

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Análise computacional da migração
de bolhas em um escoamento cisalhante
linear utilizando duas abordagens
multifásicas**

Autor: Lucas Gusmão Freitas

Orientadora: Prof. Dr^a. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva

Coorientador: Prof. Dr. Luiz Antônio Alcântara Pereira

Fevereiro de 2020

Itajubá – MG

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

Lucas Gusmão Freitas

**Análise computacional da migração
de bolhas em um escoamento cisalhante
linear utilizando duas abordagens
multifásicas**

Dissertação submetida ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo

Orientadora: Prof. Dr^a. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva

Coorientador: Prof. Dr. Luiz Antônio Alcântara Pereira

Fevereiro de 2020

Itajubá – MG

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

Lucas Gusmão Freitas

**Análise computacional da migração
de bolhas em um escoamento cisalhante
linear utilizando duas abordagens
multifásicas**

Dissertação aprovada por banca examinadora em 28
de Fevereiro de 2020, conferindo ao autor o título de
Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Banca Examinadora:

Prof. Dr^a. Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva – UNIFEI

Prof. Dr. Luiz Antônio Alcântara Pereira – UNIFEI

Prof. Dr. Juan José Garcia Pabon – UNIFEI

Dr. Angel Edecio Malaguera Mora – UFSC

Fevereiro de 2020

Itajubá – MG

*À Lari,
a meus pais,
e a minhas irmãs*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus pelo inefável dom da vida e da inteligência.

Agradeço a minha namorada e confidente Larissa, pela companhia, paciência, carinho, e por conferir cor a minha vida, que de outro modo seria um monótono preto e branco.

Agradeço a meus pais Roncalli e Jacqueline, pela ajuda material e ensinamentos, sem os quais não teria sido possível a realização desse trabalho.

Agradeço a minha irmã mais velha Bruna por ter me ensinado a ler e escrever, e por ter ajudado minha mãe na educação que recebi.

Agradeço a minha irmã mais nova Aloma, pela paciência com os frequentes *uploads* e por sempre estar disponível quando foi necessário.

Agradeço a minha orientadora Ana e meu coorientador Luiz pela disponibilidade, acompanhamento e ajuda constante.

Agradeço ao prof. Juan e ao Angel pelas orientações dadas a fim de aprimorar este trabalho.

Agradeço à CAPES pelo financiamento, à UNIFEI pela infraestrutura e ao Laboratório de Astrofísica Computacional por permitir a utilização do *cluster*.

Agradeço aos meus amigos pela confidencialidade, discussões e apoio nos mais variados momentos.

Agradeço o meu avô por ser um motivo de orgulho e exemplo.

Agradeço a minha avó pelos mimos quando pequeno, e que deixou saudades ao partir durante a realização deste trabalho.

Agradeço aos demais familiares e parentes pelos conselhos e compreensão pelos momentos de ausência.

Agradeço aos inúmeros professores que tive, por terem me ensinado e ajudado a formar as minhas opiniões.

Agradeço aos cidadãos brasileiros por indiretamente terem contribuído para a minha pesquisa.

Resumo

FREITAS, L. G. (2020), *Análise computacional da migração de bolhas em um escoamento cisalhante linear utilizando duas abordagens multifásicas*, Itajubá, 208 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

O presente trabalho descreve o desenvolvimento de um código computacional capaz de modelar e prever o comportamento de bolhas inseridas em misturas multicomponentes de alta e baixa viscosidade, utilizando o método de Partículas de Temperatura baseado na abordagem euleriana-lagrangiana. Foram propostas novas correlações empíricas para modelagem da deformação de bolha em sistemas de alta viscosidade e do seu coeficiente de sustentação quando inseridos em fluidos de baixa viscosidade, assim como foram estudados os efeitos da transferência de calor e de gradientes térmicos na trajetória e dinâmica de bolhas. Em paralelo, foi utilizada a abordagem VOF para validações dos resultados obtidos pelo método de Partículas de Temperatura, sendo verificado a influência de alguns parâmetros da simulação multifásica como número de Courant, nível de refino da malha e esquemas de discretização na acurácia das soluções encontradas pelos *solvers interFoam* e *interDyMFoam*. Foram investigados os resultados de como as variações dos gradientes de velocidades e do diâmetro da bolha impactam na dinâmica da fase dispersa. Uma outra investigação conduzida utilizando o OpenFOAM foi a influência no movimento de bolhas em fluidos de alta viscosidade para diferentes temperaturas do escoamento e diferentes diâmetros da fase dispersa em fluido de baixa viscosidade, sendo verificada uma aproximação qualitativa entre o Método de Partículas de Temperatura e o VOF na influência da temperatura na migração de bolhas. O *interDyMFoam* capturou as diferentes direções de migração lateral da fase dispersa, apresentando bom acordo qualitativo com os resultados experimentais, embora seja necessário mais testes para diâmetros de bolha maiores que 2,5mm em escoamentos de alto número de Morton.

Palavras-chave: Dinâmica de bolhas, Método de Partículas de Temperatura, VOF, OpenFOAM.

Abstract

FREITAS, L. G. (2020), *Computational analysis of bubble migration in a linear shear flow using two multiphase approaches*, Itajubá, 208 p. MSc. Thesis – Mechanical Engineering Institute, Federal University of Itajubá.

The present work describes the development of a computational code able to model and predict bubble behaviour in high viscosity multicomponent mixture, as well as in low viscosity systems, using the Temperature Particles Method based on the Eulerian-Lagrangian approach. Furthermore, new empirical correlations have been proposed for bubble deformation and lift coefficient modelling in high viscosity systems, as well as effects due to heat transfer and thermal gradients on bubble dynamics and trajectories. In parallel, a VOF-based method has been employed for validation of the results obtained by the Temperature Particles Method, verifying the influence of some multiphase simulation parameters like Courant number, mesh refinement level and discretization schemes on accuracy of solutions reached by *interFoam* and *interDyMFoam* solvers. The effects of velocity gradient and bubble diameter variations on dispersed phase have been investigated. Another conducted investigation using OpenFOAM has been devised to assert the influence on bubble movement in high viscosity fluids for different flow temperatures. Likewise, migration analysis of different bubble diameters in low viscosity fluid has been carried out by employing the VOF method. It has been noticed the good agreement obtained by the eulerian-lagrangian approach developed when compared to the literature, verifying a qualitative convergence between the temperature particles method and VOF when studied temperature influence on bubble migration. The *interDyMFoam* solver captured different directions of dispersed phase lateral migration, reporting good qualitative agreement with the experimental data, although further test for bubble diameter bigger than 2.5mm in high Morton number flows is still needed.

Keywords: Bubble dynamics, Temperature particles method, VOF, OpenFOAM.

Sumário

Lista de Figuras	4
Lista de Tabelas	11
Acrônimos	13
Lista de Símbolos	14
Letras Latinas	14
Letras Gregas	16
Subscritos e sobrescritos latinos	17
Subscritos e sobrescritos gregos	19
1 INTRODUÇÃO	20
1.1 Motivações	20
1.2 Objetivos	22
1.3 Organização do trabalho	23
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	42
3.1 Problema de Couette	42
3.2 Dinâmica da vorticidade	45
3.2.1 Difusão de uma folha de vórtice	46
3.3 Transferência de Calor	47
3.3.1 Condução	47
3.3.2 Convecção	49
3.4 Escoamentos multifásicos	50

3.4.1	Dinâmica de bolhas	50
3.4.2	Regimes de escoamentos	58
3.4.3	Escoamento em bolhas	58
3.4.4	Abordagens de estudo de escoamentos multifásicos	59
4	METODOLOGIA	63
4.1	Abordagem euleriana-lagrangiana	63
4.1.1	Dinâmica da fase dispersa	63
4.1.2	Esquemas de avanço numéricos para a fase dispersa	64
4.1.3	Partículas de Temperatura	65
4.1.4	Difusão de uma folha de calor	71
4.1.5	Condições de contorno em problemas lagrangianos	72
4.1.6	Cálculo do campo térmico	73
4.1.7	Advecção de partículas de temperatura	74
4.2	Abordagem euleriana-euleriana	75
4.2.1	Método de solução numérica	77
4.2.2	Malha	78
4.2.3	Método de Volumes Finitos (FVM)	80
4.2.4	Método VOF	82
4.2.5	interFoam/interDyMFoam	84
4.2.6	Caso básico de simulação no OpenFOAM	88
4.2.7	Condições de contorno	89
4.2.8	Pós-processamento	91
4.2.9	Versão do OpenFOAM utilizada	91
5	RESULTADOS	93
5.1	Abordagem euleriana-lagrangiana	93
5.1.1	Simulações isotérmicas simples	93
5.1.2	Algoritmo do método de Partículas de Temperatura e do modelo de trajetória	115
5.1.3	Simulações térmicas para diferentes temperaturas e com transferência de calor	128
5.2	Abordagem euleriana-euleriana (VOF) utilizando o OpenFOAM	142

5.2.1	Análise de parâmetros numéricos na trajetória de bolhas individuais . . .	144
5.2.2	Avaliação de parâmetros físicos na dinâmica de bolhas	171
6	CONCLUSÃO	182
A	Grandezas termodinâmicas em função da temperatura	195
A.1	Fluidos homogêneos	195
A.1.1	Massa específica	195
A.1.2	Viscosidade dinâmica	196
A.1.3	Calor específico a pressão constante de líquidos	197
A.1.4	Condutividade térmica de líquidos	198
A.1.5	Tensão superficial de líquidos com o ar	198
A.2	Mistura multicomponente líquida	199
A.2.1	Massa específica	199
A.2.2	Viscosidade dinâmica	199
A.2.3	Calor específico a pressão constante e condutividade térmica	199
A.2.4	Tensão superficial	200

Lista de Figuras

1.1	Esquema ilustrativo de um reator do tipo coluna de bolhas	20
1.2	Esquema ilustrativo de bolhas em reatores nucleares	21
3.1	Perfil de velocidade do problema de Couette	43
3.2	Folha de vorticidade com corrente uniforme	47
3.3	Esquema de condução de energia térmica	48
3.4	Esquema de convecção de energia térmica	49
3.5	Tipos de processos de convecção - (A) forçada; (B) natural	49
3.6	Escoamento bifásico com fase dispersa de bolhas	51
3.7	Diagrama de Grace para formatos de bolha	52
3.8	Bolha esférica e elíptica	56
3.9	Coefficiente de sustentação em função do Eötvös modificado	57
3.10	Regimes de escoamento multifásicos - Duto vertical	59
3.11	Regimes de escoamento multifásicos - Duto horizontal	59
3.12	Regimes de escoamento em bolhas	60
3.13	Distribuição de fração de vazio em um duto vertical	60
3.14	Diagrama de padrão de distribuição de bolhas em função do fluxo volumétrico de cada fase	61
4.1	Diagrama de forças em uma bolha esférica	63
4.2	Descrição particular de um campo escalar contínuo genérico ϕ	66
4.3	Distribuição de um campo gaussiano no espaço com origem na partícula i, induzindo uma grandeza escalar relacionado ao campo na partícula j. ϕ	69
4.4	Distribuição gaussiana de temperatura de uma partícula de temperatura	69
4.5	Folha de calor	72
4.6	Vórtice real e virtual no método de imagens	73

4.7	a- Criação da partícula no tempo t ; b- Invasão da partícula na parede devido à difusão no tempo $t + \Delta t$; c- Deslocamento da partícula necessária para não ocorrer a invasão parental no tempo $t + \Delta t$	73
4.8	Discretização em uma malha	79
4.9	Regularidade da malha - (a) malha estruturada; (b) malha não estruturada . . .	79
4.10	Fração volumétrica α	83
5.1	Representação de um problema entre duas placas infinitas	94
5.2	Posição da bolha entre as placas	94
5.3	Diferença de Eötvös modificado e padrão em função de Eötvös padrão	97
5.4	Coeficientes paramétricos em função de Mo - (a) A; (b) B; (c) C	98
5.5	Diâmetro horizontal da bolha deformada em função do seu diâmetro inicial calculado pelo modelo desenvolvido, em comparação com os dados experimentais disponíveis em Tomiyama et al. (2002) para diferentes Mo - (a) $\log_{10} M = -2, 8$; (b) $\log_{10} M = -3, 6$; (c) $\log_{10} M = -4, 2$; (d) $\log_{10} M = -5, 3$	99
5.6	Diferença percentual do Eötvös modificado entre correlações testadas e dados experimentais de Tomiyama et al. (2002) em função do Eötvös da bolha para diferentes Mo	100
5.7	Coordenada adimensional x e y da bolha para diferentes incrementos de tempo com $\log_{10} M = -2, 8$, comparados com Tomiyama et al. (2002) - (a) $d_b = 3, 23mm$; (b) $d_b = 4, 23mm$; (c) $d_b = 5, 59mm$	104
5.8	Coordenada adimensional x e y da bolha para diferentes incrementos de tempo com $\log_{10} M = -3, 6$, comparados com Tomiyama et al. (2002) - (a) $d_b = 3, 19mm$; (b) $d_b = 3, 4mm$; (c) $d_b = 5, 64mm$	105
5.9	Coordenada adimensional x e y da bolha para diferentes passos de tempo com $\log_{10} M = -5, 3$, comparados com Tomiyama et al. (2002) - (a) $d_b = 2, 84mm$; (b) $d_b = 3, 52mm$; (c) $d_b = 5, 54mm$	106
5.10	Coordenada adimensional x e y da bolha para diferentes diâmetros com $\log_{10} M = -5, 3$ comparados com Tomiyama et al. (2002) - (a) $d_b = 3, 52mm$; (b) $d_b = 4, 16mm$; (c) $d_b = 4, 85mm$; (d) $d_b = 5, 54mm$	108

5.11	Diferentes coeficientes de sustentação para várias dimensões de bolha em função da vorticidade com $\log_{10} M = -3, 6$, comparados com os dados experimentais disponíveis em Tomiyama et al. (2002)- (a) $d_b = 3, 19mm$; (b) $d_b = 3, 40mm$; (c) $d_b = 4, 19mm$; (d) $d_b = 5, 64mm$	109
5.12	Coordenada adimensional x e y da bolha para diferentes dimensões de bolha com $\log_{10} M = -11, 4$, comparados com os dados numéricos disponíveis em Mehdi & Kim (2015) - (a) $d_b = 1, 5mm$; (b) $d_b = 2mm$; (c) $d_b = 2, 5mm$; (d) $d_b = 3mm$	111
5.13	Movimento de bolhas para diferentes diâmetros e comparação com Zhongchun et al. (2014)	113
5.14	Trajatória da bolha para diferentes Mo , (a) Zhongchun et al. (2014) (b) Presente modelo	114
5.15	Trajatória da bolha para diferentes gradientes de velocidade do escoamento, (a) Zhongchun et al. (2014) (b) Presente modelo	114
5.16	Representação de um problema com transferência de calor da placa estacionária quente	115
5.17	Discretização e geração de partículas de temperatura reais e virtuais	116
5.18	Fluxograma do algoritmo utilizado	117
5.19	Esquemática do local onde é calculado a temperatura de desprendimento e da parede	120
5.20	Temperatura induzida em função da distância da parede para diferentes números de painéis em comparação com os resultados analíticos (LEWIS, 1991) - (a) 10; (b) 20; (c) 100; (d) 200	130
5.21	Temperatura induzida em função da distância da parede para diferentes comprimentos da folha de vórtices (cm) em comparação com os resultados analíticos (LEWIS, 1991) - (a) 10; (b) 21; (c) 30; (d) 50	131
5.22	Erro percentual da temperatura induzida entre resultados analíticos e numéricos em função do comprimento do painel	132
5.23	Temperatura induzida em função da distância da parede para diferentes valores de difusividade térmica em comparação com os resultados analíticos (LEWIS, 1991) - (a) $\alpha = 10^{-5}$; (b) $\alpha = 10^{-6}$; (c) $\alpha = 10^{-7}$; (d) $\alpha = 5.10^{-8}$	133

5.24	Temperatura induzida em função da distância da parede para diferentes intervalos de tempo de pré-difusão	134
5.25	Temperatura induzida em função da distância da parede para diferentes taxas de transferência de calor por unidade de comprimento	135
5.26	Relação entre temperatura e parâmetros adimensionais para um fluido de $w_{agua} = 0,275$ e bolha de $d_b(mm) = 4,85mm$ - (a) EO ; (b) MO	135
5.27	Coordenada adimensional x e y da bolha ($d_b = 4,85mm$) para diferentes temperaturas	136
5.28	C_L da bolha ($d_b = 4,85mm$) em função da temperatura	137
5.29	Componentes de velocidade da bolha ($d_b = 4,85mm$) em função da temperatura - (a) V_x ; (b) V_y	137
5.30	Avaliação das propriedades termodinâmicas da bolha ($x_b = 2cm$) - (a) T_b em $^{\circ}C$; (b) C_L ; (c) Campo de temperatura; (d) Trajetória	139
5.31	Avaliação das propriedades termodinâmicas da bolha ($x_b = 2,5cm$) - (a) T_b em $^{\circ}C$; (b) C_L ; (c) Campo de temperatura; (d) Trajetória	140
5.32	Avaliação das propriedades termodinâmicas da bolha ($x_b = 2,2cm$) - (a) T_b em $^{\circ}C$; (b) C_L ; (c) Campo de temperatura; (d) Trajetória	141
5.33	Domínio e superfícies de contorno - (a) rightWall; (b) inlet; (c) outlet; (d) frontAndBack; (e) leftWall	143
5.34	Posição inicial da bolha ($d_b = 3,52mm$) inserida no domínio - (a) Vista 2D-plano xy; (b) Vista 3D	144
5.35	Propriedades termodinâmicas em $y=9,2cm$ - (a) α_{water} ; (b) pressão estática; (c) V_y ; (d) ω ; (e) ω sem considerar $t=0,32s$	146
5.36	Propriedades termodinâmicas em $y=7cm$ - (a) α_{water} ; (b) pressão estática; (c) V_y ; (d) V_x ; (e) ω sem considerar $t=0,26s$; (f) ω	147
5.37	Trajetória adimensional da bolha de $d_b = 3,52mm$	149
5.38	Campos de pressão diversos na bolha ($d_b = 3,52mm$) - (a) Componente x do campo de força normal devido a pressão; (b) Pressão modificada; (c) Pressão estática na região inferior; (d) Pressão estática na região superior	150
5.39	Campos dinâmicos ($d_b = 3,52mm$) - (a) Linhas de corrente; (b) Campo de velocidades vetorial; (c) Campo de vorticidade	151

5.40	Campo de velocidade em relação a um centroide de uma bolha estacionária e sua posição adimensional	151
5.41	Malha para $t=0,26s$ ($d_b = 3,52mm$). (a) Malha 1 - $maxRefinement=1$ e $0,001 \leq \alpha \leq 0,999$; (b) Malha 2 - $maxRefinement=1$ e $0 \leq \alpha \leq 0,999$; (c) Malha 3 - $maxRefinement=2$ e $0,001 \leq \alpha \leq 0,999$; (d) Malha 4 - $maxRefinement=2$ e $0 \leq \alpha \leq 0,999$	153
5.42	Formatos iniciais de bolhas em inserção. (a) Modelo 1-3D; (b) Modelo 1-2D plano xy; (c) Modelo 2-3D; (d) Modelo 2-2D plano xy; (e) Modelo 3-3D; (f) Modelo 3-2D plano xy	154
5.43	Trajatória adimensional da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial da bolha; (b) Nível de refinamento da interface; (c) Número de Courant; (d) Faixa de refino de α_{water} ; (e) Formato inicial da bolha	157
5.44	Trajatória adimensional da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Termo convectivo da Eq. (4.61); (b) Termo convectivo da Eq. (4.69); (c) Termo compressivo da Eq. (4.69); (d) Variados	158
5.45	Velocidade longitudinal da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial da bolha; (b) Nível de refinamento da interface; (c) Número de Courant; (d) Faixa de refino de α_{water} ; (e) Formato inicial da bolha	160
5.46	Velocidade longitudinal da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Termo convectivo da Eq. (4.61); (b) Termo convectivo da Eq. (4.69); (c) Termo compressivo da Eq. (4.69); (d) Variados	161
5.47	Velocidade lateral da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial da bolha; (b) Nível de refinamento da interface; (c) Número de Courant; (d) Faixa de refino de α_{water} ; (e) Formato inicial da bolha	163
5.48	Velocidade lateral da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Termo convectivo da Eq. (4.61); (b) Termo convectivo da Eq. (4.69); (c) Termo compressivo da Eq. (4.69); (d) Variados	164

5.49	Malha para $t=0,26s$ de $d_b = 2,84mm$ - $maxRefinement=2$ e $0 \leq \alpha \leq 0,999$	165
5.50	Quantidades cinemáticas características da bolha ($d_b = 2,84mm$) para diferentes níveis e faixas de refino para α - (a) Trajetória; (b) Volume; (c) Velocidade lateral; (d) Velocidade longitudinal	166
5.51	Trajetoária adimensional da bolha de $d_b = 2,84mm$	167
5.52	Malha para $t=0,26s$ de $d_b=5,54mm$ - $maxRefinement=1$ e $0,001 \leq \alpha \leq 0,999$	167
5.53	Quantidades cinemáticas características da bolha ($d_b = 5,54mm$) para diferentes faixas de α para refino e números de Courant - (a) Trajetória; (b) Volume; (c) Velocidade lateral; (d) Velocidade longitudinal	168
5.54	Trajetoária adimensional da bolha de $d_b = 5,54mm$	169
5.55	Deformação temporal da bolha de $d_b = 5,54mm$	170
5.56	Componente x do campo de força normal devido a pressão para bolha de $d_b = 5,54mm$	170
5.57	Campos dinâmicos ($d_b = 5,54mm$) - (a) Linhas de corrente; (b) Campo de velocidades V_x	171
5.58	Trajetoária adimensional de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -5,3$; (b) Gradiente de velocidade e $Mo = -5,3$; (c) Posição inicial $d_b = 2,5mm$ e $Mo = -11,4$	174
5.59	Trajetoária adimensional de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial $d_b = 3mm$ e $Mo = -11,4$; (b) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -11,4$; (c) Temperatura da fase contínua	175
5.60	Trajetoária adimensional da bolha de $d_b = 2mm$	176
5.61	Velocidade longitudinal de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -5,3$; (b) Gradiente de velocidade e $Mo = -5,3$; (c) Posição inicial $d_b = 2,5mm$ e $Mo = -11,4$	177
5.62	Velocidade longitudinal de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial $d_b = 3mm$ e $Mo = -11,4$; (b) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -11,4$; (c) Temperatura da fase contínua	178
5.63	Velocidade lateral de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -5,3$; (b) Gradiente de velocidade e $Mo = -5,3$; (c) Posição inicial $d_b = 2,5mm$ e $Mo = -11,4$	179

5.64 Velocidade longitudinal de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial $d_b = 3mm$ e $Mo = -11, 4$; (b) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -11, 4$; (c) Temperatura da fase contínua 180

Lista de Tabelas

5.1	Tabela de propriedades de fluidos medidas por Tomiyama et al. (2002)	95
5.2	Tabela de adimensionais extraídas de Tomiyama et al. (2002) e calculadas pela Equação (3.26) e (3.44)	96
5.3	Tabela de parâmetros de validação temporal da simulação isotérmica	103
5.4	Tabela de propriedades de fluidos utilizadas por Tomiyama et al. (2002)	107
5.5	Tabela de propriedades de fluidos utilizadas por Tomiyama et al. (2002)	107
5.6	Tabela de propriedades de fluidos utilizadas por MEHDI e KIM (2015)	110
5.7	Parâmetros utilizados na análise da variação número de painéis	129
5.8	Parâmetros utilizados na análise da variação do comprimento da placa	129
5.9	Parâmetros utilizados na análise da variação da difusividade térmica da fase principal	132
5.10	Parâmetros utilizados na análise da variação da temperatura	136
5.11	Parâmetros utilizados na análise da variação de inserção de uma bolha x_b	138
5.12	Parâmetros utilizados na análise da variação de condições iniciais	145
5.13	Parâmetros utilizados na análise da variação de inserção inicial da bolha y_b	150
5.14	Parâmetros utilizados na análise da variação de níveis de refinamento	152
5.15	Parâmetros utilizados na análise da variação de número de Courant	152
5.16	Parâmetros utilizados na análise da variação da faixa de refino	152
5.17	Parâmetros utilizados na análise da variação de formato inicial da bolha	152
5.18	Parâmetros utilizados na análise da variação de esquemas de $div(\rho\Phi, U)$	153
5.19	Parâmetros utilizados na análise da variação de esquemas de $div(\phi, \alpha)$	154
5.20	Parâmetros utilizados na análise da variação de esquemas de $div(\phi_{irb}, \alpha)$	155
5.21	Parâmetros utilizados na análise da variação de esquemas de divergência	155
5.22	Parâmetros utilizados na análise da variação de nível e faixa de refino em bolhas de 2,84mm de diâmetro	165

5.23	Parâmetros utilizados na análise da variação de nível e faixa de refino em bolhas de 5,54mm de diâmetro	167
5.24	Parâmetros utilizados na análise da variação de nível e faixa de refino em bolhas de diferentes diâmetros	171
5.25	Parâmetros utilizados na análise da variação de nível e faixa de refino em bolhas de diferentes diâmetros	172
5.26	Parâmetros utilizados na análise da variação de inserção inicial da bolha y_b . . .	172
5.27	Parâmetros utilizados na análise da variação de diferente diâmetros de bolha em um escoamento de $Mo = -11,4$	173
5.28	Parâmetros utilizados na análise da variação de temperatura	173
5.29	Propriedades termodinâmicas da mistura água e glicerol para diferentes temperaturas	173

Acrônimos

2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
FVM	Finite Volume Method
MATLAB	Matrix Laboratory
OpenFOAM	Open source Field Operation And Manipulation
VOF	Volume-Of-Fluid

Lista de Símbolos

Letras Latinas

A	Seção de área transversal; Matriz de coeficientes em FVM	m^2
a	Coeficiente adimensional	
b	Vetor de coeficientes em FVM	
C_D	Coeficiente de arrasto de uma esfera	
C_{ij}	Coeficiente de arrasto genérico	
C_L	Coeficiente de sustentação	
C_p	Calor específico a pressão constante	$Jkg^{-1}K^{-1}$
Co	Número de Courant	
Co°	Número de Courant do instante anterior	
co	Pontos de controle	
d	Diâmetro	m
d_b	Diâmetro da bolha	m
d_H	Diâmetro horizontal	m
e_{ijk}	Tensor de deformação	
Eo	Número de Eötvös padrão	
Eo_d	Número de Eötvös modificado	
\vec{F}	Força	N
\vec{F}_D	Fonte de momento linear	N
f	Função arbitrária	
$fluxoC$	Coeficiente linear do termo ligado ao centroide da célula	
$fluxoF$	Coeficiente linear do termo ligado à célula vizinha	
$fluxoV$	Coeficiente não linear	
\vec{g}	Gravidade	ms^{-2}

k	Condutividade térmica; coeficiente iterativo	$Wm^{-1}K^{-1}; -$
l	Comprimento	m
M	Número de Morton	
$M_{ii}; M_{ij}$	Elementos da matriz de massa virtual	kg
Mo	Logaritmo na base 10 do número de Morton	
N	Número total genérico	
\hat{n}	Versor na direção normal a uma superfície arbitrária	
p	Pressão estática	Pa
p_0	Pressão total	Pa
p_p	Posição de um ponto arbitrário	
p_{rgh}	Pressão modificada	Pa
p_{shed}	Posição do ponto de desprendimento de partículas	
Q	Calor	J
Q_{int}	Intensidade de calor de uma partícula	J
q	Densidade de calor	JK
r	Coordenada radial	m
\vec{r}	Vetor de posição de um ponto arbitrário em relação a origem	m
\vec{r}'	Vetor de posição de um ponto arbitrário em relação a um ponto definido	m
R	Raio de uma particulado	m
Re	Número de Reynolds	
Re_d	Número de Reynolds da fase dispersa	
s	Ordem de aproximação	
Sr	Número de Cisalhamento	
T	Temperatura	$^{\circ}C$
T_p	Temperatura induzida em um ponto arbitrário	$^{\circ}C$
T_S	Temperatura induzida por uma superfície	$^{\circ}C$
T_{shed}	Temperatura no ponto de desprendimento	$^{\circ}C$
T_W	Temperatura induzida na parede	$^{\circ}C$
T_{∞}	Temperatura inicial do domínio	$^{\circ}C$
t	Tempo	s
t_{dif}	Tempo de pré-difusão	s

\vec{V}	Campo de velocidade vetorial	ms^{-1}
\vec{V}_r	Velocidade relativa interfacial	ms^{-1}
V	Velocidade de um corpo	ms^{-1}
V_{∞}	Velocidade terminal	ms^{-1}
V_{xc}	Velocidade lateral da bolha	ms^{-1}
V_{yc}	Velocidade longitudinal da bolha	ms^{-1}
Vol	Volume da bolha	m^3
U	Velocidade da placa em movimento	ms^{-1}
u	Componente do campo de velocidade na direção x	ms^{-1}
v	Componente do campo de velocidade na direção y	ms^{-1}
v_2	Componente do campo de velocidade da fase dispersa na direção y	ms^{-1}
W	Espessura entre placas	m
w	Componente do campo de velocidade na direção z	ms^{-1}
\vec{X}	Função espacial de trajetória	
x	Coordenada x genérica	m
\hat{x}	Versor na direção x	
x_b	Coordenada x da inserção da bolha	m
x_c	Coordenada x da posição da bolha	m
y	Coordenada y genérica	
\hat{y}	Versor na direção y	
y_b	Coordenada y da inserção da bolha	m
y_c	Coordenada y da posição da bolha	m
z	Coordenada z genérica	
\hat{z}	Versor na direção z	

Letras Gregas

α	Difusividade térmica; fração de vazio média	m^2s^{-1} ; -
α_{water}	Fração indicadora de fase contínua	
Γ	Circulação	
γ	Distribuição de vorticidade	ms^{-1}
ΔQ	Intensidade de temperatura	

ΔS	Tamanho de um painel	m
δ_s	Elemento de superfície finito	m
δ_t	Passo de tempo instantâneo	s
δ_t°	Passo de tempo anterior	s
$\dot{\zeta}$	Fluxo de calor	Jm^{-2}
η	Parâmetro adimensional	
ϑ	Volume genérico	m^3
κ	Curvatura da interface	
λ	Parâmetro difusivo genérico	m^2s^{-1}
μ	Viscosidade dinâmica genérica de um fluido	m^2s^{-1}
ν	Viscosidade cinemática genérica de um fluido	m^2s^{-1}
ϖ	Taxa de transferência de calor	J
ρ	Densidade local genérica de um fluido	kgm^{-3}
σ	Raio do núcleo de uma partícula; Tensão superficial	$m; Nm^{-1}$
$\vec{\tau}$	Tensor de cisalhamento viscoso	Pa
τ_B	Variável arbitrária de tempo	s
τ_S	Tensão de cisalhamento viscoso na direção x	Pa
Υ	Operador espacial de Navier-Stokes discretizado	
v_p	Volume de um particulado	m^3
Φ	Função matemática arbitrária	
ϕ	Campo escalar arbitrário	
φ	Azimute	
Ξ	Operador espacial da Equação de Navier-Stokes	
χ	Função indicadora de fase; fração molar	
ψ	Função matemática arbitrária	
Ψ	Função matemática arbitrária	
Ω	Velocidade angular	s^{-1}
$\vec{\omega}$	Vorticidade vetorial	s^{-1}
ω	Vorticidade escalar em z	s^{-1}
ω_{ip}	Função de ponderação integral	

Subscritos e sobrescritos latinos

0	Inicial
agua	Fase de água considerada
ar	Fase de ar considerada
b_R	Distância da partícula real a bolha
b_I	Distância da partícula imaginária a bolha
b	Indicador de uma bolha
corpo	Indicador de uma força de corpo
D	Indicador de célula <i>downwind</i>
f	Indicador de face de célula
G , g	Fase dispersa
gly	Fase de glicerol identificada
h	Identificador de variável discretizada
I	Indicador imaginário
i	Elemento genérico
ins	Indicador instantâneo
int	Indicador de interface
k	Indicador de uma fase genérica
L	Fase contínua
l	Indicador de uma fase genérica distinta de k
m	Indicador de média
max	Indicador de máximo
mix	Indicador de mistura
n	Indicador de avanço temporal
p	Identificador de uma partícula
pI	Identificador de uma partícula imaginária
pr	Identificador de uma partícula real
pS	Distância de um ponto arbitrário à uma superfície
r	Componente radial
real	Indicador de partículas reais
rel	Indicador relativo
S	Tensão em x
T, temp	Partícula de temperatura

v Identificador de um vórtice

Subscritos e sobrescritos gregos

φ Componente azimute

σ Interfacial

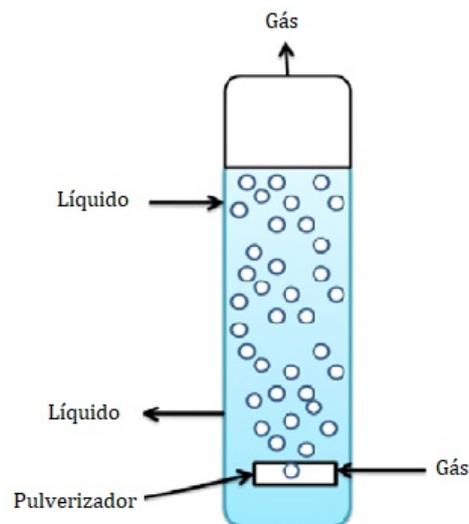
Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Motivações

Bolhas dispersas em líquidos podem aumentar significativamente a transferência de energia e massa em escoamentos, e portanto são amplamente utilizadas em processos industriais (ARIAS et al., 2009). Em reator do tipo coluna de bolha, a distribuição desigual de vazão e densidade através da sua seção transversal leva a formação de células de circulação, promovendo boa mistura entre as fases e que portanto justifica seu amplo uso na indústria petroquímica e em biorreatores aeróbios (KREPPER et al., 2007) (Fig. 1.1).

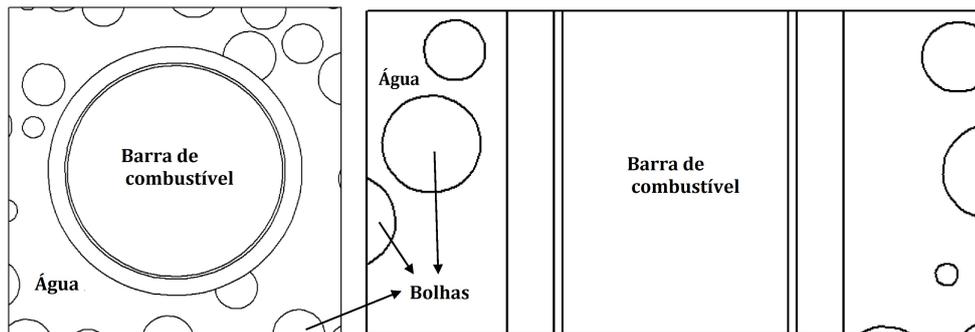
Figura 1.1: Esquema ilustrativo de um reator do tipo coluna de bolhas



Fonte: Adaptada pelo autor a partir de (THUKRAL, 2015)

A distribuição lateral de bolhas em canais verticais também desempenha um papel importante em reatores nucleares, já que a taxa de condensação em um escoamento borbulhante é influenciada pela disposição transversal de vazios (OKAWA et al., 2002) (Fig. 1.2). Outro importante fenômeno neste contexto é a previsão do fluxo crítico de calor em feixe de combustível de reatores nucleares, que define o limite operacional máximo de geração de energia (BERTODANO et al., 1994).

Figura 1.2: Esquema ilustrativo de bolhas em reatores nucleares



Fonte: Adaptada pelo autor a partir de Türkmen & Tiftikci (2019)

A estrutura do escoamento bifásico em tubulações, e portanto do seu arranjo lateral de bolhas, determina a tensão cisalhante de parede e a queda de pressão local resultante nas linhas hidráulicas (SERIZAWA et al., 1988). A capacidade de prever qual regime de escoamento se desenvolverá na tubulação possibilitará avaliar corretamente as perdas de cargas envolvidas em sistemas hidráulicos.

Embora o comportamento coletivo de múltiplas bolhas que frequentemente seja de importância em engenharia, as propriedades globais dos escoamentos multifásicos são geralmente determinadas pelas pequenas escalas, e portanto o acoplamento entre o movimento de bolhas individuais mais simples com a fase líquida é central para compreender como se dá a evolução do regime de escoamento (ERVIN; TRYGGVASON, 1997).

Em escoamentos internos, o gradiente de velocidade desempenha um grande papel na migração lateral de bolhas (LACKME, 1967) (KOBAYASI et al., 1970) (ZUN, 1980). Pode-se estudar seu efeito de maneira simplificada analisando o comportamento de uma bolha inserida em um escoamento linear cisalhante de gradiente uniforme (KARIYASAKI, 1987)(TOMIYAMA et al., 2002). Na mecânica dos fluidos, a clássica solução do problema de Couette, que consiste na existência de um fluido viscoso entre duas placas, uma em movimento e a outra estacionária, fornece este campo de velocidade linear e portanto pode ser empregado.

Devido à complexidade inerente na análise de escoamentos multifásicos, diversas metodologias alternativas vem sendo empregadas historicamente nos estudos envolvidos. Uma das metodologias mais utilizadas na investigação de escoamentos multifásicos é o método VOF (Volume-of-Fluid) desenvolvido por Hirt & Nichols (1981) e que se popularizou rapidamente graças à redução no uso de memória computacional na simulação, e tornou-se recorrente sua utilização na investigação numérica de dinâmica de bolhas (TOMIYAMA et al., 1993); (BOTHE et al., 2006); (RABHA; BUWA, 2010); (ZHONGCHUN et al., 2014). Dos códigos computacionais consagrados de VOF, um solucionador gratuito disponível é o *interFoam/interDyMFoam*, parte integral do pacote *open source* OpenFOAM.

Outra abordagem onde a relação física interfásica pode ser descrita por coeficientes de sustentação e arrasto sob um ponto de vista de acompanhamento individual da trajetória de bolhas, é denominada lagrangiana e foi também utilizada neste trabalho. Assim, percebe-se que a validação conjunta dos resultados pode ser feita empregando duas abordagens diferentes. Correlações empíricas presentes na literatura também foram utilizadas nas simulações lagrangianas e os resultados comparados com os obtidos pelo método VOF.

1.2 Objetivos

Este trabalho demonstrou a capacidade de duas abordagens alternativas no contexto de escoamentos multifásicos em prever fenômenos de dinâmica de bolhas, o que permite a explicação de fenômenos de maneira satisfatória e confiável.

A abordagem euleriana-lagrangiana foi construída utilizando diversas correlações encontradas na literatura, ao mesmo tempo que outras foram desenvolvidas neste trabalho. Foi avaliado a capacidade dos códigos em reproduzir dados experimentais consagrados da literatura, comparando os resultados com outras correlações amplamente empregadas. Buscou-se validar esta metodologia para sistemas de alta viscosidade, ao mesmo tempo que foram desenvolvidas novas correlações de C_L para regimes de baixa viscosidade, que faltam na literatura.

Em paralelo, foi utilizada a abordagem euleriana-euleriana através do método VOF já existente no *software* OpenFOAM, e foi avaliado sua utilidade tanto para comprovar resultados obtidos na abordagem euleriana-lagrangiana, como para verificar os fundamentos da física subjacente ao fenômeno de dinâmica de bolhas. Estudos numéricos foram realizados e observados a influência de diversos parâmetros essenciais da simulação como número de Courant, nível de

refinamento da malha na trajetória e velocidade de bolhas. Outras quantidades físicas foram estudadas, como bolhas de diferentes diâmetros, sujeitas a gradientes de velocidade variados e submersas em fluidos sob temperaturas distintas. Todas as simulações computacionais permitiram, além do aprendizado das ferramentas e do acréscimo em conhecimento do assunto, levantar uma ampla base de dados para comparações e validações.

1.3 Organização do trabalho

O capítulo 1 é dedicado a apresentar as motivações e objetivos do trabalho, demonstrando a importância do tema estudado e o que se almeja com a pesquisa realizada. No capítulo 2 uma revisão bibliográfica extensa é apresentada a fim de contextualizar a presente pesquisa.

O capítulo 3 descreve os fundamentos teóricos de mecânica dos fluidos, e apresenta o problema de Couette com sua solução analítica. Outro tema descrito é a transferência de calor, com um enfoque em condução e convecção. Também são apresentados os fundamentos do estudo de escoamentos multifásicos, junto com a descrição topológicas das fases a partir de duas abordagens multifásicas distintas.

No capítulo 4 é descrita a metodologia utilizada neste trabalho, apresentando em detalhes como as abordagens euleriana-lagrangiana e euleriana-euleriana funcionam, juntamente com seus fundamentos físicos e matemáticos. O modelo de rastreamento de trajetória de bolhas e o método de Partículas de Temperatura são descritos no contexto da abordagem euleriana-lagrangiana, enquanto o *solver interFoam/interDyMFoam* é apresentado na conjuntura de estudo da abordagem euleriana-euleriana através do método VOF.

No capítulo 5 são mostrados os resultados da análise de migração de bolhas em escoamento cisalhante linear utilizando as abordagens euleriana-lagrangiana desenvolvida a partir de um modelo de trajetória e do método de Partículas de Temperatura, e euleriana-euleriana *interFoam/interDyMFoam* existente no OpenFOAM. Os diversos parâmetros das simulações foram testados, e avaliados em como impactam na dinâmica da fase dispersa.

No capítulo 6 a conclusão dos resultados obtidos pelas abordagens é delineada, como limites e sucessos do código desenvolvido e do *interFoam/interDyMFoam*. Sugestões de trabalhos futuros foram também apresentadas.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Devido à complexidade do regime de escoamento em bolhas, as tentativas de investigação de cálculos de queda de pressão e velocidade de escorregamento baseavam-se em casos particulares desse regime (com fases parcialmente misturadas), como o regime de escoamento homogêneo (fases completamente misturadas) ou regime de escoamento anular (fases completamente separadas). No modelo homogêneo, a velocidade média de ambas as fases são supostas iguais, o que raramente é o caso (BANKOFF, 1960), enquanto Levy (1951) desenvolvera um modelo completo de escoamentos anulares, com progressos paralelos obtidos através de correlações empíricas por Martinelli & Nelson (1948) e Armand & Treschev (1947). Contudo, tais modelos baseados nas pontas do espectro de misturas não forneciam uma descrição adequada e física do regime de escoamento em bolhas.

Bankoff (1960) então postulou uma distribuição radial de concentração de bolhas através da seção transversal de um tubo posicionado verticalmente, com o pico de fração de vazio ocorrendo no centro do duto e decrescendo radialmente, até se anular nas paredes. Bankoff (1960) preconiza em seu modelo que tanto o campo de velocidades, como a fração de vazios seguem a distribuição da lei de potência clássica, com a densidade e a viscosidade da mistura variando em função da posição radial. Através de comparações do modelo desenvolvido com as correlações de Martinelli & Nelson (1948) e com experimentos conduzidos por Egen et al. (1957), Marchaterre (1956) e Cook (1956), foi possível perceber um bom acordo nos valores de fração de vazio médio, tensão na parede e queda de pressão para várias qualidades vapor/água e pressões.

O modelo de Bankoff (1960) foi posteriormente examinado por Zuber (1960), que explicou o fenômeno da ocorrência de pico de concentração de bolhas na região central da tubulação

para escoamentos contrários à gravidade empregando a hipótese da influência do gradiente de velocidade, que é mais intenso próximo à parede. Os efeitos de circulação nas bolhas, induzidos pela ação cisalhante desuniforme, produziriam forças de sustentação normais à parede pelos princípios de Bernoulli e Magnus, promovendo a migração de bolhas para o centro quando o escoamento corresse contra a gravidade, e fora do centro, no caso de sentido de fluxo a favor da gravidade. Zuber (1960) mostrou que o modelo de distribuição de bolhas de Bankoff (1960) está de acordo com dados experimentais de Armand (1946), Armand & Treschev (1947), Armand & Nevstrueva (1950), Armand (1954) e Kholodovski (1957), que mostraram valores inferiores a unidade para a razão de escorregamento de velocidade. Contudo, como apontaram Beyerlein et al. (1985), o conjunto de dados que Bankoff (1960) e (ZUBER, 1960) utilizaram eram válidos somente para situações de escoamento com frações de vazio maiores que 20%.

Morse et al. (1960), Christensen (1961) e Wright & Zivi (1963) capturaram o desenvolvimento axial de perfis de vazio na seção transversal de dutos, e mais uma vez comprovaram a concentração de bolhas no centro, formando um perfil côncavo, sendo também observado por Kazin (1964 apud PIERRE; BANKOFF, 1967). Kazin (1964 apud ZUN, 1980) também propôs que forças de Magnus e Zhukovski agiriam nas bolhas como se fossem esferas rígidas girantes. Novidades foram primeiramente observadas por Staub & Zuber (1964) utilizando o refrigerante 22 sob alta pressão como fluido de trabalho, e com Kroeger & Zuber (1966), que reportaram picos de fração de vazio próximos a parede de tubos para baixas qualidades de água. Malnes (1966) realizou por sua vez estudos sistemáticos de distribuição de vazios em tubos circulares em sistemas ar-água e vapor-água, para vários diâmetros de tubos e ampla faixa de velocidades de líquido, mostrando claramente a existência de picos de bolhas próximo às paredes do tubo para baixos valores médios de vazio, e um aumento da magnitude dos picos para maiores valores da velocidade do líquido.

Paralelamente, o interesse em movimento de partículas pequenas carregadas por um escoamento de Poiseuille em tubos retilíneos avançou, desde estudado pela primeira vez por Poiseuille (1836), onde se percebeu que corpúsculos do sangue em capilares tinham a tendência de se afastarem da parede. Saffman (1965) estudou analiticamente a força de sustentação de esferas indeformáveis movendo em líquido altamente viscoso com uma velocidade relativa em um escoamento cisalhante simples, e obteve uma fórmula analítica que calculava a força transversal na esfera, e foram observados resultados em acordo qualitativo com dados experimentais de Oliver (1962).

Lackme (1967) realizou experimentos a fim de obter a distribuição de vazios na seção transversal de um canal vertical para baixas frações de vazio ($< 10\%$), observando tanto o perfil de distribuição côncavo, quanto picos de bolhas perto da parede. Foi proposto que a migração e a mudança no perfil de distribuição de bolhas no escoamento se dê devido ao gradiente de velocidades, percebendo que as bolhas se deslocam para perto da parede onde a velocidade é baixa. A migração lateral terminaria a uma distância de trinta diâmetros do tubo, sendo que o efeito se tornava mais pronunciado a medida que o vazão de água aumentasse. Mais dados de distribuição radial de vazios foram encontradas posteriormente por Staub et al. (1969), Shiralkar (1970) e Dix (1971).

Uma outra análise experimental foi conduzida por Kobayasi et al. (1970), que visava descrever a distribuição de fração de vazio local em uma seção transversal de um canal vertical de escoamento bifásico água/ar através de um procedimento experimental. Kobayasi et al. (1970) percebeu pelas análises experimentais que a distribuição de vazio era dependente da vazão das fases e da altura do ponto de medição, e sugeriu que movimentos laterais das bolhas poderiam ser explicados pela existência de gradiente de velocidades no fluido, e uma fórmula empírica foi desenvolvida para predizer a distribuição da fração de vazio na seção transversal do canal a partir da distância radial da parede, razão de vazões de fases e do diâmetro interno da tubulação, apresentando melhor acurácia e maior generalidade do que as fórmulas propostas por Bankoff (1960), Petrick (1962) e Zuber & Findlay (1965). Portanto, o modelo de Kobayasi et al. (1970) foi capaz de descrever regimes de escoamento em bolhas e de regime em golfadas, diferentemente das correlações anteriores que só poderiam modelar o padrão de escoamento em golfadas. Contudo, a correlação empírica encontrada não explicava o motivo do fenômeno físico de migração lateral.

Subbotin et al. (1971) estudaram um caso especial de escoamento com bolha ascendente em uma mistura água/nitrogênio, medindo a distribuição do conteúdo de gás e a frequência de passagens de bolhas para várias taxas de vazão de água e gás. Foi observado que para baixas vazões ($Re < 10000$), a distribuição de fase de gás é semelhante ao formato de um perfil de velocidades em escoamento laminar, e com o aumento da vazão de água uma deformação significativa da distribuição de gás ocorria, com grandes picos próximos às paredes. Contudo, para aumento de vazão de gás, o máximo na parede degenera e desaparece, e a concentração máxima de gás aparece eventualmente no centro da tubulação. Subbotin et al. (1971) argumentaram que o comportamento das bolhas era resultado do gradiente de pressão estática em um escoamento

mento turbulento através da seção transversal, sendo máximo na parede e mínimo nos pontos de velocidade máxima pulsante.

Lawler & Lu (1971) observaram o movimento de pequenas partículas esféricas suspensas em um fluido sob escoamento laminar, que em várias condições distintas são vistas migrando radialmente pelo duto vertical. A partir dessa observação, é suposto que há uma força de sustentação agindo sobre as partículas, e que seriam responsáveis pela trajetória. O modelo empregado por Lawler & Lu (1971) foi embasado nas forças de sustentação devidas a Rubinow & Keller (1961), uma modificação do efeito Magnus e portanto limitada a partículas em rotação, e a Saffman (1965), força que exerceria influência em escoamentos cisalhantes livres. O modelo se mostrou capaz de explicar vários modos de migração radial, pelo menos de maneira qualitativa, com boa concordância entre trajetórias determinadas experimentalmente e numericamente, muito embora os autores salientem a necessidade de melhor descrever as forças de arrasto transientes e o efeito da parede do tubo sobre as partículas. Um avanço dessa abordagem foi poder simplificar um problema que envolve soluções simultâneas de dinâmica de fluidos e de dinâmica de partículas para um problema somente envolvendo dinâmica de partículas (SASTRY; ZURITZ, 1987). Embora o modelo seja bem rebuscado, ele precisaria ser modificado para escoamento em bolhas, uma vez que uma interface giratória das bolhas não é a priori esperado.

Já a análise de Wallis & Richter (1973) foi feita utilizando um procedimento experimental através de um canal de água com seção transversal quadrada. Percebeu-se que as bolhas se ajuntavam na parede quando o líquido se movia para cima e se agregava no centro quando o escoamento fluía para baixo, o que levou os investigadores a concluir que era a assimetria de velocidades em torno da bolha devido ao gradiente de velocidades que produziam a migração lateral, sendo que tal desuniformidade produzia uma circulação ao redor da bolha, criando a força lateral. Foi postulado portanto por Wallis & Richter (1973) que a densidade relativa combinada com o gradiente de velocidades do líquido governavam a direção do movimento transversal. Sekoguchi et al. (1974) por sua vez realizaram uma análise experimental em escoamentos ascendentes dentro de dutos retangulares, e reportaram que pequenas bolhas tendiam a migrar próximo à parede enquanto as maiores se moviam mais para o centro.

Outro estudo experimental foi conduzido por Serizawa et al. (1975), com o objetivo de capturar a distribuição das fases de água e ar, espectro de velocidade das bolhas, distribuição do tamanho de bolhas e outros parâmetros associados com turbulência, que seriam capazes de descrever a condição hidrodinâmica para escoamento em bolhas. Os resultados obtidos

mostraram que a distribuição de vazios se alterava de um formato em sela para uma forma parabólica assim que a vazão de ar aumentasse, para velocidade de água mantida fixa. O fenômeno de pico de concentração de bolhas próximo às paredes fora também observado por Malnes (1966), Lackme (1967), Kobayasi et al. (1970) e Subbotin et al. (1971). Serizawa et al. (1975) argumentaram que tal fenômeno de pico se dê em parte pelas forças de Magnus e Zhukovski, e em parte pelas interações entre bolhas e paredes, como aderência e reflexão na superfície da parede. Sobre o espectro de velocidade de bolhas, foi verificado uma ocorrência de distribuição de Poisson para velocidades no regime de escoamento em bolhas, sem mudanças significativas na direção axial e radial, enquanto que para escoamentos em golfadas há um desvio desta distribuição devido a maior velocidade das golfadas em relação as pequenas bolhas.

Sato & Sekoguchi (1975) argumentaram que a distribuição radial de tensão cisalhante depende da densidade média da mistura, que por sua vez é intrinsecamente conectada à fração de vazio, e portanto justificaria uma relação teórica necessária entre fração de vazio e gradiente de velocidade do líquido. Supondo escoamento em bolhas estacionário bidimensional incompressível e densidade da fase gasosa desprezível, o modelo consistia em utilizar o procedimento RANS, mas introduzindo uma divisão do efeito da turbulência em dois componentes: um devido a turbulência inerente de líquidos independente da existência de bolhas, e a outra um termo de turbulência adicional gerada pela agitação de bolhas. Ambas comporiam as tensões de Reynolds, sendo expressas por meio da difusividade turbilhonar de momento para ambas as tensões cisalhantes, abordagem esta que seria válida somente fora da subcamada borbulhar localizada perto da parede. Uma análise experimental em dutos com escoamento ascendente de mistura ar-água foi também conduzida por Sato & Sekoguchi (1975) para fins de comparação, e produziram resultados relacionados a distribuição de fração de vazio, velocidade e tensão cisalhante parietal. Percebeu-se um bom acordo entre os perfis de velocidade medidos experimentalmente e os calculados por este modelo, especialmente na região do centro do duto. Contudo obteve-se resultados ruins em regiões próximos a parede.

Modificando a solução clássica para esferas rotativas, Zun et al. (1975) propôs que a força lateral sobre a bolha é produto de uma constante, a densidade do fluido, e com o produto vetorial entre a velocidade relativa da bolha no fluido a qual está imersa e a velocidade angular da bolha, esta sendo aproximada pela derivada radial da velocidade do fluido. Tal definição de velocidade angular foi respaldada experimentalmente em um período posterior em Laville (1979). Assim como Peck (1973), Serizawa et al. (1975) e Sato & Sekoguchi (1975), Zun et al. (1975) superpõe

a turbulência da fase líquido uma dispersão no movimento da bolha. Portanto foi elaborado um modelo de transporte de bolhas em termos da força lateral com mais um coeficiente de dispersão de bolhas, e assumindo um certo ponto de injeção, pode-se calcular numericamente o perfil de concentração de bolhas a jusante.

Rouhani (1976) elaborou um modelo explicativo para o fenômeno de pico de concentração perto de paredes através de uma releitura da estrutura real do escoamento na camada limite turbulenta, supondo um mecanismo que levaria o centro de concentração de bolhas para uma pequena distância da parede, e portanto foca a análise na geração de vórtices perto das paredes e sua influência na distribuição de fases. Em regime de escoamento em bolhas, as forças no vórtices seriam centrípetas e tenderiam a coletar as bolhas no centro das raiais de vórtices, o que explicaria o acúmulo de fração de vapor a uma distância pequena da parede. Este mecanismo, com um aumento ainda maior de vazão de vapor, tenderia a gerar vórtices na fase contínua de vapor, que produziriam um campo de força centrífuga que lançaria gotas de água ou na direção do centro, ou na do filme líquido, formando assim uma região de concentração mínima de gotas perto da interface com o filme líquido, o que foi de fato observado por Cousins & Hewitt (1968). A partir de testes numéricos e comparações com dados de Malnes (1966), se percebeu que de fato há acelerações locais fortes em regiões próximas dos vórtices, o que explicaria os resultados de Malnes (1966) e Cousins & Hewitt (1968). Os resultados obtidos mostraram que a intensidade e o tamanho dos vórtices dependem dos gradientes de velocidade local e portanto, modelos matemáticos para cálculo devem levar em consideração fatores físicos que influenciam gradientes normal à parede da velocidade local. Segundo Beyerlein et al. (1985), as explicações de Rouhani (1976) contradizem a observações experimentais de Wallis & Richter (1973), pois independente da direção do escoamento, deveria ser observado o mesmo efeito no deslocamento da bolha, estando em desacordo com as observações de Wallis & Richter (1973).

Sekoguchi et al. (1979) realizaram testes experimentais que mostraram a inter-relação entre distribuição de fases e transferência de calor em um regime de escoamento em bolhas. Para regimes de bolhas ascendentes, foram realizados diversos experimentos para concentrações de vazio variadas a fim de determinar perfis laterais de fração de vazio e determinar a importância do tamanho da bolha. Utilizando determinações estatísticas, percebeu-se que a probabilidade de que certo tamanho de bolha apareça em um local particular em um regime de escoamento em bolhas é análoga ao de movimento de bolhas individuais. Sekoguchi et al. (1979) também mostrou que o perfil de fração de vazio transversal alterava fortemente a transferência de calor,

o que estimulou o desenvolvimento de um método de quantificação do coeficiente convectivo de transferência de calor considerando turbulência adicional devido às bolhas.

A migração transversal de bolhas tratada combinando dispersão de bolhas e a influência do gradiente de velocidade do fluido principal na circulação de líquido ao redor da bolha e a sua resultante migração lateral foi realizada por Zun (1980), com a bancada experimental detalhada pormenorizadamente em Zun et al. (1975). Foi utilizado dois lasers He-Ne para contagem de bolhas e projetado uma câmara de entrada de água de torneira especial para redução de efeitos de escoamentos secundários e de entrada de turbulência. A faixa de diâmetro de bolhas produzidas compreendeu valores entre 0,32 e 2,37mm. Foi observado por Zun (1980) que as bolhas tendiam a migrar do centro do duto para a parede para altos Re (> 2000), portanto a existência da força lateral para o centro do duto é restrito a sistemas de baixo Re . Em sua modelagem, Zun (1980) levou em consideração a presença de campo gravitacional, arrasto, efeito do campo de velocidades do líquido, desprendimento de vórtices e turbilhões turbulentos da massa líquida, e os expressou em sua equação matemática geral. A força transversal foi modelada utilizando um coeficiente de sustentação lateral, semelhante a utilizada de Lawler & Lu (1971). Zun (1980) comparou a expressão desenvolvida para cálculo da força de sustentação com os dados experimentais retirados da bancada de testes, e percebeu que o coeficiente de sustentação para bolhas em água poderia ser adotado igual a 0,3. Os resultados experimentais foram obtidos em termos de distribuições de chegadas de bolha, considerando como a taxa de contagem relativa de bolhas varia em função da posição vertical da seção de teste em relação a um ponto fixo de distância da parede, e também como que a taxa de contagem relativa de bolhas variava na posição lateral em função da posição vertical, onde pôde-se perceber clara migração lateral de bolhas para diâmetros entre 0,76 mm e 1mm e seu acordo com o modelo teórico desenvolvido.

Drew & Jr (1981) desenvolveram um modelo analítico para os mecanismos de distribuição de fase em escoamentos bifásicos turbulentos completamente desenvolvidos para seções transversais arbitrárias, usando para isso as continuidade de fases e equações de momento. Aplicou-se o modelo para um caso de tubo circular para o qual já se tinha dados existentes para comparação e validação. Descobriu-se que para regime de escoamentos em bolhas, a distribuição de turbulência da fase líquida é que determina a distribuição de vazios, assim como a natureza anisotrópica do escoamento turbulento bifásico.

Beyerlein et al. (1985) desenvolveram uma análise alternativa que permitiu a previsão de

distribuições de vazio com picos nas paredes, através da incorporação de uma força lateral em bolhas devido a velocidade relativa das duas fases e da difusividade turbilhonar do líquido. O modelo de Zun et al. (1975) foi portanto modificado por Beyerlein et al. (1985) utilizando o conceito de difusividade turbilhonar introduzida por Sato & Sekoguchi (1975), e a combinação dos dois elementos permitiu determinar não somente a concentração de bolhas em equilíbrio, como também a taxa que elas são transportadas lateralmente. Dos resultados obtidos, percebeu-se primeiramente que a migração lateral é realçada quando a bolha aumenta de tamanho para uma mesma fração de vazio média. Percebeu-se, pela comparação entre simulação e modelo numérico, que a migração lateral devesse ser função tanto da fração volumétrica média, como também no número de Reynolds do líquido. A influência de um aumento da fração média de vazio é de diminuir o coeficiente de migração transversal, resultado já esperado uma vez que a esteira das bolhas interferiam em como as bolhas traseiras seriam expostas ao gradiente do escoamento principal. Para altas frações de vazios, o perfil de vazio com acúmulo na parede desaparece.

Entretanto, pouco conhecimento se tinha de turbulência em escoamentos bifásicos, e Michiyoshi & Serizawa (1986) resolveram aprofundar neste tema. Michiyoshi & Serizawa (1986) estudaram a influência de bolhas na indução de turbulência, através da realização de experimentos, empregando medições de turbulência bidimensional em dutos ar-água através de sensores dual. Percebeu-se pelas observações experimentais que as bolhas de maior diâmetro apresentavam tendência de permanecer no centro do duto, enquanto havia um pico de presença de bolhas próximo a parede. Analisando a intensidade da turbulência no escoamento, se percebeu que um aumento da presença de gás aumentou a intensidade da turbulência e promoveu uma distribuição uniforme desta em toda área transversal. Em termos de espectro de energia turbulenta, observou-se um aumento das componentes de alta frequência para escoamentos bifásicos, nenhuma dependência da fração de vazio em frequências intermediárias, enquanto que a composição de baixos componentes de frequência foram menores do que no sistema monofásico, uma vez que as bolhas na região próxima da parede quebram os grandes turbilhões em estruturas menores. As medidas de intensidade de turbulência foram encontradas variando em função da fração de vazio elevado a 0.8, com os maiores valores próximos a parede correspondendo ao máximo da distribuição de fase.

Em um outro estudo, dessa vez por Auton (1987), a força de sustentação em um corpo esférico encontrado em um escoamento não viscoso e cisalhante fraco foi abordado, pois não havia até

então pesquisa publicada de força em esferas encontradas em um escoamento rotacional não viscoso. O cálculo de força sobre esferas poderia levar a um maior entendimento da distribuição de bolhas em dutos, o que era até então incerto. Foram calculados os campos de velocidade e pressão junto com a consequente força transversal sobre a esfera. Empregou-se o teorema de Bernoulli para a integração da pressão sobre a superfície da esfera, e comparando a expressão resultante com o modelo analítico descrito em termos de coeficiente de sustentação, obteve-se um coeficiente de força transversal igual a aproximadamente 0,5.

Independentemente, Drew & Jr (1987) semelhantemente a Rouhani (1976), basearam suas abordagens na turbulência dos líquido. Drew & Jr (1987) mostraram que, a partir de um modelo invíscido sofrendo de rotação e deformação pura (implicitamente assumindo que a camada limite viscosa na esfera não se separa), o equacionamento de forças deveria consistir de uma parcela ligada a força de massa virtual, que é metade da massa do fluido deslocada vezes a aceleração lagrangeana, mais uma força de sustentação, igual a metade da massa do fluido deslocada vezes o tensor de rotação do fluido, que também será multiplicado pela velocidade relativa do fluido em relação a esfera. Para o coeficiente de sustentação, Drew & Jr (1987) recomendam um valor de 0,5, concordando com Auton (1987).

Uma investigação teórica e experimental foi conduzida por Kariyasaki (1987) para entender os fundamentos da distribuição lateral de vazios em um escoamento bifásico. A bancada experimental consistiu em um canal de teste vertical composto por duas paredes composta por correias transportadoras em movimento relativo contrário uma a outra, gerando um perfil linear de campo de velocidades, e inserindo uma bolha no meio do canal, pôde-se retirar o coeficiente de sustentação da bolha, sendo que a direção encontrada no experimento no movimento de corpos deformáveis como gotas e bolhas foi oposta ao de sólidos esféricos. Embora não quantificada, foi encontrada intensa deformação nas bolhas.

Já em Wang et al. (1987) foi estudado escoamentos ascendentes e descendentes através de seções de teste de perfil circular utilizando sondas de anemômetros de fio quente para medir tensões de Reynolds. Os objetivos dos autores foram primeiramente desenvolverem métodos confiáveis de medir parâmetros de importância em escoamentos bifásicos como fração de vazio local, velocidade da fase líquida e tensões turbulentas, e em segunda lugar comparar as distribuições de vazio medida com as predições baseadas em um modelo mecanicista. Para escoamentos ascendentes ficou claro que as bolhas migravam para a parede, enquanto que para escoamentos descendentes elas migravam para o centro. Ficou claro que a distribuição radial de

vazios poderia ser predita considerando tanto a estrutura turbulenta da fase contínua e da força de sustentação lateral na fase dispersa.

Auton et al. (1988) derivou uma expressão geral para força hidrostática de um corpo com formato simples movendo através de fluido invíscido, que se encontra com um campo de velocidades não-uniforme, não-estacionário e rotacional. Assumindo que as mudanças no campo de velocidades na escala da esfera sejam ínfimos quanto comparadas a velocidade relativa do corpo com o escoamento, mostrou-se que os efeitos na mudança da vorticidade era de segunda ordem e poderiam ser desprezados. Pode-se acrescentar as forças inercias e generalizar a força de sustentação derivada por Auton et al. (1988). A partir desta expressão geral, derivou-se fórmulas do movimento de bolhas esféricas em escoamento não-uniforme e estacionário através de um perfil de velocidades cisalhante.

Já Kataoka & Serizawa (1990) focaram no estudo da concentração de área interfacial, que se inter-relaciona com transferências de massa, momento e energia na interface, sendo que em escoamentos em bolhas, é possível de observar relações próximas com o diâmetro da bolha. Estudos experimentais foram conduzidos e a concentração de área interfacial foi medida sob várias condições de entrada diferentes. As distribuições radiais foram fortemente influenciadas pelo tamanho da bolha na entrada, e com a relação entre diâmetro da bolha e área interfacial teoricamente considerada, uma equação geral foi obtida.

Jr (1990), propôs um modelo multidimensional de dois-fluidos capaz de prever separação de fases e o fenômeno da distribuição lateral de fase em escoamentos ascendentes e descendentes em dutos. Jr (1990) também mostrou a importância de se conhecer as condições de contorno corretas próximo a parede, o efeito do tamanho e do formato da bolha na distribuição de fase, o efeito do fenômeno de turbulência induzida por bolhas e a influência das forças interfaciais que poderiam levar a instabilidades do regime do escoamento.

Antal et al. (1991) desenvolveram um modelo bi-fluido para escoamento bifásico em bolhas laminar a fim de prever a distribuição de fase em um duto circular através de método de elementos finitos, o que permitiu uma descrição detalhada das forças laterais agindo em bolhas. Duas forças são descritas que governam o movimento lateral de bolhas em ascensão e o perfil de fração de vazio: força de sustentação resultado de um gradiente do campo de velocidade sobre a bolha e a força de parede, análoga a a forças de parede da teoria de lubrificação. Para escoamentos ascendentes, a força nas bolhas seria direcionada para a parede, enquanto que a força de parede reagia no sentido oposto, resultando em um pico de bolhas na região próximo a parede.

Uma análise experimental conduzida por Liu (1993) baseada em aquisição de dados por sensores dual à resistividade, considerou o efeito do tamanho da bolha e da distância da injeção delas na distribuição de vazios em um escoamento bifásico. Embora na literatura de então o efeito do tamanho da bolha tivesse sido considerado (Herringe & Davis (1976); Matsui (1988); Takamasa (1989)), não havia garantias de controle do seu diâmetro nestes experimentos, ao mesmo tempo que o uso indiscriminado de geradores de bolhas distintos misturava efeitos devidos a diâmetro de vazios e os advindos das condições de entrada. Utilizou-se uma bancada experimental modificada baseada na de Serizawa et al. (1988), onde seriam empregadas telas de malhas finas para estabilização e eliminação de efeitos secundários do jato água/ar e da água do escoamento principal. Perfis da fração de vazio foram mensuradas na seção transversal do canal em quatro posições axiais diferentes através de um sensor. Os resultados indicaram que a migração lateral de vazios é muito sensível a variações de tamanhos de bolha e de efeito de coalescência durante o desenvolvimento do escoamento. Percebeu-se que dependendo da dimensão da bolha, o perfil de vazios no fluido se alterava, causando uma transfiguração de perfil sela em convexo ao redor de diâmetros de bolha igual a 5 e 6 mm, ao mesmo tempo que os resultados indicaram que velocidades médias mais altas do líquido levavam a perfis de diâmetro de vazios mais uniformes com concentração perto das paredes. Portanto, concluiu-se a partir de Liu (1993) que o tamanho da bolha era um parâmetro chave em escoamentos bifásicos, sendo muito sensível para distribuição de vazios e para descrever a estrutura do escoamento.

Por sua vez, Tomiyama et al. (1993) conduziram análises numéricas bidimensionais utilizando o método VOF em líquidos parado e em escoamento linear cisalhante. Através das distribuições de pressão e velocidade se pôde perceber que os vórtices de Kármán induziam um movimento sinuoso na bolha, como previsto por (TOMIYAMA et al., 1993) enquanto que para as bolhas encontradas em escoamento cisalhante se percebeu que elas migravam lateralmente, sendo confirmado que a direção para a qual elas se direcionavam dependia dos números de Eötvös e de Morton, como também das interações entre escoamento interno da bolha, sua esteira e escoamento cisalhante externo. As trajetórias calculadas tiveram um acordo notável com os dados experimentais.

Serizawa & Kataoka (1994) assumiram que as interações entre esteira da bolha e o campo cisalhante do líquido seriam a razão para migração lateral de bolhas grandes e deformadas na direção oposta a esperada pela força de sustentação clássica. Neste contexto, Tomiyama (1995) proporam um conjunto de experimentos e análises numéricas para validar as simulações feitas

por Tomiyama et al. (1993), junto com a hipótese de Serizawa & Kataoka (1994).

Seguindo o estudo de Tomiyama et al. (1993), Tomiyama (1995) elegeram como parâmetros-chaves o Eo e M para avaliar os seus efeitos na migração lateral em escoamentos laminares. Para garantir este tipo de regime de escoamento, utilizou-se uma mistura de água e glicerol como líquido e fase principal, e a ascensão de bolhas em um duto vertical foi observada em escoamentos ascendentes, descendentes e estagnados. Observando como as bolhas se comportavam em um líquido estagnado, houve acordo notável entre a configuração das bolhas (esférica, elipsoidal, calota esférica dentre outros) e o célebre diagrama de Grace. Para escoamentos descendentes, foi possível notar que as bolhas subiam retilineamente perto da parede quando Eo era alto (> 20) e migravam para o centro do duto quando Eo ficava pequeno (< 6). Já para escoamento ascendente, se pôde perceber o contrário, com a migração lateral de bolhas em direção ao centro do duto sendo incrementada com o aumento de Eo . Também notou que variando a taxa volumétrica de fluxo da fase líquida, a migração lateral se torna mais notável com um aumento dela, mostrando que a força de sustentação da bolha em um escoamento laminar é diretamente proporcional ao gradiente de velocidade da fase líquida, já que esta aumenta com o aumento da taxa volumétrica de fluxo da fase líquida. As simulações numéricas foram feitas utilizando o método VOF e foram observadas bolhas esféricas tanto sem a presença de uma esteira à jusante, quanto com uma grande esteira traseira criada, com um consequente movimento migratório em direção ao centro. Para baixos Eo agindo sobre a bolha se percebeu uma força de sustentação lateral devida a uma circulação de líquido ao redor da bolha como prevista por Zun (1980), Drew & Jr (1987) e Auton (1987). Tomiyama (1995) explicam o porquê de bolhas com baixo Eo subirem de maneira retilínea perto da parede em escoamento ascendente, que segundo os autores se daria pelo balanço entre força de sustentação devido ao escoamento cisalhante e a força lateral devido à parede. Como bem se sabe, esteira inclinada é formada atrás da esfera rígida, gerando a força de Magnus.

Sridhar & Katz (1995) realizaram testes em que bolhas de tamanho muito pequeno ($2,4510^{-3} \leq Eo \leq 8,710^{-2}$) eram postas para interagir com um vórtice presente em água, com medições de forças através de velocimetria por imagem de partículas, capaz de medir simultaneamente velocidade e aceleração do fluido e das bolhas. Percebeu-se que a vorticidade não era importante na determinação do coeficiente de arrasto e o coeficiente de sustentação era proporcional a raiz à quarta da vorticidade local, e os valores obtidos para estes coeficientes foram muito mais altos que os valores provindos de dados numéricos e analíticos disponíveis

até então. Contudo, como argumentaram Ervin & Tryggvason (1997), os experimentos foram conduzidos sob condições diferentes em que eram os dados anteriores apresentavam validade, gerando diferenças quantitativas nos resultados. A partir do estudo de Sridhar & Katz (1995) ficou evidente a sensibilidade da força de sustentação em corpos rígidos com as influências competitivas de inércia, gravidade e viscosidade.

Ervin & Tryggvason (1997) empregaram uma simulação DNS bidimensional para estudar a dinâmica de bolhas ascendentes deformáveis em escoamentos cisalhantes. As simulações mostraram que bolhas esféricas pequenas migram lateralmente na mesma direção que partículas sólidas, enquanto que bolhas deformáveis se comportam de maneira diferente. Tanto o empuxo, como o gradiente do escoamento provocam deformações assimétricas que forçam uma circulação na bolha se opondo ao do escoamento cisalhante médio, o que produz uma força de sustentação em direção oposta ao de bolhas esféricas. Os resultados foram confirmados em simulações tridimensionais conduzidas pelos autores e também validadas experimentalmente com Kariyasaki (1987). Bolhas maiores apresentam menor efeito da tensão superficial, fazendo com que a sustentação seja mais influenciada pela deformação.

Além de Ervin & Tryggvason (1997), Legendre & Magnaudet (1998) também conduziram simulações DNS, só que agora em bolhas esféricas presentes em um escoamento viscoso cisalhante linear. As simulações conduzidas por estes autores assumiram a hipótese de zero cisalhamento na superfície da bolha e sua contínua esfericidade, e representam a faixa de estudo de $(0, 1 \leq Re \leq 500$ e $0 \leq Sr \leq 1)$. Os resultados mostraram dois casos assintóticos distintos: para baixos Re se percebeu que o coeficiente de sustentação depende fortemente do Re e da taxa de cisalhamento, enquanto que para Re moderados e altos a dependência era desprezível. Importante também foi a análise conduzida por Legendre & Magnaudet (1998) com referência a evolução temporal do coeficiente de sustentação, a partir do qual se percebeu que o campo de vorticidade leva um tempo para atingir seu nível estacionário, algo que foi confirmado por uma derivação analítica do valor inicial do coeficiente de sustentação de uma bolha em um escoamento cisalhante invíscido. Percebeu-se que quando Sr ficava muito grande, o coeficiente de sustentação diminui gradualmente, ao mesmo tempo que o arrasto aumentava. Correlações empíricas foram desenvolvidas para estimar o coeficiente de sustentação para a faixa de estudo analisada.

A falta de embasamento experimental relevante do processo de migração lateral ainda era um problema, com somente a experiência de Kariyasaki (1987) utilizando dados experimentais

em correlações teóricas. O teste conduzido por Tomiyama et al. (2002) testou três parâmetros e seu efeito subsequente na trajetória da bolha: Número de Morton, número de Eötvös e gradiente de velocidade. Os adimensionais Morton e Eötvös foram variados em função da proporção relativa da mistura entre água e glicerol, modificando densidade, viscosidade e tensão superficial do fluido, e também em função do diâmetro da bolha injetada. A correlação teórica resultante seria baseada em um modelo lagrangiano de rastreamento, deduzindo primeiramente uma equação diferencial do movimento de uma bolha, e o coeficiente de sustentação empregado na modelagem seria determinado matematicamente através de abundantes dados obtidos pelo experimento. Depois de realizado os testes, percebe-se que o coeficiente de sustentação era sempre positivo para pequenas bolhas e negativos para grandes, sendo que para um diâmetro de bolha fixo, o gradiente de velocidade do escoamento é irrelevante na determinação do coeficiente mencionado. Inferiu-se da mesma forma que, para pequenas bolhas, a principal influência do coeficiente de sustentação era o número de Reynolds da bolha, enquanto que para bolhas intermediárias e grandes o coeficiente é determinado principalmente pelo número de Eötvös modificado, devido ao formato caracteristicamente elipsoidal da bolha. Os resultados da simulação numérica coincide com os dados disponíveis por Zun (1980), que foram obtidos em sistemas ar-água, mostrando que embora o experimento fora conduzido em um sistema de alta viscosidade (ar/água-glicerol), os resultados poderiam ser em tese extrapolados para sistemas de baixa viscosidade (ar/água). A partir da correlação empírica obtida para sistemas de alta viscosidade e extrapolada para sistemas de baixa viscosidade, pode-se perceber que o movimento das bolhas de dimensões inferiores à 4,4mm era controlado pelo Reynolds da bolha, enquanto para diâmetros superiores era governado pelo Eötvös, sendo que para um diâmetro maior que 5,8 mm o coeficiente de sustentação era negativo.

Sankaranarayanan & Sundaresan (2002) por sua vez executaram simulações computacionais utilizando o método de Lattice-Boltzmann para avaliar a força de sustentação em bolhas ascendentes 2D e 3D, onde foi considerada somente bolhas individuais, e portanto os resultados só seriam pertinentes para um arranjo ordenado de bolhas idênticas sujeitas a cisalhamento. Nahra et al. (2003) realizaram testes em canais em microgravidade, e analisaram o efeito da força de sustentação devido ao cisalhamento. A fim de analisar o efeito do cisalhamento, foi desacoplado a influência da força gravitacional, que através do empuxo produz deformações expressivas na bolha que a fariam parecida com hidrofólios e alteraria pronunciadamente a força de sustentação. Percebeu-se que em um ambiente de escoamento de Poiseuille micro-gravitacional, as

imagens obtidas mostraram que a força de sustentação são muito alteradas pela influência do empuxo, produzindo muita deformação na interface da bolha. As trajetórias observadas da bolha se compararam melhor com os modelos baseados em baixo Reynolds, como o modelo de Saffman (1965) e Rubinow & Keller (1961) do que modelos de alto Reynolds (LEGENDRE; MAGNAUDET, 1998).

Bothe et al. (2006) visa reproduzir os resultados de Tomiyama et al. (2002) através do uso de simulação numérica em método de Volumes Finitos VOF com o código FS3D, ao mesmo tempo em que isola pormenorizadamente cada variável relevante no movimento transversal da bolha e a influência na magnitude nas forças de sustentação. A partir do emprego de uma malha estruturada cartesiana, variou-se o diâmetro da bolha, viscosidade da fase líquida, tensão superficial, grau de resolução da malha, gradiente de velocidade e força da gravidade. A variação do diâmetro e sua influência no coeficiente de sustentação está em bom acordo com a correlação de Tomiyama et al. (2002), ao mesmo tempo em que a simulação não detectou mudanças significativas no coeficiente de sustentação em função do gradiente de velocidades, em acordo com Tomiyama et al. (2002). Além desses resultados, simulações 2D foram empregadas para entender o motivo da existência de forças de sustentação negativas. Percebe-se que as bolhas continham dois turbilhões internos e elas migravam na direção onde se encontrava o maior turbilhão, em acordo com Ervin & Tryggvason (1997), com os campos assimétricos correspondentes de pressão em torno da bolha sendo responsável pelas forças laterais.

O efeito da deformação da bolha na força de sustentação também foi avaliada por Hibiki & Ishii (2007), que também fez uma revisão extensa da bibliografia sobre o tema. Ficou claro pelos resultados que a medida que a bolha aumenta de diâmetro, o efeito da deformação da bolha deve ser considerado no cálculo da sustentação, sendo que uma nova correlação abrangendo uma ampla faixa de Eötvös modificado foi elaborada para substituir as expressões de Tomiyama et al. (2002). O modelo da força de sustentação desenvolvido para uma partícula individual foi estendida para um sistema multipartículas.

O fenômeno da migração reversa de bolhas altamente deformadas para dimensões suficientemente grandes de bolhas observada por Kariyasaki (1987) está em desacordo com a predição da teoria invíscida, que garantia que a força de sustentação em uma bolha esferoide oblata em um dado escoamento cisalhante teria o mesmo sentido que a bolha esférica. Tais análises conduzidas assumiram que a força de sustentação se baseava exclusivamente na vorticidade a montante, negligenciando o efeito da vorticidade gerada na superfície da bolha, que está por trás da geração

de força transversa em bolhas que desenvolvem trajetórias helicoidais (MOUGIN; MAGNAUDET, 2002), e que interage com a vorticidade do escoamento principal, o que foi apontado por Tomiyama et al. (1993) e Tomiyama (1995) como sendo a responsável pela mudança de sentido no deslocamento da bolha. O problema foi estudado analiticamente e considerado por Adoua et al. (2009) a partir de simulação numérica direta (DNS), onde se percebeu que para graus de achatamento grandes, o comportamento da força de sustentação muda drasticamente em relação ao predito pela teoria invíscida, que resulta em um sistema de dois vórtices contra-rotativo oposta a da teoria invíscida. Tal análise confere mais robustez a tese de Tomiyama et al. (1993) sobre a mudança no sentido de deslocamento da bolha.

Dijkhuizen et al. (2010) realizaram testes experimentais e numéricos para garantir a interações de fases corretas expressas pelas forças de sustentação e arrasto. As simulações numéricas utilizaram a metodologia "front-tracking" e os experimentos realizados em uma bancada semelhante a utilizada por Tomiyama et al. (2002), com medidas de velocimetria de imagem de partículas para calibração do perfil de velocidade linear desejado. As simulações numéricas mostraram bom acordo com os resultados de Legendre & Magnaudet (1998) para altos Reynolds e bolhas esféricas, enquanto que para bolhas grandes deformadas um bom acordo foi atingido com os resultados de Tomiyama et al. (2002), embora a força de sustentação calculada tenha sido um pouco inferior, e Dijkhuizen et al. (2010) propõe uma nova correlação que abrange desde pequenas bolhas esféricas até bolhas deformadas, ao mesmo tempo que foi descartado a correlação de (HIBIKI; ISHII, 2007) devido ao comportamento assintótico contrário aos resultados numéricos e a correlação obtida por Tomiyama et al. (2002). Já os resultados experimentais mostraram uma influência no coeficiente de sustentação em função do gradiente de velocidade.

Também utilizando uma metodologia baseada em método de Volumes Finitos, Rabha & Buwa (2010) analisaram a influência do tamanho/forma da bolha e da interação entre bolhas na magnitude e direção da força de sustentação através de um código VOF. Buscou-se comparar a metodologia VOF com as trajetórias experimentalmente determinadas por Tomiyama et al. (2002) em sistemas de alta viscosidade para regime elipsoidal. Pode-se perceber que para números de Eötvös modificados pequenos (< 5), o número de elementos necessários para assegurar boa acurácia é menor (9,23 células por diâmetro já seria suficiente), apresentando uma convergência relativa e bom acordo com os dados de Tomiyama et al. (2002) e a mesma tendência observada por Bothe et al. (2006), enquanto que há muita disparidade entre coeficientes de sustentação para Eötvös modificados em função do nível de discretização da bolha (mesmo para 16 elementos

por diâmetro não teria ainda convergido o resultado). Além da análise para sistemas de alta viscosidade, Rabha & Buwa (2010) realizaram simulações para migração lateral de bolhas em sistemas de baixa viscosidade, mostrando que para dimensões de bolha suficientemente altas ($> 5\text{mm}$), a trajetória deixa de ser retilínea e se torna oscilante, devido a formação de uma esteira assimétrica e o seu desprendimento periódico. Ao mesmo tempo que a esteira por trás da bolha diminui o gradiente de velocidades a qual a bolha está sujeito, o que explica o baixo coeficiente de sustentação médio obtido.

A fim de analisar de sistemas de baixa viscosidade, Lucas & Tomiyama (2011) realizaram uma extensiva análise experimental para investigar o efeito da força de sustentação lateral em escoamentos ascendentes turbulentos dispersos com média e alta fração de vazio em canais verticais pressurizados em 65 bar. Utilizando uma técnica de sensor fio-malha para capturar a distribuição de fases, percebeu-se que a mudança de sinal na direção do movimento das bolhas concordou muito bem com os dados experimentais de Tomiyama et al. (2002) referente ao diâmetro crítico da bolha. Tal separação de bolhas com diferentes diâmetros foi observada inclusive para escoamentos em golfadas. Para casos de média e alta fração de vapor, efeitos dinâmicos como coalescência e rompimento de bolhas devem ser considerados combinado com a força de sustentação lateral, sendo também observado que a turbulência não afeta o tamanho crítico da bolha. Outro resultado encontrado foi a influência da força de sustentação lateral na densidade de área interfacial, fator de importância na indústria química.

A fim de elucidar e aprofundar os estudos para sistemas de baixa viscosidade, (ZHONG-CHUN et al., 2014) simulou a migração lateral de bolhas para regimes descritos entre $0,63 \leq Eo \leq 11,8$ e $-12,5 \leq \log_{10} M \leq -5,3$. Validou-se o código e os parâmetros da simulação comparando os resultados provindos da simulação com a análise experimental de Tomiyama et al. (2002), para diâmetros de 2,84 e 5,54mm. Depois da validação, foram variados diferentes parâmetros e avaliado a influência individual na migração lateral da bolha. Como esperado pelos resultados de Rabha & Buwa (2010), foi percebido uma resposta oscilatória da bolha. Percebeu-se que variando a densidade do fluido principal, elas deixavam de ter o comportamento retilíneo e começava a apresentar tendências oscilatórias. sendo que se tornava gradualmente mais intensa a medida que a viscosidade decrescia, podendo-se ver que o comportamento distorcido e oscilante era resultado do balanço geral entre tensão superficial, escoamento cisalhante e inércia, e apresentando uma deformação resultante em angulação em relação ao plano horizontal, e que acoplado com a tensão cisalhante, produziria movimentos oscilatórios, sendo que o período de

oscilação era maior quanto menor a viscosidade. Para diâmetros diferentes de bolha, percebeu-se que para diâmetros superiores a 4mm a bolha assumia uma tendência oscilatória, sendo que quanto maior o diâmetro, maior será a migração lateral e mais cedo será atingido o ponto de início de oscilação. Para bolhas de 2mm, o comportamento foi retilíneo, na direção da parede estacionária, em acordo com os dados retirados de Rabha & Buwa (2010), sem deformações e mantendo-se esférica. A última variável a ser analisada é o campo de escoamento do fluido principal, sendo que tanto o efeito da velocidade média do escoamento e do gradiente de velocidade ($1,8 \leq \omega \leq 6, 2s^{-1}$) foram considerados. Descobriu-se que quanto maior o gradiente de velocidade, maior será a amplitude do coeficiente de sustentação, mas a força de sustentação se manteve constante.

Um estudo mais detalhado sobre bolhas menores que 3mm em um sistema de baixa viscosidade sob escoamento cisalhante foi realizada por Mehdi & Kim (2015), descrito no regime de $0,305 \leq Eo \leq 1,22$ e $\log_{10} M = -10,6$. Foi desenvolvido um modelo de simulação e testado uma correlação empírica baseada nos dados de Tomiyama et al. (2002). Uma vez que o regime adotado cai na faixa de influência devida principalmente a tensão superficial, o único adimensional necessário para cálculo do coeficiente de sustentação foi o número de Eötvös e portanto foi desenvolvida uma correlação empírica somente baseada neste parâmetro, negligenciando efeitos de distorção e sendo válido, segundo Mehdi & Kim (2015), até bolhas com diâmetros de 4,4mm, contrariando resultados numéricos obtidos por (ZHONGCHUN et al., 2014), onde bolhas de 4mm de diâmetro apresentavam comportamentos oscilatórios.

Análises posteriores para grandes bolhas foram realizadas por Li et al. (2016). Os autores conduziram pesquisas experimentais sobre a migração lateral de bolhas para bolhas grandes oblatas em escoamento cisalhante simples em água, para diâmetros na faixa de 10-20mm, com suas trajetórias capturadas por câmeras de alta velocidade e processadas posteriormente utilizando MATLAB. Foi observado que o coeficiente de sustentação caía gradualmente com um aumento do diâmetro da bolha, e a magnitude da tensão cisalhante não tinha qualquer efeito quando o diâmetro da bolha era maior que 15 mm. As previsões para extensão de correlações para corpos oblatos feitas por Tomiyama et al. (2002), Bothe et al. (2006), Hibiki & Ishii (2007) e Dijkhuizen et al. (2010) se mostraram inadequadas e apresentaram grande desacordo com os experimentos conduzidos por Li et al. (2016) e portanto uma melhor correlação era desejada.

Capítulo 3

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Problema de Couette

A dinâmica dos fluidos elementar, a partir da lei da conservação da massa e da Segunda Lei de Newton, pode ser expressa matematicamente pela Equação (3.1) e Equação (3.2).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{\tau}}{\rho} \quad (3.2)$$

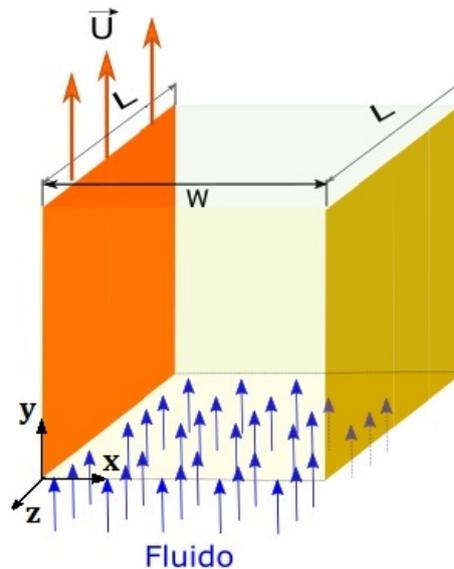
Para um fluido newtoniano incompressível $\vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{\tau}}{\rho} = \frac{\mu}{\rho} \vec{\nabla}^2 \vec{V}$, e com campo de velocidades do escoamento expresso em coordenadas cartesianas espaciais $\vec{V} = u(x, y, z, t)\hat{x} + v(x, y, z, t)\hat{y} + w(x, y, z, t)\hat{z}$, a Equação (3.2) pode ser separada na Equação (3.3), a partir de três expressões escalares.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Um problema clássico laminar da mecânica dos fluidos com solução analítica conhecida é o caso de um fluido entre duas placas paralelas, estando uma em movimento e a outra estacionária,

resolvido pela primeira vez por Couette (1890). Na Figura 3.1 percebe-se que a placa esquerda laranja é a placa em movimento, ascendendo em uma velocidade \vec{U} , sendo espaçada da placa parada amarela pela distância W . O fluido newtoniano se encontra na região entre as placas e será posto em movimento por efeito viscoso devido a movimentação da placa em movimento.

Figura 3.1: Perfil de velocidade do problema de Couette



Fonte: Elaborada pelo autor

Assumindo as seguintes hipóteses:

- Paredes com largura infinita (ou seja $L \rightarrow \infty$)
- Regime estacionário
- Sem gradiente de pressão imposto
- Campo gravitacional terrestre desprezível
- Escoamento Laminar

Pela primeira hipótese, efeitos ligados à coordenada z com suas derivadas espaciais serão desprezados, e o problema poderá ser assumido como bidimensional. A segunda hipótese cancela todas as derivadas temporais na Equação (3.3), e a terceira e a quarta cancelam os termos respectivos de diferenciais espaciais de pressão e peso do fluido. A quinta suposição se justifica pelo problema em análise ser de baixo Reynolds. Portanto, a partir das hipóteses

levantadas, simplifica-se a Equação (3.3) na Equação (3.4) com a condição de contorno do problema está descrita na Equação (3.5).

$$\frac{d^2v}{dx^2} = 0 \quad \text{em } \hat{y} \quad (3.4)$$

$$v(0, y) = U \quad (3.5)$$

$$v(W, y) = 0$$

Integrando a Equação (3.4) duas vezes, obtêm-se a solução geral na Equação (3.6). Percebe-se que o campo de velocidades resultante é descrito por uma equação algébrica polinomial de grau um, ou seja, uma função linear da coordenada x , independente da posição y .

$$v(x, y) = v(x) = C_1x + C_2 \quad (3.6)$$

Os valores de contorno definidos na Equação (3.5) são dados pela condição expressa na Equação (3.7), e a segunda na Equação (3.8).

$$v(0) = U = C_1 \cdot 0 + C_2 \rightarrow C_2 = U \quad (3.7)$$

$$v(W) = 0 = C_1W + U \rightarrow C_1 = -\frac{U}{W} \quad (3.8)$$

Obtêm-se conseqüentemente a solução particular do problema expressa na Equação (3.9), e na forma vetorial pela Equação (3.10).

$$v(x) = U \left(1 - \frac{x}{W}\right) \quad (3.9)$$

$$\vec{V}(x) = U \left(1 - \frac{x}{W}\right) \hat{y} \quad (3.10)$$

Pode-se calcular o rotacional do campo de velocidades descrito na Equação (3.10) para se obter o campo de vorticidade através da Equação (3.11).

$$\vec{\omega} = \det \begin{Bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & U \left(1 - \frac{x}{W}\right) & 0 \end{Bmatrix} = \frac{\partial}{\partial x} \left[U \left(1 - \frac{x}{W}\right) \right] \hat{z} - \frac{\partial}{\partial z} \left[U \left(1 - \frac{x}{W}\right) \right] \hat{x} = -\frac{U}{W} \hat{z} \quad (3.11)$$

Neste problema bidimensional específico, o vetor $\vec{\omega}$ pode ser simplificado como um escalar ω . Portanto, o campo vetorial de velocidades do problema de Couette pode ser reescrito na Equação (3.12).

$$\vec{V}(x) = \omega(x - W)\hat{y} \quad (3.12)$$

Percebe-se a influência da vorticidade na sua definição, sendo que quanto maior em módulo for a vorticidade, mais íngreme será a inclinação da curva. Também percebe-se que quanto mais próximo da parede em movimento um elemento de fluido estiver, mais rápido ele se moverá.

Para um fluido considerado incompressível, é possível originalmente não levar em consideração o efeito da conservação de energia na obtenção do perfil de velocidades (WHITE, 2016). Contudo, em outros problemas em que se devem considerar o efeito da transferência de calor no movimento da fase dispersa, é imprescindível resolver a Equação (3.13) (WHITE, 2011).

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \cdot T = \alpha \vec{\nabla}^2 T \quad (3.13)$$

3.2 Dinâmica da vorticidade

Equação do Transporte da Vorticidade (ETV)

Generalizando as forças de campo para os casos que a gravitação não seja a única relevante, têm-se a partir da Equação (3.2) a Equação (3.14).

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{\tau}}{\rho} + \frac{\vec{B}}{\rho} \quad (3.14)$$

Aplicando o operador rotacional em ambos os lados da Equação (3.14), sucessivas identidades vetoriais, definindo $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{V}$, e supondo um fluido incompressível, barotrópico e newtoniano, chega-se na Equação (3.15).

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{\omega} = (\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{V} + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{\omega} \quad (3.15)$$

Considerando um escoamento bidimensional, o primeiro termo do lado direito desaparece e se alcança a expressão analítica da equação do transporte 2D da vorticidade. Percebe-se que sob essas hipóteses e pressuposições, o campo vetorial de vorticidade se transforma em um campo escalar, descrita em termos eulerianos a Equação (3.16), e da maneira lagrangiana

através Equação (3.17). De forma semelhante a Equação (3.16), a equação da energia para o caso incompressível é dada pela Equação (3.13).

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \omega = \nu \vec{\nabla}^2 \omega \quad (3.16)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \nu \vec{\nabla}^2 \omega \quad (3.17)$$

Análise da ETV

A evolução do campo de vorticidade em um escoamento viscoso bidimensional pode ser formulada pela Equação (3.18) (COTTET, 2000).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} &= -(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \omega + \nu \vec{\nabla}^2 \omega \\ \vec{\nabla}^2 \vec{V} &= -\vec{\nabla} \times \omega \end{aligned} \quad (3.18)$$

A segunda expressão é uma equação de Poisson, da forma:

$$\nabla^2 \psi = \Phi$$

Sendo tanto ψ como Φ funções arbitrárias reais ou complexas. A solução geral da equação de Poisson pode ser dada por uma função de Green do tipo:

$$\psi(\vec{r}) = - \iiint_V \frac{\Phi(\vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|} dV$$

E que pode ser expressa como a lei de Biot-Savart (SAFFMAN, 1992) na Equação (3.19).

$$\vec{V}(\vec{r}) = \iiint_V \frac{\omega(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} dV \quad (3.19)$$

3.2.1 Difusão de uma folha de vórtice

A modelagem discreta de camadas limite consiste na difusão viscosa de uma folha infinita com distribuição superficial de vorticidade $\gamma(x)$ visto na Fig. 3.2 (LEWIS, 1991). Expressando a Equação (3.16) através de coordenadas cartesianas, pode-se escrever a Equação (3.20) com a sua solução na Equação (3.21) (BATCHELOR, 1999).

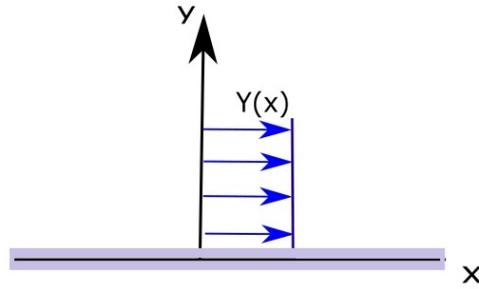


Figura 3.2: Folha de vorticidade com corrente uniforme

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \quad (3.20)$$

$$\omega(y, t) = \frac{\gamma/2}{\sqrt{\pi \nu t}} e^{-\frac{y^2}{4\nu t}} \quad (3.21)$$

Um modelo de vórtices discretos deste problema pode ser formulado a partir da consideração de uma folha finita compreendida em $0 \leq x \leq l$, subdividindo posteriormente a folha em N elementos de intensidade $\gamma(x)l/N$ (LEWIS, 1991), onde os vórtices seriam gerados ou destruídos dependendo do sinal do gradiente de pressão local sobre o elemento.

3.3 Transferência de Calor

Processos de transferência de calor podem ser quantificados de maneira objetiva por meio de equações de taxa, existindo três modos diferentes de transferência: condução, convecção e radiação (BERGMAN, 2011), sendo que o último está fora do escopo do presente trabalho.

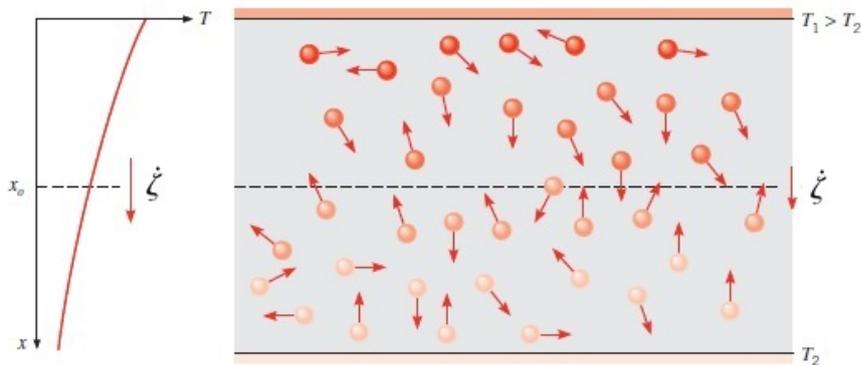
3.3.1 Condução

O processo de condução ocorre na existência de um gradiente térmico em meios estacionários, sendo descrita pela Lei de Fourier. A equação de Fourier é uma lei de origem fenomenológica regente do processo de condução, resultado de observações e conclusões tiradas *a posteriori* dos experimentos. Tal lei pode ser expressa de maneira genérica na Equação (3.22), com o vetor fluxo de calor orientado na direção perpendicular às superfícies isotérmicas. A lei de Fourier é a pedra angular da transferência de calor por condução (BERGMAN, 2011), sendo ϖ a taxa de transferência de calor e ζ o fluxo de calor.

$$\frac{\varpi}{A} = \dot{\zeta} = -k\vec{\nabla}T = -k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial T}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial T}{\partial z}\hat{z}\right) = -k\frac{\partial T}{\partial n}\hat{n} \quad (3.22)$$

Percebe-se que há uma relação direta entre taxa de transferência de calor e a taxa de variação espacial de temperatura, sendo que a direção da transferência é dada pelo sinal contrário do gradiente de temperatura. Em termos microscópicos, temperaturas altas estão associadas com energias moleculares mais altas, e com colisões sucessivas há a transferência de energia das moléculas mais energéticas para as menos energéticas. A energia térmica é então transferida por difusão, sem movimento macroscópico discernível das moléculas (Fig. 3.3).

Figura 3.3: Esquema de condução de energia térmica



Fonte: Bergman (2011)

A partir de uma análise puramente dimensional para reestruturar a equação em um contexto hidrodinâmico, divide-se por ρC_p ambos os lados da Equação (3.22) e obtêm-se a Equação (3.23), sendo q a densidade de calor e em unidades físicas de $[m^\circ C]$.

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\alpha \frac{\partial T}{\partial n} \hat{n} \quad (3.23)$$

A condição de contorno descrita por uma parede quente é dada pela lei de Fourier expressa na Equação (3.24).

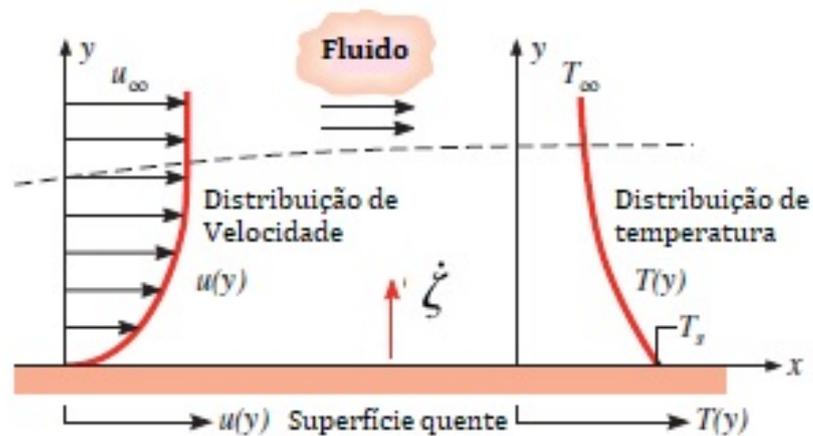
$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\alpha \frac{\partial T}{\partial n} \quad (3.24)$$

A difusividade térmica α é uma propriedade termodinâmica que corresponde a facilidade da ocorrência de uma taxa de transferência de calor sob um gradiente de temperatura, ou seja, é uma medida de inércia térmica do fluido (BERGMAN, 2011).

3.3.2 Convecção

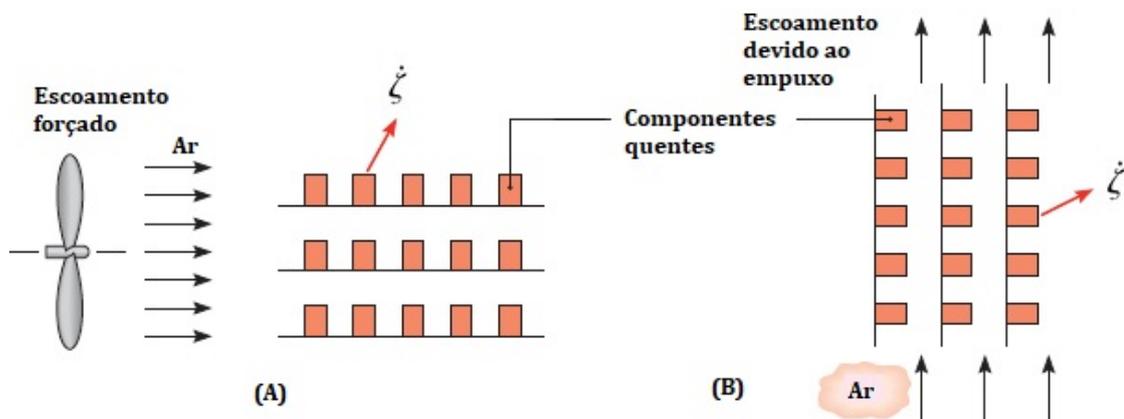
Para ocorrer convecção, é necessário que haja uma diferença de temperatura entre um fluido em movimento e uma superfície sobre a qual ele escoar (Fig. 3.4). O processo convectivo é sustentado tanto pelo movimento randômico molecular difusivo quanto pelo movimento advectivo macroscópico do fluido, e pode ser subdividido em duas classificações: convecção natural ou convecção forçada (BERGMAN, 2011). Na convecção natural, as diferenças de densidade causadas pelo gradiente térmico no fluido o induzem a escoar sob forças de empuxo, enquanto que na convecção forçada o escoamento é produzido por meios externos.

Figura 3.4: Esquema de convecção de energia térmica



Fonte: Bergman (2011)

Figura 3.5: Tipos de processos de convecção - (A) forçada; (B) natural



Fonte: Bergman (2011)

3.4 Escoamentos multifásicos

Escoamentos multifásicos se referem a sistemas de fluidos em movimento contendo duas ou mais fases (YEOH, 2010). Fase pode ser definida como uma porção homogênea da matéria possuidora de características físicas e químicas comuns (CALLISTER, 2014). Em escoamentos bifásicos, um caso particular de problema envolvendo duas fases, é usual denominar a fase contínua como a porção que ocupa uma região continua e conectada, enquanto a fase dispersa estende no espaço de maneira descontínua.

3.4.1 Dinâmica de bolhas

O termo *fase dispersa*, no contexto de escoamentos multifásicos, pode ser usado para descrever particulados, que são corpos auto-contidos com máxima dimensão entre $0.5\mu\text{m}$ e 10cm , separados do fluido circundante por uma interface reconhecível (CLIFT, 1978). Os particulados, entretanto, podem ser denominados por diferentes formas dependendo do seu estado físico:

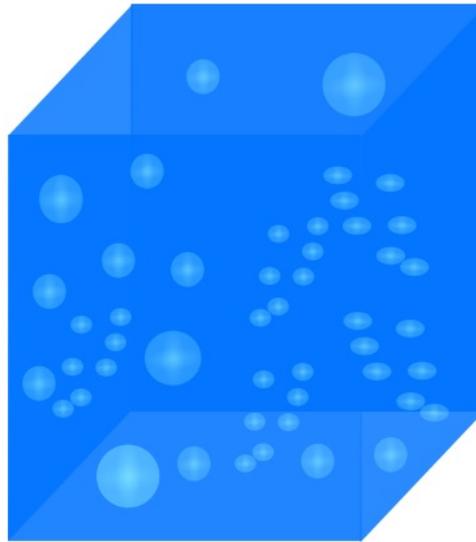
- Sólido : Partículas sólidas
- Líquido : Gotas
- Gás : Bolhas

Bolhas seriam então volumes de fluido dispersos em um meio líquido circundante principal contendo fase gasosa, com um esquema de escoamento típico na Fig. 3.6.

Bolha em fluidos viscosos de números de Reynolds finitos criam tensões que a deformam, com importantes consequências na sua dinâmica, uma vez que a forma de um objeto é um dos determinantes principais das forças hidrodinâmicas (MICHAELIDES, 2006). As propriedades físicas do meio contínuo e da fase dispersa são essenciais para entender deformações de bolhas e para determinar suas formas. Como argumentado por Tomiyama et al. (1993), as principais diferenças entre a dinâmica de bolhas e de partículas sólidas é a facilidade de deformação interfacial e da geração de circulação interna na primeira. A forma das bolhas, segundo Haberman & Morton (1953), é determinada principalmente pela:

- Velocidade terminal $V_{G_{\infty}}$
- Dimensão característica, como o diâmetro d .

Figura 3.6: Escoamento bifásico com fase dispersa de bolhas



Fonte: Elaborada pelo autor

- Densidade da fase contínua ρ_L
- Viscosidade da fase contínua μ_L
- Tensão superficial σ
- Gravidade g

A fim de diminuir o número de variáveis termodinâmicas determinantes, pode-se utilizar análise dimensional e obter três parâmetros adimensionais a partir das propriedades dos fluidos já mencionadas:

- Número de Reynolds da bolha:

$$Re_b = \frac{\text{forças inerciais}}{\text{forças viscosas}} = \frac{\rho_L V_{G_\infty} d}{\mu_L} \quad (3.25)$$

- Número de Eötvös:

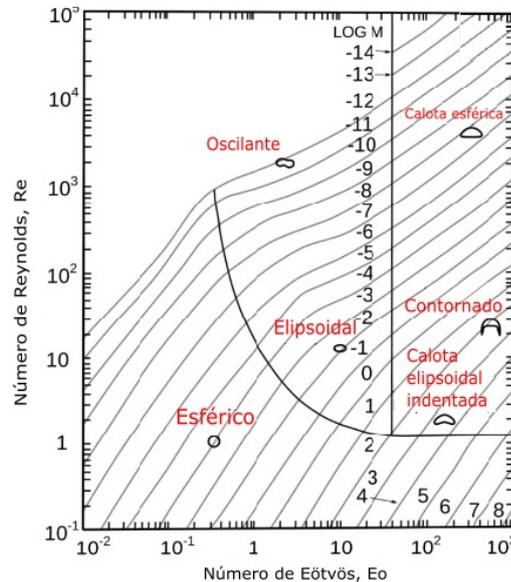
$$Eo = \frac{\text{forças gravitacionais}}{\text{forças de tensão superficial}} = \frac{g \rho_L d^2}{\sigma} \quad (3.26)$$

- Número de Morton:

$$M = \frac{\text{forças gravitacionais e viscosas}}{\text{forças de tensão superficial e inerciais}} = \frac{g \mu_L^4}{\rho_L \sigma^3} \quad (3.27)$$

A partir destes três grupos de variáveis, é possível traçar o diagrama de Grace (GRACE, 1976) com o formato das bolhas em função do Reynolds, Morton e Eötvös (Fig. 3.7).

Figura 3.7: Diagrama de Grace para formatos de bolha



Fonte: (GRACE, 1976)

Pelo diagrama percebe-se que as bolhas tendem ao formato esférico para baixos Reynolds, independentemente do seu número de Eötvös, enquanto se tornam elipsoidais para valores intermediários de Eötvös e altos Reynolds.

A fim de determinar a trajetória de um particulado, pode-se utilizar a segunda lei de Newton, considerando todos os efeitos dinâmicos relevantes para o cálculo do movimento.

$$\rho v_p \frac{D\vec{V}_{ins}^p}{Dt} = \sum \vec{F} \quad (3.28)$$

Entende-se pela Equação (3.28) que a derivada material da velocidade do particulado é igual a soma das forças agindo sobre ele. Segundo Yeoh (2010), as forças atuantes podem ser categorizadas em:

- Forças que agem no particulado devido ao movimento do particulado
- Forças que agem no particulado devido ao movimento do fluido circundante
- Forças que agem no particulado independente se há movimento ou se está imerso no fluido escoante.
- Forças que agem em qualquer objeto imerso

Na maior parte dos escoamentos práticos de engenharia, a força de arrasto é a força mais importante exercida no particulado pelo fluido circundante (YEOH, 2010). A força de massa virtual se origina por sua vez da diferença de aceleração entre o fluido e a partícula, com muita importância quando há diferença significativa de densidade do fluido para o do particulado. A natureza transitória da camada limite da partícula gera a força de história de Basset, influenciada principalmente pelo histórico da trajetória da partícula. A força de Magnus aparece quando a partícula em rotação se encontra em um fluido não-rotativo. Para baixos números de Reynolds, uma força de sustentação descrita por Saffman (1965) é perceptível para um particulado em um escoamento cisalhante. A força de empuxo surge devido a diferença de densidade entre o fluido e a partícula (YEOH, 2010).

Efeito da massa virtual

A força de massa virtual é expressa por Brennen (2014) na Equação (3.29). O termo representa o tensor de massa adicionada, e fisicamente modela o deslocamento ou a deflexão do fluido circundante devido à (des)aceleração local da partícula. Para uma partícula finita, o efeito pode ser genericamente descrito na Equação (3.30).

$$\vec{F}_{virtual} = -M_{ij} \frac{dV_{relj}}{dt} \quad (3.29)$$

$$M_{ij} = \frac{\rho}{2} \int_{volume\ do\ fluido} u_{ik} u_{jk} d(volume) \quad (3.30)$$

A partir de Patton (1965), assumindo uma bolha esférica, pode-se expressar o tensor de massa virtual como:

$$M_{ii} = \frac{2}{3} \rho_{fluido} \pi R^3; \quad M_{ij} = 0 \quad (i \neq j)$$

Embora as bolhas para EO intermediários não sejam esféricas, o erro envolvido na aproximação e simplificação é diminuta, e extensivamente empregada ((TOMIYAMA et al., 2002); (BOTHE et al., 2006); (RABHA; BUWA, 2010); (MEHDI; KIM, 2015)). Devido à simetria inerente a uma esfera, os termos fora da diagonal do tensor M_{ij} são nulos, e reescrevendo o fluido principal com índice L e a fase dispersa com G , pode-se escrever a força adicional como na Equação (3.31).

$$\begin{Bmatrix} F_{virtual_x} \\ F_{virtual_y} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\rho_L \nu_G}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho_L \nu_G}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{dV_{G_x}}{dt} - \frac{dV_{L_x}}{dt} \\ \frac{dV_{G_y}}{dt} - \frac{dV_{L_y}}{dt} \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

Arrasto

O termo correspondente ao arrasto pode ser escrito Brennen (2014) como na Equação (3.32), e fisicamente representa a resistência do fluido contínuo ao deslocamento da bolha.

$$\vec{F}_{DRAG} = -\frac{1}{2} \rho A C_{ij} \|\vec{V}_G - \vec{V}_L\| (\vec{V}_G - \vec{V}_L) \quad (3.32)$$

Considerando A uma seção transversal típica do corpo. Para uma esfera:

$$A = \pi \frac{d^2}{4}; \quad C_{ij} = C_d$$

Pode-se reescrever a Equação (3.32), como a Equação (3.33), e finalmente na forma matricial da Equação (3.34)

$$\vec{F}_{DRAG} = -\frac{3}{4d} \rho_L \nu_G C_d \|\vec{V}_G - \vec{V}_L\| (\vec{V}_G - \vec{V}_L) \quad (3.33)$$

$$\begin{Bmatrix} F_{DRAG_x} \\ F_{DRAG_y} \end{Bmatrix} = -\frac{3}{4d} \rho_L \nu_G \begin{bmatrix} C_d & 0 \\ 0 & C_d \end{bmatrix} \sqrt{(V_{G_x} - V_{L_x})^2 + (V_{G_y} - V_{L_y})^2} \begin{Bmatrix} V_{G_x} - V_{L_x} \\ V_{G_y} - V_{L_y} \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

O coeficiente de arrasto de bolhas esféricas pode ser determinado pela Equação (3.35), considerando bolhas não contaminada por emulsificantes (TOMIYAMA et al., 1998), e é consistente com dados disponíveis de C_D em White (2016). A medida que as bolhas aumentam de tamanho elas se tornam elipsoidais, consequentemente o coeficiente de arrasto depende fortemente da tensão superficial. No caso de bolhas alongadas, o C_D independe do número de Reynolds, sendo meramente função de EO .

Para Reynolds de bolha mais altos ($Re_b \geq 300$), é muito provável que a bolha não seja esférica, e então sua forma será o fator preponderante na determinação do coeficiente de arrasto. Da mesma forma, correlações para fluido altamente contaminados com emulsificante foram desenvolvidas ((TOMIYAMA et al., 1998);(MICHAELIDES, 2006)).

$$C_D = \max \left[\min \left\{ \frac{16}{Re} \left(1 + 0,15Re^{0,687} \right), \frac{48}{Re} \right\}, \frac{8}{3} \frac{Eo}{Eo + 4} \right] \quad (3.35)$$

Peso e empuxo

A força peso da bolha, fruto da interação gravitacional entre o planeta Terra e o fluido, é facilmente escrita de maneira genérica como na Equação (3.36), e na forma matricial, na Equação (3.37). Essa força tende a ser a mais comum na maioria das análises multifásicas das forças de corpo (volume).

$$\vec{F}_{GRAV} = \rho_G \nu_G \vec{g} \quad (3.36)$$

$$\begin{Bmatrix} F_{GRAV_x} \\ F_{GRAV_y} \end{Bmatrix} = \rho_G \nu_G \begin{Bmatrix} g_x \\ g_y \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

A Equação (3.38) surge devido a diferença da densidade entre a fase dispersa e a fase contínua, e pode ser expressa matricialmente pela Equação (3.39). Fisicamente ela se origina quando uma partícula ocupa uma posição previamente preenchido pelo fluido circundante, assim o deslocando, e pela terceira lei de Newton, o fluido reage e exerce uma força sobre a partícula (WHITE, 2016)). Ou seja a força de empuxo é igual ao peso do fluido deslocado pela partícula.

$$\vec{F}_{BUOY} = -\rho_L \nu_G \vec{g} \quad (3.38)$$

$$\begin{Bmatrix} F_{BUOY_x} \\ F_{BUOY_y} \end{Bmatrix} = -\rho_L \nu_G \begin{Bmatrix} g_x \\ g_y \end{Bmatrix} \quad (3.39)$$

Sustentação de Saffman

Além dessas forças mencionadas, existe o efeito combinado de rotação angular e/ou existência de gradientes cisalhantes da velocidade do fluido, que induzem uma componente da força hidrodinâmica na esfera, também chamada de força de sustentação (MICHAELIDES, 2006).

Partículas em rotação fazem surgir uma assimetria na distribuição do campo de velocidade em torno da bolha, produzindo uma diferença de pressão transversal na sua superfície, gerando a força Magnus (RUBINOW; KELLER, 1961). Saffman (1965) por sua vez mostrou a existência de uma força transversal a direção do deslocamento para um corpo esférico pequeno em um

escoamento cisalhante livre, que também produz um campo de velocidade assimétrico em torno de um particulado. Saffman (1968) considerou um problema de uma esfera muito pequena em um escoamento cisalhante para valores de Reynolds do escoamento muito baixo, e derivou a Equação (3.40), sendo a o raio da esfera.

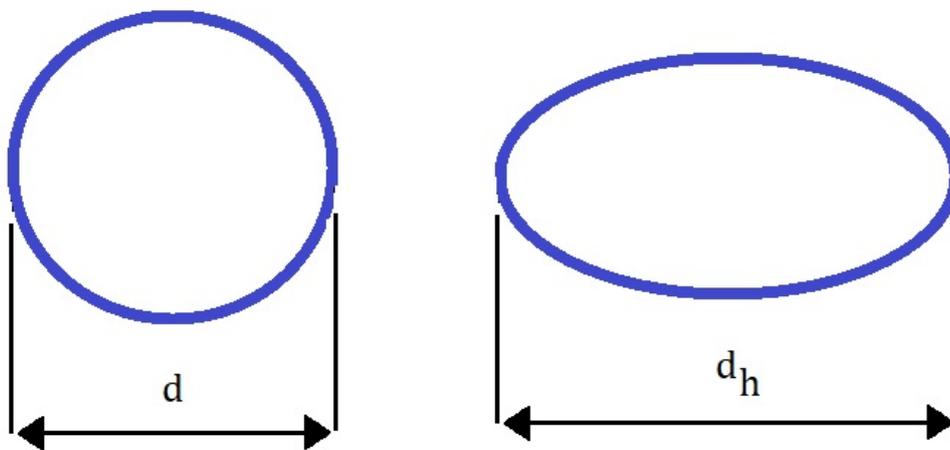
$$\vec{F}_{SAFFMAN} = \frac{6,46a^2\sqrt{\rho_L\mu_L}}{\sqrt{|\omega|}} (\vec{V}_G - \vec{V}_L) \times (\vec{\nabla} \times \vec{V}_L) \quad (3.40)$$

A razão entre a componente transversal e a longitudinal da força hidrodinâmica é da ordem de $d\sqrt{|\omega|\mu_L/\rho_L}$, que é um número pequeno (MICHAELIDES, 2006). Entretanto a componente de sustentação é importante em muitas aplicações de engenharia, uma vez que ela induz migração lateral e dispersão de bolhas. Zun (1980) reescreve a força de sustentação usando a Equação (3.41), empregando desta vez um coeficiente de sustentação C_L .

$$\vec{F}_{SAFFMAN} = -C_L\rho_L\nu_G (\vec{V}_G - \vec{V}_L) \times (\vec{\nabla} \times \vec{V}_L) \quad (3.41)$$

Diversas correlações foram desenvolvidas para o coeficiente de sustentação C_L . Tomiyama et al. (2002), a partir de dados experimentais desenvolveram a Equação (3.42) e (3.43). Percebeu-se que o C_L para pequenas bolhas é muito dependente do Re da esfera, enquanto que para bolhas intermediárias ou grandes é função do número de Eötvös modificado, expresso na Equação (3.44). O comprimento característico utilizado d_H na Equação (3.44) é a dimensão horizontal da bolha (Fig. 3.8).

Figura 3.8: Bolha esférica e elíptica



Fonte: Elaborada pelo autor

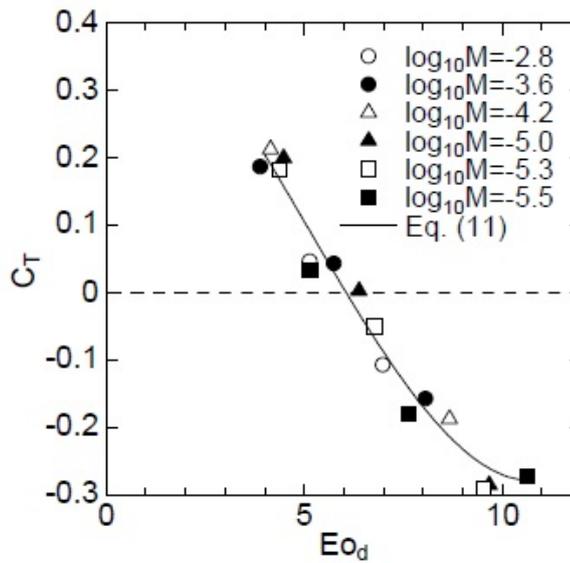
$$C_L = \begin{cases} \min [0, 288 \tanh (0, 121 Re); f(Eo_d)], & \text{para } Eo_d < 4. \\ f(Eo_d), & \text{para } 4 \leq Eo_d \leq 10, 7. \end{cases} \quad (3.42)$$

$$f(Eo_d) = 0, 00105 Eo_d^3 - 0, 0159 Eo_d^2 - 0, 0204 Eo_d + 0, 474 \quad (3.43)$$

$$Eo_d = \frac{g(\rho_L - \rho_G) d_H^2}{\sigma} \quad (3.44)$$

A partir da Equação (3.42) conclui-se que para pequenas bolhas $0 < C_L \leq 0, 288$, enquanto que para bolhas grandes a Equação (3.42) dá valores negativos para C_L (Fig. 3.9). Para bolhas esféricas, a Equação (3.45) utilizada por Mehdi & Kim (2015) pode ser empregada.

Figura 3.9: Coeficiente de sustentação em função do Eötvös modificado



Fonte: Tomiyama et al. (2002)

$$C_L = \begin{cases} 0.001307 Eo^3 - 0.01979 Eo^2 - 0.0254 Eo + 0.5901; & 0.305 \leq Eo \leq 1.22 \end{cases} \quad (3.45)$$

3.4.2 Regimes de escoamentos

As complicações na análise de escoamentos multifásicos começam já na multiplicidade de configurações topológicas em que elas podem estar, chamados de regimes de escoamento. Os contornos entre as faces são chamados de interfaces, sendo que a topologia do escoamento representa a geometria das interfaces (YADIGAROGLU, 2018).

A geometria das interfaces não é conhecida *a priori*, mas é na verdade parte da solução, algo bem diferente de regimes monofásicos em que a topologia do escoamento é conhecida por princípio. Ao contrário, a topologia do escoamento apresenta um comportamento acentuadamente dinâmico, com coalescências e rompimentos, distribuição homogênea ou heterogênea. Portanto, uma das mais importantes características de escoamentos multifásicos (líquido-gás) é a existência de interfaces deformáveis (YADIGAROGLU, 2018). Além disso, é provável que a velocidade de uma fase seja diferente das outras, o que torna o estudo desses problemas bem mais complexo.

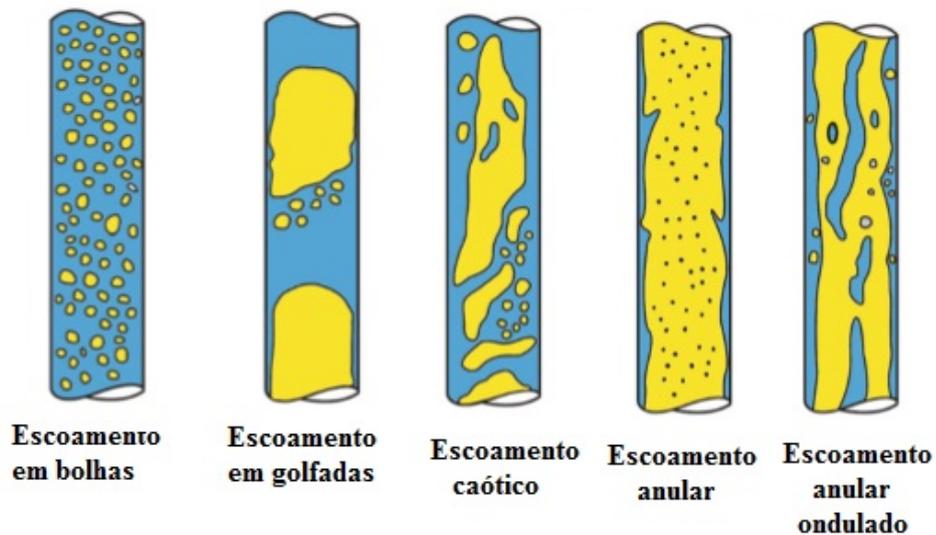
Os regimes de escoamento são classificações genéricas simplificadoras da geometria das interfaces e, para escoamentos internos, são dependentes da disposição espacial do duto, isto é, vertical ou horizontal. Dos regimes em tubos verticais, os mais comuns são o escoamento em bolhas, em golfadas, caótico, anular e o anular ondulado (Fig. 3.10). Já dos regimes em tubos horizontais, são conhecidos os escoamento em bolhas dispersas, estratificado, estratificado ondulado, anular disperso, pistonado, em semi-golfadas e em golfadas, estes três últimos de característica intermitente (Fig. 3.11).

3.4.3 Escoamento em bolhas

O regime de escoamento em bolhas consiste em bolhas discretas dispersas em um líquido, em contínuas interações complexas, com grandes deformações interfaciais. Dependendo da magnitude de interação bolha-bolha e bolha-líquido, pode ser subdividido em quatro regimes, descrito na Fig. 3.12.

Uma característica peculiar do escoamento em bolhas é o fenômeno de distribuição de fase, que exibe um perfil de fração de vazio lateral a depender dos fluxos volumétricos das fases líquida e gás, sendo que típicos padrões de disposição de bolhas estão presentes na Fig. 3.13. Os tipos de picos de distribuição de vazio são devidos ao fenômeno de segregação de bolhas, que são profundamente dependentes do formato e tamanho das bolhas (SEKOGUCHI et al., 1974) (LIU, 1993). A tendência de padrões de distribuição de vazio em função dos fluxos volumétricos

Figura 3.10: Regimes de escoamento multifásicos - Duto vertical



Fonte: Yadigaroglu (2018)

Figura 3.11: Regimes de escoamento multifásicos - Duto horizontal



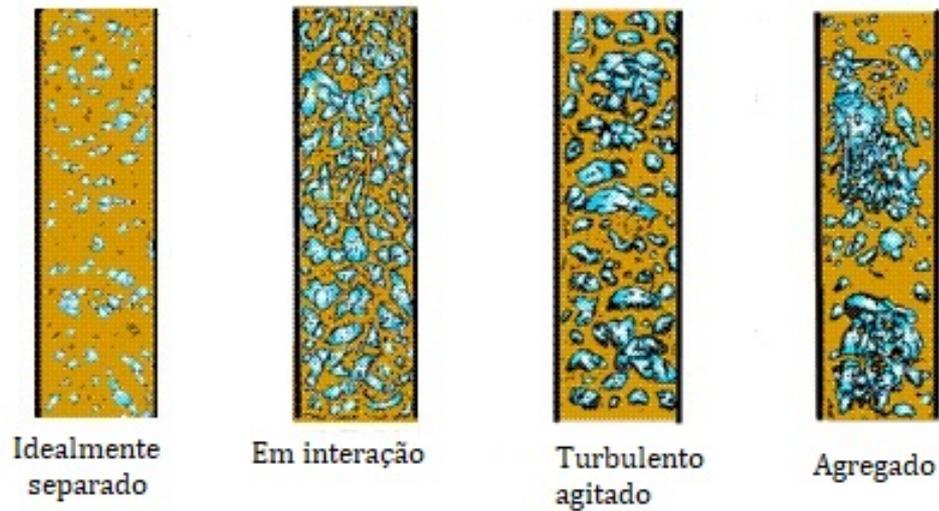
Fonte: Yadigaroglu (2018)

de gás e líquido em escoamentos ascendentes verticais em canos está presente na Fig. 3.14.

3.4.4 Abordagens de estudo de escoamentos multifásicos

A complexidade da análise de escoamento multifásicos exige que sejam feitas hipóteses e simplificações a fim de modelar os problemas relacionados. Relações constitutivas asseguram que princípios físicos elementares como leis da conservação da massa, energia e a segunda lei de

Figura 3.12: Regimes de escoamento em bolhas



Fonte: Serizawa & Kataoka (2010)

Figura 3.13: Distribuição de fração de vazio em um duto vertical

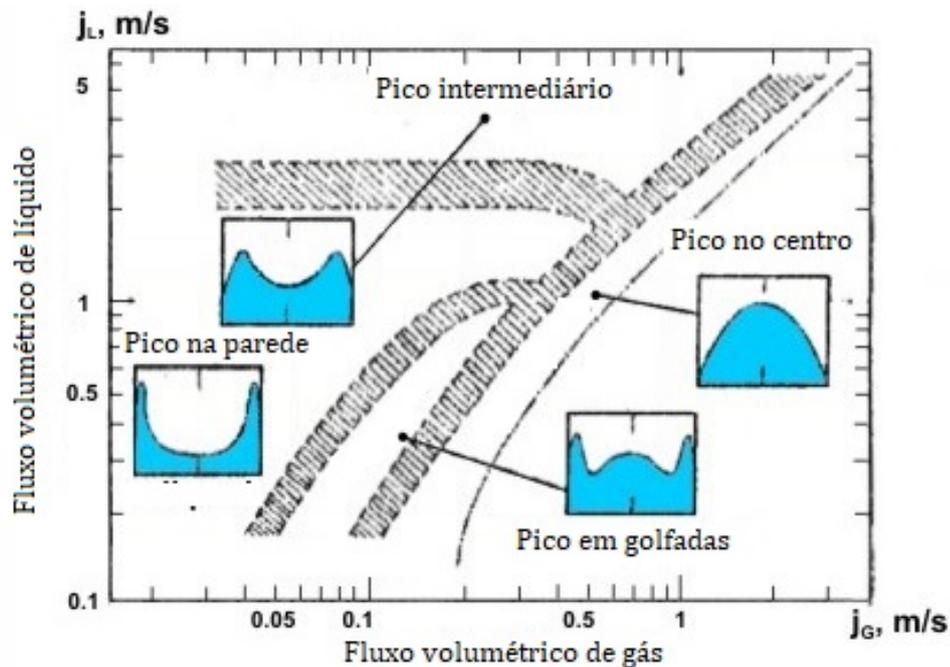


Fonte: Serizawa & Kataoka (2010)

Newton sejam consideradas para descrever o fenômeno de estudo através de sistemas de equações diferenciais parciais complexas. Tais equações não apresentam soluções exatas, portanto o emprego de métodos numéricos se torna indispensável para se chegar à uma solução, mesmo que aproximada. Uma vez que métodos numéricos exigem cálculos simples e tediosos, o emprego de ferramentas computacionais se tornou mandatório, e a dinâmica de fluidos computacional (em inglês, *CFD*) se transformou hoje em uma parte integral do projeto de engenharia e de pesquisa (YEOH, 2010). No contexto de análise multifásica, a modelagem computacional da física envolvida pode ser feita através de diferentes abordagens.

No estudo da mecânica dos fluidos, a variável mais importante de descrição do escoamento é o campo de velocidades dos elementos volumétricos infinitesimais de fluidos, descrito da forma:

Figura 3.14: Diagrama de padrão de distribuição de bolhas em função do fluxo volumétrico de cada fase



Fonte: Serizawa et al. (1988)

$$\vec{V}(\vec{r}, t) = u(x, y, z, t)\hat{x} + v(x, y, z, t)\hat{y} + w(x, y, z, t)\hat{z}$$

Conhecer o campo de velocidades é o mesmo que resolver um problema de escoamento (WHITE, 2016). Existem duas maneiras de descrever este campo: A abordagem euleriana, que utiliza coordenadas fixas no espaço para expressar espacialmente e temporal as mudanças nos campos das propriedades termo-hidrodinâmicas, e a lagrangiana, que emprega um sistema de coordenadas que se move junto com as partículas (WHITE, 2016). Esta diferença de abordagem atinge inclusive a mecânica de escoamento multifásico computacional, diferenciada por Yeoh (2010) como modelo de trajetória e modelo *two-fluid* (em português, dois-fluido). Nos modelos de trajetória, o movimento da fase dispersa transportada é determinada por rastreamento das partículas individuais, sendo duas abordagens muito comuns empregadas: euleriana-lagrangiana, o qual descreve a fase contínua de maneira euleriana e a dispersa de modo lagrangiana, e o lagrangiano-lagrangiano, que descreve as duas fases de maneira lagrangiana. Já o modelo dois-fluido (ou euleriano-euleriano) descreve a fase dispersa como outra fase contínua, misturando e interagindo com o meio circundante (YEOH, 2010).

Na abordagem euleriana-lagrangiana, há um acoplamento efetivo entre a descrição de um campo euleriano da solução do escoamento do fluido contínuo, e o esquema lagrangiano para

rastreamento dos particulados individuais dentro do campo do escoamento principal. A parcela euleriana é obtida pela resolução das Equações de Navier-Stokes (3.1) e (3.2), enquanto na lagrangiana os particulados são rastreados de maneira independente, a partir de um modelo de trajetória, com os efeitos interativos interfásicos descritos por somatórias de fontes e sorvedouros de trajetórias representativas. Assim, formula-se uma equação de movimento para o transporte das bolhas (YEOH, 2010).

Já na abordagem euleriana-euleriana, a fase dispersa é resolvida como um conjunto de fases discretas individuais escoando como um outro fluido compondo o escoamento, ou seja, ela é tratada como uma outra fase contínua misturando e interagindo com o meio carregador. Equações de conservação efetivas de massa, segunda lei de Newton e energia são desenvolvidas a partir da adoção de cálculos de média implementadas na descrição de cada fase (YEOH, 2010).

Capítulo 4

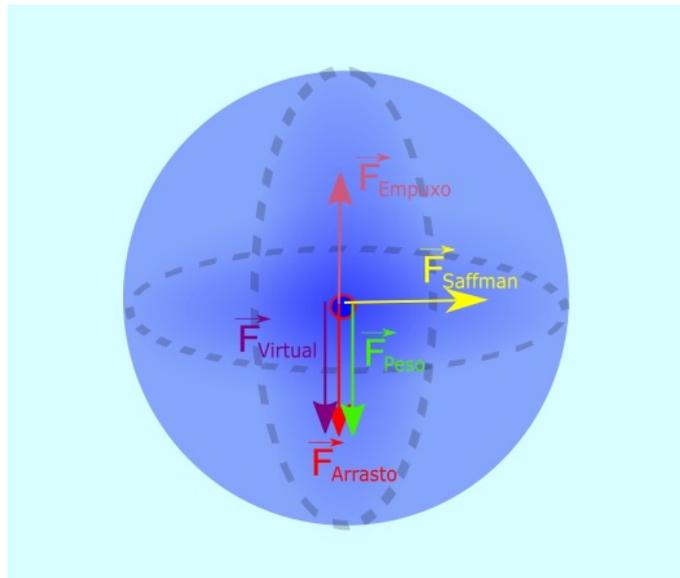
METODOLOGIA

4.1 Abordagem euleriana-lagrangiana

4.1.1 Dinâmica da fase dispersa

Pode-se então representar em uma expressão matemática todas as forças previamente descritas. Um esquema gráfico de todas as forças atuantes sobre uma bolha esférica/elipsoidal pode ser visto na Fig. 4.1.

Figura 4.1: Diagrama de forças em uma bolha esférica



Fonte: Elaborada pelo autor

$$\begin{pmatrix} F_{G_x} \\ F_{G_y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{virtual_x} \\ F_{virtual_y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{DRAG_x} \\ F_{DRAG_y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{GRAV_x} \\ F_{GRAV_y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{BUOY_x} \\ F_{BUOY_y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{SAFFMAN_x} \\ F_{SAFFMAN_y} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Como cada termo da Equação (4.1) pode ser descrito em termos de velocidade instantânea e/ou de sua derivada temporal da fase dispersa, e portanto não são suficientes para determinar a posição da fase G .

4.1.2 Esquemas de avanço numéricos para a fase dispersa

Como cada termo da Equação (4.1) pode ser descrito em termos de velocidade instantânea e/ou de sua derivada temporal da fase dispersa, e portanto não são suficientes para determinar a posição da fase G . Da física básica clássica (NUSSENZVEIG, 2013), sabe-se que para a fase dispersa com velocidade inicial nula, têm-se o problema descrito na Equação (4.2).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\vec{x}_G(t)) &= V_G \\ \vec{x}_G(t) &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

A fim de resolver esta equação, pode-se utilizar o método dos passos múltiplos, definindo os valores de V_G a cada intervalo. Para calcular o valor de $\vec{x}_G(t = t^{n+s})$ sabendo que a condição inicial é $\vec{V}_G(t^{(n)}, \vec{X}_G(t = t^{(n)}))$, integra-se a Equação (4.2) no intervalo $[t^{n+s-1}, t^{n+s}]$, obtendo a Equação (4.3) (SIDI, 2003).

$$\vec{X}_G^{(n+s)} = \vec{X}_G^{(n+s-1)} + \int_{t^{(n+s-1)}}^{t^{(n+s)}} \vec{V}_G dt \quad (4.3)$$

No método de Euler de primeira ordem se resolve o sistema simplesmente considerando que \vec{V}_G é constante dentro do intervalo de tempo considerado, o que permite tirá-lo de fora da integral e obter a Equação (4.4), considerando primeira ordem de aproximação ($s=1$), sendo $\Delta t = t^{(n+1)} - t^{(n)}$ (BUTCHER, 2016).

$$\vec{X}_G^{(n+1)} = \vec{X}_G^{(n)} + V_G \left(t^{(n)} \right) \Delta t \quad (4.4)$$

Já no método de Adams-Bashforth expande-se \vec{V}_G como um polinômio de Lagrange, obtendo a Equação (4.5). Para o caso de $s=2$, é possível chegar a Equação (4.6), sendo que o valor entre colchetes fica $-1/2$ para $j=0$, e $3/2$ para $j=1$ (RICHARD; BURDEN, 2011), (ISERLES, 2009).

$$\vec{X}_G^{(n+s)} = \vec{X}_G^{(n+s-1)} + \Delta t \cdot \sum_{j=0}^{s-1} \left[\int_0^1 \prod_{k=0, k \neq j}^{s-1} \frac{\tau_B + s - k - 1}{j - k} d\tau_B \right] \vec{V}_G \left(t^{(n+j)}, \vec{X}_G^{(n+j)} \right) \quad (4.5)$$

$$\vec{X}_G^{(n+2)} = \vec{X}_G^{(n)} + \frac{\Delta t}{2} \left[3V_G \left(t^{(n+1)}, \vec{X}_G^{(n+1)} \right) - V_G \left(t^{(n)}, \vec{X}_G^{(n)} \right) \right] \quad (4.6)$$

4.1.3 Partículas de Temperatura

Uma solução exata para a Equação (3.13), que compõe fenômenos difusivos e advectivos descritores do fenômeno convectivo é analiticamente difícil de ser obtida, e portanto um método numérico deve ser utilizado para a obtenção de um resultado aproximado que satisfaça, com um grau de razoabilidade adequado, a Equação da Energia. Para isso, foi desenvolvido o método das Partículas de Temperatura (PEREIRA, 2018).

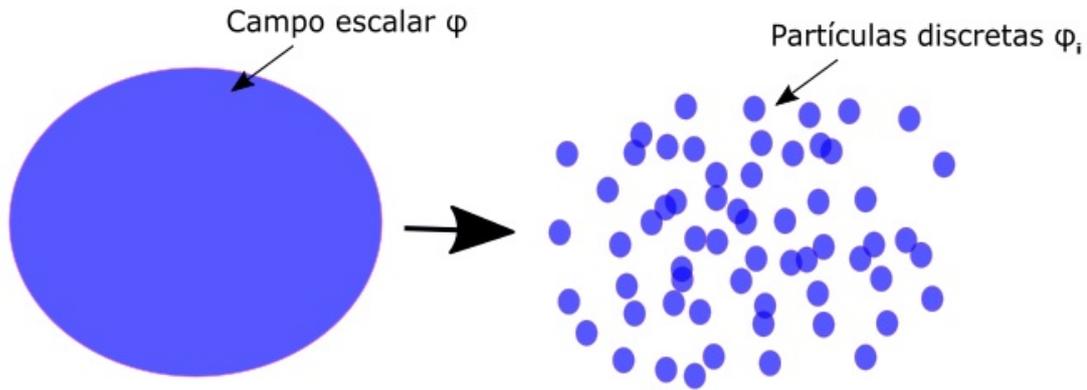
Método de partículas

O método de partículas consiste em resolver equações de advecção a partir de aproximações por partículas discretas, que matematicamente consistem em funções delta de Dirac, representando um campo escalar genérico ϕ e mostrado na Figura 4.2 (COTTET, 2000). Uma vez que este método de partículas é muito utilizado na determinação de um campo de vorticidades, e a referência bibliográfica na esfera de estudo é vasta, o método de vórtices pode ser descrito em pormenores e depois, por argumentos de similaridade, pode ser estendido as conclusões ao método de Partículas de Temperatura (PEREIRA, 2018).

Vórtices discretos

A característica básica do método de partículas aplicado a vórtices é que o campo é discretizado em núcleos particulares individuais onde a circulação é concentrada. Estes elementos são denominados partículas de vórtices. Quando utilizada para resolver a equação de energia, os elementos lagrangianos são denominados partículas de temperatura. A justificativa matemática e o embasamento dedutivo para o método pode ser encontrada em Cottet (2000), com uma representação gráfica na Fig. 4.2.

O método consiste em fazer amostras a partir do domínio computacional em que a circulação inicial é concentrada em pontos específicos particulares (COTTET, 2000). A aproximação

Figura 4.2: Descrição particular de um campo escalar contínuo genérico ϕ 

Fonte: Elaborada pelo autor

resultante pode ser escrita como na Equação (4.7).

$$\omega_0 = \omega_0^h = \sum_{p=1}^{N_v} \Gamma_p \gamma(\vec{r} - \vec{r}_p) \quad (4.7)$$

Sendo p a designação da partícula, sua posição \vec{r}_p e Γ_p uma estimativa de sua circulação inicial. A função γ é a distribuição de vorticidade dentro do vórtice (LEONARD, 1980)

Para uma partícula de temperatura, modifica-se ligeiramente a Equação (4.7) a fim de obter a Equação (4.8).

$$T_0 = T_0^h = \sum_{p=1}^{N_p} Q_{int,p} q(\vec{r} - \vec{r}_p) \quad (4.8)$$

Como nessa pesquisa foi utilizado um perfil de velocidades determinado a priori, não será necessário discretizar a vorticidade do escoamento em vórtices discretos. Entretanto, como é objetivo do presente trabalho realizar simulações contendo efeito de transferência de calor, partículas de temperaturas serão utilizadas para discretizar o campo de temperatura, e suas translações determinadas através dos efeitos advectivos e difusivos.

A evolução do escoamento dada pela Equação (3.18) pode ser examinada sob passos discretos de tempo. Em cada passo de tempo, a vorticidade sofre advecção (segundo $\vec{V} \cdot \vec{\nabla}$) e difusão (segundo $\nu \vec{\nabla}^2$). O algoritmo da separação viscosa, desenvolvido originalmente por Chorin (1973), consiste em definir subetapas em que tanto os efeitos advectivos e os difusivos são levados em consideração sucessivamente (COTTET, 2000). O algoritmo de separação viscosa

por dois passos pode ser expresso como uma equação contendo só o termo advectivo, e outra só o difusivo, como pode ser visto na Equação (4.9).

$$\begin{aligned}\frac{\partial \omega}{\partial t} &= -(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \omega \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} &= \nu \vec{\nabla}^2 \omega\end{aligned}\quad (4.9)$$

Sequencialmente, os elementos de fluidos são movidos na primeira subetapa pela velocidade local do escoamento, e a difusão é posteriormente imposta sob essa nova posição na segunda subetapa, modificando o campo de vorticidade do escoamento. A fim de discutir o algoritmo da separação viscosa, pode ser adotado um caso mais simples de uma equação advecção-difusão linear (COTTET, 2000). Assumindo um campo de velocidades \vec{V} já conhecido, e considerando a evolução de um campo escalar arbitrário $\phi = \phi(\vec{r}, t)$, e um parâmetro difusivo λ ligado ao campo escalar ϕ , têm-se a expressão matemática geral do problema puramente advectivo e difusivo na Equação (4.10). Geralmente, o algoritmo da separação da parte viscosa é de segunda-ordem de exatidão para cada passo de tempo e de primeira-ordem de exatidão no geral (COTTET, 2000).

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \phi = (\lambda \vec{\nabla}^2) \phi \quad (4.10)$$

Segundo Chorin (1973), o método de partículas pode ser entendido como uma coleção de vórtices com uma densidade tal que se aproxima da densidade de vorticidade inicial, e com seu movimento subsequente determinado pela Equação de Biot-Savart, sua densidade continuará a se aproximar da densidade de vorticidade em tempos posteriores. Considerando um problema com efeito viscoso, o núcleo de vórtice mais simples para estes tipos de problemas é o vórtice bidimensional de Lamb-Oseen, com simetria e linhas de corrente circulares em torno do eixo, com a vorticidade descrita em função da distância radial r ao centro do vórtice e do tempo t . Surge da solução exata das equações de Navier-Stokes para as condições iniciais $\omega(r, 0) = \Gamma_0 \delta(x) \delta(y)$. Pode-se definir a intensidade do vórtice pontual pela Equação (4.11).

$$\Gamma = \int_0^{\infty} \omega 2\pi r dr \quad (4.11)$$

Reescrevendo a Equação (3.16) em coordenadas cilíndricas, têm-se para $\vec{V} = \vec{V}_r \hat{r} + \vec{V}_\varphi \hat{\varphi}$ a Equação (4.12).

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{V}_r \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\vec{V}_\varphi}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} = \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \varphi^2} \right] \quad (4.12)$$

Considerando a simetria já mencionada ($\vec{V}_r = 0$; $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$), têm-se a Equação (4.13).

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) \quad (4.13)$$

A partir de argumentos dimensionais, pode-se definir um parâmetro adimensional $\eta = r/\sqrt{\nu t}$, e escrever o campo ω como na Equação (4.14).

$$\omega = \frac{\Gamma}{\nu t} f(\eta) \quad (4.14)$$

Reescrevendo as derivadas da equação em termos dos parâmetros adimensionais f e η , pode-se obter a Equação (4.15).

$$2\eta \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + 2 \frac{\partial f}{\partial \eta} + \eta^2 \frac{\partial f}{\partial \eta} + 2f\eta = 0 \quad (4.15)$$

Resolvendo a equação diferencial anterior, obtêm-se a solução analítica dada pela Equação (4.16).

$$\omega(\vec{r}, t) = \frac{\Gamma}{4\pi\nu t} e^{-\frac{r^2}{\sigma^2}} \quad (4.16)$$

Percebe-se que a solução mostra uma distribuição gaussiana da vorticidade. O termo $\sigma = \sqrt{4\nu t}$ é definido como o raio do núcleo do vórtice discreto de Lamb. Pode-se generalizar então o resultado obtido na Equação (4.16) da seguinte maneira. Dada uma expressão da forma da Equação (4.10), a solução genérica será descrita pela Equação (4.17). Pode-se ver um esquema do método de partículas com as gaussianas características na Fig. 4.3.

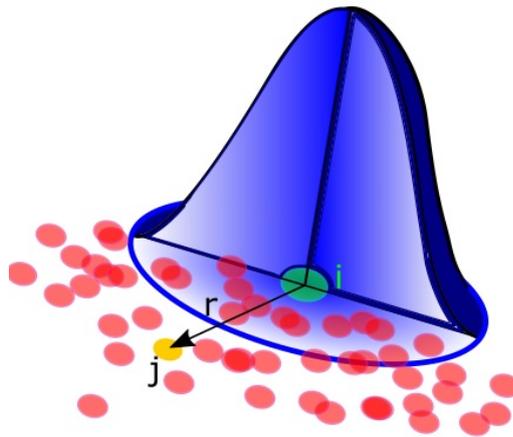
$$\phi(\vec{r}, t) = \frac{\Psi}{4\pi\lambda t} e^{-\frac{r^2}{\sigma_\phi^2}} \quad (4.17)$$

Sendo Ψ dado pela Equação (4.18).

$$\Psi = \int_0^\infty \phi 2\pi r dr \quad (4.18)$$

Para a Equação (3.13), que pode ser categorizada como uma expressão particular da Equação (4.10), é razoável supor um modelo de partícula de temperatura do mesmo gênero da do vórtice de Lamb, com uma solução advectiva semelhante a Equação (4.17) dada pela Equação (4.19), (4.20) e (4.21). Pode-se ver a distribuição de temperatura em torno de uma partícula na Fig.

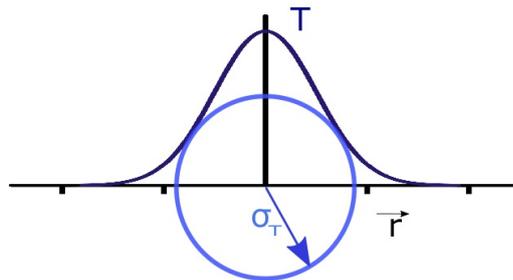
Figura 4.3: Distribuição de um campo gaussiano no espaço com origem na partícula i , induzindo uma grandeza escalar relacionado ao campo na partícula j . ϕ



Fonte: Elaborada pelo autor

4.4. O termo α representa a difusividade térmica, expressa na Equação (4.22).

Figura 4.4: Distribuição gaussiana de temperatura de uma partícula de temperatura



Fonte: Elaborada pelo autor

$$T(\vec{r}, t) = \frac{Q_{int}}{4\pi\alpha t} e^{-\frac{r^2}{\sigma_T^2}} \quad (4.19)$$

$$Q_{int} = \int_0^\infty T 2\pi r dr \quad (4.20)$$

$$\sigma_T = \sqrt{4\alpha t} \quad (4.21)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (4.22)$$

A única diferença é que nesse caso a partícula de temperatura não induz velocidade no

escoamento, mas somente temperatura. Após estabelecer partículas de temperatura da forma de vórtices de Lamb-Oseen, é importante delinear um método para analisar o efeito da difusão sobre as partículas de temperatura denominado método do crescimento do raio do núcleo. Os métodos difusivos consistirão em modelar este efeito alterando Q_{int} , σ ou \vec{V} .

Geração das partículas de temperatura

A partir desta abordagem, uma placa quente genérica pode ser subdividida em N segmentos com dimensão ε , onde serão gerados partículas de temperatura, satisfazendo a Equação (3.24). Pode-se expressar a Equação (3.24) da forma (4.23), e assim determinar a intensidade da partícula de temperatura produzida em cada instante de tempo. As partículas são definidas para serem geradas a partir de uma distância σ de uma superfície com uma temperatura T_{shed} , sendo que a temperatura na superfície é T_W . Portanto, a intensidade da partícula de temperatura gerada é dada pela Equação (4.23) (PEREIRA, 2018).

$$\Delta Q = -\alpha \frac{\partial T}{\partial n} \Delta t \Delta S \quad (4.23)$$

A geração de partículas de temperatura é então realizada, calculando a sua intensidade ΔQ baseada na Equação (4.23) pela (4.24) sobre cada painel.

$$\Delta Q = -\alpha \frac{(T_{shed} - T_W)}{\sigma_T} \Delta t ds \quad (4.24)$$

Crescimento do raio do núcleo

O método do crescimento do raio do núcleo consiste em aumentar o raio de penetração da partícula de temperatura σ para simular o processo de difusão viscosa. É um algoritmo totalmente determinístico, permitindo controle preciso de erros e convergência mais rápida do que métodos estocásticos (ROSSI, 1996). O método é baseado em observação de que as gaussianas são soluções explícitas das equações de calor e consiste em usar partículas gaussianas em crescimento enquanto mantém a intensidade carregada por elas (COTTET, 2000). Greengard (1985) mostrou que o método converge para um sistema de equações diferentes da de Navier-Stokes, sendo que a vorticidade é corretamente difundida e incorretamente advectada, mesmo no limite de infinitos vórtices, já que o núcleo se tornará muito grande para reter a velocidade do fluido local. Este problema é evitado a partir da proposta de Rossi (1996), na qual o vórtice

"pai" é dividido em vários vórtices "filhos" se o raio do núcleo for maior que o valor limite (ZUHAL et al., 2014).

Derivando a Equação (4.21) a fim de estabelecer a taxa de variação temporal do tamanho do raio do núcleo, e depois integrando a expressão resultante entre dois instantes de tempo t e $t+\Delta t$, obter a Equação (4.25).

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_T}{dt} &= \frac{1}{2\sqrt{4\alpha t}} 4\alpha = \frac{4\alpha}{2\sigma_T} = \frac{2\alpha}{\sigma_T} \Rightarrow \sigma_T d\sigma_T = 2\alpha dt \\ \int_{\sigma_{T_0}}^{\sigma_{T_0}+\Delta\sigma_{T_0}} \sigma_T d\sigma_T &= \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} 2\alpha dt \\ \frac{\sigma_T^2}{2} \Big|_{\sigma_{T_0}}^{\sigma_{T_0}+\Delta\sigma_{T_0}} &= 2\alpha t \Big|_{t_0}^{t_0+\Delta t} \\ \sigma_T(t + \Delta t) &= \sqrt{\sigma_T(t)^2 + 4\alpha\Delta t} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Assim, a temperatura induzida por uma partícula de temperatura em qualquer ponto do domínio será calculada pela Equação (4.26), levando em conta portanto o efeito de difusão através de um elemento de Lamb-Oseen (PEREIRA, 2018).

$$T(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^{N_t} \frac{Q_{int_i}}{\pi\sigma(t)_{T_i}^2} e^{-\frac{r^2}{\sigma(t)_{T_i}^2}} \quad (4.26)$$

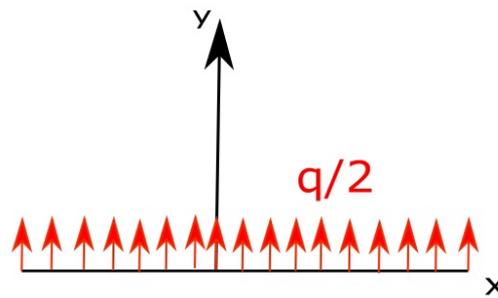
4.1.4 Difusão de uma folha de calor

Transpondo o mesmo problema de difusão de uma folha de vórtice em um contexto de transferência de calor, a solução analítica para a difusão de uma folha de calor pode ser obtida por argumentos de semelhanças matemáticas já demonstradas das equações de transporte da vorticidade e da temperatura, e obter portanto a Equação (4.27), com q sendo a densidade de quantidade de calor distribuída superficialmente em uma folha infinita, exibida na Fig. 4.5.

$$T(y, t) = \frac{q/2}{\sqrt{\pi\alpha t}} e^{-\frac{y^2}{4\alpha t}} \quad (4.27)$$

Com isso pode-se calcular a temperatura de um ponto qualquer induzida por uma folha de calor modelada discretamente por partículas de temperatura (PEREIRA, 2018).

Figura 4.5: Folha de calor



Fonte: Elaborada pelo autor

4.1.5 Condições de contorno em problemas lagrangianos

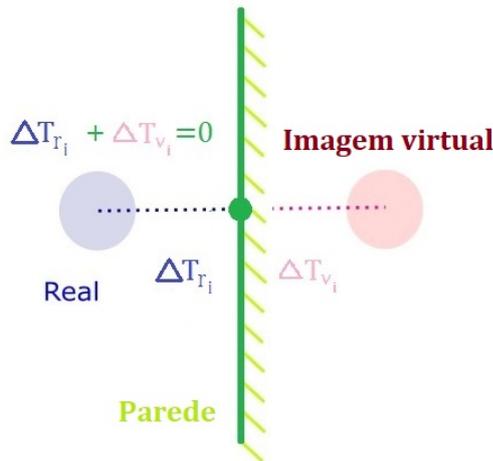
Método de imagens

Um método comum para assegurar determinados valores em condições de contorno no contexto de simulações de partículas discretas de vórtices é o método das imagens. Em problemas dinâmicos comuns, como a condição sem escorregamento em paredes, é necessário que a velocidade induzida por vórtices gerados em superfícies pela Equação (3.19) seja zero. Contudo uma vez que a Equação (3.19) induz um valor ≥ 0 , é importante espelhar este número negativamente. A Equação (3.19) mostra que a velocidade induzida em um determinado ponto é função somente da distância entre a fonte e este mesmo ponto, e da intensidade da vorticidade/circulação. Portanto, se uma imagem virtual desta fonte com uma intensidade correspondente negativa, refletida espacialmente em função da parede onde o contorno deve ser determinado (Fig. 4.6) for criada, a somatória total entre vórtices reais e imaginários da velocidade na parede será nula (PEREIRA, 2018).

Deflexão de partículas de temperatura

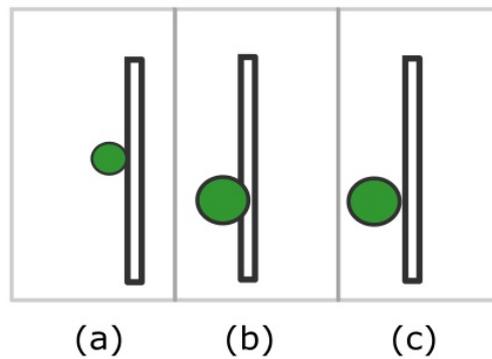
Um problema que surge a partir da formulação atual é o fato de que pala partícula crescer a cada instante de tempo de acordo com a (4.25), ela pode eventualmente penetrar na parede, algo sem sentido físico. Para evitar este problema, as partículas são artificialmente afastadas e refletidas da parede em função do aumento em cada passo de tempo, garantindo assim a não penetração (Fig. 4.7) (PEREIRA, 2018).

Figura 4.6: Vórtice real e virtual no método de imagens



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 4.7: a- Criação da partícula no tempo t ; b- Invasão da partícula na parede devido à difusão no tempo $t + \Delta t$; c- Deslocamento da partícula necessária para não ocorrer a invasão parental no tempo $t + \Delta t$.



Fonte: Elaborada pelo autor

4.1.6 Cálculo do campo térmico

O cálculo da temperatura em um ponto $\vec{p}_p = (x_p, y_p)$ qualquer deve considerar as três contribuições já mencionadas: da parede, das partículas reais e das partículas imaginárias (PEREIRA, 2018).

Considera-se primeiramente o efeito de todas as partículas de temperatura reais usando a Equação (4.26), implementada empregando r_{pr} descrita na (4.28) e (4.29).

$$r_{pr} = \sqrt{(p_p(x) - p_{temp}(x, t))^2 + (p_p(y) - p_{temp}(y, t))^2} \quad (4.28)$$

$$T_{pr}(r_{pr}, t) = \sum_{i=1}^{N_t} \frac{\Delta Q_i}{\pi \sigma_i(t) T_R^2} \exp\left(-r_{pr}^2 / \sigma_i(t) T_R^2\right) \quad (4.29)$$

Depois são levados em consideração os efeitos induzidos pelas partículas de temperatura virtuais através da (4.30) e (4.31).

$$r_{pI} = \sqrt{(p_p(x) - p_{tempI}(x, t))^2 + (p_p(y) - p_{tempI}(y, t))^2} \quad (4.30)$$

$$T_{pI}(r_{pI}, t) = \sum_{i=1}^{N_{ti}} \frac{\Delta Q_{Ii}}{\pi \sigma_i(t) T_I^2} \exp\left(-r_{pI}^2 / \sigma_i(t) T_I^2\right) \quad (4.31)$$

O efeito da superfície devido a uma pré-difusão inicial de calor ocorrida em um intervalo de tempo pré-determinado t_{dif} pode ser considerado empregando a Equação (4.27), implementada discretamente pela (4.32), sem esquecer de considerar na soma a temperatura local do escoamento original. A pré-difusão pode ser feita a fim de acelerar a difusão de calor. O valor R_{pS} é a distância normal descrita de um ponto arbitrário a superfície.

$$T_S(R_{pS}, t_{dif}) = \frac{q/2}{\sqrt{\pi \alpha t_{dif}}} \exp\left(-R_{pS}^2 / 4 \alpha t_{dif}\right) + T_\infty \quad (4.32)$$

Em seguida, somam-se todos os efeitos considerados na indução de temperatura no ponto usando a Equação (4.33).

$$T_p(t) = T_{pr}(r_{pr}, t) + T_{pI}(r_{pI}, t) + T_S(R_{pS}, t_{dif}) \quad (4.33)$$

Para o caso que não se tenha pré-difusão, a contribuição devida a T_S é nula.

4.1.7 Advecção de partículas de temperatura

Dois esquemas podem ser utilizados: o esquema de Euler de primeira ordem expresso na (4.4), descrito em termo da posição de partículas de temperatura $p_{temp}(x, y)$ na Equação (4.34).

O modelo do esquema de segunda ordem de Adams-Bashforth foi utilizado para todos passos exceto o inicial descrito na Equação (4.6), sendo implementado na Equação (4.35). Os campos v_{temp_x} e v_{temp_y} podem ser calculados a partir do método de vórtices, ou então uma solução do campo de velocidades pode já ser conhecida e então utilizada na determinação da advecção das partículas de temperatura.

$$\begin{pmatrix} p_{temp}(x, t) \\ p_{temp}(y, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{temp}(x, t - \Delta t) \\ p_{temp}(y, t - \Delta t) \end{pmatrix} + \Delta t \cdot \begin{pmatrix} v_{temp_x}(t) \\ v_{temp_y}(t) \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

$$\begin{pmatrix} p_{temp}(x, t) \\ p_{temp}(y, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{temp}(x, t - \Delta t) \\ p_{temp}(y, t - \Delta t) \end{pmatrix} + \Delta t \cdot \begin{pmatrix} \frac{3}{2}v_{temp_x}(t) & -\frac{1}{2}v_{temp_x}(t - \Delta t) \\ \frac{3}{2}v_{temp_y}(t) & -\frac{1}{2}v_{temp_y}(t - \Delta t) \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

4.2 Abordagem euleriana-euleriana

Equações governantes do escoamento multifásico

Para dedução das equações regentes do sistema multifásico e restrição aos fenômenos de estudo na esfera macroscópica, um procedimento envolvendo cálculo de médias é geralmente empregado. Basicamente, após ser deduzido as equações de conservação da massa, segunda lei de Newton e conservação da energia, faz-se uma ponderação e obtêm-se as equações governantes do escoamento multifásico (YEOH, 2010). A partir da adoção de uma descrição diferencial do fluido, pode-se obter a Equação (4.36), e a Equação (4.37), que descrevem respectivamente os princípios físicos da lei da conservação da massa e segunda lei de Newton para cada fase k .

$$\frac{\partial \rho^k}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho^k \vec{V}^k) = 0 \quad (4.36)$$

$$\rho^k \frac{\partial \vec{V}^k}{\partial t} + \rho^k (\vec{V}^k \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{V}^k = -\vec{\nabla} p^k + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}^k + \sum \vec{F}^{k, corpo} \quad (4.37)$$

Geralmente o cálculo de média de um campo instantâneo ϕ pode ser realizado no tempo, pela Equação (4.38), ou no espaço, pela Equação (4.39) para simplificar a modelagem, uma vez que problemas ligados a escala de interação entre fases são muito complexos. A abordagem estatística restringe as predições para fenômenos macroscópico e garante consequentemente a viabilidade da solução, já que permite que as equações cheguem sob forma utilizável (HEWITT; YADIGAROGLU, 2018).

$$\bar{\phi} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int \phi(x, y, z, t) dt \quad (4.38)$$

$$\langle \phi \rangle = \lim_{\vartheta \rightarrow \infty} \frac{1}{\vartheta} \int \int \int \phi(x, y, z, t) d\vartheta \quad (4.39)$$

Embora este procedimento estatístico garantirá a tratabilidade das equações governantes, há a necessidade de recuperar informação perdida dos gradientes locais entre fases, que precisarão ser novamente fornecidas sob relações de fechamento semi-empíricas. O sucesso da abordagem euleriana-euleriana depende da qualidade dessas relações que serão obtidas a partir das propriedades de interação interfásica (YEOH, 2010). Para isso, a abordagem estatística mesmo acurada, exige uma escala de comprimento característica maior que elementos individuais microscópicos e muito menor que o comprimento característico do problema em escrutínio.

A fim de distinguir as fases presentes no problema utiliza-se uma função indicadora de fase χ , cuja definição pode ser encontrada na Equação (4.40). Drew & Passman (1998) mostraram que a equação topológica se anula, refletindo as derivadas materiais de χ ao seguir a velocidade interfacial \vec{V}_{int} , conforme evidente na Equação (4.41).

$$\chi^k(x, y, z, t) = \begin{cases} 1, & \text{se } (x, y, z) \text{ estiver na fase } k \text{ no tempo } t. \\ 0, & \text{do contrário.} \end{cases} \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial \chi^k}{\partial t} + \vec{V}_{int} \cdot \vec{\nabla} \chi^k = 0 \quad (4.41)$$

Utilizando a Equação (4.38), (4.39), (4.40) e (4.41) na Equação (4.36) e (4.37), e assumindo as hipóteses de fluido newtoniano laminar e ausência de forças eletromagnéticas e inerciais, pode-se obter a Equação (4.42) e Equação (4.43).

$$\frac{\partial \alpha^k \rho^k}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\alpha^k \rho^k \vec{V}^k) = \sum_{l=1}^2 (\dot{m}_{lk} - \dot{m}_{kl}) \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} \rho^k \frac{\partial \alpha^k \vec{V}^k}{\partial t} + \rho^k (\alpha^k \vec{V}^k \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{V}^k = & -\alpha^k \vec{\nabla} p^k + \vec{\nabla} \cdot \alpha^k \left[\mu^k \left[\vec{\nabla} \vec{V}^k + (\vec{\nabla} \vec{V}^k)^T \right] - \right. \\ & \left. \frac{2}{3} \mu^k \vec{\nabla} \cdot \vec{V}^k \right] - \alpha^k \rho^k g + \sum_{l=1}^2 (\dot{m}_{lk} \vec{V}^l - \dot{m}_{kl} \vec{V}^k) + \\ & (p_{int}^k - p^k) \vec{\nabla} \alpha^k + \vec{F}_D^k \end{aligned} \quad (4.43)$$

Sendo o termo $\alpha^k = \langle \chi^k \rangle$ a fração volumétrica da fase, e representa um parâmetro importante em investigações de escoamento multifásicos. Rigorosamente falando, a fração de volume local α^k pode ser entendida como a razão entre o volume fracionário ϑ_k da fase k em uma pequena região arbitrária de volume total ϑ .

A continuidade da massa expressa na Equação (4.42), apresenta um termo notável no lado direito da igualdade, que modela uma fonte/sorvedouro. Um exemplo concreto da importância do fator seria em um escoamento borbulhante, com a geração de vapor por unidade de volume como termo fonte (HEWITT; YADIGAROGLU, 2018). Também pode se concluir que o acréscimo de massa em um estado implica obrigatoriamente no decréscimo de massa da outra fase. No caso de ausência de transferência de massa entre as fases, como por exemplo em escoamentos não-cavitantes ou não-borbulhantes, o termo fonte no lado direito da equação se anula.

Os três últimos termos fontes/sorvedouros na Equação (4.43) modelam a interatividade entre fases na análise da variação de momento de cada uma delas. Destes fatores mencionados, o primeiro representa o transporte de momento interfacial devido a troca de massa entre as fases (YEOH, 2010). Os outros dois fatores são agrupados conjuntamente sobre a designação "densidade de força interfacial". Ao somar os termos fontes de momento das fases, obtêm-se a Equação (4.44), que representa a fonte de momento interfacial, contribuição específica da tensão superficial, κ é a curvatura da interface e \vec{n}^{int} o vetor normal à interface.

$$\sum_{k=1}^2 \left[\sum_{l=1}^2 \left(\dot{m}_{lk} \vec{V}^l - \dot{m}_{kl} \vec{V}^k \right) + \left(p_{int}^k - p^k \right) \vec{\nabla} \alpha^k + \vec{F}_D^k \right] = \vec{F}_\sigma = \sigma \langle \kappa \vec{n}^{int} \delta_S \rangle \quad (4.44)$$

A Equação (4.42) e (4.43) são expressões matemáticas acopladas de equações diferenciais parciais não-lineares, de difícil solução exata. Exceto pelo termo de fração volumétrica local α_k e os termos fontes que modelam os efeitos de interação interfásica, são semelhantes à expressão monofásica da Equação (3.1) e (3.2). O sucesso da abordagem euleriana-euleriana será determinado pela forma de tratamento dos termos de troca interfásicos, o que na melhor das hipóteses pode ser feito satisfatoriamente a partir de modelos heurísticos consagrados (YEOH, 2010).

4.2.1 Método de solução numérica

A discretização das equações é feita através da transformação das equações diferenciais parciais em sistemas algébricos lineares, sendo com que o transporte de uma variável qualquer seja feita da seguinte forma (JASAK, 1996):

1. Fenômeno físico descrito por uma equação diferencial parcial. Para fazer sentido os conceitos matemáticos, pressupõe funções matemáticas contínuas.

2. Integra-se com relação ao tempo dentro dos intervalos t e até $+\Delta t$ o volume de controle.
3. Utiliza-se o teorema de Gauss para transformar integrais volumétricas em integrais de superfícies.
4. Substituir as integrais por somas relacionadas aos volumes de controle.
5. Resulta em um sistema matricial esparso linear, e deverá ser especificado quais técnicas iterativas de solução serão empregadas.

Cada termo da equação discretizada precisará ser especificado, e portanto esquemas definidos de discretização espacial (termos advectivos, difusivos e fontes/sorvedouros) e temporal. A escolha dos esquemas tem grande impacto na acurácia dos resultados (SCHULZE; THORENZ, 2014).

A fim de reduzir o tempo de iterações necessárias, pode-se empregar o uso extenso de preconditionadores. A escolha do *solver*, junto com a seleção de preconditionares e *smoothers* tem um impacto significativo no tempo de cálculo, embora os resultados devam ser comparáveis desde que os resíduos configurados sejam semelhantes, e a aplicabilidade de cada *solver* ser dependente principalmente do tamanho da matriz (SCHULZE; THORENZ, 2014).

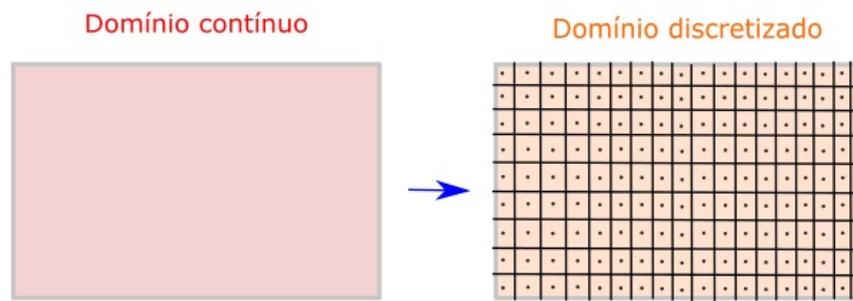
4.2.2 Malha

As equações governantes do escoamento multifásico são muito complexas para serem resolvidas analiticamente, portanto métodos numéricos alternativos serão empregados para obter-se a solução. Buscar-se-á aproximar as equações diferenciais parciais regentes em sistemas algébricos matriciais, bem mais tratáveis numericamente (YEOH, 2010). Para que isso ocorra, as equações originais devem ser discretizadas, que consiste basicamente em resolver problemas físicos complexos em fluidos subdividindo o domínio em um número finito complementar de sub-domínios que abrangerão somados todo o volume do problema original.

O arranjo de um número discreto de pontos por todo campo de escoamento é chamado de malha (YEOH, 2010), esquematizado na Fig. 4.8. Para que a malha seja uma plataforma útil para discretização das equações diferenciais, informações relacionados à topologia dos elementos e informações geométricas são necessárias (MOUKALLED, 2015).

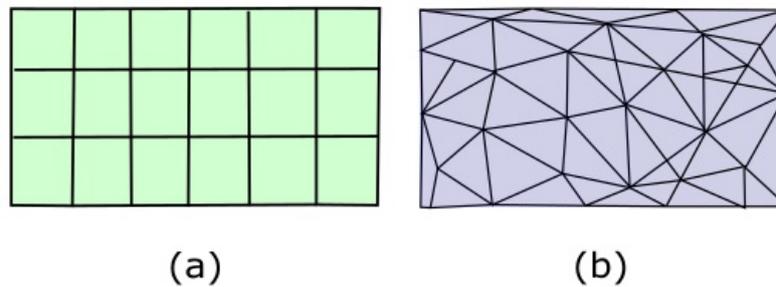
No contexto de escoamentos multifásicos, pode-se definir a lógica de geração e categorização das células a partir de um índice de regularidade em seu formato, sendo denominado malha estruturada, ou de irregularidade, chamada de malha não-estruturada (Fig. 4.9).

Figura 4.8: Discretização em uma malha



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 4.9: Regularidade da malha - (a) malha estruturada; (b) malha não estruturada



Fonte: Elaborada pelo autor

Por definição, uma malha estruturada é uma malha que contém células contendo um formato regular com quatro pontos nodais em duas dimensões, e com oito pontos nodais em três dimensões. O uso de malha estruturada pode ser interessante em escoamentos multifásicos, uma vez que é relativamente fácil de ser construída e computacionalmente barata, já que diminui os requisitos de memória e processamento por não necessitar de endereços e banco de dados contendo informações de relações geométricas. Infelizmente, poucos problemas em engenharia são possíveis de serem analisados a partir de uma descrição estruturada da malha, pois envolvem quase sempre geometrias complexas que não permitem a utilização de uma malha cartesiana estruturada.

Em problemas com geometrias complexas, o uso de malha não-estruturada é mandatório, uma vez que possibilita flexibilidade geométrica quase ilimitada. Muitos dos códigos computacionais comerciais empregam este tipo de malha e garantem assim um uso eficiente dos recursos computacionais para escoamentos complexos.

4.2.3 Método de Volumes Finitos (FVM)

Nas metodologias de discretização consagradas, a abordagem mais utilizada na hidrodinâmica é o método dos Volumes Finitos. O método consiste na integração de volume de controle, isto é, discretizar as formas integrais das equações de conservação diretamente no espaço físico, sendo o domínio subdividido em um número finito contínuo de volumes de controle, e expressar a conservação das variáveis hidrodinâmicas de interesse em cada volume de controle. As superfícies limítrofes de cada célula são diretamente ligadas à discretização dos termos advectivo e difusivo, e através delas ocorrem o transporte de variáveis.

Uma equação de conservação genérica que rege o transporte de uma variável escalar arbitrária ϕ pode ser expressa pela Equação (4.45). O FVM consistirá em integrar a Equação (4.45) nos elementos constituintes do domínio de análise e posteriormente aplicado o teorema de Gauss para converter integrais de volume em integrais de superfície.

$$\frac{\partial (\rho\phi)}{\partial t} + \vec{\nabla} (\rho\vec{V}\phi) = \vec{\nabla} (\Gamma^\phi \vec{\nabla}\phi) + Q^\phi \quad (4.45)$$

Na próxima etapa, a integral é discretizada e integrada numericamente a partir da utilização de pontos de integração, e posteriormente ocorre a linearização desse fluxo de ϕ nas paredes do elemento a partir de valores de ϕ das células que compartilham tal superfície, expresso na Equação (4.46). É corriqueiro utilizar somente um ponto de integração, e a fim de demonstração, será considerado um regime estacionário de escoamento.

$$\sum_{f \sim f(V)} \sum_{ip \sim ip(f)} \left[\omega_{ip} (\rho\vec{V}\phi) \cdot \vec{S}_f \right] = \sum_{f \sim f(V)} \sum_{ip \sim ip(f)} \left[\omega_{ip} (\Gamma^\phi \vec{\nabla}\phi) \cdot \vec{S}_f \right] + \sum_{ip \in ip(V)} (Q_{ip}^\phi \omega_{ip} \vec{V}) \quad (4.46)$$

$$\sum_{f \sim nb(C)} \left[(\rho\vec{V}\phi - \Gamma^\phi \vec{\nabla}\phi)_f \cdot \vec{S}_f \right] = fluxoC_f \phi_C + fluxoF_f \phi_F + fluxoV_f \quad (4.47)$$

$$Q_C^\phi V_C = fluxoC \phi_C + fluxoV$$

A linearização, descrita pela Equação (4.47), reduz a Equação (4.46) na (4.48), com os coeficientes descritos na (4.49).

$$a_C \phi_C + \sum_{F \sim NB(C)} (a_F \phi_F) = b_C \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned}
a_C &= \sum_{f \sim nb(C)} fluxoC_f - fluxoC \\
a_F &= fluxoF_f \\
b_C &= - \sum_{f \sim nb(C)} fluxoV_f + fluxoV
\end{aligned} \tag{4.49}$$

As equações discretizadas apresentam diversas propriedades interessantes a fim de assegurar uma solução numérica razoável e significativa no problema de escoamento para obter ϕ , como conservação, acurácia, convergência, consistência, estabilidade, economia, transporte e delimitação.

Para simulações transientes, as equações regentes são discretizadas tanto no tempo quanto no espaço. A Equação (4.45) pode ser expressa da forma da Equação (4.50) para diferenciar os esquemas espaciais dos temporais. Depois de integrar no volume de controle e discretizar espacialmente, obtêm-se a Equação (4.51), sendo o operador Υ descrito na Equação (4.52).

$$\frac{\partial (\rho\phi)}{\partial t} + \Xi(\phi) = 0 \tag{4.50}$$

$$\frac{\partial (\rho_C\phi_C)}{\partial t} V_C + \Upsilon(\phi_C^t) = 0 \tag{4.51}$$

$$\Upsilon(\phi_C^t) = a_C\phi_C^t + \sum_{F \sim NB(C)} a_F\phi_F^t - b_C \tag{4.52}$$

Tradicionalmente o termo temporal na Equação (4.51) é modelado por diferenças finitas através de expansão em séries de Taylor. Neste contexto, a derivada temporal será convertida em fluxos de faces e acrescido à Equação (4.48).

Embora os métodos diretos para solução de sistemas matriciais sejam muito mais simples de implementar, eles são completamente inviáveis para resolver sistemas de equações com matrizes esparsas, somado com a não-linearidade inerente aos problemas de escoamento. Uma vez que a resolução da Equação (4.53) exigiria que a solução fosse encontrada pela Equação (4.54), ou seja, calculando a matriz inversa de A , e é extremamente caro para problemas com dimensões matriciais gigantescas, o caso dos problemas sob análise em mecânica dos fluidos.

$$A\phi = b \tag{4.53}$$

$$\phi = A^{-1}b \quad (4.54)$$

Por isso, soluções iterativas são preferidas, pois naturalmente a solução do sistema linearizado se torna parte do processo de obtenção de solução iterativa, ao mesmo tempo em que exige menores requisitos computacionais, tanto no processamento quanto de memória.

4.2.4 Método VOF

A imiscibilidade de dois fluidos é resultado de fortes forças coesivas que existem entre as moléculas, sendo a tensão superficial um coeficiente experimental que mede a dificuldade de misturar. Existem inúmeras metodologias capazes de prever o comportamento do escoamento de fluidos imiscíveis, que é dificultado pela presença de uma interface bem definida (YEOH, 2010).

Métodos existentes para o cálculo de superfícies livres e interface entre dois fluidos imiscíveis podem ser classificados em duas categorias: métodos de superfície (rastreamento de interface) e de volume (captura de interface) (YEOH, 2010).

Para o método de superfície, a interface pode ser rastreada explicitamente ou por fixando-a em uma malha que é forçada a mover com uma interface. Já para métodos de volume, os fluidos dos dois lados da interface são marcados ou por partículas de massa desprezível ou por uma função indicadora. Dos métodos mais populares utilizados, o VOF (*Volume of fluid* - Volume de fluido) vem sendo amplamente empregado na análise de escoamentos multifásicos, devido a principalmente suas características econômicas (YEOH, 2010).

As características mais importantes de métodos para modelagem de interface devem ser a de descrever o formato e a localização da interface com o tempo, junto com aplicação das condições de contorno na superfície (YEOH, 2010). O VOF utiliza uma função indicadora que permite estabelecer se uma determinada célula é ocupada por um fluido ou pelo outro, em um escoamento bifásico. Prescreve-se um valor de 0 a 1 para cada célula, sendo que 0 indica a presença de um fluido, e 1 indicando a presença de outro, com células de valores entre 0 e 1 representando a interface dos dois fluidos (Fig. 4.10). Da mesma forma, é desenvolvido uma equação de transporte para a função indicadora α .

Uma vez que uma equação de transporte de α deva ser resolvida, é exigido um bom algoritmo para lidar com sua advecção e garantir a conservação da massa. Uma das maiores dificuldades

Figura 4.10: Fração volumétrica α

0.0	0.4	0.9
0.3	1.0	1.0
0.6	1.0	1.0

Fonte: Cano-Lozano et al. (2015)

dessa modelagem é garantir a conservação da fração de fase, necessário para o cálculo adequado e correto da distribuição da α e entender o desenvolvimento da curvatura superficial. No método VOF convencional, o transporte de uma função indicadora é descrita pela Equação (4.55), resolvida de maneira simultânea com a equação da continuidade e da Equação (4.56) (BERBEROVIĆ et al., 2009).

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{V}) = 0 \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot T + \rho \vec{f}_b \quad (4.56)$$

Esquemas de discretização de convecção tendem a garantir a delimitação física da fração " α " através do espalhamento do perfil degrau da interface (YEOH, 2010). Uma vez que a interface é geralmente espalhada sobre algumas células, o método é altamente dependente da resolução da malha, e não é trivial garantir conservação e delimitação para a fração de fase (BERBEROVIĆ et al., 2009). Para evitar espalhamento da interface, a Equação (4.55) deve ser resolvida sem difusão excessiva resultante.

Para assegurar delimitação do campo α e evitar valores maiores que um ou menores que zero sem produzir grande difusão numérica, pode-se empregar a técnica de formulação *donor-acceptor* (doador-aceitante). O esquema doador-aceitante é baseado em dois critérios: critério de delimitação e de disponibilidade. O primeiro preconiza que o valor de α deve estar entre zero e um, e o segundo define que a quantidade de fluido que sofre convecção através de uma face para cada instante de tempo deve ser menor ou igual a quantidade disponível na célula doadora, que é de onde o escoamento vai para a aceitante (YEOH, 2010);(HIRT; NICHOLS, 1981). Os

critérios podem ser expressos na Equação (4.57) e (4.58), respectivamente o de delimitação e o de disponibilidade.

$$0 \leq \alpha_f \leq 1 \quad (4.57)$$

$$\frac{\alpha_D}{C_o} - \frac{(1 - C_o)}{C_o} \leq \alpha_f \leq \frac{\alpha_D}{C_o} \quad (4.58)$$

4.2.5 interFoam/interDyMFoam

Migrando o problema da abordagem euleriana-lagrangiana para a euleriana-euleriana, é possível simular o comportamento de uma bolha em um escoamento cisalhante utilizando o *solver interFoam/interDyMFoam*, embutido no software *OpenFOAM*.

O *OpenFOAM* é uma biblioteca escrita em C++ que permite a realização de simulação numérica em várias aplicações de engenharia, sendo distribuída sob a licença GNU ESI/OpenCFD, com rápida execução e alto desempenho (WELLER et al., 1998). Projetada com uma estrutura objeto-orientada e sob um conceito de código livre, permite grande flexibilidade e ajuste para problemas específicos (SCHULZE; THORENZ, 2014), e apresenta importantes características como abstração, herança e polimorfismo (WELLER et al., 1998). Sua sintaxe permite formular as equações diferenciais parciais de maneira semelhante a sua formulação matemática, com operadores vetoriais matemáticos como divergência, laplaciano e gradiente escritos como *div*, *laplacian* e *grad* (WELLER et al., 1998). Sua organização permite paralelização massiva altamente eficiente, mesmo que com melhor desempenho para problemas de grandes tamanhos (HINKELMANN, 2006) e sua estrutura baseada em classes permite manutenção e desenvolvimento de extensões relativamente fáceis (WELLER et al., 1998), ao mesmo tempo que seu conceito engenhoso para discretização permite o uso de células de formatos arbitrários na malha.

O *OpenFOAM* pode ser instalado e compilado em diversas distribuições Linux, e a visualização para resultados pós-processamento pode ser feita utilizando o software livre *ParaView*. Entretanto, *OpenFOAM* não é entregue com uma interface gráfica com usuário para realização de pré e pós processamento de simulações. Os dados são salvos em formato de texto ASCII, onde o nome e pastas devem corresponder em uma estrutura pré-definida, com os resultados da simulação sendo salvos em pastas nominalmente determinadas para cada instante de tempo respectivo de simulação (SCHULZE; THORENZ, 2014).

A utilização do *OpenFOAM* é necessária pois soluções analíticas para as Equação (3.1), (3.2) e (3.13) são difíceis de serem obtidas de maneira exata, e portanto a solução deve ser aproximada utilizando um processo de discretização. O processo pode ser dividido em duas partes: discretização geométrica e das equações diferenciais parciais (SCHULZE; THORENZ, 2014).

A discretização geométrica do espaço consiste em subdividir o domínio em um número finito de volumes, onde será calculada a solução, sendo que o número de volumes ou células computacionais repercute no esforço computacional e é geralmente limitado em função do hardware da máquina, com o uso de maior número de células garantindo maior acurácia. A forma de armazenamento das informações da malha (pontos), permite com que células de formatos arbitrários sejam feitas, o que possibilita o seu uso para geometrias complexas. O *OpenFOAM* utiliza a disposição de variável colocada, e portanto todas as variáveis principais são armazenadas no centroide da células.

O *solver interFoam/interDyMFoam* é baseado no método VOF e é utilizado para rastrear a posição e o formato da interface através da resolução de uma equação de advecção adicional para fração de volume em cada célula. Junto com a equação de Navier-Stokes e a continuidade, resulta em um conjunto de equações diferenciais parciais não-lineares que deve ser resolvido a cada passo de tempo (HIGUERA et al., 2013).

Pode-se portanto desenvolver um sistema de equações para um problema incompressível bifásico baseado na equação topológica, e então escrever o novo sistema pela Equação (4.59), (4.60) e (4.61).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{V}) = 0 \quad (4.60)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\vec{\nabla} p_{rgh} + \left[\vec{\nabla} \cdot (\mu \vec{\nabla} \vec{V}) + \vec{\nabla} \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \mu \right] + \int_s \sigma \kappa \delta(\vec{x} - \vec{x}_s) n dS(x_s) \quad (4.61)$$

Assim, o campo vetorial \vec{V} representa o campo de velocidades compartilhados pelos dois fluidos, com $0 \leq \alpha \leq 1$ com $\alpha = 0$ para uma fase (eg. gás) e $\alpha = 1$ para a outra (eg. líquido), sendo que na interface α adquire valor intermediários, onde gradiente intensos podem

ser observados. A superfície S é a interface entre fases e n o seu versor normal, com κ como a curvatura da superfície descrita na Equação (4.62), δ como a função delta de Dirac e por fim $(x - x_s)$ a distância do ponto considerado até a superfície. Em sistemas de pressão única, a componente normal do gradiente de pressão deve ser diferente para cada fluido devido ao efeito hidrostático de ρg . Para simplificar a prescrição de condições de contorno é comum definir a pressão modificada como na Equação (4.63), sendo \vec{X} o vetor posição (RUSCHE, 2002).

$$\kappa = -\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{\nabla}\alpha}{|\vec{\nabla}\alpha|} \right) \quad (4.62)$$

$$p_{rgh} = p - \rho \vec{g} \cdot \vec{X} \quad (4.63)$$

Embora os fluidos sejam imiscíveis, nas equações as fases são matematicamente consideradas como um fluido único na prática, escrevendo sua densidade e viscosidade como uma ponderação da distribuição de α na região correspondente, como descrito na Equação (4.64) e (4.65) (RUSCHE, 2002).

$$\rho = \rho_l \alpha + \rho_g (1 - \alpha) \quad (4.64)$$

$$\mu = \mu_l \alpha + \mu_g (1 - \alpha) \quad (4.65)$$

O modelo bifásico pode ser reformulado a partir de separação das fases no contexto da equação de advecção, mostrado na Equação (4.66) e (4.67), sendo o campo vetorial \vec{V} descrito como uma ponderação da velocidade das fases na Equação (4.68). Assim, pode-se garantir que o efeito do espalhamento presente no método VOF seja contido.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{V}_l) = 0 \quad (4.66)$$

$$\frac{\partial (1 - \alpha)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(1 - \alpha) \vec{V}_g] = 0 \quad (4.67)$$

$$\vec{V} = \vec{V}_l \alpha + \vec{V}_g (1 - \alpha) \quad (4.68)$$

A partir da Equação (4.60) e (4.68), junto com a Equação (4.66) e (4.67), têm-se a Equação

(4.69), com $\vec{V}_r = \vec{V}_l - \vec{V}_g$ (RUSCHE, 2002).

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{V}) + \vec{\nabla} \cdot [\alpha (1 - \alpha) \vec{V}_r] = 0 \quad (4.69)$$

Percebe-se que na Equação (4.69) um termo adicional está presente quando comparado com a Equação (4.60). Este termo é um fator compressivo artificial que cria um fluxo na direção do gradiente da fração de volume $\nabla \alpha$, e tenderá a comprimir a superfície interfacial que originalmente sofreria espalhamento ou difusão, contribuindo significativamente para uma maior resolução interfacial (SCHULZE; THORENZ, 2014). Portanto, o *interFoam/interDyMFoam* utilizará a Equação (4.59), (4.61) e (4.69), sendo que a Equação (4.59) é responsável pela conservação da massa, a Equação (4.61) representa a segunda Lei de Newton, e a Equação (4.69) descreve o transporte da fração α (RUSCHE, 2002).

Para o caso incompressível, a densidade não varia com o tempo na Equação (4.59) e (4.61). As três equações governantes do método estão fortemente acopladas, e um tratamento especial através do procedimento segregado presente no algoritmo PISO é implementado. A fim de evitar o fenômeno do *checkerboarding*, uma interpolação inspirada na Rhie-Chow tradicional é empregada (KÄRRHOLM, 2006). Os passos do algoritmo são:

1. Resolve a Equação (4.69) utilizando o campo de velocidade do passo de tempo anterior. Resulta em novos valores de fração de fase volumétrica e densidade em cada célula.
2. Realiza o passo corretor de momento, onde o novo momento é calculado a partir das:
 - Campo de velocidade obsoleto, que são interpoladas como fluxos dos centroides das células para as faces celulares.
 - Pressão modificada
 - Nova densidade vinda do passo 1.
3. O campo de velocidades do passo anterior (obsoleto) ou o corrigido provindo do passo 2 são utilizados para obter o novo campo de pressão.
4. Novo campo de pressão é calculado.
5. Novo campo de velocidades previsto é corrigido, satisfazendo a continuidade.

Alguns comentários:

- O passo 2 não é obrigatório e tem a função de acelerar a convergência para alguns casos.
- As últimas duas etapas são realizadas diversas vezes dentro de um passo de tempo e pode ser controlado pelo usuário.
- A Equação (4.69) é resolvida utilizando resultando do campo de velocidades obsoleto, o que produz um falta de concordância temporal. Pode ser evitado fazendo uma correção adicional da fração de volume depois de executar o PISO.

Além do PISO, pode ser utilizado o algoritmo SIMPLE ou PIMPLE (em outros softwares pode ser chamado de SIMPISO). O PIMPLE é uma extensão do SIMPLE com alguns tratamentos especiais em gradientes que surjam por não-ortogonalidade similares ao utilizado pelo PISO (AGUERRE et al., 2013). Na verdade, caso o número de passos corretores de ortogonalidade no algoritmo for um, o PIMPLE se iguala ao PISO.

Um ponto interessante do *interFoam/interDyMFoam* é a possibilidade de controle adaptativo do passo de tempo (BERBEROVIĆ et al., 2009). Para garantir estabilidade e rapidez do procedimento computacional, o passo de tempo é ajustado sempre no começo do *loop* temporal, baseado no número de Courant escrito na Equação (4.70). O passo de tempo obtido será então calculado pela Equação (4.71) e ajustado quando o *Co* for maior ou igual ao valor pré-definido pelo usuário.

$$Co = \frac{|\vec{V}_f \cdot \vec{S}_f|}{\vec{d} \cdot \vec{S}_f} \Delta t \quad (4.70)$$

$$\Delta t^n = \min \left[\frac{Co_{max}}{Co^\circ} \Delta t^\circ, \left(1 + 0.1 \frac{Co_{max}}{Co^\circ} \right) \Delta t^\circ, 1.2 \Delta t^\circ, \Delta t_{max} \right] \quad (4.71)$$

O *interFoam* é um solucionador originalmente preparado de maneira exclusiva para malhas estáticas. Já o *solver interDyMFoam* apresenta a capacidade de lidar com malhas dinâmicas, fazendo refinamento dinâmico (HIGUERA et al., 2013).

4.2.6 Caso básico de simulação no OpenFOAM

Um arquivo de um caso para simulação em *OpenFOAM* é composto por três pastas:

- Tempo (0): Contém a inicialização e informações sobre condições de contorno sobre os campos utilizados na simulação. Exemplos seriam arquivos sobre pressão (*p*), pressão modificada (*p_{rgh}*), fração de volume (*alpha.water*) e velocidade (*U*)

- Sistema (*system*): Contém pelo menos três arquivos de controle: *controlDict* que define parâmetros gerais de controle da simulação, *fvSchemes* que define os esquemas de discretização utilizados, e *fvSolution* que contém informações sobre o algoritmo de solução. Diversos outros arquivos podem estar aqui presentes também, como *decomposeParDict* (controla a forma que ocorrerá a paralelização) e *setFieldsDict* (que define campos de fases para escoamentos bifásicos).
- Constante (*constant*): Contém informações sobre propriedades físicas relevantes (*transportProperties*) e turbulência (*turbulenceProperties*), parâmetro de controle da malha dinâmica e uma pasta contendo a malha gerada (*polymesh*).

4.2.7 Condições de contorno

Embora existam vários tipos de condições de contorno para escalares ϕ , as mais utilizadas são as de *Dirichlet* e *Neumann*. No problema de *Dirichlet*, $\phi_b = \phi_{b-especificado}$, ou seja, o valor da variável local é especificado e a partir desta condição o fluxo é avaliado. Já no problema de *Neumann*, o fluxo já é diretamente definido, o que o torna muito apropriado para o uso em FVM, embora gerando matrizes diagonais menos dominantes do que as produzidas por *Dirichlet*. Algumas condições de contorno muito comuns na dinâmica dos fluidos se encaixam neste tipo de problema:

- Paredes (Wall):
 1. A condição sem escorregamento (No-Slip): Prescreve que a velocidade da face da célula na parede será igual a uma velocidade predeterminada. Alguns autores (MOUKALLED, 2015) não reconhecem que esta condição seja de *Dirichlet* porque exige também que a vazão mássica na face seja nula, considerando tensão de cisalhamento. Normalmente isso é garantido definindo a tensão de cisalhamento tangencial à parede ao mesmo tempo que assume uma equação de velocidade no contorno igual a velocidade da parede .

A pressão no contorno por sua vez é calculada a partir de extrapolação do centroide do elemento de contorno feita através de computação de um gradiente local, que é uma condição de *Neumann*.

2. A condição com escorregamento (*Slip*) define a tensão de cisalhamento tangencial à parede como zero, ao mesmo tempo que assegura que a vazão mássica na face seja também nula. A pressão é calculada da mesma forma que a condição *No-Slip*.

- Entrada (*Inlet*)

1. Velocidade especificada: Prescrever o campo de velocidades em uma entrada é uma condição de *Dirichlet* muito usual em dinâmica de fluidos, onde a velocidade do escoamento é definida, juntamente com a vazão mássica na face. A pressão é calculada da mesma forma que a condição *No-Slip* e *Slip*.

2. Pressão estática e direção da velocidade especificadas:

Neste caso a pressão estática e a direção da velocidade são conhecidas a priori.

3. Pressão total e direção da velocidade especificadas:

Especifica-se a pressão total na entrada ao mesmo tempo que a direção da velocidade, mas a sua magnitude e da pressão estática são desconhecidas, mas são relacionadas pela expressão:

$$p_0 = p + \frac{1}{2}\rho\vec{V} \cdot \vec{V}$$

- Saída (*Outlet*)

1. Pressão estática especificada: Na saída do domínio é considerada que o escoamento esteja totalmente desenvolvido, sem gradiente de velocidade na direção do vetor de superfície, com seu valor extrapolado do centroide para o contorno.

2. Escoamento completamente desenvolvido: Neste caso, até mesmo a pressão é calculado extrapolando dados do interior do domínio usando um gradiente. O gradiente normal da velocidade é definido como zero.

- Simetria (*Symmetry*): Neste caso um escalar é refletido em relação ao espelho (contorno considerado), ou seja, impõe-se um gradiente normal à superfície como zero para a variável escalar considerada.

Uma vez que em problemas incompressíveis somente o gradiente de pressão é importante para a descrição dinâmica do escoamento, o nível absoluto de pressão permanece portanto arbitrário e sem significado físico definido.

4.2.8 Pós-processamento

Depois do *interFoam/interDyMFoam* terminar de obter a solução, deve-se partir para o pós-processamento, sendo nessa etapa que os resultados são lidos, representados graficamente e interpretados. Para o pós-processamento neste trabalho, foi empregado o software *ParaView* 5.4. *ParaView* é um aplicativo livre de análise, filtragem e visualização de dados, com o seu funcionamento baseado em canalização de dados, sendo que o processamento de dados se dá por filtragem.

Uma vez que os dados exportados do *interFoam/interDyMFoam* são meramente U , p_{rgh} e α_{water} , deve-se extrair destes dados outros que sejam importantes, como obter as coordenadas do centroide da bolha para captar sua trajetória no tempo, parâmetros cinemáticos relevantes como volume, velocidade lateral (V_x), longitudinal (V_y) e trajetória (x_b, y_b) a partir da Equação (4.72), (4.73), (4.74), (4.75) e (4.76).

$$Vol = \int (1 - \alpha_{water}) dV \quad (4.72)$$

$$V_{xc} = \frac{\int V_x (1 - \alpha_{water}) dV}{\int (1 - \alpha_{water}) dV} \quad (4.73)$$

$$V_{yc} = \frac{\int V_y (1 - \alpha_{water}) dV}{\int (1 - \alpha_{water}) dV} \quad (4.74)$$

$$x_c = \frac{\int x (1 - \alpha_{water}) dV}{\int (1 - \alpha_{water}) dV} \quad (4.75)$$

$$y_c = \frac{\int y (1 - \alpha_{water}) dV}{\int (1 - \alpha_{water}) dV} \quad (4.76)$$

A fim de realizar os cálculos expresso na Equação (4.72), (4.73), (4.74), (4.75) e (4.76), utiliza-se ferramentas de filtragem do *ParaView* como *calculator* e *integrateVariables*, de maneira sequencial.

4.2.9 Versão do OpenFOAM utilizada

Foram utilizados para a condução dos testes de VOF o *cluster* do laboratório de astrofísica computacional na UNIFEI, que contém seis máquinas com 40 processadores dedicados em cada

uma. A versão utilizada foi o *OpenFOAM 2.4-0*. Para plotagem de dados foi utilizado o GnuPlot, também software livre.

Capítulo 5

RESULTADOS

5.1 Abordagem euleriana-lagrangiana

Dois tipos gerais de simulações foram realizadas utilizando a abordagem euleriana-lagrangiana: Simulações isotérmicas simples, simulações isotérmicas para diferentes temperaturas e com transferência de calor.

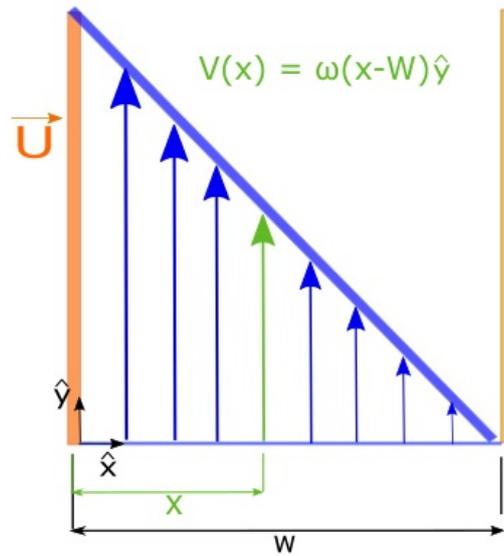
5.1.1 Simulações isotérmicas simples

No problema de couette clássico é considerado a existência de duas paredes, uma estacionária e outra em movimento, e um fluido existente entre elas. Pela ação dinâmica induzida pelo tensor de tensão de cisalhamento no fluido, o fluido inicialmente parado entre em movimento e atinge um regime estacionário, com seu campo de velocidades expresso pela Equação (3.12). Nas simulações a serem consideradas, o campo de velocidades será definido no fluido contínuo como mostrado na Fig. 5.1, independente da coordenada y , e desprezando a coordenada z , assumindo portanto um problema bidimensional.

Uma bolha com ρ_G e μ_{ar} e com diâmetro d_B será posicionada na posição (x_b, y_b) (Fig. 5.2), e ocorrerá o equacionamento de todas as forças relevantes na descrição do movimento em cada instante de tempo passado.

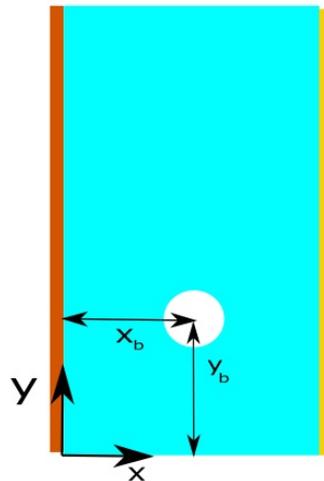
Análises foram feitas comparando os resultados obtidos pelo programa desenvolvido com os dados experimentais presentes em Tomiyama et al. (2002), testando portanto a capacidade da Equação (5.6) de modelar os efeitos dinâmicos no deslocamento da bolha. Foram avaliadas nestas simulações a influência das propriedades termodinâmicas da fase principal, deformação de bolhas em sistemas de alta viscosidade, tamanho do incremento temporal, pequenas variações

Figura 5.1: Representação de um problema entre duas placas infinitas



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.2: Posição da bolha entre as placas



Fonte: Elaborada pelo autor

de Eo e sistemas de baixos Mo na trajetória de bolhas individuais.

Propriedades termodinâmicas da fase principal

Uma vez que os resultados experimentais de Tomiyama et al. (2002) foram obtidos sob condições isotérmicas, o código não considerou inicialmente efeitos de transferência de calor no movimento da bolha, sem geração de partículas de temperatura, nem tampouco sua advecção, difusão e modificação do campo térmico. Portanto as propriedades termodinâmicas das fases

foram fornecidas diretamente, inicialmente especificadas em concordância com os adimensionais característicos do escoamento utilizados em Tomiyama et al. (2002), todas expressas na Tab. 5.1.

Tabela 5.1: Tabela de propriedades de fluidos medidas por Tomiyama et al. (2002)

$\log_{10} M$	-2,8	-3,6	-4,2	-5,0	-5,3
ρ_L (kg/m^3)	1209	1180	1165	1166	1154
μ_L (kg/ms)	0,089	0,053	0,038	0,022	0,019
σ (N/m)	0,067	0,063	0,064	0,061	0,061

Fonte: Elaborada pelo autor

Deformação de bolhas

Desde (KARIYASAKI, 1987) e (TOMIYAMA, 1995) que os efeitos da deformação de bolhas foram observados e assumidos como de grande relevância no padrão migratório. Uma vez que não é possível saber *a priori* qual será a dimensão deformada final da bolha em função do escoamento existente, buscou-se formular uma equação empírica capaz de realizar este cálculo.

Uma análise relacionando o EO e EO_d para cada Mo foi então elaborada, e posteriormente induzida uma fórmula geral para a simulação. Foram então comparados os diâmetros das bolhas deformadas presentes na literatura (TOMIYAMA et al., 2002) com os desenvolvidos pelo modelo, para diferentes Mo .

Levantou-se um conjunto de dados relacionados ao diâmetro inicial d_b da bolha quando liberada do injetor e seu diâmetro deformado em regime permanente dentro do escoamento cisalhante d_H utilizando Tomiyama et al. (2002). Na Tabela 5.2 foram descritos os valores respectivos de Eötvös para cada diâmetro considerado. Calculou-se o número de Eötvös padrão da bolha de acordo com a Equação (3.26), e o Eötvös modificado de acordo com a Equação (3.44). Os resultados são mostrados na Tab. 5.2, e representado de forma gráfica na Fig. 5.3.

Pela Figura 5.3 percebe-se que a sensibilidade da influência do diâmetro inicial da bolha na deformação tende a depender de Mo , sendo que para baixos Mo (≈ -4) a deformação causada é pronunciada, visto pelo aumento da diferença entre o Eötvös inicial e o modificado. Altos valores de Mo são recorrentes em escoamentos altamente viscosos, que eventualmente equilibram os efeitos inerciais e deprime eventuais deformações interfaciais, o que não é verdade para escoamentos de baixo Mo , onde o efeito viscoso é insuficiente para contrabalançar a inércia

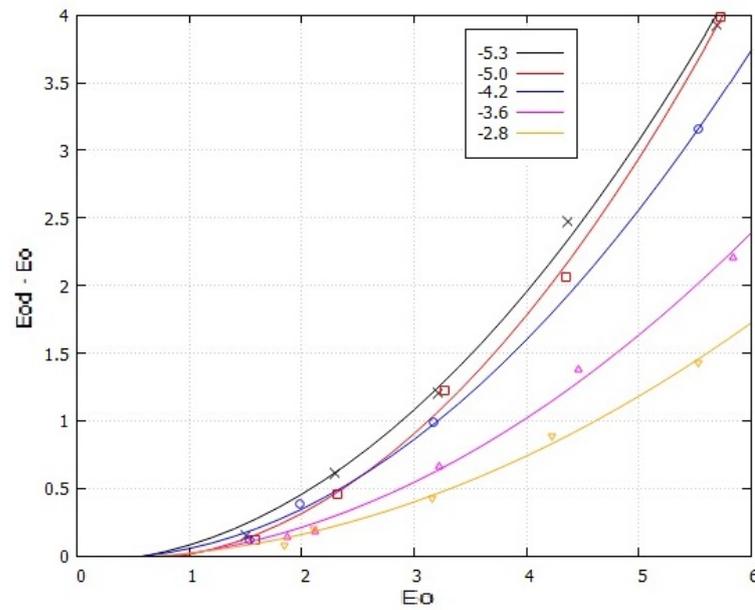
Tabela 5.2: Tabela de adimensionais extraídas de Tomiyama et al. (2002) e calculadas pela Equação (3.26) e (3.44)

$\log_{10} M$	d_b (mm)	d_H (mm)	Eo	Eo_d	$Eo_d - Eo$
-5,3	2,84	2,98	1,495	1,646	0,151
	3,52	3,96	2,297	2,907	0,61
	4,16	4,88	3,208	4,415	1,207
	4,85	6,07	4,361	6,831	2,469
	5,54	7,20	5,689	9,611	3,921
-5,0	2,91	3,02	1,586	1,708	0,122
	3,52	3,85	2,321	2,776	0,455
	4,18	4,90	3,273	4,498	1,225
	4,82	5,85	4,352	6,410	2,059
	5,53	7,20	5,728	9,711	3,982
-4,2	2,94	3,05	1,542	1,659	0,117
	3,33	3,64	1,978	2,363	0,385
	4,22	4,83	3,177	4,161	0,985
	5,57	6,98	5,534	8,691	3,157
-3,6	3,19	3,31	1,868	2,011	0,143
	3,40	3,54	2,122	2,300	0,178
	4,19	4,60	3,222	3,884	0,661
	4,93	5,64	4,461	5,839	1,377
	5,64	6,62	5,839	8,044	2,205
-2,8	3,23	3,33	1,845	1,926	0,081
	3,45	3,61	2,105	2,304	0,199
	4,23	4,51	3,164	3,596	0,432
	4,89	5,38	4,229	5,118	0,889
	5,59	6,27	5,526	6,952	1,426

Fonte: Elaborada pelo autor

do escoamento. A partir dessa observação, o trabalho atual garante maior elucidação ao modelo de Wellek et al. (1966) descrito na Equação (5.1), que assume o Eo como a única variável de influência no diâmetro horizontal da bolha deformada, ignorando o Mo presente (LUCAS; TOMIYAMA, 2011). Esta suposição, como pode ser vista pela Fig. 5.3 é válida somente para baixos Eo ($\leq 2,5$), onde a influência inercial não é tão importante e conseqüentemente Mo não apresenta tanta relevância. Contudo o modelo de Wellek não é mais verificável para altos Eötvös ($> 2,5$), e quanto menor o Mo , maior será a deformação interfacial resultante.

Figura 5.3: Diferença de Eötvös modificado e padrão em função de Eötvös padrão



Fonte: Elaborada pelo autor

$$d_h = d_b \sqrt[3]{1 + 0,163Eo^{0,757}} \quad (5.1)$$

A partir da Figura 5.3, é possível verificar que a relação entre Eo e Eo_d apresenta um comportamento matemático parabólico descrito na Equação (5.2).

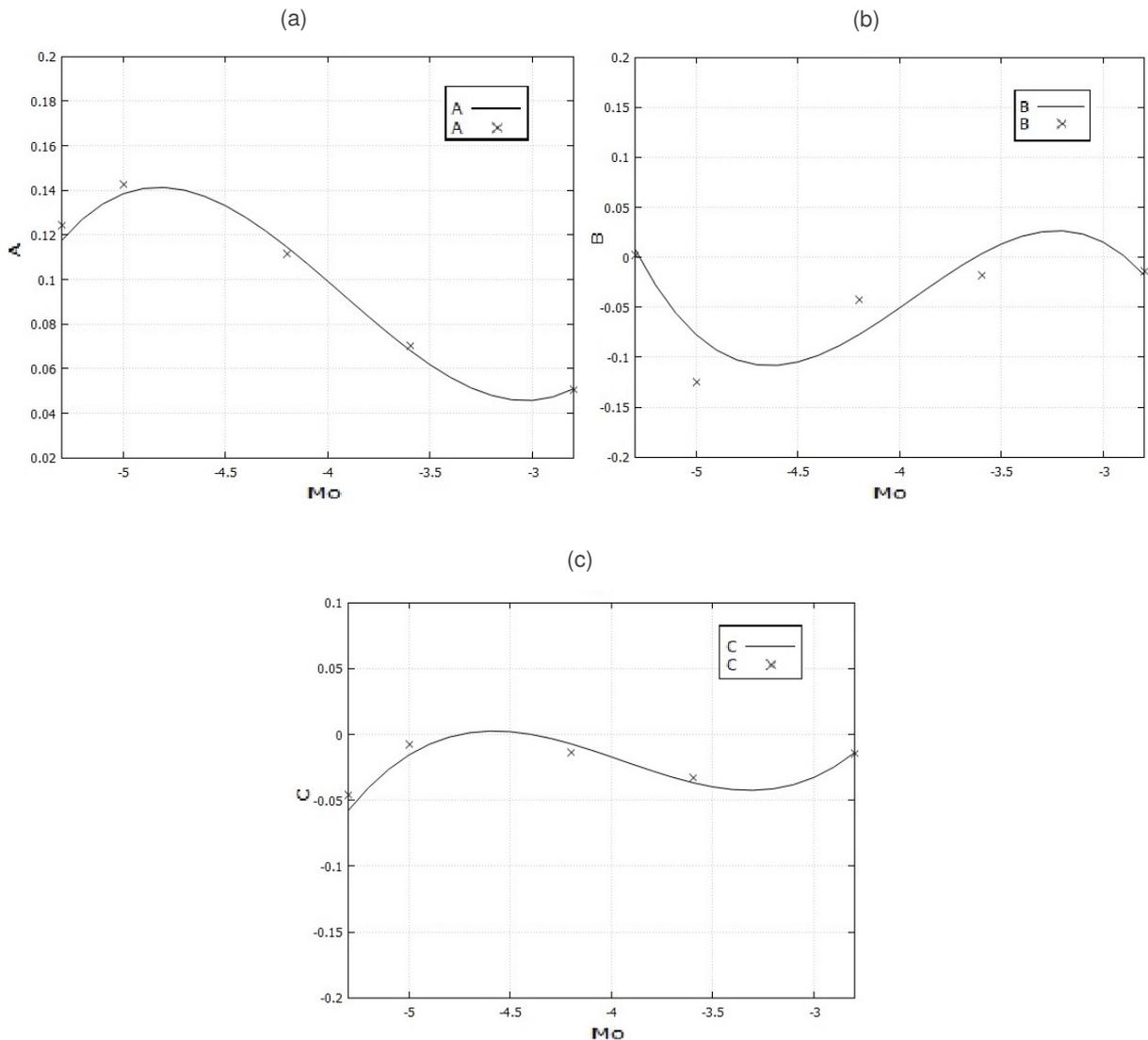
$$Eod = AEo^2 + BEo + C \quad (5.2)$$

Uma vez que a deformação resultante não depende somente de Eo mas também de Mo , buscou-se obter os valores dos coeficientes A , B e C em função de Mo , evidentes na Fig. 5.4a, 5.4b e 5.4c, pelas quais é percebido o caráter complexo da influência do $\log_{10} M$ na determinação destes coeficientes. Portanto a correlação empírica descrita para cada coeficiente deve ser dada através de uma equação polinomial de terceiro grau, expresso na Equação (5.3), (5.4) e (5.5).

$$A = x_A (\log_{10} M)^3 + y_A (\log_{10} M)^2 + z_A \log_{10} M + w_A \quad (5.3)$$

$$B = x_B (\log_{10} M)^3 + y_B (\log_{10} M)^2 + z_B \log_{10} M + w_B \quad (5.4)$$

Figura 5.4: Coeficientes paramétricos em função de Mo - (a) A; (b) B; (c) C



Fonte: Elaborada pelo autor

$$C = x_C(\log_{10} M)^3 + y_C(\log_{10} M)^2 + z_C \log_{10} M + w_C \quad (5.5)$$

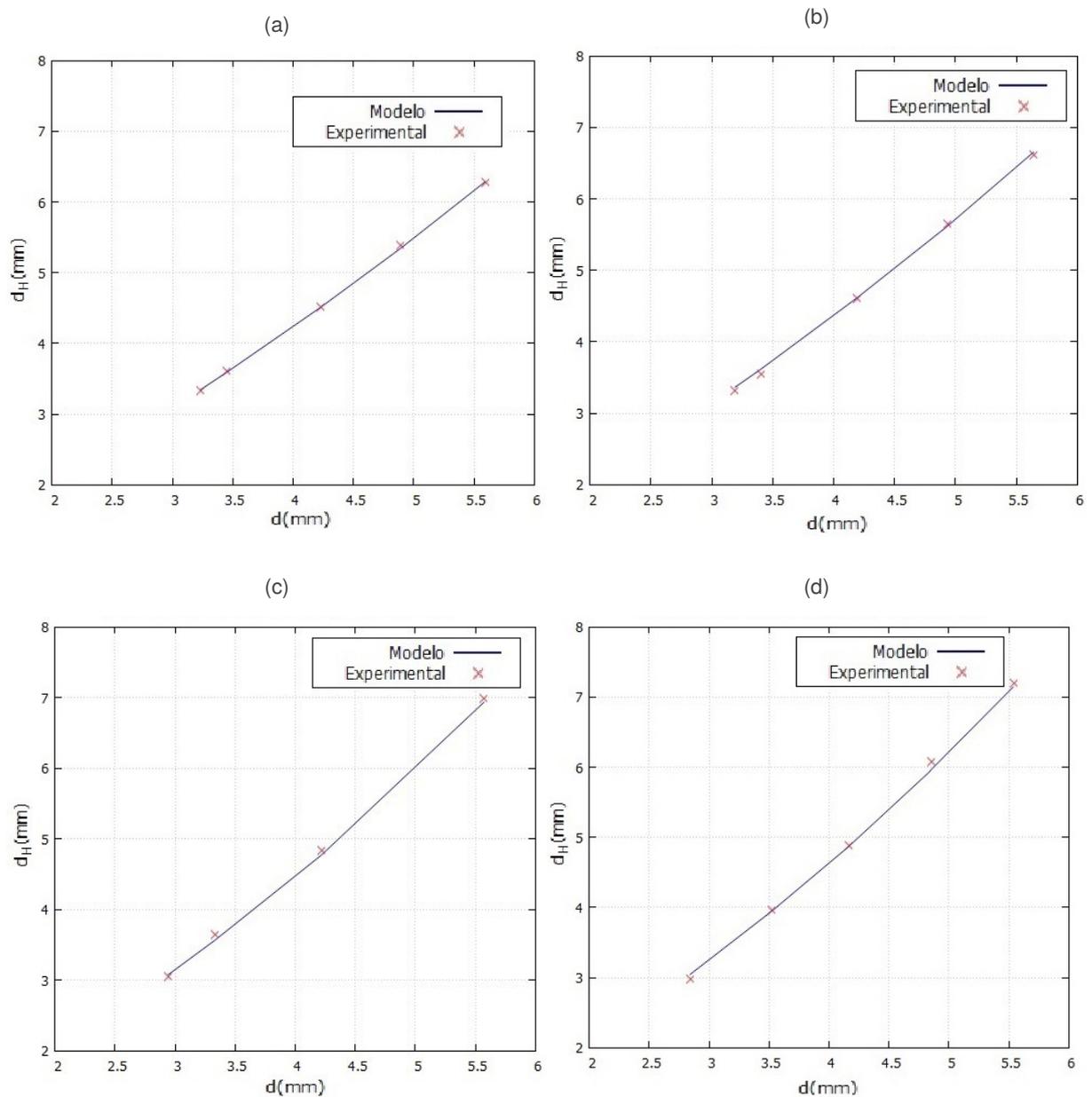
$$Eo_d = Eo + (0,033318Mo^3 + 0,39269Mo^2 + 1,462617Mo + 1,798953)Eo^2 + (-0,09583Mo^3 - 1,13059Mo^2 - 4,30261Mo - 5,30497)Eo + 0,044514Mo^3 + 0,527131Mo^2 + 2,027346Mo + 2,50697 \quad (5.6)$$

A partir dos gráficos numericamente interpolados na Fig. 5.4 e expressos genericamente pela Equação (5.3), (5.4) e (5.5), obteve-se a Equação (5.6). A função obtida foi testada para

diferentes Mo e comparada com os dados de Tomiyama et al. (2002), evidente na Fig. 5.5.

Figura 5.5: Diâmetro horizontal da bolha deformada em função do seu diâmetro inicial calculado pelo modelo desenvolvido, em comparação com os dados experimentais disponíveis em Tomiyama et al.

(2002) para diferentes Mo - (a) $\log_{10} M = -2,8$; (b) $\log_{10} M = -3,6$; (c) $\log_{10} M = -4,2$; (d) $\log_{10} M = -5,3$

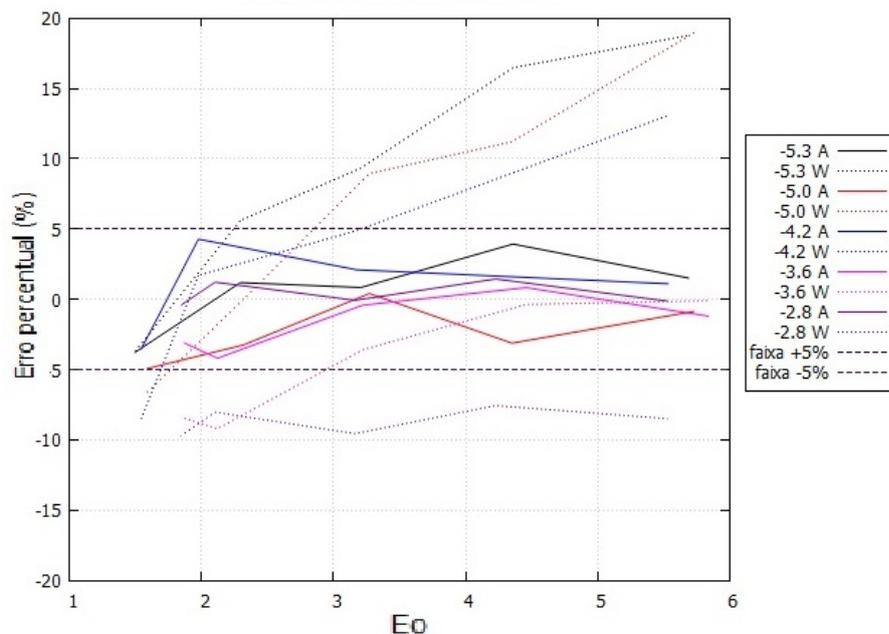


Fonte: Elaborada pelo autor

Percebe-se que a função obtida prevê o diâmetro deformado horizontal da bolha de maneira satisfatória e com alto grau de confiabilidade para todos casos dentro da faixa $-5,3 \leq \log_{10} M \leq -2,8$, garantindo assim a robustez da equação e da metodologia utilizada. Portanto a Equação (5.6) pode ser empregada para prever o diâmetro horizontal da bolha em deformação. A fim de

mostrar a melhora dessa correlação para essa faixa de Morton ($-5,3 \leq Mo \leq -2,8$) sobre a Equação (5.1), plotou-se o erro percentual entre os valores estimados pela Equação (5.6) e as pela Equação (5.1), mostradas na Fig. 5.6, onde a letra *A* representa a correlação desenvolvida neste trabalho e a letra *W* representa a fórmula consagrada de Wellek et al. (1966).

Figura 5.6: Diferença percentual do Eötvös modificado entre correlações testadas e dados experimentais de Tomiyama et al. (2002) em função do Eötvös da bolha para diferentes *Mo*



Fonte: Elaborada pelo autor

Percebe-se que o presente modelo prevê para a faixa de *Mo* testada um erro menor que 5%, enquanto que a correlação tradicional de Wellek et al. (1966) tende a apresentar erros maiores e um aumento em sua magnitude com subestimação do diâmetro horizontal e da deformação borbular para altos *Eo* ($> 2,5$) e baixos *Mo* (< -4), e por outro lado uma superestimação sistemática de diâmetros para altos valores de *Mo* (> -4).

Desenvolvimento matemático do modelo de trajetória de bolha em escoamento cisalhante linear

Resolve-se a Equação (3.41) para o perfil de velocidades definido na Equação (3.12), a partir das operações descritas na Equação (5.7), (5.8), (5.9) e (5.10).

$$\begin{Bmatrix} F_{SAFFMAN_x} \\ F_{SAFFMAN_y} \end{Bmatrix} = -C_L \rho L \nu G \begin{Bmatrix} V_{G_x} - V_{L_x} \\ V_{G_y} - V_{L_y} \end{Bmatrix} \times \det \begin{Bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_{L_x} & V_{L_y} & 0 \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\begin{Bmatrix} F_{SAFFMAN_x} \\ F_{SAFFMAN_y} \end{Bmatrix} = -C_L \rho L \nu G \begin{Bmatrix} V_{G_x} - V_{L_x} \\ V_{G_y} - V_{L_y} \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \left(\frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} - \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} \right) \end{Bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\begin{Bmatrix} F_{SAFFMAN_x} \\ F_{SAFFMAN_y} \end{Bmatrix} = -C_L \rho L \nu G \det \begin{Bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ V_{G_x} - V_{L_x} & V_{G_y} - V_{L_y} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} - \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} \right) \end{Bmatrix} \quad (5.9)$$

$$\begin{Bmatrix} F_{SAFFMAN_x} \\ F_{SAFFMAN_y} \end{Bmatrix} = -C_L \rho L \nu G \begin{Bmatrix} V_{G_y} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} - V_{L_y} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} - V_{G_y} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} + V_{L_y} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} \\ -V_{G_x} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} + V_{L_x} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} + V_{G_x} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} - V_{L_x} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (5.10)$$

Inserir-se a Equação (3.31), (3.34), (3.39), (3.37) e (5.10) na Equação (4.1).

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} F_{bolha_x} \\ F_{bolha_y} \end{Bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \frac{\rho L \nu G}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\rho L \nu G}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{dV_{G_x}}{dt} - \frac{dV_{L_x}}{dt} \\ \frac{dV_{G_y}}{dt} - \frac{dV_{L_y}}{dt} \end{Bmatrix} + \rho G \nu G \begin{Bmatrix} g_x \\ g_y \end{Bmatrix} - \rho L \nu G \begin{Bmatrix} g_x \\ g_y \end{Bmatrix} \\ &- \frac{3}{4d} \rho L \nu G \begin{bmatrix} C_d & 0 \\ 0 & C_d \end{bmatrix} \sqrt{(V_{G_x} - V_{L_x})^2 + (V_{G_y} - V_{L_y})^2} \begin{Bmatrix} V_{G_x} - V_{L_x} \\ V_{G_y} - V_{L_y} \end{Bmatrix} \\ &- C_L \rho L \nu G \begin{Bmatrix} V_{G_y} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} - V_{L_y} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} - V_{G_y} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} + V_{L_y} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} \\ -V_{G_x} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} + V_{L_x} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} + V_{G_x} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} - V_{L_x} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Pela segunda lei de Newton para sistemas com massa constante, a força na bolha pode ser escrita conforme a Equação (5.12).

$$\begin{Bmatrix} F_{bolha_x} \\ F_{bolha_y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \rho G \nu G \\ \rho G \nu G \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{dV_{G_x}}{dt} \\ \frac{dV_{G_y}}{dt} \end{Bmatrix} \quad (5.12)$$

Descrevendo como equação escalar de cada componente cartesiano, obtêm-se a Equação (5.13) e (5.14).

$$\begin{aligned}
\rho_G \nu_G \frac{dV_{G_x}}{dt} = & -\frac{\rho_L \nu_G}{2} \frac{dV_{G_x}}{dt} + \frac{\rho_L \nu_G}{2} \frac{dV_{L_x}}{dt} - \frac{3}{4d} \rho_L \nu_G C_d V_{G_x} \sqrt{(V_{L_x} - V_{G_x})^2 + (V_{L_y} - V_{G_y})^2} \\
& + \frac{3}{4d} \rho_L \nu_G C_d V_{L_x} \sqrt{(V_{L_x} - V_{G_x})^2 + (V_{L_y} - V_{G_y})^2} + \rho_G \nu_G g_x - \rho_L \nu_G g_x \\
& - C_L \rho_L \nu_G V_{G_y} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} + C_L \rho_L \nu_G V_{L_y} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} + C_L \rho_L \nu_G V_{G_y} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} - C_L \rho_L \nu_G V_{L_y} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y}
\end{aligned} \tag{5.13}$$

$$\begin{aligned}
\rho_G \nu_G \frac{dV_{G_y}}{dt} = & -\frac{\rho_L \nu_G}{2} \frac{dV_{G_y}}{dt} + \frac{\rho_L \nu_G}{2} \frac{dV_{L_y}}{dt} - \frac{3}{4d} \rho_L \nu_G C_d V_{G_y} \sqrt{(V_{L_x} - V_{G_x})^2 + (V_{L_y} - V_{G_y})^2} \\
& + \frac{3}{4d} \rho_L \nu_G C_d V_{L_y} \sqrt{(V_{L_x} - V_{G_x})^2 + (V_{L_y} - V_{G_y})^2} + \rho_G \nu_G g_y - \rho_L \nu_G g_y \\
& + C_L \rho_L \nu_G V_{G_x} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} - C_L \rho_L \nu_G V_{L_x} \frac{\partial V_{L_y}}{\partial x} - C_L \rho_L \nu_G V_{G_x} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y} + C_L \rho_L \nu_G V_{L_x} \frac{\partial V_{L_x}}{\partial y}
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Considerando o problema em análise no presente trabalho, a Equação (5.13) e (5.14) se resume na Equação (5.15) e (5.16) .

$$\begin{aligned}
\left(\rho_G + \frac{\rho_L}{2}\right) \frac{dV_{G_x}}{dt} = & -\frac{3}{4d} \rho_L C_d V_{G_x} \sqrt{V_{G_x}^2 + [V_{G_y} - \omega(x - W)]^2} \\
& - C_L \rho_L \omega [V_{G_y} - \omega(x - W)]
\end{aligned} \tag{5.15}$$

$$\begin{aligned}
\left(\rho_G + \frac{\rho_L}{2}\right) \frac{dV_{G_y}}{dt} = & -\frac{3}{4d} \rho_L C_d [V_{G_y} - \omega(x - W)] \sqrt{V_{G_x}^2 + [V_{G_y} - \omega(x - W)]^2} \\
& C_L \rho_L \omega V_{G_x} + (\rho_G - \rho_L) g
\end{aligned} \tag{5.16}$$

Obtêm-se da Equação (5.15) e (5.16) a velocidade da bolha em cada instante de tempo.

Testes preliminares de incremento temporal

Depois de assegurado a confiabilidade da equação obtida, ela foi testada para análise do deslocamento da bolha em um escoamento cisalhante.

No mínimo três incrementos de tempo diferentes foram considerados, como mostrado na Tab. 5.3. Cada passo de tempo foi escolhido para representar no mínimo quatro ordens de grandezas distintas, e a avaliar a sensibilidade do tamanho do passo de tempo na simulação numérica, e se a partir de um determinado valor, o resultado apresenta uma convergência notável.

Tabela 5.3: Tabela de parâmetros de validação temporal da simulação isotérmica

$\log_{10} Morton$	Diâmetro da bolha (mm)	Incremento de tempo $\Delta t(s)$				$\omega(s^{-1})$	β
		10^{-4}	10^{-3}	$0,008$	$-$		
-2,8	3,23	10^{-4}	10^{-3}	0,008	$-$	-7,2	1
	4,23	10^{-4}	10^{-3}	0,01	0,012	-7,2	1
	5,59	10^{-4}	10^{-3}	0,01	0,017	-7,2	1
-3,6	3,19	10^{-4}	10^{-3}	0,01	0,011	-6,5	1
	3,40	10^{-4}	10^{-3}	0,01	0,012	-6,5	1
	5,64	10^{-4}	10^{-3}	0,01	0,017	-6,5	1
-5,3	2,84	10^{-4}	10^{-3}	0,01	0,016	-6,2	1
	3,52	10^{-4}	10^{-3}	0,01	0,017	-6,2	1
	5,54	10^{-4}	10^{-3}	0,01	0,018	-6,2	1

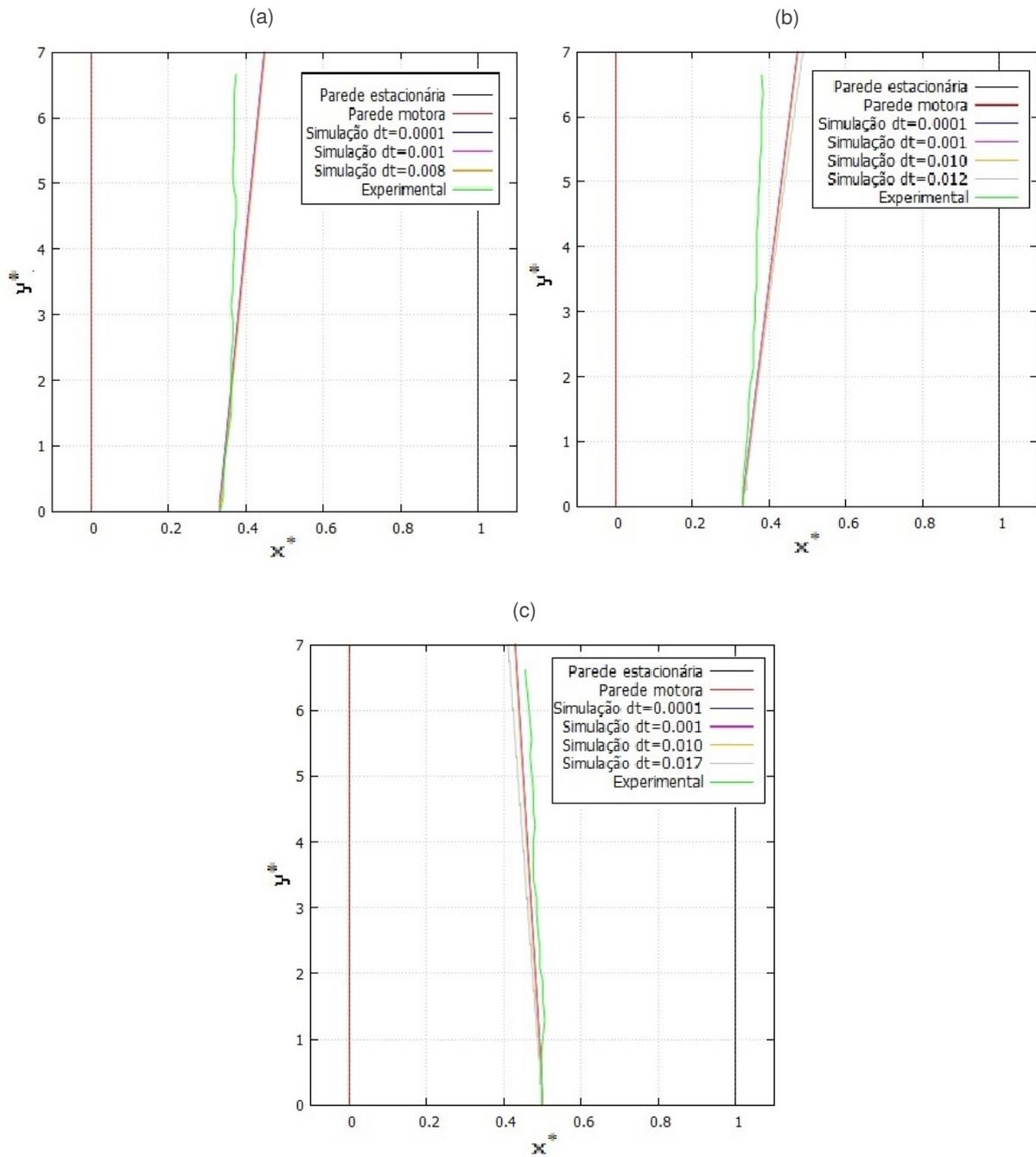
Fonte: Elaborada pelo autor

Foi verificado a existência de algum impacto de Eo e Mo no incremento de tempo mínimo requerido para descrever a trajetória das bolhas, adimensionalizadas em x e y dividindo as coordenadas pela largura entre as placas, x^* e y^* .

Pode-se perceber pela Fig. 5.7, 5.8 e 5.9 que a medida que o incremento de tempo diminui, mais convergente se torna a simulação, o que já era de se esperar uma vez que a aproximação temporal realizada é tão mais acurada quanto menor for o passo temporal. Percebe-se que para todos os casos (exceto o descrito na Fig. 5.7a) o incremento $dt = 0,01s$ é suficiente para descrever o mesmo deslocamento que o incremento mais apertado ($dt = 0,0001s$), e é portanto recomendável sua utilização para economia de tempo computacional em cálculo e processamento. Pode-se perceber que o incremento máximo para se obter uma solução decresce em função do aumento de Mo e da diminuição do Eo , e portanto uma influência no passo de tempo necessário, mesmo que marginal, existe.

É possível de perceber que o algoritmo prevê pelo menos qualitativamente bem todas as direções do deslocamento da bolha, embora nem sempre quantitativamente tão adequado e conforme os dados experimentais. A Figura 5.7c para $\log_{10} Mo = -2,8$ mostra acordo notável entre as trajetórias extraídas por Tomiyama et al. (2002) e os obtidos pelo programa, embora para os diâmetros de bolha 3,23mm (Fig. 5.7a) e 4,23mm (Fig. 5.7b) ocorra certa discrepância na magnitude do deslocamento transversal, o programa corretamente identifica o sentido do movimento. No caso simulado de uma bolha com 5,59mm de diâmetro, houve coincidência tanto no sentido da migração lateral, como também da magnitude do deslocamento transversal (Fig. 5.7c).

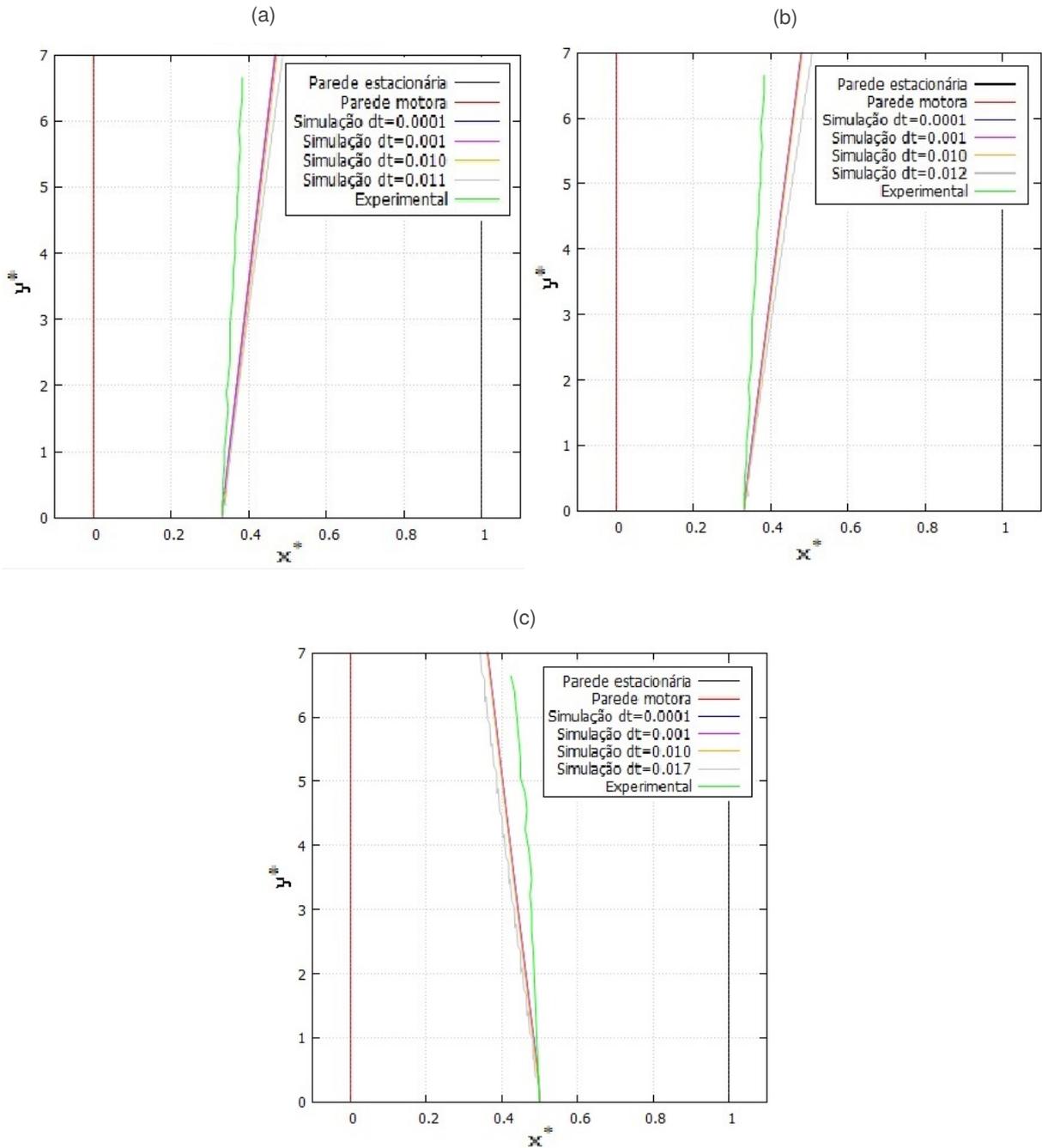
Figura 5.7: Coordenada adimensional x e y da bolha para diferentes incrementos de tempo com $\log_{10} M = -2,8$, comparados com Tomiyama et al. (2002) - (a) $d_b = 3,23mm$; (b) $d_b = 4,23mm$; (c) $d_b = 5,59mm$



No caso para escoamento descrito por $\log_{10} M = -3,6$, é observável menor concordância com os dados experimentais nos três gráficos (Fig. 5.8a, 5.8b e 5.8c), embora o sentido do deslocamento tenha sido corretamente preservado.

Para $\log_{10} M = -5,3$, pode-se observar a Fig. 5.9 e perceber claramente que o algoritmo

Figura 5.8: Coordenada adimensional x e y da bolha para diferentes incrementos de tempo com $\log_{10} M = -3,6$, comparados com Tomiyama et al. (2002) - (a) $d_b = 3,19mm$; (b) $d_b = 3,4mm$; (c) $d_b = 5,64mm$

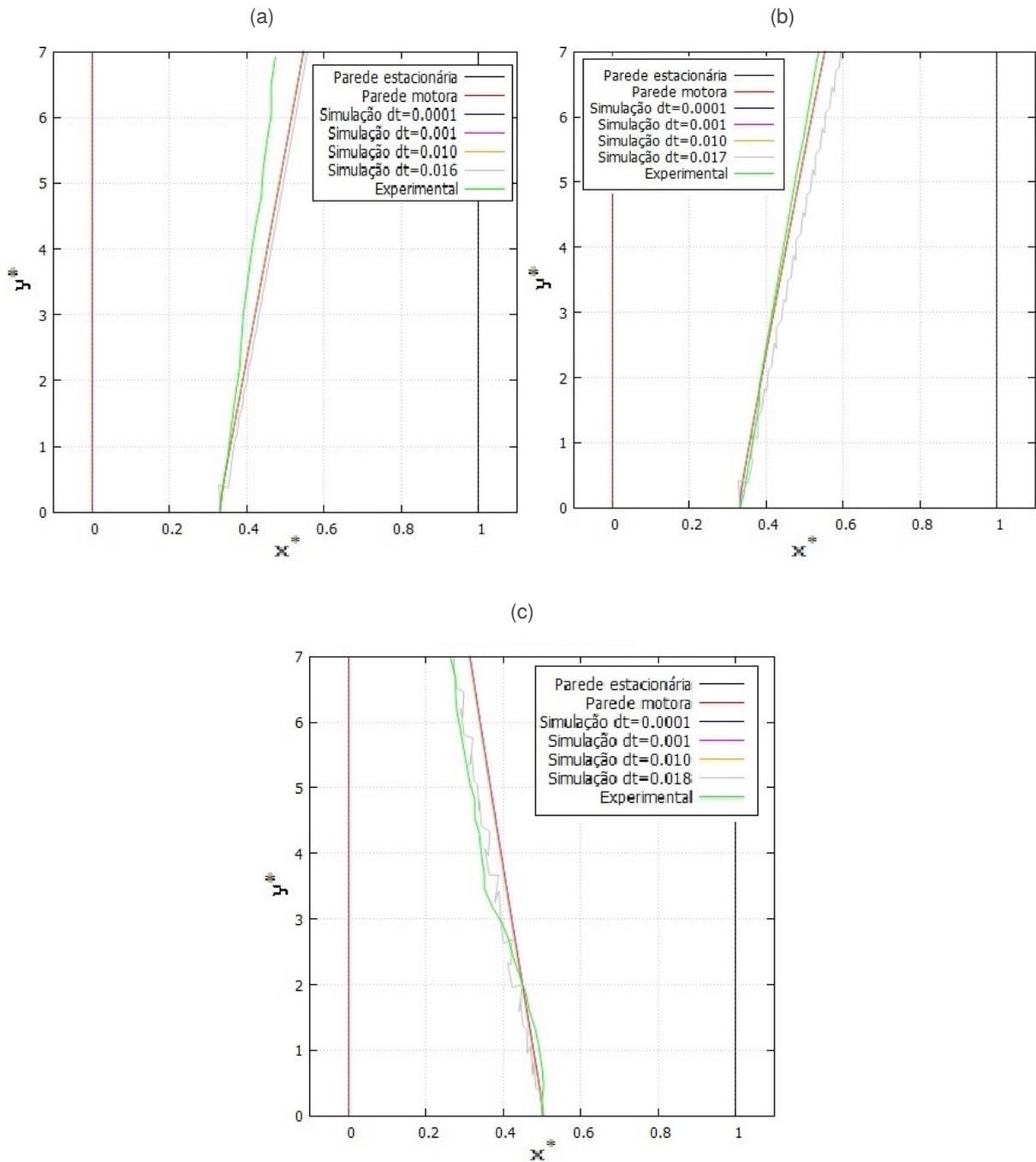


Fonte: Elaborada pelo autor

descreve corretamente a direção em que a bolha se desloca, e sua magnitude de deslocamento transversal (compara-se a Fig. 5.9a e 5.9b).

Percebe-se a partir da Fig. 5.7, 5.8 e 5.9 que a correspondência dos resultados obtidos pelo programa para deslocamento lateral e os observados experimentalmente dependem de Mo e

Figura 5.9: Coordenada adimensional x e y da bolha para diferentes passos de tempo com $\log_{10} M = -5,3$, comparados com Tomiyama et al. (2002) - (a) $d_b = 2,84mm$; (b) $d_b = 3,52mm$; (c) $d_b = 5,54mm$



E_o , embora o sentido da migração lateral tenha sido corretamente prevista em todos os casos, independente de Mo e E_o .

Deslocamento da bolha devido a pequenas variações de Eo

Após verificar o maior incremento de tempo necessário para descrever adequadamente o movimento da bolha, buscou-se agora não somente avaliar trajetórias para grandes variações de Eo como testado anteriormente, mas também avaliar a direção de deslocamento lateral da bolha para variações menores de Eo . Foram simulados novamente bolha inseridas em um fluido de $\log_{10} M = -5,3$, com $\Delta t = 0,01s$, e desta vez para cinco diâmetros diferentes, conforme Tab. 5.4. Assim, é possível analisar a sensibilidade da influência de Eo na trajetória da bolha comparando com os dados experimentais. Como a maior parte das disparidade entre o modelo numérico e o experimental ocorreu para $\log_{10} M = -3,6$, foram conduzidas simulações com diversos diâmetros de bolha, visíveis na Tab. 5.5, incluindo diferentes gradientes de velocidade ω .

Tabela 5.4: Tabela de propriedades de fluidos utilizadas por Tomiyama et al. (2002)

d_b (mm)	$\log_{10} M$	$\omega(s^{-1})$	$\Delta t(s)$
2,84	-5,3	-6,2	0,01
3,52	-5,3	-6,2	0,01
4,16	-5,3	-6,2	0,01
4,85	-5,3	-6,2	0,01
5,54	-5,3	-6,2	0,01

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 5.5: Tabela de propriedades de fluidos utilizadas por Tomiyama et al. (2002)

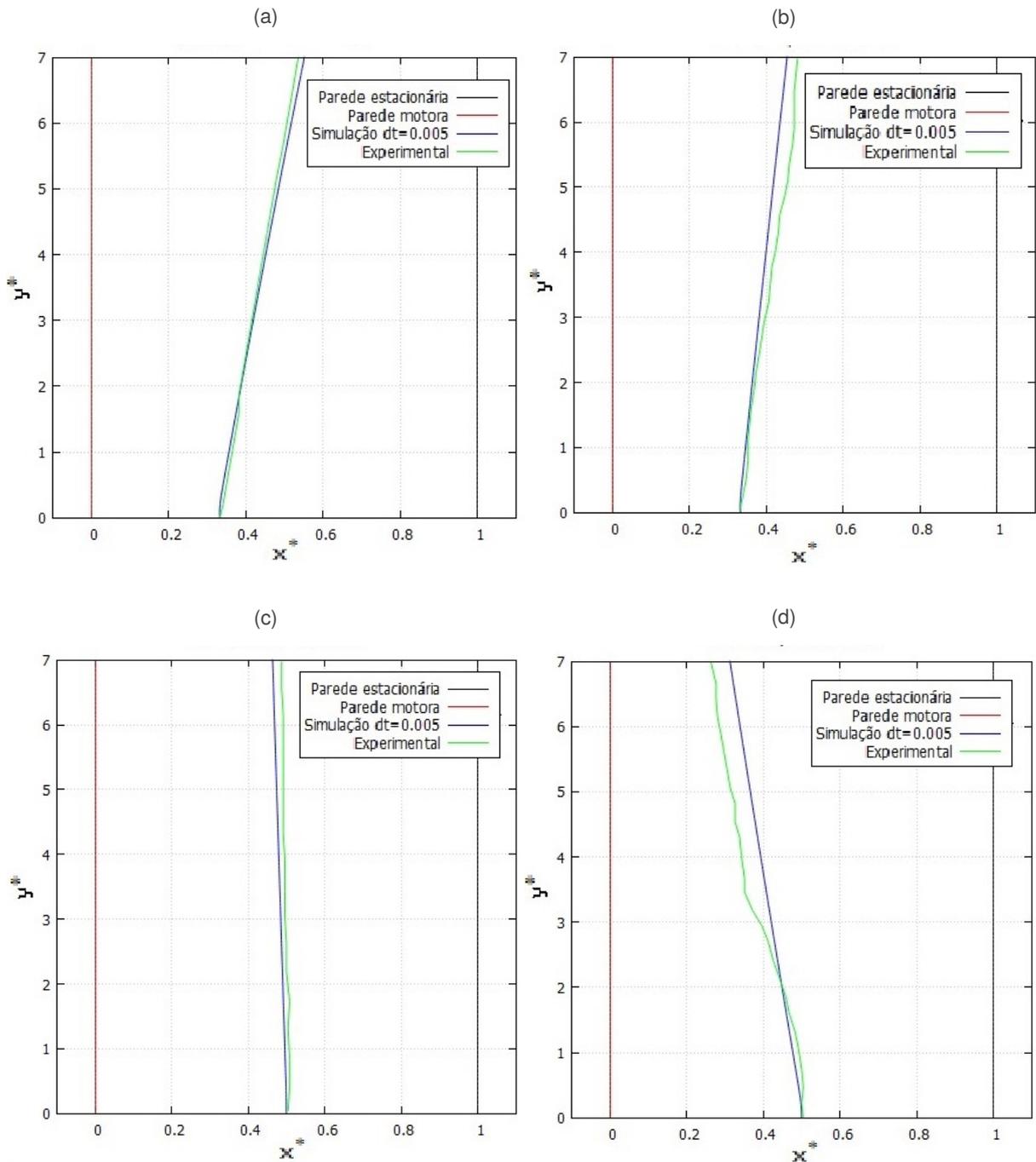
d_b (mm)	$\log_{10} M$	$\omega(s^{-1})$
3,19	-3,6	-8,3; -6,5; -3,1
3,40	-3,6	-8,3; -6,5; -3,1
4,19	-3,6	-8,3; -6,5; -3,1
4,93	-3,6	-8,3; -6,5; -3,1
5,54	-3,6	-8,3; -6,5; -3,1

Fonte: Elaborada pelo autor

Os resultados podem ser visto na Fig.5.10. Percebe-se que há bastante acordo para os casos descritos na Fig. 5.10a, 5.10b e 5.10c, mas há uma pequena discrepância na Fig. 5.10d, embora o sentido do deslocamento também tenha sido corretamente previsto.

Entretanto, é importante avaliar que o motivo da falta de compatibilidade quantitativa entre

Figura 5.10: Coordenada adimensional x e y da bolha para diferentes diâmetros com $\log_{10} M = -5,3$ comparados com Tomiyama et al. (2002) - (a) $d_b = 3,52mm$; (b) $d_b = 4,16mm$; (c) $d_b = 4,85mm$; (d) $d_b = 5,54mm$

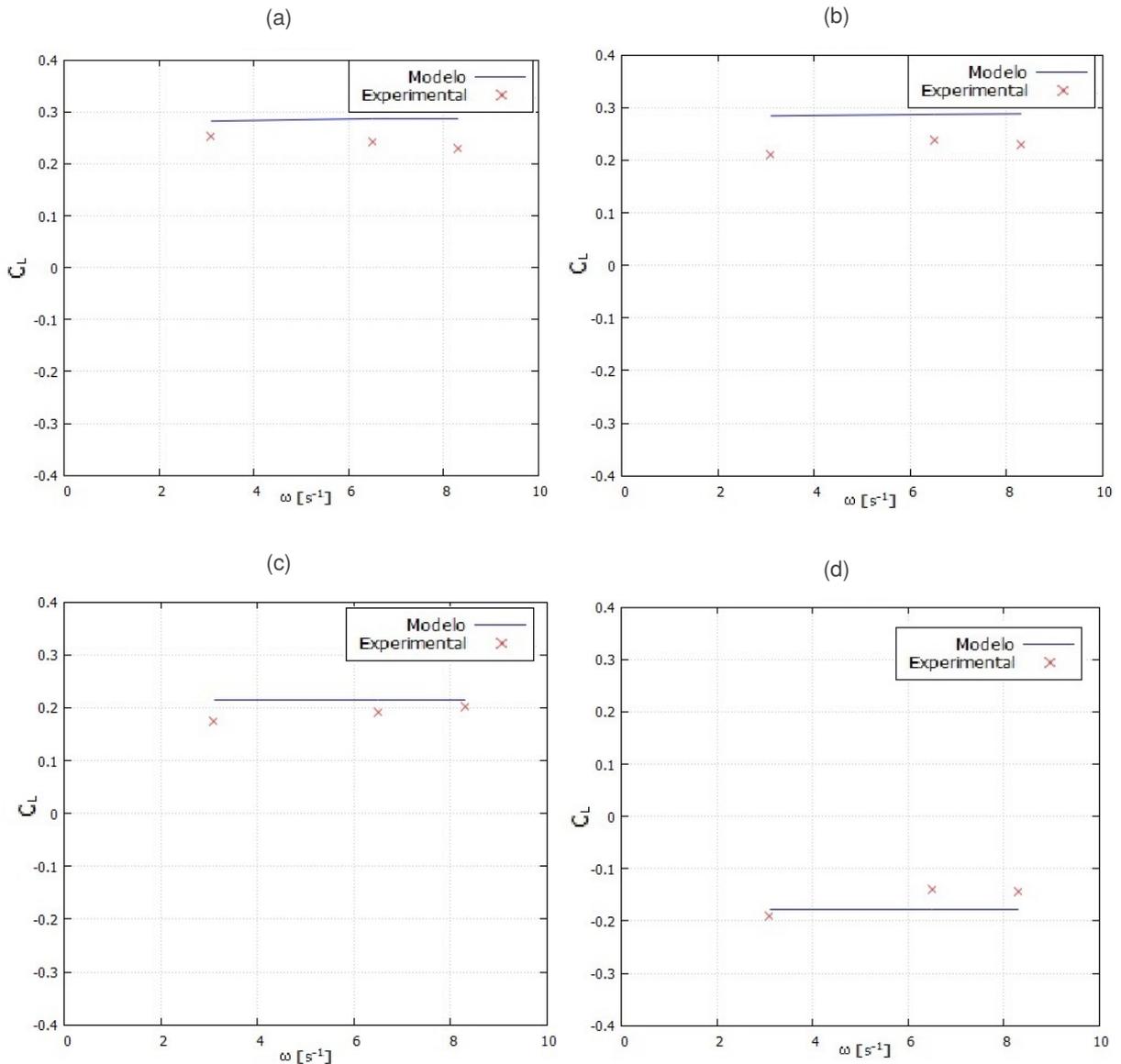


Fonte: Elaborada pelo autor

os dados obtidos pelo programa e o experimental são as próprias formulações empíricas de determinação do coeficiente de sustentação de (TOMIYAMA et al., 2002).

Na Figura 5.11, pode-se ver o resultado do teste da Equação (3.42) e (3.43), e se percebeu certa

Figura 5.11: Diferentes coeficientes de sustentação para várias dimensões de bolha em função da vorticidade com $\log_{10} M = -3,6$, comparados com os dados experimentais disponíveis em Tomiyama et al. (2002)- (a) $d_b = 3,19mm$; (b) $d_b = 3,40mm$; (c) $d_b = 4,19mm$; (d) $d_b = 5,64mm$



Fonte: Elaborada pelo autor

discrepância para o caso presente, sendo menor a diferença presente na Fig. 5.11c, crescendo quando o diâmetro cresce ou diminui em relação ao de tamanho inicial igual a 4,19mm. Uma vez que a Equação (5.6) mostrou excelente compatibilidade com os dados experimentais, percebe-se que a discrepância não se deve pela determinação do Eo_d , mas sim das formulações de C_L . Outro motivo que justifica essa análise é observando que na Fig. 5.8, a discrepância é menor para bolha de 5,54mm do que para as bolhas de 3,19mm e 3,40mm, tendência similar ao coeficiente de sustentação observado na Figura 5.11 para os respectivos diâmetros estudados.

Estudo de trajetória em escoamentos de baixos Mo

Depois de comparado os dados das simulações com os dados experimentais disponíveis para sistemas de alta viscosidade (água/glicerol-ar), também foi testado a robustez do modelo utilizado em análise de sistemas de baixa viscosidade (água-ar). Os testes compreenderão a simulação de quatro bolhas distintas ($d_b = 1, 5, 2, 2, 5, 3\text{mm}$) para $\log_{10} M = -11, 4$, regime característico de sistemas de baixa viscosidade, e estão descritos resumidamente na Tab. 5.6.

Tabela 5.6: Tabela de propriedades de fluidos utilizadas por MEHDI e KIM (2015)

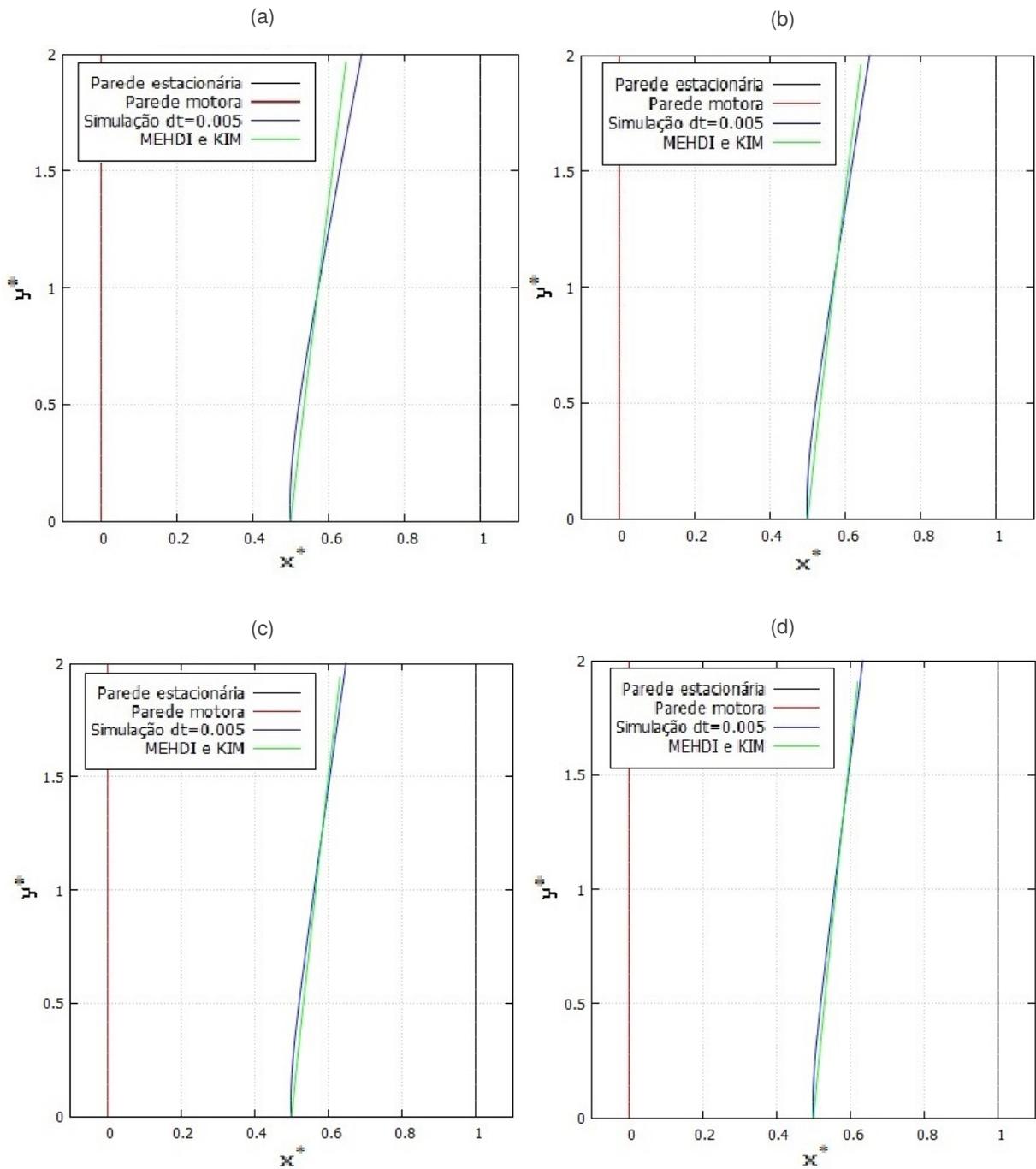
d_b (mm)	$\log_{10} M$	ρ_L (kg/m^3)	μ_L ($Pa \cdot s$)	σ (N/m)	ρ_G	ω (s^{-1})
1,5	-11,4	998	0,00098	0,72	1,2	-6,2
2,0	-11,4	998	0,00098	0,72	1,2	-6,2
2,5	-11,4	998	0,00098	0,72	1,2	-6,2
3,0	-11,4	998	0,00098	0,72	1,2	-6,2

Fonte: Elaborada pelo autor

A fim de testar o algoritmo para números de Morton menores característicos de escoamentos de baixa viscosidade (água-ar), comparou-se o modelo desenvolvido com o concebido por Mehdi & Kim (2015) na Fig. 5.12. Percebe-se que o algoritmo obteve sucesso e descreveu com precisão o deslocamento da bolha para diâmetros de 2, 2,5 e 3mm, evidentes na Fig. 5.12b, 5.12c e 5.12d, mas com algum grau bem moderado de discordância com a bolha de 1,5mm de diâmetro, descrito na Fig. 5.12a. Portanto, o algoritmo pode ser utilizado para descrever sistemas de baixa viscosidade desde que respeitado o diâmetro máximo inicial da bolha de 3mm. A partir disso, o Eötvös elevado exigiria a consideração de efeitos de deformação para estes números de Morton, e serão estudados na sequência. Pela Figura 3.7, percebe-se que para um $\log_{10} M = 11, 4$ o regime de deformação da bolha é distorcido/oscilante, não sendo puramente elipsoidal como aparente para $-5, 3 \leq \log_{10} M \leq -2, 8$. Em Tomiyama et al. (2002) é justificado que a bateria de testes realizada apenas conduziu experimentos até $Mo = -5, 5$ porque já neste valor, para diâmetros de bolha maiores, o seu deslocamento deixava de ser retilíneo e começava a apresentar oscilações, algo também demonstrado por Rabha & Buwa (2010), e por Zhongchun et al. (2014).

O regime oscilante para bolhas distorcidas foi extensamente estudado por Zhongchun et al. (2014), onde foi analisado o grau de influência dos parâmetros do fluido, do diâmetro da bolha e do campo de escoamento no deslocamento da bolha. A fim de reproduzir o estudo realizado e

Figura 5.12: Coordenada adimensional x e y da bolha para diferentes dimensões de bolha com $\log_{10} M = -11,4$, comparados com os dados numéricos disponíveis em Mehdi & Kim (2015) - (a) $d_b = 1,5\text{mm}$; (b) $d_b = 2\text{mm}$; (c) $d_b = 2,5\text{mm}$; (d) $d_b = 3\text{mm}$



Fonte: Elaborada pelo autor

induzir formulações matemáticas semi-empíricas para a correta simulação lagrangiana de bolhas em regimes de escoamentos para $\log_{10} M \leq -5,3$.

A obtenção da formulação matemática consistiu primeiramente de modelar o coeficiente de

sustentação da bolha a partir de uma equação matemática oscilatória. As funções trigonométricas em tese se mostrariam ideais por serem fórmulas mais simples de serem implementadas do que seriam outros tipos de séries. Entretanto, a partir das simulações em VOF de Zhongchun et al. (2014), é possível mostrar que ao se interpolar os dados de C_L linearmente, uma função linear decrescente pode ser obtida. Portanto, foi somado uma função linear dependente do tempo a uma função trigonométrica também dependente do tempo, expresso na Equação (5.17).

$$C_L = A_{osc} \text{sen} [\Omega(t - \tau)] + B_{osc}(t - \tau) \quad (5.17)$$

Para determinar os coeficientes A_{osc} , Ω e B_{osc} , é preciso analisar o efeito dos três parâmetros mencionados anteriormente, a saber: propriedades do fluido, do diâmetro da bolha e do campo de escoamento. Os parâmetros de fluido terão seus efeitos modelados através do adimensional $\log_{10} M$, que considera viscosidade dinâmica, tensão superficial e massa específica do fluido principal. O diâmetro da bolha pode ser considerado através do adimensional Eo , e a vorticidade do escoamento seria a responsável por considerar os efeitos do campo de escoamento.

O termo A_{osc} é basicamente função de $\log_{10} M$, Eo e ω , sendo a expressão induzida na Equação (5.18) a partir dos resultados de Zhongchun et al. (2014). Nesta formulação é possível perceber que a influência do Eo é linear, ou seja, quanto maior for o diâmetro da bolha e conseqüentemente seu Eo , maior será a amplitude da oscilação do C_L . O termo entre colchetes que considera o Mo , também mostra que para $\log_{10} Mo$ cada vez menor (ou maior em módulo), maior será amplitude do C_L . Já o efeito de ω é o contrário: quanto menor, maior será o efeito na amplitude e na oscilação da bolha.

$$A_{osc} = - (0,457Eo + 2,241) \left[0,025 (\log_{10} Mo)^2 + 0,753 \log_{10} Mo + 3,087 \right] |\omega|^{-1,0218} \quad (5.18)$$

O coeficiente B_{osc} é por sua vez função apenas de $\log_{10} Mo$, induzido e descrito na Equação (5.19). Percebe-se que quanto maior for $\log_{10} Mo$, maior será B_{osc} . A frequência de oscilação provou-se mais complexa e a partir dos dados disponíveis em Zhongchun et al. (2014), foi possível induzir a Equação (5.20). Percebe-se que a expressão obtida relaciona ω , $\log_{10} Mo$ e Eo .

$$B_{osc} = -0,582 \log_{10} Mo - 11,35 \quad (5.19)$$

$$\Omega = -0,19098\omega Eo \log_{10} Mo - 0,46458Eo \log_{10} Mo + 0,36069\omega \log_{10} Mo - 1,77549\omega Eo \quad (5.20)$$

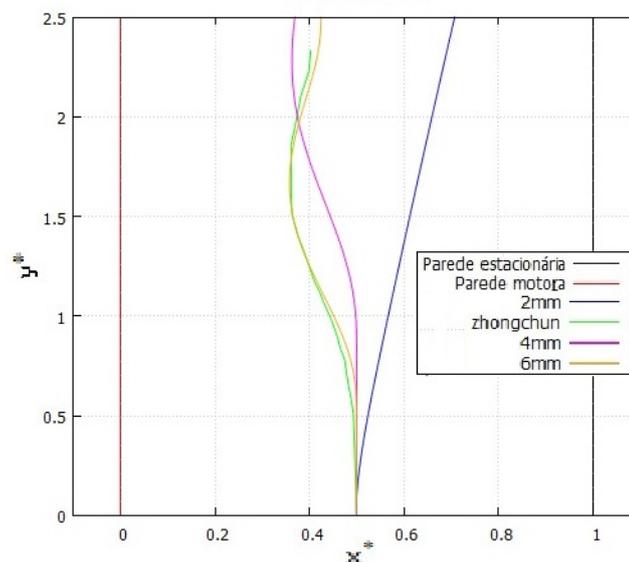
O último termo a ser descrito por uma expressão matemática é o τ , que representa o instante de desvio para o movimento oscilatório, que segundo Zhongchun et al. (2014) é função do Eo e do ω , podendo ser induzido a Equação (5.21).

$$\tau = 0,004904Eo\omega - 0,01681\omega + 0,020867Eo \quad (5.21)$$

Assim, a modelagem final para situações em que o $Eo \leq 6$ e $\log_{10} M \leq -5,5$ pode ser expressa na Equação (5.17), (5.18), (5.19), (5.20) e (5.21). Testes para averiguar se a modelagem através dessas equações é suficiente para descrever o movimento da bolha para esses casos, semelhantes aos executados por Zhongchun et al. (2014), foram realizados.

O primeiro teste executado foi averiguar a influência do diâmetro da bolha no deslocamento oscilatório ou retilíneo, para $\omega = -6,2s^{-1}$ e $\log_{10} M = -12,5$, observado na Fig. 5.13.

Figura 5.13: Movimento de bolhas para diferentes diâmetros e comparação com Zhongchun et al. (2014)

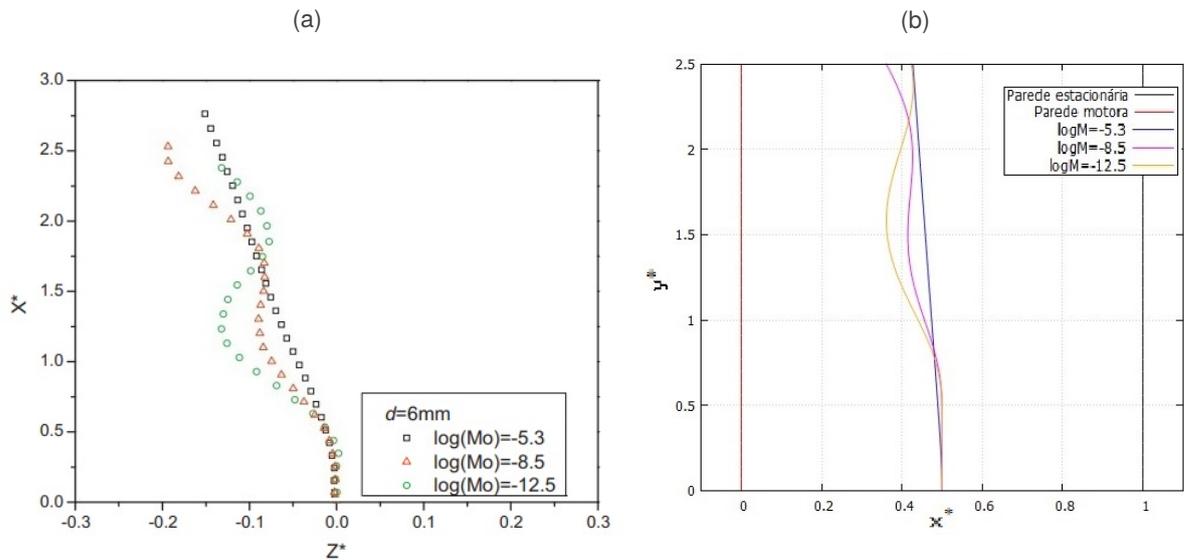


Fonte: Elaborada pelo autor

Pode-se perceber que há uma boa concordância com a simulação do artigo mencionado, e a influência prevista do diâmetro foi verificada. Para bolhas com 4mm e 6mm foi visualizado movimento oscilatório como previsto, levemente tendencioso para a placa em movimento, enquanto que para bolha de 2mm a bolha se deslocava para a placa estacionária, algo previsto

por Zhongchun et al. (2014) e já confirmado pela Fig. 5.12b.

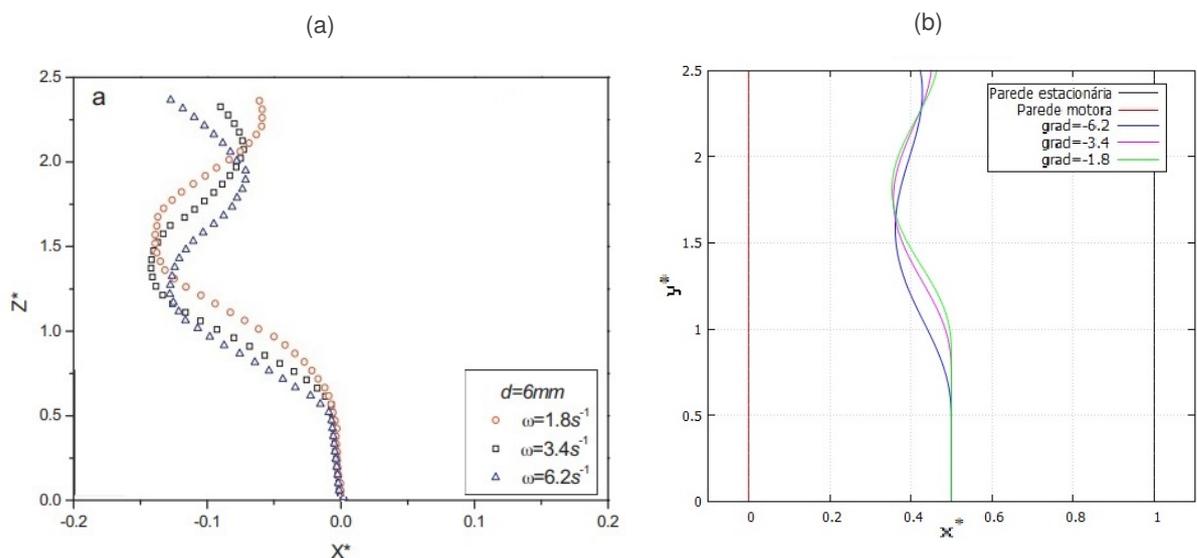
Figura 5.14: Trajetória da bolha para diferentes Mo , (a) Zhongchun et al. (2014) (b) Presente modelo



O segundo teste visa verificar como o $\log_{10} M$ influencia no deslocamento segundo as equações utilizadas, para $\omega = -6, 2s^{-1}$ e $d_B = 6\text{mm}$, visualizada na Fig. 5.14b. Como visto e comparado à Zhongchun et al. (2014), a simulação corretamente prevê tendências gerais do movimento, como ponto de desvio e sentidos de deslocamento. Da mesma forma, pode ser visto que o deslocamento transversal torna-se cada vez mais intenso a medida que $\log_{10} M$ diminua.

O terceiro e último teste de validação para sistemas de baixa viscosidade se dá na análise preditiva do algoritmo para diferentes ω , visível na Fig. 5.15b.

Figura 5.15: Trajetória da bolha para diferentes gradientes de velocidade do escoamento, (a) Zhongchun et al. (2014) (b) Presente modelo

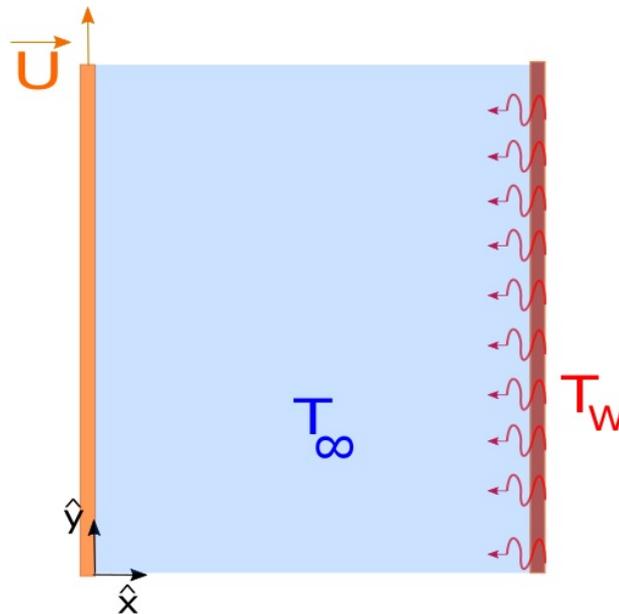


Considerando caso para $\log_{10} M = -12,5$ e $d_B = 6mm$, testou-se para diferentes gradientes de velocidade e os resultados estão em bom acordo com as simulações conduzidas por Zhongchun et al. (2014), com compatibilidade adequada do ponto de desvio e da intensidade do deslocamento transversal da bolha.

5.1.2 Algoritmo do método de Partículas de Temperatura e do modelo de trajetória

Para analisar o efeito da transferência de calor em uma bolha localizada em um escoamento cisalhante, a condição de Dirichlet foi escolhida para a modelagem física. Um problema de Dirichlet, descrito em pormenores na seção 4.2.7, pode ser visto na Fig. 5.16. A parede estacionária é considerada quente, encontrando-se à uma temperatura T_W constante, e portanto, a transferência de calor se deu da parede parada para a fase contínua, encontrada na temperatura T_∞ .

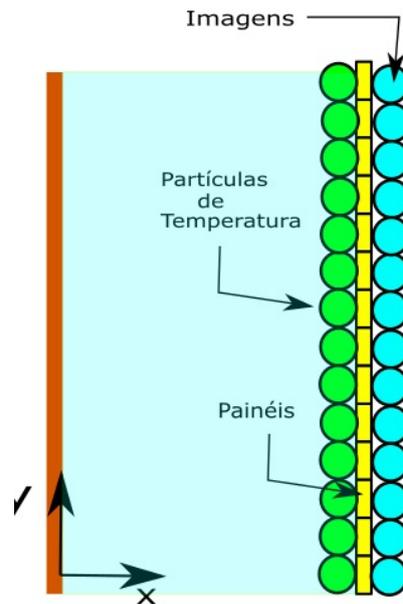
Figura 5.16: Representação de um problema com transferência de calor da placa estacionária quente



Fonte: Elaborada pelo autor

A condição de contorno descrita pela parede quente (parede estacionária) do problema é dada pela lei de Fourier expressa na Equação (3.24). Um esquema geração da discretização da parede quente, junto com a criação de partículas de temperaturas reais e virtuais está presente na Fig. 5.17.

Figura 5.17: Discretização e geração de partículas de temperatura reais e virtuais



Fonte: Elaborada pelo autor

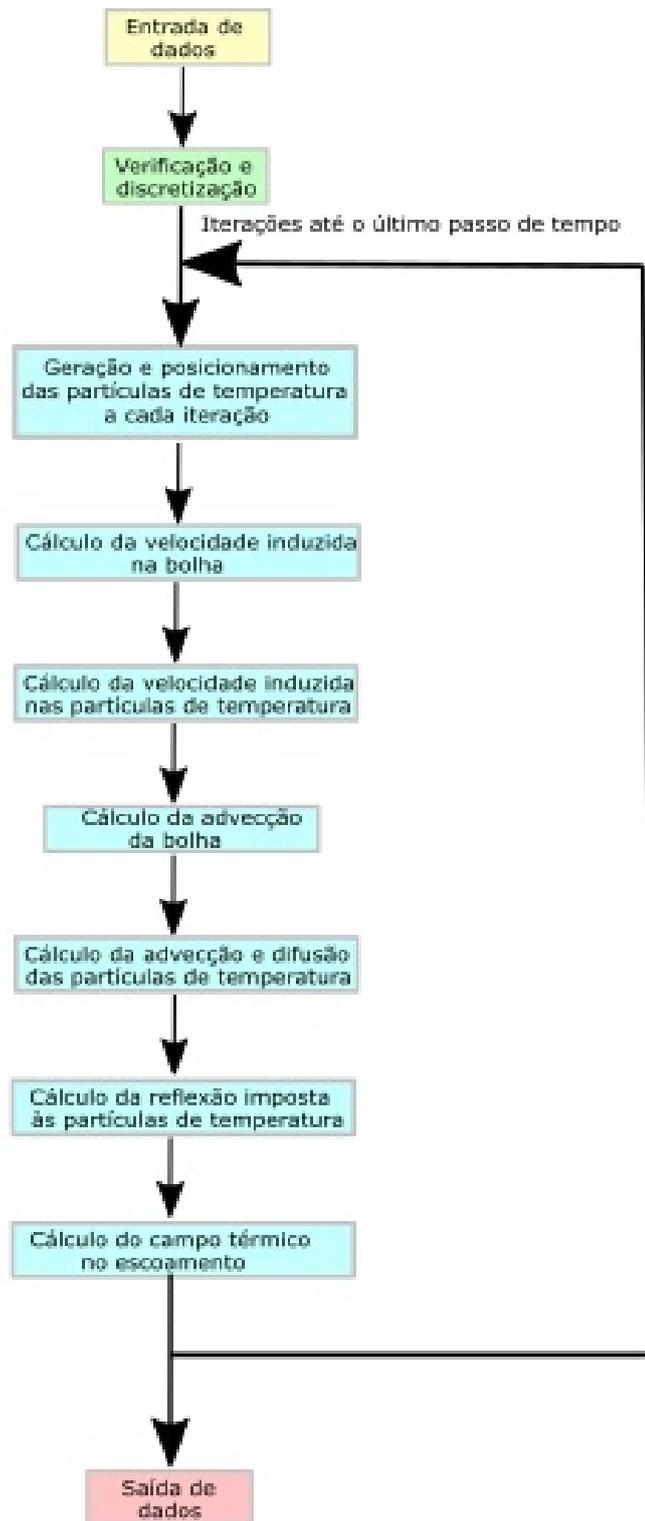
Foram avaliadas nestas simulações primeiramente algumas análises preliminares para detectar os diversos parâmetros de influência no grau de acuracidade da descrição da trajetória de bolhas individuais. Os parâmetros de controle mais importantes foram o número de painéis que modelam a geração de partículas de temperatura na parede estacionária, comprimento da parede, difusividade térmica, tempo de difusão inicial de calor e a magnitude da taxa de transferência de calor.

Depois dos testes preliminares, utilizou-se os parâmetros de controle avaliados que garantem acurácia e estabilidade, e se procedeu nas análises que determinariam qual seria a influência da temperatura nos adimensionais Eo e Mo e na migração lateral de bolhas, somados com a influência do gradiente térmico e da transferência de calor no deslocamento transversal de bolhas.

Um esquema do algoritmo utilizado está presente na Fig. 5.18. Ele é estruturado em passos sequenciais de comandos, com :

- Entrada de dados : Fornece as informações básicas do domínio de simulação desejado.
- Verificação e discretização: Parâmetros de controle que governam a física do escoamento são checados. O problema é agora discretizado.
- Processamento da simulação: Onde ocorre o cálculo da velocidade e deslocamento da

Figura 5.18: Fluxograma do algoritmo utilizado



Fonte: Elaborada pelo autor

bolha, da advecção, difusão e reflexão das partículas de temperatura, e o campo térmico do escoamento. É um processo de repetição que fura até o último passo de tempo inserido

pelo usuário.

- Saída de dados: Os resultados relevantes da simulação são exportados em arquivos e pós-processados.

Entrada de dados

O arquivo "INPUT.DAT" contém três parâmetros para entrada de variáveis de controle: número de avanços temporais, tamanho do incremento de tempo Δt e uma escala de velocidade relevante na análise u_{∞} .

Nesta etapa, depois de abrir o INPUT.DAT, serão ainda abertos os arquivos de saída PHASETRAJE.DAT, VELFIELD.DAT, LIFT.DAT, TEMPERAT.DAT, PROBTEMPt0.DAT, PROBTEMPtfinal.DAT, onde serão armazenados os dados gerados pelo programa, que serão:

- PHASETRAJE.DAT: dados relacionados à posição (x,y) adimensional da fase dispersa em cada passo de tempo, até o último avanço.
- VELFIELD.DAT: dados relacionados à velocidade (v_x, v_y) da fase dispersa em cada passo de tempo, até o último avanço.
- LIFT.DAT: coeficiente de sustentação em cada passo de tempo, até o último avanço.
- TEMPERAT.DAT: dados relacionados à temperatura da fase dispersa em cada passo de tempo, até o último avanço.
- PROBTEMPt0.DAT: distribuição da temperatura nos pontos de aferição pré-estabelecidos no instante inicial.
- PROBTEMPtfinal.DAT: distribuição da temperatura nos pontos de aferição pré-estabelecidos no instante final.

Depois de lido o arquivo INPUT.DAT, este é fechado, sem maiores relevâncias daqui para frente. Prossegue-se na abertura do arquivo INPUT_MP.DAT, onde serão inseridos dados:

- Identificador do fluido principal (em termos arbitrários, não necessariamente em composição) na mistura da fase contínua.
- Identificador do fluido secundário na mistura da fase contínua.

- Fração mássica do fluido principal na mistura contínua. Para fluidos puros, a fração mássica será 0 ou 1.
- Identificador do fluido principal(em termos arbitrários, não necessariamente em composição) na mistura da fase dispersa.
- Identificador do fluido secundário na mistura da fase dispersa.
- Fração mássica do fluido principal na mistura dispersa. Para fluidos puros, a fração mássica será 0 ou 1.
- Tensão superficial do fluido contínuo σ .
- Aceleração gravitacional local g (m^2/s).
- Número de fases dispersas (no caso, de bolhas).
- Posição inicial da fase dispersa (x,y) .
- Diâmetro da fase dispersa d_b .
- Identificador para simular efeitos térmicos locais.

O arquivo é fechado depois de lido os dados. A seguir, o arquivo INPUT_MPThermal.DAT é aberto, onde são contidos os seguintes dados:

- Quantidade de calor por unidade de comprimento transferida q .
- Tempo inicial para difusão térmica t_{dif} .
- Temperatura inicial no meio contínuo/disperso T_∞ .

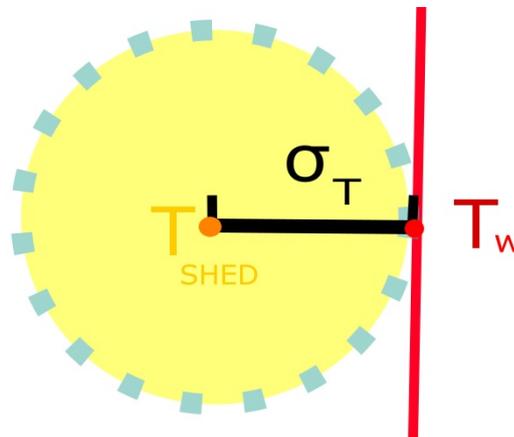
A partir da temperatura definida, calcula-se as outras propriedades termodinâmicas como densidade, viscosidade dinâmica, calor específico à pressão constante e condutividade térmica, tanto da fase dispersa como do meio contínuo. Utiliza-se as equações para o cálculo do(a):

- Massa específica ρ_L e ρ_G : Para água a Equação (A.2) e para a glicerina a Equação (A.3). Em caso de mistura, utiliza-se a Equação(A.18). Na fase dispersa, a Equação (A.5) é utilizada no caso de análise de bolhas.

- Viscosidade dinâmica μ_L e μ_G : Para água a Equação (A.7) e para a glicerina a Equação (A.8). Em caso de mistura, utiliza-se a Equação (A.19), (A.20) e a (A.21). Na fase dispersa, a Equação (A.9) é utilizada no caso de análise de bolhas.
- Calor específico à pressão constante C_{pL} : Para a água a Equação (A.11) e para a glicerina a Equação (A.12). Em caso de mistura, utiliza-se a Equação (A.22).
- Condutividade térmica k : Para a água a Equação (A.13) e para a glicerina a Equação (A.14). Em caso de mistura, utiliza-se a Equação (A.23).

Calcula-se posteriormente o raio inicial do núcleo das partículas de temperatura pela Equação (4.21), com a difusividade térmica calculada pela Equação (4.22). A temperatura de desprendimento das partículas de temperatura geradas a distância igual ao valor dado pela Equação (4.21) é calculada com a Equação (4.27), e a Equação (5.22). Já para a temperatura na parede, a distância da parede é nula e calcula-se a partir da Equação (4.27) e (5.23), conforme o esquema da Fig. 5.19.

Figura 5.19: Esquemática do local onde é calculado a temperatura de desprendimento e da parede



Fonte: Elaborada pelo autor

$$T_{shed}(\sigma_T, t) = \frac{q/2}{\sqrt{\pi\alpha t}} e^{-\frac{\sigma_T^2}{4\alpha t}} \quad (5.22)$$

$$T_W(0, t) = \frac{q/2}{\sqrt{\pi\alpha t}} \quad (5.23)$$

O resultado de T_∞ , T_{shed} e T_w é impresso para checagem e depois genericamente inicializado os vetores posição, velocidade (instantâneo e do passo anterior) e intensidade das partículas de

temperatura, com o arquivo INPUT_MPThermal.DAT sendo fechado posteriormente. Mais uma entrada de dados foi feita na sequência, dessa vez através do arquivo INPUT_probe_temp.DAT, onde estão os pontos de aferição de temperatura, e posteriormente é fechado.

A última entrada de dados se dá pelo arquivo INPUT_GEOMETRY.DAT, no qual os parâmetros da geometria do problema estão inseridos:

- Número de painéis m : Quantas partes discretas a placa quente é subdividida.
- Comprimento das placas l (m).
- Eixo cartesiano a que as placas estejam paralelas.
- Posição de referência para a parede quente/estacionária.
- Distância entre as placas l_{ref}
- Vorticidade (s^{-1})

Após a importação dos dados, o arquivo INPUT_GEOMETRY.DAT é fechado, e encerra-se as entradas de dados no programa.

Verificação e discretização

A checagem se os valores inseridos para o escoamento são adequados para a simulação preterida é feita depois pelo cálculo dos adimensionais baseado na Equação (3.25), (3.26) e (3.27), através da (5.24), (5.25) e (5.26), sendo depois impresso para leitura do usuário.

$$Re = \frac{\rho_L u_{\infty} l_{ref}}{\mu_L} \quad (5.24)$$

$$Eo = \frac{g (\rho_L - \rho_G) d_b^2}{\sigma} \quad (5.25)$$

$$M = \log_{10} \left[\frac{g \mu_L^4}{\rho_L \sigma^3} \right] \quad (5.26)$$

Após esta etapa, são inicializados a posição ($p_{bolha}(x, t = 0)$, $p_{bolha}(y, t = 0)$) e a velocidade da bolha ($v_{bolha}(x, t = 0)$, $v_{bolha}(y, t = 0)$), com os dados exportados sob forma adimensional para os arquivos PHASETRAJE.DAT e VELFIELD.DAT, ao mesmo tempo que a temperatura

sobre a bolha devido ao efeito da placa quente em um intervalo de tempo inicial para difusão térmica é calculada baseada na Equação (4.27), sendo de fato computada pela Equação (5.27), acrescentando não só a temperatura induzida pela parede, mas sua temperatura inicial, sendo impresso seu valor para análise e exportado para o arquivo TEMPERAT.DAT.

$$T_{bolha}(0) = \frac{q/2}{\sqrt{\pi\alpha t}} e^{[p_{bolha}(x,0)-l_{ref}]^2/4\alpha t} + T_{\infty} \quad (5.27)$$

Depois é formado a geometria do problema a partir dos dados já importados anteriormente pelo INPUT_GEOMETRY.DAT, definindo dessa vez o tamanho dos painéis pela Equação (5.28)

$$ds = \frac{l}{m} \quad (5.28)$$

A partir do cálculo do tamanho de cada painel, os pontos centroides das placas são calculadas pela Equação (5.29), (5.30) (com j acrescido de um a um até varrer toda placa), e posteriormente os pontos de desprendimento das partículas de temperatura são encontradas pela Equação (5.31) e (5.32).

$$co(x) = l_{ref} \quad (5.29)$$

$$co(y) = \frac{ds}{2} + ds \cdot j \quad (5.30)$$

$$p_{shed}(x) = co(x) - \sigma_T \quad (5.31)$$

$$p_{shed}(y) = co(y) \quad (5.32)$$

Agora a seguir entra o coração do algoritmo, funcionando em um loop de 1 até o valor inserido pelo usuário para o passo final.

Geração e posicionamento das partículas de temperatura

A geração de partículas de temperatura é então realizada, calculando a sua intensidade ΔQ pela Equação (4.24) sobre cada painel.

Depois as posições das partículas de temperatura são atualizadas considerando a nova

geração, junto com sua intensidade dada pela Equação (4.24), raio da partícula de temperatura calculada pela Equação (4.21), e pela inicialização nula de suas velocidades.

Velocidade induzida na bolha pelo perfil cisalhante

Posteriormente vem uma das etapas mais importantes: o cálculo da velocidade induzida na fase dispersa. Nesta etapa que o equacionamento de forças é realizado, com base na Equação (5.15) e (5.16).

Os dois primeiros efeitos dinâmicos a serem considerados são o efeito empuxo e o peso. O cálculo do empuxo que uma bolha esteja sujeita é calculada baseada na Equação (3.39), enquanto o peso pela (3.37). No código o ambos efeitos foram sintetizados e calculados em uma variável a partir da Equação (5.33), em unidades de N/m^3 , ou força por unidade de volume.

$$\begin{Bmatrix} GRAV_x \\ GRAV_y \end{Bmatrix} = (\rho_L - \rho_G) \begin{Bmatrix} 0 \\ g \end{Bmatrix} \quad (5.33)$$

Subsequentemente o programa é dividido em função do passo de tempo que o algoritmo esteja executando. Caso seja o primeiro passo na execução, a velocidade da bolha é conjecturada, utilizando a Equação (5.34). O termo Δt_{ad} é um termo adimensional relacionado ao passo de tempo Δt , necessário para fazer com que seja um fator ligado a variação de velocidade inicial zero para o valor da velocidade do escoamento local no fluido contínuo. O termo temporal é adimensionalizado com um valor $t_p = 1$ s, como evidente na Equação (5.35). Depois o resultado é exportado para o arquivo VELFIELD.DAT.

$$\begin{Bmatrix} v_{2x}(t) \\ v_{2y}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta t_{ad} \omega (p_{bolha}(x, t) - l_{ref}) \end{Bmatrix} \quad (5.34)$$

$$\Delta t_{ad} = \frac{\Delta t}{t_p} = \frac{\Delta t}{1} \quad (5.35)$$

No caso de passos diferentes do primeiro, o algoritmo é mais elaborado, uma vez que agora os termos dinâmicos envolvidos com velocidade podem ser considerados.

Primeiro se calcula o Reynolds da bolha usando a Equação (5.36), baseada na Equação (3.25). Percebe-se que, como não foi calculada a velocidade no instante presente, o valor utilizado é o do instante imediatamente passado.

$$Re_d = \frac{\rho_L \sqrt{v_{2x}(t - \Delta t)^2 + [v_{2y}(t - \Delta t) + \omega ((p_{bolha}(x, t - \Delta t) - l_{ref})]^2} d_b}{\mu_L} \quad (5.36)$$

Com o cálculo do Reynolds da bolha, o coeficiente de arrasto pode ser encontrado utilizando as condições da Equação (3.35), e então o cálculo da intensidade do arrasto pela Equação (5.37) e então o valor do arrasto em cada direção cartesiana pela Equação (5.38). Ambas são baseadas na expressão Equação (3.34) para o caso particular.

$$drag_{int} = \frac{3C_d}{4d_b} \rho_L \sqrt{v_{2x}(t - \Delta t)^2 + [v_{2y}(t - \Delta t) + \omega ((p_{bolha}(x, t - \Delta t) - l_{ref})]^2} \quad (5.37)$$

$$\begin{Bmatrix} DRAG_x \\ DRAG_y \end{Bmatrix} = drag_{int} \begin{Bmatrix} v_{2x}(t - \Delta t) \\ v_{2y}(t - \Delta t) + \omega ((p_{bolha}(x, t - \Delta t) - l_{ref}) \end{Bmatrix} \quad (5.38)$$

Agora o efeito Saffman é considerado, e portanto é importante calcular os parâmetros Eo_d , de acordo com a Equação (5.6). Após a determinação deste parâmetro, prossegue-se para o cálculo do coeficiente de sustentação, seguindo as diretrizes da Equação (3.42). Depois de definido o C_L calcula-se a força de Saffman por unidade de volume, baseado na Equação (5.10), usando a Equação (5.39).

$$\begin{Bmatrix} SAFF_x \\ SAFF_y \end{Bmatrix} = C_L \rho_L \omega \begin{Bmatrix} -v_{2y}(t - \Delta t) + \omega ((p_{bolha}(x, t - \Delta t) - l_{ref}) \\ v_{2x}(t - \Delta t) \end{Bmatrix} \quad (5.39)$$

O equacionamento de todos os efeitos dinâmicos na bolha pode então ser feito e a velocidade induzida determinada, baseado na Equação (4.1), pela Equação (5.40).

$$\begin{Bmatrix} v_{2x}(t) \\ v_{2y}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v_{2x}(t - \Delta t) \\ v_{2y}(t - \Delta t) \end{Bmatrix} + \frac{\Delta t}{\rho_G + \frac{\rho_L}{2}} \begin{Bmatrix} SAFF_x & -DRAG_x & GRAV_x \\ SAFF_y & -DRAG_y & GRAV_y \end{Bmatrix} \quad (5.40)$$

Posteriormente o valor da posição da bolha adimensional e o instante de tempo de execução são impressos, como também exportados dados da velocidade calculada pela Equação (5.40) para o arquivo VELFIELD.DAT, e o coeficiente de sustentação instantâneo no arquivo LIFT.DAT.

Velocidade induzida nas partículas de temperatura pelo perfil cisalhante

Após o cálculo da velocidade induzida na bolha, próxima etapa é o cálculo da velocidade induzida nas partículas de temperatura geradas anteriormente. A dinâmica das partículas são governadas pela Equação (4.10), e seguindo o algoritmo de separação da parte viscosa, reparte a equação em fenômenos advectivos e difusivos. A advecção das partículas se dá pela velocidade local da fase contínua na região da geração das partículas.

$$\begin{pmatrix} v_{temp_x}(t) \\ v_{temp_y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega (p_{temp}(x, t) - l_{ref}) \end{pmatrix} \quad (5.41)$$

Advecção da bolha

A velocidade relacionada à advecção é portanto calculada pela Equação (5.40), baseada na solução analítica obtida na Equação (3.12). O cálculo do processo de advecção da fase dispersa prossegue. Para o passo inicial, empregou-se o esquema de Euler de primeira ordem, implementado na forma da Equação (5.42). O modelo do esquema de segunda ordem de Adams-Bashforth foi utilizado para todos passos exceto o inicial, sendo implementado a Equação (5.43).

$$\begin{pmatrix} p_{bolha}(x, t) \\ p_{bolha}(y, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{bolha}(x, t - \Delta t) \\ p_{bolha}(y, t - \Delta t) \end{pmatrix} + \Delta t \cdot \begin{pmatrix} v_{2x}(t) \\ v_{2y}(t) \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

$$\begin{pmatrix} p_{bolha}(x, t) \\ p_{bolha}(y, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{bolha}(x, t - \Delta t) \\ p_{bolha}(y, t - \Delta t) \end{pmatrix} + \Delta t \cdot \begin{pmatrix} \frac{3}{2}v_{2x}(t) & -\frac{1}{2}v_{2x}(t - \Delta t) \\ \frac{3}{2}v_{2y}(t) & -\frac{1}{2}v_{2y}(t - \Delta t) \end{pmatrix} \quad (5.43)$$

Depois a velocidade $v_2(t - \Delta t)$ é igualada a velocidade $v_2(t)$ para ser usada no passo seguinte como a velocidade da bolha no instante anterior. Prossegue-se imprimindo os dados da nova posição no arquivo PHASETRAJE.DAT, sob forma adimensionalizada.

Advecção e difusão das partículas de temperatura

A seguir é feito a advecção das partículas de temperatura em função da velocidade calculada pela Equação (5.41). Para o passo inicial, empregou-se o esquema de Euler de primeira ordem expresso na (4.4), implementado na forma da Equação (4.34). O modelo do esquema de segunda ordem de Adams-Bashforth foi utilizado para todos passos exceto o inicial descrito na (4.6),

sendo implementado a Equação (4.35).

Reflexão das partículas de temperatura

Depois de simulado a difusão das partículas de temperatura pelo crescimento do raio do núcleo, a reflexão/deslocamento das partículas é feita. No caso em que a condição:

$$p_{temp}(x, t) \geq (l_{ref} - \sigma_T)$$

for satisfeita, isso implica que o raio invadiu a parede, e portanto sofre um deslocamento na direção negativa de x através da equação (5.44), sem nenhuma modificação na direção de y .

$$\begin{cases} p_{temp}(x, t) \\ p_{temp}(y, t) \end{cases} = \begin{cases} l_{ref} - \sigma_T \\ p_{temp}(y, t) \end{cases} + \Delta t. \quad (5.44)$$

A fim de acompanhar a execução do código e garantir que 100% das partículas sejam refletidas, o programa imprime dados mostrando o incremento atual, número total de incrementos, número de partículas de temperatura livres e a porcentagem de partículas refletidas.

Cálculo do campo térmico do escoamento

No caso em que o identificador para simular efeitos térmicos locais seja positivo (caso de simulação térmica), o programa segue no cálculo do campo térmico do problema. Primeiramente a temperatura no ponto de desprendimento é calculada baseada na Equação (4.26), implementada usando r descrita na (5.45) e (5.46), considerando o efeito de todas as partículas de temperatura reais.

$$r_{real} = \sqrt{(p_{shed}(x) - p_{temp}(x, t))^2 + (p_{shed}(y) - p_{temp}(y, t))^2} \quad (5.45)$$

$$T_{real}(r_{real}, t) = \sum_{i=1}^{N_t} \frac{\Delta Q_i}{\pi \sigma(t)_{T_i}^2} e^{-\frac{r_{real}^2}{\sigma(t)_{T_i}^2}} \quad (5.46)$$

Após esta etapa, criam-se as imagens das partículas de temperatura usando a Equação (5.47), (5.48) e (5.49) que respectivamente definem suas posições, intensidades de calor e raios. Depois são levados em consideração os efeitos induzidos por essas partículas de temperatura virtuais no cálculo da temperatura no ponto de desprendimento através da (5.50) e (5.51), e por fim somados

com a contribuição real já calculada pela (5.46) e pelo valor anteriormente computado devido a indução de temperatura pela parede, implementada pela (5.52).

$$\begin{cases} p_{tempI}(x, t) \\ p_{tempI}(y, t) \end{cases} = \begin{cases} l_{ref} + \sigma_T \\ p_{temp}(y, t) \end{cases} \quad (5.47)$$

$$\Delta Q_I = -\Delta Q \quad (5.48)$$

$$\sigma_{T_I} = \sigma_T \quad (5.49)$$

$$r_I = \sqrt{(p_{shed}(x) - p_{tempI}(x, t))^2 + (p_{shed}(y) - p_{tempI}(y, t))^2} \quad (5.50)$$

$$T_I(r_I, t) = \sum_{i=1}^{N_i} \frac{\Delta Q_{I_i}}{\pi \sigma(t)_{T_i}^2} e^{-\frac{r_I^2}{\sigma(t)_{T_i}^2}} \quad (5.51)$$

$$T_{shed}(\sigma_T, t) = T_{shed}(\sigma_T, t - \Delta t) + T_{real}(r_{real}, t) + T_I(r_I, t) \quad (5.52)$$

Depois de calculado a temperatura nos pontos de desprendimento, computa-se a temperatura na bolha. O efeito da parede quente pode ser calculado usando a Equação (4.27), implementada pela (5.53), considerando a temperatura local do escoamento original.

$$T_b(R_b, t) = \frac{q/2}{\sqrt{\pi \alpha t}} e^{-\frac{(l_{ref} - p_{bolha}(x, t))^2}{4 \alpha t}} + T_\infty \quad (5.53)$$

Primeiramente a temperatura da bolha é calculada a partir da Equação (4.26), implementada usando r descrita na (5.54) e (5.55), considerando o efeito de todas as partículas de temperatura reais.

$$r_{b_R} = \sqrt{(p_{bolha}(x, t) - p_{temp}(x, t))^2 + (p_{bolha}(y, t) - p_{temp}(y, t))^2} \quad (5.54)$$

$$T_{b_R}(r_{b_R}, t) = \sum_{i=1}^{N_t} \frac{\Delta Q_i}{\pi \sigma(t)_{T_i}^2} e^{-\frac{r_{b_R}^2}{\sigma(t)_{T_i}^2}} \quad (5.55)$$

Depois são levados em consideração os efeitos induzidos por essas partículas de temperatura virtuais no cálculo da temperatura da bolha através da (5.56) e (5.57), e depois somados com a contribuição real já calculada pela (5.55) e pela (5.53), implementada na (5.58).

$$r_{b_I} = \sqrt{(p_{shed}(x) - p_{tempI}(x, t))^2 + (p_{shed}(y) - p_{tempI}(y, t))^2} \quad (5.56)$$

$$T_{b_I}(r_{b_I}, t) = \sum_{i=1}^{N_i} \frac{\Delta Q_{I_i}}{\pi \sigma(t)_{T_{I_i}}^2} e^{-\frac{r_{b_I}^2}{\sigma(t)_{T_{I_i}}^2}} \quad (5.57)$$

$$T_{bolha}(t) = T_b(R_b, t) + T_{b_R}(r_{b_R}, t) + T_{b_I}(r_{b_I}, t) \quad (5.58)$$

Após o cálculo da nova temperatura da bolha/local pela (5.58), todos os valores de propriedades termodinâmicas ($\rho_L, \rho_G, \mu_L, \mu_G, C_{pL}, K_{Le}, \sigma_{LG}$) são re-computados, usando as expressões na Equação (A.2), (A.3), (A.18), (A.7), (A.8), (A.19), (A.20), (A.21), (A.9), (A.11), (A.12), (A.22), (A.13), (A.13), (A.16), (A.17), (A.23), (A.29), (A.28), (A.26), (A.27), (A.24) e (A.25).

A fim de calcular a temperatura em cada ponto de aferição, considera-se primeiramente o efeito de todas as partículas de temperatura reais usando a Equação (4.26), implementada empregando r descrita na (4.28) e (4.29). Depois são levados em consideração os efeitos induzidos por essas partículas de temperatura virtuais no cálculo da temperatura da bolha através da (4.30) e (4.31), e depois somados com a contribuição real já calculada pela (4.29). O efeito da parede é considerado empregando a Equação (4.27), implementada pela (4.32), e também considerando na soma a temperatura local do escoamento original. Em seguida, somam-se todos os efeitos considerados na indução de temperatura nos pontos de aferição usando a Equação (4.33).

Dessa forma termina o passo, sendo repetido sucessivamente até atingir o último passo definido pelo usuário. Posteriormente os arquivos PHASETRAJE.DAT, VELFIELD.DAT, LIFT.DAT, TEMPERAT.DAT, PROBTEMPt0.DAT e PROBTEMPtfinal.DAT são todos fechados. Após encerrados, todos os arquivos são reabertos, lidos e impressos em forma de gráficos.

5.1.3 Simulações térmicas para diferentes temperaturas e com transferência de calor

Número de painéis

Deve-se garantir que o número de painéis utilizados seja o mínimo necessário para assegurar a acurácia do método quando comparado com a solução analítica obtida (LEWIS, 1991). Espera-se que a medida que o número de painéis aumente, a acurácia e precisão da simulação se assemelhe progressivamente ao resultado analítico. Foram executadas seis simulações, com 10, 50, 100, 200, 300 e 500 painéis, com os parâmetros utilizados na análise exibidos na Tab. 5.7.

Averiguou-se como a acurácia do algoritmo era dependente do número de painéis utilizados

Tabela 5.7: Parâmetros utilizados na análise da variação número de painéis

q	0,1
Número de painéis	10, 20, 100, 200
Números de incrementos espaciais verticais	20
Tamanho do comprimento(mm)	0,2
Tempo final (s)	1,5
Comprimento da placa plana (m)	0,21
α	$1,43 \times 10^{-7}$
Temperatura inicial ($^{\circ}C$)	15

Fonte: Elaborada pelo autor

na discretização da parede, considerando um tempo de difusão de 1,5s, um comprimento de folha igual 30mm. Percebe-se que pela Fig. 5.20a e 5.20b, dez ou vinte painéis não conseguem nem prever a tendência geral da curva teórica, enquanto que 100 painéis, presente na Fig. 5.20c, é capaz de prever, mas quantitativamente insatisfatório. A simulação de melhor resultado obtido está presentes na Fig. 5.20d. Como os resultados foram satisfatórios para um número de painéis igual a 200, não se justifica utilizar mais do que esse valor pois envolveria aumento de gasto computacional desnecessário.

Comprimento total das paredes

A seguir, os efeitos do comprimento da placa serão isolados. A verificação de como que o comprimento da parede altera a acurácia da solução numérica, dado um número fixo de painéis, foi realizada e está especificada na Tab. 5.8.

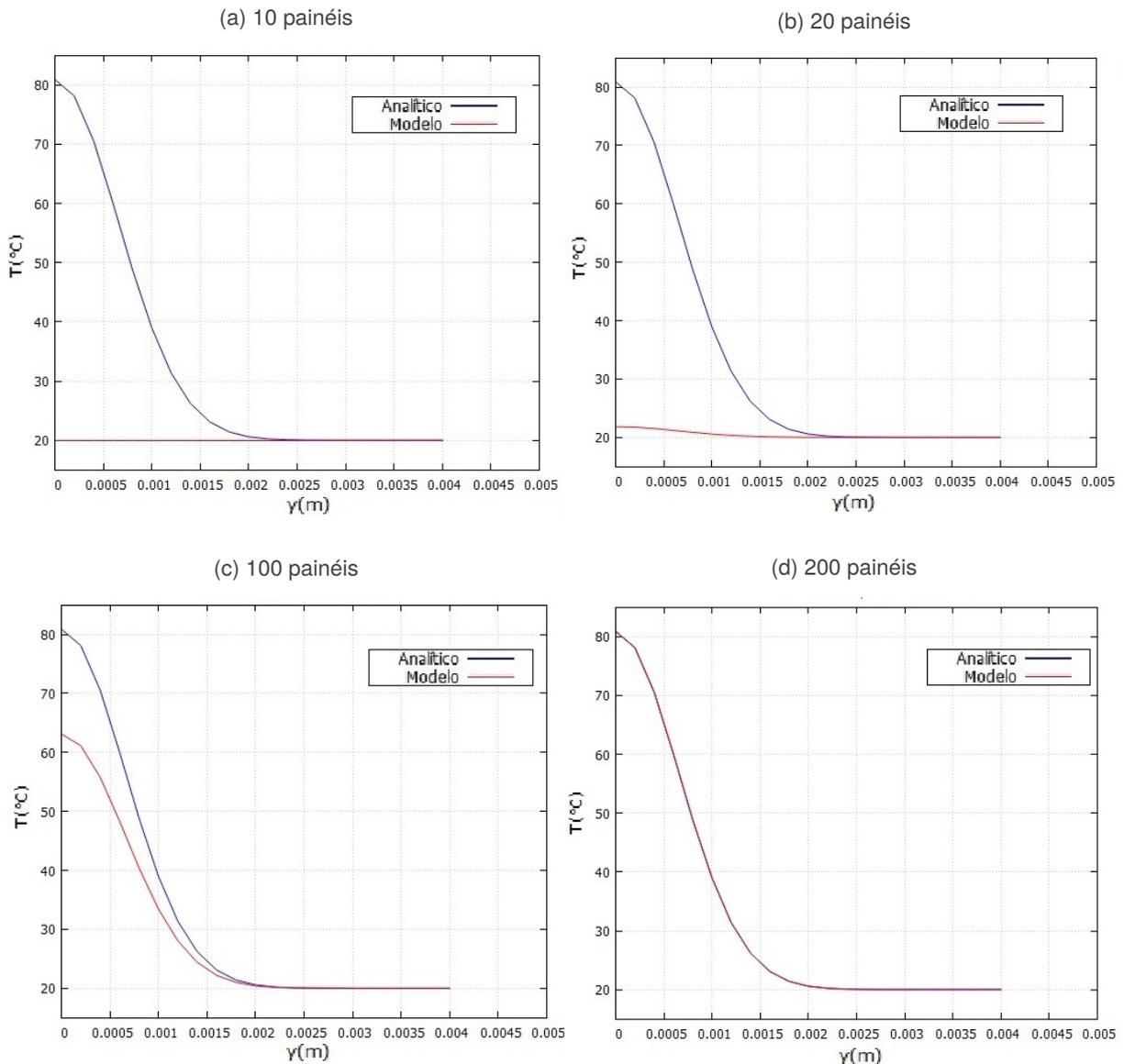
Tabela 5.8: Parâmetros utilizados na análise da variação do comprimento da placa

q	0,1
Número de painéis	150
Números de incrementos espaciais verticais	20
Tempo final (s)	1,5
Comprimento da placa plana (cm)	10, 21, 30, 50
α	$1,43 \times 10^{-7}$
Temperatura inicial ($^{\circ}C$)	15

Fonte: Elaborada pelo autor

Assim, a partir desses testes, pôde ser aferido à relevância desta hipótese na compatibilidade

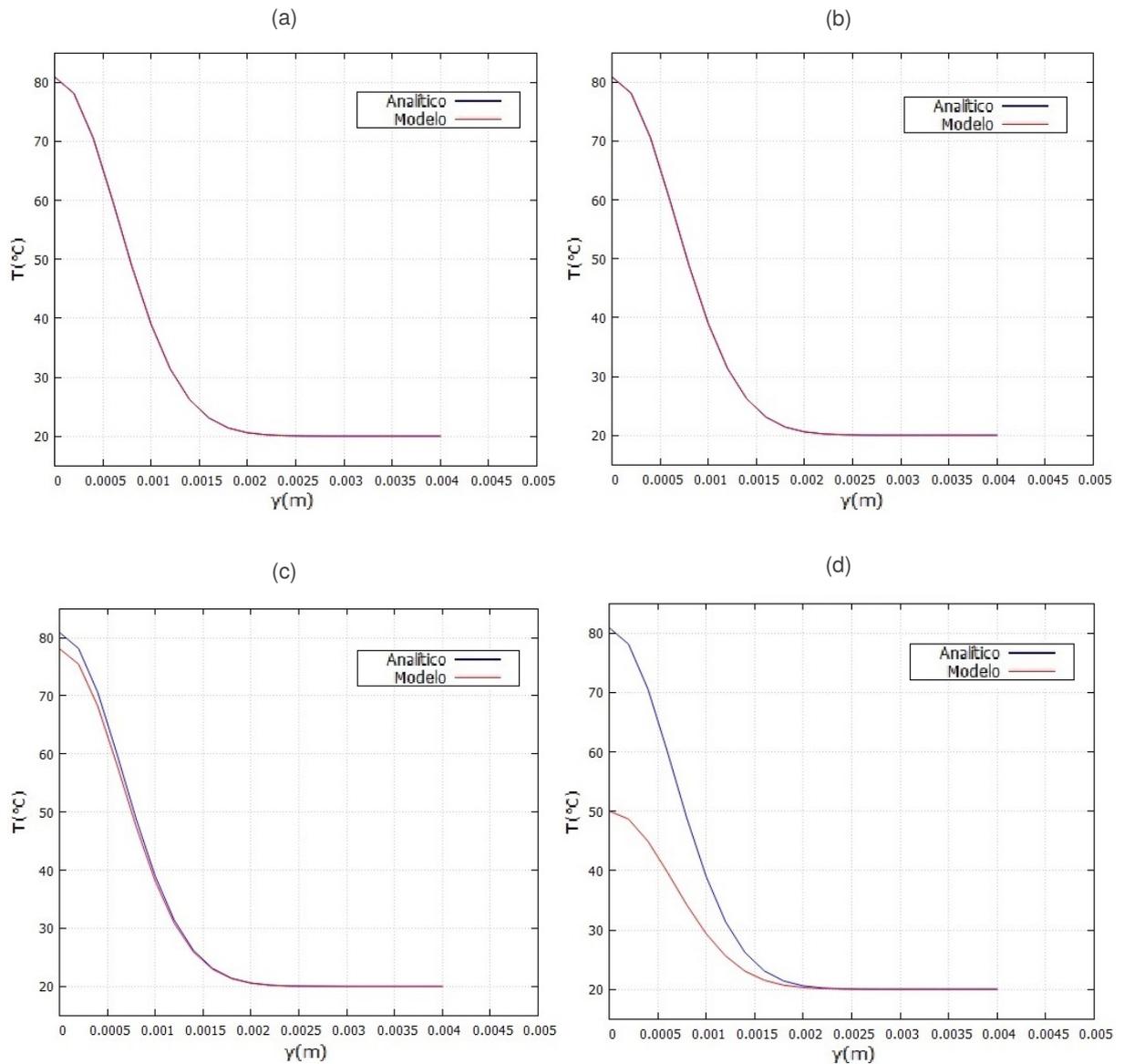
Figura 5.20: Temperatura induzida em função da distância da parede para diferentes números de painéis em comparação com os resultados analíticos (LEWIS, 1991) - (a) 10; (b) 20; (c) 100; (d) 200



Fonte: Elaborada pelo autor

do modelo frente aos resultados analíticos, colaborando ou não com o robustez da simulação. Percebe-se que a medida que o comprimento da parede aumenta, a acurácia numérica despenca. As soluções mais condizentes com a teoria são as fornecidas pela Fig. 5.21a, 5.21b e 5.21c, com a acurácia diminuindo com o aumento do comprimento, mas ainda assim mantendo grande concordância com Lewis (1991). Já para a Figura 5.21d percebe-se que não nenhuma concordância. Esses resultados mostram que a medida que o comprimento da parede aumenta para um número fixo de painéis, o comprimento de cada painel aumenta, e portanto se perde exatidão, de

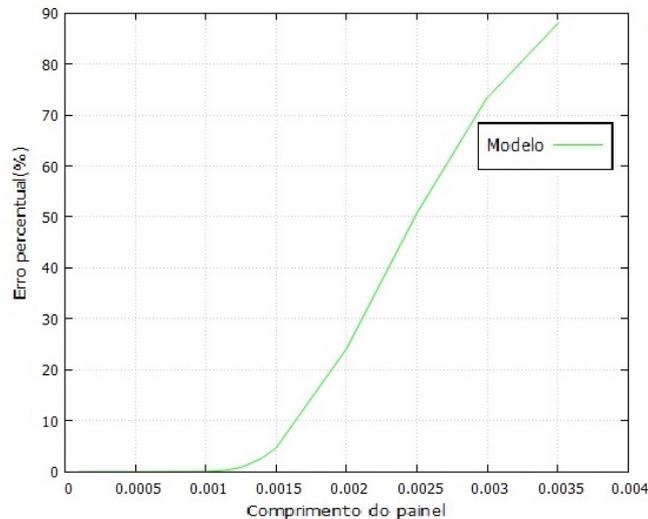
Figura 5.21: Temperatura induzida em função da distância da parede para diferentes comprimentos da folha de vórtices (cm) em comparação com os resultados analíticos (LEWIS, 1991) - (a) 10; (b) 21; (c) 30; (d) 50



Fonte: Elaborada pelo autor

maneira semelhante a diminuir ou aumentar os números de painéis como na Fig. 5.20. Assim, para uma placa de 21cm, a medida que se aumenta o tamanho do painel, a exatidão da solução cai, e o erro percentual aumenta, demonstrado na Fig. 5.22, sendo que o contrário ocorre com a diminuição do tamanho de cada painel.

Figura 5.22: Erro percentual da temperatura induzida entre resultados analíticos e numéricos em função do comprimento do painel



Fonte: Elaborada pelo autor

Difusividade térmica α

Depois dos testes de comprimento da parede e de número de painéis e avaliado a influência destes parâmetros na temperatura induzida do domínio, passou-se a buscar a analisar a acurácia da solução frente ao modelo teórico da folha de temperatura de Lewis para diferentes fluidos, com diferentes propriedades termo-físicas. Pode-se modelar a sensibilidade da acurácia do algoritmo para diferentes fluidos a partir do coeficiente de difusividade térmica α , descritos na Tab. 5.9.

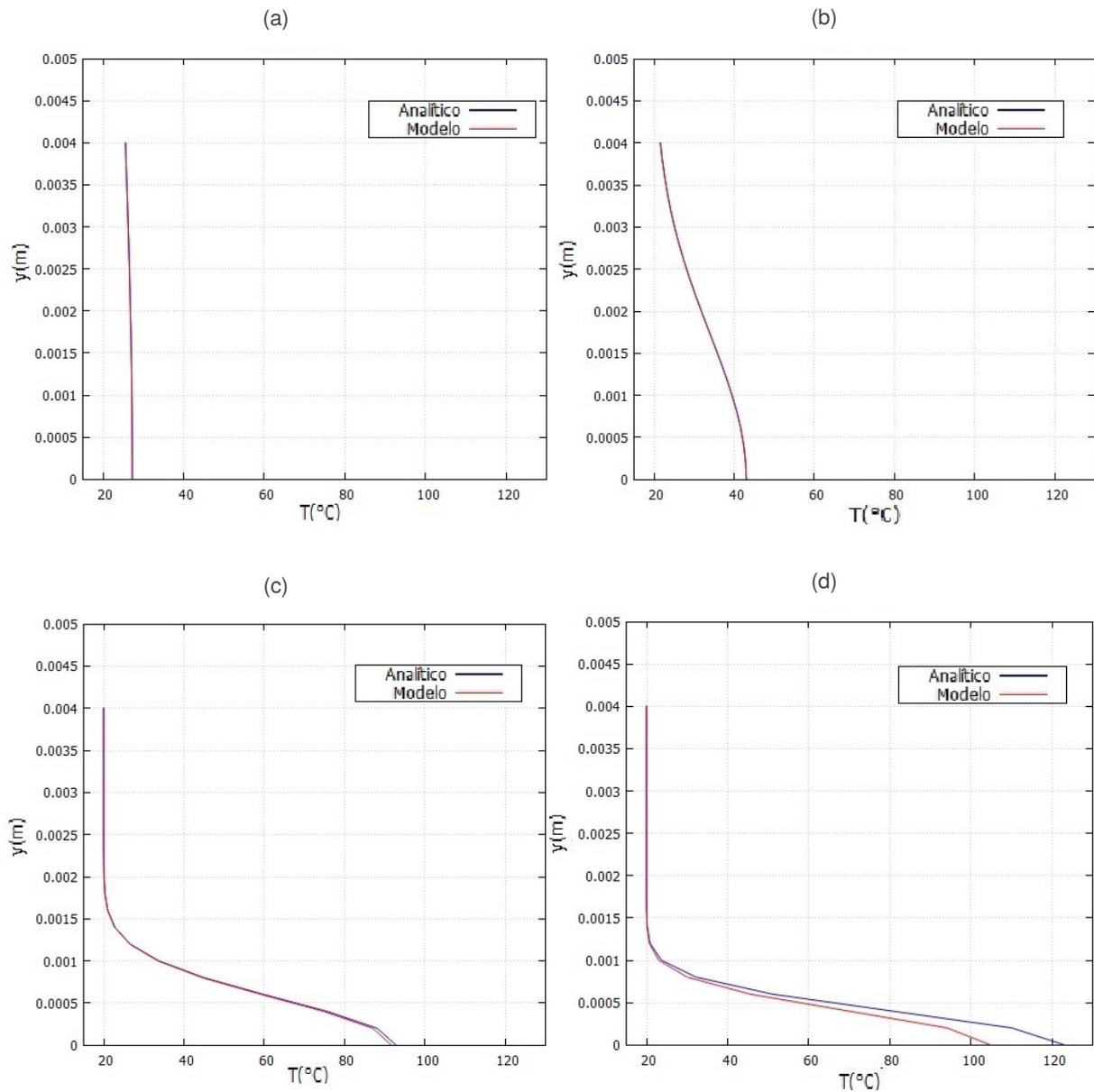
Tabela 5.9: Parâmetros utilizados na análise da variação da difusividade térmica da fase principal

q	0.1
Número de painéis	150
Números de incrementos espaciais verticais	20
Tempo final (s)	1,5
Comprimento da placa plana (cm)	21
α	1×10^{-5} ; 1×10^{-6} ; $1,43 \times 10^{-7}$; 5×10^{-8}
Temperatura inicial ($^{\circ}C$)	15

Fonte: Elaborada pelo autor

Pela Figura 5.23 percebe-se que para dado número de painéis e comprimento de parede, a exatidão da solução numérica se altera. A Figura 5.23a, 5.23b e 5.23c descrevem de maneira satisfatória a difusão de temperatura no fluido em função da distância da parede. Já para a Figura

Figura 5.23: Temperatura induzida em função da distância da parede para diferentes valores de difusividade térmica em comparação com os resultados analíticos (LEWIS, 1991) - (a) $\alpha = 10^{-5}$; (b) $\alpha = 10^{-6}$; (c) $\alpha = 10^{-7}$; (d) $\alpha = 5.10^{-8}$



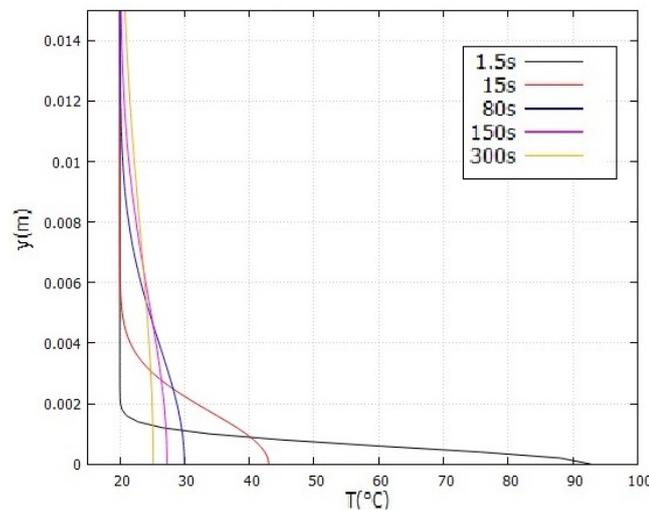
Fonte: Elaborada pelo autor

5.23d pode-se ver que o alto gradiente perto da parede devido a baixa difusividade térmica é mais sensível ao número de painéis utilizado. Portanto, quanto menor for o α , maior o número de painéis necessário para modelar numericamente a difusão térmica.

Tempo de difusão e magnitude da taxa de transferência de calor

Outro fator para averiguar é a influência do tempo da difusão no campo de temperatura sobre a parede e da taxa de transferência de calor. Pela Figura 5.24 percebe-se que a medida que o tempo de difusão aumenta, mais a temperatura se difunde no escoamento e menor se torna o gradiente espacial de temperatura, o que seria de esperar para qualquer processo difusivo. Para a transferência de calor, a Fig. 5.25 mostra que uma vez que a taxa de calor aumente, maior será a temperatura em todos os pontos do domínio, condizente com a intuição física *a priori* do problema

Figura 5.24: Temperatura induzida em função da distância da parede para diferentes intervalos de tempo de pré-difusão

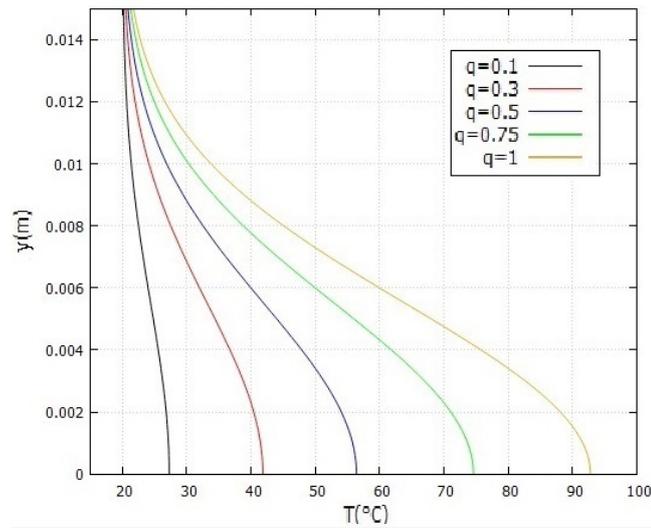


Fonte: Elaborada pelo autor

Relação da temperatura com Eo e Mo

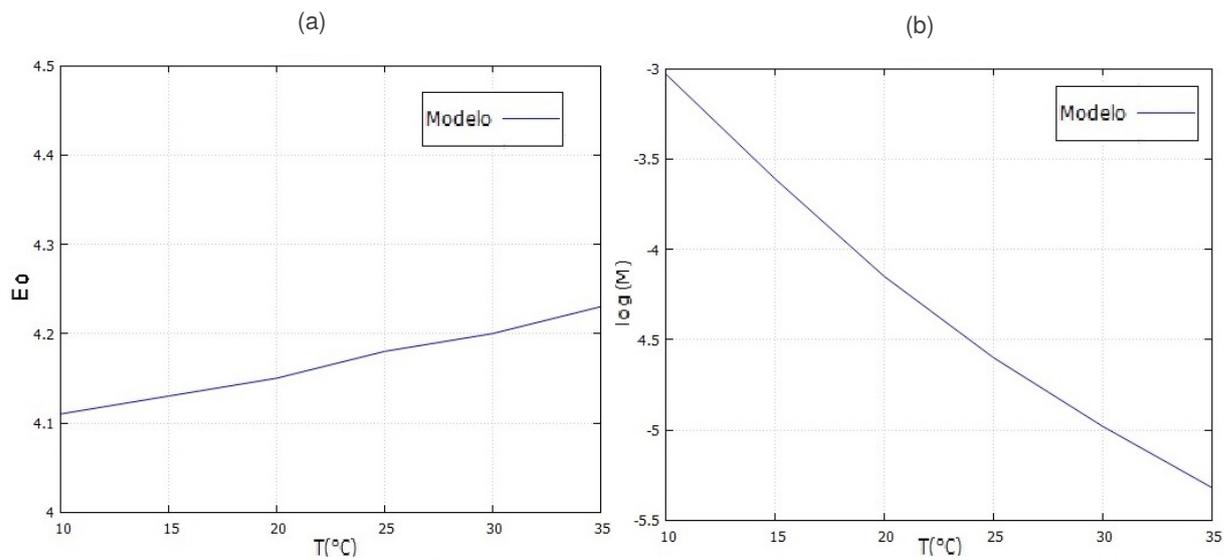
Depois de estudado pormenorizadamente o problema da difusão térmica a partir de uma folha de calor, pode-se investigar a relação entre temperatura e o Eo para uma mistura de água/glicerol com $w_{agua} = 0,275$, e com uma bolha inserida de diâmetro igual a $d_b = 4,85mm$. Percebe-se um aumento quase linear para faixa de temperatura entre $10 - 35^\circ C$ considerada, observado pela Fig. 5.26a. Já o $\log_{10} M$ é verificado uma queda de valores mais acentuada do que o acréscimo correspondente de Eo , considerando a mesma faixa de temperatura estudada (Fig. 5.26b).

Figura 5.25: Temperatura induzida em função da distância da parede para diferentes taxas de transferência de calor por unidade de comprimento



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.26: Relação entre temperatura e parâmetros adimensionais para um fluido de $w_{\text{agua}} = 0,275$ e bolha de $d_b(\text{mm}) = 4,85\text{mm}$ - (a) Eu ; (b) Mo



Fonte: Elaborada pelo autor

Influência da temperatura na migração lateral de bolhas

Pode-se investigar o deslocamento de uma bolha para diferentes T_{∞} , mantendo fixo a fração mássica de água da mistura $w_{\text{agua}} = 0,275$. As configurações das simulações para esta análise está descrita na Tab. 5.10. Percebe-se que para temperaturas inferiores, o deslocamento transversal da bolha é para o sentido da parede estacionária (direita), enquanto que para temperaturas

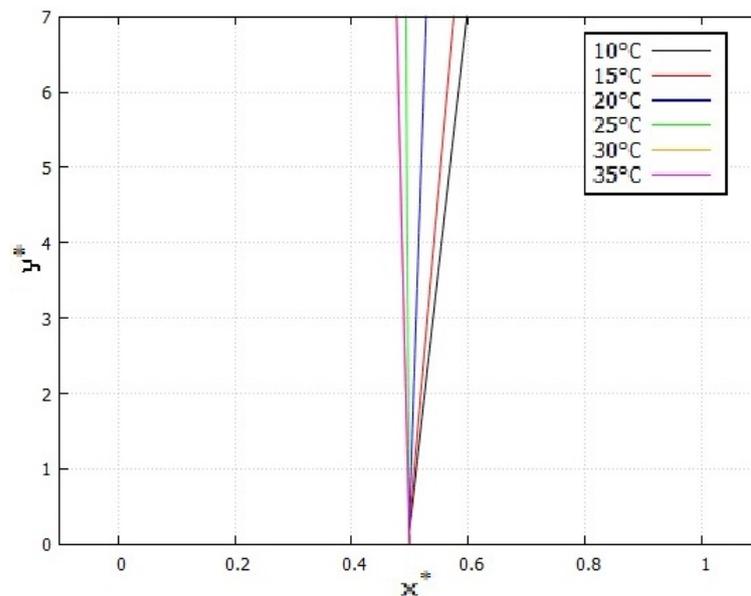
superiores ela se move gradualmente na direção da parede em movimento (esquerda), observado na Fig. 5.27.

Tabela 5.10: Parâmetros utilizados na análise da variação da temperatura

q	0
Número de painéis	200
Tempo final (s)	0 s
Comprimento da placa plana (cm)	21
w_{agua}	0,275
d_b (mm)	4,85
T_{∞} (°C)	10, 15, 20, 25, 30, 35

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.27: Coordenada adimensional x e y da bolha ($d_b = 4,85mm$) para diferentes temperaturas

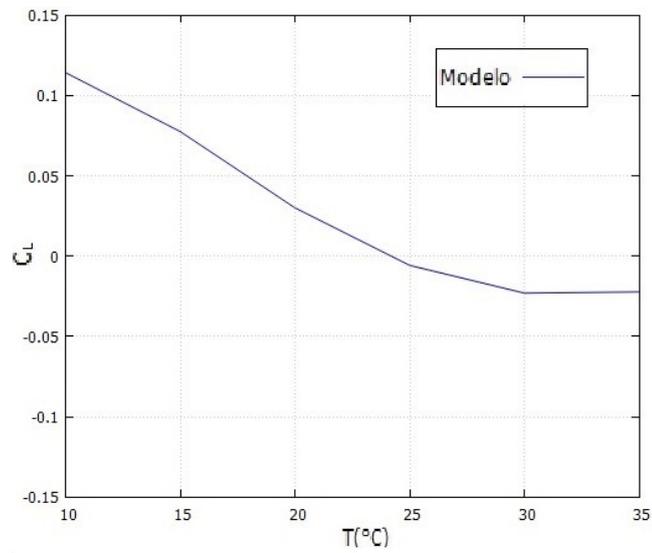


Fonte: Elaborada pelo autor

A mudança de comportamento se explica, como evidente na Fig. 5.28, pelo fato de que o coeficiente de sustentação diminui a medida que a temperatura do domínio aumenta, alterando assim o sinal e a magnitude da velocidade transversal da bolha, mostrada na Fig. 5.29a. Pode-se então perceber que para uma bolha ao redor do 5mm de diâmetro, quanto maior for a temperatura, menor será o coeficiente de sustentação, comprovando a influência da temperatura local na no fenômeno de migração lateral de bolhas.

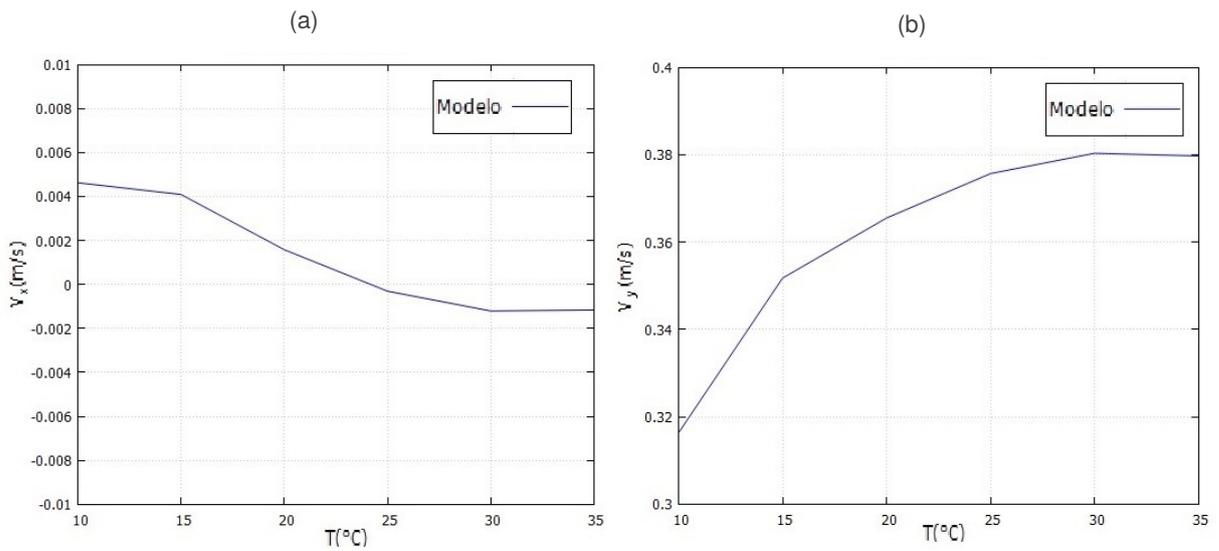
Também se percebe um aumento gradual da velocidade longitudinal da bolha com o aumento da temperatura, observado na Fig. 5.29b, provavelmente devido à queda da viscosidade dinâmica

Figura 5.28: C_L da bolha ($d_b = 4,85mm$) em função da temperatura



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.29: Componentes de velocidade da bolha ($d_b = 4,85mm$) em função da temperatura - (a) V_x ; (b) V_y



Fonte: Elaborada pelo autor

em função da temperatura e do consequente arrasto causado pelo fluido principal. A queda da viscosidade diminui a resistência do fluido ao deslocamento da bolha, possibilitando atingir velocidades longitudinais superiores.

Influência de gradiente térmico e transferência de calor na migração lateral de bolhas

Após mostrar a importância da temperatura do fluido no deslocamento da bolha, é de interesse agora analisar o efeito do gradiente térmico no deslocamento. Pode-se impor um campo térmico no escoamento através de uma pré-difusão inicial e analisar como que o coeficiente de sustentação da bolha se comporta sob influência de uma variação espacial e temporal de temperatura. Os parâmetros utilizados na simulação estão descritas na Tab. 5.11.

Tabela 5.11: Parâmetros utilizados na análise da variação de inserção de uma bolha x_b

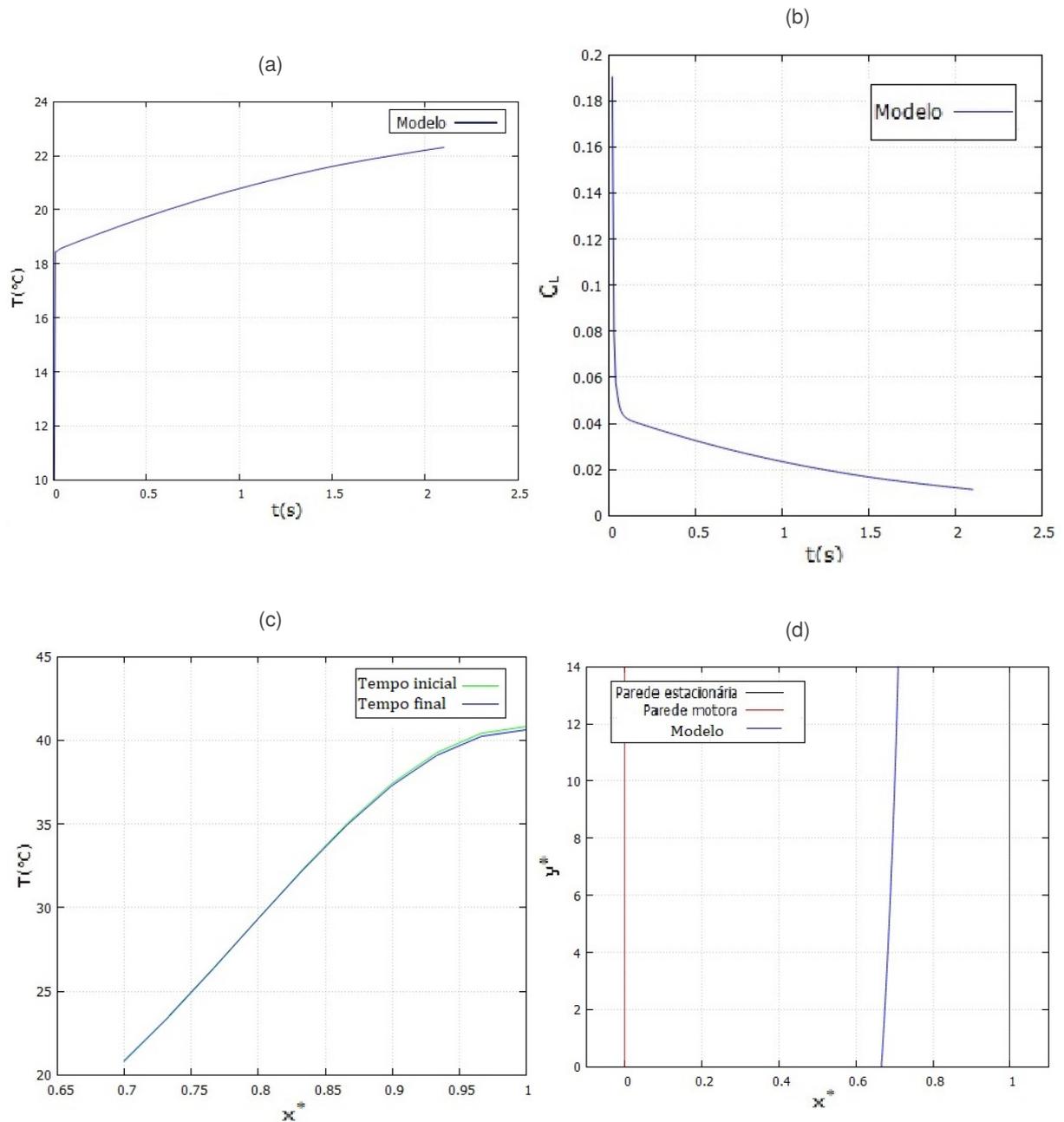
q	0,48
Tempo de pré-difusão inicial de calor (s)	200
Número de painéis	400
Passo de tempo	0,01s
Tempo final (s)	2,1
Comprimento da placa plana (cm)	42
w_{agua}	0,275
d_b (mm)	4,85
Temperatura inicial ($^{\circ}C$)	10
Distância de inserção da bolha em relação a parede parada x_b (cm)	2; 2,2; 2,5

Fonte: Elaborada pelo autor

Impondo um gradiente de temperatura no escoamento expresso na Fig. 5.30c, 5.31c e 5.32c, e depositando uma bolha de 4,85mm na posição horizontal $y=2$ cm, pode-se verificar a temperatura (Fig. 5.30a), coeficiente de sustentação (Fig. 5.30b) e trajetória resultante (Fig. 5.30d). Percebe-se que o coeficiente de sustentação não atinge um valor estacionário como nas outras simulações conduzidas, mas antes cai gradualmente com o tempo. Isso se explica principalmente devido a variação do C_L com a temperatura, e como a há um campo de temperatura organizado espacialmente, a medida que a bolha se desloca para pontos de mais alta temperatura, o C_L corresponde cai, como verificado pela Fig. 5.27.

Depositando dessa vez uma bolha de 4,85mm na posição horizontal $x=2,5$ cm, pode-se verificar a temperatura da bolha (Fig. 5.31a), seu coeficiente de sustentação (Fig. 5.31b) e trajetória resultante (Fig. 5.31d). Percebe-se que o coeficiente de sustentação não atinge um valor estacionário como nas outras simulações conduzidas, mas antes aumenta gradualmente com o tempo. Isso se explica principalmente devido a variação do C_L com a temperatura, e como há um campo de temperatura organizado espacialmente, a medida que a bolha se desloca para pontos de mais baixa temperatura, o C_L corresponde aumenta, como verificado pela Fig.

Figura 5.30: Avaliação das propriedades termodinâmicas da bolha ($x_b = 2cm$) - (a) T_b em $^{\circ}C$; (b) C_L ; (c) Campo de temperatura; (d) Trajetória

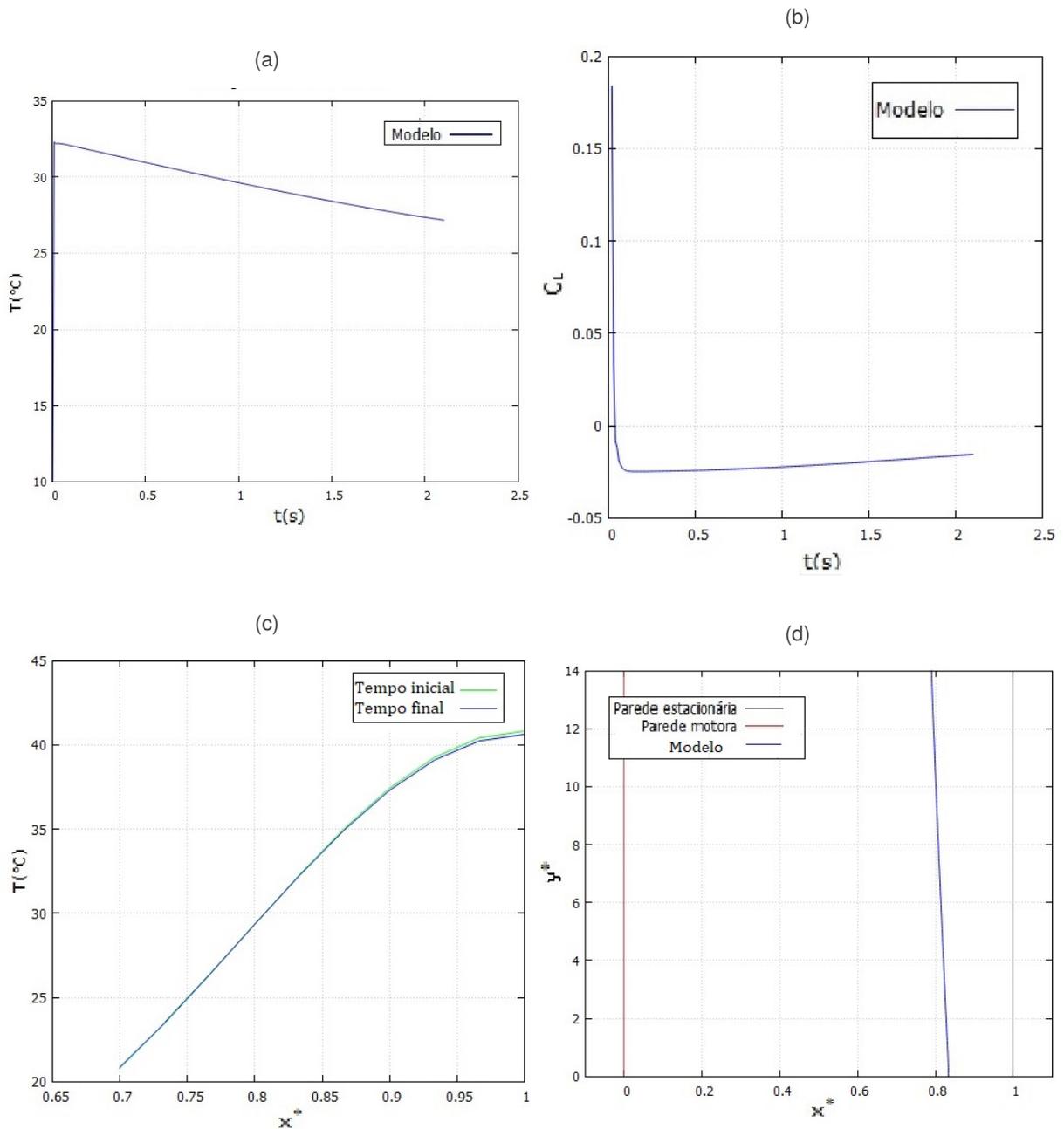


Fonte: Elaborada pelo autor

5.27.

Portanto, levantou-se a hipótese que em alguma posição de inserção de bolha intermediária entre $x=2cm$ e $x=2,5cm$, verificaria-se que a bolha não migraria nem para a esquerda nem para a direita, permanecendo sem movimento lateral. Depositando dessa vez uma bolha de 4,85mm na posição horizontal em $y=2,2cm$, pode-se verificar a temperatura da bolha (Fig. 5.32a), seu

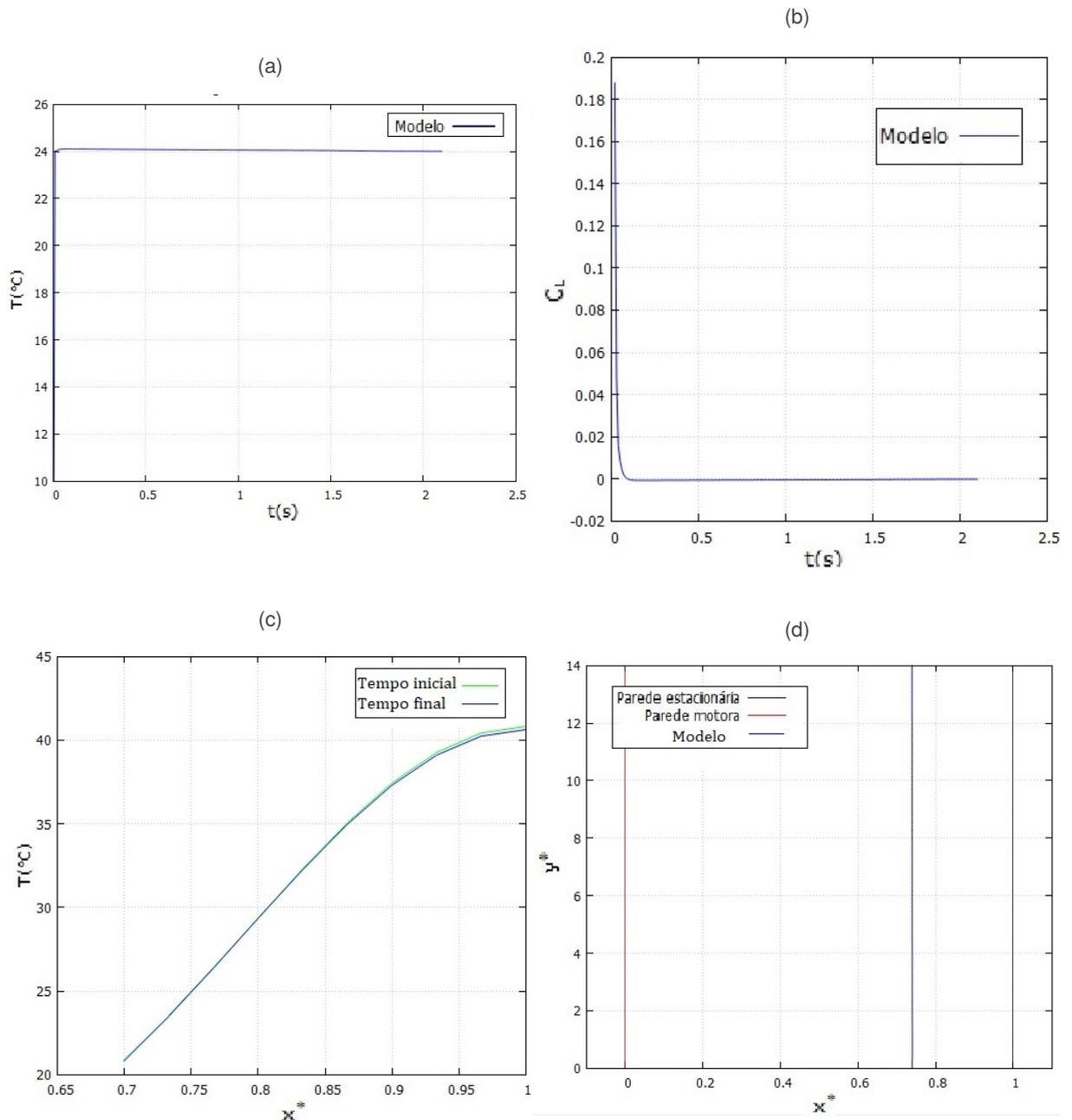
Figura 5.31: Avaliação das propriedades termodinâmicas da bolha ($x_b = 2,5\text{cm}$) - (a) T_b em $^{\circ}\text{C}$; (b) C_L ; (c) Campo de temperatura; (d) Trajetória



Fonte: Elaborada pelo autor

coeficiente de sustentação (Fig. 5.32b) e trajetória resultante (Fig. 5.32d). Ao contrário da Figura 5.30b e 5.31b, percebe-se que o coeficiente de sustentação atinge um valor estacionário nulo. Isso se explica principalmente devido a variação do C_L com a temperatura, e como há um campo térmico organizado espacialmente, existe uma tendência de estabilidade lateral da bolha, pois se um pequeno aumento de C_L ocorrer, a bolha migra para as localidades de maior

Figura 5.32: Avaliação das propriedades termodinâmicas da bolha ($x_b = 2,2\text{cm}$) - (a) T_b em $^{\circ}\text{C}$; (b) C_L ; (c) Campo de temperatura; (d) Trajetória



Fonte: Elaborada pelo autor

temperatura, que por sua vez produz um C_L negativo, que farão a bolha cessar o movimento em direção a placa parada e mudar o sentido para a placa em movimento, até que sua posição subsista uma temperatura tal que aumente o C_L e o faça migrar para a direita e assim mantendo um ciclo estável que não produz migração lateral resultante.

5.2 Abordagem euleriana-euleriana (VOF) utilizando o Open-FOAM

Embora simulações bidimensionais para estudo dinâmica de bolhas tenham sido feitas por Tomiyama et al. (1993) e Bothe et al. (2006), a fim de considerar corretamente o fenômeno tridimensional de deformação de bolhas, foram conduzidas simulações 3D, como as realizadas por Tomiyama (1995), Bothe et al. (2006), Rabha & Buwa (2010) e Zhongchun et al. (2014).

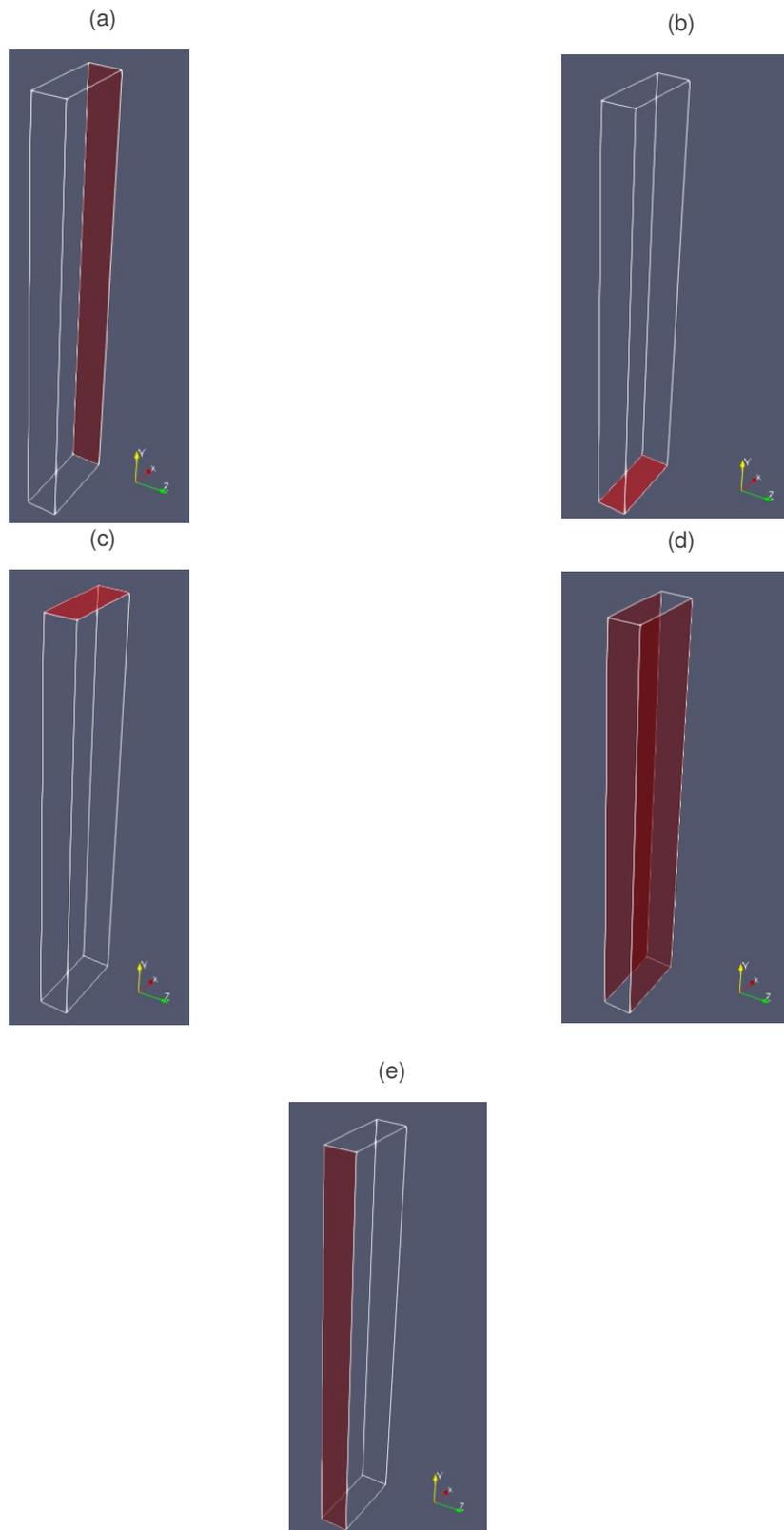
O domínio de análise consiste em um paralelepípedo representando uma coluna de fluido com dimensões de 30 x 150 x 11 mm, observado na Fig. 5.33, com todas as superfícies de contorno nomeadas. A dimensão utilizada de célula ($\approx 0,35\text{mm}$ cada direção) permite uma composição inicial de dez elementos dentro da bolha. Bothe et al. (2006) utilizaram 16 células por diâmetro, mas Rabha & Buwa (2010) mostraram que o coeficiente de sustentação para baixos valores de Eötvös apresentava algum acordo com os dados experimentais já para 9,23 células por diâmetro. O nível de refino foi feito a partir de uma malha base com 86 subdivisões do domínio em x, 426 em y e 32 em z, formando uma célula aproximadamente cúbica. O valor da espessura da coluna na direção z foi especificado baseado em Koebe et al. (2002), com um valor de no mínimo três vezes o diâmetro, embora Bothe et al. (2006) tenham usado um valor de quatro vezes.

Primeiramente, estudos foram conduzidos para bolha de 3.52mm de diâmetro com $\log_{10} M = -5.3$, inserida na coluna de fluido, mostrada na Fig. 5.34, cuja posição inicial era de 1,5cm da superfície (Fig. 5.33b). Para bolhas de dimensões diferentes, o esquema de nomenclatura e elaboração do domínio é o mesmo, só alterando a dimensão em z para satisfazer a avaliação de Koebe et al. (2002) e o ponto de inserção da bolha z_b , para garantir que esteja no meio da espessura da coluna em z.

Os diferentes testes realizados foram escolhidos com o intuito de analisar diferentes parâmetros de controle e nível de refinamento de malha. A acurácia dos resultados do *interFoam/interDyMFoam* é altamente dependente da resolução e qualidade de malha, sendo que malhas muito grosseiras incorrem em muita perda de descrição dos fenômenos físicos locais, e muito refinadas esbarra em limites computacionais, e dos esquemas de discretização (SCHULZE; THORENZ, 2014).

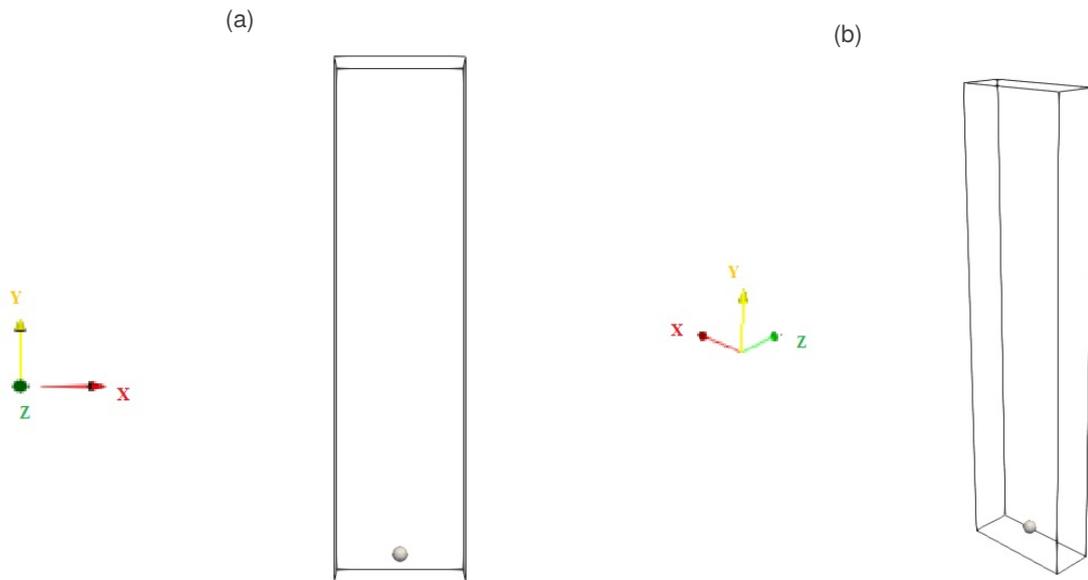
Foram realizadas análises de parâmetros numéricos na trajetória de bolhas individuais como condições iniciais, grau de refinamento, faixa de refino, número de Courant, formatos iniciais

Figura 5.33: Domínio e superfícies de contorno - (a) rightWall; (b) inlet; (c) outlet; (d) frontAndBack; (e) leftWall



Fonte: Elaborada pelo autor (*Paraview*)

Figura 5.34: Posição inicial da bolha ($d_b = 3,52\text{mm}$) inserida no domínio - (a) Vista 2D-plano xy; (b) Vista 3D



Fonte: Elaborada pelo autor (*Paraview*)

de interface da bolha e esquemas de divergência.

Além de análises de ordem puramente numérica, parâmetros geométricos e dinâmicos como diâmetro de bolhas, gradientes de velocidades, número de Morton (< -10) e efeito de diferentes temperaturas foram consideradas, e seus impactos quantificados nas características cinemáticas da bolha. Os resultados das simulações mostram quatro parâmetros cinemáticos importantes do movimento bolha, sendo eles:

- Trajetória = (x, y) para todo instante de tempo simulado.
- Velocidade lateral ou transversal = V_x .
- Velocidade longitudinal = V_y .
- Volume da bolha simulada.

5.2.1 Análise de parâmetros numéricos na trajetória de bolhas individuais

Condições de contorno e iniciais

Os parâmetros de testes relacionados às condições de contorno e valores iniciais estão descritos na Tab. 5.12. Foi importante definir se o campo de velocidades nas células internas do domínio precisaria ser inicializado com zero, ou se deveria ser imposto um campo de velocidades

linear com um gradiente igual a $-6.2s^{-1}$. Pelos dados apresentados por Rabha & Buwa (2010), concluiu-se que nenhum perfil de velocidades foi imposto nas células interiores, fixando somente os valores das variáveis nos contornos.

Tabela 5.12: Parâmetros utilizados na análise da variação de condições iniciais

Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	2
Faixa de refino	$0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo total físico (s)	0,4
d_b (mm)	3,52
x_b (cm)	1,5
y_b (cm)	0,5
Condições iniciais de U (m/s) (<i>internalField</i>)	U(0;0;0) e U(0;0,186 - 6,2x;0)

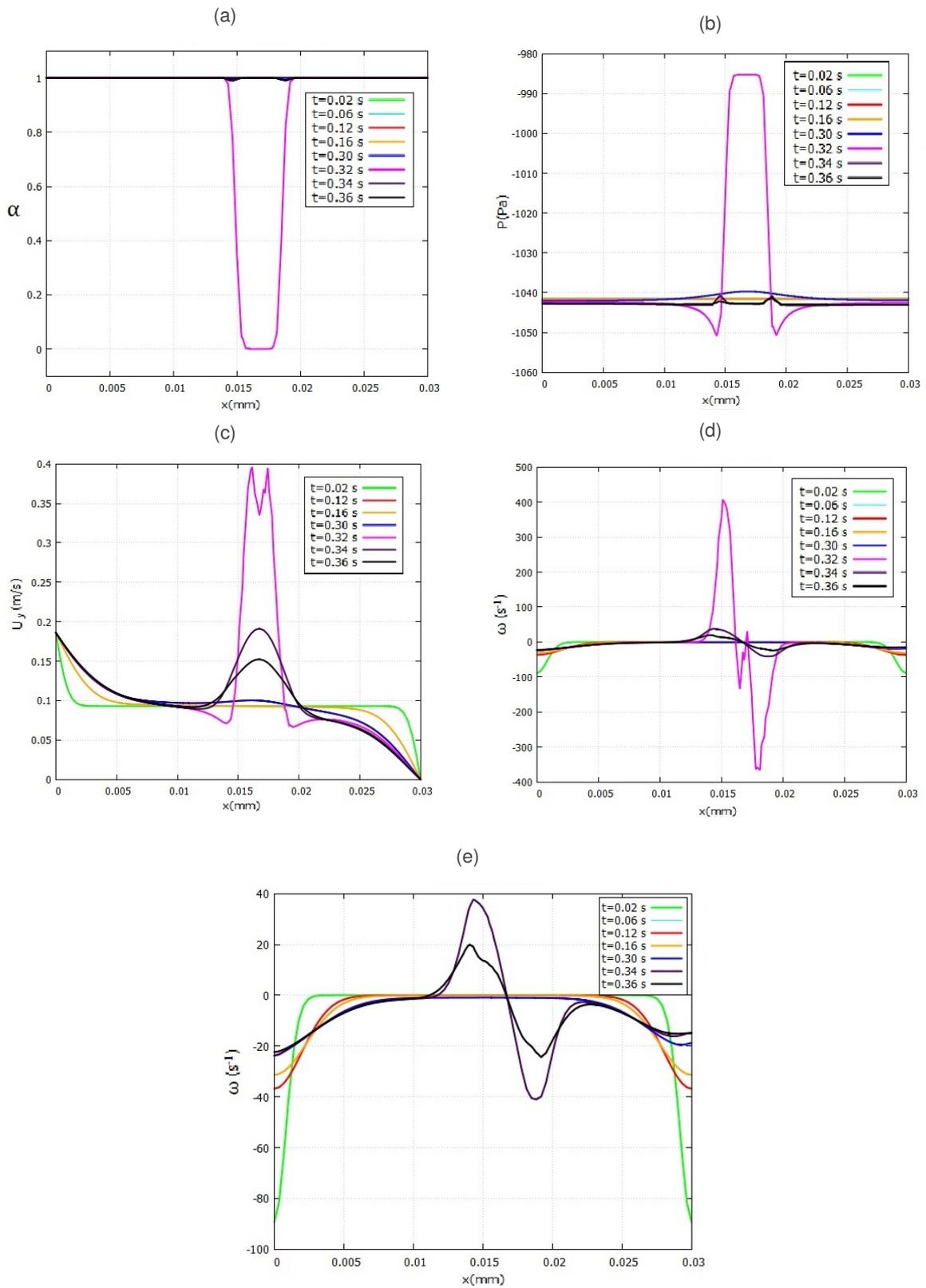
Fonte: Elaborada pelo autor

O campo não-uniforme de velocidades junto com as condições de contorno não-uniformes foram impostos utilizando a biblioteca do *OpenFOAM* chamada *swak4foam*. Através dos arquivos *funkySetBoundaryFieldDict* e *funkySetFieldsDict* foram escritas fórmulas analíticas lineares em função das coordenadas das células.

Os resultados para a condição sem imposição de campo de velocidade linear no escoamento podem ser vistos na Fig. 5.35. Pode-se perceber pela Fig. 5.35d e 5.35e que a vorticidade à qual a bolha está de fato submetida não é igual a $-6,2 s^{-1}$, pois o campo de velocidades desenvolvido no domínio não reflete um perfil linear. Percebe-se que no meio do domínio, o valor do gradiente é inferior por estar mais distante das paredes, o que explica a lenta migração lateral para bolha de 3,52mm de diâmetro apresentada graficamente em Rabha & Buwa (2010). Na Figura 5.35d percebe-se dois picos grandes de vorticidade, um positivo gerando uma circulação anti-horária, e um negativo causando uma circulação horária quando a bolha passa por $y=9,2\text{cm}$. O pico de pressão observado é devido a influência da tensão superficial (BRENNEN, 2014). Observando como o campo de velocidades local varia com o tempo percebe-se que a declividade é quase nula na maior parte da seção transversal (o que explica o baixo valor de vorticidade e gradiente local), sendo observado um pico de vorticidade quando as células são ocupadas pela fase gasosa (Fig. 5.35a) no instante $t=0,32\text{s}$, e nos instantes posteriores (0,34 e 0,36s) o pico de velocidade local vai gradualmente sendo amortecido.

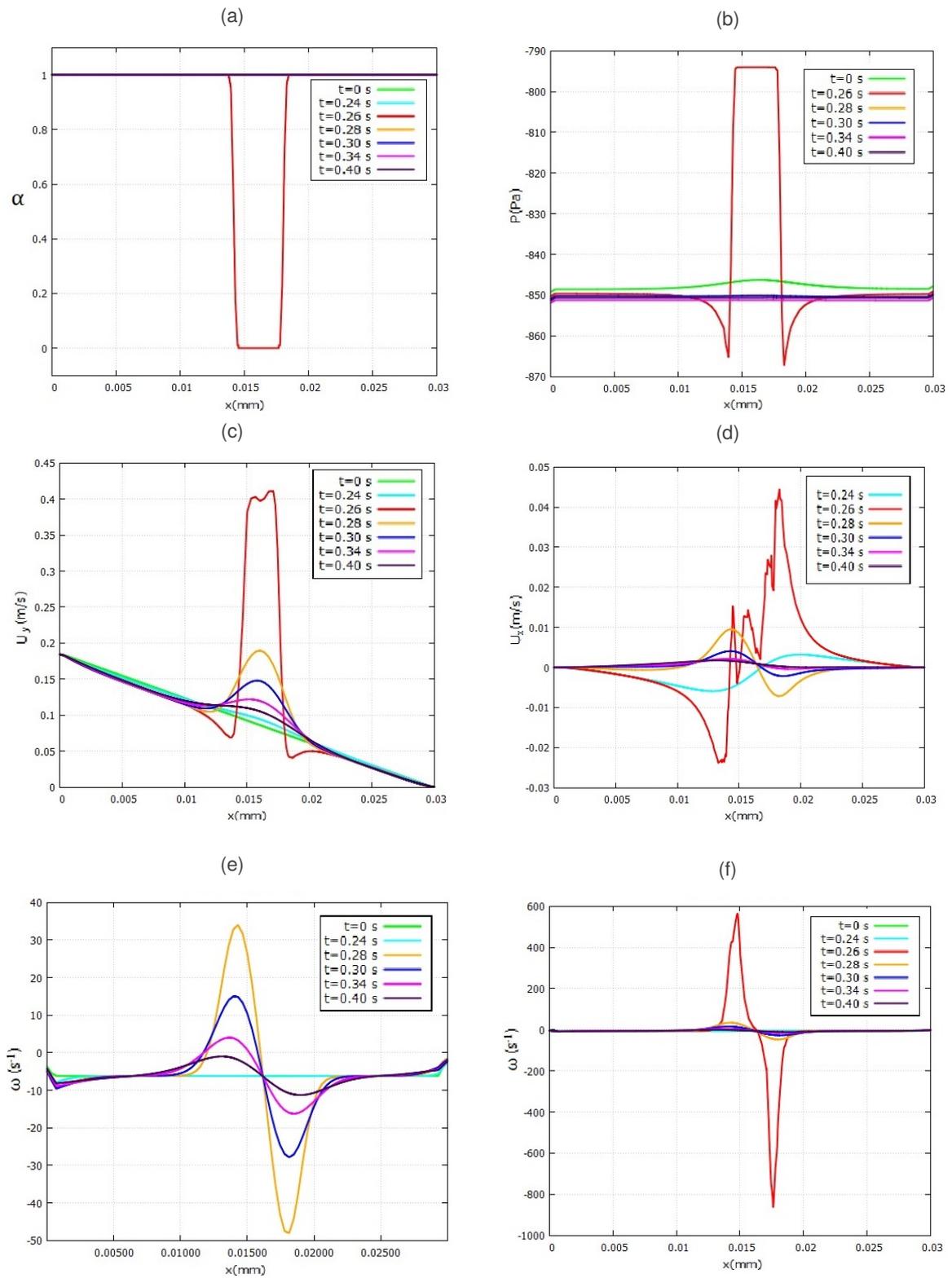
Contudo, para a simulação onde foi imposto um campo de velocidades por todo domínio os resultados foram diferentes. Pode-se observar pela Fig. 5.36e e 5.36f que a vorticidade

Figura 5.35: Propriedades termodinâmicas em $y=9,2\text{cm}$ - (a) α_{water} ; (b) pressão estática; (c) V_y ; (d) ω ; (e) ω sem considerar $t=0,32\text{s}$



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.36: Propriedades termodinâmicas em $y=7\text{cm}$ - (a) α_{water} ; (b) pressão estática; (c) V_y ; (d) V_x ; (e) ω sem considerar $t=0,26\text{s}$; (f) ω



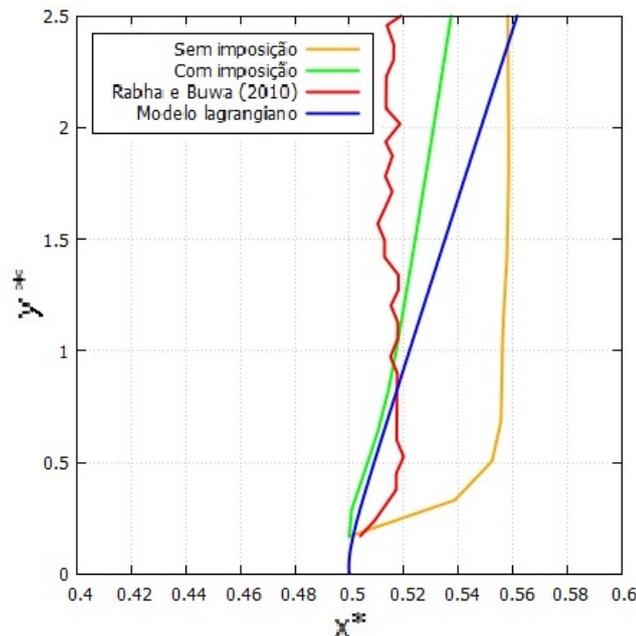
Fonte: Elaborada pelo autor

à qual a bolha está submetida é de fato $-6,2 \text{ s}^{-1}$ para $t = (0 - 0,24)\text{s}$, e portanto se espera melhor representação física na descrição do fenômeno de migração lateral. Na Figura 5.36e percebe-se dois picos grandes de vorticidade, um positivo gerando uma circulação anti-horária, e um negativo produzindo uma circulação horária quando a bolha passa por $y=7,0\text{cm}$ 5.36f. Da mesma forma, um pico de pressão estática também é visível no instante $t=0,26\text{s}$ quando o espaço local é ocupado pela fase gasosa (Fig. 5.36a), devido o efeito da tensão superficial da bolha. Observando como o campo de velocidades local varia com o tempo percebe-se que a declividade é linear na maior parte da seção transversal, como deveria ser, e se percebe que no instante $t=0,24\text{s}$ a bolha, que até então não atingira $y=7,0\text{cm}$, acelera o fluido local, apresentando um pico quando o espaço local é ocupado pela fase gasosa (Fig. 5.36a), e então nos instantes posteriores (0,28-0,40s) a velocidade local vai gradualmente se dissipando. Um fenômeno interessante para observação é como a componente x da velocidade se modifica no tempo (Fig. 5.36d). Para $t=0,24\text{s}$, a bolha induz um campo de velocidades em x negativo à esquerda do centroide da bolha e positivo à direita, enquanto que para $t=0,28\text{s}$ e $t=0,32\text{s}$ o contrário ocorre, com um campo de velocidades em x positivo à esquerda do centroide da bolha e negativo à direita, gradualmente se dissipando com o tempo.

Pode-se comparar a trajetória de uma bolha inserida no ponto $(0;0,015)\text{m}$ com as obtidas pelo modelo de trajetória lagrangiano e também de Rabha & Buwa (2010), apresentadas na Fig. 5.37.

Pode-se perceber que as únicas curvas com um movimento lateral constante são as de campo de velocidade imposto no *solver interFoam/interDyMFoam* e o modelo de trajetória lagrangiano desenvolvido neste trabalho, enquanto que as soluções obtidas por Rabha & Buwa (2010) e sem imposição de campo de velocidade descreveram uma aceleração inicial lateral grande, que eventualmente atinge uma velocidade transversal nula, muito provavelmente devido ao gradiente de velocidades próximos de zero no interior do domínio, como mostrado na Fig. 5.35d.

As forças devidas à distribuição de pressão modificada e estática nas bolhas, com suas componentes na direção x no corpo de diâmetro de $3,52\text{mm}$ estão representadas na Fig. 5.38. Importante observar que a componente na direção x da força devido ao campo de pressão estática sobre a bolha é visualmente simétrico em relação ao centroide da bolha. A força devido a distribuição de pressão estática normal e pressão modificada, explica respectivamente o movimento de ascensão de bolha e parte do arrasto de pressão, apresentando mais intensidade na região superior.

Figura 5.37: Trajetória adimensional da bolha de $d_b = 3,52mm$ 

Fonte: Elaborada pelo autor

Observa-se o campo de vorticidade e linhas de escoamento na bolha de $d_b = 3,52mm$. Percebe-se o padrão de circulação previsto por Ervin & Tryggvason (1997) (Fig. 5.40), Sankaranarayanan & Sundaresan (2002) e Bothe et al. (2006) na Fig. 5.39, com os picos nos lados esquerdo e direito respectivamente correspondendo a circulações anti-horária e horária.

Descrição das simulações

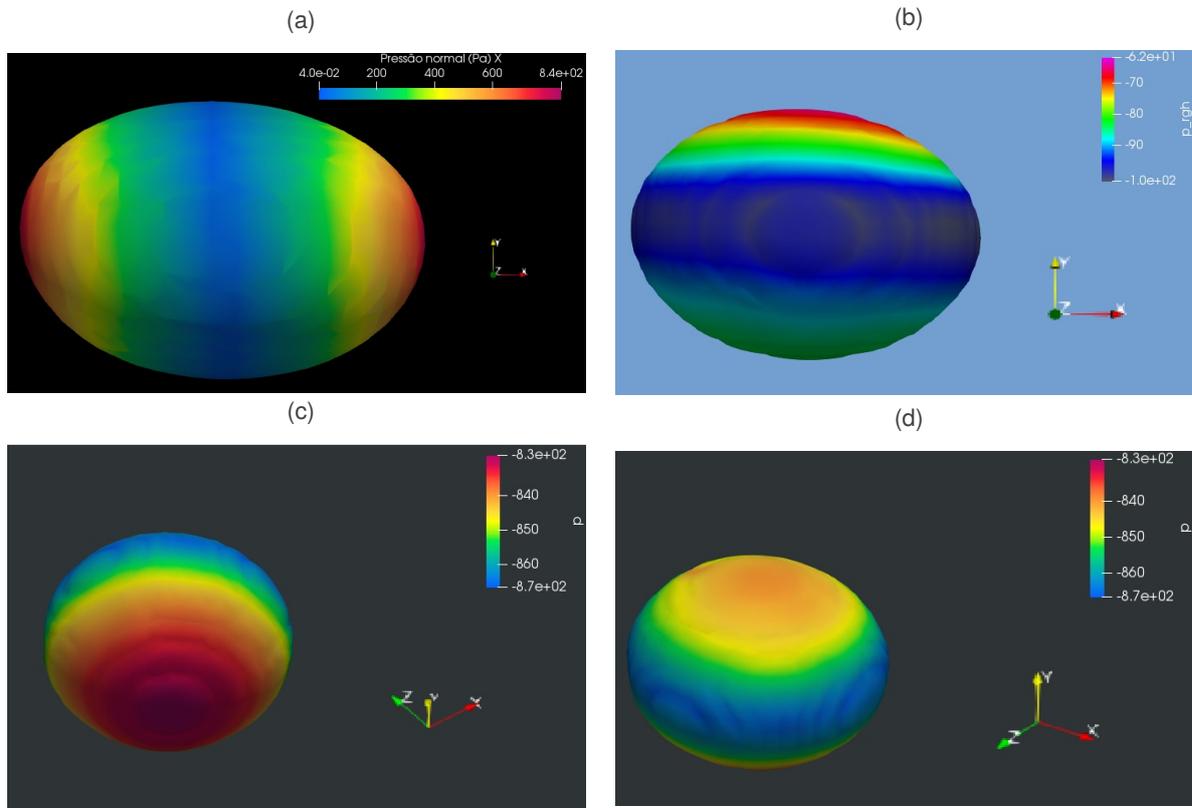
Outro teste importante que foi feito é a análise da influência da trajetória da bolha em relação à sua posição inicial. Foram testados dois pontos iniciais diferentes de inserção, sendo de 5 e 15 mm de distância em y sobre a entrada, com os parâmetros da simulação mostrados na Tab. 5.13.

A discretização do domínio foi feita através da subdivisão em volumes poliédricos característicos do processo de geração de malha do OpenFOAM. A malha é inicialmente estruturada, com dimensão uniforme por todo domínio, e a medida que a simulação avança no tempo, um refinamento dinâmico foi prescrito. Os parâmetros dos testes realizados estão descritos na Tab. 5.14

Um parâmetro de grande importância na simulação multifásica transiente é o número de Courant, e portanto testes para averiguar o incremento de tempo e manter a estabilidade da solução foram conduzidos, com os parâmetros gerais das simulações descritos na Tab. 5.15.

Procedeu-se a análise de influência faixa de refino α_{water} na Fig. 5.41. Nas malhas descritas

Figura 5.38: Campos de pressão diversos na bolha ($d_b = 3,52mm$) - (a) Componente x do campo de força normal devido a pressão; (b) Pressão modificada; (c) Pressão estática na região inferior; (d) Pressão estática na região superior



Fonte: Elaborada pelo autor (Paraview)

Tabela 5.13: Parâmetros utilizados na análise da variação de inserção inicial da bolha y_b

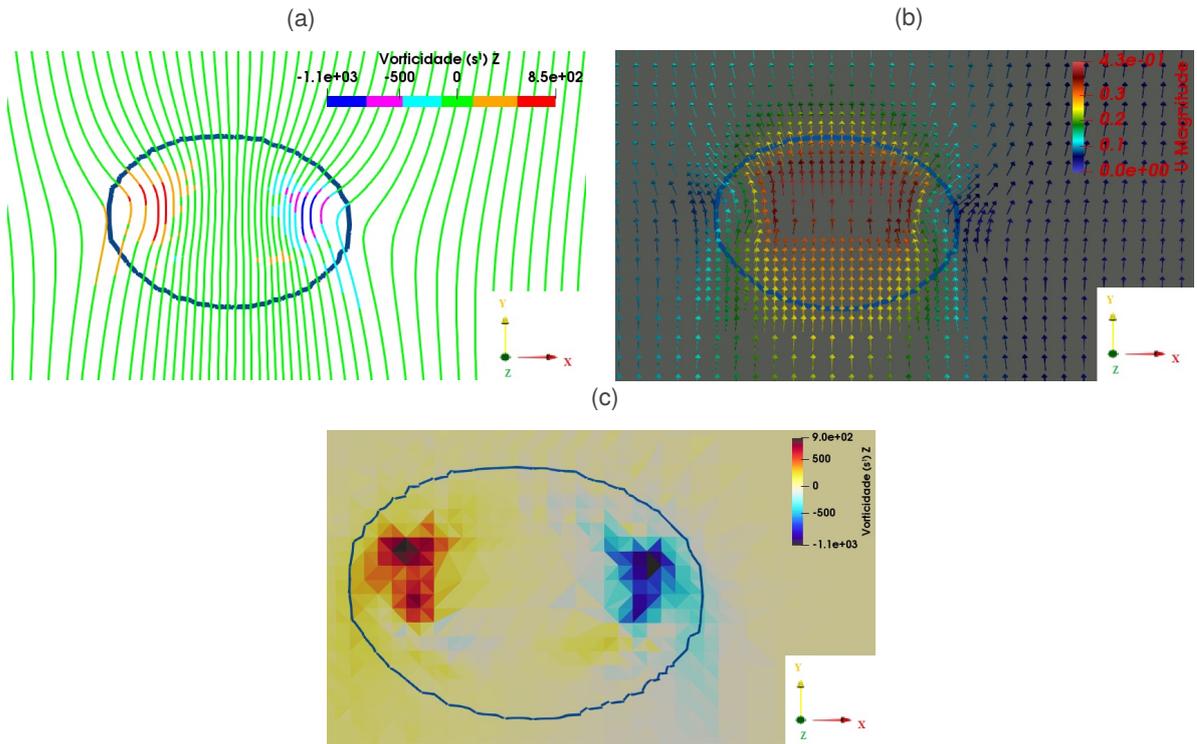
Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	2
Faixa de refino	$0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo total físico (s)	0,4
d_b (mm)	3,52
x_b (cm)	1,5
y_b (cm)	0,5; 1,5
Condições iniciais de U (m/s) (<i>internalField</i>)	$U(0;0,186 - 6.2x;0)$

Fonte: Elaborada pelo autor

pela Fig. 5.41a e 5.41b a interface está enlarguecida, mesmo com maior refinamento no interior da bolha.

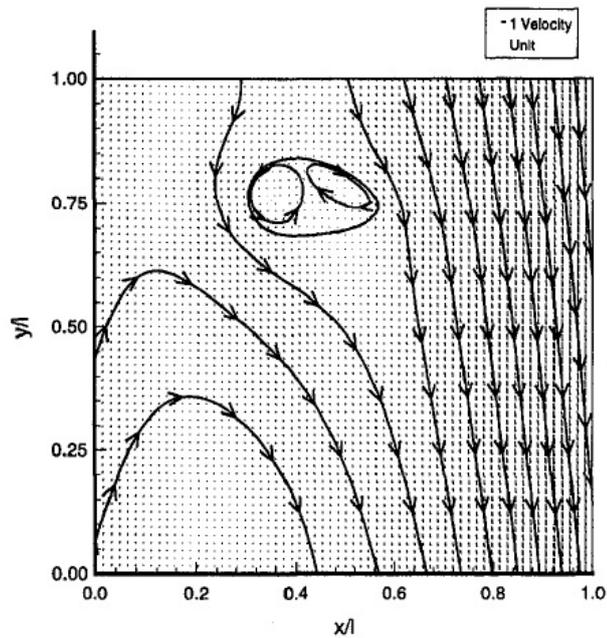
De forma similar ao estudo feito por Tomiyama et al. (2002), foi analisada a influência de deformação inicial da bolha. Três simulações foram realizadas com diferentes formatos iniciais

Figura 5.39: Campos dinâmicos ($d_b = 3,52mm$) - (a) Linhas de corrente; (b) Campo de velocidades vetorial; (c) Campo de vorticidade



Fonte: Elaborada pelo autor (Paraview)

Figura 5.40: Campo de velocidade em relação a um centroide de uma bolha estacionária e sua posição adimensional



Fonte: Ervin & Tryggvason (1997)

Tabela 5.14: Parâmetros utilizados na análise da variação de níveis de refinamento

Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	0; 1; 2
Faixa de refino	$0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo físico total (s)	0,4
d_b (mm)	3,52
x_b (cm)	1,5
y_b (cm)	0,5
Condições iniciais de U (m/s) (<i>internalField</i>)	U(0;0, 186 – 6.2x;0)

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 5.15: Parâmetros utilizados na análise da variação de número de Courant

Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	1
Faixa de refino	$0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,05; 0,1; 0,2; 0,5
Tempo físico total (s)	0,4
d_b (mm)	3,52

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 5.16: Parâmetros utilizados na análise da variação da faixa de refino

Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	1; 2
Faixa de refino	$0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$; $0 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo físico total (s)	0,4
d_b (mm)	3,52

Fonte: Elaborada pelo autor

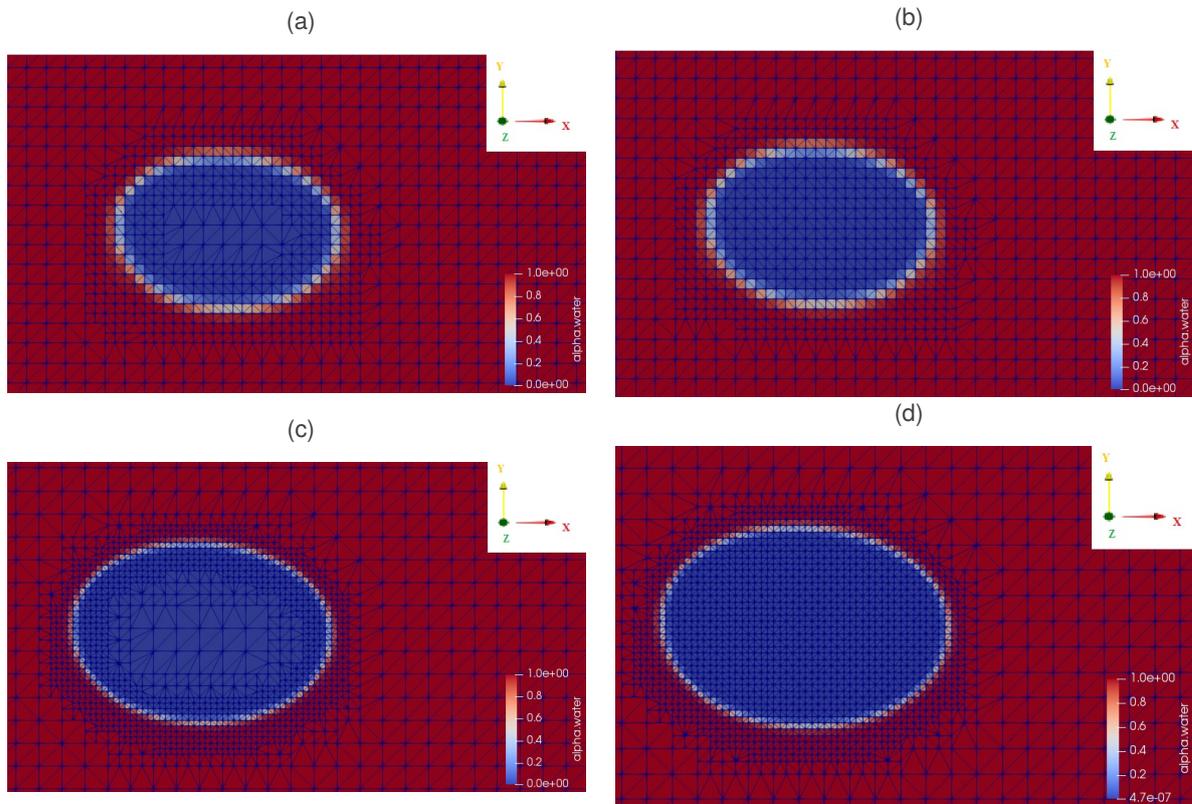
representados na Fig. 5.42. Os parâmetros das simulação estão descritos na Tab. 5.17.

Tabela 5.17: Parâmetros utilizados na análise da variação de formato inicial da bolha

Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	2
Faixa de refino	$0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo físico total (s)	0,4
d_b (mm)	3,52

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.41: Malha para $t=0,26s$ ($d_b = 3,52mm$). (a) Malha 1 - $maxRefinement=1$ e $0,001 \leq \alpha \leq 0,999$; (b) Malha 2 - $maxRefinement=1$ e $0 \leq \alpha \leq 0,999$; (c) Malha 3 - $maxRefinement=2$ e $0,001 \leq \alpha \leq 0,999$; (d) Malha 4 - $maxRefinement=2$ e $0 \leq \alpha \leq 0,999$



Fonte: Elaborada pelo autor (Paraview)

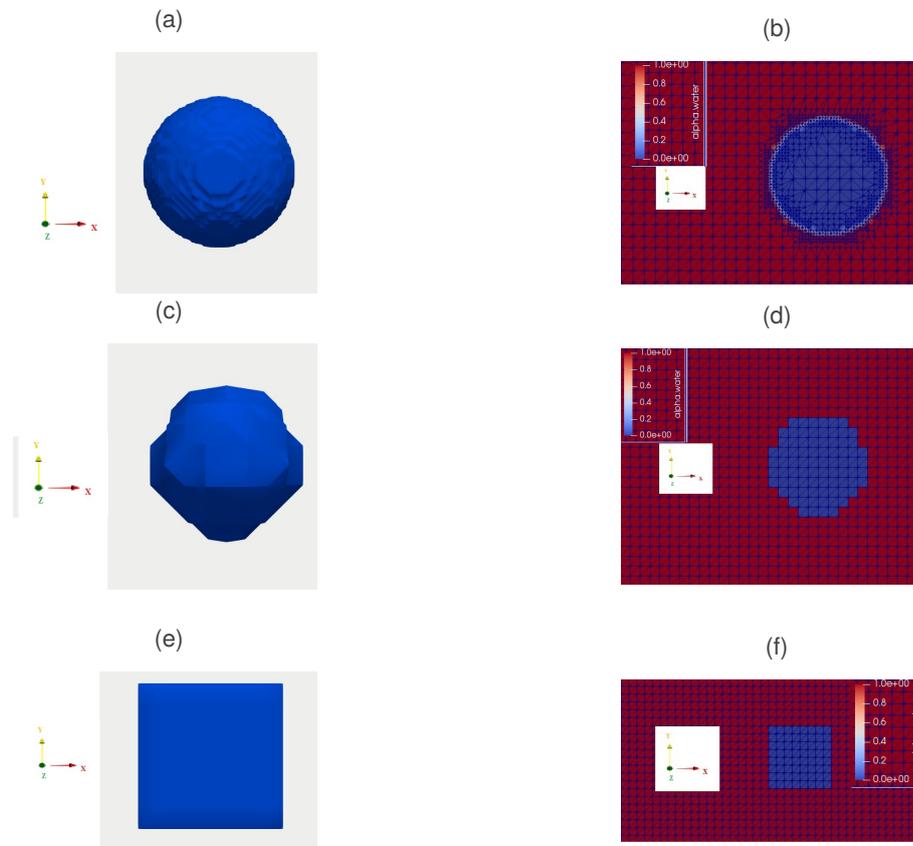
A influência do esquema de discretização para o termo convectivo da equação do movimento (Equação (4.61)) nos parâmetros cinemáticos foi estudada. Os esquemas de discretização utilizados estão descritos na Tab. 5.18

Tabela 5.18: Parâmetros utilizados na análise da variação de esquemas de $div(\rho\Phi, U)$

Nível de refino ($maxRefinement$)	1
Faixa de refino	$0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo total físico (s)	0,3
d_b (mm)	3,52
Formato inicial	Modelo 1
$div(\rho\Phi, U)$	<i>limitedLinearV 1; QUICK; upwind; linear; linearUpwind grad(U); vanLeer; MUSCL Minmod; SFCD</i>

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.42: Formatos iniciais de bolhas em inserção. (a) Modelo 1-3D; (b) Modelo 1-2D plano xy; (c) Modelo 2-3D; (d) Modelo 2-2D plano xy; (e) Modelo 3-3D; (f) Modelo 3-2D plano xy



Fonte: Elaborada pelo autor (Paraview)

A influência do esquema de discretização para o termo convectivo da equação de transporte da fração volumétrica (Equação (4.69)) foi avaliada, com os esquemas de discretização utilizados expressos na Tab. 5.19

Tabela 5.19: Parâmetros utilizados na análise da variação de esquemas de $div(phi, alpha)$

Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	1
Faixa de refino	$0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo físico total (s)	0,3
d_b (mm)	3,52
Formato inicial	Modelo 1
$div(rhoPhi, U)$	<i>limitedLinearV 1</i>
$div(phi, alpha)$	<i>vanLeer; QUICK; upwind; linear; linearUpwind grad(U); limitedLinearV 1; MUSCL</i>

Fonte: Elaborada pelo autor

A influência do esquema de discretização para o termo compressivo da equação de transporte da fração volumétrica (Equação (4.69)) na condição cinemática da bolha, com os parâmetros da simulação apresentados na Tab. 5.20

Tabela 5.20: Parâmetros utilizados na análise da variação de esquemas de $div(phi,rb,alpha)$

Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	1
Faixa de refino	$0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo físico total (s)	0,3
d_b (mm)	3,52
Formato inicial	Modelo 1
$div(rhoPhi, U)$	<i>limitedLinearV 1</i>
$div(phi, alpha)$	<i>vanLeer</i>
$div(phirb, alpha)$	<i>interfaceCompression; linear</i>

Fonte: Elaborada pelo autor

Para entender o efeito acumulativo de esquemas de discretização e seu impacto nos parâmetros cinemáticos da bolha, foram realizados testes com as variáveis de controle das simulações encontradas na Tab. 5.21

Tabela 5.21: Parâmetros utilizados na análise da variação de esquemas de divergência

Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	1
Faixa de refino	$0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo total físico (s)	0,3
d_b (mm)	3,52
Formato inicial	Modelo 1
$div(rhoPhi, U)$	<i>limitedLinearV 1; QUICK; MUSCL</i>
$div(phi, alpha)$	<i>vanLeer; QUICK; MUSCL</i>
$div(phirb, alpha)$	<i>interfaceCompression; linear</i>

Fonte: Elaborada pelo autor

Trajectoria

A análise do ponto de inserção de bolha de 0,5cm e 1,5cm acima da entrada foi feita e pode ser observada na Fig. 5.43a. Percebe-se que não houve nenhuma influência da posição inicial da bolha no seu deslocamento, apresentando convergência dos resultados.

Analisou-se a importância do nível de refinamento dinâmico no movimento da bolha, apresentado na Fig. 5.43b. Pode-se perceber que para um nível de refinamento igual 0 (malha estática), a trajetória foi significativamente diferentes. Já para malhas dinâmicas com $maxRefinement=1$ e $maxRefinement=2$ foi observado bom acordo, o que justifica a conclusão já de convergência dos resultados. A trajetória da bolhas para os dois níveis de refinamento foi o mesmo.

Para variação de número de Courant, a mudança de trajetória pode ser vista na Fig. 5.43c. Pode-se perceber a convergência dos resultados à medida que Co decresce. Percebe-se que o movimento lateral se acentua a medida que Co decresce, fenômeno explicado pela baixa acuracidade temporal das simulações com altos Co ($> 0, 2$) com passos de tempo muito grandes, e portanto perdendo informações que impactam o pequeno movimento lateral das bolhas.

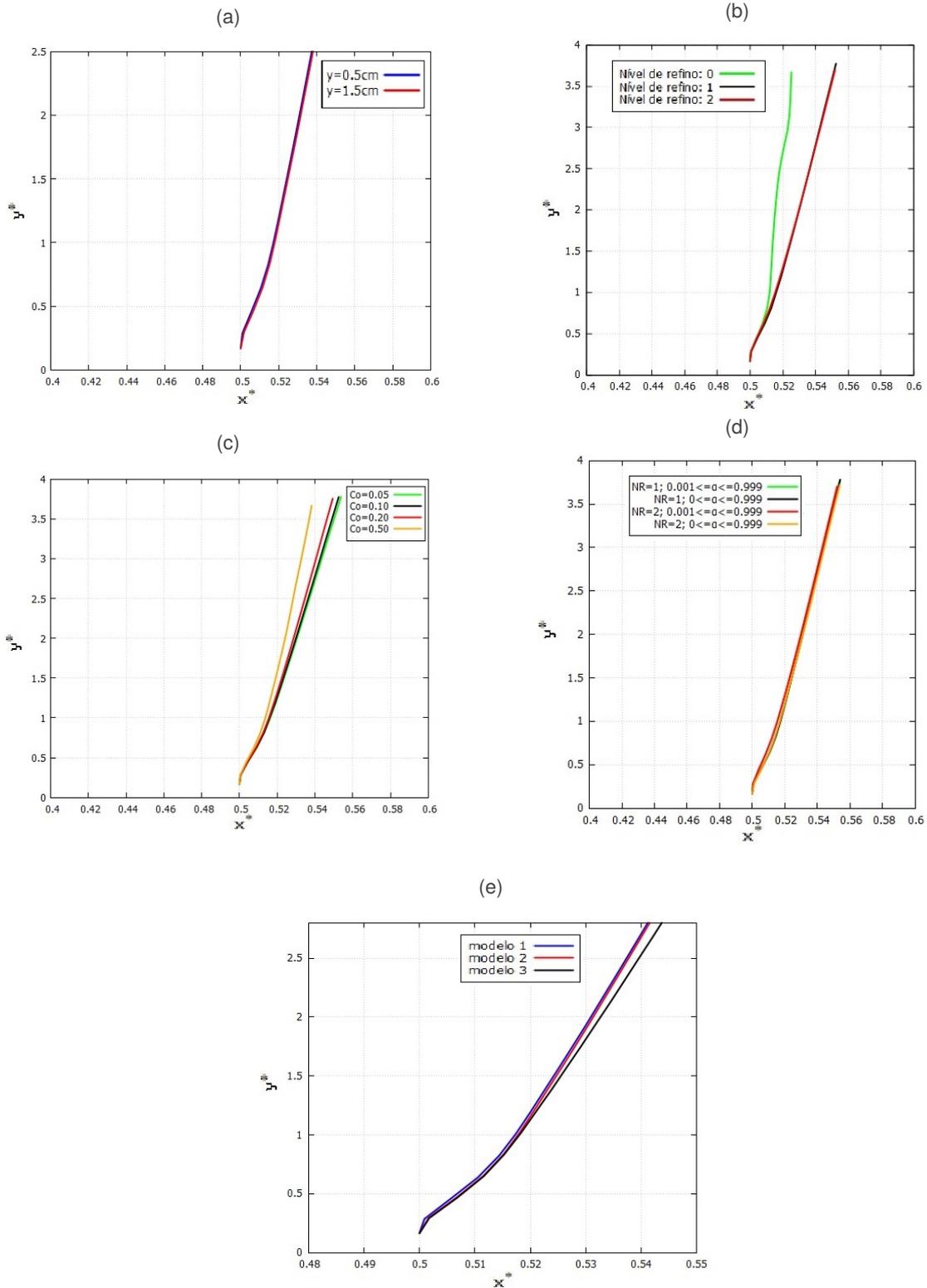
Entretanto, se percebeu pouca influência na trajetória da bolha para diferentes faixas de refinamento de α_{water} , observado na Fig. 5.43d para as malhas 1, 2, 3 e 4. Portanto a descrição do escoamento interno à bolha parece suficientemente satisfatória, sem necessidade de refinamento intenso, permitindo economia no armazenamento e processamento de dados da análise. O método VOF exige grande refinamento das regiões de gradientes elevados de α_{water} , e portanto um refinamento mais intenso na interface é essencial.

Percebeu-se pela Fig. 5.43e pouca diferença na trajetória da bolha para os três formatos iniciais presentes na Fig. 5.42. Muito provavelmente um fluido com alta viscosidade impede um comportamento errático na interface da bolha, e portanto o seu formato inicial não apresenta impacto algum nos resultados, embora uma diferença ligeiramente maior na trajetória tenha sido observada para a bolha descrita inicialmente pelo modelo 3.

São observadas pequenas mudanças na trajetória, principalmente nos instantes finais para variações de esquema de discretização do termo convectivo da Eq. (4.61), e os resultados observados na Fig. 5.44a. Percebe-se que as diferenças se tornam progressivamente maiores devido a um efeito acumulativo no tempo, mesmo que inicialmente pouca influência na trajetória seja perceptível.

Para mudanças no esquema de discretização do termo convectivo da Equação (4.69), há claramente maior influência na trajetória das partículas (Fig. 5.44b), como pode ser visualizado para o caso do esquema *linear* em comparação com os outros esquemas, com diferenças no deslocamento lateral crescendo progressivamente. Entretanto, pouco efeito pôde ser observado na influência do esquema de discretização do termo compressivo da Equação (4.69), como visto

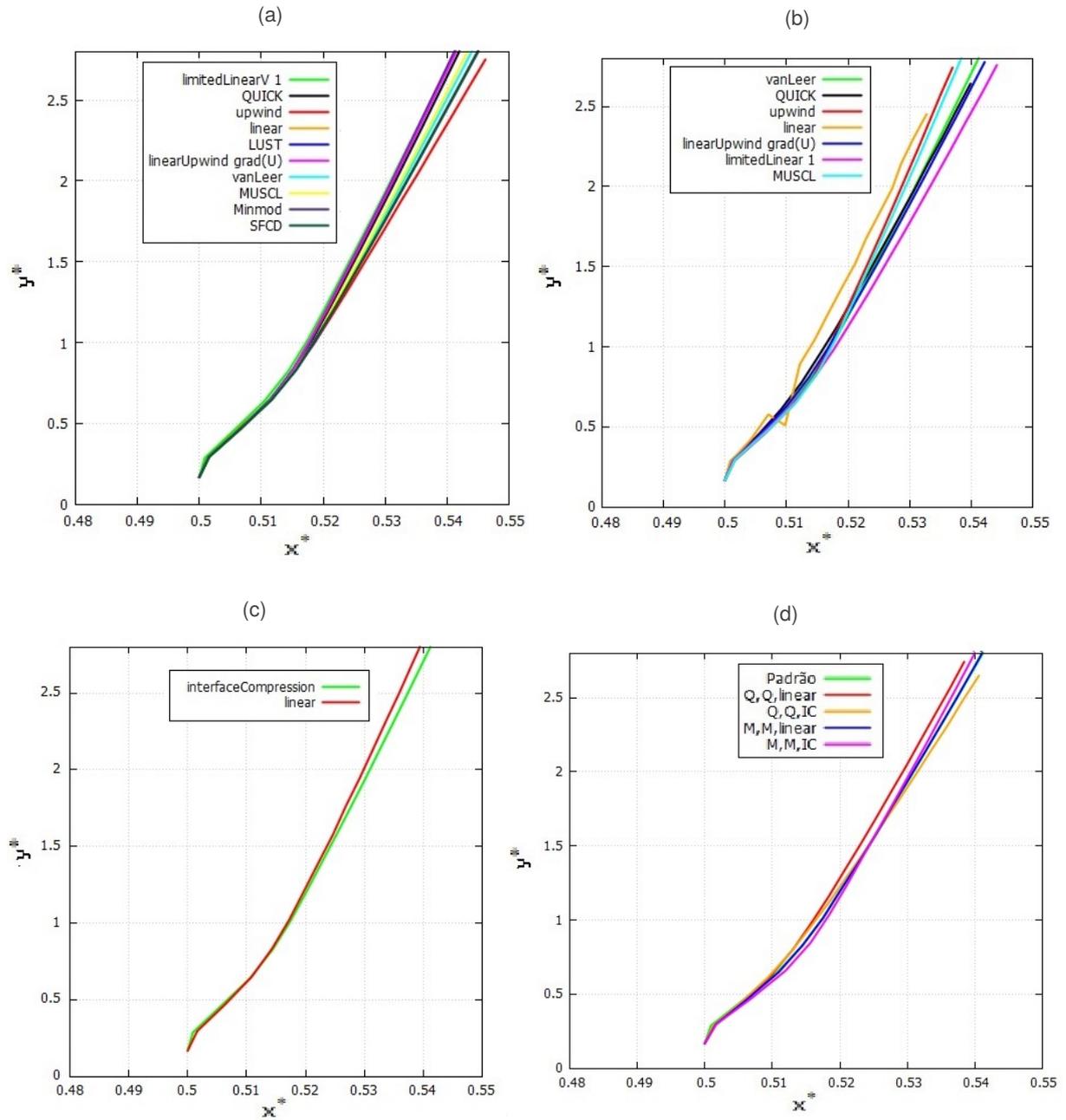
Figura 5.43: Trajetória adimensional da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial da bolha; (b) Nível de refinamento da interface; (c) Número de Courant; (d) Faixa de refino de α_{water} ; (e) Formato inicial da bolha



Fonte: Elaborada pelo autor

na Figura 5.44c, assim como mudanças de esquemas de discretização combinadas (Fig. 5.44d).

Figura 5.44: Trajetória adimensional da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Termo convectivo da Eq. (4.61); (b) Termo convectivo da Eq. (4.69); (c) Termo compressivo da Eq. (4.69); (d) Variados



Fonte: Elaborada pelo autor

]

Velocidade longitudinal

Observado na Fig. 5.45a, a velocidade longitudinal foi pouco afetada dependendo da posição inicial da bolha, mostrando que uma convergência nos resultados foi atingida.

Analisou-se a importância do nível de refinamento dinâmico no movimento da bolha, apresentado na Fig. 5.45b. Pode-se perceber que para um nível de refinamento igual 0 (malha estática), a velocidade longitudinal foi significativamente diferente das obtidas para outros refinamentos. Já para malhas dinâmicas com $maxRefinement=1$ e $maxRefinement=2$ foi observado bom acordo, o que justifica a conclusão já de convergência dos resultados. As curvas da velocidade longitudinal das bolhas para os dois níveis de refinamento foram praticamente as mesmas.

Para variação de número de Courant, a mudança de velocidade longitudinal pode ser vista na Fig. 5.45c. Pode-se perceber a convergência dos resultados à medida que Co decresce, embora pouca mudança na velocidade longitudinal da bolha tenha sido detectada mesmo para altos Co . Se o objetivo for analisar somente a velocidade de ascensão longitudinal da bolha, o Co tem menor influência e pode-se utilizar o maior valor dentre os analisados.

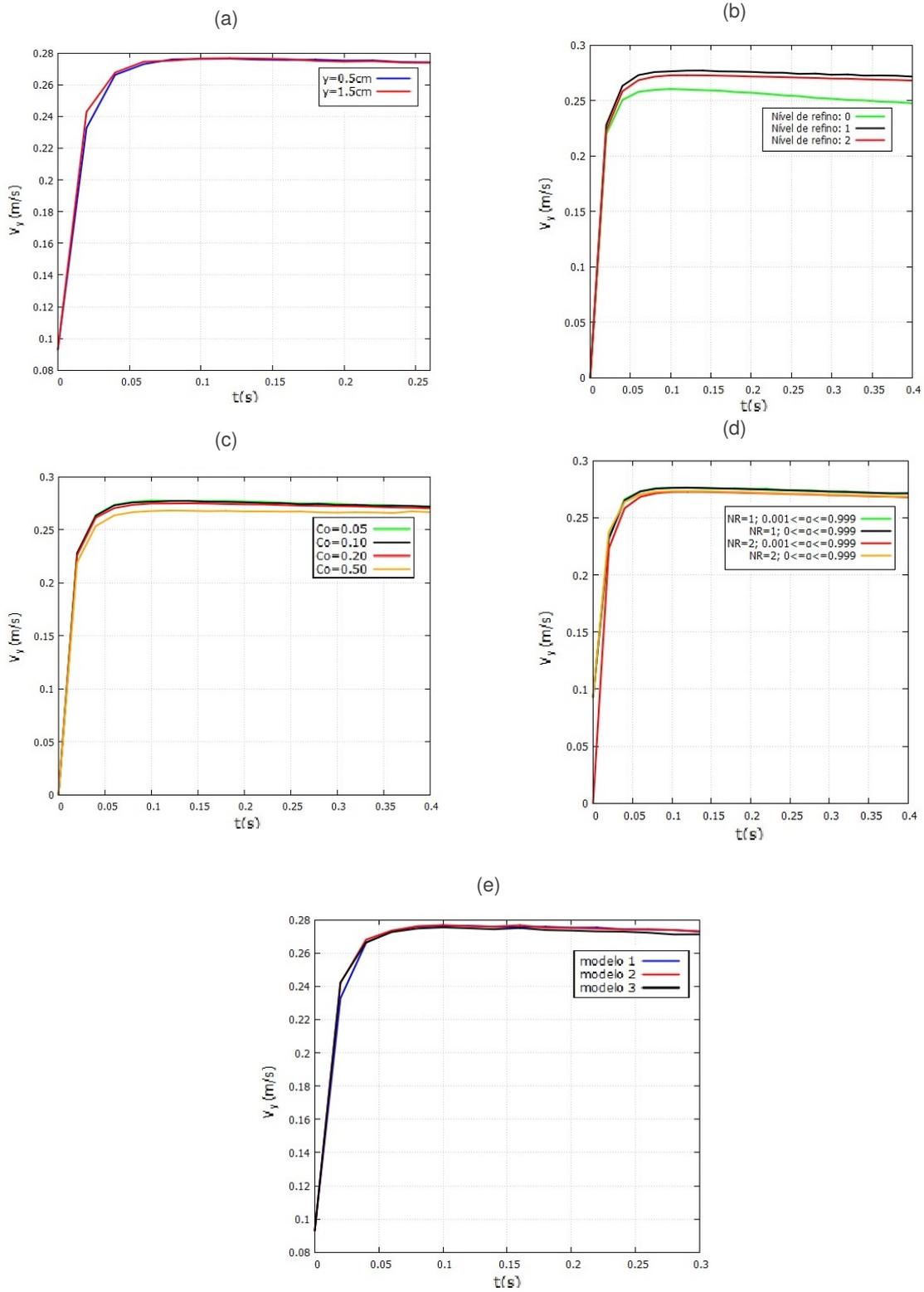
Percebeu-se pouca influência na velocidade longitudinal da bolha para diferentes faixas de refinamento de α_{water} , observado na Fig. 5.45d para as malhas 1, 2, 3 e 4. Portanto a descrição do escoamento interno à bolha parece suficientemente satisfatória, sem necessidade de refinamento intenso no interior da bolha.

Percebeu-se pela Fig. 5.45e pouca diferença na velocidade longitudinal da bolha para os três formatos iniciais presentes na Fig. 5.42.

São observadas pequenas mudanças na velocidade longitudinal da bolha para variações de esquema de discretização do termo convectivo da Eq. (4.61), com os resultados apresentados na Fig. 5.46a. O esquema *upwind* utilizado foi o esquema que mais apresentou diferença, e que se justifica pela sua acurácia de primeira ordem, produzindo muita difusão numérica e incerteza nos resultados.

Para mudanças no esquema de discretização do termo convectivo da Equação (4.69), há claramente maior influência na velocidade longitudinal da bolha (Fig. 5.46b), como pode ser visualizado para o caso do esquema *linear* em comparação com os outros esquemas, com diferenças na velocidade longitudinal se mantendo constante no tempo. Entretanto, pouco efeito pôde ser observado na influência do esquema de discretização do termo compressivo da Equação (4.69), como visto na Figura 5.46c.

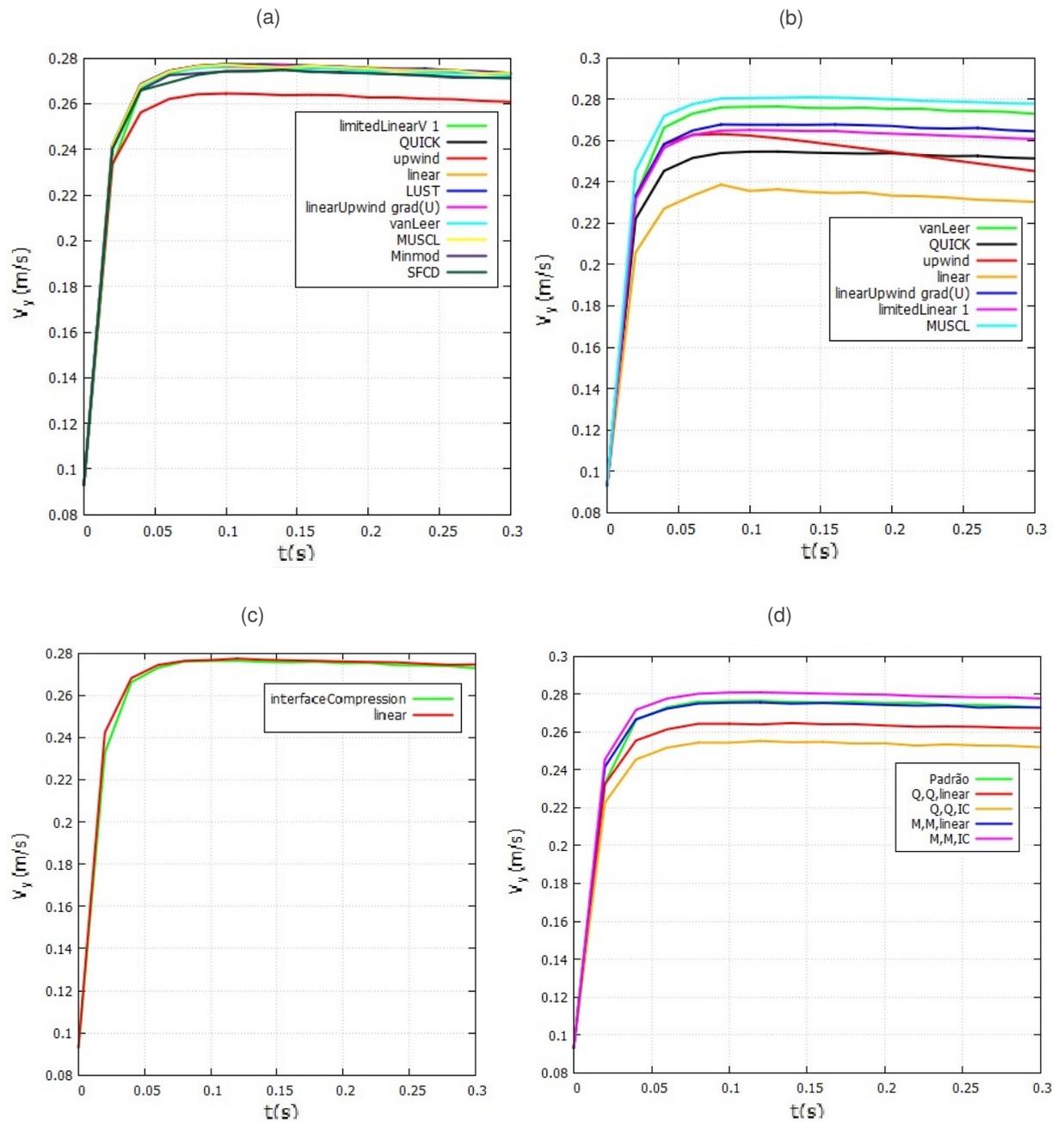
Figura 5.45: Velocidade longitudinal da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial da bolha; (b) Nível de refinamento da interface; (c) Número de Courant; (d) Faixa de refino de α_{water} ; (e) Formato inicial da bolha



Fonte: Elaborada pelo autor

Ao mesclar diferentes esquemas de discretização da Equação (4.61) e (4.69), a velocidade longitudinal da bolha sofre influência combinada e portanto variações são observadas (Fig. 5.46d).

Figura 5.46: Velocidade longitudinal da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Termo convectivo da Eq. (4.61); (b) Termo convectivo da Eq. (4.69); (c) Termo compressivo da Eq. (4.69); (d) Variados



Fonte: Elaborada pelo autor

Velocidade transversal

Observado na Fig. 5.47a, a velocidade lateral foi pouco afetada dependendo da posição inicial da bolha, mostrando que uma convergência nos resultados foi atingida.

Analisou-se a importância do nível de refinamento dinâmico no movimento da bolha, apresentado na Fig. 5.47b. Pode-se perceber que para um nível de refinamento igual 0 (malha estática), a velocidade lateral foi significativamente diferente das obtidas para outros refinamentos, além de ser observável grandes oscilações na velocidade. Já para malhas dinâmicas com $maxRefinement=1$ e $maxRefinement=2$ foi observado bom acordo atingindo uma velocidade constante no tempo, o que justifica a conclusão já de convergência dos resultados. As curvas da velocidade lateral das bolhas para os dois níveis de refinamento foram praticamente as mesmas, apenas ressaltando uma pequena alteração no pico de velocidade inicial.

Para variação de número de Courant, a mudança de velocidade lateral pode ser vista na Fig. 5.47c. Pode-se perceber a convergência dos resultados à medida que Co decresce, e variações maiores são encontradas sempre que Co aumenta, subestimando a velocidade lateral da bolha. Uma vez que pouca diferença na velocidade lateral calculada para $Co = 0,05$ e $Co = 0,1$ foi obtida, pode-se empregar o maior Co para um tempo menor de simulação sem comprometimento na acurácia dos resultados.

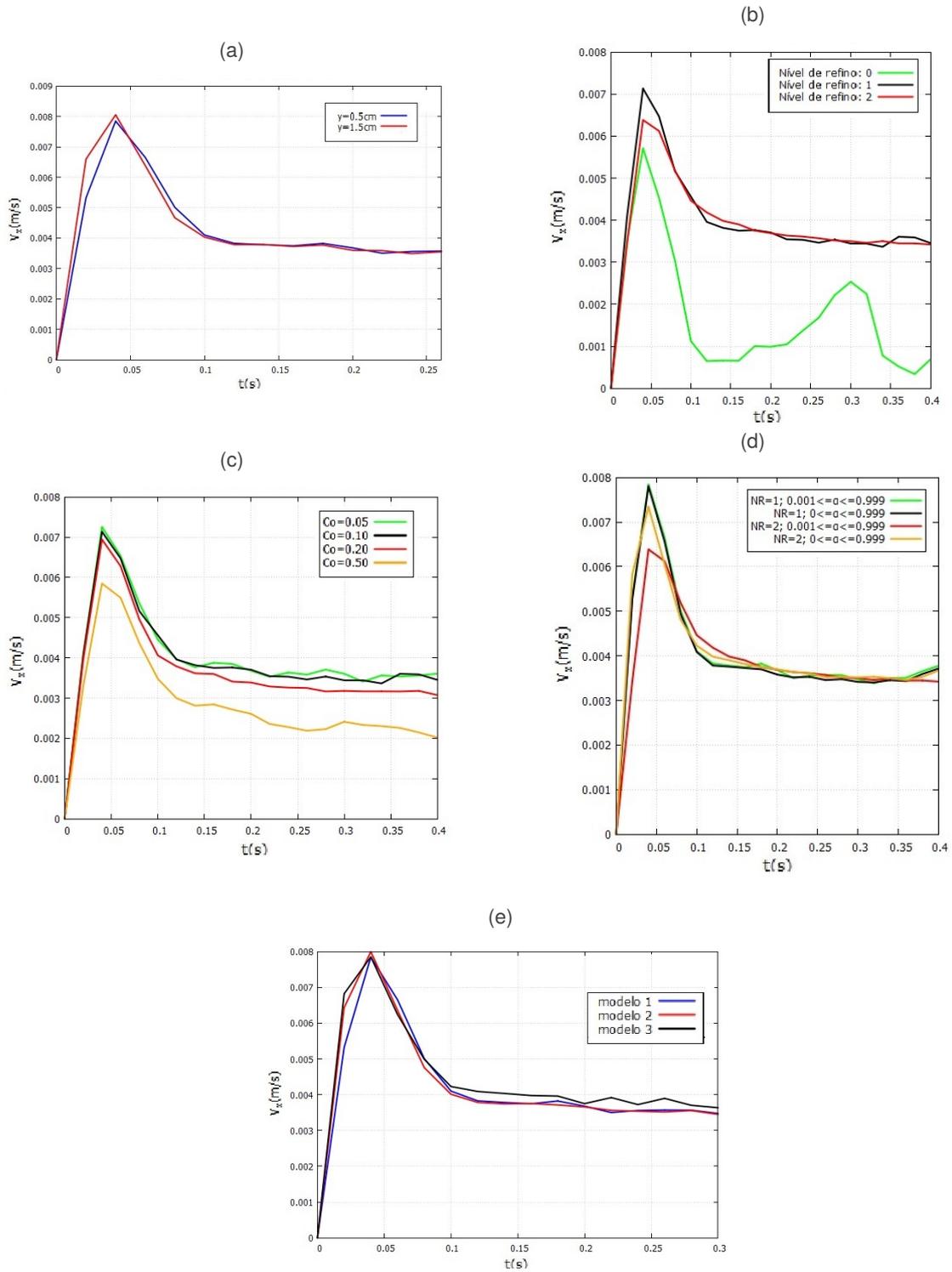
Percebeu-se pouca influência na velocidade lateral da bolha para diferentes faixas de refinamento de α_{water} , observado na Fig. 5.47d para as malhas 1, 2, 3 e 4, a não ser no pico inicial. Portanto a descrição do escoamento interno à bolha parece suficientemente satisfatória, sem necessidade de refinamento intenso no interior da bolha.

Percebeu-se pela Fig. 5.47e pouca diferença na velocidade lateral da bolha para os três formatos iniciais presentes na Fig. 5.42.

São observadas pequenas mudanças na velocidade lateral da bolha para variações de esquema de discretização do termo convectivo da Eq. (4.61), e os resultados observados na Fig. 5.48a, embora já haja uma maior dispersão dos resultados comparados com a velocidade longitudinal (Fig. 5.46a).

Para mudanças no esquema de discretização do termo convectivo da Equação (4.69), há claramente um comportamento distinto da velocidade lateral das bolhas para alguns esquemas de discretização adotados (Fig. 5.48b). Percebe-se um comportamento oscilatório persistente para diversos dos esquemas. Entretanto, pouco efeito pôde ser observado na influência do esquema de discretização do termo compressivo da Equação (4.69), como visto na Figura 5.48c,

Figura 5.47: Velocidade lateral da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial da bolha; (b) Nível de refinamento da interface; (c) Número de Courant; (d) Faixa de refino de α_{water} ; (e) Formato inicial da bolha

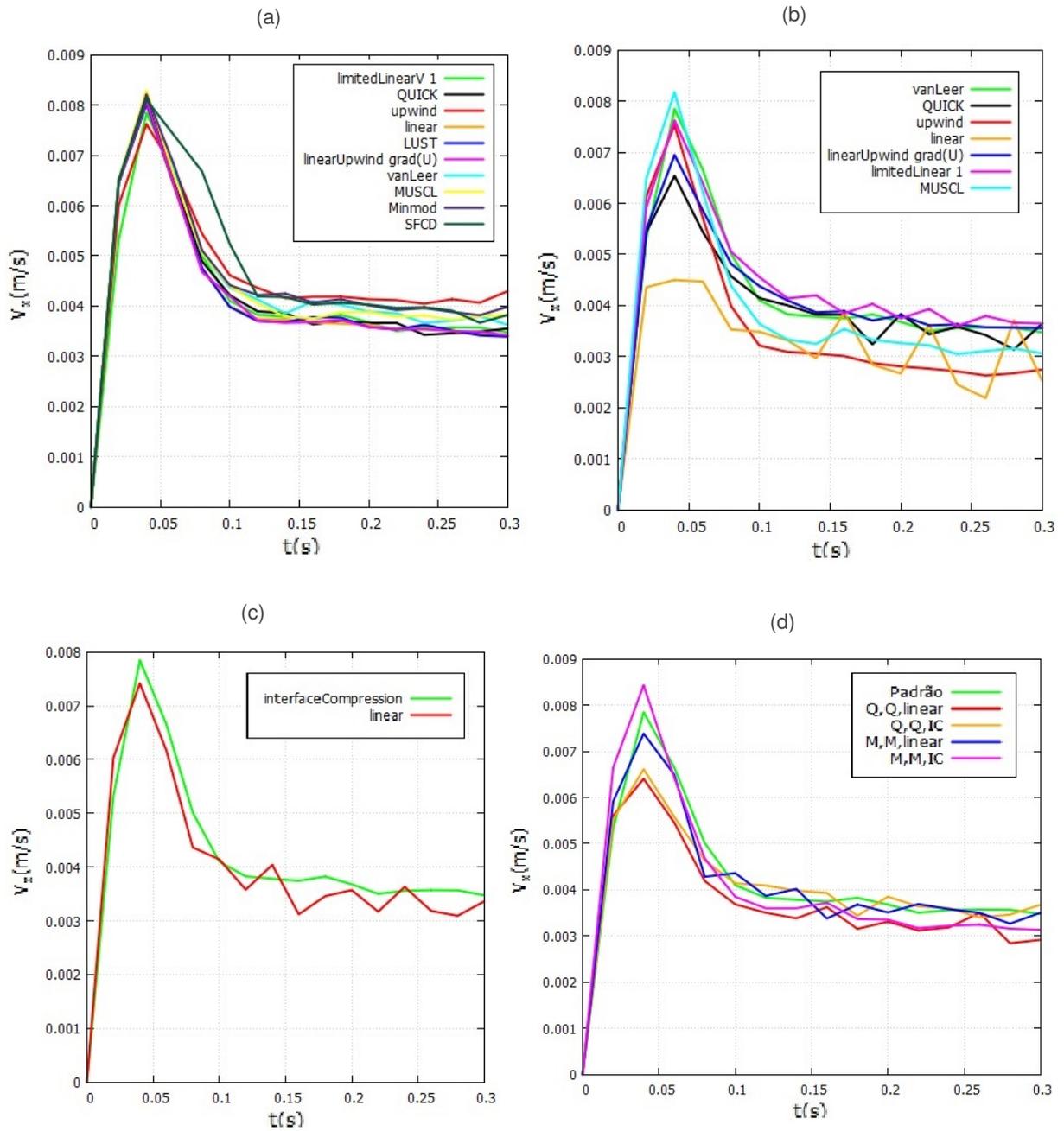


Fonte: Elaborada pelo autor

embora neste caso o esquema linear apresente uma tendência oscilatória perceptível.

Ao mesclar diferentes esquemas de discretização da Equação (4.61) e (4.69), a velocidade lateral da bolha sofre influência combinada e portanto variações são observadas (Fig. 5.48d).

Figura 5.48: Velocidade lateral da bolha ($d_b = 3,52mm$) para diferentes diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Termo convectivo da Eq. (4.61); (b) Termo convectivo da Eq. (4.69); (c) Termo compressivo da Eq. (4.69); (d) Variados

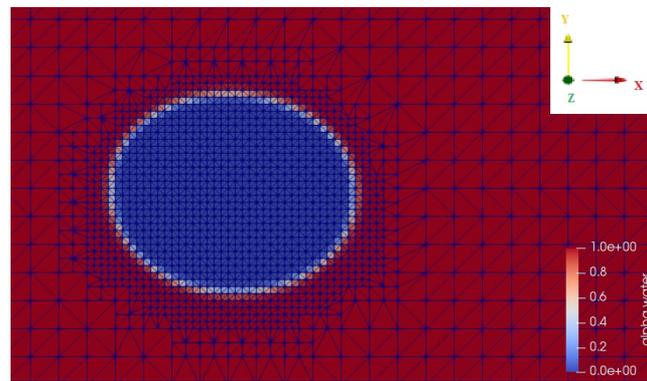


Fonte: Elaborada pelo autor

Testes preliminares para bolhas de diâmetros distintos

Depois de realizado testes para bolhas de diâmetro igual a 3,52mm, foram realizados testes numéricos para bolhas de $d_b = 2,84mm$ e $d_b = 5,54mm$. Por apresentar um diâmetro menor que as então até aqui testadas, a bolha de $d_b = 2,84mm$ foi submetida a testes de faixa de refino de α_{water} e de nível de refino, e a descrição da bolha em termos de elementos de malha pode ser verificado na Fig. 5.49, com os parâmetros da simulação apresentados na Tab. 5.22. Os testes podem ser visualizados na Fig. 5.50.

Figura 5.49: Malha para $t=0,26s$ de $d_b=2,84mm$ - $maxRefinement=2$ e $0 \leq \alpha \leq 0,999$



Fonte: Elaborada pelo autor (Paraview)

Tabela 5.22: Parâmetros utilizados na análise da variação de nível e faixa de refino em bolhas de 2,84mm de diâmetro

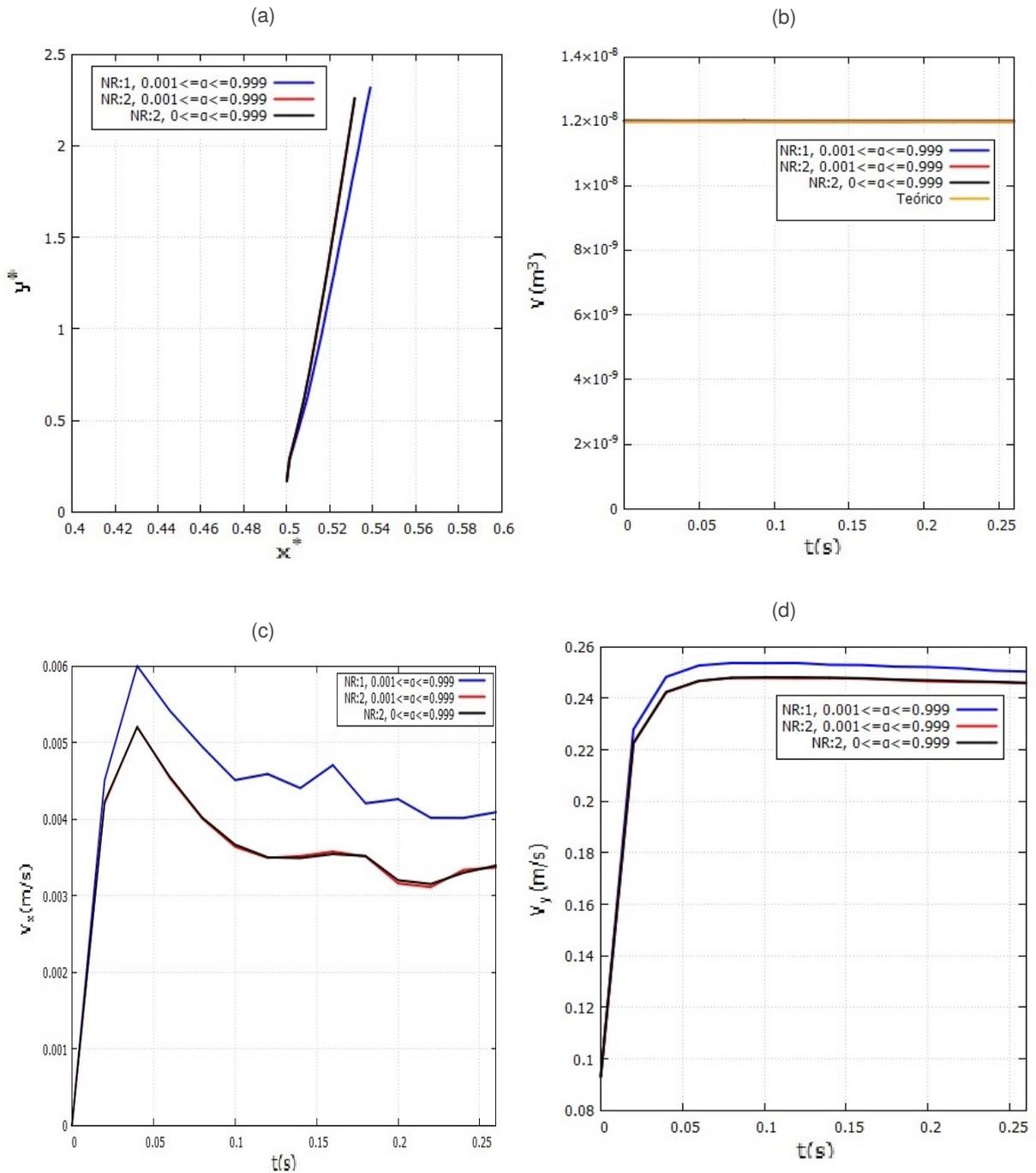
Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	1; 2
Faixa de refino	$0 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$; $0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo físico total (s)	0,3
d_b (mm)	2,84
Formato inicial	Modelo 1

Fonte: Elaborada pelo autor

Percebe-se que houve maior diferença na trajetória e na velocidade lateral para malhas de diferentes níveis de refinamento desta vez, maior do que as observadas para diâmetro de 3,52mm na Fig. 5.43b e 5.47b, para a mesma malha base. Conclui-se que malhas mais refinadas são exigidas à medida que a bolha diminui de tamanho. Contudo, pode-se ainda perceber a irrelevância da faixa de refino α_{water} na determinação dos parâmetros cinemáticos da bolha. Para todos as simulações aqui mencionadas o volume da bolha permaneceu constante e com boa

aproximação ao valor teórico. Pode-se avaliar a acurácia da solução obtida comparando com os resultados experimentais em Tomiyama et al. (2002), observável na Fig. 5.51.

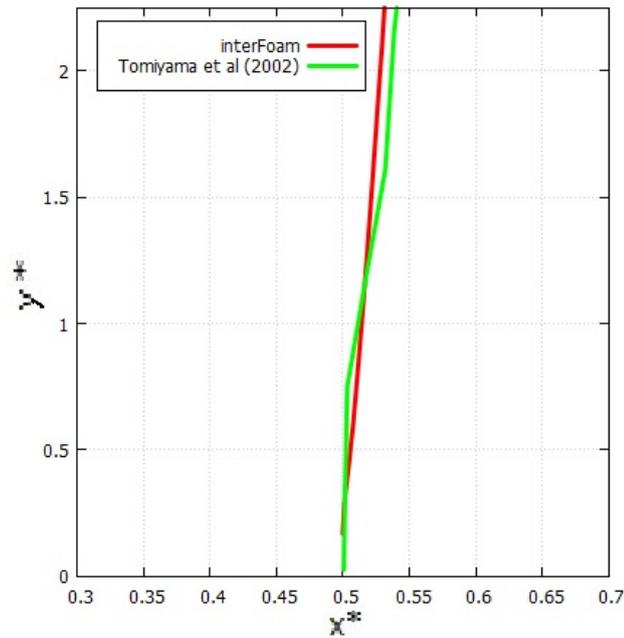
Figura 5.50: Quantidades cinemáticas características da bolha ($d_b = 2,84mm$) para diferentes níveis e faixas de refino para α - (a) Trajetória; (b) Volume; (c) Velocidade lateral; (d) Velocidade longitudinal



Fonte: Elaborada pelo autor

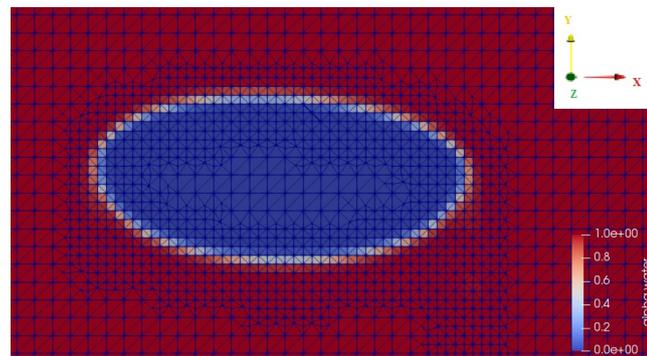
Para a bolha de 5,54mm de diâmetro, não foram realizados testes de nível de refino de malha, pois se concluiu que a sua importância se dá para bolhas diminutas. A descrição da

Figura 5.51: Trajetória adimensional da bolha de $d_b = 2,84\text{mm}$



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.52: Malha para $t=0,26\text{s}$ de $d_b=5,54\text{mm}$ - $maxRefinement=1$ e $0,001 \leq \alpha \leq 0,999$



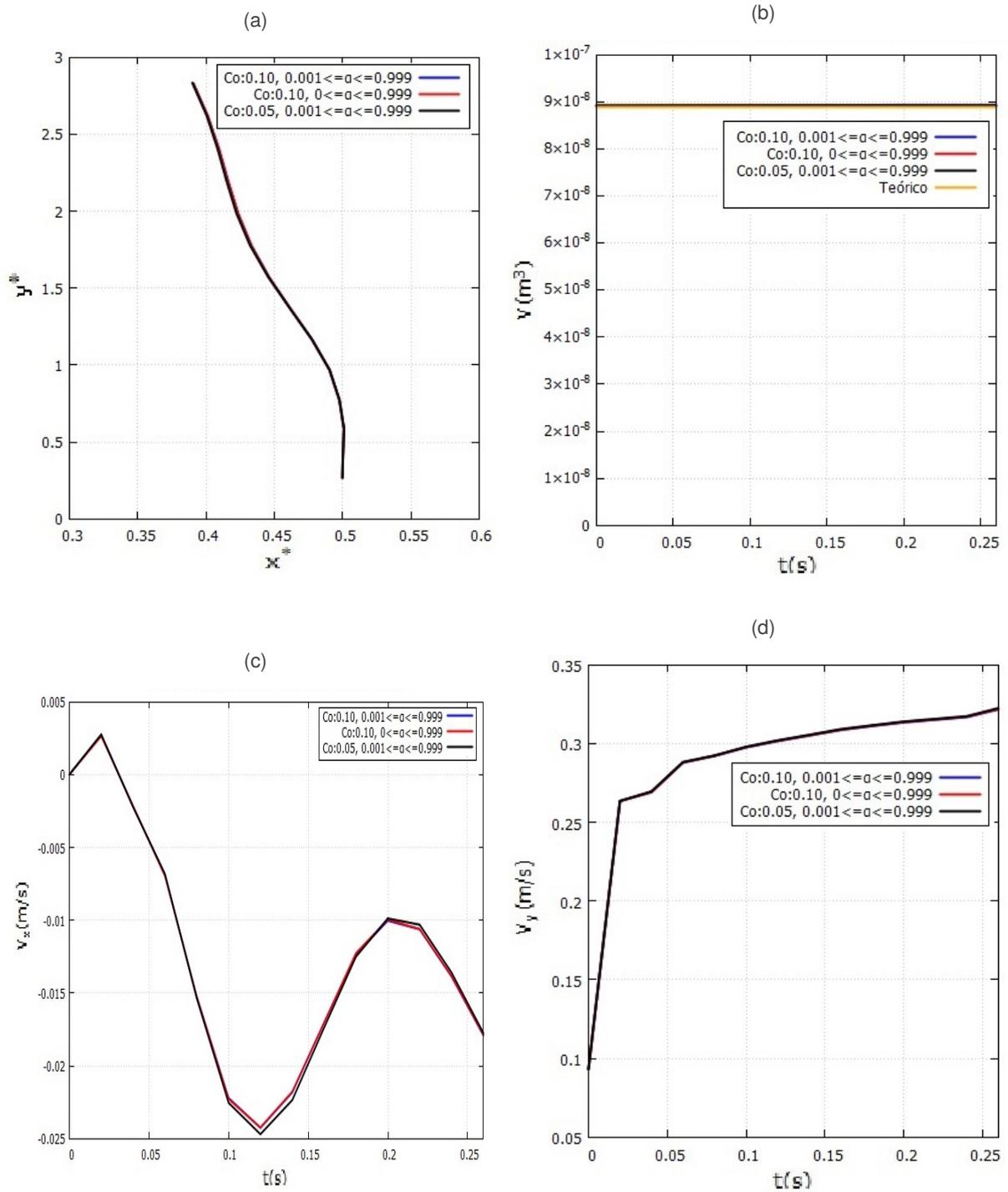
Fonte: Elaborada pelo autor (*Paraview*)

Tabela 5.23: Parâmetros utilizados na análise da variação de nível e faixa de refino em bolhas de 5,54mm de diâmetro

Nível de refino (<i>maxRefinement</i>)	1
Faixa de refino	$0 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$; $0,001 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,05; 0,1
Tempo total de simulação (s)	0,3
d_b (mm)	5,54
Formato inicial	Modelo 1

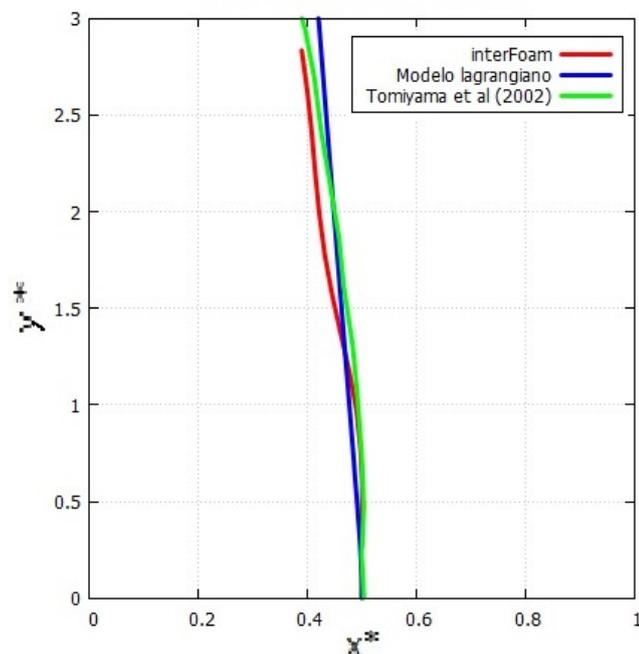
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.53: Quantidades cinemáticas características da bolha ($d_b = 5,54mm$) para diferentes faixas de α para refino e números de Courant - (a) Trajetória; (b) Volume; (c) Velocidade lateral; (d) Velocidade longitudinal



Fonte: Elaborada pelo autor

bolha em termos de elementos de malha pode ser verificado na Fig. 5.52, e os parâmetros da simulação apresentados na Tab. 5.23. Realizou-se testes de faixa de refino α_{water} e números

Figura 5.54: Trajetória adimensional da bolha de $d_b = 5,54mm$ 

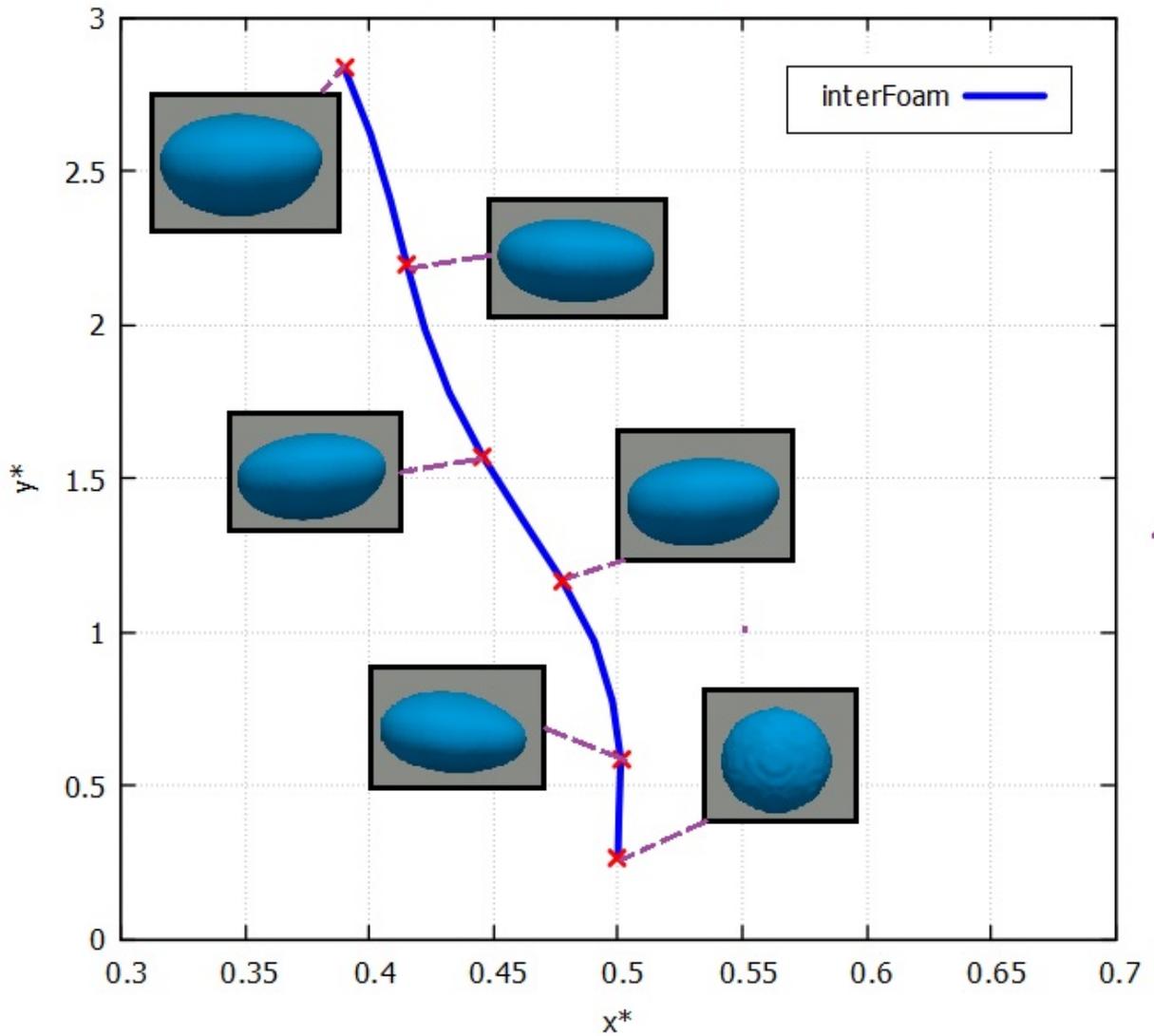
Fonte: Elaborada pelo autor

de Courant para avaliar as respectivas influências na acuracidade espacial e temporal, sendo os resultados cinemáticos da bolha presentes na Fig. 5.53. Pode-se perceber sobreposição das curvas de trajetória e velocidades quando variados os dois parâmetros de controle. A velocidade longitudinal e lateral não atingiram um valor constante como no caso das simulações para bolha de $d_b = 3,52mm$, embora percebe-se uma diminuição do movimento oscilatório com o tempo e presume-se que se a simulação transcorresse por mais tempo, um regime constante de velocidade lateral seria atingido. Entretanto, mesmo não atingindo um regime constante, houve um bom acordo quantitativo entre o resultado numérico obtido pelo *interDyMFoam* e o experimental (TOMIYAMA et al., 2002), visível na Fig. 5.54.

A evolução temporal da interface da bolha em diversos instantes de tempo é mostrado na Fig. 5.55, onde pode-se perceber que a bolha mesmo para $t=0,26s$ ainda não havia atingido um formato constante, o que comprova a relação entre deformação na bolha e sua dinâmica. Uma vez que a bolha não apresentou um formato constante, ela apresenta um comportamento mais errático e com oscilações na velocidade lateral (Fig. 5.53c), embora a tendência de migração é evidentemente em direção à parede em movimento.

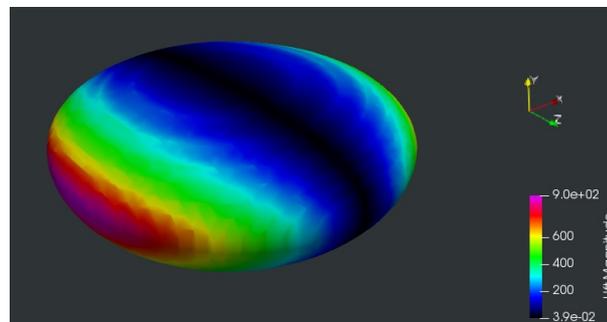
Também foi calculado a componente em x da força devido a distribuição de pressão normal sobre a bolha de $d_b = 5,54mm$, visualizados na Fig. 5.56. Importante perceber que o campo de

Figura 5.55: Deformação temporal da bolha de $d_b = 5,54mm$



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.56: Componente x do campo de força normal devido a pressão para bolha de $d_b = 5,54mm$

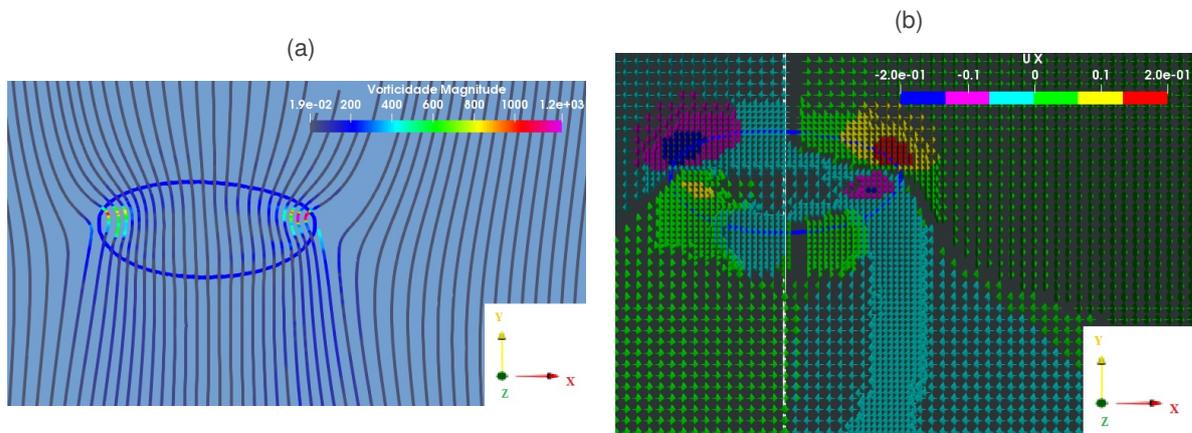


Fonte: Elaborada pelo autor (Paraview)

pressão sobre a bolhas é praticamente simétrico.

Os campos de componentes x das velocidades e de linhas de corrente são verificados na Fig. 5.57. Pode-se perceber uma pequena esteira inclinada para a direita a partir da linha média, como argumentado por Tomiyama (1995) com a existência de velocidades na direção x distribuídos de maneira assimétrica em relação a linha branca que passa pelo centroide da bolha. Tal visualização é quase imperceptível, o que explica a observação de Dijkhuizen et al. (2010) de ausência de esteira inclinada para bolhas menores que 6mm de diâmetro. Verifica-se também a existência dos padrões de circulação esperados.

Figura 5.57: Campos dinâmicos ($d_b = 5,54mm$) - (a) Linhas de corrente; (b) Campo de velocidades V_x



Fonte: Elaborada pelo autor (Paraview)

5.2.2 Avaliação de parâmetros físicos na dinâmica de bolhas

Descrição das simulações

Uma comparação entre o comportamento de bolha de diferentes diâmetros foi realizada, com os parâmetros da simulação descritos na Tab. 5.24.

Tabela 5.24: Parâmetros utilizados na análise da variação de nível e faixa de refino em bolhas de diferentes diâmetros

Mo	-5,3
Tempo físico total (s)	0,26
d_b (mm)	2,84; 3,52; 5,54
Gradiente de velocidade ω (m^2/s)	-6,2
Velocidade da placa em movimento (m/s)	0,186

Fonte: Elaborada pelo autor

Outro fator físico relevante no movimento lateral de bolhas é a magnitude do gradiente de velocidades, e simulações para $\omega = 0, -3,0$ e $-6,2 \text{ s}^{-1}$ foram realizadas, com os parâmetros de simulação descritos na Tab. 5.25.

Tabela 5.25: Parâmetros utilizados na análise da variação de nível e faixa de refino em bolhas de diferentes diâmetros

Mo	-5,3
Tempo total físico (s)	0,26
d_b (mm)	3,52
Gradiente de velocidade ω (1/s)	-6,2; -3,0; 0
Velocidade da placa em movimento (m/s)	0,186; 0,09; 0

Fonte: Elaborada pelo autor

Entretanto, também se faz necessário simular bolhas de diâmetros diversos em água pura. Pela sua natureza de menor viscosidade, foi importante refazer testes para inserção de bolhas de 2,5mm e 3,0mm de diâmetro a fim de determinar convergência de resultados para casos de altos Reynolds, e então testado três pontos de inserção diferentes (0,5; 1,5 e 3 cm), com os parâmetros utilizados na Tab. 5.26.

Tabela 5.26: Parâmetros utilizados na análise da variação de inserção inicial da bolha y_b

Nível de refino ($maxRefinement$)	2
Faixa de refino	$0 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo total físico (s)	0,15
d_b (mm)	2,5 ; 3
x_b (cm)	1,5
y_b (cm)	0,5; 1,5; 3,0

Fonte: Elaborada pelo autor

Pode-se estudar a migração de uma bolha ainda menor em ambiente de baixa viscosidade, agora de 2mm de diâmetro, e que está compreendido na faixa de estudo observado por Zun (1980), sendo mantido iguais todos os demais parâmetros da simulação como nível de refino, tamanho de células, número de Courant e esquemas de discretização, resumidos na Tab. 5.27.

A fim de avaliar a influência da temperatura em uma mistura líquida de água e glicerol, executou-se uma simulação envolvendo uma bolha de 4,85mm de diâmetro submetida a seis temperaturas diferentes, com os parâmetros de simulação apresentados na Tab. 5.28, com as

Tabela 5.27: Parâmetros utilizados na análise da variação de diferente diâmetros de bolha em um escoamento de $Mo = -11,4$

Mo	-11,4
Tempo total físico (s)	0,26
d_b (mm)	2; 2,5; 3
Gradiente de velocidade ω (m^2/s)	-6,2
Velocidade da placa em movimento (m/s)	0,186

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 5.28: Parâmetros utilizados na análise da variação de temperatura

Nível de refino ($maxRefinement$)	1
Faixa de refino	$0 \leq \alpha_{water} \leq 0,999$
Número máximo de Courant	0,1
Tempo físico total (s)	0,26
d_b (mm)	4,85
x_b (cm)	1,5
y_b (cm)	0,5
T_α	10; 15; 20; 25; 30; 35

Fonte: Elaborada pelo autor

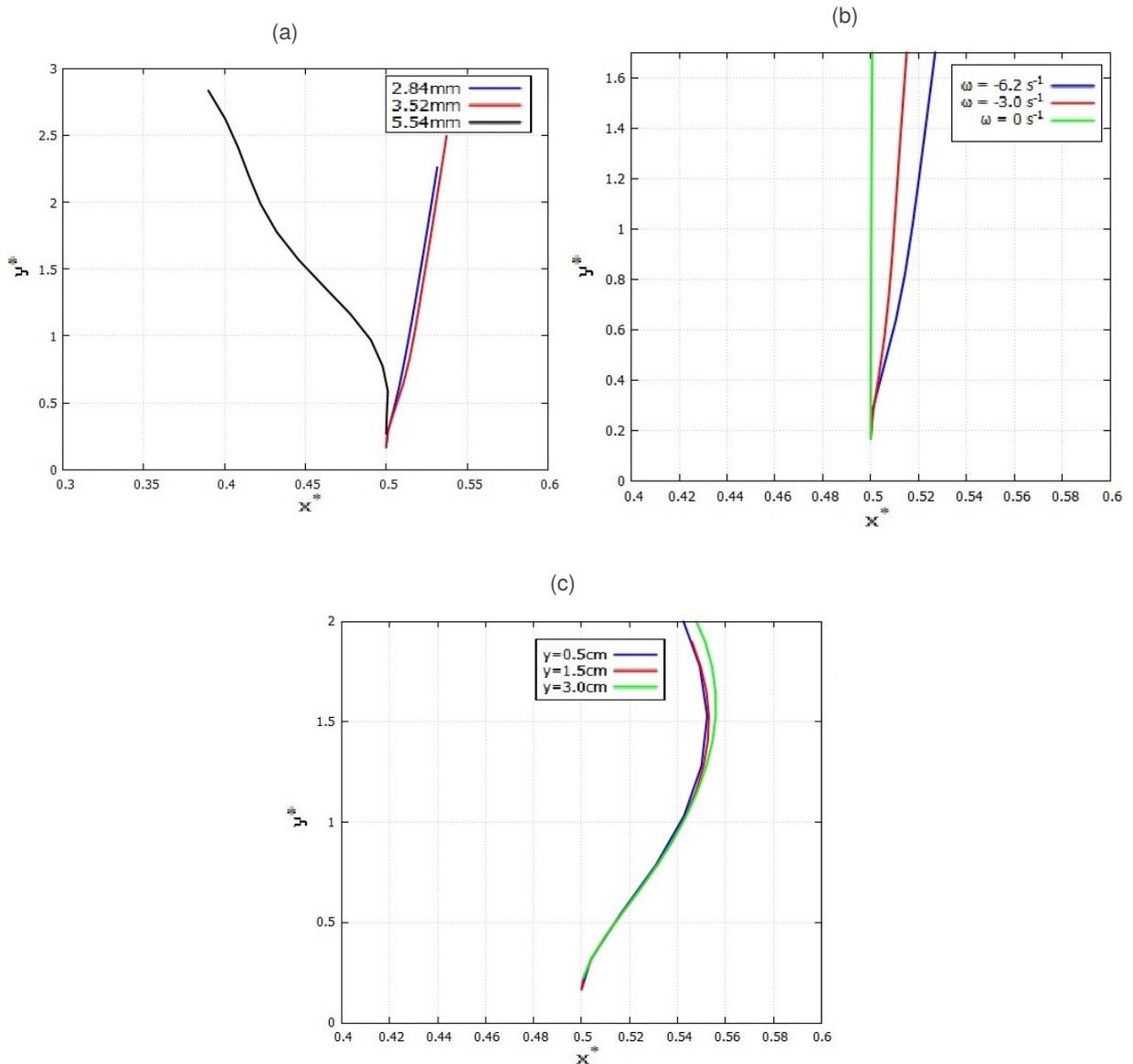
propriedades termodinâmicas das fases definidas na Tab. 5.29, calculados para fração mássica de água igual a 0,275 usando a Equação (A.3), (A.18), (A.7), (A.8), (A.19), (A.20), (A.21), (A.9), (A.11), (A.12), (A.22), (A.13), (A.13), (A.16), (A.17), (A.23), (A.29), (A.28), (A.26), (A.27), (A.24) e (A.25).

Tabela 5.29: Propriedades termodinâmicas da mistura água e glicerol para diferentes temperaturas

Simulação	Temperatura ($^{\circ}C$)	ρ (kg/m^3)	ν (m^2/s)	σ N/m
1	10	1195	6.41×10^{-5}	0.068
2	15	1192	4.56×10^{-5}	0.067
3	20	1189	3.34×10^{-5}	0.067
4	25	1186	2.56×10^{-5}	0.066
5	30	1183	2.05×10^{-5}	0.065
6	35	1180	1.68×10^{-5}	0.065

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.58: Trajetória adimensional de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -5, 3$; (b) Gradiente de velocidade e $Mo = -5, 3$; (c) Posição inicial $d_b = 2, 5mm$ e $Mo = -11, 4$



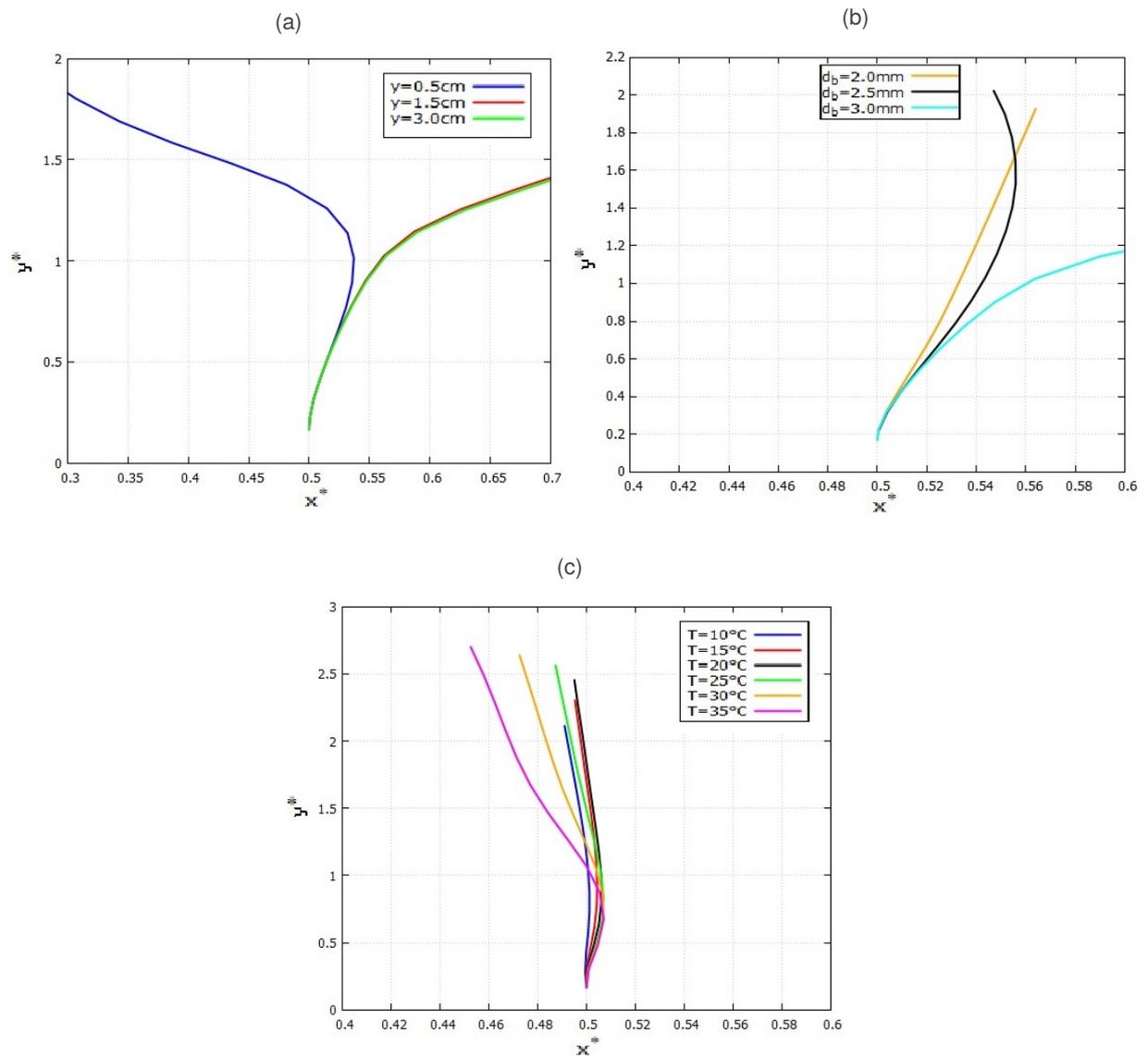
Fonte: Elaborada pelo autor

Trajétória

A influência do diâmetro da bolha em sua dinâmica podem ser observados na Fig. 5.58a. Percebe-se assim como em Tomiyama et al. (2002), Rabha & Buwa (2010) e Zhongchun et al. (2014), as bolha de $d_b = 2, 84mm$ e $d_b = 3, 52mm$ migram para a direita, orientado em direção a parede parada, com uma magnitude de deslocamento lateral um pouco maior para a de $d_b = 3, 52mm$, enquanto que a bolha de $d_b = 5, 54mm$ migrou para a esquerda, na direção da parede em movimento.

Pela Figura 5.58b, a trajetória para a bolha sujeita à um gradiente de velocidades maior apresenta uma deflexão para a direita mais pronunciada, o que concorda com os dados de Tomiyama et al. (2002).

Figura 5.59: Trajetória adimensional de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial $d_b = 3mm$ e $Mo = -11, 4$; (b) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -11, 4$; (c) Temperatura da fase contínua



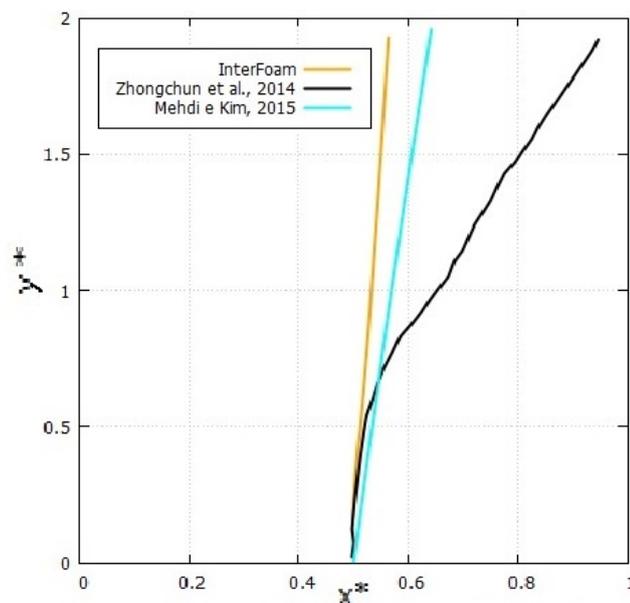
Fonte: Elaborada pelo autor

Na Figura 5.58c e 5.59a pode ser vista a influência da posição inicial para bolha de $d_b = 2,5mm$ e $d_b = 3mm$, que se mostra mais marginal para o $d_b = 2,5mm$, enquanto que ela é imprescindível de ser feita para $d_b = 3mm$, embora as simulação apresentem resultados sem correspondência com a realidade (MEHDI; KIM, 2015). É importante verificar a influência

de modelos de turbulência para tais casos, e talvez o regime laminar não seja mais físico para altos Re (RABHA; BUWA, 2010) característicos de bolhas de grandes diâmetros ($> 2.5mm$) em sistemas de baixa viscosidade. Percebe-se que o movimento lateral constante para estes dois diâmetros não seguem mais um ritmo constante, mas no caso da bolha de $d_b = 2,5mm$ apresenta uma clara tendência oscilatória, enquanto que para $d_b = 3mm$ há uma aceleração constante até próximo da parede.

Verifica-se na Fig. 5.59b, ao contrário das bolhas de $d_b = 2,5mm$ e $d_b = 3mm$, a migração lateral constante foi observada. Pode-se perceber que para bolhas de $d_b = 2mm$, é razoável supor um regime de escoamento laminar, garantindo bons resultados e com sentido físico. O corpo de 2mm teve uma trajetória linear constante, como sugerido por Mehdi & Kim (2015) e obtido por Zhongchun et al. (2014), possível de ser observado na Fig. 5.60.

Figura 5.60: Trajetória adimensional da bolha de $d_b = 2mm$



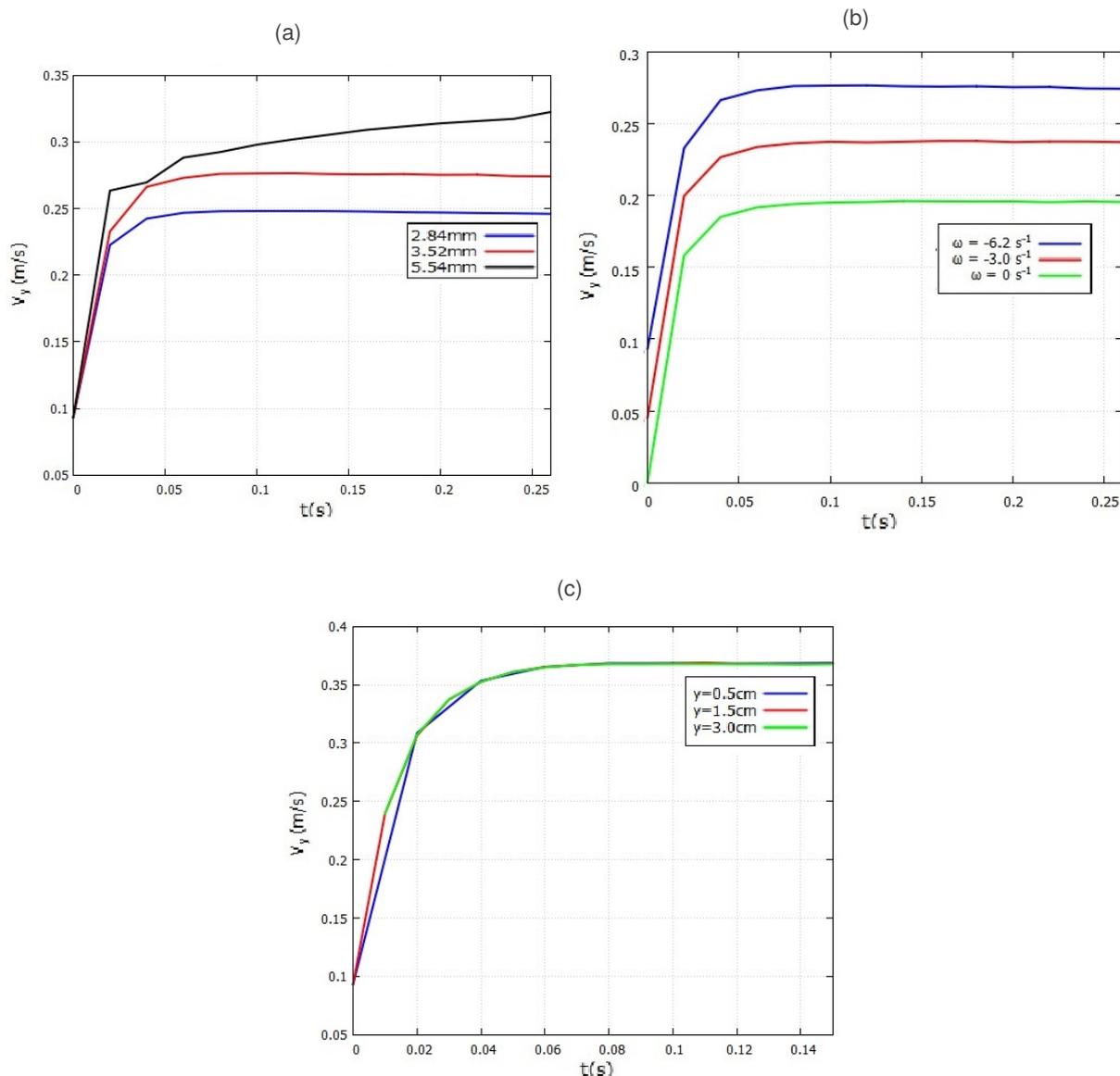
Fonte: Elaborada pelo autor

Velocidade longitudinal

Na Figura 5.61a se pode perceber que para bolha de $d_b = 2,84mm$ e $d_b = 3,52mm$ a velocidade longitudinal atinge um patamar constante, algo não observado para a bolha de $d_b = 5,54mm$.

Devido a variação do campo de velocidades na Fig. 5.61b, percebe-se uma mudança no valor da velocidade longitudinal da bolha que está relacionado principalmente ao campo de velocidades, pois a velocidade local do fluido é maior para gradientes mais intensos. Para

Figura 5.61: Velocidade longitudinal de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -5, 3$; (b) Gradiente de velocidade e $Mo = -5, 3$; (c) Posição inicial $d_b = 2, 5mm$ e $Mo = -11, 4$



Fonte: Elaborada pelo autor

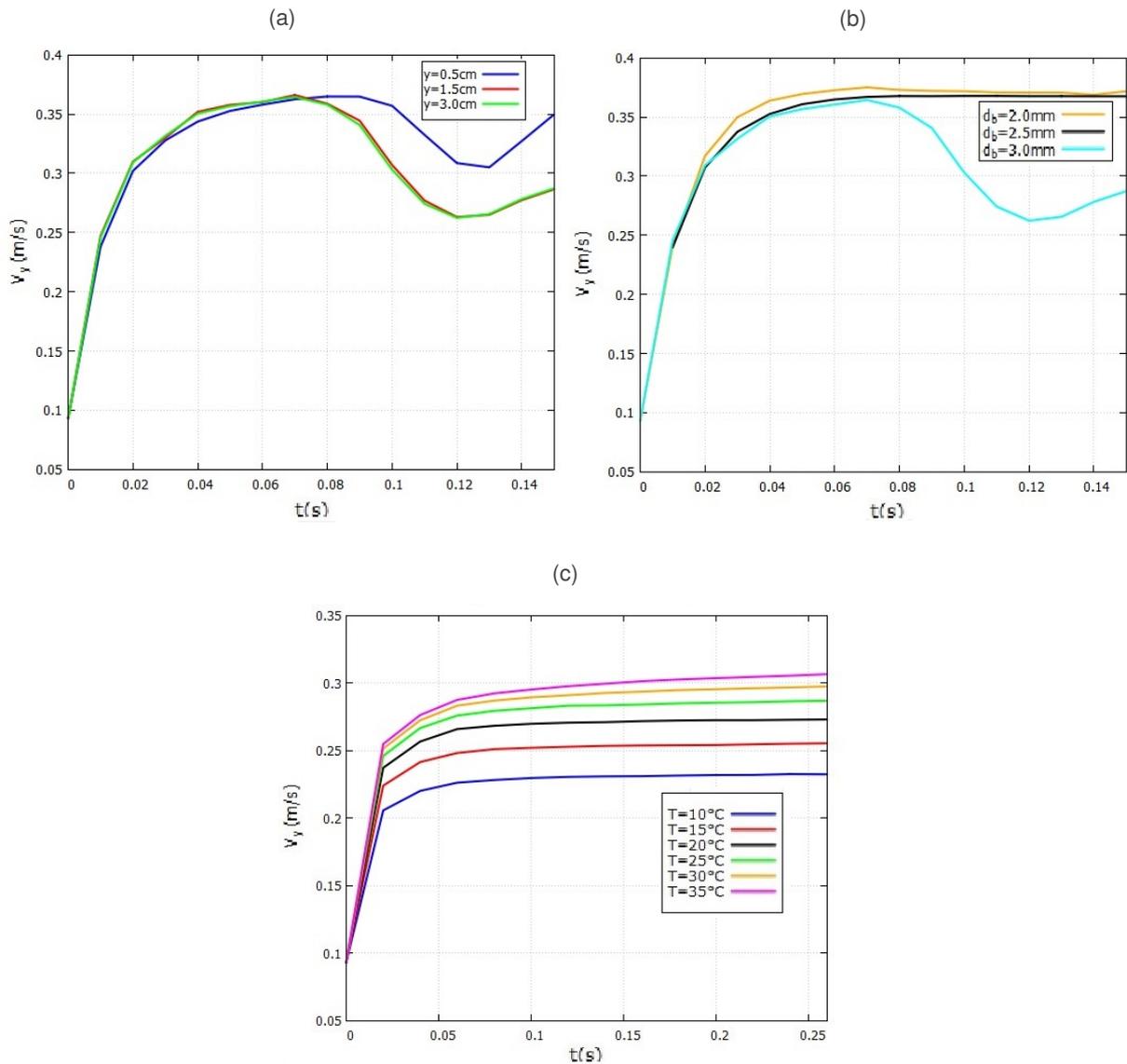
$\omega = 0$, o fluido no domínio se encontra parado no instante $t=0s$, como esperado.

Na Figura 5.61c pode ser observado que a posição inicial da bolha de $d_b = 2, 5mm$ nada afeta a velocidade longitudinal da bolha, o que não pode ser concluído para a bolha de $d_b = 3mm$, que apresenta modificações significativas para a bolha inserida em $y=0,5\text{cm}$ e para $y=1,5\text{cm}$ e 3cm , embora a superposição das últimas duas curvas demonstre convergência de resultados.

Um patamar para a velocidade longitudinal para bolha de $d_b = 2mm$ e $d_b = 2, 5mm$ pode ser observado na Fig. 5.62b. Agora para $d_b = 3mm$, grandes oscilações na velocidade longitudinal

foram encontradas, como visto na Fig. 5.64a.

Figura 5.62: Velocidade longitudinal de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial $d_b = 3\text{mm}$ e $Mo = -11, 4$; (b) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -11, 4$; (c) Temperatura da fase contínua



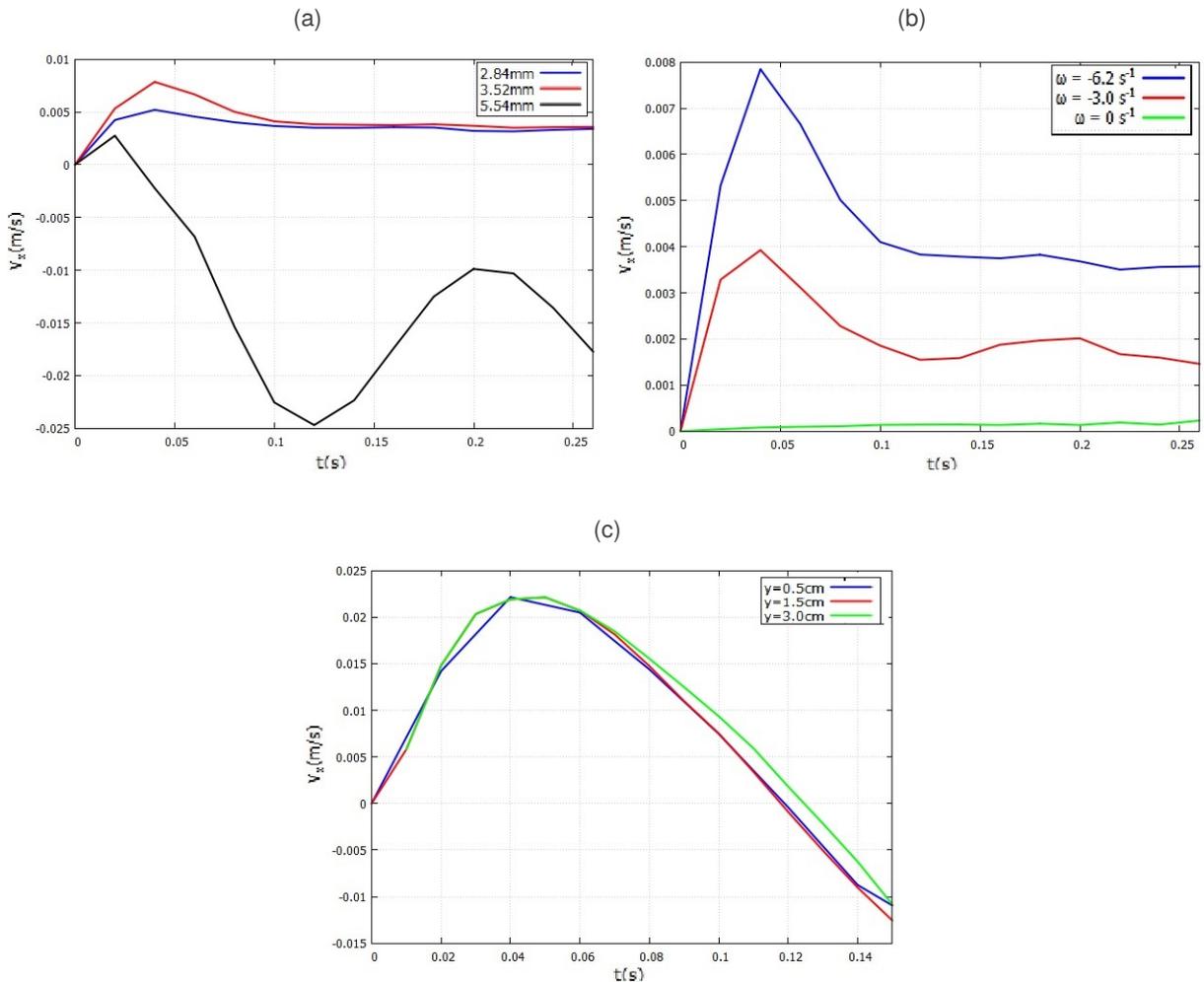
Fonte: Elaborada pelo autor

É possível verificar também a influência da temperatura na velocidade longitudinal, visto na Fig. 5.62c. Quanto maior for a temperatura, maior será a velocidade, pois a temperatura mais alta implica principalmente em viscosidade dinâmica menor, e conseqüentemente menor arrasto gerado sobre a superfície da bolha.

Velocidade transversal

Na Figura 5.63a se pode perceber que para bolha de $d_b = 2,84mm$ e $d_b = 3,52mm$ a velocidade lateral atinge um patamar constante, algo não observado para a bolha de $d_b = 5,54mm$, podendo ser visto grandes oscilações.

Figura 5.63: Velocidade lateral de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -5,3$; (b) Gradiente de velocidade e $Mo = -5,3$; (c) Posição inicial $d_b = 2,5mm$ e $Mo = -11,4$



Fonte: Elaborada pelo autor

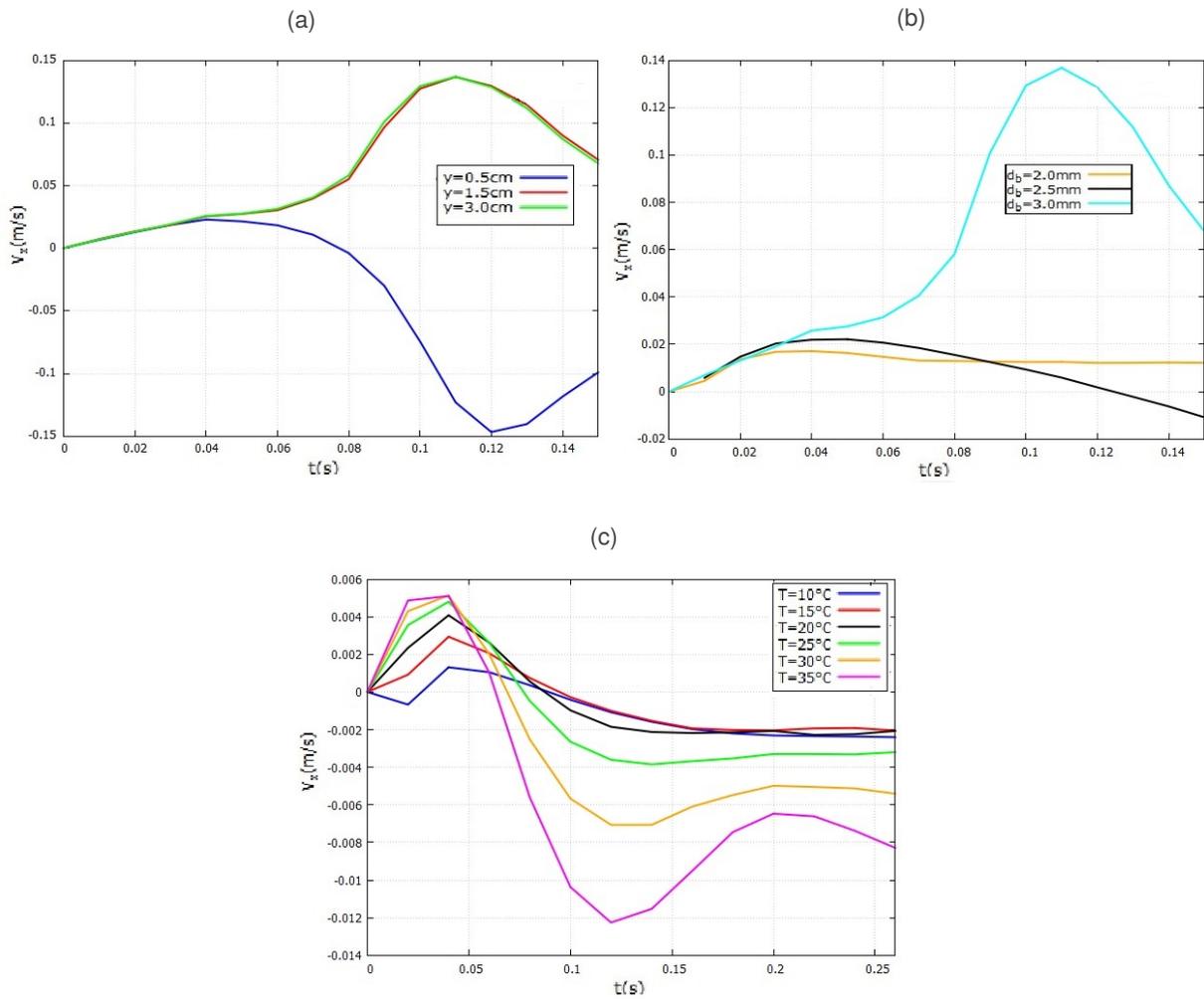
Devido a variação do campo de velocidades na Fig. 5.63b, percebe-se uma mudança no valor da velocidade lateral da bolha, já que esta quantidade está intimamente relacionada ao gradiente de velocidades, sendo que quando maior for, maior será a velocidade lateral da bolha. Para uma bolha em um fluido parado a velocidade lateral é próxima de zero.

Na Figura 5.63c pode ser observado que a posição inicial da bolha de $d_b = 2,5mm$ pouco

afeta a velocidade lateral da bolha, e uma grande oscilação na velocidade, inclusive em seu sinal, é observada. Para a bolha de $d_b = 3\text{mm}$, a velocidade lateral da bolha apresenta modificações significativas para a inserida em $y=0,5\text{cm}$ quando comparada para as introduzidas em $y=1,5\text{cm}$ e 3cm , embora a superposição das últimas duas curvas demonstre convergência de resultados, como visto na Fig. 5.64a.

Um patamar para a velocidade lateral para bolha de $d_b = 2\text{mm}$, algo não observado para a bolha de $d_b = 2,5\text{mm}$ e para $d_b = 3\text{mm}$, onde grandes oscilações na velocidade lateral foram encontradas 5.64b.

Figura 5.64: Velocidade longitudinal de bolhas para diferentes variações de parâmetros de simulação - (a) Posição inicial $d_b = 3\text{mm}$ e $Mo = -11,4$; (b) Diâmetro de bolha d_b e $Mo = -11,4$; (c) Temperatura da fase contínua



Fonte: Elaborada pelo autor

A grande influência da temperatura é vista na velocidade lateral da bolha, percebida na Fig. 5.64c. É possível perceber que a intensidade do deslocamento lateral para a esquerda aumenta

com a temperatura, conforme observado pela metodologia euleriana-lagrangiana (Fig. 5.27), o que demonstra o grau de influência da temperatura na migração de bolhas.

Capítulo 6

CONCLUSÃO

No presente trabalho foi estudada a dinâmica de bolhas, com um enfoque maior na migração lateral devido a um gradiente imposto em um escoamento. Foram utilizadas duas abordagens no contexto de escoamentos multifásicos para prever fenômenos físicos ligados a dinâmica de bolhas. Tal observação é muito útil pois consegue explicar fenômenos de maneira satisfatória e confiável.

A abordagem Euleriana-Lagrangiana foi implementada utilizando diferentes correlações, algumas encontradas na bibliografia, outras desenvolvidas neste trabalho. Percebeu-se que tanto o código isotérmico quanto o que inclui transferência de calor puderam descrever muito bem a dinâmica de bolhas com um grau muito bom de aproximação com os dados experimentais consagrados da literatura. Análises comparativas entre a trajetória de bolhas em um escoamento cisalhante de alta viscosidade com dados experimentais provaram a acurácia na descrição de bolhas, mesmo que diferenças no deslocamento surjam devido a falha de correlações na literatura na quantificação do coeficiente de sustentação em bolhas elipsoidais. Foi proposta uma correlação empírica para o diâmetro horizontal de bolhas deformadas que se ajustou bem aos dados obtidos e mostra a influência do número de Morton na deformação interfacial. Testes relacionados à descrição temporal foram realizados e observou-se que quanto menor o passo de tempo, melhor os resultados, embora incrementos de tempo muito pequenos devam ser evitados a fim de não aumentar muito o tempo de simulação. Estudos da trajetória da bolha para diferentes diâmetros e números de Morton foram feitos, e comparando com a literatura, pôde-se formular uma correlação numérica para determinação do coeficiente de sustentação em regimes de bolha distorcidos variável no tempo.

A abordagem Euleriana-Lagrangiana também demonstrou sua capacidade em prever a in-

fluência da transferência de calor na trajetória das bolhas. Alguns testes preliminares foram feitos a fim de determinar como o número de painéis, o comprimento da parede e a difusividade térmica do fluido influenciam nos resultados. Foi observado que quanto maior número de painéis, menor comprimento e maior difusividade do fluido, mais confiança se pode ter na abordagem, sempre considerando também o uso correto de parâmetros para não aumentar demasiadamente o tempo de simulação. Testes preliminares com tempo de pré-difusão térmica e transferência de calor foram realizados e observados como os gradientes térmicos no escoamento são alterados variando estes parâmetros, concordando com a literatura.

O método Euleriano-Euleriano VOF disponível no pacote OpenFOAM se mostrou útil tanto para comprovar resultados obtidos na abordagem Euleriana-Lagrangiana, como para verificar os fundamentos da física subjacente ao fenômeno de dinâmica de bolhas.

Pode-se avaliar a influência de variáveis numéricas de importância em estudo de metodologias com malha, como discretização da interface e número de Courant. Percebeu-se que o refinamento da superfície da bolha apresenta um impacto considerável na acurácia da solução, embora o nível de refino necessário dependa do diâmetro da bolha, exigindo elementos menores para bolhas menores. Verificou-se que é importante subdividir bem a interface, sem grandes preocupações em refinar o interior da bolha. O número de Courant também apresentou alguma influência nos resultados obtidos, e se percebeu que manter o seu valor igual a 0,1 já é capaz de assegurar bons resultados. Outros testes preliminares realizados como diferentes alturas de inserção da bolha em diferentes escoamentos e formatos iniciais foram realizados. Foi observada pouca influência na trajetória e nos parâmetros cinemáticos quando a posição inicial da bolha é modificada em escoamentos viscosos, e maior para fluidos de baixa viscosidade com bolhas de grande tamanho (>3mm). O formato inicial da bolha não impactou a sua dinâmica em nenhuma maneira, somente com uma variação no volume devido ao nível de refino original do domínio.

Outros testes foram realizados modificando os esquemas de discretização de divergentes, visualizando um maior impacto na discretização do divergente da equação de transporte de α_{water} . Percebeu-se que há um efeito acumulativo na utilização de diferentes esquemas de divergente. O *interDyMFoam* também foi capaz de capturar a direção de migração de bolhas em diferentes diâmetros, e também na magnitude do deslocamento transversal em função da vorticidade do escoamento, concordando com os dados experimentais. Os testes com domínios de diferentes temperaturas também mostraram acordo qualitativo com os resultados obtidos pela abordagem Euleriana-Lagrangiana, mostrando que a temperatura impacta significativamente a

migração lateral de bolhas.

O uso de VOF para estudo de bolhas inseridas em fluidos de baixa viscosidade mostrou a necessidade da prescrição de de modelo de turbulência diferente do laminar, utilizado no presente trabalho. Os resultados com bolhas de diâmetros maiores que $d_b > 2,5mm$ precisam ser melhor investigados.

Entretanto, as correlações desenvolvidas neste trabalho podem ainda passar por um processo de generalização a fim de ser utilizado em escoamentos descritos por outras faixas de Eo e Mo , ao mesmo tempo em que simplificações das correlações são desejadas se o objetivo de uma análise for aplicá-las em escoamentos com um grande número de bolhas. Outro ponto deve ser considerar como que a geração de partículas de temperatura influenciam o campo de velocidades do escoamento originadas pelo fenômeno de convecção.

Referências Bibliográficas

ADOUA, R.; LEGENDRE, D.; MAGNAUDET, J. Reversal of the lift force on an oblate bubble in a weakly viscous linear shear flow. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 628, p. 23–41, 2009.

AGUERRE, H.; DAMIAN, S. M.; GIMENEZ, J.; NIGRO, N. Modeling of compressible fluid problems with openfoam using dynamic mesh technology. **Mecánica Computacional**, v. 32, p. 955–1011, 2013.

ANTAL, S.; JR, R. L.; FLAHERTY, J. Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 17, n. 5, p. 635–652, 1991.

ARIAS, S.; RUIZ, X.; CASADEMUNT, J.; RAMÍREZ-PISCINA, L.; GONZÁLEZ-CINCA, R. Experimental study of a microchannel bubble injector for microgravity applications. **Microgravity science and technology**, Springer, v. 21, n. 1-2, p. 107–111, 2009.

ARMAND, A. A. The resistance in two-phase flow through horizontal pipes. **AERE Lib/Trans**, v. 828, n. 1, p. 16–23, 1946.

ARMAND, A. A. Investigation of the mechanism of two-phase flow in vertical pipes. **Hydrodynamics and Heat Transfer With Boiling**, Acad. Nauk. SSSR, n. 1, p. 16–23, 1954.

ARMAND, A. A.; NEVSTRUEVA, E. I. Investigation of the mechanism of two-phase flow in vertical pipes. **Izvest. Vsesou. Teplotek. Inst.**, n. 2, 1950.

ARMAND, A. A.; TRESCHEV, G. G. Investigation of the resistance during the movement of vapor-water mixtures in heated pipes at high pressure. **AERE Lib/Trans**, v. 816, n. 4, p. 1–5, 1947.

AUTON, T. The lift force on a spherical body in a rotational flow. **Journal of fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 183, p. 199–218, 1987.

AUTON, T.; HUNT, J.; PRUD'HOMME, M. The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotational flow. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 197, p. 241–257, 1988.

BANKOFF, S. G. A variable density single-fluid model for two-phase flow with particular reference to steam-water flow. **Journal of Heat Transfer (US)**, Northwestern Univ., Evanston, Ill., v. 82, 1960.

BATCHELOR, G. K. **An introduction to fluid dynamics**. Cambridge, U.K. New York, NY: Cambridge University Press, 1999. ISBN 978-0521663960.

BERBEROVIĆ, E.; HINSBERG, N. P. van; JAKIRLIĆ, S.; ROISMAN, I. V.; TROPEA, C. Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution. **Physical Review E**, APS, v. 79, n. 3, p. 036306, 2009.

BERGMAN, T. L. **Introduction to heat transfer**. Hoboken, NJ: Wiley, 2011. ISBN 0470501960.

BERTODANO, M. L. D.; JR, R. L.; JONES, O. Phase distribution in bubbly two-phase flow in vertical ducts. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 20, n. 5, p. 805–818, 1994.

BEYERLEIN, S. W.; COSSMANN, R. K.; RICHTER, H. J. Prediction of bubble concentration profiles in vertical turbulent two-phase flow. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 11, n. 5, p. 629–641, 1985.

BOTHE, D.; SCHMIDTKE, M.; WARNECKE, H.-J. Vof-simulation of the lift force for single bubbles in a simple shear flow. **Chemical Engineering & Technology: Industrial Chemistry-Plant Equipment-Process Engineering-Biotechnology**, Wiley Online Library, v. 29, n. 9, p. 1048–1053, 2006.

BRENNEN, C. E. **Cavitation and bubble dynamics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2014.

BUTCHER, J. C. **Numerical methods for ordinary differential equations**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2016.

CALLISTER, W. **Materials science and engineering : an introduction**. Hoboken, NJ: Wiley, 2014. ISBN 978-1118324578.

CANO-LOZANO, J.; BOLAÑOS-JIMÉNEZ, R.; GUTIÉRREZ-MONTES, C.; MARTÍNEZ-BAZÁN, C. The use of volume of fluid technique to analyze multiphase flows: Specific case of bubble rising in still liquids. **Applied Mathematical Modelling**, Elsevier BV, v. 39, n. 12, p. 3290–3305, jun. 2015.

CHASE, M. W. **NIST-JANAF thermochemical tables**. Washington, D.C. Woodbury, N.Y: American Chemical Society American Institute of Physics for the National Institute of Standards and Technology, 1998. ISBN 978-1563968310.

CHORIN, A. J. Numerical study of slightly viscous flow. **Journal of fluid mechanics**, Cambridge University Press, v. 57, n. 4, p. 785–796, 1973.

CHRISTENSEN, H. **ANL-6385**, Argonne, Illinois, 1961.

CLIFT, R. **Bubbles, drops, and particles**. New York: Academic Press, 1978. ISBN 978-0486445809.

COOK, W. H. Boiling density in vertical rectangular multi-channel sections with natural circulations. **Argonne National Laboratory Report No. 5621**, 11 1956.

COTTET, G.-H. **Vortex methods : theory and practice**. Cambridge New York: Cambridge University Press, 2000. ISBN 978-0521621861.

COUETTE, M. **Etudes sur le frottement des liquides**. Tese (Doutorado), 1890.

COUSINS, L.; HEWITT, G. **LIQUID PHASE MASS TRANSFER IN ANNULAR TWO-PHASE FLOW: RADIAL LIQUID MIXING**. [S.l.], 1968.

DAUBERT, T. E. Physical and thermodynamic properties of pure chemicals: data compilation. **Design Institute for Physacal Property Data (DIPPR)**, AIChE, 1989.

DIJKHUIZEN, W.; ANNALAND, M. van S.; KUIPERS, J. Numerical and experimental investigation of the lift force on single bubbles. **Chemical engineering science**, Elsevier, v. 65, n. 3, p. 1274–1287, 2010.

DIX, G. E. Vapor void fractions for forced convection with subcooled boiling at low flow rates. **GE Report**, 1971.

DREW, D.; JR, R. L. Phase distribution mechanisms in turbulent two-phase flow in channels of arbitrary cross section. 1981.

DREW, D.; JR, R. L. The virtual mass and lift force on a sphere in rotating and straining inviscid flow. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 13, n. 1, p. 113–121, 1987.

DREW, D.; PASSMAN, S. Theory of multicomponent fluids. **Applied Mathematical Sciences**, 1998.

EGEN, R. A.; DINGEE, D.; CHASTAIN, J. W. Vapor formation and behavior in boiling heat transfer. **Battelle Memorial Institute Report No. 1163**, 2 1957.

ERVIN, E.; TRYGGVASON, G. The rise of bubbles in a vertical shear flow. 1997.

GAITONDE, U.; DESHPANDE, D.; SUKHATME, S. The thermal conductivity of liquid mixtures. **Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals**, ACS Publications, v. 17, n. 4, p. 321–325, 1978.

GRACE, J. Shapes and velocities of single drops and bubbles moving freely through immiscible liquids. **Chem. Eng. Res. Des.**, v. 54, p. 167–173, 1976.

GREENGARD, C. The core spreading vortex method approximates the wrong equation. **Journal of Computational Physics**, v. 61, p. 345–348, 1985.

HABERMAN, W. L.; MORTON, R. **An experimental investigation of the drag and shape of air bubbles rising in various liquids**. [S.l.], 1953.

HERRINGE, R. t.; DAVIS, M. Structural development of gas-liquid mixture flows. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 73, n. 1, p. 97–123, 1976.

HEWITT, G. F.; YADIGAROGLU, G. **Introduction to Multiphase Flow: Basic Concepts, Applications and Modelling (Zurich Lectures on Multiphase Flow)**. S.l: Springer, 2018. ISBN 978-3319864617.

HIBIKI, T.; ISHII, M. Lift force in bubbly flow systems. **Chemical Engineering Science**, Elsevier, v. 62, n. 22, p. 6457–6474, 2007.

HIGUERA, P.; LARA, J. L.; LOSADA, I. J. Realistic wave generation and active wave absorption for navier–stokes models: Application to openfoam®. **Coastal Engineering**, Elsevier, v. 71, p. 102–118, 2013.

- HINKELMANN, R. **Efficient numerical methods and information-processing techniques for modeling hydro-and environmental systems**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. v. 21.
- HIRT, C. W.; NICHOLS, B. D. Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundaries. **Journal of computational physics**, Citeseer, v. 39, n. 1, p. 201–225, 1981.
- ISERLES, A. **A first course in the numerical analysis of differential equations**. [S.l.]: Cambridge university press, 2009.
- JAMIESON, D. T.; IRVING, J. B. **Thermal conductivity of binary liquid mixtures**. [S.l.]: National Engineering Laboratory, 1974.
- JASAK, H. Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. Imperial College London (University of London), 1996.
- JR, R. L. The analysis of phase separation and phase distribution phenomena using two-fluid models. **Nuclear Engineering and Design**, Elsevier, v. 122, n. 1-3, p. 17–40, 1990.
- KARIYASAKI, A. Behavior of a single gas bubble in a liquid flow with a linear velocity profile. In: **Proceedings of the 1987 ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference, ASME New York**. [S.l.: s.n.], 1987.
- KÄRRHOLM, F. P. Rhie-chow interpolation in openfoam. **Department of Applied Mechanics, Chalmers University of Technology: Goteborg, Sweden**, 2006.
- KATAOKA, I.; SERIZAWA, A. Interfacial area concentration in bubbly flow. **Nuclear engineering and design**, Elsevier, v. 120, n. 2-3, p. 163–180, 1990.
- KAZIN, I. Radial distribution of steam in an ascending turbulent steam-water flow. **Teploenergetika**, v. 11, 1964.
- KHOLODOVSKI, G. E. New method for correlating experimental data for the flow of a steam-water mixtures in vertical pipes. **Teploenergetika**, v. 4, n. 7, p. 68–72, 1957.
- KOBAYASI, K.; IIDA, Y.; KANEGAE, N. Distribution of local void fraction of air-water two-phase flow in a vertical channel. **Bulletin of JSME**, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 13, n. 62, p. 1005–1012, 1970.
- KOEBE, M.; BOTHE, D.; PRUESS, J.; WARNECKE, H.-J. 3d direct numerical simulation of air bubbles in water at high reynolds number. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS DIGITAL COLLECTION. **ASME 2002 Joint US-European Fluids Engineering Division Conference**. [S.l.], 2002. p. 823–830.
- KREPPER, E.; VANGA, B. N. R.; ZARUBA, A.; PRASSER, H.-M.; BERTODANO, M. A. L. de. Experimental and numerical studies of void fraction distribution in rectangular bubble columns. **Nuclear engineering and design**, Elsevier, v. 237, n. 4, p. 399–408, 2007.
- KROEGER, P.; ZUBER, N. A program of two-phase flow investigation quarterly report, apr.-jun. 1966(effects of void formation on dynamic behavior and stability of two-phase flow with heat addition). 1966.
- LACKME, C. Structure et cinématique des écoulements diphasiques à bulles. **Rapp. CEA**, 1967.

- LAVILLE, A. **Influence of walls on bubble motion in nearly vertical flow.** [S.l.], 1979. Dartmouth College, Thayer School of Engineering, Hanover, NH.
- LAWLER, M. T.; LU, P.-C. The role of lift in the radial migration of particles in a pipe flow. In: **Advances in Solid-Liquid Flow in Pipes and its Application.** [S.l.]: Elsevier, 1971. p. 39–57.
- LEGENDRE, D.; MAGNAUDET, J. The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 368, p. 81–126, 1998.
- LEONARD, A. Vortex methods for flow simulation. **Journal of computational physics**, Elsevier, v. 37, n. 3, p. 289–335, 1980.
- LEVY, S. **Theory of pressure drop and heat transfer for two-phase two-component annular flow in pipes.** Dissertação (Mestrado) — University of California, Library Photographic Service, 1951.
- LEWIS, R. I. **Vortex element methods for fluid dynamic analysis of engineering systems.** Cambridge New York: Cambridge University Press, 1991. ISBN 9780511529542.
- LI, Z.; SONG, X.; JIANG, S.; ISHII, M. The lateral migration of relative large bubble in simple shear flow in water. **Experimental Thermal and Fluid Science**, Elsevier, v. 77, p. 144–158, 2016.
- LIU, T. Bubble size and entrance length effects on void development in a vertical channel. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 19, n. 1, p. 99–113, 1993.
- LUCAS, D.; TOMIYAMA, A. On the role of the lateral lift force in poly-dispersed bubbly flows. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 37, n. 9, p. 1178–1190, 2011.
- MALLINSON, S.; MCBAIN, G.; HORROCKS, G. Viscosity and surface tension of aqueous mixtures. In: **20th Australasian Fluid Mechanics Conference Perth, Australia. Australasian Fluid Mechanics Society.** [S.l.: s.n.], 2016.
- MALNES, D. **Slip ratios and friction factors in the bubble flow regime in vertical tubes.** [S.l.], 1966.
- MAPLES, R. E. **Petroleum refinery process economics.** [S.l.]: Pennwell Books, 2000.
- MARCHATERRE, J. F. The effect of pressure on boiling density in multiple rectangular channels. **Argonne National Laboratory Report No. 5522**, 2 1956.
- MARSH, K. N.; MARSH, K. Recommended reference materials for the realization of physico-chemical properties. Blackwell Scientific Publications Oxford, 1987.
- MARTINELLI, R.; NELSON, D. Prediction of pressure drop during forced-circulation of boiling water. **Trans.ASME**, v. 70, p. 695, 1948.
- MATSUI, G. Characteristic structure of upward bubble flow under the same flow rate conditions. In: **Proc. Japan-US Seminar on Two-phase Flow Dynamics.** [S.l.: s.n.], 1988. p. E–2dash1.
- MEHDI, S. M.; KIM, S. Theoretical study of motion of small spherical air bubbles in a uniform shear flow of water. **Nuclear Engineering and Technology**, Elsevier, v. 47, n. 1, p. 126–134, 2015.

- MICHAELIDES, E. **Particles, bubbles and drops : their motion, heat and mass transfer**. Hackensack, NJ: World Scientific, 2006. ISBN 978-981-256-647-8.
- MICHIYOSHI, I.; SERIZAWA, A. Turbulence in two-phase bubbly flow. **Nuclear Engineering and design**, Elsevier, v. 95, p. 253–267, 1986.
- MINER, C. S.; DALTON, N. N. **Glycerol: American Chemical Society Monograph Series, No. 117**. [S.l.]: Reinhold Publishing Corp, 1953. ISBN 1258714868.
- MORSE, A. L.; WRIGHT, R. W.; ZIVI, S. M. **RWD-RL-190**. Canoga Park, California, 1960.
- MOUGIN, G.; MAGNAUDET, J. The generalized kirchhoff equations and their application to the interaction between a rigid body and an arbitrary time-dependent viscous flow. **International journal of multiphase flow**, Elsevier, v. 28, n. 11, p. 1837–1851, 2002.
- MOUKALLED, F. **The finite volume method in computational fluid dynamics : an advanced introduction with OpenFOAM® and Matlab**. Cham: Springer, 2015. ISBN 978-3319168739.
- NAHRA, H. K.; MOTIL, B. J.; SKOR, M. Measurements of shear lift force on a bubble in channel flow in microgravity. 2003.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica: Mecânica (vol. 1)**. [S.l.]: Editora Blucher, 2013. v. 394.
- OKAWA, T.; KATAOKA, I.; MORI, M. Numerical simulation of lateral phase distribution in turbulent upward bubbly two-phase flows. **Nuclear Engineering and Design**, Elsevier BV, v. 213, n. 2-3, p. 183–197, abr. 2002.
- OLIVER, D. Influence of particle rotation on radial migration in the poiseuille flow of suspensions. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 194, n. 4835, p. 1269, 1962.
- OMELCHENKO, F. On the heat capacity of glycerol. **Izv. Vysshikh. Uchebn. Zaved.**, Pishchevaya Tekhnol., n. 3, p. 97–98, 1962.
- PANDEY, J.; SANGURI, V. Prediction of density of liquid mixtures using flory's statistical theory. **Journal of Chemical Research**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 2001, n. 8, p. 344–345, 2001.
- PATTON, K. T. Tables of hydrodynamic mass factors for translational motion. In: ASME. [S.l.], 1965.
- PECK, V. C. **Influence of walls on bubble motion in nearly vertical flow**. [S.l.], 1973. Dartmouth College, Thayer School of Engineering, Hanover, NH.
- PEREIRA, L. A. **Notas de Aula da Disciplinade MCC10 - Método de Partículas Lagrangeanos Aplicados à Problemas de Escoamentos Multicomponentes oferecida no primeiro semestre de 2018 pelo Prof. Dr. Luiz Antonio Alcântara Pereira no programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica do IEM/UNIFEI**. [S.l.: s.n.], 2018.
- PETRICK, M. **A study of vapor carryunder and associated problems**. [S.l.], 1962.
- PIERRE, C. S.; BANKOFF, S. Vapor volume profiles in developing two-phase flow. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 10, n. 2, p. 237–249, 1967.

- POISEUILLE, J. Observations of blood flow. **Ann. Sci. Naturelles Srie**, v. 5, n. 2, p. 1836, 1836.
- RABHA, S. S.; BUWA, V. V. Volume-of-fluid (vof) simulations of rise of single/multiple bubbles in sheared liquids. **Chemical Engineering Science**, Elsevier, v. 65, n. 1, p. 527–537, 2010.
- REID, R. C. P.; JOHN, M.; SHERWOOD, T. K. The properties of gases and liquids/robert c. reid, john m. prausnitz, thomask. sherwood. 1977.
- RICHARD, L.; BURDEN, J. **Douglas faires, numerical analysis**. [S.l.]: Brooks/Cole, 2011.
- ROMERO, C. M.; PAÉZ, M. S. Surface tension of aqueous solutions of alcohol and polyols at 298.15 k. **Physics and Chemistry of Liquids**, Taylor & Francis, v. 44, n. 1, p. 61–65, 2006.
- ROSSI, L. F. Resurrecting core spreading vortex methods: A new scheme that is both deterministic and convergent. **SIAM Journal on Scientific Computing**, SIAM, v. 17, n. 2, p. 370–397, 1996.
- ROUHANI, Z. Effect of wall friction and vortex generation on the radial distribution of different phases. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 3, n. 1, p. 35–50, 1976.
- ROWLINSON, J. S. **Liquids and liquid mixtures**. London Boston: Butterworth Scientific, 1982. ISBN 978-0-408-24193-9.
- RUBINOW, S.; KELLER, J. B. The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid. **Journal of Fluid Mechanics**, Cambridge University Press, v. 11, n. 3, p. 447–459, 1961.
- RUSCHE, H. **Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions**. Tese (Doutorado) — University of London, 2002.
- SAFFMAN, P. The lift on a small sphere in a slow shear flow. **Journal of fluid mechanics**, Cambridge University Press, v. 22, n. 2, p. 385–400, 1965.
- SAFFMAN, P. Corrigendum to 'the lift on a small sphere in a slow shear flow'. **J. Fluid Mech.**, v. 31, p. 624, 1968.
- SAFFMAN, P. G. **Vortex dynamics**. [S.l.]: Cambridge university press, 1992.
- SANKARANARAYANAN, K.; SUNDARESAN, S. Lift force in bubbly suspensions. **Chemical Engineering Science**, Elsevier, v. 57, n. 17, p. 3521–3542, 2002.
- SASTRY, S. K.; ZURITZ, C. A. A review of particle behavior in tube flow: applications to aseptic processing 1. **Journal of Food Process Engineering**, Wiley Online Library, v. 10, n. 1, p. 27–52, 1987.
- SATO, Y.; SEKOGUCHI, K. Liquid velocity distribution in two-phase bubble flow. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 2, n. 1, p. 79–95, 1975.
- SCHULZE, L.; THORENZ, C. The multiphase capabilities of the cfd toolbox openfoam for hydraulic engineering applications. In: **ICHE 2014. Proceedings of the 11th International Conference on Hydroscience & Engineering**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1007–1016.
- SEKOGUCHI, K.; FUKUI, H.; SATE, Y. Two-phase flow dynamics. 1979.

SEKOGUCHI, K.; SATO, T.; HONDA, T. Two-phase bubbly flow (first report). **Transactions of JSME**, v. 40, p. 1395–1403, 1974.

SERIZAWA, A.; KATAOKA, I. Dispersed flow-i. **Multiphase science and technology**, Begel House Inc., v. 8, n. 1-4, 1994.

SERIZAWA, A.; KATAOKA, I. BUBBLE FLOW. In: **A-to-Z Guide to Thermodynamics, Heat and Mass Transfer, and Fluids Engineering**. [S.l.]: Begellhouse, 2010.

SERIZAWA, A.; KATAOKA, I.; MICHİYOSHI, I. Turbulence structure of air-water bubbly flow—ii. local properties. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 2, n. 3, p. 235–246, 1975.

SERIZAWA, A.; KATAOKA, I.; ZUN, I.; MICHİYOSHI, I. Bubble size effect on phase distribution. In: **Proceedings of the Japan-US Seminar on Two phase flow dynamic. Japan**. [S.l.: s.n.], 1988. p. 379–400.

SHIRALKAR, B. Local void fraction measurements in freon-114 with a hot-wire anemometer. **NEDO-13158**, General Electric Co., 1970.

SIDI, A. **Practical extrapolation methods: Theory and applications**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2003. v. 10.

SRIDHAR, G.; KATZ, J. Drag and lift forces on microscopic bubbles entrained by a vortex. **Physics of Fluids**, AIP, v. 7, n. 2, p. 389–399, 1995.

STANDARDS, U. S. N. B. of; BURRIS, B. **Publications of the National Bureau of Standards, 1976 catalog: a compilation of abstracts and key word author indexes**. NBS, 1977. (Special publication). Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=49wdLY78eBcC>>.

STAUB, F.; WALMET, G.; NIEMI, R. Heat transfer and hydraulics; the effects of subcooled voids. **Final report, NYO-3679-8**, 1969.

STAUB, F.; ZUBER, N. A program of two-phase flow investigation. **General Electric Co**, 1964.

SUBBOTIN, V. I.; IBRAGIMOV, M. K.; BOBKOV, V. P.; TYCHINSKII, N. Turbulent channel-flow characteristics of gas-water mixtures. In: **Soviet Physics Doklady**. [S.l.: s.n.], 1971. v. 16, p. 192.

TAKAMASA, T. Effect of wall roughness on developing vertical bubbly flow. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. **Turbulence Modification in Dispersed Multiphase Flows: Presented at the Third Joint Asce/Asme Mechanics Conference, University of California, San Diego, La Jolla, California, July 9-12, 1989**. [S.l.], 1989. v. 80, p. 73.

TEJA, A. S. A corresponding states equation for saturated liquid densities. i. applications to lng. **AIChE Journal**, Wiley Online Library, v. 26, n. 3, p. 337–341, 1980.

TEJA, A. S. Simple method for the calculation of heat capacities of liquid mixtures. **Journal of chemical and engineering data**, ACS Publications, v. 28, n. 1, p. 83–85, 1983.

THUKRAL, M. S. N. Microalgae as future fuel: Real opportunities and challenges. **Journal of Thermodynamics and Catalysis**, OMICS Publishing Group, v. 06, n. 01, 2015.

TOMIYAMA, A. Effects of eotvos number and dimensionless liquid volumetric flux on lateral motion of a bubble in a laminar duct flow. In: **2nd Int. Conf. an Multiphase Flow**. [S.l.: s.n.], 1995. v. 3.

TOMIYAMA, A.; CELATA, G.; HOSOKAWA, S.; YOSHIDA, S. Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 28, n. 9, p. 1497–1519, 2002.

TOMIYAMA, A.; KATAOKA, I.; ZUN, I.; SAKAGUCHI, T. Drag coefficients of single bubbles under normal and micro gravity conditions. **JSME International Journal Series B Fluids and Thermal Engineering**, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 41, n. 2, p. 472–479, 1998.

TOMIYAMA, A.; TAMAI, H.; ZUN, I.; HOSOKAWA, S. Transverse migration of single bubbles in simple shear flows. **Chemical Engineering Science**, Elsevier, v. 57, n. 11, p. 1849–1858, 2002.

TOMIYAMA, A.; ZUN, I.; SOU, A.; SAKAGUCHI, T. Numerical analysis of bubble motion with the vof method. **Nuclear Engineering and Design**, Elsevier, v. 141, n. 1-2, p. 69–82, 1993.

TÜRKMEN, M.; TIFTIKCI, A. Neutronics modeling of bubbles in bubbly flow regime in boiling water reactors. **Nuclear Engineering and Technology**, Elsevier BV, v. 51, n. 5, p. 1241–1250, ago. 2019.

WALLIS, G. B.; RICHTER, H. **Influence of walls on bubble motion in vertical two-phase flow**. [S.l.]: Dartmouth College, 1973.

WANG, S.; LEE, S.; JR, O. J.; JR, R. L. 3-d turbulence structure and phase distribution measurements in bubbly two-phase flows. **International Journal of multiphase flow**, Elsevier, v. 13, n. 3, p. 327–343, 1987.

WELLEK, R.; AGRAWAL, A.; SKELLAND, A. Shape of liquid drops moving in liquid media. **AIChE Journal**, Wiley Online Library, v. 12, n. 5, p. 854–862, 1966.

WELLER, H. G.; TABOR, G.; JASAK, H.; FUREBY, C. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques. **Computers in physics**, American Institute of Physics, v. 12, n. 6, p. 620–631, 1998.

WHITE, F. **Viscous fluid flow**. New York, NY: McGraw-Hill Higher Education, 2011. ISBN 978-1259002120.

WHITE, F. **Fluid mechanics**. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2016. ISBN 978-0073398273.

WRIGHT, R. W.; ZIVI, S. M. **8977-6031-RU-000**. Redondo Beach, California, 1963.

YADIGAROGLU, G. **Introduction to multiphase flow : basic concepts, applications and modelling**. Cham: Springer, 2018. ISBN 978-3-319-58718-9.

YAWS, C. **Chemical Properties Handbook: Physical, Thermodynamics, Environmental Transport, Safety & Health Related Properties for Organic & Inorganic Chemical**. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 1998. ISBN 0070734011.

YEOH, G. **Computational techniques for multiphase flows**. Oxford Burlington, MA: Butterworth-Heinemann, 2010. ISBN 978-0080467337.

ZHONGCHUN, L.; XIAOMING, S.; SHENGYAO, J.; JIYANG, Y. Numerical investigation on lateral migration and lift force of single bubble in simple shear flow in low viscosity fluid using volume of fluid method. **Nuclear Engineering and Design**, Elsevier, v. 274, p. 154–163, 2014.

ZUBER, N. On the variable-density single-fluid model for two-phase flow. **Journal of Heat Transfer**, American Society of Mechanical Engineers, v. 82, n. 3, p. 255–258, 1960.

ZUBER, N.; FINDLAY, J. Average volumetric concentration in two-phase flow systems. **Journal of heat transfer**, American Society of Mechanical Engineers, v. 87, n. 4, p. 453–468, 1965.

ZUHAL, L. R.; DUNG, D. V.; SEPNOV, A. J.; MUHAMMAD, H. Core spreading vortex method for simulating 3d flows around bluff bodies. **Journal of Engineering and Technological Sciences**, v. 46, n. 4, p. 436–454, 2014.

ZUN, I. The transverse migration of bubbles influenced by walls in vertical bubbly flow. **International Journal of Multiphase Flow**, Elsevier, v. 6, n. 6, p. 583–588, 1980.

ZUN, I.; RICHTER, H.; WALLIS, G. The transverse migration of bubbles in vertical two-phase flow. **Dartmore College. Thayer School of Engineering. Hanover, NH**, 1975.

Apêndice A

Grandezas termodinâmicas em função da temperatura

A.1 Fluidos homogêneos

Um bom número das propriedades hidrodinâmicas mencionadas apresentam diferenças de magnitude em função da temperatura em que se encontram.

A.1.1 Massa específica

Líquido

A variação da massa específica de um líquido a partir de variações de temperatura pode ser descrita genericamente pela Equação (A.1).

$$\rho_{gen} = \frac{A}{\left[B^{1+\left[1-\left(\frac{T+273}{C}\right)\right]^D} \right]} \quad (\text{A.1})$$

Assumindo o líquido em questão como sendo a água, substitui-se as constantes arbitrárias na Equação (A.1) por valores bem definidos, visto na Equação (A.2).

$$\rho_{agua} = \frac{0,14395}{\left[0,0112^{1+\left[1-\left(\frac{T+273}{649,727}\right)\right]^{0,05107}} \right]} \quad (\text{A.2})$$

A densidade de outros fluidos como o glicerol, no entanto, pode ser obtida através do conjunto de dados fornecidos por Miner & Dalton (1953), e então conduzir uma interpolação

linear dos dados, obtendo a Equação (A.3).

$$\rho_{glic} = -0,637T + 1273 \quad (\text{A.3})$$

Gás

Para gases e vapor, utiliza-se a teoria dos gases ideais (WHITE, 2016) para descrever a inter-relação das propriedades termodinâmicas, expressa na Equação (A.4).

$$\rho_{gas} = \frac{P}{RT} \quad (\text{A.4})$$

Considerando pressão ambiente igual a pressão atmosférica (101325 Pa) e a massa molecular média do ar, a Equação (A.5) é obtida.

$$\rho_{ar} = \frac{101325}{287,05(T + 273,15)} \quad (\text{A.5})$$

A.1.2 Viscosidade dinâmica

Líquido

A variação da viscosidade de um líquido a partir de variações de temperatura pode ser descrita genericamente pela Equação (A.6).

$$\mu_{gen} = A \times 10^{B/T+273-C} \quad (\text{A.6})$$

Assumindo o líquido em questão como sendo a água, substitui-se as constantes arbitrárias na Equação (A.6) por valores bem definidos, visto na Equação (A.7).

$$\mu_{agua} = 2,41410^{-5} \times 10^{247,8/T+273-140} \quad (\text{A.7})$$

A viscosidade de outros fluidos como o glicerol, no entanto, pode ser obtida através dos dados fornecidos por Miner & Dalton (1953), e fazendo uma interpolação polinomial de sexto grau dos dados, obtêm-se a Equação (A.8).

$$\begin{aligned} \mu_{gly} = & 3,97505718881247 \times 10^{-10} T^6 - 1,42603798997565 \times 10^{-7} T^5 \\ & + 2,04680039253552 \times 10^{-5} T^4 - 1,505104205529 \times 10^{-3} T^3 + \\ & 6,03052883272933 \times 10^{-2} T^2 - 1,28251997436801 \times T + 12,0592874742794 \end{aligned} \quad (A.8)$$

Gás

A viscosidade dinâmica do ar pode ser obtida através da correlação expressa na Equação (A.9).

$$\mu_{ar} = 5 \times 10^{-8} T + 2 \times 10^{-5} \quad (A.9)$$

A.1.3 Calor específico a pressão constante de líquidos

O calor específico à pressão constante e a condutividade térmica são propriedades termodinâmicas que desempenham um papel essencial em problemas de transferência de calor. Diversos líquidos podem ter seu calor específico à pressão constante calculada pela Equação (A.10) genérica (CHASE, 1998). Especificante para a água, as constantes da Equação podem ser substituídas e gerar a Equação (A.11).

$$C_{p_{liq}} = \frac{\left[A + B \frac{(T+273,15)}{1000} + C \left[\frac{(T+273,15)}{1000} \right]^2 + D \left[\frac{(T+273,15)}{1000} \right]^3 + \frac{E}{\left[\frac{(T+273,15)}{1000} \right]^2} \right]}{M_{molar}} \quad (A.10)$$

$$\begin{aligned} C_{p_{agua}} = & \left[-203,6060 + 1523,29 \frac{(T+273,15)}{1000} - 3196,413 \left[\frac{(T+273,15)}{1000} \right]^2 \right. \\ & \left. + 2474,455 \left[\frac{(T+273,15)}{1000} \right]^3 + \frac{3,855326}{\left[\frac{(T+273,15)}{1000} \right]^2} \right] / 0,018 \end{aligned} \quad (A.11)$$

Para outros fluidos como glicerol (OMELCHENKO, 1962), o calor específico à pressão constante pode ser calculado a partir da Equação (A.12).

$$C_{p_{glic}} = \left[32,9 + 0,0761(T+273,15) - 0,0000269(T+273,15)^2 \right] \frac{4,184}{0,0920938} \quad (A.12)$$

Contudo, pela simplicidade da operação matemática, este método ideal pode ser escolhido sem prejudicar demasiadamente o cálculo, já que a imprecisão é menos séria para misturas líquidas puras (ROWLINSON, 1982).

A.1.4 Condutividade térmica de líquidos

Para a condutividade térmica, os dados relevantes são obtidos a partir de Daubert (1989) e Marsh & Marsh (1987), podendo interpolar os dados e chegar às expressões matemáticas correspondentes para água e glicerol na Equação (A.13) e Equação (A.14).

$$k_{agua} = -9,2229 \times 10^{-6}T^2 + 2,1058857 \times 10^{-3}T + 0,5607914286 \quad (A.13)$$

$$k_{glic} = 1,040 \times 10^{-4}T + 0,2895 \quad (A.14)$$

A.1.5 Tensão superficial de líquidos com o ar

A variação da tensão superficial de um líquido a partir de variações de temperatura pode ser descrita genericamente pela Equação (A.15) segundo Yaws (1998).

$$\sigma_{gen} = \sigma_0 \left(1 - \frac{T + 273}{T_c}\right)^\beta \quad (A.15)$$

Assumindo o líquido em questão como sendo o glicerol, substitui-se as constantes arbitrárias na Equação (A.15) por valores bem definidos, visto na Equação (A.16).

$$\sigma_{gly} = 0,0878 \left(1 - \frac{T + 273}{T_c}\right)^{0,755} \quad (A.16)$$

A densidade de outros fluidos como a água, no entanto, pode ser obtida através do conjunto de dados fornecidos por Standards & Burris (1977) e Mallinson et al. (2016), e então conduzir uma interpolação linear dos dados, obtendo a Equação (A.17).

$$\sigma_{agua} = 0,2358 \left(1 - \frac{T + 273}{T_c}\right)^{1,256} \left[1 - 0,625 \left(1 - \frac{T + 273}{T_c}\right)\right] \quad (A.17)$$

A.2 Mistura multicomponente líquida

A.2.1 Massa específica

A densidade de uma mistura líquida é calculada simplesmente pela regra aditiva (PANDEY; SANGURI, 2001) expressa na Equação (A.18).

$$\rho_{mix} = \sum_{i=1}^{N_c} \chi_i \rho_i \quad (\text{A.18})$$

A.2.2 Viscosidade dinâmica

Para uma mistura de líquidos composto por dois ou mais componentes, pode-se determinar a viscosidade a partir da Equação de Refutas (MAPLES, 2000). A viscosidade da mistura é calculada a partir de três expressões matemáticas sequenciais. Primeira fase consiste na determinação do índice de mistura de viscosidade (Viscosity Blending Number - VBN) para cada componente pela Equação (A.19), em função da viscosidade dinâmica μ e ρ de cada elemento na mistura.

$$VBN = 14,534 \ln \left[\ln \left(\frac{\mu}{\rho} 10^6 + 0,8 \right) \right] + 10,975 \quad (\text{A.19})$$

A segunda etapa computa o índice VBN da mistura pela Equação (A.20) em função da fração mássica χ de cada componente.

$$VBN_{mist} = \sum_{i=1}^{N_c} \chi_i VBN_i \quad (\text{A.20})$$

E por fim, no terceiro passo, calcula-se a viscosidade dinâmica da mistura pela Equação (A.21) em função da densidade da mistura calculada pela Equação (A.18).

$$\mu_{mist} = \frac{\rho_{mist}}{10^6} \left(\exp \left(\exp \left(\frac{VBN_{mix} - 10,975}{14,534} \right) \right) - 0,8 \right) \quad (\text{A.21})$$

A.2.3 Calor específico a pressão constante e condutividade térmica

Reid et al. (1977 apud TEJA, 1983) recomenda a utilização da Equação (A.22) para cálculo do calor específico à pressão constante de uma mistura de líquidos em função da fração mássica χ_i , embora Teja (1983) aponte o fato da equação não considerar o efeito da variação da temperatura

na entalpia de mistura, conseqüentemente diminuindo a exatidão do cálculo.

$$C_{p_{mix}} = \sum_{i=1}^{N_c} \chi_i C_{p_i} \quad (\text{A.22})$$

A correlação utilizada nesta pesquisa para o cálculo de condutividade térmica para misturas binárias de líquidos é a proposta por Jamieson & Irving (1974), expressa na Equação (A.23). Gaitonde et al. (1978) acrescenta que tal correlação foi extensamente testada para uma grande quantidade de dados, e utiliza para o cálculo a condutividade térmica dos componentes e suas respectivas fração mássica.

$$k_{mix} = \chi_1 k_1 + \chi_2 k_2 - (k_1 - k_2) (1 - \sqrt{\chi_1}) \chi_1 \quad k_1 > k_2 \quad (\text{A.23})$$

A.2.4 Tensão superficial

Já para a tensão superficial de mistura σ_m , a correção é devido a Teja (1980) que desenvolveu um método para cálculo de tensão superficial de misturas em condição de temperatura variável, apresentando bom acordo com a análise experimental de Romero & Paéz (2006) (MALLINSON et al., 2016). Primeiramente o método consiste em calcular valores pseudo-críticos cruzados de volume molar ($V_{c_{ij}}$) e temperatura ($T_{c_{ij}}$) utilizando a Equação (A.24) e (A.25) em função das temperaturas e volumes molares críticos de cada componente junto com um parâmetro de interação binária avaliada a partir de dados experimentais (ψ_{ij}).

$$V_{c_{ij}} = \psi_{ij} \left(V_{c,ii}^{1/3} + V_{c,jj}^{1/3} \right)^3 \quad (\text{A.24})$$

$$T_{c_{ij}} V_{c_{ij}} = \psi_{ij} \left(T_{c,ii} T_{c,jj} V_{c,ii} V_{c,jj} \right)^{1/2} \quad (\text{A.25})$$

Calcular os valores pseudo-críticos equivalentes da mistura de volume molar (V_{c_M}) e temperatura (T_{c_M}) através da Equação (A.26) e (A.27).

$$V_{c_M} = \sum \sum_{ij} x_i x_j V_{c,ij} \quad (\text{A.26})$$

$$V_{c_M} T_{c_M} = \sum \sum_{ij} x_i x_j V_{c,ij} T_{c,ij} \quad (\text{A.27})$$

E por fim calcula-se o parâmetro ϕ de cada componente e o equivalente utilizando volume e temperatura críticos e pseudo-críticos equivalentes, constante universal dos gases (R) e o número de Avogadro (N_A) e os emprega no cálculo de tensão superficial de mistura σ_m através da Equação (A.28) e (A.29).

$$\phi = \frac{N_A V_c^{2/3}}{RT_c} \quad (\text{A.28})$$

$$\sigma_m \phi_m = \sum_i^n x_i \sigma_i \phi_i \quad (\text{A.29})$$