

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ



Modulador em guia de ondas de baixa perda para operações na faixa dos THz

M.Sc. Gabriel Lobão da Silva Fré

PROF. DR. DANILO HENRIQUE SPADOTI
ORIENTADOR

PROF. DRA. LÚCIA AKEMI MIYAZATO SAITO
CO-ORIENTADORA

6 de novembro de 2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

MODULADOR EM GUIA DE ONDAS DE BAIXA PERDA
PARA OPERAÇÕES NA FAIXA DOS THZ

M.Sc. Gabriel Lobão da Silva Fré

Tese submetida ao Instituto de Engenharia de Sistemas e Tecnologia da Informação da Universidade Federal de Itajubá, como cumprimento dos requisitos para obtenção do título de Doutorado em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR:

PROF. DR. DANILO HENRIQUE SPADOTI

CO-ORIENTADOR:

PROF. DRA. LÚCIA AKEMI MIYAZATO
SAITO

FOLHA DE APROVAÇÃO:

Prof. Dr. José Antônio Justino Ribeiro

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

Prof. Dr. Roberto Shigueru Nobuyasu Junior

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

Prof. Dr. Samuel Baraldi Mafra

INSTITUTO NACIONAL DE TELECOMUNICAÇÕES

Prof. Dr. Jhonattan Córdoba Ramírez

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Prof. Dra. Lúcia Akemi Miyazato Saito

UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

Prof. Dr. Danilo Henrique Spadoti

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

AGRADECIMENTOS

Antes de mais nada, este trabalho não existiria sem o Lucas Victor Benjamim Vasconcelos. É, em parte, por ele que cheguei até aqui.

Também preciso registrar o agradecimento ao Dr. Benedito Tadeu do Amaral e sua equipe de cirurgia da Santa Casa de Misericórdia de Itajubá, pela sua rápida presteza e prontidão no meu atendimento naquele fatídico 23 de agosto de 2018, após a qualificação deste trabalho. Estarei sempre em débito com esta instituição.

Manifesto também uma gratidão especial pela Prof. Dra. Lúcia Akemi Miyazato Saito, por ter reconhecido em mim, um potencial que eu mesmo desconhecia, e principalmente por dar crédito para o meu trabalho. Agradeço também à Universidade Presbiteriana Mackenzie, ao Mackgraph e toda sua equipe, que me recebeu e tanto me ajudou na conclusão deste trabalho, em especial aos colegas Israel Avansi Marques e Maurício Moderno cujas contribuições foram vitais para esta tese. Também deixo registrado o agradecimento aos professores Dr. Rafael Euzebio Pereira de Oliveira e Dr. Christiano José Santiago de Matos.

Agradeço também aos amigos que acompanharem de perto e contribuíram de alguma forma com este trabalho, Renan Alves do Santos, Andreia Aparecida de Castro Alves, Décio Reno, Gustavo Retucci e Miguel Marques de Paiva Esper. Também, aos professores Jaime Cardenas e Felipe Beltrán Mejía pela enorme contribuição e crédito dados neste trabalho.

Expresso meu mais profundo agradecimento ao meu orientador, Prof. Dr. Danilo Henrique Spadoti, por todo empenho e confiança depositados em mim. Por ter me aceito em seu grupo de pesquisas e ter me permitido evoluir profissionalmente junto ao Laboratório de Telecomunicações.

Registro também a importância que tiveram os professores Dr. Luiz Lenarth Gabriel Vermaas, diretor do Instituto de Engenharia de Sistemas e Tecnologia da Informação

(IESTI) e ao Dr. Tales Cleber Pimenta, coordenador do curso de pós-graduação em engenharia elétrica da Unifei.

Ao professor José Antônio Justino Ribeiro, agradeço muito pelo exemplo e inspiração sempre presentes em cada etapa deste trabalho, e de todos os outros que ainda desenvolverei. Também por todas as equações abertas e as horas de explicações sobre os fenômenos físicos que regem boa parte deste trabalho.

Finalmente, agradeço à minha querida mãe, a dona Maria Aparecida Lobão da Silva, que me ensina todos os dias que não existem desafios que não possam ser superados. E ao, meu saudoso pai, o senhor Paulo Sérgio Fré, que apesar de ter me deixado pra trás bem no meio desta caminhada, segue me mostrando todos os dias que o esforço de um bom trabalho sempre vale à pena no final.

Pelas bolsas de estudo, agradeço à CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, à OneRF e à Time Energy.

Quisera eu, poder ser avaliado aqui pelos meus feitos, contribuições e atividades que desenvolvi, ou ajudei a desenvolver nestes 52 meses de doutoramento, para o Laboratório de Telecomunicações e o time ao qual tive orgulho de fazer parte.

*“Aqueles que passam por nós, não
vão sós, não nos deixam sós.
Deixam um pouco de si, levam um
pouco de nós.”*

Antoine de Saint-Exupéry

RESUMO

Este trabalho apresenta uma alternativa para moduladores que operam na faixa dos THz. Neste caso foi utilizado um guia de ondas de abertura de baixa perdas para obtenção da estrutura final. Como a interação entre o sinal modulante e a onda THz ocorre ao longo do comprimento da estrutura, o desempenho da estrutura se mostra substancialmente melhor que os moduladores convencionais baseados em materiais bidimensionais. Duas estruturas diferentes foram estudadas para obtenção do modulador: um guia de ondas baseado em silício com excitação por bombeio óptico e um guia de onda que utiliza grafeno e controlado eletricamente. A profundidade de modulação obtida foi maior que 10 dB com uma largura de banda de 200 GHz, tornando o dispositivo obtido adequado para operações em telecomunicações em THz. A estrutura resultante é compatível com projetos SoI (*Silicon on Insulator*)

ABSTRACT

This work presents an alternative THz-modulator, using a low-loss slotted waveguide. The interaction between THz-signal and the optical carrier wave is performed along the modulator length, which is substantially greater than the conventional bi-dimension modulators. Two different structures were studied in order to obtain the modulator: a silicon based photo-excited waveguide, and a graphene based electrically controlled waveguide. The modulation depth is greater than 10 dB with a 200 GHz of bandwidth, enabling the device to telecommunication operations in THz frequencies. Moreover, this works results in an integrated silicon on insulator compatible design.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Contextualização	1
1.2	Objetivo	3
1.3	Contribuições	4
1.4	Estrutura do documento	5
2	Teoria de guias de ondas para THz	7
2.1	O guia de ondas de confinamento no menor índice de refração	7
2.2	Perdas em guias de ondas LID	21
2.3	Comentários sobre o Capítulo	25
3	Modulação de ondas no infra-vermelho distante	26
3.1	Efeito eletro-óptico	27
3.2	Efeito foto-condutivo	30
3.2.1	Eficiência Quântica	32
3.2.2	Condutividade	34
3.3	Eletro-absorção utilizando grafeno	40
3.3.1	Largura de banda, tensão de ativação e espessura do dielétrico	45
3.3.2	Condutividade	49
3.4	Comentários sobre o capítulo	50
4	Projeto de um modulador de amplitude para Ondas THz	52
4.1	Guia LID com barras de silício nas paredes	54
4.2	Guia LID com paredes de silício	58
4.3	Análises de desempenho	62
4.3.1	Fator de Confinamento e Profundidade de Modulação	62
4.3.2	Linearidade	65
4.3.3	Modelagem da função de transferência por funções exponenciais	66
4.3.4	Modelagem da função de transferência por função polinomial	72
4.4	Guia LID com grafeno	76

4.5	Comentários sobre o Capítulo	81
5	Conclusões e trabalhos futuros	83

Lista de Tabelas

1	Tipos de modulação exploradas neste trabalho.	27
2	Parâmetros geométricos e eletromagnéticos da estrutura apresentada.	55
3	Parâmetros geométricos do guia de ondas LID.	59
4	Coefficientes da função exponencial do ajuste de curvas.	67
5	Coefficientes da série de Taylor para diferentes eficiências quânticas.	69
6	Distorções de Harmônicos para diferentes eficiências quânticas.	70
7	Coefficientes das funções polinomiais de ajuste das curvas da função de transferência do modulador.	72

Lista de Figuras

1	Divisão do espectro eletromagnético por aplicação.	2
2	Trajatória e etapas do desenvolvimento deste trabalho ao longo do tempo. .	6
3	Representação do fenômeno conhecido como reflexão interna total, do inglês <i>Total Internal Reflection</i> , ou TIR.	8
4	Representação do fenômeno conhecido como reflexão interna total.	9
5	Definições geométricas para os guias de onda do tipo LID. (a) Disposição do guia de onda ao longo dos eixos, com a definição de cada uma das suas regiões. (b) Corte transversal do guia de ondas, com suas interfaces definidas em pontos específicos sobre o eixo x	11
6	Vetores dos campos elétrico e magnético para as polarizações TE e TM, em um guia de onda de abertura do tipo LID.	14
7	Comparação visual entre a estrutura típica utilizada em guias de ondas retangulares comuns, e o modelo de guia por abertura do tipo LID. Esta figura a apresenta apenas disposição dos materiais em um corte bidimensional das estruturas.	23
8	Modos de propagação no guia de ondas do tipo LID. (a) Solução gráfica da equação de autovalor, (45). (b) Modo de propagação transversal elétrico para $\beta = 2,2966 \times 10^5$ rad/m.	23
9	Componente normalizada de campo elétrico, E_y , em um guia de onda LID.	24
10	Componente normalizada do vetor de Poyting na direção de propagação, z , considerando duas configurações de guias de ondas. (a) Guia de onda retangular com funcionamento por reflexões totais internas. (b) Guia de onda de abertura do tipo LID.	25
11	Esquema geral de um modulador de amplitude por efeito eletro-óptico. . .	27
12	Estrutura básica de um modulador eletro-óptico em guia de ondas. (a) visão geral. (b) Corte transversal da estrutura em que se vê a interação entre campo elétrico oriundo dos eletrodos e o núcleo do guia feito de material eletro-óptico.	28

13	Componente transversal do campo elétrico confinado em guia de onda retangular com variação do índice de refração no núcleo. (a) $n = 2, 0$, (b) $n = 1, 75$, (c) $n = 1, 5$	28
14	Componente transversal do campo elétrico confinado em guia de onda LID com variação do índice de refração nas paredes da estrutura. (a) $n = 3, 6$, (b) $n = 3, 4$, (c) $n = 3, 1$	29
15	Esquema geral de foto-deteção. (a) Conceito de fotodeteção utilizando cristal semiconductor. (b) Aplicação do mesmo conceito para modular a onda THz em amplitude.	31
16	Coeficiente de absorção em função do comprimento de onda, para diferentes materiais semicondutores.	33
17	Absorção de um fóton por um átomo de silício, liberando um elétron para a banda de condução.	35
18	Permissividade elétrica do plasma, ou seja, a parte real de (67), considerando algumas relações entre ω_p e ν_c	36
19	Condutividade do plasma para diferentes relações entre ω_p e ν_c	38
20	Modelo utilizado para calcular a condutividade do guia onda a fim de estabelecer a relação entre os parâmetros de modulação com as características do sinal modulante. (a) Geometria utilizada no modelo matemático desenvolvido. (b) Neste caso, a potência e o comprimento de onda do sinal óptico modulante, liberam elétrons conforme se propaga ao longo de um guia retangular de silício. (c) Em se tratando do guia LID, cada uma das paredes da estrutura pode ser considerada um guia de onda retangular distinto sob o ponto de vista do sinal óptico modulante.	39
21	Visão geral do funcionamento da estrutura proposta neste trabalho.	40
22	Exemplo de um modulador óptico utilizando plataforma SOI. (a) Estrutura básica. (b) Diagrama de coeficiente de absorção mostrando a modificação do limiar de condução para um mesmo comprimento de onda, considerando dois valores de campo elétrico externo de excitação, E_1 e E_2	41
23	Visão geral de modulador em guia de onda aplicando duas folhas de grafeno.	42

24	Visão geral de modulador em guia de onda aplicando duas folhas de grafeno.	43
25	Evolução do projeto de modulador em guia de onda do tipo LID. (a) Primeira versão que utilizava barras de silício dentro das paredes do guia como meio ativo. (b) Detalhe da barra de silício construído no interior de cada parede do guia LID. (c) Evolução do projeto que considerava toda a parede do guia LID como sendo de silício, aprimorando o confinamento da onda na região de ar, porém tornava o confinamento do sinal óptico modulante muito fraco. (d) Versão final desta estrutura com algumas melhorias para elevar o fator de confinamento e melhorar a interação entre o sinal óptico modulante e a onda THz. (e) Forma do campo elétrico da onda THz, considerando os dois estados de excitação das paredes do guia, sendo "ON"o guia sem qualquer excitação, permitindo a passagem da onda THz e "OFF"considerando as paredes excitadas com sinal óptico de bombeio, e por estarem mais condutivas, reduzem o confinamento da onda THz. . . .	53
26	Visão geral do modulador de amplitude em THz proposto utilizando guias de ondas LID de baixa perda, com barras de silício em suas paredes. (a) Estrutura utilizada com seus parâmetros geométricos. (b) Modelo computacional utilizado.	54
27	Detalhe das barras de silício no interior das paredes do guia de ondas LID, que atuam como meio ativo quando excitadas com feixe óptico.	55
28	Condutividade elétrica da barra de silício com $1 \mu\text{m}^2$ em função da potência óptica acoplada, variando entre 0 e 3 mW. Como não se definiu um valor para a taxa de colisão ν_c do silício, foram traçadas cinco curvas diferentes, supondo diferentes relações entre ω_p e ν_c	56
29	Vetor de Poynting na direção de propagação (eixo z), vistas à esquerda. Componente transversal de campo elétrico E_y , vistas à direita, considerando diferentes valores de condutividade como resultado do acoplamento de sinal óptico nas barras de silício. (a) $\sigma = 0$ [S/m]. (b) $\sigma = 10$ [S/m]. (c) $\sigma = 100$ [S/m]. (d) $\sigma = 1000$ [S/m].	57

30	Guia de ondas obtido à partir de melhorias feitas na versão com barras de silício nas paredes. Neste caso adotou-se paredes inteiramente de silício, tendo a sílica como substrato. A região em vermelho ao centro é onde a maior parte da energia da onda THz se propaga.	59
31	Densidade de potência normalizada da seção transversal do guia LID considerando iluminação das paredes de silício.	59
32	Condutividade de cada parede de silício do guia LID utilizado. Valores obtidos considerando diferentes eficiências quânticas (η_q).	60
33	Modo de propagação da onda THz considerando duas possibilidades de condutividade elétrica. (a) Campo elétrico considerando condutividade nula na parede do guia. (b) Campo elétrico considerando aplicação de sinal óptico nas paredes do guia, elevando a sua condutividade para 10^3 S/m. (c) Vetor de Poynting na direção de propagação na condição de condutividade nula. (d) Vetor de Poynting na direção de propagação na condição de bombeio óptico, com condutividade elevada, $\sigma = 10^3$ S/m	61
34	Definição das regiões de integração para o cálculo do fator de confinamento, Γ . A região Azul consiste em todo o domínio computacional e a região vermelha consite na região de ar delimitada pelas paredes do guia LID. . .	62
35	Fator de confinamento em função da frequência, considerando o valor máximo e mínimo de condutividade elétrica em alusão aos dois estados de excitação considerados nesta análise.	63
36	Fator de Confinamento e a Condutividade Elétrica em função da potência óptica efetivamente aplicada às seções transversais das paredes de silício do guia LID apresentado.	64
37	Profundidade de modulação obtida à partir da relação entre os fatores de confinamento em cada um dos estados de excitação.	65
38	Função de transferência do modulador apresentado: Fator de confinamento, Γ , em função da potência óptica efetivamente acoplada, P_{opt} , da entrada do modulador.	66

39	Função de transferência do modulador projetado para diferentes eficiências quânticas, com comparação entre as curvas obtidas por simulação e seus ajustes por função exponencial.	67
40	Erros inerentes ao processo de ajuste de curvas.	68
41	Erro médio para diferentes valores de eficiência quântica, η_q	68
42	Componentes dos harmônicos de ω_o	70
43	Fator de linearidade, DH%, em função da Eficiência Quântica, η_q	71
44	Função de transferência do modulador projetado para diferentes eficiências quânticas, com comparação entre as curvas obtidas por simulação e seus ajustes por função polinomial.	73
45	Erros inerentes ao processo de ajuste de curvas por meio de expressão polinomial.	74
46	Erro médio do ajuste de curvas por função polinomial, para diferentes valores de eficiência quântica, η_q	75
47	Modulador de amplitude em guia de onda do tipo LID, adaptado para o uso de grafeno. (a) Dimensões das paredes do guia. (b) Geometria da região vazia ao centro, com destaque para aplicação do óxido de alumínio e as folhas de grafeno.	77
48	Distribuição de campo elétrico pela secção transversal do guia de ondas LID.	77
49	Relações entre as grandezas envolvidas no projeto de um modulador em guia de ondas LID utilizando grafeno, em função da relação que existe entre a largura do guia de onda e o comprimento de onda, $r = w/\lambda$.(a) Relação entre a espessura do dielétrico, d , e r . (b) Relação entre a tensão mínima de operação do modulador em função de r . (c) Constante que relaciona a frequência de operação com a tensão de ativação, K , em função de r	78
50	Nível de Fermi E_f e Condutividade elétrica σ do grafeno em função da tensão aplicada entre as folhas, para a frequência de 1 THz.	79

51	Absorbância e Transmitância do dispositivo proposto. Valores apresentados em função da tensão de ativação V_g , para a frequência de 1 THz.	80
52	Principal resultado que demonstra o desempenho do modulador em guia de onda utilizando grafeno. Trata-se da Transmitância (a) e Absorbância (b) em função da frequência, para diferentes valores de condutividade elétrica, σ , obtidos por meio de (87). Variam entre 60 e 6000 μS , produzidos pelas tensões de ativação, V_g , respectivamente, entre os valores de 1,7 e 12 V.	81
53	Influência da largura de banda sobre a profundidade de modulação do dispositivo projetado.	82
54	Comparação entre os moduladores simulados: a estrutura em silício acima e a estrutura com grafeno abaixo.	84
55	Diagrama de blocos genérico de sistemas de comunicação.	93
56	Espectro de $ v(t) $, sendo (a) $v(t)$ um sinal passa base e (b) um sinal passa-faixa.	94
57	Sinal de saída vs. entrada em um amplificador real.	104

ABREVIACOES

- LID *Low Index Discontinuity.*
- TE Polarização Transversal Elétrica.
- TIR *Total internal reflection.*
- TM Polarização Transversal Magnética.
- PML *Perfect Matched Layer.*

SÍMBOLOS

β	Fator de Propagação.
$A_{1,2,3,4}$	Amplitude do campo elétrico em cada região do guia de ondas.
A, B, C	Cada região do guia de ondas LID.
A_i	Área iluminada na superfície de um semicondutor.
a, b	Interfaces de separação entre meios em guias de ondas LID.
$C_{1,2}$	Coefficiente de amplitude na solução da equação de onda.
C_e	Concentração de cargas no plasma.
DH	Distorções de harmônicos <i>Harmonic Distortion</i> .
DIM	Distorção de Intermodulação <i>Intermodulation distortion</i> .
DMC	Distorção por modulação cruzada.
$\vec{D}_{A,B,C}$	Fluxo elétrico em cada região do guia de ondas LID.
E_f	Energia do fóton.
$\vec{E}_{x,y,z}$	Cada componente do campo elétrico.
f	Qualquer valor de frequência.
$\vec{E}_{x,y,z}$	Cada componente do campo magnético.
k_0	Amplitude do vetor de onda no vácuo.
$n_{a,b,c}$	Índice de refração em cada região do guia de ondas LID.
N_e	Quantidade de elétrons por unidade de tempo.
N_f	Quantidade de fótons por unidade tempo.
$R_{1,2,3,4,5}$	Cada região de um guia de ondas de abertura.
P_v	Potência normalizada de $v(t)$.
P_o	Potência óptica.
S_o	Densidade de potência óptica.
$v(t)$	Forma de onda de qualquer sinal de tensão.
$v_i(t)$	Forma de onda de qualquer sinal de tensão na entrada de um sistema.
$v_o(t)$	Forma de onda de qualquer sinal de tensão na saída de um sistema.
$\gamma_{a,c}$	Fatores de atenuação nas regiões do guia de ondas LID.

λ	Comprimento de onda.
λ_{THz}	Comprimento de ondas da portadora em THz.
κ_b	Fator de propagação no guia de ondas LID.
ν_c	Taxa de colisão do plasma (inverso do tempo de espalhamento).
σ	Condutividade elétrica.
σ_p	Condutividade elétrica do plasma sólido.
τ	Tempo de espalhamento.
ε_1	Parte real da permissividade elétrica do plasma.
ε_2	Parte imaginária da permissividade elétrica do plasma.
ε_p	Permissividade elétrica do plasma.
ε_r	Permissividade elétrica relativa.
η_q	Eficiência Quântica.
ω	Frequência angular.
ω_p	Frequência angular do plasma.

FUNÇÕES MATEMÁTICAS, OPERADORES E CONSTANTES

$\Re(Z)$	Parte real do número complexo Z .
$\Im(Z)$	Parte imaginária do número complexo Z .
$\mathcal{R}_v(\tau)$	Função de autocorrelação de $v(t)$.
$\mathcal{P}_v(f)$	Densidade espectral de potência de $v(t)$.
$\mathcal{M}\{v(t)\}$	média temporal de $v(t)$. Em que, $\mathcal{M}\{v(t)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-x}^x v(t) dt$.
$\mathcal{F}\{v(t)\}$	Transformada de Fourier de $v(t)$, resultando em $V(f)$
$\mathcal{F}^{-1}\{V(f)\}$	Transformada inversa de Fourier de $V(f)$, resultando em $t(t)$.

$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{F}{m}$	Permissividade elétrica do vácuo.
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m}$	Permeabilidade magnética do vácuo.
$c = 2.99792458 \times 10^8 \frac{m}{s}$	Velocidade de luz no vácuo.
$\hbar = 6.62607004 \times 10^{-34} \frac{m^2 kg}{s}$	Constante de Planck.

1 Introdução

1.1 Contextualização

Ondas eletromagnéticas com frequências compreendidas entre 0,1 e 10 THz, têm sido aplicadas para diferentes propósitos desde da invenção dos sistemas de rádio. Comumente chamadas apenas por ondas THz, ou do inglês, *Terahertz waves*, este tipo de irradiação é mais recorrente em aplicações como rádio-astronomia e imagens de espectroscopia. Isto se deve ao fato de que a maioria dos meios materiais são altamente absorventes nesta faixa de frequência, deixando assinaturas distintas de espectrogramas. A utilização desta região do espectro para propósitos de telecomunicações só viria a acontecer no início do século XX. Alguns problemas enfrentados pela engenharia de telecomunicações tornaram o uso das ondas THz inviável ou inconveniente, antes dos avanços nas tecnologias de materiais e processos de fabricação observados na última década. [1, 2] Por se tratarem de frequências mais elevadas do que as utilizadas em sistemas de comunicação de micro-ondas, como se vê na Fig. 1 não era possível utilizar os mesmos modelos, equipamentos e soluções para desenvolver sistemas em THz. Da mesma forma, por apresentarem comprimentos de onda mais longos que os utilizados em sistemas de comunicações ópticas, os avanços desta ciência nem sempre podiam ser incorporados aos modelos de comunicação em THz. Ainda assim, é mais comum encontrar modelos de sistemas em THz derivados das comunicações ópticas ou da fotônica. Além disso, existe ainda uma falta de equipamentos capazes de produzir ondas THz com elevada pureza espectral em toda a sua extensão. [3, 4] Os equipamentos para medição e análise capazes de operar nesta faixa de frequência também contribuem para dificultar os avanços de tecnologias de comunicação em THz.

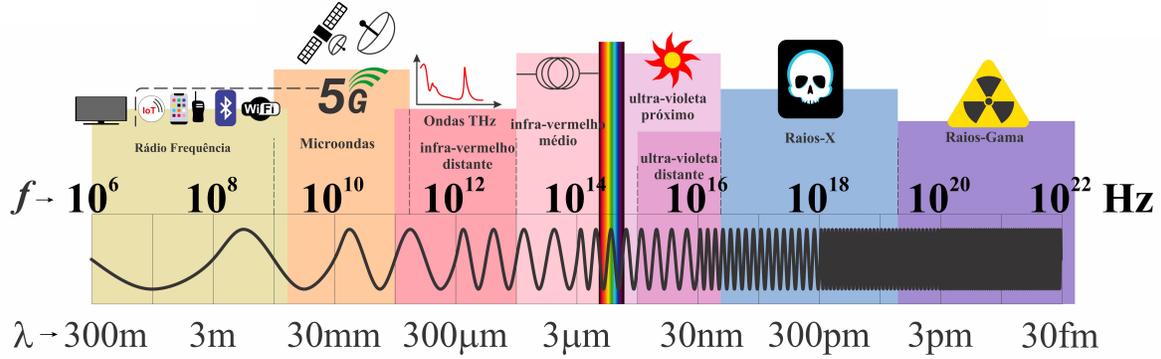


Fig. 1: Divisão do espectro eletromagnético por aplicação.

Até o início deste trabalho, era difícil encontrar informações sobre as propriedades eletromagnéticas dos materiais mais utilizados nos sistemas de comunicações ópticas para esta região específica do espectro. Parâmetros como permissividade dielétrica e tangente de perdas aparecem em menções esparsas, tal como demonstra Hejase *et al.* [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]. Em seu trabalho, Hejase define estes parâmetros apenas para a frequência de 1 THz para alguns materiais de origem natural ou polímeros sintéticos. Entre os materiais mais utilizados em fotônica, tem-se óxido de silício (SiO_2), niobato de lítio (LiNbO_3), arseneto de gálio (GaAs) e arseneto de índio e gálio (InGaAs). Entre os materiais mais utilizados em sistemas de rádio-freqüência tem-se, fosfeto de índio (InP), policarbonato (PC), polietileno de alta densidade (HDPE), polipropileno (PP) tereftalato de polietileno (PET) e fibra de vidro (FR4). Pelo fato de serem materiais dielétricos ou semicondutores, há indícios de um potencial uso para propósitos de telecomunicações na região dos THz. Esta afirmação é verificada por Atakaramians, *et al.* [12], que apresenta um minucioso trabalho de revisão enfatizando vantagens no uso de materiais dielétricos ante os metais, no que se refere ao desempenho dos sistemas de comunicação e as técnicas de fabricação de guias de ondas adequadas para operações em THz.

Em seu trabalho, Mitrofanov *et al.* [13], demonstra que as resistências ôhmicas dos meios materiais condutores são muito elevadas em THz, enquanto que os materiais dielétricos não são transparentes o suficiente para construir guias de ondas eficientes. Esta característica é recorrente em outras publicações, como apresentam Mastura e Bowden *et al.* [14, 15], levando a crer que o projeto de guias de ondas com núcleo oco são alternativas

viáveis para o desenvolvimento de dispositivos para telecomunicações em THz. Contudo, o ar ou vácuo no interior dos guias de ondas apresentados por Mitrofanov, *et al.* [13], não são meios ativos em termos eletromagnéticos. Isto torna impossível conceber um dispositivo de telecomunicações baseando-se somente neste tipo de estrutura. Por não serem meios ativos, não alteram as suas propriedades eletromagnéticas quando sujeitos a fenômenos externos. Exemplos destes fenômenos são os efeitos piezo-elétrico, foto-elétrico, foto-voltaico, eletro-óptico, eletro-absorção entre outros. Portanto, para desenvolver um modulador para a faixa de THz, é necessário associar um material ativo em termos eletromagnéticos aos guias de ondas de núcleo oco, de modo a aproveitar as baixas perdas impostas pelo ar (ou vácuo).

Outros autores também observaram problemas no uso de materiais mais apropriados para o confinamento de ondas THz do que o ar ou vácuo. De acordo com Navarro *et al.* [16, 17, 18], estes materiais, se existirem, ainda não foram descobertos ou sintetizados. Além disso, trabalhos como o de Matsuura e Navarro *et al.* [14, 15, 16, 17, 18] ressaltam problemas no uso de guias de ondas de baixa perda, que são o parecimento de modos de propagação de alta ordem, principalmente devido às grandes dimensões do núcleo oco, em relação aos comprimentos de ondas. A maioria dos guias de ondas de núcleo oco são multimodo, e cada modo se propaga com um fator de propagação diferente, assim é necessário encontrar um equilíbrio entre o número de modos suportados pelo guia e as dimensões da região de ar. Por este motivo os guias de onda de abertura, ou do inglês, *slotted waveguide*, apresentam um grande potencial para o desenvolvimento de dispositivos desta natureza, pois seu projeto envolve dimensões de núcleo menores que o comprimento de onda. Este tipo de guia de onda, é referenciado na literatura como *subwavelength waveguide*, e será a base do dispositivo desenvolvido neste trabalho [19, 20].

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modulador para operações em THz em guias de ondas de baixas perdas. Serão investigadas a modulação efeito fotocondutivo em silício e também por eletro-absorção utilizando o grafeno como meio ativo.

1.3 Contribuições

Ao longo de seu desenvolvimento este trabalho rendeu algumas publicações:

SANTOS, R. A.; Fré, G. L.; SILVA, L. G. ; PAIVA, M. C.; SPADOTI, D. H. *Ultra-Wideband Dielectric Lens Antennas for Beamsteering Systems*. International Journal of Antennas and Propagation, v. 2019, p. 1-8, 2019.

SANTOS, R. A. ; Fré, G. L. ; SPADOTI, D. H. . *Technique for constructing hemispherical dielectric lens antennas*. Microwave and Optical Technology Letters, v. 61, p. 1349-1357, 2019.

SANTOS, R. A. ; FRE, G. L. ; MEJIA, F. B. ; SPADOTI, D. H. . Reconfigurable Hemispherical Dielectric Lens Antennas in MM-Waves. In: 2018 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2018, Cartagena des Indias. 2018 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2018. p. 456.

SANTOS, R. A. ; FRE, G. L. ; MEJIA, F. B. ; SPADOTI, D. H. . Dual Millimeter Wave Reconfigurable Dielectric Lens Antenna. In: 2018 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2018, Cartagena des Indias. 2018 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2018. p. 489.

FRE, G. L.; SPADOTI, D. H.; MEJIA, F. B. *THz Electro-Absorption Modulator*. 2018 SBFoton International Optics and Photonics Conference (SBFoton IOPC), 2018, Campinas. 2018 SBFoton International Optics and Photonics Conference (SBFoton IOPC), 2018. p. 1.

FRE, G. L.; MEJIA, F. B.; PIMENTA, T. C. ; SPADOTI, D. H. *Low loss air channel modulator for ultra high frequency operation*. 2018 IEEE 9th Latin American Symposium on Circuits & Systems (LASCAS), 2018, Puerto Vallarta. 2018 IEEE 9th Latin American Symposium on Circuits & Systems (LASCAS), 2018. p. 1.

ESPER, M. M. de P.; CARVALHO, T. H.; FRE, G. L. S.; CARRANZA, P. D. B.; POSSATTO, H. M.; SPADOTI, D. H. *Sistema de medição automática em redes sem fio para Internet das Coisas (IoT)*. MOMAG 2020 – 19°SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 14°CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, 2020. p. 1.

CARVALHO, T. H.; HIROTA F. Y.; FRE, G. L. S.; ESPER, M. M. de P.; SPADOTI, D. H. *Análise de Consumo de Energia de Dispositivo Classe A em Rede LoRaWAN*. MOMAG 2020 – 19°SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 14°CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, 2020. p. 2.

1.4 Estrutura do documento

Os trabalhos abarcados por esta tese se iniciaram no ano de 2016, em que tendências apontavam para o uso do espectro de THz para aplicações de telecomunicações, especificamente para conectividade sem fio de alta vazão para redes de curto alcance, tal como apresentado na seção anterior [21]. Estudos preliminares indicaram que a maior parte das aplicações em THz, como é o caso da espectroscopia, lidam com esta irradiação em espaço livre. Foi necessário, então, considerar o estudo e desenvolvimento de uma estrutura capaz de confinar as ondas THz, de modo que não se impusessem altas perdas. O estudo considerou utilizar guias de ondas de abertura com núcleo oco combinados com materiais eletromagneticamente ativos a fim de que se pudesse produzir efeitos de interferência na onda propagante.

Algumas possibilidades foram consideradas, começando pela variação da fase da onda guiada, seguindo pela absorção à partir de bombeio óptico e, finalmente, a sua absorção pela aplicação de campo elétrico externo. A primeira hipótese, apesar de ser teoricamente viável, fora descartada considerando que o efeito eletro-óptico não ocorre na região dos THz de modo a satisfazer as necessidades do projeto, como é descrito no Capítulo 3. A alternativa de modular uma portadora em THz aplicando bombeio óptico externo se mostrou promissora, pois dependia de uma característica dos semicondutores de absorver fótons em certas regiões do espectro óptico. Neste caso considerou-se construir partes da estrutura em silício de modo a causar a interação entre a onda THz e o semiconductor, produzindo assim, o efeito de modulação desejado. Esta arquitetura de guia de onda se mostrou eficaz em termos computacionais, com algumas vantagens do ponto de vista construtivo, pois eram relativamente pouco complexas e utilizava somente silício e óxido de silício no seu projeto, que eram materiais comuns para dispositivos integrados. Apesar disso, a sua construção não seria possível utilizando as técnicas de fabricação mais atuais. Algumas alterações no projeto inicial foram feitas com o intuito de viabilizar a fabricação do dispositivo, contudo nenhuma delas se mostraria eficaz considerando um cenário real de operação. A alternativa ao final desta etapa foi considerar materiais mais nobres do que o silício na concepção do dispositivos.

Como se vê no Capítulo 3, diversos estudos sobre moduladores em THz recorriam

ao grafeno de modo a obter os resultados desejados. Com isso, este trabalho passa a considerar o uso de grafeno. Foi então realizado um estudo sobre moduladores ópticos em guias de ondas e a possibilidade de sua adaptação para a região dos THz. A utilização de grafeno tinha potencial para resolver os problemas de fabricação levantados e, ao mesmo tempo, tornar o projeto da estrutura mais simples. Algumas medidas foram tomadas com o intuito de reduzir algumas de suas dimensões, e com isso diminuindo a área de grafeno necessária para validar a hipótese de um modulador THz por eletro-absorção utilizando grafeno. A Fig. 2 ilustra as etapas do desenvolvimento deste trabalho.

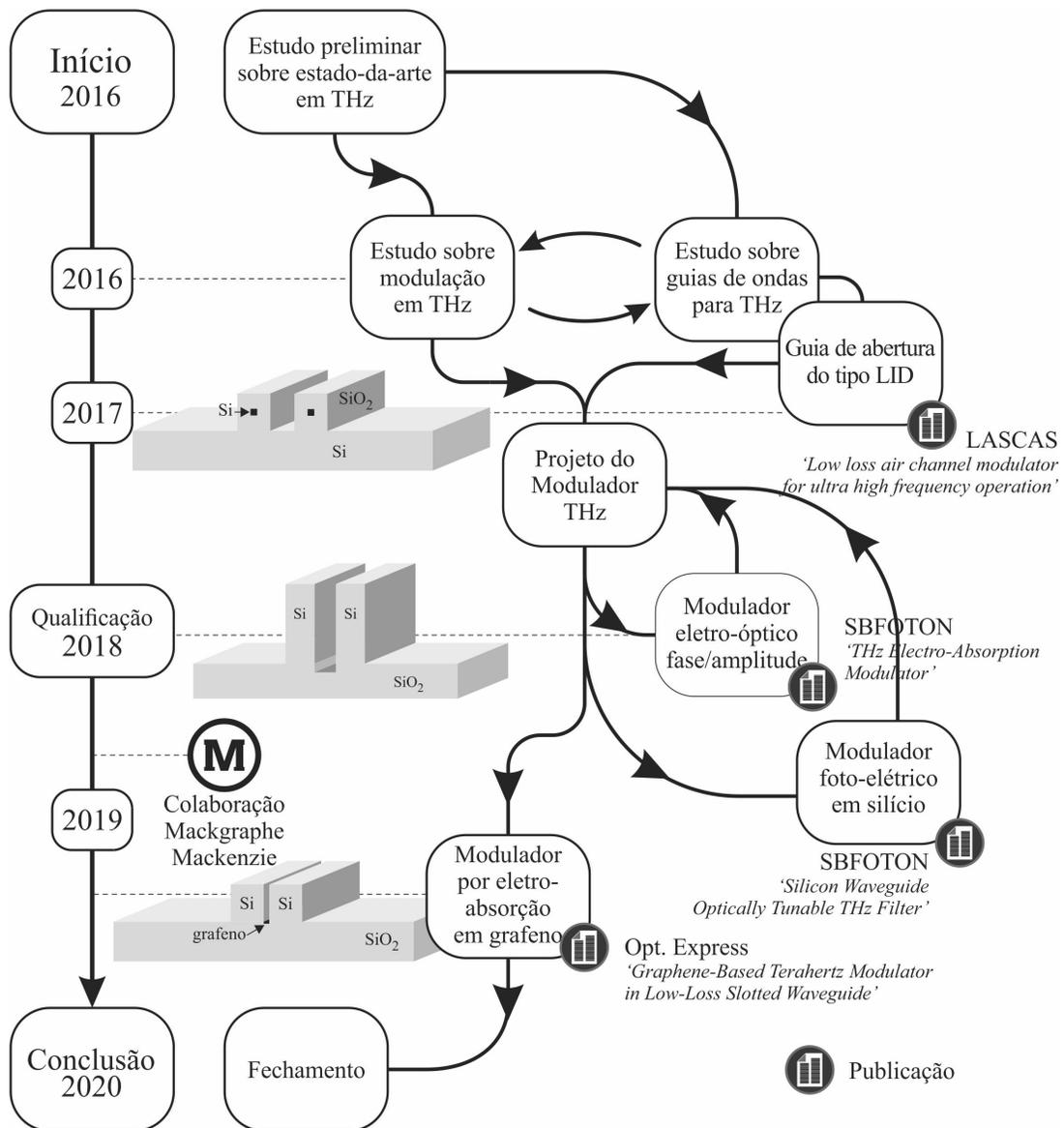


Fig. 2: Trajetória e etapas do desenvolvimento deste trabalho ao longo do tempo.

2 Teoria de guias de ondas para THz

Como apresentado na sessão anterior, a propagação de ondas THz sofre com perdas por absorção em praticamente qualquer meio de propagação material. Deste modo, o ar e o vácuo acabam sendo os meios de propagação mais recorrentes na literatura sobre guias de ondas em THz. Contudo, estes meios por si só não possibilitam efeitos de modulação sobre a onda propagante. Neste Capítulo é feito um estudo sobre os guias de ondas de núcleo oco, de modo a indicar possíveis formas de associar materiais eletromagneticamente ativos à estrutura.

2.1 O guia de ondas de confinamento no menor índice de refração

Em guias de ondas convencionais, como os guias cilíndricos (fibras ópticas) o confinamento da onda em seu interior se dá por reflexão interna total, do inglês, *Total Internal Reflection*, ou TIR. Neste caso, é preciso obter um ajuste muito preciso dos índices de refração de cada região do guia, e do ângulo de incidência. Para garantir um confinamento eficiente entre as camadas do guia, deve-se certificar que os ângulos com que a luz incida sobre as interfaces núcleo-casca não superem o ângulo crítico. Deste modo a luz é confinada por meio das sucessivas reflexões nesta interface. Isto é mostrado na Fig. 3 [22]. Também é necessário definir os modos de propagação para diferentes polarizações da onda. Neste caso, a maior parte da energia da onda se encontra na região definida como núcleo, que possui necessariamente o maior dos índices de refração. É exatamente por este motivo que este tipo de guia de onda se faz inadequado para aplicações em THz, pois não é conveniente admitir que a maior parte da onda se desloque sobre um meio material, onde haverá efeitos dissipativos mais evidentes.

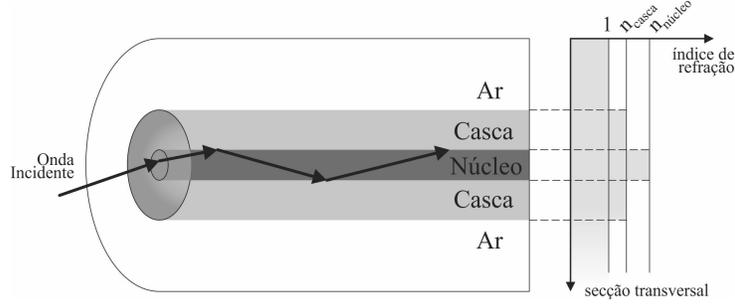


Fig. 3: Representação do fenômeno conhecido como reflexão interna total, do inglês *Total Internal Reflection*, ou TIR.

Contudo, guias de ondas de núcleo oco, do inglês, *hollow core-waveguide*, têm a característica de confinar a maior porção da energia de uma onda em uma região vazia. Neste trabalho, é estudada a estrutura apresentada por Almeida, *et al.* [23], que não utiliza o princípio das reflexões internas totais para confinar a onda na região vazia. Neste caso, o que intensifica a amplitude da onda nesta região é o contraste entre os índices de refração, como será apresentado à seguir. Por este motivo esta estrutura ficou conhecida na literatura técnica como LID, do inglês, *Low Index Discontinuity*. Para entender o funcionamento desta estrutura como guia de ondas, deve-se considerar a componente de deslocamento elétrico perpendicular às interfaces entre as paredes do guia e o seu núcleo oco. Esta componente do deslocamento elétrico será chamada de \vec{D}_n , por estar normal à superfície de separação entre os dois meios (material, na parede do guia, e o ar no núcleo). Para compreender o funcionamento, é razoável admitir que não haja concentrações de cargas em nenhum dos meios, então, tem-se [24, 25, 26, 27]:

$$\vec{D}_n = \varepsilon_r \vec{E}_n \quad (1)$$

sendo ε a permissividade dielétrica do meio em que se encontra o campo elétrico, relaciona-se com o índice de refração por [25]

$$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}. \quad (2)$$

Admitindo que o meio seja não magnético e sem perdas, é possível admitir que $\varepsilon_r = n^2$. De acordo com a teoria eletromagnética, a componente de deslocamento elétrico normal

à interface entre dois meios é contínua, nestas condições. Portanto, a componente de campo elétrico será maior, no meio de menor índice de refração. Se forem considerados dois meios, sendo um deles composto de um material qualquer e o outro o ar, pode-se considerar que

$$\vec{D}_{n,m} = \vec{D}_{n,ar} \quad (3)$$

em que, $\vec{D}_{n,m}$ denota o fluxo elétrico normal a interface de separação no meio material, e $\vec{D}_{n,ar}$ se refere a mesma grandeza, porém no ar.

$$n_m^2 \vec{E}_{n,m} = n_{ar}^2 \vec{E}_{n,ar} \quad (4)$$

$$\frac{\vec{E}_{n,m}}{\vec{E}_{n,ar}} = \left(\frac{n_{ar}}{n_m} \right)^2 \quad (5)$$

Como, $n_{ar} = 1$ e $n_m > 1$, o primeiro membro da igualdade vista em (5) será sempre menor que a unidade, indicando que a intensidade de campo elétrico no ar é, necessariamente, maior que no meio material. Nota-se também que o campo elétrico no ar será tão maior quanto maior o contraste entre os índices de refração de cada lado da interface. Esta condição pode ser visualizada na Fig. 4. Esta característica de intensificar o campo elétrico no meio de menor índice é o que favorece o uso deste tipo de guia de onda em aplicações que requerem baixas perdas. E por este motivo, justifica-se a investigação de um modulador THz partindo-se deste modelo de estrutura.

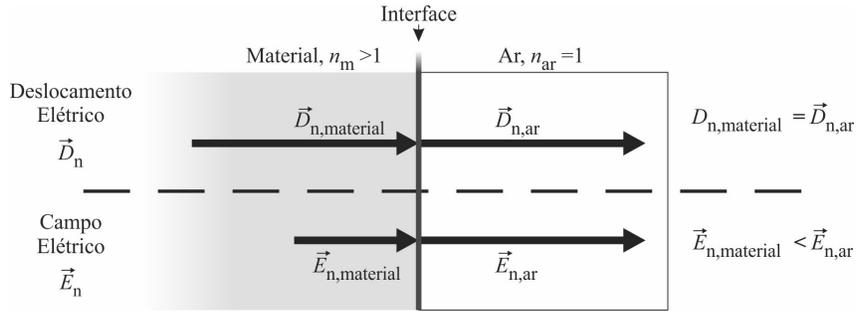


Fig. 4: Representação do fenômeno conhecido como reflexão interna total.

É importante ressaltar que a polarização da onda é crítica para guias de onda LID, pois é preciso que o campo elétrico esteja sempre normal à interface de separação entre os meios de propagação, pois a condição de continuidade de deslocamento elétrico na interface

é somente válida para esta componente. Por este motivo, a polarização mais comumente utilizada é a Transversal Magnética (TM), ainda que alguns autores tenham utilizado a polarização quasi-TE (Transversal elétrica). Em 2009, Leuthold, *et al.* [28], utilizou esta configuração em uma plataforma híbrida de silício e diferentes polímeros para criar um modulador Mach-Zender para comprimentos de ondas próximos de 1550 nm. Este feito não só demonstrou o potencial da estrutura para atingir dezenas de gigabits por segundo, como também sua capacidade de lidar com meios dissipativos.

Em 2010, Ding *et al.* [29], apresentou características interessantes sobre moduladores desenvolvidos à partir de guias de ondas de abertura, não necessariamente do tipo LID. Neste trabalho, é apresentado uma estrutura de grande largura de banda, em torno de 10% da frequência central, de 1THz. Além disso, também se demonstrou baixos valores de $V_\pi L$. Este parâmetro, se refere a tensão necessária para causar uma variação de 180° na fase da onda propagante, ao longo de um comprimento L . Pequenos valores de $V_\pi L$, indicam moduladores compactos. Logo, este modelo de guias de ondas permite projetar estruturas mais compactas se comparadas com as suas equivalentes concebidas à partir de guias de ondas convencionas. Já em 2016, ocorre um salto na evolução na aplicação de guias de ondas de abertura para produção de moduladores ópticos, quando Phatak, *et al.* [20], apresentou um modulador eletro-óptico combinando a estrutura LID com o uso de grafeno sobre uma plataforma de silício. Nenhum destes trabalhos considerou utilizar a estrutura para a faixa de THz, sendo apenas feitas demonstrações nos comprimentos de ondas ópticos.

Contudo, poucos anos antes dos guias LID serem aplicados no desenvolvimento de dispositivos ópticos, em 2006, Nagel, *et al.* [30] haviam verificado o potencial desta estrutura para projetos que visam construir dispositivos de baixas perdas, especificamente para as regiões do espectro definidas como infra-vermelho distante, onde se localizam as ondas THz. De acordo com Nagel, *et al.* [30], uma das grandes vantagens de se trabalhar nessa faixa de frequências com guias LID é que a rugosidade (que é um problema em projetos de dispositivos ópticos) não degrada o desempenho do guia de onda em THz. Isso se deve às geometrias envolvidas, que são várias ordens de grandeza maiores que nos dispositivos ópticos. Além disso, existem algumas vantagens mecânicas para os dispositivos, que

por serem grandes, não necessitam de outras estruturas para servirem de suporte. No entanto, a maior vantagem citada por Nagel, se trata da característica monomodo dos guias de ondas nessa faixa de frequência, pois é relativamente simples produzir estruturas com dimensões menores que o comprimento de onda para a faixa dos THz. Isto resolvia, em parte, os problemas levantados por Mitrofanov, *et al.* [13]: a complexidade devido aos diferentes fatores de propagação para cada modo de propagação suportado. Em 2017, outro avanço foi registrado por Jiang, *et al.* [31], ao apresentarem equações de autovalor para guias LID. Este estudo permitiu relacionar diferentes parâmetros geométricos e polarizações em função dos modos guiados pelos guias de onda do tipo LID.

Nesta seção, é apresentada uma metodologia de projetos para guias de onda do tipo LID, para quaisquer comprimentos de ondas, e posteriormente será feita a sua particularização para os comprimentos referentes a região dos THz. Para tanto, algumas considerações são feitas: as dimensões serão sempre representadas sobre um espaço cartesiano de três dimensões, sendo que o eixo z está sobre a dimensão longitudinal do guia. Qualquer geometria sobre eixo x será transversal ao guia. Nesta etapa do estudo considera-se que a estrutura seja infinita ao longo de y . O plano xy define o modo de propagação. As interfaces de separação entre os meios de propagação estão sempre paralelas ao plano yz . Estas condições podem ser vistas na Fig. 5.(a).

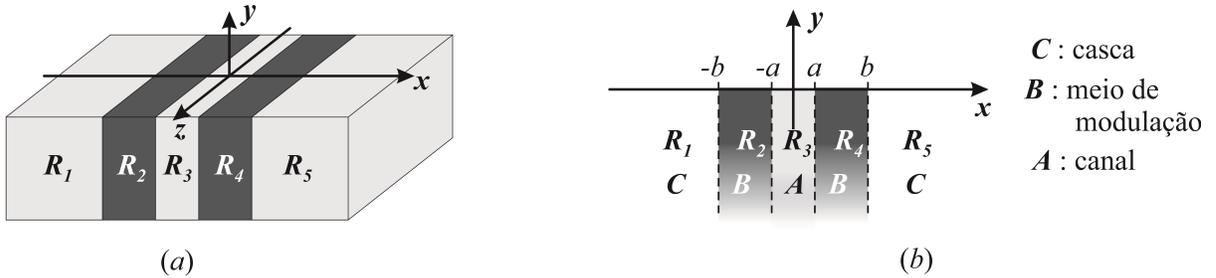


Fig. 5: Definições geométricas para os guias de onda do tipo LID. (a) Disposição do guia de onda ao longo dos eixos, com a definição de cada uma das suas regiões. (b) Corte transversal do guia de ondas, com suas interfaces definidas em pontos específicos sobre o eixo x .

São observadas cinco regiões principais no modelo de guia de onda LID apresentado na Fig. 5.(b). Considera-se que as regiões R_1 e R_5 são eletromagneticamente idênticas e são equivalentes as regiões definidas como “casca” nos guias cilíndricos e retangulares, em que o campo é evanescente. Devido a esta centro-simetria, estas regiões (R_1 e R_5) são

referenciadas pela letra C. A mesma similaridade ocorre entre as regiões R_2 e R_4 , que serão tratadas como “paredes” do guia, ou somente por B. A região central, R_3 é chamada de canal, ou somente será referenciada pela letra A. Como a estrutura apresenta simetria com relação ao plano xz , definido em $x = 0$, os pontos onde se encontram as interfaces entre cada região se definem em $|x| = a$, sendo estas as interfaces entre o canal e as paredes, e $|x| = b$, interfaces entre as paredes e as cascas. Outro parâmetro que ajuda nas deduções é a largura da parede, que se define por:

$$d = b - a \quad (6)$$

A largura do canal, é simplesmente:

$$g = 2a \quad (7)$$

Os índices de refração em cada uma das regiões, neste trabalho, serão representados por:

$$n = \begin{cases} n_a, & \text{se } |x| < a \\ n_b, & \text{se } a \leq |x| < b \\ n_c, & \text{se } |x| \geq b \end{cases} \quad (8)$$

A partir destes valores, é possível descrever o campo elétrico em cada região em função do deslocamento elétrico, recorrendo-se à (1). Tem-se [24, 25]:

$$\vec{D} = \begin{cases} \vec{D}_A = n_a^2 \vec{E}, & \text{se } |x| < a \\ \vec{D}_B = n_b^2 \vec{E}, & \text{se } a \leq |x| < b \\ \vec{D}_C = n_c^2 \vec{E}, & \text{se } |x| \geq b \end{cases} \quad (9)$$

Tal como mencionado anteriormente, não havendo cargas livres, as componentes de deslocamento elétrico devem ser contínuas em cada uma das interfaces [24, 25, 26, 27]. Isto permite estabelecer uma importante condição de contorno para \vec{D}_x em $x = \pm a$ e

$x = \pm b$. Então:

$$\vec{D}_{x,A} = \vec{D}_{x,B} \Big|_{x=\pm a} \quad (10a)$$

$$\vec{D}_{x,B} = \vec{D}_{x,C} \Big|_{x=\pm b}. \quad (10b)$$

Como existem diferentes valores de índice de refração, e as componentes de deslocamento elétrico são contínuas nas interfaces, obviamente, as componentes de campo elétrico não podem ser contínuas. Aplicando a relação desenvolvida em (9) em (10), é possível estabelecer as relações entre as amplitudes dos campos elétricos em cada uma das regiões. Escreve-se:

$$n_a^2 |\vec{E}_x(|x| \rightarrow a^-)| = n_b^2 |\vec{E}_x(|x| \rightarrow a^+)| \quad (11)$$

$$\frac{|\vec{E}_x(|x| \rightarrow a^-)|}{|\vec{E}_x(|x| \rightarrow a^+)|} = \left(\frac{n_b}{n_a} \right)^2 \quad (12)$$

em que, $\vec{E}_x(x \rightarrow a^-)$ representa a componente de campo normal à interface de separação quando $|x|$ tender para a pela direita, e $\vec{E}_x(x \rightarrow a^+)$ são os valores de campo elétrico quando $|x|$ tende à a pela direita. Uma vez que $n_b > n_a$, \vec{E}_x à esquerda é maior que à direita da interface. Isto demonstra como a condição de continuidade do deslocamento elétrico pode levar ao confinamento da onda na região de menor índice de refração, tal como apresentado por Almeida, *et al.* [23]. De modo similar, tem-se na interface em $|x| = b$:

$$\frac{|\vec{E}_x(|x| \rightarrow b^-)|}{|\vec{E}_x(|x| \rightarrow b^+)|} = \left(\frac{n_b}{n_c} \right)^2. \quad (13)$$

Tal como mencionado anteriormente, a descontinuidade do campo elétrico nas interfaces $|x| = a$ e $|x| = b$ só ocorre para a sua componente normal a estas interfaces, ou seja, \vec{E}_x . Por este motivo o funcionamento da estrutura se restringe a polarização transversal magnética. Na polarização transversal elétrica, não existe a componente \vec{E}_x , e por este motivo a estrutura se faz ineficaz neste caso. Estas condições são vistas em detalhes na Fig. 6. Por este motivo, para o projeto do guia de onda, é mais conveniente desenvolver as relações em termos do campo magnético. Facilita-se o desenvolvimento pelo fato de

apenas haver a componente H_y na polarização TM, que é dada por:

$$\vec{H} = [\vec{H}_y(x)] \hat{y} e^{-i\beta z}, \quad (14)$$

Esta equação considera uma propagação com polarização TM no sentido positivo de z , com fator de fase dado por β . Portanto, a amplitude em um instante de tempo qualquer é dada em função apenas de x .

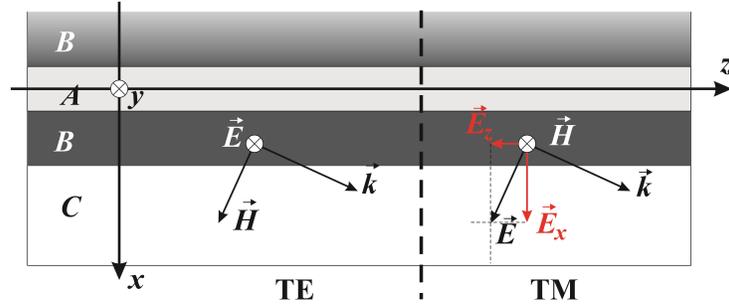


Fig. 6: Vetores dos campos elétrico e magnético para as polarizações TE e TM, em um guia de onda de abertura do tipo LID.

Para obter dimensionamento da estrutura, deve-se obter a solução geral da equação de onda, que em sua forma vetorial, que nesta etapa do desenvolvimento considera um meio sem perdas. É dada por: [24, 25, 26, 27]

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (15)$$

A sua expansão leva a:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{H}_y(x) e^{-i\beta z} - \vec{H}_y(x) \beta^2 e^{-i\beta z} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}_y(x)}{\partial t^2} e^{-i\beta z} \right] \hat{y} = 0. \quad (16)$$

Considerando que a derivada no tempo, resulta na multiplicação por $i\omega$ no domínio da frequência, tem-se:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{H}_y(x) e^{-i\beta z} - \vec{H}_y(x) \beta^2 e^{-i\beta z} + \omega^2 \mu\epsilon \vec{H}_y(x) e^{-i\beta z} \right] \hat{y} = 0, \quad (17)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{H}_y(x) + (\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2) \vec{H}_y(x) \right] \hat{y} e^{-i\beta z} = 0. \quad (18)$$

A magnitude do vetor de onda, é dada por, $k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$. Seu valor no vácuo é representado por, k_0 . O índice de refração do meio de propagação, é definido por $n = \sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$. Como nesta análise não são considerados meios magnéticos, ou seja, $\mu = \mu_0$, tem-se:

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0}} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} n = k_0 n \quad (19)$$

Aplicando-se esta relação em (18), tem-se:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{H}_y(x) + (k_0^2 n^2 - \beta^2) \vec{H}_y(x) \right] \hat{y} e^{-i\beta z} = 0 \quad (20)$$

Como se trata de um produto de uma equação diferencial por uma exponencial complexa, esta igualdade só poderá ser satisfeita se, e somente se, a equação diferencial resultar em zero. Ou seja,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \vec{H}_y(x) \hat{y} + (k_0^2 n^2 - \beta^2) \vec{H}_y(x) \hat{y} = 0 \quad (21)$$

Esta igualdade se trata de uma equação diferencial linear homogênea que admite duas soluções possíveis, sendo elas m_1 e m_2 . Ambas serão grandezas reais se $\beta \geq n k_0$, resultando, respectivamente em,

$$m_1 = \sqrt{\beta^2 - n^2 k_0^2} \quad (22a)$$

$$m_2 = -\sqrt{\beta^2 - n^2 k_0^2} \quad (22b)$$

Nota-se que m_1 e m_2 são equivalentes ao fator de propagação, definido de forma geral por $\gamma = \sqrt{\beta^2 - n^2 k_0^2}$. [26] Deste modo, pode-se descrever o campo magnético da seguinte forma:

$$\vec{H}_y(x) = C_1 e^{\sqrt{\beta^2 - n^2 k_0^2} x} \hat{y} + C_2 e^{-\sqrt{\beta^2 - n^2 k_0^2} x} \hat{y} \quad (23)$$

sendo que C_1 e C_2 são apenas coeficientes de amplitude. No entanto, para que a igualdade seja satisfeita, pode-se admitir que $C_1 = 0$. Deste modo (21) é reescrita por:

$$\vec{H}_y(x) = C_2 e^{-\gamma x} \hat{y}. \quad (24)$$

Quando este número é complexo, tem-se o comportamento ondulatório, no que resulta em um modo propagante. Isso ocorre quando $\beta < nk_0$, e leva à [32]:

$$\vec{H}_y(x) = C_1 \hat{y} \cos(\sqrt{n^2 k_0^2 - \beta^2} x) + C_2 \hat{y} \sin(\sqrt{n^2 k_0^2 - \beta^2} x) \quad (25)$$

Neste caso, como H_y oscila ao redor de x , não faz sentido tomar γ como coeficiente de atenuação. Neste caso, é mais apropriado o termo coeficiente de propagação, $\kappa = \sqrt{n^2 k_0^2 - \beta^2}$. Então,

$$\vec{H}_y(x) = C_1 \cos(\kappa x) \hat{y} + C_2 \sin(\kappa x) \hat{y}, \quad (26)$$

em que C_1 , é o coeficiente de amplitude das componentes pares e C_2 das componentes ímpares do campo guiado. Em suma, o campo magnético - neste desenvolvimento - é definido por apenas uma componente, H_y , sendo esta função apenas de x e se propagando na direção positivo de z . Generalizando:

$$\vec{H} = \vec{H}_y(x) e^{-i\beta z} \hat{y}, \quad (27)$$

em que $\vec{H}_y(x)$, se define em (24) or (26), dependendo do modo de propagação suportado em cada região do guia de ondas.

Até este ponto, foi obtida a descrição matemática do campo magnético que excita o guia de ondas, e que é descrito apenas em função de y , logo, $\vec{H} = H_y \hat{y}$. Deste modo, o campo elétrico apenas admite componentes em x e em z , portanto, define-se $\vec{E} = E_x \hat{x} + E_z \hat{z}$. Como discutido anteriormente, o confinamento da onda ocorre como consequência da descontinuidade entre os índices de refração de cada região do guia (como se mostrou na Fig. 5), e somente afeta a componente de campo elétrico normal às interfaces entre cada região (Fig. 4). Portanto, a modelagem matemática do modo guiado deve ser feito à partir da componente de campo elétrico $E_x \hat{x}$. Esta função assume formas diferentes em

cada região do guia, A , B e C . Escreve-se:

$$\vec{E}_x = \begin{cases} \vec{E}_{x,A} & \text{para } |x| < a \\ \vec{E}_{x,B} & \text{para } a \leq |x| < b \\ \vec{E}_{x,C} & \text{para } |x| \geq b \end{cases} \quad (28)$$

O campo elétrico na região de casca, $\vec{E}_{x,C}$, deve ser evanescente, e portanto, se define por uma função exponencial real. Nas paredes, o comportamento do campo, $\vec{E}_{x,B}$, é ondulatório, sendo descrito por uma função exponencial complexa. O mesmo ocorre no canal, porém, de acordo com Jiang *et.al* [31], nesta região, $\vec{E}_{x,A}$ é definido por funções trigonométricas hiperbólicas. Para facilitar o desenvolvimento, ao invés de utilizar o vetor campo elétrico, será utilizado o vetor deslocamento elétrico, levando à

$$\vec{D}_x = \begin{cases} \vec{D}_{x,A} = A_1 \cosh(\gamma_a x), & \text{se } |x| < a \\ \vec{D}_{x,B} = A_2 \cos[\kappa_b(|x| - a)] + A_3 \sin[\kappa_b(|x| - a)], & \text{se } a \leq |x| < b, \\ \vec{D}_{x,C} = A_4 e^{-\gamma_c(|x| - b)}, & \text{se } |x| \geq b \end{cases} \quad (29)$$

em que A_1 , A_2 , A_3 e A_4 constituem coeficientes de amplitude para as equações em cada região do guia, γ_A , κ_M and γ_C , são respectivamente, coeficiente de atenuação na casca, coeficiente de propagação nas paredes e coeficiente de atenuação no canal. São dados por:

$$\gamma_a = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_a^2} \quad (30a)$$

$$\kappa_b = \sqrt{k_0^2 n_b^2 - \beta^2} \quad (30b)$$

$$\gamma_c = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_c^2}, \quad (30c)$$

sendo β , neste desenvolvimento, a constante de propagação da onda guiada, e k_0 , o módulo do vetor de onda no vácuo. O objetivo deste desenvolvimento é encontrar valores de β que satisfaçam a equação (29). Para tanto, deve-se obter os valores de A_1 , A_2 , A_3 e A_4 mantendo a condição de continuidade do deslocamento elétrico apresentada em (10). É importante ressaltar os efeitos da simetria da estrutura apresentada sobre o deslocamento elétrico. Para os modos pares guiados, $D_x(a) = D_x(-a)$, e para os modos ímpares,

$D_x(a) = -D_x(-a)$. Considerando apenas os modos pares, pode-se escrever:

$$A_1 \cosh(\gamma_a x) = A_2 \cos[\kappa_b(|x| - a)] + A_3 \sen[\kappa_b(|x| - a)], \quad (31)$$

Como a continuidade deve ser respeitada em $|x| = a$, tem-se

$$A_2 = A_1 \cosh(\gamma_a a). \quad (32)$$

Como a componente de deslocamento elétrico, D_x , é sempre contínua em qualquer interface entre dois meios livres de cargas, a sua derivada também o será. Então, derivando (31) com relação a x , tem-se [33]:

$$A_1 \gamma_a \sinh(\gamma_a x) = A_3 \kappa_b \cos[\kappa_b(x - a)] - A_2 \kappa_b \sen[\kappa_b(x - a)] \quad (33)$$

Em $x = a$, tem-se

$$A_3 = A_1 \frac{\gamma_a}{\kappa_b} \sinh(\gamma_a a). \quad (34)$$

De forma análoga, encontra-se a mesma condição nas interfaces $x = \pm b$. Repetindo o mesmo procedimento adotado, escreve-se:

$$A_2 \cos[\kappa_b(x - a)] + A_3 \sen[\kappa_b(x - a)] = A_4 e^{-\gamma_C(x-b)}, \quad (35)$$

aplicando (32) e (34) em (35), e considerando $x = b$, chega-se à

$$A_4 = A_1 \left\{ \cosh(\gamma_a a) \cos[\kappa_b(b - a)] + \frac{\gamma_a}{\kappa_b} \sinh(\gamma_a a) \sen[\kappa_b(b - a)] \right\}, \quad (36)$$

aplicando (6),

$$A_4 = A_1 \left\{ \cosh(\gamma_a a) \cos(\kappa_b d) + \frac{\gamma_a}{\kappa_b} \sinh(\gamma_a a) \sen(\kappa_b d) \right\}, \quad (37)$$

$$A_4 = A_1 \left[1 + \frac{\gamma_a}{\kappa_b} \tanh(\gamma_a a) \tan(\kappa_b d) \right], \quad (38)$$

então, definiu-se os coeficientes de amplitude A_2 , A_3 and A_4 em função de A_1 . Isto

permite reescrever (29):

$$\vec{D}_x = A_1 \begin{cases} \cosh(\gamma_a x), & \text{se } |x| < a \\ \cosh(\gamma_a a) \cos[\kappa_b(|x| - a)] + \frac{\gamma_a}{\kappa_b} \sinh(\gamma_a a) \sin[\kappa_b(|x| - a)], & \text{se } a \leq |x| < b, \\ \left[1 + \frac{\gamma_a}{\kappa_b} \tanh(\gamma_a a) \tan(\kappa_b d)\right] e^{-\gamma_c(|x| - b)}, & \text{se } |x| \geq b \end{cases}, \quad (39)$$

Em (33), é estabelecida a relação entre A1 e A3 considerando a continuidade das suas derivadas no ponto $x = a$. O mesmo ocorre em $x = b$. Logo,

$$\begin{aligned} -\kappa_b \cosh(\gamma_a a) \sin[\kappa_b(x - a)] + \gamma_a \sinh(\gamma_a a) \cos[\kappa_b(x - a)] = \\ -\gamma_c \left[1 + \frac{\gamma_a}{\kappa_b} \tanh(\gamma_a a) \tan(\kappa_b d)\right] e^{-\gamma_c(x - b)} \end{aligned} \quad (40)$$

Em $x = b$, tem-se

$$\kappa_b \cosh(\gamma_a a) \sin(\kappa_b d) + \gamma_a \sinh(\gamma_a a) \cos(\kappa_b d) = \gamma_c \left[1 + \frac{\gamma_a}{\kappa_b} \tanh(\gamma_a a) \tan(\kappa_b d)\right] \quad (41)$$

Então, o campo elétrico apresenta diferentes amplitudes em cada lado das interfaces. Isto é observado em (1). Logo,

$$\frac{1}{n_b^2} [\kappa_b \cosh(\gamma_a a) \sin(\kappa_b d) + \gamma_a \sinh(\gamma_a a) \cos(\kappa_b d)] = \frac{\gamma_c}{n_c^2} \left[1 + \frac{\gamma_a}{\kappa_b} \tanh(\gamma_a a) \tan(\kappa_b d)\right] \quad (42)$$

desenvolvendo, chega-se à:

$$\frac{1}{n_b^2} [\kappa_b \tan(\kappa_b d) + \gamma_a \tanh(\gamma_a a)] = \frac{\gamma_c}{n_c^2} + \frac{\gamma_a \gamma_c}{\kappa_b n_c^2} \tanh(\gamma_a a) \tan(\kappa_b d) \quad (43)$$

$$\frac{\kappa_b}{n_b^2} \tan(\kappa_b d) + \frac{\gamma_a}{n_b^2} \tanh(\gamma_a a) - \frac{\gamma_a \gamma_c}{\kappa_b n_c^2} \tanh(\gamma_a a) \tan(\kappa_b d) = \frac{\gamma_c}{n_c^2} \quad (44)$$

finalmente, isolando $\tan(\kappa_b d)$, tem-se

$$\tan(\kappa_b d) = \frac{\frac{\gamma_c}{n_c^2} - \frac{\gamma_a}{n_b^2} \tanh(\gamma_a a)}{\frac{\kappa_b}{n_b^2} - \frac{\gamma_a \gamma_c}{\kappa_b n_c^2} \tanh(\gamma_a a)} \quad (45)$$

Trata-se de uma equação transcendental, e portanto, só admite solução gráfica ou numérica. Uma vez definidos os valores possíveis para β , obtêm-se os coeficientes γ_A , κ_b e γ_c . A partir destes, são definidos os modos de propagação suportados pelo guia de ondas projetado. Destas equações, pode-se definir a forma geral do campo elétrico neste modelo de guia de ondas, escrevendo:

$$\vec{E}_x = A_1 \hat{x} \begin{cases} \frac{1}{n_a^2} \cosh(\gamma_a x), & \text{se } |x| < a \\ \frac{1}{n_b^2} \cosh(\gamma_a a) \cos[\kappa_b(|x| - a)] + \frac{\gamma_a}{n_b^2 \kappa_b} \sinh(\gamma_a a) \sin[\kappa_b(|x| - a)], & \text{se } a \leq |x| < b \\ \left[\frac{1}{n_c^2} + \frac{\gamma_a}{n_c^2 \kappa_b} \tanh(\gamma_a a) \tan(\kappa_b b) \right] e^{-\gamma_c(|x| - b)}, & \text{se } |x| \geq b \end{cases} \quad (46)$$

A disposição do campo elétrico pode ser conferida na Fig.6, em que se pode verificar que o campo elétrico não admite somente a componente \vec{E}_x , havendo também a componente na direção de z . Define-se por:

$$\vec{E} = [E_x \hat{x} + E_y \hat{y}] e^{-i\beta z}. \quad (47)$$

Até este ponto apenas se definiu a E_x , em (46). Para definir a forma vetorial completa do campo elétrico, pode-se aplicar a lei de Ampère em (14, então tem-se [24]:

$$\nabla \times \vec{H} = (\sigma + i\omega\varepsilon)\vec{E} \quad (48)$$

em que, σ é a condutividade do meio de propagação. Como definido em (27), tem-se

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} \hat{x} + \frac{\partial H_y}{\partial x} \hat{z} = (\sigma + i\omega\varepsilon)(E_x \hat{x} + E_z \hat{z}) e^{-i\beta z}. \quad (49)$$

Tratando cada componente separadamente, tem-se:

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = (\sigma + i\omega\varepsilon) E_x e^{-i\beta z}, \quad (50a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = (\sigma + i\omega\varepsilon) E_z e^{-i\beta z}. \quad (50b)$$

Portanto,

$$H_y = \int (\sigma + i\omega\varepsilon) E_x e^{-i\beta z} dz, \quad (51)$$

e finalmente,

$$H_y = \frac{\sigma + i\omega\varepsilon}{-i\beta} e^{-i\beta z} E_x + \mathbf{C}. \quad (52)$$

Portanto, aplicando (50.b) em (52), pode-se afirmar que:

$$(\sigma + i\omega\varepsilon) \frac{-1}{i\beta} e^{-i\beta z} \frac{\partial E_x}{\partial x} = (\sigma + i\omega\varepsilon) e^{-i\beta z} E_z, \quad (53)$$

logo,

$$E_z = \frac{i}{\beta} \frac{\partial E_x}{\partial x}. \quad (54)$$

2.2 Perdas em guias de ondas LID

Neste seção, é demonstrado que guias de onda do tipo LID tendem a apresentar comportamentos tipicamente esperado de dispositivos de baixa perdas, mesmo quando utilizados materiais com condutividade consideravelmente elevadas. Utilizar materiais de altas perdas para construir guias de ondas, pode parecer um contra-senso, porém, na região das ondas THz, praticamente qualquer material apresenta este comportamento [34]. Então, alguns dos materiais dielétricos amplamente difundidos em comunicações ópticas, devem ser revistos antes de serem empregados na faixa dos THz. [35, 36] O próprio silício é um exemplo disso.

O critério que define se um material é condutor ou isolante, considera a relação entre a condutividade elétrica, σ do material e o comprimento de onda λ [37, 24].

$$\frac{\sigma\lambda}{2\pi\varepsilon c} > 10^2 \rightarrow \text{condutor}, \quad (55a)$$

$$\frac{\sigma\lambda}{2\pi\varepsilon c} < 10^{-2} \rightarrow \text{dielétrico}. \quad (55b)$$

em que, ε é a permissividade elétrica do material, dada por $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$, e c é a velocidade da luz no vácuo. Particularizando, para o silício na frequência de 1 THz, ou $\lambda = 300 \mu\text{m}$,

e com $\varepsilon_r \cong 12$, tem-se:

$$\sigma > 6,662 \times 10^4 \rightarrow \text{condutor}, \quad (56a)$$

$$\sigma < 6,662 \rightarrow \text{dielétrico}. \quad (56b)$$

no entanto, a condutividade do silício, dependendo de fatores como concentração de dopantes e temperatura, pode chegar à 10^4 S/m. Isso faz do silício um condutor ruim para essa faixa de frequência, mas não chega a ser tratado como dielétrico. De qualquer forma, esta condição indica que as perdas impostas pelo silício não podem ser desprezadas na modelagem à seguir. Em comunicações ópticas ($\lambda = 1550$ nm), a condutividade do silício, aplicando (54a), precisaria exceder $12,9 \times 10^6$ S/m, para poder tomar o mesmo silício como um material condutor. Na pior das hipóteses, na região óptica o silício seria um dielétrico ruim.

Nesta etapa, foi projetado um guia de ondas do tipo LID, ainda sem qualquer otimização, apenas para comprovar sua viabilidade mesmo com condutividades elevadas nas suas paredes. Para tanto, considerou-se o emprego de silício em 1 THz, neste guia do tipo LID e em um guia retangular convencional, no intuito de comparar os desempenhos de cada estrutura. Uma representação ilustrativa de cada estrutura é apresentada na Fig. 7. Utilizando a modelagem matemática apresentado na seção anterior, chegou-se a uma fator de propagação $\beta = 2,2966 \times 10^5$ rad/m, à partir da solução numérica de (45). A solução gráfica da equação de auto-valor é conferida na Fig. 8(a), em que as interseções entre as curvas de cores diferentes indicam valores plausíveis de β . O modo guiado para o menor valor de β , ou seja, $2,2966 \times 10^5$ rad/m, é visto na Fig. 8(b).

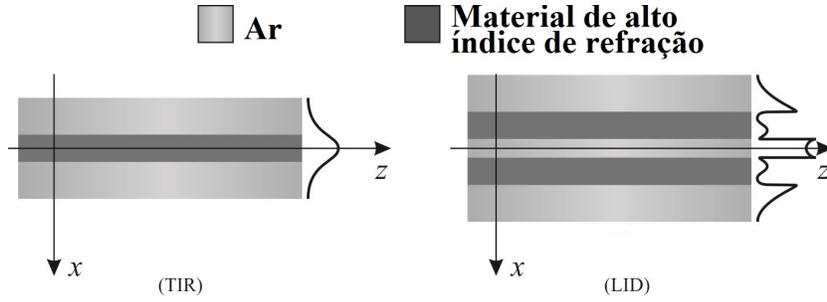


Fig. 7: Comparação visual entre a estrutura típica utilizada em guias de ondas retangulares comuns, e o modelo de guia por abertura do tipo LID. Esta figura apresenta apenas disposição dos materiais em um corte bidimensional das estruturas.

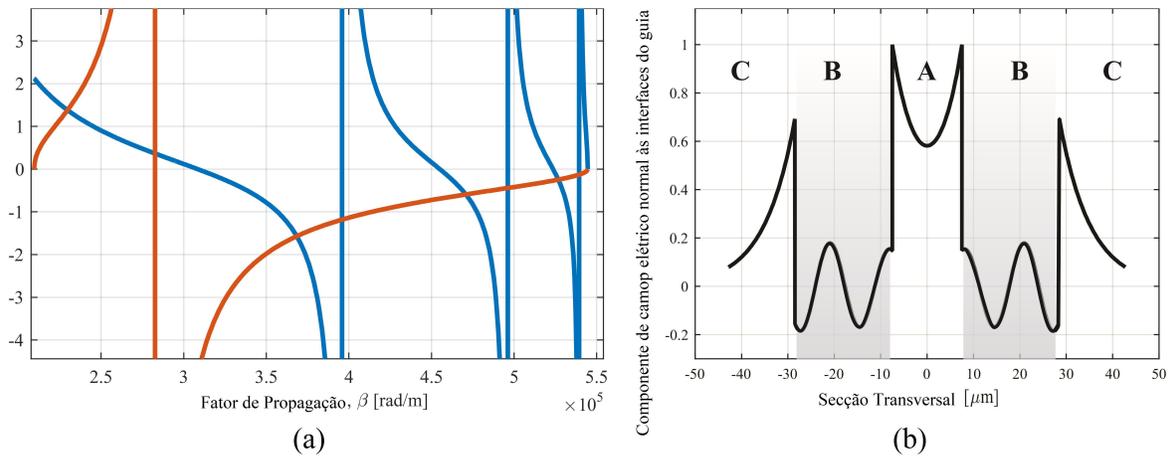


Fig. 8: Modos de propagação no guia de ondas do tipo LID. (a) Solução gráfica da equação de autovalor, (45). (b) Modo de propagação transversal elétrico para $\beta = 2,2966 \times 10^5$ rad/m.

Recorrendo-se ao método dos elementos finitos no software Comsol Multiphysics[®], foi obtido o perfil de campo elétrico visto na Fig. 9, em que se tem a componente de campo E_y se propagando no sentido positivo do eixo z , sendo sua excitação feita na extremidade inferior da estrutura (em $z = 0$). Na extremidade superior nota-se uma região de PML (do inglês, *Perfect Match Layer*), com o objetivo simular um casamento de impedâncias na saída do guia simulado, garantindo que não haja parcelas refletidas na sua entrada.

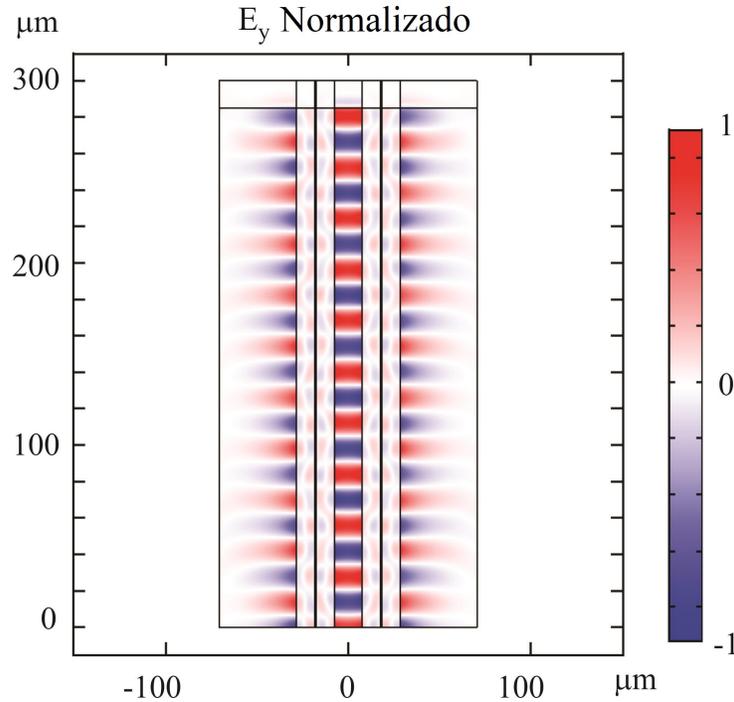


Fig. 9: Componente normalizada de campo elétrico, E_y , em um guia de onda LID.

Quatro valores distintos de condutividade elétricas foram aplicados em momentos diferentes aos modelos computacionais dos guias de ondas, sendo esta condutividade aplicada nas paredes do guia LID e no núcleo do guia retangular. A Fig.10 mostra os vetores de Poynting das ondas propagantes ao longo da direção de propagação normalizados, normalizada em relação ao comprimentos de onda, para as duas estruturas, ou seja, ambas tem um comprimento que se estende de zero à 10λ . Com $\sigma = 0$, tem-se a situação ideal para propagação das ondas, simulando uma condição hipotética em que se observa um comportamento superior do guia retangular, na Fig. 10. Conforme σ se eleva, passa-se a observar uma inversão neste contexto, sendo que para condutividade de 10^4 S/m, o desempenho da estrutura LID se mostra superior, entregando maior quantidade de energia em sua saída. Sendo assim, este estudo demonstrou que guias de ondas de núcleo oco são de fato uma alternativa viável para resolver alguns dos problemas mais recorrentes em aplicações THz: perdas. Em um trabalho intitulado “*Are slot and sub-wavelength grating waveguides better than strip waveguides for sensing?*” [38] os autores discutem a aplicabilidade de guias de ondas desta natureza para sensoriamento em THz, justamente pela melhor capacidade destas estruturas em lidar com perdas de materiais nesta região

do espectro. Além disso, Atakaramians *et al.* [39] chega a uma conclusão semelhante em seu trabalho sobre guias de ondas dielétricas para THz.

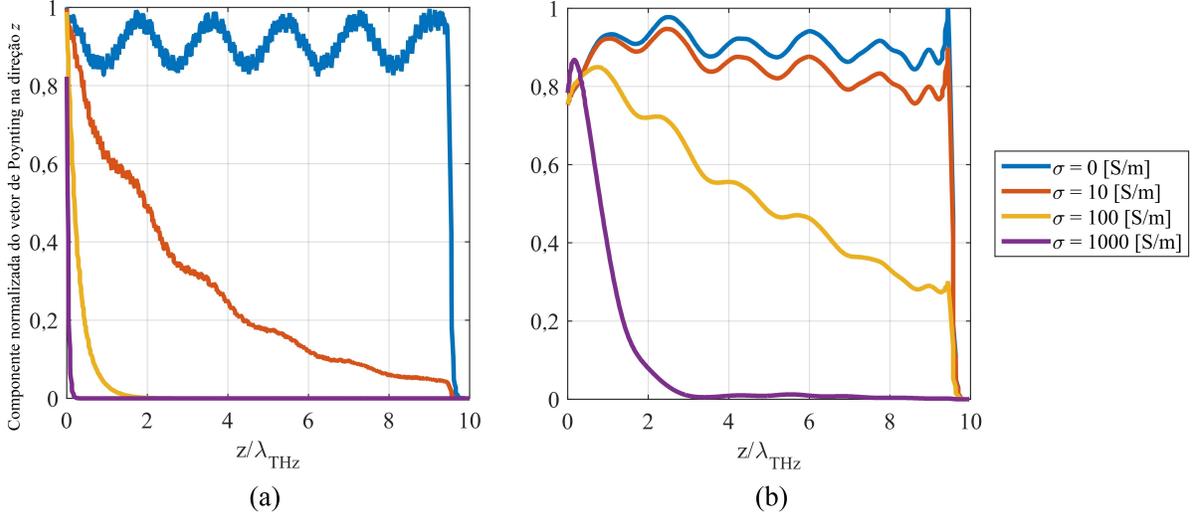


Fig. 10: Componente normalizada do vetor de Poynting na direção de propagação, z , considerando duas configurações de guias de ondas. (a) Guia de onda retangular com funcionamento por reflexões totais internas. (b) Guia de onda de abertura do tipo LID.

Tendo sido validada a estrutura para concepção do modulador proposto neste trabalho, ainda há a necessidade de entender-se como um sinal modulante externo pode causar alguma interação com a onda THz. Na próxima seção serão apresentadas algumas maneiras que permitem atuar nas características da onda propagante, como em seus parâmetros de fase e amplitude.

2.3 Comentários sobre o Capítulo

Neste capítulo foi apresentado um guia de ondas de núcleo oco capaz de confinar a onda por meio do fenômeno apresentado como LID. Foram apresentadas as equações matemáticas que modelam os campos nas regiões de que consistem o guia de ondas. Os modos de propagação são estabelecidos pela condição de continuidade do deslocamento elétrico na interface entre cada interface das regiões do guia. Demonstrou-se por meio de simulações computacionais que este tipo de guia de ondas é, de fato, mais apropriado para atender às aplicações que requeiram baixa perda.

3 Modulação de ondas no infra-vermelho distante

Neste Capítulo são apresentadas algumas técnicas recorrentes para moduladores que operam em comprimentos de onda próximos aos $300\ \mu\text{m}$. Apesar do efeito produzido por um modulador não ser necessariamente relacionado com o comprimento de onda da portadora, projetos de moduladores para comprimentos de ondas ópticos requerem abordagens de solução muito diferentes dos moduladores em micro-ondas [40, 41]. Como a faixa de THz não está compreendida dentro dos limites destas duas tecnologias, o projeto de um modulador THz deve recorrer a conceitos e limitações impostas em ambos os contextos. No entanto, por estar mais próximo dos comprimentos de ondas ópticos, neste trabalho serão utilizadas técnicas de projeto de moduladores ópticos, porém com as devidas adaptações e conversões para assegurar a funcionalidade na faixa de interesse deste trabalho: entre os comprimentos de onda que vão de $3\ \text{mm}$ à $30\ \mu\text{m}$.

Modulação é o processo de adequação de um sinal de mensagem para que possa ser transmitido por meio de um canal de comunicação. No caso geral, sinais de mensagens não são suportados pelos meios de transmissão sem fio, e por isso existe a necessidade da etapa de modulação antes da transmissão [42, 43]. Para isso, é preciso modificar alguma característica da onda portadora (fase, amplitude ou frequência) à partir do sinal mensagem [44, 37]. Maiores detalhes são apresentados no APÊNDICE I. Neste trabalho, foram estudados três tipos de modulação, como mostrado na Tabela 1. O efeito eletro-óptico foi considerado como a primeira possível solução para este trabalho. Utilizando este efeito, é possível provocar tanto a variação de fase da portadora óptica produzida pela ação de um campo elétrico externo, quanto modificações na amplitude, dependendo do arranjo utilizado [22, 45]. A segunda forma de modulação ocorrem em decorrência da absorção da onda THz devido a bombeamento óptico externo. Neste caso considera-se um laser modulado injetando fótons nas paredes do guia de ondas. Estes fótons elevam a condutividade do meio e, com isso, a onda propagante tem sua energia reduzida conforme percorre o comprimento do guia de ondas. A este fenômeno dá-se o nome de efeito fotocondutivo [32, 27, 46]. A terceira e última forma de modulação é similar a segunda, contudo a condutividade se eleva ao aplicar-se um campo elétrico externo, levando ao efeito

denominado eletro-absorção. [47, 48, 49, 32] Nesta seção, as três formas são modeladas matematicamente produzindo as justificativas que tornaram seu uso viável ou não no projeto de um modulador THz.

Tabela 1: Tipos de modulação exploradas neste trabalho.

Tipo	Atuação	Controle	Meio Ativo
Elétro-óptico	fase/amplitude	elétrico	cristal eletro-óptico
fotocondutivo	amplitude	óptico	silício
elétro-absorção	amplitude	elétrico	grafeno

3.1 Efeito eletro-óptico

O efeito eletro-óptico é entendido como a modificação do índice de refração de um material pela ação de um campo elétrico externo, $E_{ext.}$. Este efeito pode ser obtido em materiais que apresentem estruturas cristalinas não centro-simétricas [32, 26]. Do ponto de vista eletromagnético, o efeito é uma anisotropia, ou seja, a velocidade de propagação da onda depende da sua polarização. Este efeito é conhecido como birrefringência ou bi-refração [22, 32, 25, 27]. No entanto, o campo elétrico externo, $E_{ext.}$, é capaz de acentuar ou compensar a birrefringência do material. A configuração apresentada na Fig. 11 representa um modulador em que o funcionamento ocorre pelo controle da birrefringência, por meio da tensão aplicada no material eletro-óptico, resultando em uma variação da amplitude da onda portadora. A Fig.11 representa um modulador de fase também pelo efeito eletro-óptico, em que as linhas do campo elétrico modificam o índice de refração do guia de ondas, produzindo atraso de fase da portadora óptica.

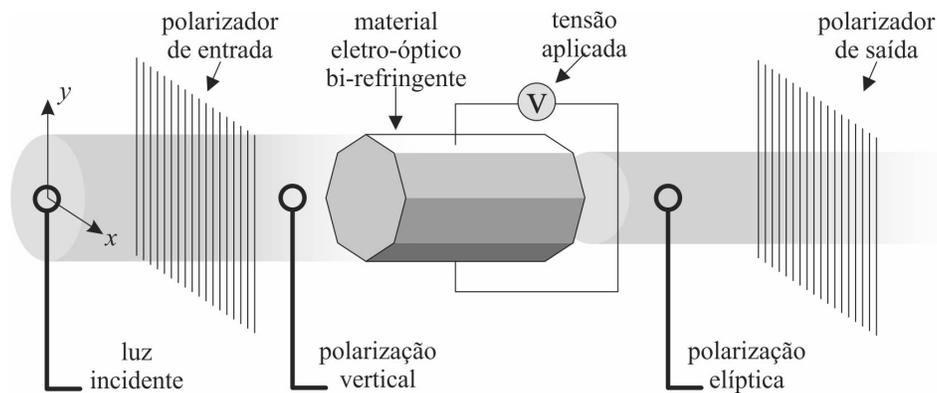


Fig. 11: Esquema geral de um modulador de amplitude por efeito eletro-óptico.

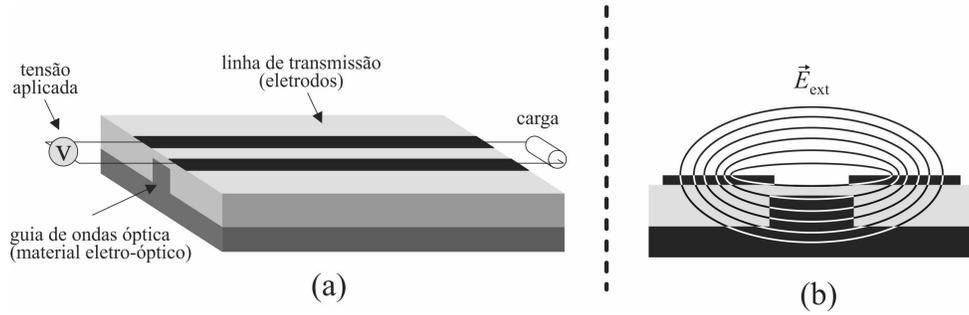


Fig. 12: Estrutura básica de um modulador eletro-óptico em guia de ondas. (a) visão geral. (b) Corte transversal da estrutura em que se vê a interação entre campo elétrico oriundo dos eletrodos e o núcleo do guia feito de material eletro-óptico.

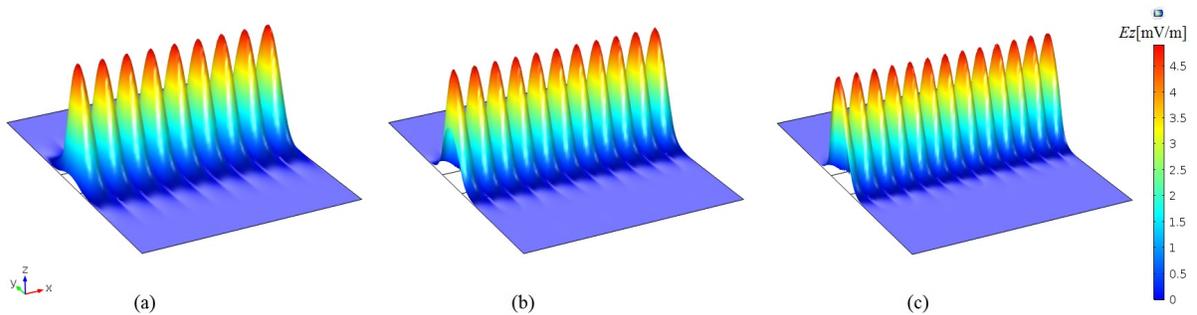


Fig. 13: Componente transversal do campo elétrico confinado em guia de onda retangular com variação do índice de refração no núcleo. (a) $n = 2,0$, (b) $n = 1,75$, (c) $n = 1,5$.

Como a velocidade de propagação pode ser escrita em termos do índice de refração do material, que neste caso depende do campo E_{ext} , pode-se escrever:

$$v_p = \frac{c}{n(E_{\text{ext}})} \quad (57)$$

Portanto, é possível causar atraso de fase na onda por meio do campo elétrico externo. Para ilustrar a variação de fase como resultado de variações do índice de refração, recorreu-se a uma simulação simples utilizando o método dos elementos finitos com o software Comsol Multiphysics® em um espaço bidimensional. Como se tratava de uma validação de conceito, admitiu-se a geometria construída para os comprimentos de onda ópticos, 1550 nm, no caso. O resultado é visto na Fig. 13. A estrutura simulada representa um guia de onda retangular, admitindo um índice de refração hipotético de $n = 1,5$, 1,75 e 2,0. Pode-se verificar visualmente que a velocidade de propagação é reduzida conforme o

índice de refração se eleva.

A questão mais importante nesta etapa é verificar a ocorrência do mesmo efeito considerado um guia de onda LID, tal como o que se definiu no Capítulo 2. Como neste caso, a maior parte da energia da onda é confinada na região vazia do guia, é necessário validar o efeito eletro-óptico apenas para variações de índice de refração apenas nas paredes, em que a densidade de energia é menor. Utilizando o mesmo método, da Fig. 13, foi simulada uma estrutura LID. O resultado da simulação considerando esta variação de índices de refração é visto na Fig. 14.

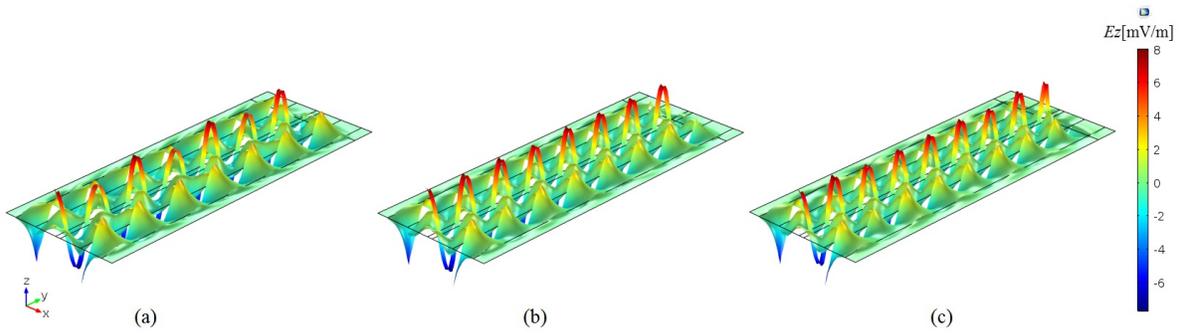


Fig. 14: Componente transversal do campo elétrico confinado em guia de onda LID com variação do índice de refração nas paredes da estrutura. (a) $n = 3, 6$, (b) $n = 3, 4$, (c) $n = 3, 1$.

Neste caso consideram-se valores de índice mais próximos aos do silício, pois este projeto necessita de altos contrastes de índice de refração para confinar a onda de modo eficaz. Ou seja, a diferença entre os índices de refração dos materiais precisa ser tão elevada quanto possível. Verificou-se que a variação na velocidade de propagação também ocorre nos termos da variação de índice de refração, de 3,6 para 3,1. Em ambos os casos os meios de propagação foram considerados como livre de perdas.

A variação do índice de refração pela ação do campo elétrico é modelada pelo efeito Kerr ou pelo efeito Pockels [45]. Estes fenômenos são amplamente explorados no desenvolvimento de dispositivos em comprimentos de onda abaixo dos 1300 nm. Contudo, conforme observado por Paschotta, *et al.* [50], estes efeitos não podem ser observados na faixa dos THz, indicando pouca ou nenhuma variação nos índices de refração dos cristais eletro-ópticos nesta região do espectro. Apesar do modelo matemático apresentado nesta seção não fazer distinção entre diferentes comprimentos de ondas, trabalhos como o de

Mendez *et al.* [51, 52], demonstram que o coeficiente eletro-óptico, é muito pequeno para ondas THz, admitindo o uso de LiNbO_3 . Isso é uma consequência da anisotropia dos cristais eletro-ópticos praticamente não existe na região dos THz, pois os comprimentos de onda são muito longos se comparado com a dimensão dos arranjos cristalinos, que permitem a birrefringência necessária para modulação em fase. Além disso, os níveis de tensão necessários para produzir uma variação de fase aceitável seriam muito elevados, na casa das centenas de volts. Somando-se o fato de que as perdas impostas por este material são muito elevadas, concluiu-se que para fundamentar o modulador deste trabalho no modelo eletro-óptico exigiria a investigação, ou criação de um material mais apropriado do que os cristais eletro-ópticos mais utilizados nos comprimentos de ondas ópticos [53]. Como engenharia de materiais não é o foco deste trabalho, optou-se por considerar a modulação em amplitude, ao invés da modulação em fase. Na próxima sub-seção descrevem-se os fenômenos observados para produzir a estrutura desejada.

3.2 Efeito foto-condutivo

De acordo com Yariv *et al.* [26], o efeito fotocondutivo ocorre quando há incidência de radiação eletromagnética com frequência apropriada sobre semicondutores, resultando na formação de pares elétron-lacuna. Ou seja, há maior quantidade de elétrons ocupando a banda de condução do material, levando à um aumento na condutividade elétrica. Este fenômeno permite a concepção de um fotodetector, dispositivo que produz uma corrente elétrica ao ser iluminado por um fluxo óptico, (aqui chamado de bombeamento óptico, por se tratar de uma injeção de fótons sobre o material semiconductor. O efeito fotocondutivo (ou fotocondutividade), de acordo com Gupta *et al.* [32], é, em tradução livre, “o principal mecanismo responsável por transformar energia óptica em energia elétrica”, e é caracterizado pelo aumento da condutividade elétrica devido a absorção de fótons liberando pares de elétrons-lacunas. Ainda, de acordo com Gupta *et al.* [32], esta propriedade pode ser verificada em todos os materiais semicondutores, e o modo mais simples de obter um fotocondutor é por meio de uma cristal semiconductor com dois contatos elétricos, como mostrado pela Fig. 15. Neste caso, os pares elétron-lacunas gerados são capturados por um campo elétrico externo oriundo da fonte v_g , dando origem a uma fotocorrente, i_p .

O transporte destas cargas modifica a resistência elétrica do cristal, R_c , na região sob influência do campo elétrico externo, v_g . Esta modificação é dada por ΔR_c , sendo que,

$$\frac{\Delta R_c}{R_c} \ll 1. \quad (58)$$

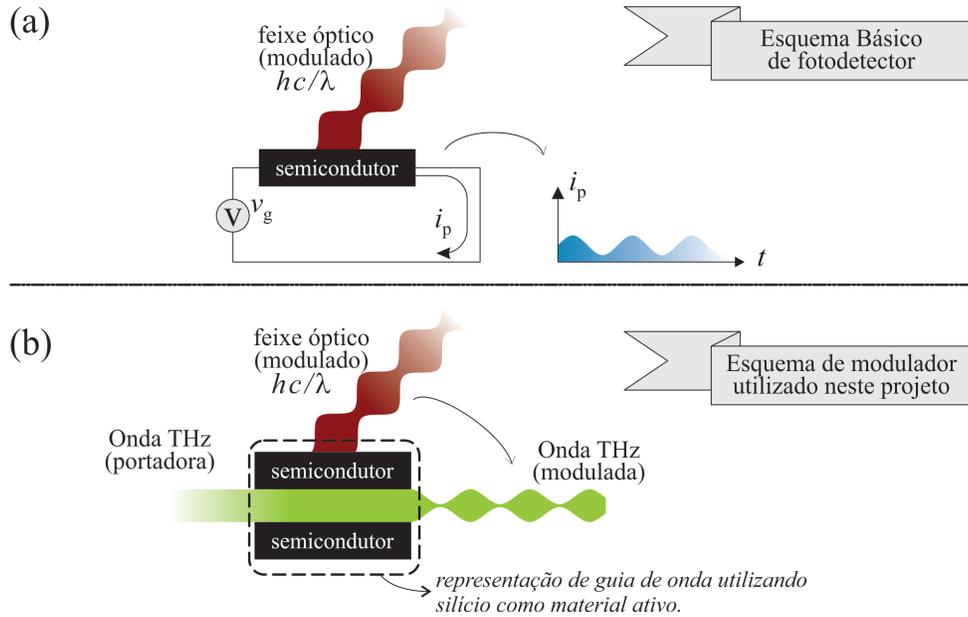


Fig. 15: Esquema geral de foto-deteção. (a) Conceito de fotodeteção utilizando cristal semiconductor. (b) Aplicação do mesmo conceito para modular a onda THz em amplitude.

Como a condutividade de um semiconductor pode ser afetada pela incidência de fótons em sua superfície, é admissível aplicar o semiconductor na construção de um guia de ondas, de modo a produzir modulação sobre a onda que se propaga em seu interior. Neste caso, considera-se a construção de um guia de onda para THz. Este guia de ondas, à princípio, não interfere nas características da onda THz propagante. Porém, ao incidir-se luz sobre a região ativa do guia (semiconductor), espera-se observar uma redução na amplitude da onda guiada, como decorrência do efeito fotocondutivo, pois a condutividade mais elevada promove a absorção da energia eletromagnética. As propriedades físicas e as equações que regem este fenômeno estão descritas na teoria dos fotodetectores [26, 32, 54].

A principal contribuição deste trabalho é adaptar estes modelos matemáticos para definir o comportamento de um modulador de amplitude por fotocondutividade em THz. Dentre os parâmetros utilizados como fatores de mérito para estes dispositivos estão a

eficiência quântica, largura de banda e potência equivalente de ruído.

3.2.1 Eficiência Quântica

No processo de fotodetecção, nem todos os fótons incidentes são efetivamente absorvidos pelo semicondutor e não contribuem para a geração de fotocorrente. Há, ainda, uma porção destes fótons que são refletidos na superfície de incidência [32]. Fatores como estes levam à composição da chamada eficiência quântica, η_q , que é a relação entre o número de fótons incidentes no semicondutor por unidade de tempo e a quantidade de pares elétrons-lacunas gerados por unidade tempo. Ou seja [26, 22, 55]:

$$\eta_q = \frac{N_e/s}{N_p/s} \quad (59)$$

Deste ponto em diante, a quantidade de elétrons por segundo será anotada por \overline{N}_e . De maneira análoga, \overline{N}_p , se refere a quantidade de fótons por unidade de tempo. Portanto, considera-se que:

$$\overline{N}_e = \eta_q \overline{N}_p. \quad (60)$$

No entanto, a potência média de uma onda óptica pode ser escrita por:

$$P_o = \overline{N}_p \frac{hc}{\lambda_o} \quad (61)$$

sendo, h a constante de Plank e λ_o o comprimento da onda óptica. Deste modo, é possível relacionar a quantidade elétrons liberados com a potência óptica incidente:

$$\overline{N}_e = \eta_q \frac{P_o \lambda_o}{hc} \quad (62)$$

Esta igualdade será particularmente útil para se definir um dos parâmetros mais importantes da estrutura apresentada.

A eficiência quântica, como definido em (59), pode ser obtida em laboratório. No entanto, a grandeza física representada pela eficiência quântica é definida por

$$\eta_q = (1 - r)\zeta(1 - e^{-\alpha L}) \quad (63)$$

em que r é refletância medida na superfície do material, ζ é a fração de pares elétrons lacunas que efetivamente contribuem para geração da fotocorrente i_p , α , neste caso se trata do coeficiente de absorção do material por unidade de comprimento e L é a comprimento efetivo da região de absorção do detector. Estes fatores são difíceis de serem estimados, dado que dependem muito da qualidade das amostras e de processos de produção dos detectores [32]. No entanto, é possível desprezar r considerando a aplicação de uma camada de material anti-reflexo na superfície de incidência do dispositivo [32], maximizando assim o termo $(1 - r)$. Por sua vez, para estimar o valor de ζ , deve-se considerar que a taxa de recombinação dos portadores ao longo da região de detecção. Porém, existem métodos de fabricação que utilizam crescimento hepta axial de cristais semicondutores, que aproximam ζ da unidade [56, 57, 58]. Finalmente, o último termo de (63) refere-se à porção da energia óptica que é absorvida pelo material. Este termo depende do comprimento de interação entre o detector e o feixe óptico, e do coeficiente de absorção, particularidade de cada tipo de semiconductor. A Fig. 16, exhibe o coeficiente de absorção em função do comprimento de onda para alguns tipos de materiais semicondutores [32].

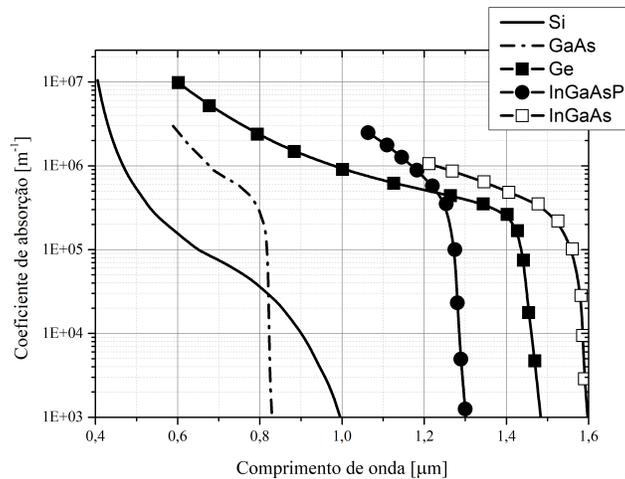


Fig. 16: Coeficiente de absorção em função do comprimento de onda, para diferentes materiais semicondutores.

Este valor é referenciado na literatura como eficiência externa, η_{ext} [32, 26]. Ademais, esta grandeza também define um limite sob o qual o material semiconductor é capaz de absorver fótons, pois somente fótons de energia maior ou igual a energia da banda proibida

E_g podem ser absorvidos. Ou seja[32, 26, 22],

$$\frac{hc}{\lambda_o} \geq E_g. \quad (64)$$

sendo, h a constante de Plank, c a velocidade da luz no vácuo e λ_o o comprimento de onda óptico. Desta forma, define-se um comprimento de onda máximo para o qual um elemento semiconductor pode atuar como fotodetector, dado por

$$\lambda_{\text{máx.}} \leq \frac{hc}{E_g}. \quad (65)$$

3.2.2 Condutividade

O processo de geração de fotocorrente é o fenômeno que garante funcionalidade aos fotodetectores. Este mesmo princípio pode ser utilizado para obtenção de um modulador de amplitude. Para tanto, deve-se considerar algumas adaptações no modelo dos fotodetectores. Nestes dispositivos, os elétrons liberados devido à absorção dos fótons, como se mostrou em (62), contribuem para a geração de uma corrente elétrica. Em um contexto ligeiramente diferente, o mesmo efeito pode ser interpretado pela redução da resistividade do material semiconductor exposto à incidência dos fótons. Como neste desenvolvimento considerou-se apenas o uso de silício, nas análises que se seguem estão restritas a este material.

Um átomo de silício é capaz de liberar um elétron da banda de valência para a banda de condução, caso absorva um fóton com energia suficiente para isso [26]. A energia de um fóton é dada por [25]:

$$E_p = \frac{hc}{\lambda}. \quad (66)$$

em que h é a constante de Plank, c a velocidade da luz no vácuo e λ o comprimento de onda do fóton incidente. Este efeito aparece ilustrado na Fig. 17.

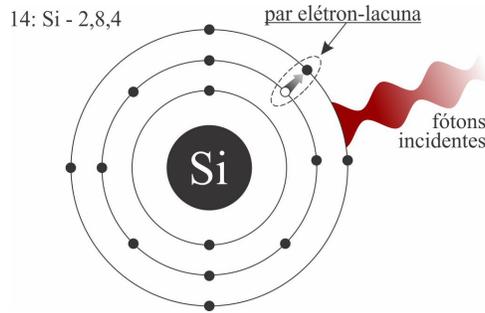


Fig. 17: Absorção de um fóton por um átomo de silício, liberando um elétron para a banda de condução.

Uma vez que um elétron receba energia suficiente, seu estado é forçado para a banda de condução. Este novo estado é considerado instável, pois a lacuna deixada tende a se recombinar com o elétron liberado. Este processo é aleatório e é um dos limitantes de desempenho dos fotodetetores [26, 59]. Outros fatores também afetam na capacidade do silício absorver fótons. Por este motivo, foi definido o conceito de eficiência quântica, na sessão anterior. O silício puro é capaz de absorver fótons cujos comprimentos de onda sejam inferiores a 1100 nm, com um pico de eficiência quântica próximo aos 300 nm [22, 34, 55]. Por este motivo, é mais conveniente utilizar um comprimento de onda próximo dos 300 nm para modular uma onda THz.

Quando o processo de absorção for desencadeado, pode-se admitir que o silício apresente uma grande quantidade de elétrons livres em sua banda de condução. Por este motivo, se observa um aumento em sua condutividade, σ . Em termos eletromagnéticos, elevados valores de condutividade resultam em perdas para uma onda. Isso porque havendo densidade de cargas livres, os campos eletromagnéticos da onda transferem sua energia para movimentar estas cargas. Neste ponto, fica evidente a forma como a modulação em amplitude deve ocorrer no dispositivo proposto, tal como demonstrou-se na Fig.15.

A alta densidade de cargas presente no silício pela ação dos fótons absorvidos, o tornam semelhante a uma nuvem de plasma [24, 26]. Porém, neste caso, trata-se de um plasma sólido, pois não é um ambiente gasoso. Pela definição formal, Plasma é o ambiente eletromagnético ilimitado em que se tem a presença de íons positivos e elétrons livres, em quantidades praticamente idênticas [60]. Interações entre estas partículas e

a onda propagante podem afetar o modo com que a propagação ocorre no interior do plasma. Efeitos como anisotropia, bi-refringência e a rotação de Faraday são exemplos dessa interação [22]. No desenvolvimento deste trabalho, admite-se um guia de onda de silício iluminado com fótons de comprimento de onda óptico, λ_o . Isto permite aplicar o modelo de propagação no plasma para entender como a densidade destas cargas pode afetar na propagação das ondas THz. À princípio, o parâmetro mais importante a ser encontrado é a permissividade dielétrica do plasma, ε_p . Tem-se por [22]:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_0 \varepsilon_r \left[1 + \frac{\omega_p}{i\omega(\nu_c + i\omega)} \right] = \varepsilon_0 \varepsilon_r \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\nu_c^2 + \omega^2} - i \frac{\omega_p^2 \nu_c}{\omega(\nu_c^2 + \omega^2)} \right] \quad (67)$$

em que, ε_r é a permissividade dielétrica relativa do material a ser considerado plasma sólido, neste caso silício, $\varepsilon_r \cong 12$. Além disso, ω é a frequência da onda, ω_p é frequência angular do plasma e ν_c é a taxa de colisão das partículas. A relação entre estes dois parâmetros estabelecem a menor frequência possível para que uma onda possa se propagar pelo plasma sólido, dado que é preciso que a permissividade de dielétrica deve ser positiva para admitir esta condição. Quando a taxa de colisão, ν_c , é pelo menos o dobro da frequência do plasma, ω_p , a permissividade dielétrica do plasma é muito próxima à permissividade elétrica do material (silício neste caso). Esta relação consta na Fig. 18.

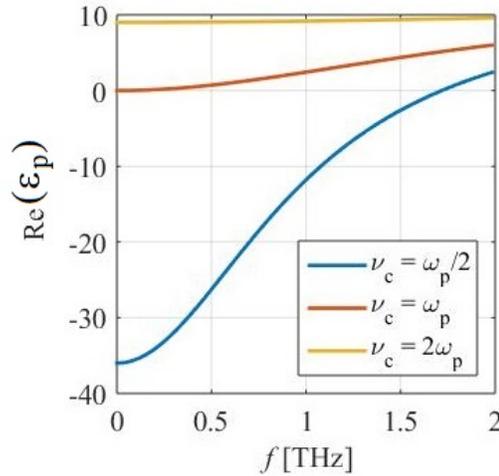


Fig. 18: Permissividade elétrica do plasma, ou seja, a parte real de (67), considerando algumas relações entre ω_p e ν_c .

Ao passo que a parte real de (67) refere-se à permissividade elétrica do plasma, a parte imaginária desta equação está relacionada às perdas no material. Portanto, analisando apenas a parte imaginária de (67), pode-se definir a condutividade do silício quando dotado de cargas elétricas devido a absorção dos fótons incidentes. Tem-se:

$$\frac{\sigma_p}{\omega} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\omega_p^2 \nu_c}{\omega(\nu_c^2 + \omega^2)} \quad (68)$$

e finalmente,

$$\sigma_p = \varepsilon \frac{\omega_p^2 \nu_c}{\nu_c^2 + \omega^2} \quad (69)$$

A condutividade do plasma é vista na Fig. 19, considerando diferentes relações entre ω_p e ν_c . Pode-se notar que quando a frequência da onda, ω , assume valores próximos aos da taxa de colisão, ν_c , a condutividade se eleva para um mesmo valor de frequência, indicando que baixos valores de frequência da onda THz reduzem a sua capacidade de atravessar o ambiente dotado de cargas elétricas livres. Na Fig. 19, pode-se notar que a condutividade é pequena para $\nu_c = 2\omega_p$, mesmo para frequências abaixo de 1,0 THz. No entanto, quando esta relação entre ω_p e ν_c tende para valores iguais ou menores que a unidade, a condutividade apresenta valores elevados, mesmo para frequências próximas de 1,0 THz. Como a taxa de colisão no silício pode assumir diversos valores, a depender de parâmetros como processo de fabricação, densidade de impurezas, temperatura, entre outros. Nestas análises, foram apenas consideradas as relações entre este fator e a frequência da onda.

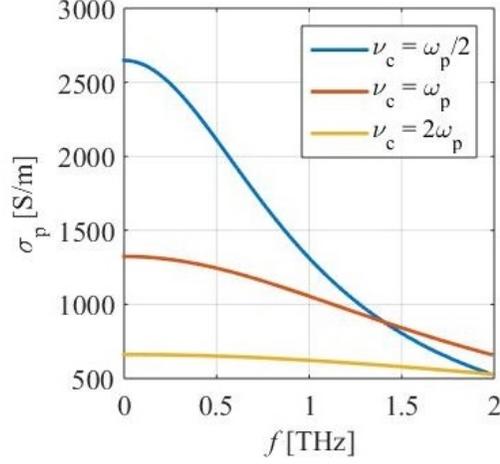


Fig. 19: Condutividade do plasma para diferentes relações entre ω_p e ν_c .

De (69), pode-se notar que a condutividade do plasma é diretamente proporcional ao quadrado da frequência angular do plasma ω_p . Esta relação está associada ao movimento das cargas no interior do plasma, e pode ser escrito por: [24]

$$\omega_p = \sqrt{\frac{q_e^2 C_e}{m_e \varepsilon}} \quad (70)$$

em que, q_e , m_e e ε são constantes e se referem, respectivamente à carga elétrica fundamental, a massa do elétron, e a permissividade dielétrica do meio de que consiste a nuvem de elétrons. O parâmetro C_e é a concentração de cargas no plasma, e pode ser obtido dividindo o número de elétrons liberados opticamente, N_e , pela área de semiconductor, A_i , efetivamente iluminada pelo sinal óptico modulante.

$$C_e = \frac{N_e}{A_i} \quad (71)$$

aplicando (71) e (70) em (69), tem-se:

$$\sigma_p = \eta_q \frac{P_o}{A_i} \left[\frac{\lambda \nu_c}{\nu_c^2 + \frac{1}{\varepsilon_r} \left(\frac{2\pi c}{\lambda} \right)^2} \right] \frac{q_e^2}{m_e h c} \quad (72)$$

Esta equação é uma das mais importante nesta etapa do trabalho, pois permite entender como a condutividade do silício varia em função de um bombeamento óptico externo, com

potência P_o . Isto permite modelar o efeito da modulação a ser aplicado na onda THz, por meio da estrutura proposta na seção anterior.

Considerando potências típicas para lasers comerciais, pode-se traçar um gráfico de condutividade em função destes valores de potência. Este gráfico também admite diferentes relações entre a frequência do plasma e as taxas de colisão, à fim de se demonstrar o comportamento da condutividade para diferentes relações ν/ω_p . A potência óptica considerada nesta análise se limita entre $10 \mu\text{W}$ e 3mW , supondo comprimentos de onda de 300nm . Nestas condições, é razoável presumir uma eficiência quântica do silício de 80% [32, 55]. Neste exemplo, a área efetivamente iluminada considerada foi de $1 \mu\text{m}^2$. O que pode ser considerada uma vantagem, pois é uma área pequena, dadas as dimensões típicas para guias de ondas para THz.

Finalmente, o modulador de amplitude pode ser obtido, ao considerar a área iluminada como sendo a seção transversal de um guia retangular de silício, tal como mostrado na Fig. 20. Pode-se ainda admitir que este guia de silício seja cada uma das paredes da estrutura LID. Neste caso a condutividade de cada uma das paredes pode ser expressa pela densidade de potência do feixe óptico modulante, por:

$$\sigma_p = \eta_q S_o \left[\frac{\lambda \nu_c}{\nu_c^2 + \frac{1}{\epsilon_r} \left(\frac{2\pi c}{\lambda} \right)^2} \right] \frac{q_e^2}{m_e h c} \quad (73)$$

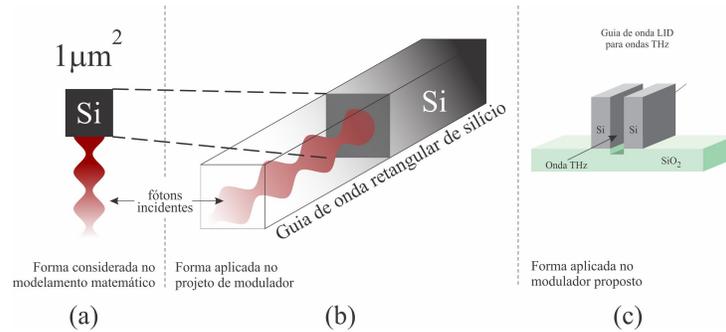


Fig. 20: Modelo utilizado para calcular a condutividade do guia onda a fim de estabelecer a relação entre os parâmetros de modulação com as características do sinal modulante. (a) Geometria utilizada no modelo matemático desenvolvido. (b) Neste caso, a potência e o comprimento de onda do sinal óptico modulante, liberam elétrons conforme se propaga ao longo de um guia retangular de silício. (c) Em se tratando do guia LID, cada uma das paredes da estrutura pode ser considerada um guia de onda retangular distinto sob o ponto de vista do sinal óptico modulante.

O diagrama em blocos do modulador proposto é visto na Fig. 21. Neste caso, considera-se que o sinal modulante seja um feixe óptico contendo informação. Quando este feixe interage com a estrutura, a informação contida neste sinal óptico é então transferida para a onda THz, causando variações na sua amplitude. Isto ocorre devido a absorção imposta pelo sinal óptico modulante, capaz de alterar a condutividade do meio em conformidade com o valor de sua potência óptica.

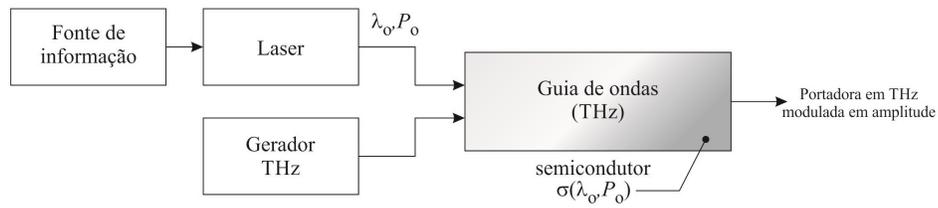


Fig. 21: Visão geral do funcionamento da estrutura proposta neste trabalho.

3.3 Eletro-absorção utilizando grafeno

Eletro-absorção é uma característica dos semicondutores, em que o coeficiente de absorção linear do material é modificado quando submetido a presença de um campo elétrico externo [26]. O efeito Franz-Keldysh [26] observa a redução do limiar de condução de um semicondutor em função da intensidade de campo elétrico proveniente de uma onda cujo comprimento seja maior que este limiar. Na Fig. 22, tem-se a ilustração deste efeito em um modulador de amplitude construído com semicondutores. O resultado da aplicação do campo elétrico é uma redução da altura da banda proibida do semicondutor, indicando que a condutividade é mais elevada em estados de energia mais baixos. Muito embora este não seja propriamente o efeito utilizado no desenvolvimento deste projeto, este fenômeno leva a uma melhor compreensão do princípio de funcionamento do modulador proposto nesta etapa do trabalho. O material adotado para o desenvolvimento de um modulador por eletro-absorção foi o grafeno. Nesta seção constam as justificativas e desenvolvimento necessário para a sua aplicação neste trabalho.

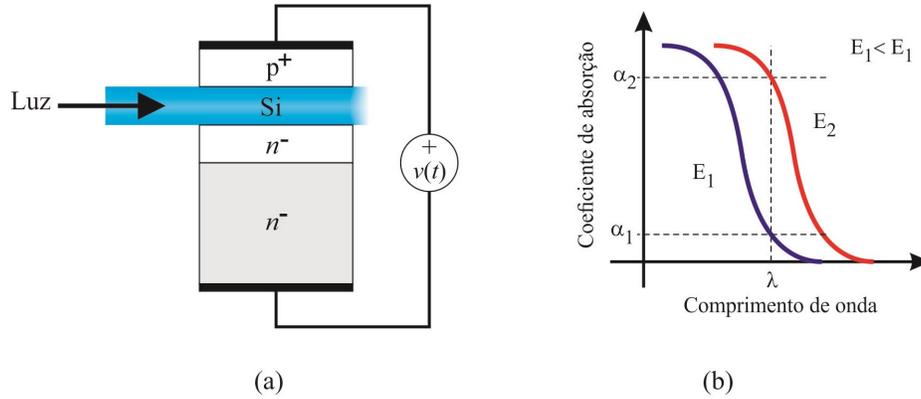


Fig. 22: Exemplo de um modulador óptico utilizando plataforma SOI. (a) Estrutura básica. (b) Diagrama de coeficiente de absorção mostrando a modificação do limiar de condução para um mesmo comprimento de onda, considerando dois valores de campo elétrico externo de excitação, E_1 e E_2 .

Grafeno é considerado, em diversas literaturas, como um semi-metal, cuja espessura de 0,34 nm pode ser desconsiderada nestas análises. Além disso, não apresenta banda proibida (do inglês, *bandgap*) [61]. O uso deste material tem se difundido cada vez mais em diversas áreas da opto-eletrônica. Contribui para isso, o fato de que o grafeno reúne diversas características interessantes que acabam por resultar em dispositivos com profundidades de modulação muito próximas à 100% [62]. A própria ausência de banda proibida é uma evidência disso. Mas, também cita-se a transparência praticamente constante na faixa do infra-vermelho ao visível, que resulta em uma absorção de apenas 2,3%. Observam-se também, características como a alta densidade de portadores e a alta mobilidade de cargas em baixas frequências [38, 63], Além disso, pelo fato de as transições intra-banda serem dominantes na região dos THz, a sua condutividade pode ser descrita pelo modelo de Drude, o que simplifica o projeto de moduladores [64].

Enquanto o desenvolvimento das tecnologias baseadas em grafeno evoluía rapidamente desde o início dos anos 2000, outra tecnologia emergiu com grande potencial para enlaces de altas taxas de dados e curtas distâncias: telecomunicações na faixa dos THz. Sendo assim, houve um esforço para combinar as tecnologias baseadas em grafeno e THz no intuito de produzir uma nova geração de dispositivos que se posiciona entre ópticas e as micro-ondas. Moduladores ópticos que aplicam grafeno como elemento ativo têm sido explorados extensivamente desde a última década [47, 65, 66, 67]. A utilização do grafeno

sobre diversas arquiteturas (não somente em guias de ondas) tem sido de grande relevância na obtenção de dispositivos ópticos de alto desempenho. Além disso seu uso não tem sido restrito apenas ao espectro óptico, com diversos trabalhos reportando aplicações no infravermelho distante e, mais propriamente, para a faixa dos THz [2, 21, 49, 53, 67].

Nesta etapa do trabalho é demonstrado como as técnicas de projeto de moduladores ópticos que utilizam grafeno como elemento ativo podem ser aplicadas para a concepção do moduladores para operações na faixa dos THz. Para tanto, considera-se um modelo generalista de modulador em guia de onda, conforme se vê na Fig. 23. Posteriormente este modelo é particularizado para o guia de onda do tipo LID. Nesta Seção são demonstradas as grandezas envolvidas no projeto e a forma como se relacionam, além de definir limitantes para que se preservem relações importantes para que o funcionamento do dispositivo final ocorra em valores plausíveis em sua geometria, frequência de operação, tensão de modulação.

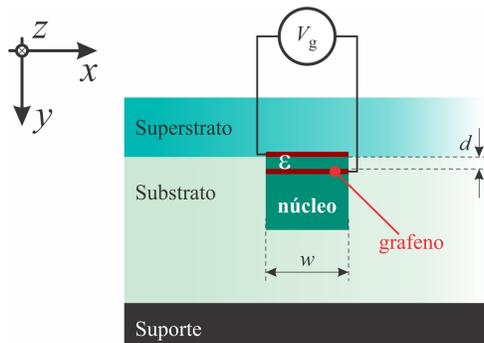


Fig. 23: Visão geral de modulador em guia de onda aplicando duas folhas de grafeno.

Diversos trabalhos têm utilizado grafeno para produzir moduladores em THz. Entre as configurações mais recorrentes, tem-se o uso do efeito foto-condutivo, como descrito neste trabalho para o silício [47, 48, 49, 58, 68, 69, 70, 71]. Porém, a estrutura mais recorrente nesses trabalhos, considera uma onda THz atravessando uma folha de grafeno (ou outro material semelhante). Por se tratar de um material quase transparente, a onda THz atravessa a estrutura praticamente inalterada. Contudo, admite-se um bombeamento óptico na folha. O grafeno, após ter absorvido fóton fica mais condutivo, impondo perdas à onda THz. Esta configuração é vista na Fig. 24(a), e apesar da vantagem de apresentar baixas perdas, é uma configuração válida para experimentos utilizando óptica do espaço

livre, mas dificilmente será reproduzida em chips. Uma alternativa foi demonstrada por Locatelli, *et al.* [67], em que se tem um guia de onda retangular (*RIB waveguide*) com aplicação de grafeno no substrato. Neste caso, não se utiliza bombeamento óptico, o que simplifica o funcionamento do dispositivo. Porém, por se tratar de um guia de onda convencional, esperam-se altas perdas para a onda portadora em THz. Esta configuração consta na Fig.24(b). Destes conceitos apresentados, pode-se então conceber a ideia a ser explorada neste trabalho. Basicamente, toma-se o modelo apresentado por Locatelli, *et al.* [67] trocando a guia de onda pela estrutura de confinamento no menor índice de refração (LID) desenvolvida neste trabalho. Esta proposta de estrutura é ilustrada na Fig. 24(c), e trata-se de uma importante contribuição deste trabalho.

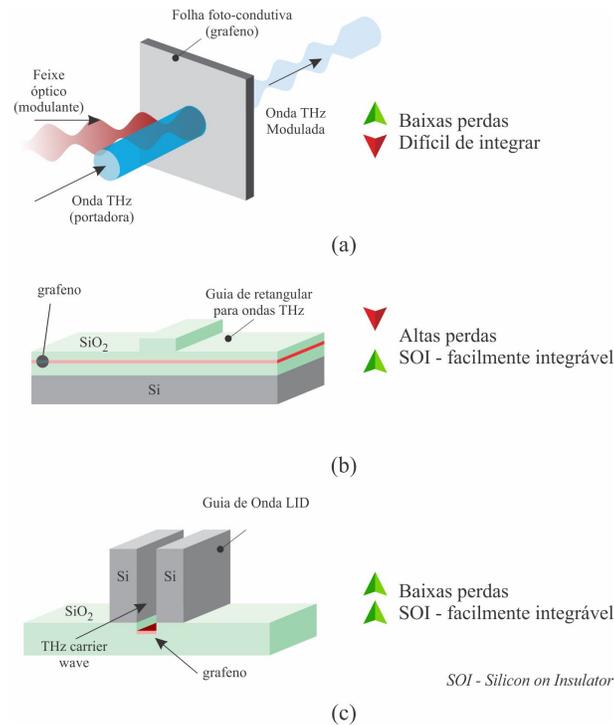


Fig. 24: Visão geral de modulador em guia de onda aplicando duas folhas de grafeno.

Neste desenvolvimento, o modulador em guia de onda é obtido por meio da aplicação de duas folhas de grafeno sobre o núcleo do guia, tal como se vê na Fig. 23. O processo de modulação ocorre ao aplicar-se uma diferença de potencial elétrico entre as folhas de grafeno. A variação da tensão entre as folhas modifica seu potencial eletro-químico, que atua na modificação da condutividade do grafeno. Observa-se, neste ponto, uma vantagem

para a concepção de modulador por eletro-absorção em relação ao efeito foto-condutivo: ao invés de modular a onda THz por meio de uma injeção de fótons, o que requer um laser modulado, o funcionamento se cumpre pela aplicação de um campo elétrico. Isto é mais facilmente obtido e menos complexo do ponto de vista construtivo, pois envolve apenas a fabricação de um guia de ondas e uma linha de transmissão [45]. Variações na condutividade surtem efeito direto na amplitude da onda guiada, tal como se demonstrou no item 3.2.2. Neste esquema, destacam-se a largura do núcleo que também indica a largura das folhas de grafeno, a espessura do isolante, d , que é o material que separa as duas folhas e a permissividade dielétrica. Todos estes parâmetros devem ser considerados no projeto, como será demonstrado à seguir.

Três parâmetros serão utilizados neste modelo: a largura de banda do modulador, a tensão de ativação, V_g , e a separação entre as folhas de grafeno, d , vistas na Fig. 23. A tensão de ativação necessária para o funcionamento da estrutura esta relacionada com o nível de Fermi do grafeno, E_f [47]. Valores elevados de V_g podem inviabilizar o projeto, pois, trata-se de um valor mínimo de tensão para garantir que o grafeno torne-se transparente para a onda guiada. Aqui se observa uma importante vantagem para a aplicação de grafeno em THz: a baixa energia das ondas nessa região do espectro. Para o comprimento de onda da portadora, λ , esta tensão é dada por:

$$V_g \equiv E_f = \frac{hc}{\lambda} \quad (74)$$

em que h é a constante de Plank e c a velocidade da luz no vácuo. Este valor de tensão depende da separação entre as folhas de grafeno, d , além de também apresenta uma dependência com a largura de banda. Então, mesmo que a operação em THz traga a vantagem de baixos valores de energia, a falta de um balanceamento entre estes três parâmetros pode novamente inviabilizar o projeto. É no intuito de estabelecer uma relação de compromisso entre estes valores que se desenvolveram algumas das relações apresentadas na próxima seção.

3.3.1 Largura de banda, tensão de ativação e espessura do dielétrico

O dispositivo proposto é capaz de modular a onda THz por meio de variações em seus níveis de absorção. Este fator está relacionado com a condutividade das folhas de grafeno, que por estarem localizadas muito próximas do núcleo do guia de ondas, afetam diretamente nas características da propagação da estrutura. Como será demonstrado, na faixa de THz, são as transições intra-banda do grafeno que definem a absorção sofrida pela onda propagante [64]. Para pequenos valores de níveis de Fermi, a densidade de estados disponíveis na banda de condução do grafeno é reduzida, levando a pequenos valores de condutividade óptica do grafeno. Em outras palavras, nestes níveis de energia não ocorrem transições em quantidade significativa e, conseqüentemente, a absorção da onda é baixa. Ao aumentar o nível de Fermi, há um aumento na absorção, principalmente devido a maior densidade de estados nestas condições. Por sua vez, o potencial químico do grafeno, ou nível de Fermi, é determinado pela concentração de portadores em sua banda de condução, tal como ocorre com o silício. No entanto, esta densidade é facilmente controlada pela aplicação de um potencial elétrico, entre as duas folhas de grafeno, aqui denotado por V_g . Esta estrutura em muito se assemelha a um capacitor de placas paralelas, onde se têm duas folhas condutoras separadas por um isolante. De acordo com Kleinert, *et al.* [48], o campo elétrico perpendicular as folhas de grafeno, produzindo uma densidade de corrente de superfície que é equivalente às modificações no nível de Fermi, E_f . Descreve-se por:

$$V_g = \frac{E_f^2 e d}{\hbar^2 \nu^2 \pi \epsilon} \quad (75)$$

em que, e é a carga elétrica fundamental, \hbar é a constante reduzida de Plank, ν , neste contexto, é velocidade de Fermi (não confundir com a taxa de colisões do plasma sólido de silício, no capítulo anterior), ϵ é a permissividade elétrica do material dielétrico entre as folhas de grafeno, e d é a distância que as separa. Portanto, é possível controlar a absorção do grafeno por meio do controle da tensão V_g . Como critério de projeto, define-se que V_g deve ser tal que coloque o grafeno próximo ao ponto de Dirac [48]. Se trata do nível de energia em que as bandas de valência e de condução se encontram, em se tratando do grafeno. Deste modo, a modulação pode ser obtida à partir de V_g .

Como visto em (75), existe uma razão linear entre V_g e d . Para manter a viabilidade de projeto, é desejável que a tensão de ativação, V_g não admita altos valores (mais que algumas dezenas de volts), pois dificultaria o processo de integração e fabricação do dispositivo. Para isto, pode-se optar pelo uso de pequenas espessuras do dielétrico, d . Porém, pequenos valores de d impactam negativamente no projeto. Lembrando-se que a estrutura é, na prática um capacitor de placas paralelas, a sua capacitância será:

$$C = \frac{\varepsilon l w}{d} \quad (76)$$

em que w e l são a largura e comprimento de cada folha de grafeno e ε é a permissividade dielétrica medida entre as folhas. Altos valores de capacitância, indicam que a estrutura não é capaz de suportar operações em altas frequências. Logo, pequenos valores de d reduzem a largura de banda do dispositivo. A largura de banda da estrutura pode ser calculada por meio de:

$$f_c = BW = \frac{1}{2\pi RC} \quad (77)$$

em que f_c representa a frequência de corte e R é a resistência do grafeno, dada por: [72, 73, 74]:

$$R = \frac{2(\rho_{\square} w + \rho_c)}{l} \quad (78)$$

em que, ρ_{\square} é resistividade de folha do grafeno e ρ_c a resistência de contato, parâmetro relacionado as características elétricas dos eletrodos e outros fatores construtivos da estrutura [75, 72].

Quanto maior a capacitância da estrutura, menor será a sua frequência de corte, resultando em um dispositivo de faixa estreita. Aumentar a largura de banda, exige um aumento da espessura do dielétrico entre as folhas de grafeno. Isto, por sua vez, exige que se elevem os valores de tensão para que o grafeno seja configurado no ponto de Dirac [76]. Portanto, em projetos em que haja demanda operações em grandes larguras de bandas, haverá também a necessidade de operar em grandes tensões. Neste ponto do desenvolvimento, se observa a necessidade de encontrar um balanço entre V_g , d , e BW .

Isto pode ser feito, escrevendo a frequência em função de d , por:

$$f_c = \frac{d}{4\pi\varepsilon(\rho_{\square}w^2 + \rho_c w)} \quad (79)$$

mostrando que f_c apresenta uma relação de linearidade com d , tal como também se observou a respeito de V_g , em (75). Para balancear V_g , d e BW , deve-se compreender a taxa de variação que V_g e BW apresentam com relação a d . Isto pode ser feito aplicando as derivadas:

$$\frac{\partial f_c}{\partial d} = \frac{1}{4\pi\varepsilon(\rho_{\square}w^2 + \rho_c w)} \quad (80a)$$

$$\frac{\partial V_g}{\partial d} = \frac{E_f^2 e}{\hbar^2 \nu^2 \pi \varepsilon} \quad (80b)$$

Pode-se relacionar (80.a) à (80.b) bastando para isso incluir um fator de proporcionalidade, K :

$$\frac{\partial f_c}{\partial d} = K \frac{\partial V_g}{\partial d} \quad (81)$$

Com isso, caso o projeto do modulador seja limitado em termos da tensão de ativação e, ao mesmo tempo, exija que uma dada largura de banda seja garantida, pode-se encontrar uma espessura de dielétrico ou largura das folhas de modo a atender aos requisitos de projeto. O desenvolvimento disto leva à:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon(\rho_{\square}w^2 + \rho_c w)} = K \frac{E_f^2 e}{\hbar^2 \nu^2 \pi \varepsilon} \quad (82)$$

Os valores de w , que satisfazem esta equação, são

$$w = \frac{-\rho_c \pm \sqrt{\rho_c^2 + \frac{\rho_{\square}}{eK} \left(\frac{\nu}{2\pi f}\right)^2}}{2\rho_{\square}} \quad (83)$$

Pode-se ainda, expressar a largura do guia de ondas (w) em termos do comprimento de onda (λ), por $r = w/\lambda$. Então:

$$K = \left\{ e \left(\frac{4\pi c}{\nu} \right)^2 \left[r^2 \rho_{\square} + \frac{r}{\lambda} \rho_c \right] \right\} = \frac{V_{g(\min)}}{f_c} \left[\frac{\text{V}}{\text{Hz}} \right] \quad (84)$$

Este parâmetro pode ser entendido como a eficiência de modulação, pois expressa a quantidade de tensão necessário para que o dispositivo seja capaz de atuar em uma dada largura de banda, levando-se em conta seus parâmetros construtivos e faixa de operação.

Levando em conta a relação entre a largura do guia e o comprimento de onda, quando $r \approx 1$ (valor tipicamente encontrado em guias de onda convencionais), pode-se perceber que a obtenção de larguras de bandas típicas de sistemas de comunicação (entre dezenas e centenas de GHz, [21]) exige valores de tensão que ultrapassam os quilovolts, além de vários milímetros quadrados de deposição de grafeno. Esta é uma condição impraticável para um modulador que pretende se tornar comercialmente aceito. Contudo, esta questão pode ser resolvida, ao considerar (84), em que se observa uma pronunciada redução de $V_{g(\min)}$, independentemente de d ou f_c , quando a largura do guia é menor que o comprimento de onda, ou seja, $w < \lambda$. Esta condição é comumente encontrada em guias de onda de abertura, ou nas chamadas guias de onda “*sub-wavelength*” [77]. Esta característica é especialmente útil para este tipo de projeto, pois aplicar grafeno em regime THz, usualmente exigira grande consumo de material (centenas de micro-metros quadrados, como é apresentado mais adiante). Isto porquê as dimensões para tais comprimentos de ondas seriam enormes, se comparado com o que é usual em comunicações ópticas. Contudo, ao admitir que o projeto seja desenvolvido segundo as premissas de “*sub-wavelength*”, também pode-se presumir grande economia no consumo de grafeno. [38, 78] Além disso, se a condição em que $r < 10^{-1}$ puder ser respeitada, pode-se concluir que a estrutura proposta pode apresentar larguras de bandas grandes o bastante ($BW \gg 200$ GHz) para permitir aplicações de comunicação sem fio de alta velocidade, com baixas tensões ($V_g \cong 10$ V) e pequenas áreas de grafeno, como será apresentado, à seguir.

Com o desenvolvimento apresentado nesta seção, pode-se projetar um modulador THz, e ainda priorizar certos parâmetros em detrimentos de outros, como por exemplo, largura de banda para comunicação de alta velocidade de curto alcance, ou baixas tensões para garantir longevidade para baterias ou menor complexidade no isolamento elétrico, ou ainda, espessura de substrato para viabilizar certo processo de fabricação.

3.3.2 Condutividade

Tal como se demonstrou no capítulo anterior, o princípio de modulação no silício, ocorre devido a modificações na sua condutividade elétrica. Para o silício, isto ocorria em decorrência da variação da concentração de portadores em sua banda de condução, que por sua vez varia com a incidência de fótons. Neste caso, ocorre praticamente o mesmo efeito com grafeno, porém a injeção de portadores é feita diretamente pela aplicação de potencial elétrico nas folhas de grafeno, V_g [48]. Esta característica representa uma vantagem evidente para esta arquitetura, pois elimina a necessidade de se ter um laser para produzir a modulação no silício. Para tanto, deve-se então compreender como a condutividade do grafeno, σ , pode ser afetada pelo campo elétrico de um sinal modulante. Nesta seção são apresentados os cálculos de modo a relacionar V_g e σ , para então, no Capítulo 5, obter-se os resultados de modulação sobre uma onda THz.

Ambos os parâmetros V_g e σ estão relacionados com o nível de Fermi do grafeno. Tal como afirma Rouhi, *et al.* [64], para a região das ondas THz, a condutividade do grafeno pode ser obtida recorrendo-se ao modelo de Drude, pois, as transições intra-banda são dominantes nestes níveis de energia [79, 76].

O modelo de Drude define a condutividade de folha do grafeno, em alguns casos chamada de condutividade DC. Logo, tem-se: [76]

$$\sigma_{\text{DC}} = \frac{e^2 \tau E_f}{\pi \hbar^2} \quad (85)$$

sendo, e a carga elétrica fundamental, E_f o nível de Fermi do grafeno, \hbar a constante reduzida de Plank e τ é o tempo de espalhamento do grafeno, que é o inverso da taxa de colisão das partículas[80]. Este parâmetro também foi levado em conta no modelamento do silício, contudo em se tratando de grafeno, existem diversas fontes que reportaram valores medidos desta grandeza em diferentes condições. Considerou-se $\tau = 250$ fs, com base em alguns resultados apresentados na literatura [81, 82, 80, 64]. Então, aplicando (75) em (86), vem:

$$\sigma_{\text{DC}}(V_g) = \frac{\tau \nu}{\pi \hbar} \sqrt{\frac{e^3 V_g \pi \varepsilon}{d}} \quad (86)$$

em que se pode notar a dependência entre a condutividade DC do grafeno com a espessura do dielétrico que separa as duas folhas, d . Como se viu na seção anterior, este valor de espessura, a tensão de ativação V_g e a largura de banda estão relacionados. Logo, haverá também uma dependência entre a largura de banda e condutividade. Para tanto, pode-se definir como fica a condutividade em função da frequência. Neste caso, recorre-se à fórmula de Kubo [83], levando à:

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_{\text{DC}}(V_g)}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (87)$$

em que, ω é a frequência angular da onda THz, dada por $2\pi c/\lambda$. De acordo com Bonaccorso, *et al.* [84], a condutividade óptica do grafeno de folha única (*single-layer graphene*) é universal e igual à $e^2/4\hbar \cong 60.8 \mu\text{S}$. Contudo, este valor é modificado em função do comprimento de onda, pois diferentes valores de energia estão envolvidos neste domínio. Então, para frequências na região dos THz, este valor de condutividade pode alcançar $30e^2/4\hbar$ [64] em temperatura ambiente, à depender do nível de Fermi aplicado e do tempo de espalhamento na amostra. Trabalhos relacionados demonstraram que para esta faixa de frequência, o tempo de espalhamento máximo do grafeno é de 510 fs [81, 82, 80, 64]. Para este desenvolvimento adotou-se um tempo de espalhamento de aproximadamente metade deste valor, como margem de segurança, ou seja, $\tau = 250$ fs. Este valor também concorda com o que foi demonstrado por Berardi, *et al.* [80], que apresenta resultados experimentais muito próximos aos simulados considerando este valor de tempo de espalhamento. Os resultados deste desenvolvimento são apresentados no Capítulo 5.

3.4 Comentários sobre o capítulo

Neste Capítulo, foram apresentadas as técnicas de modulação consideradas para execução deste trabalho: modulação eletro-óptica, por efeito foto-condutivo e por eletro-absorção. Também se descreveram matematicamente os principais parâmetros necessários para produzir modulação aplicando o guia de ondas desenvolvido no Capítulo anterior. Descartou-se logo de início a primeira técnica (eletro-óptica) devido a ausência deste fenômeno na faixa de interesse. O projeto de modulador para as duas outras técnicas consta

nos próximos Capítulos, que se seguem de uma análise de desempenho obtida por meio de simulações computacionais.

4 Projeto de um modulador de amplitude para Ondas THz

A modulação pelo efeito de fotocondutividade, na forma idealizada, pretendia resolver alguns problemas recorrentes em projeto de moduladores para THz. Primeiramente, não envolvia o uso de nenhum material especial, apenas considerava o seu de silício e sílica (SiO_2), deixando de fora estruturas mais complexas e caras, como metamateriais e próprio grafeno.

O desenvolvimento do guia de onda LID que utiliza somente silício e sílica, foi predominante neste trabalho. Ao longo do desenvolvimento, a estrutura apresentou algumas variações em sua geometria, de modo a atender melhor cada contexto em que foi estudada. Na Fig. 25, pode-se ver as diversas modificações no projeto ao longo de seu desenvolvimento. Inicialmente, considerou-se que as paredes do guia seriam feitas de sílica sobre uma base de silício. O meio ativo em sua primeira concepção seriam finas barras de silício inseridas no interior de cada parede (Fig. 25a). Estas barras se comportam como um guia de ondas para comprimentos de ondas ópticos. Quando excitadas, estas barras de silício (ou guias de ondas secundárias) tornam-se mais condutivas, como se demonstrou no Capítulo 3. Deste modo seria, em tese, possível de se controlar a amplitude da portadora em THz, por meio da potência acoplada nestas barras de silício. A segunda forma da estrutura veio de uma evolução da primeira, após terem sido constatados alguns problemas que tornariam a construção da primeira forma muito complexa: a inserção das barras de silício dentro das paredes de sílica do guia principal. Em sua segunda versão (Fig. 25.c), Considerou-se que toda a parede do guia LID seriam de silício sobre uma base de sílica. Isto melhorou o desempenho da estrutura quanto ao fator de confinamento, pois o contraste entre os índices, neste caso é maior. Esta estrutura é uma das contribuições deste trabalho, ainda que as paredes de silício fossem grandes demais para confinar o sinal óptico de bombeamento. Devido as dimensões muito maiores que o comprimento de onda óptico de bombeamento, a estrutura das paredes se torna multimodo e não garante um densidade de energia adequada.

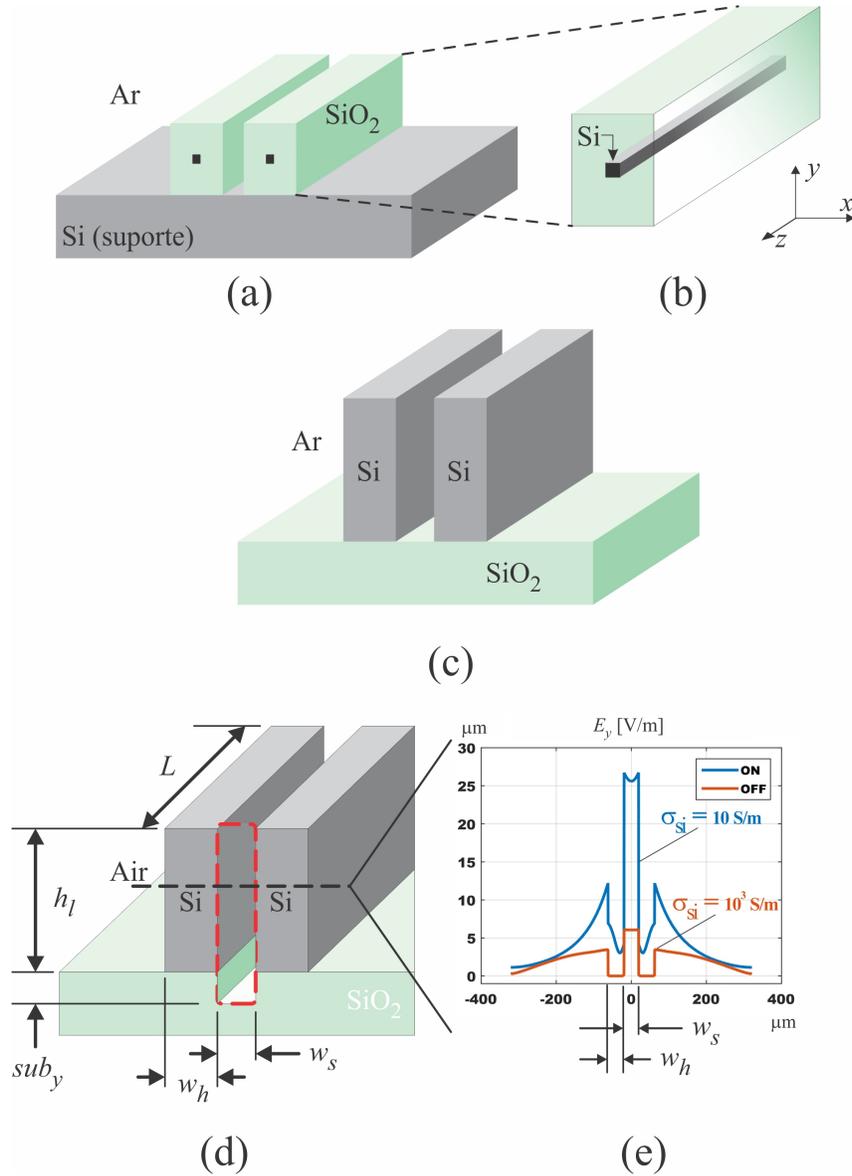


Fig. 25: Evolução do projeto de modulador em guia de onda do tipo LID. (a) Primeira versão que utilizava barras de silício dentro das paredes do guia como meio ativo. (b) Detalhe da barra de silício construído no interior de cada parede do guia LID. (c) Evolução do projeto que considerava toda a parede do guia LID como sendo de silício, aprimorando o confinamento da onda na região de ar, porém tornava o confinamento do sinal óptico modulante muito fraco. (d) Versão final desta estrutura com algumas melhorias para elevar o fator de confinamento e melhorar a interação entre o sinal óptico modulante e a onda THz. (e) Forma do campo elétrico da onda THz, considerando os dois estados de excitação das paredes do guia, sendo "ON" o guia sem qualquer excitação, permitindo a passagem da onda THz e "OFF" considerando as paredes excitadas com sinal óptico de bombeio, e por estarem mais condutivas, reduzem o confinamento da onda THz.

4.1 Guia LID com barras de silício nas paredes

No Capítulo 2 foram apresentados os modelos matemáticos que permitem a criação de guias de ondas LID para faixa de THz. No Capítulo 3, foi demonstrado como uma injeção de fótons pode alterar as características eletromagnéticas do silício, aproximando-o de um plasma sólido. Esta modificação permite utilizar a estrutura como um modulador. Nesta seção, é apresentada a estrutura resultante deste modelo, suas dimensões e os resultados obtidos por simulação computacional no *software* Comsol Multiphysics®. A Fig. 26 apresenta a disposição geral do modulador e as suas principais medidas. Estes valores constam na Tabela 2. Os valores utilizados, obtidos por meio do desenvolvimento apresentado nos capítulos anteriores, concordam em ordem de grandeza com as estruturas apresentadas por Atakaramians, *et al.* [12] e Jiang, *et al.* [31].

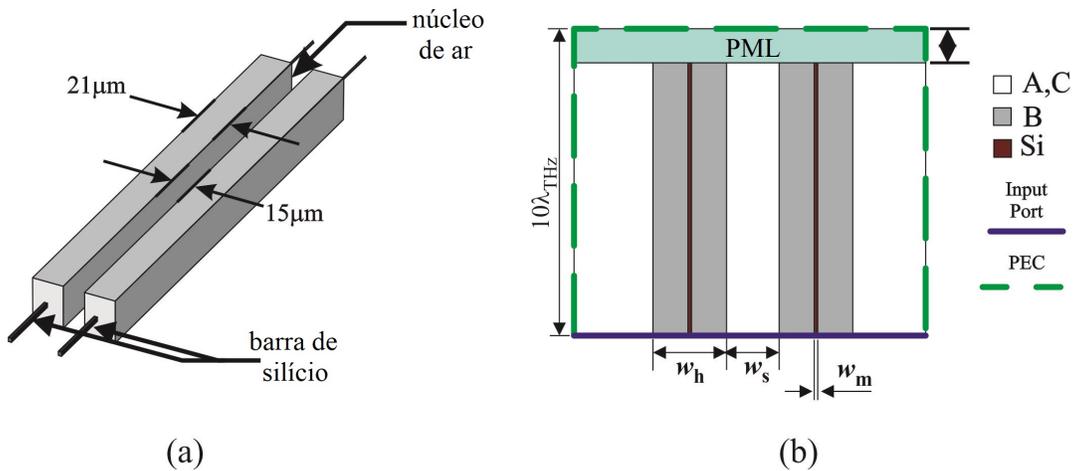


Fig. 26: Visão geral do modulador de amplitude em THz proposto utilizando guias de ondas LID de baixa perda, com barras de silício em suas paredes. (a) Estrutura utilizada com seus parâmetros geométricos. (b) Modelo computacional utilizado.

A região de confinamento, por ser ar, não pode ser considerada como um meio ativo, tal como a sílica empregada nas paredes do guia. Contudo, ao considerar a fina barra de silício no interior das paredes, o meio se torna opticamente ativo, considerando que a condutividade do silício varia em função da injeção de fótons. Para tanto, a barra de silício deve ser modelada como um guia de onda retangular para comprimentos de onda ópticos $\lambda_o = 300\text{nm}$. Considera-se que o núcleo deste guia óptico na parede da estrutura LID seja de silício, e a casca seja a própria parede de sílica. Os valores de índice estão

Tabela 2: Parâmetros geométricos e eletromagnéticos da estrutura apresentada.

Parâmetro	Valor	Descrição
L	$10\lambda_{\text{THz}}$	comprimento da estrutura
λ_{THz}	$30\mu\text{m}$	comprimento da onda THz
w_s	$0,5\lambda_{\text{THz}}$	largura da região de ar (<i>gap</i>)
w_h	$0,7\lambda_{\text{THz}}$	largura da parede
w_m	$1\mu\text{m}$	largura da barra de silício
$n_{A,C}$	1,0	índice de refração das regiões de ar
n_B	1,4	índice de refração da sílica nas paredes
n_{Si}	3,4	índice de refração da barra de silício

descriminados na Tabela 2. Este esquema aparece em detalhes na Fig. 27.

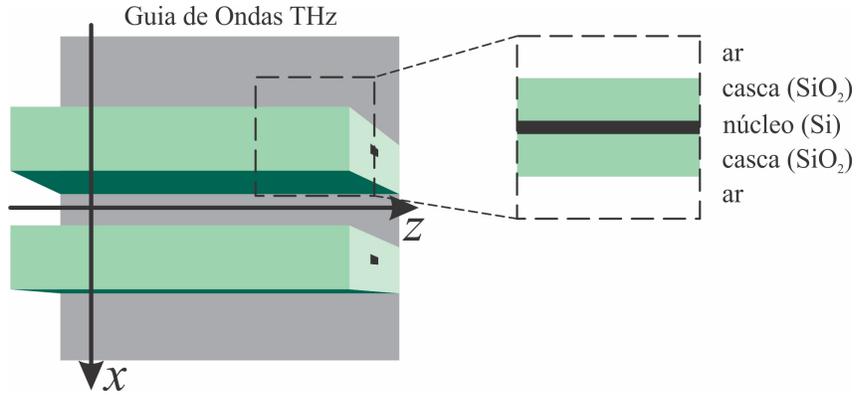


Fig. 27: Detalhe das barras de silício no interior das paredes do guia de ondas LID, que atuam como meio ativo quando excitadas com feixe óptico.

A condutividade do silício, σ , é dada em função da potência óptica incidente, P_o , proveniente de um laser modulado, como mostrado na Fig. 21. A condutividade do silício, dependendo de seu nível de impurezas, temperatura, entre outros fatores, pode variar entre 10^{-2} a 10^5 S/m, tal como afirma Sze, *et al.* [85]. Estes valores podem ser encontrados por meio de (73), sendo que a condutividade máxima do silício pode ser obtida com uma potência óptica incidente de aproximadamente 1 mW (Fig. 28). Neste caso considera-se que o comprimento efetivo do modulador menor que $10\lambda_{\text{THz}}$.

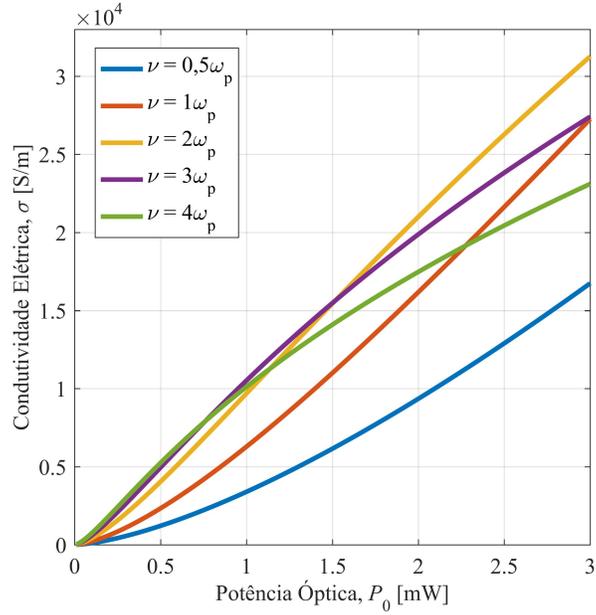


Fig. 28: Condutividade elétrica da barra de silício com $1 \mu\text{m}^2$ em função da potência óptica acoplada, variando entre 0 e 3 mW. Como não se definiu um valor para a taxa de colisão ν_c do silício, foram traçadas cinco curvas diferentes, supondo diferentes relações entre ω_p e ν_c .

Na Fig. 29 pode-se visualizar o efeito de modulação sobre a componente transversal de campo elétrico E_y e o vetor de Poynting medido na direção de propagação, o eixo z . Concluí-se que à partir de uma excitação apropriada na barra de silício, pode-se produzir modificações significativas nas características eletromagnéticas do dispositivo apresentado.

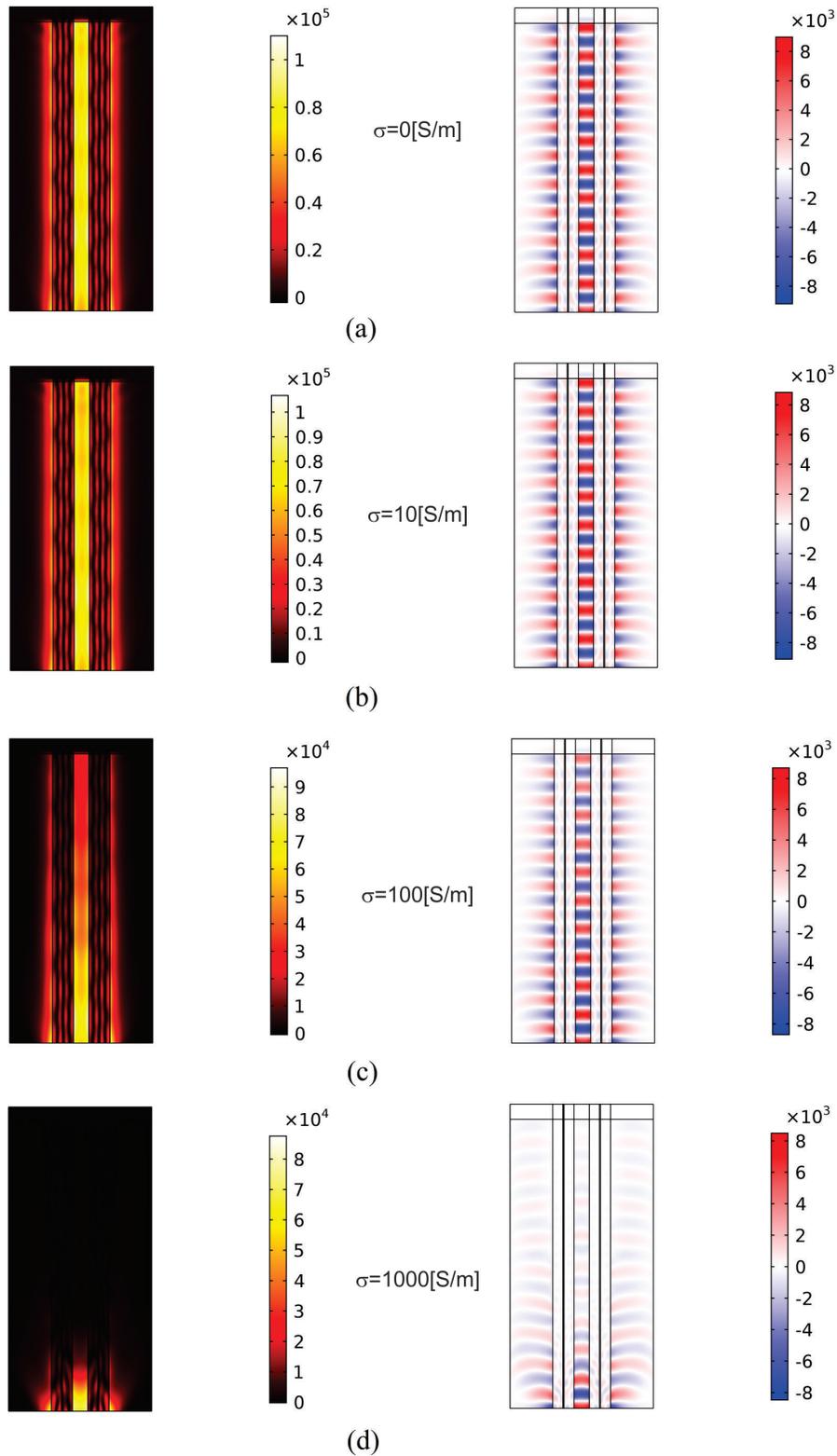


Fig. 29: Vetor de Poynting na direção de propagação (eixo z), vistas à esquerda. Componente transversal de campo elétrico E_y , vistas à direita, considerando diferentes valores de condutividade como resultado do acoplamento de sinal óptico nas barras de silício. (a) $\sigma = 0 [\text{S/m}]$. (b) $\sigma = 10 [\text{S/m}]$. (c) $\sigma = 100 [\text{S/m}]$. (d) $\sigma = 1000 [\text{S/m}]$.

Esta geometria foi apresentada na etapa de qualificação deste trabalho, em que se verificou a dificuldade em fabricar a estrutura tal como apresentado. Pesou contra o fato das barras de silício estarem dentro das paredes do guia LID, além do fato de esta estrutura apresentar dimensões muito grandes para os processos de fabricação, como CMOS (*Complementary Metal Oxide Semiconductor*). Por este motivo, o projeto foi repensado, levando em conta formas alternativas de tornar o guia LID, proposto no Capítulo 2, eletromagneticamente ativo.

4.2 Guia LID com paredes de silício

Com o objetivo de tornar a estrutura anterior viável em termos de sua fabricação, considerou-se adotar um modelo de guia de onda do tipo LID, em que as paredes fossem feitas de silício. A adaptação realizada chegou a uma estrutura cujos principais parâmetros geométricos são vistos na Fig. 30. Como critério de partida, adotou-se a frequência de projeto como sendo 0,7 THz. Inicialmente, este valor fora escolhido para manter a coerência com alguns trabalhos similares [86, 87, 49, 88, 89, 90, 91, 67]. Contudo, como será mostrado, a frequência central de funcionamento desta estrutura ficou em torno de 0,85 THz. Na geometria proposta, tem-se L como sendo o comprimento total do modulador, h_l é a altura das paredes de silício, w_s é a largura região vazia e w_h a largura das paredes de silício. Além disso, observou-se ao longo do desenvolvimento que uma pequena escavação no substrato, entre as paredes do guia, representa uma melhora no desempenho quanto ao confinamento da onda THz. A profundidade desta escavação foi empiricamente definida pelo valor de sub_y , apresentado pela Tabela 3. Todos estes valores aparecem na Tabela 3.

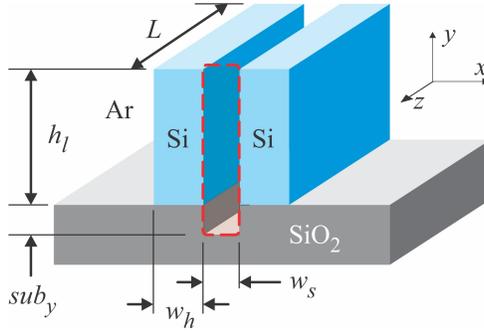


Fig. 30: Guia de ondas obtido à partir de melhorias feitas na versão com barras de silício nas paredes. Neste caso adotou-se paredes inteiramente de silício, tendo a sílica como substrato. A região em vermelho ao centro é onde a maior parte da energia da onda THz se propaga.

Tabela 3: Parâmetros geométricos do guia de ondas LID.

Parâmetro	w_h	w_s	h_l	sub_y	L
Valor	$0,1 \lambda_{\text{THz}}$	$0,09 \lambda_{\text{THz}}$	$0,3 \lambda_{\text{THz}}$	$0,16 \lambda_{\text{THz}}$	$4 \lambda_{\text{THz}}$
	$42,83 \mu\text{m}$	$35,55 \mu\text{m}$	$128,5 \mu\text{m}$	$68,53 \mu\text{m}$	$1,7 \text{ mm}$
$\lambda_{\text{THz}} = 428.3 \mu\text{m} (0.7 \text{ THz})$					

No entanto, é necessário verificar se é possível manter à mesma eficiência quanto a modulação. Para tanto, foram realizadas simulações para visualizar como a potência do sinal óptico modulante se distribui na estrutura. O resultado é visto na Fig. 31.

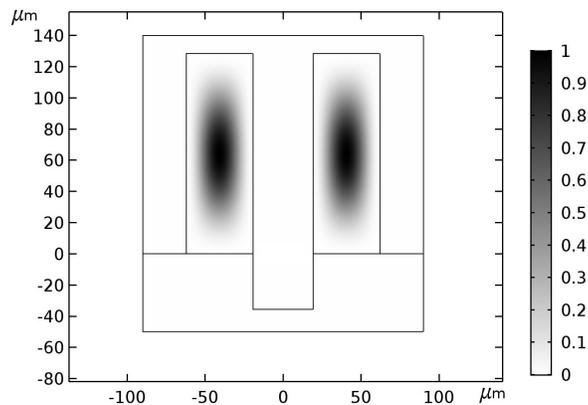


Fig. 31: Densidade de potência normalizada da seção transversal do guia LID considerando iluminação das paredes de silício.

Neste caso, pode-se perceber que não foi utilizado o comprimento de onda de 300 nm, mas sim de 800 nm. A isso se deve o fato de que a seção transversal de cada parede é muito maior que comprimento de onda e, por este motivo, não se caracteriza um guia de

ondas secundário, como ocorre com as barras de silício da estrutura anterior. Portanto, o sinal óptico incidente nas paredes do guia LID é atenuado rapidamente ao incidir nas paredes silício, tendo pouca penetração, e conseqüentemente pouca interação com a onda portadora em THz. Deste modo, utilizar um comprimento de onda em que a absorção seja menor é mais conveniente, pois permite maior penetração do sinal modulante, aumentando a região efetiva do guia modulador.

Além disso, também foi calculada a condutividade das paredes de silício, aplicando o mesmo modelamento matemático descrito anteriormente. Neste caso, pelo fato de a potência óptica estar distribuída em uma grande seção transversal do guia, valores de potência muito inferiores foram observados a fim de se alcançar a condutividade máxima permitida para o silício: aproximadamente 10^3 S/m, de acordo com Sze *et al.* [85]. Estes valores são mostrados na Fig. 32, considerando diferentes eficiências quânticas. Quanto maior a eficiência quântica, maior deve ser a potência óptica aplicada para se chegar à condutividade máxima, estabelecida em 10^3 S/m. Todavia, dentre os valores de eficiência quântica considerados, os mais altos resultarão em maiores distorções, como se demonstra na seção à seguir.

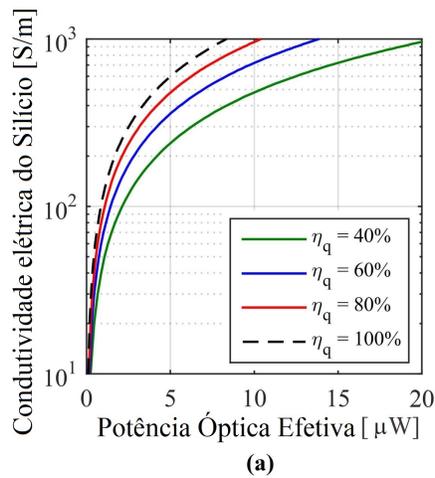


Fig. 32: Condutividade de cada parede de silício do guia LID utilizado. Valores obtidos considerando diferentes eficiências quânticas (η_q).

Para validar a possibilidade de modulação utilizando a configuração proposta nesta seção, recorreu-se a uma simulação computacional utilizando o método dos elementos finitos em duas dimensões no software Comsol Multiphysics[®]. Para tanto, tomou-se a

distribuição de energia do sinal óptico modulante nas paredes de silício, conforme visto na Fig. 31, e a condutividade elétrica das paredes, conforme a Fig. 32. Com isso, pode-se encontrar o modo de propagação da onda THz para duas condições de excitação óptica: considerando ausência de sinal nas paredes e com aplicação de potência máxima (10 μ W) nas paredes. O resultado é visto na Fig. 33. As discussões e análises sobre o desempenho desta estrutura são feitas na seção subsequente.

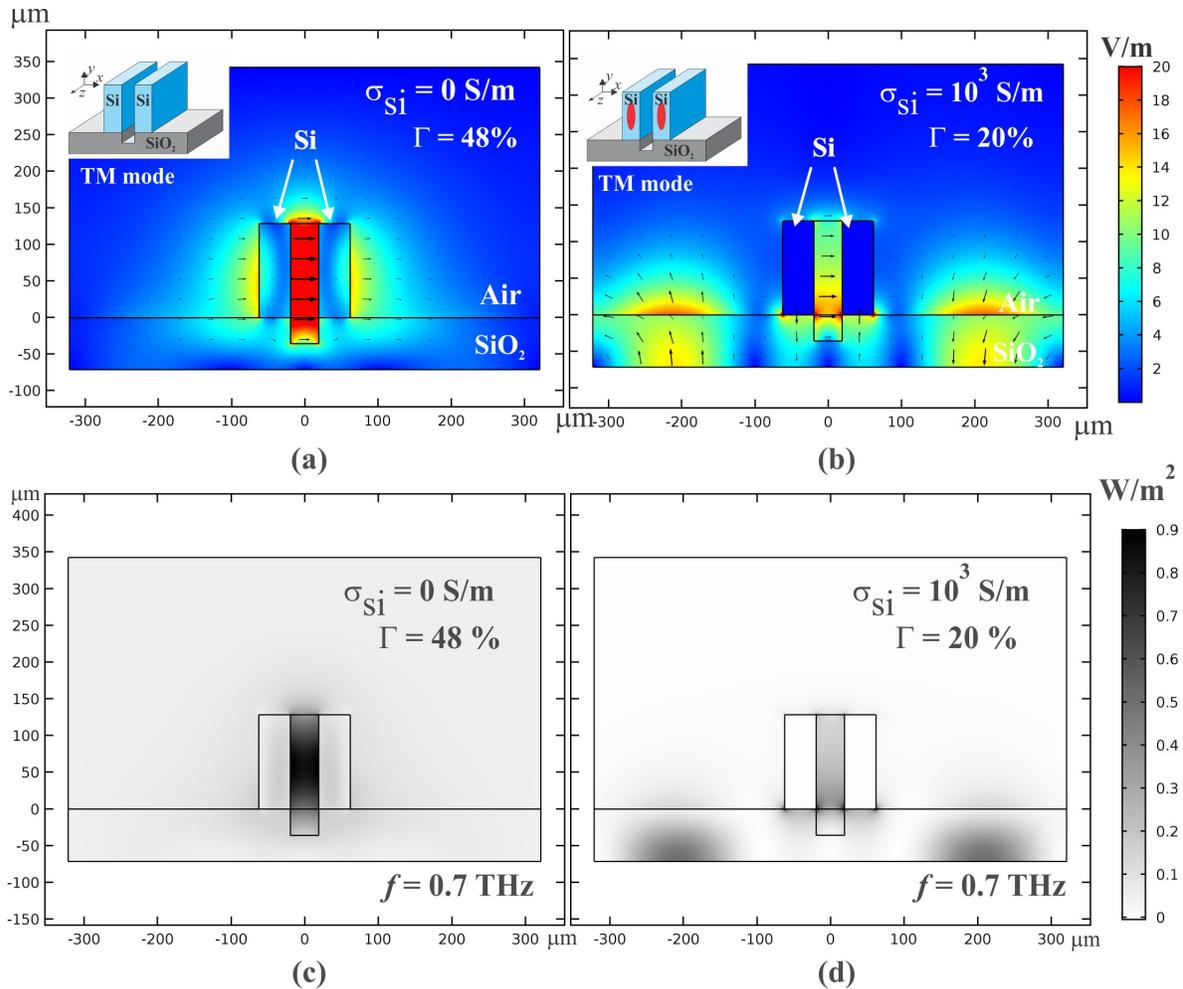


Fig. 33: Modo de propagação da onda THz considerando duas possibilidades de condutividade elétrica. (a) Campo elétrico considerando condutividade nula na parede do guia. (b) Campo elétrico considerando aplicação de sinal óptico nas paredes do guia, elevando a sua condutividade para 10^3 S/m. (c) Vetor de Poynting na direção de propagação na condição de condutividade nula. (d) Vetor de Poynting na direção de propagação na condição de bombeio óptico, com condutividade elevada, $\sigma = 10^3$ S/m

4.3 Análises de desempenho

Neste Capítulo são utilizados os resultados obtidos nas seções anteriores, para produzir um modelo matemático do comportamento dos dispositivo em função da potência óptica aplicada, para diferentes frequência. No primeiro item, há um detalhamento da forma como os parâmetros para análise são extraídos dos dados de simulação utilizando a frequência central de operação. Nas seções subsequentes, são apresentados os resultados para outras frequências. Finalmente, tem-se uma análise geral de como parâmetros como frequência, potência de excitação e modos de operação afetam o comportamento da estrutura.

4.3.1 Fator de Confinamento e Profundidade de Modulação

O fator de confinamento, Γ , é um importante indicador para análises quantitativas da estrutura. Este fator relaciona a quantidade de energia que se propaga na região de núcleo de um guia de ondas (no caso do guia LID, na região vazia ao centro) com a energia evanescente na porção restante da estrutura. O cálculo foi feito por meio de uma integral de superfície à partir do vetor de Poynting na direção de propagação, $S_o(x, y)$, tal como visto na Fig. 33. Duas regiões de integração são definidas na Fig. 34. A região de integração em vermelho, Reg_2 , consiste exatamente da abertura do guia de onda, onde se espera haver maior densidade de energia. A região azul, definida por Reg_1 por sua vez, é o restante do domínio computacional, que também inclui a Reg_2 .

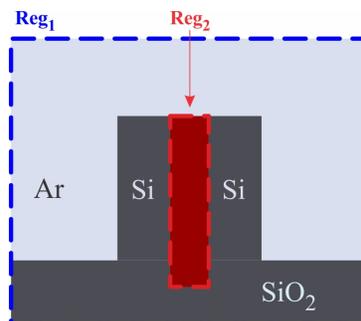


Fig. 34: Definição das regiões de integração para o cálculo do fator de confinamento, Γ . A região Azul consiste em todo o domínio computacional e a região vermelha consiste na região de ar delimitada pelas paredes do guia LID.

Portanto, o fator de confinamento pode ser calculado por meio de:

$$\Gamma = \frac{\int_{\text{Reg}_2} S_o(x, y) \partial_x \partial_y}{\int_{-\infty}^{+\infty} S_o(x, y) \partial_x \partial_y} \times 100[\%] \quad (88)$$

Como se vê, na Fig. 33, o fator de confinamento desta estrutura sem qualquer iluminação em suas paredes é de aproximadamente 48%. Isto indica que quase metade de toda a energia da onda THz se encontra dentro da região Reg₂. Ao iluminar as paredes, este valor cai para aproximadamente 20%. Esta diferença indica que a energia da onda THz se dispersa pela estrutura, reduzindo o confinamento. Conseqüentemente, haverá menor quantidade de energia da onda THz chegando à outra extremidade do guia de ondas, caracterizando assim o efeito de modulação desejado. A Fig. 35 mostra este comportamento em função da frequência, em que a grandeza reconhecida como PM se refere à profundidade de modulação. Em adicional, pode-se também verificar como o Fator de Confinamento e a Condutividade Elétrica variam em função da potência na Fig. 36, em que há uma considerável linearidade, mesmo assim, na próxima seção é feita uma análise do impacto destas características no desempenho desta estrutura.

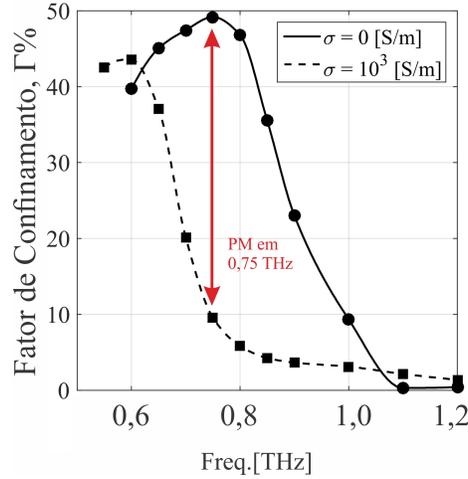


Fig. 35: Fator de confinamento em função da frequência, considerando o valor máximo e mínimo de condutividade elétrica em alusão aos dois estados de excitação considerados nesta análise.

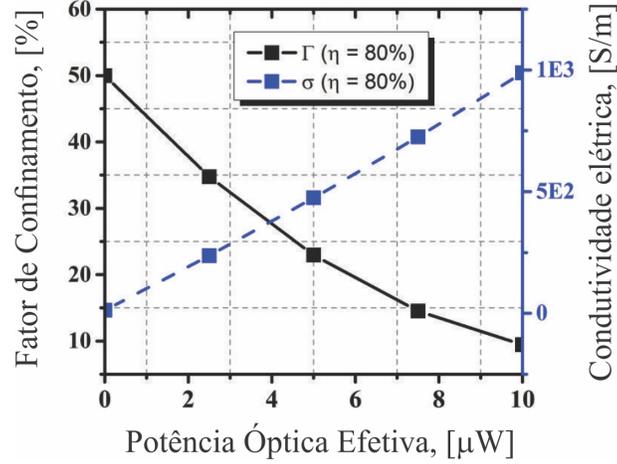


Fig. 36: Fator de Confinamento e a Condutividade Elétrica em função da potência óptica efetivamente aplicada às seções transversais das paredes de silício do guia LID apresentado.

A relação entre os fatores de confinamento obtidos com iluminação, Γ_{OFF} , e sem iluminação, Γ_{ON} , resultam no que se define por profundidade de modulação, aqui representado por PM. Formalmente, escreve-se:

$$\text{PM} = \left| 10 \log \left(\frac{\Gamma_{\text{ON}}}{\Gamma_{\text{OFF}}} \right) \right| \text{ [dB]}. \quad (89)$$

Este valor pode ser obtido aplicando (89) aos resultados da Fig. 35. O resultado é visto na Fig. 37, em que se pode notar um pico de desempenho entre 0,8 e 0,9 THz. Pela análise da Fig. 37 também se pode estimar a largura de faixa do modulador, tomando os pontos em que a profundidade de modulação cai pela metade (ou -3 dB). Neste caso observa-se uma largura de faixa delimitada entre aproximadamente 0,75 e 0,95 THz, indicando uma largura de banda de aproximadamente 200 GHz. Se considerar que a frequência central neste caso é de 0,85 THz, esta largura de banda corresponde a aproximadamente 23% deste valor. Portanto, este pode ser considerado um modulador de faixa larga para aplicações em THz, com uma profundidade de modulação máxima de aproximadamente 10 dB.

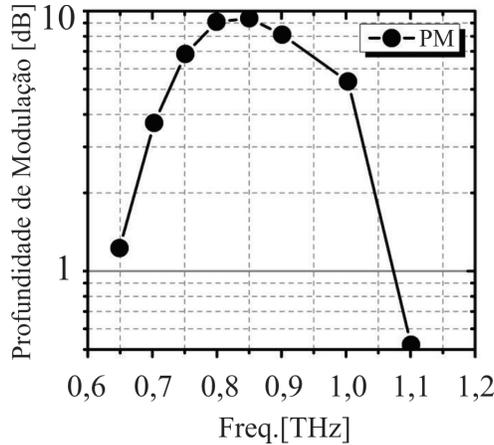


Fig. 37: Profundidade de modulação obtida à partir da relação entre os fatores de confinamento em cada um dos estados de excitação.

4.3.2 Linearidade

Para que se possa ter uma compreensão em maior profundidade sobre o desempenho do modulador projetado, se faz necessária uma análise quantitativa utilizando os dados obtidos com as simulações. Dentre as análises relevantes, a resposta em frequência destaca-se devido a natureza do dispositivo: um modulador de amplitude. Nesta seção são apresentadas análises quantitativas dos resultados simulados no que se refere à linearidade do dispositivo. A fundamentação teórica dos parâmetros levantados está detalhada no Apêndice IV. O fator a ser analisado para quantificar o desempenho da estrutura, nesta etapa, é a distorção de harmônicos, ou $DH\%$, [37, 74]. Por se tratar de um modulador de amplitude, o parâmetro mais significativo para quantificar o desempenho da estrutura é o fator de confinamento (Γ) expresso em função da potência óptica efetivamente acoplada na entrada do modulador (P_{opt}). A relação entre estas duas variáveis é chamada de função de transferência, sendo fundamentalmente dependente da eficiência quântica do silício, η_q . Esta função pode ser visualizada na Fig. 38, obtida por meio de simulações no *software* Comsol Multiphysics®.

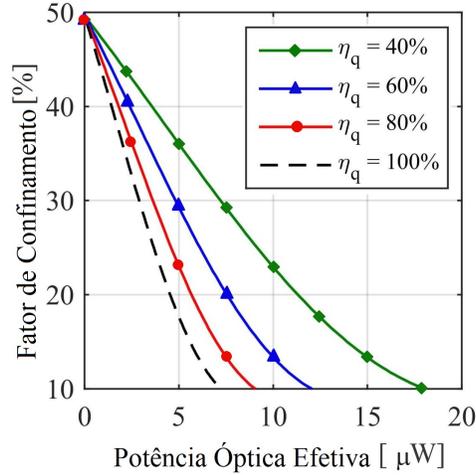


Fig. 38: Função de transferência do modulador apresentado: Fator de confinamento, Γ , em função da potência óptica efetivamente acoplada, P_{opt} , da entrada do modulador.

Para analisar a linearidade do dispositivo proposto em termos de distorções de harmônicos é necessário conhecer a função matemática que descreve seu comportamento. Isto é feito por meio de um método numérico conhecido como ajuste de curvas [92], obtido à partir de uma amostragem de pontos dos gráficos exibidos na Fig. 38. Dois modelos de ajuste de curvas foram utilizados, sendo o primeiro deles um ajuste feito por funções exponenciais e o segundo por funções polinomiais.

4.3.3 Modelagem da função de transferência por funções exponenciais

Neste caso, as curvas da função de transferência (Fig. 38) do modulador são ajustadas, por funções exponenciais do tipo

$$f(x) = a e^{bx}. \quad (90)$$

sendo que, $f(x)$ se refere ao fator de confinamento, (Γ), e x à potência óptica efetivamente acoplada, P_{opt} . Os coeficientes a e b referem-se ao valor inicial da função e sua taxa de decaimento, respectivamente. Como as curvas de Γ em função de P_{opt} decaem suavemente, porém de forma ligeiramente não linear, é esperado que o ajuste de curvas por função exponencial resulte, pela natureza do comportamento da estrutura, em pequenos erros. Tomando como critério uma confiabilidade maior que 95%, diferentes coeficientes são encontrados para cada curva da Fig. 38, que estão apresentados na Tabela 4. Uma

Tabela 4: Coeficientes da função exponencial do ajuste de curvas.

η_q	a	b
100%	52,472	-0,2108
80%	53,090	-0,1734
60%	53,130	-0,1295
40%	52,510	-0,0853

comparação entre as curvas originalmente obtidas por simulação e seus ajustes por função exponencial são exibidos na Fig. 39.

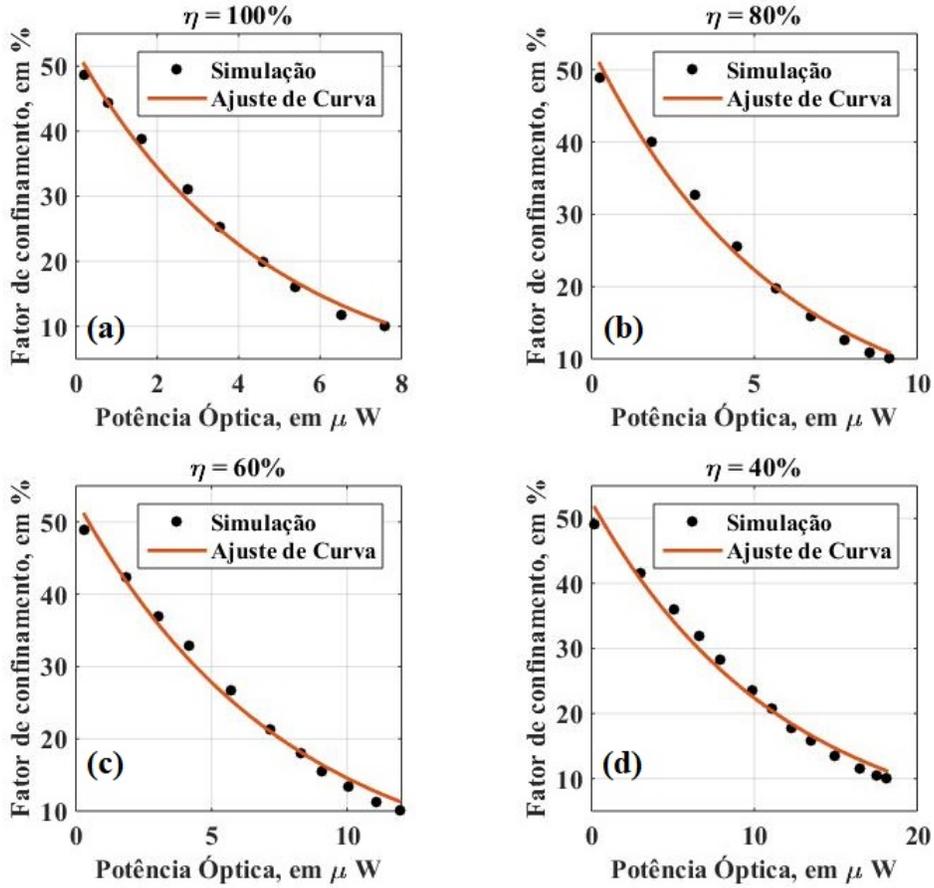


Fig. 39: Função de transferência do modulador projetado para diferentes eficiências quânticas, com comparação entre as curvas obtidas por simulação e seus ajustes por função exponencial.

O erro do ajuste de curvas por função exponencial é calculado relacionando os valores de Fator de Confinamento simulado e ajustado. Ou seja,

$$\text{ERR}_{\text{exp.}} \% = \left[1 - \frac{a e^{bP_{\text{opt}}}}{\Gamma(P_{\text{opt}})} \right] \times 100. \quad (91)$$

evidentemente, os coeficientes da função exponencial a e b são diferentes para cada valor de eficiência quântica considerado e seguem o que consta na Tabela 4. Os valores de erro podem ser visualizados na Fig. 40. Pode-se afirmar que para todas as curvas a maior concordância ocorreu para maiores medianos do sinal modulante, P_{opt} , apresentando desvios mais acentuados para valores mais elevados de P_{opt} .

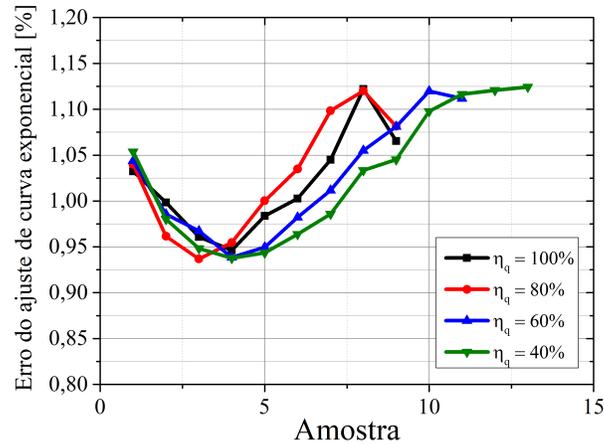


Fig. 40: Erros inerentes ao processo de ajuste de curvas.

Ainda assim, para todos os valores de eficiência quânticas simulados, o modelo de ajuste de curvas por função exponencial tal como definido em (90), apresentou erro médio não superior a 1,2%, respeitando o critério de 95% de precisão. A Fig. 41 permite visualizar o modo como o erro médio varia de acordo com diferentes valores de eficiência quântica.

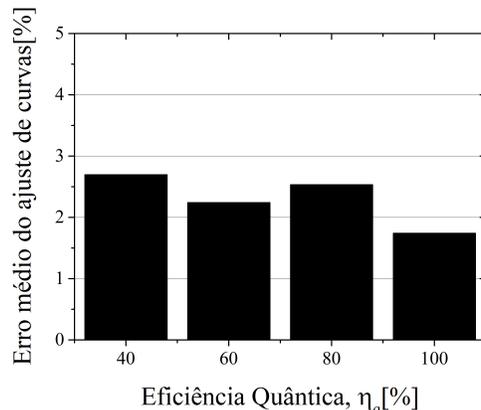


Fig. 41: Erro médio para diferentes valores de eficiência quântica, η_q .

Tendo demonstrado que a função exponencial da forma dado em (90), e com os coeficientes da Tabela 4, são capazes de modelar o comportamento do dispositivo proposto com aceitável exatidão, pode-se com isto encontrar distorção de harmônicos do modulador. Para tanto, é preciso expandir as funções exponenciais em séries de Taylor. A expansão detalhada destas equações consta no Apêndice V, de onde se verifica que os coeficientes da série a_n são dados por

$$a_n = \frac{ab^n}{n!}, \quad (92)$$

sendo que a e b são os mesmo coeficientes de (90).

Tabela 5: Coeficientes da série de Taylor para diferentes eficiências quânticas.

n	1	2	3	4	5	6	7
$a_n(\eta = 100\%)$	52,472	-11,0611	1,1658	-0,0819	0,0043	-0,0001	-
$a_n(\eta = 80\%)$	53,090	-9,2058	0,7981	-0,0461	0,0020	-0,0001	-
$a_n(\eta = 60\%)$	53,130	-6,8805	0,4455	-0,0192	0,0006	-	-
$a_n(\eta = 40\%)$	52,510	-4.4775	0,1909	-0,0054	0,0001	-	-

De acordo com a análise sobre distorções de harmônicos apresentadas no Apêndice IV, estes coeficientes indicam a relação entre os harmônicos em frequências múltiplas inteiras de um sinal de referência monotônico de frequência ω_o . A representação gráfica destes valores é vista na Fig. 42, em que se pode verificar visualmente os menores níveis de distorção para eficiências quânticas menores. Na Fig. 42 é possível observar que para a eficiência quântica teórica de 100% os valores das amplitudes dos harmônicos são relativamente elevados se comparados com os obtidos considerando outros η .

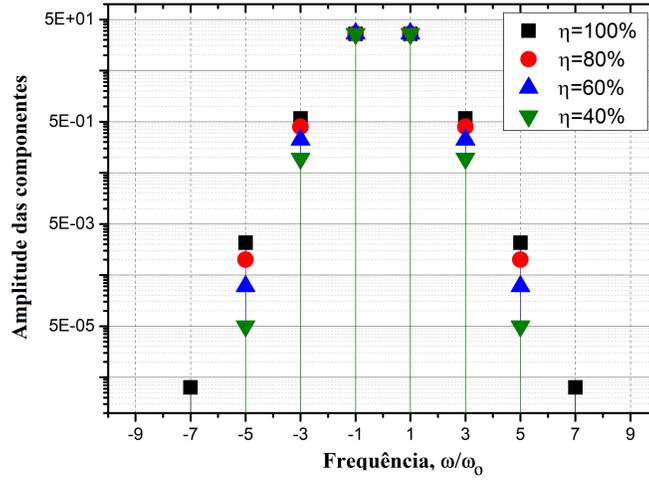


Fig. 42: Componentes dos harmônicos de ω_o .

Sabendo que a distorção de harmônicos pode ser quantificada por

$$DH(\%) = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}}{V_1} \times 100, \quad (93)$$

pode-se resumir os resultados na Tabela 6. Estes resultados permitem concluir que a distorção de harmônicos cresce à medida que o silício utilizado apresenta maiores eficiências quânticas. Além disso, também se pode notar que esta variação se dá em uma proporção

Tabela 6: Distorções de Harmônicos para diferentes eficiências quânticas.

η_q	DH%
100%	4,49
80%	3,03
60%	1,68
40%	0,73

de elevada linearidade, ou seja, com pequenos coeficientes de alta ordem, tal como se verifica ao traçar o gráfico referente à Tabela 6, na Fig. 43.

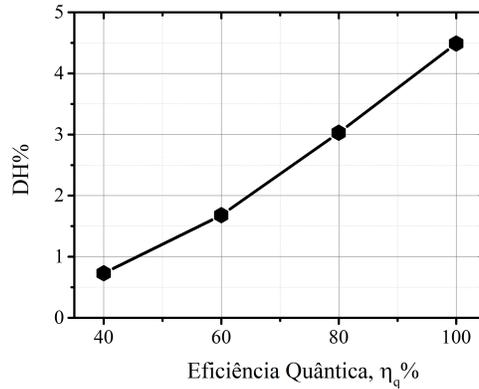


Fig. 43: Fator de linearidade, DH%, em função da Eficiência Quântica, η_q .

Recapitulando, a eficiência quântica relaciona a quantidade de fótons incidentes por unidade de tempo no silício, com a quantidade de elétrons liberados para a sua banda de condução. Este processo resulta na elevação momentânea na concentração de elétrons na banda de condução do material, percebida pelo aumento na sua condutividade elétrica. Portanto, ao que se refere a eficiência energética do dispositivo proposto, altos valores de eficiência quântica, indicam que a profundidade de modulação máxima do dispositivo pode ser obtida com menores quantidades de potência óptica incidindo nas paredes do modulador, isto pode ser verificado na Fig. 38. Porém, nesta circunstância espera-se que as distorções do sinal modulante ocorram de modo mais acentuado, do que aconteceria para os valores inferiores de eficiência quântica. Tal como foi demonstra na Fig. 42, as distorções de harmônicos de segunda ordem, são quase uma ordem grandeza menores para eficiência quântica de 40%, se comparada com o mesmo valor $\eta_q = 80\%$. Estas informações indicam que é preciso equilibrar a eficiência energética do dispositivo e sua linearidade. De acordo com estas análises, um modulador mais linear pode requerer maior consumo de energia, pois opera em menores níveis de eficiência quântica.

Nesta seção, demonstrou-se que é possível aproximar a função de transferência do modulador projetado (Fator de confinamento versus Potência Óptica) a uma exponencial da forma (90). Este procedimento permitiu desenvolver uma análise de linearidade e distorções de harmônicos do modulador. Ainda que não se tenha erro apreciado (na média, inferior a 3%), é possível observar uma baixa aderência entre o modelo simulado e a curva ajustada para valores mais elevados do sinal modulante. Esta discrepância, ainda que

sutil, pode mascarar os efeitos da distorção de harmônicos da estrutura. Por este motivo, na sequência deste estudo, é proposta uma abordagem de aproximação diferente, o ajuste de curvas polinomial. Apesar de não ser tão simples de analisar quanto a função exponencial, a utilização de polinômios de altas ordens podem produzir curvas mais próximas aos dados fornecidos, como se demonstra na próxima seção.

4.3.4 Modelagem da função de transferência por função polinomial

Diferentemente do ajuste de curvas por funções exponenciais, em que só dois coeficientes são necessários, a e b , o ajuste por funções polinomiais requerem uma quantidade maior de coeficientes. Sendo g , o grau da função polinomial, é necessário o cálculo de $g + 1$ coeficientes. A forma da função de ajuste é dada por,

$$p(x) = p_0 + p_1x^1 + p_2x^2 + p_3x^3 + \dots + p_nx^n. \quad (94)$$

Neste trabalho, considerou-se um polinômio de grau 5. Em testes preliminares, polinômios de terceiro grau se mostraram suficientes para este ajuste de curvas, no entanto, para que se obtivesse maior precisão do ajuste, utilizou-se $g = 5$. A maior vantagem neste processo é que a função polinomial resultante do ajuste de curvas não precisa ser expandida em um série de Taylor, que a linearidade seja avaliada. Isto se deve ao fato que a função polinomial, neste caso, se trata de uma série de potências. Portanto, bastam conhecer os coeficientes p_n para cada curva a ser ajustada. Estes valores foram calculados utilizando o método dos mínimos quadrados no software Matlab[®], e seus valores para diferentes eficiências quânticas são observados na Tabela 7. A Fig.44 apresenta os gráficos da função

Tabela 7: Coeficientes das funções polinomiais de ajuste das curvas da função de transferência do modulador.

η_q	100%	80%	60%	40%
p_0	49.9489	50.1138	50.3112	49.5585
p_1	-6.2027	-4.8424	-4.5687	-2.8150
p_2	-796.0152×10^{-3}	-471.6726×10^{-3}	165.2968×10^{-3}	72.2958×10^{-3}
p_3	252.9922×10^{-3}	100.9369×10^{-3}	-30.8474×10^{-3}	-13.8924×10^{-3}
p_4	-26.962×10^{-3}	-7.1631×10^{-3}	3.2135×10^{-3}	1.0669×10^{-3}
p_5	1.2616×10^{-3}	258.5761×10^{-6}	-90.4840×10^{-6}	-22.8671×10^{-6}

de transferência do modulador para diferentes valores de eficiência quântica, ajustados por meio da função polinomial dada em (94), e os pontos amostrados da função de transferência original, vista na Fig.38. Os ajustes foram feitos aplicando os coeficientes que constam na Tabela 7 em (94).

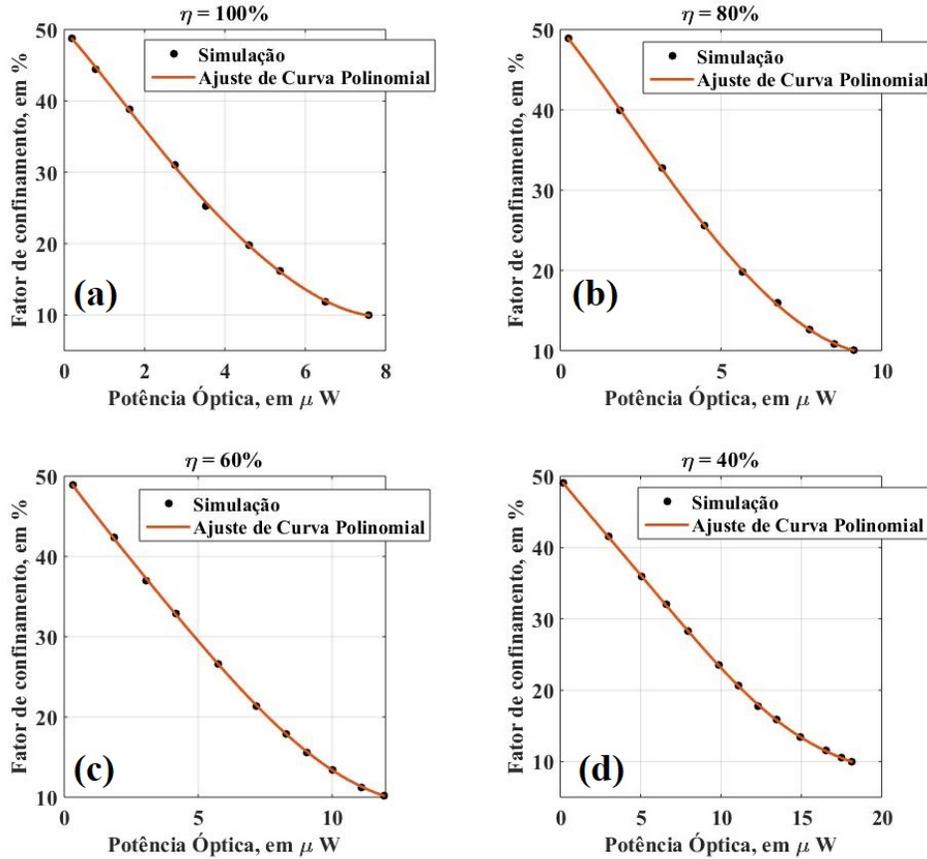


Fig. 44: Função de transferência do modulador projetado para diferentes eficiências quânticas, com comparação entre as curvas obtidas por simulação e seus ajustes por função polinomial.

Uma análise deste resultado pode ser obtida comparando a Figs. 39 com a Fig. 12. É notável que o método polinomial de ajuste de curvas resulta em maior exatidão, se comparado com o ajuste por função exponencial. A expressão para o cálculo do erro, neste caso, é dada por

$$ERR_{\text{pol.}\%} = \left[1 - \frac{\sum_{n=0}^5 p_n P_{\text{opt}}^n}{\Gamma(P_{\text{opt}})} \right] \times 100. \quad (95)$$

A Fig. 45 permite visualizar os erros para cada amostra tomada, e assim verificar a

hipótese levantada anteriormente de que o ajuste de curva polinomial para a função de transferência deste projeto resulta em uma aproximação muito mais precisa. Tal como se observa no gráfico, os valores de erro variam entre 0,98 e 1,02.

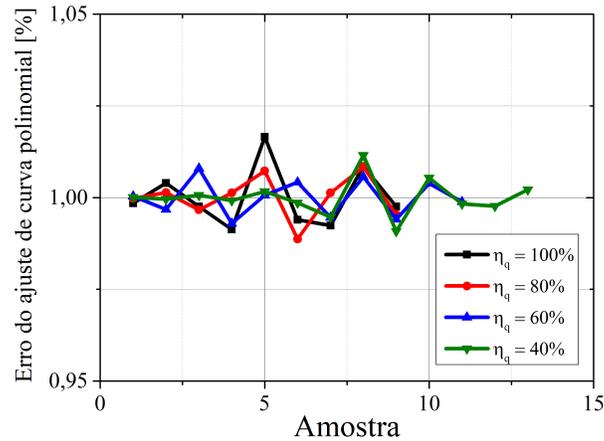


Fig. 45: Erros inerentes ao processo de ajuste de curvas por meio de expressão polinomial.

Os erros médios para cada caso de eficiência quântica são vistos no gráfico em barras da Fig. 46. Com isso, pode-se notar uma maior variação entre os diferentes η_q , porém em todos os casos, obtiveram-se erros médios menores do que 0,01% entre os valores obtidos pelo ajuste polinomial e amostra da função de transferência obtida por simulação. Isto são duas ordens de grandeza abaixo do que o ajuste de curvas por função exponencial obteve. Esta concordância maior entre os valores ajustados e simulados, provê uma análise de linearidade mais realista do sistema projetado.

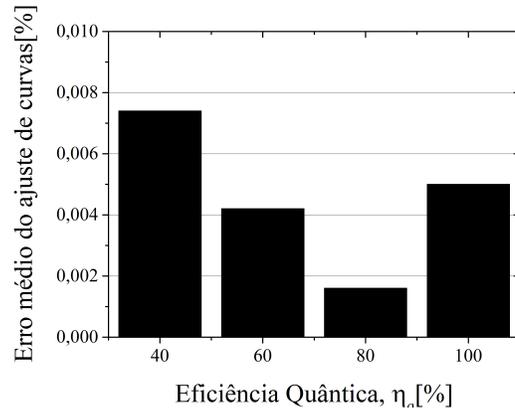


Fig. 46: Erro médio do ajuste de curvas por função polinomial, para diferentes valores de eficiência quântica, η_q .

Para este caso, a expansão da função de transferência obtida por função polinomial, resultaria nos próprios coeficientes do polinômio. Portanto, à partir da Tabela 7, pode-se traçar o diagrama de harmônicos para esta abordagem, tal como feito na Fig. 42 para a modelagem por função exponencial.

4.4 Guia LID com grafeno

No Capítulo 3, desenvolveu-se a relação entre a tensão aplicada nas folhas de grafeno e a condutividade elétrica das folhas. Também se demonstrou a relação destes parâmetros com aspectos geométricos da estrutura, como a separação entre as folhas, a largura do guia, e ao comprimento de onda e a largura de banda da estrutura final. Neste desenvolvimento, foram apresentadas as relações matemáticas para estabelecer a conexão entre estes parâmetros, de modo a compôr critérios de projetos e definir alguns destes fatores em detrimento de outros. Uma das limitações impostas foi que a largura de banda deveria ser de pelo menos 100 GHz, para permitir aplicações com alta vazão de dados, e manter uma similaridade com outros dispositivos presentes na literatura [86, 87, 49, 88, 89, 90, 91, 67]. Além disso, também foi imposto que a maior tensão disponível seria de 12 V, para garantir que o dispositivo resultante pudesse ser facilmente integrado em chips à partir de técnicas de fabricação comuns [93].

Novamente, a estrutura em que consiste o guia de ondas LID passou por modificações. Nesta etapa, algumas dimensões foram reduzidas, a fim de tornar a estrutura mais compacta e diminuir a quantidade de grafeno necessária para preencher a região ativa do modulador. Outra diferença notável é a inclusão de um outro material, que é o óxido de alumínio (Al_2O_3) como dielétrico entre as folhas de grafeno. Este material foi escolhido devido à sua alta permissividade dielétrica relativa, $\varepsilon_r = 9,1$. Esta característica beneficia o funcionamento da estrutura, pois resulta em maior profundidade de modulação. Isto pode ser constatado em (87), em que ε aparece no numerador.

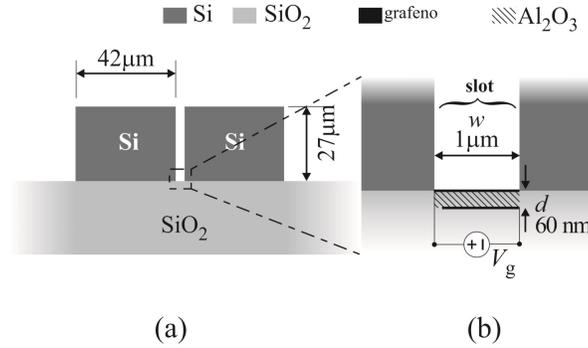


Fig. 47: Modulador de amplitude em guia de onda do tipo LID, adaptado para o uso de grafeno. (a) Dimensões das paredes do guia. (b) Geometria da região vazia ao centro, com destaque para aplicação do óxido de alumínio e as folhas de grafeno.

Além destas modificações, cita-se o comprimento da estrutura, que nesta configuração foi encurtado, para $L \cong 1,5 \text{ mm}$. Com estas modificações, o confinamento do campo é ligeiramente diferente do que se viu nas versões anteriores do guia. A Fig. 48 traz a componente de campo elétrico transversal, E_y .

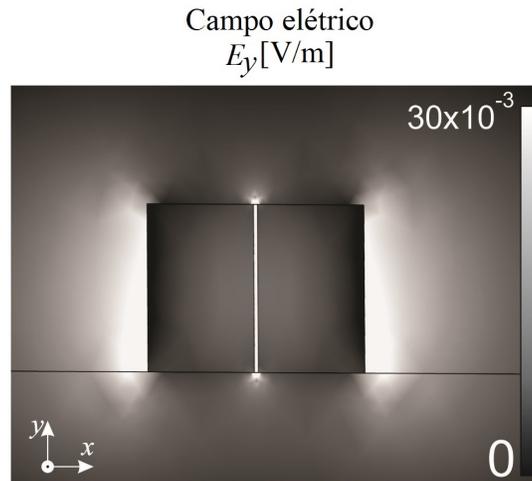


Fig. 48: Distribuição de campo elétrico pela secção transversal do guia de ondas LID.

Conforme mencionado no Capítulo 3, a utilização de um guia de ondas do tipo *sub-wavelength* [77] traz algumas facilidades para este projeto em específico. Considerando que a relação entre a largura do guia de ondas e o comprimento de onda, seja $r = w/\lambda$, a condição de *sub-wavelength* é obtida quando $r < 1$. A Fig. 49 apresenta algumas relações importantes entre parâmetros de projeto e r . Analisando a Fig.49(a), é possível notar

que para valores de $r \geq 1$, a espessura do dielétrico fica maior que 1 mm. Com estes valores, a capacitância formada entre as folhas seria tão elevada que faria a frequência de corte f_c muito baixa, indicando larguras de bandas na faixa dos kHz. Portanto, manter r abaixo de 10^{-1} é importante para que se tenham larguras de bandas aceitáveis, para enlaces de alta velocidade em THz. Além disso, a análise da Fig.49(b) mostra que a tensão mínima de ativação, V_g ultrapassa quilo-volts se $r > 1$. Do mesmo modo, a importância em manter r abaixo de 10^{-1} também existe considerando as tensões disponíveis para a aplicação. Finalmente, a análise da Fig.49(c), que traz a constante K em função de r , revela que quanto mais elevado r , maior será a tensão necessária para operar na faixa dos THz.

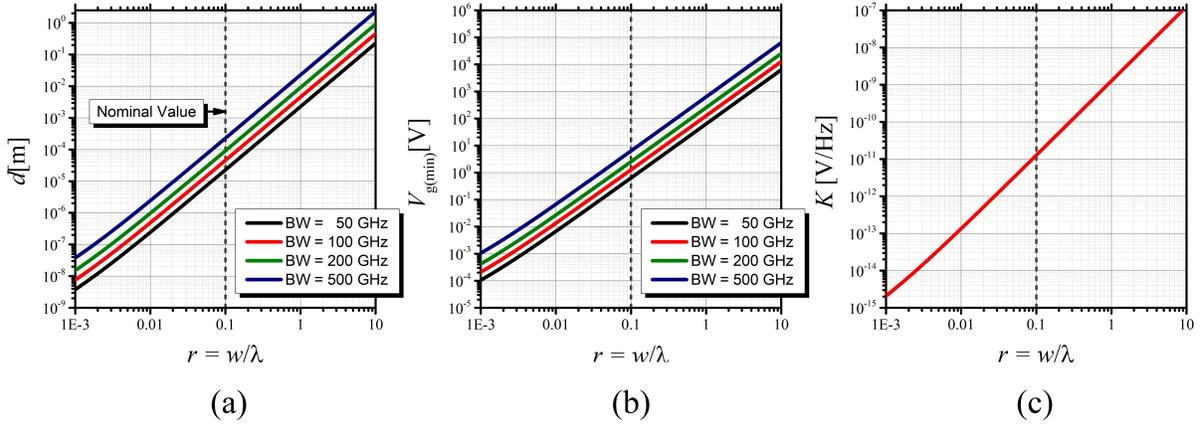


Fig. 49: Relações entre as grandezas envolvidas no projeto de um modulador em guia de ondas LID utilizando grafeno, em função da relação que existe entre a largura do guia de onda e o comprimento de onda, $r = w/\lambda$. (a) Relação entre a espessura do dielétrico, d , e r . (b) Relação entre a tensão mínima de operação do modulador em função de r . (c) Constante que relaciona a frequência de operação com a tensão de ativação, K , em função de r

A Fig. 50 mostra os resultados de condutividade elétrica e nível de Fermi considerando diferentes tensões V_g , aplicados em (87). Obteve-se uma condutividade elétrica variando entre 60 e 6000 μS , admitindo tensões entre 1,7 mV e 12 V. Os níveis de tensão foram mantidos abaixo de 12 V tendo em vista a viabilidade de integração, pois níveis baixos de tensão não necessitam de estruturas de isolamento robustas. Resta, ainda, verificar se a condutividade máxima obtida pelo grafeno nestas condições de 6000 μS , seria o suficiente para produzir uma profundidade de modulação satisfatória.

A validação da estrutura foi obtida por meio de simulação computacional em três

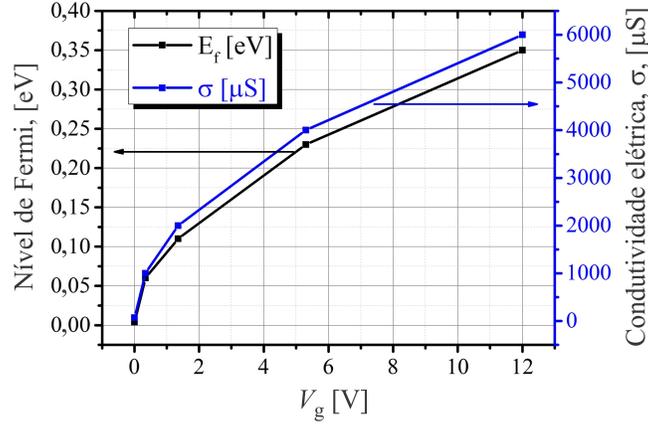


Fig. 50: Nível de Fermi E_f e Condutividade elétrica σ do grafeno em função da tensão aplicada entre as folhas, para a frequência de 1 THz.

dimensões, também pelo método dos elementos finitos utilizando o *software* Comsol Multiphysics®. Para reproduzir as condições eletromagnéticas produzidos pelo grafeno, utilizou-se uma condição de contorno do software chamada *Current Surface Density*, ou densidade superficial de corrente [94, 95]. Das leis de Maxwell, sabe-se que este é efeito observado quando se tem um ambiente dotado de cargas livres sobre influência de campos eletromagnéticos. Descreve-se pela Lei de Ohm [25]:

$$\vec{J}_{s0}(x, y, z) = \sigma(E_f)\vec{E}(x, y, z) \quad (96)$$

em que, $\vec{E}(x, y, z)$ identifica cada componente de campo elétrico da onda THz. Esta equação modela a interação entre o grafeno e a onda THz que se propaga no guia de ondas. Para este modelo, adotou-se a absorbância e a transmitância como parâmetros de análise quantitativa dos resultados obtidos por simulação. A absorbância está relacionada com a parcela de energia que se perde pela absorção no material [22]. A transmitância se refere a parcela de energia que é efetivamente entregue pelo sistema com relação a toda energia incidente. Existe também a refletância, porém pôde ser desprezada nesta análise por apresentar valores muito pequenos dentro da banda de operação do modulador, menores que 3%. Os valores de absorbância e transmitância em função da tensão de excitação, V_g , do grafeno são vistos na Fig. 51. Neste caso a frequência utilizada para obtenção deste resultado foi de 1,0 THz. A mínima tensão de ativação considerada foi de 1,7 mV

e corresponde ao nível de Fermi E_0 . Este valor é obtido considerando a frequência de projeto (74). Ademais, pode-se perceber uma certa linearidade para os valores de tensão apresentados, em que a absorção é mínima para pequenos valores de tensão, em que há pouca concentração de cargas nas folhas de grafeno, ficando ligeiramente abaixo dos 17%. Ressaltam-se aqui as perdas impostas pelo modulador em ausência de excitação, que é de aproximadamente 7,7 dB.

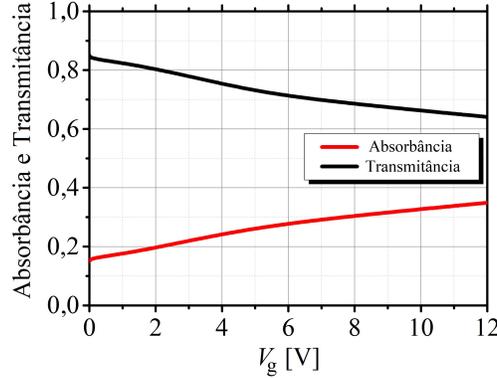


Fig. 51: Absorbância e Transmitância do dispositivo proposto. Valores apresentados em função da tensão de ativação V_g , para a frequência de 1 THz.

Conforme a tensão se eleva até os 12 V, a absorção atinge aproximadamente 35%. Este resultado permite calcular a profundidade de modulação, adaptando-se (89). Neste caso, ao invés de considerar o fator de confinamento, utiliza-se os valores de transmitância considerando a mínima e a máxima condutividades obtidas. Tem-se:

$$PM = \left| 10 \log \left(1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} \right) \right| \text{ [dB]}. \quad (97)$$

em que T_{\min} e T_{\max} referem-se as transmitâncias mínima e máxima. Neste caso, a profundidade de modulação é de 6 dB, ante os 10 dB obtidos pela estrutura anterior, como consta na Fig. 37.

Também se observou a absorbência e a transmitância em função da frequência, para diferentes valores de condutividade, σ . Estes resultados são exibidos na Fig. 52, em que se tem uma varredura de valores de condutividade entre 60 e 6000 μS , por serem os limites para o grafeno nas condições apresentadas.

Além disso, a relação entre a largura de banda do dispositivo e o seu desempenho em

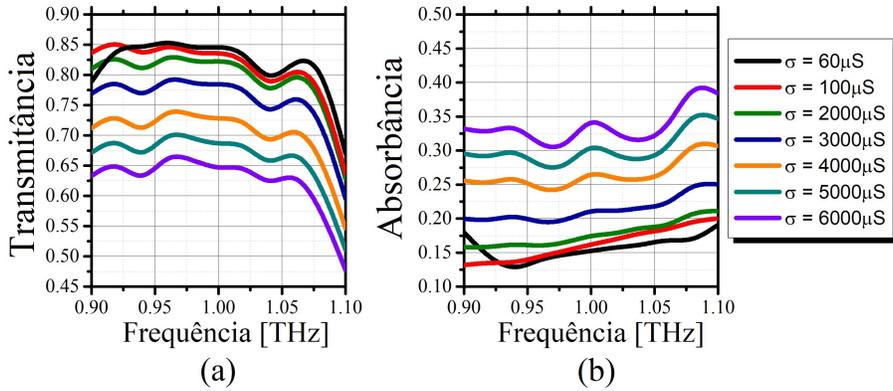


Fig. 52: Principal resultado que demonstra o desempenho do modulador em guia de onda utilizando grafeno. Trata-se da Transmitância (a) e Absorbância (b) em função da frequência, para diferentes valores de condutividade elétrica, σ , obtidos por meio de (87). Variam entre 60 e 6000 μS , produzidos pelas tensões de ativação, V_g , respectivamente, entre os valores de 1,7 e 12 V.

termos de profundidade de modulação deve ser considerada. Como se viu no Capítulo 3, elevar a largura de banda exige que maiores tensões sejam utilizadas a fim de compensar a diferença de energia necessária para trabalhar em grandes larguras de faixas. Isto também foi evidenciado pela Fig.49. Contudo, um estudo foi feito, considerando diferentes larguras de banda, porém mantendo os mesmos 12 V utilizados nas análises anteriores como tensão máxima para V_g . O resultado é uma diminuição na profundidade de modulação, como se vê na Fig. 53. Portanto, apesar da largura de banda nominal ser de 100 GHz, o modulador apresentado admite operar com valores mais elevados, porém com um prejuízo para a profundidade de modulação. A alternativa neste caso, seria a elevação da tensão de ativação, V_g . Contudo, a obtenção de fontes de tensão de valores mais elevados pode impactar no custo final do projeto.

4.5 Comentários sobre o Capítulo

Os estudos preliminares deste trabalho revelaram que utilizar materiais simples em uma estrutura de baixas perdas compatível com processos de fabricação amplamente difundidos em opto-eletrônica seriam uma direção segura para o desenvolvimento que se seguiu. Em sua primeira versão, o modulador consistia em um guia de ondas do tipo LID construído em sílica tendo como elemento ativo uma fina barra de silício dentro de cada parede. Apesar de ter demonstrado um desempenho satisfatório em teoria e em ambiente

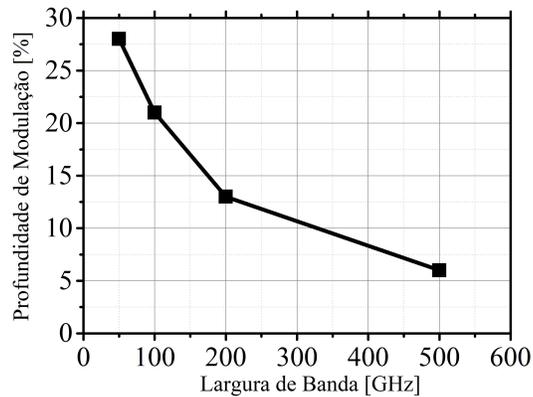


Fig. 53: Influência da largura de banda sobre a profundidade de modulação do dispositivo projetado.

computacional, a estrutura se mostrou difícil em termos construtivos, levando a evolução da estrutura para um guia LID de silício com as paredes sendo os próprios meios ativos eletromagneticamente. Esta versão foi mais extensivamente analisada, apresentando um desempenho aceitável em termos de largura de banda. Contudo, o acoplamento do sinal óptico modulante se manteve um problema não resolvido em sua segunda versão.

Apesar de fisicamente viável e possível de ser fabricado com processos comuns, este dispositivo ainda se mostrou falho. Por este motivo, optou-se por redirecionar este trabalho para o uso do grafeno. Este material apresenta algumas características que potencialmente poderiam resolver os dois problemas observados com o uso do silício até então: neste caso não se faz necessário o acoplamento de sinal óptico para modulação, pois não se usa bombeio óptico. E, pelo fato de ter uma espessura desprezível, o grafeno poderia ser associado a esta estrutura sem que houvesse necessidade de qualquer alteração estrutural.

Os resultados mostram que, em ambos os casos o modulador apresentado poderia ser utilizado para aplicações em telecomunicações em THz. Deve-se a isso o fato de que as estruturas apresentaram baixas perdas por inserção e aceitável largura de banda, de pelo menos 100 GHz, o que permite a obtenção de taxas de bits acima de 100 Gbps (considerando técnicas simples de modulação, como OOK [43]). Além disso, foram considerados apenas pequenos níveis para os sinais de excitação (óptico para o grafeno, e elétrico para o silício).

5 Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho apresentou duas versões de moduladores em guia de ondas para aplicações na faixa de THz. Em todo o desenvolvimento foi mantida a preocupação com a viabilidade de fabricação do dispositivo proposto, que precisava ser compatível com os processos de fabricação existentes.

Como o uso das frequências de THz para aplicações em telecomunicações é dificultado pelas altas perdas que os materiais impõem para essas ondas, foi necessário validar a possibilidade de um guia de ondas de baixas perdas, de modo a permitir seu uso para este propósito. Para tanto, adaptou-se um guia de ondas de abertura conhecido como “*LID waveguide*” para operar em 1 THz, associando materiais para torná-lo eletromagneticamente ativo.

Inicialmente, foi considerado o uso de silício para o desenvolvimento da estrutura capaz de modular a portadora em THz. Neste caso, o sinal modulante vinha de um laser, que ao incidir sobre o silício provocava alterações na sua condutividade elétrica. Este desenvolvimento passou por duas fases distintas: na primeira o silício era inserido na forma de uma barra no interior das paredes do guia, e na segunda as próprias paredes eram feitas de silício. Essa evolução do projeto foi necessária para assegurar que a estrutura final fosse fisicamente possível. Este modulador foi simulado em ambiente computacional utilizando o software Comsol Multiphysics[®], e com base nos seus resultados, apresentava uma razoável profundidade de modulação, de 10 dB, com largura de banda de 200 GHz e uma pequena perda por inserção pouco maior que 1 dB. Para seu funcionamento, considerou-se um sinal óptico modulante com potência efetiva sobre o silício de apenas 20 μ W. Estes valores podem ser conferidos na Tabela 54.

Devido à dificuldade para acoplar o sinal óptico modulante nas paredes material, considerou-se que a estrutura resultante poderia não atingir um desempenho aceitável depois de fabricada. Por este motivo, considerou-se o uso de outros materiais que permitissem uma integração mais imediata com a estrutura proposta. Recorreu-se, então, ao uso do grafeno no modelo proposto. Uma estrutura foi proposta à partir de algumas modificações no modulador anterior. Algumas dimensões foram reduzidas com o objetivo

de limitar a área necessária de grafeno, e assegurar que o dispositivo final entregasse uma aceitável largura de banda.

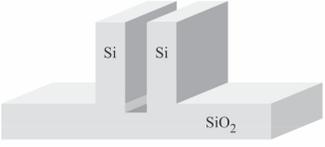
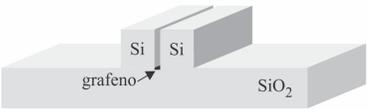
	Profundidade de Modulação	Largura de Banda	Ativação	Perdas	Footprint	Materiais
	10 dB	200 GHz	óptica 20 μ W	1,1dB	206×10^3 [μm^2]	SiO ₂ Si
	7dB	100 GHz máx: 500 GHz	elétrica 12 V	7,7dB	$127,5 \times 10^3$ [μm^2]	SiO ₂ Si Al ₂ O ₃ grafeno

Fig. 54: Comparação entre os moduladores simulados: a estrutura em silício acima e a estrutura com grafeno abaixo.

O projeto de moduladores em guias de onda utilizando grafeno trata de diversos parâmetros em sua concepção, como demonstrado no Capítulo 3. Portanto, foi necessário compreender o modo como estes parâmetros de projetos estavam relacionados, para poder estabelecer critérios de projetos. Estes critérios fixavam valores como a tensão necessária para a ativação do modulador, a largura de banda desejável para estrutura final. Com o estudo apresentado neste desenvolvimento, foi possível modelar todas as características geométricas da estrutura para assegurar que os critérios de projetos fossem mantidos.

O modulador baseado em grafeno apresentava algumas vantagens com relação à versão anterior de silício. Destacam-se a redução de 38% no seu tamanho, ou *footprint*, e a configuração de controle por tensão elétrica, que simplifica muito o sistema que venha a utilizar este modulador. Além disso, a profundidade de modulação alcançou aceitáveis 7dB, sendo a perda por inserção um parâmetro que ainda necessita ser trabalhado em versões futuras deste projeto.

Referências bibliográficas

- [1] “White paper on thz coherent light source in uppsala,” tech. rep., Stockholm-Uppsala Centre for Free Electron Laser Research., Estocolmo, Suécia, 2016.
- [2] P. H. Siegel, “Thz technology,” *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, vol. 50, no. 3, pp. 910–928, 2002.
- [3] R. Song, D. Cui, Y. Li, N. Zhang, Q. Lv, and C. Wang, “The progress of terahertz wave source in communication,” in *Millimetre Waves and Terahertz Technologies (UCMMT), 2016 IEEE 9th UK-Europe-China Workshop on*, pp. 64–66, IEEE, 2016.
- [4] Y. Wada, T. Satoh, Y. Higashi, and Y. Urata, “Compact tunable narrowband terahertz-wave source based on difference frequency generation pumped by dual fiber lasers in mgo: Linbo₃,” *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 38, no. 12, pp. 1471–1476, 2017.
- [5] J. A. Hejase, P. R. Paladhi, and P. P. Chahal, “Terahertz characterization of dielectric substrates for component design and nondestructive evaluation of packages,” *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, vol. 1, no. 11, pp. 1685–1694, 2011.
- [6] M. Naftaly and R. E. Miles, “Terahertz time-domain spectroscopy for material characterization,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 8, pp. 1658–1665, 2007.
- [7] T. D. Dorney, R. G. Baraniuk, and D. M. Mittleman, “Material parameter estimation with terahertz time-domain spectroscopy,” *JOSA A*, vol. 18, no. 7, pp. 1562–1571, 2001.
- [8] Y.-S. Jin, G.-J. Kim, and S.-G. Jeon, “Terahertz dielectric properties of polymers,” *Journal of the Korean Physical Society*, vol. 49, no. 2, pp. 513–517, 2006.
- [9] P. H. Bolivar, M. Brucherseifer, J. G. Rivas, R. Gonzalo, I. Ederra, A. L. Reynolds, M. Holker, and P. de Maagt, “Measurement of the dielectric constant and loss tangent of high dielectric-constant materials at terahertz frequencies,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 51, no. 4, pp. 1062–1066, 2003.
- [10] K. Naito, Y. Kagawa, S. Utsuno, T. Naganuma, and K. Kurihara, “Dielectric properties of eight-harness-stain fabric glass fiber reinforced polyimide matrix composite in the thz frequency range,” *NDT & E International*, vol. 42, no. 5, pp. 441–445, 2009.
- [11] A. Podzorov and G. Gallot, “Low-loss polymers for terahertz applications,” *Applied optics*, vol. 47, no. 18, pp. 3254–3257, 2008.
- [12] S. Atakaramians, S. Afshar, T. M. Monroe, and D. Abbott, “Terahertz dielectric waveguides,” *Advances in Optics and Photonics*, vol. 5, no. 2, pp. 169–215, 2013.

- [13] O. Mitrofanov, R. James, F. A. Fernández, T. K. Mavrogordatos, and J. A. Harrington, “Reducing transmission losses in hollow thz waveguides,” *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 1, no. 1, pp. 124–132, 2011.
- [14] Y. Matsuura and E. Takeda, “Hollow optical fibers loaded with an inner dielectric film for terahertz broadband spectroscopy,” *JOSA B*, vol. 25, no. 12, pp. 1949–1954, 2008.
- [15] B. Bowden, J. A. Harrington, and O. Mitrofanov, “Low-loss modes in hollow metallic terahertz waveguides with dielectric coatings,” *Applied physics letters*, vol. 93, no. 18, p. 181104, 2008.
- [16] M. Navarro-Cía, M. S. Vitiello, C. M. Bledt, J. E. Melzer, J. A. Harrington, and O. Mitrofanov, “Terahertz wave transmission in flexible polystyrene-lined hollow metallic waveguides for the 2.5–5 thz band,” *Optics express*, vol. 21, no. 20, pp. 23748–23755, 2013.
- [17] A. Barh, R. K. Varshney, B. P. Pal, G. Agrawal, and B. Rahman, “Design of a polymer-based hollow-core bandgap fiber for low-loss terahertz transmission,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 28, no. 15, pp. 1703–1706, 2016.
- [18] H. Li, S. Atakaramians, R. Lwin, X. Tang, Z. Yu, A. Argyros, and B. T. Kuhlmey, “Flexible single-mode hollow-core terahertz fiber with metamaterial cladding,” *Optica*, vol. 3, no. 9, pp. 941–947, 2016.
- [19] A. Chen, H. Sun, A. Szep, S. Shi, D. Prather, Z. Lin, R. S. Kim, and D. Abeysinghe, “Achieving higher modulation efficiency in electrooptic polymer modulator with slotted silicon waveguide,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 29, no. 21, pp. 3310–3318, 2011.
- [20] A. Phatak, Z. Cheng, C. Qin, and K. Goda, “Design of electro-optic modulators based on graphene-on-silicon slot waveguides,” *Optics letters*, vol. 41, no. 11, pp. 2501–2504, 2016.
- [21] H.-J. Song and T. Nagatsuma, “Present and future of terahertz communications,” *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 1, no. 1, pp. 256–263, 2011.
- [22] J. A. J. Ribeiro, *Comunicações Ópticas*. São Paulo: Editora Érica, 4 ed., 2009.
- [23] V. R. Almeida, Q. Xu, R. R. Panepucci, C. A. Barrios, and M. Lipson, “Light guiding in low index materials using high-index-contrast waveguides,” *MRS Online Proceedings Library Archive*, vol. 797, 2003.
- [24] J. A. J. Ribeiro, *Propagação das ondas eletromagnéticas, Princípios e Aplicações*. Érica, 2008.
- [25] D. M. Pozar, *Microwave engineering*. John Wiley & Sons, 2009.

- [26] A. Yariv and P. Yeh, *Photonics: optical electronics in modern communications*, vol. 6. Oxford University Press New York, 2007.
- [27] R. E. Collin, *Foundations for microwave engineering*. John Wiley & Sons, 2007.
- [28] J. Leuthold, W. Freude, J.-M. Brosi, R. Baets, P. Dumon, I. Biaggio, M. L. Scimeca, F. Diederich, B. Frank, and C. Koos, “Silicon organic hybrid technology—a platform for practical nonlinear optics,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 97, no. 7, pp. 1304–1316, 2009.
- [29] R. Ding, T. Baehr-Jones, Y. Liu, R. Bojko, J. Witzens, S. Huang, J. Luo, S. Benight, P. Sullivan, J. Fedeli, *et al.*, “Demonstration of a low $v \pi$ l modulator with ghz bandwidth based on electro-optic polymer-clad silicon slot waveguides,” *Optics Express*, vol. 18, no. 15, pp. 15618–15623, 2010.
- [30] M. Nagel, A. Marchewka, and H. Kurz, “Low-index discontinuity terahertz waveguides,” *Optics express*, vol. 14, no. 21, pp. 9944–9954, 2006.
- [31] Y. Jiang, M. Kong, C. Liu, Y. Liu, and Y. Wang, “Transverse electric modes in planar slot waveguides,” *Journal of Modern Optics*, pp. 1–8, 2017.
- [32] M. C. Gupta and J. Ballato, *The handbook of photonics*. CRC press, 2018.
- [33] M. R. Spiegel, “Mathematical handbook of formulas and tables,” 1968.
- [34] E. D. Palik, *Handbook of Optical Constants of Solids, Five-Volume Set: Handbook of Thermo-Optic Coefficients of Optical Materials with Applications*. Elsevier, 1997.
- [35] P. T. Shaffer, “Refractive index, dispersion, and birefringence of silicon carbide polytypes,” *Applied optics*, vol. 10, no. 5, pp. 1034–1036, 1971.
- [36] Y.-N. Xu and W. Ching, “Electronic structure and optical properties of α and β phases of silicon nitride, silicon oxynitride, and with comparison to silicon dioxide,” *Physical Review B*, vol. 51, no. 24, p. 17379, 1995.
- [37] J. A. J. Ribeiro, *Engenharia de microondas - Fundamentos, projetos e aplicações*. Érica, 2012.
- [38] D. M. Kita, J. Michon, S. G. Johnson, and J. Hu, “Are slot and sub-wavelength grating waveguides better than strip waveguides for sensing?,” *Optica*, vol. 5, no. 9, pp. 1046–1054, 2018.
- [39] S. Atakaramians, S. Afshar, T. M. Monroe, and D. Abbott, “Terahertz dielectric waveguides,” *Advances in Optics and Photonics*, vol. 5, no. 2, pp. 169–215, 2013.
- [40] D. Cohen, M. Hossein-Zadeh, and A. Levi, “Microphotonic modulator for microwave receiver,” *Electronics Letters*, vol. 37, no. 5, pp. 300–301, 2001.
- [41] P. S. Cross, R. A. Baumgartner, and B. H. Kolner, “Microwave integrated optical modulator,” *Applied Physics Letters*, vol. 44, no. 5, pp. 486–488, 1984.

- [42] S. Haykin and B. Van Veen, *Signals and systems*. John Wiley & Sons, 2007.
- [43] D. A. Guimaraes, *Digital Transmission: A Simulation-Aided Introduction with Vis-Sim/Comm*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [44] A. Leon-Garcia and A. Leon-Garcia, *Probability, statistics, and random processes for electrical engineering*. Pearson/Prentice Hall 3rd ed. Upper Saddle River, NJ, 2008.
- [45] J. A. J. Ribeiro, *Moduladores eletroópticos integrados empregando cristais de niobato de lítio*. PhD thesis, ITA - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1998.
- [46] Y. Amnon, *Quantum electronics*. John Wiley & Sons, 1975.
- [47] L. Saito and E. T. de Souza, “Ultrafast graphene-based optical modulators,” in *2019 SBFoton International Optics and Photonics Conference (SBFoton IOPC)*, pp. 1–4, IEEE, 2019.
- [48] M. Kleinert, F. Herziger, P. Reinke, C. Zawadzki, D. de Felipe, W. Brinker, H.-G. Bach, N. Keil, J. Maultzsch, and M. Schell, “Graphene-based electro-absorption modulator integrated in a passive polymer waveguide platform,” *Optical Materials Express*, vol. 6, no. 6, pp. 1800–1807, 2016.
- [49] M. Mittendorff, S. Li, and T. E. Murphy, “Graphene-based waveguide-integrated terahertz modulator,” *Acs Photonics*, vol. 4, no. 2, pp. 316–321, 2017.
- [50] R. Paschotta *et al.*, *Encyclopedia of laser physics and technology*, vol. 1. Wiley Online Library, 2008.
- [51] A. Méndez, A. Garcia-Cabanes, E. Diéguez, and J. Cabrera, “Wavelength dependence of electro-optic coefficients in congruent and quasistoichiometric LiNbO_3 ,” *Electronics Letters*, vol. 35, no. 6, pp. 498–499, 1999.
- [52] J. L. Casson, K. T. Gahagan, D. A. Scrymgeour, R. K. Jain, J. M. Robinson, V. Gopalan, and R. K. Sander, “Electro-optic coefficients of lithium tantalate at near-infrared wavelengths,” *JOSA B*, vol. 21, no. 11, pp. 1948–1952, 2004.
- [53] R. Degl’Innocenti, S. J. Kindness, H. E. Beere, and D. A. Ritchie, “All-integrated terahertz modulators,” *Nanophotonics*, vol. 7, no. 1, pp. 127–144, 2018.
- [54] R. G. Hunsperger, *Integrated optics*, vol. 4. Springer, 1995.
- [55] B. A. C. Coura, “Análise de transistores de efeito de campo para microondas controlados por feixe óptico,” 2010.
- [56] J. Aarik, A. Aidla, H. Mändar, T. Uustare, M. Schuisky, and A. Hårsta, “Atomic layer growth of epitaxial TiO_2 thin films from TiCl_4 and H_2O on Al_2O_3 substrates,” *Journal of Crystal Growth*, vol. 242, no. 1, pp. 189 – 198, 2002.

- [57] P. Wu, *Epitaxial Growth and Optical Properties of Mg₃N₂, Zn₃N₂, and Alloys*. PhD thesis, 04 2019.
- [58] T. Kageyama, K. Kiyota, H. Shimizu, Y. Kawakita, N. Iwai, K. Takaki, S. Imai, M. Funabashi, N. Tsukiji, and A. Kasukawa, “Optical absorption coefficient of carbon-doped GaAs epitaxial layer by means of propagation-loss measurement of waveguide for long wavelength VCSEL,” in *2009 IEEE International Conference on Indium Phosphide & Related Materials*, pp. 351–354, IEEE, 2009.
- [59] H. Haug and S. W. Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors: Fifth Edition*. World Scientific Publishing Company, 2009.
- [60] M. Bachynski, “Plasma physics—an elementary review,” *Proceedings of the IRE*, vol. 49, no. 12, pp. 1751–1766, 1961.
- [61] A. C. Neto, F. Guinea, N. M. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, “The electronic properties of graphene,” *Reviews of modern physics*, vol. 81, no. 1, p. 109, 2009.
- [62] Y. Wu, Y.-m. Lin, A. A. Bol, K. A. Jenkins, F. Xia, D. B. Farmer, Y. Zhu, and P. Avouris, “High-frequency, scaled graphene transistors on diamond-like carbon,” *Nature*, vol. 472, no. 7341, pp. 74–78, 2011.
- [63] R. R. Nair, P. Blake, A. N. Grigorenko, K. S. Novoselov, T. J. Booth, T. Stauber, N. M. Peres, and A. K. Geim, “Fine structure constant defines visual transparency of graphene,” *Science*, vol. 320, no. 5881, pp. 1308–1308, 2008.
- [64] N. Rouhi, S. Capdevila, D. Jain, K. Zand, Y. Y. Wang, E. Brown, L. Jofre, and P. Burke, “Terahertz graphene optics,” *Nano Research*, vol. 5, no. 10, pp. 667–678, 2012.
- [65] C. T. Phare, Y.-H. D. Lee, J. Cardenas, and M. Lipson, “Graphene electro-optic modulator with 30 GHz bandwidth,” *Nature Photonics*, vol. 9, no. 8, pp. 511–514, 2015.
- [66] W. Camacho, H. Fragnito, E. T. de Souza, R. de Oliveira, and L. Saito, “Graphene-hBN optical modulator integrated in a polymer waveguide with 55 GHz bandwidth,” in *Laser Science*, pp. JTU3A–72, Optical Society of America, 2019.
- [67] A. Locatelli, G. E. Town, and C. De Angelis, “Graphene-based terahertz waveguide modulators,” *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 5, no. 3, pp. 351–357, 2015.
- [68] Y. Zhang, S. Qiao, S. Liang, Z. Wu, Z. Yang, Z. Feng, H. Sun, Y. Zhou, L. Sun, Z. Chen, *et al.*, “Gbps terahertz external modulator based on a composite metamaterial with a double-channel heterostructure,” *Nano letters*, vol. 15, no. 5, pp. 3501–3506, 2015.

- [69] G. Liang, X. Hu, X. Yu, Y. Shen, L. H. Li, A. G. Davies, E. H. Linfield, H. K. Liang, Y. Zhang, S. F. Yu, *et al.*, “Integrated terahertz graphene modulator with 100% modulation depth,” *ACS photonics*, vol. 2, no. 11, pp. 1559–1566, 2015.
- [70] R. Degl’Innocenti, D. S. Jessop, Y. D. Shah, J. Sibik, J. A. Zeitler, P. R. Kidambi, S. Hofmann, H. E. Beere, and D. A. Ritchie, “Low-bias terahertz amplitude modulator based on split-ring resonators and graphene,” *ACS nano*, vol. 8, no. 3, pp. 2548–2554, 2014.
- [71] L. Shao-he and L. Jiu-sheng, “Terahertz modulator a using cspbbr 3 perovskite quantum dots heterostructure,” *Applied Physics B*, vol. 124, no. 12, p. 224, 2018.
- [72] T. Cusati, G. Fiori, A. Gahoi, V. Passi, M. C. Lemme, A. Fortunelli, and G. Iannaccone, “Electrical properties of graphene-metal contacts,” *Sci. Reports*, vol. 7, no. 1, pp. 1–11, 2017.
- [73] L. Wang, I. Meric, P. Huang, Q. Gao, Y. Gao, H. Tran, T. Taniguchi, K. Watanabe, L. Campos, D. Muller, *et al.*, “One-dimensional electrical contact to a two-dimensional material,” *Science*, vol. 342, no. 6158, pp. 614–617, 2013.
- [74] L. W. Couch, H. Shao, X. Li, and L. Liu, *Digital and analog communication systems*, vol. 6. Citeseer, 1997.
- [75] C. K. Alexander and M. N. Sadiku, *Fundamentals of electric circuits*. McGraw-Hill Education, 2000.
- [76] J. Horng, C.-F. Chen, B. Geng, C. Girit, Y. Zhang, Z. Hao, H. A. Bechtel, M. Martin, A. Zettl, M. F. Crommie, *et al.*, “Drude conductivity of dirac fermions in graphene,” *Physical Review B*, vol. 83, no. 16, p. 165113, 2011.
- [77] Y. Zhang, Y. Xu, C. Tian, Q. Xu, X. Zhang, Y. Li, X. Zhang, J. Han, and W. Zhang, “Terahertz spoof surface-plasmon-polariton subwavelength waveguide,” *Photonics Research*, vol. 6, no. 1, pp. 18–23, 2018.
- [78] G. Fre, F. Beltran-Mejia, L. Saito, and D. Spadoti, “Silicon waveguide optically tunable thz filter,” in *2019 SBFoton International Optics and Photonics Conference (SBFoton IOPC)*, pp. 1–3, IEEE, 2019.
- [79] Y. Zhou, E. Yiwen, L. Zhu, M. Qi, X. Xu, J. Bai, Z. Ren, and L. Wang, “Terahertz wave reflection impedance matching properties of graphene layers at oblique incidence,” *Carbon*, vol. 96, pp. 1129–1137, 2016.
- [80] B. Sensale-Rodriguez, R. Yan, M. M. Kelly, T. Fang, K. Tahy, W. S. Hwang, D. Jena, L. Liu, and H. G. Xing, “Broadband graphene terahertz modulators enabled by intraband transitions,” *Nature Communications*, vol. 3, no. 1, pp. 1–7, 2012.
- [81] F. Valmorra, G. Scalari, C. Maissen, W. Fu, C. Schonemberger, J. W. Choi, H. G. Park, M. Beck, and J. Faist, “Low-bias active control of terahertz waves by coupling large-area cvd graphene to a terahertz metamaterial,” *Nano Letters*, vol. 13, no. 7, pp. 3193–3198, 2013.

- [82] M. Liang, M. Tuo, S. Li, Q. Zhu, and H. Xin, "Graphene conductivity characterization at microwave and thz frequency," in *The 8th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2014)*, pp. 489–491, IEEE, 2014.
- [83] L. Falkovsky, "Optical properties of graphene," in *Journal of Physics: conference series*, vol. 129, p. 012004, IOP Publishing, 2008.
- [84] Z. Sun, T. Hasan, F. Torrisi, D. Popa, G. Privitera, F. Wang, F. Bonaccorso, D. M. Basko, and A. C. Ferrari, "Graphene mode-locked ultrafast laser," *ACS Nano*, vol. 4, no. 2, pp. 803–810, 2010.
- [85] S. M. Sze and K. K. Ng, *Physics of semiconductor devices*. John wiley & sons, 2006.
- [86] M. Tonouchi, "Cutting-edge terahertz technology," *Nature photonics*, vol. 1, no. 2, p. 97, 2007.
- [87] T. Kleine-Ostmann and T. Nagatsuma, "A review on terahertz communications research," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 32, no. 2, pp. 143–171, 2011.
- [88] Z. Dai, J. Yang, Q. Su, P. Qi, D. Lu, S. Li, L. Zhou, and W. Liu, "Optically controlled graphene based terahertz modulator," in *Infrared, Millimeter-Wave, and Terahertz Technologies V*, vol. 10826, p. 108261J, International Society for Optics and Photonics, 2018.
- [89] Q.-Y. Wen, W. Tian, Q. Mao, Z. Chen, W.-W. Liu, Q.-H. Yang, M. Sanderson, and H.-W. Zhang, "Graphene based all-optical spatial terahertz modulator," *Scientific reports*, vol. 4, p. 7409, 2014.
- [90] Z. Fan, Z. Geng, X. Lv, Y. Su, Y. Yang, J. Liu, and H. Chen, "Optical controlled terahertz modulator based on tungsten disulfide nanosheet," *Scientific reports*, vol. 7, no. 1, p. 14828, 2017.
- [91] Y. Cao, S. Gan, Z. Geng, J. Liu, Y. Yang, Q. Bao, and H. Chen, "Optically tuned terahertz modulator based on annealed multilayer MoS₂," *Scientific Reports*, vol. 6, p. 22899, 2016.
- [92] D. J. Benton, *Integrated optics*. Publicação Independente, 2017.
- [93] T. H. Lee, *The design of CMOS radio-frequency integrated circuits*. Cambridge university press, 2003.
- [94] C. Multiphysics, "Introduction to comsol multiphysics®," *COMSOL Multiphysics, Burlington, MA, accessed Feb*, vol. 9, p. 2018, 1998.
- [95] S. M. Razavizadeh, "Simulation of graphene in cst microwave v2015 and comsol multiphysics 5.2 a," *IRIB Univ.*, 2017.
- [96] S. Haykin, *Communication systems*. John Wiley & Sons, 2001.

- [97] L. W. Couch, M. Kulkarni, and U. S. Acharya, *Digital and analog communication systems*, vol. 6. Prentice Hall, 1997.
- [98] R. N. Bracewell and R. N. Bracewell, *The Fourier transform and its applications*, vol. 31999. McGraw-Hill New York, 1986.
- [99] B. Osgood, "Ee261 - the fourier transform and its applications." Notas de aula.
- [100] S. Bochner and K. Chandrasekharan, "Fourier transforms.," in *Annals of mathematics studies*, University Press, Princeton, 1949.

Apêndices

Nesta secção é apresentada uma análise matemática dos sistemas de telecomunicações. São levantados os principais parâmetros quantitativos de desempenho, que serão utilizados nas secções posteriores para as análises do modelo de modulador proposto neste trabalho. Para tanto, é feita uma descrição dos sinais em cada estágio de um sistema de comunicação, de modo a caracterizá-lo quanto a linearidade e eficiência energética, além de parâmetros pertinentes para a moduladores, tais como profundidade de modulação e largura de banda.

Apêndice I: Modelo de sistemas de telecomunicações

O principal objetivo da engenharia de telecomunicações é entregar informação de uma fonte para um receptor específico ou receptores [96, 74]. Existem diferentes tecnologias disponíveis para cumprir a tarefa. Por exemplo, links de rádio, fibras ópticas e redes de cabos. No entanto, a comunicação se torna crítica quando seus parâmetros são chegam perto dos limites da tecnologia. Parâmetros como distância entre o transmissor e o receptor, a quantidade de informações por unidade de tempo, a latência, desvanecimento devido à perda do caminho, limitação da mídia de propagação, perturbação externa, confiabilidade e gerenciamento do sistema, privacidade do usuário, prevenção de interferência, o número de estágios do processo, etc. Assim, a tarefa das telecomunicações, poderia ser dividida basicamente em três grandes níveis: adquirir uma mensagem da fonte, torná-la compatível com o meio de transmissão e transmiti-la de forma segura, atendendo a todos estes parâmetros citados. No lado receptor da comunicação, as tarefas são feitas na ordem inversa: adquirir um sinal do meio de transmissão, recuperar a informação desse sinal e entregá-la, para um usuário final. Este sistema é visto na Fig. (55).



Fig. 55: Diagrama de blocos genérico de sistemas de comunicação.

Todo sistema de telecomunicações possui um meio de transmissão, que pode ser uma

interface aérea, um cabo, um guia de ondas, vácuo e outros [43]. Além disso, este é o bloco do sistema que fornece a mensagem da fonte para seu receptor, ou receptores. Geralmente, a mensagem do sinal não é suportada pelo meio de transmissão. Assim, praticamente todo sistema de comunicação necessita de uma etapa de adaptação da mensagem antes da transmissão. Por exemplo, não é possível enviar uma forma de onda de voz por um canal sem fio sem um processo de adaptação. Isso se deve às limitações da mídia, principalmente porque a resposta em frequência e a atenuação impõem uma longa propagação [97, 45, 42, 96, 43].

Um sinal de mensagem, $m(t)$, em sua forma natural, é geralmente uma forma de onda passa-faixa analógica, que é ilustrada pela Fig.56(a). Após processamento de sinais, a mensagem é digitalizada, criptografada e distribuída em vários pacotes de dados. O sinal resultante é $g(t)$, que não é compatível com o meio de transmissão. A compatibilidade de $g(t)$ é executada pelo bloco circuitos de transmissão, resultando em uma forma de onda passa-faixa, $v(t)$, vista na Fig.56(b). Assim, é necessário um meio de transmissão que propague todas as frequências de $v(t)$, com baixa atenuação por unidade de comprimento e com as mesmas atenuações para todos as componentes de frequência do sinal. Garantir estas condições minimiza as distorções nas informações e permite que o sistema as recupere no final do processo.

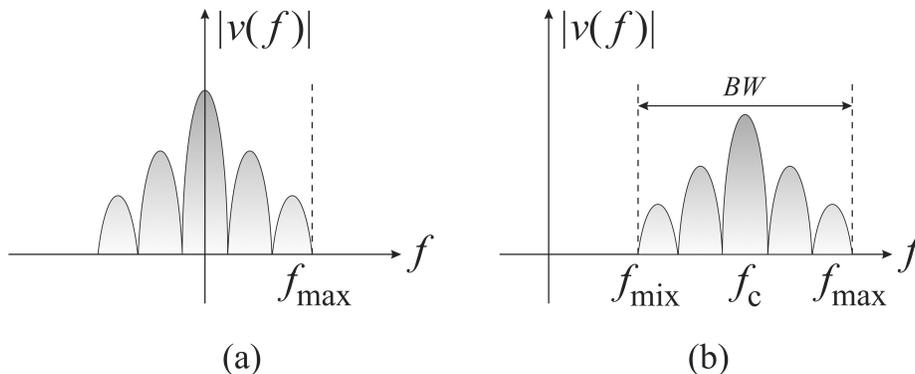


Fig. 56: Espectro de $|v(t)|$, sendo (a) $v(t)$ um sinal passa base e(b) um sinal passa-faixa.

O meio de transmissão mais fisicamente factível exhibe comportamento de banda-passante. Isso significa que um número finito de componentes de frequências agrupados em torno de regiões específicas do espectro eletromagnético e distantes da origem podem

passar pelo sistema, sem sofrer distorção. No entanto, a maioria dos sinais de mensagem têm comportamento passa-baixa, com componentes espectrais começando do nível DC até uma frequência máxima, também conhecida como sinais de banda base [97, 42, 43]. Isso indica que a maioria dos sinais de mensagens naturais não podem passar pela maioria dos sistemas de comunicação. Assim, uma etapa importante de um sistema de telecomunicações é fazer um sinal adequado para o meio de transmissão disponível. Esse é o processo de modulação, que é o objeto principal deste estudo.

Apêndice II: Densidade espectral de potência e função de autocorrelação de sinais mensagem

Sinais de mensagens, $m(t)$, como visto na figura (55), é a forma de onda contínua ou discreta no domínio do tempo. Sua representação no domínio da frequência é dada pela Função Densidade espectral de Potência (ou, do inglês, “*Power Spectral Density*”- PSD) de $m(t)$, descrita como $\mathcal{P}_v(f)$. Esta é a relação entre a energia normalizada de $v(t)$, P_v , e é descrita no domínio da frequência [97]. Como o sinal de mensagem só existe em um intervalo de tempo definido entre $-T/2$ e $T/2$, existe uma forma truncada de $v(t)$ dada por:

$$v_t(t) = \begin{cases} v(t), & -T/2 < t < T/2, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (98)$$

então, a potência de $v(t)$ é definida por

$$P_v = \mathcal{M}\{v^2(t)\}, \quad (99)$$

no qual, \mathcal{M} representa a função da média do tempo. Esta pode ser representada como [97],

$$P_v = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} v_t^2(t) dt. \quad (100)$$

Aplicando o teorema de Parserval [96, 42]:

$$P_v = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |v_t(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|V_t(f)|^2}{T} \right] df. \quad (101)$$

Onde, $V_t(f) = \mathcal{F}\{v_t(t)\}$ [98, 99]. A qual resulta em um valor real não-negativo, expresso em Watts por Hertz. Esta é a PSD de $V_t(f)$. Para uma forma de onda determinística, escreve-se

$$\mathcal{P}_v(f) \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{|V_t(f)|^2}{T} \right]. \quad (102)$$

então, a potência normalizada de $m(t)$ é definida utilizando (102) e (101), por

$$P_v = \mathcal{M}\{v^2(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}_v(f) df. \quad (103)$$

A auto-correlação da função é dada por [43, 97]:

$$\mathcal{R}_v(\tau) \triangleq \mathcal{M}[v(t)v(t+\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v(t)v(t+\tau) dt. \quad (104)$$

Então, a auto-correlação e a PSD são um par na transformada de Fourier [44, 43, 33].

Então

$$\mathcal{R}_v(\tau) \leftrightarrow \mathcal{P}_v(f), \quad (105)$$

sendo, $\mathcal{R}_v(\tau)$ uma função de auto-correlação de $v(t)$. Esta igualdade é dada como alternativa para calculo da PSD. Sendo útil para computar sinais discretos, por $\mathcal{P}_v(f) = \mathcal{F}[\mathcal{R}_v(\tau)]$. Foi apresentada em 1914 quando se tornou conhecida como o Teorema de Wiener-Kintchine [98, 99, 97].

Apêndice III: Diferenças entre sinais em banda base e sinais em banda passante

Como dito antes, os sinais de mensagem geralmente têm apenas componentes de frequência em torno do nível DC que se estende a um valor de frequência máxima, que é considerado como qualquer sinal de banda base. Isso é mostrado pela Fig. 56. Entre-

tanto, Sistemas comuns somente permitem frequências entre f_{min} e f_{max} , centradas em f_c , mostrando assim um comportamento passa-faixa. Esta situação também é mostrada pela Fig. 56. Além disso, os sinais de banda passante podem ser sempre obtidos multiplicando um sinal de banda base $m(t)$ por uma única portadora de frequência $c(f_c, t)$, tendo

$$s(t) = m(t)c(f_c, t). \quad (106)$$

Portanto, nos modelos matemáticos que se seguem, f_c será referido como frequência da portadora, $m(t)$ é o sinal de mensagem de banda base e $s(t)$ é o sinal da banda de passagem da mensagem modulada. Qualquer uma dessas formas de onda pode ser genericamente representada pelo sinal de tensão no domínio do tempo, como:

$$v(t) = \Re\{g(t) e^{i2\pi f_c t}\} \triangleq s(t), \quad (107)$$

no qual, $v(t)$ não é necessariamente uma função periódica definida em $t_0 \rightarrow \infty$. A função do tempo $g(t)$ é chamada de envelope complexo da mensagem $m(t)$. Neste caso específico a função genérica $v(t)$ refere-se a $s(t)$. Então, esta pode ser representada no domínio da frequência pela série complexa de Fourier [33, 100]

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i\omega_0 t}, \quad (108)$$

sendo $\omega_0 = 2\pi/\tau_0$. No entanto, como é uma forma de onda real, $c_{-n} = c_n^*$, tem-se [33]:

$$v(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{i\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-i\omega_0 t}, \quad (109)$$

em que c_0 , é o resultado quando $n = 0$. Referindo-se ao nível DC de $v(t)$, tomando a função complexa $Z = ze^{i\varphi}$, e aplicando as propriedades dos números complexos, escreve-se

$$\Re(Z) = \frac{Z + Z^*}{2} = \frac{ze^{i\varphi} + ze^{-i\varphi}}{2}. \quad (110)$$

Aplicando (110) em (109),

$$v(t) = \Re \left\{ c_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{i\omega_0 t} \right\}. \quad (111)$$

Se $v(t)$ é um sinal passa-faixa, então c_n são valores diferentes de zero, para n próximo de zero. Multiplicando (111) pela portadora $f_c = C e^{i\omega_c t}$, em que C configura a amplitude da portadora:

$$v(t) = \Re \left\{ \left(c_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{i\omega_0 t} \right) e^{i\omega_c t} \right\}. \quad (112)$$

Nesta análise C é igual à unidade. Percebe-se que os termos em parêntesis são equivalentes à forma de onda $g(t)$ em (107). como visto na Fig. 55, refere-se ao sinal processado da mensagem. Finalmente, é possível concluir que o sinal passa-faixa $v(t)$ é a mensagem $m(t)$ com amplitude de frequência de $\pm f_0$. Torna-se $g(t)$ após o bloco de processamento de sinais, e então multiplicado por uma portadora de alta frequência, sendo $f_c \gg f_0$ [97]. À partir da formula de Euler, é possível reescrever (107), como

$$v(t) = R(t) \cos[\omega_c t + \varphi(t)], \quad (113)$$

mesmo que,

$$v(t) = x(t) \cos \omega_c t - y(t) \sen \omega_c t. \quad (114)$$

Em (113), representa-se $v(t)$ na forma polar por duas funções reais, sendo $R(t)$ a modulação em amplitude (AM) de $v(t)$, e $\varphi(t)$ a modulação em fase. Ambas modulações podem ocorrer simultaneamente dependendo da aplicação e das características do sistema. Por exemplo, para os sistemas digitais, existe a modulação QAM, na qual as informações são inseridas nas variações de fase e amplitude das portadoras[43, 42]. Em (114) o mesmo sinal é representado por coordenadas cartesianas, sendo a função real $x(t)$ denominada pela modulação do componente de fase da portadora. Além disso, $y(t)$ é a modulação do

componente de quadratura da portadora [97, 42, 43]. Então,

$$x(t) = \Re\{g(t)\} = R(t)\cos\varphi(t), \quad (115a)$$

$$y(t) = \Im\{g(t)\} = R(t)\sen\varphi(t). \quad (115b)$$

Destas equações, por definição, é possível escrever:

$$R(t) \triangleq |g(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}, \quad (116a)$$

$$\varphi(t) \triangleq \angle g(t) = \arctan\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right). \quad (116b)$$

Portanto, é possível representar qualquer sinal passa-faixa em função de formas de onda reais em banda-base $x(t)$, $y(t)$, $R(t)$ e $\varphi(t)$. Então, é possível definir o processo de modulação como uma transformação de sinal banda-base, $m(t)$ ou $g(t)$, para um sinal de banda passante $s(t)$.

De acordo com a seção anterior, o sinal passa-faixa $g(t)$ é um envelope complexo da mensagem que efetivamente modifica a portadora. Então a PSD do sinal modulado, $s(t) \triangleq v(t)$, é relacionado diretamente ao seu sinal modulador de banda base, $m(t)$. Então o espectro do sinal de saída do sistema de telecomunicação é somente função do sinal modulador, assim como a portadora não varia no domínio da frequência. Isto é demonstrado aplicando (110) em (107), resultando em

$$v(t) = \frac{g(t)e^{i\omega_c t} + g^*(t)e^{-i\omega_c t}}{2}. \quad (117)$$

Sendo $v(t)$ uma representação possível de no domínio do tempo, seu equivalente no domínio da frequência, $V(f)$ é dado por

$$V(f) = \mathcal{F}\{v(t)\} = \frac{1}{2}\mathcal{F}\{g(t)e^{i\omega_c t}\} + \frac{1}{2}\mathcal{F}\{g^*(t)e^{-i\omega_c t}\}. \quad (118)$$

À partir das propriedades da transformada de Fourier, [98, 99], pode-se escrever que

$$x^*(t) \leftrightarrow X^*(-f), \quad (119)$$

então, se $\mathcal{F}[g^*(t)] = G^*[-f]$, usando a propriedade de translação da frequência da transformada de Fourier, que estabelece [98, 99, 42, 96]

$$\mathcal{F}[x(t)e^{i\omega_c t}] = X(f - f_c), \text{ em que } \omega_c = 2\pi f_c, \quad (120)$$

aplicando (119) e (120) em (118), se torna

$$V(f) = \frac{1}{2} [G(f - f_c) + G^*(-f - f_c)] = \mathcal{F}[g(t)e^{i\omega_c t}]. \quad (121)$$

Isso mostra o espectro de $v(t)$ e comprova a afirmação no início desta seção. Além disso, a PSD de $v(t)$ poderia ser obtido pela transformada de Fourier da função de autocorrelação de $v(t)$, que é dada por:

$$\mathcal{R}_v(\tau) = \mathcal{M} \{v(t)v(t + \tau)\}. \quad (122)$$

Expandindo, temos

$$\mathcal{R}_v(\tau) = \mathcal{M} \{ \Re[g(t)e^{i\omega_c t}] \Re[g(t + \tau)e^{i(\omega_c t + \tau)}] \}. \quad (123)$$

À partir das propriedades dos números complexos,

$$\Re(x_1)\Re(x_2) = \frac{\Re(x_2^*x_1) + \Re(x_2x_1^*)}{2} \quad (124)$$

admitindo $x_2 = \Re[g(t)e^{i\omega_c t}]$ e $x_1 = \Re[g(t + \tau)e^{i(\omega_c t + \tau)}]$, e aplicando em (123), torna-se

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_v(\tau) = & \mathcal{M} \left\{ \frac{1}{2} \Re [g^*(t)g(t + \tau)e^{-i\omega_c t}e^{-i\omega_c(t + \tau)}] \right\} + \\ & \mathcal{M} \left\{ \frac{1}{2} \Re [g(t)g(t + \tau)e^{i\omega_c t}e^{i\omega_c(t + \tau)}] \right\} \end{aligned} \quad (125)$$

Reagrupandos os termos, pode-se reescrever como

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_v(\tau) = & \frac{1}{2} \Re \{ \mathcal{M} [g^*(t)g(t + \tau)e^{i\omega_c t}] \} + \\ & \frac{1}{2} \Re \{ \mathcal{M} [g(t)g(t + \tau)e^{i2\omega_c t}e^{i\omega_c \tau}] \} \end{aligned} \quad (126)$$

No entanto, deve-se considerar que o segundo termo de (126) resulta em valores pequenos se comparados ao primeiro. Aplicando o teorema de Riemann-Lebesgue [100], que demonstrou que o operador de média de tempo é equivalente a uma integração no domínio do tempo, e a partícula $e^{2i\omega_c t}$ varia muito mais rapidamente que $g(t)g(t+\tau)$, como $\omega_c t \gg \omega_0$, assim, o resultado da média de tempo pode ser negligenciado [98, 99, 42, 96].

Outra consideração, é

$$\mathcal{R}_x(\tau) = \mathcal{M} \{x^*(t)x(t+\tau)\}, \quad (127)$$

Então, reescrevendo (126) como

$$\mathcal{R}_v(\tau) = \frac{1}{2} \Re \{ \mathcal{R}_g(\tau) e^{i\omega_c \tau} \}. \quad (128)$$

Finalmente, tem-se a transformada de Fourier de $\mathcal{R}_v(\tau)$ aplicando o teorema de Winner-Kintchine em (128). Como resultado um sinal real, $\mathcal{P}_x^*(f) = \mathcal{P}_x(f)$, thus

$$\mathcal{P}_v(f) = \mathcal{F}[\mathcal{R}_v(\tau)] = \frac{1}{4} \{ \mathcal{P}_g(f - f_c) + \mathcal{P}_g(-f - f_c) \}. \quad (129)$$

Isso prova que a PSD de um sinal entregue ao meio de transmissão depende apenas da modulação do sinal PSD da fonte de informação. Além disso, pode-se destacar uma relação útil para uma análise mais aprofundada, ao considerar $\tau = 0$ em (128), resultando

$$\mathcal{R}_v(0) = \frac{1}{2} \Re \{ \mathcal{R}_g(0) \}. \quad (130)$$

que pode ser reescrito como

$$\mathcal{R}_v(0) = \mathcal{M} \{v^*(t)v(t+0)\}. \quad (131)$$

No entanto, um número complexo multiplicado por seus resultados conjugados no quadrado de seu módulo. Consequentemente,

$$\mathcal{R}_v(0) = \mathcal{M} \{|v(t)|^2\}. \quad (132)$$

Comparando (132) a (103), Conclui-se que a função de autocorrelação para $\tau = 0$ determina a potência normalizada de $v(t)$, isto significa que

$$\mathcal{R}_v(0) = P_v. \quad (133)$$

Apêndice IV: Distorções lineares e não-lineares

A distorção linear é uma característica de um sistema que modifica a informação transmitida, fazendo com que a informação estimada na recepção, $m'(t)$, seja diferente do sinal da mensagem original $m(t)$. Portanto, as distorções podem tornar a comunicação difícil ou impossível dependendo da intensidade [96]. Quanto mais distorcido é o sinal, menor é a probabilidade de se recuperar a informação nas etapas de recepção. Isso acontece em sistemas de comunicação principalmente devido a imperfeições e limitações físicas de todos os sistemas reais. Muitas causas estão associadas a fenômenos de distorção, mas a mais facilmente notada é a o desvanecimento de amplitude do sinal transmitido. Porém, esse recurso por si só não caracteriza uma distorção, pois não corrompe as informações. A distorção é válida quando este desvanecimento não afeta todos as componentes de frequência do sinal transmitido com a mesma intensidade. Por exemplo, a frequência mais baixa de um sinal $v(t)$ pode sofrer menos atenuação do que suas frequências mais baixas. Isso não impede que o sinal chegue ao receptor, mas as informações dentro do sinal podem ser perdidas. Outra forma semelhante de distorção linear está relacionada à velocidade de propagação de cada componente de frequência em um longo caminho de transmissão. Espera-se que a frequência mais alta viaje mais rápido do que as frequências mais baixas, o que de fato acontece. Porém, deve-se definir uma condição para que o fenômeno não acarrete perda de informações. Estas condições são demonstradas e discutidas nesta seção [96, 37, 45, 97].

Um sistema sem distorção deve afetar igualmente todos as componentes de frequência de $v(t)$. Assim, o módulo da resposta em frequência do sistema deve ser constante, então:

$$|H(f)| = A. \quad (134)$$

em que, A é real e positivo. Além disso, a resposta em fase do sistema $\theta(f)$ deve variar linearmente com a frequência. Então, a derivada de $\theta(f)$ deve ser constante. Isto significa que:

$$\frac{\partial\theta(f)}{\partial f} = Tg, \quad (135)$$

sendo Tg uma constante chamada de grupo de atraso [97]. Pela integração desta equação, encontra-se

$$\theta(f) = -2\pi fTg + \theta_o. \quad (136)$$

Se a resposta em frequência do sistema é dada pela função complexa do tipo

$$H(f) = |H(f)|e^{i\theta(f)} \quad (137)$$

Então, utilizando (136), escreve-se

$$H(f) = |H(f)|e^{-2\pi fTg + i\theta_o}. \quad (138)$$

Isto resulta na forma geral de uma resposta em frequência de um meio de transmissão livre de distorção linear.

No entanto, há também a distorção não-linear a ser considerada. Os sistemas reais trazem vários tipos de distorção não-lineares, mas neste trabalho apenas dois tipos são tratados: as distorções harmônicas e as distorções de intermodulação. Assim, pode-se primeiro considerar a relação entre a saída e a entrada do sistema. Normalmente, esses sinais são representados pela forma de onda de tensão, $v_o(t)$ e $v_i(t)$. A relação instantânea entre esses valores é dada por k , então pode ser escrita como:

$$v_o(t) = k v_i(t). \quad (139)$$

Para um buffer k é a unidade. Se k for maior que um, o sistema amplifica o sinal de entrada e o atenua caso contrário. Supondo um amplificador de tensão, a relação entre a entrada e a saída é linear se k é constante, sendo o coeficiente linear dado por $\arctan(k)$. No entanto, os sistemas reais mostram apenas esse comportamento para uma faixa específica

de valores de entrada. Assim, existem regiões de operação nas quais o sinal de saída não varia linearmente com o sinal de entrada. Isso é conhecido como região de saturação e é definida quando as variações de entrada não produzem mais variação significativa na saída do sistema. Além disso, existe uma região transitória, na qual a resposta do sistema não é linear e ocorre logo após e antes da região linear. Graficamente, representa a função de transferência de um sistema, e é visto na Fig. 57 [42]

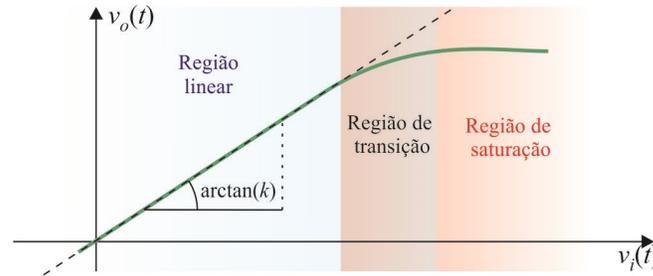


Fig. 57: Sinal de saída vs. entrada em um amplificador real.

Para sistemas reais, k não pode ser tomado como constante por toda a extensão dos valores de entrada. Por esta razão, a função de transferência pode ser modelada de forma mais conveniente por uma série de Taylor, fazendo [42, 74]

$$v_o(t) = k_0 + k_1 v_i(t) + k_2 v_i^2(t) + k_3 v_i^3(t) + \dots \quad (140)$$

$$v_o(t) = \sum_{n=0}^{\infty} k_n v_i^n(t). \quad (141)$$

Então, k é dada por [97, 33]

$$k_n = \frac{1}{n!} \left(\frac{\partial^n v_o(t)}{\partial v_i^n(t)} \right) \Big|_{v_i(t)=0}. \quad (142)$$

O caso ideal (sistema linear) ocorre quando k_2, k_3, k_4, \dots , são nulos, sendo k_0 o nível DC presente na saída e $k = k_1$. Por esta razão, o produto $k_1 v_i(t)$ é chamado de termo de primeira ordem. Porém, para o caso real, os termos de ordem superior aparecem, mas se o sistema opera em sua região linear, ele possui $k_1 \gg k_2 > k_3 > \dots$. Mesmo assim, devido aos termos de ordem superior, ocorrerá a distorção harmônica. Observando isso, um sinal

senoidal de frequência única é aplicado na entrada do sistema. Este sinal é definido por

$$v_i(t) = A_0 \text{sen}(\omega_0 t), \quad (143)$$

Então resulta no sinal de saída $v_o(t)$, dado por

$$v_o(t) = k_0 + k_1 A_0 \text{sen}(\omega_0 t) + k_2 A_0^2 \text{sen}^2(\omega_0 t) + k_3 A_0^3 \text{sen}^3(\omega_0 t) + \dots \quad (144)$$

Á partir desta, o termo de segunda ordem é

$$k_2 A_0^2 \text{sen}^2(\omega_0 t) = \frac{k_2 A_0^2}{2} [1 - \cos(2\omega_0 t)] = \frac{k_2 A_0^2}{2} - \frac{k_2 A_0^2}{2} \cos(2\omega_0 t). \quad (145)$$

Indica um nível DC e um componente de frequência em $2\omega_0$, ambos com $k_2 A_0^2/2$ de amplitude. Isso caracteriza a distorção do segundo harmônico. Generalizando, para uma entrada monotônica, a saída é [97, 42]

$$v_o(t) = V_o + V_1 \cos(\omega_0 t) + V_2 \cos(2\omega_0 t + \phi_2) + V_3 \cos(3\omega_0 t + \phi_3) \quad (146)$$

sendo V_n a amplitude de n -enésimo termo de distorção, dado por $k_n A_0^n/2$, com uma frequência de $n f_0$. A distorção harmônica pode ser quantificada relacionando a amplitude dos termos não lineares ($n > 1$) com a amplitude do termo linear, V_1 , pela seguinte equação:

$$DH(\%) = \frac{\sum_{n=2}^{\infty} V_n^2}{V_1} \times 100. \quad (147)$$

Além disso, existe a distorção por intermodulação, que ocorre quando o sinal de entrada possui mais de uma componente de frequências. Pode ser avaliado considerando um sinal com duas componentes de frequência, dados por:

$$v_i(t) = A_1 \text{sen}(\omega_1 t) + A_2 \text{sen}(\omega_2 t), \quad (148)$$

resultando em $v_o(t)$, dada por:

$$\begin{aligned}
v_o(t) = & k_0 + \\
& k_1[A_1 \text{sen}(\omega_1 t) + A_2 \text{sen}(\omega_2 t)] + \\
& k_2[A_1^2 \text{sen}^2(\omega_1 t) + 2A_1 A_2 \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(\omega_2 t) + A_2^2 \text{sen}^2(\omega_2 t)] + \\
& k_3[A_1^3 \text{sen}^3(\omega_1 t) + 3A_1^2 A_2 \text{sen}^2(\omega_1 t) \text{sen}(\omega_2 t) + 3A_1 A_2^2 \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}^2(\omega_2 t) + A_2^3 \text{sen}^3(\omega_2 t)] + \dots
\end{aligned} \tag{149}$$

A partir dessa equação, o nível DC é visto na primeira linha, o termo linear está na segunda linha e assim por diante. No entanto, o termo de segunda ordem pode ser reescrito como

$$\begin{aligned}
k_2 v_i^2(t) = & k_2 A_1^2 A_2^2 \\
& - k_2 A_1^2 \cos^2(2\omega_1 t) - k_2 A_2^2 \cos^2(2\omega_2 t) \\
& + \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(\omega_2 t),
\end{aligned} \tag{150}$$

Em que, o nível DC é $k_2 A_1^2 A_2^2$, e a distorção harmônica ocorre em $2\omega_1$ e $2\omega_2$. O produto de ambas componentes têm amplitude de $2k_2 A_1 A_2$. Sendo este o termo de inter-modulação. Este basicamente indica como a componente da frequência ω_1 modula a componente em ω_2 .

Similarmente, nota-se o mesmo no termo de terceira ordem, $k_3 v_i^3(t)$, cujo termo de inter-modulação são dados por

$$DIM_{1,2} = 3k_3 A_1^2 A_2 \text{sen}^2(\omega_1 t) \text{sen}(\omega_2 t) \tag{151a}$$

$$DIM_{2,1} = 3k_3 A_1 A_2^2 \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}^2(\omega_2 t). \tag{151b}$$

A partir de (151a),

$$\begin{aligned}
& \frac{3}{2} k_3 A_1^2 A_2 \text{sen}(\omega_2 t) [1 - \cos(2\omega_1 t)] = \\
& \frac{3}{2} k_3 A_1^2 A_2 \left\{ \text{sen}(\omega_2 t) - \frac{1}{2} [\text{sen}((2\omega_1 + \omega_2)t) - \text{sen}((2\omega_1 - \omega_2)t)] \right\}.
\end{aligned} \tag{152}$$

E, de (151b),

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2}k_3A_1A_2^2 \text{sen}(\omega_1t)[1 - \cos(2\omega_2t)] = \\ & \frac{3}{2}k_3A_1A_2^2 \left\{ \text{sen}(\omega_1t) - \frac{1}{2} [\text{sen}((2\omega_2 + \omega_1)t) - \text{sen}((2\omega_2 - \omega_1)t)] \right\}. \end{aligned} \quad (153)$$

As equações (152) e (??) trazem os termos de inter-modulação não-harmônicos em $(2\omega_1 \pm \omega_2)$ e $(2\omega_2 \pm \omega_1)$. Isto é um problema quando ω_1 e ω_2 estão em um sistema passa-faixa, e é piorado se $\omega_1 \cong \omega_2 \gg 0$. Então, a diferença nos termos $(2\omega_1 - \omega_2)$ e $(2\omega_2 - \omega_1)$ resultam em um componente de distorção na banda de passagem do sistema. Este é um dos efeitos mais significativos da distorção inter-modulação. Também, a soma do termo, $(2\omega_1 + \omega_2)$ e $(2\omega_2 + \omega_1)$, resultam em uma componente localizada fora da banda passante. Esta não é tão crítica como a primeira, mas deve ser considerada em sistemas de comunicação de banda larga. Além disso, em (149), vê-se que os termos sem distorções de inter-modulação variam linearmente com A_1 e A_2 . O produto de segunda ordem da inter-modulação, também, varia A_1A_2 . Os termos de terceira ordem variam com $A_1^2A_2$ e $A_1A_2^2$. Isto mostra que para valores altos de amplitude, as distorções de terceira ordem se tornam significativas, mesmo para operações na região linear. Então a distorção inter-modular é quantificada por relacionar seus termos aos termos lineares, [97]

$$R_{IMD} = \frac{4}{3} \left(\frac{k_1}{K_3A^2} \right). \quad (154)$$

Esta equação define o ponto de interceptação de terceira ordem e seu valor ideal é a unidade. Com isso, é possível atribuir valores apropriados para k_1 e k_3 , de forma a minimizar os efeitos desse tipo de distorção.

Além disso, existe a distorção da modulação cruzada, também observada no termo de terceira ordem do (149). Definida por:[37]

$$CMD = 3k_3A_1^2A_2 \text{sen}^2(\omega_1t) + 3k_3A_1A_2^2 \text{sen}(\omega_1t) \text{sen}^2(\omega_2t). \quad (155)$$

O primeiro termo desta equação mostra que $3k_3A_1^2A_2 \text{sen}^2(\omega_1t)$ modula a amplitude da portadora $\text{sen}(\omega_2t)$. Ocorre de forma complementar no segundo termo. Mostra que uma

variação de amplitude em ω_1 produz um sinal modulado em ω_2 e vice-versa. Quão maior é o produto de terceira ordem, mais significativa é a distorção de modulação cruzada [97, 45].

Apêndice V: Expansão da resposta em frequência em Séries de Taylor

No seção 4.3.2, utiliza-se um recurso do cálculo numérico para estabelecer parâmetros quantitativos à respeito da estrutura projetada. No caso, a resposta do sistema (Fator de Confinamento em função da Potência óptica efetivamente acoplada) foi ajustada a uma função exponencial do tipo

$$f(x) = a e^{bx}. \quad (156)$$

Sendo a a amplitude da função na origem e b a taxa de crescimento. Esta função pode ser facilmente expandida em um série de Taylor, ou seja,

$$f(x) = a e^{bx} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - c)^n \quad (157)$$

em que a_n são os coeficientes da série, e c é uma constante que quando nula define uma série de Maclaurin. O índice n indica os n -ésimos termos da série. Para este caso, considerou-se $c = 0$. Para encontrar os coeficientes a_n , deve-se calcular sucessivas derivadas da série. Abrindo o termo mais à direita de (157), e derivando-o, encontram-se

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \dots + a_n x^n \quad (158a)$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + 4a_4 x^3 + \dots + a_n x^{n-1} n \quad (158b)$$

$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3 x + 12a_4 x^2 + \dots + a_n x^{n-2} n(n-1) \quad (158c)$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_4 x + \dots + a_n x^{n-3} n(n-1)(n-2) \quad (158d)$$

$$f^n(x) = a_n n! \quad (158e)$$

Aplicando (156) em (158), tem-se

$$a e^{bx} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \dots + a_n x^n n! / (n-0)! \quad (159a)$$

$$a e^{bx} b = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + 4a_4 x^3 + \dots + a_n x^{n-1} n! / (n-1)! \quad (159b)$$

$$a e^{bx} b^2 = 2a_2 + 6a_3 x + 12a_4 x^2 + \dots + a_n x^{n-2} n! / (n-2)! \quad (159c)$$

$$a e^{bx} b^3 = 6a_3 + 24a_4 x + \dots + a_n x^{n-3} n! / (n-3)! \quad (159d)$$

$$a e^{bx} b^n = a_n n! \quad (159e)$$

Destas igualdades, pode-se notar que o cada coeficiente a_n é encontrando igualando-se a derivada de ordem n da função à zero. Isto conduz a

$$a = a_0 \quad (160a)$$

$$a b = a_1 \quad (160b)$$

$$a b^2 = 2a_2 \quad (160c)$$

$$a b^3 = 24a_4 \quad (160d)$$

$$a b^n = a_n n! \quad (160e)$$

Portanto, a expressão geral para os coeficientes de uma série de Taylor, a_n , quando a função for exponencial do tipo dado em (156), pode ser definida tomando-se (160e), logo

$$a_n = \frac{a b^n}{n!} \quad (161)$$

Finalmente a expressão geral para expansão de (156) em séries de Taylor, é dada por

$$a e^{bx} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a b^n}{n!} x^n \quad (162)$$