UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

# Método da Interseção Normal à Fronteira baseado em Análise Fatorial para otimização de problemas multivariados utilizando-se Algoritmo Genético

**Taynara Incerti de Paula**

Itajubá

Julho 2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**Taynara Incerti de Paula**

# Método da Interseção Normal à Fronteira baseado em Análise Fatorial para otimização de problemas multivariados utilizando-se Algoritmo Genético

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como parte dos requisitos para a obtenção do título de ***Doutor em Ciências em Engenharia de Produção***.

Orientador: Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva

Itajubá

Julho 2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**Taynara Incerti de Paula**

# Método da Interseção Normal à Fronteira baseado em Análise Fatorial para otimização de problemas multivariados utilizando-se Algoritmo Genético

Tese aprovada por banca examinadora em 04 de julho de 2019, conferindo ao autor o título de **Doutor em Ciências em Engenharia de Produção**

**Banca Examinadora:**
Prof. Dr. Luiz Célio Souza Rocha
Prof. Dr. Rogério Santana Peruchi
Prof. Dr. Guilherme Ferreira Gomes
Prof. Dr. José Henrique de Freitas Gomes
Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva (Orientador)

Itajubá
Julho 2019

# AGRADECIMENTOS

À minha querida família, especialmente à minha mãe, Palmira Maria de Carvalho, minha tia, Edna Maria de Carvalho e meu irmão, Diego Incerti de Paula, por todo apoio e suporte em mais esta jornada.

Ao Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva, por todos ensinamentos, incentivos, toda paciência e por ter me orientado durante todos estes anos, nas questões acadêmicas e em tantos outros assuntos cotidianos.

Aos professores do Instituto de Engenharia de Produção e Gestão da UNIFEI pela contribuição na minha formação, em especial aos professores Dr. Pedro Paulo Balestrassi e Dr. José Henrique de Freitas Gomes, e aos membros da banca, Dr. Guilherme Ferreira Gomes, Dr. Rogério Santana Peruchi e Dr. Luiz Célio Souza Rocha, pelas orientações e contribuições acadêmicas.

Ao Dr. Xueping Li, pelas orientações e ensinamentos durante o meu período de doutorado sanduíche na Universidade do Tennessee em Knoxville, e aos amigos Amanda, Esdras, Marcos, Daniel, Márcia, Carol e Lucas que fizeram desta estadia uma experiência ainda mais gratificante.

A todos os amigos da pós-graduação e colegas do GEPE de Qualidade, em especial aos queridos amigos Gabriela, Fabrício, Julio, Simone, Estevão, Aline, Vinicius, Alexandre, João e Juliana, por toda ajuda, apoio, amizade e paciência.

Aos órgãos de fomento à pesquisa FAPEMIG, CNPq e especialmente à CAPES pelo apoio financeiro e financiamento do doutorado sanduíche pelo programa PDSE, processo N. 88881.132477/2016-01.

*"Mathematics, rightly viewed, posesses*
*not only truth but supreme beauty."*
*(Bertrand Russell)*

# RESUMO

Encontrar solução para problemas de otimização multiobjetivo não é uma tarefa trivial. Para encontrar uma fronteira de soluções Pareto-ótimas, uma abordagem comum é a combinação de um método de otimização de múltiplos objetivos com ponderação de funções e uma meta-heurística. Considerando a otimização de duas funções diferentes com complexidades distintas, quando um peso maior for dado à função mais complexa, a função objetivo final apresentará uma complexidade maior e exigirá mais esforço do algoritmo de busca. Isto significa que para cada combinação diferente de pesos pode haver uma configuração diferente dos parâmetros de algoritmos que leva à solução ótima. Para resolver este problema, o presente estudo aborda a otimização simultânea dos parâmetros do algoritmo e dos pesos aplicados ao problema multiobjetivo. O Algoritmo Genético foi escolhido como algoritmo de busca, uma vez que é uma das meta-heurísticas mais utilizadas e possui diversos parâmetros que podem influenciar sua eficiência. O método de otimização escolhido foi o método de Interseção Normal à Fronteira, uma vez que este é capaz de encontrar soluções mesmo em regiões não-convexas do espaço de solução. Porém, este método não apresenta boa performance em problemas com muitas respostas ou com respostas correlacionadas. Neste contexto, a aplicação da Análise Fatorial permite a redução da dimensionalidade do problema e a substituição de um grande número de respostas por poucas funções objetivo não correlacionadas, formadas por escores fatoriais rotacionados. Considerando todos estes fatos, este estudo propõe um método que permite a redução da dimensionalidade do problema, otimização de funções de fatores não correlacionados e a otimização simultânea de pesos do método de otimização e parâmetros do Algoritmo Genético, através de um arranjo de misturas combinado com variáveis de processo. Neste caso, os componentes da mistura serão os pesos das funções objetivo e as variáveis de processo serão os parâmetros de entrada do algoritmo. Os resultados encontrados para a otimização com este método permitem o cálculo de um Erro Quadrático Médio para cada fator, que quando otimizados fornecem uma fronteira de Pareto com configurações ótimas de pesos e parâmetros que podem ser utilizados na otimização do problema inicial. O método proposto neste estudo foi aplicado na otimização de um conjunto de funções de teste, para validação de sua aplicabilidade em outros processos. Além disso, o método também foi aplicado a um processo de otimização real: o processo de usinagem a laser do aço DIN X40CrMoV5-1. Em ambos os casos o objetivo principal foi atingido, podendo-se determinar as fronteiras/superfícies de configurações ótimas de pesos e parâmetros.

**Palavras-chaves**: Otimização Multiobjetivo, Algoritmo Genético, Método da Interseção Normal à Fronteira, Análise Fatorial, Erro Quadrático Médio.

# ABSTRACT

Finding solutions to multiobjective optimization problems is not a trivial task. To find a Pareto-optimal set of solutions, a common approach is the combination of a weighted multiobjective optimization method with a metaheuristic. Considering the optimization of two different functions with different levels of complexity, when a greater weight is given to the more complex function, the final objective function will be a lot more complex and will require more effort from the search algorithm. This means that for each different combination of weights, one can have a different configuration of the algorithm parameters that can lead to the optimal solution. To overcome this problem, the present study addresses the simultaneous optimization of the algorithm parameters and the weights applied to the multiobjective problem. The Genetic Algorithm was chosen as the search algorithm, since it is one of the most used meta-heuristics and it can suffer the influence of several parameters. As the method of optimization, it was chosen the Normal Boundary Intersection method, since this is able to find solutions even in non-convex regions of search space. However, such method does not perform well in problems with too many or correlated responses. In this context, the application of Factor Analysis allows the reduction of the problem dimensionality and the substitution of a large number of responses by a few uncorrelated objective functions, formed by rotated factor scores. Considering these facts, this study proposes a method that allows the reduction of the problem dimensionality, the optimization of uncorrelated factors and the simultaneous optimization of weights and algorithm parameters, through a design of mixtures combined with process variables. In this case, the components of the mixture will be the weights of the objective functions and the process variables will be the input parameters of the Genetic Algorithm. The results obtained for the optimization with this method allow the calculation of a Mean Square Error for each factor, which when optimized provide a Pareto border with optimal setups of weights and parameters that can be used to optimize the initial problem. The method proposed in this study was applied for the optimization of a set of benchmark functions, to validate its applicability in other processes. In addition, the method was also applied to a real optimization process: the laser beam machining process of DIN X40CrMoV5-1 steel. In both cases, the main objective was reached, where the method was able to determine the frontiers / surfaces of optimal configurations of weights and parameters.

**Key-words**: Multiobjective Optimization, Genetic Algorithm, Normal Boundary Intersection method, Factor Analysis, Mean Square Error.

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---|---|
| ANOVA | *Analysis of Variance* – Análise de Variância |
| CCD | *Central Composite Design* - Arranjo Composto Central |
| DOE | *Design of Experiments* – Planejamento de Experimentos |
| EPG | Erro Percentual Global |
| EQM | Erro Quadrático Médio |
| FA | *Factor Analysis* - Análise Fatorial |
| GA | *Genetic Algorithm* – Algoritmo Genético |
| LBM | *Laser Beam Machining* - Usinagem a Laser |
| MCG | Método do Critério Global |
| MOGA | *Multiobjective Genetic Algorithm* – Algoritmo Genético Multiobjetivo |
| MOP | *Multiobjective Optimization Problem* – Problema de Otimização Multiobjetivo |
| NBI | *Normal Boundary Intersection* - Interseção Normal à Fronteira |
| OLS | *Ordinary Least Squares* – Mínimos Quadrados Ordinários |
| PCA | *Principal Component Analisys* - Análise de Componentes Principais |
| WS | *Weighted Sums* – Somas Ponderadas |

# SUMÁRIO


**1 Introdução** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . **1**

1.1 Justificativa e Relevância . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3

1.2 Objetivos . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 6

1.2.1 Objetivo Geral . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 6

1.2.2 Objetivos Específicos . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 6

1.3 Contribuições . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7

1.4 Delimitações da pesquisa . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7

1.5 Método de Pesquisa . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 8

1.6 Estrutura do Tabalho . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 8

**2 Fundamentação Teórica** . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . **10**

2.1 Otimização Multiobjetivo e o Método NBI . . . . . . . . . . . . . . . . . 10

2.1.1 Erro Quadrático Médio . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15

2.2 Análise de dados multivariados . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 16

2.2.1 Análise Fatorial . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 16

2.3 Planejamento de Experimentos . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 18

2.3.1 Metodologia de Superfície de Resposta . . . . . . . . . . . . . . . 19

2.3.2 Arranjo de Misturas . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 20

2.3.2.1 Arranjo de misturas combinado com variáveis de processo 21

2.3.2.2 Método NBI e Arranjo de misturas . . . . . . . . . . . . . 22

2.4 Computação evolucionária e Algoritmos Genéticos . . . . . . . . . . . . . 24

2.4.1 Elementos dos Algoritmos Genéticos . . . . . . . . . . . . . . . . 26

2.4.2 Parametrização do Algoritmo Genético . . . . . . . . . . . . . . . 28

2.4.2.1 Tamanho da População . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 28

2.4.2.2 Função de Seleção . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 28

2.4.2.3 Função de *Crossover* . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 28

2.4.2.4 Taxa de *Crossover* . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 29

2.4.2.5 Função de Mutação . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 29

2.4.2.6 Taxa de Mutação . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 29

2.4.2.7 Número de Gerações . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 29

2.4.3 Configuração dos parâmetros do GA . . . . . . . . . . . . . . . . 31

2.4.3.1 Arranjos de Misturas para setup do GA . . . . . . . . . . 32

2.4.4 MATLAB *Optimization Toolbox* . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 33

2.5 Considerações Finais Sobre o Capítulo . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 34

**3 Parametrização do Algoritmo Genético aplicado a otimizações pelo NBI** . . **35**

3.1 Otimização dos parâmetros do GA para problemas multiobjetivos ponderados 35
3.2 Otimização de Funções de Teste . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 36
3.3 Otimização das funções e problemas de teste usando o NBI-GA . . . . . . 39
3.4 Considerações Finais Sobre o Capítulo . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 49

**4 Método FA-NBI-GA para otimização de problemas multivariados . . . . . . 50**

4.1 Procedimento proposto . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 50
4.2 Considerações Finais . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 53

**5 Aplicação teórica: Otimização de Funções de Teste . . . . . . . . . . . . . . 54**

5.1 Conjunto de Funções de Teste . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 54
5.2 Otimização pelo método FA-NBI-GA . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 55
5.2.1 Análise de correlação entre as respostas . . . . . . . . . . . . . . . 56
5.2.2 Análise Fatorial . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 56
5.2.3 Modelagem dos fatores . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 57
5.2.4 Definição do problema de otimização pelo método NBI . . . . . . . 58
5.2.5 Definição do arranjo de misturas . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 59
5.2.6 Otimização pelo Algoritmo Genético . . . . . . . . . . . . . . . . . 61
5.2.7 Modelagem e otimização do EQM . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 62
5.3 Considerações Finais Sobre o Capítulo . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 66

**6 Aplicação prática: Otimização de um Processo de Usinagem a Laser . . . . 67**

6.1 Processo de Usinagem a Laser . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 67
6.2 Condições Experimentais . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 68
6.2.1 Material . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 68
6.2.2 Máquina . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 69
6.2.3 Respostas Analisadas . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 69
6.3 Planejamento Experimental . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 71
6.4 Modelagem das respostas . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 71
6.5 Otimização pelo método FA-NBI-GA . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 73
6.5.1 Análise de correlação entre as respostas . . . . . . . . . . . . . . . 73
6.5.2 Análise Fatorial . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 74
6.5.3 Modelagem dos fatores . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 77
6.5.4 Definição do problema de otimização pelo método NBI . . . . . . . 77
6.5.5 Definição do arranjo de misturas . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 79
6.5.6 Otimização pelo Algoritmo Genético . . . . . . . . . . . . . . . . . 80
6.5.7 Modelagem e otimização do EQM . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 80
6.6 Considerações Finais . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 87

**7 Conclusão . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 88**

7.1 Sugestões para trabalhos futuros . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 89

Referências . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 90

APÊNDICE A Arranjo de misturas para 2 componentes e 7 variáveis de processo . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 108

APÊNDICE B Códigos NBI-GA para problema de funções de teste . . . . . . 118

APÊNDICE C Arranjo de misturas para 3 componentes e 4 variáveis de processo . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 121

APÊNDICE D Códigos NBI-GA para problema LBM . . . . . . . . . . . . . . . 126

ANEXO A Publicações . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 130

# 1 INTRODUÇÃO

Rao (2009) define otimização como o processo responsável por encontrar as condições que maximizam ou minimizam uma resposta de interesse. Embora problemas de otimização de objetivo único possam ter uma única solução ótima, os problemas multiobjetivos (MOP - *Multiobjective Optimization Problem*) apresentam um conjunto de soluções possivelmente incontável (CHIANDUSSI *et al.*, 2012), o que torna este tipo de problema muito mais complexo.

Apesar de o principal propósito da otimização multiobjetivo ser encontrar um conjunto de soluções que minimize várias funções simultaneamente, isso é quase inatingível em processos reais. Para Osyczka e Kundu (1995), um MOP se torna um problema de encontrar um vetor de variáveis de decisão que otimize uma função vetorial cujos elementos representam as funções objetivo originais, que geralmente estão em conflito entre si, e ainda satisfaça as restrições. Isto significa que o objetivo passa a ser o de encontrar uma solução que forneça às funções objetivo valores considerados aceitáveis para o tomador de decisão.

Existem diversas técnicas na literatura que abordam maneiras de se tratar problemas multiobjetivo (MYERS *et al.*, 2009). Estes problemas são geralmente resolvidos através de métodos de escalarização, que convertem as funções objetivo em uma única função (escalar), na maioria das vezes através da aglutinação das funções originais em uma soma ponderada (MIETTINEN, 1999). No entanto, a maioria desses métodos geralmente falham em fornecer uma representação precisa da fronteira de Pareto, não produzindo uma distribuição uniforme dos pontos na fornteira (JIA; IERAPETRITOU, 2007).

O Método da Interseção Normal à Fronteira (NBI – *Normal Boundary Intersection*), proposto por Das e Dennis (1998), permite a construção de fronteiras contínuas e uniformemente distribuídas, independentemente da distribuição dos pesos entre as funções ou das escalas relativas entre as diversas funções objetivo, características que fazem com que este método apresente-se muito vantajoso comparado a outros métodos tradicionais (DAS; DENNIS, 1998; JIA; IERAPETRITOU, 2007; BRITO *et al.*, 2014).

Estudos como os de Logist e Impe (2012), Utyuzhnikov *et al.* (2009) e Shukla Shukla e Deb (2007), evidenciam que o método NBI é muito eficaz na geração de fronteiras de Pareto equiespaçadas, encontrando soluções ótimas e viáveis mesmo em regiões não-convexas do espaço de solução. Porém, estudos mais recentes, como os de Naves *et al.* (2017), Brito *et al.* (2016) e Paiva *et al.* (2014), mostram que tal método é extremamente sensível à presença de correlação entre as funções objetivo que são utilizadas na construção da fronteira (problema bi-objetivo) ou da superfície (problema multiobjetivo) de Pareto. Portanto, se as respostas analisadas apresentam correlação, este método pode levar a resultados inadequados, pois o mesmo não considera a correlação entre as respostas (COSTA *et al.*, 2016).

Diversas técnicas de análise multivariada podem ser aplicadas para tratamento dos dados correlacionados e redução da dimensionalidade do problema, assim como análise de componentes principais, análise fatorial, análise de cluster, mínimos quadrados parciais, entre outros (HAIR *et al.*, 2009; WANG *et al.*, 2013; PRIETO-MORENO *et al.*, 2015). A Análise Fatorial é uma técnica estatística multivariada capaz de expressar, em poucos fatores, a relação de covariância entre diversas variáveis (JOHNSON; WICHERN, 2007). O número de fatores independentes extraídos com essa técnica, capazes de representar as respostas originais, é geralmente bem menor que o número de respostas. Com isso, a utilização da análise fatorial pode possibilitar a redução da dimensionalidade do problema e sua posterior otimização através de métodos mais simples, que necessitam de um esforço computacional muito menor.

Com o problema de otimização devidamente definido, deve-se aplicar um algoritmo de otimização que será responsável por encontrar a solução ótima para o problema. Um algoritmo de solução de problemas de otimização amplamente utilizado é o Algoritmo Genético (GA - *Genetic Algorithm*), um algoritmo de busca baseado em seleção natural e aprimoramento genético (ÁLVAREZ *et al.*, 2009). Esta técnica tem sido empregada em diversas áreas da engenharia e também de outras ciências, pois é bastante adequada para a solução de problemas mais complexos. A principal premissa desses algoritmos é a ideia de que combinando diferentes pedaços de informações importantes, novas e melhores soluções podem ser encontradas (HEREDIA-LANGNER *et al.*, 2002). Um obstáculo na utilização do GA é a configuração de vários parâmetros que controlam as operações genéticas. Paula (2015) propôs um procedimento experimental que utiliza planejamento de experimentos, empregando um arranjo de misturas combinado com variáveis de processo, na determinação da distribuição dos pesos utilizados nos métodos com ponderação de funções objetivo, como é o caso do NBI, e da configuração dos parâmetros do Algoritmo Genético, que será utilizado para encontrar a solução do problema multiobjetivo.

Dentro deste contexto e dando continuidade ao trabalho de Paula (2015), a proposta deste estudo é o método FA-NBI-GA. Este método proposto combina o Método da Interseção Normal a Fronteira com a técnica de Análise Fatorial para redução de dimensionalidade e definição do problema multiobjetivo com respostas correlacionadas e, posteriormente, a aplicação do Algoritmo Genético, onde os parâmetros e pesos serão otimizados através de um arranjo de mistura e posteriormente utilizados na solução do problema de otimização definido.

Para demonstrar a aplicabilidade do método proposto, o mesmo será aplicado na otimização de dois *cases*: um teórico, com a otimização de funções de teste e uma aplicação real, na otimização do processo de usinagem a laser do aço DIN X40CrMoV5-1. Optou-se pela aplicação teórica do método FA-NBI-GA pois, em se tratando de algoritmos genéticos, é essencial validar seu desempenho sobre um bom conjunto de funções de teste (DIGALAKIS; MARGARITIS, 2002). Para aplicação real, optou-se pela otimização de um processo de usinagem a laser (LBM - Laser Beam Machining) pois se trata de um processo com grandes vantagens sobre tecnologias convencionais de usinagem, como a remoção de material sem contato e com elevada precisão (BELINATO, 2018). Além disso, a otimização do processo LBM envolve diversas características de qualidade correlacionadas, permitindo assim a aplicação do método FA-NBI-GA.

## 1.1 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

A otimização da maioria dos processos industriais compreende a análise simultânea de diversas características do processo, geralmente com alto grau de dependência. A solução destes problemas envolve a utilização de diferentes métodos e técnicas estatísticas que não são triviais. Com isso, torna-se necessário o constante desenvolvimento de novas técnicas e aprimoramento de métodos já existentes.

O ponto mais importante desta pesquisa refere-se ao uso do algoritmo genético utilizado na solução do problema NBI e sua parametrização. Assim como outras meta-heurísticas, o GA é controlado por diversos parâmetros diferentes que influenciam na capacidade do algoritmo em obter soluções satisfatórias. Quando esses algoritmos são usados juntamente com métodos de otimização multiobjetivo ponderados, os diferentes pesos atribuídos às funções podem interagir com os parâmetros do algoritmo. O trabalho de Paula (2015) provou haver interações entre os parâmetros do GA e os pesos atribuídos a um problema otimizado pelo Método do Critério Global (MCG), que também é um método de ponderação de funções. A otimização dos parâmetros e pesos foi realizada com a avaliação do Erro Percentual Global (EPG), determinando a melhor distribuição de pesos e a melhor configuração dos parâmetros do GA para otimização de um processo de soldagem. Entretanto, a obtenção de apenas uma configuração ótima de pesos e parâmetros limita a otimização do processo original.

Por exemplo, suponha a otimização de duas funções de complexidades bem diferentes, uma que apresenta apenas um mínimo global ($f_1$) e uma com diversos mínimos locais ($f_2$), através do um simples método de somas ponderadas (WS - Weighted Sums), onde a função escalarizada é dada por $F_{WS} = w_1 f_1 + w_2 f_2$. A Figura 1.1 ilustra a mudança da complexidade desta função $F_{WS}$ com a variação dos pesos atribuídos a cada uma delas, onde fica clara a mudança da complexidade do problema de otimização à medida que o peso dado à função multimodal aumenta, dado que também vai aumentando a multimodalidade da função $F_{WS}$, o que pode exigir um maior esforço do algoritmo na busca do mínimo global.

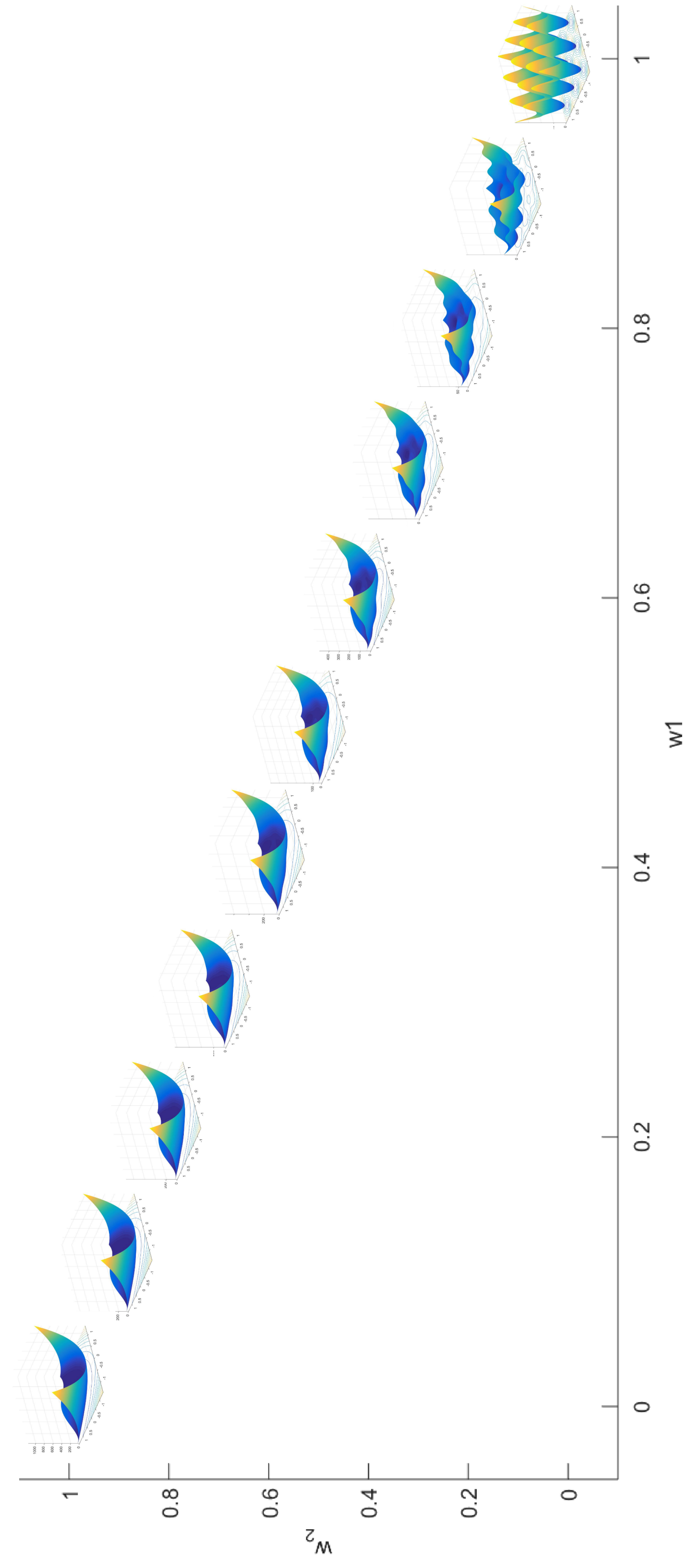



Figura 1.1 – Complexidade das funções com a mudança de pesos atribuídos em uma soma ponderada

Essa mudança da complexidade da função à medida que os pesos são alterados nos subproblemas indica que a parametrização do algoritmo deve ser adaptada para cada subproblema do método de otimização, ou pelo menos à conjuntos de subproblemas, como sugere os gráficos de contorno na Figura 1.2, onde percebe-se que de $w_1 = 0$ até aproximadamente $w_1 = 0.4$ a função $F_{WS}$ se aproxima de $f_2$, mas que o problema começa a apresentar mínimos locais especialmente a partir de $w_1 = 0.75$. Portanto, justifica-se a necessidade de extensão da pesquisa de Paula (2015) em relação à obtenção de uma fronteira de configurações ótimas de pesos e parâmetros que possa permitir ao tomador de decisão escolher qual a melhor solução para o seu problema.

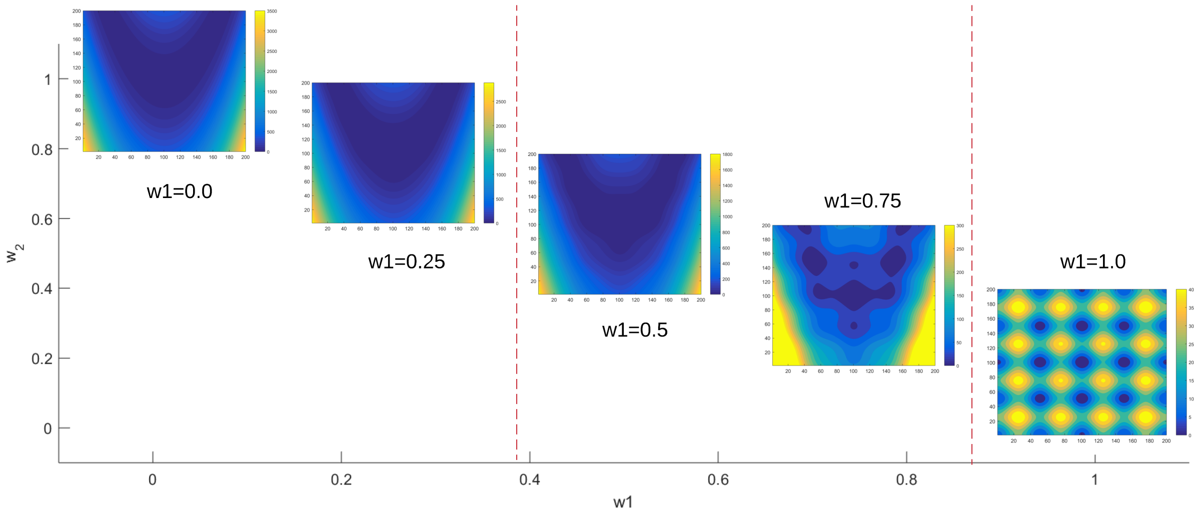



Figura 1.2 – Complexidade das funções com a mudança de pesos atribuídos em uma soma ponderada

Existe um consenso na literatura para testes de algoritmos genéticos de que as otimizações devem ser realizadas em no mínimo 30 réplicas, devido à natureza aleatória do algoritmo. Com as réplicas, pode-se obter médias e variâncias dos resultados e tentar minimizar essa variância, para garantir que o algoritmo não encontre soluções inviáveis. No trabalho de Paula (2015), não foram avaliadas as variâncias dos resultados obtidos nas réplicas, somente as médias do Erro Percentual Global, o que é uma desvantagem do método proposto. Este estudo propõe a avaliação das médias e variâncias em uma única métrica, o Erro Quadrático Médio (EQM).

Outro ponto de melhorias em relação ao método de Paula (2015) é a utilização de um método de otimização mais robusto que o Método do Critério Global, que neste estudo será substituído pelo método NBI. Porém, embora o método NBI seja capaz de construir fronteiras equiespaçadas para funções objetivo correlacionadas, os resultados só são compatíveis com a realidade dos processos industriais quando são adotadas funções objetivo não correlacionadas. Estudos recentes têm contornado os problemas enfrentados devido à natureza multivariada dos processos de manufatura através da aplicação da

Análise de Componentes Principais (PCA – *Principal Component Analysis*), assim como os estudos de Rocha *et al.* (2015), Paiva *et al.* (2014), Lopes *et al.* (2013), Salmasnia *et al.* (2012), Gomes *et al.* (2012) e Paiva *et al.* (2010) e a combinação do método NBI com PCA foi estudada por Costa *et al.* (2016).

Uma fronteira formada de dois componentes principais ($PC_1$ e $PC_2$) no lugar das funções objetivo originais, pode desfazer a influência da correlação. Entretanto, não há garantias de que cada componente represente um grupo específico de funções objetivo e, se o mesmo ocorrer, o eixo $PC_2$ terá uma ponderação bem menor do que o eixo $PC_1$, ou seja, além dos pesos atribuídos aos componentes pelo NBI, haverá, intrinsecamente, a diferença de importância entre os eixos da fronteira de Pareto formada, neste caso, por escores de componentes. A solução deste problema está na utilização da Análise Fatorial, associada ao método de rotação *varimax*. Esta estratégia permitirá que os escores de fatores dos eixos da Fronteira ou da Superfície de Pareto sejam independentes, com pesos equivalentes e capazes de representar grupos bem definidos de funções objetivo correlacionadas. Associadas ao método NBI, as fronteiras ainda serão equiespaçadas, apresentando soluções viáveis mesmo em regiões não-convexas do espaço de solução. A utilização do método NBI com FA foi recentemente estudada por Naves *et al.* (2017), porém foi aplicado apenas para problemas multiobjetivos de média e variância de respostas de um processo de tratamento de efluentes. Leite (2019) também aplicou FA e NBI na otimização de médias e variâncias de características de um processo de torneamento.

A aplicação da Análise Fatorial neste estudo, além de tratar a correlação entre funções objetivo, agrega a redução de dimensionalidade do problema otimizado, dado que o método NBI não apresenta boa performance quando o número de funções objetivo é alto. Além disso, quanto maior o número de subproblemas do NBI, maior será o número de experimentos do arranjo de misturas com variáveis de processo utilizado na avaliação das configurações de pesos e parâmetros do algoritmo.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Com base na discussão apresentada na seção anterior, o principal objetivo deste trabalho é propor o Método FA-NBI-GA para otimização de respostas de um processo multivariado através do método NBI em conjunto com o algoritmo genético, onde pode-se otimizar os pesos do NBI e os parâmetros do algoritmo simultaneamente.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, este trabalho visa:

- Analisar a influência dos parâmetros do GA na otimização de diferentes problemas e funções de teste;
- Utilizar a Análise Fatorial para redução de dimensionalidade e geração de eixos independentes para posterior otimização pelo NBI;
- Utilizar um arranjo de misturas combinado com variáveis de processo para otimização simultânea de pesos dos fatores e parâmetros do GA;
- Otimizar os Erros Quadráticos Médios dos resultados das otimizações dos fatores, para obtenção de fronteiras/superfícies de Pareto de configurações ótimas;
- Aplicar o Algoritmo Genético com parâmetros otimizados na solução do problema multiobjetivo inicial;
- Aplicar o método FA-NBI-GA na otimização de um conjunto de funções de teste, para validação teórica do método.
- Aplicar o método FA-NBI-GA na otimização de um processo real: processo de usinagem a laser do aço DIN X40CrMoV5-1.

## 1.3 CONTRIBUIÇÕES

Considerando-se as questões levantadas sobre os problemas encontrados para otimização de processos multiobjetivo multivaridos, o presente estudo apresenta como contribuição a proposição de um procedimento experimental que utiliza escores de fatores rotacionados como eixos da Fronteira de Pareto em um método NBI que é otimizado através de um Algoritmo Genético com parametrização ótima. Para se determinar o vetor de pesos que auxilia na aproximação das funções de seus alvos, um arranjo de misturas é utilizado para tal mapeamento. Espera-se que esta combinação de métodos permita otimizar problemas multivariados sem que os objetivos conflitantes de respostas correlacionadas atrapalhem a busca pelos pontos estacionários. Além disso, espera-se encontrar fronteiras de setups ótimos de parâmetros que devem ser adaptados para diferentes subproblemas do NBI.

## 1.4 DELIMITAÇÕES DA PESQUISA

Os resultados apresentados nesta pesquisa não poderão ser generalizados, pois estão sujeitos a algumas limitações, como definido a seguir:

- **Limitação do método multiobjetivo**: espera-se que o procedimento experimental proposto possa ser aplicado em diferentes métodos de otimização multiobjetivo. Todavia, este trabalho está limitado à aplicação apenas com o método NBI.

- **Limitação do algoritmo de busca**: espera-se que o método proposto possa ser adaptado para diferentes algoritmos de busca que necessitam de parametrização para um bom funcionamento. A limitação, neste caso, é que o método só será testado com o algoritmo genético.
- **Limitação do número de parâmetros do GA**: outra delimitação pesquisa será o número de parâmetros do algoritmo que deverão ser analisados. Como comentado anteriormente, o Algoritmo Genético está sujeito à configuração de vários parâmetros. Entretanto, o teste de todos os parâmetros pode tornar este estudo muito exaustivo.

## 1.5 MÉTODO DE PESQUISA

Para atingir os objetivos determinados neste trabalho, propõe-se a utilização simultânea das técnicas de estatística multivariada (Análise Fatorial), metodologia de planejamento de experimentos (superfície de resposta e arranjos de misturas), além de métodos e algoritmos de otimização (NBI e Algoritmo Genético).

A utilização conjunta destas técnicas deixa clara a classificação desta pesquisa como sendo explicativa, quantitativa e experimental. A pesquisa pode ser classificada como explicativa, pois investiga a influência de fatores na ocorrência de um determinado fenômeno. A classificação de método experimental é justificada pelo uso de experimentos para a coleta dos dados que serão determinantes para a resposta das questões de pesquisa. Por fim, a classificação de abordagem quantitativa se deve ao fato de que todos os dados experimentais coletados serão quantificados e tratados estatisticamente.

O procedimento experimental proposto por este trabalho será aplicado na otimização do processo de usinagem a laser do aço DIN X40CrMoV5-1, o que também permite a classificação desta pesquisa como sendo de natureza aplicada, devido ao seu interesse prático, determinado pela aplicação da pesquisa a casos reais, além da aplicação teórica.

## 1.6 ESTRUTURA DO TABALHO

Este trabalho está dividido em uma estrutura de 7 capítulos. Este primeiro capítulo apresentou uma breve contextualização dos assuntos tratados na pesquisa, assim como a justificativa da escolha do tema e os objetivos do estudo.

O segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica, abordando os conceitos relacionados aos métodos e ferramentas utilizados no desenvolvimento deste trabalho. São apresentados os conceitos fundamentais de otimização multiobjetivo, análise fatorial, planejamento e análise de experimentos e dos algoritmos genéticos.

O terceiro capítulo apresenta um breve estudo da influência de parâmetros do GA na otimização do NBI para problemas e funções de teste, para verificação da presença de interações significativas entre pesos e parâmetros.

O quarto capítulo apresenta o método FA-NBI-GA para otimização de problemas multivariados.

Os capítulos 5 e 6 apresentam as aplicações do método proposto. No capítulo 5 o método FA-NBI-GA é aplicado em um conjunto de funções teóricas, enquanto no capítulo 6 é apresentada a aplicação do método em um processo real de usinagem.

Por fim, o capítulo 7 apresenta as conclusões deste estudo e sugestões para trabalhos futuros.

# 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta os principais conceitos utilizados no desenvolvimento deste trabalho, fundamentados na literatura. São abordados os principais conceitos relativos à otimização de múltiplos objetivos, análise multivariada de dados, planejamento de experimentos e algoritmos evolutivos, dando ênfase especialmente às técnicas e métodos utilizados na metodologia proposta.

## 2.1 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E O MÉTODO NBI

Rao (2009) define otimização como sendo o ato de obter o melhor resultado para um sistema ou processo, sob determinadas circunstâncias. Problemas de otimização são muito comuns em diversas áreas da engenharia, nas quais muitas vezes é preciso maximizar lucro, produtividade, qualidade ou minimizar perdas e gastos, entre outras características (PAULA, 2015).

Um problema de otimização multiobjetivo (MOP – *Multiobjective Optimization Problem*) é aquele em que se deseja a otimização simultânea de múltiplas características, que são situações comuns à maioria dos processos industriais. A solução de um problema multiobjetivo é a determinação de um vetor de variáveis de decisão $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ que otimiza o vetor de funções objetivo $F(x) = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), ..., f_m(\mathbf{x})\}$, dentro de uma região de solução viável (BARIL *et al.*, 2011). O problema multiobjetivo pode ser formulado de acordo com a Eq. (2.1), onde $h_i(\mathbf{x})$ são restrições de igualdade, $g_j(\mathbf{x})$ são restrições de desigualdade e $\mathbf{x}^{min}$ e $\mathbf{x}^{max}$ são, respectivamente, os limites mínimo e máximo para o vetor de variáveis (GOMES *et al.*, 2013).

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } & F(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), ..., f_m(\mathbf{x})\} \\ \text{sujeito a: } & h_i(\mathbf{x}) = 0, i = 1, 2, ...p \\ & g_j(\mathbf{x}) \leq 0, j = 1, 2, ...q \\ & \mathbf{x}^{min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{max} \end{aligned} \tag{2.1}$$

A otimização de um MOP leva a um conjunto de soluções denominadas Pareto-ótimas e, segundo Rao (2009), este conceito é de grande relevância para problemas deste tipo. Considera-se uma solução viável $\mathbf{x}^*$ como Pareto-ótima quando não existe nenhum outro vetor de solução $\mathbf{x}$ tal que $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^*)$, para $i = 1, 2, ..., m$, com $f_j(\mathbf{x}) < f_i(\mathbf{x}^*)$, em pelo menos um objetivo $j$. Em outras palavras, Gomes (2013) explica que um vetor $\mathbf{x}^*$ é dito Pareto-ótimo se não existe outra solução $\mathbf{y}$ que irá provocar a redução em alguma função objetivo sem causar um aumento simultâneo em pelo menos um dos outros objetivos. Como não há uma solução global para um MOP, a tarefa essencial dos métodos de otimização multiobjetivo é identificar um conjunto de soluções Pareto-ótimas que, juntas, delimitam a fronteira de eficiência do problema, conhecida como fronteira de Pareto (MARLER; ARORA, 2004; KULTUREL-KONAK *et al.*, 2006).

Um problema multiobjetivo será considerado convexo se o conjunto viável $\mathbf{X}$ e as funções objetivo individuais forem convexos. O conjunto de soluções viáveis deste problema também será convexo e a Fronteira de Pareto resultará em uma curva convexa. Quando o conjunto viável $\mathbf{X}$ não é convexo, ou pelo menos uma das funções for não convexa, o problema será considerado não convexo. Conjuntos de soluções viáveis convexas para problemas multiobjetivo não convexos podem ocorrer, porém, são situações de difícil detecção analiticamente. Em geral, para problemas multiobjetivo não convexos, a curva de Pareto pode ser não convexa e desconectada (DAS; DENNIS, 1998; PAULA, 2015).

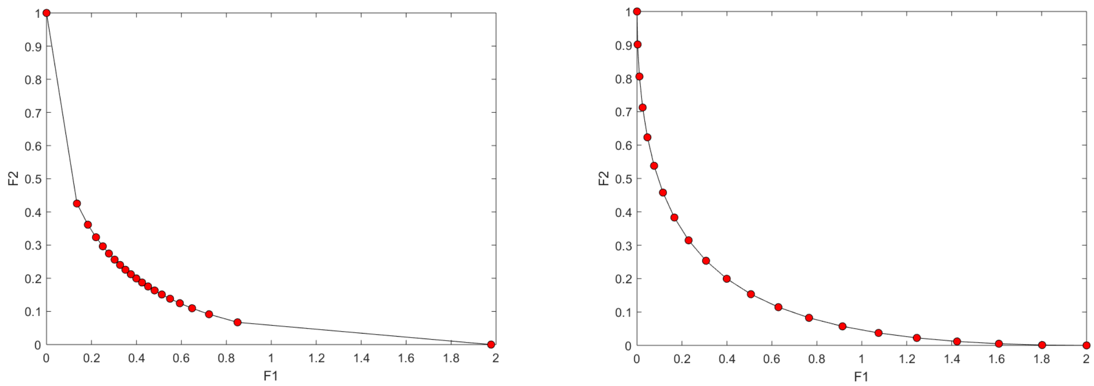
Uma alternativa viável para se resolver um problema de otimização de múltiplas funções objetivo com diferentes graus de importância é aglutinar tais funções individuais através de uma soma ponderada. Escalonando-se as funções individuais pelo quadrado da distância entre os respectivos pontos de Utopia, $\hat{y}_i(\mathbf{x})^{min}$, e Nadir, $\hat{y}_i(\mathbf{x})^{max}$, o problema de somas ponderadas pode ser escrito como na Eq. (2.2) (GOMES *et al.*, 2013; BRITO *et al.*, 2014; PAIVA *et al.*, 2014):

$$F(\mathbf{x}) = sum_{i=1}^{p} w_i \left[ \frac{\hat{y}_i(\mathbf{x}) - \hat{y}_i(\mathbf{x})^{min}}{\hat{y}_i(\mathbf{x})^{max} - \hat{y}_i(\mathbf{x})^{min}} \right]^2 \tag{2.2}$$

Entretanto, se o conjunto de soluções de Pareto for não convexo, a fronteira passa a ser não convexa e descontínua, formando *clusters* de soluções Pareto-ótimas em regiões de grande curvatura, porém descontínuas no espaço de solução, o que é típico de problemas mal condicionados. Como tal, as somas ponderadas dificilmente detectarão soluções nas regiões não-convexas da Fronteira ou em fronteiras não-convexas (descontínuas) que podem existir, eventualmente. Além disso, este método também não é capaz de gerar uma fronteira uniformemente espaçada, mesmo que a distribuição dos pesos seja uniforme (VAHIDINASAB; JADID, 2010).

Para contornar as desvantagens inerentes ao método das somas ponderadas, os pesquisadores Das e Dennis (1998) propuseram o método da Interseção Normal à Fronteira (NBI - *Normal Boundary Intersection*), mostrando ser possível a construção de fronteiras contínuas e uniformemente distribuídas, independentemente da distribuição dos pesos ou das escalas relativas entre as diversas funções objetivo, como exemplificado na Figura 2.1.

Como mencionado anteriormente, o método de Interseção Normal à Fronteira (NBI) é considerado um método eficiente para a construção de fronteiras de Pareto equiespaçadas. Isto se deve ao fato de que o método é independente das escalas relativas das funções otimizadas (CHARWAND *et al.*, 2015; COSTA *et al.*, 2016). Existem alguns pas-




(a) Método WSum (b) Método NBI

Figura 2.1 – Comparação entre NBI e o Método de Somas Ponderadas.

sos para a aplicação correta do NBI. A Figura 2.2 apresenta um resumo esquemático da aplicação deste método.

O primeiro passo compreende na determinação da matriz *Payoff* ($\Phi$), que é baseado no cálculo dos ótimos individuais de cada função objetivo. Considerando que as funções objetivo devem ser minimizadas, o vetor de solução que minimiza individualmente a $i$-ésima função objetivo $f_i(x)$ é representado por $x_i^*$ e, consequentemente, o valor mínimo de $f_i(x)$ neste ponto é $f_i^*(x_i^*)$ . Quando se substitui o ponto de ótimo individual $x_i^*$ obtido na otimização da função objetivo nas demais funções, tem-se $f_i(x_i^*)$ que é, portanto, um valor não-ótimo dessa função. Repetindo-se este algoritmo para todas as funções, a matriz *Payoff* pode ser representada como na Eq. (2.3) (DAS; DENNIS, 1998; OLIVEIRA, 2013; BRITO *et al.*, 2014; COSTA *et al.*, 2016).

$$\Phi = \begin{bmatrix} f_1^*(x_1^*) & \dots & f_1(x_i^*) & \dots & f_1(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ f_i(x_1^*) & \dots & f_i^*(x_i^*) & \dots & f_i(x_m^*) \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ f_m(x_1^*) & \dots & f_m(x_i^*) & \dots & f_m^*(x_m^*) \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Cada linha de $\Phi$ é composta por valores mínimos e máximos de $f_i(x)$. O conjunto formado pelos ótimos individuais pode ser escrito na forma vetorial como $f^U = [f_1^*(x_1^*), ..., f_i^*(x_i^*), ..., f_m^*(x_m^*)]^T$, sendo este denominado ponto de Utopia. Do mesmo modo, o vetor de valores não-ótimos, escrito como $f^N = \left[f_1^N, ..., f_i^N, ..., f_m^N\right]^T$, é denominado ponto de Nadir (BRITO *et al.*, 2014; COSTA *et al.*, 2016). Estes dois conjuntos de pontos extremos podem ser usados para normalizar as funções objetivo, principalmente quando estas são representadas por escalas ou unidades diferentes (JIA; IERAPETRITOU, 2007; UTYUZHNIKOV *et al.*, 2009; CAMPOS *et al.*, 2012; BRITO *et al.*, 2014). A normalização

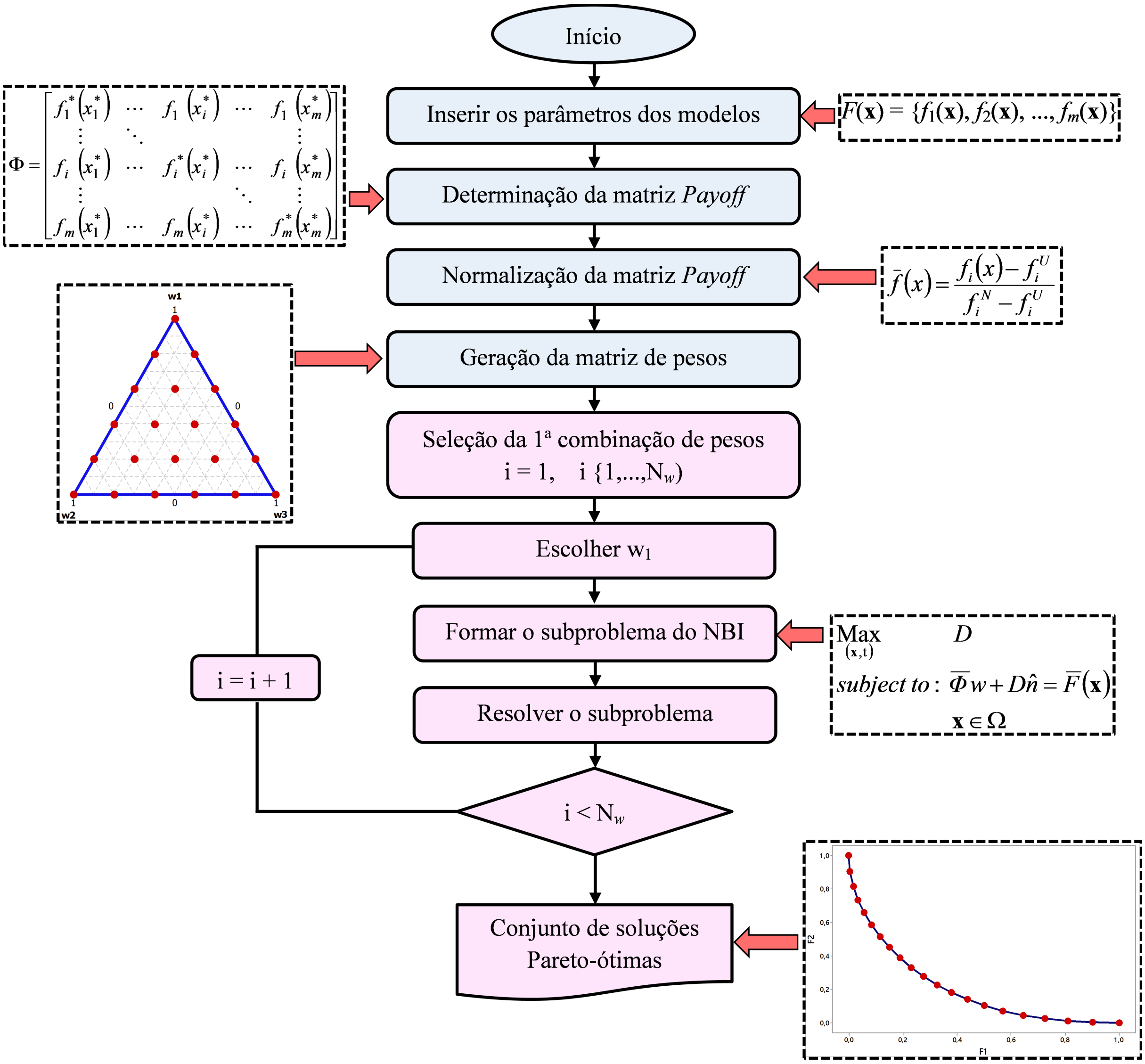



Figura 2.2 – Etapas da aplicação do Método de Interseção Normal à Fronteira.
Fonte: Adaptado de Vahidinasab e Jadid (2010).

das funções pode ser realizada de acordo com a Eq. (2.4), onde $i = 1, ..., m$.

$$\bar{f}(x) = \frac{f_i(x) - f_i^U}{f_i^N - f_i^U} \tag{2.4}$$

Após a normalização (escalonamento) das funções, pode-se então definir a matriz *Payoff* normalizada, representada por $\bar{\Phi}$. Segundo Vahidinasab and Jadid (2010), as combinações convexas de cada linha da matriz $\bar{\Phi}$ formam a "Envoltória Convexa de Mínimos Individuais" (CHIM - *Convex Hull of Individual Minima*), também conhecida como linha de Utopia representada na Figura 2.3 (UTYUZHNIKOV et al., 2009; OLIVEIRA, 2013).

Os principais elementos associados ao método NBI para um caso biobjetivo estão representados na Figura 2.3. As soluções individuais das duas funções otimizadas, $f_2(x_1^*)$ e $f_1(x_2^*)$ são os pontos de ancoragem e os pontos $a$, $b$ e $e$ são calculados a partir da matriz

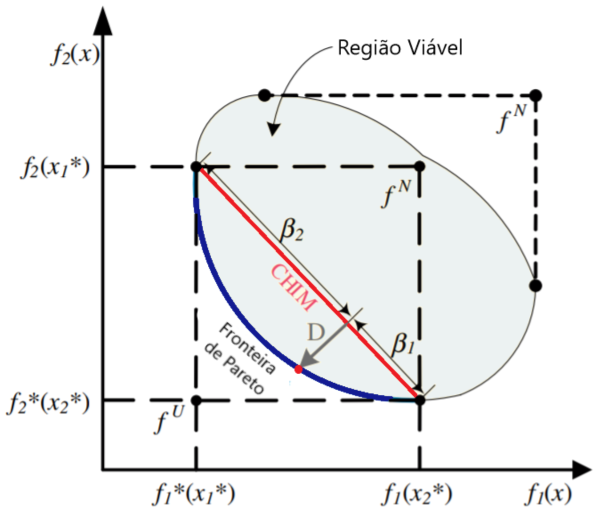



Figura 2.3 – Método da Interseção Normal à Fronteira (NBI)
Fonte: Adaptado de Vahidinasab e Jadid (2010).

*Payoff* normalizada. Considerando um conjunto de pesos, $w_i$, tem-se que $\bar{\Phi}w_i$ representará um ponto na linha de utopia. Segundo Oliveira (2013) e Campos (2015), deve-se ressaltar que uma distribuição de pontos igualmente espaçada ao longo da linha de utopia não necessariamente significa uma distribuição uniforme de pontos na fronteira de Pareto.

Sendo $\hat{n}$ um vetor unitário na direção da origem e normal à linha de utopia nos pontos $\Phi w_i$, tem-se que $\Phi w + D\hat{n}$, com $D \in \mathbb{R}$, representará o conjunto de pontos naquela normal. O ponto onde a normal intercepta a fronteira da região viável mais próxima da origem será o ponto correspondente à maximização da distância entre a linha de utopia e a fronteira de Pareto (DAS; DENNIS, 1998; JIA; IERAPETRITOU, 2007; OLIVEIRA, 2013; BRITO *et al.*, 2014; CAMPOS, 2015). Portanto, o método NBI pode ser escrito como um problema de programação não-linear restrita, como definido na Eq.(2.5).

$$\begin{aligned} &\mathrm{Max}_{(x,t)}\ D \\ &\quad \text{s. a: } \bar{\Phi}w + D\hat{n} = \bar{F}(\mathbf{x}) \\ &\quad \mathbf{x} \in \Omega \end{aligned} \tag{2.5}$$

O problema de otimização representado pela Eq. (2.5) der ser resolvido iterativamente para diferentes valores de $w$ para gerar uma fronteira de Pareto igualmente espaçada. Para casos biobjetivos, uma escolha comum é a utilização da relação $w_n = 1 - \sum_{i=1} w_i$ (JIA; IERAPETRITOU, 2007). Também para casos biobjetivos, a Eq. (2.5) pode ser simplificada, já que o parâmetro conceitual **D** pode ser algebricamente eliminado, dado que ele está tanto na função objetivo quanto nas restrições de igualdade. Assim, a equação simplificada para o Método NBI pode ser escrita como na Eq. (2.6), onde $\bar{f}_1(\mathbf{x})$ e $\bar{f}_2(\mathbf{x})$

representam duas funções objetivo normalizadas.

$$
\begin{aligned}
\text{Min } & \bar{f}_1(\mathbf{x}) \\
\texttt{s. a.: } & \bar{f}_1(\mathbf{x}) - \bar{f}_2(\mathbf{x}) + 2w - 1 = 0 \\
& g_j(\mathbf{x}) \geq 0 \\
& 0 \leq w \leq 1
\end{aligned}
\tag{2.6}
$$

Para três ou mais objetivos, a equação do NBI algébrica pode ser escrita como (LEITE, 2019):

$$
\begin{aligned}
(\text{NBI}_\text{w}) \quad \text{Min}_{(x,w)} \; & \left[\frac{\overline{f}_3(\mathbf{x}) - w_{1k}\cdot\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*1}\right) - w_{2k}\cdot\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{-2}\right) - w_{3k}\cdot\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{-3}\right)}{\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{-1}\right) + \overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{-2}\right) + \overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{-3}\right)}\right] \\
\texttt{s. a.: } & \frac{\overline{f}_1(\mathbf{x}) - w_{1k}\cdot\overline{f}_1\cdot\left(\mathbf{x}^{*1}\right) - w_{2k}\cdot\overline{f}_1\left(\mathbf{x}^{*2}\right) - w_{3k}\cdot\overline{f}_1\left(\mathbf{x}^{*3}\right)}{\overline{f}_1\left(\mathbf{x}^{*1}\right) + \overline{f}_1\left(\mathbf{x}^{*2}\right) + \overline{f}_1\left(\mathbf{x}^{*3}\right)} \\
& \quad - \left[\frac{\overline{f}_3(\mathbf{x}) - w_{1k}\cdot\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*1}\right) - w_{2k}\cdot\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*2}\right) - w_{3k}\cdot\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*3}\right)}{\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*1}\right) + \overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*2}\right) + \overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*3}\right)}\right] = 0 \\
& \frac{\overline{f}_2(\mathbf{x}) - w_{1k}\cdot\overline{f}_2\left(\mathbf{x}^{*1}\right) - w_{2k}\cdot\overline{f}_2\left(\mathbf{x}^{*2}\right) - w_{3k}\cdot\overline{f}_2\left(\mathbf{x}^{*3}\right)}{\overline{f}_2\left(\mathbf{x}^{*1}\right) + \overline{f}_2\left(\mathbf{x}^{*2}\right) + \overline{f}_2\left(\mathbf{x}^{*3}\right)} \\
& \quad - \left[\frac{\overline{f}_3(\mathbf{x}) - w_{1k}\cdot\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*1}\right) - w_{2k}\cdot\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*2}\right) - w_{3k}\cdot\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*3}\right)}{\overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*1}\right) + \overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*2}\right) + \overline{f}_3\left(\mathbf{x}^{*3}\right)}\right] = 0 \\
& \forall k = 1, \ldots, n_{sub} \\
& g(x) \leq 0 \\
& h(x) = 1 \\
& \mathbf{x} \in \mathbb{X}
\end{aligned}
\tag{2.7}
$$

### 2.1.1 Erro Quadrático Médio

A avaliação de soluções Pareto-ótimas é muito importante para determinação de qual solução é a mais conveniente ou viável para o processo otimizado. Diferentes métricas podem ser usadas para esse fim, como a Distância Euclidiana, o Erro Percentual Global (GOMES *et al.*, 2013), o *Fuzzy Decision Maker* (AHMADI *et al.*, 2015), entre muitas outras. Estas métricas geralmente avaliam o quanto as soluções Pareto-ótimas se distanciam de seus alvos.

Neste estudo será utilizado o Erro Médio Quadrático (EQM ou MSE - *Mean Square Error*), originalmente proposto pelos pesquisadores Lin e Tu (1995) para a otimização de médias e variâncias de maneira simultânea. Esta abordagem foi inicialemnte proposta para otimização das equações de superfície de resposta para média e variância de uma determinada característica de qualidade (LEITE, 2019). O EQM pode ser obtido como na Eq. (2.8), onde $\hat{y}(\mathbf{x})$, $\zeta_{\hat{y}}$ e $\hat{\sigma}^2(\mathbf{x})$ representam a média, o alvo e a variância da resposta, respectivamente.

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & MSE = \left[\hat{y}(\mathbf{x}) - \zeta_{\hat{y}}\right]^2 + \hat{\sigma}^2(\mathbf{x}) \\ \text{sujeito à} \quad & \mathbf{x}^T\mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \tag{2.8}$$

## 2.2 ANÁLISE DE DADOS MULTIVARIADOS

Análise multivariada de dados se refere a todas as técnicas estatísticas que avaliam, simultaneamente, múltiplas variáveis ou objetos sob investigação (HAIR *et al.*, 2009). Segundo os autores Johnson e Wichern (2007), análise multivariada é um "pacote" de técnicas estatísticas geralmente aplicadas em investigações científicas que redução de dimensionalidade (simplificação de um problema sem sacrificar informações importantes), agrupamento (classificação de variáveis similares baseado nas características medidas), investigação da dependência entre variáveis, previsão, construção de hipóteses, entre outras aplicações.

Segundo Hair et al. (2009), para que uma análise seja considerada multivariada, todas as variáveis investigadas devem ser aleatórias e inter-relacionadas de maneira que seus diferentes efeitos possam não ser identificados quando as variáveis são analisadas separadamente. Dentre as técnicas multivariadas mais utilizadas estão: análise de componentes principais, análise fatorial, regressão múltipla, análise multivariada de variância e covariância, análise de *cluster*, modelagem de equações estruturais, entre outras.

### 2.2.1 Análise Fatorial

Considerada como uma extensão da Análise de Componentes Principais, a Análise Fatorial é uma técnica estatística multivariada capaz de descrever os relacionamentos de covariância entre múltiplas variáveis, agrupando-as em um menor número de fatores latentes. Levando em conta as correlações existentes entre as múltiplas variáveis, pode-se admitir que estas podem ser agrupadas a partir de suas correlações. Variáveis de um mesmo grupo serão altamente correlacionadas entre si e possuirão baixas correlações com variáveis de outros grupos (JOHNSON; WICHERN, 2007).

O modelo fatorial apresentado na Eq. (2.9) considera que um vetor aleatório $\mathbf{X}$ de $p$ componentes, com um respectivo vetor de médias $\boldsymbol{\mu}$, é linearmente dependente das variáveis aleatórias $F_1, F_2, \ldots, F_m$, denominadas fatores comuns, tal que:

$$\underset{(p\times1)}{\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu}} = \underset{(p\times m)}{\boldsymbol{L}}\,\underset{(m\times1)}{\boldsymbol{F}} + \underset{(p\times1)}{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{2.9}$$

A matriz $\mathbf{L}$ que aparece na Eq. (2.9) é a matriz de carregamento dos fatores, que pode ser calculada a partir de uma decomposição espectral da matriz de variância-covariância $\mathbf{\Sigma}$, como mostra a Eq. (2.10), onde os autovetores da matriz $\mathbf{\Sigma}$ escalonados pela raiz quadrada dos respectivos autovalores, $\sqrt{\lambda_j}$ são então chamados de carregamentos fatoriais ou (*factor loadings*).

$$\mathbf{\Sigma} = \lambda_1 e_1 e_1^T + \lambda_2 e_2 e_2^T + ... + \lambda_p e_p e_p^T = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} e_1 & \sqrt{\lambda_2} e_2 & ... & \sqrt{\lambda_p} e_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} e_1^T \\ \sqrt{\lambda_2} e_2^T \\ \vdots \\ \sqrt{\lambda_p} e_p^T \end{bmatrix} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{L}^{\boldsymbol{T}} \tag{2.10}$$

Dado que a covariância pode ser escrita como $\mathbf{\Sigma} = E(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu}^T)$, pode-se reescrever a Eq. (2.10) em função dos fatores e seus respectivos carregamentos, tal como na Eq. (2.11), onde $\mathbf{\Psi}$ é a matriz diagonal formada pelas variâncias específicas $\Psi_i$, tal que $\Psi_i = \sigma_i^2 - h_i^2$. O termo $h_i^2$ é denominado "comunalidade" e pode ser calculado através da soma de quadrados dos carregamentos fatoriais associados à i-ésima variável dos $m$ fatores comuns.

$$\mathbf{\Sigma} = \boldsymbol{L} \underbrace{E(\boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}})}_{\boldsymbol{I}} \boldsymbol{L}^{\boldsymbol{T}} + \underbrace{E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}})}_{0} \boldsymbol{L}^{\boldsymbol{T}} + \boldsymbol{L} \underbrace{E(\boldsymbol{F}\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{T}})}_{0} + \underbrace{E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{T}})}_{\Psi} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{L}^{\boldsymbol{T}} + \mathbf{\Psi} \tag{2.11}$$

Considerando apenas a matriz de dados originais padronizados $\boldsymbol{Z}$ e a matriz de carregamentos $\boldsymbol{L}$, um conjunto original de dados pode então ser representado por fatores não correlacionados denominados escores fatoriais, como mostra a Eq. (2.12):

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{Z} \left[ \boldsymbol{L}(\boldsymbol{L}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{L})^{-1} \right] \tag{2.12}$$

Uma vantagem apresentada pela análise fatorial, em relação à análise de componentes principais, é a rotação da matriz de carregamentos $\mathbf{L}$, que pode conduzir à separação das variáveis originais em grupos mais fáceis de serem interpretados. A matriz $\mathbf{L}$ pode ser rotacionada em várias direções usando uma transformação ortogonal de modo que uma estrutura de fatores mais simples seja alcançada, sem que as comunalidades e variâncias específicas sejam alteradas. O carregamento rotacionado $\boldsymbol{L}^*$ pode ser calculado como $\boldsymbol{L}^* = \boldsymbol{L}\boldsymbol{T}$, onde $\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{T}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{T} = \boldsymbol{I}$ (JOHNSON; WICHERN, 2007).

Diversos métodos podem ser utilizados para a rotação da matriz $\mathbf{L}$. O método *varimax* utiliza coeficientes rotacionados que são escalonados pela raiz quadrada das comunalidades, tal que $\tilde{\ell}_{ij}^* = \tilde{\ell}_{ij}^* / \hat{h}_i$. Com esta rotação, é possível obter apenas alguns pesos significativos, enquanto os demais pesos são igualados a zero. Assim, maximiza-se a variância total entre os pesos de cada componente, como mostra a Eq. (2.13):

$$\text{Max}V = \frac{1}{p}\sum_{j=1}^{m}\left[\sum_{i=1}^{p}\tilde{\ell}_{ij}^{*4} - \left(\sum_{i=1}^{p}\tilde{\ell}_{ij}^{*2}\right)^2 /p\right] \tag{2.13}$$

Se o conjunto de funções objetivo apresenta respostas correlacionadas, pode-se aplicar a análise fatorial com escores extraídos por componentes principais e aplicar uma rotação *varimax* para obter os eixos independentes com pesos equivalentes. As respostas originais serão substituídas pelos escores fatoriais sem a perda de informações e sem eliminar respostas correlacionadas. Nos modelos estocásticos, os coeficientes da função objetivo são variáveis aleatórias, com média e variância conhecidas. Neste caso sempre haverá uma relação entre o ponto de ótimo alcançado quando se otimiza o valor esperado da função objetivo $E\left[f(x)\right]$ e quando se otimiza sua variância, $Var\left[(x)\right]$. Se em um problema multiobjetivo de grande dimensionalidade ainda forem consideradas as funções de média e variância, a dimensionalidade resultante será maior ainda. Neste e nos outros casos, os *clusters* de funções objetivo serão substituídos por escores fatoriais e então otimizados.

Neste estudo, os escores rotacionados serão utilizados como novas funções objetivo (ou, novos eixos da superfície ou fronteira de Pareto) em um problema de otimização multiobjetivo resolvido pelo algoritmo NBI. Assim, se um problema original tem $p$ funções objetivo, depois da redução de dimensionalidade e agrupamento das funções objetivo originais, o problema terá $r$ funções objetivo de escores rotacionados e a fronteira (ou superfície) de Pareto poderá ser construída para estes grupos de funções. Deste modo, pode-se aplicar o método NBI para problemas de otimização multiobjetivo de grande dimensionalidade ou a um problema de otimização estocástica que envolve modelos de superfície de resposta.

## 2.3 PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

A metodologia de planejamento de experimentos (DOE – *Design of Experiments*) combina diferentes técnicas matemáticas e estatísticas a fim de desenvolver arranjos experimentais eficientes, balanceados e econômicos e se tornou uma grande aliada dos pesquisadores na otimização de problemas multiobjetivo. O DOE pode ser utilizado quando se deseja determinar quais fatores mais influenciam as respostas, definir o ajuste dos fatores alvos sejam atingidos, minimizar a variação das respostas e também avaliar a interferência de ruídos (MONTGOMERY, 2009).

Com relação aos tipos de arranjos experimentais, os mais utilizados são os fatoriais (completos ou fracionados), os arranjos de Taguchi, as superfícies de resposta e os arranjos de misturas.

### 2.3.1 Metodologia de Superfície de Resposta

A Metodologia de Superfície de Resposta (RSM – *Response Surface Methodology*), dentre as diversas opções de arranjos experimentais, é a mais utilizada em estudos de otimização (CORREIA *et al.*, 2005; ÖKTEM *et al.*, 2005; KALADHAR *et al.*, 2013; ALAEDDINI *et al.*, 2014; GHODSIYEH *et al.*, 2014; ELSAYED; LACOR, 2014). Através de arranjos de superfície é possível criar modelos para as respostas, após a determinação dos fatores importantes por meio de experimentos fatoriais, especialmente quando existe suspeita de curvatura na superfície de resposta (MYERS *et al.*, 2009).

Existem dois tipos principais de arranjos experimentais em RSM: o arranjo composto central (CCD – *Central Composite Design*) e o Box-Behnken (BB), sendo o primeiro arranjo o mais utilizado (PAIVA, 2006). Um CCD para k fatores é uma matriz formada por três grupos distintos de elementos experimentais: um fatorial completo ($2k$) ou fracionado ($2k - p$, onde $p$ é a fração desejada do experimento), um conjunto de pontos centrais ($m$) e, adicionalmente e um grupo de pontos extremos denominados pontos axiais ($2k$, o dobro do número de fatores) (GOMES *et al.*, 2013). A Figura 2.4 representa um arranjo do tipo CCD para três fatores.

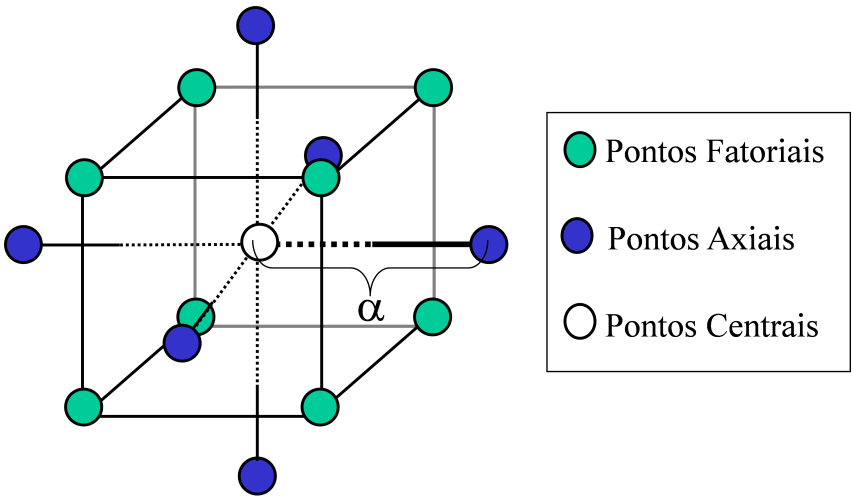



Figura 2.4 – Arranjo CCD para três fatores.

Quando, em um processo, as relações entre as respostas e as variáveis independentes são desconhecidas, pode-se encontrar aproximações adequadas para representar as respostas de interesse em função destas variáveis empregando-se funções polinomiais. Dessa forma, se uma resposta se comporta como uma função linear, a relação aproximada pode ser representada pelo seguinte modelo de primeira ordem, como na Eq. (2.14), onde $y$ é a resposta de interesse, $x_i$ representa as variáveis independentes, $\beta_i$ são os coeficientes a serem estimados, $k$ é o número de variáveis independentes e $\varepsilon$ representa o erro experimental (GOMES, 2013).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon \tag{2.14}$$

Quando é verificada a presença de curvatura, deve-se utilizar um polinômio de maior grau para a aproximação. O modelo mais utilizado para problemas de otimização, onde é interessante que haja curvatura para que exista pontos estacionários, é o de segunda ordem, segundo a Eq. (2.15).

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_i i x_i^2 + \sum_{i<j}\sum \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \tag{2.15}$$

A estimação dos coeficientes $\beta_i$ dos modelos mencionados pode ser realizada com a utilização do método dos Mínimos Quadrados Ordinários (OLS – *Ordinary Least Squares*). Através deste algoritmo, pode-se definir uma função aproximada que relaciona a resposta de interesse com as variáveis do processo. Uma análise de variância (ANOVA) deve sempre ser aplicada para verificar a significância estatística dos termos do modelo. O coeficiente de determinação ($R^2$) da ANOVA determina o ajuste do modelo. Altos valores de $R^2$ ou $R^2 - adj$. significa que o modelo é uma aproximação adequada da função modelada (PAIVA, 2006). Deve-se também analisar a normalidade dos resíduos, onde os resíduos devem apresentar distribuição normal e o resultado do teste de falta de ajuste (*lack-of-fit*), onde o *p-value* para a falta de ajuste tem que ser alto.

### 2.3.2 Arranjo de Misturas

Os arranjos de misturas fazem parte de uma classe especial de experimentos do tipo superfície de resposta nos quais os fatores independentes são proporções de diferentes componentes, e a otimização da propriedade desejada dependerá das proporções de cada elemento no conjunto (MYERS *et al.*, 2009; PAULA, 2015). Uma vez que os componentes são expressos como fracções de uma mistura, as proporções devem ser são não-negativas e somar uma unidade (MONTGOMERY, 2009).

A Figura 2.5 representa o sistema triangular de coordenadas do arranjo de misturas, onde os relacionamentos entre três componentes de uma mistura podem ser visualizados. Neste sistema de coordenadas os componentes são representados em função da sua proporção em relação ao total, e esse total é igual a 100%. Cada vértice do triângulo representa o que se denomina "Mistura Pura".

Os principais arranjos de misturas são: *simplex-lattice*, *simplex-centroid*, e *extreme-vertices*, sendo o primeiro o mais utilizado dentre estes arranjos. A principal característica do *simplex-lattice* é que os pontos são distribuídos uniformemente por toda a região compreendida pelo *simplex*. Um arranjo *simplex-lattice* para $q$ componentes está associado a

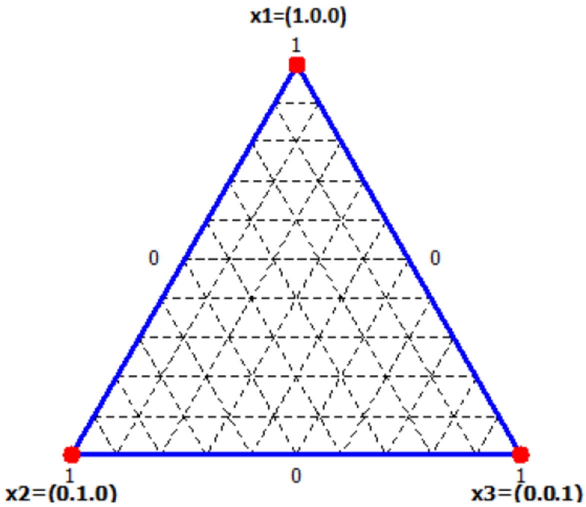



Figura 2.5 – Configuração de um arranjo de Misturas

um polinômio de grau $m$, sendo denotado por $\{q, m\}$. Quanto maior o grau do polinômio, também chamado de grau *lattice*, maior é o número de experimentos do arranjo.

Os modelos empregados para misturas apresentam algumas diferenças em relação aos modelos de superfície de resposta. A presença da restrição $\sum_{i=1}^{k} x_i = 1$ implica na ausência dos termos independentes nos modelos deste tipo de arranjo. Um modelo quadrático definido por um arranjo de misturas pode ser representado pela Eq.(2.16). A estimação dos coeficientes definidos para esses modelos também pode ser realizada utilizando o algoritmo OLS.

$$E(y) = \sum \beta_i x_i + \sum \sum_{i<j} x_i x_j \tag{2.16}$$

#### 2.3.2.1 Arranjo de misturas combinado com variáveis de processo

Existem algumas variações do experimento de misturas original. É possível adicionar variáveis de processo a um arranjo de misturas e com isso aumentar o escopo do experimento. A combinação de misturas com variáveis de processo pode fornecer respostas sobre o que é afetado quando se faz alterações nestas variáveis, se o valor da resposta é alterado, se as propriedades da mistura mudam e até mesmo se essas variáveis podem alterar ou não a mistura ótima (CORNELL, 2011).

Em um arranjo de misturas combinado com variáveis de processo, um arranjo de misturas comum é configurado em cada ponto de um arranjo fatorial nos níveis das variáveis de processo, como exemplificado na Figura 2.6. Por exemplo, um arranjo para três componentes de mistura combinado com um fatorial completo para duas variáveis de processo ($2^2$) terá 28 experimentos, cada um com uma combinação de pesos e variáveis de processo diferente. Se o número de componentes e variáveis for relativamente grande, o número de experimentos planejados pode ser muito grande. Para contornar este inconveniente, Myers *et al.* (2009) sugerem que se utilize fatoriais fracionados para as varáveis de processo.

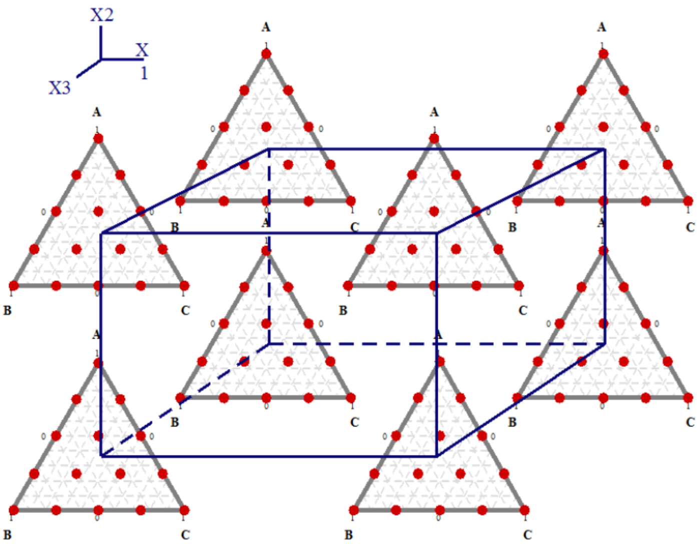



Figura 2.6 – Diagrama de um experimento envolvendo três variáveis (fatores) de processo e três componentes para a mistura.

A análise do arranjo de misturas com variáveis de processo envolve a modelagem de uma função que será dependente tanto dos componentes da mistura, quanto dos fatores. O modelo quadrático que se ajusta simultaneamente às variáveis de processo e às proporções da mistura pode ser escrito como na Eq. (2.17), onde $x$ representa os componentes do arranjo de misturas e $z$ representa as varáveis de processo (MYERS *et al.*, 2009). A verificação do ajuste do modelo é feita de maneira semelhante à empregada para os arranjos de mistura comuns.

$$\begin{aligned} E(y) = \sum_{i=1}^{3} \beta_i x_i + \sum^{2} \sum_{i<j=2}^{3} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{k=1}^{2} \left[ \sum_{i=1}^{3} \alpha_{ik} x_i + \sum \sum_{i<j=2}^{3} \alpha_{ijk} x_i x_j \right] z_k \\ + \left[ \sum_{i=1}^{3} \delta_{i12} x_i + \sum \sum_{i<j=2}^{3} \delta_{ij12} x_i x_j \right] z_1 z_2 \end{aligned} \tag{2.17}$$

### 2.3.2.2 Método NBI e Arranjo de misturas

De acordo com Das (1999), a atribuição de pesos para solução de subproblemas do NBI para casos que envolvam mais de duas funções objetivo, dá-se na forma de um diagrama de árvore, tal como na Figura 2.7.

Segundo Das e Dennis (1998), o número de subproblemas do NBI para um dado número de funções objetivo ($n$) e um dado $p = \frac{1}{\delta}$ (onde $\delta$ é o espaçamento uniforme entre

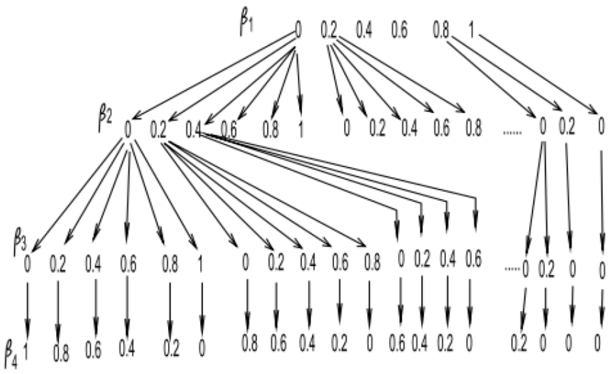



Figura 2.7 – Árvore de Pesos em problemas multiobjetivo
Fonte: Das (1999)

dois valores de pesos consecutivos $\beta_i$) pode ser calculado segundo a Eq. (2.18).

$$N_{sub} = \begin{pmatrix} n+p-1 \\ p \end{pmatrix} \tag{2.18}$$

Percebe-se que, notoriamente, existe uma relação matemática intrínseca entre a árvore de pesos proposta por Das e Dennis (1998) e um arranjo de misturas do tipo *simplex-lattice* $\{q, m\}$, onde, como mencionado anteriormente, $q$ é o número de componentes de uma mistura e $m$ é o grau do polinômio canônico (grau *lattice*) que se deseja construir. A Figura 2.8 apresenta a distribuição de experimentos para diferentes valores de $\delta$. Fazendo-se o numero de componentes $q$ igual ao número de funções objetivo que se deseja otimizar, o número de subproblemas pode ser dado por:

$$\begin{pmatrix} n+p-1 \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q+m-1 \\ q \end{pmatrix} = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!} = \frac{(q+m-1)!}{m!(q-1)!} \begin{cases} q = n \\ m = p \end{cases} m = \frac{1}{\delta} \tag{2.19}$$

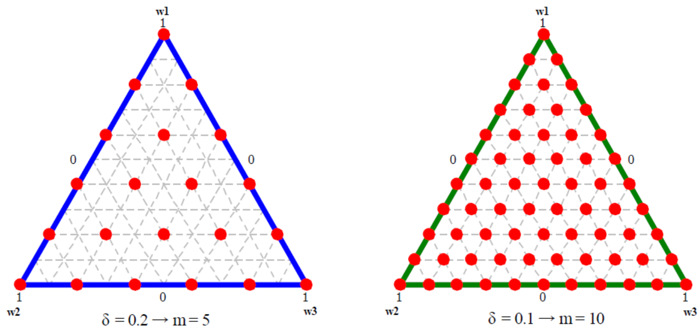



Figura 2.8 – Distribuição de experimentos para um arranjo *simplex-lattice*

Considerando a Figura 2.9, que indica o número de subproblemas NBI que devem ser resolvidos para um dado espaçamento ($\delta$), nota-se que a quantidade de subproblemas indicada é equivalente ao número de experimentos em um arranjo *implex-Lattice*

$\{q, m\}$. No caso de 3 funções objetivo, por exemplo, um *simplex-lattice* $\{3, 8\}$ sugere 45 subproblemas.

| Número de objetivos (n) | *Stepsize* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1/5 | 1/8 | 1/10 | 1/16 | 1/20 |
| 2 | 6 | 9 | 11 | 17 | 21 |
| 3 | 21 | 45 | 66 | 153 | 231 |
| 4 | 56 | 165 | 286 | 969 | 1771 |
| 5 | 126 | 495 | 1001 | 4845 | 10626 |
| 6 | 252 | 1287 | 3003 | 20349 | 53130 |
| 7 | 462 | 3003 | 8008 | 74613 | 230230 |
| 8 | 792 | 6435 | 19448 | 245157 | 888030 |

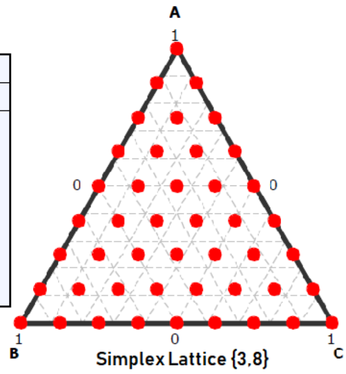



Figura 2.9 – Distribuição de experimentos para um arranjo *simplex-lattice*

Fundamentalmente, a restrição associada às somas convexas de que o somatório dos pesos designados para cada função objetivo fosse igual à unidade é a mesma restrição utilizada para criar os arranjos de mistura. Logo, qualquer que seja o método de otimização multiobjetivo que envolva a designação de pesos ou importâncias para as múltiplas funções objetivo, os pesos são proporções que devem ser adequadamente combinadas para se obter o melhor desempenho da otimização. Então, se um arranjo de misturas puder ser usado para avaliar o desempenho do método de otimização na consecução de sua tarefa, será possível a modelagem deste desempenho e sua consequente melhoria (GOMES *et al.*, 2013; PAULA, 2015; MENDES *et al.*, 2016).

## 2.4 COMPUTAÇÃO EVOLUCIONÁRIA E ALGORITMOS GENÉTICOS

Algoritmos evolutivos (EAs) se estabeleceram como métodos ideais para explorar fronteiras de Pareto em problemas de otimização multiobjetivo complexos, onde métodos exatos (como programação linear e métodos de gradiente) não são capazes de encontrar soluções ótimas (ZITZLER *et al.*, 2000). Os EAs são algoritmos que imitam processos da evolução natural (como seleção natural, sobrevivência do mais apto, reprodução) e que têm sido usados com sucesso em aplicações reais como: indústria de manufatura, mineração de dados, otimização combinatória, diagnóstico de falhas, classificação, agrupamento, programação e aproximação de séries temporais (ENGELBRECHT, 2007). Diferentes classes de algoritmos evolutivos foram desenvolvidas, tais como algoritmos genéticos (GA), programação evolucionária (EP), evolução diferencial (DE), inteligência de enxames (SI), entre outros (ENGELBRECHT, 2007).

Os algoritmos genéticos (GAs – *Genetic Algorithms*) são uma classe de algoritmos evolutivos que aplicam os princípios da evolução natural. Inicialmente proposto por Holland (1975), um GA se baseia na sobrevivência dos mais aptos e na reprodução dos mesmos na busca de novas soluções a cada etapa ou geração, visando encontrar uma solução ótima para um problema (ÁLVAREZ *et al.*, 2009; SERAFINO *et al.*, 2010).

(JONES *et al.*, 2002) mostraram que os algoritmos genéticos foram o método meta-heurístico mais utilizado em pesquisas desenvolvidas na década de 90, seguido pelo *Simulated Annealing* (SA) e *Tabu Search* (TS). Para investigar se essa tendência continua nos dias atuais, uma revisão da literatura foi realizada com 92 artigos relacionados com o uso da EA como um método meta-heurístico em problemas multiobjetivos. Esses artigos foram extraídos de revistas científicas internacionais e livros, excluindo-se artigos de conferências. Todos os trabalhos investigados foram desenvolvidos no período entre 2013 e 2017 e estão listados na seção de referências deste trabalho (ACHERJEE *et al.*, 2016; ALAEI; KHOSHALHAN, 2015; AUTUORI *et al.*, 2016; CALVETE *et al.*, 2016; CAMILLO *et al.*, 2016; CAPITANESCU *et al.*, 2017; KUMARI *et al.*, 2013; CHENG *et al.*, 2015; MAXIMIANO *et al.*, 2013; SILVA *et al.*, 2013; GANESAN *et al.*, 2015; GHASEMI; VARAEE, 2017; GÓMEZ-MENESES *et al.*, 2013; HADDAD; GAGNAIRE, 2016; HASSANI; LEE, 2016; JIANG *et al.*, 2017; KALAYCI *et al.*, 2015; KAZEMIPOOR *et al.*, 2013; LI; MA, 2016; MALLICK *et al.*, 2017; MCCLATCHEY *et al.*, 2013; MEI *et al.*, 2016; MIRJALILI *et al.*, 2016; MOHAMMADI *et al.*, 2016; MOHTASHAMI *et al.*, 2017; MOORTHY *et al.*, 2015; MORITA *et al.*, 2015; PAI, 2017; PAN *et al.*, 2016; QI; YEN, 2017; RAHIMI *et al.*, 2016; ROSTAMI; NERI, 2016; SARKHEYLI *et al.*, 2015; SCHWEICKARDT *et al.*, 2016; SHEN *et al.*, 2017; SOUSA; ASADA, 2015; TAMILSELVAN *et al.*, 2015; TANG; WANG, 2013; TIAN *et al.*, 2016; VEGA-ALVARADO *et al.*, 2017; YAHYA; SAKA, 2014; YE *et al.*, 2013; SALAZAR *et al.*, 2017; ZENG; NIE, 2014; ZHALECHIAN *et al.*, 2017; ZHANG *et al.*, 2018; ZHONG *et al.*, 2017; AMARJEET, 2017; ASSUNÇÃO *et al.*, 2014; AYALA *et al.*, 2016; BAKHTIARI *et al.*, 2016; CAPITANESCU *et al.*, 2015; CASJENS *et al.*, 2015; ETEMAADI; CHAUDRON, 2015; HABIB *et al.*, 2017; HAJIPOUR *et al.*, 2016; HAJIPOUR *et al.*, 2015; PALACIOS *et al.*, 2017; LI *et al.*, 2017; MANUPATI *et al.*, 2017; MANUPATI *et al.*, 2013; MAVROTAS *et al.*, 2015; MIRIHA *et al.*, 2017; NIKNAMFAR *et al.*, 2017; PRAKASH *et al.*, 2016; PRUSTY *et al.*, 2017; RAHMATI *et al.*, 2013; REDDY; BIJWE, 2016; REDONDO *et al.*, 2015; REZAEIAN *et al.*, 2015; SAUG; ÇUNKS, 2016; SARRO *et al.*, 2017; SCHLÜNZ *et al.*, 2016; SHEN; YAO, 2015; TONG *et al.*, 2016; TRAN *et al.*, 2016; YIN *et al.*, 2016; ZAWIDZKI; NISHINARI, 2013; ARRONDO *et al.*, 2015; CAPITANESCU *et al.*, 2016; CUESTA-INFANTE *et al.*, 2015; DOR *et al.*, 2016; GUNEY; DURMUS, 2015; LIMA *et al.*, 2016; LUO *et al.*, 2016; MIRJALILI, 2016; MIRJALILI *et al.*, 2017; MUKHOPADHYAY *et al.*, 2015; TALEIZADEH, 2017; VIN\CTAN *et al.*, 2016; WARI; ZHU, 2016).

Os dados levantados foram resumidos na Figura 2.10 , onde pode-se notar que o GA ainda é o algoritmo evolutivo mais utilizado nos dias atuais, seguido por *Particle Swarm* e Evolução Diferencial. Devido às muitas vantagens que o GA apresenta em relação a algoritmos tradicionais e ao fato de ser mais eficiente na solução de problemas mais complexos, algoritmos genéticos têm sido utilizados em diversos trabalhos de otimização de problemas multiobjetivo, em diferentes áreas como química (RAJESH *et al.*, 2001; KASAT; GUPTA, 2003; ZHANG *et al.*, 2003), bioquímica (MALARD *et al.*, 2005; MAITI *et al.*, 2011), mecânica (COELLO; CHRISTIANSEN, 2000; WANG *et al.*, 2005; ALMEIDA; AWRUCH, 2009; MAGNIER; HAGHIGHAT, 2010), manufatura (HEREDIA-LANGNER *et al.*, 2002; CUS; BALIC, 2003; SARDIÑAS *et al.*, 2013; LI *et al.*, 2014; SANTOS *et al.*, 2014), entre outras (LOUGHLIN *et al.*, 2000; GANGULY *et al.*, 2007; BOIX *et al.*, 2012; ABU-DAKKA *et al.*, 2014; DEB *et al.*, 2014).

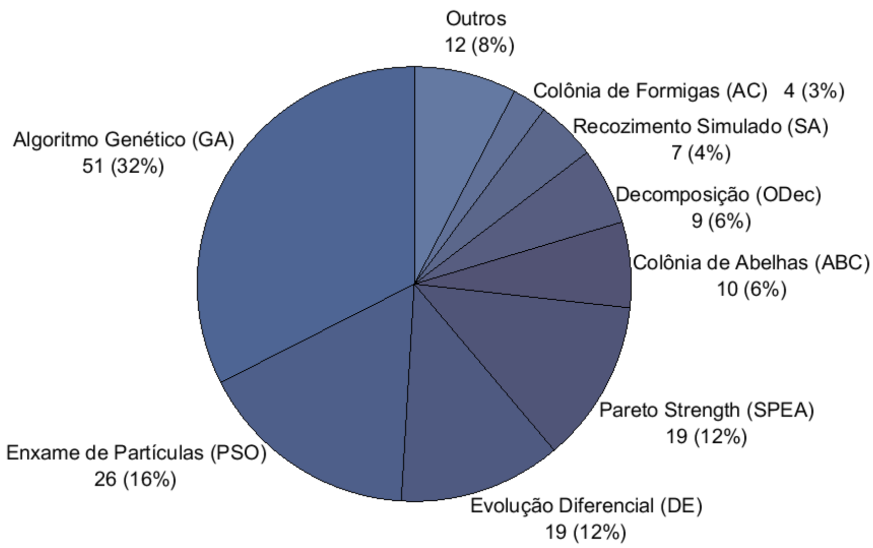



Figura 2.10 – Estratégias para Parametrização do GA.

### 2.4.1 Elementos dos Algoritmos Genéticos

Embora existam muitas variantes possíveis do algoritmo genético básico, o mecanismo fundamental subjacente opera em uma população de indivíduos, é relativamente padrão e consiste em três operações: (i) avaliação da aptidão individual, (ii) formação de um fun(*pool*) genético (população de soluções) e (iii) operações de recombinação e mutação (LIEPINS; HILLIARD, 1989).

Através de um procedimento dividido em etapas, a principal premissa de um GA é a ideia de que combinando diferentes fragmentos de informações importantes para o problema, novas e melhores soluções podem ser encontradas (HEREDIA-LANGNER *et al.*, 2002; PAULA, 2015). Partindo de uma população de soluções, em vez de uma única solução, este algoritmo é capaz de encontrar ótimos globais para problemas de otimização restritos e irrestritos, com uma ou múltiplas funções objetivo (SRINIVAS; PATNAIK, 1994; JIN; WONG, 2010; ZAIN *et al.*, 2010).

Em um GA, uma população inicial de soluções candidatas, chamadas de indivíduos ou cromossomos, é tomada aleatoriamente dentro do espaço de busca. Uma função de avaliação, geralmente chamada de função *fitness* é usada para medir a aptidão de cada indivíduo. A solução para o problema é dada pelo indivíduo mais apto após a última etapa da evolução (SERAFINO *et al.*, 2010). Existem diversas variações do GA original de Holland (1975), incluindo variações famosas para a solução de problemas multiobjetivo, como o MOGA (*Multi-objective Genetic Algorithm*) e o NSGA(*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*). Entretanto, todas estas variações se baseiam no GA simples, cujo algoritmo básico é descrito abaixo (MALHOTRA *et al.*, 2011).

**Algoritmo 1**: GA simples

| | |
|---|---|
| Passo I | [Início] Gerar população aleatória de cromossomos |
| Passo II | [*Fitness*] Avaliar a adequação de cada cromossomo na população. |
| Passo III | [Nova população] Criar uma nova população seguindo os seguintes passos<br>*a*) [Seleção] Selecionar dois cromossomos pais de uma população.<br>*b*) [Crossover] Cruzar os pais para formar novos descendentes.<br>*c*) [Mutação] Mutar genes da nova descendência.<br>*d*) [Aceite] Colocar os novos descendentes na nova população. |
| Passo IV | [Substituição] Usar nova população gerada para uma nova execução do algoritmo. |
| Passo V | [Teste] Parar se o critério de parada for satisfeito<br>*d*)e retornar a melhor solução na população atual. |
| Passo VI | [Loop] Volte à etapa II. |

O processo de evolução no GA é executado utilizando-se um conjunto de operadores estocásticos. Em sua forma mais simples, este algoritmo envolve três operadores básicos - seleção, recombinação (ou *crossover*) e mutação - que, imitando os processos naturais correspondentes, são aplicados iterativamente para evoluir os indivíduos em direção a uma população melhor (FLEMING; PURSHOUSE, 2002; SERAFINO *et al.*, 2010).

O operador de seleção age estabelecendo um nível mínimo da performance da função objetivo em cada geração e é responsável por selecionar quais indivíduos serão escolhidos para a etapa de reprodução, os chamados "pais"(SRINIVAS; PATNAIK, 1994). Quanto mais apto é o cromossomo, maior o número provável de vezes que ele poderá ser selecionado. O *crossover* é a operação responsável pela combinação dos genes dos pais selecionados para a criação de novos indivíduos ou "filhos". É esperado que os indivíduos dessa nova geração herdem as características positivas de seus pais (MITCHELL, 1998). O papel do operador de mutação é realizar pequenas alterações aleatórias nos genes dos cromossomos, com o intuito de diversificar a população e recuperar alguma característica genética boa que possa ter sido perdida durante as etapas de seleção e recombinação (FLEMING; PURSHOUSE, 2002; ORTIZ *et al.*, 2004a; GOMES, 2013).

Estes três operadores, entre outras etapas do GA, são controlados por diferentes parâmetros e o bom funcionamento do algoritmo implica a configuração correta de um número relativamente grande destes parâmetros (COSTA *et al.*, 2007). Além disso, esta configuração denota a escolha de diferentes opções de funções e métodos a serem utilizados (parâmetros qualitativos), além de taxas e probabilidades que serão aplicadas ao algoritmo (parâmetros quantitativos) (EIBEN; SMIT, 2012).

### 2.4.2 Parametrização do Algoritmo Genético

Juntamente com o desafio de estabelecer vários parâmetros para o GA, o fato de que não existe consenso na literatura sobre quais são os melhores valores ou funções a serem utilizados para tais parâmetros é mais uma dificuldade enfrentada pelos pesquisadores que optam pelo uso deste algoritmo (PAULA, 2015). Através da análise de alguns estudos que utilizaram GA na solução de problemas multiobjetivo é possível verificar uma clara divergência entre as opções utilizadas pelos pesquisadores na configuração do algoritmo. Os parâmetros mais comuns, citados na literatura, estão listados nas próximas seções, bem como algumas opções comumente utilizadas na configuração dos mesmos.

#### 2.4.2.1 Tamanho da População

Este parâmetro especifica quantos cromossomos formarão uma geração e, portanto, é um fator determinante na qualidade da solução e na eficiência do algoritmo (MAARANEN *et al.*, 2007). Segundo (SIVANANDAM; DEEPA, 2008), a população inicial deve ser a maior possível para que o algoritmo seja capaz de explorar todo o espaço de busca. Para os autores Candan e Yazgan (2014), quanto maior o tamanho da população, maior é a chance de se obter soluções satisfatórias, porém uma população muito grande pode aumentar o número de avaliações e o tempo de busca do algoritmo. No entanto, Ortiz *et al.* (2004b) afirmam que se o tamanho da população é muito pequeno, não serão obtidas informações suficientes sobre o espaço de busca, o que pode levar o algoritmo a encontrar um ponto de ótimo local e não o global.

#### 2.4.2.2 Função de Seleção

O processo de seleção é responsável por escolher possíveis "pais"para cruzamento. A função de seleção é o que define como essa seleção irá ocorrer. Segundo Sivanandam e Deepa (2008), o propósito da função de seleção é enfatizar indivíduos mais aptos na população, na esperança de que seus "filhos"tenham maior aptidão. Diferentes métodos são listados na literatura, como seleção por classificação, seleção uniforme estocástica, seleção por torneio, o método da roleta, entre outros.

#### 2.4.2.3 Função de *Crossover*

Como mencionado anteriormente, a operação de *crossover* envolve troca de informações genéticas entre dois indivíduos da população, para a formação de novos indivíduos. O tipo de *crossover* escolhido na configuração do algoritmo determina como ocorrerá a troca da informação genética. Os tipos de *crossover* mais utilizados são o de um ponto, de dois pontos e o cruzamento difuso (*scattered*).

#### 2.4.2.4 Taxa de *Crossover*

Este parâmetro controla a porcentagem da população de pais que irão sofrer a operação de *crossover* e corresponde sempre a um valor entre 0 e 1. É considerado o parâmetro mais importante do GA, porque garante que a informação trocada entre os cromossomos seja transmidida para as próximas gerações. Grefenstette (1986), afirma que quanto maior a taxa de *crossover*, mais rapidamente novas estruturas são introduzidas na população, porém segundo Ortiz *et al.* (2004b), enquanto uma taxa de *crossover* alta pode causar o descarte de boas soluções, um taxa muito baixa pode dar muita atenção aos cromossomos pais e então estagnar a busca.

#### 2.4.2.5 Função de Mutação

Este parâmetro garante a expansão do volume do espaço de busca (ÁLVAREZ *et al.*, 2016). Assim como nas operações de seleção e recombinação, muitos métodos de mutação podem ser encontrados na literatura. Os mais comuns são a mutação uniforme, a Gaussiana e a *adaptive feasible* (AF). A escolha da função de mutação depende, em grande parte, da presença de restrições no problema. A mutação AF é indicada para problemas restritos, enquanto a Gaussiana é contra-indicada para resolver problemas com restrições lineares.

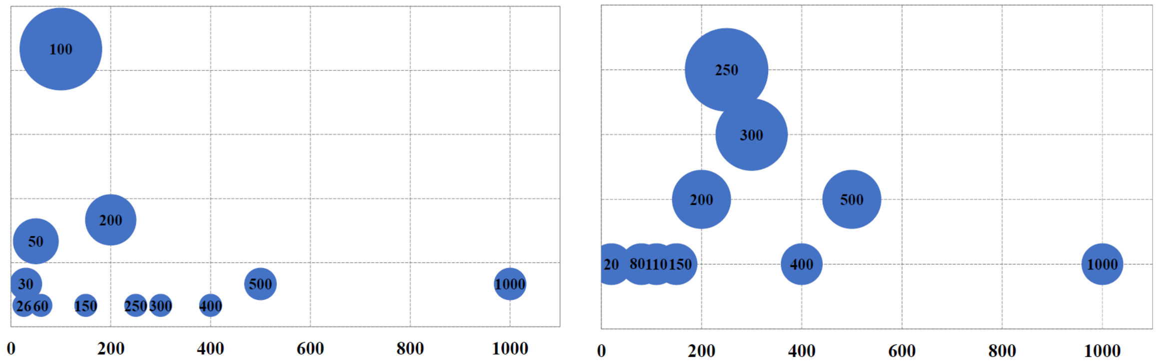
#### 2.4.2.6 Taxa de Mutação

A taxa de mutação se refere à porcentagem da população de pais que irão sofrer a operação de mutação. Assim como a taxa de *crossover*, este parâmetro é uma probabilidade e corresponde a um valor entre 0 e 1 (PAULA, 2015). Segundo Pinho (2008), pode-se observar que para uma taxa de mutação muito baixa, pode acontecer que a busca fique estagnada em um ótimo local. Em contrapartida, com uma taxa muito alta, a busca torna-se essencialmente aleatória (SIVANANDAM; DEEPA, 2008).

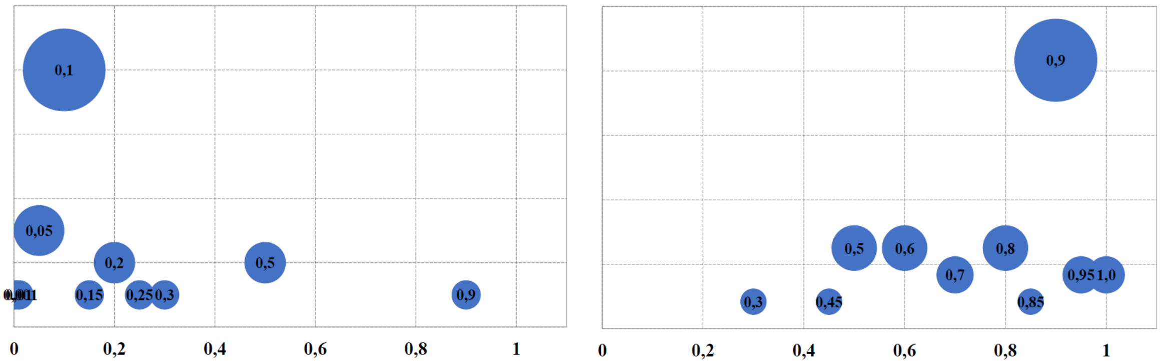
#### 2.4.2.7 Número de Gerações

O número de gerações é um parâmetro utilizado como um critério de parada do algoritmo, ou seja, o algoritmo deve cessar a busca quando atingir o número de gerações máximo determinado. Alguns pesquisadores utilizam números bem pequenos, entre 20 e 30 gerações, enquanto outros utilizam até mais de 1000 gerações.

Nos artigos analisados, os principais parâmetros especificados pelos autores são tamanho da população, taxa de mutação e taxa de *crossover*. É importante destacar que em alguns deles os valores dos parâmetros não foram explícitos, enquanto outros mencionam que esses valores são dependentes do número de variáveis consideradas pelo problema. É amplamente aceito que esses parâmetros têm uma influência significativa e que as configurações ideais para as taxas de mutação e de cruzamento podem melhorar significativamente o desempenho do algoritmo (ENGELBRECHT, 2007). A Figura 2.11 apresenta os valores usuais para esses parâmetros e as dimensões dos círculos são proporcionais à quantidade de artigos investigados que relataram o uso destes valores.




(a) Tamanho da população (≤1000) (b) Número de gerações (≤1000)




(c) Taxa de mutação (d) Taxa de *crossover*

Figura 2.11 – Valores utilizados para parâmetros do GA em diferentes publicações

Com os dados apresentados na Figura 2.11, ressalta-se o fato de que não há, na literatura, um consenso sobre quais valores devem ser adotados para cada parâmetro. Isto se torna uma grande dificuldade enfrentada pelos analistas no processo de modelagem de GAs. Mesmo assim, pode-se observar que existem algumas tendências: para a taxa de mutação, o valor mais frequente é 0,1, enquanto 0,9 é o valor mais utilizado para a taxa de cruzamento. Analisando o tamanho da população e o número de gerações, os valores mais comuns são 100 e 250, respectivamente. As Figuras 2.11b e 2.11a apresentam os parâmetros limitados a 1000, já que valores maiores que este são menos frequentes na literatura.

### 2.4.3 Configuração dos parâmetros do GA

Como mencionado na seção anterior, a configuração do GA inclui o setup de vários parâmetros para garantir um bom desempenho. Apesar de ser um bom algoritmo de busca, os algoritmos genéticos básicos podem falhar por uma variedade de razões, incluindo a escolha inadequada das funções e probabilidades que podem falhar em representar informações específicas do problema. Para tanto, a pesquisa atual está direcionada a remover esses modos de falha (LIEPINS; HILLIARD, 1989).

Obter configurações ótimas por meio do ajuste de parâmetro empírico pode ser um processo demorado (ENGELBRECHT, 2007). Dessa forma, duas estratégias diferentes podem ser usadas para a inicialização de parâmetros: *off-line* ou *online*. A inicialização de parâmetros *off-line* corrige os valores antes da execução do algoritmo, enquanto na abordagem *online* os parâmetros são controlados e atualizados durante sua execução (TALBI, 2009).

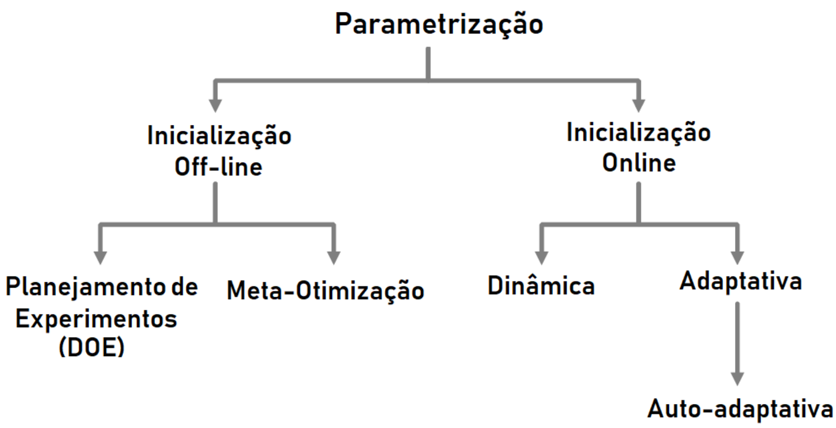



Figura 2.12 – Estratégias para Parametrização do GA.
Fonte: Adaptado de Talbi (2009).

Pesquisas têm sido realizadas em todas estas áreas de parametrização de algoritmos evolutivos. Para o GA, em específico, algumas técnicas têm sido desenvolvidas, como algoritmos genéticos adaptativos (SRINIVAS; PATNAIK, 1994; LIM *et al.*, 2015), onde os parâmetros são ajustados no decorrer das etapas do algoritmo. Outras pesquisas utilizam diferentes métodos para a identificação da melhor configuração de parâmetros para cada problema. Alguns estudos testaram diferentes combinações de parâmetros, definidas aleatoriamente, até encontrar a que oferece um melhor resultado (MAYER *et al.*, 2001; ALAJMI; WRIGHT, 2014). Outro procedimento possível é a utilização de uma meta-heurística, chamada Meta-GA, para a otimização dos parâmetros de um outro GA (GREFENSTETTE, 1986; NÚÑEZ-LETAMENDIA, 2007; FERNANDEZ-PRIETO *et al.*, 2011).

Planejamento de experimentos também tem sido utilizado por alguns pesquisadores para a otimização dos parâmetros do GA, utilizando os mais diversos arranjos disponíveis como fatorial completo (COSTA *et al.*, 2005; PINHO, 2008), fatorial fracionado (ORTIZ *et al.*, 2004b; COSTA *et al.*, 2005), Taguchi (CANDAN; YAZGAN, 2014) e superfície de resposta (KUCUKKOC *et al.*, 2013). Estes estudos analisaram os efeitos dos parâmetros e das interações existentes entre eles.

#### 2.4.3.1 Arranjos de Misturas para setup do GA

Com o objetivo de avaliar uma possível interação entre os parâmetros utilizados no GA e os pesos atribuídos às diferentes funções objetivo em um mesmo problema de otimização, Paula (2015) propôs a utilização um arranjo de misturas combinado a variáveis de processo. Neste caso, os parâmetros do GA podem ser vistos como variáveis de processos de um arranjo de misturas que utiliza como componentes os pesos das funções objetivo. Esta metodologia segue o procedimento ilustrado na Figura 2.13, que foi originalmente aplicado ao método do Critério Global.

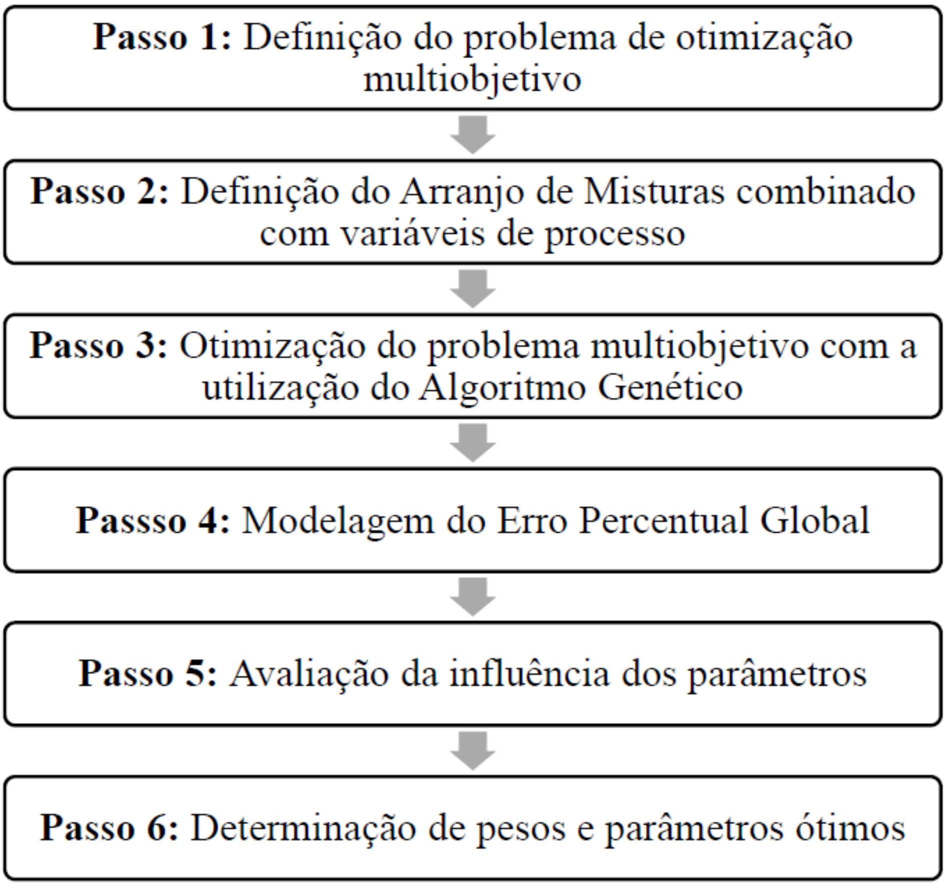



Figura 2.13 – Resumo do procedimento para identificação de pesos e parâmetros ótimos. Fonte: Adaptado de Paula (2015).

Para avaliar os resultados da otimização, Paula (2015) utilizou o Erro Percentual Global como função de avaliação, que indica o desvio das respostas obtidas em relação aos seus alvos. O EPG pode ser calculado através da Eq. (2.20), onde $y_i^*$ são os valores das respostas Pareto-ótimas, $T_i$ são os alvos definidos e $m$ é o número de objetivos.

$$EPG = \sum_{i=1}^{m} \left| \frac{y_i^*}{T_i} - 1 \right| \tag{2.20}$$

Uma vez que a função erro percentual global, definida na Eq. (2.20), pode ser modelada e analisada através de um modelo de misturas com variáveis de processo, a identificação de pesos e parâmetros ótimos é obtida resolvendo-se um problema de otimização não-linear cujo objetivo é a minimização desta função. Os pesos e parâmetros ótimos são definidos como a combinação de valores que fazem o erro percentual global ser o menor possível (GOMES *et al.*, 2013; PAULA, 2015).

### 2.4.4 MATLAB *Optimization Toolbox*

MATLAB é um software, criado pela Mathworks, que fornece computação numérica integrada e visualização de gráficos em linguagem de programação de alto nível, com uma grande variedade de funções. Neste estudo, optou-se pela utilização do *Genetic Algorithm Toolbox* do MATLAB, que é uma coleção de rotinas, escritas principalmente em arquivos do tipo *m-file*, que implementam as funções mais importantes em algoritmos genéticos. Uma das grandes vantagens do uso do *GA Toolbox* está na versatilidade da linguagem de alto nível do MATLAB, que permite que os problemas sejam codificados em *m-files*, muito mais simples que a programação em outras linguagens (SIVANANDAM; DEEPA, 2008).

O solver *ga* usa três tipos principais de regras em cada etapa para criar a próxima geração da população atual. As regras de seleção são responsáveis por selecionar os pais, que contribuem para a população na próxima geração. As regras de cruzamento combinam dois pais para formar filhos para a próxima geração e as regras de mutação aplicam mudanças aleatórias a pais individuais para formar os filhos. Estas regras são comandadas por funções e taxas (probabilidade de ocorrência), que são os parâmetros mencionados na Seção 2.4.2. O quadro 2.1 apresenta a descrição das funções de seleção, mutação e *crossover* que serão testadas neste estudo e que estão disponíveis no *toolbox*.

Além de oferecer as funções necessárias para otimização utilizando o GA, o MATLAB *Optimization Toolbox* apresenta vários outros solvers para diferentes tipos de otimizações, como o *fmincon*, para minimizações de problemas com restrição e até mesmo o *gamultobj*, versão do MATLAB para o algoritmo genético multiobjetivo.

Quadro 2.1 – Funções do GA Toolbox utilizadas

| | Nome | Função | Objetivos |
|---|---|---|---|
| **Funções de Seleção** | Roleta | 'selectionroulette' | A seleção de roleta determina os "pais"simulando uma roleta, na qual, a área da seção da roda correspondente a um indivíduo, é proporcional à expectativa do mesmo. O algoritmo utiliza um número aleatório para selecionar uma das seções com uma probabilidade igual à sua área. |
| | Torneio | 'selectiontournament' | A seleção de torneio determina cada "pai"escolhendo aleatoriamente os jogadores do tamanho do Torneio e, em seguida, escolhendo o melhor indivíduo daquele conjunto para ser "pai". O tamanho do torneio deve ser pelo menos 2, onde o valor padrão do tamanho do mesmo é 4. |
| **Funções de Mutação** | Gaussiana | 'mutationgaussian' | Caracterizada como uma função de mutação padrão para problemas irrestritos, esta adiciona um número aleatório obtido de uma distribuição gaussiana com média 0 para cada entrada do vetor "pai". O desvio padrão desta distribuição é determinado pelos parâmetros Escala e Escolher que são exibidos quando você seleciona Gaussiana e pela configuração Amplitude Inicial nas opções População. |
| | Adaptive Feasible | 'mutationadaptfeasible' | A função de mutação padrão quando há restrições, gera aleatoriamente direções que são adaptativas em relação à última geração bem-sucedida ou mal sucedida. A mutação escolhe uma direção e um comprimento de passo que satisfaçam limites e restrições lineares. |
| **Funções de Crossover** | Difuso | 'crossoverscattered' | A função de crossover padrão para problemas sem restrições lineares, cria um vetor binário aleatório e seleciona os genes em que o vetor é 1 do primeiro "pai"e os genes em que o vetor é 0 do segundo "pai", combinando os genes para formar a "criança". |
| | Dois Pontos | 'crossovertwopoint' | Seleciona dois inteiros aleatórios m e n entre 1 e o número de variáveis. A função seleciona entradas vetoriais numeradas como menor ou igual a m das primeiras entradas vetoriais "pai"numeradas de m + 1 para n, inclusive, do segundo "pai"de entradas vetoriais numeradas maior que n do primeiro "pai". |

## 2.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO

Este capítulo apresentou detalhes sobre a aplicação do método NBI e da análise fatorial, que são as metodologia que servem de base para as otimizações realizadas neste estudo. Uma maior importância foi dada à revisão da literatura em algoritmos genéticos e sua parametrização. Conforme pôde ser constatado na revisão da literatura, o algoritmo genético ainda é um dos algoritmos evolutivos mais utilizados em estudos atuais, justificando sua utilização neste estudo e a necessidade de uma maior investigação da melhor maneira de configurá-lo para utilização em conjunto com o NBI.

# 3 PARAMETRIZAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO APLICADO A OTIMIZAÇÕES PELO NBI

Este capítulo apresenta um primeiro estudo do comportamento dos parâmetros do algoritmo genético utilizado na solução do NBI aplicado a problemas de otimização de funções de teste. Vale ressaltar que esta primeira investigação não visa apresentar a otimização dos parâmetros do algoritmo, mas apenas se há interações entre pesos e parâmetros. É apresentado também um estudo de como as réplicas dos subproblemas otimizados variam de acordo com diferentes configurações do algoritmo.

## 3.1 OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS DO GA PARA PROBLEMAS MULTIOBJETIVOS PONDERADOS

Como mencionado na Seção 2.4.3.1, o trabalho de Paula (2015) propôs uma metodologia para avaliação das interações entre os parâmetros do algoritmo genético e os pesos dados às funções em métodos multiobjetivos ponderados e otimização deste setup. Para isso, a metodologia consta na criação de um arranjo de misturas combinado com variáveis de processo, onde os pesos das funções são tratados como componentes da mistura e os parâmetros do GA são as variáveis de processo.

Como o objetivo deste presente estudo é a otimização utilizando o NBI, este capítulo traz um estudo da interações dos parâmetros do GA quando aplicado ao NBI, modificando alguns passos da metodologia original de Paula (2015). Dentre as principais modificações, está a utilização do método da Interseção Normal à Fronteira no lugar do Método do Critério Global (MCG). A escolha do método NBI se jutifica pois, como mencionado na Seção 2.1, o método NBI apresenta vantagens em relação ao MCG, por permitir a construção de fronteiras de Pareto equiespaçadas. Também será utilizado o Erro Quadrático Médio para avaliação da influência dos parâmetros do algoritmo, no lugar do EPG, pois esta métrica permite avaliar, ao mesmo tempo, médias e variâncias dos dados.

Uma primeira avaliação do comportamento dos parâmetros do GA com os pesos atribuídos ao NBI foi então realizada, otimizando grupos de funções de teste e seguindo as seguintes etapas:

1. Definição do problema de otimização multiobjetivo pelo método da Interseção Normal à Fronteira;
2. Definição do Arranjo de Misturas combinado com variáveis de processo;

3. Otimização do problema multiobjetivo com a utilização do Algoritmo Genético;

4. Avaliação da influência dos parâmetros nas médias e variâncias das funções otimizadas.

## 3.2 OTIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES DE TESTE

As funções de teste, também chamadas de funções de *Benchmark* ou de avaliação, são importantes para validar e comparar o desempenho de algoritmos de otimização. O teste de confiabilidade, eficiência e validação de algoritmos de otimização é frequentemente realizado usando-se um conjunto de funções de teste conhecidas na literatura.

Além de funções de teste separadas, têm-se também os problemas de teste, utilizados para testar algoritmos de otimização multiobjetivo. Segundo Huband *et al.* (2006), problemas de teste construídos artificialmente oferecem muitas vantagens sobre problemas do mundo real para fins de testes gerais de desempenho. Geralmente, tais problemas são projetados para serem simples de implementar, fáceis de descrever, entender e visualizar, além de terem seus ótimos conhecidos de antemão.

Para que possam ser realmente úteis e imparciais no teste de algoritmos, é ideal que as funções de teste apresentem diferentes propriedades (JAMIL; YANG, 2013), geralmente relacionadas às dificuldades observadas em problemas do mundo real. Dependendo dessas propriedades o problema de otimização é mais fácil ou mais difícil de se resolver. Dentre estas propriedades, as mais desejáveis são:

- **Não-separabilidade -** Uma função separável não possui dependências entre suas variáveis, o que permite sua otimização pela aplicação de $n$ otimizações unidimensionais independentes ao longo de cada eixo de coordenadas, mantendo as outras variáveis fixas. Problemas de otimização difíceis geralmente são não-separáveis e, portanto, deve-se procurar testar funções não-separáveis (BROCKHOFF *et al.*, 2016).

- **Multimodalidade -** Uma função unimodal tem apenas um mínimo local que é ao mesmo tempo seu global. Uma função multimodal tem mais mínimos locais, o que é muito comum em problemas práticos de otimização. Funções multimodais geralmente são utilizadas para testar a habilidade do algoritmo de escapar destes mínimos locais e estão dentre os problemas de otimização mais difíceis. Se o algoritmo não possui um processo de busca bem projetado, pode não explorar a função de forma eficaz e ficar preso a mínimos locais (DIGALAKIS; MARGARITIS, 2002).

Muitos conjuntos de testes multiobjetivo foram propostos ao longo dos anos. Estes conjuntos costumam ter algumas propriedades desejáveis, como fronteiras ou superfícies de Pareto bem conhecidos e com diversas formas e tipos (lineares, convexas, côncavas, descontínuas). Mas para Brockhoff *et al.* (2016), a melhor maneira de testar algoritmos multiobjetivos é combinando diferentes funções de teste conhecidas, sem haver dependência entre as funções objetivo, pois na prática problemas multiobjetivos são construídos exatamente dessa maneira.

Portanto, para a avaliação do comportamento do GA para solução de problemas NBI, optou-se por realizar os testes tanto em conjuntos de teste conhecidos, quanto em pares de funções de teste amplamente utilizadas na literatura de algoritmos evolucionários. As funções e os problemas de teste avaliados neste capítulo são apresentados nas Equações (3.1) a (3.7).

$$\text{Rastrigin} \qquad f(\mathbf{x}) = An + \sum_{i=1}^{n}\left(x_i^2 - A\cos\left(2\pi x_i\right)\right) \tag{3.1}$$

$$\text{Rosenbrock} \qquad f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n}[b(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (a - x_i)^2] \tag{3.2}$$

$$\begin{aligned} \text{Ackley} \qquad f(\mathbf{x}) =& - a \cdot \exp\left(-b\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2}\right) \\ & - \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos\left(cx_i\right)\right) + a + \exp(1) \end{aligned} \tag{3.3}$$

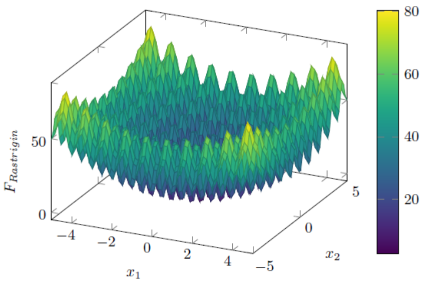
$$\begin{aligned} \text{Ackley N.4} \qquad f(\mathbf{x}) = & \sum_{i=1}^{n-1}\Big(e^{-0.2}\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} \\ & + 3\left(\cos\left(2x_i\right) + \sin\left(2x_{i+1}\right)\right)\Big) \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned} \text{Beale} \qquad f(\mathbf{x}) =& (1.5 - x_1 + x_1x_2)^2 + \left(2.25 - x_1 + x_1x_2^2\right)^2 \\ & + \left(2.625 - x_1 + x_1x_2^3\right)^2 \end{aligned} \tag{3.5}$$

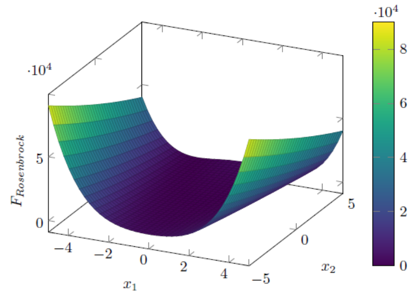
$$\text{ZDT 4}\begin{cases} f_1\left(x_1\right) & = x_1 \\ g\left(x_2, \ldots, x_m\right) & = 1 + 10(m-1) + \sum_{i=2}^{m}\left(x_i^2 - 10\cos\left(4\pi x_i\right)\right) \\ h\left(f_1, g\right) & = 1 - \sqrt{f_1/g} \end{cases} \tag{3.6}$$

$$\text{VNT problem} \qquad \begin{cases} f_1 = \frac{(x_1-2)^2}{2} + \frac{(x_2+1)^2}{13} + 3 \\ f_2 = \frac{(x_1+x_2-3)^2}{36} + \frac{(-x_1+x_2+2)^2}{8} - 17 \\ f_3 = \frac{(x_1+2x_2-1)^2}{175} + \frac{(2x_2-x_1)^2}{17} - 13 \end{cases} \tag{3.7}$$

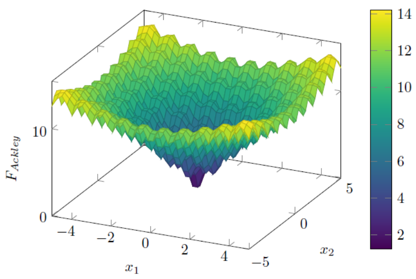
A função de Rastrigin (Eq. 3.1) é um exemplo típico de uma função não-linear multimodal e é um problema bastante difícil para algoritmos genéticos devido ao grande espaço de busca e grande número de mínimos locais. A complexidade desta função depende do número de variáveis ($n$) e a variável externa $A$ que controla a amplitude da modulação. Normalmente, utiliza-se $A = 10$, tornando a função altamente multimodal, como mostra a figura 3.1a. Apesar de poder ser definida em qualquer domínio de entrada, esta função é geralmente avaliada no intervalo $-5.12 \leq x_i \leq 5.12$, para $i = 1, 2, \ldots, n$, contendo vários ótimos locais neste intervalo. A minimização desta função apresenta um mínimo global em $\mathbf{x}^* = (0, \ldots, 0)^T$ com $f(\mathbf{x}^*) = 0$.



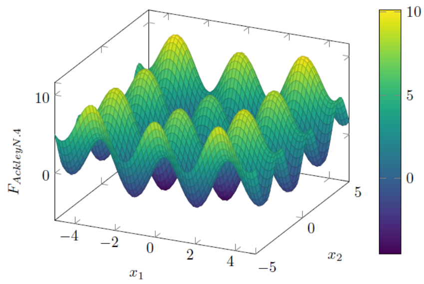

(a) Rastrigin



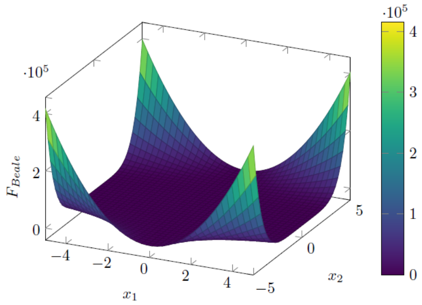

(b) Rosenbrock




(c) Ackley




(d) Ackley N.4




(e) Beale

Figura 3.1 – Gráficos de superfície das funções de teste

A função de Rosenbrock (Eq. 3.2) é considerada um problema de otimização difícil, porque o mínimo global da função se encontra dentro de um vale plano, longo e estreito (Figura 3.1b). Esta função unimodal também apresenta um cume muito afiado que gira em torno de uma parábola. Algoritmos que não são capazes de descobrir boas direções não apresentam boa performance neste problema (DIGALAKIS; MARGARITIS, 2002). Na Eq. (3.2), os valores dos parâmetros $a$ e $b$ geralmente são definidos como $a = 1$ e $b = 100$. Esta função de teste é comumente avaliada no intervalo $-5 \leq x_i \leq 10$, para $i = 1, 2, \ldots, n$, e apresenta um minimo global $f(\mathbf{x}^*) = 0$ para $\mathbf{x}^* = (1, \ldots, 1)^T$.

A função Ackley (Eq. 3.3) também é amplamente usada para testar algoritmos de otimização. Em sua forma bidimensional, como mostrado na Figura 3.1c, é caracterizada por uma região externa sinuosa e um grande buraco no centro. Além de não convexa, é multimodal e representa um risco para os algoritmos de otimização, que podem ficar presos em um de seus muitos mínimos locais. Os valores das variáveis recomendadas são: $a = 20, b = 0.2$ e $c = 2\pi$. Esta função é geralmente avaliada no intervalo $-32 \leq x_i \leq 32$, para $i = 1, 2, \ldots, n$, e apresenta um mínimo global $f(\mathbf{x}^*) = 0$ para $\mathbf{x}^* = (0, \ldots, 0)^T$ (JAMIL; YANG, 2013).

A função Ackley N.4 (Eq. 3.4) é uma variação da Ackley original, modificada para apresentar um mínimo global diferente, porém apresentando as mesmas características de multimodalidade da Ackley original (3.1d). Esta função é geralmente avaliada no intervalo $-35 \leq x_i \leq 35$, para $i = 1, 2, \ldots, n$. Normalmente é otimizada no espaço bidimensional, onde apresenta um mínimo global aproximado de $f(\mathbf{x}^*) = -4.5901$ para $\mathbf{x}^* = (-1.51, -0.755)^T$ (JAMIL; YANG, 2013).

Unimodal, a função Beale (Eq. 3.5) é um pouco mais simples do que as outras quatro funções apresentadas, mas também é não-separável. Definida apenas no espaço bidimensional, é geralmente avaliada em um intervalo mais restrito, $-4.5 \leq x_i \leq 4.5$, com $i = 1, 2$, onde apresenta um mínimo global de $f(\mathbf{x}^*) = 0$ para $\mathbf{x}^* = (3, 0.5)^T$ (JAMIL; YANG, 2013).

Como problema de teste biobjetivo, será avaliado o problema ZDT4 (Eq. 3.6). Os problemas ZDT foram propostos por Zitzler *et al.* (2000), sendo 6 problemas, cada um com dois objetivos a serem otimizados e construídos segundo as diretrizes de desenvolvimento de funções de teste para otimização multiobjetivo. A fronteira Pareto-ótima para o problema ZDT4 é convexa. Para este problema, $x_1 \in [0, 1]$ e $x_2, \cdots, x_m \in [-5, 5]$, e a fronteira de Pareto é obtida quando $g(\mathbf{x}) = 1.25$

Também será avaliado o problema VNT *Oneness* de Viennet *et al.* (1996), conjunto de teste com três funções objetivo (3.7) que dependem de apenas duas variáveis. Os mínimos das funções de VNT são: $f_1(2, -1) = 3$, $f_2(2.5, 0.5) = -17$ e $f_3(0.5, 0.25) = -13$, apresentando apenas uma zona de Pareto.

## 3.3 OTIMIZAÇÃO DAS FUNÇÕES E PROBLEMAS DE TESTE USANDO O NBI-GA

Quatro pares de funções de teste e os dois problemas de teste descritos na seção 3.2 foram investigados para avaliar o comportamento das réplicas de diferentes setups do algoritmo genético na solução dos subproblemas do NBI. Os pares de funções de teste utilizados foram:

1. Rastrigin × Rosenbrock - Duas funções muito utilizadas para testar o GA, alto grau de dificuldade. Ambas possuem o mesmo ótimo global, mas em pontos diferentes.

2. Ackley × Rosenbrock - problema parecido com o primeiro, de alta dificuldade, onde ambas possuem o mesmo valor de mínimo global, mas em pontos diferentes.

3. Rastrigin × Beale - Apesar de a função Beale ter um nível de dificuldade um pouco inferior, a otimização simultânea dessas duas funções não é nada trivial.

4. Ackley × Ackley N.4 - Duas funções de mesmas propriedades, porém com mínimos conflitantes.

A seguir, é detalhado o procedimento realizado para avaliação do comportamento do NBI-GA para o problema Rastrigin × Rosenbrock. Seguiu-se exatamente a mesma metodologia para os outros problemas, portanto estes não estão detalhados nesta seção, apresentando-se somente os resultados. Todas funções foram avaliadas no espaço bidimensional.

Para otimização das funções de teste Rastrigin e Rosenbrock através do método NBI, seguindo as Equações (3.1) e (3.2), tem-se um problema multiobjetivo definido pela minimização de um set de funções $F(\mathbf{x}) = (Ra(\mathbf{x}), Ro(\mathbf{x}))$, com $\mathbf{x} = [x_1, x_2]$, tal que:

$$Ra(\mathbf{x}) = 20 + x_1^2 + x_2^2 - 10\cos(2\pi x_1) - 10\cos(2\pi x_2) \tag{3.8}$$

$$Ro(\mathbf{x}) = (1 - x_1)^2 + 100(x_2 - x_1^2)^2 \tag{3.9}$$

Como os pontos de ótimo individuais de cada função já são conhecidos, $Ra(\mathbf{x}^*) = [0, 0]$ e $Ro(\mathbf{x}^*) = [1, 1]$, pode-se calcular a matriz *Payoff* para o método NBI segundo a Eq. (2.3), obtendo-se:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Assim, a normalização das respostas pode ser obtida segundo a Equação (2.4), obtendo-se:

$$\bar{Ra}(\mathbf{x}) = \frac{Ra(x) - 0}{2 - 0} = \frac{Ra(x)}{2} \tag{3.11}$$

$$\bar{Ro}(\mathbf{x}) = \frac{Ro(x) - 0}{1 - 0} = Ro(x) \tag{3.12}$$

O problema de otimização pode ser então definido segundo a Equação (2.6), como apresentado na Equação (3.13), que foi resolvido iterativamente para diferentes valores de

$w$. Os limites para as variáveis foram definidos em $\mathbf{x} = [-5, 5]$, restringindo a um espaço de busca comum às duas funções otimizadas.

$$\begin{aligned} &\text{Min } \bar{Ra}(\mathbf{x}) \\ \texttt{s. a.:}\ &\bar{Ra}(\mathbf{x}) - \bar{Ro}(\mathbf{x}) + 2w - 1 = 0 \\ &0 \leq w \leq 1 \\ &-5 \leq \mathbf{x} \leq 5 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Definido o problema de otimização, o próximo passo é a definição do arranjo de misturas com variáveis de processo para determinação dos pesos e configurações do algoritmo genético. Optou-se pela avaliação de quatro parâmetros quantitativos do algoritmo: tamanho da população ($TP$), taxa de *crossover* ($TC$), taxa de mutação ($TM$) e número de gerações ($NG$). Além disso, para os problemas biobjetivos[1], optou-se por testar também 3 parâmetros qualitativos: função de seleção ($FS$), função de mutação ($FM$) e função de *crossover*($FC$).

Os parâmetros escolhidos para avaliação foram definidos de acordo com o levantamento feito na Seção 2.4.3, assim como seus níveis testados. Cada parâmetro foi avaliado segundo os níveis apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Parâmetros do GA e níveis de teste

| **Parâmetros** | **Notação** | **Níveis de Teste** | |
|---|---|---|---|
| | | **-1** | **1** |
| Tamanho da População | *TP* | 100 | 500 |
| Taxa de Crossover | *TC* | 0.7 | 0.95 |
| Taxa de Mutação | *TM* | 0.001 | 0.1 |
| Número de Gerações | *NG* | 200 | 1000 |
| Função de Seleção | *FS* | *Roulette (Rou)* | *Tournament (Tou)* |
| Função de Mutação | *FM* | *Gaussian (Gau)* | *Adaptive Feasible (Adp)* |
| Função de Crossover | *FC* | *Double Point (DP)* | *Scattered (Sca)* |

Para avaliação dos problemas biobjetivo, foi criado um arranjo de misturas do tipo *simplex lattice* de grau 10, para dois componentes e sete variáveis de processo avaliadas em dois níveis, optando-se pelo arranjo de fração $\frac{1}{4}$ $(2^{7-2})$, para reduzir a quantidade de experimentos. O arranjo foi gerado no *Minitab*®, resultando em 352 experimentos, com 11 combinações de pesos para cada configuração do algoritmo. O arranjo completo está apresentado no Apêndice A. Da mesma forma, criou-se um outro aranjo *simplex lattice* de de grau 5, para três componentes os quatro parâmetros quantitativos, optando-se pelo

[1] Para o problema VNT, foram avaliados apenas os quatro parâmetros quantitativos, para redução do número de experimentos.

arranjo fracionado ($2^{4-1}$), que resultou em 168 experimentos, com 21 combinações de pesos para cada configuração do algoritmo (Apêndice C).

Os problemas de otimização biobjetivo em questão foram programados no *Matlab*®, segundo o pseudocódigo apresentado a seguir. Para o problema VNT, segue-se a mesma lógica, mas com o código adaptado para o NBI de 3 funções (Apêndices B e D).

**Algoritmo 2**: NBI-GA

**Entradas**: função $F_1$, função $F_2$, número de variáveis, restrições de igualdade, restrições de desigualdade, matriz de parâmetros, vetor de pesos, número de réplicas

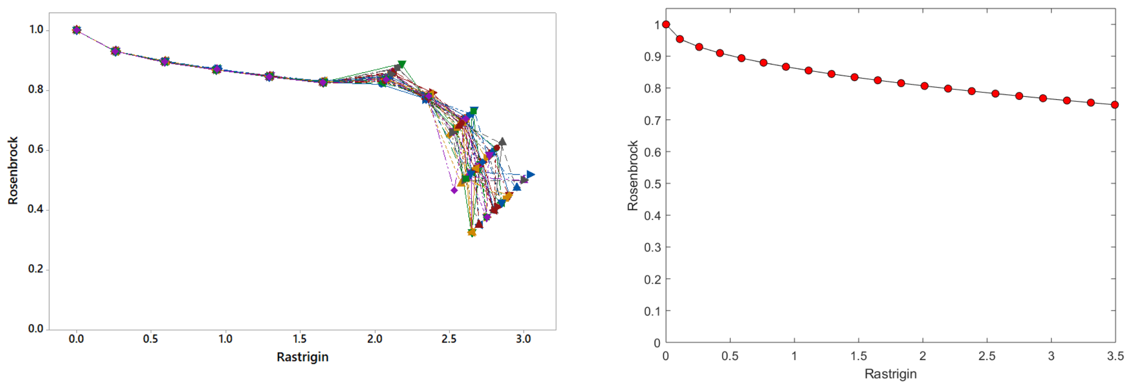
**Saída**: matriz de resultados referentes às funções otimizadas

**Início**
$F_1 \leftarrow$ função 1
$F_2 \leftarrow$ função 2
$n_x \leftarrow$ número de variáveis
$matParam \leftarrow$ Matriz de parâmetros
$vetPesos \leftarrow$ vetor de pesos
$numRep \leftarrow$ número de réplicas
$i \leftarrow 0$
$j \leftarrow 0$
**{Otimização individual das funções $F_1$ e $F_2$ considerando restrições}**
$xoptF1 \leftarrow$ ponto ótimo de $F_1$
$xoptF2 \leftarrow$ ponto ótimo de $F_2$
$valF11 \leftarrow F_1(xoptF1)$ **{Função $F_1$ avaliada no ponto $xoptF1$}**
$valF12 \leftarrow F_1(xoptF2)$ **{Função $F_1$ avaliada no ponto $xoptF2$}**
$valF21 \leftarrow F_2(xoptF1)$ **{Função $F_2$ avaliada no ponto $xoptF1$}**
$valF22 \leftarrow F_2(xoptF2)$ **{Função $F_2$ avaliada no ponto $xoptF2$}**
**{Construção da matriz Payoff}**
$Payoff(1,1) \leftarrow valF11$
$Payoff(1,2) \leftarrow valF12$
$Payoff(2,1) \leftarrow valF21$
$Payoff(2,2) \leftarrow valF22$
**{Obtenção do número de experimentos a partir da matriz de parâmetros}**
$numExp \leftarrow$ número de linhas na matriz $matParam$
**Enquanto** $(i < numRep)$
  **Enquanto** $(j < numExp)$
    **{Parâmetros do algoritmo genético}**
    $P_1 \leftarrow matParam(j,1)$ **{Parâmetro 1}**
    $P_2 \leftarrow matParam(j,2)$ **{Parâmetro 2}**
    $P_p \leftarrow matParam(j,p)$ **{Parâmetro p}**
    **{Otimização NBI}**
    $xOpt \leftarrow$ ponto ótimo resultante da otimização via GA.
    $valF_1 \leftarrow F_1(xOpt)$ **{Função F1 avaliada no ponto opt}**
    $valF_2 \leftarrow F_2(xOpt)$ **{Função F2 avaliada no ponto opt}**
    **Enquanto** $(valF_1 > valF12)$ **ou** $(valF_2 > valF21)$ **{Filtro}**
      $xOpt \leftarrow$ ponto ótimo resultante da otimização via GA.
      $valF_1 \leftarrow F_1(xOpt)$ **{Função F1 avaliada no ponto opt}**
      $valF_2 \leftarrow F_2(xOpt)$ **{Função F2 avaliada no ponto opt}**
    **Fim enquanto**
    **{Atualização da matriz de resultados}**
    $matResultados(j) \leftarrow (xOpt, valF1, valF2)$
  **Fim enquanto**
**Fim enquanto**
**Retorna** $matResultados$
**Fim**

O algoritmo programado resolve cada um dos subproblemas de otimização determinados pela matriz experimental e armazena os resultados a cada iteração. Foram realizadas 30 réplicas para cada experimento, o que resultou em 30 valores de cada função otimizada, para cada configuração de pesos e parâmetros avaliada. Com isso, foram calculadas as médias e variâncias para cada uma das funções em cada experimento.

As Figuras 3.2 a 3.7 mostram as fronteiras obtidas para cada um dos diferentes *setups* do GA determinados pelo arranjo de misturas, para cada um dos problemas avaliados. Nestas figuras, cada fronteira de cor diferente é relativa a um setup diferente do GA. Para efeitos de comparação, os mesmos problemas foram também otimizados utilizando o *fmincon*, outro solver disponível no *Optimization Toolbox*, que utiliza o algoritmo de pontos interiores para solução de problemas não-lineares.

É possível verificar na Figura 3.2 que à medida que o peso atribuído à função Rosenbrock cresce, a variância dos resultados obtidos na otimização também aumenta. Percebe-se também que este problema não é resolvido corretamente pelo método NBI, pois nenhuma solução alcança o mínimo da função Rosenbrock ($f_{Rosenbrock} = 0$) e que o algoritmo de pontos interiores tem ainda mais dificuldade em encontrar os menores valores para esta função.



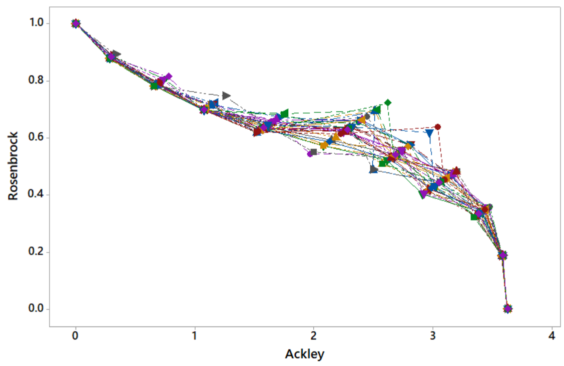

(a) GA

(b) Pontos Interiores

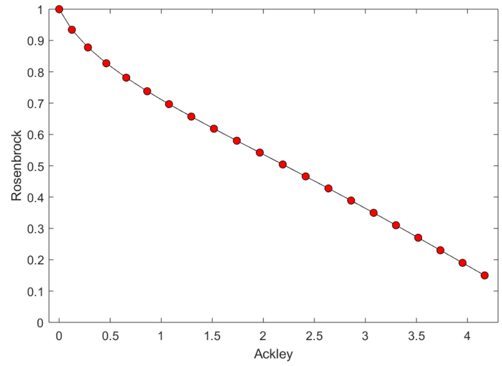
Figura 3.2 – Fronteiras obtidas na otimização de Rastrigin e Rosenbrock

Na otimização do problema Ackley × Rosenbrock (3.3), percebe-se também uma grande variância nos resultados quando os pesos da Rosenbrock aumentam, mas esta variância diminui quando o peso da função Ackley se aproxima de zero. Ao contrário do caso anterior, a fronteira se forma de maneira esperada, até mesmo com o solver *fmincon*, encontrando o ponto de Utopia para a Função Rosenbrock.

Para o problema Rastrigin × Beale (3.4), nota-se que há descontinuidades, tanto nas soluções com o GA quanto com o algoritmo de pontos interiores. Fica evidente também a grande variância entre as médias obtidas para os pesos medianos na fronteira. O problema com as duas funções Ackley (3.5) apresenta comportamento similar, com



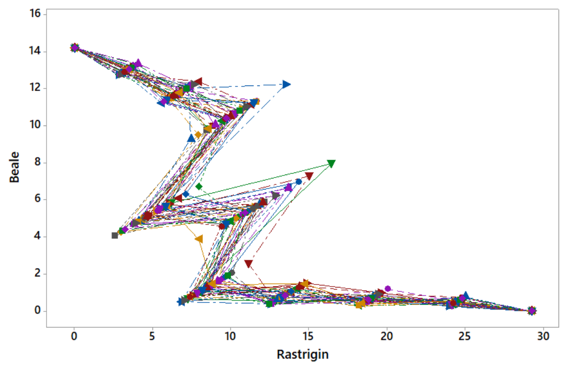

(a) GA



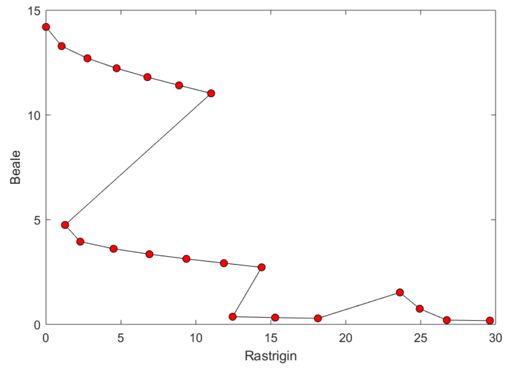

(b) Pontos Interiores

Figura 3.3 – Fronteiras obtidas na otimização de Ackley e Rosenbrock

descontinuidade e grandes variâncias no centro da fronteira.

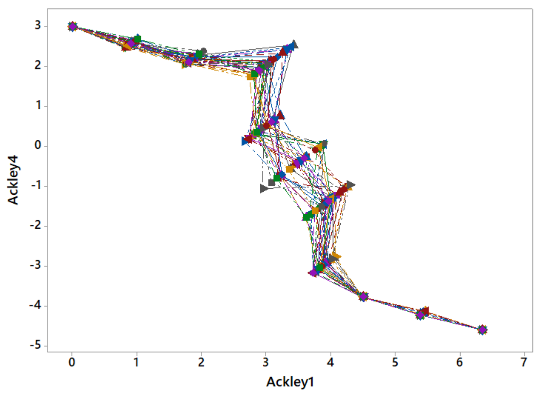



(a) GA

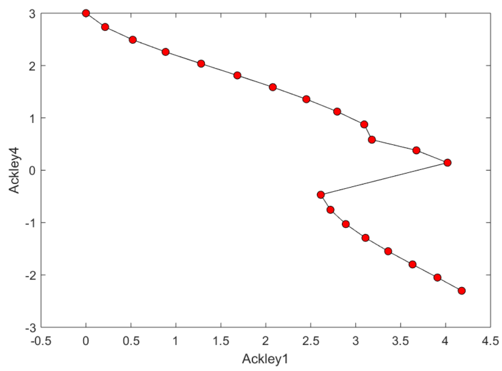



(b) Pontos Interiores

Figura 3.4 – Fronteiras obtidas na otimização de Rastrigin e Beale



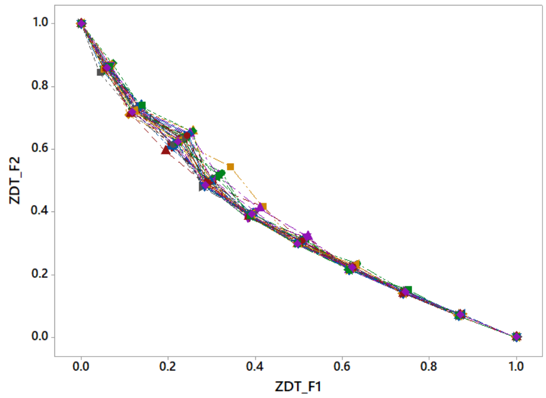

(a) GA



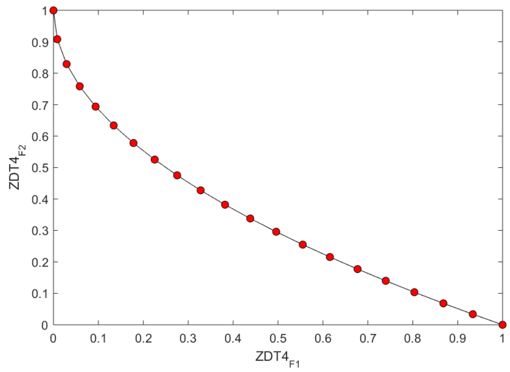

(b) Pontos Interiores

Figura 3.5 – Fronteiras obtidas na otimização de Ackley e Ackley N.4

O problema ZDT4 aparenta ser de solução mais simples para o algoritmo genético. Para este caso, as médias para os diferentes setups foram mais similares e a fronteira do GA se aproxima da fronteira obtida com o algoritmo de pontos interiores.



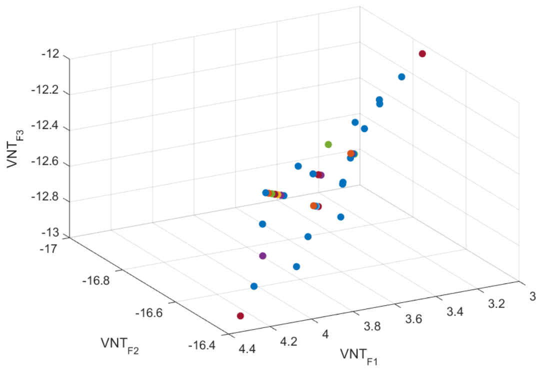

(a) GA



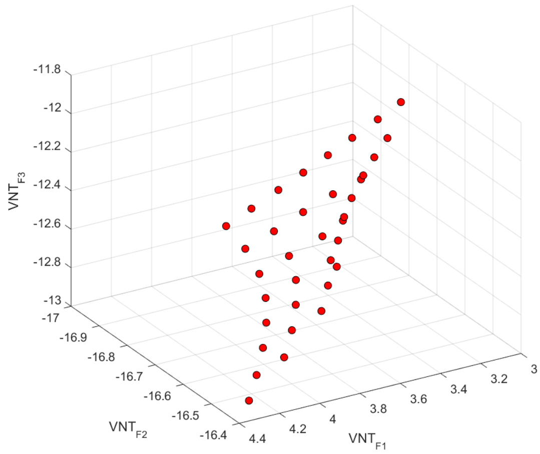

(b) Pontos Interiores

Figura 3.6 – Fronteiras obtidas na otimização do problema ZDT4

Por fim, as superfícies obtidas para o problema VNT também mostram uma maior variância no centro da superfície, que se aproxima bastante da superfície obtida com o algoritmo de pontos interiores. Pelos resultados obtidos, confirma-se o que foi afirmado por Digalakis e Margaritis (2002) sobre os problemas formados por funções de teste individuais serem muito mais complexos do que os problemas de teste propostos na literatura.



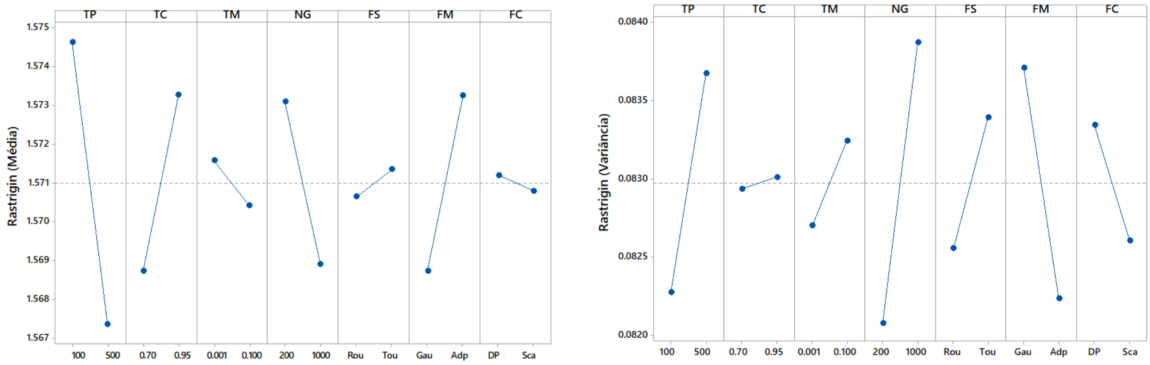

(a) GA




(b) Pontos Interiores

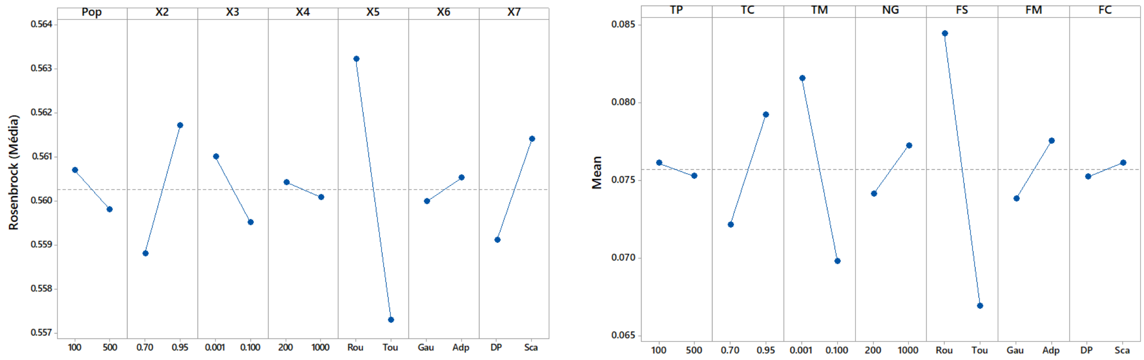
Figura 3.7 – Superfícies obtidas na otimização do problema VNT

As Figuras 3.8 a 3.13 apresentam gráficos de efeitos principais para médias e variâncias de funções de cada problema otimizado. São apresentados os gráficos apenas das primeiras funções de cada problema, pois os efeitos se comportam da mesma forma para as outras funções, devido à dependência que é gerada pela fronteira de Pareto. É possível notar que os parâmetros que causam maior efeito se comportam de maneira bem diferente em cada problema. Por exemplo, para o problema Rastrigin × Rosenbrock (Figura 3.8), o parâmetro que mais influencia as médias da função Rastrigin é o tamanho da população, enquanto no problema VNT (Figura 3.13), a taxa de crossover é o parâmetro que exerce maior influência.



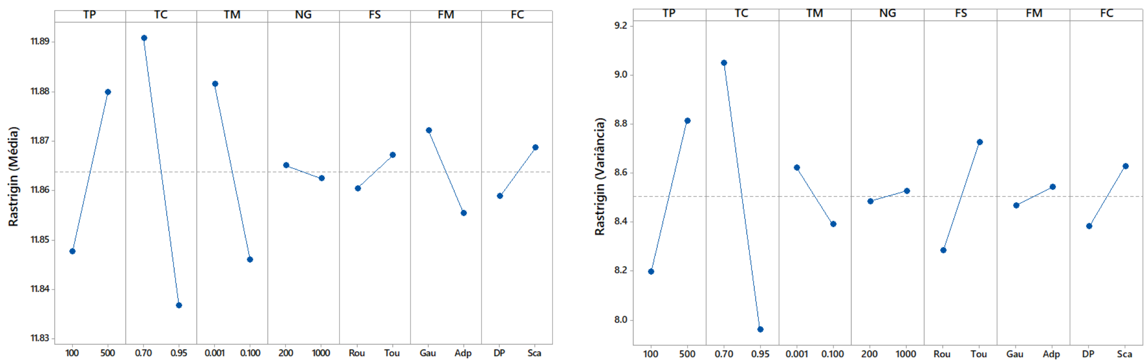

(a) Média (b) Variância

Figura 3.8 – Gráficos de efeitos principais para médias e variâncias do problema Rastrigin × Rosenbrock



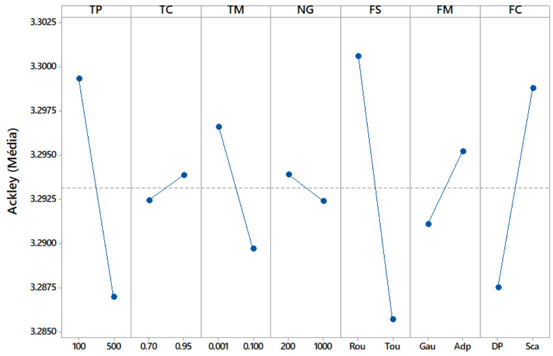

(a) Média (b) Variância

Figura 3.9 – Gráficos de efeitos principais para médias e variâncias do problema Ackley × Rosenbrock

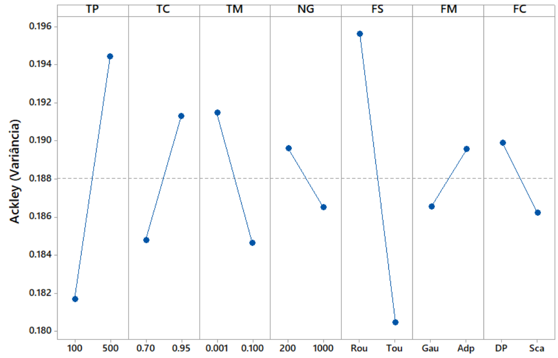



(a) Média (b) Variância

Figura 3.10 – Gráficos de efeitos principais para médias e variâncias do problema Rastrigin × Beale

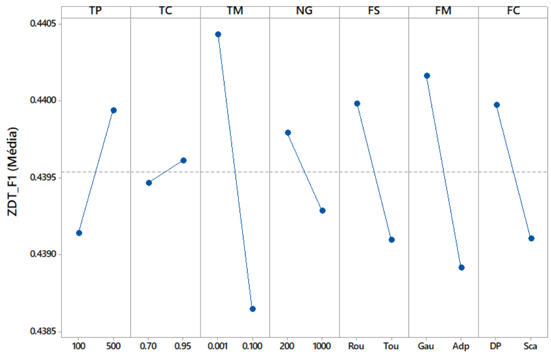



(a) Média

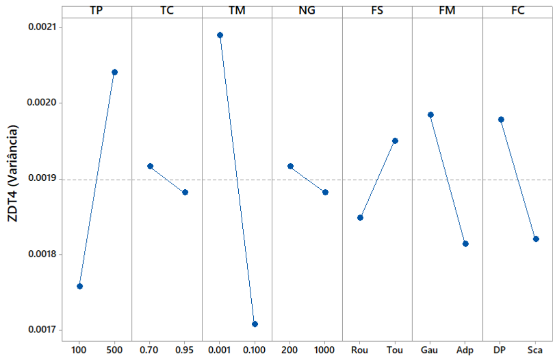



(b) Variância

Figura 3.11 – Gráficos de efeitos principais para médias e variâncias do problema Ackley $\times$ Ackley N.4

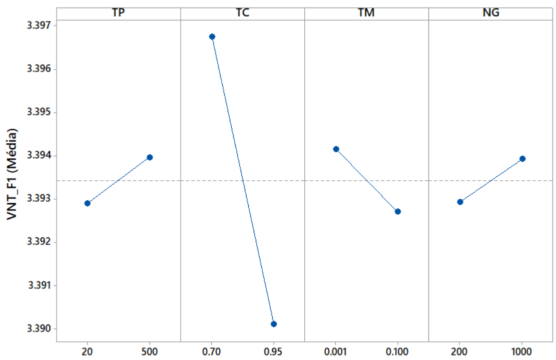



(a) Média

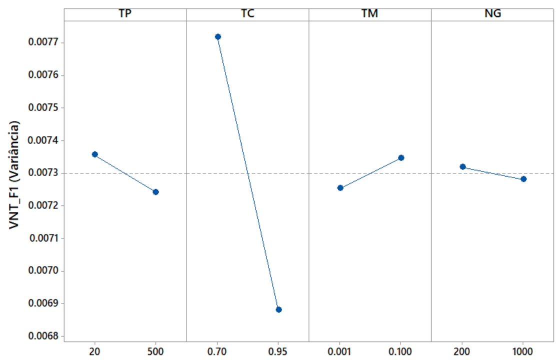



(b) Variância

Figura 3.12 – Gráficos de efeitos principais para médias e variâncias do problema ZDT4




(a) Média




(b) Variância

Figura 3.13 – Gráficos de efeitos principais para médias e variâncias do problema VNT

Pode-se ainda notar que, para alguns problemas, alguns parâmetros podem exercer influências contrárias nas médias e variâncias. Por exemplo, para o problema Ackley $\times$ Ackley N.4 (Figura 3.11), enquanto o tamanho de população no nível +1 ($T_P = 500$) diminui os valores das médias da função Ackley, este mesmo nível causa um aumento nos valores das variâncias.

Para avaliar se esses efeitos são significativos, foram modeladas as médias e variâncias de cada função otimizada, aplicando-se o algoritmo OLS no Minitab. O método de ajuste utilizado foi o *backward elimination*, que exclui todos os termos não significativos ($p - value > 0.05$) dos modelos. A Tabela 3.2 apresenta um resumo das interações encontradas em cada um dos modelos obtidos.

Tabela 3.2 – Resumo das interações significativas dos parâmetros com os pesos nos modelos obtidos

| Problema | Resposta | Interações significativas | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $T_P$ | $T_C$ | $T_M$ | $N_G$ | $F_S$ | $F_M$ | $F_C$ |
| Rastrigin × Rosenbrock | $F_1(Média)$ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| | $F_1(Variância)$ | | | | | | | |
| | $F_2(Média)$ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| | $F_2(Variância)$ | | | | | | | |
| Ackley × Rosenbrock | $F_1(Média)$ | | | | | ✓ | | |
| | $F_1(Variância)$ | | | | | ✓ | | |
| | $F_2(Média)$ | | | | | ✓ | | |
| | $F_2(Variância)$ | | | | | ✓ | | |
| Rast Beale | $F_1(Média)$ | | | | | | | |
| | $F_1(Variância)$ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | ✓ |
| | $F_2(Média)$ | | | | | | | |
| | $F_2(Variância)$ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | ✓ |
| Ackleys | $F_1(Média)$ | | | | | | | |
| | $F_1(Variância)$ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | | |
| | $F_2(Média)$ | | | | | | | |
| | $F_2(Variância)$ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | | |
| ZDT4 | $F_1(Média)$ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| | $F_1(Variância)$ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| | $F_2(Média)$ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| | $F_2(Variância)$ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| VNT | $F_1(Média)$ | ✓ | ✓ | | ✓ | - | - | - |
| | $F_1(Variância)$ | | | | | - | - | - |
| | $F_2(Média)$ | ✓ | ✓ | | ✓ | - | - | - |
| | $F_2(Variância)$ | | ✓ | | | - | - | - |
| | $F_3(Média)$ | ✓ | ✓ | | ✓ | - | - | - |
| | $F_3(Variância)$ | | ✓ | | | - | - | - |

A análise da Tabela 3.2 confirma que cada problema otimizado pelo GA necessita de uma configuração diferente. Enquanto alguns modelos apresentaram interação com apenas um dos sete parâmetros, outros apresentaram interações significativas para todos os parâmetros. Foram obtidos também alguns modelos que não dependem do setup do

GA. Percebe-se também que o modelo de média de uma função pode apresentar interações significativas, enquanto o modelo de variância da mesma não depende dos parâmetros, e vice-versa.

## 3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO

Neste capítulo foi discutido a influência dos parâmetros do GA nas otimizações de seis diferentes problemas de teste utilizando o método NBI-GA. Foi possível verificar que diferentes configurações dos parâmetros do GA podem gerar diferentes resultados para um mesmo subproblema do NBI e que isso varia para cada problema otimizado. Com isso, ressalta-se a importância de se adaptar as configurações do algoritmo de busca para as diferentes combinações de peso atribuídas às funções objetivo no NBI.

# 4 MÉTODO FA-NBI-GA PARA OTIMIZAÇÃO DE PROBLEMAS MULTIVARIADOS

Como já mencionado, o objetivo deste estudo é propor uma metodologia que possibilite a otimização de problemas multivariados pelo método de Interseção Normal à Fronteira, permitindo a redução da dimensionalidade do problema e a otimização simultânea da configuração de pesos do problema multiobjetivo e parâmetros do algoritmo genético utilizado como algoritmo de busca.

Os pontos mais importantes discutidos até aqui e que são a base do procedimento proposto neste trabalho são sumarizados a seguir:

- O algoritmo genético é um dos algoritmos mais utilizados para a otimização de problemas restritos com múltiplas funções objetivo, porém existe uma certa dificuldade para definir a melhor configuração para seus parâmetros;
- Se o GA for utilizado como algoritmo de busca em conjunto com o método NBI, pode haver interações significativas entre os pesos atribuídos às funções nos subproblemas do NBI e as configurações dos parâmetros do algoritmo, dado que a complexidade do problema varia com a distribuição dos pesos;
- É possível otimizar os pesos dos subproblemas do NBI e os parâmetros do algoritmo genético através da utilização de um arranjo de misturas combinado com varáveis de processo, modelando-se uma função de avaliação;
- O método NBI não é adequado para solução de problemas multiobjetivo com respostas correlacionadas, pois o conflito de objetivos entre funções correlacionadas pode levar a soluções inadequadas. Além disso, um grande número de respostas pode tornar a utilização deste método exaustiva, devido ao grande número de subproblemas;
- A análise fatorial pode ser utilizada para reduzir dimensionalidade e gerar eixos independentes que quando rotacionados permitem que a explicação das respostas seja máxima;

## 4.1 PROCEDIMENTO PROPOSTO

Dadas as discussões anteriores, este trabalho propõe uma combinação de métodos (FA, NBI, DOE, GA) que, aplicados em conjunto, podem conduzir a otimização adequada de problemas multivariados. A Figura 4.1 ilustra as etapas de desenvolvimento do método FA-NBI-GA, para um melhor entendimento da proposta deste estudo. As etapas de análise estão detalhadas a seguir.

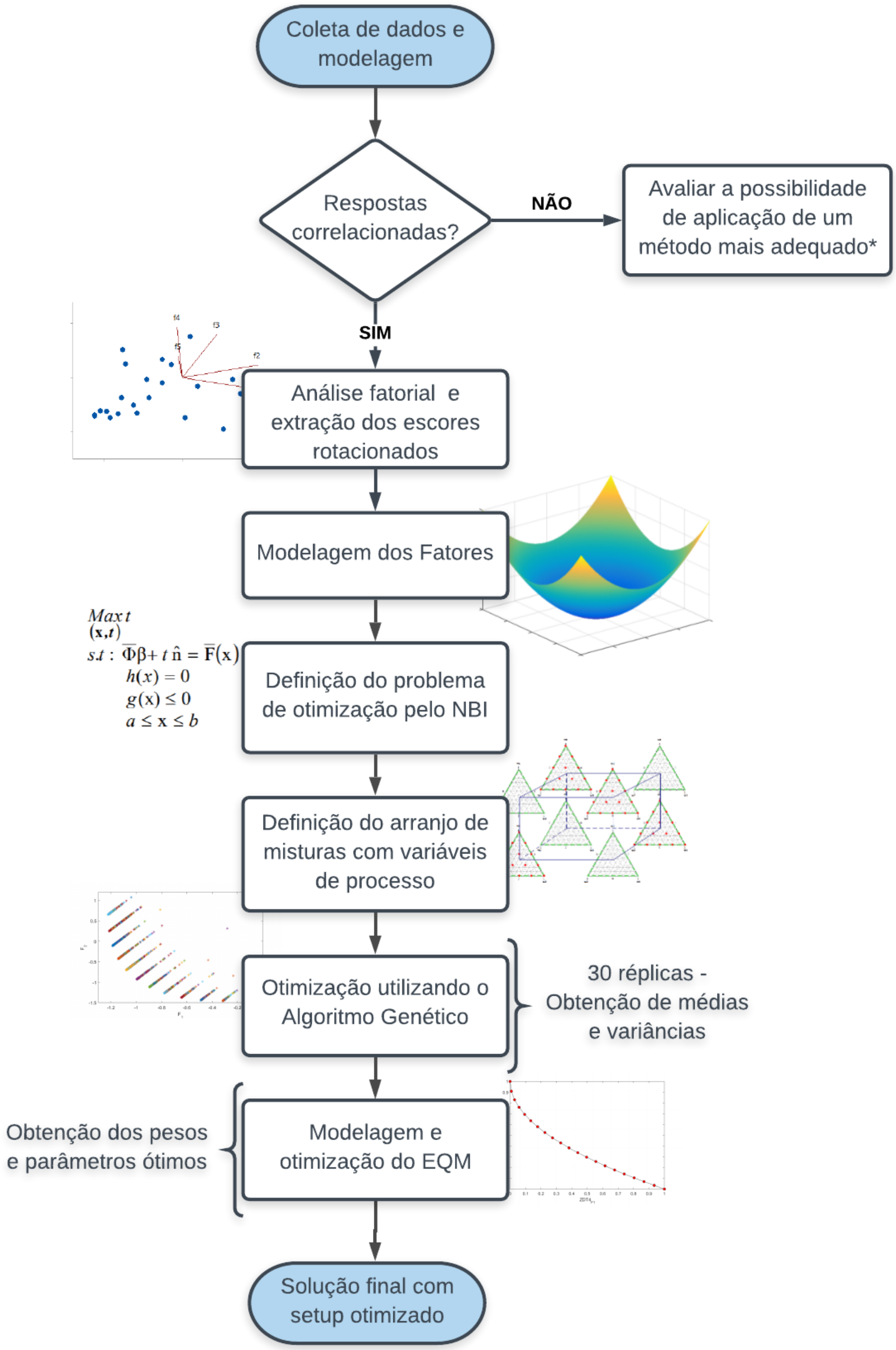



Figura 4.1 – Etapas do método proposto FA-NBI-GA

**1) Coleta dos dados e modelagem**

O primeiro passo para aplicação do método FA-NBI-GA é a definição o processo a ser otimizado, assim como as respostas que serão avaliadas e os parâmetros de entrada. Caso ainda não se tenha as respostas modeladas, é indicada a utilização da metodologia de planejamento de experimentos para coleta de dados e modelagem.

**2) Análise de correlação**

No segundo passo deve-se realizar a análise de correlação, que permite identificar o grau de dependência entre os pares das respostas de interesse. Se for provada a existência de alta correlação entre as respostas, deve-se seguir com a aplicação das próximas etapas. Caso não haja correlações altas ou significativas, deve-se avaliar se há algum método mais adequado, especialmente se o número de respostas for grande. O método FA-NBI-GA pode funcionar mesmo sem correlação entre as respostas, mas não haverá a redução da dimensionalidade do problema, uma vez que a análise fatorial não agrupará as respostas similares. Com isso, a aplicação do método NBI pode se tornar inviável, devido ao grande número de subproblemas.

**3) Análise fatorial:**

Na terceira etapa, a análise fatorial deve ser aplicada para o conjunto de respostas modeladas. Os escores dos fatores devem ser extraídos e armazenados juntamente com seus respectivos autovalores e autovetores. Deve-se selecionar um número de fatores que seja capaz de explicar no mínimo 80% da variância dos dados. Nota-se que, apesar de ser possível extrair um número de fatores igual ao número de respostas originais, geralmente um número bem menor de fatores já é capaz de garantir a explicação da variância dos dados e, portanto, reduzir a dimensionalidade do problema. Como os autovetores da análise fatorial são os próprios coeficientes de correlação do fator com as respostas originais, avaliando-se estes autovetores é possível determinar qual fator representa determinadas funções e os sentidos de otimização dos fatores podem então ser definidos com base nessa correlação.

**4) Modelagem dos fatores:**

A próxima etapa consiste na modelagem dos fatores em função dos parâmetros de entrada. O algoritmo OLS deve ser aplicado para os escores armazenados e as equações para os fatores podem ser estabelecidas. Estes modelos serão utilizadas como novas respostas do problema de otimização, substituindo as respostas originais.

**5) Definição do problema de otimização pelo método NBI**

Pela análise das correlações entre os fatores e as respostas originais (dadas pelos autovetores da análise fatorial), é possível determinar o objetivo de otimização de cada fator extraído. Com as otimizações individuais restritas destes fatores pode-se determinar os pontos de Utopia e Nadir da matriz *Payoff* (segundo Eq. (2.3)) e realizar a normalização dos objetivos (segundo Eq. (2.4)).

**6) Definição do arranjo de misturas:**

No passo 6 um arranjo de misturas com variáveis de processo deve ser definido para que os testes com pesos das funções objetivo e as configurações dos parâmetros do algoritmo sejam determinados. No caso da avaliação de vários parâmetros diferentes, indica-se o uso de arranjos fracionados para reduzir o número de experimentos.

**7) Otimização utilizando o Algoritmo Genético:**

Prosseguindo com o método proposto, cada subproblema do NBI deve ser otimizado através do algoritmo genético, seguindo as configurações de pesos e parâmetros determinadas no arranjo experimental definido no passo anterior. Deve-se resolver cada teste em, no mínimo, 30 réplicas, devido à inicialização aleatória do algoritmo.

**8) Modelagem e otimização do EQM:**

Realizando-se 30 réplicas de cada ponto do arranjo experimental, pode-se obter as médias e variâncias para cada configuração de pesos e parâmetros testada. Como mostrado no Capítulo 3, os parâmetros do GA podem afetar as médias e variâncias de maneira diferente, o que torna necessária a avaliação destas duas métricas simultaneamente.

Uma maneira de se otimizar estas duas métricas ao mesmo tempo é minimizar o Erro Quadrático Médio de cada um dos fatores. Como apresentado na Seção 2.1.1, o EQM minimiza as distâncias entre as médias das funções e seus alvos ao mesmo tempo que minimiza a variância. Apesar de ter sido proposto para aplicação em modelos de média e variância, para o método FA-NBI-GA é interessante que os valores de EQM sejam calculados para cada fator em cada um dos pontos do arranjo, para depois ser modelado. Este cálculo deve ser feito em cima das médias e variâncias das réplicas, segundo a Eq. (4.1), onde $F_{ii}$ é o ótimo individual (Utopia na matriz Payoff) de $F_i$.

$$EQM = (F_{im\acute{e}dio} - F_{ii})^2 + \sigma^2_{F_i} \tag{4.1}$$

Com os valores de EQM calculados, pode-se obter os modelos dos EQMs de cada fator, em função dos pesos e parâmetros do arranjo de misturas. Uma nova otimização com o método NBI deve então ser realizada com estes EQMs, para obtenção de uma fronteira ou superfície de Pareto com diferentes setups ótimos de parâmetros e pesos.

## 4.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método FA-NBI-GA foi apresentado neste capítulo, detalhando suas etapas de execução. Alguns outros detalhes são apresentados durante sua aplicação nos capítulos 5 e 6.

# 5 APLICAÇÃO TEÓRICA: OTIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES DE TESTE

Este capítulo apresenta a aplicação do método proposto (FA-NBI-GA) na otimização de um grupo de funções de teste, para avaliar a adequação do método de maneira mais generalizada e sem a influência de erros experimentais que podem ser encontrados no caso de aplicações em processos reais. Primeiramente, detalha-se o conjunto de funções de teste selecionadas e suas características, e logo após são aplicados todos os passos da metodologia proposta no Capítulo 4.

## 5.1 CONJUNTO DE FUNÇÕES DE TESTE

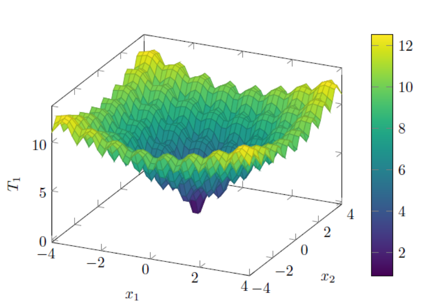
Como mencionado na seção anterior, existem diversas funções de teste apresentadas na literatura para a avaliação da performance de algoritmos genéticos. Para montar um conjunto de teste adequado, procurou-se por funções alto grau de similaridade, com valores mínimos iguais a zero, porém obtidos em pontos estacionários diferentes. Optou-se também pela escolha de funções unimodais e multimodais, que pudessem representar funções de processos reais.

Entretanto, muitas destas funções de teste com maior nível de similaridade possuem o mesmo mínimo global, $f(\mathbf{x}^*) = 0$ em $\mathbf{x}^* = (0, \dots, 0)$. Então, optou-se por modificar algumas dessas funções, adicionando ou removendo constantes que fossem capazes de deslocar os pontos estacionários. As funções de teste escolhidas para serem otimizadas simultaneamente pelo método FA-NBI-GA estão apresentadas na Tabela 5.1 e seus respectivos gráficos de superfície são exibidos na Figura 5.1.

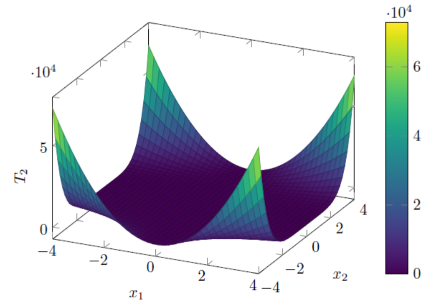
Tabela 5.1 – Conjunto de funções de teste para otimização pelo método FA-NBI-GA

| **Nome** | **Função** | **x*** | **f(x*)** |
|---|---|---|---|
| Ackley | $T_1 = -20exp\left[-0.2\sqrt{0.5(x_1^2+x_2^2)}\right] - exp\left[0.5(cos(2\pi x_1)+cos(2\pi x_2))\right] + 20 + exp(1)$ | (0, 0) | 0 |
| Beale | $T_2 = [1.5 - x_1(1-x_2)]^2 + [2.25 - x_1(1-x_2^2)]^2 + [2.625 - x_1(1-x_2^3)]^2$ | (3, 0.5) | 0 |
| Booth | $T_3 = (x_1 + 2x_2 - 7)^2 + (2x_1 + x_2 - 5)^2$ | (1, 3) | 0 |
| Cigar* | $T_4 = (x_1-2)^2 + 10^6[(x_1-2)^2 + (x_2-2)^2]$ | (2, 2) | 0 |
| Powel* | $T_5 = \|x_1-1\|^2 + \|x_2-2\|^3$ | (1, 2) | 0 |
| Schwefel 2.22* | $T_6 = \|x_1+1\| + \|x_2+1\| + \|x_1+1\| \times \|x_2+1\|$ | (-1,-1) | 0 |
| Sphere* | $T_7 = (x_1-3)^2 + (x_2-3)^2$ | (3, 3) | 0 |
| Sum Square* | $T_8 = (x_1+1)^2 + 2(x_2+2)^2$ | (-1, -2) | 0 |

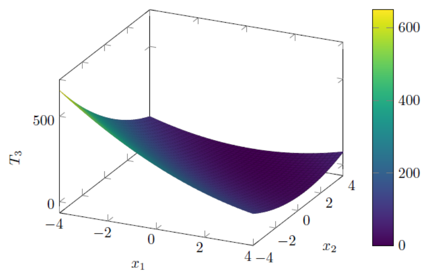
* Funções modificadas.



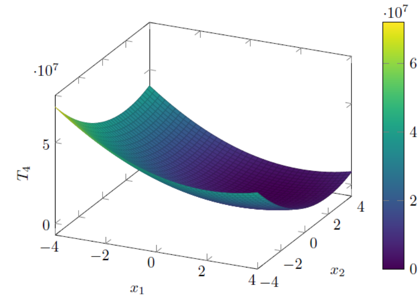

(a) Ackley



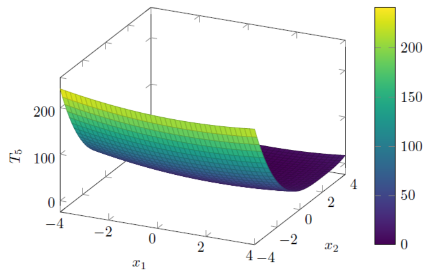

(b) Beale



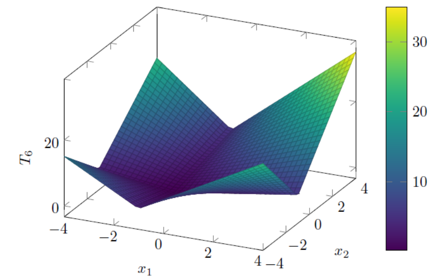

(c) Booth



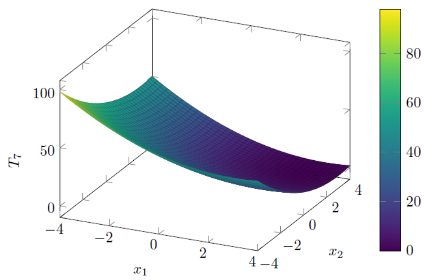

(d) Cigar (modificada)



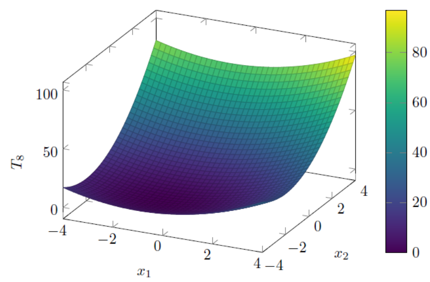

(e) Powell (modificada)




(f) Schwefell 2.22 (modificada)




(g) Sphere (modificada)




(h) Sum Square (modificada)

Figura 5.1 – Gráficos de superfície das funções de teste

## 5.2 OTIMIZAÇÃO PELO MÉTODO FA-NBI-GA

Nesta seção inicia-se a aplicação do procedimento experimental proposto neste trabalho. Para realizar as análises com as funções escolhidas, criou-se um conjunto arbitrário de pontos pertencentes a um intervalo comum de avaliação de todas as funções, $-4 \leq x_i \leq 4$, com $i = 1, 2$. Gerou-se um total de 10.000 pontos e o valor de cada função foi então calculado para cada um dos pontos gerados.

### 5.2.1 Análise de correlação entre as respostas

Primeiramente, é necessária uma avaliação da estrutura de correlação entre as funções de teste que serão otimizadas. Para tal, uma análise de correlação dos dados gerados foi realizada no *Minitab*®. Os resultados desta análise estão listados na Tabela 5.2, onde percebe-se a presença de correlações significativas entre todos os pares de respostas (p-value $\leq 0,05$).

Tabela 5.2 – Estrutura de correlação entre as funções de teste

| | Ackley | Beale | Booth | Cigar | Powell | Schwefel 2.22 | Sphere |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Beale | 0.502[1] | | | | | | |
| | 0.000[2] | | | | | | |
| Booth | 0.239 | 0.216 | | | | | |
| | 0.000 | 0.000 | | | | | |
| Cigar | 0.422 | 0.344 | 0.924 | | | | |
| | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | | | |
| Powell | 0.389 | 0.389 | 0.722 | 0.769 | | | |
| | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | | |
| Schwefel 2.22 | 0.621 | 0.548 | -0.319 | -0.206 | -0.064 | | |
| | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | |
| Sphere | 0.300 | 0.251 | 0.941 | 0.989 | 0.749 | -0.334 | |
| | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | |
| Sum Square | 0.426 | 0.330 | -0.575 | -0.446 | -0.470 | 0.773 | -0.552 |
| | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |

[1] Coeficiente de correlação de Pearson.
[2] p-value.

A comprovação de correlações moderadas e fortes entre alguns pares de respostas permite que o procedimento proposto possa ser aplicado, passando-se então à etapa de análise fatorial.

### 5.2.2 Análise Fatorial

Para determinar o número de fatores necessários para representar no mínimo 80% da variância do conjunto de dados gerados, aplicou-se primeiramente a análise de componentes principais. A auto análise da matriz de correlação está apresentada na Tabela 5.3, onde observa-se que a utilização de dois componentes é suficiente para explicar aproximadamente 85% da variância das oito funções de teste. O *scree plot* na Figura 5.2 também mostra que os autovalores se aproximam de zero a partir do terceiro componente, outro indicativo de que a extração de dois fatores é suficiente neste caso.

A análise fatorial foi então executada para extração dos escores rotacionados dos dois primeiros fatores. Para tanto, componentes principais foi selecionado como método

Tabela 5.3 – Auto análise da matriz de correlação das funções de teste

| | **PC1** | **PC2** | **PC3** | **PC4** | **PC5** | **PC6** | **PC7** | **PC8** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Autovalores** | 4.167 | 2.638 | 0.525 | 0.373 | 0.151 | 0.086 | 0.060 | 0.001 |
| **% Variância** | 0.521 | 0.330 | 0.066 | 0.047 | 0.019 | 0.011 | 0.007 | 0.000 |
| **% Variância Acumulada** | 0.521 | 0.851 | 0.916 | 0.963 | 0.982 | 0.992 | 1.000 | 1.000 |
| **Autovetores** | | | | | | | | |
| Ackley | 0.145 | 0.513 | -0.568 | -0.176 | -0.324 | -0.439 | -0.248 | -0.043 |
| Beale | 0.136 | 0.472 | 0.748 | 0.272 | -0.208 | -0.256 | -0.124 | -0.013 |
| Booth | 0.466 | -0.022 | -0.082 | 0.243 | 0.514 | 0.128 | -0.66 | 0.017 |
| Cigar | 0.474 | 0.087 | -0.141 | 0.25 | -0.043 | 0.054 | 0.436 | 0.701 |
| Powell | 0.417 | 0.118 | 0.209 | -0.719 | -0.186 | 0.463 | -0.055 | -0.011 |
| Schwefel 2.22 | -0.158 | 0.548 | 0.008 | -0.233 | 0.713 | -0.038 | 0.331 | -0.035 |
| Sphere | 0.479 | 0.000 | -0.117 | 0.268 | -0.032 | 0.058 | 0.42 | -0.711 |
| Sum Square | -0.302 | 0.438 | -0.183 | 0.361 | -0.203 | 0.709 | -0.094 | -0.025 |

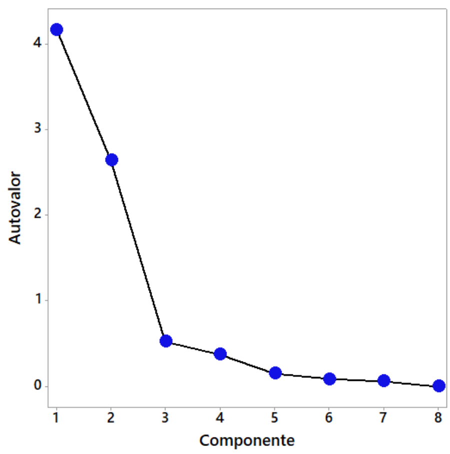



Figura 5.2 – *Scree plot*

de extração e utilizou-se também a rotação *varimax*. Os resultados desta análise estão apresentados na Tabela 5.4.

Percebe-se, através da Tabela 5.4, que o primeiro fator representa as funções $T_3$, $T_4$, $T_5$ e $T_7$, enquanto o segundo fator fica responsável pela representação das funções $T_1$, $T_2$, $T_6$ e $T_8$. Como todas as funções são de minimização e apresentam correlação positiva com seus respectivos fatores, os dois fatores deverão ser minimizados. Os escores rotacionados dos dois fatores extraídos estão apresentados em (PAULA *et al.*, 2019b). Estes escores serão utilizados para a definição dos modelos que serão otimizados.

### 5.2.3 Modelagem dos fatores

Prosseguindo na metodologia proposta neste trabalho, os fatores das funções de teste foram modelados no Minitab, utilizando-se a função de ajuste de modelo de regressão, partindo de um modelo quadrático e utilizando-se o método *backward elimination*,

Tabela 5.4 – Análise Fatorial baseada em Componentes Principais

| Variáveis | Não rotacionado | | Rotação Varimax | | Comunalidade |
|---|---|---|---|---|---|
| | Factor1 | Factor2 | Factor1 | Factor2 | |
| Ackley ($T_1$) | 0.295 | 0.834 | 0.323 | **0.824** | 0.783 |
| Beale ($T_2$) | 0.278 | 0.767 | 0.304 | **0.757** | 0.665 |
| Booth ($T_3$) | 0.952 | -0.036 | **0.950** | -0.068 | 0.907 |
| Cigar ($T_4$) | 0.967 | 0.141 | **0.971** | 0.108 | 0.954 |
| Powell ($T_5$) | 0.851 | 0.191 | **0.857** | 0.163 | 0.761 |
| Schwefel 2.22 ($T_6$) | -0.323 | 0.890 | -0.293 | **0.900** | 0.896 |
| Sphere ($T_7$) | 0.977 | 0.001 | **0.977** | -0.032 | 0.955 |
| Sum Square ($T_8$) | -0.616 | 0.711 | -0.592 | **0.731** | 0.884 |
| Autovalores | 4.167 | 2.638 | 4.165 | 2.640 | 6.805 |
| % Variância | 0.521 | 0.330 | 0.521 | 0.330 | 0.851 |

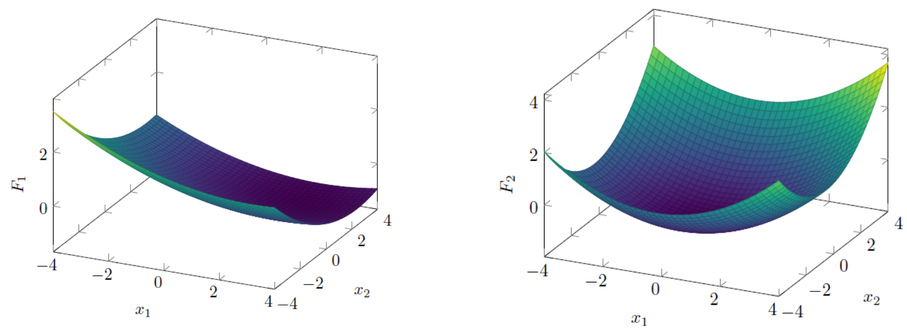
que remove os termos não significativos do modelo (aqueles com *p-value* menor que 0.05). Os coeficientes dos modelos de regressão obtidos para o primeiro ($F_1$) e o segundo fator ($F_2$) estão apresentados na Tabela 5.5. A Figura 5.3 apresenta os gráficos de superfície de cada um dos fatores.

Tabela 5.5 – Coeficientes dos modelos de regressão para os fatores

| **Termo** | **Coeficientes** | |
|---|---|---|
| | **F1** | **F2** |
| Constante | -0.554 | -1.418 |
| $x_1$ | -0.220 | 0.080 |
| $x_2$ | -0.333 | 0.130 |
| $x_1^2$ | 0.043 | 0.114 |
| $x_2^2$ | 0.059 | 0.147 |
| $x_1x_2$ | 0.013 | 0.008 |
| $R^2$ (%) | 99.72 | 94.45 |
| $R^2adj.$ (%) | 99.72 | 94.45 |
| S (erro padrão) | 0.053 | 0.236 |

### 5.2.4 Definição do problema de otimização pelo método NBI

Com os modelos de regressão obtidos para os escores fatoriais, a próxima etapa do método proposto é á definição do problema de otimização pelo método NBI. Têm-se um problema de minimização para $F_1$ e $F_2$, conforme indicado na Seção 5.2.2, portanto cada fator foi minimizado individualmente, levando à definição da matriz *Payoff* apresentada




(a) F1

(b) F2

Figura 5.3 – Gráficos de superfície para os fatores

na Eq. (5.1).

$$\Phi = \begin{bmatrix} -1.223 & -0.318 \\ 0.653 & -1.459 \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

Com os pontos de Utopia e Nadir da matriz *Payoff* (Eq. 5.1), pode-se realizar a normalização de $F_1$ e $F_2$, seguindo a Eq. (2.4), obtendo-se:

$$\bar{F}_1 = \frac{F_1 - (-1.223)}{-0.318 - (-1.223)} \tag{5.2}$$

$$\bar{F}_2 = \frac{F_2 - (-1.459)}{0.653 - (-1.459)} \tag{5.3}$$

Definidas as normalizações dos fatores, pode-se então reescrever a Eq. (2.6), do problema de otimização NBI para o caso biobjetivo, como:

$$\begin{aligned} &\text{Min } \bar{F}_1 \\ \texttt{s. a.: } &\bar{F}_1 - \bar{F}_2 + 2w - 1 = 0 \\ &-4 \leq x \leq 4 \\ &0 \leq w \leq 1 \end{aligned} \tag{5.4}$$

### 5.2.5 Definição do arranjo de misturas

Para este caso, optou-se por testar o comportamento de 4 parâmetros quantitativos e 3 parâmetros qualitativos do GA. A Tabela (5.6) apresenta os parâmetros testados e seus níveis.

Criou-se, então, um arranjo de misturas do tipo *simplex lattice* de grau 10, para dois componentes e sete variáveis de processo avaliadas em dois níveis. Optou-se pelo arranjo fracionado ($2^{k-1} = 2^{7-2}$), para reduzir a quantidade de experimentos, que no

Tabela 5.6 – Parâmetros do GA e níveis de teste

| **Parâmetros** | **Notação** | **Níveis de Teste** | |
|---|---|---|---|
| | | **-1** | **1** |
| Tamanho da População | $T_P$ | 100 | 500 |
| Taxa de Crossover | $T_C$ | 0.7 | 0.95 |
| Taxa de Mutação | $T_M$ | 0.001 | 0.1 |
| Número de Gerações | $N_G$ | 200 | 1000 |
| Função de Seleção | $F_S$ | *Roulette (Rou)* | *Tournament (Tou)* |
| Função de Mutação | $F_M$ | *Gaussian (Gau)* | *Adaptive Feasible (Adp)* |
| Função de Crossover | $F_C$ | *Double Point (DP)* | *Scattered (Sca)* |

arranjo completo seria igual a 1408. O arranjo foi gerado no *Minitab*®, resultando em 352 experimentos, com 11 combinações de pesos para cada configuração do algoritmo, como mostra o fragmento do arranjo apresentado na Tabela 5.7. O arranjo completo está apresentado no Apêndice A.

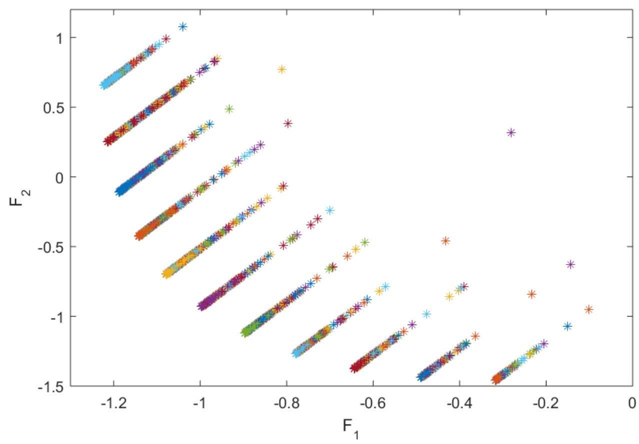
Tabela 5.7 – Fragmento do arranjo *simplex lattice* fracionado

| **Teste** | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_1}$ | **TP** | **TC** | **TM** | **NG** | **FS** | **FM** | **FC** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 2 | 0.9 | 0.1 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 3 | 0.8 | 0.2 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 4 | 0.7 | 0.3 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 5 | 0.6 | 0.4 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 6 | 0.5 | 0.5 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 7 | 0.4 | 0.6 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 8 | 0.3 | 0.7 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 9 | 0.2 | 0.8 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 10 | 0.1 | 0.9 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 11 | 0 | 1 | 100 | 0.7 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 122 | 1 | 0 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 123 | 0.9 | 0.1 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 124 | 0.8 | 0.2 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 125 | 0.7 | 0.3 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 126 | 0.6 | 0.4 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 348 | 0.4 | 0.6 | 500 | 0.95 | 0.1 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 349 | 0.3 | 0.7 | 500 | 0.95 | 0.1 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 350 | 0.2 | 0.8 | 500 | 0.95 | 0.1 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 351 | 0.1 | 0.9 | 500 | 0.95 | 0.1 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 352 | 0 | 1 | 500 | 0.95 | 0.1 | 1000 | Tou | Adp | Sca |

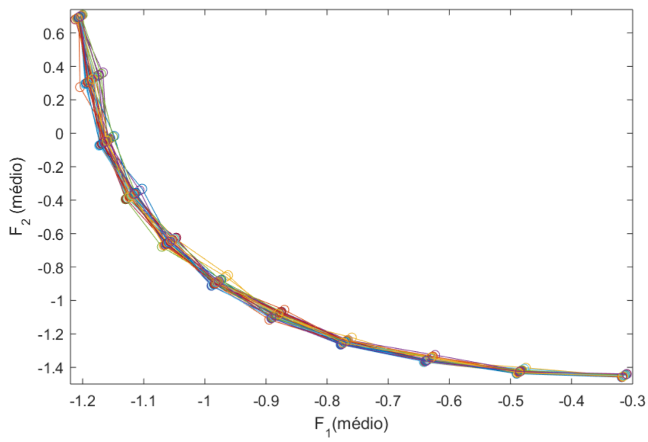
### 5.2.6 Otimização pelo Algoritmo Genético

O problema de otimização definido na Eq. 5.4 foi programado e executado no Matlab®, segundo o código descrito no Apêndice B. Cada experimento determinado no arranjo de misturas foi executado em 30 réplicas e os valores da médias e variâncias para cada um dos fatores e funções de teste foram computados e podem ser encontrados em Paula *et al.* (2019b).

A Figura a apresenta a distribuição dos pontos formados pelos resultados de $F_1$ e $F_2$ obtidos para cada um dos 352 experimentos em cada uma de suas 30 réplicas, onde é possível notar a variabilidade dos dados durante as réplicas. Já a Figura b apresenta as fronteiras das médias dos fatores encontrados para cada configuração do GA, dentre as 352 médias obtidas. Percebe-se que não há uma grande variabilidade aparente nas médias dos pontos para este caso.




(a) Resultados de $F_1 \times F_2$ para 30 réplicas dos 352 experimentos




(b) Valores médios das réplicas de $F_1$ e $F_2$

Figura 5.4 – Fronteiras formadas pelos resultados da otimização

### 5.2.7 Modelagem e otimização do EQM

Com as médias e variâncias dos resultados obtidos com as réplicas de $F_1$ e $F_2$, é possível calcular o erro médio quadrático de cada fator, para cada ponto do arranjo experimental segundo as Equações (5.5) e (5.6):

$$EQM_1 = (F_{1médio} - (-1.223))^2 + \sigma^2_{F_1}) \tag{5.5}$$

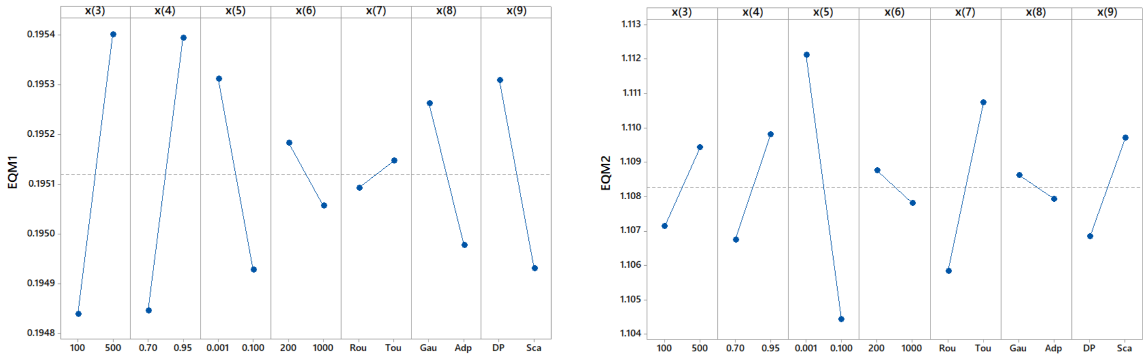
$$EQM_2 = (F_{2médio} - (-1.459))^2 + \sigma^2_{F_2}) \tag{5.6}$$

Com a análise do arranjo *simplex lattice* e os valores calculados, foi possível obter os modelos de $EQM_1$ e $EQM_2$, através do algoritmo OLS, em função dos pesos e parâmetros testados no arranjo. Também foi utilizado o método de ajuste *backward elimination*, que remove os termos não significativos do modelo. A Tabela 5.8 apresenta os coeficientes dos modelos definidos para os EQMs, onde pode-se notar a presença de interações significativas dos pesos com todos os parâmetros testados.

Tabela 5.8 – Coeficientes estimados para os EQMs

| $EQM_1$ | | $EQM_2$ | |
|---|---|---|---|
| **Termo** | **Coeficiente** | **Termo** | **Coeficiente** |
| $w_1$ | 0.001 | $w_1$ | 4.653 |
| $w_2$ | 0.825 | $w_2$ | -0.005 |
| $w_1w_2$ | -1.412 | $w_1w_2$ | -8.006 |
| $w_1w_2(w_1-w_2)$ | 0.807 | $w_1w_2(w_1-w_2)$ | -4.185 |
| $w_1w_2(w_1-w_2)^2$ | -0.205 | $w_1w_2(w_1-w_2)^2$ | -0.517 |
| $T_C$ | 0.001 | $w_1w_2(w_1-w_2)T_M$ | -0.065 |
| $w_1w_2(w_1-w_2)^2T_C$ | -0.028 | $w_1w_2(w_1-w_2)^2T_M$ | -0.127 |
| $w_1w_2(w_1-w_2)F_M$ | 0.007 | $w_1w_2(w_1-w_2)^2F_S$ | 0.096 |
| $w_1w_2(w_1-w_2)^2F_M$ | -0.010 | $w_1T_PF_M$ | 0.008 |
| $w_1w_2(w_1-w_2)T_PF_M$ | 0.008 | $w_1w_2(w_1-w_2)^2T_CF_S$ | -0.094 |
| $w_1w_2(w_1-w_2)^2T_PF_M$ | -0.010 | $w_1N_GF_C$ | -0.013 |
| $w_1w_2T_CF_S$ | -0.002 | $w_1w_2N_GF_C$ | 0.032 |
| $w_2T_MF_C$ | 0.001 | $w_1w_2(w_1-w_2)^2N_GF_C$ | -0.133 |
| $w_1w_2T_MF_C$ | -0.006 | | |
| $w_1w_2(w_1-w_2)T_MF_C$ | 0.007 | | |
| $w_2N_GF_M$ | 0.001 | | |
| $R^2$ (%) | 99.98 | | 99.95 |
| $R^2adj.$ (%) | 99.98 | | 99.95 |
| S (erro padrão) | 0.004 | | 0.032 |

A Figura 5.5 apresenta os gráficos de efeitos principais de $EQM_1$ e $EQM_2$. Na Figura 5.5a, percebe-se que os dois parâmetros que causam maior variação nas médias de $EQM_1$ são $T_P$ e $T_C$, que em seus níves inferiores geram médias de EQM menores. Já para o $EQM_2$, pode-se notar que o parâmetro que causa maior variação na média é a taxa de mutação, que leva à menores valores de $EQM_2$ quando utilizada no seu nível superior (Figura5.5b).




(a) EQM1 (b) EQM2

Figura 5.5 – Gráficos de efeitos principais para os EQMs

Para se obter a fronteira de configurações de pesos e parâmetros, o método NBI foi aplicado novamente. Realizou-se a minimização de $EQM_1$ e $EQM_2$, segundo a Eq. (5.7), onde $w_i$ representa os pesos atribuídos aos fatores na otimização anterior, $p_j$ representa cada um dos parametros do GA e $\beta$ é o peso dado aos EQMs. Este problema foi otimizado utilizando a função *fmincon* do Matlab, que utiliza o algoritmo de pontos interiores, o que resultou na fronteira de Pareto exibida na Figura 5.6 e nos resultados apresentados na Tabela 5.9.

$$
\begin{aligned}
&\text{Min } E\bar{Q}M_1 \\
\texttt{s. a.:}\ & E\bar{Q}M_1 - E\bar{Q}M_2 + 2\beta - 1 = 0 \\
& \sum_{i=1}^{2} w_i = 1 \\
& 0 \leq w_i \leq 1 \\
& -1 \leq p_j \leq 1
\end{aligned}
\tag{5.7}
$$

Os resultados na Tabela 5.9 sugerem combinações de parâmetros que podem ser usadas para cada combinação de pesos da fronteira de Pareto. Pode-se notar que, enquanto os parâmetros quantitativos variam dentro dos limites inferior e superior, a funções (parâmetros qualitativos) que minimizam os EQMs estão sempre em seu nível superior. É possível avaliar qual ponto desta fronteira minimiza o $EQM_{total}$, somando-se os valores de $EQM_1$ e $EQM_2$. Neste caso, o ponto que apresenta o erro quadrático total mínimo é o ponto de número 9, onde encontrou-se o setup ótimo para o algoritmo NBI-GA apresentado na Tabela 5.10.

Para confirmação dos resultados, o problema de otimização inicial foi otimizado com o setup indicado na Tabela 5.10 em 30 réplicas. Os resultados encontrados estão

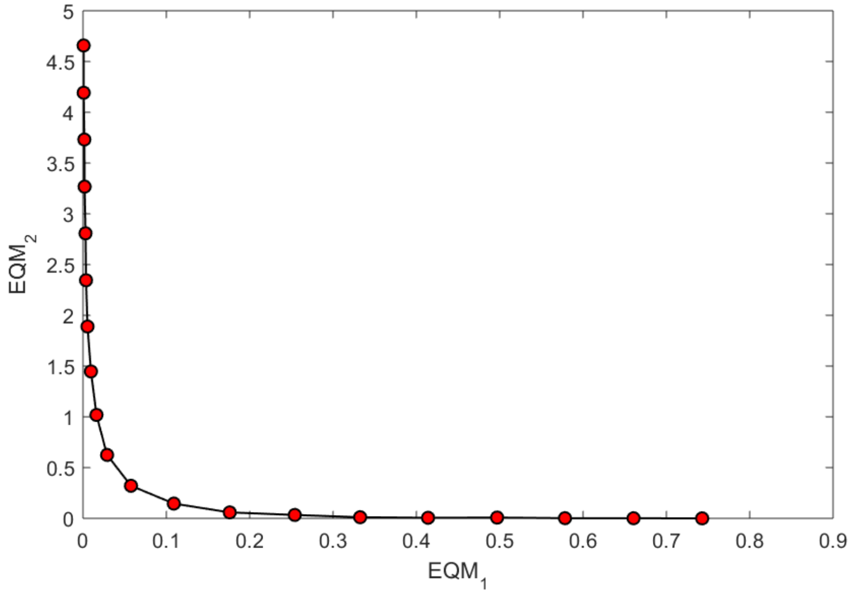



Figura 5.6 – Fronteira de Pareto - otimização dos EQMs.

Tabela 5.9 – Resultados da otimização dos EQMs

| **Ponto** | $\beta$ | $w_1$ | $w_2$ | $T_P$ | $T_C$ | $T_M$ | $N_G$ | $F_S$ | $F_M$ | $F_C$ | $EQM_1$ | $EQM_2$ | $EQM_{Total}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.00 | 0.02 | 0.98 | -0.026 | 0.275 | 0.171 | 0.318 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.774 | 0.000 | 0.774 |
| 2 | 0.05 | 0.04 | 0.96 | -0.603 | 0.949 | 0.915 | 0.956 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.698 | 0.000 | 0.698 |
| 3 | 0.10 | 0.07 | 0.93 | 0.001 | -0.040 | -0.019 | -0.042 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.632 | 0.014 | 0.645 |
| 4 | 0.15 | 0.09 | 0.91 | 0.005 | -0.036 | -0.015 | -0.038 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.558 | 0.017 | 0.575 |
| 5 | 0.20 | 0.13 | 0.87 | 0.005 | -0.031 | -0.011 | -0.031 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.484 | 0.019 | 0.503 |
| 6 | 0.25 | 0.16 | 0.84 | 0.074 | 0.006 | 0.029 | -0.033 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.409 | 0.021 | 0.430 |
| 7 | 0.30 | 0.21 | 0.79 | -0.994 | 0.998 | 0.989 | 0.998 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.327 | 0.012 | 0.338 |
| 8 | 0.35 | 0.26 | 0.74 | -0.994 | 0.998 | -0.939 | 0.997 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.259 | 0.023 | 0.282 |
| 9 | 0.40 | 0.31 | 0.69 | -0.975 | 0.985 | -0.947 | 0.953 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.198 | 0.045 | 0.243 |
| **10** | **0.45** | **0.36** | **0.64** | **-0.994** | **0.993** | **-0.987** | **-0.986** | **1.000** | **1.000** | **1.000** | **0.148** | **0.083** | **0.230** |
| 11 | 0.50 | 0.41 | 0.59 | -0.991 | 0.918 | 0.171 | -0.991 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.110 | 0.139 | 0.249 |
| 12 | 0.55 | 0.45 | 0.55 | -0.965 | -0.371 | 0.359 | -0.970 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.083 | 0.209 | 0.292 |
| 13 | 0.60 | 0.49 | 0.51 | -0.989 | -0.983 | 0.989 | -0.990 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.063 | 0.290 | 0.353 |
| 14 | 0.65 | 0.52 | 0.48 | -0.988 | -0.310 | 0.995 | -0.961 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.049 | 0.381 | 0.430 |
| 15 | 0.70 | 0.55 | 0.45 | -0.988 | -0.982 | 0.992 | -0.984 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.039 | 0.476 | 0.515 |
| 16 | 0.75 | 0.58 | 0.42 | -0.988 | -0.975 | 0.992 | -0.980 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.032 | 0.576 | 0.607 |
| 17 | 0.80 | 0.60 | 0.40 | -0.009 | 0.027 | 0.006 | 0.022 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.028 | 0.680 | 0.708 |
| 18 | 0.85 | 0.63 | 0.37 | -0.009 | 0.041 | 0.012 | 0.040 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.023 | 0.784 | 0.807 |
| 19 | 0.90 | 0.65 | 0.35 | 0.001 | 0.008 | 0.001 | 0.010 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.020 | 0.889 | 0.908 |
| 20 | 0.95 | 0.67 | 0.33 | -0.987 | 0.971 | 0.988 | -0.964 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.016 | 0.993 | 1.008 |
| 21 | 1.00 | 0.68 | 0.32 | -0.025 | 0.025 | 0.008 | 0.004 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.015 | 1.102 | 1.116 |

apresentadas na Tabela 5.11.

Pode-se notar que os resultados de EQM na confirmação se aproximam dos resultados encontrados na fronteira. Porém, percebe-se que os valores encontrados para as respostas originais estão bem longe de seus mínimos individuais ($f(\mathbf{x}^*) = 0$). Isso se deve ao fato de que a maioria dessas funções são muito sensíveis a qualquer pequena variação nos valores de $x_i$. Então, os resultados obtidos são comparados com as estatísticas da distribuição dos valores calculados inicialmente para cada uma dessas funções. Esta comparação é apresentada na Tabela 5.12.

Tabela 5.10 – Setup ótimo no ponto de menor $EQM_{total}$

| **Variável** | **Descrição** | **Setup ótimo (Decodificado)** |
|---|---|---|
| $w_1$ | Peso atribuído para $F_1$ | 0.36 |
| $w_2$ | Peso atribuído para $F_2$ | 0.64 |
| $T_P$ | Tamanho da população | 50 |
| $T_C$ | Taxa de *Crossover* | 0.90 |
| $T_M$ | Taxa de Mutação | 0.002 |
| $N_G$ | Número de Gerações | 202 |
| $F_S$ | Função de Seleção | *Tournament* |
| $F_M$ | Função de Mutação | *Adaptive Feasible* |
| $F_C$ | Função de *Crossover* | *Scattered* |

Tabela 5.11 – Resultados das 30 réplicas de confirmação

| **Réplica** | **x1** | **x2** | **F1** | **F2** | **Ackley** | **Beale** | **Booth** | **Cigar** | **Powel** | **Schwefel** | **Sphere** | **Sum Squares** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.30 | 0.83 | -0.848 | -1.174 | 3.99 | 12.94 | 38.16 | 4255259.8 | 2.10 | 5.51 | 12.00 | 17.67 |
| 2 | -0.33 | 1.22 | -0.799 | -1.061 | 5.10 | 12.02 | 43.71 | 6035644.6 | 2.25 | 4.38 | 14.26 | 21.13 |
| 3 | 0.70 | 0.57 | -0.851 | -1.182 | 4.57 | 8.79 | 35.90 | 3745244.3 | 3.04 | 5.93 | 11.21 | 16.06 |
| 4 | 0.60 | 0.63 | -0.853 | -1.185 | 4.56 | 9.95 | 36.39 | 3829072.1 | 2.71 | 5.85 | 11.36 | 16.43 |
| 5 | 1.26 | 0.18 | -0.819 | -1.106 | 4.82 | 3.16 | 34.21 | 3858984.3 | 6.10 | 6.11 | 10.98 | 14.62 |
| 6 | 0.57 | 0.65 | -0.853 | -1.185 | 4.55 | 10.31 | 36.57 | 3863215.6 | 2.63 | 5.81 | 11.42 | 16.54 |
| 7 | 0.15 | 0.92 | -0.841 | -1.158 | 3.10 | 13.90 | 39.34 | 4587102.2 | 1.98 | 5.28 | 12.44 | 18.40 |
| 8 | 1.13 | 0.28 | -0.831 | -1.134 | 4.43 | 4.25 | 34.46 | 3738369.7 | 5.14 | 6.11 | 10.94 | 14.87 |
| 9 | 0.65 | 0.60 | -0.852 | -1.184 | 4.57 | 9.37 | 36.13 | 3782493.8 | 2.87 | 5.89 | 11.28 | 16.24 |
| 10 | 1.91 | -0.30 | -0.721 | -0.877 | 6.20 | 1.68 | 34.53 | 5304698.8 | 13.03 | 5.65 | 12.08 | 14.26 |
| 11 | 0.57 | 0.65 | -0.853 | -1.185 | 4.55 | 10.31 | 36.57 | 3863244.3 | 2.63 | 5.81 | 11.42 | 16.54 |
| 12 | 0.75 | 0.53 | -0.850 | -1.179 | 4.54 | 8.17 | 35.63 | 3709629.4 | 3.23 | 5.97 | 11.14 | 15.89 |
| 13 | 0.93 | 0.41 | -0.844 | -1.164 | 4.37 | 6.22 | 35.00 | 3670151.8 | 4.00 | 6.06 | 10.99 | 15.36 |
| 14 | 0.21 | 0.89 | -0.844 | -1.165 | 3.47 | 13.60 | 38.89 | 4452948.7 | 2.01 | 5.37 | 12.27 | 18.11 |
| 15 | 0.66 | 0.59 | -0.852 | -1.184 | 4.57 | 9.22 | 36.08 | 3772540.6 | 2.91 | 5.90 | 11.26 | 16.19 |
| 16 | 0.78 | 0.51 | -0.850 | -1.178 | 4.53 | 7.89 | 35.56 | 3701093.5 | 3.33 | 5.98 | 11.12 | 15.80 |
| 17 | 0.57 | 0.65 | -0.853 | -1.185 | 4.55 | 10.31 | 36.57 | 3863184.0 | 2.63 | 5.81 | 11.42 | 16.54 |
| 18 | 0.97 | 0.38 | -0.841 | -1.159 | 4.34 | 5.77 | 34.87 | 3673963.8 | 4.22 | 6.08 | 10.97 | 15.25 |
| 19 | 0.57 | 0.65 | -0.853 | -1.185 | 4.55 | 10.31 | 36.57 | 3863251.7 | 2.63 | 5.81 | 11.42 | 16.54 |
| 20 | 0.46 | 0.72 | -0.852 | -1.183 | 4.44 | 11.47 | 37.16 | 3995238.4 | 2.37 | 5.70 | 11.62 | 16.97 |
| 21 | 0.51 | 0.69 | -0.852 | -1.185 | 4.50 | 10.92 | 36.87 | 3927518.0 | 2.49 | 5.76 | 11.52 | 16.76 |
| 22 | 0.57 | 0.65 | -0.853 | -1.185 | 4.55 | 10.31 | 36.57 | 3863231.7 | 2.63 | 5.81 | 11.42 | 16.54 |
| 23 | 0.57 | 0.65 | -0.853 | -1.185 | 4.55 | 10.31 | 36.57 | 3863203.4 | 2.63 | 5.81 | 11.42 | 16.54 |
| 24 | 0.57 | 0.65 | -0.853 | -1.185 | 4.55 | 10.31 | 36.57 | 3863211.3 | 2.63 | 5.81 | 11.42 | 16.54 |
| 25 | 0.57 | 0.65 | -0.853 | -1.185 | 4.55 | 10.31 | 36.57 | 3863226.1 | 2.63 | 5.81 | 11.42 | 16.54 |
| 26 | 0.60 | 0.63 | -0.853 | -1.185 | 4.56 | 9.95 | 36.37 | 3826942.9 | 2.71 | 5.85 | 11.36 | 16.43 |
| 27 | 0.04 | 0.99 | -0.834 | -1.141 | 2.66 | 14.20 | 40.24 | 4868978.6 | 1.95 | 5.10 | 12.81 | 19.00 |
| 28 | 0.57 | 0.65 | -0.853 | -1.185 | 4.55 | 10.31 | 36.57 | 3863265.5 | 2.63 | 5.81 | 11.42 | 16.54 |
| 29 | 0.57 | 0.65 | -0.853 | -1.185 | 4.55 | 10.24 | 36.53 | 3855622.3 | 2.64 | 5.82 | 11.41 | 16.52 |
| 30 | 0.43 | 0.74 | -0.851 | -1.182 | 4.38 | 11.78 | 37.35 | 4041107.8 | 2.31 | 5.67 | 11.69 | 17.10 |
| MÉDIA | | | -0.842 | -1.161 | 4.44 | 9.61 | 36.75 | 4046721.30 | 3.23 | 5.74 | 11.58 | 16.60 |
| Variância | | | 0.001 | 0.004 | 0.35 | 8.71 | 3.53 | 277486811922.39 | 4.24 | 0.12 | 0.45 | 1.76 |
| EQM | | | **0.146** | **0.093** | | | | | | | | |
| EQMtotal | | | **0.239** | | | | | | | | | |

Tabela 5.12 – Comparação dos resultados

| **Variável** | **n** | **Média** | **Mínimo** | **Q1** | **Mediana** | **Q3** | **Máximo** | **Média da confirmação** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ackley | 10000.00 | 8.48 | 0.25 | 7.02 | 8.88 | 10.20 | 12.54 | 4.44 |
| Beale | 10000.00 | 3670.20 | 0.00 | 23.30 | 177.60 | 2400.90 | 72769.20 | 9.61 |
| Booth | 10000.00 | 128.41 | 0.01 | 24.58 | 84.30 | 190.55 | 650.00 | 36.75 |
| Cigar | 10000.00 | 18882164.00 | 816.00 | 5508826.00 | 16263648.00 | 29532519.00 | 72000036.00 | 4046721.30 |
| Powell | 10000.00 | 48.16 | 0.00 | 6.66 | 19.78 | 71.55 | 241.00 | 3.23 |
| Schwefel 2.22 | 10000.00 | 8.88 | 0.02 | 4.10 | 7.30 | 12.21 | 35.00 | 5.74 |
| Sphere | 10000.00 | 28.88 | 0.00 | 10.82 | 26.61 | 43.56 | 98.00 | 11.58 |
| Sum Square | 10000.00 | 25.32 | 0.00 | 7.35 | 18.23 | 39.17 | 97.00 | 16.60 |

Os resultados da Tabela 5.12 mostram que os resultados médios da confirmação estão abaixo ou próximos dos valores do primeiro quartil dos dados calculados, indicando que estes são bons resultados, especialmente levando-se em consideração a grande sensibilidade destas funções. A Figura 5.7 também ilustra como os valores médios dos resultados da confirmação encontram-se dentre os menores valores obtidos no arranjo.

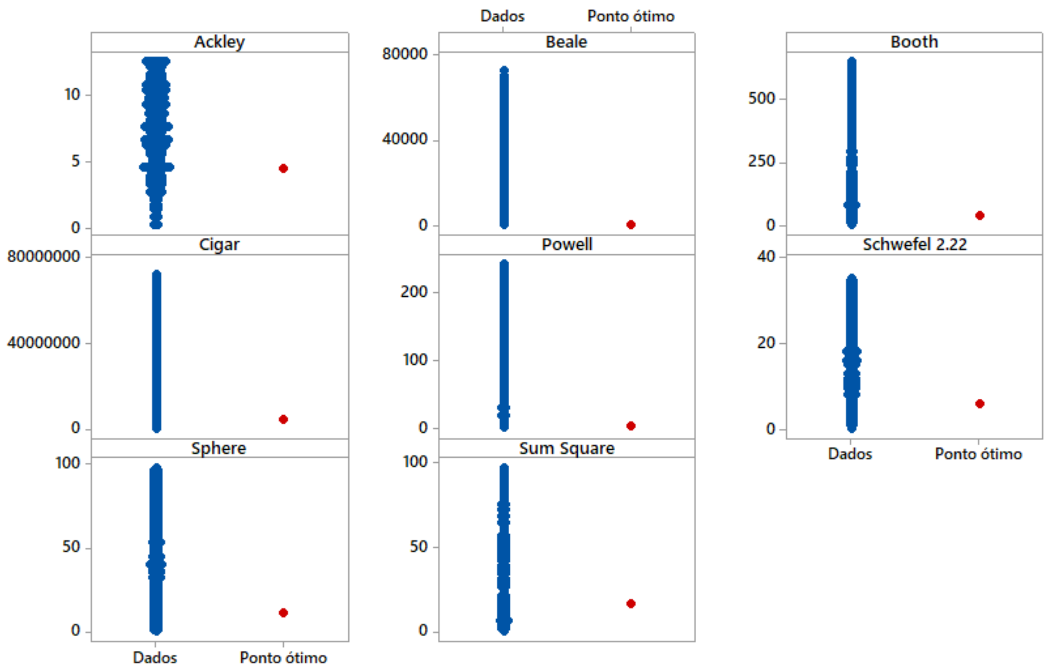



Figura 5.7 – Comparação dos resultados da otimização com os dados simulados

## 5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE O CAPÍTULO

Os resultados apresentados nesta seção basearam-se em experimentos computacionais com funções de teste geralmente utilizadas na avaliação da performance de algoritmos. A aplicação da análise fatorial permitiu a redução da dimensionalidade do problema, que passou de um problema de otimização com 8 funções para um problema bidimensional. A aplicação do método FA-NBI-GA permitiu a verificação de interações significativas entre os pesos dos subproblemas do NBI e todos os sete parâmetros do GA testados. Além disso, o método permitiu a obtenção de uma fronteira de configurações de parâmetros e pesos que podem ser utilizados na solução do problema inicial. O ponto da fronteira que apresentou um menor valor de $EQM_{total}$ foi confirmado e os resultados apresentados para as respostas originais, estão próximos dos mínimos individuais.

# 6 APLICAÇÃO PRÁTICA: OTIMIZAÇÃO DE UM PROCESSO DE USINAGEM A LASER

Este capítulo apresenta a aplicação prática da metodologia proposta neste estudo para otimização do processo de usinagem a laser do aço DIN X40CrMoV5-1. Optou-se pelo estudo deste processo pelo fato de ser uma tecnologia avançada de usinagem de materiais, com uma ampla diversidade de aplicações. É válido ressaltar que o objetivo deste capítulo não é explicar em detalhes o processo, mas sim a aplicação da metodologia de otimização.

As primeiras seções deste capítulo apresentam uma breve descrição do processo, das condições experimentais utilizadas para coleta de dados e de como a modelagem das respostas foi realizada. A Seção 6.5 apresenta detalhadamente a aplicação do método FA-NBI-GA na otimização de oito respostas do processo, em função de três parâmetros de entrada.

## 6.1 PROCESSO DE USINAGEM A LASER

A usinagem a laser (LBM - *Laser Beam Machining*) é um processo de usinagem não convencional com aplicações bastante versáteis nas indústrias automobilística, aeronáutica, nuclear, eletrônica, civil e de eletrodomésticos (DUBEY; YADAVA, 2008), sendo muito utilizada em perfuração, gravura, soldagem e tratamento de calor de materiais metálicos, compósitos e até não-metais (PARANDOUSH; HOSSAIN, 2014).

Uma das vantagens da usinagem a laser sobre os processos de usinagem convencionais é a remoção de material sem contato, gerando peças usinadas com elevada precisão e sem desgaste de ferramentas (BELINATO, 2018). A remoção de material no processo LBM se dá pelo alto fluxo de calor gerado pelo laser, que funde e vaporiza o material processado no ponto focalizado. Esta característica torna este processo adequado para o corte de perfis geometricamente complexos e para fazer furos em miniatura em chapas de metal (DUBEY; YADAVA, 2008).

Segundo Dubey e Yadava (2008), estudos experimentais em LBM têm avaliado os efeitos de parâmetros de entrada do processo, como a potência do laser, tipo e pressão do gás auxiliar, espessura e composição do material usinado, velocidade de corte, entre outros. Ainda segundo os autores, as características de qualidade mais pesquisadas para este processo são a taxa de remoção do material, largura de corte, diâmetro de furo, rugosidade da superfície, e propriedades mecânicas como a dureza, resistência, entre outras.

## 6.2 CONDIÇÕES EXPERIMENTAIS

Os dados para modelagem e otimização das respostas do processo de usinagem a laser do aço DIN X40CrMoV5-1 foram cedidos pela Dra. Gabriela Belinato, que realizou os experimentos no Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa, em Portugal. Alguns detalhes sobre as condições experimentais utilizadas estão descritos a seguir. Maiores detalhes sobre o funcionamento do processo e dos equipamentos podem ser encontrados na tese de Belinato (2018).

### 6.2.1 Material

O aço DIN X40CrMoV5-1, também identificado por W. Nr. 1.2344, é um aço ligado com bastante Crômio (5%), e que também inclui Silício, Vanádio e Molibdénio. Este aço apresenta excelentes propriedades mecânicas a altas temperaturas, com destaque para a resistência à fadiga e o fato de não ser vulnerável a fendas em caso de choque térmico. Outras propriedades que podem ser destacadas são a sua tenacidade e ductilidade, além da excelente resistência à abrasão a qualquer temperatura, devido à presença de Vanádio.

Dentre as principais aplicações do aço DIN X40CrMoV5-1 estão a produção de ferramentas de trabalho a quente e moldes de fundição. A fresagem a laser é muito utilizada na indústria de moldes, o que justifica a importância da otimização deste processo aplicado a tal aço.

A composição química[1] do aço DIN X40CrMoV5-1, utilizado nos experimentos, é apresentada na Tabela 6.1. Para realização dos experimentos, foi adquirida uma barra de $135 \times 45 \times 10$mm que já possuía as características necessárias para que se pudesse efetuar os ensaios, sem precisar de tratamento extra. Visto que a face da barra de $135 \times 45$mm permitiria a realização de todos os experimentos necessários lado a lado, optou-se por não cortar corpos de prova individuais.

Tabela 6.1 – Composição química do aço DIN X40CrMoV5-1

| Elemento | Fe | C | Si | Cr | V | Mo |
|---|---|---|---|---|---|---|
| % em Peso | 90,86 | 0,39 | 1,00 | 5,40 | 1,00 | 1,35 |

A realização de todos os ensaios em apenas uma barra garante uma maior eficiência na experimentação, dado que os ensaios podem ser realizados consecutivamente, sem a necessidade de substituição dos corpos de prova na máquina. A Figura 6.1 exibe a barra do aço após a realização dos experimentos.

[1] Dados do fornecedor. Disponível em: https://www.westyorkssteel.com/steel-specifications/din-standards/x40crmov5-1/. Acesso em Jun/2019.

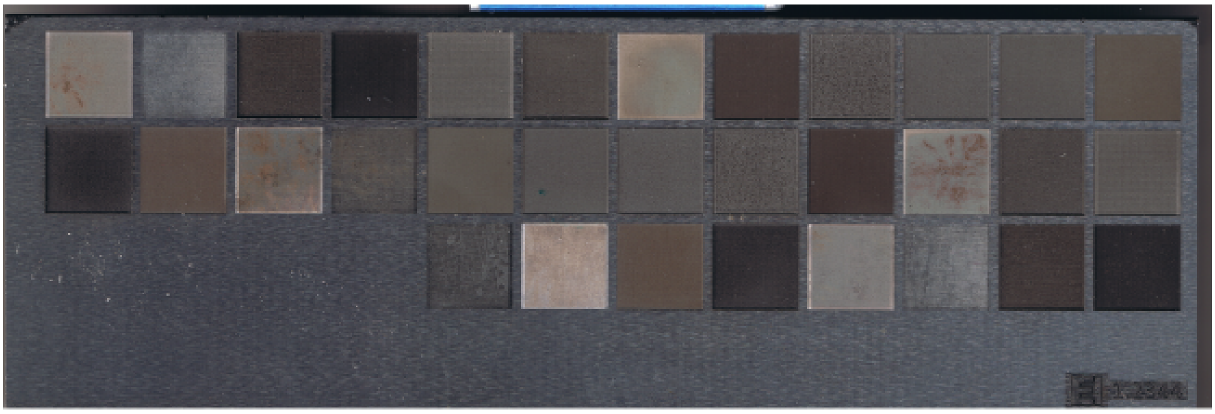


Figura 6.1 – Barra de aço DIN X40CrMoV5-1 após realização dos ensaios

### 6.2.2 Máquina

Para a realização dos experimentos, utilizou-se uma máquina de erosão a laser modelo Lasertec DML40SI, do fabricante DMG Mori, apresentada na Figura 6.2. Esta máquina utiliza uma unidade de laser contínuo Nd:YAG. A área de trabalho para usinagem é limitada a três eixos X-Y-Z com valores máximos de 400-300-500 mm respetivamente.


(a) Cabine de proteção e painel de operações

(b) Mesa de trabalho

Figura 6.2 – Máquina de erosão a laser Lasertec DML40SI

### 6.2.3 Respostas Analisadas

As respostas analisadas para este processo estão descritas no Quadro 6.1. Apesar de se tratar de um processo de desbaste, optou-se por analisar cinco respostas de rugosidade, que quando minimizadas, podem diminuir os custos do processo. Tais respostas foram medidas por um rugosímetro Surfcorder SE1200 da marca Kosaka Lab.

Optou-se também pela análise do desvio dimensional, que mostra a relação entre a profundidade desejada e a profundidade realmente encontrada na peça usinada. Esta característica deve ser minimizada, pois deseja-se que a profundidade após a usinagem seja igual à desejada quando a máquina foi programada.

A taxa de remoção de material também foi analisada, pois relaciona a quantidade de material removida durante o tempo de usinagem. Como deseja-se uma maior remoção de material em um menor período de tempo, deseja-se maximizar esta resposta.

Por último, também optou-se pela análise da potência consumida pela máquina, que foi medida através do analisador de rede portátil AR6 da marca Circutor. Esta resposta também deve ser minimizada.

Quadro 6.1 – Respostas medidas e calculadas para o processo de LBM

| | **Resposta (unidade)** | **Definição** | **Obj.** |
|---|---|---|---|
| $R_a$ | Desvio médio aritmético do perfil de rugosidades($\mu$m) | Média aritmética dos valores absolutos das ordenadas no comprimento da amostragem. Valor medido com um rugosímetro. | Min |
| $R_y$ | Rugosidade máxima ($\mu$m) | Definida como o maior valor das rugosidades parciais que se apresenta no percurso de medição. Valor medido com um rugosímetro. | Min |
| $R_z$ | Média das alturas máxima ($\mu$m) | Definida como a diferença entre o valor médio dos 5 maiores picos e das 5 maiores reentrâncias de irregularidades, medidas a partir de uma linha paralela à linha média e no comprimento de amostragem. Valor medido com um rugosímetro. | Min |
| $R_t$ | Rugosidade total ($\mu$m) | Distância vertical entre o pico mais alto e o vale mais profundo no comprimento de avaliação. Valor medido com um rugosímetro. | Min |
| $R_p$ | Altura máxima ($\mu$m) | Altura máxima do pico mais elevado da rugosidade, situado acima da linha média. Valor medido com um rugosímetro. | Min |
| DD | Desvio dimensional (mm) | Valor calculado como o módulo da diferença entre a profundidade desejada ($p$) e a profundidade encontrada ($Z$) depois da usinagem, segundo a equação : $DD = \|Z - p\|$ | Min |
| MRR | Taxa de remoção de material ($\frac{mm^3}{s}$) | Volume de material removido por segundo, calculado por $MRR = \frac{v}{t}$, onde $t$ é o tempo de usinagem em segundos e $v$ é o volume de material removido, obido como $v = a \times b \times c$ , onde $a$ e $b$ são os lados da cavidade (em mm) e $c$ é a profundidade (também em mm) | Max |
| Pot | Potência ($kWh$) | Valor de potência consumida, medida através de um analisador de rede portátil. | Min |

## 6.3 PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL

Para avaliação de respostas do processo LBM do aço DIN X40CrMoV5-1, foi criada uma matriz experimental com base na metodologia de Taguchi. Criou-se um arranjo do tipo L16, desenvolvido para três parâmetros que variam em quatro níveis, como mostrado na Tabela 6.2. O arranjo criado resultou em 16 experimentos, como apresentado na Tabela 6.3.

Tabela 6.2 – Parâmetros de entrada e seus respectivos níveis

| Parâmetros de entrada | Representação | Unidade | Níveis | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Frequência | f | (kHz) | 20 | 30 | 40 | 50 |
| Velocidade | V | (mm/s) | 150 | 300 | 400 | 600 |
| Intensidade | I | (%) | 30 | 50 | 70 | 90 |

Tabela 6.3 – Matriz experimental e resultados

| **Ensaio** | **f** | **V** | **I** | **Ra** | **Ry** | **Rz** | **Rt** | **Rp** | **DD** | **MRR** | **Pot** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 20 | 150 | 30 | 1.936 | 13.134 | 15.337 | 15.960 | 6.673 | 6.633 | 0.0048 | 4.437 |
| 2 | 20 | 300 | 50 | 3.755 | 25.200 | 18.951 | 29.601 | 11.850 | 11.810 | 0.0114 | 7.890 |
| 3 | 20 | 450 | 70 | 5.488 | 35.624 | 23.044 | 46.420 | 19.338 | 19.298 | 0.0206 | 12.886 |
| 4 | 20 | 600 | 90 | 13.506 | 72.078 | 48.635 | 90.558 | 40.360 | 40.320 | 0.0258 | 26.902 |
| 5 | 30 | 150 | 50 | 2.361 | 16.047 | 12.562 | 19.066 | 8.487 | 8.447 | 0.0066 | 5.647 |
| 6 | 30 | 300 | 30 | 0.780 | 5.767 | 4.744 | 6.589 | 3.053 | 3.013 | 0.0015 | 2.022 |
| 7 | 30 | 450 | 90 | 6.849 | 40.951 | 29.007 | 48.794 | 20.363 | 20.323 | 0.0308 | 13.572 |
| 8 | 30 | 600 | 70 | 4.139 | 27.151 | 19.984 | 32.736 | 13.245 | 13.205 | 0.0209 | 8.823 |
| 9 | 40 | 150 | 70 | 5.066 | 30.639 | 22.744 | 38.298 | 16.985 | 16.945 | 0.0112 | 11.314 |
| 10 | 40 | 300 | 90 | 7.197 | 40.362 | 30.230 | 48.154 | 19.846 | 19.806 | 0.0265 | 13.226 |
| 11 | 40 | 450 | 30 | 0.565 | 4.137 | 3.208 | 4.931 | 1.837 | 1.797 | 0.0005 | 1.211 |
| 12 | 40 | 600 | 50 | 1.056 | 7.587 | 6.205 | 8.838 | 3.993 | 3.953 | 0.0031 | 2.649 |
| 13 | 50 | 150 | 90 | 5.891 | 33.947 | 24.567 | 42.212 | 15.802 | 15.762 | 0.0108 | 10.525 |
| 14 | 50 | 300 | 70 | 2.958 | 18.644 | 14.486 | 22.432 | 9.831 | 9.791 | 0.0066 | 6.543 |
| 15 | 50 | 450 | 50 | 0.999 | 7.426 | 5.745 | 9.360 | 4.055 | 4.015 | 0.0015 | 2.690 |
| 16 | 50 | 600 | 30 | 0.514 | 4.010 | 3.053 | 4.962 | 1.732 | 1.692 | 0.0002 | 1.141 |

## 6.4 MODELAGEM DAS RESPOSTAS

Como mencionado na Seção 6.3, utilizou-se um arranjo de Taguchi para a aquisição dos dados. Entretanto, este tipo de arranjo não permite a criação dos modelos quadráticos para posterior otimização com o NBI. Portanto, para se obter os modelos quadráticos para as respostas deste processo, o arranjo L16 foi transformado em um arranjo de superfície de resposta, através do software estatístico *Minitab*®.

Para tal transformação, os antigos níveis 1, 2, 3 e 4 do arranjo L16 são respectivamente alterados para os níveis -1, -0.3333, 0.3333 e +1 do arranjo de superfície de resposta, como mostra a Tabela 6.4. A Figura 6.3 ilustra a distribuição dos pontos do arranjo dentro do espaço experimental cúbico da RSM.

Tabela 6.4 – Transformação do arranjo L16 em um arranjo de superfície de resposta

| **Ensaio** | Parâmetros não-codificados | | | Níveis codificados: Arranjo L16 | | | Níveis codificados: Superfície de Resposta | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **f** | **V** | **I** | **f** | **V** | **I** | **f** | **V** | **I** |
| 1 | 20 | 150 | 30 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 |
| 2 | 20 | 300 | 50 | 1 | 2 | 2 | -1 | -0.3333 | -0.3333 |
| 3 | 20 | 450 | 70 | 1 | 3 | 3 | -1 | 0.3333 | 0.3333 |
| 4 | 20 | 600 | 90 | 1 | 4 | 4 | -1 | 1 | 1 |
| 5 | 30 | 150 | 50 | 2 | 1 | 2 | -0.3333 | -1 | -0.3333 |
| 6 | 30 | 300 | 30 | 2 | 2 | 1 | -0.3333 | -0.3333 | -1 |
| 7 | 30 | 450 | 90 | 2 | 3 | 4 | -0.3333 | 0.3333 | 1 |
| 8 | 30 | 600 | 70 | 2 | 4 | 3 | -0.3333 | 1 | 0.3333 |
| 9 | 40 | 150 | 70 | 3 | 1 | 3 | 0.3333 | -1 | 0.3333 |
| 10 | 40 | 300 | 90 | 3 | 2 | 4 | 0.3333 | -0.3333 | 1 |
| 11 | 40 | 450 | 30 | 3 | 3 | 1 | 0.3333 | 0.3333 | -1 |
| 12 | 40 | 600 | 50 | 3 | 4 | 2 | 0.3333 | 1 | -0.3333 |
| 13 | 50 | 150 | 90 | 4 | 1 | 4 | 1 | -1 | 1 |
| 14 | 50 | 300 | 70 | 4 | 2 | 3 | 1 | -0.3333 | 0.3333 |
| 15 | 50 | 450 | 50 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0.3333 | -0.3333 |
| 16 | 50 | 600 | 30 | 4 | 4 | 1 | 1 | 1 | -1 |

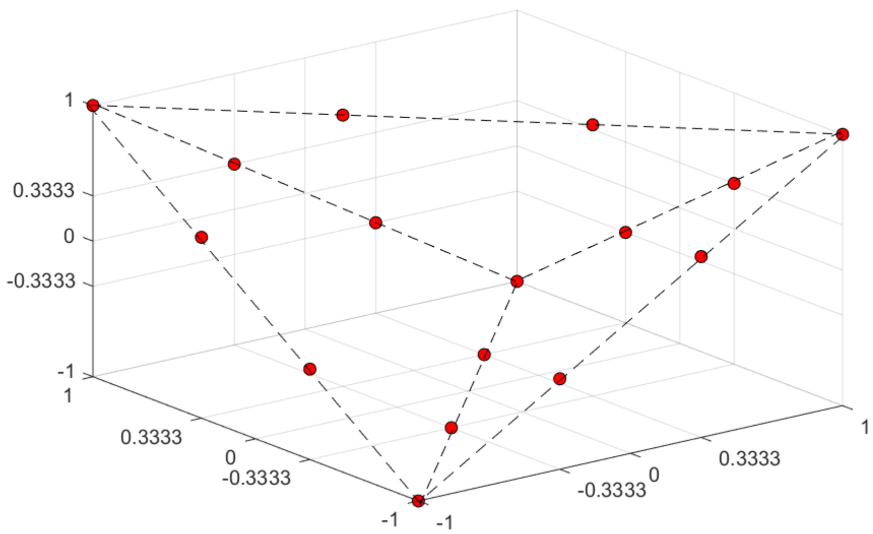



Figura 6.3 – Distribuição dos pontos do arranjo de superfície de resposta transformado

Assim, foi possível obter os modelos quadráticos para as 8 respostas analisadas.

A estimação dos coeficientes $\beta_i, \beta_{ii}$ e $\beta_{ij}$, como na Eq. (2.15),foi realizada através do *Minitab*®, utilizando o método dos Mínimos Quadrados Ordinários (OLS). Após estes cálculos, os coeficientes indicados na Tabela foram obtidos. Estes coeficientes representam os modelos quadráticos completos desenvolvidos para as respostas.

Tabela 6.5 – Coeficientes dos modelos de regressão para as respostas do processo LBM

| **Termo** | **Coeficientes** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Ra** | **Ry** | **Rz** | **Rt** | **Rp** | **DD** | **MRR** | **Pot** |
| Constante | 2.041 | 15.327 | 11.104 | 17.912 | 7.589 | 0.066 | 0.013 | 12.685 |
| $f$ | -1.254 | -8.505 | -5.159 | -10.863 | -4.091 | -0.025 | -0.006 | -0.287 |
| $V$ | -0.779 | -4.086 | -2.802 | -5.419 | -2.826 | -0.028 | 0.001 | 0.009 |
| I | 3.058 | 17.336 | 12.709 | 20.545 | 8.448 | 0.062 | 0.014 | 1.268 |
| $f^2$ | 0.989 | 5.263 | 3.534 | 7.608 | 3.070 | -0.027 | -0.003 | -0.193 |
| $V^2$ | 0.826 | 3.724 | 3.329 | 5.112 | 2.405 | -0.002 | -0.002 | 0.105 |
| $I^2$ | 1.605 | 6.478 | 4.930 | 7.792 | 3.077 | 0.029 | 0.003 | 0.154 |
| $f \times V$ | -1.055 | -4.649 | -1.011 | -7.312 | -3.435 | 0.031 | 0.005 | 0.077 |
| $f \times I$ | -1.992 | -9.894 | -4.708 | -13.245 | -6.908 | -0.022 | -0.001 | -0.055 |
| $V \times I$ | 0.612 | 1.651 | 2.544 | 1.751 | 2.113 | -0.042 | -0.001 | -0.310 |
| $R^2$ (%) | 96.12 | 97.46 | 96.31 | 97.66 | 96.75 | 93.26 | 97.21 | 97.98 |
| $R^2 - adj.$ (%) | 90.29 | 93.64 | 90.78 | 94.15 | 91.86 | 83.15 | 93.04 | 94.95 |
| S (erro padrão) | 1.066 | 4.620 | 3.727 | 5.547 | 2.843 | 0.019 | 0.003 | 0.218 |

A adequação dos modelos foi verificada através da Análise de Variância (ANOVA), realizada também no *Minitab*®. Optou-se pela utilização dos modelos quadráticos completos, pois todos apresentaram valores de $R^2$ superiores a 90% e valores de $R^2(adj.)$ superiores a 80%.

## 6.5 OTIMIZAÇÃO PELO MÉTODO FA-NBI-GA

Nesta seção inicia-se a aplicação do procedimento experimental proposto neste trabalho. Com as respostas do processo devidamente modeladas, pode-se então aplicar a análise fatorial e definir o problema de otimização pelo NBI, que será otimizado através do algoritmo genético.

### 6.5.1 Análise de correlação entre as respostas

Uma análise de correlação dos dados coletados nos experimentos foi realizada, também através da utilização do *Minitab*®. Os resultados desta análise estão listados na Tabela 6.6, onde os valores destacados em negrito são os coeficientes de correlação significativos, ou seja, que apresentam *p-value* $\leq 0,05$. Pela análise de correlação, pode-se observar a existência de correlações fortes e moderadas, com significância estatística, entre todos os pares de respostas, o que indica que pode-se prosseguir com a análise fatorial.

Tabela 6.6 – Estrutura de correlação entre as respostas do processo LBM

| | **Ra** | **Ry** | **Rz** | **Rt** | **Rp** | **DD** | **MRR** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Ry** | **0.996**[1] | | | | | | |
| | 0.000[2] | | | | | | |
| **Rz** | **0.987** | **0.991** | | | | | |
| | 0.000 | 0.000 | | | | | |
| **Rt** | **0.995** | **0.999** | **0.987** | | | | |
| | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | | | |
| **Rp** | **0.994** | **0.995** | **0.982** | **0.997** | | | |
| | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | | |
| **DD** | **0.610** | **0.621** | **0.634** | **0.607** | **0.572** | | |
| | 0.012 | 0.010 | 0.008 | 0.013 | 0.020 | | |
| **MRR** | **0.840** | **0.869** | **0.867** | **0.856** | **0.838** | **0.710** | |
| | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.002 | |
| **Pot** | **0.844** | **0.859** | **0.845** | **0.849** | **0.821** | **0.813** | **0.867** |
| | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |

[1] Coeficiente de correlação de Pearson.
[2] p-value.

### 6.5.2 Análise Fatorial

Antes de aplicar a análise fatorial, foi aplicada a análise de componentes principais, para determinar o número de componentes/ fatores capaz de representar mais de 80% da variância do conjunto de dados, através da auto análise da matriz de correlação. Os resultados apresentados na Tabela 6.7 mostram que a utilização de dois componentes é suficiente para explicar mais de 96% da variância das oito respostas, o que também pode ser verificado através do *scree plot* apresentado na Figura 6.4, que mostra que os autovalores se aproximam de zero a partir do terceiro componente.

Tabela 6.7 – Auto Análise da Matriz de Correlação

| | **PC1** | **PC2** | **PC3** | **PC4** | **PC5** | **PC6** | **PC7** | **PC8** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Autovalores** | 7.009 | 0.685 | 0.178 | 0.104 | 0.016 | 0.005 | 0.002 | 0.000 |
| **% Variância** | 0.876 | 0.086 | 0.022 | 0.013 | 0.002 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| **% Variância Acumulada** | 0.876 | 0.962 | 0.984 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| **Autovetores** | | | | | | | | |
| Ra | 0.37 | -0.216 | 0.194 | -0.011 | 0.122 | 0.86 | 0.005 | 0.156 |
| Ry | 0.373 | -0.191 | 0.073 | -0.019 | 0.05 | -0.09 | 0.418 | -0.796 |
| Rz | 0.371 | -0.172 | 0.093 | -0.175 | -0.86 | -0.12 | -0.175 | 0.095 |
| Rt | 0.371 | -0.215 | 0.11 | -0.007 | 0.223 | -0.377 | 0.534 | 0.572 |
| Rp | 0.367 | -0.271 | 0.13 | -0.057 | 0.417 | -0.299 | -0.71 | -0.063 |
| DD | 0.275 | 0.79 | 0.389 | -0.377 | 0.082 | -0.022 | 0.001 | -0.008 |
| MRR | 0.345 | 0.172 | -0.873 | -0.279 | 0.074 | 0.071 | -0.015 | 0.036 |
| Pot | 0.347 | 0.338 | -0.08 | 0.864 | -0.083 | -0.025 | -0.073 | 0.012 |

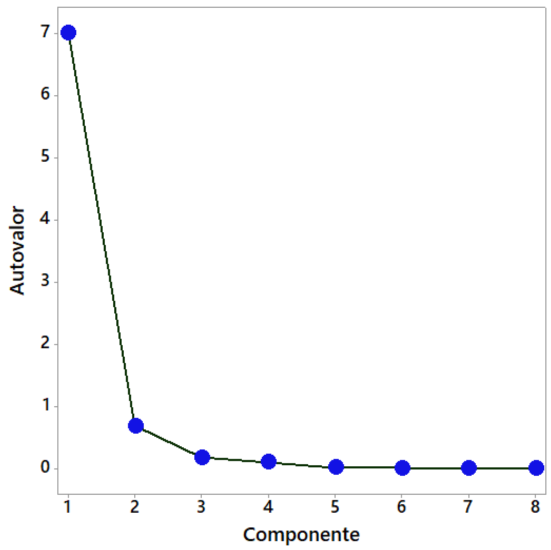



Figura 6.4 – *Scree plot*

Prosseguiu-se então com a análise fatorial para extração dos escores rotacionados de dois fatores, usando Análise de Componentes Principais como método de extração e a rotação varimax . Os resultados não-rotacionados e rotacionados desta análise são apresentados na Tabela 6.8. Entretanto, e possível verificar que, com a extração de apenas dois fatores, têm-se um problema de conflito de objetivos de otimização no Fator 1.

Tabela 6.8 – Análise Fatorial - extração de dois fatores

| Variáveis | Não rotacionado | | Rotação Varimax | | Comunalidade |
|---|---|---|---|---|---|
| | Factor1 | Factor2 | Factor1 | Factor2 | |
| Ra | 0.978 | -0.179 | **0.922** | 0.373 | 0.989 |
| Ry | 0.987 | -0.158 | **0.918** | 0.395 | 0.998 |
| Rz | 0.981 | -0.142 | **0.905** | 0.405 | 0.983 |
| Rt | 0.982 | -0.178 | **0.924** | 0.376 | 0.996 |
| Rp | 0.971 | -0.224 | **0.94** | 0.33 | 0.992 |
| DD | 0.729 | 0.654 | 0.265 | **0.942** | 0.958 |
| MRR | 0.915 | 0.142 | **0.696** | 0.61 | 0.857 |
| Pot | 0.918 | 0.280 | 0.625 | **0.728** | 0.921 |
| Autovalores | 7.0093 | 0.6852 | 5.1955 | 2.499 | 7.6945 |
| % Variância | 0.876 | 0.086 | 0.649 | 0.312 | 0.962 |

É possível verificar, observando os valores destacados na Tabela 6.8, que a otimização do primeiro fator implica na otimização simultânea das 5 características de rugosidade e da taxa de remoção de material. Todavia, tais repostas possuem sentido de otimização diferentes e correlações positivas com o fator que as representa. Por exemplo, a minimização do Fator 1 levaria a rugosidades mínimas, porém também minimizaria a MRR.

Uma alternativa encontrada para evitar este problema de conflito de objetivos foi utilizar então 3 fatores. Para este caso, com a utilização de um terceiro fator rotacionado, o primeiro fator representa as rugosidades, o segundo fator representa o desvio dimensional e a potência, e tem-se a taxa de remoção isolada no terceiro fator, como pode ser observado na Tabela 6.9. Como a MRR deve ser maximizada, mas apresenta correlação negativa com o Fator 3, este deverá então ser minimizado, assim como os outros dois fatores. Os escores rotacionados para os três fatores foram então armazenados para posterior modelagem de suas superfícies de resposta (Tabela 6.10).

Tabela 6.9 – Análise Fatorial - extração de três fatores

| Variáveis | Não rotacionado | | | Rotação Varimax | | | Comunalidade |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Factor1 | Factor2 | Factor3 | Factor1 | Factor2 | Factor3 | |
| Ra | 0.978 | -0.179 | 0.082 | **0.905** | 0.34 | -0.246 | 0.996 |
| Ry | 0.987 | -0.158 | 0.031 | **0.889** | 0.347 | -0.299 | 0.999 |
| Rz | 0.981 | -0.142 | 0.039 | **0.878** | 0.36 | -0.291 | 0.985 |
| Rt | 0.982 | -0.178 | 0.046 | **0.899** | 0.333 | -0.281 | 0.998 |
| Rp | 0.971 | -0.224 | 0.055 | **0.917** | 0.291 | -0.264 | 0.995 |
| DD | 0.729 | 0.654 | 0.164 | 0.274 | **0.938** | -0.173 | 0.985 |
| MRR | 0.915 | 0.142 | -0.368 | 0.573 | 0.453 | **-0.677** | 0.992 |
| Pot | 0.918 | 0.28 | -0.033 | 0.581 | **0.662** | -0.383 | 0.922 |
| Autovalores | 7.0093 | 0.6852 | 0.1775 | 4.7705 | 2.0837 | 1.0178 | 7.872 |
| % Variância | 0.876 | 0.086 | 0.022 | 0.596 | 0.26 | 0.127 | 0.984 |

Tabela 6.10 – Escores fatoriais rotacionados para o processo de LBM

| **Ensaio** | **Escores rotacionados** | | |
|---|---|---|---|
| | **F1** | **F2** | **F3** |
| 1 | -0.123 | -0.912 | 0.443 |
| 2 | 0.143 | -0.519 | -0.188 |
| 3 | 0.399 | -0.153 | -1.027 |
| 4 | 3.366 | -0.762 | 0.287 |
| 5 | -0.343 | -0.061 | 0.361 |
| 6 | -0.713 | -0.636 | 0.478 |
| 7 | -0.093 | 1.160 | -2.047 |
| 8 | -0.267 | -0.541 | -2.042 |
| 9 | 0.295 | 1.435 | 1.303 |
| 10 | -0.014 | 2.151 | -0.609 |
| 11 | -0.844 | -0.390 | 0.707 |
| 12 | -0.767 | -0.473 | 0.010 |
| 13 | 0.396 | 1.578 | 1.213 |
| 14 | 0.115 | -1.212 | -0.139 |
| 15 | -0.689 | -0.377 | 0.440 |
| 16 | -0.861 | -0.287 | 0.811 |

### 6.5.3 Modelagem dos fatores

Assim como na modelagem das respostas originais, os fatores foram modelados aplicando-se o algoritmo OLS para os escores de F1, F2 e F3. Os modelos completos de segunda ordem e seus respectivos ajustes estão apresentados na Tabela 6.11. Esta análise foi considerada para um nível de significância de 5% e todos os modelos apresentaram ajustes acima de 80%, o que indica que eles são adequados para representar os dados originais. Os gráficos de superfície de resposta para os três fatores são apresentados na Figura 6.5.

Tabela 6.11 – Coeficientes dos modelos de regressão para os fatores

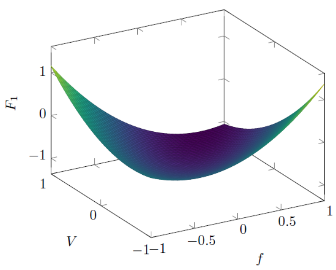
| **Termo** | **Coeficientes** | | |
|---|---|---|---|
| | **F1** | **F2** | **F3** |
| Constante | -0.854 | 0.138 | -0.817 |
| $f$ | -0.221 | -0.353 | 0.357 |
| $V$ | -0.327 | -0.620 | -1.013 |
| $I$ | 0.264 | 1.152 | -1.060 |
| $f^2$ | 0.761 | -0.758 | 0.482 |
| $V^2$ | 0.466 | -0.021 | 0.635 |
| $I^2$ | 0.302 | 0.520 | 0.325 |
| $f \times V$ | -0.889 | 0.613 | -0.899 |
| $f \times I$ | -0.727 | -0.207 | -0.800 |
| $V \times I$ | 0.520 | -1.117 | -0.199 |
| $R^2$ (%) | 95.42 | 99.38 | 99.01 |
| $R^2 adj.$ (%) | 88.56 | 98.46 | 97.52 |
| S (erro padrão) | 1.525 | 1.239 | 1.420 |

### 6.5.4 Definição do problema de otimização pelo método NBI

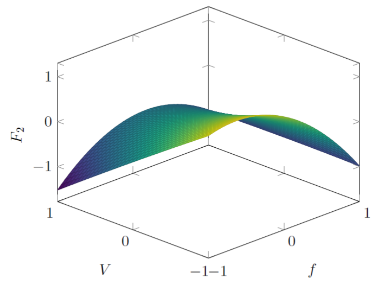
Com os fatores devidamente modelados, é possível definir o problema de otimização pelo método NBI. Como comentado na Seção 6.5.2, tem-se um problema de minimização para cada um dos fatores. A otimização individual restrita dos três fatores modelados levou à definição da matriz *Payoff* apresentada na Eq. (6.1).

$$\Phi = \begin{bmatrix} -1.2452 & 2.6530 & -0.7050 \\ 0.0396 & -2.5293 & -0.6527 \\ 0.4629 & 4.5550 & -2.9890 \end{bmatrix} \tag{6.1}$$

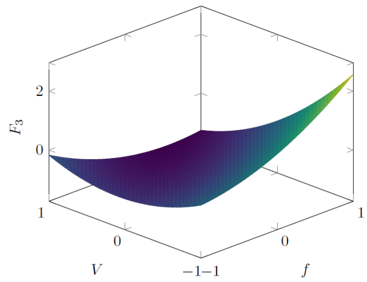
Com os pontos de Utopia e Nadir da matriz *Payoff* (Eq. 6.1), a normalização de F1, F2 e F3 pode ser realizada como na Eq. (6.2), permitindo a obtenção da matriz *Payoff* escalonada, apresentada na Eq. (6.3). Com os resultados das otimizações individuais e




(a) F1




(b) F2




(c) F3

Figura 6.5 – Gráficos de superfície para os fatores

normalizações dos fatores, pode-se escrever o problema de otimização apresentado na Eq. (6.4):

$$\overline{F}(x) = \begin{bmatrix} \overline{F_1}(x) = \frac{F_1(x)-(-1.2452)}{2.6530-(-1.2452)} \\ \overline{F_2}(x) = \frac{F_2(x)-(-2.5293)}{0.0396-(-2.5293)} \\ \overline{F_3}(x) = \frac{F_3(x)-(-2.9890)}{4.5550-(-2.9890)} \end{bmatrix} \tag{6.2}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \overline{F_{11}} & \overline{F_{12}} & \overline{F_{13}} \\ \overline{F_{21}} & \overline{F_{22}} & \overline{F_{23}} \\ \overline{F_{31}} & \overline{F_{32}} & \overline{F_{33}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.1386 \\ 1 & 0 & 0.7305 \\ 0.4576 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{6.3}$$

$$\begin{aligned} \text{Min}_{(x)} \quad & \left[\frac{\overline{F}_3(\mathbf{x}) - w_1 \cdot 0.4576 - w_2 \cdot 1 - w_3 \cdot 0}{0.4576 + 1 + 0}\right] \\ \texttt{s. a.:} \quad & \frac{\overline{F}_1(\mathbf{x}) - w_1 \cdot 0 - w_2 \cdot 1 - w_3 \cdot 0.1386}{0 + 1 + 0.1386} \\ & \qquad - \left[\frac{\overline{F}_3(\mathbf{x}) - w_1 \cdot 0.4576 - w_2 \cdot 1 - w_3 \cdot 0}{0.4576 + 1 + 0}\right] = 0 \\ & \frac{\overline{F}_2(\mathbf{x}) - w_1 \cdot 1 - w_2 \cdot 0 - w_3 \cdot 0.7305}{1 + 0 + 0.7305} \\ & \qquad - \left[\frac{\overline{F}_3(\mathbf{x}) - w_1 \cdot 0.4576 - w_2 \cdot 1 - w_3 \cdot 0}{0.4576 + 1 + 0}\right] = 0 \\ & -1 \leq x_j \leq 1, \quad j = 1, 2 \\ & 0.05 \leq w \leq 1 \quad i = 1, 2, 3 \\ & \sum_{i=1}^{3} w_i = 1 \end{aligned} \tag{6.4}$$

### 6.5.5 Definição do arranjo de misturas

Para este caso, optou-se por testar apenas o comportamento dos parâmetros quantitativos do GA, pois a avaliação de mais parâmetros implicaria um número bem maior de experimentos, dado que estão sendo utilizados 3 fatores. A Tabela (6.12) apresenta os parâmetros testados e seus níveis.

Tabela 6.12 – Parâmetros do GA e níveis de teste

| **Parâmetros** | **Notação** | **Níveis de Teste** | |
|---|---|---|---|
| | | **-1** | **1** |
| Tamanho da População | *TP* | 50 | 200 |
| Taxa de Crossover | *TC* | 0.5 | 0.9 |
| Taxa de Mutação | *TM* | 0.001 | 0.100 |
| Número de Gerações | *NG* | 200 | 500 |

Foi então criado um arranjo de misturas do tipo *simplex lattice* de grau 5, para três componentes e quatro variáveis de processo avaliadas em dois níveis, optando-se pelo arranjo fracionado ($2^{4-1}$). O arranjo gerado no *Minitab*® resultou em 168 experimentos, com 21 combinações de pesos para cada configuração do algoritmo, como mostra o fragmento do arranjo apresentado na Tabela 6.13. O arranjo completo está apresentado no C.

Tabela 6.13 – Fragmento do arranjo simplex lattice utilizado

| **Run** | **w1** | **w2** | **w3** | **TP** | **TC** | **TM** | **NG** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.9 | 0.05 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 2 | 0.73 | 0.22 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 3 | 0.73 | 0.05 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 4 | 0.56 | 0.39 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 5 | 0.56 | 0.22 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | |
| 82 | 0.05 | 0.39 | 0.56 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 83 | 0.05 | 0.22 | 0.73 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 84 | 0.05 | 0.05 | 0.9 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 85 | 0.9 | 0.05 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 86 | 0.73 | 0.22 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | |
| 164 | 0.05 | 0.73 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 165 | 0.05 | 0.56 | 0.39 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 166 | 0.05 | 0.39 | 0.56 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 167 | 0.05 | 0.22 | 0.73 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 168 | 0.05 | 0.05 | 0.9 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |

### 6.5.6 Otimização pelo Algoritmo Genético

O problema de otimização definido foi programado e executado no Matlab®, assim como descrito no Apêndice D. Novamente, cada experimento determinado no arranjo de misturas foi executado em 30 réplicas e os valores da médias e variâncias para cada um dos fatores, além dos valores encontrados para as repostas originais, foram computados e podem ser encontrados em Paula *et al.* (2019a). Os valores encontrados para $F_1$, $F_2$ e $F_3$ estão sumarizados na Figura 6.6.

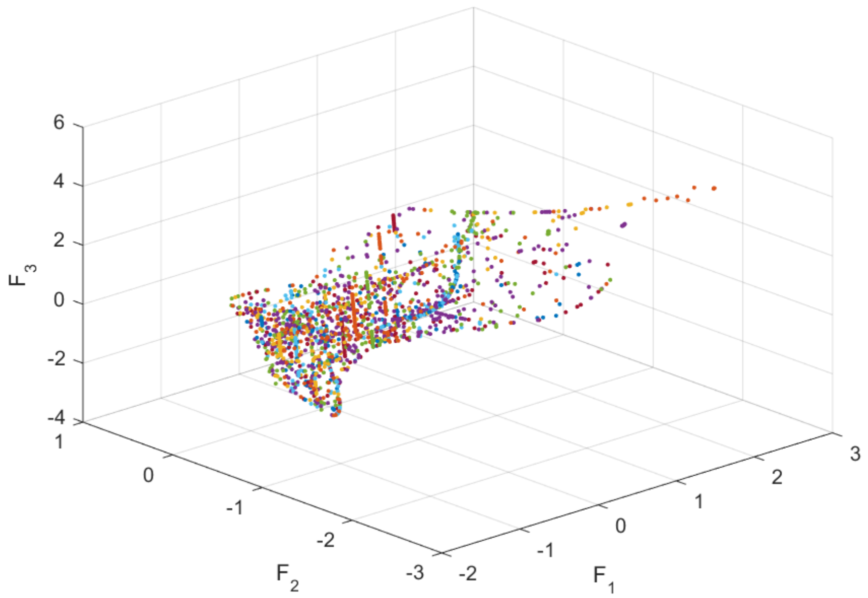



Figura 6.6 – *Scatterplot* de todos os dados obtidos para os fatores

Os dados de médias e variâncias encontrados para cada um dos fatores estão sumarizados nas Figuras 6.7. e 6.8. A Figura 6.7 apresenta a relação entre os valores encontrados para as médias dos três fatores. É possível notar uma região de formação de uma superfície de Pareto (pontos em azul) e também uma região de pontos dispersos (pontos em vermelho), que mostra a região onde a busca do ponto ótimo é mais dificil para o algoritmo. A Figura 6.8 apresenta as médias versus as variâncias para cada um dos fatores, onde percebe-se que o dados obtidos para o terceiro fator apresentam uma maior variabilidade.

### 6.5.7 Modelagem e otimização do EQM

Seguindo para o último passo da metodologia proposta, pode-se calcular os valores de EQM para cada uma das médias e variâncias obtidas para cada teste do arranjo

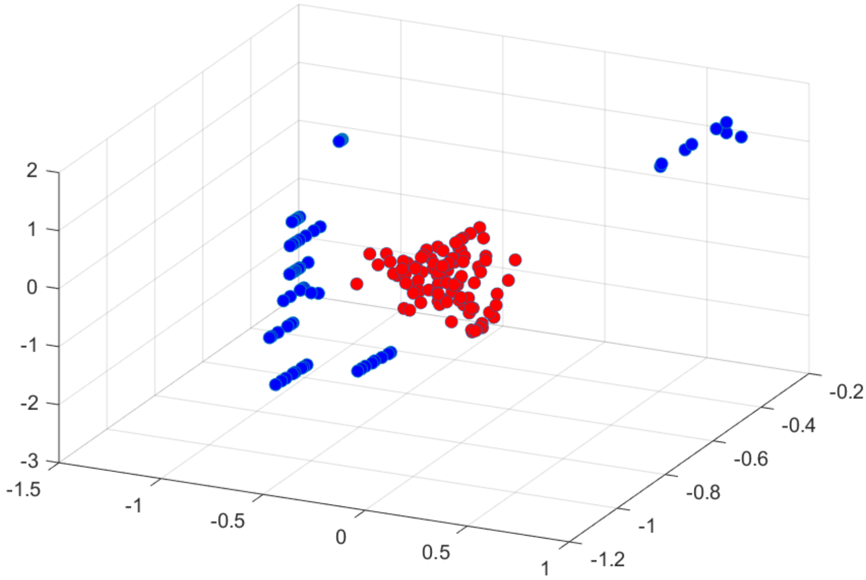



Figura 6.7 – *Scatterplot* das médias dos fatores

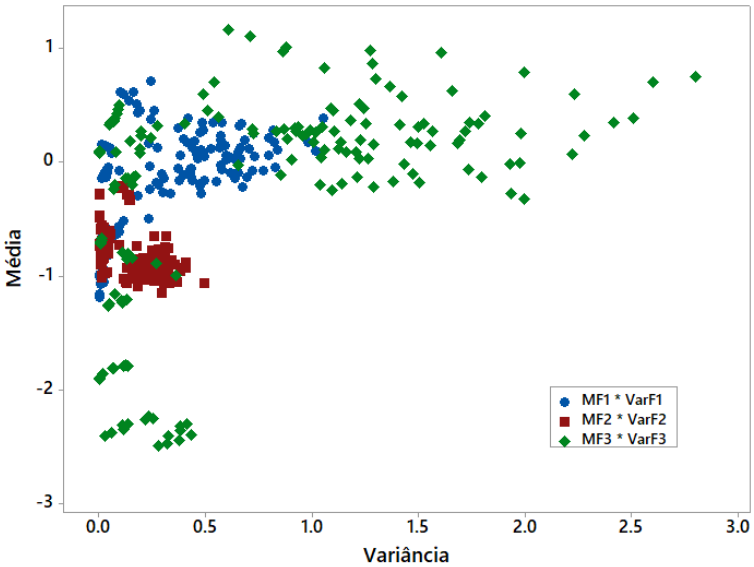



Figura 6.8 – *Scatterplot* de Médias × Variâncias dos fatores

experimental, segundo as seguintes equações:

$$EQM_1 = MF_1 - (-1.245))^2 + Var_{F_1}) \tag{6.5}$$

$$EQM_2 = MF_2 - (-2.529))^2 + Var_{F_2}) \tag{6.6}$$

$$EQM_3 = M_{F_3} - (-2.989))^2 + Var_{F_3}) \tag{6.7}$$

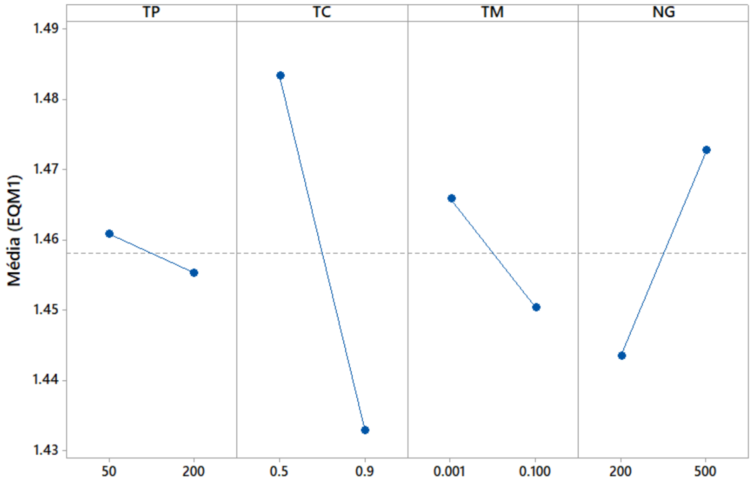
Os valores obtidos a partir destes cálculos permitiram a obtenção dos modelos quárticos para cada um dos EQMs através do algoritmo OLS com o método de ajuste *backward elimination*. Os modelos obtidos estão apresentados na Tabela 6.14, onde percebe-se que os modelos apresentam interações significativas apenas com dois dos parâmetros testados, $T_P$ e $T_C$.

Tabela 6.14 – Coeficientes estimados para os EQMs

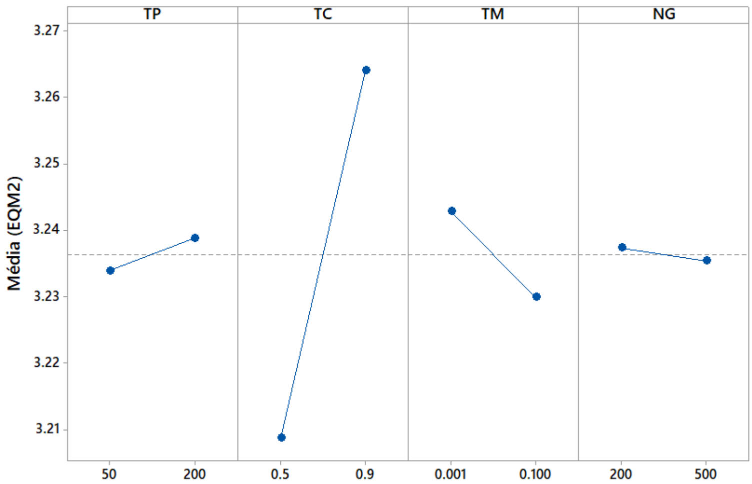
| $EQM_1$ | | $EQM_2$ | | $EQM_3$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Termo** | **Coef.** | **Termo** | **Coef.** | **Termo** | **Coef.** |
| $w_1$ | -0.067 | $w_1$ | 6.408 | $w_1$ | 10.428 |
| $w_2$ | 3.228 | $w_2$ | 1.972 | $w_2$ | 11.343 |
| $w_3$ | 0.585 | $w_3$ | 4.089 | $w_3$ | 1.375 |
| $w_1w_2$ | 4.791 | $w_1w_3$ | -8.77 | $w_1w_2$ | 20.97 |
| $w_1w_3$ | -4.838 | $w_2w_3$ | -6.04 | $w_1w_3$ | -41.64 |
| $w_1w_3(w_1-w_3)$ | 9.95 | $w_1w_2(w_1-w_2)$ | -10.84 | $w_1w_3(w_1-w_3)$ | 31.92 |
| $w_1w_1w_2w_3$ | -114.8 | $w_1w_3(w_1-w_3)$ | 11.73 | $w_2w_3(w_2-w_3)$ | 30.83 |
| $w_1w_2w_2w_3$ | -57.2 | $w_2w_3(w_2-w_3)$ | 13.88 | $w_1w_1w_2w_3$ | -324.3 |
| $w_1w_2w_3w_3$ | 241.9 | $w_1w_1w_2w_3$ | -140.5 | $w_1w_2w_2w_3$ | -359.7 |
| $w_1w_2(w_1-w_2)^2$ | -10.37 | $w_1w_2w_2w_3$ | -101.6 | $w_1w_2w_3w_3$ | 1291 |
| $w_2T_C$ | 0.519 | $w_1w_2w_3w_3$ | 296 | $w_2T_PT_C$ | 1.54 |
| $w_1w_2T_C$ | -2.083 | $w_1w_2(w_1-w_2)^2$ | -16.28 | $w_1w_2w_2w_3T_PT_C$ | -98.8 |
| $w_2w_3T_C$ | -2.189 | $w_2w_3(w_2-w_3)^2$ | 15.55 | | |
| $w_1w_2(w_1-w_2)T_C$ | 2.88 | $w_1w_2w_2w_3T_PT_C$ | 9.58 | | |
| $w_2w_3(w_2-w_3)T_C$ | -2.5 | | | | |
| $w_1w_2w_2w_3T_C$ | 30.4 | | | | |
| $w_1w_2w_2w_3T_PT_C$ | -10.3 | | | | |
| $R^2$ (%) | 90.89 | | 77.16 | | 88.03 |
| $R^2adj.$ (%) | 89.92 | | 75.23 | | 88.82 |
| S (erro padrão) | 0.355 | | 0.382 | | 1.586 |

A Figura 6.9 apresenta os gráficos de efeitos principais para cada um dos EQMs modelados. Através destes gráficos pode-se perceber como a mudança nos níveis de cada um dos fatores afeta as médias dos EQMs. É interessante notar que os parâmetros afetam as médias de $EQM_2$ de forma contrária ao que acontece para os outros dois EQMs, o que sugere que quando um peso maior for dado ao $EQM_2$, a configuração ótima do GA deverá ser diferente.

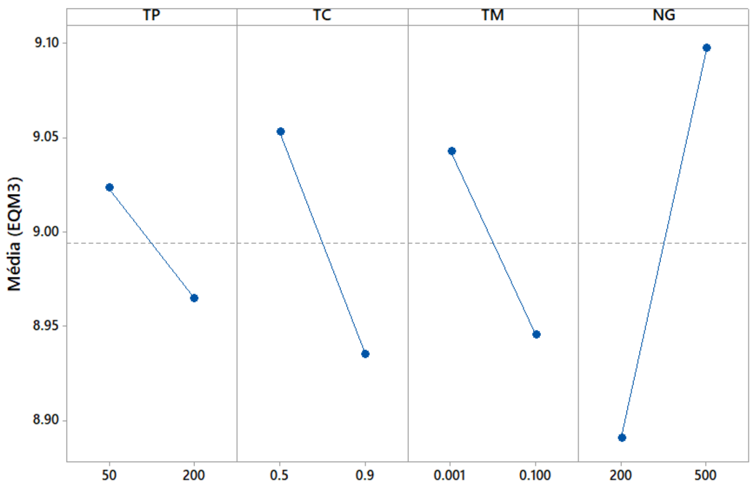
Na Figura 6.10 tem-se os gráficos de contorno dos EQMs. Nestes gráficos, são mantidas distribuições similares dos pesos, $w_1 = 0.34$, $w_2 = 0.33$ e $w_3 = 0.33$, e assim é possível visualizar a diferença nos valores dos EQMs dependendo dos valores atribuídos a cada um dos pares de parâmetros do GA. Para o caso do $EQM_1$, por exemplo, nota-se que seus menores valores são encontrados quando os parâmetros taxa de *crossover* e tamanho da população estão setados nos menores níveis, 0.5 e 60, respectivamente.




(a) $EQM_1$

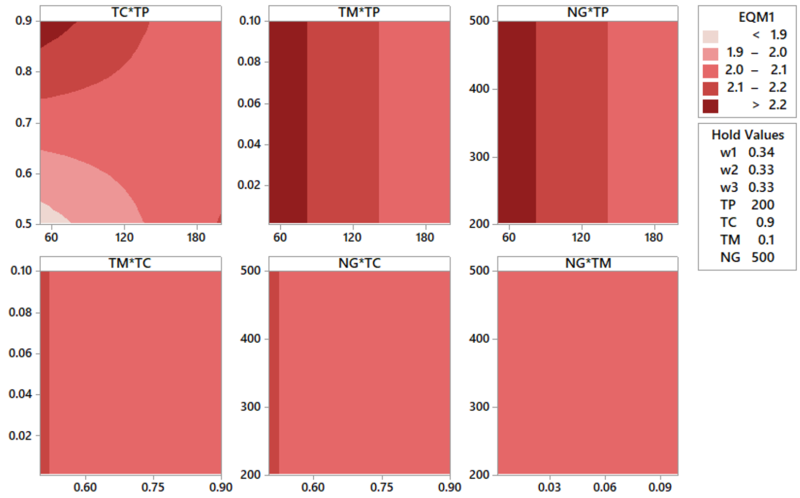



(b) $EQM_2$

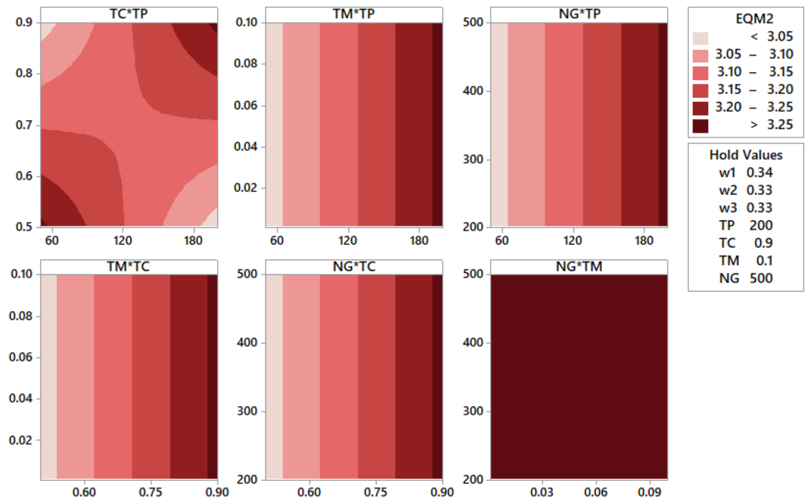



(c) $EQM_3$

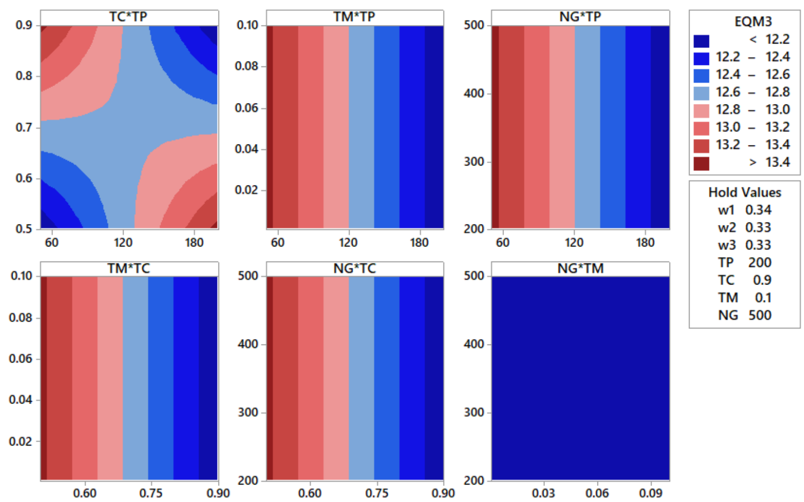
Figura 6.9 – Gráficos de efeitos principais dos parâmetros do GA




(a) $EQM_1$




(b) $EQM_2$




(c) $EQM_3$

Figura 6.10 – Gráficos de contorno para os EQMs em função dos parâmetros do GA

As funções modeladas dos EQMs foram otimizadas novamente pelo método NBI, onde foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 6.15. Os valores de $\beta$ utilizados foram obtidos a partir de um outro arranjo *simplex lattice* simples, de grau 7, gerando 36 pontos na superfície de Pareto, representada na Figura 6.11.

Tabela 6.15 – Resultados das otimizações dos EQMs

| **Ponto** | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $w_1$ | $w_2$ | $w_3$ | $T_P$ | $T_C$ | $T_M$ | $N_G$ | $EQM_1$ | $EQM_2$ | $EQM_3$ | $EQM_{Total}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.648 | 0.212 | 0.140 | -1.000 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.023 | 2.338 | 7.894 | 10.255 |
| 2 | 0.86 | 0.14 | 0.00 | 0.632 | 0.227 | 0.141 | -0.702 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.097 | 2.253 | 7.960 | 10.311 |
| 3 | 0.86 | 0.00 | 0.14 | 0.642 | 0.212 | 0.146 | -1.000 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.028 | 2.330 | 7.802 | 10.161 |
| 4 | 0.71 | 0.29 | 0.00 | 0.620 | 0.233 | 0.148 | 0.451 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.185 | 2.170 | 8.046 | 10.402 |
| 5 | 0.71 | 0.14 | 0.14 | 0.622 | 0.231 | 0.146 | -0.979 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.105 | 2.244 | 7.869 | 10.218 |
| 6 | 0.71 | 0.00 | 0.29 | 0.634 | 0.212 | 0.154 | -1.000 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.038 | 2.326 | 7.711 | 10.076 |
| 7 | 0.57 | 0.43 | 0.00 | 0.599 | 0.247 | 0.154 | 0.724 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.278 | 2.101 | 8.145 | 10.524 |
| 8 | 0.57 | 0.29 | 0.14 | 0.606 | 0.241 | 0.153 | -0.172 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.197 | 2.168 | 7.966 | 10.331 |
| 9 | 0.57 | 0.14 | 0.29 | 0.614 | 0.231 | 0.155 | -1.000 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.114 | 2.243 | 7.781 | 10.138 |
| 10 | 0.57 | 0.00 | 0.43 | 0.625 | 0.212 | 0.163 | -1.000 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.054 | 2.327 | 7.638 | 10.018 |
| 11 | 0.43 | 0.57 | 0.00 | 0.600 | 0.259 | 0.141 | -1.000 | 0.856 | 0.000 | 0.000 | 0.414 | 2.068 | 8.320 | 10.802 |
| 12 | 0.43 | 0.43 | 0.14 | 0.585 | 0.258 | 0.157 | 0.030 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.299 | 2.106 | 8.082 | 10.487 |
| 13 | 0.43 | 0.29 | 0.29 | 0.594 | 0.250 | 0.156 | -0.756 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.212 | 2.171 | 7.888 | 10.272 |
| 14 | 0.43 | 0.14 | 0.43 | 0.604 | 0.231 | 0.165 | -1.000 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.134 | 2.247 | 7.714 | 10.094 |
| 15 | **0.43** | **0.00** | **0.57** | **0.615** | **0.212** | **0.173** | **-1.000** | **-1.000** | **0.000** | **0.000** | **0.079** | **2.335** | **7.581** | **9.996** |
| 16 | 0.29 | 0.71 | 0.00 | 0.578 | 0.277 | 0.145 | -1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.526 | 2.014 | 8.451 | 10.990 |
| 17 | 0.29 | 0.57 | 0.14 | 0.584 | 0.263 | 0.153 | -1.000 | 0.552 | 0.000 | 0.000 | 0.424 | 2.063 | 8.236 | 10.723 |
| 18 | 0.29 | 0.43 | 0.29 | 0.572 | 0.269 | 0.159 | -0.510 | -1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.323 | 2.117 | 8.019 | 10.459 |
| 19 | 0.29 | 0.29 | 0.43 | 0.602 | 0.238 | 0.160 | 1.000 | 0.452 | 0.000 | 0.000 | 0.254 | 2.194 | 7.861 | 10.309 |
| 20 | 0.29 | 0.14 | 0.57 | 0.617 | 0.220 | 0.162 | 1.000 | 0.799 | 0.000 | 0.000 | 0.187 | 2.279 | 7.706 | 10.172 |
| 21 | 0.29 | 0.00 | 0.71 | 0.630 | 0.204 | 0.166 | 1.000 | 0.983 | 0.000 | 0.000 | 0.134 | 2.369 | 7.577 | 10.080 |
| 22 | 0.14 | 0.86 | 0.00 | 0.549 | 0.303 | 0.148 | -1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.669 | 1.976 | 8.633 | 11.277 |
| 23 | 0.14 | 0.71 | 0.14 | 0.563 | 0.279 | 0.157 | -0.742 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.551 | 2.019 | 8.390 | 10.960 |
| 24 | 0.14 | 0.57 | 0.29 | 0.567 | 0.275 | 0.158 | -0.042 | 0.431 | 0.000 | 0.000 | 0.452 | 2.074 | 8.177 | 10.703 |
| 25 | 0.14 | 0.43 | 0.43 | 0.579 | 0.262 | 0.159 | 1.000 | 0.506 | 0.000 | 0.000 | 0.360 | 2.131 | 7.978 | 10.469 |
| 26 | 0.14 | 0.29 | 0.57 | 0.595 | 0.244 | 0.160 | 1.000 | 0.956 | 0.000 | 0.000 | 0.280 | 2.200 | 7.802 | 10.282 |
| 27 | 0.14 | 0.14 | 0.71 | 0.608 | 0.223 | 0.170 | 1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.214 | 2.285 | 7.649 | 10.148 |
| 28 | 0.14 | 0.00 | 0.86 | 0.618 | 0.204 | 0.177 | 1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.164 | 2.381 | 7.521 | 10.065 |
| 29 | 0.00 | 1.00 | 0.00 | 0.516 | 0.328 | 0.156 | -1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.828 | 1.962 | 8.848 | 11.638 |
| 30 | 0.00 | 0.86 | 0.14 | 0.533 | 0.310 | 0.158 | -0.657 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.705 | 1.993 | 8.595 | 11.293 |
| 31 | 0.00 | 0.71 | 0.29 | 0.549 | 0.293 | 0.159 | -0.223 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.585 | 2.038 | 8.345 | 10.968 |
| 32 | 0.00 | 0.57 | 0.43 | 0.562 | 0.279 | 0.159 | 0.273 | 0.995 | 0.000 | 0.000 | 0.482 | 2.087 | 8.129 | 10.698 |
| 33 | 0.00 | 0.43 | 0.57 | 0.572 | 0.269 | 0.160 | 1.000 | 0.875 | 0.000 | 0.000 | 0.387 | 2.142 | 7.925 | 10.454 |
| 34 | 0.00 | 0.29 | 0.71 | 0.584 | 0.245 | 0.171 | 1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.311 | 2.213 | 7.755 | 10.280 |
| 35 | 0.00 | 0.14 | 0.86 | 0.594 | 0.222 | 0.185 | 1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.258 | 2.313 | 7.622 | 10.193 |
| 36 | 0.00 | 0.00 | 1.00 | 0.604 | 0.204 | 0.192 | 1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 0.213 | 2.409 | 7.505 | 10.127 |

Pelos resultados apresentados na Tabela 6.15, nota-se que os valores dos parâmetros com interações significativas no modelo, $T_P$ e $T_C$, variam conforme a mudança de peso das funções. Avaliando a coluna de valores para $EQM_{total}$, tem-se que o ponto que apresenta o menor valor é o ponto 10, com $EQM_{total} = 9.996$. O setup que leva a este valor, com seus valores decodificados, está apresentado na Tabela 6.16.

Para confirmação dos resultados, o problema de otimização inicial foi otimizado com o setup indicado na Tabela 6.16, em 30 réplicas. As médias dos resultados encontrados estão apresentadas na Tabela 6.17.

Pode-se notar que os resultados de EQM na confirmação se aproximam dos resultados encontrados na fronteira. A Tabela 6.18 apresenta os ótimos individuais de cada uma das respostas originais para comparação com os resultados médios obtidos na confirma-

Tabela 6.16 – Setup ótimo no ponto de menor $EQM_{total}$

| **Variável** | **Descrição** | **Setup ótimo (Decodificado)** |
|---|---|---|
| $w_1$ | Peso atribuído para $F_1$ | 0.615 |
| $w_2$ | Peso atribuído para $F_2$ | 0.212 |
| $w_3$ | Peso atribuído para $F_3$ | 0.173 |
| $T_P$ | Tamanho da população | 50 |
| $T_C$ | Taxa de Crossover | 0.50 |
| $T_M$ | Taxa de Mutação | 0.050 |
| $N_G$ | Número de Gerações | 350 |

Tabela 6.17 – Resultados das 30 réplicas de confirmação

| **f** | **V** | **I** | **F1** | **F2** | **F3** | **Ra** | **Ry** | **Rz** | **Rt** | **Rp** | **DD** | **MRR** | **Pot** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.745 | -1.043 | -0.300 | 0.824 | 7.024 | 8.026 | 6.480 | 3.572 | 0.012 | 0.004 | 12.034 |
| 1.00 | 0.50 | -0.23 | -0.744 | -1.043 | -0.301 | 0.829 | 7.053 | 8.060 | 6.500 | 3.588 | 0.012 | 0.004 | 12.035 |
| 1.00 | 0.50 | -0.23 | -0.743 | -1.043 | -0.302 | 0.831 | 7.061 | 8.071 | 6.506 | 3.592 | 0.012 | 0.004 | 12.036 |
| 1.00 | 0.50 | -0.23 | -0.744 | -1.043 | -0.302 | 0.828 | 7.047 | 8.054 | 6.497 | 3.584 | 0.012 | 0.004 | 12.035 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.746 | -1.043 | -0.300 | 0.824 | 7.020 | 8.021 | 6.477 | 3.570 | 0.012 | 0.004 | 12.034 |
| 1.00 | 0.50 | -0.24 | -0.744 | -1.043 | -0.301 | 0.827 | 7.043 | 8.048 | 6.494 | 3.582 | 0.012 | 0.004 | 12.035 |
| 0.92 | 0.33 | -0.27 | -0.663 | -0.964 | -0.104 | 0.962 | 7.685 | 9.023 | 6.343 | 4.159 | 0.015 | 0.003 | 12.010 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.745 | -1.043 | -0.300 | 0.825 | 7.028 | 8.031 | 6.483 | 3.574 | 0.012 | 0.004 | 12.034 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.746 | -1.043 | -0.299 | 0.822 | 7.013 | 8.012 | 6.472 | 3.566 | 0.012 | 0.004 | 12.033 |
| 0.92 | 0.34 | -0.27 | -0.669 | -0.969 | -0.118 | 0.954 | 7.644 | 8.962 | 6.352 | 4.122 | 0.015 | 0.003 | 12.012 |
| 1.00 | 0.50 | -0.23 | -0.743 | -1.043 | -0.301 | 0.831 | 7.062 | 8.073 | 6.505 | 3.594 | 0.012 | 0.004 | 12.036 |
| -0.88 | 0.14 | -0.98 | -0.660 | -0.960 | -0.091 | 0.699 | 7.496 | 9.373 | 6.092 | 2.103 | 0.013 | 0.004 | 11.684 |
| -0.89 | 0.07 | -0.98 | -0.660 | -0.961 | -0.098 | 0.719 | 7.559 | 9.354 | 6.375 | 2.193 | 0.014 | 0.004 | 11.662 |
| 1.00 | 0.50 | -0.23 | -0.743 | -1.043 | -0.301 | 0.831 | 7.061 | 8.071 | 6.505 | 3.593 | 0.012 | 0.004 | 12.036 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.746 | -1.043 | -0.300 | 0.823 | 7.014 | 8.014 | 6.473 | 3.567 | 0.012 | 0.004 | 12.033 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.746 | -1.043 | -0.299 | 0.822 | 7.009 | 8.008 | 6.469 | 3.564 | 0.012 | 0.004 | 12.033 |
| 1.00 | 0.50 | -0.23 | -0.743 | -1.043 | -0.302 | 0.830 | 7.060 | 8.069 | 6.505 | 3.592 | 0.012 | 0.004 | 12.036 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.746 | -1.043 | -0.299 | 0.822 | 7.009 | 8.007 | 6.469 | 3.563 | 0.012 | 0.004 | 12.033 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.746 | -1.043 | -0.300 | 0.822 | 7.013 | 8.012 | 6.472 | 3.566 | 0.012 | 0.004 | 12.033 |
| 1.00 | 0.50 | -0.23 | -0.743 | -1.043 | -0.302 | 0.830 | 7.059 | 8.068 | 6.504 | 3.591 | 0.012 | 0.004 | 12.036 |
| -0.89 | 0.04 | -0.98 | -0.660 | -0.961 | -0.097 | 0.725 | 7.563 | 9.328 | 6.457 | 2.213 | 0.014 | 0.004 | 11.653 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.745 | -1.043 | -0.300 | 0.825 | 7.027 | 8.029 | 6.482 | 3.573 | 0.012 | 0.004 | 12.034 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.746 | -1.043 | -0.300 | 0.823 | 7.016 | 8.015 | 6.474 | 3.567 | 0.012 | 0.004 | 12.034 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.746 | -1.043 | -0.299 | 0.822 | 7.012 | 8.012 | 6.472 | 3.566 | 0.012 | 0.004 | 12.033 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.746 | -1.043 | -0.300 | 0.823 | 7.018 | 8.019 | 6.476 | 3.569 | 0.012 | 0.004 | 12.034 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.746 | -1.043 | -0.300 | 0.822 | 7.013 | 8.012 | 6.472 | 3.566 | 0.012 | 0.004 | 12.033 |
| 1.00 | 0.50 | -0.23 | -0.743 | -1.043 | -0.301 | 0.830 | 7.055 | 8.064 | 6.499 | 3.590 | 0.012 | 0.004 | 12.035 |
| -0.89 | 0.07 | -0.98 | -0.660 | -0.961 | -0.097 | 0.717 | 7.552 | 9.356 | 6.347 | 2.183 | 0.014 | 0.004 | 11.664 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.745 | -1.043 | -0.300 | 0.825 | 7.026 | 8.028 | 6.482 | 3.573 | 0.012 | 0.004 | 12.034 |
| 1.00 | 0.51 | -0.24 | -0.745 | -1.043 | -0.300 | 0.824 | 7.026 | 8.028 | 6.481 | 3.573 | 0.012 | 0.004 | 12.034 |
| MÉDIA | | | -0.728 | -1.027 | -0.260 | 0.820 | 7.142 | 8.275 | 6.454 | 3.427 | 0.013 | 0.004 | 11.984 |
| Variância | | | 0.001 | 0.001 | 0.007 | 0.003 | 0.051 | 0.244 | 0.007 | 0.271 | 0.000 | 0.000 | 0.016 |
| **EQM** | | | **0.268** | **2.258** | **7.451** | | **$EQM_{total}$** | | | **9.977** | | | |

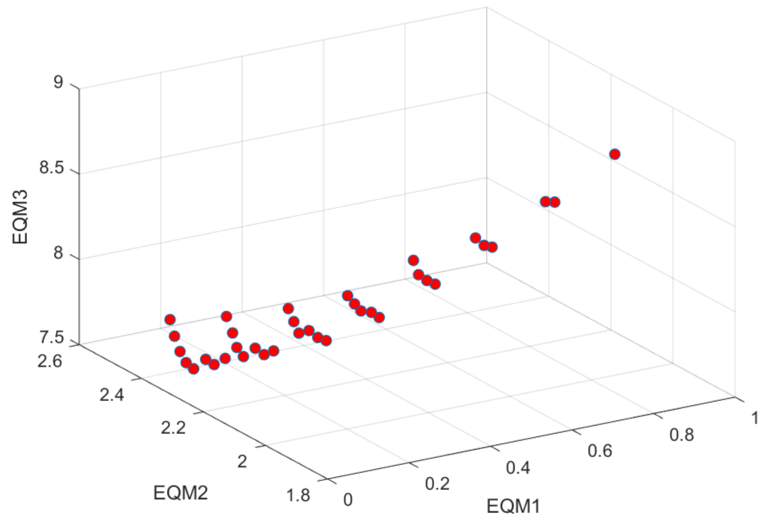



Figura 6.11 – Superfície de Pareto da otimização dos EQMs

ção. Pode-se notar que os valores de DD e Pot são os que mais se aproximam dos ótimos individuais. Nota-se também que o resultado obtido para MRR é o que mais se distancia do alvo, podendo ser explicado pelo menor peso atribuído ao fator que representa esta resposta (F3).

Tabela 6.18 – Comparação dos resultados obtidos

| | Ra | Ry | Rz | Rt | Rp | DD | MRR | Pot |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| FA-GA-NBI | 0.820 | 7.142 | 8.275 | 6.454 | 3.427 | 0.013 | 0.004 | 11.984 |
| ALVOS (Individuais) | 0.514 | 4.010 | 3.053 | 4.931 | 1.732 | 0.011 | 0.031 | 11.430 |

## 6.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados apresentados nesta seção basearam-se em resultados reais de experimentos realizados para um processo de usinagem a laser. Mais uma vez, a aplicação da análise permitiu a redução da dimensionalidade do problema, entretanto vale ressaltar que poderiam ter sido utilizados apenas dois fatores, mas optou-se pela utilização de três para evitar problemas de sentidos de otimização conflitantes. Para este caso, a aplicação do método FA-NBI-GA permitiu a verificação de interações significativas entre os pesos dos subproblemas do NBI e dois dos quatro parâmetros do GA testados e também proporcionou a obtenção de uma superfície de configurações de parâmetros e pesos que podem ser utilizados na solução do problema inicial. O ponto da fronteira que apresentou um menor valor de $EQM_{total}$ foi confirmado e os resultados apresentados para as respostas originais foram satisfatórios.

# 7 CONCLUSÃO

Este trabalho introduziu uma nova abordagem para otimização multiobjetivo de problemas multivariados, combinando o método de interseção normal à fronteira com o algoritmo genético na solução. O método proposto, FA-NBI-GA, otimiza escores fatoriais rotacionados utilizando um arranjo de misturas de variáveis de processo que, adicionalmente, permite a definição de configurações de parâmetros do GA para diferentes pesos atribuídos às funções do NBI.

O breve estudo realizado com funções e problemas de teste constatou que podem haver interações significativas dos pesos das funções e os parâmetros do GA e que estas interações se comportam de maneira diferente para cada um dos problemas. Foi verificado também que as médias e variâncias dos resultados obtidos na otimização com o algoritmo genético podem ser influenciadas pelos parâmetros de maneira contrária. Por isso, a otimização da métrica Erro Quadrático Médio se mostrou a mais indicada para encontrar resultados mais próximos do alvo e minimizar a variância das soluções encontradas pelo algoritmo.

Na aplicação do método FA-NBI-GA a um conjunto de funções de teste bastante utilizadas na literatura, a análise fatorial permitiu a redução da dimensionalidade do problema, onde oito respostas foram transformadas em apenas duas funções de escores rotacionados. Os sete parâmetros do GA testados apresentaram interações significativas com os pesos atribuídos aos fatores no NBI. A otimização dos EQMs modelados gerou uma fronteira de Pareto com diferentes combinações de pesos e parâmetros do algoritmo, como era esperado. Os experimentos de confirmação mostraram que os resultados esperados para o ponto de menor $EQM_{total}$ foram atingidos com o setup ótimo encontrado. Os valores encontrados para as respostas originais na confirmação foram considerados aceitáveis.

A aplicação do método proposto no processo LBM também foi capaz de encontrar interações significativas dos pesos e parâmetros testados. A dimensionalidade do problema de LBM foi reduzida de 8 respostas para 3 funções de escores fatorias. Neste caso, foram testados 4 parâmetros qualitativos do GA e apenas dois deles influenciam os EQMs. Mais uma vez foi possível obter uma superfície de Pareto de configurações de parâmetros do GA para diferentes distribuições de pesos das funções. Os resultados encontrados para as respostas originais na confirmação apresentaram valores próximos aos ótimos individuais.

Portanto, conclui-se que o método foi bem sucedido na otimização de problemas multivariados, permitindo a otimização simultânea dos pesos do NBI e dos parâmetros do GA, mostrando que o objetivo principal deste estudo foi atingido. Conclui-se também que:

- A utilização do arranjo de misturas combinado com variáveis de processo permitiu a avaliação das interações de parâmetros do GA e pesos dos subproblemas do NBI;
- Os parâmetros do GA se comportaram de maneira diferente em cada um dos casos analisados, mostrando a importância desta adaptação dos parâmetros segundo os pontos da fronteira de Pareto;
- A aplicação da análise fatorial foi bem sucedida na redução de dimensionalidade dos problemas analisados e criação de eixos independentes para posterior otimização pelo método NBI;
- A minimização do EQM permitiu a identificação de diferentes configurações necessárias para que o algoritmo genético encontre soluções Pareto-ótimas, com mínima variação;
- A otimização através do método proposto foi capaz de gerar fronteiras ou superfícies de Pareto com diferentes configurações ótimas de pesos e parâmetros.

O método proposto apresentou uma desvantagem no que se refere ao esforço computacional necessário para avaliação de muitos parâmetros simultaneamente. Para avaliação de um grande número de parâmetros ou também de um maior número de funções (fatores), são necessários muitos experimentos e a necessidade de se executar cada experimento em muitas réplicas pode fazer com que o algoritmo leve muito tempo para ser executado.

## 7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

OS resultados encontrados neste trabalho preenchem algumas lacunas de pesquisa, e deixa outras que podem ser exporadas por trabalhos futuros, como:

- Aplicação da metodologia proposta para outros processos reais;
- Avaliação da modelagem em função de clusters de pesos;
- Avaliação da interação de parâmetros de outros algoritmos (como o PSO, ACO, NSGAII) com outros métodos de otimização;
- Implementação da análise fatorial no mesmo algoritmo do NBI e GA;
- Desenvolvimento de um algoritmo adaptativo que utilize o método proposto na decisão de setups.

# REFERÊNCIAS


ABU-DAKKA, F. J.; VALERO, F. J.; SUÑER, J. L.; MATA, V. A direct approach to solving trajectory planning problems using genetic algorithms with dynamics considerations in complex environments. *Robotica*, v. 33, p. 669–683, 2014. ISSN 0263-5747. Citado na página 26.

ACHERJEE, B.; MAITY, D.; KUAR, A. S. An approach to select the optimal process parameters of laser transmission welding using firefly algorithm. *International Journal of Innovative Computing and Applications*, Inderscience Publishers (IEL), v. 7, n. 3, p. 163–178, 2016. Citado na página 25.

AHMADI, A.; MOGHIMI, H.; ESMAEEL, A.; AGELIDIS, V. G.; SHARAF, A. M. Multi-objective economic emission dispatch considering combined heat and power by normal boundary intersection method. *Electric Power Systems Research*, Elsevier B.V., v. 129, p. 32–43, 2015. ISSN 0378-7796. Citado na página 15.

ALAEDDINI, A.; YANG, K.; MAO, H.; MURAT, A.; ANKENMAN, B. An adaptive sequential experimentation methodology for expensive response surface optimization - Case study in traumatic brain injury modeling. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 30, n. 6, p. 767–793, 2014. ISSN 10991638. Citado na página 19.

ALAEI, S.; KHOSHALHAN, F. A hybrid cultural-harmony algorithm for multi-objective supply chain coordination. *Scientia Iranica. Transaction E, Industrial Engineering*, Sharif University of Technology, v. 22, n. 3, p. 1227, 2015. Citado na página 25.

ALAJMI, A.; WRIGHT, J. Selecting the Most Efficient Genetic Algorithm Sets in Solving Unconstrained Building Optimization Problem. *International Journal of Sustainable Built Environment*, The Gulf Organisation for Research and Development, v. 3, n. 1, p. 18–26, 2014. ISSN 22126090. Citado na página 31.

ALMEIDA, F. S.; AWRUCH, a. M. Design optimization of composite laminated structures using genetic algorithms and finite element analysis. *Composite Structures*, Elsevier Ltd, v. 88, n. 3, p. 443–454, 2009. ISSN 02638223. Citado na página 26.

ÁLVAREZ, M. J.; ILZARBE, L.; VILES, E.; TANCO, M. The Use of Genetic Algorithms in Response Surface Methodology. *Quality Technology & Quantitative Management*, v. 6, n. 3, p. 295–307, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 25.

ÁLVAREZ, M. J.; ILZARBE, L.; VILES, E.; TANCO, M. The Use of Genetic Algorithms in Response Surface Methodology. *Quality Technology & Quantitative Management*, v. 6, n. 3, p. 295–307, 2016. Citado na página 29.

AMARJEET, J. K. C. Improving package structure of object-oriented software using multi-objective optimization and weighted class connections. *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences*, Elsevier, v. 29, n. 3, p. 349–364, 2017. Citado na página 25.

ARRONDO, A. G.; REDONDO, J. L.; FERNÁNDEZ, J.; ORTIGOSA, P. M. Parallelization of a non-linear multi-objective optimization algorithm: application to a location problem. *Applied Mathematics and Computation*, Elsevier, v. 255, p. 114–124, 2015. Citado na página 25.

ASSUNÇÃO, W. K. G.; COLANZI, T. E.; VERGILIO, S. R.; POZO, A. T. R. Evaluating different strategies for integration testing of aspect-oriented programs. *Journal of the Brazilian Computer Society*, Springer, v. 20, n. 1, p. 9, 2014. Citado na página 25.

AUTUORI, J.; HNAIEN, F.; YALAOUI, F. Three metaheuristics improved by a mapping method. *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier, v. 49, n. 12, p. 1472–1477, 2016. Citado na página 25.

AYALA, H. V. H.; KELLER, P.; MORAIS, M. F.; MARIANI, V. C.; COELHO, L. S.; RAO, R. V. Design of heat exchangers using a novel multiobjective free search differential evolution paradigm. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 94, p. 170–177, 2016. Citado na página 25.

BAKHTIARI, H.; KARIMI, M.; REZAZADEH, S. Modeling, analysis and multi-objective optimization of twist extrusion process using predictive models and meta-heuristic approaches, based on finite element results. *Journal of Intelligent Manufacturing*, Springer, v. 27, n. 2, p. 463–473, 2016. Citado na página 25.

BARIL, C.; YACOUT, S.; CLÉMENT, B. Design for Six Sigma through collaborative multiobjective optimization. *Computers and Industrial Engineering*, v. 60, p. 43–55, 2011. ISSN 03608352. Citado na página 10.

BELINATO, G. *Otimização de um processo de usinagem a laser pelo método NBI-GRA Otimização de um processo de usinagem a laser pelo método NBI-GRA*. [S.l.]: Tese de Doutorado - Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção - Universidade Federal de Itajubá, 2018. 102 p. Citado 3 vezes nas páginas 3, 67 e 68.

BOIX, M.; PIBOULEAU, L.; MONTASTRUC, L.; AZZARO-PANTEL, C.; DOMENECH, S. Minimizing water and energy consumptions in water and heat exchange networks. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier Ltd, v. 36, p. 442–455, 2012. ISSN 13594311. Citado na página 26.

BRITO, T. G.; PAIVA, A. P.; FERREIRA, J. R.; GOMES, J. H. F.; BALESTRASSI, P. P. A normal boundary intersection approach to multiresponse robust optimization of the surface roughness in end milling process with combined arrays. *Precision Engineering*, Elsevier Inc., v. 38, n. 3, p. 628–638, 2014. ISSN 01416359. Citado 4 vezes nas páginas 1, 11, 12 e 14.

BRITO, T. G.; PAIVA, A. P.; PAULA, T. I.; DALOSTO, D. N.; FERREIRA, J. R.; BALESTRASSI, P. P. Optimization of AISI 1045 end milling using robust parameter design. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 84, n. 5-8, p. 1185–1199, 2016. ISSN 14333015. Citado na página 1.

BROCKHOFF, D.; TUSAR, T.; AUGER, A.; HANSEN, N. Using Well-Understood Single-Objective Functions in Multiobjective Black-Box Optimization Test Suites. n. x, p. 1–115, 2016. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1604.00359>. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.

CALVETE, H. I.; GALÉ, C.; IRANZO, J. A. MEALS: A multiobjective evolutionary algorithm with local search for solving the bi-objective ring star problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 250, n. 2, p. 377–388, 2016. Citado na página 25.

CAMILLO, M. H. M.; FANUCCHI, R. Z.; ROMERO, M. E. V.; LIMA, T. W. de; SOARES, A. da S.; DELBEM, A. C. B.; MARQUES, L. T.; MACIEL, C. D.; JUNIOR, J. B. A. L. Combining exhaustive search and multi-objective evolutionary algorithm for service restoration in large-scale distribution systems. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 134, p. 1–8, 2016. Citado na página 25.

CAMPOS, P. H. S. *Metodologia DEA-OTS: Uma contribuição para a seleção ótima de ferramentas no torneamento do aço ABNT H13 endurecido*. [S.l.]: Tese de Doutorado - Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Itajubá, 2015. Citado na página 14.

CAMPOS, P. H. S.; FERREIRA, J. R.; PAIVA, A. P.; BRITO, T. G.; PERUCHI, R.; GOMES, J. H. F.; ARCOS, J. I. L.; SILVEIRA, G. O. Utilização De Parâmetro Robusto Multivariado No Processo De Torneamento Do Aço Endurecido Abnt 52100 Com Ferramenta De Geometria Alisadora. In: *VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*. [S.l.: s.n.], 2012. Citado na página 12.

CANDAN, G.; YAZGAN, H. R. Genetic algorithm parameter optimisation using Taguchi method for a flexible manufacturing system scheduling problem. *International Journal of Production Research*, Taylor and Francis Ltd., v. 53, n. 3, p. 897–915, 7 2014. ISSN 0020-7543. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 32.

CAPITANESCU, F.; IGOS, E.; MARVUGLIA, A.; BENETTO, E. Coupling multi-objective constrained optimization, life cycle assessment, and detailed process simulation for potable water treatment chains. *Journal of Environmental Accounting and Management*, v. 3, n. 3, p. 213–224, 2015. Citado na página 25.

CAPITANESCU, F.; MARVUGLIA, A.; BENETTO, E.; AHMADI, A.; TIRUTA-BARNA, L. Linear programming-based directed local search for expensive multi-objective optimization problems: Application to drinking water production plants. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 262, n. 1, p. 322–334, 2017. Citado na página 25.

CAPITANESCU, F.; REGE, S.; MARVUGLIA, A.; BENETTO, E.; AHMADI, A.; GUTIÉRREZ, T. N.; TIRUTA-BARNA, L. Cost versus life cycle assessment-based environmental impact optimization of drinking water production plants. *Journal of environmental management*, Elsevier, v. 177, p. 278–287, 2016. Citado na página 25.

CASJENS, S.; SCHWENDER, H.; BRÜNING, T.; ICKSTADT, K. A novel crossover operator based on variable importance for evolutionary multi-objective optimization with tree representation. *Journal of Heuristics*, Springer, v. 21, n. 1, p. 1–24, 2015. Citado na página 25.

CHARWAND, M.; AHMADI, A.; HEIDARI, A. R. Benders Decomposition and Normal Boundary Intersection Method for Multiobjective Decision Making Framework for an Electricity Retailer in Energy Markets. *IEEE Systems Journal*, v. 9, n. 4, p. 1475–1484, 2015. Citado na página 11.

CHENG, J.; ZHANG, G.; CARAFFINI, F.; NERI, F. Multicriteria adaptive differential evolution for global numerical optimization. *Integrated Computer-Aided Engineering*, IOS Press, v. 22, n. 2, p. 103–107, 2015. Citado na página 25.

CHIANDUSSI, G.; CODEGONE, M.; FERRERO, S.; VARESIO, F. E. *Comparison of multi-objective optimization methodologies for engineering applications*. [S.l.]: Elsevier Ltd, 2012. 912–942 p. ISSN 08981221. ISBN 0110907507. Citado na página 1.

COELLO, C. A.; CHRISTIANSEN, A. D. Multiobjective optimization of trusses using genetic algorithms. *Computers & Structures*, v. 75, p. 647–660, 2000. ISSN 00457949. Citado na página 26.

CORNELL, J. A. *A Primer on Experiments with Mixtures*. 3. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011. 368 p. ISBN 9780470643389. Citado na página 21.

CORREIA, D. S.; GONÇALVES, C. V.; CUNHA, S. S. D.; FERRARESI, V. A. Comparison between genetic algorithms and response surface methodology in GMAW welding optimization. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 160, n. 1, p. 70–76, 2005. ISSN 09240136. Citado na página 19.

COSTA, C. B. B.; MACIEL, M. R. W.; FILHO, R. M. Factorial design technique applied to genetic algorithm parameters in a batch cooling crystallization optimisation. *Computers and Chemical Engineering*, v. 29, p. 2229–2241, 2005. ISSN 00981354. Citado na página 32.

COSTA, C. B. B.; RIVERA, E. a. C.; REZENDE, M. C. A. F.; MACIEL, M. R. W.; FILHO, R. M. Prior detection of genetic algorithm significant parameters: Coupling factorial design technique to genetic algorithm. *Chemical Engineering Science*, v. 62, p. 4780–4801, 2007. ISSN 00092509. Citado na página 27.

COSTA, D. M. D.; PAULA, T. I.; SILVA, P. A. P.; PAIVA, A. P. Normal boundary intersection method based on principal components and Taguchi's signal-to-noise ratio applied to the multiobjective optimization of 12L14 free machining steel turning process. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016. ISSN 0268-3768. Citado 4 vezes nas páginas 2, 6, 11 e 12.

CUESTA-INFANTE, A.; COLMENAR, J. M.; BANKOVIC, Z.; RISCO-MART\'\IN, J. L.; ZAPATER, M.; HIDALGO, J. I.; AYALA, J. L.; MOYA, J. M. Comparative study of meta-heuristic 3D floorplanning algorithms. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 150, p. 67–81, 2015. Citado na página 25.

CUS, F.; BALIC, J. Optimization of cutting process by GA approach. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, v. 19, p. 113–121, 2003. ISSN 07365845. Citado na página 26.

DAS, I. On characterizing the "knee" of the Pareto curve based on Normal-Boundary Intersection. *Structural Optimization*, v. 18, p. 107, 1999. ISSN 09344373. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

DAS, I.; DENNIS, J. E. Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating the Pareto Surface in Nonlinear Multicriteria Optimization Problems. *SIAM Journal on Optimization*, v. 8, n. 3, p. 631–657, 1998. ISSN 1052-6234. Citado 6 vezes nas páginas 1, 11, 12, 14, 22 e 23.

DEB, M.; BANERJEE, R.; MAJUMDER, A.; SASTRY, G. R. K. Multi objective optimization of performance parameters of a single cylinder diesel engine with hydrogen as a dual fuel using pareto-based genetic algorithm. *International Journal of Hydrogen Energy*, Elsevier Ltd, v. 39, n. 15, p. 8063–8077, 2014. ISSN 03603199. Citado na página 26.

DIGALAKIS, J. G.; MARGARITIS, K. G. An Experimental Study of Benchmarking Functions for Genetic Algorithms. *International Journal of Computer Mathematics*, v. 79, n. 4, p. 403–416, 2002. Citado 4 vezes nas páginas 3, 36, 38 e 45.

DOR, A. E.; FAKHFAKH, M.; SIARRY, P. Multiobjective Differential Evolution Algorithm using Crowding Distance for the Optimal Design of Analog Circuits. *Journal of Electrical Systems*, v. 12, n. 3, 2016. Citado na página 25.

DUBEY, A. K.; YADAVA, V. Laser beam machining-A review. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, v. 48, n. 6, p. 609–628, 2008. ISSN 08906955. Citado na página 67.

EIBEN, A. E.; SMIT, S. K. Evolutionary Algorithm Parameters and Methods to Tune them. In: *Autonomus Search*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2012. cap. 2, p. 15–36. ISBN 978-3-642-21433-2. Citado na página 28.

ELSAYED, K.; LACOR, C. Robust parameter design optimization using Kriging, RBF and RBFNN with gradient-based and evolutionary optimization techniques. *Applied Mathematics and Computation*, v. 236, p. 325–344, 6 2014. ISSN 00963003. Citado na página 19.

ENGELBRECHT, A. P. *Computational Intelligence: An Introduction*. England: Wiley, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 24, 30 e 31.

ETEMAADI, R.; CHAUDRON, M. R. V. New degrees of freedom in metaheuristic optimization of component-based systems architecture: Architecture topology and load balancing. *Science of Computer Programming*, Elsevier, v. 97, p. 366–380, 2015. Citado na página 25.

FERNANDEZ-PRIETO, J. a.; CANADA-BAGO, J.; GADEO-MARTOS, M. a.; VELASCO, J. R. Optimisation of control parameters for genetic algorithms to test computer networks under realistic traffic loads. *Applied Soft Computing Journal*, Elsevier B.V., v. 12, n. 4, p. 1875–1883, 2011. ISSN 15684946. Citado na página 31.

FLEMING, P.; PURSHOUSE, R. Evolutionary algorithms in control systems engineering: a survey. *Control Engineering Practice*, v. 10, n. October 2001, p. 1223–1241, 2002. ISSN 09670661. Citado na página 27.

GANESAN, T.; ELAMVAZUTHI, I.; VASANT, P. Multiobjective design optimization of a nano-CMOS voltage-controlled oscillator using game theoretic-differential evolution. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 32, p. 293–299, 2015. Citado na página 25.

GANGULY, S.; DATTA, S.; CHAKRABORTI, N. Genetic Algorithms in Optimization of Strength and Ductility of Low-Carbon Steels. *Materials and Manufacturing Processes*, v. 22, n. August 2014, p. 650–658, 2007. ISSN 1042-6914. Citado na página 26.

GHASEMI, M. R.; VARAEE, H. A fast multi-objectie optimization using an efficient ideal gas molecular moement algorithm. *Engineering with Computers*, Springer, v. 33, n. 3, p. 477–496, 2017. Citado na página 25.

GHODSIYEH, D.; GOLSHAN, A.; IZMAN, S. Multi-objective process optimization of wire electrical discharge machining based on response surface methodology. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 36, n. 2, p. 301–313, 2014. ISSN 1678-5878. Citado na página 19.

GOMES, J. *Método dos polinômios canônicos de misturas para otimização multi-objetivo*. Itajubá, Minas Gerais, Brazil: Tese de Doutorado - Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção - Universidade Federal de Itajubá, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 10, 20 e 27.

GOMES, J. H. F.; JÚNIOR, A. R. S.; PAIVA, A. P.; FERREIRA, J. R.; COSTA, S. C.; BALESTRASSI, P. P. Global Criterion Method based on principal components to the optimization of manufacturing processes with multiple responses. *Journal of Mechanical Engineering*, v. 58, p. 345–353, 2012. ISSN 00392480. Citado na página 6.

GOMES, J. H. F.; PAIVA, a. P.; COSTA, S. C.; BALESTRASSI, P. P.; PAIVA, E. J. Weighted Multivariate Mean Square Error for processes optimization: A case study on flux-cored arc welding for stainless steel claddings. *European Journal of Operational Research*, Elsevier B.V., v. 226, n. 3, p. 522–535, 2013. ISSN 03772217. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.11.042>. Citado 6 vezes nas páginas 10, 11, 15, 19, 24 e 33.

GÓMEZ-MENESES, P.; RANDALL, M.; LEWIS, A. A multi-objective extremal optimisation approach applied to RFID antenna design. In: *EVOLVE-A Bridge between Probability, Set Oriented Numerics, and Evolutionary Computation II*. [S.l.]: Springer, 2013. p. 431–446. Citado na página 25.

GREFENSTETTE, J. Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms. *IEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, v. 16, n. February, p. 122–128, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 31.

GUNEY, K.; DURMUS, A. Pattern nulling of linear antenna arrays using backtracking search optimization algorithm. *International Journal of Antennas and Propagation*, Hindawi, v. 2015, 2015. Citado na página 25.

HABIB, M.; YALAOUI, F.; CHEHADE, H.; JARKASS, I.; CHEBBO, N. Multi-objective design optimisation of repairable k-out-of-n subsystems in series with redundant dependency. *International Journal of Production Research*, Taylor & Francis, v. 55, n. 23, p. 7000–7021, 2017. Citado na página 25.

HADDAD, A.; GAGNAIRE, M. Optimized Radio-over-Fiber-based cellular backhauling strategy using genetic algorithms and Pareto fronts. *Telecommunication Systems*, Springer, v. 61, n. 2, p. 295–310, 2016. Citado na página 25.

HAIR, J. F.; BLACK, W. C.; BABIN, B. J.; ANDERSON, R. E. *Multivariate Data Analysis*. 7th ed.. ed. [S.l.]: Pretience-Hall Inc., 2009. 785 p. ISBN 0138132631. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 16.

HAJIPOUR, V.; FATTAHI, P.; TAVANA, M.; CAPRIO, D. D. Multi-objective multi-layer congested facility location-allocation problem optimization with Pareto-based meta-heuristics. *Applied Mathematical Modelling*, Elsevier, v. 40, n. 7-8, p. 4948–4969, 2016. Citado na página 25.

HAJIPOUR, V.; KHEIRKHAH, A.; TAVANA, M.; ABSI, N. Novel Pareto-based meta-heuristics for solving multi-objective multi-item capacitated lot-sizing problems. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Springer, v. 80, n. 1-4, p. 31–45, 2015. Citado na página 25.

HASSANI, K.; LEE, W.-S. Multi-objective design of state feedback controllers using reinforced quantum-behaved particle swarm optimization. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 41, p. 66–76, 2016. Citado na página 25.

HEREDIA-LANGNER, a.; MONTGOMERY, D. C.; CARLYLE, W. M. Solving a multistage partial inspection problem using genetic algorithms. *International Journal of Production Research*, v. 40, n. October 2014, p. 1923–1940, 2002. ISSN 0020-7543. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 26.

HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Tese (Doutorado) — University of Michigan Press, 1975. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 27.

HUBAND, S.; HINGSTON, P.; BARONE, L.; WHILE, L. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 10, n. 5, p. 477–506, 2006. ISSN 1089778X. Citado na página 36.

JAMIL, M.; YANG, X.-S. A Literature Survey of Benchmark Functions For Global Optimization Problems. *Int. Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation,*, v. 4, n. 2, p. 150–194, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 39.

JIA, Z.; IERAPETRITOU, M. G. Generate Pareto optimal solutions of scheduling problems using normal boundary intersection technique. *Computers and Chemical Engineering*, v. 31, p. 268–280, 2007. ISSN 00981354. Citado 3 vezes nas páginas 1, 12 e 14.

JIANG, Q.; WANG, L.; LIN, Y.; HEI, X.; YU, G.; LU, X. An efficient multi-objective artificial raindrop algorithm and its application to dynamic optimization problems in chemical processes. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 58, p. 354–377, 2017. Citado na página 25.

JIN, H.; WONG, M. L. Adaptive, convergent, and diversified archiving strategy for multiobjective evolutionary algorithms. *Expert Systems with Applications*, Elsevier Ltd, v. 37, n. 12, p. 8462–8470, 2010. ISSN 09574174. Citado na página 26.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Sixth edit. [S.l.]: Pearson Education, Inc., 2007. ISBN 9780131877153. Citado 3 vezes nas páginas 2, 16 e 17.

JONES, D. F.; MIRRAZAVI, S. K.; TAMIZ, M. Multi-objective meta-heuristics: An overview of the current state-of-the-art. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 137, n. 1, p. 1–9, 2002. Citado na página 25.

KALADHAR, M.; SUBBAIAH, K. V.; RAO, C. S. Simultaneous optimization of multiple responses in turning operations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, v. 228, n. 7, p. 707–714, 2013. ISSN 0954-4054. Citado na página 19.

KALAYCI, C. B.; HANCILAR, A.; GUNGOR, A.; GUPTA, S. M. Multi-objective fuzzy disassembly line balancing using a hybrid discrete artificial bee colony algorithm. *Journal of Manufacturing Systems*, Elsevier, v. 37, p. 672–682, 2015. Citado na página 25.

KASAT, R. B.; GUPTA, S. K. Multi-objective optimization of an industrial fluidized-bed catalytic cracking unit (FCCU) using genetic algorithm (GA) with the jumping genes operator. *Computers and Chemical Engineering*, v. 27, p. 1785–1800, 2003. ISSN 00981354. Citado na página 26.

KAZEMIPOOR, H.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R.; SHAHNAZARI-SHAHREZAEI, P.; AZARON, A. A differential evolution algorithm to solve multi-skilled project portfolio scheduling problems. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Springer, v. 64, n. 5-8, p. 1099–1111, 2013. Citado na página 25.

KUCUKKOC, I.; KARAOGLAN, A. D.; YAMAN, R. Using response surface design to determine the optimal parameters of genetic algorithm and a case study. *International Journal of Production Research*, v. 51, n. 17, p. 5039–5054, 2013. ISSN 00207543. Citado na página 32.

KULTUREL-KONAK, S.; SMITH, A. E.; NORMAN, B. A. Multi-objective tabu search using a multinomial probability mass function. *European Journal of Operational Research*, v. 169, p. 918–931, 2006. ISSN 03772217. Citado na página 11.

KUMARI, A. C.; SRINIVAS, K.; GUPTA, M. P. Software requirements optimization using multi-objective quantum-inspired hybrid differential evolution. In: *EVOLVE-A Bridge between Probability, Set Oriented Numerics, and Evolutionary Computation II*. [S.l.]: Springer, 2013. p. 107–120. Citado na página 25.

LEITE, R. R. *Método de Interseção Normal à Fronteira para Modelos Quadráticos de Escores Fatoriais Rotacionados*. [S.l.]: Dissertação de Mestrado - Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção - Universidade Federal de Itajubá, 2019. 94 p. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 15.

LI, J.; YANG, X.; REN, C.; CHEN, G.; WANG, Y. Multiobjective optimization of cutting parameters in Ti-6Al-4V milling process using nondominated sorting genetic algorithm-II. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 76, p. 941–953, 2014. ISSN 0268-3768. Citado na página 26.

LI, W.; ÖZCAN, E.; JOHN, R. Multi-objective evolutionary algorithms and hyper-heuristics for wind farm layout optimisation. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 105, p. 473–482, 2017. Citado na página 25.

LI, X.; MA, S. Multi-objective memetic search algorithm for multi-objective permutation flow shop scheduling problem. *IEEE Access*, IEEE, v. 4, p. 2154–2165, 2016. Citado na página 25.

LIEPINS, G. E.; HILLIARD, M. R. Genetic Algorithms: foundations and applications. *Annals of Operations Research*, v. 21, p. 31–58, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 31.

LIM, T. Y.; AL-BETAR, M. A.; KHADER, A. T. Adaptive pair bonds in genetic algorithm : An application to real-parameter optimization. *Applied Mathematics and Computation*, Elsevier Inc., v. 252, p. 503–519, 2015. ISSN 0096-3003. Citado na página 31.

LIMA, N. J. S.; BASTOS-FILHO, C. J. A.; ARAÚJO, D. R. B. Boolean Operators to Improve Multi-Objective Evolutionary Algorithms for Designing Optical Networks. *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*, SciELO Brasil, v. 15, n. 4, p. 319–332, 2016. Citado na página 25.

LIN, D. K. J.; TU, W. Dual Response Surface Optimization. *Journal of Quality Technology*, Taylor & Francis, v. 27, n. 1, p. 34–39, 1995. Disponível em: <https://doi-.org/10.1080/00224065.1995.11979556>. Citado na página 15.

LOGIST, F.; IMPE, J. V. Novel insights for multi-objective optimisation in engineering using Normal Boundary Intersection and (Enhanced) Normalised Normal Constraint. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 45, p. 417–431, 2012. ISSN 1615147X. Citado na página 1.

LOPES, L. G. D.; GOMES, J. H. D. F.; PAIVA, A. P. D.; BARCA, L. F.; FERREIRA, J. R.; BALESTRASSI, P. P. A multivariate surface roughness modeling and optimization under conditions of uncertainty. *Measurement*, Elsevier Ltd, v. 46, n. 8, p. 2555–2568, 2013. ISSN 02632241. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2013-.04.031>. Citado na página 6.

LOUGHLIN, D. H.; RANJITHAN, S. R.; BAUGH, J. W.; BRILL, E. D. Application of Genetic Algorithms for the Design of Ozone Control Strategies. *Journal of the Air & Waste Management Association*, v. 50, n. May 2015, p. 1050–1063, 2000. ISSN 1096-2247. Citado na página 26.

LUO, Z.; SULTAN, U.; NI, M.; PENG, H.; SHI, B.; XIAO, G. Multi-objective optimization for GPU3 Stirling engine by combining multi-objective algorithms. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 94, p. 114–125, 2016. Citado na página 25.

MAARANEN, H.; MIETTINEN, K.; PENTTINEN, A. *On initial populations of a genetic algorithm for continuous optimization problems*. [S.l.: s.n.], 2007. 405–436 p. ISSN 09255001. ISBN 0925-5001. Citado na página 28.

MAGNIER, L.; HAGHIGHAT, F. Multiobjective optimization of building design using TRNSYS simulations, genetic algorithm, and Artificial Neural Network. *Building and Environment*, Elsevier Ltd, v. 45, n. 3, p. 739–746, 2010. ISSN 03601323. Citado na página 26.

MAITI, S. K.; LANTZ, A. E.; BHUSHAN, M.; WANGIKAR, P. P. Multi-objective optimization of glycopeptide antibiotic production in batch and fed batch processes. *Bioresource Technology*, Elsevier Ltd, v. 102, n. 13, p. 6951–6958, 2011. ISSN 09608524. Citado na página 26.

MALARD, J. M.; HEREDIA-LANGNER, a.; CANNON, W. R.; MOONEY, R.; BAXTER, D. J. Peptide identification via constrained multi-objective optimization: Pareto-based genetic algorithms. *Concurrency Computation Practice and Experience*, v. 17, n. December 2003, p. 1687–1704, 2005. ISSN 15320626. Citado na página 26.

MALHOTRA, R.; SINGH, N.; SINGH, Y. Genetic Algorithms: Concepts, Design for Optimization of Process Controllers. *Computer and Information Science*, v. 4, n. 2, p. 39–54, 2011. ISSN 1913-8989. Citado na página 27.

MALLICK, S.; KAR, R.; MANDAL, D.; GHOSHAL, S. P. Optimal sizing of CMOS analog circuits using gravitational search algorithm with particle swarm optimization. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, Springer, v. 8, n. 1, p. 309–331, 2017. Citado na página 25.

MANUPATI, V. K.; RAJYALAKSHMI, G.; CHAN, F. T. S.; THAKKAR, J. J. A hybrid multi-objective evolutionary algorithm approach for handling sequence-and machine-dependent set-up times in unrelated parallel machine scheduling problem. *S{\=a}dhan{\=a}*, Springer, v. 42, n. 3, p. 391–403, 2017. Citado na página 25.

MANUPATI, V. K.; THAKKAR, J. J.; WONG, K. Y.; TIWARI, M. K. Near optimal process plan selection for multiple jobs in networked based manufacturing using multi-objective evolutionary algorithms. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier, v. 66, n. 1, p. 63–76, 2013. Citado na página 25.

MARLER, R. T.; ARORA, J. S. Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 26, p. 369–395, 2004. ISSN 1615147X. Citado na página 11.

MAVROTAS, G.; FLORIOS, K.; FIGUEIRA, J. R. An improved version of a core based algorithm for the multi-objective multi-dimensional knapsack problem: A computational study and comparison with meta-heuristics. *Applied Mathematics and Computation*, Elsevier, v. 270, p. 25–43, 2015. Citado na página 25.

MAXIMIANO, M. S.; VEGA-RODR\'\IGUEZ, M. A.; GÓMEZ-PULIDO, J. A.; SÁNCHEZ-PÉREZ, J. M. A new multiobjective artificial bee colony algorithm to solve a real-world frequency assignment problem. *Neural Computing and Applications*, Springer, v. 22, n. 7-8, p. 1447–1459, 2013. Citado na página 25.

MAYER, D. G.; BELWARD, J. a.; BURRAGE, K. Robust parameter settings of evolutionary algorithms for the optimisation of agricultural systems models. *Agricultural Systems*, v. 69, p. 199–213, 2001. ISSN 0308521X. Citado na página 31.

MCCLATCHEY, R.; HABIB, I.; ANJUM, A.; MUNIR, K.; BRANSON, A.; BLOODSWORTH, P.; KIANI, S. L.; neuGRID Consortium; others. Intelligent grid enabled services for neuroimaging analysis. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 122, p. 88–99, 2013. Citado na página 25.

MEI, Y.; SALIM, F. D.; LI, X. Efficient meta-heuristics for the multi-objective time-dependent orienteering problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 254, n. 2, p. 443–457, 2016. Citado na página 25.

MENDES, R.; PAIVA, A.; PERUCHI, R.; BALESTRASSI, P.; LEME, R.; SILVA, M. Multiobjective portfolio optimization of ARMA–GARCH time series based on experimental designs. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 66, n. May, p. 434–444, 2016. ISSN 03050548. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science-/article/pii/S030505481500115X>. Citado na página 24.

MIETTINEN, K. *Nonlinear multiobjective optimization*. 1999. 320 p. Citado na página 1.

MIRIHA, M.; NIAKI, S. T. A.; KARIMI, B.; ZARETALAB, A. Bi-objective Reliability Optimization of Switch-Mode k-out-of-n Series–Parallel Systems with Active and Cold Standby Components Having Failure Rates Dependent on the Number of Components. *Arabian Journal for Science and Engineering*, Springer, v. 42, n. 12, p. 5305–5320, 2017. Citado na página 25.

MIRJALILI, S. Dragonfly algorithm: a new meta-heuristic optimization technique for solving single-objective, discrete, and multi-objective problems. *Neural Computing and Applications*, Springer, v. 27, n. 4, p. 1053–1073, 2016. Citado na página 25.

MIRJALILI, S.; JANGIR, P.; SAREMI, S. Multi-objective ant lion optimizer: a multi-objective optimization algorithm for solving engineering problems. *Applied Intelligence*, Springer, v. 46, n. 1, p. 79–95, 2017. Citado na página 25.

MIRJALILI, S.; SAREMI, S.; MIRJALILI, S. M.; COELHO, L. S. Multi-objective grey wolf optimizer: a novel algorithm for multi-criterion optimization. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 47, p. 106–119, 2016. Citado na página 25.

MITCHELL, M. *An Introduction to Genetic Algorithms (Complex Adaptive Systems)*. 5th. ed. London: The MIT Press, 1998. 221 p. ISSN 08981221. ISBN 0262631857. Citado na página 27.

MOHAMMADI, M.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R.; SIADAT, A.; RAHIMI, Y. A game-based meta-heuristic for a fuzzy bi-objective reliable hub location problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Elsevier, v. 50, p. 1–19, 2016. Citado na página 25.

MOHTASHAMI, H.; MOVAGHAR, A.; TESHNEHLAB, M. Multi-objective Node Placement Considering Non-uniform Event Pattern. *Wireless Personal Communications*, Springer, v. 97, n. 4, p. 6189–6220, 2017. Citado na página 25.

MONTGOMERY, D. *Design and Analysis of Experiments*. 7. ed. New York: John Wiley & Sons, 2009. 665 p. ISBN 0470128666. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 20.

MOORTHY, V.; SANGAMESWARARAJU, P.; GANESAN, S.; SUBRAMANIAN, S. Investigation on the effectiveness of ABC algorithm for hydrothermal energy management considering emission aspects. *International Journal of Energy Sector Management*, Emerald Group Publishing Limited, v. 9, n. 2, p. 251–273, 2015. Citado na página 25.

MORITA, S.; TAKAMURA, S.; TAMURA, K.; TSUCHIYA, J.; YASUDA, K. A Basic Study of Multi-Objective Artificial Bee Colony Algorithm Based on Division of Search Functions. *IEEJ Transactions on Electronics, Information and Systems*, v. 135, p. 1598–1599, 2015. Citado na página 25.

MUKHOPADHYAY, A.; MAULIK, U.; BANDYOPADHYAY, S. A survey of multiobjective evolutionary clustering. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, ACM, v. 47, n. 4, p. 61, 2015. Citado na página 25.

MYERS, R.; MONTGOMERY, D.; ANDERSON-COOK, C. *Response Surface Methodology*. 3. ed. [S.l.: s.n.], 2009. Citado 4 vezes nas páginas 1, 19, 20 e 22.

NAVES, F. L.; PAULA, T. I.; BALESTRASSI, P. P.; BRAGA, W. L. M.; SAWHNEY, R. S.; PAIVA, A. P. de. Multivariate Normal Boundary Intersection based on rotated factor scores: A multiobjective optimization method for methyl orange treatment. *Journal of Cleaner Production*, Elsevier Ltd, v. 143, p. 413–439, 2017. ISSN 09596526. Disponível em: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0959652616321564>. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 6.

NIKNAMFAR, A. H.; NIAKI, S. T. A.; NIAKI, S. A. A. Opposition-based learning for competitive hub location: A bi-objective biogeography-based optimization algorithm. *Knowledge-Based Systems*, Elsevier, v. 128, p. 1–19, 2017. Citado na página 25.

NÚÑEZ-LETAMENDIA, L. Fitting the control parameters of a genetic algorithm: An application to technical trading systems design. *European Journal of Operational Research*, v. 179, p. 847–868, 2007. ISSN 03772217. Citado na página 31.

ÖKTEM, H.; ERZURUMLU, T.; KURTARAN, H. Application of response surface methodology in the optimization of cutting conditions for surface roughness. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 170, n. 1-2, p. 11–16, 2005. ISSN 09240136. Citado na página 19.

OLIVEIRA, C. H. *Método Da Interseção Normal À Fronteira Para a Otimização Multiobjetivo De Superfícies De Resposta Duais Correlacionadas*. Itajubá, Minas Gerais, Brazil: Dissertação de Mestrado - Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção - Universidade Federal de Itajubá, 2013. 77 p. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 14.

ORTIZ, F.; SIMPSON, J. R.; PIGNATIELLO, J. J.; HEREDIA-LANGNER, A. A Genetic Algorithm Approach to Multiple-Response Optimization. *Journal of Quality Technology*, v. 36, n. 4, p. 432–450, 2004. Citado na página 27.

ORTIZ, F.; SIMPSON, J. R.; PIGNATIELLO, J. J.; HEREDIA-LANGNER, A. A Genetic Algorithm Approach to Multiple-Response Optimization. *Journal of Quality Technology*, Taylor & Francis, v. 36, p. 432–450, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 28, 29 e 32.

OSYCZKA, A.; KUNDU, S. A new method to solve generalized multicriteria optimization problems using the simple genetic algorithm. *Structural Optimization*, v. 10, n. Goldberg 1989, p. 94–99, 1995. ISSN 09344373. Citado na página 1.

PAI, G. A. V. Fuzzy decision theory based metaheuristic portfolio optimization and active rebalancing using interval type-2 fuzzy sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, IEEE, v. 25, n. 2, p. 377–391, 2017. Citado na página 25.

PAIVA, A. P.; COSTA, S. C.; PAIVA, E. J.; BALESTRASSI, P. P.; FERREIRA, J. R. Multi-objective optimization of pulsed gas metal arc welding process based on weighted principal component scores. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 50, p. 113–125, 2010. ISSN 0268-3768. Citado na página 6.

PAIVA, A. P.; GOMES, J. H. F.; PERUCHI, R. S.; LEME, R. C.; BALESTRASSI, P. P. A multivariate robust parameter optimization approach based on Principal Component Analysis with combined arrays. *Computers & Industrial Engineering*, Elsevier Ltd, v. 74, n. August, p. 186–198, 2014. ISSN 03608352. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835214001715>. Citado 3 vezes nas páginas 1, 6 e 11.

PAIVA, A. P. D. *Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em Otimização de Processos de Manufatura com Múltiplas Respostas Correlacionadas*. [S.l.]: Tese de Doutorado - Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Itajubá, 2006. 257 p. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.

PALACIOS, J. J.; GONZÁLEZ-RODR\'\IGUEZ, I.; VELA, C. R.; PUENTE, J. Robust multiobjective optimisation for fuzzy job shop problems. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 56, p. 604–616, 2017. Citado na página 25.

PAN, A.; TIAN, H.; WANG, L.; WU, Q. A decomposition-based unified evolutionary algorithm for many-objective problems using particle swarm optimization. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi, v. 2016, 2016. Citado na página 25.

PARANDOUSH, P.; HOSSAIN, A. A review of modeling and simulation of laser beam machining. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Elsevier, v. 85, p. 135–145, 2014. ISSN 08906955. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j-.ijmachtools.2014.05.008>. Citado na página 67.

PAULA, T. I. *Avaliação da influência de parâmetros do Algoritmo Genético na otimização de um problema multiobjetivo utilizando-se Arranjo de Misturas*. [S.l.]: Dissertação de Mestrado - Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção - Universidade Federal de Itajubá, 2015. Citado 13 vezes nas páginas 2, 3, 5, 10, 11, 20, 24, 26, 28, 29, 32, 33 e 35.

PAULA, T. I.; PAIVA, A. P.; BELINATO, G.; GUTIERRES, J. C. M. FA-NBI-GA Optimization Method Applied to the DIN X40CrMoV5-1 Laser Beam Machining Process. *Mendeley Data*, v1, 2019. Citado na página 80.

PAULA, T. I.; PAIVA, A. P.; STREITENBERGER, S. C.; ROMÃO, E. L. FA-NBI-GA Optimization Method Applied to a set of benchmark functions. *Mendeley Data*, v1, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 61.

PINHO, A. F. d. *Metodologia para utilização de Algoritmos Genéticos em modelos de simulação computacional em ambientes de manufatura*. [S.l.]: Tese de Doutorado - Universidade Estadual Paulista, 2008. 189 p. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 32.

PRAKASH, S.; TRIVEDI, V.; RAMTEKE, M. An elitist non-dominated sorting bat algorithm NSBAT-II for multi-objective optimization of phthalic anhydride reactor. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, Springer, v. 7, n. 3, p. 299–315, 2016. Citado na página 25.

PRIETO-MORENO, A.; LLANES-SANTIAGO, O.; GARCÍA-MORENO, E. Principal components selection for dimensionality reduction using discriminant information applied to fault diagnosis. *Journal of Process Control*, v. 33, p. 14–24, 2015. Citado na página 2.

PRUSTY, A. R.; SETHI, S.; NAYAK, A. K. Multi-objective optimality in energy efficient routing for heterogeneous wireless ad hoc sensor network with clustering. *Intelligent Decision Technologies*, IOS Press, v. 11, n. 1, p. 61–70, 2017. Citado na página 25.

QI, R.; YEN, G. G. Hybrid bi-objective portfolio optimization with pre-selection strategy. *Information Sciences*, Elsevier, v. 417, p. 401–419, 2017. Citado na página 25.

RAHIMI, Y.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R.; MOHAMMADI, M.; SADEGHI, M. Multi-objective hub network design under uncertainty considering congestion: An M/M/c/K queue system. *Applied Mathematical Modelling*, Elsevier, v. 40, n. 5-6, p. 4179–4198, 2016. Citado na página 25.

RAHMATI, S. H. A.; ZANDIEH, M.; YAZDANI, M. Developing two multi-objective evolutionary algorithms for the multi-objective flexible job shop scheduling problem. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Springer, v. 64, n. 5-8, p. 915–932, 2013. Citado na página 25.

RAJESH, J. K.; GUPTA, S. K.; RANGAIAH, G. P.; RAY, a. K. Multi-objective optimization of industrial hydrogen plants. *Chemical Engineering Science*, v. 56, p. 999–1010, 2001. ISSN 00092509. Citado na página 26.

RAO, S. S. *Engineering optimization: theory and practice.* 4. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. 840 p. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 10.

REDDY, S. S.; BIJWE, P. R. Efficiency improvements in meta-heuristic algorithms to solve the optimal power flow problem. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 82, p. 288–302, 2016. Citado na página 25.

REDONDO, J. L.; FERNÁNDEZ, J.; HERVÁS, J. D. ; ARRONDO, A. G.; ORTIGOSA, P. M. Approximating the Pareto-front of a planar bi-objective competitive facility location and design problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 62, p. 337–349, 2015. Citado na página 25.

REZAEIAN, J.; SOLEIMANI, F.; MOHASELAFSHARY, S.; ARAB, A. Using a meta-heuristic algorithm for solving the multi-mode resource-constrained project scheduling problem. *International Journal of Operational Research*, Inderscience Publishers (IEL), v. 24, n. 1, p. 1–16, 2015. Citado na página 25.

ROCHA, L. C. S.; PAIVA, A. P.; PAIVA, E. J.; BALESTRASSI, P. P. Comparing DEA and principal component analysis in the multiobjective optimization of P - GMAW process. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Springer Berlin Heidelberg, 2015. ISSN 1678-5878. Disponível em: <"http://dx.doi.org/10.1007/s40430-015-0355-z>. Citado na página 6.

ROSTAMI, S.; NERI, F. Covariance matrix adaptation pareto archived evolution strategy with hypervolume-sorted adaptive grid algorithm. *Integrated Computer-Aided Engineering*, IOS Press, v. 23, n. 4, p. 313–329, 2016. Citado na página 25.

SALAZAR, J. Z.; REED, P. M.; QUINN, J. D.; GIULIANI, M.; CASTELLETTI, A. Balancing exploration, uncertainty and computational demands in many objective reservoir optimization. *Advances in Water Resources*, Elsevier, v. 109, p. 196–210, 2017. Citado na página 25.

SALMASNIA, A.; KAZEMZADEH, R. B.; NIAKI, S. T. A. An approach to optimize correlated multiple responses using principal component analysis and desirability function. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 62, n. 5-8, p. 835–846, 9 2012. ISSN 0268-3768. Citado na página 6.

SANTOS, M. C.; MACHADO, a. R.; BARROZO, M. a. S.; JACKSON, M. J.; EZUGWU, E. O. Multi-objective optimization of cutting conditions when turning aluminum alloys (1350-O and 7075-T6 grades) using genetic algorithm. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 76, p. 1123–1138, 2014. ISSN 0268-3768. Citado na página 26.

SARDIÑAS, R. Q.; SANTANA, M. R.; BRINDIS, E. A. Genetic algorithm-based optimization of cutting parameters in turning processes. *Procedia CIRP*, v. 7, p. 323–328, 2013. ISSN 22128271. Citado na página 26.

SARKHEYLI, A.; ZAIN, A. M.; SHARIF, S. The role of basic, modified and hybrid shuffled frog leaping algorithm on optimization problems: a review. *Soft Computing*, Springer, v. 19, n. 7, p. 2011–2038, 2015. Citado na página 25.

SARRO, F.; FERRUCCI, F.; HARMAN, M.; MANNA, A.; REN, J. Adaptive multi-objective evolutionary algorithms for overtime planning in software projects. *IEEE Transactions on Software Engineering*, IEEE, v. 43, n. 10, p. 898–917, 2017. Citado na página 25.

SAUG, T.; ÇUNKS, M. A new ABC-based multiobjective optimization algorithm with an improvement approach (IBMO: improved bee colony algorithm for multiobjective optimization). *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, v. 24, n. 4, p. 2349–2373, 2016. Citado na página 25.

SCHLÜNZ, E. B.; BOKOV, P. M.; VUUREN, J. H. van. A comparative study on multiobjective metaheuristics for solving constrained in-core fuel management optimisation problems. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 75, p. 174–190, 2016. Citado na página 25.

SCHWEICKARDT, G.; ALVAREZ, J. M. G.; CASANOVA, C. Metaheuristics approaches to solve combinatorial optimization problems in distribution power systems. An application to Phase Balancing in low voltage three-phase networks. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 76, p. 1–10, 2016. Citado na página 25.

SERAFINO, D. D.; GOMEZ, S.; MILANO, L.; RICCIO, F.; TORALDO, G. A genetic algorithm for a global optimization problem arising in the detection of gravitational waves. *Journal of Global Optimization*, v. 48, n. 1, p. 41–55, 2010. ISSN 09255001. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 27.

SHEN, X.-N.; HAN, Y.; FU, J.-Z. Robustness measures and robust scheduling for multi-objective stochastic flexible job shop scheduling problems. *Soft Computing*, Springer, v. 21, n. 21, p. 6531–6554, 2017. Citado na página 25.

SHEN, X.-N.; YAO, X. Mathematical modeling and multi-objective evolutionary algorithms applied to dynamic flexible job shop scheduling problems. *Information Sciences*, Elsevier, v. 298, p. 198–224, 2015. Citado na página 25.

SHUKLA, P. K.; DEB, K. On finding multiple Pareto-optimal solutions using classical and evolutionary generating methods. *European Journal of Operational Research*, v. 181, p. 1630–1652, 2007. ISSN 03772217. Citado na página 1.

SILVA, M. A. C.; KLEIN, C. E.; MARIANI, V. C.; COELHO, L. S. Multiobjective scatter search approach with new combination scheme applied to solve environmental/economic dispatch problem. *Energy*, Elsevier, v. 53, p. 14–21, 2013. Citado na página 25.

SIVANANDAM, S. N.; DEEPA, S. N. *Introduction to Genetic Algorithms*. [S.l.]: Springer, 2008. 442 p. ISBN 9783540731894. Citado 3 vezes nas páginas 28, 29 e 33.

SOUSA, A. S.; ASADA, E. N. Long-term transmission system expansion planning with multi-objective evolutionary algorithm. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 119, p. 149–156, 2015. Citado na página 25.

SRINIVAS, M.; PATNAIK, L. M. Adaptive Probabilities of Crossover and Mu tation in Genetic Algorithms. v. 24, n. 4, p. 656–667, 1994. Citado 3 vezes nas páginas 26, 27 e 31.

TALBI, E.-G. *Metaheuristics: from design to implementation*. New Jersey: Wiley, 2009. Citado na página 31.

TALEIZADEH, A. A. Stochastic multi-objectives supply chain optimization with forecasting partial backordering rate: a novel hybrid method of meta goal programming and evolutionary algorithms. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, World Scientific, v. 34, n. 04, p. 1750021, 2017. Citado na página 25.

TAMILSELVAN, V.; SATHISH, M.; JAYABARATHI, T. Multiobjective Optimal Reactive Power Dispatch Considering Voltage Stability Using Shuffled Frog Leaping Algorithm. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, Maxwell Science Publishing, v. 10, n. 3, p. 315–321, 2015. Citado na página 25.

TANG, L.; WANG, X. A hybrid multiobjective evolutionary algorithm for multiobjective optimization problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, IEEE, v. 17, n. 1, p. 20–45, 2013. Citado na página 25.

TIAN, J.; HAO, X.; MURATA, T. Markov Network based Multi-objective EDA and its Application for Resource Constrained Project Scheduling. *IEEJ Transactions on Electronics, Information and Systems*, The Institute of Electrical Engineers of Japan, v. 136, n. 3, p. 290–298, 2016. Citado na página 25.

TONG, W.; CHOWDHURY, S.; MESSAC, A. A multi-objective mixed-discrete particle swarm optimization with multi-domain diversity preservation. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer, v. 53, n. 3, p. 471–488, 2016. Citado na página 25.

TRAN, D.-H.; CHENG, M.-Y.; PRAYOGO, D. A novel Multiple Objective Symbiotic Organisms Search (MOSOS) for time–cost–labor utilization tradeoff problem. *Knowledge-Based Systems*, Elsevier, v. 94, p. 132–145, 2016. Citado na página 25.

UTYUZHNIKOV, S. V.; FANTINI, P.; GUENOV, M. D. A method for generating a well-distributed Pareto set in nonlinear multiobjective optimization. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 223, p. 820–841, 2009. ISSN 03770427. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 12.

VAHIDINASAB, V.; JADID, S. Normal boundary intersection method for suppliers' strategic bidding in electricity markets: An environmental/economic approach. *Energy Conversion and Management*, v. 51, n. 6, p. 1111–1119, 6 2010. ISSN 01968904. Citado 3 vezes nas páginas 11, 13 e 14.

VEGA-ALVARADO, E.; PORTILLA-FLORES, E. A.; CALVA-YÁÑEZ, M. B.; SEPÚLVEDA-CERVANTES, G.; APONTE-RODR\'\IGUEZ, J. A.; SANTIAGO-VALENT\'\IN, E.; RUEDA-MELÉNDEZ, J. M. A. Hybrid Metaheuristic for Designing an End Effector as a Constrained Optimization Problem. *IEEE Access*, IEEE, v. 5, p. 6002–6014, 2017. Citado na página 25.

VIENNET, R.; FONTEIX, C.; MARC, I. Multicriteria optimization using a genetic algorithm for determining a Pareto set. *International Journal of Systems Science*, v. 27, n. 2, p. 255–260, 1996. ISSN 14645319. Citado na página 39.

VIN\CTAN, L.; CHI\CS, R.; ISMAIL, M. A.; CO\CTOFAN\UA, C. Improving Computing Systems Automatic Multiobjective Optimization Through Meta-Optimization. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, IEEE, v. 35, n. 7, p. 1125–1129, 2016. Citado na página 25.

WANG, W.; ZMEUREANU, R.; RIVARD, H. Applying multi-objective genetic algorithms in green building design optimization. *Building and Environment*, v. 40, p. 1512–1525, 2005. ISSN 03601323. Citado na página 26.

WANG, Y.; HUANG, J.; DONG, W. S.; YAN, J. C.; TIAN, C. H.; LI, M.; MO, W. T. Two-stage based ensemble optimization framework for large-scale global optimization. *European Journal of Operational Research*, v. 228, n. 2, p. 308–320, 2013. ISSN 0377-2217. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.12.021>. Citado na página 2.

WARI, E.; ZHU, W. A survey on metaheuristics for optimization in food manufacturing industry. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 46, p. 328–343, 2016. Citado na página 25.

YAHYA, M.; SAKA, M. P. Construction site layout planning using multi-objective artificial bee colony algorithm with Levy flights. *Automation in construction*, Elsevier, v. 38, p. 14–29, 2014. Citado na página 25.

YE, H. T.; LUO, F.; XU, Y. G. Differential evolution for solving multi-objective optimization problems: a survey of the state-of-the-art. *Control Theory & Applications*, v. 30, p. 922–928, 2013. Citado na página 25.

YIN, L.; LI, X.; LU, C.; GAO, L. Energy-efficient scheduling problem using an effective hybrid multi-objective evolutionary algorithm. *Sustainability*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 8, n. 12, p. 1268, 2016. Citado na página 25.

ZAIN, A. M.; HARON, H.; SHARIF, S. Application of GA to optimize cutting conditions for minimizing surface roughness in end milling machining process. *Expert Systems with Applications*, Elsevier Ltd, v. 37, n. 6, p. 4650–4659, 2010. ISSN 09574174. Citado na página 26.

ZAWIDZKI, M.; NISHINARI, K. Application of evolutionary algorithms for optimum layout of Truss-Z linkage in an environment with obstacles. *Advances in Engineering Software*, Elsevier, v. 65, p. 43–59, 2013. Citado na página 25.

ZENG, J.; NIE, W. Novel multi-objective optimization algorithm. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, BIAI, v. 25, n. 4, p. 697–710, 2014. Citado na página 25.

ZHALECHIAN, M.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R.; RAHIMI, Y.; JOLAI, F. An interactive possibilistic programming approach for a multi-objective hub location problem: Economic and environmental design. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 52, p. 699–713, 2017. Citado na página 25.

ZHANG, X.-y.; ZHENG, Z.; CAI, K.-y.; YANG, S. A Fortification Model for Decentralized Supply Systems and Its Solution Algorithms. *IEEE Transactions on Reliability*, v. 67, n. 1, p. 381–400, 2018. Citado na página 25.

ZHANG, Z.; MAZZOTTI, M.; MORBIDELLI, M. Multiobjective optimization of simulated moving bed and Varicol processes using a genetic algorithm. *Journal of Chromatography A*, v. 989, p. 95–108, 2003. ISSN 00219673. Citado na página 26.

ZHONG, X.; YIN, H.; HE, Y.; HUANG, Y. Joint Downlink Power and Time-Slot Allocation for Distributed Satellite Cluster Network Based on Pareto Optimization. *IEEE Access*, IEEE, v. 5, p. 25081–25096, 2017. Citado na página 25.

ZITZLER, E.; L., K. D.; Thiele. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results. *Evolutionary computation*, v. 8, n. 2, p. 173–195, 2000. ISSN 1063-6560. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 39.

# APÊNDICE A – ARRANJO DE MISTURAS PARA 2 COMPONENTES E 7 VARIÁVEIS DE PROCESSO

| **Teste** | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ | $\mathbf{F_S}$ | $\mathbf{F_M}$ | $\mathbf{F_C}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 2 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 3 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 4 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 5 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 6 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 7 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 8 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 9 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 10 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 11 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 12 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 13 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 14 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 15 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 16 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 17 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 18 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 19 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 20 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 21 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 22 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 23 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 24 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 25 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 26 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 27 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 28 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 29 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 30 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 31 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 32 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |

| Teste | $w_1$ | $w_1$ | $T_P$ | $T_C$ | $T_M$ | $N_G$ | $F_S$ | $F_M$ | $F_C$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 33 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Gau | DP |
| 34 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 35 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 36 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 37 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 38 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 39 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 40 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 41 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 42 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 43 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 44 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Rou | Adp | Sca |
| 45 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 46 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 47 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 48 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 49 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 50 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 51 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 52 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 53 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 54 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 55 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 56 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 57 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 58 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 59 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 60 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 61 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 62 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 63 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 64 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 65 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 66 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 67 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 68 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 69 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |

| Teste | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ | $\mathbf{F_S}$ | $\mathbf{F_M}$ | $\mathbf{F_C}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 70 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 71 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 72 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 73 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 74 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 75 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 76 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 77 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Adp | DP |
| 78 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 79 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 80 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 81 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 82 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 83 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 84 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 85 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 86 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 87 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 88 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Rou | Gau | Sca |
| 89 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 90 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 91 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 92 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 93 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 94 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 95 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 96 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 97 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 98 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 99 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 100 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 101 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 102 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 103 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 104 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 105 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 106 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |

| Teste | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ | $\mathbf{F_S}$ | $\mathbf{F_M}$ | $\mathbf{F_C}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 107 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 108 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 109 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 110 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 111 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 112 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 113 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 114 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 115 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 116 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 117 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 118 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 119 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 120 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 121 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Adp | Sca |
| 122 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 123 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 124 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 125 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 126 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 127 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 128 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 129 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 130 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 131 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 132 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Rou | Gau | DP |
| 133 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 134 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 135 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 136 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 137 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 138 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 139 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 140 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 141 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 142 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 143 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |

| Teste | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ | $\mathbf{F_S}$ | $\mathbf{F_M}$ | $\mathbf{F_C}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 144 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 145 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 146 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 147 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 148 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 149 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 150 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 151 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 152 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 153 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 154 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 155 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 156 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 157 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 158 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 159 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 160 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 161 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 162 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 163 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 164 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 165 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Gau | Sca |
| 166 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 167 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 168 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 169 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 170 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 171 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 172 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 173 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 174 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 175 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 176 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Rou | Adp | DP |
| 177 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 178 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 179 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 180 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |

| Teste | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ | $\mathbf{F_S}$ | $\mathbf{F_M}$ | $\mathbf{F_C}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 181 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 182 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 183 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 184 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 185 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 186 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 187 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 188 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 189 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 190 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 191 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 192 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 193 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 194 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 195 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 196 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 197 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 198 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.70 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 199 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 200 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 201 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 202 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 203 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 204 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 205 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 206 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 207 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 208 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 209 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Gau | Sca |
| 210 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 211 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 212 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 213 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 214 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 215 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 216 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 217 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |

| Teste | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ | $\mathbf{F_S}$ | $\mathbf{F_M}$ | $\mathbf{F_C}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 218 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 219 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 220 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.95 | 0.001 | 200 | Tou | Adp | DP |
| 221 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 222 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 223 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 224 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 225 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 226 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 227 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 228 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 229 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 230 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 231 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 232 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 233 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 234 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 235 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 236 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 237 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 238 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 239 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 240 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 241 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 242 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.70 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 243 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 244 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 245 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 246 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 247 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 248 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 249 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 250 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 251 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 252 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 253 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Adp | Sca |
| 254 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |

| Teste | $w_1$ | $w_1$ | $T_P$ | $T_C$ | $T_M$ | $N_G$ | $F_S$ | $F_M$ | $F_C$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 255 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 256 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 257 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 258 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 259 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 260 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 261 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 262 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 263 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 264 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.95 | 0.100 | 200 | Tou | Gau | DP |
| 265 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 266 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 267 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 268 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 269 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 270 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 271 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 272 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 273 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 274 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 275 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 276 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 277 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 278 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 279 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 280 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 281 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 282 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 283 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 284 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 285 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 286 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.70 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 287 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 288 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 289 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 290 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 291 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |

| Teste | $w_1$ | $w_1$ | $T_P$ | $T_C$ | $T_M$ | $N_G$ | $F_S$ | $F_M$ | $F_C$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 292 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 293 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 294 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 295 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 296 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 297 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Adp | DP |
| 298 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 299 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 300 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 301 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 302 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 303 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 304 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 305 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 306 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 307 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 308 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.95 | 0.001 | 1000 | Tou | Gau | Sca |
| 309 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 310 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 311 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 312 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 313 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 314 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 315 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 316 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 317 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 318 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 319 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 320 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 321 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 322 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 323 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 324 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 325 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 326 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 327 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 328 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |

| **Teste** | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ | $\mathbf{F_S}$ | $\mathbf{F_M}$ | $\mathbf{F_C}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 329 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 330 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.70 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 331 | 1.00 | 0.00 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 332 | 0.90 | 0.10 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 333 | 0.80 | 0.20 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 334 | 0.70 | 0.30 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 335 | 0.60 | 0.40 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 336 | 0.50 | 0.50 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 337 | 0.40 | 0.60 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 338 | 0.30 | 0.70 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 339 | 0.20 | 0.80 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 340 | 0.10 | 0.90 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 341 | 0.00 | 1.00 | 100 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Gau | DP |
| 342 | 1.00 | 0.00 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 343 | 0.90 | 0.10 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 344 | 0.80 | 0.20 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 345 | 0.70 | 0.30 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 346 | 0.60 | 0.40 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 347 | 0.50 | 0.50 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 348 | 0.40 | 0.60 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 349 | 0.30 | 0.70 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 350 | 0.20 | 0.80 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 351 | 0.10 | 0.90 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |
| 352 | 0.00 | 1.00 | 500 | 0.95 | 0.100 | 1000 | Tou | Adp | Sca |

# APÊNDICE B – CÓDIGOS NBI-GA PARA PROBLEMA DE FUNÇÕES DE TESTE

1. ***Main File***

```
clear;
clc;

% Otimização individual das funções F1 e F2
x0=[0,0]; % Ponto inicial
LB = [-4, -4]; % Limite inferior
UB = [4, 4]; % Limite superior

% Restrições lineares de desigualdade
A=[ ];
b=[ ];

% Restrições lineares de igualdade
Aeq = [ ];
beq = [ ];

% Minimização da função F1
[xoptF1, fval1] = fmincon(@(x)Fun1(x),x0,A,b,Aeq,beq,LB,UB);

% Avaliação das funções F1 e F2 no ponto ótimo de F1
F11= Fun1(xoptF1);
F21= Fun2(xoptF1);

% Minimização da função F2
[xoptF2,fval2] = fmincon(@(x)Fun2(x),x0,A,b,Aeq,beq,LB,UB);

% Avaliação das funções F1 e F2 no ponto ótimo de F2
F12= Fun1(xoptF2);
F22= Fun2(xoptF2);

% Construção da matriz Payoff
Payoff=[F11 F12
```

```
        F21 F22]

% Arquivo contendo os parâmetros do algoritmo genético para cada experimento
e os vetores de pesos do NBI
arquivo = 'parametros-GA.xlsx';
% Leitura dos parâmetros do GA
VP = xlsread(arquivo,1);

% Leitura dos pesos das funções para o NBI
vetW1 = xlsread(arquivo,2);

% Número de experimentos obtido a partir da matriz de parâmetros
Nexp=length(VP);

% Definição do número de réplicas
Nrep=30;
% Execução das Nrep repetições para cada experimento
for k=1:Nrep
% Execução dos Nexp experimentos
for i = 1:Nexp
     p = VP(i,1); % População
    c = VP(i,2); % Crossover
    m = VP(i,3); % Mutação
    g = VP(i,4); % Geração
    sel= VP(i,5); % Função de seleção
    mut= VP(i,6); % Função de mutação
    cro= VP(i,7); % Função de crossover

% Definição dos parâmetros para execução do algoritmo genético
options = gaoptimset; options = gaoptimset('Display','iter','CrossoverFraction',c,...
            'Generations',g,'PopulationSize',p,...
            'PlotFcns',@gaplotbestf,@gaplotbestindiv);
    if sel== Rou
        options = gaoptimset(options,'SelectionFcn',@selectionroulette);
    else
        options = gaoptimset(options,'SelectionFcn',@selectiontournament);
    end

    if mut == Gau
```

```
        options = gaoptimset(options,'MutationFcn',@mutationgaussian, m);
    else
        options = gaoptimset(options,'MutationFcn',@mutationadaptfeasible, m);
    end

    if cro == Sca
        options = gaoptimset(options,'CrossoverFcn',@crossoverscattered);
    else
        options = gaoptimset(options,'CrossoverFcn',@crossovertwopoint);
    end

% Otimização simultânea das funções F1 e F2 com restrição
    [xopt,fval]=ga(@(x)NBIfun(x,F11, F12),2,A,b,Aeq,beq,LB,UB,
            @(x)constNBI(x,vetW1(i), F11, F12, F21, F22));

% Avaliação das funções F1 e F2 no ponto ótimo retornado na otimização NBI
F1 = Fun1(xopt);
F2 = Fun2(xopt);

% FILTRO - Reexecução da otimização simultânea de F1 e F2 enquanto o ponto ótimo
apresentar resultados piores que a matriz Payoff
    while F1>N1 | F2>N2
      [xopt,fval]=ga(@(x)NBIfun(x,F11, F12),2,A,b,Aeq,beq,LB,UB,
              @(x)constNBI(x,vetW1(i), F11, F12, F21, F22));

        F1 = Fun1(xopt);
        F2 = Fun2(xopt);
    end

% Armazenamento dos resultados
Results(i,:)=([xopt F1 F2]);

end
```

# APÊNDICE C – ARRANJO DE MISTURAS PARA 3 COMPONENTES E 4 VARIÁVEIS DE PROCESSO

| **Teste** | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_2}$ | $\mathbf{w_3}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.9 | 0.05 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 2 | 0.73 | 0.22 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 3 | 0.73 | 0.05 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 4 | 0.56 | 0.39 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 5 | 0.56 | 0.22 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 6 | 0.56 | 0.05 | 0.39 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 7 | 0.39 | 0.56 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 8 | 0.39 | 0.39 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 9 | 0.39 | 0.22 | 0.39 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 10 | 0.39 | 0.05 | 0.56 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 11 | 0.22 | 0.73 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 12 | 0.22 | 0.56 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 13 | 0.22 | 0.39 | 0.39 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 14 | 0.22 | 0.22 | 0.56 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 15 | 0.22 | 0.05 | 0.73 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 16 | 0.05 | 0.9 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 17 | 0.05 | 0.73 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 18 | 0.05 | 0.56 | 0.39 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 19 | 0.05 | 0.39 | 0.56 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 20 | 0.05 | 0.22 | 0.73 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 21 | 0.05 | 0.05 | 0.9 | 50 | 0.5 | 0.001 | 200 |
| 22 | 0.9 | 0.05 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 23 | 0.73 | 0.22 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 24 | 0.73 | 0.05 | 0.22 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 25 | 0.56 | 0.39 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 26 | 0.56 | 0.22 | 0.22 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 27 | 0.56 | 0.05 | 0.39 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 28 | 0.39 | 0.56 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 29 | 0.39 | 0.39 | 0.22 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 30 | 0.39 | 0.22 | 0.39 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 31 | 0.39 | 0.05 | 0.56 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 32 | 0.22 | 0.73 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |

| Teste | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_2}$ | $\mathbf{w_3}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 33 | 0.22 | 0.56 | 0.22 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 34 | 0.22 | 0.39 | 0.39 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 35 | 0.22 | 0.22 | 0.56 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 36 | 0.22 | 0.05 | 0.73 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 37 | 0.05 | 0.9 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 38 | 0.05 | 0.73 | 0.22 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 39 | 0.05 | 0.56 | 0.39 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 40 | 0.05 | 0.39 | 0.56 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 41 | 0.05 | 0.22 | 0.73 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 42 | 0.05 | 0.05 | 0.9 | 200 | 0.5 | 0.001 | 500 |
| 43 | 0.9 | 0.05 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 44 | 0.73 | 0.22 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 45 | 0.73 | 0.05 | 0.22 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 46 | 0.56 | 0.39 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 47 | 0.56 | 0.22 | 0.22 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 48 | 0.56 | 0.05 | 0.39 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 49 | 0.39 | 0.56 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 50 | 0.39 | 0.39 | 0.22 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 51 | 0.39 | 0.22 | 0.39 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 52 | 0.39 | 0.05 | 0.56 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 53 | 0.22 | 0.73 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 54 | 0.22 | 0.56 | 0.22 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 55 | 0.22 | 0.39 | 0.39 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 56 | 0.22 | 0.22 | 0.56 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 57 | 0.22 | 0.05 | 0.73 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 58 | 0.05 | 0.9 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 59 | 0.05 | 0.73 | 0.22 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 60 | 0.05 | 0.56 | 0.39 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 61 | 0.05 | 0.39 | 0.56 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 62 | 0.05 | 0.22 | 0.73 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 63 | 0.05 | 0.05 | 0.9 | 50 | 0.9 | 0.001 | 500 |
| 64 | 0.9 | 0.05 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 65 | 0.73 | 0.22 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 66 | 0.73 | 0.05 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 67 | 0.56 | 0.39 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 68 | 0.56 | 0.22 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 69 | 0.56 | 0.05 | 0.39 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |

| **Teste** | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_2}$ | $\mathbf{w_3}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 70 | 0.39 | 0.56 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 71 | 0.39 | 0.39 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 72 | 0.39 | 0.22 | 0.39 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 73 | 0.39 | 0.05 | 0.56 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 74 | 0.22 | 0.73 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 75 | 0.22 | 0.56 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 76 | 0.22 | 0.39 | 0.39 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 77 | 0.22 | 0.22 | 0.56 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 78 | 0.22 | 0.05 | 0.73 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 79 | 0.05 | 0.9 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 80 | 0.05 | 0.73 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 81 | 0.05 | 0.56 | 0.39 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 82 | 0.05 | 0.39 | 0.56 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 83 | 0.05 | 0.22 | 0.73 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 84 | 0.05 | 0.05 | 0.9 | 200 | 0.9 | 0.001 | 200 |
| 85 | 0.9 | 0.05 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 86 | 0.73 | 0.22 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 87 | 0.73 | 0.05 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 88 | 0.56 | 0.39 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 89 | 0.56 | 0.22 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 90 | 0.56 | 0.05 | 0.39 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 91 | 0.39 | 0.56 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 92 | 0.39 | 0.39 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 93 | 0.39 | 0.22 | 0.39 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 94 | 0.39 | 0.05 | 0.56 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 95 | 0.22 | 0.73 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 96 | 0.22 | 0.56 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 97 | 0.22 | 0.39 | 0.39 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 98 | 0.22 | 0.22 | 0.56 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 99 | 0.22 | 0.05 | 0.73 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 100 | 0.05 | 0.9 | 0.05 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 101 | 0.05 | 0.73 | 0.22 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 102 | 0.05 | 0.56 | 0.39 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 103 | 0.05 | 0.39 | 0.56 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 104 | 0.05 | 0.22 | 0.73 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 105 | 0.05 | 0.05 | 0.9 | 50 | 0.5 | 0.1 | 500 |
| 106 | 0.9 | 0.05 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |

| **Teste** | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_2}$ | $\mathbf{w_3}$ | $\mathbf{T_P}$ | $\mathbf{T_C}$ | $\mathbf{T_M}$ | $\mathbf{N_G}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 107 | 0.73 | 0.22 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 108 | 0.73 | 0.05 | 0.22 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 109 | 0.56 | 0.39 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 110 | 0.56 | 0.22 | 0.22 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 111 | 0.56 | 0.05 | 0.39 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 112 | 0.39 | 0.56 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 113 | 0.39 | 0.39 | 0.22 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 114 | 0.39 | 0.22 | 0.39 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 115 | 0.39 | 0.05 | 0.56 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 116 | 0.22 | 0.73 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 117 | 0.22 | 0.56 | 0.22 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 118 | 0.22 | 0.39 | 0.39 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 119 | 0.22 | 0.22 | 0.56 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 120 | 0.22 | 0.05 | 0.73 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 121 | 0.05 | 0.9 | 0.05 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 122 | 0.05 | 0.73 | 0.22 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 123 | 0.05 | 0.56 | 0.39 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 124 | 0.05 | 0.39 | 0.56 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 125 | 0.05 | 0.22 | 0.73 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 126 | 0.05 | 0.05 | 0.9 | 200 | 0.5 | 0.1 | 200 |
| 127 | 0.9 | 0.05 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 128 | 0.73 | 0.22 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 129 | 0.73 | 0.05 | 0.22 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 130 | 0.56 | 0.39 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 131 | 0.56 | 0.22 | 0.22 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 132 | 0.56 | 0.05 | 0.39 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 133 | 0.39 | 0.56 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 134 | 0.39 | 0.39 | 0.22 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 135 | 0.39 | 0.22 | 0.39 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 136 | 0.39 | 0.05 | 0.56 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 137 | 0.22 | 0.73 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 138 | 0.22 | 0.56 | 0.22 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 139 | 0.22 | 0.39 | 0.39 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 140 | 0.22 | 0.22 | 0.56 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 141 | 0.22 | 0.05 | 0.73 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 142 | 0.05 | 0.9 | 0.05 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 143 | 0.05 | 0.73 | 0.22 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |

| Teste | $w_1$ | $w_2$ | $w_3$ | $T_P$ | $T_C$ | $T_M$ | $N_G$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 144 | 0.05 | 0.56 | 0.39 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 145 | 0.05 | 0.39 | 0.56 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 146 | 0.05 | 0.22 | 0.73 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 147 | 0.05 | 0.05 | 0.9 | 50 | 0.9 | 0.1 | 200 |
| 148 | 0.9 | 0.05 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 149 | 0.73 | 0.22 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 150 | 0.73 | 0.05 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 151 | 0.56 | 0.39 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 152 | 0.56 | 0.22 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 153 | 0.56 | 0.05 | 0.39 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 154 | 0.39 | 0.56 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 155 | 0.39 | 0.39 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 156 | 0.39 | 0.22 | 0.39 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 157 | 0.39 | 0.05 | 0.56 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 158 | 0.22 | 0.73 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 159 | 0.22 | 0.56 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 160 | 0.22 | 0.39 | 0.39 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 161 | 0.22 | 0.22 | 0.56 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 162 | 0.22 | 0.05 | 0.73 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 163 | 0.05 | 0.9 | 0.05 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 164 | 0.05 | 0.73 | 0.22 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 165 | 0.05 | 0.56 | 0.39 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 166 | 0.05 | 0.39 | 0.56 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 167 | 0.05 | 0.22 | 0.73 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |
| 168 | 0.05 | 0.05 | 0.9 | 200 | 0.9 | 0.1 | 500 |

# APÊNDICE D – CÓDIGOS NBI-GA PARA PROBLEMA LBM

1. ***Main File***

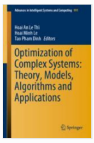
```
clear;
clc;

% Otimização individual das funções F1, F2 e F3
x0=[0,0,0]; % Ponto inicial
LB = [-1,-1,-1]; % Limite inferior
UB = [1,1,1]; % Limite superior

% Restrições lineares de desigualdade
A=[ ];
b=[ ];

% Restrições lineares de igualdade
Aeq = [ ];
beq = [ ];

% Minimização da função F1
[xoptF1, fval1] = fmincon(@(x)Fun1(x),x0,A,b,Aeq,beq,LB,UB);

% Avaliação das funções F1, F2 e F3 no ponto ótimo de F1
F11= Fun1(xoptF1);
F21= Fun2(xoptF1);
F31= Fun3(xoptF1);

% Minimização da função F2
[xoptF2,fval2] = fmincon(@(x)Fun2(x),x0,A,b,Aeq,beq,LB,UB);

% Avaliação das funções F1, F2 e F3 no ponto ótimo de F2
F12= Fun1(xoptF2);
F22= Fun2(xoptF2);
F32= Fun3(xoptF2);
```

```
% Otimização da função F3 com restrição (minimização)
[xoptF3,fval3] = fmincon(@(x)Fun3(x),x0,A,b,Aeq,beq,LB,UB);

% Avaliação das funções F1, F2 e F3 no ponto ótimo de F3
F13= Fun1(xoptF3);
F23= Fun2(xoptF3);
F33= Fun3(xoptF3);

% Construção da matriz Payoff
Payoff=[F11 F12 F13
        F21 F22 F23
        F31 F32 F33]

% Definição dos valores de Utopia
U1=min([F11 F12 F13]);
U2=min([F21 F22 F23]);
U3=min([F31 F32 F33]);

% Definição dos valores de Nadir
N1=max([F11 F12 F13]);
N2=max([F21 F22 F23]);
N3=max([F31 F32 F33]);

% Obtenção dos valores normalizados E11=(F11-U1)/(N1-U1);
E12=(F12-U1)/(N1-U1);
E13=(F13-U1)/(N1-U1);

E21=(F21-U2)/(N2-U2);
E22=(F22-U2)/(N2-U2);
E23=(F23-U2)/(N2-U2);

E31=(F31-U3)/(N3-U3);
E32=(F32-U3)/(N3-U3);
E33=(F33-U3)/(N3-U3);

% Construção da matriz Payoff normalizada
Pesc = [E11 E12 E13
        E21 E22 E23
        E31 E32 E33]
```

```
% Arquivo contendo os parâmetros do algoritmo genético para cada experimento
e os vetores de pesos do NBI
arquivo = 'parametros-GA.xlsx';
% Leitura dos parâmetros do GA
VP = xlsread(arquivo,1);

% Leitura dos pesos das funções para o NBI
vetW1 = xlsread(arquivo,2);
vetW2 = xlsread(arquivo,3);
vetW3 = xlsread(arquivo,4);

% Número de experimentos obtido a partir da matriz de parâmetros
Nexp=length(VP);

% Definição do número de réplicas
Nrep=30;
% Execução das Nrep repetições para cada experimento
for k=1:Nrep
% Execução dos Nexp experimentos
for i = 1:Nexp
     p = VP(i,1); % População
    c = VP(i,2); % Crossover
    m = VP(i,3); % Mutação
    g = VP(i,4); % Geração

% Definição dos parâmetros para execução do algoritmo genético
options = gaoptimset('Display','iter','CrossoverFraction',c,...
            'Generations',g,'PopulationSize',p,...
            'MutationFcn',@mutationgaussian,m,...
            'PlotFcns',@gaplotbestf,@gaplotbestindiv);

% Otimização simultânea das funções F1, F2 e F3 com restrição
[xopt,fval]=ga(@(x)NBI3func(x, vetW1(i), vetW2(i), vetW3(i), U3, N3, E31, E32, E33),
            3,[ ],[ ],[ ],[ ], LB,UB,@(x)constraintNBI3func(x, vetW1(i), vetW2(i),
            vetW3(i), U1, U2, U3, N1, N2, N3,E11,E12,E13,E21,E22,E23,E31,E32,E33));

% Avaliação das funções F1, F2 e F3 no ponto ótimo retornado na otimização simultânea
de F1, F2 e F3
```

```
F1 = Fun1(xopt);
F2 = Fun2(xopt);
F3 = Fun3(xopt);

% FILTRO - Reexecução da otimização simultânea de F1 e F2 enquanto o ponto ótimo apresentar resultados piores que a matriz Payoff
    while F1>N1 | F2>N2 | F3>N3
        [xopt,fval]= ga(@(x)NBI3func(x,vetW1(i),vetW2(i),vetW3(i),U3,N3,E31,
                    E32,E33),3,[],[],[],[],LB,UB,@(x)constraintNBI3func(x,vetW1(i),
                    vetW2(i), vetW3(i), U1, U2, U3, N1, N2, N3,E11,E12,E13,E21,E22,E23,E31

        F1 = Fun1(xopt);
        F2 = Fun2(xopt);
        F3 = Fun3(xopt);
    end

% Avaliação das funções originais no ponto ótimo
RRa=Ra(xopt);
RRy=Ry(xopt);
RRt=Rt(xopt);
RRz=Rz(xopt);
RRp=Rp(xopt);
RDD=DD(xopt);
RMRR=MRR(xopt);
RPot=Pot(xopt);

% Armazenamento dos resultados
Results(i,:)=([xopt F1 F2 F3 RRa RRy RRt RRz RRp RDD RMRR RPot]);

end
```

# ANEXO A – PUBLICAÇÕES




World Congress on Global Optimization
WCGO 2019: Optimization of Complex Systems: Theory, Models, Algorithms and Applications pp 600-610 | Cite as

## A Mixture Design of Experiments Approach for Genetic Algorithm Tuning Applied to Multi-objective Optimization

Authors    Authors and affiliations

Taynara Incerti de Paula, Guilherme Ferreira Gomes, José Henrique de Freitas Gomes, Anderson Paulo de Paiva

Conference paper
**First Online:** 15 June 2019

Part of the Advances in Intelligent Systems and Computing book series (AISC, volume 991)

Author Proof

## A Mixture Design of Experiments Approach for Genetic Algorithm Tuning Applied to Multi-objective Optimization

Taynara Incerti de Paula[1(✉)], Guilherme Ferreira Gomes[2], José Henrique de Freitas Gomes[1], and Anderson Paulo de Paiva[1]

[1] Institute of Industrial Engineering, Federal University of Itajubá, Itajubá, Brazil
taynaraincerti@gmail.com
[2] Mechanical Engineering Institute, Federal University of Itajubá, Itajubá, Brazil

**Abstract.** This study applies mixture design of experiments combined with process variables in order to assess the effect of the genetic algorithm parameters in the solution of a multi-objective problem with weighted objective functions. The proposed method allows defining which combination of parameters and weights should be assigned to the objective functions in order to achieve target results. A study case of a flux cored arc welding process is presented. Four responses were optimized by using the global criterion method and three genetic algorithm parameters were analyzed. The method proved to be efficient, allowing the detection of significant interactions between the algorithm parameters and the weights for the objective functions and also the analysis of the parameters effect on the problem solution. The procedure also proved to be efficient for the definition of the optimal weights and parameters for the optimization of the welding process.

**Keywords:** Genetic algorithm tuning · Mixture design of experiments · Multi-objective optimization · Global criterion method

## 1 Introduction

Several multi-objective optimization techniques perform the scalarization of different responses by multiplying weighting factors to each response in order to prioritize the most important ones, e.g., weighted sums, global criterion method, normal boundary intersection. A common practice among researchers is to define the multi-objective problem using one of these methods and then apply a meta-heuristic as the search technique, in order to find the optimal solution. AQ1

When dealing with genetic algorithms (GA) as the search technique, there is an obstacle that is the tuning of several parameters responsible for the genetic operations and there is no consensus in the literature on how to tune them. An

Supported by PDSE-CAPES/Process Nº 88881.132477/2016-01.


H. A. Le Thi et al. (Eds.): WCGO 2019, AISC 991, pp. 1–11, 2020.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-21803-4_60

International Journal of Production Economics 212 (2019) 186–211

ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

International Journal of Production Economics

journal homepage: www.elsevier.com/locate/ijpe

# Optimization of combined time series methods to forecast the demand for coffee in Brazil: A new approach using Normal Boundary Intersection coupled with mixture designs of experiments and rotated factor scores

Livio Agnew Bacci, Luiz Gustavo Mello, Taynara Incerti, Anderson Paulo de Paiva, Pedro Paulo Balestrassi*

*Institute of Industrial Engineering and Management, Federal University of Itajuba, Itajuba, Minas Gerais, Brazil*

A R T I C L E I N F O

*Keywords:*
Multi-objective optimization
Time series
Combining forecasts
Multivariate statistics
Decision support
Mixture design of experiments

A B S T R A C T

This paper proposed a new multi-objective approach to find the optimal set of weight's combination of forecasts that were jointly efficient with respect to various performance and precision metrics. For this, the residues' series of each previously selected forecasts methods were calculated and, to combine them through of a weighted average, several sets of weights were obtained using Simplex - Lattice Design {m,q}. Then, several metrics were calculated for each combined residues' series. After, Principal Components Factor Analysis (PCFA) was used for extracting a small number series' factor scores to represent the metrics selected with minimal loss of information. The extracted series' factor scores were mathematically modeled with Mixture Design of Experiments (DOE-M). Normal Boundary Intersection method (NBI) was applied to perform joint optimization of these objective functions, allowing to obtain different optimal weights set and the Pareto frontier construction. As selection criteria of the best optimal weights' set were used the Shannon's Entropy Index and Global Percentage Error (GPE). Here, these steps were successfully applied to predict coffee demand in Brazil as a case study. In order to test the applicability and feasibility of the proposed method based on distinct time series, the coffee's Brazilian production and exportation were also foreseen by new method. Besides, the simulated series available in Montgomery et al. (2008) were also used to test the viability of the new method. The results showed that the proposed approach, named of FA-NBI combination method, can be successfully employed to find the optimal weights of a forecasts' combination.

## 1. Introduction

In 2017–2018 period, Brazil maintained the position of the world's largest coffee producer. According to the International Coffee Organization (ICO, 2018), for this period, Brazil produced around 51 million bags of 60 kg coffee, which represented approximately 31.94% of the global coffee production. Regarding the exportation, according to this same organization, Brazil – the world's largest exporter – exported 30.5 million bags of 60 kg coffee in 2017–2018, which represented approximately 26.40% of all coffee exported in the world. In addition to being the largest producer and exporter of green coffee beans, Brazil is also the second largest consumer behind only the United States. In the same period of 2017–2018, Brazil consumed around 20.5 million bags of 60 kg coffee according to ICO (2018).

Analyzing the numbers of the annual period of 2017–2018, one can note that almost all the coffee produced in Brazil is sold domestically and in foreign markets, which hardly leaves any security stocks. In relation to the coffee production chain, the lack of safety stocks and a likely coffee consumption growth in the coming years will require strategically constant adequacy of their physical and managerial structure. So that the domestic and external markets do not fail to be supplied. As shown above, the domestic consumption forecast of coffee is fundamental to the whole members of agribusiness coffee chain, with part of it represented by Fig. 1, in order to avoid new problems of shortages or overproduction. In relation to industries of soluble, roasted and ground coffee, the demand forecast is important so that they can plan their productive capacity for the future. For the grain production sector, which exports the product to the international market and still

* Corresponding author. Institute of Industrial Engineering and Management, Federal University of Itajubá, Brazil Avenida BPS 1303 Itajubá, MG 37500-903, Brazil.

*E-mail addresses:* livioab@yahoo.com.br (L.A. Bacci), contato@gustavomello.adm.br (L.G. Mello), taynaraincerti@gmail.com (T. Incerti), andersonppaiva@unifei.edu.br (A. Paulo de Paiva), ppbalestrassi@gmail.com, pedro@unifei.edu.br (P.P. Balestrassi).

https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.03.001
Received 22 March 2018; Received in revised form 11 January 2019; Accepted 1 March 2019
Available online 06 March 2019
0925-5273/ 

Journal of Manufacturing Processes 36 (2018) 465–479

Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Manufacturing Processes

journal homepage: www.elsevier.com/locate/manpro

Technical Paper

# A multivariate GR&R approach to variability evaluation of measuring instruments in resistance spot welding process

F.A. Almeida[a,*], T.I. De Paula[a], R.R. Leite[a], G.F. Gomes[b], J.H.F. Gomes[a], A.P. Paiva[a], P.P. Balestrassi[a]

[a] Institute of Industrial Engineering, Federal University of Itajubá, Itajubá, MG 37500-903, Brazil
[b] Mechanical Engineering Institute, Federal University of Itajubá, Itajubá, MG 37500-903, Brazil

ARTICLE INFO

*Keywords:*
Measuring instruments
Multivariate gage study
Repeatability and reproducibility
Resistance spot welding
Weighted principal components

ABSTRACT

The resistance spot welding is a promising and widely used method for joining mechanical structures, being applicable in various industrial sectors and constantly improved in order to guarantee a product with high reliability and mechanical quality. This paper aims to verify the variability attributed to different measuring instruments for this process, considering the multivariate nature of its critical-to-quality characteristics. In order to verify the degree of reliability of the results in this process, the multivariate repeatability and reproducibility study based on the weighted principal components method was used, considering two different responses. Design of experiments methodology was used for collecting the data, in order to obtain a real representation of the process amplitude. The measurements were evaluated by image analyzer and conventional metrology mechanical instruments. The results showed a better precision of the metrics performed by the image analyzer, where the measurements presented lower variability, while the mechanical instruments showed greater uncertainties for the measured values.

## 1. Introduction

Resistance spot welding (RSW) is a process that uses heat from an electric current for joining metallic structures. Although RSW is widely used in different segments of the industry, it is worth highlighting its use in the automotive industry, especially as a welding process for steel sheet products [1,2]. Among the main features of the RSW process are high operating speeds [3] and suitability for automation [4].

To ensure that the weld maintains constant quality during the production process two factors should be considered: (1) optimum welding parameters and (2) process control [5]. Due to the importance of weld quality, methodologies for defining optimal welding parameters are widely used for process improvement, contributing to the control and capability of the RSW process.

Several specific methods of quality assessment can be used to verify dimensionality measurements of the weld point, such as electrode displacement [6], X-ray [7] and ultrasound [8]. In addition to these approaches, the metallographic analysis is used to analyze the geometrical characteristics of the welding process [9–11]. The geometrical characteristics are directly related to weld strength, such as the weld button size characteristics [12]. Thus, this study evaluates the indentation depth and nugget width, which are the geometric quality characteristics that have major impact on products from RSW process.

The high quality of the products are one of the main targets of manufacturing companies [13]. To reach these conditions, it is critical to control the variability of manufacturing processes. Part of the total variability of this process is due to the variability associated with the measurement system (special cause) and the other part is due to the process itself (common cause) [14,15]. Thus, in order to monitor and improve processes such as RSW, it is extremely necessary to determine the capability of the measurement system [16,17].

In order to evaluate the capability of measurement systems, one can use gage repeatability and reproducibility (GR&R) studies [18]. The most used methods for performing GR&R studies is the Analysis of Variance (ANOVA) approach, that segregates the variance of the measurement system into two components: variance due to repeatability and variance due to reproducibility. The GR&R strategy is widely used for measurement system analysis (MSA) as in [14,19–21].

In manufacturing processes, several outcomes are taken into account for process monitoring and improvement. These outcomes are usually statistically correlated, and when the variance–covariance structure among these outcomes is not considered, it can lead to inaccurate analysis and incorrect conclusions. Hence, in order to overcome the aforementioned issue of correlated outcomes in multivariate

* Corresponding author.

https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2018.10.030
Received 17 July 2018; Received in revised form 11 October 2018; Accepted 24 October 2018
Available online 14 November 2018
1526-6125/ 

J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng. (2017) 39:4021–4036
DOI 10.1007/s40430-017-0841-6

TECHNICAL PAPER

# Multivariate mean square error for the multiobjective optimization of AISI 52100 hardened steel turning with wiper ceramic inserts tool: a comparative study

P. H. S. Campos[1,2] · G. Belinato[2] · T. I. Paula[2] · M. de Oliveira-Abans[2] · J. R. Ferreira[2] · A. P. Paiva[2] · P. P. Balestrassi[2]

Received: 20 October 2016 / Accepted: 17 June 2017 / Published online: 6 July 2017


**Abstract** This work aims at comparing the optimization of an AISI-52100-steel turning process with a wiper tool attained through the use of the weighted multivariate mean square error (MMSE) method and that obtained through the use of the MMSE. Both of these methods combine principal component analysis and response surface methodology, with the difference that the weighted approach allows the assignment of different degrees of importance to each response. Three input factors were considered: cutting speed ($V_c$), feed rate ($f$) and depth of cut ($d$). Six highly correlated output characteristics (process responses) were considered: tool life ($T$), cutting time ($C_t$), total turning cycle time ($T_t$), processing cost per piece ($K_p$), arithmetic mean roughness ($R_a$) and maximum peak to valley roughness ($R_t$). It should be kept in mind that the material removal rate was a constraint of the problem and not a dependent factor, as a means to guarantee the existence of a minimum productivity. The multiobjective optimization results have been validated experimentally. All models developed in this study, both for turning outputs and for principal component scores, are then suitable for predicting and controlling turning processes similar to that studied here.

Technical Editor: Márcio Bacci da Silva.

✉ P. P. Balestrassi
ppbalestrassi@gmail.com

1 CAPES Foundation, Ministry of Education of Brazil, Brasília, DF 70040-020, Brazil

2 Institute of Industrial Engineering, Federal University of Itajubá, Itajubá, MG 37500-903, Brazil

**Keywords** Multi-objective optimization · Hardened steel turning · Multivariate mean square error · Weighted multivariate mean square error · Response surface methodology

## 1 Introduction

During the past few years, there has been a significant industrial interest in using dry machining. Due to its many advantages, such as the reduced cycle times, improved flexibility, reduced machine tool costs and the fact that it is environmentally friendly, dry machining has become a very popular finishing process. Hard turning is defined as the process of single point cutting of pieces that have hardness values over 45 HRC, more typically ranging from 52 to 65 HRC [1, 2]. The selection of the most appropriate machining settings is crucial for the turning process since it can improve cutting efficiency, produce high-quality products and reduce process costs [3]. An increasing number of papers have been developing mathematical models to analyze the machinability of hard turning process.

Optimization of multiple responses is essential for producing precision parts with low costs in turning operations. Taguchi methods and Response surface methodology have been widely employed for this kind of optimization problem. However, when there are correlated responses being analyzed, those methods can be inadequate. If the variance–covariance structure among the responses is not considered, the optimization may lead to unsatisfactory results [4, 5]. The presence of such correlation, according to [6], can influence the optimization results, since it can create errors in the regression coefficients and unbalance the mathematical models. If the correlation (variance–covariance) is left out of the analysis, the regression equations cannot rightly represent

Journal of Cleaner Production 143 (2017) 413–439

Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Cleaner Production

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jclepro

# Multivariate Normal Boundary Intersection based on rotated factor scores: A multiobjective optimization method for methyl orange treatment

Fabiano Luiz Naves [a], Taynara Incerti de Paula [b], Pedro Paulo Balestrassi [b,*], Washington Luis Moreira Braga [b], Rapinder Singh Sawhney [c], Anderson Paulo de Paiva [b]

[a] Chemical Engineering and Statistics Department, Federal University of São João Del Rei, São João Del Rei, MG, Brazil
[b] Institute of Industrial Engineering and Management, Federal University of Itajubá, Itajubá, MG, Brazil
[c] Industrial and Systems Engineering Department, The University of Tennessee at Knoxville, Knoxville, TN, USA

ARTICLE INFO

Article history:
Received 24 February 2016
Received in revised form
14 December 2016
Accepted 18 December 2016
Available online 26 December 2016

Keywords:
Principal component factor analysis
Normal Boundary Intersection
Pareto frontier
Methyl orange treatment

ABSTRACT

This paper presents the multiobjective optimization of methyl orange treatment with ozone using Normal Boundary Intersection and response surface models of rotated principal component factor scores for the expected value E[f(x)] and prediction variance Var[f(x)] of dye removal ($Y_1$) and chemical oxygen demand removal ($Y_2$). The innovation and the main contribution of this paper consists of building a 2-dimensional equispaced and convex Pareto Frontier for rotated factor scores representing the original multivariate set, reducing the number of objective functions without inverting the correlation among the original responses. Furthermore, this proposal provides a practical way to generate the narrowest possible prediction confidence intervals for a desired optima using the fuzzy membership function criterion in order to select the best compromise solution between E[f(x)] and Var[f(x)]. To illustrate the proposal's feasibility, a central composite design for the ozonation process of methyl orange solution with three factors ($x_1$ = pH, $x_2$ = air flow and $x_3$ = ozone dosage) was run. The optimization results showed a maximum dye removal of 94.1% ± 4.3 with a respective chemical oxygen demand removal of 88.4% ± 5.3 obtained at $x^*$ = [9.5; 7.1 l.min-1; 18.4 g $h^{-1}$]. However, this point have presented the largest 95% prediction confidence interval. Based on the fuzzy membership of Pareto set it was possible to select the narrowest 95% confidence intervals with maximum removal rates ($Y_1$ = 90.5 ± 2.2 and $Y_2$ = 88.3 ± 2.7), obtained at $x^*$ = [7.9, 5.6 l $min^{-1}$, 18.4 g $h^{-1}$]. Confirmation runs and comparisons among several optimization methods were done and indicated that the results fell within the respective confidence intervals for predictions, which corroborates the good adequacy of the proposal.



## 1. Introduction

Response surface methodology (RSM) has been extensively used in the modelling and optimization of industrial an urban wastewater treatments. Examples include the wastewater treatment of livestock (Tak et al., 2015), meat industry (Thirugnanasambandham et al., 2015), tobacco wastewater (Pi et al., 2015), leather industry (Boopathy and Sekaran, 2013), textile industry (Sheydaei et al., 2014), steel industry (Anouzla et al., 2009), petroleum refinery (Shahrezaei et al., 2012) among others. The most used RSM designs in wastewater treatment are the central composite design (CCD) (Asfaram et al., 2015a, 2015b; Li et al., 2015) and the Box-Behnken design (BBD) (Nair and Ahammed, 2015). Both designs are capable of generate nonlinear objective functions like full quadratic models (Montgomery, 2009). The central composite design (CCD) is a response surface array composed by three groups of points: a factorial design with $2^k$ experiments (where $k$ is the number of controllable factors), $2k$ axial points and $n$ center points. The

* Corresponding author.
E-mail addresses: fabianonavesengenheiro@ufsj.edu.br (F.L. Naves), taynaraincerti@unifei.edu.br (T.I. de Paula), pedro@unifei.edu.br (P.P. Balestrassi), bragawl1971@gmail.com (W.L. Moreira Braga), sawhney@utk.edu (R.S. Sawhney), andersonppaiva@unifei.edu.br (A.P. de Paiva).

http://dx.doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.12.092
0959-6526/

Int J Adv Manuf Technol (2016) 87:825–834
DOI 10.1007/s00170-016-8478-7

ORIGINAL ARTICLE

# Normal boundary intersection method based on principal components and Taguchi's signal-to-noise ratio applied to the multiobjective optimization of 12L14 free machining steel turning process

**D. M. D. Costa** [1] · **T. I. Paula** [1] · **P. A. P. Silva** [1] · **A. P. Paiva** [1]

Received: 15 October 2015 / Accepted: 1 February 2016 / Published online: 1 March 2016


**Abstract** When it comes to multiobjective optimization problems, the challenge is to find a solution that satisfies all the answers simultaneously. When the responses are correlated and present conflicting objectives, it is even more difficult to find an adequate solution, since most optimization techniques do not consider this information. The objective of this work is to apply Taguchi's signal-to-noise ratio (SNR) and principal component analysis (PCA) in order to standardize the optimization objectives, eliminate the correlation between the multiple responses, and combine them with the normal boundary intersection (NBI) method to perform a proper optimization. A case study of 12L14 free machining steel turning process is used, since it is considered an important machining operation. Three input parameters (cutting speed, feed rate, and depth of cut) and three response variables (mean roughness, total mean roughness, and removal rate) were considered. Response surface methodology was employed to build the objective functions. The NBI-PCA-SNR method was successfully applied, presenting viable solutions.

✉ A. P. Paiva
andersonppaiva@unifei.edu.br

D. M. D. Costa
danielle.costa@ifsuldeminas.edu.br

T. I. Paula
taynaraincerti@unifei.edu.br

P. A. P. Silva
paty_agnes@yahoo.com.br

[1] Institute of Industrial Engineering and Management, Federal University of Itajuba, Itajuba, Minas Gerais, Brazil

**Keywords** Multiobjective optimization · Normal boundary intersection · Taguchi's signal-to-noise ratio · Principal component analysis

## 1 Introduction

When dealing with multiobjective optimization problems (MOP), under various circumstances, the multiple responses considered in a process may present conflicting objectives, with individual optimization leading to different solution sets [1]. Thus, the task is to find a vector of decision variables that satisfies, at the same time, the objective functions and the constraints and also provides an acceptable value for each response [2, 3]. Fortunately, many techniques can be applied to solve multiobjective optimization problems. Among those techniques is the normal boundary intersection (NBI) method. The NBI method, proposed by Das and Dennis [4], is a method for generating Pareto surface for linear and also for nonlinear multiobjective optimization problems. It is proved that this method is independent of the relative scales of the objective functions and that it is successful in producing an evenly distributed set of points in the Pareto surface given an evenly distributed set of parameters [4–6], which is its advantage over conventional methods.

Although this method can be very useful for the optimization of countless processes, it may conduct the results to inadequate optimum points if the responses are correlated and present conflicting objectives. This drawback may be reversed if the Pareto frontier is designed with uncorrelated functions represented by the scores obtained by the principal component analysis (PCA) [7]. PCA extracts the eigenvectors from the variance-covariance or the correlation matrix using them as weights that are used to multiply the standardized values of original data set [8–15]. Still, if there are variables in the set

Int J Adv Manuf Technol (2016) 84:1185–1199
DOI 10.1007/s00170-015-7764-0

ORIGINAL ARTICLE

# Optimization of AISI 1045 end milling using robust parameter design

**T. G. Brito [1] · A. P. Paiva [1] · T. I. Paula [1] · D. N. Dalosto [1] · J. R. Ferreira [1] · P. P. Balestrassi [1]**

Received: 10 March 2015 / Accepted: 27 August 2015 / Published online: 12 September 2015


**Abstract** AISI 1045 steel end milling, which enables manufacturers to machine parts with low-cost tools, has been gaining prominence in the industry. To ensure the quality of the final products though, it is important to properly adjust the process parameters so as to avoid premature tool wear while providing good levels of productivity along with zero defects. This study aims to optimize the end milling of AISI 1045 steel, using carbide inserts coated with titanium nitride (TIN). The objective—to produce the best surface finishing for machined parts—is achieved by identifying the optimal combination of input parameters and output variables. While the responses analyzed consist of surface roughness, Ra and Rt, the study also considers how Ra and Rt are impacted by the cutting fluid and tool wear during the process. The process parameters analyzed include cutting speed (vc), feed per tooth (fz), axial depth of cut (ap), and radial depth (ae). The noise variables considered are tool wear ($z_1$), cutting fluid concentration ($z_2$), and flow rate ($z_3$). To obtain optimal results, 82 experiments of a combined response surface array are conducted to collect data and analyze the effects of the parameters. In such a design, noise factors are used to generate variation for the responses, allowing the estimation of a mean and a variance equation for Ra and Rt. To optimize the process, a weighted mean square error (MSE) approach is used to form a set of optimal and non-dominated solutions through a Pareto frontier. In this manner, depending on the weight assigned to the mean or variance equation, the algorithm leads to a feasible solution. Theoretical and practical results obtained confirm the adequacy of this proposal; a minimal surface roughness is achieved with the smallest possible influence from tool wear, cutting fluid concentration, and flow rate.

**Keywords** End milling · Robust parameter design (RPD) · Response surface methodology (RSM) · Mean square error (MSE) · Optimization

✉ P. P. Balestrassi
pedro@unifei.edu.br

1 Institute of Industrial Engineering and Management, Federal University of Itajuba, Itajuba, Minas Gerais, Brazil

## 1 Introduction

Among the various machining processes adopted in real manufacturing environments, one of the most fundamental and commonly encountered for material removal operations is the end milling process. In the end milling process, an important property in the evaluation of workpiece quality is the surface roughness [1–8]. Although there is a great deal of research on surface roughness modeling and predicting this kind of process [1–8], few efforts have been made at assessing the influence of noise factors on end milling process performance.

An alternative strategy used to make such an assessment involves design of experiments (DOE) and, in particular, robust parameter design (RPD) [9, 10]. RPD was developed to promote the best levels of control factors capable of making processes less sensitive to the actions of noise variables, of improving the variability control, and of minimizing the bias [11]. The RDP presented in this work facilitates the adaptive control application in the end milling process and contributes to computer-integrated manufacturing designs [11–13]. Originally developed following a crossed-array [10], RPD remains controversial. The controversy springs from the mathematical flaws and statistical inconsistencies stemming from the inability of crossed arrays to assess the interaction between control and noise variables [12–15].

*Proceedings of the 2018 Winter Simulation Conference*
*M. Rabe, A. A. Juan, N. Mustafee, A. Skoogh, S. Jain, and B. Johansson, eds.*

# AN AGENT-BASED SIMULATION FRAMEWORK FOR SUPPLY CHAIN DISRUPTIONS AND FACILITY FORTIFICATION

Xueping Li
Rodney Kizito

Department of Industrial and Systems Engineering
University of Tennessee
Knoxville, TN 37996, USA

Taynara I. Paula

Institute of Industrial Engineering and Management
Federal University of Itajubá
Itajubá, MG 37500-903, BRAZIL

## ABSTRACT

Fortifying facilities within a supply chain network can mitigate facility failures caused by disruptions. In this study we build an agent-based simulation model to study the *r*-interdiction median problem with fortification (RIMF), considering two types of facility disruptions: naturally-caused and human-caused disruptions. The objective of this study is to develop a simulation model that analyzes facility disruption and fortification as a repeated Stackelberg competition, where fortification decisions are made anticipating disruptions. The most important facilities - those with the largest demand coverage - are fortified, while the next most important facilities - those not fortified due to fortification resource limitations - are successfully disrupted. In addition, the study provides event-by-event updates of the fortifying, disrupting, and recovering processes, as well as how these events affect the total network cost over the course of the simulation; thus paves the way for a future study on how to make optimal fortification decisions.

## 1 INTRODUCTION

Facilities within supply chain networks are vulnerable to natural and human-caused disruptions. These disruptions can cause facility failure, leading to severe consequences for the overall supply chain network. Among the types of disruptions that may occur are random naturally-caused attacks (floods, hurricanes, earthquakes, etc.) and human-caused attacks (cyber-attacks, terrorist strikes, etc.). Disruptions can be extremely costly due to the effects they have on production time and incurred transportation costs. In this study, incurred transportation costs occur when a distributor (facility) fails as the result of a disruption. The demand points covered by the failed facility are re-assigned to the closest, in terms of distance, currently operational distributor within the network leading to incurred transportation costs.

To mitigate the risk of disruptions, facilities are fortified in a manner that negates failure from human-caused attacks; however, naturally-caused attacks can not be negated by fortification. Examples of fortification resources against human-caused attacks are advanced facility security systems, enhanced malware protections software, elaborate forts around facilities, etc. The *r*-interdiction median problem with fortification (RIMF) (Church and Scaparra 2007) assumes that a network of $P$ operating facilities has enough resources to protect $Q$ of the $P$ facilities, in order to anticipate worst-case losses when $R$ of the $P$ facilities fail due to disruptions. The objective of this study is to develop an agent-based simulation model to simulate a repeated Stackelberg competition between the fortifying of the most important facilities against disruptions, thus anticipating worst-case losses, and experiencing successful disruptions to the next most important facilities which are not fortified. The simulation is performed for a 10-year duration. The following section provides background to this study.

*Proceedings of the 2018 IISE Annual Conference*
*K. Barker, D. Berry, C. Rainwater, eds.*

# Normal Boundary Intersection Method Augmented Factor Analysis for Multivariate Process Optimization

**Taynara Incerti de Paula[1,2]**
**Paulo Henrique da Silva Campos**
**Anderson Paulo de Paiva**
**[1] Federal University of Itajubá**
**Itajubá, MG - Brazil**

**Xueping Li**
**[2] University of Tennessee**
**Knoxville, TN - USA**

## Abstract

Finding solutions to optimization problems with many response variables can be very challenging. Moreover, when response variables are correlated, not using multivariate techniques often lead to unsatisfactory solutions. This study applies factor analysis (FA) in order to reduce the dimensionality and eliminate the correlation between multiple responses. The extracted rotated factors are optimized through a normal boundary intersection (NBI) method, which is known as very effective in generating evenly distributed Pareto frontiers and finding optimal solutions even in non-convex regions. A case study of an AISI H13 hardened steel turning process using wiper tools is investigated. Three input parameters (cutting speed, feed rate and depth of cut) were considered. Eight responses were modeled through a central composite design (tool life, cutting time, mean roughness, total roughness, material removal rate, specific cutting energy, cutting force and cost of the process). The NBI method based on FA was successfully applied to the case study and achieved viable solutions.

## Keywords
Multiple objective programming, normal boundary intersection, factor analysis, multivariate analysis, hardened steel turning process.

## 1. Background
The Normal Boundary Intersection (NBI) [1] is a method for generating Pareto surface for both linear and nonlinear multi-objective optimization problems and it is known for being very effective to generate evenly distributed Pareto frontiers, with solutions that are optimal and feasible even in non-convex regions of the solution space [2].

For bi-dimensional problems, the NBI formulation can be written as in Eq. (1), which may be iteratively solved for different values of $w$ and the optimal points for each iteration will allow the construction of the Pareto frontier or surface.

$$\begin{aligned} &\text{Min } \bar{f}_1(\mathbf{x}) \\ &\texttt{s.t.:}\ \bar{f}_1(\mathbf{x}) - \bar{f}_2(\mathbf{x}) + 2w - 1 = 0 \\ &\quad g_j(\mathbf{x}) \geq 0 \\ &\quad 0 \leq w \leq 1 \end{aligned} \tag{1}$$

In Eq. (1), $\bar{f}_1(\mathbf{x})$ are the normalized objective functions, obtained through Eq. (2), where $f^U = \left[f_1^U, \cdots, f_i^U, \cdots, f_m^U\right]^T$ is the vector containing the individual optimal solutions, known as Utopia point, and $f^N = \left[f_1^N, \cdots, f_i^N, \cdots, f_m^N\right]^T$ is the set of solutions that are most distant from the optimal solutions, known as Nadir Point.

Proceedings of the 7th International Conference on Mechanics and Materials in Design
Albufeira/Portugal 11-15 June 2017. Editors J.F. Silva Gomes and S.A. Meguid.
Publ. INEGI/FEUP (2017)

PAPER REF: 6474

# RESPONSE SURFACE METHODOLOGY APPLIED TO A HARD TURNING PROCESS USING WIPER GEOMETRY TOOL

**Gabriela Belinato[(*)], Rachel Campos Sabioni, Taynara Incerti de Paula, Paulo Henrique Campos, Pedro Paulo Balestrassi**

Department of Industrial Engineering, Federal University of Itajubá, Itajubá, Brazil
[(*)]*Email:* gabrielabelinato@gmail.com

## ABSTRACT

The use of hard turning materials has been increasing over the last few years. Due to the development of special geometries and tool material with high hardness and wear resistance at high temperatures, added to the development of machine tools with greater rigidity and dimensional precision in high rotations, it has been possible to machining these materials by the turning process. Conventional studies of tool life and roughness of machined surfaces by the turning process takes into account the influence of several input factors such as cutting speed, cutting feed and machining depth in isolation, which requires a large number of tests. To consider the simultaneous variation of many input factors to construct predictive models for responses of interest we can use the Design of Experiments (DOE). In this way, this study deals specifically with the workpiece surface roughness (Ra) and tool life (T) in the turning process of hardened AISI H13 (54 HRC) steel by the ceramic tool CC650. We obtained the mathematical models by the Response Surface Methodology (RSM) using as variables of process cutting speed, cutting feed and machining depth. According to experiments, we observed cutting feed (f) is the main effect of roughness (Ra), while cutting speed (Vc) is the factor with major influence on the tool life (T).

***Keywords:*** hard turning, cutting tools, AISI H13 steel, response surface methodology.

## INTRODUCTION

According to Mohamed et al. (2012) and Lahiff et al. (2007), machining of hardened materials is the machining of materials which hardness is higher than 45 HRC. This process is widely used in the manufacturing of bearings, gear shafts, special cutting tools, dies, molds, among others, to improve the wear resistance of these components (FARIAS, 2009). Traditionally, grinding process is used in turning, however, due to the development of ultra-hard materials for machining tools, such as ceramics, and machine tools with high stiffness and dynamic stability, the finishing operations on hardened materials by turning process have become feasible (LAHIFF et al., 2007).

In addition to enable the machining of complex geometries, turning also presents other advantages when compared to the grinding process, such as high material removal rate, greater flexibility, less damage to the subsurface layer due to the smaller contact area and contact time of the tool with the workpiece. In addition, another advantage is the greater agility in the process, since a larger portion of the workpiece geometry can be machined in a single machine preparation (STEPHENSON; AGAPIOU, 2006).

As said in Pampuch et al. (1995), materials used in manufacturing of chip-cutting tools applied to the machining of hardened materials should combine high efficiency with