

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Projeto de Perfis Aerodinâmicos Utilizando  
Técnicas de Otimização Mono e  
Multiobjetivos**

**Autor: Bruno Silva de Sousa**

**Orientador: Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho**

**Co-Orientador: Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge**

Itajubá, Julho de 2008

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Projeto de Perfis Aerodinâmicos Utilizando  
Técnicas de Otimização Mono e  
Multiobjetivos**

**Autor: Bruno Silva de Sousa**

**Orientador: Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho**

**Co-Orientador: Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge**

**Curso: Mestrado em Engenharia Mecânica**

**Área de Concentração: Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, Julho de 2008

M.G. – Brasil

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá –  
Bibliotecária Margareth Ribeiro- CRB\_6/1700

S725p

Sousa, Bruno Silva de

Projeto de perfis aerodinâmicos utilizando técnicas de otimização mono e multiobjetivos / Bruno Silva de Sousa. -- Itajubá, [s.n.], 2008.

131 p. : il.

Orientador: Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho.

Co-orientador: Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá.

1. Otimização aerodinâmica. 2. Parametrização geométrica. 3. Solver Aerodinâmico. 4. Otimização mono e multiobjetivos. I. Manzanares Filho, Nelson, orient. II. Jorge, Ariosto Bretanha, co-orient. III. Universidade Federal de Itajubá. IV. Título.

CDU 533.6(043)

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Projeto de Perfis Aerodinâmicos Utilizando  
Técnicas de Otimização Mono e  
Multiobjetivos**

Autor: **Bruno Silva de Sousa**

Orientador: **Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho**

Co-Orientador: **Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge**

Composição da Banca Examinadora:

**Prof. Dr. Roberto da Mota Girardi – ITA/CTA**

**Prof. Dr. Waldir de Oliveira - IEM/UNIFEI**

**Prof. Dr. Ramiro Gustavo Ramirez Camacho – IEM/UNIFEI**

**Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge - IEM/UNIFEI**

**Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho - IEM/UNIFEI**

## **Dedicatória**

*À minha esposa, Alexandra, aos meus pais, Messias e Dilma.*

## **Agradecimentos**

Aos meus Orientadores, Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho e Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge, pela confiança, dedicação, paciência e amizade.

Aos amigos, colaboradores do GEMEC, integrantes e ex-integrantes das equipes de AeroDesign da UNIFEI, e aos amigos das repúblicas AIOBA e CAOS, pelo permanente incentivo, amizade, sugestões e inestimáveis momentos de lazer e convívio profissional.

Aos Professores e Amigos do Instituto de Engenharia Mecânica da UNIFEI, Américo Tetuo Myazima, Marcos Theiss Neves, e demais professores e funcionários do Instituto, pelo apoio e valiosas sugestões, que culminaram neste trabalho.

À CAPES, através do Programa de bolsas, pelo apoio financeiro.

À minha esposa, Alexandra, e aos meus pais, Messias e Dilma, e familiares por todo amor e incentivo.

*“O estudo e a busca da verdade e da beleza são domínios em que nos é permitido ser crianças por toda a vida.”*

*Albert Einstein*

## Resumo

**SOUSA, B. S. (2008)**, *Projeto de Perfis Aerodinâmicos Utilizando Otimização Mono e Multiobjetivos*, Itajubá, 131p. Dissertação (Mestrado em Dinâmica de Fluidos e Máquinas de Fluxo) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

Apresenta-se uma metodologia direta de otimização aerodinâmica para o projeto de aerofólios. Utiliza-se um esquema de parametrização geométrica por curvas Bézier para representação do formato dos aerofólios. Uma versão modificada do código de análise de escoamento XFOIL é empregada como “solver” aerodinâmico. A busca das soluções ótimas é efetuada através de um algoritmo de busca aleatória controlada (CRSA) em conjunto com a técnica de ponderação de objetivos para tratamento de multiobjetivos. Esta metodologia é aplicada na otimização mono e multiobjetivos de aerofólios de três classes distintas: (i) aerofólios de alta sustentação, (ii) aerofólios laminares e (iii) aerofólios de grande autonomia. Os resultados obtidos indicam que a metodologia é flexível e apresenta um custo computacional aceitável.

### ***Palavras-chave***

Otimização Aerodinâmica, Parametrização Geométrica, “Solver” Aerodinâmico, Otimização Mono e Multiobjetivos.

## **Abstract**

**SOUSA, B. S. (2008)**, *Design of Aerodynamic Profiles Using Single and Multiobjective Optimization*, Itajubá, 131p. MSc. Dissertation - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

An aerodynamic direct optimization methodology for airfoil design is presented. A geometrical parameterization scheme based on Bézier curves is used for the airfoil shape representation. A modified version of the flow analysis code XFOIL is employed as aerodynamic solver. The search for optimum solutions is carried out by means of a controlled random search algorithm (CRSA) in conjunction with the weighting method for treating multiobjectives. This methodology is applied to single and multiobjective optimization of airfoils belonging to three different classes: (i) high lift airfoils, (ii) laminar flow airfoils and (iii) long-endurance airfoils. The obtained results indicate that the methodology is flexible and present an acceptable computational cost.

### ***Keywords***

Aerodynamic Optimization, Geometric Parameterization, Aerodynamic Solver, Single and Multiobjective Optimizations.

## Sumário

<b>SUMÁRIO</b>	<b>I</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>IV</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>VIII</b>
<b>SIMBOLOGIA</b>	<b>IX</b>
<b>LETRAS LATINAS</b>	<b>IX</b>
<b>LETRAS GREGAS</b>	<b>XII</b>
<b>SUBSCRITOS</b>	<b>XIII</b>
<b>SIGLAS</b>	<b>XIV</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	
<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Generalidades -----	1
1.2 Revisão da Literatura-----	3
1.3 Delineamento do Trabalho -----	8
<b>CAPÍTULO 2</b>	
<b>AERODINÂMICA DE AEROFÓLIOS</b>	<b>10</b>
2.1 Introdução -----	10
2.2 Definição da Geometria de Aerofólios-----	11
2.3 Forças Aerodinâmicas-----	12
2.3.1 Forças Relacionadas à Distribuição de Pressões-----	13
2.3.2 Forças Relacionadas à Distribuição de Tensões de Cisalhamento-----	22

2.4 Relação entre Geometria e Características Aerodinâmicas -----	30
2.5 Exemplos de Aerofólios e Suas Aplicações -----	33
<b>CAPÍTULO 3</b>	
<b>PARAMETRIZAÇÃO DA GEOMETRIA DE AEROFÓLIOS _____</b>	<b>38</b>
3.1 Introdução -----	38
3.2 Alguns Esquemas de Parametrização Geométrica Utilizados em Aerofólios-----	39
3.2.1 Parametrização NACA 4 Dígitos -----	39
3.2.2 Parametrização PARSEC -----	42
3.2.3 Parametrização Hicks-Henne-----	44
3.2.4 Parametrização por Curvas Bézier-----	46
3.3 Esquemas de Parametrização Utilizado Neste Trabalho-----	50
<b>CAPÍTULO 4</b>	
<b>CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA CÁLCULO DAS CARACTERÍSTICAS</b>	
<b>AERODINÂMICAS _____</b>	<b>53</b>
4.1 Introdução -----	53
4.2 Formulação Não-Viscosa -----	54
4.3 Formulação Viscosa -----	59
4.4 Acoplamento Viscoso/Não-Viscoso -----	68
4.5 Solução pelo Método de Newton -----	70
4.6 Modificações Realizadas -----	70
<b>CAPÍTULO 5</b>	
<b>METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO AERODIÂMICA _____</b>	<b>73</b>
5.1 Introdução -----	73
5.2 Metodologia Direta de Otimização Aerodinâmica -----	74
5.3 Algoritmo de Busca Aleatória Controlada – CRS -----	76
5.4 Otimização Multiobjetivos -----	81
5.4.1 Técnica de Ponderação de Objetivos -----	83
5.5 Metodologia de Otimização Implementada -----	85

**CAPÍTULO 6**

<b>EXEMPLOS DE OTIMIZAÇÃO DE AEROFÓLIOS</b> .....	<b>89</b>
6.1 Introdução .....	89
6.2 Exemplos de Otimização Estudados .....	90
6.2.1 Aerofólios de Alta Sustentação .....	91
6.2.2 Aerofólios Laminares .....	99
6.2.3 Aerofólios de Grande Autonomia .....	114

**CAPÍTULO 7**

<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>121</b>
7.1 Conclusões .....	121
7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros .....	123
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>125</b>

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Geometria típica de um aerofólio -----	11
Figura 2.2 – Distribuições sobre a superfície do aerofólio; (a) pressões, distorcida para maior clareza; (b) tensões de cisalhamento. Figura adaptada de Anderson (1999) -----	12
Figura 2.3 – Forças aerodinâmicas atuantes em um aerofólio. Figura adaptada de Anderson (1999) -----	13
Figura 2.4 – Aplicação do princípio da continuidade. Figura adaptada de Kroo (2006) -----	14
Figura 2.5 – Aplicação da Equação de Bernoulli. Figura adaptada de Kroo (2006) -----	15
Figura 2.6 – Distribuição de pressões típica. Figura adaptada de Kroo (2006)-----	16
Figura 2.7 – Curva de sustentação genérica. Figura adaptada de Anderson (1999)-----	17
Figura 2.8 – Geração de sustentação através da superposição de circulação ao escoamento não-perturbado; (a) escoamento potencial, sem circulação; (b) escoamento potencial com circulação; (c) escoamento resultante com circulação. Figura adaptada de Andrade (1999) --	19
Figura 2.9 – Diferentes formatos de bordo de fuga e sua relação com a condição de Kutta. Figura adaptada de Anderson (1984)-----	20
Figura 2.10 – Comportamento típico do coeficiente de momento. Figura adaptada de Anderson (1999) -----	21
Figura 2.11 – Representação de uma camada limite -----	23
Figura 2.12 – Comparação entre uma camada limite laminar e uma turbulenta-----	24
Figura 2.13 – Desenvolvimento de uma camada limite. Figura adaptada de Andrade (1999) -----	24

Figura 2.14 – Influência da rugosidade da superfície no ponto de transição da camada limite. Figura adaptada de Andrade (1999)-----	25
Figura 2.15 – Variação dos perfis de velocidades no extradorso de um aerofólio -----	27
Figura 2.16 – Representação do arrasto de pressão em um aerofólio. Figura adaptada de Andrade (1999) -----	27
Figura 2.17 – Comportamento do ponto de separação no extradorso, com o aumento do ângulo de ataque. Figura adaptada de Andrade (1999) -----	29
Figura 2.18 – Dados experimentais do aerofólio NACA 1408. Figura retirada de Abbott e Doenhoff (1959) -----	30
Figura 2.19 – Parâmetros geométricos mais relevantes em um aerofólio -----	31
Figura 2.20 – Variação do $C_{l_{max}}$ com a espessura para aerofólios NACA simétricos. Figura retirada de Roskan (1997) -----	32
Figura 2.21 – Reverso de sustentação. Figura retirada de Houghton e Carpenter (2003) -----	33
Figura 2.22 – Aerofólios de alta sustentação (dados do <i>Site</i> da UIUC, 2008)-----	34
Figura 2.23 – Aerofólios laminares (dados do <i>Site</i> da UIUC, 2008)-----	35
Figura 2.24 – Aerofólios de grande autonomia (dados do <i>Site</i> da UIUC, 2008) -----	36
Figura 3.1 – Representação das funções de arqueamento e espessura -----	41
Figura 3.2 – Representação da parametrização PARSEC. Figura adaptada de Sobieczky (1998) -----	43
Figura 3.3 – Comportamento das funções de forma. Figura adaptada de Hicks e Henne (1978) -----	45
Figura 3.4 – Polinômios de Bernstein. Figura adaptada de Farin (1997)-----	46
Figura 3.5 – Condições de tangência de uma curva Bézier. Figura adaptada de Farin (1997) -----	47
Figura 3.6 – Representação do esquema de parametrização implementado por Rogalsky. Figura adaptada de Rogalsky et al. (1999) -----	48
Figura 3.7 – Representação do esquema de parametrização implementado por Désidéri. Figura retirada de Désidéri et al. (2004)-----	49
Figura 3.8 – Representação da parametrização com curvas Bezier implementada-----	51
Figura 3.9 – Aerofólio NACA 4412 discretizado com 120 painéis, segundo a lei co-senoidal da Eq. (3.14)-----	51

Figura 4.1 – Discretização do aerofólio e da esteira com distribuições de vórtices e de fontes. Figura adaptada de Drela (1989)-----	55
Figura 4.2 – Detalhe do painel posicionado no bordo de fuga do aerofólio. Figura adaptada de Drela (1989)-----	56
Figura 4.3 – Coordenadas locais do painel. Figura retirada de Drela (1989) -----	57
Figura 4.4 – Variações na região da bolha. Figura retirada de Drela e Giles (1987)-----	64
Figura 4.5 – Fator de amplificação da camada limite. Figura adaptada de Drela (1988)-----	65
Figura 4.6 – Fluxograma original do programa XFOIL. Figura retirada de Drela (1989) -----	71
Figura 4.7 – Fluxograma da versão modificada do programa XFOIL. Figura adaptada de Drela (1989) -----	71
Figura 5.1 – Representação do espaço de projeto (a); e do espaço de soluções (b) para um problema de otimização multiobjetivos-----	75
Figura 5.2 – Esquema de interpolação quadrática para obtenção do ponto tentativa. Figura adaptada de Moino (2006)-----	79
Figura 5.3 – Representação da frente de Pareto de um problema com dois objetivos. Figura adaptada de Obayashi et al. (2005)-----	82
Figura 5.4 – Visualização da frente de Pareto. Figura adaptada de Obayashi et al. (2005)----	83
Figura 5.5 – Fluxograma simplificado do código computacional -----	86
Figura 6.1 – Representação da geometria do aerofólio Selig 1223 com os respectivos pontos de controle -----	91
Figura 6.2 – Resultados das otimizações para aerofólios de alta sustentação-----	93
Figura 6.3 – Destaque da frente de Pareto para os aerofólios de alta sustentação-----	95
Figura 6.4 – Comparação entre a geometria dos aerofólios Selig 1223 e do 45% & 55% -----	96
Figura 6.5 – Comparação entre as curvas $C_l \times \alpha$ -----	96
Figura 6.6 – Comparação entre as polares de arrasto -----	97
Figura 6.7 – Comparação entre as curvas $C_m \times \alpha$ -----	97
Figura 6.8 – Comparação entre as distribuições de pressão, para $\alpha = 3^\circ$ -----	98
Figura 6.9 – Representação da geometria do aerofólio NACA 65 <sub>1</sub> -412 com os respectivos pontos de controle -----	99
Figura 6.10 – Comparação entre os resultados da otimização mono objetivo e os do primeiro exemplo de otimização multiobjetivos com o aerofólio NACA 65 <sub>1</sub> -412 -----	102

Figura 6.11 – Destaque da frente de Pareto para o primeiro exemplo de aerofólio laminar -	103
Figura 6.12 – Comparação da geometria dos aerofólios NACA 65 <sub>1</sub> -412 e 70% & 30% ----	105
Figura 6.13 – Comparação entre as curvas $C_l$ x $\alpha$ -----	105
Figura 6.14 – Comparação entre as polares de arrasto-----	106
Figura 6.15 – Comparação entre as curvas $C_m$ x $\alpha$ -----	106
Figura 6.16 – Comparação entre as distribuições de pressão, para $\alpha = 3^\circ$ -----	107
Figura 6.17 – Comparação entre os resultados do segundo exemplo de otimização multiobjetivos com o aerofólio NACA 65 <sub>1</sub> -412-----	108
Figura 6.18 – Destaque da frente de Pareto para o segundo exemplo de aerofólio laminar--	109
Figura 6.19 – Comparação da geometria dos aerofólios NACA 65 <sub>1</sub> -412 e 25% & 75% ----	110
Figura 6.20 – Comparação entre as curvas $C_l$ x $\alpha$ -----	111
Figura 6.21 – Comparação entre as polares de arrasto-----	111
Figura 6.22 – Comparação entre as curvas $C_m$ x $\alpha$ -----	112
Figura 6.23 – Comparação entre as distribuições de pressão, para $\alpha = 3^\circ$ -----	112
Figura 6.24 – Comparação entre as polares de arrasto do aerofólio NACA 65 <sub>1</sub> -412 às dos aerofólios 10% & 90% e 55% & 45% -----	113
Figura 6.25 – Representação da geometria do aerofólio NASA LS(1)-0417 com os respectivos pontos de controle -----	114
Figura 6.26 – Comparação entre os resultados das otimizações mono e multiobjetivos, com o aerofólio NASA LS(1)-0417 -----	116
Figura 6.27 – Destaque da frente de Pareto para o exemplo de aerofólio de grande autonomia -----	117
Figura 6.28 – Comparação da geometria dos aerofólios NASA LS(1)-0417 e 45% & 55% -----	118
Figura 6.29 – Comparação entre as curvas $C_l$ x $\alpha$ -----	119
Figura 6.30 – Comparação entre as polares de arrasto-----	119
Figura 6.31 – Comparação entre as curvas $C_m$ x $\alpha$ -----	120
Figura 6.32 – Comparação entre as distribuições de pressão, para $\alpha = 3^\circ$ -----	120

## Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Expoentes do fator de amplificação relacionados às situações de operação de aerofólios -----	66
Tabela 6.1 – Função objetivo e restrições para o exemplo de otimização mono objetivo para aerofólio de alta sustentação -----	92
Tabela 6.2 – Funções objetivo e restrições para o exemplo de otimização multiobjetivos para aerofólio de alta sustentação -----	92
Tabela 6.3 – Função objetivo e restrições para o caso mono objetivo de aerofólio laminar -	100
Tabela 6.4 – Funções objetivo e restrições para o primeiro exemplo de otimização multiobjetivos para aerofólio laminar -----	100
Tabela 6.5 – Funções objetivo e restrições para o segundo exemplo de otimização multiobjetivos para aerofólio laminar -----	100
Tabela 6.6 – Função objetivo e restrições para o exemplo de otimização mono objetivo para aerofólio de grande autonomia-----	115
Tabela 6.7 – Funções objetivo e restrições para o exemplo de otimização multiobjetivos para aerofólio de grande autonomia-----	115

## Simbologia

### Letras Latinas

$a_*$	coeficientes
$a_0$	inclinação da curva de sustentação
$A$	área planforme da asa
$b_*$	coeficientes
$B_{i,n}(t)$	polinômios de Bernstein
$c$	corda do aerofólio
$c_*^\sigma$	elementos da matriz de influência de fontes
$C_d$	coeficiente de arrasto
$C_D$	coeficiente de dissipação
$C_f$	coeficiente de fricção
$C_l$	coeficiente de sustentação
$C_m$	coeficiente de momento
$C_p$	coeficiente de pressão
$C_\tau$	coeficiente de cisalhamento
$C_{\tau_{EQ}}$	coeficiente de cisalhamento

$d_*$	elementos da matriz de influência de massa
$du/dy$	gradiente de velocidades
D	força de arrasto
$e^{\bar{n}}$	fator de amplificação
$f_*$	funções
$f_{res}$	restrição
$F_{Obj}$	função objetivo
$F_{Pen}$	fator de penalização
$g$	aceleração da gravidade
$g_*$	conjunto de variáveis de projeto centroidais
$G$	relação empírica para o ponto de equilíbrio da camada limite
$H$	fator de forma da camada limite
$h$	pior ponto da população
$h/c$	arqueamento máximo
$H^*$	fator de forma da energia cinética
$H^{**}$	fator de forma da densidade
$H_k$	fator de forma cinemático
$l$	melhor ponto da população
$l_{env}$	sustentação por unidade de envergadura
$L$	limite inferior
$L$	força de sustentação
$m$	gradiente local de ejeção de massa
$Ma$	número de Mach
$Ma_e$	número de Mach no limiar da camada limite
M	momento
$n$	grau da curva Bézier
$n_p$	número de pontos ao longo da curva Bézier

$N$	número de painéis no aerofólio
$N_{vp}$	número de variáveis de projeto
$N_w$	número de painéis na esteira
$P$	ponto tentativa
$p_*$	variáveis de projeto do ponto tentativa
$P$	pressão estática
$P_N$	número de indivíduos da população
$P$	potência requerida para vôo reto nivelado
$q$	pressão dinâmica
$r$	raio
$r_*$	pontos da interpolação quadrática
$Re$	número de Reynolds
$Re_\phi$	número de Reynolds com base na espessura de quantidade de movimento
$s$	coordenada natural
$S$	espaço de projeto
$t$	parâmetro ao longo da curva Bézier
$t/c$	espessura máxima
$u_e$	velocidade tangencial no limiar da camada limite
$u_\tau$	velocidade de cisalhamento na parede
$U$	limite superior
$U_s$	velocidade de escorregamento normalizada equivalente
$V$	velocidade
$x/c$	abscissa ao longo da corda
$\bar{x}$	abscissa do painel em coordenada local
$\frac{1}{x}$	vetor de variáveis de projeto
$X_*$	abscissas dos pontos de controle
$y_c$	ordenadas da linha de arqueamento

$y_t$	ordenadas da distribuição de espessura
$\bar{y}$	ordenada do painel em coordenada local
$Y_*$	ordenadas dos pontos de controle
$z$	posição a partir de um referencial
$z_5/t$	relação entre o raio do bordo de ataque e a espessura máxima do aerofólio
$w_*$	ponderação dos objetivos
$W$	peso da aeronave

## Letras Gregas

$\alpha$	ângulo de ataque
$\alpha_0$	ângulo de sustentação nula
$\alpha_{TE}$	direção do bordo de fuga
$\alpha_{var}$	medida de variabilidade local
$\beta$	relação empírica para o ponto de equilíbrio da camada limite
$\beta_{KT}$	variável da correção de compressibilidade de Kármán-Tsien
$\chi$	inclinação da linha de arqueamento
$\delta$	espessura nominal da camada limite
$\delta^{**}$	espessura da densidade
$\delta_c$	valor para teste de mal-condicionamento
$\Delta y_{TE}$	espessura do bordo de fuga
$\varepsilon$	tolerância
$\phi$	espessura de quantidade de movimento

$\phi^*$	espessura de energia cinética
$\Gamma$	circulação
$\gamma$	intensidade de vórtice
$\eta$	coordenada local normal à corrente
$\lambda_{KT}$	variável da correção de compressibilidade de Kármán-Tsien
$\delta\lambda/\delta t$	taxa de deformação
$\mu$	viscosidade
$\mu_d$	dispersão
$\mu_e$	viscosidade no limiar da camada limite
$\theta$	ângulos
$\rho$	massa específica
$\rho_e$	massa específica no limiar da camada limite
$\sigma$	intensidade de fonte
$\tau$	Tensão de cisalhamento
$\xi$	coordenada local na camada limite ao longo da corrente
$\Psi$	função corrente

## Subscritos

$l$	intradorso
$u$	extradorso
max	máximo
TE	bordo de fuga

pos	posição
LE	bordo de ataque
up	ponto máximo no extradorso
lo	ponto mínimo no intradorso
base	aerofólio base
inc	incompressível
INV	não-viscoso
$\infty$	corrente livre

## Siglas

CRS	Busca aleatória controlada
CRSA	Algoritmo de busca aleatória controlada
CRS-VBR	Busca aleatória controlada com reflexão baseada em variabilidade
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration
VANT	Veículo aéreo não-tripulado

## Capítulo 1

# INTRODUÇÃO

### 1.1 GENERALIDADES

O projeto de superfícies aerodinâmicas tem início na escolha da metodologia de projeto que será empregada. De um modo geral, segundo Petrucci (2003), existem duas metodologias de projeto aerodinâmico, os métodos inversos e os métodos diretos.

Os métodos inversos consistem, inicialmente, da especificação da distribuição requerida de pressões ou de velocidades. Através de um algoritmo inverso, que basicamente efetua a inversão de um modelo de análise de escoamento, a geometria que proporciona a distribuição especificada é recuperada. Já no método direto, a geometria é trabalhada diretamente, e as distribuições de pressões ou de velocidades são analisadas *a posteriori*. Cada metodologia apresenta vantagens e desvantagens que devem ser avaliadas de acordo com o problema de projeto que se deseja resolver.

Com a crescente utilização, ao longo dos anos, de técnicas de otimização no projeto aerodinâmico, de modo a atender situações de projeto cada vez mais específicas e exigentes do ponto de vista de desempenho requerido e do número de restrições que

devem ser consideradas, a metodologia de projeto direto vem sendo preferida à de método inverso. Isso se dá pela maior facilidade na imposição de restrições geométricas, pela menor dependência do conhecimento prévio sobre as distribuições de pressão ou de velocidades por parte do aerodinamicista, e pela maior flexibilidade de adaptação a ferramentas de análise de escoamentos mais sofisticadas, como os pacotes de dinâmica dos fluidos computacional (CFD em inglês), disponíveis atualmente. De maneira a facilitar o entendimento da metodologia de projeto direto, lançando mão de técnicas de otimização, esta pode ser dividida em três componentes básicos, os quais são descritos a seguir.

O primeiro componente consiste na técnica de geração da geometria a ser analisada, e sua subsequente modificação para cada nova avaliação da função objetivo realizada, de acordo com os parâmetros que a controlam. Essa geração e modificação de geometria são executadas através de um esquema de parametrização geométrica, que tem por finalidade reduzir o máximo possível o número de parâmetros que controlam a geometria (e consequentemente o número de variáveis de projeto a serem manipuladas), sem contudo prejudicar a flexibilidade necessária para a varredura do espaço de projeto definido como viável.

O segundo componente da metodologia de projeto direto consiste na definição da ferramenta a ser empregada no cálculo do escoamento, com base nos objetivos a serem atingidos e nas restrições geométricas e/ou de operação impostas. Essa escolha depende também dos recursos computacionais disponíveis para tal. Quanto mais complexo for o modelo aerodinâmico requerido, maior será a necessidade de utilização de códigos CFD mais sofisticados, os quais exigem uma capacidade computacional maior para realizar os cálculos necessários a cada avaliação da(s) função(ões) objetivo, relacionadas às cargas aerodinâmicas. No caso de problemas de otimização aerodinâmica envolvendo também requisitos estruturais, o custo computacional tende a aumentar ainda mais, devido à necessidade de utilização de outras ferramentas para o cálculo destes requisitos.

O terceiro componente integrante desta metodologia é o algoritmo de otimização propriamente dito. Este é responsável pela busca de pontos ótimos, que atendem da

melhor forma possível aos objetivos e restrições estipuladas dentro do espaço de projeto definido como viável, por meio da modificação das variáveis de projeto, até que certos critérios de parada estabelecidos sejam alcançados. A escolha do algoritmo de otimização mais adequado ao problema de projeto aerodinâmico a ser tratado deve levar em consideração o número e a natureza das funções objetivo e de restrição, e as características do espaço de projeto pesquisado. Em função disso, define-se se o algoritmo será determinístico ou estocástico, local ou global, e se deverá vir acompanhado de técnicas para tratamento de múltiplos objetivos.

Uma revisão de trabalhos encontrados na literatura mostra que a otimização aerodinâmica através da metodologia direta de projeto vem sendo amplamente explorada, o que dá suporte e motiva a pesquisa que culminou na presente dissertação. Esta revisão é apresentada a seguir, juntamente às justificativas acerca das decisões que guiaram o trabalho.

## **1.2 REVISÃO DA LITERATURA**

Nos últimos anos, através da crescente quantidade de trabalhos encontrados na literatura, tem-se observado aumento contínuo nas pesquisas em otimização aerodinâmica multiobjetivos, em que vários objetivos devem ser atendidos simultaneamente. Tais objetivos podem ser de caráter exclusivamente aerodinâmico ou, no caso da otimização multidisciplinar, envolver outras áreas ligadas ao projeto, principalmente aspectos estruturais. Isso se deve a requisitos tecnológicos e mercadológicos cada vez mais exigentes e, naturalmente, ao aumento da capacidade de processamento dos computadores. Em suma, não é difícil perceber que o projeto de uma superfície ou componente aerodinâmico recai, intrinsecamente, em um problema de otimização em que vários objetivos devem ser avaliados simultaneamente, de modo a atender aos requisitos esperados no projeto final.

A principal motivação para execução de projetos de superfícies ou componentes aerodinâmicos, lançando mão de metodologias de otimização, diz respeito à redução de custos com ensaios experimentais, os quais passam a ser utilizados apenas na fase final de validação do projeto, reduzindo assim o custo final como um todo. Entretanto, o custo computacional na fase preliminar de otimização do projeto também deve ser avaliado, de maneira a torná-lo executável, tanto financeira quanto operacionalmente.

O custo computacional total de um projeto aerodinâmico, realizado através de metodologias de otimização, depende de dois fatores primordiais: (i) do tempo de processamento necessário para a avaliação de um único conjunto de variáveis de projeto, definindo uma configuração viável de projeto e (ii) do algoritmo de otimização selecionado para realizar as buscas no espaço de projeto.

O tempo de processamento de cada avaliação da(s) função(ões) objetivo depende das ferramentas utilizadas para tal tarefa, chamadas de “solvers” nos textos em inglês\*. A escolha dos “solvers” depende das características do projeto a ser otimizado e de se tratar de um problema mono-objetivo, multiobjetivos ou multidisciplinar, que nesta respectiva ordem, tendem a consumir mais tempo de processamento a cada avaliação de função objetivo, utilizando a mesma fidelidade. E, também, depende fortemente da capacidade física de processamento instalada para execução do projeto, a qual pode ser o ponto chave para seleção de “solvers” de custo computacional menor, em detrimento da perda de fidelidade nos cálculos, ou de uma redução na faixa de aplicações admissíveis. Geralmente, pacotes comerciais de dinâmica dos fluidos computacional e análise estrutural (CFD e FEA, respectivamente, em inglês), tendem a consumir um tempo de processamento maior para cada avaliação da(s) função(ões) objetivo, mas apresentam como possível vantagem a maior fidelidade dos resultados obtidos, quando comparados a códigos de cálculo e de análise mais simplificados, que são restritos a uma faixa menor de aplicação, mas têm a vantagem de exigirem uma capacidade física de processamento instalada menor. Como exemplo de aplicação de pacotes comerciais de alta fidelidade

---

\*No presente trabalho, optou-se por se utilizar o termo “solver” para se referir às ferramentas de avaliação, em vez de se utilizar um equivalente em português como “solucionador”, “resolvente” ou “analisador”.

pode ser citado o trabalho apresentado por Kumano et al. (2006), onde foi executado o projeto multidisciplinar da asa de um jato regional, considerando aspectos aerodinâmicos, estruturais e de comportamento aeroelástico, havendo a necessidade do emprego de um “cluster” de 32 núcleos. E no outro extremo, os trabalhos apresentados por Wauquier (2000), Levin e Shyy (2001) e Mali (2005), os quais realizaram otimizações de aerofólios bidimensionais, para operação em regime subsônico com baixo número de Reynolds, utilizando códigos de cálculo de escoamentos baseados em métodos de painéis com distribuições lineares de vórtices, e simulação dos efeitos viscosos através de equações de camada limite. Os dois últimos trabalhos citados empregaram o código XFOIL, desenvolvido por Mark Drela (Drela e Giles, 1987 e Drela, 1989), que possui como característica principal o cálculo rápido da curva polar de um aerofólio, exibindo resultados confiáveis, em razoável concordância com dados experimentais quando o descolamento da camada limite não for muito acentuado.

Ainda sobre o custo computacional associado aos “solvers”, o número de variáveis de projeto também deve ser considerado como um fator crítico. Um número demasiadamente grande de variáveis de projeto pode acarretar um custo computacional proibitivo, pelo aumento dos graus de liberdade que a geometria pode apresentar, o que se reflete na multi-dimensionalidade do espaço de projeto. Nos trabalhos apresentados por Hicks e Henne (1978), Sobieczky (1998), Rogalsky et al. (1999), Désidéri et al. (2004), Désidérie e Janka (2004) e Pehlivanoglu e Hacıoglu (2006) são discutidos esquemas de parametrização geométrica com foco na redução do número de parâmetros necessários ao controle da geometria, sem perda excessiva de flexibilidade causada pelo estreitamento do espaço de projeto. Nos trabalhos apresentados por Samareh (1999) e Wu et al. (2003), são realizadas comparações entre algumas das parametrizações estudadas nos trabalhos anteriores.

Outro fator determinante no custo computacional de uma metodologia de otimização é a escolha do algoritmo de otimização com o qual serão realizadas as buscas pela melhor solução possível, no caso de problemas mono-objetivo, ou do melhor conjunto de soluções possíveis (chamado de frente de Pareto), no caso de problemas multiobjetivos. Como exemplo desta preocupação, no trabalho apresentado por

Hasenjäger et al. (2005) são aplicadas três diferentes técnicas evolucionárias de otimização no problema de projeto de um estator de uma turbina a gás: (i) ponderação dos objetivos por meio de pesos, (ii) tratamento do segundo objetivo como restrição, e (iii) utilização de uma técnica multiobjetivos para determinação direta da frente de Pareto do problema. Foram discutidas as vantagens e desvantagens de cada técnica em problemas de otimização em que o espaço de projeto é muito amplo, devido à modelagem tridimensional baseada em curvas B-splines utilizada, considerando-se também o alto custo computacional associado a cada avaliação da função objetivo, já que neste caso deve ser analisado o escoamento tridimensional ao longo do estator. Na tese de doutorado apresentada por Akira Oyama, (Oyama, 2000), discute-se o fato da crescente utilização de algoritmos evolucionários em problemas de otimização aerodinâmica, cujas primeiras aplicações ficam restritas a projetos relativamente simplificados, envolvendo um número de variáveis de projeto entre 10 e 30. São avaliados vários métodos de otimização multiobjetivos baseados em algoritmos genéticos, por meio de problemas testes e na otimização de aerofólios, comparando-os ao algoritmo desenvolvido no trabalho denominado Adaptive Range Genetic Algorithm, ARGGA. Este algoritmo foi aplicado na otimização de uma asa para operação em regime transônico (Oyama et al., 2001), e na otimização de um rotor axial transônico (Oyama et al., 2002). Em ambos os trabalhos, verificaram-se ganhos em relação ao custo computacional frente a outros algoritmos evolucionários.

De fato, os problemas de otimização aerodinâmica, geralmente, apresentam funções objetivo com comportamento extremamente não-linear e multimodal, para as quais são mais indicados algoritmos populacionais. Estes, em sua grande maioria, são algoritmos de otimização global, que partem de uma população inicial de indivíduos selecionados aleatoriamente dentro do espaço de projeto viável, e que executam a busca pelas configurações de projeto que minimizam ou maximizam as funções objetivo de interesse, segundo métodos heurísticos. Os algoritmos populacionais mais conhecidos atendem pelo nome de algoritmos evolucionários, em virtude de simularem processos evolutivos como heurísticas de busca. Neles se inserem também os algoritmos genéticos e os de evolução diferencial. Nestes algoritmos, a cada iteração completa do algoritmo, são geradas várias novas configurações de projeto, as quais devem ter seus respectivos valores de funções

objetivo avaliados, acarretando um custo computacional relativamente elevado devido ao número de execuções do(s) “solver(s)”. Apesar de computacionalmente caro, esse procedimento é de grande utilidade em problemas de otimização multiobjetivos e multidisciplinares, nos quais é de interesse um conjunto de soluções possíveis que atendam, da melhor maneira possível, aos objetivos de projeto estabelecidos. Uma revisão dos principais algoritmos evolucionários, voltados para o tratamento de problemas de otimização com múltiplos objetivos, é encontrada em Coello Coello et al. (2007). Dois exemplos de utilização de algoritmos desenvolvidos para tratamento de problemas envolvendo múltiplos objetivos são comentados a seguir. No trabalho de Obayashi et al. (2000) é apresentado o problema de otimização das asas de um avião de transporte supersônico, SST em inglês, usando uma versão multiobjetivos de algoritmo genético, MOGA em inglês, onde os três objetivos avaliados foram as minimizações dos arrastos em vôos de cruzeiro supersônico e transônico, e o momento fletor na raiz da asa em regime de vôo supersônico, sendo a geometria da asa definida por 66 variáveis de projeto. Em Obayashi et al. (2005) é apresentada uma nova metodologia de projeto multidisciplinar, na qual se utiliza o algoritmo denominado Adaptive Range Multi Objective Genetic Algorithm, ARMOGA, o qual é uma extensão do algoritmo ARGA anteriormente citado, e que faz uso de um método de projeção para visualização do espaço de projeto, interessante quando o problema tratado possui muitos objetivos a serem avaliados.

Por outro lado, existem ainda diferentes algoritmos populacionais de otimização global que não se inserem plenamente na categoria dos algoritmos evolucionários. Um exemplo é o algoritmo de busca aleatória controlada (CRSA), desenvolvido por Price (Price, 1977). Trata-se de um algoritmo de minimização global nitidamente voltado para o tratamento de problemas mono-objetivo, no qual, a cada iteração, ocorre a substituição de apenas um único indivíduo da população, aquele que apresenta o maior valor de função objetivo, resultando em apenas uma avaliação da função objetivo a cada iteração. Outras versões deste algoritmo foram propostas e testadas por Ali et al. (1997). Comparações posteriores entre versões do CRSA e algoritmos genéticos e de evolução diferencial, realizadas por Ali e Törn (2004), demonstraram que os algoritmos de busca aleatória controlada seriam capazes de obter resultados de mesmo nível com custo

computacional competitivo. Modificações mais recentes foram introduzidas no CRSA por Manzanares Filho et al. (2005), e aplicadas ao projeto inverso de grades lineares de turbomáquinas. Outras aplicações envolveram o projeto conceitual de rotores de turbinas hidráulicas axiais, (Albuquerque et al., 2006, 2007b), a comparação entre algumas versões do CRSA aplicadas ao projeto inverso de aerofólios, (Albuquerque et al., 2007a), e o projeto direto de aerofólios, (Manzanares Filho et al., 2007).

Tendo em vista a continuação das pesquisas acerca da aplicabilidade dos algoritmos de busca aleatória controlada (CRSA), em problemas envolvendo otimização aerodinâmica, o presente trabalho de dissertação se insere nesse contexto, ao apresentar uma metodologia direta de otimização aerodinâmica multiobjetivos de baixo custo computacional. Essa metodologia utiliza: (i) um esquema de parametrização por curvas Bézier para representação geométrica de aerofólios bidimensionais, (ii) uma versão modificada do código de análise de escoamento XFoil como “solver” aerodinâmico, e (iii) uma versão do algoritmo de busca aleatória controlada (CRS-VBR) como algoritmo de otimização, incluindo-se uma técnica de ponderação de objetivos para tratamento de multiobjetivos. Esta metodologia será aplicada na otimização mono e multiobjetivos de três tipos distintos de aerofólios, de maneira a testar a funcionalidade de todos os seus componentes.

## 1.3 DELINEAMENTO DO TRABALHO

A presente dissertação está dividida em sete capítulos, onde em cada um deles é apresentada uma etapa do trabalho.

No Capítulo 2 são apresentados, de forma introdutória, os conceitos físicos relacionados à aerodinâmica de aerofólios, como são geradas as cargas aerodinâmicas de sustentação, arrasto e momento. Discute-se, ainda, a relação entre geometria e características aerodinâmicas e algumas aplicações de interesse de aerofólios para baixos números de Reynolds. A leitura desse capítulo pode ser omitida sem perda de

continuidade, exceto a seção 2.5, que trata dos exemplos de aerofólios de interesse nesta dissertação.

O Capítulo 3 relaciona algumas parametrizações geométricas utilizadas no projeto de aerofólios. A parametrização adotada, baseada em curvas Bézier, é descrita de forma detalhada, incluindo-se a formulação destas curvas e algumas de suas propriedades mais interessantes.

No Capítulo 4, apresenta-se a formulação do código de cálculo de escoamento utilizado como “solver” aerodinâmico, o Xfoil. É feita ainda uma descrição das principais modificações efetuadas no conjunto de subrotinas desse “solver” visando sua utilização em modo de execução não-interativa. A inclusão deste capítulo visa fornecer subsídios para um leitor mais especializado. Em uma primeira leitura, esse capítulo pode ser omitido sem perda de continuidade, exceto a seção 4.6, que trata das modificações do Xfoil.

O Capítulo 5 traz uma descrição das metodologias de projeto aerodinâmico citadas no início deste texto. É dado enfoque à descrição do algoritmo de otimização de Busca Aleatória Controlada utilizado e da técnica de ponderação de objetivos, usada para tratar os multiobjetivos selecionados. Apresenta-se, por fim, uma síntese detalhada da metodologia de otimização implementada.

No Capítulo 6, são apresentados e comentados os resultados das otimizações mono e multiobjetivos, para os aerofólios de alta sustentação, aerofólios laminares e aerofólios de grande autonomia (“long endurance”).

No Capítulo 7, conclusões acerca do trabalho realizado são apresentadas, juntamente com sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# AERODINÂMICA DE AEROFÓLIOS

## 2.1 INTRODUÇÃO

Aerodinâmica é a área de estudo dentro da mecânica dos fluidos que trata dos efeitos das cargas atuantes sobre corpos imersos em um escoamento de fluido, particularmente o ar.

Essas cargas aerodinâmicas são geradas em função das diferenças de pressões, causadas no escoamento pelo corpo, e também pela ação dos efeitos viscosos na superfície do mesmo. As forças resultantes dessas cargas aerodinâmicas, sobre um aerofólio, recebem os nomes de sustentação e arrasto, e também atuam sobre o corpo os momentos causados por essas forças resultantes.

Este capítulo apresenta os conceitos físicos relacionados à geração das cargas, ou forças, de sustentação, de arrasto e momentos gerados quando um aerofólio está sujeito a um escoamento incidente. Também são apresentadas uma definição da geometria básica de aerofólios, sua relação com as características aerodinâmicas, e alguns exemplos de aplicação dos mesmos.

## 2.2 DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA DE AEROFÓLIOS

Os aerofólios são superfícies aerodinâmicas que têm por objetivo causar uma diferença de pressões e, por meio desta, gerar um determinado efeito aerodinâmico desejado. Por exemplo, gerar a força de sustentação necessária para que uma aeronave seja capaz de voar, ou causar a diferença de pressão total necessária durante o funcionamento de um ventilador.

A geometria típica de um aerofólio é apresentada na Fig. 2.1, onde os parâmetros geométricos mais gerais são apontados.

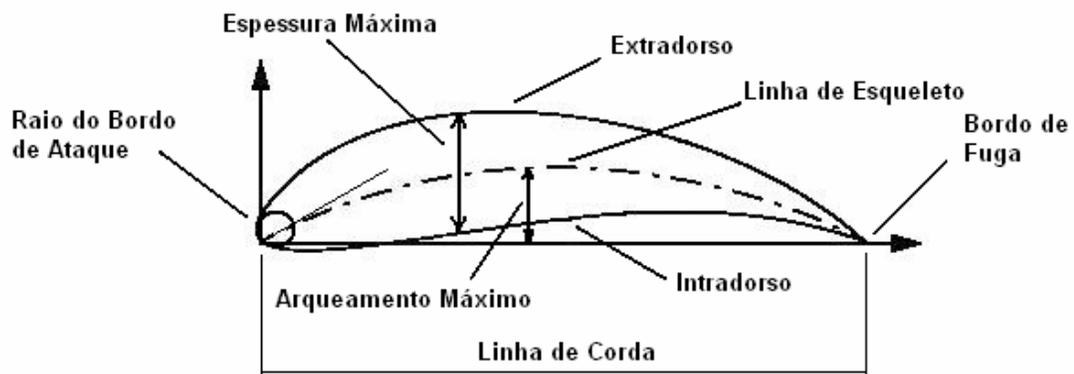


Figura 2.1 – Geometria típica de um aerofólio.

A partir da definição da linha de corda do aerofólio, que é a linha reta que liga suas extremidades anterior e posterior, bordo de ataque e bordo de fuga, respectivamente, determina-se a linha de esqueleto. Esta linha define a distribuição de arqueamento ao longo da linha de corda. A maior diferença entre a linha de esqueleto e a linha de corda, tomada perpendicularmente à linha de corda, é chamada de arqueamento máximo. Outra importante característica geométrica de um aerofólio é o raio de curvatura do bordo de ataque do aerofólio, o qual tem o seu centro localizado na linha tangente à linha de esqueleto. Esse raio depende, finalmente, da distribuição de espessura, que é sobreposta à linha de esqueleto, perpendicularmente a esta, de forma que metade da distribuição gera o extradorso e a outra metade gera o intradorso. A maior distância entre o extradorso e o

intradorso é chamada de espessura máxima do aerofólio. A influência da geometria do aerofólio sobre as características aerodinâmicas será tratada na Seção 2.4.

## 2.3 FORÇAS AERODINÂMICAS

O principal objetivo de um aerofólio é gerar uma diferença de pressões a partir de uma diferença de velocidades entre o extradorso e o intradorso. Além das forças de pressão que atuam na superfície do aerofólio, existem também as forças viscosas, desenvolvidas em função das tensões de cisalhamento provocadas pela viscosidade do fluido no qual o aerofólio está imerso, como ilustrado na Fig. 2.2.

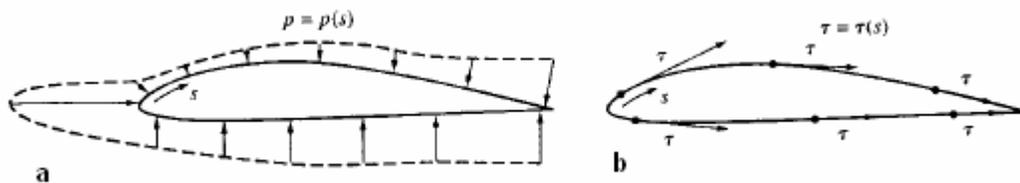


Figura 2.2 – Distribuições sobre a superfície do aerofólio; (a) pressões, distorcida para maior clareza; (b) tensões de cisalhamento. Figura adaptada de Anderson (1999).

Para aerofólios bidimensionais, a integração das distribuições de pressões e de tensões de cisalhamento ao longo da superfície do aerofólio, gera as forças aerodinâmicas de sustentação,  $L$ , arrasto,  $D$ , e o momento  $M$ . Essas forças podem ser expressas na forma de coeficientes aerodinâmicos de sustentação, arrasto e momento por unidade de envergadura, respectivamente, conforme as seguintes definições:

$$C_l = \frac{L}{qc} \quad (2.1)$$

$$C_d = \frac{D}{qc} \quad (2.2)$$

$$C_m = \frac{M}{qc^2} \quad (2.3)$$

onde  $c$  é a corda do aerofólio e  $q$  é a pressão dinâmica do escoamento incidente

$$q = \frac{\rho V^2}{2} \quad (2.4)$$

A Fig. 2.3 ilustra as forças aerodinâmicas aplicadas no aerofólio.

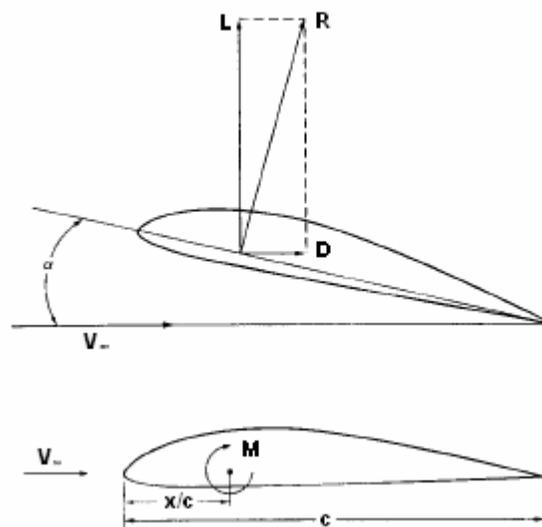


Figura 2.3 – Forças aerodinâmicas atuantes em um aerofólio. Figura adaptada de Anderson (1999)

Os coeficientes adimensionais  $C_l$ ,  $C_d$  e  $C_m$  que definem as forças e o momento aerodinâmicos serão tratados nas subseções seguintes.

### 2.3.1 FORÇAS RELACIONADAS À DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES

Aplicando a equação da continuidade entre uma seção anterior e uma posterior ao aerofólio e considerando regime permanente, observa-se que a única forma de satisfazer a

equação da continuidade entre as seções *A* e *B* do volume de controle considerado, Fig. 2.4, seria o escoamento que passa pelo extradorso ser mais acelerado do que aquele que passa pelo intradorso. Como consequência dessa aceleração, ocorre uma queda de pressão.

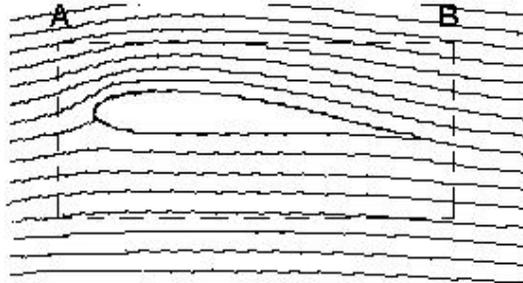


Figura 2.4 – Aplicação do princípio da continuidade. Figura adaptada de Kroo (2006).

Essa dinâmica de funcionamento pode ser descrita pela equação sugerida por Daniel Bernoulli em 1732, Eq. (2.5), segundo Fox (2001).

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = cte \quad (2.5)$$

O desenvolvimento desta equação depende das seguintes hipóteses simplificadoras: escoamento permanente; efeitos viscosos desprezíveis; escoamento ao longo de uma mesma linha de corrente; escoamento incompressível. De forma semelhante, pode ser formulada a equação de Bernoulli para escoamentos compressíveis, a qual não será tratada neste texto.

A equação de Bernoulli é formada por três termos, que são da esquerda para direita da Eq. (2.5).

- Termo de pressão → mede a parcela de energia do escoamento associada à pressão estática.
- Termo de velocidade → mede a parcela de energia do escoamento associada à velocidade do escoamento.

- Termo de posição → mede a parcela de energia do escoamento associada à posição tomada a partir de um plano horizontal de referência. Esse termo é devido à energia potencial gravitacional.

A “constante” do lado direito do sinal de igualdade da Eq. (2.5) varia de uma linha de corrente para outra, exceto nos escoamentos potenciais (irrotacionais).

Quando se trata da análise de perfis isolados, o termo de posição não é levado em consideração, pois sua contribuição é muito pequena, o que nos leva a Eq. (2.6).

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} = cte \quad (2.6)$$

Multiplicando toda a Eq. (2.6) pela massa específica do fluido em escoamento chegamos a Eq. (2.7),

$$P + \frac{\rho V^2}{2} = cte \quad (2.7)$$

onde o termo de velocidade agora recebe o nome de pressão dinâmica.

Aplicando agora a Eq. (2.7) entre dois pontos 1 e 2 de uma mesma linha de corrente de um escoamento sobre um aerofólio, como ilustrado pela Fig. 2.5, obtém-se :

$$P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} \quad (2.8)$$

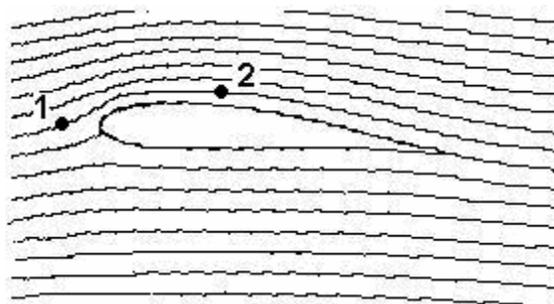


Figura 2.5 – Aplicação da Equação de Bernoulli. Figura adaptada de Kroo (2006).

Considerando o ponto 1 bem a montante, na condição de pressão  $P_\infty$ , e velocidade  $V_\infty$ , e o ponto 2 com valores de pressão  $P$  e velocidade  $V$ , a Eq (2.8) fornece:

$$P - P_\infty = \frac{\rho V_\infty^2}{2} \left[ 1 - \left( \frac{V}{V_\infty} \right)^2 \right] \quad (2.9)$$

O coeficiente de pressão (adimensional),  $C_P$ , é definido por:

$$C_P = \frac{P - P_\infty}{\rho V_\infty^2 / 2} \quad (2.10)$$

Logo, no caso ideal (incompressível e não-viscoso), o coeficiente de pressão é dado pela combinação da equação de Bernoulli (2.9) e a Eq. (2.10):

$$C_P = 1 - \left( \frac{V}{V_\infty} \right)^2 \quad (2.11)$$

O coeficiente de pressão indica o quanto da energia cinética foi convertida em energia de pressão. Uma distribuição de pressões típica está ilustrada na Fig. 2.6.

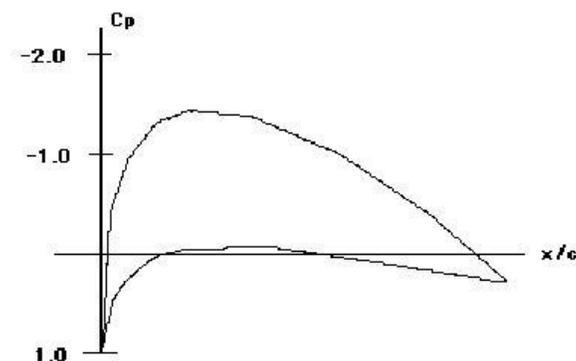


Figura 2.6 – Distribuição de pressões típica. Figura adaptada de Kroo (2006).

Analisando a Fig. 2.6, observa-se que o valor de  $C_P$  é igual 1.0, no ponto de estagnação próximo ao bordo de ataque, onde a velocidade é  $V = 0$ . A velocidade aumenta em ambas as superfícies, com uma decorrente redução na pressão, que

finalmente se recupera até pequenos valores positivos no bordo de fuga, quando o ângulo de ataque for pequeno. Para altos ângulos de ataque, o  $C_p$  é negativo no bordo de fuga.

Analisando o escoamento potencial, a pressão no bordo de fuga está relacionada à espessura e ao formato do aerofólio nas suas proximidades. Para aerofólios finos, a pressão no bordo de fuga é ligeiramente positiva, sendo a velocidade do escoamento nessa região pouco menor que a da corrente livre. E quanto mais afilado e menos curvado for o bordo de fuga, mais o valor de  $C_p$  aproxima-se de 0 (velocidade igual à da corrente livre).

Grandes valores positivos de  $C_p$  no bordo de fuga implicariam em gradientes adversos de pressão mais severos. Na realidade, tais gradientes não poderão ser suportados, e o  $C_p$  real acabará sendo bem menor que o  $C_p$  potencial no bordo de fuga.

Partindo da distribuição de pressões para um dado ângulo de ataque, segundo White (2001), obtém-se o coeficiente de sustentação através da integração da área delimitada pela distribuição de pressões, dada pela Eq. (2.12).

$$C_l = \left[ \int_0^c C_{p_l} d\left(\frac{x}{c}\right) \right] - \left[ \int_0^c C_{p_u} d\left(\frac{x}{c}\right) \right] \quad (2.12)$$

Uma curva genérica de variação do coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque é ilustrada na Fig. 2.7.

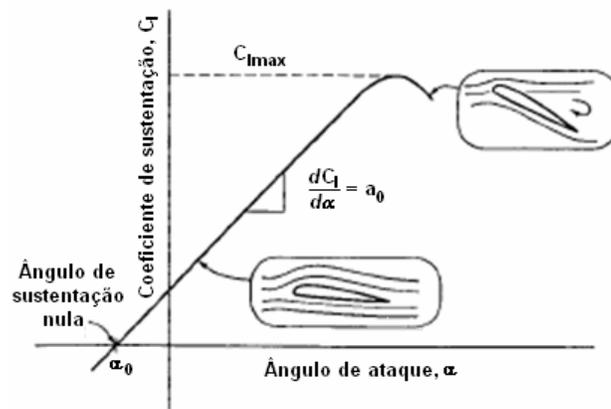


Figura 2.7 – Curva de sustentação genérica. Figura adaptada de Anderson (1999).

Com base na Fig. 2.7, pode-se observar que em uma curva de sustentação existe um determinado ângulo de ataque no qual o aerofólio não produz sustentação. Esse ângulo de sustentação nula é denotado por  $\alpha_0$ . Acima do ângulo de sustentação nula, há um trecho linear da curva de sustentação, em que o escoamento acompanha o contorno do aerofólio. Segundo Milne-Thomson (1973), esse trecho pode ser representado por

$$C_l = \frac{dC_l}{d\alpha}(\alpha - \alpha_0) = a_0(\alpha - \alpha_0) \quad (2.13)$$

onde  $a_0$  corresponde à inclinação da curva de sustentação, e  $\alpha$  um ângulo de ataque genérico no trecho linear. O valor teórico para  $a_0$  é de  $2\pi/rad$ , ou aproximadamente  $0,110/^\circ$ , mas dados experimentais de aerofólios NACA, compilados por Roskan (1997), mostram que os valores de  $a_0$  são menores, em sua maioria, e podem variar ligeiramente.

Ao final do trecho linear da curva de sustentação, surge um trecho não-linear, no qual se localiza o ponto de máximo da curva, onde ocorre o coeficiente de sustentação máximo, denotado por  $C_{l_{max}}$ . Após o ponto de  $C_{l_{max}}$ , a curva de sustentação se degenera e o aerofólio entra em situação de estol, onde os efeitos viscosos passam a interferir de forma drástica na distribuição de pressões, fazendo com que a sustentação gerada não seja suficiente para uma operação segura do aerofólio em virtude do grande aumento do arrasto nesta situação. A influência dos efeitos viscosos na distribuição de pressões do aerofólio será discutida mais adiante.

A sustentação gerada pelo aerofólio em um escoamento potencial também pode ser calculada pelo teorema de Kutta-Joukowski, de acordo com Milne-Thomson (1973). Na sua demonstração, admite-se que o escoamento em torno de um aerofólio consiste de dois padrões que se sobrepõem, como ilustrado pela Fig. 2.8. O primeiro é um escoamento não-circulatório, gerado apenas pelo efeito da corrente livre; o segundo, é um escoamento puramente circulatório, independente do escoamento incidente.

Em princípio, o valor da circulação,  $\Gamma$ , é arbitrário. Surge então a questão: qual valor representaria melhor o escoamento real em torno de um aerofólio?

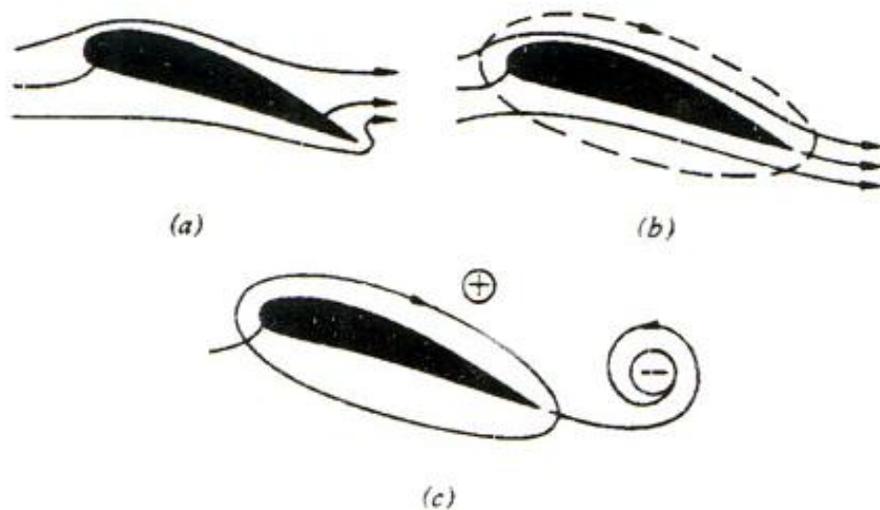


Figura 2.8 – Geração de sustentação através da superposição de escoamentos circulatório e não-circulatório; (a) escoamento potencial, sem circulação; (b) escoamento potencial com circulação; (c) escoamento resultante com circulação.

Figura adaptada de Andrade (1999).

A resposta pode ser dada pela constatação física de que, ao contornar o bordo de fuga em direção ao extradorso, o escoamento que passa pelo intradorso alcança altíssimas velocidades de passagem, e essa situação acaba sendo transiente. Assim, partindo dessa situação, o ponto de estagnação, que inicialmente se encontrava na região posterior do intradorso, move-se em direção ao bordo de fuga, levando os escoamentos do extradorso e do intradorso a deixarem o bordo de fuga suavemente. Nesse processo, um vórtice de partida é formado e transportado para jusante, até que se atinja uma situação de regime permanente. A circulação do vórtice de partida é igual e em sentido contrário daquela que permanece ao redor do aerofólio.

Essa situação estável e permanente, com o escoamento deixando o bordo de fuga da forma mais suave possível, é aquela que melhor representa o escoamento real. Logo, no contexto da teoria potencial, o valor de circulação deve ser ajustado de modo a representar exatamente essa situação, eliminando-se a arbitrariedade inicial. Segundo Anderson (1999), o primeiro a fazer esta observação e utilizá-la em análises teóricas foi o

matemático alemão M. Wilhelm Kutta, em 1902. Por essa razão, a condição física de velocidade suave no bordo de fuga de um aerofólio é atualmente conhecida como condição de Kutta.

Para entender como a condição de Kutta é aplicada em análises teóricas, faz-se necessário investigar o escoamento na região de um bordo de fuga não-arredondado, que pode ser agudo ou afilado, como mostra a Fig. 2.9.

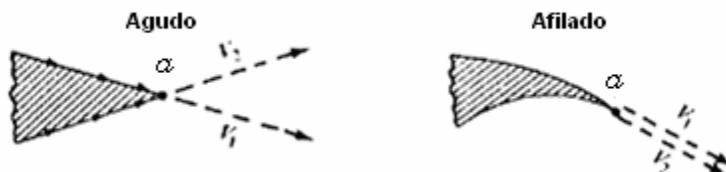


Figura 2.9 – Diferentes formatos de bordo de fuga e sua relação com a condição de Kutta.

Figura adaptada de Anderson (1984).

Pela condição de Kutta, a pressão no ponto  $a$  deve ser única. Aplicando a equação de Bernoulli entre um ponto 1 do extradorso e um ponto 2 no intradorso, imediatamente anteriores ao ponto  $a$ , conclui-se que as velocidades  $V_1$  e  $V_2$  devem ser iguais:

$$P_a + \frac{\rho V_1^2}{2} = P_a + \frac{\rho V_2^2}{2} \rightarrow |V_1| = |V_2| \quad (2.14)$$

No caso do bordo de fuga agudo, os escoamentos no extradorso e no intradorso têm direções distintas. Logo, a condição de Kutta exigirá que  $V_1 = V_2 = 0$ . Ou seja, um bordo de fuga agudo deve ser um ponto de estagnação. Por outro lado, para um bordo de fuga afilado, as velocidades são paralelas, bastando a exigência de que sejam finitas e contínuas,  $V_1 = V_2$ . Nesse caso, em geral, o bordo de fuga não será um ponto de estagnação.

O teorema de Kutta-Joukowski estabelece uma relação entre a magnitude da força de sustentação, do escoamento incidente e da circulação:

$$L = \rho V_\infty \Gamma \quad (2.15)$$

A direção da força de sustentação é perpendicular à direção do escoamento incidente. O sentido da força é obtido girando o vetor velocidade do escoamento incidente de  $90^\circ$  no sentido oposto ao da circulação.

O momento causado pela força resultante da distribuição de pressão, tomado a partir do bordo de ataque em relação a um ponto ao longo da corda, também é de extremo interesse na análise aerodinâmica de um aerofólio. Este é considerado positivo no sentido de aumentar a incidência do aerofólio.

$$C_{m0} = -\int_0^c \frac{x}{c} (C_{pl} - C_{pu}) d\left(\frac{x}{c}\right) \quad (2.16)$$

Outros dois pontos de referência ao longo da corda geralmente são considerados mais representativos para o cálculo do momento: o centro de pressão e o centro aerodinâmico. O centro de pressão é o ponto onde se localiza a resultante da força de sustentação, posicionado aproximadamente a 25% da corda, dependendo da posição e do arqueamento máximo do aerofólio, segundo White (2001). O coeficiente de momento em relação a  $1/4$  da corda é denotado por  $C_{m_{1/4}}$ , e seu comportamento típico é ilustrado na Fig. 2.10. Esse coeficiente é utilizado nos exemplos do Capítulo 6 com a notação simples  $C_m$ .

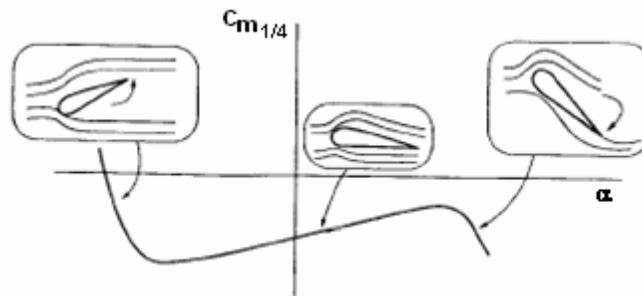


Figura 2.10 – Comportamento típico do coeficiente de momento. Figura adaptada de Anderson (1999).

Já o centro aerodinâmico é o ponto sobre a corda do aerofólio em relação ao qual o coeficiente de momento é aproximadamente constante, independentemente das variações no coeficiente sustentação. Segundo Roskan (1997), através da análise de dados

experimentais de aerofólios em escoamento subsônico com baixos números de Mach, normalmente o centro aerodinâmico se localiza próximo aos 25% da corda também. Dessa forma, para um grande número de aerofólios, as posições do centro aerodinâmico e do centro de pressão praticamente coincidem, fazendo com que a determinação do coeficiente de momento a 25% da corda seja a utilizada nas análises de comportamento aerodinâmico de aerofólios.

Vale ressaltar que as considerações feitas até o momento acerca da distribuição de pressões sobre o aerofólio, não levaram em conta os efeitos da distribuição das tensões de cisalhamento sobre o aerofólio. Essas tensões darão origem à força de arrasto, seja diretamente (arrasto de atrito), seja indiretamente pelo efeito causado na distribuição de pressão (arrasto de pressão).

### **2.3.2 FORÇAS RELACIONADAS À DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES DE CISALHAMENTO**

As tensões de cisalhamento que surgem na superfície do aerofólio, e que são responsáveis pela geração, de uma forma direta ou indireta, das parcelas da força aerodinâmica de arrasto, devem-se à viscosidade do fluido.

Pode-se entender a viscosidade, uma importante propriedade termodinâmica dos fluidos, como sendo a resistência que um fluido oferece à deformação, quando aplicada sobre ele uma tensão de cisalhamento. Para fluidos como água, óleo e ar, ou seja, para fluidos newtonianos, há uma relação linear entre tensão de cisalhamento aplicada e taxa de deformação, dada pela Eq. (2.17).

$$\tau \cong \frac{\delta\lambda}{\delta t} \quad (2.17)$$

O coeficiente de viscosidade é a constante de proporcionalidade entre tensão de cisalhamento e o gradiente de velocidades gerado em função da taxa de deformação, denotado na Eq. (2.18) por  $\mu$ .

$$\tau = \mu \frac{d\lambda}{dt} = \mu \frac{du}{dy} \quad (2.18)$$

A dedução da relação acima é encontrada com detalhes no livro do White (2001).

O gradiente de velocidades leva à formação de um perfil de velocidades, dentro de uma região muito delgada e próxima a superfície do aerofólio, que vai de zero junto à superfície, caracterizando a condição de escorregamento nulo, até uma velocidade muito próxima da velocidade da corrente livre, aproximadamente 99% desta, segundo White (2001). Esta região, onde se desenvolve o perfil de velocidades, recebe o nome de camada limite, ilustrada de uma maneira genérica pela Fig. 2.11.

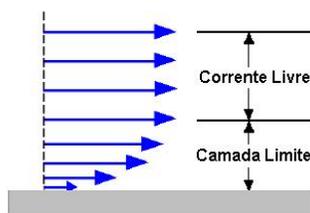


Figura 2.11 – Representação de uma camada limite.

O escoamento dentro da camada limite ocorre de duas formas bem distintas, laminar ou turbulenta, ilustradas, respectivamente na Fig. 2.12. No trecho laminar do escoamento, as camadas adjacentes de fluido são bem definidas e se movem de maneira ordenada ao longo da superfície do aerofólio, formando um perfil de velocidades pronunciadamente parabólico. Já no trecho de escoamento turbulento, ocorrem movimentos aleatórios que se sobrepõem ao escoamento principal, ocorrendo troca de fluido entre as camadas adjacentes e, conseqüentemente, uma troca de quantidade de movimento entre as partículas de fluido. Dessa forma, aquelas partículas que se deslocam mais lentamente são aceleradas e as que se deslocam mais rapidamente, pela perda de quantidade de movimento, são freadas. Assim, o perfil de velocidades da camada limite

turbulenta apresenta uma distribuição de velocidades mais uniforme quando comparado ao perfil laminar.

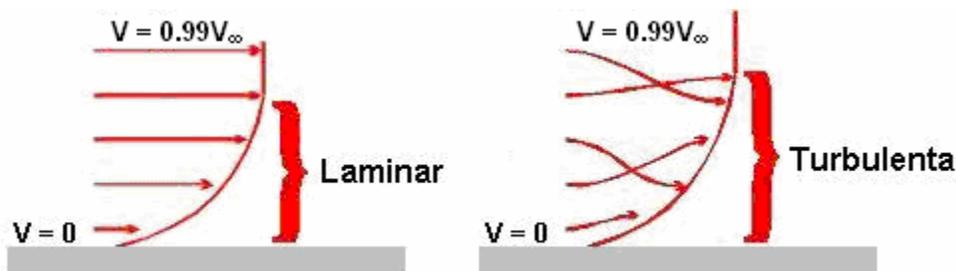


Figura 2.12 – Comparação entre uma camada limite laminar e uma turbulenta.

O desenvolvimento da camada limite, ilustrado na Fig. 2.13, sempre se inicia com um trecho laminar, por menor que seja, e posteriormente pode sofrer transição para turbulento. A transição de camada limite, que pode ser induzida pela rugosidade da superfície e/ou pela variação local do número de Reynolds, segundo White (2001), ocorre quando a frequência de perturbações, de amplitude da ordem 1% a 20% da velocidade média do escoamento, atinge valor da ordem de 10 kHz.

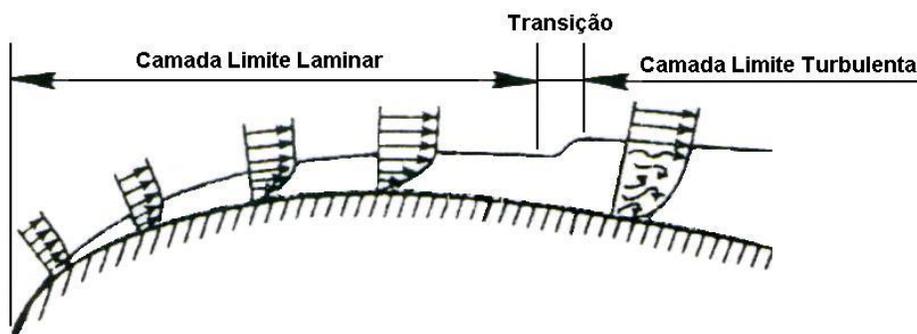


Figura 2.13 – Desenvolvimento de uma camada limite. Figura adaptada de Andrade (1999).

Como anteriormente mencionado, um dos fatores que influencia a transição da camada limite de laminar para turbulenta é o número de Reynolds. Quanto maior for o valor deste parâmetro adimensional, que quantifica a relação entre as forças de inércia e as forças viscosas atuantes no escoamento, mais próxima ao bordo de ataque do aerofólio

ocorrerá a transição. Mas o ponto de transição também é influenciado pela rugosidade da superfície, como ilustrado pela Fig. 2.14. Com o aumento da rugosidade o ponto de transição tende a se deslocar para próximo do bordo de ataque, apresentando um comportamento semelhante ao que ocorre com o aumento do número de Reynolds.

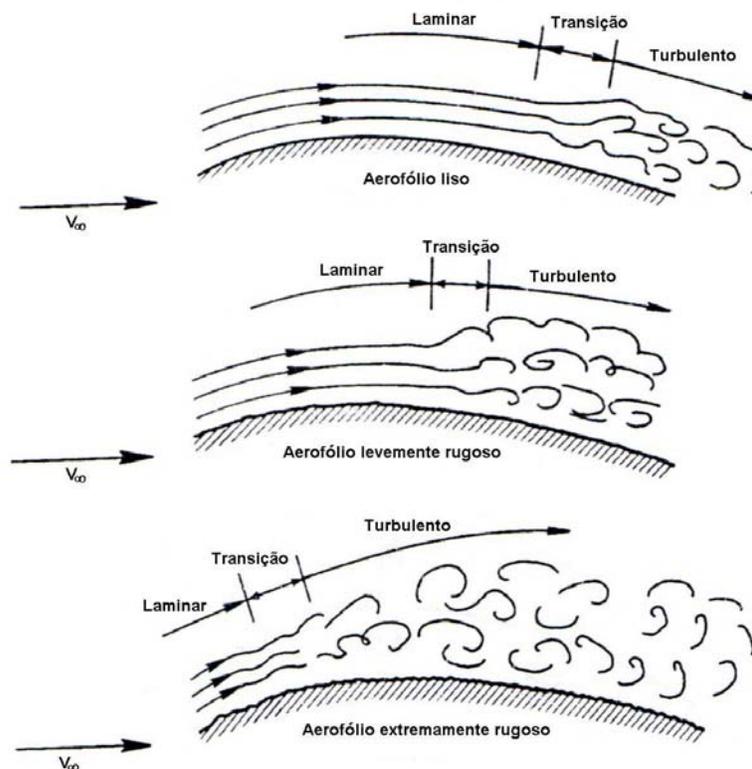


Figura 2.14 – Influência da rugosidade da superfície no ponto de transição da camada limite. Figura adaptada de Andrade (1999).

Os efeitos do número de Reynolds e da rugosidade da superfície não são independentes entre si e ambos contribuem para a determinação do ponto transição. Pode-se ter escoamentos que sejam laminares, mesmo na presença de uma superfície altamente rugosa, desde que o número de Reynolds seja suficientemente baixo; assim como escoamentos que sejam turbulentos, na presença de uma superfície de ótimo acabamento superficial, desde que o número de Reynolds seja suficientemente elevado.

Outro fator importante na transição de escoamento laminar para turbulento é o gradiente de pressão no escoamento. Se a pressão estática aumenta à medida que o

escoamento se desenvolve, as perturbações no escoamento laminar vão sendo amplificadas, facilitando a transição para o escoamento turbulento. Por outro lado, se a pressão estática diminuir, as perturbações no escoamento laminar serão amortecidas e a tendência do escoamento é manter-se desta forma. É interessante observar que a pressão estática sobre um aerofólio diminui até um ponto anterior ao de espessura máxima, mas próximo dele, a baixas incidências. Além desse ponto, a pressão estática aumenta, facilitando a transição de um escoamento laminar para turbulento antes de se chegar ao bordo de fuga.

Dentro da análise aerodinâmica de aerofólios, uma quantificação dos efeitos da viscosidade, que geram a camada limite ao redor do aerofólio, é feita através da medida da força aerodinâmica de arrasto. Esta pode ser dividida em duas parcelas: de uma forma direta, tem-se o arrasto de atrito, obtido a partir da integração das tensões de cisalhamento ao longo da superfície do aerofólio; de forma indireta, tem-se o arrasto de pressão, também conhecido como arrasto de forma, induzido principalmente pelo descolamento de camada limite, conforme descrito a seguir.

Analisando o escoamento em torno de um aerofólio, no lado de baixa pressão, nota-se que as partículas de fluido sofrem uma aceleração a partir do ponto de estagnação, próximo ao bordo de ataque, até atingirem a velocidade máxima, nas proximidades do ponto de espessura máxima do aerofólio. Nesse processo de aceleração, os perfis de velocidade na camada limite não poderão sofrer inflexão, excluindo-se qualquer possibilidade de refluxo do escoamento junto à parede. Por outro lado, a partir do ponto de velocidade máxima até o bordo de fuga, desenvolve-se um gradiente positivo de pressões, chamado de *gradiente adverso*. Nessa situação, os perfis de velocidade da camada limite sofrerão uma inflexão em algum ponto entre a parede e a borda da camada limite. Dependendo da intensidade do gradiente adverso, pode-se atingir um ponto a partir do qual haverá refluxo do escoamento junto à parede.

A Fig. 2.15 ilustra como ocorre a variação dos perfis de velocidade, do ponto de espessura máxima no extradorso de um aerofólio, denotado por  $C$ , até o descolamento da camada limite. Nota-se que o escoamento foi acelerado até o ponto  $C$ , a partir de onde

ocorre sua desaceleração, formando um gradiente adverso de pressões. Devido à atuação conjunta dos efeitos inerciais e viscosos (atrito), o perfil de velocidades sofrerá uma inflexão e uma sensível diminuição da velocidade junto à parede, como ilustrado no ponto *D*. Continuando esse processo, chega-se a uma situação em que o gradiente normal de velocidade na parede se anula, bem como a tensão de cisalhamento proporcional. Esse ponto, *E* na Fig. 2.15, é denominado ponto de descolamento da camada limite. A jusante do ponto *E* ocorre um refluxo do escoamento, formando-se uma região de baixa velocidade e intensa vorticidade. Essa região é denominada esteira de descolamento, sendo de caráter não-permanente. A vorticidade aí gerada não fica de fato confinada em uma região fixa, mas desprende-se continuamente da superfície do aerofólio, formando uma espécie de “nuvem de vórtices” na parte traseira.

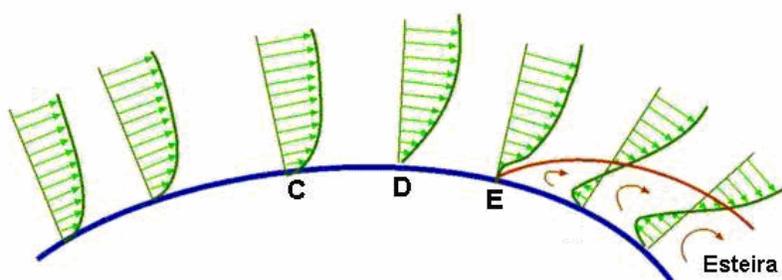


Figura 2.15 – Variação dos perfis de velocidades no extradorso de um aerofólio.

Como os vórtices desprendidos não podem converter sua energia cinética em energia de pressão, a pressão na esteira permanece praticamente igual àquela da região do descolamento. Logo, o aerofólio fica sujeito a pressões maiores a montante do ponto de descolamento, gerando-se uma força de pressão no sentido do escoamento, que vem a ser a parcela da força de arrasto denominada arrasto de pressão (Fig. 2.16).



Figura 2.16 – Representação do arrasto de pressão em um aerofólio. Figura adaptada de Andrade (1999).

O descolamento pode ocorrer tanto para camada limite laminar quanto para camada limite turbulenta. Todavia, o regime de escoamento influencia na posição do descolamento. Como no movimento laminar as partículas trocam apenas quantidade de movimento molecular entre si, as que estão próximas a superfície não têm acesso a um suprimento adicional de energia para enfrentar um gradiente adverso de pressões. Sendo assim, o descolamento de camada limite laminar ocorre com maior facilidade que no caso de uma camada limite turbulenta: nesse caso, devido à troca de quantidade de movimento macroscópica entre as partículas, existe um suprimento adicional de energia que facilita a penetração do escoamento pelo gradiente adverso, retardando assim o ponto de descolamento. Todavia, embora a camada limite turbulenta retarde o ponto de descolamento e, com isso, possa diminuir o arrasto de pressão, ela provoca um aumento no arrasto de atrito, devido ao movimento desordenado das partículas de fluido e o aparecimento das tensões de Reynolds.

Como consequência da alteração do campo de escoamento sobre o aerofólio, ocorre uma redução na capacidade de sustentação em relação ao escoamento ideal, aquele em que os efeitos viscosos são desconsiderados. Analisando o comportamento do coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque, nota-se que o coeficiente de sustentação passa por um valor máximo, chamado de  $C_{l_{max}}$  e, logo em seguida, ocorre uma queda até o ponto em que o coeficiente de sustentação é degenerado. A partir do ponto de  $C_{l_{max}}$ , o aerofólio entra em situação de estol, na qual, devido ao efeito da viscosidade, a região do extradorso em que o escoamento está descolado é muito grande, impossibilitando a geração de sustentação pelo aerofólio e, ao mesmo tempo, aumentando a geração de arrasto. Uma representação do crescimento da esteira é mostrada na Fig. 2.17.

A Fig. 2.18 apresenta os dados de um ensaio aerodinâmico de um aerofólio, mostrando o comportamento típico dos coeficientes aerodinâmicos.

As características aerodinâmicas de um aerofólio são fortemente influenciadas por mudanças em sua geometria, mesmo que muito sutis. Uma análise da relação entre geometria e comportamento aerodinâmico é realizada na seção seguinte.

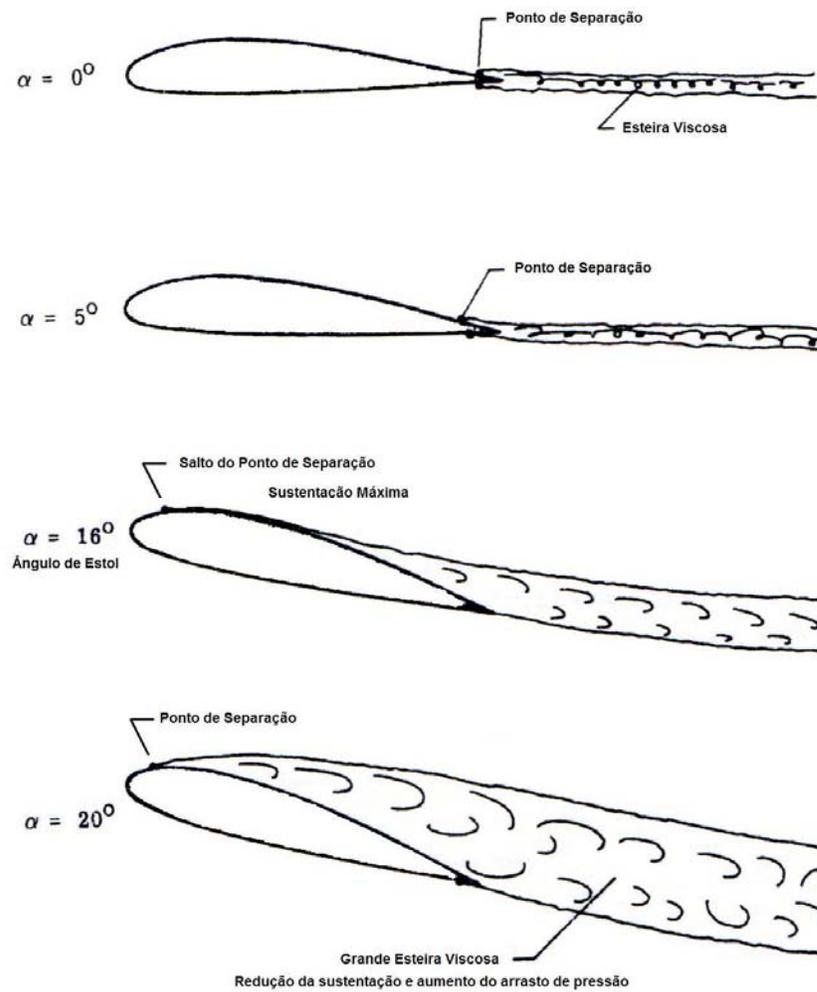


Figura 2.17 – Comportamento do ponto de separação no extradorso, com o aumento do ângulo de ataque. Figura adaptada de Andrade (1999).

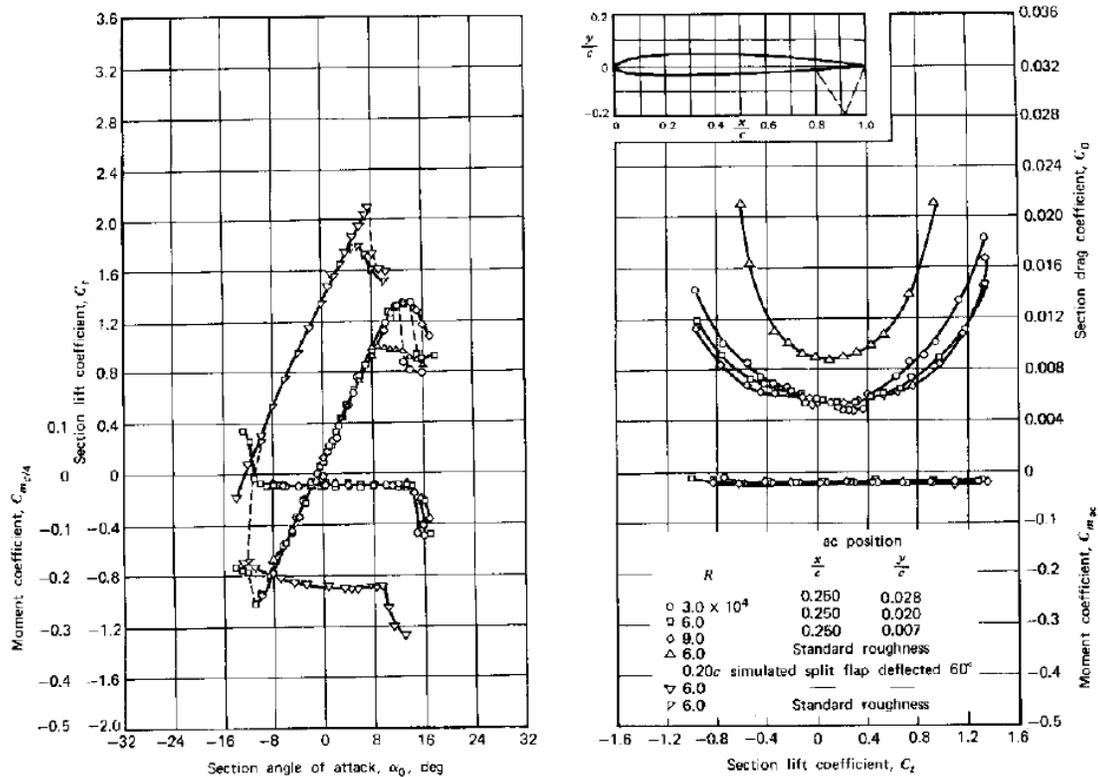


Figura 2.18 – Dados experimentais do aerofólio NACA 1408. Figura retirada de Abbott e Doenhoff (1959).

## 2.4 RELAÇÃO ENTRE GEOMETRIA E CARACTERÍSTICAS AERODINÂMICAS

A geometria do aerofólio determina o comportamento das suas características aerodinâmicas. O conhecimento da maneira como geometria e o comportamento aerodinâmico se relacionam é fundamental pois, com base nessa relação é possível projetar aerofólios que tenham por objetivo atender aplicações específicas. Os principais parâmetros geométricos que deve ser considerados em um aerofólio são:

- Espessura máxima e sua posição em relação ao bordo de ataque;
- Arqueamento máximo e sua posição em relação ao bordo de ataque;

- Raio do bordo de ataque e seu formato,  $z_5/t$  ;
- Ângulo do bordo de fuga,  $\theta_{TE}$  .

A Fig. 2.19 ilustra os parâmetros geométricos citados.

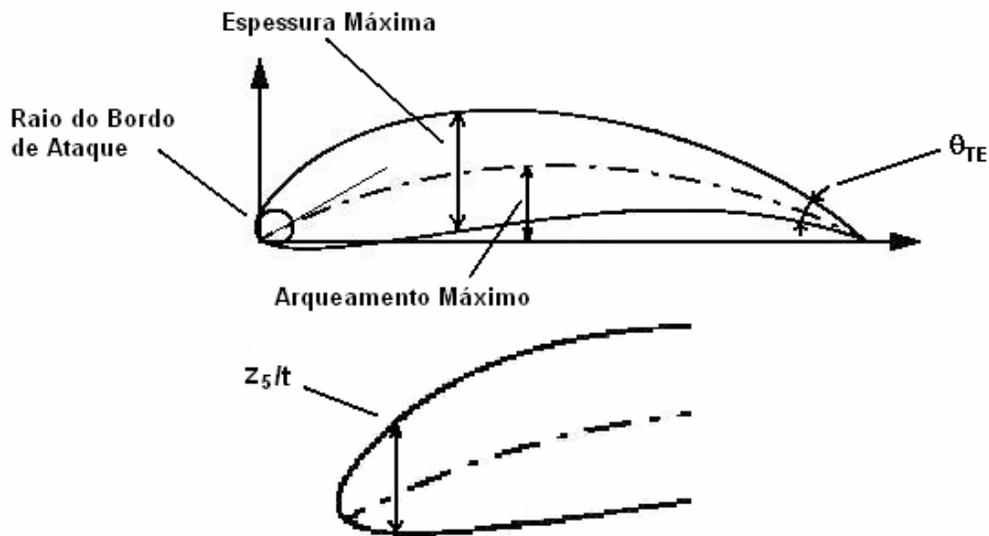


Figura 2.19 – Parâmetros geométricos mais relevantes em um aerofólio.

Analisando estes parâmetros, do ponto de vista do  $C_{l_{\max}}$  alcançado, como realizado por Roskan (1997), percebe-se que o estol pode ocorrer de duas formas, gradual ou abrupta. O estol gradual é próprio de aerofólios com espessura máxima de moderada para grande, e se caracteriza por uma perda suave de sustentação com o aumento do ângulo de ataque. Já no estol abrupto, próprio de aerofólios finos, ocorrendo uma queda acentuada da sustentação com um pequeno aumento do ângulo de ataque além do  $C_{l_{\max}}$  .

O efeito do raio do bordo de ataque e de seu formato pode ser avaliado pela relação  $z_5/t$ , onde  $z_5$  vem a ser a espessura do aerofólio à 5% da corda, e  $t$  a espessura máxima do aerofólio. Valores altos deste parâmetro indicam raios de bordos de ataque também elevados, que favorecem o aumento do  $C_{l_{\max}}$  para baixas velocidades. A Fig. 2.20 mostra

o efeito de  $z_5/t$  no  $C_{l_{max}}$  de aerofólios NACA simétricos com diferentes espessuras máximas.

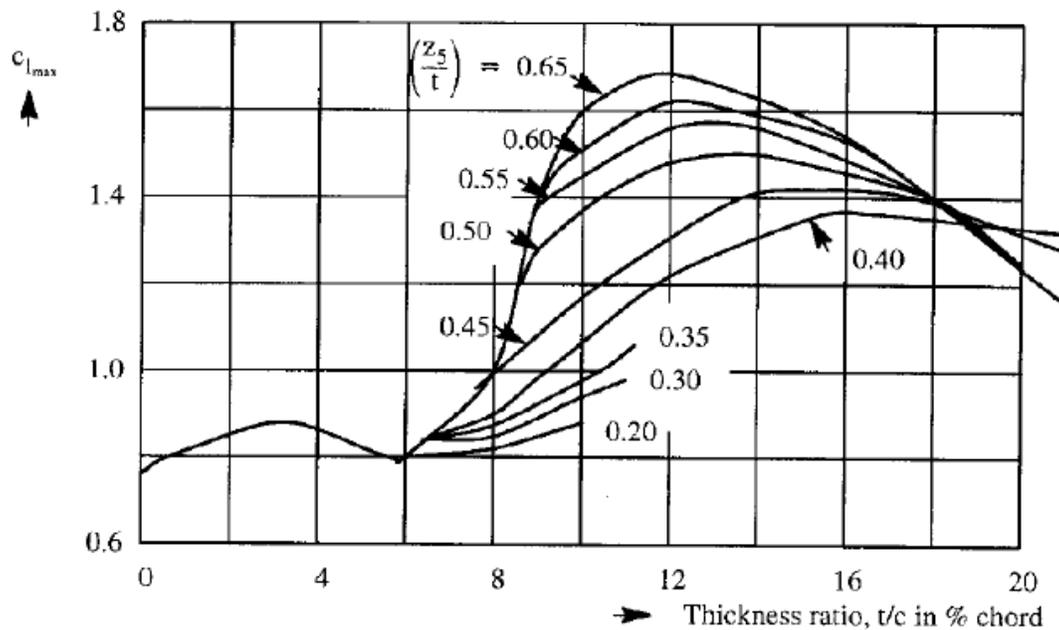


Figura 2.20 – Variação do  $C_{l_{max}}$  com a espessura para aerofólios NACA simétricos.

Figura retirada de Roskan (1997).

Também com base na análise de dados experimentais, constatou-se que o  $C_{l_{max}}$  para aerofólios arqueados depende também do arqueamento máximo e da forma da linha de esqueleto, além dos efeitos já mencionados da espessura máxima e do raio do bordo de ataque. De um modo geral, comparando-se aerofólios de mesma espessura máxima, o aumento do arqueamento máximo leva a um aumento do  $C_{l_{max}}$ . O valor do  $C_{l_{max}}$  aumenta com o arqueamento máximo e com a sua maior proximidade do bordo de ataque. Esses efeitos são relativamente mais pronunciados para aerofólios finos e que apresentem valores baixos de  $z_5/t$ , ou seja, raios de bordo de ataque pequenos. Porém, em contrapartida, o aumento do arqueamento máximo e seu posicionamento mais próximo do bordo de ataque trazem consigo um aumento do momento, devido ao aumento do carregamento aerodinâmico na parte frontal do aerofólio.

O ângulo do bordo de fuga influencia no descolamento da camada limite do aerofólio. Quanto maior for o ângulo do bordo de fuga, mais rapidamente se inicia o descolamento para altos ângulos de ataque, limitando assim o  $C_{l_{max}}$  do aerofólio. Outra implicação de um ângulo de bordo de fuga acentuado é o aparecimento do reverso de sustentação, que ocorre tipicamente em aerofólios espessos a baixos ângulos de ataque, segundo Houghton e Carpenter (2003), como ilustrado pela Fig. 2.21.

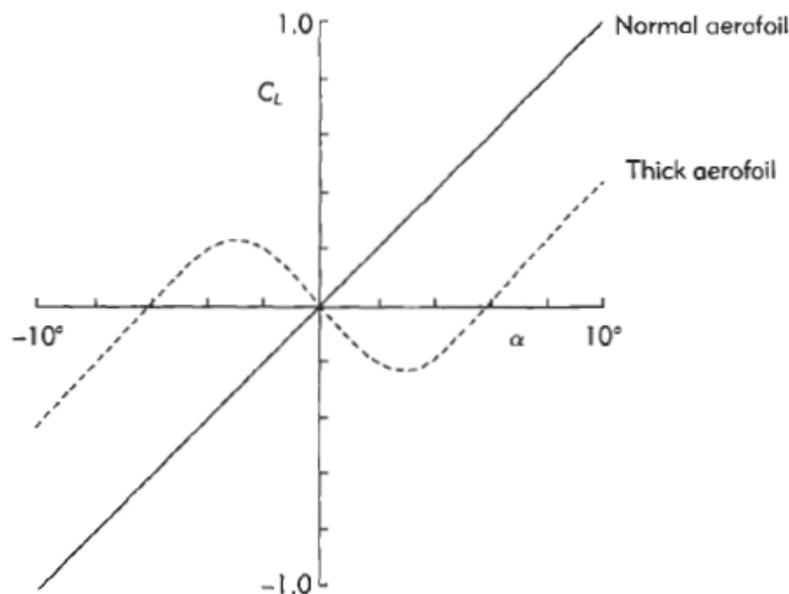


Figura 2.21 – Reverso de sustentação. Figura retirada de Houghton e Carpenter (2003).

## 2.5 EXEMPLOS DE AEROFÓLIOS E SUAS APLICAÇÕES

A grande influência dos parâmetros geométricos sobre o comportamento aerodinâmico dos aerofólios traz a necessidade de classificar os aerofólios em classes distintas, cada qual voltada a um tipo de aplicação mais específica. Nesta seção, são discutidas certas classes de aerofólios que servirão de base para os exemplos de otimização apresentados no Capítulo 6.

A primeira classe de interesse refere-se aos denominados *aerofólios de alta sustentação*, voltados para aplicações que exigem grandes forças de sustentação para operação a baixas incidências ( $\alpha \leq 4^\circ$ ) e baixos números de Reynolds,  $Re \leq 1 \cdot 10^6$ . Aplicações típicas dessa classe são as aeronaves de competição, em pequena escala e rádio controladas, além de planadores com alongamento moderado (razão envergadura/corda entre 8 e 10). Geralmente, os aerofólios dessa classe apresentam espessura máxima moderada, entre 12% a 15%, posicionada entre 20% e 30% a partir do bordo de ataque, com arqueamento máximo até os 10%, posicionado entre 35% e 50% e com raio do bordo de ataque moderado. As distribuições de espessura e de arqueamento são tais que o bordo de fuga resulta bem fino, frequentemente afilado (pequeno ângulo) e com grande inclinação do bissetor em relação à corda. Em contrapartida, essa característica de alta sustentação é conseguida por geometrias que apresentam um momento e um arrasto maiores também. A Fig. 2.22 ilustra alguns aerofólios pertencentes a essa classe.

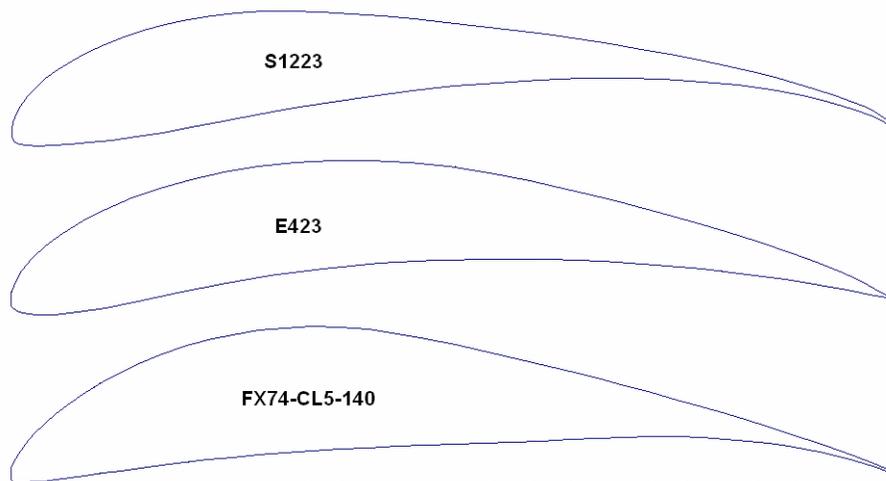


Figura 2.22 – Aerofólios de alta sustentação (dados do *Site* da UIUC, 2008).

A segunda classe de interesse é a dos *aerofólios laminares*. Os mais conhecidos aerofólios desta classe são aqueles desenvolvidos pela NACA, pertencentes à Série 6 (Abbott e Doenhoff, 1959). A denominação desses aerofólios se deve ao fato de possuírem características geométricas que favorecem a permanência de uma camada limite laminar ao longo de grande extensão da superfície do aerofólio. Consegue-se, com

isso, uma redução substancial de arrasto em uma faixa de baixos ângulos de ataque (“bucket”). Os aerofólios laminares apresentam espessuras máximas de até 24%, com posicionamento entre 35% e 50% a partir do bordo de ataque, com arqueamento máximo de até 6%, posicionado entre 40% e 60%, com raio do bordo de ataque pequeno ou moderado. Sua distribuição de arqueamento é bem mais regular do que a dos aerofólios de alta sustentação, e a distribuição de espessura produz bordos de fuga bem afilados (ângulo nulo). São aerofólios indicados para aplicações que possam exigir pequenas faixas de operação a baixos números de Reynolds, tais como pás de turbocompressores e planadores com grande alongamento. Fora da faixa de baixo arrasto (“bucket”), os aerofólios laminares exibem comportamento aerodinâmico semelhante ao dos aerofólios da Série NACA 4 dígitos. A Fig. 2.23 ilustra alguns destes aerofólios dessa classe.

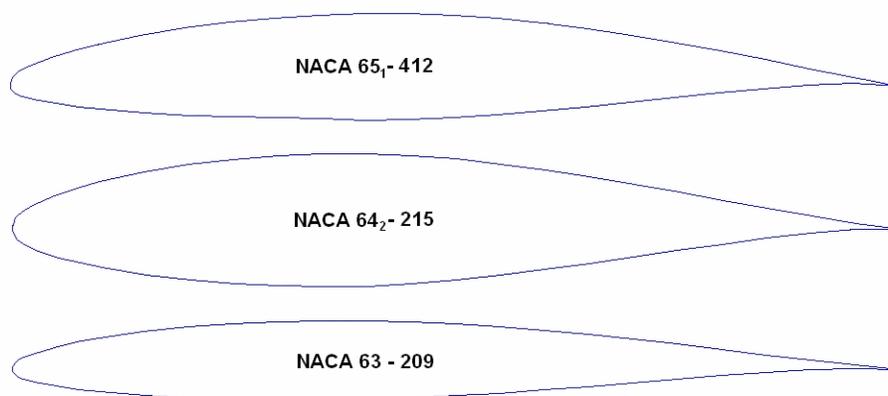


Figura 2.23 – Aerofólios laminares (dados do *Site* da UIUC, 2008).

Como sub-produto de pesquisas sobre aerofólios supercríticos, realizadas por Whitcomb, na NASA (Anderson, 1999), surgiu uma nova classe de aerofólios subsônicos com características geométricas próximas a dos aerofólios laminares, porém incorporando algumas características dos aerofólios supercríticos: maiores raios de bordo de ataque, maiores espessuras e maiores inclinações do bisetor do bordo de fuga em relação à corda. Esses aerofólios, quando testados a baixas velocidades, apresentaram comportamento aerodinâmico semelhante ao dos aerofólios laminares, mas gerando uma sustentação razoavelmente maior, com um arrasto ligeiramente maior. Verificou-se, ainda, que esses aerofólios eram menos suscetíveis a instabilidades no escoamento

incidente, ou a pequenas rugosidades na região do bordo de ataque, causadas por imperfeições na fabricação ou incrustações. Em decorrência, esses aerofólios apresentam transição laminar/turbulenta menos precoce em relação aos aerofólios laminares convencionais. Com maior razão de planeio e maior resistência à transição, esses aerofólios são indicados em aplicações que exigem grande autonomia, que pode ser mensurada através da equação de potência requerida para vôo reto nivelado:

$$P = W \frac{C_d}{C_l^{3/2}} \sqrt{\frac{2W}{\rho A}} \quad (2.19)$$

onde  $W$  é o peso da aeronave,  $C_l^{3/2}/C_d$  é o fator de autonomia (“*endurance factor*”) e  $A$  é a área planiforme da asa. Por essa razão, os aerofólios dessa classe são denominados aerofólios de *grande autonomia* (do termo “*long-endurance*”, em inglês).

Aplicações típicas desses aerofólios encontram-se em veículos aéreos não tripulados, os VANT’s, projetados para permanecer em vôo durante várias horas sem reabastecimento (Hua et al., 2003), e em pás de turbinas eólicas, onde é necessário um baixo arrasto associado a uma sustentação razoável, de modo a aumentar a eficiência da geração eólica (Janiszewska et al., 2003; Bertagnolio et al., 2001). A Fig. 2.24 ilustra alguns aerofólios de grande autonomia.

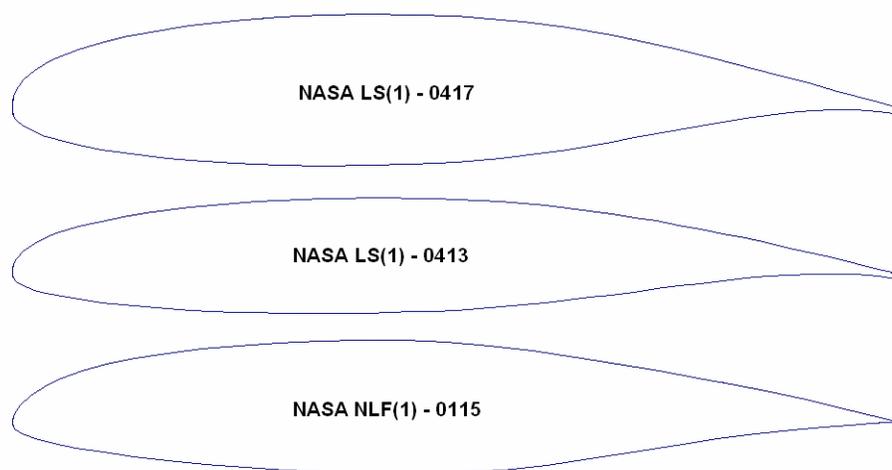


Figura 2.24 – Aerofólios de grande autonomia (dados do *Site* da UIUC, 2008).

De modo a representar as geometrias típicas de diferentes classes de aerofólios, e também manipulá-las adequadamente no contexto de metodologias de projeto aerodinâmico, torna-se necessário adotar esquemas de parametrização geométrica que permitam grande flexibilidade e precisão. Assim, a descrição de certos esquemas de parametrização geométrica, particularmente o esquema baseado em curvas Bézier, escolhido neste trabalho, são assuntos tratados no Capítulo 3.

## Capítulo 3

# PARAMETRIZAÇÃO DA GEOMETRIA DE AEROFÓLIOS

## 3.1 INTRODUÇÃO

A utilização de esquemas de parametrização de curvas, seja este esquema qual for, tem por finalidade reduzir o número de variáveis necessárias à definição da curva, facilitando assim a manipulação e modificação da mesma.

No caso de problemas de otimização de formas aerodinâmicas, a representação da geometria utilizando esquemas de parametrização passa a ser de extrema importância. Isso ocorre porque determinadas variáveis de controle da curva no esquema de parametrização passam a ser as variáveis de projeto dentro da metodologia de otimização.

Neste capítulo, são apresentados alguns esquemas de parametrização geométrica utilizados na representação de aerofólios, dos quais foi selecionado o esquema de parametrização por curvas Bézier, devido a sua fácil implementação aliada à flexibilidade na geração de curvas com formas complexas, utilizando poucos parâmetros para defini-las. Também são apresentadas a definição e algumas propriedades deste esquema

de parametrização, assim como detalhes particulares da maneira como a mesma foi implementada.

## **3.2 ALGUNS ESQUEMAS DE PARAMETRIZAÇÃO GEOMÉTRICA UTILIZADOS EM AEROFÓLIOS**

Os esquemas de parametrização geométrica de aerofólios estudados, com o intuito de se determinar qual seria o mais adequado à implementação, em uma metodologia de otimização, abrangendo uma gama de formatos de aerofólios relativamente grande, foram os seguintes:

- NACA 4 dígitos;
- PARSEC;
- Hicks-Henne;
- Curvas Bézier.

Destes será selecionado um, como já mencionado, que atenda aos requisitos de geração de geometrias necessários.

### **3.2.1 PARAMETRIZAÇÃO NACA 4 DIGÍTOS**

Das parametrizações geométricas utilizadas na geração de aerofólios, provavelmente, as mais conhecidas delas são as desenvolvidas pela NACA, National Advisory Committee for Aeronautics. A parametrização NACA 4 dígitos foi a primeira a fornecer uma representação sistemática de aerofólios, separando os efeitos da distribuição de arqueamento e de espessura (Abbott e Doenhoff, 1959). Primeiramente, a linha de

esqueleto do aerofólio é gerada a partir de dois arcos de parábola, tangentes no ponto de arqueamento máximo,  $(h/c)$ , como mostram as Eqs. (3.1) e (3.2). Em seguida, um polinômio modificado define a distribuição de espessura, dado pela Eq. (3.3).

$$y_c = \frac{(h/c)}{(h/c)_{pos}^2} \left[ 2(h/c)_{pos} (x/c) - (x/c)^2 \right], \quad (x/c) < (h/c)_{pos} \quad (3.1)$$

$$\frac{dy_c}{dx} = \frac{2(h/c)}{(h/c)_{pos}^2} \left( (h/c)_{pos} - (x/c) \right)$$

$$y_c = \frac{(h/c)}{(1 - (h/c)_{pos}^2)} \left[ 1 - 2(h/c)_{pos} + 2(h/c)_{pos} (x/c) - (x/c)^2 \right], \quad (x/c) \geq (h/c)_{pos} \quad (3.2)$$

$$\frac{dy_c}{dx} = \frac{2(h/c)}{(1 - (h/c)_{pos}^2)} \left( (h/c)_{pos} - (x/c) \right)$$

$$y_t = (t/c) \left[ a_0 \sqrt{x/c} - a_1 (x/c) - a_2 (x/c)^2 + a_3 (x/c)^3 - a_4 (x/c)^4 \right] \quad (3.3)$$

onde  $a_0 = 1,4845$ ,  $a_1 = 0,6300$ ,  $a_2 = 1,7685$ ,  $a_3 = 1,4215$ ,  $a_4 = 0,5075$ .

Os parâmetros que controlam a geometria dos aerofólios nesta parametrização são:

- Espessura máxima  $(t/c)$ ;
- Arqueamento máximo  $(h/c)$ ;
- Posição do arqueamento máximo  $(h/c)_{pos}$ .

No caso da série NACA 4 dígitos, posição da espessura máxima dos aerofólios,  $(t/c)_{pos}$ , ocorre à  $x/c = 0,30$ . O raio do bordo de ataque é dado pela Eq. (3.4) e o ângulo do bordo de fuga pela Eq. (3.5):

$$r_{LE} = 1,1019 \left( \frac{t}{c} \right)^2 \quad (3.4)$$

$$\theta_{TE} = 2 \tan^{-1} \left[ 1,16925 \left( \frac{t}{c} \right) \right] \quad (3.5)$$

A construção das coordenadas do extradorso,  $(x_u, y_u)$ , e do intradorso,  $(x_l, y_l)$ , é feita pela superposição das ordenadas da distribuição de espessura perpendicularmente à linha de arqueamento, de acordo com as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} x_u &= x - y_t(x) \operatorname{sen} \chi \\ y_u &= y_c(x) + y_t(x) \operatorname{cos} \chi \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} x_l &= x + y_t(x) \operatorname{sen} \chi \\ y_l &= y_c(x) - y_t(x) \operatorname{cos} \chi \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde  $\chi$  é a inclinação da linha de arqueamento dada por

$$\chi = \tan^{-1} \left( \frac{dy_c}{dx} \right) \quad (3.8)$$

de forma a facilitar o equacionamento. A representação gráfica das funções de arqueamento e espessura é ilustrada na Fig. 3.1.

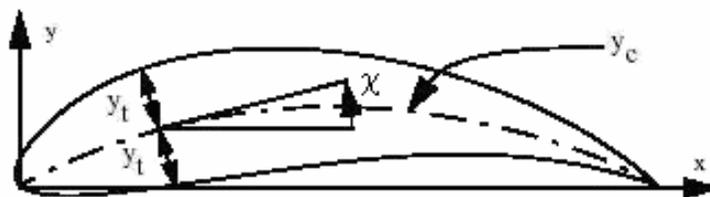


Figura 3.1 – Representação das funções de arqueamento e espessura.

Embora o reduzido número de parâmetros (três) da parametrização NACA 4 dígitos possa favorecer a aplicação de algoritmos de busca, ele impõe uma forte limitação na obtenção de geometrias mais complexas de aerofólios. No contexto de uma metodologia

de otimização, o emprego dessas parametrizações acarretaria uma drástica redução do espaço de projeto e pouca flexibilidade geométrica.

### 3.2.2 PARAMETRIZAÇÃO PARSEC

A exemplo dos esquemas de parametrização desenvolvidos pela NACA, tem-se como opção o esquema criado por Sobieczky (1998). Este esquema também utiliza polinômios na geração das ordenadas do contorno do aerofólio, sendo necessários 11 parâmetros para definir a geometria, que são:

- Raio do bordo de ataque,  $r_{LE}$ ;
- Posição do ponto máximo no extradorso,  $(x_{up}, y_{up})$ ;
- Curvatura no ponto de máximo no extradorso,  $y_{xxup}$ ;
- Posição do ponto mínimo no intradorso,  $(x_{lo}, y_{lo})$ ;
- Curvatura no ponto de mínimo no intradorso,  $y_{xxlo}$ ;
- Direção do bordo de fuga,  $\alpha_{TE}$ ;
- Ângulo do bordo de fuga,  $\theta_{TE}$ ;
- Ordenada do bordo de fuga,  $y_{TE}$ ;
- Espessura do bordo de fuga,  $\Delta y_{TE}$ .

A Fig. 3.2 ilustra estes parâmetros na geometria do aerofólio.

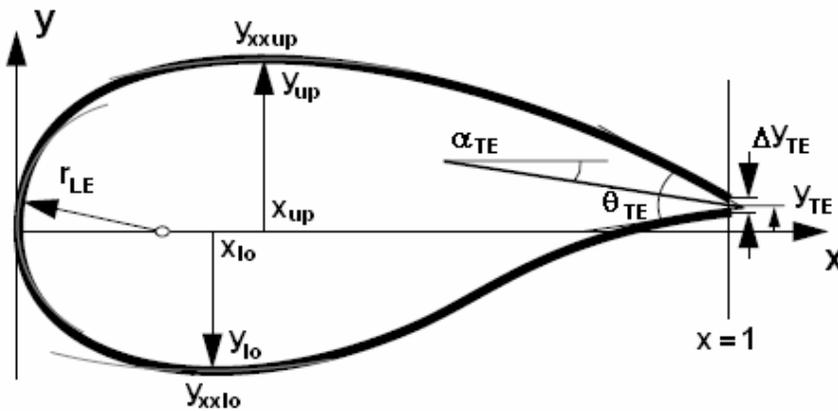


Figura 3.2 – Representação da parametrização PARSEC. Figura adaptada de Sobieczky (1998).

A formulação matemática da parametrização PARSEC é apresentada nas Eqs. (3.9), como exemplificado por Wu et al. (2003):

$$y_u = \sum_{n=1}^6 a_n \left( \frac{x}{c} \right)^{n-\frac{1}{2}}$$

$$y_l = \sum_{n=1}^6 b_n \left( \frac{x}{c} \right)^{n-\frac{1}{2}}$$
(3.9)

onde os coeficientes  $a_n$  e  $b_n$  são determinados a partir da resolução das equações de modo a atender aos 11 parâmetros descritos anteriormente. Conhecidos os coeficientes, obtêm-se as ordenadas do extradorso e intradorso, respectivamente,  $y_u$  e  $y_l$ , variando as posições das abscissas  $x/c$  de 0 a 1.

Apesar de ser capaz de representar uma gama razoavelmente ampla de geometrias de aerofólios, a parametrização PARSEC apresenta uma implementação mais complexa. Segundo Wu et al. (2003), podem ocorrer problemas de mal-condicionamento no sistema de equações a ser resolvido para obtenção dos coeficientes  $a_n$  e  $b_n$ .

### 3.2.3 PARAMETRIZAÇÃO HICKS-HENNE

O esquema de parametrização desenvolvido por Hicks e Henne, apresentado em Hicks e Henne (1978), baseia-se na adição de uma perturbação sobre um aerofólio que tenha características próximas das que se busca, chamado de *aerofólio base*. Essa perturbação é causada pela combinação linear de cinco funções de forma pré-fixadas. A maneira como as perturbações são adicionadas ao aerofólio base é dada pelas Eqs. (3.10), e as funções de forma que as geram são dadas pelas Eqs. (3.11).

$$y_u = y_{u_{base}} + \sum_{i=1}^5 a_i f_i \quad (3.10)$$

$$y_l = y_{l_{base}} + \sum_{i=1}^5 b_i f_i$$

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{(x/c)^{1/2} (1-(x/c))}{e^{15(x/c)}} \\ f_2 &= \text{sen} \left( \pi (x/c)^{0,25} \right)^3 \\ f_3 &= \text{sen} \left( \pi (x/c)^{0,757} \right)^3 \\ f_4 &= \text{sen} \left( \pi (x/c)^{1,357} \right)^3 \\ f_5 &= \frac{(x/c)^{1/2} (1-(x/c))}{e^{10(x/c)}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

A Fig. 3.3 ilustra como se comportam as funções de forma no intervalo 0 a 1. Observa-se que as funções  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_5$ , exibem efeito predominante sobre a região do bordo de ataque.

A contribuição de cada função de forma é ponderada pelo valor dos coeficientes  $a_i$  ou  $b_i$ , associados a cada uma delas, de maneira a definir os formatos finais do extradorso e intradorso, respectivamente.

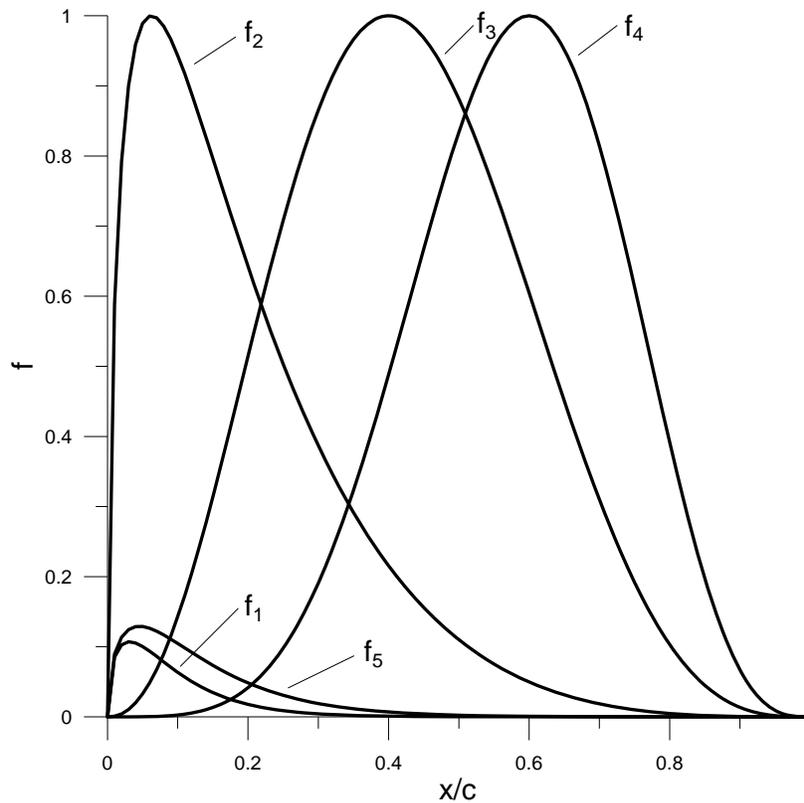


Figura 3.3 – Comportamento das funções de forma. Figura adaptada de Hicks e Henne (1978).

A idéia de utilizar um esquema de perturbação sobre um aerofólio, com uma geometria que já apresente as características aerodinâmicas básicas de interesse, torna-se plausível dentro de uma metodologia de otimização. Mas, as funções de forma implementadas devem ser tais que possibilitem a geração de geometrias que atendam aos objetivos buscados. No caso do esquema de Hicks-Henne, analisando o comportamento das funções de forma, verifica-se que as perturbações geradas na região do bordo de fuga são relativamente pequenas, o que pode vir a limitar a busca pelas soluções desejadas.

### 3.2.4 PARAMETRIZAÇÃO POR CURVAS BÉZIER

Trata-se neste item de um esquema de parametrização de curvas que não foi desenvolvido especificamente para representação de geometrias de aerofólios, mas que vem sendo utilizado para esta finalidade com grande êxito, em virtude de aliar flexibilidade à facilidade de implementação.

As curvas Bézier recebem este nome em homenagem ao engenheiro francês Pierre Bézier que, nos anos 1970, utilizou-as na representação de geometrias em projetos automobilísticos na Renault, segundo Farin (1997). Estas curvas utilizam como funções de base os polinômios de Bernstein, os quais são definidos na Eq. (3.12).

$$B_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (3.12)$$

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

onde  $n$  é o grau do polinômio e  $t$  representa um parâmetro ao longo da curva desejada, definido no intervalo de 0 a 1. A Fig. 3.4 ilustra o comportamento de cinco polinômios gerados a partir de um polinômio de Bernstein de grau  $n = 4$ , onde a abscissa das curvas corresponde ao parâmetro  $t$ .

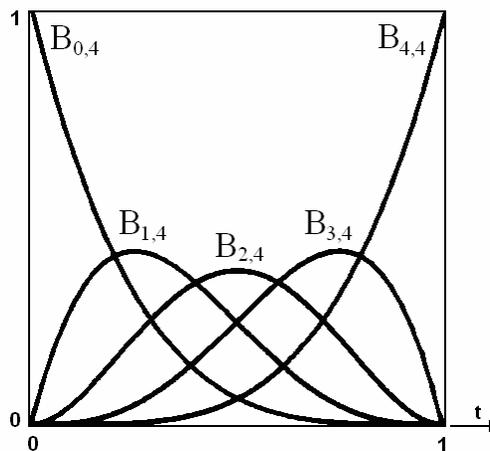


Figura 3.4 – Polinômios de Bernstein. Figura adaptada de Farin (1997).

Uma curva bidimensional com coordenadas  $x$  e  $y$  é parametrizada por uma curva Bézier de grau  $n$ , conforme as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} X_i \\ y(t) &= \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} Y_i \end{aligned} \quad (3.13)$$

$X_i$  e  $Y_i$  são as coordenadas dos  *pontos de controle*  da curva, sempre  $n+1$  pontos, que unidos formam os vértices do chamado  *polígono de controle*  da curva Bézier. Esses pontos são responsáveis por controlar a forma da curva, com o parâmetro  $t$  variando de 0 a 1. Dos pontos de controle, os únicos que necessariamente fazem parte da curva parametrizada são os pontos  $(X_0, Y_0) = (x(0), y(0))$  e  $(X_n, Y_n) = (x(1), y(1))$ . Essa propriedade está na própria definição das curvas Bézier. Outra propriedade interessante é que a curva parametrizada é tangente ao segmento de reta que liga o ponto extremo inicial  $(X_0, Y_0)$  ao ponto  $(X_1, Y_1)$  e é tangente ao segmento de reta que liga o ponto  $(X_{n-1}, Y_{n-1})$  ao ponto extremo final  $(X_n, Y_n)$ , como ilustra a Fig. 3.5 para o caso de uma curva de grau  $n=3$ . Essa propriedade facilita a união de duas curvas Bézier, como observado por Moino (2006).

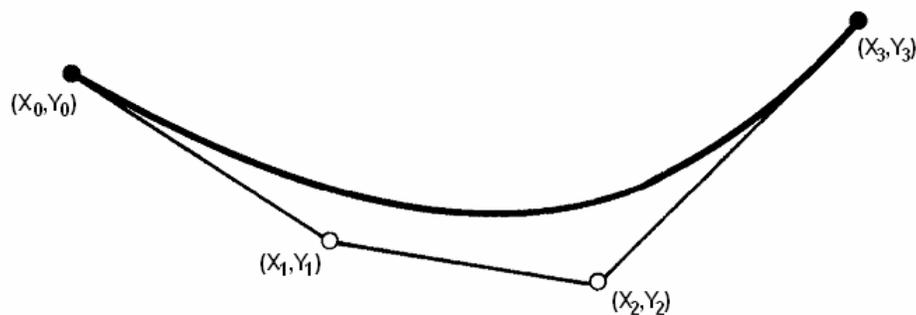


Figura 3.5 – Condições de tangência de uma curva Bézier. Figura adaptada de Farin (1997).

Outra característica de interesse das curvas Bézier é o chamado *pseudo controle local*, segundo Farin (1997). Isso significa que um polinômio de Bernstein  $B_{i,n}$  tem um único ponto de máximo, que ocorre em  $t = i/n$ . Assim, uma modificação nas coordenadas de um ponto de controle  $(X_i, Y_i)$  afeta, de forma mais acentuada, a região da curva correspondente a valores de  $t$  mais próximos ao de um ponto de máximo. Todavia, essa alteração também se reflete ao longo de toda a curva. Sendo assim, uma dada modificação em um ponto de controle, levar a alterações cada vez menores à medida que se afasta desse ponto ao longo da curva.

De forma diferente da que ocorre nos esquemas de parametrização NACA e PARSEC, e similarmente ao esquema Hicks-Henne, as curvas Bézier não definem a geometria do aerofólio através de características geométricas específicas, a menos que um esquema especial seja implementado a fim de possibilitar tal forma de controle. Como exemplo de esquemas de parametrização de aerofólios baseados em curvas Bézier, pode-se destacar, primeiramente, aquele implementado por Rogalsky et al. (1999) e Moino (2006). Nesse esquema, as linhas de esqueleto e de distribuição de espessura do aerofólio são parametrizadas, cada uma, por duas curvas Bézier, como mostra a Fig. 3.6.

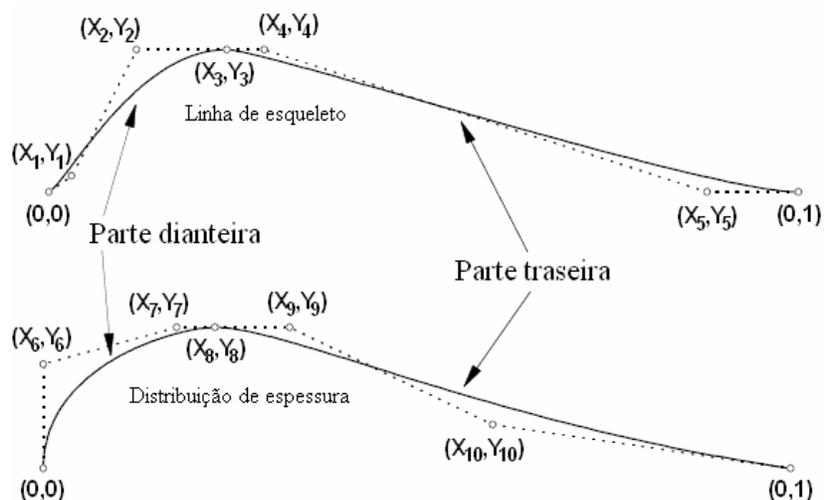


Figura 3.6 – Representação do esquema de parametrização implementado por Rogalsky.

Figura adaptada de Rogalsky et al. (1999).

Observa-se da Fig. 3.6 que a união das curvas Bézier que definem a linha de esqueleto e de distribuição de espessura ocorrem, respectivamente, nos pontos correspondentes ao arqueamento máximo e a espessura máxima. Logo, esse esquema permite controlar diretamente essas características específicas de aerofólio.

Outra alternativa de esquema de parametrização para aerofólios baseado em curvas Bézier é adotada por Désidéri et al. (2004), Pehlivanoglu e Hacıoglu (2006) e Manzanares Filho (2007). Duas curvas de alto grau são utilizadas na representação do extradorso e do intradorso do aerofólio. A Fig. 3.7 ilustra um exemplo deste esquema de parametrização onde foram utilizadas duas curvas de grau  $n = 16$ .

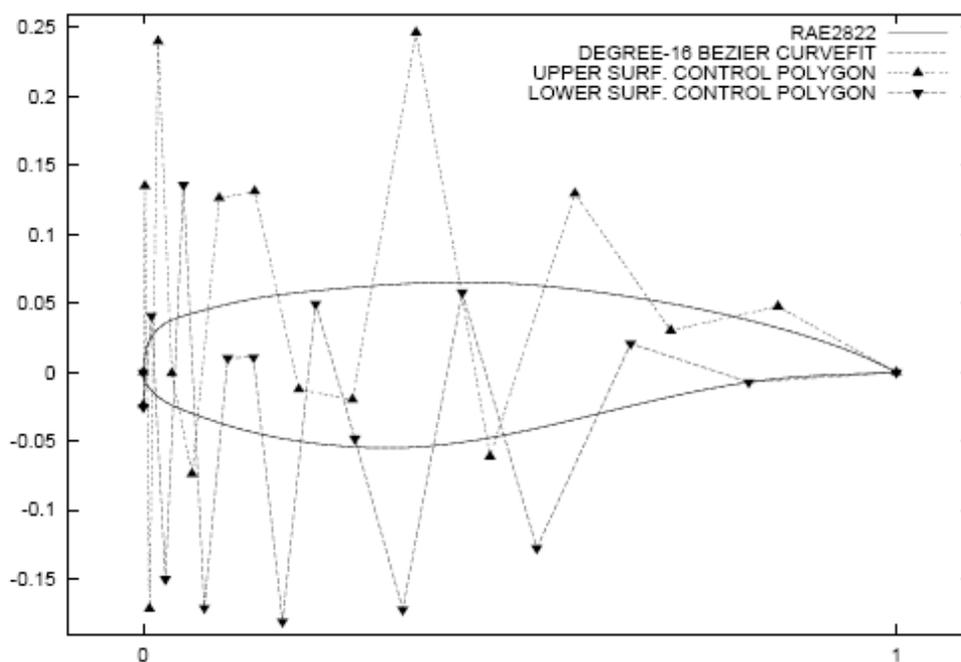


Figura 3.7 – Representação do esquema de parametrização implementado por Désidéri.

Figura retirada de Désidéri et al. (2004).

Em qualquer esquema de parametrização baseado em curvas Bézier, nota-se que quanto maior o grau dos polinômios (na variável  $t$ ) da(s) curva(s) utilizada(s) na representação da superfície do aerofólio, maior será o controle exercido, ou seja, maior será a flexibilidade na geração das geometrias. Dessa forma, deve-se adotar um grau que não seja muito alto mas que permita obter uma boa representação das geometrias dos

aerofólios de interesse. Assim, dentro do contexto de otimização, torna-se possível utilizar um número razoável de pontos de controle, cujas coordenadas serão modificadas pelo algoritmo de otimização de maneira a gerar a geometria do aerofólio que atenda aos objetivos de projeto especificados.

### 3.3 ESQUEMA DE PARAMETIZAÇÃO UTILIZADO NESTE TRABALHO

O esquema de parametrização implementado neste trabalho utiliza curvas Bézier do modo proposto por Pehlivanoglu e Hacioglu (2006). O extradorso e o intradorso do aerofólio são parametrizados por curvas Bézier de alto grau  $n$ , com as abscissas dos pontos de controle fixadas. A Fig. 3.8 ilustra uma configuração básica, com grau  $n = 6$  e abscissas igualmente espaçadas. As ordenadas dos pontos extremos das curvas também são fixadas, representando os bordos de ataque e de fuga do aerofólio. A abscissa dos dois primeiros pontos de cada curva (0 e 1; 7 e 8) são igualadas, de modo a representar sempre bordos de ataque arredondados. Dessa maneira, existem 10 parâmetros livres que controlam a geometria final do aerofólio, que são as ordenadas dos pontos de controle das curvas Bézier:  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_8, y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12}$ . Embora o código computacional desenvolvido permita outras configurações básicas, essa se mostrou adequada e foi adotada em todos os exemplos deste trabalho (Capítulo 6).

Com este esquema de parametrização, obteve-se uma grande flexibilidade na geração de geometrias de aerofólios, com um número relativamente reduzido de parâmetros de controle. Como pode ser observado na Fig. 3.8, alguns pontos de controle exercem influência maior sobre determinada parte do aerofólio. Tendo sido fixados os pontos 0 e 6 no extradorso e 7 e 13 no intradorso, verifica-se que os pontos de controle 1 e 8 controlam o raio do bordo de ataque; os pontos 2, 3, 4 e 5 controlam a curvatura do extradorso, enquanto os pontos 9, 10, 11 e 12 controlam a curvatura do intradorso; os pontos 5 e 12 controlam também o ângulo e a espessura na região do bordo de fuga.

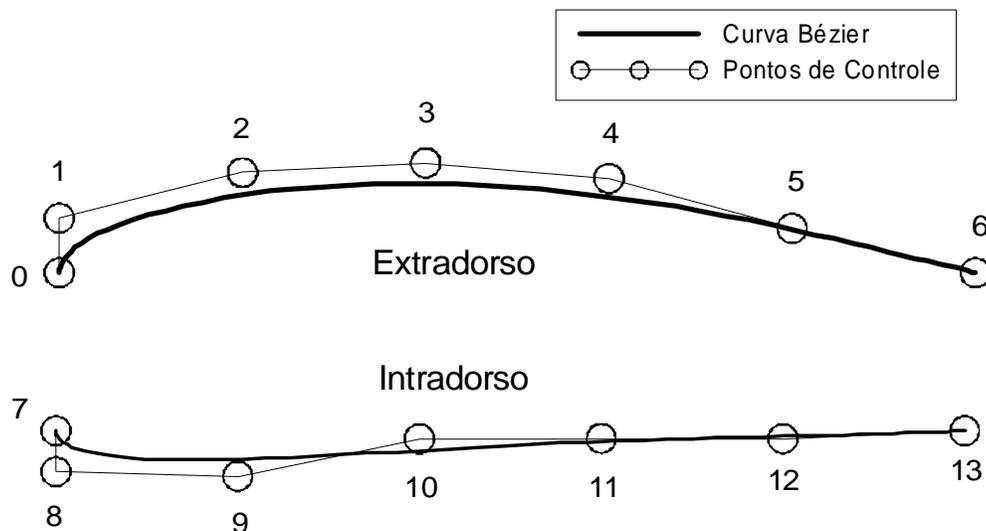


Figura 3.8 – Representação da parametrização com curvas Bézier implementada.

A distribuição do parâmetro  $t$  ao longo das curvas Bézier é feita de acordo com uma lei co-senoidal, Eq. (3.14), concentrando mais pontos nas regiões dos bordos de ataque e de fuga:

$$t_i = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( \pi \frac{i-1}{n_p - 1} \right) \right] \quad i = 1, K, n_p \quad (3.14)$$

onde  $n_p$  corresponde ao número de pontos que se deseja obter ao longo da curva.

A Fig. 3.9 ilustra o aerofólio NACA 4412 discretizado com 61 pontos na curva Bézier do extradorso e 61 pontos na curva Bézier do intradorso. Esta configuração resulta em 120 painéis para o cálculo do escoamento.

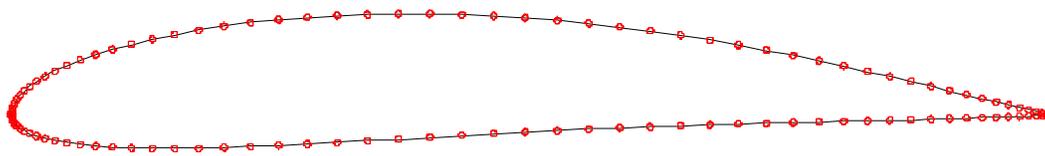


Figura 3.9 – Aerofólio NACA 4412 discretizado com 120 painéis, segundo a lei co-senoidal da Eq. (3.14).

Esse esquema de distribuição de pontos proporciona melhoria nos resultados obtidos pelo código de análise utilizado no cálculo das características aerodinâmicas dos aerofólios (Capítulo 4). Esse código necessita de uma distribuição de painéis sobre a superfície do aerofólio, tal que a determinação das distribuições de velocidades e pressões sobre as geometrias geradas, a cada chamada do algoritmo de otimização, ocorra sem problemas de convergência. Devido à sensibilidade dos resultados obtidos pelo “solver” aerodinâmico com relação a mudanças na distribuição das coordenadas sobre o contorno do aerofólio, seria também plausível a utilização de métodos de estimativa de erro de discretização geométrica, (Petrucci et al., 2006; Sousa et al., 2007), de modo a determinar uma distribuição ótima do parâmetro  $t$ . Tal procedimento adaptativo, porém, seria computacionalmente custoso para o ciclo de otimização. Além disso, a discretização co-senoidal, Eq. (3.14), mostrou-se satisfatória e, portanto, foi adotada no presente trabalho.

## Capítulo 4

# CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA CÁLCULO DAS CARACTERÍSTICAS AERODINÂMICAS

## 4.1 INTRODUÇÃO

A seleção de um código de dinâmica dos fluidos computacional, CFD, que seja bem adequado ao problema de projeto aerodinâmico a ser resolvido, utilizando uma metodologia de otimização, torna-se imprescindível.

Essa escolha está relacionada ao custo computacional do código de CFD (“solver”) e, também, à capacidade de modelagem dos fenômenos aerodinâmicos de interesse para o problema, com uma boa fidelidade. Códigos de CFD mais sofisticados, baseados nas equações de Navier-Stokes completas, geralmente apresentam um custo computacional elevado, embora com uma capacidade de modelagem mais ampla e geral. Logo, a utilização desses códigos em metodologias de otimização eficazes exige uma capacidade de processamento também elevada. Em situações onde a capacidade de processamento disponível seja relativamente modesta, e o problema de projeto aerodinâmico esteja bem delimitado, as ferramentas de CFD desenvolvidas para aplicações mais específicas

surtem como uma boa opção para utilização em problemas de otimização, mesmo que os resultados obtidos sejam de validade mais restrita.

Para utilização como “solver” dentro da metodologia de otimização implementada nesta dissertação, foi utilizado o código de cálculo de características aerodinâmicas de aerofólios XFoil. Desenvolvido por Mark Drela (1987, 1988, 1989), o XFoil é composto de um conjunto de subrotinas que formam um ambiente interativo para: (i) análise direta, (ii) para projeto inverso e misto, e (iii) para manipulação de geometria de aerofólios bidimensionais, sujeitos a escoamento subsônico, não-viscoso ou viscoso com baixo número de Reynolds. O XFoil emprega uma abordagem de interação viscosa/não-viscosa totalmente implícita. Para tanto, utiliza um método de painéis com distribuições lineares de vórtices para parte não-viscosa, e um método integral de camada limite com duas equações para representar as camadas viscosas. O ponto de transição é determinado através de uma formulação de amplificação  $e^{\tilde{n}}$ . O sistema de equações composto pelas equações de camada limite, de transição e pelo escoamento potencial é resolvido pelo método de Newton global.

A teoria implementada no código XFoil será apresentada com certos detalhes neste capítulo, bem como as modificações necessárias à utilização não-interativa deste código como “solver” na metodologia de otimização.

## 4.2 FORMULAÇÃO NÃO-VISCOSA

O método de painéis, apresentado por Drela (1989), baseia-se na função corrente e foi desenvolvido com a finalidade de proporcionar uma incorporação natural dos efeitos viscosos.

O escoamento não-viscoso sobre um aerofólio bidimensional arbitrário, conforme descrito por Drela (1989), pode ser simulado através da superposição de uma corrente livre, uma distribuição de vórtices de intensidade  $\gamma$  sobre o contorno do aerofólio, e uma

distribuição de fontes de intensidade  $\sigma$  sobre o contorno do aerofólio e na esteira. A função corrente para esta configuração é dada pela Eq. (4.1):

$$\Psi(x, y) = u_\infty y - v_\infty x + \frac{1}{2\pi} \int \gamma(s) \ln r(s; x, y) ds + \frac{1}{2\pi} \int \sigma(s) \theta(s; x, y) ds \quad (4.1)$$

onde  $s$  é a coordenada natural ao longo das linhas de vórtices e de fontes,  $r$  é a magnitude do vetor entre o ponto em  $s$  e o ponto no campo com coordenadas  $(x, y)$ ,  $\theta$  é o ângulo do vetor com o eixo  $x$ , e  $u_\infty = V_\infty \cos \alpha$ ,  $v_\infty = V_\infty \sin \alpha$  são as componentes de velocidade da corrente livre, de intensidade  $q_\infty$ .

A discretização do aerofólio e da trajetória da esteira é realizada por meio de painéis retos, onde são utilizados  $N$  painéis no aerofólio e  $N_w$  na esteira, como ilustrado na Fig. 4.1.

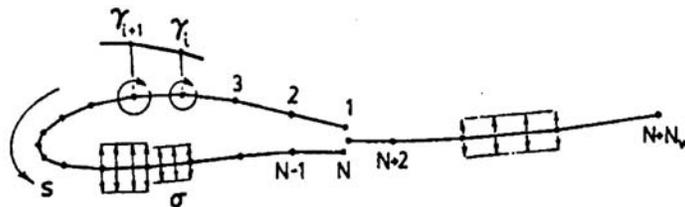


Figura 4.1 – Discretização do aerofólio e da esteira com distribuições de vórtices e de fontes. Figura adaptada de Drela (1989).

Com base nos pontos extremos dos  $N$  painéis que discretizam o aerofólio, são definidas distribuições lineares de vórtices de intensidade  $\gamma_i$  ( $1 \leq i \leq N$ ). E com base nos mesmos  $N$  pontos extremos do aerofólio mais os  $N_w$  pontos da esteira, são definidas distribuições de fontes de intensidade constantes  $\sigma_i$  ( $1 \leq i \leq N + N_w$ ). Essas intensidades de fonte estão relacionadas à formulação viscosa.

Nos casos em que o aerofólio apresenta espessura finita no bordo de fuga, um painel auxiliar com intensidade de vórtice  $\gamma_{TE}$  e intensidade de fonte  $\sigma_{TE}$ , é colocado

nesta região. Considerando o escoamento deixando o bordo de fuga suavemente, as intensidades  $\gamma_{TE}$  e  $\sigma_{TE}$  são responsáveis pela modelagem do início da esteira do aerofólio, as quais são determinadas pelas Eqs. (4.2):

$$\sigma_{TE} = \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_N) |\hat{s} \cdot \hat{t}| \quad \gamma_{TE} = \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_N) |\hat{s} \times \hat{t}| \quad (4.2)$$

onde  $\hat{s}$  é o vetor unitário orientado segundo o ângulo bissetor do bordo de fuga e que passa pelo ponto médio do mesmo, e  $\hat{t}$  é o vetor unitário ao longo do painel colocado no bordo de fuga, como ilustrado na Fig. 4.2.

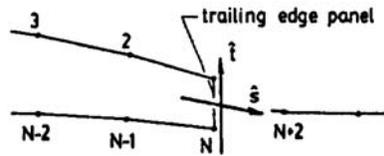


Figura 4.2 – Detalhe do painel posicionado no bordo de fuga do aerofólio. Figura adaptada de Drela (1989).

Para a discretização apresentada acima, a função corrente definida na Eq. (4.1) torna-se a expressão seguinte, Eq. (4.3) (o valor da função corrente pode ser determinado em qualquer ponto  $(x, y)$  do campo):

$$\begin{aligned} \Psi(x, y) = & u_\infty y - v_\infty x + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N+N_w-1} \Psi_j^\sigma(x, y) 2\sigma_j \\ & + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N-1} \Psi_j^{\gamma^+}(x, y) (\gamma_{j+1} + \gamma_j) + \Psi_j^{\gamma^-}(x, y) (\gamma_{j+1} - \gamma_j) \\ & + \frac{1}{4\pi} \left( \Psi_N^\sigma(x, y) |\hat{s} \cdot \hat{t}| + \Psi_N^{\gamma^+}(x, y) |\hat{s} \times \hat{t}| \right) (\gamma_1 - \gamma_N) \end{aligned} \quad (4.3)$$

As funções corrente unitárias da Eq. (4.3) são definidas com base nas coordenadas locais dos painéis  $(\bar{x}, \bar{y})$ , como ilustrado na Fig. 4.3, e apresentadas nas Eqs. (4.4), (4.5) e (4.6).

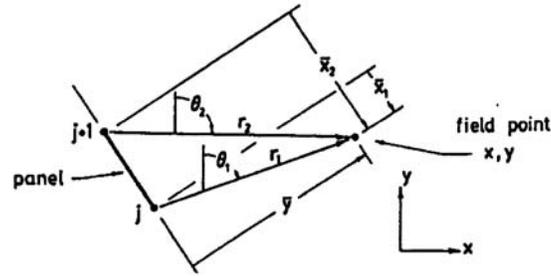


Figura 4.3 – Coordenadas locais do painel. Figura retirada de Drela (1989).

$$\Psi_j^+(x, y) = \bar{x}_1 \ln r_1 - \bar{x}_2 \ln r_2 + \bar{x}_2 - \bar{x}_1 + \bar{y}(\theta_1 - \theta_2) \quad (4.4)$$

$$\Psi_j^-(x, y) = \left[ (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \Psi_j^+ + r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1 + \frac{1}{2}(\bar{x}_1^2 - \bar{x}_2^2) \bar{y} \right] \frac{1}{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} \quad (4.5)$$

$$\Psi_j^\sigma(x, y) = \bar{x}_2 \theta_2 - \bar{x}_1 \theta_1 + \bar{y} \ln \frac{r_1}{r_2} \quad (4.6)$$

De acordo com a teoria potencial descrita em White (2001), ao longo de uma mesma linha de corrente o valor de  $\Psi$  não varia. Como a geometria do aerofólio, na presente formulação, é representada por uma linha de corrente fechada\*, o valor de  $\Psi$  deve ser igual a  $\Psi_0$ , constante em todos os pontos extremos dos painéis ao longo do contorno. Assim, o sistema linear de equações dado pela Eq. (4.7) resulta das relações acima:

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} \gamma_j - \Psi_0 = -u_\infty y_i + v_\infty x_i - \sum_{j=1}^{N+N_w-1} b_{ij} \sigma_j \quad ; \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.7)$$

Os coeficientes  $a_{ij}$  e  $b_{ij}$  das matrizes são determinados a partir das funções corrente das Eqs. (4.4), (4.5) e (4.6), se todos os pontos extremos dos painéis do aerofólio e da esteira forem conhecidos. Combinando o sistema linear da Eq. (4.7) com a condição de Kutta, Eq. (4.8),

\*Drela (1989) não atenta para o fato de que o valor de  $\Psi$  não pode ser exatamente constante no contorno do aerofólio quando estiverem presentes as distribuições de fontes representativas dos efeitos viscosos.

$$\gamma_1 + \gamma_N = 0 \quad (4.8)$$

obtém-se um sistema linear  $(N+1) \times (N+1)$ , para os  $N$  valores  $\gamma_i$  e a função corrente da superfície do aerofólio  $\Psi_0$ .

Nos casos em que o aerofólio apresenta bordo de fuga agudo, os pontos  $i=1$  e  $i=N$  coincidem e, conseqüentemente, os valores determinados pela Eq. (4.7) nestes pontos são idênticos. Tal situação leva a um sistema singular de equações, que não pode ser resolvido. De modo a contornar este problema, para  $i=N$  a Eq. (4.7) é substituída por uma extrapolação da média de  $\gamma$ , entre o extradorso e o intradorso, no bordo de fuga, a qual resulta na Eq. (4.9).

$$(\gamma_3 - 2\gamma_2 + \gamma_1) - (\gamma_{N-2} - 2\gamma_{N-1} + \gamma_N) = 0 \quad (4.9)$$

Sendo assim, quando a geometria do aerofólio é conhecida, o sistema linear formado pela equação matricial Eq. (4.7) e pela condição de Kutta, Eq. (4.8), pode ser resolvido por eliminação Gaussiana. Essa tem como resultado os valores de densidade de vórtice ao longo do contorno do aerofólio, como mostrado na Eq. (4.10).

$$\gamma_i = \gamma_{0i} \cos \alpha + \gamma_{90i} \sin \alpha + \sum_{j=1}^{N+N_w-1} b'_{ij} \sigma_j \quad ; \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.10)$$

onde  $\gamma_0$  e  $\gamma_{90}$  são as distribuições de vórtices correspondentes as correntes livres com ângulos de  $\alpha = 0^\circ$  e  $\alpha = 90^\circ$ , e  $b'_{ij} = -a_{ij}^{-1} b_{ij}$  sendo a matriz de influência de fontes. Fazendo  $\sigma_j = 0$  na Eq. (4.10) e especificando o ângulo de ataque, a solução não-viscosa é obtida imediatamente. No caso de escoamento viscoso, as intensidades de fonte  $\sigma_j$  não são conhecidas a priori e, dessa maneira, devem ser utilizadas equações de camada limite para determinar os valores de  $\sigma_j$  na Eq. (4.10) para que se obtenha um sistema com solução.

### 4.3 FORMULAÇÃO VISCOSA

A formulação implementada na parte viscosa (Drela, 1987), utiliza a equação integral de quantidade de movimento compressível, Eq. (4.11), e a equação do fator de forma da energia cinética, Eq. (4.12). Em ambas,  $\xi$  é a coordenada local na camada limite ao longo da corrente e  $\eta$  é a coordenada local normal à corrente.

$$\frac{d\phi}{d\xi} + (2 + H - Ma_e^2) \frac{\phi}{u_e} \frac{du_e}{d\xi} = \frac{C_f}{2} \quad (4.11)$$

$$\phi \frac{dH^*}{d\xi} + (2H^{**} + H^*(1-H)) \frac{\phi}{u_e} \frac{du_e}{d\xi} = 2C_D - H^* \frac{C_f}{2} \quad (4.12)$$

Nas Eqs. (4.11) e (4.12),  $\phi$  representa a espessura de quantidade de movimento,  $H$  o fator de forma da camada limite,  $H^*$  o fator da forma de energia cinética,  $H^{**}$  o fator de forma da densidade,  $Ma_e$  o número de Mach no limiar da camada limite,  $u_e$  a velocidade tangencial no limiar da camada limite,  $C_f$  o coeficiente de fricção e  $C_D$  o coeficiente de dissipação.

A equação para a espessura de energia cinética, vem da combinação da equação integral de quantidade de movimento e da equação de espessura de energia cinética, dada pela Eq. (4.13).

$$\frac{d\phi^*}{d\xi} + \left( \frac{\delta^{**}}{\phi^*} + 3 - Ma_e^2 \right) \frac{\phi^*}{u_e} \frac{du_e}{d\xi} = 2C_D \quad (4.13)$$

onde  $\phi^*$  representa a espessura de energia cinética e  $\delta^{**}$  a espessura da densidade.

As seguintes relações entre as variáveis são definidas, dadas pelas Eqs. (4.14), (4.15) e (4.16), de modo a possibilitar a convergência das equações integrais de camada limite, Eqs. (4.11) e (4.12).

$$H_k = H_k(H, Ma_e) \quad H^* = H^*(H_k, Ma_e, Re_\phi) \quad H^{**} = H^{**}(H_k, Ma_e) \quad (4.14)$$

$$C_f = C_f(H_k, Ma_e, Re_\phi) \quad C_D = C_D(H_k, Ma_e, Re_\phi) \quad (4.15)$$

$$U_s = U_s(H^*, H, H_k) \quad C_{\tau_{EQ}} = C_{\tau_{EQ}}(H^*, H, H_k, U_s) \quad (4.16)$$

O fator de forma cinemático,  $H_k$ , é definido com densidade constante ao longo da camada limite. Em conseqüência, as relações das equações Eqs. (4.14), (4.15) e (4.16), são definidas com base apenas na forma do perfil de velocidades, não dependendo do perfil de densidade. O fator de forma cinemático, para escoamento adiabático no ar, é dado pela Eq. (4.17).

$$H_k = \frac{H - 0.29Ma_e^2}{1 + 0.113Ma_e^2} \quad (4.17)$$

As relações das Eqs. (4.14) e (4.15) podem ser determinadas assumindo uma família de perfis de velocidade para o escoamento. Para escoamento laminar, é utilizada a família de perfis de velocidade de Falkner-Skan para desenvolver as relações dadas pelas Eqs. (4.18), (4.19) e (4.20).

$$\begin{aligned} H^* &= 1.515 + 0.076 \frac{(4 - H_k)^2}{H_k}, & H_k < 4 \\ &= 1.515 + 0.040 \frac{(H_k - 4)^2}{H_k}, & H_k > 4 \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} Re_\phi \frac{C_f}{2} &= -0.067 + 0.01977 \frac{(7.4 - H_k)^2}{H_k - 1}, & H_k < 7.4 \\ &= -0.067 + 0.022 \left( 1 - \frac{1.4}{H_k - 6} \right)^2, & H_k > 7.4 \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}_\phi \frac{2C_D}{H^*} &= 0.207 + 0.00205(4 - H_k)^{5.5}, & H_k < 4 \\ &= 0.207 - 0.003 \frac{(H_k - 4)^2}{\left[1 + 0.02(H_k - 4)^2\right]}, & H_k < 4 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Nas Eqs. (4.19) e (4.20),  $\text{Re}_\phi$  representa o numero de Reynolds com base na espessura de quantidade de movimento.

Uma expressão para o fator de forma da densidade,  $H^{**}$ , Eq. (4.21), originalmente usada em escoamentos turbulentos, é aplicada neste caso ao escoamento laminar. Isso se justifica pelo fato de  $H^{**}$  ter um pequeno efeito em escoamentos transônicos e ser desprezível à baixas velocidades subsônicas.

$$H^{**} = \left( \frac{0.064}{H_k - 0.8} + 0.251 \right) Ma_e^2 \quad (4.21)$$

As relações para parte turbulenta da camada limite utilizam formulações de perfis de velocidades e de fricção definidas por Swafford:

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_e} &= \frac{1}{1.414} \frac{C_f}{|C_f|^{1/2}} \frac{1}{0.09} \arctan \left( 0.09 \frac{u_\tau}{\mu_e / \rho_e} \eta \right) \\ &+ \left( 1 - \frac{\pi}{0.255} \frac{C_f}{|C_f|^{1/2}} \right) \tanh^{1/2} \left[ a \left( \frac{\eta}{\phi} \right)^b \right] \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} F_c C_f &= 0.3e^{-1.33H_k} \left[ \log_{10} \left( \frac{\text{Re}_\phi}{F_c} \right) \right]^{-1.74 - 0.31H_k} \\ &+ 0.00011 \left[ \tanh \left( 4 - \frac{H_k}{0.875} \right) - 1 \right] \quad ; \quad F_c = (1 + 0.2Ma_e^2)^{1/2} \end{aligned} \quad (4.23)$$

onde  $u_\tau$  representa a velocidade de cisalhamento na parede,  $\mu_e$  a viscosidade dinâmica no limiar da camada limite e  $\rho_e$  a massa específica no limiar da camada limite.

As constantes  $a$  e  $b$  da Eq. (4.22) são determinadas implicitamente pela substituição desta nas equações de quantidade de movimento e de espessura de deslocamento. A partir da Eq. (4.22), são definidas as relações entre  $H_k$  e  $Re_\phi$  dadas pelas Eqs. (4.24) e (4.25).

$$\begin{aligned}
 H_k &= 1.505 + \frac{4}{Re_\phi} + \left( 0.165 - \frac{1.6}{Re_\phi^{1/2}} \right) \frac{(H_0 - H_k)^{1.6}}{H_k}, & H_k < H_0 \\
 &= 1.505 + \frac{4}{Re_\phi} + (H_k - H_0)^2 \left[ \frac{0.04}{H_k} + \frac{0.007 \log Re_\phi}{(H_k - H_0 + 4/\log Re_\phi)^2} \right], & H_k > H_0
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

onde

$$\begin{aligned}
 H_0 &= 4, & Re_\phi < 400 \\
 &= 3 + \frac{400}{Re_\phi}, & Re_\phi > 400
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

O coeficiente de dissipação,  $C_D$ , é expresso como a soma das contribuições da parede e da esteira:

$$C_D = \frac{C_f}{2} U_s + C_\tau (1 - U_s) \tag{4.26}$$

O coeficiente de cisalhamento,  $C_\tau$ , é uma medida das tensões de cisalhamento na esteira, e  $U_s$  é velocidade de escorregamento normalizada equivalente, definida pela Eq. (4.27).

$$U_s = \frac{H^*}{2} \left( 1 - \frac{4}{3} \frac{H_k - 1}{H} \right) \tag{4.27}$$

Os dois termos da Eq. (4.26) respondem de forma diferente às condições locais da camada limite. O termo que contém o coeficiente de fricção,  $C_f$ , depende somente dos parâmetros locais da camada limite, o que lhe confere uma resposta rápida às variações nas condições locais da mesma. Por sua vez, o coeficiente de tensão de cisalhamento,  $C_\tau$ , não depende somente das variações das condições locais e responde de forma

relativamente mais lenta a estas variações, especialmente em escoamentos a baixos números de Reynolds. Essa resposta lenta é modelada através da equação de variação de  $C_\tau$ , onde, segundo Drela (1989), o máximo coeficiente de tensão de cisalhamento é usado para levar em consideração os desvios do coeficiente de dissipação,  $C_D$ , da camada mais externa, a partir do valor de equilíbrio local, como mostra a Eq. (4.28).

$$\frac{\delta}{C_\tau} \frac{dC_\tau}{d\xi} = 5.6 \left( C_{\tau_{EQ}}^{1/2} - C_\tau^{1/2} \right) + 2\delta \left\{ \frac{4}{3\delta^*} \left[ \frac{C_f}{2} - \left( \frac{H_k - 1}{6.7H_k} \right)^2 \right] - \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{d\xi} \right\} \quad (4.28)$$

A Eq. (4.28), apresentada por Drela (1989), difere da formulação original deduzida por Drela e Giles (1987), de modo a se obter melhores resultados de arrasto e sustentação em condições próximas do estol.

A espessura nominal da camada limite,  $\delta$ , e o coeficiente de tensão de cisalhamento de equilíbrio,  $C_{\tau_{EQ}}$ , são definidos pelas Eqs. (4.29) e (4.30).

$$\delta = \phi \left( 3.15 + \frac{1.72}{H_k - 1} \right) + \delta^* \quad (4.29)$$

$$C_{\tau_{EQ}} = H^* \frac{0.015 (H_k - 1)^3}{1 - U_s} \frac{1}{H_k^2 H} \quad (4.30)$$

As formulações para o coeficiente de dissipação, Eq. (4.26), a velocidade de escorregamento, Eq. (4.27), e o coeficiente de tensão de cisalhamento de equilíbrio, Eq. (4.30), são deduzidas com base na relação empírica  $G - \beta$  para o ponto de equilíbrio de camadas limite, dada pela Eq. (4.31).

$$G = 6.7 \sqrt{1 + 0.75\beta} \quad (4.31)$$

onde

$$G \equiv \frac{H_k - 1}{H_k} \frac{1}{\sqrt{C_f/2}}, \quad \beta \equiv -\frac{2}{C_f} \frac{\delta^*}{u_e} \frac{du_e}{d\xi} \quad (4.32)$$

O desvio da camada limite turbulenta ou da esteira a partir do ponto de equilíbrio, Eq. (4.31), é governado pela equação de variação, Eq. (4.28), a qual funciona principalmente em escoamentos com mudanças rápidas. Em escoamentos com mudanças lentas,  $C_\tau$  acompanha o comportamento de  $C_{\tau_{EQ}}$ , e as relações empíricas voltam à sua forma de equilíbrio.

A determinação precisa do ponto onde ocorrerá a transição é fundamental na análise de aerofólios, principalmente, operando a baixos números de Reynolds. Em particular, a localização do ponto de transição em uma bolha de separação, determina seu tamanho e, conseqüentemente, as perdas associadas a ela. Geralmente durante o recolamento, em uma bolha de separação ocorrem fortes gradientes na velocidade no limiar da camada limite,  $u_e$ , e na espessura de quantidade de movimento,  $\phi$ , os quais levam a diferenças de, respectivamente,  $\Delta u_e$  e  $\Delta \phi$  sobre uma pequena extensão da região de recolamento, como ilustra a Fig. 4.4.

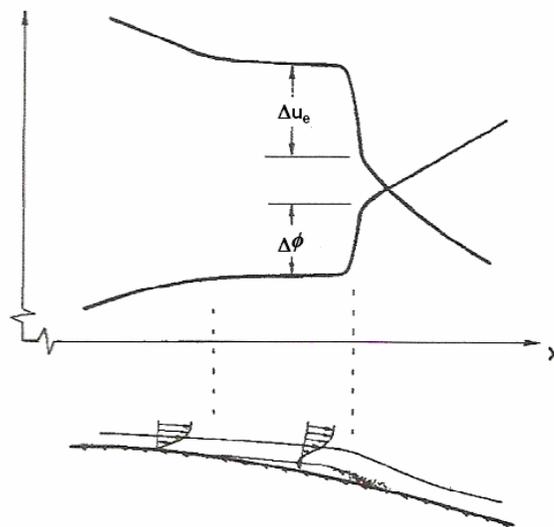


Figura 4.4 – Variações na região da bolha. Figura retirada de Drela e Giles (1987).

Uma equação que relaciona essas diferenças é obtida pela integração da equação integral de quantidade de movimento, Eq. (4.11), sobre essa pequena extensão da corrente  $\Delta \xi$ , desconsiderando o coeficiente de fricção  $C_f$ , dada pela Eq. (4.33).

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} = -(2 + H - Ma_e^2) \frac{\Delta u_e}{u_e} \quad (4.33)$$

Analisando essa equação, nota-se que um grande fator de forma  $H$  no recolamento induz a uma grande diferença na espessura de quantidade de movimento. Se  $H$  aumentar rapidamente, ao longo da corrente, na parte laminar da bolha de separação, fica claro a partir da Eq. (4.33), que a diferença na espessura de quantidade de movimento será sensível à extensão da bolha e também à localização precisa do ponto de transição na bolha. Devido ao fato do arrasto do aerofólio ser diretamente afetado por qualquer diferença na espessura de quantidade de movimento, determinar de forma precisa e confiável o ponto de transição é fundamental para a avaliação quantitativa do arrasto em aerofólios operando a baixos números de Reynolds, nos quais ocorram bolhas de separação.

O método implementado nesta formulação baseia-se na equação de Orr-Sommerfeld. Nele, assume-se que a transição ocorre quando a onda de Tollmien-Schlichting mais instável na camada limite ocorra segundo um dado fator,  $e^{\tilde{n}}$ , sendo este usualmente tomado como  $e^9 \cong 8100$ , recebendo assim o nome de método  $e^9$ . O cálculo deste fator de amplificação deve levar em consideração os parâmetros locais da camada limite. Uma representação gráfica deste fator de amplificação é ilustrada pela Fig. 4.5.

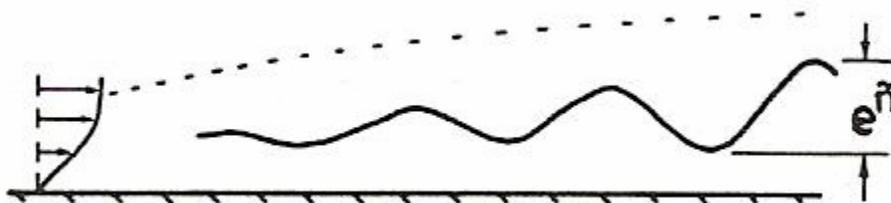


Figura 4.5 – Fator de amplificação da camada limite. Figura adaptada de Drela (1988).

A Tabela 4.1, lista algumas faixas típicas de valores de expoentes para o fator de amplificação, encontrados no manual de utilização do código XFOIL, Drela e Youngren (2001), relacionados à situações de utilização de aerofólios.

Tabela 4.1 – Expoentes do fator de amplificação relacionados às situações de operação do aerofólio.

Situação	Expoente
Sailplane	12 – 14
Motoplanador	11 – 13
Túnel de vento em boas condições	10 – 12
Túnel de vento em condições medianas	9
Túnel de vento em más condições	4 – 8

Usando a família de perfis de velocidade de Falkner-Skan, a equação de Orr-Sommerfeld é resolvida para uma faixa de fatores de forma e de frequências de instabilidade, como mostra a Eq. (4.34).

$$\tilde{n} = \frac{d\tilde{n}}{d Re_\phi} (H_k) [Re_\phi - Re_{\phi_0} (H_k)] \quad (4.34)$$

A taxa de variação  $d\tilde{n}/d Re_\phi$  e o número de Reynolds crítico  $Re_{\phi_0}$  são expressos pelas fórmulas empíricas dadas pelas Eqs. (4.35) e (4.36).

$$\frac{d\tilde{n}}{d Re_\phi} = 0.01 \left\{ \left[ 2.4H_k - 3.7 + 2.5 \tanh(1.5H_k - 4.65) \right]^2 + 0.25 \right\}^{1/2} \quad (4.35)$$

$$\log_{10} Re_{\phi_0} = \left( \frac{1.415}{H_k - 1} - 0.489 \right) \tanh \left( \frac{20}{H_k - 1} - 12.9 \right) + \frac{3.295}{H_k - 1} + 0.44 \quad (4.36)$$

Para escoamentos similares a estes,  $H_k$  assume um valor constante, e  $Re_{\phi_0}$  depende somente da coordenada  $\xi$  da corrente. Então, a Eq. (4.34) devolve o fator de amplificação como função de  $\xi$ . Para o ajuste padrão do XFoil, assume-se que a transição ocorra quando  $\tilde{n} = 9$ . Para escoamentos não similares, o fator de amplificação é calculado pela integração ao longo da coordenada  $\xi$  da corrente. Usando algumas propriedades da família de perfis de velocidade de Falkner-Skan, o fator de amplificação com relação à coordenada  $\xi$  é determinado pela Eq. (4.37):

$$\frac{d\tilde{n}}{d\xi} = \frac{d\tilde{n}}{d\text{Re}_\phi} \frac{d\text{Re}_\phi}{d\xi} = \frac{d\tilde{n}}{d\text{Re}_\phi} \frac{1}{2} \left( \frac{\xi}{u_e} \frac{du_e}{d\xi} + 1 \right) \frac{\rho_e u_e \phi^2}{\mu_e \xi} \frac{1}{\phi} \quad (4.37)$$

usando-se as relações empíricas dadas pelas Eqs. (4.38) e (4.39),

$$\frac{\rho_e u_e \phi^2}{\mu_e \xi} \equiv l(H_k) = \frac{6.54H_k - 14.07}{H_k^2} \quad (4.38)$$

$$\frac{\xi}{u_e} \frac{du_e}{d\xi} \equiv m(H_k) = \left( 0.058 \frac{(H_k - 4)^2}{H_k - 1} - 0.068 \right) l(H_k) \quad (4.39)$$

o fator de amplificação com relação a coordenada  $\xi$  é expresso em função de  $H_k$  e  $\phi$

$$\frac{d\tilde{n}}{d\xi}(H_k, \phi) = \frac{d\tilde{n}}{d\text{Re}_\phi}(H_k) \frac{m(H_k) + 1}{2} l(H_k) \frac{1}{\phi} \quad (4.40)$$

Uma expressão explícita para  $\tilde{n}$  então torna-se

$$\tilde{n}(\xi) = \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{d\tilde{n}}{d\xi} d\xi \quad (4.41)$$

Onde  $\xi_0$  é o ponto onde  $\text{Re}_\phi = \text{Re}_{\phi_0}$ .

A Eq. (4.41), não é de fato utilizada diretamente. Em seu lugar, a equação na forma diferencial, Eq. (4.40), é discretizada e resolvida como parte do sistema global do método de Newton. Assim,  $\tilde{n}$  é tratado como outra variável da camada limite. Esse tipo de tratamento é essencial para um procedimento de cálculo rápido e estável, desde que a equação de amplificação, Eq. (4.40), esteja fortemente acoplada às equações de camada limite, Eqs. (4.11) e (4.12), na bolha de separação.

## 4.4 ACOPLAMENTO VISCOZO / NÃO-VISCOZO

Estando o escoamento interno ao aerofólio estagnado, a velocidade  $u_e$  na superfície do aerofólio é igual à densidade de vórtices local  $\gamma$  no lado de sucção, e a  $-\gamma$  no lado de pressão. Uma relação simples como esta não existe na esteira, onde é necessário relacionar  $u_e$  à corrente livre e à soma das densidades de vórtices e de fontes sobre o aerofólio, como mostrado pelas Eqs. (4.42) e (4.43), nas quais  $\hat{n}$  é o vetor unitário normal à esteira.

$$u_{e_i} = \pm \gamma_i \quad ; \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} u_{e_i} &= \nabla \Psi \cdot \hat{n} \\ &= u_\infty \hat{n}_x - v_\infty \hat{n}_y + \sum_{j=1}^N c_{ij}^\gamma \gamma_j + \sum_{j=1}^{N+N_w-1} c_{ij}^\sigma \sigma_j \quad ; \quad N+1 \leq i \leq N+N_w \end{aligned} \quad (4.43)$$

A determinação dos coeficientes de influência das fontes  $c_{ij}^\sigma$ , na Eq. (4.43), requer a modificação das densidades de fontes nos painéis da esteira, assumidas constantes, o que resulta em uma singularidade logarítmica na velocidade em cada ponto extremo. Usando uma distribuição linear dividida em duas partes sobre cada painel da esteira, definida pela utilização das densidades de fontes dos painéis vizinhos, o problema é eliminado.

A influência da camada viscosa no escoamento potencial é modelada através de transpiração na parede, dada pela Eq. (4.44), se a densidade de fonte local  $\sigma$  for igual ao gradiente local de ejeção de massa  $m \equiv u_e \delta^*$ .

$$\sigma_i = \frac{dm}{d\xi} = \pm \frac{m_{i+1} - m_i}{s_{i+1} - s_i} \quad (4.44)$$

Substituindo a expressão de distribuição de vórtices  $\gamma$ , Eq. (4.10), nas equações Eqs. (4.42) e (4.43), e eliminando a densidade de fontes  $\sigma$  em termos da ejeção de massa  $m$

dada pela Eq. (4.44), obtém-se a seguinte relação dada pela Eq. (4.45).

$$u_{e_i} = u_{INV_i} + \sum_{j=1}^{N+N_w-1} d_{ij} m_j \quad ; \quad 1 \leq i \leq N + N_w \quad (4.45)$$

Esta expressão devolve a solução potencial do aerofólio para qualquer distribuição de ejeção de massa no aerofólio e na esteira. A distribuição de velocidades “não-viscosa”,  $u_{INV_i}$ , e a matriz de influência de massa,  $d_{ij}$ , são determinadas unicamente pela geometria aerofólio/esteira e pelo ângulo de ataque da corrente livre, e são independentes da solução viscosa (as posições dos pontos nodais na esteira são determinadas pela integração da trajetória de uma linha de corrente não-viscosa partindo do ponto médio do bordo de fuga). É importante notar que  $d_{ij}$  incorpora o efeito local de  $m_j$  próximo do bordo de fuga na distribuição global  $u_{e_i}$  através de seu efeito na condição de Kutta. Esse efeito indireto é muito importante para escoamentos a baixos números de Reynolds, especialmente próximo do estol ou se uma bolha de separação ocorre próximo do bordo de fuga.

A correção de compressibilidade de Kármán-Tsien é aplicada de modo a se determinar, aproximadamente, as distribuições compressíveis de velocidades e de pressões sobre o aerofólio a partir das respectivas distribuições incompressíveis,  $V_{inc}$  e  $C_{Pinc}$ :

$$V = \frac{V_{inc}}{1 - \lambda_{KT} (V/V_{\infty})_{inc}^2} \quad C_P = \frac{C_{Pinc}}{\beta_{KT} + \lambda_{KT} (1 + \beta_{KT}) C_{Pinc} / 2} \quad (4.46)$$

onde  $\beta_{KT} = \sqrt{1 - Ma_{\infty}^2}$  e  $\lambda_{KT} = Ma_{\infty}^2 / (1 + \beta_{KT})^2$ .

Assume-se que a distribuição de vórtices calculada sobre o aerofólio seja a de um escoamento externo incompressível. A correção é aplicada para se determinar o  $C_p$  compressível efetivo para os cálculos de sustentação e de momento e, em conjunto com a Eq. (4.45), para se determinar a distribuição efetiva de velocidades  $u_e$  compressível vista

pela camada limite. A formulação de camada limite não requer correção, pois já é válida para escoamento compressível.

## 4.5 SOLUÇÃO PELO MÉTODO DE NEWTON

Observa-se que a Eq. (4.45) é uma expressão explícita para  $u_{e_i}$  em termos das variáveis da camada limite, e estas devem satisfazer as equações de camada limite, Eqs. (4.11) e (4.12). Esse sistema não-linear, agora elíptico devido à influência global da ejeção de massa sobre  $u_e$ , é resolvido através do método de Newton completo.

Os passos de avanço no método de Newton são definidos como sendo  $\delta\phi_i$ ,  $\delta m_i$ , e  $\delta\tilde{n}_i$  ou  $\delta C_{\tau i}$  dependendo se o escoamento no ponto  $i$  seja laminar ou turbulento. Assim, o sistema de Newton tem a seguinte forma, dada pela Eq. (4.47).

$$\left[ \begin{array}{c} J_{ij} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \delta\phi_j \\ \delta m_j \\ \delta\tilde{n}_j, \delta C_{\tau j} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -R_i \end{array} \right\}, \quad 1 \leq i \leq N + N_w \quad (4.47)$$

A escolha de  $\delta m$  o lugar de  $\delta(\delta^*)$  como uma das variáveis no método de Newton foi feita de modo a melhorar a eficiência na resolução do sistema, visto que somente as colunas  $\delta m_j$  em  $J_{ij}$  são cheias. As colunas das outras variáveis  $\delta\phi$ ,  $\delta C_\tau$  e  $\delta\tilde{n}$  possuem entradas somente próximas da diagonal.

## 4.6 MODIFICAÇÕES REALIZADAS

O código original do programa XFoil é composto por um conjunto de subrotinas capazes de realizar as seguintes operações:

- Cálculo direto do escoamento sobre o aerofólio;
- Projeto inverso;
- Projeto misto;
- Manipulação de geometria.

O fluxograma original do programa XFOil é apresentado na Fig. 4.6. O fluxograma da versão modificada do programa XFOil é mostrado na Fig. 4.7.

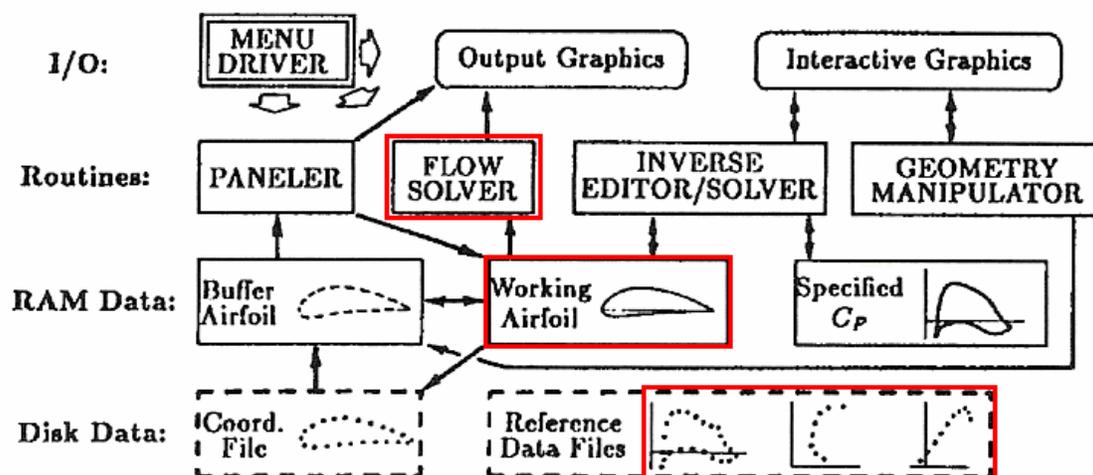


Figura 4.6 – Fluxograma original do programa XFOil. Figura retirada de Drela (1989).



Figura 4.7 – Fluxograma da versão modificada do programa XFOil. Figura adaptada de Drela (1989)

As modificações realizadas no programa XFOil foram feitas para permitir sua utilização em modo de execução não-interativa (modo *batch*). Nesse modo, as entradas e saídas do programa ocorrem apenas por meio de arquivos, conveniente no contexto de

uma metodologia de otimização. As modificações se concentraram em dois pontos principais:

- Desativação da interface gráfica com o usuário;
- Desativação das subrotinas que não fazem parte do cálculo direto do escoamento.

Durante estes procedimentos, nenhuma alteração na formulação apresentada nas seções anteriores foi implementada.

A principal mudança foi a desativação da interface gráfica, através da qual os comandos de execução eram acionados, e os resultados mostrados ao usuário. Para tanto uma análise sistemática das subrotinas que compõem o código do programa foi realizada, de forma a encontrar, primeiramente, aquelas relacionadas à criação desta interface gráfica, e em uma segunda etapa, determinar em quais rotinas os cálculos de interesse são executados. A criação de um conjunto de variáveis de saída também se fez necessário, de modo a substituir as informações apresentadas em tela por arquivos de saída.

Como a intenção é utilizar o programa XFoil como “solver” aerodinâmico na metodologia de otimização, as rotinas de projeto inverso, de projeto misto e de modificação de geometria foram desativadas. Dessa forma, restaram ativas somente as rotinas responsáveis pelo cálculo do escoamento sobre uma geometria completamente definida.

## Capítulo 5

# METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO AERODINÂMICA

## 5.1 INTRODUÇÃO

Entende-se por otimização aerodinâmica o procedimento de projeto de uma superfície ou componente aerodinâmico, seja por método inverso ou por método direto, através de uma rotina de simulações computacionais, controladas por um algoritmo de otimização, em busca dos valores que atendam da melhor forma possível os objetivos de projeto determinados, estando estes sujeitos, ou não, a restrições.

Na grande maioria dos casos de projeto aerodinâmico, como aponta a quantidade de trabalhos encontrados na literatura, dá-se preferência pela utilização do projeto direto em problemas de otimização aerodinâmica. Este consiste na modificação direta da geometria, sendo a distribuição das cargas aerodinâmicas avaliada posteriormente. Essa metodologia de projeto permite um controle adequado da geometria da superfície ou componente e, também, uma grande flexibilidade na imposição de restrições sobre a mesma.

Neste capítulo, será apresentada em linhas gerais a metodologia direta de otimização aerodinâmica, onde serão definidos os termos usualmente utilizados no

contexto de um problema de otimização. De maneira mais detalhada, serão apresentados o algoritmo de otimização implementado neste trabalho, o algoritmo de Busca Aleatória Controlada, CRS em inglês, e a técnica selecionada para o tratamento de problemas de otimização multiobjetivos, a técnica de ponderação de objetivos. Por fim, apresenta-se a estrutura da metodologia de otimização implementada neste trabalho, salientando como interagem os seus diversos componentes.

## 5.2 METODOLOGIA DIRETA DE OTIMIZAÇÃO AERODINÂMICA

A utilização da metodologia direta de otimização aerodinâmica teve início, formalmente, em 1974 com um estudo apresentado por Hicks, Murman e Vanderplaats, segundo Kroo (2006). Ao longo dos anos, percebeu-se o potencial de utilização desta metodologia, a qual torna possível o tratamento de problemas em que, não somente as características aerodinâmicas devem ser consideradas, mas também requisitos estruturais e de fabricação, por exemplo. Dessa forma, a abordagem de problemas de projeto multidisciplinares passou a ser uma opção considerável. De um modo geral, a metodologia direta de otimização aerodinâmica permite abordar problemas de projeto bem mais complexos, quando comparada à metodologia de projeto inverso.

Basicamente, a metodologia direta de otimização aerodinâmica consiste na manipulação direta da geometria, usando as cargas aerodinâmicas globais como objetivos de projeto. Essa metodologia é composta por três etapas: (i) a geração e modificação da geometria, (ii) o cálculo das cargas aerodinâmicas geradas por essa geometria e (iii) a avaliação dessas cargas aerodinâmicas de forma a atingir os objetivos de projeto.

A etapa de geração e modificação da geometria fica a cargo de um esquema de *parametrização geométrica*. Neste, os parâmetros que controlam o formato das curvas que descrevem a geometria são, agora, interpretados como as *variáveis de projeto* do problema. A seleção do esquema de parametrização deve levar em consideração,

principalmente, a complexidade da geometria a ser representada, o grau de dificuldade na implementação da parametrização e, também, o número de parâmetros geométricos envolvidos. O esquema de parametrização empregado neste trabalho está descrito no Capítulo 3.

Com a geometria definida, as cargas aerodinâmicas são determinadas através de um código para cálculo de escoamentos, o qual recebe a denominação de “*solver*” aerodinâmico. De acordo com a maneira como o problema de projeto foi definido, essas cargas são tratadas como *a(s) função(ões) objetivo* do problema, ou fazem parte destas no caso de um problema multidisciplinar, por exemplo. A seleção do “*solver*” aerodinâmico depende do regime de escoamento no qual as cargas aerodinâmicas devem ser determinadas, e da capacidade de processamento disponível. Leva-se em consideração que, quanto mais complexa é a modelagem de um escoamento, mais sofisticado é o código que a realiza, e na maioria das vezes, principalmente em se tratado de pacotes comerciais de CFD, essa sofisticação está aliada a um alto custo computacional. O “*solver*” aerodinâmico empregado neste trabalho está descrito no Capítulo 4.

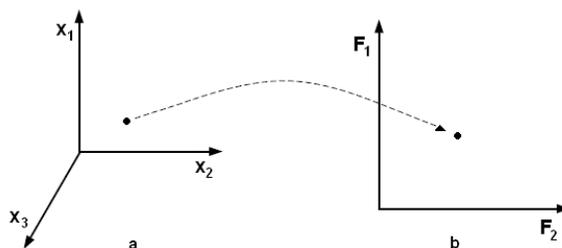


Figura 5.1 – Representação do espaço de projeto (a); e do espaço de objetivos (b) para um problema de otimização multiobjetivos.

Estando os valores de interesse da(s) função(ões) objetivo calculados, parte-se para a avaliação dos mesmos. Essa avaliação é realizada pelo *algoritmo de otimização*, o qual é responsável pela busca das variáveis de projeto, dentro do *espaço de projeto* ou de *soluções*. Essa busca deve levar à *maximização* ou *minimização* da(s) função(ões) objetivo definidas, formando o *espaço de objetivos*, através da modificação iterativa da geometria e o correspondente cálculo das cargas aerodinâmicas, levando em conta as *restrições de projeto* impostas. Na Fig. 5.1, são ilustrados os espaços de projeto e de

objetivos. Esse procedimento de modificação da geometria, cálculo das cargas aerodinâmicas e avaliação da(s) função(ões) objetivo é repetido até que um ou mais *critérios de parada* sejam alcançados.

A seleção do algoritmo de otimização depende da forma como as funções objetivo variam no espaço de objetivos (em função de variações no espaço de projeto) e também, do número de funções objetivo avaliadas simultaneamente. Problemas que apresentem máximos ou mínimos das funções objetivo bem definidos, podem lançar mão de algoritmos de otimização baseados em gradiente, que são essencialmente algoritmos de *busca local*. Em contrapartida, se o espaço de soluções apresentar vários pontos de máximos ou de mínimos, com valores não muito diferentes entre si, passa a ser mais indicada a utilização de algoritmos de *busca global*, baseados em uma heurística de busca. Dentre esses, destacam-se os algoritmos populacionais, que partem de uma população inicial convenientemente distribuída no espaço de soluções e utilizam uma heurística para contrair essa população em torno de uma provável solução.

## **5.3 ALGORITMO DE BUSCA ALEATÓRIA CONTROLADA – CRS**

Os algoritmos de busca aleatória controlada se encaixam na categoria de algoritmos de busca global, assim como os algoritmos genéticos e os algoritmos de evolução diferencial, por exemplo. A principal vantagem dos algoritmos CRS, frente aos demais algoritmos populacionais citados, reside na sua maior facilidade de implementação, gerando respostas finais de nível comparável a um custo computacional competitivo.

As várias versões dos algoritmos CRS derivam do método de busca aleatória desenvolvido por Price (1977), segundo Ali et al. (1997). Trata-se de algoritmos de minimização global em que, a cada iteração, somente o ponto que apresenta o valor mais alto de função objetivo é substituído por outro, gerado heurísticamente dentro dos limites estabelecidos.

Independentemente da sua versão, um algoritmo CRS parte da geração aleatória de uma população inicial de  $P_N$  indivíduos, quantidade essa mantida ao longo de todo o procedimento de otimização. Cada indivíduo é definido por  $N_{vp}$  variáveis de projeto, sujeitas aos limites inferiores  $L_j$  e superiores  $U_j$ , formando assim o espaço de projeto  $S = \{\bar{x} \in \mathfrak{R}^n : L_j \leq x_j \leq U_j, j = 1, \dots, N_{vp}\}$ . Neste espaço de projeto  $S$  se dá a busca pelo mínimo global da função objetivo  $f: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  (contínua), através da contração iterativa da população inicial, por meio de procedimentos puramente heurísticos, conforme descrito por Ali et al. (1997). Em cada iteração, a busca pelo mínimo global consiste na sucessiva substituição do ponto com maior valor da função objetivo, ponto  $h$ , por um ponto denominado ponto tentativa, ponto  $p$ , de forma que  $f(p) < f(h)$ .

Segundo descrito por Moino (2006), os passos de um algoritmo CRS básico seriam:

1. Gerar aleatoriamente uma população inicial de  $P_N$  indivíduos com  $N_{vp}$  variáveis de projeto definidas em  $S$ . Calcular os valores da função nesses pontos de um modo indexado. Determinar o pior ponto,  $h$ , e o melhor ponto,  $l$ , que correspondem aos pontos da população com o maior e o menor valor da função objetivo,  $f_h = f(h)$  e  $f_l = f(l)$ , respectivamente. Caso um critério de parada seja atendido, por exemplo,  $f_h - f_l < \varepsilon$ , onde  $\varepsilon$  é uma tolerância especificada, parar. Se não, continuar;
2. Gerar um ponto tentativa,  $p$ , para substituir o pior ponto,  $h$ ;
3. Se  $p$  for inviável ( $p \notin S$ ), retornar ao passo 2 ou transformar  $p$  de modo a torná-lo viável;
4. Avaliar  $f_p = f(p)$ . Se  $p$  for insatisfatório,  $f_p \geq f_h$ , retornar ao passo 2;

5. Atualizar a população, substituindo o atual pior ponto pelo ponto tentativa. Encontrar  $h$  e  $f_h$  na nova população. Se  $f_p < f_l$ , estabelecer  $p$  e  $f_p$  como os novos  $l$  e  $f_l$ , respectivamente;
6. Se o critério de parada for atendido, parar. Se não, retornar ao passo 2.

As principais diferenças entre as versões do CRS encontram-se na forma com que é gerado o ponto tentativa, no passo 2, e a eventual implementação de uma busca local no passo 5, sempre que o melhor ponto for o mais novo da população. Deve-se observar que em todas as versões é admitido que  $P_N \gg N_{vp}$ . Uma sugestão, dada por Ali et al. (1997), para determinar o número de indivíduos na população seria  $P_N = 10(N_{vp} + 1)$ , a qual foi adotada neste trabalho.

A versão do CRS implementada nesta dissertação foi proposta por Manzanares Filho et al. (2005), sendo denominada CRS-VBR (Controlled Random Search using Variability Based Reflections). Esta versão faz uso seletivo de interpolações quadráticas na busca pelo ponto tentativa, levando em consideração a variabilidade da função objetivo ao redor do melhor ponto da população atual. O procedimento de busca é descrito e comentado a seguir.

A fim de executar as interpolações quadráticas, três pontos da população são selecionados, o melhor ponto,  $l$ , chamado de  $r_1$ , e outros dois pontos  $r_2$  e  $r_3$ , escolhidos aleatoriamente. A função objetivo nestes pontos assume os valores  $f_1 = f(r_1)$ ,  $f_2 = f(r_2)$  e  $f_3 = f(r_3)$ . Para cada variável de projeto  $j$ ,  $j = 1, \dots, N_{vp}$ , constroem-se uma interpolação quadrática para tripla  $r_{1j}$ ,  $r_{2j}$  e  $r_{3j}$ . A variável de projeto  $p_j$  do ponto tentativa corresponde ao ponto extremo desta interpolação, como apresentado na Eq. (5.1) e ilustrado na Fig. 5.2.

$$p_j = \frac{1}{2} \frac{(r_{2j}^2 - r_{3j}^2)f_1 + (r_{3j}^2 - r_{1j}^2)f_2 + (r_{1j}^2 - r_{2j}^2)f_3}{(r_{2j} - r_{3j})f_1 + (r_{3j} - r_{1j})f_2 + (r_{1j} - r_{2j})f_3}, \quad j = 1, \dots, N_{vp} \quad (5.1)$$

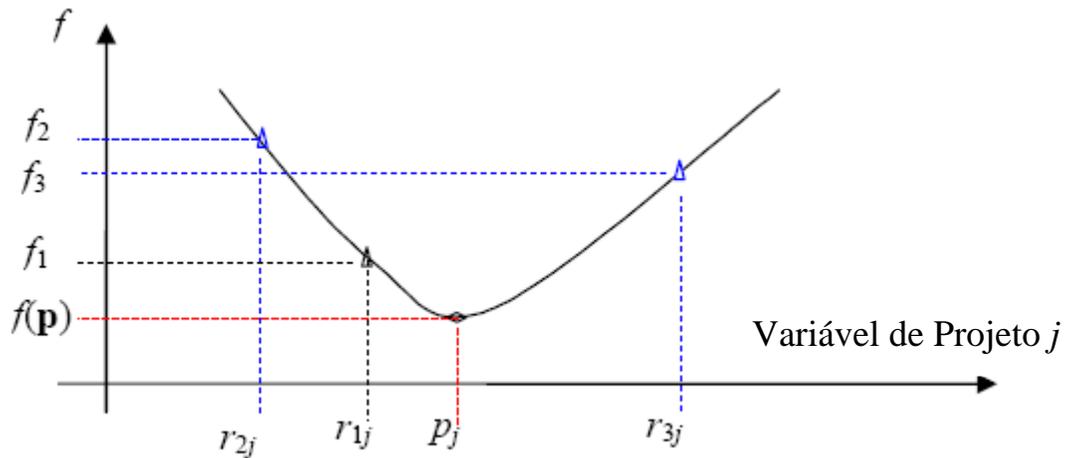


Figura 5.2 – Esquema de interpolação quadrática para obtenção do ponto tentativa. Figura adaptada de Moino (2006).

Análises realizadas por Albuquerque et al. (2007a) indicaram que nem sempre o extremo de uma interpolação desse tipo será um ponto de mínimo. Situações em que este ponto é o máximo da interpolação podem ocorrer com relativa frequência, assim como podem ocorrer situações em que a interpolação torna-se mal-condicionada. Consta-se, ainda, que nem todas as regiões em torno dos mínimos das interpolações quadráticas são igualmente promissoras na obtenção de melhores pontos: regiões onde existam fortes variações da função objetivo são mais propícias para se obter melhores pontos do que regiões com variações suaves da mesma.

Tendo em vista um tratamento adequado dos problemas citados anteriormente, o algoritmo CRS-VBR utiliza um valor médio da função objetivo,  $f_g$ , e uma medida de variabilidade local ao redor do melhor ponto,  $\alpha_{\text{var}}$ , definidos nas Eqs. (5.2) e (5.3), de forma a regular a utilização das interpolações quadráticas:

$$f_g = \frac{1}{2}(f_2 + f_3) \quad (5.2)$$

$$\alpha_{\text{var}} = \frac{f_g - f_l}{f_h - f_l} \quad (5.3)$$

Dentro do passo 2, o CRS-VBR utiliza então uma das três alternativas apresentadas a seguir para geração de cada variável de projeto,  $p_j$  do ponto tentativa  $p$ .

1. Um teste de mal-condicionamento é realizado na interpolação, conforme descrito mais adiante. Caso a interpolação tenha sido avaliada como mal-condicionada, a variável de projeto  $p_j$  é determinada aleatoriamente dentro do intervalo  $L_j \leq x_j \leq U_j$ ;
2. Se a interpolação for bem-condicionada, e a variável de projeto do melhor ponto estiver entre as variáveis correspondentes dos outros dois pontos,  $(r_{2j} - r_{1j})(r_{3j} - r_{1j}) < 0$ , a variável de projeto  $p_j$  é determinada como sendo o mínimo da interpolação quadrática descrita anteriormente;
3. E, finalmente, se a variável do melhor ponto não estiver entre as dos outros dois pontos da interpolação bem-condicionada, calcula-se uma variável centroidal ponderada  $g_j$ , Eq. (5.4). A variável de projeto  $p_j$  é determinada por uma reflexão (baseada na variabilidade) da variável  $g_j$  em relação à variável correspondente do melhor ponto,  $r_{1j}$ , Eq. (5.5).

$$g_j = \frac{(f_2 - f_1)r_{2j} + (f_3 - f_1)r_{3j}}{(f_2 - f_1) + (f_3 - f_1)} \quad (5.4)$$

$$p_j = (2 - \alpha_{\text{var}})r_{1j} - (1 - \alpha_{\text{var}})g_j \quad (5.5)$$

O teste de mal-condicionamento da interpolação consiste em verificar se o determinante  $(r_{2j} - r_{3j})f_1 + (r_{3j} - r_{1j})f_2 + (r_{1j} - r_{2j})f_3$ , associado ao coeficiente do termo quadrático, é inferior a um valor pré-determinado,  $\delta c$ . Seguindo os ajustes realizados por Moino (2006), foi adotado o valor de  $\delta c = eps^2 = 4,93.10^{-32}$ , adequado para dupla precisão.

A utilização da medida da variabilidade ao redor do melhor ponto,  $\alpha_{\text{var}}$ , promove um balanceamento entre buscas globais e locais. Quando a variabilidade é baixa, indicando que a região não é promissora, as variáveis de projeto centroidais são refletidas para longe do melhor ponto atual, fazendo com que o espaço de projeto seja melhor vasculhado. Por outro lado, em regiões com alta variabilidade, as reflexões ocorrem próximas ao melhor ponto, tornando a busca mais local no espaço de projeto.

A opção pela utilização do CRS-VBR se faz, além das razões anteriormente citadas, pela continuidade nas investigações iniciadas por Manzanares Filho et al. (2005), e conduzidas por Moino (2006) e Albuquerque (2006), em relação à utilização de algoritmos CRS em problemas de otimização aerodinâmica. Em suma, propõe-se nesta dissertação considerar também um tratamento preliminar de problemas de otimização aerodinâmica multiobjetivos através do CRS-VBR e da técnica de ponderação de objetivos, conforme se descreve na seção a seguir.

## 5.4 OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVOS

A otimização multiobjetivos, como o próprio nome sugere, trata da otimização simultânea de dois ou mais objetivos, geralmente conflitantes entre si. Uma descrição de alguns algoritmos de otimização multiobjetivos, baseados em algoritmos evolucionários, é encontrada em uma compilação de artigos acerca do assunto, editada por Ehrgott e Gandibleux (2002), e uma descrição mais detalhada dos algoritmos é encontrada em Coello Coello et al. (2006), com exemplos de aplicação.

A seleção da técnica ou algoritmo de otimização multiobjetivos a ser utilizado depende das características do problema de otimização a ser tratado, tais como a topologia do espaço de soluções e o número de objetivos considerados. De forma geral, sendo praticamente impossível a determinação de uma única solução que otimize todas as funções objetivo simultaneamente, o que se procura na verdade são diversas combinações de variáveis de projeto, ou seja, um conjunto de soluções que devem, de alguma forma,

apresentar valores ótimos adequados para as funções objetivos avaliadas. Uma forma matematicamente consistente de definir tal conjunto é aquela que conduz aos ótimos de Pareto.

Segundo Coello Coello et al. (2006), de acordo com o conceito de optimalidade proposto por Francis Ysidro Edgeworth, posteriormente generalizado por Vilfredo Pareto — em virtude disso, conhecido atualmente como condição de *optimalidade de Pareto* —, um conjunto de variáveis de projeto é considerado um ótimo de Pareto caso não exista um segundo conjunto capaz de promover melhoria em todas as funções objetivo, sem causar o efeito contrário em pelo menos uma delas. As soluções correspondentes aos ótimos de Pareto também recebem o nome de *soluções não-dominadas*. Essa denominação deve-se ao fato destas soluções corresponderem às melhores combinações das variáveis de projeto, capazes de atender às funções objetivo e suas restrições, dominando assim as demais soluções possíveis dentro do espaço de objetivos. O conjunto das soluções não-dominadas gera a *frente de Pareto* para o problema de otimização tratado. A Fig. 5.3 ilustra como seria a frente de Pareto para um problema com dois objetivos, em que ambos devem ser minimizados, destacando o que seria uma solução dominada e uma solução não-dominada. Nesta figura, A, B e C representam soluções não-dominadas, sobre a frente de Pareto, enquanto F, D, E e G são soluções dominadas. O conceito de dominância é relativo: por exemplo, F, D e E são soluções não-dominadas por G, mas dominadas por A, B e C. Dado um conjunto de soluções, é possível portanto compartimentá-las em níveis de dominância distintos.

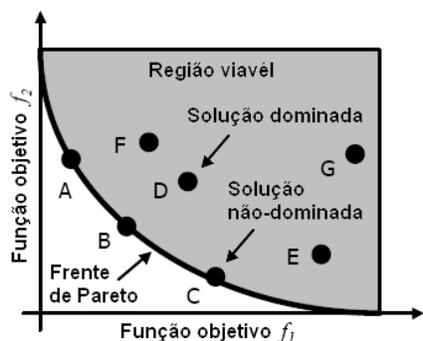


Figura 5.3 – Representação da frente de Pareto de um problema com dois objetivos.

Figura adaptada de Obayashi et al. (2005).

Para um número maior de funções objetivo, é usual a visualização da frente de Pareto por meio de projeções do espaço de soluções, como ilustra a Fig. 5.4.

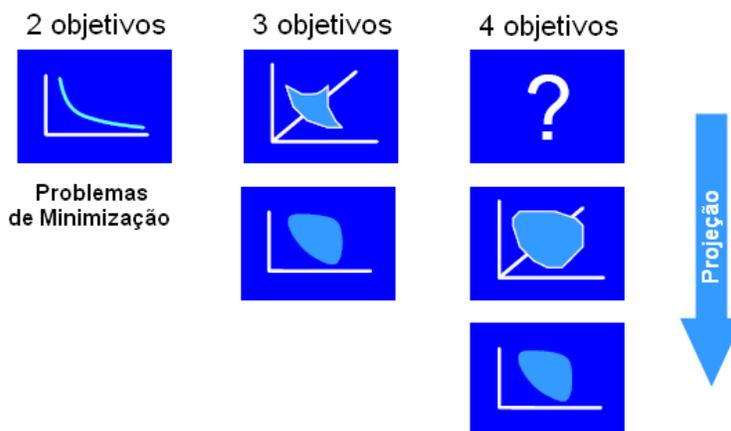


Figura 5.4 – Visualização da frente de Pareto. Figura adaptada de Obayashi et al. (2005).

De modo a avaliar preliminarmente a eficácia do algoritmo de otimização CRS-VBR, em problemas multiobjetivos de otimização aerodinâmica, foi adotada uma técnica para tratamento dos diversos objetivos que pudesse ser incorporada facilmente ao algoritmo CRS-VBR. Trata-se da técnica de ponderação de objetivos, a qual será detalhada na subseção a seguir.

### 5.4.1 TÉCNICA DE PONDERAÇÃO DE OBJETIVOS

Segundo Coello Coello, em Ehrgott e Gandibleux (2002), a técnica de ponderação de objetivos faz parte de um conjunto de técnicas que não incorporam diretamente o conceito de optimalidade de Pareto. Dessa forma, essa técnica pode apresentar alguma dificuldade na representação de determinadas partes de frente de Pareto de um problema, sobretudo regiões côncavas. Em geral a técnica não é indicada para problemas com muitas funções objetivo.

A ponderação de objetivos é uma técnica para tratamento de multiobjetivos que consiste na combinação ponderada das funções objetivo em uma única função,

transformando assim o problema original em diversos problemas de otimização mono objetivo. A implementação mais usual, e utilizada na presente dissertação, consiste na soma ponderada das funções objetivo (combinação linear), como mostra a Eq. (5.6):

$$\text{Min. } FObj = \sum_{i=1}^k w_i f_i(\vec{x}) \quad (5.6)$$

onde  $w_i$  correspondem aos pesos atribuídos a cada função objetivo e  $\vec{x}$  é o vetor com das variáveis de projeto. Em geral, os pesos não refletem proporcionalmente a importância relativa das funções objetivo. É conveniente que a soma dos pesos seja unitária:

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1 \quad (5.7)$$

Assim, tratando-se de apenas dois objetivos a técnica de ponderação de objetivos assume a seguinte expressão

$$\text{Min. } FObj = w f_1(\vec{x}) + (1-w) f_2(\vec{x}) \quad (5.8)$$

onde  $w$  é um parâmetro no intervalo  $[0, 1]$ .

Variando os pesos, diversas soluções são obtidas, das quais, em princípio, é possível determinar soluções de Pareto. Todavia, a técnica de ponderação, como já mencionado anteriormente, pode apresentar dificuldades na geração da frente de Pareto completa.

Segundo Neufville (1990) e Coello Coello et al (2006), apesar da ponderação de objetivos ser uma técnica eficiente, do ponto de vista do custo computacional, ela não se mostra capaz de recuperar partes côncavas de uma frente de Pareto, o que pode levar a não avaliação de soluções significativas. E ainda, a técnica não se mostra interessante quando o número de funções objetivo é muito grande, devido a dificuldades em se atribuir pesos significativos entre as funções.

Com a definição do algoritmo de otimização e da técnica para tratamento dos problemas de otimização multiobjetivos, parte-se então para a implementação da metodologia de otimização através da qual se pretende resolver os exemplos de otimizações mono e multiobjetivos. A metodologia implementada é descrita na seção seguinte.

## 5.5 METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO IMPLEMENTADA

A metodologia de otimização proposta e implementada na presente dissertação, é voltada para o projeto direto de superfícies aerodinâmicas. Para tanto, são utilizados, (i) na geração e modificação da geometria, o esquema de parametrização baseado em curvas Bezier, descrito no Capítulo 3; (ii) como “solver” aerodinâmico, o código XFOIL modificado, descrito no Capítulo 4; (iii) e para controlar o procedimento de otimização e tratar os multiobjetivos a serem avaliados, o algoritmo de otimização CRS-VBR e a técnica de ponderação de objetivos descritos em seções anteriores deste capítulo.

Na Fig. 5.5 é apresentado o fluxograma do código computacional desenvolvido em linguagem FORTRAN, para implementação da metodologia, mostrando como se dá a interação entre as partes que a compõem.

A população inicial é gerada a partir da definição dos limites inferiores e superiores das ordenadas dos pontos de controle das curvas Bézier, que são as variáveis de projeto. Esses limites, que definem o espaço de projeto, são criados a partir da introdução de perturbações nas ordenadas dos pontos de controle dos aerofólios utilizados como geometria base. Os pontos de controle destes aerofólios foram gerados por um código de refinamento da distribuição do parâmetro  $t$  da curva Bézier, de modo a minimizar o erro quadrático entre as coordenadas da curva e as coordenadas tabeladas do aerofólio base. Para os aerofólios base dos exemplos apresentados no próximo capítulo, esse erro ficou sempre abaixo de  $10^{-5}$  (corda igual a 1).

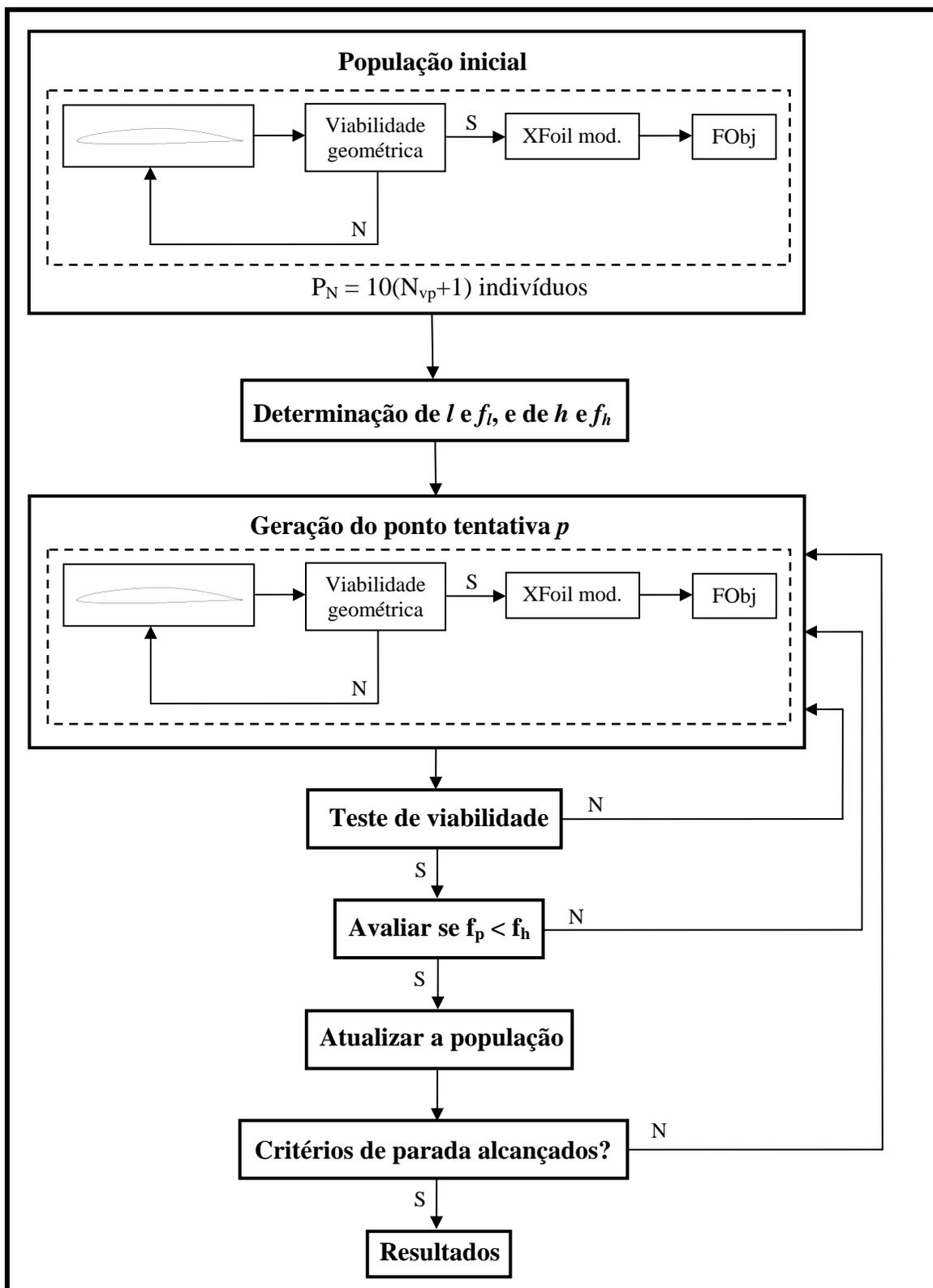


Figura 5.5 – Fluxograma simplificado do código computacional.

Em todos os exemplos de otimização estudados foram adotadas as mesmas perturbações, executadas da seguinte forma:

- Para os pontos de controle 1,5,8 e 12, mostrados na Fig. 3.7, a perturbação foi de  $\pm 10\%$  ;
- Para os pontos de controle 2,3 e 4, as perturbações foram de  $-50\%$  e  $+100\%$ ;
- Para os pontos de controle 9,10 e 11 as perturbações, foram de  $-50\%$  e  $+25\%$ .

As pequenas perturbações nos pontos de controle próximos ao bordo de ataque e ao bordo de fuga, tem como finalidade não permitir que fossem geradas geometrias inviáveis, tais como aerofólios com bordos de ataque muito agudos e/ou com cruzamentos no bordo de fuga. Dessa forma, evita-se que a seqüência de otimização seja interrompida, na eventual tentativa do código XFOIL em calcular o escoamento para um desses casos de geometria imprópria.

O teste de viabilidade geométrica consiste em verificar se o aerofólio gerado satisfaz eventuais restrições geométricas impostas sobre a espessura máxima,  $(t/c)$ , e sua posição,  $(t/c)_{pos}$ , e sobre o arqueamento máximo,  $(h/c)$ , e sua posição  $(h/c)_{pos}$ .

Após o código XFOIL determinar as cargas aerodinâmicas, estas são repassadas para avaliação da(s) função(ões) objetivo e de restrição. Nesta etapa, é implementada a técnica de ponderação de objetivos para tratamento dos exemplos de otimização multiobjetivos, nos quais os pesos dos dois objetivos tratados variaram de  $90\% \& 10\%$  até  $10\% \& 90\%$ , respectivamente, com incrementos de  $5\%$ . Nesta etapa também são impostas as restrições de projeto, utilizando um esquema de penalização. O esquema de penalização adotado na presente dissertação, que trabalha apenas com restrições de desigualdade, segue os moldes daquele utilizado por Manzanares-Filho et al. (2007), onde a função objetivo penalizada surge com base na função original. Considerado uma restrição do tipo  $f_{res} \leq 0$ , utiliza-se a seguinte expressão para penalizar a função objetivo sempre que a restrição é violada,  $f_{res} > 0$ :

$$FObj = FObj + F_{pen} \cdot f_{res} \quad , \quad se \quad f_{res} > 0 \quad (5.9)$$

onde  $F_{pen}$  é um fator de penalização, que deve ser ajustado de forma a não ser muito pequeno, a ponto de não promover o efeito de penalização desejado, ou muito grande, de modo a causar dificuldades na convergência, devido à perda de informação acerca do valor da função objetivo. É importante observar que o valor de  $FObj$ , no caso de multiobjetivos, é obtido através da ponderação dos diversos objetivos, Eqs. (5.6) e (5.8).

Com relação aos critérios de parada adotados, foram implementados no código computacional um número máximo de chamadas da função objetivo e uma tolerância entre o melhor e o pior valor da função objetivo.

Os resultados dos exemplos de otimização mono e multiobjetivos para os três diferentes tipos de aerofólios descritos no Capítulo 2, são apresentados no Capítulo 6 a seguir.

## Capítulo 6

# EXEMPLOS DE OTIMIZAÇÃO DE AEROFÓLIOS

## 6.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos através da aplicação da metodologia de otimização detalhada no Capítulo 5.

Foram realizadas otimizações nas três classes de aerofólios apresentadas no Capítulo 2, que são, aerofólios de alta sustentação, aerofólios laminares e aerofólios de grande autonomia. Nestes exemplos de otimização, buscou-se a melhoria das características aerodinâmicas mais marcantes em cada classe de aerofólio, adotando as restrições geométricas e de operação cabíveis em cada caso. Para cada classe, foram realizadas uma otimização mono objetivo e uma (ou duas) multiobjetivos, onde foram considerados dois objetivos. Os resultados dessas otimizações são comparados posteriormente, entre si e também com o aerofólio utilizado como base, com a finalidade de investigar se a técnica multiobjetivos empregada leva, nos casos estudados, a resultados melhores do que aqueles obtidos com a utilização mono objetivo, e também verificar se a melhora em relação ao aerofólio base foi significativa.

Como critérios de parada para o código computacional esquematizado na Fig. 5.5 (pág. 85), foram adotados: (i) uma tolerância de  $\varepsilon = 10^{-4}$  entre o melhor e o pior valor da função objetivo entre os indivíduos da população, e (ii) um número máximo de chamadas da função objetivo de 1500, para os exemplos mono objetivo, e de 2000, para os exemplos multiobjetivos. A escolha destes critérios de parada se deu com base em análises realizadas por Manzanares-Filho et al. (2007). O procedimento de otimização utilizado neste trabalho conta com cinco execuções do código computacional esquematizado na Fig. 5.5, onde é assumido como resultado válido aquele que apresente o melhor valor de função objetivo dentre as cinco execuções do código. Este procedimento, utilizado para obtenção de todos os resultados apresentados neste trabalho, foi adotado de modo a garantir que o caráter estocástico do algoritmo CRS não conduzisse a possíveis ótimos locais.

## 6.2 EXEMPLOS DE OTIMIZAÇÃO ESTUDADOS

Para cada uma das classes de aerofólio otimizadas, foram definidos os seguintes objetivos de projeto:

- Aerofólios de alta sustentação → para otimização mono objetivo, a maximização do coeficiente de sustentação,  $C_l$ ; no caso de multiobjetivos, a maximização de  $C_l$  e a maximização do coeficiente de momento,  $C_m$ ;
- Aerofólios laminares → para otimização mono objetivo, a maximização da relação entre o coeficiente de sustentação e o coeficiente de arrasto,  $C_l/C_d$ , também conhecida como *razão de planeio*; nos casos de multiobjetivos, foram tratados dois exemplos de otimização: no primeiro, a maximização da razão de planeio e a minimização de  $C_d$  e, no segundo, a maximização da razão de planeio e a minimização da dispersão dessa razão em uma faixa de operação ao redor do ponto de operação nominal;

- Aerofólios de grande autonomia → para otimização mono objetivo, a maximização da relação entre  $C_l$  e  $C_d$  dada por  $C_l^{3/2}/C_d$ , conhecida por *fator de autonomia* (“*endurance factor*”); no caso de multiobjetivos, a maximização do fator de autonomia e a minimização de  $C_d$ .

Em casos em que o objetivo de projeto é a maximização de uma função  $F$ , o problema é resolvido pela minimização da função  $1/F$  ou da função  $-F$ . Para todos os exemplos de otimização apresentados nas subseções seguintes, foi selecionado o mesmo ponto de operação, definido como sendo o ângulo de ataque de  $\alpha = 3^\circ$ .

## 6.2.1 AEROFÓLIOS PARA ALTA SUSTENTAÇÃO

O aerofólio utilizado como base para estes exemplos de otimização foi o Selig 1223, um aerofólio de alta sustentação para baixos números de Reynolds, desenvolvido por Michael Selig (Site da UIUC, 2008), e ilustrado na Fig. 6.1 com os respectivos pontos de controle das curvas Bézier que representam sua geometria.

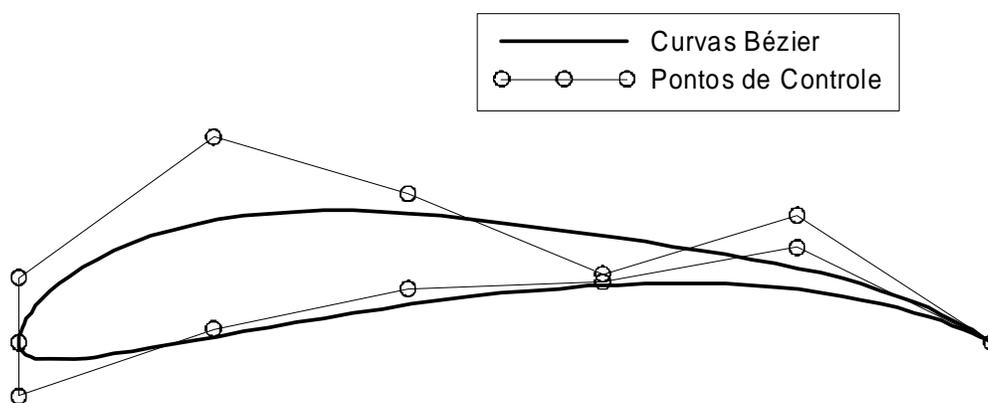


Figura 6.1 – Representação da geometria do aerofólio Selig 1223 com os respectivos pontos de controle.

No caso de aerofólios de alta sustentação, operando a baixos números de Reynolds,  $Re \leq 1 \cdot 10^6$ , a característica aerodinâmica que se deseja otimizar é justamente a capacidade de gerar uma grande sustentação, operando a baixos ângulos de ataque. Diretamente relacionada à maior capacidade de sustentação está o momento causado pela distribuição de pressões que, dependendo da aplicação do aerofólio, passa a ser um fator que também deve ser considerado. E ainda, o arrasto gerado também é maior do que aquele produzido por outras classes de aerofólios, comparando-as nas mesmas condições de operação.

As funções objetivo e as restrições de projeto impostas aos exemplos de otimização mono e multiobjetivos são apresentadas, respectivamente nas Tabelas 6.1 e 6.2.

Tabela 6.1 – Função objetivo e restrições para o exemplo de otimização mono objetivo para aerofólio de alta sustentação.

<b>Função Objetivo</b>	Min. $1/C_l$
<b>Restrições</b>	$C_l < 1,6$ $C_d < 0,1542$ $C_m > -0,2873$ $(t/c) \leq 13\%$ $20\% \leq (t/c)_{pos} \leq 49,5\%$ $(h/c) \leq 9\%$ $(h/c)_{pos} \leq 50\%$

Tabela 6.2 – Funções objetivo e restrições para o exemplo de otimização multiobjetivos para aerofólio de alta sustentação.

<b>Funções Objetivo</b>	Min. $1/C_l$ & Max. $C_m$
<b>Restrições</b>	$C_d < 0,1542$ $(t/c) \leq 15\%$ $20\% \leq (t/c)_{pos} \leq 26\%$ $(h/c) \leq 10\%$ $25\% \leq (h/c)_{pos} \leq 50\%$

Os valores das restrições impostas sobre os coeficientes aerodinâmicos de arrasto e de momento, correspondem a 1,05 vezes os respectivos coeficientes do aerofólio base. Já a restrição sobre o coeficiente de sustentação, apenas no exemplo mono objetivo, foi imposta como intuito de verificar o efeito que uma restrição imposta sobre o objetivo poderia causar.

As condições de escoamento para as quais o código XFOIL foi configurado para executar os exemplos de otimização em aerofólios de alta sustentação foram as seguintes: transição de camada limite livre; número de Reynolds  $Re = 5 \cdot 10^5$ ; número de Mach  $Ma = 0,05$ ; fator de crescimento crítico da camada limite  $\tilde{n} = 10$ .

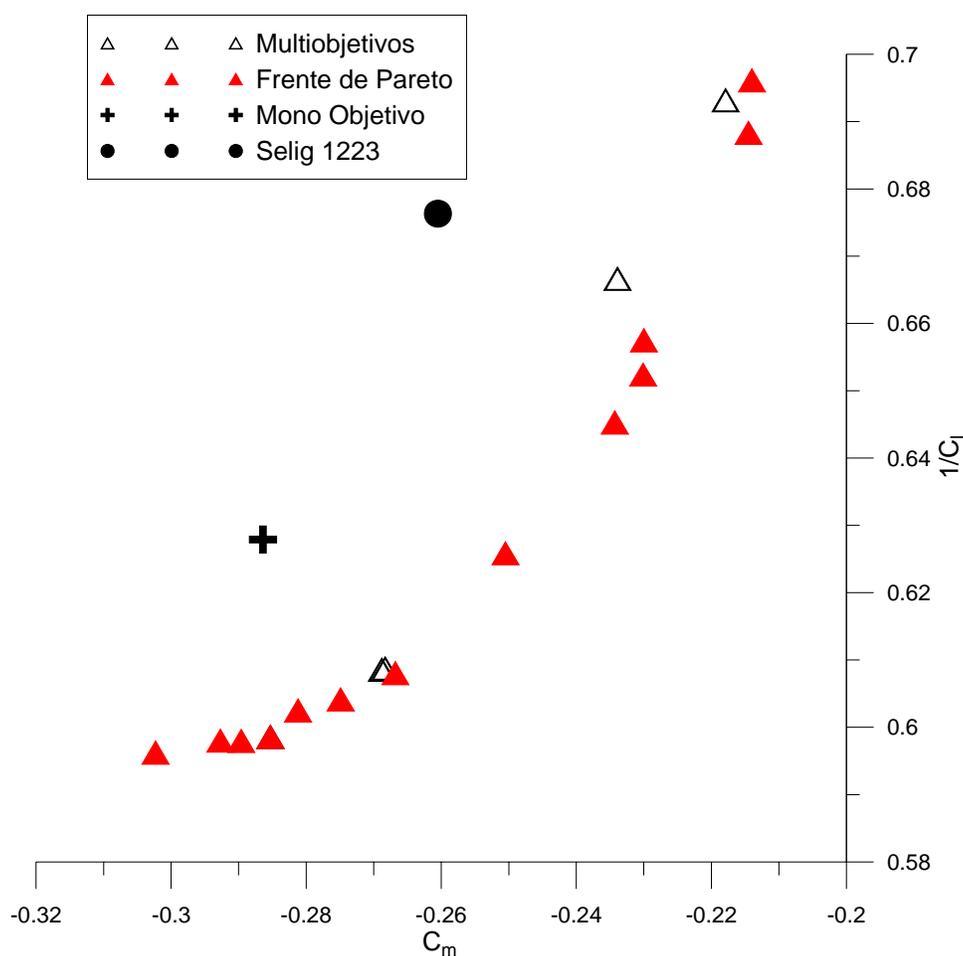


Figura 6.2 – Resultados das otimizações para aerofólios de alta sustentação.

Na Fig. 6.2, são apresentados os resultados obtidos através das otimizações mono e multiobjetivos, comparando-os com o aerofólio base, o Selig 1223. Observa-se que certos resultados obtidos pela otimização multiobjetivos apresentaram valores para os coeficientes de sustentação e de momento significativamente melhores que os obtidos pela otimização mono objetivo e os conseguidos pelo aerofólio Selig 1223. A restrição imposta sobre o coeficiente de sustentação no exemplo de mono objetivo impediu a obtenção de um resultado mais próximo daqueles encontrados com multiobjetivos. Outra razão para isso está na diferença entre as restrições sobre os parâmetros geométricos nos dois exemplos. Com as buscas mais diversificadas no espaço de soluções, devido à utilização de mais um objetivo, e condições menos restritivas para os parâmetros geométricos e para o próprio coeficiente de sustentação, as ponderações de objetivos adotadas levaram a resultados que definiram de maneira bem clara a frente de Pareto do problema.

A Fig. 6.3 destaca a frente de Pareto (soluções não-dominadas), apresentando as ponderações de objetivos que deram origem a cada resultado e a geometria dos respectivos aerofólios.

Analisando as geometrias dos aerofólios que formam a frente de Pareto, observa-se que para se conseguir um aumento na sustentação, a distribuição de espessura foi modificada de tal forma que, para ponderações de objetivos variando de 50% & 50% a 90% & 10%, a espessura do aerofólio na região do bordo de fuga ficou muito pequena, o que pode causar alguma dificuldade na fabricação, dependendo do tamanho da corda estipulada no projeto. Outra característica que chama a atenção é a grande curvatura do extradorso dos aerofólios com ponderações de objetivos variando de 70% & 30% a 90% & 10%, que pode ser benéfica quando se pensa no volume disponível para instalação de tanques de combustível, ou dimensionamento da caixa de torção de uma asa, por exemplo. Em outro extremo, os aerofólios com ponderações de objetivos de 15% & 85% e 10% & 90%, apresentaram uma pequena reversão de curvatura no extradorso, de modo a reduzir um pouco o carregamento na parte posterior do aerofólio, o que, conseqüentemente, leva à redução no momento.

Uma sugestão de solução de compromisso seria o aerofólio gerado pela ponderação de objetivos 45% & 55%, o qual apresenta uma espessura na região do bordo de fuga não muito diminuta, um volume interno razoável e ausência de reversão de curvatura no extradorso. Esse aerofólio atende de forma satisfatória aos dois objetivos, com um coeficiente de sustentação  $C_l = 1,60$  e um coeficiente de momento  $C_m = -0,25$ , para o ponto de projeto de  $\alpha = 3^\circ$ .

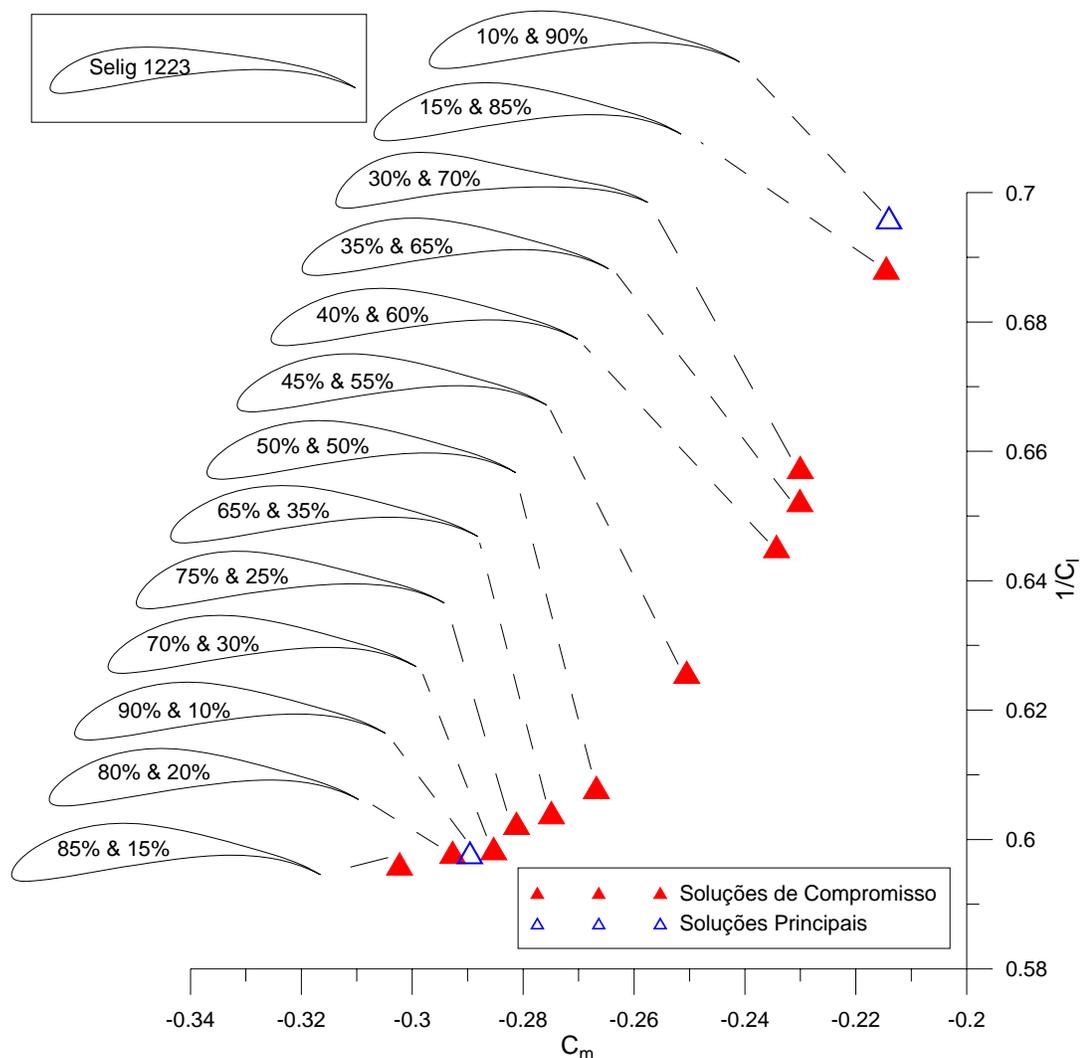


Figura 6.3 – Destaque da frente de Pareto para os aerofólios de alta sustentação.

As Fig. 6.4, 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8 apresentam as curvas características do aerofólio Selig 1223 comparadas às do aerofólio 45% & 55%, obtidas para  $\alpha = 3^\circ$ .

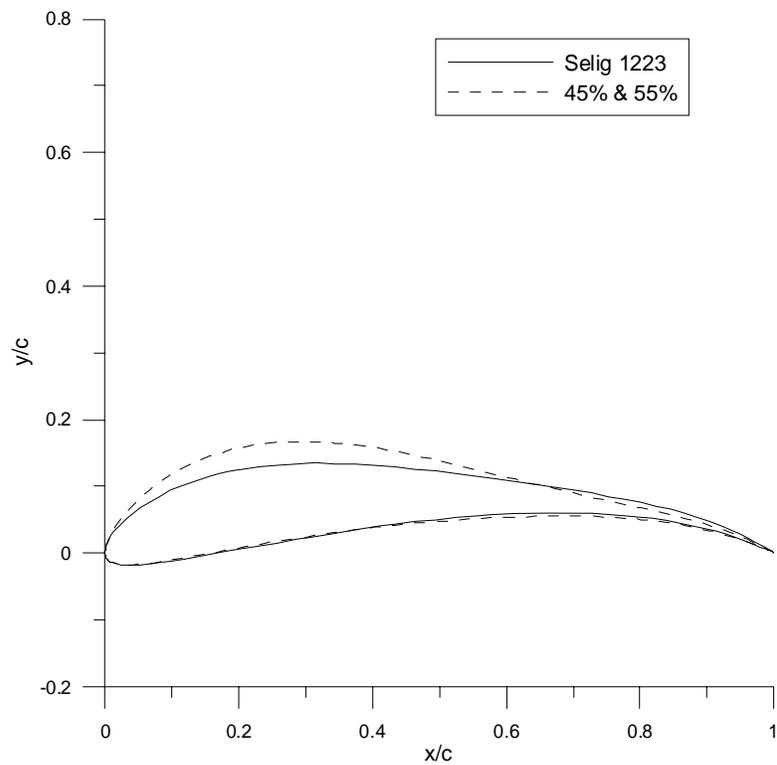


Figura 6.4 – Comparação entre a geometria dos aerofólios Selig 1223 e do 45% & 55%.

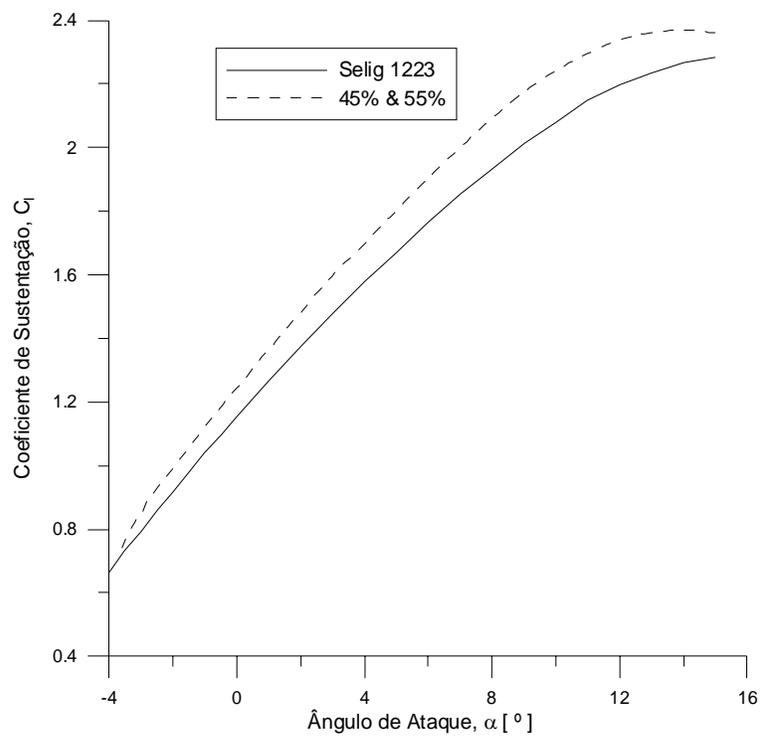


Figura 6.5 – Comparação entre as curvas  $C_l \times \alpha$ .

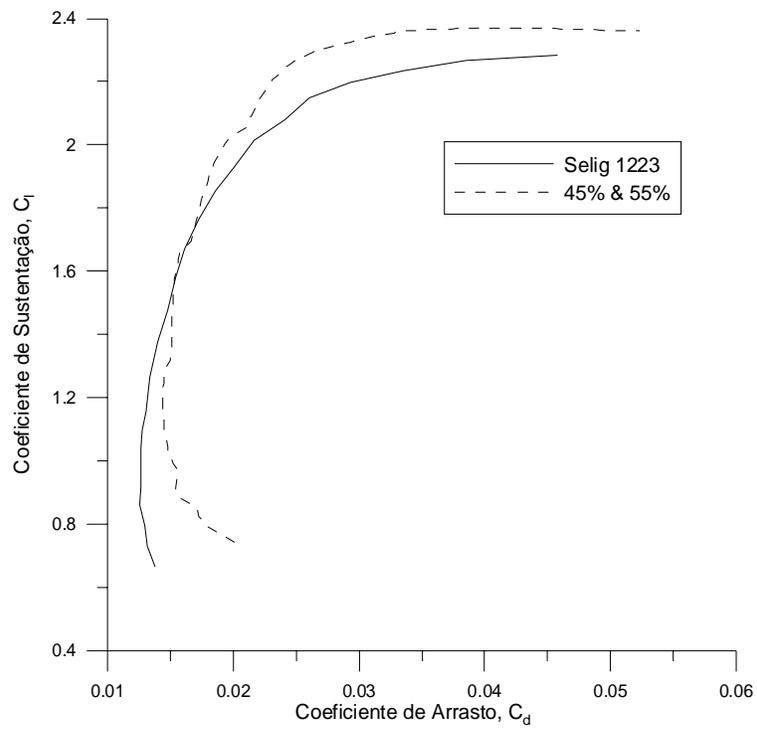


Figura 6.6 – Comparação entre as polares de arrasto.

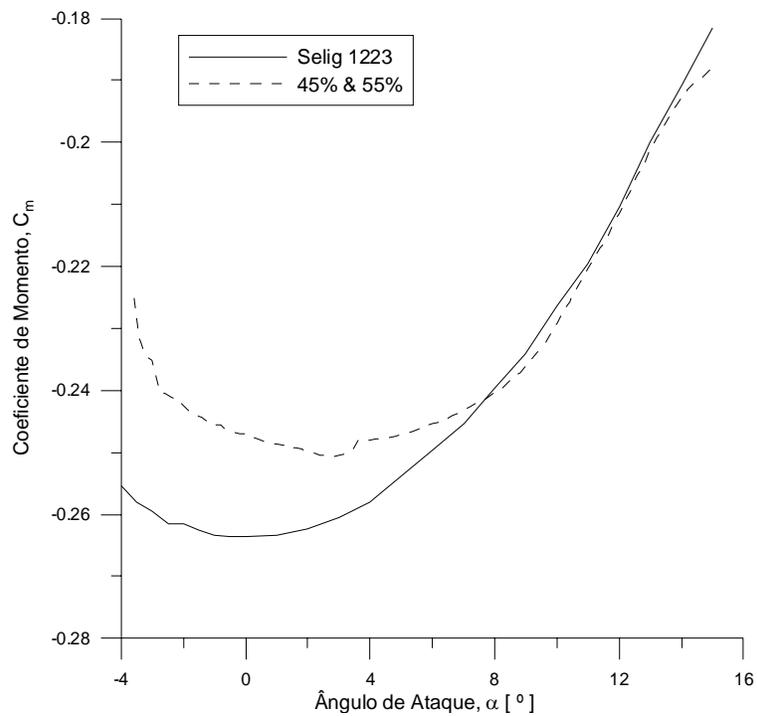


Figura 6.7 – Comparação entre as curvas  $C_m$  x  $\alpha$ .

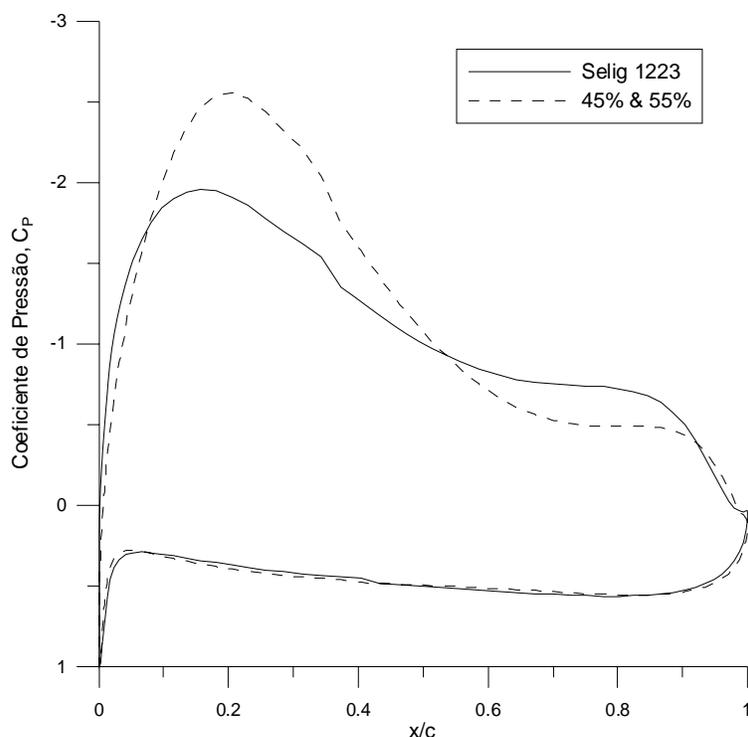


Figura 6.8 – Comparação entre as distribuições de pressão, para  $\alpha = 3^\circ$ .

Da Fig. 6.4 nota-se que houve mudança significativa na geometria apenas do extradorso do aerofólio. Essa mudança de curvatura do extradorso levou a um ganho ao longo de toda a curva  $C_l \times \alpha$ , Fig. 6.5, mesmo o ponto de operação otimizado sendo de  $\alpha = 3^\circ$ , o qual é pequeno em se tratado de aerofólios de alta sustentação. Da mesma forma ocorreu uma melhora na polar de arrasto, Fig. 6.6, que apresentou uma curvatura menor em relação à polar do Selig 1223. Mesmo que para pequenos ângulos de ataque o arrasto tenha aumentado, em contra partida, para ângulos de ataque mais elevados, os quais na verdade formam a faixa preferencial de utilização dos aerofólios de alta sustentação, houve uma redução do arrasto. Já a partir da Fig. 6.7 pode-se notar que se conseguiu uma sensível redução do momento. E finalmente, da Fig. 6.8 pode-se observar que a distribuição de pressões obtida pelo aerofólio 45% & 55% causou os efeitos desejados pela otimização, o aumento da sustentação com uma redução do momento.

## 6.2.2 AEROFÓLIOS LAMINARES

O aerofólio utilizado como base para estes exemplos de otimização foi o NACA 65<sub>1</sub>-412, um aerofólio desenvolvido pela NACA (precursora da NASA), Abbott e Doenhoff (1959), o qual faz parte de uma série de aerofólios nos quais o escoamento laminar é mantido em boa parte de sua extensão, quando em baixos ângulos de ataque, como comentado no Capítulo 2. Na Fig. 6.9, o NACA 65<sub>1</sub>-412 é ilustrado com os respectivos pontos de controle das curvas Bézier que representam sua geometria.

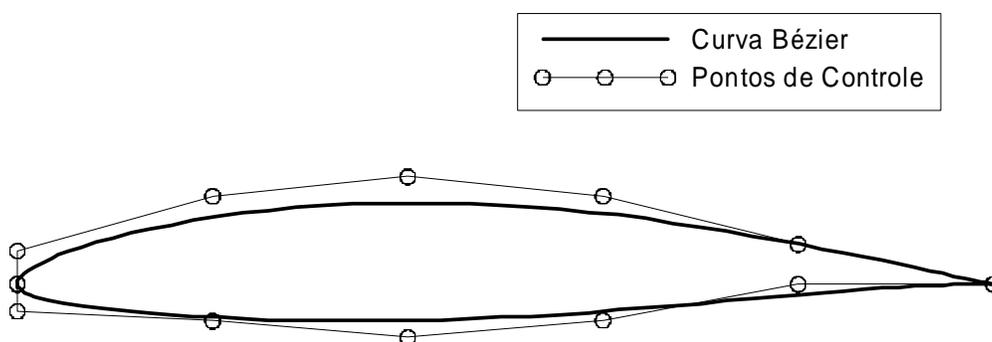


Figura 6.9 – Representação da geometria do aerofólio NACA 65<sub>1</sub>-412 com os respectivos pontos de controle.

Em aerofólios laminares, a característica aerodinâmica que se deseja otimizar é a geração de baixo arrasto, associada a um coeficiente de sustentação moderado. Esse baixo arrasto é conseguido com o retardo da transição da camada limite de laminar para turbulenta. Dessa forma, com maior extensão do aerofólio sujeita a escoamento laminar, consegue-se coeficientes de arrasto muito baixos, mesmo que, em contrapartida, não seja possível alcançar coeficientes de sustentação muito altos. Mas na faixa de operação onde ocorre um arrasto muito baixo, chamada de “*bucket*”, também ocorre um ganho na relação  $C_l/C_d$  do aerofólio, o que significa melhora em sua razão de planeio e conseqüentemente, melhora na eficiência aerodinâmica dentro dessa faixa.

As funções objetivo e as restrições de projeto impostas aos exemplos de otimização mono e multiobjetivos são apresentadas, respectivamente, nas Tabelas 6.3, 6.4 e 6.5.

Tabela 6.3 – Função objetivo e restrições para o caso mono objetivo de aerofólio laminar.

Função Objetivo	Min. $C_d/C_l$
<b>Restrições</b>	$C_l > 0,659$ $C_m > -0,0759$ $(t/c) \leq 13\%$ $30\% \leq (t/c)_{pos} \leq 50\%$ $(h/c) \leq 6\%$ $20\% \leq (h/c)_{pos} \leq 60\%$

Tabela 6.4 – Funções objetivo e restrições para o primeiro exemplo de otimização multiobjetivos para aerofólio laminar.

Funções Objetivo	Min. $C_d/C_l$ & Min. $C_d$
<b>Restrições</b>	$C_l > 0,659$ $C_d < 0,00435$ $(t/c) \leq 15\%$ $20\% \leq (t/c)_{pos} \leq 50\%$ $(h/c) \leq 6\%$ $20\% \leq (h/c)_{pos} \leq 70\%$

Tabela 6.5 – Funções objetivo e restrições para o segundo exemplo de otimização multiobjetivos para aerofólio laminar.

Funções Objetivo	Min. $C_d/C_l$ & Min. $\mu_d$
<b>Restrições</b>	$C_l > 0,659$ $C_d < 0,00435$ $(t/c) \leq 15\%$ $20\% \leq (t/c)_{pos} \leq 50\%$ $(h/c) \leq 6\%$ $20\% \leq (h/c)_{pos} \leq 70\%$

Diferentemente do que foi feito nos exemplos de otimização para aerofólios de alta sustentação, os limites das restrições impostas sobre coeficientes aerodinâmicos para

aerofólios laminares são exatamente os valores dos respectivos coeficientes do aerofólio base, calculados no ponto de operação a ser otimizado. A restrição sobre o coeficiente de momento para o exemplo de otimização mono objetivo (Tabela 6.3) foi imposta de modo a evitar o aparecimento de um arqueamento máximo muito elevado. Ausência de restrição sobre o coeficiente de arrasto possibilita uma maior liberdade de busca dentro do espaço de projeto, mesmo que o controle deste coeficiente neste caso seja importante.

A diferença entre os exemplos de otimização multiobjetivos se dá pela forma como foram formuladas as funções objetivo. No primeiro exemplo (Tabela 6.4), a intenção foi maximizar a razão de planeio e minimizar o coeficiente de arrasto no ponto de operação de  $\alpha = 3^\circ$ . Já no segundo exemplo (Tabela 6.5), optou-se por maximizar a razão de planeio e minimizar a dispersão entre as razões de planeio que formam um faixa de operação, a qual tem como ponto central o ponto de operação  $\alpha = 3^\circ$  e vai de  $\alpha = 2^\circ$  até  $\alpha = 4^\circ$ , com incrementos de  $0,50^\circ$ . A medida de dispersão  $\mu_d$  é dada pelo desvio médio quadrático dos valores de razão de planeio:

$$\mu_d = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{C_d}{C_l} \right)_{\alpha_i} - \left( \frac{C_d}{C_l} \right)_{\alpha_0} \right]^2} \quad (6.1)$$

onde  $\alpha_0 = 3^\circ$ ,  $\alpha_1 = 2^\circ$ ,  $\alpha_2 = 2,5^\circ$ ,  $\alpha_3 = 3,5^\circ$  e  $\alpha_4 = 4^\circ$ . Esse exemplo foi formulado de maneira a testar a aplicabilidade da metodologia em problemas de otimização que envolvam robustez operacional de aerofólios.

As condições de escoamento para as quais o código XFoil modificado foi configurado para executar os três exemplos de otimização em aerofólios laminares foram as seguintes: transição de camada limite livre; número de Reynolds  $Re = 3 \cdot 10^6$ ; número de Mach  $Ma = 0,05$ ; fator de crescimento crítico da camada limite  $\tilde{n} = 12$ .

Na Fig. 6.10 são apresentados, os resultados obtidos na otimização mono objetivo e no primeiro exemplo de otimização multiobjetivo, comparados com o aerofólio base, NACA 65<sub>1</sub>-412. Observa-se que os resultados obtidos pela otimização multiobjetivos apresentam resultados bem superiores aos obtidos pelo aerofólio base NACA 65<sub>1</sub>-412 e

também pela otimização mono objetivo (em virtude das condições mais restritivas adotadas nesse caso). Nota-se, também, que as ponderações de objetivos adotadas levaram a uma frente de Pareto com um número reduzido de pontos, quando comparada à frente do exemplo de aerofólio de alta sustentação. Isso se deve ao comportamento da relação  $C_l/C_d$  à medida que as ponderações dos objetivos foram sendo variadas. Ponderações diferentes acabaram por gerar geometrias com valores muito próximos para os objetivos. Mas, de forma geral, os ganhos na redução de arrasto e aumento da razão de planeio conseguidos, por todos os resultados multiobjetivos, mostram que essa técnica, para este tipo de problema de otimização, pode levar a geometrias de aerofólios com desempenho bem superior, em relação ao aerofólio utilizado como base.

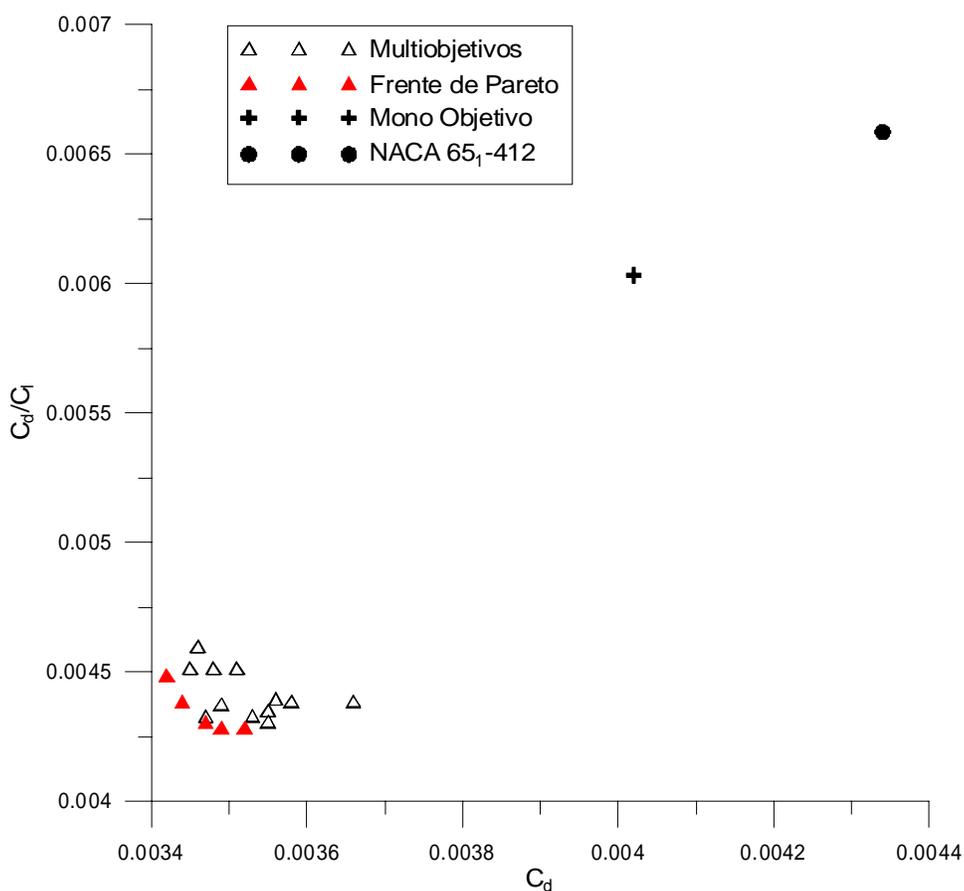


Figura 6.10 – Comparação entre os resultados da otimização mono objetivo e os do primeiro exemplo de otimização multiobjetivos com o aerofólio NACA 65<sub>1</sub>-412.

Na Fig. 6.11, é destacada a frente de Pareto do primeiro exemplo de otimização de aerofólios laminares, apresentando as ponderações de objetivos que deram origem a cada resultado e a geometria dos respectivos aerofólios.

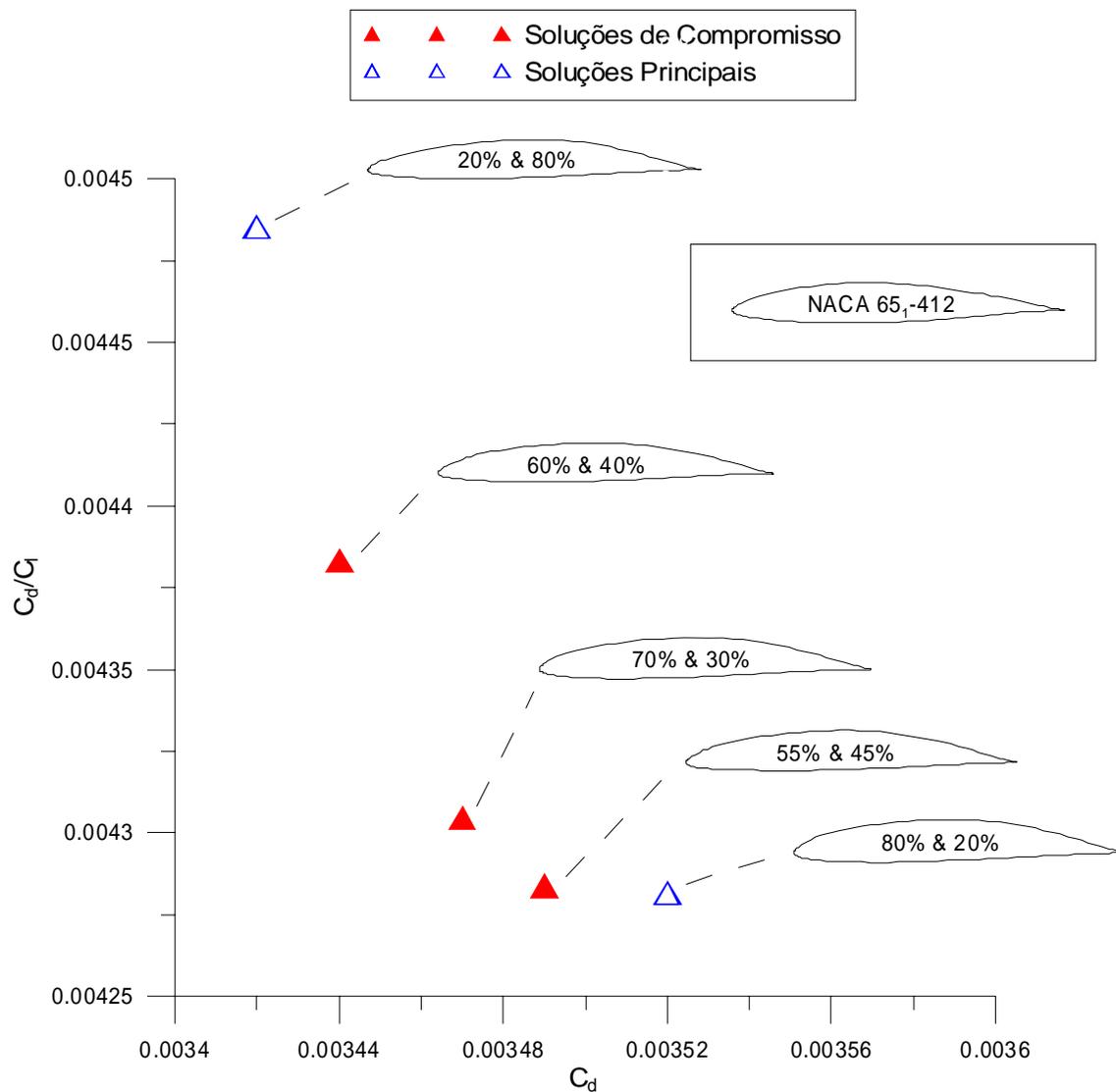


Figura 6.11 – Destaque da frente de Pareto para o primeiro exemplo de aerofólio laminar.

Observa-se que, para se obter a minimização de  $C_d/C_l$ , privilegiando-a em relação a minimização do arrasto, o aerofólio deve possuir espessura e arqueamento máximos moderados, localizados próximos aos 50% da corda, como exemplifica o aerofólio gerado pela ponderação 80% & 20%. Já, em contra partida, se o objetivo é privilegiar a

redução de arrasto, ainda assim obtendo ganhos na razão de planeio, o aerofólio deve possuir, ao menos, a espessura e arqueamento máximos relativamente menores, posicionados acima dos 50% da corda, como ocorre no aerofólio gerado pela ponderação 20% & 80%. As três soluções de compromisso que figuram entre estes limites apresentam: (i) espessura e arqueamento máximos relativamente menores, exatamente a 50% da corda, no caso da ponderação 60% & 40%, (ii) espessura e arqueamento moderados, posicionados ligeiramente acima dos 50% da corda, no aerofólio resultante da ponderação 70% & 30%, e (iii) espessura e arqueamento moderados, com o arqueamento máximo posicionado mais a frente dos 50% da corda do que a espessura máxima, no aerofólio gerado pela ponderação 55% & 45%.

Uma sugestão de solução de compromisso na Fig. 6.11, que atenderia de forma satisfatória aos dois objetivos, gerando uma razão de planeio  $C_l/C_d = 232,3$  e um arrasto de  $C_d = 0,0035$  para o ponto de projeto de  $\alpha = 3^\circ$ , seria o aerofólio dado pela ponderação de objetivos 70% & 30%, o qual apresenta espessura e arqueamento moderados, posicionados próximos aos 50% da corda.

As Fig. 6.12, 6.13, 6.14, 6.15 e 6.16 apresentam as curvas características do aerofólio NACA 65<sub>1</sub>-412 comparadas às do aerofólio 70% & 30% para o primeiro exemplo de otimização de aerofólios laminares.

Na Fig. 6.12 pode-se observar que o arqueamento do aerofólio 70% & 30% foi deslocado para trás e sofreu um pequeno aumento em relação ao do NACA 65<sub>1</sub>-412. Essa mudança possibilitou um ganho de sustentação ao longo toda a curva  $C_l \times \alpha$ , Fig. 6.13, tendo sido este ganho maior para pequenos ângulos de ataque. E também causou o deslocamento da faixa de baixo arrasto, Fig. 6.14, para ângulos de ataque maiores, com uma variação do arrasto mais brusca ao final da mesma. Da Fig. 6.15 nota-se que houve um aumento do momento em relação ao do NACA 65<sub>1</sub>-412, sendo este aumento maior pequenos ângulos de ataque. A distribuição de pressões do aerofólio 70% & 30%, Fig. 6.16, mostra que houve um ganho em relação à do NACA 65<sub>1</sub>-412, o que levou ao ganho de sustentação, com uma distribuição mais uniforme do carregamento ao longo da corda do aerofólio, o que levou ao aumento do momento do mesmo.

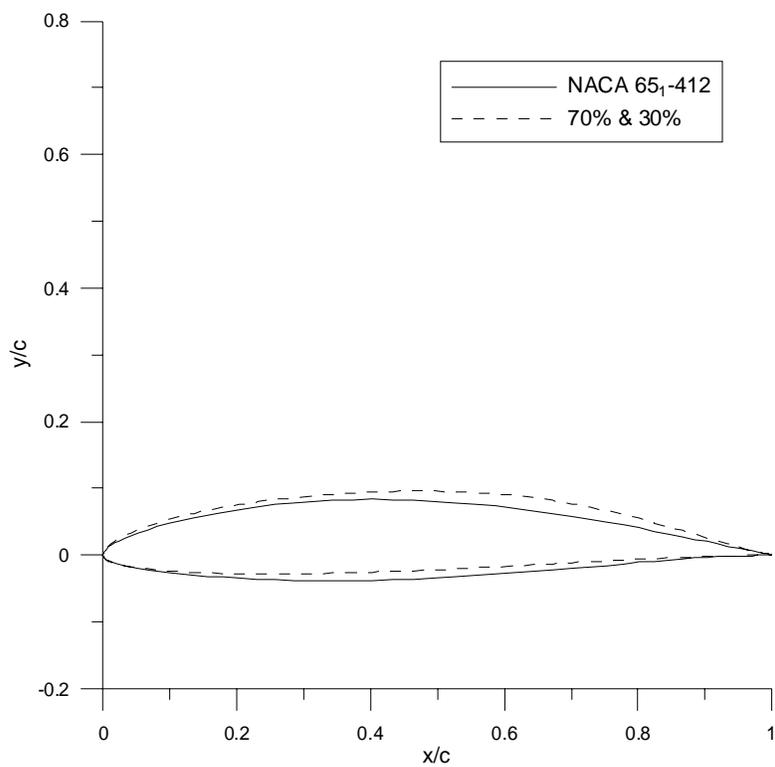


Figura 6.12 – Comparação da geometria dos aerofólios NACA 65<sub>1</sub>-412 e 70% & 30%.

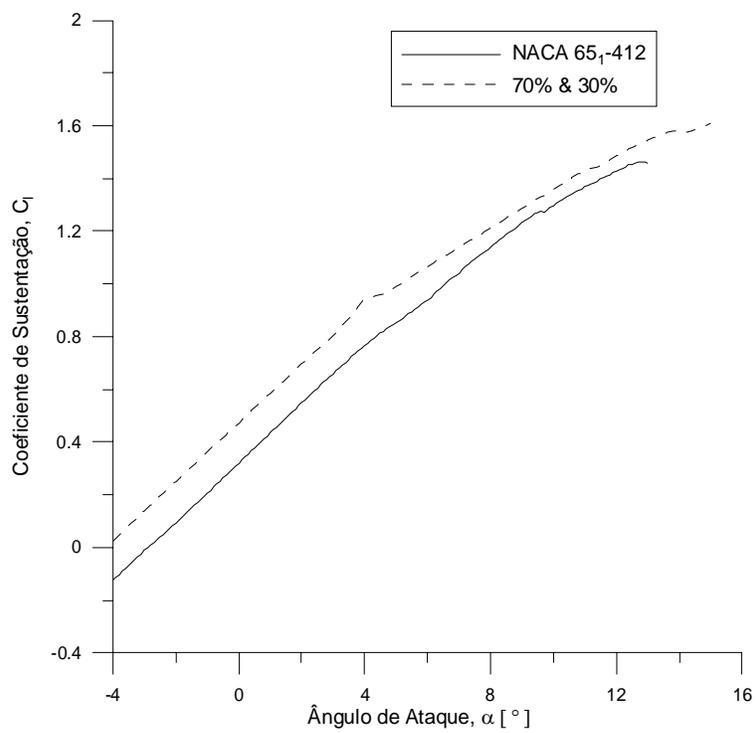


Figura 6.13 – Comparação entre as curvas C<sub>l</sub> x α.

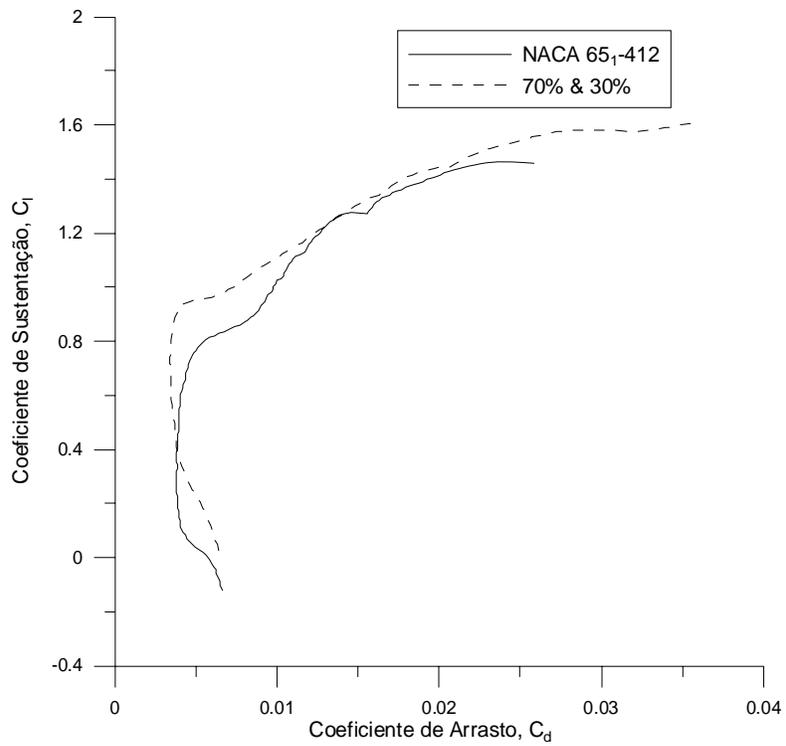


Figura 6.14 – Comparação entre as polares de arrasto.

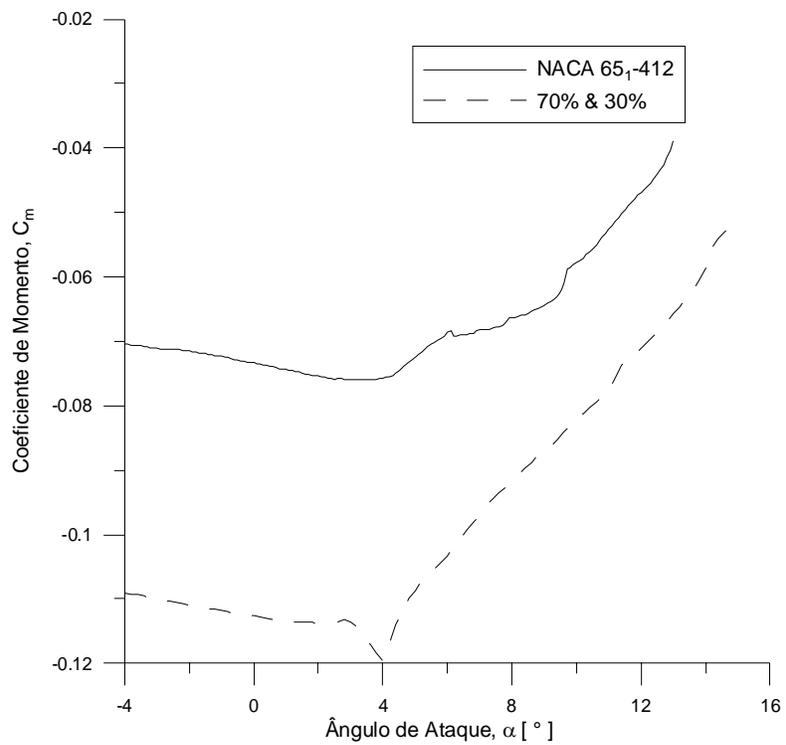


Figura 6.15 – Comparação entre as curvas  $C_m \times \alpha$ .

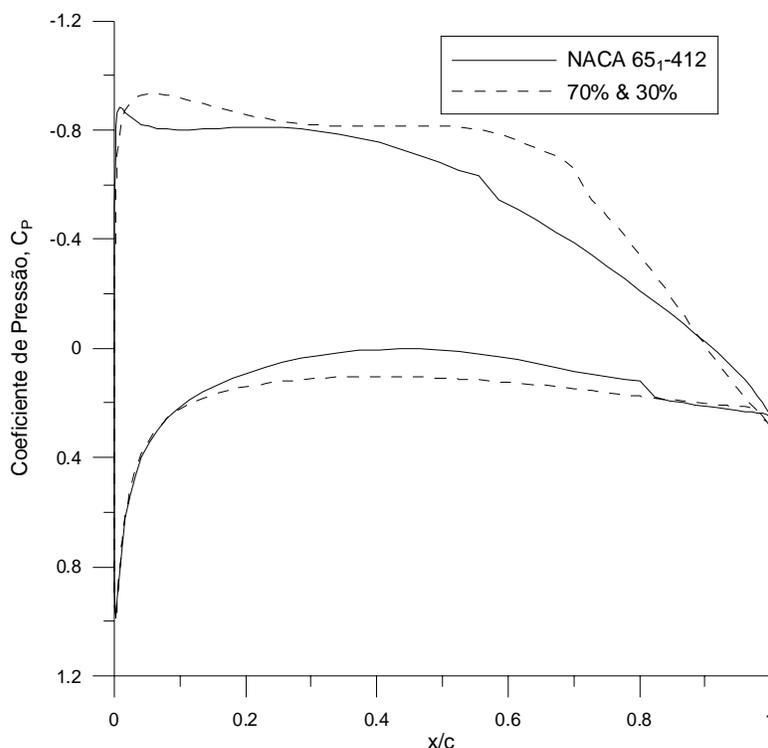


Figura 6.16 – Comparação entre as distribuições de pressão, para  $\alpha = 3^\circ$ .

Na Fig. 6.17, apresentam-se os resultados obtidos no segundo exemplo de otimização multiobjetivo, comparando-os também com o NACA 65<sub>1</sub>-412. Observa-se que houve agora um espalhamento maior dos resultados do que antes, no primeiro exemplo de otimização de aerofólios laminares. Isso indica que os objetivos agora são mais contraditórios entre si do que antes. Observa-se também que, para este segundo exemplo de otimização, metade dos resultados obtidos apresentam valores para razões de planeio superiores a 0.0045, ao passo que a maioria dos resultados obtidos no primeiro exemplo apresentou razões de planeio inferiores a essa marca. Entretanto, a robustez de operação conseguida através da maximização da razão de planeio ao longo de uma faixa de ângulos de ataque, compensaria uma razão de planeio um pouco menor, pela possibilidade de variação do ângulo de ataque, buscando maior sustentação, sem que ocorra um grande aumento no arrasto, dentro da faixa de operação otimizada.

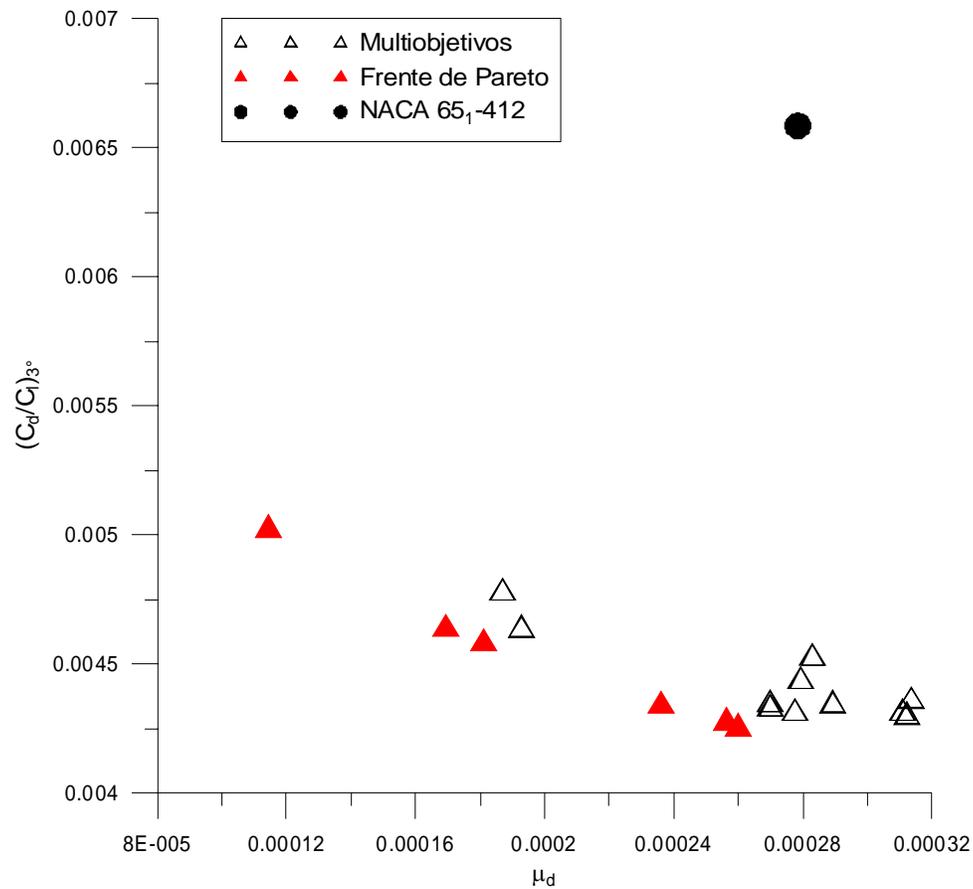


Figura 6.17 – Comparação entre os resultados do segundo exemplo de otimização multiobjetivos com o aerofólio NACA 65<sub>1</sub>-412.

Na Fig. 6.18, é destacada a frente de Pareto para o segundo exemplo de otimização de aerofólios laminares, apresentando as ponderações de objetivos que deram origem a cada resultado e a geometria dos respectivos aerofólios.

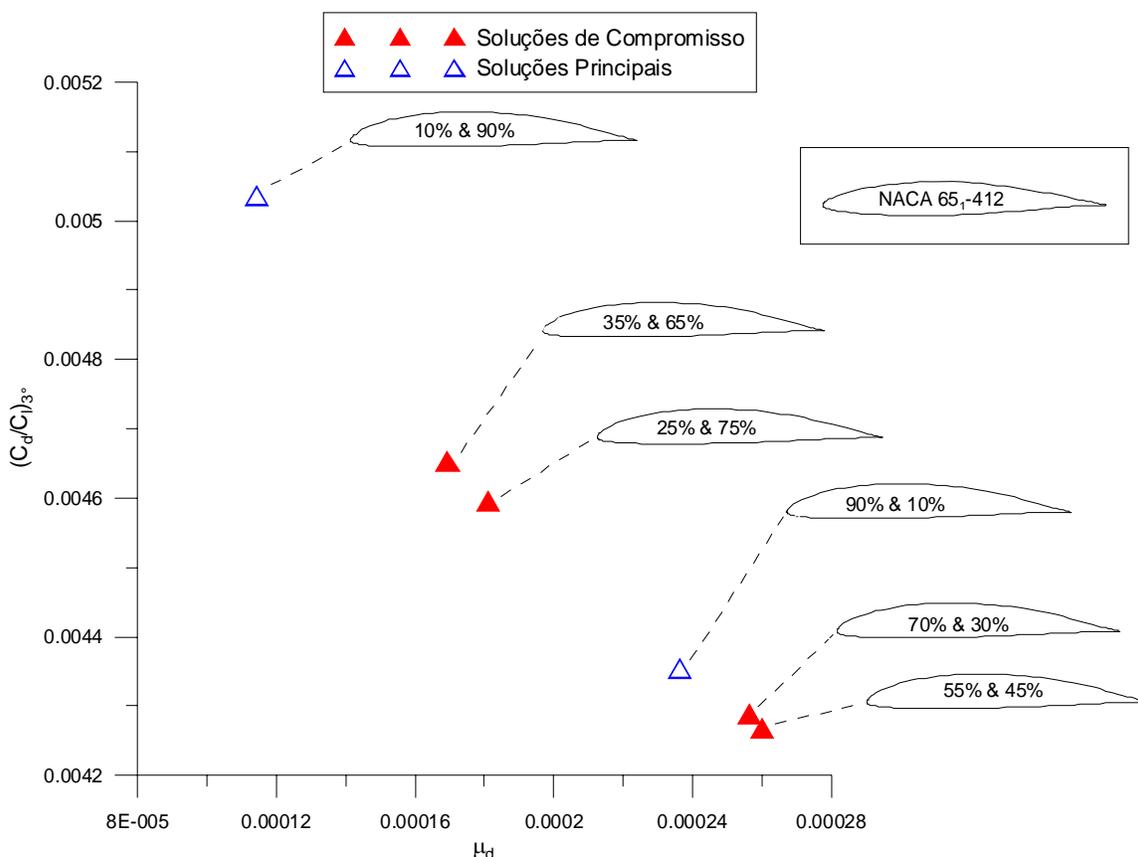


Figura 6.18 – Destaque da frente de Pareto para o segundo exemplo de aerofólio laminar.

As geometrias dos aerofólios resultantes do segundo exemplo de otimização não diferem muito daquelas obtidas no primeiro exemplo. Mas apresentam como característica principal, em sua maioria, o arqueamento máximo posicionado próximo de 50% da corda, assim como a espessura máxima, exceto os aerofólios gerados pelas ponderações 25% & 75%, no qual o arqueamento está posicionado à frente dos 50% da corda e também à frente da espessura máxima, e 55% & 45%, no qual o arqueamento está posicionado além dos 50% da corda, com a espessura máxima muito próxima desta posição da corda.

Como sugestão, poderia ser utilizada a solução de compromisso correspondente à ponderação de pesos 25% & 75%, que apresenta uma razão de planeio  $C_l/C_d = 217,6$ , e um desvio médio quadrático  $\mu_d = 0,000181$ , indicando uma faixa de dispersão na razão de planeio entre 209,4 e 226,6.

As Fig. 6.19, 6.20, 6.21, 6.22 e 6.23 apresentam as curvas características do aerofólio NACA 65<sub>1</sub>-412 comparadas às do aerofólio 25% & 75% para o segundo exemplo de otimização de aerofólios laminares.

Da Fig. 6.19 pode-se observar que o aerofólio 25% & 75% apresenta espessura e arqueamento maiores, localizados quase sobre as mesmas posições ao longo da corda, quando comparados aos do NACA 65<sub>1</sub>-412. Essas variações na geometria levaram a um ganho de sustentação ao longo de toda curva  $C_l \times \alpha$ , Fig. 6.20. Da mesma forma que levaram a um deslocamento, para ângulos de ataque maiores, e um pequeno aumento da faixa de baixo arrasto, Fig. 6.21. Em contra partida, com o aumento do arqueamento também ocorreu o aumento do momento, que apresenta maior disparidade em relação à curva  $C_m \times \alpha$  do aerofólio NACA 65<sub>1</sub>-412 para pequenos ângulos de ataque. Da Fig. 6.23 nota-se que o carregamento ao longo da corda tornou-se mais uniforme em relação ao desenvolvido pelo NACA 65<sub>1</sub>-412, levando com isso ao aumento da sustentação e do momento, a exemplo do ocorrido no exemplo de otimização anterior.

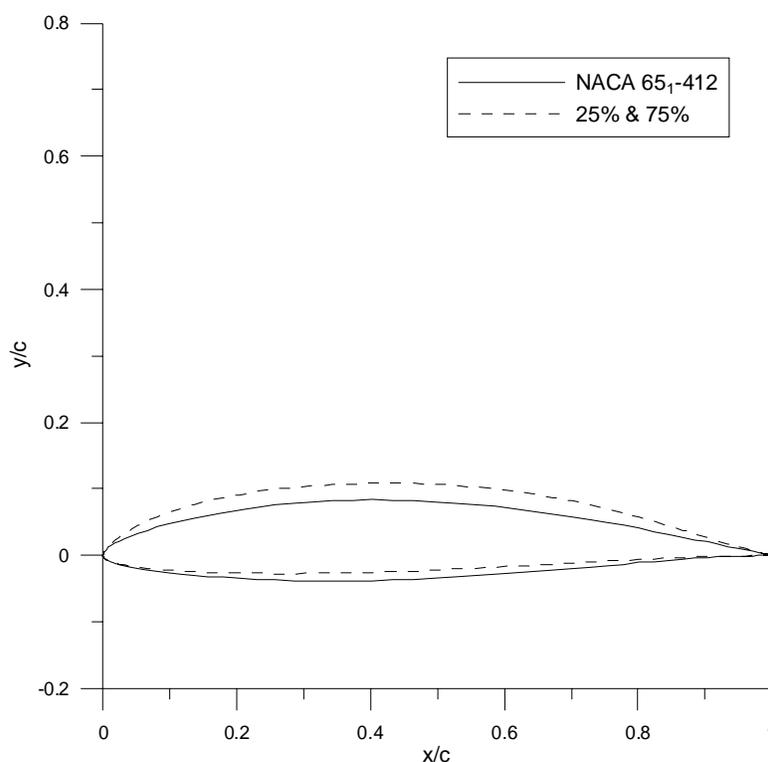


Figura 6.19 – Comparação da geometria dos aerofólios NACA 65<sub>1</sub>-412 e 25% & 75%.

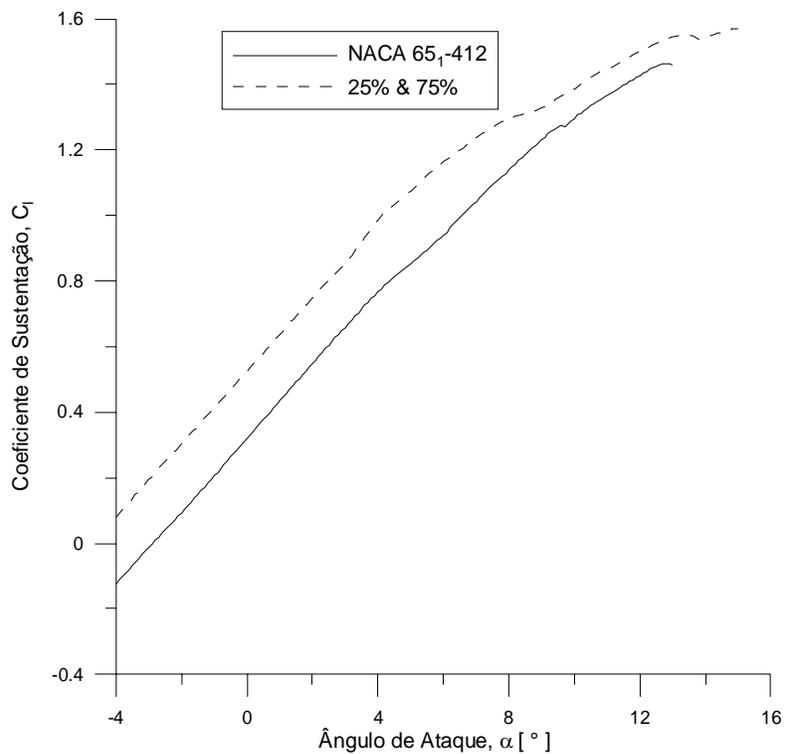


Figura 6.20 – Comparação entre as curvas  $C_l$  x  $\alpha$ .

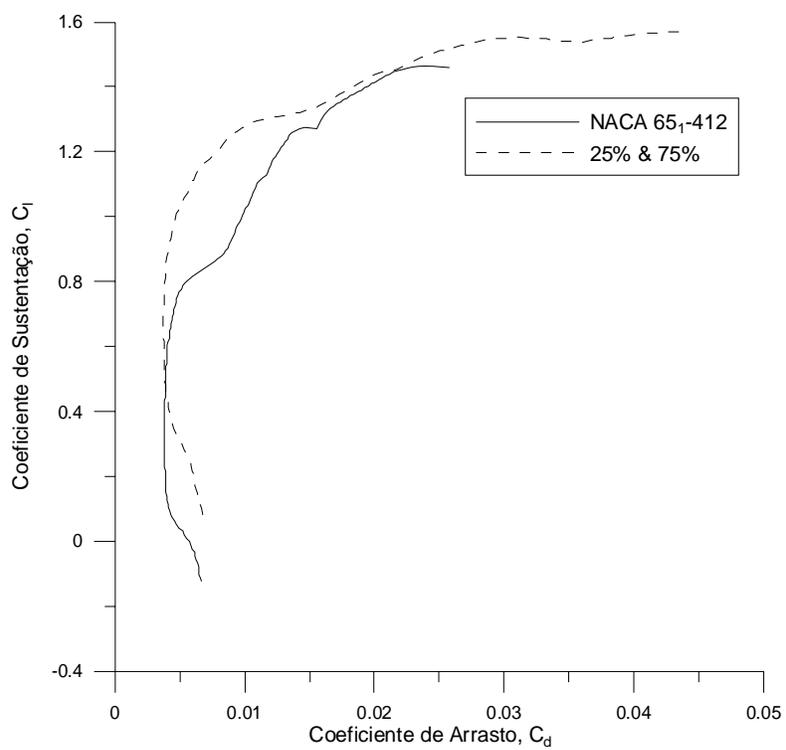


Figura 6.21 – Comparação entre as polares de arrasto.

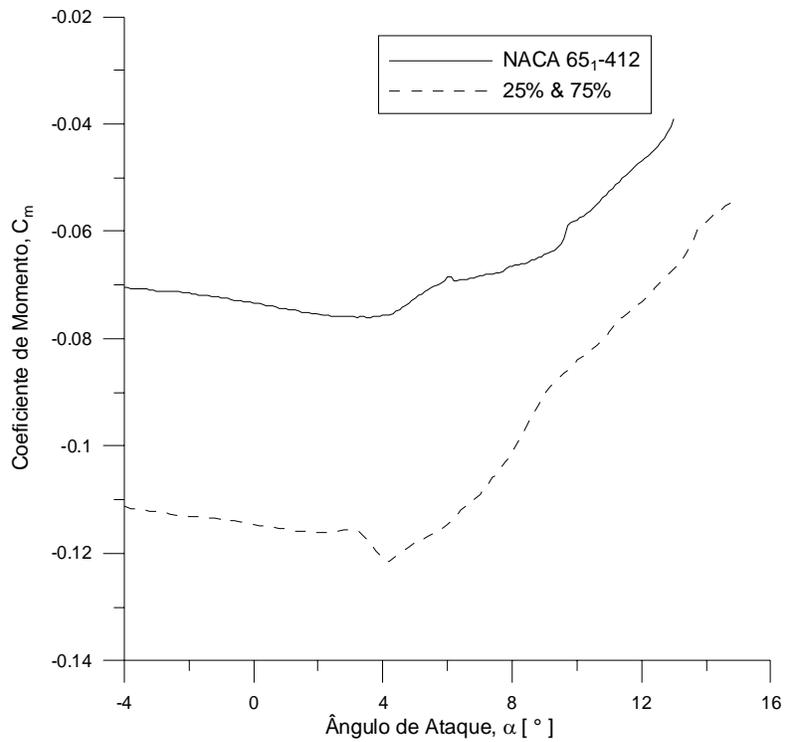


Figura 6.22 – Comparação entre as curvas  $C_m$  x  $\alpha$ .

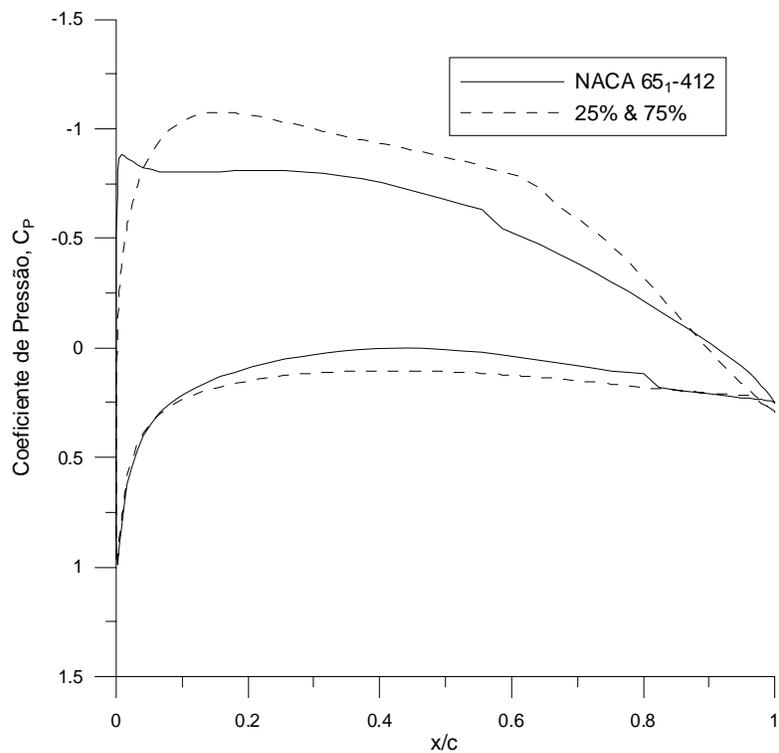


Figura 6.23 – Comparação entre as distribuições de pressão, para  $\alpha = 3^\circ$ .

Da Fig. 6.24 pode-se notar a diferença entre as polares dos aerofólios que correspondem aos extremos da curva de Pareto para o segundo exemplo de otimização de aerofólios laminares. O aerofólio 10% & 90%, que corresponde a menor dispersão  $\mu_d$ , apresenta uma polar de arrasto com uma variação mais suave  $C_d$  com a mudança de  $C_l$  em uma faixa de operação maior. Enquanto que, para o aerofólio 55% & 45%, que corresponde a maior dispersão  $\mu_d$ , ocorre uma variação brusca de  $C_d$  com a mudança de  $C_l$ , fazendo com que a variação da razão de planeio,  $C_l/C_d$ , também ocorra de forma brusca levando assim a uma maior dispersão. A solução ideal neste caso seria aquela que apresentasse uma faixa de baixo arrasto razoavelmente grande, com pequena dispersão, tal como ocorre na polar de arrasto do aerofólio 25% & 75%, o qual foi escolhido para este exemplo de otimização como solução de compromisso adotada.

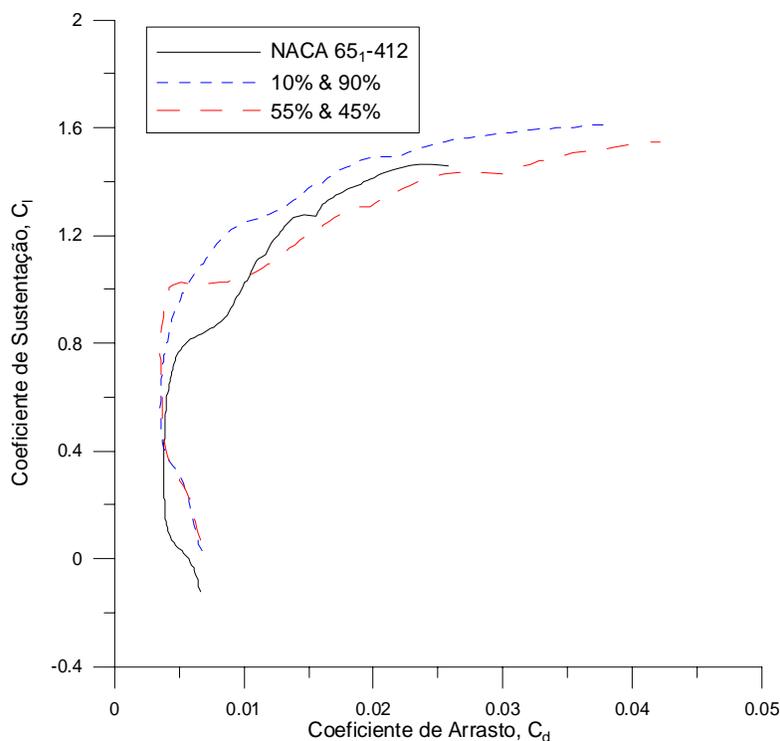


Figura 6.24 – Comparação entre as polares de arrasto do aerofólio NACA 651-412 às dos aerofólios 10% & 90% e 55% & 45%.

### 6.2.3 AEROFÓLIOS DE GRANDE AUTONOMIA

O aerofólio utilizado como base nestes exemplos de otimização foi o NASA LS(1)-0417, desenvolvido a partir das pesquisas de Witchcomb, segundo Anderson (1999), que levaram a aerofólios menos sensíveis a instabilidades no escoamento incidente do que os aerofólios laminares obtidos pela NACA. Na Fig. 6.25 o NASA LS(1)-0417 é ilustrado com os respectivos pontos de controle das curvas Bézier que representam sua geometria.

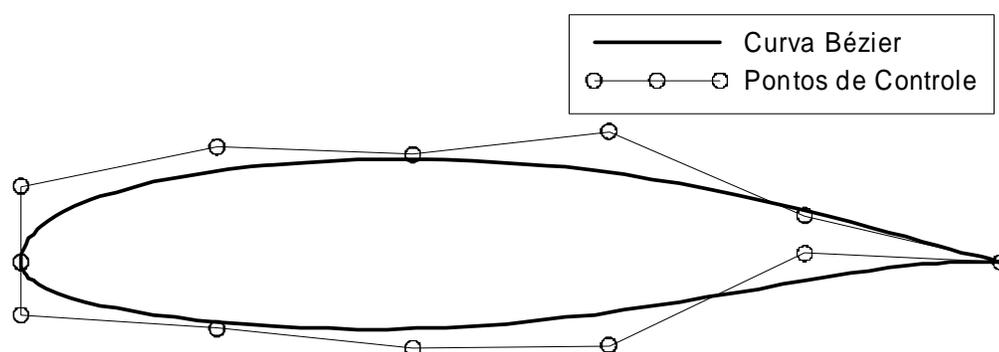


Figura 6.25 – Representação da geometria do aerofólio NASA LS(1)-0417 com os respectivos pontos de controle.

Em aerofólios de grande autonomia, buscam-se características aerodinâmicas semelhantes às dos aerofólios laminares, mas visando agora melhoria na relação  $C_l^{3/2}/C_d$ , o fator de autonomia do aerofólio, que está associado a um aumento de autonomia com redução da potência de acionamento.

As funções objetivo e as restrições de projeto impostas aos exemplos de otimização mono e multiobjetivos são apresentadas, respectivamente, nas Tabelas 6.6 e 6.7.

As restrições sobre os coeficientes aerodinâmicos foram impostas da mesma forma como nos exemplos de otimização para aerofólios laminares, utilizando os próprios valores dos respectivos coeficientes do aerofólio base, calculados no ponto de operação, como limites para as restrições.

Tabela 6.6 – Função objetivo e restrições para o exemplo de otimização mono objetivo para aerofólio de grande autonomia.

<b>Função Objetivo</b>	Min. $C_d/C_l^{3/2}$
<b>Restrições</b>	$C_l > 0,71$ $C_d < 0,0055$ $(t/c) \leq 20\%$ $20\% \leq (t/c)_{pos} \leq 50\%$ $(h/c) \leq 2,5 \%$ $40\% \leq (h/c)_{pos} \leq 70\%$

Tabela 6.7 – Funções objetivo e restrições para o exemplo de otimização multiobjetivos para aerofólio grande autonomia.

<b>Funções Objetivo</b>	Min. $C_d/C_l^{3/2}$ & Min. $C_d$
<b>Restrições</b>	$C_l > 0,71$ $C_d < 0,0055$ $(t/c) \leq 20\%$ $20\% \leq (t/c)_{pos} \leq 50\%$ $(h/c) \leq 2,5\%$ $40\% \leq (h/c)_{pos} \leq 70\%$

As condições de escoamento para as quais o código XFOIL modificado foi configurado para executar os exemplos de otimização em aerofólios de grande autonomia foram as seguintes: transição de camada limite livre; número de Reynolds  $Re = 3 \cdot 10^6$ ; número de Mach  $Ma = 0,05$ ; fator de crescimento crítico da camada limite  $N_{crit.} = 12$ . Nota-se que as configurações de escoamento são as mesmas utilizadas nos exemplos de aerofólios laminares.

Na Fig. 6.26, são apresentados os resultados obtidos através das otimizações mono e multiobjetivos, comparados com o aerofólio base, o NASA LS(1)-0417.

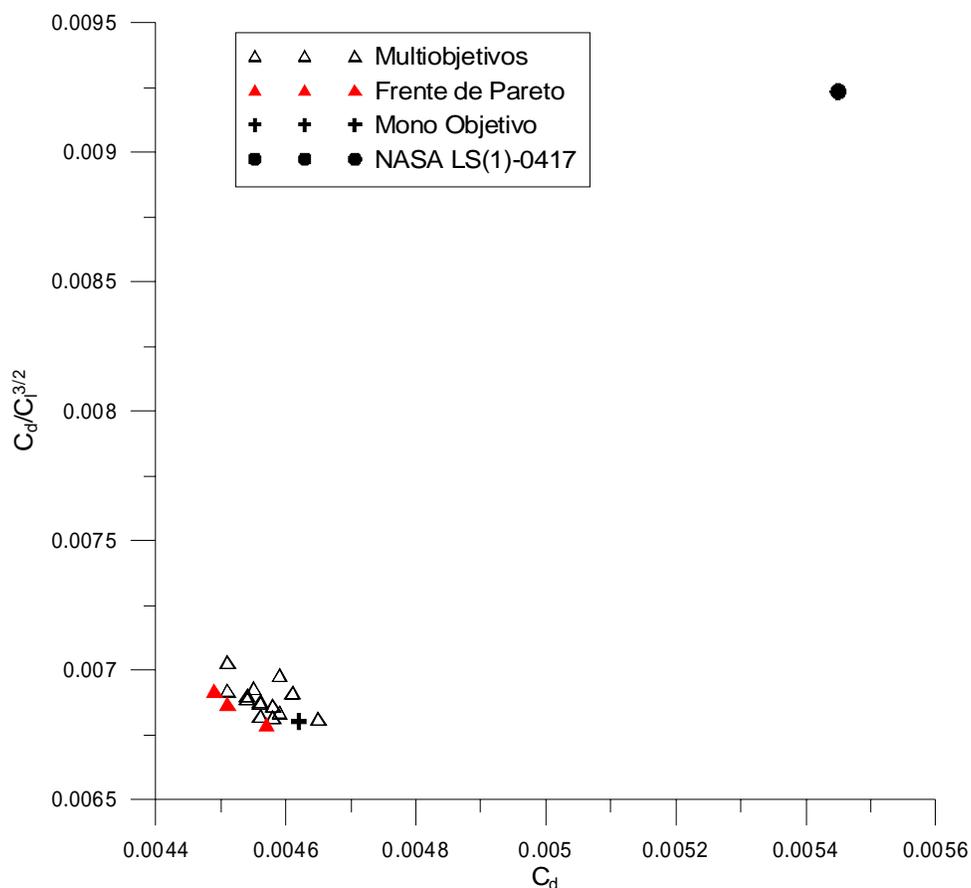


Figura 6.26 – Comparação entre os resultados das otimizações mono e multiobjetivos, com o aerofólio NASA LS(1)-0417.

Como nos exemplos de otimização para aerofólios laminares, a variação dos pesos dos objetivos levou a uma frente de Pareto formada por poucos resultados, e uma aglomeração dos mesmos. Percebe-se, no entanto, uma diferença em relação aos resultados obtidos nos exemplos anteriores: resulta agora grande proximidade do resultado obtido pela otimização mono objetivo dos resultados de otimização multiobjetivo. Isso ocorre pois as restrições foram agora igualadas em ambas as situações, mono e multiobjetivos. A solução mono objetivo foi ligeiramente dominada pela solução com ponderação 45% e 55%. Esse resultado anômalo talvez não fosse obtido se executássemos um número maior de rodadas do caso mono objetivo.

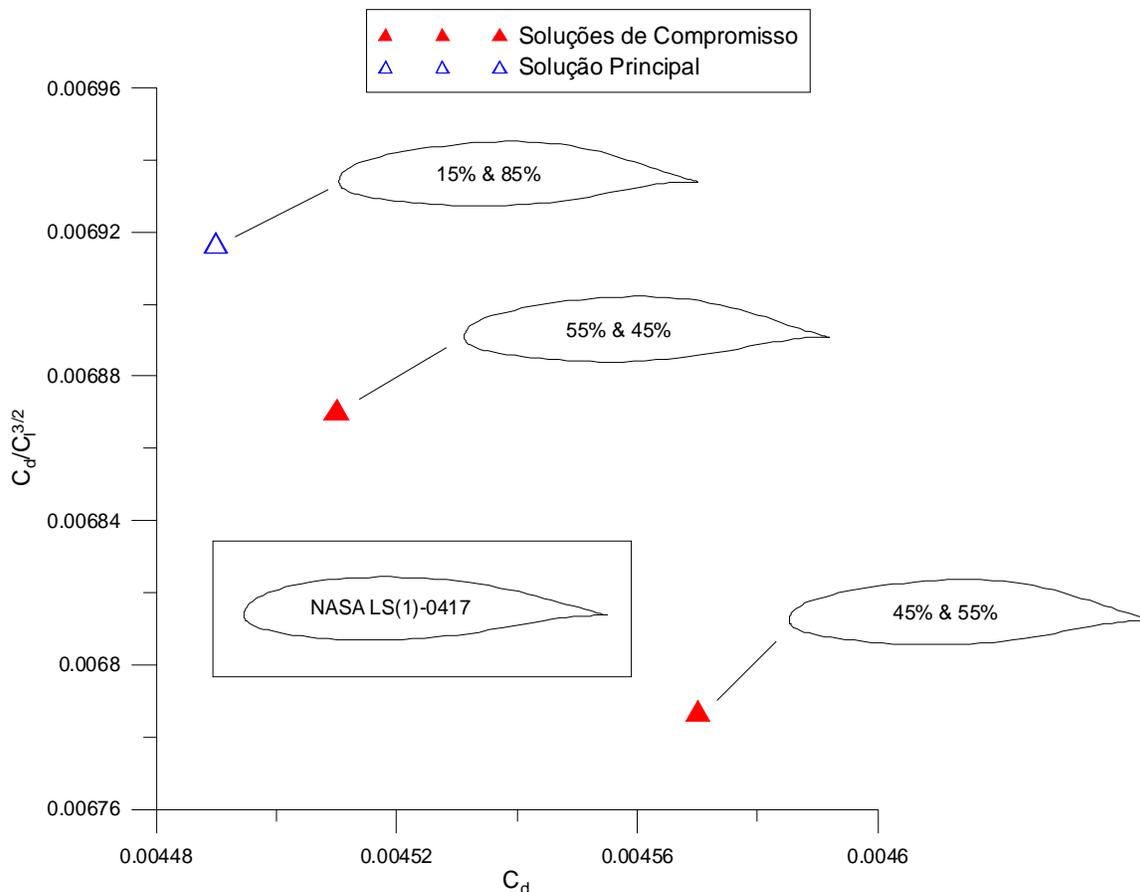


Figura 6.27 – Destaque da frente de Pareto para o exemplo de aerofólio de grande autonomia.

Na Fig. 6.27, é apresentada em destaque a frente de Pareto, com as ponderações de peso que deram origem a cada resultado e a geometria dos respectivos aerofólios. Como no primeiro exemplo de otimização de aerofólios laminares, observa-se que o deslocamento da espessura e do arqueamento máximos para uma posição acima dos 50% da corda favorece a redução de arrasto, depreciando em contrapartida o outro objetivo, nesse caso o fator de autonomia. Em vista das aplicações para as quais se destinam estes aerofólios, uma solução de compromisso que atenderia aos dois objetivos seria o aerofólio dado pela ponderação de 45% & 55%, o qual apresenta para o ponto de projeto o maior fator de autonomia dentre as soluções da frente de Pareto, com valor de  $C_l^{3/2}/C_d = 147,3$  e um arrasto de  $C_d = 0,0046$ .

As Fig. 6.28, 6.29, 6.30, 6.31 e 6.32 apresentam as curvas características do aerofólio NASA LS(1)-0417 comparadas às do aerofólio 45% & 55%.

Da Fig. 6.28 pode-se observar que a geometria do aerofólio 45% & 55% difere do NASA LS(1)-0417 com relação ao deslocamento do arqueamento máximo para trás. Essa pequena variação de geometria causou o reverso de sustentação na curva  $C_l \times \alpha$ , Fig. 6.29, fenômeno esse que ocorre em aerofólios com grande espessura e bordo de fuga afilado com ângulo de saída acentuado. Neste caso, a aplicação ideal deste aerofólio seria para ângulos abaixo de  $\alpha = 4^\circ$ , o que condiz com a otimização realizada. O aerofólio 45% & 55% apresentou também uma redução do arrasto, Fig. 6.30, mas em contra partida ocorre uma variação mais brusca do arrasto ao final da faixa de baixo arrasto. Um aumento significativo do momento para ângulos de ataque menores que  $\alpha = 8^\circ$  também é verificado na Fig. 6.31, o que se deve à distribuição de pressões mais uniforme ao longo da corda, Fig. 6.32. Observa-se também a partir da distribuição de pressão uma tendência de inflexão, a qual levaria ao reverso de sustentação para ângulos de ataque mais altos.

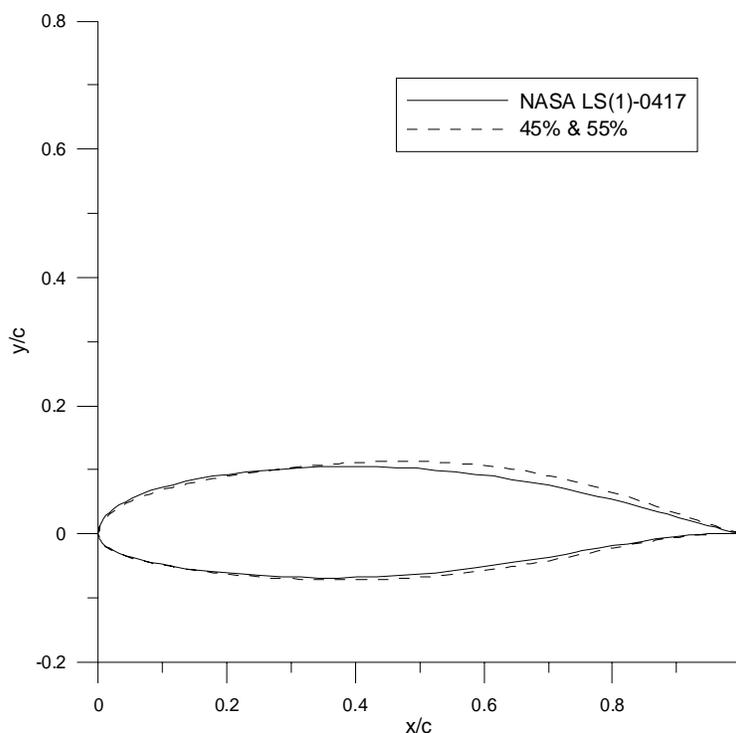


Figura 6.28 – Comparação da geometria dos aerofólios NASA LS(1)-0417 e 45% & 55%.

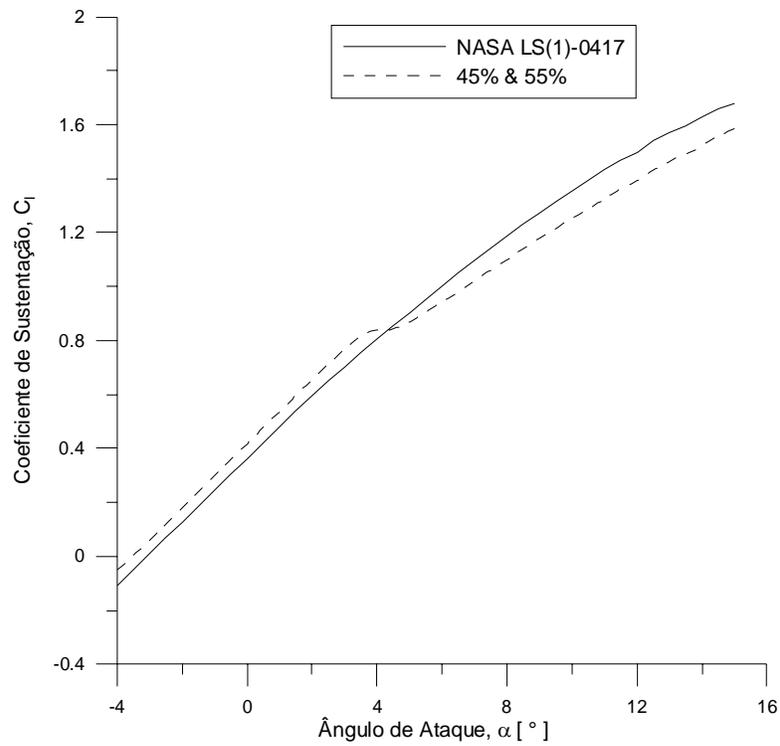


Figura 6.29 – Comparação entre as curvas  $C_l$  x  $\alpha$ .

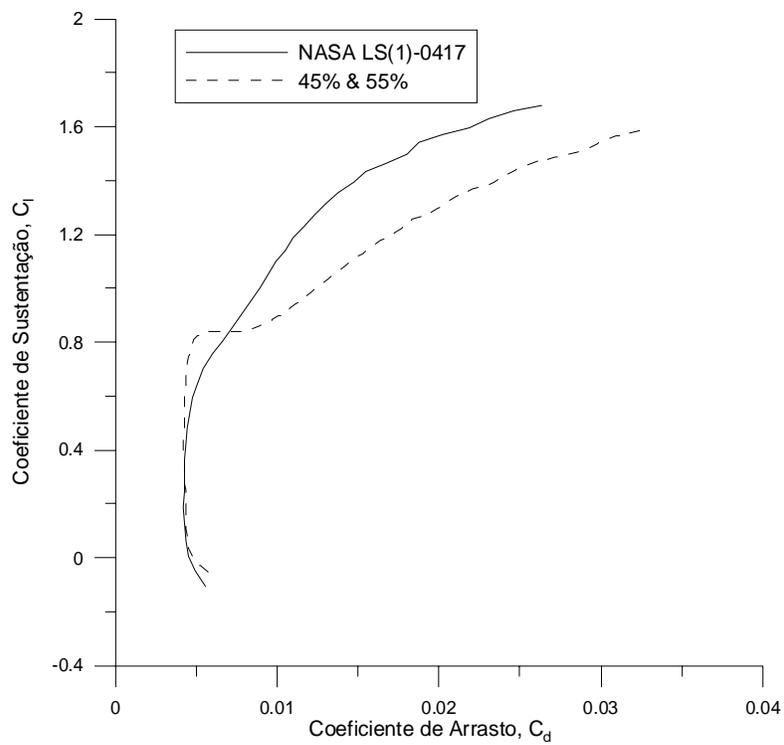


Figura 6.30 – Comparação entre as polares de arrasto.

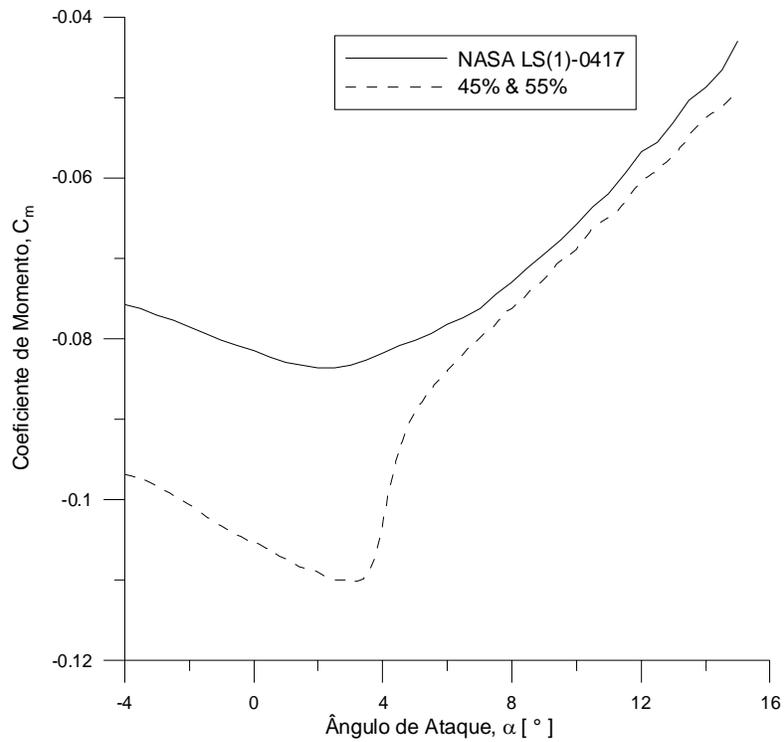


Figura 6.31 – Comparação entre as curvas  $C_m \times \alpha$ .

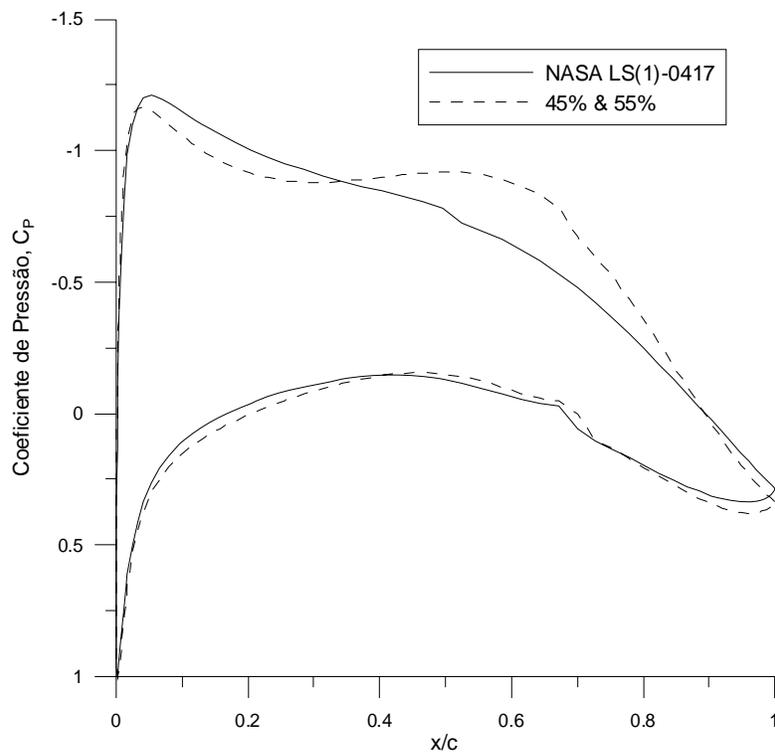


Figura 6.32 – Comparação entre as distribuições de pressão, para  $\alpha = 3^\circ$ .

## Capítulo 7

# CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 7.1 CONCLUSÕES

Com base na análise dos resultados obtidos a partir dos exemplos de otimização, mono e multiobjetivos considerados, conclui-se que a metodologia direta de otimização implementada demonstrou ser uma ferramenta de projeto muito satisfatória, tanto do ponto de vista da qualidade dos resultados gerados, como também do custo computacional razoável para execução dos procedimentos de otimização. Entretanto, o desempenho da metodologia como um todo depende da capacidade das partes que a compõem, que serão comentadas a seguir.

A parametrização por curvas Bézier implementada mostrou-se extremamente flexível, visto que não foram necessárias modificações nas posições das abscissas dos pontos de controle para se representar, de forma muito precisa, a geometria dos aerofólios utilizados como geometria base. Sobre a parametrização, ainda, a distribuição co-senoidal do parâmetro  $t$  propiciou uma melhoria substancial nos resultados obtidos pelo “solver”

aerodinâmico, com relação à distribuição uniforme. Contudo, não foi efetuada uma análise quanto à estimativa de erros na discretização dos aerofólios utilizando a distribuição implementada.

Sobre o “solver” aerodinâmico, o código Xfoil mostrou-se bastante eficaz, tanto pelo aspecto de rapidez no cálculo das cargas aerodinâmicas, quanto pela fidelidade dos resultados em relação à dados experimentais. Tais características são particularmente desejáveis e vantajosas no contexto de uma metodologia de otimização, como a desenvolvida no presente trabalho. Sob esse aspecto, cabe ressaltar ainda o benefício trazido pela introdução de um controle de viabilidade geométrica dos aerofólios, evitando que geometrias inviáveis fossem avaliadas pelo “solver”, com desperdício de trabalho computacional, além de eventuais problemas no procedimento de otimização. Finalmente, cabe ressaltar que o trabalho de modificação do Xfoil, visando sua execução em modo não-interativo, foi imprescindível para acoplá-lo às rotinas de parametrização geométrica e de otimização.

Com relação ao algoritmo de otimização CRS-VBR, este vem se mostrando, com base em trabalhos anteriores e pelas análises realizadas nesta dissertação, uma alternativa interessante para aplicações em problemas de otimização aerodinâmica. A adoção da técnica de ponderação de objetivos para tratamento de multiobjetivos também se mostrou eficaz. Mesmo em se tratando de uma técnica bastante simples e direta, seu emprego em conjunto com o algoritmo CRS-VBR proporcionou soluções adequadas de projeto de aerofólios, aprimorando substancialmente as características de aerofólios tomados como base para a mesma finalidade. Todavia, é necessário ainda desenvolver versões do algoritmo CRS voltadas exclusivamente para a solução de problemas multiobjetivos.

Os resultados apresentados nessa dissertação reforçam a idéia, atualmente já bastante difundida, de que é conveniente tratar o projeto de uma superfície aerodinâmica como um problema com múltiplos objetivos, que devem ser atendidos de forma igualmente satisfatória, mesmo que estes objetivos tenham, ao final, importâncias relativas diferentes entre si.

## 7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para linhas de pesquisa baseadas no trabalho desenvolvido na presente dissertação tem-se:

- Modificar o código XFoil de maneira a permitir a análise de escoamento em aerofólios multi-elementos, e incorporar efeitos de grade para tratamento do escoamento em rotores de turbomáquinas axiais.
- Explorar as funcionalidades do código XFoil em projeto inverso e misto na aplicação em problemas de otimização, assim como a utilização de outros códigos mais sofisticados para cálculo de escoamento.
- Implementar um esquema de discretização adaptativa dentro da parametrização por curvas Bézier, baseado na manipulação da distribuição do parâmetro  $t$  ao longo da curva.
- Implementar, comparativamente, outros esquemas de parametrização de curvas, tanto do tipo Bézier como de outros tipos (B-splines, NURBS). Trabalhar também na parametrização de geometrias mais complexas, 3-D, tais como asas, superfícies de controle e pás para hélices e rotores de turbomáquinas.
- Implementar técnicas mais apuradas para tratamento de múltiplos objetivos nos algoritmos de busca aleatória controlada (CRS), de modo a incorporar naturalmente o conceito de optimalidade de Pareto.
- Comparar o desempenho de metodologias de otimização multiobjetivos baseadas em outros algoritmos com aquelas baseadas em algoritmos CRS, aplicadas em problemas teste e, posteriormente, em problemas de otimização aerodinâmica.
- Aplicar metodologias de otimização multiobjetivos em problemas de projeto de aerofólios multi-elementos.

- Tratar problemas de otimização multidisciplinar que envolvam, além de aspectos aerodinâmicos, também aspectos estruturais, tais como a avaliação do comportamento aeroelástico de asas, superfícies de controle para aeronaves e pás para rotores de turbomáquinas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**ABBOTT, I. H., DOENHOFF, A. E. (1959)**, *Theory of Wing Sections*, Dover Publications, New York, 693 p.

**ALBUQUERQUE, R. B. F., MANZANARES FILHO, N., OLIVEIRA, W. (2006)**, “Study of Controlled Random Search Algorithms with Application to Conceptual Design Optimization of Axial-Flow Hydraulic Turbines”, Proceedings of XXVII CILAMCE, Belém, Setembro de 2006. CLI09-508.

**ALBUQUERQUE, R. B. F., MANZANARES FILHO, N., SOUSA, B. S. (2007a)**, “A Comparative Study of Controlled Random Search Algorithms with Application to Inverse Airfoil Design”, Proceedings of CMNE/CILAMCE, Porto, Junho de 2007.

**ALBUQUERQUE, R. B. F., MANZANARES FILHO, N., OLIVEIRA, W. (2007b)**, “Conceptual Optimization of Axial-Flow Hydraulic Turbines with Non-Free Vortex Design”, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 221, part A: Journal of Power and Energy, 713-725.

**ALI, M. M., TÖRN, A., VIITANEM, S. (1997)**, “A Numerical Comparison of Some Modified Controlled Random Search Algorithms”, *Journal of Global Optimization*, vol. 11, pp. 377-385.

- ALI, M. M., TÖRN, A. (2004)**, “Population Set-Based Optimization Algorithms: Some Modifications and Numerical Studies”, *Computers and Operations Research*, vol. 31, pp. 1703-1725.
- ANDERSON Jr., J. D. (1984)**, *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill, New York, 563 p.
- ANDERSON Jr., J. D. (1999)**, *Aircraft Performance and Design*, WCB/McGraw-Hill, New York, 581 p.
- ANDRADE, D. (1999)**, *Notas de Aula: Fundamentos da Engenharia Aeronáutica*, ITA, São Jose dos Campos, 257 p.
- BERTAGNOLIO, F., SORENSEN, N., JOHANSEN, J., FUGLSANG, P. (2001)**, “Wind Turbine Airfoil Catalogue”, *Riso National Laboratory*, Roskilde, Dinamarca, Agosto de 2001.
- COELLO COELLO, C. A. (2007)**, *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*, 2 ed., Springer, New York, 800 p.
- DÉSIDÉRI, J., JANKA, A. (2004)**, “Multilevel Shape Parameterization for Aerodynamic Optimization – Application to Drag and Noise Reduction of Transonic/Supersonic Business Jet”, *Proceedings of European Congress on Computational Methods on Applied Sciences and Engineering*, Jyväskylä, Julho de 2004.
- DÉSIDÉRI, J., ABOU EL MAJD, B., JANKA, A. (2004)**, “Nested and Self-Adaptive Bezier Parameterizations for Shape Optimization”, *Proceedings of International Conference on Control, Partial Differential Equations and Scientific Computing*, Beijing, Setembro de 2004.

- DRELA, M. (1988)**, “Low-Reynolds-Number Airfoil Design for the M.I.T. Daedalus Prototype: A Case Study”, *Journal of Aircraft*, vol. 25, no. 8, pp. 724-732.
- DRELA, M. (1989)**, “XFoil: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils”, *Lecture Notes in Engineering*, vol. 54, pp. 1-12.
- DRELA, M., GILES, M. B. (1987)**, “Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils”, *AIAA Journal*, vol. 25, no. 10, pp. 1347-1355.
- DRELA, M., YOUNGREN, H. (2001)**, *XFoil 6.9 User Primer*, MIT Aero & Astro, 31 p.
- EHRGOTT, M., GANDIBLEUX, X. (2002)**, *Multi Criteria Optimization: State of Art Annotated Bibliographic Surveys*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 496 p.
- FARIN, G. (1997)**, *Curves and Surfaces for Computer-Aided Geometric Design – A Practical Guide*, 4 ed., Academic Press, San Diego, California, 429 p.
- FOX, R. W., McDONALD, A. T. (2001)**, *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, 4 ed., LCT, Rio de Janeiro, 504 p.
- HASENJÄGER, M., SONODA, T., SENDHOFF, B., ARIMA, T. (2005)**, “Single and Multi-Objective Approaches to 3D Evolutionary Aerodynamic Design Optimization”, Proceedings of 6<sup>th</sup> World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Rio de Janeiro, Junho de 2005.
- HICKS, R. M., HENNE, P. A. (1978)**, “Wing Design by Numerical Optimization”, *Journal of Aircraft*, vol. 15, no. 7, pp. 407-412.
- HOUGHTON, E. L., CARPENTER, P. W. (2003)**, *Aerodynamics for Engineering Students*, 5 ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, 590 p.

**HUA, J., KONG, F. M., LIU, P. J., ZINGG, D. W. (2003)**, “Optimization of Long Endurance Airfoils”, Proceedings of 21<sup>st</sup> AIAA Applied Aerodynamics Conference, Orlando, Florida, Junho de 2003. AIAA-2003-3500.

**JANISZEWSKA, J. M., GREGOREK, G., LEE, J. (2003)**, “Aerodynamic Characteristics of the LS(1)-0417MOD Airfoil Model”, Proceedings of 41<sup>st</sup> AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, Janeiro de 2003. AIAA-2003-349.

**KROO, I. (2006)**, *Aircraft Design: Synthesis and Analysis*, Desktop Aeronautics Inc., versão 1.2

**KUMANO, T., JEONG, S., OBAYASHI, S., ITO, Y., HATANAKA, K., MORINO, H. (2006)**, “Multidisciplinary Design Optimization of Wing Shape for a Small Jet Aircraft Using Kriging Model”, Proceedings of 44<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, Janeiro de 2006. AIAA 2005-932.

**LEVIN, O., SHYY, W. (2001)**, “Optimization of a Low Reynolds Number Airfoil with Flexible Membrane”, *CMES, Computer Modelling In Engineering & Sciences*, vol. 2, no. 4, pp. 523-536.

**MALI, V. S. (2005)**, *Shape Optimization Based Wing Design*, Dissertação de Mestrado em Engenharia, Department of Aerospace Engineering, Indian Institute of Technology, 56 p.

**MANZANARES FHILO, N., MOINO, C. A. A., JORGE, A. B. (2005)**, “An Improved Controlled Random Search Algorithm for Inverse Airfoil Cascade Design”, Proceedings of 6<sup>th</sup> World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, Rio de Janeiro, Junho de 2005.

**MANZANARES FILHO, N., SOUSA, B. S., CAMACHO, R. G. R., ALBUQUERQUE, R. B. F., JORGE, A. B. (2007)**, “Airfoil Shape Optimization Using A Controlled Random Search Algorithm”, Proceedings of 19<sup>th</sup> COBEM, Brasília, Novembro de 2007. COBEM2007-2028.

**MILNE-THOMSON, L. M. (1973)**, *Theoretical Aerodynamics*, Dover Publications, New York, 430 p.

**MOINO, C. A. A. (2006)**, *Metodologia para Projeto Inverso de Aerofólios em Grades de Turbomáquinas Via Otimização por Busca Aleatória Controlada*, Dissertação de Mestrado em Engenharia, Instituto de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI, 79p.

**NEUFVILLE, R. (1990)**, *Applied Systems Analysis: Engineering Planning and Technology Management*, McGraw-Hill, New York, 470 p.

**OBAYASHI, S., SASAKI, D., TAKEGUCHI, Y., HIROSE, N. (2000)**, “Multiobjective Evolutionary Computation for Supersonic Wing-Shape Optimization”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 4, no. 2, pp. 182-187.

**OBAYASHI, S., JEONG, S., CHIBA, K. (2005)**, “Multi-Objective Design Exploration for Aerodynamic Configurations”, Proceedings of 35<sup>th</sup> AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Toronto, Canada, Junho de 2005. AIAA-2005-4666.

**OYAMA, A. (2000)**, *Wing Design Using Evolutionary Algorithms*, Tese de Doutorado em Engenharia, Department of Aeronautics and Space Engineering, Tohoku University, 92 p.

**OYAMA, A., OBAYASHI, S., NAKAMURA, T. (2001)**, “Real-Coded Adaptive Range Genetic Algorithm Applied to Transonic Wing Optimization”, *Applied Soft Computing*, vol. 1, pp. 179-187.

**OYAMA, A., LIOU, M., OBAYASHI, S. (2002)**, “Transonic Axial-Flow Blade Shape Optimization Using Evolutionary Algorithm and Three-Dimensional Navier-Stokes Solver”, Proceedings of 9<sup>th</sup> AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Atlanta, Georgia, Setembro de 2002. AIAA 2002-5642.

**OYAMA, A. FUJII, K., SHIMOYAMA, K., LIOU, M. (2005)**, “Pareto-Optimality-Based Constraint-Handling Technique and Its Application to Compressor Design”, Proceedings of 17<sup>th</sup> AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Toronto, Canada, Junho de 2005. AIAA 2005-4983.

**PEHLIVANOGLU, V., HACIOGLU, A. (2006)**, “Inverse Design of 2-D Airfoil Via Vibrational Genetic Algorithm”, *Journal of Aeronautics and Space Technologies*, vol. 2, no. 4, pp. 7-14.

**PETRUCCI, D. R. (2003)**, *Métodos Inversos para o Projeto Aerodinâmico de Grades de Turbomáquinas Axiais*, Tese de Doutorado em Engenharia, Instituto de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI, 102p.

**PETRUCCI, D. R., SOUSA, B. S., MANZANARES FILHO, N., JORGE, A. B. (2006)**, “Two Error Estimators for the Panel Methods in Potential Flows Around Airfoils With Sharp Trailing Edges”, Proceedings of 7<sup>th</sup> World Congress on Computational Mechanics, Los Angeles, California, Julho de 2006.

**PRICE, W. L. (1977)**, “Global Optimization by Controlled Random Search”, *Computer Journal*, vol. 20, no. 4, pp. 367-370.

**ROGALSKY, T., DERKSEN, R., KOCABIYIC, S. (1999)**, “An Aerodynamic Design Technique for Optimizing Fan Blade Spacing”, Proceedings of 7<sup>th</sup> Annual Conference of the Computational Fluid Dynamics Society of Canada, Halifax, Canada, Maio de 1999.

**ROSKAN, J., LAN, C. T. (1997)**, *Airplane Aerodynamics and Performance*, DAR corporation, Lawrence, Kansas, 711 p.

**SAMAREH, J. A. (1999)**, “A Survey of Shape Parameterization Techniques”, CEAS/AIAA/ICASE/NASA Langley International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Williamsburg, Virginia, Junho de 1999.

**SITE DA UIUC (Acessado em 15 de março de 2008)**, [www.ae.uiuc.edu/m-selig/](http://www.ae.uiuc.edu/m-selig/) .

**SOBIECZKY, H. (1998)**, “Parametric Airfoils and Wings”, Notes on Numerical Fluid Mechanics, Vieweg Verlag, vol. 68, pp. 71-88.

**SOUSA, B. S., PETRUCCI, D. R., JORGE, A. B., MANZANARES FILHO, N. (2007)**, “Extension of an Error Estimator Approach Based on Gradient Recovery for the Panel Method”, Proceedings of 14<sup>th</sup> ICCES Conference, Miami Beach, California, Janeiro de 2007.

**WAUQUIEZ, C. (2000)**, *Shape Optimization of Low Speed Airfoils Using MATLAB and Automatic Differentiation*, Dissertação de Mestrado em Engenharia, Department of Numerical Analysis and Computing Science, Royal Institute of Technology, 63 p.

**WHITE, F. M. (2001)**, *Fluid Mechanics*, 4 ed., WCB/McGraw-Hill, New York, 826 p.

**WU, H., YANG, S., LIU, F., TSAI, H. (2003)**, “Comparison of Three Geometric Representation of Airfoils for Aerodynamic Optimization”, Proceedings of 16<sup>th</sup> AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Orlando, Florida, Junho de 2003. AIAA 2003-4095.