

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**TESE DE DOUTORADO**

**UMA PROPOSTA DE METODOLOGIA PARA OTIMIZAÇÃO  
EM CONFIABILIDADE DE BLINDAGEM AERONÁUTICA A  
PARTIR DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS**

**Autora: Valquíria Claret dos Santos**

**Orientador: Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge**

Itajubá, Fevereiro de 2009

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**TESE DE DOUTORADO**

**UMA PROPOSTA DE METODOLOGIA PARA OTIMIZAÇÃO  
EM CONFIABILIDADE DE BLINDAGEM AERONÁUTICA A  
PARTIR DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS**

Autora: **Valquíria Claret dos Santos**

Orientador: **Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge**

Curso: **Doutorado em Engenharia Mecânica**

Área de Concentração: **Projeto e Fabricação**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Fevereiro de 2009  
M.G. – Brasil

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**TESE DE DOUTORADO**

**UMA PROPOSTA DE METODOLOGIA PARA OTIMIZAÇÃO  
EM CONFIABILIDADE DE BLINDAGEM AERONÁUTICA A  
PARTIR DE SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS**

Autora: **Valquíria Claret dos Santos**

Orientador: **Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge**

Composição da Banca Examinadora:

**Prof. Dr. Carlos Alberto Almeida - PUC**

**Dr. Sergio Butkewitsch Choze - VSE - Vale Soluções em Energia**

**Prof. Dr. Wlamir Carlos de Oliveira – IEM/UNIFEI**

**Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Júnior - IEM/UNIFEI**

## **Agradecimentos**

Ao orientador, *Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge* pela amizade e orientação durante a execução deste trabalho.

Aos professores da Universidade Federal de Itajubá que me auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

À *AEROTRON INDÚSTRIA E COMÉRCIO LTDA* pelo apoio na área de conhecimento e aquisição de dados.

Ao *Eng. Dr. Paulo Augusto Capetti Rodrigues Porto* pelo grande apoio dado para o desenvolvimento deste trabalho e pelas oportunas sugestões.

Aos amigos do grupo *GEMEC* pela força e ajuda.

Aos meus colegas de turma *Clarissa, Lucas, Eduardo e Marcos*.

Ao *Eng. Guilherme Pinto Guimarães* do *CTEx* pelas contribuições dadas neste trabalho.

Aos amigos *Roland Gärtner, Nestor Guevara e Steve Farjado* pelo apoio principalmente nas simulações computacionais.

Ao *Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva* pelas contribuições na área de meta-modelagem.

Aos amigos, irmãs e primas pelos momentos de descontração nos finais de semana.

À minha filha *Júlia e pais (Marcio e Alice)* pela paciência e compreensão nos momentos ausentes.

*“Sempre que pensamos em mudar queremos tudo o mais rápido possível. Não tenha pressa, pois as pequenas mudanças são as que mais importam. Por isso, não tenha medo de mudar lentamente, tenha medo de ficar parado.”*

*Provérbio chinês.*

## Resumo

**SANTOS, V. C. (2009)**, *Uma Proposta de Metodologia para Otimização em Confiabilidade de Blindagem Aeronáutica a partir de Simulações Computacionais*, Itajubá, 135p. Tese (Doutorado em Projeto e Fabricação) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

Neste trabalho é abordado um problema de confiabilidade de uma blindagem de uso aeronáutico, modelada a partir de simulações usando elementos finitos. O trabalho de pesquisa visa aspectos tecnológicos dos materiais empregados e a modelagem numérica da dinâmica projétil-blindagem. Esta blindagem é projetada para ser colocada no piso da aeronave para proteger a tripulação. A confiabilidade da blindagem está associada à sua capacidade de não falhar sob impacto, para critérios de desempenho previamente definidos. Por outro lado, o aumento de peso associado à presença da blindagem pode afetar restrições operacionais da aeronave, como, por exemplo, o deslocamento máximo admissível para o seu centróide, que, se excedido, poderia desestabilizar a aeronave. Assim, é essencial modelar uma blindagem confiável, mas que não atinja as restrições impostas de projeto. Para a blindagem ótima obtida uma análise de confiabilidade foi realizada para três diferentes critérios de desempenho, supondo suas variáveis aleatórias como normais. O primeiro critério está relacionado ao desempenho do restante da velocidade do projétil após algum tempo de simulação. Neste caso, uma velocidade aceitável após este tempo de simulação não deve exceder 3% da velocidade inicial do projétil. O segundo critério está relacionado com o deslocamento máximo da última camada oposta ao projétil, que foi assumido não exceder 2 mm. Finalmente, o terceiro critério de desempenho está relacionado com o número remanescente de camadas do material compósito após o impacto. Para este critério foi assumido que duas camadas restantes é um número aceitável para a não perfuração da blindagem. A confiabilidade da blindagem foi avaliada com base nos três critérios de desempenho e comparada nos pontos ótimo e médio dos parâmetros de projeto. O melhor resultado para a confiabilidade da blindagem foi obtido no ponto ótimo, o qual foi encontrado utilizando uma técnica de otimização, com funções objetivo e equações de restrição obtidas a partir de metamodelos construídos através de simulações computacionais.

**PALAVRAS-CHAVE:** *materiais compósitos; otimização; confiabilidade.*

## **Abstract**

**SANTOS, V. C. (2009)**, *A Proposal of Methodology for Reliability Optimization of Aeronautical armor from Computer Simulations*, Itajubá, 135p. Tese (Doutorado em Projeto e Fabricação) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

In this work is approached the reliability optimization problem of an aeronautical armor modeled using finite elements simulations. The research work aims the technological aspects of the materials employed and the numeric modeling of the projectile-armor dynamics. This armor is designed to be placed on the aircraft's floor in the way to protect the crew's lives. The reliability of the armor is associated to its capacity to not fail under impact, for failure criteria previously defined. On the other hand, the weight increasing associated to the presence of the armor can affect operational restrictions of the aircraft, such as, the acceptable maximums limit for its centroid, that if exceeded, could destabilize the aircraft. Thus, is essential to model a reliable armor, but that doesn't reach the imposed design constraints. For the optimum design point obtained, a reliability analysis was performed, for three different performance criteria. The first performance criterion is related to the remaining velocity of the projectile after some simulation time. In this case, an acceptable velocity after a certain simulation time should not exceed 3 % of the initial velocity of the projectile. The second performance criterion is related to the maximum displacement of the last layer opposed to the projectile, which was assumed not to exceed 2 mm. Finally, the third performance criterion is related to the number of remaining layers in the composite plate after the projectile impact. In this work, was assumed an acceptable number of two remaining layers. Armor reliability was evaluated based on three performance criteria mentioned. For these criteria were compared reliability taken in the optima and middle points of design rameters. The better reliability results were determined in optima point, through an opmization method, with objetive function and constrain equation obtained by a metamodel generated from computational simulations.

**KEYWORDS:** *composite materials; optimization; reliability.*

# Sumário

Sumário.....	i
Lista de Figuras .....	v
Lista de Tabelas.....	viii
Simbologia.....	ix
Letras Latinas .....	ix
Letras Gregas.....	xiv
Abreviaturas e Siglas .....	xvi
Capítulo 1 .....	1
INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Objetivos e Contribuição da Tese.....	3
1.2 Estrutura do Trabalho .....	5
Capítulo 2 .....	6
CONCEITOS BÁSICOS RELACIONADOS COM A PARTE TECNOLÓGICA.....	6
2.1 Introdução.....	6
2.2 Revisão Bibliográfica .....	7
2.3 Definições.....	14
2.4 Projétil .....	14
2.5 Cerâmica.....	15
2.6 Componentes Constituintes de um Material Compósito.....	16
2.6.1 Fibras .....	16
2.6.2 Fibras de Aramida .....	17

2.6.3 Fibras de Polietileno .....	17
2.6.4 Matrizes .....	19
2.7 Interesse dos Materiais Compósitos .....	19
2.8 Processos de Fabricação .....	19
2.9 Modos de Falha .....	20
2.10 Conceitos Tecnológicos do Problema de Impacto .....	23
2.11 Propriedades dos Materiais sob Altas Taxas de Deformação .....	24
Capítulo 3 .....	29
<b>SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....</b>	<b>29</b>
3.1 Introdução .....	29
3.2 Análise não linear .....	30
3.3 Diferenças entre a Integração Explícita e Implícita.....	31
3.3.1 Integração de Tempo Explícita.....	31
3.3.2 Integração de Tempo Implícita.....	32
3.4 Formulação Numérica Problema Físico .....	33
3.4.1 Formulação Lagrangeana .....	33
3.4.2 Formulação Euleriana.....	34
3.4.3 ALE (Arbitrary Lagrangian-Euler).....	35
3.4.4 Formulação SPH ( <i>Smooth Particle Hydrodynamics</i> ).....	36
3.5 Tipo de Elemento e Malha.....	37
3.5.1 Elementos Sólidos .....	37
3.5.2 Elementos de Cascas .....	41
3.6 Controle de Hourglass .....	42
3.7 A Equação de Estado (EOS).....	44
3.8 Modelos de Material .....	45
3.8.1 Modelo Plástico Cinemático “Plastic Kinematic Model” .....	46

3.8.2 Modelo Dano em Compósito “Composite Damage Model” .....	47
3.9 Contato .....	49
Capítulo 4 .....	51
MODELAGEM ESTOCÁSTICA: OBTENÇÃO DE META-MODELOS .....	51
4.1 Introdução .....	51
4.2 Planejamento de Experimentos .....	51
4.2.1 Arranjo Central Composto (CCD).....	54
4.3 Métodos para Superfície de Resposta.....	57
4.3.1 Superfície de Resposta.....	58
4.3.2 Mínimos Quadrados .....	61
4.3.3 Método dos Mínimos Quadrados Parciais – PLS.....	62
Capítulo 5 .....	65
OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA E CONFIABILIDADE ASSOCIADA.....	65
5.1 Introdução.....	65
5.2 Modelos de Otimização .....	65
5.2.1 Método Baseado em Cálculo Diferencial e Integral – Via SQP.....	66
5.2.2 Programação Global – Via Algoritmo Genético .....	67
5.2.3 Otimização Através de Técnicas de Programação Dinâmica.....	69
5.3 Confiabilidade Associada à Blindagem.....	70
5.3.1 Conceitos de Projeto Baseado no Risco .....	72
5.3.2 Variáveis Normais para o Carregamento e Resistência .....	73
Capítulo 6 .....	74
RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	74
6.1 Introdução.....	75
6.2 Desenvolvimento e Resultados.....	75
6.2.1 Simulação Computacional.....	75

6.2.1.1	Resultados Apresentados em Congressos Referentes à Simulação.....	76
6.2.1.2	Resultados Apresentados neste Trabalho Referentes à Simulação .....	78
6.2.2	Meta-Modelo e Considerações Envolvendo FEM .....	90
6.2.2.1	Resultados Apresentados em Congressos Referentes ao Meta-Modelo.....	90
6.2.2.2	Resultados Apresentados neste Trabalho Referentes ao Meta-Modelo .....	92
6.2.3	Otimização da Blindagem .....	107
6.2.3.1	Resultados Apresentados em Congressos Referentes à Otimização .....	107
6.2.3.2	Resultados Apresentados neste Trabalho Referentes a Otimização.....	110
6.2.3	Confiabilidade da Blindagem .....	114
Capítulo 7	.....	121
CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	.....	121
7.1	Conclusões.....	121
7.2	Perspectivas Futuras .....	123
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	.....	124

## Lista de Figuras

<b>Figura 2.1:</b> Tipos de projétil 7.62 mm ( <a href="http://www.cbc.com.br/municoes/muni_fuzimetra">http://www.cbc.com.br/municoes/muni_fuzimetra</a> ). 15	15
<b>Figura 2.2:</b> Placa de blindagem: cerâmica/compósito..... 21	21
<b>Figura 2.3:</b> Efeito <i>spalling</i> na placa de alumínio ( <a href="http://www.wikipedia.org">www.wikipedia.org</a> )..... 25	25
<b>Figura 2.4:</b> Esquema do ensaio de Split Hopkinson bar (Kaiser, 1998)..... 25	25
<b>Figura 2.5:</b> (a) e (b) mostram valores da tensão para várias taxas de tensão e temperaturas (Banerjee, 2005). ..... 27	27
<b>Figura 3.1:</b> Método das diferenças centrais (ANSYS/LS-DYNA <sup>®</sup> User's Guide,1998). ..... 32	32
<b>Figura 3.2:</b> Sistema de coordenadas lagrangeano (a) não-deformado e (b) deformado..... 34	34
<b>Figura 3.3:</b> Sistema de coordenadas euleriana (a) não-deformado e (b) deformado..... 34	34
<b>Figura 3.4:</b> (a) impacto de uma barra de metal em uma parede, (b) solução langrageana de impacto, (c) solução <i>ALE</i> de impacto (ANSYS/LS-DYNA User's Manual, 1995)..... 36	36
<b>Figura 3.5:</b> Formulação <i>SPH</i> , (a) não-deformado e (b) deformado (Libersky et al., 1993).... 36	36
<b>Figura 3.6:</b> Geometria do elemento <i>SOLID168</i> (ANSYS/LS-DYNA <sup>®</sup> User's Guide,1998). .... 38	38
<b>Figura 3.7:</b> Recomendação para o uso de elementos sólidos (Wang <i>et al.</i> , 1995)..... 38	38
<b>Figura 3.8:</b> Geometria do elemento <i>SOLID164</i> (ANSYS/LS-DYNA <sup>®</sup> User's Guide,1998)..... 39	39
<b>Figura 3.9:</b> Elemento hexaedro com oito nós..... 39	39
<b>Figura 3.10:</b> Geometria do elemento <i>SHELL163</i> (ANSYS/LS-DYNA <sup>®</sup> User's Guide,1998). . 41	41
<b>Figura 3.11:</b> Construção do sistema de coordenada do elemento (ANSYS/LS-DYNA <sup>®</sup> User's Guide,1998). ..... 42	42
<b>Figura 3.12:</b> Modos de <i>hourglass</i> de um elemento de oito nós com um ponto de integração (Figura retirada do Manual do <i>LS-DYNA</i> indicando como autores Flanagan e Belytschko, 1981)..... 43	43

<b>Figura 3.13:</b> Detecção do modo de <i>hourglass</i> .....	43
<b>Figura 3.14:</b> Modos de <i>hourglass</i> na malha. ....	44
<b>Figura 4.1:</b> Comparação dos três tipos de <i>CCD</i> (adaptado <a href="http://www.sbtionline.com/nist/">http://www.sbtionline.com/nist/</a> ). .....	57
<b>Figura 6.1:</b> Configurações do 1º e 2º estágios (adaptado Diniz <i>et al.</i> (2000)). ....	76
<b>Figura 6.2:</b> Simulação computacional para projétil 7,62 mm e placa compósito com variadas espessuras (3, 5, 10 e 20 mm).....	77
<b>Figura 6.3:</b> Simulação computacional para projétil 7,62 mm e placas 1º material cerâmico e 2º material compósito. ....	78
<b>Figura 6.4:</b> Comparação entre número de elementos ao longo da espessura. ....	79
<b>Figura 6.5:</b> Comparação entre elementos sólidos e casca. ....	80
<b>Figura 6.6:</b> Comparação entre elementos sólidos e casca. ....	81
<b>Figura 6.7:</b> Variação do número de camadas da placa de material compósito (Mendonça, 2005). ....	82
<b>Figura 6.8:</b> Comparação entre a orientação da fibra. ....	83
<b>Figura 6.9:</b> Comparação da velocidade do projétil para diferentes orientações das camadas de compósito. ....	84
<b>Figura 6.10:</b> Tipos de condições de contorno da placa (cantos da placa fixo ( $DOF = 0$ ); e deslocamento para o contorno da placa ( $U_x, U_y$ e $U_z = 0$ ) respectivamente). ....	84
<b>Figura 6.11:</b> Condição de contorno da placa fixo ( $DOF = 0$ ). ....	85
<b>Figura 6.12:</b> Condição de contorno da placa fixo ( $DOF = 0$ ). ....	85
<b>Figura 6.13:</b> Comparação da cabeça do projétil. ....	86
<b>Figura 6.14:</b> Cabeça do projétil cortado para uma placa de elemento sólido.....	86
<b>Figura 6.15:</b> Comparação da velocidade do projétil para os dois tipos de cabeça do projétil. .....	87
<b>Figura 6.16:</b> Malha do projétil. ....	88
<b>Figura 6.17:</b> Malha do projétil na área de impacto da placa. ....	89
<b>Figura 6.18:</b> Malha da área da placa cerâmica. ....	89

<b>Figura 6.19:</b> Componentes que influenciam nas equações da velocidade, deslocamento e número de camadas impactadas, respectivamente. ....	103
<b>Figura 6.20:</b> Confiabilidade da blindagem para $X_2$ . ....	110
<b>Figura 6.21:</b> Centro de gravidade longitudinal (adaptado do manual do piloto). ....	111
<b>Figura 6.22:</b> Probabilidade de falha para o critério de desempenho $z_1$ assumido como uma variável normal randômica. ....	117

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 2.1:</b> Propriedades dos materiais compósitos (Kevlar® e Dyneema®).....	18
<b>Tabela 3.1:</b> Propriedades do aço e da alumina. ....	47
<b>Tabela 4.1:</b> Fatores independentes. ....	56
<b>Tabela 6.1:</b> Propriedades mecânicas para o Kevlar 49 versus taxas de deformação para a temperatura 15 °C (adaptado Shokrieh e Javadpour 2007). ....	94
<b>Tabela 6.2:</b> Coeficientes, $p$ -valor e $VIF$ das variáveis para a equação da velocidade do projétil ( $V_f$ ). ....	96
<b>Tabela 6.3:</b> Coeficientes, $p$ -valor e $VIF$ das variáveis para a equação do deslocamento do último elemento da placa compósita. ....	97
<b>Tabela 6.4:</b> Coeficientes, $p$ -valor e $VIF$ das variáveis para a equação do número de camadas não perfuradas da placa compósita. ....	98
<b>Tabela 6.5:</b> Correlação entre as variáveis de resposta. ....	99
<b>Tabela 6.6:</b> $R^2$ das componentes usando o $PLS$ para a velocidade do projétil $V_f$ . ....	100
<b>Tabela 6.7:</b> $R^2$ das componentes usando o $PLS$ para a equação de deslocamento. ....	101
<b>Tabela 6.8:</b> $R^2$ das componentes usando o $PLS$ para o número de camadas impactas. ....	102
<b>Tabela 6.9:</b> Novos pontos para $N_{cam}$ , $A_{proj}$ , $E$ , $\sigma$ , $V$ . ....	104
<b>Tabela 6.10:</b> Validação da equação da velocidade gerada pelo $PLS$ . ....	105
<b>Tabela 6.11:</b> Validação da equação do deslocamento gerada pelo $PLS$ . ....	105
<b>Tabela 6.12:</b> Validação da equação do número de camadas gerada pelo $PLS$ . ....	106
<b>Tabela 6.13:</b> Comparação dos valores de confiabilidade nos pontos médios e ótimos. ....	118
<b>Tabela 6.14:</b> Comparação dos valores da média, variância e confiabilidade pela distribuição binomial e nos pontos ótimos pelo método $z_1$ . ....	119

## Simbologia

### Letras Latinas

$A_0$	Área da secção transversal da placa de saída [m <sup>2</sup> ]
$A_{cdp}$	Área da secção transversal do corpo de prova (cdp) [m <sup>2</sup> ]
$A_{proj}$	Ângulo de projeção do projétil
$A_{master}$	Área do segmento <i>target</i>
$A$	Área projetada da blindagem
$AX, AY, AZ$	Aceleração nodal nas direções $X, Y$ e $Z$
$a$ e $b$	Número dos níveis no fator $A$ e $B$ e coeficientes de regressão
$A, B$	Fatores independentes e equações de desigualdades
$Aeq, Beq$	Equações de igualdades
$B$	Matriz de deformação-deslocamento
$b$	Vetor contendo os parâmetros do modelo
$C_0$	Velocidade do som [m/s]
$[C]$	Matriz de amortecimento
$C$	Confiabilidade
$C_1$	Ordem da experiência
$C_2$	Ordem da experiência aleatória
$C_3$	Número de pontos centrais
$C_4$	Número de blocos
$C_5$	Variáveis básicas
$C_n$	Variáveis básicas
$c$ e $p$	Parâmetros de Cowper-Symonds
$c_i$	Constantes
$cam$	Número de camadas impactadas
$Desl$	Deslocamento do último elemento oposto ao projétil [m]

$E_x, E_y, E_z$	Módulo de resistência nas direções $x$ , $y$ e $z$ [MPa]
$E_{11}$	Módulo de elasticidade na direção 11 [Pa]
$E_{22}$	Módulo de elasticidade na direção 22 [Pa]
$E_{33}$	Módulo de elasticidade na direção 33 [Pa]
$E_R$	Deformação da barra de entrada devido a reflexão da onda
$E$	Módulo de elasticidade [MPa]
$E_c$	Energia cinética
$E_f$	Tensão de falha
$E_t$	Módulo tangente
$E(y)$	Resposta esperada
$E$ e $F$	Termos de erro
$E_{sp_{cer}}$	Espessura do material cerâmico [m]
$E_{sp}$	Espessura do material compósito [m]
$\{F^a\}$	Vetor de forças aplicadas
$f^*$	Força na interface [N]
$f_n$	Força normal [N]
$F_1$	Função peso
$F_2$	Função custo
$F_S(S)$	Função densidade de probabilidade para o carregamento
$F_R(R)$	Função densidade de probabilidade para a resistência
$G_{XY}, G_{YZ}, G_{XZ}$	Módulo de cisalhamento nas direções $x$ , $y$ e $z$ [MPa]
$g$	Aceleração da gravidade
$G_1$	Equação da massa da blindagem [kg]
$G_2, G_3$	Equação do CG da aeronave [m]
$G_4$	Equação do deslocamento do último elemento oposto ao projétil [m]
$G_5$	Equação do número de camadas impactadas
$h_1$	Espessura da placa cerâmica [mm]
$h_2$	Espessura da placa de material compósito [mm]

$J$	Matriz Jacobiana
$J^{-1}$	Matriz Jacobiana invertida
$[K]$	Matriz rigidez
$k$	Coefficiente viscosidade e número de fatores
$L$	Comprimento do cdp [m]
$lb, ub$	Limites inferiores e superiores sobre a variável X
$[M]$	Matriz de massa
$M$	Número de modos de energia zero, massa da aeronave
$m_{kk}$	Matriz diagonal
$m$	Número de réplicas no ponto central e número de variáveis
$m^{\prime}$	Massa da blindagem [kg]
$md$	Número de restrições de desigualdade
$mi$	Número de restrições de igualdade.
$n$	Tempo [s]
$n_i$	Número total de ensaios
$n$	Número total de experimentos
$N$	Matriz retangular
$N_{cam}$	Número de camadas
$P_{falha}$	Probabilidade de falha
$P$ e $Q$	Matrizes de carga
$R$	Resistência na estrutura
$R_N$	Fator de segurança da resistência
$R^2$	Coefficiente de determinação
$ROTX, Y, Z$	Rotação nodal nas direções X, Y e Z
$rscn$	Nome dado as funções de restrição
$rsfun$	Nome dado a função objetivo
$S$	Carregamento na estrutura

$S_l$	Resistência à tração longitudinal
$S_t$	Resistência à tração transversal
$S_{I2}$	Força de cisalhamento
$S_N$	Fator de segurança do carregamento
$S_f$	Fator de segurança
$S_u$	Carregamento último
$S_c$	Resistência mecânica de cisalhamento [Pa]
$SS$	Soma dos quadrados
$SS_{total}$	Varição total no modelo
$SS_{Error}$	Desvio de uma observação da média correspondente ao nível do fator
$SS_{Bloco}$	Varição dos dados explicados pela variável dos blocos
$SS(A)$ e $SS(B)$	Desvios do nível do fator estimado em torno da média total
$t_n$	Tempo no instante n [s]
$t$	Tempo [s]
$T$	Matriz de resposta ou de fator
$UX, UY, UZ$	Translação nodal nas direções X, Y e Z
$U$	Matriz das variáveis dependentes
$VX, VY, VZ$	Velocidade nodal nas direções X, Y e Z
$V_p$	Velocidade da parte traseira do projétil
$V_i$	Velocidade da interface projétil – cerâmica
$V$	Velocidade do projétil
$X_c$	Resistência mecânica na direção longitudinal de compressão [Pa]
$X_t$	Resistência mecânica na direção longitudinal de tração [Pa]
$X_1$	Intervalo da espessura da camada cerâmica [mm]
$X_i$	Variável preditora
$X_k$	Fatores de efeito

$X_2$	Intervalo da espessura da camada compósita [mm]
$X$	Posição do $CG$
$X_{CG}$	Matriz preditora, origem do $CG$
$x_0$	Pontos iniciais utilizados
$\bar{y}_{i..}$	Média do $i^{th}$ nível do fator $A$
$\bar{y}_{...}$	Média total de todas as observações
$\bar{y}_{.j.}$	Média do $j^{th}$ nível de fator do fator $B$
$y_i^o$	Valores observados de $y$
$y_i$	Valores calculados de $y$
$Y$	Variável dependente ou resposta
$Y_t$	Resistência mecânica na direção transversal de tração [Pa]
$Y_c$	Resistência mecânica na direção transversal de compressão [Pa]
$V_p$	Velocidade da parte traseira do projétil [m/s]
$V_i$	Velocidade da frente do projétil [m/s]
$V_f$	Velocidade final do projétil [m/s]
$V$	Velocidade do projétil [m/s]
$Var(X)$	Variância
$Z_c$	Tensão de compressão na direção de $z$
$Z_t$	Tensão de tração na direção de $z$
$Z$	Variável normal padrão randômica

## Letras Gregas

$\varepsilon_s(t)$	Deformação transmitida
$\varepsilon$	Taxa de deformação
$\varepsilon$	Erro
$\rho$	Massa específica [kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_3$	Massa específica da alumina ( $\rho$ ) [kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_1, \rho_2$	Massa específica $\rho_1 = Kevlar^{\text{®}}$ , $\rho_2 = Dyneema^{\text{®}}$ [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma_0$	Tensão inicial [MPa]
$\sigma_x$	Desvio padrão
$\sigma_s(t)$	Tensão no material [Pa]
$\sigma_y$	Resistência mecânica [Pa]
$\sigma^t$	Vetor de tensão
$\sigma$	Resistência mecânica [Pa]
$\tau_{12}$	Tensão de cisalhamento na direção 12 [Pa]
$\tau_{23}$	Tensão de cisalhamento na direção 23 [Pa]
$\tau_{31}$	Tensão de cisalhamento na direção 31 [Pa]
$\mu_S$	Média da resistência
$\mu_R$	Média do carregamento
$\mu$	Coefficiente de atrito e média
$\nu_{XY}, \nu_{YZ}, \nu_{XZ}$	Taxa de Poisson
$\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$	Taxa de Poisson nas direções 12, 23 e 13
$\Delta t$	Incremento de tempo [s]
$\Delta x, \Delta \lambda$ e $\Delta \pi$	Direções de busca de Newton
$(u_{n+1})$	Deslocamento no instante próximo
$(u_n)$	Deslocamento no instante atual

$(u_{n-1})$	Deslocamento no instante anterior
$(u_{t-\Delta t})$	Deslocamento no instante $\Delta t$ $t$
$\{u\}$	Vetor deslocamento
$\{\dot{u}\}$	Vetor velocidade
$\{\ddot{u}\}$	Vetor aceleração
$\phi_j$	Função de forma
$\Phi$	Função de distribuição acumulativa
$\xi_j \eta_j \zeta_j$	Eixo nodal
$\alpha$	Parâmetro de tensão de cisalhamento não linear e distância do eixo até a origem
$\lambda$ e $\pi$	Vetores dos multiplicadores de Lagrange
$\beta$	Índice de confiabilidade

## Abreviaturas e Siglas

ACP	Análise de Componente Principais
ALX	Turboélice de Treinamento Militar
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Óxido de Alumínio
ANSYS/LS-DYNA	Programa ANSYS com o LS-DYNA
AG	Algoritmo Genético
AP	Perfurante
B <sub>4</sub> C	Carbeto de Boro
CBC	Companhia Brasileira de Cartuchos
CCD	Arranjo Central Composto
CCC	Arranjo Central Composto Circunscrito
CCF	Arranjo Central Composto Face Centrada
CDF	Função de Distribuição Acumulativa da Variável Normal Padrão
CFRP	Polímero Reforçado com Fibra de Carbono
CG	Centro de Gravidade
CTA	Centro Tecnológico Aeronáutico
COSAP	Programa Estrutural da Análise de compósito
cdp	Corpo de Prova
DOE	Planejamento de Experimento
DOF	Graus de Liberdade
DSM	Fabricante da Fibra Dyneema
Ec	Energia Cinética
EOS	Equação de Estado
EN	European Normalization
EngOpt 2008	International Conference of Engineering Optimization
FAB	Força Aérea Brasileira
F-111	Modelo de Aeronave Militar
FORM	Método de Confiabilidade de Primeira Ordem
ICCES	International Conference on Computational & Experimental Engineering and Sciences
ICC	Arranjo Central Composto Face Centrada
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
LS-DYNA	Programa LS-DYNA
MEF	Método de Elementos Finitos
MSR	Metodologia da Superfície de Resposta
NIJ	National Institute of Justice
Plexus	Programa de Elementos Finitos
PLS	Método dos Mínimos Quadrados Parciais
SACMA	Advanced Composite Materials Association
SIMMEC	Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional
SiC	Carbeto de Silício

SALE	Single-material Arbitrary Lagrangian-Eulerian
SMO	Structural and Multidisciplinary Optimization
SPH	Smooth Particle Hydrodynamics
SQP	Programação Seqüencial Quadrática
SORM	Método de Confiabilidade de Segunda Ordem
TiO <sub>2</sub>	Dióxido de Titânio
TiB <sub>2</sub>	Diborato de Titânio
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá
WCCM	World Congress on Computational Mechanics
UD	Unidirecional
UV	Ultravioleta
VIF	Fatos de Inflação da Variância

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

O uso operacional de aeronaves militares e da polícia civil requer sua exposição a situações envolvendo alto risco, com o perigo das mesmas serem atingidas por projéteis de armas de fogo. Nesse contexto, uma blindagem pode ser utilizada para preservar a vida da tripulação. Atualmente utiliza-se para blindagem os materiais compósitos em conjunto ou não com os materiais cerâmicos dependendo do nível de proteção. Existem dois fatores principais no interesse do estudo de materiais compósitos: econômico e desempenho. O primeiro, se relaciona ao peso do material, sendo os materiais compósitos mais leves que os materiais metálicos. Mesmo assim, deve-se otimizar esta blindagem, que é um excesso de peso para a estrutura da aeronave. Enquanto o segundo interesse procura por um melhor desempenho de componentes estruturais, sobretudo no que diz respeito às características mecânicas (resistência à ruptura, resistência à ambientes agressivos, etc) (Mendonça, 2005).

A modelagem do problema de impacto entre o projétil e a placa de blindagem inclui análise dinâmica via método de elementos finitos ou *MEF* utilizando o programa *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup> admitindo deformações não lineares. No modelo, os esforços e deformações que o material da blindagem suportará correspondem à absorção da energia cinética de impacto do projétil, tensão e deformação máxima admissível. O *MEF* é um caminho para extrair as informações necessárias do processo de impacto balístico visto o custo do ensaio experimental. As condições da simulação como velocidade e massa do projétil seguirão a norma Ballistic Resistant Protective Materials (*NIJ STANDARD 0108.01*, 1981).

Com os dados vindo do *MEF* foram geradas superfícies de respostas. Estas superfícies de respostas foram utilizadas na otimização e na predição da confiabilidade.

Como parte da modelagem, são utilizados algoritmos de otimização buscando o material de máxima resistência com o menor peso, considerando que é possível produzir mantas de compósito de mesma espessura total com propriedades diferentes, por meio de diferentes arranjos das várias camadas a depositar. A seleção dos algoritmos de otimização, constitui um elemento chave na formulação do problema, com a definição apropriada de funções objetivo e de equações de restrição (Goldberg 1994; Kang e Kim 2005; Vanderplaats 1984).

O acoplamento de processos de otimização com índices de confiabilidade para a realização de projetos em diversas áreas vem crescendo a cada dia. Para obter os pontos ótimos foi utilizado o método de otimização Programação Seqüencial Quadrática (*SQP*). A confiabilidade da blindagem ótima foi associada a três critérios de desempenho. Os critérios de desempenho foram:

- velocidade final do projétil não ser superior 3 % da velocidade inicial deste projétil;
- deslocamento do último elemento oposto ao projétil não ser superior ou igual à 2 mm;
- número de camadas não perfuradas da placa compósita ser superior ou igual à 2 depois do impacto.

A confiabilidade da blindagem ótima confirmou o resultado da otimização. Para estes dois métodos (otimização e confiabilidade) foram utilizados multicritérios.

Este trabalho faz uma análise da confiabilidade de uma blindagem em material compósito e cerâmico, incorporada ao revestimento do piso de alumínio de helicópteros, com ênfase nos modelos de aeronaves hoje em uso pelo Exército. Será comparada a eficiência dos materiais compósitos procurando o melhor desempenho balístico com os parâmetros de impacto e com as propriedades físicas de cada material do alvo e do projétil. O modelo minimiza a velocidade do projétil e as outras equações obtidas como: centro de gravidade (*CG*) da aeronave, número de camadas impactadas, deslocamentos do último elemento oposto ao projétil e massa da blindagem são consideradas como equações de restrição.

## 1.1 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÃO DA TESE

Tradicionalmente, as primeiras blindagens geralmente foram de aço de elevada dureza. Entretanto, a necessidade de blindagens de pouco peso para a proteção pessoal conduziram à investigação de materiais alternativos. Na atualidade, consideram-se praticamente esgotadas as possibilidades de melhora no desempenho balístico dos aços. Nas últimas décadas materiais tais como a cerâmica e os compósitos, foram incorporadas cada vez mais em blindagens com ótima eficiência. A abordagem deste trabalho será o teórico visando minimizar a quantidade de experimentos e os custos, que tornam imprescindível descrever com rigor o problema de impacto balístico. Outras contribuições também poder ser citadas como:

- implementação de uma metodologia numérica adequada ao problema dinâmico de impacto de um projétil em uma blindagem com duas camadas (cerâmica/compósito). Nesta metodologia numérica foram realizadas discussões sobre altas taxas de deformação, utilização sobre elementos sólidos versus casca, propriedades dos materiais, etc;
- tratamento da estocasticidade das variáveis básicas ou de entrada obtendo meta-modelos ou superfícies de respostas utilizadas no modelo de otimização e no cálculo da confiabilidade. As superfícies de respostas geradas pela regressão simples indicam que os coeficientes de regressão estão mal estimados por este motivo foi procurado um método adequado para as regressões;
- uso de técnicas de otimização colocando uma como equação objetivo e as outras como equações de restrição;
- o cálculo da confiabilidade associado a blindagem ótima dá uma idéia da robustez da resposta encontrada. As variáveis básicas utilizadas foram assumidas ter uma distribuição normal. Em futuros trabalhos poderia considerar adequadamente o problema utilizando, por exemplo, o método de confiabilidade de primeira ordem ou *FORM*.

Os objetivos desta linha de pesquisa de otimização e confiabilidade em estruturas aeronáuticas engloba:

1. Compreender os principais modos de falhas de uma blindagem de material compósito.
2. Pesquisar e analisar os tipos de materiais, procurando aquele que possua uma melhor característica.
3. Compreender o comportamento dos materiais quando exposto a alta velocidade mecânica, analisando a mudança de suas propriedades.
4. Compreender os conceitos de confiabilidade e através da utilização de métodos estatísticos, quantificar a confiabilidade de uma blindagem.

Os maiores desafios no decorrer deste trabalho foram:

- a obtenção das propriedades corretas dos materiais para serem comparadas com trabalhos experimentais. O material compósito foi modelado no macro, sem a definição das propriedades da fibra e da matriz, porém esta análise foi considerada favorável quanto comparada com outro trabalho da literatura que será mostrado no capítulo de resultados;
- obtenção de dados tecnológicos como por exemplo as propriedades dos materiais a altas taxas de deformação;

Este trabalho visa apresentar uma contribuição sobre a compreensão do fenômeno de impacto balístico e a otimização da confiabilidade da blindagem. Para encontrar a blindagem ótima foi utilizado o método do *SQP*. Com o *SQP* foi realizada a minimização da função objetivo sujeita a equações de restrição impostas ao problema. Para esta blindagem obtida foi realizada uma análise de confiabilidade utilizando três diferentes critérios de desempenho.

Como será observado na revisão bibliográfica este tema é bastante vasto. Porém a maioria dos artigos encontrados foca no impacto do projétil sem considerar a otimização e a confiabilidade. Artigos envolvendo otimização e confiabilidade foram encontrados em outras áreas mas não no problema de impacto balístico.

## 1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta pesquisa foi dividida em três fases: tecnológico, meta modelo e otimização da confiabilidade englobada em sete capítulos. Com o conhecimento destas três fases facilmente uma mudança no material da blindagem poderia ser realizado diminuindo o custo dos testes experimentais necessários. Este primeiro capítulo aborda uma introdução e objetivos para o presente trabalho.

A parte tecnológica descrita nos capítulos 2 e 3 engloba os modos de falha dos materiais utilizados, conceitos tecnológicos e a modelagem numérica.

O capítulo 4 descreve o meta-modelo descrevendo o tipo de projeto fatorial (*DOE*) e de superfície de resposta utilizado.

No capítulo 5 foi descrito o problema de otimização e da confiabilidade da placa de blindagem.

O capítulo 6 apresenta os resultados da tese, discriminada em termos das fases descrita acima (tecnológico, meta-modelo e confiabilidade). Este capítulo mostra a evolução dos resultados que também foram apresentados em congressos (Santos *et al.* (2007), Santos *et al.* (2006<sup>a</sup>), Santos *et al.* (2006<sup>b</sup>) e Santos e Jorge (2008)). Além dos trabalhos em congressos foi enviado um trabalho para a revista *SMO* (Structural and Multidisciplinary Optimization) também descrito no capítulo 6 (Santos e Jorge (2008)). A descrição dos resultados caminhou com uma modelagem simples das fases citadas anteriormente até o problema proposto pela tese.

O capítulo 7 consta às considerações finais, apresentando as principais conclusões e limitações, indicando algumas sugestões para a continuidade deste estudo.

## Capítulo 2

# CONCEITOS BÁSICOS RELACIONADOS COM A PARTE TECNOLÓGICA

## 2.1 INTRODUÇÃO

Antigamente as blindagens eram consideradas leves, médias e pesadas. As leves geralmente não tinham partes metálicas, sendo compostas de várias camadas de couro e acolchoamentos. Incluem nesta categoria as blindagens japonesas, feitas de tiras de couro, bambu e laca. As blindagens médias eram coletes de malha metálica, como peitorais de aço. Por baixo dos camisões de malha se usava uma camisa comum de algum tecido macio como algodão para reduzir a fricção da malha com a pele. As blindagens pesadas eram feitas de placas de metal, reduzindo assim a mobilidade de seu usuário. Por baixo dela normalmente se usava um corselete de couro para reduzir os impactos de maneira eficiente. Nos dias atuais as autoridades e militares utilizam-se de blindagens leves e sofisticadas. Os coletes à prova de bala têm em sua maioria fibras de aramida ou *Kevlar*<sup>®</sup> e também há algumas versões compostas de placas cerâmicas.

Nos últimos anos, o estudo da balística tem obtido grandes êxitos, já que o desenvolvimento de fotografias de alta-velocidade tem permitido o estudo aprofundado da movimentação de projéteis desde o momento em que são disparados até o instante em que atingem o alvo. Estes estudos são feitos através da inclusão destes dados em supercomputadores que permitem a otimização de armas e projéteis. Na aeronáutica, o Centro tecnológico Aeronáutico (CTA) homologou em maio de 2002 o desenvolvimento da blindagem do primeiro avião brasileiro, o turboélice de treinamento militar *ALX*, que está sendo produzido pela Embraer para a Força Aérea Brasileira (FAB). O *ALX* é uma versão

avançada do treinador EMB-312 Tucano, que a companhia já exportou para 13 forças aéreas, num total de 650 unidades. O objetivo da blindagem, nesse caso, é proteger o piloto contra armamentos calibre 0,50, especialmente nas regiões afetadas por conflitos de baixo impacto, comandados por guerrilheiros. A blindagem usada nos painéis é feita do material cerâmico (carbeto de silício) e tecido de aramida (Jornal Gazeta Mercantil, 2002). No entanto, blindagem aeronáutica ainda precisa ser explorada principalmente pela área acadêmica. Conhecer as fases em que se divide o problema (tecnológico, meta modelo e otimização da confiabilidade), com isso pode-se mudar as características e propriedades dos materiais utilizados na simulação. A revisão bibliográfica mostra alguns trabalhos na área, porém divididos em simulações computacional ou experimental e confiabilidade.

Primeiramente será apresentada uma revisão bibliográfica sobre o assunto, situando o problema a ser pesquisado dentro do contexto histórico. Desta forma buscam-se as informações necessárias para o entendimento do trabalho. Logo após a revisão bibliográfica, serão apresentados alguns conceitos básicos sobre os materiais como: definições, descrição dos materiais, interesse e aplicação do material compósito, processo de fabricação e seus modos de falha, conceitos tecnológicos do problema de impacto e propriedades dos materiais sob altas deformações.

## **2.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Um trabalho pioneiro de blindagem com duas camadas foi desenvolvido por Wilkins (1978), utilizando como materiais o cerâmico e segunda camada alumínio. Muitos estudos depois desta pesquisa foram realizados para investigar o desempenho de blindagem com duas camadas. O trabalho realizado por Collombet *et al.* (1997) com o projétil a baixa velocidade analisou o impacto de placas laminadas de fibra de Vidro/Epóxi com orientação das camadas  $0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}$  com o projétil de 600 mm comprimento, densidade  $7.800 \text{ kg/m}^3$  e 25 mm de diâmetro com a ponta semi-esférica. Neste caso, o dano local observado foi à trinca e a delaminação. A resposta de placas compósitas com impacto de baixa velocidade foi modelada com dinâmica explícita utilizando o programa *PLEXUS*<sup>®</sup>. Os eventos físicos observados neste estudo foram a quebra da fibra e perfuração da placa.

O método de elementos finitos é basicamente utilizado em todos os trabalhos que envolve problemas de impacto. Os trabalhos são diversos nesta área utilizando os programas comerciais ou formas analíticas. Outros pesquisadores como Littlefield (2001) preferem utilizar um método de elementos finitos, explícito como o r-adaptável também chamado de *Single-material Arbitrary Lagrangian-Eulerian* (SALE) O método r-adaptável foi escrito para aplicação com problemas de penetração em alta velocidade. Independente da movimentação dos nós pode-se controlar a distorção do elemento e aumentar drasticamente o tempo exigido para a estabilidade numérica. A vantagem do método é que as condições originais de contato são preservadas. O esquema r-adaptável é muito efetivo controlando o passo de tempo no cálculo; porém, não é suficiente para controle da topologia dos elementos.

Os pesquisadores Horsfalla *et al.* em 2000 realizaram um trabalho de uma blindagem para o piso da aeronave C-130 da RAF (Royal Air Force). Este trabalho descreveu um sistema de armadura balístico estrutural que depois do impacto ainda provê proteção balística. Foram comparados três tipos diferentes de placas com cinco tipos de materiais diferentes para a blindagem, cada material com uma determinada espessura. O desempenho balístico foi avaliado com o projétil 7,62 mm com massa de 9,33g e uma velocidade de 840 m/s. As condições de contorno das placas são fixadas em uma armação de aço rígida. Cada painel foi submetido a um único impacto centralmente posicionado sujeito a uma baixa velocidade. Estas placas impactadas foram sujeitas à compressão utilizando o teste *SACMA*. O resultado final indicou a melhor placa com adição de *CFRP* (polímero reforçado com fibra de carbono) conservando a integridade estrutural da blindagem.

Ultimamente, os materiais compósitos vêm sendo usados em estruturas primárias de aeronave, particularmente em helicópteros, devido à vantagem que incluem baixo peso e a possibilidade de fabricar estruturas complexa de casca (Johnson *et al.*, 2001). As estruturas de categoria primária significam aeronaves homologadas segundo os requisitos de aeronavegabilidade estabelecidos pela legislação aeronática. Estes materiais também são utilizados para blindagem que além do baixo peso também são resistentes ao impacto. Esta revisão faz um apanhado do problema de impacto utilizando materiais compósitos como também materiais metálicos que ajudarão na compreensão do problema de impacto.

Um exemplo de impacto em placa de aço foi observado em dois artigos divididos em parte experimental e em simulação computacional utilizando o *LS-DYNA*<sup>®</sup> realizado por Borvik. *et al.* (2002a). Na primeira parte foram comparados projéteis com três diferentes formas (cilíndrico, semi-esférico e cônico) para penetrar uma placa de aço circular com 12

mm de espessura e diâmetro de 500 mm lançado por uma arma de gás comprimido. A massa nominal e diâmetro do projétil foram 0,197 kg e 20 mm respectivamente. Em todos os casos a condição de contorno da placa foi engastada. Descobriu-se que a forma do nariz no projétil é significativa no mecanismo de absorção da energia e no modo de falha da placa durante a penetração. Para o projétil cilíndrico as falhas dominantes foram de cisalhamento enquanto os projéteis semi-esférico e cônico penetraram na placa empurrando o material a frente do projétil. O modo de falha da placa obteve a forma do nariz do projétil. Deformações na placa são maiores para projéteis cônicos, seguidos do semi-esférico e cilíndrico.

Como foi mencionada anteriormente a segunda parte do trabalho dos pesquisadores Borvik. *et al.* (2002b) descreve simulações numéricas do problema investigado experimentalmente. Foi utilizado o programa de elementos finitos *LS-DYNA*<sup>®</sup> para as simulações computacionais. Foram analisados problemas numéricos associados com a malha do elemento para projéteis cônicos. Estes problemas numéricos aconteceram quando se utilizaram na malha elementos fixos. Os problemas ocorreram devido à compressão dos elementos na frente do nariz do projétil atrasando o processo de erosão causando um erro no fim da simulação. Uma análise mais aprofundada revelou que os elementos na frente do nariz de ambos os projéteis semi-esféricos e cônicos foram erodidos ao invés de ser empurrado lateralmente como observado experimentalmente. Isso causou, entre outros fatores, grandes perdas de energia que foram inaceitáveis para as simulações. Os “*eroding element*” são elementos que são eliminados da malha quando atingem determinado critério de falha, por isso há perda de massa e conseqüentemente perda de energia. Para evitar este problema, alterou-se o diâmetro de nariz dos projéteis. Porém, um exame mais detalhado revelou que os elementos em frente ao nariz de ambos os projéteis semi-esféricos e cônicos eram principalmente corroídos em vez de serem repelidos lateralmente, como observado experimentalmente. Isto causou, entre outros fatores, perdas de energia nas simulações, a solução foi utilizar uma malha adaptável chegando a um resultado satisfatório.

Outro trabalho realizado por Fawaz e colaboradores em (2004) apresenta o desempenho da blindagem utilizando cerâmica/compósito sujeito a um impacto normal e oblíquo com o projétil 7,62 AP (perfurante). Os resultados obtidos com o programa *LS-DYNA*<sup>®</sup> foram comparados com dados experimentais. A composição da blindagem é o material cerâmico (alumina) com espessura de 6,35 mm e 2º camada de carbono/epóxi com 3,75 mm. As distribuições de energia cinética, interna e total ao longo do tempo são

semelhantes para impacto normal e oblíquo. Também é observado que, no projétil, a erosão em impacto oblíquo é ligeiramente maior que em impacto normal.

Em um outro exemplo realizado pelo pesquisador Nguyen e colaboradores (2005) de impacto com projétil em baixa velocidade foram utilizados em estruturas tipo colméia. Utilizou-se o programa *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup> para a simulação computacional comparando os resultados numéricos com o ensaio experimental. O impacto foi modelado em um painel de fuselagem da aeronave do *F-III*. O impactador foi um modelo semi-esférico de 25 mm diâmetro e a blindagem uma placa de alumínio (150 x 100 x 25,4) mm. Resultados mostraram que para baixa velocidade de impacto, o “*sandmesh*” foi capaz de prever o tamanho e profundidade do entalhe permanente com precisão. A ferramenta “*sandmesh*” foi usada para calcular as características de impacto destes materiais e determinar os parâmetros geométricos como também propriedades de absorção de energia. Resultados preliminares indicam que a ferramenta é capaz de representar o dano que acontece dentro do compósito.

Um outro estudo realizado para uma blindagem com duas camadas e sem a variação de suas espessuras foi estudado por Shokrieh e Javadpour (2007). A blindagem estudada consiste da camada de carboneto de boro (cerâmica) e Kevlar 49 (compósito). Para a simulação utilizou-se o software *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup>, que obedeceu a equação de Heterington para uma ótima espessura das camadas. Neste estudo, propriedades mecânicas do Kevlar 49, sob diferentes taxas de tensão são utilizadas com o propósito de demonstrar que esta taxa é muito importante para o processo de penetração. Esta simulação também confirmou a validade do modelo analítico de Chocron-Galvez. Além disso, a previsão da velocidade do projétil, especialmente em alta velocidade, revela um bom resultado para as simulações numéricas. Finalmente, foram também comparados impactos de projéteis com a inclinação normal e oblíqua estes resultados obtidos mostraram que o limite de velocidade da blindagem aumenta sob condições de impacto oblíquo.

O trabalho de Hogg (2003) descreve sobre a importância dos materiais compósitos em uma blindagem. O autor discute a importância das diferentes camadas que a blindagem compósita tem, para melhor agir contra o projétil. A habilidade de um material prover contribuição no evento de impacto depende de sua dureza e da tensão de falha. No caso de materiais compósitos a última absorção de energia é controlada pela tensão da falha das fibras. O desempenho do compósito é melhorado com o aumento do volume da fibra dentro do laminado.

O trabalho realizado por Cho e Zoh (2006), agora na área de meta-modelo tem o objetivo de aplicar o delineamento experimental e a otimização da degradação fotocatalítica em um tipo de corantes. As reações foram descritas matematicamente em função de parâmetros como a quantidade de dióxido de titânio ( $\text{TiO}_2$ ), concentração de corante e intensidade ultravioleta ( $UV$ ), que foram modeladas usando a metodologia de superfície de resposta ( $RSM$ ). O projeto fatorial utilizado foi o arranjo central composto ( $CCD$ ) constituído de 20 experimentos utilizando o fatorial completo  $2^3$  com seis pontos axiais e seis pontos centrais. Foi realizada uma superfície de resposta quadrática e os valores experimentais concordaram com o teórico indicando adequação do modelo utilizado e do sucesso de otimizar as condições de foto catálise.

A aplicação da metodologia de superfície de resposta ( $RSM$ ) e projeto de experimento composto central ( $CCD$ ) também foi estudado por Aslan em (2008). Aslan utilizou esta modelagem e otimização da influência de três variáveis operacionais sobre o desempenho e concentração de um minério (cromita). Foram realizados 20 experimentos com três fatores e 6 pontos centrais e apresentados como gráficos de  $RSM$ . Este estudo mostrou que a  $RSM$  e  $CCD$  poderia ser aplicada de forma eficaz para a modelagem da concentração de cromita sendo um modo econômico de se obter a máxima quantidade de informações em um curto período de tempo e com o menor número de experimentos.

Uma revisão foi elaborada por Soares (1997) provida de formulações diferentes para ser usada para avaliar a confiabilidade da lâmina de material compósito sob condições de tensão assumindo que o laminado não falha por delaminação. A confiabilidade da placa laminada foi avaliada através de um sistema de critério de falha para cada lâmina. A natureza probabilística da força do laminado foi mostrada ser razoavelmente conhecida unidirecionalmente, não sendo descrita forças em outras direções.

Dey e Mahadevan em 1998 combinam duas técnicas como um novo método para o cálculo da confiabilidade. Análises de confiabilidade de sistemas estruturais com ruptura dúctil empregando simulações com amostras modificadas pela técnica de amostra por importância. Os autores escolheram uma função de importância com a mesma forma e variância da função de densidade original.

Qu *et al.* (2000) investigaram duas aproximações de superfície de resposta para um projeto ótimo de combinação de lâminas baseado em confiabilidade. O laminado formado pelo material Grafita-Epoxy foi submetido a um carregamento estático biaxial. A primeira aproximação foi construir uma resposta estocástica aproximada em termos de variáveis

aleatórias. A segunda aproximação construiu uma superfície de resposta combinada em termos das variáveis aleatórias. Para o problema, esta segunda aproximação foi mais eficiente, pois utilizou superfície de resposta combinada com a técnica de simulação de Monte Carlo gerando um baixo custo computacional.

A aproximação utilizando a superfície de resposta é uma ferramenta poderosa para reduzir o custo computacional e para obter a otimização baseada em confiabilidade. Para obter uma resposta de projeto com uma superfície de resposta construída em cima do espaço de projeto é recomendado menos pontos com mais amostras por ponto. Com isso a superfície de resposta terá alta ordem e uma melhor precisão.

Chen *et al.* (2003) utilizaram os materiais compósitos em uma armação de navios calculando a força longitudinal e fazendo uma análise de confiabilidade. As estruturas do fundo do navio foram modeladas com painéis reforçados. O método da superfície de resposta de primeira ordem combinado com o método de confiabilidade calcula o índice de segurança e a probabilidade de falha. Além disso, é discutida a sensibilidade de cada variável no efeito da confiabilidade.

Um segundo trabalho utilizando o algoritmo genético minimiza o peso de placas e painéis reforçados com carregamento compressível e sob efeito de flambagem. O objetivo deste trabalho de otimização é obter o peso mínimo da estrutura para uma determinada força de projeto. Foi utilizado um programa de elementos finitos não-linear chamado *COSAP*<sup>®</sup> (programa estrutural da análise de Compósito) para analisar o comportamento das placas. Para encontrar o ponto ótimo utilizou-se como técnica de otimização o algoritmo genético modificado. Neste caso as variáveis de projeto são: números e o ângulo de cada camada. Nos painéis reforçados, o tamanho e a posição dos reforçadores foram também considerados como as variáveis do projeto. Os resultados da otimização mostraram desempenhos melhores do que os projetos convencionais. Este trabalho introduziu uma diferente aproximação probabilística utilizada para representar a força das fibras dos materiais compósitos reforçados e avaliar a confiabilidade do laminado (Kang e Kim, 2005).

O algoritmo genético simula a evolução natural de modo que os pontos múltiplos do projeto evoluam gradualmente em um ótimo global. A vantagem é a facilidade de usar os ângulos discretos da camada dos compósitos como variáveis do projeto, pois, pela natureza, o algoritmo genético usa variáveis discretas de projeto.

O objetivo do estudo de Onkar *et al.* (2007) é melhorar a eficiência de projeto do material compósito predizendo a falha de placas ortotrópicas com as propriedades de materiais e carregamento transversal aleatório. A aproximação pelo método de elementos finitos foi validada pela comparação com resultados analíticos como Tsai-Wu e de Hoffman, estes critérios de falha estão descritos no capítulo 3. As aplicações do procedimento proposto foram demonstradas para diferentes configurações das lâminas e condições de contorno. Este procedimento desenvolvido avaliou o índice da falha. Pode-se também concluir que a estatística da falha depende fortemente da escolha do modelo de falha da primeira camada.

Um modelo para estudar a vida da placa de material compósito é submetê-la à fadiga considerando os danos causados por diferentes valores de tensão. A fadiga é predita baseado no modelo proposto e nos resultados experimentais das lâminas unidirecionais. A simulação utilizada foi a de Monte Carlo para calcular a distribuição da fadiga sob amplitudes diferentes de carga. As observações experimentais e o estudo de confiabilidade concordam muito bem, diz os pesquisadores Liu e Mahadevan em 2005.

Para reduzir o esforço computacional requerido para análise de confiabilidade de estruturas complexas várias técnicas como superfície de resposta e rede neural artificial, podem ser usadas. O trabalho de Elhewy *et al.* (2006) propõe o método de superfície de resposta polinômio-baseado que é uma função polinomial usada dentro do método de superfície de resposta convencional. O método proposto é aplicado para uma placa ortotrópica submetida a carga axial. Adota-se o critério de tensão máxima para definir a falha da placa. A rede neural artificial é aplicada para estabelecer relação entre contribuição de variáveis e parâmetros de produção. O método proposto mostra-se eficiente em relação ao método de superfície de resposta convencional.

Os pesquisadores Bjerager e Krenk em 1989 estudaram o método *FORM* que mede a influência de cada parâmetro estrutural no índice de confiabilidade por meio de derivadas parciais. Além do *FORM* um outro método é o *SORM* que estima a probabilidade de falha por aproximação da função do estado limite não-linear por uma quadrática, (Haldar e Mahadevan, 2000).

As aplicações da confiabilidade vem crescendo a cada dia, utilizando-se cada vez mais as ferramentas de estatística e de otimização. No decorrer desta bibliografia, pode-se observar que todas as informações de simulação, meta-modelo e otimização em confiabilidade em um único trabalho é pouco explorado. Os assuntos dos trabalhos vistos anteriormente separam as partes de impacto, meta modelo da otimização ou de confiabilidade.

O objetivo deste trabalho é compreender melhor a otimização em confiabilidade iniciando com um problema simplificado, que foram apresentados em congressos até o apresentado nesta tese. Este trabalho focaliza o contexto da procura de uma ótima espessura que respeite as exigências de projeto das aeronaves determinando a confiabilidade da blindagem.

## 2.3 DEFINIÇÕES

Conforme Mendonça (2005), “um material compósito é formado pela união de dois materiais de naturezas diferentes, combinados em escala macroscópica, visando obter um conjunto de propriedades que nenhum dos componentes individualmente apresenta”. A blindagem utilizada neste trabalho é formada por uma camada de material cerâmico e várias camadas de material compósito.

Conforme a norma, esta blindagem deverá ser testada balisticamente por somente uma amostra com geometria quadrangular do material, seja ela de vidro, aço, manta ou cerâmica. As Normas *NIJ* (National Institute of Justice) e *EN* (European Normalisation) são normas balísticas que classificam os materiais balísticos de acordo com sua capacidade de impedir uma perfuração. Este trabalho segue a norma *NIJ*. O próximo item descreve as características dos projéteis e o seguinte dos materiais utilizados nas placas sendo eles o material cerâmico e compósito.

## 2.4 PROJÉTIL

O calibre utilizado neste trabalho é o 7,62 mm, destinada a rifles *FN-FAL*, *FN-FALO*, *SIG*, *G3*, *HK* e similares, além de metralhadoras *FN-MAG*, *M-60*, *Rheinmetal* e similares. As características técnicas gerais do 7,62 mm são:

- Estojo: latão 70/30
- Espoleta iniciadora: 9 1/2, tipo Boxer, de acionamento por percussão.
- Propelente: base simples ou base dupla.

A Figura 2.1 mostra os tipos de projétil 7.62 mm, conforme *CBC* (companhia Brasileira de Cartuchos) e a utilização específica destes projéteis que são:

1. Comum: contra alvos não blindados.
2. Traçante: utilizada para o treinamento de pessoal com a vantagem de a trajetória do projétil poder ser visualizada. O traço apresenta luminosidade total a partir de uma distância não inferior a 100 m até uma distância não superior a 800 m da boca da arma.
3. Perfurante: contra alvos protegidos por blindagens leves, não blindados e alvos resistentes a projéteis comuns.
4. Incendiário M77: contra alvos não blindados ou protegidos por blindagens leves e que contenham líquidos inflamáveis.
5. Perfurante com núcleo de metal duro: desenvolvido para aumentar a eficiência da munição perfurante, tem um poder de perfuração superior àquele do projétil perfurante convencional.
6. Competição “*Match*”: tiros de alta precisão e competições de tiro esportivo.
7. Festim (Longo ou Curto): para o treinamento de pessoal.



**Figura 2.1:** Tipos de projétil 7.62 mm ([http://www.cbc.com.br/municoes/muni\\_fuzimetra](http://www.cbc.com.br/municoes/muni_fuzimetra)).

## 2.5 CERÂMICA

A cerâmica é a camada que recebe o impacto inicial. Neste trabalho utilizou-se a alumina, palavra que define o óxido de alumínio ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). Na prática existe uma grande

variedade de tipos de alumina que recebem uma série de adjetivos, tais como calcinada, baixa soda hidratada, gama, tabular, eletro fundido e outras. Desta forma, uma das etapas fundamentais do processo de fabricação de produtos cerâmicos é a dosagem das matérias-primas e dos aditivos, que deve seguir com rigor as formulações de massas, previamente estabelecidas. Por meio de um processo controlado de calcinação do hidróxido de alumínio, obte-se diversificada linha de aluminas calcinadas que são empregadas em diversas indústrias. Cerâmicas para blindagem incluem a alumina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), carbetos de boro ( $\text{B}_4\text{C}$ ), carbetos de silício ( $\text{SiC}$ ) e de diborato de titânio ( $\text{TiB}_2$ ). O  $\text{Al}_2\text{O}_3$  é considerado um óxido refratário pela sua capacidade de resistir a elevadas solicitações térmicas sem sofrer alterações significativas na sua natureza química. As placas que recebem o impacto inicial devem fraturar o projétil, que está com velocidade elevada causando também a fratura da própria placa. A camada seguinte da blindagem deve absorver o restante da energia cinética ( $E_c$ ) do projétil por deformação, além, de conter a penetração dos fragmentos do projétil e da cerâmica. Geralmente, nesta segunda camada, são usados materiais compósitos (Callister, 1997).

## 2.6 COMPONENTES CONSTITUINTES DE UM MATERIAL COMPÓSITO

### 2.6.1 Fibras

As fibras conferem aos materiais compósitos suas características mecânicas: rigidez, resistência à ruptura, tração e cisalhamento, etc. As fibras podem ser curtas, injetadas no momento da moldagem da peça, ou longas que são cortadas após a fabricação da peça.

Fibras podem ser do mesmo material dentro uma lâmina ou várias fibras misturadas (híbrido). As fibras comercialmente disponíveis são: de vidro, de aramida (*Kevlar*<sup>®</sup>), carbono, boro, polietileno (*Dyneema*<sup>®</sup>), etc. O próximo item aborda as fibras de aramida e as de polietileno que são os materiais mais utilizadas para uma blindagem.

### 2.6.2 Fibras de Aramida

A fibra de Aramida é o termo genérico para um tipo específico de fibra de poliamida aromática (Gay, 1987). Esta fibra de cor amarela palha foi introduzida nos anos 60 sendo considerada nesta época um material de baixo desempenho sendo usada principalmente em aplicações têxteis. As fibras de Aramida podem ser separadas em dois tipos: para-aramidas e meta-aramidas. Comercialmente disponível para as para-aramidas inclui o *Kevlar*<sup>®</sup> fabricada pela DuPont, o *Twaron*<sup>®</sup> fabricada pela Akzo, o *Technora*<sup>®</sup> da Teijin, enquanto para os meta-aramidas incluem o *Nomex*<sup>®</sup> da DuPont e o *Teijinconexa*<sup>®</sup> da Teijin. As aramidas são termoplásticas, mesmo assim os excessos de temperatura na faixa de -200 e 200 °C (-330 e 390 °F) afetam suas propriedades mecânicas.

A fibra orgânica de *Kevlar*<sup>®</sup>, revolucionou a tecnologia por causa de sua grande resistência à tração e baixa densidade resultando um baixo peso, características que a distinguem do resto das fibras naturais e artificiais. Foi desenhada para atender as necessidades das aplicações tecnologicamente mais avançadas da indústria. Atualmente suas principais aplicações para alto desempenho são: coletes balísticos, blindagens de automóveis, reforços para cabos de fibra óptica, mangueiras e pneus, roupas de proteção contra corte e calor ([www.dupont.com](http://www.dupont.com)).

### 2.6.3 Fibras de Polietileno

A fibra orgânica de polietileno foi descoberta nos anos 70, podendo também ser chamadas de fibras de polietileno de cadeia estendida. As fibras de polietileno têm as mesmas desvantagens da aramida modificando suas características à baixa temperatura (Peters, 1998). Esta fibra é comercializada pela DSM patenteada por *Dyneema*<sup>®</sup> e *Spectra*<sup>®</sup> pela Honeywell.

Os painéis de *Dyneema*<sup>®</sup> não são afetados por umidade, são altamente resistentes a substâncias químicas e ultravioletas (UV). Os painéis fabricados com este compósito podem ter qualquer forma e ser conformado aos contornos irregulares de veículos grandes ou pequenos. Atualmente o *Dyneema*<sup>®</sup> é utilizado em: cordas, redes, tecidos, capacetes, coletes e painéis de armadura de veículo ([www.dsm.com](http://www.dsm.com)).

Conforme catalogo do fabricante (DSM), observam-se vantagens de peso do *Dyneema*<sup>®</sup> sobre a aramida. A densidade do *Dyneema*<sup>®</sup> é mais baixo o que é importante em

blindagem, pois o peso é um fator crítico de cálculo. A tenacidade do *Dyneema*<sup>®</sup> é superior ao da aramida e o alongamento na ruptura é também levemente maior. A Tabela 2.1 mostra as diferenças das propriedades destes dois materiais compósitos. As propriedades do *Dyneema*<sup>®</sup> foram obtidas conforme fabricante da fibra e a do *kevlar*<sup>®</sup> pelo trabalho Silva *et al.* (2001).

**Tabela 2.1:** Propriedades dos materiais compósitos (Kevlar<sup>®</sup> e Dyneema<sup>®</sup>).

PROPRIEDADES	KEVLAR	DYNEEMA
<i>Massa específica (kg/m<sup>3</sup>)</i>	1460	980
<i>E<sub>11</sub> (Pa)</i>	76E9	3E9
<i>E<sub>22</sub> (Pa)</i>	5.5E9	4.185E10
<i>E<sub>33</sub> (Pa)</i>	5.5E9	4.185E10
<i>ν<sub>12</sub></i>	0.34	0.061
<i>ν<sub>23</sub></i>	0.2	0.006
<i>ν<sub>13</sub></i>	0.2	0.3
<i>σ<sub>y</sub> (Pa)</i>	34E6	2108
<i>X<sub>t</sub> (Pa)</i>	1400E6	1.50E4
<i>X<sub>c</sub> (Pa)</i>	235E6	Falta
<i>Y<sub>t</sub> (Pa)</i>	12E6	Falta
<i>Y<sub>c</sub> (Pa)</i>	53E6	Falta
<i>S<sub>c</sub> (Pa)</i>	34E6	Falta

onde:

$E_{11}$  (Pa) - módulo de elasticidade na direção 11;  $E_{22}$  (Pa) - módulo de elasticidade na direção 22;  $E_{33}$  (Pa) - módulo de elasticidade na direção 33;  $\nu_{12}$  - taxa de Poisson na direção 12;  $\nu_{23}$  - taxa de Poisson na direção 23;  $\nu_{13}$  - taxa de Poisson na direção 13;  $\sigma_y$  (Pa) - resistência mecânica;  $X_t$  (Pa) - resistência mecânica na direção longitudinal de tração;  $X_c$  (Pa) - resistência mecânica na direção longitudinal de compressão;  $Y_t$  (Pa) - resistência mecânica na direção transversal de tração;  $Y_c$  (Pa) - resistência mecânica na direção transversal de compressão -  $S_c$  (Pa) - resistência mecânica de cisalhamento.

Como observar-se pela Tabela 2.1 não se encontra todos os parâmetros necessários para o compósito *Dyneema*<sup>®</sup>. Os primeiros resultados apresentados em congressos foi comparando a performace destes dois materiais compósitos. Como o *Dyneema*<sup>®</sup> é um material novo não se conseguiu no decorrer do trabalho as propriedades necessárias para a realização das simulações computacionais. Por este motivo o compósito utilizado foi o *Kevlar*<sup>®</sup>. O capítulo 6 mostra uma evolução iniciando com os trabalhos apresentados em congresso até os resultados apresentados nesta tese.

### **2.6.4 Matrizes**

A função principal das matrizes é transferir as solicitações mecânicas às fibras, protegê-las do ambiente externo dando forma ao componente e resistir aos esforços de compressão. As matrizes podem ser resinosas (poliéster, epóxi, etc), minerais (carbono) e metálicas (ligas de alumínio). A escolha entre um tipo de fibra e da matriz depende especificamente da aplicação, sendo que o custo pode também ser um fator de escolha. A ligação entre fibras e matriz é criada durante a fase de desenvolvimento do material compósito tendo uma forte influencia nas propriedades mecânicas (Gay, 1987). A escolha da resina é outro fator muito importante. Resinas epóxi melhoram as propriedades do material compósito final do que as resinas de poliésteres.

## **2.7 INTERESSE DOS MATERIAIS COMPÓSITOS**

O interesse em se utilizar os materiais compósitos, como já foi dito na introdução, está ligado a dois fatores: econômico e desempenho. O material compósito é leve comparado com outros materiais para a visão aeronáutica isto implica em uma economia de combustível aumentando a carga útil. Esta redução da massa pode chegar a 30 % ou mais, em função da aplicação dada ao material compósito. O custo de fabricação de algumas peças em material compósito pode ser também sensivelmente menor se comparado com os materiais metálicos.

Além do fator econômico tem-se também o fator de desempenho, que esta ligada a uma melhor eficácia dos componentes estruturais, se preocupando com as características mecânicas.

## **2.8 PROCESSOS DE FABRICAÇÃO**

Muitas peças ou estruturas em material compósito são geralmente produzidas por uma composição de lâminas sucessivas, chamadas de estruturas estratificadas. Os processos de fabricação são inúmeros e devem ser selecionadas segundo requisitos como: dimensões, forma, qualidade, produtividade (capacidade de produção), etc.

As operações básicas para a obtenção da peça final têm a seguinte seqüência:

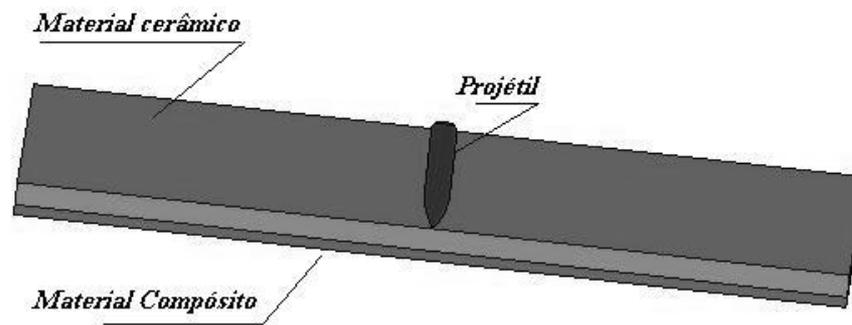
1. fibras + resina;
2. impregnação (mistura);
3. colocação da mistura sobre o molde ou mandril;
4. polimerização (estufa);
5. desmoldagem;
6. acabamento.

Para o processo de fabricação do *Dyneema*<sup>®</sup> é utilizado um polietileno especial. Este polietileno vem na forma de um pó grosso que é extrudado na forma de fibras. No processo de obtenção da fibra de alta resistência, as fibras são alinhadas e tracionadas. No caso da fibra na direção *UD* (unidirecional) o produto vendido para blindagem é um filme. Na verdade a placa é uma sobreposição de fibras que nem se consegue visualizar, coberta como se fosse um sanduíche com um filme de polietileno. No *Dyneema*<sup>®</sup> a trama ou entrelaçamento da fibra é menor, devido à sobreposição das camadas de fibras ligadas através de um elastômero termoplástico. Quando o painel é aquecido e prensado, ele se funde e aglomera, formando um placa rígida.

O processo de fabricação é uma parte importante para a análise de defeitos envolvendo risco para a placa. Conforme o modo de fabricação, por exemplo, pode acontecer vazios, delaminação ou bolhas no momento da prensagem.

## 2.9 MODOS DE FALHA

A camada que recebe o impacto inicial é o material cerâmico que tem a função de destruir a ponta do projétil e dissipar a maior parte da energia. A camada seguinte como já foi mencionado, será formado pelo material compósito, cuja finalidade é absorver a energia residual dos fragmentos do projétil e da própria cerâmica, transformando a energia cinética em energia de deformação plástica (Gonçalves *et al.* 2000), conforme Figura 2.2.



**Figura 2.2:** Placa de blindagem: cerâmica/compósito.

Os pesquisadores Borvik e colaboradores em 2002b mencionam em seu trabalho que a cabeça do projétil influencia no resultado de impacto. No capítulo de resultados será realizada uma simulação para comprovar a eficácia da primeira camada em quebrar a cabeça do projétil, diminuindo assim sua velocidade.

Os modos de falha de um material compósito são complexos e dependem do carregamento, da seqüência de empilhamento do laminado, da geometria, das propriedades mecânicas e químicas das camadas (fibra, matriz e interface). Alguns destes fenômenos podem ser mais predominantes do que outros, podendo gerar uma grande variedade de modos de falha, levando à falha do compósito.

Os defeitos neste tipo de material podem ser fibras rompidas, imperfeições na matriz e deslocamento das interfaces. Costa Junior e Thaumaturgo (1995) mostraram a propagação de uma trinca em um compósito impactado reforçado por fibras. Este trabalho indica as possíveis falhas que podem ocorrer durante o processo de fratura. Somando a estes mecanismos de falha local, em relação à interface de duas laminas em um compósito, uma trinca pode separar-se e propagar-se ao longo da interface, produzindo a delaminação.

Outros autores classificam degradação de um laminado em dois tipos: delaminação e dano intralaminar. A delaminação é a perda de adesão entre duas lâminas adjacentes causando o descolamento das lâminas e uma conseqüente perda de rigidez e de resistência no laminado. O dano intralaminar consiste numa trinca na matriz, um descolamento entre fibra e matriz ou uma ruptura da fibra.

Outras visões para a delaminação são causadas por flambagem na lâmina ou pela microflambagem na fibra, ou ainda como uma conseqüência de impacto que produz uma delaminação local. A maioria dos trabalhos sobre delaminação considera os modos de falha do material no contexto da mecânica da fratura. Outra linha de análise considera modelos

constitutivos que utilizam variáveis de estado para descrever o comportamento da interface interlaminar. De uma maneira geral, a espessura desta interface é desprezada, considerando-a como uma superfície, e avaliando adesão do contato de duas lâminas adjacentes (Aragão Filho e Savi, 2001).

Hull e Clyne (1981) citam que as grandes diferenças entre as propriedades elásticas da matriz e da fibra são interligadas por meio da interface, ou seja, as tensões atuantes na matriz são transmitidas para as fibras através da interface. Os mecanismos de falha da interface baseiam-se nos mecanismos ou teorias de adesão entre fibra e matriz. A falha pode ser adesiva (na interface) ou coesiva (na fibra e matriz). Estes podem ocorrer simultaneamente ou isoladamente, e promovem falhas por descolamento ou influem em outros mecanismos como a delaminação.

Mendonça (2005) menciona que o problema de previsão de falhas numa lâmina ortotrópica é idêntico, até certo ponto, ao observado na lâmina isotrópica. Algumas teorias podem ser vistas como adaptações dos critérios de falha usados em materiais isotrópicos, como o caso dos critérios de tensão e deformação máxima. Estes critérios prevêm a falha quando as componentes das tensões ou deformações, nos eixos principais de uma lâmina, excedem resistências ou deformações críticas. Outros critérios, por outro lado, representam uma variação do critério de Tsai-Hill, Tsai-Wu e Hashin estes os mais conhecidos que contemplam uma combinação das resistências normais e cisalhantes.

Normalmente o que é importante para causar a falha completa de um laminado é calcular sua resistência de acordo com sua aplicação, determinando o método a ser utilizado na previsão da falha. Um dos métodos considera a falha completa do laminado quando o carregamento rompe à primeira lamina (Carvalho, 1996). Saarela (1994) utilizou uma técnica mais simples que analisa a progressividade da degradação das lâminas no laminado. Esta técnica compara as tensões (deformações) em cada lâmina até o máximo carregamento permitido, e o laminado falha quando a ultima lâmina falhar. Uma melhor aproximação pode ser obtida por outra técnica conhecida como análise progressiva de falha, onde a falha do laminado ocorre de modo progressivo devido à redistribuição de tensões que se dão durante o processo de falha (Silvestre Filho, 2001). Como as lâminas adjacentes, muitas vezes, são capazes de suportar as cargas excedentes causadas pela falha de uma única lâmina o critério não prevê a falha do laminado por completo.

No problema de impacto, muitos parâmetros são envolvidos (a massa de projétil, velocidade, energia cinética, a forma final do projétil, geometria, condições de contorno e

características materiais) e dependendo da interação destas condições induzindo as diferentes respostas. As dificuldades aumentam quando o material utilizado é o material compósito devido à ortotropia e à variedade dos modos de falha (Collombet *et al.*,1997).

As falhas no material compósito podem ocorrer no processo de fabricação como já mencionado e também com o efeito que o ambiente externo produz em suas propriedades mecânicas. Como exemplos das causas que o ambiente externo pode causar têm-se: a umidade, a luz do sol e a ação de microorganismos. Os materiais compósitos têm normalmente uma grande facilidade à absorção de água o que causa uma modificação indesejada em suas propriedades mecânicas e em sua estabilidade dimensional. Basicamente, existem alguns importantes mecanismos de penetração de água no compósito. O primeiro e principal mecanismo consiste na entrada da água pelos micro-poros existentes entre as correntes de polímeros, outros comuns mecanismos de absorção acontecem devido à retenção de água nos vazios existentes na interface entre as fibras e os polímeros, que resultam do movimento da água pelas microtrincas e também pela incompleta vedação do material compósito (Kim e Seo, 2006).

## **2.10 CONCEITOS TECNOLÓGICOS DO PROBLEMA DE IMPACTO**

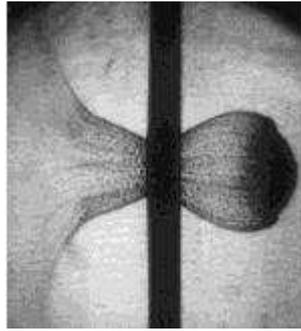
O programa *ANSYS*<sup>®</sup> com *LS-DYNA*<sup>®</sup> realiza as simulações de impacto balístico. A balística é a ciência que se preocupa em estudar o movimento de corpos lançados ao ar livre, o que geralmente está relacionado ao disparo de projéteis por uma arma de fogo. Ao se estudar um projétil disparado por uma arma de fogo, pode-se separar seu movimento em três partes distintas: a balística interior, balística exterior e a balística terminal. A balística interior fica encarregada de estudar o que ocorre desde o momento do disparo até o instante em que o projétil abandona a arma. Este estudo se baseia na temperatura, volume e pressão dos gases no interior da arma durante a explosão do material combustível, assim como no formato da arma e do projétil. A balística exterior trata de estudar o que ocorre a partir do instante em que o projétil abandona a arma e o instante em que este atinge o alvo. Neste estudo considera-se a aerodinâmica, analisando os efeitos entre o ar que envolve o movimento do projétil. Calibre, formato, massa, velocidade inicial e rotação são fatores determinantes para a construção de

um projétil com grande poder de destruição. Na balística terminal consideram-se os fenômenos envolvidos no momento do impacto do projétil com o alvo (Greenwood *et al.*, 1987). Apesar de envolver muitas formas empíricas, estudos teóricos permitem avaliar a máxima penetração, a condição de fragmentação do projétil ao atingir o alvo, a utilização ou não de apetrechos explosivos nos extremos do projétil, aumentando desta forma sua capacidade de destruição, etc. Este critério não tem sido aplicado em compósitos laminados. Portanto, os modelos de balística terminal e da mecânica da fratura com critérios de tensão são mutuamente excludentes.

Outro conceito importante para a área de impacto é o limite balístico que é a velocidade crítica da qual o projétil não destrói a blindagem. Está definida como a média de duas velocidades notáveis, a mais alta, onde há penetração parcial do projétil, e a mais baixa perfuração.

## **2.11 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS SOB ALTAS TAXAS DE DEFORMAÇÃO**

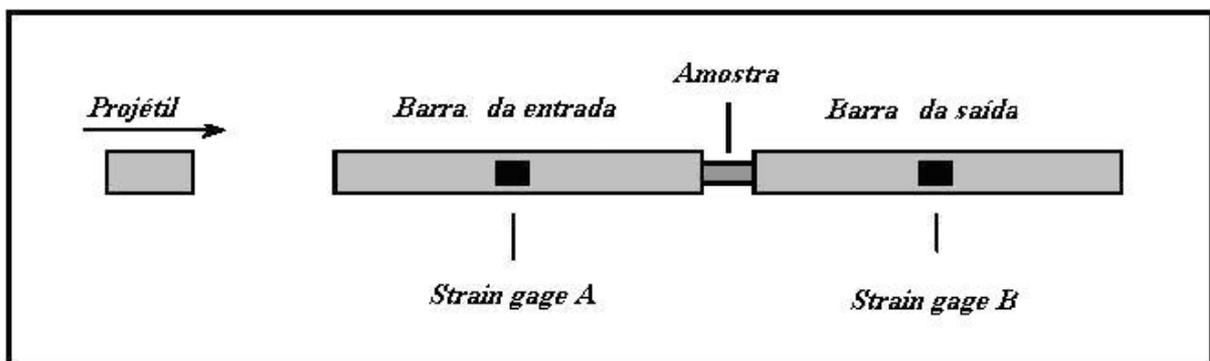
A avaliação de impacto em painéis compósitos requer uma compreensão das propriedades de material sob condições alto impacto. Existem vários modelos que descrevem o impacto em placas compósitas, no entanto, muitos dos estudos são para baixa velocidade de impacto. A onda de choque é mais do que uma onda elástica ou uma onda plástica, é uma onda compressiva supersônica composta de uma onda precursora elástica e uma onda plástica, com velocidades muito próximas. Por isso, formam uma frente de onda única que delimita a região que não sofreu os efeitos do choque e a região que os sofreu. Também ocorrem aumentos súbitos na tensão e na temperatura (Greenwood *et al.*, 1987). Além disso, a interação entre ondas se propagando em sentidos opostos pode gerar campos de tensão trativos, que promovem a abertura de trincas (*spalling*) como mostra a Figura 2.3.



**Figura 2.3:** Efeito *spalling* na placa de alumínio ([www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)).

As propriedades dos materiais variam em condições diferentes das normais, e como no caso de impacto, impossibilitando assim o uso de tabelas e gráficos de tensão-deformação, obtidos em experimentos onde a taxa de deformação ocorria de maneira bem lenta. Devido a isso diversos testes foram desenvolvidos para quantificar a mudança dessas características. Como exemplo destes testes pode citar o ensaio de Taylor ou split Hopkinson bar testing (teste Hopkinson de barras separadas), que foi desenvolvido para determinar novos valores de tensão-deformação de materiais quando submetidos a impactos de grande dimensão.

No ensaio de split Hopkinson bar testing, Figura 2.4, uma pequena amostra cilíndrica é colocada entre duas longas barras elásticas (barra de entrada e saída), todas elas com dimensões padronizadas e com suas extremidades bem polidas para aumentar a aderência entre as partes. Além disso, são colocados dois *strain-gages* nas barras para efetuar a medição da deformação. Então um projétil é atirado sobre a placa de entrada, gerando uma grande onda de choque, que se propaga através dela até se aproximar da sua extremidade. Nesse momento, parte dessa onda é refletida e volta pela placa enquanto a outra se propaga para a amostra e para a placa de saída (Kaiser, 1998).



**Figura 2.4:** Esquema do ensaio de Split Hopkinson bar (Kaiser, 1998).

Desde que a tensão não tenha ultrapassado a tensão de escoamento do material, pode-se calcular com os valores da deformação, taxa de deformação e tensão no material. A tensão de material pode ser calculada usando a Equação 2.1:

$$\sigma_s(t) = E \frac{A_0}{A_{cdp}} \varepsilon_s(t) \quad (2.1)$$

onde:

$E$  - módulo de resistência elástica da placa de saída [Pa];

$A_0$  - área da secção transversal da placa de saída [m<sup>2</sup>];

$A_{cdp}$  - área da secção transversal do corpo de prova (cdp) [m<sup>2</sup>];

$\varepsilon_s(t)$  - deformação transmitida.

A deformação do corpo de prova pode ser calculada como:

$$\varepsilon_s(t) = -\frac{2C_0}{L} \int_0^t E_R(t) dt \quad (2.2)$$

onde:

$C_0$  - velocidade do som [m/s];

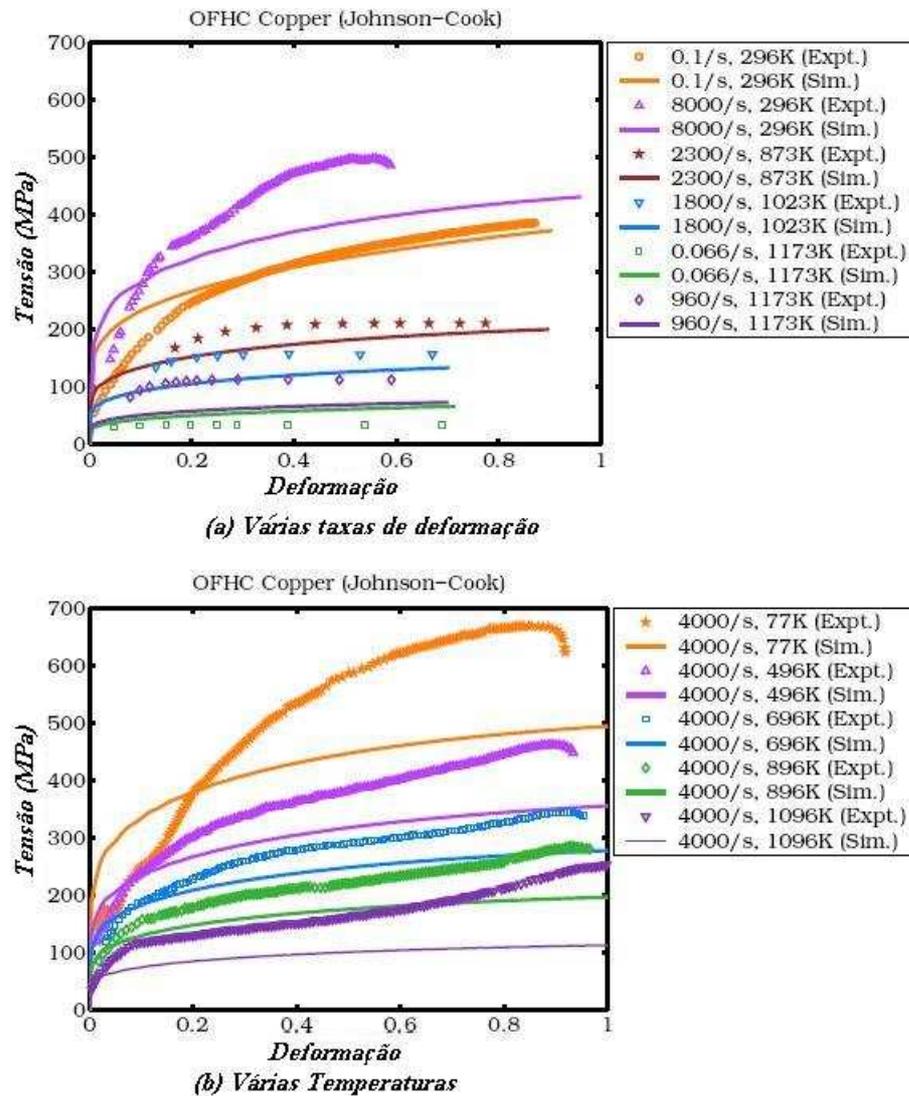
$\rho$  - massa específica [kd/m<sup>3</sup>];

$L$  - comprimento do corpo de prova [m];

$E_R$  - deformação da barra de entrada devido a reflexão da onda.

O diagrama de tensão versus deformação não é de grande utilidade se usado de forma isolada, para se obter as amplitudes das ondas de choque será necessário à obtenção de um diagrama dinâmico que envolvesse a tensão e a deformação.

Recentemente, tais testes foram extensivamente usados para a simulação de deformação plástica. Em um trabalho realizado por Banerjee (2005) compara vários modelos de materiais para o cobre OFHC, liga de alumínio 6061-T6, e o aço 4340 submetido às várias temperaturas e taxas de tensão. A Figura 2.5 mostra o modelo Johnson Cook, para o material OFHC.



**Figura 2.5:** (a) e (b) mostram valores da tensão para várias taxas de tensão e temperaturas (Banerjee, 2005).

As linhas sólidas das Figuras 2.5 (a) e (b) mostram os valores de tensão previstos para várias taxas de deformação e temperaturas, enquanto que os símbolos pontilhados mostram dados obtidos experimentalmente. O modelo utilizado foi o Johnson-Cook (Johnson e Cook, 1985) para o material cobre OFHC. A Figura 2.5 (a) mostra que o modelo superestima o campo de tensão de escoamento inicial (início de deformação) para o caso quase-estático em temperatura ambiente. A taxa de endurecimento é subestimada pelo modelo para o caso 8000/s em temperatura ambiente. O modelo adotado superestima os resultados experimentais em alguns casos, e subestima em outros. Por exemplo, na temperatura de 1173K observa-se a dependência da tensão de escoamento na taxa de deformação é subestimada a altas temperaturas. A Figura 2.5 (b) apresenta a mesma velocidade de

deformação de 4000/s para varias temperaturas. A tensão de escoamento é consistentemente subestimada pelo modelo Johnson-Cook.

No caso do material compósito (*Kevlar*<sup>®</sup>) utilizado nos modelos numéricos considerados neste trabalho, duas propriedades deste material foram estimadas com base nas taxas de deformação realizado por Shokrieh and Javadpour 2007. Para os materiais do projétil e da 1º camada (aço e cerâmica, respectivamente) utilizamos os dados reais que estão a favor da segurança.

## Capítulo 3

# SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

### 3.1 INTRODUÇÃO

O método de elementos finitos (*MEF*), diferenças finitas, volumes finitos ou outra técnica são úteis para resolver problemas não-lineares de engenharia (*AUTODYN User's Manual*, 1995). O interesse chave neste tipo de ferramenta avançada é utilizar parâmetros realísticos fazendo uma variação destes (tipos de materiais, orientação e espessura das camadas, etc), obtendo uma resposta realística com baixo custo experimental.

O presente capítulo trata da simulação computacional realizada através do programa comercial de elementos finitos *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup>. Este programa de elementos finitos tem a finalidade de simular problemas complexos (*LS-DYNA User's Manual*, 1998). Originalmente este programa foi escrito para executar simulações militares sendo capaz então de simular a penetração do projétil em um alvo.

Os pontos principais detalhados neste capítulo são: conceitos gerais do método, tipo de malha, detalhamento do elemento, modelo de materiais e contato utilizado na simulação. Para este trabalho se utilizou o *MEF* que é à base de funcionamento do programa *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup>. O *MEF* é uma técnica de análise numérica para se obter soluções aproximadas para uma ampla variedade de problemas de engenharia. Com a evolução da computação, que disponibilizou novos programas e hardware compatível, o *MEF* teve grande evolução nos últimos anos.

Conforme Huebner e Thornton (1982) o *MEF* pode ser dividido em três etapas:

- Pré-processamento: etapa inicial onde se prepara o problema a ser solucionado. Nesta etapa introduz a geometria, condições de contorno, carregamentos, elementos da malha e propriedades dos materiais. A base do *MEF* consiste em dividir o domínio em subdomínios. Os subdomínios são chamados de elementos finitos e são conectados aos elementos vizinhos por pontos denominados “pontos nodais” ou simplesmente “nós” (Oliveira, 2001).
- Solução: baseada em um sistema de equações que soluciona o problema proposto. Sua velocidade de resolução dependendo do tamanho e do condicionamento numérico.
- Pós-processamento: o *MEF* fornece deslocamentos, cálculos adicionais como, por exemplo, deformações e tensões. Estes dados gerados pela simulação são posteriormente analisados.

Depois de escolhido o método e o programa o próximo passo é fazer uma análise do problema a ser solucionada. No caso deste trabalho a análise é não linear.

### 3.2 ANÁLISE NÃO LINEAR

Ao se simular o impacto deve-se levar em consideração o comportamento não linear do fenômeno. O comportamento não linear segundo Bathe (1996) tem três causas principais:

- Cinemático: devido a grandes deslocamentos, rotações e deformações que ocorrem no processo;
- Constitutivo: devido ao caráter inelástico (plástico, viscoplástico, degradação) que caracteriza as deformações do material;
- Condições de contorno: devido à integração entre o contato e o atrito que se produz entre os sólidos.

No estudo de impacto sobre uma blindagem cerâmica e compósita, as causas da não-linearidade são: plasticidade, grandes deslocamentos, grandes rotações, deformações não-infinitesimais e os efeitos derivados do contato e atrito entre chapas, as quais podem ser agrupadas em:

- Não-linearidade geométrica;

- Não-linearidade de material;
- Mudanças nas condições de contato.

O *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup> é um software que realiza simulações dinâmicas utilizando a equação do movimento para solução de problemas dinâmicos não lineares que é:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F^a\} \quad (3.1)$$

Sendo que:

$\{u\}$  = vetor deslocamento;

$\{\dot{u}\}$  = vetor velocidade;

$\{\ddot{u}\}$  = vetor aceleração;

$[M]$  = matriz de massa;

$[C]$  = matriz de amortecimento;

$[K]$  = matriz de rigidez;

$\{F^a\}$  = vetor de forças aplicadas.

O programa *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup> realiza integração explícita no tempo usando o método das diferenças centrais. A idéia básica da integração é tentar satisfazer a equação do movimento em intervalos discretos de  $\Delta t$  assumindo uma variação de vetores de deslocamentos, velocidade e aceleração dentro destes intervalos. No item seguinte será realizada uma breve descrição da integração explícita e diferenças entre a integração explícita e implícita.

## 3.3 DIFERENÇAS ENTRE A INTEGRAÇÃO EXPLÍCITA E IMPLÍCITA

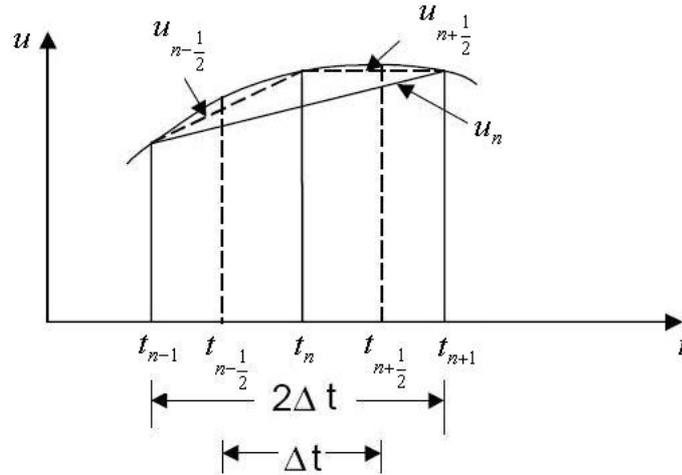
### 3.3.1 Integração de Tempo Explícita

Seguindo o manual do *ANSYS*<sup>®</sup>, User's manual (1995), a Equação do movimento 3.1, no instante  $t_n$ , a aceleração e velocidade podem ser escritas por:

$$\left\{ \ddot{u} \right\} = \frac{1}{(\Delta t)^2} \{ u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1} \} \quad (3.2)$$

$$\left\{ \dot{u} \right\} = \frac{1}{2\Delta t} \{ u_{n+1} - u_{n-1} \} \quad (3.3)$$

onde:  $\Delta t$  é o incremento de tempo ou intervalo dividido em instante próximo ( $u_{n+1}$ ), atual ( $u_n$ ) e anterior ( $u_{n-1}$ ) como mostra a Figura 3.1:



**Figura 3.1:** Método das diferenças centrais (ANSYS/LS-DYNA<sup>®</sup> User's Guide, 1998).

$$[M] \times \left\{ \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{(\Delta t)^2} \right\} + [C] \left\{ \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2\Delta t} \right\} + [K] \{ u \} = \{ F^a \} \quad (3.4)$$

Rearranjando tem-se:

$$\left[ [M] + \frac{\Delta t}{2} [C] \right] u_{n+1} = \left\{ (\Delta t^2) \left( -([K] \{ u_n \} + [F]) + 2[M] \{ u_n \} - \left( [M] - \frac{\Delta t}{2} [C] \right) u_{n-1} \right) \right\} \quad (3.5)$$

Portanto o instante próximo ( $u_{n+1}$ ) no lado esquerdo da Equação 3.5 é a incógnita a ser obtida. Os termos do lado direito são todos conhecidos.

### 3.3.2 Integração de Tempo Implícita

Efeitos de amortecimento e inércia ( $[C]$  e  $[M]$ ) não são incluídos, tipicamente para integração de tempo implícita. As acelerações e deslocamentos avaliados em  $t + \Delta t$  de tempo são determinados por:

$$\{ u_{t+\Delta t} \} = [k]^{-1} \{ F_{t+\Delta t}^a \} \quad (3.6)$$

Para problemas não lineares:

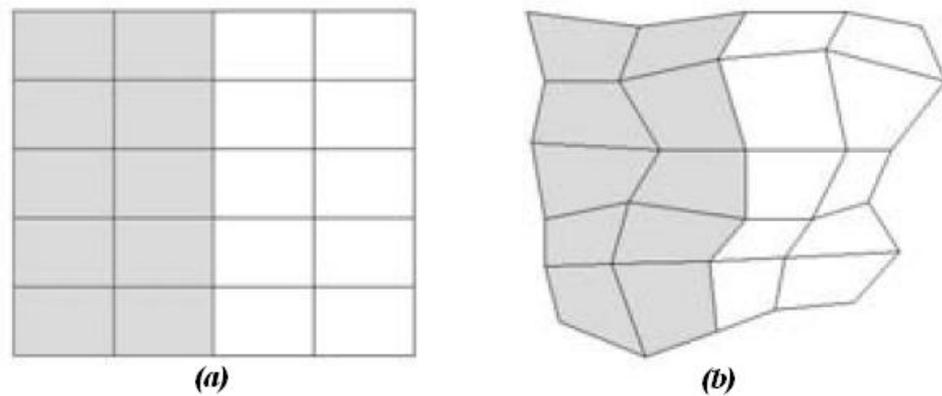
- A solução usa uma série de aproximações lineares obtida pelo método Newton-Raphson.
- A solução requer inversão da matriz de rigidez não linear  $[K]$ .
- Pequena interação de tempo é exigida para alcançar convergência.
- São providas ferramentas de convergência, porém esta não está garantida para problemas altamente não lineares.

### 3.4 FORMULAÇÃO NUMÉRICA PROBLEMA FÍSICO

Uma formulação deve ser escolhida quando um problema está definido em um programa do *MEF*, isto se o código permitir aplicar mais de uma técnica. Muitos códigos ou programas permitem que o usuário use formulações diferentes em partes distintas da definição de problema. Esta formulação depende também do tipo de elemento e material escolhido. Um resumo de quatro formulações foi realizado, porém, em função dos elementos e materiais escolhidos, foi utilizada a formulação lagrangeana.

#### 3.4.1 Formulação Lagrangeana

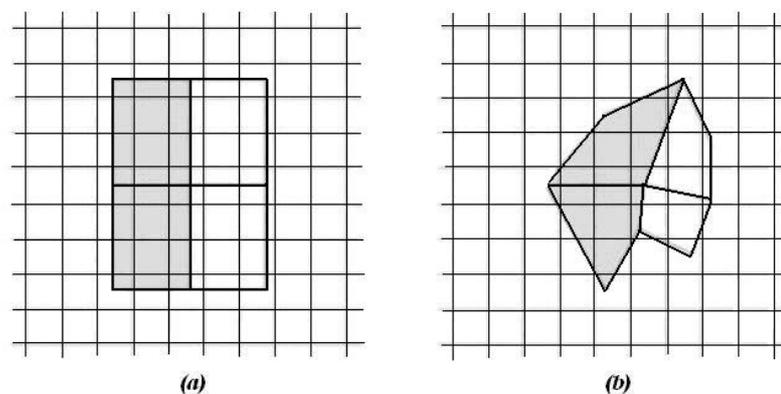
O sistema de coordenadas de referência lagrangeano acompanha o movimento do corpo, sendo apropriado para seguir o fluxo nas regiões de baixas e altas deformações (*AUTODYN User's Manual*, 1995). Este sistema coordenado se deformará com o material e conseqüentemente definirá exatamente as relações dos materiais, como mostrado na Figura 3.2, onde a parte sombreada representa materiais diferentes (*AUTODYN User's Manual*, 1995). Comparando com o método de Euler, o lagrangeano tende a ser mais rápido computacionalmente porque nenhum transporte do material através da malha necessita ser calculado. O inconveniente principal da formulação lagrangeana ocorre com o movimento excessivo do material, em que a malha leva a dificuldades numéricas na solução com o *MEF* exigindo, neste caso, a reforme desta para uma malha mais regular.



**Figura 3.2:** Sistema de coordenadas lagrangeano (a) não-deformado e (b) deformado.

### 3.4.2 Formulação Euleriana

Na formulação Euleriana o sistema coordenado não acompanha a malha na sua deformação (Scheffler e Zukas, 2000). Isto é feito em duas etapas ou fases. Na primeira etapa (fase lagrangeana), a malha permite deforma-se porque o problema avança com o tempo. Na segunda etapa a malha distorcida é remapeada atrás da malha original. Portanto, as relações de materiais não são bem definidas, como pode ser visto na Figura 3.3, onde a sombra representa materiais diferentes (Scheffler e Zukas, 2000). A maioria dos programas que utilizam a formulação euleriana emprega um esquema de reconstrução de material. No entanto dificuldades numéricas podem ocorrer nos limites entre materiais diferentes (contato). Neste caso, a relação pode simplesmente desaparecer e os materiais se comportam como sendo um mesmo material (Scheffler e Zukas, 2000).



**Figura 3.3:** Sistema de coordenadas euleriana (a) não-deformado e (b) deformado.

### 3.4.3 ALE (Arbitrary Lagrangian-Euler)

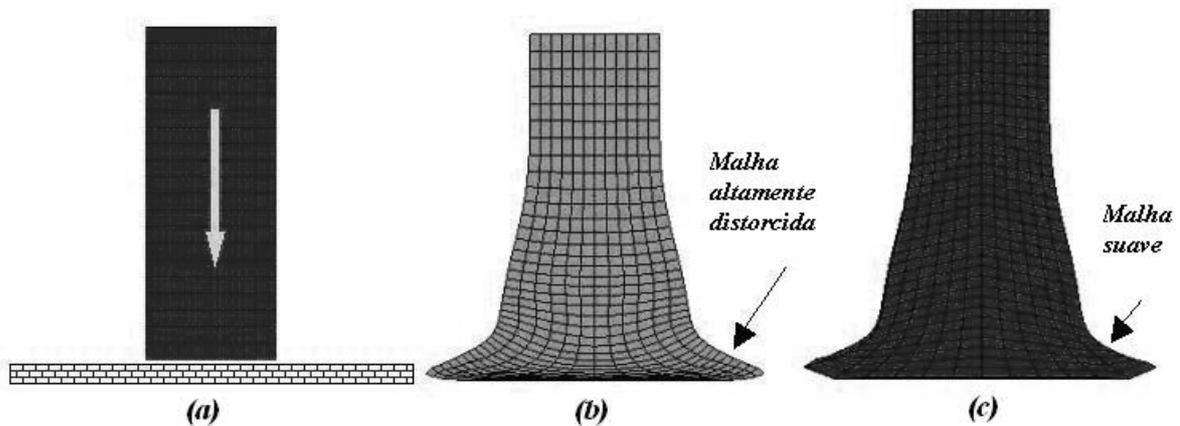
O método *ALE* é uma extensão do método lagrangeano que, através das etapas computacionais adicionais, move à malha remapeando a solução em uma malha nova (*ANSYS/LSDYNA* User's Manual, 1995). Uma vantagem desta técnica é que as liberdades dinâmicas em definir a configuração da malha devem permitir uma combinação das melhores características das técnicas lagrangeana e euleriana.

Este método é uma aproximação numérica para resolver problemas com grandes deformações e tensões e em aplicações de alta velocidade de impacto. O conceito geral desta formulação é que o domínio referencial arbitrário está definido para a descrição do movimento que é diferente do material (lagrangeana) e dos domínios espaciais (euleriana). Em um sistema lagrangeano a malha deforma-se com o material que está sendo modelado de modo que não haja nenhum fluxo de material entre elementos.

Para melhor exemplificar, consideremos um exemplo do manual do *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup>. O problema envolve alta velocidade de impacto de uma barra de metal mostrada na Figura 3.4(a). Como mostrado na Figura 3.4(b), a aproximação lagrangeana começa a quebrar na parte de baixo ao longo da superfície de impacto entre o metal e a parede rígida. A malha nesta região torna-se distorcida dificultando resultados exatos. Uma solução para aumentar a exatidão da aproximação lagrangeana em regiões altamente deformadas deve-se usar a malha adaptável. Os procedimentos adaptáveis, entretanto, são computacionalmente caros e ainda não são perfeitos para problemas tridimensionais. Outra desvantagem da aproximação lagrangeana é que somente um material pode ser modelado em cada elemento e que as superfícies (danificadas) novas não podem ser criadas. A aproximação *ALE* é uma alternativa muito eficaz para simular problemas com grandes deformações. Em seu sentido mais básico, o *ALE* define que o movimento da malha é independente do movimento do material que está sendo analisado. Embora o movimento da malha possa ser arbitrário, deforma-se tipicamente com o material perto dos campos lagrangeanos do fluxo.

A maior vantagem do método é que permite suavizar a malha distorcida sem a necessidade de um remapeamento completo. Esta suavização permite que a superfície livre do material seja seguida automaticamente sem encontrar os erros de distorção da aproximação lagrangeana (Figura 3.4(c)). A principal dificuldade do método é o comportamento dependente do trajeto do fluxo plástico que está sendo modelado. Devido à dependência deste

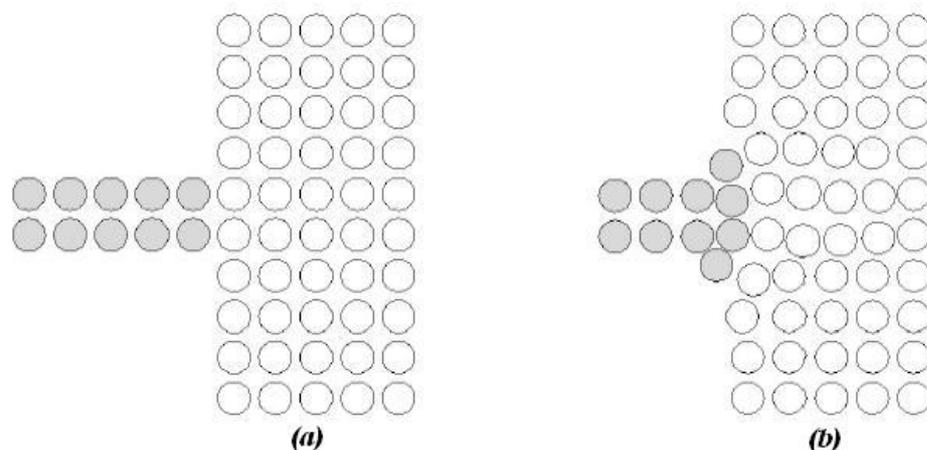
trajeto, o movimento relativo entre a malha e o material deve ser explicado nas equações constitutivas dos materiais.



**Figura 3.4:** (a) impacto de uma barra de metal em uma parede, (b) solução langrageana de impacto, (c) solução *ALE* de impacto (ANSYS/*LSDYNA* User's Manual, 1995).

### 3.4.4 Formulação SPH (*Smooth Particle Hydrodynamics*)

A técnica de *SPH* emprega a solução sem malha sendo um método lagrangeano puro da partícula (Libersky *et al.*, 1993). A ausência de malha e do cálculo das interações entre as partículas significa que grandes deformações podem ser computadas. Nas leis de conservação, as equações diferenciais parciais são transformadas em equações integrais com o uso de uma função de interpolação (Libersky *et al.*, 1993). A razão do por que uma malha não é necessária é que as funções são avaliadas usando seus valores em pontos discretos (partículas) fazendo interpolação (Figura 3.5).



**Figura 3.5:** Formulação *SPH*, (a) não-deformado e (b) deformado (Libersky *et al.*, 1993).

Cada método tem vantagens e desvantagens dependendo da sua aplicação. Outros métodos poderiam ser descritos, porém o objetivo é mostrar um pequeno detalhamento entre as formulações.

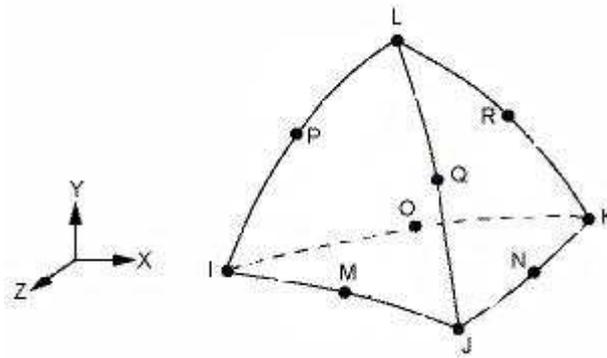
### 3.5 TIPO DE ELEMENTO E MALHA

O programa ANSYS® tem mais de 100 tipos de elementos enquanto o ANSYS/LS-DYNA® tem apenas nove elementos. O ANSYS/LS-DYNA® tem os seguintes elementos para análise dinâmica explícita:

- Elementos de linha: estes elementos são usados para modelar parafusos, estruturas tubulares, seções, molas, parafusos pré-tensionados, etc. Como exemplos têm os seguintes elementos de linha: *LINK160*, *BEAM161*, *LINK167*, *COMBI165*, *MASS166*.
- Elementos sólidos: Usados para estruturas em que a geometria, materiais, carregamentos ou detalhes de resultados requeridos não podem ser modelados com elementos simples. O *SOLID164* e o *SOLID168* são exemplos de dois elementos sólidos.
- Elementos de casca: Usados para modelar painéis finos ou superfícies curvas. A maior dimensão deve ser menor que 10 vezes a espessura. Para este tipo de elemento tem-se, por exemplo, o *PLANE162* e o *SHELL163*.

#### 3.5.1 Elementos Sólidos

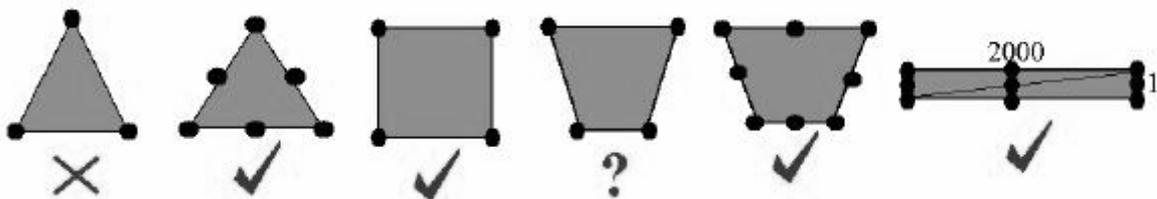
O elemento *SOLID168* (Figura 3.6) é um elemento tetraédrico com 10 nós e nove *DOF* (graus de liberdade) (*UX*, *UY*, *UZ*, *VX*, *VY*, *VZ*, *AX*, *AY*, *AZ*) por nó. Onde *U*, *V* e *A* refere-se à translação, velocidade e aceleração nodais nas direções (*X*, *Y*, *Z*) respectivamente.



**Figura 3.6:** Geometria do elemento *SOLID168* (ANSYS/LS-DYNA® User's Guide, 1998).

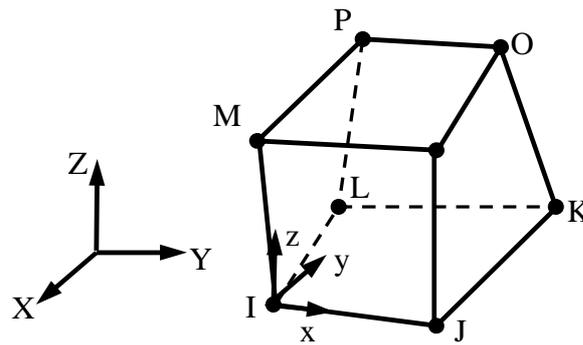
O *SOLID168* é um elemento com a malha fácil de ser criada, porém o resultado é um grande número de elementos, que contém somente elementos tetraédricos. A malha mapeada ou *sweep* geralmente contém poucos elementos, podendo ser aceitável à baixa ordem dos elementos, então o número de *DOF* é pequeno. Os pesquisadores Wang *et al.* em (1995), recomenda para o uso de elementos sólidos como mostra a Figura 3.7:

- Nunca usar elemento tetraedro linear.
- Os elementos tetraédricos quadráticos sempre podem ser utilizados.
- Elementos lineares hexaédricos são sensíveis em relação a cantos. Evitar grandes ângulos em regiões de concentração de tensão.
- Elementos hexaédricos quadráticos são robustos e computacionalmente caros.



**Figura 3.7:** Recomendação para o uso de elementos sólidos (Wang *et al.*, 1995).

A opção de elemento a ser utilizar neste trabalho foi o *SOLID164*. É um elemento hexaedro com oito nós e os seguintes graus de liberdade para cada nó: translação, velocidade, e aceleração nas direções  $x$ ,  $y$ , e  $z$  (Figura 3.8).



**Figura 3.8:** Geometria do elemento SOLID164 (ANSYS/LS-DYNA® User's Guide, 1998).

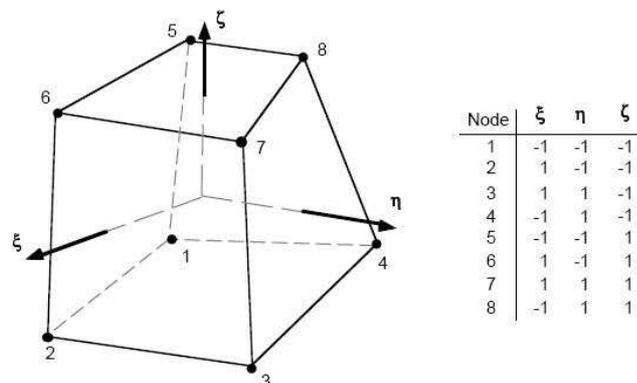
Para uma malha de elementos hexaedros com oito nós, temos:

$$x_i(X_\alpha, t) = x_i(X_\alpha(\xi, \eta, \zeta), t) = \sum_{j=1}^8 \phi_j(\xi, \eta, \zeta) x_j^i(t) \quad (3.7)$$

A função de forma  $\phi_j$  definida para os oito nós é:

$$\phi_j = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_j) (1 + \eta \eta_j) (1 + \zeta \zeta_j) \quad (3.8)$$

onde  $\xi_j, \eta_j, \zeta_j$  assumem valores nodais de  $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$  e  $x_j^i$  é a coordenada nodal do nó  $j$ th na direção  $i$ th (Figura 3.9).



**Figura 3.9:** Elemento hexaedro com oito nós.

Para um elemento sólido,  $N$  é a matrix retangular  $3 \times 24$  dada por:

$$N(\xi, \eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & 0 & \phi_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \phi_1 & 0 & 0 & \phi_2 & \dots & \phi_8 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \phi_8 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

O vetor de tensão é dado por:

$$\sigma^t = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}) \quad (3.10)$$

Denotando por  $[B]$  a matriz de deformação-deslocamento 6 x 24 por:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} N \quad (3.11)$$

Para obter uma matriz diagonal, as fileiras são somadas que dão ao k-ésimo termo diagonal como:

$$m_{kk} = \int_v \rho \phi_k \sum_{i=1}^8 \phi_i dv = \int_v \rho \phi_k dv \quad (3.12)$$

Os termos na matriz de deformação-deslocamento são calculados prontamente. Note que:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \phi_i}{\delta \xi} &= \frac{\delta \phi_i}{\delta x} \frac{\delta x}{\delta \xi} + \frac{\delta \phi_i}{\delta y} \frac{\delta y}{\delta \xi} + \frac{\delta \phi_i}{\delta z} \frac{\delta z}{\delta \xi} \\ \frac{\delta \phi_i}{\delta \eta} &= \frac{\delta \phi_i}{\delta x} \frac{\delta x}{\delta \eta} + \frac{\delta \phi_i}{\delta y} \frac{\delta y}{\delta \eta} + \frac{\delta \phi_i}{\delta z} \frac{\delta z}{\delta \eta} \\ \frac{\delta \phi_i}{\delta \xi} &= \frac{\delta \phi_i}{\delta x} \frac{\delta x}{\delta \xi} + \frac{\delta \phi_i}{\delta y} \frac{\delta y}{\delta \xi} + \frac{\delta \phi_i}{\delta z} \frac{\delta z}{\delta \xi} \end{aligned} \quad (3.13)$$

pode ser escrita como:

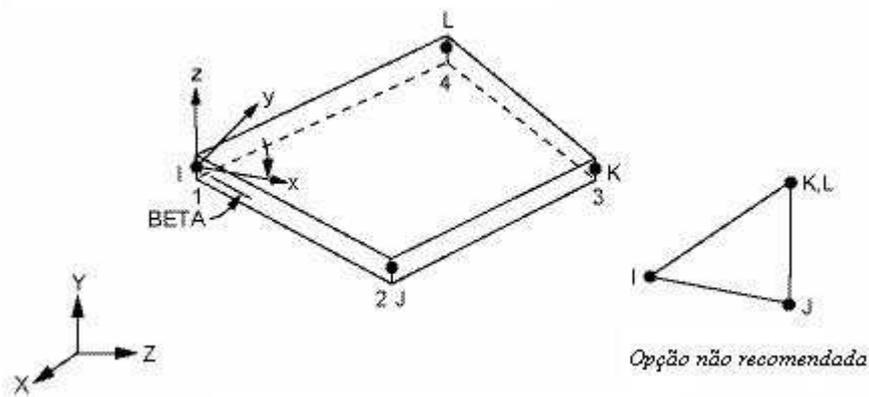
$$\begin{bmatrix} \frac{\delta \phi_i}{\delta \xi} \\ \frac{\delta \phi_i}{\delta \eta} \\ \frac{\delta \phi_i}{\delta \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta x}{\delta \xi} & \frac{\delta y}{\delta \xi} & \frac{\delta z}{\delta \xi} \\ \frac{\delta x}{\delta \eta} & \frac{\delta y}{\delta \eta} & \frac{\delta z}{\delta \eta} \\ \frac{\delta x}{\delta \xi} & \frac{\delta y}{\delta \xi} & \frac{\delta z}{\delta \xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta \phi_i}{\delta x} \\ \frac{\delta \phi_i}{\delta y} \\ \frac{\delta \phi_i}{\delta z} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \frac{\delta \phi_i}{\delta x} \\ \frac{\delta \phi_i}{\delta y} \\ \frac{\delta \phi_i}{\delta z} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Invertendo a matriz jacobiana  $J$ , pode-se resolver para os termos desejados:

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta\phi_i}{\delta x} \\ \frac{\delta\phi_i}{\delta y} \\ \frac{\delta\phi_i}{\delta z} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\delta\phi_i}{\delta\xi} \\ \frac{\delta\phi_i}{\delta\eta} \\ \frac{\delta\phi_i}{\delta\xi} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

### 3.5.2 Elementos de Cascas

Como comentado anteriormente tem-se dois elementos de casca. O primeiro é o elemento *PLANE 162* com quatro nós e seis DOF ( $UX, UY, VX, VY, AX, AY$ ) por nó. Onde  $U, V$  e  $A$  refere-se à translação, velocidade e aceleração nodais nas direções ( $X, Y$ ) respectivamente. Porém esse elemento não pode ser usado em conjunto com elementos explícitos 2D ou 3D no mesmo modelo, por este motivo não foi utilizado o *PLANE 162*. O elemento *SHELL 163* mostrado na Figura 3.10 tem 4 nós e 12 DOF em cada nó ( $UX, UY, UZ, VX, VY, VZ, AX, AY, AZ, ROTX, ROTY, ROTZ$ ). Onde  $U, V$  e  $A, ROT$  refere-se à translação, velocidade, aceleração e rotação nodais nas direções ( $X, Y, Z$ ) respectivamente.



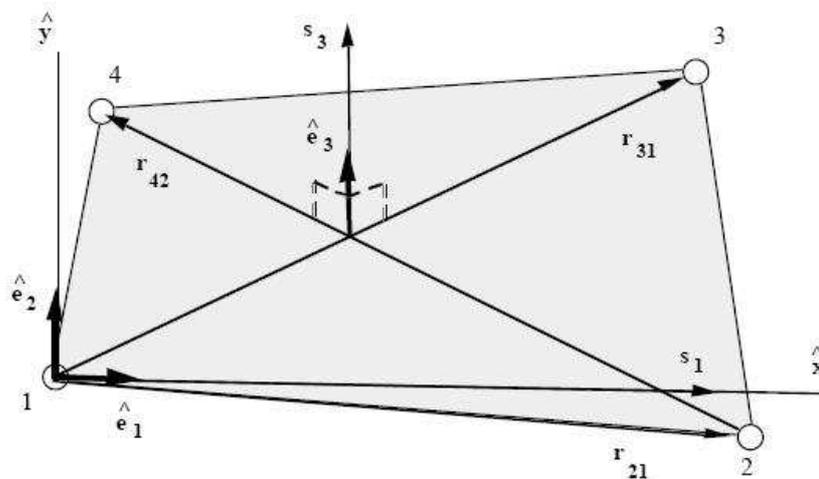
**Figura 3.10:** Geometria do elemento SHELL163 (ANSYS/LS-DYNA® User's Guide, 1998).

O elemento *SHELL163* tem capacidade de resistir a tensões de flexão e de membrana sendo que as cargas aplicadas são no plano normal. Este elemento pode ser utilizado para materiais compósitos ou não. Este elemento permite adicionar no máximo cem pontos de integração através da sua espessura. Os pontos de integração podem ou não ser igualmente espaçados através da espessura, tal que esta casca é subdividida em camadas de espessura

igual (até 100 camadas). A espessura é variada sobre a área do elemento na entrada de dados do programa. Com isso, o programa *ANSYS* sobrepõe qualquer valor de espessura que o usuário especificar para a determinação dos resultados.

O elemento *SHELL* desenvolvido por Belytschko-Lin-Tsay (Belytschko *et al.* 1984<sup>a</sup>) foi implementado no *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup> como uma alternativa computacionalmente eficaz. O elemento *SHELL* Belytschko-Lin-Tsay é baseado em uma combinação de formulação co-rotacional e deformação de velocidade.

O meio da superfície do elemento quadrilátero *SHELL* de referência ou de superfície, é definido pela localização dos quatro cantos do elemento (coordenadas co-rotacional). Um elemento com o sistema de coordenadas (Figura 3.11) deforma em termos destas coordenadas nodais. O processo de construção do sistema de coordenadas co-rotacional começa a calcular um vetor unitário normal para a diagonal principal do elemento:



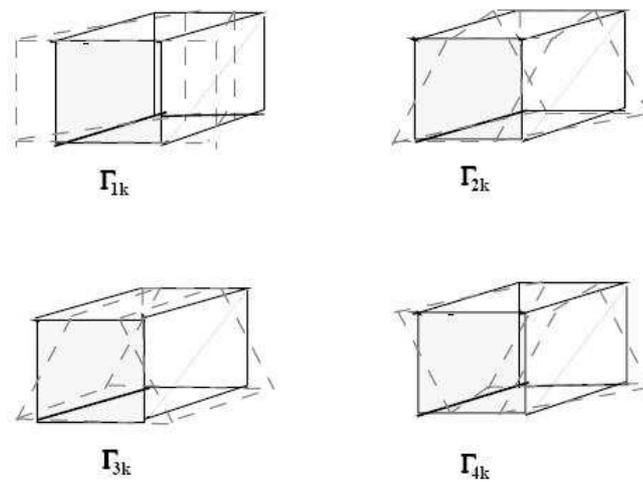
**Figura 3.11:** Construção do sistema de coordenada do elemento (*ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup> User's Guide, 1998).

No capítulo 6 serão mostrados alguns resultados utilizando este elemento *SHELL* para a camada de material compósito.

### 3.6 CONTROLE DE HOURGLASS

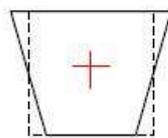
A maior desvantagem da integração de um ponto é a necessidade de controlar os modos de energia zero, chamadas modos *hourglassing* (Figura 3.12). Estes modos

indesejáveis do *hourglass* tendem a ter períodos que são tipicamente muito mais curtos do que os períodos da resposta estrutural, sendo frequentemente oscilatórios. Um caminho para resistir o *hourglassing* indesejável é ter uma pequena rigidez elástica. Os dois primeiros algoritmos tridimensionais citados no manual do *LS-DYNA User's* para o controle do *hourglass* foram desenvolvidos por Kosloff e Frazier, (1978) e Wilkins *et al.* (1974). Como as modalidades de deformação do *hourglass* são ortogonais para os cálculos de deformação, o trabalho feito pela resistência do *hourglass* é negligenciado na equação da energia. Isto pode conduzir a uma perda ligeira de energia; entretanto, o controle do *hourglass* é recomendado sempre para integração de elementos sólidos.



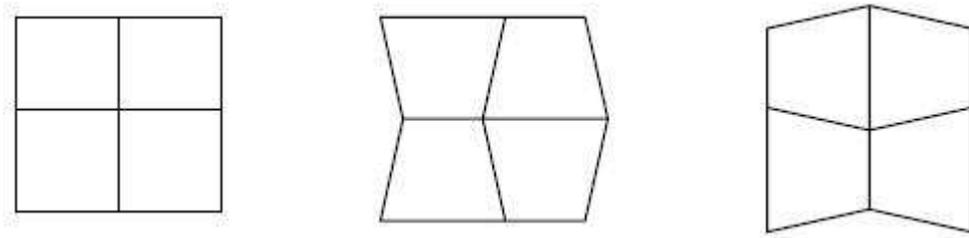
**Figura 3.12:** Modos de *hourglass* de um elemento de oito nós com um ponto de integração (Figura retirada do Manual do *LS-DYNA* indicando como autores Flanagan e Belytschko, 1981).

O modo de *hourglass* refere a um vetor nodal de deslocamento  $\{u\}$  que não é um movimento de corpo rígido, mas não obstante produz a energia de tensão zero  $\{u\}^t [K] \{u\}/2$ . Para detectar o modo de energia zero, extraia uma cruz pequena em cada ponto gaussiano. Se o comprimento de ambas as linhas de todas as cruzes são os mesmos e o ângulo é  $90^\circ$  significa que todos os componentes da tensão são zero em todos os pontos gaussianos, um modo de energia zero é ilustrado na Figura 3.13.



**Figura 3.13:** Detecção do modo de *hourglass*.

O modo *hourglass* pode ocorrer em um único elemento, ou em uma malha de elementos (Figura 3.14). Esse modo é chamado modalidade de *hourglass* por causa de sua forma física. O modo de energia zero pode ocorrer em um simples elemento ou em uma malha de elementos e sua ocorrência indica que a solução do problema não é única e a matriz rigidez global é singular ou quase singular.



**Figura 3.14:** Modos de *hourglass* na malha.

Para um elemento com  $N$  nós em  $2D$ , a dimensão da matriz de  $[K]$  é  $2N$ , e haverá  $2N$  modos independentes de deformação. Como três modos se referem aos movimentos de corpo rígido, o Rank de  $[K]$  é  $2N-3$  se nenhum modo de energia zero existir. Se houver  $M$  modos de energia zero, o Rank de  $K$  estará reduzido por  $M$ , isto é  $rank(K) = 2N-3-M$ . O modo de energia zero ocorre por causa de uma deficiência na formulação do elemento, tal como o uso de integração de Gauss de baixa ordem (Hughes, 1987). O ANSYS/LS-DYNA® recomenda a integração reduzida com controle de hourglass, que também foi utilizado nas simulações computacionais.

### 3.7 A EQUAÇÃO DE ESTADO (EOS)

A maioria dos programas computacionais usa como base as três equações da conservação (Holian, 1990):

1. Conservação de massa
2. Conservação do momento
3. Conservação de energia

Os programas computacionais utilizam equações diferenciais para o movimento dinâmico do material para expressar a conservação de massa, momento e de energia. Para obter uma solução completa considerando as condições de limite iniciais, é necessário definir uma relação mais adicional entre as variáveis do fluxo. Isto pode ser encontrado com um modelo de material que relacione tensão, deformação e energia interna. Um *EOS* pode ser expresso por uma equação analítica (ou por diversas equações), ou por uma tabela de números. Muitos trabalhos foram desenvolvidos com o objetivo de descrever modelos para materiais diferentes, desde que cada material requer seu próprio *EOS*. Ainda neste capítulo serão detalhados os modelos de materiais que foram utilizados.

### 3.8 MODELOS DE MATERIAL

Vários modelos de materiais existem para modelar o dano, sujeito a carga estática ou a carga impulsiva. De uma maneira geral, eles podem ser classificados conforme Iannucci e Ankersen (2005) como:

- Critério de falha aproximado (que pode ser baseado na tensão equivalente ou deformação).
- Critério de mecânica da fratura aproximado (baseado em taxas de energia).
- Critério de plasticidade.

As aproximações dos critérios de falha normalmente são classificadas em critérios de falha específica para os vários mecanismos de dano. Os critérios de falha para materiais compósitos, como já foi dito, podem ser classificados em dois grupos: critérios independentes e polinomiais. Silvestre Filho (2001) avalia a falha de laminados a partir dos critérios polinomiais, considerado parcialmente interativos devido à relação entre as componentes das tensões. Foi realizado um resumo dos três citados no capítulo 2: critérios de Tsai-Hill, Tsai-Wu e Hoffman:

- Critério de Tsai-Hill: neste analisa-se o critério de Hill para o estado plano de tensão fazendo uma simplificação  $z = y$ . No critério de Hill a energia de distorção de um material ortotrópico, onde as tensões de cisalhamento  $\tau_{12}$ ,  $\tau_{23}$ ,  $\tau_{31}$  são diferentes de zero é são obtidas de maneira análoga a um material isotrópico. Igualando a energia de

distorção de cisalhamento com a energia no ponto de ruptura, estabelecendo-se o critério de ruptura para tensão combinada para materiais compósitos.

- Critério de Tsai-Wu: este procedimento foi proposto em 1971 por Tsai e Wu para aumentar o número de termos na equação do critério da falha de Hill. O objetivo é melhor aproximar os dados experimentais obtidos para os vários materiais. Uma vantagem desse método é que existe liberdade para a utilização de tantos termos quantos sejam necessários para a aproximação dos pontos experimentais de um material (Mendonça, 2005).
- Critério de Hoffman: Neste critério considera a diferença de comportamento em tração e compressão. Admite também que a ruptura acontece quando a seguinte igualdade for verificada:

$$c_1(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + c_2(\sigma_2 - \sigma_3)^2 \dots c_4\sigma_1 + c_5\sigma_2 + \dots + c_9\tau_{31}^2 = 1 \quad (3.16)$$

As constantes  $c_i$  são determinadas a partir de ensaios experimentais para a obtenção das tensões de ruptura em tração e compressão:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{Y_t Y_c} + \frac{1}{Z_t Z_c} - \frac{1}{X_t X_c} \right] \\ &\vdots \\ c_4 &= \frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Na biblioteca do *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup> há uma variedade de modelos de materiais, aqui se utiliza para a modelagem do projétil o *Plastic Kinematic Model* e para as placas de material compósito o *Composite Damage Model*.

### 3.8.1 Modelo Plástico Cinemático “Plastic Kinematic Model”

Este modelo é uma combinação de material isotrópico e cinemático com dependência da taxa de tensão e falha. Este modelo foi usado para modelar o material do projétil (aço 4340) e da placa cerâmica (alumina). Para a taxa de deformação é usado o modelo de Cowper-Symonds:

$$\sigma_y = \left[ 1 + \left( \frac{E_f}{c} \right)^{\frac{1}{p}} \right] \sigma_0 \quad (3.18)$$

onde  $\sigma_0$  é a tensão inicial,  $c$  e  $p$  são parâmetros de Cowper-Symonds,  $E_f$  é a taxa de deformação. O crescimento de trincas e a fratura durante penetração do projétil são permitidos neste modelo. O modelo remove os elementos danificados da malha quando o dano alcança variáveis de valor crítico. As falhas são assumidas quando a tensão plástica (tensão de erosão) alcança o valor crítico de 0,15 (Kurtaran *et al.*, 2003). As propriedades dos Materiais utilizadas para o modelo de material estão na Tabela 3.1:

**Tabela 3.1:** Propriedades do aço e da alumina.

Propriedades	Aço	Alumina
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	7850	3720
$E$ (GPa)	210	303
$\nu$	0.3	0.21
$\sigma_y$ (MPa)	792	2108
$E_t$ (GPa)	21	0
$c$	40	Falta
$p$	5	Falta
$E_f$	0.15	Falta

onde:  $\rho$  = massa específica,  $E$  = módulo de elasticidade,  $\nu$  = Poisson,  $\sigma_y$  = resistência mecânica,  $E_t$  = módulo de tangente,  $c$  e  $p$  = parâmetros Cowper-Symonds,  $E_f$  = tensão de falha.

### 3.8.2 Modelo Dano em Compósito “Composite Damage Model”

Este modelo de material foi desenvolvido por Chang e Chang (1987) para falha no material compósito (*Kevlar*<sup>®</sup> e *Dyneema*<sup>®</sup>). São usados cinco parâmetros para o modelo:

$S_1$  = resistência à tração longitudinal.

$S_2$  = resistência à tração transversal.

$S_{12}$  = força de cisalhamento.

$C_2$  = força de compressão transversal.

$\alpha$  = parâmetro de tensão de cisalhamento não linear.

Todos os parâmetros são experimentalmente determinados. Também são introduzidos o módulo elástico ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ), módulo de cisalhamento ( $G_{xy}$ ,  $G_{yz}$ ,  $G_{xz}$ ),

densidade e as relações de Poisson  $(\nu_{xy}, \nu_{yz}, \nu_{xz})$ . Conforme manual teórico do *LS-DYNA* a equação da deformação é:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E_1}(\sigma_1 - \nu_1 \sigma_2) \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E_2}(\sigma_2 - \nu_2 \sigma_1) \\ 2\varepsilon_{12} &= \frac{1}{G_{12}}\tau_{12} + \alpha\tau_{12}^3\end{aligned}\quad (3.19)$$

A Equação (3.19) define o parâmetro de tensão de cisalhamento não-linear. O termo de cisalhamento da matriz e da fibra em cada modo de dano é dado por:

$$\bar{\tau} = \frac{\frac{\tau_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3}{4}\alpha\tau_{12}^4}{\frac{S_{12}^2}{2G_{12}} + \frac{3}{4}\alpha S_{12}^4}\quad (3.20)$$

que é a relação entre a tensão de cisalhamento e a força de cisalhamento. O critério de falha para trinca na matriz é determinado por:

$$F_{matriz} = \left(\frac{\sigma_2}{S_2}\right)^2 + \bar{\tau}\quad (3.21)$$

onde a falha é assumida sempre que  $F_{matriz} > 1$ . O critério de falha de compressão é determinado por:

$$F_{comp} = \left(\frac{\sigma_2}{2S_{12}}\right)^2 + \left[\left(\frac{C_2}{2S_{12}}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_2}{C_2} + \bar{\tau}\quad (3.22)$$

Na Equação (3.22) também é assumida falha sempre que  $F_{comp} > 1$ . O critério de falha final é devido à quebra da fibra mostrada por:

$$F_{fiber} = \left(\frac{\sigma_1}{S_1}\right)^2 + \bar{\tau}\quad (3.23)$$

Novamente a falha é assumida sempre que  $F_{fiber} > 1$ . Este modelo de material é requerido para combinação de várias camadas de material compósito. As propriedades dos materiais utilizados para este modelo estão mostradas na Tabela 2.1

### 3.9 CONTATO

O tratamento do contato do impacto entre as placas e o projétil é também importante para a simulação. Dentro destes programas computacionais existem também algoritmos que geram o contato entre os objetos simulados. Por exemplo, o método de aproximação é usado para amarrar ou colar os objetos estudados (no caso deste trabalho, entre placas de blindagem).

Um lado da interface é chamado lado *slave*, e o outro lado como *target*. Os nós que se encontram naquelas duas superfícies são chamados como nós de *slave* e de *target*, respectivamente. No método simétrico da penalidade, esta distinção é irrelevante, mas nos outros métodos os nós *slave* estão confinados a deslizar na superfície *target*. Nesta aproximação as superfícies do *slave* e do *target* são geradas internamente dentro do *LS-DYNA* das identificações da peça dada para cada superfície.

A superfície de contato considerado no programa descreve a interação adequada entre geometrias complexas submetidas a grandes deformações e impacto dinâmico. No caso deste trabalho são utilizados contatos entre projétil e placas cerâmica e compósito e entre as placas cerâmica e compósito. O tipo de contato *eroding* é necessário quando o elemento formado por uma ou ambas as superfícies exteriores falha durante o contato. O contato é autorizado a continuar com os elementos interiores restantes. O contato *eroding* foi utilizado para o contato entre o projétil/placa cerâmica e do projétil/placa compósito. O contato *Tied* é utilizado para o contato entre placa cerâmica/compósitos. Este último contato se comporta como se fosse uma cola, os nós do contato da placa cerâmica com os nós da placa compósito. O efeito deste contato *Tied* é que a superfície *target* pode deformar-se e os nós *slave* são obrigados a seguir esta deformação.

O atrito é também um fator importante, o *ANSY/LS-DYNA*<sup>®</sup> é baseada na formulação de *Coulomb*. Considere  $f^*$  a força,  $f_n$  a força normal,  $k$  é o coeficiente viscosidade,  $\mu$  o coeficiente de atrito e o  $f^n$  a força de atrito no tempo  $n$ . O algoritmo de atrito será detalhado abaixo, se usa o equivalente a uma mola plástica elástica. As etapas são como segue:

1. Compute a força de rendimento,  $F_y$  pela equação:

$$F_y = \mu |F_n| \quad (3.24)$$

2. Calcule o movimento incremental do nó *slave* por:

$$\Delta e = r^{n+1} (\xi_c^{n+1}, \eta_c^{n+1}) - r^{n+1} (\xi_c^n, \eta_c^n) \quad (3.25)$$

3. Atualize a força da interface a um valor experimental conforme equação abaixo:

$$f^* = f^n - k\Delta e \quad (3.26)$$

4. Verificação da condição do rendimento como mostrado pela:

$$f^{n+1} = f^* \quad se \ |f^*| \leq F_y \quad (3.27)$$

5. Escale a força experimental se for muito grande:

$$f^{n+1} = \frac{F_y f^*}{|f^*|} \quad se \ |f^*| > F_y \quad (3.28)$$

6. Uma função interpolação exponencial suave à transição entre os coeficientes de fricção estática ( $\mu_s$ ), e o dinâmico ( $\mu_d$ ), onde  $v$  é a velocidade relativa entre o nó *slave* e o segmento *target*:

$$\mu = \mu_d + (\mu_s - \mu_d)e^{-c|v|} \quad (3.29)$$

onde  $v$  como equação:

$$v = \frac{\Delta e}{\Delta t} \quad (3.30)$$

$\Delta t$  é o tamanho do passo de tempo, e  $c$  é uma constante de deterioração.

A interface da tensão de cisalhamento que se forma em consequência do atrito de *Coulomb* pode ser muito grande e em alguns casos podendo exceder a capacidade do material de carregar tal tensão. Conseqüentemente um outro limite é colocado no valor da força tangencial como mostrado abaixo:

$$f^{n+1} = \min(f_{Coulomb}^{n+1}, kA_{master}) \quad (3.31)$$

onde  $A_{master}$  é a área do segmento mestre e  $k$  é o coeficiente viscosidade. Desde de que mais de um nó possa contribuir para a tensão de cisalhamento de um segmento. A tensão do material em alguns casos pode exceder o limite  $k$ . Valores típicos de atrito de alguns materiais são encontrados em *Handbook* de engenharia.

Segundo Borvik e colaboradores em 2002 efeitos de atritos são frequentemente negligenciada em problemas de impacto. Segundo os autores um coeficiente de atrito dinâmico de 0,1 é proposto na literatura para trabalhar com metais. Um valor mais baixo de 0,05 pode ser utilizado em situações de impacto devido a altas velocidades e temperaturas. O valor do coeficiente de atrito utilizado neste trabalho foi de 0,1.

## Capítulo 4

# MODELAGEM ESTOCÁSTICA: OBTENÇÃO DE META-MODELOS

### 4.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é demonstrar técnicas para fazer um planejamento fatorial e com os dados adquiridos pelo *MEF* traçar uma superfície de resposta. Neste capítulo será discutido o método utilizado para gerar o *DOE* (planejamento de experimento) e para a superfície de resposta. Existem vários métodos para gerar a superfície de resposta através de um conjunto de dados que também será discutido neste capítulo. Depois de geradas as equações de regressão pode-se utiliza-las no algoritmo de otimização e confiabilidade que será discutido no capítulo 5.

### 4.2 PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

O *DOE* ou planejamento de experimentos consiste em controlar uma ou mais variáveis de um experimento de forma a observar o reflexo destas alterações sobre uma ou mais variáveis de resposta. O objetivo em se utilizar esta técnica é ter uma maior precisão estatística na resposta e o menor custo no processo. Sendo, portanto, uma técnica de extrema importância para a indústria, pois seu emprego permite resultados confiáveis economizando tempo e dinheiro.

No entanto, a ferramenta do *DOE* não substitui o conhecimento do especialista, o domínio do problema é de fundamental importância. Os conhecimentos do problema em conjunto com a técnica permitiram bons planejamentos de experimentos, ou seja, planejamentos mais rápidos (menos pontos), de menor custo e que possibilitem a resposta para diversos problemas. Abaixo definimos a terminologia para a utilização do *DOE*:

- a variável de resposta representa o valor obtido, que neste caso são as respostas obtidas do *MEF* que sofrem variações dos dados de entrada;
- os fatores são as variáveis de entrada de um experimento que podem ser controladas pelo conhecedor do problema original, estas variáveis serão mencionadas adiante;
- os níveis de um fator são os valores específicos que podem ser atribuídos ao fator.

O meta-modelo se inicia gerando um projeto fatorial (*DOE*) selecionando os fatores que têm efeitos no projeto estudado. Depois de gerado um projeto fatorial se coleta os dados de resposta, que no caso deste trabalho será obtido utilizando o programa de elementos finitos. Quando se cria um projeto no *Minitab*<sup>®</sup> é gerado duas colunas nomeadas como *StdOrder* ( $C_1$ ) e *RunOrder* ( $C_2$ ). A coluna  $C_1$  mostra a ordem da experiência feita em ordem e a  $C_2$  mostra a ordem dos funcionamentos da experiência na ordem aleatória. No caso deste trabalho não há necessidade de fazer aleatoriedade das variáveis a ordem padrão e a ordem do funcionamento neste caso é a mesma. Além destas duas colunas são também armazenados os indicadores no ponto central ( $C_3$ ) e números de bloco ( $C_4$ ). Os blocos são agrupamentos de dados para eliminar fontes de variabilidade. Se não adicionar pontos centrais o programa ajusta todos os valores de  $C_3$  e  $C_4$  para 1. As colunas seguintes  $C_5$  até  $C_n$  são colunas das variáveis básicas importantes para o projeto. No caso deste trabalho temos  $C_5$  até  $C_9$  variáveis básicas ou de entrada mais suas interações no total de 20 variáveis que serão detalhadas no capítulo 6 de resultados. As cinco variáveis básicas são:

1. número de camadas da placa compósita;
2. ângulo de incidência do projétil;
3. módulo de elasticidade;
4. resistência mecânica;
5. velocidade do projétil.

O projeto discutido nesta seção diz respeito a todas as estimativas de superfícies de resposta, na seqüência do modelo geral da equação abaixo:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_k X_k + b_{12} X_1 X_2 + \dots + b_{k-1,k} X_{k-1} X_k + b_{11} X_1^2 + \dots + b_{kk} X_k^2 \quad (4.1)$$

Em outras palavras é uma adaptação de um modelo para os valores observados da variável dependente  $Y$ , que incluem: i) principais fatores de efeitos  $X_1, \dots, X_k$ ; ii) as interações entre os fatores ( $X_1 X_2, X_1 X_3, \dots, X_k X_{k-1}$ ); e iii) suas componentes quadráticas ( $X_1^2, \dots, X_k^2$ ). Nenhum pressuposto é feito em relação aos "níveis" dos fatores, e pode-se analisar qualquer conjunto de valores contínuos para os fatores. São cinco os fatores ou variáveis básicas de interesse e três opções para o *DOE* que são:

- projetos simples: para este tipo de projeto a variação do fator é de cada vez, para os  $k$  fatores com o  $i^{\text{ésimo}}$  fator tendo  $n_i$  níveis, como  $n = 1 + \sum_{i=1}^K (n_i - 1)$ , tem que se assumir que os fatores não interagem, o esforço para este tipo de projeto é grande então o ideal é evitar esse enfoque de experimentação;
- projetos com fatorial completo: Para os  $k$  fatores com o  $i^{\text{ésimo}}$  fator tendo  $n_i$  níveis, como  $n = \prod_{i=1}^k n_i$ , o teste é para cada possível combinação dos níveis dos fatores, por este motivo é gerado muitos experimentos;
- projetos com fatorial fracionado: é utilizado quando se quer reduzir o número de execuções para um tamanho gerenciável.

O projeto com todas as combinações possíveis é chamado um projeto fatorial completo é mostra em seus resultados efeitos distintos entre si. Entretanto, podem-se obter resultados significativos fazendo poucas combinações com o projeto fatorial fracionário que é o utilizado neste trabalho.

São vários os tipos de projeto de experimento o  $2^k$  e  $3^k$  são dois exemplos que exigem fixar os níveis dos fatores em dois ou três níveis. O fatorial  $2^k$  é usado para determinar os efeitos de  $k$  fatores sendo cada um com duas alternativas ou níveis. Este fatorial geralmente é usado antes de estudos mais detalhados. Cada fator medido é representado por seu nível máximo e mínimo.

O fatorial  $3^k$  exige que o experimento tenha uma grande quantidade de rodadas. Em muitos casos, modelos  $2^k$  e  $3^k$  não são viáveis, pois algumas combinações são limitadas de alguma forma, que não é o caso deste projeto (por exemplo, fatores  $A$  e  $B$  não pode ser fixado em seus níveis elevados simultaneamente). Uma outra razão esta relacionada com a

eficiência, muitas vezes é desejável explorar uma região de interesse experimental em pontos específicos que não podem ser representados por um destes planejamentos fatoriais.

Entre os vários métodos de *DOE* existem dois principais tipos de arranjos experimentais para ser utilizado na metodologia da superfície de resposta: o planejamento central composto e o Box-Behnken, que daremos ênfase a partir deste ponto.

O planejamento do tipo Box-Behnken (Box e Behnken, 1960) é um modelo quadrático independente que não contém fatoriais completos ou fracionários embutidos. Este arranjo pode ser utilizado para projetos não-sequenciais, ou seja, o planejamento do experimento é realizado uma vez. O Box-Behnken não têm pontos axiais, assim, pode-se ter certeza que todos os pontos são abrangidos na zona seguro de projeto. Este planejamento também garante que em todos os fatores nunca são estabelecidos por seus altos níveis simultaneamente. Neste tipo de arranjo, as combinações de fatores são os pontos médios das arestas das faces do espaço experimental, além dos pontos centrais. Para este trabalho que tem cinco fatores são necessários 46 experimentos.

O planejamento central composto (*CCD*) foi apresentado por Box e Wilson (1951) como uma evolução do planejamento  $3^k$ , que necessitava de muitos experimentos para um pequeno número de fatores. Existem considerações relativas à eficiência do planejamento fatorial que é normalmente utilizado para tentar encaixar estes dados em superfícies de resposta. No entanto, o experimento central composto não faz quaisquer hipóteses sobre a estrutura do arquivo de dados. Ou seja, o número de fatores ou de combinações pode ser usado para analisar qualquer tipo de projeto. No caso deste trabalho foi utilizado o *CCD*, pois para cinco fatores são necessários 32 experimentos. O objetivo principal em se utilizar o *DOE* e fazer um planejamento de forma que os pontos fiquem bem distribuídos.

#### **4.2.1 Arranjo Central Composto (*CCD*)**

O *CCD* ou arranjo central composto como já mencionado gera menos pontos que o  $3^k$ . Este método tem outras vantagens como rotabilidade e blocagem ortogonal, além do pouco número de ensaios. O *CCD* tem as seguintes características:

1. um planejamento fatorial completo de dois níveis, podendo ser usado ainda, um planejamento fatorial fracionário de dois níveis;
2. experimentos no ponto central, isto é,  $x_i = 0$  para todo  $i$  e,

3. experimentos nos pontos axiais em que  $x_i = \pm \alpha$ , com  $x_j \neq x_i$ , e  $\alpha = \sqrt[4]{2^k}$ . Estes pontos são situados nos eixos do sistema de coordenadas com distância  $\pm \alpha$  da origem formando assim o planejamento.

As duas características citadas anteriormente serão discutidas adiante (bloqueio ortogonal e rotabilidade) estes dependem do número de pontos centrais do projeto e da distância axial ( $\alpha$ ) que é a distância dos pontos a partir do centro do projeto.

A consideração de rotabilidade tem ver com a melhor forma de extrair o máximo valor de informações a partir do desenho do projeto experimental na região de interesse. A escolha do projeto extrai mais informações no que diz respeito à variável dependente e deixa a menor quantidade de incerteza para a predição de valores futuros.

Uma característica desejável de qualquer projeto é a de que o efeito principal e a estimativa das interações sejam independentes umas das outras. Por exemplo, suponha que dois experimentos, com ambos os fatores em dois níveis. Seu projeto consiste em quatro corridas. Para as duas primeiras corridas os dois fatores  $A$  e  $B$  são estabelecidos por seus níveis altos (+1) e as duas últimas corridas com seus níveis baixos (-1). Para estimar as contribuições dos fatores independentes  $A$  e  $B$  para a predição da variável dependente de interesse não se pode, pois não há maneira de estimar o efeito e os efeitos principais de  $A$  e  $B$ . O que pode ser realizado é estimar o efeito entre a diferença entre as rodadas 1+2 versus 3+4 o qual representa o efeito combinado de  $A$  e  $B$ .

O ponto discutido acima tem a finalidade de avaliar as contribuições dos dois fatores independentes, o nível dos fatores nas quatro rodadas deve ser fixado de modo que as "colunas" do projeto sejam independentes umas das outras. Outra forma de expressar esta exigência é dizer que as colunas da matriz do projeto são ortogonais. Com as colunas  $A$  e  $B$  são ortogonais pode-se estimar o efeito principal de  $A$  mediante a comparação dos altos níveis para  $A$  com cada nível de  $B$ , com o baixo nível de  $A$  com cada nível de  $B$ ; os efeitos principais de  $B$  podem ser estimados pela mesma linha de pensamento.

Tecnicamente, duas colunas de uma matriz do projeto são ortogonais se a soma dos produtos de seus elementos com cada linha for igual à zero. Pode ser que nem todas as colunas da matriz do projeto sejam ortogonais. Geralmente quanto mais colunas ortogonais têm o projeto este é considerado melhor. Ou seja, mais informações independentes podem ser extraídas a partir do projeto quanto aos efeitos de interesse. Portanto, uma consideração para a

escolha do arranjo central composto é encontrar modelos que são ortogonais ou quase-ortogonais.

O número total de ensaios de um experimento *CCD* é baseado em um experimento fatorial completo ou fracionário com um total de experimento de  $n = 2^k + 2k + m$ , onde:

$2^k$  – número de pontos fatoriais;

$2k$  – número de pontos axiais;

$m$  – número de replicações do ponto central.

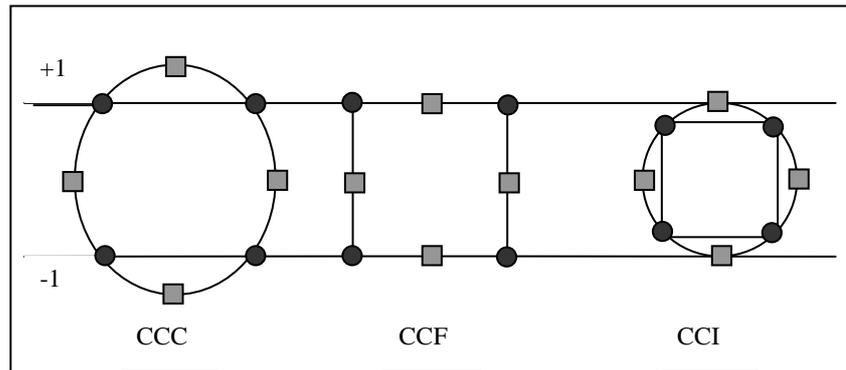
Sendo assim o *CCD* gerou 32 experimentos com 16 pontos do cubo, 10 pontos axiais e 6 pontos centrais com uma replica utilizando um projeto fatorial fracionário. Existem algumas considerações sobre a eficiência dos modelos que resultam em normalizar o projeto, que é utilizada com a tentativa de encaixar a resposta na superfície. No entanto, a análise do *CCD* não faz quaisquer suposições sobre a estrutura dos seus dados, ou seja, as opções podem ser usadas para analisar qualquer tipo de projeto.

Os valores das variáveis são codificados em  $\pm 1$  para os pontos fatoriais, 0 para os pontos centrais e  $\pm \beta$  para os pontos axiais. O *CCD* sempre contém o dobro de pontos iniciais uma vez que existem fatores no projeto. Os pontos iniciais representam novos pontos de valores extremos (baixo e alto) para cada fator no projeto. Uma característica desejável de qualquer modelo é que a interação entre os fatores seja independente uns dos outros. Por exemplo, um fator de dois experimentos, com ambos os fatores em dois níveis. O modelo terá quatro rodadas, como mostrado na Tabela 4.1:

**Tabela 4.1:** Fatores independentes.

	<i>A</i>	<i>B</i>
<i>Série 1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>
<i>Série 2</i>	<i>1</i>	<i>1</i>
<i>Série 3</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>
<i>Série 4</i>	<i>-1</i>	<i>-1</i>

Para as duas primeiras séries, tanto fatores *A* e *B* são estabelecidos para seus altos níveis (*1*). Por outro lado os dois últimos são estabelecidos por seus baixos níveis (*-1*). A Figura 4.1 mostra os três tipos de *CCD* para dois fatores:



**Figura 4.1:** Comparação dos três tipos de *CCD* (adaptado <http://www.sbtionline.com/nist/>).

1. Circunscrito (*CCC*): é a forma original do projeto compósito central. Os pontos iniciais têm uma distância  $\alpha$  do centro com base nas propriedades desejadas para projeto e o número de fatores. Os pontos iniciais estabelecem novos pontos extremos (baixa e alta), para todos os fatores. Este modelo requer cinco níveis para cada fator.
2. Inscritos (*ICC*): Para as situações em que os limites fixados para o fator são os verdadeiros limites. Este projeto utiliza as definições como fator dos pontos iniciais e cria um fatorial completo ou fracionário dentro destes limites. Este projeto também requer cinco níveis para cada fator.
3. Face centrada (*CCF*): Neste projeto os pontos iniciais estão no centro de cada face do espaço fatorial de modo que  $\alpha = \pm 1$ . Este fatorial exige três níveis para cada fator.

Observando a figura 4.1 percebemos que o *CCC* explora melhor o espaço amostral do que o *ICC*. Tanto o *CCC* quanto o *ICC* são projetos que tem rotabilidade diferentemente do *CCF*. Neste trabalho optou-se em usar o *CCF* com um valor alto, médio e baixo para as variáveis. Com o *DOE* e as respostas obtidas do programa de elementos finitos o próximo passo é determinar um relacionamento entre as variáveis obtendo uma superfície de resposta que será detalhado no próximo item 4.3.

## 4.3 MÉTODOS PARA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

São várias as técnicas que podem ser utilizadas para gerar a superfície de resposta ou regressão e este item faz um apanhado sobre este assunto. Os métodos para gerar a regressão

são: a linear, a múltipla, não linear, etc. A regressão linear é a forma mais simples, este método pode não ser satisfatório por causa da precisão de seus coeficientes. Dentro da regressão linear temos os métodos que diferem no modo como os dados de entrada são obtidos. Estes sofrem um pequeno número de combinações lineares, sendo posteriormente utilizados os resultados dessas combinações como entradas na regressão que são o *ACP* (análise de componentes principais) e o *PLS* (mínimos quadrados parciais). Estes dois últimos métodos citados se diferem com o tipo de combinação linear que cada um deles sofre.

O método de regressão não linear ocorre quando se adicionam termos polinomiais ao modelo básico de regressão linear. Este modelo é convertido para um modelo linear e resolvido pelo *PLS*. A regressão múltipla é uma extensão da regressão simples, este método permite que a variável de resposta ( $y$ ) seja modelada como função linear de vetores multidimensionais, assim como a regressão linear, este também pode ser resolvida pelo método *PLS*.

Neste item vão ser detalhados a técnica geral de superfície de resposta, o método dos mínimos quadrados e o método dos mínimos quadrados parciais ou *PLS*. No capítulo 6 de resultados será mostrada uma comparação entre a regressão simples e o método *PLS* aqui detalhado.

### **4.3.1 Superfície de Resposta**

A metodologia da superfície de resposta (*MSR*) é uma coleção de técnicas estatísticas e matemáticas que permite selecionar a combinação de níveis ótimos na obtenção da melhor resposta para uma dada situação, melhorando e aperfeiçoando os processos. Sua aplicação é extensa principalmente no mundo industrial, particularmente em situações onde são introduzidas variáveis que influenciam alguma medida de desempenho ou característica de qualidade do produto ou processo chamada resposta (Myers e Montgomery, 2002).

A *MSR* foi desenvolvida para ser utilizada na otimização de variáveis de resposta ajustadas por um conjunto de valores de um determinado rol de fatores, adequado principalmente quando o relacionamento entre as variáveis é desconhecido (Paiva, 2006). O principal objetivo em se utilizar esta técnica é o de otimizar a superfície de resposta que é influenciado por diversos parâmetros de processo. O *MSR* também quantifica a relação entre a entrada parâmetros de controláveis e obtém as superfícies de resposta.

Para a análise da *MSR* são realizados planejamentos fatoriais (explicado anteriormente), e seus resultados são ajustados por modelos matemáticos. Esta etapa de planejamento é repetida várias vezes, mapeando a superfície de respostas obtida na direção da região do ponto de ótimo desejado. O processo de concepção *MSR* é a seguinte:

1. Realização de uma série de experimentos para uma adequada e viável medição da resposta do seu interesse.
2. Desenvolver um modelo matemático para a superfície obtendo a melhor resposta adequada.
3. Determinar o melhor conjunto de parâmetros experimentais que produzem um valor de resposta mínimo ou máximo.
4. Representar os efeitos diretos do processo através dos parâmetros em duas ou três dimensões.

Neste trabalho vamos gerar três superfícies de resposta em função de sete variáveis aleatórias. A resposta  $y$  depende das variáveis de entrada, a relação esta mostrada por:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_7) + \varepsilon \quad (4.2)$$

em que  $\varepsilon$  representa o ruído ou erro estatístico observado na resposta  $y$ . Se denotarmos a resposta esperada por  $E(y) = E(f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_7)) + E(\varepsilon) = \eta$ , então a superfície representada por:

$$\eta = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_7) \quad (4.3)$$

a equação (4.3) é chamada de superfície de resposta.

Como na maioria dos problemas de *MSR* é desconhecida a relação entre a resposta e as variáveis independentes. O primeiro passo seria encontrar uma melhor aproximação para a relação entre o  $y$  e as variáveis independentes. Nesta metodologia, ajusta-se um modelo de regressão de dados. A função de aproximação será de primeira ordem se a resposta for bem modelada por uma função linear das variáveis independentes. Se há interação entre as variáveis isto pode ser adicionado para o modelo como equação mostrada abaixo:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (4.4)$$

Se no sistema houver curvatura deverá ser usado um polinômio de segunda ordem ou quando estiver relativamente próximo do ótimo. O modelo ajustado de segunda ordem esta mostrada por:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j>i}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (4.5)$$

onde:

$$\sum_{i=1}^k \beta_i x_i = \text{Efeito linear}$$

$$\sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 = \text{Efeito quadrático}$$

$$\sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j>i}^k \beta_{ij} x_i x_j = \text{Efeito da interação}$$

E improvável que o modelo polinomial seja uma aproximação da relação funcional verdadeira sobre o espaço inteiro das variáveis independentes. Por este motivo, estes modelos geralmente funcionam bem para uma região relativamente pequena (Montgomery e Runger, 1999). Os parâmetros do modelo são mais precisamente estimados se forem utilizados planos adequados para a coleta dos dados.

Os planos para ajustar as superfícies de resposta são denominados de delineamentos para superfície de resposta. A metodologia de superfície de resposta é um procedimento sequencial. Quando se encontra num ponto da superfície de resposta que está longe do ótimo, há pouca curvatura no sistema e o modelo de 1ª ordem será apropriado. Quando o ponto ótimo é encontrado emprega-se um modelo mais elaborado, tal como, o modelo de segunda ordem. O objetivo é determinar uma região do espaço fatorial que satisfaça as especificações operacionais.

Analisou-se o valor do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) que indica quanto à variação na resposta é explicada pelo modelo. O  $R^2$  mais próximo de 100 % reforça a afirmação que há um relacionamento linear forte entre as variáveis estudadas. O  $R^2$  é utilizado em testes da hipótese para ajudar na decisão de rejeitar ou não uma hipótese, mostrada por:

$$R^2 = 1 - \frac{SS \text{ Error}}{SS \text{ Total}} \quad (4.6)$$

Onde o  $SS$  é chamado de soma dos quadrados. A Equação (4.7) apresentada sera para um modelo equilibrado de dois fatores  $A$  e  $B$ . Estas equações podem ser estendidas aos modelos com mais de dois fatores. O  $SS \text{ total}$  é a variação total no modelo e o  $SS \text{ Error}$  é o desvio de uma observação da média correspondente ao nível do fator. Os  $SS \text{ Bloco}$  é a variação dos dados explicados pela variável dos blocos. Os  $SS(A)$  e o  $SS(B)$  são os desvios do nível do fator estimado em torno da média total, como observado abaixo:

$$\begin{aligned}
SS\ Error &= SS\ Total - SS(A) - SS(B) - SS(bloco) \\
SS(bloco) &= ab \sum_k (\bar{y}_{..k} - \bar{y}_{...})^2 \\
SS(A) &= nb \sum_i (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 \\
SS(B) &= na \sum_j (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 \\
SS\ Total &= \sum_i \sum_j \sum_k (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2
\end{aligned} \tag{4.7}$$

onde:  $a$  e  $b$  = número dos níveis no fator  $A$  e  $B$ ,  $n$  = número total de experimentos, do  $\bar{y}_{i..}$  = média do  $i^{th}$  nível do fator  $A$ ,  $\bar{y}_{...}$  = média total de todas as observações, e do  $\bar{y}_{.j.}$  = média do  $j^{th}$  nível de fator do fator  $B$ .

### 4.3.2 Mínimos Quadrados

O método dos mínimos quadrados é um processo de busca dos coeficientes que minimizam a soma dos quadrados dos resíduos. Para tanto, uma das condições é que a forma escolhida para a equação seja adequada. Um programa de mínimos quadrados sempre começa com a minimização da soma como mostrado abaixo:

$$S = \sum_{i=1}^N \pi (y_i^0 - y_i)^2 \tag{4.8}$$

onde:

$y_i^0$  = valores observados de  $y$

$y_i$  = valores calculados de  $y$

O problema consiste em encontrar uma reta  $y = a.x + b$  de tal maneira que a soma dos resíduos seja mínima, onde  $a$  e  $b$  são os coeficientes da regressão. Quando a distribuição dos resíduos é normal, as estimativas de máxima probabilidade podem ser encontradas por este método. Neste caso, em condições básicas, as estimativas para os coeficientes da equação são estimativas lineares não tendenciosas de mínima variância.

Depois de gerar a regressão com os dados gerados do *FEM*, podem-se observar os valores do  $R^2$ , p-valor e o do fator de inflação da variância (*VIF*).

O  $R^2$  também chamado de coeficiente de determinação é uma medida da proporção da variabilidade em uma variável que é explicada pela variabilidade da outra. É pouco comum que tenhamos uma correlação perfeita com o  $R^2$  igual a um, porque existem muitos fatores que determinam as relações entre variáveis na vida real. Assim um  $R^2 = 0,75$  significa que 75 % de variância que é explicada pelo modelo. O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) é um número no intervalo entre [0;1].

O  $p$ -valor dos coeficientes analisados é também usado no teste de hipótese para ajudar na decisão de rejeitar ou não uma hipótese. O  $p$ -valor é a probabilidade de obter um teste estatístico que seja ao menos tão extremo quanto como o valor real calculado, se a hipótese for verdadeira. Um valor geralmente usado para o  $p$ -valor é 0,05, quando menor este valor se rejeita a hipótese.

O  $VIF$  detecta a multi-colinearidade ou correlação entre as variáveis. Este fator mede quanto à variância de um estimado coeficiente de regressão aumenta se o seu preditor esta correlacionado. Para um preditor  $X_1$ , por exemplo, o  $VIF$  será:

$$VIF = \frac{1}{(1 - R^2(X_1))} \quad (4.9)$$

O  $VIF = 1$  indica que não há relação entre os preditores; o  $VIF > 1$  indica correlação e o  $VIF > 10$  indica que os coeficientes de regressão estão mal estimados. Quando acontece este problema de multi-colinearidade possíveis soluções podem ser adotadas, tais como:

- eliminar variáveis do modelo, principalmente as que têm pouco efeito sobre  $R^2$ , se o termo de alta ordem for mantido o de baixa que o compõe deverá ser conservado;
- utilizar regressão por mínimos quadrados parciais ( $PLS$ ) ou análise componentes principais ( $ACP$ ).

No capítulo de resultados será feito uma comparação entre a regressão simples e a pelo método dos mínimos quadrados parciais ou  $PLS$  que será explicado no próximo item.

### 4.3.3 Método dos Mínimos Quadrados Parciais – $PLS$

A regressão por mínimos quadrados parciais ou  $PLS$  é uma técnica que generaliza e combina ferramentas vindas de análise de componentes principais e de regressão múltipla. É

particularmente útil quando precisamos prever um conjunto de variáveis dependentes de um conjunto de variáveis independentes.

O *PLS* foi introduzido pelo sueco Herman Wold (1966). O método é amplamente aplicado no campo da química, na avaliação sensorial e mais recentemente no processamento dos dados relacionados com a engenharia química (Tenenhaus *et al.*, 2005).

Quando o problema é multi-colinearidade entre as variáveis uma abordagem é eliminar alguns preditores ou utilizar os componentes principais de regressão. Isto é executar uma análise componente principal (*ACP*) da matriz  $X$  e, em seguida, usar os componentes principais de  $X$  como regressores em  $Y$ . A ortogonalidade dos componentes principais elimina o problema de multi-colinearidade. A estratégia é possível mantendo apenas alguns componentes, estes escolhidos para explicar  $X$  em vez de  $Y$ , assim, nada garantem que os componentes principais, que explicam  $X$ , são relevantes para  $Y$ .

Em contrapartida esta regressão verifica componentes de  $X$  que são também relevantes especificamente para  $Y$ . Para um conjunto de componentes que realiza uma decomposição simultânea de  $X$  e  $Y$  com o constrangimento que explicam esses componentes, tanto quanto possível, da covariância entre  $X$  e  $Y$ . É seguido por uma regressão onde a decomposição dos  $X$  é utilizada para prever  $Y$ .

Este método reduz o número de preditores para um conjunto de componentes e executa a regressão de mínimos quadrados sobre esses componentes não correlacionados. O *PLS* também encaixa múltiplas variáveis de resposta em um único modelo. Estas variáveis de respostas multi-variadas podem diferir substancialmente daquelas calculados individualmente para as respostas.

Na relação entre as variáveis  $Y$  e as variáveis explicativas ou básicas,  $X_1, \dots, X_n$ , o *PLS* constrói novas variáveis explicativas, muitas vezes chamadas fatores, variáveis latentes, ou componentes, onde cada componente é uma combinação linear de  $X_1, \dots, X_n$ . O objetivo do *PLS* e outros métodos de regressão é prever uma equação a partir de  $X$  e  $Y$  que relacionam os componentes as variáveis  $Y$ . O método é similar ao de regressão por componentes principais (*ACP*), onde os componentes principais formam as variáveis independentes na regressão. A maior diferença que existe entre o *ACP* e o *PLS*, é que no *ACP* as componentes principais são determinadas exclusivamente pelos valores dados das variáveis  $X$ , e no *PLS* os valores dados tanto para variáveis  $X$  como  $Y$  influenciam na construção de componentes (Silva 2008). *PLS* é

o método mais usado em calibração multivariada e difere da *ACP* por usar a informação de  $Y$  no cálculo das chamadas variáveis latentes.

Segundo Abdi (2007), na modelagem por mínimos quadrados parciais, tanto a matriz das variáveis independentes  $X$ , como a das variáveis dependentes  $Y$ , sendo que o modelo subjacente geral do *PLS* será:

$$\begin{aligned} X &= TP^T + E \\ Y &= UQ^T + F \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde, em que  $X$  é uma matriz preditora ( $n \times m$ ),  $Y$  é uma matriz ( $n \times p$ ) de respostas,  $T$  é uma matriz ( $n \times l$ ) (o score, componente ou matriz de fator),  $P$  e  $Q$  são respectivamente ( $m \times l$ ) e ( $p \times l$ ), matrizes de carga, e as matrizes  $E$  e  $F$  são os termos de erro. Como já mencionado maioria dos métodos de regressão constroem uma estimativa de regressão linear entre  $X$  e  $Y$  por:

$$U = bT + \varepsilon \quad (4.11)$$

onde:  $U$  é uma matriz contendo as propriedades (variáveis dependentes) de todas as amostras;  $b$  é um vetor contendo os parâmetros do modelo;  $T$  é uma matriz de resposta  $\varepsilon$  é um vetor que representa os erros do modelo (Konzen *et al.*, 2003).

O *PLS* é um algoritmo apropriado para o caso em que o  $Y$  é um vetor coluna enquanto que outros nos outros métodos o caso geral é de uma matriz  $Y$ . Os Algoritmos diferem também sobre se estimar a matriz  $T$  como um fator de matriz ortogonal ou não.

O algoritmo padrão utilizado para encontrar os componentes ou fatores da regressão por mínimos quadrados parciais é o *NIPALS*. O *NIPALS* segue um processo iterativo não-linear e existem muitas variantes da deste algoritmo que normalizam ou não certos vetores. Um método alternativo para estimar componentes para uma regressão por mínimos quadrados parciais é o algoritmo *SIMPLS* desenvolvido por Jong em 1993.

Um passo importante depois de realizado a regressão é a de verificar (cross-validar) os resultados, ou seja, para aplicar os resultados atuais para um novo conjunto de dados que não foi usado para calcular os resultados (estimativa dos parâmetros).

A regressão permite selecionar a combinação de níveis ótimos na obtenção da melhor resposta para uma dada situação. A regressão é classificada como um método simultâneo, sendo utilizado na etapa seguinte que é a otimização e a confiabilidade.

## Capítulo 5

# OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA E CONFIABILIDADE ASSOCIADA

## 5.1 INTRODUÇÃO

Os problemas de otimização são baseados em três pontos principais: a codificação do problema, a função objetivo que se deseja maximizar ou minimizar e o espaço de soluções associado. A confiabilidade é a quantidade do sistema que se permite confiar no serviço oferecido. Este trabalho realiza a otimização da confiabilidade da blindagem observando restrições que será imposta pelo projeto.

Utilizou-se o *ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup> para extrair e manipular informações do sistema a ser usado no *MATLAB*<sup>®</sup> para a otimização. Neste trabalho foram utilizados os seguintes modelos de otimização: a programação seqüencial quadrática (*SQP*) e o algoritmo genético (*AG*) e a Programação Dinâmica. No capítulo anterior foi apresentado um resumo das técnicas de *DOE* e *MSR* e neste é apresentado alguns conceitos de confiabilidade e otimização.

## 5.2 MODELOS DE OTIMIZAÇÃO

O modelo estatístico representa as variáveis cujas incertezas desejam-se considerar por meio de distribuições estatísticas convenientes. O modelo ideal usa uma função conjunta de densidade de probabilidades que possa representar todas as variáveis de projeto ao mesmo tempo. Entretanto, em problemas mais complexos a obtenção desta função é possível. No

problema de otimização tem-se uma função objetivo e um conjunto de restrições, ambos relacionados às variáveis de decisão. O problema pode ser de minimização ou de maximização da função objetivo. A resposta para o problema, ou seja, o ótimo global será o menor (ou maior) valor possível para a função objetivo, para o qual, o valor atribuído às variáveis não viole nenhuma restrição. Em alguns casos, chega-se a valores cuja alteração discreta não conduz a resultados bons sendo, portanto um ótimo local.

O método local é empregado tipicamente métodos de programação linear e não linear. Como técnicas de soluções locais, por exemplo, temos: técnicas baseadas em cálculos de derivadas como o *SQP*. Na otimização global, são estudados métodos do tipo heurístico, como algoritmos genéticos, lógica fuzzy, simulated annealing, tabu search, etc. Há muitas classificações possíveis para o problema de otimização, e algumas delas apresentarão métodos exatos e eficientes de resolução. Outras técnicas leva à necessidade de métodos não-exatos (heurísticas), uma vez que sua formulação e resolução exata levariam a uma complexidade intratável. Entretanto, nem todo algoritmo heurístico é aproximativo, ou seja, nem toda heurística tem uma razão de qualidade comprovada matematicamente ou prova formal de convergência. Algumas das técnicas de obtenção de soluções aproximadas são: *AG*, busca tabu, colônia de formigas etc.

Neste item será detalhado técnicas de otimização e os resultados estão mostrados no capítulo 6.

### 5.2.1 Método Baseado em Cálculo Diferencial e Integral – Via SQP

O método da Programação Seqüencial Quadrática (*SQP*) é uma ferramenta utilizada para aproximar um problema complexo por um mais simples de ser solucionado, reformulando-o sob a forma de um problema quadrático. (Bez, 2005). Este método é uma técnica para resolver problemas de restrições não lineares. A idéia principal do método é obter uma direção de procura aproximando as equações em quadráticas e lineares. Este método consiste em resolver:

$$\begin{aligned} \min_{x \in R^n} f(x) \\ \text{s.a } g(x) \geq 0 \\ h(x) = 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde:  $f(x): R^n \rightarrow R$ ,  $g(x): R^n \rightarrow R^{md}$  e  $h(x): R^n \rightarrow R^{mi}$ .

Sendo:

$m$  – número de variáveis;

$md$  – número de restrições de desigualdade; e

$mi$  – número de restrições de igualdade.

A função Lagrangeana para este problema é:

$$L(x, \lambda, \pi) = f(x) - \lambda^T h(x) - \pi^T g(x) \quad (5.2)$$

em que  $\lambda$  e  $\pi$  são os vetores dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente.

Usando as condições de optimalidade de primeira ordem tem-se que

$$\nabla L(x, \lambda, \pi) = 0 \quad (5.3)$$

A solução pode ser determinada aplicando o método de Newton à Equação (5.3). Desta forma, com as condições de optimalidade de primeira ordem para o problema de otimização,

$$\nabla^2 L(x^k, \lambda^k, \pi^k) \begin{pmatrix} \Delta x^k \\ \Delta \lambda^k \\ \Delta \pi^k \end{pmatrix} = -\nabla L(x^k, \lambda^k, \pi^k) \quad (5.4)$$

com  $\Delta \lambda$  e  $\Delta \pi$  sendo os multiplicadores de Lagrange. Observa-se que o sistema representado na Equação (5.4) consiste em minimizar uma função quadrática (aproximação quadrática para a Lagrangeana) sujeita às restrições lineares.

Desta maneira, por meio do método *SQP* a cada iteração resolve-se um programa quadrático obtendo  $\Delta x$ ,  $\Delta \lambda$  e  $\Delta \pi$  (direções de busca de Newton). Eles são utilizados na atualização dos valores de  $x$ ,  $\lambda$  e  $\pi$ , repetindo o processo para o novo ponto.

## 5.2.2 Programação Global – Via Algoritmo Genético

O algoritmo genético (AG) são algoritmos evolucionários inspirados no princípio darwiniano da evolução das espécies e na genética. Os Algoritmos Evolucionários principais

são: os Algoritmos Genéticos, a Programação Genética, as Estratégias Evolutivas e a Programação Evolutiva.

Segundo Goldberg em 1994 a utilização do AG melhora o desempenho de uma população de soluções em potencial em relação a um problema específico. Foram desenvolvidos por J. H. Holland (1975) na University of Michigan. AG é uma técnica não-determinística de busca, otimização e aprendizagem de máquina, que manipulam um espaço de soluções potenciais utilizando mecanismos inspirados nas teorias de seleção natural de C. Darwin e na genética de G. Mendel. São robustos e eficientes em espaços de procura irregulares, multidimensionais e complexos, e caracterizam-se por:

- trabalha com uma população de pontos;
- não requer derivadas;
- trabalhar com a codificação de seu conjunto de parâmetros, não com os próprios parâmetros (representação binária);
- realiza transições probabilísticas, não regras determinísticas;
- necessita apenas de informação sobre o valor de uma função objetivo para cada integrante da população de indivíduos.

As vantagens em se usar este algoritmo e que possibilidade escapar de máximos (ou mínimos) locais, além de ter maior robustez que os métodos mais tradicionais. O AG é numericamente robusto, ou seja, não é sensível a erros de arredondamento no que se refere aos seus resultados finais. Basicamente o AG manipula uma população de indivíduos sendo que estes indivíduos são possíveis soluções do problema. Os indivíduos são combinados (crossover) uns com os outros, produzindo filhos que podem sofrer ou não mutação. As populações evoluem através de sucessivas gerações até encontrar a solução ótima.

Cada iteração do AG corresponde à aplicação de um conjunto de quatro operações básicas: cálculo de aptidão, seleção, cruzamento e mutação. Ao fim cria-se uma nova população, esperando-se, representar uma melhor aproximação da solução do problema de otimização que a população anterior. A população inicial é gerada atribuindo-se aleatoriamente valores aos genes de cada cromossomo. A aptidão bruta de um indivíduo da população é medida por uma função de erro, também chamada de função objetivo do problema de otimização. A aptidão bruta é em seguida normalizada (aptidão normalizada), para permitir um melhor controle do processo de seleção. Como critérios de parada do algoritmo em geral são usados à aptidão do melhor indivíduo em conjunto com a limitação do

número de gerações. Outros critérios podem envolver, por exemplo, um erro abaixo de um valor especificado pelo projetista para um determinado parâmetro do problema.

O algoritmo genético vem sendo proposto para a otimização de estruturas compostas e tem mostrado ter um bom desempenho para solução de problemas complexos. O AG foi utilizado, porém o descarte de um indivíduo não viável tende a funcionar razoavelmente bem, quando o espaço viável de busca é convexo e se constitui em uma razoável parte do espaço de busca total. Em espaços de viabilidade não convexos, restringir o acesso a regiões não viáveis que poderiam funcionar como “corredores” para regiões viáveis, não produz bons resultados.

### 5.2.3 Otimização Através de Técnicas de Programação Dinâmica

A programação dinâmica é um método para a construção de algoritmos para a otimização combinatória. Este tipo de programação é aplicável a problemas no qual a solução pode ser computada a partir da solução ótima previamente calculada e memorizada evitando com isso o recálculo de outros subproblemas que fazem parte do problema original.

Geralmente os algoritmos da programação dinâmica costumam ser mais eficientes que os triviais, pois a cada passo são eliminadas sub-soluções que certamente não farão parte da solução ótima do problema. Este método é especialmente útil quando não é fácil obter a uma seqüência ótima de decisões sem testar todas as possíveis para então escolher a melhor. Um outro fator favorável é que este método reduz drasticamente o número total de seqüências viáveis através de um mecanismo que evita aqueles pontos que não podem ser os ótimos.

A Programação Dinâmica procura resolver o problema de otimização através da análise de uma seqüência de problemas mais simples do que o problema original. A resolução do problema original de  $N$  variáveis é caracterizada pela determinação de uma variável e pela resolução de um problema que possua uma variável a menos ( $N - 1$ ). Este por sua vez é resolvido pela determinação de uma variável e pela resolução de um problema de  $N - 2$  variáveis e assim por diante.

As variáveis básicas consideradas foram divididas em intervalos onde se pretende descobrir a confiabilidade obedecendo três equações de restrição. Foi realizada uma contagem do número de casos em que a blindagem falha considerando seqüencialmente as três equações de restrição imposta para este trabalho. Com isso se encontrou a confiabilidade da blindagem que será detalhado no capítulo de resultados.

### 5.3 CONFIABILIDADE ASSOCIADA À BLINDAGEM

Confiabilidade é a probabilidade de um item desempenhar uma função de forma adequada, ou seja, como previsto no projeto, durante um período de tempo pré-determinado. Na maioria das vezes é adicionado a uma estrutura um coeficiente de segurança, pois a falta de informação do processo sobre as variáveis envolvidas torna-se a realização limitada. A imposição de equações de restrição é uma maneira de tornar a padronização dos procedimentos mais eficazes. Apesar das hipóteses determinísticas utilizadas representarem convenientemente os fenômenos que ocorrem nas estruturas, o grau de incerteza presentes nas variáveis pode causar comportamentos não previstos inicialmente.

O objetivo da confiabilidade é determinar uma probabilidade de ocorrência de qualquer falha. Estatisticamente, a confiabilidade é o evento complementar da probabilidade de falha:

$$C = 1 - P_{falha} \quad (5.5)$$

onde:

$P_{falha}$ : probabilidade de falha durante a vida útil;

$C$ : confiabilidade.

Existem vários os fatores que podem ser estudados para uma melhor eficiência da blindagem, tais como: propriedades dos materiais, geometria, condições de contorno, espessuras e orientação das camadas e o ângulo de incidência do projétil. Estes fatores são normalmente as variáveis de projeto. A confiabilidade diz qual a chance de existir uma realização dessas variáveis de projeto, que conduz o sistema a uma situação de falha. Têm-se regiões seguras e outras em que, nem todos os requisitos são atendidos, o que acontece em decorrência das incertezas inerentes às variáveis de projeto. Em alguns destes fatores, o tratamento será estocástico ou determinístico, por exemplo, pode ocorrer falhas no processo de fabricação dos materiais neste caso o tratamento das propriedades destes materiais será estocástico.

A simulação computacional de qualquer fenômeno aleatório envolve a geração de variáveis aleatórias. Uma vez que um modelo de distribuição de probabilidade tenha sido escolhido, um algoritmo para geração da variável aleatória deve ser utilizado.

Todas as variáveis de entrada terão sua média e desvio padrão. A informação na dispersão dos valores com respeito à média é necessária. Esta medida de dispersão pode ser expressa nos termos da variância, desvio padrão ou coeficiente da variação. A variância da amostra como mostrada na Equação 5.6:

$$\text{Variância} = \text{Var}(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \quad (5.6)$$

Este problema dimensional pode ser evitado fazendo exame da raiz quadrada da variação. Este é desvio padrão denotado como  $\sigma_x$  pode ser calculado como Equação 5.7:

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (5.7)$$

As variáveis tratadas como variáveis aleatórias de projeto podem ser divididas da seguinte forma:

- Externas: condições de contorno da blindagem.
- Blindagem: dimensões da blindagem, tipo de material utilizado, número de camadas, orientação das camadas.
- Incontroláveis: Defeitos na blindagem e envelhecimento.

Algumas técnicas de simulações disponíveis para a análise do meta-modelo são: simulação de Monte Carlo ou Superfície de resposta sendo esta última por projeto de experimentos ou redes neurais. Já as técnicas para otimização, como mencionado anteriormente neste capítulo divide-se em busca global (algoritmos genéticos) e local. Nos métodos aproximados destaca-se o método da superfície de resposta (*MSR*), a combinação com outras técnicas fornece boa aproximação de  $P_{falha}$ . Ele tornou-se bastante utilizado, pois permite transpor dificuldades computacionais impostas pelos refinados modelos mecânicos usados atualmente (Neves, 2004).

Neste trabalho vamos considerar o tipo de distribuição como normal ou segue alguma forma que pode ser derivada da distribuição normal. A forma exata da distribuição normal (a característica “curva do sino”) é definida por uma função que tem apenas dois parâmetros: média e desvio padrão. O item seguinte mostra algumas noções sobre projeto baseado no risco.

### 5.3.1 Conceitos de Projeto Baseado no Risco

Em geral, nos projetos de engenharia a estrutura tem que satisfazer vários critérios de desempenho, segurança e durabilidade submetida a carregamentos. A estrutura deveria ser projetada de forma que sua força ou resistência seja maior que os efeitos das cargas aplicadas. Entretanto a numerosos parâmetros de incertezas na relação carregamento e resistência.

Um exemplo com duas variáveis  $S$  (carregamento na estrutura) e  $R$  (resistência da estrutura), e analisado. Ambos  $R$  e  $S$  são variáveis aleatórias, com médias e desvio padrão e correspondente função de densidade de probabilidade  $F_S(S)$  e  $F_R(R)$ . Na maioria das vezes utiliza-se um valor aproximado de fator de segurança que identificado pelo valor nominal (determinístico) desses parâmetros,  $S_N$  e  $R_N$ .

Antes de o projeto ser considerado baseado no risco e desenvolvido a concepção do risco e corresponde necessidade da elaboração do fator de segurança. Na maioria das vezes se assumi um fator de segurança se há um conhecimento do projeto em questão.

O valor nominal de  $R$  e  $S$  garante a segurança de projeto em uma aproximação determinística requerendo aquele  $R_N$  ser maior que  $S_N$  com uma margem especificada de segurança ( $S_f$ ) é o fator de segurança por:

$$S_f = \frac{R_N}{S_N} \quad (5.8)$$

Conceitualmente, em um projeto determinístico o fator nominal de segurança pode ser aplicado para resistência ou para o carregamento ou para ambos. O  $S_N$  é multiplicado pelo fator de carregamento obtendo  $S_u$  (carregamento último), a segurança e requerida quando satisfaz a condição  $S_u < R_N$ . Neste caso a segurança e usada para o carregamento e combinação.

A parte sobreposta entre  $R_N$  e  $S_N$  nas curvas de distribuição normal depende de três fatores conforme Haldar e Mahadevan (2000):

- A posição relativa entre duas curvas: Com a distância entre as duas curvas, reduz a área sobreposta e a probabilidade de diminuições de falha. As posições das curvas podem ser representadas por meio de duas variáveis  $\mu_R$  e  $\mu_S$ .
- A dispersão das curvas: Se as áreas são estreitas a probabilidade de falha e menor. A dispersão pode ser caracterizada pelo desvio padrão das duas variáveis.
- A forma das curvas: As formas são representadas pela função de densidade  $f_R(R)$  e  $f_S(S)$ .

O objetivo do projeto seguro determinístico também podem ser alcançado selecionando as variáveis de projeto de tal modo que a área sobreposta entre as duas curvas seja o menor possível, de forma que o risco subjacente esta dentro das restrições de economia. Uma aproximação mais racional seria computar o risco obedecendo aos três fatores sobrepostos, e selecionando as variáveis de projeto de forma que um risco aceitável de falha seja alcançado.

A incerteza no carregamento e as variáveis de resistência são expressas na forma de probabilidade de função de densidade, podemos então expressar a medida de risco em termos de probabilidade de falha do evento de falha ou  $P(R < S)$ :

$$p_f = P_{falha} = P(R < S) \quad (5.9)$$

### 5.3.2 Variáveis Normais para o Carregamento e Resistência

Considerando o mesmo caso de uma estrutura com resistência  $R$  submetida a uma carga  $S$ . Se  $R$  e  $S$  são variáveis normais, tal que,  $N(\mu_R, \sigma_R)$  e  $N(\mu_S, \sigma_S)$  então a variável randômica  $Z$  pode ser introduzida:

$$Z = R - S \quad (5.10)$$

Assumindo que  $R$  e  $S$  são estatisticamente independente,  $Z$  também é variável normal randômica, isto é,  $N(\mu_R - \mu_S, \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2})$ . A probabilidade de falha pode ser definida como equação abaixo:

$$p_f = 1 - \Phi \left[ \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right] \quad (5.11)$$

onde o  $\Phi$  é o *CDF* ou função de distribuição acumulativa da variável normal padrão. A expressão do projeto baseado no risco pode ser:

$$\mu_R \geq \mu_S + \Phi^{-1}(1 - p_f) \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (5.12)$$

onde  $\Phi^{-1}(1 - p_f)$  é o valor da variável normal no nível de probabilidade  $(1 - p_f)$ .

Introduzindo  $\beta = \Phi^{-1}(1 - p_f)$  e considerando a equação de igualdade temos:

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - p_f) = \left[ \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \right] \quad (5.13)$$

Se  $\beta$  é grande conclui-se que  $p_f$  será pequeno, para eliminar a raiz quadrada para separar  $R$  e  $S$ , o parâmetro de erro  $\varepsilon$  pode ser introduzido por:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}{\sigma_R + \sigma_S} \quad (5.14)$$

O  $\varepsilon$  em alguns casos este pode ser aproximadamente 0.75. Substituindo as Equações 5.14 na 5.13, temos:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\varepsilon(\sigma_R + \sigma_S)} \quad (5.15)$$

Anteriormente assumimos que  $R$  e  $S$  são normalmente variáveis randômicas estatisticamente independentes, a variável  $Z$  é também normalmente distribuída. O evento de falha é  $R < S$  ou  $Z < 0$ . A probabilidade de falha é dada na Equação (5.11), dependente da taxa do valor da média e do desvio padrão de  $Z$ . Esta taxa é conhecida como índice de segurança ou índice de confiabilidade denotada na Equação (5.13). A probabilidade do índice de confiabilidade pode ser obtida por:

$$P_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (5.16)$$

O capítulo seguinte mostra os resultados e aplica os conceitos acima de confiabilidade em diferentes critérios de desempenho para a blindagem.

## Capítulo 6

# RESULTADOS E DISCUSSÕES

## 6.1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo apresenta a trajetória dos resultados obtidos e discussões da simulação computacional, meta-modelo e otimização da confiabilidade que foram discutidas anteriormente.

Os resultados numéricos foram obtidos para várias simulações do processo de impacto. A partir destas simulações, os dados foram conservados como respostas em função das variáveis independentes. Para estas respostas foi utilizado um *DOE* e técnicas de regressão para criar o meta-modelo. Este meta-modelo foi posteriormente utilizado em um processo de otimização. A aleatoriedade nas respostas foi usada para avaliar a confiabilidade do modelo ótimo para a placa de blindagem.

## 6.2 DESENVOLVIMENTO E RESULTADOS

### 6.2.1 Simulação Computacional

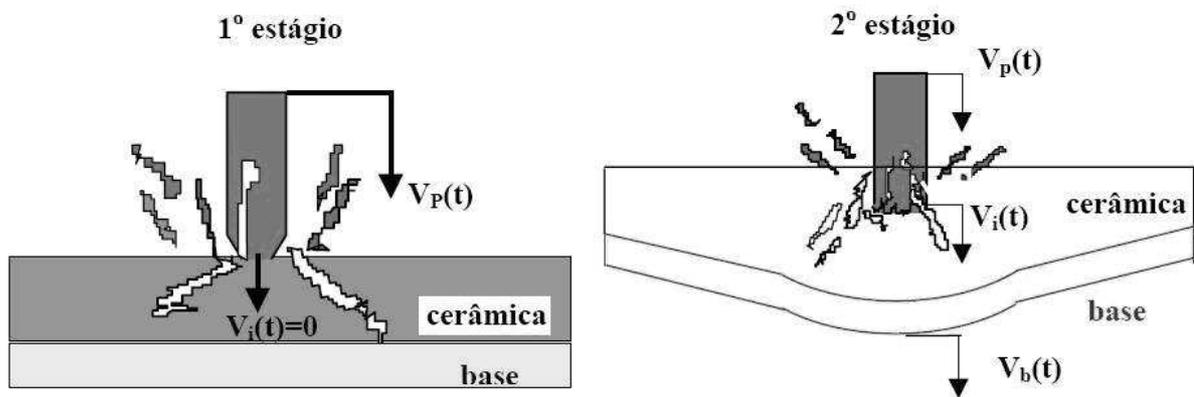
A discussão dos resultados terá início com a simulação computacional. No capítulo 3 foi apresentamos uma teoria sobre a simulação computacional utilizando o programa *ANSYS/LSDYNA*<sup>®</sup>.

No modelo analítico descrito por Diniz *et al.* (2000) não considera a erosão na cerâmica, apenas no projétil. Sendo que a erosão do projétil causa perda de massa e consequentemente redução da sua energia cinética. O termo erosão implica numa separação física de material, de tal forma que estes fragmentos não contribuem para penetração na blindagem. Este modelo assume que o cone de fraturas formado mantém-se unido à base durante sua deformação, de tal forma que a energia do espalhamento lateral de fragmentos é desprezada. O autor divide o momento do impacto em três estágios (Figura 6.1).

O 1º estágio é o momento do impacto, destruindo a ponta do projétil sem ocorrer à penetração da cerâmica, com isso ocorre à formação de um conjunto de trincas. No 2º estágio, o projétil penetra na blindagem e o cone de fraturas se propagam espalhando lateralmente os fragmentos de cerâmica. A parte traseira do projétil continua se movendo com  $V_p$ , enquanto a

interface projétil-cerâmica move-se com  $V_i$ . A diferença entre estas velocidades fornece a taxa de erosão do projétil. Enquanto a velocidade da parte traseira do projétil for maior que a velocidade da interface projétil-cerâmica, o projétil estará sendo erodido.

Durante a penetração, pode também ocorrer que a velocidade do projétil se iguale à velocidade da interface projétil-cerâmica. Isto significa que o projétil não está mais sendo erodido, ou seja, sua massa permanece constante. No 3º e último estágio, a base deforma-se plasticamente para absorver a energia cinética residual do projétil.



**Figura 6.1:** Configurações do 1º e 2º estágios (adaptado Diniz *et al.* (2000)).

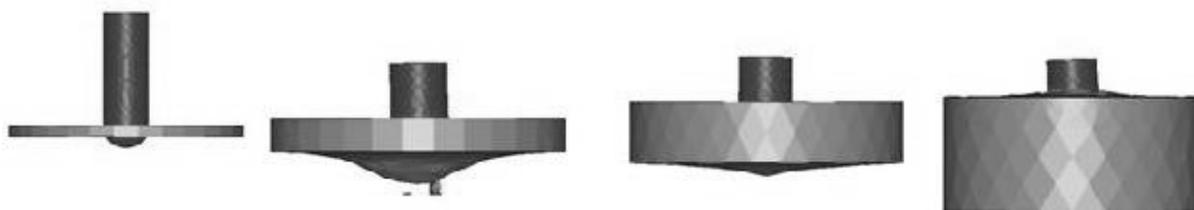
No caso deste trabalho a ponta do projétil é destruída acontecendo também à penetração na placa. Os elementos do projétil desaparecem quando atingir a tensão de ruptura do material acontecendo à chamada erosão do projétil.

Foram utilizados dois materiais para a placa de blindagem a 1º camada de material cerâmico e a 2º de material compósito. A cerâmica é idealizada como isotrópica e a camada de compósito como ortotrópica, considerando quantidade e orientações de suas camadas. Foram usados os modelos, *Plastic Kinematic* para os materiais aço (projétil) e cerâmica (1º placa) e *Composite Damage* para o compósito (2º placa). Uma maneira prática de obter dados do comportamento do material em taxas elevadas de tensão é realizar experimentos dinâmicos descritas no capítulo 2. Ensaios experimentais não fazem parte deste trabalho então se decidiu variar propriedades do material compósito que será explicado no próximo item.

### 6.2.1.1 Resultados Apresentados em Congressos Referentes à Simulação

O primeiro modelo simulado foi simplificado tanto para simulações quanto para a otimização. A modelagem do *MEF* iniciou com somente uma camada como mostrado na Figura 6.2 realizando uma mistura dos materiais (cerâmica/compósito). Utilizou-se o

*ANSYS/LS-DYNA*<sup>®</sup> para simular o impacto transversal de um projétil em uma placa circular com a mistura de propriedades da Alumina/Kevlar<sup>®</sup> comparando com Alumina/Dyneema<sup>®</sup>. A análise de impacto envolve o projétil 7,62 mm com uma forma de nariz de semi-esférico em uma blindagem de espessuras variadas investigando sua perfuração.



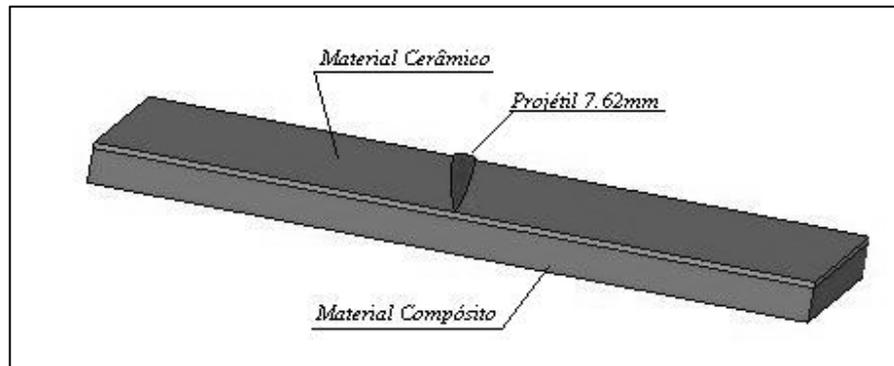
**Figura 6.2:** Simulação computacional para projétil 7,62 mm e placa compósito com variadas espessuras (3, 5, 10 e 20 mm).

Assumiu-se que somente uma pequena parte da placa será submetida à influência do impacto de projétil para reduzir o custo computacional da análise de impacto. Para as simulações, a placa é idealizada circular com diâmetro de 40 mm. A aproximação da geometria da placa pela circular foi utilizada, pois durante o impacto do projétil a simetria da propagação das ondas transmitidas e refletidas na direção da circunferência pode ser preservada (Kurtaran *et al.*, 2003). O material considerado para o projétil foi o aço 4340 e para a placa de blindagem foi usada uma mistura com 60 % material compósito e 40 % de alumina.

De acordo com a norma *NIJ*, foi assumido o projétil 7,62 mm e velocidade de 838 m/s. A norma permite um intervalo de  $\pm 15$  m/s na velocidade do projétil que não foi considerado neste início do trabalho. A velocidade inicial considerada do projétil foi de 838 m/s, pois o projétil reduz a velocidade durante sua trajetória, assim o valor declarado na norma relaciona ao pior caso. Também, é assumido que o projétil incide perpendicularmente à blindagem, não avaliando a influência de variar seu ângulo de incidência. Esta primeira etapa da simulação foi um trabalho de apresentado no congresso *SIMMEC* (Simpósio de Mecânica computacional) (Santos *et al.* 2006<sup>a</sup>).

A 2<sup>o</sup> etapa da simulação computacional também para simular o impacto transversal de um projétil em placas de alumina/kevlar<sup>®</sup> comparando com alumina/dyneema<sup>®</sup>. A diferença da 1<sup>o</sup> e 2<sup>o</sup> etapas são as camadas diferenciadas (a primeira, na face de impacto, de material cerâmico e a segunda, de material compósito). Além disto, o projétil tem o formato mais próximo da realidade como mostra a Figura 6.3 e as placas assumem um formato

retangular de 25 x 25 cm (como sugerido na norma *NIJ*). Para reduzir custos da simulação computacional somente a metade da geometria da placa foi modelada.



**Figura 6.3:** Simulação computacional para projétil 7,62 mm e placas 1º material cerâmico e 2º material compósito.

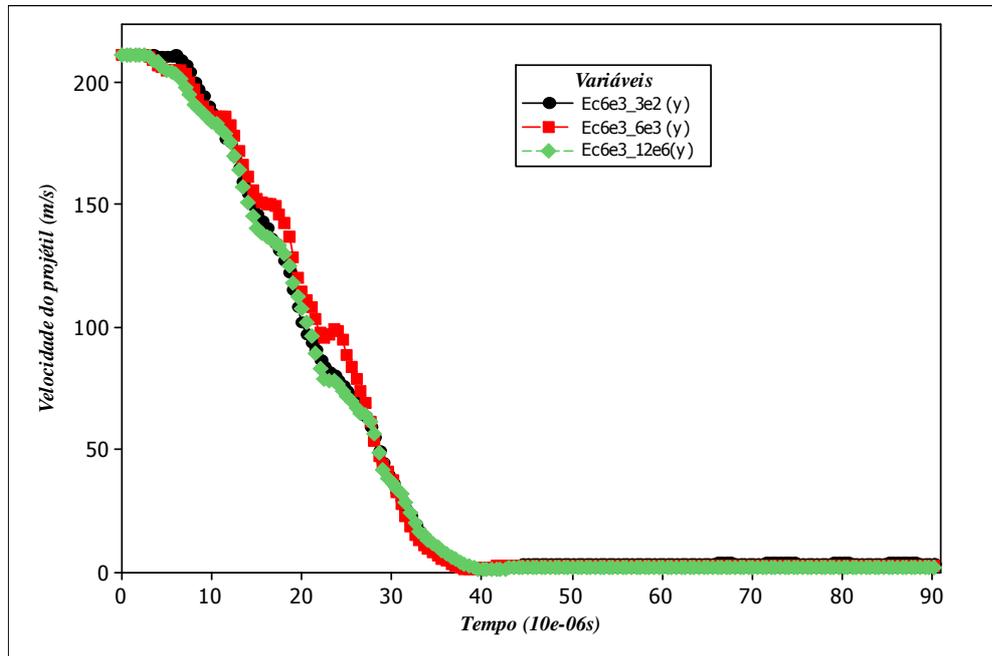
O formato do projétil mostrado na Figura 6.3 está próximo da realidade, porém sua massa ficou menor que a massa estipulada pela norma *NIJ* que é de  $9,7 \text{ e}^{-3} \text{ kg}$ . A massa do projétil seguindo a geometria original é de  $3,8 \text{ e}^{-3} \text{ kg}$ . Este modelo de simulação foi utilizada em dois trabalhos apresentado no congresso *WCCM* (World Congresso in Computational Mechanics) e *ICCES* (International Conference on Computational & Experimental Engineering and Sciences) (Santos *et al.* 2006<sup>b</sup> e Santos *et al.* 2007).

### 6.2.1.2 Resultados Apresentados neste Trabalho Referentes à Simulação

Na 3º etapa da simulação, lembrando que a metade da placa esta sendo simulada, a massa do projétil foi igual a  $4,7 \text{ e}^{-3} \text{ kg}$ , próximo ao valor da norma *NIJ*. Realizou-se também uma comparação para a quantidade de elementos sólidos ao longo da espessura das camadas. Esta comparação (Figura 6.4) foi realizada para uma placa com 6 mm espessura de material cerâmico de 3 mm para o compósito a uma velocidade do projétil de 210 m/s. Os testes para escolha do número de elementos ao longo da espessura foram para as configurações:

1. 3 camadas de elementos ao longo da espessura da placa cerâmica e 2 camadas de elementos ao longo da espessura da placa compósita.
2. 6 camadas de elementos ao longo da espessura da placa cerâmica e 3 camadas de elementos ao longo da espessura da placa compósita.

3. 12 camadas de elementos ao longo da espessura da placa cerâmica e 6 camadas de elementos ao longo da espessura da placa compósita.



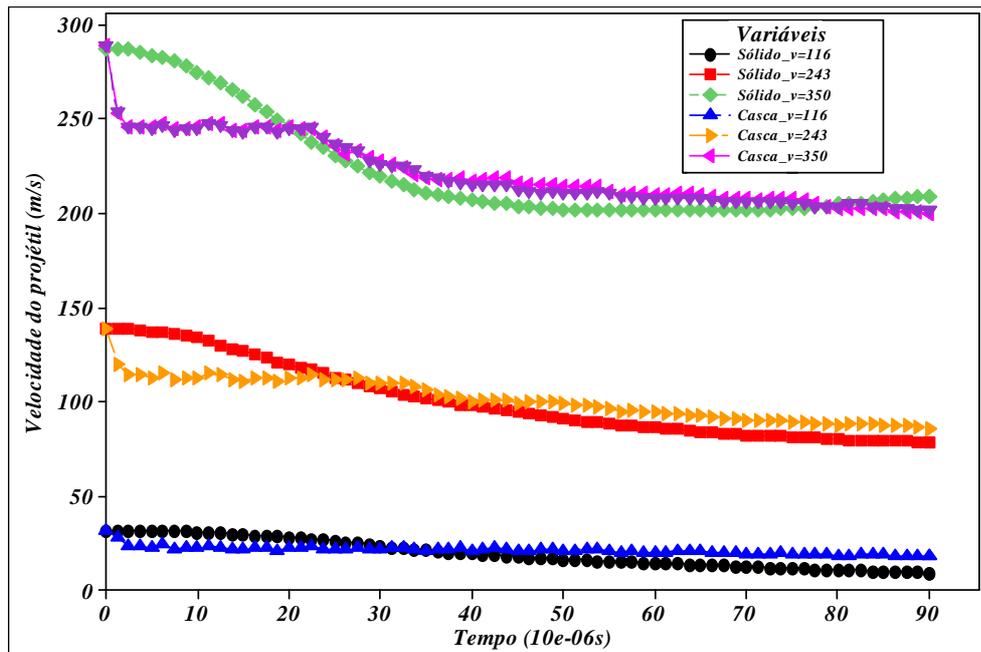
**Figura 6.4:** Comparação entre número de elementos ao longo da espessura.

A Figura 6.4 mostra também que a quantidade de elementos ao longo da espessura não foi significativa para estas configurações. No 1º e o 3º caso, a geometria do elemento ou estava comprida ou muito fina. A diferença entre as três curvas foi mínima, porém foi assumido a quantidade de elementos 1:1 (2º caso) nas simulações. Esta simulação ainda não representa a realidade, uma melhor representação para a camada de material compósito, será de variar a quantidade e orientação de suas camadas. Até o momento nas simulações as camadas de material compósito se comportam como uma placa maciça e os elementos utilizados são os elementos sólidos (Santos e Jorge 2008).

Sheikh e colaboradores em (2008) investigaram o comportamento de um e de múltiplos painéis compósitos submetidos ao impacto de um projétil, a investigação foi realizada experimentalmente e numericamente. A modelagem dos painéis compósitos foi modelada com camadas de elementos de casca. O modelo numérico e o experimental mostraram claramente a capacidade de absorção de energia pelas camadas do compósito.

Com base no trabalho de Sheikh e colaboradores em (2008) também foi investigado a utilização dos elementos de casca na simulação computacional. Os elementos de casca trabalham facilmente com os materiais compósitos. Dentro do programa *ANSYS/LS-DYNA*®

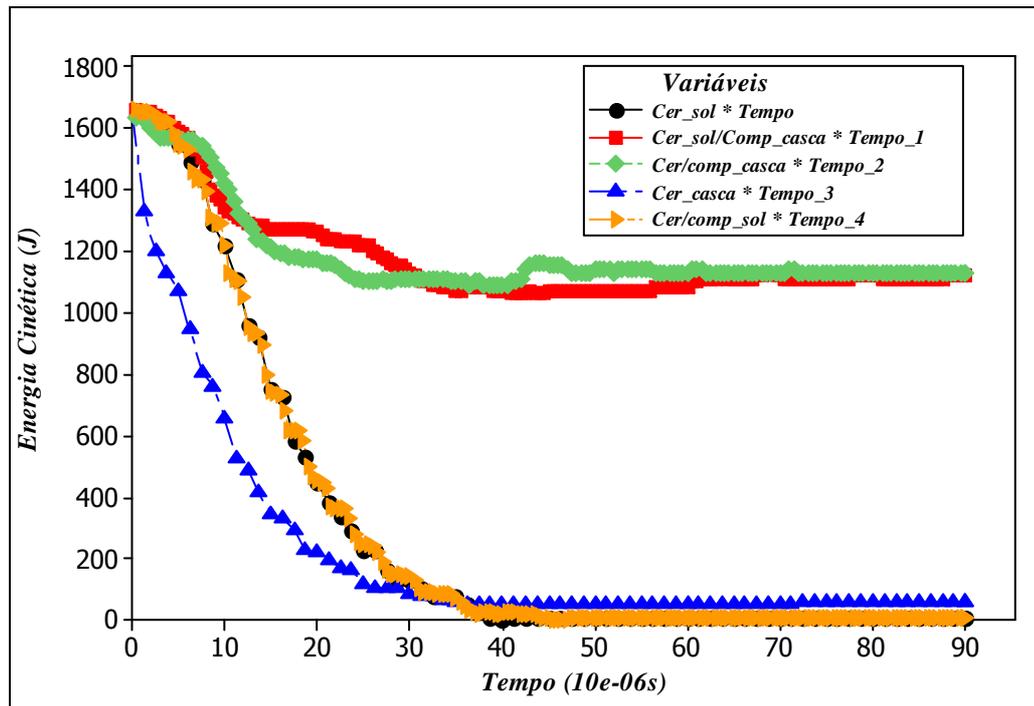
pode ser inserindo espessuras e orientações do material compósito na tabelas de utilização do elemento de casca. Utilizando o elemento *SHELL 163* comparamos graficamente o resultado de seis simulações, para a placa compósita. Esta placa tem 40 camadas (ou 5 mm), variando os elementos entre sólido e casca e as velocidades iniciais do projétil apresentada na Figura 6.5. A partir deste gráfico observa-se uma variação na velocidade inicial entre os resultados do elementos sólidos e casca porém a variação é menor para a velocidade final.



**Figura 6.5:** Comparação entre elementos sólidos e casca.

O próximo passo investigado foi comparar as duas camadas (cerâmica/compósito) e não somente uma camada como mostrado na Figura 6.5. A partir disto uma comparação gráfica entre os resultados de cinco simulações foi realizada. As simulações foram para uma placa cerâmica de espessura 13 mm e uma placa compósita com 40 camadas (ou 5 mm), variando os elementos entre sólido e casca como mostrado na Figura 6.6, sendo esta variação como:

- Placa cerâmica com elementos sólidos (Cer\_sol).
- Placa cerâmica com elementos casca (Cer\_casca).
- Placa cerâmica e a placa compósita com elementos sólidos (Cer/comp\_sol).
- Placa cerâmica e a placa compósita com elementos casca (Cer/comp\_casca).
- Placa cerâmica com elementos sólidos e placa compósita com elementos de casca (Cer\_sol/comp\_casca).



**Figura 6.6:** Comparação entre elementos sólidos e casca.

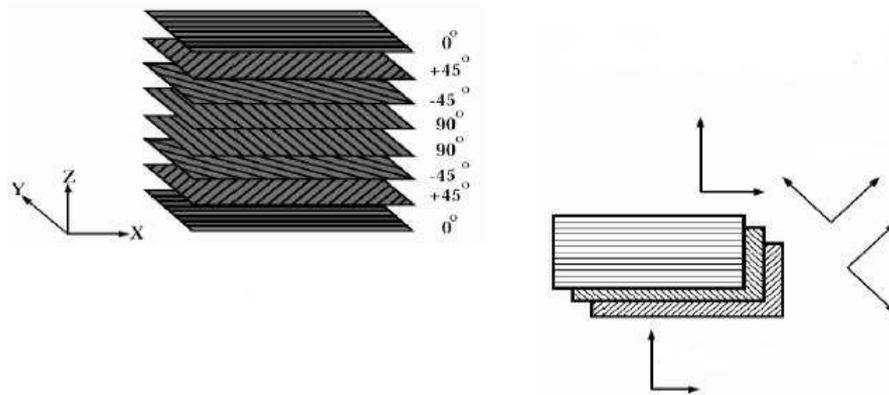
Graficamente observa-se que as placas de material cerâmico e compósito, sólido/casca (Cer\_sol/Comp\_casca) e casca/casca (Cer/comp\_casca) apresentam valores similares. Um outro fato observado é que estas duas curvas não absorveram energia cinética ou absorvem pouco. Ao contrario das placas de apenas material cerâmica (Cer\_sol, Cer\_casca e Cer/comp\_sol) que com 40  $\mu s$  estas duas placas já absorveram toda a energia cinética.

O fato das simulações sólido/casca e casca/casca não responderem bem ao impacto, se deve ao fato da ligação entre os elementos. A junção dos elementos sólido/casca e casca/casca não têm continuidade, além disso, a placa sofre muita flexão e cisalhamento, tensões que não são bem representadas pelo elemento de casca. As placas Cer\_sol, Cer\_casca e Cercomp\_sol foram similares absorvendo parte da energia cinética, a placa contendo os dois materiais (cerâmica/compósito) de elementos sólidos acompanhou também esta mesma curva. Como a blindagem deste trabalho tem dois materiais (cerâmica/compósito) vamos utilizar o elemento sólido que apresentou para estes dois materiais uma representação melhor da realidade.

Entre os elementos sólidos a serem utilizados no programa de elementos finitos com integração explícita tem-se o *SOLID 164* e o *SOLID 168*. Como já discutido no capítulo 3 o elemento utilizado foi o *SOLID 164*. A formulação também discutida no capítulo 3 mostra

que o método *ALE* parece ser a melhor opção, mas somente está disponível no programa para os elementos *PLANE 162* e *SOLID 164*. Um outro ponto é que esta formulação *ALE* não é suportada para o modelo de material *Composite Damage*, por este motivo utilizou-se o método *Lagrangeano*.

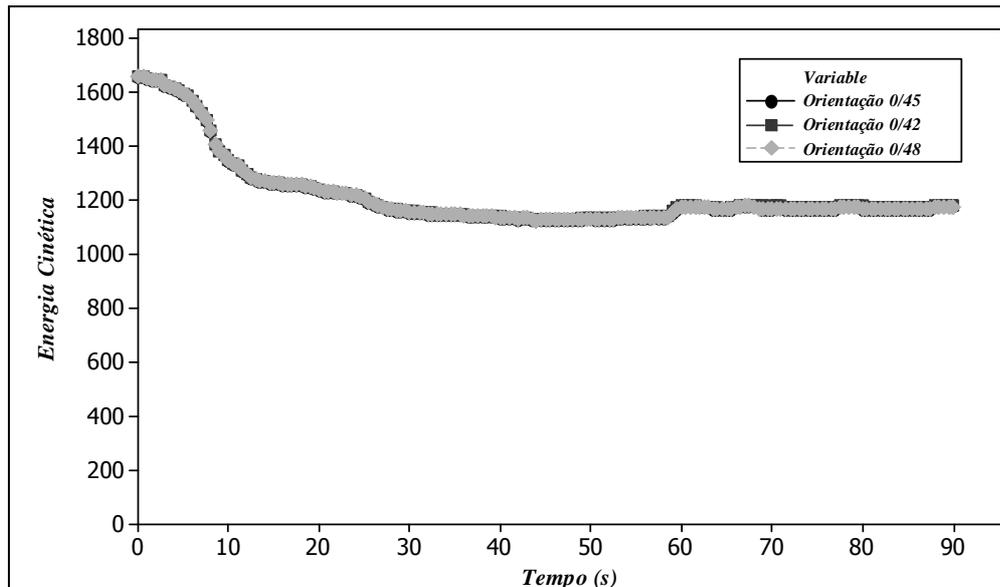
Como mostrado na Figura 6.7, pode-se orientar cada camada do material composto utilizando o elemento sólido. Antes da construção de cada placa orienta-se o sistema de coordenada como o desejado.



**Figura 6.7:** Variação do número de camadas da placa de material compósito (Mendonça, 2005).

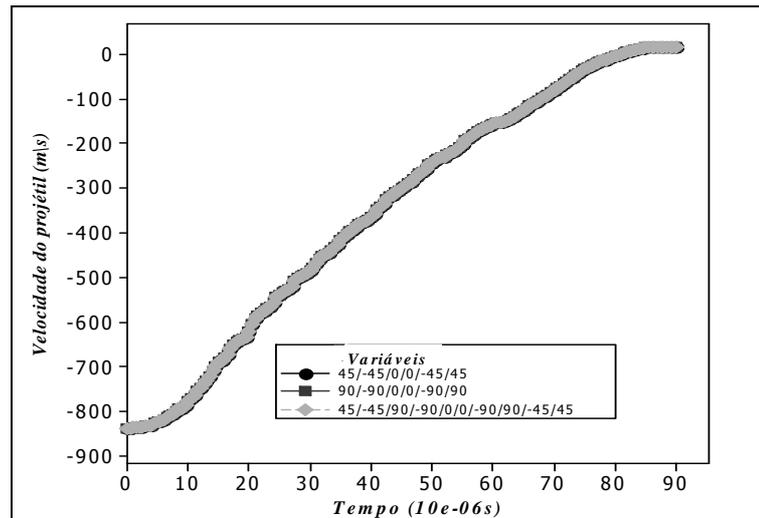
Os sentidos da fibra podem ser arranjados para melhorar o desempenho mecânico do compósito. A geometria das fibras em um compósito é também importante, as fibras têm suas propriedades mecânicas mais elevadas ao longo de seu comprimento. Isto conduz às propriedades altamente anisotrópicas dos compostos, onde, ao contrário dos metais, as propriedades mecânicas do composto são prováveis ser muito diferentes quando testadas em sentidos diferentes. Isto significa que é importante considerar o valor e o sentido das cargas aplicadas nos compósitos. Por este motivo foi realizada uma comparação para a orientação das camadas compósitas.

Pensou-se em tratar a orientação da fibra como variável aleatória, porém na Figura 6.8, observa-se que não há significância em pequenas orientações em torno de uma orientação de 45° com um desvio padrão de 3° para a energia cinética do projétil.



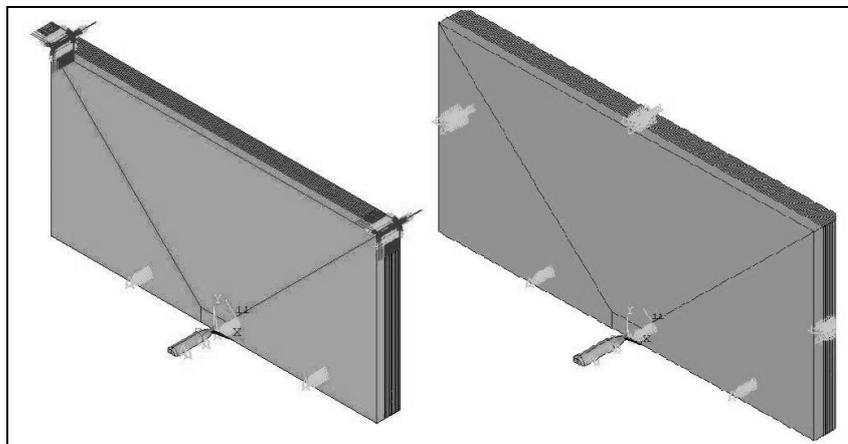
**Figura 6.8:** Comparação entre a orientação da fibra.

A Figura 6.9 mostra uma comparação entre os ângulos de orientação da camada compósita assumida sob a forma de 45/-45/0/0/-45/45, 90/-90/0/0/-90/90 e 45/-45/90/-90/0/0/-90/90/-45/45. Os testes foram realizados para o projétil com incidência de 90° na placa. Analisando esta Figura 6.9, pode-se verificar que a mudança na orientação das camadas realizada não foi significativa na redução de velocidade do projétil para o número de camadas testado. Por esta razão, a simulação computacional realizada foi para o caso 45/-45/0/0/-45/45. Outra característica importante obtida através da utilização desta orientação foi à simetria das camadas para evitar a deformação das camadas compósitas. No estudo realizado por Kang e Kim (2005) na procura por uma ótima seqüência em placas comprimidas, foi ensaiada placas com os ângulos de 0/90° e -45/+45° e a seqüência ótima encontrada foi a 0/90°. Porém no caso impacto a maior solicitação é na tensão de cisalhamento é uma placa na configuração de 45/-45/0/0/-45/45° seria a melhor opção (placa mais homogênia) então foi assumida esta configuração para as simulações.

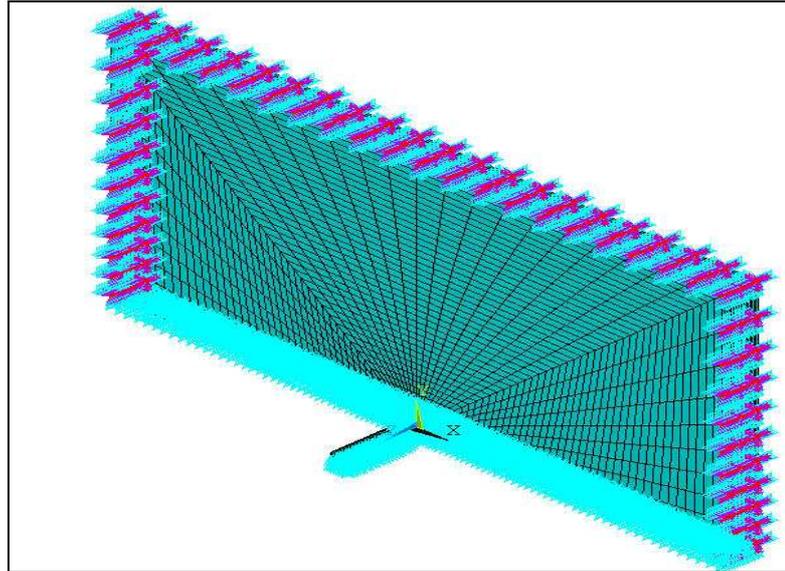


**Figura 6.9:** Comparação da velocidade do projétil para diferentes orientações das camadas de compósito.

Outra comparação testada foi para as condições de contorno. Esta comparação foi realizada para três situações que são: i); cantos da placa fixo ( $DOF = 0$ ); e ii) deslocamento para o contorno da placa ( $U_x, U_y$  e  $U_z = 0$ ) que foram mostrados na Figura 6.10 e o iii) contorno da placa fixo ( $DOF = 0$ ) mostrado na Figura 6.11.

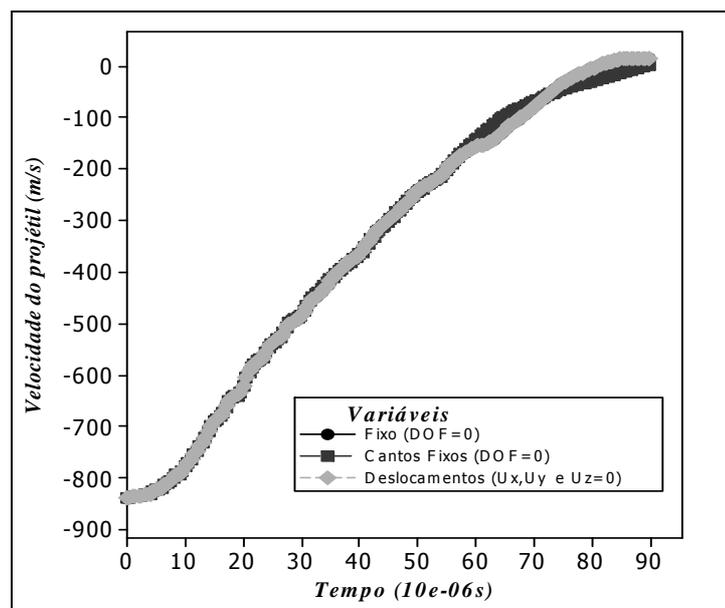


**Figura 6.10:** Tipos de condições de contorno da placa (cantos da placa fixo ( $DOF = 0$ ); e deslocamento para o contorno da placa ( $U_x, U_y$  e  $U_z = 0$ ) respectivamente).



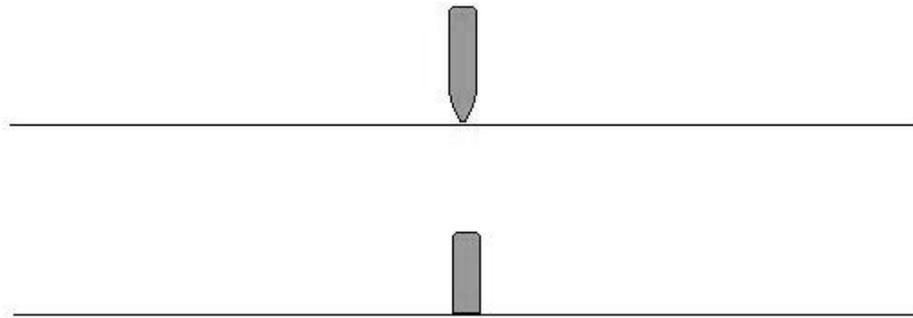
**Figura 6.11:** Condição de contorno da placa fixo ( $DOF = 0$ ).

Utilizando estes três tipos de condição de contorno foi realizado um gráfico (Figura 6.12) para comparar a velocidade do projétil até o tempo de  $90 \mu s$  em uma mesma configuração de placa. Observa-se que para a velocidade final do projétil variar as condições de contorno não é significativa. Com base neste resultado o modelo utilizado neste trabalho para as simulações numéricas foi assumido uma das configurações da Figura 6.11. Sendo assim modelo é fixo em todo o seu contorno.



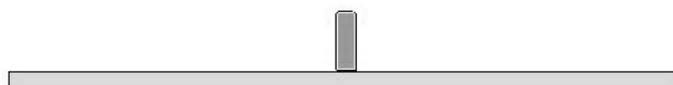
**Figura 6.12:** Condição de contorno da placa fixo ( $DOF = 0$ ).

A partir deste ponto foi utilizado o elemento sólido variando a orientação da placa compósita em 45/-45/0/0/-45/45 e todo o contorno da placa fixa. Optou-se então em variar a velocidade inicial do projétil, pois este é diretamente proporcional a 1º camada da placa de blindagem. Como mencionado no capítulo 2 também esta ligada a primeira camada a diminuição da velocidade e o esmagamento da cabeça do projétil. Com isso será mostrada a influência da cabeça do projétil no momento do impacto balístico. Conforme Borvik *et al.* (2002) o nariz do projétil é significativo para os resultados. Foi realizada então uma simulação comparando dois tipos de cabeça do projétil (Figura 6.13) o primeiro conserva o formato do 7,62 e o segundo retira-se a cabeça do projétil.



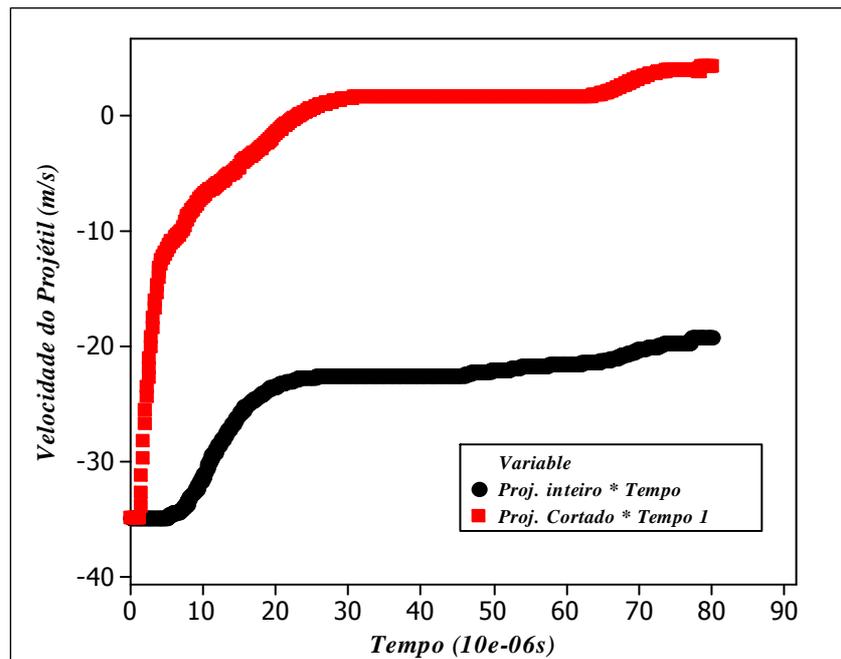
**Figura 6.13:** Comparação da cabeça do projétil.

O teste foi realizado para a camada de compósito utilizando elemento de casca e sólido com uma velocidade de 35 m/s e espessura de 6,5 mm, o resultado comprova o que os pesquisadores Borvik e colaboradores dizem sobre a influência da cabeça do projétil. A velocidade do projétil depois de 40  $\mu$ s sem a cabeça foi de 0 m/s enquanto com o formato do 7,62 foi de 11,48 m/s. Foi também realizado para a mesma velocidade e espessura utilizando o elemento sólido (Figura 6.14). Este resultado comprova a influência da cabeça do projétil nas simulações de impacto balístico.



**Figura 6.14:** Cabeça do projétil cortado para uma placa de elemento sólido.

Os testes foram também realizados comparando os dois diferentes tipos de cabeça do projétil, utilizando o elemento sólido para a placa. A comparação da velocidade do projétil está mostrada na Figura 6.15. Observando esta figura percebemos que o resultado do impacto balístico está relacionado com a cabeça do projétil, comprovando a eficácia da primeira camada.



**Figura 6.15:** Comparação da velocidade do projétil para os dois tipos de cabeça do projétil.

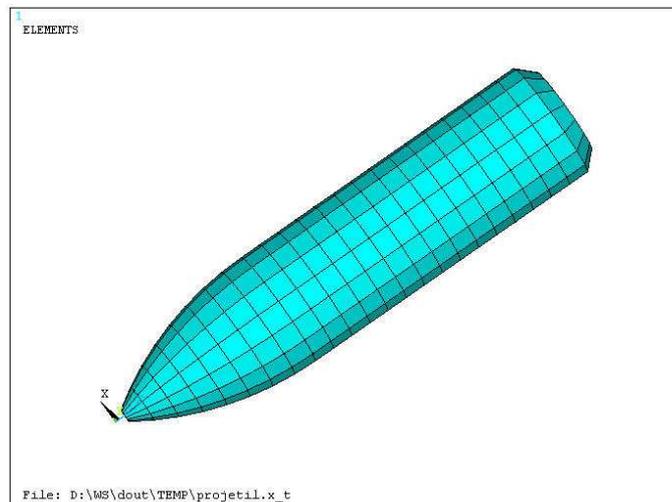
O parâmetro de variação da espessura da placa cerâmica (alumina) tomando como base o trabalho de Fawaz e seus colaboradores (2004) cita Hetherington (1992) onde se concluiu que a melhor relação entre as espessuras do material cerâmico e do compósito é mostrada por:

$$\frac{h_1}{h_2} \approx 4 \left( \frac{\rho_1}{\rho_3} \right) \quad (6.1)$$

onde  $h_1$  é a espessura da placa cerâmica (mm),  $h_2$  é a espessura da placa de material compósito (mm),  $\rho_3$  é a densidade da placa cerâmica, e  $\rho_1$  está a uma densidade da placa de compósito. A densidade da placa cerâmica é  $\rho_3 = 3720$  e a densidade da placa de compósito é  $\rho_1 = 1460$  dando uma relação de 1,57. Obedecendo esta relação à camada mais espessa é a de

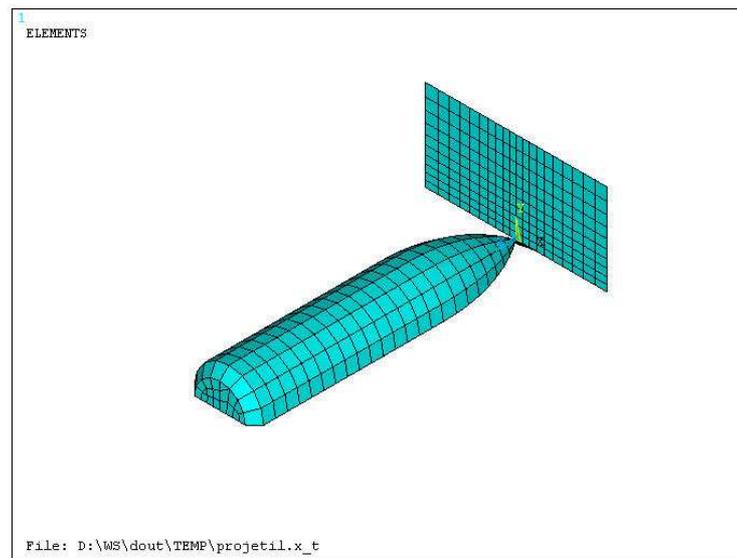
material cerâmica, por exemplo, 8 mm de cerâmica e 5 mm de compósito dando um peso até menor do que a placa que sugerimos. Porém se utilizarmos uma placa fina de material compósito nenhuma diferença nos resultados da simulação computacional é percebida. Optamos então em fixar a camada cerâmica em 6 mm e a camada do material compósito variando entre 9 e 15 camadas de 1 mm cada.

Como mencionado anteriormente a simulação foi realizada com elementos sólidos para o projétil, placa cerâmica e compósita. O projétil utilizado é o 7,62 mm obedecendo a norma *NIJ STANDARD 0108,01* e sua massa é de 9,4 g com sua velocidade inicial variando  $838 \pm 15$  m/s. Foi feito um achatamento na ponta do projétil com o objetivo de diminuir singularidades na malha. A malha do projétil foi projetada com a ferramenta *sweep*, mostrada na Figura 6.16 com um total de 432 elementos.



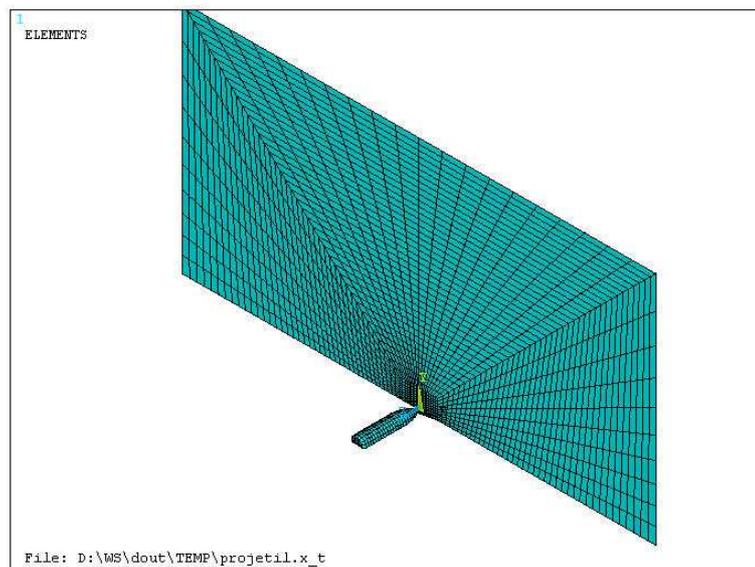
**Figura 6.16:** Malha do projétil.

O teste de resistência balística realizado obedecendo à norma *NIJ* foi para uma placa de 25 x 25 cm que foi adotado para as simulações. Para diminuir o custo computacional foi feito um plano de simetria para o cálculo computacional. A malha das placas foi dividida em quatro partes para diminuir o número de elementos. A região mais próxima do projétil tem 2 x 1 cm tendo tamanho de seus elementos constante num total de 199 elementos (Figura 6.17).



**Figura 6.17:** Malha do projétil na área de impacto da placa.

A malha da placa é mapeada, com elementos crescentes do meio para a extremidade cada placa com 1800 elementos dispostos como ilustra a Figura 6.18.



**Figura 6.18:** Malha da área da placa cerâmica.

A quantidade de elementos ao longo da espessura foi realizada com base da Figura 6.4. Os elementos na área de impacto ficaram com  $\pm 1 \text{ mm}^2$  para as duas placas (cerâmica e compósita). Para a placa compósita variou-se o número e orientação das camadas.

Como não era o objetivo deste trabalho a parte experimental, foi validada a simulação reproduzindo os resultados obtidos do trabalho de Shokrieh e Javadpour (2007). Os pesquisadores utilizaram carbetos de boro e *Kevlar*<sup>®</sup> para uma velocidade de 700 m/s, o teste compara o resultado numérico com o analítico. O resultado numérico encontrado foi de 632 m/s contra o analítico de 618,4 m/s. Utilizando-se os mesmos parâmetros utilizados no trabalho citado anteriormente encontramos uma velocidade final do projétil de 630,62 m/s próximo ao valor numérico encontrado no artigo, validando esta simulação. A montagem do *DOE* é explicada no item 6.2.2.

## 6.2.2 Meta-Modelo e Considerações Envolvendo FEM

### 6.2.2.1 Resultados Apresentados em Congressos Referentes ao Meta-Modelo

Este item descreve a metodologia usada para o *DOE* e as superfícies de respostas geradas com os dados vindos a partir do programa de elementos finitos. Como dito anteriormente o trabalho está dividido em fases: simulação computacional (descrita no item 6.2.1), meta-modelo e confiabilidade. O *DOE* utilizado com os dados da simulação para os três primeiros trabalhos apresentados em congresso descritos acima (*SIMMEC*, *WCCM* e *ICCES*) foi o modelo fatorial completo em que pelo menos um fator tem mais de dois níveis. Foi utilizado dois fatores na 1ª fase com um total de oito experimentos:

$E_{sp}$  = espessura da camada de blindagem variando as espessuras entre 3, 5, 10 e 20 mm).

$\rho$  = massa específica da camada compósita com valores de 1460 kg/m<sup>3</sup> e 980 kg/m<sup>3</sup> (valores reais de massa específica dos compósitos  $\rho_1 = \text{Kevlar}^{\text{®}}$  e  $\rho_2 = \text{Dyneema}^{\text{®}}$ ).

Este 1º trabalho apresentado no congresso do *SIMMEC* foi gerado uma superfície de resposta para a energia cinética ( $E_c$ ) do projétil em função de  $E_{sp}$  e  $\rho$ . O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) utilizado para avaliar a adaptação do modelo de regressão explica 69% da variabilidade dos dados da equação da  $E_c$ . Este  $R^2$  encontrado para a energia cinética ( $E_c$ ) do projétil é um valor abaixo do esperado.

Um *DOE* com 16 experimentos foi realizado com três fatores: espessura alumina e espessura e massa do compósito. A espessura da alumina variou entre os valores máximo e mínimo 0,001 e 0,002, respectivamente. A variação da espessura do compósito entre os valores (0,001; 0,002; 0,003 e 0,004) e a massa específica real dos dois materiais compósitos

utilizados (*Kevlar*<sup>®</sup> e *Dyneema*<sup>®</sup>). Com este *DOE* foi também gerada uma superfície de resposta para a energia cinética ( $E_c$ ), o  $R^2$  deu 79,2% um pouco melhor que no 1º trabalho. Este valor também baixo para o  $R^2$  já era esperado, pois é grande a dispersão dos valores obtidos da energia cinética quando a placa for perfurada, na comparação com as placas finas e grossas. Nesta primeira fase dos resultados ainda não foi discutida o efeito de multicolinearidade.

Com este último *DOE* foi realizado uma outra superfície de resposta para o deslocamento (desl.) do último elemento da camada compósita inversa ao projétil, esta equação também com um  $R^2$  baixo.

Nos dois *DOE* anteriores foram realizados poucos experimentos notamos que o  $R^2$  continua não sendo satisfatório. Depois de encontrar as equações de restrição para  $E_c$  e *desl.*, e já tendo a função de peso e o preço a ser minimizada, dois modelos de otimização foram idealizados para o problema resolvido com a ajuda do *MATLAB*<sup>®</sup>. Este problema foi resolvido usando programação seqüencial quadrático ou (*SQP*), que considera o ótimo local e o algoritmo genético (*AG*) que serão explicados no próximo item (Santos *et al.* 2006<sup>b</sup> e Santos *et al.* 2007).

O trabalho apresentado no *EngOpt* foi utilizado  $2^k$  fatorial com 3 fatores e um ponto central num total de 9 experimentos. As variáveis de projeto analisadas foram três:  $E$  (módulo de elasticidade),  $S_1$  (resistência à tração longitudinal) e espessura do material compósito. As propriedades do material compósito podem variar com a temperatura e com o processo de fabricação. Foi assumida distribuição normal para estas variáveis aleatórias, como segue abaixo:

$$\begin{aligned} E &\rightarrow \mu = 76 \times e^9 \Rightarrow \sigma = 5\% \mu \\ S_1 &\rightarrow \mu = 1400 \times e^6 \Rightarrow \sigma = 10\% \mu \\ Esp &\rightarrow \mu = 2.3 \Rightarrow \sigma = 0.5 \end{aligned} \quad (6.2)$$

As variáveis  $E$ ,  $S_1$  e espessura do material compósito foram normalizadas em relação aos seus valores médios, a fim de obter os coeficientes de mesma ordem de grandeza. As superfícies de resposta obtidas foram:  $E_c$  (energia cinética), deslocamento e máxima tensão principal do elemento da última camada da camada de material compósito. Além das equações geradas pela superfície de resposta se utilizou o peso da placa de blindagem e o

centróide da aeronave (explicado anteriormente). A equação da  $E_c$  (Equação 6.3) o  $R^2$  explicou 100% da variabilidade dos dados.

$$E_c = -78,3 + 183E - 0,02S_1 - 23,6Esp - 91,3E^2 + 11Esp^2 + 0,09ES_1 - 0,086EEsp - 0,164S_1Esp \quad (6.3)$$

A 2ª equação obtida pela superfície de resposta é o deslocamento do último elemento da camada compósita. A Equação 6.4 mostra a superfície de resposta para o deslocamento:

$$Desl = 0,0335 - 0,068E + 0,014S_1 + 0,014Esp + 0,039E^2 - 0,01Esp^2 - 0,017ES_1 + 0,0038EEsp \quad (6.4)$$

O  $R^2$  para a equação de deslocamento do último elemento oposto ao projétil explica 54,5 % da variabilidade dos dados.

A última equação obtida no trabalho do *Engopt* é a tensão de ruptura mostrada na Equação 6.5:

$$\sigma_{rup} = 24,5 - 41,6E - 5,3S_1 - 1,7Esp + 18,9E^2 + 0,7Esp^2 + 5,2ES_1 - 1,2EEsp + 1,2S_1Esp \quad (6.5)$$

Com um  $R^2$  de 95,7 %, um valor melhor que o deslocamento.

A quarta equação de restrição foi o peso da blindagem que nos três primeiros trabalhos foi equação objetivo. O programa de otimização utilizado foi o *SQP*, minimizando a  $E_c$  sujeita a quatro equações de restrição: peso da blindagem, *CG* da aeronave, tensão e deslocamento do último elemento da placa compósita. A modelagem de otimização e confiabilidade é apresentado no item seguinte.

### 6.2.2.2 Resultados Apresentados neste Trabalho Referentes ao Meta-Modelo

Em cada etapa dos trabalhos (tecnológico, meta-modelo e confiabilidade) foi feita simplificações, mostrando um desenvolvimento do trabalho. O próximo *DOE* descrito foi o realizado para este trabalho de doutorado.

O número de experimentos do *DOE* foi pequeno nas fases mostrada anteriormente resolveu-se utilizar o *CCD* ou experimento central composto descrito no capítulo 4. Este método contém um fatorial completo ou fatorial com pontos centrais permitindo uma estimativa das curvaturas. O *CCD* tem três tipos de modelos dependendo da localização de onde os pontos são colocados. O modelo *CCD* utilizado neste trabalho foi o da face centrada

(*CCF*). Os pontos do *CCF* estão localizados no centro de cada face do espaço fatorial. Esta concepção requer três níveis para cada variável (máximo, mínimo e central).

Neste trabalho, foram utilizadas cinco variáveis aleatórias, assumindo que elas se comportam como uma distribuição normal. O número total de experimentos é baseado em fatorial completo ou fracionário com  $n = 2^k + 2k + m$ , gerando menos experimentos que o fatorial  $3^k$  e mais que o  $2^k$ . Onde  $k$  é o número de fatores e  $m$  quantidade de pontos centrais. Assim, o modelo adotado foi um fatorial fracionário com cinco pontos centrais, dando um total de 31 combinações.

Tem-se para o *DOE* variáveis qualitativas e quantitativas. Para os valores quantitativos (número de camadas da placa compósita; módulo de elasticidade; resistência mecânica e velocidade do projétil) se utilizou o intervalo de confiança de  $\mu \pm 3\sigma$ . Como foi descrito no item 6.1.1 as condições de apoio da placa e as orientações das camadas compósitas não foram significativas para o resultado da velocidade do projétil então não foram consideradas como variáveis qualitativas. Para o valor qualitativo foi considerado somente o ângulo de incidência do projétil. A seguinte variação foi realizada para as variáveis:

O número de camadas da placa compósita ( $N_{cam}$ ): foi assumido uma  $\mu = 12$  e  $\sigma_x = 1$ , lembrando que cada camada tem a espessura de 1 mm. Para esta variável, os limites superiores e inferiores foram estabelecidos como a média mais ou menos três desvios-padrão. O ângulo de incidência do projétil ( $A_{proj}$ ) variou entre  $\pm 80$  e sua média foi igual a  $\mu = 90^\circ$ . O ângulo de  $90^\circ$  corresponde à incidência perpendicular a placa, em que se espera uma penetração mais profunda.

As variáveis ( $E$  e  $\sigma$ ) correspondem a propriedades do material compósito utilizado na simulação computacional. Quando o material está a altas taxas de deformação como é o caso do impacto, as propriedades dos materiais podem variar. Isto impossibilita a utilização de tabelas das relações tensão-deformação onde os valores destas propriedades do material são para o caso estático. Shokrieh and Javadpour 2007 apud (Wang e Xia (1999)) consideraram estes efeitos da taxa de deformação no comportamento do material compósito. Estes pesquisadores verificaram que as propriedades mecânicas do compósito Kevlar 49 dependem tanto da taxa de deformação quanto da temperatura. Neste trabalho, utilizam-se as taxas de deformação para uma temperatura de  $15^\circ\text{C}$ , esta temperatura é admitida a uma altitude de

5000 m (Bertin 2002). As correspondentes propriedades mecânicas para o material compósito como resistência mecânica ( $\sigma$ ) e módulo de elasticidade ( $E$ ) estão apresentados na Tabela 6.1.

**Tabela 6.1:** Propriedades mecânicas para o Kevlar 49 versus taxas de deformação para a temperatura 15 °C (adaptado Shokrieh e Javadpour 2007).

Propriedades mecânicas	Taxas de deformação(1/s)		
	140	440	1350
$\sigma$ (GPa)	2.94	3.02	3.08
$E$ (GPa)	112	119	125

A velocidade do projétil ( $V$ ) segue a norma *NIJ Standard 0108,01* (1981). Assim, de acordo com esta norma, o projétil foi assumida, ser uma 7,62 mm com massa de  $4.7 \times 10^{-3}$  kg e velocidade de  $838 \text{ m / s} \pm 15 \text{ m / s}$ .

Foram utilizados os níveis decodificados -1 e +1, para a variável qualitativa, isto significa que a escolha indica pontos nos lotes da superfície da resposta usando o código: 1 para o nível baixo, +1 para o nível elevado, e 0 para um ponto central. No nível codificado a escolha indica pontos nos lotes da superfície de resposta usando os valores que atribuímos, isto é, valores que estão nas unidades de medidas reais.

O meta-modelo é obtido como uma superfície de resposta, que pode ter diversas variáveis de interesse, em função das variáveis independentes (preditas). Para o *DOE* descrito acima com 31 experimentos as variáveis dependentes são obtidas a partir da simulação computacional.

Obter a resposta entre as variáveis de interesse e as variáveis de resposta representa um considerável esforço computacional. Experiências precisam ser realizadas para medir os efeitos de uma ou mais variáveis na resposta final de um problema particular. A decisão de quais fatores teria influência em um determinado processo ou produto são frequentemente confrontados. Para realizar um experimento, alguns fatores são selecionados e uma técnica regressão múltipla pode ser utilizada. Com o *DOE* e os resultados do *MEF*, geramos três superfícies de resposta para a velocidade do projétil ( $V_f$ ), deslocamento do último elemento oposto ao projétil ( $Desl$ ) e número de camadas que sobraram depois do impacto ( $cam$ ).

As variáveis  $N_{cam}$ ,  $A_{proj}$ ,  $E$ ,  $\sigma$ ,  $V$  foram normalizados em relação aos respectivos valores médios, a fim de obter coeficientes de mesma ordem de grandeza e em seguida gerada as equações de superfície de resposta (Rao 1996). Em primeira instância foi considerado o coeficiente de correlação ( $R^2$ ) que mede a relação linear entre duas variáveis. Como já

explicado no capítulo 4 este coeficiente mostra que a variação em uma variável é explicada através de uma outra variável em estudo, indicando a forma como o modelo ajusta os dados (Blischke e Murthy 2000).

Várias energias estão envolvidas no processo de impacto, e precisam ser consideradas na obtenção das superfícies de resposta. A primeira energia a ser considerada é a energia cinética ou velocidade do projétil, que começa a partir do seu valor inicial, diminuindo ou zerando seu valor final depois do impacto. Outros tipos de energia estão relacionados com a energia absorvida pelo projétil na sua deformação plástica ou pela energia absorvida pela blindagem em sua própria deformação, sob a forma de energia potencial elástica de deformação. A energia também pode estar relacionada com a energia absorvida pela placa em forma de energia de deformação plástica, incluindo aqui a destruição da camada de cerâmica ou a ruptura das fibras ou a violação da resina na camada de compósito. A quantidade de energia cinética perdida pelo projétil deve ser absorvida por sua própria deformação ou pela da blindagem. Esta energia cinética também pode ser perdida pela deformação da estrutura da aeronave na qual a blindagem esta fixada. Neste trabalho, apenas a perda da energia cinética do projétil ou velocidade é considerada, e as frações de energia que vão para cada um destes processos não são investigados.

Como comentado anteriormente foi gerado três superfícies de resposta em função das variáveis básicas ( $N_{cam}$ ,  $A_{proj}$ ,  $E$ ,  $\sigma$ ,  $V$ ). Esta 1ª equação gerada por regressão simples foi para a velocidade do projétil ( $V_f$ ) mostrada pela equação:

$$\begin{aligned}
 V_f = & 64404 - 443N_{cam} + 130A_{proj} + 11445E - 10309\sigma - 129309V - 161N_{cam}^2 - 11,1A_{proj}^2 - 4566E^2 \\
 & + 5376\sigma^2 + 66456V^2 - 3,94N_{cam}A_{proj} - 104N_{cam}E + 144N_{cam}\sigma + 692N_{cam}V - 28,6A_{proj}E \quad (6.6) \\
 & + 216A_{proj}\sigma - 312A_{proj}V + 751E\sigma - 2899EV - 1456\sigma V
 \end{aligned}$$

Com um  $R^2$  de 59,1 % e os  $p$ -valores de cada constante mostrado na Tabela 6.2, além disso, foi gerado o valor de inflação da regressão ( $VIF$ ) para a equação da  $V_f$  sendo:

**Tabela 6.2:** Coeficientes,  $p$ -valor e  $VIF$  das variáveis para a equação da velocidade do projétil ( $V_p$ ).

<b>Preditor</b>	<b>Coef</b>	<b>SE Coef</b>	<b>p</b>	<b>VIF</b>
<b>Constante</b>	64404	19048	0,006	
$N_{cam}$	-443,3	682,4	0,529	6434,4
$A_{proj}$	130	164,5	0,446	5984,3
$E$	11445	4801	0,036	15334,9
$\sigma$	-10309	22025	0,649	58003,9
$V$	-129309	36388	0,005	93792,7
$N_{cam}^2$	-160,92	92,03	0,108	471,3
$A_{proj}^2$	-11,082	5,752	0,08	3,2
$E^2$	-4566	1912	0,036	9727,7
$\sigma^2$	5376	10636	0,623	54103
$V^2$	66456	17953	0,003	91322,9
$N_{cam} A_{proj}$	-3,935	9,023	0,671	19
$N_{cam} E$	-103,9	164,5	0,54	392,9
$N_{cam} \sigma$	144,5	388	0,717	2099,1
$N_{cam} V$	692,5	504,1	0,197	3530,2
$A_{proj} E$	-28,55	41,13	0,502	374,9
$A_{proj} \sigma$	215,81	97	0,048	2081,1
$A_{proj} V$	-312	126	0,031	3512,2
$E \sigma$	751	1768	0,679	2455
$E V$	-2899	2298	0,233	3886,1
$\sigma V$	-1456	5419	0,793	5592,3

Utilizando novamente o método do  $PLS$  para gerar a superfície de resposta para o deslocamento do último elemento da placa compósita oposto ao projétil, como:

$$\begin{aligned}
 Desl = & 1,89 + 0,0204N_{cam} - 0,00146A_{proj} + 0,121E + 1,05\sigma - 4,97V + 0,00056N_{cam}^2 \\
 & - 0,000415A_{proj}^2 - 0,088E^2 - 0,397\sigma^2 + 2,61V^2 - 0,000150N_{cam}A_{proj} - 0,0128N_{cam}E \\
 & - 0,0021N_{cam}\sigma - 0,0084N_{cam}V + 0,00046A_{proj}E + 0,00054A_{proj}\sigma + 0,00070A_{proj}V \\
 & + 0,0196E\sigma + 0,051EV - 0,270\sigma V
 \end{aligned} \quad (6.7)$$

Com o valor do  $R^2 = 27,7\%$ ,  $p$ -valor e  $VIF$  de cada preditor mostrada na Tabela 6.3, temos:

**Tabela 6.3:** Coeficientes, *p*-valor e *VIF* das variáveis para a equação do deslocamento do último elemento da placa compósita.

<i>Preditor</i>	<i>Coef</i>	<i>SE Coef</i>	<i>P</i>	<i>VIF</i>
<i>Constante</i>	1,887	1,055	0,101	
$N_{cam}$	0,02041	0,0378	0,6	6434,4
$A_{proj}$	-0,001464	0,009112	0,875	5984,3
$E$	0,1212	0,2659	0,658	15334,9
$\sigma$	1,046	1,22	0,41	58003,9
$V$	-4,972	2,015	0,031	93792,7
$N_{cam}^2$	0,000564	0,005097	0,914	471,3
$A_{proj}^2$	-0,0004147	0,0003186	0,22	3,2
$E^2$	-0,088	0,1059	0,424	9727,7
$\sigma^2$	-0,3971	0,5891	0,514	54103
$V^2$	2,6069	0,9943	0,024	91322,9
$N_{cam} A_{proj}$	-0,00015	0,0004998	0,77	19
$N_{cam} E$	-0,012762	0,009111	0,189	392,9
$N_{cam} \sigma$	-0,00215	0,02149	0,922	2099,1
$N_{cam} V$	-0,00838	0,02792	0,77	3530,2
$A_{proj} E$	0,000456	0,002278	0,845	374,9
$A_{proj} \sigma$	0,000537	0,005372	0,922	2081,1
$A_{proj} V$	0,000698	0,00698	0,922	3512,2
$E \sigma$	0,0196	0,09794	0,845	2455
$E V$	0,0509	0,1273	0,697	3886,1
$\sigma V$	-0,2703	0,3001	0,387	5592,3

A terceira e última equação gerada foi para o número de camadas não perfuradas depois do tempo de 80  $\mu$ s de impacto balístico, esta mostrado abaixo:

$$\begin{aligned}
 cam = & -2637 - 68,6N_{cam} - 64,1A_{proj} - 1572E + 1012\sigma + 5889V - 1,18N_{cam}^2 + 2,43A_{proj}^2 + 308E^2 \\
 & - 1061\sigma^2 - 3351V^2 + 1,75N_{cam}A_{proj} + 4,6N_{cam}E + 32,2N_{cam}\sigma + 41,9N_{cam}V \\
 & + 5,70A_{proj}E + 18,8A_{proj}\sigma + 38,4A_{proj}V + 637E\sigma + 318EV + 450\sigma V
 \end{aligned} \quad (6.8)$$

Análogo às outras duas equações foi feito para a 3ª equação com o valor do  $R^2 = 81,3\%$ , *p*-valor e *VIF* das variáveis na Tabela 6.4:

**Tabela 6.4:** Coeficientes,  $p$ -valor e  $VIF$  das variáveis para a equação do número de camadas não perfuradas da placa compósita.

<i>Preditor</i>	<i>Coef</i>	<i>SE Coef</i>	<i>P</i>	<i>VIF</i>
<b>Constante</b>	-2637	1981	0,21	
$N_{cam}$	-68,57	70,97	0,355	6434,4
$A_{proj}$	-64,11	17,11	0,003	5984,3
<b><math>E</math></b>	-1572,5	499,3	0,009	15334,9
$\sigma$	1012	2291	0,667	58003,9
<b><math>V</math></b>	5889	3784	0,148	93792,7
$N_{cam}^2$	-1,179	9,571	0,904	471,3
$A_{proj}^2$	2,4263	0,5982	0,002	3,2
<b><math>E^2</math></b>	307,9	198,8	0,15	9727,7
$\sigma^2$	-1061	1106	0,358	54103
<b><math>V^2</math></b>	-3351	1867	0,1	91322,9
$N_{cam} A_{proj}$	1,75	0,9384	0,089	19
$N_{cam} E$	4,56	17,11	0,795	392,9
$N_{cam} \sigma$	32,25	40,35	0,441	2099,1
$N_{cam} V$	41,9	52,42	0,441	3530,2
$A_{proj} E$	5,697	4,277	0,21	374,9
$A_{proj} \sigma$	18,81	10,09	0,089	2081,1
$A_{proj} V$	38,41	13,11	0,014	3512,2
<b><math>E \sigma</math></b>	636,9	183,9	0,005	2455
<b><math>E V</math></b>	318,3	238,9	0,21	3886,1
<b><math>\sigma V</math></b>	450,4	563,6	0,441	5592,3

O parâmetro utilizado para a retirada de termos do modelo de regressão é o  $p$ -valor das variáveis quando este for inferior ao nível de significância de 0,05, caso contrario a variável deverá ser mantido. Esta retirada deve obedecer ao principio de hierarquia (Haldar e Montgomery, 2000). A partir da 1ª equação de regressão gerada três parâmetros foram analisados. O primeiro deles é o parâmetro  $R^2$ , este valor próximo aos 100 % indica uma boa correlação. O 2º parâmetro analisado é o nível de significância ou  $p$ -valor para cada um dos coeficientes na equação de regressão. Para este parâmetro um valor muito pequeno para o  $p$ -valor de um determinado coeficiente na equação deveria ser esperado, indicando a importância do coeficiente em particular. Considerando apenas estes dois parâmetros, os resultados das três regressões geradas foram considerados insatisfatórios, com um  $R^2$  baixo para a 2ª equação (deslocamento) e o  $p$ -valor de quase todas as variáveis com valores elevados ( $p$ -valor > 0,05). O 3º parâmetro analisado é o  $VIF$  que detecta a multi-colinearidade ou correlação entre as variáveis, que foi detalhado no capítulo 4. Como podemos observar nas três equações geradas acima, o  $VIF > 10$  na grande maioria das variáveis, confirmando

assim que a equação de regressão não é aceitável, devido à presença de alta multicolinearidade.

Neste trabalho, a solução adotada para o problema da multi-colinearidade é o de utilizar a regressão por mínimos quadrados parciais (*PLS*) na geração das superfícies de resposta.

O *PLS* é uma técnica que combina as características e generaliza a partir de uma análise de componentes principais (*ACP*) e regressão múltipla. Seu objetivo é o de prever ou analisar um conjunto de variáveis dependentes (respostas) a partir de um conjunto de variáveis independentes (preditoras). De acordo com Hoskuldson (1988), esta previsão é alcançada através da extração de um conjunto de fatores preditores ortogonais chamados de variáveis latentes que têm o melhor poder preditivo. Os parâmetros da regressão são estimados de forma a dar um "melhor ajuste" aos dados.

O método *PLS* é particularmente útil quando seus preditores são altamente colineares não produzindo coeficientes com erros. O *PLS* encaixa múltiplas variáveis de resposta em um único modelo. Porque o modelo de *PLS* tem uma forma multivariada de respostas em uma, os resultados podem diferir significativamente da calculada para as respostas individuais. Este modelo pode ser aplicado para múltiplas respostas que estão correlacionadas. Utilizaram-se as mesmas variáveis independentes (originais, quadráticas e interação entre elas), como mostrados pela equação abaixo:

$$N_{cam} \cdot A_{proj}, E, \sigma, V, N_{cam}^2, A_{proj}^2, E^2, \sigma^2, V^2, N_{cam} \cdot A_{proj}, N_{cam} \cdot E, N_{cam} \cdot \sigma, N_{cam} \cdot V, \\ A_{proj} \cdot E, A_{proj} \cdot \sigma, A_{proj} \cdot V, E \cdot \sigma, E \cdot X_5, \sigma \cdot V \quad (6.9)$$

Como dito anteriormente o *PLS* é viável quando temos variáveis correlacionadas, por este motivo, realizou-se também um teste de correlação das variáveis de resposta como mostra na Tabela 6.5:

**Tabela 6.5:** Correlação entre as variáveis de resposta.

	<i>Y1</i>	<i>Y2</i>
<i>Y2</i>	0,456	
	0,009	
<i>Y3</i>	-0,680	-0,490
	0,000	0,004

A 1ª linha do encontro de  $Y_i$  com outro  $Y_i$  indica a correlação entre estes dois  $Y$  de modo a evidenciar a existência de correlações, logo abaixo deste valor está o  $p$ -valor mostrando a significância da correlação das variáveis de resposta.

Como verificado além da correlação entre as variáveis de respostas o valor do *VIF* foi alto para quase todas as variáveis comprovando assim a necessidade da utilização da regressão pelo método dos mínimos quadrados parciais ou *PLS*. Estas correlações não devem ocorrer quando se utiliza uma regressão determinística. No *PLS* as variáveis são decompostas em componentes principais que não são correlacionados entre si e gera os modelos e seus coeficientes da regressão não afetados pela multi-colinearidade existente entre as variáveis.

Foi finalmente então utilizado o método *PLS* para gerar as superfícies de respostas, a 1ª delas para a velocidade do projétil  $V_f$  mostrado abaixo:

$$\begin{aligned}
 V_f = & 33343,8 - 146,0N_{cam} + 130,6A_{proj} + 8803,9E - 20433,3\sigma - 54721,7V - 115,6N_{cam}^2 - 8,3A_{proj}^2 \\
 & - 3625,0E^2 + 10610,1\sigma^2 + 28474,6V^2 + 0,3N_{cam}A_{proj} + 0,9N_{cam}E + 176,7N_{cam}\sigma + 175,7N_{cam}V \quad (6.10) \\
 & - 32A_{proj}E + 154A_{proj}\sigma - 252,7A_{proj}V - 82,3E\sigma - 1434,8EV - 1006,0\sigma V
 \end{aligned}$$

O número de componentes utilizados foi 20 e o  $p$ -valor da equação 0,002 com um  $R^2 = 0,9196$ . O resultado do  $R^2$  para os 20 componentes esta mostrado na Tabela 6.6:

**Tabela 6.6:**  $R^2$  das componentes usando o *PLS* para a velocidade do projétil  $V_f$ .

<i>Componentes</i>	$R^2$	<i>Componentes</i>	$R^2$
--------------------	-------	--------------------	-------

<b>1</b>	0,280243	<b>11</b>	0,773874
<b>2</b>	0,281084	<b>12</b>	0,778596
<b>3</b>	0,520223	<b>13</b>	0,807217
<b>4</b>	0,537691	<b>14</b>	0,808512
<b>5</b>	0,544702	<b>15</b>	0,870978
<b>6</b>	0,544775	<b>16</b>	0,88254
<b>7</b>	0,545731	<b>17</b>	0,895859
<b>8</b>	0,600937	<b>18</b>	0,917159
<b>9</b>	0,682357	<b>19</b>	0,917487
<b>10</b>	0,773596	<b>20</b>	0,919635

O mesmo procedimento foi realizado para o deslocamento da última camada oposta ao projétil da camada compósita, indicada como:

$$\begin{aligned}
Desl. = & 1,9011 + 0,019N_{cam} - 0,0011A_{proj} + 0,1248E + 1,0191\sigma - 4,975V + 0,00052N_{cam}^2 \\
& - 0,00042A_{proj}^2 - 0,089E^2 - 0,4022\sigma^2 + 2,598V^2 - 0,0001N_{cam}A_{proj} - 0,0118N_{cam}E \\
& - 0,0043N_{cam}\sigma - 0,0056N_{cam}V + 0,00023A_{proj}E + 0,00107A_{proj}\sigma + 0,000A_{proj}V \\
& + 0,02940E\sigma + 0,03819EV - 0,24023\sigma V
\end{aligned} \quad (6.11)$$

O número de componentes utilizados também foi 20 e o  $p$ -valor da equação 0,215 com um  $R^2 = 0,7434$ . O resultado do  $R^2$  para os 20 componentes está mostrado na Tabela 6.7:

**Tabela 6.7:**  $R^2$  das componentes usando o *PLS* para a equação de deslocamento.

<b>Componentes</b>	<b>R<sup>2</sup></b>	<b>Componentes</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
<b>1</b>	0,362028	<b>11</b>	0,558575
<b>2</b>	0,46672	<b>12</b>	0,558578
<b>3</b>	0,46735	<b>13</b>	0,567219
<b>4</b>	0,485305	<b>14</b>	0,605612
<b>5</b>	0,490479	<b>15</b>	0,613167
<b>6</b>	0,496098	<b>16</b>	0,624543
<b>7</b>	0,501078	<b>17</b>	0,673147
<b>8</b>	0,540703	<b>18</b>	0,690388
<b>9</b>	0,553944	<b>19</b>	0,698992
<b>10</b>	0,554048	<b>20</b>	0,743402

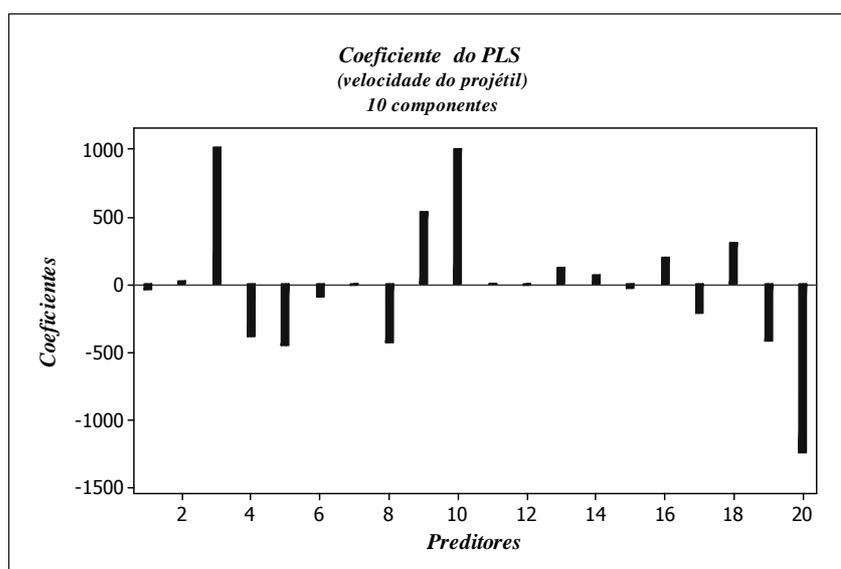
Análogo, para o número de camadas impactas o  $p$ -valor da equação 0,001 e um  $R^2 = 0,9336$  e os resultado do  $R^2$  está mostrado na Tabela 6.9 e na equação abaixo:

$$\begin{aligned}
cam = & -2636,5 - 68,8N_{cam} - 64,1A_{proj} - 1572,5E + 1011,5\sigma + 5888,5V - 1,2N_{cam}^2 + 2,4A_{proj}^2 \\
& + 307,9E^2 - 1060,8\sigma^2 - 3351,1V^2 + 1,7N_{cam}A_{proj} + 4,6N_{cam}E + 32,2N_{cam}\sigma + 42N_{cam}V \\
& + 5,7A_{proj}E + 18,8A_{proj}\sigma + 38,4A_{proj}V + 636,9E\sigma + 318,3EV + 450,43\sigma V
\end{aligned} \quad (6.12)$$

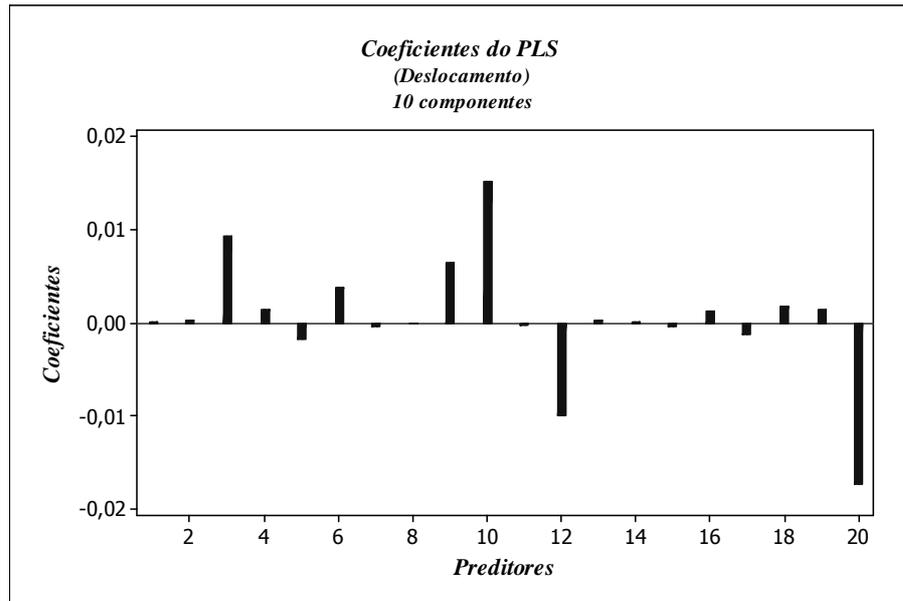
**Tabela 6.8:**  $R^2$  das componentes usando o *PLS* para o número de camadas impactadas.

Componentes	$R^2$	Componentes	$R^2$
<b>1</b>	0,5548	<b>11</b>	0,771619
<b>2</b>	0,600515	<b>12</b>	0,872238
<b>3</b>	0,633986	<b>13</b>	0,910109
<b>4</b>	0,692744	<b>14</b>	0,910265
<b>5</b>	0,699906	<b>15</b>	0,92113
<b>6</b>	0,699915	<b>16</b>	0,924568
<b>7</b>	0,716618	<b>17</b>	0,930309
<b>8</b>	0,718852	<b>18</b>	0,932285
<b>9</b>	0,719273	<b>19</b>	0,933437
<b>10</b>	0,725353	<b>20</b>	0,933643

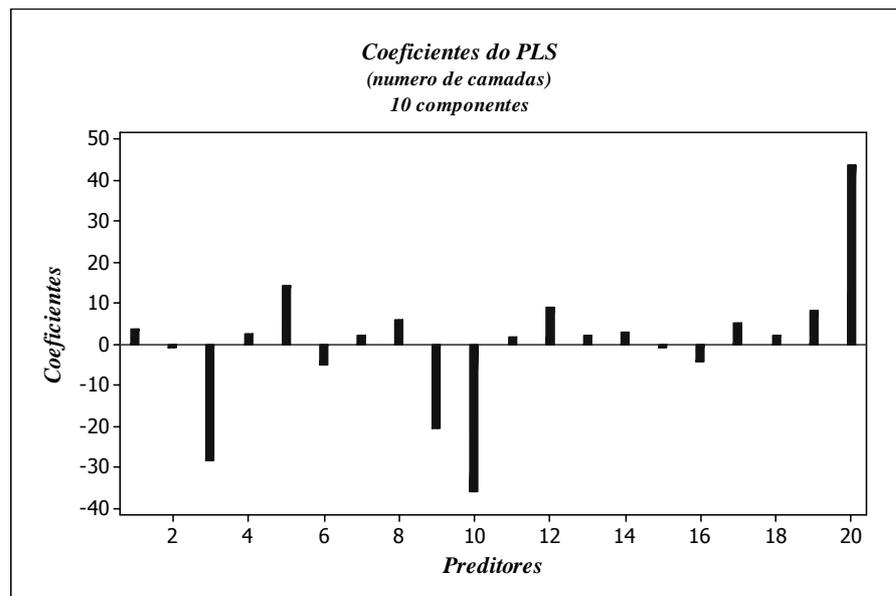
A Figura 6.19 indica as componentes que influenciam na resposta das três superfícies de resposta geradas (velocidade do projétil ( $V_f$ ), deslocamento do elemento oposto ao projétil ( $Desl$ ) e número de camadas impactadas ( $cam$ ) respectivamente).



(a)



(b)



(c)

**Figura 6.19:** Componentes que influenciam nas equações da velocidade, deslocamento e número de camadas impactadas, respectivamente.

Foram calculados os componentes que mais influenciam nas superfícies de resposta gerada. O componente  $N_{cam}$ ,  $A_{proj}$ ,  $\sigma$ , (número camadas, ângulo de incidência do projétil e tensão mecânica) influenciam pouco ou quase nada nas três equações geradas ( $V_f$ ,  $desl$  e  $cam$ ). Os componentes que mais influenciam nas respostas são as variáveis  $E$ ,  $V^2$  e  $\sigma V$  (módulo de

elasticidade do material compósito e velocidade inicial do projétil ao quadrado e a interação da resistência mecânica versus velocidade).

Para validar a regressão obtida com o modelo *PLS* foram obtidos nove novos pontos (Tabela 6.9) retirados de um experimento  $3^k$ , estas combinações são diferentes das obtidas do arranjo central composto. Lembrando que as variáveis básicas utilizadas foram normalizadas e são mesmas para a obtenção da regressão utilizando o *PLS*. Os resultados obtidos se encontram na Tabelas 6.10; 6.11; 6.12 para as três respostas: velocidade do projétil, deslocamento e número de camadas impactadas comparando com os resultados obtidos do *MEF* respectivamente. Os valores dos nove pontos foram:

**Tabela 6.9:** Novos pontos para  $N_{cam}$ ,  $A_{proj}$ ,  $E$ ,  $\sigma$ ,  $V$ .

Pontos	$N_{cam}$	$A_{proj}$	$E$	$\sigma$	$V$
<b>1</b>	0,75	-1	0,9451	0,9767	0,9821
<b>2</b>	0,75	0	0,9451	1,0233	1
<b>3</b>	0,75	1	1,0548	1,0233	1,0179
<b>4</b>	1,00	-1	0,9451	0,9767	1,0179
<b>5</b>	1,00	0	0,9451	1	0,9821
<b>6</b>	1,00	1	1,0548	1,0233	1,0179
<b>7</b>	1,25	-1	0,9451	0,9767	1
<b>8</b>	1,25	0	0,9451	1	0,9821
<b>9</b>	1,25	1	1	1,0233	1,0179

**Tabela 6.10:** Validação da equação da velocidade gerada pelo *PLS*.

	<i>Fit</i>	<i>SE Fit</i>	<i>95% CI</i>	<i>95% PI</i>
<b>1</b>	22,4523	4,79998	(11,8876; 33,0169)	(7,3643; 37,5402)
<b>2</b>	14,6169	3,48080	(6,9557; 22,2781)	(1,3984; 27,8353)
<b>3</b>	-11,0260	6,96649	(-26,3591; 4,3072)	(-29,7647; 7,7127)
<b>4</b>	27,8552	4,05206	(18,9366; 36,7737)	(13,8704; 41,8399)
<b>5</b>	29,3288	4,10310	(20,2980; 38,3597)	(15,2722; 43,3855)
<b>6</b>	-8,6667	7,10060	(-24,2951; 6,9616)	(-27,6477; 10,3142)
<b>7</b>	1,5400	4,33817	(-8,0083; 11,0882)	(-12,8545; 15,9345)
<b>8</b>	14,8243	4,67571	(4,5331; 25,1155)	(-0,0734; 29,7220)
<b>9</b>	9,1086	5,07563	(-2,0628; 20,2800)	(-6,4102; 24,6274)

**Tabela 6.11:** Validação da equação do deslocamento gerada pelo *PLS*.

	<i>Fit</i>	<i>SE Fit</i>	<i>95% CI</i>	<i>95% PI</i>
<b>1</b>	0,002048	0,0004956	(0,00096;0,00315)	(0,00049;0,00361)
<b>2</b>	0,001979	0,0003594	(0,00119;0,00277)	(0,000615;0,0034)
<b>3</b>	0,00278	0,0007192	(0,00119;0,00436)	(0,00084;0,00472)
<b>4</b>	0,001988	0,0004183	(0,00107;0,00291)	(0,00054;0,00343)
<b>5</b>	0,002362	0,0004236	(0,00143;0,00329)	(0,00091;0,00381)
<b>6</b>	0,002023	0,0007331	(0,00041;0,00364)	(0,00006;0,00398)
<b>7</b>	0,000789	0,0004479	(-0,00196;0,00178)	(-0,00069;0,00227)
<b>8</b>	0,002099	0,0004827	(0,00104;0,00316)	(0,00056;0,00364)
<b>9</b>	0,001453	0,000524	(0,00029;0,00262)	(-0,00015;0,00305)

**Tabela 6.12:** Validação da equação do número de camadas gerada pelo *PLS*.

	<i>Fit</i>	<i>SE Fit</i>	<i>95% CI</i>	<i>95% PI</i>
<b>1</b>	2,74586	0,92033	( 0,72024; 4,7715)	(-0,14702; 5,6388)
<b>2</b>	-0,31394	0,66739	(-1,78286; 1,1550)	(-2,84838; 2,2205)
<b>3</b>	5,22297	1,33572	( 2,28307; 8,1629)	( 1,63010; 8,8158)
<b>4</b>	2,2413	0,77692	( 0,53130; 3,9513)	(-0,44007; 4,9227)
<b>5</b>	0,85667	0,78671	(-0,87486; 2,5882)	(-1,83848; 3,5518)
<b>6</b>	7,99396	1,36143	( 4,99746; 10,9905)	( 4,35464; 11,6333)
<b>7</b>	5,37062	0,83178	( 3,53988; 7,2013)	( 2,61068; 8,1305)
<b>8</b>	2,406	0,8965	( 0,43282; 4,3792)	(-0,45041; 5,2624)
<b>9</b>	8,37387	0,97318	( 6,23192; 10,5158)	( 5,39837; 11,3494)

Nas Tabelas 6.10; 6.11; 6.12 observamos os valores fitados (Fits) que são os pontos da estimativa da resposta da média para um dado valor dos preditores, níveis de fatores ou componentes. Estes valores são também chamados *Y* ou valores previstos e são calculados pelos valores de *X* dentro da equação de regressão para o modelo. Os valores encaixados (SE of fits) avaliam o erro padrão dos valores estimados fitados. O erro padrão do fit estima a variância da média da resposta para um dado conjunto de preditores. Quanto menor o erro padrão melhor é a estimativa da resposta. Nestes casos os maiores erros foram para os pontos 3 e 6 onde temos valores máximos módulo de elasticidade (*E*). Os limites de confiança mostram onde o intervalo no qual a resposta estimada média para um conjunto de valores preditores esta. Este intervalo é definido pelos limites inferior e superior, calculado a partir do nível de confiança de 95 % e do erro padrão do valor fitado. Os limites de previsão mostram os limites inferior e superior do intervalo de predição. Este intervalo de predição é o intervalo no qual a resposta predita para uma nova observação com um determinado conjunto de valores preditores se espera que venha a cair. O intervalo é definido pelos limites inferior e superior, que são calculadas a partir do nível de confiança e do erro padrão da previsão. Este intervalo é sempre mais amplo do que o intervalo de confiança devido à incerteza envolvido no valor predito versus a média da resposta.

## 6.2.3 Otimização da Blindagem

### 6.2.3.1 Resultados Apresentados em Congressos Referentes à Otimização

Um problema de otimização permite obter uma solução ótima para o problema em questão. Para ser resolvido um problema de otimização será minimizado uma ou mais equações obedecendo às equações que restringem o problema.

Neste item de otimização e confiabilidade o mesmo procedimento dos itens anteriores será seguido, caminhando com um problema simples até o apresentado nesta tese. O trabalho apresentado no *SIMMEC* mostrou uma formulação da função objetivo para uma camada, foi realizada uma mistura dos materiais utilizados para blindagem (alumina/Kevlar e alumina/Dyneema). Este trabalho mostrou uma formulação simplificada do problema, o trabalho apresentado no congresso do *WCCM* mostra a blindagem em duas camadas com  $Esp_{cer}$  (espessura da Alumina) e  $Esp$  (espessura do compósito). A função objetivo a ser minimizada nesta 1ª etapa do trabalho foi à função peso da blindagem indicada por:

$$f_1 = (Esp_{cer} \cdot \rho_3 + Esp \cdot \rho) \cdot A \quad (6.13)$$

onde:

$Esp_{cer}$  = espessura do material cerâmico [m];

$\rho_3$  = massa específica da alumina ( $\rho$ ) [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];

$Esp$  = espessura do material compósito [m];

$\rho = \rho -$  (massa específica  $\rho_1 = \text{Dyneema}^{\text{®}}$ ,  $\rho_2 = \text{Kevlar}^{\text{®}}$ ) [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];

$A$  = área projetada da blindagem (1 m  $\times$  1.65 m).

Outra função objetivo inserida no trabalho é a função custo comparando o preço dos dois materiais compósitos (*Dyneema*<sup>®</sup> e *Kevlar*<sup>®</sup>).

$$f_2 = \text{preço} * A \quad (6.14)$$

As equações de restrição que restringem este problema são: passeio do centro de gravidade (*CG*), energia cinética e deslocamento máximo admissível do último elemento oposto ao projétil. Estas duas últimas equações citadas foram obtidas a partir de informações da simulação computacional. O passeio do *CG* da aeronave escolhida para colocar a blindagem será explicado a seguir junto com o equacionamento utilizado no trabalho de tese que foi o mesmo para os trabalhos apresentados em congresso.

Para as duas equações objetivo foi admitido utilizar pesos de 70 % para a função peso e 30 % para a função preço. A equação de energia cinética do projétil foi assumida que a blindagem era efetiva se esta energia fosse menor que 2 % da energia inicial. Para a equação

do deslocamento também adquirida da simulação computacional, considerou-se o deslocamento do último elemento da placa de material compósito oposto ao projétil. O deslocamento máximo do último elemento oposto ao projétil é anotado quando o tempo de simulação for igual a 50  $\mu$ s. Para este projeto o máximo de deslocamento é limitado em 15 mm.

As diferenças dos trabalhos apresentados nos congressos do *SIMMEC* para o *WCCM* além das duas camadas de materiais, o trabalho do *SIMMEC* não tinha a segunda equação objetivo (preço) e a otimização foi realizada utilizando somente o *SQP*. Com as equações a serem minimizadas e as equações de restrição utilizou-se para a o problema de otimização do segundo trabalho (*WCCM*) o *SQP* e o *AG*, utilizando o *MATLAB*<sup>®</sup> para as minimizações.

O *SQP* é utilizado para minimizar a função peso a partir de um ponto fornecido pelo *AG*. Isto fornece ao *AG* um operador de busca local que pode melhorar bastante seu desempenho.

A Programação Seqüencial quadrática ou *SQP* considera o ótimo local. O modelo é representado por:

$$\begin{aligned}
 \min_{x \in R^n} \quad & f=0,7f_1+0,3f_2 \\
 & f_1=(Esp_{cer} \cdot \rho_3+Esp \cdot \rho) \cdot A \\
 & f_2=preço \cdot A \\
 \text{Subject to} \quad & \left\{ \begin{array}{l} X_{CG'} \frac{f_1}{M+f_1} - 0,06 \text{€}0 \\ -X_{CG'} \frac{f_1}{M+f_1} - 0,23 \text{€}0 \\ 545,77 - 97355 X_1 - 38472 X_2 \text{€} \frac{mv^2}{2} \times 2\% \\ 0,0455 - 6,17 X_1 - 0,994 X_2 \text{€} 0,015 \end{array} \right. \quad (6.15)
 \end{aligned}$$

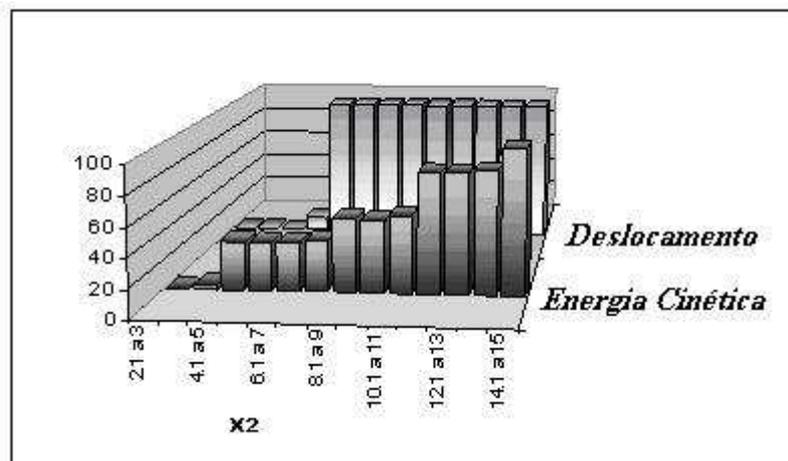
O resultado analisado pelo *SQP* não apresentou diferença entre as espessuras dos dois tipos de materiais, embora, a função objetivo foi modificada com relação a diferentes preços de cada material. Por outro lado, o resultado do *AG* apresentou diferença entre os dois tipos de materiais, tanto nas espessuras como no valor da função objetivo. A dificuldade em se utilizar o *AG* foi à penalização das equações de restrição.

O terceiro trabalho mostrou uma evolução na área de confiabilidade que foi apresentado em janeiro/2007 no *ICCES* (Santos e Jorge, 2008). Neste trabalho foi realizado

um cálculo das confiabilidades obedecendo às mesmas equações de restrição dos trabalhos anteriores.

Para as simulações, as espessuras das duas camadas da blindagem foram divididas em dois intervalos de  $X_1$  (2 a 2,5 e 2,6 a 3) mm para a camada de cerâmica e  $X_2$  (2,1 a 3 até 14,1 a 15) mm para a camada de material compósito. Com isto a confiabilidade foi encontrada, obedecendo as equações de energia cinética (que conduzem a uma avaliação da blindagem furar ou não) e o deslocamento do último elemento da placa de blindagem. Uma contagem do número de casos em que a blindagem falhou, considerando a restrição da energia cinética foi realizado. Em seguida, para os casos que foram sucesso para a energia cinética, foi então avaliada para a restrição de deslocamento, e uma nova contagem foi executada para o número de ocorrências da falha respeitando esta segunda restrição. Para cada intervalo de  $X_1$  e  $X_2$ , o valor para a confiabilidade da blindagem foi anotado, de modo que um lote para a confiabilidade em função destas espessuras fosse gerado. Neste trabalho, uma outra restrição foi inserida sendo esta o peso da blindagem. Para cada intervalo, o peso da blindagem foi avaliado, tais que o valor de deslocamento máximo permissível para o CG da aeronave não fosse excedido. Uma comparação entre os resultados encontrados para os dois tipos de materiais compósitos (*kevlar*<sup>®</sup> e *Dyneema*<sup>®</sup>) não demonstrou diferença significativa.

Assim, neste trabalho, somente os resultados para um dos materiais é apresentado. Os resultados da confiabilidade e do peso são mostrados na Figura 6.20, para cada intervalo da espessura para as duas camadas da placa ( $X_1$  e  $X_2$ ). Os valores desta figura mostram que pode ser alcançada uma confiabilidade de 95 %, se a espessura  $X_2$  exceder 14 mm, quando  $X_1$  estiver mantido entre 2 e 2,5 mm. Analisando o lote de deslocamento máximo admissível, pode-se notar que havia mudança significativa na rigidez da estrutura da blindagem seguindo o aumento da espessura. O gráfico de  $X_1$  quando estiver entre 2,5 e 3 mm do deslocamento e energia cinética não foi mostrado porque já está com confiabilidade de 100 %. O gráfico da massa também é crescente sendo que o melhor valor analisado respeitando as restrições esta em torno de  $X_1$  (2.6 a 3) mm e  $X_2$  (2.1 a 8) mm.



**Figura 6.20:** Confiabilidade da blindagem para  $X_2$ .

Este último resultado descrito iniciou-se com a simulação de Monte Carlo, não obtendo resultados satisfatórios. Este método envolve a repetição de um processo de simulação usando um grupo de valores particulares de variáveis aleatórias geradas de acordo com a correspondente distribuição de probabilidade. Por este motivo, foi escolhida a programação dinâmica. A razão entre o número total de pontos de falha e o número total de amostras é usada para estimar a probabilidade de falha. Este terceiro trabalho é uma simplificação do cálculo de confiabilidade, fazendo uma contagem dos números de falhas e sucesso (Santos *et al.*, 2007).

### 6.2.3.2 Resultados Apresentados neste Trabalho Referentes a Otimização

O equacionamento de otimização da confiabilidade a ser utilizado neste trabalho de tese se inicia a partir deste ponto. Como comentamos no item anterior três equações foram obtidas através do método do *PLS*. A 1ª delas da velocidade do projétil aqui no problema de otimização utilizada como função objetivo chamada de  $f_1$ . Vamos utilizar o *SQP* para minimizar a velocidade final do projétil sujeita as equações de restrição que chamaremos aqui de  $G_i$ .

Aproveitaram-se algumas equações dos trabalhos anteriores como e o caso do peso da blindagem e o *CG* da aeronave. A primeira equação de restrição não foi gerada a partir da simulação computacional, e está relacionado com o peso da blindagem de massa  $m'$ ,  $P = m' \cdot g$ . Partindo do princípio que a aceleração da gravidade é constante, uma função para o peso da blindagem pode ser definido, como indicado na Equação 6.16:

$$G_1 = m' = (0,006 \times \rho_3 + N_{cam} \times 0,001 \times \rho_1) A \quad (6.16)$$

onde:

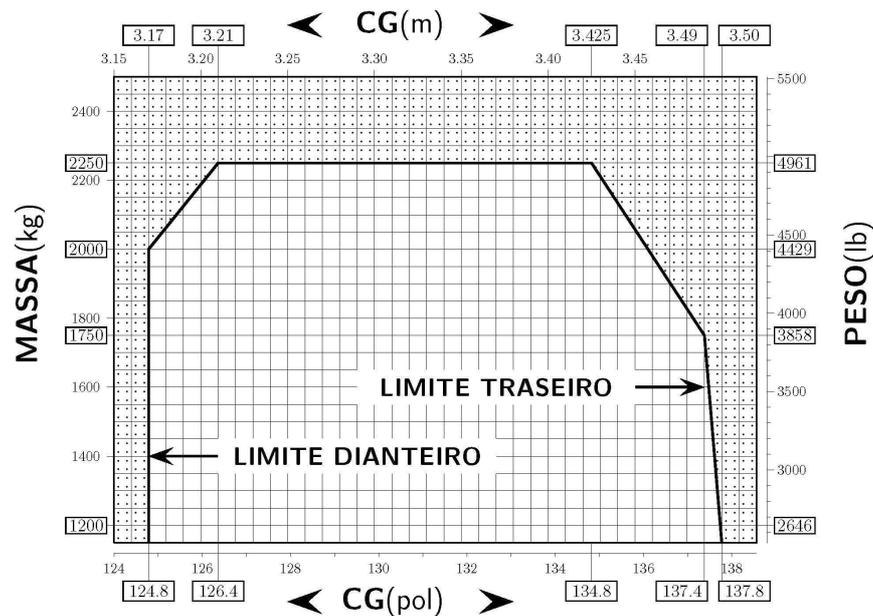
$0,006$  - espessura da placa cerâmica (m), assumida ser  $0,006$  m;

$\rho_3$  - densidade do material cerâmico ( $\text{kg}/\text{m}^3$ );

$N_{cam}$  - número de camadas de compósito (cada camada com espessura de  $0,001$  m);

$\rho_1$  - densidade do material compósito ( $\text{kg}/\text{m}^3$ );

A 2ª equação também de restrição descrita será a do *CG* da aeronave que chamaremos de *G2* e *G3* que seram também equações de restrição. O passeio do *CG* é uma restrição importante para a aeronave este deve permanecer dentro de limites específicos à medida que o combustível é queimado e a munição for sendo utilizada. Para se determinar se o *CG* permanece dentro de limites estabelecidos pela análise de estabilidade e controle da aeronave, um envelope do *CG* deve ser preparado. Seguindo o gráfico de centro de gravidade longitudinal do manual do piloto da Figura 6.21 o *CG* da aeronave varia entre  $-0,23 < CG < 0,06$  (m) para uma massa de  $2000$  Kg. Sendo que a referência do *CG* situa-se a  $3,40$  m a frente da linha de centro da cabeça do rotor principal.



**Figura 6.21:** Centro de gravidade longitudinal (adaptado do manual do piloto).

Assumiu-se a blindagem no piso do helicóptero da *HELIBRAS-EUROCOPTER* modelo *AS350 B2 ESQUILO* que atualmente esta em uso pelo exército e policiais. Como mencionado anteriormente a blindagem será na parte da frente da aeronave, embaixo do banco do piloto e co-piloto sendo a área projetada da blindagem como  $1 \text{ m} \times 1,65 \text{ m}$ .

O centro de gravidade de aeronave ( $CG$ ) tem que permanecer dentro de limites operacionais, normalmente estabelecidos por meio de uma análise de estabilidade e controle da aeronave. A massa de aeronave ( $M$ ) muda enquanto o combustível é queimado e a munição utilizada. Em termos de variação da posição do centróide da aeronave devido à presença da blindagem, acontece na situação crítica quando a aeronave está vazia, com um mínimo de combustível e munição. Assumiu-se esta situação, quando a massa de aeronave for 2000 kg.

Com respeito à massa total da aeronave, outra equação de restrição poderia ter sido estabelecida, com a situação crítica que acontece quando a aeronave esta no seu peso máximo, ou seja, máximo de combustível e munição. Esta última equação de restrição não foi considerada, porque a massa da blindagem para este problema é pequena comparando com a massa de aeronave total. A posição do  $CG$  da aeronave é escrita como:

$$X_{CG} = (X \cdot M + X_{CG'} \cdot m') / (M + m') = (X_{CG'} \cdot m') / (M + m') \quad (6.17)$$

onde:

$X$  - origem no  $CG$  (conseqüentemente zero);

$X_{CG'}$  - posição do centro da blindagem em relação  $X_{CG}$ ;

$M$  - massa total da aeronave;

$m'$  - massa total da blindagem.

Substituindo  $m'$  temos:

$$X_{CG} = (X_{CG'} \cdot G_1) / (M + G_1) \quad (6.18)$$

Como a equação do centróide esta entre dois valores, será dividida em duas equações de restrição conforme o desenvolvimento abaixo:

$$\begin{aligned} G_2 &= (X_{CG'} \cdot G_1) / (M + G_1) \leq 0,06 \\ G_3 &= (X_{CG'} \cdot G_1) / (M + G_1) \geq -0,23 \end{aligned} \quad (6.19)$$

A 4ª equação de restrição a do deslocamento do último elemento oposto ao projétil, aqui chamada de  $G_4$ . Foi assumido que o máximo deslocamento para este elemento é limitado em 2 mm. A equação  $G_5$  é o número de camadas impactadas, o critério assumido foi que se sobrar pelo menos duas camadas depois do impacto a blindagem é considerada efetiva. Caso os critérios não forem alcançados a blindagem não é considerada eficaz. Estas duas equações foram mostradas no item anterior de meta-modelo.

As equações descritas acima foram utilizados na otimização do problema, que consiste em uma função a ser minimizada, e um conjunto de cinco equações restrição. Estas equações de restrição foram relacionadas ao *CG* da aeronave, ao peso da blindagem, ao deslocamento do elemento oposto ao projétil, bem como o número de camadas impactadas, enquanto que a função a ser minimizada é a velocidade do projétil. Esta otimização foi resolvida usando o *SQP* para encontrar um ótimo local. O modelo é apresentado como:

$$\begin{aligned}
 \min_{x \in \mathbb{I}, \hat{I} \in \mathbb{R}^n} \quad & f_1 = 33343,8 - 146N_{cam} + 130,6A_{proj} + 8803,9E - 20433,3\sigma - 54721,7V - 115,6N_{cam}^2 - 8,3A_{proj}^2 \\
 & - 3625E^2 + 10610\sigma^2 + 28474,6V^2 + 0,3N_{cam}A_{proj} + 0,9N_{cam}E + 176,7N_{cam}\sigma + 175,7N_{cam}V \\
 & - 32A_{proj}E + 154A_{proj}\sigma - 252,7A_{proj}V - 82,3E\sigma - 1434,8EV - 1006,0\sigma V \\
 \text{Sujeita:} \quad & G_1 = (T_{cer} \times \rho_{cer} + N_{layer} \times T_{comp} \times \rho_{comp}) A \leq 40 \text{ kg} \\
 & G_2 = (X_{CG} \cdot w) / (M + w) \leq 0.06 \\
 & G_3 = (X_{CG} \cdot w) / (M + w) \geq -0.23 \\
 & G_4 = 1,9011 + 0,019N_{cam} - 0,0011A_{proj} + 0,1248E + 1,0191\sigma - 4,975V + 0,00052N_{cam}^2 \\
 & - 0,00042A_{proj}^2 - 0,089E^2 - 0,4022\sigma^2 + 2,598V^2 - 0,0001N_{cam}A_{proj} - 0,0118N_{cam}E \\
 & - 0,0043N_{cam}\sigma - 0,0056N_{cam}V + 0,00023A_{proj}E + 0,00107A_{proj}\sigma + 0,000A_{proj}V \\
 & + 0,02940E\sigma + 0,03819EV - 0,24023\sigma V \leq 2 \text{ mm} \\
 & G_5 = -2636,5 - 68,8N_{cam} - 64,1A_{proj} - 1572,5E + 1011,5\sigma + 5888,5V - 1,2N_{cam}^2 + 2,4A_{proj}^2 \\
 & + 309E^2 - 1060,8\sigma^2 - 3351V^2 + 1,7N_{cam}A_{proj} + 4,6N_{cam}E + 32,2N_{cam}\sigma + 42N_{cam}V \\
 & + 5,7A_{proj}E + 18,8A_{proj}\sigma + 38,4A_{proj}V + 636,9E\sigma + 318,3EV + 450,43\sigma V \leq -2 \quad (6.20)
 \end{aligned}$$

Usando a função *fmincon* do *MATLAB*<sup>®</sup> foi obtido um valor mínimo para a velocidade do projétil, onde os valores das variáveis básicas foram: (i) número de camadas compostas  $N_{cam} = 12$ ; (ii) ângulo projétil de incidência  $A_{proj} = 0$ ; (iii) Módulo de Young  $E = 119$  GPa; (iv) resistência mecânica  $\sigma = 3,02$  GPa e (v) a velocidade do projétil  $V = 838$  m/s.

A *fmincon* encontra um mínimo da função objetivo restrita pelas equações de restrição multi-variáveis não-lineares. No caso deste trabalho utilizamos à sintaxe descrita por:

$$[x, fval] = \text{fmincon}(@rsfun, x0, A, B, Aeq, Beq, lb, ub, @rscon) \quad (6.21)$$

onde:

*rsfun* - é o nome dado a função objetivo;

*x0* - pontos iniciais utilizados;

$A, B$  - equações de desigualdades que neste caso não existem e é utilizado o símbolo [];

$Aeq, Beq$  - equações de igualdade que neste caso não existem e é utilizado o símbolo [];

$lb, ub$  - define um conjunto de limites inferiores e superiores sobre a variável  $X$ , de modo que a solução está sempre na faixa  $lb \leq X \leq ub$ ;

$rscon$  - nome dado as funções de restrição.

As constantes  $x, b, beq, lb$ , e  $ub$  são vetores,  $A$  e  $Aeq$  são matrizes,  $c(x)$  e  $ceq(x)$  são funções que retornam vetores e  $f(x)$  é uma função não linear. Os pontos iniciais ou *chute inicial* como também são chamados foram utilizados os valores mínimos para as cinco variáveis (9; -1; 112; 2, 94; 823) respectivamente para  $N_{cam}, A_{proj}, E, \sigma, V$ .

Os valores ótimos encontrados com a técnica de otimização utilizando o *SQP* foram:  $N_{cam} = 1.0791$ ;  $A_{proj} = 0$ ;  $E = 1.055$ ;  $\sigma = 0.9767$ ;  $V = 0.9821$ . A partir destes pontos ótimos a confiabilidade da blindagem foi encontrada.

### 6.2.3 Confiabilidade da Blindagem

Depois de encontrar os pontos ótimos que foram obtidos por meio da otimização usando o *SQP* foi avaliada a confiabilidade da blindagem neste ponto ótimo e no médio. Foi utilizada uma técnica simplificada em que a função  $z_I = R - S$ , seguindo os passos de Haldar e Mahadevan (2000). Este critério de desempenho foi definido como a diferença entre a capacidade de carga da blindagem ( $R$ ) e as cargas externas ( $S$ ), devido ao impacto do projétil. A variável  $S$  está relacionada com a demanda e a variável  $R$  com a capacidade do sistema.

Tanto  $S$  e  $R$  são de natureza aleatória, esta aleatoriedade é caracterizada por meio de suas medias ( $\mu_S$  e  $\mu_R$ ), desvios-padrão ( $\sigma_S$  e  $\sigma_R$ ) e as correspondentes funções de densidade probabilidade  $f_S(S)$  e  $F_R(R)$ . A partir das incertezas das variáveis  $S$  e  $R$ , expressa na forma de suas funções densidade probabilidade, pode-se expressar a medida de risco em termos de probabilidades de fracasso  $P(R < S)$ , como:  $P_f = P_{(falha)} = P(R < S)$ . Se ambos  $R$  e  $S$  são assumidos como variáveis normais, então a função desempenho  $z_I$  comporta também como uma variável aleatória normal. Com esta premissa, a confiabilidade pode ser facilmente avaliada quanto à probabilidade  $P_{(sucesso)} = P(z_I > 0)$ , enquanto que a probabilidade de falha da blindagem é obtida como  $P_{(fracasso)} = P(z_I < 0) = 1 - P(\text{sucesso})$ .

Neste trabalho, foram investigados três critérios funcionais. O primeiro critério está relacionado ao desempenho do restante da velocidade do projétil após algum tempo de simulação (este tempo de simulação de  $80 \mu s$  igual ao utilizado na obtenção dos resultados numéricos). Neste caso, uma velocidade aceitável após este tempo de simulação não deve exceder 3 % da velocidade inicial do projétil. O segundo critério está relacionado com o deslocamento máximo da última camada oposta ao projétil, que foi assumido não exceder 2 mm. Finalmente, o terceiro critério de desempenho está relacionado com o número ou o restante de camadas do material compósito após o projétil ter atravessado as primeiras camadas da blindagem, durante o tempo de simulação. Foi assumido para este último critério que duas camadas restantes são um número aceitável para a não perfuração da blindagem. Para os valores correspondentes de confiabilidade dos três critérios de desempenho foi avaliada para uma melhor blindagem.

A discussão a seguir detalha as regras para o primeiro critério de desempenho utilizado. O objetivo da blindagem é proporcionar proteção, o projétil que não deve penetrar, e a energia cinética inicial do projétil deverá ser totalmente absorvida pela blindagem ou por uma combinação desta e da estrutura da aeronave no processo de impacto. A partir das simulações numéricas, um conjunto de dados para a velocidade projétil enquanto este penetra a blindagem foi obtida em função do tempo e das variáveis básicas  $N_{cam}$  (espessura da camada compósito),  $A_{proj}$  (ângulo de incidência do projétil),  $E$  e  $\sigma$  (propriedades do material compósito) e  $V$  (velocidade inicial do projétil). Com a equação de regressão da velocidade utilizou-se o critério que a velocidade restante deve ser menor ou igual a 3 % da velocidade inicial do projétil garantindo assim a não-penetração da blindagem como mostra a Equação 6.22.

$$z_1 = 3\% V_{inicial} - f_1 \quad (6.22)$$

onde, a  $V_{inicial} = 25,14 \text{ m/s}$  e  $f_1$  foi obtida anteriormente em Equação 6.10. Ao substituir as variáveis  $N_{cam}$ ,  $A_{proj}$ ,  $E$ ,  $\sigma$  e  $V$  nos seus pontos médios  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$ ,  $\mu_4$  e  $\mu_5$ , o valor médio de  $z_1$  foi obtida como  $z_1 = 4.14$ . A Equação 6.23 mostra as derivadas de  $z_1$  em relação à  $N_{cam}$ ,  $A_{proj}$ ,  $E$ ,  $\sigma$  e  $V$ , respectivamente:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{z_1}{N_{cam}}\right) &= -146 - 231,2N_{cam} + 0,3A_{proj} + 0,9E + 176,7\sigma + 175,7V \\
\left(\frac{z_1}{A_{proj}}\right) &= 130,6 - 16,6A_{proj} + 0,3N_{cam} - 32,0E + 154,0\sigma - 252,7V \\
\left(\frac{z_1}{E}\right) &= 8803,9 - 7250E + 0,9N_{cam} - 32,0A_{proj} - 82,3\sigma - 1434,8V \\
\left(\frac{z_1}{\sigma}\right) &= -20433,3 + 21220\sigma + 176,7N_{cam} + 154,0A_{proj} - 82,3E - 1006,0V \\
\left(\frac{z_1}{V}\right) &= -54721,7 + 56949,2V + 175,7N_{cam} - 252,7A_{proj} - 1434,8E - 1006,0\sigma
\end{aligned} \tag{6.23}$$

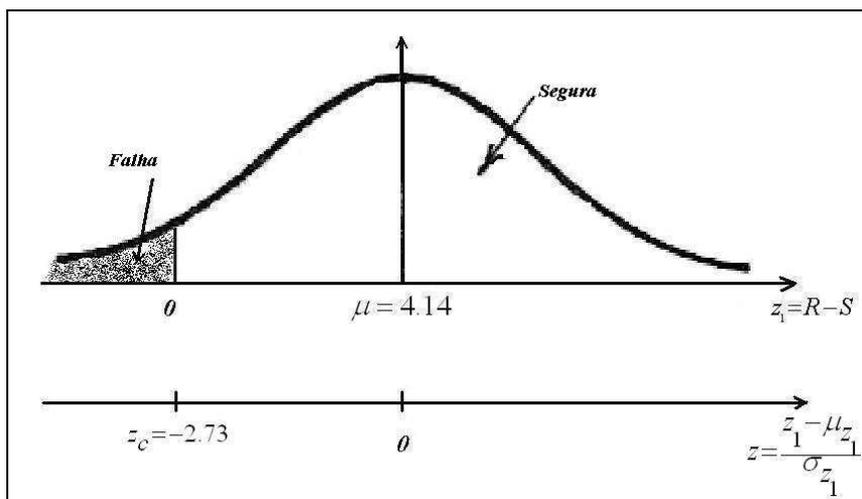
Para a 1ª equação de desempenho  $V_f$  os resultados das derivadas de  $z_1$  a média e variância para o primeiro critério de desempenho foram obtidos, como mostra a equação abaixo:

$$\begin{aligned}
\mu_{z_1} &= \mu(25,14 - f_1) = 25,14 - \mu_{f_1} = 4,14 \\
\sigma_{z_1}^2 &= \sigma_{f_1}^2 = \left(\frac{\partial z_1}{\partial N_{cam}}\right)^2 \sigma_{N_{cam}}^2 + \left(\frac{\partial z_1}{\partial A_{proj}}\right)^2 \sigma_{A_{proj}}^2 + \left(\frac{\partial z_1}{\partial E}\right)^2 \sigma_E^2 + \left(\frac{\partial z_1}{\partial \sigma}\right)^2 \sigma_\sigma^2 + \left(\frac{\partial z_1}{\partial V}\right)^2 \sigma_V^2 = 2,28
\end{aligned} \tag{6.24}$$

Para obter o critério de desempenho  $z_1$  assumimos as variáveis como aleatória normal, com média  $\mu_{z_1}$  e desvio padrão  $\sigma_{z_1}$ . Para obter a correspondente confiabilidade, a probabilidade de falha é avaliada após uma transformação de  $z_1$  em uma variável padrão normalizada  $z$  correspondente, como mostrado na Figura 6.22. O valor crítico ( $z_c$ ) de  $z$  é obtido na Equação 6.25, conforme o valor correspondente de  $z_1 = 0$ :

$$z_c = \frac{z_1 - \mu_{z_1}}{\sigma_{z_1}} = \frac{0 - 4,14}{\sqrt{2,2889}} = -2,73 \tag{6.25}$$

Assim, a partir de uma tabela de probabilidade normal padrão pode-se obter que a probabilidade de falha é dado como  $\Phi(-z_c) = 0,32\%$ , e a correspondente confiabilidade da blindagem para este critério de desempenho foi 99,68%.



**Figura 6.22:** Probabilidade de falha para o critério de desempenho  $z_1$  assumido como uma variável normal randômica.

A confiabilidade da armadura nos seus pontos médios foi avaliada com esta técnica acima demonstrada. Para um determinado critério de desempenho, uma simplificação para o caso em que  $R$  e  $S$  podem ser assumidas como variáveis aleatórias normais independentes. Com isso a confiabilidade da blindagem dado que a probabilidade de  $z_1 > 0$  foi obtida a partir de tabelas de distribuição normal.

A confiabilidade da blindagem também foi calculada em função de outros dois critérios de desempenho. O segundo critério é o deslocamento máximo da última camada oposta ao projétil que foi seguido o mesmo raciocínio descrito acima. Uma distribuição de probabilidade é um modelo matemático que relaciona certo valor da variável em estudo com a sua probabilidade de ocorrência. Os dois tipos de distribuição de probabilidade são:

- Distribuições contínuas: Quando a variável que está sendo medida é expressa em uma escala contínua;
- Distribuições discretas: Quando a variável que está sendo medida só pode assumir certos valores, como por exemplo, os valores inteiros: 0, 1, 2, etc.

As derivadas foram calculadas, para cada caso, com isso os resultados de confiabilidade obtida para os três critérios de desempenho nos seus pontos médios e ótimos esta mostrado na Tabela 6.13:

**Tabela 6.13:** Comparação dos valores de confiabilidade nos pontos médios e ótimos.

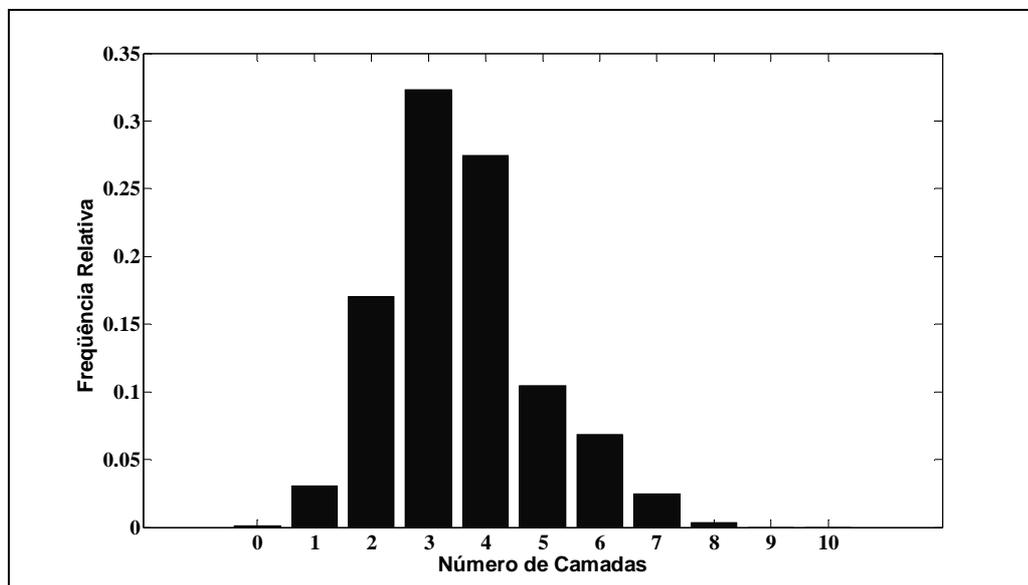
<i>Critérios de desempenho</i>	<i>Confiabilidade (pts. médios)</i>	<i>Confiabilidade (pts. ótimos)</i>
<i>Velocidade projétil</i>	99,68 %	99,81 %
<i>Deslocamento</i>	91,65 %	95,82 %
<i>Número de camadas</i>	99,99 %	99,99 %

Os valores de confiabilidade encontrados para os pontos ótimos foram melhores que para os pontos médios. Porém para a equação de velocidade final do projétil a variância deu um valor muito grande diminuindo a confiabilidade para este caso. Possivelmente a equação obtida da velocidade contém poucos erros conduzindo a um erro maior ainda para o cálculo das derivadas em seu ponto ótimo. Nas equações geradas pelo *PLS* os resultados com valores de  $X_1$  no ponto central ficaram dentro do intervalo de confiança, confirmando que a confiabilidade nos pontos médios é uma boa aproximação.

A Tabela 6.13 mostra a confiabilidade encontrada para os três critérios de desempenho. Este método de confiabilidade foi baseado na metodologia de projeto baseado em risco, conforme detalhado em Haldar e Mahadevan (2000), para este trabalho a distribuição assumida foi a normal para os três critérios de desempenho. O número de camadas remanescente após o impacto do projétil no procedimento realizado acima foi adotado como sendo o terceiro critério de desempenho. Para este critério cada tentativa resulta em somente dois resultados possíveis, designados como sucesso ou falha, por este motivo foi realizado a distribuição binomial aproximando pela normal. A partir daqui será assumido uma distribuição binomial aproximando pela normal somente para o terceiro critério. Como visto anteriormente este terceiro critério é função de cinco variáveis de entrada ( $N_{cam}$ ,  $A_{proj}$ ,  $E$ ,  $\sigma$  e  $V$ ). Para estas cinco variáveis de entrada foram armazenados 10 valores aleatórios respeitando a  $\mu$  e o  $\sigma$  que foram adotados anteriormente. Foram realizadas ( $10^5$ ) combinações para estas cinco variáveis de entrada. Estas combinações foram substituídas na equação do terceiro critério de desempenho e realizadas uma contagem do número vezes que é obtido em cada resposta de número inteiro.

O próximo passo foi a construção de um gráfico com o número de vezes que a resposta do terceiro critério é igual a  $f_1 = 0$ ,  $f_2 = 1$ ,  $f_3 = 2$  até o  $f_{11} = 10$ . Dividiu-se este número de vezes pelo número total de rodadas ( $10^5$ ) resultando assim, a frequência relativa de cada caso. A Figura 6.23 mostra os resultados encontrados em forma de gráfico de barras. Onde o

eixo da abscissa mostra o número de camadas remanescentes  $f_1$  (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10) e a ordenada à frequência relativa de cada caso.



**Figura 6.23:** Gráfico de barras para o número de camadas remanescente pela frequência relativa.

A Figura 6.23 mostra a distribuição binomial procurada, observa-se que a curva encontrada aproxima-se da distribuição normal. Para este gráfico foi encontrado a média e a variância pela distribuição binomial e posteriormente comparada com método anterior mostrado na Tabela (6.14). A comparação foi realizada para a confiabilidade nos pontos ótimos considerando todas as casas decimais dada pela tabela de distribuição normal.

**Tabela 6.14:** Comparação dos valores da média, variância e confiabilidade pela distribuição binomial e nos pontos ótimos pelo método  $z_1$ .

	<i>Confiabilidade (binomial)</i>	<i>Confiabilidade (pts. ótimos)</i>
Média	3,57	1,0227
Variância	1,76	0,1766
Confiabilidade	0,99925	0,99985

O valor encontrado para a confiabilidade de 0,99925 é obtido diretamente da Figura (6.23) representando uma aproximação mais conservativa para a confiabilidade. Este valor de

confiabilidade foi obtido diretamente pela distribuição binomial. Esta maneira é a mais correta para calcular a confiabilidade, porém o valor de 0,99925 pode também ser aproximado pela distribuição normal. A Equação (6.25) mostra a fórmula que padroniza a variável aleatória  $X$ . As probabilidades envolvendo  $X$  podem ser aproximadas usando-se uma distribuição normal padrão, como mostrada pela equação abaixo:

$$z_c = \frac{X - \mu_{z_1}}{\sigma_{z_1}} = \frac{0 - 3,57}{\sqrt{1,76}} = -2,084 \quad (6.25)$$

Calculando a confiabilidade para a Equação (6.25) encontramos um valor de  $C = 0,98124$ . Um fator de correção de 0,5 pode ser usado, o que melhorará a aproximação da probabilidade (Montgomery e Runger, 1999). Foi calculado o valor da confiabilidade considerando esta correção de continuidade. Esta correção de continuidade de 0,5 é utilizada para diminuir o erro que ocorre quando se aproxima a distribuição binomial pela normal. Utilizando esta correção encontramos a  $C = 0,99506$  que se aproxima da confiabilidade tirada diretamente da Figura (6.23) de  $C = 0,99925$ . A aproximação de  $C = 0,98124$  é uma aproximação mais grosseira, por isso se utiliza a correção de continuidade.

A confiabilidade obtida pela aplicação direta da distribuição normal conduz a resultados menos conservativos, para este critério de desempenho, e deve ser evitada. Porém quando foi assumida uma distribuição binomial para o número de camadas impactadas, valores mais conservativos foram obtidos para a média e o desvio padrão deste critério. O mesmo aconteceu com o valor encontrado para a confiabilidade da blindagem para este critério de desempenho. Concluiu-se que o resultado de confiabilidade encontrado pela distribuição binomial aproximando pela normal para o número de camadas impactadas é o mais adequado. A distribuição normal não estima corretamente a distribuição do número de camadas, e com isso o correto seria utilizar a distribuição binomial aproximado pela normal que leva a um valor mais conservativo para a confiabilidade.

## Capítulo 7

# CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

## 7.1 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um procedimento para otimizar uma blindagem a ser colocada em um helicóptero e assim obter sua respectiva confiabilidade. A blindagem é assumida como uma placa de duas camadas, a primeira de material frágil (cerâmica) e a segunda de material compósito. A cerâmica tem a função de quebrar a ponta do projétil e assim diminuir sua velocidade e o compósito de absorver a energia cinética evitando sua perfuração.

O problema original foi dividido em três fases a tecnológica, o meta modelo e a otimização da confiabilidade, que no decorrer do trabalho foram melhoradas gradativamente. Os parâmetros dos materiais foi o grande desafio deste trabalho, pois utilizar compósito em projetos é uma tendência, porém não se conhece a fundo o comportamento destes materiais. As propriedades dos materiais são importantes para o resultado obtido nas simulações (fase tecnológica) com isso assumiram-se em utilizar alguns destes parâmetros como variável aleatória. A simulação computacional é um caminho eficiente para extrair as informações necessárias do processo, visto o custo do ensaio experimental.

Os dados numéricos foram obtidos a partir de simulações realizadas a um determinado número de pontos de projeto realizando um planejamento de experimentos (*DOE*). Estes pontos foram gerados a partir de um procedimento chamado Central Composite ou *CCD*, que gerou um número de pontos considerados satisfatórios para a concepção deste projeto. A partir destes dados numéricos, meta-modelos foram obtidos utilizando uma técnica

regressão. Os dados obtidos pela regressão indicaram alta correlação entre as variáveis básicas ou de entrada.

Esta alta correlação entre as variáveis básicas causou um problema da multicolinearidade. Para resolver este problema utilizou-se uma regressão por mínimos quadrados parciais ou *PLS*. Além de resolver o problema de multi-colinearidade os resultados do  $R^2$ ,  $p$ -valor usando o *PLS* foram superiores comparado com regressão quadrática simples. Para a equação de velocidade do projétil o  $R^2$  encontrado foi de 59 % contra 92 % encontrado com o *PLS*. Resultados superiores para o  $R^2$  também foram encontrados para a equação de deslocamento e para o número de camadas impactadas. O *PLS* gera um  $p$ -valor global para a equação que para a velocidade do projétil foi de 0,02, sendo que na regressão simples quase todos os valores foram superiores a 0,05 que é o valor geralmente utilizado para se rejeitar a hipótese. A exceção ocorreu para a equação do deslocamento do último elemento oposto ao projétil onde o  $p$ -valor encontrado foi de 0,215. Mesmo com um valor de  $p$ -valor acima do que se utiliza foi aceita esta equação do deslocamento.

A ótima blindagem foi obtida a partir de um processo de otimização utilizando a equação objetivo e as equações de restrição. A equação objetivo selecionada foi à velocidade do projétil após um determinado tempo de simulação. Como equações de restrição foram consideradas o peso da blindagem, a estabilidade da aeronave, o deslocamento do último elemento do material compósito oposto ao projétil, e o número remanescentes de camadas de material compósito após o impacto balístico.

No decorrer deste trabalho foram desenvolvidos fundamentos para se obter a otimização da confiabilidade de uma blindagem aeronáutica. Iniciando com a técnica de otimização até um problema simplificado de confiabilidade. A teoria de confiabilidade foi uma tentativa de se considerar as incertezas presentes nas variáveis envolvidas no projeto. No decorrer da revisão bibliográfica observou-se a eficácia e a utilidade da teoria da confiabilidade aplicada a materiais compósitos. Com o progresso da informática este campo da teoria da confiabilidade vem conseguindo destaque como uma ferramenta para previsão da segurança dos sistemas.

Para o ponto ótimo obtido foi realizada uma análise de confiabilidade utilizando três diferentes critérios de desempenho e comparada com os valores das variáveis em seus pontos médios e ótimos. Para o critério de velocidade a variância deu um valor muito grande diminuindo sua confiabilidade. O que fez concluir que a equação obtida para este critério, contém erros conduzindo a um erro maior para o cálculo das derivadas em seu ponto ótimo.

Para o número de camadas remanescente ou 3º critério de desempenho, foi assumida uma distribuição binomial aproximando pela normal e comparando sua confiabilidade encontrada com a distribuição normal. Concluiu-se que a distribuição normal não estima corretamente a distribuição para a equação do número de camadas impactadas, com isso o correto seria utilizar a distribuição binomial aproximando pela normal, que leva a um valor mais conservativo para a confiabilidade.

## 7.2 PERSPECTIVAS FUTURAS

- O material compósito *Dyneema*<sup>®</sup> parece ter performance superior ao *kevlar*<sup>®</sup> que foi utilizado neste trabalho. Como perspectiva futura seria interessante conseguir suas propriedades para ser utilizada no procedimento proposto por esta tese.
- Realizar simulações computacionais inserindo defeitos de fabricação e de efeito que o ambiente externo produz calculando assim a confiabilidade desta blindagem.
- Na análise da resistência da blindagem poderiam ser detalhados os possíveis modos de falha do material compósito no impacto, tais como: fadiga, fratura, delaminação e deformação excessiva, entre outros. A simulação caminhará de um modelo macro e em uma determinada região de interesse para um modelo mais específico com uma modelagem micro.
- Utilizar outras técnicas para multi-objetivo como Frente de Pareto
- Fazer um estudo de risco da blindagem, obtendo a confiabilidade de falha da blindagem de um modo estatístico determinando a chance de ocorrer uma falha em qualquer intervalo de tempo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**ABDI, H.** Partial Least Square Regression PLS. *Encyclopedia of Measurement and Statistics*. Thousand Oaks (CA): Sage, 2007.

**ARAGÃO FILHO, I. S.; SAVI, M. A.** Análise da delaminação em placas compósitas através do método dos elementos finitos. *Revista Ciência & Engenharia (Science & Engineering Journal)*, v.10, n. 2, p.155-164, 2001.

**ASLAN, N.** Application of response surface methodology and central composite rotatable design for modeling and optimization of a multi-gravity separator for chromite concentration. *Powder Technology*, v.185, p.80–86, 2008.

ANSYS User's Manual. Theory manual. Revision 5.2. 1995.

ANSYS/LS-DYNA User's Manual. Theory manual. Revision 5.2. 1995.

AUTODYN User's Manual. Theory manual. Revision 4.3. 1995.

**BATHE, K. J.** *Finite Elements procedures*. New Jersey, Prentice-Hall, Inc. 1996.

**BANERJEE, B.** Taylor Impact Tests: Detailed Report. Report No. C-SAFE-CD-IR-05-001. Department of Mechanical Engineering, University of Utah, Salt Lake City, UT 84112, USA. 2005.

**BELYTSCHKO, T.; WANG, X.; HYUN, Y.** Ttransient Solutions for One-Dimensional Problems with Strain Softening. *Journal of Applied Mechanics*, v.54; p.513-518, 1984<sup>a</sup>.

**BERTIN, J. J.** *Aerodynamics for Engineers*. Prentice Hall, 4<sup>o</sup> ed, New Jersey, 580 pp, 2002.

**BEZ, E. T.** Procedimentos de representação de soluções em otimização global: Aplicação em modelos de interação espacial. Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Produção. 2005.

**BJERAGER, P.; KRENK, S.** Parametric sensitivity in first order reliability theory. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, v.115, n 7, p.1577-1582, 1989.

**BLISCHKE, W. R.; MURTHY, D. N. P.** *Reliability – Modeling, prediction, and optimization*. John Wiley & Sons, New York, 2000. 848p.

**BORVIK, T.; LANGSETH, M.; HOPPERSTAD, O. S.; MALO, K. A.** Perforation of 12mm thick steel plates by 20mm diameter projectiles with flat, hemispherical and conical noses Part I: Experimental study. *International Journal of Impact Engineering*, v.27, p.19–35, 2002a.

**BORVIK, T.; HOPPERSTADA, O. S.; BERSTADB, T.; LANGSETHA, M.** Perforation of 12mm thick steel plates by 20mm diameter projectiles with flat, hemispherical and conical noses Part II: numerical simulations. *International Journal of Impact Engineering*, v.27, p.37–64, 2002<sup>b</sup>.

**BOX, G. E. P., BEHNKEN, D. W.** Some New Three-Level Designs for the Study of Quantitative Variables. *Technometrics*, v.2, p.455–475, 1960.

**BOX, G. E. P., WILSON, K. B.** On the experimental attainment of optimum conditions. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, v.13, p.1-45, 1951.

**CALLISTER, JR. W. D.** *Materials Science and Engineering an Introduction*. John Wiley & Sons, 4<sup>o</sup> ed, New York, 1997. 852 p.

**CARVALHO, J.** *Computer integrated desing optimization and manufacturing of filament wound parts*. Tese (doutorado) – Faculty of Applied Sciences, Division PMA, K.U. Leuven. 1996.

**CHANG, F. K.; CHANG, K. Y.** A Progressive Damage Model for Laminated Composites Containing Stress Concentration. *Journal of Composite Materials*, v.21, p.834-855, 1987.

**CHEN, N. Z.; SUN, H. H.; SOARES, C. G.** Reliability analysis of a ship hull in composite material. *Composite Structures*, v. 62, p.59–66, 2003.

**CHO, H.; ZOH, K. D.** Photocatalytic degradation of azo dye (Reactive Red 120) in TiO<sub>2</sub>/UV system: Optimization and modeling using a response surface methodology (RSM) based on the central composite design. *Dyes and Pigments*, v.75, p.533-543, 2006.

**COLLOMBET, F.; LALBIN, X.; LATAILLADE, J. L.** Impact behavior of laminated composites: Physical basic for finite element analysis. *Composites Science and Technology*, v.58, p.463-418, 1997.

**COSTA JUNIOR, A. M. ; THAUMATURGO, C.** Comportamento de Compósitos de Tecido de Fibra de Vidro e Matriz Epóxi Submetidos a Altas Taxas de Deformação. In: CONGRESSO ANUAL DA ABM, São Pedro. 1995.

**CORDEBELLO, F. S.** Polímeros do Futuro – Tendências e Oportunidades Polímeros. *Ciência e Tecnologia*, v.12, n 4, p.4-25, 2002.

**DEY, A.; MAHADEVAN, S.** Ductile structural system reliability analysis using adaptive importance sampling. *Structural Safety*, v.20, n 2, p.137-154, 1998.

**DINIZ, P. G.; MELO, F. C. L. DE; AL-QURESHI, H. A.** Estudo Analítico para Simular Impactos em Blindagem Composta Cerâmica/Metal e Influência da Microestrutura do Material Cerâmico no Desempenho Balístico. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS, 14., São Pedro - SP. 2000.

**ELHEWY, A. H.; MESBAHI, E.; PU Y.** Reliability analysis of structures using neural network method. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v.21, p.44–53, 2006.

**FAWAZ, Z.; ZHENG, W.; BEHDINAN, K.** Numerical simulation of normal and oblique ballistic impact on ceramic composite armours. *Composite Structures*, v.63, p.387–395, 2004.

**FLANAGAN, D. P. AND BELYTSCHKO, T.** A Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral and Orthogonal Hourglass Control. *Int. J. Numer. Meths. Eng.*, v.17, p.679-706, 1981.

**GAY, D.** *Matériaux composites*. Editora Hermès, 1987. 414 p.

**GOLDBERG, D. E.** Genetic and evolutionary algorithms come of age. *Communications of the ACM*, v.37, n 3, p.113-119, 1994.

**GONÇALVES, D. P.; MELO, F. C. L.; AL-QURESHI, H.** A estudo analítico para simular impactos em blindagem composta cerâmica/metal e influencia da microestrutura do material cerâmico no desempenho balístico. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS (CBCIMAT), São Pedro – SP, 2000.

**GREENWOOD, J. G.; GELL, P. M.; LONGDON, L. W.; PARKS, P. C.; PENNELEGION, L.; TANNER, F. J.; WEAVER, A. K.** *Textbook of ballistic and gunnery*, Her Majesty's stationery office. 1º ed, London, 1987. 806p.

**HALDAR, A.; MAHADEVAN, S.** *Probability, reliability and Statistical Methods in Engineering Design*. John Wiley & Sons, New York, 2000. 304p.

**HOGG, P. J.** Composites for Ballistic Applications, *Proceedings of Composite Processing*, CPA, Bromgrove, U.K. 2003.

**HOLIAN, K. S.** Hydrodynamics code calculations of debris clouds produced by ball-plate impacts. *International Journal of Impact Engineering*. v.10, p.231-239, 1990.

**HORSFALLA, I.; AUSTINA, S. J.; BISHOPB, W.** Structural ballistic armour for transport aircraft. *Materials and Design*, v.21, p.19-25, 2000.

**HOSKULDSON, A.** PLS regression methods. *Journal of Chemometrics*, v.2, p.211-228, 1988.

**HUEBNER, K.; THORNTON, E.** *The finite element method for engineers*. John Wiley & Sons. v.10, 2ed, New York. 1982.

**HUGHES, T. J. R.** *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Prentice-Hall, Inc. 1987.

**HULL, D.; CLYNE, T. W.** An introduction to composite materials. Cambridge Solid State Science Series, 2ed, 1981. 320p.

<<http://www.dupont.com>>. Acessado em 6 de janeiro 2005.

<<http://www.dsm.com>>. Acessado em 24 de abril 2006.

<[http://www.cbc.com.br/municipios/muni\\_fuzimetra](http://www.cbc.com.br/municipios/muni_fuzimetra)>. Acessado em 11 de setembro 2006.

<<http://en.wikipedia.org/wiki/Spall>>. Acessado em 01 de setembro 2006.

<<http://sbtionline.com/nist/>>. Acessado em 06 de novembro 2008.

**IANNUCCI, L.; ANKERSEN, J.** An energy based damage model for thin laminated composites. *Composites Science and Technology*, v.66, pp. 934–951, 2005.

**JOHNSON, A. F.; PICKETT, A. K.; ROZYCKI, P.** Computational methods for predicting impact damage in composite structures. *Composites Science and Technology*, v.61, p.2183–2192, 2001.

**JOHNSON, G. R.; COOK, W. H.** Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *Int. J. Eng. Fract. Mech*, v.21, p.31–48, 1985.

**JORNAL GAZETA MERCANTIL.** Ciência e Tecnologia, pp. C-8. 2002.

**KAISER, M. A.** Advancements in the Split Hopkinson Bar Test. Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering Blacksburg, Virginia. 1998.

**KANG, J.; KIM, C.** Minimum weight design of compressively loaded composite plates and stiffened panels for postbuckling strength by genetic algorithm. *Composite structures*, v.69, p.239–246, 2005.

**KIM, H. J.; SEO, D. W.** Effect of water absorption fatigue on mechanical properties of sisal textile-reinforced composites. *International Journal of Fatigue*, v.28, p.1307–1314, 2006.

**KONZEN, P. H. A.; FURTADO, J. C.; CARVALHO, C. W.; FERRÃO, M. F.; MOLZ, R. F.; BASSANI, I. A.; HÜNING, S. L.** Otimização de métodos de controle de qualidade de fármacos usando algoritmos genéticos e busca tabu. *Pesquisa Operacional*, v.23, n. 1. 2003.

**KOSLOFF, D.; FRAZIER, G. A.** Treatment of Hourglass Patterns in Low Order Finite Element Codes. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech*, v.2, p. 57-72, 1978.

**KURTARAN, H.; BUYUK, M.; ESKANDARIAN, A.** Ballistic impact simulation of GT model vehicle door using finite element method. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, v.40, pp. 113–121, 2003.

LS-DYNA User's Manual. Theory manual. Livermore Software Technology Corporation. 1998.

**LIBERSKY, L. D.; PETSCHKE, A. G.; CARNEY, T. C.; HIPPI, J. R.; ALLAHADADI, F. A.** High strain Lagrangian hydrodynamics; A three-dimensional SPH code for dynamic material response. *Journal of Computational Physics*, v.109, p.67-75, 1993.

**LITTLEFIELD, D. L.** The use of r-adaptivity with local, intermittent remesh for modeling hypervelocity impact and penetration. *International Journal of Impact Engineering*, v.26, p.433-442, 2001.

**LIU, Y.; MAHADEVAN, S.** Probabilistic fatigue life prediction of multidirectional composite laminates, *Composite Structures*, v.69, p.11–19, 2005.

**MENDONÇA, P T. R.** *Materiais Compósitos & Estruturas Sanduiche: Projeto e analise*. Editora Manole Ltda, 2005. 632 p.

**MONTGOMERY, D. C.; RUGER, G. C.** *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiro*. John Wiley & Sons, 2ed, New York, 1999.

**MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.** *Response surface methodology*. John Wiley & Sons, 2ed, New York, 2002. 792p.

**NEVES, R. DE A.** Desenvolvimento de modelos mecânico-probabilístico para estruturas de pavimentos de edifício. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos - USP.

**NGUYEN, M. Q.; JACOMBS, S. S.; THOMSON, R. S.; HACHENBERG, D.; SCOTT, M. L.** Simulation of impact on sandwich structures. *Composite Structures*, v.67, p.217–227, 2005.

**NIJ Standard 0108.01.** (1981). National Institute of Justice, Ballistic Resistant Protective Materials.

**OLIVEIRA W. C. DE** Apostila do método de elementos finitos aplicado à mecânica estrutural. Universidade Federal de Itajubá-UNIFEI, 2001. 335p.

**ONKAR, A. K.; UPADHYAY, C. S.; YADAV, D.** Probabilistic failure of laminated composite plates using the stochastic finite element method. *Composite Structures*, v.77, p.79–91, 2007.

**PAIVA, A. P. de** Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em Otimização de Processos de Manufatura com Múltiplas Respostas Correlacionadas. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Itajubá. Itajubá.

**PETERS, S. T.** *Handbook of composites*. 2ª edição. Editora Chapman & Hall, 1998. 1068 p.

**QU X.; VENKATARAMAN S.; HAFTKA R. T.; JONSON, T. F.** (2000). Response surface options for reliability-based optimization of composite laminado. In: *8th ASCE specialty conference on probabilistic mechanics and structural reliability*, 131.

**RAO, S. S.** *Engineering optimization - Theory and Practice*: 3rd Ed. Wiley. 1996.

**RAO, S. S.** *Reliability-based design*, McGraw-Hill. 1992.

**SAARELA, O.** Computer programs for mechanical analysis and desing of polymer matriz composites. *Progress in polymer Science*, v.19, n 1, p.171-201, 1994.

**SANTOS, V. C.; JORGE, B. A.** A procedure for the use of Stochastic Optimization Techniques and Reliability Analysis for a Helicopter Composite Armor. *Structural and Multidisciplinary Optimization (SMO)*, submitted for review. 2008.

**SANTOS, V. C.; JORGE, B. A.** Reliability Analysis of a Helicopter Composite Armor using Stochastic Optimization Techniques. In: INTERNATIONAL CONFERENCE OF ENGINEERING OPTIMIZATION (ENGOPT), Rio de Janeiro -RJ. 2008

**SANTOS, V. C.; LOPES S. P.; JORGE, B. A.** Weight and Reliability Optimization of a Helicopter Composite Armor Using Dynamic Programing. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL & EXPERIMENTAL ENGINEERING AND SCIENCES (ICCES), Miami – Flórida - USA. 2007.

**SANTOS, V. C.; LOPES, S. P.; JORGE, B. A.** Weight Optimization Modeling of a Helicopter Composite Armor with Implicit Constraints from non Linear Transient Numerical Data. In: SIMPÓSIO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL (SIMMEC), Araxa - MG. 2006<sup>a</sup>.

**SANTOS, V. C.; LOPES, S. P.; JORGE, B. A.** Weight Optimization Modeling of a Helicopter Composite Armor. In: WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS (WCCM), Los Angeles, California - USA. 2006<sup>b</sup>.

**SCHEFFLER, D. R.; ZUKAS, J. A.** Practical aspects of numerical simulation of dynamic events: material interfaces. *International Journal of Impact Engineering*, v.24, p.821-842, 2000.

**SHEIKH, A. H.; BULL, P. H.; KEPLER, J. A.** Behaviour of multiple composite plates subjected to ballistic impact. *Composites Science and Technology*, v. Xx, pp. xxx–xxx, 2008.

**SHOKRIEH, M. M.; JAVADPOUR, G. H.** Penetration analysis of a projectile in ceramic composite armor. *Composite Structures*, v.82, p.269–276, 2007.

**SILVA, E. A. da** Modelagem e Otimização do Processo de Texturização por Falsa Torção Usando PLS e GA. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Itajubá. Itajubá.

**SILVA, M. A. G.; CISMAȘIU, C.; CHIOREAN, C. G.** Low Velocity Impact on Laminates Reinforced with Polyethylene and Aramidic Fibres. This work is part of the research developed at DEC, Faculdade de Ciências e Tecnologia, supported by contract 43228/EME/2001 with Fundação para a Ciência e Tecnología. 2001.

**SILVESTRE FILHO, G. D. S.** Comportamento mecânico do poliuretano derivado de óleo de mamona reforçado por fibra de carbono: contribuição para o projeto de hastes de implante de quadril. 2001. 136 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

**SOARES, C. G.** Reliability of components in composite materials. *Reliability Engineering and System Safety*, v.55, n 17, p.1–177, 1997.

**TENENHAUS, M.; VINZI, V. E.; CHATELIN, Y. M.; LAURO, C.** PLS path modeling. *Computational Statistics & Data Analysis*, v.48, n 1, p.159-205, 2005.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ.** Regulamento do Curso de Doutorado em Engenharia Mecânica, Itajubá-MG. 1999

**VANDERPLAATS, G N.** Numerical optimization techniques for engineering desing, Mcgraw-Hill. 1984.

**WANG, E.; THOMAS, N.; RAUCHA, R.** Comparison of all-Hexahedra and all Tetrahedral Finite Element Meshes for elastic & elastoplastic analysis. *Proceedings 4th International Meshing Round table Sandia National Labs*, pp 179-181, 1995.

**WILKINS, M. L.** Mechanics of Penetration and Perforation, *Int. J. Eng. Sci.*, v.16, p. 793-807, 1978.

**WILKINS, M. L.; BLUM, R. E.; CRONSHAGEN, E. and GRANTHAM, P.** Method for Computer Simulation of Problems in Solid Mechanics and Gas Dynamics in Three Dimensions and Time. University of California, Lawrence Livermore National Laboratory, Rept. UCRL-51574. 1974.