



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**MÉTODO DIRETO PARA LOCALIZAR SOLUÇÕES
DE BAIXA TENSÃO NO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA**

Jonattan Emanuel Sarmiento

Dezembro de 2020

Itajubá – MG



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Jonattan Emanuel Sarmiento

**MÉTODO DIRETO PARA LOCALIZAR SOLUÇÕES
DE BAIXA TENSÃO NO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA**

**Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para a
obtenção do Título de Doutor em Ciências em Engenharia
Elétrica.**

Área de Concentração: Sistemas Elétricos de Potência

Orientador: Antonio Carlos Zambroni de Souza

Dezembro de 2020

Itajubá – MG



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Jonattan Emanuel Sarmiento

MÉTODO DIRETO PARA LOCALIZAR SOLUÇÕES DE BAIXA TENSÃO NO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA

**Tese aprovada por banca examinadora em 8 de dezembro de 2020,
conferindo ao autor o Título de Doutor em Ciências em Engenharia
Elétrica.**

Banca examinadora:

Prof. Dr. Antonio Carlos Zambroni de Souza	(Orientador)
Prof. Dra. Ahda Pionkoski Grilo Pavani	(Examinador)
Prof. Dr. Miguel Castilla Fernandez	(Examinador)
Prof ^a . Dra. Eliane Valença Nascimento de Lorenci	(Examinador)
Prof. Dr. Pedro Paulo Balestrassi	(Examinador)

Itajubá – MG

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família pelo apoio e motivação incondicional.

Agradeço ao professor Zambroni pelas orientações e sua predisposição, e também por exemplificar a boa educação e o bom trato.

Aos colegas do grupo de estudo por compartilhar momentos bons.

Dedicar-me à pesquisa em tempo integral não seria possível sem os benefícios outorgados pela UNIFEI e CAPES. Meu agradecimento a essas instituições.

RESUMO

No contexto atual, os geradores distribuídos estão aumentando progressivamente sua importância na operação dos sistemas de distribuição, e, conseqüentemente, o estudo de estabilidade de tensão aumenta a sua importância nesses sistemas. Considerando que as Soluções de Baixa Tensão (SBT) das equações do fluxo de potência são uma informação importante para as análises de estabilidade de tensão, surge a necessidade de um método especializado na localização das SBT nos sistemas de distribuição. Essa necessidade pode ser dividida em dois subproblemas: primeiro, o desenvolvimento de um método de fluxo de potência com a capacidade de calcular as SBT nos sistemas de distribuição e, por último, a especialização desse método de fluxo de potência para localizar as SBT. Neste trabalho, propõe-se solucionar ambos os subproblemas. Para o primeiro, é proposto um método de fluxo de potência trifásico para sistemas de distribuição com a capacidade de calcular as SBT, o qual está baseado em uma formulação inovadora expressa em números complexos. Essa formulação é solucionada através do método de Newton usando o cálculo de Wirtinger. Para o segundo subproblema, são propostas três formulações para localizar as SBT de modo direto, denominadas: formulação básica, básica alternativa e formulação SBT-RCF. As três estão baseadas em uma característica dos autovalores generalizados do fluxo de potência, a qual indica que quando ocorre uma solução de operação normal, todos os autovalores são complexos, e quando ocorre uma SBT, existe um par de autovalores reais puros. Já na análise de convergência das propostas, no caso do método de fluxo de potência, observou-se melhor desempenho computacional quando comparado a um método típico dos sistemas de distribuição, o método das varreduras. Além disso, o método proposto pode convergir em uma SBT, sendo uma característica essencial na análise de estabilidade de tensão. Em relação às formulações para localizar as SBT, o método de Newton falha ao tentar solucionar a formulação básica devido à deficiente convergência global desse método nessa formulação. Na formulação básica alternativa, o método de Newton apresenta uma leve melhora, porém falsas convergências podem acontecer devido à formulação estar baseada no gradiente de uma função de mérito. No entanto para a formulação SBT-RCF tem sido desenvolvido um problema de otimização equivalente, no qual, foi adicionado um relaxamento nas restrições. O problema foi solucionado através do método de pontos interiores, apresentando características de convergência superiores ao método de Newton nas formulações anteriores, conseguindo calcular as SBT em sistemas de 2, 4, 34, e 123 barras sem problemas.

ABSTRACT

In the current context, Distributed Generators are progressively increasing their importance in the operation of distribution systems, and, consequently, the study of voltage stability increases their importance in these systems as well. Since Low-voltage Solutions (LVS) of the power flow equations are an important information for voltage stability analyzes, the need arises for a specialized method to locate LVS in distribution systems. This need can be divided into two sub-problems: first, the development of a power flow method with the capability to calculate LVS in distribution systems, and lastly, the specialization of this power flow method to locate LVS. In this work, it is proposed to solve both sub-problems. For the first, a three-phase power flow method for distribution systems with the capability to calculate LVS is proposed, which is based on an innovative formulation written in complex numbers. This formulation is solved by Newton's method using Wirtinger calculus. For the second sub-problem, three formulations are proposed to locate LVS directly, called: basic formulation, alternative basic, and SBT-RCF formulation. The three are based on a characteristic of the generalized eigenvalues of the power flow, which indicates that when a normal operating solution occurs, all eigenvalues are complex, and when an LVS occurs, there is a pair of pure real eigenvalues. In the convergence analysis of the proposals, the power flow method has better computational performance when compared to a typical method of distribution systems, the backward-forward sweep method. In addition, the proposed method can converge in an LVS, being an essential feature in analysis of voltage stability. In relation to formulations to locate LVS, Newton's method fails to try to solve the basic formulation due to the poor global convergence of this method in this formulation. In the alternative basic formulation, Newton's method shows slight improvement, however, false convergences can happen due to the formulation being based on the gradient of a merit function. Nevertheless, for the SBT-RCF formulation, an equivalent optimization problem was developed, in which a relaxation of the equation was performed. The problem was solved using the interior points method, presenting convergence characteristics superior to Newton's method when solving the previous formulations, being able to calculate LVS in systems of 2, 4, 34 and 123 buses without problems.

LISTA DE FIGURAS

Fig. 2.1. Fluxograma do método das varreduras	10
Fig. 3.1. Passos preditor e corretor [6]	15
Fig. 3.2. Trajetórias de convergência em coordenadas retangulares [14]	18
Fig. 3.3. Ponto médio entre duas soluções no espaço de estados	19
Fig. 4.1. Rede radial	22
Fig. 4.2. Fluxograma do algoritmo do fluxo de potência proposto	36
Fig. 6.1. Curvas QV em redes desequilibradas	51
Fig. 6.2. Curva QV do nó 828 (alimentador de 34 nós balanceado)	52
Fig. 6.3. Sistema de 2 barras.....	54
Fig. 6.4. Sistema de 4 barras.....	55
Fig. 6.5. Alimentador IEEE-34 [37]	57
Fig. 6.6. Alimentador IEEE-123 [38]	60
Fig. 6.7. Comportamento das variáveis no processo de convergência da formulação básica no sistema de 2 barras.....	65
Fig. 6.8. Comportamento das variáveis no processo de convergência da formulação básica alternativa no sistema de 2 barras.....	66

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1. Matriz de transformação Vs. Tipo de conexão	29
Tabela 6.1. Caso base dos sistemas teste.....	49
Tabela 6.2. Convergência vs. Relação R/X do alimentador IEEE-34.....	50
Tabela 6.3. Configuração da função volt-var	50
Tabela 6.4. Número de iterações para os nós PV vs. VV	51
Tabela 6.5. Solução de alta tensão do sistema de 2 barras	54
Tabela 6.6. Pontos iniciais para as formulações básica e básica alternativa no sistema de 2 barras	55
Tabela 6.7. Valores do sistema de 2 barras quando diminuída a tensão	55
Tabela 6.8. Ponto inicial para a formulação SBT-RCF no sistema de 2 barras	55
Tabela 6.9. Solução de alta tensão do sistema de 4 barras	55
Tabela 6.10. Valores do sistema de 4 barras quando diminuída a tensão da barra B3.....	56
Tabela 6.11. Ponto inicial para a formulação SBT-RCF no sistema de 4 barras	56
Tabela 6.12. Solução de alta tensão do Alimentador IEEE-34	57
Tabela 6.13. Valores do Alimentador IEEE-34 quando diminuída a tensão da barra 890.....	58
Tabela 6.14. Ponto inicial para a formulação SBT-RCF no Alimentador IEEE-34.....	59
Tabela 6.15. Solução de alta tensão do Alimentador IEEE-123: tensões.....	60
Tabela 6.16. Solução de alta tensão do Alimentador IEEE-123: autovalores.....	61
Tabela 6.17. Valores do Alimentador IEEE-123 quando diminuída a tensão da barra 85.....	62
Tabela 6.18. Ponto inicial para a formulação SBT-RCF no Alimentador IEEE-123.....	63
Tabela 6.19. Pontos finais da formulação básica alternativa para o sistema de 2 barras.....	67
Tabela 6.20. Solução da formulação SBT-RCF no sistema de 2 barras.....	67
Tabela 6.21. Autovalores da SBT no sistema de 2 barras	68
Tabela 6.22. Solução da formulação SBT-RCF no sistema de 4 barras.....	68

Tabela 6.23. Autovalores da SBT no sistema de 4 barras	68
Tabela 6.24. Solução da formulação SBT-RCF no alimentador IEEE-34	69
Tabela 6.25. Autovalores da SBT no alimentador IEEE-34	69
Tabela 6.26. Solução da formulação SBT-RCF no alimentador IEEE-123	70
Tabela 6.27. Autovalores da SBT no alimentador IEEE-123	71
Tabela A2.1. Classificação dos nós PV	78

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	VII
RESUMO	IX
ABSTRACT	X
LISTA DE FIGURAS	XI
LISTA DE TABELAS.....	XII
SUMÁRIO.....	XIV
CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO	1
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA	1
1.2 BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	2
1.3 OBJETIVOS	3
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	4
CAPÍTULO 2. REFERENCIAL TEÓRICO: MÉTODOS DE FLUXO DE POTÊNCIA.....	5
2.1 INTRODUÇÃO	5
2.2 MÉTODOS DO TIPO NEWTON	5
2.2.1 Método de Newton em valores reais (coordenadas polares).....	6
2.2.2 Método de Newton em valores complexos.....	7
2.3 MÉTODO DAS VARREDURAS	9
2.3.1 Problemas do método das varreduras	11
CAPÍTULO 3. REFERENCIAL TEÓRICO: MÉTODOS PARA LOCALIZAR O PONTO DE COLAPSO E SOLUÇÕES DE BAIXA TENSÃO	13
3.1 INTRODUÇÃO	13
3.2 MÉTODO DA CONTINUAÇÃO	13
3.3 PONTO DE COLAPSO	15
3.3.1 Método direto	15
3.3.2 Método da continuação	16
3.4 SOLUÇÕES DE BAIXA TENSÃO.....	17
3.4.1 Métodos de busca no espaço de estado	17
3.4.2 Método da continuação	19
CAPÍTULO 4. MÉTODO PROPOSTO DE FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO	21

4.1 PRELIMINARES	21
4.2 INTRODUÇÃO	21
4.3 FORMULAÇÃO	22
4.3.1 Matriz de incidência	22
4.3.2 Queda de tensão calculada através das correntes nodais	24
4.3.3 Queda de tensão calculada através das tensões nodais	24
4.3.4 Formulação do problema de fluxo de potência	25
4.4 MODELAGEM DOS ELEMENTOS	25
4.4.1 Modelo de carga ZIP em conexões estrela e delta	26
4.4.2 Geradores distribuídos	26
4.4.3 Comutador de derivação em carga (CDC).....	28
4.4.4 Transformadores com conexões habituais na distribuição	29
4.5 O MÉTODO DE NEWTON E O CÁLCULO DE WIRTINGER APLICADO AO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA.....	32
4.5.1 Reformulação do problema de fluxo de potência	33
4.5.2 Matriz Jacobiana e sua inversa	33
4.5.3 Atualizando as variáveis.....	35
4.5.4 Algoritmo do fluxo de potência.....	35
CAPÍTULO 5. MÉTODO PROPOSTO PARA LOCALIZAR SOLUÇÕES DE BAIXA TENSÃO DE MODO DIRETO	37
5.1 CARACTERÍSTICAS DAS SOLUÇÕES DE ALTA E BAIXA TENSÃO.....	37
5.1.1 Soluções de alta tensão.....	38
5.1.2 Soluções de baixa tensão	38
5.2 FORMULAÇÃO DO MÉTODO DIRETO.....	38
5.2.1 Formulação básica	38
5.2.2 Formulação básica alternativa.....	39
5.2.3 Formulação SBT-RCF	41
5.3 SOLUCIONANDO AS FORMULAÇÕES PROPOSTAS	43
5.3.1 Solucionando a formulação básica.....	43
5.3.2 Solucionando a formulação básica alternativa	45
5.3.3 Solucionando a formulação SBT-RCF.....	45

CAPÍTULO 6. RESULTADOS.....	49
6.1 CONVERGÊNCIA DO MÉTODO PROPOSTO DE FLUXO DE POTÊNCIA	49
6.1.1 <i>Desempenho computacional</i>	49
6.1.2 <i>Curvas QV</i>	51
6.2 CONVERGÊNCIA DOS MÉTODOS PROPOSTOS PARA LOCALIZAR AS SBT	52
6.2.1 <i>Solução de alta tensão e pontos iniciais</i>	52
6.2.2 <i>Solução da formulação básica</i>	64
6.2.3 <i>Solução da formulação básica alternativa</i>	65
6.2.4 <i>Solução da formulação SBT-RCF</i>	67
CAPÍTULO 7. CONCLUSÕES.....	73
7.1 CONCLUSÕES	73
7.2 PROPOSTA DE TRABALHO FUTURO	74
APÊNDICE I	75
APÊNDICE II.....	77
APÊNDICE III	80
APÊNDICE IV	81
APÊNDICE V	82
APÊNDICE VI.....	83
APÊNDICE VII	84
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	96
PUBLICAÇÕES PRODUZIDAS NA PESQUISA	99

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização do problema

No contexto atual, os Geradores Distribuídos (GD) estão aumentando progressivamente sua importância na operação dos sistemas de distribuição. Os GD diminuem a carga localmente atenuando o transporte de energia elétrica através da rede e, conseqüentemente, diminuem as perdas elétricas. Em adição, a qualidade do fornecimento da energia pode ser melhorada usando uma boa estratégia de controle nos GD [1].

Devido ao incremento da participação dos GDs na operação, as redes de distribuição estão se transformando de “estáticas” em “ativas”. Por esta razão, os estudos de estabilidade de tensão passam a ter importância nesses sistemas. Existem vários estudos em sistemas de distribuição, nos quais é considerada a estabilidade de tensão, como por exemplo: [2] aloca GD via otimização avaliando um índice de estabilidade de tensão na função objetivo, [3] analisa a estabilidade de tensão global (transmissão e distribuição) ponderando o efeito dos geradores distribuídos, [4] calcula com otimização um índice de estabilidade incluindo os geradores distribuídos. Além dos exemplos anteriores, as ferramentas típicas dos sistemas de transmissão, como por exemplo, traçados de curvas PV ou curvas QV [5], aplicação do Método da Continuação (MC) [6] ou o uso de ferramentas como a função energia [7], podem ser necessárias, e todas essas ferramentas utilizam uma mesma informação, as Soluções de Baixa Tensão (SBT).

As SBT são soluções teóricas do fluxo de potência e não correspondem a uma operação normal do sistema. Porém o conhecimento dessas soluções é de relevância pelo antes exposto. Portanto, o método de fluxo de potência usado nas análises dessas redes deve ser capaz de calcular as SBT. Isso é um problema para um dos métodos amplamente utilizado nos sistemas de distribuição, o método das varreduras [8], o qual não pode calcular as SBT.

Neste contexto, o problema a ser resolvido é a necessidade de um método especializado na localização das SBT nos sistemas de distribuição. Esse problema pode ser dividido em dois subproblemas: primeiro, o desenvolvimento de um método de fluxo de potência com a capacidade de calcular as SBT nos sistemas de distribuição e, por último, a especialização desse método para convergir às SBT e não à solução de alta tensão.

1.2 Breve revisão bibliográfica

O primeiro subproblema consiste em conseguir um método de fluxo de potência que possa convergir nas SBT. Revisando os métodos de fluxo de potência, encontra-se dois tipos conhecidos na literatura: o método das varreduras e os métodos do tipo Newton.

O método das varreduras [8] é amplamente utilizado nos sistemas de distribuição. O método é trifásico, com boa convergência em redes radiais, mesmo quando o sistema analisado possui linhas com relação R/X elevada, e é de simples implementação porque não é necessário calcular derivadas ou inverter matrizes. No entanto a referência [9] tem demonstrado que o método não possui a habilidade de convergir nos pontos de SBT, e ademais não possui uma matriz Jacobiana. Ambas são características necessárias nas ferramentas de análise de estabilidade de tensão.

Os fluxos de potência do tipo Newton inicialmente foram desenvolvidos para sistemas de transmissão usando variáveis reais [10]. O método de Newton tem a habilidade de convergir nas SBT, e seus cálculos envolvem uma matriz Jacobiana, portanto, um método do tipo Newton seria adequado para as análises de estabilidade de tensão nos sistemas de distribuição. O método de Newton clássico usado nos sistemas de transmissão poderia ser adaptado para ser usado em sistemas de distribuição, porém, as técnicas de desacoplamento para aumentar o desempenho computacional sem prejudicar a convergência não são factíveis devido à alta relação R/X das linhas nos sistemas de distribuição [11]. A literatura mostra um método de fluxo de potência [12] para sistemas de distribuição que usa o método de Newton e o cálculo de Wirtinger [13]. Suas equações são escritas em variáveis complexas, e usando o cálculo de Wirtinger não há necessidade de dividir a formulação em duas formulações de valores reais para o cálculo da matriz Jacobiana, o que facilita a modelagem dos elementos. Entretanto a publicação não contempla a modelagem trifásica dos dispositivos. Neste contexto, resulta interessante desenvolver um método trifásico completo usando o método de Newton e o cálculo de Wirtinger.

O segundo subproblema consiste em especializar ao método de fluxo de potência para localizar as SBT. Revisando os métodos para localizar as SBT, encontra-se várias maneiras de atingir o propósito.

Uma maneira se baseia na procura das SBT através da definição de uma direção de busca no espaço de estados [14], [15]. Isso significa: localizar a solução de alta tensão, analisar as características do ponto solução, e definir uma direção de busca no espaço de estados. Tendo

essa informação, encontra-se um ponto aproximado da SBT e, finalmente, calcula-se exatamente a solução usando o método de fluxo de potência.

Uma segunda maneira é proposta pela referência [16], a qual usa o MC [6], [17] para traçar uma curva por cada equação de potência injetada. Em cada curva existem vários pontos que injetam um determinado valor de potência. Contabilizando todos os pontos com o mesmo valor de potência de todas as curvas, todas as soluções são encontradas, incluindo as SBT.

Uma terceira maneira consiste em resolver as equações de fluxo de potência com o método de Newton, estabelecendo nas variáveis de estado um ponto de partida em que apenas uma barra possui baixa tensão. O problema dessa metodologia é causado pelas regiões de convergência fractais do método de Newton [18], provocando que o processo de convergência possua uma grande tendência de terminar na solução de alta tensão. As referências [7], [19] superam o problema controlando o tamanho do passo que ajusta as variáveis, desse modo, evitam abandonar a região de convergência da SBT. Existem outras alternativas para localizar as SBT, como por exemplo a proposta da referência [20], que mediante uma integração numérica de um gradiente auxiliar das equações do fluxo de potência consegue atingir as diferentes SBT. Entretanto não se encontrou um método direto para localizar as SBT.

O conceito do método direto para calcular uma determinada solução foi extraído do estudo do ponto de colapso [21]. Os autores formulam o problema usando as equações do fluxo de potência, ao mesmo tempo, eles adicionam o critério de colapso, implicando a adição de equações que vinculam: a matriz Jacobiana, um autovetor e um autovalor nulo. Em vista disto, seria adequado formular equações para localizar as SBT de modo direto, semelhante ao método descrito, entretanto usando algum critério próprio das SBT.

1.3 Objetivos

Desenvolver um método direto para localizar as SBT.

Objetivos específicos:

- ✓ Desenvolver um método de fluxo de potência para sistemas de distribuição com a capacidade de calcular as SBT;
- ✓ Identificar as características das SBT. Isso implica estudar os autovalores da matriz Jacobiana da formulação do fluxo de potência;

- ✓ Formular as equações do método direto das SBT com a informação obtida na pesquisa previa;
- ✓ Desenvolver um algoritmo que solucione a formulação das SBT.

1.4 Estrutura do trabalho

Antes dos capítulos de propostas, realiza-se um marco teórico com os conceitos que serão usados posteriormente. Assim, no Capítulo 2, estuda-se os métodos de fluxo de potência, e no Capítulo 3, revisa-se os métodos dedicados a localizar as SBT.

No Capítulo 4, um método de fluxo de potência com a capacidade de calcular as SBT é proposto. A formulação do método é escrita em números complexos e é solucionada através do método de Newton usando o cálculo de Wirtinger.

No Capítulo 5, três formulações para localizar as SBT de modo direto são propostas. As formulações são baseadas nas características dos autovalores da matriz Jacobiana da formulação do fluxo de potência. Ao mesmo tempo, os métodos para solucionar cada formulação são propostos.

No Capítulo 6, realizam-se análises de convergência dos métodos propostos, e, finalmente, no Capítulo 7, as conclusões da tese são expressas.

CAPÍTULO 2. REFERENCIAL TEÓRICO: MÉTODOS DE FLUXO DE POTÊNCIA

2.1 Introdução

Neste Capítulo, explicam-se duas metodologias de fluxo de potência habitualmente utilizadas na literatura. Na primeira metodologia, encontra-se os métodos do tipo Newton, tipicamente utilizados em sistemas de transmissão; e na segunda, encontra-se o método das varreduras, desenvolvido para sistemas de distribuição.

A formulação dos fluxos de potência, geralmente, começa mediante equações em valores complexos, devido ao modo habitual de representar a componente fundamental das tensões em regime permanente, o qual usa o conceito de fasor ou seu equivalente através de um número complexo. Portanto, toda vez que algum método seja formulado em variáveis reais, será uma representação em coordenadas polares ou retangulares da formulação original complexa.

2.2 Métodos do tipo Newton

Quando se devem solucionar equações não lineares, precisa-se de um método iterativo. Dos métodos normalmente utilizados para resolver as equações do fluxo de potência, o método de Newton é atrativo por causa de sua convergência quadrática quando se parte de um bom ponto inicial. O algoritmo básico do método de Newton tem por objetivo anular uma função vetorial $h_{(x)}$, onde x é o vetor das variáveis. A base do método se sustenta na relação incremental aproximada entre $h_{(x)}$ e x , de modo que a cada iteração k as variáveis são ajustadas progressivamente com o valor [22]:

$$\Delta x^k = - \left(\frac{\partial h_{(x)}}{\partial x} \Big|_{x^k} \right)^{-1} h_{(x^k)} \quad (2.1)$$

onde $\frac{\partial h_{(x)}}{\partial x} \Big|_{x^k}$ é a matriz Jacobiana de $h_{(x)}$ avaliada no ponto x^k .

Devido a ser um método numérico, deve-se predefinir um erro tolerável ε para a solução. O pseudocódigo se resume abaixo:

1. Dar um valor inicial à variável $x^k = x^0$;

2. Calcular o valor de $h_{(x^k)}$;
3. Verificar se $\|h_{(x^k)}\|_\infty < \varepsilon$. Se o critério é atingido, considera-se x^k a solução e se finaliza o processo, caso contrário, continuar;
4. Calcular Δx^k usando (2.1) e calcular o valor da variável para a próxima iteração $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$;
5. Fazer $k = k + 1$ e ir ao passo 2.

A seguir se apresentam métodos de fluxo de potência que utilizam o algoritmo básico de Newton para solucionar suas equações.

2.2.1 Método de Newton em valores reais (coordenadas polares)

O fluxo de potência formulado com as equações de balanço de potência ativa P e reativa Q injetadas nas barras usando como variáveis o ângulo θ e a magnitude V das tensões, é o método tipicamente usado em sistemas de transmissão. A versão aqui mostrada é tomada do livro de Monticelli [10].

A função vetorial se define do seguinte modo:

$$F_{(\theta, V)} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (2.2)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m))$$

onde o subscrito $(\cdot)_k$ indica a componente do vetor relacionado à barra k .

Os vetores ΔP e P^{esp} são compostos pelos desajustes das potências ativas e pelas potências ativas especificadas, respetivamente. Os vetores ΔQ e Q^{esp} são compostos pelos desajustes das potências reativas e pelas potências reativas especificadas, respetivamente.

O símbolo K na somatória indica o conjunto de barras ligadas diretamente à barra k , e os valores G_{km} e B_{km} são a condutância e susceptância do elemento $[k, m]$ da matriz admitância da rede (ver [10] para mais detalhes).

A matriz Jacobiana de $F_{(\theta, V)}$ é expressa por:

$$\begin{aligned}
 J_{PF} &= \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \\
 \begin{cases} H_{km} = V_k V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \\ H_{kk} = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \end{cases} \\
 \begin{cases} N_{km} = V_k (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \\ N_{kk} = V_k G_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \end{cases} \quad (2.3) \\
 \begin{cases} M_{km} = -V_k V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \\ M_{kk} = -V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \end{cases} \\
 \begin{cases} L_{km} = V_k (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \\ L_{kk} = -V_k B_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \end{cases}
 \end{aligned}$$

2.2.2 Método de Newton em valores complexos

O fluxo de potência apresentado aqui está baseado em [23]. A referência desenvolveu a formulação inicial utilizando as equações dos desajustes das potências complexas em cada barra. Por motivos que serão explicados no Capítulo 5, a formulação apresentada nesta revisão terá uma pequena diferença, será feita usando uma função vetorial $f_{(V_N)}$ composta pelos desajustes dos conjugados das potências:

$$f_{(V_N)} = S^* - V_N^* \odot (Y_{N0} V_0 + Y_{NN} V_N) \quad (2.4)$$

onde, S é um vetor constante formado pelas potências injetadas especificadas e V_N é o vetor de variáveis composto pelas tensões complexas das barras. Y_{N0} e Y_{NN} são submatrizes da matriz admitância da rede, a qual relaciona as correntes injetadas e as tensões nodais como esquematizado a seguir

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{00} & Y_{0N} \\ Y_{N0} & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_N \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

O fluxo de potência se considera solucionado quando $f_{(V_N)} = 0$. No entanto quando se tenta solucionar essa equação com o algoritmo básico do Newton surge um problema: as funções com variáveis complexas conjugadas são funções não analíticas e o cálculo da matriz

Jacobiana resulta impossibilitado. Esse inconveniente é superado via o cálculo de Wirtinger explicado na seguinte subseção.

2.2.2.1 A matriz Jacobiana via cálculo de Wirtinger

Primeiramente, explica-se o modo no qual o cálculo de Wirtinger consegue calcular as derivadas de funções não analíticas, e em seguida, calcula-se a matriz Jacobiana da função vetorial expandida do fluxo de potência.

Cálculo de Wirtinger

Nesta abordagem, dada uma função vetorial $h_{(z)}$ e o vetor de variáveis complexas z , considera-se a z e seu conjugado z^* como duas variáveis independentes, e, deste modo, é possível escrever a relação incremental aproximada entre a função $h_{(z,z^*)}$ e as duas variáveis z e z^* . O inconveniente disto é que o número de variáveis é o dobro do número de componentes da função $h_{(z,z^*)}$. Por esta razão, define-se uma nova função vetorial expandida $F_{(z,z^*)}$, a qual está composta por $h_{(z,z^*)}$ e seu conjugado $h_{(z,z^*)}^*$. Consequentemente, a dimensão de $F_{(z,z^*)}$ e o número de variáveis são coincidentes e o método de Newton pode ser aplicado:

$$F_{(z,z^*)} = \begin{bmatrix} h_{(z,z^*)} \\ h_{(z,z^*)}^* \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{(z,z^*)}}{\partial z} & \frac{\partial h_{(z,z^*)}}{\partial z^*} \\ \frac{\partial h_{(z,z^*)}^*}{\partial z} & \frac{\partial h_{(z,z^*)}^*}{\partial z^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_A & j_B \\ j_C & j_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_A & j_B \\ j_B^* & j_A^* \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde J é a matriz Jacobiana de $F_{(z,z^*)}$. Nos blocos inferiores de J foram aplicadas as seguintes identidades [24]:

$$j_C = \frac{\partial h_{(z,z^*)}^*}{\partial z} = \left(\frac{\partial h_{(z,z^*)}}{\partial z^*} \right)^* = j_B^*$$

$$j_D = \frac{\partial h_{(z,z^*)}^*}{\partial z^*} = \left(\frac{\partial h_{(z,z^*)}}{\partial z} \right)^* = j_A^* \quad (2.7)$$

Matriz Jacobiana da função expandida $F_{(V_N)}$

Como explicado na parte anterior, para solucionar $f_{(V_N)}$ se deve definir uma função expandida $F_{(V_N)} = \begin{bmatrix} f_{(V_N)} \\ f_{(V_N)}^* \end{bmatrix}$. Devido ao uso do cálculo de Wirtinger para obter as derivadas da função $F_{(V_N)}$, os blocos da sua matriz Jacobiana apresentam uma simetria interessante que será aproveitada nos capítulos de métodos propostos:

$$J = \begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix}$$

$$J_A = -\text{diag}(V_N^*) Y_{NN} \quad (2.8)$$

$$J_B = -\text{diag}(Y_{N0} V_0 + Y_{NN} V_N)$$

2.3 Método das varreduras

Na literatura é comum encontrar o método da varredura em valores complexos nas análises de sistemas de distribuição. Essa popularidade, em grande parte, surge porque não é necessário calcular as derivadas de alguma função vetorial e nem inverter matrizes, motivos pelos quais o método resulta de fácil implementação, e ademais possui uma boa convergência nos pontos operativos normais (alta tensão). Em contrapartida, o método possui alguns inconvenientes que serão descritos na Subseção 2.3.1.

Os métodos das varreduras podem ser classificados em três tipos: soma de correntes, soma de potências ou soma de impedâncias. O método brevemente descrito aqui se baseia em [8], o qual é soma de correntes. O passo inicial é estimar um nível de tensão nos nós, depois, repete-se várias vezes duas varreduras para ir atualizando os valores das tensões nodais até atingir a solução. Na primeira varredura (inversa), calculam-se as correntes injetadas nos nós e as correntes que atravessam os ramais da rede, percorrendo os cálculos desde os nós finais em direção à subestação, e na segunda varredura (direta), atualizam-se as tensões dos nós e as quedas de tensões nos ramais, percorrendo os cálculos desde a subestação em direção aos nós finais. Na Fig. 2.1 se pode observar o processo completo do método.

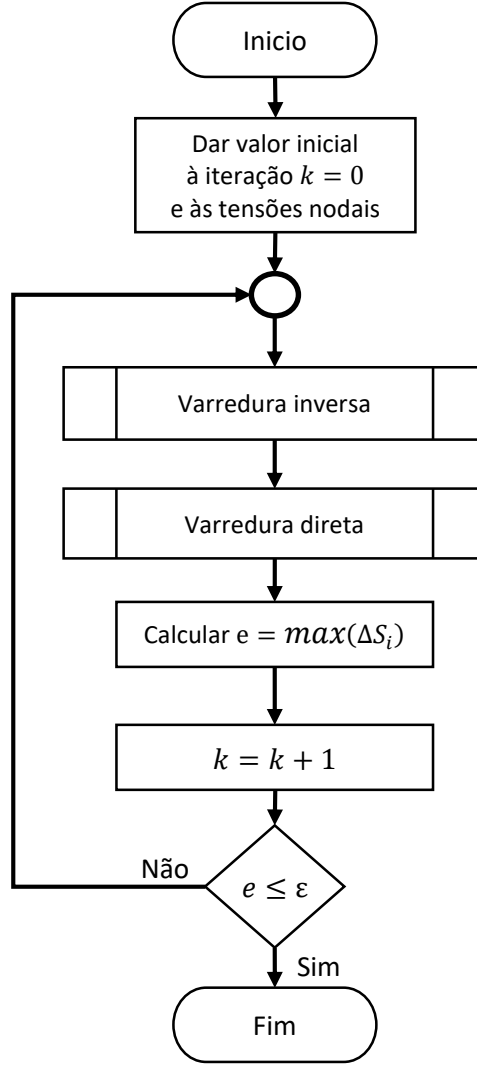


Fig. 2.1. Fluxograma do método das varreduras

Na varredura inversa, o cálculo das correntes injetadas I_i em cada nó i é efetuado usando (2.9). Sendo S_i a potência injetada especificada no nó, V_i a tensão e Y_i a admitância dos elementos shunts do nó, nas fases a , b e c . O cálculo das correntes que atravessam os ramais se realiza usando (2.10), onde J_l é a corrente do ramo l montante ao nó i , e M o conjunto dos ramais a jusantes ao nó i .

$$\begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} (S_{ia}/V_{ia}^k)^* \\ (S_{ib}/V_{ib}^k)^* \\ (S_{ic}/V_{ic}^k)^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_{ia}^* & & \\ & Y_{ib}^* & \\ & & Y_{ic}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^k \quad (2.9)$$

$$\begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \end{bmatrix}^k = - \begin{bmatrix} I_{ia} \\ I_{ib} \\ I_{ic} \end{bmatrix}^k + \sum_{m \in M} \begin{bmatrix} J_{ma} \\ J_{mb} \\ J_{mc} \end{bmatrix}^k \quad (2.10)$$

Na varredura direta se atualiza a tensão V_j de cada nó j mediante o cálculo da queda de tensão no ramo l como expressado em (2.11). Sendo l o ramo que conecta os nós i e j , e Z_l a matriz impedância do ramo.

$$\begin{bmatrix} V_{ja} \\ V_{jb} \\ V_{jc} \end{bmatrix}^{k+1} = \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix}^{k+1} - \begin{bmatrix} Z_{aa,l} & Z_{ab,l} & Z_{ac,l} \\ Z_{ba,l} & Z_{bb,l} & Z_{bc,l} \\ Z_{ca,l} & Z_{cb,l} & Z_{cc,l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{la} \\ J_{lb} \\ J_{lc} \end{bmatrix}^k \quad (2.11)$$

O critério de convergência é efetuado mediante o cálculo do desajuste das potências calculadas e especificadas em cada barra i da rede (2.12). Se o valor absoluto de cada ΔS_i^k é menor a uma tolerância predefinida ε se considera que o processo tem convergido à solução.

$$\begin{aligned} \Delta S_{ia}^k &= V_{ia}^k (I_{ia}^k)^* - Y_{ia}^* |V_{ia}|^2 - S_{ia} \\ \Delta S_{ib}^k &= V_{ib}^k (I_{ib}^k)^* - Y_{ib}^* |V_{ib}|^2 - S_{ib} \\ \Delta S_{ic}^k &= V_{ic}^k (I_{ic}^k)^* - Y_{ic}^* |V_{ic}|^2 - S_{ic} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Na próxima subseção se analisa os problemas do método das varreduras.

2.3.1 Problemas do método das varreduras

O critério de convergência do desajuste das potências injetadas pode ser substituído por um outro critério de convergência mais simples, o qual mensura a variação das tensões nodais nas últimas duas iterações. Esse critério é conveniente porque permite efetuar uma análise matemática do processo de convergência, de igual maneira à análise efetuada pela referência [9]. A análise dessa publicação conclui que o método não pode convergir em uma SBT, devido a que nessa região a variação das tensões nodais das últimas iterações são cada vez maiores provocando divergência. Esse último é um problema grave nas análises de estabilidade de tensão, pois o traçado de curvas QV por exemplo, não poderia ser efetuado na sua totalidade, isto é, somente o lado direito da curva (alta tensão) poderia ser traçado.

Outro problema do método das varreduras é a modelagem dos dispositivos de controle [25]. No caso dos geradores síncronos por exemplo, onde a tensão nos terminais permanece fixa (nó PV), é trabalhosa a modelagem. A referência [8] utiliza uma matriz de sensibilidade corrente-tensão para os nós PV, isto requer que a cada iteração se deva adicionar uma sub-rotina ao processo, e no caso de vários nós PV se complica bastante o processo. No caso de inversores de frequência, os quais podem operar controlando a tensão em uma relação linear entre a

potência reativa injetada e a tensão nos terminais, a referência [26] também fez uso de uma relação de sensibilidade para conseguir a convergência, sendo preciso adicionar vários cálculos para modelar o nó volt-var.

Além dos problemas anteriores, a implementação do método resulta fácil porque não é preciso calcular derivadas, porém, isto implica na ausência de uma matriz Jacobiana. A matriz Jacobiana, como é mostrado na Seção 3.2, é um elemento importante no MC, sendo esse método uma ferramenta frequentemente usada nas análises de estabilidade de tensão.

CAPÍTULO 3. REFERENCIAL TEÓRICO: MÉTODOS PARA LOCALIZAR O PONTO DE COLAPSO E SOLUÇÕES DE BAIXA TENSÃO

3.1 Introdução

Estudando as bifurcações sela-nó [21], [27] das variedades das equações estáticas de um sistema de potência, pode-se conhecer os pontos críticos de carregamento de um sistema [28], o que será revisado brevemente na Seção 3.3. Por outro lado, as equações de fluxo de potência apresentam várias soluções e somente uma delas corresponde ao ponto de operação normal do sistema, conhecida como solução de alta tensão. As outras soluções, conhecidas como SBT, são soluções teóricas e não correspondem a pontos operativos práticos, porém, seu estudo é importante porque fornece informação da região de operação segura e a distância ao ponto de colapso através do uso de ferramentas como a função energia [7]. Os métodos para localizar as SBT são revisados brevemente na Seção 3.4. Devido a que o MC pode ser usado para o estudo do ponto de colapso ou das SBT, antes de começar a revisão desses estudos, descreve-se o MC.

3.2 Método da continuação

O MC apresentado nesta revisão é para variáveis reais. Para mais informação ver as referências [6], [17]. De modo geral, o MC consiste em solucionar um conjunto de equações para um estado trivial, em seguida se perturbam e solucionam as equações através da modificação de um parâmetro até atingir uma solução desejada não trivial.

Assume-se que uma função vetorial $F_{(x)}$ é perturbada por uma variável μ . Portanto, nesta abordagem se define a variável $z = \begin{bmatrix} x \\ \mu \end{bmatrix}$ e a função perturbada $F_{(z)}$. Desse modo, o MC pode ser interpretado como a ferramenta que localiza os pontos da “curva” solução de $0 = F_{(z)}$, considerando uma componente de z como sendo o parâmetro da curva. O método possui dois passos básicos para localizar um ponto solução partindo desde um ponto anterior: o passo preditor e passo corretor, explicados a seguir. Além disso, é explicado como selecionar a componente adequada de z para ser o parâmetro.

3.2.1.1 *Passo preditor*

Uma vez solucionado $0 = F_{(z)}$ para um valor trivial de z_c (componente de z considerada parâmetro), o passo preditor é uma estimativa do próximo valor de z . Em vista disso, escrevemos a seguinte aproximação linear da relação incremental entre as variáveis

$$\frac{\partial F}{\partial z_{nc}} \Delta z_{nc} + \frac{\partial F}{\partial z_c} \Delta z_c = 0 \quad (3.1)$$

sendo z_{nc} todas as componentes de z diferentes de z_c . Da equação (3.1) se define o vetor tangente (VT):

$$VT = \frac{\Delta z_{nc}}{\Delta z_c} = - \frac{\partial F}{\partial z_{nc}}^{-1} \frac{\partial F}{\partial z_c} \quad (3.2)$$

O VT é usado para prever a mudança de z_{nc} a respeito de Δz_c . O incremento de z_c deve ser controlado para não perturbar exageradamente as equações, para esse propósito se calcula seu incremento inversamente proporcional à norma euclidiana do VT. A seguir se expressa o passo preditor:

$$\begin{aligned} \Delta z_{nc}^p &= VT \times \Delta z_c^p \\ \Delta z_c^p &= \frac{K}{\|VT\|} \end{aligned} \quad (3.3)$$

sendo K um valor constante escolhido previamente.

3.2.1.2 *Passo corretor*

Uma vez estimado o seguinte valor de z , o passo corretor ajusta essas variáveis através do método de Newton solucionado a equação $0 = F_{(z)}$ mais uma equação, a qual será explicada a seguir.

O ponto z_{nc}^i da Fig. 3.1 esquematiza o valor atual de z_{nc} , e o ponto z_{nc}^p é o valor obtido através do passo preditor. Assumindo que os valores z_{nc}^{i+1} e z_c^{i+1} são solução de $0 = F_{(z)}$, o objetivo do passo corretor é calculá-los. Para isto, deve-se solucionar as seguintes equações:

$$0 = F_{(z)}$$

$$0 = \left[(z_{nc}^p - z_{nc}^i)^T + (z_{nc} - z_{nc}^i)^T \right] (z_{nc} - z_{nc}^p) \quad (3.4)$$

A última expressão é obtida igualando a distância entre os pontos soluções e a magnitude do passo preditor $\|z_{nc} - z_{nc}^i\| = \|z_{nc}^p - z_{nc}^i\|$.

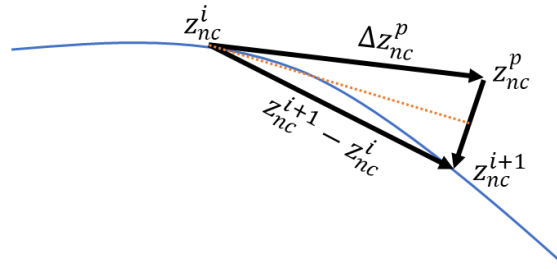


Fig. 3.1. Passos preditor e corretor [6]

3.2.1.3 Selecionando a variável considerada parâmetro

No início do processo, pode ser escolhido a priori a variável z_c , porém no transcurso é conveniente ir escolhendo adequadamente z_c para evitar problemas de convergência no cálculo do passo corretor. Os problemas são ocasionados quando a matriz usada no método de Newton é singular ou está próxima à singularidade. A escolha se faz do seguinte modo:

- 1) No cálculo do passo preditor, observa-se se a magnitude de alguma componente de Δz_{nc}^p é maior à magnitude de Δz_c^p ;
- 2) Caso seja maior, define-se essa componente como sendo z_c . Caso contrário, continua-se o processo sem modificações.

3.3 Ponto de colapso

Para encontrar o ponto de colapso devido ao aumento do carregamento, procura-se a carga do sistema que leva à matriz Jacobina da formulação do fluxo de potência ser singular. Os métodos podem atingir o objetivo através de uma formulação direta ou mediante um aumento progressivo da carga. Na literatura, encontra-se um terceiro modo via métodos de otimização [29], o qual não é apresentado porque não é usado seu conceito nas propostas.

3.3.1 Método direto

A formulação do método direto apresentado em [21] é modificada levemente para adequá-la ao fluxo de potência em variáveis complexas revisado na Subseção 2.2.2. Considera-

se que as cargas aumentam homogeneamente em uma proporção igual à carga base do sistema. Portanto, o seguinte conjunto de equações é satisfeito no ponto de colapso:

$$\begin{cases} 0 = \mu^* S^* - V_N^* \odot (Y_{N0} V_0 + Y_{NN} V_N) \\ 0 = J_A v + J_B v^* \\ 0 = (v^H v - 1) + (\mu - \mu^*) \end{cases} \quad (3.5)$$

sendo V_N o vetor das tensões nodais, v o autovetor associado ao autovalor nulo, e μ um valor que multiplica às cargas base.

A primeira equação é a equação de fluxo de potência, onde o vetor das potências S é multiplicado pela variável μ . O valor resultante dessa variável indica a margem de carga.

A segunda equação é a condição para que a matriz Jacobiana do fluxo de potência seja singular. A condição está baseada na equação dos autovalores (A3.6) deduzida no Apêndice III e no fato de que a matriz possui um autovalor nulo. As matrizes J_A e J_B são os blocos da matriz Jacobiana apresentados em (2.8).

A terceira equação possui duas condições: a condição real ($v^H v - 1$), a qual obriga à norma do autovetor ser unitária para evitar uma solução trivial, e a condição imaginária ($\mu - \mu^*$), a qual força a μ ser real.

3.3.2 Método da continuação

Será explicado como localizar o ponto de colapso através do MC explicado na Seção 3.2 usando a formulação do fluxo de potência da Subseção 2.2.1. Primeiro, será considerado todas as potências especificadas nas barras igual à potência base vezes o valor real μ . Em seguida, o valor do μ se aumenta gradualmente, com os passos descritos no MC, até localizar o ponto de colapso. O ponto de colapso é detectado através de algum índice, como por exemplo da equação (3.6) [5], o qual tende a zero no colapso.

$$I_c = (\Delta x^p)^T \frac{\partial F(x, \mu)}{\partial x} \Delta x^p \quad (3.6)$$

sendo Δx^p o incremento previsto nas variáveis do fluxo de potência $x = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}$.

3.4 Soluções de baixa tensão

Normalmente, os métodos de fluxo de potência localizam com facilidade a solução de alta tensão, devido ao fato da solução estar próxima às tensões nominais dos dispositivos e ser uma solução com uma área de convergência favorecida. Por outro lado, nos métodos do tipo Newton, as regiões de convergência para as SBT são fractais [18], desfavorecendo a localização dessas soluções. Portanto, os fluxos de potência do tipo Newton devem ser modificados para localizar as SBT. Tem-se duas metodologias frequentes na literatura para abordar o problema, uma baseada na busca no espaço de estados e a outra baseada no MC, ambas serão explicadas nas Subseções 3.4.1 e 3.4.2, respectivamente. Ademais, encontram-se outras abordagens não apresentadas nesta revisão, como por exemplo: a referência [20] se baseia na integração numérica de um gradiente auxiliar das equações de fluxo de potência, e as referências [7], [19] controlam o tamanho do passo de atualização das variáveis de estado para evitar sair das regiões de convergência das SBT.

3.4.1 Métodos de busca no espaço de estado

Nesta abordagem, uma vez conhecida a solução de alta tensão se analisam as características desse ponto operativo para determinar uma direção de busca no espaço de estados. Mediante a direção e algum algoritmo tipicamente baseado na otimização de um parâmetro se aproxima a SBT de interesse. Duas direções e seus respectivos algoritmos para localizar as SBT são apresentadas abaixo. Ambos enfoques usam variáveis em coordenadas retangulares.

3.4.1.1 *Direção da convergência em coordenadas retangulares*

O método apresentado é tomado da referência [14]. Os autores analisam as trajetórias de convergência do fluxo de potência publicado por [30], o qual possui como função vetorial as potências ativa e reativa especificadas nas barras, e como variáveis as coordenadas retangulares das tensões das barras.

A Fig. 3.2 mostra dois pontos solução: A e B. Quando solucionada a formulação mediante o método de Newton, as trajetórias de convergência no espaço de estados apresentam uma tendência a se alinhar com a reta que une os pontos A e B, e é essa característica usada pelos autores. Eles aproveitam que o passo de ajuste das variáveis do método de fluxo de potência apresenta três soluções, devido a que as equações são quadráticas e é usada uma

estratégia de otimização para o cálculo do passo. A primeira solução está relacionada ao ponto onde se está convergindo, a segunda solução não corresponde a nenhum ponto operativo, e a terceira solução se relaciona com um segundo ponto operativo. Assim, na última iteração do processo de convergência, a primeira e terceira solução do cálculo do passo indicam dois pontos operativos. Os autores afirmam que, aplicando repetidamente a estratégia, todas as soluções se encontram aos pares.

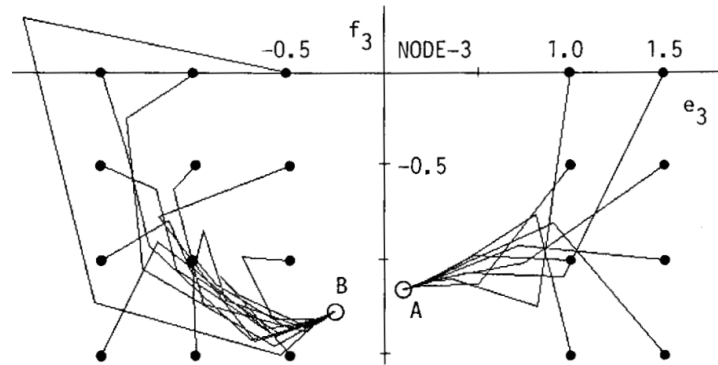


Fig. 3.2. Trajetórias de convergência em coordenadas retangulares [14]

3.4.1.2 Direção do ponto singular do meio

O método apresentado é tomado da referência [15]. A formulação de fluxo de potência publicado previamente por [30] é quadrática e possui características interessantes quando se analisa o ponto localizado no meio de duas soluções no espaço de estados, como mostrado na Fig. 3.3. Nesse ponto a matriz Jacobiana da formulação é singular, ou seja, é um ponto de máximo carregamento. Portanto, uma vez encontrada a solução de alta tensão (solução A), localizando o ponto médio singular, pode-se definir uma direção de busca para uma SBT (solução B). Os autores de [15] afirmam que a potência do ponto médio é aproximada à potência do ponto A mais um aumento da potência reativa em alguma barra. Naturalmente, a barra escolhida será aquela na qual se deseja obter um nível de tensão baixo no ponto B.

A estratégia consiste em usar a matriz Jacobiana do ponto solução de alta tensão para estimar a direção de busca da SBT. Isto se consegue fazendo uma análise de sensibilidade a respeito do aumento de potência reativa da barra de interesse. Uma vez definida a direção de busca $\vec{\Delta v}$, escreve-se as equações de fluxo de potência em função das tensões nodais, as quais são definidas pela expressão $v = v_{\text{solução A}} + \vec{\Delta v} \times \alpha$, sendo $\alpha \in \mathbb{R}$. Desse modo, procurando o valor de α que minimiza o erro quadrático das equações, encontra-se três soluções reais. O valor maior está relacionado à SBT.

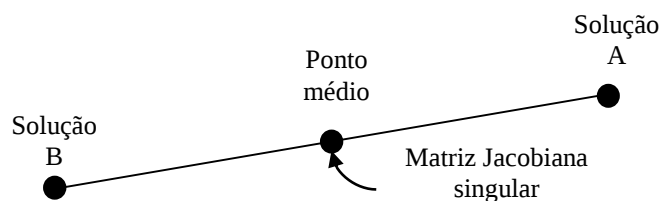


Fig. 3.3. Ponto médio entre duas soluções no espaço de estados

3.4.2 Método da continuação

A referência [16] assegura que usando o MC de modo parametrizado, explicado na Seção 3.2, pode-se encontrar todas as soluções das equações do fluxo de potência para um nível de potência estabelecido. No entanto a referência [31] demonstra que o método pode falhar. Apesar disto, explica-se o método a seguir.

O método consiste em traçar N curvas usando o MC. Sendo N o número de equações de balanço de potência descritos na Subseção 2.2.1. Para cada curva, o parâmetro de perturbação multiplica a uma única potência especificada. Desse modo, para cada curva se encontrará vários pontos que injetam uma potência igual à potência base especificada. Contabilizando todos os pontos de cada curva injetando a potência base especificada, aborda-se todas as soluções do fluxo de potência, incluindo as SBT.

CAPÍTULO 4. MÉTODO PROPOSTO DE FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO

4.1 Preliminares

Esclarece-se que o método desenvolvido nesta pesquisa foi publicado na revista IEEE Transactions on Power Systems [32].

4.2 Introdução

Na análise de estabilidade de tensão dos sistemas de potência é importante calcular as SBT, devido a que essas soluções são usadas na abordagem da função energia [7] ou no traçado de curvas PV e QV através do MC [5], [6]. Portanto, duas características do método de fluxo de potência são importantes: possuir a habilidade de calcular as SBT e possuir uma matriz Jacobiana necessária para o MC.

Um dos métodos de fluxo de potência mais utilizados em redes de distribuição é o método das varreduras, explicado na Seção 2.3. O método foi desenvolvido para redes radiais e possui boa convergência na solução de alta tensão, porém, o método não converge nas SBT como foi demonstrado pela referência [9]. Além disso, a modelagem de dispositivos que controlam a tensão é complicada, como por exemplo, o artigo [26] modela as barras tipo voltar com várias sub-rotinas adicionais à rotina principal. Para mais, o método das varreduras não possui matriz Jacobiana.

O fluxo de potência desenvolvido nesta tese tem como objetivo superar os problemas mencionados, portanto, o método proposto possui as seguintes características:

- Localiza soluções de alta tensão e as SBT;
- Converge bem em sistemas radiais;
- Permite a modelagem de dispositivos normalmente utilizados em sistemas de distribuição de um modo simples: cargas em estrela ou delta, modelos de carga ZIP, linhas com impedância mutuas, Comutador de Derivação em Carga (CDC), geradores distribuídos operando em modo de tensão controlada ou funções voltar; e várias mais;
- Tem alta eficiência computacional;

- Disponibiliza uma matriz Jacobiana.

O método está baseado em uma formulação inovadora escrita em números complexos, desenvolvida especificamente para redes radiais usando uma matriz de incidência. A formulação é solucionada do mesmo modo que as referências [12], [23], [33], através do método de Newton usando o cálculo de Wirtinger, conservando as boas características de convergência do método de Newton.

4.3 Formulação

A formulação desenvolvida nesta pesquisa foi denominada Formulação de valor Complexo Radial (RCF). A formulação compara as quedas de tensões dos ramos, calculadas por duas maneiras, uma calculada a partir das correntes nodais injetadas e outra através das diferenças entre as tensões dos nós. O problema de fluxo de carga é considerado resolvido quando ambas quedas de tensões coincidem. Todas as magnitudes serão expressas em por unidade (pu).

4.3.1 Matriz de incidência

As quedas de tensões são calculadas utilizando a matriz de incidência L , a qual será explicada a seguir. Observando a rede da Fig. 4.1, a qual possui um transformador entre os nós 3 e 4, e considera o nó 0 como referência (subestação), vemos que pela lei das correntes de Kirchhoff, a corrente injetada em um nó é a soma das correntes dos ramos saindo do nó diminuído pelo valor da corrente do ramo entrando no nó. Isto é representado matricialmente na equação (4.1). A matriz mostra a relação entre as correntes injetadas em todos os nós e as correntes que atravessam os ramos.

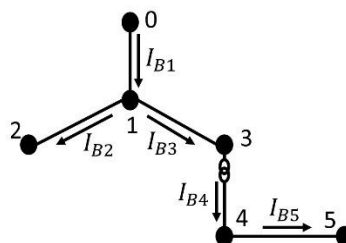


Fig. 4.1. Rede radial

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & & & & \\ -I & I & I & & \\ & -I & & & \\ & & -I & T^H & \\ & & & -I & I \\ & & & & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{B1} \\ I_{B2} \\ I_{B3} \\ I_{B4} \\ I_{B5} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

o valor I_i é a corrente trifásica injetada no nó i , e I_{Bj} é a corrente que está atravessando o ramal j . Portanto, cada coluna da matriz L está associada com um ramal e cada linha com um nó do sistema. Os seguintes passos montam a matriz.

Para cada ramal (coluna):

- Colocar $-I$ no nó final (a corrente chega).
- Colocar T^H no nó inicial (a corrente sai).

Sendo, I a matriz identidade de tamanho 3, e T a matriz da relação de transformação. O operador $(\cdot)^H$ indica transposto conjugado. Nas linhas que não possuem transformadores o valor $T = I$. Na Subseção 4.4.4 se mostra como calcular o valor T para as conexões habituais empregadas nos transformadores das redes de distribuição.

Resumindo, uma vez formada L para uma rede com os passos mencionados; a equação (4.2) define a relação entre as correntes nodais injetadas I e as correntes que atravessam os ramaís I_B , de acordo com a lei de correntes de Kirchhoff.

$$I = L I_B \quad (4.2)$$

Por outro lado, a soma das perdas de potência nos ramaís é igual à soma das potências injetadas em todos os nós, o qual se expressa em (4.3). Os valores ΔV_B e V são as quedas de tensão nos ramaís e as tensões dos nós, respetivamente. Substituindo (4.2) em (4.3) se obtém (4.4). Essa equação define a relação entre ΔV_B e V de acordo com a lei de tensões de Kirchhoff.

$$I_B^H \Delta V_B = I^H V \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} I_B^H \Delta V_B &= I_B^H L^H V \\ \Delta V_B &= L^H V \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ressalta-se que L manifesta a relação entre as correntes, e seu conjugado transposto L^H informa a relação entre as tensões, o qual resulta muito útil na descrição do comportamento do sistema.

4.3.2 Queda de tensão calculada através das correntes nodais

A equação (4.2) é escrita em (4.5), onde I_0 e I_N são a corrente trifásica injetada no nó referência e a corrente nos demais N nós, respetivamente. A matriz L_0 é formada tomando três linhas de L correspondentes ao nó referência. Portanto, em uma rede radial que possui $(N + 1)$ nós e N rama, a matriz L_C é quadrada e a equação (4.6) pode ser escrita.

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 \\ L_C \end{bmatrix} I_B \quad (4.5)$$

$$I_B = L_C^{-1} I_N \quad (4.6)$$

Para cada ramo j , a queda de tensão vale $\Delta V_{Bj} = Z_{Bj} I_{Bj}$, sendo Z_{Bj} a matriz de impedância do ramo. Colocando todos os ΔV_{Bj} em um vetor se chega à equação (4.7), a qual providencia o valor ΔV_B usando como variável I_N . Onde $[Z_B]$ é uma matriz bloco diagonal composta pelas matrizes de impedâncias de todos os rama.

$$\Delta V_B = [Z_B] L_C^{-1} I_N \quad (4.7)$$

4.3.3 Queda de tensão calculada através das tensões nodais

Para iniciar a dedução, a equação (4.4) se expande como mostrado em (4.8), onde V_0 e V_N são a tensão do nó referência e dos outros N nós, respetivamente. Rescrevendo a equação se obtém (4.9), a qual providencia ΔV_B usando como variável V_N . Sendo V_R uma constante relacionada à tensão do nó referência.

$$\Delta V_B = \begin{bmatrix} L_0 \\ L_C \end{bmatrix}^H \begin{bmatrix} V_0 \\ V_N \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \Delta V_B &= V_R + L_C^H V_N \\ V_R &= L_0^H V_0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

4.3.4 Formulação do problema de fluxo de potência

O objetivo versa em fazer coincidir as equações (4.7) e (4.9). Em vista disso, na equação (4.10) é definida uma função vetorial f , e o fluxo de potência é considerado solucionado quando V_N leva a f ser zero.

$$f = V_R + L_C^H V_N - [Z_B] L_C^{-1} I_N \quad (4.10)$$

O vetor de correntes nodais depende da tensão, potência de carga e geração, e a admitância em derivação de cada nó:

$$\begin{aligned} I_N &= I_Y + [YD]^T I_\Delta + I_{sh} \\ I_Y &= (S_G^* - S_{LY}^*) \odot \frac{1}{V_N^*} \\ I_\Delta &= - \left(S_{L\Delta}^* \odot \frac{1}{V_\Delta^*} \right) \\ I_{sh} &= -[Y_{sh}] V_N \\ V_\Delta &= [YD] V_N \end{aligned} \quad (4.11)$$

onde $[Y_{sh}]$ e $[YD]$ são matrizes bloco diagonais. $[Y_{sh}]$ é formada pelas admitâncias em derivação de todos os nós, e a matriz de conversão de tensões de fase para linha $[YD]$ é formada por N matrizes yd (4.12). Os vetores S_G , S_{LY} , e $S_{L\Delta}$ são a concatenação trifásica dos valores de potência de geração, cargas estrela e delta de todos os nós, respetivamente, e V_Δ possui as tensões de linhas.

$$yd = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Ressalta-se que f é computado pelos valores V_N e I_N através de matrizes constantes, providenciando simplicidade nos cálculos.

4.4 Modelagem dos elementos

Nesta seção, apresentam-se modelagens dos elementos comuns nos sistemas de distribuição.

4.4.1 Modelo de carga ZIP em conexões estrela e delta

Os vetores S_{LY} e $S_{L\Delta}$ dependem de V_N e V_Δ , como mostrado na equações (4.13) e (4.14), respetivamente. Os vetores S_{L0Y} e $S_{L0\Delta}$ são as cargas estrela e delta de todos os nós à tensão nominal, e Z_P, Z_Q, I_P, I_Q, P_P , e P_Q são os coeficientes ZIP.

$$\begin{aligned} S_{LY} &= S_{LZY} \odot V_N \odot V_N^* + S_{LIY} \odot [V_N \odot V_N^*]^{1/2} + S_{LPY} \\ S_{LZY} &= \text{Re}(S_{L0Y}) \odot Z_P + j \text{Im}(S_{L0Y}) \odot Z_Q \\ S_{LIY} &= \text{Re}(S_{L0Y}) \odot I_P + j \text{Im}(S_{L0Y}) \odot I_Q \\ S_{LPY} &= \text{Re}(S_{L0Y}) \odot P_P + j \text{Im}(S_{L0Y}) \odot P_Q \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} S_{L\Delta} &= S_{LZ\Delta} \odot V_\Delta \odot V_\Delta^* + S_{LI\Delta} \odot [V_\Delta \odot V_\Delta^*]^{1/2} + S_{LP\Delta} \\ S_{LZ\Delta} &= (\text{Re}(S_{L0\Delta}) \odot Z_P + j \text{Im}(S_{L0\Delta}) \odot Z_Q) / 3 \\ S_{LI\Delta} &= (\text{Re}(S_{L0\Delta}) \odot I_P + j \text{Im}(S_{L0\Delta}) \odot I_Q) / \sqrt{3} \\ S_{LP\Delta} &= \text{Re}(S_{L0\Delta}) \odot P_P + j \text{Im}(S_{L0\Delta}) \odot P_Q \end{aligned} \quad (4.14)$$

4.4.2 Geradores distribuídos

Observe-se que os modelos de carga ZIP poderiam ser utilizados para representar geradores. Tal representação é atingida modelando as cargas como se fossem de potência negativa. Portanto, os geradores que operam a corrente constante ou com algum modo de operação fatível de ser representado com valores adequados dos parâmetros ZIP, podem ser modelados através dos modelos de carga acima apresentados. Por outro lado, três modelos típicos dos geradores distribuídos são desenvolvidos abaixo.

4.4.2.1 Potência constante (nó PQ)

Cada gerador modelado como nó PQ opera mantendo fixa a potência gerada. Portanto, a potência deve ser especificada no vetor S_G , permanecendo em um valor fixo.

4.4.2.2 Tensão controlada (nó PV)

Ressalta-se que o modelo desenvolvido nesta subseção é similar aos modelos habituais na literatura, porém, no Apêndice II se complementa com o desenvolvimento de cinco modelagens, no contexto de redes desequilibradas. O modo habitual de representar os nós PV

é controlando a componente de sequência positiva da tensão dos terminais do gerador e mantendo o valor da potência ativa em cada fase em um valor especificado.

Assim, para cada nó PV i , uma função $f_{PV,i}$ é definida:

$$\begin{aligned} f_{PV,i} &= (v_{1,i} v_{1,i}^* - v_{sp,i}^2) + j \left(\frac{s_{PV,i} + s_{PV,i}^*}{2} - p_{sp,i} \right) \\ v_{1,i} &= a v_i \\ a &= 1/3 [1 \quad e^{j2\pi/3} \quad e^{-j2\pi/3}] \end{aligned} \quad (4.15)$$

o valor $f_{PV,i}$ deve ser zero. A parte real de $f_{PV,i}$ é a condição que leva a que módulo da componente de sequência positiva da tensão $\|v_{1,i}\|$ e a tensão especificada $v_{sp,i}$ sejam coincidentes, e a parte imaginária é a condição que faz coincidir $\text{Re}(s_{PV,i})$ e a potência ativa especificada $p_{sp,i}$. Sendo $s_{PV,i}$ a potência de geração, e v_i a tensão trifásica dos terminais.

Todos os $f_{PV,i}$ dos N_{PV} nós PV podem ser expressados compactamente via uma função vetorial:

$$\begin{aligned} f_{PV} &= (V_{1PV} \odot V_{1PV}^* - V_{sp}^2) + j \left(\frac{s_{PV} + s_{PV}^*}{2} - P_{PV} \right) \\ V_{1PV} &= [A_{PV}] V_{PV} \end{aligned} \quad (4.16)$$

sendo $[A_{PV}]$ uma matriz bloco diagonal formada por N_{PV} matrizes a . O vetor V_{PV} é a concatenação dos v_i de todos os nós PV.

4.4.2.3 Funções Volt-Var (nó VV)

Nesta modelagem a potência ativa permanece constante, e a potência reativa depende linearmente do modulo da componente de sequência positiva da tensão nos terminais. A relação entre a potência e a tensão é dada por uma função linear definida por partes. Neste trabalho, considera-se uma função volt-var definida por K pontos (v_k, Q_k) , os quais determinam $(K - 1)$ intervalos [26]:

$$\begin{aligned} Q &= Q_k + n_k (\|v_1\| - v_k) \\ n_k &= \frac{Q_{k+1} - Q_k}{v_{k+1} - v_k} \end{aligned} \quad (4.17)$$

O valor k deve ser escolhido de acordo à tensão atual e os limites dos intervalos.

Consequentemente, para cada nó VV i , uma função $f_{VV,i}$ é definida:

$$f_{VV,i} = Q_{k,i} + n_{k,i} \left[(v_{1,i} v_{1,i}^*)^{\frac{1}{2}} - v_{k,i} \right] + j(s_{VV,i} - p_{sp,i}) \quad (4.18)$$

$$v_{1,i} = a v_i$$

O valor $f_{VV,i}$ deve ser zero, sendo $s_{VV,i}$ a potência de geração. A parte real de $f_{VV,i}$ é a condição que iguala a potência reativa injetada $\text{Im}(s_{VV,i})$ e a potência reativa dada pela função volt-var, e a parte imaginária é a condição que faz coincidir a potência ativa injetada $\text{Re}(s_{VV,i})$ e a potência ativa especificada $p_{sp,i}$.

Todos os $f_{VV,i}$ dos N_{VV} nós VV podem ser expressados compactamente através de uma função vetorial:

$$f_{VV} = Q_k + N_k \odot \left[(V_{1VV} \odot V_{1VV}^*)^{\frac{1}{2}} - V_k \right] + j(S_{VV} - P_{VV}) \quad (4.19)$$

$$V_{1VV} = [A_{VV}] V_{VV}$$

onde a matriz bloco diagonal $[A_{VV}]$ é formada por N_{VV} matrizes a . O vetor V_{VV} é a concatenação dos v_i de todos os nós VV.

4.4.3 Comutador de derivação em carga (CDC)

As posições dos taps do CDC são valores reais discretos. Desse modo, o modelo utilizado não emprega variáveis contínuas e é similar à metodologia já apresentada em [8], explicado abaixo por conveniência.

Toda vez que o fluxo de potência atinge a convergência, os taps e, consequentemente, a matriz da relação de transformação T devem ser atualizados. Uma vez atualizada T , o fluxo de potência deve ser solucionado novamente. O processo se repete várias vezes até que as posições dos taps não mudem.

Tipicamente, o regulador de tensão é usado para acrescentar ou diminuir a tensão até $\pm 10\%$, e o rango das posições dos taps variam entre -16 e 16. Por conseguinte, T é calculado com a seguinte expressão:

$$T = I + (0,1/16) \times \text{diag}(tap_a \quad tap_b \quad tap_c) \quad (4.20)$$

As posições dos taps devem ser atualizados em dois passos:

- 1) Verificar se as magnitudes das tensões no secundário v_s estão dentro do limite inferior e superior da tensão.
- 2) Se v_s está fora de algum limite, colocar a tensão v_s no limite, e calcular o valor real contínuo do tap para finalmente arredonda-o à posição mais próxima permitida.

4.4.4 Transformadores com conexões habituais na distribuição

Considera-se que a matriz de transformação T providencia a tensão nos terminais secundários quando ela é multiplicada pelas tensões dos terminais primários. A Tabela 4.1 mostra T para cinco conexões habituais nos sistemas de distribuição.

TABELA 4.1. MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO VS. TIPO DE CONEXÃO

$1^{ry} \backslash 2^{ry}$	Delta	Open Delta	Grounded Wye
Delta	$W T_W [YD]$	----	$T_W [YD]$
Ungrounded Wye	$W T_W U$	----	----
Grounded Wye	----	----	T_W
Open Wye	----	$W O_\Delta T_W O_Y$	----

Em todos os termos se utiliza a matriz de relação de espiras do transformador T_W . Para um banco composto por três transformadores monofásicos individuais com relações de espiras t_1 , t_2 , e t_3 , a matriz $T_W = \text{diag}([t_1 \ t_2 \ t_3])$. A seguir, cada conexão é explicada.

4.4.4.1 Delta—Delta

Devido a que o primário está em conexão Delta, as tensões aplicadas nos enrolamentos são as tensões de linha:

$$V_{\text{enrolamentos}_1} = [YD] V_{ABC} \quad (4.21)$$

As tensões nos terminais secundários dos enrolamentos serão determinados pela relação de espiras T_W :

$$V_{\text{enrolamentos}_2} = T_W V_{\text{enrolamentos}_1} \quad (4.22)$$

$$V_{\text{enrolamentos}_2} = T_W [YD] V_{ABC} \quad (4.23)$$

Estando o lado secundário em conexão Delta, as tensões nos terminais dos enrolamentos são as tensões de linha. Para obter as tensões de fase equivalentes, utiliza-se a matriz W tomada do livro de Kersting [34]:

$$W = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$V_{abc} = W V_{enrolamentos_2} \quad (4.24)$$

$$V_{abc} = W T_W [YD] V_{ABC} \quad (4.25)$$

4.4.4.2 *Ungrounded Wye—Delta*

A conexão estrela do primário não possui neutro aterrado, isso implica que a componente de sequência zero das tensões fase-neutro será nula. Para encontrar as tensões fase-neutro, conhecendo as tensões das fases, devemos calcular as componentes simétricas, anular somente a sequência zero, e calcular de novo as componentes de fase:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

$$U = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$V_{ABCN} = U V_{ABC} \quad (4.26)$$

$$V_{enrolamentos_1} = U V_{ABC} \quad (4.27)$$

As tensões nos terminais secundários estão determinadas pela equação (4.22). Também, a causa de estar o lado secundário em conexão Delta, as tensões de fase serão dadas por (4.24). Consequentemente:

$$V_{abc} = W T_W U V_{ABC} \quad (4.28)$$

4.4.4.3 *Open Wye—Open Delta*

O primário se encontra em conexão Wye sem aterramento, e uma de suas fases está aberta. Portanto, as tensões nos terminais primários dos enrolamentos serão duas tensões de

fase-neutro. Essas tensões são obtidas calculando as componentes simétricas de duas fases (dois fasores), anulando a sequência zero, e calculando de novo as componentes de fase:

$$O_Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$O_Y = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Sendo os cálculos trifásicos, a fase aberta pode ser ignorada, e as componentes da matriz correspondentes preenchidas com zeros. Por conseguinte, quando a fase p está aberta, a matriz $O_{Y,p}$ obtém as tensões fase-neutro do lado primário:

$$O_{Y,1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad O_{Y,2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad O_{Y,3} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V_{ABCN} = O_{Y,p} V_{ABC} \quad (4.29)$$

$$V_{enrolamentos_1} = O_{Y,p} V_{ABC} \quad (4.30)$$

As tensões nos terminais secundários dos enrolamentos são obtidas mediante a equação (4.22), porém, esses valores possuem a informação somente de duas tensões de linha. A tensão de linha faltante pode ser calculada através do negativo da soma das outras duas tensões de linha. De essa forma, quando a fase p está aberta, a matriz $O_{\Delta,p}$ multiplicando ao valor de (4.22) providencia as três tensões de linha do lado secundário:

$$O_{\Delta,1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad O_{\Delta,2} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad O_{\Delta,3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V_{enrolamentos_2} = O_{\Delta,p} T_W O_{Y,p} V_{ABC} \quad (4.31)$$

Por fim, as tensões de fases equivalentes da conexão Delta do lado secundário são obtidas pela equação (4.24), dando por resultado:

$$V_{abc} = W O_{\Delta,p} T_W O_{Y,p} V_{ABC} \quad (4.32)$$

4.4.4.4 *Delta-Grounded Wye*

Nesta conexão, ao igual que a conexão Delta—Delta, as tensões no lado secundário dos enrolamentos são dados pela equação (4.23). O lado secundário está em conexão Wye aterrado, à vista disso, as tensões de fases são diretamente as tensões dos enrolamentos:

$$V_{abc} = T_W [YD] V_{ABC} \quad (4.33)$$

4.4.4.5 *Grounded Wye—Grounded Wye*

A equação (4.22) providencia a relação entre as tensões dos enrolamentos do transformador. Devido a que as tensões de fase das conexões Wye aterradas são as tensões dos enrolamentos, as tensões de fase do lado primário e secundário se relacionam simplesmente por:

$$V_{abc} = T_W V_{ABC} \quad (4.34)$$

4.5 O método de Newton e o cálculo de Wirtinger aplicado ao problema de fluxo de potência

O problema de fluxo de potência é solucionado quando a função da rede f e a função dos geradores f_{GV} são nulas:

$$\begin{aligned} 0 &= \begin{bmatrix} f(V_N, S_{GV}) \\ f_{GV}(V_N, S_{GV}) \end{bmatrix} \\ f_{GV} &= \begin{bmatrix} f_{PV} \\ f_{VV} \end{bmatrix} \\ S_{GV} &= \begin{bmatrix} S_{PV} \\ S_{VV} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.35)$$

Considerando que o problema é não linear, um método iterativo deve ser empregado. O algoritmo básico do método de Newton, explicado no início da Seção 2.2, pode ser aplicado aos problemas de valores complexos usando o cálculo de Wirtinger [13] como explicado na Subseção 2.2.2.1.

4.5.1 Reformulação do problema de fluxo de potência

Para que seja possível aplicar o método de Newton à equação (4.35), uma nova função vetorial expandida é definida $F_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}$, e o problema de fluxo de potência se considera solucionado quando:

$$F_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)} = \begin{bmatrix} f_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)} \\ f_{GV(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)} \\ f_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}^* \\ f_{GV(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}^* \end{bmatrix} = 0 \quad (4.36)$$

Embora o tamanho da função vetorial e do vetor de variáveis foram dobradas (lembrando que V_N^* e S_{GV}^* são consideradas como variáveis independentes de V_N e S_{GV} no cálculo de Wirtinger), nesta abordagem $F_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}$ é uma função analítica. Esse fato permite o cálculo da matriz Jacobiana sem a necessidade de dividir a formulação em duas formulações de valores reais.

4.5.2 Matriz Jacobiana e sua inversa

A matriz Jacobiana de $F_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}$ é calculada por

$$J = \begin{bmatrix} j_A & j_B \\ j_B^* & j_A^* \end{bmatrix}$$

$$j_A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial V_N} & \frac{\partial f_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial S_{GV}} \\ \frac{\partial f_{GV(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial V_N} & \frac{\partial f_{GV(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial S_{GV}} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

$$j_B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial V_N^*} & \frac{\partial f_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial S_{GV}^*} \\ \frac{\partial f_{GV(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial V_N^*} & \frac{\partial f_{GV(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial S_{GV}^*} \end{bmatrix}$$

as componentes de j_A e j_B são expressas no Apêndice I.

A matriz inversa J^{-1} está dada por

$$\begin{aligned}
 J^{-1} &= \begin{bmatrix} \Gamma_A & \Gamma_B \\ \Gamma_B^* & \Gamma_A^* \end{bmatrix} \\
 \Gamma_A &= [j_A - M j_B^*]^{-1} \\
 \Gamma_B &= -\Gamma_A M \\
 M &= j_B j_A^{*-1}
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

A relação anterior se obtém expressando J^{-1} com quatro submatrizes Γ_A , Γ_B , Γ_C , e Γ_D . Em seguida, sabe-se que o produto de uma matriz e sua inversa é a matriz identidade:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_A & \Gamma_B \\ \Gamma_C & \Gamma_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_A & j_B \\ j_B^* & j_A^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \tag{4.39}$$

Para obter os valores Γ_A e Γ_B , faz-se o produto da primeira linha de J^{-1} e J :

$$\begin{cases} \Gamma_A j_A + \Gamma_B j_B^* = I \\ \Gamma_A j_B + \Gamma_B j_A^* = 0 \end{cases} \tag{4.40}$$

Assumindo que j_A possui inversa, as duas equações se solucionam com

$$\begin{aligned}
 \Gamma_A &= (j_A - M j_B^*)^{-1} \\
 \Gamma_B &= -\Gamma_A M \\
 M &= j_B j_A^{*-1}
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

Para obter os valores Γ_C e Γ_D , faz-se o produto da segunda linha de J^{-1} e J :

$$\begin{cases} \Gamma_C j_A + \Gamma_D j_B^* = 0 \\ \Gamma_C j_B + \Gamma_D j_A^* = I \end{cases} \tag{4.42}$$

A solução das equações indica que

$$\begin{aligned}
 \Gamma_C &= -\Gamma_D M^* \\
 \Gamma_D &= (j_A^* - M^* j_B)^{-1}
 \end{aligned} \tag{4.43}$$

Observe que $\Gamma_D = \Gamma_A^*$ e $\Gamma_C = \Gamma_B^*$

4.5.3 Atualizando as variáveis

Com o objetivo de diminuir o número de cálculos, unicamente $\Delta z = [\Delta V_N \quad \Delta S_{GV}]^T$ será calculado, considerando que $[\Delta V_N^* \quad \Delta S_{GV}^*]^T$ é o conjugado de Δz . O valor para atualizar as variáveis está dado por:

$$\begin{aligned} \Delta z &= \Gamma_A(Mh^* - h) \\ h &= \begin{bmatrix} f \\ f_{GV} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.44)$$

A equação (4.44) é deduzida desde (4.38) como explicado a seguir. O valor Δz e Δz^* são obtidos a través do método de Newton, assim, os valores são calculado com:

$$\begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta z^* \end{bmatrix} = -J^{-1} \begin{bmatrix} h \\ h^* \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

substituindo os valores de cada bloco da matriz Jacobiana invertida, temos que

$$\begin{bmatrix} \Delta z \\ \Delta z^* \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Gamma_A & -\Gamma_A M \\ -\Gamma_A^* M^* & \Gamma_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ h^* \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

e considerando somente o termo da variável z

$$\Delta z = \Gamma_A(Mh^* - h) \quad (4.47)$$

4.5.4 Algoritmo do fluxo de potência

A Fig. 4.2 esquematiza o fluxograma do algoritmo. O operador $\|\cdot\|$ é a norma Euclidiana, e ε uma tolerância de desajuste das equações.

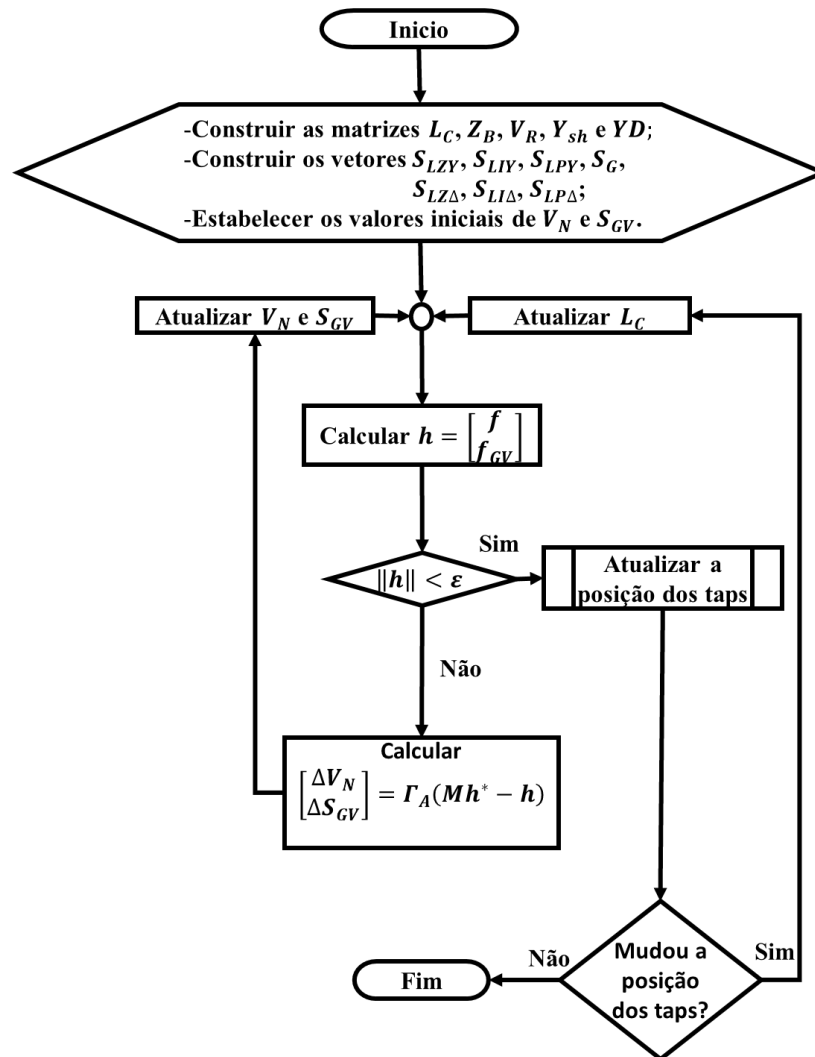


Fig. 4.2. Fluxograma do algoritmo do fluxo de potência proposto

CAPÍTULO 5. MÉTODO PROPOSTO PARA LOCALIZAR SOLUÇÕES DE BAIXA TENSÃO DE MODO DIRETO

Na literatura, define-se uma SBT através das características dos autovalores da matriz Jacobiana da função vetorial do fluxo de potência. A formulação convencional do fluxo de potência utiliza uma função em valores reais definida pelo desajuste das potências ativa e reativa injetadas em cada barra, e como variáveis os ângulos e magnitudes das tensões das barras. Considera-se que uma SBT ocorre quando algum autovalor da matriz Jacobiana dessa formulação possui parte real positiva [20].

Naturalmente, se a função vetorial do fluxo de potência ou as variáveis consideradas são diferentes da formulação convencional, a matriz Jacobiana e seus autovalores também serão diferentes. As variáveis utilizadas no fluxo de potência proposto no Capítulo 4 são as tensões complexas e os conjugados dessas tensões, e a função vetorial é composta pelos desajustes das quedas de tensões dos ramais. Testes dessa formulação mostraram que os autovalores não apresentam um padrão previsível quando ocorre uma SBT. Isso nos motivou a procurar uma função vetorial que possuía uma matriz Jacobiana com autovalores seguindo algum padrão previsível quando ocorre uma SBT, e relacioná-la a nossa formulação proposta. A seguir se trata esse assunto.

5.1 Características das soluções de alta e baixa tensão

Nesta seção, assume-se inicialmente algumas simplificações para lograr um desenvolvimento progressivo: o sistema é considerado equilibrado e representado por uma rede monofásica, e as cargas são de potência constante. Entre vários testes feitos em diferentes formulações do fluxo de potência, percebeu-se que a formulação que utiliza as equações dos desajustes dos conjugados das potências injetadas nas barras providencia características interessantes. Assim sendo, essas equações serão utilizadas para definir a função vetorial expandida do fluxo de potência $F_{(V_N)}$ (5.1), como foi explicado na Subseção 2.2.2, a qual será a base do desenvolvimento do método direto para localizar as SBT.

$$F_{(V_N)} = \begin{bmatrix} f_{(V_N)} \\ f_{(V_N)}^* \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$f_{(V_N)} = S^* - V_N^* \odot (Y_{N0}V_0 + Y_{NN}V_N)$$

A matriz Jacobiana de $F_{(V_N)}$ (obtida através do cálculo de Wirtinger) é expressa por:

$$J = \begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix}$$

$$J_A = -\text{diag}(V_N^*) Y_{NN} \quad (5.2)$$

$$J_B = -\text{diag}(Y_{N0}V_0 + Y_{NN}V_N)$$

5.1.1 Soluções de alta tensão

Analisando a solução de alta tensão de $F_{(V_N)} = 0$, os autovalores de J são todos complexos e aparecem em pares conjugados. Quando os autovalores são complexos, eles aparecem em pares conjugados devido à simetria dos blocos de J , como se demonstra no Apêndice III. Os autovalores desta análise são diferentes da análise clássica. Na análise clássica, todos os autovalores apresentam parte real negativa.

5.1.2 Soluções de baixa tensão

Analisando as SBT, os autovalores não são todos complexos, um par de autovalores aparece sem parte imaginária, ou seja, existem 2 autovalores reais puros. Esse comportamento é diferente da análise clássica. Na análise clássica, um autovalor aparece com parte real positiva.

No Apêndice VII, uma descrição matemática detalhada do comportamento dos autovalores nos diferentes tipos de soluções é mostrada.

5.2 Formulação do método direto

Considerando que nas SBT aparecem autovalores de J reais e lembrando da formulação do método direto para localizar o ponto de colapso, explicado na Subseção 3.3.1, surge o objetivo de desenvolver uma formulação similar para localizar as SBT de modo direto.

5.2.1 Formulação básica

Define-se a formulação básica para localizar as SBT através de uma função composta por três componentes igualadas a zero:

$$\begin{aligned}
 0 &= f_{T(v_N, v, \lambda)} \\
 f_{T(v_N, v, \lambda)} &= \begin{bmatrix} f_1(v_N) \\ f_2(v_N, v, \lambda) \\ f_3(v, \lambda) \end{bmatrix} \\
 f_1(v_N) &= f_{(v_N)} \\
 f_2(v_N, v, \lambda) &= J_A v + J_B v^* - v \lambda \\
 f_3(v, \lambda) &= (v^H v - 1) + (\lambda - \lambda^*)
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

A função $f_1(v_N)$ é igual à função dos desajustes dos conjugados das potências injetadas $f_{(v_N)}$. Portanto, quando igualada a zero, as equações do fluxo de potência estarão solucionadas. Ao contrário da formulação da função expandida do fluxo de potência $F_{(v_N)}$, nesta formulação não é considerado $f_{(v_N)}^*$ devido a que se planeja escrevê-la inicialmente de maneira compacta, sem os conjugados (usados para o cálculo da matriz Jacobiana).

A função $f_2(v_N, v, \lambda)$ igualada a zero é a condição que deve cumprir o autovetor e o autovalor real. Sua dedução se descreve no Apêndice III.

A função $f_3(v, \lambda)$ igualada a zero implica cumprir duas condições (parte real e imaginaria). A parte real $(v^H v - 1)$ indica que a norma do autovetor é unitária (evita a solução trivial), e a parte imaginaria $(\lambda - \lambda^*)$ obriga ao autovalor ser real puro.

5.2.2 Formulação básica alternativa

Como será analisado na Subseção 5.3.1, o método de Newton apresenta problemas de convergência ao tentar solucionar a formulação básica. Portanto, nesta subseção, define-se uma formulação básica alternativa através de uma função de mérito e seu gradiente.

Na formulação básica, as funções $f_1(v_N)$, $f_2(v_N, v, \lambda)$, e $f_3(v, \lambda)$ são igualadas a zero “independentemente”. Com o intuito de ter uma função que envolva simultaneamente às três funções, define-se a seguinte função de mérito g :

$$\begin{aligned}
 g(v_N, v, \lambda) &= f_T^H f_T \\
 f_T &= \begin{bmatrix} f_1(v_N) \\ f_2(v_N, v, \lambda) \\ f_3(v, \lambda) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Considerando que o conjunto imagem de g é $\mathbb{R}_+$ e que $g_{(V_N, v, \lambda)} = 0$ somente quando a formulação básica é solucionada, deduz-se que o ∇g (gradiente de g) avaliado em um ponto solução do problema será nulo. Fato utilizado na formulação básica alternativa expressa abaixo:

$$\begin{aligned}
 0 &= \nabla g_m \\
 \nabla g_m &= \begin{bmatrix} J_{TA} \\ J_{TB}^* \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} f_T^* \\ f_T \end{bmatrix} \\
 J_{TA} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_T}{\partial V_N} & \frac{\partial f_T}{\partial v} & \frac{\partial f_T}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \\
 J_{TB} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_T}{\partial V_N^*} & \frac{\partial f_T}{\partial v^*} & \frac{\partial f_T}{\partial \lambda^*} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Continuando, explica-se o cálculo de ∇g_m , o qual é o elemento chave da formulação proposta. Calculando as derivadas de (5.4) via cálculo de Wirtinger, obtém-se a matriz Jacobiana de g (valor igual ao ∇g^T):

$$\begin{aligned}
 \nabla g^T &= f_T^H \begin{bmatrix} \frac{\partial f_T}{\partial V_N} & \frac{\partial f_T}{\partial v} & \frac{\partial f_T}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_T}{\partial V_N^*} & \frac{\partial f_T}{\partial v^*} & \frac{\partial f_T}{\partial \lambda^*} \end{bmatrix} \\
 &\quad + f_T^T \begin{bmatrix} \frac{\partial f_T^*}{\partial V_N} & \frac{\partial f_T^*}{\partial v} & \frac{\partial f_T^*}{\partial \lambda} & \frac{\partial f_T^*}{\partial V_N^*} & \frac{\partial f_T^*}{\partial v^*} & \frac{\partial f_T^*}{\partial \lambda^*} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

substituindo os blocos J_{TA} e J_{TB} na equação anterior e usando as duas identidades de abaixo [24]:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{\partial f_T^*}{\partial V_N} & \frac{\partial f_T^*}{\partial v} & \frac{\partial f_T^*}{\partial \lambda} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_T}{\partial V_N} & \frac{\partial f_T}{\partial v^*} & \frac{\partial f_T}{\partial \lambda^*} \end{bmatrix}^* = J_{TB}^* \\
 \begin{bmatrix} \frac{\partial f_T^*}{\partial V_N^*} & \frac{\partial f_T^*}{\partial v^*} & \frac{\partial f_T^*}{\partial \lambda^*} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_T}{\partial V_N} & \frac{\partial f_T}{\partial v} & \frac{\partial f_T}{\partial \lambda} \end{bmatrix}^* = J_{TA}^*
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

temos que

$$\begin{aligned}
 \nabla g^T &= f_T^H [J_{TA} \quad J_{TB}] + f_T^T [J_{TB}^* \quad J_{TA}^*] \\
 \Rightarrow \nabla g^T &= \begin{bmatrix} f_T^H & f_T^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{TA} & J_{TB} \\ J_{TB}^* & J_{TA}^* \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Finalmente, transpondo ∇g^T se conclui:

$$\nabla g = \begin{bmatrix} J_{TA} & J_{TB} \\ J_{TB}^* & J_{TA}^* \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} f_T^* \\ f_T \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Ponderando que a metade inferior das componentes de ∇g são o conjugado da metade superior, despreza-se a metade inferior e se iguala a zero a parte restante $0 = \begin{bmatrix} J_{TA} \\ J_{TB}^* \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} f_T^* \\ f_T \end{bmatrix} = \nabla g_m$.

5.2.3 Formulação SBT-RCF

Nesta subseção, a formulação das SBT é formada com as equações do fluxo de potência desenvolvidas no Capítulo 4 (denominado RCF). Primeiro, explica-se os autovalores generalizados das matrizes Jacobianas, conceito necessário para expandir a formulação das SBT para qualquer tipo de formulação de fluxo de potência e, em seguida, define-se a formulação das SBT.

5.2.3.1 Autovalores generalizados

O desenvolvimento da abordagem se inicia com base na formulação do fluxo de potência f explicada na Subseção 2.2.2. Como tem sido mostrado na Seção 5.1, os autovalores da matriz Jacobiana J_v dessa formulação apresentam características importantes nas SBT. Realizando uma análise de sensibilidade dessa formulação de fluxo de potência em uma direção v , temos que

$$0 = J_{s^*} \begin{bmatrix} \frac{\partial s^*}{\partial v} & \frac{\partial s^*}{\partial v^*} \\ \frac{\partial s}{\partial v} & \frac{\partial s}{\partial v^*} \end{bmatrix} v + J_v v \quad (5.10)$$

$$J_{s^*} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial s^*} & \frac{\partial f}{\partial s} \\ \frac{\partial f^*}{\partial s^*} & \frac{\partial f^*}{\partial s} \end{bmatrix} \quad e \quad J_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial v} & \frac{\partial f}{\partial v^*} \\ \frac{\partial f^*}{\partial v} & \frac{\partial f^*}{\partial v^*} \end{bmatrix}$$

Nesta equação, sabemos que J_{s^*} é uma matriz de identidade devido à formulação utilizada. Ato contínuo, se consideramos v um autovetor de J_v , obtemos a seguinte equação

$$-\begin{bmatrix} \frac{\partial s^*}{\partial v} & \frac{\partial s^*}{\partial v^*} \\ \frac{\partial s}{\partial v} & \frac{\partial s}{\partial v^*} \end{bmatrix} v = v \lambda \quad (5.11)$$

Essa expressão indica que os autovalores de J_v são os mesmos autovalores de $-\begin{bmatrix} \frac{\partial s^*}{\partial v} & \frac{\partial s^*}{\partial v^*} \\ \frac{\partial s}{\partial v} & \frac{\partial s}{\partial v^*} \end{bmatrix}$. Essa relação é muito útil, pois a expressão (5.11) é independente da formulação do fluxo de potência usada, fato que permite expandir a formulação das SBT para qualquer tipo de formulação de fluxo de potência.

Substituindo a equação (5.11) na (5.10), obtemos a equação dos autovalores generalizados (5.12). Esses autovalores apresentam as mesmas características já mencionadas: na solução de alta tensão, os autovalores são todos complexos; e nas SBT, existe um par de autovalores reais puros.

$$J_v v = J_{s^*} v \lambda \quad (5.12)$$

5.2.3.2 Formulação das SBT usando as equações RCF

Define-se a formulação através de uma função composta por três componentes igualadas a zero:

$$\begin{aligned} 0 &= f_{TR(V_N, v, \lambda)} \\ f_{TR(V_N, v, \lambda)} &= \begin{bmatrix} f_{1R(V_N)} \\ f_{2R(V_N, v, \lambda)} \\ f_{3R(v, \lambda)} \end{bmatrix} \\ f_{1R(V_N)} &= V_R + A V_N - B \frac{1}{V_N^*} \\ f_{2R(V_N, v, \lambda)} &= J_A v + J_B v^* - (S_A v + S_B v^*) \lambda \\ f_{3R(v, \lambda)} &= (v^H v - 1) + (\lambda - \lambda^*) \end{aligned} \quad (5.13)$$

A função $f_{1R(V_N)}$ é composta pelas equações do fluxo de potência desenvolvidas no Capítulo 4. Os valores dos parâmetros A e B dependeram da topologia da rede e dos dispositivos presentes: capacitores, transformadores etc. Portanto, quando igualada a zero a função, as equações do fluxo de potência são solucionadas.

A função $f_{2R}(V_N, v, \lambda)$ igualada a zero é a condição que deve cumprir o autovetor e o autovalor real. Sua dedução se descreve no Apêndice IV. Sendo as matrizes J_A e J_B extraídas dos blocos da matriz Jacobiana $J_v = \begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial v} & \frac{\partial f}{\partial v^*} \\ \frac{\partial f^*}{\partial v} & \frac{\partial f^*}{\partial v^*} \end{bmatrix}$, e as matrizes S_A e S_B extraídas dos blocos de $J_{s^*} = \begin{bmatrix} S_A & S_B \\ S_B^* & S_A^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial s^*} & \frac{\partial f}{\partial s} \\ \frac{\partial f^*}{\partial s^*} & \frac{\partial f^*}{\partial s} \end{bmatrix}$.

A função $f_{3R}(v, \lambda)$ obriga a que a norma de v seja unitária e que o autovalor seja real puro, através de sua componente real $v^H v - 1 = 0$ e sua componente imaginária $\lambda - \lambda^* = 0$, respetivamente.

5.3 Solucionando as formulações propostas

Nesta seção, explicam-se os algoritmos para solucionar as formulações propostas para localizar as SBT de modo direto.

5.3.1 Solucionando a formulação básica

Como tentativa inicial, propõe-se usar o algoritmo do método de Newton, explicado na Seção 2.2, para solucionar a formulação básica (5.3). O método precisa da matriz Jacobiana, assim, a função vetorial expandida de $f_{T(V_N, v, \lambda)}$ deve ser definida primeiro:

$$F_{T(V_N, v, \lambda)} = \begin{bmatrix} f_{T(V_N, v, \lambda)} \\ f_{T(V_N, v, \lambda)}^* \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Consequentemente, a matriz jacobiana J_T está expressa por:

$$J_T = \begin{bmatrix} J_{TA} & J_{TB} \\ J_{TB}^* & J_{TA}^* \end{bmatrix}$$

$$J_{TA} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_N} & \frac{\partial f_1}{\partial v} & \frac{\partial f_1}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_N} & \frac{\partial f_2}{\partial v} & \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial f_3}{\partial V_N} & \frac{\partial f_3}{\partial v} & \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_N} & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_N} & \frac{\partial f_2}{\partial v} & \frac{\partial f_2}{\partial \lambda} \\ 0 & \frac{\partial f_3}{\partial v} & \frac{\partial f_3}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$J_{TB} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_N^*} & \frac{\partial f_1}{\partial v^*} & \frac{\partial f_1}{\partial \lambda^*} \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_N^*} & \frac{\partial f_2}{\partial v^*} & \frac{\partial f_2}{\partial \lambda^*} \\ \frac{\partial f_3}{\partial V_N^*} & \frac{\partial f_3}{\partial v^*} & \frac{\partial f_3}{\partial \lambda^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_N^*} & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_N^*} & \frac{\partial f_2}{\partial v^*} & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_3}{\partial v^*} & \frac{\partial f_3}{\partial \lambda^*} \end{bmatrix}$$

Dessa maneira, o ajuste das variáveis $x = \begin{bmatrix} V_N \\ v \\ \lambda \end{bmatrix}$ a cada iteração k será:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta x^* \end{bmatrix}^k = -(J_T|_{x^k})^{-1} F_T(x^k) \quad (5.16)$$

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$$

Analisando qualitativamente o processo de atualização das variáveis, escrevemos a relação incremental aproximada entre a função e as variáveis:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \Delta f_3 \\ \Delta f_1^* \\ \Delta f_2^* \\ \Delta f_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{TA} & J_{TB} \\ J_{TB}^* & J_{TA}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_N \\ \Delta v \\ \Delta \lambda \\ \Delta V_N^* \\ \Delta v^* \\ \Delta \lambda^* \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Da relação anterior, se focalizamos somente na relação incremental das componentes $\begin{bmatrix} f_1 \\ f_1^* \end{bmatrix}$ e as variáveis, temos:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_N} & 0 & 0 & \frac{\partial f_1}{\partial V_N^*} & 0 & 0 \\ \left(\frac{\partial f_1}{\partial V_N}\right)^* & 0 & 0 & \left(\frac{\partial f_1}{\partial V_N^*}\right)^* & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_N \\ \Delta v \\ \Delta \lambda \\ \Delta V_N^* \\ \Delta v^* \\ \Delta \lambda^* \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_N} & \frac{\partial f_1}{\partial V_N^*} \\ \left(\frac{\partial f_1}{\partial V_N}\right)^* & \left(\frac{\partial f_1}{\partial V_N^*}\right)^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_N \\ \Delta V_N^* \end{bmatrix}$$

Isto indica que ao tentar solucionar a formulação básica através do algoritmo básico do Newton, as tensões serão atualizadas sopesando unicamente f_1 , ou seja, serão atualizadas

avaliando as equações do fluxo de potência e desprezando toda a formulação do autovalor e autovetor. Portanto, uma hipótese imediata prevê que as tensões convergirão como se fosse um fluxo de potência normal, e o autovalor e autovetor terão um comportamento errático. Simulações são mostradas na Subseção 6.2.2.

5.3.2 Solucionando a formulação básica alternativa

Como tentativa inicial, propõe-se usar o algoritmo do método de Newton, explicado na Seção 2.2, para solucionar a formulação básica alternativa (5.5). No cálculo da matriz Jacobiana, o gradiente completo de g será usado:

$$\nabla g = \begin{bmatrix} \nabla g_m \\ \nabla g_m^* \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Sendo sua matriz Jacobiana:

$$H = \begin{bmatrix} H_A & H_B \\ H_B^* & H_A^* \end{bmatrix}$$

$$H_A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \nabla g_m}{\partial V_N} & \frac{\partial \nabla g_m}{\partial v} & \frac{\partial \nabla g_m}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

$$H_B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \nabla g_m}{\partial V_N^*} & \frac{\partial \nabla g_m}{\partial v^*} & \frac{\partial \nabla g_m}{\partial \lambda^*} \end{bmatrix}$$

Dessa maneira, o ajuste das variáveis $x = \begin{bmatrix} V_N \\ v \\ \lambda \end{bmatrix}$ a cada iteração k será:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta x^* \end{bmatrix}^k = -(H|_{x^k})^{-1} \nabla g_{(x^k)} \quad (5.21)$$

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$$

5.3.3 Solucionando a formulação SBT-RCF

Ao tentar solucionar a formulação SBT-RCF, descrita na Subseção 5.2.3, utilizando o método de newton, prevê-se que se terão os mesmos problemas de convergência da formulação básica. Neste contexto, surge uma nova alternativa para solucionar o conjunto de equações: através de métodos de otimização.

O conjunto de equações a ser solucionado pode ser estabelecido como um conjunto de restrições de igualdade de um problema de otimização, e ser selecionada convenientemente uma função objetivo para convergir à solução desejada. Para nosso problema, naturalmente, a função objetivo será a minimização da tensão da barra na qual se deseja obter a SBT, denominada neste texto como “barra crítica”. O problema assim formulado é muito adequado, pois providencia a possibilidade de escolher a convergência para uma determinada SBT dentro das várias SBT possíveis.

Assim, define-se o problema de otimização equivalente para solucionar a formulação SBT-RCF:

$$\min_{\substack{V_N, v \in \mathbb{C}^N \\ \lambda \in \mathbb{C}}} (v_c \ v_c^*) \quad \text{s.a.} \quad 0 = f_{TR(V_N, v, \lambda)} \quad (5.22)$$

sendo v_c a tensão da barra crítica, e $0 = f_{TR(V_N, v, \lambda)}$ o conjunto de equações (5.13) descrito na Subseção 5.2.3.2.

A característica de convergência do problema anterior dependerá do método utilizado. Quando usado o método de pontos interiores, como por exemplo (seu uso para o problema se explica no Apêndice V), a convergência é similar ao método de Newton, a qual é indesejada, pois a convergência será para um ponto não fatível, implicando o desatendimento do conjunto de equações. Esse comportamento da convergência se deve a que as restrições de igualdade possuem uma região de atração muito forte para a solução de alta tensão. Um modo de evitar esse problema consiste em adicionar pelo menos um grau de liberdade que permita sair dessa região e convergir à SBT. O grau de liberdade se pode adicionar “relaxando” uma equação, conforme explicado abaixo.

5.3.3.1 *Relaxamento de uma equação do fluxo de potência*

Relaxar uma equação implica convertê-la em uma inequação adequadamente para que ela se torne “ativa” no final da convergência, isto é, a inequação seja equivalente à equação original no final da convergência. Considerando a formulação do fluxo de potência RCF, $0 = f_{1R}(V_N)$, temos a seguinte equação:

$$0 = V_R + A V_N - B \frac{1}{V_N^*} \quad (5.23)$$

Cada equação do conjunto de equações está relacionada a um ramo da rede. Por conveniência, separamos a equação do ramo a montante da barra crítica, expressa em (5.24), das restantes equações correspondentes aos ramos a montante das barras não críticas (5.25):

$$0 = V_R^c + A^c V_N - B^c \frac{1}{V_N^*} \quad (5.24)$$

$$0 = V_R^{nc} + A^{nc} V_N - B^{nc} \frac{1}{V_N^*} \quad (5.25)$$

sendo:

o parâmetro $V_R^c \in \mathbb{C}^{1 \times 1}$, e os parâmetros $A^c, B^c \in \mathbb{C}^{1 \times N}$;

o parâmetro $V_R^{nc} \in \mathbb{C}^{(N-1) \times 1}$, e os parâmetros $A^{nc}, B^{nc} \in \mathbb{C}^{(N-1) \times N}$.

A variável V_N da equação (5.24) pode ser dividida em duas variáveis: uma é a tensão da barra crítica v_c , e a outra é um vetor v_{nc} compostas pelas tensões das barras não críticas, assim, a equação resulta na seguinte expressão:

$$0 = \left(V_R^c + A^{c,nc} v_{nc} - B^{c,nc} \frac{1}{v_{nc}^*} \right) + A^{c,c} v_c - B^{c,c} \frac{1}{v_c^*} \quad (5.26)$$

sendo os parâmetros $A^{c,nc}, B^{c,nc} \in \mathbb{C}^{1 \times (N-1)}$, e os parâmetros $A^{c,c}, B^{c,c} \in \mathbb{C}^{1 \times 1}$.

Multiplicando a equação (5.26) pelo valor v_c^* , e definindo uma nova variável V , obtemos o seguinte par de equações

$$0 = \left(V_R^c + A^{c,nc} v_{nc} - B^{c,nc} \frac{1}{v_{nc}^*} \right) v_c^* + A^{c,c} V - B^{c,c} \quad (5.27)$$

$$V = v_c v_c^* \quad (5.28)$$

No caso de minimização da tensão da barra crítica, deve-se minimizar o valor V , logo, a equação (5.28) se pode escrever como sendo uma inequação:

$$v_c v_c^* - V \leq 0 \quad (5.29)$$

A inequação anterior é uma restrição de desigualdade, onde os valores fatíveis são um conjunto de valores convexos (uma linha que une quaisquer dois pontos do conjunto, está

contida neste). Esse relaxamento é usado para redefinir o problema de otimização na próxima subseção.

5.3.3.2 O problema de otimização com uma equação relaxada

Redefine-se o problema de otimização (5.22) como expresso abaixo:

$$\min_{\substack{V_N, v \in \mathbb{C}^N \\ \lambda \in \mathbb{C} \\ V \in \mathbb{R}}} (V) \quad \text{s.a.} \quad \begin{cases} (5.25), (5.27), (5.29) \\ 0 = f_{2R}(V_N, v, \lambda) \\ 0 = f_{3R}(v, \lambda) \end{cases} \quad (5.30)$$

CAPÍTULO 6. RESULTADOS

6.1 Convergência do método proposto de fluxo de potência

Esta seção mostra a robustez do método de fluxo de potência proposto (RCF, denominado homônimo à formulação). Primeiro, será testado o desempenho computacional do RCF, em seguida, será explorada a capacidade de lidar com as SBT através do traçado de curvas QV.

6.1.1 Desempenho computacional

Os algoritmos foram implementados no Matlab®, e o processador usado é o Intel® Core™ i7-3770 a 3.40GHz. Os testes são realizados nos alimentadores da IEEE de 13, 34 e 123 nós [35]. Todos os testes iniciam com um perfil de tensões plano; a base de potência é 3 MVA, e a tolerância do erro 10^{-8} p.u.

A Tabela 6.1 mostra as diferenças dos valores com relação aos resultados fornecidos pelos resumos oficiais do IEEE [35], a diferença máxima é de $52,5 \times 10^{-5}$ p.u. Uma comparação de desempenho computacional é realizada entre o RCF e um dos métodos mais eficientes para redes radiais, o método BFS [8]. Os resultados mostram que a proporção do tempo de execução (*Tempo BFS/Tempo RCF*) média dos três casos é 10,35, e a taxa do número de iterações (*Iterações BFS/Iterações RCF*) média é 3,67. O RCF evidencia desempenho de tempo computacional muito maior nas redes de 13 e 34 nós (~ 15 vezes mais rápido); no entanto mostra uma pequena diminuição de desempenho na rede de 123 nós (0,94). A queda do desempenho pode ser devido ao aumento do tamanho da função vetorial e sua matriz jacobiana.

TABELA 6.1. CASO BASE DOS SISTEMAS TESTE

Sistema	Erro (10^{-5} p.u.)			Tempo de ex. (ms)			Número de iterações		
	Fase-1	Fase-2	Fase-3	RCF	BFS	Relação	RCF	BFS	Relação
IEEE-13	4,3	5,7	11,4	2	42	21,00	3	9	3,00
IEEE-34	13,8	16,5	14,1	8	73	9,13	3	12	4,00
IEEE-123	52,5	20,5	19,8	125	117	0,94	2	8	4,00
Média						10,35			3,67

Várias combinações das relações R/X médias das linhas e dos modelos de geradores foram testadas no alimentador de 34 nós desequilibrado para avaliar a convergência do RCF. O valor médio R/X das impedâncias de sequência positiva é usado como índice R/X; esse valor

para o caso base vale 1,7949. A Tabela 6.2 mostra o número de iterações e o tempo de execução, sendo alteradas as relações R/X dos elementos da diagonal das matrizes de impedância mantendo suas magnitudes constantes. Observe que sem DG, a razão R/X não afeta o número de iterações. No entanto com um e dois nós PV, o número de iterações aumenta à medida que a relação R/X aumenta, apesar disso, a diminuição da rapidez de convergência não se deve ao desempenho do RCF, isso ocorre porque o sistema está se aproximando a um ponto de operação inadequado (a matriz Jacobiana está se aproximando à singularidade). O fenômeno anterior se pode explicar pela diminuição da capacidade de controlar a tensão com a injeção de potência reativa quando a relação R/X aumenta.

TABELA 6.2. CONVERGÊNCIA VS. RELAÇÃO R/X DO ALIMENTADOR IEEE-34

R/X	Sem DG		Um nó PV		Dois nós PV	
	Número de iterações	Tempo de ex. (ms)	Número de iterações	Tempo de ex. (ms)	Número de iterações	Tempo de ex. (ms)
67.5724	3	8,2	-	-	-	-
6.9723	3	8,3	-	-	-	-
3.8859	3	8,3	5	15,0	6	16,5
3.5673	3	8,3	4	11,0	5	14,5
1.7949	3	8,0	3	8,1	4	11,0
0.5937	3	7,9	3	8,2	4	11,0
0.0003	3	8,2	3	8,1	4	11,2

Finalmente, DGs modelados como sendo nós PV e VV, injetando potência ativa zero, foram inseridos no alimentador de 34 nós. As tensões dos nós PV são definidas em 1,05 p.u (igual à tensão da subestação), e a Tabela 6.3 exhibe os pontos da configuração da função volt-var.

Os resultados, na Tabela 6.4, mostram que o fluxo de potência é resolvido em 3 ou 4 iterações, para várias combinações numéricas de nós PV e VV. Portanto, o desempenho do RCF praticamente não é sensível ao número de geradores, o que é uma vantagem sobre alguns métodos. O método BFS, como por exemplo, é sensível ao número de nós VV, e uma técnica deve ser usada para melhorar a convergência, como foi mostrado pela referência [26].

TABELA 6.3. CONFIGURAÇÃO DA FUNÇÃO VOLT-VAR

Ponto	1	2	3	4
V	0,00	0,95	1,05	2,00
Q	2,00	2,00	-2,00	-2,00

TABELA 6.4. NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA OS NÓS PV vs. VV

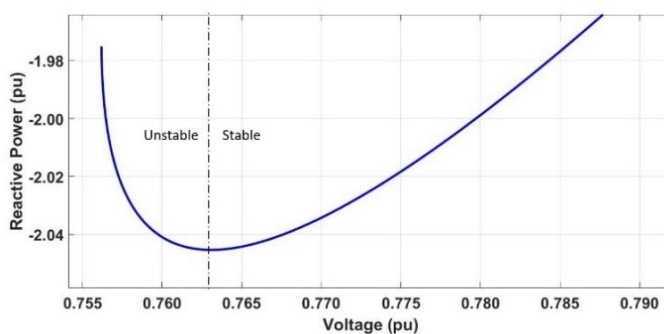
PV \ VV	0	1	2	3	4	5
0	3	3	3	3	4	4
1	3	3	4	4	4	4
2	4	4	4	4	4	4
3	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4
5	4	4	4	4	4	4

6.1.2 Curvas QV

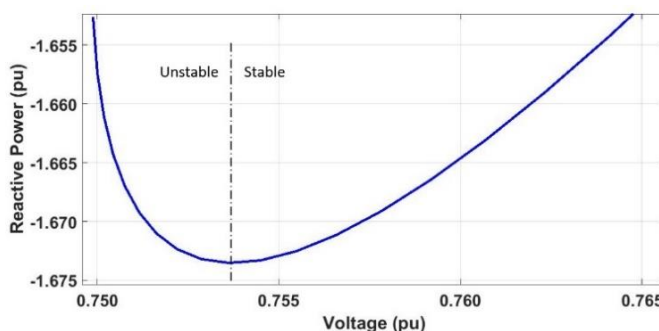
Em primeiro lugar, as curvas QV (incluindo o lado esquerdo ou de baixa tensão) são traçadas através do RCF nos alimentadores desequilibrados de 13 e 123 nós. Na segunda parte, o alimentador de 34 nós é considerado balanceado, e a curva QV de um nó é traçada usando o RCF; com intuito de comparação, a mesma curva QV é traçada pelo MC descrito na Seção 3.2 (denominado CPF-T).

6.1.2.1 Redes desequilibradas

As Fig. 6.1 (a) e (b) mostram as curvas QV dos nós 675 e 300, respectivamente. Ambos os lados das curvas (baixa e alta tensão) são plotados, enquanto se fosse utilizado o método BFS se encontraria apenas os pontos do lado direito.



(a) Nó 675 (alimentador de 13 nós)



(b) Nó 300 (alimentador de 123 nós)

Fig. 6.1. Curvas QV em redes desequilibradas

6.1.2.2 Redes equilibradas

Cada carga do alimentador de 34 nós é modelada equilibrada de valor constante igual a sua média trifásica, e as linhas são modeladas apenas usando sua impedância de sequência positiva.

A Fig. 6.2 mostra a curva QV do nó 828 traçada via RCF e CPF-T. Ambas as curvas são idênticas. O tempo de execução do RCF é de apenas 6 s., enquanto o CPF-T usa 36 s.

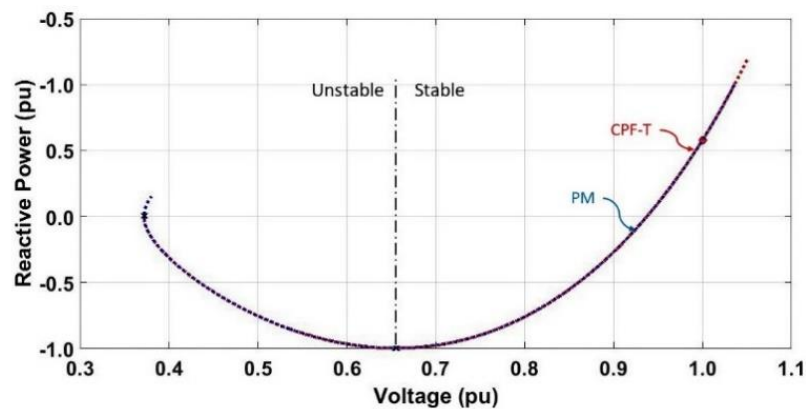


Fig. 6.2. Curva QV do nó 828 (alimentador de 34 nós balanceado)

6.2 Convergência dos métodos propostos para localizar as SBT

Nesta seção, analisa-se a convergência dos métodos que solucionam as formulações propostas para localizar as SBT. As simulações das formulações básica e básica alternativa são efetuadas em um sistema pequeno, analisando-se suas limitações, causas e efeitos no comportamento das variáveis. Já as simulações da formulação SBT-RCF são efetuadas em sistemas maiores, devido a seu maior desempenho, como será mostrado. Na seguinte subseção, determinam-se as soluções de alta tensão (operação normal), as quais fornecerão os valores iniciais para os métodos de SBT.

6.2.1 Solução de alta tensão e pontos iniciais

As soluções de alta tensão se determinam usando o fluxo de potência apresentado no Capítulo 4. Com a informação desse ponto operativo são calculados os autovetores e autovalores generalizados apresentados na Subseção 5.2.3.1. Posteriormente, estima-se os valores iniciais das três variáveis das formulações de SBT: as tensões nodais V_N , um autovetor v e um autovalor λ .

6.2.1.1 *Tensão nodal inicial*

Formulações básica e básica alternativa

A tensão nodal $V_{N\text{ inicial}}$ é determinada pela tensão nodal calculada na solução de alta tensão $V_{N\text{ solução de alta tensão}}$.

$$V_{N\text{ inicial}} = V_{N\text{ solução de alta tensão}} \quad (6.1)$$

Formulação SBT-RCF

O valor é determinado através de (6.1) com uma única modificação. Na barra que se deseja obter a SBT, a tensão terá 0,05 vezes o valor original. O modo de escolher a barra para o cálculo da SBT se realiza com o critério da componente de maior módulo do vetor tangente [36], como explicado no Apêndice VI.

6.2.1.2 *Autovetor inicial*

Formulações básica e básica alternativa

O autovetor v_{inicial} é calculado usando o autovetor associado ao autovalor inicial, como descrito abaixo

$$v_{\text{inicial}} = (v_a + v_b^*) / \|v_a + v_b^*\| \quad (6.2)$$

sendo os valores v_a e v_b obtidos ao dividir em duas partes o autovetor $\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix}$. Esse critério é assumido empregando a lógica da Análise de autovalores reais mostrada no Apêndice III. Na equação (6.2), o divisor $\|v_a + v_b^*\|$ normaliza o valor unitariamente.

Formulação SBT-RCF

Estima-se o autovetor inicial igual às formulações básica e básica alternativa.

6.2.1.3 Autovalor inicial

Formulações básica e básica alternativa

Sabe-se que em um sistema de duas barras, a matriz Jacobiana inicial possui 2 autovalores. Portanto, cada um dos autovalores é usado para estimar um ponto inicial (são definidos 2 pontos iniciais nestas formulações).

$$\lambda_{inicial} = \lambda_{solução} \quad (6.3)$$

Formulação SBT-RCF

Sabe-se que em um sistema de $1 + N$ barras, as matrizes Jacobianas (são duas matrizes porque são cálculos de autovalores generalizados) possuem $2 \times N$ autovalores. Logo, o autovalor usado para o ponto inicial será aquele de valor real puro. Neste caso, existe um autovalor real puro devido a que a tensão inicial de uma barra tem sido diminuída como explicado na Subseção 6.2.1.1.

6.2.1.4 Sistema de 2 barras: solução de alta tensão e pontos iniciais

O sistema teste de 2 barras e a solução de alta tensão se mostram na Fig. 6.3 e na Tabela 6.5, respetivamente.

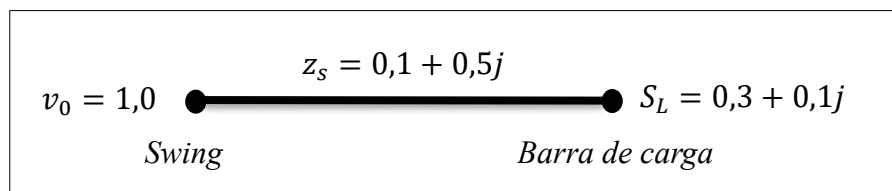


Fig. 6.3. Sistema de 2 barras

TABELA 6.5. SOLUÇÃO DE ALTA TENSÃO DO SISTEMA DE 2 BARRAS			
Tensão	Autovetores		Autovalores
0.8878 - 0.1400i	-0.9943 + 0.0000i	-0.0492 - 0.0950i	-0.6107 + 1.6156i
	-0.0492 + 0.0950i	-0.9943 + 0.0000i	-0.6107 - 1.6156i

Pontos iniciais

A Tabela 6.6 mostra os 2 pontos iniciais para as formulações básica e básica alternativa.

TABELA 6.6. PONTOS INICIAIS PARA AS FORMULAÇÕES BÁSICA E BÁSICA ALTERNATIVA NO SISTEMA DE 2 BARRAS

Ponto inicial	Tensão	Autovetor	Autovalor
1	$0.8878 - 0.1400i$	$0.9959 + 0.0907i$	$-0.6107 + 1.6156i$
2	$0.8878 - 0.1400i$	$0.9959 + 0.0907i$	$-0.6107 - 1.6156i$

A Tabela 6.7 mostra o valor da tensão diminuída, os autovetores e autovalores calculados nesse ponto. A Tabela 6.8 mostra o ponto inicial para a formulação SBT-RCF.

TABELA 6.7. VALORES DO SISTEMA DE 2 BARRAS QUANDO DIMINUÍDA A TENSÃO

Tensão	Autovetores		Autovalores
$0.0444 - 0.0070i$	$-0.7391 + 0.0000i$	$-0.6586 + 0.3414i$	$-7.0668 + 0.0000i$
	$0.6522 + 0.3478i$	$-0.7418 + 0.0087i$	$7.0058 + 0.0000i$

TABELA 6.8. PONTO INICIAL PARA A FORMULAÇÃO SBT-RCF NO SISTEMA DE 2 BARRAS

Tensão	Autovetor	Autovalor
$0.0444 - 0.0070i$	$-0.9729 + 0.2311i$	$7.0058 + 0.0000i$

6.2.1.5 Sistema radial de 4 barras: solução de alta tensão e ponto inicial

O sistema teste de 4 barras e a solução de alta tensão se mostram na Fig. 6.4 e na Tabela 6.9, respetivamente.

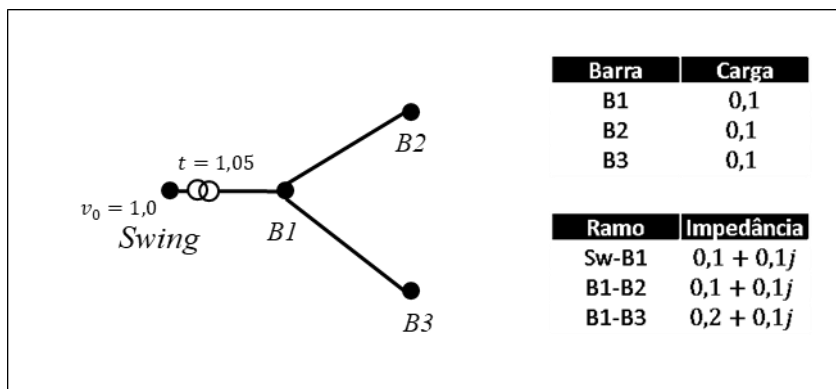


Fig. 6.4. Sistema de 4 barras

TABELA 6.9. SOLUÇÃO DE ALTA TENSÃO DO SISTEMA DE 4 BARRAS

Tensão	Autovetores			Autovalores
$-0.7155 - 0.5300i$	$-0.0029 - 0.0008i$	$0.1543 + 0.1185i$		
$0.3449 + 0.2064i$	$0.0011 + 0.0005i$	$0.2583 + 0.6569i$		
$0.1239 + 0.1740i$	$0.0011 + 0.0001i$	$-0.1848 - 0.6554i$		
$-0.0019 + 0.0023i$	$-0.2850 + 0.8436i$	$0.0021 - 0.0004i$	$-17.8340 + 14.4185i$	
$0.0006 - 0.0010i$	$0.1653 - 0.3663i$	$0.0098 - 0.0039i$	$-17.8340 - 14.4185i$	
$0.0009 - 0.0007i$	$0.0024 - 0.2135i$	$-0.0129 + 0.0030i$	$-4.6883 + 2.9625i$	
$1.0193 - 0.0287i$			$-1.3989 + 1.1428i$	
$1.0090 - 0.0382i$			$-1.3989 - 1.1428i$	
$0.9989 - 0.0379i$			$-4.6883 - 2.9625i$	
$-0.3156 - 0.2913i$	$0.0167 + 0.0072i$	$0.0006 + 0.0021i$		
$-0.4142 - 0.3984i$	$0.0220 + 0.0087i$	$0.0007 + 0.0105i$		
$-0.5832 - 0.3784i$	$0.0304 + 0.0099i$	$-0.0028 - 0.0129i$		
$-0.0109 + 0.0146i$	$0.1296 - 0.4095i$	$0.1733 + 0.0884i$		
$-0.0148 + 0.0185i$	$0.1621 - 0.5514i$	$0.7041 - 0.0492i$		
$-0.0215 + 0.0237i$	$0.3188 - 0.6178i$	$-0.6712 + 0.1149i$		

Ponto inicial

A Tabela 6.10 mostra as tensões nodais da solução de alta tensão (com o valor da barra B3 diminuído) e os autovetores e autovalores generalizados calculados nesse ponto. A Tabela 6.11 mostra o ponto inicial para a formulação SBT-RCF.

TABELA 6.10. VALORES DO SISTEMA DE 4 BARRAS QUANDO DIMINUÍDA A TENSÃO DA BARRA B3

Tensão	Autovetores			Autovalores
	-0.7174 - 0.2826i	-0.0019 - 0.0017i	-0.2571 + 0.2216i	
	0.3476 + 0.1104i	0.0007 + 0.0008i	-0.5814 + 0.4186i	
	0.0062 + 0.0048i	0.0002 + 0.0006i	0.0209 - 0.0032i	
	-0.0012 + 0.0025i	-0.5080 + 0.4920i	0.0002 + 0.0066i	
	0.0004 - 0.0011i	0.2555 - 0.2159i	0.0059 + 0.0143i	-16.9740 +14.3420i
1.0193 - 0.0287i	-0.0001 - 0.0007i	0.0035 - 0.0063i	-0.0091 - 0.0068i	-16.9740 -14.3420i
1.0090 - 0.0382i				-2.9651 + 2.3445i
				1.8622 - 0.0000i
0.0499 - 0.0019i	-0.2068 + 0.1012i	-0.0220 + 0.3665i	0.0010 + 0.0068i	-2.0908 - 0.0000i
	-0.1596 + 0.1082i	-0.1397 + 0.4245i	-0.0034 + 0.0159i	-2.9651 - 2.3445i
	-0.6296 + 0.3704i	0.3603 + 0.6397i	0.0081 - 0.0087i	
	-0.1894 + 0.1308i	-0.3076 - 0.2004i	0.3065 + 0.1801i	
	-0.1724 + 0.0863i	-0.4243 - 0.1404i	0.6777 + 0.3223i	
	-0.6310 + 0.3680i	-0.2998 - 0.6702i	-0.0222 + 0.0006i	

TABELA 6.11. PONTO INICIAL PARA A FORMULAÇÃO SBT-RCF NO SISTEMA DE 4 BARRAS

Tensão	Autovetor	Autovalor
1.0193 - 0.0287i	-0.2907 - 0.0217i	
1.0090 - 0.0382i	-0.2436 + 0.0160i	1.8622 - 0.0000i
0.0499 - 0.0019i	-0.9249 + 0.0018i	

6.2.1.6 Alimentador teste IEEE-34: solução de alta tensão e ponto inicial

O alimentador IEEE-34 original [37] é trifásico, porém, uma representação unifilar equilibrada será efetuada nesta análise: a carga de cada barra será modelada por um valor constante igual à potência trifásica total, e a impedância de cada ramo será representada pela impedância de sequência positiva. O desenho esquemático da rede e a solução de alta tensão se mostram na Fig. 6.5 e na Tabela 6.12, respectivamente. Todas as grandezas estão em p.u., adotando-se as bases $S_B = 3 \text{ MVA}$, $V_{B1} = 24,9 \text{ kV}$ e $V_{B2} = 4,16 \text{ kV}$.

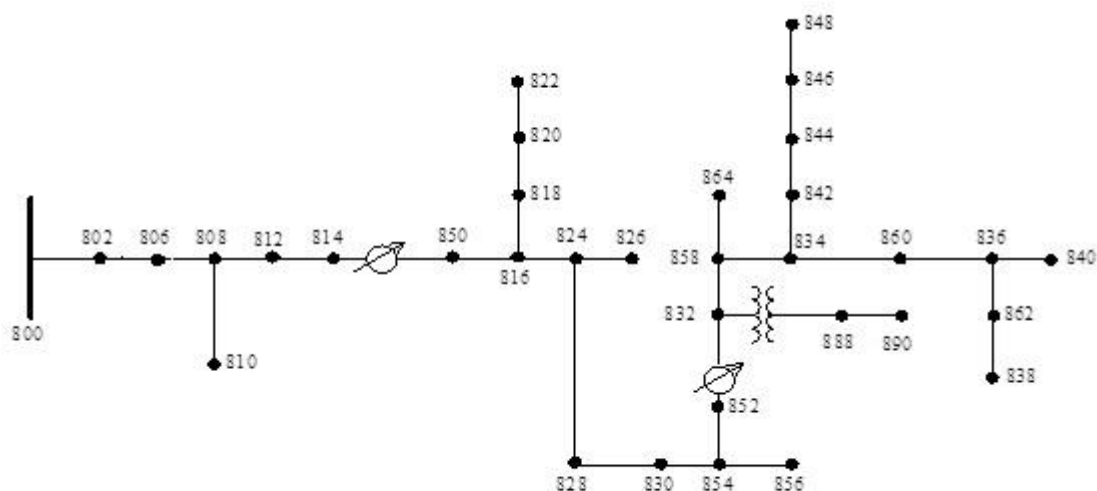


Fig. 6.5. Alimentador IEEE-34 [37]

TABELA 6.12. SOLUÇÃO DE ALTA TENSÃO DO ALIMENTADOR IEEE-34

Barra	Tensão	Autovalores	
		1.0e+05 *	1.0e+02 *
802	1.0480 - 0.0009i	-1.1046 + 0.5002i	-1.6315 - 0.7755i
806	1.0467 - 0.0015i	-1.1046 - 0.5002i	-1.5963 - 0.7252i
808	1.0223 - 0.0126i	-1.1364 + 0.4849i	-1.1546 - 0.7337i
810	1.0223 - 0.0126i	-1.1364 - 0.4849i	-1.0725 + 0.5846i
812	0.9943 - 0.0254i	-0.0431 + 0.0182i	-1.0181 + 0.4797i
814	0.9721 - 0.0356i	-0.0446 + 0.0189i	-1.0725 - 0.5846i
850	1.0166 - 0.0372i	-0.0277 + 0.0126i	-1.0181 - 0.4797i
816	1.0163 - 0.0373i	-0.0431 - 0.0182i	-0.4472 + 0.2886i
818	1.0160 - 0.0373i	-0.0446 - 0.0189i	-0.4905 + 0.2406i
820	1.0081 - 0.0371i	-0.0277 - 0.0126i	-0.4472 - 0.2886i
822	1.0071 - 0.0371i	-0.0204 + 0.0090i	-0.4905 - 0.2406i
824	1.0069 - 0.0401i	-0.0215 + 0.0090i	-0.3913 + 0.1811i
826	1.0068 - 0.0401i	-0.0204 - 0.0090i	-0.3605 + 0.1595i
828	1.0061 - 0.0403i	-0.0136 + 0.0061i	-0.2731 + 0.1289i
830	0.9880 - 0.0459i	-0.0092 + 0.0068i	-0.3913 - 0.1811i
854	0.9876 - 0.0460i	-0.0215 - 0.0090i	-0.3605 - 0.1595i
852	0.9561 - 0.0560i	-0.0136 - 0.0061i	-0.2212 + 0.1040i
832	1.0278 - 0.0602i	-0.0092 - 0.0068i	-0.2731 - 0.1289i
858	1.0255 - 0.0616i	-0.0092 + 0.0040i	-0.2212 - 0.1040i
834	1.0228 - 0.0633i	-0.0081 + 0.0034i	-0.1201 + 0.0777i
842	1.0228 - 0.0634i	-0.0092 - 0.0040i	-0.1201 - 0.0777i
844	1.0225 - 0.0638i	-0.0081 - 0.0034i	-0.0853 + 0.0420i
846	1.0226 - 0.0646i	-0.0053 + 0.0024i	-0.0853 - 0.0420i
848	1.0227 - 0.0648i	-0.0049 + 0.0021i	-0.0449 + 0.0436i
860	1.0224 - 0.0632i	-0.0053 - 0.0024i	-0.0382 + 0.0185i
836	1.0222 - 0.0632i	-0.0049 - 0.0021i	-0.0449 - 0.0436i
840	1.0222 - 0.0632i	-0.0025 + 0.0012i	-0.0382 - 0.0185i
862	1.0222 - 0.0632i	-0.0025 - 0.0012i	-0.0143 + 0.0074i
838	1.0221 - 0.0632i	-0.0014 + 0.0009i	-0.0084 + 0.0079i
864	1.0255 - 0.0616i	-0.0016 + 0.0008i	-0.0013 + 0.0006i
888	0.9854 - 0.0872i	-0.0016 + 0.0007i	-0.0013 - 0.0006i
890	0.8954 - 0.0937i	-0.0012 + 0.0007i	-0.0084 - 0.0079i
856	0.9875 - 0.0460i	-0.0014 - 0.0009i	-0.0143 - 0.0074i

Ponto inicial

A Tabela 6.13 mostra as tensões nodais da solução de alta tensão (com o valor da barra 890 diminuído) e os autovalores generalizados calculados nesse ponto. A Tabela 6.14 mostra o ponto inicial para a formulação SBT-RCF.

TABELA 6.13. VALORES DO ALIMENTADOR IEEE-34 QUANDO DIMINUÍDA A TENSÃO DA BARRA 890

Barra	Tensão	Autovalores	
		1.0e+05 *	1.0e+02 *
802	1.0480 - 0.0009i	-1.1046 + 0.5002i	-1.6315 - 0.7755i
806	1.0467 - 0.0015i	-1.1046 - 0.5002i	-1.5963 - 0.7252i
808	1.0223 - 0.0126i	-1.1364 + 0.4849i	-1.1546 - 0.7337i
810	1.0223 - 0.0126i	-1.1364 - 0.4849i	-1.0725 + 0.5846i
812	0.9943 - 0.0254i	-0.0431 + 0.0182i	-1.0181 + 0.4797i
814	0.9721 - 0.0356i	-0.0446 + 0.0189i	-1.0725 - 0.5846i
850	1.0166 - 0.0372i	-0.0277 + 0.0126i	-1.0181 - 0.4797i
816	1.0163 - 0.0373i	-0.0431 - 0.0182i	-0.4472 + 0.2886i
818	1.0160 - 0.0373i	-0.0446 - 0.0189i	-0.4905 + 0.2406i
820	1.0081 - 0.0371i	-0.0277 - 0.0126i	-0.4472 - 0.2886i
822	1.0071 - 0.0371i	-0.0204 + 0.0090i	-0.4905 - 0.2406i
824	1.0069 - 0.0401i	-0.0215 + 0.0090i	-0.3913 + 0.1811i
826	1.0068 - 0.0401i	-0.0204 - 0.0090i	-0.3605 + 0.1595i
828	1.0061 - 0.0403i	-0.0092 + 0.0068i	-0.2731 + 0.1289i
830	0.9880 - 0.0459i	-0.0136 + 0.0061i	-0.3913 - 0.1811i
854	0.9876 - 0.0460i	-0.0215 - 0.0090i	-0.3605 - 0.1595i
852	0.9561 - 0.0560i	-0.0092 - 0.0068i	-0.2212 + 0.1040i
832	1.0278 - 0.0602i	-0.0136 - 0.0061i	-0.2731 - 0.1289i
858	1.0255 - 0.0616i	-0.0092 + 0.0040i	-0.2212 - 0.1040i
834	1.0228 - 0.0633i	-0.0081 + 0.0034i	-0.1201 + 0.0777i
842	1.0228 - 0.0634i	-0.0092 - 0.0040i	-0.1201 - 0.0777i
844	1.0225 - 0.0638i	-0.0081 - 0.0034i	-0.0853 + 0.0420i
846	1.0226 - 0.0646i	-0.0053 + 0.0024i	0.0366 + 0.0000i
848	1.0227 - 0.0648i	-0.0049 + 0.0021i	-0.0853 - 0.0420i
860	1.0224 - 0.0632i	-0.0053 - 0.0024i	-0.0370 + 0.0419i
836	1.0222 - 0.0632i	-0.0049 - 0.0021i	-0.0382 + 0.0185i
840	1.0222 - 0.0632i	-0.0025 + 0.0012i	-0.0370 - 0.0419i
862	1.0222 - 0.0632i	-0.0025 - 0.0012i	-0.0142 + 0.0070i
838	1.0221 - 0.0632i	-0.0014 + 0.0009i	-0.0020 + 0.0012i
864	1.0255 - 0.0616i	-0.0016 + 0.0008i	-0.0020 - 0.0012i
888	0.9854 - 0.0872i	-0.0016 + 0.0007i	-0.0142 - 0.0070i
890	0.0448 - 0.0047i	-0.0012 + 0.0007i	-0.0382 - 0.0185i
856	0.9875 - 0.0460i	-0.0014 - 0.0009i	-0.0377 - 0.0000i

TABELA 6.14. PONTO INICIAL PARA A FORMULAÇÃO SBT-RCF NO ALIMENTADOR IEEE-34

Barra	Tensão	Autovetor	Autovalor
802	1.0480 - 0.0009i	-0.0000 - 0.0000i	
806	1.0467 - 0.0015i	-0.0000 - 0.0001i	
808	1.0223 - 0.0126i	-0.0001 - 0.0007i	
810	1.0223 - 0.0126i	-0.0001 - 0.0006i	
812	0.9943 - 0.0254i	-0.0000 - 0.0015i	
814	0.9721 - 0.0356i	0.0001 - 0.0024i	
850	1.0166 - 0.0372i	0.0001 - 0.0025i	
816	1.0163 - 0.0373i	0.0001 - 0.0026i	
818	1.0160 - 0.0373i	0.0001 - 0.0025i	
820	1.0081 - 0.0371i	-0.0002 - 0.0013i	
822	1.0071 - 0.0371i	-0.0003 - 0.0011i	
824	1.0069 - 0.0401i	0.0004 - 0.0037i	
826	1.0068 - 0.0401i	0.0004 - 0.0036i	
828	1.0061 - 0.0403i	0.0005 - 0.0038i	
830	0.9880 - 0.0459i	0.0018 - 0.0073i	
854	0.9876 - 0.0460i	0.0019 - 0.0074i	
852	0.9561 - 0.0560i	0.0073 - 0.0176i	3.6643 + 0.0000i
832	1.0278 - 0.0602i	0.0078 - 0.0190i	
858	1.0255 - 0.0616i	0.0052 - 0.0154i	
834	1.0228 - 0.0633i	0.0029 - 0.0120i	
842	1.0228 - 0.0634i	0.0028 - 0.0119i	
844	1.0225 - 0.0638i	0.0026 - 0.0117i	
846	1.0226 - 0.0646i	0.0023 - 0.0112i	
848	1.0227 - 0.0648i	0.0023 - 0.0112i	
860	1.0224 - 0.0632i	0.0025 - 0.0114i	
836	1.0222 - 0.0632i	0.0021 - 0.0108i	
840	1.0222 - 0.0632i	0.0020 - 0.0107i	
862	1.0222 - 0.0632i	0.0021 - 0.0107i	
838	1.0221 - 0.0632i	0.0018 - 0.0105i	
864	1.0255 - 0.0616i	0.0050 - 0.0152i	
888	0.9854 - 0.0872i	0.2245 - 0.0788i	
890	0.0448 - 0.0047i	0.9322 - 0.2673i	
856	0.9875 - 0.0460i	0.0010 - 0.0061i	

6.2.1.7 Alimentador teste IEEE-123: solução de alta tensão e ponto inicial

O alimentador IEEE-123 original [38] é trifásico, porém, a mesma representação unifilar equilibrada usada no alimentador IEEE-34 será efetuada nesta análise. A Fig. 6.6 mostra a rede, e as Tabela 6.15 e Tabela 6.16 apresentam os valores da solução de alta tensão. Todas as grandezas estão em p.u., adotando-se as bases $S_B = 3 \text{ MVA}$, $V_{B1} = 4,16 \text{ kV}$ e $V_{B2} = 0,48 \text{ kV}$. Esclarece-se que os autovalores de valor infinito aparecem pelos switches de impedância zero, no entanto esses autovalores são ignorados nas análises.

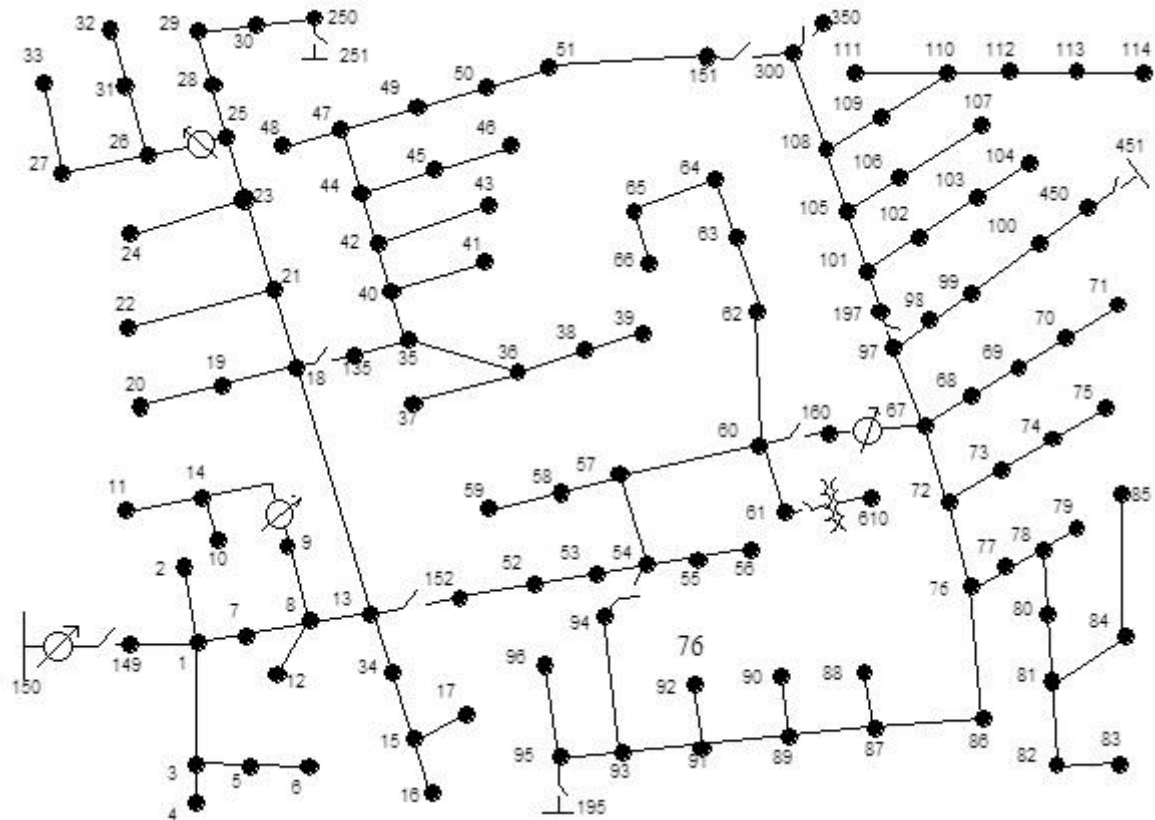


Fig. 6.6. Alimentador IEEE-123 [38]

TABELA 6.15. SOLUÇÃO DE ALTA TENSÃO DO ALIMENTADOR IEEE-123: TENSÕES

Barra	Tensão			
149	76	109	46	1.0438 - 0.0000i
1	77	110	47	1.0358 - 0.0078i
2	78	111	48	1.0357 - 0.0078i
3	79	112	49	1.0353 - 0.0079i
4	80	113	50	1.0351 - 0.0080i
5	81	114	51	1.0348 - 0.0081i
6	82	300	151	1.0346 - 0.0081i
7	83	98	19	1.0301 - 0.0133i
8	84	99	20	1.0264 - 0.0170i
12	85	100	21	1.0263 - 0.0171i
13	86	450	22	1.0210 - 0.0224i
152	87	61	23	1.0210 - 0.0224i
52	88	610	24	1.0174 - 0.0273i
53	89	62	25	1.0157 - 0.0297i
54	90	63	28	1.0146 - 0.0312i
55	91	64	29	1.0145 - 0.0312i
56	92	65	30	1.0145 - 0.0313i
57	93	66	250	1.0117 - 0.0353i
58	94	18	26	1.0115 - 0.0353i
59	95	135	27	1.0114 - 0.0354i
60	96	35	33	1.0058 - 0.0439i
160	97	36	31	1.0058 - 0.0439i
67	197	37	32	1.0335 - 0.0484i
68	101	38	34	1.0329 - 0.0486i
69	102	39	15	1.0323 - 0.0487i
70	103	40	16	1.0319 - 0.0489i
71	104	41	17	1.0317 - 0.0489i
72	105	42	9	1.0332 - 0.0503i
73	106	43	14	1.0325 - 0.0505i
74	107	44	10	1.0319 - 0.0506i
75	108	45	11	1.0315 - 0.0507i
				1.0331 - 0.0515i
				1.0341 - 0.0529i
				1.0344 - 0.0532i
				1.0344 - 0.0532i
				1.0359 - 0.0547i
				1.0375 - 0.0560i
				1.0384 - 0.0567i
				1.0394 - 0.0573i
				1.0366 - 0.0563i
				1.0362 - 0.0564i
				1.0326 - 0.0528i
				1.0323 - 0.0535i
				1.0323 - 0.0537i
				1.0322 - 0.0538i
				1.0322 - 0.0541i
				1.0321 - 0.0540i
				1.0321 - 0.0543i
				1.0320 - 0.0541i
				1.0318 - 0.0542i
				1.0319 - 0.0541i
				1.0318 - 0.0542i
				1.0327 - 0.0489i
				1.0327 - 0.0489i
				1.0322 - 0.0493i
				1.0317 - 0.0495i
				1.0311 - 0.0496i
				1.0305 - 0.0498i
				1.0317 - 0.0496i
				1.0314 - 0.0497i
				1.0309 - 0.0499i
				1.0314 - 0.0498i
				1.0301 - 0.0502i
				1.0294 - 0.0504i
				1.0292 - 0.0505i
				1.0292 - 0.0504i
				1.0285 - 0.0506i
				1.0284 - 0.0507i
				1.0314 - 0.0498i
				1.0325 - 0.0491i
				1.0322 - 0.0493i
				1.0321 - 0.0494i
				1.0321 - 0.0494i
				1.0058 - 0.0439i
				1.0058 - 0.0439i
				1.0045 - 0.0437i
				1.0037 - 0.0436i
				1.0023 - 0.0434i
				1.0010 - 0.0432i
				1.0006 - 0.0432i
				1.0142 - 0.0267i
				1.0142 - 0.0267i
				1.0120 - 0.0280i
				1.0116 - 0.0283i
				1.0114 - 0.0283i
				1.0113 - 0.0284i
				1.0108 - 0.0287i
				1.0106 - 0.0287i
				1.0095 - 0.0293i
				1.0091 - 0.0295i
				1.0086 - 0.0298i
				1.0085 - 0.0299i
				1.0083 - 0.0299i
				1.0076 - 0.0304i
				1.0073 - 0.0305i
				1.0072 - 0.0306i
				1.0071 - 0.0307i
				1.0071 - 0.0307i
				1.0071 - 0.0307i
				1.0137 - 0.0268i
				1.0135 - 0.0269i
				1.0136 - 0.0271i
				1.0131 - 0.0272i
				1.0132 - 0.0274i
				1.0127 - 0.0275i
				1.0128 - 0.0277i
				1.0127 - 0.0278i
				1.0125 - 0.0279i
				1.0124 - 0.0280i
				1.0124 - 0.0280i
				1.0094 - 0.0277i
				1.0094 - 0.0278i
				1.0089 - 0.0279i
				1.0093 - 0.0278i
				1.0091 - 0.0278i
				1.0207 - 0.0225i
				1.0205 - 0.0226i
				1.0202 - 0.0227i
				1.0204 - 0.0226i
				1.0259 - 0.0172i
				1.0189 - 0.0173i
				1.0188 - 0.0173i
				1.0187 - 0.0173i

TABELA 6.16. SOLUÇÃO DE ALTA TENSÃO DO ALIMENTADOR IEEE-123: AUTOVALORES

Autovalores									
1.0e+03 *									
-0.5601 - 1.0122i	-0.2912 + 0.4651i	-0.1579 - 0.2306i	-0.1050 + 0.1314i						
-0.4797 - 0.9117i	-0.2558 + 0.4702i	-0.1449 + 0.2489i	-0.1113 - 0.1175i						
-0.5601 + 1.0122i	-0.2462 + 0.4639i	-0.1464 + 0.2438i	-0.0769 + 0.1323i						
-0.4797 + 0.9117i	-0.2491 + 0.4547i	-0.1579 + 0.2306i	-0.0764 + 0.1329i						
-0.4380 - 0.8211i	-0.2762 + 0.4025i	-0.1757 - 0.1881i	-0.1360 + 0.0706i						
-0.4380 + 0.8211i	-0.3164 - 0.3117i	-0.1757 + 0.1881i	-0.1045 + 0.1243i						
-0.3511 - 0.6740i	-0.3907 - 0.1695i	-0.2202 - 0.0955i	-0.1089 - 0.1131i						
-0.3902 - 0.6631i	-0.2120 - 0.3807i	-0.2202 + 0.0955i	-0.1113 + 0.1175i						
-0.3621 - 0.6329i	-0.3164 + 0.3117i	-0.1661 - 0.1636i	-0.1043 - 0.1100i						
-0.3879 - 0.6495i	-0.3907 + 0.1695i	-0.1459 - 0.1895i	-0.1067 - 0.1070i						
-0.3431 - 0.6246i	-0.2034 - 0.3616i	-0.1274 - 0.1866i	-0.0967 - 0.1093i						
-0.3511 + 0.6740i	-0.2120 + 0.3807i	-0.1225 - 0.1849i	-0.1041 - 0.1048i						
-0.3902 + 0.6631i	-0.2034 + 0.3616i	-0.1506 - 0.1695i	-0.1052 - 0.1013i						
-0.3621 + 0.6329i	-0.1788 - 0.3296i	-0.1661 + 0.1636i	-0.1089 + 0.1131i						
-0.3879 + 0.6495i	-0.2114 - 0.3100i	-0.1459 + 0.1895i	-0.1043 + 0.1100i						
-0.3431 + 0.6246i	-0.1918 - 0.3174i	-0.1274 + 0.1866i	-0.1067 + 0.1070i						
-0.3204 - 0.5331i	-0.1788 + 0.3296i	-0.1506 + 0.1695i	-0.0967 + 0.1093i						
-0.3204 + 0.5331i	-0.2114 + 0.3100i	-0.1225 + 0.1849i	-0.1041 + 0.1048i						
-0.2696 - 0.5064i	-0.1918 + 0.3174i	-0.1220 - 0.1612i	-0.1052 + 0.1013i						
-0.2833 - 0.5029i	-0.1674 - 0.2956i	-0.1483 - 0.1413i	-0.0959 - 0.1010i						
-0.2642 - 0.5009i	-0.2478 - 0.2280i	-0.1220 + 0.1612i	-0.0959 + 0.1010i						
-0.2860 - 0.4741i	-0.1665 - 0.2867i	-0.1483 + 0.1413i	-0.0712 - 0.1056i						
-0.2912 - 0.4651i	-0.1494 - 0.2835i	-0.1110 - 0.1293i	-0.0712 + 0.1056i						
-0.2558 - 0.4702i	-0.2478 + 0.2280i	-0.1050 - 0.1314i	-0.0943 - 0.0879i						
-0.2462 - 0.4639i	-0.1674 + 0.2956i	-0.1181 - 0.1235i	-0.0943 + 0.0879i						
-0.2491 - 0.4547i	-0.1576 - 0.2703i	-0.0769 - 0.1323i	-0.0722 - 0.0975i						
-0.2696 + 0.5064i	-0.1665 + 0.2867i	-0.0764 - 0.1329i	-0.0722 + 0.0975i						
-0.2833 + 0.5029i	-0.1494 + 0.2835i	-0.1045 - 0.1243i	-0.0650 - 0.0959i						
-0.2642 + 0.5009i	-0.1576 + 0.2703i	-0.1360 - 0.0706i	-0.0650 + 0.0959i						
-0.2762 - 0.4025i	-0.1449 - 0.2489i	-0.1181 + 0.1235i	-0.0780 - 0.0823i						
-0.2860 + 0.4741i	-0.1464 - 0.2438i	-0.1110 + 0.1293i	-0.0664 - 0.0872i						
1.0e+0 *									
-77.9568 +82.3133i	-40.0929 +46.7482i	-15.6397 -17.6146i	-4.4055 + 7.2528i						
-66.4466 +87.1878i	-32.1216 +47.3992i	-15.9291 +22.3969i	-5.8008 + 6.7774i						
-60.9858 -81.7812i	-40.4674 +43.8147i	-20.0667 +20.1826i	-6.2439 + 6.2702i						
-60.9858 +81.7812i	-38.8380 -39.3792i	-18.9898 +19.7038i	-5.4873 + 5.9404i						
-65.8662 -70.5942i	-38.8380 +39.3792i	-16.7677 +20.0390i	-5.9830 + 4.3752i						
-71.1086 -67.9920i	-33.3832 -36.3980i	-16.7048 +18.7793i	-5.0677 + 5.3350i						
-65.8662 +70.5942i	-28.5011 -35.2033i	-17.6134 +18.6235i	-2.2080 - 3.2886i						
-71.1086 +67.9920i	-33.6824 -32.4682i	-15.6397 +17.6146i	-1.6176 - 2.9788i						
-53.4140 -71.1430i	-32.5134 -31.5507i	-11.6053 -16.2782i	-1.8792 - 2.7819i						
-53.4140 +71.1430i	-29.4084 -31.8188i	-11.6053 +16.2782i	-1.1653 - 1.6858i						
-61.9083 -57.5794i	-33.3832 +36.3980i	-9.3759 -14.7462i	-0.7555 - 1.4431i						
-45.5982 -65.8750i	-28.5011 +35.2033i	-9.3759 +14.7462i	-0.3132 - 0.5863i						
-47.7765 -59.2283i	-33.6824 +32.4682i	-12.9615 -12.0981i	-0.0833 - 0.1477i						
-61.9083 +57.5794i	-32.5134 +31.5507i	-9.3028 -12.6900i	-0.0833 + 0.1477i						
-45.5982 +65.8750i	-29.4084 +31.8188i	-12.9615 +12.0981i	-0.3132 + 0.5863i						
-47.7765 +59.2283i	-20.2643 -31.5673i	-9.3028 +12.6900i	-2.8405 + 3.8720i						
-53.1905 -35.6902i	-26.5456 -28.3085i	-10.1989 -10.7616i	-2.2080 + 3.2886i						
-43.8309 -50.5395i	-20.2643 +31.5673i	-7.0020 - 9.9649i	-1.6176 + 2.9788i						
-46.8441 -45.9017i	-26.5456 +28.3085i	-8.3327 - 9.6511i	-1.8792 + 2.7819i						
-46.7537 -48.4652i	-24.4456 -24.8946i	-7.9855 - 8.6872i	-0.7555 + 1.4431i						
-44.5909 -48.9336i	-20.1158 -26.5018i	-10.1989 +10.7616i	-1.1653 + 1.6858i						
-44.2193 -46.1096i	-18.9050 -24.3329i	-7.0020 + 9.9649i	Inf - Inf						
-40.0929 -46.7482i	-24.4456 +24.8946i	-8.3327 + 9.6511i	Inf - Inf						
-32.1216 -47.3992i	-20.1158 +26.5018i	-4.4055 - 7.2528i	Inf + Inf						
-40.4674 -43.8147i	-18.9050 +24.3329i	-5.8008 - 6.7774i	Inf - Inf						
-53.1905 +35.6902i	-15.9291 -22.3969i	-6.2439 - 6.2702i	Inf - Inf						
-43.8309 +50.5395i	-20.0667 -20.1826i	-5.4873 - 5.9404i	Inf + Inf						
-46.8441 +45.9017i	-18.9898 -19.7038i	-5.0677 - 5.3350i	Inf - Inf						
-46.7537 +48.4652i	-16.7677 -20.0390i	-5.9830 - 4.3752i	Inf + Inf						
-44.5909 +48.9336i	-16.7048 -18.7793i	-7.9855 + 8.6872i	Inf + 0.0000i						
-44.2193 +46.1096i	-17.6134 -18.6235i	-2.8405 - 3.8720i	Inf + 0.0000i						

-60.9837	-81.7856i	-32.1216	+47.3992i	-15.6397	-17.6145i	-5.7861	+ 6.7044i
-77.9568	+82.3133i	-44.7571	+42.4153i	-11.6052	-16.2782i	-5.9664	+ 4.3301i
-66.4462	+87.1882i	-40.4871	+43.8379i	-15.5443	+22.1179i	-5.5015	+ 5.8230i
-65.8662	-70.5941i	-38.8379	-39.3792i	-20.0667	+20.1827i	-4.8024	+ 5.9472i
-71.1085	-67.9920i	-38.8379	+39.3792i	-18.9897	+19.7038i	-5.0843	+ 5.5220i
-53.4140	-71.1430i	-33.3903	-36.3951i	-16.7675	+20.0391i	-2.7192	- 3.8567i
-60.9837	+81.7856i	-28.5037	-35.2029i	-16.5647	+18.7380i	-1.6188	- 2.9762i
-65.8662	+70.5941i	-33.6824	-32.4681i	-17.6134	+18.6235i	-2.0139	- 2.7562i
-71.1085	+67.9920i	-32.5134	-31.5507i	-15.6397	+17.6145i	-2.7192	+ 3.8567i
-45.5980	-65.8750i	-29.4084	-31.8189i	-9.3758	-14.7460i	-1.6188	+ 2.9762i
-53.4140	+71.1430i	-33.3903	+36.3951i	-11.6052	+16.2782i	-2.0139	+ 2.7562i
-47.7765	-59.2283i	-28.5037	+35.2029i	-12.9612	-12.0980i	-1.2303	- 1.7879i
-45.5980	+65.8750i	-33.6824	+32.4681i	-9.3036	-12.6898i	-0.7616	- 1.4472i
-47.7765	+59.2283i	-32.5134	+31.5507i	-9.3758	+14.7460i	-0.4242	- 0.6262i
-53.1913	-35.6894i	-29.4084	+31.8189i	-12.9612	+12.0980i	-0.3206	- 0.4252i
-43.8309	-50.5395i	-20.0666	-31.1945i	-9.3036	+12.6898i	0.0319	- 0.0000i
-46.8441	-45.9017i	-26.5456	-28.3085i	-8.3149	- 9.6421i	-0.1448	- 0.0000i
-46.7346	-48.4576i	-20.0666	+31.1945i	-7.0086	+ 9.9216i	-0.3206	+ 0.4252i
-44.6004	-48.9380i	-26.5456	+28.3085i	-7.9506	- 8.7087i	-0.4242	+ 0.6262i
-44.2101	-46.0909i	-24.4456	-24.8946i	-8.3149	+ 9.6421i	-1.2303	+ 1.7879i
-40.0929	-46.7482i	-20.0983	-26.4939i	-7.0086	+ 9.9216i	-0.7616	+ 1.4472i
-32.1216	-47.3992i	-24.4456	+24.8946i	-7.9506	+ 8.7087i	Inf -	Inf
-44.7571	-42.4153i	-20.0983	+26.4939i	-6.5812	+ 7.1676i	-Inf -	Inf
-40.4871	-43.8379i	-18.9879	-24.4016i	-4.4055	- 7.2574i	Inf -	Inf
-53.1913	+35.6894i	-18.9879	+24.4016i	-5.7861	- 6.7044i	-Inf -	Inf
-43.8309	+50.5395i	-15.5443	-22.1179i	-5.5015	- 5.8230i	Inf -	Inf
-46.8441	+45.9017i	-20.0667	-20.1827i	-4.8024	- 5.9472i	Inf +	Inf
-46.7346	+48.4576i	-18.9897	-19.7038i	-5.0843	- 5.5220i	Inf -	Inf
-44.6004	+48.9380i	-16.7675	-20.0391i	-5.9664	- 4.3301i	Inf -	Inf
-44.2101	+46.0909i	-17.6134	-18.6235i	-6.5812	+ 7.1676i	-Inf +	0.0000i
-40.0929	+46.7482i	-16.5647	-18.7380i	-4.4055	+ 7.2574i	-Inf +	0.0000i

TABELA 6.18. PONTO INICIAL PARA A FORMULAÇÃO SBT-RCF NO ALIMENTADOR IEEE-123

Barra	Tensão	Autovetor	Autovalor
149 76	1.0438 - 0.0000i	1.0331 - 0.0515i	0.0000 + 0.0000i
1 77	1.0358 - 0.0078i	1.0341 - 0.0529i	-0.0123 - 0.0018i
2 78	1.0357 - 0.0078i	1.0344 - 0.0532i	-0.0123 - 0.0018i
3 79	1.0353 - 0.0079i	1.0344 - 0.0532i	-0.0123 - 0.0017i
4 80	1.0351 - 0.0080i	1.0359 - 0.0547i	-0.0123 - 0.0017i
5 81	1.0348 - 0.0081i	1.0375 - 0.0560i	-0.0123 - 0.0017i
6 82	1.0346 - 0.0081i	1.0384 - 0.0567i	-0.0123 - 0.0017i
7 83	1.0301 - 0.0133i	1.0394 - 0.0573i	-0.0216 - 0.0031i
8 84	1.0264 - 0.0170i	1.0366 - 0.0563i	-0.0278 - 0.0040i
12 85	1.0263 - 0.0171i	0.0518 - 0.0028i	-0.0278 - 0.0040i
13 86	1.0210 - 0.0224i	1.0326 - 0.0528i	-0.0370 - 0.0054i
152 87	1.0210 - 0.0224i	1.0323 - 0.0535i	-0.0370 - 0.0054i
52 88	1.0174 - 0.0273i	1.0323 - 0.0537i	-0.0494 - 0.0075i
53 89	1.0157 - 0.0297i	1.0322 - 0.0538i	-0.0556 - 0.0086i
54 90	1.0146 - 0.0312i	1.0322 - 0.0541i	-0.0594 - 0.0093i
55 91	1.0145 - 0.0312i	1.0321 - 0.0540i	-0.0594 - 0.0093i
56 92	1.0145 - 0.0313i	1.0321 - 0.0543i	-0.0594 - 0.0093i
57 93	1.0117 - 0.0353i	1.0320 - 0.0541i	-0.0703 - 0.0113i
58 94	1.0115 - 0.0353i	1.0318 - 0.0542i	-0.0702 - 0.0112i
59 95	1.0114 - 0.0354i	1.0319 - 0.0541i	-0.0702 - 0.0112i
60 96	1.0058 - 0.0439i	1.0318 - 0.0542i	-0.0935 - 0.0156i
160 97	1.0058 - 0.0439i	1.0327 - 0.0489i	-0.0935 - 0.0156i
67 197	1.0335 - 0.0484i	1.0327 - 0.0489i	-0.1067 - 0.0182i
68 101	1.0329 - 0.0486i	1.0322 - 0.0493i	-0.1067 - 0.0181i
69 102	1.0323 - 0.0487i	1.0317 - 0.0495i	-0.1066 - 0.0179i
70 103	1.0319 - 0.0489i	1.0311 - 0.0496i	-0.1066 - 0.0178i
71 104	1.0317 - 0.0489i	1.0305 - 0.0498i	-0.1066 - 0.0178i
72 105	1.0332 - 0.0503i	1.0317 - 0.0496i	-0.1150 - 0.0203i
73 106	1.0325 - 0.0505i	1.0314 - 0.0497i	-0.1150 - 0.0202i
74 107	1.0319 - 0.0506i	1.0309 - 0.0499i	-0.1150 - 0.0201i
75 108	1.0315 - 0.0507i	1.0314 - 0.0498i	-0.1150 - 0.0200i

0.0319 = 0.0000i

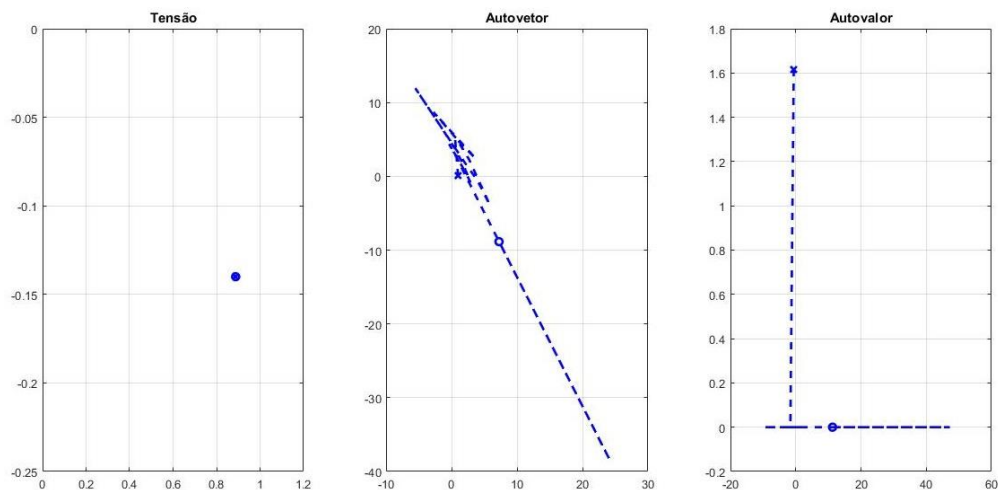
109	46	1.0301 - 0.05021	1.0083 - 0.02991	-0.1064 - 0.01681	-0.0371 - 0.00441
110	47	1.0294 - 0.05041	1.0076 - 0.03041	-0.1063 - 0.01661	-0.0371 - 0.00441
111	48	1.0292 - 0.05051	1.0073 - 0.03051	-0.1062 - 0.01651	-0.0371 - 0.00441
112	49	1.0292 - 0.05041	1.0072 - 0.03061	-0.1062 - 0.01651	-0.0371 - 0.00441
113	50	1.0285 - 0.05061	1.0071 - 0.03071	-0.1062 - 0.01641	-0.0371 - 0.00441
114	51	1.0284 - 0.05071	1.0071 - 0.03071	-0.1061 - 0.01631	-0.0371 - 0.00441
300	151	1.0314 - 0.04981	1.0071 - 0.03071	-0.1066 - 0.01721	-0.0371 - 0.00441
98	19	1.0325 - 0.04911	1.0137 - 0.02681	-0.1067 - 0.01781	-0.0370 - 0.00471
99	20	1.0322 - 0.04931	1.0135 - 0.02691	-0.1067 - 0.01771	-0.0370 - 0.00471
100	21	1.0321 - 0.04941	1.0136 - 0.02711	-0.1067 - 0.01761	-0.0370 - 0.00461
450	22	1.0321 - 0.04941	1.0131 - 0.02721	-0.1066 - 0.01761	-0.0370 - 0.00461
61	23	1.0058 - 0.04391	1.0132 - 0.02741	-0.0935 - 0.01551	-0.0370 - 0.00461
610	24	1.0058 - 0.04391	1.0127 - 0.02751	-0.0929 - 0.01391	-0.0370 - 0.00451
62	25	1.0045 - 0.04371	1.0128 - 0.02771	-0.0935 - 0.01551	-0.0370 - 0.00451
63	28	1.0037 - 0.04361	1.0127 - 0.02781	-0.0935 - 0.01541	-0.0370 - 0.00451
64	29	1.0023 - 0.04341	1.0125 - 0.02791	-0.0935 - 0.01531	-0.0370 - 0.00451
65	30	1.0010 - 0.04321	1.0124 - 0.02801	-0.0936 - 0.01521	-0.0370 - 0.00441
66	250	1.0006 - 0.04321	1.0124 - 0.02801	-0.0936 - 0.01521	-0.0370 - 0.00441
18	26	1.0142 - 0.02671	1.0094 - 0.02771	-0.0370 - 0.00471	-0.0369 - 0.00441
135	27	1.0142 - 0.02671	1.0094 - 0.02781	-0.0370 - 0.00471	-0.0369 - 0.00441
35	33	1.0120 - 0.02801	1.0089 - 0.02791	-0.0370 - 0.00461	-0.0369 - 0.00441
36	31	1.0116 - 0.02831	1.0093 - 0.02781	-0.0370 - 0.00451	-0.0368 - 0.00441
37	32	1.0114 - 0.02831	1.0091 - 0.02781	-0.0370 - 0.00451	-0.0368 - 0.00441
38	34	1.0114 - 0.02831	1.0207 - 0.02251	-0.0370 - 0.00451	-0.0370 - 0.00531
39	15	1.0113 - 0.02841	1.0205 - 0.02261	-0.0370 - 0.00451	-0.0370 - 0.00531
40	16	1.0108 - 0.02871	1.0202 - 0.02271	-0.0371 - 0.00451	-0.0370 - 0.00531
41	17	1.0106 - 0.02871	1.0204 - 0.02261	-0.0371 - 0.00451	-0.0370 - 0.00531
42	9	1.0095 - 0.02931	1.0259 - 0.01721	-0.0371 - 0.00451	-0.0278 - 0.00391
43	14	1.0091 - 0.02951	1.0189 - 0.01731	-0.0371 - 0.00441	-0.0276 - 0.00391
44	10	1.0086 - 0.02981	1.0188 - 0.01731	-0.0371 - 0.00441	-0.0276 - 0.00391
45	11	1.0085 - 0.02991	1.0187 - 0.01731	-0.0371 - 0.00441	-0.0276 - 0.00391

6.2.2 Solução da formulação básica

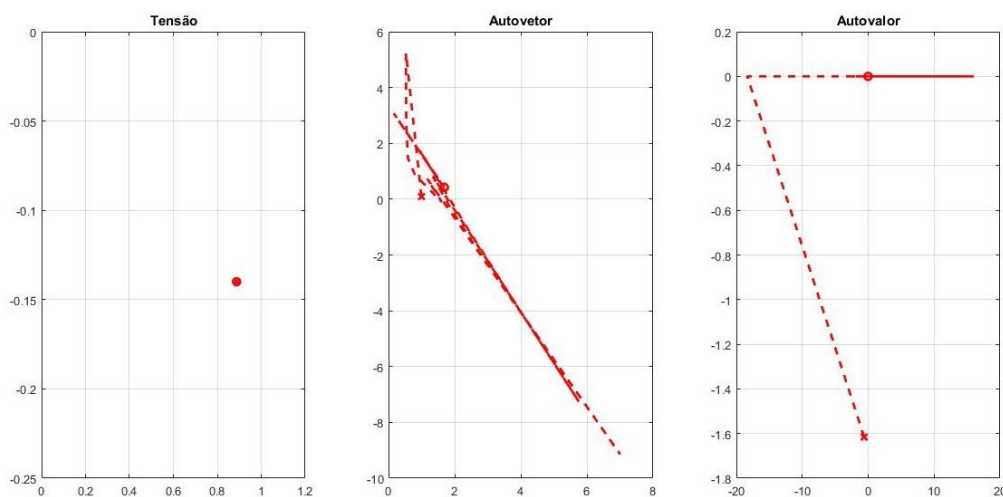
Nesta subseção, utiliza-se o algoritmo mostrado na Subseção 5.3.1 para solucionar a formulação básica de SBT.

6.2.2.1 Sistema teste de 2 barras

Devido a que o tamanho de cada variável é um no sistema de duas barras, pode-se traçar as curvas dos seus comportamentos no processo de convergência. Na Fig. 6.7, apresenta-se o comportamento das variáveis V_N , v e λ quando usados os pontos iniciais 1 e 2. Nas curvas tracejadas, os pontos “x” e “o” indicam a primeira e última iteração, respectivamente.



(a) Quando usado o ponto inicial 1 não converge em 20 iterações



(b) Quando usado o ponto inicial 2 não converge em 20 iterações

Fig. 6.7. Comportamento das variáveis no processo de convergência da formulação básica no sistema de 2 barras.

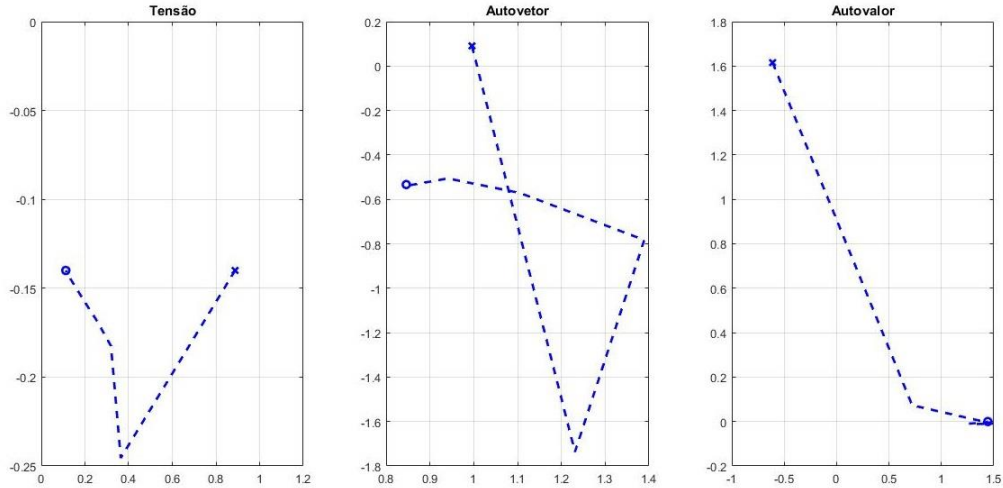
Em nenhum dos casos se teve convergência em 20 iterações. Ademais, observou-se que a tensão não é modificada, e o autovetor e autovalor tem um comportamento errático. O problema anterior ocorre porque o método de Newton iguala a zero as funções $f_1(V_N)$, $f_2(V_N, v, \lambda)$, e $f_3(v, \lambda)$ “independentemente”, e f_1 possui unicamente como variável a V_N . Seria adequado encontrar um método que apresente melhores características de convergência globais para formulações deste tipo.

6.2.3 Solução da formulação básica alternativa

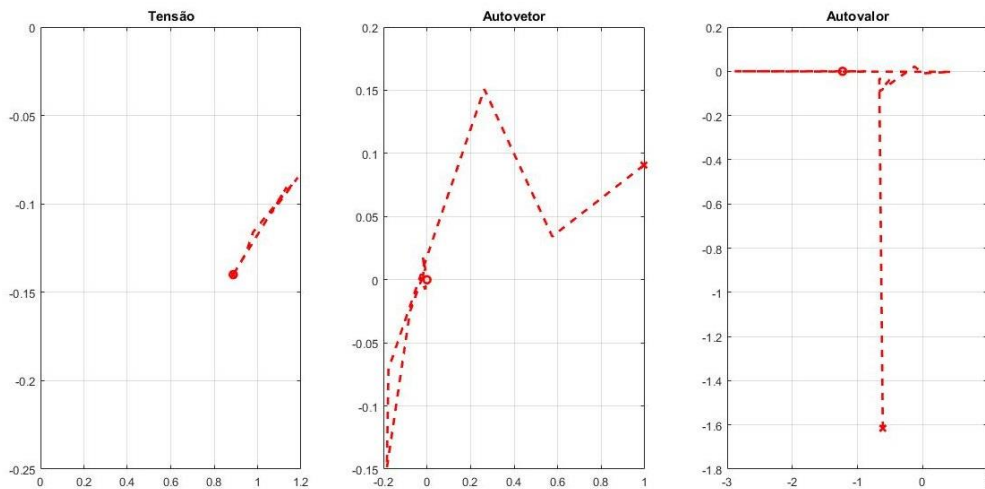
Nesta subseção, utiliza-se o algoritmo mostrado na Subseção 5.3.2 para solucionar a formulação básica alternativa de SBT.

6.2.3.1 Sistema de 2 barras

Na Fig. 6.8, apresentam-se o comportamento das variáveis V_N , v e λ quando usados os pontos iniciais 1 e 2. Nas curvas tracejadas, os pontos “x” e “o” indicam a primeira e última iteração, respectivamente.



(a) Quando usado o ponto inicial 1 converge em 8 iterações.



(b) Quando usado o ponto inicial 2 converge falsamente em 16 iterações

Fig. 6.8. Comportamento das variáveis no processo de convergência da formulação básica alternativa no sistema de 2 barras

No caso do ponto inicial 1, teve-se convergência em 8 iterações, e no ponto inicial 2, teve-se uma falsa convergência em 16 iterações. Os valores finais do processo são mostrados na Tabela 6.19. No caso 1, ressalta-se que o autovalor é real puro, ou seja, atende a nossa condição para ser uma SBT. A falsa convergência do caso 2 se deve a que a norma do autovetor

não é um, esse problema poderia estar associado a um ponto de sela (∇g pode ser nulo sem que a função de mérito g seja zero). Desses resultados podemos induzir três hipóteses:

- 1) O método de Newton possui melhores características de convergência globais na formulação básica alternativa quando comparado à formulação básica;
- 2) A convergência depende fortemente do ponto inicial;
- 3) Pontos de sela podem aparecer.

TABELA 6.19. PONTO FINAIS DA FORMULAÇÃO BÁSICA ALTERNATIVA PARA O SISTEMA DE 2 BARRAS

Ponto final	1	2
V_N	$0,1122 - 0,1400j$	$0,8878 - 0,1400j$
v	$0,8459 - 0,5333j$	$-0,0001 - 0,0001j$
λ	$1,4428 + 0,0000j$	$-1,2285 - 0,0000j$

6.2.4 Solução da formulação SBT-RCF

Calcula-se uma SBT para diferentes redes radiais. A SBT é escolhida de modo que a barra indicada pelo vetor tangente TV (seu cálculo é mostrado no Apêndice VI) apresente baixa tensão. A SBT é encontrada solucionando o problema de otimização desenvolvido na Subseção 5.3.3.2, o qual é um equivalente da formulação SBT-RCF descrita na Subseção 5.2.3.2. As análises das soluções consistem em: observar o atendimento das restrições de igualdade do problema de otimização equivalente, ver se a inequação do relaxamento está ativa, e corroborar a existência de um par de autovalores reais puros. Considera-se uma tolerância de 10^{-6} nas restrições.

6.2.4.1 Sistema de 2 barras

A Tabela 6.20 mostra a SBT calculada. O maior erro nas equações é $7,7716 \times 10^{-16}$, e o valor da inequação é $-6,2050 \times 10^{-8}$. Portanto, conclui-se que a solução é válida. A Tabela 6.21 apresenta os autovalores generalizados calculados nesse ponto. Evidencia-se que existe um par de autovalores reais puros.

TABELA 6.20. SOLUÇÃO DA FORMULAÇÃO SBT-RCF NO SISTEMA DE 2 BARRAS

Barra	Tensão	Autovetor	Autovalor
1	0.1122 - 0.1400i	-0.8459 + 0.5333i	1.4428 + 0.0000i

TABELA 6.21. AUTOVALORES DA SBT NO SISTEMA DE 2 BARRAS

Autovalores

$1.4428 + 0.0000i$
$-2.0676 + 0.0000i$

6.2.4.2 Sistema radial de 4 barras

A Tabela 6.22 mostra a SBT calculada. O maior erro nas equações é $1,9436 \times 10^{-8}$, e o valor da inequação é $-1,5049 \times 10^{-8}$. Portanto, conclui-se que a solução é válida. A Tabela 6.23 apresenta os autovalores generalizados calculados nesse ponto. Evidencia-se que existe um par de autovalores reais puros.

TABELA 6.22. SOLUÇÃO DA FORMULAÇÃO SBT-RCF NO SISTEMA DE 4 BARRAS

Barra	Tensão	Autovetor	Autovalor
1	$0.6351 - 0.0994i$	$-0.2372 + 0.0580i$	
2	$0.6165 - 0.1122i$	$-0.1468 + 0.0692i$	$2.6056 + 0.0000i$
3	$0.0304 - 0.0205i$	$-0.9136 + 0.2818i$	

TABELA 6.23. AUTOVALORES DA SBT NO SISTEMA DE 4 BARRAS

Autovalores

$-11.7554 + 7.5423i$	$-1.9948 + 1.1586i$
$-11.7554 - 7.5423i$	$-1.9948 - 1.1586i$
$2.6056 - 0.0000i$	$-2.8861 + 0.0000i$

6.2.4.3 Alimentador teste IEEE-34

A Tabela 6.24 mostra a SBT calculada. O maior erro nas equações é $2,0529 \times 10^{-9}$, e o valor da inequação é $-5,1276 \times 10^{-8}$. Portanto, conclui-se que a solução é válida. A Tabela 6.25 apresenta os autovalores generalizados calculados nesse ponto. Evidencia-se que existe um par de autovalores reais puros.

TABELA 6.24. SOLUÇÃO DA FORMULAÇÃO SBT-RCF NO ALIMENTADOR IEEE-34

Barra	Tensão	Autovetor	Autovalor
802	1.0451 - 0.0005i	0.0003 - 0.0005i	
806	1.0418 - 0.0008i	0.0005 - 0.0009i	
808	0.9813 - 0.0064i	0.0039 - 0.0073i	
810	0.9812 - 0.0064i	0.0038 - 0.0072i	
812	0.9111 - 0.0130i	0.0082 - 0.0149i	
814	0.8555 - 0.0182i	0.0120 - 0.0211i	
850	0.8947 - 0.0190i	0.0126 - 0.0221i	
816	0.8940 - 0.0190i	0.0126 - 0.0222i	
818	0.8936 - 0.0190i	0.0125 - 0.0221i	
820	0.8846 - 0.0189i	0.0096 - 0.0196i	
822	0.8835 - 0.0189i	0.0092 - 0.0192i	
824	0.8705 - 0.0169i	0.0151 - 0.0262i	
826	0.8705 - 0.0169i	0.0149 - 0.0261i	
828	0.8686 - 0.0167i	0.0153 - 0.0266i	
830	0.8225 - 0.0126i	0.0219 - 0.0357i	
854	0.8213 - 0.0125i	0.0221 - 0.0360i	
852	0.7397 - 0.0051i	0.0384 - 0.0556i	0.5577 + 0.0000i
832	0.7951 - 0.0055i	0.0413 - 0.0597i	
858	0.7917 - 0.0064i	0.0375 - 0.0571i	
834	0.7878 - 0.0076i	0.0339 - 0.0545i	
842	0.7877 - 0.0076i	0.0338 - 0.0545i	
844	0.7872 - 0.0079i	0.0336 - 0.0543i	
846	0.7872 - 0.0085i	0.0331 - 0.0540i	
848	0.7872 - 0.0086i	0.0331 - 0.0540i	
860	0.7873 - 0.0075i	0.0333 - 0.0541i	
836	0.7869 - 0.0075i	0.0326 - 0.0536i	
840	0.7869 - 0.0075i	0.0325 - 0.0536i	
862	0.7869 - 0.0075i	0.0326 - 0.0536i	
838	0.7869 - 0.0075i	0.0321 - 0.0534i	
864	0.7917 - 0.0064i	0.0373 - 0.0570i	
888	0.5918 - 0.0918i	0.3113 - 0.0662i	
890	0.1976 - 0.0547i	0.8696 - 0.2672i	
856	0.8213 - 0.0125i	0.0205 - 0.0350i	

TABELA 6.25. AUTOVALORES DA SBT NO ALIMENTADOR IEEE-34

Autovalores		
1.0e+04 *	1.0e+03 *	1.0e+02 *
-9.6492 + 4.5491i	-0.9120 + 0.6777i	-4.0115 + 2.0431i
-9.6492 - 4.5491i	-1.6097 + 0.7793i	-4.0115 - 2.0431i
-8.5719 + 4.1925i	-1.1657 + 0.5541i	-3.6539 + 1.7753i
-8.5719 - 4.1925i	-1.6704 - 0.7998i	-3.6539 - 1.7753i
-0.2414 + 0.1143i	-0.9120 - 0.6777i	-2.1405 + 1.0783i
-0.3238 + 0.1573i	-1.1657 - 0.5541i	-2.1405 - 1.0783i
-0.3347 + 0.1632i	-1.6097 - 0.7793i	-1.3298 + 0.9053i
-0.2414 - 0.1143i	-0.6899 + 0.3407i	-1.3298 - 0.9053i
-0.3238 - 0.1573i	-0.6070 + 0.2950i	-1.3951 + 0.6985i
-0.3347 - 0.1632i	-0.6899 - 0.3407i	-1.1283 + 0.7034i
-0.1670 + 0.0800i	-0.6070 - 0.2950i	-1.3951 - 0.6985i

1.0e+02 *	1.0e+0 *	1.0e+0 *
-1.1283 - 0.7034i	-32.5623 +16.1976i	-7.2027 - 3.7204i
-1.1964 + 0.6206i	-27.4261 +13.6828i	-3.2776 + 1.6638i
-1.1964 - 0.6206i	-32.5623 -16.1976i	-2.5411 + 2.4185i
-0.8004 + 0.4906i	-22.5871 +11.4768i	-3.2776 - 1.6638i
-0.7645 + 0.4112i	-27.4261 -13.6828i	-2.5411 - 2.4185i
-0.8004 - 0.4906i	-17.0727 + 8.9730i	0.5577 + 0.0000i
-0.7645 - 0.4112i	-22.5871 -11.4768i	-1.1928 + 0.6299i
-0.4055 + 0.2715i	-11.1170 + 7.4265i	-0.1570 + 0.0976i
-0.4262 + 0.2171i	-17.0727 - 8.9730i	-0.1570 - 0.0976i
-0.4055 - 0.2715i	-11.1170 - 7.4265i	-1.1928 - 0.6299i
-0.4262 - 0.2171i	-7.2027 + 3.7204i	-1.0049 - 0.0000i

6.2.4.4 Alimentador teste IEEE-123

A Tabela 6.26 mostra a SBT calculada. O maior erro nas equações é $6,5647 \times 10^{-11}$, e o valor da inequação é $-3,1854 \times 10^{-7}$. Portanto, conclui-se que a solução é válida. A Tabela 6.27 apresenta os autovalores generalizados calculados nesse ponto. Evidencia-se que existe um par de autovalores reais puros.

TABELA 6.26. SOLUÇÃO DA FORMULAÇÃO SBT-RCF NO ALIMENTADOR IEEE-123

Barra	Tensão	Autovetor	Autovalor
149 76	1.0438 + 0.0000i	0.5100 - 0.0864i	-0.0000 + 0.0000i
1 77	0.9813 - 0.0118i	0.4636 - 0.0898i	0.0001 + 0.0000i
2 78	0.9812 - 0.0118i	0.4521 - 0.0906i	0.0001 + 0.0000i
3 79	0.9807 - 0.0120i	0.4519 - 0.0906i	0.0001 + 0.0000i
4 80	0.9806 - 0.0120i	0.3976 - 0.0943i	0.0001 + 0.0000i
5 81	0.9803 - 0.0121i	0.3435 - 0.0978i	0.0001 - 0.0000i
6 82	0.9801 - 0.0122i	0.3434 - 0.0982i	0.0001 - 0.0000i
7 83	0.9348 - 0.0204i	0.3436 - 0.0985i	0.0003 + 0.0001i
8 84	0.9038 - 0.0261i	0.1425 - 0.0415i	0.0003 + 0.0001i
12 85	0.9037 - 0.0261i	0.0025 - 0.0017i	0.0003 + 0.0001i
13 86	0.8577 - 0.0345i	0.5077 - 0.0880i	0.0005 + 0.0002i
152 87	0.8577 - 0.0345i	0.5063 - 0.0890i	0.0005 + 0.0002i
52 88	0.8004 - 0.0430i	0.5060 - 0.0891i	0.0008 + 0.0006i
53 89	0.7719 - 0.0472i	0.5057 - 0.0894i	0.0010 + 0.0009i
54 90	0.7541 - 0.0498i	0.5054 - 0.0896i	0.0011 + 0.0011i
55 91	0.7540 - 0.0499i	0.5054 - 0.0896i	0.0011 + 0.0009i
56 92	0.7539 - 0.0499i	0.5049 - 0.0898i	0.0011 + 0.0009i
57 93	0.7044 - 0.0570i	0.5051 - 0.0898i	0.0014 + 0.0018i
58 94	0.7041 - 0.0571i	0.5046 - 0.0898i	0.0013 + 0.0014i
59 95	0.7039 - 0.0571i	0.5049 - 0.0899i	0.0013 + 0.0012i
60 96	0.5982 - 0.0722i	0.5047 - 0.0899i	0.0017 + 0.0039i
160 97	0.5982 - 0.0722i	0.5678 - 0.0812i	0.0017 + 0.0039i
67 197	0.5692 - 0.0804i	0.5678 - 0.0812i	0.0011 + 0.0064i
68 101	0.5683 - 0.0805i	0.5667 - 0.0817i	0.0014 + 0.0049i
69 102	0.5672 - 0.0807i	0.5658 - 0.0819i	0.0016 + 0.0035i
70 103	0.5664 - 0.0809i	0.5648 - 0.0821i	0.0016 + 0.0025i
71 104	0.5660 - 0.0810i	0.5637 - 0.0823i	0.0016 + 0.0021i
72 105	0.5348 - 0.0839i	0.5659 - 0.0822i	-0.0006 + 0.0116i
73 106	0.5334 - 0.0842i	0.5652 - 0.0823i	0.0007 + 0.0087i
74 107	0.5322 - 0.0844i	0.5643 - 0.0825i	0.0015 + 0.0064i
75 108	0.5315 - 0.0845i	0.5653 - 0.0825i	0.0019 + 0.0052i

109	46	0.5628 - 0.08301	0.8424 - 0.04311	0.0011 + 0.00071	0.0000 - 0.00001
110	47	0.5616 - 0.08321	0.8415 - 0.04361	0.0008 + 0.00031	0.0001 - 0.00001
111	48	0.5611 - 0.08331	0.8411 - 0.04381	0.0007 + 0.00011	0.0001 - 0.00001
112	49	0.5612 - 0.08331	0.8410 - 0.04391	0.0007 + 0.00021	0.0000 - 0.00001
113	50	0.5599 - 0.08351	0.8409 - 0.04401	0.0005 + 0.00001	0.0000 - 0.00001
114	51	0.5597 - 0.08351	0.8408 - 0.04401	0.0005 - 0.00001	0.0000 - 0.00001
300	151	0.5653 - 0.08251	0.8408 - 0.04401	0.0018 + 0.00121	0.0000 - 0.00001
98	19	0.5674 - 0.08141	0.8489 - 0.03951	0.0019 + 0.00351	0.0002 - 0.00001
99	20	0.5668 - 0.08171	0.8485 - 0.03961	0.0021 + 0.00261	0.0002 - 0.00001
100	21	0.5666 - 0.08181	0.8487 - 0.03991	0.0021 + 0.00221	0.0002 - 0.00001
450	22	0.5666 - 0.08181	0.8482 - 0.04001	0.0022 + 0.00181	0.0001 - 0.00001
61	23	0.5982 - 0.07221	0.8482 - 0.04021	0.0018 + 0.00351	0.0001 - 0.00001
610	24	0.5982 - 0.07221	0.8476 - 0.04041	0.0007 + 0.00021	0.0001 - 0.00001
62	25	0.5960 - 0.07181	0.8478 - 0.04051	0.0015 + 0.00301	0.0001 - 0.00001
63	28	0.5947 - 0.07161	0.8476 - 0.04071	0.0014 + 0.00261	0.0001 - 0.00001
64	29	0.5923 - 0.07111	0.8474 - 0.04081	0.0012 + 0.00201	0.0001 - 0.00011
65	30	0.5901 - 0.07051	0.8473 - 0.04091	0.0011 + 0.00151	0.0001 - 0.00011
66	250	0.5896 - 0.07051	0.8473 - 0.04091	0.0010 + 0.00141	0.0001 - 0.00011
18	26	0.8494 - 0.03941	0.8449 - 0.04061	0.0002 + 0.00001	0.0001 - 0.00011
135	27	0.8494 - 0.03941	0.8448 - 0.04071	0.0002 + 0.00001	0.0001 - 0.00011
35	33	0.8468 - 0.04091	0.8442 - 0.04081	0.0001 - 0.00001	0.0001 - 0.00011
36	31	0.8463 - 0.04121	0.8446 - 0.04061	0.0001 - 0.00001	0.0001 - 0.00011
37	32	0.8460 - 0.04131	0.8445 - 0.04071	0.0001 - 0.00001	0.0001 - 0.00011
38	34	0.8461 - 0.04131	0.8573 - 0.03461	0.0001 - 0.00001	0.0004 + 0.00021
39	15	0.8459 - 0.04131	0.8571 - 0.03461	0.0001 - 0.00001	0.0004 + 0.00011
40	16	0.8453 - 0.04171	0.8567 - 0.03471	0.0001 - 0.00001	0.0004 + 0.00011
41	17	0.8451 - 0.04171	0.8569 - 0.03471	0.0001 - 0.00001	0.0004 + 0.00011
42	9	0.8438 - 0.04241	0.9033 - 0.02631	0.0001 - 0.00001	0.0003 + 0.00011
43	14	0.8433 - 0.04261	0.8970 - 0.02631	0.0001 - 0.00001	0.0002 + 0.00001
44	10	0.8427 - 0.04301	0.8969 - 0.02631	0.0001 - 0.00001	0.0002 - 0.00001
45	11	0.8425 - 0.04311	0.8968 - 0.02641	0.0001 - 0.00001	0.0002 - 0.00001

TABELA 6.27. AUTOVALORES DA SBT NO ALIMENTADOR IEEE-123

Autovalores

1.0e+02 *				
-3.8391 - 6.74111	-1.8411 + 3.15131	-1.1084 - 1.42811	-0.8962 + 0.70991	
-3.8091 - 6.78321	-2.0448 - 2.74151	-1.4814 - 1.11571	-0.8133 + 0.78041	
-3.8391 + 6.74111	-2.0448 + 2.74151	-1.3337 + 1.47461	-0.6122 + 0.87201	
-3.8091 + 6.78321	-1.7551 - 2.34351	-1.0260 + 1.55571	-0.7057 - 0.78451	
-3.2957 - 5.64091	-1.4558 - 2.45561	-1.2908 + 1.39331	-0.6871 - 0.78141	
-3.0563 - 5.58491	-1.4173 - 2.42941	-1.2324 + 1.40141	-0.5615 - 0.79081	
-3.2957 + 5.64091	-1.7551 + 2.34351	-1.1084 + 1.42811	-0.7057 + 0.78451	
-2.9801 - 5.16301	-1.4558 + 2.45561	-1.4814 + 1.11571	-0.6871 + 0.78141	
-3.0563 + 5.58491	-1.4173 + 2.42941	-0.9582 - 1.27331	-0.5615 + 0.79081	
-2.9801 + 5.16301	-1.3003 - 2.34181	-0.9582 + 1.27331	-0.6393 - 0.70721	
-3.1441 - 4.14461	-1.7269 - 2.11301	-0.9249 - 1.17971	-0.6668 - 0.67551	
-3.1441 + 4.14461	-1.3668 - 2.23461	-0.9249 + 1.17971	-0.8389 - 0.35781	
-2.3458 - 4.18461	-2.4013 - 0.83041	-1.3470 - 0.46691	-0.6947 - 0.62921	
-2.2989 - 4.14821	-1.7269 + 2.11301	-0.9748 - 1.08591	-0.6393 + 0.70721	
-2.6045 - 3.71641	-1.3003 + 2.34181	-0.9748 + 1.08591	-0.8389 + 0.35781	
-2.2214 - 3.88991	-1.3668 + 2.23461	-1.3470 + 0.46691	-0.6668 + 0.67551	
-2.3458 + 4.18461	-2.4013 + 0.83041	-1.0128 - 1.01121	-0.6947 + 0.62921	
-2.2989 + 4.14821	-1.6771 - 1.76561	-1.0128 + 1.01121	-0.6044 - 0.62811	
-2.1648 - 3.76331	-1.6771 + 1.76561	-0.8983 - 1.02731	-0.6522 - 0.55321	
-2.6045 + 3.71641	-1.3109 - 1.88111	-0.6674 - 1.09131	-0.5607 - 0.61131	
-2.2214 + 3.88991	-1.3109 + 1.88111	-0.9522 - 0.96481	-0.6044 + 0.62811	
-2.4541 - 3.32911	-1.2325 - 1.73171	-0.8983 + 1.02731	-0.6522 + 0.55321	
-1.9825 - 3.46191	-1.4811 - 1.42491	-0.6674 + 1.09131	-0.5607 + 0.61131	
-2.1648 + 3.76331	-1.2279 - 1.63851	-0.9522 + 0.96481	-0.6213 - 0.48691	
-2.7090 - 2.57231	-1.2325 + 1.73171	-0.8953 - 0.90401	-0.6213 + 0.48691	
-2.4541 + 3.32911	-1.4811 + 1.42491	-0.8953 + 0.90401	-0.5739 - 0.49611	
-1.9825 + 3.46191	-1.2279 + 1.63851	-0.8293 - 0.84981	-0.4182 - 0.56161	
-2.3086 - 2.96491	-1.3337 - 1.47461	-0.8293 + 0.84981	-0.5739 + 0.49611	
-1.8411 - 3.15131	-1.0260 - 1.55571	-0.8962 - 0.70991	-0.4182 + 0.56161	
-2.7090 + 2.57231	-1.2908 - 1.39331	-0.8133 - 0.78041	-0.5722 - 0.43781	
-2.3086 + 2.96491	-1.2324 - 1.40141	-0.6122 - 0.87201	-0.5636 - 0.43001	

```

1.0e+0 *
-57.2235 +43.77841 -22.7046 -23.22681 -10.6584 -12.26581 -4.2922 + 5.10981
-56.3577 +42.99791 -18.3625 -22.88651 -8.1052 -12.18131 -4.6858 + 4.83711
-40.0430 -49.37641 -24.9080 -21.24111 -13.0048 +13.03731 -4.8010 + 4.32021
-42.7697 -47.48601 -24.3547 -20.72001 -9.9962 +13.39831 -2.1087 - 1.97131
-41.7718 -47.01271 -27.6522 +21.92591 -8.0170 -10.47611 -4.9557 + 0.00001
-40.0430 +49.37641 -20.8726 -20.39881 -10.0762 - 9.86911 -1.2957 - 1.37441
-42.7697 +47.48601 -22.7046 +23.22681 -10.6584 +12.26581 -0.2710 - 0.46271
-41.7718 +47.01271 -18.3625 +22.88651 -8.1052 +12.18131 -0.7255 - 0.84901
-38.6348 -44.73241 -24.9080 +21.24111 -4.8663 - 0.00001 -0.5179 - 0.82421
-41.7463 -39.90621 -24.3547 +20.72001 -8.4425 - 9.20271 -0.1142 - 0.13391
-38.6348 +44.73241 -20.8726 +20.39881 -8.0170 +10.47611 -0.1142 + 0.13391
-41.7463 +39.90621 -21.5338 -17.00991 -10.0762 + 9.86911 -0.2710 + 0.46271
-42.6714 -33.45411 -17.9573 -17.92751 -8.4425 + 9.20271 -0.5179 + 0.82421
-36.4900 -38.61081 -20.2426 -16.00251 -6.7526 - 7.26571 -0.7255 + 0.84901
-34.4296 -38.54801 -18.6648 -15.83201 -7.7547 - 5.92741 -1.4006 + 2.46621
-27.6994 -39.02601 -17.1524 -16.55891 -7.9040 - 4.81211 -2.2355 + 3.06111
-42.6714 +33.45411 -16.2319 -16.13731 -5.4205 - 6.09741 -1.2957 + 1.37441
-36.4900 +38.61081 -21.5338 +17.00991 -3.7850 - 6.00291 -3.7275 + 2.96971
-34.4296 +38.54801 -20.2426 +16.00251 -6.7526 + 7.26571 -3.6600 + 2.23551
-27.6994 +39.02601 -17.9573 +17.92751 -4.2922 - 5.10981 -3.1345 + 2.70891
-28.5495 -33.89621 -15.0687 -15.28941 -4.6858 - 4.83711 -2.1087 + 1.97131
-28.5495 +33.89621 -12.3831 -15.03151 -4.8010 + 4.32021 -Inf - Inf1
-27.6625 -29.32001 -13.4001 -14.47451 -7.7547 + 5.92741 Inf + Inf1
-27.6625 +29.32001 -18.6648 +15.83201 -7.9040 + 4.81211 -Inf - Inf1
-33.2406 -19.11831 -17.1524 +16.55891 -5.4205 + 6.09741 -Inf + Inf1
-27.7953 -26.00231 -16.2319 +16.13731 -3.7850 + 6.00291 -Inf - Inf1
-26.6157 -25.08001 -13.0048 -13.03731 -2.2355 - 3.06111 -Inf + Inf1
-33.2406 +19.11831 -9.9962 -13.39831 -3.7275 - 2.96971 Inf + Inf1
-27.7953 +26.00231 -15.0687 +15.28941 -1.4006 - 2.46621 Inf + Inf1
-27.6522 -21.92591 -12.3831 -15.03151 -3.1345 - 2.70891 -Inf + 0.00001
-26.6157 +25.08001 -13.4001 +14.47451 -3.6600 - 2.23551 -Inf + 0.00001

```

CAPÍTULO 7. CONCLUSÕES

7.1 Conclusões

O método de fluxo de potência trifásico proposto apresentou melhor desempenho computacional quando comparado ao método das varreduras. Além disso, o método proposto pode calcular as SBT, sendo essa característica essencial na análise de estabilidade de tensão.

O estudo dos autovalores da matriz Jacobiana (relação entre o conjugado das potências injetadas e as tensões) permite analisar analiticamente as características das soluções. Na solução de operação normal, os autovalores são todos complexos; e em uma SBT, existe um par de autovalores reais puros. Essa informação é muito útil, pois permite definir um conjunto de equações para localizar as SBT de modo direto.

Ao longo da tese têm sido desenvolvidas três formulações para localizar as SBT de modo direto. Cada uma com sua importância e seus problemas. As principais conclusões delas são listadas nos parágrafos seguintes.

Na formulação básica do método direto de SBT, o método de Newton falha ao tentar solucioná-la devido à deficiente convergência global desse método nesse tipo de formulações. Até o momento da conclusão da tese, não foi possível encontrar um método com melhor desempenho nesta formulação.

Na formulação básica alternativa, o método de Newton apresenta melhores características de convergência globais, porém a convergência depende fortemente do ponto inicial, e falsas convergências podem aparecer devido à formulação estar baseada no gradiente de uma função de mérito. Devido à complexidade das equações, foi decidido suspender essa abordagem e procurar uma terceira formulação.

Na terceira formulação, foi usado o conceito de autovalores generalizados. O qual foi eficiente para expandir a caracterização das SBT de qualquer tipo de formulação de fluxo de potência, permitindo a definição da formulação denominada SBT-RCF. Para essa formulação, tem sido desenvolvido um problema de otimização equivalente, no qual, foi adicionado um relaxamento nas restrições. O problema foi solucionado através do método de pontos interiores, apresentando características de convergência superiores ao método de Newton nas soluções das formulações anteriores, conseguindo calcular as SBT em sistemas de 2, 4, 34, e 123 barras sem

problemas. Isto é muito importante, considerando que nas abordagens anteriores os problemas de convergência eram graves.

7.2 Proposta de trabalho futuro

Nesta tese, efetuou-se o cálculo das SBT usando a formulação SBT-RCF e seu problema de otimização equivalente. No entanto acreditamos que seria conveniente procurar um método que consiga solucionar a formulação básica. Essa formulação é de menor tamanho em termos de complexidade das equações e de número de variáveis. Sugestões de abordagens:

- Modificar o método de Newton para que os blocos nulos da matriz Jacobiana não prejudiquem a convergência;
- Tentar com um método numérico diferente do Newton, como por exemplo Gauss-Seidel.

APÊNDICE I

MATRIZ JACOBIANA DA FORMULAÇÃO DE FLUXO DE POTÊNCIA PROPOSTA

Neste apêndice expressa-se os blocos da matriz Jacobiana da função vetorial utilizada no fluxo de potência proposto no Capítulo 4.

Derivadas parciais de $f_{(V_N, S_{GV}, V_N^, S_{GV}^*)}$*

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial V_N} &= L_C^H - [Z_B] L_C^{-1} \frac{\partial I_N}{\partial V_N} \\ \frac{\partial I_N}{\partial V_N} &= \frac{\partial I_Y}{\partial V_N} + [YD]^T \frac{\partial I_\Delta}{\partial V_\Delta} [YD] - [Y_{sh}] \\ \frac{\partial I_Y}{\partial V_N} &= \text{diag} \left(-S_{LZY}^* - \frac{S_{LIY}^*}{2} \odot \frac{1}{|V_N|} \right) \\ \frac{\partial I_\Delta}{\partial V_\Delta} &= \text{diag} \left(-S_{LZ\Delta}^* - \frac{S_{LI\Delta}^*}{2} \odot \frac{1}{|V_\Delta|} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial V_N^*} &= -[Z_B] L_C^{-1} \frac{\partial I_N}{\partial V_N^*} \\ \frac{\partial I_N}{\partial V_N^*} &= \frac{\partial I_Y}{\partial V_N^*} + [YD]^T \frac{\partial I_\Delta}{\partial V_\Delta^*} [YD] \\ \frac{\partial I_Y}{\partial V_N^*} &= \text{diag} \left(\frac{S_{LIY}^*}{2} \odot V_N^{0.5} \odot \frac{1}{V_N^{*1.5}} - (S_G^* - S_{LPY}^*) \odot \frac{1}{V_N^{*2}} \right) \\ \frac{\partial I_\Delta}{\partial V_\Delta^*} &= \text{diag} \left(\frac{S_{LI\Delta}^*}{2} \odot V_\Delta^{0.5} \odot \frac{1}{V_\Delta^{*1.5}} + S_{LP\Delta}^* \odot \frac{1}{V_\Delta^{*2}} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial S_{GV}} = 0$$

$$\frac{\partial f_{(V_N, S_{GV}, V_N^*, S_{GV}^*)}}{\partial S_{GV}^*} = -[Z_B L_C^{-1}]_{GV} \text{diag} \left(\frac{1}{V_{GV}^*} \right)$$

onde $[\cdot]_{GV}$ e $\cdot_{GV}$ denota as colunas e componentes relacionadas aos nós de geração, respetivamente.

Derivadas parciais de $f_{PV}(V_N, S_{PV}, V_N^*, S_{PV}^*)$

$$\frac{\partial f_{PV}(V_N, S_{PV}, V_N^*, S_{PV}^*)}{\partial V_{PV}} = \text{diag}(V_{1PV}^*) [A_{PV}]$$

$$\frac{\partial f_{PV}(V_N, S_{PV}, V_N^*, S_{PV}^*)}{\partial V_{\sim PV}} = 0$$

$$\frac{\partial f_{PV}(V_N, S_{PV}, V_N^*, S_{PV}^*)}{\partial V_{PV}^*} = \text{diag}(V_{1PV}) [A_{PV}]^*$$

$$\frac{\partial f_{PV}(V_N, S_{PV}, V_N^*, S_{PV}^*)}{\partial V_{\sim PV}^*} = 0$$

$$\frac{\partial f_{PV}(V_N, S_{PV}, V_N^*, S_{PV}^*)}{\partial S_{PV}} = \frac{j}{2} I_{N_{PV} \times N_{PV}}$$

$$\frac{\partial f_{PV}(V_N, S_{PV}, V_N^*, S_{PV}^*)}{\partial S_{PV}^*} = \frac{j}{2} I_{N_{PV} \times N_{PV}}$$

sendo $V_{\sim PV}$ a tensão de todos os nós que não são PV.

Derivadas parciais de $f_{VV}(V_N, S_{VV}, V_N^*, S_{VV}^*)$

$$\frac{\partial f_{VV}(V_N, S_{VV}, V_N^*, S_{VV}^*)}{\partial V_{VV}} = \frac{1}{2} \text{diag} \left(N_k \odot V_{1VV}^{*\frac{1}{2}} \odot V_{1VV}^{-\frac{1}{2}} \right) [A_{VV}]$$

$$\frac{\partial f_{VV}(V_N, S_{VV}, V_N^*, S_{VV}^*)}{\partial V_{\sim VV}} = 0$$

$$\frac{\partial f_{VV}(V_N, S_{VV}, V_N^*, S_{VV}^*)}{\partial V_{VV}^*} = \frac{1}{2} \text{diag} \left(N_k \odot V_{1VV}^{*\frac{1}{2}} \odot V_{1VV}^{-\frac{1}{2}} \right) [A_{VV}]^*$$

$$\frac{\partial f_{VV}(V_N, S_{VV}, V_N^*, S_{VV}^*)}{\partial V_{\sim VV}^*} = 0$$

$$\frac{\partial f_{VV}(V_N, S_{VV}, V_N^*, S_{VV}^*)}{\partial S_{VV}} = j I_{N_{VV} \times N_{VV}}$$

$$\frac{\partial f_{VV}(V_N, S_{VV}, V_N^*, S_{VV}^*)}{\partial S_{VV}^*} = 0$$

sendo $V_{\sim VV}$ a tensão de todos os nós que não são VV.

APÊNDICE II

MODELAGENS DE INVERSORES DE FREQUÊNCIA E MÁQUINAS SÍNCRONAS

Esclarece-se que os modelos desenvolvidos aqui serão submetidos para publicação.

Introdução

Devido às linhas não transpostas e às cargas desbalanceadas dos sistemas de distribuição, os Geradores Distribuídos (GDs) podem controlar a potência injetada em diferentes modos desbalanceados, e a tensão nos terminais pode ser controlada em um valor por fase ou somente ser controlada a média trifásica. Neste apêndice modela-se cinco nós PV genéricos desbalanceados que podem ser usados para representar dispositivos tais como geradores síncronos e GDs baseados em inversores de frequência. Os modelos são equações de valores complexos, e por tanto podem ser inseridos no método de fluxo de potência desenvolvido no Capítulo 4.

Classificação genérica dos geradores

A Tabela A2.1 apresenta diferentes estratégias de controle de potência ativa e tensão (nó PV), combinando três modos de injetar potência:

- Potência ativa e reativa balanceadas;
- Potência ativa balanceada e reativa desbalanceada;
- Potência ativa e reativa desbalanceadas.

e dois modos para controlar a tensão nos terminais:

- Controlando a tensão trifásica média;
- Controlando a tensão em cada fase.

A segunda linha da primeira coluna está vazia porque é impossível controlar a tensão em cada fase quando o gerador opera injetando potência ativa e reativa balanceada: se a potência muda em uma de suas fases para controlar a tensão dessa fase, as potências e tensões nas outras fases também serão modificadas.

Ressalta-se que o modelo D é a operação normal do gerador síncrono. Esse modelo é representando através de uma força eletromotriz (FEM) induzida de forma balanceada, a qual é relacionada às tensões dos terminais por meio de uma queda de tensão ocasionada em sua reatância síncrona. Observe que as potências ativa e reativa desse modelo não são necessariamente equilibradas. Os modelos restantes são desenvolvidos considerando o conceito virtual da FEM induzida em diferentes contextos de desequilíbrios. Os cinco modelos serão descritos em detalhe a seguir.

TABELA A2.1. CLASSIFICAÇÃO DOS NÓS PV

Injetando → Controlando a ↓	Igual P	Igual P	Distinto P
	Igual Q	Distinto Q	Distinto Q
Tensão média trifásica	A	B	D
Tensão por fase	---	C	E

Modelos

Os cinco modelos apresentados na Tabela A2.1 são desenvolvidos usando três variáveis vetoriais $S_G, E_G, V_G \in \mathbb{C}^3$, as quais representam a potência de geração, a FEM induzida, e as tensões dos terminais, respectivamente. Também, tem-se os parâmetros $p_{sp}, v_{sp} \in \mathbb{R}$ e $X_S \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$, que são a potência ativa especificada, a tensão especificada, e a matriz da reatância síncrona, respectivamente. A consideração de E_G em estes nós PV genéricos é muito importante, uma vez que os módulos de suas componentes controlam às tensões dos terminais, e seus ângulos controlam às potências ativa das fases.

Todos os modelos devem satisfazer a equação de queda de tensão através dos enrolamentos virtuais ou físicos no caso do gerador síncrono:

$$0 = -E_G + V_G + X_S(S_G^* \odot V_G^{*-1}) \quad (\text{A2.1})$$

onde o operador $\odot$ denota o produto elemento a elemento entre dois vetores, $(\cdot)^*$ denota o conjugado, e $(\cdot)^n$ eleva à n -ésima potência cada elemento de um vetor. Além disso, cada modelo possui suas respectivas equações, mostradas abaixo.

Modelo A: Potência ativa e reativa balanceadas e controlando a tensão trifásica média

A primeira condição de (A2.2) é para satisfazer a potência ativa total no valor especificado, e a segunda condição garante a tensão trifásica média. A matriz $[1 \ j]$ é utilizada para converter duas condições de valores reais em uma condição de valor complexo, e $\mathbf{1}$ é um vetor unitário

de tamanho três. Devido a que as três fases injetam a mesma potência, a equação (A2.3) é escrita.

$$0 = \begin{bmatrix} 1 & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3p_{sp} + \mathbf{1}^T (S_G + S_G^*)/2 \\ -3v_{sp} + \mathbf{1}^T (V_G \odot V_G^*)^{0.5} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.2})$$

$$0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} S_G \quad (\text{A2.3})$$

Modelo B: potência ativa balanceada e controlando a tensão trifásica média

A diferença deste modelo a respeito do anterior, é que a potência reativa pode ser desigual em cada fase. A equação (A2.4) inclui duas condições; a primeira é para satisfazer a potência ativa em cada fase, e a última componente atinge a tensão trifásica média. A equação (A2.5) garante que os módulos de E_G sejam iguais, isto deve-se a que a tensão trifásica média (uma grandeza) somente é controlada.

$$0 = \begin{bmatrix} I_2 & jI_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{1} p_{sp} + (S_G + S_G^*)/2 \\ -3v_{sp} + \mathbf{1}^T (V_G \odot V_G^*)^{0.5} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.4})$$

$$0 = E_G^H \begin{bmatrix} -1 & & \\ & 1+j & \\ & & -j \end{bmatrix} E_G \quad (\text{A2.5})$$

sendo I_2 uma matriz identidade de tamanho dois e $(\cdot)^H$ denota conjugado transposto.

Modelo C: potência ativa balanceada e controlando a tensão por fase

O tratamento da potência por fase é similar ao modelo B, o qual se expressa na primeira condição de (A2.6), porém, a tensão de cada fase é mantida no valor v_{sp} , como anunciado na segunda condição. Ressalta-se que E_G poderia ter componentes com módulos diferentes e ângulos desequilibrados.

$$0 = \begin{bmatrix} I_3 & jI_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{1} p_{sp} + (S_G + S_G^*)/2 \\ -\mathbf{1} v_{sp} + (V_G \odot V_G^*)^{0.5} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.6})$$

Modelo D: potência ativa desbalanceada e controlando a tensão trifásica média

Este modelo pode representar um gerador síncrono ou um GD baseado em inversor de frequência configurado para emular o comportamento da máquina síncrona. A potência ativa pode ser diferente em cada fase (característica frequentemente ignorada nas modelagens de nós

PV dos geradores síncronos), entretanto, a potência ativa total deve ser igual a p_{sp} , como expressado na primeira componente de (A2.7); por outro lado, a segunda componente estabelece a tensão trifásica média no valor especificado. Devido à FEM ser balanceada, a equação (A2.8) é escrita, sendo $a = e^{j2\pi/3}$.

$$0 = \begin{bmatrix} 1 & j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3p_{sp} + \mathbf{1}^T (S_G + S_G^*)/2 \\ -3v_{sp} + \mathbf{1}^T (V_G \odot V_G^*)^{0.5} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.7})$$

$$0 = \begin{bmatrix} 1 & -a & 0 \\ 0 & 1 & -a \end{bmatrix} E_G \quad (\text{A2.8})$$

Modelo E: potência ativa balanceada e controlando a tensão por fase

Esta estratégia é semelhante ao gerador síncrono, no entanto, pode controlar a tensão especificada em cada fase através da modificação dos módulos da FEM independentemente; o que poderia ser interpretado como um controle “melhorado” das FEM induzidas. A equação (A2.9) possui uma condição para satisfazer a potência ativa total, e outra para manter a tensão em cada fase no valor especificado. A equação (A2.10) equilibra os ângulos das componentes de E_G devido a que a soma das potências ativa das fases (uma grandeza) somente é controlada.

$$0 = \begin{bmatrix} I_2 & jI_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3p_{sp} + \mathbf{1}^T (S_G + S_G^*)/2 \\ -\mathbf{1}v_{sp} + (V_G \odot V_G^*)^{0.5} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.9})$$

$$0 = E_G^H \begin{bmatrix} & a \\ -1 & ja \\ & -j \end{bmatrix} E_G \quad (\text{A2.10})$$

APÊNDICE III

A equação dos valores próprios para uma matriz com simetria $\begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix}$ está dada por:

$$\begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} \lambda \quad (\text{A3.1})$$

onde $\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix}$ é o autovetor pela direita separado em duas componentes por conveniência, e λ é seu autovalor associado.

Análise de autovalores complexos

Conjugando (A3.1) temos que

$$\begin{bmatrix} J_A^* & J_B^* \\ J_B & J_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^* \\ v_b^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a^* \\ v_b^* \end{bmatrix} \lambda^* \quad (\text{A3.2})$$

trocando a ordem das componentes do autovetor, e, consequentemente, permutando as colunas e linhas da matriz obtemos

$$\begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_b^* \\ v_a^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_b^* \\ v_a^* \end{bmatrix} \lambda^* \quad (\text{A3.3})$$

Isto indica que se $\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix}$ e λ são valores próprios da matriz, os valores $\begin{bmatrix} v_b^* \\ v_a^* \end{bmatrix}$ e λ^* também são autovetor e autovalor da matriz. Portanto, quando uma matriz desse tipo possui autovalores complexos, são dados em pares conjugados.

Análise de autovalores reais

Somando-se as equações (A3.1) e (A3.3) temos que:

$$\begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a + v_b^* \\ v_b + v_a^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} \lambda + \begin{bmatrix} v_b^* \\ v_a^* \end{bmatrix} \lambda^* \quad (\text{A3.4})$$

considerando λ real, e fazendo $v = v_a + v_b^*$, obtemos

$$\begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ v^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ v^* \end{bmatrix} \lambda \quad (\text{A3.5})$$

ponderando que a metade inferior de (A3.5) é igual ao conjugado da metade superior, conclui-se que a equação dos valores próprios para autovalores reais é

$$J_A v + J_B v^* = v \lambda \quad (\text{A3.6})$$

APÊNDICE IV

A equação dos autovalores generalizados é

$$\begin{aligned}
 J_v \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} &= J_{s^*} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} \lambda \\
 J_v &= \begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \\
 J_{s^*} &= \begin{bmatrix} S_A & S_B \\ S_B^* & S_A^* \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{A4.1}$$

No caso de autovalores reais, como mostrado no Apêndice III, o autovetor $\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ v^* \end{bmatrix}$, portanto, a equação resulta em

$$\begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ v^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_A & S_B \\ S_B^* & S_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ v^* \end{bmatrix} \lambda \tag{A4.2}$$

Sendo λ real, a metade inferior do conjunto de equações é o conjugado da metade superior. Desprezando a metade inferior, a equação dos autovalores generalizados para λ real é

$$0 = J_A v + J_B v^* - (S_A v + S_B v^*) \lambda \tag{A4.3}$$

APÊNDICE V

O método de pontos interiores é um método de otimização para variáveis reais que permite restrições definidas por equações e inequações, a explicação do seu algoritmo se pode consultar no livro [22]. Também, no aplicativo Matlab, encontra-se implementado seu algoritmo, se deve executar o comando *fmincon* para seu uso.

Os problemas de otimização (5.22) e (5.30) são definidos com equações e variáveis no campo dos números complexos, no entanto o método de pontos interiores é aplicado no campo dos números reais. Devido a isso, as variáveis complexas deveram ser representadas na forma retangular, e cada equação deve ser separada em duas equações, uma correspondente à parte real, e outra à parte imaginaria. Abaixo se exemplifica os comandos usados em Matlab para o tratamento de uma variável $x \in \mathbb{C}^N$ e de uma restrição $0 = c_e(x)$, sendo $c_e : \mathbb{C}^N \rightarrow \mathbb{C}^M$.

As variáveis a e b que serão usadas por Matlab:

$$a = \text{real}(x); \quad b = \text{imag}(x);$$

O modo de calcular a parte real R e imaginaria I da função $c_e(x)$:

$$x = \text{complex}(a, b); C = c_{e(x)}; R = \text{real}(C); I = \text{imag}(C);$$

APÊNDICE VI

Vetor tangente

O vetor tangente VT representa a variação do vetor das tensões Δv para uma determinada variação do vetor das potências injetadas ΔS . Seu cálculo se efetua usando uma aproximação linear do comportamento das variáveis. Assim, quando determinado um ponto solução da formulação do fluxo de potência RCF, a relação incremental entre as variáveis é obtida através de diferenciação:

$$0 = \begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta v^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_A & S_B \\ S_B^* & S_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta S^* \\ \Delta S \end{bmatrix} \quad (\text{A6.1})$$

O valor ΔS poderia ser definido de várias maneiras, como por exemplo: modificando a potência em alguma região, modificando unicamente a potência ativa ou a potência reativa, etc. Frequentemente, estima-se a modificação das potências como sendo proporcional à potência original do sistema S_0 [39]. Portanto, definindo um parâmetro $\mu \in \mathbb{R}$, de modo que o vetor de potências $\begin{bmatrix} S^* \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0^* \\ S_0 \end{bmatrix} (1 + \mu)$, a equação (A6.1) resulta em

$$0 = \begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta v^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_A & S_B \\ S_B^* & S_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0^* \\ S_0 \end{bmatrix} \Delta \mu \quad (\text{A6.2})$$

Finalmente, definindo o $VT = \frac{\begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta v^* \end{bmatrix}}{\Delta \mu}$, e usando a equação (A6.2), obtemos a expressão

$$VT = - \begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_A & S_B \\ S_B^* & S_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0^* \\ S_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A6.3})$$

A SBT de interesse

O VT pode ser usado como sendo uma estimativa do autovetor associado ao autovalor que será nulo quando coalescem as soluções de alta tensão e a SBT de interesse em um hipotético aumento das potências injetadas [36]. Desse modo, a componente do VT de maior módulo pode ser usada como uma estimativa da barra que apresenta valores críticos de tensão na SBT. Portanto, a SBT associada à essa barra é considerada a SBT de interesse.

Observando o VT da (A6.3) vemos que o $VT \in \mathbb{C}^N$, ou seja, cada componente indica a variação do módulo e do ângulo da tensão via um valor complexo. Em estudo de estabilidade de tensão, interessa a variação do módulo da tensão, devido a isto, define-se um vetor tangente alternativo $VT_{\|V\|}$, o qual mensura a variação do módulo somente:

$$VT_{\|V\|} = \|V_N + VT\| - \|V_N\| \quad (\text{A6.4})$$

sendo V_N o vetor de tensões nodais.

APÊNDICE VII

O seguinte texto forma parte de um artigo que está sendo desenvolvido para publicação.

Primeiro, estuda-se analiticamente o comportamento dos autovalores na SAT, e depois, o comportamento nas SBT. Finalizando, serão mostradas as afirmações do estudo analítico através de um exemplo numérico.

Solução de alta tensão

Como será explicado nesta seção, os autovalores da matriz Jacobiana J possuem estreita relação com os autovalores da matriz admitância da rede Y_{NN} . Portanto, são estudados previamente os autovalores de Y_{NN} .

Autovalores de Y_{NN}

Será demonstrado que a parte real dos autovalores de Y_{NN} é sempre positiva, e a parte imaginária é sempre negativa.

Da definição de um autovetor v e autovalor λ , sabe-se que

$$v^H Y_{NN} v = v^H v \lambda \quad (\text{A7.1})$$

Somando a cada lado da equação seu conjugado transposto e dividindo por 2, e considerando que Y_{NN} é simétrica ($Y_{NN}^H = Y_{NN}^*$), obtemos:

$$v^H \left(\frac{Y_{NN} + Y_{NN}^H}{2} \right) v = v^H v \left(\frac{\lambda + \lambda^*}{2} \right) \quad (\text{A7.2})$$

$$v^H G_{NN} v = v^H v \lambda_R$$

Por outro lado, restando a cada lado por seu conjugado transposto e dividindo por $2j$, obtemos:

$$v^H \left(\frac{Y_{NN} - Y_{NN}^H}{2j} \right) v = v^H v \left(\frac{\lambda - \lambda^*}{2j} \right) \quad (A7.3)$$

$$v^H B_{NN} v = v^H v \lambda_I$$

Nestas equações, a parte real e imaginária de Y_{NN} foram representadas pelas matrizes condutância e susceptância da rede, respetivamente, $Y_{NN} = G_{NN} + j B_{NN}$. Também, o autovalor é representado por sua parte real e imaginária $\lambda = \lambda_R + j \lambda_I$.

A equação (A7.2) indica que se $G_{NN} > 0$ (definida positiva), λ_R é sempre positivo. A equação (A7.3) indica que se $B_{NN} < 0$ (definida negativa), λ_I é sempre negativo. A seguir, será demonstrado que $G_{NN} > 0$ e $B_{NN} < 0$.

Para analisar as matrizes G_{NN} e B_{NN} , define-se previamente uma função L com o lado esquerdo da equação (A7.1):

$$L = v^H Y_{NN} v \quad (A7.4)$$

Expressando Y_{NN} expandida nas suas componentes, temos que:

$$Y_{NN} = \text{diag}(Y_{sh}) + \text{diag} \left(\begin{bmatrix} \left(\sum_{m \neq 1} y_{1m} \right) \\ \left(\sum_{m \neq 2} y_{2m} \right) \\ \left(\sum_{m \neq 3} y_{3m} \right) \\ \vdots \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} 0 & y_{12} & y_{13} & \dots \\ y_{12} & 0 & y_{23} & \dots \\ y_{13} & y_{23} & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (A7.5)$$

sendo Y_{sh} o vetor composto pelas admitâncias em derivação de cada barra.

Inserindo a expressão anterior em (A7.4), L resulta em:

$$L = \sum_{k=1}^N y_{sh,k} v_k v_k^* + \sum_{k=1}^N \left(\sum_{m \neq k} y_{km} \right) v_k v_k^* - \sum_{m > k} y_{km} (v_k^* v_m + v_k v_m^*) \quad (A7.6)$$

$$L = \sum_{k=1}^N (y_{sh,k} + y_{k0}) v_k v_k^* + \sum_{m > k} y_{km} (v_k^* v_k + v_m^* v_m) - \sum_{m > k} y_{km} (v_k^* v_m + v_k v_m^*) \quad (A7.7)$$

$$L = \sum_{k=1}^N (y_{sh,k} + y_{k0}) v_k v_k^* + \sum_{m>k} y_{km} (v_k^* v_k + v_m^* v_m - v_k^* v_m - v_k v_m^*) \quad (A7.8)$$

Nesta função, quando trocados os valores das admitâncias pelas condutâncias estaremos analisando a determinação de G_{NN} , e quando trocadas as admitâncias pelas susceptâncias estaremos analisando a determinação de B_{NN} .

Análise de G_{NN}

Expressa-se L em termos das condutâncias:

$$L_G = \sum_{k=1}^N (g_{sh,k}^{(+)} + g_{k0}^{(+)}) v_k v_k^* + \sum_{m>k} g_{km}^{(+)} (v_k^* v_k + v_m^* v_m - v_k^* v_m - v_k v_m^*) \quad (A7.9)$$

onde o sobrescrito $\cdot^{(+)}$ ou $\cdot^{(-)}$ expressa se o valor é real positivo ou negativo, respetivamente.

Para evidenciar que o sinal de cada somatório é sempre positivo, os valores $v_k v_k^*$ e $(v_k^* v_k + v_m^* v_m - v_k^* v_m - v_k v_m^*)$ são expressos em termos dos módulos das componentes do vetor, $U_k = |v_k|$ e $U_m = |v_m|$, na situação mais desfavorável dos ângulos, isto é, quando os ângulos de todas as componentes são coincidentes:

$$L_G = \sum_{k=1}^N (g_{sh,k}^{(+)} + g_{k0}^{(+)}) U_k^2 + \sum_{m>k} g_{km}^{(+)} (U_k^2 + U_m^2 - 2 U_k U_m) \quad (A7.10)$$

$$L_G = \sum_{k=1}^N (g_{sh,k}^{(+)} + g_{k0}^{(+)}) U_k^2 + \sum_{m>k} g_{km}^{(+)} (U_k - U_m)^2 \quad (A7.11)$$

Por conseguinte, conclui-se que $G_{NN} > 0 \Rightarrow \lambda_R > 0$. A parte real dos autovalores é sempre positiva.

Análise de B_{NN}

Expressa-se L em termos das susceptâncias:

$$L_B = \sum_{k=1}^N (b_{sh,k}^{(\pm)} + b_{k0}^{(-)}) v_k v_k^* + \sum_{m>k} b_{km}^{(-)} (v_k^* v_k + v_m^* v_m - v_k^* v_m - v_k v_m^*) \quad (A7.12)$$

onde o sobrescrito $\cdot^{(+)}$ ou $\cdot^{(-)}$ expressa se o valor é real positivo ou negativo, respetivamente.

Comparando (A7.12) com (A7.9) vemos que se o valor $b_{sh,k}^{(\pm)}$ fosse somente negativo, poderíamos concluir que L_B seria sempre negativa, porém $b_{sh,k}$ pode ser positivo devido aos

bancos de capacitores nas barras ou o efeito capacitivo das linhas. Para estabelecer os limites onde $L_B < 0$, (A7.12) é escrita em termos dos módulos das componentes do vetor na situação mais desfavorável dos ângulos:

$$L_B = \sum_{k=1}^N \left(b_{sh,k}^{(\pm)} + b_{k0}^{(-)} \right) U_k^2 + \sum_{m>k} b_{km}^{(-)} (U_k - U_m)^2 \quad (\text{A7.13})$$

Analisando a função, vemos duas situações que avaliam seu comportamento quadrático em direções críticas. A primeira ocorre quando os módulos são todos iguais, situação que anula o segundo somatório, expresso em (A7.14). A segunda ocorre quando os módulos são todos nulos exceto em uma única componente k , onde se avalia o comportamento dessa variável desvinculada das demais, expresso em (A7.15).

$$L_B = \sum_{k=1}^N \left(b_{sh,k}^{(\pm)} + b_{k0}^{(-)} \right) U^2 \quad (\text{A7.14})$$

$$L_B = b_{sh,k}^{(\pm)} U_k^2 + \sum_{m \neq k} b_{km}^{(-)} U_k^2 \quad (\text{A7.15})$$

Das duas situações podemos dizer que L_B será sempre negativa se

- $\left(-\sum_{k=1}^N b_{k0}^{(-)} \right) > \left(\sum_{k=1}^N b_{sh,k}^{(\pm)} \right)$. O negativo da soma das susceptâncias das linhas com conexão direta à barra swing é maior à soma das susceptâncias em derivação de todas as barras do sistema.
- $\left(-\sum_{m \neq k} b_{km}^{(-)} \right) > \left(b_{sh,k}^{(\pm)} \right) \quad \forall k$. O negativo da soma das susceptâncias das linhas ligadas a uma barra k é maior à susceptância em derivação dessa barra.

As duas condições são satisfeitas pelos sistemas com configurações normais de operação. Para desatender as condições, teria que existir algum banco de capacitores extremadamente grande. Por conseguinte, em redes “normais” (que cumprem as duas condições), conclui-se que $B_{NN} < 0 \Rightarrow \lambda_I < 0$. A parte imaginária dos autovalores é sempre negativa, e, por conseguinte, os autovalores são sempre complexos.

A seguir, a relação entre os autovalores de Y_{NN} e os autovalores da matriz Jacobiana será mostrada.

Autovalores da matriz Jacobiana

Será demonstrado que os autovalores da matriz Jacobiana J são quase iguais aos autovalores da matriz $J'' = -\begin{bmatrix} Y_{NN} & \\ & Y_{NN}^* \end{bmatrix}$. Sendo esses autovalores um conjunto de valores complexos com parte real negativa e apresentando-se em pares conjugados.

Autovalores de J''

Os autovalores de J'' são determinados por

$$\begin{aligned} 0 &= \det \left(-\begin{bmatrix} Y_{NN} & \\ & Y_{NN}^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I & \\ & I \end{bmatrix} \lambda \right) \\ 0 &= \det(Y_{NN} + I\lambda) \det(Y_{NN}^* + I\lambda) \end{aligned} \quad (A7.16)$$

A primeira parcela de autovalores é obtida fazendo nulo o primeiro determinante, e a segunda parcela anulando o segundo determinante. Observa-se que a primeira parcela de autovalores são os negativos dos autovalores de Y_{NN} , e o segundo subconjunto é composto pelos conjugados da primeira parcela. Ressalta-se dois pontos:

- A parte real dos autovalores é sempre negativa.
- Os autovalores são todos complexos e se apresentam em pares conjugados.

Aproximação dos autovalores de J

A matriz Jacobiana calculada em um ponto operativo é dada por

$$\begin{aligned} J &= \begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \\ J_A &= -\text{diag}(V_N^*) Y_{NN} \\ J_B &= -\text{diag}(Y_{N0} V_0 + Y_{NN} V_N) = -\text{diag} \left(\frac{S^*}{V_N^*} \right) \end{aligned} \quad (A7.17)$$

Assumindo que as tensões estão próximas a 1 p.u., J pode ser aproximada por

$$J' = -\begin{bmatrix} Y_{NN} & \hat{S}^* \\ \hat{S} & Y_{NN}^* \end{bmatrix} \quad (A7.18)$$

sendo $\hat{S} = \text{diag}(S)$.

Comparando as matrizes J' e J'' vemos que os blocos $\hat{S}$ e $\hat{S}^*$ são a única diferença. Portanto, o espectro de J' será o espectro de J'' com as perturbações provocadas pelos blocos $\hat{S}$ e $\hat{S}^*$. A seguir é mostrado que a perturbação provocada pelos blocos no espectro é desprezável.

Analisando o espectro de J'' através dos discos de Gershgorin, vemos que os centros C_k'' e seus respectivos raios R_k'' são:

$$\begin{cases} C_k'' = -y_{kk} \\ R_k'' = \sum_{m \neq k} |y_{km}| \end{cases} \quad (\text{A7.19})$$

Por outro lado, os discos de Gershgorin da matriz J' são definidos por:

$$\begin{cases} C_k' = -y_{kk} & = C_k'' \\ R_k' = \sum_{m \neq k} |y_{km}| + |s_k| & = R_k'' + |s_k| \end{cases} \quad (\text{A7.20})$$

Percebe-se que os centros C_k' e C_k'' são iguais, e a diferença entre os raios R_k' e R_k'' é dada unicamente pelo modulo da potência injetada na barra k .

Se quando perturbamos a matriz J'' gradualmente até chegar à matriz J' , assumimos que a mudança dos autovalores é continua, e o aumento dos raios pelos valores $|s_k|$ são desprezáveis, podemos concluir que os autovalores de J' estarão muito próximos aos autovalores de J'' . Abaixo será mostrado que o valor $|s_k|$ é desprezável quando comparado a R_k'' .

A expressão de R_k'' em (A7.21) se consegue aplicando a desigualdade triangular (a soma dos módulos é maior ao modulo da soma), e definindo uma corrente I_{kcc} , a qual representa a corrente injetada na barra k quando sua tensão é mantida em 1 p.u. e todas as demais barras do sistema são hipoteticamente curtocircuitadas.

$$R_k'' = \sum_{m \neq k} |y_{km}| \geq \left| \sum_{m \neq k} y_{km} \right| = |I_{kcc}| \quad (\text{A7.21})$$

Por outro lado, o valor $|s_k|$ na expressão (A7.22) é obtido considerando que a corrente injetada I_k em uma barra k é aproximadamente igual a s_k em um estado operativo normal com tensões próximas a 1 p.u.

$$|s_k| \cong |I_k| \quad (\text{A7.22})$$

Comparando os valores $|I_{kcc}|$ e $|I_k|$ percebemos que $|I_{kcc}| \gg |I_k|$ porque em um estado operativo normal, onde as tensões estão todas próximas a 1 p.u., a corrente injetada em uma barra é insignificante quando comparada a uma corrente obtida em uma hipotética situação extrema, onde todas as demais barras do sistema são curtocircuitadas. Portanto, temos que

$$R_k'' \gg |s_k| \quad (\text{A7.23})$$

e se conclui que os autovalores de J'' são uma muito boa aproximação dos autovalores de J .

A matriz Jacobiana na solução de operação normal, herda duas características importantes da matriz J'' : os autovalores são todos complexos, e a parte real dos autovalores é sempre negativa. A seguir será demonstrado uma característica adicional dos autovalores da matriz Jacobiana: quando são complexos se apresentam em pares conjugados.

Autovalores complexos se apresentam em pares conjugados

A relação entre um autovetor $\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix}$ e autovalor λ é dada por

$$\begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} \lambda \quad (\text{A7.24})$$

Conjugando a equação anterior, obtemos

$$\begin{bmatrix} J_A^* & J_B^* \\ J_B & J_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^* \\ v_b^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a^* \\ v_b^* \end{bmatrix} \lambda^* \quad (\text{A7.25})$$

Trocando a ordem das componentes do autovetor, e, conseqüentemente, permutando as colunas e linhas da matriz, conseguimos

$$\begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_B^* & J_A^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_b^* \\ v_a^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_b^* \\ v_a^* \end{bmatrix} \lambda^* \quad (\text{A7.26})$$

Essa equação indica que para cada par autovalor-autovetor $\lambda, \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix}$, o valores $\lambda^*, \begin{bmatrix} v_b^* \\ v_a^* \end{bmatrix}$ também formam um par autovalor-autovetor da matriz Jacobiana.

Resumindo, as características dos autovalores na SAT são:

- A parte real dos autovalores é sempre negativa.

- Os autovalores são todos complexos e se apresentam em pares conjugados.

Soluções de baixa tensão

Nesta seção, será demonstrado que o determinante da matriz Jacobiana J é negativo em uma SBT, e depois se explica porque isto implica que nessa situação deve existir uma par de autovalores reais, um positivo e outro negativo.

Sinal do determinante da matriz Jacobiana

Primeiro, é mostrado a mudança do sinal do determinante da matriz Jacobiana do fluxo de potência convencional nos distintos tipos de soluções. Depois, será demonstrado que o determinante da matriz Jacobiana, aqui exposta, possui o mesmo sinal que o determinante da matriz Jacobiana convencional.

Sinal do determinante da matriz Jacobiana convencional

É conhecido que no fluxo de potência convencional: na SAT, a parte real dos autovalores da matriz Jacobiana é sempre negativa; e em uma SBT, existe um autovalor com parte real positiva. Assim, o determinante em ambos os casos é

$$\det(J_{conv}) = \prod_{\lambda_k \in \mathbb{C}} \lambda_k \lambda_k^* \prod_{\lambda_k \in \mathbb{R}} \lambda_k \quad (\text{A7.27})$$

sendo $\{\lambda_1 \dots \lambda_k \dots \lambda_{2N}\}$ os autovalores de J_{conv} , e $(N + 1)$ o número de barras do sistema. No primeiro produtório, são colocados λ_k e λ_k^* porque em uma matriz real os autovalores complexos se apresentam em pares conjugados.

Considerando que todas as barras do sistema (exceto a swing) são barras tipo PQ, e que o tamanho da matriz é $2N \times 2N$, podemos dizer que

$$\det(J_{conv}) = (-1)^{2N} \det(-J_{conv}) = \det(-J_{conv}) = \prod_{\lambda_k \in \mathbb{C}} \lambda_k \lambda_k^* \prod_{\lambda \in \mathbb{R}} -\lambda_k \quad (\text{A7.28})$$

Portanto, sabendo que a parte real dos autovalores é sempre negativa, em uma SAT, o sinal do determinante é positivo:

$$\det_{SAT}(J_{conv}) = \prod_{\lambda_k \in \mathbb{C}} \lambda_k \lambda_k^* \prod_{\lambda \in \mathbb{R}^-} -\lambda_k > 0 \quad (\text{A7.29})$$

E em uma SBT, considerando que existe somente um autovalor com parte real positiva, o sinal do determinante é negativo:

$$\det_{SBT}(J_{conv}) = -\lambda^{(+)} \prod_{\lambda_k \in \mathbb{C}} \lambda_k \lambda_k^* \prod_{\lambda \in \mathbb{R}^-} -\lambda_k < 0 \quad (\text{A7.30})$$

sendo $\lambda^{(+)}$ um autovalor real positivo. O autovalor com parte real positiva deve ser real porque existe somente um autovalor com essa característica. Não pode ser complexo porque os autovalores complexos se apresentam em pares conjugados.

Relação entre os determinantes das matrizes Jacobianas

A relação entre as matrizes Jacobianas é dada por

$$\begin{aligned} J_{conv} &= T1 J T2 \\ T1 &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I & I \\ jI & -jI \end{bmatrix} \\ T2 &= \begin{bmatrix} j\hat{U}\hat{\theta} & \hat{\theta} \\ -j\hat{U}\hat{\theta}^* & \hat{\theta}^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A7.31})$$

sendo $\hat{U} = \text{diag}(U)$ e $\hat{\theta} = \text{diag}(e^{j\theta})$. Os vetores U e θ são compostos pelos módulos e ângulos das tensões, respetivamente. I é uma matriz identidade. Observe que todos os blocos das matrizes $T1$ e $T2$ são diagonais.

A equação (A7.31) utiliza duas matrizes que manifestam a relação incremental entre as variáveis. A matriz $T1$, quando multiplicada pelo vetor das variações das potências em valores complexos, providencia o vetor das variações das potência ativa e reativa $\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = T1 \begin{bmatrix} \Delta S^* \\ \Delta S \end{bmatrix}$. A matriz $T2$, quando multiplicada pelo vetor das variações dos ângulos e módulos das tensões, providencia o vetor das variações das tensões em valores complexos $\begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta v^* \end{bmatrix} = T2 \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix}$.

Aplicando o determinante em (A7.31) obtemos

$$\det(J_{conv}) = \det(T1) \det(J) \det(T2) \quad (\text{A7.32})$$

O termo $\det(T1)$ vale:

$$\det(T1) = \det\left(\frac{1}{2}\begin{bmatrix} I & I \\ jI & -jI \end{bmatrix}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2N} \det(-jI - jI) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2N} (-j)^N (2)^N$$

$$\det(T1) = \left(\frac{1}{2}\right)^N (-j)^N \quad (A7.33)$$

E o termo $\det(T2)$:

$$\det(T2) = \det\left(\begin{bmatrix} j\hat{U}\hat{\theta} & \hat{\theta} \\ -j\hat{U}\hat{\theta}^* & \hat{\theta}^* \end{bmatrix}\right) = \det(j\hat{U} + j\hat{U}) = 2^N j^N \prod_{k=1}^N U_k \quad (A7.34)$$

Incluindo os valores de (A7.33) e (A7.34) em (A7.32) obtemos:

$$\det(J_{conv}) = \left(\frac{1}{2}\right)^N (-j)^N \det(J) 2^N j^N \prod_{k=1}^N U_k$$

$$\det(J_{conv}) = \det(J) \prod_{k=1}^N U_k \quad (A7.35)$$

O vetor U é composto por valores reais positivos, portanto, o sinal de $\det(J_{conv})$ e $\det(J)$ são sempre iguais.

Existência de um par de autovalores reais

Considerando que o determinante da matriz Jacobiana J possui o mesmo sinal que o determinante da matriz Jacobiana convencional, podemos afirmar que:

$$\text{Em uma solução de alta tensão: } \det_{SAT}(J) > 0 \quad (A7.36)$$

$$\text{Em uma solução de baixa tensão: } \det_{SBT}(J) < 0$$

Por outro lado, o determinante pode ser calculado através do produto dos autovalores. Foi demonstrado que, na solução de alta tensão, todos os autovalores são complexos e se apresentam em pares conjugados, por conseguinte

$$\det_{SAT}(J) = \prod_{\lambda_k \in \mathbb{C}} \lambda_k \lambda_k^* > 0 \quad (A7.37)$$

As expressões (A7.36) e (A7.37) são coerentes na SAT. No entanto, quando analisamos uma SBT, (A7.36) indica que o determinante deve ser negativo. Para que o cálculo do

determinante através do produto dos autovalores seja negativo, os autovalores não podem ser todos complexos, pois eles se apresentam em pares conjugados. Mediante esse argumento, concluímos que um par de autovalores complexos devem converter-se em reais, um positivo $\lambda^{(+)}$ e outro negativo $\lambda^{(-)}$. Desse modo, o determinante calculado é negativo, como expresso abaixo

$$\det_{SBT}(J) = \lambda^{(+)}\lambda^{(-)} \prod_{\lambda_k \in \mathbb{C}} \lambda_k \lambda_k^* < 0 \quad (\text{A7.38})$$

Exemplo numérico

Ao longo das análises do comportamento dos autovalores nos distintos tipos de soluções, foram feitas várias afirmações. Nesta Seção, são corroboradas as afirmações através de um exemplo numérico sobre o sistema mostrado na Fig. 6.4.

Autovalores do sistema

A matriz admitância da rede é

$$Y_{NN} = \begin{bmatrix} 14 - j12 & -(5 - j5) & -(4 - j2) \\ -(5 - j5) & 5 - j5 & \\ -(4 - j2) & & 4 - j2 \end{bmatrix}$$

Os autovalores de Y_{NN} são:

$$\lambda_1^{Y_{NN}} = 17,0993 - j14,6900$$

$$\lambda_2^{Y_{NN}} = 1,3458 - j 1,1903$$

$$\lambda_3^{Y_{NN}} = 4,5549 - j 3,1197$$

Observe que a parte real dos autovalores é sempre positiva, e a parte imaginária negativa. Isto está de acordo com a previsão do sinal estudado nos tópicos anteriores. Neste apêndice foi afirmado que os autovalores de $J'' = - \begin{bmatrix} Y_{NN} & \\ & Y_{NN}^* \end{bmatrix}$ são uma boa aproximação dos autovalores de J na solução de alta tensão.

Os autovalores de J'' são:

$$\lambda_1'' = -17,0993 + j14,6900$$

$$\lambda_2'' = - 1,3458 + j 1,1903$$

$$\lambda_3'' = - 4,5549 + j 3,1197$$

$$\lambda_4'' = -17,0993 - j14,6900$$

$$\lambda_5'' = - 1,3458 - j 1,1903$$

$$\lambda_6'' = - 4,5549 - j 3,1197$$

Observe que a parte real é sempre negativa, os autovalores são todos complexos e se apresentam em pares conjugados.

As tensões V_N e autovalores da matriz Jacobiana na solução de alta tensão são:

$$V_N = \begin{bmatrix} 1,0193 - j0,0287 \\ 1,0090 - j0,0382 \\ 0,9989 - j0,0379 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = -17,8340 + j14,4185$$

$$\lambda_4 = -17,8340 - j14,4185$$

$$\lambda_2 = -1,3989 + j1,1428$$

$$\lambda_5 = -1,3989 - j1,1428$$

$$\lambda_3 = -4,6883 + j2,9625$$

$$\lambda_6 = -4,6883 - j2,9625$$

Ressalta-se que os autovalores de J'' realmente são uma muito boa aproximação dos autovalores de J .

Foi afirmado que em uma SBT, os autovalores de J não são todos complexos, existe um par de autovalores reais, um positivo e outro negativo. A seguir são mostradas as tensões e autovalores de duas SBT.

SBT 1:

$$V_N = \begin{bmatrix} 0,5131 - j0,0290 \\ 0,0199 - j0,0206 \\ 0,4688 - j0,0460 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = -8,2085 + j5,8008$$

$$\lambda_4 = -8,2085 - j5,8008$$

$$\lambda_2 = -1,3576 + j0,6634$$

$$\lambda_5 = -1,3576 - j0,6634$$

$$\lambda_3 = -3,6181$$

$$\lambda_6 = 3,3479$$

SBT 2:

$$V_N = \begin{bmatrix} 0,6351 - j0,0994 \\ 0,6165 - j0,1122 \\ 0,0304 - j0,0205 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = -11,7554 + j7,5423$$

$$\lambda_4 = -11,7554 - j7,5423$$

$$\lambda_2 = -1,9948 + j1,1586$$

$$\lambda_5 = -1,9948 - j1,1586$$

$$\lambda_3 = -2,8861$$

$$\lambda_6 = 2,6056$$

Em ambas as SBTs, existe um par de autovalores reais, um negativo λ_3 e outro positivo λ_6 .

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Gómez-Expósito, A. J. Conejo, and C. A. Cañizares, *Electric Energy Systems: Analysis and Operation*, 2nd Ed. Boca Raton, Florida: CRC Press, 2018.
- [2] S. M. Sajjadi, M. R. Haghifam, and J. Salehi, “Simultaneous placement of distributed generation and capacitors in distribution networks considering voltage stability index,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 46, no. 1, pp. 366–375, 2013, doi: 10.1016/j.ijepes.2012.10.027.
- [3] Z. Li, Q. Guo, H. Sun, J. Wang, Y. Xu, and M. Fan, “A distributed transmission-distribution-coupled static voltage stability assessment method considering distributed generation,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 33, no. 3, pp. 2621–2632, 2018, doi: 10.1109/TPWRS.2017.2762473.
- [4] O. D. Montoya, W. Gil-González, A. Arias-Londoño, A. Rajagopalan, and J. C. Hernández, “Voltage Stability Analysis in Medium-Voltage Distribution Networks Using a Second-Order Cone Approximation,” *Energies*, vol. 13, pp. 1–15, 2020, doi: 10.3390/en13215717.
- [5] F. W. Mohn and A. C. Zambroni de Souza, “Tracing PV and QV curves with the help of a CRIC continuation method,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 3, pp. 1115–1122, 2006, doi: 10.1109/TPWRS.2006.876693.
- [6] J. E. Sarmiento *et al.*, “Finding unstable operating points via one-dimensional manifolds,” *2019 IEEE Milan PowerTech, PowerTech 2019*, 2019, doi: 10.1109/PTC.2019.8810986.
- [7] E. V. De Lorenci, A. C. Zambroni de Souza, and B. I. Lima Lopes, “Energy function applied to voltage stability studies – Discussion on low voltage solutions with the help of tangent vector,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 141, pp. 290–299, 2016, doi: 10.1016/j.epsr.2016.08.004.
- [8] C. S. Cheng and D. Shirmohammadi, “A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 2, pp. 671–679, 1995, doi: 10.1109/59.387902.
- [9] E. Bompard, E. Carpaneto, G. Chicco, and R. Napoli, “Convergence of the backward/forward sweep method for the load-flow analysis of radial distribution systems,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 22, no. 7, pp. 521–530, 2000.
- [10] A. J. Monticelli, *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. São paulo: Editora Edgard Blucher Latda., 1983.
- [11] F. Zhang and C. S. Cheng, “A modified Newton method for radial distribution system power flow analysis,” *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. 12, no. 2, pp. 389–397, 1997, doi: 10.1109/59.575728.
- [12] I. Džafić, R. A. Jabr, and T. Hrnjić, “High Performance Distribution Network Power Flow using

- Wirtinger Calculus,” *IEEE Transactions on Smart on Smart Grid*, 2018.
- [13] W. Wirtinger, “Zur formalen Theorie der Funktionen von mehr komplexen Veränderlichen,” *Math. Ann.*, vol. 97, pp. 357–376, 1927.
 - [14] K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa, and T. Watanabe, “A Method for Finding A Pair of Multiple Load Flow Solutions in Bulk Power Systems,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 5, no. 2, pp. 582–591, 1990, doi: 10.1109/59.54569.
 - [15] T. J. Overbye and R. P. Klump, “Effective calculation of power system low-voltage solutions,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 11, no. 1, pp. 75–82, 1996, doi: 10.1109/59.485988.
 - [16] W. Ma and J. S. Thorp, “An efficient algorithm to locate all the load flow solutions,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, no. 3, pp. 1077–1083, 1993, doi: 10.1109/59.260891.
 - [17] V. Ajjarapu and C. Christy, “The continuation power flow: A tool for steady state voltage stability analysis,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 7, no. 1, pp. 416–423, 1992, doi: 10.1109/59.141737.
 - [18] J. S. Thorp and S. A. Naqavi, “Load flow fractals,” 1989, pp. 1822–1827.
 - [19] A. C. Zambroni de Souza, R. C. Leme, L. F. B. Vasconcelos, B. I. L. Lopes, and Y. C. da Silva Ribeiro, “Energy function and unstable solutions by the means of an augmented Jacobian,” *Appl. Math. Comput.*, vol. 206, no. 1, pp. 154–163, 2008, doi: 10.1016/j.amc.2008.08.040.
 - [20] R. B. L. Guedes, L. F. C. Alberto, and N. G. Bretas, “Power system low-voltage solutions using an auxiliary gradient system for voltage collapse purposes,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 3, pp. 1528–1537, 2005, doi: 10.1109/TPWRS.2005.852069.
 - [21] I. Dobson, “Observations on the Geometry of Saddle Node Bifurcation and Voltage Collapse in Electrical Power Systems,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I Fundam. Theory Appl.*, vol. 39, no. 3, pp. 240–243, 1992, doi: 10.1109/81.128018.
 - [22] J. Nocedal and Stephen J. Wright, *Numerical optimization*, 2nd ed. Springer, 2006.
 - [23] T. T. Nguyen and C. T. Vu, “Complex-variable Newton-Raphson load-flow analysis with FACTS devices,” 2006, doi: 10.1109/TDC.2006.1668480.
 - [24] P. Bouboulis, “Wirtinger’s Calculus in general Hilbert Spaces.” 2010, [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1005.5170>.
 - [25] L. Ramos de Araujo, D. R. Ribeiro Penido, N. Alves do Amaral Filho, and T. A. Pereira Beneteli, “Sensitivity analysis of convergence characteristics in power flow methods for distribution systems,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 97, pp. 211–219, 2018, doi: 10.1016/j.ijepes.2017.11.012.

- [26] J. E. Sarmiento, E. M. Carreno, and A. C. Zambroni de Souza, “Modeling inverters with volt-var functions in grid-connected mode and droop control method in islanded mode,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 155, pp. 265–273, 2018, doi: 10.1016/j.epsr.2017.10.020.
- [27] C. A. Cañizares and F. L. Alvarado, “Point of collapse and continuation methods for large AC/DC systems,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, no. 1, pp. 1–8, 1993, doi: 10.1109/59.221241.
- [28] A. C. Zambroni de Souza, “New techniques to efficiently determine proximity to static voltage collapse,” PhD thesis, University of Waterloo, 1996.
- [29] G. D. Irisarri, X. Wang, J. Tong, and S. Mokhtari, “Maximum loadability of power systems using interior point non-linear optimization method,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 1, pp. 162–172, 1997, doi: 10.1109/59.574936.
- [30] S. Iwamoto and Y. Tamura, “A load flow calculation method for ill-conditioned power systems,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-100, no. 4, pp. 1736–1743, 1981.
- [31] D. K. Molzahn, B. C. Lesieutre, and H. Chen, “Counterexample to a continuation-based algorithm for finding all power flow solutions,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 1, pp. 564–565, 2013, doi: 10.1109/TPWRS.2012.2202205.
- [32] J. E. Sarmiento, C. A. Alvez, B. de Nadai N., A. C. Zambroni de Souza, E. M. Carreno, and P. F. Ribeiro, “A Complex-Valued Three-Phase Load Flow for Radial Networks: High-Performance and Low-Voltage Solution Capability,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 34, no. 4, pp. 3241–3249, Jul. 2019, doi: 10.1109/TPWRS.2019.2892014.
- [33] R. Pires, “Complex-Valued Steady-State Models as Applied to Power Flow Analysis and Power System State Estimation,” Ph.D. dissertation, Federal University of Itajubá, 2017.
- [34] W. H. Kersting, *Distribution System Modeling and Analysis*, 3rd ed. Las Cruces, New Mexico: CRC Press, 2012.
- [35] IEEE PES AMPS DSAS Test Feeder Working group, “1992 Test Feeder cases.” <http://sites.ieee.org/pes-testfeeders/resources/> (accessed May 08, 2018).
- [36] A. C. Zambroni de Souza, C. A. Cañizares, and V. H. Quintana, “New techniques to speed up voltage collapse computations using tangent vectors,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 3, pp. 1380–1387, 1997, doi: 10.1109/59.630485.
- [37] IEEE-PES, “IEEE-34 bus test feeder.” <http://site.ieee.org/pes-testfeeders/files/2017/08/feeder34.zip> (accessed Mar. 24, 2020).
- [38] IEEE-PES, “IEEE-123 bus teste feeder.” <http://site.ieee.org/pes-testfeeders/files/2017/08/feeder123.zip> (accessed Mar. 24, 2020).
- [39] A. C. Zambroni De Souza, “Tangent vector applied to voltage collapse and loss sensitivity

studies,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 47, no. 1, pp. 65–70, 1998, doi: 10.1016/s0378-7796(98)00048-0.

PUBLICAÇÕES PRODUZIDAS NA PESQUISA

CONGRESSO

- [1] J. E. Sarmiento, J. R. Monteiro, A. C. Zambroni de Souza, P. F. Ribeiro, and B. D. Bonatto, “Controle de Frequência Via Inércia Virtual e Métricas Integradas de Desempenho Elétrico em Microrredes com Geração Distribuída Renovável,” in XII Conferência Brasileira sobre Qualidade de Energia Elétrica - CBQEE2017, 2017.
- [2] C. A. Alvez, J. E. Sarmiento, A. C. Z. De Souza, and R. C. Leme, “Optimal Investment and Operation of Distributed Energy Resources in Microgrids with Renewable Generation,” in THE 12th Latin-American congresso on electricity generation and transmission - CLAGTEE 2017, 2017, pp. 6–10.
- [3] C. A. Alvez, J. E. Sarmiento, A. C. Z. de Souza, P. F. Ribeiro, R. C. Leme, and A. Fiorese, “Energy Management of Microgrids Including Frequency and Voltage Restoration,” in 2018 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM), 2018, pp. 1–5.
- [4] N. B. De Nadai, J. A. Da Silva Neto, J. E. Sarmiento, C. A. Alvez, A. C. Zambroni De Souza, and C. J. G. De Carvalho, “A Comparative Study between Axis Rotation and Levenberg-Marquardt Methods to Improve Convergence in Microgrids Load Flow,” in 2019 IEEE PES Conference on Innovative Smart Grid Technologies, ISGT Latin America 2019, 2019.
- [5] J. E. Sarmiento et al., “Finding unstable operating points via one-dimensional manifolds,” 2019 IEEE Milan PowerTech, PowerTech 2019, 2019.

REVISTA

- [1] J. E. Sarmiento, E. M. Carreno, and A. C. Zambroni de Souza, “Modeling inverters with volt-var functions in grid-connected mode and droop control method in islanded mode,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 155, pp. 265–273, 2018.
- [2] J. E. Sarmiento, C. A. Alvez, B. de Nadai N., A. C. Zambroni de Souza, E. M. Carreno, and P. F. Ribeiro, “A Complex-Valued Three-Phase Load Flow for Radial Networks: High-Performance and Low-Voltage Solution Capability,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 34, no. 4, pp. 3241–3249, Jul. 2019.
- [3] N. B. De Nadai, A. C. Zambroni De Souza, D. Marujo, J. E. Sarmiento, C. A. Alvez, F. M. Portelinha Jr., and J. G. De Carvalho Costa, “Centralised secondary control for islanded microgrids,” *IET Renew. Power Gener.*, vol. 14, no. 9, 2020.

[4] B. de Nadai Nascimento, A. C. Zambroni de Souza, J. A. da Silva Neto, J. E. Sarmiento, and C. A. Alvez, “Load-Margin Assessments in MicroGrids and the Influence of Power Electronic Converter Operation Mode,” *J. Control. Autom. Electr. Syst.*, 2020.

CAPÍTULO DE LIVRO

[1] A. C. Alvez, J. E. Sarmiento, and J. R. Monteiro, “Eletrônica de Potência para Geração Renovável Distribuída, Armazenamento de Energia e Inércia Virtual,” *Integração de renováveis e redes elétricas inteligentes*, 1st ed., Editora Interciência, 2020, pp. 67–102.