

TESE  
306



TÉCNICAS DE AGREGAÇÃO APLICADAS  
AO CONTROLE AUTOMÁTICO DE GERA-  
ÇÃO DE SISTEMAS INTERLIGADOS.

UBIRATAN HOLANDA BEZERRA



## DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

TÉCNICAS DE AGREGAÇÃO APLICADAS  
AO CONTROLE AUTOMÁTICO DE GERA-  
ÇÃO DE SISTEMAS INTERLIGADOS.



Autor : UBIRATAN HOLANDA BEZERRA

Orientador : Prof. HÉLIO MOKARZEL

Co-Orientador : Prof. JURANDYR NASCIMENTO GARCEZ

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

1980

À minha esposa Evanilce  
e a nosso filho Fábio



### AGRADECIMENTOS

Ao professor e amigo JURANDYR NASCIMENTO GARCEZ, pela idéia inicial de desenvolver este trabalho e pelo apoio constante durante a realização do mesmo.

Aos professores HÉLIO MOKARZEL e JAYME FEINSTEIN pelo trabalho de revisão e sugestões apresentadas.

À ELETROBRÁS e à UFPa. pela oportunidade que me deram para realizar este trabalho.



Baseado na teoria do regulador ótimo linear, desenvolve-se o projeto de um controlador automático de geração, do tipo proporcional-integral, para grandes sistemas interligados. A dinâmica de cada área de controle é representada por um modelo de estado agregado, linear de baixa ordem e computacionalmente eficiente. O modelo de agregação proposto foi escolhido de modo que o controle automático de geração de cada área de controle seja realizado com base em medidas obtidas na própria área, minimizando-se, deste modo, a utilização do sistema de telemedicação. Por razões de simplicidade, simulou-se o modelo agregado de um sistema de duas áreas. Os resultados obtidos, em termos dos autovalores de malha fechada e erros nulos de frequência e intercâmbio de potência, em regime permanente, comprovaram a eficiência do modelo.



## ABSTRACT

Based on the optimal linear state regulator theory it is developed the design of a proportional-integral automatic generation controller for large interconnected electrical power systems. The dynamic characteristics of each control area are represented by an aggregated linear state model of low order and computationally efficient. The proposed aggregation model was chosen in order that the automatic generation control of each control area is accomplished based on measurements available in the own area, minimizing the need for a telemetering system. For simplicity, an aggregated model of a two control area system was simulated digitally. The results obtained in terms of the closed loop eigenvalues and steady-state deviations of frequency and tie line interchange have proved the aggregated model efficiency.



## SUMÁRIO

## CAPÍTULO 1

Introdução	1
------------	---

## CAPÍTULO 2

Modelagem do Sistema	4
2.1 - Introdução	4
2.2 - Modelo das Máquinas Girantes	5
2.3 - Modelo da Interligação	7
2.4 - Modelo do Sistema Motriz	9
2.5 - Modelo do Governador de Velocidade	10
2.6 - Modelo do Controle Suplementar	11
2.7 - Desenvolvimento de um Modelo de Estado para o Sistema	12

## CAPÍTULO 3

Técnicas de Obtenção de um Controlador Linear Ótimo de Geração	17
3.1 - Introdução	17
3.2 - Controle Proporcional-Integral	19
3.3 - Condições de Controlabilidade	22
3.4 - Características de Regime do Controle Proporcional-Integral	25
3.5 - Escolha do Índice de Desempenho	27

## CAPÍTULO 4

Técnicas de Agregação Aplicadas ao Controle Automático de Geração	31
4.1 - Introdução	31
4.2 - Conceito de Agregação	31
4.3 - Escolha da Matriz de Agregação	33
4.4 - Um Modelo Agregado para o Controle Automático de Geração	33



## CAPÍTULO 5

## Projeto do Controlador Ótimo Automático de Geração

5.1 - Sequência de Cálculos	-----36
5.2 - Métodos Utilizados	-----36
5.3 - Um Exemplo Numérico	-----38
5.3.1 - Simulação do Modelo Exato	-----38
5.3.2 - Simulação do Modelo Agregado	-----45
5.4 - Conclusão	-----51
- Referências Bibliográficas	-----53



O balanço de potência ativa em um sistema de potência é de fundamental importância para manter o equilíbrio desejado entre carga e geração. A carga total e a frequência do sistema estão diretamente relacionadas entre si. Supondo-se que todas as válvulas de injeção de combustível nas máquinas primárias permaneçam em posições fixas, (aberturas constantes), é evidente que as variações de carga no sistema afetarão diretamente as velocidades dessas máquinas e, conseqüentemente, a frequência do sistema. A frequência é, sem dúvida, um bom indicador do desequilíbrio entre carga e geração. Por exemplo, se com as condições acima a carga do sistema aumentar, os geradores não serão capazes de acompanhar este aumento, porque as aberturas constantes das válvulas reguladoras permitem somente um valor limitado de potência de entrada para as máquinas primárias dos geradores. Conseqüentemente, as máquinas diminuirão suas velocidades, até que o decréscimo resultante na frequência e tensão do sistema reduza todas as cargas para uma nova condição de equilíbrio na qual elas outra vez se igualem à potência de entrada das máquinas primárias. Essa operação, obviamente, seria inaceitável.

Se vários geradores operam em paralelo surge o problema da divisão de carga entre eles, de maneira conveniente. Essa distribuição de carga é inteiramente determinada pela potência de entrada para as várias máquinas primárias.

Além disso, no caso de sistemas interligados, a quantidade de potência transmitida através das linhas de interligação, é determinada por acordos prévios firmados entre as concessionárias que operam dentro dos limites do sistema interligado. Esses fluxos de interligação devem ser mantidos dentro de limites rigorosos, de acordo com a programação de despacho prefixada pelas negociações entre as companhias.

Surge, então, a necessidade de se realizar um controle efetivo da geração de modo a acomodá-la a cada nova condição de carga, mantendo-se constante a frequência do sistema, e o fluxo de potência nas interligações, dentro dos limites estabelecidos pelas negociações. Esses objetivos são atingidos atra -



vês do controle automático de geração, ou controle Carga-freqüência.

O controle automático de geração (CAG), tornou-se cada vez mais importante devido a grande proliferação das interligações entre concessionárias individuais, na tentativa de aumentar seus recursos de geração para fazer frente a uma demanda sempre crescente, em muitos casos impossível de ser satisfeita sem o auxílio das interligações. No Brasil essas interligações tendem a passar de níveis regionais a nível nacional e futuramente a nível internacional, aumentando continuamente a ajuda mútua entre os centros de geração e de carga.

A operação de sistemas de tamanho porte exige uma estrutura de controle de grande complexidade e de alta confiabilidade, para que as decisões sejam tomadas nos vários níveis hierárquicos. Graças ao grande avanço verificado ultimamente na área de "software" e "hardware" digitais e nas comunicações de modo geral, a implantação de tais sistemas é possível atualmente. Os centros de controle dos sistemas interligados, auxiliados por um sistema de telemedições e telecomunicações desempenham essa função.

Dentro das funções do Centro de Controle, naturalmente encontram-se rotinas de controle automático de geração. Pode-se dizer que o CAG é normalmente a função mais rápida desenvolvida pelo centro de controle (da ordem de poucos segundos).

Existem várias maneiras de se realizar o controle automático de geração. Dentre as técnicas existentes, Elgerd e Fosha [2] propuseram uma nova abordagem ao problema, através de técnicas de controle ótimo. Mais especificamente trata-se de projetar um controlador automático ótimo de geração aplicando-se a teoria do regulador de estado ótimo linear, pois o CAG caracteriza-se como um problema de regulação de estado já que deseja-se manter as variações de frequência ( $\Delta F$ ) e de intercâmbios de potências entre áreas ( $\Delta P_{TL}$ ), ou alternativamente, o erro de controle de área (ACE), em um estado de equilíbrio, ( $\Delta F=0$ ,  $\Delta P_{TL}=0$ ,  $ACE=0$ ). Mas a aplicação dessa abordagem necessita da realimentação do estado da área a ser controlada e também de todos os estados das outras áreas interligadas a esta. Essas informações chegam ao centro de controle através de telemedição. Porém a medida que o número de




interligações aumenta, as rotinas de CAG exigem um volume de informações realimentadas cada vez maior.

Com o intuito de simplificar a estrutura do CAG de uma área genérica  $i$ , do sistema interligado, propõe-se, neste trabalho, um esquema de controle mais simples, de modo que o controle de geração da área  $i$ , seja realizado com medidas disponíveis na própria área, levando-se em consideração, porém, a dinâmica das interligações. Isso será possível pela aplicação de técnicas de agregação no projeto do controlador automático de geração. Os princípios básicos da teoria da agregação serão deseenvolvidos no capítulo 4, desta dissertação.

O capítulo 2 trata a respeito da modelagem do sistema de potência, derivando-se o modelo de estado para um sistema interligado, de  $n$  áreas.

No capítulo 3 será desenvolvida a teoria do regulador de estado ótimo linear, incorporando realimentação integral do estado. Analisa-se, também, as condições de controlabilidade e observabilidade do sistema com realimentação integral. Chega-se, finalmente, ao projeto do controlador ótimo, do tipo proporcional integral, proposto nesta dissertação.

A validade do modelo de agregação desenvolvido no capítulo 4, será investigada no capítulo 5, através de testes e xaustivos, comparando-se os resultados com a simulação do modelo exato, para um sistema de duas áreas interligadas.





## MODELAGEM DO SISTEMA

## 2.1 - Introdução

O estudo da dinâmica e controle da geração engloba uma longa cadeia de causas e efeitos que podem ser considerados, dependendo do grau de detalhamento exigido para a análise de problemas específicos. É muito raro, no entanto, que todos os efeitos sejam considerados em igual detalhe, e dependendo do fenômeno em estudo, várias simplificações podem ser feitas para representar-se os efeitos menos revelantes. É o caso de desprezar-se a dinâmica da caldeira, (variação de pressão, temperatura, fluxos de vapor etc), quando se deseja analisar o comportamento da potência do eixo da turbina, estando o sistema gerador submetido a pequenas variações de carga.

Supor-se-á, nesta dissertação, que o sistema interligação encontra-se em condições normais de operação, caracterizado por uma lenta variação de carga durante as 24 horas do dia, de modo que o seu comportamento dinâmico será expresso por um conjunto de equações diferenciais simultâneas, lineares de primeira ordem, na forma de variáveis de estado.

No desenvolvimento do modelo matemático, usar-se-á o conceito de áreas de controle, as quais podem ser caracteriza-das por uma mesma variação de frequência, ou seja, as áreas oscilam em sincronismo [1].

A figura 2.1 mostra esquematicamente, um sistema interligado de n áreas, onde a área genérica i, encontra-se representada por seus subsistemas.





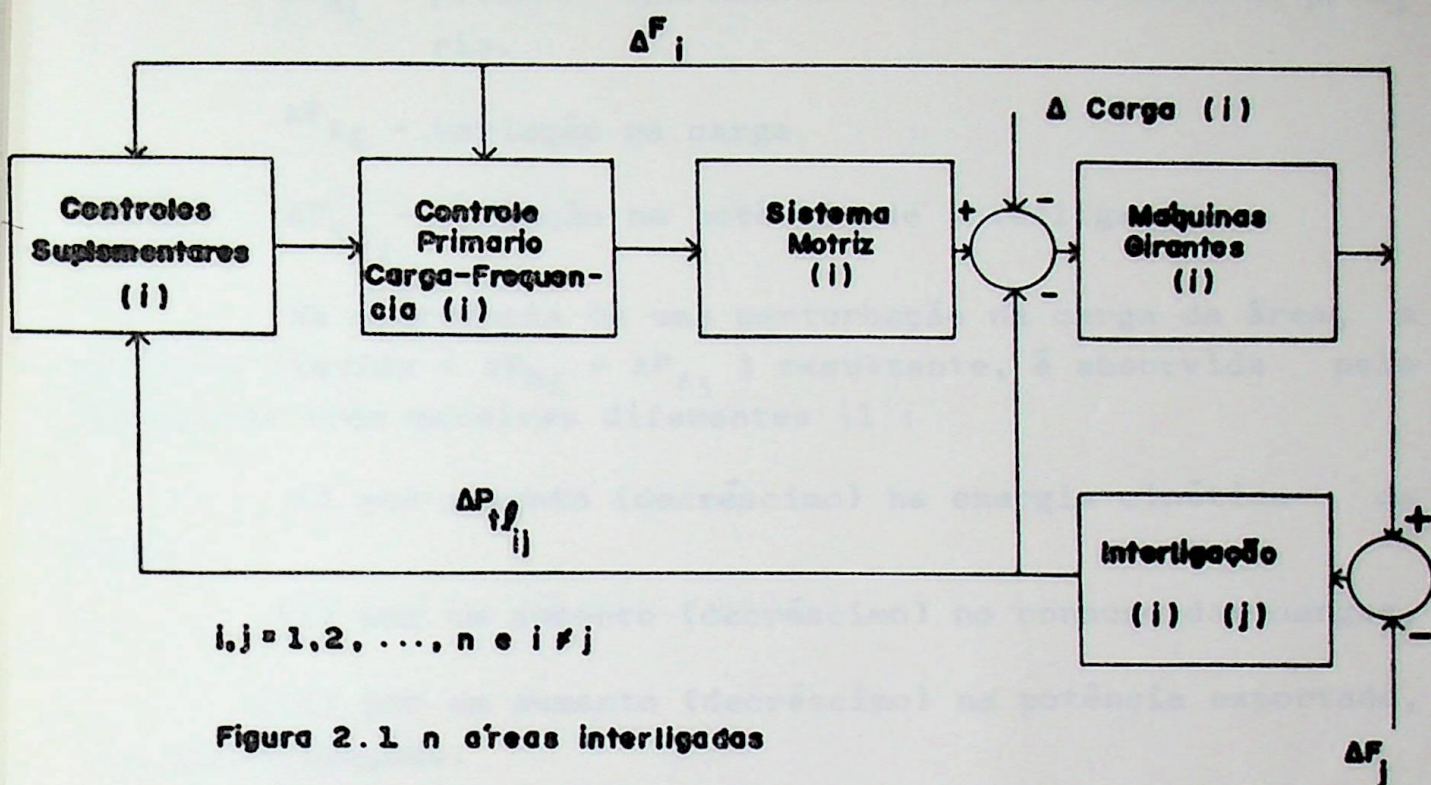


Figura 2.1 n áreas interligadas

O modelo de estado de cada área será obtido a partir do modelo transferencial de seus sub-sistemas, considerando - se uma definição conveniente de variáveis de estado da área.

## 2.2 - Modelo das Máquinas Girantes

A dinâmica das máquinas girantes é caracterizada pela equação do equilíbrio de potência [1].

$$\Delta P_i = \frac{d}{dt} W_{ki} + D_i \Delta F_i \quad (2.1)$$

onde:

$\Delta P_i$  - incremento na potência da área i (MW)

$W_{ki}$  - energia cinética total da área i (MW.s)

$D_i$  - amortecimento efetivo (MW/Hz)

O incremento na potência da área,  $\Delta P_i$ , é dado por:

$$\Delta P_i = \Delta P_{mi} - \Delta P_{ei} - \Delta P_{tci} \quad (2.2)$$



onde:

$\Delta P_{m_i}$  - potência incremental na saída da máquina primária.

$\Delta P_{\ell_i}$  - variação na carga

$\Delta P_{t\ell_i}$  - variação na potência de interligação.

Na ocorrência de uma perturbação na carga da área, a potência líquida ( $\Delta P_{m_i} - \Delta P_{\ell_i}$ ) resultante, é absorvida pelo sistema de três maneiras diferentes [1]:

i) por aumento (decrêscimo) na energia cinética da área.

ii) por um aumento (decrêscimo) no consumo das cargas.

iii) por um aumento (decrêscimo) na potência exportada, via interligações.

De acordo com [1], mostra-se que a taxa de variação na energia cinética total,  $W_{K_i}$ , é proporcional ao quadrado da frequência, segue-se, então, dada uma frequência nominal  $F_o$ , que:

$$W_{K_i} = \left| \frac{F_i}{F_o} \right|^2 W_{O_i} \quad (2.3)$$

Para pequenas variações na frequência do sistema, pode-se linearizar  $F_i$  em torno de  $F_o$ .

$$F_i = F_o + \Delta F_i \quad (2.4)$$

Substituindo-se (2.4) em (2.3):

$$W_{K_i} = \left| \frac{F_o + \Delta F_i}{F_o} \right|^2 W_{O_i} = \frac{F_o^2 + 2\Delta F_i F_o + \Delta F_i^2}{F_o^2} W_{O_i} \quad (2.5)$$

ou

$$W_{K_i} = \left| 1 + \frac{2\Delta F_i}{F_o} \right| W_{O_i} \quad (2.6)$$

De (2.6), a taxa de variação da energia cinética é



dada por:

$$\frac{d}{dt} W_{ki} = \frac{2W_{oi}}{F_o} \cdot \frac{d}{dt} \Delta F_i \quad (2.7)$$

A relação entre a energia cinética da área e a constante de inércia em segundos,  $H_i$ , é dada por:

$$H_i = \frac{W_{oi}}{P_{ri}} \quad (2.8)$$

onde:

$P_{ri}$  - Potência nominal da área

De acordo com a equação (2.8), a relação (2.7) passa a ser:

$$\frac{d}{dt} W_{ki} = \frac{2H_i P_{ri}}{F_o} \cdot \frac{d}{dt} \Delta F_i \quad (2.9)$$

ou

$$\frac{d}{dt} W_{ki} = M_i \frac{d}{dt} \Delta F_i \quad (2.10)$$

onde a constante de inércia efetiva da área, é dada por |5|,

$$M_i = \frac{2H_i P_{ri}}{F_o} \quad (2.11)$$

Levando-se (2.10) em (2.1), obtém-se:

$$\Delta P_i = M_i \frac{d}{dt} \Delta F_i + D_i \Delta F_i \quad (2.12)$$

ou em termos de função de transferência

$$\frac{\Delta F_i(s)}{\Delta P_i(s)} = \frac{1}{sM_i + D_i} \quad (2.13)$$

A expressão (2.13) é o modelo procurado para as máquinas girantes.

### 2.3 - Modelo da Interligação

Deseja-se desenvolver um modelo para a interligação, que expresse o desempenho do sistema em termos da frequência



de área e dos intercâmbios de potência entre áreas.

O intercâmbio de potência da área  $i$  é descrito pela equação |2|:

$$P_{t\ell i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{2\pi |E_i| |E_j|}{X_{ij} P_{ri}} \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (2.14)$$

onde:

$|E_i|$  - amplitude da tensão para a área  $i$ , (p.u Volt) .

$|E_j|$  - amplitude da tensão para a área  $j$ , (p.u Volt) .

$\delta_i$  - integral da frequência da área  $i$  (radianos) .

$\delta_j$  - integral da frequência da área  $j$  (radianos) .

$X_{ij}$  - reatância da linha que liga a área  $i$  a área  $j$ .

Deseja-se analisar o comportamento das interligações em termos de variação da potência de intercâmbio. Logo

$$\begin{aligned} \Delta P_{t\ell i} = & \frac{\partial P_{t\ell i}}{\partial |E_i|} \Delta |E_i| + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\partial P_{t\ell i}}{\partial |E_j|} \Delta |E_j| + \\ & + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\partial P_{t\ell i}}{\partial (\delta_i - \delta_j)} \Delta (\delta_i - \delta_j) \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde as derivadas parciais

$$\frac{\partial P_{t\ell i}}{\partial |E_i|} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{2\pi |E_j|}{X_{ij} P_{ri}} \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial P_{t\ell i}}{\partial |E_j|} = \frac{2\pi |E_i|}{X_{ij} P_{ri}} \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (2.17)$$



$$\frac{\partial P_{t\ell i}}{\partial (\delta_i - \delta_j)} = \frac{2\pi |E_i| |E_j|}{X_{ij} P_{ri}} \cos (\delta_i - \delta_j) \quad (2.18)$$

são calculadas num ponto nominal de operação.

Definindo-se  $|2|$

$$T_i \triangleq \frac{\partial P_{t\ell i}}{\partial |E_i|} \quad (p \text{ u MW}) \quad (2.19)$$

$$T_j \triangleq \frac{\partial P_{t\ell i}}{\partial |E_j|}, \quad (p \text{ u MW}) \quad i \neq j \quad (2.20)$$

$$T_{ij} \triangleq \frac{\partial P_{t\ell i}}{\partial (\delta_i - \delta_j)}, \quad (p \text{ u MW}) \quad i \neq j \quad (2.21)$$

a equação (2.14) torna-se:

$$\Delta P_{t\ell i} = T_i \Delta |E_i| + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n T_j \Delta |E_j| + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n T_{ij} \Delta (\delta_i - \delta_j) \quad (2.22)$$

A equação (2.22) mostra como o controle de excitação, também conhecido como controle QV, afeta o controle de frequência (controle Pf). Pelo fato dos transitórios da dinâmica QV serem mais rápidos que os transitórios da dinâmica Pf, pode-se simplificar a equação (2.22), resultando.

$$\Delta P_{t\ell i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n T_{ij} \Delta (\delta_i - \delta_j) \quad (2.23)$$

## 2.4 - Modelo do Sistema Motriz

Nesta dissertação será usada geração exclusivamente térmica, sendo escolhida a turbina térmica sem reaquecimento para representar o sistema motriz de cada área de controle. Essa escolha foi adotada por razões puramente simplificativas, porém a estratégia de controle carga-frequência a ser desenvolvida será adaptável a qualquer tipo de turbina, bastando para isso in



cluir o modelo adequado.

A potência desenvolvida em uma turbina térmica é proporcional ao fluxo de vapor. Como as entalpias do vapor de entrada e do vapor de saída são mantidas aproximadamente constantes, a resposta da turbina em termos da potência mecânica desenvolvida pelo seu eixo apresenta a mesma forma de resposta do fluxo de vapor. <sup>[3]</sup> Em turbinas térmicas sem reaquecimento, a resposta do fluxo de vapor à uma variação na abertura da válvula é quase instantânea, (exibe uma constante de tempo muito pequena, da ordem de 0,2 a 0,3 s) <sup>[3]</sup>. Assumindo-se que a pressão do vapor de alimentação se mantém essencialmente constante, para pequenas variações em torno do ponto de operação nominal, avariação da potência mecânica da turbina,  $\Delta P_{m_i}$ , devido a uma variação na abertura da válvula,  $\Delta P_{v_i}$ , pode <sup>i</sup> ser descrita pela função de transferência <sup>[3]</sup>.

$$\frac{\Delta P_{m_i}(s)}{\Delta P_{v_i}(s)} = \frac{1}{1 + sT_{si}} \quad (2.24)$$

onde:

$T_{si}$  - constante de tempo do volume de vapor (0,2s-0,3s) .

## 2.5 - Modelo do Governador de Velocidade

O controle primário carga-frequência de cada área é realizado pelo governador de velocidade equivalente da área <sup>[3]</sup>.

Será usado o governador com queda de velocidade, ou regulação de regime (Governador com "Speed Droop"). Sua função de transferência, relacionando o erro em frequência,  $\Delta F_i$ , com a posição da válvula  $\Delta P_{v_i}$ , é dada por <sup>[1,3]</sup>:

$$\frac{\Delta P_{v_i}(s)}{\Delta F_i(s)} = \frac{1}{R_i(1 + sT_{gi})} \quad (2.25)$$

onde:

$R_i$  - regulação de velocidade de regime, da área  $i$  ,



em Hz/pu MW.

$T_{\epsilon_i}$  - constante de tempo do governador (da ordem de fração de segundos).

## 2.6 - Modelo do Controle Suplementar

Em condições normais de operação, os desvios de frequência são muito pequenos, e o mecanismo básico para restaurar a frequência à valores nominais requer a manipulação da referência de carga, ou, equivalentemente, a ação do controle suplementar [3].

A política de operação em sistemas interligados estabelece que a ação dos controles suplementares de cada área devem apresentar o mínimo de interação entre si.

Essa política exige que, para uma variação de carga na área  $i$ , o controle suplementar desta área deve atuar na geração de modo a satisfazer a nova carga, sem o auxílio das interligações, considerando-se que a área  $i$  tenha geração suficiente. Caso contrário, persistirá um erro de frequência o qual provocará a contribuição das outras áreas interligadas a área  $i$ , de acordo com suas características de regulação de área [2,3].

Essa filosofia de operação é realizada levando-se o erro de controle de área, A.C.E., a zero, em regime. Esta característica de regime é obtida através de um controlador com a integral do ACE (IACE) [5].

Para a área  $i$ , o  $ACE_i$  é definido como [2,3,5],

$$ACE_i = \Delta P_{t\&i} + B_i \Delta F_i \quad (2.26)$$

onde,

$B_i$  - fator de ponderação da área  $i$ .

É prática comum selecionar  $B_i$  igual, ou próximo, da característica de regulação da área,

$$\left( \frac{1}{R_i} + D_i \right).$$

Será analisado nesta dissertação a ação de controle suplementar do tipo proporcional - integral. Os projetos dos con -



troladores serão desenvolvidos no próximo capítulo.

Considerando-se (2.12), (2.22), (2.24) e (2.25), obtêm-se o diagrama em blocos da figura 2.2, evidenciando-se a área genérica  $i$ , representada por seus subsistemas.

## 2.7 - Desenvolvimento de um Modelo de Estado para o Sistema :

Para a aplicação das técnicas de controle ótimo ao problema do controle automático de geração (CAG), é necessário colocar os modelos do sistema na forma de variáveis de estado, expressa pela equação.

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) + rd(t) \quad (2.27)$$

onde:

$X(t)$  - vetor de estado,  $n \times 1$ , a ser definido.

$U(t)$  - vetor de controle,  $m \times 1$ .

$d(t)$  - vetor de perturbações,  $k \times 1$ .

$A$  - matriz do sistema,  $n \times n$

$B$  - matriz de distribuição de entradas,  $n \times m$ .

$r$  - matriz de distribuição de perturbações,  $n \times k$ .

As grandezas  $X(t)$ ,  $U(t)$ ,  $d(t)$ ,  $A$ ,  $B$  e  $r$  serão definidas a seguir.

Define-se como estado do sistema, o vetor:

$$X_i^T = \left| \Delta F_i \quad \Delta P_{t\ell_i} \quad \Delta P_{m_i} \quad \Delta P_{v_i} \right| \quad (2.28)$$

onde

$X_i^T(t)$  - vetor transposto de  $X_i(t)$

O vetor de controle será definido como:

$$U^T(t) = \left| \Delta P_{c_i} \quad \Delta |E_i| \right| \quad (2.29)$$

A inclusão de  $\Delta |E_i|$  como entrada de controle irá



troladores serão desenvolvidos no próximo capítulo.

Considerando-se (2.12), (2.22), (2.24) e (2.25), obtêm-se o diagrama em blocos da figura 2.2, evidenciando-se a área genérica  $i$ , representada por seus subsistemas.

## 2.7 - Desenvolvimento de um Modelo de Estado para o Sistema :

Para a aplicação das técnicas de controle ótimo ao problema do controle automático de geração (CAG), é necessário colocar os modelos do sistema na forma de variáveis de estado, expressa pela equação.

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) + rd(t) \quad (2.27)$$

onde:

$X(t)$  - vetor de estado,  $n \times 1$ , a ser definido.

$U(t)$  - vetor de controle,  $m \times 1$ .

$d(t)$  - vetor de perturbações,  $k \times 1$ .

$A$  - matriz do sistema,  $n \times n$

$B$  - matriz de distribuição de entradas,  $n \times m$ .

$r$  - matriz de distribuição de perturbações,  $n \times k$ .

As grandezas  $X(t)$ ,  $U(t)$ ,  $d(t)$ ,  $A$ ,  $B$  e  $r$  serão definidas a seguir.

Define-se como estado do sistema, o vetor:

$$X_i^T = \left[ \Delta F_i \quad \Delta P_{t\ell_i} \quad \Delta P_{m_i} \quad \Delta P_{v_i} \right] \quad (2.28)$$

onde

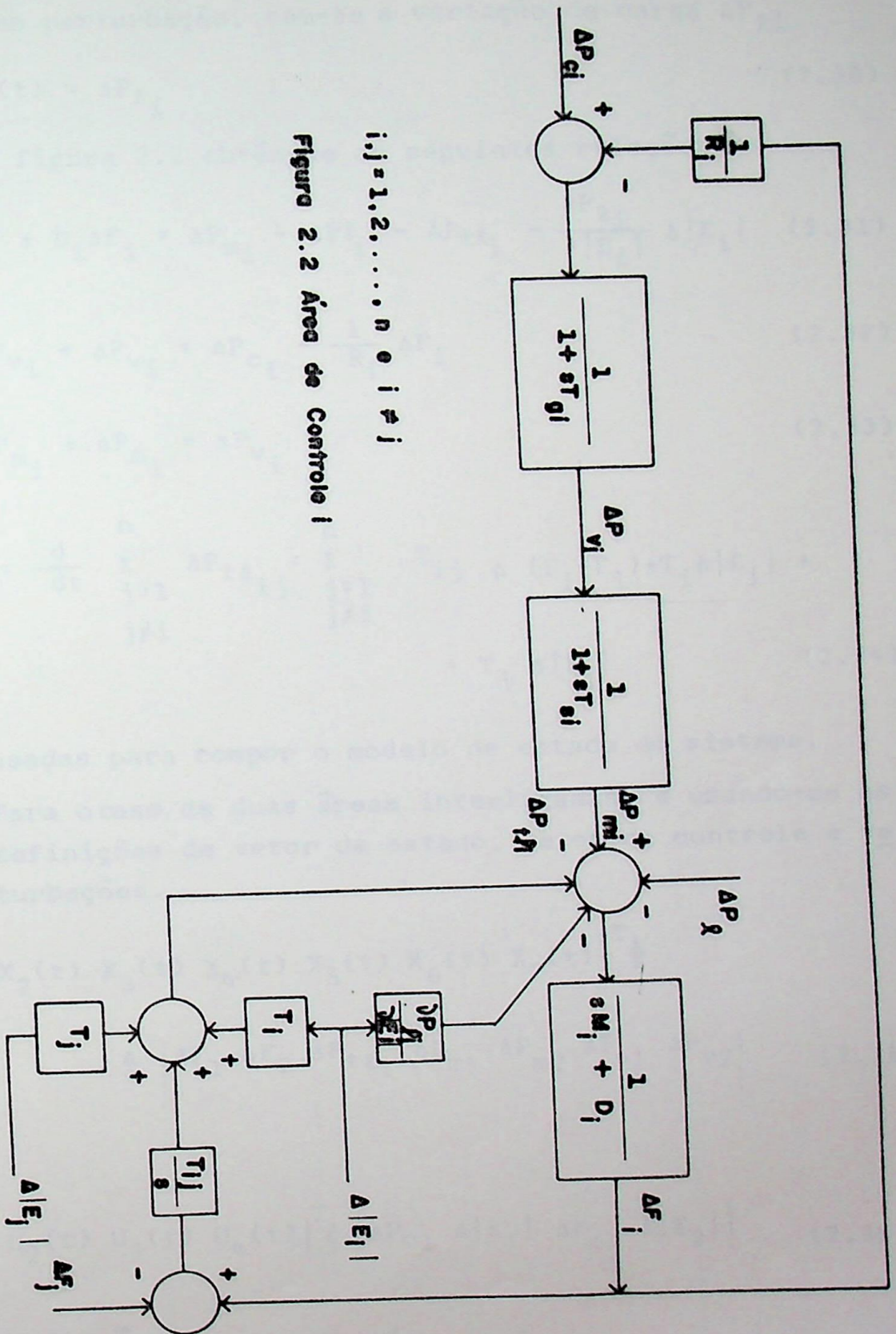
$X_i^T(t)$  - vetor transposto de  $X_i(t)$

O vetor de controle será definido como:

$$U^T(t) = \left[ \Delta P_{c_i} \quad \Delta |E_i| \right] \quad (2.29)$$

A inclusão de  $\Delta |E_i|$  como entrada de controle irá





$i, j = 1, 2, \dots, n \text{ e } i \neq j$

Figura 2.2 Área de Controle i





afetar somente os termos das matrizes B e F.

Como perturbação, tem-se a variação de carga  $\Delta P_{\ell i}$

$$d_i(t) = \Delta P_{\ell i} \quad (2.30)$$

Da figura 2.2 obtêm-se as seguintes relações:

$$M_i \frac{d}{dt} \Delta F_i + D_i \Delta F_i = \Delta P_{m_i} - \Delta P_{\ell i} - \Delta P_{t\ell i} - \frac{\partial P_{\ell i}}{\partial |E_i|} \Delta |E_i| \quad (2.31)$$

$$T_{g_i} \frac{d}{dt} \Delta P_{v_i} + \Delta P_{v_i} = \Delta P_{c_i} - \frac{1}{R_i} \Delta F_i \quad (2.32)$$

$$T_{s_i} \frac{d}{dt} \Delta P_{m_i} + \Delta P_{m_i} = \Delta P_{v_i} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Delta P_{t\ell i} = \frac{d}{dt} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Delta P_{t\ell ij} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n T_{ij} \Delta (F_i - F_j) + T_i \Delta |E_i| + \\ + T_j \Delta |E_j| \end{aligned} \quad (2.34)$$

que serão usadas para compor o modelo de estado do sistema.

Para o caso de duas áreas interligadas, e usando-se as seguintes definições de vetor de estado, vetor de controle e vetor de perturbações.

$$\begin{aligned} |X_1(t) \ X_2(t) \ X_3(t) \ X_4(t) \ X_5(t) \ X_6(t) \ X_7(t)|^T \Delta \\ \Delta \equiv \begin{vmatrix} \Delta F_1 & \Delta F_2 & \Delta P_{t\ell 1} & \Delta P_{m1} & \Delta P_{m2} & \Delta P_{v1} & \Delta P_{v2} \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$|U_1(t) \ U_2(t) \ U_3(t) \ U_4(t)|^T \Delta \equiv \begin{vmatrix} \Delta P_{c1} & \Delta |E_1| & \Delta P_{c2} & \Delta |E_2| \end{vmatrix} \quad (2.36)$$

$$|d_1(t) \ d_2(t)|^T \Delta \equiv \begin{vmatrix} \Delta P_{\ell 1} & \Delta P_{\ell 2} \end{vmatrix} \quad (2.37)$$

e lembrando-se que o fluxo de potência da área i para a área j está relacionado com o fluxo de j para i por |1|:

$$\Delta P_{t\ell ij} = a_{ij} \Delta P_{t\ell ji} \quad (2.38)$$



onde

$$a_{ij} = -\frac{P_{ri}}{P_{rj}} \quad (2.39)$$

obtêm-se o seguinte modelo de estado

$$\dot{X}_1 = -\frac{D_1}{M_1} X_1 - \frac{1}{M_1} X_3 + \frac{1}{M_1} X_4 - \frac{1}{M_1} \cdot \frac{\partial P_{e1}}{\partial |E_1|} U_2 - \frac{1}{M_1} d_1 \quad (2.40)$$

$$\dot{X}_2 = -\frac{D_2}{M_2} X_2 - \frac{a_{12}}{M_2} X_3 + \frac{1}{M_2} X_5 - \frac{1}{M_2} \frac{\partial P_{e2}}{\partial |E_2|} U_4 - \frac{1}{M_2} d_2 \quad (2.41)$$

$$\dot{X}_3 = T_{12} X_1 - T_{12} X_2 + T_1 U_2 + T_2 U_4 \quad (2.42)$$

$$\dot{X}_4 = -\frac{1}{T_{s1}} X_4 + \frac{1}{T_{s1}} X_6 \quad (2.43)$$

$$\dot{X}_5 = -\frac{1}{T_{s2}} X_5 + \frac{1}{T_{s2}} X_7 \quad (2.44)$$

$$\dot{X}_6 = -\frac{1}{R_1 T_{g1}} X_1 - \frac{1}{T_{g1}} X_6 + \frac{1}{T_{g1}} U_1 \quad (2.45)$$

$$\dot{X}_7 = -\frac{1}{R_2 T_{g2}} X_2 - \frac{1}{T_{g2}} X_7 + \frac{1}{T_{g2}} U_3 \quad (2.46)$$

De (2.38) a (2.46) obtêm-se as matrizes:

$$A = \begin{vmatrix} -D_1/M_1 & 0 & -1/M_1 & 1/M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -D_2/M_2 & -a_{12}/M_2 & 0 & 1/M_2 & 0 & 0 \\ T_{12} & -T_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T_{s1} & 0 & 1/T_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/T_{s2} & 0 & 1/T_{s2} \\ -1/R_1 T_{g1} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/T_{g1} & 0 \\ 0 & -1/R_2 T_{g2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/T_{g2} \end{vmatrix} \quad (2.47)$$



$$B^T = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/T_{g1} & 0 \\ -\frac{1}{M_1} \frac{\partial P_{e1}}{\partial |E_1|} & 0 & T_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/T_{g2} \\ 0 & -\frac{1}{M_2} \frac{\partial P_{e2}}{\partial |E_2|} & T_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (2.48)$$

$$\Gamma^T = \begin{vmatrix} -1/M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (2.49)$$



## TÉCNICAS DE OBTENÇÃO DE UM CONTROLADOR LINEAR ÓTIMO DE GERAÇÃO

## 3.1 - Introdução

Neste capítulo propõe-se apresentar um procedimento de projeto de controladores ótimos, para o problema do controle carga-freqüência. O projeto é baseado na teoria do regulador ótimo linear, aplicável aos modelos linearizados desenvolvidos no capítulo anterior, para o modo de operação sujeito à pequenas perturbações.

Os seguintes objetivos devem ser satisfeitos, neste estudo: [11]

- i) A lei de controle deve ser à realimentação constante e linear, independente das perturbações.
- ii) A solução encontrada deve conduzir, em regime, a erros de freqüência e de potências de interligação nulos.
- iii) Os transitórios do sistema devem ser otimizados e as margens de estabilidade aumentadas.
- iv) Deve-se obter, em regime, a distribuição de potência gerada desejada.

Os reguladores de estado convencionais, os quais são ótimos com relação a um funcional de desempenho quadrático, são do tipo proporcional [8], pois na obtenção desses reguladores os estados são realimentados proporcionalmente.

O problema do regulador de estado proporcional aplicado ao controle ótimo de sistemas lineares, consiste na determinação de um vetor de controle  $U(t)$ , o qual não contém restrição de magnitude, que controlará um sistema linear invariante governado pela equação de estado,

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \quad (3.1)$$

de modo que o funcional de desempenho,

$$J = \int_0^{\infty} [X^T(t) QX(t) + U^T(t) R U(t)] dt \quad (3.2)$$

seja minimizado.



## TÉCNICAS DE OBTENÇÃO DE UM CONTROLADOR LINEAR ÓTIMO DE GERAÇÃO

## 3.1 - Introdução

Neste capítulo propõe-se apresentar um procedimento de projeto de controladores ótimos, para o problema do controle carga-freqüência. O projeto é baseado na teoria do regulador ótimo linear, aplicável aos modelos linearizados desenvolvidos no capítulo anterior, para o modo de operação sujeito a pequenas perturbações.

Os seguintes objetivos devem ser satisfeitos, neste estudo: [11]

- i) A lei de controle deve ser a realimentação constante e linear, independente das perturbações.
- ii) A solução encontrada deve conduzir, em regime, a erros de freqüência e de potências de interligação nulos.
- iii) Os transitórios do sistema devem ser otimizados e as margens de estabilidade aumentadas.
- iv) Deve-se obter, em regime, a distribuição de potência gerada desejada.

Os reguladores de estado convencionais, os quais são ótimos com relação a um funcional de desempenho quadrático, são do tipo proporcional [8], pois na obtenção desses reguladores os estados são realimentados proporcionalmente.

O problema do regulador de estado proporcional aplicado ao controle ótimo de sistemas lineares, consiste na determinação de um vetor de controle  $U(t)$ , o qual não contém restrição de magnitude, que controlará um sistema linear invariante governado pela equação de estado,

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) \quad (3.1)$$

de modo que o funcional de desempenho,

$$J = \int_0^{\infty} [X^T(t) QX(t) + U^T(t) R U(t)] dt \quad (3.2)$$

seja minimizado.



$Q$  - matriz simétrica real, de ordem  $n \times n$ , constante e positiva definida.

$R$  - matriz simétrica real, de ordem  $m \times m$ , constante e positiva definida.

A escolha do funcional de desempenho quadrático ba seia-se em duas propriedades bastante desejáveis [7].

i) Ele é matematicamente tratável.

ii) Leva a sistemas ótimos, os quais são lineares.

Garantido que o sistema (3.1) seja controlável, então o controle ótimo existe e é único, sendo obtido da equação:

$$U(t) = - R^{-1} B^T K X(t) \quad (3.3)$$

onde  $K$  é uma matriz real, constante, de ordem  $n \times n$ , positiva definida, a qual é a solução da equação algébrica não linear (3.4), conhecida como Equação Algébrica de Riccati.

$$-KA - A^T K + KBR^{-1} B^T K - Q = 0 \quad (3.4)$$

Neste caso, a trajetória ótima é a solução da equação linear homogênea e invariante.

$$\dot{X}(t) = GX(t) \quad (3.5)$$

sujeita ao vetor de condições iniciais  $X(0)$ , onde  $G$  é definida por:

$$G = A - BR^{-1} B^T K \quad (3.6)$$

Como pode-se notar, o controle ótimo expresso pela equação (3.3) somente incorpora a realimentação proporcional do estado. Porém, se o sistema descrito por (3.1) estiver sujeito a um vetor de perturbações  $d(t)$ , de ordem  $n \times 1$ , o sistema de controle ótimo de malha fechada descrito por (3.5) sofrerá, de modo geral, um desvio em regime com relação ao estado desejado  $X(t) = 0$  [8]. Esta afirmação pode ser comprovada como segue:

Todos os autovalores da matriz  $G$  tem partes reais negativas, implicando que  $G$  é não singular [7]. Da equação (3.5),



nota-se que o estado de regime correspondente a  $\dot{X}(t) = 0$ , é da do por  $X(t) = 0$ .

No entanto, se um vetor de perturbações  $d(t)$  estiver presente na equação (3.5), que resulta em

$$\dot{X}(t) = GX(t) + d(t) \quad (3.7)$$

o novo estado de regime para  $\dot{X}(t) = 0$  não será mais a origem  $X(t) = 0$ , mas o vetor de estado deslocado, dado pela equação |8|:

$$X(t) = -G^{-1} d(t) \quad (3.8)$$

justificando a afirmação anterior.

Esses desvios podem ser eliminados, no caso de perturbações constantes, introduzindo-se um controlador ôtimo o qual gera uma lei de controle que incorpore realimentações proporcional e integral do estado. Este procedimento será analisado a seguir.

### 3.2 - Controle Proporcional - Integral

Seja o sistema descrito pela equação (3.1). Deseja-se realimentar as integrais de  $r$  elementos do vetor de estado  $X(t)$ , onde  $r \leq n$ . A equação original (3.1), será aumentada por um conjunto de equações integrais apropriadas dado por:

$$\dot{Z}(t) = TX(t) \quad (3.9)$$

onde:

$Z(t)$  - vetor  $rx1$

$T$  - matriz  $rxn$ , formada pelas primeiras  $r$  linhas da matriz unitária  $n \times n$ .

O sistema (3.1), com a realimentação das integrais das  $r$  variáveis de estado de  $X(t)$ , passa a ser governada pela equação aumentada.

$$\begin{vmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{Z}(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -A & | & 0 \\ T & | & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -X(t) \\ Z(t) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} B \\ 0 \end{vmatrix} U(t) \quad (3.10)$$

Definindo-se



$$\hat{X}(t) = \begin{bmatrix} \underline{X}(t) \\ \underline{Z}(t) \end{bmatrix} ; \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} \underline{A} & -\underline{I} & -\underline{0} \\ \underline{T} & & \underline{0} \end{bmatrix} \text{ e } \hat{B} = \begin{bmatrix} -\underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix}$$

a equação (3.10) pode ser escrita na forma mais compacta de (3.11).

$$\dot{\hat{X}}(t) = \hat{A}\hat{X}(t) + \hat{B}U(t) \quad (3.11)$$

onde:

$\hat{X}(t)$  - vetor de estado  $(n+r) \times 1$

$\hat{A}$  - matriz  $(n+r) \times (n+r)$

$\hat{B}$  - matriz  $(n+r) \times m$

O problema do regulador de estado ótimo, para o sistema descrito por (3.11), baseia-se na determinação de um vetor de controle  $U(t)$ , sem restrição de magnitude, que atuará no sistema (3.11) de modo que o funcional de desempenho,

$$\hat{J} = \int_0^{\infty} [\hat{X}^T(t)\hat{Q}\hat{X}(t) + U^T(t)RU(t)]dt \quad (3.12)$$

seja minimizado.

Na equação (3.12), a matriz de peso  $\hat{Q}$  é definida como:

$$\hat{Q} = Q \oplus P \quad (3.13)$$

onde:

$\hat{Q}$  - matriz simétrica constante, positiva definida, de ordem  $(n+r) \times (n+r)$ .

$Q$  - matriz simétrica constante, positiva definida, de ordem  $n \times n$ .

$P$  - matriz simétrica constante, positiva definida, de ordem  $r \times r$ .

$\oplus$  - indica soma direta de matrizes.

As matrizes  $Q$  e  $P$  são respectivamente os pesos atribuídos às variáveis de estado realimentadas de modo proporcio-



nal e integral.

A inclusão da realimentação integral garante, em regime, que as variáveis de estado realimentadas deste modo sejam nulas, i.é., na expressão (3.9),  $\dot{Z}(t)=0$  e  $X(t)=0$ . Porém, a adição de integradores pode destruir a propriedade de controlabilidade, tornando-se prejudicial às rotinas de otimização [5]. Em vista disso, a condição de controlabilidade do sistema (3.11) é um requisito importantíssimo para que se obtenha o controle ótimo proporcional-integral desejado. As condições de controlabilidade para o sistema (3.11) serão analisadas na seção (3.3).

Supondo-se que (3.11) seja completamente controlável, o funcional de desempenho (3.12) será então minimizado pelo vetor de controle [9].

$$U(t) = - R^{-1} \hat{B}^T \hat{K} \hat{X}(t) \quad (3.14)$$

onde

$\hat{K}$  - matriz simétrica positiva definida, de ordem  $(n+r) \times (n+r)$ .

A matriz  $\hat{K}$  é a solução única da equação matricial de Riccati, para o sistema aumentado, dada por [9]:

$$\hat{K} \hat{B} R^{-1} \hat{B}^T \hat{K} - \hat{Q} - \hat{A}^T \hat{K} - \hat{K} \hat{A} = 0 \quad (3.15)$$

Se (3.15) for escrita na forma particionada, com:

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} \hat{K}_1 & \hat{K}_2 \\ \hat{K}_2^T & \hat{K}_3 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

com  $\hat{K}_1$ ,  $\hat{K}_2$ ,  $\hat{K}_3$  de dimensões  $n \times n$ ;  $n \times r$ ; e  $r \times r$  respectivamente, e

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & P \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  - definidas como anteriormente, obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} \hat{K}_1 B R^{-1} B^T \hat{K}_1 - Q - (A^T \hat{K}_1 + T^T \hat{K}_2^T) - (\hat{K}_1 A + \hat{K}_2 T) &= 0 \\ \hat{K}_1 B R^{-1} B^T \hat{K}_2 - (A^T \hat{K}_2 + T^T \hat{K}_3) &= 0 \\ \hat{K}_2^T B R^{-1} B^T \hat{K}_2 - P &= 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$





Em termos das submatrizes de  $\hat{K}$ , determinadas pelo conjunto (3.18), é evidente a partir de (3.10), que o vetor de controle ótimo para o sistema aumentado (3.11) é dado por:

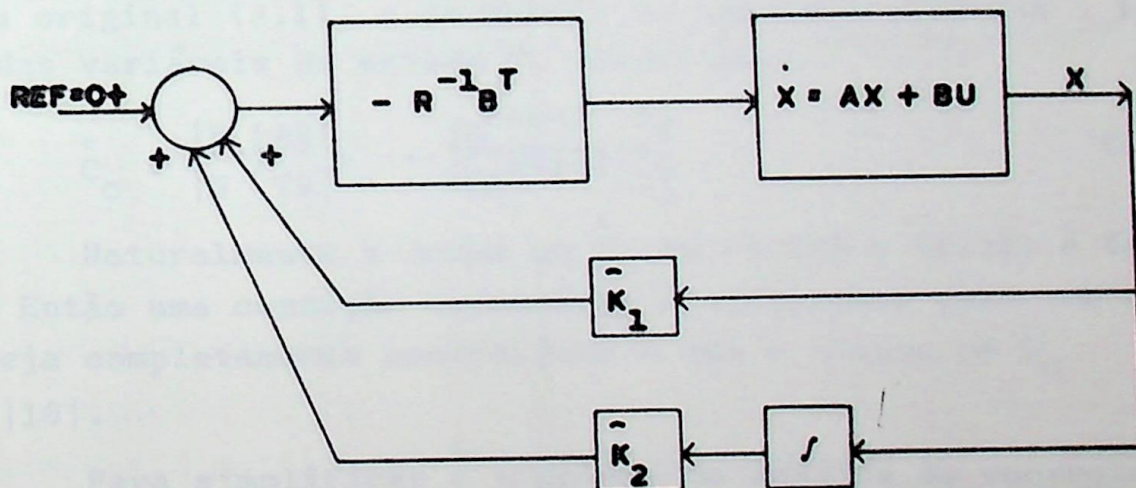
$$U(t) = -R^{-1}B^T \left[ \hat{K}_1 X(t) + \hat{K}_2 Z(t) \right] \quad (3.19)$$

Como  $Z(t) = \int_{t_0}^t X(t) dt$ , pela equação (3.9), pode-se escrever:

$$U(t) = -R^{-1}B^T \left[ \hat{K}_1 X(t) + \hat{K}_2 \int_{t_0}^t X(t) dt \right] \quad (3.20)$$

A lei de controle ótimo (3.20) incorpora a realimentação integral procurada.

A figura 3.1, a seguir, mostra a estrutura de um sistema ótimo de regulação de estado, incorporando controle proporcional integral.



**Figura 3.1** Estrutura de um sistema ótimo de regulação de estado incorporando realimentação proporcional-integral.

### 3.3 - Condições de Controlabilidade

Nesta seção serão estabelecidas as condições necessárias e suficientes que um sistema linear invariante deve satisfazer para que se mantenha controlável na presença de realimentação incorporando as integrais das variáveis de estado. A realimentação pode ser de todas ou algumas das variáveis de esta



do do sistema.

Seja o sistema descrito por (3.11), onde  $U(t)$  é dado por:

$$U(t) = K \left| \frac{X(t)}{Z(t)} \right| + U_0 \quad (3.21)$$

sendo  $U(t)$  um vetor de entradas  $m \times 1$ .

A matriz de controlabilidade deste sistema é expressa pela equação:

$$\hat{C}_0 = \left| \hat{B} \mid \hat{A}\hat{B} \mid \dots \mid \hat{A}^{n+r-1}\hat{B} \right| \quad (3.22)$$

Substituindo-se  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  por suas definições.

$$\hat{A} = \left| \begin{array}{c|c} -\frac{A}{T} & -\frac{0}{1} \\ \hline -\frac{1}{T} & 0 \end{array} \right|; \quad \hat{B} = \left| \begin{array}{c} -\frac{B}{0} \end{array} \right|,$$

a equação (3.22) pode ser escrita, em função das matrizes do sistema original (3.1), e da matriz de realimentação das integrais das variáveis de estado  $T$ , resultando:

$$\hat{C}_0 = \left| \begin{array}{c|c} \frac{B}{0} & \frac{AB}{TB} \end{array} \right|, \dots \left| \begin{array}{c|c} \frac{A^{n+r-1}B}{TA^{n+r-2}B} \end{array} \right| \quad (3.23)$$

Naturalmente a ordem de  $\hat{C}_0$  em (3.22) e (3.23) é  $(n+r) \times (n+r)$ . Então uma condição necessária é suficiente para que o sistema seja completamente controlável é que a classe de  $\hat{C}_0$  seja  $(n+r) \mid 10 \mid$ .

Para simplificar o problema da análise de controlabilidade do sistema (3.11), dividir-se-á a condição de que a classe de  $\hat{C}_0$  em (3.23) seja  $(n+r)$ , em duas condições parciais, uma envolvendo a controlabilidade do sistema sem realimentação integral, e outra agregada, como segue.

Define-se uma matriz  $W$  de mesma classe que  $\hat{C}_0$ , como sendo  $\mid 12 \mid$ .

$$W = \left| \begin{array}{c|c} I_n & 0 \\ \hline -\frac{D}{TA} & I_r \end{array} \right| \hat{C}_0 \quad (3.24)$$

onde:

$I_n$  - matriz unitária,  $n \times n$

$I_r$  - matriz unitária,  $r \times r$



$$W = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} B & AB & \dots & A^{n-1}B & A^n B & \dots & A^{n+r-1}B \\ \hline -TA^{-1}B & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{array} \right| \quad (3.25)$$

Usando o teorema de Cayley-Hamilton [12], pode-se es  
crever:

$$A^{n+q}B = -a_0 A^q B - a_1 A^{q+1}B - \dots - a_{n-1} A^{n+q-1}B \quad (3.26)$$

onde os  $a_i$  são os coeficientes das potências  $s^i$ , do polinômio característica de  $A$ , i.e.,  $\det(sI-A)$ , e  $q$  é qualquer inteiro po  
sitivo ou zero. Por hipótese tem-se:

$$a_0 = (-1)^n \det A \neq 0 \quad (3.27)$$

Usando a equação (3.26) com  $q = r-1, r-2, \dots, 0$ , pode  
se eliminar as matrizes  $AB, \dots, A^{n+r-1}B$  da linha superior de  
(3.25), por operações elementares de colunas [10], chegando-se a:

$$W = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} B & AB & \dots & A^{n-1}B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hline -TA^{-1}B & 0 & \dots & 0 & -a_0 TA^{-1}B & 0 & \dots & 0 \end{array} \right| M \quad (3.28)$$

onde  $M$  é uma matriz não singular de ordem  $(n+r)m \times (n+r)m$

Baseado em (3.27), pode-se operar nas colunas de (3.28),  
para eliminar a matriz  $-TA^{-1}B$  da posição ocupada nesta equação,  
convertendo-se  $W$  a forma final [10].

$$W = \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} B & AB & \dots & A^{n-1}B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 & TA^{-1}B & 0 & \dots & 0 \end{array} \right| NM \quad (3.29)$$

onde  $N$  é outra matriz não singular de ordem  $(n+r)m \times (n+r)m$

De (3.29) é imediato afirmar que as condições necessá-  
ria e suficiente para que o sistema (3.11) seja completamente  
controlável são:

$$\text{Classe de } \left| B \mid AB \mid \dots \mid A^{n-1}B \right| = n \quad (3.30)$$

$$\text{Classe de } TA^{-1}B = r \quad (3.31)$$



Conclue-se de (3.30) e (3.31) que para um sistema incorporando realimentação integral seja completamente controlável é necessário que o sistema sem realimentação integral seja controlável e que a dimensão do vetor  $U(t)$  seja pelo menos igual ao número de variáveis de estado cujas integrais serão realimentadas.

Se a matriz  $A$  for singular, o passo inicial na formação da matriz  $W$  não pode ser realizado. Porém a condição necessária (3.30) independe da singularidade de  $A$ . Se esta condição for satisfeita, para  $A$  singular, a condição (3.31) é modificada para  $|13|$ .

$$\text{Classe de } T(A+BE) = r \quad (3.32)$$

onde  $E$  é qualquer matriz para a qual  $\det(A+BE) \neq 0$ .

Para o caso de  $A$  singular, verifica-se, então (3.30) e (3.32).

### 3.4 - Características de Regime do Controle Proporcional - Integral.

Afirmou-se anteriormente, que a inclusão da ação integral ao controle  $U(t)$  levava a zero, em regime, as variáveis de estado realimentadas de modo integral. Deseja-se, a seguir, com provar esta afirmação.

Seja (3.11) e (3.14). O sistema ótimo de malha fechada é governado pela equação.

$$\dot{\hat{X}}(t) = \hat{C} \hat{X}(t) \quad (3.33)$$

onde

$$\hat{C} = \hat{A} - \hat{B}\hat{R}^{-1}\hat{B}^T\hat{K} \quad (3.34)$$

Substituindo

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 1 & 0 \\ \frac{A}{T} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \hat{K} = \begin{bmatrix} \hat{K}_1 & \hat{K}_2 \\ \hat{K}_2^T & \hat{K}_3 \end{bmatrix}$$

em (3.34), obtém-se:





$$\hat{C} = \begin{vmatrix} A + \frac{BR^{-1}B^T\hat{K}_1}{T} & \frac{BR^{-1}B^T\hat{K}_2}{0} \\ T & 0 \end{vmatrix} \quad (3.35)$$

Todos os autovalores de  $\hat{C}$  tem parte real negativa [7], de modo que  $\hat{C}$  é não singular. Se uma perturbação constante, representada pelo vetor  $(n+r) \times 1$ .

$$\hat{d}(t) = \begin{vmatrix} -d \\ 0 \end{vmatrix} \quad (3.36)$$

for aplicado ao sistema (3.33), i é:

$$\dot{\hat{X}}(t) = \hat{C} \hat{X}(t) + \hat{d}(t) \quad (3.37)$$

o estado de regime que corresponde a  $\dot{\hat{X}}(t) = 0$  será dado pela equação:

$$\hat{X}(t) = -\hat{C}^{-1}\hat{d}(t) \quad (3.38)$$

Representando  $\hat{C}^{-1}$  por,

$$\hat{C}^{-1} = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix} \quad (3.39)$$

onde  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{21}$  e  $C_{22}$  são respectivamente de ordens  $n \times n$ ,  $n \times r$ ,  $r \times n$  e  $r \times r$ , e fazendo-se o produto de (3.35) por (3.39), conclui-se que,

$$T C_{11} = 0 \quad (3.40)$$

Como a matriz  $T$  consiste das primeiras  $r$  linhas da matriz identidade  $n \times n$ , a equação (3.40) implica que as  $r$  primeiras linhas de  $C_{11}$  são nulas.

De (3.38), tem-se:

$$X(t) = \begin{vmatrix} X(t) \\ Z(t) \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} d \\ 0 \end{vmatrix} \quad (3.41)$$

logo pode-se concluir que as  $r$  primeiras elementos de

$$X(t) = -C_{11}d \quad (3.42)$$

são nulos. Estes elementos constituem as variáveis de estado cujas integrais são realimentadas.

Portanto, verificada a controlabilidade de (3.11), a



introdução da realimentação das integrais dos primeiros  $r$  elementos de  $X(t)$  elimina o desvio de regime nestas variáveis, o que não foi possível com o controle ótimo proporcional, em presença de perturbações constantes.

### 3.5 - Escolha do Índice de Desempenho

A escolha do índice de desempenho, que será minimizado pelo funcional (3.12) é baseada em critérios de operação de finidos com base em acordos entre as concessionárias de energia elétrica da área. Deve-se dispensar atenção especial a este problema, pois uma má seleção do índice fatalmente conduzirá a projetos de controladores que não representam adequadamente políticas operacionais desejáveis.

A experiência adquirida na operação do sistema é muito útil na escolha das matrizes  $Q$  e  $R$ , que naturalmente não são únicas. Porém, uma vez escolhidas essas matrizes os resultados do controle ótimo serão únicos.

Neste trabalho será escolhido o I S E ( Integral of Square Error ), como índice de desempenho. Seus elementos serão definidos de modo que reflitam as estratégias básicas de operação, as limitações do sistema, e que possam facilmente acomodar posteriores alterações nos seus pontos de operação [5].

Um critério de controle, a ser usado neste trabalho, exige que o erro de controle de área,  $(ACE_i)$ , e as variações nas potências de interligação não programadas sejam minimizadas, com um mínimo de atividade do controle suplementar [14]. Para garantir o cumprimento deste critério, deve-se incluir as variáveis  $ACE_i$  e  $IACE_i$  no índice de desempenho. A inclusão do  $ACE_i$  reflete as estratégias básicas de operação, assegurando pequenas flutuações de frequência e potências de interligação razoáveis mas, a níveis perfeitamente aceitáveis. A inclusão do  $IACE_i$  minimiza a atuação do controle suplementar da área [5].

As variações na taxa de geração das unidades são normalmente limitadas por razões de segurança do equipamento. Valores típicos desta taxa, situam-se em torno de 3%/minuto. O resultado prático desta limitação se reflete no tempo necessário para que as unidades recomponham o  $ACE_i$  a zero, seguido a um desbalanceamento entre geração e carga. Mesmo para variações mo



deradas, por exemplo, 1% da capacidade do sistema, as unidades da área levam muitos minutos para recompor o  $ACE_i$  a zero.

Embora o modelo linear desenvolvido no capítulo 2 não leve em consideração esta limitação ela deve ser refletida no índice de desempenho. Para tal, inclui-se uma combinação linear das variáveis do governador de velocidade e da excitatriz.

Inclui-se, ainda, o controle  $\Delta P_{ci}$  para que o esforço de controle seja minimizado.

De acordo com estes critérios, pode-se definir o índice de desempenho quadrático, para  $n$  áreas, como:

$$\hat{J} = \int_0^{\infty} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \sigma_i (ACE_i)^2 + \alpha_i (IACE_i)^2 + \beta_i \frac{(\Delta P_{vi} - \Delta P_{mi})^2}{T_{si}^2} + \Delta P_{ci}^2 + \Delta |E_i|^2 \right] \right\} dt \quad (3.43)$$

onde

$\sigma_i$ ,  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  - são pesos atribuídos às variáveis de estado, no processo de otimização.

A integral do erro de controle de área será definida como nova variável de estado. Neste caso a definição (2.28) passa a ser:

$$\hat{X}^T(t) = \left[ \Delta F_i \quad \Delta P_{tli} \quad \Delta P_{mi} \quad \Delta P_{vi} \quad IACE_i \right] \quad (3.44)$$

obtem-se  $IACE_i$  pela integral de  $ACE_i$ , ou seja:

$$\frac{d}{dt} (IACE_i) = B_i \Delta F_i + \Delta P_{tli} \quad (3.45)$$

Para o caso de duas áreas interligadas, a definição (3.44) passa a ser:

$$\hat{X}^T(t) = \left[ \Delta F_1 \quad \Delta F_2 \quad \Delta P_{t1} \quad \Delta P_{m1} \quad \Delta P_{m2} \quad \Delta P_{v1} \quad \Delta P_{v2} \quad IACE_1 \quad IACE_2 \right] \quad (3.46)$$

Considerando-se (2.36), (2.38) a (2.46), (3.45) e (3.46) chega-se as matrizes  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{\Gamma}$  para o sistema de duas áreas com realimentação integral, dadas por:



$$\hat{A} = \begin{vmatrix} -D_1/M_1 & 0 & -1/M_1 & 1/M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -D_2/M_2 & -a_{12}/M_2 & 0 & 1/M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{12} & -T_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T_{s1} & 0 & 1/T_{s1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/T_{s2} & 0 & 1/T_{s2} & 0 & 0 \\ -1/R_1 T_{g1} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/T_{g1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/R_2 T_{g2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/T_{g2} & 0 & 0 \\ B_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (3.47)$$

$$\hat{B}^T = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/T_{g1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial p_{l1}}{M_1 \partial |E_1|} & 0 & T_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/T_{g2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\partial p_{l2}}{M_2 \partial |E_2|} & T_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (3.48)$$

$$\Gamma^T = \begin{vmatrix} -1/M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (3.49)$$

De acordo com as definições (3.45) e (3.46), o funcional (3.43) para  $n=2$ , passa a ser:



$$\begin{aligned} \hat{J} = \int_0^\infty \{ & \sigma_1 (B_1 X_1 + X_3)^2 + \alpha_1 |f(B_1 X_1 + X_3)|^2 + \frac{\beta_1 (X_6 - X_4)^2}{T_{s1}^2} + \sigma_2 (B_2 X_2 + a_{12} X_3)^2 + \\ & + \alpha_2 |f(B_2 X_2 + a_{12} X_3)|^2 + \frac{\beta_2 (X_7 - X_5)^2}{T_{s2}^2} + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 \} dt \end{aligned} \quad (3.50)$$

De (3.50) obtêm-se as matrizes:

$$\hat{Q} = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} \sigma_1 B_1^2 & 0 & \sigma_1 B_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 B_2^2 & \sigma_2 B_2 a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_1 B_1 & \sigma_2 B_2 a_{12} & (\sigma_1 + \sigma_2 a_{12}^2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_1 / T_{s1}^2 & 0 & -\beta_1 / T_{s1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_2 / T_{s2}^2 & 0 & -\beta_2 / T_{s2}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta_1 / T_{s1}^2 & 0 & \beta_1 / T_{s1}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta_2 / T_{s2}^2 & 0 & \beta_2 / T_{s2}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_1 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \alpha_2 \end{array} \quad (3.51)$$

$$R = \begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \end{array} \quad (3.52)$$



## TÉCNICAS DE AGREGAÇÃO APLICADAS AO CONTROLE AUTOMÁTICO DE GERAÇÃO

## 4.1 - Introdução

Apresentar-se-á, neste capítulo, uma abordagem aos problemas associados com os controles de grandes sistemas dinâmicos. Os modelos desenvolvidos no capítulo 3, para o projeto de controladores ótimos de geração, adquirem grandes dimensões, a medida que cresce o número das áreas interligadas. Por exemplo, se fosse analisado o caso de quatro áreas, a matriz  $\hat{A}$  de (3.47), teria dimensão  $17 \times 17$ , o que torna muito difícil a solução da equação de Riccati, o cálculo de auto-valores e autovetores, testes de controlabilidade e observabilidade, exigindo, por outro lado, considerável tempo de processamento e gastos de memória, além de introduzir erros de cálculo nos resultados obtidos, provenientes do maior volume de operações exigidas pelos métodos iterativos utilizados.

Além dessas dificuldades numéricas decorrentes do aumento do número de interligações, surgem outras relacionadas com o controle do sistema interligado, devido ao grande volume de informações que chega através do sistema de telemedição, aos centros de despacho, para processamento e posterior tomada de decisão. Do ponto de vista da operação, é altamente desejável controlar-se cada área interligada com base em medidas disponíveis na própria área, minimizando-se, desse modo, a participação do sistema de telemedição.

Faz-se necessário, então, a procura de métodos alternativos de controle, que sejam confiáveis, de fácil implementação e que reduzam consideravelmente o esforço computacional na solução dos problemas. Com essa finalidade, desenvolver-se-á, neste capítulo, baseado no conceito de agregação, modelos simplificados, computacionalmente eficientes, que serão aplicados ao controle automático de geração proposto nesta dissertação.

## 4.2 - Conceito de Agregação

Considere-se dois sistemas dinâmicos lineares designados por  $S_1$  e  $S_2$  respectivamente, sendo  $S_1$   $n$ -dimensional e  $S_2$   $\ell$ -dimensional onde  $n > \ell$ .  $S_1$  e  $S_2$  podem ser dois modelos da mesma



planta, com diferentes graus de complexidade.

Os vetores de estado desses dois sistemas, denotados por  $X(t)$ , para  $S_1$ , e  $V(t)$ , para  $S_2$ , devem satisfazer, sob certas condições, a relação: [14].

$$V(t) = A_g X(t) \quad (4.1)$$

onde

$A_g$  = matriz constante,  $l \times n$ -dimensional.

Em muitos casos é desejável escolher a estrutura dinâmica de  $S_2$ , de modo a refletir uma parte significativa da dinâmica de  $S_1$ . Neste caso,  $S_2$  é dito ser um Modelo Agregado de  $S_1$  [14].

Assume-se que o sistema original  $S_1$ , descrito por (2.27), aqui repetida como (4.2),

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) + \Gamma d(t) \quad (4.2)$$

seja diretamente observável e controlável.

Assume-se que

$$\dot{V}(t) = FV(t) + HU(t) + \Gamma' d(t); V(0) = A_g X(0) \quad (4.3)$$

Classe  $A_g = l$

Derivando-se (4.1), obtém-se:

$$\dot{V}(t) = A_g \dot{X}(t) \quad (4.4)$$

Substituindo-se (4.2) em (4.4) e comparando-se a expressão resultante com (4.3), tem-se as seguintes relações entre os sistemas  $S_1$  e  $S_2$ :

$$F A_g = A_g A \quad (4.5)$$

$$H = A_g B \quad (4.6)$$

$$\Gamma' = A_g \Gamma \quad (4.7)$$

onde as matrizes  $F$ ,  $H$  e  $\Gamma'$  têm dimensões  $l \times l$ ,  $l \times m$  e  $l \times k$  respectivamente, sendo  $k$  a dimensão do vetor de perturbações.

Se  $A$  e  $A_g$  satisfazem a equação matricial

$$A_g A = A_g A A_g^T (A_g A_g^T)^{-1} A_g \quad (4.8)$$

então a matriz  $F$ , de (4.5) é dada por:



$$F = \Lambda_g A \Lambda_g^T (\Lambda_g \Lambda_g^T)^{-1} \quad (4.9)$$

A matriz  $\Lambda_g$  será referida como Matriz de Agregação e F como Matriz Agregada ou a Agregação de  $\Lambda$ .

#### 4.3 - Escolha da Matriz de Agregação

Os engenheiros de controle tem, em geral, certa liberdade na escolha da matriz de agregação  $\Lambda_g$ , sujeita a algumas restrições impostas pelos problemas em análise. Como foi visto na seção anterior, a matriz  $\Lambda_g$  se constitui no primeiro parâmetro de projeto na construção de  $S_2$ . A escolha de  $\Lambda_g$  é feita de tal maneira que minimize o erro de modelagem do sistema original  $S_1$ , pelo seu agregado  $S_2$ , em termos do índice de desempenho estabelecido para  $S_1$  [14].

Seja  $\Lambda_{gi}$  um vetor linha, n-dimensional de  $\Lambda_g$ , com  $1 \leq i \leq \ell$ .

O i-ésimo componente do vetor  $V(t)$ , designado por  $V_i(t)$ , é então, dado por  $\langle \Lambda_{gi}, X(t) \rangle$ . Conclue-se, portanto, que  $V_i(t)$  é uma combinação linear das componentes do vetor de estado  $X(t)$ .

A escolha dos elementos de  $\Lambda_g$  pode sempre ser feita de modo que a matriz resultante tenha classe máxima, ou seja, classe  $\Lambda_g = \ell$ . Se  $A$  e  $\Lambda_g$  satisfazem as equações (4.5), (4.6) e (4.7), a matriz F resultante desta escolha de  $\Lambda_g$ , reterá alguns dos valores característicos (auto-valores) de  $A$ . [14].

#### 4.4 - Um Modelo Agregado para o Controle Automático de Geração:

Na implementação do controle automático de geração de uma área genérica i, do sistema interligado, necessita-se de algumas medições de variáveis das outras áreas, as quais são enviadas através do sistema de telemedição. Deseja-se controlar as variações de frequência e potências de intercâmbio da área i, com base em medidas disponíveis na própria área, considerando-se, porém, a dinâmica das interligações com as outras áreas.

Com essa finalidade propõe-se um modelo de agregação que preserve a identidade da área a ser controlada, em termos de seu modelo matemático, agregando-se as variações de frequên-



cia das outras áreas. Essas variações serão aproximadas pela variação de frequência da área sob controle, conhecendo-se o tamanho relativo entre áreas, seus amortecimentos e regulações.

Deste modo minimiza-se o uso do sistema de telemedição.

No caso de duas áreas, definidas por (3.46), propõe-se a seguinte agregação, de acordo com (4.1).

$$\begin{array}{c|cccccccccc|c}
 V_1(t) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_1(t) \\
 V_2(t) & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_2(t) \\
 V_3(t) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_3(t) \\
 V_4(t) & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_4(t) \\
 V_5(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_5(t) \\
 V_6(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & X_6(t) \\
 & & & & & & & & & & & X_7(t) \\
 & & & & & & & & & & & X_8(t) \\
 & & & & & & & & & & & X_9(t)
 \end{array}
 \quad (4.10)$$

Comparando-se (4.1) e (4.10) obtém-se a matriz de agregação,

$$A_g = \begin{array}{c|cccccccccc}
 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
 \end{array}
 \quad (4.11)$$

O sistema agregado (4.3) é obtido a partir de (4.11), considerando-se as relações (4.6), (4.7) e (4.9), com A, B e r dadas por (3.47), (3.48) e (3.49) respectivamente.



Embora a matriz  $A_g$  de (4.11) não corresponda a uma agregação perfeita, pois essa definição não satisfaz a condição (4.8), ela foi escolhida pelo fato de simplificar o esquema de CAG da área 1, de acordo com os objetivos propostos na introdução deste trabalho. Para maiores detalhes veja a referência [24].

O funcional de desempenho (3.43) passa a ser escrito como

$$J_{ag} = \int_0^{\infty} \left| \sigma(ACE_1)^2 + \alpha (IACE_1)^2 + \beta \frac{(\Delta P_{v1} - \Delta P_{m1})^2}{T_{s1}^2} + \Delta P_{c1}^2 + \Delta |E_1|^2 \right| dt \quad (4.12)$$

ou alternativamente,

$$J_{ag} = \int_0^{\infty} \left| \sigma(B_1 V_1 + V_3)^2 + \beta \frac{(V_5 - V_4)^2}{T_{s1}^2} + \alpha V_6^2 + U_1^2 + U_2^2 \right| dt \quad (4.13)$$

usando-se as definições (3.46) e (4.10).

De (4.13) chega-se as matrizes de peso.

$$Q_{ag} = \begin{vmatrix} \sigma B_1^2 & 0 & \sigma B_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_1 & 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta/T_{s1}^2 & -\beta/T_{s1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta/T_{s1}^2 & \beta/T_{s1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha \end{vmatrix} \quad (4.14)$$



$$R_{ag} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.15)$$

A validade do modelo de agregação ora desenvolvido será investigada no próximo capítulo onde far-se-ão testes exaustivos com o modelo exato, descrito por (3.47), (3.48) e (3.49), cujos resultados serão comparados com os obtidos da simulação do modelo agregado.



## PROJETO DO CONTROLADOR ÓTIMO AUTOMÁTICO DE GERAÇÃO

### 5.1 - Seqüência de Cálculos

O projeto do controlador automático de geração consiste na obtenção do vetor de controle ótimo (3.14), através da Solução da equação matricial de Riccati, dada por (3.15), que fornecerá os ganhos de realimentação das variáveis de estado do sistema, de modo que o funcional de desempenho (3.12) seja minimizado.

Incluiu-se, na rotina de projeto do controlador, alguns cálculos auxiliares para uma análise mais detalhada do desempenho do sistema, tais como: cálculo dos autovalores do sistema de malha aberta (3.11), e malha fechada (3.33); solução da equação de estado,  $\dot{\hat{X}} = \hat{C} \hat{X} + \Gamma d$ .

A figura 5.1 mostra esquematicamente a seqüência de cálculos utilizada. Os dados de entrada são as matrizes  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{R}, \hat{Q}$ , o vetor  $\Gamma d$ , as condições iniciais, o número de iterações e o passo de integração, sendo que os três últimos dados são utilizados na Solução da equação de estado.

### 5.2 - Métodos Utilizados

No cálculo de autovalores utilizou-se a transformação Q-R, obtendo-se resultados altamente satisfatórios com relação a precisão e a estabilidade numérica.

A solução da equação de Riccati foi obtida por integração numérica através do método de Euler. Inicialmente houve certo problema de convergência, superado por um ajuste adequado no passo de integração. Como alternativa para a Solução da equação algébrica de Riccati desenvolveu-se um procedimento indireto, através do método dos poliedros flexíveis, de Nelder & Mead.

Na solução da equação de estado, utilizou-se o método de Runge-Kutta de 4<sup>a</sup> ordem.



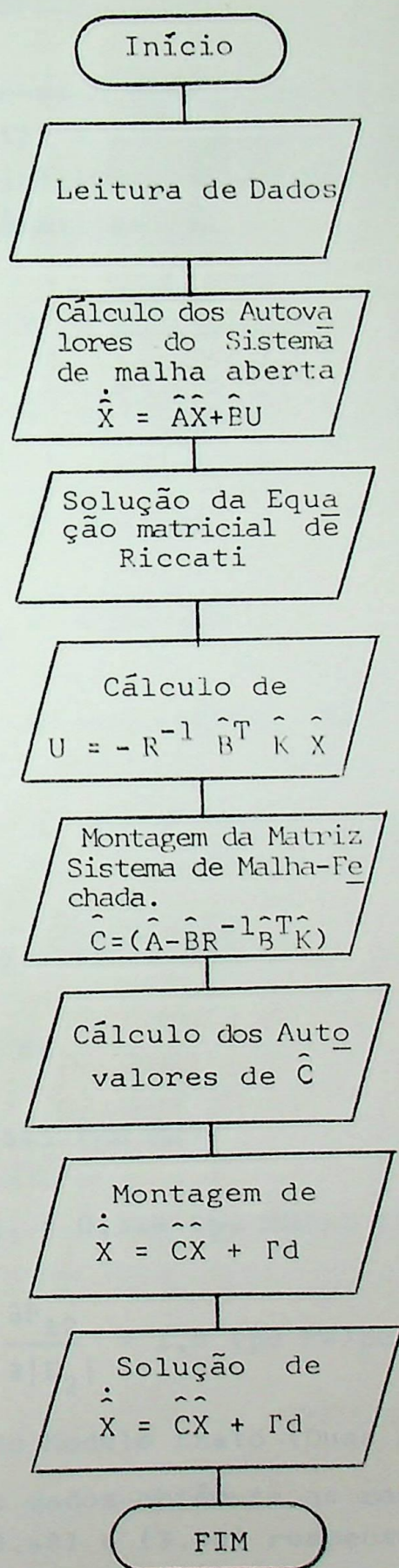


Figura 5.1 - Fluxograma da Sequência de Cálculos utilizada no projeto do CAG.



### 5.3 - Um Exemplo Numérico

Para testar-se o modelo descrito por (3.47), (3.48), (3.49), (3.51) e (3.52) e seu agregado, definido pela matriz (4.11), escolheu-se inicialmente o caso de duas áreas iguais, com os seguintes parâmetros:  $|1|$

$$H_1 = H_2 = 5 \text{ (s)}$$

$$D_1 = D_2 = 8,33 \times 10^{-3} \text{ (pu MW)}$$

$$T_{s1} = T_{s2} = 0,3 \text{ (s)}$$

$$T_{g1} = T_{g2} = 0,08 \text{ (s)}$$

$$R_1 = R_2 = 2,4 \text{ (Hz/pu MW)}$$

$$\left(D_1 + \frac{1}{R_1}\right) = \left(D_2 + \frac{1}{R_2}\right) = 0,425 \text{ (pu MW/Hz)}$$

$$P_{r1} = P_{r2} = 2000 \text{ (MW)}$$

$$F_o = 60 \text{ Hz}$$

$$T_{12} = 0,545 \text{ (pu MW)}$$

$$T_1 = T_2 = 0,314 \text{ (pu MW/pu Volt)}$$

$$\frac{\partial P_{\ell 1}}{\partial |E_1|} = \frac{\partial P_{\ell 2}}{\partial |E_2|} = 1,0 \text{ (pu MW/pu Volt)}$$

#### 5.3.1 - Simulação do Modelo Exato (Duas Áreas)

Com esses dados obtêm-se as matrizes  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ , e  $\Gamma$ , definidas em (3.47), (3.48) e (3.49) respectivamente. Os autovalores de  $\hat{A}$ , (Sistema de malha aberta), foram calculados, obtendo-se:



PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 12,515109	0,000000
- 12,51509	0,000000
- 0,021309	0,332121
- 0,021309	- 0,332121
- 3,275864	0,000000
- 3,276448	0,000000
- 0,43193	0,000000
0,000000	0,000000
0,000000	0,000000

Tabela 5.1 - Autovalores do Sistema de Malha Aberta.

Como os autovalores de  $\hat{A}$  apresentam partes reais não positivas, conclue-se que a incorporação da realimentação integral de  $ACE_1$  e  $ACE_2$  não destruiu a estabilidade do sistema.

Para vários conjuntos de valores  $\sigma_i$ ,  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  montou-se a matriz de peso (3.51), obtendo-se a seguir, através da solução da equação de Riccati, o controle ótimo (3.14), que define a saída do controlador automático de geração. A escolha dos parâmetros  $\sigma_i$ ,  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  foi feita arbitrariamente. Comparando-se os resultados obtidos em termos dos autovalores do sistema de malha fechada (3.33) e de suas respostas transitórias  $\Delta F_i \times t$  e  $\Delta P_{t\ell_i} \times t$ , dada uma perturbação de carga  $\Delta P_{\ell_i}$ , opta-se pelo conjunto mais conveniente.

A seguir apresentar-se-ão vários exemplos de simulação com o modelo exato para duas áreas iguais.

#### Caso 1

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0,1; \beta_1 = \beta_2 = 0,1; \alpha_1 = \alpha_2 = 0,1$$

Os autovalores do sistema de malha fechada, neste caso, são:



PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 18,329418	0,000000
- 18,329417	0,000000
- 0,206935	0,413239
- 0,206935	-0,413239
- 0,099894	0,096191
- 0,099894	-0,096191
- 0,232724	0,000000
- 2,237505	0,000000
- 2,236672	0,000000

Tabela 5.2 - Autovalores do Sistema,  
1º Caso.

### Caso 2

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 1,0; \beta_1 = \beta_2 = 0,1; \alpha_1 = \alpha_2 = 0,1$$

PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 18,329418	0,000000
- 18,329416	0,000000
- 2,237582	0,000000
- 2,236282	0,000000
- 0,312345	0,377346
- 0,312345	- 0,377346
- 0,104152	0,091885
- 0,104152	- 0,091885
- 0,206491	0,000000

Tabela 5.3 - Autovalores do Sistema ,  
2º Caso.

### Caso 3

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 10,0; \beta_1 = \beta_2 = 0,1; \alpha_1 = \alpha_2 = 0,1$$



PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 18,329423	0,000000
- 18,329421	0,000000
- 2,238717	0,000000
- 2,232320	0,000000
- 1,141450	0,000000
- 0,427492	0,000000
- 0,162684	0,000000
- 0,124287	0,000000
- 0,096942	0,000000

Tabela 5.4 - Autovalores do Sistema ,  
3º Caso.

#### Caso 4

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0,1; \beta_1 \beta_2 = 1,0; \alpha_1 = \alpha_2 = 0,1$$

PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 43,618655	0,000000
- 43,618655	0,000000
- 0,204754	0,412200
- 0,204754	- 0,412200
- 0,099691	0,096432
- 0,099691	- 0,096432
- 0,234345	0,000000
- 0,941327	0,000000
- 0,939906	0,000000

Tabela 5.5 - Autovalores do Sistema ,  
Caso 4.

#### Caso 5

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0,1; \beta_1 = \beta_2 = 1,0; \alpha_1 = \alpha_2 = 10$$



PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 43,618656	0,000000
- 43,618656	0,000000
- 0,764757	0,860019
- 0,764757	- 0,860019
- 0,276330	0,315258
- 0,276330	- 0,315258
- 0,414380	0,000000
- 0,950452	0,000000
- 0,922134	0,000000

Tabela 5.6 - Autovalores do Sistema ,  
Caso 5.

Para uma variação de carga de 0,1% na área 1, (entrada de carga), calculou-se em cada caso a máxima Taxa Automática de Geração (TAG), resultando.

CASO	TAG % / Min.	TAG (MW) / Min.
1	1,29	25,82
2	1,39	27,84
3	1,75	34,90
4	1,06	21,29
5	2,76	55,18



Tabela 5.7 - Variação da Máxima Taxa Automática de Geração para a área 1.

Comparando-se a estrutura de autovalores nos casos 1 , 2 e 3, conclue-se que o aumento de  $\sigma_i$  tende a melhorar a margem de estabilidade do sistema, atenuando as oscilações, pois os au



tovalores deslocam-se para posições mais afastadas do eixo  $jw$ , (no caso 3, todos os autovalores apresentam partes imaginárias nulas). Porém a resposta do sistema torna-se mais lenta, e a taxa de geração é aumentada (Tabela 5.7). Pode-se concluir que existe um compromisso entre escolha de  $\sigma_i$ , com a taxa de geração e a velocidade de resposta do sistema.

Pela tabela 5.7, comparando-se os casos 1 e 4, verifica-se que o aumento de  $\beta_i$  propiciou uma redução na taxa de geração. Na verdade o aumento de  $\beta_i$  significa que penalizou-se mais severamente a geração. Por razões de Segurança do equipamento, o parâmetro  $\beta_i$  deve ser escolhido de modo que a taxa de geração se situe dentro de uma faixa permissível para as unidades geradoras. Como consequência do aumento de  $\beta_i$  tem-se um aumento no tempo necessário para o sistema absorver qualquer variação da carga a ele imposta.

Comparando-se as figuras (5.2) e (5.4) nota-se que a velocidade de resposta do sistema aumenta para valores maiores de  $\alpha_i$ . Porém, de acordo com a tabela (5.7), caso 5, a taxa de geração aumentou sensivelmente, em relação ao caso 1. A taxa de geração, constitui-se, então, em um fator limitante na escolha de  $\alpha_i$ .

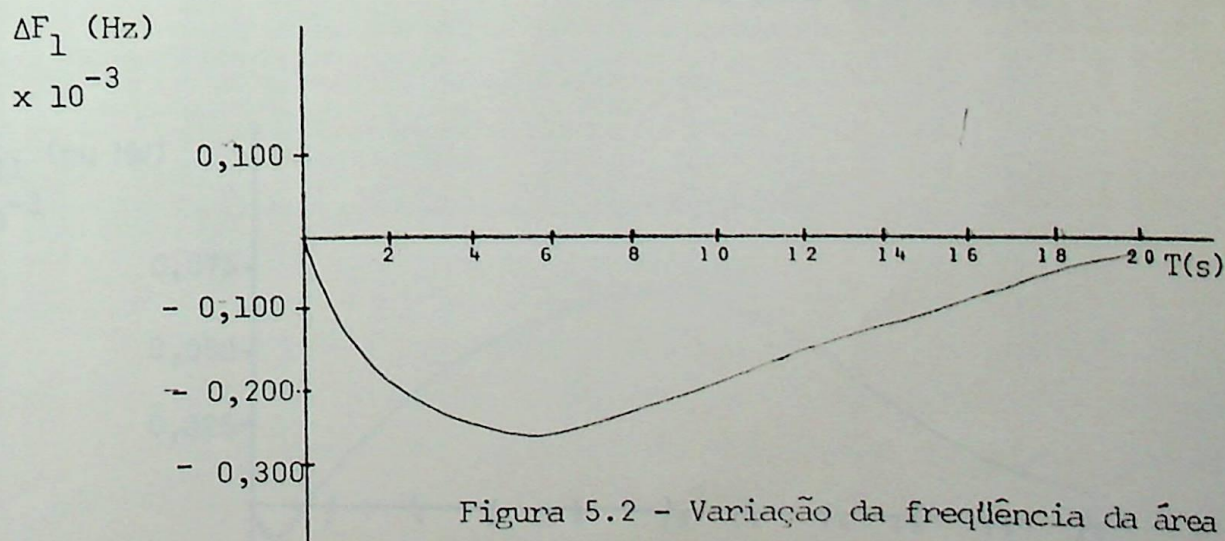


Figura 5.2 - Variação da frequência da área 1, Caso 1, para  $\Delta P_{L1} = 0,1\%$



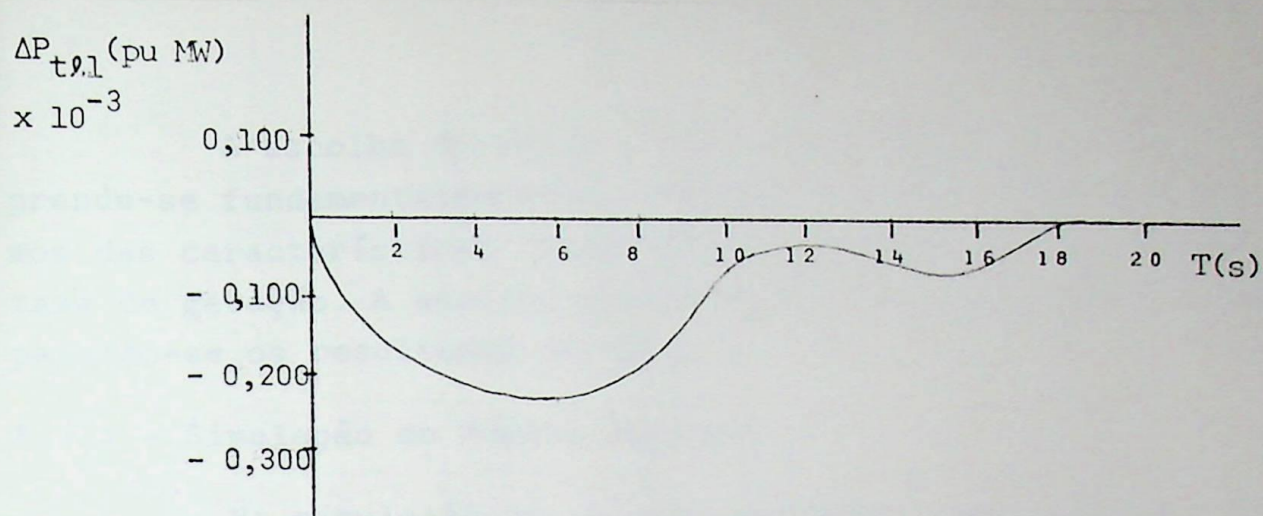


Figura 5.3 - Variação da Potência de interligação, Caso 1, para  $\Delta P_{\ell 1} = 0,1\%$

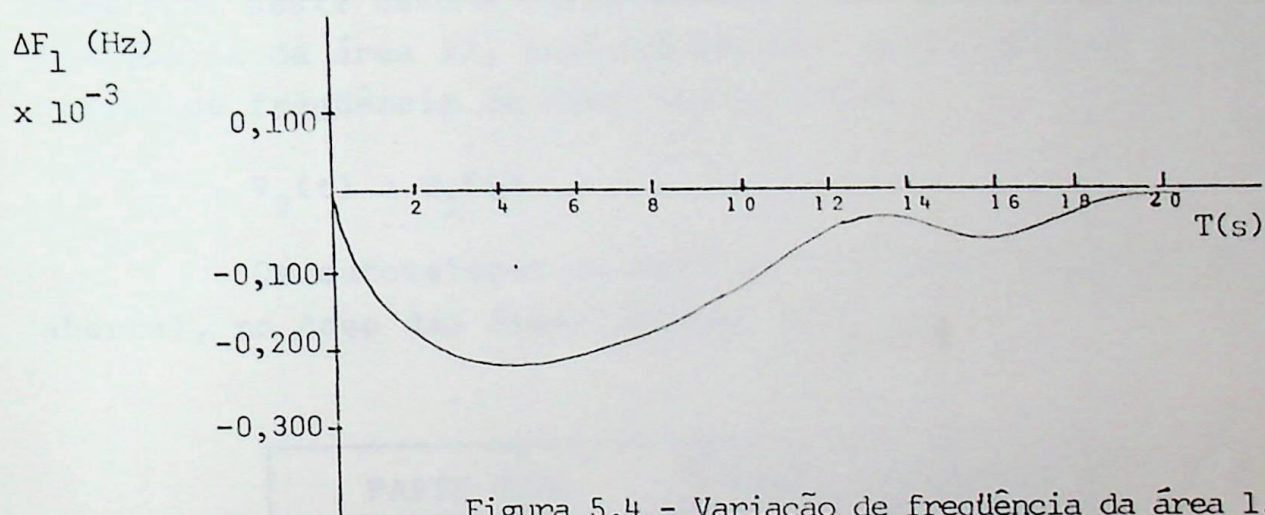


Figura 5.4 - Variação de frequência da área 1, Caso 5, para  $\Delta P_{\ell 1} = 0,1\%$

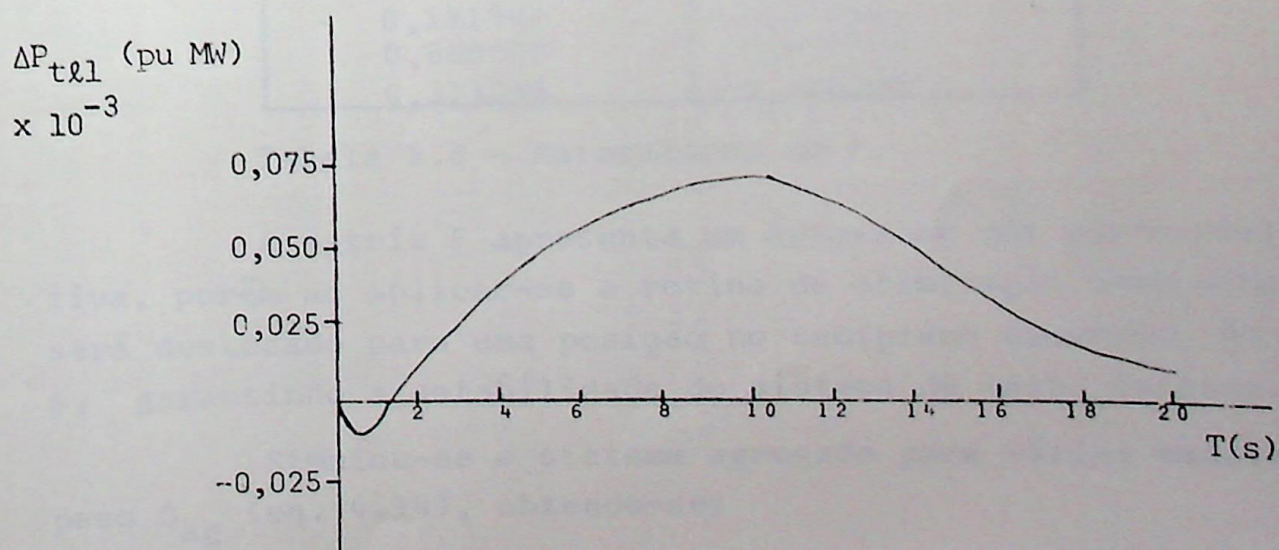


Figura 5.5 - Variação da Potência de interligação, Caso 5, para  $\Delta P_{\ell 1} = 0,1\%$



A escolha de valores convenientes para  $\sigma_i$ ,  $\beta_i$  e  $\alpha_i$  prende-se fundamentalmente às especificações do sistema em termos das características transitórias, velocidade de resposta e taxa de geração. A escolha adequada far-se-á por tentativas, comparando-se os resultados obtidos.

### 5.3.2 - Simulação do Modelo Agregado

Na simulação do sistema agregado, definido por (4.3), (4.6), (4.7), (4.9), (4.11), (4.14) e (4.15) seguir-se-á o mesmo procedimento de cálculo definido para o caso anterior (Fig.5.1). Considerar-se-á o exemplo de duas áreas iguais, com os dados do ítem 5.3. Neste caso a variável de estado  $V_2(t)$  (variação de frequência da área 2), será aproximada pela variável  $V_1(t)$  (variação de frequência da área 1), ou seja:

$$V_2(t) = V_1(t)$$

Os autovalores da matriz F (sistema agregado de malha aberta), no caso das áreas iguais, são:

PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 12,515505	0,000000
- 3,276246	0,000000
- 0,181940	0,373355
- 0,181940	- 0,373355
0,000000	0,000000
0,321065	0,000000

Tabela 5.8 - Autovalores de F.

A matriz F apresenta um autovalor com parte real positiva, porém ao aplicar-se a rotina de otimização esse autovalor será deslocado para uma posição no semiplano esquerdo do plano  $s$ , garantindo a estabilidade do sistema de malha fechada.

Simulou-se o sistema agregado para várias matrizes de peso  $Q_{ag}$  (eq. 4.14), obtendo-se:

#### Caso 6

$$\sigma = 0,1; \beta = 0,1; \alpha = 0,1$$



PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 18,329416	0,000000
- 2,237331	0,000000
- 0,179476	0,402509
- 0,179476	- 0,402509
- 0,320916	0,156505
- 0,320916	- 0,156505

Tabela 5.9 - Autovalores do Sistema ,  
Caso 6.

### Caso 7

$$\sigma = 1,0; \beta = 0,1; \alpha = 0,1$$

PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 18,329417	0,000000
- 2,237242	0,000000
- 0,198678	0,418431
- 0,198678	- 0,418431
- 0,375273	0,000000
- 0,307480	0,000000

Tabela 5.10 - Autovalores do Sistema ,  
Caso 7.

### Caso 8

$$\sigma = 10,0; \beta = 1,0; \alpha = 0,1$$

PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 43,618653	0,000000
- 0,231963	0,458614
- 0,231963	- 0,458614
- 0,097556	0,000000
- 1,008399	0,000000
- 0,894385	0,000000

Tabela 5.11 - Autovalores do Sistema,  
Caso 8.



Caso 9

$$\sigma = 10,0; \beta = 2,5; \alpha = 0,1$$

PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 67,136163	0,000000
- 0,211395	0,459317
- 0,211395	- 0,459317
- 0,966013	0,000000
- 0,097604	0,000000
- 0,626586	0,000000

Tabela 5.12 - Autovalores do Sistema ,  
Caso 9.

Caso 10

$$\sigma = 10,0; \beta = 2,5; \alpha = 1,0$$

PARTE REAL	PARTE IMAGINÁRIA
- 67,136165	0,000000
- 0,211666	0,465141
- 0,211666	- 0,465141
- 0,627718	0,000000
- 0,316138	0,000000
- 0,922977	0,000000

Tabela 5.13 - Autovalores do Sistema ,  
Caso 10.

A máxima taxa automática de geração calculada para ca da caso, estando a área 1 sujeita a uma perturbação de carga de 0,1%, resultou em:



CASO	TAG %/Min.	TAG <sup>MW</sup> / Min.
6	0,91	18,13
7	1,06	21,13
8	1,36	27,17
9	1,05	21,06
10	1,37	27,29

Tabela 5.14 - Variação da máxima Taxa Automática de Geração (Sistema Agregado).

Comparando-se os autovalores dos casos 6 e 7 verifica-se que o aumento em  $\sigma$  melhorou a margem de estabilidade do sistema, porém aumentou a taxa de geração da área 1, (Tabela 5.14, casos 6 e 7).

Ao variar-se  $\beta$  de 1,0 para 2,5, (casos 8 e 9), a taxa de geração foi sensivelmente reduzida, como demonstra a tabela 5.14.

Um aumento no parâmetro  $\alpha$  torna o sistema mais rápido, porém provoca um aumento na taxa de geração, (casos 9 e 10, tabela 5.14), podendo inclusive chegar a valores proibitivos.

Os resultados obtidos demonstram que o modelo agregado comporta-se de maneira análoga ao modelo exato, simulado anteriormente. As figuras 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 apresentam as respostas  $(\Delta F_1 \times t)$  e  $(\Delta P_{t_{\ell 1}} \times t)$  referentes aos casos 6 e 9, para  $\Delta P_{\ell 1} = 0,1\%$ .

Comparando-se essas respostas com aquelas do modelo exato, (figuras 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5), verifica-se que o modelo agregado melhorou a velocidade de resposta do sistema, embora apresente-se mais oscilatório. Porém as oscilações encontram-se em níveis perfeitamente aceitáveis, podendo inclusive ser eliminadas por uma escolha conveniente de  $\sigma$ ,  $\beta$  e  $\alpha$ .



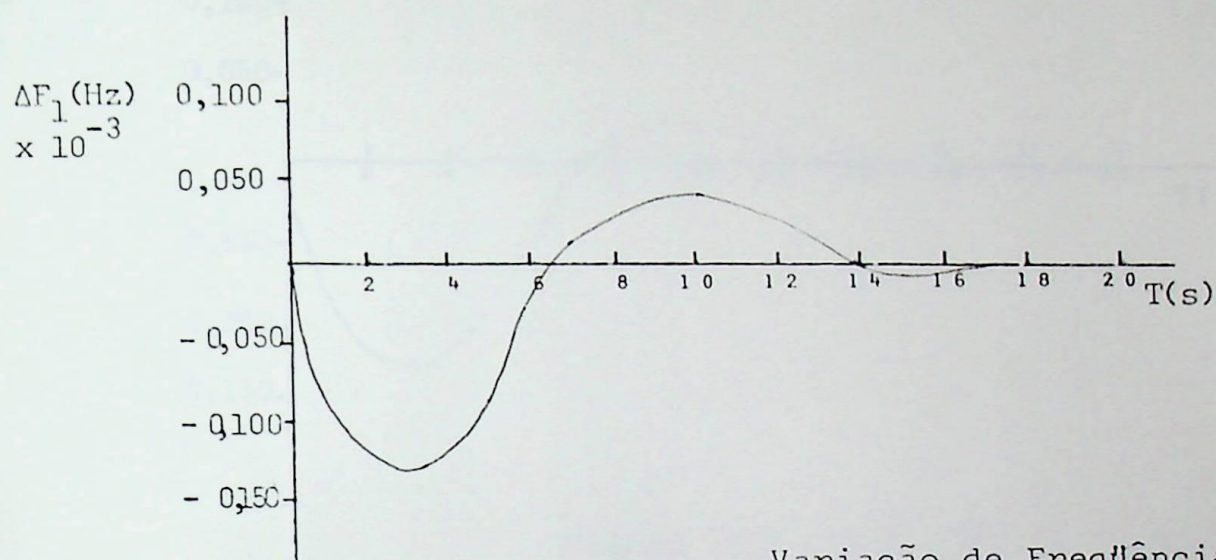


Figura 5.6 - Variação de Frequência  
Caso 6 para  $\Delta P_{\ell 1} = 0,1\%$

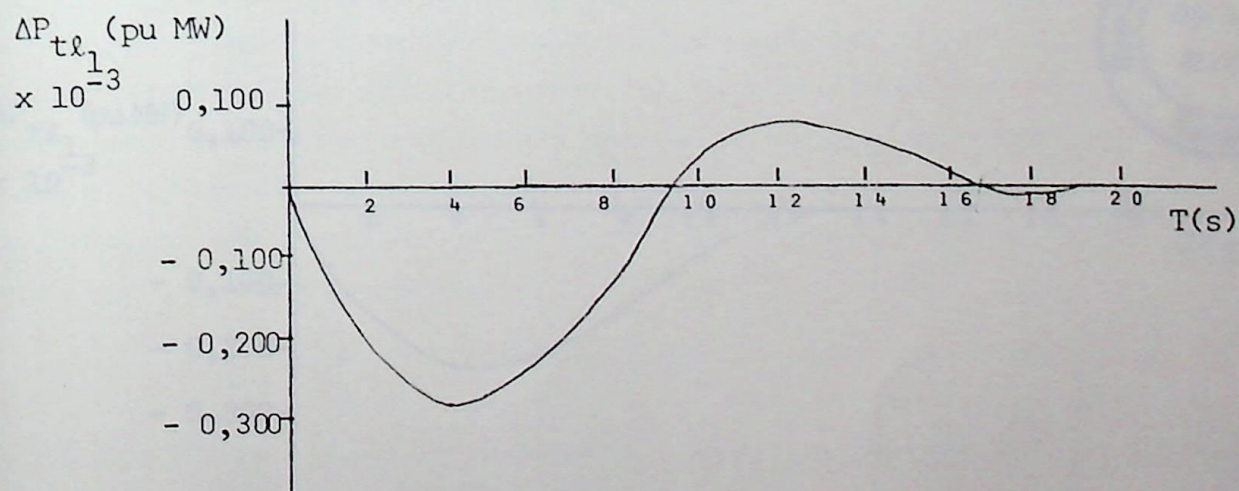


Figura 5.7 - Variação da Potência de  
Intercâmbio, Caso 6 pa  
ra  $\Delta P_{\ell 1} = 0,1\%$



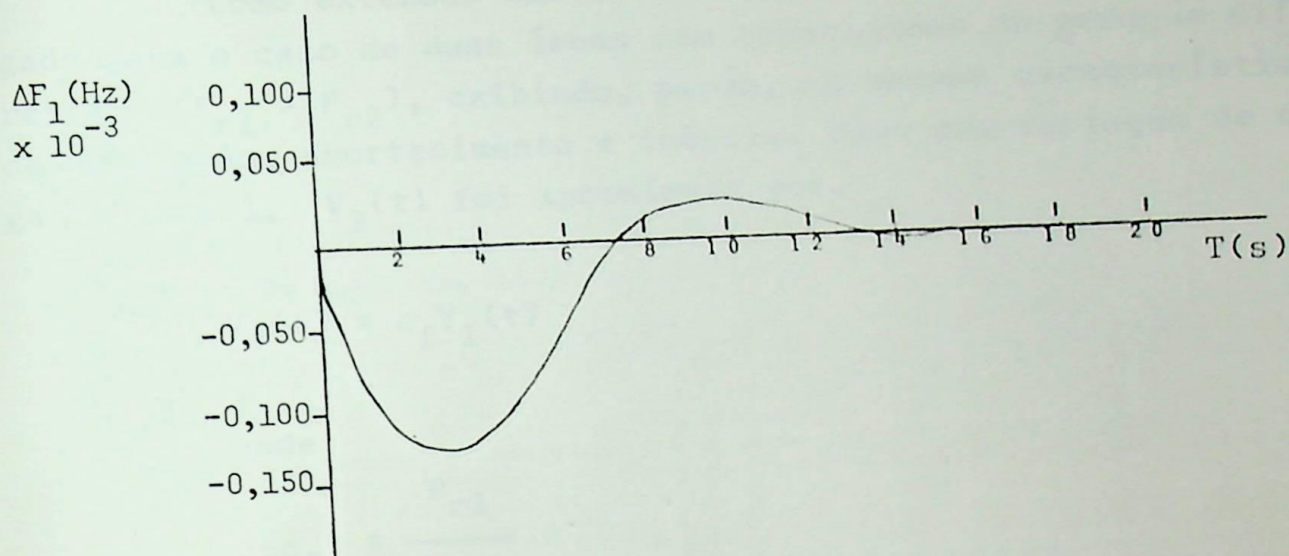


Figura 5.8 - Variação da Potência de Intercâmbio, Caso 9 para  $\Delta P_{\ell 1} = 0,1\%$

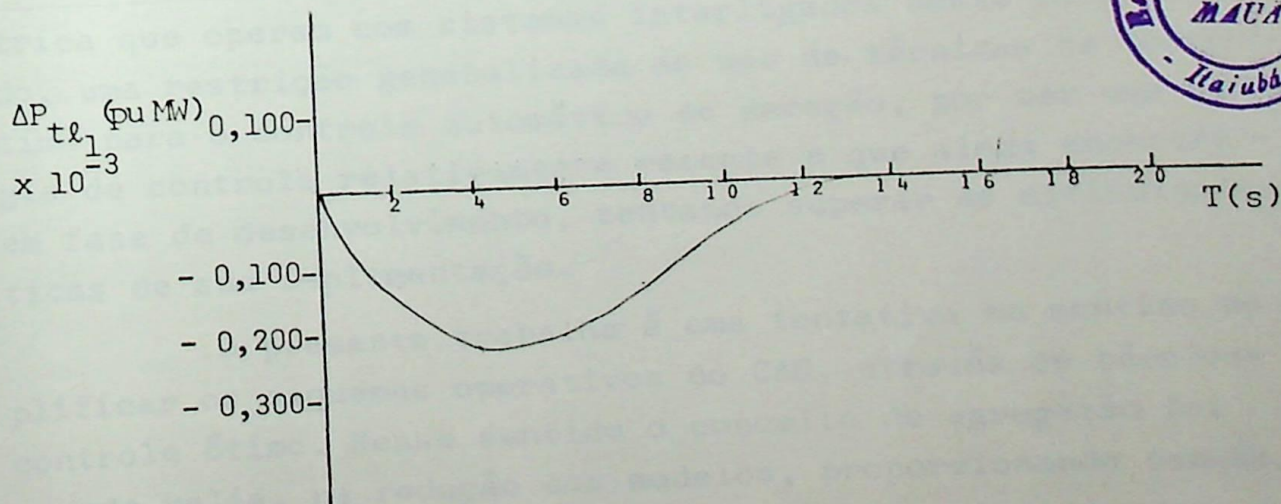


Figura 5.9 - Variação da Potência de Intercâmbio, Caso 9 para  $\Delta P_{\ell 1} = 0,1\%$





Como extensão deste trabalho simulou-se o modelo agregado para o caso de duas áreas com capacidades de geração diferentes, ( $P_{r1} \neq P_{r2}$ ), exibindo, porém, as mesmas características de regulação, amortecimento e inércia. Para uma variação de carga na área 1,  $V_2(t)$  foi aproximada por,

$$V_2(t) = c_f V_1(t)$$

onde

$$c_f = \frac{P_{r1}}{P_{r2}}$$

Os resultados obtidos, em termos dos autovalores do sistema agregado de malha fechada, da máxima taxa de geração e características transitórias e de regime de  $\Delta P_1$  e  $\Delta P_{t11}$ , mostraram-se altamente satisfatórios.

#### 5.4 - Conclusão

Existe por parte das concessionárias de energia elétrica que operam com sistemas interligados neste país e no mundo, uma restrição generalizada ao uso de técnicas de controle ótimo para o controle automático de geração, por ser uma estratégia de controle relativamente recente e que ainda encontra-se em fase de desenvolvimento, tentando superar as dificuldades práticas de sua implementação.

O presente trabalho é uma tentativa no sentido de simplificar os esquemas operativos do CAG, através de técnicas de controle ótimo. Nesse sentido o conceito de agregação foi de grande valia, na redução dos modelos, proporcionando também, uma redução no volume de informações coletadas pelos sistemas de aquisição de dados, dos centros de controle.

De maneira alguma este trabalho é uma obra acabada. Muitos aspectos devem ainda ser considerados, tais como:

i) Examinar as influências das não linearidades do sistema, sobre a operação do controlador projetado, considerando aspectos adaptativos, para minimizar os efeitos indesejáveis



as não-linearidades, quando o ponto de operação do sistema so  
re modificações, sob condições normais de operação.

ii) Considerar a inclusão de observadores de estado pa  
a gerar as possíveis variáveis de estado não acessíveis, por  
medição direta.

iii) Considerar o aspecto da estimação de estado, para  
a aquisição de medidas confiáveis.

iv) Simular o modelo agregado para um número maior de  
interligações, examinando-se a dependência das variações de fre  
quência com os tamanhos relativos das áreas, seus amortecimen -  
tos, inércias e regulações.

Esses aspectos ficam como sugestão para futuros traba  
lhos.



das não-linearidades, quando o ponto de operação do sistema sofre modificações, sob condições normais de operação.

ii) Considerar a inclusão de observadores de estado para gerar as possíveis variáveis de estado não acessíveis, por medição direta.

iii) Considerar o aspécto da estimação de estado, para a aquisição de medidas confiáveis.

iv) Simular o modelo agregado para um número maior de interligações, examinando-se a dependência das variações de frequência com os tamanhos relativos das áreas, seus amortecimentos, inércias e regulações.

Esses aspéctos ficam como sugestão para futuros trabalhos.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 01 - Elgerd, O.I. e Fosha, C.E., (1970). "Optimum Megawatt - Frequency Control of Multiarea Electric Systems". Trans.IEEE. PAS-89, nº 4: 556-563.
- 02 - Fosha, C.E. e Elgerd, O.I., (1970). "The Megawatt - Frequency Control Problem: A New Approach Via Optimal Control Theory". Trans.IEEE. PAS-89, nº 4: 563-576.
- 03 - de Mello, F.P. e Mills, R.J. e B'Relis, W.F., (1973). "Automatic Generation Control, Part I - Process Modeling". Trans.IEEE. PAS-92, nº 2: 710-715.
- 04 - de Mello, F.P. e Mills, R.J. e B'Relis, W.F., (1973). "Automatic Generation Control, PART II - Digital Control Techniques". Trans.IEEE. PAS-92, nº 2: 716-724.
- 05 - Garcez, J.N., (1979). "Técnicas Modernas de Sistemas na Obtenção de um Controlador Automático de Geração Ótimo." V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia, Grupo IV, GSP.
- 06 - Cavin III, R.K. e Budge, M.C. Rasmussen, P., (1971). "An Optimal Linear Systems Approach to Load -Frequency Control". Trans.IEEE. PAS-90, nº 6: 2472-2482.
- 07 - Athans, M. Falb, P.L., (1966). Optimal Control. Mc Graw - Hill, capítulo 9.
- 08 - Porter, B., (1971). "Optimal Control of Multivariable Linear Systems Incorporating Integral Feedback". Electronics Letters. Vol. 7, nº 8: 170-172.
- 09 - Porter, B e Power, H.M., (1970). "Controllability of Multivariable Systems Incorporating Integral Feedback". Electronics Letters. Vol. 6, nº 22: 689-690.
- 10 - Power, H.M. e Porter, B., (1970). "Necessary and Sufficient Conditions for Controllability of Multivariable Systems Incorporating Integral Feedback". Electronics Letters. Vol. 6, nº 25: 815-816.
- 11 - Calovic, M., (1972): "Linear Regulator Design for Load and Frequency Control". Trans.IEEE. PAS-91, nº 6 : 2271-2281 .



- 12 - Ayres, F., (1962). Theory and Problems of Matrices. Schaum.
- 13 - Glover, J.D. e Schweppe, F.C., (1972). "Advanced Load-Frequency Control". Trans. IEEE. PAS-91, nº 5 : 2095-2103.
- 14 - Aoki, M., "Aggregation". Do Livro de D.A. Wismer, (1971). Optimization Methods for Large-Scale Systems - With Applications, Mc Graw-Hill, capítulo 5.
- 15 - Praça, A.A.S., (1979). "Programa Saga III para Simulação do Controle Automático de Geração". V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo IV, GSP.
- 16 - Savulescu, S.C., (1976). Computerized Operation of Power Systems. Amsterdam, Elsevier Publishing Company.
- 17 - de Mello, F.P., (1973). Generation Dynamics & Control. Power Technologies, Inc. Schenectady, New York.
- 18 - Melsa, J.L. e Jones, S.K., (1973). Computer Programs for Computational Assistance in the Study of Linear Control Theory. Mc Graw-Hill.
- 19 - Germond, A.J. e Podmore, R., (1978). "Dynamic Aggregation of Generating Unit Models". Trans. IEEE. PAS-97, nº 1060-1069.
- 20 - Elangovan, S. e Kuppurajulu, A., (1972). "Sub-Optimal Control of Power Systems Using Simplified Models," Trans-IEEE. PAS-91, nº : 911-919.
- 21 - Kwatny, H.G. e Kalnitsky, K.C. e Bhatt, A., (1975). "An Optimal Tracking Approach to Load-Frequency Control" . Trans. IEEE. PAS-94, nº : 1635-1643.
- 22 - Taylor, C.W. e Crisp, R.L., (1976). "Real-Time Power System Simulation for Automatic Generation Control." Trans-IEEE PAS-95, nº : 375-384.
- 23 - Pires, A.S., (1976). "Uma Abordagem para o Projeto do Controle de Frequência e de Carga de Sistemas de Potência." Florianópolis. (Tese de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina).
- 24 - Bezerra, U.H. e Garcez, J.N., (1980). "Técnicas de Agregação Aplicadas ao Controle Automático de Geração de Sistemas Interligados". Anais do 3º Congresso Brasileiro de Automática. Rio de Janeiro : 293 - 299