4$)	87
Figura 5.29 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando <i>in-line</i> ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =4$)	88
Figura 5.30 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando <i>in-line</i> ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =0,4$)	89
Figura 5.31 – Visualização experimental do modo de sincronização A-III para $Re=855$. (Figura retirada de Ongoren & Rockwell (1988))	90
Figura 5.32 – Seqüência do movimento harmônico <i>in-line</i> do cilindro circular ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =0,2$)	91
Figura 5.33 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando <i>in-line</i> ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =2$)	92
Figura 5.34 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando <i>in-line</i> ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$)	93
Figura 5.35 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando <i>in-line</i> ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_0 / f_s =1$)	94
Figura B.1 – Distribuições gaussianas de vorticidade no interior do núcleo de vórtices Discretos (Reproduzida de Barba (2004))	114
Figura B.2 – Comportamento da vorticidade e da velocidade tangencial no interior do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb	118
Figura C.1 – Fluxograma do programa <i>SINGLE_BODY_OSCILLATION.FOR</i>	120
Figura D-1 – Determinação da freqüência de emissão de vórtices	

(Retirada de Ricicar, 2008)	130
Figura D-2 – Cálculo da amplitude média de C_L (retirada de Recicar, 2008)	131
Figura D.3 – Ambiente do Origin Pro 8 com o arquivo FORC.DAT carregado	132
Figura D.4 – Gráfico do coeficiente de sustentação	132
Figura D.5 – Ferramenta FFT	133
Figura D.6 – Arquivo correspondente à frequência e amplitude do coeficiente de sustentação	133
Figura D.7 – Amplitude <i>versus</i> frequência	134
Figura D.8 – Identificação do pico de frequência	134

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número de Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular estacionário	64
Tabela 5.2 – Parâmetros numéricos para a vibração forçada <i>in-line</i> do cilindro circular ($A=0,13$, $A=0,50^*$, $\alpha=0^\circ$, $f_s = 0,20$ e $Re=10^5$)	72
Tabela 5.3 – Resultados numéricos obtidos para cilindro circular oscilando <i>in-line</i> ($A=0,13$, $\alpha=0^\circ$, $f_s = 0,20^*$ e $Re=10^5$)	74
Tabela 5.4 – Resultados numéricos obtidos para cilindro circular oscilando <i>in-line</i> ($A=0,50$, $\alpha=0^\circ$, $f_s = 0,20^*$ e $Re=10^5$)	75

Simbologia

Letras Latinas

A	Amplitude de oscilação <i>in-line</i> do corpo
Ad	Vetor coluna lado direito de pressão, que leva em consideração apenas a contribuição dos vórtices discretos nascentes em cada instante de tempo
Ap	Matriz de influência de pressão
b	Comprimento característico do problema
C _D	Coefficiente de arrasto
C _L	Coefficiente de sustentação
C _P	Coefficiente de pressão
d	Diâmetro do cilindro circular
D	Força de arrasto
ds	Elemento orientado de uma superfície sólida
e _n	Vetor unitário na direção normal à superfície sólida
e _τ	Vetor unitário na direção tangencial à superfície sólida
eps	Referente à posição de geração dos vórtices discretos novos
f _{CD}	Frequência de emissão de vórtices retirada da curva do coeficiente de arrasto
f _{CL}	Frequência de emissão de vórtices retirada da curva do coeficiente de sustentação
f ₀	Frequência de vibração <i>in-line</i> forçada imposta ao corpo
f _s	Frequência de emissão de vórtices para o corpo estacionário
f _{s0}	Frequência de emissão de vórtices para o corpo apresentando oscilação <i>in-line</i>
G	Solução fundamental da equação de Laplace
H	Constante da formulação integral para o cálculo do campo de pressões
L	Força de sustentação

L_d	Vetor coluna lado direito de pressão
M	Número total de painéis planos utilizados para a discretização da superfície do corpo
Ma	Número de Mach
\mathbf{n}	Referente à direção normal
n_x	Referente à função co-seno
n_y	Referente à função seno
N	Número total de vórtices discretos presentes no domínio fluido
p	Campo de pressões
P	Número randômico entre 0 e 1
Q	Número randômico entre 0 e 1
R_0	Raio do cilindro circular
Re	Número de Reynolds
$r_1,$	Relativo à distância radial
r_2	Relativo à distância radial
S	Define o contorno da fronteira que delimita a região fluida
S_c	Relativo ao contorno da superfície do corpo
St	Número de Strouhal
S_∞	Relativo ao contorno da fronteira no infinito e que delimita o domínio fluido
t	Tempo adimensional
θ	Ângulo de ataque em relação ao escoamento incidente
θ_p	Ângulo de orientação de um painel plano
T	Período relativo à vibração forçada <i>in-line</i> do corpo
T_{CD}	Período de oscilação da curva do coeficiente de arrasto
T_{CL}	Período de oscilação da curva do coeficiente de sustentação
T_0	Tempo característico
U	Velocidade do escoamento incidente
\mathbf{u}	Campo de velocidades
u	Componente horizontal da velocidade total induzida em um vórtice discreto
u_{osc}	Velocidade de oscilação <i>in-line</i> do corpo
v	Componente vertical da velocidade total induzida em um vórtice discreto
V	Referente à velocidade da superfície do corpo
V_R	Velocidade reduzida
x	Coordenada de posição horizontal
\mathbf{x}	Vetor posição

x_0	Função harmônica que define a posição de um ponto da superfície oscilante do corpo
\dot{x}_0	Velocidade de oscilação <i>in-line</i> do corpo
y	Coordenada de posição vertical
Y	Trabalho específico total
\mathbf{Z}_D	Vetor que define o avanço randômico de cada vórtice discreto durante cada incremento de tempo discreto

Letras Gregas

α	Ângulo de oscilação <i>in-line</i> do corpo em relação a direção do escoamento incidente
Γ	Intensidade de um vórtice discreto de Lamb
Γ_Ω	Circulação total na região fluida
Δs	Relativo ao comprimento de um painel plano
Δt	Relativo ao incremento de tempo discreto
ε	Referente à posição de geração dos vórtices discretos novos
η	Coordenada do referencial fixo ao corpo (sistema não-inercial)
θ	Referente a um ângulo de orientação
λ	Velocidade angular
λ_0	Comprimento de onda do movimento oscilatório
μ	Coefficiente de viscosidade dinâmica
ν	Viscosidade cinemática
ξ	Coordenada do referencial fixo ao corpo (sistema não-inercial)
π	3,14159265359
ρ	Massa específica do fluido
Σ	Representa um somatório
τ	Referente à direção tangencial
σ_0	Raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb
$\sigma(x)$	Densidade uma distribuição uniforme de fontes sobre um painel plano
Ω	Define o domínio fluido
$\boldsymbol{\omega}$	Campo de vorticidades
ω	Único componente não-nulo do vetor vorticidade no plano

Sobrescritos

- c Referente à superfície do corpo
- v Referente à nuvem de vórtices discretos de Lamb
- U Designa composição de superfícies para definir o domínio fluido
- ∞ Referente ao comportamento do fluido no infinito
- * Designa grandeza adimensional

Subscritos

- τ Referente à direção tangencial
- c corpo
- i Inferior
- n Referente à direção normal
- p Referente ao deslocamento randômico de cada vórtice discreto de Lamb
- s Superior

Abreviaturas

- COUPS Matriz de influência de fontes
- COUPV Matriz de influência de vórtices discretos
- FFT *Fast Fourier Transform*
- GAMMA Vetor incógnita de vórtices discretos nascentes
- M.V.D. Método de Vórtices Discretos
- P.C.M. Princípio de conservação da Massa
- P.C.Q.M.L. Princípio de conservação da Quantidade de Movimento Linear
- RHSS Vetor coluna lado direito de fontes
- RHSV Vetor coluna lado direito de vórtices

SIGMA	Vetor coluna incógnita de fontes
V.I.E.	Vibrações induzidas pelo escoamento
V.I.V.	Vibrações induzidas por vórtices

Siglas

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
FAPEMIG	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais
FAPERJ	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 – MOTIVAÇÕES

Escoamentos de fluidos viscosos ao redor de obstáculos têm merecido a atenção dos pesquisadores ao longo do tempo. O entendimento dos fenômenos que podem ser decorrentes destes escoamentos, tais como, a formação de camada limite, a transição para a turbulência e a formação e frequência de emissão de estruturas vorticosas contra-rotativas é de suma importância para o desenvolvimento de novas tecnologias nos diversos campos da engenharia.

O transporte de fluidos derivados do petróleo através de dutos cada vez mais se consolida como uma operação contínua e confiável. Os dutos já demonstraram a sua capacidade de se adaptar a uma grande variedade de condições de terreno aliada às condições climáticas. Estas características têm mostrado que grande parte das refinarias é servida por um ou mais dutos. A descoberta recente no Brasil de novos poços de petróleo a grandes profundidades em águas marinhas exigirá inevitavelmente cada vez mais o uso de dutos submarinos. Estes dutos têm por finalidade o transporte de fluido entre o poço e a plataforma, entre plataformas, ou entre a plataforma e um local em terra. Na área petrolífera utiliza-se a nomenclatura *riser* para o trecho do duto que fica suspenso e a nomenclatura duto submarino (*pipeline, flowline*) para o trecho que fica em contato com o solo marinho. Na Fig. 1.1

apresenta-se um esquema mostrando o uso dos dutos na exploração de petróleo em águas marinhas.

A seguir são discutidos aspectos importantes sobre projeto de dutos submarinos tomando-se como base as informações técnicas contidas no trabalho de Lima (2007). O projeto completo de um duto submarino deve compreender dimensionamento (diâmetro interno e espessura de parede), tipo de material selecionado de acordo com as análises de tensões, aspectos hidrodinâmicos, dimensão de vão, isolamento térmico, revestimentos anti-corrosivos e especificações do *riser*. Ainda no projeto devem ser levados em conta aspectos importantes como desempenho do reservatório, composição e propriedades do fluido como pressão, velocidade e temperatura, concentração de areia, dados geotécnicos, meteorológicos e oceanográficos.

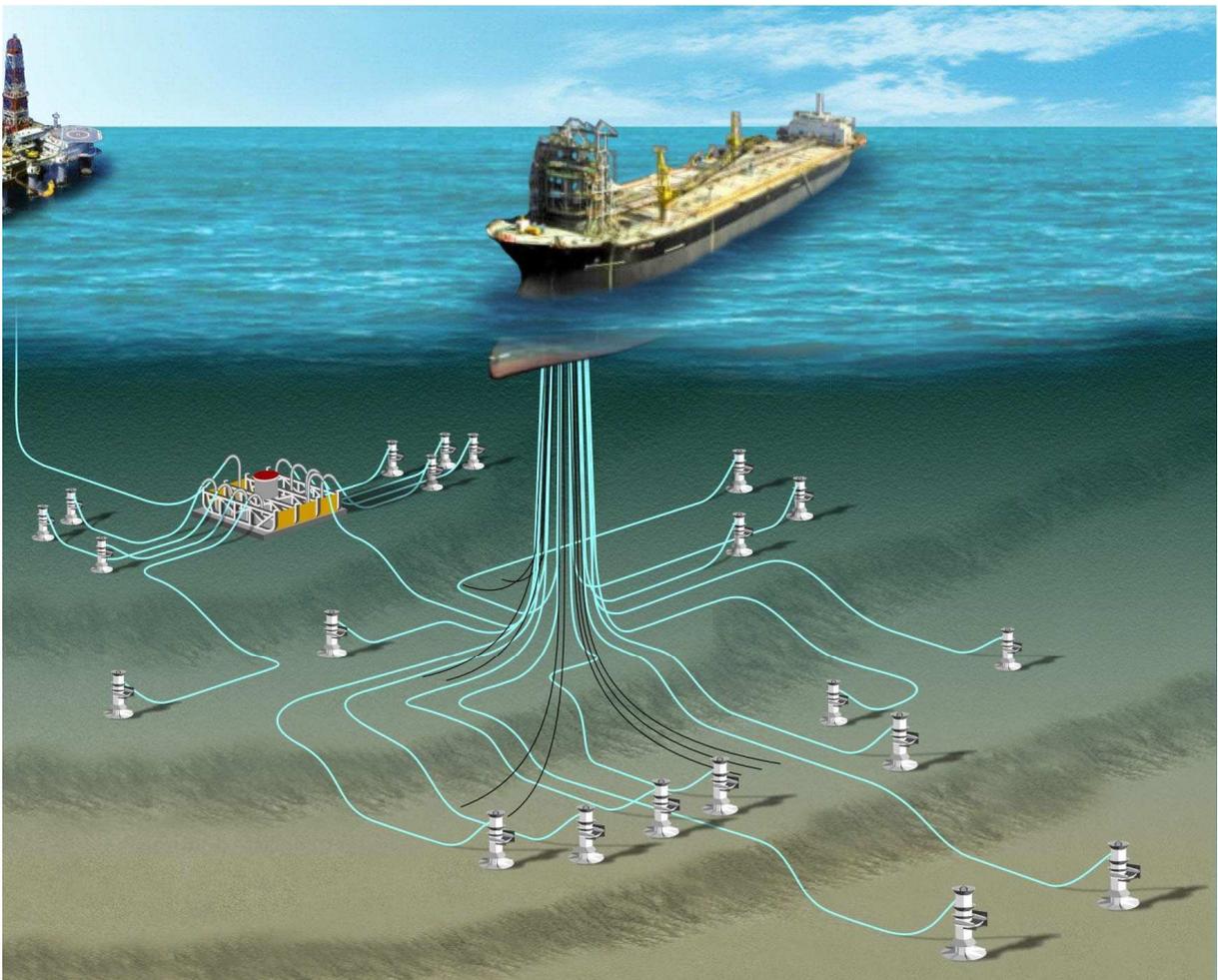


Figura 1.1 – Dutos submarinos. (Fonte: <http://www>).

Ao longo de um percurso escolhido, o duto pode ter que passar por alguns obstáculos, como por exemplo, elevações ou depressões. Estas irregularidades do terreno são

propícias a geração de uma situação em que o duto não fica todo assentado no terreno com uma de suas partes elevadas. O comprimento do duto que fica suspenso devido a estas irregularidades do terreno denomina-se vão livre.

No projeto de um duto submarino, o seu comprimento se torna cada vez mais longo (e com maior propensão à ocorrência de vãos livres) e o seu tempo de vida útil está atrelado ao seu dimensionamento para as cargas de instalação, para as cargas hidrostáticas atuantes, para as cargas de pressões internas atuantes, para as cargas térmicas (se for o caso) e para as cargas devidas às Vibrações Induzidas por Vórtices (V.I.V.), caso este duto se encontre suspenso em algum trecho.

É importante que o projetista leve em conta que o duto ao passar por uma depressão ou elevação, onde vãos livres são gerados, além das tensões induzidas pelas suas próprias deformações, também ficará sujeito ao fenômeno de Vibrações Induzidas por Desprendimento de Vórtices. Nota-se, portanto, que Vibração Induzida pelo Escoamento (V.I.E.) é um tema fundamental no estudo da fadiga de componentes de sistemas oceânicos de produção *offshore* de petróleo, tais como *risers*, oleodutos, cabos de ancoragem, umbilicais, etc. Na presença de correntes marítimas estes elementos estruturais flexíveis vibram devido à excitação cíclica oriunda do escoamento incidente.

No caso de uma corrente incidente uniforme, um mecanismo que pode gerar V.I.E. é a V.I.V., cuja causa é a formação e desprendimento alternado de vórtices (*vortex shedding*); essa vibração causa tensões cíclicas que podem eventualmente romper por fadiga a estrutura. No caso das estruturas *offshore* submetidas a V.I.V., o número de Reynolds é da ordem de 10^5 , o que implica em uma frequência adimensional de desprendimento de vórtices adotada próxima de 0,2 (número de Strouhal próximo de $St = 0,2$). Para que o duto não venha a romper por fadiga, o valor da frequência de emissão de vórtices deve estar o mais afastado possível dos valores de frequências naturais do duto.

Não se pode esquecer que o duto submarino pode vibrar tanto paralelamente à direção do escoamento incidente (horizontalmente) quanto transversalmente à direção do escoamento incidente (verticalmente). A frequência natural do duto vai depender de sua rigidez, do comprimento do vão livre, das condições de contorno e de sua massa, incluindo-se a massa do fluido interno e a massa de fluido adicional. Quando houver sincronização entre a frequência de desprendimento de vórtices e a frequência natural da estrutura, então ela vai

entrar em ressonância, ficando sujeita a oscilações transversais verticais, ocorrendo o fenômeno da ressonância conhecido como *lock-in*. O *lock-in* se caracteriza pela modificação tanto da frequência natural de vibração, devido à variação da massa adicional, quanto pela modificação da frequência de desprendimento de vórtices, que é influenciada pela vibração da estrutura. O duto pode, ainda, entrar em ressonância no sentido longitudinal, quando a frequência natural do duto nesta direção se aproximar do dobro da frequência natural de desprendimento de vórtices.

Um dos principais parâmetros que associam as condições ambientais com o comportamento estrutural do duto é conhecido na literatura especializada como velocidade reduzida. Nenhuma tentativa de se incluir o efeito de onda, que teria uma contribuição na velocidade final do perfil de velocidades, principalmente em dutos localizados em águas rasas, é apresentada neste trabalho. Desta forma, a velocidade reduzida fica definida como:

$$V_R = \frac{U}{f_0 d}, \quad (1.1)$$

onde f_0 é a frequência natural para um dado modo de vibração da estrutura, U é a velocidade da corrente incidente e d é o diâmetro externo do duto.

Em geral, as Vibrações Induzidas por Vórtices *in-line*, assunto estudado nesta Dissertação de Mestrado, podem ser classificadas em duas regiões de instabilidade de acordo com o tipo de desprendimento de vórtices: a primeira região se caracteriza por desprendimento de vórtices simétricos e ocorre para velocidades reduzidas entre 1,0 e 2,2; a segunda região se caracteriza por desprendimento de vórtices alternados e compreende a faixa que varia de 2,2 a 4,5. Estas faixas de transição podem variar de acordo com o número de Reynolds, a proximidade em relação ao solo e diferenças em relação às frequências no plano e fora do plano, que são influenciadas pelo efeito da rigidez e inércia.

O trocador de calor casco e tubos é o tipo mais comum de trocador de calor e aparece em refinarias de petróleo e em outras grandes instalações de processos químicos. Este trocador é adequado para aplicações envolvendo altas pressões. Na Fig. 1.2 percebe-se que este tipo de trocador de calor consiste de um casco (um grande vaso de pressão) com um feixe de tubos dentro dele.

Neste tipo de trocador, um fluido percorre através dos tubos, e outro fluido corre sobre os tubos (através do casco) de maneira que se transfira calor entre os dois fluidos. O conjunto de tubos é chamado feixe de tubos e pode ser composto por diversos tipos de tubos: planos, longitudinalmente aletados, etc.

O projeto de trocadores de calor do tipo casco e tubo envolve efeitos de interferência entre os tubos e de transferência de calor, além destes cita-se, também, os efeitos de pequena oscilação dos tubos. O entendimento dos mecanismos de formação de vórtices e da sincronização entre as frequências associadas possui uma relação direta com aspectos transferência de calor e constitui-se num dos desafios a ser entendido nesta classe de problemas de engenharia.

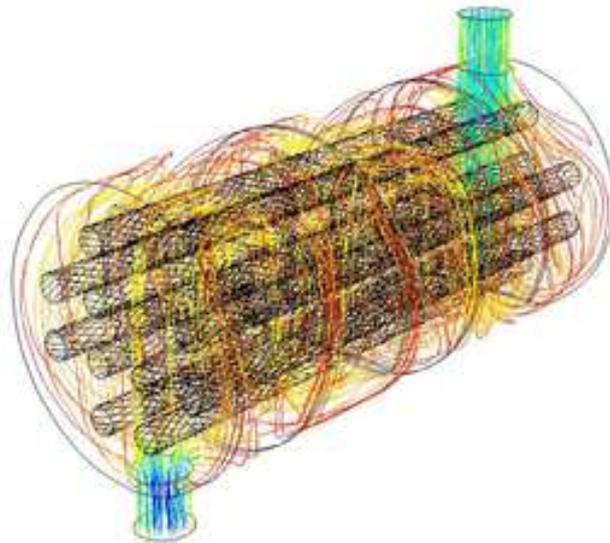


Figura 1.2 – Trocadores de calor do tipo casco e tubos. (Fonte: <http://www>).

Na Fig. 1.3 identifica-se outra situação de grande interesse tecnológico referente aos cabos de transmissão de eletricidade, que são montados em conjuntos de 3 a 4 e que possuem comprimentos cada vez maiores. A situação torna-se mais complexa porque estes cabos sofrem aquecimento por efeito Joule e o calor desprendido é levado pelos ventos que neles incidem. Tem-se, então, a superposição de efeitos causados pela esteira de Von Kármán e pelo aquecimento dos cabos.

Os três exemplos citados anteriormente estão entre as várias motivações de ordem tecnológica que levaram à criação do Grupo de Método de Vórtices no Instituto de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá (IEM/UNIFEI). O Método de

Vórtices Discretos vem sendo desenvolvido em diferentes frentes por participantes deste grupo de pesquisa visando uma solução futura de problemas envolvendo escoamentos viscosos ao redor de geometrias complexas. O escoamento ao redor de um cilindro circular, um problema clássico da Mecânica dos Fluidos, é o principal caso investigado e que está auxiliando, de maneira decisiva, no desenvolvimento das rotinas computacionais pelo Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI nos últimos anos.



Figura 1.3 – Cabos de torre de transmissão de eletricidade. (Fonte: <http://www>).

Cabe ressaltar que o auxílio concedido pelos órgãos de fomento CNPq, FAPEMIG e FAPERJ tem sido fundamental para a aquisição de uma infra-estrutura computacional apropriada que possibilite a redução do tempo de simulação numérica destes escoamentos no Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI. Processamento paralelo vem sendo empregado dentro do Grupo de Método de Vórtices para melhorar o desempenho do Método de Vórtices. As simulações numéricas são realizadas através de algoritmos, desenvolvidos em linguagem de programação FORTRAN/LINUX, paralelizados e que utilizam o padrão OPEN MP, o qual permite a criação de programas paralelos com compartilhamento de memória.

As estruturas cilíndricas são os representantes mais elementares de modelos de corpos rombudos, além de se mostrarem presentes na maioria das estruturas da engenharia. Um corpo rombudo é aquele que quando sujeito a uma corrente de fluido irá apresentar considerável proporção de sua superfície submersa exposta ao fenômeno da separação do escoamento (Bearman, 1984). Embora a simples compreensão dos fenômenos envolvidos no escoamento ao redor de um corpo rombudo não resulte em aplicações diretas à engenharia, há o grande desafio de se entender os aspectos fundamentais da interação dinâmica entre o fluido

e esta estrutura. O entendimento destes aspectos essenciais de interação fluido-estrutura ajuda a contribuir para o desenvolvimento das mais diversas áreas da engenharia.

Esta Dissertação de Mestrado trata na sua essência do estudo da emissão de vórtices a partir de um cilindro de seção circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento incidente (vibração forçada *in-line*) considerando-se um valor de número de Reynolds alto, isto é, $Re=10^5$. Grande parte dos trabalhos experimentais encontrados na literatura envolvendo efeitos de corpos oscilantes, também, considera cilindros de seção circular, isolados ou montados em arranjos. Todavia, os resultados experimentais são apresentados para número de Reynolds baixos e aproximadamente na faixa $10^2 < Re < 10^3$.

O assunto abordado neste trabalho se insere no contexto das atividades de pesquisa que vem sendo desenvolvidas pelo Grupo de Método de Vórtices no IEM/UNIFEI. Além das motivações de ordem tecnológica existem também aquelas que desafiam a argúcia dos pesquisadores e que possuem motivação científica. Nesta última classe de motivações identificam-se duas linhas que andam paralelamente e que são parte integrante do desenvolvimento deste trabalho:

- A análise e o entendimento dos fenômenos físicos presentes nos resultados numéricos obtidos;
- O desenvolvimento de ferramentas numéricas que permitam a realização destas análises de maneira eficiente permitindo que mesmo não especialistas possam utilizá-las nas suas atividades do dia a dia nos escritórios de projeto.

1.2 – OBJETIVOS DESTE TRABALHO

A partir dos argumentos discutidos na seção anterior, este trabalho utiliza o Método de Vórtices Discretos e apresenta os seguintes objetivos:

Explicação física do mecanismo de formação de vórtices que acontece à jusante de um cilindro circular estacionário através da história temporal dos coeficientes de arrasto, de sustentação e de pressão. Visualização dos fenômenos da emissão e da formação de estruturas vorticosas nas vizinhanças do corpo para auxiliar no entendimento dos resultados gráficos.

Comparação dos resultados obtidos com resultados experimentais disponíveis na literatura (Blevins, 1984) para $Re=10^5$ e identificação de erros numéricos possivelmente associados à ausência de efeitos tridimensionais nas simulações numéricas.

Obtenção de resultados numéricos para a resposta dinâmica de um cilindro circular oscilando forçadamente na mesma direção do escoamento incidente. Os parâmetros variáveis do movimento harmônico a ser imposto ao cilindro circular são: amplitude de oscilação ($A/d=0,13$ e $A/d=0,50$, sendo d o diâmetro do cilindro) e velocidade reduzida $1,25 \leq V_R \leq 50$. Com estes resultados são identificados a ocorrência do fenômeno da ressonância (se a frequência de desprendimento de vórtices e a frequência natural da estrutura estiverem sincronizadas) e os modos de desprendimento de vórtices correspondentes. Todas as análises são feitas para um alto valor do número de Reynolds, isto é $Re=10^5$. Os resultados disponíveis na literatura são apresentados para baixos valores do número de Reynolds. Portanto, esta comparação se faz necessária sendo um dos objetivos primordiais deste trabalho. De acordo com o trabalho de Koopman (1967), a sincronização somente ocorre acima de um determinado valor limite de amplitude e o número de Reynolds do escoamento pouco influencia.

1.3 – METODOLOGIA

O método numérico utilizado para a obtenção dos resultados descritos nos objetivos deste trabalho é o Método de Vórtices Discretos (M.V.D.). O M.V.D. é o representante mais conhecido dos métodos Lagrangianos. Neste método, a vorticidade presente no domínio fluido é discretizada e representada por uma nuvem de vórtices discretos. Cada vórtice discreto que compõe uma nuvem deve ter a sua trajetória acompanhada individualmente e ao longo de toda a simulação numérica, caracterizando-se, assim, uma descrição puramente Lagrangiana.

Os vórtices discretos devem ser submetidos a processos de convecção e de difusão da vorticidade (problemas bidimensionais). Na solução do problema puramente convectivo aparece uma das principais características (vantagem) do M.V.D., ou seja, o campo de velocidades do escoamento deve ser calculado apenas nas posições onde se encontram os vórtices discretos e esta velocidade é a própria velocidade que está induzida no fluido.

Num problema típico resolvido via M.V.D., o cálculo da velocidade total induzida em cada vórtice discreto deve ser realizado levando-se em conta as seguintes contribuições: escoamento incidente, fronteiras sólidas e nuvem de vórtices discretos. O cálculo da contribuição da nuvem de vórtices discretos (a chamada interação vórtice-vórtice) é aquele que consome o maior tempo de processamento durante uma simulação numérica; o número de operações realizadas por um único processador é proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos, quando se utiliza a Lei de Biot-Savart.

Uma ferramenta de grande importância quando se utiliza o M. V. D. é o Método dos Painéis (Katz & Plotkin, 1991). Este método é utilizado para a discretização da superfície do cilindro circular em segmentos planos ou curvos possibilitando a distribuição de singularidades sobre os segmentos, garantindo as condições de contorno no ponto de controle dos painéis. Demais características do Método dos Painéis estão discutidas no Capítulo 4 deste trabalho.

No presente trabalho, em associação ao Método dos Painéis, são utilizados dois sistemas de coordenadas para a simulação do efeito de oscilação forçada do cilindro circular. Como o cilindro circular analisado oscila *in-line* são necessários: (a) um referencial inercial para a simulação da convecção da nuvem de vórtices discretos, da difusão da vorticidade e cálculo da interação vórtice-vórtice e (b) um referencial não-inercial (fixo ao corpo) para a geração de vórtices discretos novos, geração de fontes e sumidouros com densidade uniforme (para representarem o corpo), cálculo do campo de velocidades e cálculo de cargas aerodinâmicas. Esta técnica foi utilizada com sucesso por Recicar (2007) em outro trabalho orientado no Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI.

A inclusão dos efeitos da viscosidade é levada em conta na solução do problema puramente difusivo. Há métodos que utilizam técnicas probabilísticas (Método de Avanço Randômico (Lewis, 1991)) e métodos que utilizam técnicas determinísticas. Neste trabalho é utilizado o Método de Avanço Randômico para a solução do problema puramente difusivo, ou seja, aos vórtices discretos são impostos movimentos brownianos (Einstein, 1956).

No cálculo das cargas aerodinâmicas distribuídas (pressão) e integradas (forças de arrasto de forma e de sustentação) é utilizada uma formulação integral, a qual foi apresentada por Shintani & Akamatsu (1994) e que é derivada de uma equação de Poisson para a pressão. Esta formulação leva em consideração a contribuição de todos os vórtices presentes na esteira.

Atualmente o uso de paralelismo em computadores com processadores *multicore*, ou entre computadores diferentes, se torna cada vez mais obrigatório, visto que a grande maioria dos computadores possui mais de um núcleo ou utiliza-se de *clusters*. A exploração do paralelismo pode ser feita pelos próprios compiladores, que automaticamente detectam e exploraram o paralelismo entre vários núcleos ou entre diferentes computadores de maneira eficiente. No entanto, na maioria dos casos, o programador precisa instruir o compilador quando e onde utilizar ações paralelas. Para simplificar a tarefa dos programadores, alguns modelos de programação paralela foram desenvolvidos. No presente trabalho, o modelo escolhido foi o OPEN MP; este consiste em um modelo de programação paralela baseada no conceito de *Data Parallel Programming*, ou seja, ele utiliza memória compartilhada permitindo que todas as tarefas tenham acesso a estrutura de dados na memória global. O trabalho paralelo é executado em um conjunto de dados, que devem estar organizados na forma de conjuntos (*loops*), onde cada tarefa irá trabalhar com partições diferentes dessa estrutura de dados e efetuar a mesma operação em sua partição da estrutura de dados. Neste trabalho, a paralelização foi feita apenas na rotina que calcula a interação vórtice-vórtice, o que permite um ganho considerável no tempo final de processamento de cada simulação.

1.4 – ESTRUTURA DO TRABALHO

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica a respeito dos principais trabalhos utilizados como base para o estudo de um cilindro circular estacionário ou oscilando com um grau de liberdade. Apresenta-se, também, uma revisão bibliográfica sobre a evolução do Método de Vórtices Discretos.

No Capítulo 3 encontra-se a formulação matemática do problema para o escoamento de um fluido viscoso ao redor de um corpo oscilante incluindo-se as hipóteses simplificadoras, as equações governantes, as condições de contorno e a adimensionalização do problema. Apresenta-se, também, a idéia fundamental do algoritmo de separação da parte viscosa da equação do transporte da vorticidade, que foi inicialmente proposto por Chorin (1973).

O Capítulo 4 descreve o Método de Vórtices Discretos, incluindo-se a implementação numérica do algoritmo de separação da parte viscosa da equação do transporte da vorticidade.

No Capítulo 5 estão apresentados os principais resultados das simulações numéricas e as discussões físicas pertinentes a cada caso analisado.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões mais importantes sobre o trabalho e as sugestões para a seqüência dos estudos.

As referências bibliográficas utilizadas para a preparação deste trabalho se encontram listadas no final deste texto.

O Apêndice A apresenta a dedução da Equação do Transporte da Vorticidade para escoamentos tridimensionais e a sua simplificação para escoamentos bidimensionais.

No Apêndice B encontra-se uma discussão sobre o algoritmo acelerador da lei de Biot-Savart (utilizado para no cálculo da velocidade induzida em cada vórtice discreto devido a interação vórtice-vórtice); está é uma ferramenta muito importante no desenvolvimento do algoritmo utilizado nas simulações realizadas via M.V.D.

O Apêndice C apresenta a estrutura do programa computacional *SINGLE_BODY_OSCILLATION.FOR* desenvolvido em linguagem de programação FORTRAN, incluindo-se a descrição da função de cada rotina. Para a montagem do programa faz-se uso da biblioteca de rotinas disponibilizada aos alunos do Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI.

No Apêndice D é mostrado como é utilizada a Transformada Rápida de Fourier no ambiente Oringin 8.

Os principais resultados obtidos nas simulações numéricas serão submetidos para publicação em um periódico indexado pela CAPES no início do ano de 2012.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O primeiro objetivo do Capítulo 2 consiste na descrição física do comportamento do escoamento de um fluido ao redor de um cilindro de seção circular de parede lisa para diferentes valores do número de Reynolds. Em seguida são apresentadas as principais referências bibliográficas referentes ao tema cilindro circular oscilando com um grau de liberdade. No final do Capítulo 2 encontra-se uma revisão bibliográfica referente aos trabalhos mais conhecidos da literatura, que mostram a evolução do Método de Vórtices Discretos.

2.1 – A PRESENÇA DOS VÓRTICES AO LONGO DA HISTÓRIA

A percepção da presença dos vórtices na natureza não é tão recente quanto se imagina. Relatos indicam que os gregos foram um dos primeiros povos a relacionar a existência dos vórtices ao som emitido por cordas expostas ao vento, quando eles descreveram os “*Aeolian Tones*”; a sua causa era o efeito de um fio tensionado, imerso no vento e que vibrava. Um estudo de maior relevância foi realizado por Leonardo da Vinci no século XV; manuscritos da época da Renascença mostram esboços feitos por ele, onde se pode perceber a formação de

vórtices para diferentes situações. Porém, apesar de sua extrema capacidade de observação, Leonardo da Vinci errou ao desenhar vórtices simétricos em formação de esteira, veja na Fig. 2.1.

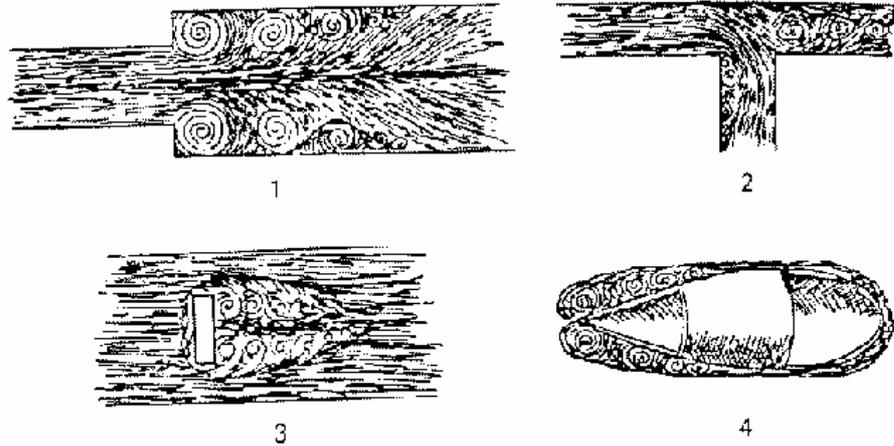


Figura 2.1 – Desenhos de Leonardo da Vinci. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Lugt (1983)).

Posteriormente, entre os séculos XVII e XVIII, com uso de ferramentas da mecânica clássica, tornou-se possível estudar o desprendimento de vórtices de acordo com o que se conhece hoje.

Entre os estudiosos ao longo da história destacaram-se Rayleigh (1896) e Von Kármán (1911). Foi historicamente, em 1878, que Strouhal mostrou primeiro em seus estudos que o som emitido pela corda, observado pelos gregos, era proporcional à velocidade do vento dividido pelo diâmetro da corda. Ainda, quando a frequência do som coincidia com uma das frequências naturais da corda (livre para oscilar), o som era amplificado definindo-se uma constante de proporcionalidade com valor 0,185. Esta observação deu origem a definição da frequência de desprendimento de vórtices (f_s), isto é:

$$f_s = 0,185 \frac{U}{d}, \quad (2.1)$$

onde U é a velocidade do ar que passa pelas cordas e d representa uma dimensão característica, neste caso, o diâmetro da corda.

Rayleigh (1896) publicou resultados observados por ele em 1879 mostrando que a corda de violino vibrava transversalmente ao escoamento do ar que passava ao redor dela, e com isto, definiu um parâmetro adimensional, hoje conhecido por número de Strouhal (St), que relaciona frequência de emissão de vórtices e velocidade do escoamento:

$$St = f_s \frac{d}{U}. \quad (2.2)$$

Mais tarde Von Kármán (1911) provou hidrodinamicamente que o modo de desprendimento de vórtices está diretamente ligado com a periodicidade da emissão dos vórtices que formam a esteira. Um fato interessante é que as análises de Von Kármán foram feitas sem a presença de um corpo e desconsiderando-se efeitos da viscosidade e o fenômeno da turbulência; a única preocupação da época foi com as propriedades de estabilidade da esteira formada a jusante de um corpo, feita através de uma representação por vórtices potenciais.

2.2 – O MECANISMO DE FORMAÇÃO DE VÓRTICES

No campo da dinâmica da vorticidade são considerados dois tipos de corpos, os esbeltos e os rombudos. Para o estudo do presente trabalho concentra-se nas explicações para o entendimento do comportamento do escoamento de um fluido viscoso ao redor de um corpo rombudo. Aos corpos rombudos associa-se imediatamente o fenômeno da separação e a subsequente formação de uma esteira oscilatória de vórtices a jusante dos mesmos.

Quando um corpo rombudo fica sujeito à passagem de um escoamento ao seu redor, forma-se sobre a sua superfície uma camada limite, que vai se descolar do corpo em um determinado ponto. Este ponto é denominado ponto de separação do escoamento (e a separação ocorre quando o escoamento através do corpo encontra uma região de gradiente adverso, neste ponto as partículas fluidas perdem energia cinética e pode haver tanto anulação da velocidade quanto inversão do sentido do fluxo). A partir daí são originadas duas camadas cisalhantes de fluido, que podem enrolar em torno delas mesmas, formando os vórtices da esteira. Estas camadas contêm vorticidades de sinais opostos e comportam-se como um sistema instável na presença de perturbações. Segundo Gerrard (1966), para a geração e

emissão de vórtices no escoamento é necessário que as camadas cisalhantes ao redor de corpos rombudos interajam entre si.

A mecânica do processo de formação de vórtices a partir das duas camadas cisalhantes é representada na Fig. 2.2, seguindo os caminhos representados por (a), (b) e (c), e ocorre da seguinte maneira: a estrutura vorticiosa cresce a partir da camada cisalhante, onde está ligada, com o ganho de intensidade. Quando a intensidade atinge determinado valor ela atrai a camada cisalhante presente no lado oposto do corpo e esta circulação de sinal oposto tende a:

- (a) Fundir-se a estrutura vorticiosa diminuindo a sua circulação,
- (b) Cortar a alimentação da estrutura vorticiosa liberando-a para a esteira viscosa,
- (c) Ficar próxima ao corpo e iniciar a formação de uma nova estrutura vorticiosa no lado oposto.

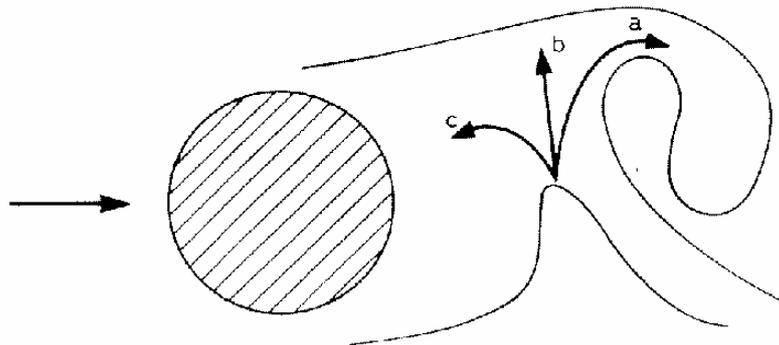


Figura 2.2 – Mecanismo de formação de vórtices. (Reproduzida de Gerrard (1966)).

2.3 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR ESTACIONÁRIO

Antes de abordar os casos onde um cilindro circular é colocado para oscilar com um grau de liberdade, faz-se necessário o estudo do escoamento através de um cilindro circular estacionário considerando-se a influência da variação do número de Reynolds.

O estudo do escoamento viscoso ao redor de um cilindro circular é muito atrativo para a área da engenharia. A geometria circular pode ser associada a diversas formas encontradas nos campos de aplicação da engenharia como, por exemplo, torres de resfriamento, pontes, cabos de torre de transmissão de eletricidade, entre outras estruturas de forma rombuda. Estas estruturas ficam submetidas a fenômenos semelhantes aos que ocorrem em um cilindro circular exposto ao escoamento de um fluido viscoso.

A configuração do escoamento em torno de um cilindro circular envolve diversos parâmetros, mas o que tem maior importância é o número de Reynolds, pois é ele que define o tipo de escoamento que ocorre através do cilindro circular.

Para números de Reynolds menores que a unidade ($Re < 1$), o escoamento ao redor do cilindro é chamado de *creeping flow* apresentando perfil simétrico tanto a montante quanto a jusante do corpo e não é observado o fenômeno da separação do escoamento (veja a Fig. 2.3). Quando o número de Reynolds atinge valores superiores a 5, já é possível notar a ocorrência do fenômeno da separação da camada limite na parte posterior do cilindro, formando-se nesta região um par de vórtices estacionários. Embora haja a formação deste par de vórtices, o escoamento nesta região ainda possui características de regime permanente (veja a Fig. 2.4).

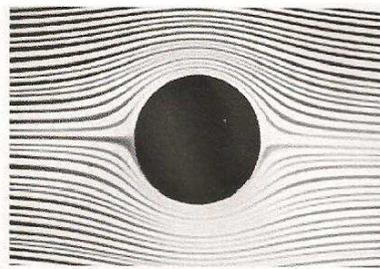
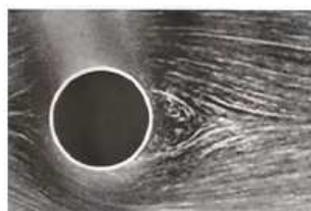
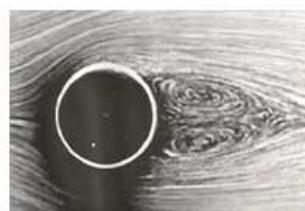


Figura 2.3 – Escoamento ao redor de um cilindro estacionário para $Re < 1$. (Reproduzida de Van Dyke (1982)).



Re=13



Re=26

Figura 2.4 – Vórtices estacionários a jusante do cilindro para $5 \leq Re \leq 50$. (Reproduzida de Van Dyke (1982)).

O aumento do número de Reynolds para uma faixa compreendida entre $50 \leq Re \leq 70$, já permite a observação de uma esteira oscilatória no escoamento a jusante do cilindro, onde se encontram vórtices desprendidos e não mais vórtices estacionários (veja a Fig. 2.5).

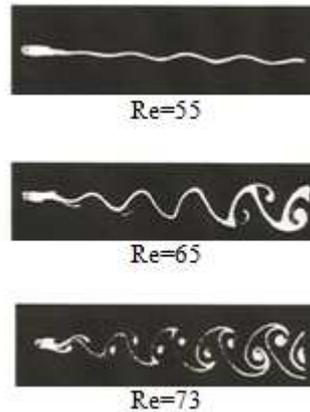


Figura 2.5 – Esteira de vórtices oscilatória a jusante do cilindro para $50 \leq Re \leq 70$.
(Reproduzida de Batchelor (1967)).

Aumentando-se um pouco mais o número de Reynolds, valor em torno de $Re=90$, os vórtices passam a se desprender alternadamente, caracterizando-se desta maneira a formação da esteira de Von Kármán. Este regime é definido como regime laminar com as linhas de corrente instantâneas mostradas na Fig. 2.6.

Roshko (1954) investigou a variação do número de Strouhal com o número de Reynolds na faixa de $50 \leq Re \leq 70$ e mais tarde, Williamson (1991) confirmou a existência de uma descontinuidade na curva de Roshko (1954) para um valor de $Re \approx 64$. Esta descontinuidade foi atribuída a uma transição entre modos paralelos e oblíquos de geração e desprendimento de vórtices (veja a Fig. 2.7).

O modo de desprendimento de vórtices com linhas paralelas em relação ao eixo do cilindro foi reproduzido por Williamson (1991) até no máximo $Re \approx 200$ utilizando-se placas planas inclinadas nas extremidades do cilindro de forma a causar regiões de baixa pressão nas extremidades. Esta condição de contorno induz a um desprendimento de vórtices paralelos em relação ao eixo do corpo. A obtenção de modos paralelos de desprendimento oferece as condições ideais para a comparação dos resultados experimentais com resultados numéricos bidimensionais.

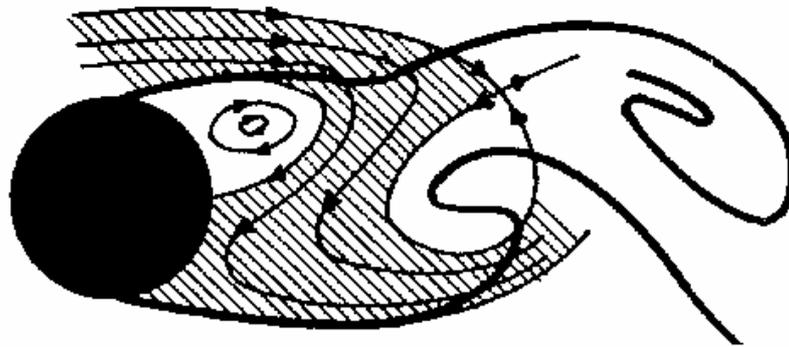


Figura 2.6 – Formação e desprendimento de vórtices laminares no escoamento a jusante do cilindro para $70 < Re \leq 200$. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Young (1989)).

Segundo Meneghini (2002), para números de Reynolds mais elevados, instabilidades na camada cisalhante formada a partir da separação causam uma transição para a turbulência antes da formação dos vórtices resultando em flutuações turbulentas da pressão na esteira e da frequência de desprendimento de vórtices. Surgem, ainda, tridimensionalidades de grande escala. Williamson (1991) explicou estas observações experimentais através da proposição do surgimento de tubos fechados de vórtices alinhados na direção do escoamento, os quais eram os responsáveis pela transição de uma esteira bidimensional para uma esteira tridimensional. Em última instância era a presença intermitente destes tubos a explicação da descontinuidade na curva de St *versus* Re para um valor de $Re \approx 180$.

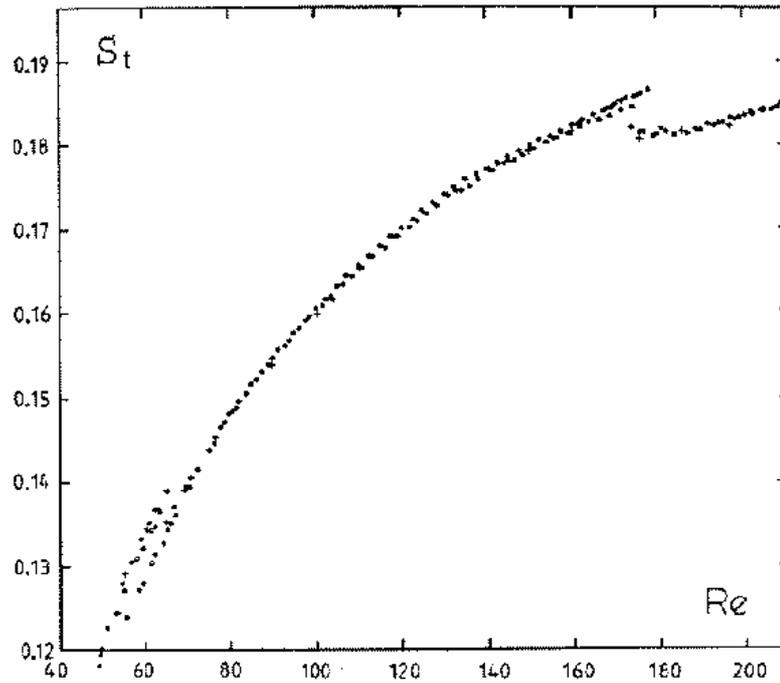


Figura 2.7 – Variação do número de Strouhal com o número de Reynolds no regime laminar e no regime de transição para esteira turbulenta. (Reproduzida de Meneghini (2002) e Williamson (1991)).

2.4 – ESCOAMENTO AO REDOR DE UM CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO COM UM GRAU DE LIBERDADE

Uma abordagem mais simples para o problema da inclusão de efeitos de oscilação em um corpo é aquela que considera o corpo fixo e deixa o escoamento incidente oscilar, conforme o trabalho de Bodstein (2005). No entanto, esta abordagem impõe que o fluido inteiro oscile com uma mesma frequência e amplitude; numa situação real, principalmente na região da esteira do corpo; esta situação é pouco realista.

Mesmo assim, para intervalos de amplitude e de frequência de oscilação, o movimento oscilatório do escoamento ou a imposição de movimento oscilatório a um corpo (situação mais realista) são capazes de controlar os mecanismos de instabilidade, que levam ao fenômeno da geração e desprendimento de estruturas vorticosas contra-rotativas. A imposição efetiva de movimento oscilatório a um corpo pode ser feita de duas maneiras, oscilação

forçada ou oscilação em base elástica, com vantagens e desvantagens de uma sobre a outra (Parkinson, 1978).

A primeira maneira para o movimento oscilatório de um corpo interferir no fenômeno da geração de vórtices consiste na aplicação de oscilações forçadas a este corpo dentro de um túnel de vento ou canal de recirculação de água. Os experimentos têm a vantagem prática da fácil alteração dos valores de frequência e amplitude de oscilação e, ainda, não necessitam da medição de muitos parâmetros físicos; mas, em contra partida, algumas das características observadas em problemas práticos de vibração induzida por vórtices não são reproduzidas.

O segundo caso procura investigar de maneira direta os efeitos da oscilação de um corpo montando-o em um sistema de suporte externo constituído por molas ajustáveis e um sistema de amortecimento de forma a permitir a sua movimentação transversal e/ou na direção do escoamento. Os experimentos para o corpo montado em base elástica permitem que o experimentalista obtenha evidências diretas das interações não-lineares, que ocorrem entre excitação e resposta. Conseqüentemente, o número de parâmetros a serem medidos é maior que o primeiro caso, o que dificulta a interpretação dos resultados.

Se a transferência de energia em uma oscilação forçada, com dada amplitude e frequência, ocorrer do fluido para o corpo, então este corpo provavelmente oscilaria se estivesse montado numa base elástica e apresentaria uma frequência natural próxima daquela da oscilação. Experimentos com cilindro circular montado em base elástica somente verificam a oscilação deste corpo, quando a transferência de energia mecânica acontece do fluido para o corpo. No trabalho de Meneghini (2002) é mostrado que a energia está diretamente relacionada ao ângulo de fase entre a força resultante da emissão de vórtices e o deslocamento do corpo.

Bishop & Hassan (1964) realizaram um dos primeiros trabalhos para investigar experimentalmente o efeito sobre a frequência de emissão de vórtices quando um cilindro circular oscila forçadamente na direção transversal ao escoamento. A grande contribuição do trabalho foi a descoberta de que a aproximação entre frequência de oscilação do cilindro e a frequência associada ao número de Strouhal resultava numa sincronização entre a frequência de oscilação do corpo e a frequência de oscilação do coeficiente de sustentação. A sincronização persistia em uma faixa de frequências para um dado valor de amplitude de oscilação. Outro importante aspecto observado referiu-se a ocorrência de uma variação brusca

do ângulo de fase entre a força transversal e o deslocamento do corpo, quando a frequência de oscilação do corpo variava em torno da frequência de emissão de vórtices. Juntamente com esta variação ocorria um súbito aumento da amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação. E por fim, foi observado que a frequência forçada, na qual ocorria uma variação repentina do ângulo de fase, era modificada segundo o sentido no qual esta frequência aumentava ou diminuía.

Williamson & Rosko (1988) classificaram diferentes padrões de formação de estruturas vorticosas relacionando-os com o comprimento de onda do movimento oscilatório (λ_o) e com a amplitude de oscilação transversal do cilindro circular (A). Os diferentes padrões foram observados experimentalmente e classificados em termos de emissão de vórtices durante um ciclo de oscilação do corpo, tais como, dois agrupamentos simples (2S), dois pares de agrupamentos (2P), dois pares de agrupamentos e um agrupamento simples (P+S), e etc. A Fig. 2.8 mostra os tipos de regimes de formação de vórtices mais conhecidos apresentados pelos autores. Os principais experimentos descritos no artigo foram efetuados com número de Reynolds baixo, mais precisamente, $Re = 392$.

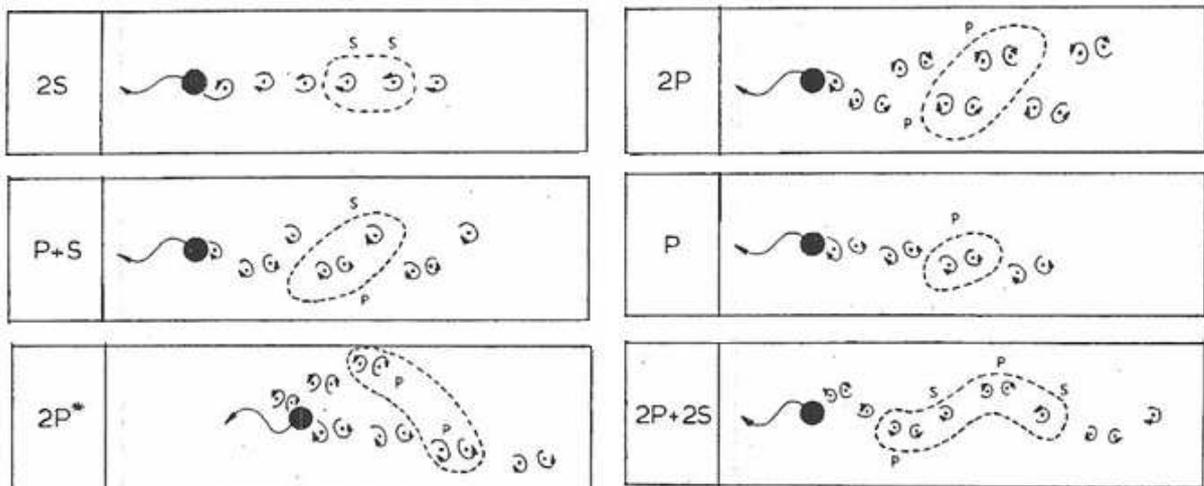


Figura 2.8 – Mapa dos principais regimes de despreendimento de vórtices sobre um cilindro circular oscilando na direção transversal. (Adaptada de Williamson & Rohsko (1988)).

Os diferentes padrões de emissão de vórtices podem ser observados experimentalmente para um cilindro circular isolado e oscilando forçadamente na direção transversal ao escoamento incidente. No entanto, quando o cilindro circular estiver livre para

oscilar transversalmente ao escoamento apenas alguns destes modos podem ser observados, como, por exemplo, os modos mais verificados 2S e 2P.

Silva (2004) estudou o escoamento sobre um aerofólio NACA 0012 oscilante utilizando o Método de Vórtices Discretos com a restrição de pequenas amplitudes de oscilação. Como a relação entre a amplitude de oscilação e o comprimento característico do corpo tendia a zero, as condições de contorno impostas sobre a superfície do corpo foram transferidas para uma posição média da superfície discretizada do corpo facilitando a implementação numérica do problema.

Em outro trabalho, Recicar (2007) utilizou o Método de Vórtices Discretos associado com a técnica de mudança de coordenadas do corpo durante a simulação numérica, a mesma técnica adotada nesta Dissertação de Mestrado, para simular o efeito de oscilação transversal de um cilindro circular, considerando o número de Reynolds alto e $Re=10^5$. Ao contrário do trabalho de Silva (2004), não havia restrições para se adotar o valor para a amplitude de oscilação. Três tipos de regimes de escoamento foram identificados durante um aumento na frequência de oscilação do corpo considerando-se um valor de amplitude fixa. O primeiro tipo foi observado para baixas frequências de oscilação do corpo; nesta situação o número de Strouhal permaneceu quase constante correspondendo ao número de Strouhal de um corpo sem oscilação. O segundo tipo correspondeu a um regime de transição, onde aparentemente a frequência de emissão de vórtices não correlacionava com a frequência de oscilação do corpo. Finalmente para altas frequências de oscilação do corpo, a frequência de emissão de vórtices coincidiu com a frequência de oscilação do corpo denominada de frequência de *lock-in*. Os principais resultados foram apresentados no artigo de Hirata *et al.* (2008), no entanto, nenhum dos dois trabalhos classificou os modos de desprendimento de vórtices obtidos numericamente de acordo com o mapa de regimes de formação de vórtices apresentado por Williamson & Rosko (1988).

O problema de estruturas apresentarem vibrações *in-line* devidas à passagem de uma corrente incidente chamou primeiramente a atenção dos pesquisadores no ano de 1968 durante a construção do *Immingham Oil Terminal*, localizado na costa leste da Inglaterra. Desde este episódio, investigações têm sido feitas para determinar a natureza desse tipo de oscilação usando túneis de água; entre estes trabalhos citam-se: King *et al.* (1973), Okajima (1999) e Okajima *et al.* (2000). Os resultados do trabalho de Okajima & Nakamura (2001) serviram como suporte para que fosse colocado em prática o “*Guideline for Evaluation of*

Flow-Induced Vibration of a Cylindrical Structure in a Pipe”, by the Japan Society of Mechanical Engineers.

Griffin & Ramberg (1976) mostraram que um número significativo de pares de vórtices antisimétricos são formados devido à oscilação *in-line* de um cilindro circular. Em adição, Naudascher (1986) também confirmou em seu estudo que diferentes modos de desprendimento de vórtices surgem devido à oscilação *in-line* de um cilindro.

Ongoren & Rockwell (1988) estudaram experimentalmente a formação de vórtices em um cilindro circular submetido a uma oscilação forçada considerando-se diferentes ângulos α de oscilação em relação à corrente incidente (veja o esquema da Fig. 2.9). O principal objetivo foi identificar a sincronização entre um modo de formação de vórtices e o movimento oscilatório do cilindro. A amplitude de oscilação escolhida foi de $A=0,13d$ (sendo d o diâmetro do cilindro), uma vez que este valor era suficiente para o controle da estrutura de formação de vórtices na esteira do cilindro. A faixa de excitação considerada para o cilindro foi $0,5 \leq f_0 / f_s \leq 4,0$ (f_0 é a frequência de oscilação do corpo e f_s é a frequência de emissão de vórtices correspondente ao cilindro estacionário), pois ela era adequada para o exame dos regimes de formação de vórtices na esteira do cilindro.

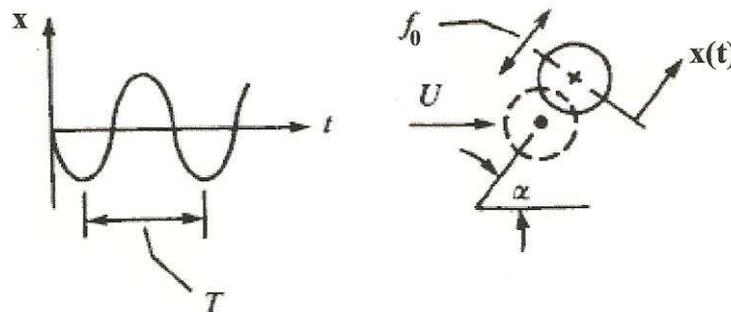


Figura 2.9 – Esquema para a oscilação forçada de um cilindro circular *in-line*.

(Reproduzida de Ongoren & Rockwell (1988)).

Ongoren & Rockwell (1988) observaram diferentes modos de emissão de vórtices sincronizados com a frequência de oscilação do cilindro. Os modos foram classificados em dois grupos básicos: modo de formação de vórtices simétrico e modo de formação de vórtices antisimétrico. No modo simétrico de formação de vórtices, denotado por *mode S*, um par de vórtices contra-rotativos se desprendia simultaneamente na parte de trás do cilindro circular durante um ciclo de oscilação do corpo. A frequência de emissão do par de vórtices contra-

rotativo e a frequência de oscilação do cilindro circular se encontravam sincronizadas. O modo antissimétrico se apresentava em quatro subgrupos: *mode A-I*, *mode A-II*, *mode A-III* e *mode A-IV*. Neste modo, para cada um dos subgrupos, os vórtices se desprendiam alternadamente havendo uma variação no período de desprendimento de um modo para outro. Segundo os autores, mesmo quando não ocorria uma sincronização, os modos fundamentais tendiam a competir entre eles.

O modo simétrico S ocorre para qualquer valor de α , exceto $\alpha=90^\circ$, e há um componente simétrico de perturbação imposto pelo cilindro ao escoamento (pela parte da frente e pela parte de trás do corpo). Um par de vórtices é desprendido simultaneamente em ambos os lados na parte de trás do cilindro durante um ciclo T de oscilação do corpo, como esquematizado na Fig. 2.10.

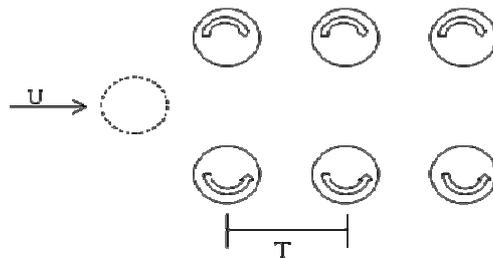


Figura 2.10 – Modo Simétrico de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular.

No modo antissimétrico A-I visualiza-se a emissão de estruturas vorticosas contra-rotativas desprendendo-se de maneira alternada na parte de trás do cilindro formando a clássica esteira de Von Kármán, veja a Fig. 2.11.

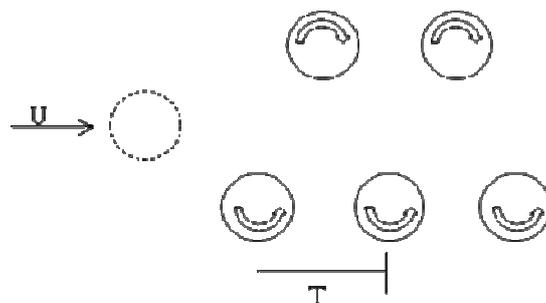


Figura 2.11 – Modo Antissimétrico A-I de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular.

O modo antissimétrico A-II ocorre para $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ e, também, se verifica um componente simétrico de perturbação em relação ao escoamento. Neste modo, o efeito deste componente de perturbação é o de dobrar o período T de formação do par de vórtices antissimétricos; portanto, são necessários dois ciclos de oscilação do cilindro para a formação do par de estruturas vorticosas contra-rotativas. Em outras palavras, o período de formação do regime de desprendimento de vórtices do modo A-II é o dobro do modo A-I. Fig. 2.12.

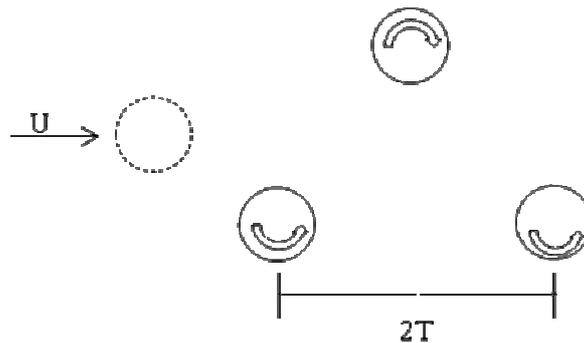


Figura 2.12 – Modo Antissimétrico A-II de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular.

Os modos antissimétricos A-III e A-IV ocorrem somente para $\alpha = 0^\circ$ e o período de formação do regime de desprendimento de vórtices é o dobro do modo A-I. Há nestes modos a formação de pares de estruturas vorticosas contra-rotativas como se pode visualizar na Fig. 2.13.

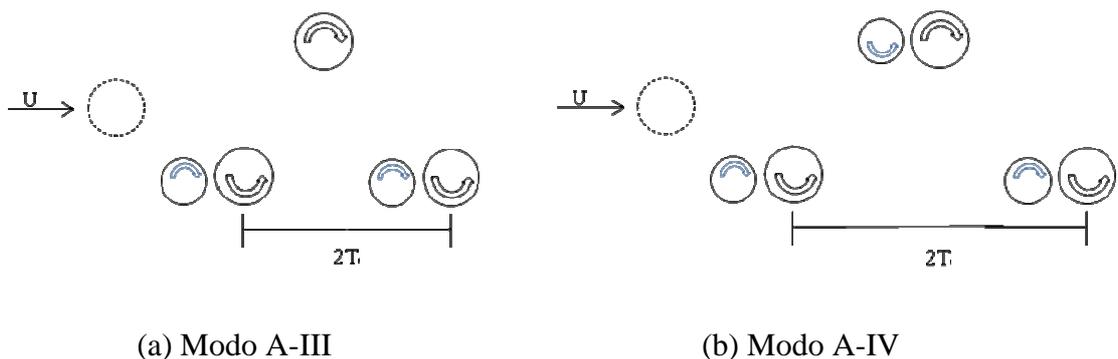


Figura 2.13 – Modos Antissimétrico A-III e A-IV de emissão de vórtices para oscilação *in-line* de um cilindro circular.

Ongoren & Rockwell (1988) enfatizam que a generalização para a ocorrência dos modos descritos anteriormente ficou restrita ao pequeno valor de amplitude de oscilação

adotado para o cilindro circular ($A/d = 0,13$). Os mesmos autores chegaram, também, à conclusão de que os modos de desprendimento não possuem forte dependência com a variação do número de Reynolds, mas sim, com a variação da frequência e da amplitude de oscilação do cilindro. No entanto, os autores não mostraram a história temporal das forças aerodinâmicas para os casos apresentados no artigo. Nesta Dissertação de Mestrado as séries temporais para as cargas aerodinâmicas são discutidas com detalhes no Capítulo 5.

Yokoi & Kamemoto (1994) investigaram experimentalmente em um canal de recirculação de água o desprendimento de vórtices em um cilindro oscilando *in-line* com o valor número de Reynolds variando na faixa $260 \leq Re \leq 2460$. Os autores observaram que a frequência de oscilação do cilindro f_0 tendia a ser igual a n vezes a frequência de desprendimento de vórtices f_{s0} ($n=0,5, 1, 2, 3, \dots$), quando o fenômeno de *lock-in* acontecia, mesmo para $f_0 / f_s < 1$. De acordo com o trabalho dos autores, a ocorrência deste fenômeno estava relacionado à variação do número de Reynolds e à variação da amplitude de oscilação do cilindro. A tendência da ocorrência se verificou para baixas frequências de oscilação do cilindro de acordo com o aumento da amplitude de oscilação ou do número de Reynolds.

Liu & Fu (2003) utilizaram o Método dos Volumes Finitos para estudar o desprendimento de vórtices através de um cilindro oscilando *in-line* considerando-se dois valores para o número de Reynolds, 200 e 855. Embora a tridimensionalidade já se fizesse presente nos casos estudados, o escoamento foi considerado bidimensional e o objetivo era mostrar de maneira quantitativa as principais características do mecanismo de desprendimento de vórtices. Os resultados foram apresentados para as forças de arrasto e de sustentação e para a frequência de desprendimento de vórtices (número de Strouhal). A faixa de excitação do cilindro ficou entre $0,5 \leq f_0 / f_s \leq 1,0$ (f_0 é a frequência de oscilação do corpo e f_s é a frequência de emissão de vórtices correspondente ao cilindro estacionário). Para o número de Reynolds igual a $Re=200$, a amplitude de oscilação variou entre $A/d = 0,1$ e $A/d = 0,50$ e para o número de Reynolds igual a $Re=855$, a amplitude de oscilação variou entre $A/d = 0,13$ e $A/d = 0,26$. Conforme observado por Yokoi & Kamemoto (1994), a frequência de desprendimento de vórtices sincronizou com a frequência de vibração do cilindro para as relações $f_0 / f_s = 0,5; 1; 2$ e 3 . Os modos simétrico e antissimétrico descritos por Ongoren & Rockwell (1988) foram observados. O modo A-I aconteceu para a relação $f_0 / f_s = 1$, enquanto que o modo S ocorreu para a relação $f_0 / f_s = 3$. Os autores concluíram que os regimes de formação de vórtices para o cilindro eram fortemente dependentes da frequência e da

amplitude de oscilação do corpo e menos dependentes do número de Reynolds. Finalmente foi observado que o modo de competição acontecia fora dos valores de sincronização das frequências.

A presente Dissertação de Mestrado utiliza o Método de Vórtices Discretos com a finalidade de se investigar os diferentes regimes de formação de vórtices para um cilindro circular oscilando *in-line* considerando um alto valor para número Reynolds, isto é, $Re=10^5$. A formulação integral utilizada para o cálculo das cargas aerodinâmicas (Shintani & Akamatsu, 1994) permite que se leve em conta a presença da esteira de vórtices; aspecto fundamental na interação fluido-estrutura. Os resultados obtidos, ou seja, os modos de emissão de estruturas vorticosas, são comparados aos resultados experimentais apresentados por Ongoren & Rockwell (1988), pois este trabalho é muito rico em informações sobre oscilação *in-line* de um cilindro circular. A realização das simulações numéricas em duas dimensões não leva em conta o efeito de deformação dos tubos de vorticidade na direção transversal ao plano do escoamento. Comparações feitas com experimentos práticos têm mostrado que as diferenças são significativas para uma análise mais qualitativa dos resultados.

2.5 – O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

Existem dois enfoques básicos para se descrever numericamente o comportamento do escoamento de um fluido viscoso ao redor de um obstáculo. Um deles é a abordagem Euleriana, na qual uma variável de campo é definida como uma função da posição e do instante de tempo. O Método de Elementos Finitos e o Método de Volumes Finitos são exemplos desta classe de métodos numéricos tradicionais. Nestes métodos uma malha de discretização do domínio fluido se faz necessária.

A outra abordagem, e que é a de interesse para este trabalho, é a descrição Lagrangiana. Existe uma classe geral de Métodos de Partículas utilizados para a solução das equações diferenciais, que definem os modelos que simulam os problemas da Mecânica dos Fluidos com ou sem a presença de transporte de massa. Os métodos Lagrangianos possuem características que os tornam mais apropriados (que os métodos Eulerianos) para a simulação numérica de certas categorias de problemas. Entre os métodos Lagrangianos destaca-se o

Método de Vórtices Discretos (M.V.D.), ferramenta utilizada neste trabalho e que está discutida no decorrer deste texto.

Na sua essência e para os fins deste trabalho, o M.V.D. simula os processos de geração, convecção e difusão da vorticidade e permite o cálculo das cargas aerodinâmicas atuantes sobre a superfície do corpo oscilante. A vorticidade presente no meio fluido é discretizada e representada por uma nuvem de vórtices discretos de Lamb (Panton, 1984). Para a representação da superfície do corpo no cálculo do campo de velocidades, o algoritmo utiliza o Método de Painéis com distribuição de singularidades do tipo fontes com densidade uniforme (Katz & Plotkin, 1991). Um esquema de avanço de Euler de primeira ordem (Ferziger, 1981) simula a convecção da nuvem de vórtices discretos, ao passo que o Método de Avanço Randômico (Lewis, 1991) é empregado para simular a difusão da vorticidade e, assim, levar em conta os efeitos da viscosidade do fluido. Para o cálculo das cargas aerodinâmicas é empregada uma formulação integral oriunda de uma equação de Poisson para a pressão proposta por Shintani & Akamatsu (1994); esta formulação considera a contribuição de todos os vórtices discretos presentes na esteira viscosa.

O M.V.D. apresenta algumas características marcantes que o tornam bastante atrativo para a simulação numérica de escoamentos caracterizados por regiões com alta vorticidade, das quais se destacam: (a) a não necessidade da criação de uma malha de discretização do domínio fluido, (b) o escoamento é descrito apenas nas regiões de interesse, ou seja, onde a vorticidade se encontra concentrada: especificamente na camada limite e na esteira viscosa do corpo e (c) o método não exige uma consideração explícita das condições de contorno a grandes distâncias do corpo.

As vantagens descritas acima estão associadas ao fato de que cada partícula é seguida individualmente desde sua geração até o fim da simulação numérica. Desta maneira, não há a necessidade de se especificar explicitamente as condições de contorno nas fronteiras onde a vorticidade não é gerada.

O escoamento de um fluido viscoso em torno de corpos rombudos pode ser facilmente estudado utilizando-se o M.V.D. devido ao seu enfoque puramente Lagrangiano e que não requer a discretização do domínio fluido, mas sim do campo de vorticidades. O método possibilita ainda a implementação de vários corpos com geometrias arbitrarias.

Diferentemente dos métodos numéricos tradicionais, que utilizam uma malha de discretização do domínio fluido, o M.V.D. não apresenta problemas com difusão numérica.

A utilização de ferramentas numéricas para estudo do campo de vorticidades como, por exemplo, o M.V.D., é uma prática mais recente no meio científico. Porém, a literatura destaca trabalhos como o de Präger (1928), que mostrou em seu estudo a distribuição de vórtices potenciais sobre uma superfície originando-se, assim, o Método de Painéis; este último constitui-se numa das ferramentas utilizadas no Método de Vórtices.

Mais tarde, Rosenhead (1931) utilizou vórtices discretos potenciais para o cálculo de folhas de vorticidade (buscando simular o efeito das instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz). Este trabalho representou um grande avanço para o desenvolvimento do Método de Vórtices Discretos moderno.

O M.V.D. moderno foi desenvolvido na década de 1970 por Alexander Chorin e Anthony Leonard nos Estados Unidos e por Conrad Rehbach na França.

No início dos anos de 1980, o M.V.D. ficou voltado para aspectos matemáticos como, por exemplo, as propriedades de convergência (Hald & Mauceri 1978; Hald, 1979; Beale & Majda, 1981, 1982a, 1982b, 1985). Atualmente com o avanço constante de pesquisas e dos estudos tornaram-se possíveis a inclusão correta de efeitos viscosos, o tratamento das condições de contorno sobre as fronteiras sólidas e a redução do tempo computacional das simulações numéricas. Estes aspectos vêm adequando o M.V.D. à realização de simulações numéricas com alto nível de refinamento envolvendo escoamentos viscosos em regime não-permanente e com altos valores de números de Reynolds ao redor de fronteiras sólidas móveis/deformáveis (Kamemoto, 2009).

A utilização do M.V.D. para a simulação de escoamentos de fluidos viscosos está baseada na discretização do campo de vorticidades através de uma superposição de vórtices discretos de Lamb. Esta abordagem numérica apresenta três características fundamentais:

- i. As Equações de Navier-Stokes são formuladas em termos do campo de vorticidades e não do campo de velocidades;
- ii. Trabalha-se com um dos teoremas de Helmholtz (Batchelor, 1967 e Sherman, 1990), que mostra a correspondência entre os elementos de vorticidade (elementos computacionais ou de vórtices discretos) e as partículas materiais

de fluido; com esta característica, os vórtices discretos podem ser submetidos a um processo convectivo com a mesma velocidade das partículas fluidas, concedendo-se ao método uma característica puramente Lagrangiana.

- iii. Na obtenção da velocidade do fluido, define-se a vorticidade por $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$; assim, integrando-se o campo de vorticidades, determina-se o campo de velocidades \mathbf{u} . Esta é a Lei de Biot-Savart, que descreve completamente o escoamento através do acompanhamento dos vórtices discretos de Lamb (Batchelor, 1967).

Estas características são responsáveis tanto pelos aspectos desejáveis do M.V.D. quanto pelas maiores dificuldades encontradas para sua implementação numérica. O estudo do escoamento viscoso através do campo de vorticidades se mostra atrativo, pois se obtém uma melhor visualização dos fenômenos que ocorrem durante a análise do problema, principalmente em escoamentos com presença de vorticidade, logo em regime não-permanente. Além disso, a equação que rege o transporte da vorticidade na forma bidimensional é escalar. Outra característica é o desaparecimento do termo de pressão da equação da quantidade de movimento (Equações de Navier-Stokes) ao se aplicar o operador rotacional sobre ela. Pode-se, também, tomar o divergente das Equações de Navier-Stokes recuperando, via solução integral advinda de uma equação de Poisson para a pressão, o cálculo das cargas aerodinâmicas. Esta metodologia para o cálculo das cargas aerodinâmicas é mais precisa, pois leva em conta a presença da esteira de vórtices (Shintani & Akamatsu, 1994).

A discretização de forma Lagrangiana do campo de vorticidades satisfaz as condições de contorno no infinito automaticamente, o que ocorre devido à característica que os vórtices discretos possuem de marchar no tempo simulando a dinâmica da vorticidade. Este avanço temporal dos vórtices discretos é bem simples, pois estas partículas não possuem massa. Assim, conclui-se que os métodos que não trabalham com malhas mostram-se mais vantajosos em relação aos que utilizam malha. Os métodos de malha, inevitavelmente, apresentam algum tipo de problema com a dissipação numérica devido ao termo não-linear contido nas equações de Navier-Stokes. Sabe-se, ainda, que a necessidade da geração de uma malha é um processo que sempre demanda cuidados especiais.

Na literatura são encontrados trabalhos muito ricos no que se refere às revisões abrangentes com relação ao desenvolvimento do Método de Vórtices Discretos e de suas aplicações. Citam-se, como exemplos importantes, os trabalhos de Leonard (1980, 1985), Sarpkaya (1989) e Puckett (1993). Outros dois trabalhos importantes e que merecem citação são: Anderson & Greengard (1991), onde se encontra uma coleção de artigos que revelam a conjuntura do assunto no início dos anos de 1990 e Cottet & Koumoutsakos (2000), que consiste em um livro dedicado ao assunto, contendo muitas considerações práticas com relação à implementação do M.V.D.

O M.V.D. é uma ferramenta numérica que se adapta muito bem para a simulação de escoamentos onde existam fronteiras móveis e/ou deformáveis (Kamemoto, 2009). A adaptação do método para fins de inclusão de modelagem de turbulência usando Simulações de Grandes Escalas é bastante simples. Neste aspecto, Kamemoto *et al.* (2000) fizeram uma revisão do M.V.D. descrevendo a importância do desenvolvimento de modelos de turbulência para os métodos Lagrangianos.

Alcântara Pereira *et al.* (2002) apresentaram um trabalho que teve como finalidade a realização de simulações numéricas mais refinadas envolvendo os aspectos de turbulência. As contribuições principais do trabalho foram: a proposição de uma modelagem sub-malha de turbulência utilizando-se um modelo de Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem adaptada ao M.V.D. e o desenvolvimento e implementação de um algoritmo numérico, para incluir, no contexto do M.V.D. a modelagem de turbulência com suas devidas adaptações para escoamentos no plano, mesmo sabendo que a turbulência na sua essência é um fenômeno tridimensional.

Atualmente existem aspectos importantes que vêm sendo atacados pelos pesquisadores para o desenvolvimento do M.V.D., tais como: (i) a redução do tempo de processamento devido ao cálculo da velocidade induzida na nuvem de vórtices discretos usando a lei de Biot-Savart, que requer N^2 operações do processador para N vórtices discretos; (ii) a inclusão dos efeitos viscosos em uma formulação Lagrangiana via métodos estatísticos ou métodos determinísticos, uma vez que a difusão é bem mais facilmente computada nos métodos de malha; e (iii) o efeito da evolução Lagrangiana no tempo, pois os resultados serão tão precisos quanto menores forem os incrementos de tempo utilizados; entretanto, quanto menores os incrementos de tempo, mais onerosas serão as simulações, no que diz respeito ao tempo de CPU.

Uma observação pertinente é que o presente trabalho lança mão de uma simulação numérica bidimensional, onde a evolução temporal do termo de deformação/esticamento dos tubos de vorticidade não é analisada; pois caso este termo fosse considerado (escoamentos tridimensionais), o tempo de CPU seria ainda mais crítico.

A primeira dificuldade mencionada anteriormente tem sido resolvida com sucesso através do Método de Expansão em Multipólos (Greengard & Rokhlin, 1987) para o cálculo da interação vórtice-vórtice. Neste aspecto, o Método de Expansão em Multipolos é uma alternativa à lei de Biot-Savart no que tange à diminuição dos esforços computacionais. Tal método possibilita que o processador faça $N \log N$ operações (interação vórtice-caixa) ou até mesmo N operações para N vórtices da nuvem (interação caixa-caixa), conforme discutido na Tese de Doutorado de Komoutsakos (1993). A aplicação do referido método tem sido muito estudada e implementações eficientes têm sido desenvolvidas (Salmon *et al.*, 1994), mas devem-se ressaltar os grandes esforços despendidos na programação do método. Rossi (1996, 1997) desenvolveu um algoritmo em linguagem de programação C++ para o cálculo da interação vórtice-caixa. Este algoritmo vem sendo adaptado para utilização no Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI e por isto, ainda não foi utilizado na obtenção dos resultados desta Dissertação de Mestrado visando uma maior redução do tempo final de processamento de cada caso investigado.

Com relação a segunda dificuldade mencionada, a correta inclusão dos efeitos da difusão viscosa, há na literatura, especialmente nas últimas três décadas, uma grande quantidade de pesquisas sobre esse assunto, onde se produziram pelo menos seis esquemas diferentes para adicionar a difusão viscosa nos cálculos do M.V.D. São eles: o Método de Avanço Randômico (Lewis, 1991), o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice (Leonard (1980), Kamemoto (1994), Rossi (1996, 1997, 2005, 2006)), o Método da Mudança da Intensidade da Partícula (Degond & Mas-Gallic, 1989), o Método da Redistribuição da Vorticidade (Shankar & Van Dommelen, 1996), o Método da Velocidade de Difusão (Ogami & Akamatsu, 1991) e o Método de Fishelov (1990).

O Método de Avanço Randômico foi a primeira técnica numérica desenvolvida para ser associada ao M.V.D. visando-se a inclusão dos efeitos da difusão viscosa; este método é de simples implementação e de rápida execução, porém, possui uma taxa de convergência baixa ($1/\sqrt{N}$). Para os fins desta Dissertação de Mestrado utiliza-se o Método de Avanço Randômico.

O Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice foi proposto por Leonard (1980) e utilizado por Kamemoto (1994); todavia, o método foi abandonado quando Greengard (1985) provou que esta metodologia não convergia para as equações de Navier-Stokes. Rossi (1996) corrigiu o Método de Crescimento do Raio do Núcleo fazendo com que o raio do núcleo dos vórtices discretos crescesse até um valor máximo; a partir disto os vórtices são divididos (partição) dando origem a novos vórtices, cujos raios podem novamente se expandir. Posteriormente, Rossi (2006) promoveu modificações para melhorar o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice através do uso de Funções de Base Radial.

O Método da Mudança da Intensidade da Partícula foi introduzido por Degond & Mas-Gallic (1989) e se caracteriza por distribuir a intensidade de um vórtice entre seus vizinhos através de uma malha.

O Método da Redistribuição da Vorticidade desenvolvido por Shankar & Van Dommenlen (1996) é similar ao Método da Mudança da Intensidade da Partícula, mas dispensa o uso de malha; o Método da Redistribuição da Vorticidade é resolvido através de um sistema de equações algébricas que otimiza o processo de redistribuição da intensidade de um vórtice entre seus vizinhos.

O Método da Velocidade de Difusão desenvolvido por Ogami & Akamatsu (1991) simula a difusão da vorticidade através da inserção de uma velocidade extra no processo convectivo devido exclusivamente à difusão; tal velocidade é relacionada ao coeficiente de viscosidade cinemática do fluido, ao campo de vorticidades e ao gradiente do campo de vorticidades. Este método necessitou de correção do raio do núcleo dos vórtices para que convergisse conforme foi discutido por Kempka & Strickland (1993).

O Método de Fishelov (1990) adiciona derivadas com funções suaves na equação da vorticidade e transfere tais derivadas para estas funções.

Na literatura encontram-se trabalhos desenvolvidos para a resolução do efeito da evolução Lagrangiana no tempo pela aplicação de esquemas que calculam as velocidades dos vórtices discretos através de uma malha em cada instante de tempo; estes esquemas utilizam “kernels” de interpolação de alta ordem em uma formulação cartesiana de produtos tensoriais. Tais esquemas têm sido utilizados há bastante tempo, e possibilitam o cálculo preciso de escoamentos complexos; no entanto, eles têm causado controvérsias pelo fato de adicionar malha em um método caracterizado por não utilizar malhas. Além disso, eles introduzem

alguns erros de interpolação, mas que são geralmente toleráveis, a menos que se queiram simular escoamentos com números de Reynolds mais altos, quando tais erros podem tornar-se uma limitação. Buscando solucionar tais inconvenientes, Barba (2004) utilizou o Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice em associação com Funções de Base Radial para eliminar a necessidade de utilização de malha; o controle do crescimento do raio do núcleo dos vórtices discretos é feito automaticamente e esta técnica se mostrou eficiente quanto à precisão dos resultados obtidos.

No que se refere à maior precisão das simulações é essencial destacar a necessidade de desprendimento de um grande número de vórtices discretos, o que torna o tempo de CPU bastante oneroso. Portanto, a tendência atual parece ser a procura por algoritmos que tornem as simulações menos demoradas, como o apresentado por Mustto *et al.* (1998) (Lei de Biot-Savart Modificada), além da utilização do Método de Expansão em Multipólos para o cálculo da interação vórtice-vórtice, e da expectativa de desenvolvimento de técnicas como a computação paralela, a qual consiste em conectar diversas CPU's entre si para que vários processadores possam trabalhar em conjunto na simulação. Nesta Dissertação de Mestrado o algoritmo acelerador apresentado por Mustto *et al.* (1998) está implementado no ambientado FORTRAN/LINUX com o padrão OPEN MP de programação e paralelização. Mais detalhes do algoritmo da Lei de Biot-Savart modificada são encontrados no Apêndice B.

Para finalizar esta Revisão Bibliográfica menciona-se a utilização de técnicas numéricas que se caracterizam por um sistema de descrição híbrido (Euleriano-Lagrangiano), o chamado Método de Vórtices em Célula (Christiansen (1973), Cottet (1987), Smith & Stansby (1988), Brecht & Ferrante (1990), Ebiana & Bartholomew (1996), Liu & Doorly (2000), e Cottet & Poncet (2004)), o qual tem o ônus de adicionar erros de interpolação e possuir um tempo de CPU maior do que o Método de Expansão em Multipolos ($N + M \log M$, sendo M o número de pontos da malha).

Capítulo 3

FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA

A formulação matemática apresentada é válida para um corpo de forma qualquer e conhecida, que oscila forçadamente na mesma direção do escoamento incidente em um domínio fluido bidimensional e de grandes dimensões. O movimento do corpo é composto de um movimento retilíneo com velocidade constante $-U-$ sobre o qual é superposto um movimento oscilatório *in-line* de amplitude finita $-A-$ e velocidade angular constante $-\lambda-$, veja o modelo estrutural montado na Fig. 3.1.

Tendo em vista que o problema tratado nesta Dissertação de Mestrado possui um forte caráter dinâmico, a correta descrição do movimento do corpo torna-se fundamental para a determinação das cargas aerodinâmicas. De acordo com o trabalho de Recicar (2007) emprega-se um sistema de coordenadas associado à posição original do corpo, chamado de referencial fixo, e outro sistema de coordenadas móvel associado à posição de deslocamento do corpo, chamado de referencial não-inercial. Estes dois referenciais são necessários para o cálculo das cargas aerodinâmicas atuantes sobre a superfície do corpo, que são resultantes do acoplamento entre o modelo estrutural, discutido neste capítulo, e o modelo hidrodinâmico, que será abordado no próximo capítulo. Estas cargas aerodinâmicas são causadas pela geração e desprendimento de vórtices.

3.1 – DEFINIÇÕES

Considere na Fig. 3.1 um sistema de coordenadas $(\xi O \eta)$ fixo ao corpo e que se move com o mesmo durante a vibração *in-line*. Nestas condições a superfície do corpo S_c é definida pela equação escalar:

$$F(\xi, \eta) = 0. \quad (3.1)$$

Para a completa definição do problema, considere, ainda, um segundo sistema de coordenadas inerciais (xoy) , que se encontra fixo em relação a uma posição média ocupada pelo corpo.

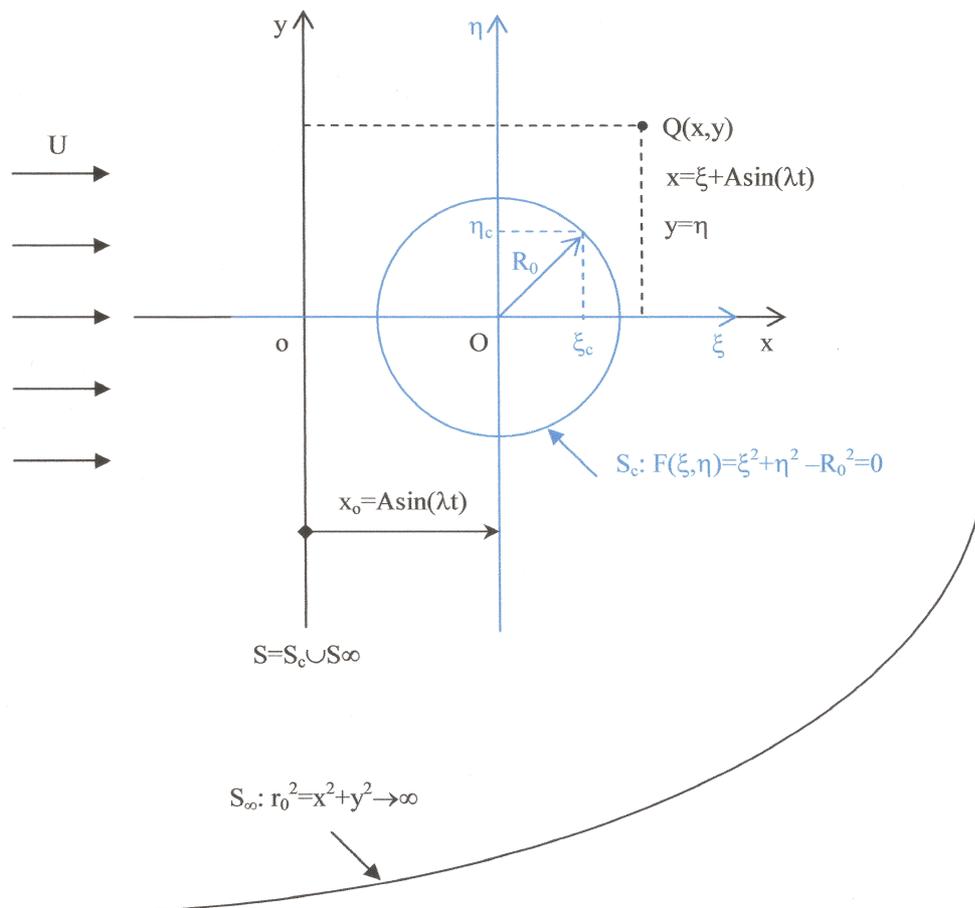


Figura 3.1 – Modelo estrutural e definições.

Desta forma, pode-se escrever a Eq. (3.1) como:

$$F(\xi, \eta) = \xi_c - \begin{bmatrix} \xi_s(\eta) \\ \xi_i(\eta) \end{bmatrix} = 0. \quad (3.2)$$

A grande vantagem desta metodologia está na facilidade de se impor à superfície do corpo outros movimentos de vibração linear ou mesmo movimento de rotação. No contexto da formulação que se apresenta neste trabalho, e para simplificarem os desenvolvimentos e a implementação numérica, assume-se que o corpo oscila na mesma direção da velocidade do escoamento incidente (vibração forçada *in-line*). Assim, tem-se que:

$$x_o(t) = A \sin(\lambda t), \quad (3.3)$$

$$\lambda = 2\pi f_o, \quad (3.4)$$

onde f_o é a frequência de vibração forçada *in-line* imposta ao corpo.

A superfície do corpo é definida no sistema de coordenadas inercial por:

$$S_c : F_c(x, y, t) = x_c - [x_o(t) + \xi(y)] = 0, \quad (3.5)$$

e no caso particular de um corpo simétrico com relação à η , tem-se:

$$F_c(x, y, t) = x_c - x_o(t) \mp \xi(y) = 0. \quad (3.6)$$

Um observador fixo no sistema (x, o, y) observa que o corpo oscila com os seguintes componentes para a sua velocidade \mathbf{V} :

$$V_x = \dot{x}_o = A\lambda \cos(\lambda t), \quad (3.7a)$$

$$V_y = 0. \quad (3.7b)$$

A grandes distâncias, na direção transversal ao corpo ($x = 0$ e $y \rightarrow \mp\infty$), o fluido move-se de tal maneira que os seus componentes de velocidade são:

$$u = U, \quad (3.8a)$$

$$v = 0. \quad (3.8b)$$

A grandes distâncias, na mesma direção do escoamento incidente ($y = 0$ e $x \rightarrow \mp\infty$), espera-se que o movimento do fluido causado pela oscilação *in-line* do corpo deva decair em intensidade para que se verifiquem:

$$u \rightarrow U, \quad (3.9a)$$

$$v \rightarrow 0. \quad (3.9b)$$

A grandes distâncias, a jusante ($x \rightarrow +\infty$), encontra-se a esteira viscosa sob a influência do movimento oscilatório do corpo. Nas vizinhanças do corpo a influência da oscilação do mesmo se faz sentir, principalmente, na direção do escoamento incidente. A energia transferida ao fluido, pelo movimento de vibração do corpo, é sentida pela velocidade induzida nas partículas fluidas. Mesmo desprezando os efeitos da compressibilidade, a intensidade da velocidade induzida deve decair com a distância, porque se observa o “espalhamento” da energia transferida em todas as direções. A jusante do corpo espera-se que os efeitos causados pela oscilação sejam somados aos efeitos convectivos associados à velocidade do escoamento não-perturbado U (Recicar, 2007).

3.2 – HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

Para a formulação matemática do problema são assumidas algumas hipóteses simplificadoras, as quais se relacionam com a geometria, com as propriedades dos fluidos e com as propriedades do escoamento. As seguintes hipóteses são estabelecidas para que se estude o escoamento não-permanente que se desenvolve a jusante do corpo:

H₁: O escoamento é bidimensional, isto é, ele se realiza no plano (x,y) e a região fluida é infinita estendendo-se a grandes distâncias do corpo.

H₂: O comportamento reológico do fluido é assumido como sendo o de um fluido Newtoniano com as suas propriedades constantes (massa específica ρ e coeficiente de viscosidade dinâmica μ).

H₃: Os efeitos da compressibilidade são desprezados, ou seja, assume-se que o número de Mach apresenta valores bem menores que a unidade (em geral, $Ma < 0,3$), o que caracteriza escoamento incompressível.

H₄: A formulação assume que o escoamento é turbulento. Embora as análises que são feitas considerem número de Reynolds elevado, nenhuma modelagem de turbulência é incorporada à modelagem matemática do problema. O modelo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem poderá ser incorporado à formulação do problema futuramente; para mais detalhes veja o trabalho de Alcântara Pereira *et al.* (2002).

H₅: A análise está restrita para o escoamento ao redor de um cilindro circular com superfície não-rugosa oscilando na mesma direção do escoamento incidente, embora qualquer outra forma de geometria conhecida possa ser analisada.

H₆: Desprezam-se os efeitos de troca de calor entre a superfície do corpo e o meio fluido.

As hipóteses simplificadoras acima apresentadas propiciam o desenvolvimento da camada limite e, desde que haja condições apropriadas, o escoamento descola e há a formação da esteira viscosa. A equação do movimento, que exprime o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Linear (P.C.Q.M.L.), é representada pelas equações de Navier-Stokes. A condição de contorno especificada sobre a superfície do corpo é a condição de aderência que, por sua vez, pode ser dividida em condição de impenetrabilidade e em condição de escorregamento-nulo.

3.3 – EQUAÇÕES GOVERNANTES E CONDIÇÕES DE CONTORNO

Os princípios de conservação, que governam o fenômeno físico descrito nos itens anteriores, são apresentados na forma de expressões matemáticas. Com as hipóteses simplificadoras, o Princípio da Conservação da Massa, P.C.M. (Equação da Continuidade) e o Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Linear, P.C.Q.M.L. (Equações de Navier-Stokes) tornam-se, respectivamente:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (3.11)$$

onde $\mathbf{u} \equiv (u, v)$ é o vetor velocidade do fluido, p representa o campo de pressões, ρ é a massa específica e ν o coeficiente de viscosidade cinemática.

Na superfície do corpo deve-se verificar a condição de aderência. Esta condição é desmembrada da seguinte forma: (i) condição de impenetrabilidade, que exige componente normal da velocidade da partícula fluida igual ao componente normal da velocidade da superfície e (ii) condição de escorregamento-nulo, que impõe a mesma situação para os componentes tangenciais destas velocidades. Assim:

$$(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \text{ sobre } S_C, \text{ representando a condição de impenetrabilidade,} \quad (3.12)$$

$$(\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\tau}) = (\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\tau}) \text{ sobre } S_C, \text{ representando a condição de escorregamento-nulo,} \quad (3.13)$$

onde \mathbf{n} e $\boldsymbol{\tau}$ são, respectivamente, os versores normal e tangencial à superfície S_C em cada ponto e o vetor $\mathbf{V} \equiv (V_x, V_y)$ refere-se à velocidade da superfície do corpo.

A grandes distâncias do corpo, em S_∞ , assume-se que o escoamento analisado tende para o escoamento não-perturbado, ou seja:

$$|\mathbf{u}| \rightarrow U. \quad (3.14)$$

3.4 – ADIMENSIONALIZAÇÃO DO PROBLEMA

A adimensionalização das equações governantes e das condições de contorno do problema é necessária, pois ela contribui para um ganho de generalidade na apresentação da solução do modelo. Nesta etapa é possível identificar a dependência entre grandezas e sugerir como elas devem ser relacionadas entre si e, também, preparar uma apresentação dos resultados com a presença fundamental dos parâmetros adimensionais da Mecânica dos Fluidos.

Inicialmente definem-se as grandezas representativas do fenômeno estudado. Neste trabalho e, em geral, nos problemas de Mecânica dos Fluidos, tem-se que:

- b é o comprimento característico; adota-se o diâmetro do cilindro circular - d -.
- U é a velocidade característica; adota-se a velocidade do escoamento não-perturbado.
- T_0 é o tempo característico, onde $T_0 = \frac{b}{U}$.

Com a utilização das grandezas características, as equações e suas condições de contorno podem ser adimensionalizadas. As grandezas adimensionalizadas tornam-se:

$$x^* = \frac{x}{b} \quad : \text{coordenada na direção do eixo dos } x,$$

$$y^* = \frac{y}{b} \quad : \text{coordenada na direção do eixo dos } y,$$

$$T_0^* = \frac{UT_0}{b} \quad : \text{tempo,}$$

$$\Delta t^* = \frac{U\Delta t}{b} \quad : \text{incremento de tempo,}$$

$$u^* = \frac{u}{U} \quad : \text{componente do vetor velocidade na direção dos } x,$$

$$v^* = \frac{v}{U} \quad : \text{componente do vetor velocidade na direção dos } y,$$

$$p^* = \frac{p}{\rho U^2} \quad : \text{campo de pressões,}$$

$$\omega^* = \frac{b\omega}{U} \quad : \text{único componente não-nulo do vetor vorticidade no plano,}$$

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma}{bU} \quad : \text{intensidade de um vórtice discreto,}$$

$\sigma_0^* = \frac{\sigma_0}{b}$: raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb,

$A^* = \frac{A}{b}$: amplitude de oscilação *in-line* do corpo,

$\lambda^* = \frac{b\lambda}{U}$: velocidade angular do corpo,

$V_R = \frac{U}{f_0 b}$: velocidade reduzida do corpo, sendo f_0 a frequência de oscilação *in-line* do corpo,

$\lambda_o^* = \frac{\lambda_o}{b} = V_R = \frac{U}{f_o b}$: comprimento de onda da oscilação *in-line* do corpo,

$St = f_s \frac{b}{U}$: número de Strouhal para a frequência de emissão de vórtices f_s do corpo fixo,

$St_o = f_{so} \frac{b}{U}$: número de Strouhal para a frequência de emissão de vórtices f_{so} do corpo oscilando *in-line*,

$Re = \frac{\rho U b}{\mu}$: número de Reynolds do escoamento.

Os operadores adimensionalizados ficam:

$\nabla^* = b\nabla$: operador Nabla,

$\nabla^{*2} = b^2\nabla^2$: operador Laplaciano.

O significado de algumas grandezas ficará mais claro com o desenvolvimento do texto.

Com as definições anteriores, as equações governantes e as condições de contorno tomam as seguintes formas adimensionais:

$$\nabla^* \cdot \mathbf{u}^* = 0, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^{*2} \mathbf{u}^*, \quad (3.16)$$

$$(\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{V}^* \cdot \mathbf{n}) \text{ sobre } S_C, \quad (3.17)$$

$$(\mathbf{u}^* \cdot \boldsymbol{\tau}) = (\mathbf{V}^* \cdot \boldsymbol{\tau}) \text{ sobre } S_C, \quad (3.18)$$

$$|\mathbf{u}^*| \rightarrow 1 \text{ em } S_\infty. \quad (3.19)$$

O asterisco (*), que denota grandeza adimensionalizada, é omitido a partir deste item por comodidade de digitação e apresentação das equações.

3.5 – A EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DA VORTICIDADE

A formulação matemática do problema apresentada no item anterior mostrou que o escoamento é governado pela equação da continuidade (Eq. 3.15) e pelas equações de Navier-Stokes (Eq. 3.16). A análise das equações de Navier-Stokes mostra a presença do termo de pressão, que representa certa dificuldade na manipulação das equações, quando se tenta obter uma solução. Adotando-se o seguinte procedimento:

- Aplica-se o operador rotacional ($\nabla \times$) em ambos os lados da Eq. (3.16),
- Utiliza-se da definição matemática da vorticidade ($\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$),
- Considera-se as hipóteses H_1 (escoamento bidimensional) e H_3 (escoamento incompressível) e a Eq.(3.15)

obtem-se a seguinte versão da equação do transporte da vorticidade (Batchelor, 1967):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega, \quad (3.20)$$

onde \mathbf{u} é o vetor velocidade do escoamento incidente, Re é o número de Reynolds baseado no diâmetro do cilindro e ω representa, em duas dimensões, o único componente não-nulo do vetor vorticidade.

Nota-se na Eq. (3.20) que o termo correspondente à variação da vorticidade devido à deformação dos tubos de vorticidade, não se faz presente. No Apêndice A encontram-se mais detalhes sobre a obtenção da equação do transporte da vorticidade para problemas tridimensionais/bidimensionais e a interpretação física de cada termo desta equação.

A evolução do campo de vorticidades é governada pela Eq. (3.20). O lado esquerdo desta equação representa a variação temporal da vorticidade, ou seja, contém os termos que representam o fenômeno da convecção da vorticidade, enquanto que o lado direito contém os termos necessários para descrever a difusão da vorticidade. Note que os efeitos da viscosidade estão contidos no lado direito da equação.

Chorin (1973) propôs o Algoritmo de Separação da Parte Viscosa, “*Viscous Splitting Algorithm*”, da Eq. (3.20) assumindo que, dentro do mesmo incremento de tempo Δt , a difusão da vorticidade pode ser aproximadamente calculada independentemente da sua convecção. Com esta aproximação, a implementação numérica do M.V.D. passa a ser bastante simplificada, se a posição e intensidade dos vórtices discretos forem conhecidas.

Assim sendo, o fenômeno da convecção da vorticidade é governado pela equação:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = 0, \quad (3.21)$$

e o fenômeno associado à difusão da vorticidade é governado pela equação:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega \quad (3.22)$$

Na essência do algoritmo proposto por Chorin (1973), os processos de convecção e de difusão realizam-se sucessivamente, dentro de um mesmo intervalo de tempo Δt e no limite, quando $\Delta t \rightarrow 0$, convergem para a Eq. (3.20).

Capítulo 4

MÉTODO DE SOLUÇÃO: O MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS (M.V.D.)

No Capítulo 4 descreve-se o modelo hidrodinâmico utilizado para a solução numérica do problema apresentado no Capítulo 3. O M.V.D. é a base para o desenvolvimento teórico e matemático do modelo hidrodinâmico discutido a seguir. O objetivo deste modelo é a obtenção das forças aerodinâmicas causadas pela geração e desprendimento de vórtices na superfície do corpo oscilante para a investigação do fenômeno da sincronização entre a frequência de vibração forçada *in-line* da estrutura e a sua frequência de emissão de vórtices.

4.1 – CONVECÇÃO DA NUVEM DE VÓRTICES DISCRETOS

A análise da Eq. (3.21), que governa a convecção da vorticidade, mostra que esta é convectada materialmente, ou seja, cada vórtice discreto da nuvem é transportado por convecção como se fosse uma partícula material de fluido (Helmholtz, 1858):

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial\omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\omega = 0 . \quad (4.1)$$

Neste trabalho utiliza-se a forma Lagrangiana da Eq. (4.1), isto é:

$$\frac{D\omega}{Dt} = 0. \quad (4.2)$$

Com isto, para a solução do problema puramente convectivo da nuvem de vórtices discretos deve-se calcular o campo de velocidades induzido em cada vórtice discreto e conseqüentemente, o movimento de um vórtice arbitrário (i) pode ser calculado integrando-se a equação para a sua trajetória. Assim sendo, o transporte da vorticidade por convecção é escrito em sua forma Lagrangiana como:

$$\frac{d\mathbf{x}^{(i)}}{dt} = \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t), \quad (4.3)$$

onde $\mathbf{x}^{(i)}$ é o vetor posição do vórtice discreto arbitrário (i) no instante de tempo t e $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$ representa a velocidade total induzida na posição $\mathbf{x}^{(i)}$ ocupada pelo vórtice neste instante. Tem-se $i = 1, N$; N é o número total de vórtices que compõe a nuvem.

O cálculo do campo de velocidades sobre cada vórtice discreto é composto pelas contribuições do escoamento incidente, da velocidade induzida pelo corpo (com a inclusão do efeito de oscilação) e da velocidade induzida pela nuvem de vórtices presente na região fluida. Conhecendo-se a velocidade $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)$, a solução numérica da Eq. (4.3) é obtida, por exemplo, utilizando-se um esquema de avanço de primeira ordem de Euler. Este esquema corresponde a uma primeira aproximação para a solução da equação do avanço convectivo, resultando:

$$\mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{x}^{(i)}(t) + \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t, \quad (4.4)$$

sendo a velocidade total \mathbf{u} (induzida em cada vórtice discreto) assim formada pelas contribuições do escoamento incidente, \mathbf{u}_i , pela velocidade induzida pelo corpo, \mathbf{u}_c , e pela velocidade induzida pela nuvem de vórtices discretos presente na região fluida, \mathbf{u}_v , ou seja:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_c + \mathbf{u}_v. \quad (4.5)$$

Sem a presença do ângulo de ataque, θ , o escoamento incidente, \mathbf{u}_i , é representado pelo escoamento uniforme na direção do eixo x. Em termos de componentes, tem-se:

$$u_i = 1 \text{ e} \quad (4.6a)$$

$$v_i = 0. \quad (4.6b)$$

A contribuição da fronteira sólida é calculada via Método dos Painéis (Katz & Plotkin, 1991), o qual permite levar em conta superfícies de corpos de formas arbitrárias e conhecidas. O Método dos Painéis consiste na discretização da superfície de um corpo com a utilização de segmentos (ou painéis) retos ou curvos sobre os quais são distribuídas singularidades. Neste trabalho a superfície do corpo é simulada por um conjunto de painéis retos sobre os quais se distribuem fontes com densidade uniforme, $\sigma(x)$, através da imposição da condição de contorno de Neumann, veja a Fig. 4.1.

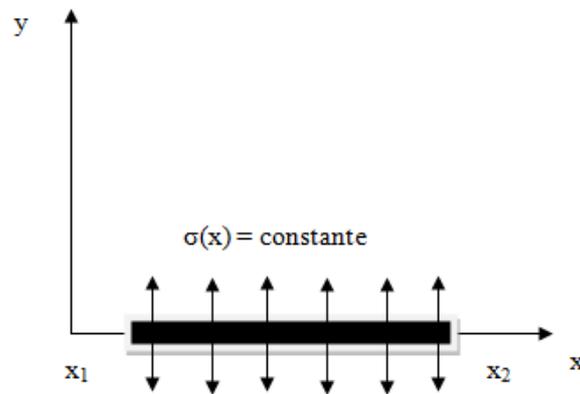


Figura 4.1 – Distribuição de fontes com densidade uniforme. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991)).

Para um sistema de coordenadas fixo num painel, conforme ilustra a Fig. 4.2 (Katz & Plotkin, 1991), os componentes u e v da velocidade induzida por uma distribuição uniforme de fontes sobre um ponto P localizado nas suas vizinhanças são, respectivamente:

$$u = \frac{\sigma}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} = \frac{\sigma}{4\pi} \ln \frac{r_1^2}{r_2^2}, \quad (4.7)$$

$$v = \frac{\sigma}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1). \quad (4.8)$$

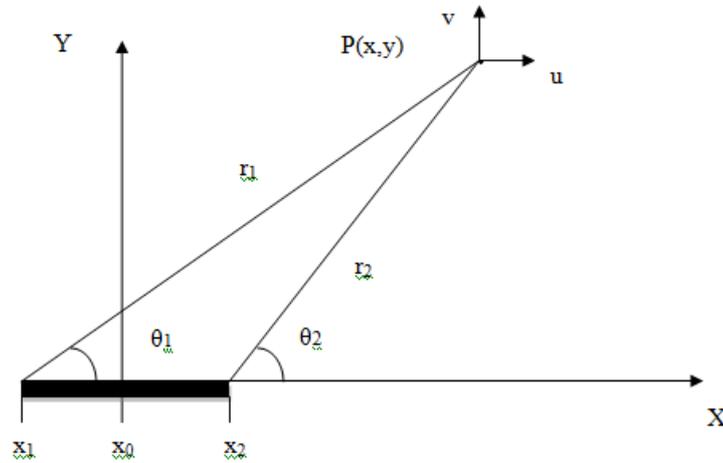


Figura 4.2 – Representação dos componentes da velocidade induzida por um painel qualquer do corpo. (Reproduzida de Katz & Plotkin (1991)).

A seguinte equação matricial é estabelecida, após a imposição da condição de impenetrabilidade (Eq. 3.17) sobre o ponto de controle de cada painel (Katz & Plotkin, 1991):

$$\begin{bmatrix} 0.5 & K_{12} & \dots & \dots & K_{1m} \\ K_{21} & 0.5 & \dots & \dots & K_{2m} \\ K_{31} & K_{32} & \dots & \dots & K_{3m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{m1} & K_{m2} & \dots & \dots & 0.5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \dots \\ \sigma_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{RHSS}_1 \\ \text{RHSS}_2 \\ \text{RHSS}_3 \\ \dots \\ \text{RHSS}_m \end{Bmatrix}, \quad (4.9)$$

e que se constitui em um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a densidade uniforme de fontes; outra forma para se escrever a Eq. (4.9) é:

$$[\text{COUPS}]\{\text{SIGMA}\} = \{\text{RHSS}\}, \text{ sendo:} \quad (4.9a)$$

$[\text{COUPS}]$ a matriz de influência de fontes. Os coeficientes $K_{i,j}$ representam a velocidade normal induzida no ponto de controle de um painel genérico i por uma distribuição uniforme de fontes com densidade unitária localizada sobre o painel j ;

$\{\text{SIGMA}\}$ o vetor incógnita de fontes;

$\{\text{RHSS}\}$ o vetor coluna lado direito de fontes.

O cálculo do vetor coluna lado direito fontes para o ponto de controle do painel plano genérico S_K é realizado da seguinte maneira:

$$\text{RHSS}(S_k) = \left\{ (u_i + u_{\text{osc}}) \sin(\theta_{pk}) - (v_i) \cos(\theta_{pk}) + u_{k,j} \sin(\theta_{pk}) - v_{k,j} \cos(\theta_{pk}) \right\}, \quad (4.10)$$

sendo u_i e v_i os componentes do vetor velocidade do escoamento não-perturbado, u_{osc} o componente da velocidade de vibração *in-line* do corpo (dada pela Eq. 3.7a), $u_{k,j}$ e $v_{k,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos e θ_{pk} o ângulo de orientação do painel k .

O cálculo da velocidade induzida pelo corpo é feito no sistema de coordenadas fixo ao corpo ($\xi O \eta$), veja na Fig. 3.1. Portanto, a velocidade do escoamento na superfície do corpo é escrita como:

$$\mathbf{u}(\xi, \eta; t) = [U - \dot{x}_0(t)] \mathbf{i}. \quad (4.11)$$

A Eq. (4.11) mostra que o efeito da vibração *in-line* do corpo, representado por $\dot{x}_0(t)$ na Eq. (3.7a), provoca uma distribuição de singularidades adicional sobre a superfície discretizado do corpo. O que permite concluir que as velocidades induzidas devido a estas novas singularidades, também influenciam no cálculo dos efeitos convectivos e das cargas aerodinâmicas.

A velocidade induzida pela superfície discretizada do corpo, de acordo com os cálculos do Método dos Painéis, é indicada por $[uc(\xi, \eta), vc(\xi, \eta)]$, que representa a velocidade induzida no vórtice (i), localizado no ponto $Q(\xi, \eta)$, conforme se estabelece na Fig. 3.1.

No sistema de coordenadas inercial, os componentes da velocidade induzida pelo corpo devido a sua vibração forçada *in-line* assumem a seguinte forma:

$$uc^{(i)}(x, y, t) = uc(\xi \eta; t) + \dot{x}_0(t) \quad (4.12)$$

$$vc^{(i)}(x, y, t) = vc(\xi \eta; t) \quad (4.13)$$

O cálculo da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos presente na região fluida (interação vórtice-vórtice) é a etapa que consome maior tempo de CPU, pois o número de operações realizadas pelo processador é da ordem do quadrado do número de vórtices discretos presentes no escoamento. Este cálculo é sempre efetuado no sistema de coordenadas não-inercial.

De maneira geral, os componentes nas direções x e y da velocidade total, induzida no vórtice k pelos demais vórtices são calculados pelas expressões, respectivamente:

$$u_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \Gamma_j U_{V_{k,j}}, \quad (4.14)$$

$$v_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \Gamma_j V_{V_{k,j}}. \quad (4.15)$$

Veja no Apêndice B mais detalhes sobre o cálculo do campo de velocidades devido a contribuição da velocidade induzida por uma nuvem de vórtices de Lamb usando a Lei de Biot-Savart Modificada.

4.2 – DIFUSÃO DA VORTICIDADE

O processo de difusão da vorticidade é o responsável pela manifestação dos efeitos da viscosidade do fluido. Na Eq. (3.22) este fato está implícito através da presença do número de Reynolds do escoamento. A solução da equação que governa a difusão da vorticidade é obtida através de um esquema puramente Lagrangiano via Método de Avanço Randômico. Este método representa uma técnica probabilística e foi inicialmente desenvolvido por Einstein (1956) para simular o movimento browniano de partículas. O método foi utilizado e se tornou popular por intermédio de vários pesquisadores como, por exemplo, Lewis (1991). Com este método o processo de difusão da vorticidade deixa de ser rigorosamente determinístico, aliás, uma característica dos escoamentos com número de Reynolds elevado. Maiores detalhes sobre o Método de Avanço Randômico são discutidos no trabalho de Ghoniem & Sherman (1985).

Considere um vórtice (i) da nuvem, que no instante (t) , encontra-se localizado em $\mathbf{x}^{(i)}(t)$. O Método de Avanço Randômico exige que cada vórtice da nuvem sofra um avanço randômico definido por $\mathbf{Z}_d \equiv (x_d, y_d)$. Se o avanço convectivo for calculado utilizando-se o esquema de avanço de primeira ordem de Euler dado pela Eq. (4.4), então o vórtice discreto (i) deve ser posicionado de acordo com:

$$\mathbf{x}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{x}^{(i)}(t) + \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}^{(i)}, t)\Delta t + \mathbf{Z}_d. \quad (4.16)$$

Os componentes x_d e y_d do vetor avanço randômico \mathbf{Z}_d , na forma adimensional, são definidos como:

$$x_d^{(i)} = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} [\cos(2\pi Q)], \quad (4.17a)$$

$$y_d^{(i)} = \sqrt{\frac{4\Delta t}{\text{Re}} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} [\sin(2\pi Q)], \quad (4.17b)$$

onde P e Q são números randômicos tal que $0 < (P \text{ e } Q) < 1$.

4.3 – GERAÇÃO DE VORTICIDADE

Uma idéia do mecanismo de geração de vorticidade a partir de uma fronteira sólida está apresentada neste item considerando-se o exemplo clássico do descolamento da camada limite na superfície de um cilindro circular. A passagem de um escoamento ao redor de um corpo rombudo mostra que quando uma partícula fluida contorna a superfície deste corpo ela vai perdendo energia devido ao atrito. Como o campo de pressões é incapaz de forçar a camada limite, esta se desprende da superfície do corpo aproximadamente na região de maior largura. Observa-se que na parte interna da camada limite a velocidade é mais lenta que na parte externa e o movimento se torna circular ao se separar do corpo originando os vórtices, veja o esquema da Fig. 4.3.

De uma maneira geral, a vorticidade é gerada sempre que um fluido viscoso se movimenta junto a uma fronteira sólida. As equações de Navier-Stokes (Eq. 3.11) podem ser escritas na seguinte forma vetorial:

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p - \frac{1}{\text{Re}} \nabla \times \boldsymbol{\omega}. \quad (4.18)$$

Como o escoamento estudado neste trabalho se realiza no plano (hipótese H_1 apresentada no Capítulo 3), para fins de ilustração supõe-se a passagem deste escoamento por

um comprimento elementar sobre a superfície do cilindro circular. Considere, ainda, que o escoamento realiza-se num semi-plano em que o eixo real representa esta superfície sólida elementar localizada sobre o contorno do corpo (em $y = 0$), onde a condição de aderência é especificada. Fazendo-se estas considerações pode-se simplificar a Eq. (4.18) resultando:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (4.19)$$



Figura 4.3 – Separação do escoamento com detalhes interior da camada limite. (Fontes: [http//www](http://www)).

A Eq. (4.19) governa a geração da vorticidade numa superfície sólida coincidente com o eixo dos x . A derivada do lado direito da equação representa o fluxo de vorticidade em $y = 0$. Como não existe passagem de escoamento para $y < 0$, este fluxo de vorticidade representa a quantidade de vorticidade que está sendo gerada a partir da superfície. A Eq. (4.19) permite que esta vorticidade gerada seja quantificada pelo seu lado esquerdo. Em outras palavras, se o gradiente de pressão é favorável haverá uma geração de vorticidade, já que o fluxo passa a ser positivo. Alternativamente, se o gradiente de pressão é desfavorável haverá uma destruição de vorticidade, já que o fluxo passa a ser negativo.

Na implementação numérica da versão do M.V.D. utilizada neste trabalho, o processo descrito anteriormente é equivalente à utilização da condição de escorregamento-nulo sobre a superfície discretizada do corpo (especificamente o ponto de controle de cada painel plano) dada pela Eq. (3.18).

Para garantir a condição de escorregamento-nulo sobre o ponto de controle de cada painel distribuem-se vórtices discretos de Lamb nas suas vizinhanças (veja o Apêndice B), de acordo com o esquema mostrado na Fig. 4.4.

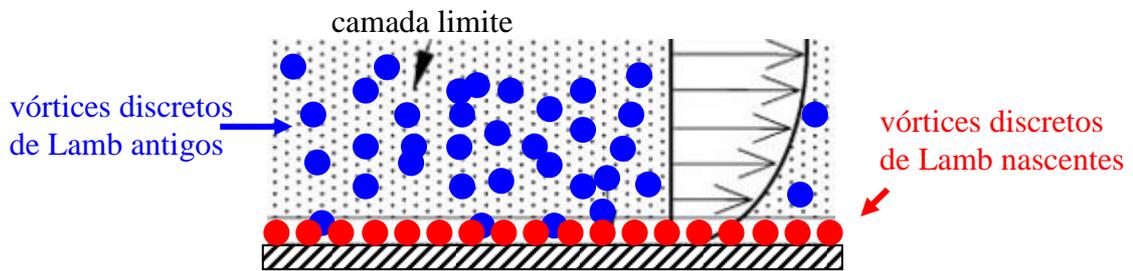


Figura 4.4 – Representação da vorticidade nascente a partir de uma fronteira sólida por vórtices discretos de Lamb. (Fonte: <http://www>).

Os vórtices discretos nascentes são posicionados de tal maneira que tangenciem o ponto de controle de cada painel. Além desta posição de geração dos vórtices, outras variáveis importantes são: a camada protetora (pro) e o percentual de deslocamento da posição de geração dos vórtices em relação à superfície discretizada (gap). A camada protetora foi proposta no trabalho de Ricci (2002) e consistia em se envolver o corpo de forma a determinar uma região muito próxima da superfície do corpo e dentro da qual não era permitida a permanência de vórtices discretos. O cálculo da velocidade induzida pelos painéis de fontes sobre os vórtices discretos localizados nesta região apresentava um erro característico do Método dos Painéis.

Como estratégia numérica, Ricci (2002) considerou que esta camada protetora era localizada dentro de uma região retangular e, qualquer vórtice discreto que ultrapassasse esta região teria a sua posição investigada com a finalidade de averiguar se o mesmo se encontrava no interior da camada protetora ou não; em caso positivo, o vórtice discreto era deslocado para fora do corpo de uma posição determinada pelo valor $\epsilon + (\epsilon \times \text{gap})$ em relação à superfície discretizada. Mais tarde, Bimbato (2008) verificou que o uso desta camada protetora era desnecessário para um número de vórtices discretos nascentes igual ou maior que $M=300$. Ricci (2002) utilizou $M=90$ vórtices discretos nascentes durante cada incremento de tempo. Na presente Dissertação de Mestrado foram confirmados os resultados obtidos por Bimbato (2008).

Alguns autores, como Ricci (2002) e Bimbato (2008), utilizam-se do artifício de refletir os vórtices discretos que migrarem para o interior do corpo após os avanços de convecção e

de difusão. Outros autores preferem eliminar os vórtices e utilizar a Lei de Conservação da Circulação para compensar a vorticidade perdida (Alcântara Pereira, 2002).

A alternativa adotada neste trabalho consiste no uso da abordagem que considera a camada protetora e a reflexão dos vórtices discretos que migrarem para o interior do corpo de volta ao domínio fluido e fora da camada protetora. Qualquer uma das abordagens não pode violar o Princípio da Conservação da Circulação Global. O balanço da circulação global na região fluida deve ser constante durante toda a simulação numérica.

De maneira similar à montagem da equação matricial de fontes, obtém-se a seguinte matriz de influência responsável pela geração dos vórtices discretos novos:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & \dots & K_{1m} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & \dots & K_{2m} \\ K_{31} & K_{32} & \dots & \dots & K_{3m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{m1} & K_{m2} & \dots & \dots & K_{mm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \\ \dots \\ \Gamma_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{RHSV}_1 \\ \text{RHSV}_2 \\ \text{RHSV}_3 \\ \dots \\ \text{RHSV}_m \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

e que se constitui em um sistema linear de equações algébricas, cuja incógnita representa a intensidade dos vórtices discretos de Lamb; outra forma para se escrever a Eq. (4.20) é:

$$[\text{COUPV}]\{\text{GAMMA}\} = \{\text{RHSV}\}, \text{ sendo:} \quad (4.20a)$$

$[\text{COUPV}]$ a matriz de influência de vórtices discretos novos. Os coeficientes $K_{i,j}$ representam a velocidade tangencial induzida no ponto de controle de um painel genérico i , por um vórtice discreto de Lamb com intensidade unitária, localizado sobre o painel j ;

$\{\text{GAMMA}\}$ o vetor incógnita de vórtices discretos nascentes;

$\{\text{RHSV}\}$ o vetor coluna lado direito de vórtices discretos nascentes.

O cálculo do vetor coluna lado direito vórtices discretos para o ponto de controle do painel plano genérico S_k é realizado da seguinte maneira:

$$\text{RHSV}(S_k) = \left\{ - (u_i + u_{osc}) \cos(\text{th}_{pk}) - (v_i) \sin(\text{th}_{pk}) - u_{k,j} \cos(\text{th}_{pk}) - v_{k,j} \sin(\text{th}_{pk}) \right\}, \quad (4.21)$$

sendo u_i e v_i os componentes do vetor velocidade do escoamento não-perturbado, u_{osc} o componente da velocidade de vibração do corpo (dada pela Eq. 3.7a), $u_{k,j}$ e $v_{k,j}$ os componentes da velocidade total induzida pela nuvem de vórtices discretos e θ_{pk} o ângulo de orientação do painel k .

4.4 – CONSERVAÇÃO DA MASSA E CONSERVAÇÃO DA CIRCULAÇÃO GLOBAL

O sistema linear correspondente à equação matricial de fontes (Eq. 4.9) deve ser aumentado de mais uma equação de tal maneira que se verifique a conservação da massa durante toda a simulação numérica; assim, a nova equação impõe que:

$$\sum_{j=1}^M (\sigma_j) = 0, \quad (4.22)$$

sendo M o número total de painéis utilizados para a discretização da superfície do corpo.

Na teoria potencial a condição de conservação da circulação é imposta ao longo do domínio fluido Ω , sendo expressa por:

$$\Gamma_{\Omega} = \oint_C \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (4.23)$$

Considerando a nuvem de vórtices discretos, a conservação da circulação global deve ser verificada em qualquer instante da simulação numérica através do seguinte balanço:

$$\sum_{j=1}^M (\Gamma_j)_{\text{vórtices nascentes}} + \sum_{k=1}^N (\Gamma_k)_{\text{vórtices antigos}} = 0. \quad (4.24)$$

De forma análoga à imposição da conservação da massa, o sistema linear correspondente à equação matricial de vórtices discretos nascentes (Eq. 4.20) deve ser aumentado de mais uma equação de tal maneira que se verifique a conservação da circulação global durante toda a simulação numérica; assim, a nova equação impõe que:

$$\sum_{j=1}^M (\Gamma_j)_{\text{vórtices nascentes}} = 0, \quad (4.25)$$

uma vez que no primeiro instante de tempo da simulação numérica ainda não existem vórtices discretos presentes no domínio fluido.

4.5 – CARGAS AERODINÂMICAS

As cargas aerodinâmicas são resultantes da ação que um fluido em movimento exerce sobre a superfície de um corpo de forma qualquer. As cargas aerodinâmicas são divididas em cargas aerodinâmicas distribuídas (tensão cisalhante e pressão) e em cargas aerodinâmicas integradas (sendo as de interesse deste trabalho, força de arrasto de forma e força de sustentação).

Todo o desenvolvimento teórico e matemático apresentado nos itens anteriores do Capítulo 4 deve ser acoplado com uma metodologia que permita a obtenção das forças aerodinâmicas causadas pela geração e desprendimento de vórtices. Uma inspeção feita na equação do transporte da vorticidade (veja a Eq. 3.20) mostra a ausência do termo de pressões. Este termo foi excluído porque o rotacional do campo de pressões é igual a zero.

O cálculo do campo de pressões pode ser feito considerando-se a abordagem apresentada por Kamemoto (1994). Nesta abordagem aplica-se o operador divergente nas equações de Navier-Stokes e com o auxílio da equação da continuidade (hipótese de escoamento incompressível) obtém-se uma equação de Poisson para a pressão, que é resolvida utilizando-se um esquema de diferenças finitas.

Este procedimento permite o cálculo do campo de pressões em qualquer ponto do domínio fluido. Este campo é calculado integrando-se a função de Bernoulli, definida por Uhlman (1992) como:

$$Y = p + \rho \frac{u^2}{2}, u = |\mathbf{u}|. \quad (4.26)$$

Shintani & Akamatsu (1994) apresentaram outra formulação que possui a vantagem de melhor combinada com o M.V.D., uma vez que se torna necessário conhecer apenas o campo

de velocidades e o campo de vorticidades. Esta abordagem é adotada nesta Dissertação de Mestrado sendo a equação integral definida por:

$$\overline{HY}_i - \int_{S_c} Y \nabla G_i \cdot \mathbf{n} dS = \iint_{\Omega} \nabla G_i \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) d\Omega - \frac{1}{\text{Re}} \int_{S_c} (\nabla G_i \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \mathbf{n} dS, \quad (4.27)$$

onde:

$H = 1$ em Ω (no domínio do escoamento) ou

$H = 0.5$ em S_c (sobre a superfície do corpo) e

G corresponde à solução fundamental da equação de Laplace.

As integrais presentes na Eq. (4.27) são resolvidas numericamente. No trabalho de Ricci (2002) pode-se encontrar a dedução completa da seguinte equação que permite determinar o valor da pressão no ponto i :

$$\begin{aligned} HY_i + \int_S \frac{1}{2\pi} \frac{n_x(x-x_i) + n_y(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} Y dS &= - \int_{\Omega} \frac{1}{\pi} \frac{v(x-x_i) - u(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \boldsymbol{\omega} d\Omega \\ &- \frac{1}{\text{Re}} \int_S \frac{1}{\pi} \frac{n_y(x-x_i) - n_x(y-y_i)}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} \boldsymbol{\omega} dS, \end{aligned} \quad (4.28)$$

a qual discretizada, para ser resolvida numericamente, assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} HY_i + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1; j \neq i}^M \frac{n_{xj}(x_j - x_i) + n_{yj}(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j Y_j &= \\ \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \frac{1}{\pi \text{Re}} \sum_{j=1; j \neq i}^M \frac{n_{yj}(x - x_i) - n_{xj}(y - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Delta S_j \gamma_j. \end{aligned} \quad (4.29)$$

A Eq. (4.29) pode ser resolvida pelo Método de Painéis, de maneira que se agrupe o primeiro numa matriz de influência de pressão, chamada A_p , e os dois últimos somatórios num vetor coluna lado direito de pressão, chamado L_d , respectivamente. Assim, a Eq. (4.29) é escrita na seguinte forma discretizada:

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^M A_{p_{i,j}} Y_j = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^M A_{d_{i,j}} \gamma_j. \quad (4.30)$$

O vetor coluna lado direito da equação anterior, por sua vez, pode ser escrito da seguinte forma:

$$Ld_i = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \frac{v_j(x_j - x_i) - u_j(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \Gamma_j + \sum_{j=1}^M A_{d_{i,j}} \gamma_j. \quad (4.31)$$

A aplicação da Eq. (4.31) nos M painéis que discretizam a superfície do corpo resulta na seguinte forma de uma equação matricial para a pressão:

$$[A_p]\{Y\} = \{Ld\}. \quad (4.32)$$

Deste modo, resolvendo-se a equação matricial para a pressão, ou seja, conhecidos os valores do vetor incógnita Y para os M painéis, pode-se obter os valores para o coeficiente de pressão associado a cada segmento reto:

$$C_{p_i} = Y_i + 1, \quad (4.33)$$

As forças hidrodinâmicas são obtidas pela integração da pressão ao longo do corpo. A força de arrasto atua em cada painel na direção do escoamento incidente, ao passo que a força de sustentação atua em cada painel na direção normal ao escoamento incidente. Somando-se todas as contribuições elementares de arrasto e de sustentação tem-se:

$$D = \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(\theta_{pj}), \quad (4.34)$$

$$L = - \sum_{j=1}^M (p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(\theta_{pj}). \quad (4.35)$$

sendo p_j o valor correspondente à pressão no ponto de controle do painel j , p_∞ a pressão adotada como de referência, ΔS_j o comprimento do painel j e θ_{pj} o ângulo de orientação do painel j .

Finalmente, a adimensionalização das duas equações anteriores permite que se encontrem os resultados para os coeficientes de arrasto de forma e de sustentação, respectivamente:

$$C_D = \sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \sin(\theta_{pj}) = \sum_{j=1}^M C_P \Delta S_j \sin(\theta_{pj}), \quad (4.36)$$

$$C_L = -\sum_{j=1}^M 2(p_j - p_\infty) \Delta S_j \cos(\theta_{pj}) = -\sum_{j=1}^M C_P \Delta S_j \cos(\theta_{pj}). \quad (4.37)$$

Capítulo 5

ANÁLISE DE RESULTADOS

Os resultados numéricos iniciais são obtidos para o caso de um cilindro de seção circular estacionário. A apresentação destes resultados tem como finalidades: (a) definição e aferição dos parâmetros numéricos variáveis nas simulações numéricas utilizando o algoritmo do M.V.D.; (b) cálculo das séries temporais dos coeficientes das forças e do coeficiente de pressão para a apresentação de uma discussão física sobre o comportamento do regime de formação de vórtices a partir da superfície do corpo, especialmente na região envolvida pelas duas camadas cisalhantes opostas; (c) comparação dos resultados numéricos obtidos na simulação numérica com os valores experimentais de Blevins (1984) para alto número de Reynolds, isto é, $Re=10^5$. Os valores experimentais de Blevins (1984) estão mostrados para o coeficiente de arrasto e para o número de Strouhal com uma incerteza experimental de $\pm 10\%$.

Cumprida a etapa acima, parte-se para a análise da influência do efeito de oscilação *in-line* do cilindro circular sobre o mecanismo de formação de vórtices. Os parâmetros numéricos amplitude e frequência de oscilação *in-line* do corpo são combinados para a identificação do fenômeno do *lock-in* mantendo-se $\alpha=0^\circ$ (veja a Fig. 2.9). Os resultados experimentais disponíveis na literatura são, na sua grande maioria, apresentados para escoamentos com número de Reynolds baixo (em geral encontra-se $10^2 < Re < 10^3$); mesmo assim, uma comparação com os regimes de formação de vórtices é apresentada. Esta comparação é feita porque as observações experimentais indicam que a variação da amplitude e da frequência de vibração do cilindro parecem ser mais fortemente dominantes para a

formação das estruturas vorticosas do que o numero de Reynolds (Koopman, 1967 e Liu & Fu, 2003).

Os parâmetros numéricos necessários para a análise dos resultados estão divididos em duas classes: a primeira classe está relacionada com o fenômeno físico e segunda classe está relacionada com o método numérico. No presente estudo, os parâmetros relacionados com o fenômeno físico são:

a) Número de Reynolds: (Re)

Simulações numéricas com altos valores para o número de Reynolds compreendem a faixa de interesse prático. Valores da ordem de $10^5 < Re < 10^6$ mostram-se apropriados para atenderem a um dos objetivos deste trabalho, ou seja, o de realizar simulações numéricas com um alto valor do número de Reynolds. Neste trabalho foi feita uma escolha apropriada para a solução da difusão da vorticidade através do Método de Avanço Randômico para mostrar as potencialidades do M.V.D. de simular escoamentos não-permanentes a altos valores de número de Reynolds. Para todos os casos simulados adota-se $Re=10^5$.

b) Ângulo de ataque para o escoamento incidente: (th)

O ângulo de ataque (th) do escoamento incidente é considerado igual a zero para as simulações numéricas envolvendo o cilindro circular.

c) Raio do Núcleo do Vórtice de Lamb: (σ_0)

Nas simulações numéricas o valor do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb é adotado como igual ao valor da posição de nascimento dos vórtices discretos (ϵ), ao longo da superfície discretizada do cilindro circular. Esta escolha estabelece que o centro do núcleo do vórtice discreto nascente se localize a uma pequena distância (ϵ) sobre uma normal que passa pelo ponto de controle do painel, de maneira que o vórtice discreto sempre tangencie este ponto de controle.

O valor nominal para o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb pode ser estimado pela seguinte relação (Mustto *et al.*, 1998):

$$\sigma_0 = 4,48364 \sqrt{\frac{\Delta t}{Re}} . \quad (5.1)$$

Adotando-se $\Delta t = 0,05$ e $Re = 10^5$ tem-se para o cilindro circular o valor do raio do núcleo do vórtice de Lamb aferido e adotado como sendo $\sigma_0 = 0,0010$. Mais detalhes sobre o cálculo do valor nominal do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb estão no Apêndice B.

d) Amplitude de oscilação *in-line* do corpo: (A)

Para a apresentação dos resultados da segunda parte do Capítulo 5 são escolhidos dois valores para a amplitude de oscilação *in-line* do cilindro circular, isto é, $A=0,13$ e $A=0,50$. De acordo com o trabalho de Ongoren & Rockwell (1988) o valor de amplitude $A=0,13$ é pequeno, mas suficiente para o controle da estrutura de formação de vórtices na esteira do cilindro. A escolha para o maior valor de amplitude, $A=0,50$, tem como finalidade mostrar as potencialidades do presente código computacional para a análise de vibração forçada com qualquer valor de amplitude de oscilação.

e) Frequência de oscilação *in-line* do corpo: (f_0)

Fixando-se um dos dois valores de amplitude de oscilação *in-line* ($A=0,13$ ou $A=0,50$), a frequência de oscilação do corpo assume diferentes valores para que se identifique o fenômeno da sincronização entre a frequência de emissão de vórtices do corpo oscilando f_{s0} e a frequência de oscilação do corpo f_0 . A frequência de oscilação do corpo é adotada na faixa $0,1 \leq f_0 / f_{s0} \leq 4,0$. Em termos de velocidade reduzida, é escolhido o seguinte intervalo de valores para a faixa de variação da frequência de oscilação *in-line* do corpo: $1,25 < V_R < 50$.

Os parâmetros relacionados com a simulação numérica são:

a) Número de painéis planos: (M)

A superfície do cilindro circular é discretizada e representada por um número M finito de painéis planos, sobre os quais se distribuem singularidades do tipo fontes com densidade uniforme. Em todos os casos analisados neste trabalho utilizam-se $M=300$ painéis planos, que se encontram inscritos para a discretização da superfície do corpo; todos os painéis possuem comprimentos iguais. Este valor foi aferido depois de algumas simulações numéricas realizadas com o cilindro circular estacionário.

b) Incremento de tempo: (Δt)

Nas simulações numéricas é fixado um valor para o incremento de tempo, que é compatível com a ordem de grandeza do esquema de avanço de primeira ordem de Euler utilizado no processo da convecção da nuvem de vórtices discretos. O valor adotado é de $\Delta t = 0,05$. O incremento de tempo é calculado de acordo com a seguinte expressão apresentada no trabalho de Mustto *et al.* (1998):

$$\Delta t = \frac{2k\pi}{M}, \quad (5.2)$$

onde $0 \leq k \leq 1$ e M é o número de painéis que discretizam a superfície do cilindro circular.

Todas as simulações numéricas são realizadas com 1000 avanços no tempo, resultando em um tempo adimensional final igual a $t = 1000 \times 0,05 = 50$.

c) Posição de desprendimento dos vórtices discretos nascentes: (ϵ)

A posição de geração dos vórtices discretos (ϵ) apresenta o mesmo valor numérico do raio do núcleo do vórtice de Lamb (σ_0), permitindo assim, que os vórtices nascentes estejam sempre posicionados tangenciando o ponto de controle dos painéis planos. Desta forma, todas as simulações numéricas adotam $\epsilon = \sigma_0 = 0,0010$.

5.1 – CILINDRO CIRCULAR ESTACIONARIO

O primeiro caso simulado corresponde à situação do cilindro circular estacionário. Na Tab. 5.1 se encontra apresentada uma comparação dos resultados numéricos obtidos para o coeficiente de arrasto e para o número de Strouhal com os respectivos resultados experimentais de Blevins (1984). Os valores numéricos são médios e foram calculados entre o tempo $t=22,5$ e $t=40$.

Tabela 5.1 – Comparação dos valores do coeficiente de arrasto e do número da Strouhal com os resultados experimentais para o cilindro circular estacionário.

$Re = 10^5$	C_D	St	St_{FFT}^*
Blevins (1984)	$1,2 \pm 10\%$	$0,19 \pm 10\%$	-
Presente Simulação	1,26	0,20	0,20

* Valor obtido via Transformada Rápida de Fourier (Ver Apêndice E)

Comparando-se os resultados da presente simulação numérica com os resultados de Blevins (1984), que apresentam incerteza experimental de $\pm 10\%$, percebe-se uma pequena diferença entre eles. O valor do coeficiente de arrasto apresenta um resultado pouco acima do resultado experimental e esta é uma característica de simulações numéricas bidimensionais. O número de Strouhal, por sua vez, é praticamente insensível à ausência dos efeitos tridimensionais. Na Tab. 5.1, o resultado numérico para o número de Strouhal foi, também, calculado via Transformada Rápida de Fourier (F.F.T.); este resultado obtido concorda com o resultado tirado diretamente da leitura do arquivo de saída dos coeficientes das forças aerodinâmicas.

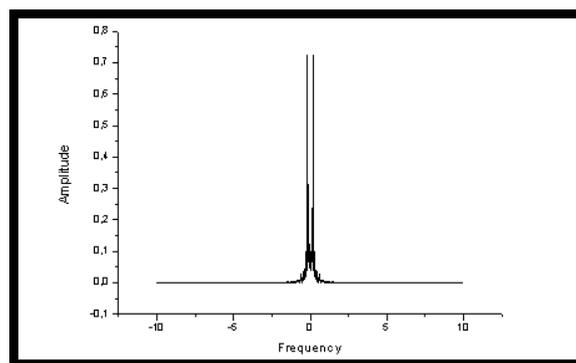


Figura 5.1 – Obtenção do número de Strouhal via FFT.

Na Fig. 5.2 estão mostradas as séries temporais dos coeficientes de forças para um escoamento com $Re=10^5$. Observa-se que há um transiente numérico que vai até o tempo aproximadamente igual a $t=15$. Após este transiente os coeficientes de arrasto e de sustentação passam a oscilar. Outra característica que valida o resultado é que para cada período de oscilação do coeficiente de sustentação há dois períodos de oscilação do

coeficiente de arrasto. Isto acontece, porque a cada período de oscilação do coeficiente de arrasto há o desprendimento de uma estrutura vorticosa ou no lado superior ou no lado inferior do cilindro; já o coeficiente de sustentação oscila para cada duas estruturas vorticosas contra rotativas desprendidas da superfície do cilindro. Estas são características intrínsecas do cilindro circular estacionário.

Identifica-se, também, na Fig. 5.2 para o coeficiente de sustentação uma amplitude máxima negativa de 1,14 e uma amplitude máxima positiva de 1,16. Estes dois valores resultam em um valor de amplitude média igual 0,02, o que comprova que não há sustentação líquida atuante sobre a superfície do cilindro circular estacionário. Este valor médio de amplitude não é nulo, devido a erros numéricos de aproximação.

Os pontos indicados na Fig. 5.2 correspondem aos seguintes instantes de tempo: Ponto A ($t=28,85$), Ponto B ($t=30,25$), Ponto C ($t=31,7$), Ponto D ($t=32,65$) e Ponto E ($t=33,8$). Estes pontos são utilizados, a seguir, para descrever o mecanismo de formação de vórtices a partir da superfície do cilindro circular de acordo com o modelo proposto por Gerrard (1966).

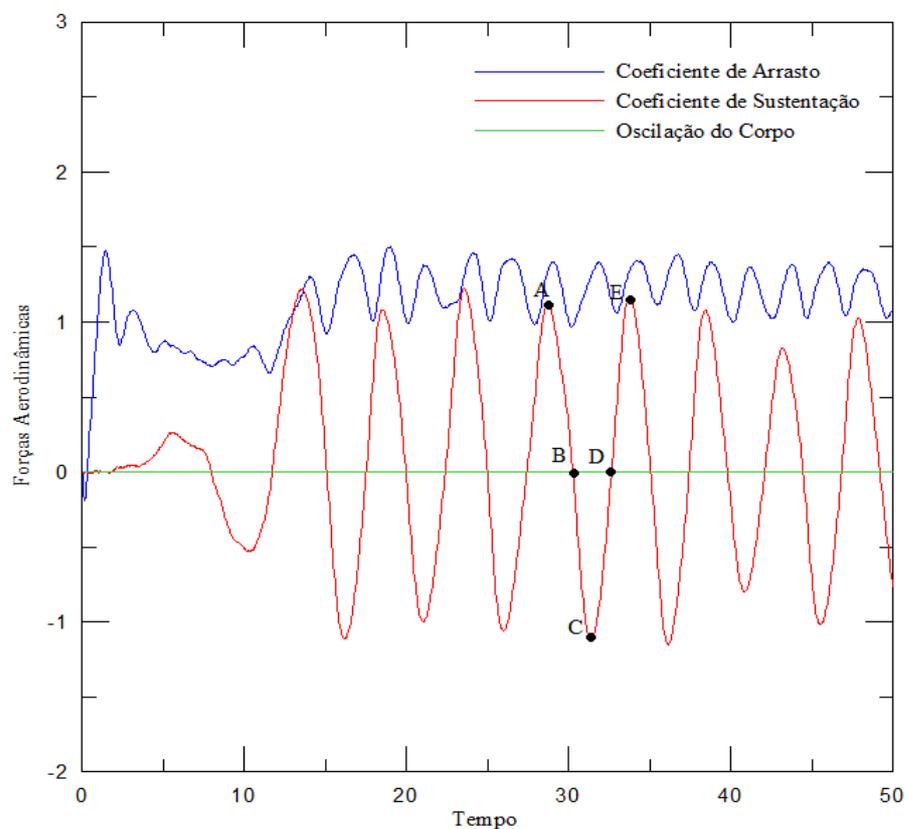


Figura 5.2 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular estacionário ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$).

Para a completa explicação do fenômeno da formação de vórtices a partir da superfície do cilindro circular, a Fig. 5.3 mostra o sentido de orientação do ângulo θ correspondente a cada ponto de controle. Este ângulo indica a posição angular relativamente à superfície discretizada do corpo, onde o valor do coeficiente de pressão é calculado.

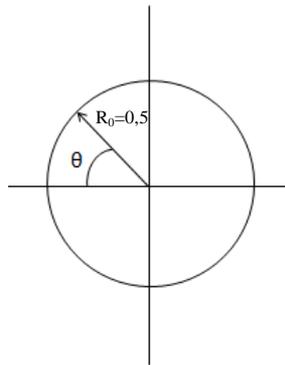


Figura 5.3 – Orientação do ângulo θ para a distribuição do coeficiente de pressão ao redor da superfície discretizada do cilindro circular.

Os pontos indicados por A, B, C, D e E na Fig. 5.1 correspondem, também, aos mesmos pontos de distribuições instantâneas do coeficiente de pressão ao longo da superfície discretizada do cilindro circular, como indicado na Fig. 5.4.

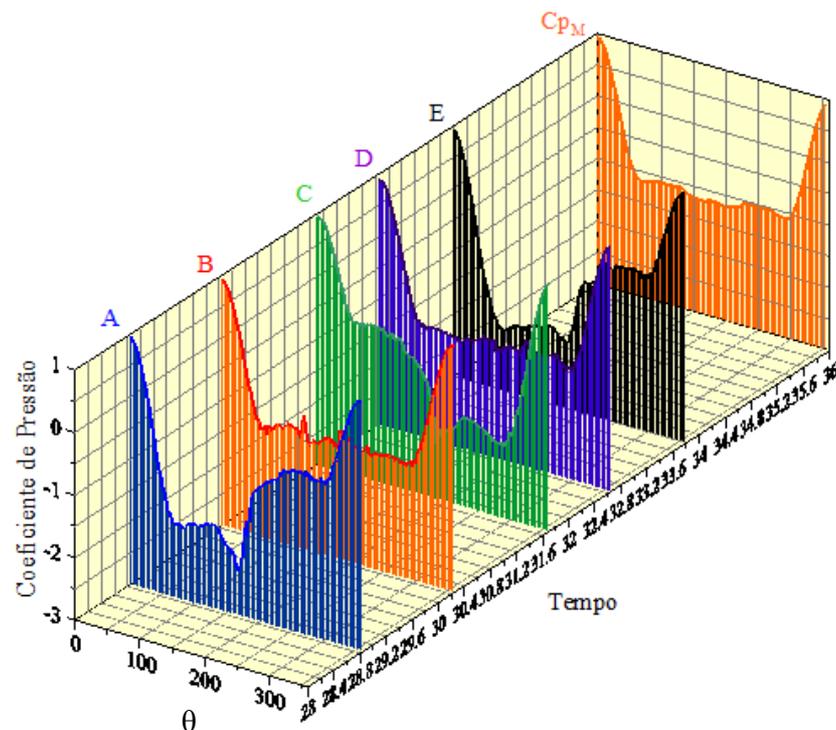


Figura 5.4 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular estacionário ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\epsilon=0,001$, $Re=10^5$).

A curva identificada como CP_M na Fig. 5.4 representa a distribuição do coeficiente médio da pressão, que é calculado entre $t=28,85$ e $t=33,80$.

O instante de tempo correspondente ao Ponto A indica que uma estrutura vorticosa horária está se desprendendo na parte superior do cilindro, onde atua uma força de sustentação máxima positiva e uma a força de arrasto que ainda está aumentando, veja na Fig. 5.2. Este valor de força de arrasto irá aumentar até o instante em que a estrutura vorticosa começará a ser incorporada pela esteira viscosa (Ponto B). Identifica-se na Fig. 5.4 uma zona de baixa pressão compreendida entre $\theta=65^\circ$ e $\theta=170^\circ$, aproximadamente. Neste instante da simulação numérica encontram-se distribuídos no domínio fluido 173.100 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa, como mostrado na Fig. 5.5.



Figura 5.5 – Detalhes do desprendimento de uma estrutura vorticosa horária correspondente ao instante de tempo $t=28,85$ (Ponto A).

No instante representado pelo Ponto B, identifica-se na Fig. 5.2 uma inversão no valor do coeficiente de sustentação, o qual passa de um valor positivo para um valor negativo. Esta inversão indica que a estrutura vorticosa horária desprendida da superfície do cilindro circular no Ponto A começa a ser incorporada pela esteira viscosa formada a jusante do corpo (veja a Fig. 5.6). Identifica-se na Fig. 5.3 uma zona de baixa pressão aproximadamente constante e compreendida entre $\theta=65^\circ$ e $\theta=283^\circ$. Neste instante da simulação numérica encontram-se distribuídos no domínio fluido 181.500 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa.

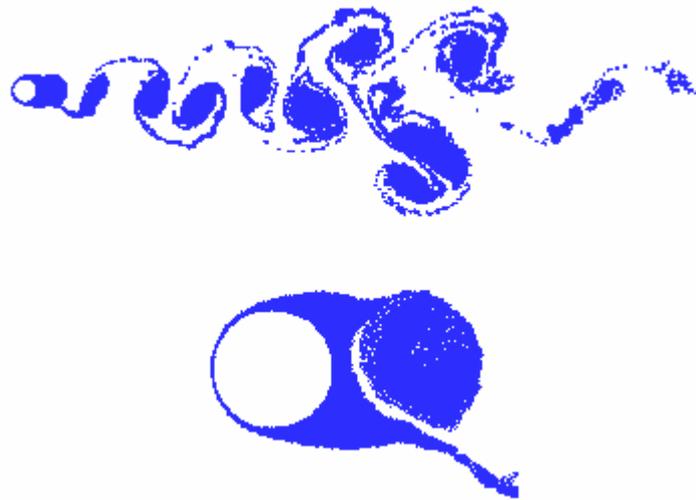


Figura 5.6 – Detalhes do desprendimento de uma estrutura vorticosa horária correspondente ao instante de tempo $t=30,25$ (Ponto B).

Na Fig. 5.7 identifica-se a formação da esteira de Von Kármán, onde os três primeiros pares contra-rotativos de estruturas vorticosas, unidos por folhas de vorticidade, definem a correta formação da generosa esteira pulsante. Encontram-se distribuídos no domínio fluido 190.200 vórtices discretos de Lamb.

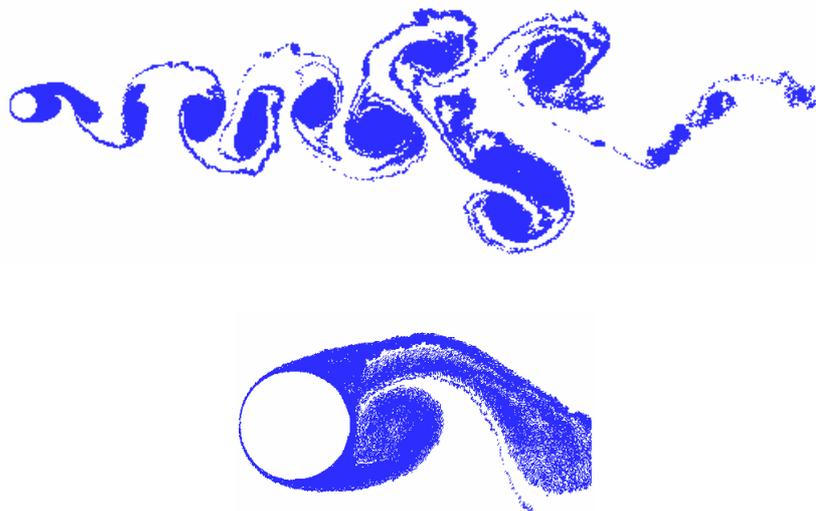


Figura 5.7 – Detalhes do desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária correspondente ao instante de tempo $t=31,7$ (Ponto C).

O instante de tempo correspondente ao Ponto C indica que uma estrutura vorticosa anti-horária está se desprendendo na parte inferior do cilindro, onde atua uma força de sustentação máxima negativa e uma a força de arrasto que ainda está aumentando, veja na Fig. 5.2. Este

valor de força de arrasto irá aumentar até o instante em que a estrutura vorticosa começará a ser incorporada pela esteira viscosa (Ponto D). Identifica-se na Fig. 5.4 uma zona de baixa pressão compreendida entre $\theta=189^\circ$ e $\theta=292^\circ$, aproximadamente.

No instante representado pelo Ponto D, identifica-se na Fig. 5.2 uma inversão no valor do coeficiente de sustentação, o qual passa de um valor negativo para um valor positivo. Esta inversão indica que a estrutura vorticosa anti-horária desprendida da superfície do cilindro circular no Ponto C começa a ser incorporada pela esteira viscosa formada a jusante do corpo (veja a Fig. 5.8). Identifica-se na Fig. 5.4 uma zona de baixa pressão aproximadamente constante e compreendida entre $\theta=68^\circ$ e $\theta=286^\circ$. Neste instante da simulação numérica encontram-se distribuídos no domínio fluido 195.900 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa.

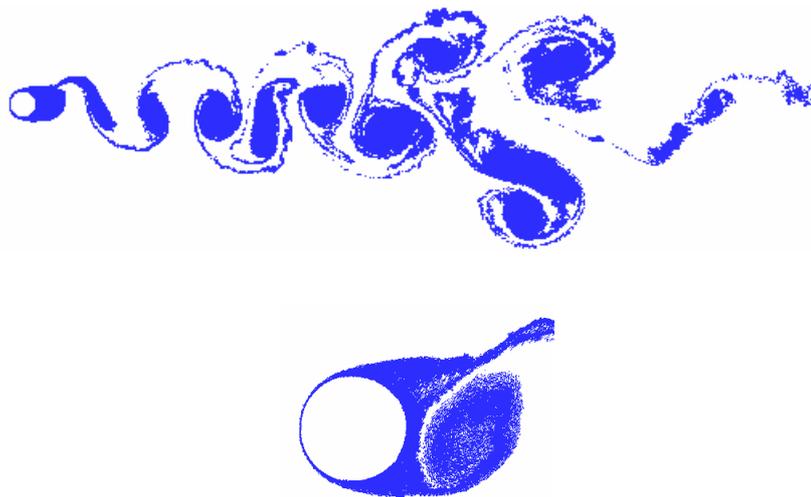


Figura 5.8 – Detalhes do desprendimento de uma estrutura vorticosa anti-horária correspondente ao instante de tempo $t=32,65$ (Ponto D).

O período de oscilação do coeficiente de sustentação (iniciado em $t=28,85$) se completa no instante de tempo $t=33,8$. Durante este período a frequência de emissão de vórtices é igual a $St=0,20$, o que valida mais uma vez os resultados em discussão nesta seção. No instante de tempo $t=33,8$, correspondente ao Ponto E, identificam-se uma força de sustentação máxima positiva e uma zona de baixa pressão compreendida entre $\theta=60^\circ$ e $\theta=165^\circ$, aproximadamente. Este instante, tal como acontecido para o instante representado pelo Ponto A, indica que uma estrutura vorticosa horária se desprende na parte superior do cilindro (veja a Fig. 5.9). Neste instante da simulação numérica encontram-se distribuídos no domínio fluido 202.800 vórtices discretos de Lamb formando a esteira viscosa.

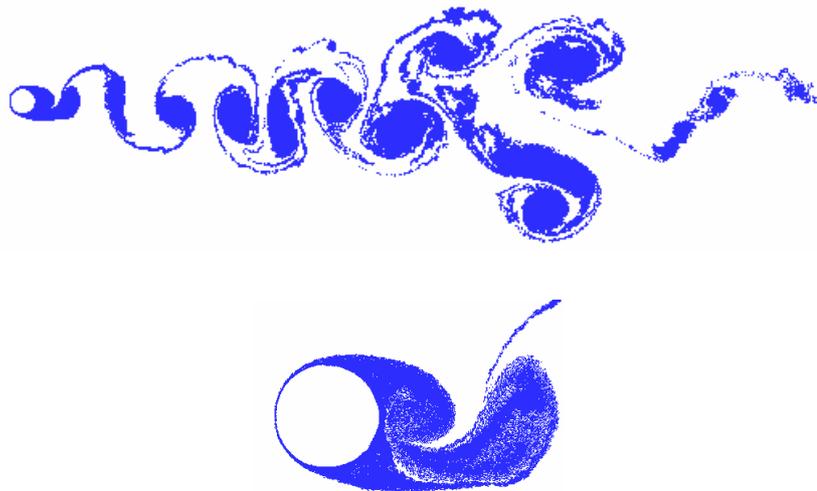


Figura 5.9 – Detalhes do desprendimento de uma estrutura vorticosa horária correspondente ao instante de tempo $t=33,8$ (Ponto E).

A posição final da esteira de vórtices está apresentada na Fig. 5.10. O tempo de processamento necessário para o término da simulação numérica, sem o uso de processamento paralelo, é de aproximadamente 132 horas usando um processador INTEL CORE I7 - 2.8GHZ (BOX) 8MB CACHE (i7-860), MB INTEL DH55TC, 4GB RAM DDR3 1333 MHZ.

A paralelização da rotina que calcula a interação vórtice-vórtice reduz o tempo final de processamento para 18 h, sendo este ganho muito importante para as simulações do cilindro circular oscilando *in-line*.



Figura 5.10 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular estacionário ($M=300$, $N=300.000$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\epsilon=0,001$, $Re=10^5$).

Finalmente, a Fig. 5.11 apresenta uma comparação entre o resultado experimental da distribuição do coeficiente de pressão sobre a superfície do cilindro circular estacionário (Blevins, 1984) [indicado por Ex] e o resultado médio (calculado entre $t=28,85$ e $t=33,8$) da

presente simulação numérica [indicado por CP_M]. Pode-se notar que o ângulo para a separação do escoamento na presente simulação ocorre quando $\theta \approx 70^\circ$, enquanto o valor experimental é de $\theta \approx 82^\circ \pm 10\%$. Os resultados numéricos instantâneos para o coeficiente de pressão se mostram mais explicativos do que o simples resultado médio.

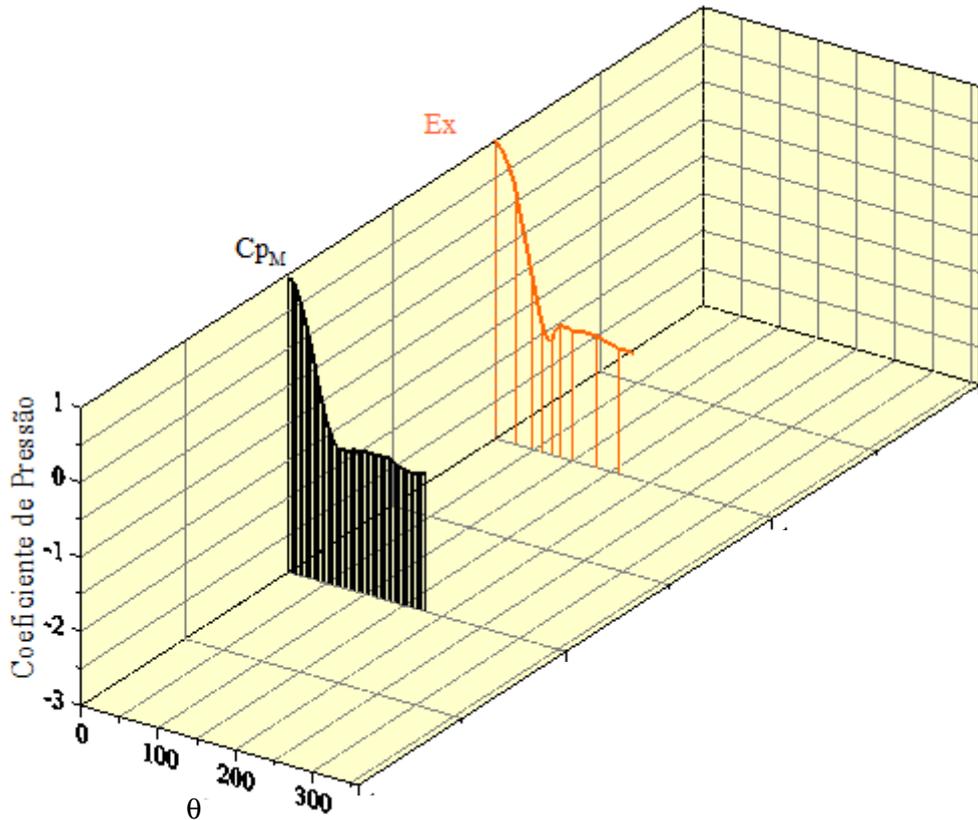


Figura 5.11 – Comparação entre o resultado da distribuição do coeficiente de pressão experimental (Blevins, 1984) e o resultado da presente simulação para o caso do cilindro circular estacionário ($Re=10^5$).

Os resultados analisados neste item mostram, portanto, que o código computacional está aferido e apropriado para a simulação numérica do escoamento ao redor de um cilindro circular que apresenta vibração forçada *in-line*. Os mesmos parâmetros afetos ao fenômeno físico e afetos ao método numérico desta seção são utilizados para a apresentação dos resultados da próxima seção.

5.2 – CILINDRO CIRCULAR OSCILANDO *IN-LINE*

Na Tab. 5.2 está apresentado um resumo das combinações entre os parâmetros numéricos, que são necessárias para a simulação numérica do escoamento ao redor de um cilindro circular vibrando forçadamente na mesma direção do escoamento incidente.

Tabela 5.2 – Parâmetros numéricos para a vibração forçada *in-line* do cilindro circular
($A=0,13$, $A=0,50$, $\alpha=0^\circ$, $f_s = 0,20^*$ e $Re=10^5$)

CASOS	λ	f_0	V_R	f_0 / f_s
1 e 21	0,1256637	0,02	50,00	0,1
2 e 22	0,2513274	0,04	25,00	0,2
3 e 23	0,5026548	0,08	12,50	0,4
4 e 24	0,6283185	0,10	10,00	0,5
5 e 25	0,8796459	0,14	7,14	0,7
6 e 26	1,1309734	0,18	5,56	0,9
7 e 27	1,2566371	0,20	5,00	1,0
8 e 28	1,5079645	0,24	4,17	1,2
9 e 29	1,8849556	0,30	3,33	1,5
10 e 30	2,136283	0,34	2,94	1,7
11 e 31	2,5132741	0,40	2,50	2,0
12 e 32	2,6389378	0,42	2,38	2,1
13 e 33	2,7646015	0,44	2,27	2,2
14 e 34	3,1415927	0,50	2,00	2,5
15 e 35	3,3929201	0,54	1,85	2,7
16 e 36	3,7699112	0,60	1,67	3,0
17 e 37	4,0212386	0,64	1,56	3,2
18 e 38	4,3982297	0,70	1,43	3,5
19 e 39	4,6495571	0,74	1,35	3,7
20 e 40	5,0265482	0,80	1,25	4,0

* Valor obtido da Tab. 5.1

Os casos numerados na Tab. 5.2 de 1 até 20 são simulados para a amplitude de oscilação $A=0,13$ e os casos numerados de 21 até 40 são simulados para a amplitude de oscilação $A=0,50$.

Define-se a velocidade angular do corpo como (Eq. 3.4):

$$\lambda = 2 \pi f_0 . \quad (5.3)$$

sendo f_0 a frequência de vibração forçada *in-line* do cilindro circular.

Define-se a velocidade reduzida do cilindro circular (d é o diâmetro) como (Eq. 1.1):

$$V_R = \frac{U}{f_0 d}. \quad (5.4)$$

E em termos de velocidade reduzida, para a classificação dos modos de formação de vórtices, adota-se $1,25 \leq V_R \leq 50$. Os resultados conhecidos da literatura classificam as Vibrações Induzidas por Vórtices *in-line* em duas regiões de instabilidade de acordo com o tipo de desprendimento de vórtices: a primeira região se caracteriza por desprendimento de vórtices simétricos e ocorre para $1,0 \leq V_R \leq 2,2$ e a segunda região se caracteriza por desprendimento de vórtices alternados compreendendo $2,2 \leq V_R \leq 4,5$.

A faixa de excitação do corpo é adotada entre $0,1 \leq f_o / f_s \leq 4,0$, sendo $f_s = St = 0,20$ a frequência de emissão de vórtices para o caso do cilindro circular estacionário; este valor é retirado da Tab. 5.1. As frequências de emissão de vórtices, que podem ser obtidas a partir do gráfico das histórias temporais dos coeficientes de arrasto e de sustentação, são definidas, respectivamente, como:

$$f_{c_D} = \frac{1}{T_{C_D}}, \quad (5.5)$$

$$f_{c_L} = \frac{1}{T_{C_L}}. \quad (5.6)$$

As frequências de emissão de vórtices apresentadas na Tab. 5.3 e na Tab. 5.4 são obtidas a partir do gráfico das histórias temporais dos coeficientes de arrasto e de sustentação, via Transformada Rápida de Fourier (F.F.T.), sendo definidas, respectivamente, como $f_{c_D}^{(FFT)}$ e $f_{c_L}^{(FFT)}$.

A Tab. 5.3 apresenta os resultados numéricos médios (calculados entre $t=20$ e $t=40$) para os coeficientes de arrasto e de sustentação e para as frequências de emissão de vórtices (valores retirados de cada uma das curvas do respectivo coeficiente de força) para o caso de amplitude de oscilação *in-line* do cilindro circular igual a $A=0,13$.

Os resultados numéricos apresentados na Tab. 5.4 seguem a mesma linha de definição do caso anterior, porém são válidos para a amplitude de oscilação *in-line* do cilindro circular igual a $A=0,5$.

Tabela 5.3 – Resultados numéricos obtidos para cilindro circular oscilando *in-line*
 ($A=0,13$, $\alpha=0^\circ$, $f_s = 0,20^*$ e $Re=10^5$)

CASO	λ	f_o	V_R	C_D	C_L	f_{c_D} (FFT)	f_{c_L} (FFT)	f_o / f_{c_D}	f_o / f_{c_L}	f_o / f_s
1	0,1256637	0,02	50,00	1,307	0,092	0,400	0,200	0,050	0,042	0,1
2	0,2513274	0,04	25,00	1,312	-0,017	0,040	0,220	1,000	0,182	0,2
3	0,5026548	0,08	12,50	1,409	-0,012	0,080	0,218	1,000	0,367	0,4
4	0,6283185	0,10	10,00	1,127	-0,060	0,150	0,200	0,667	0,500	0,5
5	0,8796459	0,14	7,14	0,925	0,028	0,141	0,185	0,993	0,757	0,7
6	1,1309734	0,18	5,56	1,108	0,276	0,150	0,150	1,200	1,200	0,9
7	1,2566371	0,20	5,00	1,227	0,251	0,200	0,120	1,000	1,670	1,0
8	1,5079645	0,24	4,17	1,136	-0,047	0,220	0,140	0,917	1,714	1,2
9	1,8849556	0,30	3,33	0,956	0,121	0,300	0,141	1,000	2,128	1,5
10	2,1362830	0,34	2,94	0,814	0,026	0,340	0,180	1,000	1,889	1,7
11	2,5132741	0,40	2,50	0,256	0,012	0,400	0,060	1,000	6,667	2,0
12	2,6389378	0,42	2,38	0,135	0,003	0,400	0,010	1,050	42,000	2,1
13	2,7646015	0,44	2,27	0,122	-0,002	0,480	0,010	0,917	44,000	2,2
14	3,1415927	0,50	2,00	0,118	-0,007	0,480	0,010	1,042	50,000	2,5
15	3,3929201	0,54	1,85	0,220	-0,001	0,600	0,010	0,900	54,000	2,7
16	3,7699112	0,60	1,67	0,377	0,052	0,600	0,020	1,000	30,000	3,0
17	4,0212386	0,64	1,56	0,432	-0,035	0,600	0,020	1,067	32,000	3,2
18	4,3982297	0,70	1,43	0,510	0,020	0,600	0,020	1,167	35,000	3,5
19	4,6495571	0,74	1,35	0,562	0,042	0,800	0,020	0,925	37,000	3,7
20	5,0265482	0,80	1,25	0,334	0,001	0,800	0,040	1,000	20,000	4,0

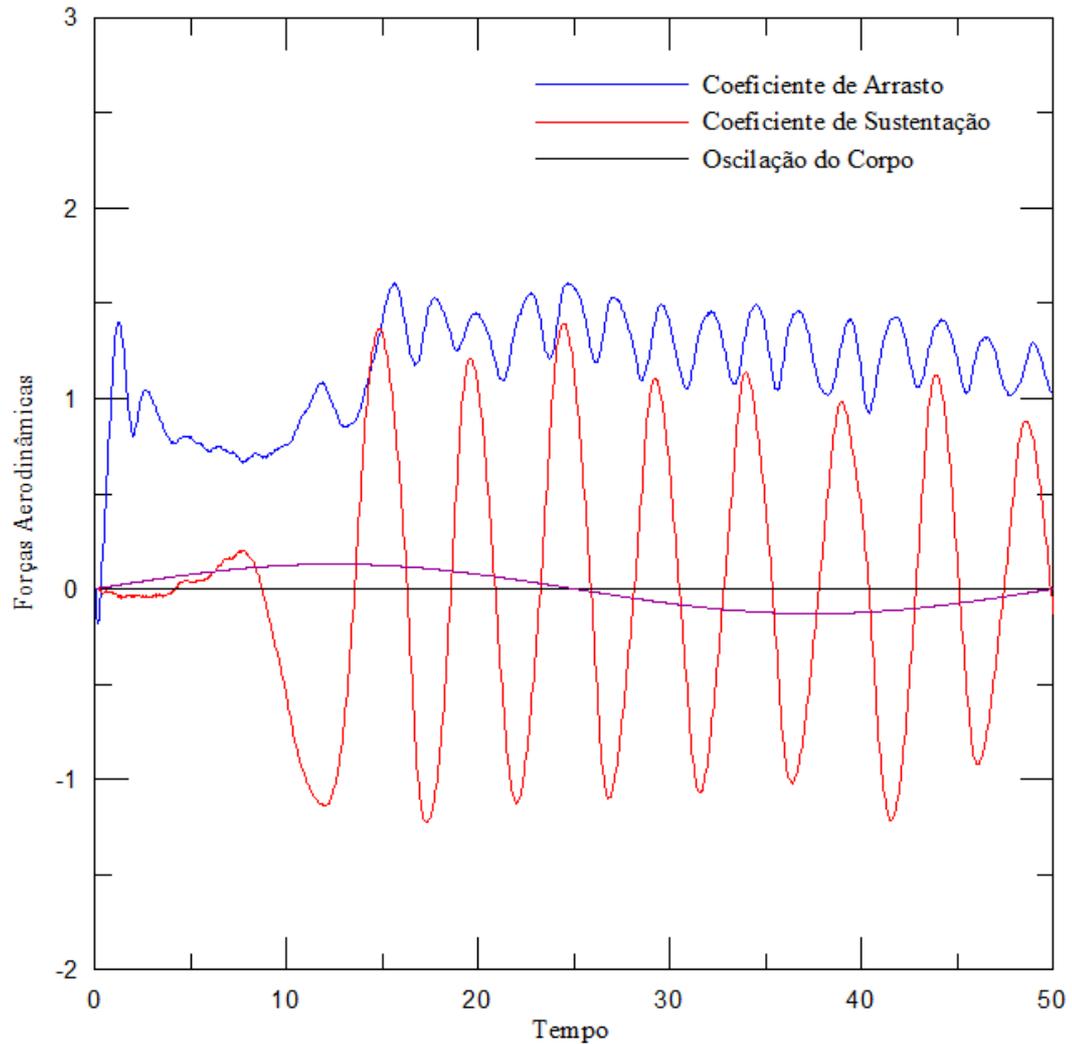
* Valor obtido da Tab. 5.1

Tabela 5.4 – Resultados numéricos obtidos para cilindro circular oscilando *in-line*
($A=0,50$, $\alpha=0^\circ$, $f_s = 0,20^*$ e $Re=10^5$)

CASO	λ	f_o	V_R	C_D	C_L	f_{c_D} (FFT)	f_{c_L} (FFT)	f_o/f_{c_D}	f_o/f_{c_L}	f_o/f_s
21	0,1256637	0,02	50,00	-0,175	0,002	0,5	0,040	0,04	0,500	0,1
22	0,2513274	0,04	25,00	1,338	-0,132	0,343	0,030	0,12	1,333	0,2
23	0,5026548	0,08	12,50	1,084	-0,032	0,077	0,010	1,04	8,000	0,4
24	0,6283185	0,10	10,00	0,986	0,092	0,042	0,040	2,38	2,5	0,5
25	0,8796459	0,14	7,14	0,279	0,027	0,133	0,030	1,05	4,667	0,7
26	1,1309734	0,18	5,56	-0,022	-0,013	0,185	0,040	0,97	4,500	0,9
27	1,2566371	0,20	5,00	-0,180	0,003	0,200	0,010	1,00	20,000	1,0
28	1,5079645	0,24	4,17	-0,351	-0,001	0,236	0,010	1,02	24,000	1,2
29	1,8849556	0,30	3,33	-0,593	-0,001	0,300	0,010	1,00	30,000	1,5
30	2,1362830	0,34	2,94	-0,728	-0,727	0,325	0,010	1,05	34,000	1,7
31	2,5132741	0,40	2,50	-0,743	0,003	0,340	0,010	1,17	40,000	2,0
32	2,6389378	0,42	2,38	-1,139	-0,005	0,433	0,010	0,97	42,000	2,1
33	2,7646015	0,44	2,27	-1,240	-0,009	0,433	0,010	1,02	44,000	2,2
34	3,1415927	0,50	2,00	-1,575	-0,004	0,520	0,010	0,96	50,000	2,5
35	3,3929201	0,54	1,85	-1,839	0,003	0,520	0,010	1,04	54,000	2,7
36	3,7699112	0,60	1,67	-2,256	0,001	0,560	0,010	1,07	60,000	3,0
37	4,0212386	0,64	1,56	-2,541	0,005	0,650	0,010	0,98	64,000	3,2
38	4,3982297	0,70	1,43	-2,947	0,01	0,650	0,010	1,08	70,000	3,5
39	4,6495571	0,74	1,35	-3,254	0,021	0,650	0,010	1,14	74,000	3,7
40	5,0265482	0,80	1,25	-3,548	-0,028	0,780	0,010	1,02	80,000	4,0

* Valor obtido da Tab. 5.1Na Tab. 5.3

Observa-se que o efeito de oscilação forçada *in-line* imposta ao cilindro circular para o caso 1 ainda não apresenta mudanças significativas no comportamento médio da história temporal dos coeficientes de força e do número de Strouhal, quando comparados com os resultados da Tab. 5.1. Esta comprovação é ratificada ao se observar na Fig. 5.12 a evolução temporal dos coeficientes de arrasto e de sustentação. Na Fig. 5.13 tem-se a posição final da esteira de vórtices para o caso 1 da Tab. 5.3: comportamento de cilindro estacionário.



Caso 1: $V_R = 50,00$ e $f_o/f_{c_b} = 1$

Figura 5.12 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando *in-line* ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o/f_s=0,1$).

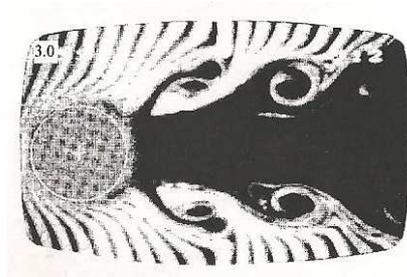


Caso 1: $V_R = 50,00$ e $f_o/f_{c_b} = 1$

Figura 5.13 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando *in-line* ($M=300$, $N=300.000$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o/f_s=0,1$).

A literatura classifica a presença de região de instabilidade caracterizada pelo desprendimento de vórtices simétricos na faixa de velocidade reduzida $1,0 \leq V_R \leq 2,2$. Na Tab. 5.4 o modo de sincronização S é bem identificado, por exemplo, para $V_R = 2,50$ (caso 11), com amplitude $A=0,13$ e para $V_R = 4,17$ (caso 28) e para $V_R = 3,33$ (caso 29); neste caso, para amplitude de oscilação $A=0,5$.

Uma comparação visual entre a Fig. 5.14 e a Fig. 5.15 mostra que as simulações numéricas conseguem reproduzir o modo de sincronização S, isto é, o modo simétrico. Neste modo um par de estruturas vorticosas contra-rotativas se desprende simultaneamente em ambos os lados do cilindro durante um ciclo de sua oscilação forçada *in-line*.

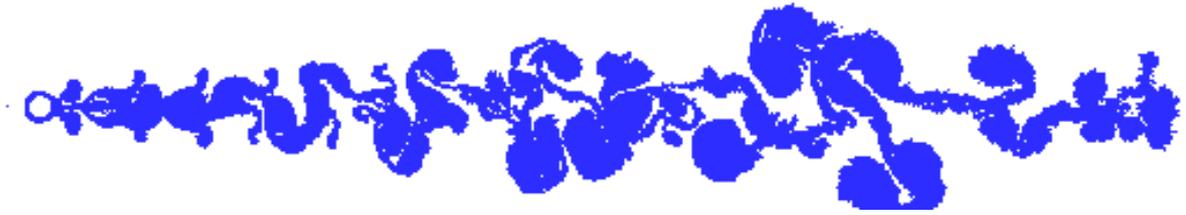


$A=0,13$ e $f_0 / f_s = 3$



$A=0,13$ e $f_0 / f_s = 4$

Figura 5.14 – Visualização experimental do modo de sincronização S para $Re=855$. (Figura retirada de Ongoren & Rockwell, 1988).



Caso 11: Modo S, $V_R = 2,50$ e $f_o / f_s = 2,0$



Caso 28: Modo S, $V_R = 4,17$ e $f_o / f_s = 1,2$

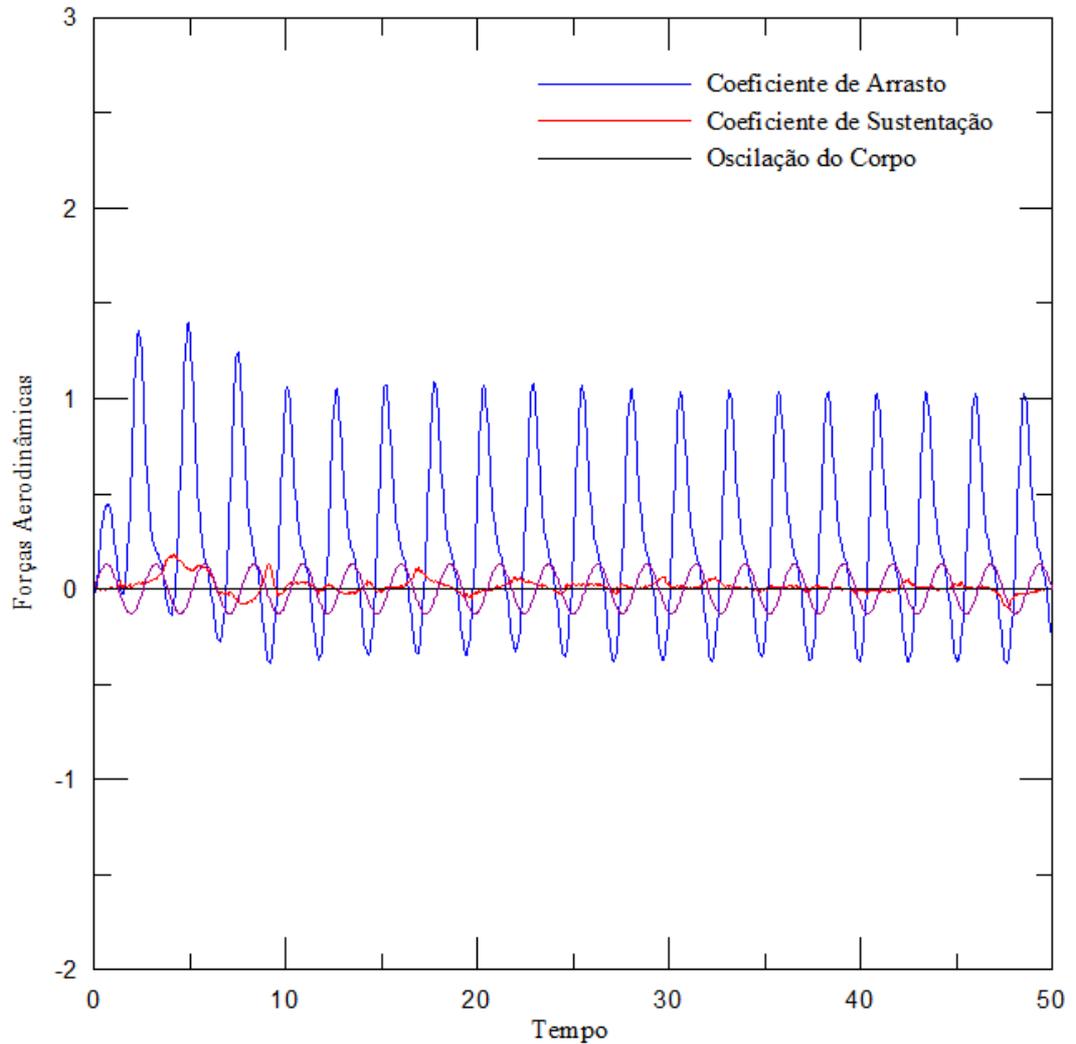


Caso 29: Modo S, $V_R = 3,33$ e $f_o / f_s = 1,5$

Figura 5.15 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando *in-line* (Modo S, $M=300$, $N=300.000$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,50$, $\alpha=0^\circ$).

A Figura 5.16 representa a evolução das cargas aerodinâmicas quando ocorre a sincronização no modo S. Este é um exemplo para o caso 11, quando o cilindro oscila com amplitude 0,13. Observa-se aqui que o coeficiente de sustentação oscila em torno de zero, enquanto a sincronização ocorre para a curva do coeficiente de arrasto.

Aqui não são representadas as séries temporais dos coeficientes de forças para os casos 28 e 29, pois a evolução das cargas aerodinâmicas nestes casos se comporta da mesma forma apresentada para o caso 11.

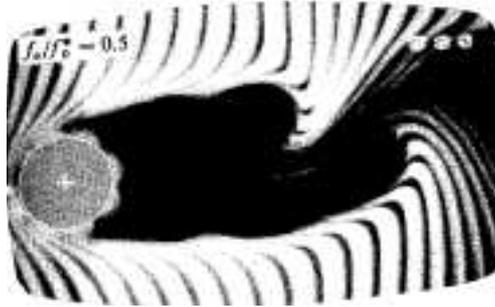


Caso 11: Modo de sincronização S: $f_o / f_{c_D} = 1$

Figura 5.16 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando *in-line* ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o / f_s = 2$).

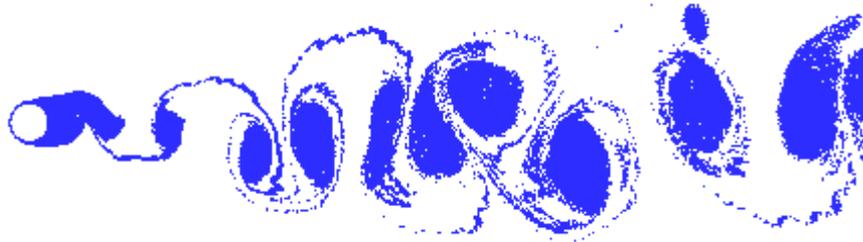
As informações experimentais da literatura mostram ainda uma segunda região de sincronização, caracterizada por desprendimento de vórtices alternados compreendida na faixa de $2,2 \leq V_R \leq 4,5$. Neste trabalho identificou-se o modo antissimétrico A-I para o caso 2 ($V_R = 25$) e o modo antissimétrico A-IV para o caso 10 ($V_R = 2,94$).

O modo A-I compreende ao desprendimento de estruturas vorticosas de forma alternada a cada ciclo de oscilação *in-line* do cilindro. Comparando-se as Figuras 5.17 e 5.18, pode-se afirmar que os resultados experimentais estão de acordo com o resultado experimental apresentado por Ongoren & Rockwell (1988).



$$A=0,13 \text{ e } f_o / f_s = 0,5$$

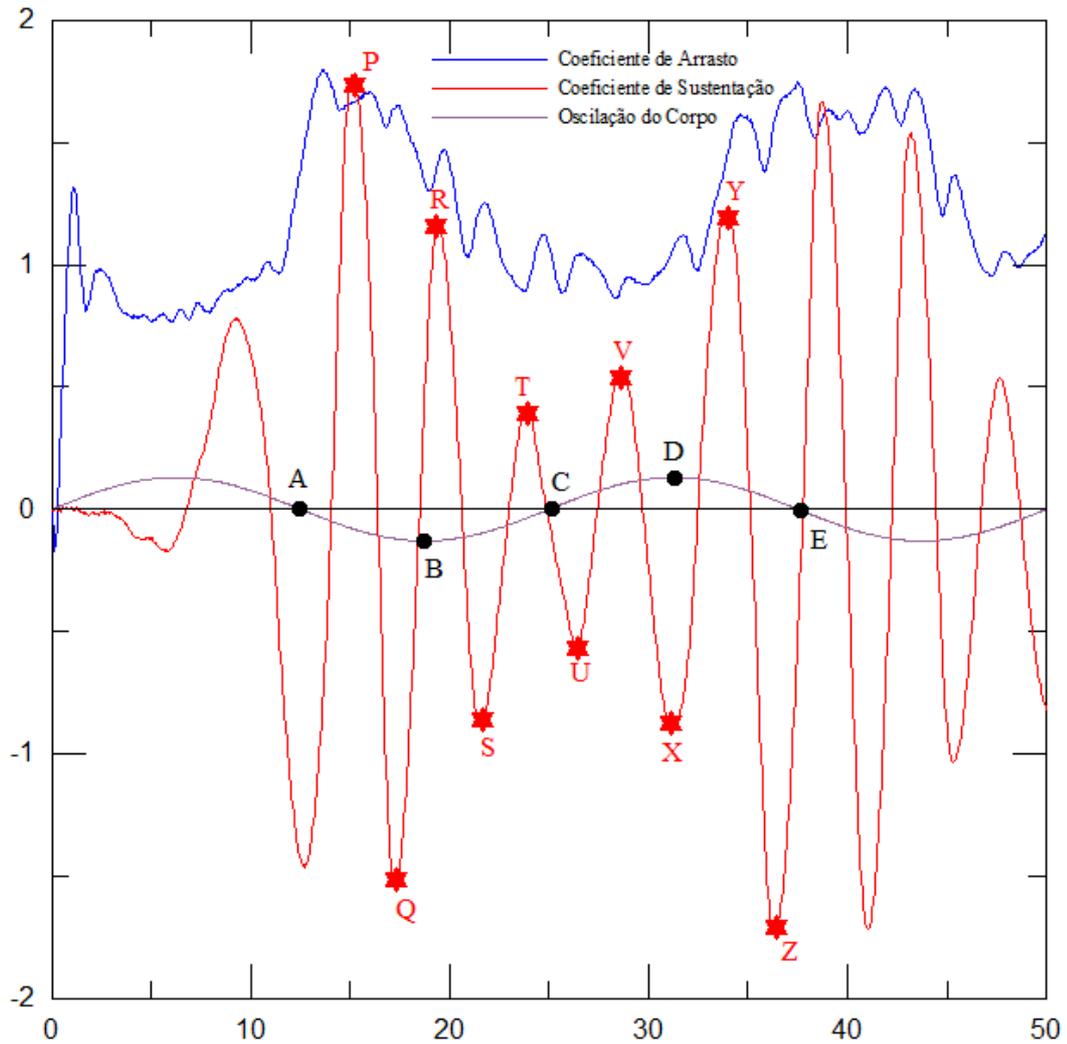
Figura 5.17 – Visualização experimental do modo de sincronização A-I para $Re=855$. (Figura retirada de Ongoren & Rockwell, 1988).



$$\text{Caso 2: Modo A-I, } V_R = 25 \text{ e } f_o / f_s = 0,2$$

Figura 5.18 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando *in-line* (Modo A-I, $M=300$, $N=300.000$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$, $f_o / f_s = 0,2$).

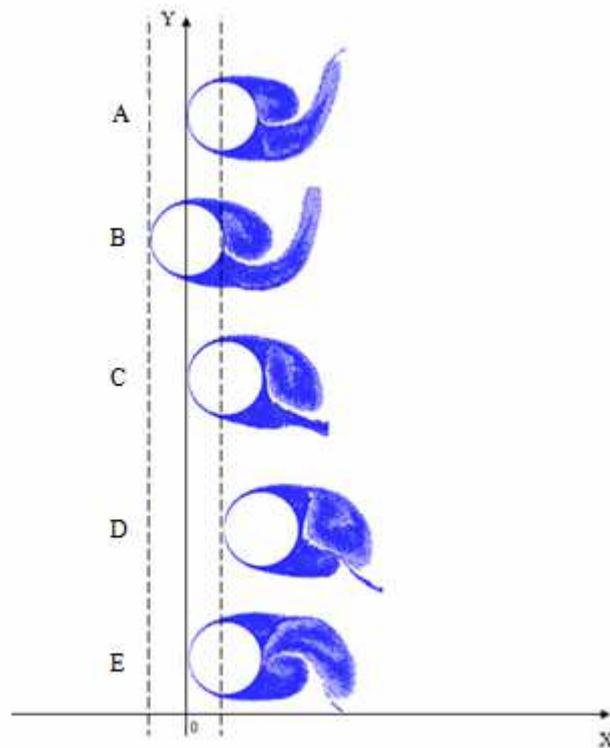
Na Figura 5.19, os pontos P, R, T, V e Y, representam estruturas vorticosas se desprendendo da parte superior do cilindro e os pontos Q, S, U, X e Z são estruturas vorticosas se desprendendo da parte inferior do cilindro, pode-se ver ainda que o desprendimento entre estruturas da parte superior e inferior do cilindro se dá de forma alternada o que, conforme explicado anteriormente representa o modo antissimétrico A-I.



Caso 2: Modo de sincronização S: $f_o/f_{c_b} = 1$

Figura 5.19 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando *in-line* ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o/f_s=0,2$).

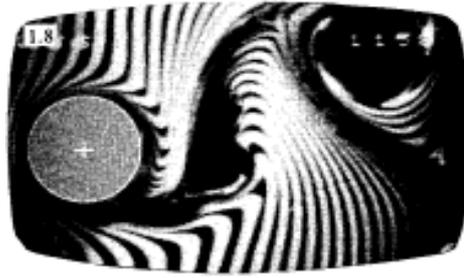
A Figura 5.20 representa o desprendimento de estruturas vorticosas da superfície do cilindro correspondente aos pontos A, B, C, D e E, que caracterizam um ciclo de oscilação do cilindro.



Caso 2: $V_R = 25,00$ e $f_o/f_{c_D} = 1$

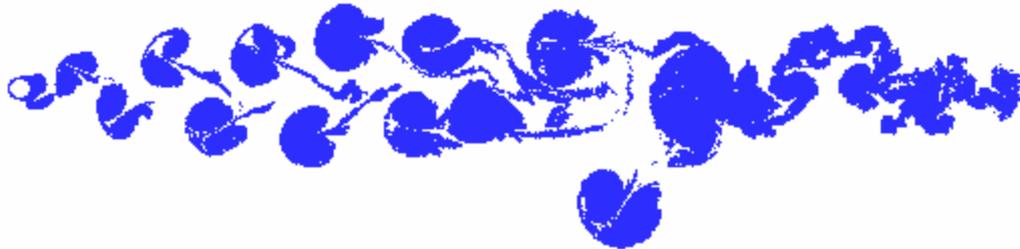
Figura 5.20 – Seqüência do movimento harmônico *in-line* do cilindro circular
($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o/f_s = 0,2$).

A Fig. 5.22 mostra a posição final da esteira de vórtices da presente simulação numérica para o caso 10 da Tab. 5.3, onde se identifica o modo antissimétrico de sincronização A-IV, no qual a velocidade reduzida é $V_R = 2,94$. Este valor, também, está coerente com as informações experimentais da literatura, onde se identifica uma segunda região de sincronização, caracterizada por desprendimento de vórtices alternados compreendida na faixa de $2,2 \leq V_R \leq 4,5$. Para o caso 10 tem-se que $f_o/f_s = 1,7$ e $f_o/f_{c_D} = 1$. A Figura 5.21 mostra o resultado experimental de Ongoren & Rockwell (1988), onde se observa apenas o primeiro par de estruturas vorticosas se desprendendo da parte superior do cilindro. Comparando-se o resultado obtido numericamente na presente dissertação o resultado experimental Ongoren & Rockwell (1988) pode-se afirmar que há concordância entre os dois.



$$A=0,13 \text{ e } f_o / f_s = 0,5$$

Figura 5.21 – Visualização experimental do modo de sincronização A-IV para $Re=855$.
(Figura retirada de Ongoren & Rockwell, 1988).



Caso 10: Modo de sincronização A-IV: $f_o / f_{c_p} = 1$

Figura 5.22 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando *in-line* ($M=300$, $N=300.000$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\epsilon=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o / f_s = 1,7$).

A seqüência de pontos identificada nas Fig. 5.23 e 5.24 (Ponto A até Ponto I) confirma as observações experimentais (Ongoren & Rockwell, 1988) onde são necessários dois ciclos de oscilação forçada *in-line* do cilindro circular para que se formem dois pares contra-rotativos de estruturas vorticosas.

Observando-se o Ponto B na Fig.5.24, percebe-se o início da formação de uma estrutura vorticosa horária na parte superior do cilindro circular, quando o corpo se encontra na posição de $x_{osc}(t)$ mínimo. Esta estrutura vorticosa se desprende do corpo no Ponto D. No Ponto C uma estrutura vorticosa anti-horária está se formando na parte inferior do corpo. Esta segunda estrutura é incorporada à esteira viscosa no Ponto E. No Ponto F começa a formar uma terceira estrutura vorticosa horária na parte superior do corpo. Esta terceira estrutura é

incorporada à esteira viscosa no Ponto H. A quarta estrutura vorticosa anti-horária começa a se formar na parte inferior do corpo no Ponto G e é incorpora á esteira viscosa no Ponto I. O Ponto I e o Ponto A representam pontos onde o cilindro passa pela sua posição média de oscilação, após percorrer dois ciclos de oscilação, veja a Fig. 5.24.

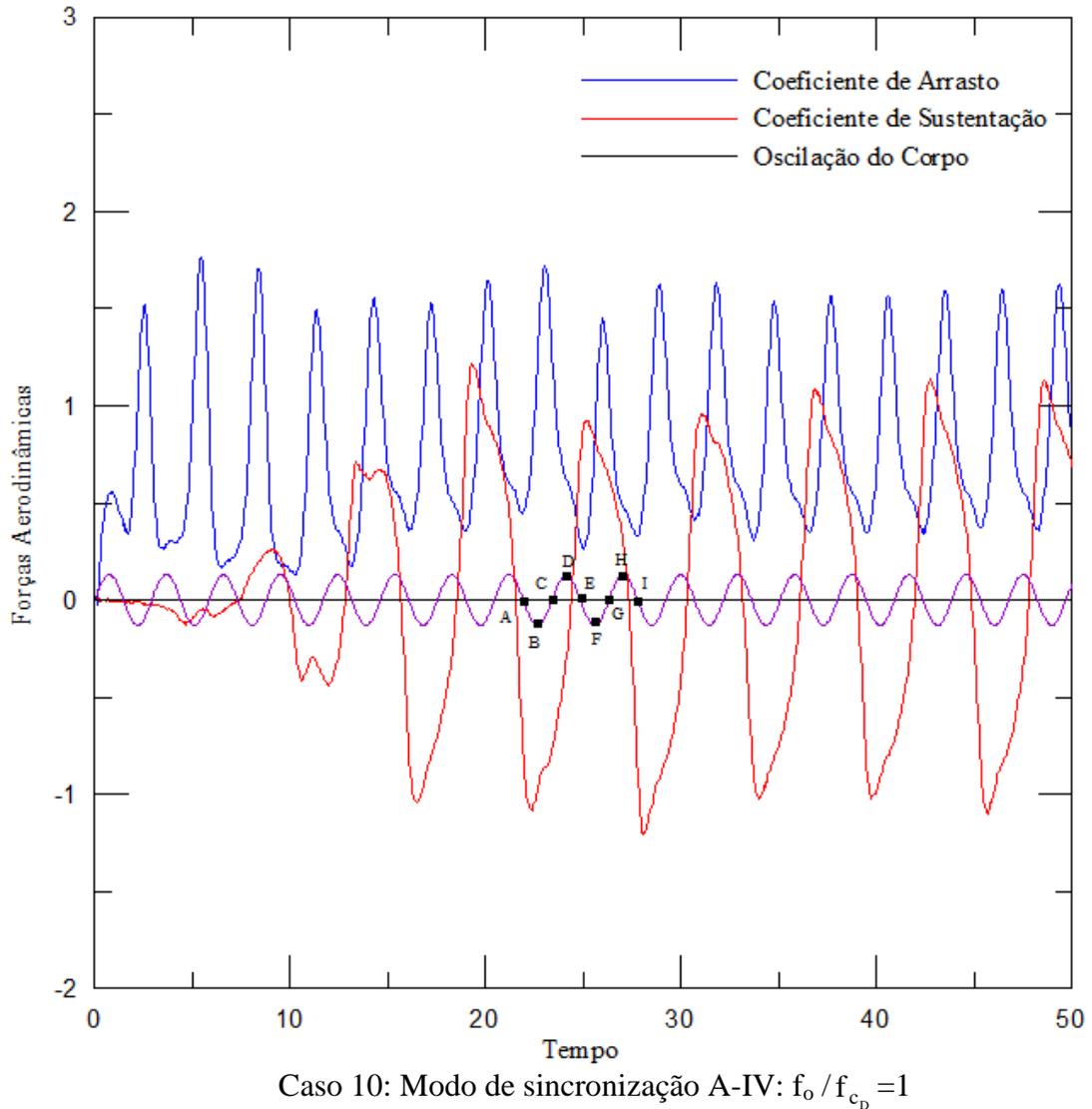


Figura 5.23 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando *in-line* ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o / f_s = 1,7$).

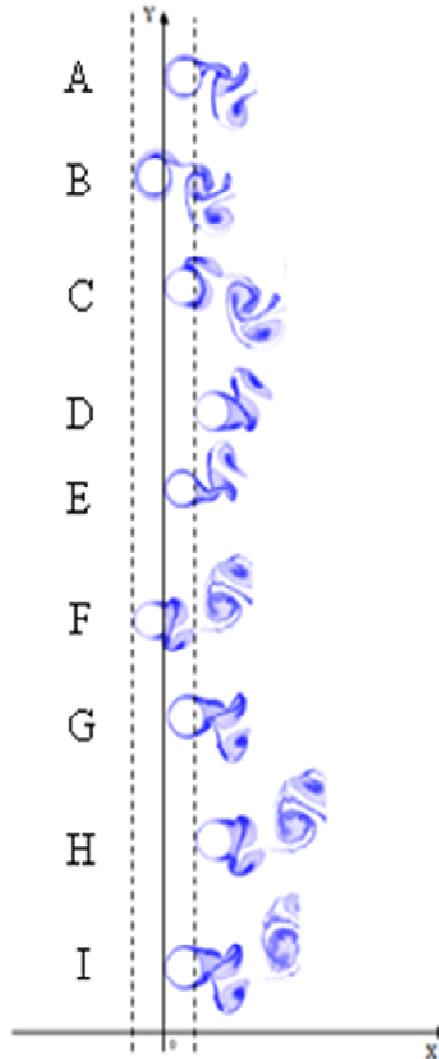


Figura 5.24 – Seqüência do movimento harmônico *in-line* do cilindro circular
 ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o/f_s=1,7$).

A faixa de velocidade reduzida $1,0 \leq V_R \leq 2,2$ observada na Tab. 5.3 indica um modo de competição. A Fig. 5.26 indica a ocorrência deste modo nas simulações numéricas deste trabalho. O modo de Competição foi descrito por Ongoren & Rockwell (1988) como sendo uma competição entre o modo simétrico e os modos antissimétricos (Ver Fig. 5.25); próximo ao corpo existe sincronização com um dos modos para um determinado número de ciclos de oscilação do corpo.

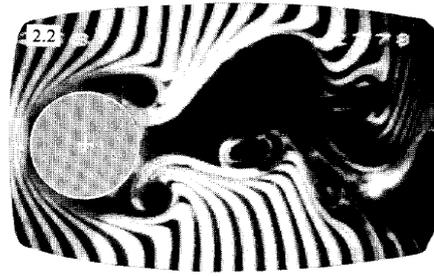


Figura 5.25 – Competição entre modos (Ongoren & Rockwell, 1988)



Caso 16: Modo de Competição, $V_R = 1,67$ e $f_o / f_s = 3$



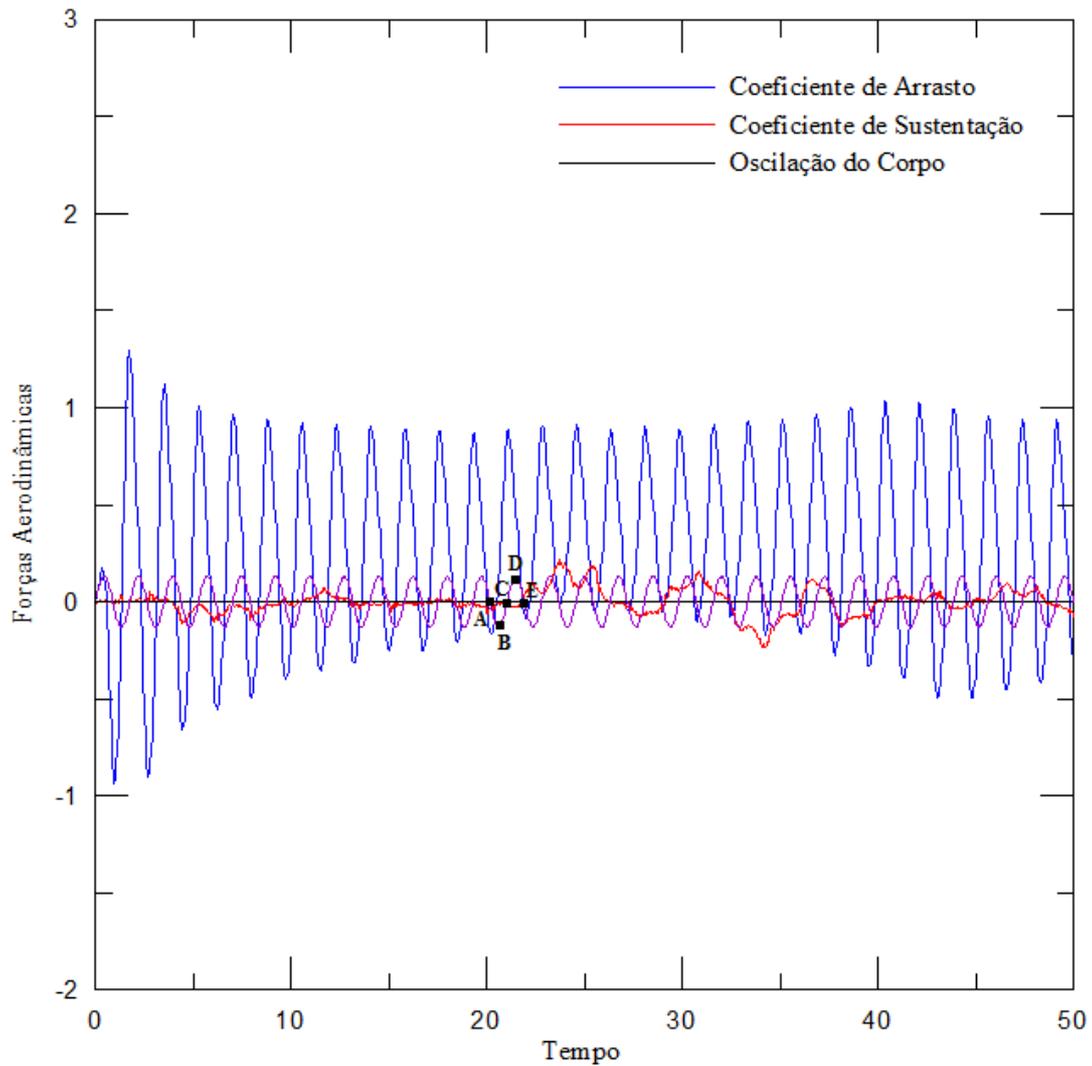
Caso 20: Modo de Competição, $V_R = 1,25$ e $f_o / f_s = 4$

Figura 5.26 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando *in-line* (Modo de Competição, $M=300$, $N=300.000$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$).

A Fig. 5.26 confirma as observações experimentais de Ongoren & Rockwell (1988), pois nas proximidades do corpo o modo S está sincronizado com a sua frequência de oscilação forçada *in-line*. A frequência de emissão de vórtices do corpo oscilando (f_{c_d}) é igual a frequência de oscilação do corpo (f_o).

A seqüência de Pontos A, B, C, D e E na Fig. 5.27 descreve um período completo de oscilação do corpo, onde se pode perceber a emissão de um par contra-rotativo sincronizado de estruturas vorticosas. No Ponto B começa a se formar em ambos os lados do cilindro um

par de estruturas vorticosas contra-rotativas, as quais se incorporam à esteira viscosa no Ponto E.



Caso 20: Modo de Competição, $V_R = 1,25$ e $f_o / f_{c_d} = 1$

Figura 5.27 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando *in-line* ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o / f_s = 4$).

O desprendimento de estruturas vorticosas correspondente aos pontos A, B, C, D e E é mostrado na Figura 5.28.

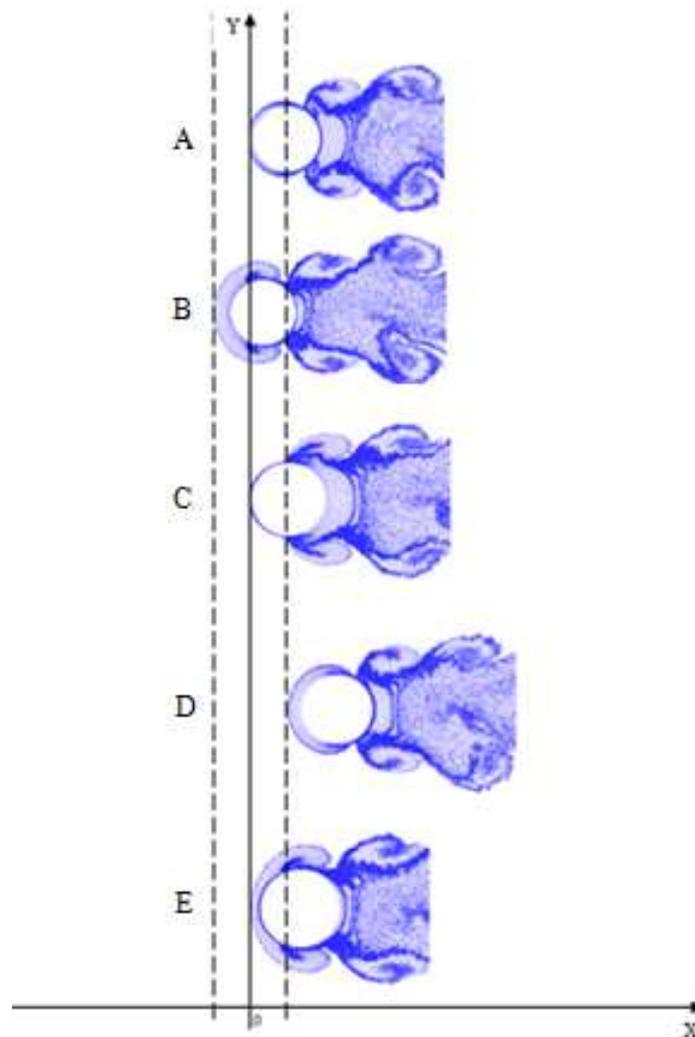
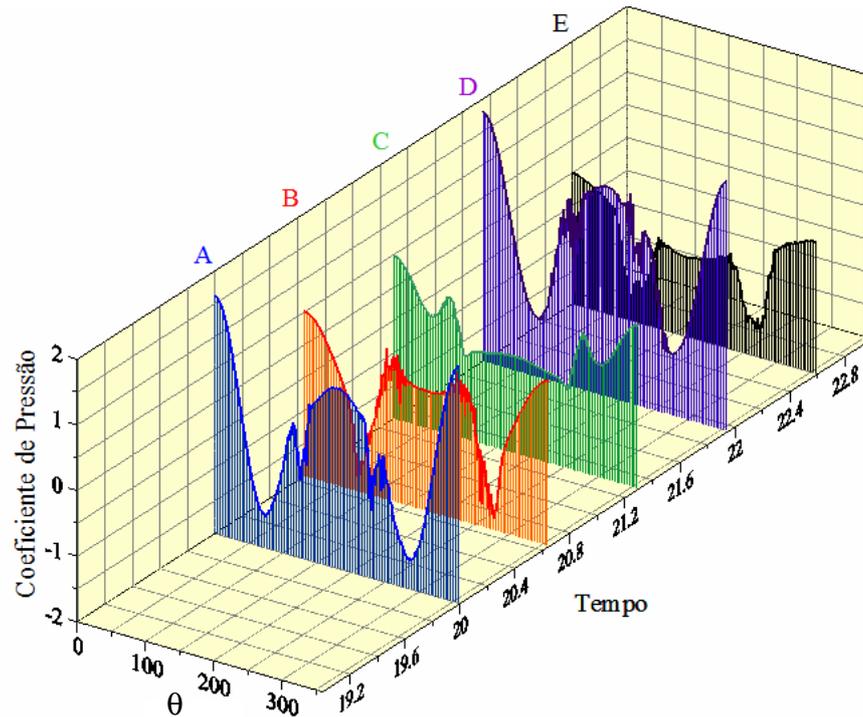


Figura 5.28 – Sequência do movimento harmônico *in-line* do cilindro circular
($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\epsilon ps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o/f_s=4$).

A Fig. 5.29 apresenta a distribuição do coeficiente de pressão instantâneo para o caso 20 da Tab. 5.3. Os Pontos A, B, C, D e E da Fig. 5.29 correspondem aos mesmos instantes de tempo da Fig. 5.27 e da Fig. 5.28.

A observação mais importante a ser feita na Fig, 5.29 se refere ao Ponto B. Neste ponto existem regiões de baixa pressão em ambos os lados do corpo, o que confirma um final de ciclo, onde duas estruturas vorticosas contra-rotativas são incorporadas na esteira e duas novas estruturas com o mesmo senso começam a se formar a partir da superfície do corpo.



Caso 20: Modo de Competição, $V_R = 1,25$ e $f_o / f_{c_D} = 1$

Figura 5.29 – Distribuição instantânea do coeficiente de pressão sobre a superfície discretizada do cilindro circular oscilando *in-line*

($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o / f_s = 4$).

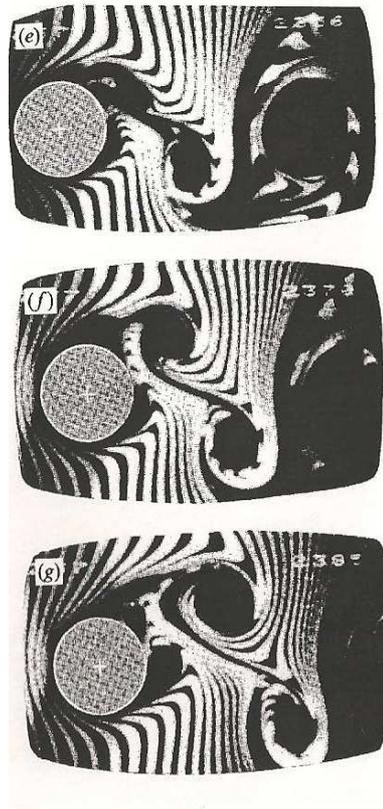
Um caso especial durante o desenvolvimento da presente dissertação foi o caso 3 da Tab. 5.3 no qual a velocidade reduzida é $V_R = 12,5$ e tem-se que $f_o / f_s = 0,4$ e $f_o / f_{c_D} = 1$. A esteira do instante final da simulação apresenta uma tendência ao modo antissimétrico A-I (Ver Fig. 5.30) Mas em determinado intervalo de tempo da simulação é observado o modo de desprendimento antissimétrico A-III (Ver Fig. 5.32).



Figura 5.30 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando in-line ($M=300$, $N=300.000$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o / f_s =0,4$).

Na Fig. 5.31 encontra-se uma visualização experimental (obtida através do processo de emissão de bolhas de hidrogênio) do modo antissimétrico A-III obtida do trabalho de Ongoren & Rockwell (1988) durante 50 ciclos de oscilação do cilindro, sendo $A=0,13$, $f_o / f_s = 2$ e o número de Reynolds $\text{Re}=855$. A visualização mostra que há duas estruturas vorticosas de mesmo sentido desprendidas originalmente no lado de cima do cilindro circular e uma estrutura vorticosa de sentido oposto desprendida do lado de baixo do corpo.

A fotografia (e) na Fig. 5.31 identifica a presença de uma estrutura vorticosa anti-horária, que se desprendeu da parte de baixo do corpo. Ainda na fotografia (e), visualiza-se uma estrutura horária se desprendendo da parte superior do corpo. Na fotografia (f) da mesma figura tem-se a presença da segunda estrutura horária, também, desprendida da parte superior do corpo.



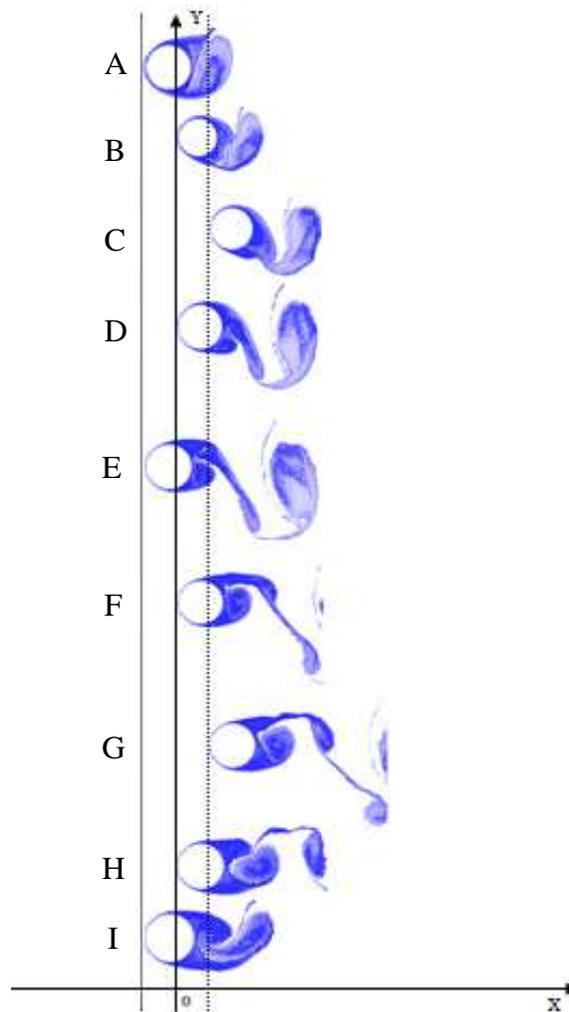
$$A=0,13 \text{ e } f_o / f_s = 2$$

Figura 5.31 – Visualização experimental do modo de sincronização A-III para $Re=855$.
(Figura retirada de Ongoren & Rockwell, 1988).

A Fig. 5.32 contém uma seqüência de dois ciclos de o cilindro circular oscilando *in-line*, onde se pode identificar uma formação de vórtices muito semelhante à descrita por Ongoren & Rockwell (1988) para caracterizar o modo de sincronização A-III. A seqüência de dois ciclos do corpo é acompanhada através dos Pontos A, B, C, D, E, F, G, H e I.

O Ponto E da Fig. 5.32 tem uma formação de estruturas vorticosas muito parecida com a fotografia (e) da Fig. 5.31, onde estrutura vorticosa anti-horária se desprende da parte de baixo do cilindro e uma estrutura vorticosa horária se desprende da parte superior do corpo. No Ponto F da Fig. 5.32 identifica-se a formação da segunda estrutura horária desprendendo-se da parte superior do corpo.

Verifique ainda na Fig. 5.32 que a estrutura vorticosa anti-horária começa a se formar no lado inferior do corpo no Ponto D (onde $x_{osc}(t)$ é máximo).



Caso 3: $V_R = 12,50$ e $f_o / f_{c_d} = 1$

Figura 5.32 – Seqüência do movimento harmônico *in-line* do cilindro circular

($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o / f_s = 0,4$).

A Fig. 5.33 apresenta a evolução ao longo do tempo dos coeficientes de arrasto e de sustentação. O trabalho de Ongoren & Rockwell (1988) não contém gráficos de história de séries temporais dos coeficientes de força. Os pontos que aparecem na Fig. 5.33 identificados de Ponto A até Ponto I representam os mesmos pontos da Fig. 5.32.

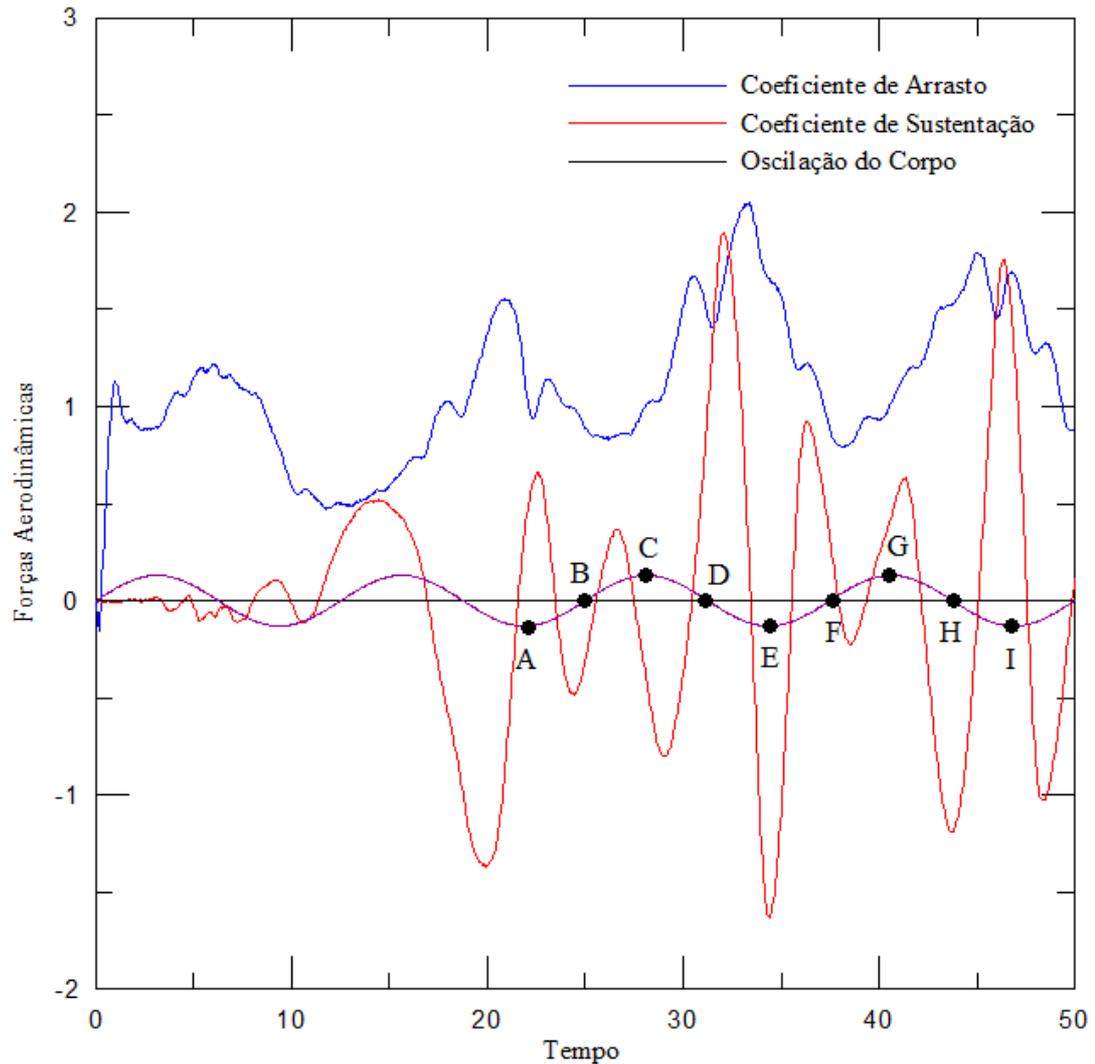
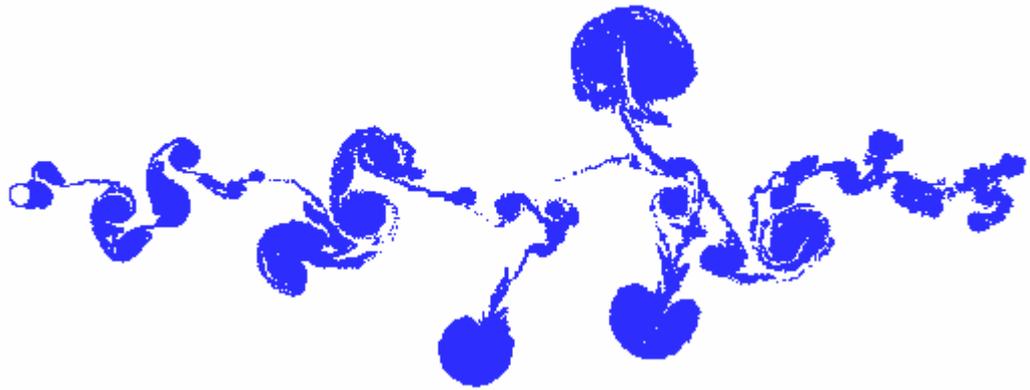


Figura 5.33 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando *in-line* ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\epsilon_s=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o/f_s=0,4$).

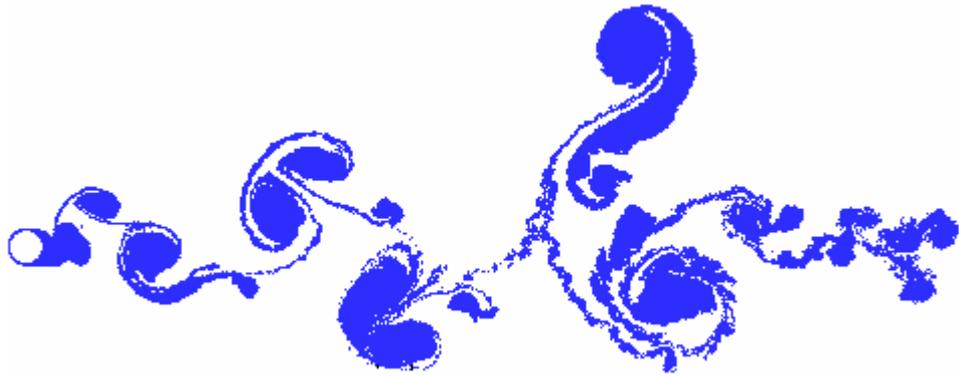
Este caso foi, então, considerado especial, pois há uma competição entre dois modos antissimétricos, o modo A-I e o modo A-III, sendo esta competição um resultado diferente dos resultados até então encontrados na literatura.

O modo de sincronização antissimétrico A-II não foi encontrado nas simulações numéricas deste trabalho e esta informação é conhecida da literatura, uma vez que este modo antissimétrico ocorre somente para $\alpha \neq 0^\circ$.

Não é feita nenhuma tentativa neste trabalho de classificar os casos 7 e 8 da Tab. 5.3, como sendo representantes do modo de sincronização A-I, mesmo que a relação f_o/f_{c_D} seja igual a 1 (Veja a Fig. 5.34 e a Fig. 5.35).

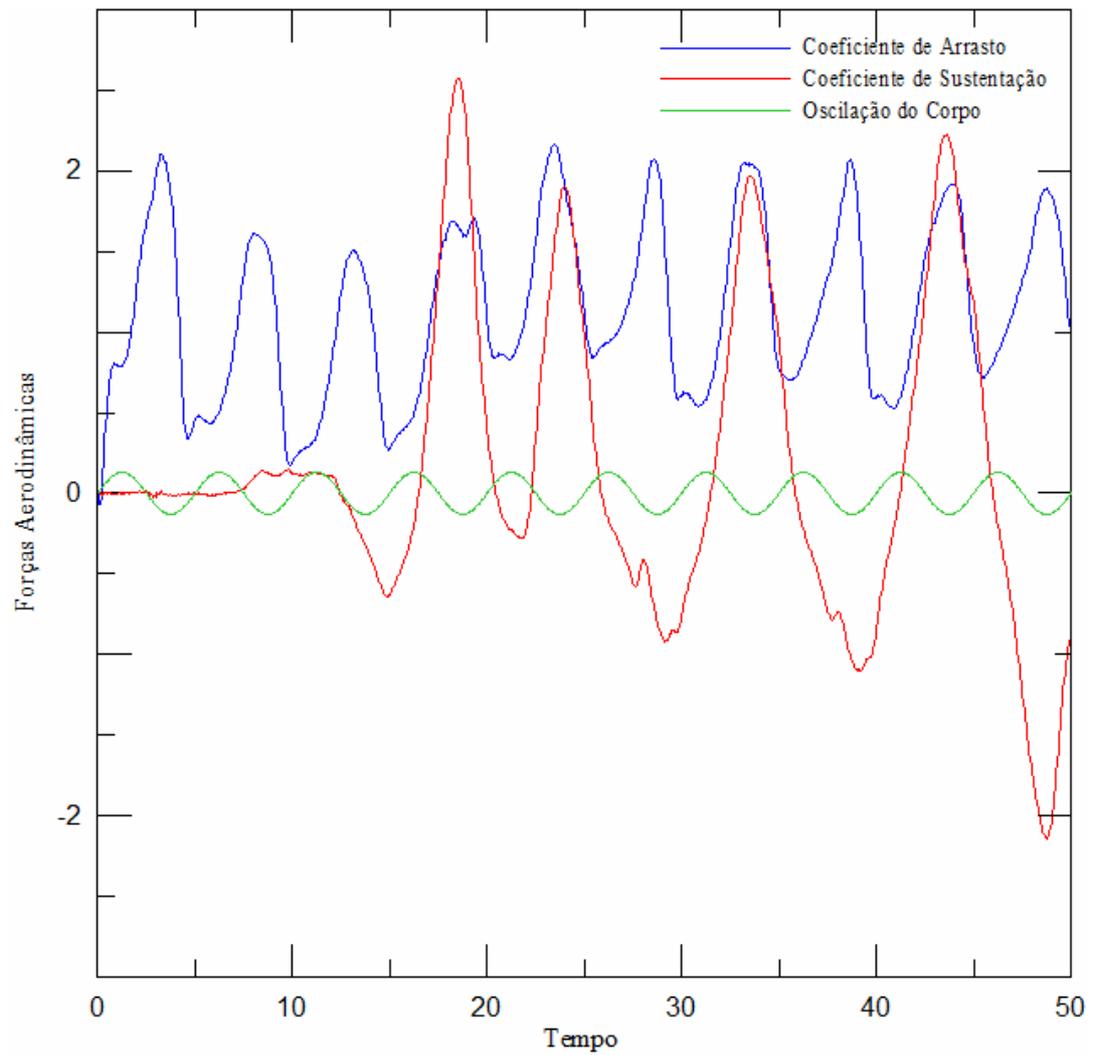


Caso 7: Modo de Competição (?), $V_R = 5$ e $f_o / f_{c_d} = 1$.



Caso 8: Modo de Competição (?), $V_R = 4,17$ e $f_o / f_{c_d} = 1$.

Figura 5.34 – Estrutura da esteira de vórtices para o tempo final $t=50$ do caso do cilindro circular oscilando *in-line* ($M=300$, $N=300.000$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=\text{eps}=0,001$, $\text{Re}=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$).



Caso 7: Modo de Competição (?), $V_R = 5$ e $f_o/f_{c_o} = 1$

Figura 5.35 – Séries temporais dos coeficientes de forças para o cilindro circular oscilando *in-line* ($M=300$, $\Delta t=0,05$, $\sigma_0=eps=0,001$, $Re=10^5$, $A=0,13$, $\alpha=0^\circ$ e $f_o/f_s = 1$).

Capítulo 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O Capítulo 6 está dividido em duas partes. Na primeira parte estão apresentadas as conclusões consideradas mais relevantes referentes aos efeitos do escoamento ao redor de um cilindro circular oscilando forçadamente *in-line* utilizando-se o Método de Vórtices Discretos para o acoplamento hidrodinâmico com o modelo estrutural proposto. Na segunda parte deste capítulo estão apresentadas algumas sugestões para a continuidade dos estudos iniciados nesta Dissertação de Mestrado.

6.1 – AS CONCLUSÕES MAIS IMPORTANTES

Como discutido no Capítulo 4, o Método de Vórtices Discretos (M.V.D.) é uma técnica de descrição puramente Lagrangiana utilizada para simular escoamentos com presença de um campo de vorticidades, logo em regime não-permanente. Na versão bidimensional do M.V.D. utilizada neste trabalho para as simulações envolvendo acoplamento hidrodinâmico, o corpo foi discretizado em $M=300$ painéis planos sobre os quais se distribuem fontes com densidade uniforme. Desta maneira M novos vórtices discretos de Lamb com intensidade Γ_i são gerados a uma distância σ_0 da superfície discretizada do corpo de forma a modelar a

geração de vorticidade na camada limite. Estes vórtices discretos são convectados com velocidades calculadas levando-se em conta as contribuições do escoamento uniforme, do corpo (com/sem efeito de oscilação forçada *in-line*) e da nuvem de vórtices discretos. Este último cálculo (interação vórtice-vórtice) é realizado através da equação da Lei de Biot-Savart modificada. A paralelização da rotina que calcula a contribuição da nuvem de vórtices discretos no cálculo do campo de velocidades foi feita no ambiente FORTRAN/LINUX com o padrão OPEN/MP, que permite a criação de programas paralelos com compartilhamento de memória. Esta paralelização reduziu o tempo de processamento final de um caso simulado de aproximadamente 132 horas para 18 h ao se utilizar um processador INTEL CORE I7 - 2.8GHZ (BOX) 8MB CACHE (i7-860), MB INTEL DH55TC, 4GB RAM DDR3 1333 MHZ.

O efeito da viscosidade é considerado via Método de Avanço Randômico. Nenhum efeito de amalgamação dos vórtices foi considerado, para reduzir o número total de vórtices discretos. Este procedimento consiste em amalgamar dois vórtices discretos quando certas condições são satisfeitas, preservando-se a circulação total do escoamento e quantidade de movimento.

O cálculo das séries temporais dos coeficientes de forças é realizado utilizando-se uma formulação integral derivada de uma equação de Poisson para a pressão. Este procedimento recupera o termo de pressões das equações de Navier-Stokes e é bastante preciso, porque leva em conta a contribuição da nuvem de vórtices discretos no cálculo das cargas aerodinâmicas.

O modelo estrutural proposto para a inclusão do efeito de vibração forçada do corpo consiste na utilização de dois sistemas de coordenadas. O primeiro sistema de coordenadas é fixo ao corpo (referencial não-inercial) é necessário para a geração das fontes, dos vórtices discretos novos, cálculo do campo de velocidades e para o cálculo das cargas aerodinâmicas. O segundo sistema de coordenadas é fixo no domínio fluido (referencial inercial) é necessário para a simulação numérica da convecção da nuvem de vórtices discretos, para a simulação numérica da difusão da vorticidade e para o cálculo da interação vórtice-vórtice.

A proposta desta Dissertação de Mestrado consiste em se realizar simulações numéricas com um alto valor do número de Reynolds ($Re=10^5$) a fim de mostrar as potencialidades do M.V.D. para em simular situações para este parâmetro adimensional mais próximas das aplicações práticas. Este objetivo está cumprido.

O algoritmo desenvolvido foi aferido para o caso do cilindro circular estacionário antes de se iniciarem as simulações para o cilindro oscilando *in-line*. Os resultados numéricos estão em boa concordância com os experimentos. As principais diferenças encontradas são atribuídas principalmente à ausência dos efeitos tridimensionais na presente formulação do problema. A equação do transporte da vorticidade em duas dimensões é escalar e, portanto, não contém o termo de deformação dos tubos de vorticidade.

Na literatura são encontrados trabalhos experimentais clássicos do estudo dos regimes de formação de vórtices em um cilindro circular oscilando na mesma direção do escoamento incidente, ou seja, oscilação forçada *in-line*. No entanto, estes trabalhos experimentais, em geral, foram publicados para valores baixos do número de Reynolds ($10^2 \leq Re \leq Re 10^3$).

Um cilindro circular colocado para oscilar forçadamente na mesma direção do escoamento incidente admite certo número de modos de formação de vórtices sincronizados com o movimento do corpo. Estes modos são classificados em dois grupos básicos: modo de formação simétrico e os modos de formação antissimétricos. O modo simétrico (modo S) acontece quando um par de estruturas vorticosas contra-rotativas se desprende em fase durante um período de oscilação do corpo. Os modos antissimétricos modo A-II, modo A-III e modo A-IV apresentam uma frequência de emissão de estruturas vorticosas contra-rotativas igual a aproximadamente o dobro do período de emissão de um par contra-rotativo do caso cilindro circular estacionário (esteira de Von Kármán clássica). Nestes três modos, são necessários dois ciclos de oscilação do cilindro. O aumento no período de emissão das estruturas vorticosas está associado a um componente de perturbação simétrica induzido pelo cilindro no fluido (para $\alpha \neq 90^\circ$). A sincronização, isto é, uma coincidência entre a frequência de desprendimento de vórtices e a frequência de vibração do corpo é possível para estes três modos antissimétricos. O modo antissimétrico A-I ocorre quando se verifica um desprendimento alternado e fora de fase de estruturas vorticosas contra-rotativas durante um ciclo de oscilação do corpo.

A competição entre o modo simétrico e os modos antissimétricos ocorre quando não há sincronização por um longo período; nas vizinhanças do corpo ocorre a sincronização entre o movimento do corpo e um destes modos por um determinado número de ciclos, que repentinamente se desfaz. O número de ocorrências de cada modo depende da frequência de oscilação do corpo e do ângulo α .

A classificação dos modos de sincronização apresentada anteriormente foi feita no trabalho de Ongoren & Rockwell (1988). No entanto, os autores enfatizam que a generalização para a ocorrência destes modos está restrita a um valor pequeno de amplitude de oscilação do cilindro, isto é, $A=0,13$. O número de Reynolds dos experimentos de Ongoren & Rockwell (1988) é fixado em $Re=855$.

Neste trabalho foram realizados experimentos numéricos para amplitudes de oscilação $A=0,13$, $A=0,5$ e $Re=10^5$ (veja a Tab. 5.3). Ongoren & Rockwell utilizaram uma faixa de frequência de excitação do cilindro compreendida entre $0,5 \leq f_0 / f_s \leq 4$. Neste trabalho utiliza-se uma faixa de excitação compreendida entre $0,1 \leq f_0 / f_s \leq 4$.

Os modos de sincronização antissimétricos A-I e A-IV são identificados apenas na Tab. 5.1 (caso 2 e caso 10, respectivamente). O código computacional implementado neste trabalho produz, portanto, resultados para estes dois modos, que estão em boa concordância com as observações experimentais de Ongoren & Rockwell (1988).

O modo simétrico, modo S, é claramente identificado neste trabalho para as amplitudes de oscilação do corpo $A=0,13$ e $f_0 / f_s = 2$ e $A=0,5$ e $1 < f_0 / f_s < 2$. Ongoren & Rockwell (1988) identificaram o modo S para $f_0 / f_s = 3$ e $f_0 / f_s = 4$.

A ocorrência do modo antissimétrico A-I tem tendência a ocorrer no presente trabalho para a faixa de excitação do corpo $f_0 / f_s = 0,2$; no trabalho de Ongoren & Rockwell (1988) este modo é identificado para o valor de relação de frequência $f_0 / f_s = 0,5$. O modo antissimétrico A-IV é verificado para $f_0 / f_s = 1,8$, enquanto Ongoren & Rockwell (1988) verificaram para $f_0 / f_s = 1,7$. O modo de competição aparece apenas para a amplitude $A=0,13$.

Uma possível causa para as diferenças entre os resultados é atribuída ao valor diferente do número de Reynolds, que influencia no coeficiente de arrasto e, principalmente, no ângulo de fase entre a força e o deslocamento. Outra possibilidade diz respeito às tridimensionalidades nos experimentos de Ongoren & Rockwell (1988). Quando se observa o comprimento das correlações em um cilindro submetido a efeito de oscilação, há indicativos claros de que o escoamento se torna essencialmente bidimensional na região de sincronização. Entretanto este fato não garante que o ângulo de fase seja mesmo característico de uma

simulação bidimensional. Uma terceira causa, que pode ser mencionada, refere-se aos efeitos do coeficiente de amortecimento e da massa de fluido deslocada durante os experimentos em laboratório.

6.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O código computacional se mostrou bastante sensível às diferentes condições de efeitos de oscilação forçada *in-line* do cilindro circular. A inclusão de uma modelagem de turbulência sub-malha é uma das primeiras sugestões que se apresenta para que se possam investigar os efeitos de superfície rugosa na formação de vórtices. O modelo da Função Estrutura de Velocidade de Segunda Ordem adaptada por Alcântara Pereira *et al.* (2002) para o M.V.D. é a opção mais indicada. No entanto, a inclusão dos efeitos tridimensionais no presente código numérico eliminaria esta etapa.

O algoritmo do Método de Expansão em Multipólos é a técnica numérica indicada para substituir a Lei de Biot-Savart e acelerar os cálculos numéricos da etapa mais onerosa do algoritmo, isto é, a interação vórtice-vórtice. O cálculo da interação vórtice-vórtice consome o maior tempo de CPU durante uma simulação numérica. Este cálculo pode ser proporcional ao quadrado do número total de vórtices discretos (N), quando se utiliza a Lei de Biot-Savart. A técnica do Método de Expansão em Multipólos além de acelerar este cálculo, também, reduz o número de operações de um processador para a ordem de $N \log(N)$ ou até mesmo N (Greengard & Rohklin, 1987). Um algoritmo deste nível, desenvolvido por Rossi (1996, 1997), está em fase final de implementação e paralelização dentro do Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI. A associação do presente código computacional com o método de Expansão em Multipólos paralelizado no ambiente FORTRAN/LINUX permitirá a realização de simulações numéricas com um alto nível de refinamento no campo de vorticidades.

A solução da etapa difusiva pode ser resolvida, também, utilizando-se uma técnica determinística conhecida como Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado. O Método do Crescimento do Raio do Núcleo do Vórtice Modificado (Rossi, 1996) está sendo implementado dentro do Grupo de Método de Vórtices do IEM/UNIFEI com os seguintes objetivos: estabelecimento de um critério de taxa crítica de crescimento do

raio do núcleo do vórtice de Lamb, partição do núcleo do vórtice e coalescência de vórtices discretos.

Novas investigações podem ser feitas para o problema do cilindro circular oscilando *in-line* incluindo-se: simulações para valores diferentes de amplitude de oscilação e de número Reynolds na tentativa de se identificar os modos de sincronização simétricos e antissimétricos. Realizar simulações para determinados casos com maiores tempos para verificação dos modos antissimétricos A-I e A-III. A inclusão do efeito de dois graus de liberdade pode ser incorporada no presente código computacional sem maiores dificuldades.

Finalmente, os efeitos de transferência de calor mista podem ser incorporados no presente código computacional (Moni *et al.*, 2011), além do estudo dos mecanismos do efeito solo (Bimbato *et al.*, 2011) e da inclusão do efeito de interferência entre dois ou mais corpos (Alcântara Pereira *et al.*, 2006).

Referências Bibliográficas

ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., RICCI, J.E.R., HIRATA, M.H., SILVEIRA- NETO, A., (2002), “Simulation of Vortex-Shedding Flow about a Circular Cylinder with Turbulence Modeling”, Intern’l Society of CFD, Vol. 11, n° 3, October, 315-322p.

ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H., (2006), “On Interference between Circular Cylinders in Cross Flow at High Reynolds Number using Surface Vorticity Method”. Proceedings of the 11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering -- ENCIT 2006. Braz. Soc. of Mechanical Sciences and Engineering -- ABCM, Curitiba, Brazil, Dec.5-8.

ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., (2002), “Simulação Numérica do Escoamento ao Redor de Perfis Aerodinâmicos Montados em Grades Lineares de Turbomáquinas Utilizando o Método de Vórtices Discretos”. Tese de Doutorado, IEM/UNIFEL.

ANDERSON, C. R., GREENGARD, C., (1991), “Vortex Dynamics and Vortex Methods”, AMS Lectures in Appl. Math., Vol. 28.

BARBA, L. A., (2004), “Vortex Method for Computing High-Reynolds Number Flows: Increased Accuracy with a Fully Mesh-Less Formulation”. PhD Thesis, California Institute of Technology.

BATCHELOR, G.K., (1967), “An Introduction to Fluid Dynamics”. Cambridge University Press.

- BEALE, J. T., MAJDA, A., (1981)**, “Rates of Convergence for Viscous Splitting of the Navier-Stokes Equations”. *Math. Comp.*, 37:243-259.
- BEALE, J. T., MAJDA, A., (1982)**, “Vortex Methods I: Convergence in Three Dimensions”. *Math. Comp.*, 39:1-27.
- BEALE, J. T., MAJDA, A., (1982)**, “Vortex Methods II: High-Order Accuracy in Two and Three Dimensions”. *Math. Comp.*, 39:29-52.
- BEALE, J. T., MAJDA, A., (1985)**, “High-Order Accurate Vortex Methods with Explicit Velocity Kernels”. *J. Comp. Phys.*, 58:188-208.
- BEARMAN P.W., (1984)**, “Vortex Shedding from Oscillating Bluff-Bodies. *Annu Rev Fluid Mech*, Vol.16, pp.195-222.
- BIMBATO, A. M. (2008)**, “Análise do Comportamento Aerodinâmico de um Corpo na Presença de uma Superfície Plana Móvel”. Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI.
- BIMBATO, A. M., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H.H. (2011)**, “Study of the Vortex Shedding Flow around a Body near a Moving Ground”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 99, Issue: 1, pp. 7-17.
- BISHOP, R.E.D., HASSAN, A.Y., (1964)**, “The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder Oscillating in a Flowing Fluid”. *Proceedings Royal Society*, 227, pp. 51-75, Series A.
- BLEVINS, R.D., (1984)**, “Applied Fluid Dynamics Handbook”. Van Nostrand Reinhold, Co.
- BODSTEIN, G.C.R., (2005)**, “Simulação Numérica do Escoamento em torno de um Perfil Aerodinâmico de uma Pá de Turbina Eólica”. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Relatório de descrição dos resultados das simulações numéricas.
- BRECHT, S. H., FERRANTE, J. R., (1990)**, “Vortex-In-Cell Calculations in Three Dimensions”. *Comp. Phys. Comm.*, 58:25-54.

- CHORIN, A.J., (1973)**, “Numerical Study of Slightly Viscous Flow”. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 57, pp.785-796
- CHRISTIANSEN, J.P., (1973)**, “Numerical Simulation of Hydrodynamics by the Method of Point Vortices”. J. Comp. Phys., Vol. 13, pp. 363-79.
- COTTET, G. H., (1987)**, “Convergence of a Vortex-In-Cell Method for the Two-Dimensional Euler Equations”. Math. Comp., 49(180):407-425.
- COTTET, G. H., KOUMOUTSAKOS, P., (2000)**, “Vortex Methods: Theory and Practice”, Cambridge University Press.
- COTTET, G. H., PONCET, P., (2004)**, “Advances in Direct Numerical Simulations of 3D Wall-Bounded Flows by Vortex-In-Cell Methods”. J. Comp. Phys., 193(1): 136-158.
- DEGOND, P., MAS-GALLIC, S., (1989)**, “The Weighted Particle Method for Convection Diffusion Equations Part 1: The Case of an Isotropic Viscosity”. Math Comput., Vol. 53, pp. 485-507.
- EBIANA, A. B., BARTHOLOMEW, R.W., (1996)**, “Design Considerations for Numerical Filters Used in Vortex-In-Cell Algorithms”. Comp. & Fluids, 25(1): 61-75.
- EINSTEIN, A., (1956)**, “Investigations on the theory of Brownian motion”. Dover, NewYork.
- FERZIGER, J.H., (1981)**, “Numerical Methods for Engineering Application”. John Wiley & Sons, Inc.
- FISHELOV, D., (1990)**, “A New Vortex Scheme for Viscous Flows”. J. Comput. Phys, Vol. 86, pp. 211-224.
- GERRARD, J.H., (1966)**, “The Mechanisms of the Formation Region of Vortices behind Bluff Bodies”. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 25, n° Part 3, pp. 401-413.

- GHONIEM, A.F., SHERMAN, F.S., (1985)**, “Grid-free Simulation of Diffusion Using Random Walk Methods”, J. of Comput. Physics, 61, I-37, pp 1-35.
- GREENGARD, C., (1985)**, “The Core Spreading Vortex Method Approximates the Wrong Equation”. Journal of Computational Physics, Vol. 61, pp. 345-348.
- GREENGARD, L., ROKHLIN, V., (1987)**, “A Fast Algorithm for Particles Simulations”. J. Comp. Phys. Vol. 61, pp 345-358.
- GRIFFIN, O.M., RAMBERG, S.E., (1976)**, “Vortex Shedding from a Cylinder Vibrating in line with an Incident Uniform Flow”. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 75, pp. 257-271.
- HALD, O., MAUCERI DEL PRETE, V., (1978)**, “Convergence of Vortex Methods for Euler’s Equations”. Math. Comp., 32:791-801.
- HALD, O., (1979)**, “Convergence of Vortex Methods for Euler’s Equations II”. SIAM J. Num. Anal., 16:726-755.
- HELMHOLTZ, H., (1858)**, “On Integrals of the Hydrodynamics Equations which Express Vortex Motion Translation”. P.G., Tait, in Phil. Mag (4)1867, Vol 33, pp. 485-512.
- HIRATA, M. H., ALCÂNTARA PEREIRA, L. A., RECICAR, J. N., MOURA, W. H., (2008)**, “High Reynolds Number Oscillations of a Circular Cylinder”, J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., Vol. XXX, No. 4, pp. 300-308.
- KAMEMOTO, K., (1994)**, “Development of Vortex Methods for grid-free Lagrangian Direct Numerical Simulation”. Proceedings of the 3th, JSME-KSME: Fluids Engineering Conference, July, pp. 25-27, Sendai, Japan.
- KAMEMOTO, K., ZHU, B., OJIMA, A., (2000)**, “Attractive Features of an Advanced Vortex Method and its Subjects as a Tool of Lagrangian LES”. 14th Japan Society of CFD Symposium, Tokyo, December, pp 1-10.

- KAMEMOTO, K., (2009)**, “Prospective Characteristics of a Lagrangian Vortex Method in Application into Vortex Flows of Moving Boundary Problems”. Workshop – From fast cars to slow flows over bluff bodies. 29-30 June 2009, Imperial College, London, UK.
- KATZ, J., PLOTKIN, A., (1991)**, “Low Speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods”. McGraw Hill, Inc.
- KEMPKA, S. N., STRICKLAND, J.H., (1993)**, “A Method to Simulate Viscous Diffusion”.
- KING, R., PROSSER, M.J., JOHNS, D.J., (1973)**. J. Sound Vib., 29 (2), pp. 169-188.
- KOOPMAN, G.H., (1967)**, “The Vortex Wakes of Vibrating Cylinders at Low Reynolds Number”. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 28, n° Part 3, pp. 501-512.
- KOUMOUTSAKOS, P. D., (1993)**, “Direct Numerical Simulations of Unsteady Separated Flows Using Vortex Methods”. Ph. D. Thesis, California Institute of Technology.
- LEONARD, A. (1980)**, “Vortex Methods for Flow Simulation”. J. Comp. Phys., 37:289-335.
- LEONARD, A. (1985)**, “Computing Three-Dimensional Incompressible Flows with Vortex Elements”. Ann. Rev. Fluid Mech., 17:523-559.
- LEWIS, R.I., (1991)**, “Vortex Element Method for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems”. Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, U.K.
- LIMA, A.J., (2007)**, “Análise de Dutos Submarinos sujeitos a Vibrações Induzidas por Vórtices. Dissertação de Mestrado, PEC/COPPE/UFRJ”.
- LIU, C. H., DOORLY, D. J., (2000)**, “Vortex Particle-In-Cell Method for Three-Dimensional Viscous Unbounded Flow Computations”. Int. J. Num. Meth. In Fluids, 32:29-50.
- LIU, S., FU, S. (2003)**, “Regime of Vortex Shedding from an in-line Oscillating Circular Cylinder in the Uniform Flow”. ACTA MECHANICA SINICA, Vol. 19, n°2, pp. 118-126.

LUGT, H.J. (1983), “Vortex Flow in Nature and Technology”.

MENEGHINI, J.R., (2002), “Projeto de Pesquisa no Tópico de Geração e Desprendimento de Vórtices no escoamento ao Redor de Cilindros”. Resenha apresentada à Escola Politécnica da USP para obtenção de título de Livre-Docência em Engenharia.

MONI, A., ALCÂNTARA PEREIRA, L.A., HIRATA, M.H., (2011), “Airplane Wake near the Ground with Natural Convection”. Proceedings of COBEM 2011: 21th International Congress of Mechanical Engineering. Copyright © 2011 by ABCM. October 24-28, Natal, RN, Brazil

MUSTTO, A. A., HIRATA, M. H., BODSTEIN, G. C. R., (1998), “Discrete Vortex Method Simulation of the Flow around a Circular Cylinder with and without Rotation”. A.I.A.A. Paper 98-2409, Proceedings of the 16th A.I.A.A. Applied Aerodynamics Conference, Albuquerque, NM, USA, June.

NAUDASHER, E., (1986), “Flow-Induced Streamwise Vibrations of Structures”. Journal of Fluids and Structures, Parts I and II.

OGAMI, Y., AKAMATSU, T., (1991), “Viscous Flow Simulation Using the Discrete Vortex Model – The Diffusion Velocity Method”. Computers & Fluids, Vol. 19, pp. 433-441.

OKAJIMA, A., (1999), "In-Line Oscillation of a Structure with a Circular or Rectangular Section". Proceeding of the 3rd Joint ASME/JSME Fluids Eng. Conf. (CDROM), San Francisco, U.S.A.. FEDSM99-7173. 1-6.

OKAJIMA, A., YASSUDA, T., IWASAKI, T., (2000), "Flow Visualizations of In-Line Oscillation of a Cylinder with a Circular or Rectangular Section". Proceeding of 6th Triennial Int'l Sympo. On FLUCOME. (CD-ROM), FL-048. 1-6.

OKAJIMA, A., NAKAMURA, A., (2001), “Experiments on Flow-Induced Inline Oscillation of a Circular Cylinder in a Water Tunnel (1st-Report, The Difference of the Response Characteristics when a Cylinder is Elastically Supported at Both Ends and Cantilevered)”. JSME International Journal, Series B, Vol. 44, nº 4, pp. 695-704.

- ONGOREN, A., ROCKWELL, (1988)**, “Flow Structure from an Oscillating Cylinder – Part 2: Mode of Competition in the near Wake”. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 191, pp. 225-245.
- PANTON, R.L., (1984)**, “Incompressible flow”. John Wiley & Sons.
- PARKINSON, G., (1989)**, “Phenomena and Modelling of Flow-Induced Vibration of Bluff Bodies”. *Progress in Aerospace Sciences*, 26, pp. 169-224
- PRÄGER, W., (1928)**, “Die Druckverteilung na Körpern in ebener Potentialströmung”. *Physik. Zeitschr.*, XXIX: 865.
- PUCKETT, E. G., (1993)**, “An Introduction and Survey of Selected Research Topics”. In M. D. Gunzburger and R. A. Nicolaides, editors, *Incompressible Computational Fluid Dynamics: Trends and Advances*. Cambridge University Press, pages 335-408.
- RAYLEIGH, J.W.S., (1896)**, “The Theory of Sound”. Vol. I and II.
- RECICAR, J.N., (2007)**, “Oscilações de Grandes Amplitudes num Corpo que se Move com Velocidade Constante”. *Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI*.
- RICCI, J.E.R., (2002)**, “Simulação Numérica do Escoamento ao Redor de um Corpo de Forma Arbitrária Estacionado nas Imediações de uma Superfície Plana, com o Emprego do Método de Vórtices”. *Tese de Doutorado, IEM/UNIFEI*.
- ROSENHAD, L., (1931)**, “The Formation of Vortices from a Surface of Discontinuity”. *Proc. R. Soc. Lond. A*, A134:170-192.
- ROSHKO, A., (1954)**, “On the Drag and Shedding Frequency of Two Dimensional Bluff Bodies”. *Tech. Report 3169*.
- ROSSI, L. F., (1996)**, “Resurrecting Core Spreading Vortex Methods: A New Scheme that is both Deterministic and Convergent”. *SIAM J. Sci. Comput.*, 17:370-397.

- ROSSI, L.F., (1997)**, “Merging Computational Elements in Vortex Simulations”. *SIAM J. Sci. Comput.*, 18:1014-1027.
- ROSSI, L. F., 2005**, “Achieving High Order Convergence Rates with Deforming Basis Functions”. *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 26, n° 3, pp. 885-906.
- ROSSI, L. F., (2006)**, “A Comparative Study of Lagrangian Methods Using Axisymmetric and Deforming Blobs”. *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 27, n° 4, pp. 1168-1180.
- SALMON, J. K., WARREN, M. S., WINCKELMANS, G. S., (1994)**, “Fast Parallel Tree Codes for Gravitational and Fluid Dynamical N-Body Problems”, *Intl. J. Supercomput. Appl. High Perf. Comp.*, 8(2):129-142.
- SARPKAYA, T., (1989)**, “Computational Methods with Vortices”. *J. Fluids Eng.*, 11:5-52.
- SHANKAR, S., VAN DOMMEKEN, L., (1996)**, “A New Diffusion Procedure for Vortex Methods”, *Journal of Computational Physics*, Vol. 127, pp. 88-109.
- SHERMAN, F. S., (1990)**, “Viscous Flow”. McGraw Hill, International Editions Mechanical Engineering Series.
- SHINTANI, M., AKAMATSU, T., (1994)**, “Investigation of Two Dimensional Discrete Vortex Method with Viscous Diffusion Model”. *Computational Fluid Dynamics Journal*, Vol. 3, n° 2, pp. 237-254.
- SILVA, H., (2004)**, “Análise do Escoamento ao Redor de um Corpo Oscilante que se Desloca com Velocidade Constante”. *Dissertação de Mestrado, IEM/UNIFEI*.
- SMITH, P. A., STANSBY, P. K., (1988)**, “Impulsively Started Flow around a Circular Cylinder by the Vortex Method”. *J. Fluid Mech.*, 194:45-77.
- UHLMAN, J.S., (1992)**, “An Integral Equation Formulation of the Equation of an Incompressible Fluid”. *Naval Undersea Warfare Center, T.R. 10-086*.

- VAN DYKE, M., (1982)**, “An Album of Fluid Motion”. Stanford: Parabolic Press.
- VON KÁRMÁN, T., (1911)**, “Über den Mechanismus des Widerstandes den ein Bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt”. Gottinger Nachrichten Math-Phys. Klasse, 509-517.
- WILLIAMSON, C.H.K., ROSHKO, A., (1988)**, “Vortex Formation in the Wake of an Oscillating Cylinder”. Journal of Fluids and Structures, Vol. 2, pp. 355-381.
- WILLIAMSON, C.H.K., (1991)**, “2-D and 3-D Aspects of the Wake of a Cylinder, and their Relation to Wake Computations”. Vortex Dynamics and Vortex Methods, AMS-SIAM Lectures in Applied Mathematics, Vol. 28, pp. 719-751.
- YOKOI, Y., KAMEMOTO, K., (1994)**, “Vortex Shedding from an Oscillating Circular Cylinder in a Uniform Flow”. Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 8, 2, pp. 121-127.
- YOUNG, J.A., (1989)**, “Viscous Flow around Vortex Shedding Flowmeters: A Discrete Vortex Model”. Ph.D. Thesis.
- YUFEI, Z., ZHIXIANG, X., SONG, F., (2007)**, “Analysis of Vortex Shedding Modes of an In-line Oscillating Circular Cylinder in a Uniform Flow”. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol.39, n° 3, pp. 408-416.

Apêndice A

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DO TRANSPORTE DE VORTICIDADE

Para a obtenção da versão tridimensional da equação de transporte de vorticidade parte-se das equações de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\frac{1}{\rho} \nabla^* p^* + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*. \quad (\text{A.1})$$

A seguir, considera-se a seguinte identidade vetorial:

$$\mathbf{u}^* \times (\nabla^* \times \mathbf{u}^*) = \frac{1}{2} \nabla^* (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*) - \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^*. \quad (\text{A.2})$$

Isolando-se a segunda parcela do segundo membro da Eq. (A.2) e substituindo-a na segunda parcela do primeiro membro da Eq. (A.1) resulta:

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \frac{1}{2} \nabla^* (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*) - \mathbf{u}^* \times (\nabla^* \times \mathbf{u}^*) = -\frac{1}{\rho} \nabla^* p^* + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*, \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} - \mathbf{u}^* \times (\nabla^* \times \mathbf{u}^*) = -\frac{1}{\rho} \nabla^* p^* - \frac{1}{2} \nabla^* (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*) + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*, \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} - \mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^* = -\nabla^* \left(\frac{p^*}{\rho} + \frac{\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*}{2} \right) + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*. \quad (\text{A.5})$$

Aplicando-se o operador rotacional ($\nabla \times$), membro a membro, na Eq. (A.5) vem:

$$\nabla^* \times \left(\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} \right) - \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = -\nabla^* \times \left[\nabla^* \left(\frac{\mathbf{p}^*}{\rho} + \frac{\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^*}{2} \right) \right] + \nabla^* \times (\nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^*), \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} - \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = 0 + \nu \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^*, \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} - \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = \nu \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^*. \quad (\text{A.8})$$

Recorrendo à notação indicial, mostra-se que:

$$\begin{aligned} \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) &= \mathbf{e}_1 \frac{\partial}{\partial x_1^*} \times \varepsilon_{ijk} \mathbf{e}_k (u_i^* \omega_j^*) \\ &= \frac{\partial}{\partial x_1^*} u_i^* \omega_j^* \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{lkm} \mathbf{e}_m \\ &= \frac{\partial}{\partial x_1^*} u_i^* \omega_j^* \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{mlk} \mathbf{e}_m \\ &= \frac{\partial}{\partial x_1^*} u_i^* \omega_j^* \mathbf{e}_m (\delta_{im} \delta_{jl} - \delta_{il} \delta_{jm}) \\ &= \frac{\partial}{\partial x_1^*} u_i^* \omega_j^* \mathbf{e}_m \delta_{im} \delta_{jl} - \frac{\partial}{\partial x_1^*} u_i^* \omega_j^* \mathbf{e}_m \delta_{il} \delta_{jm} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_1^*} u_i^* \omega_j^* \mathbf{e}_i \delta_{jl} - \frac{\partial}{\partial x_1^*} u_i^* \omega_j^* \mathbf{e}_j \delta_{il} \\ &= \omega_1^* \frac{\partial}{\partial x_1^*} u_i^* \mathbf{e}_i - u_1^* \frac{\partial}{\partial x_1^*} \omega_j^* \mathbf{e}_j \\ &= \omega_1^* \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_1 \frac{\partial}{\partial x_1^*} u_i^* \mathbf{e}_i - u_1^* \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_1 \frac{\partial}{\partial x_1^*} \omega_j^* \mathbf{e}_j \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \boldsymbol{\omega}^*) = \boldsymbol{\omega}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* - \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \boldsymbol{\omega}^*. \quad (\text{A.10})$$

Substituindo-se a Eq. (A.10) na Eq. (A.8) resulta:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}^*}{\partial t^*} - \boldsymbol{\omega}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \boldsymbol{\omega}^* = \nu \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^* ,$$

$$\frac{\partial \omega^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \boldsymbol{\omega}^* = \boldsymbol{\omega}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* + \nu \nabla^{*2} \boldsymbol{\omega}^* . \quad (\text{A.11})$$

Adimensionalizado-se a Eq. (A.11), chega-se a forma desejada da equação do transporte da vorticidade, válida para escoamentos tridimensionais:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \boldsymbol{\omega} . \quad (\text{A.12})$$

Para escoamentos bidimensionais, $\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u} = 0$. Esta parcela representa o termo de deformação dos tubos de vorticidade.

A forma final da equação de transporte de vorticidade e que é utilizada nesta Dissertação de Mestrado é:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega . \quad (\text{A.13})$$

Observe que ω é o único componente não-nulo do vetor vorticidade $\boldsymbol{\omega}$ e sua direção é normal ao plano do escoamento.

O termo $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ representa a taxa de variação local da vorticidade.

A taxa de variação da vorticidade devido à convecção é interpretada através do termo $\mathbf{u} \cdot \nabla \omega$.

A taxa de transporte de vorticidade devido a difusão molecular é representada pelo termo $\frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega$.

Apêndice B

ALGORITMO ACELERADOR DA LEI DE BIOT-SAVART

No Método de Vórtices Discretos (M.V.D.) a vorticidade é discretizada e representada por vórtices discretos, os quais irão compor uma nuvem de vórtices (caso bidimensional) ou um conjunto de tubos de vorticidade (caso tridimensional). No problema tridimensional, cada vórtice discreto é definido por um vetor posição \mathbf{x}_i , um vetor intensidade de vórtice (vorticidade x volume) $\mathbf{\Gamma}_i$ e por um raio do núcleo σ_i . O campo de vorticidades é representado na sua forma discreta por um somatório de elementos discretos de vorticidade (Cottet e Koumoutsakos, 2000):

$$\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t) \approx \boldsymbol{\omega}^h(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^Z \mathbf{\Gamma}_i(t) \zeta_{\sigma_i}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)). \quad (\text{B.1})$$

O vetor $\mathbf{\Gamma}_i$ na Eq. (B.1) se torna um escalar para o caso de problemas bidimensionais. No interior do núcleo σ_i de cada vórtice discreto há uma distribuição de vorticidade dada por ζ_{σ_i} , comumente chamada de função corte do raio do núcleo. Esta função corte é frequentemente representada por uma distribuição gaussiana e o tamanho do raio dos núcleos é uniforme ($\sigma_i = \sigma$), resultando para problemas bidimensionais em:

$$\zeta_{\sigma}(\mathbf{x}) = \frac{1}{k \pi \sigma^2} \exp\left(-\frac{|\mathbf{x}|^2}{k \sigma^2}\right), \quad (\text{B.2})$$

onde a constante k determina o tamanho do corte e é escolhida por diferentes autores na literatura como 1, 2 ou 4. Por exemplo, no trabalho de revisão de Leonard (1980), o núcleo com distribuição gaussiana é representado com $k=1$. As três versões de distribuições gaussianas de vórtices no interior do núcleo de vórtices estão apresentadas na Fig. B.1. Nesta Dissertação de Mestrado utiliza-se a distribuição gaussiana para $k=1$ durante as simulações numéricas.

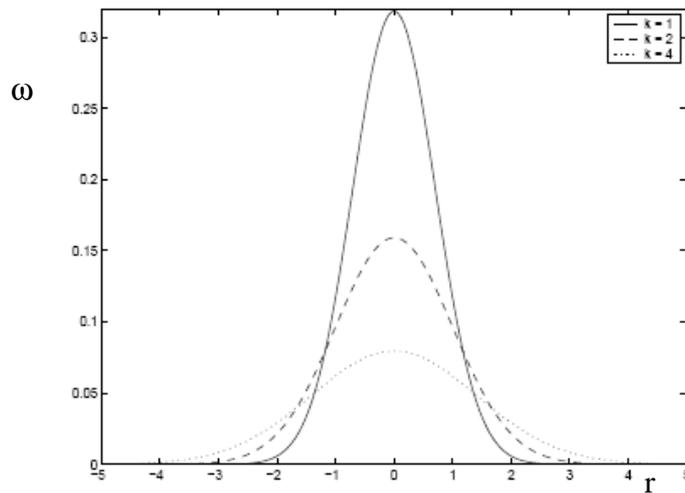


Figura B.1 – Distribuições gaussianas de vorticidade no interior do núcleo de vórtices discretos (Reproduzida de Barba, 2004).

A velocidade devida a interação vórtice-vórtice é obtida a partir da lei de Biot-Savart:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \int (\nabla \times \mathbf{G})(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \omega(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' = \int \mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \omega(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}' = (\mathbf{K} * \omega)(\mathbf{x}, t), \quad (\text{B.3})$$

onde $\mathbf{K} = \nabla \times \mathbf{G}$ é conhecido como “*Kernel*” de Biot-Savart, \mathbf{G} é a função de Green para a equação de Poisson e $*$ representa convolução. Em duas dimensões, a fórmula discreta para a lei de Biot-Savart que permite o cálculo da velocidade, é dada por:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = - \sum_{j=1}^Z \Gamma_j \mathbf{K}_{\sigma}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j). \quad (\text{B.4})$$

Na convecção da nuvem de vórtices discretos (veja o item 4.3) torna-se necessário o cálculo dos componentes da velocidade induzida em cada vórtice discreto pelos demais vórtices discretos da nuvem. A partir da Eq. (B.4), o componente na direção dos x da velocidade induzida em cada vórtice arbitrário k pelos outros vórtices discretos da nuvem é:

$$\begin{aligned}
u_{v_1} &= U_{v_{1,1}} \Gamma_1 + U_{v_{1,2}} \Gamma_2 + U_{v_{1,3}} \Gamma_3 + U_{v_{1,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{v_{1,N_V}} \Gamma_{N_V} \\
u_{v_2} &= -U_{v_{1,2}} \Gamma_1 + U_{v_{2,2}} \Gamma_2 + U_{v_{2,3}} \Gamma_3 + U_{v_{2,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{v_{2,N_V}} \Gamma_{N_V} \\
u_{v_3} &= -U_{v_{1,3}} \Gamma_1 - U_{v_{2,3}} \Gamma_2 + U_{v_{3,3}} \Gamma_3 + U_{v_{3,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{v_{3,N_V}} \Gamma_{N_V} \\
u_{v_4} &= -U_{v_{1,4}} \Gamma_1 - U_{v_{2,4}} \Gamma_2 - U_{v_{3,4}} \Gamma_3 + U_{v_{4,4}} \Gamma_4 + \cdots + U_{v_{4,N_V}} \Gamma_{N_V} \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
u_{v_{N_V}} &= -U_{v_{1,N_V}} \Gamma_1 - U_{v_{2,N_V}} \Gamma_2 - U_{v_{3,N_V}} \Gamma_3 - U_{v_{4,N_V}} \Gamma_4 + \cdots + U_{v_{N_V,N_V}} \Gamma_{N_V}
\end{aligned} \tag{B.5}$$

E o correspondente componente na direção dos y vale:

$$\begin{aligned}
v_{v_1} &= V_{v_{1,1}} \Gamma_1 + V_{v_{1,2}} \Gamma_2 + V_{v_{1,3}} \Gamma_3 + V_{v_{1,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{v_{1,N_V}} \Gamma_{N_V} \\
v_{v_2} &= -V_{v_{1,2}} \Gamma_1 + V_{v_{2,2}} \Gamma_2 + V_{v_{2,3}} \Gamma_3 + V_{v_{2,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{v_{2,N_V}} \Gamma_{N_V} \\
v_{v_3} &= -V_{v_{1,3}} \Gamma_1 - V_{v_{2,3}} \Gamma_2 + V_{v_{3,3}} \Gamma_3 + V_{v_{3,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{v_{3,N_V}} \Gamma_{N_V} \\
v_{v_4} &= -V_{v_{1,4}} \Gamma_1 - V_{v_{2,4}} \Gamma_2 - V_{v_{3,4}} \Gamma_3 + V_{v_{4,4}} \Gamma_4 + \cdots + V_{v_{4,N_V}} \Gamma_{N_V} \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
v_{v_{N_V}} &= -V_{v_{1,N_V}} \Gamma_1 - V_{v_{2,N_V}} \Gamma_2 - V_{v_{3,N_V}} \Gamma_3 - V_{v_{4,N_V}} \Gamma_4 + \cdots + V_{v_{N_V,N_V}} \Gamma_{N_V}
\end{aligned} \tag{B.6}$$

Destes dois conjuntos de N equações sabe-se que (Mustto *et al.*, 1998):

a) $U_{V_{k,j}}$ é o componente x da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j, se este último possuir intensidade unitária. Para o modelo do vórtice potencial, considerando que $r_{kj} \geq \sigma_0$, tem-se:

$$U_{V_{k,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{[y_k - y_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \quad (B.7)$$

Quando a distância entre dois vórtices discretos for menor que o raio do núcleo do vórtice de Lamb ($r_{kj} < \sigma_0$), usa-se:

$$U_{V_{k,j}} = \frac{1}{2\pi} \frac{[y_k - y_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (B.8)$$

b) $V_{V_{k,j}}$ é o componente y da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j, se este último possuir intensidade unitária. Para o modelo do vórtice potencial, considerando que $r_{kj} \geq \sigma_0$, tem-se:

$$V_{V_{k,j}} = -\frac{1}{2\pi} \frac{[x_k - x_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \quad (B.9)$$

Quando a distância entre dois vórtices discretos for menor que o raio do núcleo do vórtice de Lamb ($r_{kj} < \sigma_0$), usa-se:

$$V_{V_{k,j}} = -\frac{1}{2\pi} \frac{[x_k - x_j]}{[x_k - x_j]^2 + [y_k - y_j]^2} \left[1 - \exp\left(-5,02572 \frac{r_{kj}^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (B.10)$$

c) o vórtice arbitrário k não induz velocidade sobre ele mesmo, portanto: $U_{V_{k,k}} = 0$ e $V_{V_{k,k}} = 0$;

d) o componente x da velocidade total induzida no vórtice k pelos demais vórtices é calculada pelo seguinte somatório:

$$u_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{N_V} \Gamma_j U_{V_{k,j}} \quad (\text{B.11})$$

e) o componente y da velocidade total induzida no vórtice k pelos demais vórtices é calculada pelo seguinte somatório:

$$v_{k_{NV}} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{N_V} \Gamma_j V_{V_{k,j}} \quad (\text{B.12})$$

f) o componente x da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j, se este último possuir intensidade unitária, é igual e com sinal contrário à componente x da velocidade induzida no vórtice j pelo vórtice k ;

g) o componente y da velocidade induzida no vórtice k pelo vórtice j, se este último possuir intensidade unitária, é igual e com sinal contrário à componente y da velocidade induzida no vórtice j pelo vórtice k ;

O algoritmo desenvolvido para acelerar a Lei de Biot-Savart calcula somente os componentes x e y das velocidades induzidas no vórtice k pelo vórtice j. Os componentes induzidas pelo vórtice j no vórtice k não precisam ser calculadas. A rotina COMPUVVV.FOR, descrita no Apêndice C, calcula $U_{V_{k,j}}$ e $V_{V_{k,j}}$ fazendo $U_{V_{j,k}} = -U_{V_{k,j}}$ e $V_{V_{j,k}} = -V_{V_{k,j}}$. Como se pode notar estes cálculos, a cada incremento de tempo Δt , ficam cada vez mais demorados. O artifício apresentado é de grande validade. Neste artifício não se leva em consideração a intensidade de cada vórtice indutor. No cálculo final da velocidade total induzida em um vórtice arbitrário k pelos outros vórtices livres da nuvem entra o valor da intensidade de cada vórtice livre indutor. Na direção do eixo dos x, por exemplo, obtém-se:

$$u_{v_1} = 0 \Gamma_1 + U_{V_{1,2}} \Gamma_2 + U_{V_{1,3}} \Gamma_3 + U_{V_{1,4}} \Gamma_4 + \dots$$

$$u_{v_2} = -U_{V_{1,2}} \Gamma_1 + 0 \Gamma_2 + U_{V_{2,3}} \Gamma_3 + U_{V_{2,4}} \Gamma_4 + \dots$$

$$\mathbf{u}_{v_3} = -U_{v_{1,3}} \Gamma_1 - U_{v_{2,3}} \Gamma_2 + 0 \Gamma_3 + \dots \quad (\text{B.13})$$

$$\mathbf{u}_{v_4} = -U_{v_{1,4}} \Gamma_1 - U_{v_{2,4}} \Gamma_2 - \dots$$

...

Como observação final, o raio do núcleo do vórtice de Lamb foi definido por Mustto *et al.* (1998) de modo que a diferença entre as velocidades induzidas calculadas pelo vórtice de Lamb e pelo vórtice pontual seja pequena. O valor adotado foi:

$$\sigma_0 \equiv 2r_{\max} \quad (\text{B.14})$$

e nesta situação a diferença entre a velocidade induzida pelo vórtice discreto de Lamb e pelo vórtice potencial é de 0,6%. O ponto r_{\max} , onde a velocidade tangencial induzida pelo vórtice discreto de Lamb é máxima, é definido por Mustto *et al.* (1998) como sendo :

$$\frac{r_{kj}}{\sigma} = 1,12091 \Rightarrow r_{\max} = 1,12091 \sigma \quad (\text{B.15})$$

A Fig. B.2 apresenta o comportamento das distribuições da vorticidade e da velocidade tangencial induzida por um vórtice discreto de Lamb nas vizinhanças do centro do seu núcleo.

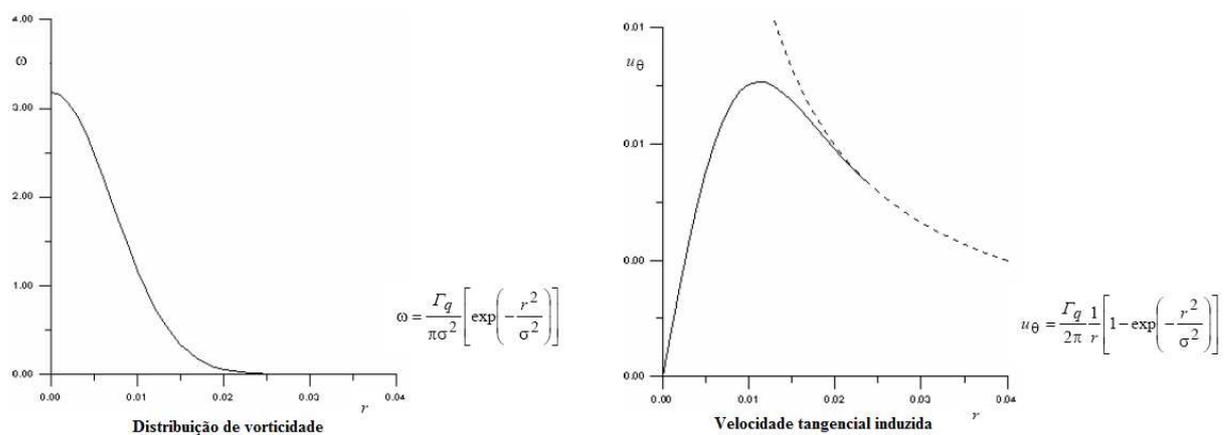


Figura B.2 – Comportamento da vorticidade e da velocidade tangencial no interior do raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb.

Apêndice C

O ALGORITMO DO MÉTODO DE VÓRTICES DISCRETOS

Nos capítulos 3 e 4 foram apresentados o modelo matemático do problema e o desenvolvimento teórico e matemático do Método de Vórtices Discretos. Neste Apêndice é descrito o algoritmo utilizado para a simulação numérica do escoamento de um fluido viscoso ao redor de um corpo que oscila na mesma direção do escoamento incidente. A descrição das rotinas do programa *SINGLE_BODY_OSCILLATION.FOR*, desenvolvido em linguagem de programação FORTRAN, é feita com os detalhes importantes para que se entenda o mecanismo de desprendimento de vórtices e suas conseqüências no escoamento e no cálculo das forças atuantes no corpo.

C.1 – ESTRUTURA DO PROGRAMA *SINGLE BODY OSCILLATION.FOR*

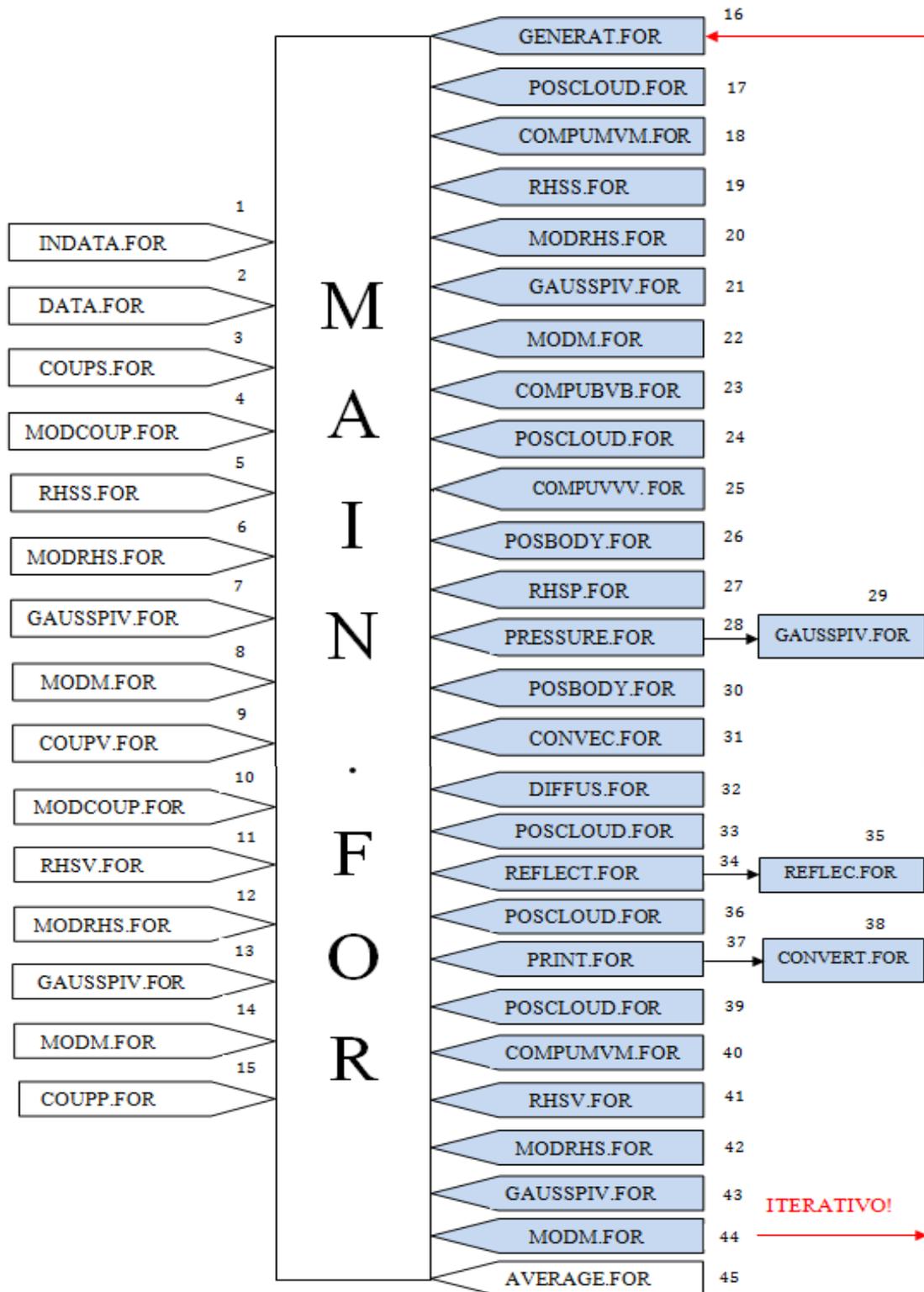


Figura C.1 – Fluxograma do programa *SINGLE_BODY.OSCILLATION.FOR*

C.2 – FUNÇÃO DAS ROTINAS NO ALGORITMO

C.2.1 – Rotina INDATA.FOR

Esta rotina abre os arquivos “INPUT.DAT” e “PANELS.DAT”. No primeiro arquivo são lidos todos dados necessários para a simulação numérica do escoamento de um fluido viscoso ao redor de um corpo estacionário ou que oscila na mesma direção deste escoamento. No arquivo “INPUT.DAT” são lidos os seguintes parâmetros:

m – números de painéis planos;

stop – número total de incrementos de tempo;

vel – velocidade do escoamento incidente;

alpha – ângulo do escoamento incidente em relação a direção horizontal;

delt – incremento de tempo;

eps – distância de geração de vórtices em relação a uma normal que passa pelo ponto de controle de u painel plano;

pro – camada protetora: região que envolve o contorno discretizado do corpo e utilizada para a reflexão de vórtices discretos;

gap – porcentagem de deslocamento do ponto de controle em relação à superfície discretizada para correção do cálculo da velocidade por um painel sobre os vórtices discretos localizados muito próximos a este painel;

core – raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb;

ax - amplitude de oscilação do corpo para o movimento *in-line*;

wx - velocidade angular de oscilação do corpo o movimento *in-line*;

re – Número de Reynolds;

No arquivo “PANELS.DAT” estão contidas as coordenadas dos pontos extremos de cada painel plano, que representa a superfície discretizada do corpo.

C.2.2 – Rotina DATAPR.FOR

Rotina que recebe os valores dos pontos extremos de cada painel e calcula: o valor do ponto de controle, do ângulo de inclinação, do comprimento, do ponto de geração de vórtices discretos. A rotina também define a camada protetora ao redor do corpo, que é utilizada durante a reflexão dos vórtices discretos que eventualmente migrarem para o interior do corpo.

C.2.3 – Rotina COUPS.FOR

Tem por função calcular os coeficientes da matriz de influência de fontes $K_{i,j}$ definidos na Eq. (4.9). Os coeficientes desta matriz de influência não variam durante a simulação numérica devido à técnica de utilização de dois sistemas de coordenadas.

C.2.4 – Rotina MODCOUP.FOR

Esta rotina acrescenta uma linha e uma coluna na matriz de influência de fontes para garantir a condição de conservação da massa (Eq. 4.22) e na matriz de influência de vórtices para garantir a condição de conservação da circulação global (Eq. 4.25). Os coeficientes da linha e da coluna novas recebem valor igual a 1.

C.2.5 – Rotina RHSS.FOR

Calcula o vetor coluna lado direito fontes {RHSS} definido pela Eq. (4.10). No instante $t=0\Delta t$ não há presença de vórtices discretos no domínio fluido e, assim, este cálculo leva em conta apenas a indução de velocidade normal pelo escoamento incidente sobre cada ponto de controle. Nos demais instantes de tempo há a presença da nuvem de vórtices discretos no domínio fluido, além do efeito da velocidade de oscilação do corpo na direção *in-*

line. Torna-se necessário, portanto, atualizar o vetor coluna lado direito fontes a cada instante de tempo para garantir que uma nova distribuição de fontes sobre os painéis anule a velocidade normal induzida em cada ponto de controle. Esta atualização é feita de acordo com a Eq. (4.10):

A resolução do sistema linear de equações algébricas referente ao cálculo das fontes (Eq. 4.9) é sempre feita no referencial não-inercial.

C.2.6 – Rotina MODRHS.FOR

Rotina que tem a finalidade de aumentar o vetor coluna lado direito de fontes e o vetor coluna lado direito de vórtices para $M=M+1$ posições. Para garantir a condição de conservação da massa a rotina impõe ao novo RHSS(M) valor igual a zero. Para garantir a condição de conservação da circulação global a rotina impõe ao novo RHSV(M), também, valor igual a zero.

C.2.7 – Rotina GAUSSPIV.FOR

Esta rotina resolve os sistemas lineares de fontes (Eq. 4.9), de vórtices discretos novos (Eq. 4.20) e de pressão (Eq. 4.30) através do Método de Eliminação de Gauss com Condensação Pivotal.

C.2.8 – Rotina MODM.FOR

Retorna o número de painéis do corpo para o valor original $M=M-1$, o qual foi modificado pela rotina MODRHS.FOR. Outra função desta rotina é a de imprimir no arquivo de saída chamado CONTROL.DAT os valores do incremento de tempo atual da simulação numérica (step), do número de painéis original e do valor da velocidade normal induzida no ponto de controle ($\varepsilon \rightarrow 0$). Este valor de ε corresponde à condição de equilíbrio, isto é, deve-se verificar a condição de contorno dada pela Eq. (3.17): condição de impenetrabilidade.

Esta rotina realiza os mesmos passos comentados anteriormente para a verificação da condição de conservação global da circulação, imprimindo no arquivo de saída chamado

CONTROL.DAT os valores do incremento de tempo atual da simulação numérica (step), do número de painéis original e do valor da velocidade tangencial induzida no ponto de controle ($\epsilon \rightarrow 0$). Este valor de ϵ corresponde à condição de equilíbrio, isto é, deve-se verificar a condição de contorno dada pela Eq. (3.18): condição de escorregamento-nulo.

C.2.9 – Rotina COUPV.FOR

Tem por finalidade calcular os coeficientes da matriz de influência de vórtices discretos nascentes $K_{i,j}$ definidos na Eq. (4.20). Os coeficientes desta matriz de influência não variam durante a simulação numérica devido à técnica de utilização de dois sistemas de coordenadas.

C.2.10 – Rotina RHSV.FOR

Calcula o vetor coluna lado direito vórtices discretos {RHSS} definido pela Eq. (4.21). No instante $t=0\Delta t$ não há presença de vórtices discretos no domínio fluido e, assim, este cálculo leva em conta apenas a indução de velocidade tangencial pelo escoamento incidente sobre cada ponto de controle. Nos demais instantes de tempo há a presença da nuvem de vórtices discretos no domínio fluido, além do efeito da velocidade de oscilação do corpo na direção *in-line*. Torna-se necessário, portanto, atualizar o vetor coluna lado direito vórtices a cada instante para garantir que uma distribuição de vórtices discretos novos nas proximidades dos painéis anule a nova velocidade tangencial induzida em cada ponto de controle. Esta atualização é feita de acordo com Eq. (4.21).

A resolução do sistema linear de equações algébricas referente ao cálculo dos vórtices discretos novos (Eq. 4.20) é sempre feita no referencial não-inercial.

C.2.11 – Rotina COUPP.FOR

Calcula os coeficientes da matriz de influência de pressão A_p definidos pela Eq. 4.30). De maneira análoga ao cálculo dos coeficientes da matriz de influência de fontes e da matriz de influência de vórtices, os coeficientes da matriz de influência de pressão não sofrem

alteração durante a simulação, devido a utilização dos dois sistemas de coordenadas. A resolução do sistema linear de equações algébricas referente ao cálculo do coeficiente de pressão (Eq. 4.32) é sempre feita no referencial não-inercial.

C.2.12 – Rotina GENERAT.FOR

A finalidade da rotina GENERAT.FOR é a de gerar M vórtices discretos novos a cada incremento de tempo, cuja intensidade de cada um deles é conhecida resolvendo-se o sistema linear de vórtices dado pela Eq. (4.20). A geração dos vórtices discretos novos é realizada no referencial não-inercial.

C.2.13 – Rotina POSCLOUD.FOR

A rotina aparece cinco vezes no fluxograma da Fig. C.1 e a sua finalidade é a de modificar a coordenada de todos os vórtices discretos do referencial inercial para o referencial não-inercial e vice-versa.

C.2.14 – Rotina COMPUMVM.FOR

A função desta rotina consiste no cálculo dos componentes da velocidade total induzida no ponto de controle de cada painel pela nuvem de vórtices discretos, incluindo-se os vórtices discretos novos. O valor calculado para os componentes desta velocidade total induzida em cada ponto de controle é utilizado para atualizar os dois vetores colunas, o lado direito fontes e o lado direito de vórtices, através dos componentes $u_{k,j}$ e $v_{k,j}$, o quais aparecem na Eq. (4.10) e na Eq. (4.21).

C.2.15 – Rotina COMPUBVB.FOR

Rotina que calcula a velocidade total induzida em cada vórtice discreto levando-se em conta a contribuição do escoamento incidente, do efeito do movimento oscilatório do corpo e

dos painéis de fontes/sumidouros, representantes da superfície discretizada do corpo. Este cálculo é sempre realizado no referencial não-inercial.

C.2.16 – Rotina COMPUVVV.FOR

Esta rotina calcula a velocidade total induzida em cada vórtice discreto da nuvem devida a presença da própria nuvem de vórtices discretos. Este cálculo consome o maior tempo de CPU e, desta forma, a rotina foi paralelizada.

C.2.17 – Rotina POSBODY.FOR

A finalidade desta rotina é a de modificar a coordenada do ponto de controle dos painéis do referencial inercial para o referencial não-inercial e vice-versa.

C.2.18 – Rotina PRESSURE.FOR

Calcula a distribuição de pressão instantânea sobre o ponto de controle de cada painel plano através da resolução do sistema linear de equações algébricas dado pela Eq. (4.32). Os coeficientes de arrasto e de sustentação, definidos pela Eq. (4.36) e pela Eq. (4.37), são calculados dentro da rotina PRESSURE.FOR.

C.2.19 – Rotina DIFFUS.FOR

Realiza o processo de difusão da vorticidade através do Método de Avanço Randômico. Para cada vórtice discreto são gerados dois números randômicos P e Q com valores entre 0 e 1, durante cada incremento de tempo. Para maiores esclarecimentos verifique as Eq. (4.17a) e a Eq. (4.17b).

C.2.20 – Rotina CONVEC.FOR

Rotina acionada para o deslocamento da nuvem de vórtices discretos devido ao processo da convecção; utiliza-se nas simulações numéricas um esquema de avanço de primeira ordem de Euler. Para maiores esclarecimentos verifique a Eq. (4.4).

C.2.21 – Rotina REFLECT.FOR

Esta rotina busca, com o auxílio da rotina REFLEC.FOR, realizar a reflexão dos vórtices discretos que, eventualmente, migrarem para o interior do corpo durante cada incremento de tempo. A posição de um ponto da superfície do corpo, durante o seu movimento de oscilação *in-line*, é impressa por esta rotina no arquivo de saída chamado OSCILLA.DAT.

C.2.22 – Rotina PRINT.FOR

Imprime três tipos arquivos de saída, WAKEXXXX.DAT, FORCES.DAT e CPXXXX.DAT. O primeiro tipo, WAKEXXXX.DAT, armazena a posição de uma nuvem de vórtices discretos através dos dados de posição, intensidade, velocidade induzida e valor do raio do núcleo para cada vórtice discreto.

O segundo tipo, FORC.DAT, imprime os valores instantâneos dos coeficientes de arrasto e sustentação. Os resultados instantâneos para as forças aerodinâmicas são impressos no arquivo FORCES.DAT durante cada incremento de tempo da simulação numérica.

O último tipo, CPXXXX.DAT, armazena os valores da distribuição de pressão ao longo da superfície discretizada do corpo. A notação XXXX representa o incremento de tempo em que os valores são impressos. A função CONVERT.FOR auxilia a rotina PRINT.FOR na determinação do valor de XXXX. Por exemplo, se o incremento de tempo corresponder ao avanço $\text{step}=200$, então $\text{XXXX}=0200$ e os arquivos de saída são do tipo WAKE0200.DAT e CP0200.DAT.

C.2.23 – Rotina AVERAGE.FOR

Esta é a última rotina do programa *SINGLE_BODY_OSCILLATION.FOR* e a sua finalidade é a de calcular os valores médios das forças aerodinâmicas atuantes sobre a superfície do corpo, e a de imprimir os valores médios do coeficiente de pressão no arquivo de saída *PRESS.DAT*. Os outros resultados comentados anteriormente ficam salvos no arquivo *AVERAGE.DAT*.

Apêndice D

CÁLCULO DO NÚMERO DE STROUHAL

O primeiro procedimento adotado para o cálculo do número de Strouhal segue os mesmos passos do trabalho de Recicar (2008). A frequência de emissão de vórtices é calculada a partir do gráfico da força de sustentação em função do tempo, conforme exemplificado na Fig. D-1. Primeiro deve-se calcular o período médio da curva da força de sustentação e posteriormente a frequência de emissão de vórtices:

$$\bar{T} = \frac{T_1 + T_2 + \dots + T_N}{N}, \quad (\text{D.1})$$

$$f_s = \frac{1}{\bar{T}}. \quad (\text{D.2})$$

O mesmo procedimento se aplica para o caso do cilindro circular oscilando e a frequência a ser obtida é:

$$f_{so} = \frac{1}{\bar{T}}. \quad (\text{D.3})$$

No caso do modo de desprendimento simétrico (modo S), a frequência de emissão dos pares contra-rotativos de vórtices é obtida a partir da curva do coeficiente de arrasto.

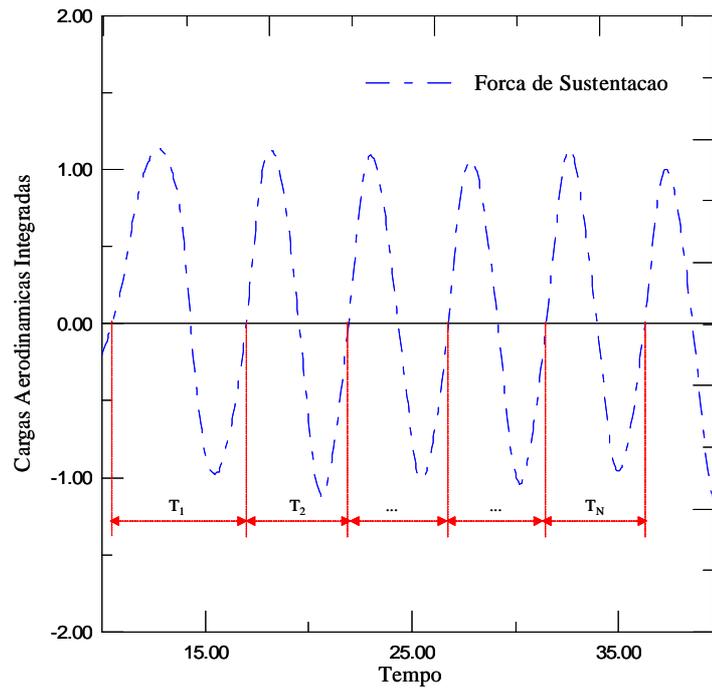


Figura D-1 – Determinação da frequência de emissão de vórtices (Retirada de Ricicar, 2008).

A frequência de oscilação do corpo está relacionada com a velocidade angular $-\lambda$ - ou com a velocidade reduzida $-V_R$ -, respectivamente, como:

$$f_o = \frac{\lambda}{2\pi}, \quad (D.4)$$

$$V_R = \frac{U}{f_o D}. \quad (D.5)$$

O comprimento de onda da oscilação do corpo λ_o é definido por:

$$\frac{\lambda_o}{D} = V_R = \frac{U}{f_o D}. \quad (D.6)$$

A amplitude média do coeficiente de sustentação corresponde ao valor médio das amplitudes positivas e negativas do mesmo e é obtida a partir do gráfico da força de sustentação em função do tempo, conforme exemplifica a Fig. D-2.

$$\overline{A_+} = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_N}{N} \quad (D.7)$$

$$\overline{A_-} = \frac{A'_1 + A'_2 + \dots + A'_{N'}}{N'} \quad (D.8)$$

$$\overline{A_{CL}} = \frac{\overline{A_+} + \overline{A_-}}{2} \quad (D.9)$$

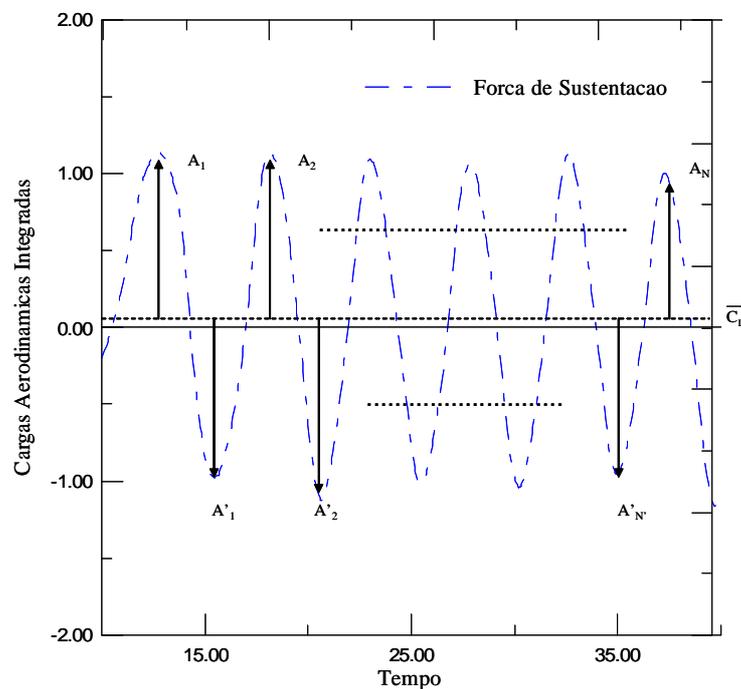


Figura D-2 – Cálculo da amplitude média de C_L (retirada de Recicar, 2008).

Para aferir o número de Strouhal encontrado através do primeiro procedimento (descrito anteriormente), decidiu-se utilizar a Transformada Rápida de Fourier, através da qual se verificam picos de frequência nas séries temporais das forças de arrasto e de sustentação. O procedimento foi realizado no *software Origin Pro 8*. Em um primeiro instante o arquivo de forças FORC.DAT é carregado.

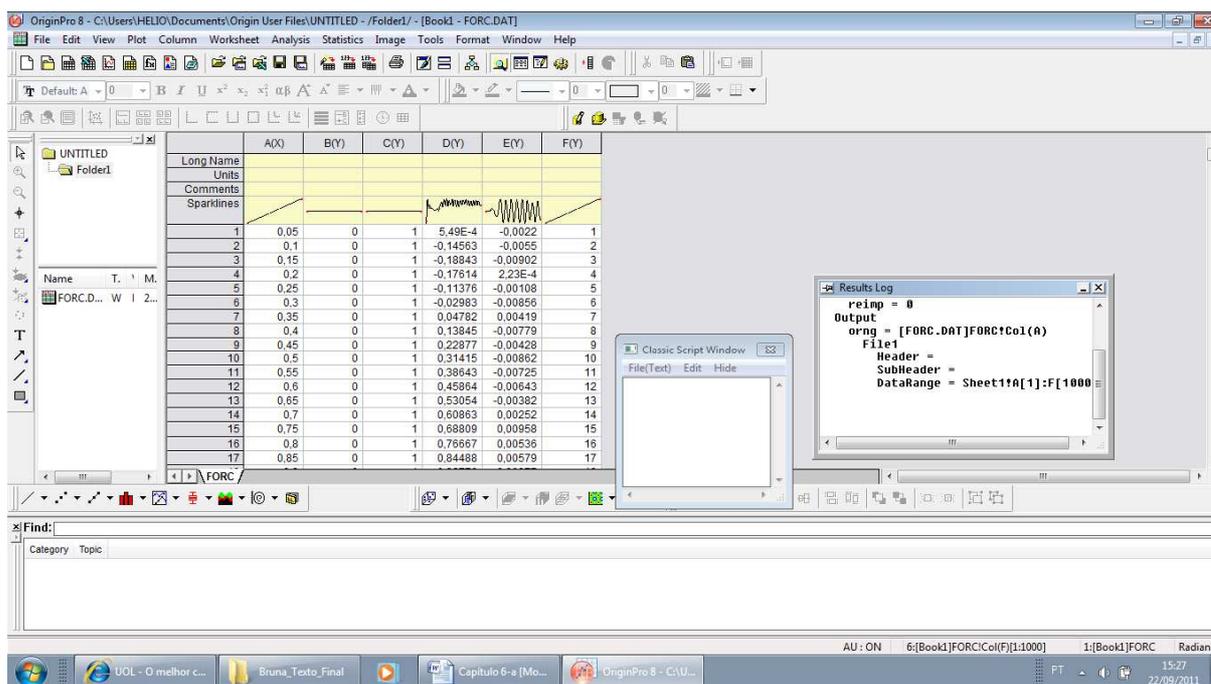


Figura D.3 – Ambiente do Origin Pro 8 com o arquivo FORC.DAT carregado.

Após o carregamento do arquivo montam-se as curvas do coeficiente de sustentação ou de arrasto (veja a Fig D.3). Com a curva carregada seguem-se os passos apresentados da Fig. D.4 até a Fig. D.8. Observe que se abre uma janela, onde é necessário que se ajustem os valores aos utilizados na simulação numérica. Em seguida, aparece um novo conjunto de colunas, onde se escolhem as colunas relativas respectivamente à frequência e à amplitude de oscilação. Um novo gráfico é gerado, onde se identifica um pico positivo, no qual é aplicado um *zoom*; com a ferramenta *Data Selector* é verificado o pico de frequência, que corresponde ao número de Strouhal do coeficiente de arrasto ou de sustentação.

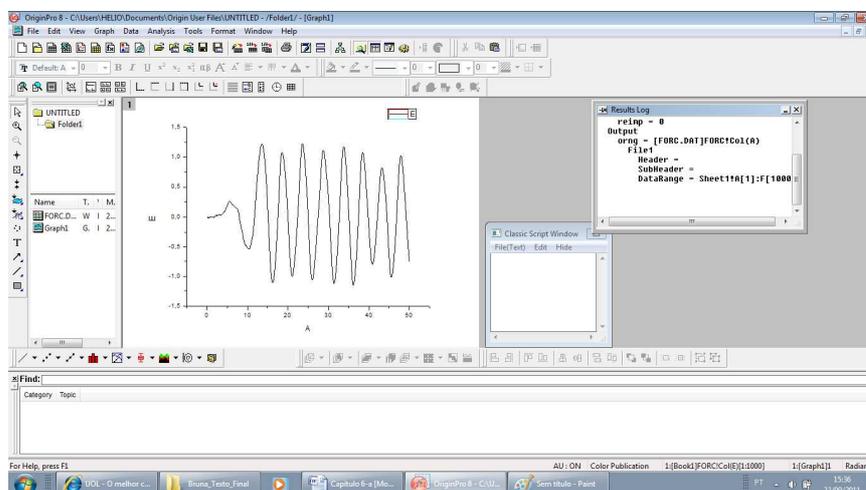


Figura D.4 – Gráfico do coeficiente de sustentação.

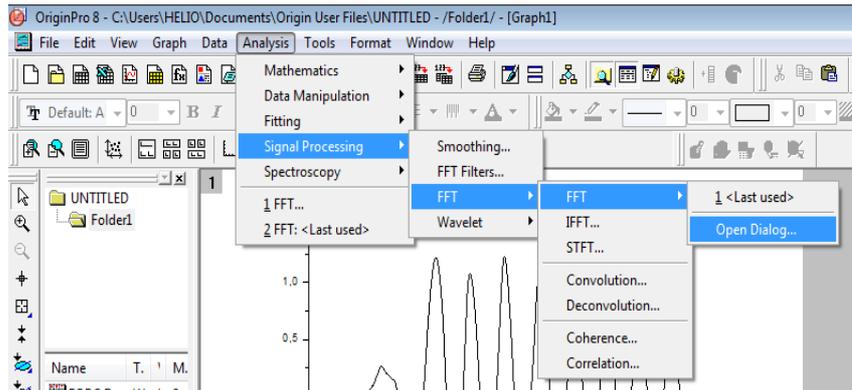


Figura D.5 – Ferramenta FFT.

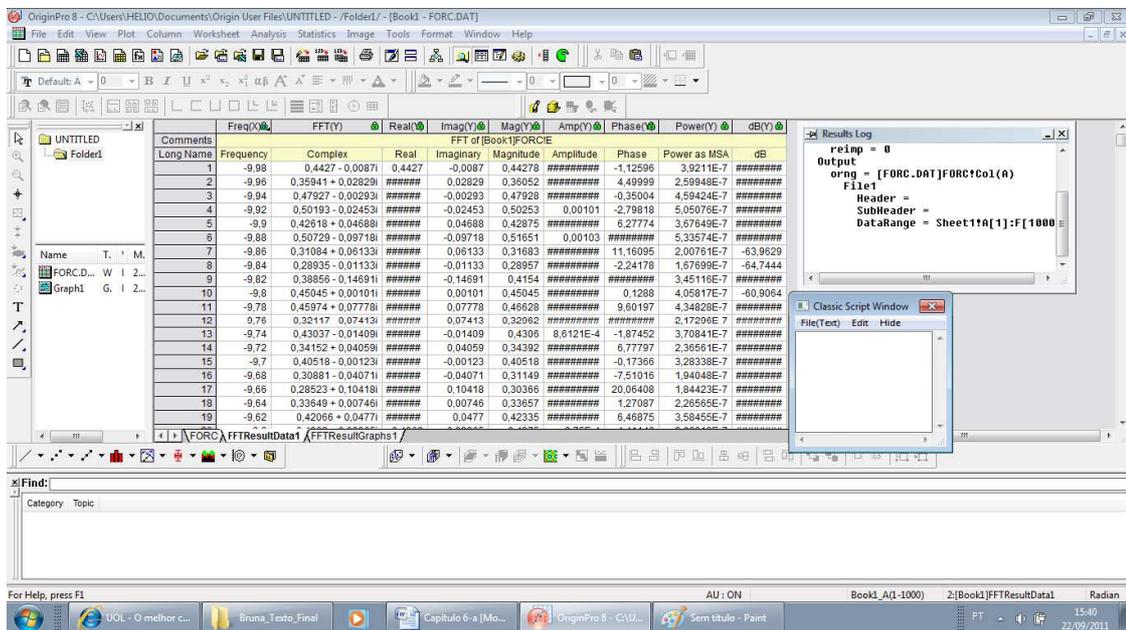


Figura D.6 – Arquivo correspondente à frequência e amplitude do coeficiente de sustentação.

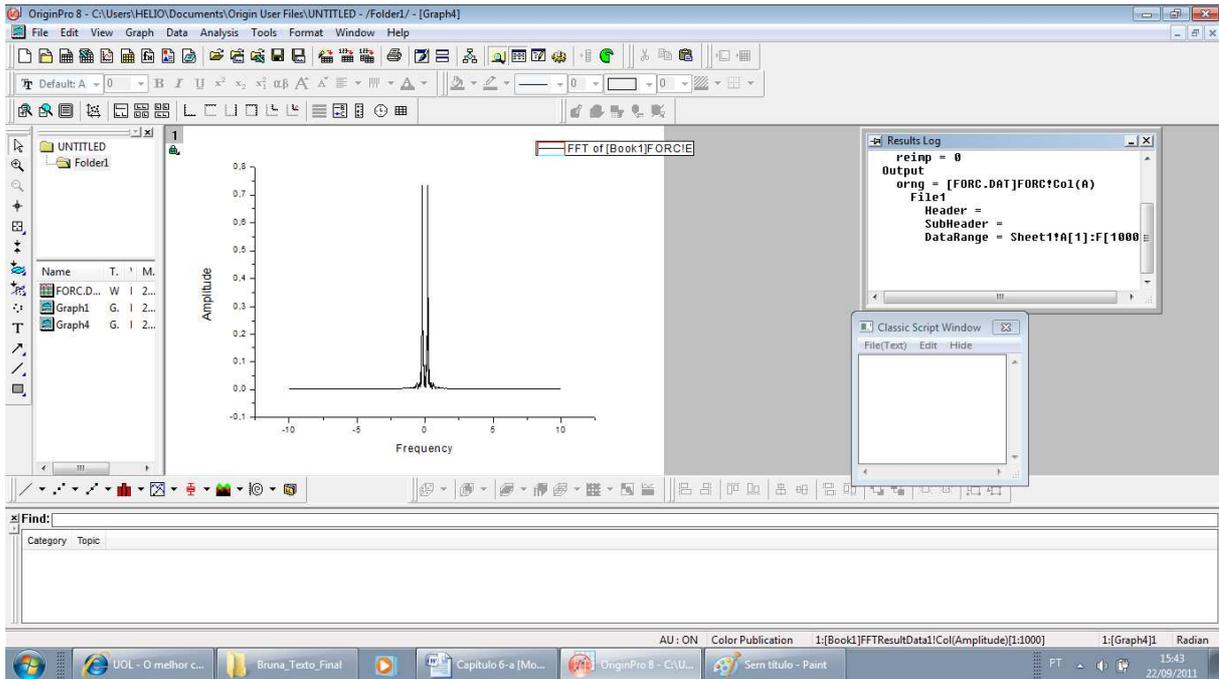


Figura D.7 – Amplitude *versus* frequência.

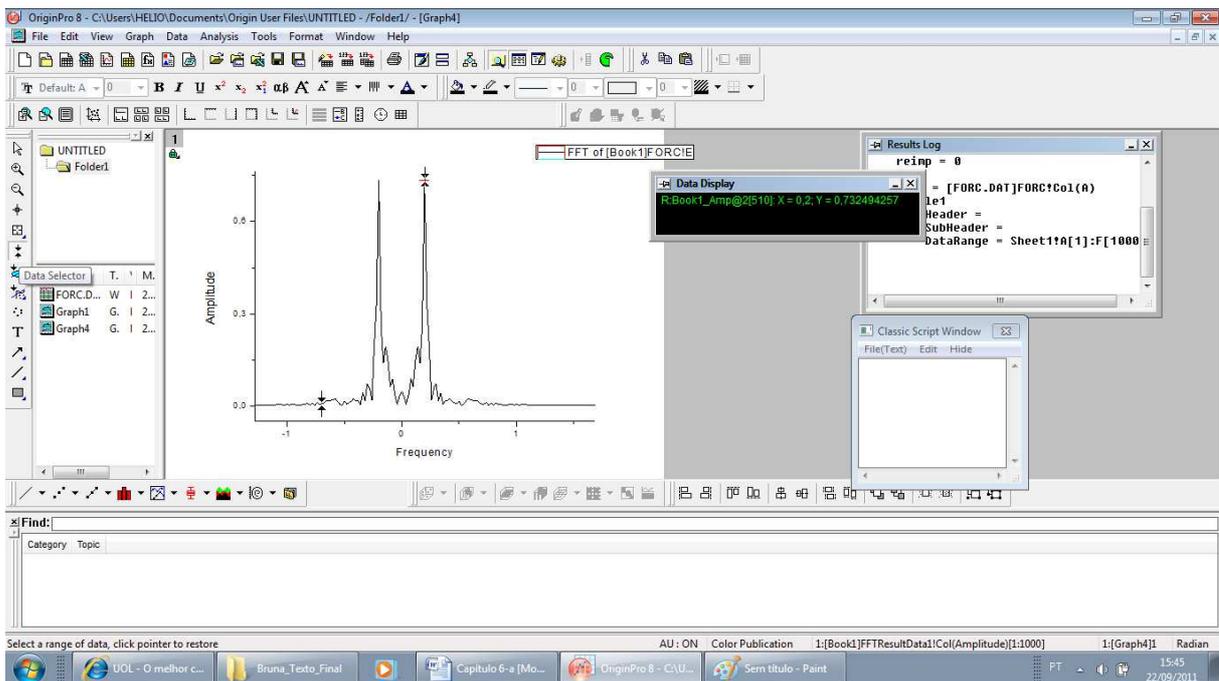


Figura D.8 – Identificação do pico de frequência.