

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
Programa de Pós-Graduação em Educação em
Ciências PPGE

LETÍCIA DE CAMPOS BORGES

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE
PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO EM TESES E
DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS

ITAJUBÁ - MG
2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
Programa de Pós-Graduação em Educação em
Ciências PPGE

LETÍCIA DE CAMPOS BORGES

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE
PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO EM TESES E
DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação “*Stricto Sensu*”, Mestrado Acadêmico em Educação em Ciências, da Universidade Federal de Itajubá, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências.

Área de concentração: Ensino e Aprendizagem na Educação em Ciências.

Orientadora: Prof.^a. Dra. Mariana Feiteiro Cavalari Silva

Co-orientadora: Prof.^a. Dra. Sabrina Helena Bonfim

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
Programa de Pós-Graduação em Educação em
Ciências PPGEC

LETÍCIA DE CAMPOS BORGES

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE
PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO EM TESES E
DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS

Dissertação apresentada junto a banca examinadora para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências pelo Programa de Pós-Graduação “Stricto Sensu” em Educação em Ciências – Mestrado Acadêmico.

Banca Examinadora:

Prof.^a Dra. Mariana Feiteiro Cavalari
(Orientadora)

Prof.^a Dra. Sabrina Helena Bonfim
(Co-orientadora)

Prof.^a Dra. Romélia Mara Alves Souto

Prof. Dr. João Ricardo Neves da Silva

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, em especial aos meus pais, Luiz e Águeda, aos meus irmãos Lilian e Luiz Henrique e ao meu noivo Guilherme pela paciência e compreensão durante esta trajetória.

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida, por me conceder saúde e força para a realização deste trabalho.

Aos meus pais e irmãos pelo amor e apoio incondicional.

Ao meu noivo Guilherme que mesmo nos meus momentos de ausência, foi compreensivo, paciente e sempre me deu apoio para superar os obstáculos e seguir em frente para que este trabalho pudesse ser realizado.

A minha orientadora Mariana Feiteiro Cavalari Silva e a minha co-orientadora Sabrina Helena Bonfim, que no pouco tempo que lhe couberam, não deixaram de me conceder apoio, incentivo e direcionamento para os melhores caminhos.

Aos professores que gentilmente se prontificaram a fazer parte da comissão examinadora deste trabalho João Ricardo Neves da Silva e Romélia Mara Alves Souto, pelas valiosas contribuições.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa concedida durante a realização deste trabalho.

Aos colegas e professores do mestrado, pela troca de experiências e que contribuíram de alguma forma para o desenvolvimento deste trabalho.

A Universidade Federal de Itajubá, incluindo seu corpo docente, técnico e administrativo pelo suporte concedido para o desenvolvimento deste trabalho.

A todos que de forma direta ou indireta contribuíram para a realização deste trabalho.

Meus agradecimentos.

Letícia de Campos Borges

BORGES, Letícia Campos. **A História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática: Um estudo em teses e dissertações brasileiras.** 2019. 132f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências) - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá: 2019.

RESUMO

Têm sido publicadas nos últimos anos, pesquisas que indicam que a História da Matemática (HM) é importante para a formação inicial de professores de Matemática, havendo a possibilidade de a HM ser articulada com o conteúdo de disciplinas específicas de Matemática pertencentes ao currículo deste nível de ensino. Neste contexto, nos questionamos sobre quais as possibilidades de articulações entre a HM e o conteúdo específico na graduação e quais seriam as contribuições e dificuldades encontradas ao adotar este tipo de abordagem. Com o intuito de colaborar com as discussões de questões desta natureza, nos propomos a realizar o presente estudo, cujo objetivo geral é identificar e analisar a introdução da HM na formação inicial de professores de matemática, sugeridas por teses e dissertações brasileiras que apresentam propostas didáticas que utilizam a HM, com o propósito de ensinar Matemática neste nível de ensino. Para tanto, realizamos um levantamento dos trabalhos disponíveis no Catálogo de Teses e dissertações da CAPES, que versam sobre a HM na formação de professores de Matemática. Foi possível identificar 116 trabalhos, que foram mapeados com relação ao ano de defesa, grau de titulação e ao enfoque dado a formação do professor de Matemática. Neste processo, selecionamos 22 trabalhos que apresentam propostas didáticas que utilizam a HM voltadas a formação inicial de professores de Matemática. Estes 22 trabalhos foram submetidos a um novo mapeamento com relação ao ano de defesa, grau de titulação, instituição, distribuição geográfica, natureza administrativa, conteúdo abordado nas propostas e se elas foram aplicadas. Posteriormente estes trabalhos foram analisados recorrendo a técnicas de análise de conteúdo propostas por Bardin (2009). As análises permitiram constatar que a apresentação da HM nas propostas voltadas a formação inicial de professores de Matemática se configuram como: “Estratégia Didática”; “introdução”; “informação”; “Atividade sobre a HM”. Os trabalhos analisados indicam a utilização da HM nas propostas didáticas contribuem para: “Facilitar a compreensão da natureza do conhecimento matemático”; “facilitar a compreensão do conteúdo matemático e da matemática”; “motivar os estudos matemáticos”; “contribui para a futura prática do futuro professor de matemática”; “permitir que o futuro professor perceba conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento”. Entretanto, as análises dos trabalhos indicam que as dificuldades em utilizar a HM nas propostas didáticas, se devem a “dificuldades em ler, interpretar e compreender os textos de HM” e “não reconhecimento da importância da HM para o ensino e aprendizagem de matemática” por parte dos licenciandos.

Palavras-chave: História da Matemática; Educação Matemática; Formação inicial de professores de Matemática; Proposta didática.

BORGES, Letícia Campos. **The History of Mathematics in the Initial Formation of Mathematics Teachers: A Study in Brazilian Theses and Dissertations**. 2019. 132p. Dissertation (Master in Science Education) - Federal University of Itajubá, Itajubá: 2019.

ABSTRACT

Has been published in recent years, research that indicates that the History of Mathematics (HM) is important for the initial formation of teachers of Mathematics, being possible that HM be articulated with the content of specific subjects of Mathematics belonging to the curriculum of this level education. In this context, we asked ourselves about the possibilities of articulations between HM and the specific content in the undergraduate and what the contributions and difficulties would be when adopting this type of approach. In order to collaborate with the discussions of questions of this nature, we propose to carry out the present study, whose general objective is to identify and analyze the introduction of HM in the initial formation of teachers of mathematics, suggested by Brazilian theses and dissertations that present didactic proposals who use HM, for the purpose of teaching mathematics at this level of education. To do so, we performed a survey of the works available in the Catalog of Theses and Dissertations of CAPES, which deal with HM in the training of teachers of Mathematics. It was possible to identify 116 papers, which were mapped in relation to the year of defense, degree of degree and the focus given to the formation of the Mathematics teacher. In this process, we selected 22 papers that present didactic proposals that use HM focused on the initial formation of Mathematics teachers. These 22 papers were submitted to a new mapping in relation to the year of defense, degree of qualification, institution, geographical distribution, administrative nature, content addressed in the proposals and if they were applied. Subsequently these works were analyzed using techniques of content analysis proposed by Bardin (2009). The analyzes showed that the presentation of HM in the proposals aimed at the initial formation of teachers of Mathematics are configured as: "Didactic Strategy"; "introduction"; "information"; "Activity on the History of Mathematics". The analyzed works indicate the use of HM in didactic proposals contribute to: "Facilitate the understanding of the nature of mathematical knowledge"; "Facilitating the understanding of mathematical content and mathematics"; "Motivate mathematical studies"; "Contributes to the future practice of the future teacher of mathematics"; "To allow the future teacher to perceive connections between Mathematics and other areas of knowledge". However, the analyzes of the studies indicate that the difficulties in using HM in the didactic proposals are due to "difficulties in reading, interpreting and understanding the texts of HM" and "non-recognition of the importance of HM in the teaching and learning of mathematics" by the students.

Keywords: History of Mathematics; Mathematical Education; Initial teacher training in Mathematics; Didactic proposal;

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	4
1. SITUANDO A PESQUISA EM MEIO A CAMPOS DE INVESTIGAÇÃO: HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E HISTÓRIA & EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	9
1.1. História da Matemática.....	9
1.2. Educação Matemática.....	13
1.3. História & Educação Matemática.....	21
2. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.....	24
2.1. Contribuições da história da matemática para a formação inicial do professor de matemática: Uma revisão da literatura.....	27
2.2. Os desafios e dificuldades em incluir a história da matemática na formação inicial do professor de matemática.....	33
3. OS CAMINHOS DELINEADOS NO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	36
3.1. Caracterização da pesquisa, procedimentos de mapeamento e seleção do <i>corpus</i> de análise.....	36
3.2. Procedimentos de análise.....	40
4. MAPEAMENTO DAS TESES E DAS DISSERTAÇÕES QUE ABORDAM ASPECTOS REFERENTES A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.....	49
4.1. Mapeamento das teses e das dissertações do campo da história da matemática que abordam aspectos referentes a formação do professor de matemática.....	49
4.2. Síntese e mapeamento das teses e dissertações brasileiras que apresentam uma proposta didática que utiliza a História da Matemática voltada para a formação inicial de professores de matemática.....	63
5. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SUGERIDA POR TESES E DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS: RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	72
5.1. A utilização da História da Matemática nas propostas didáticas voltadas para	

a formação inicial de professores de Matemática.....	72
5.2. As contribuições encontradas ao utilizar a História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática	108
5.3 As dificuldades e desafios de utilizar a história da matemática na formação inicial de professores de matemática.....	118
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	123
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	126

INTRODUÇÃO

Durante a minha trajetória no curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Itajubá, tive a chance de cursar diversas disciplinas específicas da área de Matemática, como por exemplo, álgebra linear, equações diferenciais, análise, cálculos, dentre outras.

Embora eu estivesse conseguindo notas acima da média nas avaliações destas disciplinas, sempre possuía a sensação de que faltava “algo a mais”. O fato é que no desenvolvimento destas disciplinas, apenas o cálculo e suas aplicações eram priorizados. Neste contexto, eu sabia quais eram os procedimentos e regras necessários para realizar cálculos, porém não sabia quais eram as origens deles e os motivos que me levavam a dedicar boa parte do meu tempo ao estudo e resolução de exercícios relativos a estes conteúdos.

Quando eu já estava no último ano da minha graduação, tive a oportunidade de cursar a disciplina de História da Matemática (HM). Na medida que o curso se desenvolvia, eu encontrava alguns “porquês” daqueles conceitos matemáticos vistos anteriormente, principalmente quando foi apresentada a história dos conteúdos matemáticos vistos por mim anteriormente. Assim, passei a considerar a importância da inclusão da HM nos cursos de formação inicial de professores de Matemática.

As recomendações de inclusão da HM nos currículos dos cursos de formação de professores de Matemática, de acordo com Schubring e colaboradores (2002), já existiam no cenário internacional, no início do século XX e ganhou força com a realização do Congresso Internacional de Matemática, ocorrido na cidade de Heidelberg na Alemanha no ano de 1904.

Entretanto, as concepções que se tinham a respeito da importância da HM se diferenciavam nos cursos de formação de matemáticos e no de formação de professores de Matemática. No primeiro caso, a HM se configurava apenas de complemento para a apresentação de curiosidades históricas e culturais. Já no segundo, a HM era vista como um conhecimento essencial para que o futuro professor apresentasse a seus alunos, uma Matemática mais humanizada e atraente. (SCHUBRING et al.,2002).

Assim, estes mesmos autores indicam que os valores atribuídos a HM eram centrados apenas no aluno e no contexto escolar, ou seja, não era entendido como um conhecimento que pudesse contribuir com a formação do próprio professor de matemática. Somente após a década de 70 do século XX, que tais concepções começam a sofrer transformações e assim, a HM passou a ser considerada como um conhecimento relevante a formação do professor de matemática.

No Brasil, de acordo com Silva (2001), já haviam tentativas de inclusão da HM como uma disciplina integrante do currículo dos cursos de formação de professores de matemática desde os anos 1930. Todavia, foi somente na década de 1980 que a HM passou a ser incluída em alguns cursos de formação de professores de matemática no Brasil. Este fato, se deve a uma parceria realizada entre a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e a Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC) que resultou na emissão de um documento, que recomendava a inserção da HM como uma disciplina optativa a todos os cursos de formação de professores de Matemática do Brasil. (SILVA, 2001).

Na década de 1990, de acordo com Miguel e Brito (1996), eventos¹ passam a ser realizados no Brasil e diversas questões relativas a participação da HM na formação de professores de matemática foram levantadas. Uma destas questões se referia a incerteza de que a HM, enquanto disciplina autônoma, garantiria que os professores em formação inicial estivessem preparados para utilizá-la em sua futura prática pedagógica. Tal questão evidenciava a necessidade da realização de estudos a respeito dos impactos que a inserção da HM poderia causar na formação do professor de matemática.

Já ao final da década de 1990, durante a realização do III Seminário Nacional de HM – SNHM ocorrido no ano de 1999, foi criada a Sociedade Brasileira de HM – SBHMat. Este fato, segundo Angelo (2014) impulsionou a realização de estudos ligados a HM, inclusive na formação do professor de matemática.

Assim, têm sido realizados nos últimos anos diversos estudos que investigam e apresentam argumentos favoráveis acerca da inserção da HM na formação do professor de matemática. Dentre eles, é possível citar as pesquisas realizadas por

¹ “Aspectos históricos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática” realizado em 1989; “Seminário Nacional de História da Matemática” realizado em 1995; “IV e V Encontros Nacionais de Educação Matemática”, realizados em 1992 e 1995 respectivamente.

Balestri (2008), Araman (2011), Baroni et al. (2012), Silva (2001) e Barbin et al. (2002).

Barbin et al. (2002), Balestri (2008), Araman (2011) indicam que a HM pode mudar o entendimento do (futuro) professor a respeito da Matemática. Este fato pode influenciar na maneira que ele ensina Matemática, afetando na maneira de como o aluno percebe e entende a Matemática.

Além disto, estudar a HM, permite que o futuro professor conheça o passado da Matemática e o seu desenvolvimento ao longo dos séculos, ampliando seu conhecimento Matemático. Permite, ainda, que ele compreenda a Matemática que seria trabalhada em sala de aula e domine métodos e técnicas para utilizá-la em sua futura prática pedagógica (SILVA, 2001).

Em uma perspectiva semelhante, Baroni et al. (2012) indicam que as funções da HM podem ser resumidas em

- levar os professores a conhecer a matemática do passado (função direta da HM);
- melhorar a compreensão da Matemática que eles irão ensinar (funções metodológica e epistemológica);
- fornecer métodos e técnicas para incorporar materiais históricos em sua prática (uso da História em sala de aula);
- ampliar o entendimento do desenvolvimento do currículo e de sua profissão (História do ensino de Matemática). (p. 186).

Neste sentido, os autores reforçam a relevância da introdução da HM na formação de professores e afirmam que esta temática tem ganhado espaço nos cursos de formação de professores brasileiros.

Este fato pode ser observado em Moraes (2018) que identificou que todos os cursos de licenciatura em matemática das Universidades Federais localizadas no Estado de Minas Gerais pesquisadas pela autora, abordam questões relativas a HM.

Esta autora ao analisar a forma que a HM está prevista nas disciplinas dos cursos de formação de professores do estado de Minas Gerais, verificou que os aspectos relativos a HM são abordados em disciplinas específicas de HM, em disciplinas voltadas a área de Educação Matemática e, também, em disciplinas específicas de Matemática. Neste sentido, entendemos que a HM pode estar sendo utilizada como elemento para o ensino de conteúdos matemáticos aos futuros professores.

Considerando que a HM é relevante para a formação inicial de professores de matemática, que esta temática tem ganhado espaço nos cursos de formação de professores e que a sua introdução neste nível de ensino pode ser com o intuito de contribuir com o ensino de Matemática, nos questionamos:

- Em quais perspectivas a HM vem sendo apresentada (ou pode ser apresentada) com o propósito de ensinar Matemática na formação inicial de professores de Matemática?
- Quais são as contribuições e dificuldades encontradas ao utilizar esta abordagem na formação inicial do professor de matemática?

Buscando contribuir com as discussões acerca destas questões, realizamos uma investigação com objetivo de identificar e analisar a introdução da HM na formação inicial de professores de matemática em teses e dissertações brasileiras que, apresentam propostas didáticas que utilizam a HM, com o propósito de ensinar Matemática neste nível de ensino.

De modo específico, buscamos:

- Identificar e mapear as teses e dissertações brasileiras que contemplam a temática da HM na formação de professores de matemática quanto a: Instituição (distribuição geográfica e natureza administrativa), grau de titulação, ano de defesa.
- Identificar e analisar de que modo a HM está sendo utilizada em propostas didáticas presentes nestas teses e dissertações;
- Identificar e analisar as contribuições e dificuldades, expostas nestes trabalhos, ao desenvolver uma proposta didática com um viés histórico na formação inicial de professores de matemática.

A realização da presente pesquisa permitiu um olhar sobre as temáticas abordadas nas teses e dissertações brasileiras que apresentam relações entre a HM e a formação de professores. Assim, inspiradas por Ângelo (2014), podemos afirmar que este tipo de estudo ajuda a identificar aspectos pouco abordados e lacunas ainda existentes acerca desta temática, o que pode contribuir para a realização de estudos futuros.

Além disto, a realização do presente estudo pode auxiliar na compreensão de como os pesquisadores entendem que a HM pode ser incluída em propostas didáticas

voltadas a formação inicial de professores de matemática. Desta forma, pode também, servir de referência para professores formadores que tem o interesse de utilizar uma abordagem histórica em suas aulas, uma vez que conforme indicado por Balestri (2008), os professores formadores se queixam da falta de acesso a materiais² que possam auxiliá-los a trabalhar com a HM em suas aulas e conseqüentemente contribuir para a formação de seus alunos.

Para a apresentação dos resultados desta pesquisa, elaboramos 6 capítulos:

No primeiro capítulo, situamos a temática abordada na pesquisa em meio aos campos de investigação: HM, Educação Matemática e História & Educação Matemática.

No segundo, apresentamos uma revisão bibliográfica relativa a temática HM na formação inicial de professores de Matemática, sendo abordadas as formas de inclusão da história nos cursos de formação de professores, bem como as suas contribuições e desafios.

No terceiro capítulo descrevemos de modo geral, os caminhos que foram percorridos no desenvolvimento da pesquisa, apresentando o processo de seleção do *corpus* de análise e também, os procedimentos adotados para a análise.

No quarto capítulo, apresentamos um mapeamento das teses e dissertações sobre a temática HM na formação do professor de matemática e, posteriormente, expomos um mapeamento das produções que constituem o *corpus* de análise da pesquisa, ou seja, dos trabalhos que apresentam propostas didáticas que utilizam a HM voltadas a formação inicial de professores de Matemática.

O quinto capítulo é destinado a apresentar os resultados obtidos com as análises dos trabalhos que constituem o *corpus* da presente pesquisa.

Por fim, no sexto capítulo retomamos os objetivos e as questões que foram levantadas na presente pesquisa, apresentando considerações sobre como a HM se apresenta em propostas didáticas voltadas a formação inicial de professores de Matemática, bem como as contribuições e dificuldades encontradas ao adotar este tipo de abordagem.

² Livros, textos, manuais, sequência de atividades ou aulas.

1 SITUANDO A PESQUISA EM MEIO A CAMPOS DE INVESTIGAÇÃO: HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E HISTÓRIA & EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O presente capítulo tem o objetivo de situar a presente pesquisa, em meio a três campos de investigação: HM, Educação Matemática e História & Educação Matemática.

A pesquisa se encontra no campo História & Educação Matemática caracterizado por Miguel e Miorim (2001) como o campo das relações estabelecidas entre o campo da HM e o da Educação Matemática. Assim, o presente capítulo foi dividido em três seções, que caracterizam e apresentam o desenvolvimento e a constituição de cada um desses três campos, evidenciando as suas relações.

1.1 História da Matemática

Para Garnica e Sousa (2012),

A História da Matemática exercita um diálogo entre História e Matemática, visando compreender as alterações e permanências nas práticas relativas a produção de Matemática; a construir versões sobre como a comunidade que trabalha (produz) Matemática se organiza/organizava com respeito à necessidade de produzir, usar e compartilhar conhecimentos matemáticos. (p.33).

Para Miguel e Miorim (2001), a HM se configura como um campo de investigação que se constitui por meio de três indicativos³:

1) Surgimento dos primeiros textos /ou comentários esparsos específicos acerca de questões relativas ao campo considerado; 2) Existência de discussões coletivas, em várias instâncias, acerca de questões relativas ao novo campo de conhecimento e investigação, que se refletem ou não no surgimento de publicações – Livros, anais de congressos, periódicos, etc. – o que revela não apenas uma preocupação isolada e individual em relação a essas questões, mas também uma certa difusão, penetração e preocupação coletiva de um segmento social em relação a elas; 3) Aparecimento de sociedades, comissões, comunidades científicas e cursos específicos, tendo

³ Miguel e Miorim (2001) procuram por meio de três indicativos, compreender a constituição da autonomia dos campos da História da Matemática, Educação Matemática e História & Educação Matemática.

como preocupação o desenvolvimento de investigações e a delimitação desse novo campo do conhecimento. (p. 36).

Em relação ao primeiro indicativo, Miguel e Miorim (2001), ressaltam que desde o século IV A.C, Histórias das Matemáticas começaram a ser escritas principalmente por comentadores. Estes apresentavam por exemplo, comentários técnicos acerca de determinado conhecimento matemático, das pessoas ligadas a tal conhecimento e até mesmo o contexto no qual foi produzido.

Entretanto, a HM foi se consolidando como um campo de investigação somente a partir da década de 30 do século XX, quando passou a ser o alvo de comentários durante a realização de eventos que não se voltavam especificamente à HM. Como exemplo, é possível citar o II Congresso Internacional de História da Ciência e da tecnologia, realizado na cidade de Londres no ano de 1931. Este evento era voltado a História da Ciência em geral, porém durante a sua realização, debates e discussões sobre a HM começaram a aparecer (MIGUEL; MIORIM, 2001).

No que se refere ao segundo indicativo, Miguel e Miorim (2001) apontam que as obras relativas a HM, começaram a ser produzidas e publicadas em periódicos vinculados a História das Ciências ou da própria Matemática. Como reflexo dessa produção, debates e discussões a seu respeito se tornaram cada vez mais frequentes e intensos, até que na década de 1970, foi criada a primeira revista voltada especificamente a HM: “História Mathematica”.

De acordo com as informações presentes em sua página digital⁴, a revista “História Mathematica” foi criada no ano de 1974 e se destina a publicar estudos relativos a Matemática e seu desenvolvimento no decorrer do tempo.

A revista publica artigos sobre matemáticos, histórias de instituições e organizações que apoiam o esforço matemático, sobre tópicos historiográficos na HM e sobre as inter-relações entre idéias matemáticas, ciência e a cultura mais ampla. Além de artigos de pesquisa, a revista também publica resenhas de livros, resumos da literatura atual na HM, notas e fontes e ocasionalmente cartas ao editor. (MIGUEL; MIORIM, 2001)

⁴ Disponível em: <https://www.journals.elsevier.com/historia-mathematica/> – Acesso realizado em 3 de junho de 2018.

Em relação ao terceiro indicativo, Miguel e Miorim (2001), apontam que as iniciativas para a constituição de Sociedades Científicas de HM, contou novamente com influências vindas de sociedades científicas referentes a Matemática e a História da Ciência já existentes. O que resultou na criação da International Commission on the History of Mathematics (ICHM) em 1971.

A ICHM foi a primeira associação de HM. Esta reúne a União Matemática Internacional e a Divisão de História da Ciência (DHS) da União Internacional para a História e a Filosofia da Ciência e Tecnologia (IUHPST), tendo como objetivos principais o de encorajar o estudo da HM e promover um alto nível de conhecimento acadêmico historicamente e matematicamente sofisticado no campo. Além disso, a ICHM também realiza eventos internacionais voltados a HM, concede a cada quatro anos a medalha Kenneth O. May (fundador da ICHM) e o prêmio Montucla aos pesquisadores de HM com maior destaque.⁵

Após a criação da ICHM, quatro outras sociedades referentes a HM foram criadas, a saber: a “Canadian Society History Philosophy Mathematics” do Canadá, “British Society History Mathematics” da Inglaterra, “Comissão da União Africana para a HM” de Moçambique e a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) do Brasil (MIGUEL, MIORIM, 2001).

A SBHMat é uma associação civil com personalidade jurídica sem fins lucrativos, que foi criada em 30 de março de 1999 durante a realização do III Seminário Nacional de História da Matemática ocorrido em Vitória – ES, sendo sua sede fica localizada na cidade de Rio Claro – SP. De acordo com sua página digital, A SBHMat, tem objetivo de: Promover levantamentos, pesquisas e estudos de modo a divulgar informações relativas a HM; elaborar e executar programas de capacitação de recursos humanos; prestar serviços de consultoria acadêmica; elaborar e divulgar pesquisas voltadas a HM; promover eventos referentes a HM e estabelecer convênios e intercâmbio com outras entidades congêneres e/ou semelhantes.⁶

Assim, a SBHMat se encarrega de realizar e promover eventos voltados a HM. Dentre os eventos, é possível citar:

⁵ As informações sobre a ICHM – International Commission on the History of Mathematics, estão disponíveis em: <https://www.mathunion.org/ichm>

⁶ As informações sobre a SBHMat - Sociedade Brasileira de História da Matemática estão disponíveis em: <http://www.sbhmat.org/> - Acesso realizado em: 20 de Abril de 2018.

- Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM) que de acordo com o caderno de resumos do XII evento realizado em 2017 na cidade de Itajubá – MG, é um evento nacional realizado em anos ímpares que se encarrega de divulgar e promover estudos, minicursos e palestras relativos a HM a professores (todos os níveis), alunos de graduação e pós-graduação e interessados pela área.
- Encontro Luso Brasileiro de História da Matemática (ELBHM) que de acordo com as informações presentes em seu site⁷ é um evento internacional que se realiza no Brasil a cada 4 anos após o anterior em Portugal, e cada Encontro em Portugal acontece 3 anos após o anterior no Brasil. Este evento busca estreitar as relações de pesquisadores Brasileiros e Portugueses da área de HM.

Além dos eventos, a SBHMat se encarrega também de editar e divulgar publicações de periódicos referentes a HM. Os periódicos vinculados a SBHMat são:

- Revista Brasileira de História da Matemática (RBHM): É uma revista de caráter internacional que publica estudos acadêmicos sobre a HM em geral e sobre suas relações com outras áreas, como por exemplo, a educação matemática.
- Revista História da Matemática para Professores (RHMP): Um periódico que visa divulgar trabalhos que articulam a HM e a educação matemática. Assim, a revista realiza a publicação de artigos que englobam a HM no ensino e relatos de experiência.
- Revista de História da Educação Matemática (HISTEMAT): É uma revista que divulga a cada quatro meses, estudos sobre a história da educação matemática. Assim a revista publica artigos referentes a HM no ensino, história e didática da matemática e também produções que promovem o diálogo entre a história, educação e matemática.

Para Baroni et al. (2011), com a criação da SBHMat e a execução de suas atividades (promoção de eventos e disseminação de pesquisas de HM através de seus periódicos) a HM começa a se estruturar com mais força e a conquistar espaço

⁷ Disponível em: <http://www.elbhm.com/> - Acesso realizado em 5 de junho de 2018.

no cenário nacional. De modo semelhante, Souto (2010) identifica que a HM está institucionalizada no Brasil.

Além disto, estudos têm apontado que a HM vem sendo vista pelo campo da Educação Matemática, isto é, de acordo com Baroni et al. (2012),

Nos últimos 20 anos, aproximadamente, tem-se observado um crescente interesse em História da Matemática pelos professores e educadores, com certo impacto na Educação Matemática. Um grande número de artigos vem aparecendo, contendo reflexões e experiências, e observa-se que vários são os argumentos a favor de incluir a História da Matemática no ensino de Matemática. (p.180).

Com base nestas informações, podemos afirmar que a HM se tornou um campo de investigação autônomo e que algumas de suas investigações tem se orientado também, para os aspectos ligados ao campo da Educação Matemática, que será o foco da seção subsequente.

1.2 A Educação Matemática

Há diversas definições e sentidos dados ao termo “educação matemática”. Para Bicudo (2013),

A Educação Matemática se apresenta como área complexa de atuação, pois traz de modo estrutural, em seu núcleo constitutivo, a matemática e a Educação com suas especificidades. Essas especificidades revelam nas atividades práticas pautadas nessas Ciências, como aquelas de ensino ou de aplicação do conhecimento, bem como no que concerne ao próprio processo de produção de conhecimento. (p.1).

Ponte (2000), defende que a Educação Matemática é um campo misto e profissional e de investigação cujo objetivo é de fornecer subsídios tais como estratégias e instrumentos, para que os envolvidos com a Educação Matemática possam enfrentar os problemas relacionados ao ensino aprendizagem de Matemática.

Para D’ Ambrosio (2004) a Educação Matemática passou a ser considerada como uma área do conhecimento somente na transição do século XIX para o século XX, sendo consolidada a partir das revoluções: Industrial, Americana e Francesa.

De acordo com este autor, as primeiras obras consideradas de Educação Matemática eram fundamentadas principalmente por estudos psicológicos centrados no estudante de matemática e em seu prazer em aprender. Como consequência,

debates e discussões sobre a educação e a necessidade de sua reforma começavam a se intensificar e o interesse de estudos relativos à aspectos educacionais aumentavam, com o intuito de melhorar o ensino de Matemática.

No início do século XX a Educação Matemática era considerada uma subárea da matemática e várias obras voltadas a esta área passaram a ser publicadas. Além disso, foi criada em 1908 a Comissão Internacional de Instrução Matemática – IMUK/ICMI (D`AMBROSIO, 2004). Neste sentido, “[...] começa-se a notar a busca de um espaço adequado para a educação Matemática”. (D`AMBROSIO, 2004, p. 72).

Algumas décadas mais tarde, especificamente entre as décadas de 1950 e 1960, a Educação Matemática se desenvolveu consideravelmente com Movimento da Matemática Moderna (MMM) (FIORENTINI E LORENZATO, 2012).

De acordo com estes autores, o MMM foi motivado pela Guerra fria que foi iniciada após o término da segunda guerra mundial e marcada pela disputa de interesses por parte da Rússia e Estados Unidos.

Para Wielewski (2008), o MMM foi um movimento que

[...] pretendia aproximar a Matemática trabalhada na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área. Os defensores da Matemática Moderna (MM) acreditavam que poderiam preparar pessoas que pudessem acompanhar e lidar com a tecnologia que estava emergindo. Dessa forma, as propostas veiculadas pelo MMM inseriram no currículo conteúdos matemáticos que até aquela época não faziam parte do programa escolar como, por exemplo, estruturas algébricas, teoria dos conjuntos, topologia, transformações geométricas. (p.1).

Este período, de acordo com Burigo (1989), foi marcado por uma intensa necessidade de reformulação do ensino de matemática e inovação curricular. Neste sentido, esta autora afirma que:

A matemática moderna tinha como ponto partida, as preocupações relativas a conteúdo. Desde o início, no entanto manifestaram-se nos vários projetos curriculares preocupações reativas a método de ensino. [...] A maioria dos projetos, no entanto, carecia de fundamentação pedagógica e psicológica mais consistente. (p. 84).

Neste contexto, D' Ambrosio (2004) aponta que o interesse pela educação matemática começou a aumentar de uma forma intensa, principalmente nos Estados Unidos e em alguns países da Europa. Assim, com intuito de fornecer aporte teórico de aprendizagem para os projetos e propostas de renovação curricular, grupos de

pesquisa constituídos principalmente por educadores, matemáticos e psicólogos começam a ser criados.

Dentre os grupos de pesquisa criados neste período, Fiorentini e Lorenzato (2012) destacam o School Mathematics Study Group (SMSG), um dos grupos de pesquisas mais influentes do MMM, pois publicava livros didáticos que seguiam os pressupostos da Matemática Moderna e logo em seguida os disseminava para as fronteiras norte-americanas, inclusive para o Brasil.

No Brasil, de acordo com Burigo (1989), questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática já eram discutidas desde o início do século XX até o final da década de 50. Porém, Fiorentini e Lorenzato (2012) afirmam que:

Nesse período, a EM ainda não se encontrava claramente configurada. Não era usual olhar para o ensino da Matemática com perspectivas diferentes daquelas voltadas diretamente às tarefas e aos procedimentos da prática de sala de aula e à produção de manuais ou subsídios didáticos. (p.17).

Já no início da década de 1960, Burigo (1989) aponta que

[...] os debates do âmbito nacional acerca da necessidade da renovação do ensino de matemática nos níveis elementar e médio – e particularmente no secundário – tiveram início antes da divulgação e do desenvolvimento do movimento chamado de Matemática Moderna no Brasil. A partir de sua introdução, no entanto e ao longo dos anos 60, esse debate, bem como os esforços de renovação foram fortemente polarizados pela bandeira da Matemática moderna. (p.90).

Para esta autora, o MMM já era difundido entre professores de São Paulo que conheciam o contexto do ensino de Matemática nos Estados Unidos e alguns países da Europa. Para ela, um dos marcos principais para a constituição do movimento no Brasil, foi a criação do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM) na cidade de São Paulo em 1961.

O GEEM veio como uma proposta inspirada no grupo School Mathematics Study Group e era composto por professores do ensino elementar, secundário e universitário. O grupo se encarregava de divulgar e colocar em prática os pressupostos da Matemática Moderna em todo o Brasil através de reuniões, cursos, palestras, publicações e produção de materiais (BURIGO, 1989).

Já no final da década de 1970 e início da década de 1980, esta mesma autora aponta que, críticas a respeito da Matemática moderna começam a surgir em países

como os Estados Unidos e França. Nesta perspectiva, Pinto (2008) afirma que um dos marcos decisivos para o esgotamento do movimento foi a publicação do livro “*The Failure of the new Math (O fracasso da Matemática Moderna)*” de autoria de Morris Kline⁸ cujo enfoque principal era o de apresentar críticas a respeito do MMM em 1973. Para Kline, “[...] o exagero da forma dedutiva de abordar os conteúdos, aliado ao excessivo formalismo e simbolismo da linguagem utilizada pela matemática moderna, empobrecia a vida e o espírito da matemática”. (p. 8).

A mesma autora aponta que o livro de Kline teve repercussão no Brasil e em 1976, ele foi traduzido e publicado com o título: “O fracasso da Matemática Moderna”. A autora aponta ainda que no Brasil:

As críticas não vinham apenas dos meios acadêmicos; pais de alunos e, também, a imprensa denunciavam as superficialidades da simbologia da matemática moderna e o tempo “perdido” com o ensino da teoria dos conjuntos. Admitindo a confusão que a linguagem dos conjuntos provocava nos alunos e o baixo rendimento por eles demonstrado, os professores mostravam sua insatisfação com a proposta. (PINTO, 2008, p.8).

Neste período, Burigo (1989) destaca que diversas lacunas e questões relativas ao ensino de Matemática e aos efeitos causados pelo Movimento Matemática Moderna foram deixadas em aberto no Brasil. Ela afirma que:

O GEEM não foi capaz de produzir coletivamente, um balanço da Matemática moderna que pudesse ser referência para o desenvolvimento de novos esforços no sentido da renovação do ensino de Matemática. (p. 247)

Não havia estudos que examinassem as consequências do movimento da matemática moderna sobre o ensino efetivamente implementado nas escolas, quer ao nível da modificação do modo de pensar e agir dos professores ou da influência dos textos didáticos. Os argumentos principais das críticas à matemática moderna haviam sido elaboradas em outros países. (p. 218).

Entretanto, esta mesma autora aponta que tais críticas elaboradas a respeito da Matemática moderna,

[...] não contribuíram para que se desenvolvesse uma compreensão do que acontecera aqui. O discurso contra a matemática moderna era tão difuso e genérico como o discurso da matemática moderna havia sido, nos anos 60. Os próprios participantes do movimento não conseguiram produzir coletivamente um balanço que apontasse com clareza os rumos para o desenvolvimento dos novos esforços de renovação; e os esforços que foram desenvolvidos por novos grupos tampouco se apresentavam com uma

⁸ Morris Kline (1908-1992) foi um importante professor e historiador de Matemática norte-americano, que após botar em prática as ideias defendidas pelo MMM em suas aulas, percebeu que seus alunos não estavam obtendo uma aprendizagem significativa sobre os conteúdos matemáticos. Informações disponíveis em: <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Kline.html>. (Tradução nossa). Acesso realizado em 20 de setembro de 2018.

demarcação clara em relação a Matemática Moderna. (BURIGO, 1989, p.247).

Fiorentini e Lorenzato (2012) corroboram as informações apresentadas por esta autora, ao indicarem que os estudos realizados no decorrer a década de 1970, englobavam uma dimensão tecnicista que praticamente priorizavam a elaboração e testagem de materiais e técnicas de ensino. Neste contexto, “[...] a produção científica era dispersa e sem continuidade. [...] Não havia ainda uma comunidade nacional organizada e articulada que tivesse como objeto de pesquisa e de reflexão a E.M”. (p. 25-26).

Com base no exposto, é possível verificar que o MMM juntamente com a realização de estudos que giravam ao seu redor, não foram o suficiente para que os problemas relativos ao ensino e aprendizagem de matemática fossem resolvidos ou minimizados.

Embora o MMM tivesse se enfraquecido, Fiorentini e Lorenzato (2012) revelam que este movimento serviu de fio condutor para o surgimento e desenvolvimento da Educação Matemática no Brasil, mais precisamente no final da década de 70 e durante a década de 80 do século XX.

Estes autores indicam que este período foi marcado pela ampliação das discussões políticas, sociais e ideológicas que deixam de lado os métodos de ensinar para dar lugar ao “por que, para que e para quem ensinar” (FIORENTINI e LORENZATO, 2012).

Com isso, questões e problemas relativos a EM começam a aparecer juntamente com novas formas de pesquisas, englobando outras dimensões, como por exemplo, a epistemológica, antropológica, sociológica, histórico – filosófica etc. Nesta fase é importante destacar que tais pesquisas eram vinculadas a programas de pós-graduação de outras áreas como educação, matemática e psicologia. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012)

Já no final da década de 1980, tais pesquisas começam a ser socializadas através da realização de eventos voltados especificamente a área de Educação Matemática. Dentre eles, Fiorentini e Lorenzato (2012) destacam o I Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) ocorrido em 1987 na PUC de São Paulo e o II ENEM ocorrido no ano de 1988 na cidade de Maringá – PR. É importante

destacar que durante a realização deste último, houve a criação de uma comunidade científica específica de Educação Matemática: A Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

De acordo com seu site⁹, A SBEM é composta por pesquisadores e estudiosos da área de Educação Matemática, que além de contribuírem para a consolidação da área, enfrentam diversos tipos de desafios ligados ao currículo de Matemática, a abordagem da Matemática em livros didáticos, novas tecnologias e até mesmo em relação a formação do professor de Matemática.

Atualmente, a SBEM mantêm dois periódicos de Educação Matemática: “Educação Matemática em Revista” com 52 edições publicadas e a “Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática” com 11 números publicados. Além dos periódicos, a SBEM se encarrega de organizar e promover os seguintes eventos:

- Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM): De acordo com os anais do VII ENEM realizado em 2001 na Universidade Federal do Rio de Janeiro - RJ, o evento é realizado desde a década de 1980 quando professores, estudantes e pesquisadores tiveram preocupações sobre algumas questões relativas à Educação Matemática. Assim, o ENEM se encarrega de divulgar e promover a produção científica relativa a Educação Matemática para pesquisadores, professores (todos os níveis) e estudantes (graduação e pós-graduação) que trabalham com o ensino de Matemática.
- Seminário Internacional de Educação Matemática (SIPEM): De acordo com os anais do VI SIPEM realizado em 2015 na cidade de Pirenópolis – Goiás, o SIPEM foi criado com o intuito de promover o intercâmbio entre os grupos que, em diferentes países, se dedicam às pesquisas na área da Educação Matemática. Neste sentido, o SIPEM divulga as pesquisas brasileiras e oportuniza o conhecimento das investigações da área no âmbito internacional. Além disso, o evento cria possibilidades de trabalho entre pesquisadores brasileiros e estrangeiros, o que possibilita o avanço das pesquisas em educação matemática.

⁹ Informações disponíveis em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/> - Acesso realizado em: 10 de maio de 2018.

- Encontro Brasileiro de estudantes de pós-graduação em Educação Matemática (EBRAPEM): Segundo Pazuch (2012), o EBRAPEM é um evento anual que se iniciou

quando um grupo de estudantes do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP/Rio Claro percebeu que, apesar dos encontros científicos da área de Educação Matemática debaterem e divulgarem as pesquisas realizadas, apenas as produções científicas já concluídas ou em fase de conclusão eram privilegiadas. O grupo se deu conta da falta de um espaço para discutir pesquisas em andamento, observar seus processos, as elaborações, a tomada de decisões, as contribuições para o refinamento de métodos e a sustentação teórica de referenciais. (p. 3).

Além dos eventos, a SBEM atualmente reúne quinze grupos de trabalho (GT). É interessante destacar que um dos GT's da SBEM, denominado "GT05 – História da Matemática e cultura", se caracteriza por um grupo de pesquisadores da área da Educação Matemática que desenvolvem trabalhos ligados à área de HM. Segundo as informações presentes no site da SBEM¹⁰,

[...] os pesquisadores pretendem promover interfaces entre as diversas fontes de pesquisa e o olhar atento dos historiadores, buscando reflexões que passam pelo significado da construção de uma perspectiva histórica para a Matemática.

Inclusive, em alguns dos anais¹¹ dos eventos da SBEM já descritos anteriormente, foi possível constatar que os trabalhos neles publicados foram agrupados de acordo com as temáticas dos GT's. Assim, os estudos em Educação Matemática têm contemplado a HM, o que evidencia uma relação entre esses dois campos.

Além da criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, a década de 1980 foi marcada pela implementação de projetos que visavam a melhoria do ensino de Ciências e Matemática por parte do governo. Neste sentido, Fiorentini e Lorenzato (2012) indicam que

[...] esse movimento contribuiu para que muitos professores do ensino de 1º e 2º graus, com significativa experiência em sala de aula, passassem a fazer parte de grupos de estudos, chegando muitos deles, a realizar mestrado ou doutorado em área relacionada ao ensino. (p. 31)

Neste período segundo os autores, a E.M passa a ser reconhecida pela

¹⁰ Informações disponíveis em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-05>. Acesso realizado em 20 de junho de 2018.

¹¹ Anais do VII, VIII, XI e VI ENEM; II, V, VI SIPEM.

Associação Nacional de Pós-Graduação (ANPG)¹² e Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED)¹³. Inclusive, em 1997 a ANPED aprova a constituição de um grupo de trabalho (GT) em Educação Matemática.

Após estes movimentos, cursos de pós-graduação (mestrado e doutorado) específicos da área de Educação Matemática passam a ser criados no Brasil. Dentre eles, Fiorentini e Lorenzato (2012) destacam o Programa de Mestrado e Doutorado em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista – UNESP *campus* Rio Claro e o da Pontifícia Universidade Católica (PUC) de São Paulo.

Além disto, os autores destacam o Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP que possui a Educação Matemática como uma de suas áreas de concentração. Até o final da década de 1990, os autores informam que, já havia no Brasil, aproximadamente 200 doutores envolvidos com a área de Educação Matemática.

As pesquisas desta área, para Garnica e Souza (2012), são

[...] voltadas a compreender a Matemática em situações de ensino e aprendizagem, envolvem investigações sobre diversos temas (que muito frequentemente são chamados de “linhas de pesquisa em Educação Matemática) (p. 19).

Dentre as linhas de investigação dos cursos de Pós-graduação que realizam pesquisas na área de Educação matemática apresentadas por Fiorentini e Lorenzato (2012), ressaltamos “Relações entre história e EM”, “História, epistemologia e didática da matemática” e “História, filosofia e EM (relações entre HM e EM, história do ensino de matemática) ”.

Corroborando a esta ideia, Garnica e Souza (2012) ao elencarem os temas de pesquisa da Educação Matemática, citam a HM para o ensino dessa ciência e a História da Educação Matemática.

Diante deste contexto, é possível constatar que a produção científica do campo da Educação Matemática tem evidenciado uma relação deste campo com o

¹² Registrada em 1986, a ANPG luta a favor das causas relativas a ciência e a pós-graduação no Brasil. Para mais informações, acesse: <http://www.anpg.org.br>. Acesso realizado em: 25 de junho de 2018.

¹³ Fundada em 1978, a ANPED é uma entidade constituída por programas de pós-graduação, professores e estudantes da área de Educação que se encarrega de promover o desenvolvimento da Ciência, Educação e Cultura. Para mais informações, acesse: <http://www.anped.org.br>. Acesso realizado em 25 de junho de 2018.

campo da HM. Tal relação, constitui para Miguel e Miorim (2001), o campo “História & Educação Matemática”, que será abordado na seção subsequente.

1.3 História & Educação Matemática

Embora tenham poucos trabalhos que apresentam informações sobre este campo de investigação na literatura, foi possível constatar que os primeiros elementos de constituição deste campo já eram percebidos no século XVIII. Neste período, segundo Miguel e Miorim (2001), já era possível constatar as primeiras relações entre HM e Educação Matemática em forma fragmentos, trechos ou capítulos de livros referentes a outras áreas do conhecimento.

Estas obras, para os referidos autores, ressaltavam a importância da HM em situações de ensino aprendizagem de matemática ou abordavam aspectos históricos ligados a Educação Matemática ou a própria Matemática.

Até mesmo os primeiros artigos referentes ao campo “História & Educação Matemática”, segundo Miguel e Miorim (2001) eram e, muitos até hoje são, publicados em periódicos de outras áreas, uma vez que ainda no século XX, não havia um periódico específico do campo.

Estes mesmos autores indicam que, foi somente no final do século XX, mais especificamente em 1983, que se realizou o primeiro evento voltado a este campo: O Workshop “História na Educação Matemática”.

Durante a realização deste evento, foi criado o “International Study Group on the relations between the History and pedagogy of Mathematics¹⁴” que segundo Miguel e Miorim (2001), possui uma sede nos Estados Unidos, é composto por pesquisadores de diversas partes do mundo, incluindo o pesquisador brasileiro Ubiratan D’Ambrosio e se configura como a única organização internacional referente ao campo História & Educação Matemática.

Para Miguel e Miorim (2001) as relações estabelecidas entre a HM e a

¹⁴ É possível encontrar mais informações a respeito do “International Study Group on the relations between the History and pedagogy of Mathematics através do link: <http://www.clab.edc.uoc.gr/hpm/hpmhistory.pdf> - Acessado em 30 de abril de 2018.

educação matemática, podem ocorrer de duas formas:

A primeira refere-se à uma configuração de interesses relativos ao estudo da participação da história da matemática em diversas áreas da educação matemática, tais como a formação de professores no ensino aprendizagem, nos livros didáticos, no processo de investigação em educação matemática, etc. (p.44).

Os estudos realizados nesta perspectiva, segundo estes autores, se incluem na temática denominada por eles como “História na Educação Matemática”. Assim indicam que tais estudos se encarregam de investigar os

[...] problemas relativos às inserções efetivas da História na formação inicial ou continuada de professores de Matemática; na formação Matemática de estudantes de quaisquer níveis; em livros de Matemática destinados ao ensino em qualquer nível e época; em programas ou propostas curriculares oficiais de ensino da Matemática; na investigação em educação Matemática, etc. (MIGUEL e MIORIM, 2004, p. 11).

Como exemplo de investigações dessa natureza, é possível citar os estudos realizados por: Cruz (2016) e Alves (2016) que investigaram a inserção da HM na formação de estudantes da educação básica; Reis (2014) e Bianchi (2006) que investigaram a presença da HM em livros didáticos; Balestri (2008) e Araman (2011) que investigaram aspectos relativos a participação da HM na formação de professores de Matemática

Quanto a segunda forma de relação entre a HM e a Educação Matemática, Miguel e Miorim (2001) indicam que ela se refere à

[...] configuração de interesses relativos à constituição de histórias de vários aspectos ou áreas da educação matemática em determinados contextos e períodos históricos; história dos manuais didáticos de matemática, história de instituições que exerceram influência na educação matemática em determinados períodos e contextos; história da investigação em educação matemática, etc. (p. 45-46).

Os estudos realizados nesta perspectiva se incluem na temática denominada “História da Educação Matemática” (MIGUEL; MIORIM, 2004).

Como exemplo de trabalhos desta natureza, é possível citar os estudos realizados por: Miorim (1995) que investigou a história do ensino de matemática; Miguel et al. (2004) que investigaram a história do desenvolvimento da educação matemática; Silva (2007) que investigou a constituição de um grupo importante para o desenvolvimento da Educação Matemática no Brasil.

De acordo com as informações que foram apresentadas, podemos afirmar que existe um campo de pesquisa que se encarrega de investigar as relações existentes entre a HM e a Educação Matemática.

Neste campo, são realizadas, também, investigações que contemplam a temática da HM na formação de professores. Nesta perspectiva, Baroni et al. (2012), indicam que os estudos dessa natureza, são subdivididos em duas categorias, sendo a primeira referente aos estudos que tratam de experiências na formação inicial de professores e segunda referente aos estudos que tratam de experiências na formação de professores em serviço. É nesta primeira categoria deste campo que a presente pesquisa se insere.

Assim, o capítulo subsequente, é destinado a apresentar considerações a respeito da HM na formação inicial de professores de matemática.

2 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Como já explicitado, para Schubring et al. (2002), já havia no início do século XX uma postura favorável a utilização da HM na formação de professores de matemática. Entretanto, esta era vista como algo que poderia contribuir apenas para as situações de ensino da Matemática em sala de aula e não como algo que poderia agregar na formação do próprio professor que iria lecionar esta disciplina. Somente a partir da década de 60 é que as concepções acerca das potencialidades da HM para a formação do professor de matemática começam a mudar.

No Brasil, segundo Silva (2001), iniciativas de inclusão da HM nos currículos de graduação em matemática, podem ser identificadas no início da década de 30 do século XX. Porém, a falta de materiais adequados e professores capacitados, eram obstáculos significativos para o desenvolvimento da disciplina de HM.

Assim, para Silva (2001), esta iniciativa se efetivou somente no final da década de 1970 sendo fruto de reformas curriculares do curso de Matemática da Universidade de São Paulo (USP). Destaca-se, entretanto, que, para esta autora e para Miguel e Brito (1996), entre as décadas de 1960 e 1970, o interesse por abordagens históricas em situações de ensino e aprendizagem de Matemática começaram a diminuir devido as influencias causadas pelo Movimento da Matemática Moderna. Uma vez que, conforme já exposto, este movimento se baseava na adoção de uma concepção estruturalista, formalista e tecnicista da Matemática. Neste contexto, a HM ainda não era vista como algo de poderia contribuir para o ensino e aprendizagem sobretudo, da matemática.

Já na década de 1980, estes mesmos autores afirmam que este movimento se enfraqueceu e, desta forma, os interesses e discussões referentes à introdução da HM em situações de ensino e aprendizagem de matemática, inclusive na formação do professor de matemática, ressurgiram e se disseminaram em outros países, incluindo o Brasil.

Neste período, conforme já explicitado, mais especificamente no ano de 1985, a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e a Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC), interessadas no ensino da graduação em

Matemática e políticas universitárias, fizeram uma parceria e como resultado, emitiram um documento que propunha um currículo básico para os cursos de licenciatura em matemática do Brasil. Neste documento era sugerido que a HM fosse incluída em tais cursos como uma disciplina optativa. Porém, não foram todos os cursos que inicialmente seguiram esta sugestão, pois, a realização de disciplinas optativas dependia principalmente do interesse e formação adequada de docentes para ministrá-las. (SILVA, 2001).

Já entre as décadas de 1980 e 1990, conforme já apontado, eventos começam a ser realizados, a SBHMat foi criada e investigações de aspectos ligados a presença da HM nos cursos de formação de professores foram impulsionadas. (MIGUEL; BRITO, 1996).

Neste contexto, Baroni et al. (2012) afirmam que

[...] em vários países, incluindo o Brasil, já se observa que a inclusão da história da matemática em livros didáticos e em currículos de cursos de formação de matemáticos e professores de Matemática (equivalente aos nossos bacharelados e licenciatura) tem sido intensificadas e mesmo incentivada. (p.181).

Miguel e Brito (1996), defendem que a inclusão da história a matemática nos cursos de formação de professores não deve somente ser apresentada de forma isolada como uma disciplina voltada restritamente à HM em si. Mas deve também estar presente no ensino das disciplinas específicas que fazem parte do currículo dos cursos de formação de professores de matemática, o que constitui o que eles chamam de “participação orgânica da HM”.

Neste sentido, ressaltamos, na mesma perspectiva de Balestri (2008), que é necessário diferenciar a inclusão da HM nos cursos de formação de professores com o objetivo de ensinar conteúdos matemáticos e como uma disciplina autônoma. Para este autor:

Ao nos referirmos à utilização da história da matemática no ensino da matemática, estamos dizendo que, por meio da história da matemática, é possível criar condições que favoreçam a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Ao fazer referência à História da Matemática como disciplina autônoma, estamos falando de uma disciplina na qual os alunos estudam a história da matemática propriamente dita. (BALESTRI, 2008, p. 13)

Assim, o sentido dado a participação orgânica da HM na formação inicial de

professores de Matemática descrito por Miguel e Brito (1996), seria justamente o de utilizar a HM para ensinar os conteúdos matemáticos presentes nas ementas das disciplinas pertencentes ao currículo dos cursos de formação desses professores.

Entretanto, os autores alertam que esta não deve servir de complemento às ementas destas disciplinas. O que, de certa forma, poderia tornar as aulas mais cansativas e sobrecarregadas, causando uma redução do interesse dos futuros professores em utilizá-la em sua (futura) prática pedagógica.

Assim, estes autores defendem que uma participação orgânica da HM na formação dos professores, deve conceber a história como fonte de problematização, que segundo Miguel e Miorim (2004), se trata da

concepção do modo como a cultura matemática se constituem, se instituem e se transformam como práticas sociais escolares. Essa problematização da cultura matemática e da educação matemática escolares caracteriza-se como: Multidimensional, interativo-dialógica e investigativa.

Multidimensional por incidir sobre várias dimensões constitutivas da cultura matemática e da educação matemática escolares, quais sejam: A dimensão propriamente matemática, a epistemológica, a lógica, a sociológica, a metodológica, a antropológica, a axiológica, a histórica, a política, a ética, a didática, a linguística, etc.

[...] interativo-dialógica por promover a realização e a discussão de atividades que estimulam a interação e o diálogo entre os alunos; entre professores e alunos; e entre alunos, professores e as diferentes práticas sociais que poderiam ter participado da produção, apropriação e transformação históricas dos temas matemáticos sob estudo, dentre elas, a própria prática social escolar e a prática social – mais recente – de investigação em educação matemática.

[...] investigativa por promover a iniciação do futuro professor de matemática nos diferentes campos de investigação da prática social de pesquisa em história da Matemática, campos estes que costumamos denominar: História da Matemática propriamente dita, História da educação Matemática e História na educação Matemática. (p. 154)

Neste contexto, é possível constatar que a HM pode ser apresentada nos cursos de formação de professores de matemática como uma disciplina específica ou como um meio para o ensino de matemática, uma vez que “[...] o futuro professor também está inserido em uma sala de aula, um ambiente escolar no qual a HM pode ser utilizada”. (BALESTRI, 2008, p.19).

No caso de a HM ser utilizada em situações de ensino de matemática nos cursos de formação de professores, Moraes (2018), conforme já citado, indica que esta é trabalhada em disciplinas dos cursos de licenciatura em matemática que não

especificamente voltados a HM.

Assim, a autora conclui que esta forma de incluir a HM nos cursos de formação de professores desta disciplina, ocorre de duas formas: A primeira se refere a inclusão da HM em disciplinas de cunho matemático, como por exemplo, cálculo diferencial e integral, geometria analítica e análise real, o que constitui para a autora, como próximo do modelo orgânico proposto por Miguel e Brito (1996).

Já a segunda forma, se refere a presença da HM em disciplinas ligadas a educação matemática, como por exemplo, prática de ensino, tendências em Educação Matemática e fundamentos de Educação Matemática, o que evidenciou para a autora as relações entre a HM e a Educação Matemática.

São muitos os pesquisadores envolvidos com as áreas Educação Matemática e HM tanto do âmbito nacional quanto internacional, que apresentam argumentos favoráveis a estas formas de inclusão da HM nos cursos de formação de professores. Dentre eles, podemos citar Miguel e Brito (1996), Balestri (2008), Faria (2010), Barbin et al. (2002), Baroni et al (2012), Gasperi e Pacheco (2013), Garnica e Sousa (2012), Miguel (1997), Araman (2011), Araman e Batista (2013).

A partir de uma revisão dos estudos realizados por estes autores, apresentamos no item a seguir, algumas considerações relativas a HM como uma fonte de contribuições para a formação do futuro professor de matemática.

2.1 Contribuições da história da matemática para a formação inicial do professor de matemática: Uma revisão da literatura

A inserção de elementos da HM em disciplinas dos cursos de licenciatura em matemática, de acordo com a literatura, pode trazer benefícios para o futuro professor de matemática, tais como: A HM facilita a compreensão do futuro professor acerca dos conteúdos da matemática e da natureza do conhecimento matemático, contribui para a futura prática pedagógica do futuro professor e permite que o futuro professor perceba conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Apresentaremos considerações sobre cada um destes aspectos a seguir.

- **A HM facilita a compreensão do futuro professor acerca dos conteúdos da matemática**

O futuro professor de matemática, de modo geral, em sua formação recebe os conhecimentos matemáticos de uma forma pronta e acabada, isto é, a ele só é apresentado o produto de inúmeros estudos, esforços e dificuldades para se chegar ao que lhe é apresentado. (ARAMAN; BATISTA, 2013).

Miguel e Brito (1996) reforçam este fato ao defender que futuros professores recebem quantidades substanciais de informações referentes ao conteúdo matemático em si e quase não recebem informações históricas a respeito deste conteúdo.

Além disto, os autores afirmam que boa parte dos professores de matemática em formação, entram em contato com o rigor e a axiomatização matemática somente no ensino superior, o que gera dificuldades e repulsa por esta parte da matemática.

Assim, a introdução de aspectos históricos nas disciplinas presentes no currículo dos cursos de formação de professores de matemática, pode auxiliar os futuros professores a compreender as axiomatizações matemáticas de outras formas e superar suas dificuldades que se apresentam em suas buscas pelo entendimento. Ademais, a HM poderia fazer com que os futuros professores percebam que o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, não se deve as razões de ordem lógica, mas sim, às influências de vários outros discursos e noções de matemática. (MIGUEL; BRITO, 1996)

Neste sentido, Baroni et al. (2012) defendem que a HM permite que os futuros professores conheçam matemática do passado. Araman e Batista (2013) corroboram as ideias apresentadas por estes autores ao afirmarem que:

Ao estudar um determinado conceito, a partir de uma abordagem histórica, o professor pode caminhar para uma compreensão de como aquele conceito foi sendo desenvolvido, quais os elementos conceituais necessários para a sua compreensão, quais são os pontos de maior dificuldade, por que eles foram importantes naquela época, por que são importantes hoje, quais eram as necessidades para o desenvolvimento daquele dado conceito, entre outros. (p. 386)

Assim, a HM revela aos futuros professores alguns “porquês” quando estão construindo suas ideias matemáticas, o que pode contribuir para a compreensão de conceitos e ampliação de seus conhecimentos matemáticos.

- **A HM motiva os estudos matemáticos**

Para Balestri (2008) a HM contribui para motivar os estudos matemáticos e para satisfazer as curiosidades do futuro professor. De acordo com este autor, o caráter motivador da HM pode ser justificado pelo fato de que esta permite que as curiosidades relativas aos aspectos históricos dos conteúdos matemáticos sejam satisfeitas, o que possibilita uma motivação para a aprendizagem. Assim, o autor ressalta que não é obrigatório que professores tenham todas as respostas para satisfazer as curiosidades de seus alunos. Mas deve incentivá-los a buscar respostas que possam satisfazê-los em outras fontes como a internet, por exemplo.

Entretanto, Miguel (1997) ressalta que a HM deve ultrapassar este caráter motivador. Segundo o autor, é ingênuo pensar que a HM desperta o interesse pela Matemática como um toque de magia. Para o pesquisador, uma apresentação factual e episódica da HM, ao invés de motivar o estudante na busca do conhecimento matemático, pode adquirir um caráter de “alívio” ou “recompensa” em meio aos cansativos estudos matemáticos. Neste sentido, ressalta que a HM deve ultrapassar este caráter motivador.

- **A HM facilita a compreensão do futuro professor acerca da natureza do conhecimento matemático e da Matemática**

Araman e Batista (2013) constataram em seu estudo que os professores de matemática não apresentam uma concepção adequada acerca da matemática, para eles, esta ciência era vista como algo reservado a pessoas geniais e com capacidades intelectuais acima da média.

Nesta perspectiva, a participação da HM nas disciplinas dos cursos de formação de professores, contribuiria para modificar a visão com que os futuros professores têm da matemática, uma vez que ela é vista de uma forma estática e unilateral, levando “ [...] o futuro professor a refletir sobre a questão de a beleza em Matemática estar ou não ligada a livre criação de uma suposta mente incondicionada por quaisquer necessidades sociais [...]”. (MIGUEL; BRITO, 1996, p. 58).

Assim, a HM pode auxiliar a alteração da visão fragmentada que se tem acerca da natureza da matemática, uma vez que ela contribui para que o futuro professor perceba outros padrões matemáticos e passem a criar outros olhares referentes à

Matemática., o que de certa forma, faz com que ele interaja com seus alunos de uma forma mais significativa, no que diz respeito as maneiras de ver e fazer matemática, como foi apontado por Barbin *et al.* (2002).

Para Balestri (2008), a HM contribui para desmistificar e revelar a matemática como uma criação humana o que contribui para que o futuro professor, passe a conhecer a natureza da Matemática. Assim, o autor afirma que:

A história deve ser abordada nos cursos de formação com um enfoque que promova a matemática a uma ciência em construção humana, permitindo cair por terra as concepções de que a matemática é construída por indivíduos excepcionais ou de que ela é descoberta, um produto pronto e acabado. (p.75).

Baroni et al. (2012) também defendem estes argumentos ao afirmarem que a HM permite que o professor passe a

[...] ver a matemática como um processo contínuo de reflexão e progresso, ao invés de uma estrutura definida e composta de verdades irrefutáveis e inquestionáveis ou, também, a perceber a Matemática não como uma sequência de capítulos (geometria, álgebra e análise), mas como um movimento entre diferentes modos de pensamentos. (p. 183).

Diante destas perspectivas, a HM contribui para que futuros professores não tenham uma visão da Matemática como algo intacto que se volta a uma classe específica de pessoas com capacidades intelectuais avançadas ou divinas. Ela revela ao futuro professor a Matemática como uma construção humana, sendo fruto de inúmeras dificuldades, obstáculos, erros e persistências por parte das pessoas que a estudavam.

Assim, conforme foi exposto por Barbin et al. (2002) e Baroni et al. (2012), o fato de a HM transformar o entendimento do futuro professor a respeito da matemática e a natureza de seus objetos, pode influenciar na maneira que ele irá ensinar matemática em sua futura prática pedagógica, o que conseqüentemente, afeta nas concepções que seus alunos possuem acerca desta ciência, conforme apresentaremos no próximo tópico.

- **A HM contribui para a futura prática pedagógica do futuro professor**

Araman e Batista (2013) indicam que os professores de matemática, de uma forma geral, apresentam dificuldades em contextualizar historicamente os conteúdos matemáticos a seus alunos. Neste contexto, a HM pode se constituir como fonte de elementos que podem contribuir para o processo de contextualização, pois o

conhecimento histórico pode auxiliar ao futuro professor a mostrar as origens e os contextos históricos dos conteúdos matemáticos a seus alunos.

Além de contribuir para que o professor tenha conhecimentos que lhe permitam contextualizar conteúdo a ser trabalhado em sala de aula, para Garnica e Sousa (2012),

[...] a história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que lhes permitam mostrar aos alunos a Matemática como Ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta a incorporação de novos conhecimentos. (P. 36).

Na mesma perspectiva, Faria (2010) acredita que as concepções preconceituosas de que o ensino de matemática é reservado para as pessoas “desenvolvidas” irá acabar somente quando a HM comece a fazer parte da formação do professor, de modo que lhes permitam adquirir conhecimentos suficientes para mostrar aos alunos que a matemática é acessível à todas as pessoas.

Assim, a inclusão da HM nos cursos de formação de professores contribui para que os licenciandos aprimorem sua futura prática pedagógica, pois esta permite:

- Propor a seus alunos problemas que de fato favoreçam a aprendizagem;
- entender alguns aspectos do processo de aprendizagem de seus alunos e também as dificuldades e possíveis erros cometidos por eles durante esse processo;
- elaborar estratégias nas quais os alunos superem as dificuldades enfrentadas no processo de aprendizagem;
- responder alguns “porquês”, satisfazendo a curiosidade dos alunos e motivando-os. (BALESTRI, 2008, p. 95).

Este autor afirma ainda que, a HM também permite que o professor compreenda melhor os erros de seus alunos, pois,

Por meio da história da matemática o professor observa as dificuldades e entraves enfrentados pela humanidade no desenvolvimento de determinado conteúdo. Ao comparar as dificuldades históricas com as enfrentadas pelos alunos, o professor poderá, em alguns casos, estabelecer ações pedagógicas em sala de aula que possibilitem aos alunos a superação dessas dificuldades, e com isso aprender o conteúdo explorado. (BALESTRI, 2008, p. 76-77).

A fim de superar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes, a HM permite que o professor elabore estratégias e os melhores métodos para abordar os conteúdos matemáticos de modo a contribuir interesses de seus alunos na busca do

conhecimento.

Miguel (1997) defende este ponto de vista ao argumentar que a HM se constitui como fonte de métodos adequados de ensino da Matemática. Neste contexto, afirma que é possível:

Buscar apoio na história da matemática para escolhermos métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de tópicos tais como: Resolução de equações e sistemas de equações; métodos de extração de raiz quadrada; de determinação da área de um círculo; de construção de polígonos regulares, etc. (p.78)

Baroni et al. (2012) também defendem este argumento ao afirmarem que a HM é capaz de fornecer métodos e técnicas para que o futuro professor incorpore materiais históricos em sua prática.

Além disto, estes mesmos autores, defendem que a HM melhora a compreensão daquela matemática que irão ensinar na sala de aula. Assim, o professor tendo conhecimentos históricos a respeito dessa matemática, poderia desenvolver aulas mais ricas matematicamente e poderiam responder com desenvoltura alguns “porquês” de seus alunos. O que permitiria que estes pudessem modificar suas concepções sobre a Matemática, conforme foi defendido por Barbin et al. (2002) e Baroni et al. (2012).

Além da HM contribuir com a prática pedagógica do futuro professor, Araman e Batista (2013) apontam que ela permite que este, ao estudar a natureza dos conteúdos matemáticos, perceba conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento, o que será tratado no tópico a seguir.

- **A HM permite que o futuro professor perceba conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento**

A HM permite que os professores não criem uma visão da Matemática como uma área do conhecimento compartimentada e isolada das demais áreas. Gasperi e Pacheco (2013) corroboram com esta forma de contribuição ao indicarem que “[...] a HM tem potencial para fazer a integração necessária entre os conteúdos da matemática e desta com as outras disciplinas, uma vez que ela acompanha a história da humanidade”. (p.3)

Segundo Araman e Batista (2013), os estudos históricos permitem que o

futuro professor de matemática perceba as relações entre as várias áreas do conhecimento científico e como a Matemática contribuiu para o desenvolvimento de outras áreas do conhecimento e vice-versa. Para essas autoras,

Essa visão multidisciplinar pode auxiliar os professores na reconstrução dos saberes disciplinares, curriculares e pedagógicos, pois possibilita o entendimento das relações entre as várias disciplinas presentes nos currículos, da relevância do conhecimento matemático para outras áreas, com reflexos na sua atuação pedagógica, ressignificando esses saberes. (p.24)

Neste contexto, Balestri (2008) afirma que a HM pode incentivar leituras sobre outras áreas do conhecimento e

[...] com essas leituras é possível o futuro professor perceber relações entre a matemática e outras áreas do conhecimento. Conseqüentemente, aumentam as chances de procurar professores de outras áreas, estimulando a ocorrência de encontros e discussões entre esses professores e promover a realização de trabalhos multidisciplinares. (p.77).

Diante do que foi exposto, é possível constatar a HM contribui para a formação inicial do professor de matemática. Embora tais contribuições sejam relevantes, é importante destacar que ainda há alguns desafios para a sua inclusão nos cursos de formação de professores. O que será tratado na seção subsequente.

2.2 Os desafios e dificuldades em incluir a HM na formação inicial do professor de matemática

Apesar da pouca quantidade de trabalhos pertencentes a literatura da área de HM e de Educação Matemática que apresentam informações detalhadas sobre argumentos desfavoráveis em relação a utilização da HM na formação inicial de professores de Matemática, conseguimos ultrapassar alguns obstáculos e apresentar algumas dos motivos que podem nos levar as dificuldades em adotar uma abordagem desta natureza neste nível de ensino.

Com base no estudo realizado por Moraes (2018), podemos afirmar que a HM pode ser trabalhada em disciplinas que não são voltadas especificamente a área de História de Matemática, o que caracteriza o modelo orgânico proposto por Miguel e Brito (1996).

No entanto, Silva (2007) ao analisar as concepções que docentes atuantes de

cursos de licenciatura em Matemática possuem em relação ao uso da HM em suas aulas, verificou que os sujeitos de sua pesquisa possuem uma visão mistificada e formalista sobre a Matemática. De acordo com o autor, os professores formadores acreditam que a Matemática se trata de uma ciência exata e perfeita com conhecimentos pré-existentes, cabendo ao matemático descobri-los.

Considerando que há a possibilidade de que professores formadores tenham uma visão fragmentada sobre a Matemática, conforme apontado no estudo realizado por Silva (2007) acreditamos que a utilização da HM em suas aulas, pode se tornar algo desvalorizado. Assim, destacamos a importância de a HM estar presente nos programas de pós-graduação e formação continuada de professores formadores atuantes nos cursos de licenciatura em Matemática.

Além das concepções dos professores a respeito da Matemática, alguns autores têm destacado alguns argumentos apresentados por professores formadores para a não utilização da HM em suas aulas.

Balestri (2008), indica que não é possível praticar o modelo orgânico apresentado por Miguel e Brito (1996), uma vez que, o professor formador pode não ter um preparo ou uma formação adequada para introduzir HM em suas aulas, inclusive, este obstáculo foi apontado também por Silva (2007).

Neste aspecto, consideramos que é possível que a forma com a qual a HM será abordada durante o desenvolvimento de disciplinas presentes no currículo dos cursos de formação de professores de matemática, seja consequência de como ela foi abordada na formação e trajetória acadêmica de professores formadores.

Entretanto, acreditamos que para utilizar a HM, não há um caminho ideal a ser seguido. Neste caso, é importante que o professor formador tenha interesse em utilizar esta metodologia e que esteja disposto a buscar materiais (artigos, livros, textos, etc.) que possam apoiar o seu trabalho e cumprir o papel de professor formador.

Em relação aos materiais que possam oferecer subsídios para que professores formadores possam utilizar a HM em suas aulas, Balestri (2008) e Silva (2007) afirmam que estes são escassos. Neste aspecto, professores formadores afirmam que há bons materiais, porém, “[...] são de difícil acesso, [...] devido a sua disponibilidade insuficiente nas bibliotecas. Assim, professores formadores “[...]”

cobram um maior número de publicações que tratem de HM, auxiliando o professor a estudá-la e a incorporá-la à sua prática pedagógica. Essa ainda é uma lacuna a ser preenchida”. (BALESTRI, 2008, p. 88).

Atualmente, acreditamos que problemas relacionados a baixa acessibilidade de materiais que abordam aspectos relativos a HM em situações de ensino e aprendizagem de matemática podem ser amenizados com a utilização de materiais disponíveis na internet. No entanto, é necessário ressaltar que devido variedade de materiais que o professor pode encontrar na internet é relevante que se tenha conhecimento a respeito da fonte e qualidade dos materiais que irá utilizar.

A SBHMat, por exemplo, disponibiliza em sua página digital, alguns recursos que podem apoiar o trabalho de professores formadores que tenham o interesse de utilizar a HM em suas aulas. Dentre eles, destacamos a Revista Brasileira de HM para Professores (RHMP), que disponibiliza elementos históricos que se articulam a conteúdos matemáticos que são ensinados em sala de aula, tanto do nível básico quanto superior. Além destes materiais, esta sociedade publica em todo o SNHM materiais referentes aos minicursos e, muitos destes, podem ser referência aos professores que desejam utilizar a HM em suas aulas nos variados níveis de ensino.

Consideramos que a literatura apresenta poucos aspectos relativos a “não utilização” da HM na formação inicial de professores de Matemática. Assim, com base em nossas experiências acadêmicas corroboramos com os resultados provenientes do trabalho realizado por Moraes (2017), que constatou que os cursos de licenciatura em Matemática que dão um enfoque maior a HM em suas disciplinas, possuem pelo menos um especialista da área de HM. Assim, a autora enfatiza que a utilização da HM nas disciplinas presentes no currículo dos cursos de formação de professores, partem de iniciativas particulares de professores formadores.

Diante do que foi exposto, salientamos a importância de nos dedicarmos ao estudo de trabalhos que versam sobre a HM na formação inicial de professores de Matemática, pois além de apresentar as formas com as quais a HM pode ser trabalhada neste nível de ensino, a presente pesquisa expõe diversos trabalhos que fornecem valiosas contribuições para a prática do professor formador que tenha o interesse de articular os conteúdos presentes em sua disciplina com aspectos históricos.

3 OS CAMINHOS DELINEADOS NO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

O presente capítulo tem o objetivo de apresentar os caminhos que foram adotados no desenvolvimento da presente pesquisa. Para tanto, o capítulo foi dividido em duas seções: Na primeira, é apresentada uma caracterização da pesquisa, os processos realizados no decorrer dos mapeamentos e de seleção do *corpus* de análise. Na segunda seção, são expostos os procedimentos adotados para a análise dos trabalhos que constituem o *corpus* de análise da presente pesquisa.

3.1 Caracterização da pesquisa, procedimentos de mapeamento e seleção do *corpus* de análise

Esta pesquisa se caracteriza como uma pesquisa qualitativa que, considerando os procedimentos que nela foram adotados, se trata de uma pesquisa (histórico-) bibliográfica ou de revisão que, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012),

[...] é a modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos. (p. 70).

Esta pesquisa bibliográfica se configura do tipo “Estado da Arte” que segundo Ferreira (2002), são pesquisas que

[...] parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários. (p.1).

Assim, a presente pesquisa se encarrega de mapear e analisar Teses e Dissertações Brasileiras de modo a responder as questões que foram levantadas. Considerando que estas questões se referem as formas de apresentação da HM na formação inicial de professores de Matemática e as contribuições e dificuldades encontradas a utilizar este tipo de abordagem, buscamos por teses e dissertações brasileiras referentes ao campo da HM no Catálogo de Teses e dissertações da

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

O Catálogo de Teses e dissertações da CAPES é uma ferramenta de busca e consulta, com resumos relativos a teses e dissertações disponibilizadas por meio do site: catalogodeteses.capes.gov.br. As informações são fornecidas diretamente à Capes pelos programas de pós-graduação, que se responsabilizam pela veracidade dos dados.

O banco é atualizado pelo aplicativo eletrônico chamado Cadastro de Discentes, que recebe, de forma continuada e atualizada, todos os dados relativos à comunidade dos alunos de mestrado e doutorado e permite também a inclusão de textos completos destes trabalhos. Além disso, estão disponíveis no Banco de Teses, informações bibliográficas das dissertações de mestrado e das teses de doutorado defendidas em todo o país. A ferramenta permite a pesquisa por autor, título e palavras-chave.¹⁵

Assim, foi realizada, neste catálogo, no dia 28 de novembro de 2017, uma busca por meio da palavra-chave “História da Matemática”. Como resultado desta busca, foram encontradas 518 produções acadêmicas.

Em posse dos dados destas produções acadêmicas, dedicamo-nos a buscar os seus resumos, pois de acordo com Ferreira (2002),

A organização do material que tem diante de si pressupõe antes de tudo uma leitura que ele deve fazer não só das indicações bibliográficas e dos títulos dos trabalhos, mas principalmente dos resumos [...] informam ao leitor, de maneira rápida, sucinta e objetiva sobre o trabalho do qual se originam. (p.263-264)

No Catálogo de teses e dissertações da Capes, estão disponíveis os resumos de produções acadêmicas defendidas após 2013, ou seja, que são posteriores a Plataforma Sucupira¹⁶. Desta forma, localizamos 265 resumos de trabalhos.

Quanto aos 253 restantes, foi necessário realizar buscas nos repositórios das instituições das respectivas produções acadêmicas. Desta forma, foi possível

¹⁵Informações apresentadas disponíveis em: <http://www.capes.gov.br/>. Acesso em: 10 de outubro de 2017.

¹⁶ É uma recente ferramenta para coletar informações, disponibilizando informações, para toda a comunidade acadêmica. Mais informações sobre a plataforma sucupira podem ser encontradas em <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/>. Acesso realizado em 8 de maio de 2018.

encontrar mais 205 resumos. Assim, 48 resumos não foram encontrados.

Buscamos então, informações de contato com os autores e/ou orientadores destas teses e dissertações. Desta forma, localizamos 29 endereços eletrônicos (autores ou orientadores) e enviamos um correio eletrônico solicitando a disponibilização de suas produções.

Dos correios eletrônicos enviados, obtivemos 11 respostas dos autores e/ou orientadores sendo que 9 deles enviaram suas produções e 2 nos informaram que não poderiam enviar seus trabalhos, pois não os possuíam em versão física ou digital.

Ao fim deste processo, das 518 produções identificadas no catálogo da capes, foi possível encontrar 479 resumos (253 posteriores a plataforma sucupira, 205 nos repositórios das instituições e 9 com o envio de correio eletrônico) e 39 não foram encontradas (19 sem informações de contato, 18 não responderam o correio eletrônico e 2 não puderam enviar).

É possível verificar o processo de busca pelos resumos, de uma forma mais clara, por meio da figura a seguir:

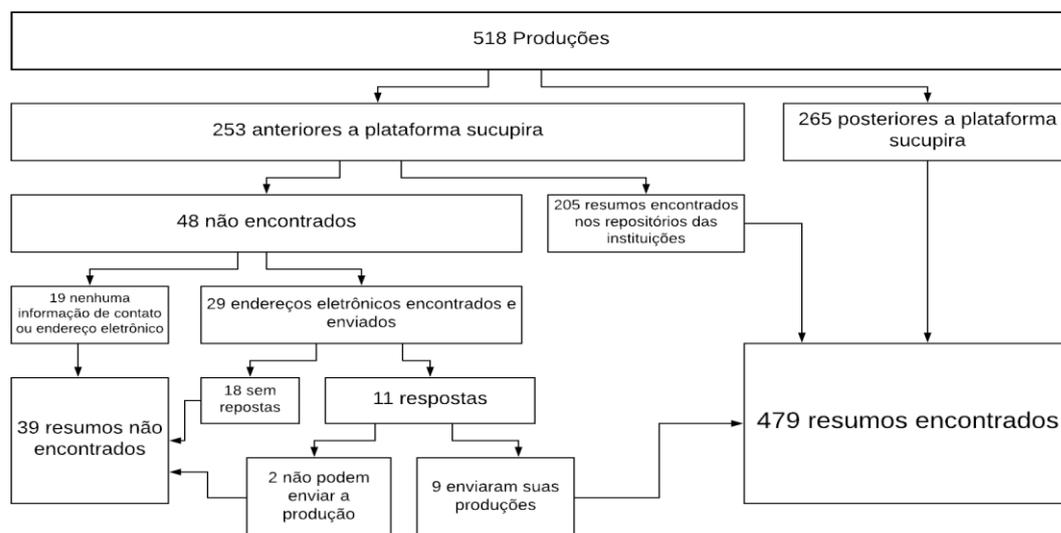


Figura 1 - Levantamento dos resumos das teses e dissertações encontradas. Fonte: Elaborado pela autora.

Posteriormente, realizamos leituras detalhadas dos 479 resumos encontrados, afim de selecionar as produções acadêmicas que abordassem aspectos relativos a formação do professor de matemática.

Foram realizadas quatro leituras integrais e detalhadas de todos os resumos, sendo importante destacar que em alguns casos, somente a leitura do resumo não foi

o suficiente para realizar a seleção. Neste aspecto, Ferreira (2002) aponta que

[...] há também a sensação de que os resumos encontrados nos catálogos são mal feitos, cortados, recortados por "n" razões, sem autoria definida e de difícil acesso. Por último, ao se constatar a existência de mais de um resumo para um mesmo trabalho e além de tudo, diferentes entre si (no suporte material do texto; nas disposições tipográficas; nas informações que apresentam), institui-se o conflito de qual resumo responderá melhor, será o mais correto, o mais completo, o mais coerente em relação ao trabalho "original", ou melhor, integral. (p. 263).

Foram, então, realizadas leituras integrais de alguns desses trabalhos. Ao final do processo foram encontradas 116 produções referentes ao campo da HM que abordam aspectos relativos à formação do professor de Matemática.

Posteriormente, separamos estes trabalhos de acordo com os aspectos relativos a formação o professor que estas abordavam. Neste processo foi possível encontrar dois grandes grupos:

- **Produções que se referem às propostas que utilizam a HM:** São aquelas produções que propõe atividades, sequências didáticas, cursos, oficinas, materiais (textos, cadernos e manuais) que utilizam a HM voltadas a formação de professores (inicial e/ou continuada) de matemática e para a educação básica, mas que visam contribuir e/ou apoiar o trabalho docente.
- **Produções acadêmicas que discutem os diferentes aspectos referentes a HM:** São aquelas produções que discutem aspectos (papel, potencialidades, utilização, como é vista, importância, participação, contribuições, constituição, inserção, transformações e implantação) referentes a HM: No ensino de matemática com base nas concepções de professores de matemática, na formação de professores de matemática e como disciplina de determinado curso de formação de professores de matemática.

Após este processo, identificamos que 22 teses e dissertações apresentam propostas didáticas que utilizam a HM voltadas a formação inicial do professor de Matemática. Estes são os trabalhos que compõem o *corpus* da presente investigação.

Destacamos, que este processo de seleção do *corpus*, permitiu identificar o atual cenário da produção acadêmica que contempla a temática da HM na formação do professor de Matemática. Neste sentido, realizamos, um mapeamento das 116 teses e dissertações localizadas sobre esta temática com relação a: titulação

(mestrado, mestrado profissional e doutorado), ano de defesa e abordagens.

Após esta etapa, mapeamos as 22 produções que constituem o corpus da investigação com relação a: Instituição na qual estas produções foram desenvolvidas, a natureza administrativa das respectivas instituições, distribuição geográfica (estado e região) na qual estas produções se encontram, natureza do programa de pós-graduação (mestrado, mestrado profissional e doutorado) e o ano de defesa dessas produções.

Posteriormente ao mapeamento, realizamos a análise dos trabalhos pertencentes ao corpus documental, o processo utilizado para tal, será apresentado no item subsequente.

3.2 Procedimentos de análise

Os trabalhos foram analisados por meio de um método inspirado na análise de conteúdo proposto por Bardin (2009). Esta pesquisadora aponta que a análise de conteúdo pode ser definida como:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (p. 44).

Esta mesma autora aponta que há duas práticas científicas ligadas a Análise de Conteúdo: A linguística e as técnicas documentais. No caso da presente pesquisa, foram realizadas as técnicas documentais, uma vez que estas se encarregam de analisar teses e dissertações. Neste sentido, Chaumier (1988 *apud* Bardin, 2009) define uma análise documental como “[...] uma operação ou um conjunto de operações visando representar o conteúdo de um documento sob forma diferente do original, a fim de facilitar, num estado ulterior, a sua consulta e referenciação” (p. 47).

A análise de conteúdo na perspectiva de Bardin (2009) é constituída por três polos cronológicos: Pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados: inferência e interpretação.

A fase da pré-análise é entendida por Bardin (2009) como uma fase de organização que envolve a “leitura flutuante” (uma leitura que permite um primeiro

contato com os documentos que serão submetidos a análise), a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, a definição das hipóteses e objetivos da pesquisa e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final.

A fase de exploração do material consiste nas etapas de codificação, desconto ou numeração. Na etapa de codificação, os dados brutos são transformados em unidades de registro que segundo Bardin (2009), se trata de uma unidade de significação que

[...]corresponde ao segmento de conteúdo a considerar como unidade de base, visando a categorização e a contagem frequencial. A unidade de registro pode ser de natureza e de dimensões muito variáveis. [...] Efectivamente, executa-se certos recortes a nível semântico, o “tema”, por exemplo, a “palavra” ou a “frase” [...] (p. 130).

Entretanto, o tipo de análise de registro utilizada na presente pesquisa se refere ao tema que para Bardin (2009) é uma “ [...] afirmação acerca de um assunto. Quer dizer, uma frase, ou uma frase composta, habitualmente um resumo ou uma frase condensada, por influência da qual por ser afetado um vasto conjunto de formulações singulares. (p.105) ”

Neste sentido, o tipo de análise realizada na presente pesquisa recorre as técnicas da “análise temática” que para Bardin (2009), “[...] consiste em descobrir os núcleos de sentido que compõe a comunicação e cuja presença, ou frequência de aparição podem significar alguma coisa para o objetivo analítico escolhido”. (P. 105).

Após a escolha dos temas, estes passam a ser categorizados, constituindo-se a fase de categorização que segundo Bardin (2009) se trata de

[...] uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero (analogia) com os critérios previamente definidos. As categorias são rubricas, ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registros, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efectuado em razão dos caracteres comum destes elementos. (p.117)

A autora ainda afirma que as boas categorias devem obedecer os princípios da exclusão mútua, na qual cada elemento não pode existir em uma ou mais divisões, isto é, não deve ser colocado em duas ou mais categorias; homogeneidade quando em um conjunto categorial, deve haver um só registro e dimensão de análise; pertinência quando a categoria está adaptada ao material de análise escolhido e ao

quadro teórico definido; objetividade e fidelidade nas quais as diferentes partes de um material, submetido à mesma grelha categorial, devem ser codificadas da mesma maneira e produtividade para fornecer resultados férteis.

Ainda, Bardin (2009) indica a possibilidade de uma categorização com categorias *a priori*, sugeridas pelo referencial teórico e com categorias *a posteriori*, elaboradas após a análise do material.

Fiorentini e Lorenzato (2012) além de categorias definidas *a priori* (modelo fechado) e *a posteriori* (modelo aberto), sugerem um terceiro modelo de categorização denominado de categorias mistas, que são obtidas “[...] quando o pesquisador obtém as categorias a partir de um confronto entre o que diz a literatura e o que encontra nos registros de campo.” (p.135).

Tendo em vista este método proposto por Bardin (2009), no qual nos inspiramos, realizamos a análise dos trabalhos seguindo quatro etapas:

Etapa 1. Leitura integral dos 22 trabalhos selecionados e elaboração de fichas de leitura: Realizamos a leitura atenta dos trabalhos selecionados. Destacamos que após a leitura dos primeiros trabalhos, sentimos a necessidade da elaboração de uma “ficha de leitura” que seria preenchida para cada trabalho. Esta ficha, possui algumas informações sobre o trabalho, tais como: O título, código, conteúdo, se a proposta foi aplicada e a descrição do trabalho. Além disto, a ficha contém três quadros referentes as formas, contribuições e dificuldades de utilização da HM na formação inicial dos professores de matemática.

O modelo da ficha se encontra a seguir:

Ficha

Título do trabalho:

Autor:

Código:

Conteúdo:

Foi aplicado: () Sim. () Não.

Descrição do trabalho:

FORMAS DE UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NAS PROPOSTAS		
ATIVIDADES (1 a n)	DESCRIÇÃO	CATEGORIA DE UTILIZAÇÃO DA HM
Atividade 1		
Atividade 2		
...		
Atividade n		

CONTRIBUIÇÕES DA INCLUSÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR		
EXCERTOS	UNIDADE DE SIGNIFICADO (INTERPRETAÇÃO)	CLASSIFICAÇÃO

DIFICULDADES DA INCLUSÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR		
EXCERTOS	UNIDADE DE SIGNIFICADO (INTERPRETAÇÃO)	CLASSIFICAÇÃO

Figura 2: Ficha elaborada para cada trabalho

Etapa 2: Elaboração de categorias de análise:

As categorias referentes as formas de apresentação da HM em propostas didáticas voltadas a formação inicial de professores de Matemática, seguem o modelo de categorias *a priori*, isto é, foram elaboradas a partir da literatura. Para tal, foram utilizados como referência Vianna (1995), Bianchi (2004) e Omena (2015).

Vianna (1995) investigou como a HM se apresenta em livros didáticos. Com base no trabalho de Vianna (1995), Bianchi (2004) criou categorias para, também, analisar a presença da HM em livros didáticos voltados ao ensino fundamental. Já Omena (2015), fundamentada nos estudos realizados por Vianna (1995) e Bianchi (2004), elaborou categorias para analisar as formas que a HM tem sido apresentada em propostas didáticas voltadas para o ensino médio.

Assim, elaboramos as seguintes categorias que podem indicar as perspectivas em que a HM se apresenta em propostas didáticas voltadas a formação inicial do professor de Matemática:

HM como Estratégia Didática: Nesta categoria, incluímos as atividades nas quais a HM direciona o licenciando a deduzir e/ou reproduzir métodos adotados por povos ou matemáticos que foram importantes para o desenvolvimento de determinado conteúdo matemático, com o objetivo de levar o licenciando a compreender o conteúdo matemático. Esta categoria foi elaborada com base em Vianna (1995), Bianchi (2012) e Omena (2015). Para Vianna (1995), as atividades presentes em sua categoria, permitem que o estudante realize procedimentos que se relacionam com o desenvolvimento histórico de determinado conteúdo matemático, como exemplo, atividades de medição de sombras para o cálculo de alturas ou de relacionar a circunferência e diâmetro com um fio de barbante. Em uma perspectiva semelhante Bianchi (2004), indica que as atividades relativas à HM que compõem sua categoria são aquelas nas quais a HM é um guia que leva o aluno a deduzir e adquirir conhecimentos matemáticos.

HM como introdução: Esta categoria reúne as atividades que apresentam a história do conteúdo matemático que ainda será abordado na atividade em seu início. Após esta apresentação, é proposto que os alunos resolvam atividades sobre o conteúdo matemático. Neste caso, a HM é utilizada apenas para introduzir o conteúdo matemático. Para Omena (2015), a HM é utilizada para introduzir o conteúdo matemático que ainda será abordado na atividade e que, geralmente, se apresenta em formato de textos ou trechos históricos que podem conter informações a respeito do matemático que contribuiu para o desenvolvimento de tal conteúdo (biografias), acontecimentos, datas, lendas etc. Com estas mesmas características, Bianchi (2004) criou a categoria de “informação geral” e indica que este tipo de apresentação da HM informa sobre datas, matemáticos ou acontecimentos, sendo que o conteúdo matemático ainda será abordado e atividades sobre este conteúdo ainda serão propostas. De modo semelhante, Vianna (1995), elaborou a categoria “HM como motivação”, na qual foram reunidas atividades que apresentam a HM, no início de um capítulo ou atividade, de modo a introduzir o conteúdo matemático que será abordado. Esta é apresentada na forma de texto (lenda, anedota ou conto).

HM como informação: A HM nesta categoria, se apresenta com o intuito de acrescentar informações complementares sobre o conteúdo matemático, sem que tais informações façam com que o licenciando compreenda o conteúdo ou que ofereçam

subsídios para que ele resolva as atividades propostas. Bianchi (2004) com estas mesmas caracterizações, denomina esta categoria de “informação adicional”. Vianna (1995) indica que nesta categoria, a HM muitas vezes é apresentada ao término da atividade de modo a fornecer informações extras e adicionais sobre o conteúdo abordado no decorrer da atividade. Além disso, é válido o caso em que elementos históricos aparecem no decorrer da atividade, mas que não auxiliam o aluno a compreender o conteúdo ou a resolver as questões propostas nas atividades. Dentre as diferentes formas em que os textos históricos podem se apresentar na atividade, Omena (2015) afirma que eles

[...] podem ser constituídos por um ou mais parágrafos e podem conter informações variadas, como informações sobre personagens que contribuíram com o desenvolvimento do conteúdo ou até mesmo algumas definições matemáticas. (OMENA, 2015, p. 60)

Atividade sobre a HM: Esta categoria se caracteriza por conter atividades que primeiramente apresentam a HM na forma de um texto, artigo, ou até mesmo de um filme, documentário ou vídeo, sendo que após a apresentação da HM é proposto que os estudantes realizem atividades sobre a mesma, como por exemplo, a realização de discussões, interpretação, elaboração de um resumo ou relatório, sobre os textos ou artigos de HM que foram lidos ou até mesmo sobre os filmes de HM que foram exibidos. De acordo com Bianchi (2004), as atividades inseridas nesta categoria se caracterizam por fazer questionamentos ou propor ações sobre a própria HM abordada na atividade. Esta categoria se diferencia das outras pelo fato de que as atividades que se enquadram nela, se referem a própria HM, enquanto as atividades pertencentes as outras categorias abordam sobre o conteúdo matemático.

Além destas categorias, há também atividades que não utilizam a HM, assim como foi constatado por Omena (2015).

A elaboração das categorias referentes às contribuições da utilização da HM para a formação inicial de professores de Matemática, também foram elaboradas *a priori* e foram inspiradas nas referências apresentadas no capítulo anterior. As categorias são que a HM pode contribuir para: Que o futuro professor de matemática compreenda os conteúdos matemáticos; que o futuro professor de matemática compreenda a natureza acerca do conhecimento matemático e da matemática; a

futura prática pedagógica do futuro professor matemática; permitir que o futuro professor perceba conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Já a elaboração das categorias referentes as dificuldades da utilização da HM na formação inicial de professores de Matemática, seguiu o modelo *posteriori*, ou seja, estas emergiram dos materiais de análise. A escolha por esta forma de elaboração de categorias se deve ao fato de que, com base nos estudos realizados na presente pesquisa, a maior parte das bibliografias consultadas, explicitam apenas os aspectos positivos e favoráveis a utilização da HM na formação inicial do professor de matemática. Assim, foi possível verificar a quase ausência de bibliografias que descrevem de uma forma detalhada, as dificuldades, limitações ou até mesmo os argumentos desfavoráveis acerca da utilização da HM na formação inicial do professor de matemática.

Assim, as categorias referentes as dificuldades foram criadas a partir da seleção de excertos dos trabalhos analisados, nos quais os autores explicitavam as dificuldades que surgiam ao utilizar uma abordagem histórica nas propostas didáticas voltadas a formação inicial de professores de Matemática. Após a seleção, os excertos foram inseridos em um documento e agrupados de acordo com as ideias apresentadas, isto é, os excertos que convergiam para uma mesma ideia, foram colocados em um mesmo grupo. Posteriormente, cada grupo foi nomeado de acordo com a ideia que o representava, obtendo-se assim, as categorias.

Etapa 3. Preenchimento das fichas elaboradas para cada trabalho e categorização: Após a elaboração de 22 fichas (uma para cada trabalho), elas passaram a ser preenchidas. Neste processo, foram colocadas as informações referentes a cada trabalho e o preenchimento dos quadros foi realizado da seguinte forma:

No quadro referente as formas de utilização da HM nas propostas didáticas, foi colocado em cada linha de sua primeira coluna, as atividades que as propostas presentes nos trabalhos continham. Nas linhas da segunda coluna, foram colocadas descrições de cada atividade correspondente da proposta. Por fim, nas linhas da terceira coluna, foi colocada a categoria referente a forma com a qual, a HM foi utilizada em cada atividade.

No quadro referente as contribuições da inclusão da HM na formação inicial de professores de matemática, foram colocados em cada linha de sua primeira coluna, os excertos de cada trabalho que explicitavam as contribuições de utilizar a HM nas propostas didáticas que foram evidenciadas pelos autores. Em cada linha da segunda coluna do quadro, os excertos foram reescritos de modo a interpretar as ideias dos autores de modo a facilitar a análise. Já nas linhas da terceira coluna do quadro, foi colocada a categoria referente a contribuição da utilização da HM em propostas didáticas voltadas a formação inicial do professor de matemática.

No quadro referente as dificuldades em utilizar a HM nas propostas didáticas voltadas a formação inicial de professores de matemática, os excertos que na etapa anterior, foram selecionados e agrupados de acordo com as ideias que eles representavam obtendo categorias, foram reescritos nas linhas da primeira coluna do quadro de dificuldades. Nas linhas da segunda coluna deste quadro, os excertos foram reescritos de modo a interpretar as ideias dos autores e por fim, em cada linha da terceira coluna do quadro, foi colocada a categoria referente a dificuldade da utilização da HM em propostas didáticas voltadas a formação inicial do professor de matemática, obtidas com os agrupamentos realizados na etapa anterior.

De posse as todas as fichas devidamente preenchidas, cada categoria presente nos três quadros, foi grifada com diferentes cores para uma melhor visualização destas categorias na terceira coluna dos quadros pertencentes as fichas de leitura e organização dos dados na etapa posterior. Como exemplo, a categoria estratégia didática foi grifada na cor azul clara; a categoria “atividade sobre a HM, foi grifada na cor rosa.

Etapa 4. Leitura das fichas preenchidas e elaboração de 3 novos quadros:

Nesta etapa, foram feitas leituras de todas as fichas preenchidas e posteriormente, foram elaborados três novos quadros, correspondendo cada um a: Formas de utilização, contribuições e dificuldades relativas a HM na formação inicial de professores de matemática. Nestes quadros, foi possível organizar os dados obtidos com as fichas e verificar com qual frequência as categorias apareciam nos trabalhos. Os quadros a seguir exemplificam este modelo.

Quadro 1: Exemplo para organização das categorias referentes as formas utilização da HM em propostas didáticas voltadas a formação inicial do professor de matemática.

Categorias	Trabalhos	Atividades
Categoria X	T1	1, 7 e 8
	T4	2, 5, 6
	T5	3, 4 e 5
Categoria Y	T2	1
	T3	1 e 2
Categoria Z ...	T1	2 e 3
	T3	5
	T5	7

Fonte: Elaborado pela autora

Quadro 2: Exemplo para a organização das categorias referentes as contribuições e dificuldades de utilização da HM em propostas didáticas voltadas a formação inicial do professor de matemática.

Categoria	Trabalhos	Frequência¹⁷
1	T1	1
	T7	2
TOTAL	2 Trabalhos	3 vezes
2	T2	3
	T3	1
	T5	1
TOTAL	3 Trabalhos	5 vezes
3 ...	T1	2
	T4	1
	T6	1
TOTAL	3 Trabalhos	4 vezes

Fonte: Elaborado pela autora

Estes resultados obtidos, foram confrontados com a literatura e serão apresentados no capítulo 5.

¹⁷ Quantidade de vezes que a categoria aparece no trabalho analisado. Esta forma de quantificação, permitiu verificar quais categorias referentes as contribuições e dificuldades foram mais recorrentes ou menos recorrentes.

4 MAPEAMENTO DAS TESES E DAS DISSERTAÇÕES QUE ABORDAM ASPECTOS REFERENTES A HM NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Este capítulo tem o intuito de apresentar um mapeamento das teses e dissertações brasileiras, que abordam aspectos relativos a HM na formação de professores de matemática.

Estas produções, como já exposto, foram localizadas no Catálogo de teses e dissertações da CAPES. Inicialmente foi realizada uma busca por teses e dissertações com a palavra-chave “História da Matemática” e posteriormente, após a leitura dos resumos destas, foram selecionadas as produções acadêmicas que apresentam explicitamente relações entre a HM e a formação de professores de matemática. Desta forma, foram localizadas 116 produções que foram mapeadas de acordo com: Ano de defesa, grau de titulação e aos enfoques relativos a formação do professor de matemática, conforme apresentaremos a seguir.

4.1 Mapeamento das teses e das dissertações do campo da história da matemática que abordam aspectos referentes a formação do professor de matemática

As 116 produções acadêmicas do campo da HM que abordam aspectos relativos a formação do professor de matemática localizadas nesta investigação, são apresentadas no quadro 2.

Quadro 2: Produções acadêmicas – HM na formação do professor de matemática

CÓDIGO ¹⁸	TÍTULO	AUTOR	ANO
MP8	Materiais manipuláveis: a Matemática ao alcance das mãos	Souza, Cintia Karla Alves	2013
MP17	Geometria Analítica na educação básica: primeiros passos no plano cartesiano	Bacca, Paula Cristina.	2013
M50	A abordagem de história da matemática na formação de professores: o caso de trigonometria	Contrera, Fábio Guerra	2003
MP60	História da matemática na formação do professor: dificuldades e sugestões	Pereira, Juliana De Melo	2013
M72	A participação da história da matemática na formação inicial de professores de matemática	Balestri, Rodrigo Dias	2008
M86	Alguns elementos que reforçam a importância da História da Matemática na formação de Professores	Monteiro, Wilson	2012
MP091	Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica	Gomes, Severino Carlos	2011
M93	Compondo narrativas sobre a história da matemática	Moreira, Daiany Darley	2011
MP113	Uma sequência didática para o ensino da resolução da equação do 2º grau: adequação para uso com professores	Macêdo, Elaine Souza	2011
MP117	Explorando o conceito de derivada em sala de aula, a partir de suas aplicações e sob uma perspectiva histórica'	Oliveira, Daniel Gustavo De	2011
D121	Contribuições da História da Matemática para a Construção dos Saberes do Professor de Matemática	Araman, Eliane Maria De Oliveira	2011
MP130	Engenharia Didática sobre o estudo e ensino da fórmula de Binnet como modelo de generalização e extensão da sequência de Fibonacci	Santos, Arlem Atanazio	2017
MP178	Números complexos e suas aplicações: uma proposta de ensino contextualizado com abordagem histórica	Eli, Juliano	2014
D150	A história da matemática como metodologia de ensino: um estudo a partir do tratado sobre o triângulo aritmético de Blaise Pascal'	Dias, Graciana Ferreira Alves	2014
M154	Um estudo histórico sobre quadraturas	Correa, Julio Faria	2008
MP171	O problema que tornou Euler famoso	Gayo, Jairo	2013
MP187	A utilização da história da matemática em atividades investigativas: estudo de áreas de regiões planas regulares e irregulares'	Silva, Daniel De Jesus	2016
MP192	A História da Matemática e o Blog na formação inicial do professor	Lopes, Lidiane Schimitz	2013
M205	A obra de Bento de Jesus Caraça e a Educação Matemática: entre encanto e resistências	Teixeira, Moara Regina Grandi.	2010
MP206	Alfabetização científica e postura fenomenológica: reflexões e possibilidades pedagógicas para o estudo da matemática	Gonçalves, Araceli.	2011
MP231	Investigação Histórica nas Aulas de Matemática: Avaliação de Duas Experiências'	Bezerra, Odenise	2008
D248	A Tensão entre o Discreto e o Contínuo na História da Matemática e no Ensino de Matemática	Brolezzi, Antonio Carlos	1997
MP271	A geometria do compasso (1797) de mascheroni (1750-1800) em atividades com o geogebra'	Oliveira, Jose Damiao Souza De	2014
M278	História da matemática: um olhar sob a perspectiva para a formação do professor de matemática	Rodrigues, Gisane Fagundes	2016
D282	Ciência e religião: reflexões sobre os livros de	Borges, Marcos Francisco	2010

	história da matemática e a formação do professor			
MP289	Recorte dos produtos educacionais em história no ensino da matemática e em didática da matemática a partir das dissertações e teses defendidas no Brasil entre 1990-2010'	Mello, Albimar De.	Gonçalves	2012
M294	Registros de Representação Semiótica e uso Didático da História da Matemática: um estudo sobre parábola'	Piza, Cristina	Aparecida	2009
D295	Atividade Orientadora de Ensino de geometrias na perspectiva lógico-histórica: unidade entre ensino e aprendizagem na formação inicial de professores de matemática	Santos, Talita	Secorun Dos	2015
M297	A história da matemática como recurso pedagógico: uma análise hermenêutica sobre as concepções de alguns professores'	Perez, Ana Jimena	Lemes	2015
MP303	A prática de ensino com a História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática na modalidade a distância	Garcia, Fabiano	Teixeira	2013
MP351	A leitura de fontes antigas e a formação de um corpo interdisciplinar de conhecimentos: um exemplo a partir do Almagesto de Ptolomeu	Silva, Ana Paula	Pereira Do Nascimento	2013
D373	Ateliês de história e pedagogia da matemática: contribuições para a formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais	Ferreira, Lucia Bezerra	Helena	2011
M380	Disciplinas de educação matemática em cursos de licenciatura em matemática: um estudo sobre enunciações de licenciados do instituto federal do Piauí (ifpi)	Aquino, Crisvania De	Castro	2014
MP386	Elaboração de atividades didáticas para o ensino de matemática a partir de livros antigos: O exemplo do "Leçons élémentaires" de Lagrange'	Oliveira, Jefferson Ramos De.	Leandro	2013
MP411	Geometria Analítica: caminhos para aprendizagem'	Silva, Sergio	Ferreira	2015
M427	Formação de professores de matemática: espaço de possibilidades para produzir formas de resistência e singularidade docente'	Aragon, Dionara Da Rosa	Teresinha	2009
D428	Um Tratamento para os Números Reais Via Medição de Segmentos: Uma Proposta, Uma Investigação	Pasquini, Guapo	Regina Célia	2007
M431	Matemática e música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares	Campos, Gean Silva	Pierre Da	2009
M499	História da disciplina escolar matemática e a formação de professores de matemática	Gibim, Gabriela	Faria Barcelos	2012
M508	História da educação matemática no Brasil: Contribuições das pesquisas para professores da Educação Básica'	Goncalves, Djnnathan Da Silva	Francisco	2015
M7	O Uso da História da Matemática em Sala de Aula: o que pensam alguns professores do Ensino Básico'	Feliciano, Lucas	Factor	2008
MP1	O Conceito de Infinito: Uma Abordagem a Partir da Resolução de Problemas	Santos, Tatiana Lima	De Souza	2015
D23	O conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino de matemática: possíveis relações'	Dambros, Adriana	Aparecida	2006
M44	Memória, história e formação de professores: a disciplina fundamentos da metodologia do ensino de matemática II.	Paschoalin, Bartijotto	Ana Carolina	2005
M48	A Disciplina História da Matemática e a Formação	Stamato, Jucélia Maria De		2003

¹⁸ O código foi elaborado da seguinte maneira: As letras identificam se são (M) mestrado (MP) mestrado profissional ou (D) doutorado, já os números são referentes à posição que se encontram no Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

	do Professor de Matemática: Dados e Circunstâncias de sua Implantação na Universidade Estadual Paulista, Campi de Rio Claro, São José do Rio Preto e Presidente Prudente	Almeida	
MP80	História da Matemática: Uma disciplina do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora'	Fragoso, Wagner Da Cunha	2011
M97	A história da matemática e o professor das séries iniciais: a importância dos estudos históricos no trabalho com o sistema de numeração decimal.'	Dambros, Adriana Aparecida	2001
MP98	Quadratura: da antiguidade à atualidade	Dias, Vandenberg Gouveia.	2014
M105	O uso da história das equações nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática na educação básica	Ribeiro, Denise Benino Dourado	2015
M112	Os algoritmos no contexto da história: uma experiência na formação de professores pedagogos	Pedroso, André Pereira	2008
MP120	Vídeo-aula de história da matemática – uma possibilidade didática para o ensino de matemática'	Machado, Benedito Fialho	2011
M195	Historia da matematica: um estudo de seus significados na educacao matematica	Prado, Ema Luiza Beraldo	1990
M245	Leon Battista Alberti (1404 – 1472) e a medida do tempo em sua obra matemática lúdica'	Santos, Lucas Reis	2014
MP253	Atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade: contribuições da História da Matemática'	Júnior, José Roberto Costa	2010
MP263	A história da matemática como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática'	Santos, Claudimar Abadio Dos	2007
M283	A Contribuição da História da Matemática na Formação dos Professores das Séries Iniciais	Perez, Jussara Teodoro De Faria	2010
M296	O estudo do Trattato del Radio Latino: possíveis contribuições para a articulação entre História da Matemática e Ensino'	Beo, Nara Di.	2015
D310	A prática social do cálculo escrito na formação de professores: a história como possibilidade de pensar questões do presente	Souza, Eliana Da Silva	2004
D315	Formação Continuada do Professor de Matemática: Recursos Didáticos para o Ensino de Trigonometria'	Poloni, Marines	2015
MP346	O Número Áureo Dentro de Sala com Atividades Conceituais'	Silva, Marcelo Pereira Da	2013
MP347	"Como trazer o Número Áureo para Dentro de Sala de Aula	Carvalho, Augusto Schwager De	2013
MP348	Formas de tratar o número áureo em sala de aula, com aplicação nos 8º e 9º anos do ensino fundamental	Barros, Antonio Carlos Rodrigues De Azevedo	2013
MP353	Twitter e Facebook: aprendizagem colaborativa em Matemática'	Costa, Ana Maria Simoes Netto	2013
M378	Saberes metodológicos para o ensino de matemática na perspectiva do pacto nacional pela alfabetização na idade certa'	Pereira, Mariana Martins	2016
MP379	Alguns aspectos da obra matemática de Joaquim Gomes de Souza'	Nascimento, Carlos Ociran Silva	2008
MP417	Propostas para o ensino da trigonometria: introdução à aproximações de funções periódicas por polinômios trigonométricos'	lochucki, Suellen Karina Palhano	2016
D454	A linguagem e a etimologia dos termos utilizados na matemática: Uma construção histórica'	Feliciano, Lea Paz Da Silva.	2013
MP473	Uma proposta de ensino de frações no 6º ano do ensino fundamental a partir da teoria histórico-cultural	Rodrigues, Carolina Innocente	2015
MP510	A transversalidade das tecnologias de informação e	Almeida, Vania Horner De	2015

	comunicação na formação inicial de professores: webquest como recurso pedagógico para o ensino da matemática'		
MP39	História da matemática como recurso pedagógico no ensino fundamental'	Gottardi, Jeferson André	2012
M444	Processos de ensino e aprendizagem de matemática vivenciados por licenciandas de pedagogia em sua trajetória educacional'	Soares, Kasselandra Mattos	2014
M472	Nogueira. Um estudo sobre a inserção tecnológica na formação continuada de docentes de matemática'	Guimaraes, Wanuza	2015
M497	Uma investigação sobre tendências metodológicas da educação matemática a partir das formações continuadas (sergipe, 1988 a 2006)	Santos, Rone Peterson Oliveira	2012
MP36	Resolução de equações quadráticas: um resgate histórico dos métodos e uma proposta de aplicação da sequencia fedathi no seu ensino	Castelo, Joao Alfredo Montenegro	2013
MP52	O ensino dos logaritmos tendo como eixo norteador a história'	Gouvea, Diuliano Azeredo	2013
M70	A Coleção História da Matemática para Professores: um estudo sobre possibilidades de uso por professores das séries finais do Ensino Fundamental'	Neto, Helinton Mercatelli	2009
M88	História da matemática no ensino fundamental: usos em sala de aula pelo professor de matemática da rede municipal de aracaju/se'	Guimarães, Marcos Denílson	2012
MP89	Um Estudo Misto para Entender as Contribuições de Atividades Baseadas nos Fundos de Conhecimento e Ancoradas na Perspectiva Sociocultural da História da Matemática para a Aprendizagem de Funções por meio da Pedagogia Culturalmente Relevante	Oliveira, Davidson Paulo Azevedo	2012
MP99	Logaritmos: sua história, interdisciplinaridade, contextualização e sugestões didáticas para o seu ensino'	Leitao, Fluvio Alves.	2014
M123	História da matemática como metodologia alternativa para o desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros anos do ensino fundamental'	Santos, Anderson Oramisio	2013
MP134	A história da matemática como alternativa didática: uma coletânea de atividades	Lima, Jeroncio Fernandes De Oliveira	2016
MP135	Determinantes	Prata, Gustavo Gomes	2016
MP137	Logarítmos: uma proposta de ensino	Reis, Saulo Portes Dos	2014
M182	Problemas matemáticos da antiguidade como estratégia para o ensino de matemática na educação básica'	Serrao, Marcelo Miranda	2014
MP197	A História da Matemática em Propostas Didáticas presentes em Teses e Dissertações Brasileiras'	Omena, Bianca Silva Souza De	2015
MP199	O Santo Graal da Matemática: a Hipótese de Riemann	Gaspareti, Leandro	2014
M267	Abordando frações em perspectiva histórica: uma possibilidade de ensino para a educação básica'	Cruz, Lidia De Sousa Da.	2016
MP281	Desenvolvendo o conceito de áreas: uma proposta didática para abordar regiões planas irregulares na educação básica	Jesuz, Danilo Augusto Ferreira De	2015
MP288	Compreensões de Professores do Ensino Médio acerca da utilização da História da Matemática no Ensino de Matemática'	Santos, Marcos Roberto Dos	2017
M290	História da matemática e educação matemática:	Pereira, Milton Luiz Neri	2005

	como os professores concebem o uso da história da geometria no ensino		
M298	A história da matemática no portal do professor: uma análise hermenêutica dos planos de aula'	Silva, Rosana Rodrigues	2015
MP306	História da matemática no processo educativo: um desenho da prática docente em teixeira de Freitas, bahia'	Junior, Clovis Lisboa Dos Santos	2014
M313	Uma investigação sobre a participação da História da Matemática em uma sala de aula do ensino Fundamental'	Roque, Ana Catarina Cantoni	2012
MP361	Matemática védica no ensino das quatro operações'	Romao, Freud	2013
MP375	Arquimedes e o método'	Silva, Rosivaldo Pereira Da	2014
MP389	Uma abordagem didática para o ensino do mmc na educação básica'	Silva, Francisco Adailson Souza Da	2014
MP207	A história da matemática como estímulo ao ensino-aprendizagem	Costa, Cleomar Luiz Da	2016
M394	Aprender e Ensinar Matemática através dos PCN's na visão dos professores do Ensino Fundamental	Camargo, Vera Lúcia Vieira	2003
MP402	Uma abordagem didática para o ensino do mdc na educação básica	Barbosa, Ramiro Rodrigues	2014
MP414	Noções de cálculo i no ensino médio: uma proposta de intervenção curricular	Machado, Flavio Martins	2016
MP448	Uma Abordagem de Sequências Numéricas no Ensino Médio'	Silva, Tiago Marinho Da	2013
D481	Os discursos sobre a matemática publicados na revista do ensino do rio grande do sul – (1951 – 1978	Pereira, Luiz Henrique Ferraz	2010
MP484	Aspectos estruturais e históricos que relacionam a música e a matemática: uma abordagem interdisciplinar para a aplicação de médias, progressões e, em especial os logaritmos, no ensino médio'	Fonseca, Daniel Franca	2013
MP494	O Infinito na Matemática'	Borges, Bruno Andrade	2014
MP518	O Teorema de Pitágoras: Abordagem no Cotidiano da Educação Matemática e suas Diversas Demonstrações	Silva, Danniell Emanuel Bruno	2014
MP274	A geometria da escola e a utilização de história em quadrinhos nos anos finais do ensino fundamental'	Santos, Lupi Scheer Dos	2014
M475	Professores de matemática e os saberes mobilizados em sala de aula: um estudo de caso	Battalini, Lucia Ines	2008
D176	Correspondências científicas como uma relação didática entre história e ensino de matemática: o exemplo das cartas de euler a uma princesa da alemanha'	Pereira, Daniele Esteves	2014
MP276	História da matemática e produção de significado: proposta de tarefas didáticas para o ensino do teorema de tales'	Neto, Benjamim Cardoso Da Silva	2016
MP300	Dos mínimos quadrados à regressão linear: atividades históricas sobre função afim e estatística usando planilhas eletrônicas	Alves, Juliana Maria Schivani	2016
MP342	Sequências de Fibonacci: Possibilidades de Aplicações no Ensino Básico	Oliveira, Jose Jackson De	2013

MP390	O professor e o ensino de álgebra: uma proposta de intervenção contextualizada na construção de conceitos matemáticos	Goncalves, Izabel Cristina Curaca	2013
MP400	Geometria espacial no ensino fundamental: uma reflexão sobre as propostas metodológicas'	Chaves, Juliana De Oliveira	2013
M430	A passagem da numeração romana para a indo-arábica no ocidente em livros didáticos de matemática'	Costa, Renata Alves	2009
MP477	A resolução de questões das olimpíadas de matemática com teoremas da aritmética	Pereira, Maily Marques	2016
MP71	Investigação histórica na formação de professores de matemática: um estudo concentrado no conceito de função'	Rocha, Sonia Maria Cavalcanti Da	2008

Fonte: Elaborado pela autora

Estas teses e dissertações foram defendidas no período de 1990 a 2017, isto é, durante este período há pelo menos um trabalho defendido em cada ano. No gráfico 1 a seguir é possível verificar a quantidade de trabalhos de acordo com o ano em que foram defendidos.



Gráfico 1: Número de trabalhos por ano de defesa. FONTE: Elaborado pela autora

É possível constatar que, embora em 1990 já houvessem trabalhos que contemplam a temática da HM na formação do professor de matemática, estas temáticas começaram a ganhar espaço principalmente no ano de 2008, sendo os anos de 2013 e 2014 marcados por uma efervescência da produção de trabalhos desta natureza.

Grande parte dos trabalhos (55%), que contemplam a temática da HM na formação de professores são constituídos por dissertações de mestrado profissional. Além disso, 33% dos trabalhos correspondem a dissertações de mestrado acadêmico e apenas 12% são constituídos por teses de doutorado. Assim, há uma considerável diferença entre a produção de trabalhos de mestrado e doutorado que contemplam esta temática. Estes dados estão ilustrados no Gráfico 2, a seguir.

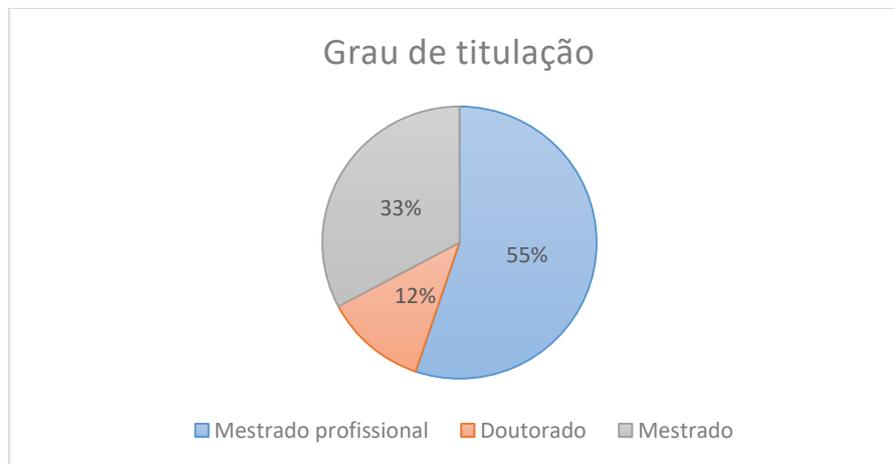


Gráfico 2: Grau de titulação. FONTE: Elaborado pela autora.

Em relação aos enfoques dados a formação do professor nestes trabalhos, foi possível obter dois agrupamentos:

- Produções que se referem às propostas didáticas que utilizam a HM voltadas a Formação de professores (inicial e/ou continuada) de matemática ou a Educação básica, mas que visam contribuir e/ou apoiar o trabalho do professor de Matemática;
- Produções acadêmicas que discutem aspectos (papel, potencialidades, utilização, como é vista, importância, contribuições, constituição, inserção, transformações e implantação) referentes a HM, no ensino de matemática com base nas concepções de professores de matemática; ou na formação de

professores de matemática; ou ainda como disciplina de determinado curso de formação de professores de matemática;

Apresentamos a seguir a figura 3 e o quadro 3. Na figura, é possível, por meio de um diagrama, compreender os dois agrupamentos de uma forma mais clara. Já o quadro 3 apresenta quais são os trabalhos que pertencem a cada grupo.¹⁹

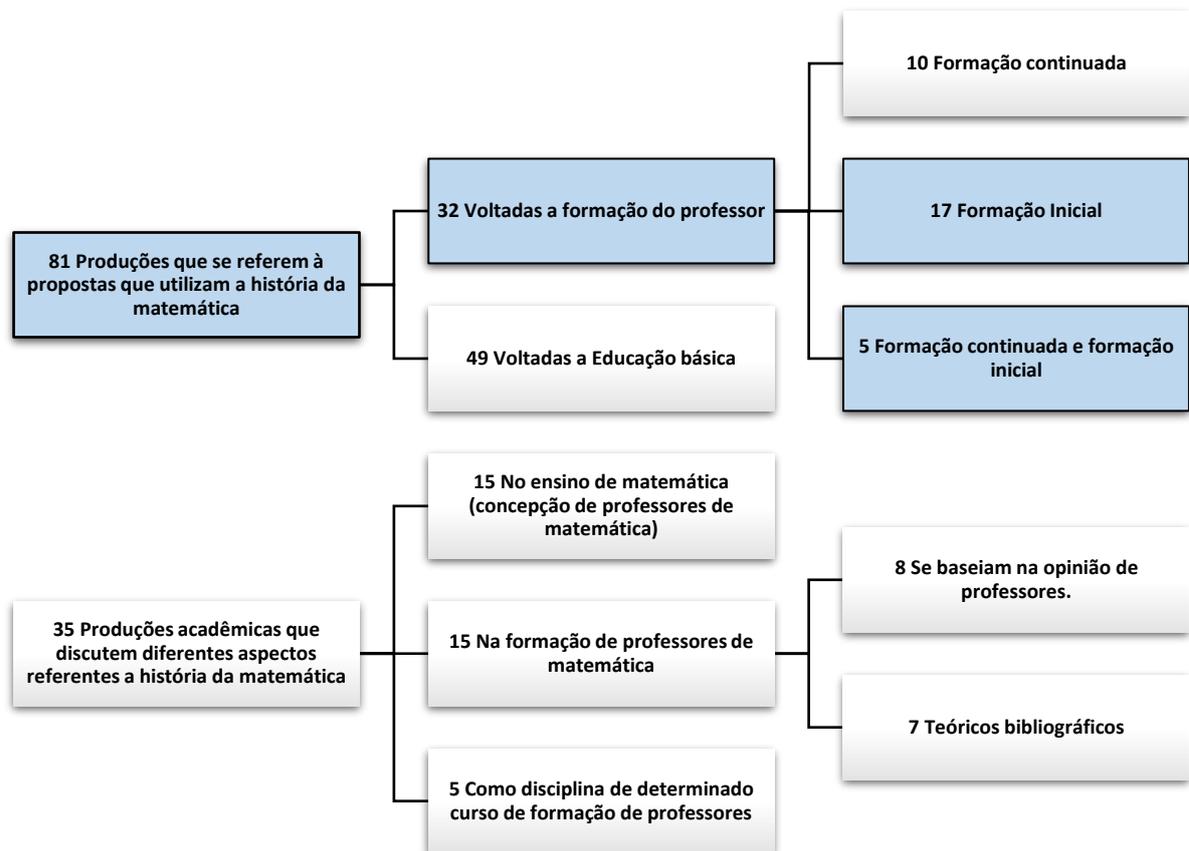


Figura 3: Temáticas abordadas nos trabalhos Fonte: Elaborado pela autora

¹⁹ Para identificar quais são os trabalhos que pertencem a cada grupo, basta relacionar os números presentes no quadro 3 com o código dos trabalhos pertencentes ao quadro 2.

Quadro 3: relação dos trabalhos e seus grupos

Produções que se referem à propostas que utilizam a história da matemática		Produções acadêmicas que discutem diferentes aspectos referentes a história da matemática					
Voltadas a Educação básica, mas que visam auxiliar e/ou apoiar o trabalho do professor de matemática	Voltadas a formação do professor			Na formação de professores de matemática		Como disciplina de determinado curso de formação de professores	No ensino de matemática (concepção de professores de matemática)
	Formação continuada	Formação inicial	Geral	Se baseiam na opinião de professores (pesq.)	Teóricos bibliográficos		
1; 120; 112; 346; 347; 348; 417; 454; 473; 39; 36; 70; 89; 99; 123; 135; 137; 182; 197; 199; 267; 281; 206; 361; 375; 389; 402; 414; 448; 481; 484; 494; 518; 289; 508; 298; 313; 176; 276; 274; 300; 342; 390; 477; 245; 296; 353; 411; 306;	8; 248; 427; 23; 105; 195; 253; 472; 86; 315;]	17; 117; 178; 150; 154; 113; 187; 192; 231; 271; 294; 295; 303; 373; 379; 510; 71.	130; 351; 386; 431; 91.	72; 93; 121; 205; 297; 60; 88; 207.	171; 282; 283; 310; 378; 497; 428;	278; 380; 499; 48; 80.	50; 7; 97; 98; 263; 444; 52; 134; 288; 394; 475; 430; 400; 290; 44.

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme foi exposto anteriormente, podemos identificar que dentre as 116 produções acadêmicas que abordam aspectos referentes ao professor de matemática, 30% (35) foram classificadas no grupo “Produções acadêmicas que discutem diferentes aspectos referentes a HM” e 70% (81) foram classificadas no grupo “Produções que se referem a propostas que utilizam a HM”. Neste sentido, destacamos que a maior parte da produção se destina a elaboração de propostas didáticas com um viés histórico.

Dentre as 81 produções presentes neste grupo, 60% se refere a propostas voltadas para a educação básica, que visam auxiliar e/ou contribuir com o trabalho do professor de matemática e 40% se refere a propostas voltadas para a formação (inicial e/ou continuada) de professores de Matemática.

Dentre as propostas que utilizam a HM voltadas para a formação (inicial e/ou continuada) de professores de Matemática, cerca de 31% está voltada a formação continuada de professores de matemática, 53% é voltada a formação inicial de professores de matemática e 16% é voltada a formação inicial e continuada de professores de matemática.

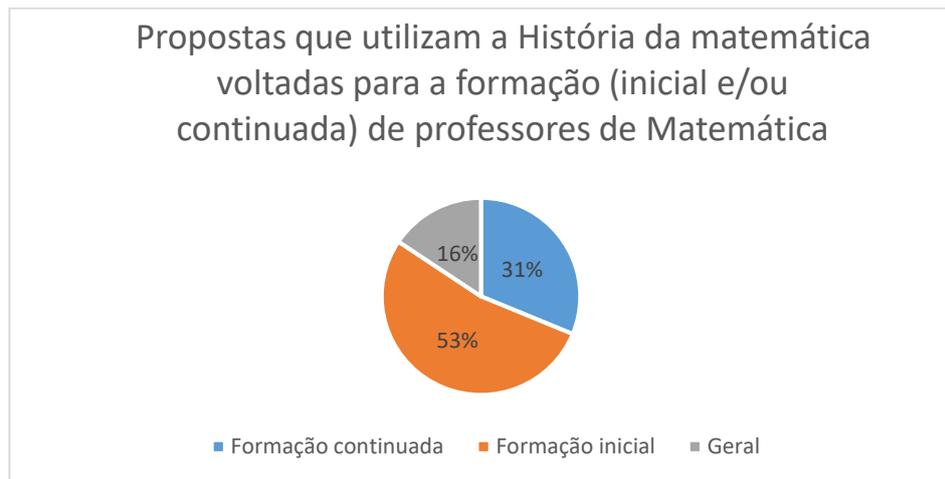


Gráfico 3 - Propostas que utilizam a HM voltadas para a formação (inicial e/ou continuada) de professores de Matemática. FONTE: Elaborado pela autora

Dentre as 35 produções pertencentes no grupo “Produções acadêmicas que discutem diferentes aspectos referentes a HM”, cerca de 43% apresentam aspectos referentes a HM no ensino de matemática baseadas nas concepções de professores de matemática da educação básica; 14% são produções que discutem aspectos da HM como uma disciplina de determinado curso de licenciatura em matemática como, por exemplo, trabalhos que estudam a implantação/inserção da disciplina de HM em um curso de Licenciatura em matemática ou aqueles que objetivam analisar a disciplina de HM de um curso de licenciatura em matemática; 43%, ou seja, 15 teses e dissertações são produções que discutem aspectos referentes a HM na formação de professores, dentre os quais, 7 são estudos teóricos bibliográficos que, por exemplo, abordam a importância ou contribuições da HM na formação de professores de matemática e 8 são estudos sobre estes mesmos aspectos da HM na formação de professores de matemática, porém se baseiam em concepções de professores (pesquisadores) por meio de entrevistas, por exemplo.

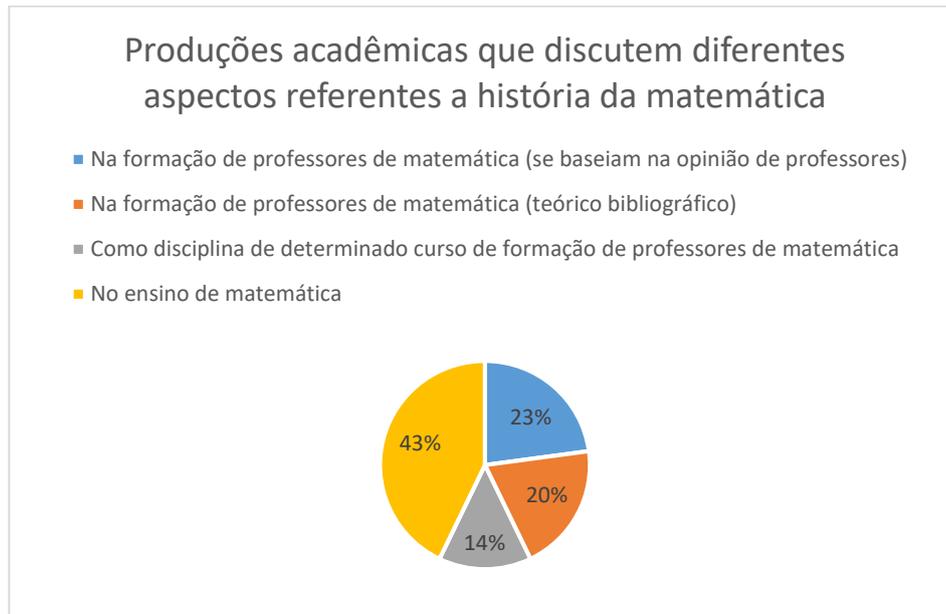


Gráfico 4 - Produções acadêmicas que discutem diferentes aspectos referentes a HM.

FONTE: Elaborado pela autora

O gráfico 5 apresenta uma visão geral dos enfoques encontrados nas teses e dissertações que apresentam relações entre a HM e a formação de professores.



Gráfico 5- Gráfico geral das temáticas encontradas. FONTE: Elaborado pela autora.

Assim, de um modo geral, foi possível constatar que:

- 49 produções selecionadas se referem a propostas que utilizam a HM voltadas para a educação básica, mas que visam auxiliar e/ou contribuir com o trabalho do professor de matemática.
- 17 se referem a propostas que utilizam HM voltadas para a formação inicial de professores de matemática.
- 15 se referem a Trabalhos que abordam aspectos referentes a HM no ensino de matemática e que se baseiam em concepções de professores de matemática a respeito da HM.
- 15 se referem a Trabalhos que abordam aspectos referentes a HM na formação de professores de matemática.

- 10 se referem a propostas que utilizam HM voltadas para a formação continuada de professores de matemática.
- 5 se referem a propostas que utilizam HM voltadas para a formação inicial e continuada de professores de matemática.
- 5 se referem a trabalhos que abordam aspectos referentes a HM como disciplina de determinado curso de formação de professores de matemática.

Diante do que foi exposto, é possível verificar que há uma diversidade de enfoques nos trabalhos que apresentam relações entre a HM e a formação do professor de Matemática.

Devido ao foco do presente trabalho, nos dedicamos a analisar as teses e dissertações que apresentam propostas didáticas voltadas para a formação inicial de professores, ou seja, aos 22 trabalhos reunidos nos agrupamentos “propostas que utilizam HM voltadas para a formação inicial de professores de matemática” e “propostas que utilizam HM voltadas para a formação inicial e continuada de professores de matemática” que se referem à propostas que utilizam a HM na formação inicial de professores de Matemática.

Estes trabalhos, além de propor atividades, tais como, sequências didáticas, cursos, oficinas, materiais (textos, cadernos e manuais) que utilizam a HM para a formação inicial de professores de Matemática. Neste sentido, ao analisá-los podemos identificar o que as teses e dissertações do país indicam em relação as perspectivas em que HM está sendo proposta a esses professores de Matemática que se encontram em formação inicial e quais são as contribuições e dificuldades ao adotar este tipo de abordagem. Apresentaremos, no item subsequente um mapeamento destes trabalhos com relação a: Instituição (distribuição geográfica e natureza administrativa), grau de titulação, ano de defesa, bem como uma síntese de cada um destes.

4.2 Mapeamento das teses e dissertações brasileiras que apresentam uma proposta didática que utiliza a História da Matemática voltada para a formação inicial de professores de Matemática

As teses e dissertações brasileiras que apresentam propostas didáticas voltadas a formação inicial de professores de Matemática, identificadas nesta investigação, são expostas no quadro 4 a seguir:

Quadro 4: Informações sobre os trabalhos que constituem o *corpus* de análise

Título	Autor	Ano	IES	Código ²⁰
Investigação histórica na formação de professores de matemática: um estudo concentrado no conceito de função	Rocha, Sonia Maria Cavalcanti	2008	UFRN	MP071
Um estudo histórico sobre quadraturas	Correa, Julio Faria	2008	UEL	M154
Investigação Histórica nas Aulas de Matemática: Avaliação de Duas Experiências'	Bezerra, Odenise	2008	UFRN	MP231
Alguns aspectos da obra matemática de Joaquim Gomes de Souza	Nascimento, Carlos Ociran Silva	2008	UNICAMP	MP379
Registros de Representação Semiótica e uso Didático da História da Matemática: um estudo sobre parábola	Piza, Cristina Aparecida	2009	UEL	M294
Matemática e música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares	Campos, Gean Pierre Da Silva	2009	UFES	M431
Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de trigonometria numa abordagem histórica	Gomes, Severino Carlos	2011	UFRN	MP091
Uma sequência didática para o ensino da resolução da equação do 2º grau: adequação para uso com professores	Macêdo, Elaine Souza	2011	UFRN	MP113
Explorando o conceito de derivada em sala de aula, a partir de suas aplicações e sob uma perspectiva histórica'	Oliveira, Daniel Gustavo De	2011	UFOP	MP117
Ateliês de história e pedagogia da matemática: contribuições para a formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais	Ferreira, Lucia Helena Bezerra	2011	UFRN	D373
Geometria Analítica na educação básica: primeiros passos no plano cartesiano	Bacca, Paula Cristina.	2013	FURB	MP017

²⁰ O código foi elaborado da seguinte maneira: As letras identificam se são (M) mestrado (MP) mestrado profissional ou (D) doutorado, já os números são referentes à posição que se encontram no Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

A História da Matemática e o Blog na formação inicial do professor	Lopes, Lidiane Schimitz	2013	UFPEL	MP192
A prática de ensino com a História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática na modalidade a distância	Garcia, Fabiano Teixeira	2013	UFOP	MP303
A leitura de fontes antigas e a formação de um corpo interdisciplinar de conhecimentos: um exemplo a partir do almagesto de Ptolomeu	Silva, Ana Paula Pereira Do Nascimento	2013	UFRN	MP351
Elaboração de atividades didáticas para o ensino de matemática a partir de livros antigos: O exemplo do "Leçons élémentaires" de Lagrange	Oliveira, Jefferson Leandro Ramos De.	2013	UFRN	MP386
A história da matemática como metodologia de ensino: um estudo a partir do tratado sobre o triângulo aritmético de blaise pascal	Dias, Graciana Ferreira Alves	2014	UFRN	D150
Números complexos e suas aplicações: uma proposta de ensino contextualizado com abordagem histórica	Eli, Juliano	2014	FURB	MP178
A geometria do compasso (1797) de mascheroni (1750-1800) em atividades com o geogebra	Oliveira, Jose Damiao Souza De	2014	UFRN	MP271
Atividade Orientadora de Ensino de geometrias na perspectiva lógico-histórica: unidade entre ensino e aprendizagem na formação inicial de professores de matemática	Santos, Talita Secorun Dos	2015	UFSCAR	D295
A transversalidade das tecnologias de informação e comunicação na formação inicial de professores: webquest como recurso pedagógico para o ensino da matemática	Almeida, Vania Horner De	2015	IFG	MP510
A utilização da história da matemática em atividades investigativas: estudo de áreas de regiões planas regulares e irregulares'	Silva, Daniel De Jesus	2016	UESB	MP187
Engenharia Didática sobre o estudo e ensino da fórmula de Binnet como modelo de generalização e extensão da sequência de Fibonacci	Santos, Arlem Atanazio	2017	IFCE	MP130

Em relação ao ano de defesa, o quadro anterior mostra que a produção de propostas didáticas voltadas para a formação inicial de professores é uma temática recente no cenário nacional, uma vez que, trabalhos desta natureza começaram a ser produzidos a partir do ano de 2008. O gráfico 6 fornece uma visualização mais clara dos anos em que estes trabalhos foram defendidos.

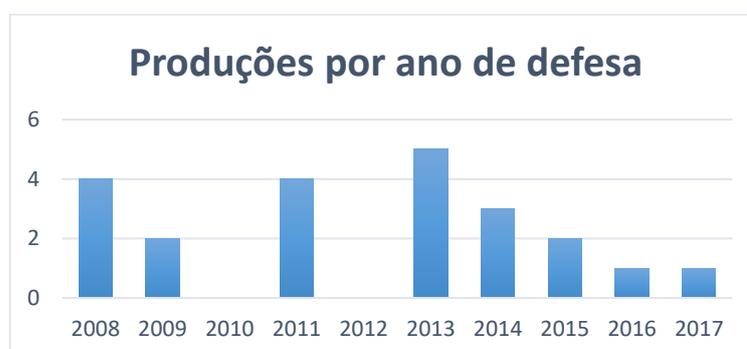


Gráfico 6: Produções por ano defesa. Fonte: Elaborado pela autora

Com base nas informações apresentadas no gráfico 6 é possível constatar que não há um padrão específico em relação a quantidade de trabalhos defendidos no decorrer dos anos, sendo 2013 o ano com mais defesas, seguidamente dos anos de 2008 e 2011.

Em relação ao grau de titulação destas produções, a tabela 1 permite observar que 70% dos trabalhos estão vinculados a programas de mestrado profissional; 17% se vinculam a mestrados acadêmicos e 13% a doutorados.

Tabela 1: Grau de titulação

Titulação	Nº de trabalhos	Porcentagem
Mestrado profissional	16	70%
Mestrado acadêmico	3	13%
Doutorado	4	17%

Fonte: Elaborado pela autora

Desta forma, identificamos que a maioria dos trabalhos com este enfoque foi desenvolvido em mestrados profissionais. Omena (2015) obteve resultados semelhantes, ao identificar que a grande parte das propostas que utilizam a HM voltadas ao ensino médio, são vinculadas a mestrados profissionais.

Este resultado já era esperado, pois o mestrado profissional, além de preparar o docente para o trabalho, exige a elaboração de um produto final, que poderia ser uma proposta didática, no caso, voltada a formação inicial de professores de Matemática.

Em relação às instituições de ensino superior nas quais essas produções estão vinculadas foram defendidas, foi possível identificar cerca de 11 instituições localizadas nas regiões Centro-Oeste, Sudeste, Sul e Nordeste. Tal fato pode ser verificado na tabela 2 e gráfico 7 a seguir.

Tabela 2: Instituições

Estado	Instituição	Nº de trabalhos	Total
Santa Catarina	Universidade Regional de Blumenau – FURB	3	3

Rio Grande do Norte	Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN	8	8
Minas Gerais	Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP	2	2
Ceará	Instituto Federal do Ceará - IFCE	1	1
Paraná	Universidade Estadual de Londrina – UEL	2	2
Bahia	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB	1	1
Rio Grande do Sul	Universidade Federal de Pelotas – UFPEL	1	1
São Paulo	Universidade Federal de São Carlos – UFSCar	1	2
	Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP	1	
Espírito Santo	Universidade Federal do Espírito Santo -UFES	1	1
Goiás	Instituto Federal de Goiás - IFG	1	1

Fonte: Elaborado pela autora

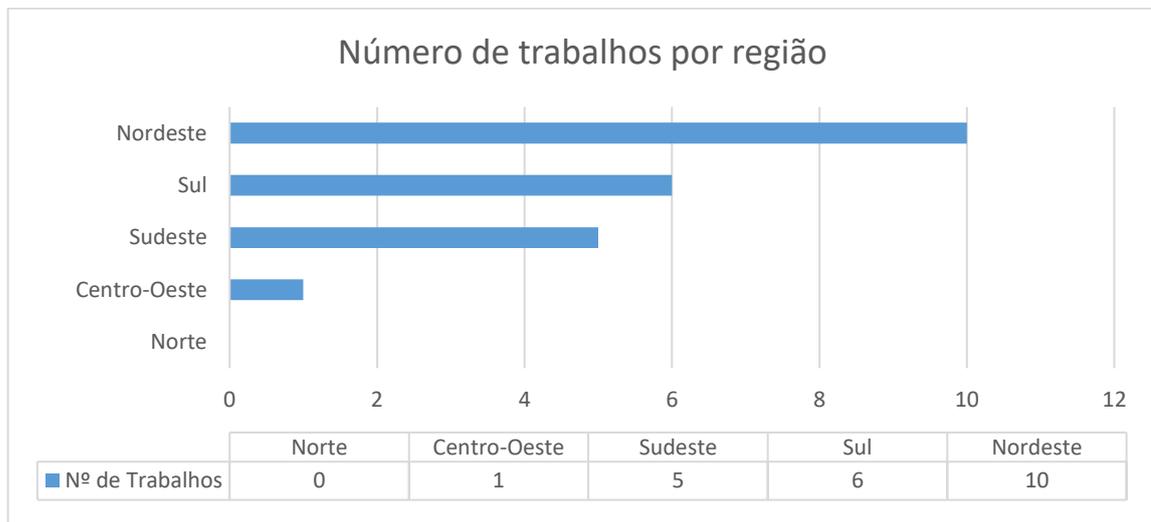


Gráfico 7 - Trabalhos por região. Fonte: Elaborado pela autora

Como é possível observar, a maior parte das produções se concentram na região Nordeste com cerca de 45% dos trabalhos sendo de destaque a Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN com 36,36% do total de trabalhos. Omena (2015) chegou a resultado semelhante, e como justificativa, afirma que o programa de pós-graduação da UFRN, naquele período, contava com seis docentes que trabalham com a HM.

Em segundo lugar é possível citar a Região Sul, na qual foram defendidos 27% dos trabalhos; em terceiro lugar a região sudeste com 23% dos trabalhos; por último a região centro-oeste com 5% dos trabalhos.

Quanto a natureza administrativa das instituições nas quais, essas produções se vinculam, é possível identificar através da tabela 3 que todas as produções foram realizadas em instituições de ensino superior públicas, sendo que uma parte significativa dos trabalhos (68%) foi defendida em instituições federais. Além disso, 14% dessas produções foram realizadas em instituições municipais e por fim, 18% foram defendidas em instituições estaduais.

Tabela 3 – Natureza administrativa das instituições

IES	Natureza administrativa	Nº de trabalhos	Total
Pública	Municipal	3	22
	Federal	15	
	Estadual	4	

Fonte: Elaborada pela autora

O quadro 5 a seguir, apresenta informações referentes as propostas didáticas presentes nos trabalhos que constituem o *corpus* de análise da pesquisa:

Quadro 5 – informações referentes as propostas didáticas dos trabalhos selecionados

Código ²¹	Descrição	Conteúdo abordado	Aplicado
MP071	O trabalho analisa e apresenta uma experiência de ensino de funções e suas formas de representação e notação, utilizando a História da matemática, para o ensino de licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.	Funções.	Sim.
M154	O trabalho apresenta uma história pedagogicamente vetorizada (com fins pedagógicos) para a determinação de áreas e quadraturas de figuras planas voltadas a formação inicial de professores de matemática, buscando aproximar a matemática de práticas sociais da cultura matemática, uma vez que, a matemática é considerada como uma área isolada, reservada a poucos e isenta de influências políticas e sociais. Sobretudo, o trabalho elabora um material (texto histórico) sobre a história de quadraturas, com fins pedagógicos, voltado a formação inicial de professores de matemática.	Áreas e quadraturas.	Não.
MP231	O trabalho apresenta e analisa aspectos relativos a aplicação de atividades investigativas que utilizam a história da matemática aplicada a licenciandos em matemática da	Equações do 1º e 2º grau	Sim.

²¹ O código foi elaborado da seguinte maneira: As letras identificam se são (M) mestrado (MP) mestrado profissional ou (D) doutorado, já os números são referentes à posição que se encontram no Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

	Universidade Federal do Rio grande do Norte. Para isto, o estudo se desenvolve em duas etapas, sendo a primeira constituída por um grupo de estudos envolvendo futuros professores de matemática que além dos estudos referentes a investigação e a história da matemática, desenvolveram/elaboraram uma sequência de onze atividades que posteriormente, na segunda etapa, foi testada duas vezes com outros licenciandos em Matemática da UFRN.		
MP379	Com o intuito de oferecer materiais para o ensino de cálculo e de história da matemática na formação inicial de professores de matemática, o trabalho apresenta um resgate histórico da vida de Joaquim Gomes de Souza e de suas proposições relativas a continuidade e descontinuidade de funções, estabelecendo relações com a série de Fourier, convergência de séries, continuidade, derivada, culminando com o exemplo de função contínua sem derivada de Weierstrass.	Tópicos de Cálculo (continuidade e descontinuidade de funções, série de Fourier, convergência de séries e derivadas).	Não.
M294	O trabalho investiga se o desenvolvimento de uma proposta didática sobre representação semiótica da parábola, utilizando a História da Matemática, possibilita que o estudante compreenda que a parábola caracterizada como seção de um cone ou como lugar geométrico representa o mesmo objeto matemático. Para isto, a proposta foi aplicada a estudantes da terceira série do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina, durante o desenvolvimento da disciplina Tópicos de Educação Matemática II. A aplicação da sequência didática ocorreu em duas partes: A primeira parte foi constituída por nove questões, aplicadas em nove aulas durante três encontros. Já a segunda parte da proposta didática, composta por 6 questões, foi aplicada em apenas 1 aula.	Geometria analítica (Cônicas)	Sim.
M431	O trabalho aborda as relações entre música e matemática com a utilização da história da matemática. Para alcançar os objetivos, foram desenvolvidas oficinas pedagógicas interdisciplinares de matemática e música, ministradas a licenciandos e professores dessas áreas. As oficinas se constituíam de exercícios teóricos e práticos, confecção de instrumentos e materiais didáticos, leitura e interpretação, discussões, contendo uma compreensão básica da música e da matemática, para que fosse possível entender suas inter-relações.	Música e Matemática	Sim.
MP091	O trabalho relata a construção de um caderno de atividades sobre trigonometria e a sua aplicação ocorrida durante a realização de um curso de extensão na Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, envolvendo 15 participantes sendo quatro deles professores de Matemática em formação inicial.	Trigonometria	Sim.
MP113	O trabalho tem o objetivo de verificar se o uso de atividades mediadas pela História da Matemática pode contribuir para o ensino da resolução da equação do 2º grau. Para isso, foi elaborada uma sequência didática com atividades sobre a resolução da equação do 2º pelo método “corte e cole” (inspirado no método de resolução babilônico), que foi aplicada a professores de matemática em formação inicial e continuada.	Equação do 2º grau.	Sim.
MP117	Este trabalho apresenta uma sequência com cinco atividades que utiliza a história da matemática para a abordagem do conteúdo de polinômios e de derivação sob as perspectivas de Fermat, Barrow, Newton, Descartes. A sequência foi aplicada a estudantes do curso de matemática e de estatística da Universidade Federal de Ouro Preto.	Derivadas.	Sim.

D373	O trabalho aborda discussões sobre a utilização da história da matemática na formação inicial de professores que ensinam matemática.. Para isto, foi organizado um grupo de estudos constituído por estudantes do curso de pedagogia e licenciatura em matemática da Universidade Federal do Piauí,. Este grupo desenvolveu cinco ateliês formativos em História e Pedagogia da Matemática. Neste processo o grupo de estudos desenvolveu estudos em história da matemática e elaborou materiais didáticos com atividades que posteriormente foram utilizados para desenvolver atividades no próprio grupo.	Operações (métodos históricos), representações numéricas e raciocínio lógico (tangram, torre de Hanói e quadrado mágico).	Sim.
MP017	O trabalho tem como objetivo propor atividades didáticas para o ensino de plano cartesiano e conceitos elementares da geometria analítica.. Estas continham textos sobre história e filosofia da matemática que permitem ao estudante verificar a relação existente entre a álgebra e a geometria, antes e depois da publicação de <i>La Géométrie</i> de Descartes.Essas atividades foram aplicadas com estudantes de Licenciatura em Matemática, Engenharias e Educação Básica. As sugestões e observações feitas pelos estudantes durante a aplicação das atividades didáticas foram , posteriormente incorporadas nas atividades e nas considerações didáticas de cada atividade.	Plano cartesiano e geometria analítica.	Sim.
MP192	O trabalho apresenta a utilização da história da matemática juntamente com a blogs em uma proposta didática voltada para a formação inicial de professores de matemática. Estas foi desenvolvida em uma disciplina optativa denominada “História e Filosofia da Matemática”. A proposta se constitui pela criação do blog “História da Matemática” que foi utilizado como um recurso pedagógico que contém diversos materiais que foram utilizados durante as aulas presenciais e também um espaço para que os licenciandos construíssem um portfólio digital coletivo. A proposta didática contou com 6 momentos: Avaliação diagnóstica; Considerações sobre a História da matemática no ensino de matemática; História da aritmética, álgebra e geometria; Reprodução e análise do filme <i>Ágora</i> ; Elaboração de uma sequência didática; Elaboração de um ensaio.	História da Matemática no ensino de Matemática	Sim.
MP303	O trabalho apresenta uma proposta didática que utiliza a História da Matemática voltada para a formação inicial de professores de Matemática, na modalidade a distância. Esta foi aplicada na disciplina Prática de Ensino IV: História da Matemática: uma Abordagem Metodológica para o Ensino da Matemática, na plataforma Moodle.	História da Matemática no ensino de Matemática	Sim.
MP351	O trabalho apresenta uma sequência de atividades para o ensino de trigonometria por meio de uma abordagem histórica. Esta foi aplicada em dois momentos distintos: o primeiro foi em um minicurso piloto com dez bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e um professor da rede estadual de ensino, que também era aluno do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECNM). A segunda aplicação foi realizada em uma turma da disciplina Tópicos de História da Matemática da UFRN que tinha cerca de 36 participantes.	Trigonometria.	Sim.
MP386	Com o objetivo de investigar o potencial didático da obra <i>Leçons élémentaires sur les mathématiques données à l'École Normale en 1795</i> (Lições elementares sobre as matemáticas dadas à Escola Normal em 1795) do matemático Joseph Louis Lagrange, que é voltada formação inicial de professores de matemática e ao ensino fundamental (anos finais). O trabalho apresenta uma proposta didática sobre esta obra..	Obra “Lições elementares sobre as matemáticas dadas à Escola Normal em 1795” do matemático Joseph Louis Lagrange.	Sim.

D150	O trabalho apresenta uma sequência de atividades que utiliza a história da matemática para abordar conteúdos matemáticos relativos ao triângulo aritmético do Matemático Blaise Pascal. A proposta foi aplicada a licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte durante o desenvolvimento de um curso de extensão.	Triângulo aritmético de Blaise Pascal	Sim.
MP178	O trabalho apresenta uma proposta de didática que utiliza a história da matemática para a abordagem dos números complexos no plano de Argand-Gauss e aplicações na física e na geometria fractal, juntamente com a transformação de Joukowski e o estudo em circuitos elétricos. A proposta além de ser aplicada a estudantes do ensino médio, foi aplicada também a quinze licenciandos em Matemática de Blumenau-SC. Entretanto, destacamos que são apresentadas apenas as análises da aplicação com os estudantes da escola básica.	Números complexos	Sim.
MP271	Com o objetivo de propor uma relação entre a História da Matemática e as TIC's, mais especificamente, o Software Geogebra, o trabalho apresenta um caderno constituído por atividades geométricas que abordam a geometria do compasso do matemático Lorenzo Mascheroni (1750-1800). Estas atividades foram aplicadas a duas turmas compostas por discentes do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) no decorrer do desenvolvimento da disciplina "didática da matemática I" no ano de 2014.	Geometria do compasso	Sim.
D295	O trabalho analisa se uma sequência de atividades que utiliza a história da matemática para abordar geometria. A sequência foi desenvolvida com 30 discentes do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Paraná (UNESPAR), durante o desenvolvimento de duas disciplinas no ano de 2013: Geometria (11 discentes) e geometria euclidiana e tópicos de geometrias não euclidianas (19 discentes).	Geometria Euclidiana e não-Euclidiana	Sim.
MP510	O trabalho objetiva verificar as contribuições do uso da <i>WebQuest</i> como recurso pedagógico para abordar as tendências em Educação Matemática, como por exemplo, a história da matemática, na formação inicial de professores de Matemática da Universidade Estadual de Mato Grosso (UNEMAT). Para isto, foi desenvolvido um curso de extensão com 21 alunos do 3º semestre, do curso de Licenciatura em Matemática do Núcleo Pedagógico de Matupá, da Universidade Estadual de Mato Grosso.	História da Matemática no ensino de Matemática	Sim.
MP187	Com o objetivo de analisar como a história da matemática em atividades investigativas pode contribuir para a construção do conhecimento ligado ao cálculo de áreas para o ensino superior, o trabalho apresenta o relato e análise da aplicação de uma proposta didática que utiliza a história da matemática juntamente com a investigação para abordar conteúdos relativos ao cálculo de área de regiões planas para um curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual da Bahia – UNEB, durante o desenvolvimento da disciplina de cálculo II.	Tópicos de cálculo II (área de regiões planas)	Sim.
MP130	O trabalho descreve alguns elementos de um estudo relativo a sequência de Fibonacci com ênfase na fórmula de Binet. Posteriormente, tais estudos foram aplicados na formação inicial de professores de Matemática por meio de uma sequência de atividades com uma perspectiva histórica.	Sequência de Fibonacci e fórmula de Binet	Sim.

Fonte: Elaborado pela autora

O quadro 5 anterior, nos permite constatar que a maior parte dos trabalhos apresentam propostas didáticas que chegaram a ser aplicadas na formação inicial de professores de Matemática. De modo específico, 20 (91%) dos 22 trabalhos foram aplicados e apenas 2 (9%) não chegaram a ser aplicados, isto é, apenas elaboram e apresentam propostas que podem ser desenvolvidas na formação inicial de professores de Matemática.

O quadro anterior também permite constatar que os conteúdos abordados nas propostas didáticas são variados. Há propostas que abordam conteúdos relativos a Aritmética (Triângulo de Pascal), métodos históricos de operações, representações numéricas (povos e números complexos), geometria (Euclidiana, não-euclidiana, analítica, cálculo de áreas e quadraturas), Equações (1º e 2º grau), trigonometria, estudo de obras de Matemáticos (Sequência de Fibonacci, Fórmula de Binet, Lagrange e Lorenzo Mascheroni), tópicos de cálculo (derivadas, funções, convergências de séries e sequências e continuidades de funções). Há também propostas que envolvem relações entre Música e Matemática e que abordam aspectos relativos a própria HM no ensino de Matemática.

Após a apresentação do mapeamento, apresentaremos no capítulo a seguir, a análise destes 22 trabalhos acadêmicos.

5 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SUGERIDAS POR TESES E DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS: RESULTADOS E DISCUSSÕES

O presente capítulo tem o objetivo de apresentar resultados e discussões obtidos com a análise dos trabalhos que constituem o *corpus* documental da presente pesquisa. Para isto, o capítulo se divide em três seções, sendo que a primeira apresenta resultados e discussões relativas as perspectivas em que a HM se apresenta em propostas didáticas voltadas a formação inicial do professor de Matemática. Na segunda e terceira seção, são apresentadas respectivamente, as contribuições e dificuldades encontradas ao utilizar a HM na formação inicial de professores de Matemática.

5.1 A utilização da HM nas propostas didáticas voltadas a formação inicial de professores de Matemática sugeridas por teses e dissertações brasileiras

Com o intuito de analisar as formas de utilização e/ou apresentação da HM na formação inicial de professores de matemática utilizamos, conforme exposto anteriormente, as categorias: “HM como estratégia didática”, “HM como Introdução”, “HM como informação” e “Atividade sobre a HM”. Estas, de acordo com informações já apresentadas, foram elaboradas a priori com base em Vianna (1995), Bianchi (2006) e Omena (2015).

No quadro 5 sintetizamos os resultados desta categorização.

Quadro 5: Categorias das formas de utilização da HM e trabalhos correspondentes

CATEGORIA	TRABALHO	ATIVIDADE
Estratégia didática	MP091	3 e 5.
	MP113	1, 2, 3, 4, 5 e 6.
	MP017	1, 2, 5, 6, 8, e 9.
	D150	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 2.1, 2.2 e 2.3.
	D295	3, 5, 6 e 8.
	D373	Bloco 1, bloco 2 e bloco 3.
	MP178	1, 2, 12 e 16
	MP231	2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10 e 11.
	MP271	1, 2 e 3.
	M294	6, 7 e 9.
	MP303	9, 10 e 12.

	MP351	2, 3 e 4.
	MP386	1, 2, 3 e 4.
	M431	Oficina 1 e Oficina 2.
	MP117	1, 2, 3, 4 e 5.
	MP187	1
Introdução	MP091	1 e 4.
	D295	2, 4, 7 e 10.
	MP303	11
	M431	Oficina 3 e Oficina 4.
	MP130	1 e 3.
Atividade sobre a HM	MP071	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.
	D295	14
	MP303	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.
	MP351	1
	MP386	5
	MP510	Momento 3 e Momento 4.
	MP192	Momento 1, momento 2, momento 3, momento 4, momento 5 e momento 6.
Informação	MP091	2
	D295	13

Fonte: Elaborado pela autora.

De acordo com as informações apresentadas neste quadro, é possível constatar o número elevado de atividades previstas nas propostas didáticas que utilizam a HM como uma “**Estratégia Didática**”, isto é, de um total de 161 atividades, 67 (42%) utilizam a HM como estratégia didática

As atividades classificadas como estratégia didática, conforme já exposto, permitem que o estudante, por meio da HM, seja conduzido a reproduzir os métodos adotados por povos ou por matemáticos responsáveis por desenvolver determinado conteúdo matemático, com vistas a compreender um conteúdo matemático (OMENA, 2015).

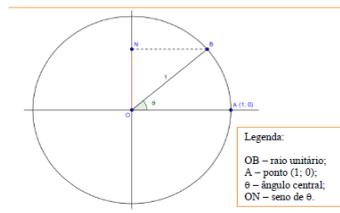
Estas atividades utilizam a HM para a abordagem de conteúdos matemáticos relativos a trigonometria; triângulo aritmético de Pascal; equações de 1º e 2º grau; geometria analítica, euclidiana e não-euclidiana; métodos históricos de operações e representações numéricas e Derivadas.

A figura 4 apresentada a seguir, é um exemplo de uma atividade classificada como Estratégia didática.

Atividade 5: O seno na circunferência unitária.

Até o momento, você viu que o seno se originou da meia-corda hindu, que por sua vez, veio da corda grega. As tabelas de senos hindus apresentavam diferentes valores para o seno de um mesmo arco. Essa diferença era ocasionada pelas medidas distintas adotadas para o raio da circunferência pelos distintos matemáticos.

O estudo do seno através da circunferência unitária (ciclo trigonométrico) foi introduzido muitos séculos depois das primeiras tabelas de cordas e de seno, pois utiliza conceitos criados com o início da Idade Moderna. O seno tomou a forma como conhecida hoje com o matemático Leonard Euler. Para ele, o seno deixou de ser um segmento de reta e passou a ser a ordenada de um ponto na circunferência de raio unitário (figura 22). (WHITE, 2007).



Na circunferência trigonométrica, a origem dos arcos está no ponto de coordenadas (1; 0). Os valores positivos estão no sentido anti-horário da circunferência e os negativos no sentido horário. Veja a circunferência unitária da figura 23 dividida em intervalos de arcos com comprimento de $\frac{\pi}{12}$.

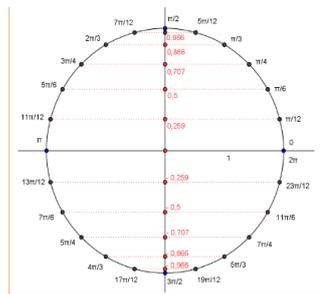


Figura 23. Circunferência trigonométrica

Em cada ponto da circunferência trigonométrica está indicado o valor de sua ordenada. Com isso e a notação para o seno adotada por Euler, pode-se dizer que o seno de $\frac{\pi}{12}$ é 0,259 e que o seno de $\frac{7\pi}{6}$ é -0,5.

Pois bem! Agora tente completar a tabela 6 com os valores do seno em função dos valores de θ , observando a circunferência trigonométrica da figura 23. Para melhor compreensão, veja que alguns valores do seno de θ já são mostrados como exemplo.

θ	sen θ	θ	sen θ	θ	sen θ	θ	sen θ
$\frac{\pi}{12}$	0,259	$\frac{7\pi}{12}$		$\frac{13\pi}{12}$		$\frac{19\pi}{12}$	
$\frac{\pi}{6}$		$\frac{2\pi}{3}$		$\frac{7\pi}{6}$		$\frac{5\pi}{3}$	-0,866
$\frac{\pi}{4}$		$\frac{3\pi}{4}$		$\frac{5\pi}{4}$	-0,707	$\frac{7\pi}{4}$	
$\frac{\pi}{3}$		$\frac{5\pi}{6}$	0,5	$\frac{4\pi}{3}$		$\frac{11\pi}{6}$	
$\frac{5\pi}{12}$		$\frac{11\pi}{12}$		$\frac{17\pi}{12}$		$\frac{23\pi}{12}$	

Tabela 4. Parte de uma tabela de senos.

Desafio 6

Preencha a tabela 5 com os valores do seno em função dos valores de θ :

θ	$\text{sen } \theta$
0	
$\frac{\pi}{2}$	
π	
$\frac{3\pi}{2}$	
2π	

Agora vamos construir o gráfico da função seno de θ utilizando o painel da figura 24. De início marque no quadriculado seguinte todos os pontos de coordenadas $(\theta; \text{sen } \theta)$ obtidos através das tabelas 4 e 5.



Figura 24. Painel com eixos cartesianos

Prossiga ajustando uma curva conveniente que contenha todos os pontos marcados no quadriculado do painel anterior.

Feito isso, observe que a curva ajustada para o seno de θ na figura 24 é crescente para os valores de θ entre 0 e $\frac{\pi}{2}$ e decrescente entre $\frac{\pi}{2}$ e π . Determine outro intervalo com valores de θ onde a curva seno de θ é crescente e outro onde é decrescente.

Ainda de acordo com a curva da figura 24, responda qual o valor máximo possível para o seno de θ ? E qual o mínimo?

Voltemos um pouco à circunferência trigonométrica da figura 23 e a tabela 4. Nelas estão alguns valores para o seno de θ (θ entre 0 e 2π). Qual seria o seu procedimento para determinar o valor do seno de um número maior que 2π ? Por exemplo, como você determinaria o seno de $\frac{19\pi}{4}$?

Desafio 7

Uma função f é dita periódica se existir um número p tal que $f(\theta) = f(\theta + p)$, para todo θ . Com base nessa afirmação, o seno de θ é uma função periódica? Que argumentos abordados nessa atividade sustentam sua resposta?

Desafio 8

Determine todos os números θ que satisfaçam a equação $\text{sen } \theta = 0,866$.

Figura 4: Exemplo de atividade – Atividade 5 do trabalho MP091. Fonte: Gomes (2011).

Nesta atividade, o autor apresenta a história dos procedimentos realizados para o cálculo do seno. Em seguida ele apresenta a figura de uma circunferência utilizada pelo matemático Euler para o cálculo do seno. Posteriormente, o autor explica este procedimento através de uma outra figura de uma circunferência. Após a explicação,

com intuito de praticar o que foi exposto, o autor propõe um exercício para completar uma tabela realizando este procedimento. Após o exercício o autor propõe alguns desafios que solicitam por exemplo, o cálculo do seno de outros números.

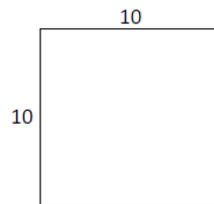
Assim, a atividade exposta se inclui na categoria “estratégia didática” uma vez que, conduziu os licenciandos a adotar os mesmos procedimentos que foram desenvolvidos pelo matemático Leonard Euler para calcular o seno em uma circunferência trigonométrica.

Outra atividade que também foi classificada na categoria “estratégia didática” é apresentada na figura 5 a seguir.

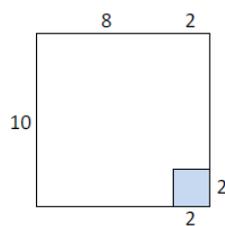
Atividade 1: Conhecendo a método corte e cole.

Qual deve ser a dimensão do retângulo cujo semiperímetro é 20 e cuja área é 96 unidades quadradas?

Procedimentos de solução:

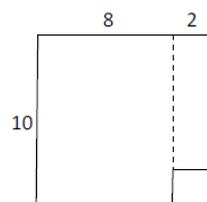


a) Considere um quadrado cuja medida do lado é igual a 10 e cuja área é 100. Ou seja, uma área superior a 96 unidades quadradas.

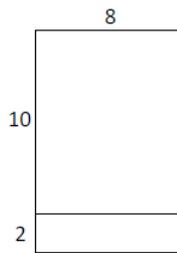


b) Se eu retirar 4 unidades quadradas obtenho uma figura cuja área é igual a 96.

c) Isso pode ser obtido retirando-se um quadrado de lado 2.



d) Corta-se o retângulo mostrado pela linha pontilhada, colocando-o horizontalmente abaixo.



e) Quais são as medidas dos lados do retângulo formado? Tais medidas serão as procuradas.

f) Os lados procurados do retângulo medem 12 unidades e 8 unidades.

Atividade 2: Conhecendo melhor o método corte e cole

Qual deve ser a dimensão do retângulo cujo semiperímetro é 12 e cuja área é 30 unidades quadradas?

Figura 5: Exemplo de atividade – Atividade 1 e 2 do trabalho MP113. Fonte: Macêdo (2011).

Nesta atividade, é apresentado o método “corte e cole” que pode ser relacionado com um método utilizado pelos Babilônios para encontrar medidas em um retângulo. Neste caso, a HM permitiu que os futuros professores, por meio da descrição de procedimentos, adotassem um método dos Babilônios calcular a dimensão de um retângulo. Além disso, a atividade 2, proposta neste excerto propõe um problema que pode ser resolvido pelos procedimentos desenvolvidos na atividade anterior.

Outro exemplo de atividade, que também, faz parte desta categoria, uma vez que a HM direciona o aluno a percorrer os mesmos passos adotados por um matemático, é representado na figura 6:

3.3.5 Interpretação geométrica da equação quadrática antes de Descartes

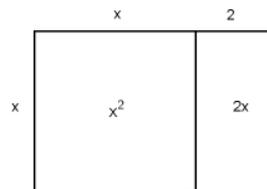
Esta atividade aborda a interpretação geométrica da resolução da equação determinada $x^2 = -2x + 8$ usando o método de completamento de quadrados de Al-Khowarizmi.

Inicialmente toma-se a equação na seguinte forma: $x^2 + 2x = 8$.

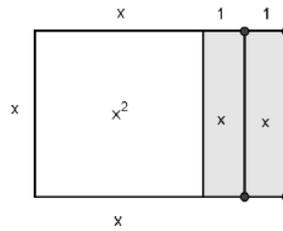
- Constrói-se o quadrado de lado x e junto a ele (ao lado), o retângulo de dimensões $2x$.
 - Divida o retângulo de dimensões 2 por x , em dois retângulos de dimensões 1 por x .
 - Mova um dos retângulos construídos no item anterior para parte inferior do quadrado de modo que fiquem ligados e que não tenham área em comum.
 - Complete a figura obtida de modo que fique quadrada.
- e) Ao efetuar a construção do item d, qual é a área do quadrado obtido? E quais são as suas dimensões? _____
- f) A partir do lado do quadrado formado e de suas dimensões, qual deverá ser o valor de x ?

Resposta e/ou solução esperada da atividade:

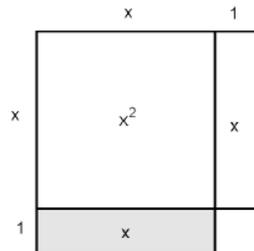
- a) Constrói-se o quadrado de lado x e junto a ele (ao lado), o retângulo de dimensões $2x$.



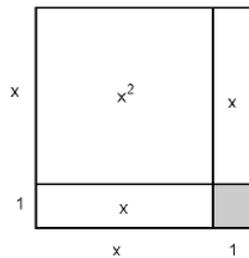
- b) Divida o retângulo de dimensões 2 por x , em dois retângulos de dimensões 1 por x .



c) Mova um dos retângulos construídos no item anterior para parte inferior do quadrado de modo que fiquem ligados e que não tenham área em comum.



d) Complete a figura obtida de modo que fique quadrada.



e) Ao efetuar a construção do item d, qual é a área do quadrado obtido? E quais são as suas dimensões?

Área do quadrado obtido será a área $x^2 + 2x + 1$, e $x^2 + 2x = 8$, logo a área será 9 e as dimensões do quadrado maior será $(x + 1)$.

f) A partir do lado do quadrado formado e de suas dimensões, qual deverá ser o valor de x ?
Para determinar a área do quadrado, basta elevarmos seu lado ao quadrado: $(x + 1)^2 = 9$, então x será 2.

Figura 6: Exemplo de atividade – Atividade 5 do trabalho MP017. Fonte: Bacca (2013).

Esta atividade aborda a interpretação geométrica da resolução da equação determinada usando o método de completamento de quadrados do matemático Al-Khowarizmi. Para a resolução desta atividade, o licenciando é direcionado a adotar vários passos e procedimentos que constituem o método de completamento de

quadrados de Al-Khowarizmi para que possam resolver uma equação do segundo grau.

Uma outra atividade que classificada nesta categoria, é representada pela ilustração a seguir:

- AE 5 – Primeiros passos na arte de medir

Primeiros passos na arte de medir¹⁴

Primeiro momento: individual

Atividade 1: como você caracterizaria o homem da “Velha Idade da Pedra”?

Atividade 2: leitura do texto: o tempo e a distância

Para Hogben (1952), conquistar o tempo e a distância marcou o início da ciência, já que significou a espécie de conhecimento de que precisamos para seguir o curso das estações e para encontrar o nosso lugar no mundo em que habitamos. Não há como separar o tempo e a distância, uma coisa depende da outra, todas as medições de tempo dependem de medições no espaço, e a localização no espaço depende de medições do tempo. Para muitos, a matemática teve início quando surgiram pessoas com dedicação para brincar com números e figuras. Corroboramos as ideias de Hogben (1970), segundo o qual, é errôneo imaginar que a matemática foi obra de atenienses folgados e sonhadores, atraídos pela absoluta inutilidade dessa ciência.

Antes mesmo do começo da história escrita, existiam realizações sociais da humanidade mais importantes do que a perfeição das machadinhas e de pontas de flechas. Hogben (1952) cita três descobertas, que, para ele, são particularmente significativas, às quais o homem foi levado muito antes de amanhecer da civilização no Egito, na Suméria, ou no Turquestão. Com o auxílio de cachorros o homem passou de caçador a pastor. “Colecionou pepitas de ouro e pedaços de ferro meteórico, e talvez tenha observado a formação do cobre a partir do pigmento verde que usava como adorno. Quando esse pigmento era aquecido no borralho” (HOGBEN, 1952, p. 5). Domesticou o carneiro, animal de fertilidade periódica, o que facilitava as colheitas de cereais, em sua maioria anuais.

Com isso o homem sentiu a necessidade de marcar a passagem do tempo e, aprendendo a registrar a passagem do tempo, o homem aprendeu a medir as coisas e a narrar acontecimentos passados. De acordo com Hogben (1952), as artes de escrever, de construir, de contar e, em particular, a geometria nascem assim do conhecimento das estrelas e do cálculo pela sombra e constituem o primeiro grande subproduto da primeira realização organizada do homem: a organização do calendário. Logo, quando o homem começou a fazer planos antecipados para a estações, e isso exigiu um corpo organizado de observações contínuas e registros permanentes da periodicidade, teve início a ciência,

Os primeiros problemas geométricos surgiram da necessidade de um calendário destinado a regular as sequências estacionais da agricultura organizada. A periodicidade das estações era reconhecida por meio da construção de monumentos em linha com o nascer e o por do sol e a passagem pelo meridiano de corpos celestes (HOGBEN, 1952, p. 6).

O que faríamos sem o relógio? Por onde nos guiaríamos? “Antes da existência dos relógios, ou de dispositivos mais simples, como a ampulheta ou a clepsidra, para o registro da passagem do tempo, a Humanidade tinha de depender da direção dos corpos celestes, - o Sol durante o dia, e as estrelas durante a noite” (Hogben, 1952, p. 8). De acordo com Hogben (1952), a necessidade do registro do tempo fez com que a humanidade traçasse um mapa dos céus antes de traçar a cartografia da Terra, fez com que os homens aprendessem a ler ângulos, fundamento necessário à contagem do tempo, antes de assentarem os padrões de comprimento ou área. Entre os começos da vida citadina e o tempo em que os seres humanos começaram a semear o milho e criar carneiros, dez ou 20 mil anos devem ter sido ocupados em perscrutar os céus noturnos e em observar a sombra produzida pelo Sol, através das estações.

Quase todos os povos primitivos sabiam reconhecer as estações, observando quais as primeiras constelações que se viam nascer logo após o pôr do sol, e

também contar o número de luas transcorridas entre as estações secas e chuvosas. Os Egípcios, antes de 4000 a. C., já haviam fixado a duração do ano em 365 dias, e o fizeram contando os dias transcorridos entre duas ocasiões sucessivas em que se vai a estrela do cão, Sirius, nascer antes do arrebol (HOGBEN, 1970, p. 45).

Segundo Hogben (1970), o homem primitivo via a morte e o nascer, o sono e o despertar, a fertilidade e a decadência refletirem-se no firmamento mutável. A sombra solar anunciava o período de sementeira, de plantio e de colheita. Há cinco mil anos os sacerdotes caldeus já sabiam prever eclipses e se valiam disso mais para mandar do que para servir. Uma estação do ano pode ser separada da outra por acontecimentos naturais, seca ou chuva, frio ou calor. No entanto não conseguimos separar horas e minutos por acontecimentos naturais, suas medições são feitas à régua, medições essas que podemos fazer com maior ou menor grau de precisão:

A necessidade de medições exatas surgiu, naturalmente, da prática de registrar o tempo, pré-requisito essencial da vida metropolitana. É quase certo que o homem aprendeu a medir ângulos muito antes de se dar incômodo de medir comprimento (HOGBEN, 1970, p. 54).

Desde a mais remota Antiguidade os babilônios sabiam como traçar o ângulo de 60 graus e fazia isso inscrevendo um hexágono regular em um círculo qualquer, e a facilidade em se traçar o ângulo de 60 graus, segundo Hogben (1970, p. 64), "permite que imaginemos a razão da escolha da hora como unidade de tempo". Talvez a maneira simples de se traçar, desde a Antiguidade, um ângulo de 60 graus permite que imaginemos a razão da escolha da hora como unidade de tempo. A divisão do dia de trabalho, pela direção da sombra solar, em intervalos não separados por nenhum fenômeno natural, depende da escolha de uma unidade angular com que se possa calibrar o relógio de sombra. Em uma hora, a Terra descreve, em torno de seu eixo, um ângulo de $3.600 : 24 = 150$. Sabiam também traçar um ângulo reto e faziam isso emendando três segmentos de corda de comprimentos proporcionais a 3, 4 e 5.

Segundo Hogben (1970), o homem neolítico construía monumentos como o chamado obelisco para medir a sombra solar cuja periodicidade permitia organizar suas atividades durante o dia. A necessidade de medições exatas surgiu, naturalmente, da prática de registrar o tempo. Segundo o comprimento da sombra, podia estabelecer, aproximadamente, o momento do dia.

Para orientar-se e medir o tempo, o egípcio não contava com mais dados do que os caçadores e os coletores de alimentos de épocas passadas: o nascer e o pôr do Sol, a Lua, as estrelas, a sombra solar e a rotação de um conjunto de estrelas ao redor da estrela polar, durante a noite. No entanto, após anos de cuidadosas anotações, conseguiram melhorar o uso desses dados. Um caçador primitivo, ao ver a sombra de uma árvore, avaliaria o tempo somente de forma qualitativa, dizendo: "ainda é muito cedo". O egípcio, diante do relógio de Sol que media o comprimento da sombra sobre um pedaço de madeira graduado com marcas, olharia e diria: "Estamos entrando na quinta hora do dia".

Vários documentos, afirma o mesmo autor, revelam como se fixou a localização exata da sombra do meio-dia. Na terra que rodeava o obelisco traçou-se, com o auxílio de um pedaço de corda, uma circunferência. Depois, marcaram-se os dois pontos em que a sombra tangenciava a circunferência. Nesses dois pontos as sombras têm o mesmo comprimento e são, portanto, simétricas em relação à sombra do meio-dia. Traçou-se a bissetriz do ângulo formado pelos dois pontos, primeiramente, unindo-os por uma corda e dobrando-a ao meio, mais tarde, traçando-se arcos de raio idêntico, com centro nos dois pontos. A bissetriz corresponde à posição da sombra do meio-dia e ao eixo norte-sul. O eixo perpendicular a este corresponde ao eixo leste-oeste.

Por muitos milênios o homem contentou-se com usar grosseiras unidades anatômicas de comprimento para a maior parte das finalidades práticas. Os povos semitas usavam o cúbito, distância que ia da ponta do dedo médio ao cotovelo, do mesmo modo que os lavradores ainda usam os passos para medir os campos em metros. Para os fins ordinários, contentavam-se com uma unidade de comprimento variável de indivíduo para indivíduo. A construção dos templos exigiu uma precisão muito maior, e o construtor foi buscá-la na arte muito antiga de medir a sombra solar que nasceu nos climas iluminados em que começou a civilização.

Calculavam-se as alturas pelo comprimento da sombra e pelo ângulo formado pelo Sol com o horizonte. As primeiras descobertas matemáticas pertencem a essa classe de problemas. Como já vimos desde a mais remota Antiguidade, os babilônios sabiam como traçar o ângulo de 60 graus inscrevendo um polígono de seis lados iguais num círculo qualquer.

Dado a importância que esses conhecimentos tiveram para o desenvolvimento da

geometria, da medida e do número, propõem-se atividades que considerem essa dinâmica dos conceitos.

Atividade 3: observar o nascer e o pôr do Sol e desenhar a posição de sua casa relativa a esses pontos;

Atividade 4: fazer o registro e o desenho da variação da sombra de um objeto colocado na vertical, durante um dia. Explicar como mediu a sombra do objeto;

Atividade 6: observar os ângulos formados pela variação da sombra no plano dos eixos dos pontos cardeais;

Atividade 7: observar as posições simétricas formadas pelas sombras e desenhar as respectivas circunferências concêntricas;

Atividade 8: observar e desenhar os triângulos formados pelo objeto, pela sombra deste e pelo segmento que une a extremidade do objeto ao ponto extremo da sombra. Comparar os vários triângulos formados, discutir suas relações numéricas;

Atividade 9: o que ocorreria se repetíssemos essas atividades mensalmente;

Figura 7: Exemplo de atividade – Atividade 5 do trabalho D295. Fonte: Santos (2015).

Esta atividade, se inicia com a apresentação de um texto histórico que desmistifica a ideia de que a Matemática se inicia na Grécia, descrevendo os métodos adotados pelo homem para calcular o tempo e o espaço. Após as descrições dos métodos históricos, é proposto que os licenciandos passem a realizar atividades relativas a medição do tempo por meio da variação da sombra de um objeto colocado na vertical e passem a fazer uma série de observações. Assim, é possível perceber que a HM serviu de fio condutor para que os licenciandos pudessem desenvolver os mesmos procedimentos que eram utilizados por povos antigos para medir o tempo, o que reforça a inclusão desta atividade na categoria “HM como estratégia didática”.

Uma outra atividade que direciona os licenciandos a seguir os mesmos procedimentos adotados por um matemático para o desenvolvimento de algum conceito matemático, pode ser encontrada na próxima ilustração:

4.3.1.4 Construindo e explorando a calculadora manual³

Ao longo da nossa história, a busca pelo aprimoramento dos sistemas de contagem e por um processo mais adequado e rápido para a realização de operações aritméticas fez com que diversas civilizações tentassem materializar um instrumento mecânico que representasse as estratégias matemáticas utilizadas para a realização desses cálculos.

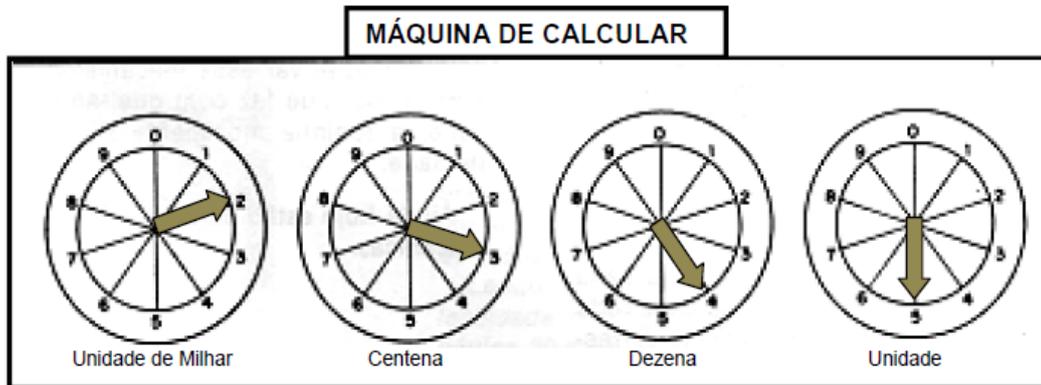
John Napier (1550-1617), escocês inventor dos logaritmos, também inventou o Napier, que eram tabelas de multiplicação gravadas em bastão, o que evitava a memorização da tabuada. A primeira máquina de verdade foi construída por Wilhelm Schickard (1592-1635), sendo capaz de somar, subtrair, multiplicar e dividir. Essa máquina foi perdida durante a Guerra dos Trinta Anos (1618-1648), mas recentemente foi encontrada alguma documentação sobre ela. Durante muitos anos nada se soube sobre essa máquina; por isso, atribuía-se a Blaise Pascal (1623-1662) a construção da primeira máquina calculadora, que fazia apenas somas e subtrações.

A máquina de Pascal foi criada com objetivo de ajudar seu pai a computar os impostos em Rouen, França. O projeto de Pascal foi bastante aprimorado pelo matemático alemão



Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1726). Todas essas máquinas, porém, estavam longe de ser um computador de uso geral, pois não eram programáveis. Isto quer dizer que a entrada era feita apenas de números, mas não de instruções a respeito do que fazer com os números.

Em um artigo publicado na Revista de Ensino de Ciências, Luiz Márcio Imenes (1985) nos apresenta um material didático cujo potencial operacional é muito enriquecedor das atividades didáticas para as aulas de Matemática dos anos iniciais. Trata-se da Máquina de Somar, denominada por Mendes; Santo Filho e Pires (2011) como Máquina de Calcular Manual. Vejamos como esta calculadora se constitui em uma ampliação semiconcreta dos princípios do ábaco para a realização dos cálculos aritméticos básicos.



Fonte: Mendes, Santos Filho e Pires (2011). O número representado aqui é 2345.

A Equipe colaborativa e pesquisadora elaboraram objetivos no uso do material produzido pela Equipe participativa, são os seguintes:

- SUGESTÕES DE OBJETIVOS PARA TRABALHAR COM CALCULADORA MANUAL

- Apresentar os mecanismos cognitivos envolvidos na efetivação dos algoritmos das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) justificando-os.
- Identificar os algoritmos nas quatro operações de modo a favorecer a compreensão dos processos operacionais pelo aluno.

Destacamos os materiais necessários para a confecção da calculadora manual. Propusemos que o educando deve confeccionar a calculadora manual orientado pelo professor, em seguida operacionalizar calculadora.

- MATERIAIS PARA A CONFECÇÃO DA CALCULADORA MANUAL

- Cartolina (papel cartão, papelão ou similar), tesoura, cola, régua, pincel atômico, percevejos ou grampos do tipo colchete.

- ALGUMAS ORIENTAÇÕES PARA CONFECÇÃO DA CALCULADORA MANUAL

1 Na cartolina, desenhe quatro discos como sugerimos na Figura 3. O raio do círculo deve ter entre 4 e 5cm.

2 Divida os quatro discos em dez partes iguais, com o auxílio do transferidor (36° cada parte), de modo a colocar em cada um deles a numeração correspondente aos algarismos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), como na Figura 4. Na falta de transferidor, faça por aproximação, de modo que os números sejam distribuídos uniformemente.

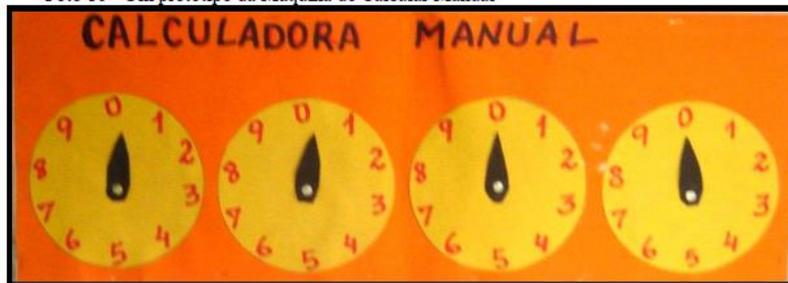
3 Desenhe e recorte quatro ponteiros, que serão os marcadores indicativos para os processos operacionais. Cada um deles deve ter medida um pouco menor que o raio do disco, de modo a não ultrapassar e cobrir os números colocados na borda de cada disco (ver figura posterior).

4 Recorte um retângulo de cartolina ou similar com medidas de (45x20) cm, colando os quatro discos nesse retângulo, distribuindo-os proporcionalmente, tal como sugerimos na Figura 16.

5 Prenda, com os percevejos ou grampos (colchetes/bailarinas), os ponteiros a cada um dos discos, de modo que eles fiquem móveis, mas presos na cartolina (Fig. 16).

Com estas orientações, o grupo construiu a calculadora e exercitou as operações matemáticas básicas, a partir dos princípios explicativos do funcionamento aritmético do sistema de numeração decimal, já representados nos ábacos anteriores; será possível explorar essa calculadora com vistas a poder realizar as quatro operações básicas.

Foto 16 - Um protótipo da Máquina de Calcular Manual



Fonte: Arquivo pessoal Iran Abreu Mendes.

Agora que você já compreendeu como fazer e utilizar sua calculadora manual, sugerimos que façam somas e subtrações, e se desafie você próprio nas multiplicações e divisões com sua máquina de calcular. Sugerimos algumas atividades com o uso da calculadora manual, explorando os princípios do sistema de numeração decimal.

- ALGUMAS SUGESTÕES DE ATIVIDADES

1 Utilize os princípios do sistema de numeração decimal, já explorados nos ábacos para realizar as quatro operações.

2 Comece com casos simples como $45 + 33$.

3 Depois vai ser necessário ampliar os agrupamentos como, por exemplo, se tiver $76 + 58$, onde terá que utilizar a prática do “vai um” quando somar $6 + 8$, assim como quando somar $7 + 5$. Experimente! Você vai adorar brincar de realizar operações.

Figura 8: Exemplo de atividade – Bloco 1 do trabalho D373. Fonte: Ferreira (2011).

Nesta atividade, a HM além de apresentar as necessidades e o contexto histórico para a construção de uma calculadora manual, possibilitou que os licenciandos, assim como o matemático Pascal, pudessem construir uma calculadora manual e que posteriormente passassem a realizar operações na mesma.

Com base nestas atividades, é possível perceber que a HM é utilizada pelos pesquisadores de uma forma que possibilita que os licenciandos sejam direcionados a construir e deduzir os conhecimentos matemáticos que já foram desenvolvidos por povos antigos ou por importantes matemáticos responsáveis pelo desenvolvimento destes conhecimentos em determinados períodos históricos.

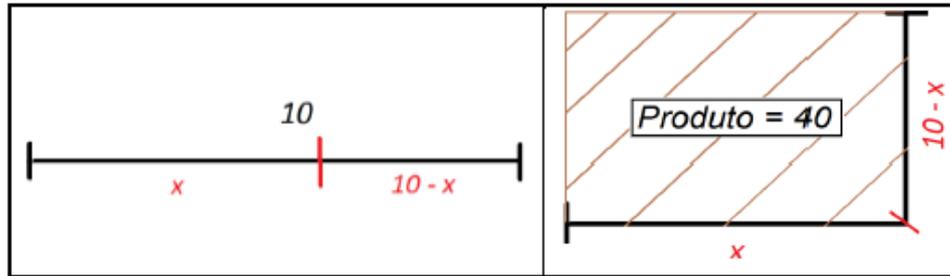
Assim, a HM como estratégia didática auxilia a compreensão do conteúdo matemático e seu desenvolvimento de uma forma prática, no sentido de que o licenciando reproduz e /ou utiliza métodos historicamente empregados para o desenvolvimento ou resolução de problemas relativos a determinado conteúdo matemático.

A próxima ilustração, exemplifica uma atividade de um caso de resolução de um problema histórico proposto pelo matemático Girolamo Cardano:

Atividade 1: Tempo estimado de aplicação: 25 a 30 minutos.

Um problema clássico é apresentado na história da matemática: *Divida 10 em duas partes, tal que o produto dessas partes seja 40.*

Figura 1 - Representação Geométrica do problema



a) Para entender o referido problema, complete a tabela abaixo: escolha valores reais para x e obtenha o seu complementar $10 - x$ cuja soma dessas duas partes é igual a dez. Depois determine a multiplicação dessas partes e verifique se o produto é igual a 40.

Soma = 10		Função $y = f(x) = x \cdot (10 - x)$ Produto é igual a 40?	Pontos para o gráfico
x	$10 - x$	$y = x \cdot (10 - x)$	(x, y)
3	7	$3 \times 7 = 21$, não!	$(3, 21)$
4,5	5,5	$4,5 \times 5,5 = 24,75$, não!	$(4,5, 24,75)$
12	-2	$12 \times (-2) = -24$, não!	$(12, -24)$

b) Com os pontos da tabela acima, faça o gráfico da função $y = x \cdot (10 - x)$ que fornece os valores do produto em relação a variável x .

Analisando a tabela anterior e o gráfico da função y , responda:

c) Esse problema possui solução no conjunto dos números reais? Justifique sua resposta.

A solução desse problema foi publicada pela primeira vez no livro *Ars Magna* (1545), por Girolamo Cardano (1501-1576). Ele apresenta a resposta que envolve raízes quadradas de números negativos, conhecidos hoje como *Números Complexos*: $5 + \sqrt{-15}$ e $5 - \sqrt{-15}$ e considera esses resultados como *números sofisticos*, tratando-os de *tão sutil quanto inútil*. (BOYER, 1996; MILIES, 1994).

d) Faça a verificação da solução de Cardano e confira se a soma de $5 + \sqrt{-15}$ com $5 - \sqrt{-15}$ é igual a 10 e se o produto entre eles é igual a 40.

Soma horizontal: $(5 + \sqrt{-15}) + (5 - \sqrt{-15}) =$ _____

Produto horizontal: Resolva pela propriedade distributiva: $(5 + \sqrt{-15}) \times (5 - \sqrt{-15})$

Soma vertical: Você também pode utilizar o quadro abaixo que separa a parte real da parte imaginária para efetuar a soma.

	Parte Real	Parte imaginária
	5	$+\sqrt{-15}$
+	5	$-\sqrt{-15}$

Produto vertical: Utilize também o quadro abaixo para resolver a multiplicação:

	Parte Real	Parte Imaginária
	5	$+\sqrt{-15}$
x	5	$-\sqrt{-15}$

Analisando a resolução acima, responda:

e) Você conseguiu verificar se a resposta apresentada por Cardano estava correta? Justifique se a utilização de números complexos é viável para a solução do problema.

Figura 9: Exemplo de atividade – Atividade 1 do trabalho MP178. Fonte: Eli (2014).

Esta atividade apresenta e solicita que os licenciandos resolvam um problema histórico sobre os números complexos proposto pelo matemático Girolamo Cardano. Assim, os licenciandos são instigados a realizar as deduções de Cardano para que o problema seja resolvido.

Alguns autores, além de afirmarem que a utilização da HM como estratégia didática para o ensino de matemática é a mais recomendável, apresentam argumentos favoráveis para tal utilização.

Neste contexto, Pereira (2013) acredita que esta é a forma mais interessante de utilizar a HM com o propósito de ensinar, de modo semelhante, Bianchi (2006), ressalta que esta forma de abordar a HM motiva os estudantes a pensar e aprender o conteúdo matemático abordado.

Na mesma perspectiva, Pereira (2016) ao analisar a presença da HM em coleções de livros didáticos voltados para o ensino médio afirma que a HM utilizada como uma estratégia didática possibilita que o aluno desenvolva determinado raciocínio matemático, sendo que: “Esta função, a princípio, é a mais interessante, talvez a mais importante, já que está diretamente relacionada ao raciocínio matemático, à compreensão de algum conteúdo ou conceito matemático” (PEREIRA, 2016, p. 62).

Um resultado interessante é que a estratégia didática foi a categoria mais recorrente na presente pesquisa e que esta é uma das formas mais interessantes de utilizar a HM para a abordagem de conteúdos matemáticos sob o ponto de vista da literatura.,

Além da “estratégia didática” identificamos que, conforme apresentado no quadro 5, a segunda categoria com mais frequência é a de atividades que utilizam a HM como uma “**Atividade sobre a HM**” com 29 de 161 atividades, o que corresponde a 18% do total de atividades. Esta categoria, conforme foi exposto anteriormente, se caracteriza por conter atividades que apresentam a HM (texto, artigo, filme, documentário, vídeo, etc.) e em seguida é proposto que os licenciandos realizem atividades sobre esta apresentação, ou seja, sobre a própria HM. Neste caso, vale ressaltar que esta categoria se difere das categorias Introdução e informação, justamente por propor ações/atividades sobre HM, enquanto as categorias introdução e informação propõe ações/atividades sobre conteúdos matemáticos.

As atividades presentes nesta categoria, utilizam a HM para abordar conteúdos relativos a funções e a HM no ensino de Matemática, ou seja, em algumas atividades, é proposto que os licenciandos elaborem planos de aula utilizando a HM para a abordagem de determinado conteúdo matemático ou façam relatórios sobre textos que abordam sobre a HM no ensino de Matemática.

A figura 10 exemplifica uma atividade que se insere nesta categoria, justamente por propor que os futuros professores de Matemática assistam um filme que aborda aspectos relativos a HM, sendo que elaborem em seguida, um fichamento sobre o mesmo.

FICHA DE ORIENTAÇÃO PARA A ELABORAÇÃO DE RELATÓRIO DE ATIVIDADES

Título da Atividade: Exibição de filmes - *A história do π* e *Na trilha de Arquimedes*

Após a exibição do filme, elabore um relatório sobre o mesmo, para entregar na próxima aula. Nesse relatório você deverá incluir:

1. A descrição de uma experiência que permita determinar π .
2. A sua definição.
3. A melhor aproximação e a pior aproximação encontradas na Antiguidade, acompanhadas do nome das civilizações que as utilizavam.
4. Dois outros valores aproximados, utilizados na Antiguidade, acompanhados das civilizações antigas que os utilizavam ou dos matemáticos que as defendiam.
5. Nome de dois matemáticos que lhe tenham determinado casas decimais
6. Dois resultados geométricos em que ele figure
7. Dois resultados não geométricos em que ele figure
8. Dois âmbitos não matemáticos com resultados que dependam desse número.
9. Duas situações aleatórias cuja probabilidade se exprime em função de π
10. Uma referência a Arquimedes.

De todas as definições que os filmes apresentam do número π qual você escolheria para apresentar esse número:

- a) Ao cidadão comum?
- b) A um arquiteto?
- c) A alguém com formação científica?

Valorize o seu trabalho do ponto de vista de conteúdo:

- Relacionando o "fator de escala" com "razão de semelhança"
- Com consulta de bibliografia, devidamente identificada
- Com a inclusão de uma das justificativas para a fórmula da área do círculo.

Igualmente, do ponto de vista do relatório em si mesmo, sugerimos que você se preocupe com:

- A apresentação
- A clareza da redação
- A correção lingüística
- A organização das informações recolhidas
- O cuidado para evitar erros de escrita.

Figura 10: Exemplo de atividade – Atividade 8 do trabalho MP071. Fonte: Rocha (2008).

De acordo com a ilustração, foi exibido os filmes intitulados "A história do número Pi" e "Na trilha de Arquimedes". Após a exibição os licenciandos deveriam entregar uma ficha de orientação sobre o filme, como atividade.

Outros exemplos de atividades (módulo) que se enquadram na categoria “Atividade sobre a HM” estão presentes no trabalho MP303 e representados na figura 11:

Módulo 3 de 19/03 a 25/03	<ul style="list-style-type: none"> • Leitura e análise do texto: A História da Matemática e o Ensino da Matemática (SILVA, s/d). • Discutir, no fórum, questões propostas acerca do texto;
Módulo 4 de 26/03 a 1º/04	<ul style="list-style-type: none"> • Leitura e análise do texto: A História da Matemática como instrumento para interdisciplinaridade na educação básica (GASPERI; PACHECO, s/d). • Realizar atividades contidas no texto com os colegas de sala.
Módulo 5 de 2/04 a 08/04	<ul style="list-style-type: none"> • Leitura e análise do texto: Usando a História da Matemática no Ensino da Álgebra (VAILAT; PACHECO, s/d). • Fazer resumo e fichamento do texto e enviar via plataforma

Figura 11: Exemplo de atividade – Módulos 3, 4 e 5 do trabalho MP303. Fonte: Garcia (2013).

Com base na figura 11, é possível perceber que na atividade (módulo) 3 é proposto que os licenciandos façam a leitura de um texto e em seguida, que respondam algumas questões sobre o mesmo. A atividade (módulo) 4 é semelhante a atividade (módulo) 3, uma vez que solicita que os alunos façam a leitura de um outro texto e posteriormente passem a responder questões sobre este. Já na atividade (módulo) 5, é proposto que os licenciandos realizem uma leitura de um outro texto e que em seguida elaborem um resumo e um fichamento sobre ele.

Um outro exemplo de atividade pode ser encontrado na figura 12 a seguir:

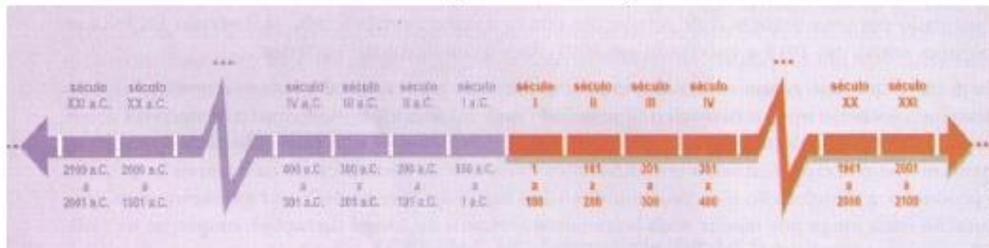
Atividade 1: Conhecendo alguns aspectos do *Almagesto*

Como já foi dito na introdução deste caderno queremos que o participante dessas atividades seja capaz de ler algumas páginas do *Almagesto*. Trata-se nesta sequência de atividades do **fragmento histórico** que apresentamos ao final deste caderno. É importante que neste primeiro momento façamos alguns questionamentos a fim de obtermos o máximo de informações da obra. Afinal de contas, uma leitura não é uma mera decifração dos símbolos, mas interpretação e compreensão.

Caro participante: vamos conhecer um pouco da História da Matemática? Quem inventou a trigonometria? Para que finalidade ela foi criada?

Primeiramente, como é comum à história lidar com longos períodos de tempo, utiliza-se com frequência a unidade de tempo chamada século, equivalente a cem anos. O mecanismo de contagem dos séculos é similar ao dos anos. Assim, por exemplo, (veja esquema abaixo) o ano 2000 pertence ao século XX, o ano 1500 ao século XV, o ano 2009 ao século XXI e o 843 a.C. ao século IX a.C.

Figural.1 - Linha do tempo



Fonte: Vicentino (2002, p.12)

1. *Ptolomeu (150 d.C.) e Euclides (300 a.C.) são dois autores de importantes obras científicas da história da humanidade. Identifique a que século cada um deles pertence. Eles são contemporâneos?*
2. *Você conhece outros personagens da história das ciências que viveu na Antiguidade? Quais suas contribuições para as ciências? Seus personagens são contemporâneos aos sábios citados na questão 1?*

Passamos, a partir de agora, para uma pequena contextualização histórica.

Um pouco de história...

Antes de se tornar um ramo autônomo do conhecimento, uma disciplina matemática, a trigonometria era parte da astronomia. “Foi principalmente para atender às necessidades da astronomia, que aconteceu o desenvolvimento da trigonometria e o surgimento das primeiras tabelas trigonométricas. A trigonometria era então parte da astronomia [...]”. (MENDES; ROCHA, 2009. p. 13). A relação entre essas duas áreas era tão intensa que sua separação aconteceu somente na Idade Média.

Todos os povos antigos (ao contrário de nós, que perdemos o céu como referência) olhavam para o céu na busca de indícios, para plantar, para colher, para migrar, para caçar, etc. Por estes motivos, e também por questões religiosas, era importante fazer um mapeamento dos céus e ser capaz de fazer previsões.

A trigonometria como auxiliar da astronomia, em que certas funções angulares são usadas para determinar posições e trajetórias de corpos celestes, surge no século II a.C. O pai dessa abordagem foi o grego Hiparco de Nicéia (séc. II a.C.), o mais importante estudioso dos céus da Antiguidade, e, em razão disso, costuma ser chamado de “pai da trigonometria”. (IEZZI, 2004, p. 36)

Hiparco foi uma figura de transição entre a astronomia babilônica e Cláudio Ptolomeu, autor de uma das mais importantes obras da história das ciências, o *Almagesto*. Para elaborar sua obra prima, Ptolomeu tomou a concepção de mundo aristotélica, as observações dos babilônios registradas durante séculos e usou para cálculos o sistema sexagesimal babilônico. Também retomou os trabalhos de Hiparco de Niceia, refinou, aprimorou e construiu uma teoria para os corpos visíveis a olho nu: o Sol, a Lua, os Planetas visíveis (Mercúrio, Marte, Vênus, Saturno e Júpiter) e as estrelas fixas.

O *Almagesto* foi uma compilação de toda produção astronômica realizada até então. Ptolomeu concretizou seu trabalho seguindo o modelo geocêntrico, que era aceito na sua época. Se existiram trabalhos semelhantes, deles não restaram vestígios. O fato é que sua organização lógica e forte argumentação fariam do *Almagesto* a bíblia da astronomia até o século XVI. Isto, certamente, se deve ao fato de que o “*Almagesto* é uma obra prima de exposição; Ptolomeu nunca apresenta uma tabela sem primeiro explicar como pode ser calculada, e os parâmetros de seus modelos são todos deduzidos abertamente, a partir de observações cuidadosamente mencionadas.” (AABOE, 2002, p.130).

Baseado na leitura do recorte histórico apresentado anteriormente, responda os seguintes questionamentos.

3. Quando se escuta a palavra *Almagesto* o que vem à sua mente? Já conhecia a obra?

4. *Por que, segundo seu ponto de vista, a obra de Ptolomeu ganhou tamanha importância nos anos (séculos) seguintes, chegando inclusive a tornar obsoletos trabalhos de mesmo teor científico já existentes?*

5. *Você seria capaz de esboçar a representação do universo de Ptolomeu? Explique suas escolhas.*

*Portanto, caro participante,
a trigonometria não é obra de um só homem ou nação. A sua história tem milhares de anos
e agrega contribuições de todas as grandes civilizações.*

Figura 12: Exemplo de atividade – Atividade 1 do trabalho MP351. Fonte: Garcia (2013).

Com o objetivo de fazer com que os licenciandos conheçam a história da obra “Almagesto” do matemático Ptolomeu e “Elementos” do matemático Euclides, a atividade se inicia com um pequeno texto histórico sobre a criação da trigonometria, seguido de algumas perguntas, sobre o texto. Em seguida, é apresentado um outro texto histórico sobre o desenvolvimento da trigonometria e da astronomia, destacando Hiparco, Ptolomeu e sua obra “Almagesto”. Após o texto, algumas perguntas sobre o texto são propostas, o que reforça o fato desta atividade estar presente na categoria “atividade sobre a HM”.

A figura 13, também representa um exemplo de atividade que apresenta inicialmente um texto histórico seguido de duas questões sobre o mesmo.

4.3.7 Atividade 5: Lagrange e a Regra de Três

Segundo Lagrange, uma das operações mais importantes da Aritmética é aquela que chamamos a *regra de três*, que consiste sempre em encontrar o quarto termo de uma proporção na qual os três primeiros termos são dados (LAGRANGE, 1867, p. 209).

Na atualidade a *regra de três*, ensinada no ensino fundamental e médio, reforça as noções de proporção que os alunos utilizaram posteriormente, nas interações diárias ou em sua vida acadêmica.

É importante ressaltar que os dizeres contidos nas caixas de textos, distribuídas no decorrer da atividade, oferecem ao leitor uma tradução das exatas palavras e opiniões de Joseph Louis Lagrange proferidas durante cada lição. Neste sentido, buscamos manter o texto o mais original possível, adaptando-o apenas quando a tradução mais exata dificultaria a compreensão do mesmo.

Nesta atividade não foi possível uma contextualização histórica, pois os algoritmos utilizados por Lagrange não foram relacionados diretamente a nenhum matemático ou momento histórico.

Ativ

Para que os alunos tenham condições de aproveitar plenamente o que a atividade pode oferecer, seria necessário que tivessem noções a respeito de conceitos e propriedades modernos, de conteúdos como: teoria dos conjuntos, polinômios e as quatro operações.

LAGRANGE: Regra de Três (Primeira Parte)

Tradução do recorte de texto de Joseph Louis Lagrange referente ao conteúdo abordado

Em geral, basta entender do que se trata a questão: a regra ordinária de três aplica-se sempre, igualmente, toda vez que uma quantidade aumenta ou diminui na mesma relação que outra quantidade; por exemplo, a preço das coisas aumentam proporcionalmente a quantidade delas, de modo que, a coisa estando em dobro, o preço dobrará, e assim por diante; da mesma forma, o produto do trabalho aumenta em

proporção ao número de pessoas empregadas. Mas existem coisas que aumentem ao mesmo tempo em duas relações diferentes: por exemplo, a quantidade do trabalho aumenta segundo o número de pessoas empregadas, e aumenta também segundo o tempo empregado. Existem outras coisas que diminuem à medida que outras aumentam. Tudo isto se reduz a uma consideração bem simples: é que, se uma quantidade aumenta ao mesmo tempo na proporção que uma ou mais, outras quantidades aumentam, e que outras quantidades diminuem, é o mesmo que dizermos: a quantidade proposta aumenta como o produto das quantidades que aumentam ao mesmo tempo que esta última, dividido pelo produto daquelas que diminuem ao mesmo tempo que ela. Assim, como o resultado do trabalho aumenta à medida que há mais trabalhadores, e que trabalham mais tempo, e que diminui à medida que a obra é mais difícil, diremos que o resultado é proporcional ao número de trabalhadores, multiplicado pelo número que mede o tempo, e dividido pelo número que mede ou exprime a dificuldade da obra (LAGRANGE, 1867, pp. 209, 210).

Todavia devemos fazer atenção a uma coisa, é que a regra de três só pode propriamente aplicar-se que às coisas que aumentam sempre numa relação constante. Por exemplo, suponhamos que, se um homem faz num dia certa quantidade obra, dois homens farão o dobro, três homens o triplo, quatro o quádruplo, etc. Isto poderá não ocorrer; mas, na regra da proporção, supomos que isto ocorre, pois caso contrário, não poderíamos empregá-la de forma legítima (LAGRANGE, 1867, p.210).

Quando a lei do crescimento ou decrescimento é variável, a regra de três não se aplicará, e as regras ordinárias da Aritmética estão descartadas. É necessário, então, recorrer à Álgebra (LAGRANGE, 1867, p.210).

A regra de três só é aplicável nos casos de proporção constante. Este caso tem lugar na maior parte das coisas de uso mundano. Em geral, o preço é sempre proporcional à quantidade de coisas; de modo que, se uma coisa vale tanto, duas coisas valerão o dobro, três o triplo, quatro o quádruplo, etc. Ocorre o mesmo com o produto do trabalho, em relação ao número de trabalhadores e a duração do trabalho; Existem, entretanto, alguns casos onde podemos nos enganar. Se dois cavalos, por exemplo, podem arrastar uma massa de um certo valor, seria natural acreditar que quatro cavalos arrastariam o dobro, seis o triplo; todavia isso não ocorre a rigor, pois seria necessário que os quatro cavalos arrastassem, todos igualmente e do mesmo modo, o que é quase impossível na prática. O que geralmente acontece, é encontrarmos por meio de cálculos, resultados que não condizem com a realidade; mas então não culpa do cálculo que sempre produz um

resultado baseado naquilo que foi expresso. Supomos a proporção constante; o resultado é fundamentado sobre esta suposição: se ela for falsa, o resultado também será necessariamente falso. Todas as vezes que quisemos acusar o calculo, só fizemos pôr a culpa no cálculo ao invés de culpar quem o calculou: ele empregou dados falsos e inexatos, o que não é de se admirar que o resultado também o fosse (LAGRANGE, 1867, pp. 210, 211).

Sugestões de Questões

Questão 5.1 – Com suas palavras e notações modernas, explicita, enumerando cada passo, o algoritmo utilizado por Lagrange.

Questão 5.2 – Quando Lagrange explica que “o preço das coisas aumentam proporcionalmente a quantidade delas, de modo que, a coisa estando em dobro, o preço dobrará, e assim por diante” (LAGRANGE, 1867, p. 209), podemos tomar esta informação como uma verdade estritamente verdadeira? Isto aconteceria na maioria das situações em nossa realidade atual? Descreva, no tocante às proporções, que situações podem ocorrer quando, por exemplo, fazemos compras no mercado e aumentamos o número itens de uma mesma espécie.

Figura 13: Exemplo de atividade – Atividade 5 do trabalho MP386. Fonte: Oliveira (2013).

A atividade se inicia com um recorte da obra de Lagrange que descreve o algoritmo utilizado pelo matemático para o cálculo da regra de três. Posteriormente, são propostas algumas questões para que, os licenciandos escrevam com suas palavras os passos utilizados pelo matemático e que eles interpretem um trecho do recorte histórico.

A terceira categoria mais frequente dos trabalhos analisados, se refere a “**HM como introdução**” com 11 de 161 atividades, correspondendo a 7% do total de atividades. Conforme exposto anteriormente, esta forma de utilizar a HM se configura na apresentação de informações históricas acerca do conteúdo abordado, em especial, na forma de texto, que se localizam no início da atividade.

As atividades presentes nesta categoria, utilizam a HM para a abordagem de conteúdos matemáticos relativos a trigonometria; geometria euclidiana e não-euclidiana; relações entre música e Matemática; sequência de Fibonacci e fórmula de Binet.

Como exemplo de atividade inserida na presente categoria, apresentamos a seguir, a figura 14 que mostra a atividade 1 retirada do trabalho MP091.

Atividade 1. Explorando polígonos regulares inscritos na circunferência.

A circunferência é objeto de estudo desde a Antiguidade. Talvez o geômetra da Antiguidade mais conhecido seja Euclides, a quem se atribui a obra *Os elementos*. Supõe-se que Euclides tenha vivido e trabalhado em Alexandria, no Egito, em torno de 300 a. C., cidade que foi, por vários séculos, grande centro cultural do Mediterrâneo.

Os elementos se constitui num tratado de matemática que engloba a maior parte da matemática conhecida pelos gregos. Pois bem, a circunferência já foi um dos objetos matemáticos estudados por Euclides em *Os elementos*. No entanto, mesmo antes de Euclides, outros geômetras já tiveram a circunferência como foco de estudo¹⁸.

A circunferência é uma figura geométrica muito simples, definida apenas por um centro e um raio, mas que apresenta propriedades muito interessantes.

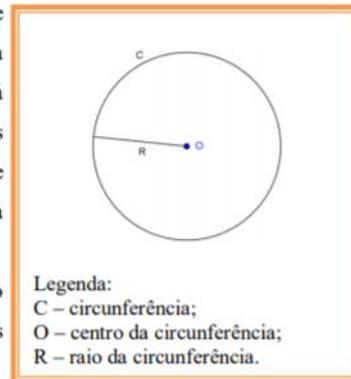


Figura 1. Circunferência, centro e raio

Além do centro e do raio, seus elementos básicos, podemos destacar na circunferência outros elementos muito simples que serão úteis em nosso estudo. São o ângulo central, o arco e a corda indicado na circunferência da figura 2.

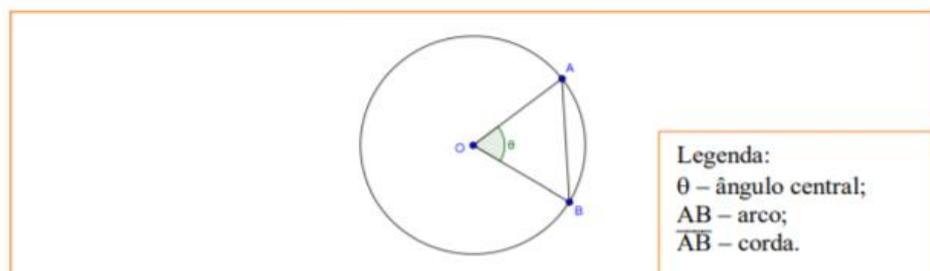


Figura 2. Ângulo central, arco e corda

¹⁸ Há indícios que os mesopotâmicos e os egípcios antigos já determinavam a área de um círculo; os mesopotâmicos utilizavam a divisão de uma circunferência em 360 partes iguais; Tales de Mileto usava o fato de que todo triângulo inscrito num semicírculo é reto; Hipócrates de Quio utilizava conhecimentos da circunferência na resolução do problema geométrico conhecido como as lúnulas de Hipócrates e na tentativa da quadratura do círculo. (EVES, 2004).

Figura 14: Exemplo de atividade inserida na categoria de utilização da HM como introdução. Fonte: Gomes (2011)

Esta atividade relembra conceitos e propriedades relativas aos polígonos regulares inscritos em uma circunferência. Para isto, a atividade se inicia com a apresentação de um pequeno trecho histórico contendo informações referentes ao

matemático Euclides e seus estudos para o desenvolvimento de sua principal obra intitulada “Elementos”. Neste caso, a HM foi utilizada com o intuito de introduzir o conteúdo que ainda será abordado na atividade proposta. Assim, é possível constatar que esta atividade se enquadra na categoria da utilização da HM como uma Introdução.

Um outro exemplo de atividade do mesmo trabalho que se insere nesta mesma categoria, pode ser encontrado na figura 15:

Atividade 4: O radiano como unidade de medida angular.

Você já se perguntou sobre o que a geometria e a trigonometria têm em comum? Essa é uma pergunta que, provavelmente, alguns professores de matemática nunca se fizeram. Para essa etapa do nosso estudo, vamos utilizar um dos entes matemáticos comuns à geometria e trigonometria: o ângulo (arco). Para os nossos fins vamos nos concentrar na unidade de medida angular denominada de radiano.

Porém, a unidade de medida angular mais conhecida, sem dúvida, é o grau. O sistema sexagesimal, que tem o grau por unidade de medida, é conhecido desde os tempos dos babilônicos, por volta de 5 000 anos atrás. Um exemplo desse sistema utilizado nos dias atuais é a divisão em horas, minutos e segundos para contagem de tempo.

O grau reinava absoluto como unidade de medida angular até boa parte do séc. XIX. Para Kennedy (1992) foi no período de 1870 a 1890 que matemáticos e físicos independentemente consideraram a necessidade de uma nova medida angular. Os termos radial, π -medida, circular ou medida arcual precederam a denominação utilizada hoje, o radiano. Provavelmente essa nova medida angular surgiu pela necessidade de se expressar ângulos em termos de π para simplificações de fórmulas trigonométricas e em estudos da Física.

Agora, você vai trabalhar um pouco no sentido de compreender o que venha a ser um radiano. Observe a circunferência de raio 3 da figura 19.

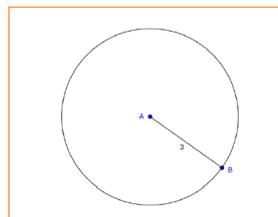


Figura 19. Circunferência de raio 3

Tente responder as seguintes questões com base nos dados da figura 18:

- Utilizando barbante e régua, quanto mede, aproximadamente, o comprimento dessa circunferência?
- Quanto mede o comprimento de um arco de 180° ? E de 90° ? E de 60° ?

Em breve retomaremos essas questões. Por enquanto, analise a seguinte afirmação: um radiano é a abertura do ângulo central de uma circunferência correspondente a um arco cujo comprimento é igual ao raio dessa mesma circunferência (figura 20).

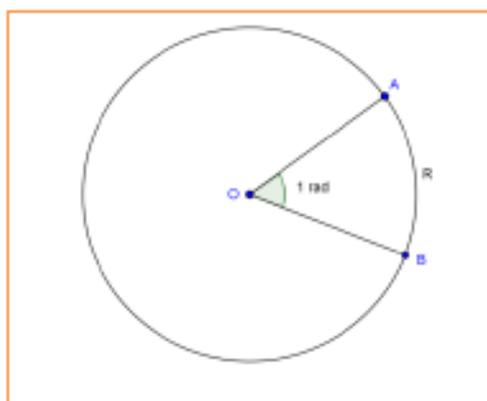
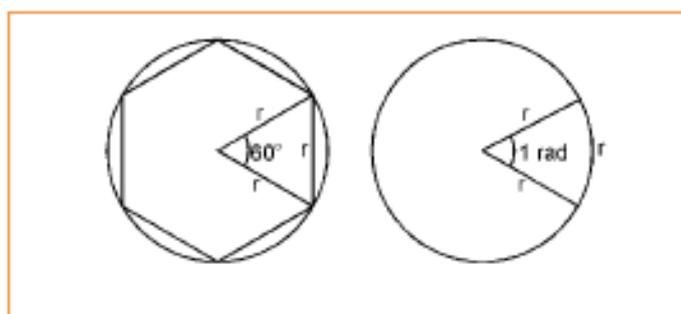


Figura 20. Um radiano

Para melhor compreensão do que venha a ser um radiano observe a figura 21:



Nela estão uma corda de 60° (circunferência à esquerda) e o ângulo central de um radiano (circunferência à direita). Observe que o arco de um radiano tem o mesmo comprimento da corda de 60° . A comparação entre o valor da corda de 60° e o comprimento do arco de um radiano permite uma boa estimativa do valor de um radiano em relação ao grau. Reflita um pouco sobre essa estimativa. E utilizando argumentos geométricos, procure responder a seguinte questão: qual o ângulo central tem a maior abertura: 60° ou um radiano?

Uma forma algébrica de justificar a resposta da questão anterior é utilizar a expressão $2\pi R$ para se determinar o comprimento de uma circunferência de raio R . Com ela, o comprimento de um arco de 180° é πR . Com base nesse argumento responda o seguinte desafio.

Desafio 5

Um ângulo de um radiano mede quantos graus?

Figura 15: Exemplo de atividade inserida na categoria de utilização da HM como introdução. Fonte: Gomes (2011)

Observe que a atividade busca conceituar o radiano como sendo uma unidade de medida sendo comparada ao grau. Para isto, a atividade se inicia com um pequeno texto histórico sobre a história da circunferência e seu estudo na obra “Elementos” do matemático Euclides, de modo a introduzir a atividade proposta.

É possível encontrar um outro exemplo de atividade que se insere nesta categoria na figura 16 a seguir:

Conhecendo os fractais

1º Momento: individual

Observar a natureza de uma forma um pouco mais precisa e criteriosa pode nos levar a perceber que nem sempre as formas da natureza seguem um padrão euclidiano. O homem percebeu, ao buscar compreender e entender mais profundamente a complexidade das formas da natureza, que esses fatos complexos não eram aleatórios, ao acaso, eles seguiam determinado padrão. O homem desenvolveu uma nova geometria, denominada de fractais.

De acordo com Gleick (1989), como as medidas euclidianas (extensão, profundidade e espessura) não abrangem a essência das formas irregulares, o homem voltou-se para a ideia de dimensão. Gleick (1989) credita a Mandelbrot a criação dessa nova geometria. Ainda segundo o mesmo autor, Mandelbrot fez com essa geometria uma afirmação sobre os padrões irregulares que estudara na natureza: a de que o grau de irregularidade permanecesse constante em diferentes escalas. Assim, os estudos sobre os padrões irregulares e as formas complexas, por meio de análises com os preços de algodão, com o ruído das transmissões eletrônicas e observação na natureza, começaram a se encaixar, ou seja, tiveram um ponto em comum: a característica de autossimilaridade. Começava sua caminhada para a observação da ordem diante do caos.

As idéias unificadoras da geometria fractal reuniram cientistas que achavam que as suas observações eram idiossincráticas e que não dispunham de uma maneira sistemática de compreendê-las. As percepções da geometria fractal ajudaram os cientistas que estudavam a maneira pela qual as coisas se fundiam, a maneira pela qual se separavam ou a maneira pela qual se fragmentavam. É um método de examinar os materiais – as superfícies microscopicamente irregulares dos metais, os pequenos orifícios e canais de rochas porosas portadoras de petróleo, as paisagens fragmentadas de uma zona de terremotos (GLEICK, 1989, p. 99).

Segundo Barbosa (2005, p.18): "Um fractal é uma forma cujas partes se assemelham ao seu todo sob alguns aspectos". Para definirmos os fractais de uma maneira mais simples, basta que observemos a propriedade que possuem, a autossimilaridade, ou seja, eles possuem uma imagem de si, própria em cada uma de suas partes.

Atividade 1: é possível medir o comprimento da costa do Brasil?

- a) pesquise na internet acerca do comprimento da costa do Brasil? Com base nessa pesquisa você pode afirmar exatamente qual o comprimento da costa brasileira? Por quê?
- b) seria possível calcularmos com exatidão o comprimento da costa do Brasil? Por quê?

Atividade 2: desenhando a curva de KOCH

- a) desenhe um segmento de 6 cm e divida esse segmento em 3 partes iguais;
- b) retire o seguimento central e substitua por um triângulo equilátero sem a sua base;
- c) quantos segmentos obtemos e qual o comprimento de cada segmento? Qual a soma dos comprimentos dos segmentos obtidos?
- d) repita o processo para cada segmento. Quantos segmentos obtemos? Qual o comprimento de cada segmento da segunda iteração? Qual a soma dos comprimentos dos segmentos obtidos?
- e) depois de n iterações quantos segmentos teremos? Qual será o comprimento de cada segmento? E qual será a soma dos comprimentos dos segmentos obtidos?
- f) quantas vezes podemos repetir o processo?
- g) o que ocorre com o tamanho de cada segmento quando aumentamos as iterações? O que ocorre com a soma do tamanho de todos os segmentos quando aumentamos as iterações?
- h) qual a relação da curva de Koch com a medida da costa brasileira?

Segundo momento: refaça a atividade em pequenos grupos.

Terceiro momento: discussão com toda a turma.

Quarto momento: postagem da narrativa no Google Grupo.

Fonte: GLEICK (1989), BARBOSA (2005) e Diário de campo da pesquisadora.

Figura 16: Exemplo de atividade inserida na categoria de utilização da HM como introdução. Fonte: Santos (2015)

Com intuito de discutir sobre elementos irregulares da natureza e romper com a ideia de um mundo de medidas regulares com os licenciandos, a atividade se inicia com um texto histórico sobre o surgimento da geometria fractal. Posteriormente, algumas perguntas relativas a medida da costa do Brasil e a geometria fractal (conteúdos matemáticos abordados na atividade) são propostas aos licenciandos. Nesta atividade, HM foi apresentada em forma de texto, de modo a introduzir o conteúdo e as perguntas da atividade.

Em relação a esta categoria, Bianchi (2004) considera que esta forma de utilizar a HM em atividades é interessante, uma vez que, costuma-se a apresentar juntamente com os textos históricos, fotos e ilustrações que podem aumentar o interesse em realizar a atividade.

Esta mesma autora considera ainda que a HM trabalhada desta forma, permite que o estudante aumente seu conhecimento em relação a sua cultura de uma forma geral. Assim, quanto mais completa a HM se apresenta para o aluno, mais significativa ela se torna, uma vez que possibilita que o aluno realize mais associações com o conteúdo matemático abordado.

Assim, a participação da HM na formação inicial de professores inserida na categoria “Introdução” se dá sob diferentes formas, como por exemplo, a apresentação de textos históricos, fotografias, figuras, filmes, vídeos e documentários que permitem que o licenciando, além de conhecer o conteúdo matemático, receba informações relativas a elementos históricos sobre o desenvolvimento daquele conteúdo. Neste aspecto, é importante que a apresentação da HM se dê da forma mais completa possível, pois, quanto mais elementos históricos são apresentados e quanto mais recursos são utilizados, mais conhecimento o licenciando terá, principalmente no que diz respeito ao conhecimento histórico-cultural. Diante deste fato, é possível que HM aumente o interesse e motivação do licenciando na busca pela compreensão do conteúdo matemático abordado na atividade proposta.

A categoria menos frequente se refere a “**HM como informação**” com apenas 2 de 161 atividades, correspondendo a 1% do total de atividades. Conforme foi exposto anteriormente, esta categoria se caracteriza por conter atividades que apresentam elementos históricos durante seu desenvolvimento ou em seu término com intuito de acrescentar informações complementares sobre o conteúdo matemático abordado, sendo que não fornecem recursos ou subsídios para que os licenciandos resolvam as questões.

As questões inseridas nesta categoria, utilizam a HM para abordar conteúdos matemáticos relativos a trigonometria, geometria euclidiana e geometria não-euclidiana.

A figura 17 apresenta um exemplo de atividade que se inclui nesta categoria:

Segunda avaliação

Para a realização da avaliação você poderá usar qualquer material que desejar, tais como: livros, cadernos, computadores etc.

Primeiro momento: individual

1º Questão: analise as afirmações abaixo e diga se as mesmas são verdadeiras ou falsas, usando para isso seus conhecimentos acerca de geometria euclidiana e as nossas discussões em sala de aula. Justifique suas afirmações:

a) todo trapézio isósceles é um retângulo; b) todo retângulo é um trapézio;
c) todo trapézio é um quadrilátero; d) todo losango é um retângulo;
e) todo quadrado é um losango; f) todo paralelogramo é um quadrado;
g) todo quadrado é um paralelogramo; h) todo retângulo é um trapézio isósceles.

2º Questão: baseado em nossas discussões em sala de aula e sobre sua experiência em medir a sombra de um objeto, justifique o fato de a circunferência utilizada por nós possuir 360° .

3º Questão: segundo Gomes e Silva (2013), usando o fato que existe uma complexidade de demonstrar o seno de 1° com a circunferência que nós conhecemos de 360° , o astrônomo iraniano al-Samaw'al (c. 1130-c. 1180) justificou a mudança da circunferência de 360° para 480° . "Entretanto, a história não mostra que tal proposta de mudança se expandiu, mas culminou em alguns grandes avanços na matemática computacional e na astronomia árabe e hindu do início do século XII" (GOMES; SILVA, 2013, p. 11). Preencha a tabela a seguir como a equivalência entre os ângulos na forma atual (com a circunferência medindo 360°) e nessa outra possibilidade (com a circunferência medindo 480°). Discuta também acerca do conceito que você possuía sobre ângulo, o conceito de ângulo no nascimento de tal conceito e o conceito de ângulo usado na geometria euclidiana. Há diferença entre o conceito que você possuía, o conceito no nascimento e o conceito utilizado na geometria euclidiana?

Ângulo na circunferência atual	Ângulo na circunferência de 480°
60°	
	60°
36°	
	8°
270°	

OBSERVAÇÃO: escolha apenas uma dentre as questões 4 e 5.

4º Questão: um lado de um de dois triângulos semelhantes é cinco vezes maior que o lado correspondente do outro. Se a área do triângulo menor é 6 cm^2 , qual é a área do maior? (Obs.: justifique cada afirmação com base na geometria euclidiana).

5º Questão: mostre que na geometria euclidiana em qualquer triângulo retângulo a altura em relação à hipotenusa separa o triângulo em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo original.

OBSERVAÇÃO: escolha apenas uma dentre as questões 6 e 7.

6º Questão: demonstre, baseado nos conhecimentos de geometria euclidiana, que as retas tangente a uma circunferência nas extremidades de um diâmetro são paralelas.

7º Questão: todos os ângulos inscritos que subtendem um mesmo arco têm a mesma medida. Em particular, todos os ângulos que subtendem uma semicircunferência são retos.

8º Questão: escreva acerca da sua experiência com a disciplina de geometria euclidiana e tópicos de geometria não euclidiana.

Segundo momento: refaça a avaliação em pequenos grupos.
Terceiro momento: discussão da avaliação toda a turma.
Quarto momento: postagem da narrativa no Google Grupo.

Fonte: Diário de Campo da pesquisadora.

Figura 17: Exemplo de atividade inserida na categoria de utilização da HM como informação. Fonte: Santos (2015)

Nesta atividade, com intuito de avaliar se os conteúdos vistos anteriormente foram compreendidos pelos licenciandos, são propostas oito questões, sendo que a terceira é constituída por um pequeno texto histórico sobre o estudo de ângulos de

uma circunferência realizado por al-Samaw'al (c. 1130-c. 1180). Posteriormente, é proposto que os licenciandos preencham um quadro de equivalência de ângulos de uma circunferência de 360° para uma circunferência de 480° . Neste caso, o texto histórico foi utilizado como uma informação.

Para Bianchi (2006), se por um lado, os elementos históricos que se enquadram nesta categoria servem como um “acessório” para a aprendizagem ou como “algo a mais”. Por outro lado, tais elementos podem ser interessantes, pois permitem que o conteúdo matemático seja abordado de uma forma diferente podendo, até mesmo, motivar o estudante a aprender os conteúdos matemáticos.

Entretanto, é importante que os elementos históricos sejam de fácil leitura ou entendimento para que o licenciando compreenda a HM sobre o conteúdo abordado com clareza. Caso contrário, há a possibilidade de a atividade ficar sobrecarregada e cansativa, o que poderia causar desmotivação em compreender o conteúdo matemático.

Por fim, destacamos que há, também, as atividades que não utilizam a HM. Neste caso, são 52 de 161 atividades, correspondendo a 32% do total de atividades.

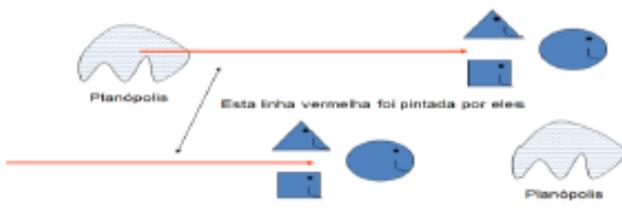
Com base neste resultado, constatamos que, embora as propostas tenham o intuito de utilizar a HM para a abordagem de conteúdos matemáticos aos futuros professores, há uma considerável quantidade de atividades que não utilizam a HM. Fato que indica que, em uma proposta didática que utiliza a HM, não há a necessidade ou requisição de que todas as atividades possuam elementos históricos.

Um exemplo de atividade que consideramos não utilizar a HM pode ser encontrado figura 18 e 19:

Geometrias não euclidianas

1º Momento: individual
De acordo com Sampaio (2008), podemos entender que a superfície é um ambiente geométrico bidimensional. Nesse sentido, se imaginarmos "habitantes" fictícios para uma superfície, eles podem ser mover apenas com dois graus de liberdade. Vamos imaginar a seguinte situação:

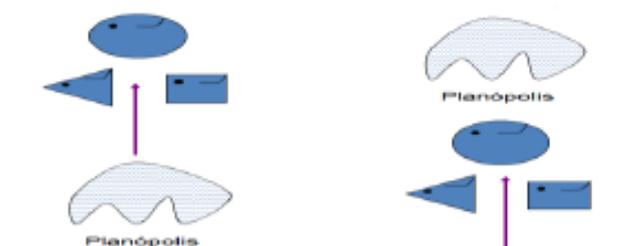
Alguns cientistas de um planeta denominado Planolândia, portanto bidimensionais, tais como o Hum Quadrado, o Hum Triângulo e o Hum Círculo, resolveram conhecer melhor o mundo em que viviam. Para isso, organizaram uma expedição científica.



Fonte: SANTOS (2009).

Atividade 1¹⁷: Desenhe as possíveis formas desse planeta.
Vamos considerar a segunda situação:

Em uma nova expedição científica, os mesmos cientistas resolveram fazer uma nova rota. Ao invés de percorrer no sentido oeste-leste, caminharam no sentido sul-norte. Deixaram agora uma marca roxa.



Após esse retorno, eles observaram que não haviam cruzado a linha vermelha nenhuma vez, ou seja, o único lugar de cruzamento das linhas vermelha e roxa foi no início do percurso.

Fonte: SANTOS (2009)

Atividade 2: desenhe as possíveis formas desse planeta.
Atividade 3¹⁸: um caçador saiu de sua casa e caminhou 10 km ao sul. Depois virou ao oeste e caminhou mais 10 km. Então virou e caminhou novamente por mais 10 km ao norte. Ficou surpreso, pois descobriu que voltara novamente a sua casa.

Figura 18: Exemplo de atividade que não utiliza a HM. Fonte: Santos (2015)

ATIVIDADE 1: INVESTIGANDO E APRENDENDO

Objetivos: Conhecer as características presentes em uma equação do 2º grau para identificá-la sempre que necessário.

Conhecimentos prévios: Potenciação e equação do 1º grau.

Definição: "Toda sentença matemática expressa por uma igualdade, na qual haja uma ou mais letras que representem números desconhecidos é denominada equação. Cada letra que representa um número desconhecido é chamada incógnita".

1. Será que $x^2 + 8x + 15 = 0$ satisfaz essa definição? Por quê?
2. Agora vamos comparar uma equação do 1º Grau, que já conhecemos com $x^2 + 8x + 15 = 0$:
 $x + 10 = 0$ e $x^2 + 8x + 15 = 0$

- Cite as diferenças e semelhanças existentes:

Semelhanças:

Diferenças:

3. Ao observar $x + 10 = 0$ e $x^2 + 8x + 15 = 0$ você deve ter encontrado semelhanças e diferenças. De acordo com o que você observou separe as sentenças abaixo em dois grupos, de forma que sentenças semelhantes fiquem no mesmo grupo.

- $x^2 + 9x + 8 = 0$
- $x + 5 = 8$
- $3x^2 - 15x + 12 = 0$
- $x + 0 = 1$
- $x + 98 = 4$
- $x^2 - 3x - 4 = 0$
- $x^2 - 14x = 0$
- $x + 7 = 0$
- $x^2 - 169 = 0$
- $x^2 - 5x = 0$
- $x^2 - 3x - 4 = 0$

4. Sabemos que $x + 10 = 0$ é uma equação do 1º grau, que nome você daria para a sentença $x^2 + 8x + 15 = 0$. Justifique sua resposta.

Figura 19: Exemplo de atividade que não utiliza a HM. Fonte: Bezerra (2008)

Após a explanação sobre a forma como a HM está sendo apresentada nestas propostas didáticas, nos dedicaremos a indicar as contribuições que a HM, quando utilizada em propostas didáticas, pode trazer a formação inicial de professores de matemática.

5.2. As contribuições encontradas ao utilizar a História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática

As análises dos 22 trabalhos que constituem o corpus da presente pesquisa, indicam que a utilização da HM nas propostas didáticas voltadas a formação inicial de professores de matemática, de acordo com seus autores, contribuiu para: Facilitar a compreensão da natureza do conhecimento matemático; facilitar a compreensão do conteúdo matemático e da matemática; motivar os estudos matemáticos; contribuir para a futura prática do futuro professor de matemática; permitir que o futuro professor perceba conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, conforme mostraremos a seguir no quadro 6.

Quadro 6: Contribuição da utilização da HM em propostas didáticas voltadas a formação inicial de professores de matemática

Categoria	Trabalhos	Quantidade²²
A HM facilita a compreensão dos conteúdos matemáticos	MP113	1
	MP017	2
	MP071	2
	D150	2
	MP231	3
	MP271	2
	M294	1
	MP303	4
	M431	3
	MP117	4
	MP187	2
TOTAL	11 Trabalhos	26 vezes
A HM motiva os estudos matemáticos	M431	1
	MP187	1
	MP192	1
TOTAL	3 Trabalhos	3 vezes
A HM facilita a compreensão acerca da natureza do conhecimento matemático e da matemática	MP113	2
	MP017	1
	D150	1
	D295	6
	D373	6
	M294	1
	MP303	3
	MP386	2
	M431	2
	MP117	2
	MP130	1

²² Quantidade de vezes que excertos correspondentes as categorias de contribuição aparecem no trabalho analisado. Esta forma de quantificação, permitiu verificar quais categorias foram mais recorrentes ou menos recorrentes.

	MP192	7
TOTAL	12 Trabalhos	34 vezes
A HM contribui para a futura prática do futuro professor de matemática	MP113	2
	MP071	2
	D295	3
	D373	7
	M294	1
	MP303	9
	MP117	1
TOTAL	7 Trabalhos	25 vezes
A HM permite que o futuro professor perceba conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento	D373	1
	MP303	1
	MP192	2
TOTAL	3 Trabalhos	4 vezes

Fonte: Elaborado pela autora

Com base nas informações apresentadas neste quadro, é possível constatar que a HM utilizada nas propostas didáticas analisadas contribuiu em primeiro lugar, para a compreensão acerca da natureza do conhecimento matemático e da Matemática.

Este fato foi inferido com base nas seguintes afirmações retiradas dos trabalhos analisados:

“[...] uma abordagem da História da Matemática através de atividades para compreensão de um conceito, é pertinente para utilização em sala de aula, por propiciar ao aluno uma redescoberta, por meio de fatos verídicos ocorridos durante a evolução do conceito adotado, mostrando uma humanização da matemática, assim como atribuindo significado a processos adotados no ensino, fato que pode contribuir para tornar a matemática mais significativa para o aluno.” (MACÊDO, 2011, p.113)

“Com o desenvolvimento da AE 5, possibilitamos que os licenciandos tivessem contato com a história da matemática que não privilegia apenas datas, nomes e locais, ou seja, com a história factual, mas com a história que procura discutir influências sociais, políticas, religiosas e filosóficas que permitiram a vários homens estabelecer determinadas relações matemáticas. [...]. Os excertos das narrativas Q1-N5 e Q5-N5 nos mostram uma nova maneira de conceber a matemática como uma construção humana e que desconstrói a ideia da história estritamente factual. (SANTOS, 2015, p.145)”

“Entendemos que, com a História da Matemática, temos a possibilidade de buscar outra forma de ver e entender essa disciplina, tornando-a mais contextualizada e integrada com as outras matérias. A história propicia mostrar que a Matemática tem um processo histórico; trata-se de uma construção humana, que é gerada pelas necessidades práticas construídas para atender a certas demandas da sociedade. (FERREIRA, 2011, p.114)”

“[...] propusemos um estudo sobre o tema Seções Cônicas, de maneira que o estudante conhecesse a evolução histórica deste tema [...] contribuímos quando permitimos ao estudante observar que o conhecimento matemático não é pronto, acabado e a-histórico, mas que foi e continua sendo construído pelos indivíduos ao longo do tempo. (PIZA, 2009, p.89)”

“[...] a história da Matemática permite estudar o caminho de construção das ideias matemáticas (com seus sucessos e seus erros, os dois, entendidos aqui, como parte integral desta história e de igual importância), para com isso estudar as questões, as necessidades e anseios, erros e obstáculos de todo tipo que acompanharam a produção e elaboração dos conceitos. (OLIVEIRA, 2013, p.114)”

“Importante salientar nessas respostas a respeito da contextualização histórica, pois permite compreender melhor como chegamos aos conhecimentos que temos hoje. Sem essa perspectiva histórica, não sabemos como apareceu o conhecimento, quais problemas eram possíveis resolver. Com a contextualização, podemos dar um sentido ao que se ensina e desmistificar a matemática, que às vezes parece fria e estritamente simbólica. (CAMPOS, 2009, p.97)”

“Um dos pontos favoráveis ao uso da história nas aulas de matemática é apresentar essa ciência como uma construção humana ao longo de muitos anos, com erros e acertos, sem verdades universais. (LOPES, 2013, p. 57)”

De acordo com as afirmações realizadas pelos autores dos trabalhos analisados, é possível perceber que a HM contribuiu para que os futuros professores de Matemática modificassem suas concepções a respeito da Matemática, ao desmistificar e revelar esta área do conhecimento como construção humana, desenvolvida por meio da necessidade humana, de influências sociais, políticas, religiosas e como produto de inúmeros esforços, erros, dificuldades e sem verdades absolutas e unilaterais.

As informações apresentadas pelos autores dos trabalhos analisados, reforçam as ideias apresentadas por Araman e Batista (2013), Balestri (2008) e Baroni et al. (2012) que, conforme exposto anteriormente, afirmam que futuros professores de matemática consideram que o conhecimento matemático é reservado somente para pessoas com capacidade intelectual elevada. Assim, estes pesquisadores consideram que a HM contribui para a formação do futuro professor de matemática, justamente para modificar esta visão.

Além disto, é interessante destacar que os trabalhos que correspondem a esta categoria, apresentam propostas didáticas com predominância de atividades que utilizam a HM como uma estratégia didática. Este fato pode ser verificado através da tabela 4 a seguir:

categoria	trabalhos	total atividades	estratégia didática	atividade sobre hm	introdução	informação	não utiliza
A HM facilita a compreensão acerca da natureza do conhecimento matemático e da matemática	MP113	6	6	0	0	0	0
	MP017	12	6	0	0	0	6
	D150	9	9	0	0	0	0
	D295	15	4	1	4	1	5
	D373	3	3	0	0	0	0
	M294	15	3	0	0	0	12
	MP303	12	3	8	1	0	0
	MP386	5	4	1	0	0	0
	M431	5	2	0	2	0	1
	MP117	5	5	0	0	0	0
	MP130	4	0	0	2	0	2
MP192	6	0	6	0	0	0	
TOTAL:		97	45	16	9	1	26

Tabela 4 – Relações entre categoria de contribuições e formas de utilização da HM. Fonte: Elaborado pela autora.

Assim, é possível constatar que a utilização da HM como estratégia didática possuem maior possibilidade de contribuir para facilitar a compreensão dos licenciandos sobre a natureza do conhecimento matemático e da Matemática.

Com base no quadro 6, é possível perceber, em segundo lugar, que a HM contribuiu para que os futuros professores de Matemática compreendessem o conteúdo matemático abordado nas atividades presentes propostas didáticas dos trabalhos analisados, com mais facilidade.

Este fato pode ser comprovado através das seguintes afirmações feitas por alguns dos autores destes trabalhos:

“[...] estudo da história serve para compreender o presente. Positiva, [pois] nos levou a pesquisar referências e fontes diversas. [...] Foi muito importante poder ver que a história facilita bastante a compreensão dos conceitos de função e não ficar [apenas] com aplicações e resolução de função. (Depoimento dos alunos, 2007.1, apud ROCHA, 2008, p. 86)”

“Após revermos as partes que compõe o nosso trabalho investigativo, baseados nos argumentos de defesa de utilização da História da Matemática a partir de uma perspectiva construtivista, podemos voltar agora à defesa de nossa tese, afirmando que o estudo histórico da obra Tratado sobre o triângulo aritmético, através de atividades didáticas, é uma fonte de compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos. (DIAS, 2014, p.167)”

“Assim, as atividades de investigação envolvendo a história da matemática podem proporcionar, a todos os alunos, momentos de verdadeira atividade matemática, contribuindo para desenvolver uma compreensão mais verdadeira do que é fazer matemática, bem como de sua aprendizagem. (BEZERRA, 2008, p.88)”

“[...] cem por cento (100%) dos alunos das duas turmas afirmaram que a inserção nas notas históricas, juntamente com as construções possibilitaram compreender a Geometria do Compasso e foram importantes para realização das atividades propostas. (OLIVEIRA, 2014,

p.141)”

“É importante salientar a importância dos fatos históricos quando falam da ligação do que se aprende, ou quando dizem que a contextualização é importante. Trazem uma melhor compreensão dos conteúdos aplicados (tanto para matemática quanto para música) e sugerem ao aluno outra forma de procedimento para resolver um determinado problema. Age como agente motivacional, sugerindo uma forma mais atraente de ver o problema. (CAMPOS, 2009, p.81)”

“Os licenciandos relataram que os métodos apresentados e o uso da História da Matemática contribuíram para o entendimento do conceito de derivada. (OLIVEIRA, 2011, p.65)”

“Usando a História do Cálculo como fio condutor, numa perspectiva inovadora com o auxílio de um material concreto manipulável para ministrar o conteúdo Integral Definida, serviu para aumentar para 50% o número de alunos que compreenderam bem o conteúdo ao tempo que diminui de 70% para 40% os alunos que sentiam parciais dificuldades. (SILVA, 2016, p.78)”

É possível perceber que as afirmações de alguns dos autores dos trabalhos que foram analisados convergem para o fato de que a utilização da HM nas propostas didáticas contribuiu para que os futuros professores de Matemática pudessem compreender conceitos matemáticos sem se limitar aos aspectos técnicos e memorísticos do conteúdo.

Este fato tem sido amplamente apontado por estudiosos, tais como Araman e Batista (2013), Miguel e Brito (1996) e Baroni *et al.* (2012). Estes pesquisadores afirmam que, na maioria dos cursos de formação de professores de matemática, os conteúdos matemáticos são apresentados de uma forma pronta e acabada, onde são priorizados os cálculos e suas aplicações. Na maior parte das vezes, não é apresentado ao licenciando, o contexto histórico com o qual aquele conteúdo matemático se desenvolveu. O que pode causar dificuldades na aprendizagem do conteúdo matemático ou até mesmo repulsa pela matemática.

Assim, estes pesquisadores acreditam que a inserção de elementos históricos contribui justamente para facilitar a compreensão do futuro professor de Matemática acerca do conteúdo matemático abordado ou até mesmo que suas dificuldades sejam superadas, uma vez que, revela aos futuros professores alguns “porquês” da matemática quando estão construindo suas ideias.

Além disto, é interessante destacar que os trabalhos que foram inseridos nesta categoria, apresentam propostas didáticas que contém em sua maior parte, atividades inseridas na categoria “estratégia didática”. Este fato pode ser verificado através da tabela 5:

categoria	trabalhos	total atividades	estratégia didática	atividade sobre hm	introdução	informação	não utiliza
A HM facilita a compreensão dos conteúdos matemáticos	MP113	6	6	0	0	0	0
	MP017	12	6	0	0	0	6
	MP071	17	0	10	0	0	7
	D150	9	9	0	0	0	0
	MP231	11	9	0	1	0	1
	MP271	3	3	0	0	0	0
	M294	15	3	0	0	0	12
	MP303	12	3	8	1	0	0
	M431	5	2	0	2	0	1
	MP117	5	5	0	0	0	0
MP187	1	1	0	0	0	0	
TOTAL:		96	47	18	4	0	27

Tabela 5 – Relações entre categoria de contribuições e formas de utilização da HM. Fonte: Elaborado pela autora.

Com base na tabela 5, possível perceber que atividades com este tipo de utilização da HM, possuem um potencial maior de fazer com que os conteúdos matemáticos sejam compreendidos com mais facilidade.

Além das contribuições da HM para a compreensão acerca na natureza dos conteúdos matemáticos, o quadro 6 evidencia em terceiro lugar, que os autores dos trabalhos analisados, também, consideram que a HM contribui para a futura prática do futuro professor de matemática.

Este fato pode ser comprovado através das seguintes afirmações feitas por alguns dos autores destes trabalhos:

“A maioria dos participantes apontou a sequência didática como pertinente ao uso em sala de aula para interagir as representações simbólica e geométrica, proporcionando um significado à fórmula resolutive da equação do 2º grau.” (MACÊDO, 2011, p.111)

“A dinâmica indivíduo-grupo-classe-narrativas aliada a AE com elementos da perspectiva lógico-histórico nos permite inferir, por meio da leitura e análise das narrativas, que alguns licenciandos superaram a preocupação apenas com a nota e a preocupação em apenas aprender o conteúdo e pensaram também na sua futura prática docente.” (SANTOS, 2015, p.151)

“Afirmaram, também, ter aprendido sobre as várias maneiras como diferentes civilizações utilizavam os princípios de contagem e a construção dos números; e de que modo o homem conta, mesmo sem saber contar sem conhecer os números; isso as ajudará a compreender como as crianças aprendem; a saber como levá-las a aprender, como contar e associar os símbolos numéricos à quantidade de cada número.” (FERREIRA, 2011, p.178)

“[...] do Questionário Final, 100% dos pesquisados consideraram que as atividades possibilitaram ampliar seus conhecimentos relacionados à História da Matemática e perceber as potencialidades do uso da História da Matemática em sala de aula. [...] 93,7% consideraram que as atividades também possibilitaram refletir sobre a prática em sala de aula.” (GARCIA, 2013, p.142)

“As atividades práticas contribuíram para a formação profissional, proporcionando elementos de História da Matemática para utilizar em sala de aula e conhecimentos teóricos da História. Aprenderam conceitos de Matemática que apenas sabiam de memória, a exemplo do número Pi e do Teorema de Pitágoras.” (GARCIA, 2013, p.156)

“As atividades foram importantes para a formação dos participantes, pois auxiliaram a planejar aulas práticas; contribuíram para a aprendizagem de como utilizar a História da Matemática em sala de aula; para a formação do professor como fornecedoras de subsídios para o enfrentamento da sala de aula e para a formação profissional, proporcionando elementos de História da Matemática para utilizar em sala de aula.” (GARCIA, 2013, p.161)

“[...] perguntamos se o aluno utilizaria as atividades propostas caso viesse a lecionar a disciplina de Cálculo 1 [...]. O nosso objetivo foi alcançado, uma vez que 27 alunos dos entrevistados responderam que sim, utilizaria a sequência integralmente.” (OLIVEIRA, 2011, p. 64)

As afirmações feitas pelos autores dos trabalhos analisados indicam que os futuros professores de Matemática, após o contato com as propostas didáticas que recorrem a utilização da HM, se mostram favoráveis à sua utilização em suas futuras práticas docentes.

Outros autores consideram que a utilização da HM permitiu que os licenciandos refletissem sobre a futura prática docente e passassem a compreender como a HM pode ser utilizada em suas aulas com o objetivo de que seus futuros alunos a compreensão do conteúdo matemático. Neste caso, a HM foi capaz de fornecer métodos e técnicas para que os licenciandos passem a utilizá-la em sala de aula, uma vez que entendem que este tipo de abordagem pode proporcionar significado ao conteúdo matemático.

Estas informações apresentadas pelos autores, estão em consonância com a literatura. Faria (2010) e Garnica & Souza (2012) indicam a importância da HM se fazer presente nos cursos de formação de professores para que estes tenham a possibilidade de apresentar aos seus futuros alunos, uma Matemática que não se trata de verdades absolutas, mas sim como uma criação humana constituída por falhas que sempre estará aberta para a incorporação de novos conhecimentos de qualquer pessoa.

Balestri (2008) vai ao encontro destas ideias, ao afirmar que a HM nesta perspectiva, permite que os futuros professores de Matemática respondam alguns

“porquês” da Matemática aos futuros alunos, de modo que possam superar algumas de suas dificuldades, satisfazer suas curiosidades e motivá-los a compreender o conteúdo matemático.

Baroni et al. (2012), conforme exposto anteriormente, afirmam que a utilização da HM nos cursos de formação de professores, é capaz de fornecer métodos e técnicas para que o licenciando incorpore materiais históricos em sua prática.

Além disto, é interessante destacar que os trabalhos inseridos nesta categoria também possuem propostas didáticas com predominância de atividades que utilizam a HM como estratégia didática. Este fato pode ser verificado por meio da tabela 6, a seguir:

categoria	trabalhos	total atividades	estratégia didática	atividade sobre hm	introdução	informação	não utiliza
A HM contribui para a futura prática do futuro professor de matemática	MP113	6	6	0	0	0	0
	MP071	17	0	10	0	0	7
	D295	15	4	1	4	1	5
	D373	3	3	0	0	0	0
	M294	15	3	0	0	0	12
	MP303	12	3	8	1	0	0
	MP117	5	5	0	0	0	0
TOTAL:		73	24	19	5	1	24

Tabela 6 – Relações entre categoria de contribuições e formas de utilização da HM. Fonte: Elaborado pela autora.

Assim, há uma maior possibilidade de que atividades com este tipo de abordagem da HM, contribuam para a futura prática dos licenciandos.

Além destas contribuições, o quadro 6 evidencia que, a HM, ainda, contribui para que o futuro professor perceba conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento

As seguintes afirmações de alguns dos autores dos trabalhos analisados, evidenciam este fato:

“Segundo eles, a atividade foi interessante e possibilitou a interdisciplinaridade, envolvendo conhecimentos de História e Geografia. (GARCIA, 2013, p.121)”

“Os acadêmicos Jaimes e Adriana salientam que a história é um caminho para se conseguir a articulação entre a matemática e outras áreas do conhecimento. (LOPES, 2013, p.57)”

Segundo eles [licenciandos(as)], a história nas aulas de matemática consegue ampliar a visão dos alunos sobre essa ciência, mostrando suas relações com outras áreas de conhecimento. (LOPES, 2013, p.89)”

É possível perceber que as citações convergem para o fato de que a utilização da HM nas propostas didáticas permitiu que os futuros professores de Matemática pudessem perceber relações da Matemática com outras áreas do conhecimento.

A literatura da área é favorável a esta forma de contribuição da HM para a formação inicial de professores de Matemática. Gasperi & Pacheco (2013), Araman & Batista (2013) e Balestri (2008), conforme exposto anteriormente, indicam que a HM contribui neste aspecto porque desconstrói a ideia que os licenciandos têm da Matemática como uma área do conhecimento compartimentada e isolada das demais áreas. Além disto, a HM revela como a Matemática contribuiu para o desenvolvimento de outras áreas do conhecimento e vice-versa.

Além disso, a tabela 7 nos mostra que as atividades presentes nos trabalhos que correspondem a esta categoria, utilizam a HM como “atividade sobre HM”.

categoria	trabalhos	total atividades	estratégia didática	atividade sobre HM	introdução	informação	não utiliza
A HM permite que o futuro professor perceba conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento	D373	3	3	0	0	0	0
	MP303	12	3	8	1	0	0
	MP192	6	0	6	0	0	0
TOTAL:		21	6	14	1	0	0

Tabela 7 – Relações entre categoria de contribuições e formas de utilização da HM. Fonte: Elaborado pela autora.

Assim, é possível verificar por meio da tabela 7, que as atividades inseridas na categoria “Atividade sobre HM” tem um potencial maior de fazer com que os futuros professores de Matemática percebam relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Por fim, o quadro 6 mostra que a HM contribui para fornecer uma motivação maior para que os licenciandos(as) estudem conteúdos matemáticos.

“Pelas citações de como foi a evolução dos acontecimentos, como foram os experimentos para a obtenção da Escala Temperada e na própria história da relação matemática/música vimos o grande interesse que há em estudar esses assuntos. Essas atividades estimulam o interesse em aprender os conteúdos citados na oficina e ainda pode aproximar o aluno para um campo onde tem mais facilidade, e auxiliar no conhecimento dos conteúdos abordados e tornando o ambiente propício para a produção de afetividade.” (CAMPOS, 2009, p.98)

“Verificando os resultados obtidos pelo desenvolvimento das atividades nessa pesquisa que usando a História da Matemática como fio condutor para fazer investigação em sala de aula despertou nos alunos, maior interesse em participarem ativamente nas aulas, pois permitiu que esses se sentissem personagens da história e desafiados a tentar e encontrarem no “erro”, uma forma de acertar.” (SILVA, 2016, p.85)

“Quando conhecem a origem e evolução de determinado conteúdo e suas peculiaridades, os alunos foram motivados a estudá-lo e, até mesmo, a comparar os processos matemáticos do passado e do presente. “ (LOPES, 2013, p. 99)

Com base nas afirmações anteriores, é possível perceber que alguns dos autores dos trabalhos analisados indicam que a utilização da HM em suas propostas didáticas, contribuiu para despertar o interesse de futuros professores de Matemática em compreender e estudar o conteúdo matemático abordado e para que eles participassem ativamente nas aulas.

Este fato está em consonância com as ideias apresentadas por Balestri (2008), uma vez que, este autor considera que um dos motivos para que a HM seja motivadora, se deve ao fato de que ela permite que as curiosidades sejam satisfeitas e alguns “porquês” da Matemática respondidos. Quando isto não possível, é necessário incentivar os professores a buscarem respostas para suas dúvidas e para satisfazer suas próprias curiosidades. Neste aspecto, recursos como a internet por exemplo, se tornam instrumentos essenciais.

Há também na literatura, argumentos que indicam que é preciso cautela quando se trata deste tipo de contribuição. Um argumento desta natureza, pode ser verificado nas falas de Miguel (1997). Este pesquisador considera que a HM deve ultrapassar este caráter motivador. Caso contrário, ela apenas será vista como um “descanso” ou “recompensa” após uma cansativa aula de Matemática.

Além disto, a tabela 8 nos mostra que os trabalhos correspondentes a esta categoria possuem em suas propostas, uma predominância de atividades que foram inseridas na categoria “atividade sobre a HM”.

categoria	trabalhos	total atividades	estratégias didáticas	atividade sobre hm	introdução	informação	não utiliza
A HM motiva os estudos matemáticos	M431	5	2	0	2	0	1
	MP187	1	1	0	0	0	0
	MP192	6	0	6	0	0	0
TOTAL:		12	3	6	2	0	1

Tabela 8 – Relações entre categoria de contribuições e formas de utilização da HM. Fonte: Elaborado pela autora.

Assim, é possível constatar que atividades com este tipo de abordagem histórica também possuem uma possibilidade maior de fazer com que os futuros professores de Matemática tenham uma motivação maior para estudar os conteúdos matemáticos.

Embora sejam apresentadas várias contribuições da HM para a formação de professores, estes trabalhos, também apresentam dificuldades e desafios da introdução de atividades com um viés histórico na formação de professores e, o item subsequente tem este enfoque.

5.3 As dificuldades encontradas ao utilizar a História da Matemática na formação inicial de professores de matemática

De um total de 22 trabalhos analisados, 8 (36%) indicam que as dificuldades da utilização da HM em propostas didáticas voltadas a formação inicial de professores de matemática se referem as dificuldades dos licenciandos em ler, interpretar e compreender os textos de HM; não reconhecimento da importância da HM para o ensino e aprendizagem de matemática. No quadro 7, sintetizamos os resultados desta categorização:

Quadro 7: Categorias das dificuldades em utilizar a HM

Categoria	Trabalhos	Quantidade
Dificuldade em ler, interpretar e compreender textos de HM	MP091	1
	MP071	1
	D150	3
	MP231	1
	MP192	1
TOTAL	5 trabalhos	7 vezes
Não reconhecimento da importância da HM para o ensino e aprendizagem de matemática	D295	2
	MP187	1
	MP113	1
TOTAL	3 trabalhos	4 vezes

Fonte: Elaborado pela autora.

Em nossas análises, identificamos que a maior parte das dificuldades explicitadas por alguns dos autores dos trabalhos analisados se refere a dificuldade dos futuros professores em ler e interpretar textos de HM propostos no decorrer de suas atividades. É possível compreender este fato a partir das seguintes afirmações:

“A dificuldade na leitura e na interpretação matemática de textos também pode ser apontada como aspecto a ser considerado nessa análise. No texto: “As primeiras tabelas de cordas”, apresentamos uma parte da tabela cordas de Ptolomeu. Porém, quando questionados sobre o entendimento dessas informações, nenhum participante chegou a uma resposta satisfatória.” (GOMES, 2011, p. 51)

“Em relação às dificuldades sentidas observamos que, em geral, os alunos apresentaram inicialmente dificuldades na leitura e interpretação dos textos históricos.” (ROCHA, 2008, p. 99)

“Algumas questões solicitavam que eles reescrevessem com suas palavras o pensamento de Pascal e por vezes os alunos não queriam fazê-lo, o que para nós foi motivo de reflexão juntamente com eles. Perguntamos porque esse tipo de questão trazia tanto estranhamento e eles revelavam que Pascal já tinha dito e não existia outro jeito de dizer “a mesma coisa”, ou seja, os alunos tinham dificuldades de expressar algo lido utilizando suas próprias palavras.” (DIAS, 2014, p. 162)

“O início desse processo de resolução foi marcado por algumas dificuldades, uma vez que os alunos não estavam acostumados com esse tipo de abordagem didática. [...] verificamos que alguns alunos ainda não tinham conseguido compreender a parte histórica contida nas atividades.” (BEZERRA, 2008, p.76)

“No início do semestre, trabalhar com o blog e os textos sobre a História da Matemática foi um tanto complicado, pois os acadêmicos tinham dificuldades para entender as leituras [...]”. (LOPES, 2013, p. 103)

Com base nas afirmações feitas por alguns dos autores dos trabalhos analisados, é possível constatar que durante o desenvolvimento das propostas didáticas, alguns licenciandos apresentaram dificuldades na leitura e compreensão dos textos históricos.

Além destas afirmações, um dos autores, apontou que as dificuldades apresentadas pelos licenciandos poderia ser justificada pela própria formação dos licenciandos que se limita na maior parte das vezes a uma abordagem técnica e mecanizada da Matemática. Assim, este autor faz a seguinte afirmação:

“Observamos neles a dificuldade de interpretação de questões das atividades, bem como a dificuldade de compreender o que Pascal mostrava em algum exemplo ou demonstração. A falta de interpretação da atividade pode ser justificada, ao nosso ver, pela dificuldade que os alunos possuíam de leitura e escrita, decorrentes de uma formação deficiente nessa área. Muitas vezes, os exercícios que eles têm contato em toda sua escolaridade são rotineiros e mecanizados e o contato com problemas que levam à reflexão são raros nas aulas de Matemática.” (DIAS, 2014, p. 162)

Pereira (2013) chegou a um resultado semelhante a este quando em sua pesquisa propôs a leitura de um texto de HM a um professor de matemática em exercício que após ler o texto, apresentou inúmeras dificuldades na leitura e interpretação.

Uma justificativa apresentada por essa autora em relação a este fato, se deve

a formação do professor, na qual muito se enfatiza o desenvolvimento de cálculos e suas aplicações, o que diminui o hábito da leitura e interpretação. Além disto, o professor destacou que os textos históricos podem não ser agradáveis

[...] devido às várias palavras pouco conhecidas e até desconhecidas. Os nomes dos vários matemáticos e as suas contribuições deixam a leitura cansativa, pois é um suíço, um alemão, um inglês, o outro francês. No início do texto, falou-se em Babilônia, em seguida, em matemática egípcia e tudo isso em forma de texto deu uma sensação de estar perdido no tempo e no espaço. (PEREIRA, 2013, p. 29)

Esta citação está em consonância com uma outra afirmação realizada por uma das autoras dos trabalhos analisados:

“Em alguns momentos, os alunos externaram a dificuldade de entender a linguagem utilizada por Pascal. A linguagem coloquial utilizada pelos alunos entrou muitas vezes em choque com uma língua culta escrita há mais de 300 anos. Esse fato já foi levantado por alguns autores acerca da dificuldade de compreender um texto que foi escrito em momento social e cultural diferente do nosso. (DIAS, 2014, p. 162-163)”

Esta autora, considera que as dificuldades em ler e compreender os textos de HM se devem a grande diferença entre a linguagem do Matemático Pascal (escrita há mais de 300 anos) em relação a linguagem atual e coloquial dos futuros professores de Matemática. Além da grande diferença em relação ao tempo, esta diferença de linguagem pode ser também justificada pela diferença de contexto sociais e culturais em que os textos históricos foram escritos em relação ao contexto em que são lidos.

Ainda em relação as dificuldades apresentadas pelos autores dos trabalhos analisados, consideramos que, a falta de compreensão e interpretação dos textos históricos ao invés de facilitar, poderia dificultar ainda mais a compreensão do conteúdo matemático abordado nas propostas.

Assim, consideramos a importância da apresentação da HM de uma forma mais clara e mais próxima do licenciando. Caso contrário, esta abordagem poderá, ao invés de contribuir para a formação do futuro professor de Matemática, dificultar ainda mais neste aspecto.

Além das dificuldades em ler e interpretar os textos históricos, alguns dos autores dos trabalhos analisados indicam que mesmo utilizando a HM em suas propostas didáticas, alguns licenciandos acabam não reconhecendo a importância

desta abordagem para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Este fato pode ser verificado com base nas seguintes afirmações:

“Para alguns acadêmicos há uma separação entre o lógico e o histórico, e para além dessa fragmentação, esses alunos consideram o lógico mais importante do que o histórico.” (SANTOS, 2015, p. 151)

“O excerto, da narrativa da licencianda Q4, mostra que ela considera importantes as discussões realizadas. Mas ela prioriza o resultado e não o processo, ou seja, o lógico-formal dos conceitos estudados.” (SANTOS, 2015, p.178)

“Outro fator apontado foi à aversão à história por parte dos alunos. Certos estudantes optam pelo curso de Matemática, área de exatas por não se identificarem e tentarem fugir da área de humanas. Assim, 20% dos alunos apontam que o uso da história deva ser atenuado, sem muito aprofundamento.” (SANTOS, 2015, p.178)

“Outro fator apontado foi à aversão à história por parte dos alunos. Certos estudantes optam pelo curso de Matemática, área de exatas por não se identificarem e tentarem fugir da área de humanas. Assim, 20% dos alunos apontam que o uso da história deva ser atenuado, sem muito aprofundamento.” (SILVA, 2016, p.81)

“[...] nem todos os participantes demonstraram um interesse em trabalhar com esse tipo de abordagem metodológica. Alguns relataram pretextos para a não utilização das atividades em sala de aula. Eles relataram a falta de equipamentos e apoio da escola, deficiência dos alunos em domínio dos conceitos envolvidos na resolução das atividades, além da falta de interesse dos alunos em uma abordagem não imediatista, que preferem o uso de uma fórmula para obtenção de um resultado.” (MACÊDO, 2011, p.111)

Com a realização de uma leitura detalhada destas afirmações, é possível constatar que as quatro primeiras convergem para o fato de que mesmo após o desenvolvimento das propostas didáticas com uma abordagem histórica, alguns licenciandos continuam priorizando os aspectos lógicos da matemática e considerando que sua abordagem deve ser realizada como uma curiosidade ou “algo a mais” sem muitos aprofundamentos.

Este fato já é esperado pela literatura da área, pois Britto e Bayer (2007) ao pesquisarem sobre as opiniões de professores da educação básica em exercício chegaram a resultados semelhantes, ou seja, constataram que em meio a 68 professores da rede pública de ensino, apenas 3% reconheciam a importância da HM para o ensino e aprendizagem de Matemática, sendo que o restante considera que a HM é apenas um modismo e que pouco contribui para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Com base na última afirmação realizada por uma das autoras dos trabalhos

analisados, é possível verificar também que além de priorizarem os aspectos lógicos da Matemática, alguns licenciandos mostraram um baixo interesse em utilizar a HM na futura prática pedagógica, isto é, apontam diversos obstáculos para a não utilização.

Santos (2017) chegou a resultado semelhante ao analisar as compreensões dos professores da educação básica a respeito da utilização da HM no ensino dessa disciplina. Este autor constatou que, embora os professores sujeitos de sua pesquisa reconhecessem a relevância da HM para o ensino de matemática, estes apresentavam diversos argumentos para não a utilizar, como por exemplo, a ausência de tempo, apoio, interesse, dentre outros.

Feliciano (2008) em estudo semelhante, encontrou resultados que convergem com os encontrados por Santos (2008), pois identificou que os professores sujeitos de sua pesquisa [...] apostam no valor didático da HM, mas evidenciam que não têm condições para efetuar-lo. (p.104)

Assim, as análises indicam que utilização da HM na formação de professores não garante que futuros professores reconheçam a sua importância para o ensino e aprendizagem de Matemática ou que tenham interesse ou se sintam motivados a utilizar a HM em sua futura prática pedagógica.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando a relevância da HM para a formação do professor de Matemática, nos propomos ao longo do presente trabalho, identificar e analisar a introdução da HM na formação inicial de professores de matemática, sugeridas por teses e dissertações brasileiras que, apresentam propostas didáticas que utilizam a HM, com o propósito de ensinar Matemática neste nível de ensino.

Assim, estes trabalhos foram mapeados e analisados. Os resultados de nossas análises indicam que a HM nas propostas didáticas voltadas a formação inicial do professor de Matemática é utilizada na maior parte das atividades como “**Estratégia Didática**”, a qual consideramos ser a forma mais interessante e recomendável de utilização da HM.

Além disto, a segunda forma de utilização da HM identificada nas atividades das propostas se refere a categoria “**Atividade sobre a HM**”, a qual acreditamos ser interessante quando o objetivo é fazer com que o futuro professor de Matemática se aprofunde nos aspectos históricos de determinado conteúdo matemático.

Os resultados das análises realizadas também indicam que a terceira forma de utilização da HM se trata da “**Introdução**”. Consideramos que esta forma de utilização da HM enriquece a abordagem do conteúdo matemático, principalmente quando se dispõe de recursos como imagens, fotografias, vídeos e filmes.

Por último, a HM nas atividades presentes nas propostas, é também utilizada como “**Informação**”. Neste caso, ressaltamos a importância de a HM ser apresentada de forma clara e com uma linguagem acessível, caso contrário, a atividade pode se tornar sobrecarregada ou cansativa e o conteúdo histórico pode se tornar um elemento dificultador para a compreensão do conteúdo matemático.

Os resultados desta investigação reforçam a ideia, presente na literatura, de que a HM contribui para a formação do futuro professor de Matemática e trazem um indicativo de **como** a HM pode ser utilizada neste nível de ensino, de modo que estas contribuições sejam, de fato, concretizadas.

Afinal, relacionamos as categorias de contribuições e de utilização da HM obtidas com as análises e constatamos que quando a HM contribui para: Facilitar a

compreensão do futuro professor de Matemática acerca da natureza do conhecimento matemático e da matemática; Facilitar a compreensão do futuro professor de Matemática acerca dos conteúdos matemáticos; Influenciar na futura prática pedagógica dos futuros professores de Matemática; A HM é predominantemente utilizada como “Estratégia didática”.

Quando a HM contribui para motivar os estudos matemáticos do futuro professor de Matemática e para permitir que o futuro professor perceba conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento; A utilização da HM se insere predominantemente na categoria “Atividade sobre a HM”.

É justamente com base nestes resultados que a pesquisa pode contribuir com a área da Educação Matemática e História da Matemática. Pois, além de trazer novas informações para estas áreas, é possível orientar o trabalho de professores formadores que queiram trabalhar com a HM, de acordo com seus objetivos em sala de aula. Neste caso, recomendamos a utilização da HM como “estratégia didática” e “atividade sobre a HM”.

Além das contribuições, a presente pesquisa também traz novas informações sobre as dificuldades e/ou limitações da utilização da HM na formação inicial de professores de Matemática, uma vez que, a literatura da área de HM e Educação Matemática apresenta um enfoque maior para os argumentos favoráveis e positivos para a utilização desta abordagem.

Constatamos que ao utilizar a HM na formação inicial de professores de Matemática pode fazer com que alguns discentes mesmo após o desenvolvimento da proposta, **não reconheçam a importância da HM para o ensino e aprendizagem de Matemática**. O que evidencia o fato de que a HM nem sempre irá garantir que os discentes tenham interesse em aprofundar seus estudos neste assunto ou que se sintam motivados em utilizar este tipo de abordagem na futura prática pedagógica.

Além disto, alguns discentes apresentaram **dificuldades em ler e interpretar os textos de HM**. Neste caso, ressaltamos a importância de a HM se apresentar de uma forma clara e com uma linguagem mais próxima possível do licenciando. Ademais, consideramos que também seja importante que o professor formador tenha clareza das formas em que a HM pode ser utilizada e de seus objetivos em sala de aula.

Assim, com o presente estudo, esperamos contribuir e oferecer subsídios para professores formadores que tenham o interesse de trabalhar com a HM em disciplinas específicas do curso de licenciatura em Matemática, uma vez que, parte do presente trabalho, se assemelha a um catálogo de produções acadêmicas que apresentam propostas com esta finalidade neste nível de ensino.

Esperamos, também, que a presente pesquisa possa servir de referência para a realização de estudos futuros que possam contribuir para a área da HM e Educação Matemática, principalmente no que diz respeito a HM na formação inicial de professores de Matemática, uma vez que, apresentamos as perspectivas em que a HM se introduz em propostas voltadas a este nível de ensino, bem como as contribuições e dificuldades que são encontradas ao desenvolver este tipo de abordagem.

Por fim, destacamos que o mapeamento de produções acadêmicas que contemplam a temática da HM na formação do professor de Matemática realizado na presente pesquisa, apresenta diversas informações relativas as tendências que esta temática vem tomando ou quais foram os aspectos que têm sido pouco abordados.

Neste caso, constatamos que apesar dos avanços recentes da área da HM, a produção de pesquisas que desenvolvem propostas para a incorporação da HM em disciplinas específicas dos cursos de formação inicial de professores de Matemática, ainda é pouca. Assim, consideramos que a HM deve ter uma participação ainda maior tanto nos cursos de Licenciatura em Matemática, quanto na produção acadêmica do país.

REFERÊNCIAS

ALVES, Juliana Maria Schivani. **Dos mínimos quadrados à regressão linear: atividades históricas sobre função afim e estatística usando planilhas eletrônicas**. 2016. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

ANGELO, Cristiane Borges. **Cenário da produção acadêmica em história da matemática no ensino de matemática: uma análise reflexiva das teses e dissertações (1990-2010)**. 2014. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira; BATISTA, Irinéa de Lourdes. Contribuições da história da matemática para a construção dos saberes do professor de matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 45, p. 1-30, abr. 2013.

ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira; BATISTA, Irinéa de Lourdes. O Processo de Construção de Abordagens Históricas na Formação Interdisciplinar do Professor de Matemática. 2013. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 380-407.

BACCA, Paula Cristina. **Geometria analítica na educação básica: Primeiros passos no plano cartesiano**. 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Regional de Blumenau – FURB.

BALESTRI, Rodrigo Dias. **A participação da História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática na ótica de professores e pesquisadores**. 2008. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina.

BARBIN, Evelyne; BAGNI, Giorgio; GRUGNETTI, Lucia; KRONFELLNER, Manfred; LAKOMA, Ewa; MENGHINI, Marta. Integrating history: research perspectives. In: **History in mathematics education**. Springer Netherlands, 2002. p. 63-90.

BARDIN, Laurence. Análise de conteúdo (Edição revista e actualizada). **Lisboa: Edições**, v. 70, 2009.

BARONI, Rosa. Sverzut., NOBRE, Sérgio., TEIXEIRA, Marcos Vieira. V. História da matemática em contextos da educação matemática: contribuições do GPHM. In: **Bolema**, volume 25, n. 41, p. 153-171, Rio Claro: dez. 2011.

BARONI, Rosa Lucia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sérgio. A investigação científica em história da matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática. In: **Educação matemática: pesquisa em movimento**. Cortez, 2012. p. 179-202.

BIANCHI, Maria Isabel Zanutto. **Uma reflexão sobre a presença da história da**

matemática nos livros didáticos. 2004. 2006. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado) - ICGE/Unesp. Rio Claro – SP.

BICUDO, Maria Aparecida V. Educação Matemática: Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. **Campinas: Mercado das Letras**, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base nacional comum curricular*. Brasília, DF, 2016. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>>. Acesso em: dez. 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF - Terceiro e quarto ciclos, 1998.

BRITTO, Silvio Luiz Martins; BAYER, Arno. O uso da História no ensino da Matemática e a opinião dos professores de Matemática do Ensino Médio da 2ª CRE quanto ao uso desse recurso. **Acta Scientiae**, v. 9, n. 1, p. 41-62, 2007.

ZARDO BÚRIGO, Elisabete. O movimento da Matemática moderna no Brasil: encontro de certezas e ambigüidades. **Revista Diálogo Educacional**, [S.l.], v. 6, n. 18, p. 35-47, jul. 2006. ISSN 1981-416X.

CRUZ, Lídia de Sousa. **Abordando frações em perspectiva histórica: uma possibilidade de ensino para a educação básica**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática) - Universidade Federal do ABC, Secretaria Estadual de Educação.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A interface entre História e Matemática: uma visão histórico-pedagógica. In: **Facetas do diamante: ensaios sobre educação Matemática e História da Matemática**. Rio Claro: SBHMat, 2000. p. 241-271.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática e educação. In: **Reflexão e Ação**, v. 10, n. 1, p. 7-19, 2002.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Aglumas notas históricas sobre a emergência e a organização da pesquisa em educação matemática, nos Estados Unidos e no Brasil. In: **A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre disciplinarização**. **Revista Brasileira de História da Matemática**, n. 27, p. 70-93, 2004.

Encontro Nacional de Educação Matemática, 07., 2001, Rio de Janeiro, RJ. Anais do 7º Encontro Nacional de Educação Matemática (online). Rio de Janeiro, RJ: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2001. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/enemVII.zip> - Acesso em: 10 de junho de 2018.

FARIA, Jussara Teodoro de. **A contribuição da história da matemática na formação dos professores das séries iniciais**. 2010. 73 f. 2010. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em História da Ciência) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

FAUVEL, J. **A utilização da história em educação matemática.** Traduzido por Isabel Cristina Dias, Maria João Lagarto, Paula Nunes, Paulo Oliveira e João Nunes. p.15-20. In: 121 VIEIRA, A; VELOSO, E. LAGARTO, M. J (Orgs.). Relevância da história no ensino da matemática. GTHEM/APM. Grafis,1997.

FELICIANO, Lucas Factor. **O uso da História da Matemática em sala de aula: o que pensam alguns professores do Ensino Básico.** 2008. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de São Paulo – UNESP. Rio Claro – SP.

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. As pesquisas denominadas" estado da arte. **Educação & sociedade**, v. 23, p. 257 citation_lastpage= 272, 2002.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3 ed. rev. - Campinas, SP: Autores Associados, 2012. In: **Coleção formação de professores.**

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; SOUZA, Luzia Aparecida de. Elementos de história da educação matemática. 2012. In: **Coleção PROPG Digital.** Universidade Estadual de São Paulo – UNESP. Rio Claro – SP

GASPERI, Wlasta NH; PACHECO, Edilson Roberto. **A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica.** 2013. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf>.

MIGUEL, Antonio. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké, Campinas**, v. 5, n. 8, p. 73-105, 1997.

MIGUEL, Antonio; BRITO, A. de J. A história da matemática na formação do professor de matemática. **Caderno Cedes**, v. 40, p. 47 citation_lastpage= 61, 1996.

MIGUEL, Antonio; GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; CAMARGO, Sonia Barbosa; D'AMBROSIO, Ubiratan. A Educação Matemática: Uma área de conhecimento em consolidação: O papel da constituição de um grupo de trabalho dessa área na ANPED. SD.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. História na educação matemática: propostas e desafios. Coleção Autêntica, 2004.

MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. A constituição de três campos afins de investigação: história da Matemática, educação matemática e história & educação matemática. **Revista Teoria e Prática da Educação, Maringá**, v. 4, n. 8, p. 35-62, 2001.

MIORIM, Maria Ângela et al. **O ensino de matemática: evolução e Modernização.** 1995. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Campinas – SP.

MORAES, Silvia Raquel Aparecida. **A História da Matemática e sua articulação com a Educação Básica em disciplinas dos cursos de formação de professores de Universidades Federais localizadas no Estado de Minas Gerais**. 2018. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI. Itajubá – MG.

OMENA, Bianca Silva Souza. **A História da Matemática em propostas didáticas presentes em Teses e Dissertações Brasileiras**. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI. Itajubá – MG.

PAZUCH, Vinícius. Encontro brasileiro de estudantes de pós-graduação em Educação Matemática EBRAPEM. In: **Boletim da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, Brasília, n. 11, p. 3, abr. 2012. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/Boletim11.pdf> - Acesso em: 10 de junho de 2018.

PEREIRA, Juliana de Melo. **História da matemática na formação do professor: dificuldades e sugestões**. 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte – RN.

PINTO, Neuza Bertoni. Marcas e implicações da Matemática Moderna nas práticas escolares. **Revista Educação e Linguagem**, v. 2, p. 1-15, 2008.

PONTE, João Pedro da; SERRAZINA, M. de L. Didáctica da Matemática do 1.º ciclo. **Lisboa: Universidade Aberta**, p. 11-20, 2000.

REIS, Frederico da Silva. **A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. 2001. 302p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP.

SANTOS, Marcos Roberto. Compreensões de professores do ensino médio acerca da utilização da História da Matemática no ensino de Matemática. 2017. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI. Itajubá – MG.

SCHUBRING, Gert; COUSQUER, Éliane; FUNG, Chun-Ip; IDRISSE, Abdellah; GISPERT, Hélène; HEIEDE, Torkil; ISMAEL, Abdulcarimo; JAHNKE, Niels; LINGARD, David; NOBRE, Sergio; PHILIPPOU, George; CARVALHO João P.; WEEKS, Chris. History of mathematics for trainee teachers. In: **History in mathematics education**. Springer Netherlands, 2002. p. 91-142.

SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, E56a., 2015, Pirenópolis – GO. Anais do 6º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (online). Org. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes – Brasília: SBEM, 2015. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/visipem/anais/story.html> - Acesso em: 10 de junho de 2018.

SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 12., 2017, Itajubá, MG. Caderno de resumos do 12º Seminário Nacional de História da Matemática (online).

Universidade Federal de Itajubá, 2013. Disponível em: www.espacointerciencias.com.br/xiisnhm/assets/caderno2.docx. Acesso em: 20 de abril de 2018.

SILVA, Circe Mary. S. A História da Matemática e os cursos de formação de professores. In: **Formação de professores de matemática: uma visão multifacetada**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001. p. 129-165.

SILVA, Heloísa. Centro de Educação Matemática (CEM): fragmentos de identidade. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP). 2006.

SOUTO, Romélia Mara Alves. História na Educação Matemática—um estudo sobre trabalhos publicados no Brasil nos últimos cinco anos. **Bolema-mathematics Education Bulletin-boletim de Educacao Matematica**, p. 515-536, 2010.

VIANNA, Carlos Roberto. **Matemática e história: algumas relações e implicações pedagógicas**. 1995. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo - USP. São Paulo – SP.

WIELEWSKI, Gladys Denise. O movimento da matemática moderna e a formação de grupos de professores de matemática no Brasil. **ProfMat2008 Actas. Lisboa, Portugal: Associação de Professores de Matemática**, p. 1-10, 2008.

REFERÊNCIAS (corpus da pesquisa):

BEZERRA, Odenise Maria. **Investigação histórica nas aulas de matemática: avaliação de duas experiências**. 2008. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

CAMPOS, Gean Pierre Da Silva. **Matemática e Música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares**. 2009. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo – UFES, Vitória.

DIAS, Graciana Ferreira. **A história da matemática como metodologia de ensino: um estudo a partir do tratado sobre o triângulo aritmético de Blaise Pascal**. 2014. Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Natal – RN: 2014.

ELI, Juliano. **Números complexos e suas aplicações: uma proposta de ensino contextualizado com abordagem histórica**. 2014. Dissertação de mestrado. Universidade Regional de Blumenau – FURB.

FERREIRA, Lúcia Helena Bezerra. **Ateliês de história e pedagogia da matemática: contribuições para a formação de professores que ensinam matemática nos**

anos iniciais. 2011. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN.

GARCIA, Fabiano Teixeira. **A prática de ensino com a história da matemática na formação inicial de professores de matemática na modalidade a distância.** 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Ouro Preto – MG.

GOMES, Severino Carlos. **Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino da trigonometria numa abordagem histórica.** 2011. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

LOPES, Lidiane Schimitz. **A História da matemática e o blog na formação inicial do professor.** 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pelotas.

MACEDO, Elaine Souza de. **Uma sequência didática para o ensino da resolução da equação do 2. grau: adequação para o uso com professores.** 2011. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

OLIVEIRA, Daniel Gustavo de. **Explorando o conceito de derivada em sala de aula, a partir de suas aplicações e sob uma perspectiva histórica.** 2011. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Ouro Preto – MG.

OLIVEIRA, Jefferson Leandro Ramos de. **Elaboração de atividades didáticas para o ensino de matemática a partir de livros antigos: o exemplo do leçons élémentaires de Lagrange.** 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

PIZA, Cristina Aparecida De Melo. **Registros de representação semiótica e uso didático da história da matemática: um estudo sobre parábola.** 2009. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Londrina – UEL, Londrina.

ROCHA, SMC. **Investigação histórica na formação de professores de matemática: um estudo concentrado no conceito de função.** 2008. 188 f. 2008. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) –Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

SANTOS, Talita Secorun dos et al. **Atividade Orientadora de ensino de geometrias na perspectiva lógico-histórica: unidade entre ensino e aprendizagem na formação inicial de professores de matemática.** 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Carlos (UFSCar).

SILVA, Daniel De Jesus. **A utilização da história da matemática em atividades investigativas: estudo de áreas de regiões planas regulares e irregulares.** 2016. Universidade Estadual Do Sudoeste Da Bahia-UESB, Vitória da Conquista - BA: 2016