## UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**TESE DE DOUTORADO** 

# Estudo de Mancais Radiais Aerostáticos Considerando a Influência do Coeficiente de Descarga dos Orifícios de Abastecimento

Autor: Marcos Theiss Neves Orientador: Prof. Dr. Vilmar Arthur Schwarz Co-orientador: Prof. Dr. Genésio José Menon

Itajubá, 27 de novembro de 2009

## UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**TESE DE DOUTORADO** 

# Estudo de Mancais Radiais Aerostáticos Considerando a Influência do Coeficiente de Descarga dos Orifícios de Abastecimento

Autor: Marcos Theiss Neves Orientador: Prof. Dr. Vilmar Arthur Schwarz Co-orientador: Prof. Dr. Genésio José Menon

**Curso:** Doutorado em Engenharia Mecânica **Área de Concentração:** Projeto e Fabricação

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Itajubá, 27 de novembro de 2009 M.G. – Brasil

## UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**TESE DE DOUTORADO** 

# Estudo de Mancais Radiais Aerostáticos Considerando a Influência do Coeficiente de Descarga dos Orifícios de Abastecimento

Autor: Marcos Theiss Neves Orientador: Prof. Dr. Vilmar Arthur Schwarz Co-orientador: Prof. Dr. Genésio José Menon

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Luiz Roberto Carrocci	- UNESP/FEG/SP
Prof. Dr. Marcelo Assato	- VSC/SP
Prof. Dr. Wlamir Carlos de Oliveira	- UNIFEI/MG
Prof. Dr. Ramiro Gustavo Ramirez Camacho	- UNIFEI/MG
Prof. Dr. Genésio José Menon	- UNIFEI/MG
Prof. Dr. Vilmar Arthur Schwarz	- UNIFEI/MG
Prof. Dr. Waldir de Oliveira, Moderador	- UNIFEI/MG

## Dedicatória

À minha esposa Ana Lúcia Ribeiro Theiss e aos meus filhos Henrique e Rafael.

### **Agradecimentos**

Aos Orientadores Prof. Vilmar Arthur Schwarz e Prof. Genésio José Menon, pela orientação, pela colaboração, pelo incentivo e pela dedicação ao ato de ensinar.

Ao Instituto de Engenharia Mecânica da UNIFEI, representado pelos seus Professores e Funcionários, pela oportunidade que me concedeu na realização deste trabalho.

Aos Professores do Instituto de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá, que direta ou indiretamente colaboraram para que esse trabalho tivesse êxito.

Aos meus pais, Gilberto Moreira Neves (in Memorian) e Theresinha Theiss Neves, que me criaram e educaram com dificuldade, objetivando a formação humana e profissional.

Aos meus irmãos, que nos momentos mais difíceis, escutaram-me, acolheram-me e deram-me a atenção e força necessária para superá-los.

E finalmente às demais pessoas de convívio, pelo incentivo, colaboração, amizade, fé e inesquecíveis momentos de lazer.

"Acumular momentos felizes é a maior fortuna da vida, Ao final da jornada, certamente não te arrependerás de cada segundo vivido."

Marcos Theiss Neves

#### Resumo

**NEVES, M. T. (2009)**, Estudo de Mancais Radiais Aerostáticos Considerando a Influência do Coeficiente de Descarga dos Orifícios de Abastecimento, Itajubá, 183p. Tese (Doutorado em Projeto e Fabricação) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

Neste trabalho apresenta-se a teoria da lubrificação de mancais radiais a gás, e o ar é o fluido lubrificante. Nos mancais radiais a gás, quando o munhão não está sujeito a rotação e há suprimento externo de gás, por exemplo, através de orifícios de abastecimento, tais mancais são denominados de mancais radiais aerostáticos. Para a formulação do escoamento nos orifícios de abastecimento foi considerado o escoamento como compressível, isentrópico, unidimensional e o ar como um gás perfeito. O coeficiente de descarga Cd de um orifício de abastecimento expressa a relação entre a vazão mássica real e a vazão mássica teórica numa dada condição de escoamento. Até a presente data, pesquisadores têm considerado um valor constante para este coeficiente, seja para a condição de escoamento sônico quanto para a condição de escoamento subsônico. Neste trabalho, em uma primeira etapa, obteve-se o coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento, relacionando-se a vazão mássica do escoamento compressível, isentrópico e unidimensional com a vazão mássica obtida através da simulação do escoamento compressível "real", utilizando-se o programa comercial de análise computacional de mecânica dos fluidos ANSYS-CFX<sup>®</sup>. Foi observado que o coeficiente de descarga pode ser considerado constante na condição de escoamento sônico. Entretanto, foi constatado que, quando os orifícios de abastecimento operam na condição de escoamento subsônico, o coeficiente de descarga varia em função da razão entre as pressões de descarga e de alimentação dos orifícios. Numa segunda etapa do presente trabalho, a solução do problema de lubrificação do mancal foi obtida pelo método de elementos finitos

com elementos triangulares lineares e a formulação de Galerkin dos resíduos ponderados, considerando-se o coeficiente de descarga obtido na simulação computacional. O escoamento na folga do mancal radial aerostático foi considerado bidimensional, em regime laminar viscoso e isotérmico. A hipótese simplificadora usual, de que as forças inerciais do fluido são desprezíveis foi empregada. As equações governantes e o modelo matemático do problema foram desenvolvidos e as demais hipóteses simplificadoras listadas. Foi desenvolvido neste trabalho um programa computacional em linguagem FORTRAN para a análise de mancais radiais aerostáticos, o qual foi denominado MARAGAS. A validação deste programa foi realizada para comprovar os resultados obtidos. Utilizando-se o programa MARAGAS, foi estudada a influência do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento no desempenho do mancal radial aerostático. O coeficiente de descarga foi considerado constante nas condições de escoamento sônico e linearmente variável nas condições de escoamento subsônico, variação esta que não foi considerada por outros pesquisadores. Na condição de excentricidade nula, o parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ , que é a razão entre a pressão manométrica de descarga e a pressão manométrica de suprimento dos orifícios de abastecimento, é também calculado pelo programa. Nesta condição de excentricidade adimensional, a pressão de descarga de cada orifício de abastecimento é única e idêntica para todos os orifícios, desde que tais orifícios sejam geometricamente idênticos. O parâmetro de projeto  $k_{go}$  é de fundamental importância para estabelecer o compromisso entre a rigidez e a capacidade de carga na excentricidade prevista de operação do mancal radial aerostático. Este parâmetro indica também a possibilidade de ocorrência do chamado escoamento "entupido" ou "bloqueado" (choked flow) nos orifícios de abastecimento, o qual poderá gerar instabilidade na operação do mancal. Convém destacar que o parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  de mancais radiais aerostáticos é raramente apresentado na literatura. Finalmente, os resultados de estudos de casos de mancais radiais aerostáticos são apresentados e analisados, onde as vazões mássicas requeridas de cada orifício e a vazão mássica total requerida, a pressão individual de descarga de cada orifício e a distribuição de pressão no filme lubrificante do mancal, a capacidade de carga e outros parâmetros são calculados através do programa MARAGAS.

#### Palavras-chave

Tribologia, Mancal Radial, Lubrificação a Gás, Elementos Finitos, Coeficiente de Descarga.

#### Abstract

**NEVES, M. T. (2009)**, Theoretical study on Aerostatic Journal Bearings Taking into Account the Influence of the Feeding Orifices Discharge Coefficient, Itajubá, 183p. Tese (Doutorado em Projeto e Fabricação) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

In this work the lubrication theory for gas lubricated journal bearings is presented, the air being used as the lubricant fluid. For zero or very low speeds, externally pressurized air must be supplied to the bearing clearance, for example, through feeding orifices, in order to generate a load carrying capacity. In this way, the bearing is called aerostatic journal bearing. The problem solution is obtained by the finite elements method, with the weighted residuals Galerkin's formulation. The formulation of the air flow within the feeding orifices was developed by assuming a one-dimensional, isentropic, compressible flow with the air considered as a perfect gas. The feeding orifice discharge coefficient, Cd, which is the correction factor employed to obtain the real air mass flow, was obtained through the simulation of compressible flow by using the software of computational fluid dynamics ANSYS-CFX<sup>®</sup>. The air flow in the bearing clearance was assumed as a two dimensional, viscous and isothermal laminar flow. The usual simplifying hypothesis, where the fluid inertial forces are negligible was employed. The governing equations and the mathematical method for modeling the problem were developed. A computational program called MARAGAS, in FORTRAN language, was written for calculating the journal bearing operating parameters, such as air flow rates within each feeding orifice as well as the total required air mass flow rate, pressure distribution, load carrying capacity, dimensionless parameters, etc. The validation of the computational program MARAGAS was made through comparison of the calculated results with available data in the literature. An analysis of the influence of mesh refinement near the feeding orifices was carried out by using the program MARAGAS. It was observed that the load carrying capacity of the aerostatic journal bearing is reduced according to the degree of mesh refinement applied near to the feeding orifice. Also, the operating parameters of the gas journal bearing was investigated in respect to the variation of the feeding orifices discharge coefficient as a function of the rate between the discharge and feeding pressures of each feeding orifice. For the case of null eccentricity, i.e., for a concentric journal bearing, the discharge pressure of each supplying orifice, which is equal for all of them if orifice dimensions are kept equal, is also calculated. This pressure is used for calculating the dimensionless parameter  $k_{go}$ , which is the ratio of the orifice discharge and feeding gauge pressures. This design parameter is of relevant importance for establishing the stiffness and load carrying capacity for each imposed eccentricity ratio to the aerostatic journal bearing, as well as for preventing the so called choked flow in the orifices, which leads to an unstable behavior of the bearing. Therefore, it is possible to vary conveniently the design parameters, such as the feeding pressure, radial clearance, orifice diameter and the bearing length and diameter, in order to achieve the desired working condition, which is a primary function of the  $k_{go}$  parameter. Not only the bearing air mass flow rate, individual pressure of each feeding orifice and pressure distribution within the whole bearing, but also the load carrying capacity is calculated through the MARAGAS program. It is important to emphasize that this important behavior parameter of an aerostatic journal bearing has not been presented in recent papers available in the literature, where only the axial and circumferential pressure distributions are given, both along the orifices rows as well as among the rows. Results of some aerostatic journal bearings case studies are presented and analyzed.

#### Keywords

Tribology, Journal Bearing, Gas Bearing Lubrication, Finite Element, Orifice Discharge Coefficient.

## Sumário

CAPÍTULO 1	1
INTRODUÇÃO	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Revisão bibliográfica	3
1.3 Objetivos	11
1.4 Delineamento	12
CAPÍTULO 2	14
FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	14
2.1 Hipóteses simplificadoras	14
2.2 Equação de Reynolds para escoamento compressível	15
CAPÍTULO 3	18
MÉTODO DE SOLUÇÃO	18
3.1 Solução da equação de Reynolds	18
3.2 Elementos triangulares lineares	25
3.2.1. Introdução	25
3.2.2. Funções de forma ou de interpolação	25
3.2.3. Gradientes de grandeza física	29
3.2.4. Integrais de elementos triangulares lineares	30
3.3 Configurações da malha nas proximidades dos orificios de abastecimento	31
3.3.1. Introdução	31
3.3.2. Malha de referência e demais refinamentos	32
3.4 Obtenção do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento	39
3.4.1. Detalhes dos orifícios de abastecimento	40
3.4.2 Simulação do escoamento utilizando o software ANSYS-CFX <sup>®</sup>	40

	ii
3.4.3 Resultados das simulações	41
CAPÍTULO 4	59
VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL	59
4.1 Introdução	59
4.2 Validação através de dados publicados na literatura	60
4.2.1. Caso 1	60
4.2.2. Caso 2	63
4.2.3. Caso 3	71
CAPÍTULO 5	75
RESULTADOS E DISCUSSÕES	75
5.1 Introdução	75
5.2 Dados do mancal radial aerostático	76
5.3 Resultados considerando o coeficiente de descarga constante	79
5.4 Resultados considerando o coeficiente de descarga variável	94
5.5 Comparação global entre os resultados	107
CAPÍTULO 6	127
CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	127
6.1 Análise dos resultados	127
6.2 Conclusões	131
6.3 Perspectivas futuras	132
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	134
APÊNDICE A	138
DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DA ESPESSURA DO FILME DE FLUIDO	138
APÊNDICE B	141
ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL	141
B.1 Introdução	141
B.2 Escoamento de um gás através de um orifício de abastecimento	142
APÊNDICE C	149
TABELAS COM RESULTADOS NUMÉRICOS	149
APÊNDICE D	158
PROPRIEDADES FÍSICAS DO AR ATMOSFÉRICO	158
APÊNDICE E	159

	iii
FLUXOGRAMA DO PROGRAMA MARAGAS	159

# Lista de Figuras

Figura 2.1 – Configuração básica de um mancal radial aerostático 16
Figura 3.1 – Domínio computacional de um mancal radial aerostático 24
Figura 3.2 – Função de forma para um elemento triangular linear 26
Figura 3.3 – Parâmetros para um elemento triangular linear 27
Figura 3.4 – Domínio computacional e área típica de refinamento de malha 32
Figura 3.5 – Malha de referência, IREF0 33
Figura 3.6 – Malha com refinamento, IREF1 34
Figura 3.7 – Malha com refinamento, IREF2 36
Figura 3.8 – Malha com refinamento, IREF3 37
Figura 3.9 – Malha com refinamento, IREF4 38
Figura 3.10 – Formas geométricas mais usuais dos orifícios de abastecimento 40
Figura 3.11– Detalhes do orifício de abastecimento 41
Figura 3.12 – Malha tridimensional utilizada nas análises utilizando o ANSYS-CFX <sup>®</sup> 42
Figura 3.13 – Refinamento da malha na região do orifício propriamente dito 44
Figura 3.14 – Refinamento da malha na face de saída de ar e as <i>Inflation Layers</i> no orifício de
abastecimento 45
Figura 3.15 – Detalhes das condições de contorno impostas 46
Figura 3.16 – Coeficiente de descarga em função da razão de pressão <i>kp</i> 47
Figura 3.17 – Coeficiente de descarga na condição de escoamento subsônico versus kp 48
Figura 3.18 – Coeficiente de descarga na condição de escoamento sônico versus <i>kp</i> 48
Figura 3.19 – Vazão mássica através do orificio em função da razão de pressão kp 49
Figura 3.20 – Coeficiente de descarga em função de <i>kp</i> , segundo Powell (1970) 50
Figura 3.21- Coeficiente de descarga obtido em relação somente à vazão mássica sônica,
considerando escoamento compressível, isentrópico e unidimensional 51

Figura 3.22– Vazões mássicas obtidas em função da razão kp, comparação geral 52
Figura 3.23– Vazões mássicas obtidas em função da razão <i>kp</i> – parte 1 53
Figura 3.24 – Vazões mássicas obtidas em função da razão kp – parte 2 54
Figura 3.25 – Campo de velocidades no orifício de abastecimento 55
Figura 3.26 – Detalhe do campo de velocidades na região do orifício de abastecimento 55
Figura 3.27 – Detalhe do campo de velocidades próximo ao início do orifício de
abastecimento 56
Figura 3.28 – Número de Mach no plano de simetria do orifício de abastecimento 56
Figura 3.29 - Vista ampliada do número de Mach na região do orifício propriamente dito. 57
Figura 3.30 - Número de Mach próximo à face de saída do orifício de abastecimento 57
Figura 3.31 – Coeficiente de descarga em função de várias pressões de abastecimento 58
Figura 4.1 – Capacidade de carga e vazão requerida, segundo Powell (1970) 60
Figura 4.2 – Distribuição de pressão na direção axial na linha equidistante entre orifícios 67
Figura 4.3 – Distribuição de pressão na linha equidistante entre orifícios e comparação com
dados experimentais publicados por Cioc et al. (2003) 68
Figura 4.4 – Distribuição de pressão na direção axial na linha dos orifícios 68
Figura 4.5 – Distribuição de pressão na linha dos orifícios e comparação com dados
experimentais publicados por Cioc et al. (2003)69
Figura 4.6 – Distribuição de pressão na direção circunferencial do mancal radial aerostático.
70
Figura 4.7 – Comparação entre capacidades de carga adimensional versus excentricidade
adimensional74
Figura 5.1 – Pressão absoluta na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento, para o
coeficiente de descarga $Cd$ = constante e $\varepsilon$ = 0,1 80
Figura 5.2 – Pressão absoluta na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento, para o
coefficiente de descarga $Cd = constante e \varepsilon = 0, 7$ 80
Figura 5.3 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional,
para o coeficiente de descarga <i>Cd</i> = constante82
Figura 5.4 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional, para o
coeficiente de descarga <i>Cd</i> = constante 84
Figura 5.5 – Capacidade de carga adimensional versus $k_{go}$ , para o coeficiente de descarga
Cd = constante e índice de refinamento IREFO 87

Figura 5.6 – Capacidade de carga adimensional versus $k_{go}$ , para o coeficiente de descarga
<i>Cd</i> = constante e índice de refinamento IREF4 88
Figura 5.7 – Capacidades de carga adimensional versus $k_{go}$ , comparação entre os resultados
das malhas de índices de refinamento IREF0 e IREF4, Cd = constante 89
Figura 5.8 – Vazão total adimensional versus $k_{go}$ , índice de refinamento IREF0, para o
coeficiente de descarga <i>Cd</i> = constante 92
Figura 5.9 – Vazão total adimensional versus $k_{go}$ , índice de refinamento IREF4, para o
coeficiente de descarga $Cd$ = constante 93
Figura 5.10 – Vazão total adimensional versus $k_{go}$ , comparação entre os resultados das
malhas de índices de refinamento IREF0 e IREF4, <i>Cd</i> = constante 93
Figura 5.11 – Pressão absoluta na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento, para o
coeficiente de descarga $Cd$ = variável e $\varepsilon$ = 0,194
Figura 5.12 – Pressão absoluta nas posições dos orifícios de abastecimento, para o coeficiente
de descarga $Cd$ = variável e $\varepsilon$ = 0,795
Figura 5.13 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade, para o
coeficiente de descarga <i>Cd</i> = variável96
Figura 5.14 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional, para o
coeficiente de descarga <i>Cd</i> = variável98
Figura 5.15 – Capacidade de carga adimensional versus $k_{go}$ , para o coeficiente de descarga
<i>Cd</i> = variável e malha de referência IREF0101
Figura 5.16 – Capacidade de carga adimensional versus $k_{go}$ , para o coeficiente de descarga
<i>Cd</i> = variável e malha com índice de refinamento IREF4101
Figura 5.17 – Capacidades de carga adimensional versus $k_{go}$ , comparação entre os resultados
da malha de referência IREF0 e com índice de refinamento IREF4,
<i>Cd</i> = variável102
Figura 5.18 – Vazão total adimensional versus $k_{go}$ , malha de referência IREF0, para o
coeficiente de descarga <i>Cd</i> = variável105
Figura 5.19 – Vazão total adimensional versus $k_{go}$ , malha com índice de refinamento IREF4,
para o coeficiente de descarga <i>Cd</i> = variável106

Figura 5.20 – Vazão total adimensional versus $k_{go}$ , comparação entre os resultados da malha
de referência IREF0 e da malha com índice de refinamento IREF4,
<i>Cd</i> = variável106
Figura 5.21 - Comparação das pressões absolutas nas posições dos orifícios de abastecimento,
excentricidade adimensional $\varepsilon = 0, 1$ 108
Figura 5.22 - Comparação das pressões absolutas nas posições dos orifícios de abastecimento,
excentricidade adimensional $\varepsilon = 0, 7$ 108
Figura 5.23 – Comparação da capacidade de carga adimensional em função da excentricidade
adimensional111
Figura 5.24 – Comparação da vazão mássica total requerida em função da excentricidade
adimensional113
Figura 5.25 – Comparação da capacidade de carga adimensional em função de $k_{go}$ , $\varepsilon = 0,1$ .
114
Figura 5.26 – Comparação da capacidade de carga adimensional em função de $k_{go}$ , $\varepsilon = 0,3$ .
115
Figura 5.27 – Comparação da capacidade de carga adimensional em função de $k_{go}$ , $\varepsilon = 0,5$ .
115
Figura 5.28 – Comparação da capacidade de carga adimensional em função de $k_{eo}$ , $\varepsilon = 0,7$ .
116
Figura 5.29 – Comparação da vazão total adimensional versus $k_{go}$ , $Cd$ = constante 117
Figura 5.30 – Comparação da vazão total adimensional versus $k_{go}$ , $Cd$ = variável117
Figura 5.31 – Comparação da vazão total adimensional versus $k_{go}$ , IREF0118
Figura 5.32 – Comparação da vazão total adimensional versus $k_{go}$ , IREF4119
Figura 5.33 – Comparação de <i>kp</i> nos orifícios de abastecimento para $k_{go} = 0,4478$ , $\varepsilon = 0,1$ .
120
Figura 5 34 – Comparação de <i>kp</i> nos orifícios de abastecimento para $k_{-} = 0.4478$ $\varepsilon = 0.7$
101
Eigure 5.25 Comperencia da $kn$ nos crifícios da chastosimento pere $k = 0.5072$ c 0.1
Figura 5.55 – Comparação de <i>kp</i> nos ornicios de abastecimento para $k_{go} = 0.59/2$ , $\mathcal{E} = 0.1$ .
121
Figura 5.36 – Comparação de <i>kp</i> nos orificios de abastecimento para $k_{go} = 0,5972$ , $\varepsilon = 0,7$ .
122

Figura 5.37 –	- Comparação de kp nos orifícios de abastecimento para $k_{go} = 0.8141$ , a	$\varepsilon = 0, 1$ .
		122
Figura 5.38 –	- Comparação de <i>kp</i> nos orifícios de abastecimento para $k_{go} = 0,8141$ , a	$\varepsilon = 0, 7$ .
		123
Figura 5.39 –	- Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para	
	$k_{go} = 0,4478, \ \varepsilon = 0,1.$	123
Figura 5.40 –	- Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para	
	$k_{go} = 0,4478, \ \varepsilon = 0,7.$	124
Figura 5.41 –	- Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para	
	$k_{go} = 0,5972, \ \varepsilon = 0,1.$	124
Figura 5.42 –	- Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para	
	$k_{go} = 0,5972, \ \varepsilon = 0,7.$	125
Figura 5.43 –	- Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para	
	$k_{go} = 0.8141, \ \varepsilon = 0.1.$	125
Figura 5.44 –	- Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para	
	$k_{go} = 0,8141, \ \varepsilon = 0,7.$	126
Figura A.1 –	Configuração básica de um mancal radial	138
Figura B.1 –	Escoamento isentrópico de um gás através de um orifício	142
Figura B.2 –	Geometria do orifício de abastecimento, tipo bolsa	145

Figura B.3 – Geometria do orifício de abastecimento, tipo anelar. -----146

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 - Dados do domínio e modelos físicos empregados	42
Tabela 3.2 – Dados das superfícies, fronteiras e condições de contorno	43
Tabela 4.1 – Dados geométricos do mancal radial aerostático, Powell (1970)	61
Tabela 4.2 – Dados complementares.	61
Tabela 4.3 – Comparação entre os resultados obtidos, $Cd = 0.8$ e malha de referência IRI	EFO.
	62
Tabela 4.4 – Comparação entre resultados obtidos, $Cd = 0.8$ e malha com índice de	
refinamento IREF4	63
Tabela 4.5 – Dados do mancal radial aerostático, Cioc et al. (2003)	63
Tabela 4.6 – Dados complementares.	64
Tabela 4.7 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, com a malha de referência	
IREF0	65
Tabela 4.8 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, com malha de índice de	
refinamento IREF3	65
Tabela 4.9 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, com a malha de índice de	
refinamento IREF4	66
Tabela 4.10 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, com $Cd = 0.80$	71
Tabela 4.11 – Dados do mancal radial aerostático, Stowell et al. (1980)	72
Tabela 4.12 – Dados complementares	72
Tabela 4.13 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, para $\varepsilon = 0$	73
Tabela 4.14 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, para $\varepsilon = 0, 5$ .	73

Tabela 5.1 – Dados do mancal radial aerostático. ----- 76

Tabela 5.2 – Dados complementares 77
Tabela 5.3 – Parâmetro $k_{go}$ calculado pelo programa MARAGAS 77
Tabela 5.4 – Folgas radiais e valores calculados do parâmetro adimensional de projeto $k_{go}$ .78
Tabela 5.5 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional,
para o coeficiente de descarga <i>Cd</i> = constante 81
Tabela 5.6 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional, para o
coeficiente de descarga <i>Cd</i> = constante 83
Tabela 5.7 – Capacidade de carga adimensional versus parâmetro adimensional de projeto,
para o coeficiente de descarga <i>Cd</i> = constante 85
Tabela 5.8 – Capacidade de carga adimensional versus parâmetro adimensional de projeto,
para o coeficiente de descarga <i>Cd</i> = constante 86
Tabela 5.9 – Vazão total adimensional versus parâmetro adimensional de projeto $k_{go}$ , para o
coeficiente de descarga $Cd$ = constante 90
Tabela 5.10 – Vazão total adimensional versus parâmetro adimensional de projeto $k_{go}$ , para o
coeficiente de descarga <i>Cd</i> = constante91
Tabela 5.11 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional,
para o coeficiente de descarga <i>Cd</i> = variável96
Tabela 5.12 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional, para o
coeficiente de descarga <i>Cd</i> = variável97
Tabela 5.13 – Capacidade de carga adimensional versus parâmetro adimensional de projeto,
para o coeficiente de descarga $Cd$ = variável, para $\varepsilon = 0,1$ e $\varepsilon = 0,3$ 99
Tabela 5.14 – Capacidade de carga adimensional versus parâmetro adimensional de projeto,
para o coeficiente de descarga $Cd$ = variável, para $\varepsilon = 0,5$ e $\varepsilon = 0,7$ 100
Tabela 5.15 – Vazão total adimensional versus parâmetro adimensional de projeto, para o
coeficiente de descarga $Cd$ = variável, para $\varepsilon = 0,1$ e $\varepsilon = 0,3$ 103
Tabela 5.16 – Vazão total adimensional versus parâmetro adimensional de projeto, para o
coeficiente de descarga $Cd$ = variável, para $\varepsilon = 0,5$ e $\varepsilon = 0,7$ 104
Tabela 5.17 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional,
para a malha de referência IREF0109
Tabela 5.18 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional,
para a malha de índice de refinamento IREF4110
Tabela 5.19 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional, para a malha
de referência IREF0112

Tabela 5.20 – Vazão mássica total em função o	da excentricidade adimensional, para a malha
de índice de refinamento IREF4.	112

Tabela C.1 – Distribuição de pressão adimensional no sentido axial149
Tabela C.2 – Distribuição de pressão adimensional no sentido circunferencial151
Tabela C.3 – Pressão absoluta na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento, para o
coeficiente de descarga $Cd$ = constante153
Tabela C.4 – Pressão absoluta na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento, para o
coeficiente de descarga <i>Cd</i> = variável155

Tabela D.1 – Propriedades físicas do ar atmosférico	158
---	-----

# Simbologia

## Letras Latinas

A	Área	$m^2$
$A^{e}$	Área de um elemento	$m^2$
$A_o$	Área do orifício de abastecimento	$m^2$
$a_i, a_j, a_k$	Coeficientes a da equação das funções de forma do elemento	$m^2$
$a_{\alpha}$	Coeficientes $a_i$ , $a_j$ , $a_k$ , ou seja $\alpha = i, j, k$	$m^2$
$b_i, b_j, b_k$	Coeficientes b da equação das funções de forma do elemento	m
$b_{lpha}$	Coeficientes $b_i$ , $b_j$ , $b_k$ , ou seja $\alpha = i, j, k$	m
$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}$	Matriz das derivadas das funções de forma	$m^{-1}$
$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^T$	Matriz transposta das derivadas das funções de forma	$m^{-1}$
С	Folga radial	m
$\mathcal{C}_d$	Velocidade local de propagação do som no meio	m/s
Cd	Coeficiente de descarga do orifício de abastecimento	
$Cd^{s}$	Coeficiente de descarga do orifício de abastecimento, relativo à	
	vazão sônica	
$C_i, C_j, C_k$	Coeficientes c da equação das funções de forma do elemento	m

		xiii
$c_p$	Calor específico a pressão constante	J/(kgK)
${\cal C}_{V}$	Calor específico a volume constante	J/(kgK)
$c_{\alpha}$	Coeficientes $c_i$ , $c_j$ , $c_k$ , ou seja $\alpha = i, j, k$	
D	Diâmetro do munhão	m
$d_{c}$	Diâmetro característico do orifício de abastecimento	m
$d_o$	Diâmetro do orifício de abastecimento	m
$d_p$	Diâmetro da bolsa do orifício de abastecimento	m
[D]	Matriz diagonal relativa a espessura do filme no elemento	m <sup>3</sup>
е	Excentricidade	m
$F_i, F_j, F_k$	Valores da variável $f$ nos nós $i, j \in k$ do elemento triangular	Pa <sup>2</sup>
f	Variável relativa a pressão nodal ao quadrado, $f = p^2$	Pa <sup>2</sup>
$F_r$	Componente da capacidade de carga na direção radial	Ν
$F_t$	Componente da capacidade de carga na direção tangencial	Ν
$\{F\}$	Vetor coluna relativo a pressões nodais	Pa <sup>2</sup>
h	Espessura do filme de fluido	m
Ι	Índice do ponto nodal na malha	
k	Constante adiabática do gás, $k = \frac{c_p}{c_v}$	
$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}$	Matriz fluidez	m <sup>3</sup>
kg	Relação entre pressões manométricas, $k_g = \frac{p_d - p_a}{p_s - p_a}$ , para $\varepsilon \neq 0$	
$k_{go}$	Relação entre pressões manométricas, $k_{go} = \frac{p_d - p_a}{p_s - p_a}$ , para $\varepsilon = 0$	
kp	Relação entre pressões absolutas, $kp = \frac{p_d}{p_s}$	
L	Largura da bucha	m
$l_o$	Comprimento do orifício de abastecimento	m
$l_2$	Distância axial entre a extremidade do mancal radial e a carreira	
	de orifícios de abastecimento	m
М	Número de Mach	
n	Número de orifícios de abastecimento por carreira	
ñ	Vetor normal à superfície	

ne	Número total de elementos na malha	
NE	Elemento na malha	
NN	Número total de nós na malha de referência IREF0	
$N_i$ , $N_j$ , $N_k$	Funções de forma do elemento	
$N_{lpha}$	Função de forma do elemento, $\alpha = i, j, k$	
[N]	Vetor linha das funções de forma do elemento	
$\begin{bmatrix} N \end{bmatrix}^T$	Vetor transposto das funções de forma do elemento	
P(x,y)	Ponto $P$ de coordenadas $x$ , $y$	
р	Pressão absoluta	Ра
$p_a$	Pressão atmosférica	Pa
$p_d$	Pressão absoluta na seção de descarga de um orifício	Pa
$\overline{p}_{e}$	Pressão média no elemento	Pa
$p_s$	Pressão absoluta de abastecimento dos orifícios	Pa
q	Vazão mássica	kg/s
$qr_x$	Razão da progressão geométrica na direção x	
$qr_y$	Razão da progressão geométrica na direção y	
$q_s$	Vazão mássica de abastecimento dos orifícios	kg/s
R	Raio	m
$R_B$	Raio da bucha	m
$R_M$	Raio do munhão	m
$\overline{R}$	Constante do gás	J/(kgK)
S	Entropia	J/(kgK)
SM	Número de nós da malha na direção x (comprimento	
	circunferencial do mancal radial)	
SN	Número de nós da malha na direção y (largura do mancal radial)	
$\{s\}$	Vetor coluna dos fluxos nodais	$\frac{\mathrm{kg}^{2}\mathrm{m}}{\mathrm{s}^{4}}$
Т	Temperatura absoluta, $K = {}^{o}C + 273$	K
$T_a$	Temperatura ambiente	°C
$T_d$	Temperatura do fluido na seção de descarga	°C
$T_s$	Temperatura do fluido na seção de abastecimento	°C

xiv

U	Velocidade tangencial devido a rotação do munhão	m/s
u, v, w	Velocidades de um elemento de fluido	m/s
V	Velocidade	m/s
x, y, z	Coordenadas direcionais do sistema cartesiano	m
$xc_e, yc_e$	Coordenadas do centro de pressão de um elemento	m
$x_i, x_j, x_k$	Abscissas dos pontos nodais do elemento	m
Yi, Yj, Yk	Ordenadas dos pontos nodais do elemento	m
W	Capacidade de carga do mancal	Ν
$\overline{W}$	Capacidade de carga adimensional	
$W_e$	Capacidade de carga de um elemento	Ν

## Letras Gregas

α	Ângulo	rd
β	Coeficientes da função de interpolação linear da grandeza $\phi$	
δ	Profundidade da bolsa do orifício de abastecimento	m
Е	Excentricidade adimensional, $\varepsilon = \frac{e}{C}$	
$\theta_{e}$	Coordenada angular a partir da linha de centros do munhão e bucha	rd
θ	Coord. angular dos orifícios de abastecimento em relação ao eixo $y$	graus
$\theta_{_{1}}$	Coordenada angular do orifício 1 em relação ao eixo y	graus
Λ	Parâmetro de compressibilidade, $\Lambda = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{R}{C}\right)^2$	
μ	Viscosidade dinâmica ou absoluta	Pa·s
ρ	Massa específica	$kg/m^3$
$ ho_a$	Massa específica na condição da pressão atmosférica	$kg/m^3$
$ ho_{d}$	Massa específica na condição da pressão de descarga do orificio	$kg/m^3$
$ ho_{s}$	Massa específica na condição da pressão de abastecimento	$kg/m^3$
$\phi$	Valor da grandeza no interior do elemento	
Φ	Valor de uma grandeza nos nós do elemento	
ω	Velocidade angular do munhão do mancal	rd/s
$\Delta x$	Comprimento do elemento na direção x	m
$\Delta y$	Comprimento do elemento na direção y	m

## Sobrescritos

- *e* Relativo a um elemento finito da malha
- *s* Relativo a condição sônica
- *T* Transposta de uma matriz ou vetor
- Relativo a média de uma grandeza física
- \* Relativo a condição sônica, de "estagnação" ou "entupido" (*choked*)

### **Subscritos**

- *a* Relativo a atmosfera
- *B* Relativo a bucha
- *c* Relativo ao diâmetro característico
- *d* Relativo a condição de descarga
- *e* Relativo a um elemento finito
- *i*, *j*, *k* Relativo aos nós locais do elemento
  - *o* Relativo ao orifício de abastecimento
  - *M* Relativo ao munhão
  - *s* Relativo a condição de suprimento
  - *x* Relativo a direção do sistema de coordenadas
  - y Relativo a direção do sistema de coordenadas
  - $\alpha$  Índice (i, j, k)
- *1, 2, 3* Relativo a posição 1, 2 e 3

### Abreviaturas

ADI	Método implícito com direção alternada
	(Alternating Direction Implicit Scheme)
CE/SE	Método numérico denominado space-time conservation element and
	solution element method
CFD	Computational Fluid Dynamics
FORTRAN	Linguagem de programação, Formula Translation
IREF0, IREF1,	Índices de refinamento de malha, referente ao refinamento de malha
IREF2, IREF3,	na proximidade dos orifícios de abastecimento
IREF4	
ISO	International Standard Organization
MARAGAS	Programa computacional desenvolvido neste trabalho, em linguagem
	FORTRAN, para o cálculo de mancais radiais aerostáticos
SST	Shear Stress Transport, modelo de turbulência

# Siglas

ANSYS-CFX <sup>®</sup>	Programa comercial para análise de mecânica dos fluidos
	computacional
FLUENT®	Programa comercial para análise de mecânica dos fluidos
	computacional
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
k - ε	Modelo de turbulência
<i>k</i> - <i>ω</i>	Modelo de turbulência
SolidWorks <sup>®</sup>	Programa comercial para desenho e projeto em 3D
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

### Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### **1.1 GENERALIDADES**

Mancais lubrificados com fluidos gasosos, comumente denominados de mancais a gás, utilizam na maior parte de suas aplicações, o ar como fluido lubrificante. Tais mancais operam essencialmente pelos mesmos princípios dos mancais lubrificados com fluidos líquidos, onde na maioria dos casos emprega-se o óleo mineral como fluido lubrificante.

A principal diferença no equacionamento destes mancais está relacionada ao fato do escoamento ser neste caso compressível, devendo ser considerado portanto no problema de lubrificação de mancais a gás.

Nos mancais radiais a gás, quando o munhão não está sujeito a rotação e há suprimento externo de gás, por exemplo, através de orifícios de abastecimento, tais mancais são denominados de mancais radiais aerostáticos.

Segundo Fuller (1984), os mancais lubrificados a gás são empregados em eixos de retificadoras de alta rotação, ventiladores e compressores totalmente herméticos (os quais geralmente empregam o gás do processo como lubrificante), muito adequados aos reatores e turbomáquinas em criogênia e pirogênia, onde extremas temperaturas não representam problemas aos mancais a gás, mancais para turbinas a gás aeronáuticas e estacionárias, equipamentos odontológicos e ortopédicos operando em elevadas rotações e em mancais de guias deslizantes de máquinas ferramentas para evitar a vibração decorrente de início de

movimento (*stick-slip vibration*), mancais para máquinas de medição e aparelhos de metrologia, onde a operação em baixas velocidades com reduzido atrito é de extrema importância.

Algumas particularidades na formulação do problema de lubrificação com lubrificante gasoso devem ser consideradas, tais como:

*Distribuição de pressão*: No escoamento incompressível de um filme de fluido, as pressões hidrodinâmicas podem ser consideradas independentes da pressão ambiente, mas isso não se aplica para o caso de mancal lubrificado a gás. Conseqüentemente, a pressão absoluta deve ser utilizada na equação de Reynolds, na lei dos gases perfeitos e demais equações na análise de mancais lubrificados a gás.

*Variação da massa específica*: Devido à compressibilidade dos gases, a massa específica do gás deve ser considerada variável na análise do problema de lubrificação.

*Viscosidade*: A viscosidade dos gases é pouco sensível à variação da pressão e da temperatura. Em geral, para a análise de mancais a gás considera-se que o lubrificante está sujeito ao processo isotérmico. Esta é uma hipótese razoável, pois as perdas por atrito são pequenas e provocam apenas uma pequena variação da temperatura.

*Precisão dimensional*: Este é um fator muito importante na operação de mancais a gás, uma vez que a espessura do filme em mancais lubrificados a gás é apreciavelmente menor que no caso de mancais lubrificados com fluido líquido. Portanto, a fabricação de mancais lubrificados a gás requer acabamento superficial retificado e polido, tanto para o munhão quanto para a bucha.

*Geração de calor*: As perdas por atrito são muito baixas. A quantidade de calor produzida pelo mancal a gás é bem menor que no caso dos mancais lubrificados com fluidos líquidos, e portanto a geração de calor é geralmente desprezada.

Considerando as características particulares dos mancais a gás citadas anteriormente, Fuller (1984) estabeleceu um conjunto de vantagens e desvantagens dos mancais a gás em relação aos mancais lubrificados com fluidos líquidos (ex.:óleo), como segue:

#### Vantagens

- ✓ Eliminação de contaminação causada comumente pelo óleo lubrificante;
- ✓ Possibilidade da redução ou eliminação da necessidade de selos nos mancais;
- ✓ Estabilidade do lubrificante. Não há vaporização, cavitação, solidificação ou decomposição em temperaturas extremas;
- Baixo atrito e aquecimento, geralmente dispensam resfriamento. Permite aplicações em equipamentos com baixíssimas ou altíssimas rotações, ou até mesmo com rotação nula.

#### Desvantagens

- ✓ O fluido tem baixa viscosidade, portanto capacidade de carga reduzida;
- ✓ Baixo fator de amortecimento do filme de fluido;
- ✓ O mancal deve ser fabricado com folga bastante reduzida para possibilitar uma capacidade de carga satisfatória;
- ✓ O processo de fabricação deve ser preciso e com controle rigoroso nas tolerâncias de fabricação, acabamento superficial, alinhamento, distorções térmicas e elásticas.

### **1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Shaw e Macks (1949) relataram que a utilização do ar como lubrificante de mancais a gás foi primeiramente mencionado por Hirn em 1855 e que Albert Kingsbury, em 1897, foi o pioneiro a conduzir uma pesquisa experimental real de lubrificação de mancal radial utilizando o ar como lubrificante.

Powell (1970), em livro de sua autoria, mencionou que o coeficiente de descarga de orifícios de abastecimento é geralmente considerado constante e igual a 0,8 em projetos de mancais a gás. Entretanto, este autor cita um trabalho publicado por ele e co-autores que investigaram a influência da variação do coeficiente de descarga de orifícios de

abastecimento, principalmente na condição de escoamento subsônico, para o cálculo da capacidade de carga de um mancal axial aerostático.

Reddi e Chu (1970) apresentaram uma metodologia de solução do problema de lubrificação com fluido no regime de escoamento compressível utilizando o método de elementos finitos. Foi ressaltado que os métodos aproximados são de suma importância, não somente devido à não linearidade das equações diferenciais, mas também devido à complexidade de algumas formas geométricas de mancais. As formulações variacional, incremental e direta para a solução da equação de Reynolds para escoamento compressível em regime permanente foram apresentadas e aplicadas na solução de mancais axiais a gás.

Booker e Huebner (1972) apresentaram a aplicação do método de elementos finitos ao problema de lubrificação com escoamento incompressível. Foi observado que esse método oferece meios práticos para a consideração de irregularidades geométricas e propriedades físicas, bem como lidar com sistemas compostos de diversos tipos de elementos. A exigência em memória computacional e a solução de grandes sistemas de equações simultâneas são mencionadas como as limitações cruciais do emprego do método numérico naquela época.

Majumdar (1980) elaborou uma revisão sobre os trabalhos publicados em mancais a gás. Nesta revisão, foram listadas e comentadas as pesquisas voltadas ao projeto e análise de mancais nas condições de regime permanente, sobre condições dinâmicas e finalmente sobre outros efeitos, tais como a consideração da inércia do fluido e o efeito da turbulência. Ao final deste trabalho, o autor salienta que alguma informação é disponível sobre o comportamento estático e características de estabilidade, entretanto pouco é conhecido sobre o complexo fenômeno da vazão de gás próxima aos orifícios de abastecimento externo de fluido, referindo-se assim aos mancais aerostáticos e híbridos.

Kazimierski e Trojnarski (1980) investigaram os mancais radiais a gás com orifícios de abastecimento simples sem bolsa (*annular*) e simples com bolsa (*simple orifice*). O objetivo principal foi de verificar a influência do tipo de orifício nas características operacionais de mancais radiais aerostáticos. O método implícito com direção alternada (*ADI* – *Alternating Direction Implicit Scheme*) foi empregado na solução da equação de Reynolds. Foi relatado que o coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento não tem variação acentuada para números de Reynolds entre  $10^3$  a  $4 \times 10^4$ . Entretanto, relatam que a irregularidade no diâmetro do orifício seria o parâmetro geométrico que afeta significantemente o valor do coeficiente de descarga. Após compararem alguns cálculos preliminares, os autores concluíram que a fórmula  $Cd = 0,85 - 0,15 kp - 0,1 kp^2$  seria aceitável para orifícios com relação de comprimento e diâmetro próximo da unidade.

Stowell et al. (1980) realizaram experimentos para avaliar a alteração no desempenho de mancais radiais a gás externamente pressurizados, devido a variações dimensionais na fabricação dos orifícios de abastecimento. Foi constatado que, mesmo existindo grandes variações nas dimensões básicas de projeto ou após a fabricação dos orifícios, não haverá efeito marcante no desempenho do mancal. Os autores relataram que tais mancais não exigem tolerâncias dimensionais muito reduzidas na fabricação dos orifícios provocaram uma redução de no máximo 10% nas pressões no plano médio do mancal, nos pontos de folga máxima e mínima.

Czyzewski e Titus (1987) analisaram um mancal radial aerodinâmico, considerando um desalinhamento arbitrário do munhão em relação à bucha. A solução da equação de Reynolds foi feita através do método de diferenças finitas. Os resultados de seus estudos revelaram uma distribuição de pressão suave e assimétrica, afetada significativamente pelos parâmetros de desalinhamento entre o munhão e a bucha.

Lin et al. (1988) estudaram o comportamento dinâmico e a estabilidade de mancais lubrificados a ar. Seus estudos foram aplicados a um mancal axial simplificado e a um mancal radial de grande complexidade construtiva, que segundo o autor, configuração ainda não analisada por outros pesquisadores devido à grande complexidade de modelagem da superfície do mancal. O método de elementos finitos foi empregado para a obtenção da solução numérica da distribuição de pressão no mancal e o método de Galerkin dos resíduos ponderados foi aplicado na discretização da equação de Reynolds. O método de Runge-Kutta foi empregado na análise da estabilidade dinâmica do mancal. Os estudos dos casos apresentados demostram que a metodologia adotada é adequada para várias situações e que os efeitos nas condições de operação podem ser investigados. A comparação entre os resultados teóricos e experimentais para um mancal axial simples confirmou a confiabilidade do método empregado.

Cheng e Rowe (1995) formularam uma estratégia para a seleção do tipo e da configuração básica de mancais radiais pressurizados externamente. A estratégia consiste na seleção da configuração, tipo do mancal e sua forma de abastecimento externo de fluido. Foram abordados os tópicos da escolha do tipo do material, tolerâncias e processo de fabricação. Esse trabalho é mais um guia básico de seleção do que um roteiro de projeto propriamente dito.

Czolczynski (1996) menciona que atualmente muitas máquinas possuem mancais a gás e que os coeficientes de amortecimento e rigidez devem ser conhecidos para a previsão

das características dinâmicas dessas máquinas. Foi apresentada uma formulação para o cálculo dos coeficientes de amortecimento e rigidez linear e não linear de mancais radiais aerodinâmicos ou híbridos a gás, cujo modelo matemático foi baseado na equação de Reynolds e no sistema de equações que expressam a vazão de gás através dos orifícios de abastecimento. O objetivo do método foi elaborar um modelo matemático de um mancal a gás, visto que segundo o autor, o ensaio de mancais em laboratório requer a excitação em movimento harmônico e a medição de incrementos de capacidade de carga, as quais são difíceis de serem realizadas para esse tipo de mancal. Das simulações numéricas realizadas, foi mencionado que se deve ter muita atenção na escolha da distância entre pontos nodais da malha utilizada para o cálculo dos coeficientes de amortecimento e rigidez, pois tal distância influencia diretamente nas funções de interpolação polinomial e trigonométrica por série de Fourier, empregadas na modelagem matemática.

Jonhson et al. (1998) conduziram um estudo para investigar os efeitos das condições de contorno térmicas na parede de bocais e dos diferentes tipos de gases empregados no processo de calibração de bocais críticos, também conhecidos como bocais sônicos. O coeficiente de descarga desse tipo de bocal foi estudado computacionalmente para investigar a capacidade da fluidodinâmica computacional em auxiliar os experimentos de calibração desses bocais. As comparações entre os resultados experimentais e numéricos foram boas. Entretanto, o modelo computacional empregado teve dificuldade em caracterizar o coeficiente de descarga para o gás CO<sub>2</sub>. Como conclusão final de seu trabalho é dito que com os avanços das pesquisas em fluidodinâmica computacional, esta ferramenta possa auxiliar na calibração de bocais críticos, fornecendo as características do escoamento para as diversas condições de operação e geometrias.

Brzeski et al. (1999), estudaram eixos árvores (*spindles*) de máquinas ferramentas equipados com mancais radiais a gás de alta rigidez. O mancal é dotado de um sistema especial de regulagem que permite selecionar o ponto ótimo de operação através do movimento da bucha do mancal relativo à sua carcaça fixa. Este sistema permite, segundo o autor, obter uma compensação das características do mancal pela imperfeição na produção dos elementos que o compõem. Experimentos foram realizados para dois tipos diferentes de reguladores, denominados de sistema de regulagem laminar e turbulento. Tal denominação decorre da condição do escoamento nas bolsas do mancal. Dois eixos árvores foram ensaiados, apoiados em dois mancais de alta rigidez e os resultados para diferentes rotações foram obtidos. A distribuição de pressão na folga do mancal foi calculada através da solução numérica da equação de Reynolds. Foram observadas discrepâncias entre os valores
calculados e os experimentais, que foram atribuídas a parâmetros geométricos, tais como, imprecisões da folga radial entre a bucha e o munhão e entre a bucha e a carcaça, erros de diâmetros dos orifícios e de cilindricidade. Os resultados com o sistema de regulagem turbulento foram similares ao do laminar, sendo a diferença somente quantitativa. A principal diferença foi que o consumo de ar do sistema com escoamento laminar foi igual à metade do obtido para o sistema com escoamento considerado turbulento.

Park, K. A. et al. (2001) realizaram um estudo experimental da variação das características operacionais de bocais sônicos em função do ângulo da seção de expansão e operando numa faixa de número de Reynolds entre  $1,2 \times 10^4$  a  $3,4 \times 10^5$ , ou seja, numa faixa inferior à especificada na norma ISO 9300 ( $10^5$  a  $10^7$ ). Segundo os autores, a norma ISO 9300 restringe o semi-ângulo da seção de expansão na faixa de 2 a 6 graus de forma a reduzir as perdas de pressão que ocorrem nesta seção. Em seus estudos foram utilizados treze tipos de bocais projetados segundo a norma ISO 9300, com diferentes semi-ângulos da seção de expansão, variando de 2 a 8 graus e com diâmetro da garganta variando de 0,28 a 4,48 mm. Os resultados para a faixa de semi-ângulo de 2 a 6 graus foram semelhantes aos da norma ISO 9300, mas a relação de pressão crítica para bocais com 8 graus foi reduzida de 5,5% em comparação com a obtida pela norma. Segundo os autores, a norma ISO 9300 não prediz a relação de pressão crítica para bocais sônicos operando com baixos números de Reynolds deve ser relacionada como função do número de Reynolds.

Talukder e Stowell (2003) apresentaram um estudo experimental da ocorrência do fenômeno da vibração auto-excitada, denominado "martelo pneumático" (*pneumatic hammer*), em um mancal radial aerostático. Vários parâmetros envolvidos na ocorrência deste fenômeno foram investigados, sendo estes, a pressão na bolsa logo após o restritor, o diâmetro do orifício de abastecimento e a massa do mancal. Foi mencionado que algumas vezes, apesar da teoria prever que haveria o fenômeno, na prática isso não foi verificado. Entretanto, quando o fenômeno ocorreu, houve boa concordância com os resultados teóricos.

Su e Lie (2003) apresentaram um estudo teórico sobre o efeito da rotação em mancais radiais híbridos. A análise do efeito da rotação foi abordada em dois casos específicos; em um mancal radial pressurizado externamente através de orifícios de alimentação e em um mancal radial poroso, também pressurizado externamente. Para a obtenção da distribuição de pressão no mancal, foi empregado o método de diferenças finitas na solução da equação de Reynolds e o método de integração por Simpson para a obtenção da capacidade de carga. No caso do mancal radial com orifícios de abastecimento, foi salientado que a modelagem empregada

requer um mínimo de oito orifícios por carreira de abastecimento, visto que a condição de contorno empregada supõe que esses orifícios formarão uma linha circunferencial como abastecimento externo de ar. No mancal poroso, a equação de Darcy para a velocidade na direção perpendicular ao plano do filme de ar foi utilizada para formular o problema. Os resultados demonstraram que a capacidade de carga aumenta mais rapidamente com o aumento da excentricidade adimensional do que com o aumento do parâmetro adimensional de compressibilidade  $\Lambda$ , que é função direta da rotação. Também foi relatado que a capacidade de carga do mancal com orifícios de abastecimento não aumenta indefinidamente com o aumento da pressão de alimentação, devido à condição de pressão crítica no escoamento dos orifícios de abastecimento, na qual o escoamento nesta situação é dito "bloqueado" ou "entupido" (*chocked*).

Cioc et al. (2003) aplicaram o método denominado space-time conservation element and solution element method (CE/SE) no estudo de mancais radiais aerostáticos, aerodinâmicos e híbridos. Segundo os autores, esse método numérico foi utilizado anteriormente com sucesso para resolver uma ampla variedade de problemas de escoamentos compressíveis, incluindo escoamentos com pequenas ou grandes descontinuidades. Os resultados teóricos desta formulação foram comparados com resultados experimentais a fim de validar o método utilizado na solução do problema. A modelagem clássica de escoamento isentrópico unidimensional do escoamento de fluido através dos orifícios de abastecimento foi utilizada. O coeficiente de descarga foi considerado constante, mas com valores diferenciados para as condições sônica e subsônica, sendo igual a 0,85 e 0,80, respectivamente. Foi relatado que as pressões calculadas nas posições dos orifícios de abastecimento foram superiores aos valores experimentais obtidos. Esta diferença foi mais pronunciada para a condição de escoamento subsônico, porém foi observada também na condição sônica. A explicação dos autores sobre esse fato foi relacionada à dificuldade de medição da pressão local nas posições dos orifícios de abastecimento. O método CE/SE foi aplicado a diferentes configurações de mancais radiais, segundo os autores, até em configuração onde ainda não havia resultados experimentais ou teóricos disponíveis.

Kim, Jae-Hyung et al. (2003) apresentaram um estudo computacional por volumes finitos utilizando as equações de Navier-Stokes, elemento axisimétrico, efeito da compressibilidade e modelo de turbulência k- $\varepsilon$ , no cálculo do coeficiente de descarga e da relação de pressão crítica do escoamento de um gás através de bocais críticos operando a baixos números de Reynolds, na faixa de 2,5×10<sup>4</sup> a 1,6×10<sup>5</sup>. O modelo empregado apresentou bons resultados para bocais com diâmetros de garganta maiores que 0,28 mm, entretanto, os resultados teórico e experimental não foram muito próximos para o bocal crítico de diâmetro 0,28 mm. Os autores mencionaram que o modelo empregado não pode prever com precisão o coeficiente de descarga do escoamento de gás por esse diminuto bocal, mas que os resultados demostraram que o coeficiente de descarga é dependente do número de Reynolds.

Renn e Hisao (2004) realizaram um estudo experimental e teórico da vazão mássica de ar através de um orifício de abastecimento, ou seja, de um restritor utilizado em mancais aerostáticos. Entretanto, em seus estudos, foi empregado um dispositivo semelhante a um restritor, de diâmetro igual a 3 mm e com ajuste de folga variando de 0,25 a 1,25 mm, ou seja, com dimensões muitas vezes superior ao normalmente empregado em mancais a gás, que são da ordem de 0,20 mm de diâmetro e de 20 µm de folga radial. Para a condição de escoamento sônico (*choked flow*), o valor do coeficiente de descarga médio obtido foi de 0,84. Entretanto, a maior diferença entre os valores convencional e do modelo proposto é o valor da relação de pressão crítica, sugerida na faixa de 0,35 a 0,4; ao invés do valor de 0,5283; conhecido na literatura do estudo de escoamento isentrópico unidimensional de um gás ideal, Fox (1994).

Lo et al. (2005) estudaram o desempenho de mancais radiais a gás, empregando o método das diferenças finitas. A equação de Reynolds para o escoamento compressível é uma equação diferencial não-linear, cuja solução analítica não é conhecida para o problema proposto. Assim, os autores empregaram o método de Newton na discretização da equação diferencial, e a equação de Reynolds modificada foi resolvida com o emprego do método iterativo denominado pelos autores de método de "corte de taxa" (*rate cutting method*). Foi concluído que a condição de escoamento sônico (*chocked flow*) é tipicamente associada com altos valores de excentricidade, pequeno diâmetro dos orifícios e com elevados valores da folga radial. Os autores concluíram também que, utilizando o método de "corte de taxa", a solução por diferenças finitas convergiu mesmo quando a folga radial média do filme de lubrificante foi da ordem de 6 µm.

Chen e He (2006) analisaram o desempenho de mancais axiais aerostáticos para aplicação em máquinas de litografia ótica para a fabricação de pastilhas de semicondutores (*wafers*), onde o atrito reduzidíssimo é de fundamental importância no estágio de movimentação durante a produção. O desempenho de um mancal axial com diversos tipos de restritores, ou seja, orifício sem bolsa, orifício com bolsa no formato retangular e orifício com bolsa no formato esférico foram analisados através de método numérico, utilizando o programa comercial em fluidodinâmica computacional FLUENT<sup>®</sup>. Foi concluído que a

capacidade de carga do mancal sofre alteração em função do tipo de bolsa empregado, sendo que para uma dada configuração básica, a capacidade de carga média diminui seqüencialmente na seguinte ordem: mancal com bolsa retangular, mancal com bolsa esférica e mancal sem bolsa. Foi observado que para as mesmas condições de contorno na borda do mancal, existe a formação de um grande vórtice nas bolsas retangular e esférica, mas não com o orifício sem bolsa. Esse vórtice, segundo o autor, pode causar um aumento da temperatura do ar, que pode prejudicar a estabilidade do mancal. Desta forma, os autores não recomendam que sejam utilizados mancais com bolsa nas aplicações em equipamentos de alta precisão.

Belforte et al. (2007) apresentaram um estudo experimental enfocando o coeficiente de descarga de orificios de abastecimento de mancais axiais aerostáticos. Testes foram realizados utilizando orificios simples e orificios com bolsa retangular. Foi medida a vazão e a distribuição de pressão no mancal em função da pressão de abastecimento e da folga, para diversos diâmetros de orificios e bolsas. Como resultado final deste trabalho, foram propostas equações empíricas para o cálculo do coeficiente de descarga baseada no número de Reynolds do escoamento e na geometria dos sistemas de abastecimento. Observaram que o coeficiente de descarga varia em relação ao número de Reynolds, seja para o mancal axial operando com orifício simples sem bolsa, bem como para o caso de orifício com bolsa. O dispositivo de medição de pressão tem um furo de 0,2 mm de diâmetro, ou seja, da mesma ordem de grandeza do diâmetro do orifício sem bolsa, o qual pode interferir no processo de medição de pressão ao longo da coordenada radial do mancal axial.

Yuntang Li (2007) apresentou o estudo do desempenho de mancais axiais aerostáticos com orifícios de alimentação nas configurações: orifício simples e orifício com bolsa. Uma série de simulações utilizando o programa comercial em fluidodinâmica computacional FLUENT<sup>®</sup> foi realizada visando investigar as possíveis influências do diâmetro do orifício, espessura do filme de ar e as dimensões da bolsa no desempenho operacional do mancal. A utilização deste programa permitiu obter informações do escoamento, tais como distribuição de pressão, velocidade do gás, massa específica do gás e a distribuição da temperatura. Foi salientado que condições de escoamento supersônico devem ser evitadas no mancal, a fim de se evitar o fenômeno de instabilidade denominado "martelo pneumático" (*pneumatic hammer*). Segundo o autor, esta condição de instabilidade pode aparecer devido a uma bolsa de grande dimensão e com diâmetro do orifício de abastecimento muito pequeno, podendo levar assim a um comportamento instável do mancal.

Diante do estado da arte, conclui-se que até a presente data, somente Powell (1970) realizou estudos da influência da variação do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento em mancais a gás. Entretanto, somente mancais axiais aerostáticos foram analisados por Powell (1970). Observa-se que os estudos de bocais convergentes/divergentes evidenciam que há uma variação deste coeficiente em relação à razão da pressão na descarga e de abastecimento do bocal. Desta forma, o presente trabalho visa investigar a influência da variação do coeficiente de descarga de orifícios de abastecimento na solução do problema de lubrificação de mancais radiais aerostáticos, utilizando o método de elementos finitos. A solução também investigará a influência do refinamento de malha próximo a região dos orifícios de abastecimento, visto que até a presente data, os autores somente utilizaram a malha denominada neste trabalho de malha de referência ou IREF0, ver Capítulo 3.

# **1.3 OBJETIVOS**

O presente trabalho visa investigar alguns parâmetros de operação de mancais radiais aerostáticos, através do emprego do método de elementos finitos. Os aspectos ainda não abordados na literatura da consideração da variação do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento nas condições de escoamento e da influência do refinamento da malha nas proximidades dos orifícios de abastecimento externo de gás serão levados em consideração e analisados neste trabalho.

Para a análise das configurações de mancais propostas como estudo de casos, é desenvolvido neste trabalho um programa computacional em linguagem FORTRAN, denominado MARAGAS, em referência a mancal radial a gás.

O coeficiente de descarga para o tipo de orifício de abastecimento empregado, tanto na condição sônica como na condição subsônica de escoamento, é obtido através da utilização do programa comercial em fluidodinâmica computacional, ANSYS-CFX<sup>®</sup>.

Estudos de casos de mancais radiais aerostáticos serão apresentados e analisados. Os parâmetros de vazão mássica total requerida, pressão de descarga de cada orifício e distribuições de pressão no mancal, bem como a capacidade de carga adimensional de cada estudo de caso serão calculados através do programa MARAGAS. O parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ , que determina se o mancal vai possuir como característica principal maior rigidez ou maior capacidade de carga será também calculado.

## **1.4 DELINEAMENTO**

No Capítulo 2 apresenta-se a modelagem matemática do problema físico do mancal radial aerostático. São apresentadas as equações de transporte do problema e listadas as hipóteses simplificadoras.

No Capítulo 3 é apresentado o método de elementos finitos com elementos triangulares lineares, o qual é utilizado na solução da equação de Reynolds para o caso do problema de lubrificação com fluido no regime de escoamento compressível, do qual se desenvolverá o programa computacional denominado MARAGAS, para a análise de mancais radiais aerostáticos. Neste capítulo é também obtido o coeficiente de descarga de orifícios de abastecimento, através da modelagem e simulação pelo programa comercial para análise computacional de mecânica dos fluidos, ANSYS-CFX<sup>®</sup>. De posse desses resultados é possível a obtenção do coeficiente de descarga de orifícios de abastecimento, tanto na condição de escoamento sônico, quanto na condição de escoamento subsônico.

São apresentados também os diversos refinamentos de malha próximos aos orificios de abastecimento, denominados de índices de refinamento de malha (IREF). Nestes refinamentos de malha foram preservadas a configuração básica e a numeração original da malha de referência IREF0, de modo a possibilitar a direta comparação dos resultados obtidos nos nós da malha de referência com as demais malhas com refinamento. Essa característica é também importante, visto que várias publicações empregam o método de diferenças finitas, cujas malhas são uniformemente distribuídas sobre a superfície do mancal, portanto permitindo a direta comparação com os resultados publicados neste trabalho.

No Capítulo 4 é apresentado a validação do programa computacional MARAGAS. Para tal validação, as configurações de mancais publicados por outros pesquisadores serão empregadas e os resultados obtidos comparados aos publicados na literatura.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados de estudo de mancais radiais aerostáticos sob diversas situações de operação. O efeito da consideração da variação do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento em função da razão entre pressões de descarga e de alimentação, bem como a influência do refinamento da malha próximo aos orifícios de abastecimento nos parâmetros operacionais de mancais radiais aerostáticos são apresentados. Primeiramente, são apresentados os resultados obtidos considerando que o coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento é constante, em seguida os resultados considerando o coeficiente de descarga variável, e finalmente, uma comparação global entre tais resultados é

apresentada. As denominações utilizadas de coeficiente de descarga constante e de coeficiente de descarga variável são também apresentadas neste capítulo.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

Em seguida listam-se as referências bibliográficas.

No Apêndice A deduz-se a equação da espessura do filme de fluido.

No Apêndice B desenvolve-se o equacionamento do escoamento compressível, objetivando-se a obtenção da equação para o cálculo da vazão mássica de um gás através de um orifício de abastecimento.

No Apêndice C apresenta-se algumas tabelas com resultados numéricos utilizados na elaboração de gráficos apresentados neste trabalho.

No Apêndice D são apresentados os valores das propriedades físicas do ar atmosférico.

No Apêndice E é apresentado um fluxograma descritivo do programa MARAGAS.

# Capítulo 2

# FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo é apresentado a modelagem matemática do problema físico da lubrificação de mancais radiais aerostáticos. São descritas as hipóteses simplificadoras e a equação de Reynolds para o escoamento compressível em um mancal radial aerostático.

# 2.1 HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

A modelagem matemática do mancal radial aerostático é desenvolvida a partir das seguintes hipóteses simplificadoras:

- a) O escoamento de gás no filme lubrificante é considerado ser isotérmico, visto que a transferência de calor dos materiais do mancal para o meio externo é capaz de transferir o calor gerado, bem como da baixa geração de calor neste tipo de mancal. É admitido também que o mancal radial aerostático trabalhará na temperatura ambiente;
- b) A viscosidade do gás varia muito pouco com a pressão, e como a temperatura é aproximadamente constante no mancal, assim a viscosidade do gás será considerada constante;
- c) O meio é considerado contínuo. Essa simplificação é válida desde que a espessura do filme seja maior que o caminho livre médio das moléculas do fluido. Cioc et al. (2003) menciona que o caminho livre das moléculas de gás é da ordem de dezenas de

nanômetros, em condições normais de operação, enquanto que a espessura mínima do filme de fluido em mancais radiais a gás tem ordem de grandeza de alguns micrometros;

- Não há escorregamento do fluido nas fronteiras, ou seja, a velocidade do fluido nas fronteiras é considerada igual às velocidades das fronteiras;
- e) O fluido é considerado Newtoniano;
- f) A espessura do filme lubrificante é diminuta quando comparada com outras dimensões do mancal, por exemplo, o diâmetro do munhão ou largura da bucha. Esta é uma hipótese simplificadora fundamental clássica da teoria da lubrificação;
- g) O escoamento é considerado laminar. Esta hipótese é baseada na idéia que a espessura do filme de gás é bem pequena, portanto o número de Reynolds é também muito pequeno. Assim, forças viscosas evitam a formação ou início de turbulência;
- h) Forças de campo, como a gravidade ou força centrípeta são geralmente pequenas comparadas com as forças de pressão ou de cisalhamento, sendo assim desconsideradas;
- i) As forças de inércia são desprezadas;
- j) A curvatura da superfície é ignorada. Esta hipótese baseia-se no fato em que a espessura do filme lubrificante é considerada muito pequena quando comparada a outras dimensões das superfícies do mancal. Essa simplificação permite utilizar satisfatoriamente o sistema de coordenadas cartesianas para tratar o problema de lubrificação de mancais radiais;
- k) As superfícies do munhão e da bucha são consideradas com perfeito acabamento, sem irregularidades e isentas de rugosidade;
- As superfícies são consideradas rígidas e sem qualquer deformação devida às cargas atuantes;
- m) O mancal é considerado sem qualquer desalinhamento.

# 2.2 EQUAÇÃO DE REYNOLDS PARA ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL

A configuração básica de um mancal radial aerostático é apresentada na Figura 2.1, onde se observam os parâmetros geométricos essenciais, tais como, diâmetro e largura da

bucha, distribuição e localização dos orificios de abastecimento e folga radial. Também podem ser observadas a espessura do filme lubrificante e a excentricidade de operação. A folga radial está propositalmente ampliada para evidenciar a excentricidade e a espessura do filme lubrificante.



Figura 2.1 – Configuração básica de um mancal radial aerostático.

Segundo Pinkus (1961), com base nas equações de Navier-Stokes e da continuidade, a equação de Reynolds para o caso de mancais radiais a gás (bidimensional), que considera o escoamento compressível no filme lubrificante, e que a bucha é estacionária e o munhão está sujeito a rotação é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 U \frac{\partial (\rho h)}{\partial x} - 12 \rho V$$
(2.1)

Substituindo-se a equação dos gases perfeitos,  $p = \rho \overline{R}T$ , na equação (2.1), somente do lado esquerdo do sinal de igualdade, resulta:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p}{\overline{R}T} \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{p}{\overline{R}T} \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{6U}{\overline{R}T} \frac{\partial(ph)}{\partial x} - 12\rho V$$
(2.2)

Sabe-se que:

$$\frac{\partial p^2}{\partial x} = 2p \frac{\partial p}{\partial x} \quad e \quad \frac{\partial p^2}{\partial y} = 2p \frac{\partial p}{\partial y}$$
(2.3)

Logo, aplicando-se as equações (2.3) em (2.2) e considerando a hipótese de viscosidade constante, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^{3}\frac{\partial p^{2}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h^{3}\frac{\partial p^{2}}{\partial y}\right) = 12\mu U \frac{\partial(ph)}{\partial x} - 24\mu \rho \overline{R} T V \qquad (2.4)$$

Os termos do segundo membro da equação (2.4) representam a parcela do movimento relativo entre as superfícies e a variação da espessura do filme na direção *x*.

Efetuando o cálculo da derivada parcial  $\frac{\partial(ph)}{\partial x}$  na equação (2.4) e considerando a

hipótese de escoamento isotérmico na temperatura ambiente, resulta:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^{3}\frac{\partial p^{2}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(h^{3}\frac{\partial p^{2}}{\partial y}\right) = 12\mu U \frac{\partial p}{\partial x}h + 12\mu U p \frac{\partial h}{\partial x} - 24\mu \rho \frac{p_{a}}{\rho_{a}}V$$
(2.5)

Para o caso de mancais radiais aerostáticos, isto é, sem rotação do munhão, ou seja, U = 0, a equação (2.5) pode ser simplificada da seguinte maneira:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p^2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial p^2}{\partial y} \right) = -24\mu \frac{p_a}{\rho_a} \rho V$$
(2.6)

A equação (2.6) descreve a distribuição de pressão no filme lubrificante do mancal radial aerostático. Deve-se observar que o termo a direita do sinal de igualdade representa a vazão externa de ar através dos orifícios de abastecimento, os quais serão considerados como fluxos pontuais nos pontos nodais em que estão localizados, na solução pelo método de elementos finitos. Desta forma, pode se concluir que as vazões mássicas de ar através dos orifícios de abastecimento decorrentes da alimentação externa, são as únicas responsáveis pela formação do filme lubrificante e da respectiva capacidade de carga do mancal.

# **Capítulo 3**

# MÉTODO DE SOLUÇÃO

Neste capítulo são apresentados a solução da equação de Reynolds para escoamento compressível, ou seja, a solução do mancal radial aerostático e a obtenção do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento através da simulação utilizando o programa computacional ANSYS-CFX<sup>®</sup>.

# 3.1 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS

O método de elementos finitos com elementos triangulares lineares é utilizado na solução da equação (2.6). Esta equação diferencial é de segunda ordem, portanto, trata-se de um problema de condição de continuidade  $C_0$ , onde não é necessária a continuidade da derivada da grandeza física entre elementos.

Inicialmente, pode-se fazer a seguinte consideração:

$$f = p^2 \tag{3.1}$$

A distribuição de pressão no interior do filme lubrificante do mancal pode ser representada como:

$$p = [N]\{P\} \tag{3.2}$$

e

$$f = [N]{F} \tag{3.3}$$

Diferenciando-se a equação (3.1), tem-se:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \left(\frac{1}{2p}\right)\frac{\partial f}{\partial x} \quad e \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \left(\frac{1}{2p}\right)\frac{\partial f}{\partial y} \tag{3.4}$$

Substituindo-se a equação dos gases perfeitos,  $p = \rho \overline{R}T$  e as equações (3.4) na equação (2.6), admitindo-se que o ar no filme lubrificante estará na temperatura ambiente  $T_a$ , tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial f}{\partial y} \right) = -24\mu \frac{p_a}{\rho_a} \rho V$$
(3.5)

O vetor função de forma [N] é dado por:

$$[N] = \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix}$$
(3.6)

e

$$\left\{F\right\} = \begin{cases}F_i\\F_j\\F_k\end{cases}$$
(3.7)

Aplicando-se o método de Galerkin dos resíduos ponderados na equação (3.5), tem-se:

$$-\iint_{\Omega} \left[N\right]^{T} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h^{3} \frac{\partial f}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h^{3} \frac{\partial f}{\partial y}\right) + 24\mu \frac{p_{a}}{\rho_{a}} \rho V\right] dxdy = 0$$
(3.8)

onde a integral dupla é calculada no domínio  $\Omega$ , referente à área da superfície do mancal aerostático radial.

Considerando que a espessura do filme de fluido é constante no elemento, tem-se:

$$-\iint_{\Omega} \left[ h^3 \left[ N \right]^T \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + h^3 \left[ N \right]^T \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + 24 \mu \left[ N \right]^T \left( \frac{p_a}{\rho_a} \right) \rho V \right] dx dy = 0$$
(3.9)

Empregando o teorema de Green na equação (3.9), resulta:

$$\iint_{\Omega} \left[ h^{3} \left\{ \frac{\partial [N]^{T}}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x} \right\} + h^{3} \left\{ \frac{\partial [N]^{T}}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial y} \right\} - \oint_{\Gamma} h^{3} [N]^{T} \frac{\partial f}{\partial n} \vec{n} \, d\Gamma + \\ - [N]^{T} 24 \mu \frac{p_{a}}{\rho_{a}} \rho V \right] dx dy = 0$$
(3.10)

onde  $\Gamma$  é a fronteira de todos os elementos na integral de domínio  $\Omega$ .

O significado físico da derivada  $\frac{\partial f}{\partial n}$  na integral de fronteira pode ser interpretado como um balanço de vazão nesta fronteira. Nas faces comuns ou vizinhas entre dois

elementos, o balanço da vazão será zero, pois a vazão que entra numa face de um elemento será cancelada com a vazão que sai do elemento vizinho. Portanto, para elementos dentro do domínio em consideração, o efeito global da integral de fronteira na equação (3.10), torna-se nulo e pode ser ignorado. Entretanto, nas fronteiras sem elementos vizinhos, a vazão que ocorre nestas faces pode ser calculada através da integral de linha da equação (3.10).

Diferenciando-se a equação (3.3) em relação a x, tem-se:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial [N]}{\partial x} \{F\}$$
(3.11)

E, diferenciando-se a equação (3.3) em relação a y, tem-se:

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial [N]}{\partial y} \{F\}$$
(3.12)

Substituindo-se as equações (3.11) e (3.12) na equação (3.10), resulta:

$$\iint_{\Omega} \left[ h^{3} \left( \frac{\partial [N]^{T}}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} \right) \{F\} + h^{3} \left( \frac{\partial [N]^{T}}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) \{F\} \right] dx dy =$$

$$\iint_{\Omega} \left[ 24 \mu [N]^{T} \left( \frac{p_{a}}{\rho_{a}} \right) \rho V \right] dx dy$$
(3.13)

A equação (3.13) pode ser escrita na forma matricial compacta, ou seja:

$$\left[K^{e}\right]\left\{F\right\} = \left\{s^{e}\right\} \tag{3.14}$$

onde

$$\left[K^{e}\right] = \iint_{\Omega} \left[B\right]^{T} \left[D\right] \left[B\right] dx dy$$
(3.15)

e

$$\left\{s^{e}\right\} = 24\mu \frac{p_{a}}{\rho_{a}} \iint_{\Omega} \left[N\right]^{T} \rho V \, dx \, dy \tag{3.16}$$

sendo

$$\begin{bmatrix} N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} \quad e \quad \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix}$$
(3.17)

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}}{\partial x} \\ \frac{\partial \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_k}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_k}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A^e} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix}$$
(3.18)

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{i}}{\partial x} & \frac{\partial N_{i}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_{j}}{\partial x} & \frac{\partial N_{j}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_{k}}{\partial x} & \frac{\partial N_{k}}{\partial y} \end{bmatrix} = = \frac{1}{2A^{e}} \begin{bmatrix} b_{i} & c_{i} \\ b_{j} & c_{j} \\ b_{k} & c_{k} \end{bmatrix}$$
(3.19)

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h^3 & 0 \\ 0 & h^3 \end{bmatrix}$$
(3.20)

Para a determinação da matriz fluidez  $[K^e]$  do elemento, há a necessidade de se resolver a integral dupla no domínio  $\Omega$ , ou seja, equação (3.15). Para o cálculo desta integral é necessária a substituição das equações (3.18) a (3.20) na equação (3.15), ou seja:

$$\iint_{\Omega} [B]^{T} [D] [B] dx dy = \iint_{\Omega} \frac{1}{2A^{e}} \begin{bmatrix} b_{i} & c_{i} \\ b_{j} & c_{j} \\ b_{k} & c_{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h^{3} & 0 \\ 0 & h^{3} \end{bmatrix} \frac{1}{2A^{e}} \begin{bmatrix} b_{i} & b_{j} & b_{k} \\ c_{i} & c_{j} & c_{k} \end{bmatrix} dx dy$$
(3.21)

Considerando que a integral da equação (3.21) é relativa a um elemento, resulta:

$$\iint_{\Omega} [B]^{T} [D] [B] dxdy = \frac{1}{2A^{e}} \begin{bmatrix} b_{i} & c_{i} \\ b_{j} & c_{j} \\ b_{k} & c_{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h^{3} & 0 \\ 0 & h^{3} \end{bmatrix} \frac{1}{2A^{e}} \begin{bmatrix} b_{i} & b_{j} & b_{k} \\ c_{i} & c_{j} & c_{k} \end{bmatrix} A^{e}$$
(3.22)

Simplificando a equação (3.22), tem-se:

$$\iint_{\Omega} [B]^{T} [D] [B] dx dy = \frac{1}{4A^{e}} \begin{bmatrix} b_{i} & c_{i} \\ b_{j} & c_{j} \\ b_{k} & c_{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h^{3} & 0 \\ 0 & h^{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{i} & b_{j} & b_{k} \\ c_{i} & c_{j} & c_{k} \end{bmatrix}$$
(3.23)

O vetor de fluxos nodais  $\{s^e\}$ , equação (3.16), que expressa as vazões mássicas nodais de cada elemento, será calculado empregando-se as equações do escoamento compressível isentrópico e unidimensional através de cada orifício de abastecimento. Em seguida, cada vazão teórica deste vetor será multiplicada pelo coeficiente de descarga do orifício correspondente, obtendo-se assim as vazões reais do escoamento. Tais orifícios de abastecimento são sempre localizados em pontos nodais da malha, assim pode ser considerado  $[N]^T = 1$ . Portanto, a equação (3.16) pode ser resolvida através das equações (B.24) e (B.34) do escoamento compressível em orifícios de abastecimento, desenvolvidas no Apêndice B.

Desta forma, a integral  $\iint_{\Omega} [N]^T \rho V dxdy$ , termo fonte, será calculada pelas seguintes equações:

$$\iint_{\Omega} [N]^{T} \rho V \, dx \, dy = Cd \, A_{o} \sqrt{p_{s} \rho_{s}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left[ \left( \frac{p_{d}}{p_{s}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_{d}}{p_{s}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(3.24)

válida para  $\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} < \frac{p_d}{p_s} \le 1$ , ou seja, para o ar  $0,528 < \frac{p_d}{p_s} \le 1$ e

$$\iint_{\Omega} \left[ N \right]^T \rho V \, dx \, dy = C d A_o \sqrt{p_s \rho_s} \left\{ k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(3.25)

a qual é válida para  $\frac{p_d}{p_s} \le \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$ , ou seja, para o ar  $\frac{p_d}{p_s} \le 0,528$ , nos respectivos pontos nodais onde os orifícios estão localizados.

O coeficiente de descarga do orifício de abastecimento *Cd*, o qual corrige a vazão mássica real em relação à vazão mássica teórica, é obtido relacionando a vazão mássica do escoamento isentrópico unidimensional com a vazão mássica obtida através da simulação do escoamento compressível, utilizando-se o software comercial de análise computacional de mecânica dos fluidos ANSYS-CFX<sup>®</sup>. Esta vazão é considerada aqui como a vazão mássica real, e sua obtenção está detalhada no item 3.4.

Adotando esse método de solução, as equações diferenciais do problema de lubrificação transformam-se em um sistema de equações algébricas em cada elemento, que

após a associação de todos os elementos, formam o sistema global de equações. A esse sistema resultante aplicam-se as condições de contorno e procede-se sua solução através de método numérico adequado.

Ao final desse processo, são obtidos os valores das grandezas físicas nodais do sistema global, que correspondem à solução aproximada da equação diferencial do problema de lubrificação de mancais radiais aerostáticos.

O método de elementos finitos tem como características a relativa facilidade de:

- modelar geometrias complexas e irregulares,

- facilidade na aplicação das condições de contorno,

 permitir uma discretização por regiões do domínio, possibilitando concentrar um maior número de elementos nas regiões em que haja elevados gradientes das grandezas físicas, tais como pressão, temperatura, etc.

Neste trabalho é empregado o elemento triangular linear, e a discretização do domínio físico é realizada conforme ilustra a Figura 3.1.

A capacidade de carga W é obtida integrando-se a distribuição de pressão sobre a área do mancal radial aerostático, ou seja:

$$W = \int_{A} p \, dx dy \tag{3.26}$$

ou, para o domínio discretizado:

$$W = \sum_{1}^{ne} W_e \tag{3.27}$$

A capacidade de carga de um elemento discretizado é:

$$W_e = \int_{A_e} [N][P] dx dy$$
(3.28)

Resolvendo a integral da equação (3.28) utilizando-se do método de elementos finitos triangulares lineares, resulta:

$$W_e = \overline{p}_e A_e \tag{3.29}$$

onde  $\overline{p}_e$  é a pressão média em cada elemento, dada por:

$$\overline{p}_e = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{3} \tag{3.30}$$



Figura 3.1 – Domínio computacional de um mancal radial aerostático.

A capacidade de carga de cada elemento é decomposta na direção radial, paralela à linha entre centros, e tangencial, perpendicular à linha entre centros, conforme Figura A.1.

Para elementos triangulares lineares, as coordenadas do centro de pressão de cada elemento, podem ser calculadas por:

$$xc_e = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$
 e  $yc_e = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$  (3.31)

Com a capacidade de carga  $W_e$  de cada elemento e as coordenadas do centro de pressão  $(xc_e, yc_e)$ , determinam-se as componentes radial e tangencial da capacidade de carga através das seguintes equações:

$$F_r = \sum_{1}^{ne} W_e \cos\left(\frac{xc_e}{R}\right) e \ F_t = \sum_{1}^{ne} W_e \sin\left(\frac{xc_e}{R}\right)$$
(3.32)

A capacidade de carga total do mancal é calculada por:

$$W = \sqrt{Fr^2 + Ft^2} \tag{3.33}$$

e a capacidade de carga adimensional por:

$$\overline{W} = \frac{W}{\left(p_s - p_a\right)LD} \tag{3.34}$$

## **3.2 ELEMENTOS TRIANGULARES LINEARES**

## 3.2.1. Introdução

Segundo Akin (1982), elementos triangulares lineares podem utilizar o sistema de coordenadas locais, conhecidas também por naturais, para formular as matrizes dos elementos. Esse tipo de elemento é apresentado na Figura 3.2 e tem três lados retos e três nós, um nó em cada vértice. A numeração dos nós deve ser consistente para o desenvolvimento adequado da formulação, e neste trabalho será adotado a numeração anti-horária desde o nó inicial *i* até o nó final *k* do elemento.

#### 3.2.2. Funções de forma ou de interpolação

O sistema de coordenadas locais para elementos triangulares lineares são baseadas em razões de áreas, Segerlind (1984) e Baker (1991), e são denominadas funções de forma ou também conhecidas como *Coordenadas de Área*. As funções de forma  $N_i$ ,  $N_j$  e  $N_k$ , são adimensionais e variam de 0 a 1. A Figura 3.2 apresenta a direção de cada função de forma  $N_i$ ,  $N_i$  e  $N_k$ , bem como as linhas de valor constante para uma função de forma específica  $N_i$ .

Considere a razão entre duas áreas, uma área formada pelos vértices j, k e o ponto P(x, y), e outra em relação à área total do triângulo definido pelos vértices i, j e k conforme Figura 3.2.

$$N_{i} = \frac{\dot{a}rea\ tri\hat{a}ngulo\ (Pjk)}{\dot{a}rea\ tri\hat{a}ngulo\ (ijk)} = \frac{\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_{j} & y_{j} \\ 1 & x_{k} & y_{k} \end{vmatrix}}{A^{e}} = \frac{(x_{j}y_{k} - x_{k}y_{j}) + (y_{j} - y_{k})x + (x_{k} - x_{j})y}{2A^{e}}$$
(3.35)

Nota-se da equação (3.35) que  $N_i$  é uma função linear em x e y, sendo que a área do triângulo com vértices  $i, j \in k$ , é dado por:

$$A^{e} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_{i} & y_{i} \\ 1 & x_{j} & y_{j} \\ 1 & x_{k} & y_{k} \end{vmatrix}$$
(3.36)



Figura 3.2 – Função de forma para um elemento triangular linear.

Analogamente, as funções de forma para os outros dois triângulos contendo o ponto P(x, y) e os outros vértices são:

$$N_{j} = \frac{\acute{a}rea\ tri\^{a}ngulo\ (Pik)}{\acute{a}rea\ tri\^{a}ngulo\ (ijk)} = \frac{\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_{k} & y_{k} \\ 1 & x_{i} & y_{i} \\ 1 & x_{i} & y_{i} \end{vmatrix}}{A^{e}} = \frac{(x_{k}y_{i} - x_{i}y_{k}) + (y_{k} - y_{i})x + (x_{i} - x_{k})y}{2A^{e}}$$
(3.37)  
$$N_{k} = \frac{\acute{a}rea\ tri\^{a}ngulo\ (Pij)}{\acute{a}rea\ tri\^{a}ngulo\ (ijk)} = \frac{\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x & y_{i} \\ 1 & x_{i} & y_{i} \\ 1 & x_{j} & y_{j} \end{vmatrix}}{A^{e}} = \frac{(x_{i}y_{j} - x_{j}y_{i}) + (y_{i} - y_{j})x + (x_{j} - x_{i})y}{2A^{e}}$$
(3.38)

Sendo que  $N_j$  e  $N_k$  são também funções lineares em x e y. Notar que  $N_i + N_j + N_k = 1$ .

Assim, como a função de forma  $N_i$  varia linearmente de  $N_i=0$  quando o ponto P situase nos vértices j ou k até  $N_i=1$  quando P situa-se no vértice i, portanto pode ser utilizado diretamente como função base para o vértice i de um elemento triangular linear.

Seja a Figura 3.3, a qual apresenta um elemento triangular linear cujos vértices ou pontos nodais são  $i, j \in k$ . A linha reta que une dois a dois desses vértices formam três lados de um triângulo, o qual é o elemento triangular linear.



Figura 3.3 – Parâmetros para um elemento triangular linear.

O elemento bidimensional está no plano xy e a numeração dos nós deve ser consistente, e será feito no sentido anti-horário a partir do nó *i*, o qual será arbitrariamente definido. A grandeza  $\phi$  no interior do elemento é uma função das coordenadas x e y. Nos pontos nodais *i*, *j* e *k*, com coordenadas ( $x_i$ ,  $y_i$ ), ( $x_j$ ,  $y_j$ ) e ( $x_k$ ,  $y_k$ ), os valores da grandeza  $\phi$  são respectivamente  $\Phi_i$ ,  $\Phi_j$  e  $\Phi_k$ , ou seja:

$$\phi = \Phi_i$$
 para  $x = x_i e y = y_i$  (3.39)

$$\phi = \Phi_i$$
 para  $x = x_i$  e  $y = y_i$  (3.40)

$$\phi = \Phi_k$$
 para  $x = x_k$  e  $y = y_k$  (3.41)

A função de interpolação linear da grandeza  $\phi^e$  é:

$$\phi^{e} = \phi^{e}(x, y) = \beta_{1}^{e} + \beta_{2}^{e}x + \beta_{3}^{e}y$$
(3.42)

Substituindo as condições dos pontos nodais  $i, j \in k$ , ou seja equações (3.39) a (3.41), na equação (3.42) têm-se:

$$\Phi_{i} = \beta_{1}^{e} + \beta_{2}^{e} x_{i} + \beta_{3}^{e} y_{i}$$
(3.43)

$$\Phi_{j} = \beta_{1}^{e} + \beta_{2}^{e} x_{j} + \beta_{3}^{e} y_{j}$$
(3.44)

$$\Phi_{k} = \beta_{1}^{e} + \beta_{2}^{e} x_{k} + \beta_{3}^{e} y_{k}$$
(3.45)

Resolvendo o sistema composto pelas equações (3.43), (3.44) e (3.45), em termos de  $\beta_1^e$ ,  $\beta_2^e$  e  $\beta_3^e$  obtêm-se:

$$\beta_1^e = \left(\frac{x_j y_k - x_k y_j}{2A^e}\right) \Phi_i + \left(\frac{x_k y_i - x_i y_k}{2A^e}\right) \Phi_j + \left(\frac{x_i y_j - x_j y_i}{2A^e}\right) \Phi_k$$
(3.46)

$$\beta_2^e = \left(\frac{y_j - y_k}{2A^e}\right) \Phi_i + \left(\frac{y_k - y_i}{2A^e}\right) \Phi_j + \left(\frac{y_i - y_j}{2A^e}\right) \Phi_k$$
(3.47)

$$\beta_3^e = \left(\frac{x_k - x_j}{2A^e}\right) \Phi_i + \left(\frac{x_i - x_k}{2A^e}\right) \Phi_j + \left(\frac{x_j - x_i}{2A^e}\right) \Phi_k$$
(3.48)

Substituindo as equações (3.36), (3.46) a (3.48) em (3.42), obtém-se:

$$\phi^{e} = \left(\frac{(x_{j}y_{k} - x_{k}y_{j}) + (y_{j} - y_{k})x + (x_{k} - x_{j})y}{2A^{e}}\right)\Phi_{i} + \left(\frac{(x_{k}y_{i} - x_{i}y_{k}) + (y_{k} - y_{i})x + (x_{i} - x_{k})y}{2A^{e}}\right)\Phi_{j} + \left(\frac{(x_{i}y_{j} - x_{j}y_{i}) + (y_{i} - y_{j})x + (x_{j} - x_{i})y}{2A^{e}}\right)\Phi_{k}$$
(3.49)

ou de forma resumida:

$$\phi^{e} = \left(\frac{a_{i} + b_{i}x + c_{i}y}{2A^{e}}\right)\Phi_{i} + \left(\frac{a_{j} + b_{j}x + c_{j}y}{2A^{e}}\right)\Phi_{j} + \left(\frac{a_{k} + b_{k}x + c_{k}y}{2A^{e}}\right)\Phi_{k}$$
(3.50)

sendo:

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j;$$
  $b_i = y_j - y_k;$   $c_i = x_k - x_j$  (3.51)

$$a_{j} = x_{k}y_{i} - x_{i}y_{k}; \qquad b_{j} = y_{k} - y_{i}; \qquad c_{j} = x_{i} - x_{k}$$
 (3.52)

$$a_k = x_i y_j - x_j y_i;$$
  $b_k = y_i - y_j;$   $c_k = x_j - x_i$  (3.53)

Utilizando as equações (3.35), (3.37) e (3.38) na equação(3.50), obtém-se a equação da grandeza  $\phi^e$  como função de  $\Phi_i$ ,  $\Phi_j$  e  $\Phi_k$ ; e das funções de forma  $N_i$ ,  $N_j$  e  $N_k$ , ou seja:

$$\phi^e = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k \tag{3.54}$$

ou na forma matricial,

 $\phi^{e} = [N] \{ \Phi \}^{e} = \begin{bmatrix} N_{i} & N_{j} & N_{k} \end{bmatrix} \begin{cases} \Phi_{i} \\ \Phi_{j} \\ \Phi_{k} \end{cases}$ (3.55)

Comparando as equações (3.50), (3.51) a (3.53) e (3.35) a (3.38), vê-se que as funções de forma  $N_i$ ,  $N_j$  e  $N_k$  são dadas por:

$$N_{\alpha} = \frac{a_{\alpha} + b_{\alpha}x + c_{\alpha}y}{2A^{e}}$$
(3.56)

sendo  $\alpha = i, j, k$ .

### 3.2.3. Gradientes de grandeza física

Para os elementos triangulares lineares de três nós, as funções de forma são lineares em relação às variáveis x e y, portanto os gradientes da grandeza  $\phi^e$  nessas direções são constantes em cada elemento.

O gradiente da grandeza  $\phi^e$  na direção x é:

$$\frac{\partial \phi^e}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \Phi_i + \frac{\partial N_j}{\partial x} \Phi_j + \frac{\partial N_k}{\partial x} \Phi_k$$
(3.57)

e na direção y é:

$$\frac{\partial \phi^e}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial y} \Phi_i + \frac{\partial N_j}{\partial y} \Phi_j + \frac{\partial N_k}{\partial y} \Phi_k$$
(3.58)

Assim é necessário se obter as derivadas parciais  $\frac{\partial N_i}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial N_j}{\partial x}$  e  $\frac{\partial N_k}{\partial x}$ , bem como  $\frac{\partial N_i}{\partial y}$ ,

$$\frac{\partial N_j}{\partial y}$$
 e  $\frac{\partial N_k}{\partial y}$ 

Logo, diferenciando a equação (3.56) em relação à x, tem-se:

$$\frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\left(a_{\alpha} + b_{\alpha}x + c_{\alpha}y\right)}{2A^{e}} \right]$$
(3.59)

ou

$$\frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x} = \frac{b_{\alpha}}{2A^{e}}$$
(3.60)

 $\operatorname{com} \alpha = i, j, k$ .

E em relação à *y*, tem-se:

$$\frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\left(a_{\alpha} + b_{\alpha}x + c_{\alpha}y\right)}{2A^{e}} \right]$$
(3.61)

ou

$$\frac{\partial N_{\alpha}}{\partial y} = \frac{c_{\alpha}}{2A^{e}}$$
(3.62)

também com  $\alpha = i, j, k$ .

Levando as equações (3.60) e (3.62), respectivamente nas equações (3.57) e (3.58), tem-se:

$$\frac{\partial \phi^e}{\partial x} = \frac{1}{2A^e} \left( b_i \Phi_i + b_j \Phi_j + b_k \Phi_k \right)$$
(3.63)

e

$$\frac{\partial \phi^e}{\partial y} = \frac{1}{2A^e} \left( c_i \Phi_i + c_j \Phi_j + c_k \Phi_k \right)$$
(3.64)

onde  $b_i$ ,  $b_j$ ,  $b_k$  e  $c_i$ ,  $c_j$ ,  $c_k$  são obtidos através das equações (3.51) a (3.53).

### 3.2.4. Integrais de elementos triangulares lineares

No cálculo das integrais dos elementos, aparecem integrais típicas, as quais podem ser resolvidas utilizando-se as seguintes propriedades, segundo Baker (1991) e Akin (1982), válidas somente para funções de formas lineares:

a) Integral de linha

$$\int_{L^{e}} N_{i}^{a} N_{j}^{b} dx = L^{e} \frac{a!b!}{(1+a+b)!}$$
(3.65)

b) Integral de superfície

$$\int_{A^{e}} N_{i}^{a} N_{j}^{b} N_{k}^{c} dx dy = 2A^{e} \frac{a!b!c!}{(2+a+b+c)!}$$
(3.66)

c) Integral de volume

$$\int_{V^e} N_i^a N_j^b N_k^c N_l^d dx dy dz = 6V^e \frac{a!b!c!d!}{(3+a+b+c+d)!}$$
(3.67)

# 3.3 CONFIGURAÇÕES DA MALHA NAS PROXIMIDADES DOS ORIFÍCIOS DE ABASTECIMENTO

#### 3.3.1.Introdução

Neste item serão apresentadas diversas configurações de malhas, nas proximidades dos orifícios de abastecimento, conforme mostra a área destacada como exemplo na Figura 3.4.

Tais configurações foram utilizadas para avaliar a influência do refinamento da malha nesta região nos parâmetros operacionais de mancais radiais aerostáticos. Esse refinamento da região próxima aos orifícios de abastecimento se justifica, pois elevados gradientes de grandezas físicas podem surgir devido ao abastecimento externo de gás pressurizado.

A geração da malha se baseia no processo empregado no método de diferenças finitas, onde a superfície do mancal é desenvolvida sob sua direção circunferencial, formando desta forma, um retângulo de lados L e comprimento  $\pi D$ . Este domínio físico é dividido em comprimentos  $\Delta x$  e  $\Delta y$ , respectivamente nas direções da largura do mancal e de seu comprimento circunferencial, formando assim o domínio computacional básico ou de referência.

Observa-se também na Figura 3.4, que devido ao desenvolvimento do comprimento circunferencial do mancal, criam-se duas extremidades nas quais ocorrerá a condição de contorno denominada condição de periodicidade dos pontos nodais. Essa condição de contorno é aplicada no sistema linear global, a qual reduz o número de incógnitas, visto que as pressões nodais correspondentes em ambas as extremidades, no caso real correspondem aos mesmos locais na bucha do mancal, possuindo assim mesmas grandezas físicas.



Figura 3.4 – Domínio computacional e área típica de refinamento de malha.

#### 3.3.2. Malha de referência e demais refinamentos

A malha de referência, sem refinamento, é resultante da divisão da largura do mancal e de seu comprimento circunferencial em *SN* e *SM* subdivisões, respectivamente. Essa forma é a empregada no método de diferenças finitas e válida também para o método de elementos finitos. Essa malha será aqui utilizada para que a geração dos pontos nodais tenha relação direta com outras publicações, bem como possa ser utilizada por outros pesquisadores como modelo base de discretização.

A Figura 3.5 apresenta a discretização dos elementos nas proximidades de um orifício de abastecimento externo de gás pressurizado. Nesta forma de malha são considerados somente os elementos triangulares e seus respectivos nós da topologia sem refinamento (referência).

Esse tipo de malha será designada por IREF0, ou seja, malha de referência IREF0.



Figura 3.5 – Malha de referência, IREF0.

No refinamento de malha designada por IREF1, Figura 3.6, são adicionados 4 nós (NN+1 até NN+4) e 8 elementos triangulares à malha de referência, entretanto toda a numeração original dos nós da malha de referência é preservada para facilidade de comparação de resultados com os parâmetros obtidos com a malha de referência.



Figura 3.6 – Malha com refinamento, IREF1.

As distâncias  $\Delta x_3$  e  $\Delta y_3$  são calculadas levando-se em consideração a diâmetro característico do orifício de abastecimento  $d_c$ , que poderá ser igual ao diâmetro da bolsa  $d_p$  ou diâmetro do orifício  $d_o$  propriamente dito, dependendo da geometria do orifício de abastecimento, ver Figura B.2 e Figura B.3 para detalhes.

Assim, as distâncias  $\Delta x_3$  e  $\Delta y_3$  serão obtidas na proporção de uma progressão geométrica  $a_i = a_1 (qr)^{i-1}$ , ou seja:

$$qr_{y} = \sqrt[3]{\frac{\Delta y}{\left(\frac{d_{c}}{2}\right)}}$$
(3.68)

$$qr_{x} = \sqrt[3]{\frac{\Delta x}{\left(\frac{d_{c}}{2}\right)}}$$
(3.69)

Assim, considerando a progressão geométrica e o diâmetro característico do orifício, calculam-se as distâncias  $\Delta x_3$  e  $\Delta y_3$ , respectivamente por:

$$\Delta x_3 = q r_x^2 \frac{d_c}{2} \tag{3.70}$$

$$\Delta y_3 = q r_y^2 \frac{d_c}{2} \tag{3.71}$$



Figura 3.7 – Malha com refinamento, IREF2.

A Figura 3.7 apresenta o refinamento de malha designado por IREF2, no qual são adicionados 8 nós (NN+1 até NN+8) e 16 elementos triangulares à malha de referência. Da mesma forma, toda a numeração original dos nós da malha de referência é preservada.

As distâncias  $\Delta x_3$  e  $\Delta y_3$  são calculadas pelas equações (3.70) e (3.71), respectivamente.



Figura 3.8 – Malha com refinamento, IREF3.

No caso de refinamento de malha detalhado na Figura 3.8, designado por IREF3, são adicionados 12 nós (NN+1 até NN+12) e 22 elementos triangulares à malha de referência, mantendo-se também a numeração original dos nós de referência.

Analogamente, considerando a progressão geométrica e o diâmetro característico do orifício  $d_c$ , calculam-se as distâncias  $\Delta x_2$  e  $\Delta y_2$ , respectivamente como a seguir.

$$\Delta x_2 = qr_x \frac{d_c}{2} \tag{3.72}$$

$$\Delta y_2 = qr_y \frac{d_c}{2} \tag{3.73}$$

As distâncias  $\Delta x_3$  e  $\Delta y_3$  são calculadas pelas equações (3.70) e (3.71) respectivamente.



Figura 3.9 – Malha com refinamento, IREF4.

Finalmente, para o caso do refinamento de malha designado por IREF4, Figura 3.9, são adicionados 16 nós (NN+1 até NN+16) e 32 elementos triangulares à malha de referência. Esse é o refinamento máximo proposto neste trabalho, próximo aos orifícios de abastecimento.

As distâncias  $\Delta x_3$  e  $\Delta y_3$  são calculadas pelas equações (3.70) e (3.71), respectivamente e as distâncias  $\Delta x_2$  e  $\Delta y_2$  são calculadas pelas equações (3.72) e, (3.73) respectivamente.

# 3.4 OBTENÇÃO DO COEFICIENTE DE DESCARGA DOS ORIFÍCIOS DE ABASTECIMENTO

Neste item é apresentado o estudo do escoamento compressível em orifícios de abastecimento utilizados em mancais aerostáticos, através do programa para análise computacional de mecânica dos fluidos ANSYS-CFX<sup>®</sup>. Esses orifícios têm forma construtiva específica e diferem da construção de bocais sônicos padronizados, nos quais se tem seção convergente, garganta e seção divergente como se pode observar em Park et al. (2001), Kim et al. (2003) e Kim et al. (2006).

O objetivo é a obtenção do coeficiente de descarga *Cd*, que corresponde à razão entre a vazão mássica real e a vazão mássica teórica do escoamento compressível, isentrópico e unidimensional através do orifício de abastecimento. Esse coeficiente será obtido em função de  $kp = \frac{p_d}{p_s}$ , ou seja, entre a razão da pressão na saída e na entrada do orifício de abastecimento, abrangendo as condições de escoamento compressível sônico e subsônico, para a geometria empregada neste trabalho.

No cálculo da vazão mássica teórica que flui através dos orificios, geralmente emprega-se a formulação do escoamento compressível, isentrópico e unidimensional e aplica-se o coeficiente de descarga posteriormente para a obtenção da vazão mássica real. Também, considera-se o fluido, geralmente o ar, como um gás ideal na formulação da equação de estado. Posteriormente a este cálculo, aplica-se o fator de correção da vazão mássica teórica através do coeficiente de descarga *Cd* do orifício específico em questão.

Foi observado na literatura que o coeficiente de descarga Cd é apresentado sob dois pontos de referência, ou seja:

- relacionando a vazão mássica real à vazão mássica teórica sônica do escoamento compressível, isentrópico e unidimensional, denominar-se-á de  $Cd^{s}$ ;

- relacionando a vazão mássica real às vazões mássicas teóricas do escoamento compressível subsônico e sônico, isentrópico e unidimensional.

Esta observação é de suma importância, pois Powell (1970) ao relatar que o coeficiente de descarga Cd varia com a razão de pressão kp, não menciona a que vazões mássicas o coeficiente de descarga Cd foi relacionado, ou seja, à vazão mássica teórica do escoamento compressível sônico, isentrópico e unidimensional ou às vazões mássicas teóricas do escoamento compressível subsônico e sônico, isentrópico e unidimensional. Este fato será

analisado neste capítulo através da simulação do escoamento compressível através de um orifício de abastecimento, utilizando o software ANSYS-CFX<sup>®</sup>.

#### 3.4.1. Detalhes dos orifícios de abastecimento

Os orifícios de abastecimento têm uma forma construtiva geralmente constituída de uma seção de abastecimento seguida de um trecho de pequeno diâmetro constante, com comprimento máximo de até três vezes o diâmetro do orifício, conforme ilustra a Figura 3.10-b. A seção de transição, entre o diâmetro da seção de abastecimento e o diâmetro do orifício propriamente dito, poderá ser uma seção convergente com um ângulo de 118º (ângulo da ponta da broca) no caso da utilização de brocas na sua fabricação, ou até mesmo não existir, Figura 3.10-a, dependendo da técnica de fabricação empregada.



Figura 3.10 – Formas geométricas mais usuais dos orifícios de abastecimento.

## 3.4.2 Simulação do escoamento utilizando o software ANSYS-CFX®

Para a simulação do escoamento compressível no orifício de abastecimento, deve-se obedecer a uma seqüência de operações. Inicia-se com o desenho da geometria do orifício em software de modelagem de sólidos, no caso foi utilizado o SolidWorks<sup>®</sup>. Em seguida, faz-se a leitura desse modelo geométrico no software ANSYS-CFX<sup>®</sup>, elabora-se a malha tridimensional, determinam-se as fronteiras ou superfícies de entrada e saída do escoamento, paredes (limites físicos) e de simetria. Escolhe-se o tipo de fluido, condições de contorno, escoamento compressível, modelo de turbulência dentre outros dados de entrada.

#### 3.4.3 Resultados das simulações

Neste trabalho, o orifício de abastecimento considerado para simulação no software ANSYS-CFX<sup>®</sup>, terá como base algumas características geométricas de um dos orifícios propostos por Belforte et al. (2007), conforme ilustrado na Figura 3.11. O ar da alimentação é conduzido por um furo de 3 mm de diâmetro em direção à seção convergente e finalmente escoa pelo orifício propriamente dito, que neste caso tem 0,2 mm de diâmetro e 0,3 mm de comprimento. Posteriormente o ar fluirá para o interior da folga do mancal radial aerostático.



Figura 3.11– Detalhes do orifício de abastecimento.

Para a análise deste orificio de abastecimento no software ANSYS-CFX<sup>®</sup>, devido à simetria exibida, foi modelada metade da geometria do orificio de abastecimento conforme ilustra a Figura 3.12, objetivando desta maneira uma redução do tempo de processamento do problema estudado. Nesta condição de simulação, deve-se aplicar adequadamente essa condição de simetria no software ANSYS-CFX<sup>®</sup>, conforme ilustra a Figura 3.15.



Figura 3.12 – Malha tridimensional utilizada nas análises utilizando o ANSYS-CFX<sup>®</sup>.

A malha tridimensional gerada para essa análise contém 163773 nós e 593026 elementos, sendo 427186 elementos tetraédricos e 165840 prismáticos. Os modelos matemáticos e condições impostas ao problema podem ser observados na Tabela 3.1.

Domain Physics				
Name	Location	Туре	Materials	Models
Ideal Nozzle	Assembly	Fluid	Air Ideal Gas	Heat Transfer Model = Total Energy Turbulence Model = SST Turbulent Wall Functions = Automatic Buoyancy Model = Non Buoyant Domain Motion = Stationary

Tabela 3.1 – Dados do domínio e modelos físicos empregados.

O fluido empregado é o ar, e será considerado como um gás ideal, ou seja, opção "Air Ideal Gas" no software ANSYS-CFX<sup>®</sup>. O modelo matemático denominado "Total Energy" deve ser empregado na simulação, pois modela o transporte de entalpia e inclui os efeitos de energia cinética. Este modelo deve ser empregado para escoamento de gases com número de Mach maior do que 0,2 e para escoamento de líquidos em alta velocidade onde a geração de calor por efeito viscoso surge e os efeitos da energia cinética tornam-se significantes. O efeito
da força gravitacional no escoamento foi desconsiderado e o domínio foi estabelecido como estacionário. O modelo de turbulência SST- *Shear Stress Transport*, desenvolvido por Menter (1994), segundo o manual do programa ANSYS-CFX<sup>®</sup>, é o modelo mais efetivo atualmente para aplicações em aerodinâmica. Ainda segundo este manual, é relatado que esse modelo trabalha resolvendo o modelo  $(k-\omega)$  próximo às paredes e o modelo  $(k-\varepsilon)$  nas regiões mais distantes da parede. Uma função de transição assegura uma passagem suave entre esses dois modelos.

Os dados das fronteiras do problema e as condições de contorno foram listados na Tabela 3.2, entretanto variou-se a pressão na fronteira denominada SAIDA, possibilitando variar a razão de pressão *kp* deste 0,2 até 0,98; abrangendo desta maneira desde o escoamento sônico ao subsônico, respectivamente. A temperatura do ar de abastecimento foi mantida constante e igual a 293 K, bem como a pressão relativa de abastecimento em 506625 Pa. As paredes do modelo foram consideradas adiabáticas, ou seja, não possibilitam a troca calor pelas fronteiras denominadas PAREDE.

Boundary Physics				
Domain	Name	Location	Туре	Settings
Ideal Nozzle	ENTRADA	ENTRADA	Inlet	Flow Direction = Normal to Boundary Condit. Flow Regime = Subsonic Heat Transfer = Static Temperature Static Temperature = 293 [K] Mass And Momentum = Static Pressure Relative Pressure = 506625 [Pa] Turbulence = Zero Gradient
Ideal Nozzle	SAIDA	SAIDA	Outlet	Flow Regime = Subsonic Mass And Momentum = Static Pressure Relative Pressure = 20265 [Pa]
Ideal Nozzle	SYMMETRY	SYMMETRY	Symmetry	
Ideal Nozzle	PAREDE	PAREDE	Wall	Heat Transfer = Adiabatic Wall Influence On Flow = No Slip

Tabela 3.2 – Dados das superfícies, fronteiras e condições de contorno.

Na região do orificio de abastecimento propriamente dito, ou seja, de pequeno diâmetro, a malha foi devidamente refinada. Próximo as paredes foi utilizada a geração de malha com a opção do uso de "camadas" ou subdivisões de comprimento variável, *Inflation Layers*, empregando-se 15 subdivisões. Essas subdivisões têm comprimentos crescentes à medida que se afastam das paredes. Dentro do diminuto canal do orifício, a malha foi refinada, conforme se observa na Figura 3.13.



Figura 3.13 – Refinamento da malha na região do orifício propriamente dito.

A malha na superfície da fronteira de saída de ar do orifício de abastecimento, bem como na parede deste, pode ser observada na Figura 3.14.

Os valores de  $y^+$ , obtidos após simulação de cada caso estudado, ficaram dentro da faixa entre 1,02 a 1,99, confirmando assim a qualidade da malha empregada nas simulações. A Figura 3.27 apresenta claramente como a malha está adequada, visto que o perfil de velocidades junto a parede está sendo adequadamente captado.



Figura 3.14 – Refinamento da malha na face de saída de ar e as *Inflation Layers* no orificio de abastecimento.

Para que sejam introduzidas as condições de operação e aplicadas as condições de contorno do problema, é necessário definir inicialmente as superfícies de entrada e de saída de ar, as quais foram nomeadas de ENTRADA e de SAIDA, respectivamente. Em seguida, se definem-se as superfícies denominadas de PAREDE, onde não há escoamento através destas superfícies, pois são barreiras físicas assumidas impermeáveis. Finalmente define se o plano de simetria, denominado de "SYMMETRY", visto que somente metade da geometria será analisada. A Figura 3.15 ilustra tais detalhes, sendo que as setas perpendiculares à face de diâmetro maior denotam a entrada de ar, na face de diâmetro menor se tem a saída de ar e identificando o plano de simetria, se tem as setas perpendiculares à seção central do orifício de abastecimento.



Figura 3.15 – Detalhes das condições de contorno impostas.

A Figura 3.16 apresenta a variação do coeficiente de descarga do orifício de abastecimento em função da razão de pressão *kp*. O coeficiente de descarga foi calculado em relação à teoria do escoamento compressível, isentrópico e unidimensional, considerando tanto a condição de escoamento sônico bem como a condição de escoamento subsônico.

Observa-se que o coeficiente de descarga pode ser considerado constante na faixa de kp de 0,2 até 0,45; vide Figura 3.18 para detalhes, e calculado pelo valor médio entre os valores apresentados, ou seja, Cd = 0,880 com um desvio médio de 7,482 10<sup>-4</sup>. Para razões de pressão kp superiores a 0,45; o coeficiente de descarga será calculado através de uma interpolação linear, conforme apresentado na Figura 3.17, ou seja, Cd = -0,0751kp + 0,9093 com  $R^2 = 0,972$ . Observar que o valor da razão de pressão crítica considerando escoamento compressível, isentrópico e unidimensional é 0,528 e através dos cálculos pelo ANSYS-CFX<sup>®</sup> foi encontrado aproximadamente igual a 0,45. Isto se deve à modelagem tridimensional do escoamento, aplicação de um modelo de turbulência e a consideração dos efeitos viscosos na simulação no ANSYS-CFX<sup>®</sup>.



Figura 3.16 – Coeficiente de descarga em função da razão de pressão kp.



Figura 3.17 – Coeficiente de descarga na condição de escoamento subsônico versus kp.



Figura 3.18 – Coeficiente de descarga na condição de escoamento sônico versus kp.

A Figura 3.19 apresenta a curva da vazão mássica de ar que escoa pelo orificio de abastecimento em função da razão de pressão kp variando de 0,2 a 1,0. Observa-se que o valor da vazão mássica teórica, obtida pela teoria do escoamento compressível, isentrópico e unidimensional, é maior que o valor obtido pela simulação através do ANSYS-CFX<sup>®</sup>, exceto para kp = 1,0, ou seja, na condição onde a vazão mássica é nula, pois não há diferencial de pressões entre a entrada e a saída. A diferença entre as vazões mássicas mencionadas se deve à consideração de uma modelagem tridimensional do escoamento, à aplicação de um modelo de turbulência e à consideração dos efeitos viscosos na simulação com o programa computacional ANSYS-CFX<sup>®</sup>.

Também se observa na Figura 3.19 que a vazão mássica obtida pela formulação clássica de escoamento compressível, isentrópico e unidimensional, devidamente corrigida pelo coeficiente de descarga para as condições de escoamento sônico e subsônico, é muito próxima à obtida pela simulação com o ANSYS-CFX<sup>®</sup>.



Figura 3.19 – Vazão mássica através do orifício em função da razão de pressão kp.

Renn e Hisao (2004), em seus estudos experimentais e de simulação numérica de um modelo ampliado de um restritor (orifício de abastecimento) utilizado comumente em mancais

aerostáticos, encontraram e recomendaram que o valor teórico da razão de pressão crítica do escoamento compressível, isentrópico e unidimensional cujo valor é 0,528 estaria na prática na faixa entre 0,35 e 0,40. Neste trabalho, a razão de pressão crítica para o orifício de abastecimento com dimensões reais e estudado através da simulação numérica pelo programa ANSYS-CFX<sup>®</sup>, foi encontrada situar-se próximo ao valor de 0,45. Entretanto, a diferença das vazões mássicas calculadas pela metodologia proposta e pela simulação em ANSYS-CFX<sup>®</sup> para os orifícios de abastecimento operando na faixa compreendida entre os valores de *kp* de 0,45 a 0,528 é menor que 1,2%, o que pode ser observado graficamente na Figura 3.19.

Powell (1970) menciona que o coeficiente de descarga de orificios de abastecimento é função da razão de pressão *kp* como apresentado na Figura 3.20, entretanto, não foi mencionado pelo autor se essa curva é relativa à vazão mássica do escoamento compressível, isentrópico e unidimensional, nas condições de escoamento subsônico e sônico; ou se essa curva é somente relativa à vazão mássica do escoamento sônico no orifício.



Figura 3.20 – Coeficiente de descarga em função de kp, segundo Powell (1970).

A Figura 3.21 apresenta a comparação entre as curvas do coeficiente de descarga obtido pela simulação com o software ANSYS-CFX<sup>®</sup>, relativo somente à vazão mássica na condição sônica do escoamento compressível, isentrópico e unidimensional, e a curva publicada por Powell (1970). Da Figura 3.21, observa-se pela semelhança entre as curvas, que o coeficiente de descarga publicado por Powell (1970) é referente somente à vazão mássica na

condição de escoamento sônico, e tal coeficiente de descarga será aqui denominado de  $Cd^{s}$ . Esse fato pode levar a uma análise equivocada na vazão mássica através de orifícios de abastecimento como apresentado na Figura 3.22, principalmente quando a condição do escoamento for subsônico.



Figura 3.21– Coeficiente de descarga obtido em relação somente à vazão mássica sônica, considerando escoamento compressível, isentrópico e unidimensional.



Figura 3.22– Vazões mássicas obtidas em função da razão kp, comparação geral.

Para melhor visualização, a Figura 3.22 é apresentada em duas partes. A Figura 3.23 apresenta uma comparação entre as vazões mássicas e as calculadas com base no coeficiente de descarga constante e igual a 0,8 e as vazões mássicas calculadas com relação aos coeficientes de descarga adotados por Cioc et al. (2003) e finalmente a vazão mássica obtida através da simulação com o ANSYS-CFX<sup>®</sup>. A Figura 3.24 apresenta uma comparação entre as vazões mássicas isentrópicas e a vazão mássica obtida através da simulação com o ANSYS-CFX<sup>®</sup>. A Figura 3.24 apresenta uma comparação entre as vazões mássicas isentrópicas e a vazão mássica obtida através da simulação com o ANSYS-CFX<sup>®</sup>, bem como as calculadas com base no coeficiente de descarga publicado por Powell (1970) abordado com relação à vazão mássica sônica e às vazões mássica sônica e subsônica.

Da Figura 3.23 observa-se que ao se utilizar os coeficientes de descarga adotados por Cioc et al. (2003), a vazão mássica calculada com base no escoamento compressível unidimensional gera valores próximos ao obtido através da simulação no ANSYS-CFX<sup>®</sup>, entretanto existe um salto na vazão mássica próximo ao valor de kp igual a 0,5283, onde ocorre a mudança da condição do escoamento compressível isentrópico unidimensional.

A Figura 3.24 tem como objetivo o estudo do coeficiente de descarga publicado por Powell (1974) relativo ao escoamento compressível isentrópico unidimensional. Em sua publicação não é mencionado se o coeficiente de descarga é apresentado com relação à vazão mássica sônica ou em relação às vazões mássicas global, ou seja, nas condições de escoamento sônico e subsônico. Como se pode observar, Powell (1970) referiu-se ao coeficiente de descarga relativo somente a vazão sônica do escoamento compressível isentrópico unidimensional, pois a curva denominada "*Cd* (Powell)\*Isentrópico" desvia-se consideravelmente das demais curvas apresentadas.

A Figura 3.25 apresenta o campo de velocidades em todo o plano de simetria do orifício de abastecimento. Observa-se que na região desde a face de entrada de ar até nas proximidades do final da seção cônica as velocidades do escoamento são muito baixas, devido ao grande diâmetro utilizado em relação ao diâmetro do orifício propriamente dito. Entretanto a velocidade do fluido aumenta consideravelmente ao se aproximar do final da seção cônica.



Figura 3.23– Vazões mássicas obtidas em função da razão kp – parte 1.



Figura 3.24 – Vazões mássicas obtidas em função da razão kp – parte 2.

Para se observar mais claramente o escoamento na região do orifício propriamente dito, essa região foi ampliada, como apresentado na Figura 3.26. Observa-se que nas regiões distantes das paredes, a velocidade do escoamento não sofre grandes alterações de valores. Entretanto, próximo às paredes, há um grande gradiente de velocidade, atingindo a velocidade nula (condição de contorno) nas paredes.

Devido à forma construtiva considerada do orifício de abastecimento analisado, não há uma transição suave entre a região cônica e o diâmetro do orifício de abastecimento propriamente dito, visto que o processo de fabricação emprega a furação do diâmetro de abastecimento inicial com a utilização de brocas padrões, as quais têm ângulo de 118 graus na ponta de corte, conforme apresentado na Figura 3.11. Assim pode se observar na Figura 3.27, a ocorrência de uma inversão na direção dos vetores de velocidade na região bem próxima às paredes e localizados logo após o início da seção de diâmetro constante do orifício de abastecimento.



Figura 3.25 – Campo de velocidades no orifício de abastecimento.



Figura 3.26 – Detalhe do campo de velocidades na região do orifício de abastecimento.



Figura 3.27 – Detalhe do campo de velocidades próximo ao início do orifício de abastecimento.



Figura 3.28 – Número de Mach no plano de simetria do orifício de abastecimento.



Figura 3.29 – Vista ampliada do número de Mach na região do orifício propriamente dito.



Figura 3.30 – Número de Mach próximo à face de saída do orifício de abastecimento.

Para investigar a influência da pressão de abastecimento no coeficiente de descarga, repetiu-se o procedimento de cálculo para as pressões manométricas de abastecimento de 0,4 a 0,7 MPa, variando em intervalos de 0,1 MPa. Os resultados são apresentados na Figura 3.31. Pode-se notar que o coeficiente de descarga varia pouco em função da pressão de abastecimento, sendo mais dependente da razão kp, que expressa a relação entre as pressões de descarga e abastecimento. Diante disso, neste trabalho serão utilizados os resultados correspondentes à pressão manométrica de abastecimento igual a 0,5 MPa.



Figura 3.31 – Coeficiente de descarga em função de várias pressões de abastecimento.

Resumindo, para os cálculos dos parâmetros de operação do mancal radial aerostático e posterior análise da influência do coeficiente de descarga nesses parâmetros, serão consideradas duas hipóteses para o coeficiente de descarga. A primeira será denominada de coeficiente de descarga constante, ou seja, "Cd = constante", e será adotado o valor Cd = 0,8, conforme mencionado por Powell (1970). A segunda hipótese será denominada de coeficiente de descarga "variável", ou seja, "Cd = variável", onde o coeficiente de descarga será calculado como sendo igual a 0,88 na condição de escoamento sônico e obtido através da interpolação linear, Cd = -0,0751kp + 0,9093 para a condição de escoamento subsônico, conforme obtido neste capítulo.

### Capítulo 4

## VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

## 4.1 INTRODUÇÃO

No Capítulo 2 foram desenvolvidas as equações do problema de lubrificação. A solução da equação diferencial foi obtida pelo método de elementos finitos com elementos triangulares lineares e formulação de Galerkin dos resíduos ponderados, conforme descrito no Capítulo 3. Baseado neste equacionamento e na proposta de modelo matemático foi desenvolvido o programa computacional denominado MARAGAS, em linguagem FORTRAN, para a análise de mancais radiais aerostáticos.

Neste capítulo, é realizada a validação do código computacional desenvolvido nesse trabalho na linguagem FORTRAN. Essa validação consiste em utilizar o programa computacional MARAGAS com dados de entrada de mancais radiais aerostáticos disponíveis na literatura. Posteriormente, uma comparação entre os resultados obtidos pelo programa computacional e respectivos resultados publicados é realizada. Desta forma, visa-se garantir que o programa computacional desenvolvido produza resultados confiáveis quando comparados com os resultados publicados por outros autores.

# 4.2 VALIDAÇÃO ATRAVÉS DE DADOS PUBLICADOS NA LITERATURA

A validação do programa computacional desenvolvido, MARAGAS, é feita com base em estudos de casos de mancais radiais aerostáticos, cujos dados gerais e resultados foram encontrados na literatura. Os resultados obtidos através do programa computacional MARAGAS são confrontados com os publicados, de maneira a validar o código computacional desenvolvido neste trabalho.

#### 4.2.1. Caso 1

Powell (1970) publicou um gráfico, Figura 4.1, para o cálculo preliminar de mancais radiais aerostáticos. Os dados básicos utilizados são  $\varepsilon = 0,5$ ,  $k_{go} = 0,4$ , n=8(oito orifícios por carreia), duas carreiras,  $p_a = 101352$  Pa ,  $p_s - p_a = 0,689$  MPa ,  $\frac{l_2}{L} = \frac{1}{4}$  e rotação nula.



Figura 4.1 – Capacidade de carga e vazão requerida, segundo Powell (1970).

A vazão de ar é dada nas condições da pressão atmosférica, temperatura de  $15^{\circ}$ C e folga radial de 12,7 µm. Powell (1970) apresentou também diversos gráficos com fatores de correção em função da geometria e detalhes construtivos do mancal.

As características geométricas essenciais do mancal radial aerostático a ser calculado pelo programa MARAGAS, estão apresentadas na Tabela 4.1. São empregados os dados complementares apresentados na Tabela 4.2. A malha adotada foi baseada nos dados publicados por Miyazima (1989) e Silva (1993). Neste caso de validação, é empregado o valor para o coeficiente de descarga de orifícios de abastecimento citado por Powell (1974), ou seja, igual a 0,8. As propriedades físicas do ar atmosférico são dadas no Apêndice D, Tabela D.1.

L	4 in	101,6 mm	
D	2 in	50,8 mm	
L/D	2	2	
С	0,0005 in	12,7 µ m	
$P_a$	14,7 psia	0,101325 MPa	
$p_s$	114,7 psia	0,790829 MPa	
$T_a$	68 °F	20 °C	
Orifícios de abastecimento	2 carreiras		
officios de abastecimento	8 orifícios em cada carreira		
$d_{o}$	$3,94 \times 10^{-3}$ in	0,10 mm	
$l_2$	1 in	25,4 mm	

Tabela 4.1 – Dados geométricos do mancal radial aerostático, Powell (1970).

Tabela 4.2 – Dados complementares.

$T_s$	20	°C
ε	0,5	
$ heta_1$	0	graus
SN (adotado)	21	
SM (adotado)	33	
Cd	0,8	

Seguindo a metodologia apresentada por Powell (1970), conforme Figura 4.1, obtémse os resultados apresentados na Tabela 4.3. Tais resultados são comparados com os resultados obtidos através do programa MARAGAS, empregando a malha com índice de refinamento IREF0, apresentada no Capítulo 3. Observa-se que a vazão requerida obtida por Powell (1970) e pelo programa MARAGAS são bastante próximas, visto que em ambas as formulações foram empregadas as equações do escoamento isentrópico unidimensional, com o coeficiente de descarga Cd = 0.8. Entretanto, a capacidade de carga apresentou uma diferença significativa. Isto se deve ao modelo simplificado, utilizado por Powell (1970), empregado no cálculo da capacidade de carga. Tal modelo foi elaborado com a aproximação de que o escoamento na folga do mancal é puramente no sentido axial, considerando canais axiais setoriais como a região de atuação das pressões oriundas dos orifícios de abastecimento. Estas considerações afetam diretamente o cálculo da capacidade de carga do mancal, visto que o escoamento real não é puramente no sentido axial, bem como a região considerada de atuação de pressão difere da existente em um mancal real. Diante destas observações, é esperado que o método de solução por elementos finitos, o qual modela mais realisticamente o problema real, produza valores diferentes de alguns parâmetros de operação do mancal, no caso em análise, a capacidade de carga adimensional.

A Tabela 4.4 apresenta os resultados obtidos utilizando a malha de máximo refinamento empregada neste trabalho, ou seja, índice de refinamento de malha IREF4. Observa-se que os resultados obtidos apresentam diferenças percentuais ainda maiores quando comparados os resultados com os publicados por Powell (1970), evidenciando que o modelo matemático simplificado utilizado por Powell (1970) não produz resultados satisfatórios.

	Powell (1970)	MARAGAS	Diferença %
$\overline{W}$	0,202	0,128	-36,6
Vazão mássica total requerida	0,0967 g/s	0,0955 g/s	-2,2
$k_{go}$ , para $\varepsilon = 0$	0,400 (adotado)	0,437 (calculado)	11,8

Tabela 4.3 – Comparação entre os resultados obtidos, Cd = 0.8 e malha de referência IREF0.

Tabela 4.4 – Comparação entre resultados obtidos, Cd = 0.8 e malha com índice de refinamento IREF4.

	Powell (1970)	MARAGAS	Diferença %
$\overline{W}$	0,202	0,116	-42,6
Vazão mássica total requerida	0,0967 g/s	0,0940 g/s	-2,7
$k_{go}$ , para $\varepsilon = 0$	0,400 (adotado)	0,500 (calculado)	25,0

### 4.2.2. Caso 2

Cioc et al. (2003) publicaram as distribuições de pressões de um mancal radial aerostático cujos dados são apresentados na Tabela 4.5.

L	117,5 mm
D	60,4 mm
L/D	1,945
С	12,7 µ m
$p_a$	0,101325 MPa
$p_s$	0,652725 MPa
T <sub>a</sub>	20 °C
Orifícios de	2 carreiras
abastecimento	14 orifícios em cada carreira
$d_{o}$	0,16 mm
$d_p$	0,9 mm
$l_2 = \frac{L}{9,25}$	12,7 mm

Tabela 4.5 – Dados do mancal radial aerostático, Cioc et al. (2003).

Utilizando o programa computacional MARAGAS, os parâmetros de operação do mancal radial aerostático, cujos dados são apresentados na Tabela 4.5, são calculados com a utilização dos dados complementares apresentados na Tabela 4.6.

$T_s$	20	°C
ε	0,0	
$ heta_{ m l}$	12,86	graus
SN (adotado)	37	
SM (adotado)	56	
Cd	0,8	

Tabela 4.6 – Dados complementares.

A malha empregada foi novamente baseada nos dados publicados por Miyazima (1989) e Silva (1993), visto que Cioc et al. (2003) não apresentaram tais valores em sua publicação. As propriedades físicas do ar atmosférico, são listadas no Apêndice D, Tabela D.1.

A Tabela 4.7 apresenta os resultados obtidos pelo programa MARAGAS, para a excentricidade  $\varepsilon = 0$ , considerando os valores do coeficiente de descarga constante, Cd = 0.8 e o de Cioc et al. (2003) de Cd = 0.85 para a condição de escoamento sônico e Cd = 0.8 para a condição de escoamento subsônico, para a malha de referência IREF0. A Tabela 4.8 e a Tabela 4.9 apresentam os resultados para as malhas com índice de refinamento IREF3 e IREF4, respectivamente. Todas as configurações das malhas são apresentadas no Capítulo 3.

Observa-se que não houve diferença significativa entre os valores obtidos diante do coeficiente de descarga clássico Cd = 0.8 e o adotado por Cioc et al. (2003), composto por dois valores distintos, ou seja, Cd = 0.8 para a condição de escoamento subsônico e Cd = 0.85 para a condição de escoamento sônico. Isto se deve ao fato que o mancal radial aerostático deste estudo de caso foi projetado com o parâmetro adimensional aproximadamente igual a  $k_{go} = 0.84$ . Nesta condição, a respectiva relação de pressão kp é aproximadamente igual a 0.86 indicando que os orifícios de abastecimento estão operando na condição de escoamento subsônico, onde os valores dos coeficientes de descarga clássico e o de Cioc et al. (2003) são coincidentes, ou seja, Cd = 0.8. Portanto, as mínimas diferenças entre os valores de pressões obtidos se devem ao fato de que o processo iterativo de cálculo inicia-se com valores admitidos de pressões que causam escoamento sônico, nas primeiras iterações e causando

pequena diferença percentual entre os resultados devido aos arredondamentos numéricos de representação no sistema binário dos computadores.

	Cd	Cd	Diferença
	(0,80)	(0,85 sônico)	%
		(0,80 subsônico)	
Pd	563770 Pa	563749 Pa	-3,0.10 <sup>-3</sup>
$\frac{p_d}{p_s}$	0,864	0,864	0,0
$k_{go}$	0,838	0,838	0,0
Vazão mássica total requerida	0,4268 g/s	0,4268 g/s	0,0

Tabela 4.7 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, com a malha de referência IREF0.

Tabela 4.8 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, com malha de índice de refinamento IREF3.

	Cd	Cd	Diferença
	(0,80)	(0,85 sônico)	%
		(0,80 subsônico)	
$p_d$	579965 Pa	579946 Pa	-3,0.10 <sup>-3</sup>
$\frac{p_d}{p_s}$	0,889	0,889	0,0
$k_{go}$	0,868	0,868	0,0
Vazão mássica total requerida	0,3922 g/s	0,3922 g/s	0,0

Tabela 4.9 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, com a malha de índice de refinamento IREF4.

	<i>Cd</i> (0,80)	<i>Cd</i> (0,85 sônico)	Diferença %
		(0,80 subsônico)	
$p_d$	581425 Pa	581403 Pa	-3,0.10 <sup>-3</sup>
$\frac{p_d}{p_s}$	0,891	0,891	0,0
$k_{go}$	0,871	0,871	0,0
Vazão mássica total requerida	0,3886 g/s	0,3886 g/s	0,0

Analisando os resultados apresentados na Tabela 4.7, Tabela 4.8 e Tabela 4.9, observa-se que os valores da pressão de descarga  $p_d$ , da relação de pressão kp e do parâmetro  $k_{go}$  foram maiores com o emprego de malhas com maior refinamento localizado próximo aos orifícios de abastecimento. Observa-se também que a vazão mássica requerida decresceu com o emprego de malhas mais refinadas. Isso se deve ao fato de que à medida que se emprega uma malha mais refinada, a pressão de descarga dos orifícios foi maior e influenciou de maneira inversa na vazão mássica através dos orifícios de abastecimento. As distribuições de pressões apresentadas na Figura 4.2 e Figura 4.3, ilustram o efeito do índice de refinamento da malha nos resultados da distribuição de pressão. Pode-se observar que a distribuição de pressão calculada com o emprego da malha com índice de refinamento IREF4, quando comparada com a do índice de refinamento IRF3, demonstra que já se obteve uma malha básica empregada de 37 × 56 nós.

A Figura 4.2 apresenta as distribuições de pressões adimensionais no sentido axial, na linha equidistante entre os orifícios de abastecimento, calculadas através do programa MARAGAS, para uma folga radial  $C = 12,7 \,\mu\text{m}$ , cujos dados numéricos são apresentados na Tabela C.1, no Apêndice C. Foram empregadas as malhas de referência IREF0 e as malhas com refinamento localizado próximo aos orifícios de abastecimento, denotadas pelos índices de refinamento IREF3 e IREF4.



Figura 4.2 – Distribuição de pressão na direção axial na linha equidistante entre orifícios.

A Figura 4.3 apresenta a comparação entre as pressões adimensionais obtidas experimentalmente por Cioc et al. (2003) para a folga radial  $C = 12,7 \mu m$  e as distribuições de pressão adimensionais no sentido axial, na linha equidistante entre os orifícios de abastecimento, calculadas neste trabalho para as malhas com índices de refinamento IREF0, IREF3 e IREF4. Pode-se observar quão bons são os resultados das pressões calculadas pelo programa MARAGAS, quando se emprega o refinamento de malha de índice IREF4 em relação às obtidas experimentalmente por Cioc et al. (2003), para as mesmas condições de operação. Um estudo comparativo com mais exatidão não é possível, visto que Cioc et al. (2003) não publicaram tabelas com os resultados experimentais ou teóricos do mancal em questão.

A Figura 4.4 apresenta as distribuições de pressão adimensional no sentido axial, na linha de centro dos orifícios de abastecimento, para uma folga radial  $C = 12,7 \mu m$ , obtida através do programa MARAGAS, cujos dados numéricos são apresentados na Tabela C.1, do Apêndice C.



Figura 4.3 – Distribuição de pressão na linha equidistante entre orifícios e comparação com dados experimentais publicados por Cioc et al. (2003).



Figura 4.4 – Distribuição de pressão na direção axial na linha dos orifícios.

A Figura 4.5 apresenta a comparação entre os dados experimentais de pressão adimensional na linha dos orifícios de abastecimento apresentadas por Cioc et al. (2003) e as distribuições de pressão calculadas neste trabalho pelo programa MARAGAS. Observa-se novamente uma boa concordância entre os mesmos, entretanto o cálculo preciso da diferença percentual existente não é possível, pois Cioc et al. (2003) não publicaram uma tabela com resultados numéricos. Pode-se observar que ocorre uma diferença significativa entre os valores calculados e os apresentados por Cioc et al. (2003) nos pontos exatos sob os orifícios de abastecimento. Tais diferenças são oriundas da dificuldade em se medir no banco de ensaio as pressões exatamente nas posições dos orifícios, conforme relatado por Cioc et al. (2003).



Figura 4.5 – Distribuição de pressão na linha dos orifícios e comparação com dados experimentais publicados por Cioc et al. (2003).

A Figura 4.6 apresenta as distribuições de pressões adimensionais no sentido circunferencial, na linha dos orifícios de abastecimento e na linha média (L/2) entre os orifícios, obtidas através do programa MARAGAS, para a excentricidade  $\varepsilon = 0$  e folga radial  $C = 12,7 \,\mu\text{m}$ . Os dados utilizados para a montagem da Figura 4.6 são apresentados na Tabela C.2, do Apêndice C. Tais resultados não foram apresentados por Cioc et al. (2003), impossibilitando qualquer comparação com os resultados obtidos neste trabalho.



Figura 4.6 – Distribuição de pressão na direção circunferencial do mancal radial aerostático.

Os resultados da pressão de descarga  $p_s$ , da relação entre pressões  $p_d/p_s$ , do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  e da vazão mássica requerida, obtidos pelo programa MARAGAS, com as malhas de referência IREF0 e com a malha com índice de refinamento IREF4, são apresentados na Tabela 4.10. Observa-se que a pressão de descarga no orifício de abastecimento  $p_d$ , a razão entre pressões  $p_d/p_s$  e o parâmetro de projeto  $k_{go}$  são menos afetados pelo refinamento de malha, entretanto a vazão total requerida é mais significativamente alterada. Cioc et al. (2003) não publicaram a vazão mássica total requerida calculada pelo método CE/SE ou a total requerida em seus experimentos, impossibilitando assim, uma comparação com os resultados obtidos neste trabalho.

	Malha	Malha	Diferença
	IREF0	IREF4	%
$p_d$	563770 Pa	581425 Pa	3,13
$\frac{p_d}{p_s}$	0,864	0,891	3,12
$k_{go}$	0,838	0,871	3,93
Vazão mássica total requerida	0,4268 g/s	0,3886 g/s	-8,95

Tabela 4.10 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, com Cd = 0.80.

#### 4.2.3. Caso 3

Stowell et al. (1980) investigaram experimentalmente os efeitos da variação geométrica dos orifícios de abastecimento no desempenho de mancais radiais aerostáticos. Foram publicados gráficos da capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional, bem como as vazões mássicas requeridas de ar para as condições de operação na excentricidade  $\varepsilon = 0,5$  e de capacidade de carga adimensional  $\overline{W} = 0$ . A Tabela 4.11 apresenta os dados do mancal radial aerostático utilizado como referência por Stowel et al. (1980), denominado de "*Datum*" por esses autores. Este mancal é analisado neste estudo de caso de validação.

Com os dados apresentados na Tabela 4.5, utiliza-se o programa computacional MARAGAS para calcular os parâmetros de operação do mancal radial aerostático deste estudo de validação. Para tanto, serão necessários também os dados complementares apresentados na Tabela 4.12, sendo que a malha  $21 \times 33$  nós, utilizada no caso 1, foi aqui empregada novamente. As propriedades físicas do ar atmosférico, estão listadas na Tabela D.1, do Apêndice .

L	50,0 mm
D	50,0 mm
L/D	1
С	31,5µm
$P_a$	0,101325 MPa
$p_s$	0,37 MPa
T <sub>a</sub>	25 °C
Orifícios de	2 carreiras
abastecimento	8 orifícios em cada carreira
$d_{o}$	0,311 mm
	2,5 mm
$l_2 = \frac{L}{4}$	12,5 mm

Tabela 4.11 – Dados do mancal radial aerostático, Stowell et al. (1980).

Tabela 4.12 – Dados complementares.

$T_s$	25	°C
$ heta_1$	0,0	graus
SN (adotado)	21	
SM (adotado)	33	
$Cd \times A_o$	6,99·10 <sup>-8</sup>	$m^2$
$A_o$ (calculado)	7,59.10 <sup>-8</sup>	$m^2$
Cd (calculado)	0,92	

Para a excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0$ , a Tabela 4.13 compara os resultados obtidos pelo programa MARAGAS e os publicados por Stowell et al. (1980). Foi considerado o valor convencional do coeficiente de descarga publicado por Powell (1970), ou seja, Cd = 0.8; para os cálculos realizados através do programa MARAGAS deste estudo de caso de validação, visto que não foi publicado por Stowell et al. (1980) o valor do coeficiente de descarga Cd isoladamente, mas o produto  $Cd \times A_o$ . Utilizando os dados da Tabela 4.1 pode-se calcular o valor provável do coeficiente de descarga utilizado por Stowell et al. (1980), que resulta em Cd = 0.92. Tal valor é superior aos comumente publicados na literatura. Por

exemplo, Powell (1970), Kazimierski, Z. e Trojnarski, J. (1980), Cioc et al. (2003), utilizaram o valor aproximado de Cd = 0.8 para o coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento.

		Malha	Diferença	Malha	Diferença	
	Stowell		%	IREF4	%	
$p_d$		245412 Pa		262044 Pa		
$\frac{p_d}{p_s}$	$\frac{p_d}{p_s}$			0,708		
$k_{go}$		0,536		0,598		
Vazão mássica total requerida	0,960 g/s	0,772 g/s	-19,6	0,745 g/s	-22,4	

Tabela 4.13 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, para  $\varepsilon = 0$ .

A Tabela 4.14 compara os resultados da capacidade de carga adimensional e da vazão mássica total requerida obtidos pelo programa MARAGAS e os publicados por Stowell et al. (1980) para a excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,5$ .

		Malha	Diferença	Diferença Malha	
Stowe		IREF0	%	IREF4	%
$\overline{W}$	0,3	0,31	3,3	0,264	-12,0
Vazão mássica total requerida	0,890 g/s	0,666 g/s	-25,1	0,634 g/s	-28,8

Tabela 4.14 – Resultados obtidos pelo programa MARAGAS, para  $\varepsilon = 0,5$ .

A comparação gráfica entre os valores de vazões mássicas totais requeridas para a faixa de excentricidade adimensional variando de 0 a 0,7 não foi possível, visto que Stowell et al. (1980) publicaram tais dados somente para as excentricidades  $\varepsilon = 0$  e  $\varepsilon = 0,5$ , as quais estão listadas na Tabela 4.13 e na Tabela 4.14.

A Figura 4.7 apresenta a comparação entre os valores de capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional obtidos pelo programa MARAGAS e os publicados por Stowell et al. (1980). Pode se observar que para  $\varepsilon \le 0,4$ , os resultados experimentais obtidos por Stowell et al. (1980) estão relativamente dentro da faixa

compreendida entre os obtidos pelo programa MARAGAS, com as malhas de índices de refinamento IREF0 e IREF4, sendo que a diferença entre os resultados é bem menor quando se compara aos obtidos para a malha de índice de refinamento IREF4. Para excentricidades adimensionais  $\varepsilon > 0,4$ , os valores obtidos por Stowell (1980) tornam-se superiores aos calculados pelo programa MARAGAS para a malha IREF4. Powell (1970) relata que a capacidade de carga adimensional é praticamente linear até próximo da excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,5$ , ou seja, a rigidez do mancal radial aerostático pode ser considerada constante até  $\varepsilon \cong 0,5$ . A partir deste ponto a rigidez decai com o aumento da excentricidade adimensional. Entretanto, observa-se na Figura 4.7, que este comportamento está mais visível nos resultados teóricos deste trabalho do que no estudo experimental publicado por Stowell et al. (1980), provavelmente devido a grande dificuldade em se medir diminutos incrementos da capacidade de carga e de excentricidade para mancais radiais aerostáticos.



Figura 4.7 – Comparação entre capacidades de carga adimensional versus excentricidade adimensional.

### Capítulo 5

# **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

## 5.1 INTRODUÇÃO

Para a análise da influência do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento e, do refinamento de malha próximo a esses orifícios nos parâmetros de operação de mancais radiais aerostáticos, foi inicialmente obtido o coeficiente de descarga dos orifícios através da simulação computacional utilizando o software comercial ANSYS-CFX®, cujos resultados são apresentados no Capítulo 3. Os resultados da simulação foram analisados, sendo identificadas duas regiões distintas no resultado do coeficiente de descarga em função da razão de pressão kp. Na primeira região, que corresponde à condição de escoamento sônico, foi observado que o coeficiente de descarga pode ser considerado constante e representado pelo valor médio, ou seja, igual a 0,88. Para a segunda região, que corresponde à condição de escoamento subsônico, foi observado um comportamento linear, que pode ser representado pela seguinte equação de interpolação linear, Cd = -0.0751kp + 0.9093. Esses "valores" do coeficiente de descarga, referidos como coeficiente de descarga "variável", foram introduzidos no programa MARAGAS, para o cálculo dos parâmetros de operação de mancais radiais aerostáticos. Os parâmetros de operação de um mancal radial aerostático também foram obtidos pelo programa MARAGAS, considerando o coeficiente de descarga constante proposto por Powell (1970), ou seja, Cd = 0.8. A investigação da influência do refinamento de

malha na proximidade dos orifícios de abastecimento e, os resultados são apresentados e discutidos.

## 5.2 DADOS DO MANCAL RADIAL AEROSTÁTICO

Um mancal radial aerostático é analisado com as características dimensionais, configuração de orifícios de abastecimento, pressão de operação, etc. listados na Tabela 5.1. Serão utilizados também os dados complementares apresentados na Tabela 5.2 e as propriedades físicas do ar atmosférico, listadas no Apêndice D, Tabela D.1.

Inicialmente, o mancal radial aerostático a ser analisado terá como parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  o valor aproximado de 0,6. Nesta condição o mancal funcionará num ponto de operação médio entre a característica de máxima rigidez ( $k_{go}$ = 0,8) e de máxima capacidade de carga ( $k_{go}$ = 0,4), conforme publicado por Powell (1970).

L	117,5 mm
D	60,4 mm
L/D	1,945
С	20 µ m
$p_a$	0,101325 MPa
$p_s$	0,709275 MPa (absoluta)
	0,607950 MPa (manométrica)
$T_a$	20 °C
Orifícios de	2 carreiras
abastecimento	14 orifícios em cada carreira
$d_o$	0,2 mm
$d_p$	0,9 mm
$l_2 = \frac{L}{9,25}$	12,7 mm

Tabela 5.1 – Dados do mancal radial aerostático.

$T_s$	20	°C	Observações
Cd	0,80		Coeficiente de descarga constante
Cd	0,88	Escoamento Sônico	Coeficiente de descarga variável, obtido através da simulação com
	0,9093–0,0751 <i>kp</i>	Escoamento Subsônico	ANSYS-CFX <sup>®</sup>
$\theta_1$	12,86	graus	Posição angular do primeiro orifício em
			relação ao eixo y
SN	37		Número de nós na largura do mancal
SM	56		Número de nós no comprimento
			circunferencial do mancal

Tabela 5.2 – Dados complementares.

Os valores calculados do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ , sob as hipóteses do coeficiente de descarga constante e do coeficiente de descarga variável, bem como dos índices de refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento, são listados na Tabela 5.3. O valor médio do parâmetro adimensional de projeto dentre todos os valores de  $k_{go}$  calculados é 0,597. Portanto, o valor médio de  $k_{go}$  é bem próximo ao valor proposto para o mancal radial aerostático a ser estudado, ou seja,  $k_{go} \approx 0,6$ .

$k_{go}$	0,562	Calculado com $Cd = 0.8$ e malha IREF0
$k_{go}$	0, 610	Calculado com $Cd = 0.8$ e malha IREF4
$k_{go}$	0,585	Calculado com $Cd$ = variável e malha IREF0
$k_{go}$	0, 632	Calculado com $Cd$ = variável e malha IREF4
$k_{go}$	0,597	Média Geral

Tabela 5.3 – Parâmetro  $k_{go}$  calculado pelo programa MARAGAS.

Em seguida, para investigar a variação da capacidade de carga adimensional em função do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ , Powell (1970) optou por manter inalterados todos os dados do mancal, exceto o valor da folga radial. De maneira semelhante, no presente trabalho, diversos valores de folga radial serão utilizados, para possibilitar a variação do

parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  do mancal radial aerostático a ser analisado. Assim, serão utilizadas as folgas radiais dadas na Tabela 5.4, a fim de que o parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  possa variar desde 0 até 1, calculado sob as duas hipóteses do coeficiente de descarga e com as malhas com os índices de refinamento IREF0 e IREF4, apresentadas no Capítulo 3.

		$k_{go} = \frac{p_d - p_a}{p_s - p_a}$						k
		<i>Cd</i> = 0,8			<i>Cd</i> = variável			médio
Folga radial μm	$\frac{C}{R} \times 10^{-3}$	IREF0	IREF4	Diferença %	IREF0	IREF4	Diferença %	
> 60	1,987	0,000	0,000	0,00	0,000	0,000	0,00	0,0000
47	1,556	0,102	0,115	13,30	0,110	0,124	13,17	0,1125
40	1,325	0,147	0,166	12,93	0,159	0,178	12,33	0,1624
35	1,159	0,197	0,221	12,08	0,211	0,236	11,69	0,2163
28	0,927	0,310	0,344	11,06	0,330	0,367	11,11	0,3379
24	0,795	0,413	0,457	10,75	0,440	0,481	9,40	0,4478
22	0,728	0,483	0,530	9,73	0,506	0,552	9,10	0,5177
20	0,662	0,562	0,610	8,65	0,585	0,632	8,09	0,5973
17	0,563	0,697	0,741	6,37	0,715	0,758	6,00	0,7279
15	0,497	0,789	0,826	4,74	0,803	0,838	4,45	0,8141
13	0,430	0,871	0,898	3,14	0,881	0,906	2,89	0,8890
11	0,364	0,934	0,950	1,69	0,940	0,954	1,54	0,9441
< 5	0,166	1,000	1,000	0,00	1,000	1,000	0,00	1,0000

Tabela 5.4 – Folgas radiais e valores calculados do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ .
## 5.3 RESULTADOS CONSIDERANDO O COEFICIENTE DE DESCARGA CONSTANTE

A Figura 5.1 e a Figura 5.2 apresentam os resultados obtidos das pressões absolutas na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento do mancal radial aerostático, para as excentricidades  $\varepsilon = 0,1$  e  $\varepsilon = 0,7$ . Os valores numéricos utilizados são apresentados na Tabela C.3, no Apêndice C.

Foi considerado o coeficiente de descarga constante e igual a 0,8, conforme apresentado na Tabela 5.2. Foram empregadas também a malha de referência IREF0 e a malha com índices de refinamento IREF4. Os valores do comprimento circunferencial adimensional marcados em negrito, correspondem às posições onde se localizam os orifícios de abastecimento.de forma gráfica, onde se pode observar que as pressões absolutas nas saídas dos orifícios de abastecimento  $p_d$ , calculadas com o índice de refinamento IREF4, são superiores às obtidas com o índice de refinamento IREF0, para ambas as condições de excentricidade analisadas e sob a mesma pressão de alimentação  $p_s$ . Isso se deve ao fato que com o índice de refinamento IREF4, os gradientes de pressão próximos à descarga dos orifícios de abastecimento são representados mais adequadamente no modelamento teórico, portanto, com resultados mais precisos do que os obtidos com o índice de refinamento IREF0.

Como a pressão de abastecimento  $p_s$  é mantida constante para todos os orificios de abastecimento e as pressões de descarga  $p_d$  calculadas com a malha de índice de refinamento IRF4 são mais elevadas do que para a malha IREF0, ocorre como conseqüência uma redução das vazões mássicas que fluem através dos orifícios de abastecimento, visto que o diferencial de pressão  $(p_s - p_d)$  foi reduzido. Decorrente desta redução de vazões mássicas, haverá também uma alteração da distribuição de pressão por toda a superfície do mancal, como pode ser observado na Figura 5.1 e na Figura 5.2.



Figura 5.1 – Pressão absoluta na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento, para o coeficiente de descarga Cd = constante e  $\varepsilon$  = 0,1.



Figura 5.2 – Pressão absoluta na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento, para o coeficiente de descarga  $Cd = \text{constante e } \varepsilon = 0,7$ .

A Tabela 5.5 apresenta os resultados obtidos da capacidade de carga adimensional do mancal radial aerostático, considerando o coeficiente de descarga constante e igual a 0,8 e para as malhas com índices de refinamento IREF0 e IREF4. A média das diferenças percentuais das capacidades de cargas adimensionais calculadas com o coeficiente de descarga constante é aproximadamente -9,0 e seu desvio médio é 3,0236.

Tabela 5.5 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional, para o coeficiente de descarga Cd = constante.

	Capacidade de carga adimensional							
Excentricidade	Cd = constante							
adimensional	IDEEA		Diferença					
ε	IKEFU	IKEF4	%					
0,0	0,0000	0,0000	0,0000					
0,1	0,0513	0,0476	-7,2125					
0,2	0,1012	0,0932	-7,9051					
0,3	0,1483	0,1352	-8,8334					
0,4	0,1894	0,1702	-10,1373					
0,5	0,2218	0,1961	-11,5870					
0,6	0,2429	0,2119	-12,7625					
0,7	0,2527	0,2182	-13,6526					

A Figura 5.3 apresenta os resultados da capacidade de carga adimensional de forma gráfica, onde observa-se que a capacidade de carga adimensional calculada com o índice de refinamento IREF4 é ligeiramente menor do que a calculada com o índice de refinamento IREF0. Isto se deve ao fato que com o refinamento IREF4, as pressões calculadas na descarga dos orifícios de abastecimento são maiores do que as calculadas com o índice de refinamento IREF0, causando uma redução das vazões pelos orifícios, provocando uma alteração de toda a distribuição de pressão sobre a superfície do mancal, resultando numa redução da capacidade de carga adimensional. Observa-se também que a diferença percentual entre as curvas de capacidade de carga adimensional é maior à medida em que a excentricidade aumenta, e isto se deve ao fato que os gradientes de pressão próximos aos orifícios de abastecimento são mais intensos, conforme se pode observar na Figura 5.2, e o refinamento da malha próximo aos orifícios de abastecimento tem grande influência nos resultados obtidos da distribuição de pressão na superfície do mancal radial aerostático..



Figura 5.3 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional, para o coeficiente de descarga Cd = constante.

A Tabela 5.6 apresenta os resultados obtidos da vazão mássica total em função da excentricidade, considerando o coeficiente de descarga constante e igual a 0,8 e para as malhas com índice de refinamento IREF0 e IREF4, bem como a diferença percentual entre esses resultados. A média das diferenças percentuais das vazões mássicas totais calculadas com o coeficiente de descarga constante é de aproximadamente -2,9 e seu desvio médio é 0,4314.

A Figura 5.4 apresenta de forma gráfica os resultados da vazão mássica total, onde pode se observar que a vazão mássica total calculada com o índice de refinamento IREF4 é ligeiramente menor do que a calculada com o índice de refinamento IREF0. Isso se deve ao fato que com o refinamento IREF4, as pressões calculadas na descarga dos orifícios de abastecimento são maiores do que as calculadas com o índice de refinamento IREF0, causando uma redução das vazões mássicas pelos orifícios de abastecimento. Este fato ocorre visto que a vazão mássica em cada orifício é dependente da relação entre a pressão de descarga e a de abastecimento dos orifícios na condição de escoamento subsônico e constante na condição de escoamento sônico.

	Vazão mássica total g/s						
Excentricidade	C	d = const	<sup>-</sup> constante				
adimensional	IDEE0		Diferença				
ε	IREF0	IREF4	%				
0,0	1,0091	0,9862	-2,2693				
0,1	1,0037	0,9802	-2,3413				
0,2	0,9875	0,9622	-2,5620				
0,3	0,9608	0,9327	-2,9246				
0,4	0,9251	0,8945	-3,3078				
0,5	0,8829	0,8518	-3,5225				
0,6	0,8393	0,8100	-3,4910				
0,7	0,7995	0,7737	-3,2270				

Tabela 5.6 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional, para o coeficiente de descarga Cd = constante.

A Tabela 5.7 e a Tabela 5.8, apresentam as capacidades de carga adimensional para o mancal radial aerostático operando com diversos valores de folga radial, ou seja, projetados com diferentes parâmetros adimensionais de projeto  $k_{go}$ , conforme apresentado na Tabela 5.4.



Figura 5.4 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional, para o coeficiente de descarga Cd = constante.

A Figura 5.5, para a malha com índice de refinamento IREF0, foi elaborada com base nos valores da capacidade de carga adimensional listados na Tabela 5.7 e os correspondentes valores do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  listados na Tabela 5.4, para o mancal radial aerostático em análise.

De maneira análoga, a Figura 5.6 foi montada com base na Tabela 5.8 e na Tabela 5.4, para a malha com índice de refinamento IREF4.

Pode se observar na Figura 5.5 e na Figura 5.6, que a capacidade de carga adimensional passa por um valor máximo para um certo valor do parâmetro de projeto  $k_{go}$  para cada valor de excentricidade adimensional.

		Capacidade de carga adimensional							
			Cd = constante						
		$\varepsilon = 0,1$ $\varepsilon = 0,3$					3		
Folga radial	$\frac{C}{-10^{-3}}$			Diferenca			Diferenca		
μm	R	IREF0	IREF4	%	IREF0	IREF4	%		
> 60	1,987	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00		
47	1,556	0,0136	0,0136	0,00	0,0435	0,0435	-0,02		
40	1,325	0,0188	0,0188	0,07	0,0599	0,0599	-0,01		
35	1,159	0,0241	0,0241	0,05	0,0763	0,0764	0,04		
28	0,927	0,0352	0,0351	-0,31	0,1100	0,1089	-0,97		
24	0,795	0,0443	0,0436	-1,54	0,1333	0,1281	-3,89		
22	0,728	0,0487	0,0463	-4,84	0,1430	0,1344	-6,05		
20	0,662	0,0512	0,0475	-7,32	0,1482	0,1351	-8,87		
17	0,563	0,0502	0,0439	-12,53	0,1414	0,1219	-13,79		
15	0,497	0,0445	0,0367	-17,36	0,1238	0,1017	-17,83		
13	0,430	0,0340	0,0260	-23,39	0,0953	0,0739	-22,45		
11	0,364	0,0207	0,0148	-28,60	0,0606	0,0441	-27,20		
< 5	0,166	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00		

Tabela 5.7 - Capacidade de carga adimensional versus parâmetro adimensional de projeto,

para o coeficiente de descarga Cd = constante.

		Capacidade de carga adimensional							
			Cd = constante						
			$\varepsilon = 0,5$ $\varepsilon = 0,7$						
Folga radial µm	$\frac{C}{R} \times 10^{-3}$	IREF0	IREF4	Diferença %	IREF0	IREF4	Diferença %		
> 60	1,987	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00		
47	1,556	0,0838	0,0838	0,01	0,1489	0,1446	-2,87		
40	1,325	0,1136	0,1135	-0,09	0,1864	0,1768	-5,15		
35	1,159	0,1426	0,1409	-1,19	0,2143	0,1990	-7,14		
28	0,927	0,1910	0,1820	-4,71	0,2474	0,2230	-9,85		
24	0,795	0,2144	0,1980	-7,65	0,2573	0,2275	-11,58		
22	0,728	0,2212	0,2020	-8,68	0,2573	0,2251	-12,53		
20	0,662	0,2220	0,1962	-11,62	0,2526	0,2182	-13,62		
17	0,563	0,2050	0,1738	-15,22	0,2327	0,1960	-15,79		
15	0,497	0,1790	0,1469	-17,96	0,2073	0,1703	-17,84		
13	0,430	0,1416	0,1113	-21,39	0,1702	0,1360	-20,09		
11	0,364	0,0958	0,0714	-25,44	0,1230	0,0962	-21,82		
< 5	0,166	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00		

Tabela 5.8 - Capacidade de carga adimensional versus parâmetro adimensional de projeto,

para o coeficiente de descarga Cd = constante.

Por exemplo, da Figura 5.5, para IREF0 e  $\varepsilon = 0,1$  o valor máximo da capacidade de carga adimensional é  $\approx 0,051$  e ocorre para  $k_{go} \approx 0,62$ . Da mesma forma, para  $\varepsilon = 0,7$  o valor máximo da capacidade de carga adimensional é  $\approx 0,257$  e ocorre para  $k_{go} \approx 0,42$ .

Por outro lado, da Figura 5.6, para IREF4 e  $\varepsilon = 0,1$  o valor máximo da capacidade de carga adimensional é  $\approx 0,048$  e ocorre para  $k_{go} \approx 0,61$ . Da mesma forma, para  $\varepsilon = 0,7$  o valor máximo da capacidade de carga adimensional é  $\approx 0,228$  e ocorre para  $k_{go} \approx 0,46$ .



Figura 5.5 – Capacidade de carga adimensional versus  $k_{go}$ , para o coeficiente de descarga Cd = constante e índice de refinamento IREF0.



Figura 5.6 – Capacidade de carga adimensional versus  $k_{go}$ , para o coeficiente de descarga Cd = constante e índice de refinamento IREF4.

A Figura 5.7 compara as capacidades de carga adimensional em função do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  calculadas com os índices de refinamento de malha IREF0 e IREF4. Observa-se que à medida em que cresce o valor da excentricidade adimensional, a diferença percentual entre as capacidades de carga adimensional obtidas com os respectivos índices de refinamento de malha é crescente, para cada valor de  $k_{go}$  analisado. Portanto, para excentricidades próximas à 0,3 ou superiores é de suma importância o refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento, para a faixa do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  compreendida entre 0,2 e 0,8.



Figura 5.7 – Capacidades de carga adimensional versus  $k_{go}$ , comparação entre os resultados das malhas de índices de refinamento IREF0 e IREF4, Cd = constante.

A Tabela 5.9 e a Tabela 5.10, apresentam a vazão total adimensional para o mancal radial aerostático operando com diversos valores de folga radial, ou seja, projetados com diferentes parâmetros adimensionais de projeto  $k_{go}$ , conforme apresentado na Tabela 5.4.

Tabela 5.9 – Vazão total adimensional versus parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ ,

		Vazão total adimensional, $\frac{q}{q_{(k_{go}=0,4)}}$								
			Cd = constante							
			$\mathcal{E} = 0, 1$			$\varepsilon = 0, 3$				
Folga radial µm	$\frac{C}{R} \times 10^{-3}$	IREF0	IREF4	Diferença %	IREF0	IREF4	Diferença %			
> 60	1,987	1,0794	1,0690	-0,96	1,0771	1,0667	-0,96			
47	1,556	1,0682	1,0579	-0,96	1,0646	1,0544	-0,96			
40	1,325	1,0574	1,0473	-0,96	1,0528	1,0426	-0,96			
35	1,159	1,0459	1,0359	-0,96	1,0401	1,0302	-0,96			
28	0,927	1,0197	1,0099	-0,96	1,0113	0,9987	-1,24			
24	0,795	0,9952	0,9834	-1,18	0,9745	0,9535	-2,15			
22	0,728	0,9742	0,9554	-1,93	0,9421	0,9149	-2,89			
20	0,662	0,9349	0,9042	-3,28	0,8949	0,8604	-3,86			
17	0,563	0,8177	0,7684	-6,03	0,7828	0,7358	-6,01			
15	0,497	0,6935	0,6361	-8,28	0,6722	0,6201	-7,74			
13	0,430	0,5374	0,4802	-10,64	0,5348	0,4829	-9,71			
11	0,364	0,3676	0,3226	-12,24	0,3817	0,3373	-11,63			
< 5	0,166	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00			

para o coeficiente de descarga Cd = constante.

		Vazão total adimensional, $\frac{q}{q_{(k_{go}=0,4)}}$							
			Cd = constante						
			E = 0,5	5		$\mathcal{E} = 0, 7$			
Folga radial µm	$\frac{C}{R} \times 10^{-3}$	IREF0	IREF4	Diferença %	IREF0	IREF4	Diferença %		
> 60	1,987	1,0707	1,0604	-0,96	1,0535	1,0427	-1,03		
47	1,556	1,0550	1,0449	-0,96	1,0242	1,0062	-1,75		
40	1,325	1,0406	1,0302	-1,00	0,9910	0,9671	-2,41		
35	1,159	1,0239	1,0102	-1,34	0,9537	0,9259	-2,91		
28	0,927	0,9721	0,9481	-2,47	0,8779	0,8477	-3,45		
24	0,795	0,9136	0,8823	-3,42	0,8189	0,7881	-3,76		
22	0,728	0,8727	0,8385	-3,92	0,7840	0,7535	-3,89		
20	0,662	0,8224	0,7858	-4,45	0,7447	0,7137	-4,16		
17	0,563	0,7257	0,6860	-5,47	0,6731	0,6415	-4,70		
15	0,497	0,6407	0,5983	-6,61	0,6128	0,5798	-5,38		
13	0,430	0,5330	0,4894	-8,19	0,5339	0,4982	-6,69		
11	0,364	0,4026	0,3601	-10,55	0,4280	0,3782	-11,63		
< 5	0,166	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00		

para o coeficiente de descarga Cd = constante.

A Figura 5.8 e a Figura 5.9 apresentam claramente que a vazão total adimensional decresce em função do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  para o mancal radial aerostático em análise, respectivamente para as malhas com índice de refinamento IREF0 e IREF4.



Figura 5.8 – Vazão total adimensional versus  $k_{go}$ , índice de refinamento IREF0, para o coeficiente de descarga Cd = constante.

A Figura 5.10 compara as vazões totais adimensionais em função do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  calculadas com os índices de refinamento de malha IREF0 e IREF4. Observa-se que a vazão total adimensional calculada é pouco afetada pelo índice de refinamento de malha utilizado.



Figura 5.9 – Vazão total adimensional versus  $k_{go}$ , índice de refinamento IREF4, para o coeficiente de descarga Cd = constante.



Figura 5.10 – Vazão total adimensional versus  $k_{go}$ , comparação entre os resultados das malhas de índices de refinamento IREF0 e IREF4, Cd = constante.

## 5.4 RESULTADOS CONSIDERANDO O COEFICIENTE DE DESCARGA VARIÁVEL

Analogamente aos resultados apresentados para o mancal radial aerostático considerando o coeficiente de descarga constante, ou seja, Cd = 0,80, neste item são apresentados os resultados do mesmo mancal radial aerostático, considerando entretanto o coeficiente de descarga variável, ou seja, igual a 0,88 na condição de escoamento sônico e Cd = -0,0751kp + 0,9093 para a condição de escoamento subsônico. A metodologia de obtenção do coeficiente de descarga denominado variável é apresentada no Capítulo 3.

A Figura 5.11 e a Figura 5.12 apresentam os resultados obtidos das pressões absolutas na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento do mancal radial aerostático, para as excentricidades iguais a 0,1 e 0,7. Foi considerado o coeficiente de descarga variável, conforme Tabela 5.2, e empregadas as malhas com índices de refinamento IREF0 e IREF4, apresentadas no Capítulo 3.



Figura 5.11 – Pressão absoluta na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento, para o coeficiente de descarga Cd = variável e  $\varepsilon$  = 0,1.



Figura 5.12 – Pressão absoluta nas posições dos orifícios de abastecimento, para o coeficiente de descarga Cd = variável e  $\varepsilon$  = 0,7.

A Tabela C.4, , no Apêndice C, apresenta os resultados numéricos utilizados, sendo que os valores do comprimento circunferencial adimensional marcados em negrito, correspondem às posições onde se localizam os orifícios de abastecimento.de forma gráfica, onde se pode observar que as pressões nas saídas dos orifícios de abastecimento calculadas com o índice de refinamento IREF4 são superiores às calculadas com o índice de refinamento IREF4 são superiores às calculadas.

A Tabela 5.11 e a Figura 5.13 apresentam os resultados obtidos da capacidade de carga adimensional do mancal radial aerostático considerando o coeficiente de descarga variável, para as malhas com índices de refinamento IREF0 e IREF4. Observa-se semelhante comportamento ocorrido nos resultados com o coeficiente de descarga constante, ou seja, um decréscimo da capacidade de carga adimensional quando se emprega uma malha mais refinada, ou seja, a malha com índice de refinamento IREF4. A média das diferenças percentuais das capacidades de cargas adimensionais calculadas com o coeficiente de descarga variável é aproximadamente -9,5 e seu desvio médio é 3,0526.

	Capacidad	Capacidade de carga adimensional						
Excentricidade		<i>Cd</i> = variável						
adimensional	IREFO	Diferença						
ε	iiter o	incer i	%					
0,0	0,0000	0,0000	0,0000					
0,1	0,0508	0,0467	-8,0709					
0,2	0,1004	0,0916	-8,7649					
0,3	0,1458	0,1325	-9,1221					
0,4	0,1864	0,1660	-10,9442					
0,5	0,2179	0,1915	-12,1156					
0,6	0,2387	0,2070	-13,2803					
0,7	0,2486	0,2137	-14,0386					

Tabela 5.11 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional, para o coeficiente de descarga Cd = variável.



Figura 5.13 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade, para o coeficiente de descarga Cd = variável.

A Tabela 5.12 apresenta os resultados obtidos da vazão mássica total em função da excentricidade, considerando o coeficiente de descarga variável e para as malhas com índice

de refinamento IREF0 e IREF4, bem como as diferenças percentuais entre esses resultados. A média das diferenças percentuais das vazões mássicas totais calculadas com o coeficiente de descarga variável é aproximadamente -3,4 e seu desvio médio é 0,2743.

	Vazão mássica total g/s						
Excentricidade	<i>Cd</i> = variável						
adimensional	ID EEA		Diferença				
ε	IREF0	IREF4	%				
0,0	1,0811	1,0488	-2,9877				
0,1	1,0754	1,0425	-3,0593				
0,2	1,0583	1,0241	-3,2316				
0,3	1,0314	0,9942	-3,6067				
0,4	0,9949	0,9585	-3,6587				
0,5	0,9523	0,9148	-3,9378				
0,6	0,9072	0,8744	-3,6155				
0,7	0,8667	0,8377	-3,3460				

Tabela 5.12 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional, para o coeficiente de descarga Cd = variável.

A Figura 5.14 apresenta os resultados de forma gráfica, onde pode se observar que a vazão mássica total calculada com o índice de refinamento IREF4 é ligeiramente menor do que a calculada com o índice de refinamento IREF0. Esse fato foi também observado nos resultados obtidos considerando o coeficiente de descarga constante e devido aos mesmos fatores.



Figura 5.14 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional, para o coeficiente de descarga Cd = variável.

A Tabela 5.13 e a Tabela 5.14, apresentam as capacidades de carga adimensionais para o mancal radial aerostático operando com diversas excentricidades e projetados com diferentes parâmetros adimensionais de projeto  $k_{go}$ .

Tabela 5.13 - Capacidade de carga adimensional versus parâmetro adimensional de projeto,

para o coeficiente de descarga Cd = variável, para  $\varepsilon = 0,1$  e  $\varepsilon = 0,3$ .

		Capacidade de carga adimensional							
			Cd = variável						
			$\mathcal{E}=0,1$			$\mathcal{E}=0,2$	3		
Folga radial µm	$\frac{C}{R} \times 10^{-3}$	IREF0	IREF4	Diferença %	IREF0	IREF4	Diferença %		
> 60	1,987	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00		
47	1,556	0,0146	0,0146	0,00	0,0466	0,0466	-0,04		
40	1,325	0,0201	0,0200	-0,43	0,0638	0,0638	-0,02		
35	1,159	0,0256	0,0256	0,03	0,0810	0,0810	-0,02		
28	0,927	0,0371	0,0371	0,02	0,1143	0,1123	-1,76		
24	0,795	0,0448	0,0434	-3,01	0,1351	0,1285	-4,90		
22	0,728	0,0490	0,0462	-5,59	0,1428	0,1328	-6,98		
20	0,662	0,0508	0,0467	-8,13	0,1458	0,1325	-9,13		
17	0,563	0,0488	0,0423	-13,24	0,1371	0,1174	-14,43		
15	0,497	0,0426	0,0349	-17,96	0,1186	0,0968	-18,35		
13	0,430	0,0320	0,0244	-23,55	0,0901	0,0696	-22,81		
11	0,364	0,0193	0,0137	-28,84	0,0567	0,0411	-27,56		
< 5	0,166	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00		

Tabela 5.14 - Capacidade de carga adimensional versus parâmetro adimensional de projeto,

para o coeficiente de descarga Cd = variável, para  $\varepsilon = 0,5$  e  $\varepsilon = 0,7$ .

	Capacidade de carga adimensional						
			Cd = v	ariável			
		$\mathcal{E} = 0, \mathcal{E}$	5		$\mathcal{E}=0,7$	7	
$\frac{C}{R} \times 10^{-3}$	IREF0	IREF4	Diferença %	IREF0	IREF4	Diferença %	
1,987	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00	
1,556	0,0895	0,0895	0,00	0,1558	0,1502	-3,59	
1,325	0,1203	0,1197	-0,48	0,1921	0,1812	-5,68	
1,159	0,1494	0,1463	-2,11	0,2187	0,2023	-7,52	
0,927	0,1949	0,1843	-5,44	0,2489	0,2234	-10,21	
0,795	0,2152	0,1973	-8,32	0,2562	0,2257	-11,90	
0,728	0,2198	0,1975	-10,13	0,2549	0,2218	-12,97	
0,662	0,2179	0,1915	-12,11	0,2486	0,2137	-14,02	
0,563	0,1987	0,1676	-15,63	0,2260	0,1893	-16,27	
0,497	0,1720	0,1403	-18,41	0,2000	0,1636	-18,19	
0,430	0,1346	0,1053	-21,73	0,1627	0,1290	-20,69	
0,364	0,0901	0,0669	-25,74	0,1163	0,0889	-23,59	
0,166	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00	
	$ \frac{C}{R} \times 10^{-3} $ 1,987 1,556 1,325 1,159 0,927 0,795 0,728 0,662 0,563 0,497 0,430 0,364 0,166	$\begin{array}{ c c c c }\hline \\ \hline \\$	Capa $C_{R} \times 10^{-3}$ $\mathcal{E} = 0.5$ $\frac{C}{R} \times 10^{-3}$ IREF0IREF41,9870,00000,00001,5560,08950,08951,3250,12030,11971,1590,14940,14630,9270,19490,18430,7950,21520,19730,7280,21980,19750,6620,21790,19150,5630,19870,16760,4970,17200,14030,3640,09010,06690,1660,00000,0000	Capacidade de caCd = v $C = 0,5$ $C R \times 10^{-3}$ IREF0IREF4Diferença1,9870,00000,00000,001,5560,08950,08950,001,3250,12030,1197-0,481,1590,14940,1463-2,110,9270,19490,1843-5,440,7950,21520,1973-8,320,7280,21980,1975-10,130,6620,21790,1915-12,110,5630,19870,1676-15,630,4970,17200,1403-18,410,4300,13460,1053-21,730,3640,09010,0669-25,740,1660,00000,00000,000	Capacidade de carga adim $Cd = variávelC = 0, 5Cd = variávelC R \times 10^{-3}REF0REF0Diferença%REF01,9870,00000,00000,0000,00001,5560,08950,08950,0000,15581,3250,12030,1197-0,480,19211,1590,14940,1463-2,110,21870,9270,19490,1843-5,440,24890,7950,21520,1973-8,320,25620,7280,21980,1975-10,130,25490,6620,21790,1915-12,110,24860,5630,19870,1676-15,630,22600,4970,17200,1403-18,410,20000,4300,13460,1053-21,730,16270,3640,09010,0669-25,740,11630,1660,00000,00000,0000,0000$	Capacidade de carga adimensionalCd = variável $Cd = variável\mathcal{C}d = variável\mathcal{E} = 0, 5\mathcal{E} = 0, 7\frac{C}{R} \times 10^{-3}IREF0IREF0IREF4IREF0IREF4Diferença\%IREF41,9870,00000,00000,00000,00001,5560,08950,08950,0000,15580,15021,3250,12030,1197-0,480,19210,18121,1590,14940,1463-2,110,21870,20230,9270,19490,1843-5,440,24890,22340,7950,21520,1973-8,320,25620,22570,7280,21980,1975-10,130,25490,22180,6620,21790,1915-12,110,24860,21370,5630,19870,1676-15,630,22600,18930,4970,17200,1403-18,410,20000,16360,4300,13460,1053-21,730,16270,12900,3640,09010,0669-25,740,11630,08890,1660,00000,00000,0000,00000,0000$	

A Figura 5.15 e a Figura 5.16 apresentam a capacidade de carga adimensional em função do parâmetro adimensional de projeto para o mancal radial aerostático em análise, respectivamente para a malha de referência IREF0 e a malha com índice de refinamento IREF4.



Figura 5.15 – Capacidade de carga adimensional versus  $k_{go}$ , para o coeficiente de descarga Cd = variável e malha de referência IREF0.



Figura 5.16 – Capacidade de carga adimensional versus  $k_{go}$ , para o coeficiente de descarga Cd = variável e malha com índice de refinamento IREF4.

A Figura 5.17 compara as capacidades de carga adimensional em função do parâmetro adimensional de projeto entre os índices de refinamento de malha IREF0 e IREF4. Observa-se

que com o aumento da excentricidade adimensional, a diferença percentual entre os resultados com os respectivos índices de refinamento de malha é crescente, evidenciando que para excentricidades adimensionais superiores a 0,3 é de suma importância o refinamento próximo aos orifícios de abastecimento, seja qual for o valor do parâmetro  $k_{go}$ .

A Tabela 5.15 e a Tabela 5.16, apresentam as vazões totais adimensionais para o mancal radial aerostático operando com diversas excentricidades e projetados com diferentes parâmetros adimensionais de projeto  $k_{go}$ .



Figura 5.17 – Capacidades de carga adimensional versus  $k_{go}$ , comparação entre os resultados da malha de referência IREF0 e com índice de refinamento IREF4, Cd = variável.

		Vazão total adimensional, $\frac{q}{q_{(k_{go}=0,4)}}$							
				Cd = v	ariável				
			$\mathcal{E} = 0, 1$	l		$\mathcal{E}=0,2$	3		
Folga radial µm	$\frac{C}{R} \times 10^{-3}$	IREF0	IREF4	Diferença %	IREF0	IREF4	Diferença %		
> 60	1,987	1,0833	1,0576	-2,37	1,0809	1,0553	-2,37		
47	1,556	1,0720	1,0466	-2,37	1,0684	1,0431	-2,37		
40	1,325	1,0612	1,0361	-2,37	1,0565	1,0315	-2,37		
35	1,159	1,0497	1,0248	-2,37	1,0439	1,0191	-2,37		
28	0,927	1,0234	0,9991	-2,37	1,0098	0,9807	-2,88		
24	0,795	0,9921	0,9612	-3,12	0,9652	0,9261	-4,05		
22	0,728	0,9630	0,9201	-4,46	0,9269	0,8822	-4,83		
20	0,662	0,9087	0,8600	-5,36	0,8715	0,8202	-5,89		
17	0,563	0,7788	0,7166	-7,98	0,7487	0,6899	-7,86		
15	0,497	0,6514	0,5857	-10,09	0,6352	0,5749	-9,50		
13	0,430	0,4986	0,4374	-12,27	0,4994	0,4429	-11,32		
11	0,364	0,3393	0,2912	-14,19	0,3529	0,3063	-13,20		
< 5	0,166	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00		

Tabela 5.15 - Vazão total adimensional versus parâmetro adimensional de projeto,

para o coeficiente de descarga Cd = variável, para  $\varepsilon$  = 0,1 e  $\varepsilon$  = 0,3.

		Vazão total adimensional, $\frac{q}{q_{(k_{go}=0,4)}}$							
				Cd = v	ariável				
			$\varepsilon = 0,5$ $\varepsilon = 0,7$						
Folga radial µm	$\frac{C}{R} \times 10^{-3}$	IREF0	IREF4	Diferença %	IREF0	IREF4	Diferença %		
> 60	1,987	1,0746	1,0491	-2,37	1,0557	1,0284	-2,58		
47	1,556	1,0588	1,0337	-2,37	1,0228	0,9877	-3,42		
40	1,325	1,0427	1,0163	-2,53	0,9856	0,9465	-3,96		
35	1,159	1,0239	0,9920	-3,11	0,9465	0,9050	-4,38		
28	0,927	0,9646	0,9234	-4,27	0,8683	0,8256	-4,92		
24	0,795	0,9005	0,8542	-5,15	0,8090	0,7669	-5,20		
22	0,728	0,8566	0,8094	-5,50	0,7724	0,7307	-5,39		
20	0,662	0,8047	0,7547	-6,21	0,7323	0,6910	-5,64		
17	0,563	0,7005	0,6499	-7,23	0,6579	0,6171	-6,21		
15	0,497	0,6120	0,5609	-8,36	0,5924	0,5503	-7,11		
13	0,430	0,5031	0,4535	-9,87	0,5099	0,4669	-8,45		
11	0,364	0,3760	0,3319	-11,72	0,4034	0,3623	-10,18		
< 5	0,166	0,0000	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,00		

Tabela 5.16 - Vazão total adimensional versus parâmetro adimensional de projeto,

para o coeficiente de descarga Cd = variável, para  $\varepsilon = 0,5$  e  $\varepsilon = 0,7$ .

A Figura 5.18 e a Figura 5.19 apresentam a vazão total adimensional em função do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  para o mancal radial aerostático em análise, respectivamente para as malhas com índice de refinamento IREF0 e IREF4, cujos valores numéricos são apresentados na Tabela 5.15 e na Tabela 5.16.



Figura 5.18 – Vazão total adimensional versus  $k_{go}$ , malha de referência IREF0, para o coeficiente de descarga Cd = variável.

A Figura 5.20 compara as vazões totais adimensionais em função do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  calculadas com os índices de refinamento de malha IREF0 e IREF4. Observa-se que a vazão total adimensional calculada é pouco afetada pelo índice de refinamento de malha utilizado.



Figura 5.19 – Vazão total adimensional versus  $k_{go}$ , malha com índice de refinamento IREF4, para o coeficiente de descarga Cd = variável.



Figura 5.20 – Vazão total adimensional versus  $k_{go}$ , comparação entre os resultados da malha de referência IREF0 e da malha com índice de refinamento IREF4, Cd = variável.

## 5.5 COMPARAÇÃO GLOBAL ENTRE OS RESULTADOS

Neste item apresenta-se a comparação global entre os resultados apresentados para o mancal radial aerostático em análise. Os resultados comparados neste item são os obtidos nos cálculos do mancal considerando as duas hipóteses para o coeficiente de descarga dos orifícios, ou seja, aqui denominados de coeficiente de descarga constante e de coeficiente de descarga variável. Também, é apresentada a comparação entre os resultados obtidos da investigação do efeito do índice de refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento, sob as duas hipóteses do coeficiente de descarga.

Inicialmente o estudo comparativo é realizado para o mancal radial aerostático, cujos dados são apresentados na Tabela 5.1, na Tabela 5.2 e na Tabela 5.3, projetado com  $k_{go} \cong 0,6$ . Em seguida, o estudo comparativo é realizado para o mancal radial aerostático operando sob diversas folgas radiais, ou seja, sob vários valores do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ , conforme apresentado na Tabela 5.4.

A Figura 5.21 apresenta a comparação da distribuição de pressão absoluta em função do comprimento circunferencial do mancal na linha dos orifícios de abastecimento, na excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,1$  e com parâmetro adimensional de projeto  $k_{go} \cong 0,6$ . Os resultados retratam que as diferenças das pressões absolutas são menores entre os cálculos considerando o coeficiente de descarga constante e variável, para cada uma das malhas utilizadas, e relativamente maiores quando considerado o refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento de uma dada hipótese do coeficiente de descarga.

Analogamente à Figura 5.21, a Figura 5.22 apresenta a comparação da distribuição da pressão absoluta na excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,7$  e com parâmetro adimensional de projeto  $k_{go} \approx 0,6$ . Os resultados retratam que as diferenças das pressões absolutas são pequenas entre os cálculos considerando o coeficiente de descarga constante e variável, e relativamente grandes quando considerado o refinamento de malha nas proximidades dos orifícios de abastecimento. Observa-se que na condição de operação com excentricidade  $\varepsilon = 0,7$ , os orifícios de abastecimento localizados na região carregada do mancal tem suas pressões absolutas pouco afetadas, seja pelas hipóteses do coeficiente de descarga ou pelos índices de refinamento de malha. Entretanto, nas outras regiões da superfície do mancal, as pressões absolutas calculadas são afetadas diretamente pelos índices de refinamento de malha



Figura 5.21 – Comparação das pressões absolutas nas posições dos orifícios de abastecimento, excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,1$ .



Figura 5.22 – Comparação das pressões absolutas nas posições dos orifícios de abastecimento, excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,7$ .

A Tabela 5.17 apresenta as diferenças percentuais entre as capacidades de carga adimensionais calculadas para a malha de referência IREF0. A média das diferenças percentuais das capacidades de carga adimensionais calculadas com a malha de referência IREF0 é -1,2681 e seu desvio médio de 0,5098.

Analogamente, a Tabela 5.18 apresenta as diferenças percentuais entre as capacidades de carga adimensionais calculadas para o índice de refinamento de malha IREF4. A média das diferenças percentuais das capacidades de carga adimensionais calculadas com o índice de refinamento de malha IREF4 é -1,8491 e seu desvio médio é 0,4954.

Tabela 5.17 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional, para a malha de referência IREF0.

	Capacidade de carga adimensional		
Excentricidade	IREF0		
adimensional	Cd = constante	Cd = variável	Diferença
ε			%
0,0	0,0000	0,0000	0,0000
0,1	0,0513	0,0508	-0,9747
0,2	0,1012	0,1004	-0,7905
0,3	0,1483	0,1458	-1,6858
0,4	0,1894	0,1864	-1,5839
0,5	0,2218	0,2179	-1,7583
0,6	0,2429	0,2387	-1,7291
0,7	0,2527	0,2486	-1,6225

	Capacidade de carga adimensional		
Excentricidade	IREF4		
adimensional	Cd = constante	<i>Cd</i> = variável	Diferença
ε			%
0,0	0,0000	0,0000	0,0000
0,1	0,0476	0,0467	-1,8908
0,2	0,0932	0,0916	-1,7167
0,3	0,1352	0,1325	-1,9970
0,4	0,1702	0,1660	-2,4677
0,5	0,1961	0,1915	-2,3457
0,6	0,2119	0,2070	-2,3124
0,7	0,2182	0,2137	-2,0623

Tabela 5.18 – Capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional, para a malha de índice de refinamento IREF4.

A Figura 5.23 apresenta a comparação da capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional do mancal projetado com  $k_{go} \cong 0,6$ , para todas as hipóteses analisadas neste trabalho. O estudo demonstra que as diferenças das capacidades de carga adimensional são muito pequenas entre os cálculos considerando o coeficiente de descarga constante e variável, e relativamente grandes quando considerado o refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento, sendo que em ambos os casos, as diferenças percentuais são crescentes para a faixa de excentricidade adimensional compreendida entre  $\varepsilon = 0,0$  e  $\varepsilon \approx 0,5$ .



Figura 5.23 – Comparação da capacidade de carga adimensional em função da excentricidade adimensional.

A Tabela 5.19 apresenta as diferenças percentuais entre as vazões mássicas totais calculadas para a malha de referência IREF0. A média das diferenças percentuais das vazões mássicas calculadas com a malha de referência IREF0 é 7,5872 e seu desvio médio é 0,3986.

Analogamente, a Tabela 5.20 apresenta as diferenças percentuais entre as capacidades de carga adimensionais calculadas para o índice de refinamento de malha IREF4. A média das diferenças percentuais das capacidades de carga adimensionais calculadas com o índice de refinamento de malha IREF4 é 7,0630 e seu desvio médio é 0,6304.

	Vazão mássica total g/s		
Excentricidade	IREF0		
adimensional	Cd = constante	<i>Cd</i> = variável	Diferença
ε			%
0,0	1,0091	1,0811	7,1351
0,1	1,0037	1,0754	7,1436
0,2	0,9875	1,0583	7,1696
0,3	0,9608	1,0314	7,3480
0,4	0,9251	0,9949	7,5451
0,5	0,8829	0,9523	7,8605
0,6	0,8393	0,9072	8,0901
0,7	0,7995	0,8667	8,4053

Tabela 5.19 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional,

para a malha de referência IREF0.

Tabela 5.20 – Vazão mássica total em função da excentricidade adimensional, para a malha de índice de refinamento IREF4.

	Vazão mássica total g/s		
Excentricidade	IREF4		
adimensional	Cd = constante	<i>Cd</i> = variável	Diferença
ε	Ca constante	Cu variavei	%
0,0	0,9862	1,0488	6,3476
0,1	0,9802	1,0425	6,3558
0,2	0,9622	1,0241	6,4332
0,3	0,9327	0,9942	6,5938
0,4	0,8945	0,9585	7,1548
0,5	0,8518	0,9148	7,3961
0,6	0,8100	0,8744	7,9506
0,7	0,7737	0,8377	8,2719

A Figura 5.24 apresenta a comparação da vazão total requerida, em função da excentricidade adimensional do mancal radial aerostático projetado com  $k_{go} \cong 0,6$ , na qual se observa que a vazão mássica varia linearmente em função de  $\varepsilon$ , para  $\varepsilon > 0,3$ . Pode-se

observar também que, para o mancal radial aerostático sob análise, independentemente da hipótese do coeficiente de descarga dos orifícios, as diferenças percentuais decorrentes nos cálculos utilizando a malha de referência IREF0 e com índice de refinamento IREF4, são de mesma ordem de grandeza. Entretanto, quando realizada a comparação entre um mesmo índice de refinamento, considerando as duas hipóteses do coeficiente de descarga, observa-se que a diferença é praticamente o dobro da observada para o caso onde se mantém fixada a hipótese do coeficiente de descarga, para os dois índices de refinamento de malha.



Figura 5.24 – Comparação da vazão mássica total requerida em função da excentricidade adimensional.

A Figura 5.25 até a Figura 5.28 comparam os resultados da capacidade de carga adimensional  $\overline{W}$  do mancal aerostático radial projetado sob diversos valores de folgas radiais, a fim de se obter a variação do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  desde 0 até 1 e abrangendo a faixa de excentricidade adimensional de 0,1 a 0,7. Para cada valor de excentricidade adimensional é apresentado os resultados, tanto para as duas hipóteses do coeficiente de descarga, como para a malha de referência IREF0 e a malha com índice de refinamento IREF4. Pode-se observar que a capacidade de carga adimensional aumenta com o aumento da excentricidade adimensional  $\varepsilon$ , quase linearmente até  $\varepsilon \approx 0,5$  com tendência a ficar quase constante para  $\varepsilon > 0,7$ .

Observa-se que a diferença percentual é decrescente em relação ao aumento da excentricidade, mantendo-se constante o índice de refinamento de malha. Entretanto, mantendo-se uma das hipóteses do coeficiente de descarga; seja a de Cd=constante ou Cd=variável, a diferença entre as capacidades de carga adimensional é crescente em relação ao aumento da excentricidade, quando se comparam os resultados obtidos com as malhas de referência IREF0 e a malha com índice de refinamento IREF4. Os valores máximos destas diferenças ocorrem para valores do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  compreendidos entre 0,4 a 0,7 dependendo da excentricidade adimensional. Por exemplo, na excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,7$ , a diferença máxima ocorre para  $k_{go} \cong 0,45$ , conforme pode ser observado na Figura 5.28.



Figura 5.25 – Comparação da capacidade de carga adimensional em função de  $k_{go}$ ,  $\varepsilon = 0,1$ .


Figura 5.26 – Comparação da capacidade de carga adimensional em função de  $k_{go}$ ,  $\varepsilon = 0,3$ .



Figura 5.27 – Comparação da capacidade de carga adimensional em função de  $k_{go}$ ,  $\varepsilon = 0,5$ .



Figura 5.28 – Comparação da capacidade de carga adimensional em função de  $k_{go}$ ,  $\varepsilon = 0, 7$ .

Analogamente aos resultados comparativos da capacidade de carga adimensional em função do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ , a Figura 5.29 até Figura 5.32, apresentam os resultados comparativos da vazão total adimensional em função de  $k_{go}$ .

Quando se utiliza a hipótese de coeficiente de descarga constante, os resultados apresentados na Figura 5.29 retratam que são diminutas as diferenças entre os valores de vazão total adimensional calculados com a malha de referência IREF0 e a malha com índice de refinamento IREF4, respectivamente. Entretanto, tal diferença torna-se ligeiramente superior quando se emprega a hipótese do coeficiente de descarga variável, conforme apresentado na Figura 5.30.

A Figura 5.31 apresenta que as diferenças entre as vazões totais adimensionais para as duas hipóteses do coeficiente de descarga dos orifícios são desprezíveis, quando se utiliza a malha de referência IREF0. Entretanto, tal diferença torna-se ligeiramente superior quando se emprega a malha com índice de refinamento IREF4, conforme apresenta a Figura 5.32.



Figura 5.29 – Comparação da vazão total adimensional versus  $k_{go}$ , Cd = constante.



Figura 5.30 – Comparação da vazão total adimensional versus  $k_{go}$ , Cd = variável.



Figura 5.31 – Comparação da vazão total adimensional versus  $k_{\rm go}$  , IREF0.



Figura 5.32 – Comparação da vazão total adimensional versus  $k_{go}$ , IREF4.

A Figura 5.33 até a Figura 5.38 apresentam os resultados da relação de pressão kp do mancal aerostático radial calculado com três valores diferentes do parâmetro adimensional de projeto, ou seja,  $k_{go} = 0,4478$ ,  $k_{go} = 0,5973$  e  $k_{go} = 0,8141$ , valores estes apresentados na Tabela 5.4. Segundo Powell (1970), o valor de  $k_{go} = 0,4$  corresponde a condição de máxima capacidade de carga, enquanto  $k_{go} = 0,8$  corresponde a condição de máxima rigidez. O valor de  $k_{go} = 0,6$  corresponde então a uma condição de operação intermediária entre a máxima capacidade de carga e a máxima rigidez do mancal.

Os resultados são apresentados para as excentricidades adimensionais  $\varepsilon = 0,1$  e  $\varepsilon = 0,7$  considerando as duas hipóteses do coeficiente de descarga dos orificios de abastecimento e das malhas de referência IREF0 e a malha com índice de refinamento IREF4. Observa-se que para mancais radiais aerostáticos projetados com  $k_{go}$  objetivando a máxima rigidez, os orifícios na região carregada do mancal, ou seja com mínima espessura do filme lubrificante, possuem a relação de pressão muito próxima de kp = 1, quando operam com altos valores de excentricidade adimensional, no caso analisado,  $\varepsilon = 0,7$ . Todavia, praticamente não sofrem diferenças consideráveis em função das hipóteses de *Cd* e dos

índices de refinamento de malha. Entretanto, na excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,1$  os efeitos do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento e do índice de refinamento de malha próximo aos orifícios se tornam mais acentuados em todos os orifícios. Por outro lado, quando o mancal radial aerostático a ser calculado com o objetivo de obter a máxima capacidade de carga, isto é com  $k_{go} = 0,4478$ , as diferenças são relativamente maiores.

A Figura 5.39 até a Figura 5.44 apresentam os resultados das vazões mássicas em cada orifício de abastecimento do mancal radial aerostático, sob as mesmas condições citadas anteriormente, ou seja,  $k_{go} = 0,4478$ ,  $k_{go} = 0,5973$  e  $k_{go} = 0,8141$  e excentricidades adimensionais  $\varepsilon = 0,1$  e  $\varepsilon = 0,7$ . As vazões mássicas dos orifícios de abastecimento na região mais carregada (ou de menor espessura de filme lubrificante) do mancal radial aerostático tem diferenças pequenas entre as hipóteses analisadas e menores ainda com o aumento do parâmetro adimensional de projeto e da excentricidade adimensional, independentemente do índice de refinamento de malha empregado. Quanto mais os orifícios de abastecimento se distanciam da região carregada, ocorrem diferenças que são influenciadas pelo parâmetro adimensional de projeto e pelo índice de refinamento de malha empregado.



Figura 5.33 – Comparação de kp nos orifícios de abastecimento para  $k_{go} = 0,4478$ ,  $\varepsilon = 0,1$ .



Figura 5.34 – Comparação de kp nos orifícios de abastecimento para  $k_{go} = 0,4478$ ,  $\varepsilon = 0,7$ .



Figura 5.35 – Comparação de kp nos orifícios de abastecimento para  $k_{go} = 0,5972$ ,  $\varepsilon = 0,1$ .



Figura 5.36 – Comparação de kp nos orifícios de abastecimento para  $k_{go} = 0,5972$ ,  $\varepsilon = 0,7$ .



Figura 5.37 – Comparação de kp nos orifícios de abastecimento para  $k_{go} = 0.8141$ ,  $\varepsilon = 0.1$ .



Figura 5.38 – Comparação de kp nos orifícios de abastecimento para  $k_{go} = 0.8141$ ,  $\varepsilon = 0.7$ .



Figura 5.39 – Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para  $k_{go}=0,4478\,,\ \varepsilon=0,1\,.$ 



Figura 5.40 – Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para  $k_{go} = 0,4478$ ,  $\varepsilon = 0,7$ .



Figura 5.41 – Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para  $k_{go}=0,5972\,,\ \varepsilon=0,1\,.$ 



Figura 5.42 – Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para  $k_{go} = 0,5972$ ,  $\varepsilon = 0,7$ .



Figura 5.43 – Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para  $k_{go}=0,8141,\ \varepsilon=0,1.$ 



Figura 5.44 – Comparação da vazão mássica nos orifícios de abastecimento para  $k_{go}=0,8141,\ \varepsilon=0,7\,.$ 

### Capítulo 6

## **CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS**

### 6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Powell (1970) cita, em publicação de sua autoria e demais co-autores, a investigação do efeito da variação do coeficiente de descarga do orifício de abastecimento, o qual foi expresso em função da razão entre as pressões de descarga e de alimentação dos orifícios kp, em mancais aerostáticos axiais (escora). Tais mancais geralmente possuem somente um orifício de abastecimento por seção do mancal e opera isoladamente em relação aos demais.

No presente trabalho foram investigados o efeito da variação do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento e do refinamento de malha próximo a esses orifícios, nos parâmetros de operação de mancais radiais aerostáticos. Segundo a pesquisa realizada do estado da arte, foi identificado que tal estudo não foi publicado na literatura até o momento. Trabalhos publicados anteriormente empregaram a discretização do domínio sem refinamento da malha próximo aos orifícios de abastecimento e a vazão em massa do gás através dos orifícios foi obtida considerando o coeficiente de descarga dos orifícios constante em relação a razão entre as pressões de descarga e de alimentação dos orifícios kp.

Nos mancais radiais aerostáticos, os orifícios de abastecimento operam interrelacionados entre si, pois na região da superfície do mancal que está sob condição de carga, a espessura do filme é menor do que na região sem carga. Portanto, a distribuição de pressão sobre a superfície do mancal é função do efeito individual de cada orifício de abastecimento, mas os quais são também dependentes das vazões e pressões dos demais orifícios de abastecimento do mancal.

Inicialmente, foi equacionado do problema de lubrificação de mancais radiais aerostáticos e em seguida desenvolveu-se o programa em linguagem FORTRAN, denominado MARAGAS para o cálculo desse tipo de mancal. A validação do programa foi realizada no capítulo 4, cujos resultados foram comparados aos dados publicados na literatura. Já nesta fase, ficou evidenciado que o refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento é essencial para a obtenção da distribuição de pressão no mancal coerente com a distribuição de pressão obtida experimentalmente por Cioc et al. (2003); ver Figura 4.3 e Figura 4.5. Nesta etapa o coeficiente de descarga dos orifícios foi considerado constante e igual a 0,8.

Em seguida, foi desenvolvido o estudo para a obtenção do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento em função da relação de pressão kp através da simulação computacional utilizando o software ANSYS-CFX<sup>®</sup>. Conforme pode ser visto na Figura 3.16, foi identificado que o coeficiente de descarga Cd varia em função da razão de pressão kp. Para o caso estudado, o coeficiente de descarga foi expresso em duas formas distintas. Na condição de escoamento sônico, o coeficiente de descarga foi considerado como a média dos valores obtidos nesta condição, ou seja, Cd = 0,880. Na condição de escoamento subsônico, o coeficiente de descarga foi considerado como a média dos valores obtidos nesta condição, ou seja, Cd = 0,880. Na condição de escoamento subsônico, o coeficiente de descarga foi expressão linear em função de kp, ou seja, Cd = 0,9093 - 0,0751 kp, tendo como valor mínimo Cd = 0,834 em kp = 1. Foram realizados mais de 64 casos para a obtenção do coeficiente de descarga, variando a malha empregada, a pressão de abastecimento do orifício de abastecimento e a razão de pressão kp. A diferença entre os valores máximo e mínimo do coeficiente de descarga foi cerca de 5%.

Após a obtenção do coeficiente de descarga do orifício de abastecimento, as equações de vazões mássicas de gás através de um orifício e os coeficientes de descarga correspondentes para as duas condições de escoamento foram implementadas no programa MARAGAS. O mancal radial aerostático, cujos dados são apresentados na Tabela 5.1, foi calculado utilizando o programa MARAGAS, sendo obtido os valores do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$  para a malha de referência IREF0 e a malha com índice de refinamento IREF4, bem como para as hipóteses do coeficiente de descarga constante e variável. A Tabela 5.3 apresenta que o valor calculado do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ , dentre os quatro valores calculados, foi  $k_{go} = 0,5972$ , sendo o valor mínimo  $k_{go} = 0,562$  obtido com Cd = 0,8 e com a malha de referência IREF0, e o valor

máximo  $k_{go} = 0,632$  obtido com Cd = variável e com a malha de índice de refinamento IREF4. A diferença em ambos os casos foi de aproximadamente 5,8% em relação ao valor médio dos 4 casos considerados.

Finalmente, o mancal radial aerostático foi analisado sob diversos valores de folga radial, excentricidade adimensional, índice de refinamento de malha e sob as duas hipóteses do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento. Foram estudados mais de 240 casos, considerando as duas hipóteses do coeficiente de descarga dos orifícios, as malhas propostas de referência IREF0 e a com índice de refinamento IREF4, as folgas radiais variando desde 11µm até 60µm, e excentricidades adimensionais iniciando com  $\varepsilon = 0$ , para a obtenção do parâmetro de projeto  $k_{go}$  e uma faixa cobrindo desde  $\varepsilon = 0,1$  até  $\varepsilon = 0,7$  com intervalo de 0,2 entre valores, possibilitando assim a análise proposta neste trabalho.

A Tabela 5.4 lista as folgas radiais e os valores correspondentes do parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ , calculados para as hipóteses do coeficiente de descarga constante e variável, bem como para a malha de referência IREF0 e com índice de refinamento IREF4. A diferença máxima entre os valores de  $k_{go}$  calculados com a malha de referência IREF0 e a com índice de refinamento IREF4 foi aproximadamente de 13%, independentemente das hipóteses do coeficiente de descarga. Entretanto, a diferença foi de 6,6% entre as duas hipóteses do coeficiente de descarga, quando empregado a malha de referência IREF0 e de 7,8% quando calculado com o índice de refinamento IREF4.

A Figura 5.21, bem como a Figura 5.22, apresenta a comparação das pressões absolutas nas posições dos orifícios de abastecimento, respectivamente para as excentricidades adimensionais  $\varepsilon = 0,1$  e  $\varepsilon = 0,7$ .

Foi observado que a diferença entre os valores da capacidade de carga adimensional é crescente com o aumento da excentricidade adimensional, conforme apresentado na Figura 5.23, seja em relação às hipóteses do coeficiente de descarga ou quanto ao índice de refinamento de malha. Entretanto, o valor da diferença relativa entre a capacidade de carga adimensional calculada com a malha de referência IREF0 e com a de índice de refinamento IREF4, foi muito superior à diferença obtida para as duas hipóteses do coeficiente de descarga dos orifícios, para uma dada excentricidade adimensional.

A capacidade de carga adimensional calculada com a malha de índice de refinamento IREF4, que é 13,65% menor do que a calculada com a malha de referência IREF0, como explicado no parágrafo anterior, torna-se 2,06% ainda menor, se calculada considerando a hipótese do coeficiente de descarga variável e mantendo-se o mesmo índice de refinamento de

malha IREF4. Evidencia-se assim a influência da utilização da hipótese do coeficiente de descarga variável no cálculo da capacidade de carga adimensional.

Portanto, a capacidade de carga calculada considerando a hipótese do coeficiente de descarga variável e com a malha de índice de refinamento IREF4 é 15,71% menor do que a capacidade de carga adimensional obtida quando se considera a hipótese do coeficiente de descarga constante e a malha de referência IREF0.

A Figura 5.24 apresenta as diferenças relativas da vazão mássica total requerida para o mancal radial aerostático analisado. Observa-se que as diferenças relativas se mantém praticamente constantes, para toda a faixa de excentricidade adimensional analisada.

Na excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,7$ , a vazão mássica total requerida calculada com a malha de índice de refinamento IREF4, é cerca de 3,23 % menor do que o valor calculado com a malha de referência IREF0, considerando-se a hipótese do coeficiente de descarga constante, evidenciando-se assim a influência do índice de refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento, sobre o cálculo da vazão mássica total requerida.

Entretanto, a vazão mássica total requerida calculada com a malha de índice de refinamento IREF4, considerando-se o coeficiente de descarga variável é cerca de 5,04 % maior do que o valor calculado com a malha de referência IREF0 e coeficiente de descarga constante, evidenciando-se assim a influência do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento na vazão mássica total requerida.

A Figura 5.25 até Figura 5.28 comparam os resultados da capacidade de carga adimensional do mancal radial aerostático projetado com parâmetros adimensionais de projeto  $k_{go}$  variando de 0 até 1 e abrangendo a faixa de excentricidade adimensional de 0,1 a 0,7. Pode-se concluir que as diferenças relativas obtidas nas considerações das hipóteses do coeficiente de descarga são quase desprezíveis quando comparados às diferenças relativas encontradas entre a malha de referência IREF0 e a com a malha de índice de refinamento IREF4. Observa-se também que, para cada excentricidade de operação, o ponto de maior capacidade de carga adimensional ocorre em uma dada faixa diferente relativa ao parâmetro adimensional de projeto  $k_{go}$ .

Os resultados da razão de pressão kp e das vazões mássicas em cada orifício de abastecimento do mancal radial aerostático, calculados para três valores diferentes do parâmetro adimensional de projeto, ou seja,  $k_{go} = 0,4478$ ,  $k_{go} = 0,5972$  e  $k_{go} = 0,8141$ , nas excentricidades adimensionais  $\varepsilon = 0,1$  e  $\varepsilon = 0,7$ , e considerando as duas hipóteses do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento e da malha de referência IREFO e a

malha com índice de refinamento de malha IREF4, são apresentados na Figura 5.33 até Figura 5.38. Observa-se que, para valores pequenos de  $\varepsilon$ , as influências das hipóteses do coeficiente de descarga e do índice de refinamento de malha geram curvas "paralelas". Observa-se que, dentre as quatro combinações consideradas, a diferença máxima se verifica entre os resultados obtidos considerando Cd = constante e malha IREF0 e os resultados obtidos considerando Cd = variável e malha IREF4. A diferença máxima de kp obtida é de aproximadamente 0,06 para qualquer valor de  $k_{eq}$ .

### 6.2 CONCLUSÕES

Pode-se concluir que as diferenças entre os valores calculados entre as pressões absolutas considerando as hipóteses do coeficiente de descarga constante e variável são maiores para o caso de excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,1$ . Para a excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,7$ , pode-se concluir que a diferença é menos significativa. Entretanto, para ambos os casos de excentricidade adimensional, há uma influência considerável do índice de refinamento de malha no cálculo das pressões absolutas, principalmente quando a excentricidade adimensional é elevada.

O uso de malhas com refinamento próximo aos orificios de alimentação, afeta significativamente os valores calculados dos parâmetros de operação de mancais radiais aerostáticos. Por exemplo, na excentricidade adimensional  $\varepsilon = 0,7$ , a capacidade de carga adimensional calculada com a malha de índice de refinamento IREF4 é cerca de 13,65% menor do que o valor calculado com a malha de referência IREF0, considerando-se a hipótese do coeficiente de descarga constante, evidenciando-se assim a influência do índice de refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento.

Conclui-se também que as vazões mássicas nos orifícios de abastecimento na região "carregada" do mancal são pouco influenciadas e portanto independentes das hipóteses do coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento e do refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento. Entretanto, na região não carregada do mancal essa influência fica mais acentuada, principalmente nos casos analisados com baixos valores de  $k_{go}$  e altos valores de excentricidade adimensional.

O valor calculado da capacidade de carga adimensional é, em menor grau, influenciado pela consideração da hipótese do coeficiente de descarga variável, mas fortemente influenciado pelo refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento.

Com relação ao cálculo da vazão mássica total requerida, pode-se dizer que, seja pela consideração da hipótese do coeficiente de descarga variável e/ou do refinamento de malha próximo aos orifícios de abastecimento, os valores dessa vazão mássica são pouco afetados. Entretanto, essa pequena diferença na vazão mássica total requerida é que promove as diferenças significativas na capacidade de carga adimensional, mencionado anteriormente. Vale salientar que a vazão mássica total requerida é um somatório de vazões mássicas que fluem em cada orifício de abastecimento e que podem estar operando em uma das duas condições de escoamento, ou seja, escoamento sônico ou subsônico.

### **6.3 PERSPECTIVAS FUTURAS**

Este trabalho poderá ter continuidade segundo indicações listadas a seguir:

- 1) O emprego de elementos finitos quadrilateral bi-linear e de maior ordem, por exemplo, os elementos triangulares quadráticos e o quadrilateral quadráticos. Estes elementos poderiam ser utilizados para verificar se é possível a discretização do mancal radial aerostático sem a necessidade de refinamento de malha próximo à região dos orifícios de abastecimento, visto que por serem de mais alta ordem poderiam modelar de forma adequada o gradiente de pressão que ali pode ocorrer. Outros elementos finitos, tais como o hierárquico também poderiam ser utilizados.
- 2) Aprimoramento do modelamento do sistema de abastecimento de gás, considerando também o efeito das perdas de carga na saída do orifício de abastecimento devido ao desvio do fluxo de gás na saída do orifício para o escoamento na folga do mancal. Esse desvio ocorre devido à presença da superfície do mancal na saída do orifício de abastecimento. Essa análise poderia investigar a influência sobre o coeficiente de descarga dos orifícios e se constatado relevante, contemplar também tal efeito.
- 3) Inclusão da rotação do eixo do mancal radial, possibilitando assim a análise de mancais radiais híbridos a gás. Decorrente desta inclusão, investigação adicional das perdas de carga na saída dos orifícios de abastecimento deverão ser realizadas, pois a

superfície do mancal nesta condição é dotada de movimento, podendo afetar as perdas de carga na saída dos orifícios.

- 4) Modelagem tridimensional completo do mancal radial aerostático utilizando o software comercial ANSYS-CFX<sup>®</sup>, visando o estudo comparativo entre os resultados dos parâmetros de operação, do tempo total gasto desde a preparação dos dados de entrada, processamento e obtenção dos resultados finais.
- 5) Estudo experimental de mancal radial aerostático.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Akin, J. E. (1982), Application and Implementation of Finite Element Method, New York, Academic Press Inc. (London) Ltd, 372p.
- **ANSYS-CFX<sup>®</sup>**, (2007), *CFX*, Version 11, User manual and software.
- Baker, A. J. e Pepper D. W. (1991), *Finite Elements 1-2-3*, New York, McGraw-Hill International Editions, 341p.
- **Belforte, G. et al. (2007)**, Discharge coefficients of orifice-type restrictor for aerostatic bearings, *Tribology International*, 40, p.512-521.
- **Booker, J. F. e Huebner, K. H. (1972)**, Application of finite element methods to lubrication: An engineering approach, *Journal of Lubrication Technology*, October, p.313-323.
- Brzeski, L. et al. (1999), Experimental investigations of precision spindles equipped with high stiffness gas journal bearings, *Precision Engineering*, 23, 3, p.155-163
- Chen, Xue-Dong e He, Xue-Ming (2006), The effect of the recess shape on the performance analysis of the gas-lubricated bearing in optical lithography, *Tribology International*, 39, p.1336-1341.
- Cheng, K. e Rowe, W. B. (1995), Selection Strategy for the Design of Externally Pressurized Journal Bearings, *Tribology International*, 28, 7, p.465-474.
- Cioc, S. et al. (2003), Computation of pressurized gas bearing using the CE/SE method, *Tribology Transactions*, 46, 1, pp.128-133.

- Czolczynski K. (1996), How to obtain stiffness and damping coefficients of gas bearings, *Wear*, 201, p.265-275.
- Czyzewski, T. e Titus, P. (1987), Analysis of an arbitrarily misaligned self-acting gas film journal bearing of finite length, *Wear*, 114, p.367-379.
- Fox, R. W. e McDonald, A. T. (1994), Introduction to Fluid Mechanics, Fourth Edition, New York, John Wiley & Sons, Inc., 781p.
- Fuller, D. D. (1984), Theory and Practice of Lubrication for Engineers, New York, Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, 682p.
- Gieck, K. R. (1998), Manual de Fórmulas Técnicas, São Paulo, Editora Hemus, 380p.
- Gross, W. A. (1962), Gas Film Lubrication, New York, John Wiley and Sons, Inc., 413p.
- Hamrock, B. J. (1991), Fundamentals of Fluid Film Lubrication, The Ohio State University Columbus, OHIO, NASA Reference Publication 1255, 635p.
- ISO 9300 (1990), Measurement of Gas Flow by Means of Critical Flow Venturi Nozzles.
- Kazimierski, Z. e Trojnarski, J. (1980), Investigations of externally pressurized gas bearings with different feeding systems, *Journal of Lubrication Technology*, January, 102, p.59-64.
- Kim, Jae-Hyng et al. (2003), Study for the Gas Flow through a Critical Nozzle, *Journal of Thermal Science*, 12, 3, p.250-259.
- Kim, Jae-Hyng et al. (2006), Computational/experimental Study of a Variable Critical Nozzle Flow, *Flow Measurement and Instrumentation*, 17, p.81-86.
- Lin, Gang et al. (1988), A Computer Simulation Method for Dynamic and Stability Analyses of Air Bearings, *Wear*, 126, p.307-319.
- Lo, Cheng-Ying et al. (2005), Performance analysis of high-speed aerostatic bearings, *Tribology International*, 38, p.5-14.

Majumdar, B.C. (1980), Externally pressurized gas bearing: A review, Wear, 62, p.299-314.

- Menter, F.R. (1994), Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA Journal*, 32, p.1598-1605.
- Miyazima, A. T., (1989), Solução Analítica e Numérica da Equação de Reynolds para Mancal Radial de Deslizamento Hidrodinâmico, 153p., Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Brasil.
- Park, K. A. et al. (2001), The Evaluation of Critical Pressure Ratios of Sonic Nozzles at Low Reynolds Numbers, *Flow Measurement and Instrumentation*, 12, p.37-41.
- Pinkus, O. e Sternlicht, B. (1961), *Theory of Hydrodynamic Lubrication*, New York, McGraw-Hill Book Company Inc., 465p.
- Powell, J. W. (1970), Design of Aerostatic Bearing, London, The Machinery Publishing Co. Ltd., 280p.
- Ramrock, B. J. (1991), Fundamentals of Fluid Film Lubrication, Columbus, Ohio, NASA Reference Publication 1255, 653p.
- Raimundo, M. R. (2002), Análise Teórica do Comportamento Operacional de Mancais Radiais Hidrodinâmicos Operando com Lubrificantes não-Newtonianos, 177p., Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Itajubá, Brasil.
- Reddi, M. M. e Chu, T. Y. (1970), Finite element solution of the steady-state compressible lubrication problem, *Journal of Lubrication Technology*, July, p.495-503.
- Renn, Jyh-Chyang e Hsiao, Chih-Hung (2004), Experimental and CFD study on the mass flow-rate characteristic of gas orifice-type restrictor in aerostatic bearings, *Tribology International*, 37, p.309-315.
- Segerlind, Larry (1984), Applied Finite Element Analysis, USA, John Wiley & Sons, Inc., 411p.

- Shaw, M. C. e Macks, E. F. (1949), Analysis and Lubrication of Bearings, New York, McGraw-Hill Book Company, Inc., 618p.
- Silva, Paulo Pernandes, (1993), Análise Preditiva do Comportamento Operacional de Mancais Radial de Deslizamento, 119p., Dissertação de Mestrado, Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Brasil.
- **SolidWorks**<sup>®</sup>, (2006), *SolidWorks*, *Version 2006*, *User manual and software*.
- Stowell, T.B., Markho, P. H., Grewal, S. S. (1980), An experimental investigation of the effect of inter-orifice variations on the performance of an externally-pressurized, orificecompensated air journal bearing, *Journal of Lubrication Technology*, 102, p.505-510.
- Su, Jerry C. T. e Lie, K. N. (2003), Rotation effects on hybrid air journal bearings, *Tribology International*, 36, p.717-726.
- Talukder, H.M. e Stowell T.B. (2003), Pneumatic hammer in an externally pressurized orifice-compensated air journal bearing, *Tribology International*, 36, p. 585-591.
- Yuntang Li, Han Ding (2007), Influences of the geometrical parameters of aerostatic thrust bearing with pocketed orifice-type restrictor on its performance, *Tribology International*, 40, p. 1120-1126.

## **Apêndice A**

# DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DA ESPESSURA DO FILME DE FLUIDO

A Figura A.1 apresenta um mancal radial composto de uma bucha com centro em O e raio  $\overline{OM'}$  e o munhão com centro  $\overline{O'}$  e raio  $\overline{O'M}$ . Em operação, sob condição de regime, o munhão estará localizado excentricamente em relação à bucha, sendo a excentricidade  $\overline{OO'}$  representada comumente pela letra *e*.



Figura A.1 – Configuração básica de um mancal radial.

Todas as distâncias angulares são medidas a partir da posição de espessura máxima do filme de fluido, isto é, onde o prolongamento da linha  $\overline{O'O}$  intercepta a superfície da bucha, ou seja, o ponto G. Desta forma, um ponto M' da bucha formará um ângulo  $\theta_e = \angle GM'O'$  com a linha de centros  $\overline{O'O}$ . A distância  $\overline{OM'}$  é o raio da bucha e  $\overline{MM'}$  é a espessura genérica do filme de fluido, h.

Analisando a Figura A.1, a espessura do filme de fluido pode ser obtida para um mancal radial alinhado, através da seguinte relação:

$$R_B \cos \alpha = h + R_M + e \cos \left(\pi - \theta_e\right) \tag{A.1}$$

Ou explicitando *h*, tem-se:

$$h = R_B \cos \alpha - R_M + e \cos \theta_e \tag{A.2}$$

Utilizando-se a lei dos senos, tem-se:

$$\frac{e}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{R_B}{\operatorname{sen}\theta_e}$$
(A.3)

Ou explicitando sen  $\alpha$ , tem-se:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{e \operatorname{sen} \theta_e}{R_B}$$
(A.4)

Das relações trigonométricas, tem-se:

$$\cos\alpha = \left(1 - \sin^2\alpha\right)^{\frac{1}{2}} \tag{A.5}$$

Substituindo a equação (A.4) em (A.5), tem-se:

$$\cos \alpha = \left[ 1 - \left(\frac{e}{R_B}\right)^2 \sin^2 \theta_e \right]^{\frac{1}{2}}$$
(A.6)

De posse da equação (A.6), pode-se aplicá-la na equação (A.2), que resulta:

$$h = R_B \left[ 1 - \left(\frac{e}{R_B}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \theta_e \right]^{\frac{1}{2}} - R_M + e \cos \theta_e$$
(A.7)

Segundo Gieck (1998), o desenvolvimento da função  $(1-\chi)^{\frac{1}{2}}$  em série binomial é:

$$(1-\chi)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2}\chi - \frac{1}{8}\chi^2 - \frac{1}{16}\chi^3 \dots \text{ para } |\chi| < 1$$
 (A.8)

Assim, fazendo-se  $\chi = \left(\frac{e}{R_B}\right)^2 \sin^2 \theta_e$ , desenvolve-se em série segundo a equação

(A.8), a qual resulta:

$$\left[1 - \left(\frac{e}{R_B}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \theta_e\right]^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{e}{R_B}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \theta_e - \frac{1}{8} \left(\frac{e}{R_B}\right)^4 \operatorname{sen}^4 \theta_e - \frac{1}{16} \left(\frac{e}{R_B}\right)^6 \operatorname{sen}^6 \theta_e - \dots$$
(A.9)

Substituindo a equação (A.9) em (A.7), tem-se:

$$h = R_B \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{e}{R_B} \right)^2 \operatorname{sen}^2 \theta_e - \frac{1}{8} \left( \frac{e}{R_B} \right)^4 \operatorname{sen}^4 \theta_e - \frac{1}{16} \left( \frac{e}{R_B} \right)^6 \operatorname{sen}^6 \theta_e - \dots \right] - R_M + e \cos \theta_e (A.10)$$

Substituindo  $C = R_B - R_M$ , na equação (A.10) resulta:

$$h = C + e \left[ \cos \theta_e - \frac{1}{2} \left( \frac{e}{R_B} \right)^2 \sin^2 \theta_e - \frac{1}{8} \left( \frac{e}{R_B} \right)^4 \sin^4 \theta_e - \frac{1}{16} \left( \frac{e}{R_B} \right)^6 \sin^6 \theta_e - \dots \right]$$
(A.11)

Desde que a relação  $\frac{e}{R_B}$  é da ordem de 10<sup>-3</sup> ou menor, despreza-se o termo

 $\frac{1}{2} \left(\frac{e}{R_B}\right)^2 \sec^2 \theta_e \text{ e os termos de ordem superiores, assim a equação (A.11) pode ser escrita da$ 

forma:

$$h = C + e \cos \theta_e \tag{A.12}$$

Colocando o parâmetro da folga radial construtiva do mancal C em evidência, tem-se:

$$h = C\left(1 + \varepsilon \cos \theta_e\right) \tag{A.13}$$

Sendo  $\varepsilon$  a excentricidade específica adimensional do mancal, igual a  $\varepsilon = \frac{e}{C}$ . A equação (A.13) para o cálculo da espessura do filme é apresentada também por Pinkus (1961), Miyazima (1989), Hamrock (1991) e Raimundo (2002).

#### **Apêndice B**

## **ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL**

## **B.1 INTRODUÇÃO**

Em vários tipos de mancais lubrificados a gás com abastecimento externo de lubrificante, o suprimento de gás sob pressão para o mancal é realizado através dos denominados orifícios de abastecimento. Dependendo do tipo de mancal, pode ser empregado desde um único orifício até mais que uma dezena desses distribuídos adequadamente pela superfície do mancal. O gás escoa por esses orifícios para realizar o abastecimento externo de fluido lubrificante na folga do mancal. A vazão mássica através desses orifícios deve ser calculada considerando-se o escoamento como compressível, uma vez que o lubrificante é um gás. Neste trabalho emprega-se o ar como fluido lubrificante e o equacionamento do escoamento através dos orifícios é considerado como isentrópico, ou seja, adiabático reversível ou sem atrito. O coeficiente de descarga dos orifícios de abastecimento será obtido através da simulação do escoamento utilizando o software de fluidodinâmica computacional ANSYS-CFX<sup>®</sup>, para as condições de escoamento sônico e subsônico.

# **B.2 ESCOAMENTO DE UM GÁS ATRAVÉS DE UM ORIFÍCIO DE ABASTECIMENTO**

Seja o caso do escoamento de um gás através de um orifício de abastecimento de um mancal a gás, conforme apresentado na Figura B.1.



Figura B.1 – Escoamento isentrópico de um gás através de um orifício.

Segundo Fox (1994), admitindo-se que o escoamento seja isentrópico, que o gás esteja armazenado a uma pressão constante  $p_s$  e que a pressão na descarga do orifício seja  $p_d$ , temse:

$$\frac{p_s}{p_d} = \left[1 + \frac{k - 1}{2}M^2\right]^{\frac{\kappa}{k - 1}}$$
(B.1)

Sendo o número de Mach local na descarga do orifício igual a  $M = \frac{V_d}{c_d}$ , a equação (B.1), resulta em:

$$\frac{p_s}{p_d} = \left[1 + \frac{k - 1}{2} \frac{V_d^2}{c_d^2}\right]^{\frac{k}{k - 1}}$$
(B.2)

Elevando ambos os lados da equação (B.2) à potência  $\frac{k-1}{k}$ , tem-se:

$$\left(\frac{p_s}{p_d}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{V_d^2}{c_d^2}$$
(B.3)

Multiplicando e dividindo a equação (B.3) por  $c_s^2$ , resulta:

$$\left(\frac{p_s}{p_d}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{V_d^2}{c_d^2} \frac{c_s^2}{c_s^2}$$
(B.4)

Arranjando os termos  $c_d$  e  $c_s$ , tem-se:

$$\left(\frac{p_s}{p_d}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{V_d^2}{c_s^2} \frac{c_s^2}{c_d^2}$$
(B.5)

Entretanto, da equação da velocidade local de propagação do som no meio, pode-se escrever que  $c_s^2 = k\overline{R}T_s$  e  $c_d^2 = k\overline{R}T_d$ , portanto, aplicando-se na equação (B.5), resulta:

$$\left(\frac{p_s}{p_d}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{V_d^2}{c_s^2} \frac{T_s}{T_d}$$
(B.6)

Das equações para o escoamento isentrópico, Fox (1994), tem-se:

$$\frac{T_s}{T_d} = \left(\frac{p_s}{p_d}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$
(B.7)

Substituindo a equação (B.7) em (B.6), tem-se:

$$\left(\frac{p_s}{p_d}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{V_d^2}{c_s^2} \left(\frac{p_s}{p_d}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$
(B.8)

Colocando em evidência o termo  $\frac{p_s}{p_d}$ , tem-se:

$$\left(\frac{p_s}{p_d}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{1}{1 - \frac{k-1}{2}\frac{V_d^2}{c_s^2}}$$
(B.9)

Elevando ambos os lados da igualdade à potência (-1), têm-se:

$$\left(\frac{p_d}{p_s}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 - \frac{k-1}{2} \frac{V_d^2}{c_s^2}$$
(B.10)

Explicitando  $V_d^2$  tem-se:

$$V_{d}^{2} = \frac{2c_{s}^{2}}{k-1} \left[ 1 - \left(\frac{p_{d}}{p_{s}}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$
(B.11)

Substituindo  $c_s^2 = k \overline{R} T_s$ , e extraindo a raiz quadrada, tem-se:

$$V_d = \left\{ \frac{2k\overline{R}T_s}{k-1} \left[ 1 - \left(\frac{p_d}{p_s}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.12)

A equação (B.12), apresentada por Pinkus (1961), expressa a velocidade média do gás na garganta em função da temperatura  $T_s$  do gás no reservatório, da relação de pressões  $\frac{p_d}{p_s}$ ,

das constantes k e  $\overline{R}$  do gás, válida para a condição de escoamento subsônico.

Substituindo a equação dos gases perfeitos,  $p = \rho \overline{R}T$ , em (B.12), tem-se:

$$V_d = \left\{ \frac{2k}{k-1} \frac{p_s}{\rho_s} \left[ 1 - \left( \frac{p_d}{p_s} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.13)

A equação (B.13) expressa a velocidade média do gás na garganta, mas em termos da pressão  $p_s$  e da massa específica  $\rho_s$  do gás no reservatório e da relação de pressões  $\frac{p_d}{p_s}$ ,

sendo válida para  $\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} < \frac{p_d}{p_s} \le 1$ , ou seja, condição de escoamento subsônico.

Se a condição de escoamento sônico na garganta for atingida, ou seja,  $\frac{p_d}{p_s} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{n}{k-1}}$ , então a equação (B.13) para esta condição específica resulta:

$$V_{d} = \left\{ \frac{2k}{k-1} \frac{p_{s}}{\rho_{s}} \left[ 1 - \left(\frac{2}{k+1}\right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.14)

Válida para  $\frac{p_d}{p_s} \le \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$ , ou seja, condição de escoamento sônico.

A vazão mássica através do orifício de abastecimento é dada por:

$$q_s = Cd \ \rho_d \ A_o V_d \tag{B.15}$$

Sendo *Cd* o coeficiente de descarga do orifício de abastecimento,  $\rho_d$  a massa específica,  $V_d$  a velocidade média do escoamento. A área  $A_o$  na seção da garganta do orifício de abastecimento depende do tipo da geometria do orifício, conforme apresentado na Figura B.2 e Figura B.3. Esta área pode ser calculada segundo as equações (B.16) e (B.17).

Segundo Powell (1970), a configuração da Figura B.2 apesar de mais complexa para a manufatura, confere ao mancal uma maior rigidez. A profundidade mínima efetiva da bolsa deve ser de no mínimo  $\delta = \frac{d_o}{4}$ , de modo que o orifício de abastecimento opere como um orifício do tipo bolsa, mesmo quando a folga atinja valor muito pequeno. O comprimento do orifício de abastecimento, ou seja,  $l_o$  deverá ser no máximo igual a 3  $d_o$ , para que não venha a operar como um restritor capilar. O diâmetro da bolsa  $d_p$ , segundo dados publicados por Belforte et al. (2007), deve estar compreendido entre 5 a 10 vezes o diâmetro do orifício  $d_o$ .



Figura B.2 – Geometria do orifício de abastecimento, tipo bolsa.

Segundo Cioc et al. (2003) e Kazimierski et al. (1980), a área de passagem de fluxo  $A_o$ , a qual considera ambos os efeitos, ou seja, do orifício restritor propriamente dito e da bolsa (restritor inerente), é dada pela equação (B.16).

$$A_{o} = \frac{\pi \left(\frac{d_{o}}{2}\right)^{2}}{\sqrt{1 + \left[\frac{\left(\frac{d_{o}}{2}\right)^{2}}{d_{p}h}\right]^{2}}}$$
(B.16)

A configuração da Figura B.3, segundo Powell (1970), deve ser empregada quando se deseja uma facilidade de construção mecânica. Diante disto, o tipo anelar é usualmente preferido, sendo a área de passagem de fluxo dada pela equação (B.17).

$$A_o = \pi d_o h \tag{B.17}$$

Para uma expansão isentrópica, Fox (1994), tem-se:

$$\rho_d = \rho_s \left(\frac{p_d}{p_s}\right)^{\frac{1}{k}} \tag{B.18}$$

Elevando ambos os lados da equação (B.18) ao quadrado, tem-se:

$$\rho_d^2 = \rho_s^2 \left(\frac{p_d}{p_s}\right)^{\frac{2}{k}} \tag{B.19}$$



Figura B.3 – Geometria do orifício de abastecimento, tipo anelar.

Também, elevando a equação (B.15) ao quadrado, tem-se:

$$q_s^2 = Cd^2 \rho_d^2 A_o^2 V_d^2$$
(B.20)

Substituindo as equações (B.13) e (B.19) na equação (B.20), tem-se:

$$q_{s}^{2} = Cd^{2} \rho_{s}^{2} \left(\frac{p_{d}}{p_{s}}\right)^{\frac{2}{k}} A_{o}^{2} \frac{2k}{k-1} \frac{p_{s}}{\rho_{s}} \left[1 - \left(\frac{p_{d}}{p_{s}}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]$$
(B.21)

Finalmente, substituindo a equação dos gases perfeitos na equação (B.21), tem-se:

$$q_s^2 = Cd^2 \rho_s^2 \left(\frac{p_d}{p_s}\right)^{\frac{2}{k}} A_o^2 \frac{2k\overline{R}T_s}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_d}{p_s}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]$$
(B.22)

Extraindo a raiz quadrada e arranjando os termos, obtém:

$$q_{s} = Cd \quad A_{o} \ \rho_{s} \sqrt{\overline{R}T_{s}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left[ \left( \frac{p_{d}}{p_{s}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_{d}}{p_{s}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.23)

A equação (B.23) é apresentada por Powell (1970).

Substituindo a equação dos gases perfeitos na equação (B.23), resulta:

$$q_{s} = Cd \quad A_{o}\sqrt{p_{s} \rho_{s}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left[ \left( \frac{p_{d}}{p_{s}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_{d}}{p_{s}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.24)

1

A equação (B.24) é apresentada por Cioc et al. (2003).

As equações (B.23) e (B.24) se aplicam para  $\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} < \frac{p_d}{p_s} \le 1$ , ou seja, para a condição de escoamento subsônico.

Se a condição de pressão crítica na garganta for atingida, ou seja,  $\frac{p_d}{p_s} \le \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$ , esta

condição é levada na equação (B.24), a qual resulta:

$$q_{s} = Cd \quad A_{o} \sqrt{p_{s} \rho_{s}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left[ \left( \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.25)

Simplificando a potenciação na equação (B.25), resulta:

$$q_{s} = Cd A_{o} \sqrt{p_{s} \rho_{s}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}} - \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.26)

Colocando em evidência o termo  $\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$ , tem-se:

$$q_{s} = Cd A_{o} \sqrt{p_{s} \rho_{s}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} - \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.27)

Mas

$$\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1-k}{k-1}}$$
(B.28)

Ou de outra forma,

$$\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{-k}{k-1}}$$
(B.29)

Substituindo a equação (B.28) em (B.27), resulta:

$$q_{s} = Cd \quad A_{o} \sqrt{p_{s} \rho_{s}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{-k}{k-1}} \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} - \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.30)

1

Realizando a multiplicação do termo  $\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{-k}{k-1}}$  pelos termos entre colchetes da equação (B.30), tem-se:

$$q_{s} = Cd \quad A_{o} \sqrt{p_{s} \rho_{s}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1-k}{k-1}} - \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k-k}{k-1}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.31)

Simplificando os termos entre colchetes, resulta:

$$q_{s} = Cd \quad A_{o} \sqrt{p_{s} \rho_{s}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right)^{-1} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.32)

Resolvendo o termo entre colchetes, tem-se:

$$q_{s} = Cd A_{o} \sqrt{p_{s} \rho_{s}} \left\{ \frac{2k}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[ \frac{k-1}{2} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.33)

Finalmente, após simplificação, tem-se:

$$q_{s} = Cd A_{o} \sqrt{p_{s} \rho_{s}} \left\{ k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(B.34)

A equação (B.34) é válida para  $\frac{p_d}{p_s} \le \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$ , ou seja, para a condição de escoamento

sônico. A equação (B.34) é apresentada por Cioc et al. (2003).

Se o gás empregado for o ar (k=1,4), a equação (B.34) pode ser simplificada e expressa em termos da pressão absoluta e da temperatura do ar no reservatório, como:

$$q_s = 0,684731 \ Cd \ A_o \frac{p_s}{\sqrt{\overline{R} T_s}}$$
 (B.35)

## Apêndice C

# TABELAS COM RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste apêndice são apresentadas algumas tabelas com os resultados numéricos obtidos neste trabalho, os quais foram utilizados para a confecção de alguns gráficos apresentados no Capítulo 4 e no Capítulo 5.

	Posição Axial	Pressão adimensional na			Pressão adimensional na		
		linha equidistante entre orifícios			linha sobre orifícios		
	1 minut	IREF0	IREF3	IREF4	IREF0	IREF3	IREF4
	<u>y</u>	$(p-p_a)$	$(p-p_a)$	$(p-p_a)$	$(p-p_a)$	$(p-p_a)$	$(p-p_a)$
	L	$p_a$	$p_a$	$p_a$	$p_a$	$p_a$	$p_a$
1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
2	0,02703	1,69137	1,62570	1,58412	1,70375	1,61833	1,60805
3	0,05405	2,66701	2,55191	2,47117	2,71375	2,57080	2,53706
4	0,08108	3,41579	3,27410	3,12513	3,58132	3,36852	3,31514
5	0,10811	3,97496	3,75703	3,55715	4,56398	4,72380	4,78724
6	0,13514	4,07308	3,89373	3,74214	4,21515	3,97711	3,90791
7	0,16216	4,09130	3,89844	3,79679	4,11980	3,91287	3,84463

Tabela C.1 – Distribuição de pressão adimensional no sentido axial.

8	0,18919	4,09472	3,89932	3,81294	4,09380	3,89467	3,82674
9	0,21622	4,09536	3,89949	3,81768	4,08661	3,88949	3,82165
10	0,24324	4,09547	3,89952	3,81906	4,08461	3,88802	3,82021
11	0,27027	4,09549	3,89953	3,81946	4,08404	3,88760	3,81980
12	0,29730	4,09550	3,89953	3,81958	4,08388	3,88747	3,81968
13	0,32432	4,09550	3,89953	3,81962	4,08383	3,88744	3,81965
14	0,35135	4,09550	3,89954	3,81963	4,08382	3,88743	3,81964
15	0,37838	4,09550	3,89954	3,81964	4,08382	3,88743	3,81964
16	0,40541	4,09550	3,89954	3,81964	4,08381	3,88742	3,81964
17	0,43243	4,09550	3,89954	3,81964	4,08381	3,88742	3,81965
18	0,45946	4,09550	3,89953	3,81965	4,08381	3,88742	3,81965
19	0,48649	4,09549	3,89954	3,81965	4,08381	3,88742	3,81965
20	0,51351	4,09549	3,89954	3,81965	4,08381	3,88742	3,81965
21	0,54054	4,09549	3,89954	3,81965	4,08381	3,88742	3,81965
22	0,56757	4,09549	3,89953	3,81965	4,08381	3,88742	3,81966
23	0,59459	4,09549	3,89953	3,81965	4,08381	3,88742	3,81966
24	0,62162	4,09549	3,89953	3,81965	4,08381	3,88743	3,81966
25	0,64865	4,09549	3,89953	3,81965	4,08382	3,88743	3,81966
26	0,67568	4,09549	3,89953	3,81964	4,08383	3,88744	3,81967
27	0,70270	4,09549	3,89953	3,81961	4,08388	3,88747	3,81971
28	0,72973	4,09549	3,89953	3,81949	4,08404	3,88760	3,81983
29	0,75676	4,09547	3,89952	3,81910	4,08460	3,88801	3,82024
30	0,78378	4,09535	3,89949	3,81772	4,08661	3,88949	3,82169
31	0,81081	4,09471	3,89932	3,81298	4,09379	3,89467	3,82677
32	0,83784	4,09129	3,89844	3,79684	4,11979	3,91287	3,84467
33	0,86486	4,07308	3,89372	3,74219	4,21514	3,97711	3,90794
34	0,89189	3,97495	3,75702	3,55721	4,56398	4,72380	4,78713
----	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------
35	0,91892	3,41578	3,27409	3,12518	3,58131	3,36852	3,31522
36	0,94595	2,66698	2,55191	2,47120	2,71375	2,57080	2,53711
37	0,97297	1,69136	1,62569	1,58414	1,70375	1,61833	1,60810
38	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

Tabela C.2 – Distribuição de pressão adimensional no sentido circunferencial.

	Posição circunferencial	Pressão adimensional na carreira de orifícios	Pressão adimensional na linha média entre as duas carreiras orifícios ( <i>L</i> /2)
		IREF4	IREF4
	$\frac{x}{\pi D}$	$\frac{(p-p_a)}{p_a}$	$\frac{(p-p_a)}{p_a}$
1	0,00000	3,55333	3,81799
2	0,01786	3,67913	3,81799
3	0,03571	4,79394	3,81799
4	0,05357	3,67913	3,81799
5	0,07143	3,55333	3,81799
6	0,08929	3,67913	3,81800
7	0,10714	4,79394	3,81800
8	0,12500	3,67913	3,81800
9	0,14286	3,55334	3,81800
10	0,16071	3,67914	3,81801
11	0,17857	4,79394	3,81801
12	0,19643	3,67914	3,81801
13	0,21429	3,55334	3,81801
14	0,23214	3,67914	3,81801
15	0,25000	4,79394	3,81801
16	0,26786	3,67914	3,81802
17	0,28571	3,55334	3,81802
18	0,30357	3,67914	3,81802
19	0,32143	4,79394	3,81802

20	0,33929	3,67914	3,81803
21	0,35714	3,55334	3,81803
22	0,37500	3,67914	3,81803
23	0,39286	4,79394	3,81803
24	0,41071	3,67915	3,81804
25	0,42857	3,55335	3,81804
26	0,44643	3,67914	3,81804
27	0,46429	4,79395	3,81804
28	0,48214	3,67915	3,81804
29	0,50000	3,55335	3,81804
30	0,51786	3,67915	3,81805
31	0,53571	4,79395	3,81805
32	0,55357	3,67915	3,81805
33	0,57143	3,55336	3,81805
34	0,58929	3,67916	3,81805
35	0,60714	4,79395	3,81805
36	0,62500	3,67916	3,81805
37	0,64286	3,55336	3,81805
38	0,66071	3,67916	3,81805
39	0,67857	4,79395	3,81805
40	0,69643	3,67916	3,81806
41	0,71429	3,55336	3,81806
42	0,73214	3,67916	3,81806
43	0,75000	4,79395	3,81805
44	0,76786	3,67916	3,81805
45	0,78571	3,55337	3,81805
46	0,80357	3,67916	3,81805
47	0,82143	4,79393	3,81805
48	0,83929	3,67917	3,81805
49	0,85714	3,55336	3,81804
50	0,87500	3,67916	3,81804
51	0,89286	4,79398	3,81803
52	0,91071	3,67914	3,81803

53	0,92857	3,55334	3,81802
54	0,94643	3,67914	3,81801
55	0,96429	4,79396	3,81800
56	0,98214	3,67914	3,81800
57	1,00000	3,55333	3,81799

Tabela C.3 – Pressão absoluta na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento, para o coeficiente de descarga Cd = constante.

	Pressão absoluta $\times 10^5$ Pa								
		Cd = constante							
Comprimento		<i>ε</i> = 0,1			$\varepsilon = 0, 7$				
circunferencial adimensional	IREF0	IREF4	Diferença %	IREF0	IREF4	Diferença %			
0,000	3,29732	3,25450	-1,30	2,35228	2,33465	-0,75			
0,018	3,39029	3,33520	-1,62	2,40077	2,37762	-0,96			
0,036	3,75931	3,98733	6,07	2,59503	2,72060	4,84			
0,054	3,40111	3,34546	-1,64	2,43156	2,40821	-0,96			
0,071	3,31887	3,27445	-1,34	2,41493	2,39578	-0,79			
0,089	3,42544	3,36718	-1,70	2,50573	2,47858	-1,08			
0,107	3,81640	4,04838	6,08	2,77135	2,92133	5,41			
0,125	3,45672	3,39676	-1,73	2,61019	2,58194	-1,08			
0,143	3,38105	3,33180	-1,46	2,62762	2,60210	-0,97			
0,161	3,50242	3,43727	-1,86	2,78971	2,75038	-1,41			
0,179	3,92369	4,16235	6,08	3,20132	3,41164	6,57			
0,196	3,55020	3,48219	-1,92	3,00665	2,96190	-1,49			
0,214	3,47573	3,41854	-1,65	3,06892	3,02152	-1,54			
0,232	3,61063	3,53521	-2,09	3,36003	3,28171	-2,33			
0,250	4,06563	4,31150	6,05	4,06247	4,38412	7,92			
0,268	3,66746	3,58821	-2,16	3,74136	3,63865	-2,75			
0,286	3,58784	3,52028	-1,88	3,82818	3,70390	-3,25			
0,304	3,73180	3,64390	-2,36	4,29751	4,09011	-4,83			
0,321	4,21684	4,46805	5,96	5,46464	5,84095	6,89			

0,339	3,78668	3,69462	-2,43	4,82623	4,55463	-5,63
0,357	3,69552	3,61696	-2,13	4,78389	4,48910	-6,16
0,375	3,84113	3,74107	-2,60	5,27634	4,83971	-8,28
0,393	4,34481	4,59837	5,84	6,70839	6,85478	2,18
0,411	3,88127	3,77786	-2,66	5,77076	5,24248	-9,15
0,429	3,77391	3,68665	-2,31	5,52495	5,04621	-8,67
0,446	3,91257	3,80425	-2,77	5,83752	5,27501	-9,64
0,464	4,41839	4,67226	5,75	7,02684	7,05056	0,34
0,482	3,92735	3,81772	-2,79	6,01987	5,42569	-9,87
0,500	3,80268	3,71207	-2,38	5,74793	5,21695	-9,24
0,518	3,92735	3,81772	-2,79	6,01987	5,42559	-9,87
0,536	4,41839	4,67225	5,75	7,02685	7,05054	0,34
0,554	3,91257	3,80426	-2,77	5,83753	5,27476	-9,64
0,571	3,77392	3,68666	-2,31	5,52495	5,04581	-8,67
0,589	3,88127	3,77787	-2,66	5,77076	5,24204	-9,16
0,607	4,34481	4,59838	5,84	6,70839	6,85472	2,18
0,625	3,84113	3,74108	-2,60	5,27634	4,83947	-8,28
0,643	3,69552	3,61697	-2,13	4,78389	4,48874	-6,17
0,661	3,78668	3,69463	-2,43	4,82623	4,55424	-5,64
0,679	4,21684	4,46806	5,96	5,46464	5,84084	6,88
0,696	3,73180	3,64391	-2,36	4,29751	4,08999	-4,83
0,714	3,58784	3,52029	-1,88	3,82818	3,70373	-3,25
0,732	3,66746	3,58822	-2,16	3,74136	3,63845	-2,75
0,750	4,06563	4,31150	6,05	4,06247	4,38404	7,92
0,768	3,61063	3,53522	-2,09	3,36003	3,28172	-2,33
0,786	3,47573	3,41855	-1,65	3,06892	3,02152	-1,54
0,804	3,55020	3,48221	-1,92	3,00665	2,96188	-1,49
0,821	3,92369	4,16236	6,08	3,20132	3,41166	6,57
0,839	3,50242	3,43729	-1,86	2,78971	2,75045	-1,41
0,857	3,38105	3,33182	-1,46	2,62762	2,60215	-0,97
0,875	3,45672	3,39677	-1,73	2,61019	2,58198	-1,08
0,893	3,81640	4,04838	6,08	2,77135	2,92136	5,41
0,911	3,42545	3,36719	-1,70	2,50573	2,47863	-1,08

0,929	3,31887	3,27446	-1,34	2,41492	2,39582	-0,79
0,946	3,40111	3,34547	-1,64	2,43156	2,40823	-0,96
0,964	3,75931	3,98735	6,07	2,59503	2,72062	4,84
0,982	3,39029	3,33520	-1,62	2,40077	2,37763	-0,96
1,000	3,29732	3,25450	-1,30	2,35228	2,33465	-0,75

Tabela C.4 – Pressão absoluta na linha circunferencial dos orifícios de abastecimento, para o coeficiente de descarga Cd = variável.

	<u> </u>							
	Pressão absoluta $\times 10^5$ Pa							
	Cd = variável							
Comprimento		<i>ε</i> = 0,1			$\mathcal{E} = 0, 7$			
circunferencial	IREEO	IRFF4	Diferença	IREEO	IRFF4	Diferença		
adimensional	IIIII	IIIII 4	%	IIIII U	IIIII +	%		
0,000	3,39195	3,33767	-1,60	2,43681	2,41769	-0,78		
0,018	3,48840	3,42109	-1,93	2,48822	2,46324	-1,00		
0,036	3,87110	4,09504	5,78	2,69402	2,82662	4,92		
0,054	3,49920	3,43126	-1,94	2,52037	2,49512	-1,00		
0,071	3,41337	3,35734	-1,64	2,50219	2,48136	-0,83		
0,089	3,52330	3,45257	-2,01	2,59784	2,56847	-1,13		
0,107	3,92786	4,15525	5,79	2,87843	3,03662	5,50		
0,125	3,55447	3,48182	-2,04	2,70634	2,67559	-1,14		
0,143	3,47507	3,41377	-1,76	2,72301	2,69495	-1,03		
0,161	3,59962	3,52147	-2,17	2,89249	2,84956	-1,48		
0,179	4,03426	4,26734	5,78	3,32543	3,54667	6,65		
0,196	3,64711	3,56578	-2,23	3,11427	3,06446	-1,60		
0,214	3,56877	3,49887	-1,96	3,17282	3,11921	-1,69		
0,232	3,70658	3,61743	-2,41	3,47025	3,38245	-2,53		
0,250	4,17449	4,41340	5,72	4,19599	4,51847	7,69		
0,268	3,76288	3,66954	-2,48	3,85199	3,73690	-2,99		
0,286	3,67931	3,59832	-2,20	3,92800	3,79131	-3,48		
0,304	3,82588	3,72352	-2,68	4,39502	4,17177	-5,08		
0,321	4,32314	4,56591	5,62	5,57373	5,93308	6,45		
0,339	3,88005	3,77322	-2,75	4,91432	4,62550	-5,88		

0,357	3,78505	3,69246	-2,45	4,85522	4,54808	-6,33
0,375	3,93308	3,81803	-2,93	5,33070	4,88531	-8,36
0,393	4,44833	4,69229	5,48	6,74453	6,87721	1,97
0,411	3,97258	3,85398	-2,99	5,80682	5,27266	-9,20
0,429	3,86175	3,76011	-2,63	5,55593	5,07365	-8,68
0,446	4,00293	3,87936	-3,09	5,85858	5,29622	-9,60
0,464	4,51999	4,76372	5,39	7,03174	7,05455	0,32
0,482	4,01744	3,89251	-3,11	6,03266	5,44117	-9,80
0,500	3,88983	3,78475	-2,70	5,76290	5,23382	-9,18
0,518	4,01744	3,89251	-3,11	6,03266	5,44107	-9,81
0,536	4,51999	4,76371	5,39	7,03174	7,05452	0,32
0,554	4,00293	3,87937	-3,09	5,85858	5,29597	-9,60
0,571	3,86175	3,76012	-2,63	5,55594	5,07326	-8,69
0,589	3,97258	3,85399	-2,99	5,80682	5,27223	-9,21
0,607	4,44833	4,69231	5,48	6,74453	6,87715	1,97
0,625	3,93308	3,81804	-2,92	5,33070	4,88507	-8,36
0,643	3,78505	3,69247	-2,45	4,85522	4,54773	-6,33
0,661	3,88005	3,77323	-2,75	4,91432	4,62511	-5,89
0,679	4,32315	4,56593	5,62	5,57373	5,93297	6,45
0,696	3,82588	3,72353	-2,68	4,39501	4,17165	-5,08
0,714	3,67931	3,59833	-2,20	3,92800	3,79115	-3,48
0,732	3,76288	3,66955	-2,48	3,85199	3,73670	-2,99
0,750	4,17449	4,41339	5,72	4,19599	4,51839	7,68
0,768	3,70658	3,61744	-2,40	3,47025	3,38246	-2,53
0,786	3,56877	3,49889	-1,96	3,17282	3,11920	-1,69
0,804	3,64711	3,56579	-2,23	3,11427	3,06443	-1,60
0,821	4,03426	4,26735	5,78	3,32543	3,54669	6,65
0,839	3,59963	3,52149	-2,17	2,89249	2,84963	-1,48
0,857	3,47508	3,41379	-1,76	2,72301	2,69500	-1,03
0,875	3,55447	3,48184	-2,04	2,70634	2,67563	-1,13
0,893	3,92786	4,15525	5,79	2,87843	3,03666	5,50
0,911	3,52331	3,45258	-2,01	2,59784	2,56852	-1,13
0,929	3,41337	3,35735	-1,64	2,50219	2,48140	-0,83

						15
3,49920	3,43127	-1,94	2,52036	2,49515	-1,00	]
3,87110	4,09506	5,79	2,69402	2,82665	4,92	
3,48840	3,42110	-1,93	2,48822	2,46325	-1,00	-
3,39195	3,33767	-1,60	2,43681	2,41769	-0,78	
	3,49920 3,87110 3,48840 3,39195	3,499203,431273,871104,095063,488403,421103,391953,33767	3,499203,43127-1,943,871104,095065,793,488403,42110-1,933,391953,33767-1,60	3,499203,43127-1,942,520363,871104,095065,792,694023,488403,42110-1,932,488223,391953,33767-1,602,43681	3,499203,43127-1,942,520362,495153,871104,095065,792,694022,826653,488403,42110-1,932,488222,463253,391953,33767-1,602,436812,41769	3,499203,43127-1,942,520362,49515-1,003,871104,095065,792,694022,826654,923,488403,42110-1,932,488222,46325-1,003,391953,33767-1,602,436812,41769-0,78

## Apêndice D

## PROPRIEDADES FÍSICAS DO AR ATMOSFÉRICO

Neste apêndice são apresentados os valores das propriedades físicas do ar atmosférico empregados neste trabalho, conforme apresentado na Tabela D.1.

Pressão atmosférica, $p_a$	0,101325	MPa
Massa específica, $\rho_a$	1,205	kg/m <sup>3</sup>
na temperatura ambiente de 20 °C		
Viscosidade absoluta, $\mu$	1,81×10 <sup>-5</sup>	Pa∙s
na temperatura ambiente de 20 °C		
$c_p$	1004	$J/(kg \cdot K)$
${\cal C}_{V}$	717,4	$J/(kg \cdot K)$
k	1,4	
Constante do gás (ar), $\overline{R}$	286,9	$J/(kg \cdot K)$

Tabela D.1 – Propriedades físicas do ar atmosférico

## **Apêndice E**

## FLUXOGRAMA DO PROGRAMA MARAGAS

Neste apêndice é apresentado, na forma descritiva, o fluxograma do programa desenvolvido neste trabalho, em linguagem Fortran, denominado de MARAGAS (Mancal Radial a Gás).

As doze etapas e sua seqüência no programa são:

- 1. Leitura dos dados gerais do mancal.
- 2. Geração interna de malha (nós e elementos).
- Cálculo das áreas, funções de interpolação, gradientes da função de interpolação, etc. de cada elemento.
- 4. Calcular a matriz fluidez de cada elemento.
- 5. Admitir pressões absolutas nodais iniciais.
- 6. Calcular o vetor de fluxos nodais, correspondentes a todos os orifícios de abastecimento.
- 7. Montagem da matriz global.
- 8. Aplicar as condições de contorno.
- Solução do sistema de equações, obtendo assim as pressões absolutas nodais atualizadas.
- 10. Verificação de convergência e tolerância.
- 11. Retornar ao passo 6, se necessário. Atingido a tolerância requerida, vá para a etapa seguinte.
- 12. Calcular os parâmetros de operação do mancal.