

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ENERGIA**

**ESTUDO SOBRE O ROMPIMENTO DO BARRAMENTO DE CONTENÇÃO**  
**DE CHEIAS DE ITAJUBÁ**  
**EIXO 3A**

**Laércio Rafael Colucci Marques Da Silva**

**Itajubá, Maio de 2011**

<b>2011</b>	<b>Laércio Rafael Colucci Marques da Silva</b>	<b>Dissertação de Mestrado</b>
-------------	--	--------------------------------

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ENERGIA**

**Laércio Rafael Colucci Marques da Silva**

**ESTUDO SOBRE O ROMPIMENTO DO BARRAMENTO DE CONTENÇÃO  
DE CHEIAS DE ITAJUBÁ**

**EIXO 3A**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Energia como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciências em Engenharia de Energia.

Área de Concentração: Sociedade, Meio Ambiente e Energia

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Augusto Barbosa.

Maio de 2011

Itajubá – MG

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ENERGIA**

**Laércio Rafael Colucci Marques da Silva**

**ESTUDO SOBRE O ROMPIMENTO DO BARRAMENTO DE CONTENÇÃO  
DE CHEIAS DE ITAJUBÁ. EIXO 3A**

Esta dissertação foi julgada adequada à obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia de Energia e aprovada em sua forma final pelo Curso de Mestrado em Engenharia de Energia da Universidade Federal de Itajubá.

Itajubá, 19 de Maio de 2011

---

Prof. Alexandre Augusto Barbosa (ORIENTADOR)  
Universidade Federal de Itajubá

---

Prof. Frederico Fábio Mauad  
Universidade do Estado de São Paulo

---

Prof. James Lacerda Maia  
Universidade Federal de Itajubá

A minha mãe Maria Zilda e meu irmão  
João Paulo, o Pepê.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço CAPES pelo fornecimento da bolsa de estudos que possibilitara a realização deste mestrado.

Ao meu orientador, Alexandre Augusto Barbosa pela oportunidade, orientação e amizade que tanto auxiliaram em meu desenvolvimento.

Aos professores e amigos Agenor, Rossano e Ana Cláudia pelo apoio e ensinamentos que me proporcionaram enquanto estagiava com eles.

A minha amiga, e amiga da família, Eliza Regina, pelo apoio a mim e minha mãe que tanto ajudou nos momentos mais difíceis.

Ao Laboratório de Informações Hídricas pelo fornecimento de algumas informações necessárias a este trabalho.

*“Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos.”*

Isaac Newton

## RESUMO

Barragens são grandes obras da engenharia, capazes de solucionar ou minimizar problemas, como por exemplo, as inundações. Porém inúmeros transtornos poderão ocorrer caso o barramento se rompa. Esta dissertação estuda as ondas de inundação provenientes do rompimento hipotético do Barramento Eixo 3 A, que poderá ser construído no município de Itajubá, localizada no sul do Estado de Minas Gerais. Seu principal objetivo é minimizar os problemas ocasionados pelas inundações que constantemente afetam o município. Para a realização deste estudo foi utilizado o software HEC-RAS desenvolvido pelo Corpo de Engenharia do Exército Norte Americano, que se mostrou um software confiável para realização de estudos envolvendo escoamentos não permanentes. Como resultado, serão apresentados os hidrogramas que descrevem o deslocamento das ondas, e uma análise de sensibilidade dos valores de vazão e nível referentes a uma variação no Número de Manning.

**Palavras-chave:** Rompimento de Barragens, Inundações, HEC-RAS.



## **ABSTRACT**

Dams are great works of engineering, able to solve or minimize problems, such as flooding. But many disorders may occur if the dam breaks. This dissertation studies the flood waves from the hypothetical dam break of Barramento Eixo 3A, which can be constructed in the city of Itajubá, located in the southern state of Minas Gerais. Its main objective is to minimize the problems caused by flooding that constantly affect the city. For this study we used the HEC-RAS software developed by the US Army Corps of Engineers, which has proved a reliable software for studies involving non-permanent flows. As a result, hydrographs are presented that describe the movement of waves, and a sensitivity analysis of flow and level values related to a change in the number of Manning.

Keywords: Dam break, Floods, HEC-RAS.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1	Justificativa .....	1
1.2	Objetivos .....	5
<b>2</b>	<b>Fundamentação teórica.....</b>	<b>6</b>
2.1	Trabalhos Nacionais.....	6
2.2	Trabalhos Internacionais.....	10
2.3	Barragens e reservatórios.....	14
2.4	Segurança de barragens.....	15
2.5	Plano de ações emergenciais.....	18
2.6	Escoamento não permanente em Canais Abertos .....	19
2.7	Estudo do rompimento de barragens .....	22
2.8	Mapas de inundação.....	23
<b>3</b>	<b>Materiais e métodos .....</b>	<b>26</b>
3.1	Caracterização da área de estudo .....	26
3.2	Seções Topobatimétricas.....	35
3.3	Auto CAD Civil 3D 2011.....	39
3.4	HEC-RAS.....	41
<b>4</b>	<b>Resultados .....</b>	<b>45</b>
4.1	Análise e discussão dos resultados .....	51
4.2	Análise de sensibilidade em relação ao fator n .....	51
<b>5</b>	<b>Conclusões e Recomendações.....</b>	<b>57</b>
5.1	Conclusões.....	57
5.2	Recomendações.....	58
<b>6</b>	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>59</b>

<b>7</b>	<b>Apêndices .....</b>	<b>62</b>
<b>7.1</b>	<b>Dados das simulações .....</b>	<b>62</b>
<b>7.2</b>	<b>Dados das seções Topobatimétricas.....</b>	<b>66</b>
<b>7.3</b>	<b>Dedução das equações.....</b>	<b>69</b>

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1-1 Incidente causado pela lama tóxica na Hungria.....	2
Figura 1-2 Rompimento da Barragem de Aporé, em Goiás. ....	3
Figura 1-3 Rompimento de Barragem em Vilhena, Rondônia. ....	3
Figura 2-1 Vista a jusante da Barragem Aproveitamento Múltiplo Manso.....	6
Figura 2-2 Miniatura do mapa de inundação gerado .....	7
Figura 2-3 Hidrograma de escoamento gerado pelo modelo DAMBRK .....	7
Figura 2-4 Mapa de inundação .....	8
Figura 2-5 Risco ambiental relacionado com barragens no Estado de Minas Gerais...	10
Figura 2-6 Bacia do Rio Kyrönjoki .....	12
Figura 2-7 Localidades dos rompimentos.....	13
Figura 2-8 Hidrograma de rompimento na localidade C .....	13
Figura 2-9 Hidrogramas de rompimento gerados pelos dois modelos .....	14
Figura 2-10 Hidrograma de escoamento.....	23
Figura 2-11 Mapa de inundação apresentado no projeto RESCDAM.....	25
Figura 2-12 Mapa de inundação apresentado no projeto RESCDAM.....	25
Figura 3-1 Rua da Matriz.....	26
Figura 3-2 Localização do Município de Itajubá.....	27
Figura 3-3 Vista aérea de Itajubá.....	27
Figura 3-4 Morro da Piedade .....	28
Figura 3-5 Bacia do Rio Sapucaí .....	29
Figura 3-6 Local do Barramento.....	31
Figura 3-7 Barramento Eixo 3A .....	32
Figura 3-8 Planta geral.....	33
Figura 3-9 Vista em corte .....	34
Figura 3-10 Medição de Topografia .....	36
Figura 3-11 Medição com o Qliner.....	37
Figura 3-12 Profundidade x distância Seção Água Limpa .....	37
Figura 3-13 Profundidade x distância Seção Canta Galo .....	37
Figura 3-14 Profundidade x distância Seção Captação Copasa.....	38
Figura 3-15 Profundidade x distância Seção Santana.....	38

Figura 3-16 Área sujeita a inundação para o rompimento do barramento eixo 3A.....	40
Figura 3-17 Ambiente HEC-RAS.....	41
Figura 3-18 Bacia Hidrográfica utilizada no HEC-RAS .....	43
Figura 3-19 Hidrograma de Rompimento Hipotético.....	44
Figura 4-1 Hidrogramas resultantes para $n=0,045$ .....	46
Figura 4-2 Hidrogramas resultantes para $n=0,06$ .....	47
Figura 4-3 Hidrogramas Resultantes para $n = 0,07$ .....	48
Figura 4-4 Hidrogramas Resultantes para $n = 0,085$ .....	49
Figura 4-5 Hidrogramas resultantes para $n=0,09$ .....	50
Figura 4-6 Hidrogramas para a seção RS 02 .....	53
Figura 4-7 Hidrogramas para a seção RS 05 .....	54
Figura 4-8 Hidrogramas para a seção RS 06 .....	55
Figura 4-9 Estudo de sensibilidade vazão x $n$ .....	56
Figura 4-10 Estudo de sensibilidade cota x $n$ .....	57

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 Pesos atribuídos aos temas analisados.....	9
Tabela 2-2 Classificação das consequências de rompimento de barragens.....	16
Tabela 3-1 Característica do barramento .....	35
Tabela 3-2 Informações hidrológicas das seções localizadas a jusante do barramento	38
Tabela 3-3 Caracterização dos trechos estudados.....	42
Tabela 3-4 Seções topo batimétricas utilizadas .....	42
Tabela 3-5 Coeficientes de Manning utilizados nas simulações .....	44
Tabela 3-6 Curva Cota x Volume do Reservatório.....	45
Tabela 7-1 Valores para cota e vazão máxima em cada seção para $n=0,045$ .....	62
Tabela 7-2 Profundidade em relação ao fundo do canal para $n=0,045$ .....	62
Tabela 7-3 Valores para cota e vazão máxima em cada seção para $n=0,06$ .....	62
Tabela 7-4 Profundidade em relação ao fundo do canal para $n=0,06$ .....	63
Tabela 7-5 Valores para cota e vazão máxima em cada seção para $n=0,07$ .....	63
Tabela 7-6 Profundidade em relação ao fundo do canal para $n=0,07$ .....	63
Tabela 7-7 Valores para cota e vazão máxima em cada seção para $n=0,085$ .....	64
Tabela 7-8 Profundidade em relação ao fundo do canal para $n=0,085$ .....	64
Tabela 7-9 Valores para cota e vazão máxima em cada seção para $n=0,09$ .....	64
Tabela 7-10 Profundidade em relação ao fundo do canal para $n=0,09$ .....	65
Tabela 7-11 Dados das seções topo batimétricas.....	66

## LISTA DE SÍMBOLOS

$Q$  = Vazão [ $m^3/s$ ]

$x$  = comprimento do trecho [m]

$\frac{\partial Q}{\partial x}$  = Variação da vazão em função da distância

$A_t$  = Área da seção [ $m^2$ ]

$t$  = tempo

$\frac{\partial A}{\partial t}$  = Variação da área em função do tempo

$q_l$  = contribuição lateral

$\sum F_x$  = Somatória das Forças em  $x$

$\frac{dP}{dt}$  = Variação do Momento Linear em função do tempo

$\frac{dQ}{dt}$  = Variação da vazão em função do tempo

$\frac{\partial z}{\partial x}$  ou  $S_o$  = Declividade da superfície da água

$S_f$  = declividade da linha de energia

$m$  = massa

$V$  = volume

$P_x$  = força gravitacional

$F_p$  = força de Pressão

$\tau_0$  = força de fricção

$n$  = Número de Manning

## LISTA DE ABREVIATURAS

ICOLD – *International Committee of Large Dams*

RESCDAM - *Development of Rescue Actions Based on Dam Break Flood Analysis Project*

FEMA – *Federal Emergency Management Agency*

DEINFRA – Departamento Estadual de Infra Estrutura

MI – Ministério de Integração Nacional

INAG – Instituto da Água

LNEC - Laboratório Nacional de Engenharia Civil

SIMGE – Sistema de Meteorologia e Recursos Hídricos de Minas Gerais

IGAM – Instituto Mineiro de Gestão de Águas

GPS – *Global Position System*



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 JUSTIFICATIVA

De acordo com o livro “*Dams & the World Water*” (2007), achados arqueológicos indicam que pequenas redes de canais e barramentos de solo aterrado foram construídas por volta de 2000 a.C. como forma de fonte confiável de abastecimento de água para suprir as necessidades básicas de algumas aldeias.

No Brasil, barramentos como o de Itaipu são de extrema importância para o desenvolvimento do país, já que as hidrelétricas correspondem a cerca de 95% de toda a geração de energia elétrica. Além desse propósito, os reservatórios podem auxiliar em muitas outras atividades como a irrigação, navegação, recreação e controle de inundações.

Apesar de sua importância, as barragens são sempre alvos de grandes preocupações, já que necessitam de grandes desapropriações de terra, e um número elevado de incidentes envolvendo rompimentos de barragens tem levado a população e as autoridades a realizarem estudos que possam minimizar e evitar tais acontecimentos.

Nos EUA, por exemplo, a FEMA<sup>1</sup> “*Federal Emergency Management Agency*”, é o órgão responsável pelo controle e legislação envolvendo atividades de segurança de barragens. Já no Brasil, essa responsabilidade cabe ao Ministério da Integração Nacional, que disponibiliza alguns manuais que auxiliam os proprietários de barragens a elaborarem planos de ações emergenciais.

Apesar dos esforços das autoridades, inúmeros rompimentos acontecem ao redor do mundo, como por exemplo, na China, onde o Rio Fu, ao transbordar, causara o rompimento de uma barreira de proteção, ameaçando cerca de 145 mil pessoas.

Outro acidente de grande repercussão acontecera na Hungria, em Outubro de 2010, onde três condados declararam estado de emergência devido ao vazamento de uma lama tóxica que escapara do reservatório que se rompeu. A lama se espalhou por sete vilas e cidades causando a morte de três pessoas e deixando cerca de 120 feridos, conforme demonstrado na figura 1-1.

---

<sup>1</sup> Agência Federal de Gerenciamento de Emergências



Figura 1-1 Incidente causado pela lama tóxica na Hungria

Fonte: G1

Disponível em: [www.g1.com.br](http://www.g1.com.br)

No Brasil casos como o rompimento da barragem de uma usina hidrelétrica no Estado de Goiás, na cidade de Aporé, localizada cerca de 472 km de Goiânia, causou inúmeros danos, apesar de, felizmente, não ter acarretado em nenhuma vítima fatal, esse evento é apresentado na figura 1-2.



Figura 1-2 Rompimento da Barragem de Aporé, em Goiás.

Fonte: G1

Disponível em: [www.g1.com.br](http://www.g1.com.br)

A figura 1-3 apresenta o rompimento ocorrido na cidade de Vilhena, no estado de Rondônia, onde pelo menos 200 famílias necessitaram ser retiradas as pressas devido ao rompimento da barragem de uma hidrelétrica.



Figura 1-3 Rompimento de Barragem em Vilhena, Rondônia.

Fonte: Rondônia ao vivo

Disponível em: [www.rondoniaaovivo.com.br](http://www.rondoniaaovivo.com.br)

Tais acontecimentos mostram a importância da realização de estudos de rompimentos de barragens e a elaboração de planos de ações emergenciais, para em casos de acidentes minimizarem os danos à vida e a propriedades.

Este estudo tem por objetivo principal analisar as ondas de inundação provenientes do rompimento hipotético da Barragem Eixo 3A, a ser construída no município de Itajubá, localizado no sul do Estado de Minas Gerais. Esta obra visa minimizar os recorrentes problemas com inundações nesta cidade, e conseqüentemente, dos municípios de Piranguinho, Santa Rita do Sapucaí e Pouso Alegre, localizados a jusante do município de Itajubá.

## 1.2 OBJETIVOS

Ao final deste trabalho, espera-se alcançar os seguintes objetivos:

1. Demonstração da importância de estudos de rompimento de barragens.
2. Geração do Hidrograma de Rompimento do Barramento Eixo 3A;
3. Análise do deslocamento da inundação causada pelo rompimento utilizando o HEC-RAS;
4. Análise de Sensibilidade do modelo em relação ao Coeficiente de Manning;

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 TRABALHOS NACIONAIS

Palmier et al (2005) estudou o rompimento hipotético da Barragem do Aproveitamento Múltiplo Manso localizada a 260 km da cidade de Cuiabá no Estado do Mato Grosso, obtendo como resultados um hidrograma de escoamento a jusante do barramento assim como o mapa de inundação proveniente da ruptura. Para isto foram utilizados o software FLDWAV e o ArcGis, para estudos hidrológicos e geração dos mapas de inundação, respectivamente. A figura 2-1 apresenta uma visão à jusante da barragem.



Figura 2-1 Vista a jusante da Barragem Aproveitamento Múltiplo Manso

Fonte: Palmier et al

Ao final, chegaram à conclusão de que os resultados eram satisfatórios porem ainda são necessários avanços para que as incertezas geradas sejam diminuídas.

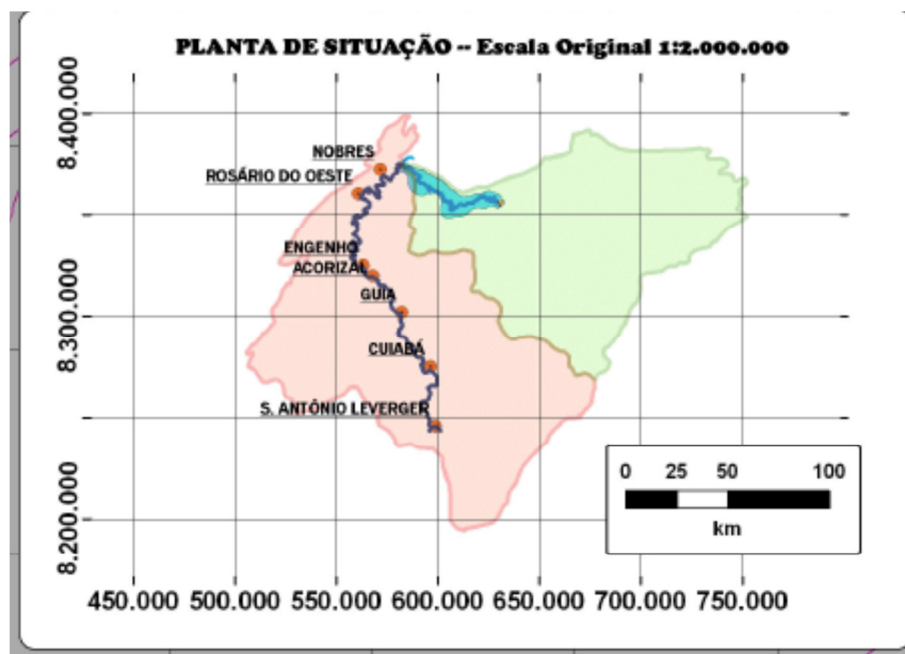


Figura 2-2 Miniatura do mapa de inundação gerado

Fonte: Palmier et al

Já Collischonn e Tucci (1997) analisaram o rompimento hipotético da barragem de Ernestina, utilizando o software DAMBRK, onde além de gerar o hidrograma de rompimento e o mapa de inundação proveniente, fora estudada a sensibilidade do modelo referente a alguns parâmetros que necessitam ser informados, como o coeficiente de Manning.

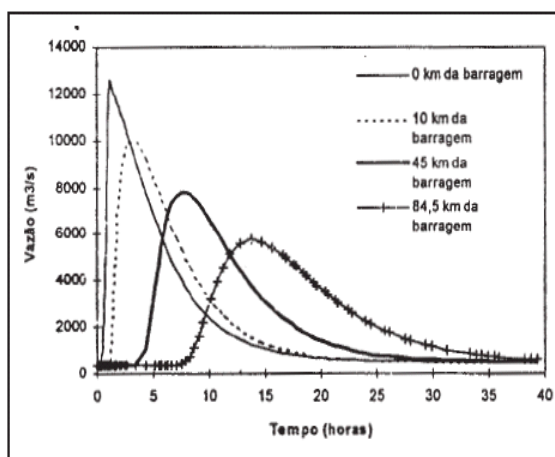


Figura 2-3 Hidrograma de escoamento gerado pelo modelo DAMBRK

Fonte: Collischon e Tucci (1997)

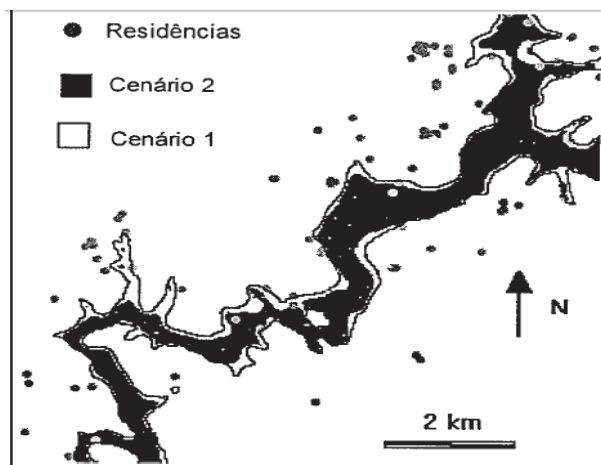


Figura 2-4 Mapa de inundação

Fonte: Collischon e Tucci (1997)

Menescal et al (2004) apresentaram uma metodologia para o diagnóstico de segurança de barragens no território nacional.

De acordo com o autor as barragens podem auxiliar no controle de inundações, porém devem ser capazes de suportar as condições adversas às quais se deparam para não potencializarem ou até mesmo ser o fator gerador de enchentes.

Ao final de várias reuniões chegaram à conclusão que barragens com as seguintes características deveriam se aplicar a metodologia proposta:

- i. Altura do maciço, maior ou igual a 15m;
- ii. Capacidade total do reservatório maior ou igual a cinco milhões de metros cúbicos;
- iii. Reservatórios que contenham resíduos tóxicos ou potencialmente tóxicos
- iv. Riscos decorrentes do rompimento inaceitáveis em termos econômicos, sociais, ambientais e humanos.

Além disso, a metodologia seria aplicada a dois grupos:

- a) Barragens sobre responsabilidade do Ministério da Integração;
- b) Barragens de usos múltiplos em todo o território nacional.

As atividades inicialmente previstas, pela metodologia, a esses dois grandes grupos são:

- i. Designação e treinamento da equipe;
- ii. Elaboração do diagnóstico das barragens;
- iii. Preenchimento das fichas cadastrais;
- iv. Elaboração de projetos de recuperação;
- v. Implantação das intervenções.



Ao final concluíram que os trabalhos propostos devem ser considerados um processo inicial de conscientização, para em um futuro próximo estabelecer uma sistemática que permita um trabalho preventivo na manutenção da segurança de barragens no Brasil.

Déstro et al, (2009), elaboraram alguns mapas temáticos que apresentam áreas no Estado de Minas Gerais, que possuem potencial risco ambiental gerado por barragens.

Para isso utilizaram dados fornecidos pela Fundação Estadual de Meio Ambiente de Minas Gerais, que conta com um cadastro de mais de 600 barragens no Estado.

Na elaboração desses mapas empregaram a abordagem multicriterial em ambiente de Sistemas de Informações Geográficas, SIG, utilizando o software ArcGis 9.2, elegendo alguns temas e atribuindo pesos como fica evidenciado na tabela 2-1.

Tabela 2-1 Pesos atribuídos aos temas analisados

Tema	Peso
<b>Sensibilidade Ambiental</b>	1
Áreas Prioritárias para a Conservação da Biodiversidade	1
Declividade	2
Rede de Drenagem	3
Assentamentos humanos voltados à reforma agrária	3
Unidades de Conservação de Uso Sustentável/ Terras Indígenas	4
Unidades de Conservação de Proteção Integral	5
Núcleos urbanos consolidados	5
<b>Ameaças</b>	5
Barragem com potencial de dano baixo	2
Barragem com potencial de dano médio	4
Barragem com potencial de dano alto	6
Barragem instável	5
Acumulação de fluxos	8

Fonte: Déstro, et al (2009)

A figura 2-5 nos mostra o mapa criado para relacionar os riscos existentes com barragens no Estado de Minas Gerais.

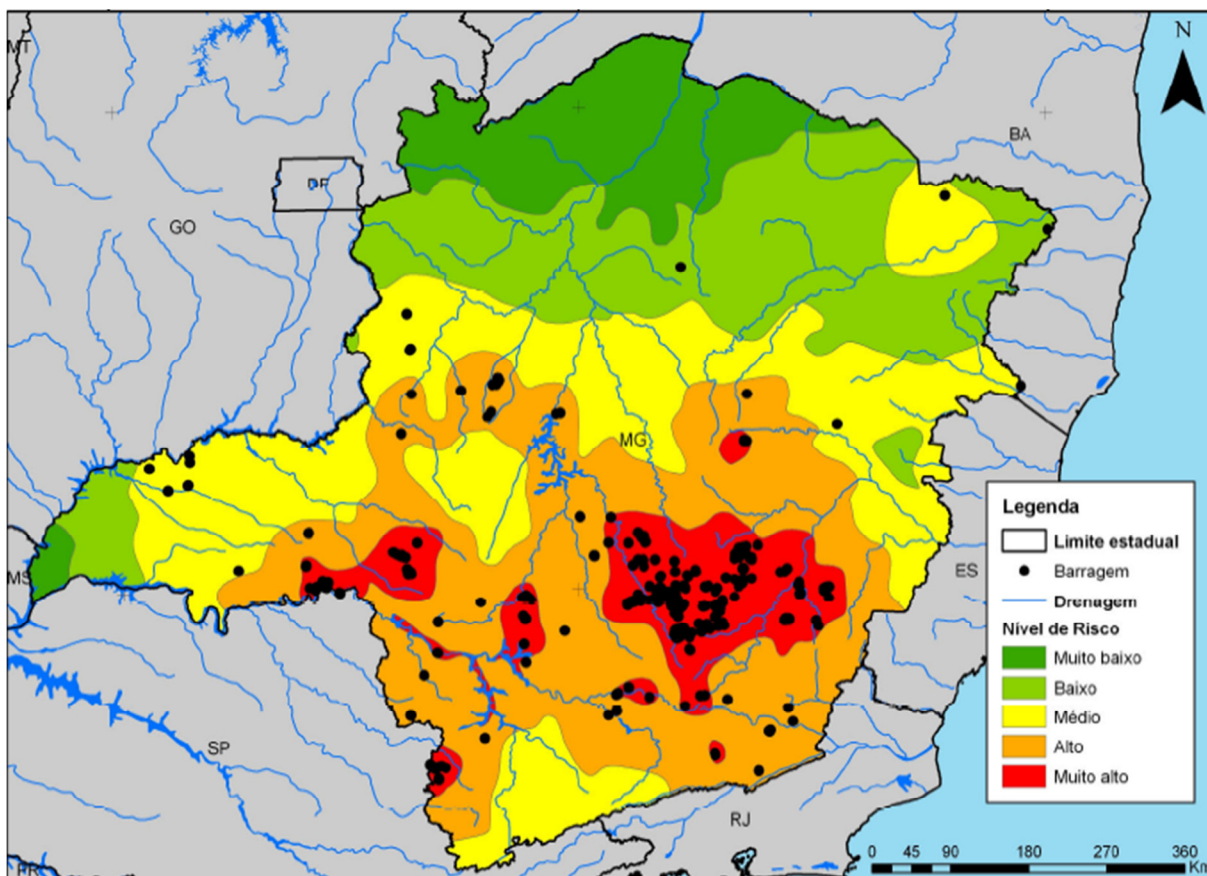


Figura 2-5 Risco ambiental relacionado com barragens no Estado de Minas Gerais

Fonte: Déstro, et al (2009).

## 2.2 TRABALHOS INTERNACIONAIS

### 2.2.1 RESCDAM

O RESCDAM foi um projeto assinado entre a comissão responsável pelo desenvolvimento do projeto e o Instituto Finlandês do Meio Ambiente em 11 de Junho de 1999, para a elaboração do trabalho “*Development of Rescue Actions Based on Dam Break Flood Analysis Project (RESCDAM)*” em um período de 22 meses a partir da assinatura do contrato. O custo total do projeto foi € 861.332.

O projeto fora dividido em três subprojetos:

1. Avaliação de riscos;
2. Análise do risco do rompimento da barragem;
3. Plano de ações emergenciais / resgate.

Sendo assim, o projeto RESCDAM elaborou um Plano de Ações Emergenciais que utilizou como base a Avaliação de riscos e a Análise do risco do rompimento da barragem.

A barragem de solo aterrado do reservatório de Kyrkösjävi localizada em Seinäjoki, no oeste da Finlândia e contou com o apoio de alguns parceiros como a “*Enel. Hydro Polo Idraulico e Strutturale*” e da brigada de incêndio de Seinäjoki. Devido a barragens e especialmente as consequências de seus rompimentos serem similares em diferentes países, os resultados e atividades do RESCDAM podem beneficiar toda a Europa, assim como países associados.

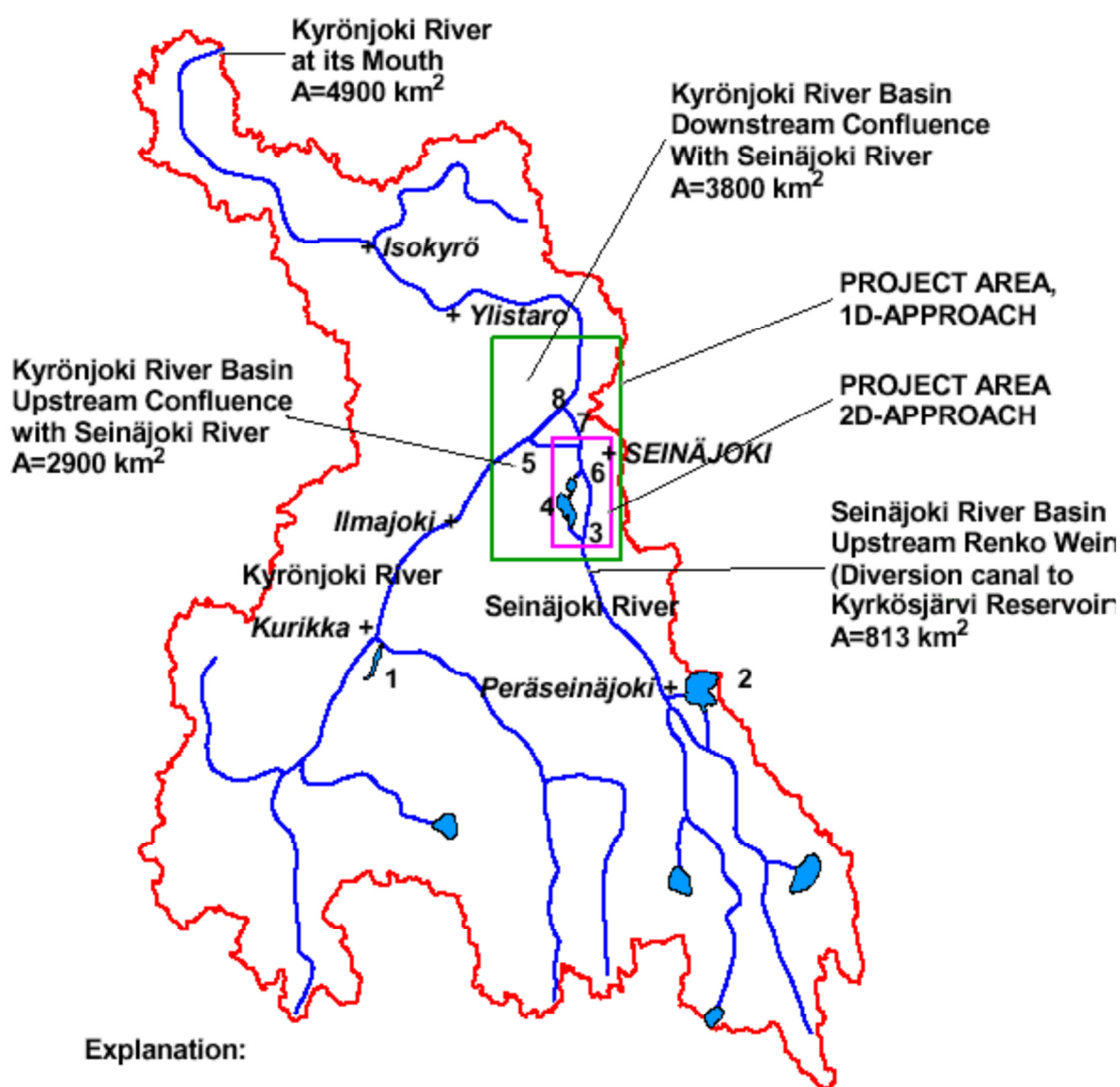
A Avaliação de Riscos foi baseada em 4 estudos:

- Pesquisa sociológica;
- Testes em laboratório
- Estudo de caso;
- Riscos a jusante.

Com esses estudos foram obtidas informações sobre o conhecimento dos riscos por parte da população e obter os riscos gerados a propriedades, infraestrutura e aos seres vivos em geral.

Foram analisados modelos uni e bidimensionais, analisados com a formação de rompimentos em alguns pontos da barragem. Além disso, foram realizadas pesquisas sociológicas, testes em laboratórios para obter algumas informações como, por exemplo, o Coeficiente de Manning e analisar possíveis danos que poderiam ocorrer em propriedades, estruturas e a vida das pessoas.

Nas figuras 2-6, 2-7 e 2-8 são apresentados, os locais dos rompimentos, a hidrografia, e os hidrogramas obtidos.



**Explanation:**

- |                         |                                    |
|-------------------------|------------------------------------|
| 1 Pitkämö Reservoir     | 5 Seinänsuu Polder Pumping Station |
| 2 Kalajärvi Reservoir   | 6 Emergency Fuseplug Spillway      |
| 3 Renko Diversion Weir  | 7 Cut-off Channel                  |
| 4 Kyrkösjärvi Reservoir | 8 Kiikku Control Weir              |



Figura 2-6 Bacia do Rio Kyrönjoki

Fonte: RESCDAM (2001)

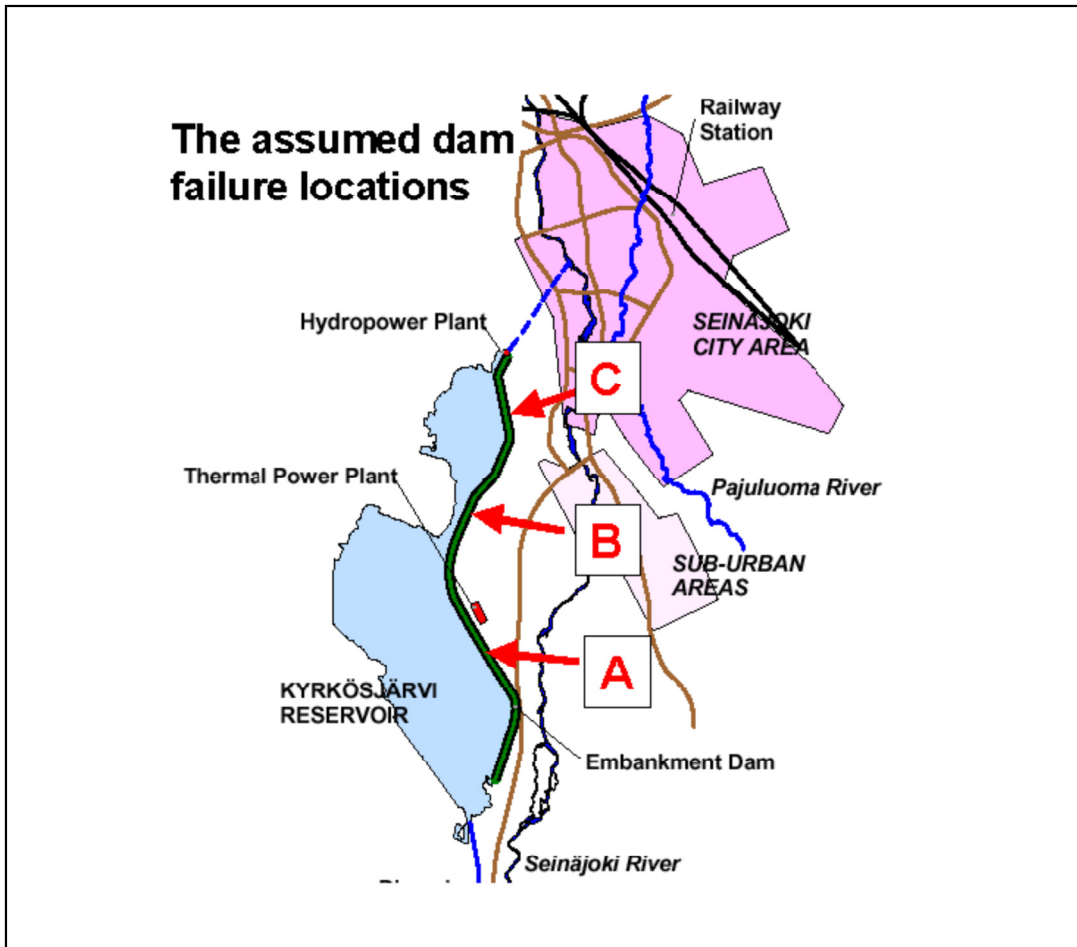


Figura 2-7 Localidades dos rompimentos

Fonte: RESCDAM (2001)

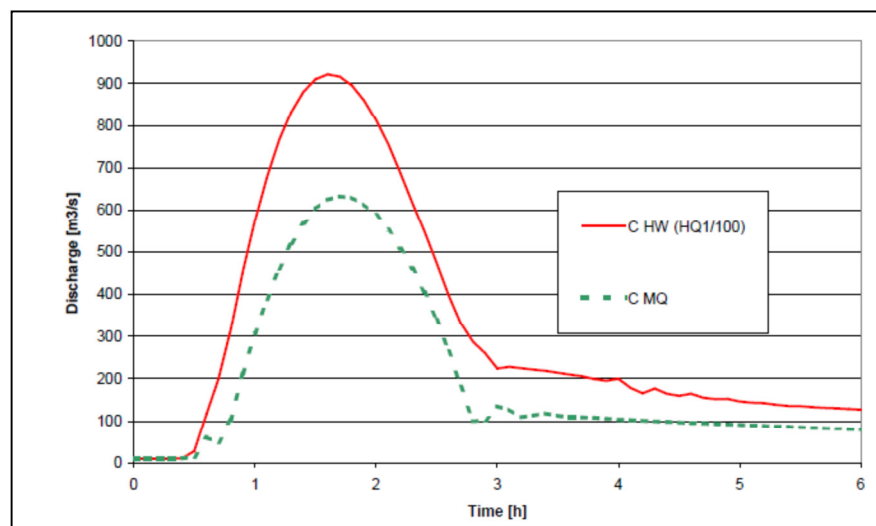


Figura 2-8 Hidrograma de rompimento na localidade C

Fonte: RESCDAM (2001)

Viseu T. (2000) estudou o escoamento provocado por cheias induzidas por rompimento de barragens através de um modelo bidimensional (modelo biplan) e unidimensional utilizando o modelo DAMBRK, apresentando ao final uma análise comparativa e analisando as diferenças nos resultados obtidos pelos dois modelos.

A simulação realizada envolveu a ruptura das barragens do Funcho e do Arade, localizadas no rio Arade a montante da cidade de Silves, em Portugal.

A figura abaixo mostra os hidrogramas obtidos pelos dois modelos em uma seção localizada a 2 km a jusante da Barragem do Arade.

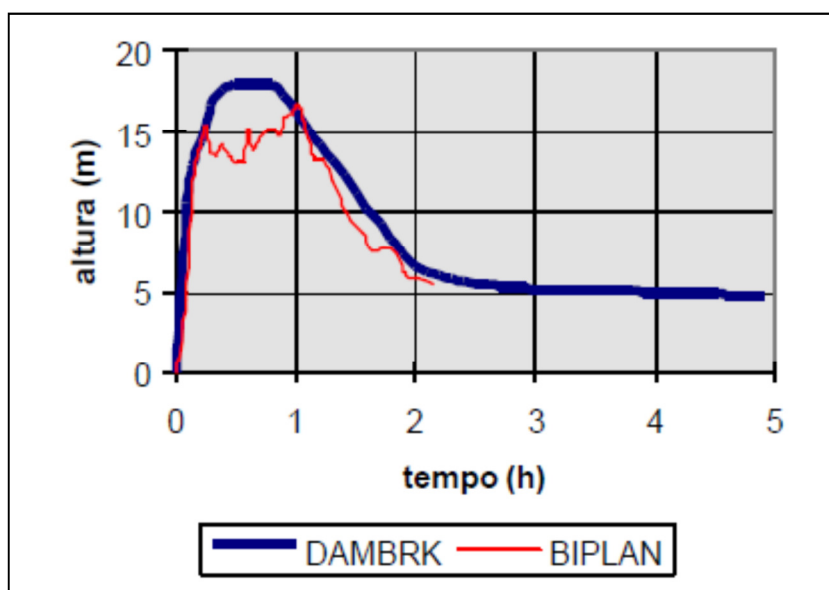


Figura 2-9 Hidrogramas de rompimento gerados pelos dois modelos

Fonte: Viseu T. (2000)

Durante a análise dos resultados, concluiu-se que as diferenças obtidas com os dois modelos são significativas já que interferem diretamente nos mapas de inundação e no tempo de chegada das ondas.

### 2.3 BARRAGENS E RESERVATÓRIOS

De acordo com Tucci (2004) o reservatório retém parte do volume da enchente, reduzindo a vazão natural, procurando manter no rio uma vazão inferior àquela que provocava o extravasamento do leito.

“Reservatório é o volume de água temporariamente armazenado em uma bacia de detenção durante um evento de chuva. No caso de uma bacia alagada, é o volume de água

armazenado acima do nível permanente de água, ou seja, sem incluir o reservatório permanente” Gribbin (2007).

“Barragem: qualquer obstrução em um curso permanente ou temporário de água, para fins de retenção ou acumulação de substâncias líquidas ou misturas de líquidos e sólidos, compreendendo a estrutura do barramento, suas estruturas associadas e o reservatório formado pela acumulação. Diques para proteção contra enchentes e aterros-barragem de estradas também se incluem nessa definição” Ministério da Integração Nacional (2002).

“As barragens, açudes ou represas são estruturas artificiais construídas no leito de um rio ou canal para acumular as águas para diversas funções. Em geral, elas são utilizadas para o abastecimento de água nas zonas residenciais, agrícolas, industriais, e para a produção de energia elétrica e prevenção de enchentes.” DEINFRA - Santa Catarina (2010).

“Barragens são construídas para armazenar e controlar a água do rio, para que possa ser usada no fornecimento de água para uso doméstico, irrigação, recreação, controle de sedimentação, controle do fluxo, geração de energia. De acordo com a quantidade de objetivos que uma barragem possui ela é classificada em Barragem de aproveitamento único e Barragem de múltiplo aproveitamento, sendo essa última de grande benefício à comunidade.” (Comitê Internacional de Grandes Barragens, ICOLD, 2007).

## 2.4 SEGURANÇA DE BARRAGENS

### 2.4.1 Brasileira

De acordo com o Manual de Segurança e Inspeção de Barragens do Ministério de Integração Nacional, uma barragem segura é aquela cujo desempenho satisfaça as exigências de comportamento necessárias para evitar incidentes e acidentes que se referem aspectos estruturais, econômicos, ambientais e sociais.

Cada barragem deve ser classificada de acordo com as consequências de sua ruptura. A classificação constituía base para a análise da segurança da barragem e para fixar níveis apropriados de atividades de inspeção

A tabela 2.2 apresenta o sistema de classificação mais comumente aceitável, que está baseado no potencial de perda de vidas e nos danos econômicos associados à ruptura da barragem.

Tabela 2-2 Classificação das consequências de rompimento de barragens

Consequência de ruptura	Perdas de vida	Econômico, social e danos ambientais.
Muito alta	Significativa	Dano excessivo
Alta	Alguma	Dano substancial
Baixa	Nenhuma	Dano moderado
Muito Baixa	Nenhuma	Dano mínimo

Fonte: Ministério da Integração 2002

O proprietário da barragem tem, em última instância, a responsabilidade por todos os aspectos relacionados à sua segurança. O proprietário deve assegurar que a operação da barragem e a sua manutenção sejam executadas por pessoas que tenham conhecimento e habilitação para tal. Iniciativas apropriadas devem ser tomadas com relação ao treinamento do quadro de pessoal.

O Plano de Ação Emergencial (PAE) deve se preparado, verificado, divulgado e mantido para qualquer barragem, cuja ruptura possa ensejar com resultado a perda de vidas, bem como para qualquer barragem para a qual um alerta antecipado possa reduzir os danos a montante ou jusante.

#### **2.4.2 Norte Americana**

De acordo com (FEMA, 2004) fora assinado em 1977, pelo então Presidente Carter um memorando direcionando a revisão das atividades de segurança de barragens a um grupo de especialistas. Em Junho de 1979, fora entregue por este grupo, um documento contendo as primeiras orientações para as agências federais detentoras de barragens.

Para suplementar essas orientações, o grupo preparou e aprovou orientações federais nas áreas de plano de ações emergenciais, análise de terremotos e projeto de barragens, e barragens de controle de entrada de fluxo.

Estas orientações aplicam-se às práticas de gerenciamento da segurança de barragens de todas as Agências Federais responsáveis pelo planejamento, projeto, construção, operação e regulação de barragens.

Em 2004, houve uma reimpressão desses documentos pela Agência Federal de Gerenciamento de Emergências.



O proprietário da barragem é responsável pelo desenvolvimento do Plano de Ações Emergenciais. Entretanto o desenvolvimento ou revisão de um PAE deve ser feito em coordenação por todos os responsáveis pelo gerenciamento de emergência em níveis locais e estaduais.

### **2.4.3 Portuguesa**

De acordo com West (1998), a Legislação Portuguesa estabeleceu através do Decreto-Lei 11/90, de seis de Janeiro o Regulamento de Segurança de Barragens que se aplica a barragens que tenham as seguintes Características:

- Altura superior a 15 metros, da fundação ao coroamento;
- Altura inferior a 15 metros desde que a capacidade seja superior a 100000 m<sup>3</sup>;
- Qualquer barragem que a entidade responsável considerar apresentar um risco elevado.

As entidades responsáveis pela aplicação da legislação existente são o Instituto da Água, INAG, o Laboratório Nacional de Engenharia Civil, LNEC, o Serviço Nacional de Proteção Civil, o proprietário da obra e a Comissão de Segurança de Barragens, sendo o INAG o órgão responsável pelo controle geral.

### **2.4.4 Britânica**

De acordo com (Binnie, apud West), o primeiro documento legislativo do Reino Unido foi o “*Reservoirs (safety provision) Act*” de 1930, que fora criado após o rompimento de duas barragens no ano de 1925, que levaram 16 pessoas a morte. Devido a algumas deficiências apresentadas, a legislação fora atualizada em 1975 criando o “*Reservoirs Act 1975*”.

O “*Reservoirs Act 1975*” determina que todas as barragens ou infraestrutura de armazenamento com capacidade maior que 25000 m<sup>3</sup> encontram-se abrangidas pela legislação, que atribui responsabilidades ao proprietário da obra e a dois técnicos nomeados pelo Governo Britânico para realizar a inspeção e supervisão das obras.

## 2.5 PLANO DE AÇÕES EMERGENCIAIS

### 2.5.1 O que são os Planos de Ações Emergenciais

“O Plano de Ações Emergenciais é um documento formalmente escrito que identifica os procedimentos e processos que serão seguidos pelos operadores da barragem na eventualidade de uma situação de emergência” Ministério da Integração Nacional (2002).

“Um Plano de Ações Emergenciais é um documento formal que identifica condições potenciais de emergência e especifica ações pré-planejadas a serem seguidas para minimizar perdas de vidas e danos a propriedades. Este contém procedimentos e informações para auxiliar o proprietário da barragem em suas questões antes de alertar e notificar as autoridades responsáveis pela situação de emergência à jusante” (FEMA, 2004).

“Um Plano de Ações Emergenciais é um documento importante como “guarda costas” contra a perda de vidas e danos a propriedades que possam ocorrer em caso de rompimento de uma barragem com grande potencial de causar um desastre” (FEMA, 2007).

“Esse plano possibilita o planejamento da municipalidade, da polícia local, das agências estaduais, das companhias telefônicas e de transporte e de outras entidades afetadas na eventualidade de uma cheia capaz de provocar a ruptura de uma barragem e a coordenação de esforços entre os diferentes níveis do governo” (Ministério da Integração 2002).

### 2.5.2 O que deve conter em um Plano de Ações Emergenciais

De acordo com FEMA (2004), um Plano de Ações Emergenciais deve conter seis elementos básicos:

- Fluxograma de notificação;
- Detecção, avaliação e classificação de emergências;
- Determinação de responsáveis
- Prevenção
- Mapas de Inundação
- Apêndices

Um fluxograma de notificação mostra quem deve ser notificado, por quem e qual a prioridade. A detecção, avaliação e classificação de emergências, auxiliam a estabelecer os procedimentos para a classificação de uma situação de emergência assegurando que um apropriado curso de ações seja tomado em uma situação de urgência.

Os mapas de inundação devem delinear as áreas que poderão ser inundadas como resultado de uma falha de barragem.

No Brasil, o Ministério da Integração Nacional recomenda que em um Plano de Ações Emergenciais deva conter:

- Atribuição de responsabilidades
- Identificação e avaliação de emergências
- Ações preventivas
- Procedimentos de notificação
- Fluxograma de notificação
- Sistemas de comunicação
- Acessos ao local
- Resposta durante períodos de falta de energia elétrica
- Resposta durante períodos de intempéries
- Fontes de equipamentos e mão-de-obra
- Estoques de materiais e suprimentos
- Fontes de energia de emergência
- Mapas de inundação
- Sistemas de advertência
- Apêndices

Um documento ideal seria aquele que utilize as recomendações brasileiras e estrangeiras, priorizando aqueles tópicos que mais se adequem ao estudo realizado. Fica também evidenciado, que em caso de rompimento, além de dados técnicos se faz necessário o levantamento de aspectos antrópicos e a elaboração de sistemas de alerta e conscientização da população afetada.

## 2.6 ESCOAMENTO NÃO PERMANENTE EM CANAIS ABERTOS

“As leis físicas que regem o escoamento em um curso d’água são o Princípio de conservação de massa, ou Princípio da Continuidade, e o Princípio de Conservação do Momento. Essas leis são expressas matematicamente na forma de equações diferenciais parciais” (Brunner, 2010).

“O escoamento é regido por leis físicas e representado quantitativamente por variáveis como vazão, profundidade e velocidade. O comportamento do escoamento é descrito por equações de conservação de massa, energia e quantidade de movimento” (Tucci, 2004)

O Princípio da conservação de massa para um volume de controle nos diz que a taxa líquida do escoamento para o volume é igual à taxa de variação de armazenamento dentro do mesmo. Sendo assim, a equação da continuidade pode ser escrita como:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A_t}{\partial t} - q_l = 0 \quad (1)$$

Onde: Q = Vazão [m<sup>3</sup>/s];

x = comprimento do trecho [m];

A<sub>t</sub> = Área da seção [m<sup>2</sup>];

t = tempo;

q<sub>l</sub> = contribuição lateral.

A equação do momento é baseada na segunda Lei de Newton:

$$\sum F_x = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (2)$$

A conservação do momento para um volume de controle nos diz que a taxa líquida de momento que entra no volume, mais a soma de todas as forças externas que agem sobre ele é igual à taxa de armazenamento de momento.

As forças externas que devem ser consideradas são:

1. Força de pressão;
2. Força gravitacional;
3. Força de fricção.

Sendo assim a equação do momento fica:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QV}{\partial x} + gA \left( \frac{\partial z}{\partial x} + S_f \right) = 0 \quad (3)$$

Onde: Q = Vazão [m<sup>3</sup>/s];

x = comprimento do trecho;

g = aceleração da gravidade [m/s<sup>2</sup>]

A = Área da seção [m<sup>2</sup>];

t = tempo;

$\partial z / \partial x$  = Declividade da superfície da água;

$S_f$  = Declividade da linha de energia.

Segundo (Porto 2003, apud Matos) as equações acima foram estabelecidas pela primeira vez em 1870 por Saint-Venant e constituem em um sistema de duas equações em derivadas parciais em  $x$  e  $t$ , que descrevem os escoamentos não permanentes em canais.

As deduções e passos referentes a estas duas equações poderão ser encontradas no Apêndice 7.3, Dedução das Equações.

### 2.6.1 Modelos de Escoamento

De acordo com (Tucci, 2004) o escoamento de uma onda em um canal produz atenuação e deslocamento da onda devido ao armazenamento, tanto no canal quanto na planície de inundação, assim como o atrito com as superfícies do e difusão devido ao gradiente de pressão.

Devido a isso, pode-se classificar o escoamento em hidráulico ou hidrológico, sendo os modelos hidrológicos aqueles que consideram somente o efeito de armazenamento, desprezando a formulação dos efeitos da equação do momento. Os modelos hidráulicos utilizam as equações de Saint-Venant.

**Modelos Armazenamento:** Utilizam a equação da continuidade concentrada e uma relação entre o armazenamento e as vazões de saída e entrada no trecho. Neste caso as variáveis são o armazenamento  $S$ , a vazão de entrada  $I$  e a vazão de saída  $Q$ :

$$\frac{dS}{dt} = I - Q \quad (4)$$

**Modelos Onda Cinemática:** As equações básicas utilizadas por este tipo de modelo são a equação da continuidade distribuída e a expressão simplificada da equação do momento. Basicamente a principal simplificação deste modelo é adotar a declividade da linha de energia igual à declividade do fundo do rio.

$$Q = CA\sqrt{RS_o} \quad (5)$$

**Modelo Difusão:** Utiliza a equação da continuidade e a equação do momento, sem considerar os termos devido à inércia. Este modelo tem mais aplicabilidade que o modelo onda cinemática por levar em conta os termos da pressão, o que permite levar em conta os efeitos de jusante.

$$\frac{dy}{dx} = S_o - S_f \quad (6)$$

**Modelos Hidrodinâmicos:** Os modelos hidrodinâmicos utilizam as equações de Saint-Venant e não desprezam nenhum termo da equação do momento. Este tipo de modelo requer soluções numéricas das equações diferenciais que necessitam de maior quantidade de dados que os demais modelos. Suas vantagens são uma maior precisão e uma melhor representação física do modelo, permitindo simular modificações do sistema adotado.

O modelo utilizado nessa dissertação é o hidrodinâmico, sendo o Método das Diferenças Finitas o método numérico utilizado pelo software para resolver as equações.

Abaixo são apresentadas as equações de Saint Venant após aplicar o método das diferenças finitas.<sup>2</sup>

Equação da Continuidade:

$$\Delta Q + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_c + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_f + \frac{\Delta S}{\Delta t} \Delta x_f - Q_l = 0 \quad (7)$$

Equação do Momento:

$$\frac{\Delta Q_c \Delta x_c + \Delta Q_f \Delta x_f}{\Delta t \Delta x_e} + \frac{\Delta(\beta VQ)}{\Delta x_e} + g\bar{A} \left( \frac{\Delta Z}{\Delta x_e} + \bar{S}_f \right) = 0 \quad (8)$$

As deduções passo a passo poderão ser encontradas no Apêndice 7.3.

As equações do escoamento não permanente não são lineares, e ao aplicarmos o Método das Diferenças Finitas diretamente nas equações obtemos um sistema de equações não lineares.

Alguns autores resolveram as equações não lineares utilizando o método de interação Newton-Raphson, porém estes esquemas apresentaram problemas de convergência e continuidade, para que esse problema seja evitado se faz necessário linearizar estas equações.

## 2.7 ESTUDO DO ROMPIMENTO DE BARRAGENS

“Para simular o evento de ruptura, é necessário primeiramente elaborar o hidrograma da vazão defluente no momento da ruptura. As características principais a serem determinadas referem-se à forma do rompimento e ao tempo de formação do mesmo.” (Palmier et al, 2005).

“Em geral, o hidrograma pode ser descrito como um gráfico relacionando algum parâmetro hidrológico em função do tempo. A variável pode ser o nível d’água, velocidade, vazão, etc.” (Watson, 1997).

---

<sup>2</sup> Baseado no manual do HEC-RAS

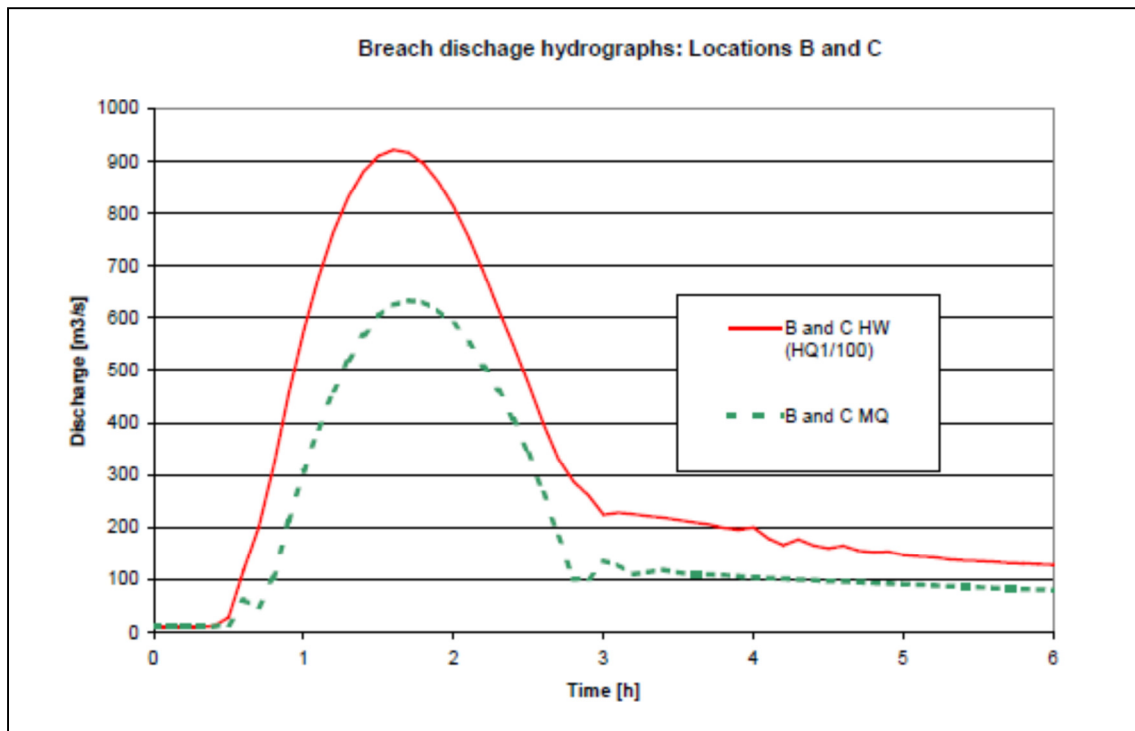


Figura 2-10 Hidrograma de escoamento

Fonte: RESCDAM 2002

## 2.8 MAPAS DE INUNDAÇÃO

“Os mapas de inundação podem ser de dois tipos: mapas de planejamento e mapas de alerta. O mapa de planejamento define as áreas atingidas por cheias de tempos de retorno escolhidos. O mapa de alerta informa em cada esquina ou ponto de controle o nível da régua no qual se inicia a inundação” (Tucci, 2004).

De acordo com (FEMA, 2004) um mapa de inundação pode delinear as áreas que serão inundadas em caso de um rompimento de barragem. Esses mapas facilitam a notificação por mostrar graficamente as áreas inundadas mostrando o tempo de viagem da onda e os níveis de inundação em locais críticos.

De acordo com (Tucci, 2004) são necessários os seguintes dados para a elaboração de mapas de inundação:

- Nivelamento da régua a um zero absoluto;
- Topografia da cidade no mesmo referencial absoluto da régua liminimétrica;
- Estudo de probabilidade de inundações de níveis para uma seção na proximidade da cidade;

- Níveis de enchente, ou marcas ao longo da cidade que permita a definição da linha de água;
- Seções batimétricas ao longo do rio no perímetro urbano;
- Cadastramento das obstruções ao longo do trecho urbano.

As figuras 2-11 e 2-12 alguns exemplos de mapas de inundação apresentados pelo RESCDAM.

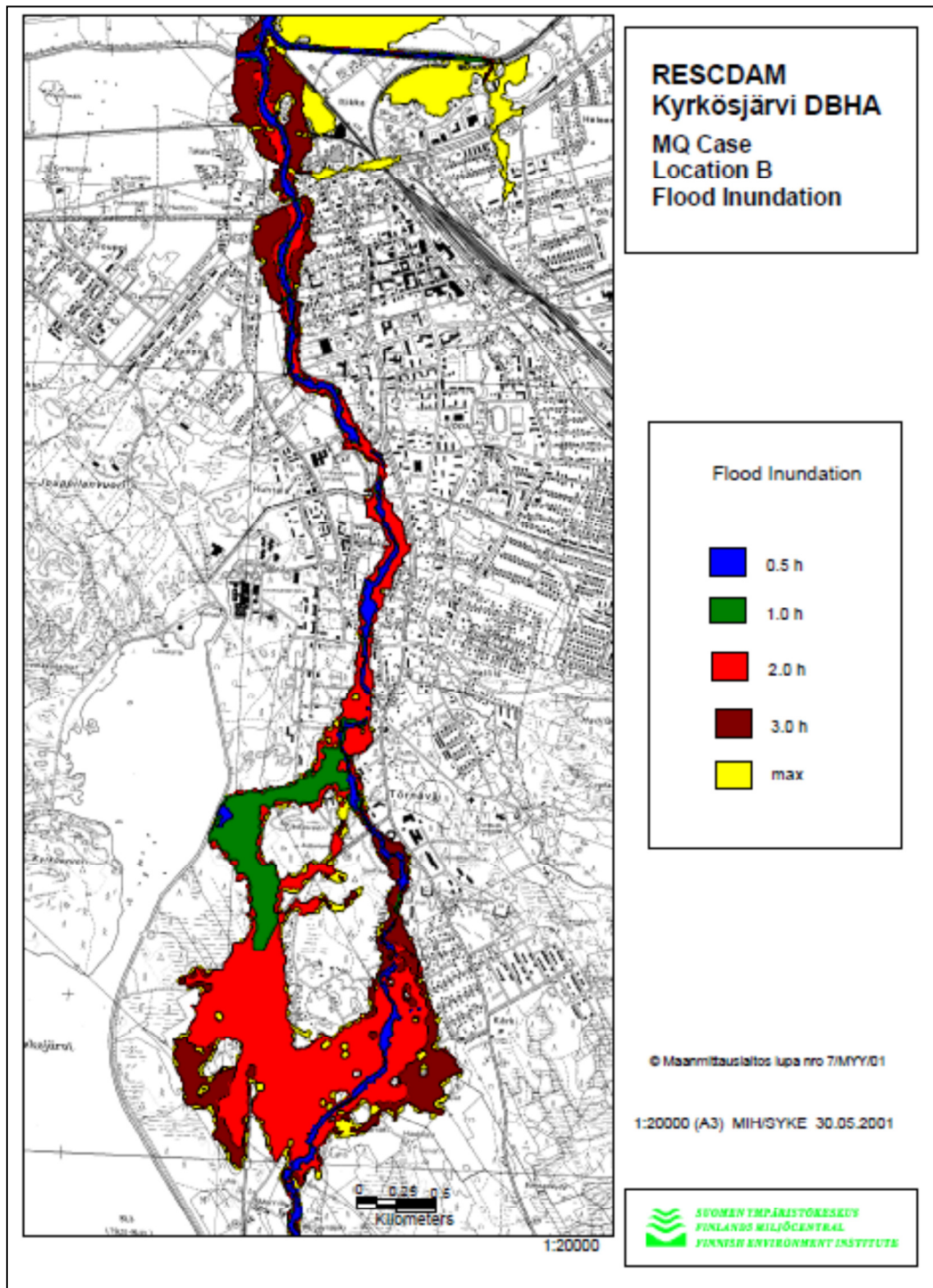




Figura 2-11 Mapa de inundação apresentado no projeto RESCDAM

Fonte: RESCDAM

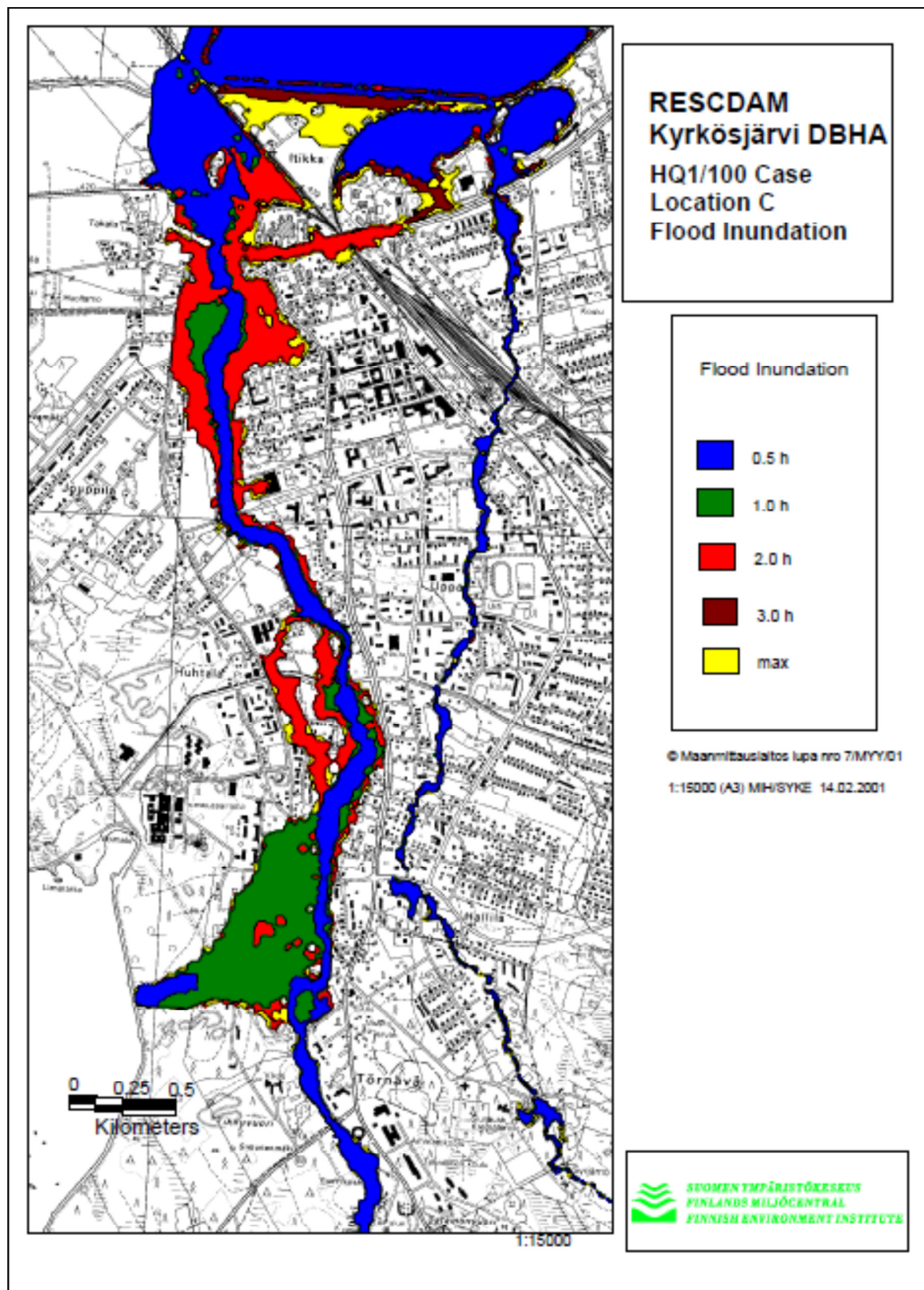


Figura 2-12 Mapa de inundação apresentado no projeto RESCDAM

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

##### 3.1.1 A cidade de Itajubá

Informações obtidas no site da Prefeitura Municipal de Itajubá<sup>3</sup>.

Itajubá foi fundada em 19 de Março de 1819, e em 27 de Setembro de 1848 foi emancipada. O nome Itagybá, que na língua indígena significa “Rio das pedras que no alto cai” fora dado em alusão a uma cachoeira existente junto às minas de Miguel Garcia.



Figura 3-1 Rua da Matriz

Fonte: Prefeitura Municipal de Itajubá (2010)

Disponível em: [www.itajuba.gov.br](http://www.itajuba.gov.br)

Situada no Sul de Minas Gerais, Itajubá conta com uma posição geográfica estratégica devido a sua proximidade com grandes centros urbanos, como São Paulo e Rio de Janeiro, além de diversas cidades em desenvolvimento como Poços de Caldas e Varginha.

---

<sup>3</sup> Tais informações foram baseadas no livro História de Itajubá, de Armelino Guimarães.



Figura 3-2 Localização do Município de Itajubá

Fonte: Prefeitura Municipal de Itajubá 2010

De acordo com o (IBGE 2010) estima-se que sua população esteja em torno de 90 mil habitantes distribuídas em área de cerca de 295 km<sup>2</sup>.

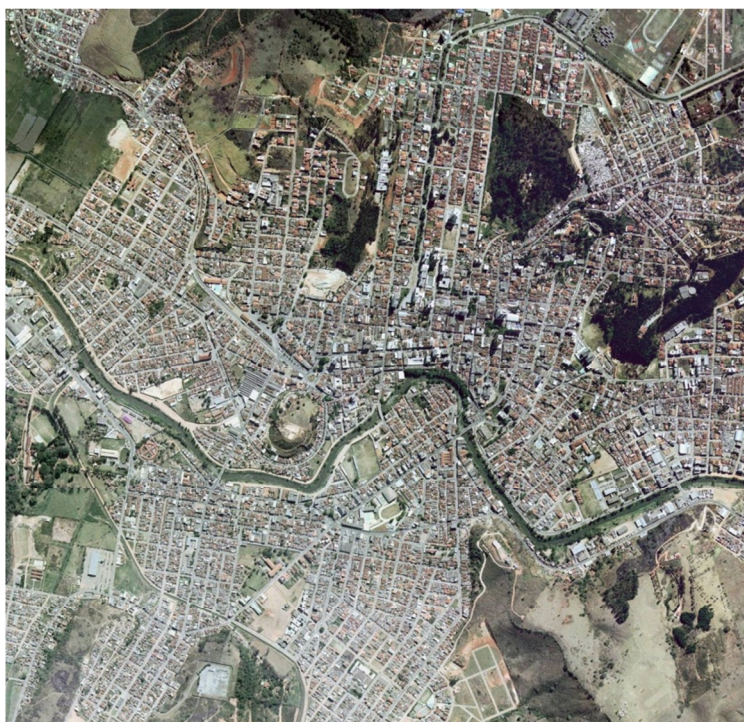


Figura 3-3 Vista aérea de Itajubá

Fonte: Prefeitura Municipal de Itajubá 2010

Com uma topografia do tipo ondula-montanhosa possui apenas 10% de área plana, 12% ondulada e 78% montanhosa, atraindo inúmeros turistas interessados na Serra da

Mantiqueira, e outras serras como a do Juru e do Ano Bom e morros ideais para prática de escalada como o Morro da Piedade e trilhas na Pedra Aguda.



Figura 3-4 Morro da Piedade

Fonte: Prefeitura Municipal de Itajubá 2010

Seu clima é variado, podendo possuir em um único dia calor de verão e noites mais frias, porém não é comum atingir temperaturas muito altas ou muito baixas.

### **3.1.2 A Bacia do Rio Sapucaí**

De acordo com (Pinheiro, 2005) a bacia do Rio Sapucaí afluente do rio Grande, passa pelos estados de São Paulo e Minas Gerais possuindo uma área de drenagem de cerca de 3000 km<sup>2</sup>. Seu principal curso d'água o Rio Sapucaí nasce na Serra da Mantiqueira, na cidade de Campos de Jordão – SP, a uma altitude de 1650 m desaguando no Lago de Furnas a 780 m de altitude, percorrendo cerca 340 km, sendo 48 km dentro do município de Itajubá.



Figura 3-5 Bacia do Rio Sapucaí

Fonte: SIMGE 2010

Os terrenos da bacia são ocupados predominantemente com pastagens e remanescentes de matas de galeria e araucárias. A topografia íngreme dominante não favorece a prática da agricultura, que fica restrita às várzeas de alguns cursos de água. As áreas urbanas de Campos de Jordão, Wenceslau Brás, Delfim Moreira, Itajubá e Piranguçu, cidades localizadas dentro da bacia de interesse, representam parcelas impermeabilizadas relativamente pequenas, para merecer destaque.

O clima na cabeceira, influenciado pela Serra da Mantiqueira, é caracterizado por temperatura média anual de 13,6°C e, total médio anual de precipitação superior a 1500 mm. No restante da bacia predominam temperaturas amenas durante o ano todo, com valores médios entre 18°C e 22°C, com precipitação média anual inferior a 1500 mm, podendo ocorrer 1 ou 2 meses sem chuva. Verificam-se 2 estações bem definidas: uma estação chuvosa e outra seca.

### 3.1.3 O Barramento do Eixo 3A

A bacia de retenção do Rio Sapucaí - 3A está localizada entre os municípios de Itajubá e Wenceslau Brás, região polarizada pela cidade de Itajubá.

Para se chegar ao local da obra, na margem esquerda, partindo-se de Itajubá, percorre-se pela estrada asfaltada, em direção a Wenceslau Brás, uma distância de aproximadamente

15 km, até as proximidades da ponte sobre o rio Sapucaí, tomando-se então à direita em direção a Campos do Jordão, percorrendo-se cerca de 4 km por estrada não pavimentada. A estrada para Campos do Jordão passa junto da ombreira esquerda do local do barramento, e está com sua terraplanagem em fase de implantação.

O acesso pela margem direita, a partir de Itajubá, pode ser feito pelo mesmo trajeto da estrada Itajubá - Wenceslau Brás, até passar a ponte sobre o rio Sapucaí (15km), quando então pega-se à direita, percorrendo-se cerca de 4 km por estrada não pavimentada, que se desenvolve ao longo do vale do rio Sapucaí, chegando-se então ao local da obra.

O Reservatório de Detenção no Rio Sapucaí - local 3A tem como objetivo principal reduzir o pico dos hidrogramas de cheias, proporcionando à contenção de parte da vazão de escoamento superficial advinda das nascentes do Rio Sapucaí, a montante da cidade de Itajubá.

Ele faz parte de um conjunto de bacias de detenção que compõem o sistema de proteção contra cheias, que assolam frequentemente os municípios de Pouso Alegre, Santa Rita do Sapucaí e Itajubá.

O barramento é constituído por um maciço de concreto do tipo gravidade, posicionado sobre o leito do Rio Sapucaí, exatamente onde ocorre um grande afloramento de rocha, constituindo uma pequena corredeira, caracterizada por grandes blocos de rocha que estão dispostos no leito do rio. Sua concepção procurou aproveitar ao máximo as disponibilidades de materiais de construção que ocorrem no local, e as condicionantes topográficas, geológicas e geotécnicas da fundação.

As figuras 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9 ilustram o local e o formato do barramento.



Figura 3-6 Local do Barramento

Fonte: Magna Engenharia (2001)

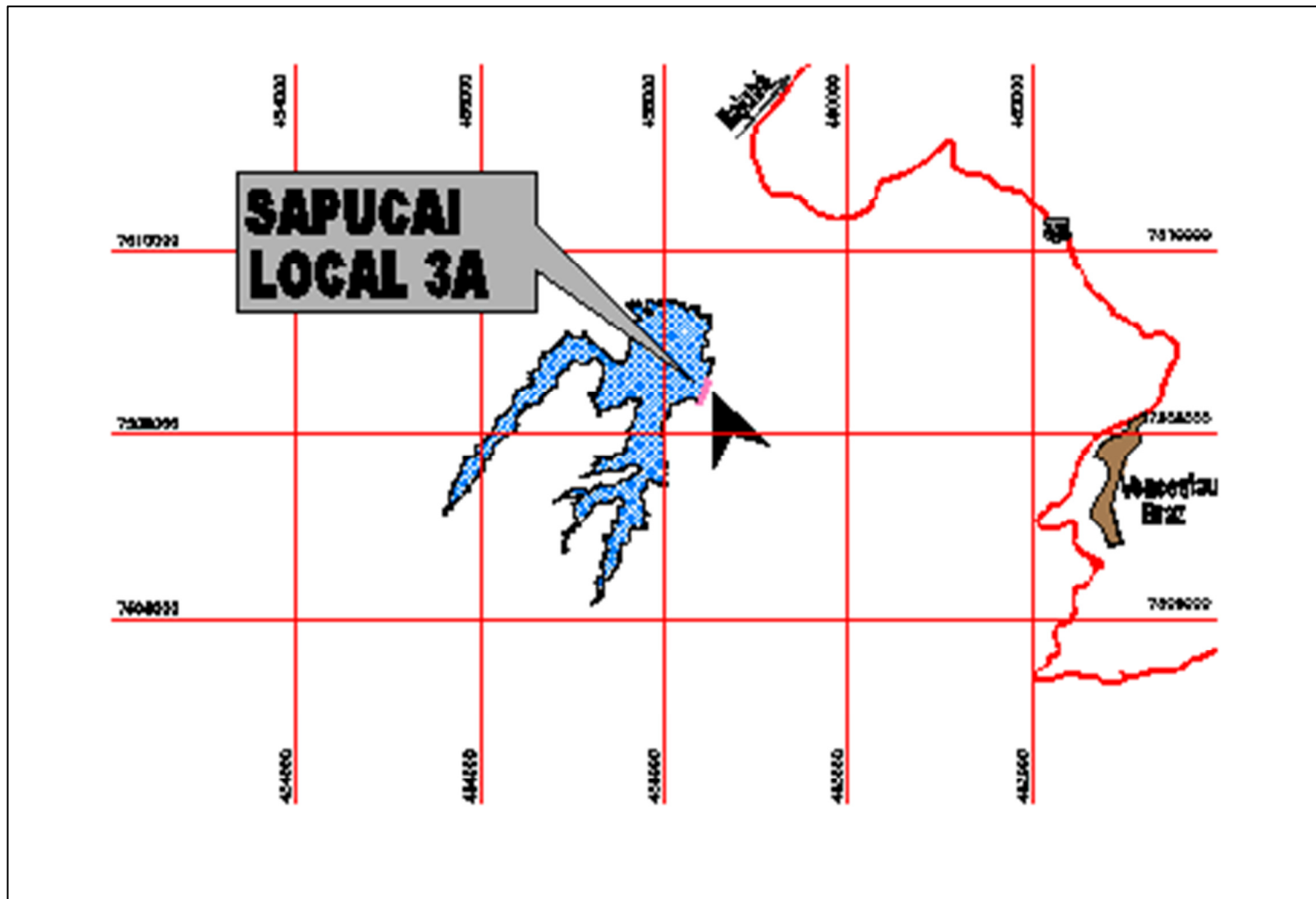


Figura 3-7 Barramento Eixo 3A

Fonte: Magna Engenharia (2001)



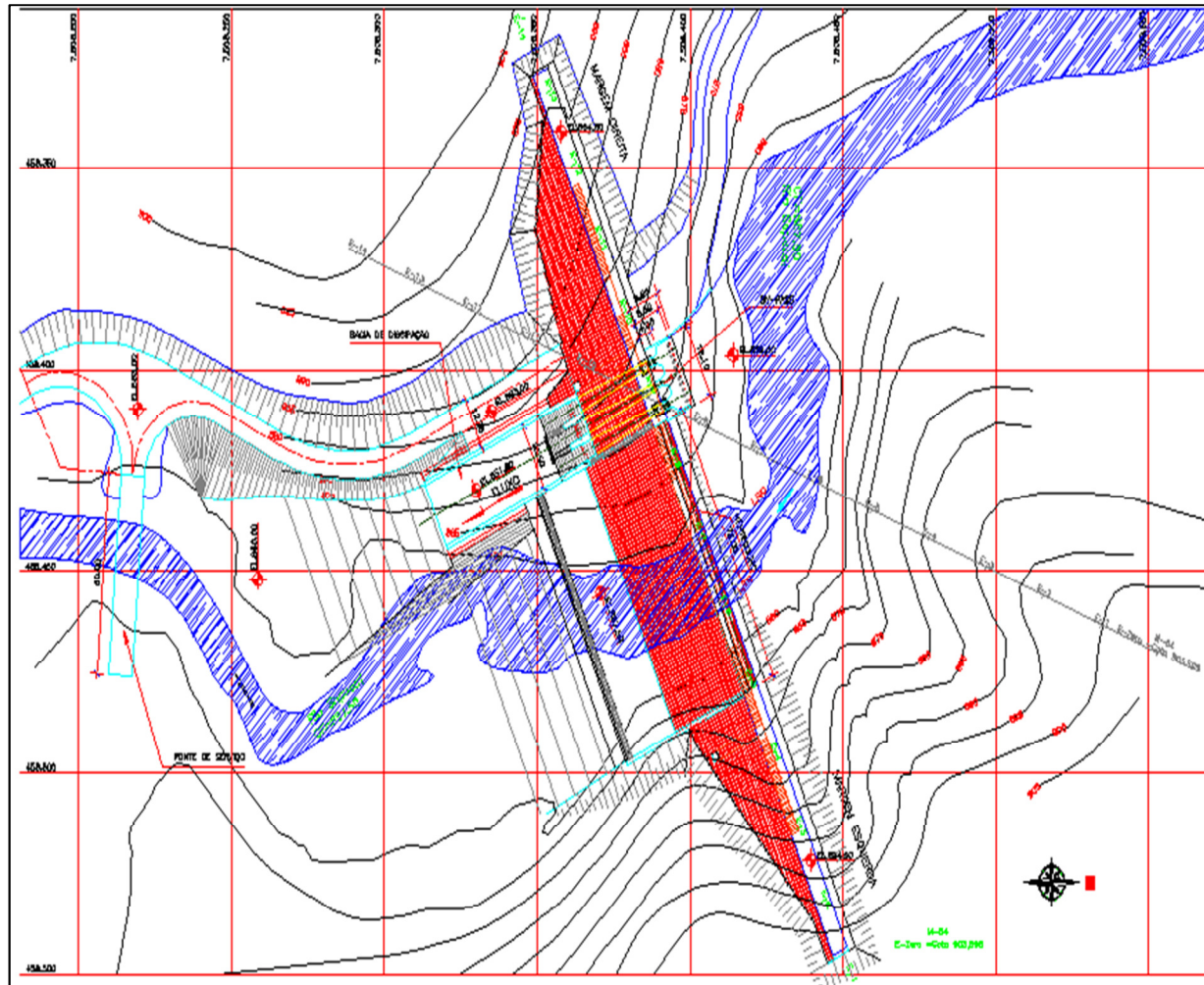


Figura 3-8 Planta geral

Fonte: Magna Engenharia (2001)

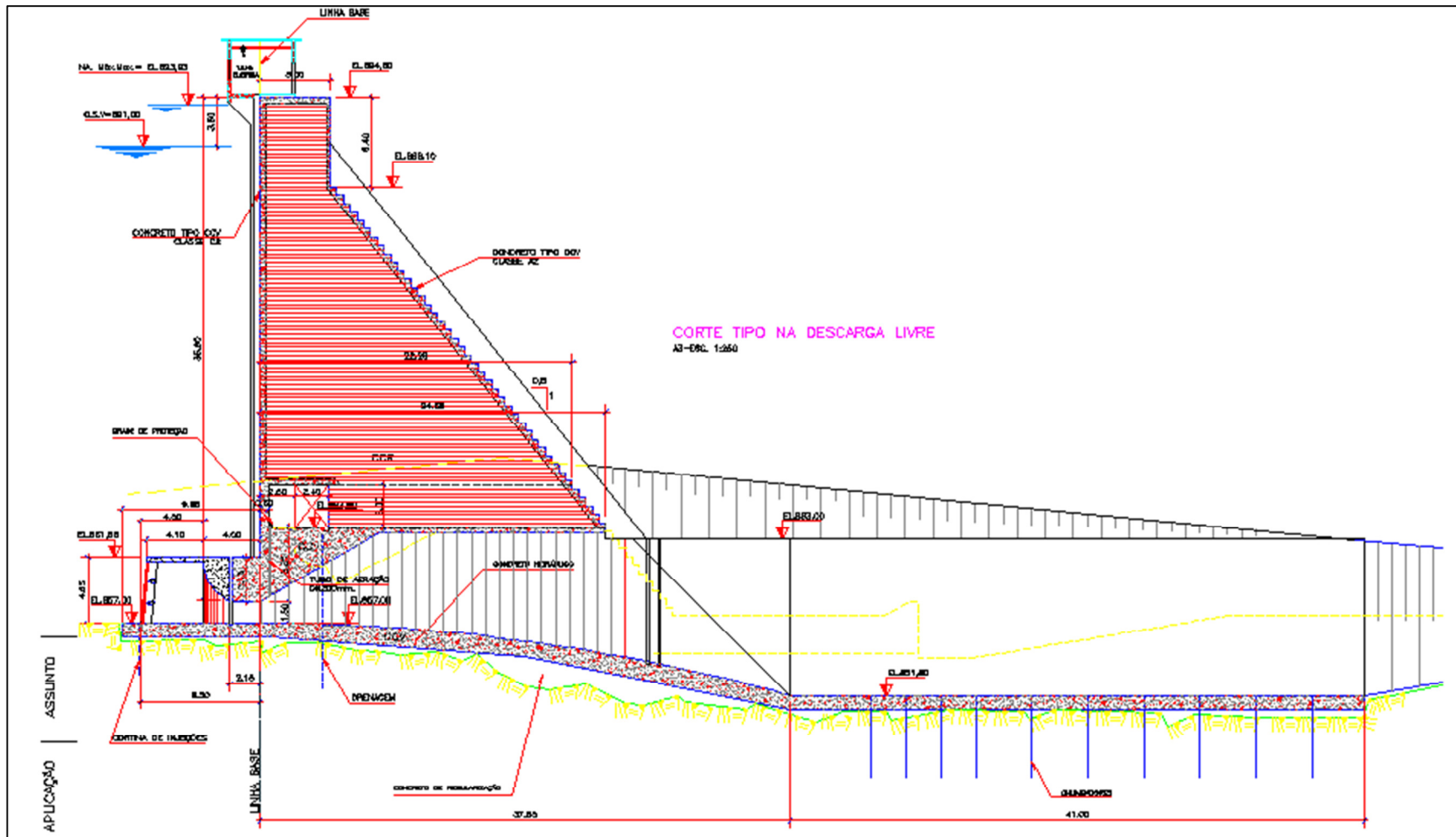


Figura 3-9 Vista em corte

Fonte: Magna Engenharia (2001)

A tabela 3.1 resume algumas características do barramento.

Tabela 3-1 Característica do barramento

Características do Barramento	
Local	Municípios de Itajubá e Piranguçu, sul do Estado de Minas Gerais, cerca de 4 km a montante da ponte da BR 459, sobre o Rio Sapucaí, no trecho que liga Itajubá a Wenceslau Brás.
Rio	Rio Sapucaí
Tipo de Barragem	Concreto com fechamento dos encontros em argila
Altura máxima	31 m
Comprimento da Crista	260m
Área de Drenagem	378 km <sup>2</sup>
Volume acumulado ao nível máximo	33 hm <sup>3</sup>
Área inundada ao nível de máxima cheia	192 ha

Fonte: Relatório Magna Engenharia 2001

### 3.2 SEÇÕES TOPOBATIMÉTRICAS

Para a realização dos cálculos hidrológicos foram realizadas medições a fim de obter as características geométricas de cada seção de monitoramento. Para isso fora medida a topografia das margens e a batimetria do rio.

As medições topográficas foram realizadas através de um GPS modelo 900 CS fabricado pela *LEICA Geosystems*. Esse modelo de GPS tem como principal característica sua precisão que gira em torno de 10 milímetros por ponto medido. Além disso, a medição se torna muito mais simples já que o sistema recebe os dados através de uma conexão *bluetooth*, o que evita problemas que poderiam ser ocasionados caso a transferência de informações ocorresse através de cabos. As coordenadas de latitude e longitude foram obtidas utilizando este modelo de GPS, sendo a base localizada na Universidade Federal de Itajubá, onde foi possível acessar as informações fornecidas por satélites de frequência L1 e L2.



Figura 3-10 Medição de Topografia<sup>4</sup>

Em locais muito arborizados, onde a utilização do GPS não era possível fora utilizada uma estação total modelo *Leica Flexline TS 02*, também produzida pela LEICA Geosystems.

A batimetria fora medida utilizando um sensor ultrasônico, o Qliner. O equipamento OTT Qliner mede a vazão em rios e canais.

Este equipamento fornece informações detalhadas e precisas sobre o fluxo do rio fornecendo resultados rápidos e seguros. O dispositivo se move através de eixos verticais, medindo simultaneamente o perfil vertical de velocidade e a profundidade da seção, a vazão é calculada relacionando a área da seção com a velocidade, este resultado é apresentado em tempo real, assim que a medição é finalizada.

O Qliner consiste em um sensor que utiliza o Efeito Doppler para as medições, um bote que o mantém fixo no local da medição, um transmissor Bluetooth e um PDA que recebe as informações e realiza os cálculos.

---

<sup>4</sup> Realizada no dia 13/09/2010.



Figura 3-11 Medição com o Qliner

Abaixo são apresentadas as batimetrias resultantes das medições realizadas com o Qliner em cada seção.

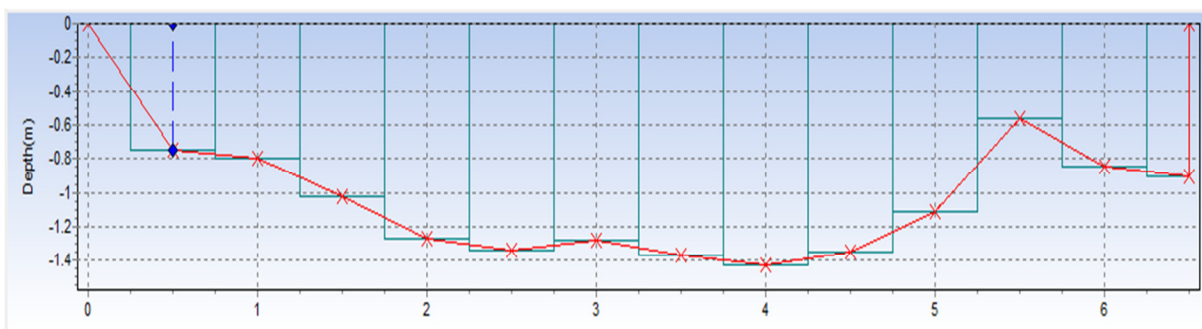


Figura 3-12 Profundidade x distância Seção Água Limpa

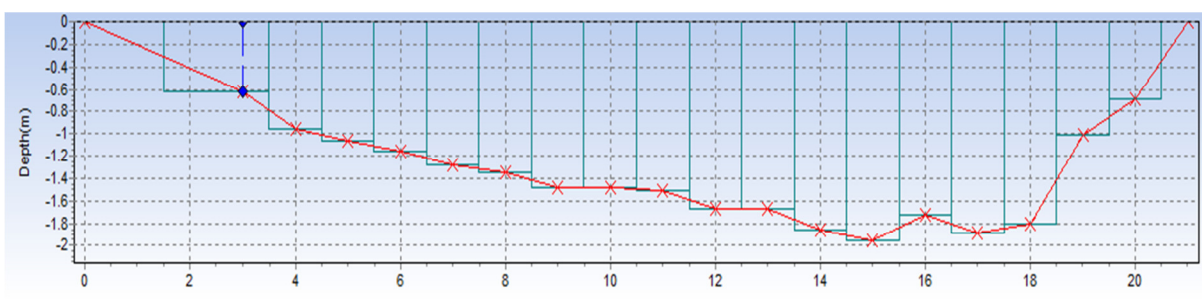


Figura 3-13 Profundidade x distância Seção Canta Galo

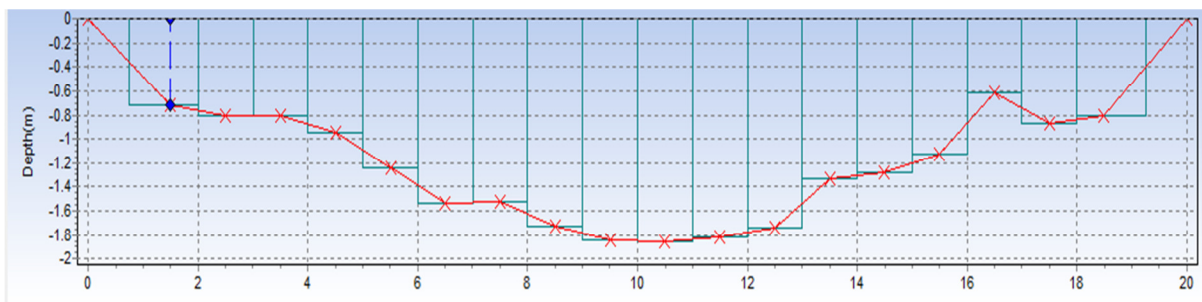


Figura 3-14 Profundidade x distância Seção Captação Copasa

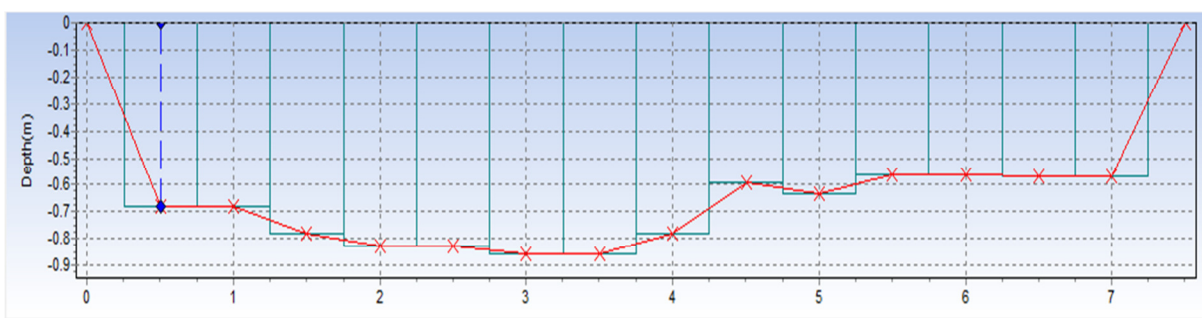
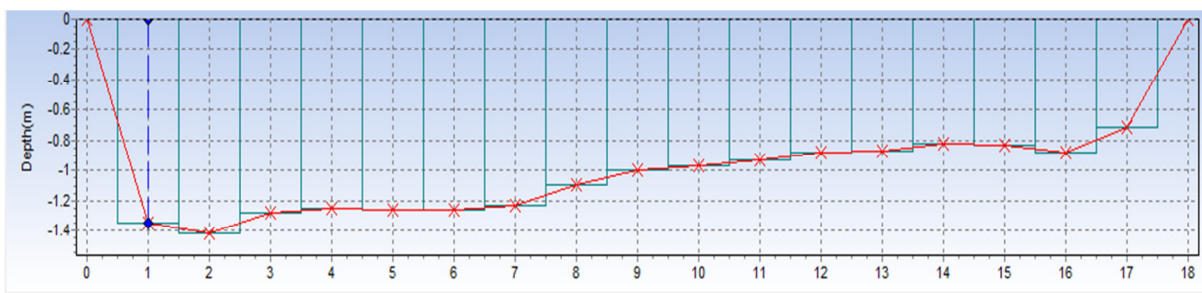


Figura 3-15 Profundidade x distância Seção Santana



Abaixo são apresentadas as informações hidrológicas obtidas na medição para cada seção.

Tabela 3-2 Informações hidrológicas das seções localizadas a jusante do barramento

Seção	Área Molhada [m <sup>2</sup> ]	Perímetro Molhado [m]	Raio Hidráulico [m]
Água Limpa	6,790	7.414	0,916
Canta Galo	25,770	20,550	1,254
Captação Copasa	22,970	19,036	1,207
Santana	4,890	7,405	0,660

### 3.3 AUTO CAD CIVIL 3D 2011

O AutoCAD Civil 3D 2011<sup>®</sup>, desenvolvido pela Autodesk, é a solução BIM (Modelagem de informação de construção) para engenharia civil, e auxilia na execução de projetos ambientais, de transporte e urbanização, com mais precisão e rapidez.

Além de agregar as ferramentas básicas contidas no AutoCAD, o AutoCAD Civil 3D 2011 fornece ferramentas que facilitam na análise e tomada de decisões em projetos, fazendo com que se possam simular vários cenários antes da obra ser construída e optar pela que melhor atenda as necessidades.

Seu uso neste trabalho se refere à elaboração dos dados geométricos, ou seja, a descrição da bacia hidrográfica, para a utilização nas simulações no ambiente HEC-RAS.

Dentre suas inúmeras ferramentas foram necessárias utilizar as seguintes:

- “*Surface*”;
- “*Alignments*”;
- “*Sample lines*”;
- “*Export to HEC-RAS*”.

A ferramenta *surface*, é a responsável por trabalhar com os dados referentes à topografia da bacia. Tais dados foram obtidos através de medições em campo com um GPS e analisando cartas topográficas da região.

A figura abaixo nos mostra o formato final da bacia após a inserção dos dados topográficos e análise das curvas de nível onde foi utilizada a cota 870m para a elaboração da área sujeita a inundação.

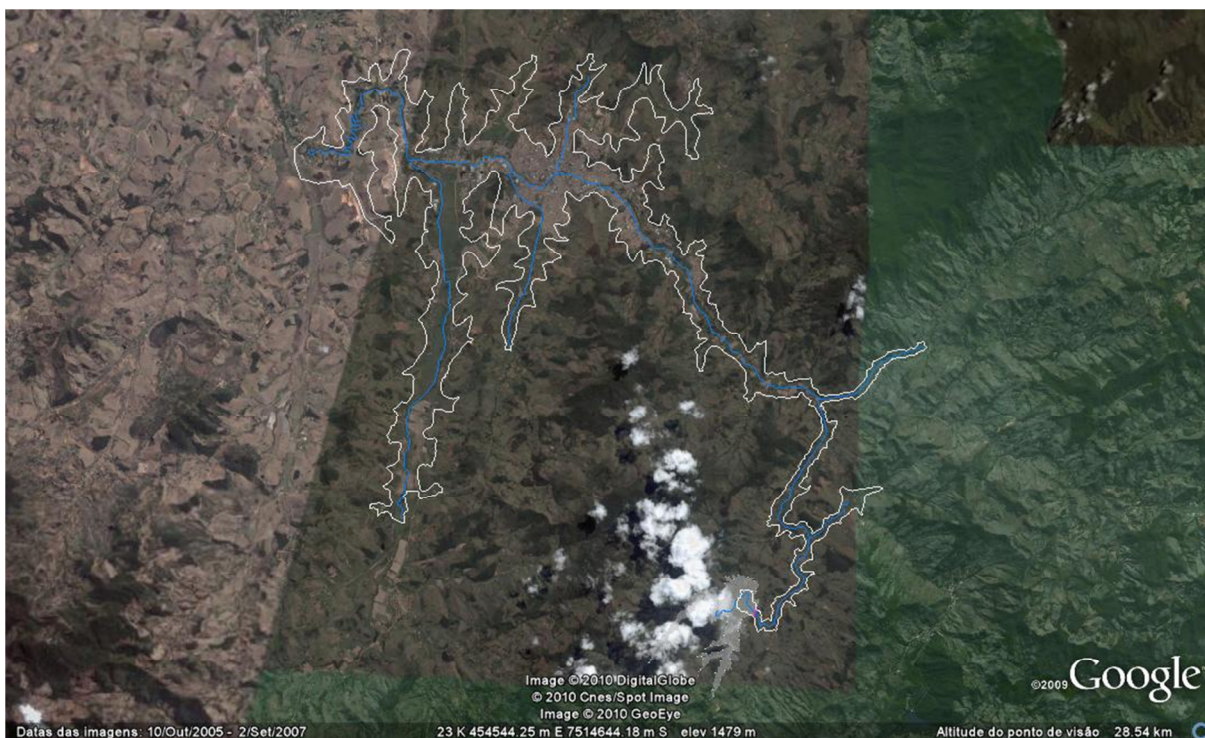


Figura 3-16 Área sujeita a inundação para o rompimento do barramento eixo 3A

Após a delimitação da bacia se fez necessário à utilização da ferramenta “*alignment*”, para descrever a rede de drenagem com a localização de cada trecho dos rios necessários neste trabalho, essa ferramenta foi utilizada após a delimitação dos rios utilizando a ferramenta “*polyline*”.

Uma vez tendo descrito a topografia da bacia e a rede de drenagem, foi à vez de utilizar a ferramenta “*sample lines*” para informarmos a localização das seções transversais que serão utilizadas durante a simulação do HEC-RAS. Essas localizações foram selecionadas de acordo com as seções de monitoramento de enchentes e de locais de interesse.

A figura a seguir mostra o resultado final do trabalho realizado no AutoCAD Civil 3D 2011, para que esse resultado fosse obtido foi necessário definir a área sujeita a inundações, esta área fora definida utilizando as curvas de níveis, a altura adotada foi de 30 metros acima das margens dos rios.

Após isso fora utilizada a ferramenta *Export to HEC-RAS*, para exportar as informações da bacia hidrográfica para um formato utilizado pelo HEC-RAS, o formato “*geo*”.



Além destas ferramentas citadas, fora necessário utilizar ferramentas como a *Profile View* e *Create Cross Section View*, para visualização do perfil do rio e das seções inseridas com a ferramenta *sample lines*.

### 3.4 HEC-RAS

O Sistema de Análises de Rios do Corpo de Engenharia do Exército Norte Americano, HEC-RAS, é um software distribuído gratuitamente, que possibilita a realização de cálculos unidimensionais do escoamento em regimes permanente e não permanente, transporte de sedimentos, modelagem de cabeceiras e análise da temperatura da água.

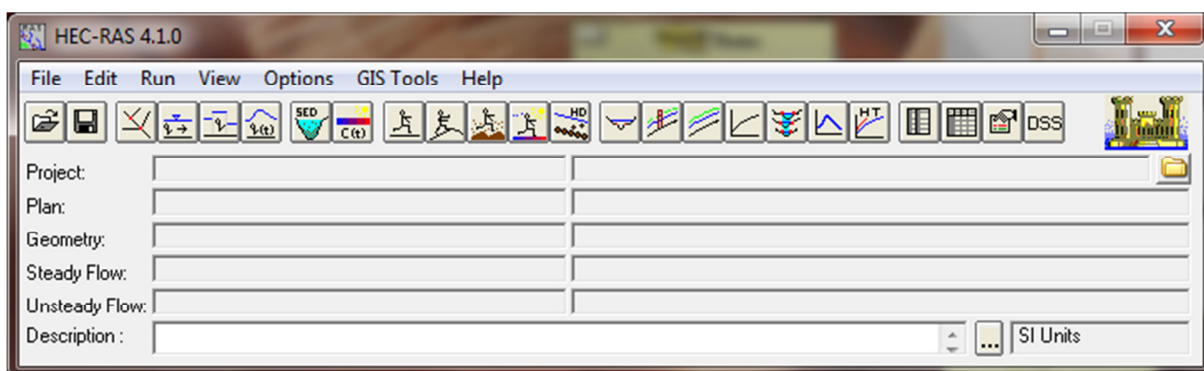


Figura 3-17 Ambiente HEC-RAS

A primeira versão do HEC-RAS (Versão 1.0) foi lançada em Julho de 1995, e desde então tem recebido atualizações estando atualmente na versão 4.1, lançada em Janeiro de 2010.

O software possui quatro módulos de análises unidimensionais:

1. Escoamento em regime permanente
2. Escoamento em regime não permanente
3. Transporte de sedimentos
4. Análise da qualidade da água

#### 3.4.1 Simulação em regime de escoamento não permanente

Para a elaboração de um estudo utilizando o HEC-RAS é necessário primeiramente à criação de um projeto, que irá reunir todas as informações necessárias para a simulação assim como os resultados obtidos.

Uma vez tendo criado o projeto, inicia-se a próxima e mais laboriosa etapa, a inserção dos dados geométricos que irão informar ao HEC-RAS o comportamento da bacia hidrográfica que contem o rio a ser analisado.

Para isso foi utilizado o software AutoCAD CIVIL 3D 2011, onde foram inseridas as informações topográficas, assim como a rede de drenagem e a localização das estações onde serão realizados os cálculos referentes ao escoamento.

Os rios estudados, assim como os trechos e as estações contidas em cada um estão descritos na tabela abaixo.

Tabela 3-3 Caracterização dos trechos estudados

Rios	Representação do Trecho	Distância [km]
Rio Sapucaí	T1	5,6
	T2	4,7
	T3	10,2
Rio de Bicas	T1	1,7
Ribeirão Santo Antônio	T1	3,4

A divisão dos rios em trechos se faz necessária para que possamos inserir os locais em que os rios se encontram. Para isso foi utilizada a ferramenta “*junctions*” que cria nós em trechos de rio.

Abaixo são listadas as seções topo batimétricas utilizadas para análise do escoamento, sendo RS as seções referentes ao Rio Sapucaí, RB referentes ao Rio de Bicas e RSA se refere ao Ribeirão Santo Antônio.

Tabela 3-4 Seções topo batimétricas utilizadas

Seção	Nome	Fundo do Canal [m]
RS01	Barramento	857,29
RS02	Confluência Bicas	845,43
RS03	Confluência Bicas	845,44
RS04	Confluência Santo Antônio	840,26
RS05	Cantagalo	840,25
RS06	Confluência José Pereira	829,61
RB01	Confluência Bicas	845,44
RB02	Santana	851,58
RSA01	Confluência Santo Antônio	840,27
RSA02	Água Limpa	847,08

A fim de obter um melhor resultado foram interpoladas seções topo batimétricas, utilizando a ferramenta *XS Interpolation*, adotou-se a distância de 100m entre cada uma.

Ao final destas etapas, o resultado obtido é apresentado na figura 3.18, onde a estação mais a montante representa a localização do barramento e a mais a jusante localiza-se na zona central da cidade.

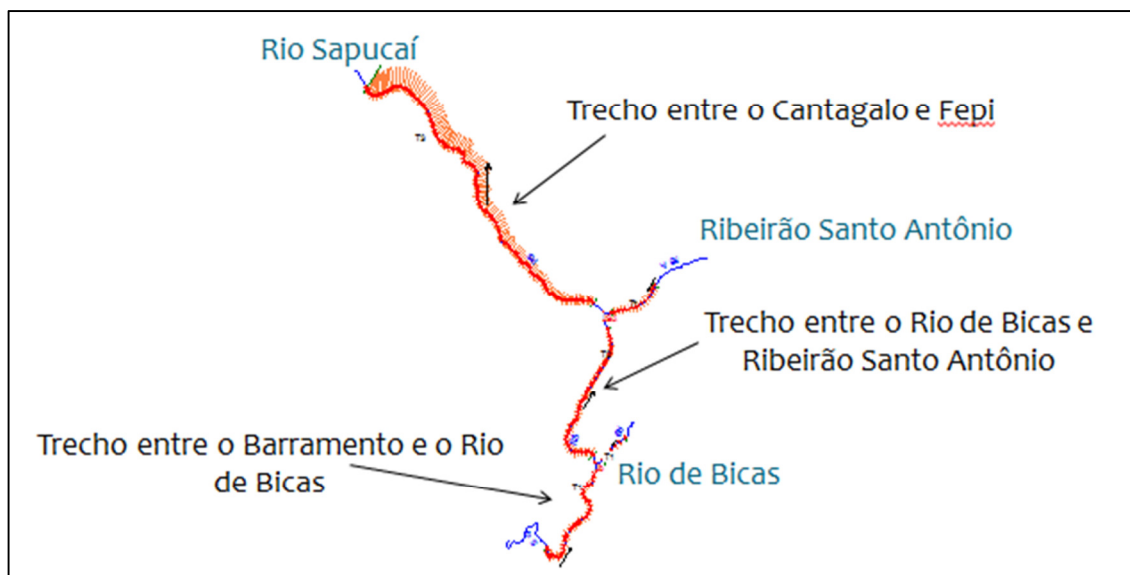


Figura 3-18 Bacia Hidrográfica utilizada no HEC-RAS

Após a elaboração da geometria são inseridas no programa as informações referentes ao escoamento, para isso utiliza-se a opção “*Unsteady Flow Data*”.

Tais informações recebem o nome de condições de contorno, basicamente utiliza-se um hidrograma de vazão ou nível na estação mais a montante e a declividade na estação mais a jusante. Porém, existem outras condições de contorno que podem ser utilizadas em determinadas situações, como por exemplo, o hidrograma de contribuição lateral, muito utilizado em seções intermediárias.

Ao inserirmos um hidrograma no ponto mais a montante estamos informando ao software as vazões referentes à onda de cheia que irá se propagar e com a declividade do trecho ele é capaz de realizar os cálculos referentes ao nível utilizando a Equação de Manning. Os coeficientes de Manning utilizados foram estimados através de visitas em campo estão listados na tabela abaixo

Tabela 3-5 Coeficientes de Manning utilizados nas simulações

Simulação	Trecho	Margem Esquerda	Canal	Margem Direita
1	T1	0,2	0,045	0,2
	Demais trechos	0,12	0,045	0,12
2	T1	0,2	0,060	0,2
	Demais trechos	0,12	0,045	0,12
3	T1	0,2	0,070	0,2
	Demais trechos	0,12	0,045	0,12
4	T1	0,2	0,085	0,2
	Demais trechos	0,12	0,045	0,12
5	T1	0,2	0,090	0,2
	Demais trechos	0,12	0,045	0,12

Os valores do Coeficiente de Manning foram alterados para valores maiores no trecho denominado T1, supondo que ao ocorrer o rompimento a água irá transportar uma quantidade muito grande de sedimentos o que irá fazer com que o escoamento com um pouco mais de dificuldade.

As condições de contorno utilizadas para cada estação são apresentadas na tabela abaixo.

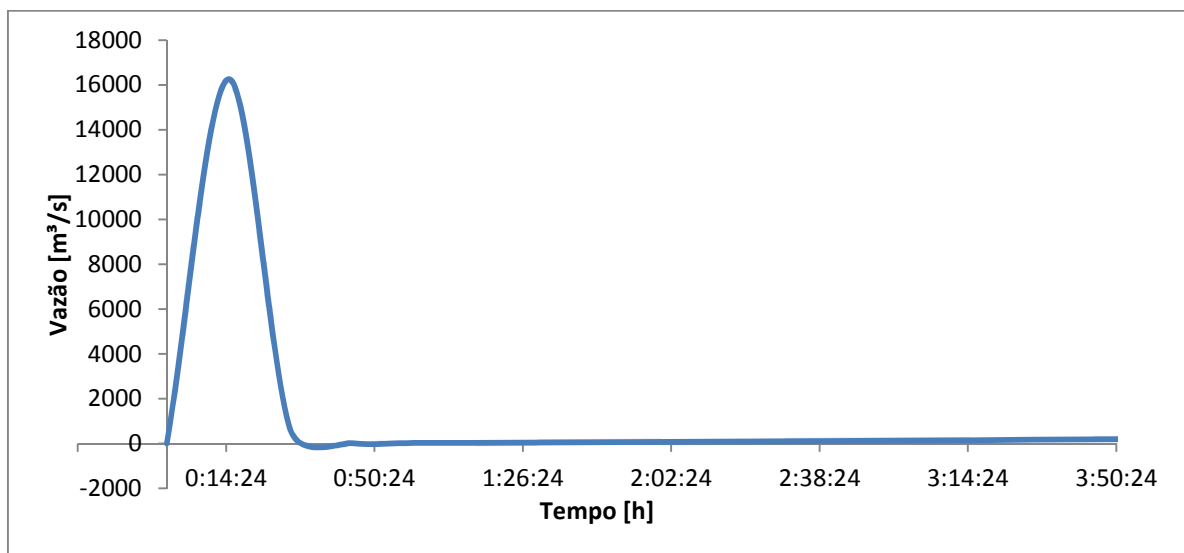


Figura 3-19 Hidrograma de Rompimento Hipotético

Para obtenção deste hidrograma foram utilizadas as seguintes informações:

- Tempo de formação da rompimento: Estimado em 30 minutos;
- Cota inicial da rompimento: 891 m;
- Cota final da rompimento: 858 m;
- Largura da Rompimento: 260 m.

- Curva Cota x Volume: Apresentada na tabela 3-6.

Tabela 3-6 Curva Cota x Volume do Reservatório

Cota (m)	Volume (x 10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> )
858,60	7,0
859,60	18,0
863,60	394,0
868,60	1817,0
873,60	4722,0
878,60	9061,0
883,60	14803,0
888,60	22075,0
893,60	30905,0
898,60	41179,0

Fonte: Magna Engenharia 2001

Além do Hidrograma de rompimento fora utilizada o valor de 0,0007 [m/m] como sendo a declividade no trecho onde fica localizada a seção mais a jusante do escoamento.

#### 4 RESULTADOS

Nas figuras 4-1, 4-2, 4-3, 4-4 e 4-5, são apresentados os resultados obtidos nas simulações realizadas utilizando a versão 4.1 do HEC-RAS. Para realização das simulações foi elaborado um projeto, intitulado pelo autor de V10, contendo nele cinco versões de dados geométricos, onde foram alterados os valores do Número de Manning.

Estas alterações no Número de Manning se devem ao fato de existir uma indeterminação em qual seria o valor exato para cada seção. De acordo com visitas aos locais de medição, foi decidido que este valor deveria variar entre 0,045 e 0,09 e devido a isso foram realizadas simulações utilizando os valores 0,045, 0,06, 0,07, 0,085 e 0,09.

Como foram utilizados neste trabalho, vários valores para o Número de Manning, decidiu-se então realizar um estudo de sensibilidade do modelo em relação à vazão e nível que será apresentado a seguir.

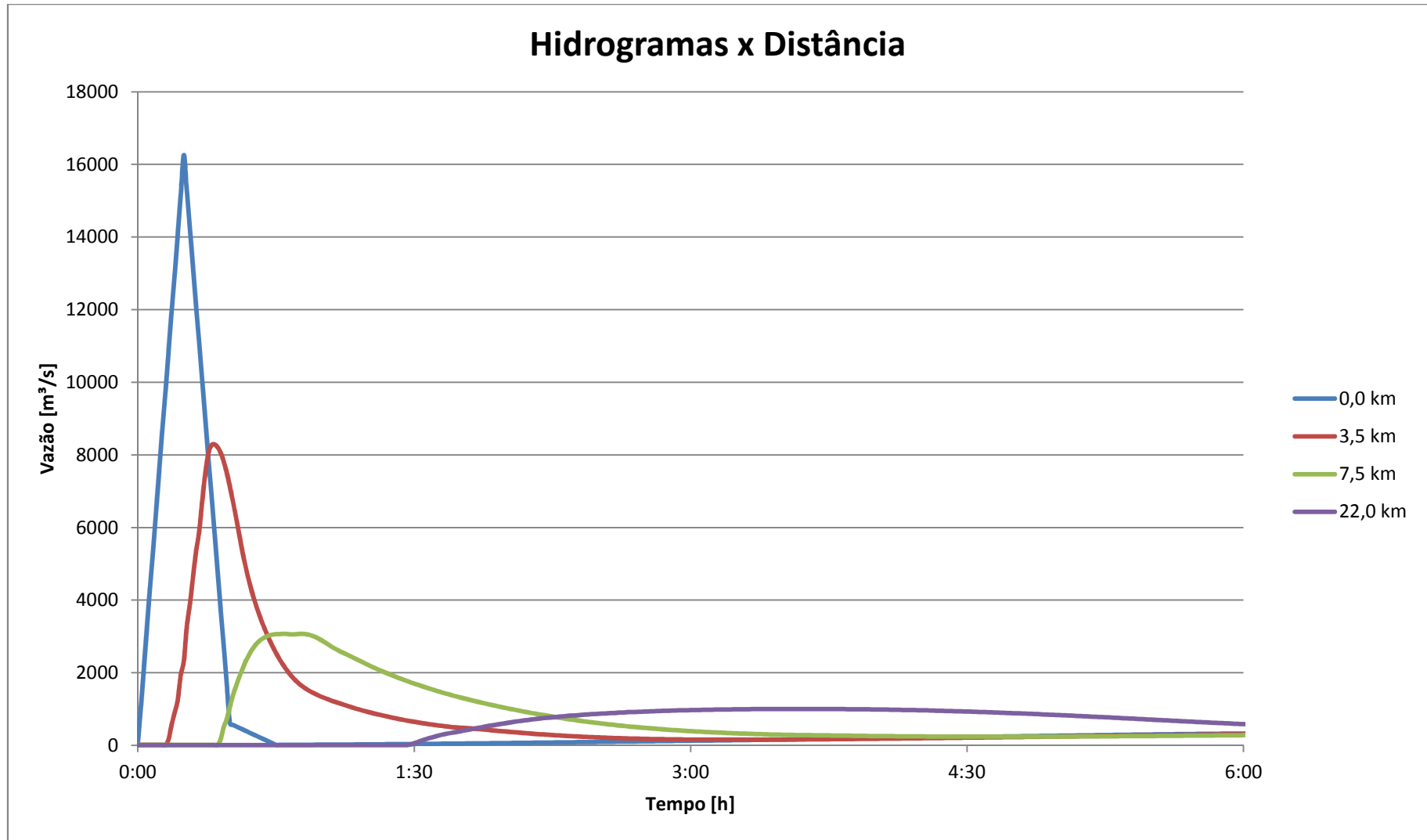


Figura 4-1 Hidrogramas resultantes para  $n=0,045$

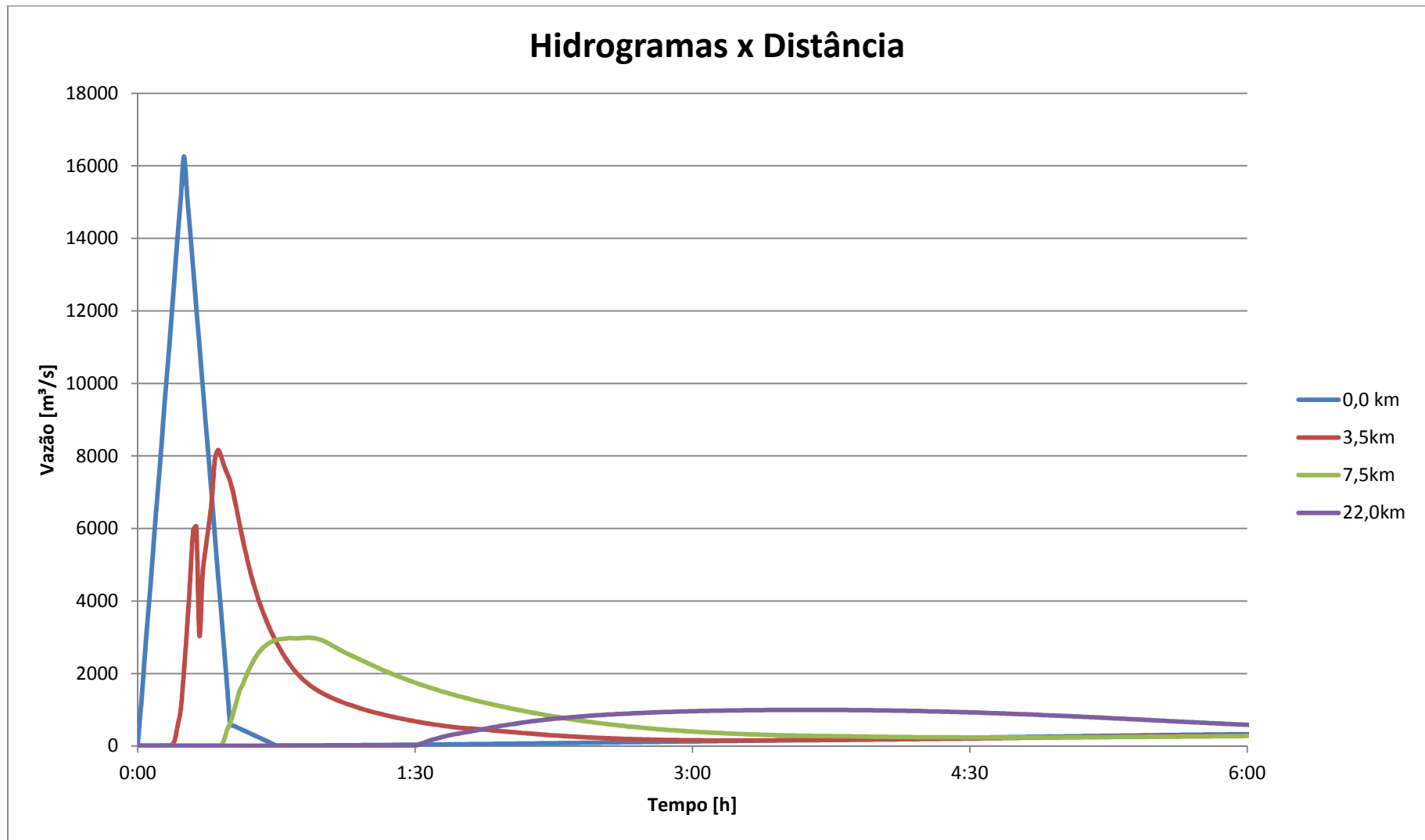


Figura 4-2 Hidrogramas resultantes para n=0,06

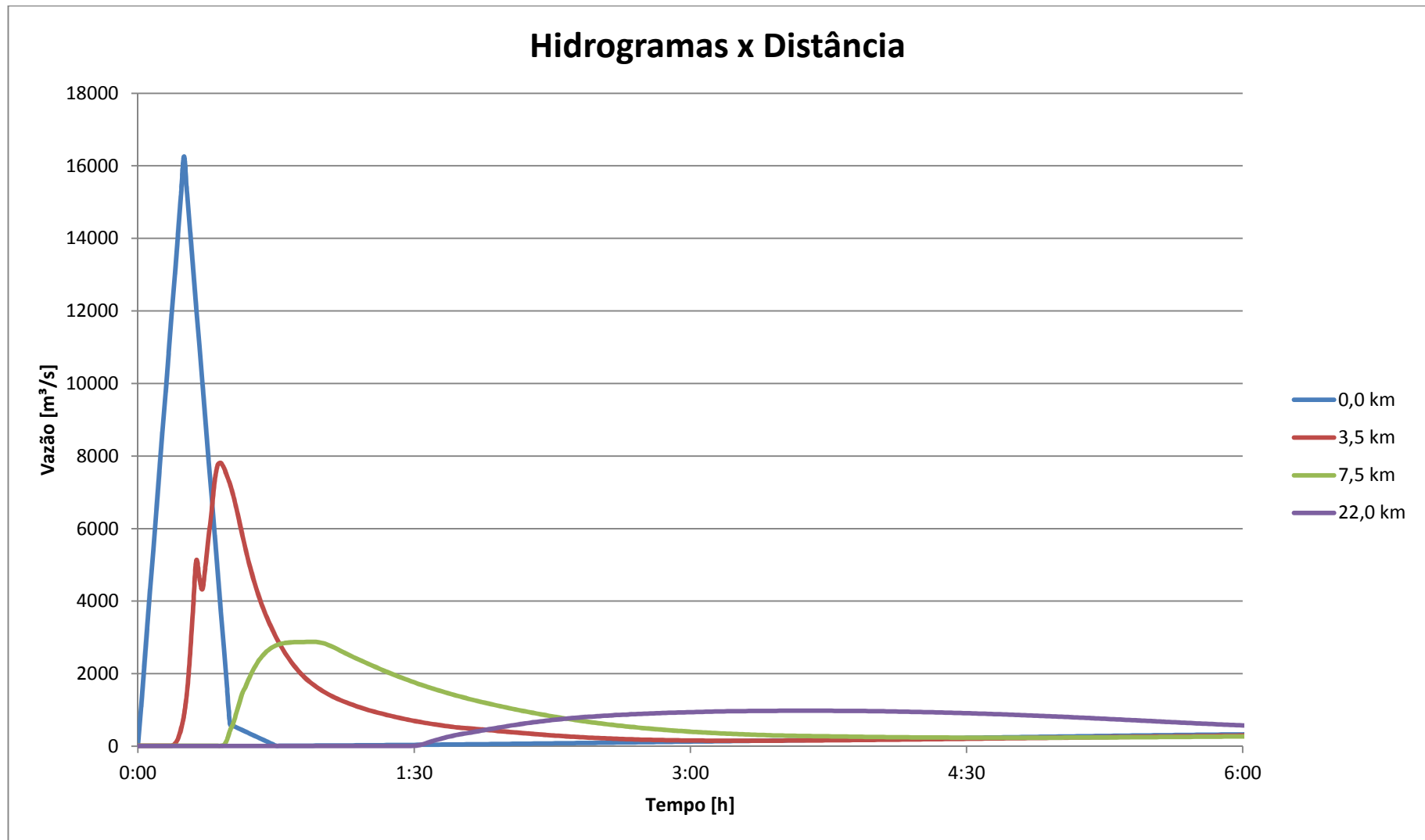


Figura 4-3 Hidrogramas Resultantes para  $n = 0,07$



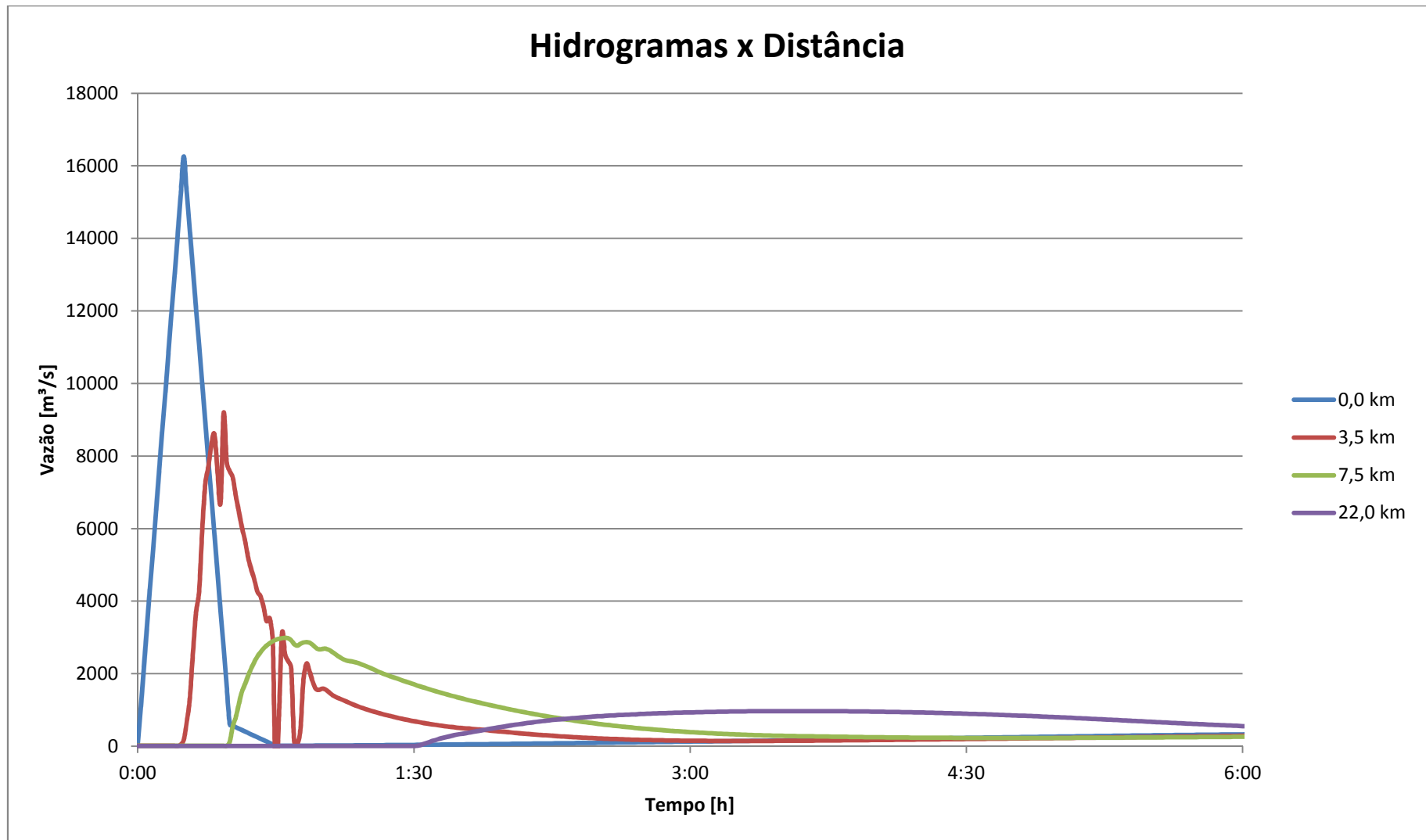


Figura 4-4 Hidrogramas Resultantes para  $n = 0,085$

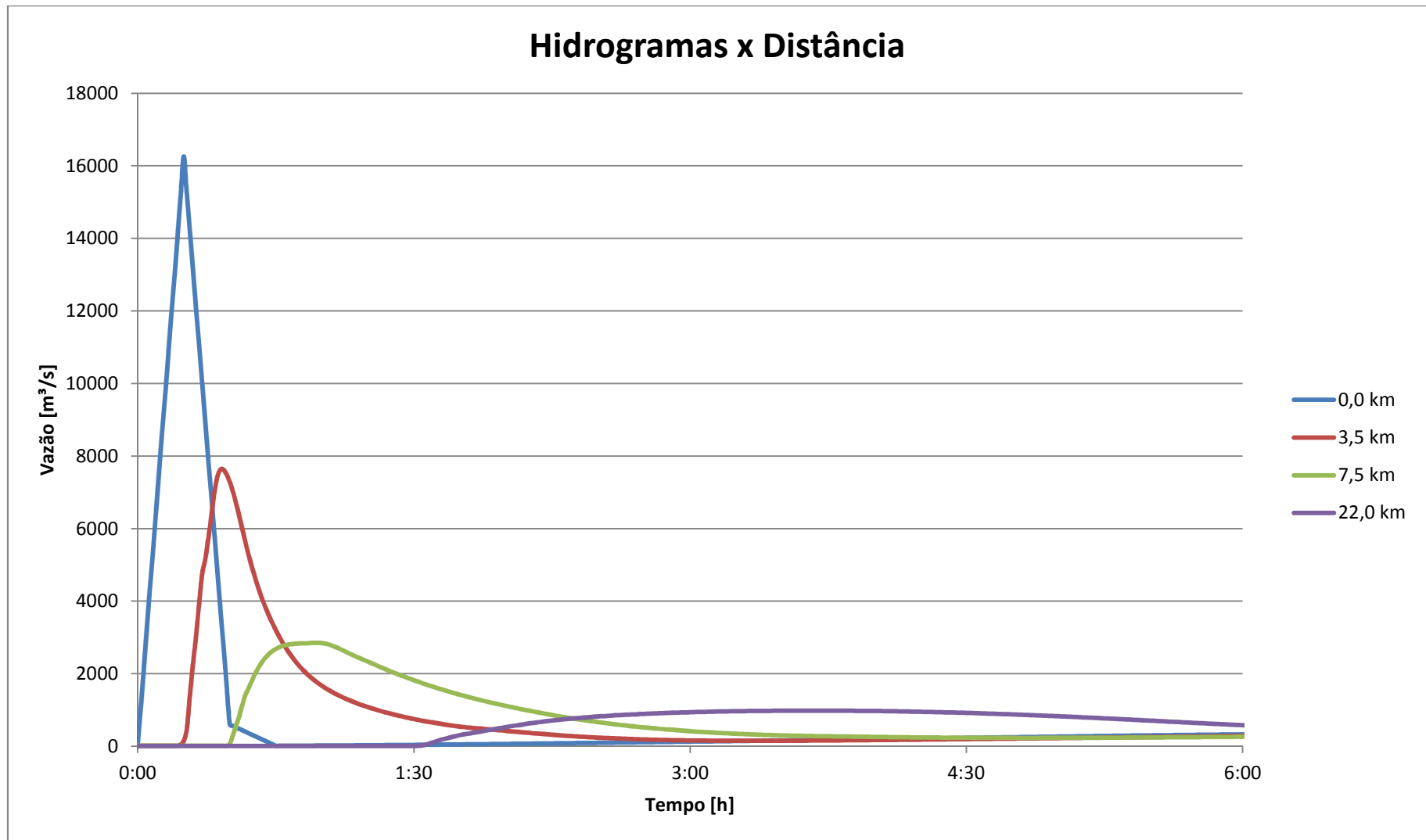


Figura 4-5 Hidrogramas resultantes para n=0,09

#### 4.1 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A análise a seguir baseia-se nos resultados apresentados nas figuras 4-1, 4-2, 4-3 e 4-4, e foi realizada seção por seção.

Na seção RS01, localizada no rompimento, o hidrograma apresentado é exatamente igual em todas as simulações, independentemente das alterações no Coeficiente de Manning adotado. Isso se deve ao fato de o HEC-RAS não realizar cálculos na primeira seção, apresentando como resultado para ela o hidrograma de rompimento inserido como condição de contorno para a simulação.

Os hidrogramas calculados para a seção RS02, localizada a 3,5 km do rompimento, mostram uma onda de cheia bastante amortecida, com seu valor máximo de vazão próximo da metade da vazão máxima na seção RS01. Também é possível notar, que nesta seção ocorreram instabilidades para as simulações envolvendo os valores de 0,06, 0,07 e 0,085 para o Coeficiente de Manning, sendo o último valor o que apresentou mais instabilidades. Isso ocorreu devido à proximidade da seção com o local do rompimento e ao alto declive do primeiro trecho.

Na seção RS03, distante 7,5 km do local do rompimento, nota-se um valor de vazão máximo muito menor que nas seções RS01 e RS02. Este amortecimento ocorreu devido a existência de dois tributários entre as seções, o Rio de Bica e o Ribeirão Santo Antônio, para onde parte da água advinda do rompimento propagou. Além disso, algumas instabilidades ocorreram para a simulação onde o Coeficiente de Manning adotado foi 0,085.

Os valores mais estáveis foram encontrados na seção RS05, distante 22 km do local do rompimento. Isso se deve principalmente a distância com o local do rompimento, e ao amortecimento ocorrido nos trechos anteriores.

#### 4.2 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM RELAÇÃO AO FATOR N

Ao comparar os hidrogramas em cada seção para valores diferentes de  $n$  foi notada uma leve diferença devida a variação nos valores deste coeficiente de simulação para simulação. Sendo assim foi realizado um estudo de sensibilidade, buscando encontrar qual era a influência da alteração nos valores do Coeficiente de Manning nos valores de vazão máxima e sua respectiva cota.

Para isso foram utilizadas as seções RS02, RS05 e RS06 para o cálculo da sensibilidade referente à vazão, e a seção RS01 para o cálculo referente à cota.

As figuras 4-6, 4-7 e 4-8, mostradas a seguir apresentam a comparação realizada em cada seção.

Nota se que, como citado a cima, os resultados mais instáveis foram encontrados nas simulações realizadas utilizando o valor de 0,085 para o Coeficiente de Manning. As demais seções apresentaram pouca ou nenhuma instabilidade, facilitando o estudo de sensibilidade realizado.

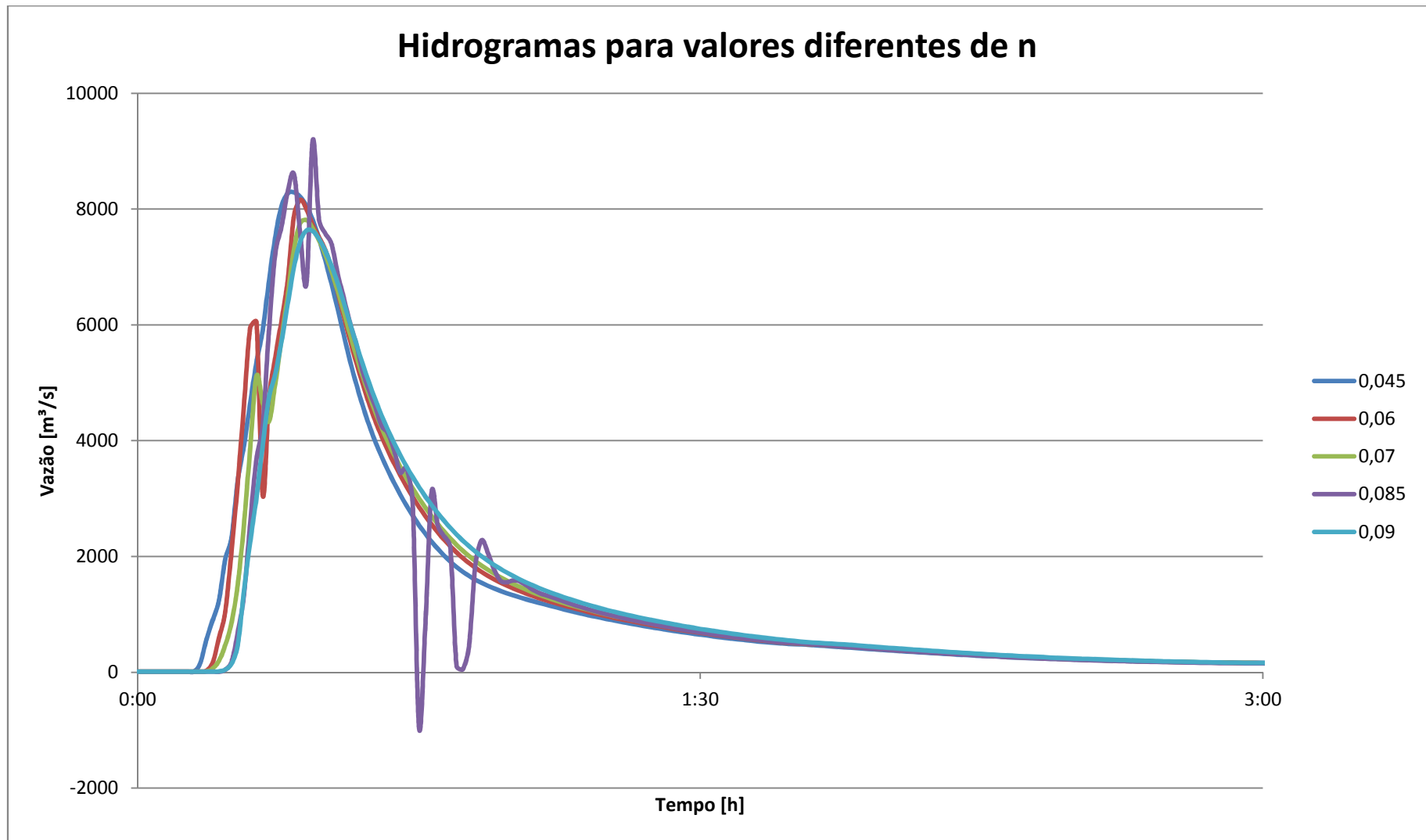


Figura 4-6 Hidrogramas para a seção RS 02

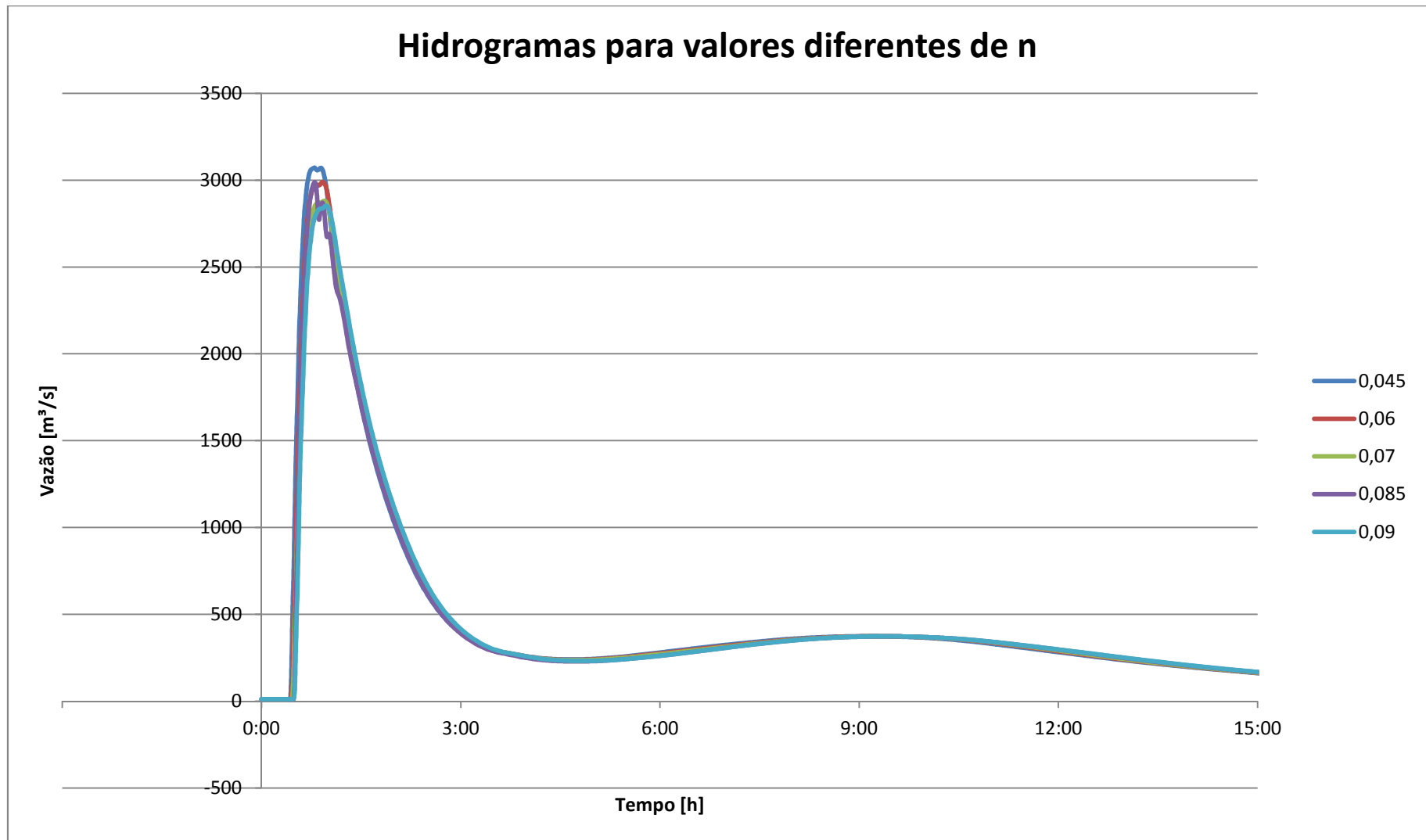


Figura 4-7 Hidrogramas para a seção RS 05

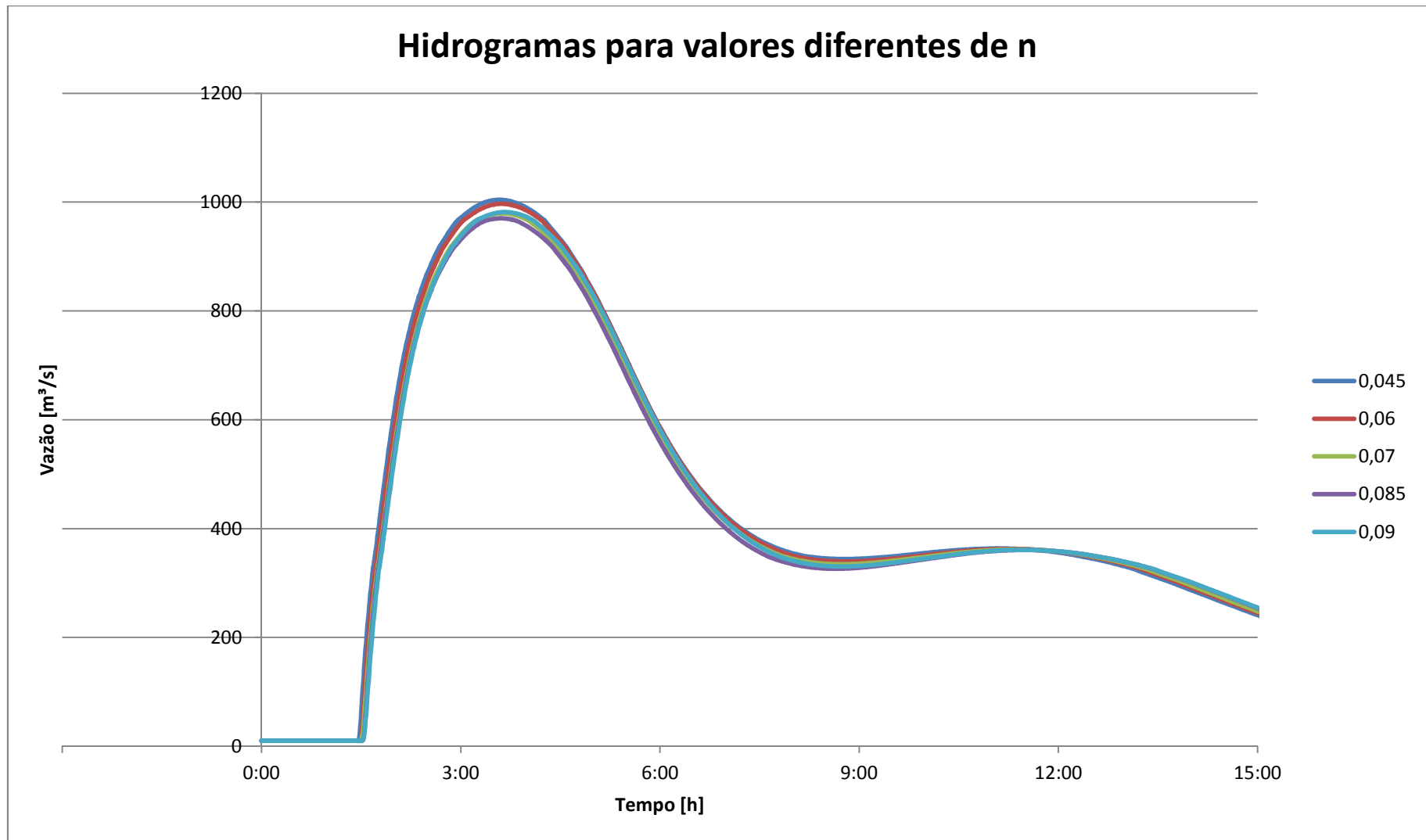


Figura 4-8 Hidrogramas para a seção RS 06

Os resultados são apresentados nas figuras 4.9 e 4.10, respectivamente.

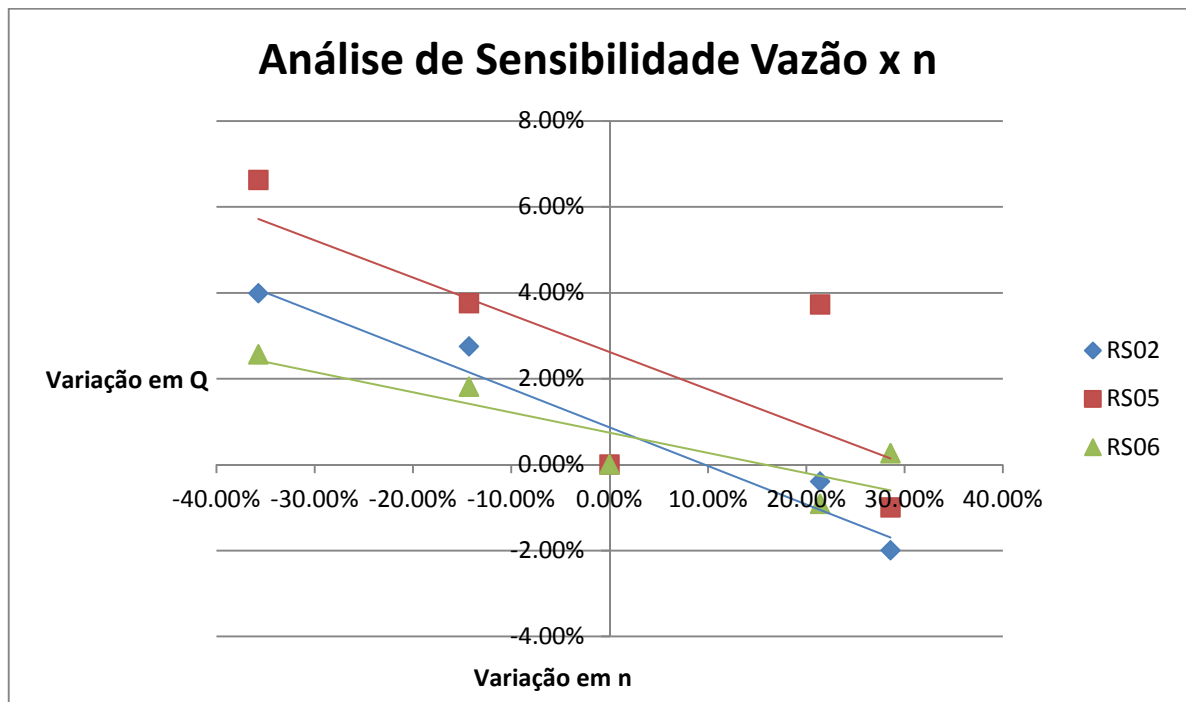


Figura 4-9 Estudo de sensibilidade vazão x n

Analisando o resultado conclui-se que variações no valor do Coeficiente de Manning resultam em variações na vazão calculada, porém, essa variação é pequena. Aumentando o valor do coeficiente de Manning em torno de 40% resultou em um decréscimo de cerca de 4% na vazão máxima.



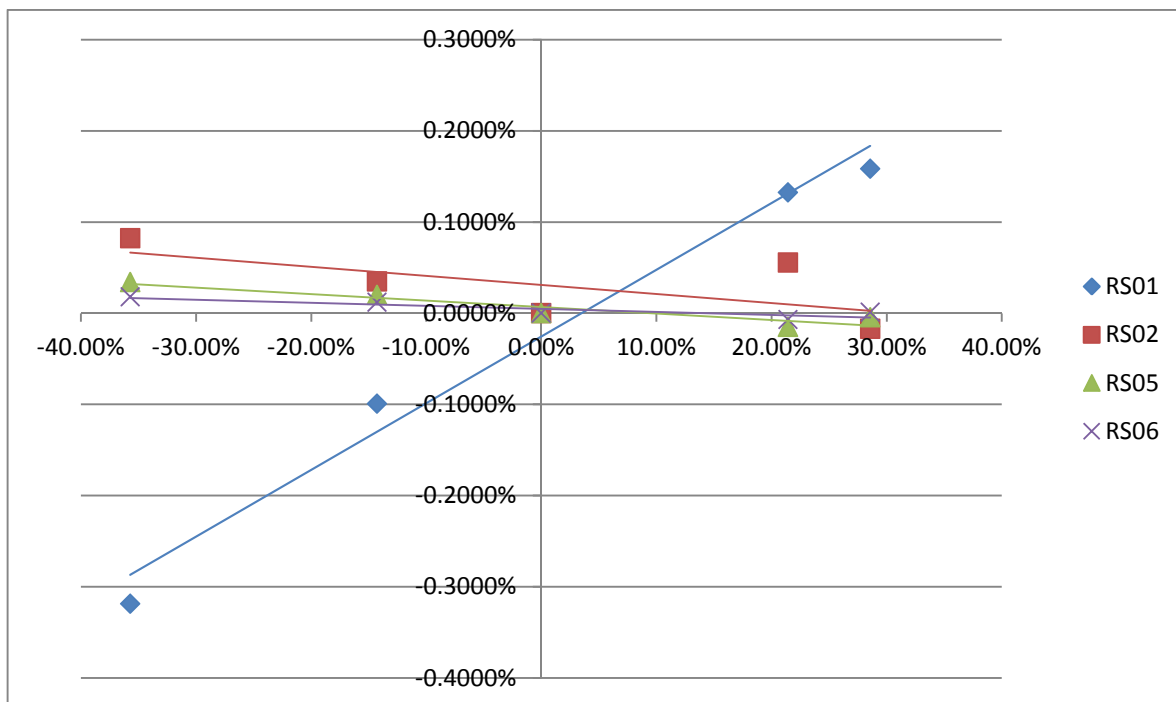


Figura 4-10 Estudo de sensibilidade cota x n

A análise de sensibilidade da Cota em relação ao Coeficiente de Manning só pôde ser realizada na seção RS01, local do rompimento. Isso ocorreu pelo fato de nesta seção os valores de vazão não variarem de simulação para simulação, já que nesta seção o hidrograma resultante sempre será o de rompimento.

Os resultados mostram que um acréscimo no valor do Coeficiente de Manning resulta em um acréscimo no valor calculado para a cota máxima. Assim como na análise de sensibilidade da vazão, os valores de cota não sofreram um acréscimo considerado, chegando a 0,2%.

## 5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 5.1 CONCLUSÕES

Ao final deste trabalho conclui-se que:

O processo de rompimento de um barramento é um evento drástico capaz de gerar inúmeros danos ao ser humano, propriedades e meio ambiente. Sendo assim se faz obrigatório um estudo de rompimento para qualquer barragem e a elaboração de um Plano de Ações Emergenciais.

O HEC-RAS se mostrou confiável para o uso em simulações envolvendo rompimento de barragens.

O uso de um grande número de seções topo batimétricas aumenta a confiabilidade, diminui problemas de instabilidade e auxilia na geração de mapas de inundação.

A utilização de bons dados topo batimétricos aumenta a confiabilidade dos hidrogramas obtidos.

Resultados mais estáveis foram obtidos para valores de 0.045 e 0.09 para o Coeficiente de Manning.

Utilizar valores maiores do Coeficiente de Manning nas seções mais próximas do barramento torna a simulação mais estável e os resultados mais confiáveis.

A partir da análise de sensibilidade ficou comprovada a sensibilidade do modelo em relação ao Coeficiente de Manning, mesmo que as alterações nos valores de vazão e cota sejam pequenas.

## 5.2 RECOMENDAÇÕES

Recomenda-se para futuros trabalhos:

Coleta de um maior número de seções topo batimétricas, a fim de diminuir a necessidade de interpolar seções.

Realizar uma boa análise em relação ao Coeficiente de Manning para diminuir erros durante a simulação.

Realizar simulações com valores diferentes do Coeficiente de Manning para refinar os resultados.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ICOLD. **Dams & the World Water**. Paris: União Européia, 2007

G1. **Defesa Civil investiga rompimento de barragem em Goiás**. Disponível em: <<http://g1.globo.com/Noticias/Brasil/0,,MUL280722-5598,00-defesa+civil+investiga+rompimento+de+barragem+em+goias.html>>. Acesso em: 27 ago. 2010.

G1. **Milhares evacuados na China com ameaça de rompimento de represa**. Disponível em: <<http://g1.globo.com/mundo/noticia/2010/07/milhares-evacuados-na-china-com-ameaca-de-rompimento-de-represa.html>>. Acesso em: 27 ago. 2010.

Rondonia Ao Vivo. **"Barragem Rompe Em Vilhena**. 10 Jan. 2008. Disponível em: <<http://rondoniaovivo.com/noticias/barragem-rompe-em-vilhena/35735>>.

Acesso em: 19 Out. 2010.

PALMIER, L.R. *et al.* **Modelagem Simplificada De Onda De Cheia Proveniente De Ruptura Hipotética De Barragem - Estudo De Caso: Barragem Do Aproveitamento Múltiplo Manso, Mato Grosso, Brasil**. Cuiabá: Rbrh, 2007. 17 p.

Disponível em:

<[http://www.abrh.org.br/novo/i\\_simp\\_rec\\_hidric\\_norte\\_centro\\_oeste.php](http://www.abrh.org.br/novo/i_simp_rec_hidric_norte_centro_oeste.php)>. Acesso em: 12 jan. 2011.

COLLINSCHONN, WALTER; TUCCI, CARLOS E.M. **Análise do rompimento hipotético da barragem de Ernestina**. Rbrh - Revista Brasileira de Recursos Hídricos, Porto Alegre, v. 2, n. 2, p.191-206, 01 jul. 1997.

MENESCAL, R. A.; MIRANDA, A. N.; PITOMBEIRA, E. S.; PERINI, D. S. **As barragens e as enchentes**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE DESASTRES NATURAIS, 1, 2004, Florianópolis. Florianópolis: GEDN/UFSC, 2004. p. 932-942. (CD-ROM)

SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, 14, 2009, Natal. **Áreas de risco ambiental por barragens no Estado de Minas Gerais**. Natal: INPE, 2009. 7 p.

Disponível em: <<http://marte.dpi.inpe.br/col/dpi.inpe.br/sbsr@80/2008/11.06.11.50/doc/5193-5200.pdf>>. Acesso em: 12 Jan. 2011.

TIMO MAIJALA (FINNISH ENVIRONMENT INSTITUTE) (Org.). RESCDAM Development of Rescue Actions Based on Dam-Break Flood Analysis: Final Report. Helsinki, 2001.

ALMEIDA, A.B., FRANCO, A.B., RAMOS, C. M., SANTOS, A., VISEU, T. E SILVA, D. (2000) – **Dam-valley risk management. First results of a case study in Portugal - Arade valley.** Proceedings do 20º Congresso da ICOLD, Beijing, República da China, Novembro.

TUCCI, C. E. M. (2004), **Hidrologia: ciência e aplicação.** Editora da UFRGS/ABRH. 3ª ed. Porto Alegre. 943p.

GRIBBIN, JOHN E. **Introdução À Hidráulica, Hidrologia e Gestão de Águas Pluviais.** São Paulo: Cengage Learning, 2007.

MINISTÉRIO DA INTEGRAÇÃO NACIONAL, **Manual de Segurança e Inspeção de Barragens** – Brasília: Ministério da Integração Nacional, 2002. 148p.

DEINFRA-SC. **O que são barragens.**

Disponível em: <<http://www.deinfra.sc.gov.br/barragens/o-que-sao-barragens/>>.

Acesso em: 20 jul. 2010.

ICOLD. **Dams-Introduction.**

Disponível em:

<<http://www.icoldcigb.net/pagearticle.aspx?ssmenu=310&numarticle=2099&codeouerture=2&urlrubrique=&taille=420>>.

Acesso em: 21 jul. 2010.

FEDERAL EMERGENCY MANAGEMENT AGENCY. **Federal Guidelines to Dam Safety.** USA, 2004.

WEST, MARTIN S.. **Avaliação De Segurança De Barragens Uma Comparação Entre As Abordagens Britânica E Portuguesa.**

FEMA - FEDERAL EMERGENCY MANAGEMENT AGENCY. **Emergency action planning for State Regulated High Hazard Potential Dams.** USA, 2004.

GARY W. BRUNNER . **HEC-RAS River Analysis System Hydraulic References Manual.** Davis-CA: Hydrologic Engineering Center - U.S. Army Corps of Engineer, 2010.

Ian Watson. **Hydrology an Environmental Approach**. 1st ed. 1993: CRC-Press.

PREFEITURA MUNICIPAL DE ITAJUBÁ. 2011. Disponível em:  
[www.itajuba.mg.gov.br](http://www.itajuba.mg.gov.br)

Data de acesso: 21/01/2011 às 13h25

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. 2010. Disponível em:  
<http://www.ibge.gov.br/cidadesat/painel/painel.php?codmun=313240>

Data de acesso: 19/12/2010 às 20h23

PINHEIRO, M.V. (2005), **Avaliação técnica e histórica das enchentes em Itajubá–MG**. Dissertação de Mestrado. 119p. UNIFEI.

MAGNA ENGENHARIA 2001. **Estudos Preliminares E Inventários**. Porto Alegre

## 7 APÊNDICES

### 7.1 DADOS DAS SIMULAÇÕES

Tabela 7-1 Valores para cota e vazão máxima em cada seção para  $n=0,045$

Seção	Cota [m]	Tempo [h]	Vazão [m <sup>3</sup> /s]	Tempo [h]
RS01	882,16	00:17	16257,02	00:15
RS02	865,85	00:30	10063,42	00:22
RS03	865,85	00:30	8288,67	00:25
RS04	854,55	01:00	3807,95	00:43
RS05	854,55	01:00	3071,63	00:48
RS06	841,3	03:35	1004,25	03:35
RB01	865,85	00:30	545,22	00:40
RB02	865,91	00:30	-	-
RSA01	854,55	01:00	148,5	01:28
RSA02	854,59	00:57	-	-

Tabela 7-2 Profundidade em relação ao fundo do canal para  $n=0,045$

Seção	Cota [m]	Fundo do Canal [m]	Profundidade [m]
RS01	882,16	857,29	24,87
RS02	865,85	845,43	20,42
RS03	865,85	845,44	20,41
RS04	854,55	840,26	14,29
RS05	854,55	840,25	14,3
RS06	841,3	829,61	11,69
RB01	865,85	845,44	20,41
RB02	865,91	851,58	14,33
RSA01	854,55	840,27	14,28
RSA02	854,59	847,08	7,51

Tabela 7-3 Valores para cota e vazão máxima em cada seção para  $n=0,06$

Seção	Cota [m]	Tempo [h]	Vazão [m <sup>3</sup> /s]	Tempo [h]
RS01	884,1	00:17	16257,02	00:15
RS02	865,44	00:32	9944,19	00:24
RS03	865,44	00:32	8159,38	00:26
RS04	854,43	01:03	3652,13	00:45
RS05	854,43	01:03	2988,98	00:55
RS06	841,25	03:37	996,84	03:37
RB01	865,44	00:32	481,53	00:41
RB02	865,49	00:31	-	-
RSA01	854,43	01:03	144,17	01:32
RSA02	854,45	01:00	-	-

Tabela 7-4 Profundidade em relação ao fundo do canal para  $n=0,06$ 

Seção	Cota [m]	Fundo do Canal [m]	Profundidade [m]
RS01	884,1	857,29	26,81
RS02	865,44	845,43	20,01
RS03	865,44	845,44	20
RS04	854,43	840,26	14,17
RS05	854,43	840,25	14,18
RS06	841,25	829,61	11,64
RB01	865,44	845,44	20
RB02	865,49	851,58	13,91
RSA01	854,43	840,27	14,16
RSA02	854,45	847,08	7,37

Tabela 7-5 Valores para cota e vazão máxima em cada seção para  $n=0,07$ 

Seção	Cota [m]	Tempo [h]	Vazão [m <sup>3</sup> /s]	Tempo [h]
RS01	884,98	00:17	16257,02	15
RS02	865,14	00:32	9677,98	24
RS03	865,14	00:32	7810,81	27
RS04	854,26	01:05	3505,63	46
RS05	854,26	01:05	2880,84	57
RS06	841,15	03:38	979,15	338
RB01	865,14	00:32	449,54	44
RB02	865,21	00:32	-	-
RSA01	854,26	01:05	138,67	135
RSA02	854,28	01:02	-	-

Tabela 7-6 Profundidade em relação ao fundo do canal para  $n=0,07$ 

Seção	Cota [m]	Fundo do Canal [m]	Profundidade [m]
RS01	884,98	857,29	27,69
RS02	865,14	845,43	19,71
RS03	865,14	845,44	19,7
RS04	854,26	840,26	14
RS05	854,26	840,25	14,01
RS06	841,15	829,61	11,54
RB01	865,14	845,44	19,7
RB02	865,21	851,58	13,63
RSA01	854,26	840,27	13,99
RSA02	854,28	847,08	7,2

Tabela 7-7 Valores para cota e vazão máxima em cada seção para n=0,085

Seção	Cota [m]	Tempo [h]	Vazão [m³/s]	Tempo [h]
RS01	886,15	00:17	16257,02	00:15
RS02	865,62	00:32	9639,67	00:24
RS03	865,62	00:32	9188,2	00:28
RS04	854,13	01:03	3698,85	00:46
RS05	854,13	01:03	2988,11	00:48
RS06	841,09	03:35	970,16	03:36
RB01	865,62	00:32	1040,35	00:47
RB02	862,5	00:53	-	-
RSA01	854,13	01:03	132,65	01:39
RSA02	854,25	00:59	-	-

Tabela 7-8 Profundidade em relação ao fundo do canal para n=0,085

Seção	Cota [m]	Fundo do Canal [m]	Profundidade [m]
RS01	886,15	857,29	28,86
RS02	865,62	845,43	20,19
RS03	865,62	845,44	20,18
RS04	854,13	840,26	13,87
RS05	854,13	840,25	13,88
RS06	841,09	829,61	11,48
RB01	865,62	845,44	20,18
RB02	862,5	851,58	10,92
RSA01	854,13	840,27	13,86
RSA02	854,25	847,08	7,17

Tabela 7-9 Valores para cota e vazão máxima em cada seção para n=0,09

Seção	Cota [m]	Tempo [h]	Vazão [m³/s]	Tempo [h]
RS01	886,38	00:17	16257,02	00:15
RS02	864,99	00:33	9484,36	00:25
RS03	864,99	00:33	7630,56	00:27
RS04	854,22	01:06	3449,43	00:48
RS05	854,22	01:06	2852,14	00:58
RS06	841,16	03:40	981,72	03:40
RB01	864,99	00:33	420,35	00:45
RB02	865,05	00:33	-	-
RSA01	854,22	01:06	135,66	01:38
RSA02	854,23	01:06	-	-



Tabela 7-10 Profundidade em relação ao fundo do canal para  $n=0,09$

Seção	Cota [m]	Fundo do Canal [m]	Profundidade [m]
RS01	886,38	857,29	29,09
RS02	864,99	845,43	19,56
RS03	864,99	845,44	19,55
RS04	854,22	840,26	13,96
RS05	854,22	840,25	13,97
RS06	841,16	829,61	11,55
RB01	864,99	845,44	19,55
RB02	865,05	851,58	13,47
RSA01	854,22	840,27	13,95
RSA02	854,23	847,08	7,15

## 7.2 DADOS DAS SEÇÕES TOPOBATIMÉTRICAS

Barramento		Conf., Bicas		Cantagalo		Conf., José Pereira		Santana		Água Limpa	
x[m]	Cota [m]	x[m]	Cota [m]	x[m]	Cota [m]	x[m]	Cota [m]	x[m]	Cota [m]	x[m]	Cota [m]
0,00	929,03	0,00	870,00	0,00	870,00	0,00	870,00	0,00	870,00	0	870
6,88	926,53	79,27	855,12	20,19	860,00	24,71	860,00	44,29	860,00	8,320923	869,579
13,67	923,71	94,13	853,65	23,99	859,54	28,64	858,61	48,32	859,19	18,32092	868,179
18,85	921,49	99,58	852,15	35,99	857,54	31,64	857,61	54,47	858,19	28,32092	866,779
25,76	920,18	101,56	851,11	47,99	855,54	34,64	856,61	63,53	857,95	38,32092	865,379
33,46	919,93	103,00	850,01	60,71	848,48	37,64	855,61	70,19	856,90	48,32092	863,979
38,50	919,16	106,87	848,58	74,95	848,48	40,64	854,61	76,79	856,37	58,32091	862,579
48,58	918,92	110,03	846,55	83,17	848,48	43,64	853,61	79,34	854,94	68,32091	861,179
54,81	918,65	111,49	845,71	95,91	848,55	46,64	852,61	81,21	853,34	78,32091	859,779
65,27	918,37	112,41	845,49	98,30	848,32	49,64	851,61	82,46	852,43	88,32091	858,379
73,71	918,48	114,05	845,76	102,19	847,55	52,64	850,61	82,96	852,06	98,32091	856,979
82,37	918,87	115,76	845,90	105,36	847,29	55,64	849,61	84,00	852,03	108,3209	855,579
91,35	918,88	117,78	845,85	107,96	846,62	58,64	848,61	85,00	851,71	113,5408	855,059
98,15	919,07	120,17	845,90	120,30	844,03	61,64	847,61	87,00	851,72	117,8907	854,009
107,38	920,00	121,36	845,76	123,74	842,92	64,64	846,61	89,00	851,75	124,6305	851,749
114,89	919,39	123,06	845,71	126,41	842,28	67,64	845,61	91,00	851,71	126,3908	850,919
118,47	918,54	124,97	845,68	130,42	841,94	70,64	844,61	92,00	851,95	127,6505	849,379
121,64	918,13	126,66	845,44	131,42	841,49	73,64	843,61	93,00	851,58	128,01	848,449
124,90	917,31	132,55	846,54	137,97	841,44	76,64	842,61	95,00	851,60	128,9851	848,329

129,09	916,39	133,33	847,26	138,97	841,33	79,64	841,61	97,00	851,58	129,4849	848,209
132,67	915,78	134,32	848,24	139,97	841,16	82,64	840,61	98,00	852,06	129,9847	848,109
133,81	915,73	135,41	849,14	140,97	841,02	85,64	839,61	98,79	852,92	130,4852	848,069
134,80	915,45	136,80	849,60	141,97	840,91	88,64	837,11	99,96	853,83	130,985	847,869
135,80	914,89	139,79	851,00	142,97	840,93	91,64	836,44	101,42	854,61	131,4849	847,799
136,80	914,63	149,77	849,86	143,97	840,76	94,64	836,25	102,79	855,38	131,9853	847,709
138,81	914,42	171,59	850,99	144,97	840,71	105,26	836,25	103,94	856,12	132,4851	847,709
139,81	914,54	176,09	851,79	145,97	840,84	110,12	834,68	105,08	856,94	132,9849	847,599
140,81	914,63	180,59	852,59	146,97	840,56	112,88	833,28	105,69	857,86	133,4847	847,469
141,81	914,66	185,09	853,39	147,97	840,37	117,50	831,00	108,18	858,18	133,9852	847,349
142,81	914,72	189,59	854,19	148,97	840,25	126,16	829,66	112,22	858,42	134,485	847,169
143,80	914,91	191,48	854,99	149,97	840,30	128,66	829,72	118,11	858,54	134,9849	847,079
144,80	915,03	208,93	855,79	150,97	840,92	131,65	829,74	120,16	858,65	135,4853	847,199
145,81	915,15	248,09	855,99	151,97	841,62	134,45	829,67	132,85	859,51	135,9851	847,339
146,81	915,41	285,06	870,00	153,97	841,67	136,88	829,61	151,98	860,00	136,4849	847,459
147,81	915,78	-	-	160,86	845,00	139,33	829,64	165,26	870,00	136,9854	847,519
147,94	915,78	-	-	174,86	846,50	141,36	830,96	-	-	137,4852	847,629
148,98	916,67	-	-	191,07	846,91	143,39	833,75	-	-	137,985	847,599
150,97	917,60	-	-	203,67	847,85	148,18	837,21	-	-	139,03	848,449
152,81	918,31	-	-	217,36	848,80	161,07	839,61	-	-	141,3453	848,479
155,49	918,56	-	-	231,60	848,95	170,98	840,27	-	-	145,4855	849,459
161,17	918,42	-	-	243,65	850,21	203,98	841,27	-	-	148,7756	851,789
167,93	919,20	-	-	258,44	853,82	240,83	841,47	-	-	154,9554	852,239
173,81	920,93	-	-	273,78	854,14	272,73	841,20	-	-	173,155	852,159
182,42	922,60	-	-	290,21	854,76	298,25	841,47	-	-	185,2053	851,919
189,90	925,41	-	-	300,86	860,00	344,50	841,99	-	-	196,8353	851,969
191,43	925,81	-	-	326,91	870,00	373,21	841,47	-	-	205,1149	852,269
195,22	927,74	-	-	-	-	416,27	841,73	-	-	206,5555	853,389

201,95	929,27	-	-	-	-	448,17	842,25	-	-	208,795	855,579
209,02	930,09	-	-	-	-	483,25	842,51	-	-	228,36	856,5
235,00	931,17	-	-	-	-	508,77	842,25	-	-	233,22	859,2
-	-	-	-	-	-	533,98	851,27	-	-	242,25	861,9

## 7.3 DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES

### 7.3.1 Equações de Saint Venant

Equação da Continuidade:

Considerando o volume de controle dado abaixo:

A taxa de variação do escoamento que ao volume é:

$$Q - \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

E a que sai:

$$Q + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

Sendo a taxa de variação do armazenamento:

$$\frac{\partial A_t}{\partial t} \Delta x$$

Faz-se

$$m_e = m_s$$

$$m = \rho V$$

E

$$V = \frac{\partial A_t}{\partial t} \Delta x$$

$$\rho \frac{\partial A_t}{\partial t} \Delta x = \rho \left[ \left( Q - \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) - \left( Q + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) + Q_l \right]$$

Sendo  $Q_l = q_l \Delta x$

$$\rho \frac{\partial A_t}{\partial t} \Delta x = \rho \left[ \left( Q - \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) - \left( Q + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) + q_l \Delta x \right]$$

Dividindo toda a equação por  $\rho \Delta x$  fica:

$$\frac{\partial A_t}{\partial t} = \left[ \left( Q + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{1}{2} \right) - \left( Q + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{1}{2} \right) + q_l \right]$$

$$\frac{\partial A_t}{\partial t} = \left[ Q + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{1}{2} - Q - \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{1}{2} + q_l \right]$$

$$\frac{\partial A_t}{\partial t} = \left[ -\frac{\partial Q}{\partial x} + q_l \right]$$

$$\frac{\partial A_t}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q_l = 0$$

Equação do Momento:

De acordo com a 2ª Lei de Newton

$$\sum F_x = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Onde  $\sum F_x$  é a soma de todas as forças externas atuando sobre o volume de controle, são elas:

- Força de pressão
- Força gravitacional
- Força de fricção

Força de pressão

$$F_p = \int_0^h \rho g (h - y) T_{(y)} dy$$

Força de pressão a montante:

$$F_p - \frac{\partial F_p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

Força de pressão a jusante:

$$F_p + \frac{\partial F_p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

$$F_{pn} = \left| F_p - \frac{\partial F_p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right| - \left| F_p + \frac{\partial F_p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right| + F_B$$

$$F_{pn} = F_p - \frac{\partial F_p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - F_p - \frac{\partial F_p}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} + F_B$$

$$F_{pn} = -\frac{\partial F_p}{\partial x} \Delta x + F_B$$

Sendo:

$$F_p = \int_0^h \rho g (h - y) T_{(y)} dy$$

$$\frac{\partial F_p}{\partial x} = \frac{\partial \left( \int_0^h \rho g (h - y) T_{(y)} dy \right)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial F_p}{\partial x} = \rho g \left( \int_0^h \frac{\partial (h - y)}{\partial x} T_{(y)} dy + \int_0^h (h - y) \frac{\partial T_{(y)}}{\partial x} dy \right)$$

$$\frac{\partial F_p}{\partial x} = \rho g \left( \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^h T_{(y)} dy + \int_0^h (h - y) \frac{\partial T_{(y)}}{\partial x} dy \right)$$

Como:

$$F_{pn} = - \frac{\partial F_p}{\partial x} \Delta x + F_B$$

$$F_{pn} = - \rho g \left( \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^h T_{(y)} dy + \int_0^h (h - y) \frac{\partial T_{(y)}}{\partial x} dy \right) \Delta x + F_B$$

$$F_{pn} = - \rho g \Delta x \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^h T_{(y)} dy - \rho g \Delta x \int_0^h (h - y) \frac{\partial T_{(y)}}{\partial x} dy + F_B$$

Como:

$$F_B = \rho g \Delta x \int_0^h (h - y) \frac{\partial T_{(y)}}{\partial x} dy$$

E

$$A = \int_0^h T_{(y)} dy$$

Fica:

$$F_{pn} = \rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x$$

Força Gravitacional

$$P_x = \rho V g \sin \theta$$

$$V = A \Delta x$$

$$P_x = \rho A \Delta x g \sin \theta$$

Como  $\theta$  é pequeno

$$\theta = \tan \theta$$

$$\tan \theta = \frac{\partial Z_0}{\partial x}$$

$$P_x = \rho A g \frac{\partial Z_0}{\partial x} \Delta x$$

Força de Fricção

$$F_f = \tau_0 P \Delta x$$

Onde P é o perímetro molhado e:

$$\tau_0 = \rho C_d V^2$$

$$C_d = \frac{g}{C^2}$$

$$V = C \sqrt{R S_f}$$

$$F_f = \rho C_d V^2 P \Delta x$$

$$F_f = \rho \frac{g}{C^2} C^2 R S_f P \Delta x$$

$$F_f = \rho R S_f P \Delta x g$$

$$F_f = \rho g A S_f \Delta x$$

Variação de Momento

Entrada



$$\rho \left[ QV - \frac{\partial QV}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right]$$

Saída

$$\rho \left[ QV + \frac{\partial QV}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right]$$

$$\Delta P = \rho \left[ \left( QV - \frac{\partial QV}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) - \left( QV + \frac{\partial QV}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \right]$$

$$\Delta P = \rho \left[ QV - \frac{\partial QV}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - QV - \frac{\partial QV}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right]$$

$$\Delta P = -\rho \frac{\partial QV}{\partial x} \Delta x$$

$$P = \rho Q \Delta x$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d(\rho Q \Delta x)}{dt}$$

$$\frac{dP}{dt} = \rho \Delta x \frac{dQ}{dt}$$

$$\sum F_x = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\rho \Delta x \frac{dQ}{dt} = -\rho \frac{\partial QV}{\partial x} \Delta x - \rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x - \rho A g \frac{\partial Z_0}{\partial x} \Delta x - \rho g A S_f \Delta x$$

Dividindo a equação por  $\rho \Delta x$  fica:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial QV}{\partial x} - g A \frac{\partial h}{\partial x} - g A \frac{\partial Z_0}{\partial x} - g A S_f$$

Sendo:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\partial Z_0}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x}$$

E separando os termos que contém  $gA$ , fica:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial QV}{\partial x} - gA \left( \frac{\partial Z}{\partial x} + S_f \right)$$

Onde:

$\frac{\partial Z}{\partial x}$  = Declividade da superfície da água;

$S_f$  = Declividade da linha de energia.

Sendo assim, a Equação do Momento fica:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QV}{\partial x} + gA \left( \frac{\partial Z}{\partial x} + S_f \right) = 0$$

### 7.3.2 Método das Diferenças Finitas

A seguinte notação é definida,

$$f_j = f_j^n$$

e:

$$\Delta f_j = f_j^{n+1} - f_j^n$$

Então:

$$f_j^{n+1} = \Delta f_j + f_j$$

As formas gerais do método das diferenças finitas são:

Derivada no tempo:

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{\Delta f}{\Delta t} = 0.5 \frac{(\Delta f_{j+1} + \Delta f_j)}{\Delta t}$$

Derivada no espaço:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{(f_{j+1} - f_j) + \theta(\Delta f_{j+1} - \Delta f_j)}{\Delta x}$$

Valor da função:

$$f \approx \bar{f} = 0.5(f_{j+1} + f_j) + 0.5\theta(\Delta f_{j+1} + \Delta f_j)$$

Aplicando o método na equação de continuidade:

$$\frac{\partial A_t}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q_l = 0$$

Esta equação pode ser reescrita para o canal e para a planície de inundação

$$\frac{\partial Q_c}{\partial x_c} + \frac{\partial A_c}{\partial t} = q_f$$

E:

$$\frac{\partial Q_f}{\partial x_f} + \frac{\partial A_f}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial t} = q_c + q_l$$

Onde c e f se referem ao canal e a planície de inundação.

Essas equações serão agora aproximadas utilizando o método das diferenças finitas

$$\frac{\Delta Q_c}{\Delta x_c} + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} = \bar{q}_c$$

$$\frac{\Delta Q_f}{\Delta x_f} + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} + \frac{\Delta S}{\Delta t} = \bar{q}_f + \bar{q}_l$$

Sendo  $\Delta x_c \bar{q}_c = -\Delta x_f q_f$

Fica:

$$\Delta Q_c + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_c = \bar{q}_c \Delta x_c$$

E:

$$\Delta Q_f + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_f + \frac{\Delta S}{\Delta t} \Delta x_f = \bar{q}_f \Delta x_f + \bar{q}_l \Delta x_f$$

Somando as duas equações e rearranjando os termos fica:

$$\Delta Q_c + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_c + \Delta Q_f + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_f + \frac{\Delta S}{\Delta t} \Delta x_f = \bar{q}_c \Delta x_c + \bar{q}_f \Delta x_f + \bar{q}_l \Delta x_f$$

$$(\Delta Q_c + \Delta Q_f) + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_c + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_f + \frac{\Delta S}{\Delta t} \Delta x_f = (\bar{q}_c \Delta x_c - \bar{q}_c \Delta x_c) + \bar{q}_l \Delta x_f$$

$$(\Delta Q_c + \Delta Q_f) = \Delta Q$$

$$\bar{q}_l \Delta x_f = Q_l$$

$$\Delta Q + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_c + \frac{\Delta A_c}{\Delta t} \Delta x_f + \frac{\Delta S}{\Delta t} \Delta x_f - Q_l = 0$$

Aplicando o método na equação do momento:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QV}{\partial x} + gA \left( \frac{\partial Z}{\partial x} + S_f \right) = 0$$

A equação acima pode ser reescrita para o canal e para a planície de inundação:

Canal

$$\frac{\partial Q_c}{\partial t} + \frac{\partial(Q_c V_c)}{\partial x_c} + gA_c \left( \frac{\partial Z}{\partial x_c} + S_{fc} \right) = M_c$$

E, planície de inundação.

$$\frac{\partial Q_f}{\partial t} + \frac{\partial(Q_f V_f)}{\partial x_f} + gA_f \left( \frac{\partial Z}{\partial x_f} + S_{ff} \right) = M_f$$

Aplicando o método das diferenças finitas fica:

$$\frac{\Delta Q_c}{\Delta t} + \frac{\Delta(Q_c V_c)}{\Delta x_c} + gA_c \left( \frac{\Delta Z}{\Delta x_c} + \overline{S_{fc}} \right) = \overline{M_c}$$

$$\frac{\Delta Q_f}{\Delta t} + \frac{\Delta(Q_f V_f)}{\Delta x_f} + gA_f \left( \frac{\Delta Z}{\Delta x_f} + \overline{S_{ff}} \right) = \overline{M_f}$$

$$\frac{\Delta Q_c}{\Delta t} \Delta x_c + \Delta(Q_c V_c) + gA_c (\Delta Z + \overline{S_{fc}}) \Delta x_c = \overline{M_c} \Delta x_c$$

$$\frac{\Delta Q_f}{\Delta t} \Delta x_f + \Delta(Q_f V_f) + gA_f (\Delta Z + \overline{S_{ff}}) \Delta x_f = \overline{M_f} \Delta x_f$$

Somando e rearranjando as duas equações, fica:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q_c}{\Delta t} \Delta x_c + \Delta(Q_c V_c) + gA_c (\Delta Z + \overline{S_{fc}}) \Delta x_c + \frac{\Delta Q_f}{\Delta t} \Delta x_f + \Delta(Q_f V_f) + gA_f (\Delta Z + \overline{S_{ff}}) \Delta x_f \\ = \overline{M_c} \Delta x_c + \overline{M_f} \Delta x_f \end{aligned}$$

Sendo  $\overline{M_c} \Delta x_c = -\overline{M_f} \Delta x_f$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q_c}{\Delta t} \Delta x_c + \frac{\Delta Q_f}{\Delta t} \Delta x_f + [\Delta(Q_c V_c) + \Delta(Q_f V_f)] + gA_c (\Delta Z + \overline{S_{fc}}) \Delta x_c + gA_f (\Delta Z + \overline{S_{ff}}) \Delta x_f \\ = \overline{M_c} \Delta x_c + \overline{M_f} \Delta x_f \end{aligned}$$

Fazendo:

$$gA_c \overline{S_{fc}} \Delta x_c + gA_f \overline{S_{ff}} \Delta x_f = g \overline{A} \overline{S}_f \Delta x_e$$

Fica:

$$\frac{\Delta Q_c}{\Delta t} \Delta x_c + \frac{\Delta Q_f}{\Delta t} \Delta x_f + \Delta[(Q_c V_c) + (Q_f V_f)] + g \bar{A} \bar{S}_f \Delta x_e = \bar{M}_c \Delta x_c - \bar{M}_c \Delta x_c$$

E, sabendo que:

$$\beta = \frac{V_c^2 A_c + V_f^2 A_f}{V^2 A}$$

$$\beta = \frac{V_c(V_c A_c) + V_f(V_f A_f)}{V(VA)}$$

Sendo:

$$(V_c A_c) = Q_c$$

$$(V_f A_f) = Q_f$$

$$(VA) = Q$$

Fica:

$$\beta = \frac{V_c Q_c + V_f Q_f}{VQ}$$

$$\beta VQ = V_c Q_c + V_f Q_f$$

$$\frac{\Delta Q_c}{\Delta t} \Delta x_c + \frac{\Delta Q_f}{\Delta t} \Delta x_f + [\Delta(Q_c V_c) + \Delta(Q_f V_f)] + g \Delta Z (A_c + A_f) + g \bar{A} \bar{S}_f \Delta x_e = 0$$

Sendo:

$$(A_c + A_f) = \bar{A}$$

Fica:

$$\frac{\Delta Q_c \Delta x_c + \Delta Q_f \Delta x_f}{\Delta t \Delta x_e} + \frac{\Delta(\beta VQ)}{\Delta x_e} + g \bar{A} \left( \frac{\Delta Z}{\Delta x_e} + \bar{S}_f \right) = 0$$