



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**Ronildo Jorge de Oliveira**

**A VOLATILIDADE DE PROJETOS  
INDUSTRIAIS PARA USO EM ANÁLISE DE  
RISCO DE INVESTIMENTOS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como parte dos requisitos para obtenção do título de *Mestre Ciências em Engenharia de Produção*.

*Área de Concentração: Economia e Finanças*

**Orientador:** Prof. Edson de Oliveira Pamplona, Dr.

**Itajubá, novembro de 2010**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá –  
Bibliotecária Margareth Ribeiro- CRB\_6/1700

O48v

Oliveira, Ronildo Jorge de

A volatilidade de projetos industriais para uso em análise de risco de investimentos / Ronildo Jorge de Oliveira. -- Itajubá, (MG) : [s.n.], 2010.

94 p. : il.

Orientador: Prof. Dr. Edson de Oliveira Pamplona.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá.

1. Volatilidade. 2. Opções reais. 3. Análise de investimentos. 4. Risco. I. Pamplona, Edson de Oliveira, orient. II. Universidade Federal de Itajubá. III. Título.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**Ronildo Jorge de Oliveira**

**A VOLATILIDADE DE PROJETOS  
INDUSTRIAIS PARA USO EM ANÁLISE DE  
RISCO DE INVESTIMENTOS**

Dissertação avaliada por banca examinadora em 29 de novembro de 2010, conferindo ao autor o título de *Mestre em Engenharia de Produção*.

**Banca examinadora:**

Prof. Edson de Oliveira Pamplona, Dr. (UNIFEI)

Prof. Francisval de Melo Carvalho, Dr. (UFLA)

Prof. José Arnaldo Barra Montevechi, Dr. (UNIFEI)

**Itajubá, novembro de 2010**

À minha esposa Daniele, meu  
porto seguro. Aos meus filhos  
Victor e Vinícius e a todos os  
meus irmãos.

## Agradecimentos

Agradeço aos meus pais João Jorge (*in memorian*) e Angelina Souza (*in memorian*) pelo esforço imenso em educar meus irmãos e a mim. A eles a minha eterna gratidão. Agradeço, também, muitíssimo, à minha esposa Daniele, que sempre me apoiou e entendeu que as ausências do lar eram necessárias. Aos meus filhos Victor e Vinícius que, da forma ainda infantil de ver o mundo, conseguiram me ajudar nesta jornada. Por falar em família, não poderia deixar de agradecer ao meu irmão José Delfino, que por muitas madrugadas cortou comigo a Serra de Piquete, no trajeto de Itajubá para Barra Mansa.

Em especial, agradeço ao Professor Edson de Oliveira Pamplona por ter acreditado que eu seria capaz de vencer esta árdua jornada. Muito obrigado Pamplona pela sua simplicidade, disponibilidade e competência profissional.

Agradeço, também, ao professor José Arnaldo, sempre eficiente; à professora Júlia Noronha e a todos os professores do programa de mestrado em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Itajubá que contribuíram, não somente com minha formação acadêmica, como também com meu crescimento como pessoa.

Agradeço à empresa Guardian do Brasil, nas pessoas dos Srs. Arthur Andrade e Evandro Costa, que gentilmente permitiu que eu pudesse realizar este trabalho.

Aos funcionários da UNIFEI que sempre me acolheram e superaram as minhas expectativas, com competência e responsabilidade.

Não poderia deixar de agradecer aos colegas da Pós-Graduação em Qualidade e Produtividade, que foi o passo inicial do mestrado, aprendi muito com todos eles. Também, minha gratidão aos colegas do mestrado e a todos os meus amigos.

A todos os cidadãos brasileiros que lutam e contribuem para que todos tenham acesso ao ensino público gratuito e de qualidade.

Finalmente, à Nossa Senhora das Graças, foi em uma capela dedicada a ela, que ainda criança, conheci uma pessoa muito especial, a Ele um agradecimento infinito. Obrigado meu Deus por ter me dado o dom da vida. Obrigado por tudo aquilo que o Senhor me permitiu, permite e permitirá que eu faça em minha vida. Pois tudo aquilo que fiz, faço e farei é porque o Senhor sempre caminhou ao meu lado e até, muitas vezes, me carregou no colo.

**Comece fazendo o possível, depois  
farás o necessário e, em pouco tempo,  
estarás fazendo o impossível.**

**(SÃO FRANCISCO DE ASSIS, 1182-1226)**

## RESUMO

A volatilidade em projetos industriais é um parâmetro significativo na análise de risco de investimentos. Quando se avaliam ativos financeiros, a volatilidade pode ser determinada por meio de dados históricos do ativo, porém, ao se trabalhar com projetos industriais, normalmente, não se usam dados históricos. Este fato torna a volatilidade um parâmetro crítico de ser determinado. Este trabalho faz a aplicação e a comparação de três abordagens para determinação da volatilidade de um projeto real de uma indústria de transformação. Duas destas abordagens adotadas foram obtidas a partir de uma revisão bibliográfica de métodos para cálculo de volatilidade de projetos de investimentos e, a terceira abordagem é uma nova proposta para o cálculo da volatilidade. Partindo-se da importância da complementaridade entre o Fluxo de Caixa Descontado e a Teoria das Opções Reais, onde é necessária a determinação da volatilidade para o cálculo da opção; passa-se pelo Movimento Geométrico Browniano (MGB); chegando-se à “Abordagem Consolidada da Volatilidade de Copeland e Antikarov (2001)”, à “Estimativa de Volatilidade de Herath e Park (2002)”, ao “O Valor Presente Logarítmico Condicional de Brandão *et al.* (2005) e os Comentários de Smith (2005)”, e então é apresentada uma nova proposta para o cálculo da volatilidade: “A Estimativa da Volatilidade por meio da Dependência entre  $VP_0$  e  $VP_1$ ”. São então apresentados os dados de um projeto de construção de uma nova unidade de uma indústria de transformação. Uma análise tradicional de investimentos com a utilização destes dados é realizada. Conclui-se com a análise tradicional que o projeto, do ponto de vista econômico, é viável. Finalmente são aplicadas as três abordagens diferentes de determinação da volatilidade no projeto sob estudo. Nas considerações finais é apresentado um comparativo entre as abordagens, chegando-se a encontrar dezenove pontos percentuais de diferença entre elas.

**Palavras-Chave:** Volatilidade, Risco, Opções Reais, Análise de Investimento.

## ABSTRACT

The volatility concerning industrial projects is a significant parameter for the analysis of risk in investments. When assessing financial assets, the volatility might be determined by historical data of assets. However, historical data are not usually used when one works with industrial projects. For this reason, it is difficult to determine volatility as a critical parameter. This work consists of the application and comparison of three approaches to determine the volatility of a real project of a transformation industry. Two out of the three approaches were obtained from a literature review of methods for calculating the volatility of investment projects, whereas the third one is a new approach to its calculus. Starting from the importance of the complement between the Discounted Cash Flow and the Real Options Theory, in which it is necessary to determine the volatility for the calculation of the option, one reaches the Geometric Brownian Motion (GBM), comes to the “Consolidated Volatility Approach of Copeland and Antikarov (2001)”, to the “Estimated Volatility of Herath and Park (2002)” and to the “Conditional Logarithmic Present Value of Brandão *et al.* (2005)” with the comments of Smith (2005)’. It is then presented a new proposal for the calculation of volatility: “The Estimate of Volatility Through the Dependence between  $PV_0$  and  $PV_1$ ” and the data of a project for building a new unit of a transformation industry, as well. A traditional analysis of investments with the use of these data takes place. Through the analysis, we come to the conclusion that the project is feasible from the economic point of view. Finally, the three different approaches of determination of volatility are applied on the project under study. In the closing remarks, the different approaches are compared and as it turns out, there are nineteen percentile points of difference among them.

**Keywords:** *Volatility, Risk, Real Options, Investment Analysis.*



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Etapas de uma pesquisa quantitativa.....	19
Figura 1.2 – VPL Expandido.....	22
Figura 2.1 – Analogia entre opções reais e opções financeiras.....	27
Figura 2.2 – Diagrama do modelo Binomial.....	31
Figura 2.3 – Arvore Binomial de dois estágios.....	32
Figura 2.4 – Processo de avaliação de opções em quatro passos.....	34
Figura 3.1 – Emprego do método de Monte Carlo para construção da árvore de eventos.....	51
Figura 3.2 – Balanço entre a oferta e demanda de Pinus e Eucalipto no Brasil.....	66
Figura 3.3 – Árvore binomial de eventos.....	67
Figura 3.4 – Passos do processo de avaliação das opções reais.....	69
Figura 5.1 – Análise de Monte Carlo para a abordagem de volatilidade de Copeland e Antikarov .....	83
Figura 5.2 – Análise de Monte Carlo para a abordagem de volatilidade de Herath e Park .....	84
Figura 5.3 – Análise de Monte Carlo para a abordagem de volatilidade da sistemática proposta .....	85

## LISTA DE TABELAS E QUADROS

Quadro 2.1 – Classificação das opções de acordo com a probabilidade de exercício.....	25
Tabela 3.1 – Dados de uma carteira de dois ativos.....	40
Quadro 3.1 – Comparativo entre a simbologia de Copeland e Antikarov (2001) e Herath e Park .....	55
Tabela 3.2 – Cenários.....	63
Tabela 3.3 – Retorno de cada cenário.....	63
Tabela 3.4 – Cálculo do Valor da Opção Real e VPL Expandido do Projeto.....	68
Quadro 3.2 – Ciclos resumidos da Pesquisa-ação.....	70
Tabela 3.5 – Parâmetros da modelagem estocástica da cotação Dólar-Euro.....	71
Tabela 5.1 – Dados do Projeto.....	79
Tabela 5.2 – Demanda e preço unitário projetados.....	80
Tabela 5.3 – Fluxo de Caixa Descontado.....	81
Quadro 5.1 – Equações e considerações sobre a volatilidade.....	82
Tabela 5.4 – Resultados.....	85
Tabela 5.5 – Comparativo entre as abordagens.....	85
Tabela A.1 – Dados do Projeto X.....	93
Tabela A.2 – Resultados do Projeto X.....	94

## LISTA DE SÍMBOLOS

C: Valor da opção de compra (*cal*)

S: Preço de ativo subjacente

e: Base dos logaritmos naturais

y: Taxa de dividendo esperada

$N(d1)$ : Probabilidade normal acumulada de d1

$N(d2)$ : Probabilidade normal acumulada de d2

X: Preço de exercício de uma opção

T: Prazo de vencimento de uma opção

$r_f$ : Taxa livre de risco

p: Valor da opção de venda (*put*)

$\sigma$ : Volatilidade

u: Fator multiplicativo ascendente (*up*)

d: Fator multiplicativo descendente

$\Delta t$ : Tempo de expiração de uma opção

$p_u$ : Probabilidade neutra ao risco ascendente

$p_d$ : Probabilidade neutra ao risco descendente

R: Taxa livre de risco contínua

$V_i^u$  : Valor ascendente do nó da árvore binomial

$V_i^d$  : Valor descendente do nó da árvore binomial

$V_{i-1}$  : Valor anterior do nó da árvore binomial

$\delta_{i-1}$  : Taxa de dividendos do nó anterior da árvore binomial

$\mu_{A_t}, \mu_{B_t}$  : Retorno esperado no estado

$\bar{\mu}_A, \bar{\mu}_B$  : Retorno esperado de cada título

n: Número de observações

$\rho_{AB}$ : Correlação entre os títulos

$\sigma_{Ea}, \sigma_{Eb}$ : Desvio padrão dos retornos de títulos

dz: Incremento de Wiener

$\alpha$ : Parâmetro de tendência (*drift*)

$\sigma^2$ : Variância

$A_1$ : Fluxo de caixa da data 1

$A_t$ : Fluxo de caixa da data t

k: Taxa de retorno do investimento

$\delta_t$ : Taxa de dividendos

$\bar{C}_i$ : Fluxo de caixa na data i

$\bar{V}_i$ : Valor presente do projeto na data i

r: Taxa de desconto adequada ao risco

a e b: Coeficientes da reta de regressão

$\varepsilon_i$ : erro da previsão de retorno (relacionado à volatilidade)

$X_1$ : Cotação Dólar-Euro no ano 1

$X_0$ : Cotação Dólar-Euro no ano zero

$\alpha$ : Taxa *drift* anual (discreta)

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FCD: Fluxo de Caixa Descontado

$VP_0/PV_0$ : Valor presente na data zero

$VP_1/PV_1$ : Valor presente na data 1

VPL: Valor Presente Líquido

MAB: Movimento Aritmético Browniano

MGB/GBM: Movimento Geométrico Browniano

$FCF_1$ : Fluxo de Caixa Livre na data 1

WACC: Custo Médio Ponderado de Capital, do inglês *Weight Average Cost of Capital*.

BDH: Brandão, Dyer e Hahn

P& D: Pesquisa e Desenvolvimento

CDI: Certificado de Depósito Interbancário

IGPDI: Índice Geral de Preços - Disponibilidade Interna

MAD: Negativa do Ativo Negociado, do inglês *Market Asset Disclaimer*

TIR: Taxa Interna de Retorno

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	16
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	16
1.2 OBJETIVO.....	18
1.3 METODOLOGIA.....	18
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	20
1.5 FCD: COMPLETAMENTE ERRADO OU COMPLEMENTAR À TEORIA DAS OPÇÕES REAIS?.....	21
<b>2 OPÇÕES</b> .....	24
2.1 OPÇÕES FINANCEIRAS.....	24
2.2 OPÇÕES REAIS.....	26
2.2.1 O MODELO BLACK & SCHOLES.....	28
2.2.2 O MODELO BINOMIAL.....	29
2.2.3 OPÇÕES EM QUATRO PASSOS.....	33
2.2.4 OPÇÕES EM OITO PASSOS .....	34
<b>3 VOLATILIDADE</b> .....	37
3.1 A VOLATILIDADE E O RISCO.....	37
3.1.1 RISCO: CAMINHANDO PELA HISTÓRIA COM BERNSTEIN.....	37
3.1.2 MARKOWITZ.....	39
3.1.3 TAXA LIVRE DE RISCO.....	43
3.2 VOLATILIDADE: UM PARÂMETRO SIGNIFICATIVO.....	43
3.3 O MOVIMENTO GEOMÉTRICO BROWNIANO.....	44
3.3.1 O PROCESSO DE MARKOV.....	44
3.3.2 O PROCESSO DE WIENER OU MOVIMENTO BROWIANO.....	45
3.3.3 O PROCESSO DE ITO E O MOVIMENTO GEOMÉTRICO BROWNIANO.....	47

3.4 ABORDAGEM CONSOLIDADA DA INCERTEZA DE COPELAND E ANTIKAROV .....	49
3.5 A ESTIMATIVA DE VOLATILIDADE DE HERATH E PARK .....	53
3.6 O VALOR PRESENTE LOGARÍTMICO CONDICIONAL DE BRANDÃO <i>ET AL.</i> E OS COMENTÁRIOS DE SMITH .....	56
3.7 ABORDAGENS MAIS SIMPLES DE DETERMINAÇÃO DA VOLATILIDADE.....	61
3.7.1 UM EXEMPLO.....	62
3.8 APLICAÇÕES PRÁTICAS DE CÁLCULO DE VOLATILIDADE NA ÁREA INDUSTRIAL.....	64
3.8.1 APLICAÇÃO DA TEORIA DE OPÇÕES REAIS NA ANÁLISE DE VIABILIDADE ECONÔMICA DE UM PROJETO: O CASO ARACRUZ CELULOSE S.A.....	64
3.8.2 OPÇÕES REAIS APLICADAS A GESTÃO DO PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DE PRODUTO EM UMA INDÚSTRIA DE AUTOPEÇAS .....	68
<b>4 PROPOSTA DE UMA NOVA SISTEMÁTICA.....</b>	<b>73</b>
4.1 ABORDAGEM DA ESTIMATIVA DA VOLATILIDADE POR MEIO DA DEPENDÊNCIA ENTRE $VP_0$ e $VP_1$ .....	73
<b>5 SIMULAÇÃO.....</b>	<b>76</b>
5.1 DESCRIÇÃO DA UNIDADE SOB ESTUDO.....	76
5.2 O PROJETO.....	77
5.3 DADOS DO PROJETO.....	78
5.4 FLUXO DE CAIXA DESCONTADO (AVALIAÇÃO TRADICIONAL).....	80
5.5 SIMULAÇÃO DAS DIVERSAS ABORDAGENS DA VOLATILIDADE NO PROJETO X.....	81
5.6 CONSIDERAÇÕES A RESPEITO DA APLICAÇÃO.....	86

**6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS**

<b>FUTUROS</b> .....	88
6.1 CONCLUSÕES.....	88
6.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	88
 <b>REFERÊNCIAS</b> .....	 90
<b>APÊNDICE</b> .....	93



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações iniciais

Os avanços tecnológicos ocorridos nas últimas décadas têm contribuído para que, de forma exponencial, as empresas busquem técnicas de análise de investimentos mais sofisticadas. Estas novas técnicas buscam ser mais precisas e considerar algumas variáveis que as técnicas tradicionais não contemplam. A utilização de técnicas mais precisas e que consideram mais variáveis contribuem para uma maior assertividade por parte dos gestores no momento decisivo para a realização ou não de um projeto, evitando que as empresas subavaliem seus investimentos ou realizem investimentos que não sejam rentáveis ou, ainda, abandonem investimentos que poderiam ser rentáveis.

Os métodos de análise de investimentos que têm como base o Fluxo de Caixa Descontado (FCD) são largamente utilizados nas indústrias para análise de viabilidade ou não de um projeto, porém é crescente a necessidade do uso de técnicas que abordem a flexibilidade gerencial que a maioria dos projetos possui. Uma técnica que é uma vertente das opções financeiras e que ficou conhecida como Teoria das Opções Reais, busca incorporar as flexibilidades gerenciais que os métodos tradicionais não incorporam.

O Fluxo de Caixa Descontado (FCD) se desenvolveu nas décadas de 30 e 40 do século passado. O desenvolvimento das Análises de Sensibilidade ocorreu na década de 50. Os anos 60 foram do desenvolvimento das Análises de Risco, com o surgimento da Árvore de Decisão. A Teoria das Opções Financeiras veio surgir na década de 70, com a publicação do trabalho de Black & Scholes (1973). Nas décadas seguintes outras publicações corroboraram com trabalho destes autores, aperfeiçoando o modelo desenvolvido por estes para o uso em ativos fixos.

As técnicas de análise de investimentos desenvolvidas entre as décadas de 30 e 70 do século passado, como o Fluxo de caixa descontado (FCD) e a Árvore de Decisão, não levam em consideração a possibilidade de, por exemplo, abandono do projeto ou de investimentos em diferentes datas, pois os mesmos não são flexíveis a estes parâmetros. A crítica está no fato de que estas técnicas estão baseadas somente no retorno financeiro: usam somente fatores tangíveis

e não levam em consideração os fatores intangíveis, como futura vantagem competitiva, futuras oportunidades e flexibilidade gerencial. (SANTOS E PAMPLONA, 2005).

Miranda (2005), sobre a expansão do sistema elétrico, afirma que a introdução do pensamento de opções no planejamento da expansão deste sistema vem ao encontro das necessidades dos executivos de uma ferramenta que lhes permita considerar cientificamente as opções de adiamento, expansão, abandono e contratação no mercado consumidor de energia elétrica.

Seguindo o pensamento de Miranda, na área industrial, o planejamento de construção de novas unidades e, até mesmo, o planejamento de expansões, utilizando a Teoria das Opções Reais, vem ao encontro das necessidades dos executivos de uma ferramenta que lhes permita maior flexibilidade, considerando fatores que os métodos tradicionais não consideram, como: o adiamento, o investimento em diferentes datas e o abandono de projetos. Sendo assim, as empresas devem sofisticar-se na maneira como avaliam seus investimentos, utilizando ferramentas complementares aos métodos tradicionais, capazes de captar fatores que os mesmos não levam em consideração, auxiliando então na tomada de decisão.

Conforme destacado por Brandão *et al.* (2005a) para o uso da abordagem das opções reais é necessário apenas conhecer três parâmetros do projeto sob estudo, sendo estes:

- i) A estimativa do valor presente do projeto;
- ii) A volatilidade dos retornos do projeto;
- iii) A taxa livre de risco.

A estimativa do valor presente do projeto pode ser obtida através de uma avaliação tradicional de investimentos com o uso do Fluxo de Caixa Descontado. Como taxa livre de risco pode ser utilizada, por exemplo, os retornos de um título do governo; no Brasil, a taxa de retorno da caderneta de poupança é considerada a aplicação mais segura feita em bancos. Porém, a determinação da volatilidade não é tarefa tão simples como calcular um Fluxo de Caixa Descontado ou selecionar uma taxa livre de risco.

Brandão *et al.* (2005a) ainda destaca que a complexidade matemática envolvida na técnica de opções reais limitou o uso da mesma na indústria. Embora, como visto que a estimativa do

valor presente do projeto e a taxa livre de risco podem ser obtidas de forma simples, a complexidade matemática destacada pelo autor está, então, mais associada à determinação da volatilidade dos retornos do projeto.

Percebe-se que a volatilidade é um dos componentes mais relevantes na avaliação de investimentos com risco. Do exposto, a partir de modelos obtidos em uma revisão bibliográfica das diversas abordagens da volatilidade para uso em ativos fixos, este trabalho busca estimar a volatilidade em um projeto industrial. Com base nas abordagens apresentadas, é proposta uma nova sistemática, onde também é determinada a volatilidade do projeto sob estudo. Os resultados da volatilidade determinada por meio das abordagens obtidas em revisão bibliográfica e da nova sistemática serão comparados entre si.

## **1.2 Objetivo**

O objetivo deste trabalho é abordar sistemáticas existentes e apresentar uma nova sistemática para o cálculo da volatilidade em projetos industriais e, aplicar e comparar os resultados destas sistemáticas em um projeto de uma nova unidade de uma indústria de transformação.

A apresentação desta nova sistemática visa contribuir com a discussão do cálculo da volatilidade no meio industrial, diminuindo assim o hiato existente entre a teoria e a prática.

Tal objetivo se justifica, conforme enfatizado nas considerações iniciais deste trabalho, devido à dificuldade em se estimar a volatilidade em projetos industriais.

## **1.3 Metodologia**

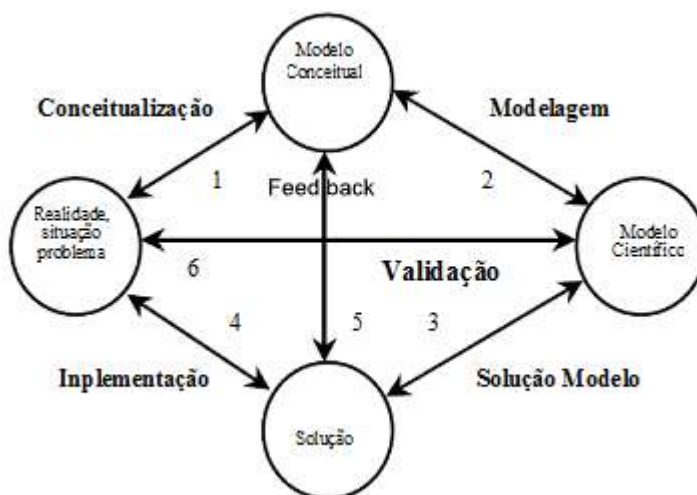
Como o objetivo deste trabalho é abordar sistemáticas existentes e apresentar uma nova sistemática para o cálculo da volatilidade em projetos industriais, a pesquisa bibliográfica é fundamental para conhecer os diversos métodos já publicados referentes ao tema volatilidade. Também, é importante a análise comparativa entre os principais modelos existentes, destacando as principais semelhanças e as principais diferenças entre os mesmos.

Sendo assim, esta pesquisa estudou três modelos propostos por pesquisadores consagrados no campo da abordagem de volatilidade aplicada ao cálculo de opções reais, com o intuito de destacar suas principais etapas de cálculo, semelhanças e diferenças.

A metodologia científica define e classifica a pesquisa dentro de padrões adotados na área acadêmica, no presente trabalho, o método de pesquisa a ser adotado será a MODELAGEM E SIMULAÇÃO, tal método tem suas características apresentadas por Bertrand e Fransoo (2002). Com base na classificação apresentada por estes autores, esta pesquisa pode ser classificada como quantitativa axiomática normativa. Neste tipo de pesquisa são utilizadas técnicas computacionais, matemáticas, estatísticas e de otimização para determinação dos resultados. Desta forma, a pesquisa é conduzida por modelos idealizados teóricos. Segundo Meredith *et al.* (1989) uma pesquisa baseada em um modelo quantitativo pode ser classificada como uma aproximação racional de geração de conhecimento.

Existem diversas formas de se realizar uma pesquisa quantitativa, o trabalho de Mitroff *et al* (1974), que segundo Bertrand e Fransoo (2002) é de um período onde a pesquisa operacional estava emergindo como uma nova área científica, dá ênfase a estas formas. A figura 1.1 destaca as etapas de uma pesquisa quantitativa de modelagem e simulação propostas por Mitroff *et al* (1974).

Figura 1.1 - Etapas de uma pesquisa quantitativa



Fonte: Mitroff *et al.* (1974)

De acordo com Bertrand e Fransoo (2002), na fase de conceitualização, o pesquisador faz um modelo conceitual do problema e sistema que está estudando e toma decisões sobre as variáveis que precisam ser incluídas no modelo. Na próxima fase, a fase de modelagem, o pesquisador realmente constrói o modelo quantitativo e define as relações entre as variáveis. Com o uso da matemática é realizada a próxima etapa, o processo de solução do modelo. Finalmente o resultado do modelo é implementado, após o qual um novo ciclo pode ser iniciado.

Mitroff *et al.* (1974) afirma que um ciclo de pesquisa pode ser discutido no início e no fim de qualquer fase, deixando o pesquisador ciente da parte específica do processo de solução que ele está pesquisando, conseqüentemente ele pode fazer inferências nos resultados de cada etapa e nos resultados de sua pesquisa como um todo.

A modelagem e simulação no projeto sob estudo será realizada em cima de dados como investimentos, preços, demanda, custos, taxa de atratividade do negócio, etc... A forma de coleta de dados pode ser caracterizada como dados de arquivo, uma vez que os dados a serem utilizados já estão disponíveis na empresa.

## 1.4 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está organizado em seis capítulos.

No presente capítulo, Introdução, são apresentados: o objetivo do trabalho, a metodologia de pesquisa adotada, um comparativo entre o Fluxo de Caixa Descontado (FCD) e a Teoria das Opções Reais, assim como as considerações iniciais.

No segundo capítulo, Opções, é feita uma revisão bibliográfica de opções financeiras e opções reais. Dentro do item de Opções Reais é mostrado o modelo de Black & Scholes e o modelo Binomial. Neste capítulo é destacada a importância da volatilidade na determinação de uma opção.

O terceiro capítulo discorre sobre a volatilidade, iniciando com uma discussão sobre o risco, visto que a volatilidade pode ser também uma forma de se medir o risco de um investimento. Em seguida é dada ênfase ao Movimento Geométrico Browniano (MGB). Ainda, neste mesmo capítulo, é feita uma análise de três abordagens de volatilidade: A Abordagem Consolidada da Volatilidade de Copeland e Antikarov (2001), A Estimativa da Volatilidade de

Herath e Park (2002) e o Valor Presente Logarítmico Condicional de Brandão *et al.* (2005) com os comentários de Smith (2005). Por fim, são relatadas, de forma mais detalhada, duas aplicações práticas do cálculo de volatilidade, por meio do uso de opções reais, para avaliação de projetos na área industrial, o trabalho de Albuquerque (2005) e o trabalho de Noronha (2009).

No capítulo 4, além das três abordagens de volatilidade apresentadas no capítulo anterior, é proposta uma nova abordagem: A Estimativa da Volatilidade por meio da Dependência entre  $VP_0$  e  $VP_1$ . Neste capítulo é destacado o cálculo da volatilidade variando-se  $VP_0$  e  $VP_1$  de forma dependente um do outro.

A Simulação pode ser vista no capítulo 5, onde são apresentados os dados do projeto, calculado um fluxo de caixa descontado e realizada a aplicação das diversas abordagens apresentadas no capítulo 3 e da nova abordagem apresentada no capítulo 4.

No último capítulo têm-se as considerações finais e as recomendações para trabalhos futuros.

## **1.5 FCD: Completamente Errado ou Complementar à Teoria das Opções Reais?**

“... o fluxo de caixa descontado (FCD) não está somente errado, ele está muito errado” (DIXIT E PINDYCK, 1994 *apud* SANTOS e PAMPLONA, 2005).

Esta afirmativa de Dixit e Pindyck pode ser tomada em parte como verdade, pois o FCD não pode captar a flexibilidade administrativa, ou seja, o Valor Presente Líquido (VPL) calculado assume que os investidores/administradores não tomarão nenhum tipo de ação diante de mudanças que podem ocorrer ao longo do tempo. Assim, o VPL encontrado não reflete completamente a verdade. Por outro lado, esta afirmativa não é totalmente verdade, pois sem o cálculo do VPL não é possível o cálculo do valor de uma opção. Portanto, há uma complementaridade entre o FCD e a Teoria das Opções Reais.

Segundo Brasil *et al* (2007), a Teoria das Reais não rejeita o VPL tradicional, apenas o complementa, ao considerar o valor das opções que estão embutidas no projeto. Ainda segundo o autor, o método do FCD é amplamente aceito entre analistas, pois ele é capaz de associar valor a cenários diferenciados, entretanto ele possui algumas limitações que podem ser superadas com

um modelo complementar. A metodologia de avaliação que complementa perfeitamente o FCD, segundo Brasil *et al* (2007) é a Teoria das Opções Reais, pois projetos que apresentam VPL negativo podem se revelar viáveis caso as flexibilidades neles embutidas não tenham sido incorporadas no processo de avaliação.

Trigeorgis (1996) cita o VPL completo ou VPL expandido de uma empresa ou projeto como sendo a soma do VPL dos Fluxos de Caixa Esperados (valor passivo) com o Valor da Flexibilidade Administrativa. O Valor Presente Líquido tradicional, chamado por Trigeorgis de VPL dos Fluxos de Caixa Esperados, é complementado com valor das opções reais. Desta forma, a metodologia de avaliação por opções reais não rejeita o modelo do Fluxo de Caixa Descontado, apenas o complementa. A adição do valor das opções ao VPL tradicional dará um resultado que considera, além da capacidade operacional de geração de caixa de uma empresa, o valor das oportunidades gerenciais embutidas. A figura 1.2 mostra a formulação do VPL expandido.

Figura 1.2 – VPL Expandido

$$\begin{array}{r} \text{VPL dos Fluxos de Caixa Esperados} \\ + \\ \text{Valor da Flexibilidade Administrativa} \\ = \\ \text{VPL Expandido} \end{array}$$

Fonte: Adaptado de Trigeorgis (1996)

Segundo Albuquerque (2005), o VPL constitui-se no fundamento de qualquer modelo de avaliação de investimentos com base em opções reais, uma vez que uma abordagem não se pode dar de forma diferente da outra; já Noronha (2009) destaca que apesar de os métodos tradicionais serem considerados limitados com relação à dimensão incerteza, eles são a base para o desenvolvimento de técnicas sofisticadas que atualmente estão sendo utilizadas com sucesso, como as opções reais.

Putten e Macmillan (2004) afirmam que a maioria dos projetos de investimentos que tiveram a oportunidade de analisar estava numa situação a qual eles chamaram de “zona de opção” (*option zone*), ou seja, projetos onde o VPL era ligeiramente positivo ou ligeiramente

negativo. Nestas situações, segundo os autores, a Teoria das Opções Reais fornece um suporte importante para os tomadores de decisão.

Triants e Borison (2001) enfatizam que a Teoria das Opções Reais é vista, na maioria das empresas, como uma evolução natural das ferramentas de avaliação financeira, como o FCD. Por outro lado, para investimentos que apresentem um VPL extremamente elevado com possibilidades de sucesso inquestionáveis ou investimentos que apresentem um VPL extremamente negativo, não é necessário o cálculo das opções, segundo Putten e Macmillan (2004), pois no caso de VPL extremamente alto com sucesso inquestionável, a empresa deve implementar o projeto; já no caso de VPL extremamente negativo, o valor gerado pela flexibilidade pode ser insuficiente para justificar o investimento.

Triants e Borison (2001) afirmam que a adição das opções reais aos métodos tradicionais muda os processos de avaliação em alguns importantes pontos, tais como: reforçando o papel multidisciplinar visto pelo time que trabalha com as opções; incrementando a ênfase no valor do acionista e mudando as ferramentas analíticas implícitas no processo.

Diante do exposto, é possível compreender a importância do FCD na evolução dos métodos de avaliação de investimentos, bem como é possível perceber a complementaridade entre o FCD e as opções reais. Sem o cálculo tradicional não há possibilidade de se realizar o cálculo das opções, que por sua vez, necessita de uma estimativa de volatilidade confiável, capaz de traduzir o mais fiel possível a realidade onde o investimento está inserido.



## 2 OPÇÕES

Os avanços tecnológicos e o crescimento contínuo do nível de exigência dos clientes fazem com que as empresas busquem maximizar seus investimentos, de forma a obter uma maior vantagem competitiva sobre seus concorrentes. Em geral, as empresas, devem, ou pelo menos deveriam buscar, dentro de níveis de risco aceitáveis, o maior retorno possível para seus investimentos. Para acompanhar o ritmo acelerado dessas mudanças, novas técnicas para análise de investimentos vêm sendo criadas e aperfeiçoadas.

Baseado em entrevistas realizadas com executivos de diversas empresas, Triants e Borison (2001) concluem que a Teoria das Opções Reais tem ajudado aos gerentes a tomar melhores decisões nas análises de investimentos, decisões que criam mais riqueza para os acionistas da empresa.

Segundo Brandão *et al* (2005a), são exemplos onde a Teoria das Opções Reais pode ser aplicada: expansão de operações em resposta a condições positivas de mercado; abandono de um projeto que está com baixa performance e adiamento de operações temporariamente. Brasil *et al* (2007) acrescenta aos exemplos onde a Teoria das Opções Reais pode ser aplicada: a opção de conversão, onde a flexibilidade gerencial, oriunda da possibilidade da conversão de um projeto em outro, representa um valor adicional para a empresa e a opção de cancelamento, onde a possibilidade de se cancelar no futuro, por exemplo, o arrendamento ou o aluguel de um bem, possui valor adicional.

### 2.1 Opções Financeiras

O conceito de opções é bastante conhecido e aplicado em finanças, de acordo com Brasil *et al* (2007), desde o início dos anos de 1970 existe a negociação formal de opções em bolsas de valores. O mercado de opções negocia os direitos de compra e venda, mas não negocia as ações diretamente.

Segundo Miranda (2005), uma opção introduz uma relação assimétrica entre o agente que lançou a opção e o agente que deseja comprar/vender a opção. Assim, quem compra o título

possui direitos em relação a quem o vende. Quem vende a opção têm obrigações relativamente àquele que a comprou.

De acordo com Damodaran (1997), uma opção é um contrato que dá a seu titular o direito, mas não a obrigação, de comprar (*Call Option*) ou vender (*Put Option*) um ativo a um preço pré-fixado em certa data ou antes desta. De acordo com o autor, as opções ainda podem ser classificadas como Européias ou Americanas. As Opções Européias podem ser exercidas somente na data de vencimento; diferentemente das Opções Européias, as Americanas podem ser exercidas a qualquer momento, até a data de vencimento. Na data de vencimento, ou antes desta, se a opção for Americana, o titular poderá exercer seu direito de comprar ou vender a opção. As perdas em um contrato de opções são limitadas ao prêmio, porém os ganhos podem ser ilimitados. O titular irá exercer a opção caso ela esteja “dentro do dinheiro” (*In-the-money*), ou seja, para uma opção de compra, o preço de mercado (*Spot Price – St*) do ativo objeto deverá ser maior que o preço de exercício (E); o titular não irá exercer a opção, caso ela esteja “fora do dinheiro” (*Out-of-the-Money*), o que para uma opção de compra ocorre quando o preço de mercado (*Spot Price – St*) é menor que o preço de exercício (E). Ainda, na relação entre preço corrente de um ativo e o preço de exercício, pode ocorrer a situação “no dinheiro” (*At-the-Money*), que ocorre quando o preço de mercado (*Spot Price – St*) é igual ao preço de exercício (E). O quadro 2.1 resume a classificação de opções de acordo com a probabilidade de exercício.

Quadro 2.1 – Classificação das opções de acordo com a probabilidade de exercício

<b>Classificação</b>	<b>Opção de Compra</b>	<b>Opção de Venda</b>
Dentro do dinheiro ( <i>In-the-money</i> )	Preço do ativo objeto maior que o preço de exercício, $S_t > X$	Preço do ativo objeto menor que o preço de exercício, $S_t < X$
No dinheiro ( <i>At-the-money</i> )	Preço do ativo objeto igual ao preço de exercício, $S_t = X$	Preço do ativo objeto igual ao preço de exercício, $S_t = X$
Fora do dinheiro ( <i>Out-of-money</i> )	Preço do ativo objeto menor que o preço de exercício, $S_t < X$	Preço do ativo objeto maior que o preço de exercício, $S_t > X$

## 2.2 Opções Reais

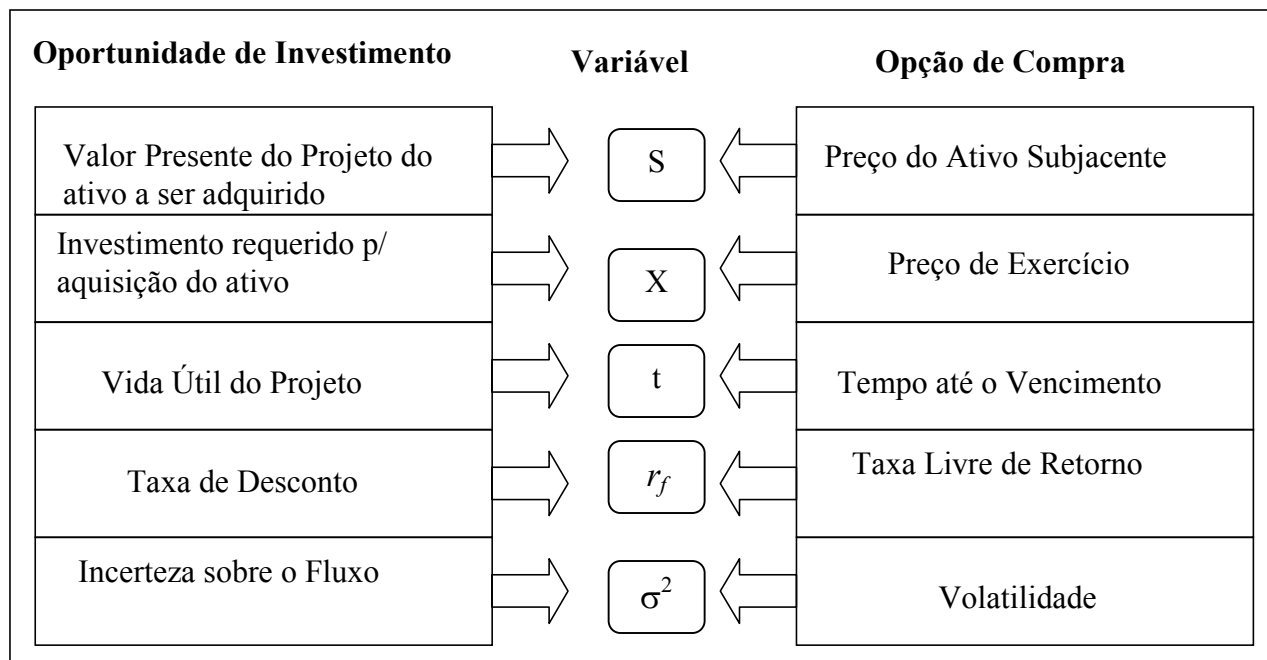
Triants e Borison (2001) enfatizam que a transição para uma nova economia baseada no comércio eletrônico (*e-business*) criou muitas decisões difíceis a serem tomadas pelas corporações e que muitas empresas têm respondido a esta mudança utilizando a Teoria das Opções Reais na tomada de decisões.

A avaliação econômica de projetos utilizando a Teoria das Opções Reais é uma abordagem relativamente nova, Myers (1977) foi o primeiro a adotar o termo opções reais depois do trabalho pioneiro de Black & Scholes (1973). Segundo Myers as oportunidades de investimentos de empresas em ativos reais são análogas às opções de compra sobre estes ativos reais, o que coloca as empresas numa condição de ter a opção e não a obrigação de investir em determinado projeto.

Cox, Ross e Rubinstein (1979) propuseram um modelo para cálculo das opções, denominado modelo Binomial. A partir do salto dado pela teoria de finanças na década de 1970 por meio das opções reais, diversos autores passaram a utilizar a analogia das opções financeiras para modelar problemas de investimentos sob condições de incerteza.

O trabalho publicado por Luehrman (1998) apresenta uma analogia entre as diversas variáveis das opções financeiras com as variáveis das opções reais, nele o autor relaciona uma oportunidade de investimento com uma opção de compra. A figura 2.1 apresenta, de forma adaptada, a analogia apresentada por Luehrman.

Figura 2.1 – Analogia entre opções reais e opções financeiras



Fonte: Adaptado de Luehrman (1998)

A utilização das opções reais nas empresas vem sendo, de acordo com Triants e Borison (2001), encorajada, interessantemente, na maioria dos casos, por gerentes envolvidos em desenvolvimento de negócios, planejamento estratégico, operações ou marketing, e não por profissionais da área financeira. Tais gerentes, segundo os autores, na maioria dos casos, se interessaram por opções reais ao ler um artigo ou ao assistir uma conferência ou ainda, aprendendo sobre o assunto na escola. Ainda, segundo os mesmos autores, o sucesso na implementação do uso das opções reais nas empresas passa por importantes estágios, como a condução de um ou mais projetos pilotos ou experimentais e a institucionalização das opções reais por um grupo de especialistas experientes. Os projetos que envolvem alta volatilidade, larga irreversibilidade de investimentos e significativa flexibilidade são bons candidatos a projetos pilotos. O cuidado que se deve ter com projetos pilotos é que, em empresas onde exista resistência ou relutância para a aplicação da Teoria das Opções Reais, uma simples falha pode significar o fim do processo.

### 2.2.1 O Modelo de Black & Scholes

Triants e Borison (2001) enfatizam que o modelo desenvolvido por Black & Scholes pode ser utilizado para uma rápida estimativa do valor de uma opção real, todavia sob condições restritas. A formulação de Black & Scholes pode ser aplicada apenas se existe uma única decisão a ser feita, considerando um investimento num ponto particular no tempo futuro, análogo à decisão de se exercer uma opção Européia. Investimentos corporativos são bem mais complexos que Opções Européias. Em contrapartida, o modelo Binomial é aplicável tanto às opções Européias, quanto às Opções Americanas.

As equações 2.1 e 2.2 apresentam a formulação para o cálculo de opções proposta por Black & Scholes, sendo as mesmas, respectivamente, precificação de opção de compra e precificação de opção de venda.

$$c = Se^{-yT} N(d_1) - Xe^{-r_f T} N(d_2) \quad (2.1)$$

$$p = Xe^{-r_f T} N(-d_2) - Se^{-yT} N(-d_1) \quad (2.2)$$

$$d_1 = \left[ \ln\left(\frac{S}{X}\right) + (r_f - y + 0,5\sigma^2)T \right] / (\sigma^2 T) \quad (2.3)$$

$$d_2 = d_1 - (\sigma^2 T)^{0,5} \quad (2.4)$$

Onde:

c: Valor da opção de compra (*cal*);

S: Preço de ativo subjacente;

e: Base dos logaritmos naturais;

y: Taxa de dividendo esperada;

$N(d_1)$ : Probabilidade normal acumulada de  $d_1$  (Excel, DIST.NORMP);

X: preço de exercício;

T: Prazo de vencimento;

rf: taxa livre de risco;

$N(d_2)$ : probabilidade normal acumulada de  $d_2$ ;

p: Valor da opção de venda (*put*);

$\sigma$ : volatilidade.

Conforme mostrado nas equações 2.3 e 2.4, para o cálculo da variável  $d_1$  e, por conseguinte, o cálculo da variável  $d_2$ , que serão utilizadas na precificação das opções, é necessário o conhecimento da volatilidade do projeto.

O projeto sob estudo nesta dissertação possui exercício de opções em diversos períodos, ou seja, pode ser caracterizado como um projeto de opções Americanas, desta forma, para se calcular o valor das opções do mesmo, não poderia ser utilizado o Modelo de Black & Scholes, visto que este não é aplicável ao estudo de opções Americanas.

### 2.2.2 O Modelo Binomial

Cox *et al* (1979) apresentaram um modelo de nós simples, que são de fácil entendimento e que necessita apenas de conhecimentos matemáticos básicos, pois segundo eles, o modelo Black & Scholes requer o emprego de ferramentas matemáticas muito avançadas.

O modelo Binomial assume que a variável base “S” tem um valor no presente (tempo  $t$ ) e pode assumir dois valores no futuro (tempo  $t + 1$ ). Um dos valores assumidos por “S” é o valor do próprio “S” acrescido de um fator multiplicativo ascendente “u” (*up*), com probabilidade “q”; o outro valor é dado por “S” multiplicado pelo fator descendente “d” (*down*), com probabilidade “1-q”. Os fatores multiplicativos “u” e “d” podem ser calculados com base na volatilidade do ativo subjacente sujeito ao risco. Cada nó é alcançado com uma certa probabilidade, ascendente (*up*) ou descendente (*down*), que corresponde à probabilidade neutra ao risco, definida pela letra “p”. As equações 2.5 a 2.9 mostram a formulação matemática para se chegar aos valores de “u”, “d” e “p”.

$$u = \exp(\sigma\sqrt{\Delta t}) \quad (2.5)$$

$$d = \frac{1}{u} = \exp(-\sigma\sqrt{\Delta t}) \quad (2.6)$$

$$P_u = (R - d)/(u - d) \quad (2.7)$$

$$P_d = 1 - P_u = (u - R)/(u - d) \quad (2.8)$$

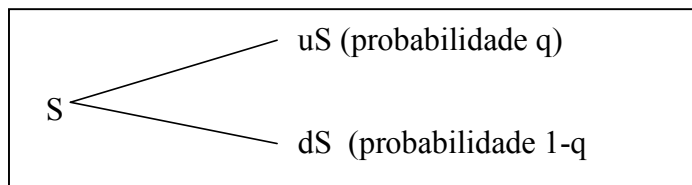
$$R = e^{(rf\Delta t)} \quad (2.9)$$

Onde:

- u: Fator multiplicativo ascendente (*up*);
- $\sigma$ : Volatilidade do ativo subjacente;
- $\Delta t$ : Tempo de expiração da opção;
- d: Fator multiplicativo descendente (*down*);
- $p_u$ : Probabilidade neutra ao risco ascendente;
- $p_d$ : Probabilidade neutra ao risco descendente;
- R: Taxa livre de risco contínua;
- rf: Taxa livre de risco;

Assim a variável base “S” assumirá dois possíveis futuros valores “uS” com probabilidade “q” e “dS” com probabilidade “q-1”. O diagrama da figura 2.2 representa o movimento da variável base “S” para um estágio.

Figura 2.2 – Diagrama do modelo Binomial



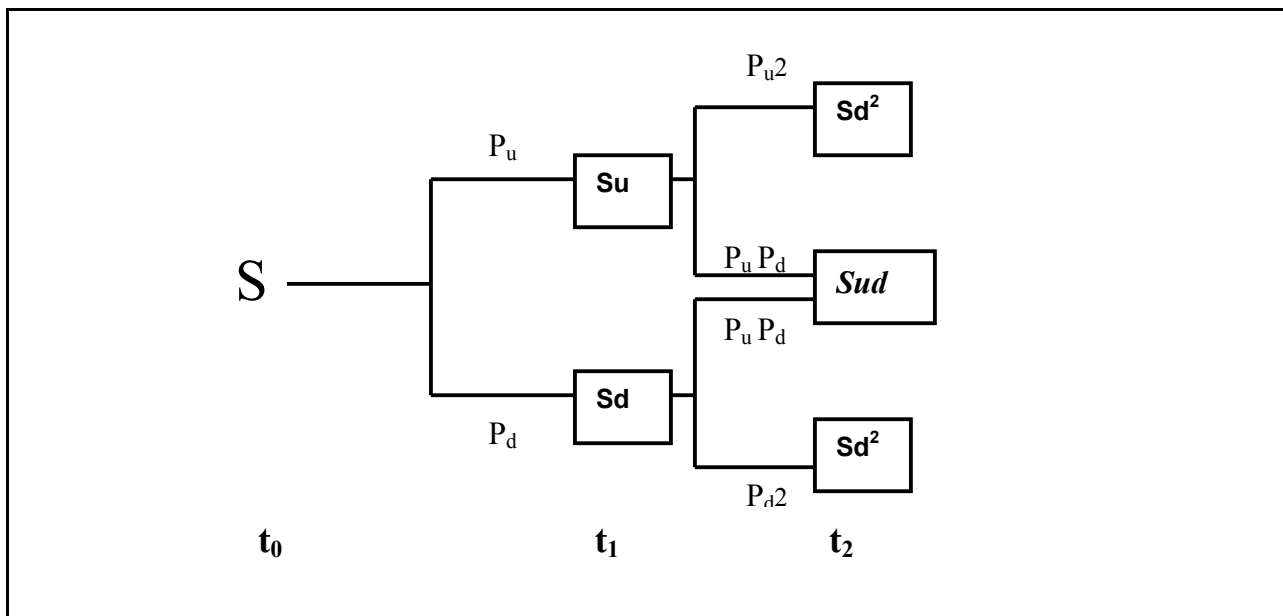
Fonte – Adaptado de Cox *et al.* (1979)

O número de estágios ou períodos a serem implementados no diagrama binomial depende do projeto que se está analisando. Cada projeto terá um número de estágios ou períodos diferentes. Sendo assim, o diagrama apresentado na figura 2.2 pode ser incrementado para “n” períodos. Ao final de cada período, o detentor da opção irá, com base nos resultados apresentados na árvore binomial, exercer ou não a sua opção.

Considerando um exemplo de uma árvore binomial de apenas dois estágios, há três possíveis estados finais no estágio dois, que podem ser chamados de: “Su<sup>2</sup>”, “Sud” e “Sd<sup>2</sup>”. Para se obter o nó “Su<sup>2</sup>” há somente um caminho possível, que ocorre com probabilidade “pu<sup>2</sup>”. Para se obter o nó “ud” há dois caminhos possíveis, chamados “ud” e “du”, que correspondem a probabilidade “pudp”. Finalmente, o nó ‘d<sup>2</sup>’ é alcançado através de um único caminho com probabilidade “pd<sup>2</sup>”. Estes possíveis caminhos e estados finais são mostrados na figura 2.3.



Figura 2.3 – Árvore Binomial de dois estágios



Segundo Brandão *et al.* (2005a), quando o projeto prevê o pagamento de dividendos, a árvore binomial deve ser construída subtraindo-se, a cada período, o valor dos dividendos do valor esperado do projeto para aquele período. As equações 2.10 e 2.11, propostas por estes autores, mostram como cada nó da árvore deve ser calculado quando há o pagamento de dividendos.

$$V_i^u = (V_{i-1} - V_{i-1} \cdot \delta_{i-1}) \cdot u \quad (2.10)$$

$$V_i^d = (V_{i-1} - V_{i-1} \cdot \delta_{i-1}) \cdot d \quad (2.11)$$

Onde:

$V_i^u$  : Valor ascendente do nó da árvore binomial;

$V_i^d$  : Valor descendente do nó da árvore binomial;

$V_{i-1}$ : Valor anterior do nó da árvore binomial;

$\delta_{i-1}$ : Taxa de dividendos do nó anterior da árvore binomial;

u: Fator multiplicativo ascendente;

d: Fator multiplicativo descendente;

Basicamente, os principais dados de entrada em um modelo de opções reais são: a volatilidade do ativo subjacente, o VPL sem flexibilidade do projeto e no caso de mais de um ativo subjacente sujeito à incerteza, a correlação entre suas volatilidades.

De acordo com Triants e Borison uma das limitações do modelo Binomial é trabalhar com situações que envolvem múltiplas incertezas, todavia, os autores destacam que a simulação de Monte Carlo é uma técnica que pode ser utilizada para combinar várias incertezas em uma única incerteza. Esta técnica é chamada de abordagem consolidada da incerteza.

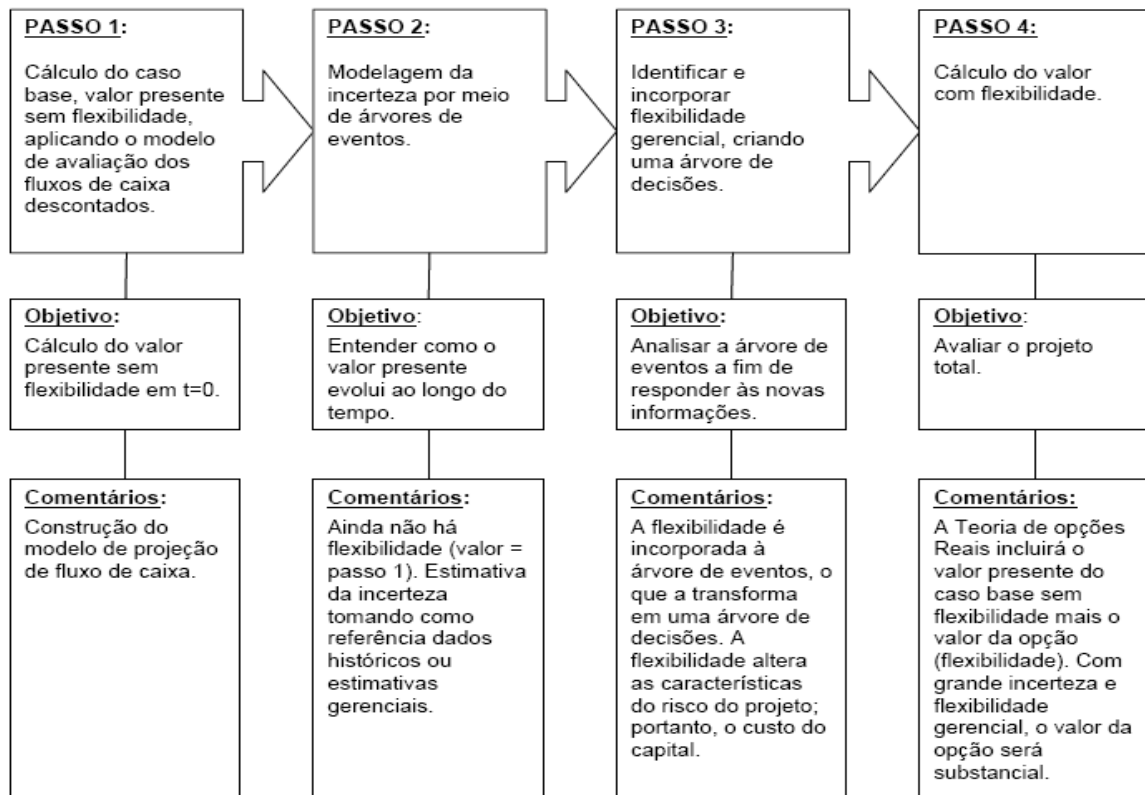
Copeland e Antikarov (2001) também afirmam que na maioria dos casos as incertezas que influenciam o valor de um projeto podem ser combinadas, por meio de uma simulação de Monte Carlo, em uma única incerteza: a distribuição dos retornos do projeto.

Noronha (2009) corrobora com a afirmativa de Triants e Borison e também de Copeland e Antikarov ao utilizar a simulação de Monte Carlo para combinar várias incertezas na análise de um projeto de um processo de desenvolvimento de produto em uma indústria de autopeças.

### **2.2.3 Opções em quatro passos**

O primeiro passo do processo de avaliação de opções proposto por Copeland e Antikarov (2001) consiste no cálculo do VPL do projeto com o emprego das técnicas tradicionais; o segundo passo consiste na construção de uma árvore de eventos, expandindo o modelo de avaliação apresentado na primeira etapa; o passo três consiste na incorporação da flexibilidade gerencial, através da construção de uma árvore de decisões e, finalmente, no passo quatro, é avaliado o retorno da árvore de decisões, onde é obtido o VPL expandido do projeto, que é a soma do VPL tradicional com o VPL gerado pelas opções, conforme proposto por Trigeorgis (1996). A figura 2.4 apresenta o processo de avaliação sugerido por Copeland e Antikarov (2001).

Figura 2.4 – Processo de avaliação de opções em quatro passos



Fonte: Copeland e Antikarov (2001)

No segundo passo, onde é realizada a modelagem por árvore de eventos, ocorre a combinação de diversas incertezas que influenciam o valor do ativo objeto para a obtenção de uma única incerteza, que será a volatilidade do ativo sob estudo.

### 2.2.4 Opções em oito passos

Diferentemente de Copeland e Antikarov, Mun (2002) dividiu o processo de avaliação de opções em oito passos, conforme descrito a seguir:

- i) Processo de seleção qualitativo da gerência: Consiste na seleção, pela gerência, de projetos com capacidade para serem avaliados por meio do método de opções reais.
- ii) Análise do Fluxo de Caixa Descontado: Neste passo é realizada uma análise tradicional do projeto.
- iii) Simulação de Monte Carlo: A análise de sensibilidade do projeto é realizada nesta etapa, onde diversas variáveis como: custos, taxas de desconto, impostos, depreciação, preços de venda, etc, podem ser utilizados como dado de entrada da simulação.
- iv) Análise de opções reais: Baseado nas informações que possui, o analista irá escolher o tipo ou os tipos de opções que o projeto lhe proporciona, tais como: opção de expandir, de abandonar, de retrair, de comutar um projeto em outro, etc...
- v) Análise e Modelagem das opções reais: O modelo do Fluxo de Caixa descontado, já calculado anteriormente, com o uso da Simulação de Monte Carlo irá gerar uma distribuição de valores, que, por conseguinte, irá gerar o resultado por opções reais.
- vi) Otimização da carteira e dos recursos: Quando a análise é feita em múltiplos projetos, deve ser realizada uma otimização da carteira, pois os projetos em sua maioria são relacionados a outro e podem dividir recursos entre si. Esta é uma etapa opcional.
- vii) Relatório: Nesta etapa não somente os valores finais devem ser mostrados, mas igualmente todo o processo deve ser mostrado, facilitando a interpretação dos resultados e a compreensão por parte da gerência.

- viii) Atualização da Análise: A análise por opções reais supõe que o futuro é incerto e que, conforme as incertezas tornem-se resolvidas ou os riscos conhecidos, a gerência pode fazer correções ao longo do projeto.

O passo três se assemelha ao passo dois de Copeland e Antikarov (2001), é neste passo que é calculada a volatilidade o projeto.

## 3 VOLATILIDADE

A necessidade de assumir riscos é uma constante na vida do homem, porém quanto mais mensurável e conhecido for este risco, mais fácil é de se tomar a decisão de assumi-lo ou não. Sendo assim, ao longo dos anos, diversos autores se propuseram a pesquisar sobre risco, incerteza e volatilidade de ativos. Portanto, neste capítulo é apresentado um pouco da história sobre o risco, assim como também são apresentadas três abordagens para determinação da volatilidade, propostas por Copeland e Antikarov (2001), Herath e Park (2002) e Brandão *et al* (2005a) com os comentários de Smith (2005).

### 3.1 A Volatilidade e o Risco

A volatilidade pode também ser utilizada para mensurar o risco de se investir em ativo, seja ele financeiro ou real. Sabe-se que quanto maior o risco do investimento, maior é o retorno que se espera do mesmo.

#### 3.1.1 Risco: caminhando pela história com Bernstein

*A administração do risco nos guia por uma ampla gama de tomada de decisões, da alocação da riqueza à salvaguarda da saúde pública, da condução da guerra ao planejamento familiar, do pagamento de prêmios de seguros ao uso de cinto de segurança, da plantação de milho à venda de flocos de milho. (BERNSTEIN, 1997)*

Segundo Bernstein (1997), os primeiros estudos sobre a concepção do risco e sua natureza provêm dos estudos de Pascal e Fermat, quando os mesmos elaboraram a revolucionária lei das probabilidades. Ainda, segundo o mesmo autor, no período do Renascimento diversos estudos a respeito do risco foram realizados.

Os trabalhos de Pascal e Fermat iniciaram na tentativa de solução de um problema proposto, cerca de duzentos anos antes, por Luca Paccioli, em 1494, conhecido como problema dos pontos. O questionamento deste problema era: “Como dividir as apostas de um jogo de azar entre dois jogadores, que foi interrompido quando um deles estava vencendo”. (BERNSTEIN, 1997).

A solução do enigma proposto por Paccioli resultou na construção do Triângulo de Pascal, que possui conceitos simples nos dias de hoje, mas que foi um grande salto para a época na teoria das probabilidades, que é base da análise de risco.

No final do século XVII, Jacob Bernoulli desenvolveu um teorema que ficou conhecido como a Lei dos Grandes Números. Segundo esta lei, a diferença entre o valor observado de uma amostragem e seu valor real diminuirá à medida que o número de observações aumentar.

O matemático francês Abraham de Moivre, vendo dificuldade na aplicação prática do teorema proposto por Bernoulli, publicou, em 1733, um estudo sobre como uma amostra pode representar, com fidelidade, o universo real da qual ela fora extraída. O resultado do trabalho de De Moivre é que um conjunto de sorteios aleatórios se distribui em torno de sua média, estabelecendo assim o conceito de desvio padrão. Essa distribuição é conhecida atualmente como distribuição Normal, e é utilizada em diversos campos da ciência. Segundo Bernstein (1997), o trabalho de De Moivre é um dos mais importantes da história da matemática.

No período compreendido entre 1816 e 1848, o matemático Carl Fiedrich Gauss, conduziu uma pesquisa sobre o uso da curvatura da Terra para melhorar a exatidão das medições geográficas. Gauss acabou concluindo que ao fazer estimativas baseadas em amostras de distâncias dentro de uma área estudada, as distribuições destas estimativas se distribuíam em torno de uma média, formando uma curva semelhante a um sino. Esta conclusão de Gauss, além de contribuir com o trabalho de De Moivre, o aperfeiçoou.

Os estudos da distinção de eventos que podem ser considerados “normal” ou “anormal” foi realizado por Francis Galton, que viveu de 1822 até 1911. Segundo Bernstein (1997), Galton é responsável pelo conceito de regressão à média, onde há a tendência de um movimento rumo à normalidade.

De acordo com Bernstein (1997), todas as ferramentas usadas na administração do risco e na análise de decisão de opções resultam dos trabalhos realizados no período de 1654 a 1760, com a exceção de apenas duas: o trabalho de Galton e o trabalho de Markowitz (1952).

Uma análise mais aprofundada do trabalho de Bernstein pode ser encontrada em Gonçalves Jr. (2003).

### 3.1.2 MARKOWITZ

O trabalho publicado por Harry Markowitz em junho de 1952, intitulado “*Portfolio Selection*” (Seleção de Carteira), foi tão inovador e influente que valeu a Markowitz o prêmio Nobel de ciência econômica em 1990. Na época da publicação, Markowitz era um estudante de pós-graduação da Universidade de Chicago.

Markowitz trata da gestão da riqueza do investidor, ou seja, como diversificar e gerir uma carteira de ações. Segundo Bernstein (1997) o objetivo de Markowitz foi usar a noção de risco para formar carteiras para investidores que consideram o retorno esperado uma coisa desejável e a variância do retorno uma coisa indesejável. Os investidores diversificam seus investimentos porque isso constitui sua melhor arma contra a variância do retorno.

Sendo a variância uma medida estatística da oscilação do rendimento ao redor de uma média e sendo o desvio padrão a raiz quadrada da variância, quanto maior a variância ou o desvio padrão, menos o retorno médio indicará qual deverá ser o resultado. Enquanto o retorno de uma carteira diversificada equivalerá à média de seus componentes individuais, sua volatilidade será inferior à volatilidade média de seus componentes individuais.

Com seu trabalho, o jovem estudante, transformou o que até então era a pura intuição em cálculo estatístico e o procedimento de seleção de ações elaborado por ele passou a ser denominado de “carteiras eficientes”.

Segundo Markowitz (1952), o processo de escolha de uma carteira está dividido em dois estágios. O primeiro estágio começa com a observação e a experiência e termina com a opinião sobre o desempenho futuro dos títulos disponíveis; o segundo estágio começa com a opinião relevante sobre a performance futura e termina com a escolha da carteira. A carteira escolhida deverá ser aquela que maximiza o retorno esperado e minimiza a variância.

A vantagem de se fazer diversificação de uma carteira ao invés de possuir um título isolado é que o retorno esperado da carteira é uma média dos retornos esperados dos títulos que a compõem, contudo, o desvio padrão do retorno da carteira é menor que a média ponderada dos



desvios dos títulos isolados. A variância da carteira depende das variâncias individuais de cada título e da covariância entre os retornos do par de títulos.

Segundo Ross *et al* (2002) o investidor deve considerar a relação entre o retorno esperado de um título isolado e o retorno esperado de uma carteira formada por estes títulos, assim como considerar a relação entre os desvios padrão dos retornos de títulos isolados, as correlações entre os retornos destes títulos e o desvio padrão do retorno de uma carteira formada por estes títulos.

O trabalho de Markovitz é ilustrado com um exemplo, adaptado de Ross *et al* (2002), de uma carteira hipotética composta por dois ativos. Os dados do exemplo são mostrados na tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Dados de uma carteira de dois ativos

Estado da Economia	Retorno Esperado	
	A	B
Depressão	-20%	5%
Recessão	10%	20%
Normal	30%	-12%
Expansão	50%	9%
<b>Média (Retorno esperado) (<math>\mu</math>)</b>	<b>17,5%</b>	<b>5,5%</b>
<b>Variância (V)</b>	<b>6,7%</b>	<b>1,3%</b>
<b>Desvio Padrão</b>	<b>25,9%</b>	<b>11,5%</b>

Fonte: Adaptado de Ross *et al* (2002)

Com os dados da tabela 3.1, podemos calcular a covariância e a correlação entre os dois ativos. Sendo a covariância dada pela equação 3.1 e a correlação pela equação 3.2.

$$\sigma_{AB} = \left( \mu_{At} - \bar{\mu}_A \right) \times \left( \mu_{Bt} - \bar{\mu}_B \right) / n \quad (3.1)$$

$$\rho_{AB} = \sigma_{AB} / \sigma_{Ea} \sigma_{Eb} \quad (3.2)$$

Onde:

$\sigma_{AB}$ : Covariância da carteira;

$\mu_{At}, \mu_{Bt}$ : Retorno esperado no estado t;

$\bar{\mu}_A, \bar{\mu}_B$ : Retorno esperado de cada título;

n: Número de observações;

$\rho_{AB}$ : Correlação entre os títulos;

$\sigma_{Ea}, \sigma_{Eb}$ : Desvio padrão dos retornos.

Substituindo-se os dados apresentados na tabela 3.1 nas equações 3.1 e 3.2, obtêm-se os seguintes resultados:

Covariância ( $\sigma_{AB}$ ) = - 0,488 %,

Correlação ( $\rho_{AB}$ ) = -0,164

O resultado encontrado da correlação ligeiramente negativa mostra que o retorno do ativo “A” tende a ficar um pouco abaixo da média, quando o retorno do ativo “B” tende a ficar um pouco acima da média. De forma análoga, quando o retorno do ativo “B” está um pouco abaixo da média, o retorno do ativo “A” tende a ficar um pouco acima da média.

Considerando que 60% do investimento foram feitos no ativo “A”, 40% no ativo “B”, e substituindo o resultado da covariância e os dados apresentados no quadro 3.1 na equação 3.3, é possível agora calcular a variância, que vai representar a volatilidade da carteira.

$$V_{(carteira)} = X_A^2 \sigma_A^2 + 2X_A X_B \sigma_{A,B} + X_B^2 \sigma_B^2 \quad 3.3$$

Onde:

$X_A, X_B$ : Percentual do investimento aplicado em cada ativo.

O resultado encontrado para a variância da carteira foi de:

$$V_{(carteira)} = 2,38\%$$

Extraindo-se a raiz quadrada da variância, obtemos o desvio-padrão, logo:

$$\sigma = 15,44\%$$

O resultado encontrado para o desvio-padrão da carteira é menor que a média ponderada (20,12%) dos desvios-padrão dos títulos, comprovando a importância da diversificação para a minimização do risco.

O retorno esperado da carteira pode ser calculado pela média ponderada dos retornos dos ativos, logo:

$$E = 0,6 \times 17,5 \% + 0,4 \times 5,5 \%$$

$$E = 12,7 \%$$

O trabalho desenvolvido por Markowitz possibilitou a construção de “carteiras eficientes”, nome este dado pelo próprio autor às carteiras onde se busca maximizar o retorno e minimizar o risco.

Comparando o trabalho de Markowitz, completamente voltado para o mercado financeiro, com um projeto industrial, tem-se em comum a necessidade da determinação da volatilidade. No caso do mercado financeiro, como os dados históricos estão disponíveis, o cálculo da volatilidade torna-se algo de menor complexidade que no caso de ativos reais.

### 3.1.3 Taxa livre de Risco

Na realidade não existe nenhum ativo totalmente livre de risco, os chamados “ativos livres de risco” são aqueles que, comparados com outros ativos existentes no mercado, possuem um risco o menor possível. Normalmente, os ativos livres de risco são títulos do governo. Tais títulos possuem um risco muito baixo comparado aos demais, devido ao fato do risco da inadimplência por parte do governo ser menor que o risco de inadimplência por parte das empresas. Tal fato se explica, pois o governo, sempre que necessário, poderá aumentar ou criar novos impostos para saldar suas obrigações. No Brasil, os títulos da dívida pública e a caderneta de poupança são considerados ativos livres de risco.

Segundo Damodaram (2002) um ativo livre de risco é aquele sobre o qual se conhecem com certeza os retornos esperados futuros.

Conforme enfatizado por Noronha (2009) a taxa livre de risco para avaliar um projeto deve possuir um prazo de vencimento o mais próximo possível do horizonte compreendido pelos fluxos de caixa do projeto.

## 3.2 Volatilidade: um parâmetro significativo

A volatilidade é um parâmetro de entrada significativo na abordagem de opções, tanto financeiras, quanto de ativos reais. No trabalho com opções financeiras, a volatilidade é um parâmetro que pode ser estimado por meio de dados históricos, o que torna o resultado das opções muito próximo da realidade. No trabalho com ativos reais, na maioria dos casos, não existem dados históricos para se estimar a volatilidade, a respeito deste fato, Wang e Dyer (2010) afirmam que isto gera uma grande dificuldade no cálculo de opções reais.

A determinação da volatilidade se não for feita de forma criteriosa, pode levar a uma sub ou superestimativa da mesma, levando as decisões de investimento a uma situação fora da realidade.

Nos casos onde não existem dados históricos, uma alternativa é a de se utilizar simulação de Monte Carlo para calcular a estimativa da volatilidade dos fluxos de caixa. No método de

Monte Carlo, as principais fontes de incerteza do projeto, tais como: receitas, taxas de desconto, custos e despesas, impostos e depreciação, entre outras, podem servir como variáveis de entrada para a simulação.

Alguns autores, nos anos recentes, têm trabalhado nesta árdua tarefa de propor modelos para estimar a volatilidade para o trabalho com ativos reais, sugerindo diferentes variações para a aplicação da simulação de Monte Carlo. Nos modelos propostos, a volatilidade do ativo subjacente é estimada por meio do cálculo do desvio-padrão da taxa de retorno, que por sua vez é desenvolvida por meio de uma distribuição de probabilidades, que é simulada por meio do método de Monte Carlo.

A Abordagem Consolidada da Incerteza baseada no Valor Presente Logarítmico de Copeland & Antikarov (2001) e Herath & Park (2002); o Valor Presente Logarítmico Condicional de Brandão, Dyer & Hahn (2005a), que foi comentado por Smith (2005), são publicações mais recentes que sugerem a aplicação da simulação de Monte Carlo para a estimativa da volatilidade.

Todos estes trabalhos, além de utilizar a simulação de Monte Carlo, têm em comum a hipótese de considerar que o valor do ativo subjacente segue o Movimento Geométrico Browniano (MGB), ou seja, o ativo subjacente nunca pode ter valores negativos, sendo logarítmica normal (lognormal) a distribuição do valor final.

### **3.3 O Movimento Geométrico Browniano**

#### **3.3.1 O Processo de Markov**

Segundo Dixit & Pindyck (1994) o processo de Markov é um processo do tipo estocástico, onde se utiliza somente o valor presente de uma variável na previsão de valores futuros, ou seja, acontecimentos passados não são relevantes na previsão de novos valores, a distribuição de probabilidades da variável em qualquer tempo depende única e exclusivamente do valor atual.

Ainda, segundo Dixit & Pindyck (1994), existem três formas de eficiência de mercado, como segue:

- i) **Forma Fraca de Eficiência de Mercado:** diz que o valor atual de uma ação (variável) já reflete todas as informações que estão contidas na seqüência histórica da mesma;
- ii) **Forma Semi-Forte de Eficiência de Mercado:** nesta forma, o valor atual de uma ação não somente reflete todas as informações que estão contidas na seqüência histórica, como também reflete todos os conhecimentos públicos disponíveis;
- iii) **Forma Forte de Eficiência de Mercado:** vai além da Semi-Forte, dizendo que o valor atual reflete todas as informações, sejam elas públicas ou não.

O processo de Markov condiz com a “Forma Fraca de Eficiência de Mercado”.

### 3.3.2 O Processo de Wiener ou Movimento Browniano

O Processo de Wiener, também conhecido como Movimento Browniano, é um processo estocástico contínuo e é um caso particular do Processo de Markov.

São três as propriedades do processo de Wiener:

- i) Por ser um processo de Markov, o que se precisa para fazer uma previsão de valores futuros de uma variável é somente conhecer sua distribuição de probabilidades e seu valor atual;
- ii) A distribuição de probabilidades, em um intervalo de tempo, para as variações no processo não são afetadas por outro intervalo de tempo, ou seja, o processo possui incrementos independentes;

- iii) As mudanças no processo são normalmente distribuídas com uma variância que aumenta linearmente no processo com o intervalo de tempo.

Para se comprovar as propriedades do processo de Wiener, segue a abordagem feita por Dixit e Pindyck (1994), onde é feita a consideração que  $z(t)$  é um processo de Wiener e qualquer variação em  $z$  ( $\Delta z$ ), correspondente a um intervalo  $\Delta t$ , irá satisfazer as seguintes condições, conforme equação 3.4.

$$\Delta z = \tilde{\varepsilon}_t \sqrt{\Delta t} \quad (3.4)$$

Onde:

$\varepsilon_t \sim N(0, 1)$ , ou seja, uma variável aleatória com distribuição normal, média zero e desvio padrão 1.

A equação 3.4 satisfaz a primeira propriedade do processo de Wiener, onde somente conhecendo o valor atual de uma variável e sua distribuição de probabilidade é possível fazer uma previsão de valores futuros da mesma.

A equação 3.5 satisfaz a segunda propriedade do processo de Wiener, onde o processo possui incrementos independentes, ou seja, os valores de  $\Delta z$  para quaisquer intervalos de tempo  $\Delta t$  são independentes. A distribuição de probabilidades, em um intervalo de tempo, para as variações no processo não são afetadas por outro intervalo de tempo.

$$dx = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz \quad (3.5)$$

Onde:

$dz$ : Incremento de Wiener ( $dz = \varepsilon \sqrt{dt}$ );

$\alpha$ : Parâmetro de tendência (*drift*);

$\sigma$ : Parâmetro de variância.

O processo descrito pela equação 3.5 é um processo de Wiener generalizado, também conhecido como Movimento Browniano com tendência (*drift*) ou Movimento Aritmético Browniano (MAB). Neste processo, ambos os parâmetros  $\alpha$  e  $\sigma$  são constantes.

### 3.3.3 O Processo de Ito e o Movimento Geométrico Browniano

Se os parâmetros  $\alpha$  (*drift*) e  $\sigma$  (variância) da equação 3.5 que representam o Movimento Browniano variassem com o tempo, ou seja, não fossem constantes, teríamos uma generalização deste movimento, que é conhecida como Processo de Ito. O Processo de Ito é dado pela equação 3.6.

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \quad (3.6)$$

Onde  $dz$  continua sendo um incremento do Processo de Wiener e os parâmetros  $a(x, t)$  e  $b(x, t)$  são funções não aleatórias conhecidas. Estas funções são chamadas de taxa de crescimento esperado instantâneo e taxa de variância instantânea, respectivamente, do Processo de Ito e são funções do tempo e do estado atuais.

Um caso particular do Processo de Ito é o Movimento Geométrico Browniano (MGB). No MGB os parâmetros  $a(x, t)$  e  $b(x, t)$  do Processo de Ito são substituídos por  $\alpha$  e  $\sigma$ , respectivamente. Substituindo esses valores na equação 3.6 teremos a equação 3.7.

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz \quad (3.7)$$

Se a equação 3.7 do Movimento Geométrico Browniano for dividida por  $x$ , tem-se novamente um Movimento Aritmético Browniano, conforme mostrado na equação 3.8.



$$\frac{dx}{x} = \frac{\alpha x dt + \sigma x dz}{x}$$

$$\frac{dx}{x} = \alpha dt + \sigma dz$$

$$\frac{\Delta x}{x} = \alpha \Delta t + \sigma \Delta z \quad (3.8)$$

Como no Movimento Aritmético Browniano  $dx$  segue uma distribuição normal, com parâmetros  $N \sim (\alpha, \sigma)$ , as variações proporcionais de  $x$  ( $\Delta x / x$ ), também seguem uma distribuição normal, pois  $x$  ( $\Delta x / x$ ) segue um MAB. É importante notar que a derivada de  $\ln x$  é igual a  $1/x$ , conforme equação 3.9.

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x} dx = \frac{dx}{x} \quad (3.9)$$

A conclusão que se chega é que  $\log x$  tem distribuição normal, pois  $\Delta x/x$  é o incremento no  $\log$  de  $x$  e tem distribuição normal, no entanto, como  $\log x$  tem distribuição normal,  $x$  terá distribuição lognormal.

A conclusão de que  $x$  possui distribuição lognormal é fundamental à utilização do Movimento Geométrico Browniano para modelar o preço de ações, taxas de juros e diversas outras variáveis econômicas e financeiras. Assim como os preços de ações, por exemplo, não podem cair abaixo de zero, a distribuição lognormal não possui valores negativos.

Brandão *et al.* (2005a) comentam sobre o uso do MGB, que segundo estes autores é uma idéia relativamente simples, pois se o valor do projeto é assumido para seguir um MGB, então a estimativa deste valor em qualquer ponto no tempo segue uma distribuição lognormal.

Wang e Dyer (2010) criticam o uso do MGB, pois segundo estes autores, a suposição do MGB não pode ser uma boa aproximação à mudança no valor do projeto, porque implica em uma volatilidade constante, sendo que os fluxos de caixa do projeto podem ter diferentes volatilidades ao longo do período; a segunda crítica destes autores ao MGB está no fato do uso de uma única distribuição, a distribuição lognormal, ao longo do projeto. Segundo estes, na prática, os valores ao longo do projeto podem ter diferentes distribuições.

Já Noronha (2009) enfatiza uma restrição no uso do MGB, destacando que este processo pode divergir levando  $x(t)$  para o infinito e, assim, alguns modelos que seguem este processo estocástico podem não ser muito realistas.

A base do teorema proposto por Paul Samuelson, em 1965, é o MGB, segundo ele, a taxa de retorno de qualquer título seguirá um caminho aleatório seja qual for o padrão do fluxo de caixa que se espera que seja gerado, desde que os investidores tenham informações completas sobre esses fluxos de caixa (*apud* Copeland e Antikarov, 2001). Conclui-se, com este teorema, é que toda a informação sobre os fluxos de caixa futuro já está incorporada no preço corrente do título. Apenas os eventos aleatórios é que poderão fazer com o que o preço do título não varie conforme esperado.

A aplicabilidade deste teorema na estimativa de volatilidade é de grande utilidade, pois se apenas eventos aleatórios podem fazer com que haja desvio na trajetória dos preços, pode-se então combinar as demais incertezas, tais como: incertezas de preços, de demanda, de custos, em uma única incerteza, a volatilidade do projeto.

### **3.4 Abordagem Consolidada da Incerteza de Copeland e Antikarov**

*Pouco tem sido escrito sobre os problemas de estimativa de volatilidade, exceto (...) quanto ao fato de a volatilidade não ser o mesmo que a volatilidade de quaisquer das variáveis-insumo (como preço ou quantidade de produto), nem é igual à volatilidade do patrimônio da empresa. (COPELAND E ANTIKAROV, 2001)*

O trabalho desenvolvido por Copeland e Antikarov (2001) foi denominado Abordagem Consolidada da Incerteza, pois segundo os autores, o resultado final é uma única estimativa de incerteza, gerada por meio de diversas incertezas de entrada, tais como: preço, quantidade e custos variáveis. Esta incerteza final é denominada como sendo a variação percentual do valor presente do projeto ao longo do tempo, ou seja, o retorno do projeto.

Na abordagem apresentada, os autores se baseiam na suposição de que o valor presente dos fluxos de caixa do projeto sem flexibilidade, ou seja, sem a opção, é a melhor estimativa do valor de mercado do projeto. Com esta consideração, o valor presente dos fluxos de caixa do projeto sem as opções é considerado como seu preço de mercado, como se este fosse um ativo negociável. Este valor é utilizado como dado de entrada na árvore de eventos.

Fazendo uma analogia da Abordagem Consolidada da Incerteza com o mercado de ações, pode-se dizer que a soma do valor presente dos fluxos de caixa na data zero (valor do ativo) é o preço da ação na data zero, que é um valor conhecido. O preço futuro da ação, que é um valor desconhecido, pode ser comparado ao valor presente dos fluxos de caixa na data 1, que também é um valor desconhecido. Sendo assim, um investimento com opções reais pode ser avaliado como se fosse um ativo negociado no mercado, mesmo que este não seja cotado.

A base do trabalho de Copeland e Antikarov (2001) é o teorema de Paul Samuelson (1965), que prova que a taxa de retorno de um título segue um caminho aleatório, independente do padrão dos fluxos de caixa que são gerados no futuro, ou seja, o valor atual de um título já reflete todas as informações que estão contidas na seqüência histórica do mesmo. Esta afirmativa implica em dizer que qualquer desvio na trajetória do fluxo de caixa futuro será dado por eventos aleatórios e conseqüentemente os desvios da taxa de retorno também serão aleatórios. Desta forma, os investidores sempre receberão os retornos esperados e o valor da riqueza do projeto irá seguir, com volatilidade constante, de forma aleatória ao longo do tempo.

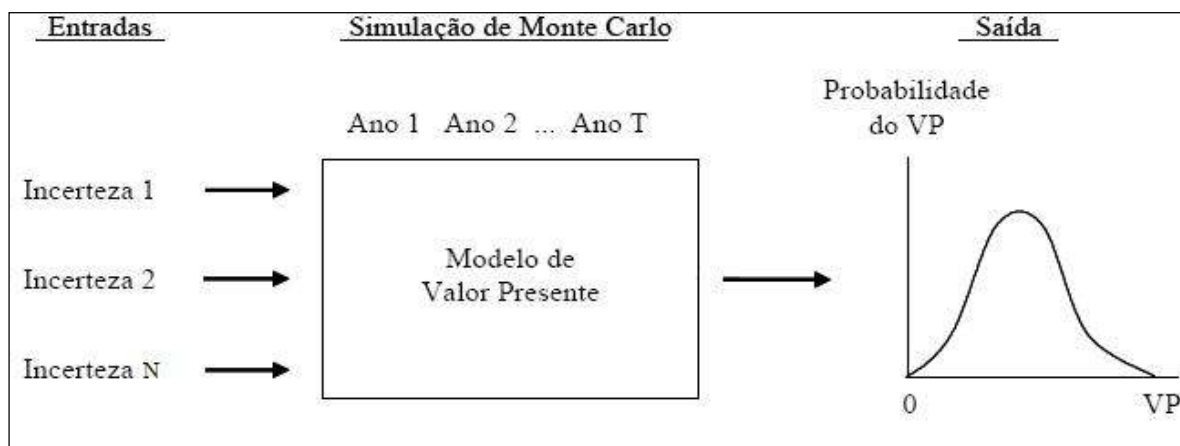
Com base nas idéias de Paul Samuelson, Copeland e Antikarov recorreram ao método de Monte Carlo para combinar diversas incertezas em uma única incerteza, a volatilidade da taxa de retorno.

Wang e Dyer (2010) comentam que o uso da Simulação de Monte Carlo por Copeland e Antikarov para a determinação de uma única incerteza, possibilita a manipulação de múltiplos fatores de incerteza simultaneamente, o que produz um modelo para o valor do projeto. No entanto, estes mesmos autores, comentam que existe um ponto fraco na abordagem proposta por

Copeland e Antikarov (2001), que é o fato da necessidade de assumir uma distribuição específica para o valor subjacente do projeto, ao longo de todo o período do mesmo.

A figura 3.1 ilustra o emprego do método de Monte Carlo, proposto por Copeland e Antikarov, para a construção da árvore de eventos. Os nós de decisão sobre a continuidade ou não de um projeto são colocados na árvore de eventos, portanto, é nesta etapa que é necessário o conhecimento da volatilidade do projeto.

Figura 3.1 – Emprego do método de Monte Carlo para construção da árvore de eventos.



Fonte: Copeland e Antikarov (2001)

No modelo apresentado na figura 3.1 podem ser inseridas várias incertezas, tais como: preços, demanda, custos, taxas de câmbio, etc... Utilizando programas como *Crystal Ball* ou *At Risk* este modelo pode ser executado em uma planilha, gerando uma estimativa do valor presente dos fluxos de caixa do projeto. Como resultado tem-se todas estas incertezas combinadas em uma única incerteza.

Com base no trabalho de Paul Samuelson (1965), que prova que a taxa de retorno de um título segue um caminho aleatório, Copeland e Antikarov (2001) utilizam a volatilidade da taxa de retorno como sendo a volatilidade do próprio projeto. Os valores obtidos na simulação podem ser convertidos em taxas de retorno por meio da equação 3.10.

$$PV_t = PV_0 e^{rt}$$

$$rt = \ln \frac{PV_t}{PV_0} \quad (3.10)$$

Onde:

$PV_t$ : Valor presente na data  $t$ ;

$PV_0$ : Valor presente na data zero;

$rt$ : Taxa de retorno.

O valor dos fluxos de caixa futuros é estimado para duas datas, um para a data zero e outro para a data 1. Como a taxa de retorno ao longo do tempo é constante, fazemos então  $t = 1$ . Deste modo, a variação percentual do valor do projeto de um período para o seguinte pode ser calculado por meio da seguinte proporção logarítmica, conforme equação 3.11.

$$z = \ln \frac{PV_1 + FCF_1}{PV_0} \quad (3.11)$$

Onde:

$PV_1$ : Valor presente do projeto na data 1;

$FCF_1$ : Fluxo de caixa livre na data 1;

$PV_0$ : Valor presente do projeto no início, data zero.

O valor presente do projeto na data zero e na data 1 pode ser calculado por meio das equações 3.12 e 3.13, respectivamente.

$$PV_0 = \sum_{t=0}^T \frac{FC_t}{(1 + WACC)^t} \quad (3.12)$$

$$PV_1 = \sum_{t=1}^T \frac{FC_t}{(1+WACC)^{t-1}} \quad (3.13)$$

A distribuição de probabilidades dos valores de “z” é obtida por meio da simulação de Monte Carlo, conforme modelo apresentado na figura 3.1. Durante a simulação mantêm-se o denominador da equação 3.11 ( $PV_0$ ) fixo, deixando variar o numerador da mesma equação. A volatilidade do projeto ( $\sigma$ ) então é definida como sendo o desvio-padrão de “z”, conforme equação 3.14.

$$\sigma = \text{desv.pad}(z) \quad (3.14)$$

Como Copeland e Antikarov tomaram como base para seu trabalho o mercado financeiro, fica claro o motivo de manter o valor presente na data zero ( $PV_0$ ) fixo durante a simulação de Monte Carlo. No mercado financeiro, na data zero, o valor de uma ação é conhecido; se este valor é conhecido, então não é necessário fazer nenhuma projeção, simulação ou se basear em dados históricos para conhecê-lo. Comparado ao mercado financeiro, o modelo proposto por Copeland e Antikarov (2001) também já conhece o valor de mercado do ativo na data zero, pois é assumido que o VPL do projeto é o preço de mercado do mesmo, logo não há necessidade de simulá-lo, ou seja, ele deve ser mantido fixo.

### 3.5 A Estimativa de Volatilidade de Herath e Park

*Na implementação dos modelos de opções reais, estimar o parâmetro de volatilidade para o ativo subjacente é muito difícil, pois os dados de mercado raramente são disponíveis. (HERATH & PARK, 2002)*

A estimativa de volatilidade apresentada por Herath e Park (2002), assim como, a estimativa de volatilidade apresentada por Copeland e Antikarov (2001), faz uma relação entre o fluxo de caixa na data 1 do projeto e o fluxo de caixa na data zero. Assim a taxa de retorno do projeto é obtida através do cálculo do logaritmo Neperiano da soma do fluxo de caixa na data 1 com o fluxo de caixa livre na data 1, divididos pelo fluxo de caixa na data zero. Por meio do método de Monte Carlo simulam-se as diversas incertezas, chegando-se a uma única incerteza, que será a volatilidade do projeto. As equações 3.15, 3.16 e 3.17 são apresentadas pelos autores para o cálculo da volatilidade.

$$\hat{k} = \ln\left(\frac{MV_1 + A_1}{MV_0}\right) \quad (3.15)$$

$$MV_1 = \sum_{t=2}^T \frac{A_t}{(1+k)^{t-1}} \quad (3.16)$$

$$MV_0 = \sum_{t=1}^T \frac{A_t}{(1+k)^t} \quad (3.17)$$

Onde:

$\hat{k}$ : Variável aleatória da taxa de retorno do investimento ( $\hat{k} \sim N(\mu_k, \sigma^2)$ );

$MV_1$ : Valor presente dos futuros fluxos de caixa na data 1;

$A_1$ : Fluxo de caixa da data 1;

$MV_0$ : Valor presente dos futuros fluxos de caixa na data zero;

$A_t$ : Fluxo de caixa da data t;

k: Taxa de retorno do investimento;

Comparando-se o método de estimativa de volatilidade apresentado por Herath e Park (2002) com o método de estimativa de volatilidade apresentado por Copeland e Antikarov (2001), podemos destacar algumas diferenças entre ambos, o quadro 3.1 destaca a simbologia usada em cada trabalho.

Quadro 3.1 – Comparativo entre a simbologia de Copeland e Antikarov (2001) e Herath e Park (2002)

Variáveis	Copeland e Antikarov (2001)	Herath e Park (2002)
Valor presente na data zero	$PV_0$	$MV_0$
Valor presente na data 1	$PV_1$	$MV_1$
Fluxo de caixa livre na data 1	$FCF_1$	$A_1$
Taxa de retorno	$RT$	$k$

Todavia, a grande diferença entre o método apresentado por Copeland e Antikarov (2001) e o método apresentado por Herath e Park (2002) está no tratamento do valor presente dos futuros fluxos de caixa na data zero, o qual é chamado de  $PV_0$  e  $MV_0$ , respectivamente pelos autores e é o denominador das equações 3.11 e 3.14. Durante a execução da simulação de Monte Carlo, enquanto Copeland e Antikarov mantêm o  $PV_0$  fixo, sem variar juntamente com as incertezas do projeto, variando somente o  $PV_1$ ; Herath e Park consideram, ambos, os valores presentes dos futuros fluxos de caixa na data zero e na data 1 como variáveis aleatórias independentes e que tanto um, quanto outro, devem variar juntamente com as incertezas do projeto durante a simulação de Monte Carlo. Esta importante diferença entre as duas abordagens vai gerar valores diferentes para a volatilidade do projeto.

O fato de Herath e Park decidirem variar, durante a simulação de Monte Carlo, o valor presente na data zero faz com que o modelo proposto pelos mesmos não siga um paralelo com a teoria das opções financeiras, onde, na data zero, o valor de uma ação já é conhecido, portanto não haveria necessidade de simulá-lo.

A simulação do valor presente na data zero ( $MV_0$ ) independente do valor presente na data 1 ( $MV_1$ ), conforme destacado por Brandão (2010) pode gerar uma superestimativa da



volatilidade, uma vez que, em ambas as partes da equação, são inseridos eventos aleatórios. No capítulo 5, onde será aplicada ao projeto sob estudo a abordagem de Herath e Park, poderá ser visto o valor da volatilidade calculado por este método comparado aos demais.

### **3.6 O Valor Presente Logarítmico Condicional de Brandão *et al.* e os Comentários de Smith**

*Como pode a volatilidade ser derivada na prática? Pode-se conjecturar que a fonte desta volatilidade estaria associada com as incertezas em alguns fatores subjacentes, tais como volumes de vendas, preços, custos, e ações do concorrente. (BRANDÃO et al., 2005)*

O artigo de Brandão, Dyer e Hahn - BDH (2005a), publicado no jornal *Decision Analysis*, sob o título “*Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems*”, propõe uma metodologia em três passos para a construção de uma árvore binomial e cálculo das opções reais. BDH utilizam nos dois primeiros passos idéias semelhantes às de Copeland e Antikarov (2001), se diferenciando destes autores apenas no terceiro passo.

Os autores destacam o uso do Movimento Geométrico Browniano, enfatizando que, para o uso da abordagem das opções reais, é necessário apenas conhecer três parâmetros do projeto sob estudo, sendo estes:

- i) A estimativa do valor presente do projeto;
- ii) A volatilidade dos retornos do projeto;
- iii) A taxa livre de risco.

Dos três parâmetros apresentados, a estimativa do valor presente do projeto pode ser obtida por meio de um Fluxo de Caixa Descontado; como taxa livre de risco pode ser utilizado um título do governo, por exemplo: os retornos da caderneta de poupança em determinado período; porém, a determinação da volatilidade não é tarefa tão simples como calcular um Fluxo de Caixa Descontado ou selecionar uma taxa livre de risco. Brandão *et al.* (2005a) ainda destaca que o uso da técnica de opções reais nas indústrias ficou limitado devido à complexidade matemática envolvida na mesma. Embora, como visto que a estimativa do valor presente do projeto e a taxa livre de risco podem ser obtidas de forma simples, a complexidade matemática destacada pelo autor, está então, mais associada à determinação da volatilidade dos retornos do projeto.

Smith (2005) publicou, também no *Decision Analysis*, um artigo comentando o trabalho de Brandão, Dyer e Hahn. Em sua publicação, Smith propõe uma alteração no passo dois da metodologia proposta por Brandão *et al.* Além desta alteração, Smith discute o uso do modelo de Estrutura Binomial versus o uso do modelo de Árvore Binomial na avaliação de problemas utilizando opções reais. Brandão *et al.* (2005b) absorvem a alteração no passo dois proposto por Smith, porém, quanto o uso de árvore ou estrutura binomial, os autores comentam:

*“Entendemos que a escolha entre estrutura e árvore binomial é essencialmente uma simples preferência de modelagem. (...) No entanto, embora Smith e outros possam preferir o uso de estruturas (...), nós antecipamos que a maioria dos membros da comunidade de análises de decisão pode preferir trabalhar no formato de árvore binomial.”* (BRANDÃO *et al.*, 2005b)

O primeiro passo da metodologia proposta por BDH consiste no cálculo do VPL do projeto, sem ainda abordar as flexibilidades gerenciais, ou seja, as opções do projeto, o qual os autores chamam de  $\bar{V}_0$ . O  $\bar{V}_0$  é calculado usando uma taxa de desconto ajustada ao risco, denominada  $\mu$ . O valor presente do projeto em qualquer período pode ser calculado através da equação 3.18.

$$\bar{V}_t = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{C}_i}{(1+\mu)^{i-t}} \quad (3.18)$$

Onde:

$\bar{V}_t$ : Valor presente do projeto na data  $t$ ;

$\bar{C}_i$ : Fluxo de caixa nas diversas datas do projeto;

$\mu$ : Taxa de desconto ajustada ao risco.

No cálculo do valor presente do projeto nas diferentes datas, podemos perceber que o VPL do projeto irá diminuir em cada período de tempo de acordo com aumento de  $t$ , se os fluxos de caixa são positivos. (BRANDÃO *et al.*, 2005a)

Assim como Copeland e Antikarov, BDH assumem que o VPL, sem opções, é a melhor alternativa para o preço de mercado do projeto, já que o ativo em questão não é negociado no mercado. Esta hipótese é também conhecida como Negativa do Ativo Negociado (*Market Asset Disclaimer* – MAD). Assumindo que o mercado é eficiente, adquirindo o projeto a este preço garante-se um VPL igual a zero, e o retorno esperado do projeto será exatamente o mesmo que a taxa de desconto ajustada ao risco  $\mu$ . (BRANDÃO *et al.*, 2005a). Wang e Dyer (2010) corroboram com esta hipótese ao destacarem que uma maneira de superar o obstáculo de não se possuir um preço de mercado para o ativo subjacente, é o uso do MAD.

No exemplo apresentado, os autores destacam a importância da taxa de dividendos ( $\delta$ ) no projeto, que é calculada como uma proporção fixa do valor do projeto em cada período, conforme equação 3.19.

$$\delta_i = \frac{\bar{C}_i}{\bar{V}_i} \quad (3.19)$$

Onde:

$\delta_i$ : Taxa de dividendos;

$\bar{C}_i$  : Fluxo de caixa na data  $i$ ;

$\bar{V}_i$  : Valor presente do projeto na data  $i$ .

Na construção da árvore binomial, ainda sem incorporar as opções, a cada período do projeto, o valor dos dividendos é subtraído do valor esperado do projeto para aquele período. No último período a taxa de dividendos é igual a 1, pois no exemplo mostrado, os autores consideram que o projeto, ao final, não possui valor residual.

A estimativa da volatilidade, ainda sem as opções, é calculada no segundo passo. Usando as diversas incertezas chaves do projeto, é feita uma simulação de Monte Carlo, que fornece novos valores de fluxo de caixa ( $c_i$ ). Com os novos valores de fluxo de caixa simulados por Monte Carlo, é calculado um novo valor de projeto na data 1, denominado  $V_1$ . Então, por meio do cálculo do logaritmo Neperiano da relação do valor do projeto na data 1 ( $V_1$ ) e o valor do projeto na data zero ( $\bar{V}_0$ ) é calculada uma variável aleatória, denominada  $z$ , conforme equação 3.20.

$$z = \ln \frac{V_1}{\bar{V}_0} \quad (3.20)$$

A média de “ $z$ ” é a média da distribuição dos retornos do projeto, entre as datas zero e 1 e o seu desvio padrão é denominado “ $s$ ”, conforme equação 3.21.

$$s = \text{desv. pad}(z) \quad (3.21)$$

A volatilidade do projeto ( $\sigma$ ) é calculada por meio da equação 3.22 e é definida como sendo uma porcentagem anualizada do desvio padrão “ $s$ ” do retorno do projeto.

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\Delta t}} \quad \text{Para projetos onde o período de tempo entre } V_1 \text{ e } V_0 \text{ é um ano, } \sigma = s. \quad (3.22)$$

Smith (2005) propõe uma alteração no cálculo da volatilidade apresentado por Brandão *et al.* (2005a), segundo ele o modelo apresentado por estes superestima o cálculo da volatilidade. Brandão, Dyer e Hahn publicam um artigo respondendo aos comentários de Smith e incorporam a alteração proposta por este. Smith (2005) comenta que não entende a recomendação em se calcular a volatilidade com base no valor presente do período 1, gerado na simulação de Monte Carlo, e o valor presente no período zero, calculado no passo 1, proposto por Copeland e Antikarov (2001) e seguido por Brandão *et al.* (2005a).

A alteração feita no modelo de cálculo da volatilidade consiste em considerar somente o fluxo de caixa no período 1 como estocástico, os fluxos de caixa dos demais períodos são calculados como valores esperados condicionais sobre os resultados do fluxo de caixa no período 1. Esta proposta para o cálculo da volatilidade é apresentada na equação 3.23.

$$z = \ln \left( \frac{C_1 + PV_1(E_1(C_2, \dots, E_1(C_n) | C_1))}{\bar{V}_0} \right) \quad (3.23)$$

No exemplo apresentado por Brandão *et al.* (2005a), utilizando a equação 3.20, foi calculado uma volatilidade de 46,6% e utilizando a equação 3.23, para o mesmo exemplo, a volatilidade foi de 27,9%. Percebe-se a diferença de 18,7 pontos percentuais entre o cálculo da volatilidade considerando todos os fluxos de caixa como sendo estocásticos e o cálculo da volatilidade considerando apenas o fluxo de caixa do primeiro período como sendo estocástico. Segundo Brandão *et al.* (2005b), utilizando a equação 3.23 é capturada apenas a variabilidade no valor presente do período 1, que é devido à incerteza resolvida até esse ponto, desta forma, uma melhor estimativa para a volatilidade do valor do projeto é então obtida. A equação 3.19 captura a incerteza dos fluxos de caixa de todos os períodos, o que torna a volatilidade superior ao se capturar apenas a incerteza contida no fluxo de caixa do primeiro período.

No passo três, diferentemente de Smith, que nesta etapa propõe a construção de uma estrutura binomial; BDH propõem a construção de uma árvore binomial. Ainda sem incorporar as

opções, os VPL esperados são calculados usando uma probabilidade de risco neutro e uma taxa de desconto livre de risco.

Comparando o método apresentado por BDH com o método apresentado por Herath & Park pode-se notar duas grandes diferenças entre ambos:

- i) Herath & Park consideram ambos os fluxos de caixa no período zero e no período 1 como variáveis aleatórias independentes e que, tanto uma, quanto outra, deve variar na simulação de Monte Carlo, enquanto BDH consideram apenas o fluxo de caixa do período 1 variável;
- ii) No método de determinação da volatilidade, BDH consideram apenas o fluxo de caixa do primeiro período como sendo estocástico, e os fluxos de caixa dos demais períodos como sendo dependentes do fluxo de caixa do primeiro período, Herath & Park consideram todos os fluxos de caixa, de todos os períodos, como sendo estocásticos.

### 3.7 Abordagens mais simples de determinação da volatilidade

Um método simples de cálculo de volatilidade, que não utiliza simulação, é feito por meio do cálculo do desvio padrão do logaritmo natural de uma série de fluxos de caixa futuros, que são transformados em retorno relativo. Apesar da simplicidade, este modelo não pode ser usado quando se tem fluxos de caixa negativos e também poderá ocorrer uma superestimativa da volatilidade quando há um número pequeno de períodos. A equação 3.24 ilustra este método.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left( x_i - \bar{x} \right)^2} \quad 3.24$$

Uma outra abordagem para determinação da volatilidade, de forma aproximada, é o uso da volatilidade implícita setorial, ou seja, adota-se a volatilidade de empresas de um mesmo setor de atividade econômica como sendo a volatilidade dos ativos da empresa que se deseja avaliar. Usando esta abordagem, Pereira e Securato (2004) avaliaram empresas do setor de energia elétrica no Brasil, com um estudo empírico compreendendo o período de janeiro a agosto de 2003.

Outra aproximação para a determinação da volatilidade é o uso da volatilidade das ações da empresa como sendo a volatilidade de seus ativos. Esta situação, segundo Pereira e Securato (2004), não pode ser admitida, pois a volatilidade das ações representa a volatilidade do valor de propriedade da empresa e, o valor de propriedade da empresa é representado por seus ativos, valor de dívidas e de outros fatores. Sendo assim, quando se utiliza a volatilidade das ações como estimativa da volatilidade dos ativos está-se considerando a volatilidade de mais variáveis e não apenas dos ativos.

### 3.7.1 Um exemplo

Adaptado de Park (2007), o exemplo abaixo ilustra uma forma simples de cálculo da volatilidade que não usa simulação.

Uma empresa tem a opção de “comprar” um projeto por US\$200 milhões em um ano, ela somente efetuará a compra se o valor do projeto for maior que US\$200 milhões após um ano. A taxa livre de risco considerada é de 6%. Com os dados acima, têm-se uma opção de compra com preço de exercício de US\$200 milhões e data de vencimento (*maturity*) de um ano.

Para calcular o valor desta opção tanto no modelo Black-Scholes, quanto no modelo Binomial, é necessário conhecer o valor presente ( $VP_0$ ) e também a volatilidade do projeto. Conforme mostrado na figura 2.1, o valor presente do projeto, no cálculo de opções reais, é semelhante ao valor do ativo subjacente que é usado no cálculo de uma opção financeira. Para calcular o valor presente do projeto, serão considerados os seguintes cenários, apresentados na tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Cenários

Cenário	Fluxos de caixa futuro (MUS\$)			VP no ano 1	Probabilidade
	Ano 2	Ano 3	Ano 4		
Bom	250	250	250	621.71	25%
Moderado	100	100	100	248.69	30%
Ruim	35	35	35	87.03	45%

Fonte: Adaptado de Park 2007

Para calcular o valor presente do ano 1 foi considerada uma Taxa de Desconto Adequada ao Risco de 10%.

Considerando as probabilidades de ocorrência de cada cenário e utilizando a Taxa de Desconto Adequada ao Risco de 10%, chega-se a um valor presente na data zero ( $VP_0$ ) de US\$ 244.3 milhões.

O cálculo da volatilidade será feito considerando a taxa de retorno de cada cenário com suas respectivas probabilidades, conforme tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Retorno de cada cenário

Cenário	VP no ano zero	VP no ano 1	Retorno
Bom		621.71	154,03%
Moderado	244.73	248.69	1,62%
Ruim		87.03	-64,44

Fonte: Adaptado de Park (2007)

Com os dados da tabela 3.3, pode-se calcular o valor esperado do retorno:

$$E(R) = 0,25 \cdot 1,5403 + 0,30 \cdot 0,0162 + 0,45 \cdot (-0,6444) = 0,10 = 10\%$$

Calculando-se a variância do retorno, chega-se ao desvio padrão ( $\sigma$ ), que é a volatilidade da taxa de retorno do projeto;



$$\sigma^2 = 0,25 \cdot (1,5403 - 0,10)^2 + 0,30 \cdot (0,0162 - 0,10)^2 + 0,45 \cdot (-0,6444 - 0,10)^2$$

$$\sigma^2 = 0,77, \text{ logo:}$$

$$\sigma = 0,8775 = 87,75 \%$$

A volatilidade calculada, 87,75%, poderá ser usada, por exemplo, para o cálculo do valor que a empresa deverá pagar na data zero, ou seja, o valor da opção de compra, para adquirir o projeto daqui a um ano.

### **3.8 APLICAÇÕES PRÁTICAS DE CÁLCULO DE VOLATILIDADE NA ÁREA INDUSTRIAL**

De forma mais detalhada, serão relatadas duas aplicações práticas do cálculo de volatilidade, por meio do uso de opções reais, para avaliação de projetos na área industrial. No primeiro trabalho, o autor, Albuquerque (2005), utiliza a abordagem de Copeland e Antikarov (2001) para o cálculo das opções e conseqüentemente o cálculo da volatilidade; no segundo trabalho, a autora, Noronha (2009), utiliza a abordagem de Brandão *et al.* (2005).

#### **3.8.1 Aplicação da Teoria de Opções Reais na Análise de Viabilidade Econômica de um Projeto: O Caso Aracruz Celulose S.A.**

O tema do trabalho de Albuquerque (2005) é um estudo de caso, onde é aplicada a Teoria das Opções Reais no projeto de construção de uma nova unidade industrial.

O objeto de estudo foi um novo empreendimento da empresa Aracruz Celulose, onde havia a possibilidade de investimentos na ordem de um bilhão de Reais na expansão florestal e na capacidade de produção de celulose. O projeto consiste em:

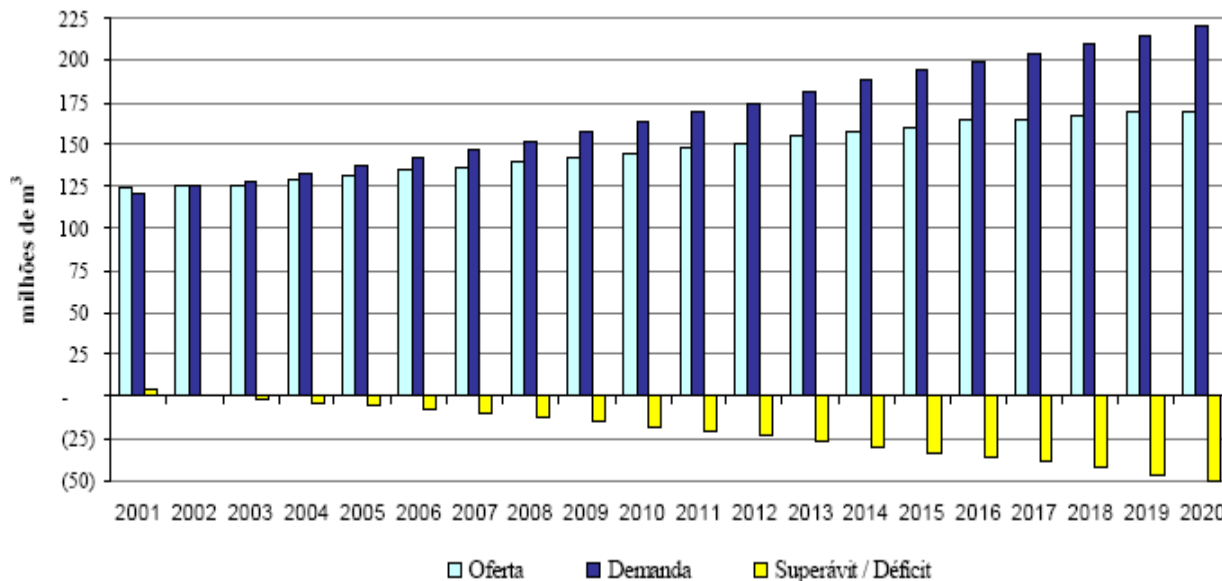
- Aquisição e plantio de florestas para atender a capacidade de produção, o que irá ocorrer ao longo dos primeiros cinco anos, com investimentos da ordem de 200 milhões de Reais.

- Construção de uma nova fábrica com capacidade de produção de 900 mil toneladas anuais, que irá ocorrer nos últimos dois anos, perfazendo um total de sete anos, desde o início do projeto.

A Aracruz possui a opção de, até a data da construção da nova linha de produção, dar continuidade ou abandonar o investimento realizado na aquisição das florestas. Se a empresa decidir abandonar o projeto, ela poderá alienar as florestas para terceiros, o que caracteriza uma opção de venda americana, com prazo de exercício de cinco anos.

O autor destaca a escassez de madeira, a qual chama de “apagão florestal”, que poderá ocorrer no Brasil e no mundo nos próximos anos. No Brasil, o autor apresenta um gráfico com o balanço entre a oferta e demanda de pinus (figura 3.2) e, coloca que o “apagão florestal” poderá ocorrer devido a fatores principalmente ligados a política florestal e a legislação tipicamente ambientalista. Estes fatores contribuem para o aumento da incerteza quanto às perspectivas futuras do setor.

Figura 3.2 – Balanço entre a oferta e demanda de Pinus e Eucalipto no Brasil



Fonte: Albuquerque (2005)

Albuquerque utiliza o processo de avaliação de opções em quatro etapas, sugerido por Copeland e Antikarov (2001), onde: a primeira etapa consiste no cálculo do VPL do projeto com o emprego das técnicas tradicionais; a segunda etapa consiste na construção de uma árvore de eventos, expandindo o modelo de avaliação apresentado na primeira etapa; a etapa três consiste na incorporação da flexibilidade gerencial, por meio da construção de uma árvore de decisões e, finalmente, na etapa quatro, é avaliado o retorno da árvore de decisões, onde é obtido o valor do VPL expandido do projeto. Na etapa dois já se faz necessário conhecer a volatilidade do projeto para ser construída a árvore de eventos.

O preço internacional da celulose de eucalipto, o preço de compra de madeira de eucalipto e a taxa de câmbio projetada foram as diversas incertezas combinadas para calcular o desvio padrão da taxa de retorno do projeto ( $z$ ). Realizando 50.000 iterações em uma simulação de Monte Carlo, o autor chegou ao valor de 14,35 %, o qual foi utilizado como volatilidade para a construção da árvore de eventos, apresentada na figura 3.3.

Figura 3.3 – Árvore Binomial de eventos

(Valores em US\$ milhões)

Ano	2005	2006	2007	2008	2009
% FCF / VP		-38,60%	-25,36%	-10,04%	-8,12%
					256,9
				205,8	
			162,0		192,8
		112,0		154,5	
	70,0		121,6		144,7
		84,0		115,9	
			91,3		108,6
				87,0	
					81,5

Fonte: Albuquerque (2005)

Depois de construída a árvore de eventos, foi construída também a árvore de decisões, onde os valores sem flexibilidade são substituídos por valores que incorporam a flexibilidade, ou seja, a opção de abandono. Nesta etapa o autor utilizou uma taxa livre de risco ( $R_f$ ) de 8,93%. O cálculo das probabilidades neutras em relação ao risco de movimento ascendente e descendente foi feito de acordo com Copeland e Antikarov (2001), conforme expressão 3.25.

$$p_u = \left[ \frac{\exp(R_f \cdot t / n) - d}{(u - d)} \right] \tag{3.25}$$

Onde:

$$p_d = 1 - p_u$$

Chegando-se aos seguintes valores:

Probabilidade ascendente ( $p_u$ ) = 78,86 %

Probabilidade descendente ( $p_d$ ) = 21,14%

A quarta etapa foi o cálculo do valor da opção real e do VPL expandido do projeto, chegando-se aos resultados apresentados na tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Cálculo do Valor da Opção e Real e VPL Expandido do Projeto

**(Valores em US\$ milhões)**

<b>Valor Presente sem Flexibilidade</b>	<b>(a)</b>	<b>70,0</b>
<b>Valor Presente com Flexibilidade</b>	<b>(b)</b>	<b><u>73,3</u></b>
<b>Valor da Opção Real</b>	<b>c = (a)-(b)</b>	<b>3,3</b>
<b>Valor Presente Líquido Tradicional</b>	<b>(d)</b>	<b>20,0</b>
<b>Valor Presente Líquido Expandido</b>	<b>(e) = (c)+(d)</b>	<b>23,3</b>
<b>% Valor Opção / VPL Tradicional</b>	<b>(c)/(d)</b>	<b>16,3%</b>

Fonte: Albuquerque (2005)

O autor conclui enfatizando o aumento considerável de 16,3% (conforme tabela 3.4) do valor inicial estimado do projeto, por meio da incorporação da flexibilidade dada pela opção de abandono.

Utilizando a abordagem proposta por Copeland e Antikarov (2001), percebe-se, neste trabalho, que o autor pôde combinar três incertezas: preço internacional da celulose de eucalipto, preço de compra de madeira de eucalipto e a taxa de câmbio projetada para a determinação da volatilidade do projeto, que foi calculada por meio de uma simulação de Monte Carlo, utilizando o programa *At Risk*.

### **3.8.2 Opções Reais Aplicadas a Gestão do Processo de Desenvolvimento de Produto em uma Indústria de Autopeças**

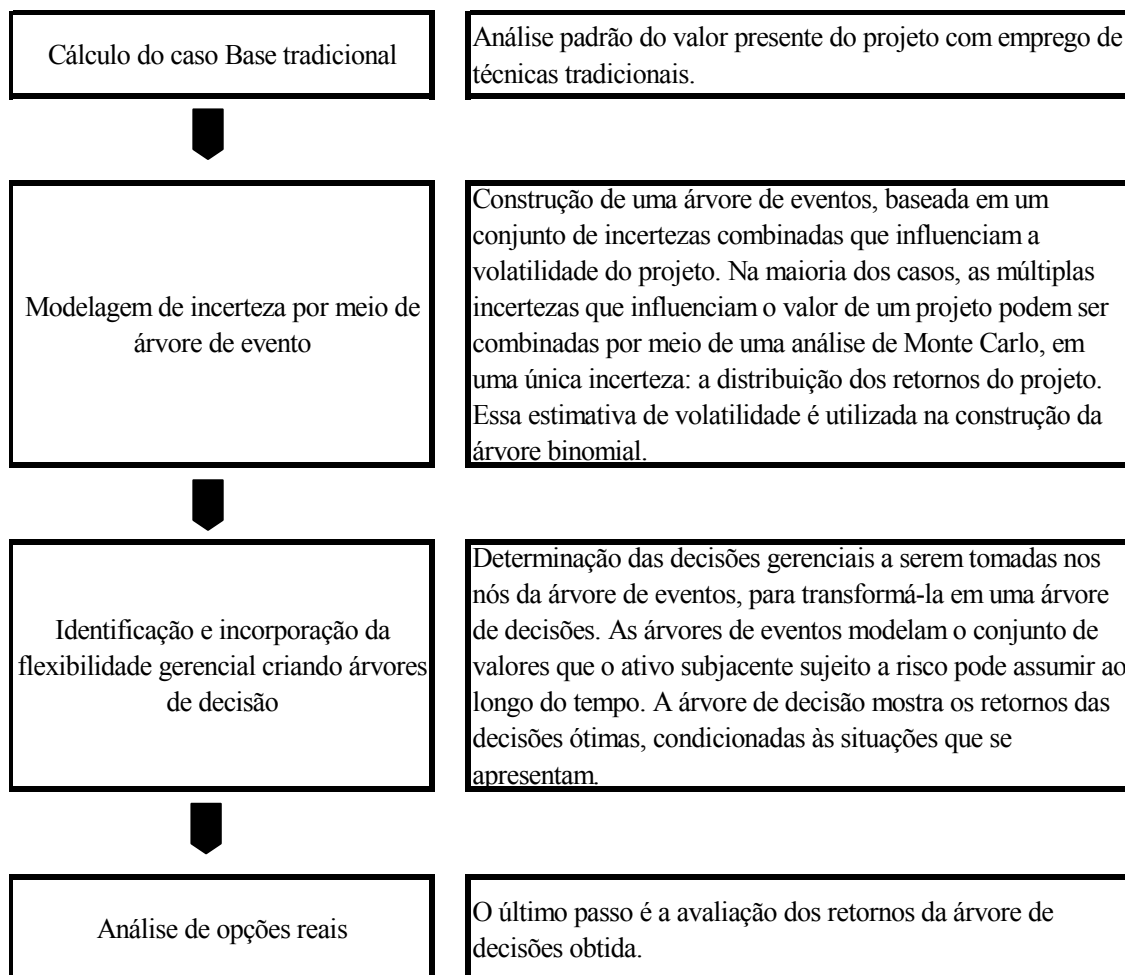
O trabalho de dissertação de Noronha (2009) é uma pesquisa-ação que trata do processo de P&D em uma indústria de autopeças.

O objeto de estudo é o desenvolvimento de um conjunto de anéis de pistão em uma das unidades da empresa Mahle, localizada em Itajubá, Minas Gerais.

O processo de avaliação de opções adotado por Noronha (2009) possui quatro etapas, semelhante ao adotado por Albuquerque (2005), porém a autora, para o cálculo da volatilidade do projeto utiliza a abordagem proposta por Brandão *et al.* (2005b).

As etapas utilizadas pela autora foram adaptadas do trabalho de Miranda (2005) e são mostradas na figura 3.4.

Figura 3.4 - Passos do processo de avaliação das opções reais



Fonte: Miranda (2005)

Resumidamente, no quadro 3.2, Noronha apresenta os quatro ciclos, os quais a Pesquisa-ação seguiu.

Quadro 3.2 - Ciclos resumidos da Pesquisa-ação

<b>1º Ciclo</b>	Levantamento de dados para avaliação tradicional. Definição dos métodos tradicionais a serem utilizados. Desenvolvimento dos fluxos caixa, cálculo de VPL e TIR.
<b>2º Ciclo</b>	Levantamento de dados para cálculo da volatilidade da demanda. Análise de Monte Carlo. Definição do método binomial como sendo o mais compatível para cálculo das opções. Cálculo da Teoria das Opções Reais, incorporando incertezas relativas à demanda.
<b>3º Ciclo</b>	Levantamento de dados para cálculo da incerteza do câmbio Euro x Dólar, que irá compor com a demanda a volatilidade do projeto. Análise de Monte Carlo. Cálculo da Teoria das Opções Reais, incorporando incertezas relativas à demanda e ao câmbio.
<b>4º Ciclo</b>	Levantamento de dados históricos para cálculo da volatilidade do câmbio Euro x Dólar. Análise de Monte Carlo. Cálculo da Teoria das Opções Reais, consolidando os cálculos de incertezas, utilizando o Movimento Geométrico Browniano.

Fonte: Noronha (2009)

A volatilidade utilizada pela autora foi calculada, conforme 3º ciclo apresentado no quadro 4.1.

A variável estocástica escolhida como dado de entrada da simulação de Monte Carlo foi a cotação Dólar-Euro no período de janeiro de 2004 a abril de 2009. Nesta série histórica foi aplicado pela autora o teste para raiz unitária de Dickey-Fuller, realizado por meio de uma regressão linear simples entre o logaritmo natural da variação das cotações Dólar-Euro em relação ao logaritmo natural de sua cotação atual, dado pela equação 3.29 (DIAS, 2005).

$$\ln(X_t) - \ln(X_{t-1}) = a + (b - 1)\ln(X_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (3.29)$$

Onde:

a e b: Coeficientes da reta de regressão;

$\varepsilon_t$ : Erro da previsão de retorno (relacionado à volatilidade).

Ao aplicar o teste de Dickey-Fuller, o objetivo foi verificar se as cotações seguiam ou não o MGB. Se as cotações seguissem o MGB, a inclinação (b-1) da reta de regressão deveria ser próxima de zero, pois as variações da cotação não iriam depender do valor atual. A hipótese alternativa é que a série histórica deveria representar um movimento de reversão à média, onde a inclinação da reta de regressão seria negativa.

O resultado encontrado foi de uma inclinação praticamente igual a zero ( $b-1 = -0,00076$ ), com a hipótese do MGB não rejeitada.

Para a taxa livre de risco, Noronha utilizou a série histórica mensal, do período de 2003 a 2008, do CDI. O valor encontrado para a taxa livre de risco (discreta), já descontando 20 % de imposto de renda e a inflação (IGPDI) do período, foi de 5,81%. A taxa livre de risco (contínua) foi calculada pela equação 3.30, chegando-se ao valor de 5,65%.

$$\text{Taxa livre (contínua)} = \ln(1 + \text{taxa livre (discreta)}) \quad (3.30)$$

Os parâmetros do MGB que representam a cotação Dólar-Euro, utilizados na simulação de Monte Carlo, são mostrados na tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Parâmetros da modelagem estocástica da cotação dólar-euro

Taxa drift anual (discreta) - $\alpha$	-1.89%
Taxa drift anual (contínua) - $\mu = \ln(1 + \alpha)$	-1.91%
Média ( $v = \mu + \sigma^2 / 2$ )	-2.49
Volatilidade ( $\sigma$ )	10.72%

Fonte: Noronha (2009)

Com os dados da tabela 3.3 foi calculada a volatilidade do projeto. Conforme proposto por Brandão, Dyer e Hahn (2005), a autora considerou apenas o fluxo de caixa do primeiro ano como sendo estocástico e os fluxos dos períodos seguintes foram calculados por seu valor esperado em  $t = 1$ , condicionados à realização do fluxo de caixa do primeiro ano. A cotação



Dólar-Euro no ano 1 foi dada pela equação 3.31 e para os anos 2 a 5, como os fluxos de caixa não foram considerados estocásticos, a cotação Dólar-Euro foi calculada pela equação 3.32.

$$X_1 = X_0 \cdot e^{Normal(\nu, \sigma)} \quad (3.31)$$

$$X_{t+1} = X_t(1 + \alpha) \quad (3.32)$$

Onde:

$X_1$ : Cotação Dólar-Euro no ano 1;

$X_0$ : Cotação Dólar-Euro no ano zero;

$\alpha$ : Taxa *drift* annual (discreta).

Realizando 10.000 iterações na Simulação de Monte Carlo, a autora obteve um desvio padrão, que corresponde à volatilidade do projeto, de 22,55 %.

O trabalho de Noronha (2009) se diferencia do trabalho de Albuquerque (2005), no que diz respeito ao cálculo da volatilidade, uma vez que ao considerar estocástico apenas o fluxo do primeiro período, conforme proposto por Brandão *et al.* (2005), os fluxos de caixa dos demais períodos ficam dependentes deste primeiro; tal fato não ocorreu no trabalho de Albuquerque.

## 4 Proposta de uma Nova Sistemática

### 4.1 Abordagem da Estimativa da Volatilidade por meio da Dependência entre $VP_0$ e $VP_1$

Assumindo algumas propostas dos autores discorridos anteriormente: Copeland e Antikarov (2001), Herath e Park (2002) e Brandão *et al.* (2005) e, propondo algumas mudanças nos modelos dos mesmos, neste capítulo é apresentada uma nova sistemática para a determinação da volatilidade. Ao final do estudo, esta sistemática proposta será comparada, por meio de um caso real, com as demais abordagens.

As propostas dos autores discorridos anteriormente que serão absorvidas por esta nova sistemática são as seguintes:

- i) A Negativa do Ativo Negociado (*Market Asset Disclaimer – MAD*), que assume que o VPL, sem opções, é a melhor alternativa para o preço de mercado do projeto. Isto garante que o retorno esperado do projeto será exatamente o mesmo que a taxa de desconto ajustada ao risco, desde que o mercado seja eficiente, garantindo-se assim um VPL igual a zero.
- ii) O valor presente do projeto na data 1, o fluxo de caixa na data 1 e o valor presente do projeto na data zero serão utilizados como parâmetros de entrada para o cálculo da volatilidade.
- iii) O uso da simulação de Monte Carlo para combinar as diversas incertezas do projeto em uma única incerteza, a volatilidade do projeto.

Esta nova sistemática propõe, no entanto, uma nova abordagem no tratamento do valor presente do projeto na data zero durante a simulação de Monte Carlo. Copeland e Antikarov (2001) tratam o valor presente do projeto na data zero ( $PV_0$ ) como sendo fixo, ou seja, o mesmo

não varia durante a simulação; Herath e Park (2002) propõem variar o valor presente na data zero, o qual os autores chamam de  $(MV_0)$ , durante a simulação de Monte Carlo, porém de forma independente do valor presente do projeto na data 1 e do fluxo de caixa na data 1. Estas duas abordagens vão resultar em valores diferenciados da volatilidade.

Nesta nova sistemática, entende-se que o valor presente do projeto na data zero, o qual é denominado  $VP_0$ , deve variar, juntamente com o valor presente do projeto na data 1 ( $VP_1$ ), porém de forma dependente um do outro. Uma vez que o valor presente do projeto na data zero ( $VP_0$ ) depende do valor presente do projeto em todas as datas futuras, e a data 1 é uma destas datas futuras, ambos,  $VP_0$  e  $VP_1$ , devem variar de forma dependente durante a simulação de Monte Carlo.

As equações 4.1, 4.2 e 4.3 apresentadas para o cálculo desta nova sistemática são semelhantes às apresentadas por Copeland e Antikarov (2001) e por Herath e Park (2002).

$$z = \ln \frac{VP_1 + FCL_1}{VP_0} \quad (4.1)$$

$$VP_0 = \sum_{t=0}^T \frac{FC_t}{(1+r)^t} \quad (4.2)$$

$$VP_1 = \sum_{t=1}^T \frac{FC_t}{(1+r)^{t-1}} \quad (4.3)$$

Onde:

$VP_0$ : Valor presente do projeto na data zero;

$FCL_1$ : Fluxo de caixa livre na data 1;

$VP_1$ : Valor presente do projeto na data 1;

$r$ : Taxa de desconto adequada ao risco.

Calculado o valor presente do projeto na data zero ( $VP_0$ ) e o valor presente do projeto na data 1 ( $VP_1$ ), conforme equações 4.2 e 4.3, respectivamente, usam-se estes dois parâmetros como dados de entrada da equação 4.1, onde, através da simulação de Monte Carlo, é obtida a distribuição de probabilidades dos valores de “z”.

Com o programa *Crystal Ball* como um suplemento do programa *Excel*, cria-se uma coluna com os dados das incertezas que serão usadas como variáveis aleatórias durante a simulação. Essas variáveis serão usadas no cálculo do  $VP_1$ , do  $FCL_1$  e do  $VP_0$ . Diferentemente de método de Herath e Park (2002), aqui é necessário apenas uma coluna com os dados das incertezas, pois, no referido método, por ser independente a simulação, são necessárias duas colunas idênticas. Clicando no ícone de definição de hipótese, escolhe-se a distribuição de probabilidades, selecionando-se a distribuição logarítmica normal. Assim é realizada a simulação.

As equações 4.1, 4.2 e 4.3 podem ser inseridas diretamente no *Excel*, obtendo-se assim, ao final da simulação o valor da volatilidade.

Variando-se o numerador e o denominador da equação 4.1 de forma dependente um do outro, de acordo com as incertezas consideradas no projeto, encontra-se a volatilidade do projeto ( $\sigma$ ), que é definida como sendo o desvio-padrão de “z”, conforme equação 4.4.

$$\sigma = \text{desvpad}(z) \quad (4.4)$$

Apesar da proposta desta nova sistemática de variar também, durante a simulação de Monte Carlo, o valor presente na data zero, inserindo eventos aleatórios em ambas as partes da equação 4.1, espera-se não superestimar a volatilidade, pois a simulação dos parâmetros da referida equação ocorre de forma dependente. Assim sendo uma variação ocorrida em  $VP_1$  é acompanhada por uma variação ocorrida em  $VP_0$ .

## 5 SIMULAÇÃO

Neste capítulo será ilustrada a aplicação das abordagens de estimativa da volatilidade de Copeland & Antikarov (2001), Herath e Park (2002) e a nova abordagem proposta por este trabalho por meio da simulação de um projeto real de uma indústria de transformação. Neste projeto serão aplicadas as diversas abordagens citadas e os resultados das mesmas serão comparados entre si.

### 5.1 Descrição da unidade sob estudo

O objeto de estudo deste trabalho é construção de uma nova unidade fabril da Guardian do Brasil Vidros Planos Ltda., localizada em Porto Real, Rio de Janeiro.

A Guardian é uma empresa multinacional que atua no setor de vidros, no setor automotivo e no setor de construção civil. Com sede nos EUA, a empresa é líder mundial na fabricação de espelhos e um dos maiores fabricantes de vidros planos.

De propriedade da família Davidson, a Guardian é uma empresa de capital fechado. Seu fundador William Davidson começou com uma pequena fábrica de pára-brisas na cidade de Detroit, no ano de 1932.

Hoje, entre fábricas e centros de distribuição, as indústrias Guardian possuem unidades espalhadas por todos os continentes, além de dois centros de pesquisa, sendo um localizado na cidade de Alburn Hills, sede da empresa e outro na cidade de Luxemburgo, em Luxemburgo.

A capacidade nominal de produção de vidro *flotado* da empresa é da ordem de 6,6 milhões de toneladas anuais.

No Brasil, a fabricante de vidros planos, iniciou suas atividades em 1997 com um centro de distribuição na cidade de Guarulhos, no estado de São Paulo. Hoje são duas fábricas, sendo que na fábrica de Porto Real – RJ estão instaladas duas plantas e uma terceira planta está em fase de projeto.

As diversas abordagens de estimativa de volatilidade já descritas serão simuladas no projeto de construção desta nova unidade, que está em fase de projeto, para produção de vidros especiais. O projeto em análise será chamado de projeto X.

A escolha deste objeto de estudo se justifica, no presente trabalho, não somente pela relevância da flexibilidade da variedade de produtos que poderão ser comercializados por esta nova unidade, bem como pela liderança mundial da empresa no setor vidreiro, o que pressupõe uma gestão econômico-financeira como atividade estratégica.

## 5.2 O Projeto

Um investimento em uma nova unidade de uma empresa deve ser analisado de forma sistemática e detalhada, não somente para decidir quando o investimento deverá ser realizado, como também inserir na análise as flexibilidades necessárias que a empresa irá necessitar no futuro (TRIANTS e BORISON, 2001).

As diversas abordagens da volatilidade apresentadas no capítulo 3, inclusive a nova abordagem proposta neste trabalho, apresentada no capítulo 4, serão ilustradas com um projeto de construção de uma nova unidade fabril de uma indústria, aqui chamado de Projeto X. Os resultados desta aplicação serão comparados entre si.

O Projeto X será realizado em três etapas. A primeira etapa consiste no pré-projeto, onde se realizará, entre outros itens, estudos de viabilidade técnica, visitas a fornecedores e cotações diversas; ao final da primeira etapa a empresa tem a opção de continuar com o investimento e realizar a segunda etapa. A segunda etapa consiste em toda obra civil necessária para a implantação da nova unidade. Por obra civil entende-se a construção do galpão e toda infraestrutura necessária para o funcionamento do mesmo. A terceira etapa consiste na compra e instalação dos equipamentos para a produção.

Concluída a segunda etapa, a empresa tem a opção de dar seqüência no projeto e realizar também a terceira etapa. Se a empresa desistir de realizar a terceira etapa, ela poderá utilizar o galpão para a armazenagem. Nesse caso, a empresa não irá produzir aqui no Brasil, ela poderá importar e utilizar o galpão para este fim. A empresa tem nas mãos duas opções de compra, uma

pode ser exercida a qualquer momento após a conclusão da primeira etapa do projeto e a outra, também poderá ser exercida a qualquer momento, porém ao final da segunda etapa.

Para a empresa calcular o valor das opções de compra que tem nas mãos, será necessário conhecer a volatilidade do projeto.

### **5.3 Dados do projeto**

Ressalta-se que os valores monetários apresentados neste capítulo foram devidamente alterados para garantir a confidencialidade do projeto, todavia o procedimento adotado não compromete o resultado obtido.

O investimento inicial, aquele necessário para os estudos de viabilidade técnica, visita a fornecedores e cotações diversas, a ser realizado na data zero, é de USD 75,000.00. Para a empresa usar a opção de compra que tem nas mãos e realizar a segunda etapa do projeto, ou seja, a parte civil, ela terá que desembolsar USD 318,181.00, que é o investimento na data 1. O investimento em equipamentos de USD 2,368,181.00, na data 2, somente será realizado se a empresa usar a segunda opção de compras que tem nas mãos.

Para o presente projeto, a empresa considerou uma Taxa de Desconto Adequada ao Risco de 13%, uma depreciação anual de 12,5% e o Imposto de Renda é de 34%.

Os dados citados acima serão utilizados para o cálculo do Fluxo de Caixa Descontado (Cálculo Tradicional) e estão resumidos na tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Dados do Projeto

Parâmetros	Valores
Taxa de Desconto Adequada ao Risco	13%
Investimento Inicial - Data zero (USD)	75,000
Investimento no Galpão – Data 1 (USD)	318,181
Investimento em Equipam. - Data 2 (USD)	2,368,181
Depreciação anual	12.5%
Custos Produto A (% Preço em USD)	77.8%
Custos Produto B (% Preço em USD)	51.5%
IR	34%

Os produtos a serem manufaturados nesta nova unidade, por motivos comerciais, neste trabalho, foram chamados de produto A e produto B. Por meio de estudos realizados no mercado, a empresa projetou uma demanda inicial do produto A de 12.650 m<sup>2</sup>, com um crescimento da ordem de 41% para o ano 2 e da ordem de 39% do ano 2 para o ano 3. Do ano 3 ao ano 7, o crescimento projetado da demanda é da ordem de 50% ao ano. A partir do ano 7, a linha de produção atinge sua capacidade nominal, e a demanda projetada é a máxima permitida.

Para o produto B, a demanda inicial projetada é de 110.870 m<sup>2</sup>, havendo crescimento na mesma até o ano 5. Deve-se destacar que do ano 5 para o ano 6, devido ao fato de a capacidade máxima da linha de produção está próxima de ser atingida, há um pequeno decréscimo na demanda projetada, da ordem de 0,54 %, ocorrendo uma situação semelhante do ano 7 para o ano 8. A estabilidade na demanda ocorre a partir do ano 8.

A planta pode produzir o Produto A ou o Produto B, não existe a possibilidade de produzi-los de forma simultânea, sendo assim a capacidade máxima de produção da planta, em determinado período, é a soma da produção do produto A com o produto B.

As demandas e os preços unitários projetados são apresentados na tabela 5.2.



Tabela 5.2 – Demanda e preço unitário projetados

Ano	Produto A		Produto B	
	Preço Unitário (USD)	Demanda (m <sup>2</sup> )	Preço Unitário (USD)	Demanda (m <sup>2</sup> )
1	28.55	12.650	12.55	110.870
2	28.69	17.875	12.68	156.658
3	28.57	24.908	12.76	202.087
4	28.57	26.153	13.02	237.483
5	28.57	27.461	13.28	254.357
6	28.57	28.834	13.54	252.984
7	28.57	30.276	13.81	251.542
8	28.57	30.276	14.09	251.542
9	28.57	30.276	14.37	251.542
10	28.57	30.276	14.66	251.542

Conforme já mencionado, os valores apresentados na tabela 5.1 e na tabela 5.2 foram devidamente alterados para garantir a confidencialidade do projeto, todavia o procedimento adotado não compromete o resultado obtido.

## 5.4 Fluxo de Caixa Descontado (Avaliação Tradicional)

A tabela 5.3 apresenta, com base em uma Taxa de Desconto Adequada ao Risco de 13%, os fluxos de caixa após o Imposto de Renda. A cada período foi calculado um valor presente (VP) dos fluxos de caixa.

Tabela 5.3 – Fluxo de Caixa Descontado

Ano	FC depois do IR (USD)	VP dos fluxos de Caixa (USD)
0	-159,960	VP <sub>0</sub> 2,732,715
1	82,492	VP <sub>1</sub> 3,268,723
2	304,523	VP <sub>2</sub> 3,600,440
3	439,817	VP <sub>3</sub> 3,724,386
4	600,581	VP <sub>4</sub> 3,711,563
5	714,478	VP <sub>5</sub> 3,515,410
6	761,860	VP <sub>6</sub> 3,165,053
7	791,133	VP <sub>7</sub> 2,715,608
8	823,127	VP <sub>8</sub> 2,174,657
9	842,038	VP <sub>9</sub> 1,527,229
10	774,266	VP <sub>10</sub> 774,266

Descontando-se o investimento realizado na data 2 e na data 1 à uma Taxa de Desconto Adequada ao Risco de 13%, somado ao investimento realizado na data zero, mostrados na tabela 1, chega-se a um valor presente do investimento na data zero de USD 2,211,211. Com esse valor de investimento na data zero tem-se um Valor Presente Líquido (VPL) do projeto de USD 521,504 (USD 2,732,715 - USD 2,211,211). Pela análise tradicional, com um VPL positivo, o projeto é considerado viável e deve ser incentivada a sua realização.

## 5.5 Simulação das Diversas Abordagens da Volatilidade no Projeto X

A Abordagem Consolidada da Volatilidade de Copeland e Antikarov (2001), a Estimativa de Volatilidade de Herath e Park (2002), apresentadas no capítulo 3 e a Estimativa da Volatilidade através da Dependência entre VP<sub>0</sub> e VP<sub>1</sub>, proposta por este trabalho, apresentada no capítulo 4; serão aplicadas separadamente no cálculo da volatilidade do Projeto X.

A variável estocástica escolhida para a simulação de Monte Carlo foram os preços dos produtos (Produto A e Produto B) a serem fabricados na unidade sob estudo, apresentados na tabela 5.2. O preço, por não poder assumir valores negativos, segue uma distribuição lognormal, o que é um das premissas do Movimento Geométrico Browniano.

No quadro 5.1 são apresentadas as equações e as principais considerações de cada autor para o cálculo da volatilidade.

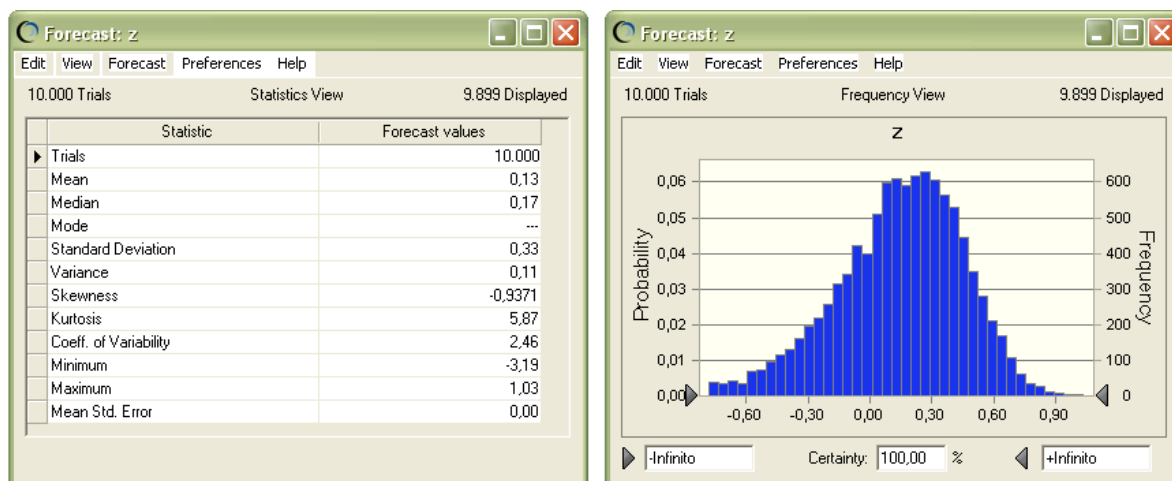
Quadro 5.1 – Equações e considerações sobre a volatilidade

<b>Autor</b>	<b>Equação p/ cálculo da Volatilidade</b>	<b>Considerações</b>
Copeland e Antikarov	$z = \ln \frac{PV_1 + FCF_1}{PV_0}$	Na simulação de Monte Carlo $VP_0$ deve ser mantido fixo, $VP_1$ e $FCF_1$ devem variar.
Herath e Park	$\hat{k} = \ln \left( \frac{MV_1 + A_1}{MV_0} \right)$	$MV_{1+A_1}$ e $MV_0$ são consideradas variáveis aleatórias independentes e tanto uma quanto a outra devem variar na simulação de Monte Carlo.
Sistemática proposta	$z = \ln \frac{VP_1 + FCL_1}{VP_0}$	Tanto $VP_1 + FCL_1$ quanto $VP_0$ devem variar na simulação de Monte Carlo, porém de forma dependente.

Foi realizada uma rodada de simulação de Monte Carlo para cada uma das três abordagens da volatilidade apresentadas, com 10.000 iterações cada uma. A análise de sensibilidade necessária para a estimativa da volatilidade foi processada no programa *Crystal Ball*.

A simulação de Monte Carlo para a abordagem de volatilidade de Copeland e Antikarov (2001) foi realizada criando-se uma coluna no *Excel* com os preços do produto “A” e uma coluna com os preços do produto “B”, que são as incertezas usadas como variáveis aleatórias durante a simulação. A tabela 5.3 também foi criada no *Excel*, uma vez que o valor de  $VP_1$  é calculado com base nos preços simulados. Conforme abordagem de Copeland e Antikarov, o valor de  $VP_0$  foi mantido fixo durante a simulação, ou seja, o valor de  $VP_0$  utilizado no cálculo da equação 3.11, foi o mesmo já apresentado na tabela 5.3 (USD 2,732,715). A equação 3.11, cálculo de “z” foi também inserida na mesma planilha, chegando-se a um valor de volatilidade de 33%. Esses resultados são apresentados na figura 5.1.

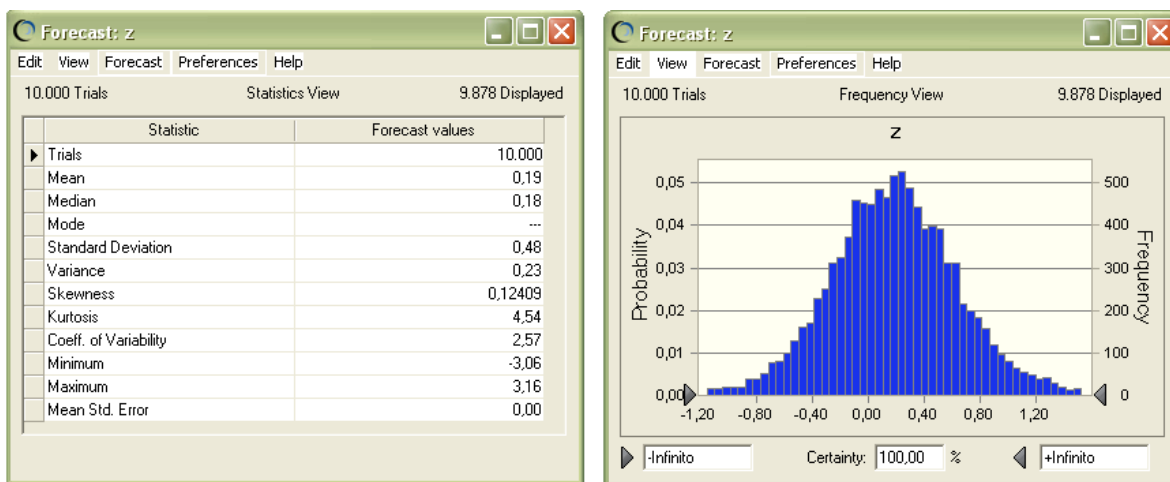
Figura 5.1 – Análise de Monte Carlo para a abordagem de volatilidade de Copeland e Antikarov (2001)



Para que seja possível a comparação entre a abordagem de Copeland e Antikarov (2001) e a abordagem de Herath e Park (2002), as incertezas usadas como variáveis aleatórias durante a simulação foram, em ambas, as mesmas. Sendo assim, para a abordagem de Herath e Park (2002) foi também criada no *Excel* a tabela 5.3, uma coluna com os preços do produto “A” e uma coluna com os preços do produto “B”, porém tanto a tabela 5.3, quanto os preços dos produtos “A” e “B” foram duplicados, uma vez que  $VP_0$  foi simulado de forma independente de  $VP_1$ . Para

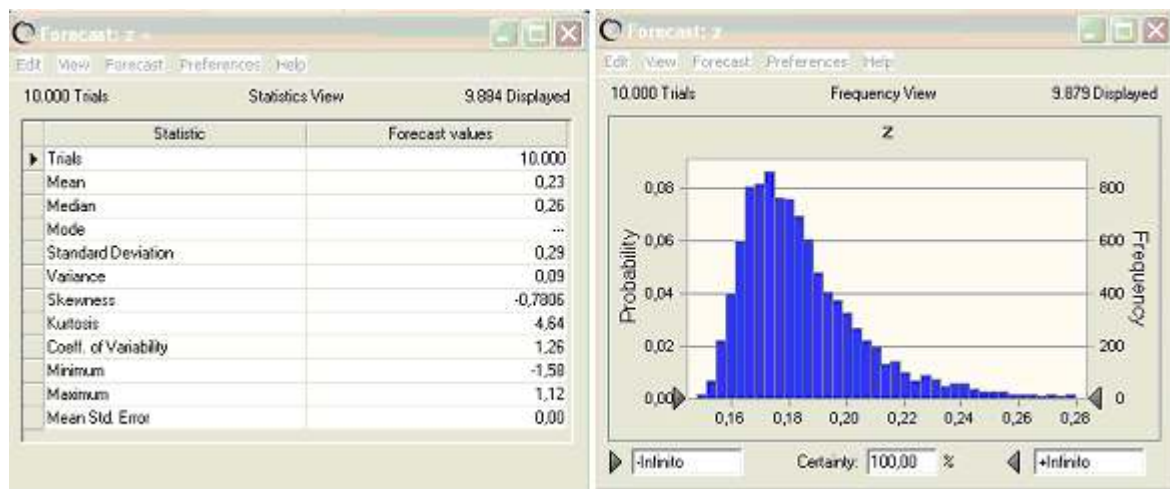
calcular o valor de “z”, a equação 3.15 foi igualmente inserida na planilha. O valor de volatilidade encontrada, simulando-se  $VP_1$  e  $VP_0$  de forma independente um do outro foi de 48%, esses resultados são apresentados na figura 5.2.

Figura 5.2 – Análise de Monte Carlo para a abordagem de volatilidade de Herath e Park (2002)



Os resultados mostrados na figura 5.3 são da simulação da sistemática proposta por este trabalho. A volatilidade encontrada de 29% foi o resultado da realização da simulação de  $VP_1$  e  $VP_0$  de forma dependente um do outro. Esta dependência entre  $VP_1$  e  $VP_0$  foi feita por meio da inserção, na planilha de simulação, da tabela 5.3. Os valores de  $VP_1$  e  $VP_0$ , para o cálculo da equação 4.1, foram obtidos desta tabela, com base nos valores simulados dos preços dos produtos “A” e “B”.

Figura 5.3 – Análise de Monte Carlo para a abordagem de volatilidade da sistemática proposta



Na tabela 5.4 são apresentados, de forma resumida, os resultados encontrados. A tabela 5.5 faz um comparativo entre as abordagens.

Tabela 5.4 – Resultados

Autor	Z	Volatilidade
Copeland e Antikarov	17,91%	33%
Herath e Park	17,91%	48%
Sistemática proposta	17,91%	29%

Tabela 5.5 – Comparativo entre as abordagens

Abordagem	Diferença % entre as abordagens		
	Copeland e Antikarov	Herath e Park	Sistemática Proposta
<b>Copeland e Antikarov</b>	0.0%	-15.0%	4.0%
<b>Herath e Park</b>	15.0%	0.0%	19.0%
<b>Sistemática Proposta</b>	-4.0%	-19.0%	0.0%

## 5.6 Considerações a respeito da aplicação

Fazendo-se um comparativo entre a sistemática de determinação da volatilidade proposta por Copeland e Antikarov (2001), a sistemática proposta por Herath e Park (2002) e a sistemática proposta por este trabalho, percebe-se que o fato de se considerar ou não como fixo o valor presente do projeto sob estudo na data zero, ou de se considerar o valor presente na data zero dependente ou independente do valor presente na data 1, durante a simulação de Monte Carlo, gera valores simulados bem distintos de volatilidade do projeto.

Conforme apresentado no quadro 5.4 verifica-se que o valor calculado da volatilidade utilizando a abordagem de Copeland e Antikarov (2001) foi de 33% para o projeto sob estudo, enquanto que o valor calculado utilizando-se a abordagem de Herath e Park (2002) foi de 48% e da sistemática proposta por este trabalho foi de 29%. Percebe-se que há uma diferença de 19 pontos percentuais entre a menor volatilidade encontrada (sistemática proposta por este trabalho) e a maior volatilidade encontrada (Abordagem de Herath e Park (2002)), sendo a volatilidade calculada sob a abordagem proposta por Herath e Park (2002) 65,5% maior que a volatilidade calculada sob a sistemática proposta por este trabalho. Com estes resultados pode-se perceber que ocorre um aumento no valor da volatilidade quando  $VP_0$  e  $VP_1$  são simulados de forma independente em Monte Carlo. Para a sistemática proposta por este trabalho, inseriram-se eventos aleatórios em ambas as partes da equação 4.1, porém, o valor encontrado para a volatilidade (29%), não foi superestimado, pois a simulação dos parâmetros da referida equação ocorreu de forma dependente, assim, por exemplo, uma variação ocorrida em  $VP_0$  é acompanhada por uma variação ocorrida em  $VP_1$ .

Diante do comparativo acima, embora haja consenso em alguns aspectos, como: a consideração de que o valor na data zero, sem a opção, é a melhor estimativa para o valor de mercado do projeto e que a volatilidade é dada como o desvio padrão da variável “z”, ainda assim há uma diferença considerável dos valores de volatilidade encontrados nas abordagens aplicadas no projeto sob estudo. O fato de na simulação de Monte Carlo partir-se de pressupostos diferentes, como considerar ou não o fluxo de caixa na data zero como sendo fixo, ou ainda considerá-lo como sendo dependente ou independente do fluxo de caixa na data 1, irá gerar esta diferença considerável nos resultados.

A escolha de um método final a ser adotado para o cálculo da volatilidade, segundo Wang e Dyer (2010), dependerá em grande parte das características próprias do projeto sob estudo. Ainda segundo os autores, estas características podem incluir o número de incertezas e a forma com a qual elas se correlacionam, o número de opções a serem avaliadas e sua complexidade, bem como o número de períodos de tempo que precisam ser modelados. O gosto pessoal relativo à preferência por determinada ferramenta computacional e as ferramentas analíticas aceitas dentro de uma determinada organização, também, nas palavras destes autores, são fatores que podem determinar a escolha do método.



## **6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

### **6.1 Conclusões**

A pesquisa na área de opções reais e particularmente no cálculo da volatilidade tem experimentado um contínuo progresso nas últimas décadas. Seguindo esta vereda, este trabalho propôs apresentar alguns modelos concebidos por meio de revisão bibliográfica para o cálculo da volatilidade, assim como a proposta de uma nova sistemática. Neste aspecto o objetivo aqui colocado foi alcançado, uma vez que uma nova proposta, a “Abordagem da Estimativa da Volatilidade Através da Dependência entre  $VP_0$  e  $VP_1$ ” foi apresentada e três abordagens de autores consagradas nesta área foram percorridas.

A apresentação desta nova sistemática, conforme destacado no objetivo, foi apenas de contribuir com a discussão do cálculo da volatilidade, não se teve aqui a intenção de provar que esta nova sistemática seja melhor que as sistemáticas já existentes.

Também era objetivo deste trabalho fazer um comparativo entre as abordagens apresentadas, destacando as semelhanças e diferenças entre as mesmas. Neste ponto, no capítulo cinco, além da simulação aplicada ao Projeto X, este comparativo foi realizado, neste âmbito o objetivo também foi alcançado.

As decisões estratégicas de uma empresa devem visar a sobrevivência a longo prazo por meio da criação de sustentabilidade no meio em que a empresa está inserida, assim sendo, um outro aspecto de contribuição deste trabalho é a diminuição da ponte entre o meio acadêmico e o meio industrial, uma vez que um assunto já bastante difundido no meio acadêmico foi aplicado em um projeto industrial, onde ainda há carência no conhecimento do mesmo.

### **6.2 Recomendações para trabalhos futuros**

A aplicação da metodologia e os resultados apresentados são preliminares, uma vez que outras abordagens de volatilidade poderão ser incorporadas ao presente trabalho, abrindo um leque para um comparativo maior entre as diversas sistemáticas propostas. Assim sendo, este trabalho deixa como recomendações para trabalhos futuros:

- Usar outros parâmetros como variável de entrada nos modelos apresentados e verificar o comportamento da volatilidade;
- Inserir novas abordagens de cálculo de volatilidade, comparando os resultados com as abordagens ilustradas neste trabalho;
- Calcular as opções reais para o projeto X usando os resultados de volatilidade encontrados neste trabalho e comparar os diferentes valores de opções encontrados.
- Aplicar as diversas abordagens de volatilidade em outros projetos industriais, fazendo um comparativo com o projeto aqui apresentado.

## REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, M. H. F. *Aplicação da Teoria das Opções Reais na Análise de Viabilidade Econômica de um Projeto: O Caso da Aracruz Celulose S.A.* Dissertação (Mestrado), Faculdades IBMEC, Rio de Janeiro, 2005.
- BERNSTEIN, PETER L. *Desafio aos Deuses: A Fascinante História do Risco*. Editora Campus, 2ª Edição, 1997.
- BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. *Modelling and Simulation Operations management research methodologies using quantitative modeling*. International Journal of Operations & Production Management, v. 22, No. 2, p. 241-264. 2002
- BLACK, F; SCHOLES, M. *The pricing of options and corporate liabilities*. Journal of Political Economy, v. 81, p. 637-659, 1973.
- BRANDÃO, M. C. *Análise dos parâmetros que influenciam a obtenção do valor da flexibilidade por Opções Reais no Setor Elétrico*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Minas Gerais, 2010.
- BRANDÃO, L.; DYER, J.; HAHN, W. *Using Binomial Decision Trees to Solve Real-Option Valuation Problems*. Decision Analysis, V.2, No. 2, p. 69-88. 2005a.
- BRANDÃO, L.; DYER, J.; HAHN, W. *Response to Comments on Brandão et al.* Decision Analysis, V.2, No. 2, p. 103-109. 2005b.
- BRASIL, H.; FREITAS, J.; MARTINS, V.; GONÇALVES, D.; RIBEIRO, E. *Opções Reais – Conceitos e aplicações a empresas e negócios*. Ed. Saraiva, 2007.
- BRYMAN, A. *Research methods and organization studies*. Routledge, London, p.71-103, 1995.
- COPELAND, T.; ANTIKAROV, V. *Opções Reais Um Novo Paradigma para Reinventar a Avaliação de Investimentos*. Ed. Campus, 2001.
- COX, J.; ROSS, S; RUBINSTEIN, M. *Option price: a simplified approach*. Journal of Financial Economics, v. 7, n. 3, p. 229-264, Oct. 1979.
- DAMODARAM, A. (1997). *Avaliação de Investimentos*. Ed. Qualitymark.
- DIXIT, A.K.; PINDYCK, R.S. *Investment under uncertainty*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1994.
- DIAS, M.A.G. *Opções Reais Híbridas com aplicação em Petróleo*. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícias Universidade Católica, Rio de Janeiro – RJ, 2005.

GODINHO, P. *Monte Carlo Estimation of Project Volatility for Real Options Analysis*. *Journal of Applied Finance*. Vol. 16, No. 1, Spring/Summer 2006.

GONÇALVES JR. C. *Adjusted Present Value (APV): Avaliação de Negócios com taxas de desconto diferenciadas*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Minas Gerais, 2003.

HERATH, H.; PARK, C. *Multi-stage Capital Investment Opportunities as Compound Real Options*. *The Engineering Economist*. Vol. 47, No. 1, p. 1-27, 2002.

HULL, J. *Options, Futures and Other Derivatives*. Prentice Hall. Third Edition, 1997

LUEHRMAN, T. *Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers*. *Harvard Business Review*, p. 51-67, July-August, 1998.

MARKOWITZ, HARRY. *Portfolio Selection*. *Journal of Finance*, 7, p 77-91, Março 1952.

MIRANDA, J. *Investimento em Distribuição Utilizando Opções Reais*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Minas Gerais, 2005.

MITROFF, I. I.; BETZ, F.; PONDY, L. R.; SAGASTI, F. On Managing Science in the Systems Age: Two Schemas for the Study of science as a Whole Systems Phenomenon. *Interfaces*. Vol. 4, No. 3, p. 46-58, May 1974.

MYERS, S. *Determinants of corporate borrowing*. *Journal of Financial Economics*, p. 147-175, November 1977.

MEREDITH, J.R.; RATURI, A.; AMOAKO-GYAMPAH, K; KAPLAN, B. Alternative Research Paradigms in Operations. *Journal of Operations Management*, v. 8, p. 297-326, 2009.

MUN, J. *Real Options Analysis - Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*. John Wiley & Sons, 2002.

NORONHA, J. C. – *Opções Reais Aplicadas à Gestão do Processo de Desenvolvimento de Produto em uma Indústria de Autopeças*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Minas Gerais, 2009

PARK, C.S. – *Contemporary Engineering Economics* - 4<sup>th</sup> Edition, Hardcover, Prentice Hall - 2007.

PEREIRA, L.M.; SECURATO, J.R. Avaliação de Empresas pelo Modelo de Apreçamento de Opções com o Uso de Volatilidade Implícita Setorial de Ativos: Um Estudo Empírico. *Caderno de Pesquisas em Administração*, vol. 11, n. 3, p. 41-56, julho/setembro - 2004.

PUTTEN, A.B.; MACMILLAN, I.C. . *Making Real Option Really Work*. Harvard Business Review. Harvard Business School Publishing, p. 134-141, March – 2004.

ROSS, S.A.; WESTERFIELD, R.W.; JAFFE, J.F. *Administração Financeira*. Editora Atlas, 2ª Edição, 2002.

SAMUELSON, P. Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review*, Vol. 6, p. 41–49. 1965.

SANTOS, E.; PAMPLONA, E. (2005). *Teoria das Opções Reais: uma atraente opção no processo de análise de investimentos*. Revista de Administração da Universidade de São Paulo – USP, ISSN 0080-2107, v.40, n.3.

SMITH, J. *Alternative Approachs for Solving Real Options Problems. (Comments on Brandão et al. 2005)*. *Decision Analysis*, Vol. 2, p. 89-102, June, 2005.

TRIAANTIS, A; BORISON, A. *Real Options: State of the Practice*. *Journal of Applied Corporate Finance*, vol. 14.2, Summer - 2001.

TRIGEORGIS, L. (1996). *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

WANG, T; DYER, J. S. *Valuing Multifactor Real Options Using an Implied Binomial Tree*. *Decision Analysis*, Articles in Advance, p. 1-11, 2010.

WEELRIGHT, S. C.; CLARK, K. B. *Creating project plans to focus product development*. *Harvard Business Review*, march/april – 1992.

## APÊNDICE I – Planilhas usadas na simulação

Figura A.1 – Dados do Projeto X

Ano	Demanda (m2)				Preço (USD)		Receita Bruta (USD)	Receita Liq. (Devoluções 4%)
	Produto A		Produto B		Produto A	Produto B		
	Merc.Domest	Exportação	Merc.Domest	Exportação				
0	0	0	0	0	0	0	0	
1	12,649.62	0	75,391.77	35,478.48	28.551	12.554	1,752,988	1,682,869
2	17,875.11	0	106,527.71	50,130.69	28.689	12.684	2,499,930	2,399,933
3	24,907.93	0	137,419.11	64,667.82	28.571	12.76	3,290,273	3,158,662
4	26,153.32	0	161,488.47	75,994.57	28.571	13.015	3,838,115	3,684,591
5	27,460.99	0	172,962.89	81,394.30	28.571	13.275	4,161,307	3,994,855
6	28,834.04	0	172,029.22	80,954.93	28.571	13.541	4,249,478	4,079,499
7	30,275.74	0	171,048.86	80,493.58	28.571	13.812	4,339,270	4,165,699
8	30,275.74	0	171,048.86	80,493.58	28.571	14.088	4,408,755	4,232,405
9	30,275.74	0	171,048.86	80,493.58	28.571	14.37	4,479,630	4,300,445
10	30,275.74	0	171,048.86	80,493.58	28.571	14.657	4,551,923	4,369,846

Figura A.2 – Resultados do Projeto X

Ano	Receita	Custos e Despesas	Depreciação	Lucro Antes do IR	IR	Lucro Depois do IR	Depreciação	Fluxo de Caixa	VP
0	0	242,364	0	-242,364	-82,404	-159,960	0	-159,960	2,732,715
1	1,682,869	1,578,369	39,773	64,727	22,007	42,720	39,773	82,492	3,268,723
2	2,399,933	2,111,520	335,795	-47,382	-16,110	-31,272	335,795	304,523	3,600,440
3	3,158,662	2,665,259	335,795	157,608	53,587	104,021	335,795	439,817	3,724,386
4	3,684,591	2,947,605	335,795	401,190	136,405	264,786	335,795	600,581	3,711,563
5	3,994,855	3,085,298	335,795	573,762	195,079	378,683	335,795	714,478	3,515,410
6	4,079,499	3,098,152	335,795	645,552	219,488	426,064	335,795	761,860	3,165,053
7	4,165,699	3,139,998	335,795	689,906	234,568	455,338	335,795	791,133	2,715,608
8	4,232,405	3,158,229	335,795	738,381	251,049	487,331	335,795	823,127	2,174,657
9	4,300,445	3,177,126	296,023	827,296	281,281	546,015	296,023	842,038	1,527,229
10	4,369,846	3,196,716	0	1,173,130	398,864	774,266	0	774,266	774,266