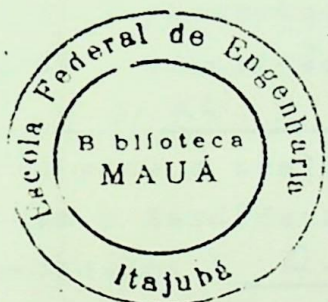


TESE

569

- ANTONIO TADEU LYRIO DE ALMEIDA -

ESPECIFICAÇÃO DE MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS
CONTROLADOS PELA VARIAÇÃO COMBINADA DO VALOR
EFICAZ DA TENSÃO DO ESTATOR E DA
RESISTÊNCIA DO CIRCUITO DO ROTOR



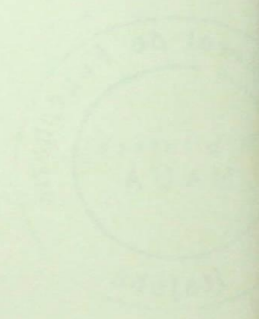
ORIENTADOR: PROF. JOCÉLIO SOUZA DE SÁ

CO-ORIENTADOR: PROF. JOSÉ POLICARPO G.
DE ABREU

TRABALHO DE DISSERTAÇÃO APRESENTADO A PRÓ-DIRETO
RIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO DA ESCOLA FEDERAL DE EN
GENHARIA DE ITAJUBÁ COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A
OBTENÇÃO DO TÍTULO DE "MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA"

ITAJUBA, FEVEREIRO DE 1986

CLASS. 621.313.333:62-531(043.2)
COTT. A 447e
TOMO 569



10:30 11:36 horas do dia 05 de fevereiro de 1986

Auditório da Biblioteca Mauã da Escola Federal de Engenharia de Itajubá, foram abertos os trabalhos de Defesa de Dissertação de Estrado 'ESPECIFICAÇÃO DE MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICO CONTROLADOS PELA VARIACÃO COMBINADA DO VALOR EFICAZ DA TENSÃO DO ESTATOR E DA RESISTÊNCIA DO CIRCUITO DO ROTOR'

Candidato ANTONIO TADEU LYRIO DE ALMEIDA, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração de Sistemas de Potência. Estavam presentes à Sessão: Dr. Ernesto Ruppert Filho, Prof. do Departº de Engenharia Elétrica da UNICAMP e 1º Examinador; Prof. José Policarpo Gonçalves de Abreu, Prof. Adjunto do Departº de Eletrotécnica da EFEI e 2º Examinador; Prof. Jocélio Souza de Sá, Prof. Titular do Departamento de Eletrotécnica da EFEI, 3º Examinador e Orientador do candidato.

Foram iniciados os trabalhos de Defesa Pública da Dissertação com a apresentação dos demais membros da Comissão Examinadora pelo seu Presidente e escolhido Prof. Jocélio Souza de Sá para secretariar a sessão. Após a chamada do Candidato pelo Presidente, foi feita a exposição oral da Dissertação, durante sua apresentação quinte e seis minutos. Terminada a exposição, o Candidato foi questionado pelos examinadores. Às 11:53 horas foi encerrada a arguição, retirando-se a

comissão para a realização da Sessão de Julgamento. Os examinadores conferiram o Candidato Aprovado com Distinção com os seguintes conceitos: Examinador: "A+", 2º Examinador: "A+", 3º Examinador: "A+"

Em vista deste resultado foram preenchidos e assinados os formulários Anexos I e II da Comissão de Pós-Graduação da Escola Federal de Engenharia de Itajubá. Voltando ao recinto da Sessão Pública de Defesa de Dissertação, o Presidente convocou o Candidato e proclamou o resultado à vista do Quadro Demonstrativo de Apuração, entregando-lhe a 1ª via, para ciência de direito. Os trabalhos foram encerrados às 12:07 horas para que tudo constasse, foi lavrada a presente Ata pelo Secretário escolhido, a qual, depois de lida e se aprovada, será assinada pelos presentes.

Itajubá, 05 de fevereiro de 19 86.

1º Examinador

Ernesto Ruppert Filho
- UNICAMP -

2º Examinador

Prof. José Policarpo Gonçalves de Abreu
- EFEI -

Prof. Jocélio Souza de Sá

3º Examinador e ORIENTADOR -



Ministério da Educação e Cultura
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

A N E X O I

PRONUNCIAMENTO DA COMISSÃO EXAMINADORA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, nomeada por Portaria nº 041 de 04 / 02 / 86, considerando o resultado do Julgamento da Prova de Defesa Pública da Dissertação de Mestrado Intitulada: "ESPECIFICAÇÃO DE MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICO CONTROLADOS PELA VARIAÇÃO COMBINADA DO VALOR EFICAZ DA TENSÃO DO ESTATOR E DA RESISTÊNCIA DO CIRCUITO DO ROTOR"

apresenta pronunciamento no sentido de que a Comissão de Pós-Graduação da Escola Federal de Engenharia de Itajubá solicite à DDD (Divisão de Divulgação e Documentação) a expedição do título de Mestre em Engenharia Elétrica na Área de Concentração de Sistemas de Potência satisfeitas as demais exigências regimentais à ANTONIO TADEU LYRIO DE ALMEIDA.

Itajubá, 05 de fevereiro de 1986.

1º Examinador

Dr. Ernesto Ruppert Filho
- UNICAMP -

2º Examinador

Prof. José Policarpo Gonçalves de Abreu
- EFEI -

3º Examinador

Prof. Jocélio Souza de Sá
- ORIENTADOR -



Ministério da Educação e Cultura
 ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

A N E X O II

FOLHA DE JULGAMENTO DA COMISSÃO EXAMINADORA

Título da Dissertação: "ESPECIFICAÇÃO DE MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICO CONTROLADOS PELA VARIACÃO COMBINADA DO VALOR EFICAZ DA TENSÃO DO ESTATOR E DA RESISTÊNCIA DO CIRCUITO DO ROTOR"

Autor: ANTONIO TADEU LYRIO DE ALMEIDA

JULGAMENTO

EXAMINADORES	CONCEITO	RUBRICA
1º	A+	<i>Ruppert</i>
2º	A+	<i>Jose Policarpo</i>
3º	A+	<i>Jocelio Souza</i>

Resultado médio: Conceito A+, ou seja Aprovado com distinção.

Observações: _____

Itajubá, 05 de fevereiro de 1986

Ruppert

1º Examinador

Dr. Ernesto Ruppert Filho

- UNICAMP -

Jose Policarpo

2º Examinador

Prof. José Policarpo Gonçalves de Abreu

- EFEI -

Jocelio Souza

3º Examinador

Prof. Jocélio Souza de Sá

- ORIENTADOR -

SUMÁRIO

O objetivo deste trabalho é a estruturação de uma metodologia para a especificação de motores de indução trifásicos com rotor bobinado; aborda-se, especificamente, os motores com velocidade controlada pelo método da variação combinada do valor eficaz da tensão aplicada ao estator e da resistência rotórica.

O valor eficaz da tensão é variado através de um regulador eletrônico trifásico, com dois tiristores em antiparalelo por fase; desta forma, desenvolve-se a sua modelagem possibilitando a obtenção dos valores eficazes, níveis harmônicos e formas de onda de tensão e corrente para qualquer ângulo de disparo. A resistência rotórica pode ser alterada através de contatos ou de um "Chopper"; assim, são fornecidas a análise operativa do método e suas aplicações específicas. Por outro lado, como o aquecimento é um dos fatores preponderantes para a especificação, sugere-se diversas expressões para o cálculo das perdas dos motores para qualquer regime de funcionamento.

O equacionamento geral, sempre que possível, baseia-se em dados disponíveis em catálogos de fabricantes nacionais.

ABSTRACT

This work aims to set up a methodology suited to the specification of three-phase slip-ring induction motors. Specifically, the method deals with motors with speed controlled by the variation of both, the r.m.s. value of the stator voltage and the rotor resistance.

The r.m.s. value of the stator voltage is varied by means of a three-phase electronic regulator, with two anti-parallel thyristors per phase. The modelling of this arrangement is fully developed, enabling the determination of r.m.s. values, level of harmonics and waveforms of voltages and currents for any values of the firing angle.

The rotor resistance can be altered by means of contactors or a chopper.

The analysis of the performance of the method as well as its specific applications are dealt with in a thorough manner.

On the other hand, as heating is one of the main factors to be considered in motor specification, several expressions are suggested to calculate motor losses in any operation condition.

The general treatment, whenever possible, is based on available data from national manufacturers catalogues.

AGRADECIMENTOS

À Ana Maria e filhos por suportarem os momentos de tensão, desanimos e trabalho; ao Senhor José Lyrio e D. Ophélia pelo indispensável apoio paternal; aos caros amigos Geraldo M. Aoun (Gela), Paulo V. Branquinho O., Wilson C.S. Pestano, Carlos A.X. Brandão (Breque) e Luiz A.D. Santiago (Biscoito) por aqueles insuperáveis momentos e auxílio na obtenção dos créditos; à D. Ana e Sr. Orlando (in memoriam, infelizmente) por todo auxílio prestado e incentivo; àqueles ex-colegas que radicalizaram e, assim possibilitaram uma nova perspectiva de evolução profissional; àqueles outros, como os Professores João Roberto Cogo, Héctor Arango e Antonio Eduardo Hermeto, Júlio Cesar Tiburcio e José Carlos G. de Siqueira, que de uma forma ou outra colaboraram para concretização deste trabalho.

Aos Professores Jocélio Souza de Sã e José Policarpo Gonçalves de Abreu, uma dívida de gratidão pela amizade desprendida de sempre, pelos conselhos técnico-pessoais em relação a esta dissertação e vida profissional e, principalmente, por acreditarem quando pouquíssimos o faziam.

"Aprender tanto quanto possível por si mesmo, de pois de maquinação e esforço, é algo inteiramente diferente e não se compara a qualquer outro prazer, pois se difunde para fo ra, até onde os olhos da mente podem ver. Aprender e saber é uma mistura de alegria com uma ampla maravilha, visto que o universo parece expandir-se dentro do conceito mental, mudar e assumir uma nova forma e cor, à qual nunca mais perderá. É o caso do "conse gui" ("eureka" do grego) que, por um momento relampejante, se sobrepõe a tudo o mais, à vida, à morte, à tudo".

Isaac Asimov in "O Início e o Fim"

"O caminho da vida pode ser o da liberdade e da beleza, porém, nos extraviamos. A cobiça envenenou a alma dos ho mens... levantou no mundo as muralhas do ódio... e tem-nos feito marchar a passo de ganso para a miséria e os morticínios. Criamos a época da velocidade, mas nos sentimos enclausurados dentro de la. A máquina, que produz abundância, tem nos deixado em penúria. Nossos conhecimentos fizeram-nos céticos; nossa inteligência, em perdenidos e cruéis. Pensamos em demasia e sentimos bem pouco. Mais do que máquinas, precisamos de humanidade. Mais do que inte ligência, precisamos de afeição e docura. Sem essas virtudes, a vida será de violência e tudo será perdido".

Charles Chaplin in "O Último Discurso"
de "O Grande Ditador"

INDICE

CAPÍTULO I: Introdução	01
CAPÍTULO II: Determinação das Formas de Onda de Tensão e Corrente na Máquina	04
2.1 - Considerações Iniciais	04
2.2 - O Regulador Monofásico - Análise Operativa	07
2.3 - O Regulador Monofásico - Formas de Onda e Valores Eficazes	12
2.3.1 - Formas de Onda	12
2.3.2 - Valores Eficazes de Tensão e Corrente na Carga	20
2.4 - Regulador Monofásico - Análise Harmônica	23
2.4.1 - Harmônicos de Tensão e Corrente na Carga	23
2.4.2 - Potência e Fator de Potência	29
2.5 - O Regulador Trifásico - Análise Operativa	32
2.6 - O Regulador Trifásico - Formas de Onda	41
2.7 - Regulador Trifásico - Valores Eficazes de Tensões e Correntes	60
2.8 - Regulador Trifásico - Componentes Harmônicos de Tensões e Correntes	63
2.8.1 - Harmônicos de Tensão e Corrente Aplicados à Carga	63
2.8.2 - Fator de Potência	67
2.9 - Considerações Finais	67

CAPÍTULO III - Variação da Tensão do Estator e da Resistência Rotórica para Controle de Velocidade	68
3.1 - Considerações Gerais	68
3.2 - Variação da Tensão do Estator	69
3.2.1 - Dispositivos para a Variação de Tensão	69
3.2.2 - Controle de Velocidade pela Variação de Tensão	70
3.2.3 - Frenagem e Inversão do Sentido de Rotação	79
3.3 - Variação de Resistência Rotórica para o Controle de Velocidade	82
3.3.1 - Dispositivos para Variação de Resistência	82
3.3.2 - Análise da Variação da Resistência Externa ao Circuito de Rotor Através de Contatores	83
3.3.3 - Variação da Resistência do Rotor Através de Tiristores em Antiparalelo	90
3.3.4 - Variação da Resistência do Rotor Através de um Chopper	91
3.4 - Variação Combinada da Tensão do Estator e da Resistência Rotórica	98
3.4.1 - Generalidades	98
3.4.2 - Variação da Resistência Rotórica com Contatores	101

3.4.3 - Variação da Resistência Rotórica com Chopper	107
3.4.4 - Conclusões e Aplicações Típicas do Método	110
3.5 - Considerações Finais	110
CAPÍTULO IV: Análise e Determinação das Perdas do Motor em Regime Permanente	112
4.1 - Natureza e Determinação das Perdas em Regime Nominal	112
4.1.1 - Perdas Totais	114
4.1.2 - Perdas nos Enrolamentos	115
4.1.3 - Perdas Adicionais	118
4.1.4 - Perdas Mecânicas	120
4.1.5 - Perdas no Núcleo	120
4.1.6 - Alternativa para o Cálculo de Perdas	122
4.2 - Comportamento das Perdas em Função da Carga	123
4.3 - Influência dos Harmônicos nas Perdas	124
4.3.1 - Perdas nos Enrolamentos do Estator	124
4.3.2 - Perdas nos Enrolamentos do Rotor.	127
4.3.3 - Perdas Adicionais	127
4.3.4 - Perdas por Atrito e Ventilação ..	127
4.3.5 - Perdas no Núcleo	128
4.4 - Determinação das Perdas em Regime de Operação Qualquer	131
4.4.1 - Perdas nos Enrolamentos do Rotor.	131
4.4.2 - Perdas nos Enrolamentos do Estator	132

ANEXO II: Determinação das Expressões de Diversas Grandezas do Motor.....	204
ANEXO III: Determinação das Expressões das Perdas do Motor	230
ANEXO IV: Fluxogramas	240
Referências Bibliográficas	244

CAPITULO I

INTRODUÇÃO

Com a crescente complexidade das aplicações industriais, o controle de velocidade de acionamento elétricos torna-se cada vez mais importante.

Quanto a este aspecto, no passado, os motores de indução trifásicos eram, frequentemente, preteridos em favor aos de corrente contínua. O advento dos semicondutores de potência, principalmente os tiristores, possibilitou optar-se entre ambos para muitos tipos de aplicações. Neste caso, deve-se considerar algumas condições gerais como:

- O tipo de carga a ser acionada;
- Os requisitos básicos exigidos pela carga (por exemplo, um alto conjugado de partida ou paradas precisas);
- A potência da carga e faixa de variação de velocidade;
- Adequação do motor e dispositivo de comando e proteção;
- Condições diversas de instalação.

- Naturalmente, estes são aspectos fundamentais para o projeto do acionamento; muitos outros, com certeza, surgirão em cada caso específico. Entretanto, o que se conclui a partir do citado, é que a especificação do motor depende dos requisitos da carga e do método de controle de velocidade.

O termo "especificação de um motor elétrico" significa definir sua potência, tipo, velocidade, tensão de operação e classe de isolamento partindo do princípio que a carga e respectivos ciclos de trabalho sejam conhecidos.

A definição da potência é feita de modo que duas condições sejam atendidas:

- O motor deve fornecer, em condições consideradas normais, o conjugado exigido pelo acionamento;
- Durante a operação, a temperatura dos enrolamentos do motor não deve ultrapassar o valor definido pela sua classe de isolamento.

Este trabalho se fixa na especificação de motores de indução trifásicos com rotor bobinado e velocidade controlada pela variação combinada do valor eficaz da tensão aplicada ao estator e da resistência do circuito rotórico. Neste contexto, desenvolve-se uma metodologia que emprega, sempre que possível, dados disponíveis em catálogos de fabricantes nacionais.

A utilização de tiristores, ou grupo de tiristores, conectados aos pares em antiparalelo, permite a variação do valor eficaz de tensão do estator de um motor de indução trifásico de forma contínua. Desta forma, o capítulo II trata da obtenção das formas de onda de tensão e corrente, bem como dos harmônicos gerados, para este tipo de arranjo. Para tanto, desenvolve

ve-se uma metodologia analítica alternativa aos métodos numéricos e práticos (através de medições) citados nos diversos textos sobre o assunto.

O capítulo III mostra que a variação contínua da tensão do estator combinada com a variação da resistência do circuito do rotor constitui-se em um método eficiente de controle de velocidade de motores de indução trifásicos de anéis. São fornecidas aplicações específicas para o método, bem como, sua análise operativa.

O capítulo IV fornece, de forma aproximada, diversas expressões para a determinação das perdas em motores de indução em regime nominal e de operação. Adicionalmente, analisa-se a influência do método da variação combinada do valor eficaz de tensão e resistência rotórica nestas perdas.

Finalmente, no capítulo V é fornecido um algoritmo computacional para a especificação de motores em acionamentos com velocidade controlada pela variação combinada de tensão aplicada ao estator-resistência do circuito rotórico. Entre outros fatores, considera-se o tempo de partida, faixa de variação de velocidade e existência ou não de frenagem dinâmica; ou seja, a influência do regime (ou regimes) de operação da carga no comportamento térmico e mecânico do motor.

CAPITULO II

DETERMINAÇÃO DAS FORMAS DE ONDA DE TENSÃO E CORRENTE NA MÁQUINA

A utilização de tiristores, ou grupo de tiristores, conectados aos pares em antiparalelo permite a variação do valor eficaz de tensão do estator de um motor de indução trifásico de forma contínua. Este capítulo trata da obtenção das formas de onda de tensão e corrente, bem como dos harmônicos gerados, para este tipo de dispositivo. Para tanto desenvolveu-se uma metodologia analítica alternativa aos métodos numéricos e práticos (através de medições) citados nos diversos textos sobre o assunto

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O emprego de tiristores em uma instalação elétrica possibilita o controle do fluxo de potência entre os pontos de sua inserção; para tanto existem várias configurações possíveis.

Este trabalho concentra-se nos reguladores eletrônicos de tensão, de onde se obtém um valor eficaz variável de tensão a partir de uma fonte alternada com valor definido; esta estratégia consiste no chamado controle de fase.

As formas de ondas obtidas neste tipo de conversor são, em geral, distorcidas em relação à senoidal, tornando inadequado o seu emprego em muitos casos; entretanto, em muitos outros, onde tal fato possui pouca ou nenhuma importância é perfeitamente aplicável com potências variando de um nível doméstico a centenas de kilowatts, como no controle de iluminação

e aquecimento.

Quanto aos motores de corrente alternada é possível o controle de velocidade em malha fechada, variando-se o ângulo de disparo dos tiristores em resposta a um sinal de erro. Este tipo de controle é usado em:

- . Motores universais de eletrodomésticos;
- . Pequenos motores de indução ;
- . Motores trifásicos para acionar bombas e ventiladores ;
- . Motores trifásicos nos quais também há a variação de resistência do circuito do rotor (rotor bobinado).

Entre os diversos sistemas de condicionamento de potência, os reguladores são os de maior simplicidade. Por outro lado, o mesmo não se pode afirmar sobre a sua análise operativa e circuito de controle; a determinação do ângulo de extinção dos tiristores torna-se bastante trabalhosa conforme a carga conectada a eles.

Em geral, os reguladores monofásicos apresentam dois tiristores (ou grupo) conectados em antiparalelo conforme a figura 2.1.

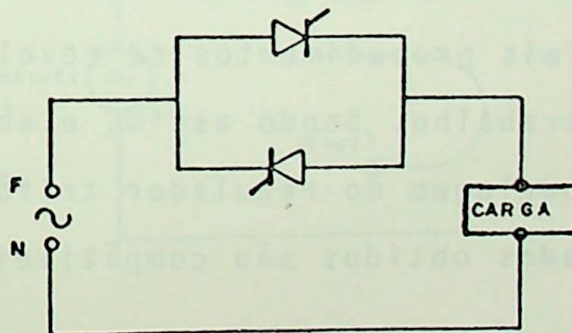


Figura 2.1 Regulador Monofásico

Em um sistema trifásico, através da combinação do bloco básico mostrado anteriormente, obtêm-se várias configurações; entre elas, está a da figura 2.2, objeto de análise ao longo deste trabalho.

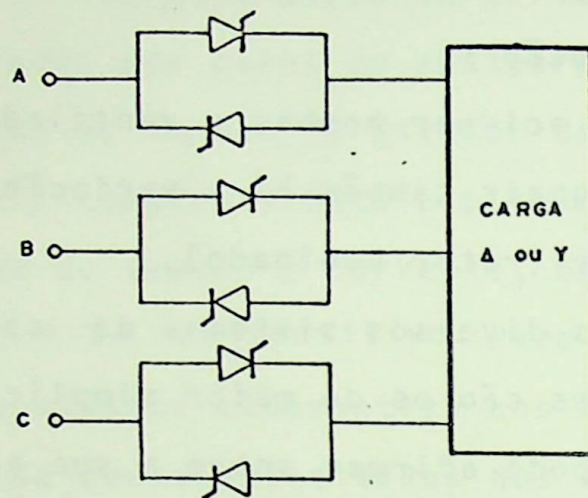


Figura 2.2 - Regulador trifásico

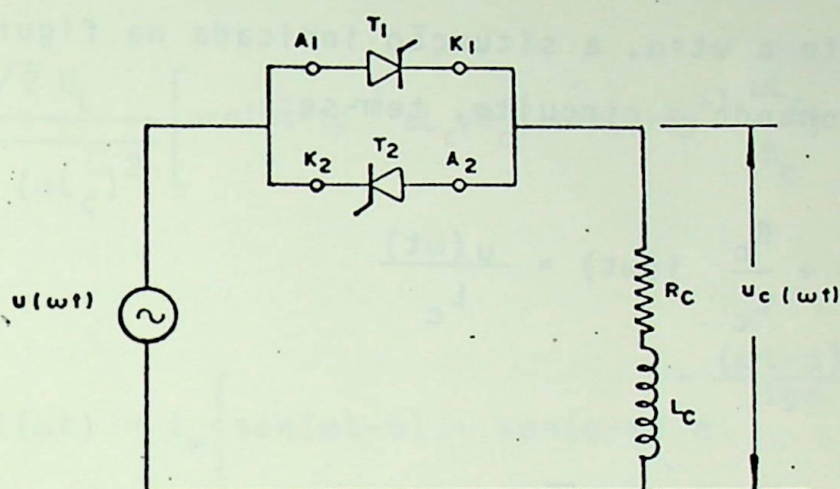
As diversas referências consultadas citam extrema complexidade para analisar a operação e determinar as formas de onda de tensões e correntes do regulador trifásico; para tanto, se utilizam de medições [22], simples oscilogramas [8] ou apresentam modelos baseados na teoria de variáveis de estado [15].

Tais procedimentos se revelam inadequados para os objetivos deste trabalho. Sendo assim, elaborou-se um método alternativo, onde a modelagem do regulador trifásico baseia-se no monofásico. Os resultados obtidos são compatíveis com os demais citados.

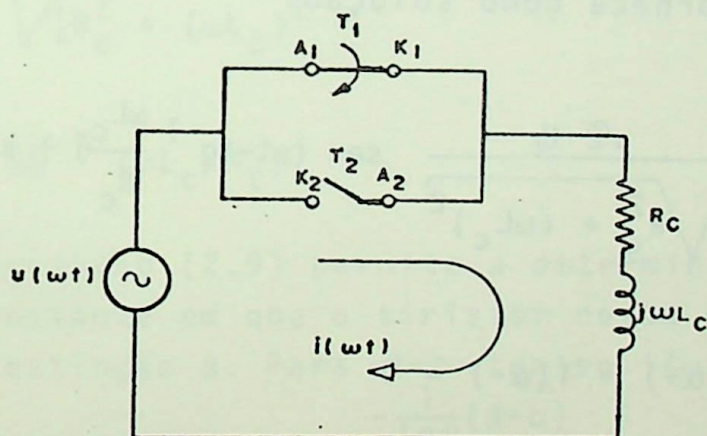
Sendo assim, torna-se possível, de forma simples e bastante prática, a obtenção de formas de onda de tensão e corrente para quaisquer casos, bem como dos valores eficazes harmônicos destas grandezas, como mostram os tópicos a seguir.

2.2 O REGULADOR MONOFÁSICO - ANÁLISE OPERATIVA

Seja o circuito da figura 2.3.2, o qual contém tiristores disparados sequencialmente a intervalos correspondentes a π radianos elétricos e uma carga do tipo R-L.



a) Representação no domínio do tempo



b) Representação no domínio da frequência

Fig. 2.3 - Regulador monofásico aplicado a uma carga RL. (T1 conduzindo).

Adotando-se para a fonte de tensão:

$$u(\omega t) = \sqrt{2} U_L \text{ sen } \omega t \quad (2.1)$$

onde:

U_L - Valor eficaz de tensão entre duas fases.

Obtêm-se, com o tiristor T1 conduzindo, a partir do instante correspondente a $\omega t = \alpha$, a situação indicada na figura 2.3.b.

Equacionando o circuito, tem-se:

$$\frac{d_i(\omega t)}{d(\omega t)} + \frac{R_c}{L_c} i(\omega t) = \frac{u(\omega t)}{L_c} \quad (2.2)$$

ou

$$\left(D + \frac{R_c}{L_c}\right) i(\omega t) = \frac{\sqrt{2} U_L}{L_c} \text{ sen}(\omega t) \quad (2.3)$$

A qual fornece como solução:

$$i(\omega t) = \frac{\sqrt{2} U_L}{\sqrt{R_c^2 + (\omega L_c)^2}} \text{ sen} \left(\omega t - \text{tg}^{-1} \frac{\omega L_c}{R_c} \right) + k e^{-R_c t / L_c} \quad (2.4)$$

$$\text{Como: } i(\alpha+) = i(\alpha-) = 0 \quad (2.5)$$

tem-se que:

$$\frac{\sqrt{2} U_L}{R_c^2 + (\omega L_c)^2} \text{ sen} \left(\alpha - \text{tg}^{-1} \frac{\omega L_c}{R_c} \right) + k e^{-R_c \alpha / (\omega L_c)} = 0$$

Assim:

$$k = \frac{-\sqrt{2} U_L e^{\frac{R_c \alpha}{\omega L_c}}}{\sqrt{R_c^2 + (\omega L_c)^2}} \operatorname{sen} \left(\alpha - \operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega L_c}{R_c} \right). \quad (2.7)$$

De onde:

$$i(\omega t) = \frac{\sqrt{2} U_L}{\sqrt{R_c^2 + (\omega L_c)^2}} \left[\operatorname{sen}(\omega t - \operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega L_c}{R_c}) - \operatorname{sen}(\alpha - \operatorname{tg}^{-1} \frac{\omega L_c}{R_c}) e^{-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \alpha)} \right] \quad (2.8)$$

Assim:

$$i(\omega t) = I_m \left\{ \operatorname{sen}(\omega t - \psi) - \operatorname{sen}(\alpha - \psi) e^{-\frac{(\omega t - \alpha)}{\operatorname{tg} \psi}} \right\} \quad (2.9)$$

onde:

$$I_m = \frac{\sqrt{2} U_L}{\sqrt{[R_c^2 + (\omega L_c)^2]}} \quad (2.10)$$

$$\psi = \operatorname{tg}^{-1} (\omega L_c / R_c) \quad (2.11)$$

A expressão (2.9) permite a determinação do ângulo correspondente ao instante em que o tiristor cessa a condução, ou seja, o ângulo de extinção β . Para $\omega t = \beta$ tem-se $i(\omega t) = 0$, então:

$$\operatorname{sen}(\beta - \psi) = \operatorname{sen}(\alpha - \psi) e^{-\frac{1}{\operatorname{tg} \psi}(\beta - \alpha)} \quad (2.12)$$

Para cargas puramente resistivas ou puramente indutivas obtêm-se facilmente a solução de (2.12); no entanto, para as diferentes destas condições, a equação é transcendental. A figura 2.4 apresenta as curvas $\beta = f(\alpha)$ para diversos tipos de carga, caracterizadas pelo fator de potência, ou seja, $\cos \psi = 0; 0,35; 0,85$ e 1 .

O intervalo compreendido entre o instante do disparo e a extinção denomina-se "período de condução" γ . ou

$$\gamma = \beta - \alpha \quad (2.13)$$

O máximo período de condução corresponde a π radianos, ou seja:

$$\gamma_{\max} = \pi \quad (2.14)$$

Este valor pode ser confirmado se considerado que para os casos limites $\psi=0$ e $\psi=\pi/2$, o pleno controle ocorre para $\alpha=0$ e $\alpha=\pi/2$, respectivamente; nestas condições, os tiristores possuirão o maior período de condução. Utilizando-se de (2.12), tem-se:

a) para $\psi=0$ e $\alpha=0$,

$$\text{sen} \beta = \text{sen} \alpha = 0 \quad \therefore \quad \beta = \pi + \alpha = \pi$$

então:

$$\beta - \alpha = \beta = \gamma_{\max} = \pi$$

b) para $\psi=\pi/2$ e $\alpha=\pi/2$,

$$\text{sen}(\beta - \pi/2) = \text{sen}(\alpha - \pi/2) = \text{sen}(\pi/2 - \pi/2) = 0$$

$$\therefore \quad \beta - \pi/2 = \alpha - \pi/2 + \pi = \pi$$

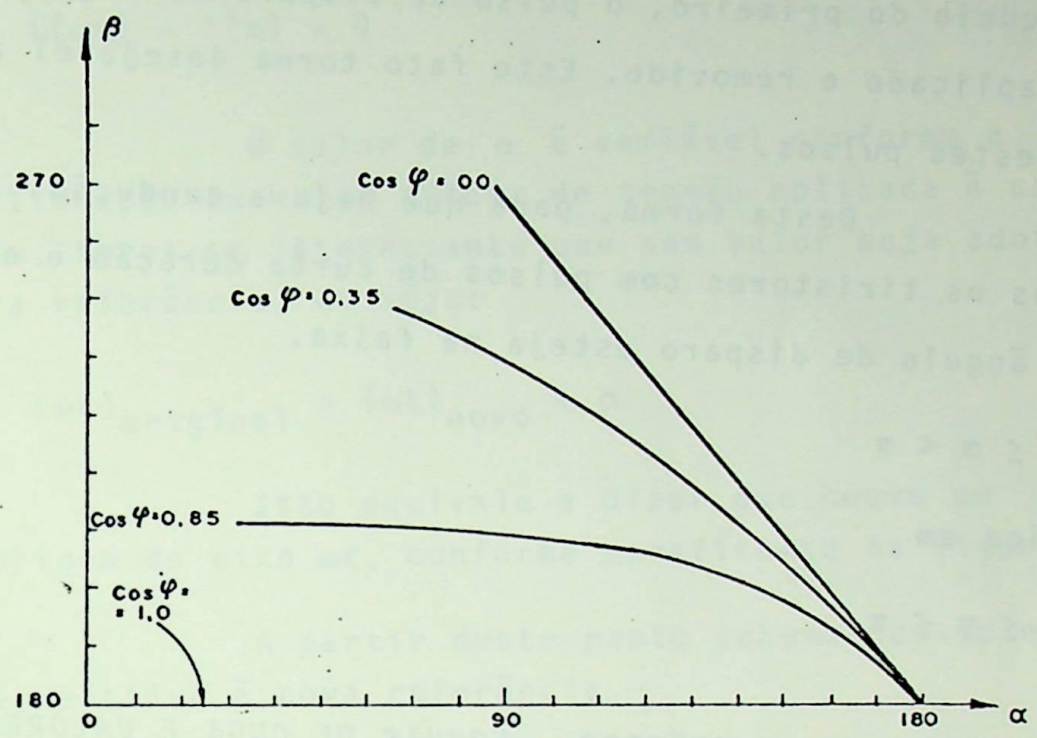
então:

$$\beta - \alpha = \beta - \pi/2 = \gamma_{\max} = \pi$$

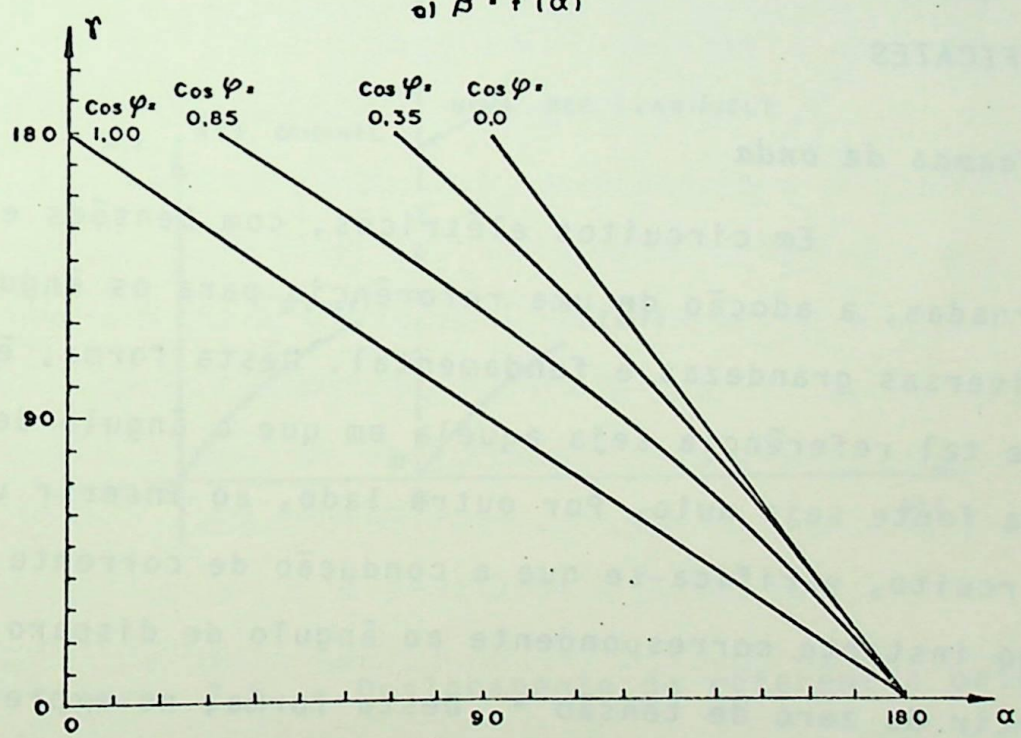
O que verifica (2.14)

As curvas $\gamma = f(\alpha)$, para os mesmos fatores de deslocamento citados são mostradas na figura 2.4b.*

* Vide no anexo IV fluxograma do programa TEXTIN, o qual gera arquivo de dados para o traçado das curvas. Como (2.9) é transcendental, foram utilizados os métodos de Bolzano (bisseccção).



a) $\beta = f(\alpha)$



b) $\gamma = f(\alpha)$

Figura 2.4 Curvas $\beta = f(\alpha)$ e $\gamma = f(\alpha)$, $\cos \psi$ como parâmetro

Pelo exposto até o presente ponto, conclui-se que se $\alpha < \psi$ apenas um tiristor conduzirá; no instante em que houver bloqueio do primeiro, o pulso de disparo do segundo já terá sido aplicado e removido. Este fato torna desejável a prolongação destes pulsos.

Desta forma, para que haja a condução alternada de ambos os tiristores com pulsos de curta duração é obrigatório que o ângulo de disparo esteja na faixa.

$$\psi \leq \alpha < \pi \quad (2.15)$$

isto implica em

$$0 \leq \gamma \leq \pi \quad (2.16)$$

2.3 O REGULADOR MONOFÁSICO - FORMAS DE ONDA E VALORES EFICAZES

2.3.1 Formas de onda

Em circuitos elétricos, com tensões e correntes alternadas, a adoção de uma referência para os ângulos de fase das diversas grandezas é fundamental. Desta forma, é bastante comum que tal referência seja aquela em que o ângulo de fase da tensão da fonte seja nulo. Por outro lado, ao inserir um tiristor neste circuito, verifica-se que a condução de corrente inicia-se apenas no instante correspondente ao ângulo de disparo α , contando a partir do zero de tensão *. Desta forma, na expressão (2.1), o valor da tensão da fonte no instante de disparo será:

* No caso, tensão entre fase e neutro. Nos trifásicos, como carga pode não possuir neutro acessível, a contagem será efetuada a partir do cruzamento das tensões de linha correspondentes.

$$u(\omega t) = u(\alpha) = \sqrt{2} U_L \text{ sen } \alpha \quad (2.17)$$

e o da corrente

$$i(\omega t) = i(\alpha) = 0 \quad (2.18)$$

O valor de α é variável conforme a necessidade de alteração do valor eficaz de tensão aplicada à carga; sendo assim, torna-se interessante que seu valor seja adotado como uma nova referência, ou seja:

$$(\omega t)_{\text{original}} = (\omega t)_{\text{novo}} + \alpha \quad (2.19)$$

Isto equivale a dizer que houve um deslocamento na origem do eixo ωt , conforme verifica-se na figura 2.5.

A partir deste ponto subentende-se que o produto ωt é relativo à nova referência.

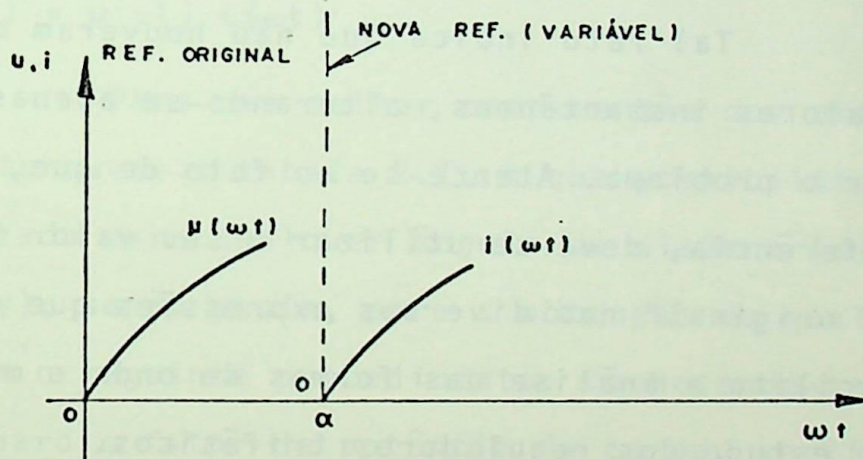


Figura 2.5 Deslocamento da referência original

Esta notação tem a vantagem de que a referência ocorre no zero da corrente, a qual define o comportamento do circuito.

A expressão da forma de onda de tensão passa a ser:

$$u(\omega t) = \sqrt{2} U_L \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \quad (2.20)$$

e a (2.9):

$$i(\omega t) = I_m \left\{ \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - \psi) + \operatorname{sen}(\psi - \alpha) e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} \omega t} \right\} \quad (2.21)$$

Para $\omega t = 0$ ($(\omega t)_{\text{original}} = \alpha$) tem-se:

$$u(\omega t) = u(0) = \sqrt{2} U_L \operatorname{sen}\alpha \quad (2.22)$$

e

$$i(\omega t) = i(0) = 0 \quad (2.23)$$

Observe-se que os valores numéricos encontrados em (2.22) e (2.23) são idênticos aos de (2.17) e (2.18), ambos calculados com a referência original.

Tal fato indica que não houveram quaisquer mudanças nos valores instantâneos, alterando-se apenas a maneira de se focar o problema. Atente-se ao fato de que, embora α seja a nova referência, deve-se utilizar o seu valor "em relação à referência original" nas diversas expressões que o utilizam. O artifício facilita a análise das formas de onda e mostrar-se - a mais útil no estudo dos reguladores trifásicos.

Um segundo artifício é o emprego de funções singulares, no caso uma composição de funções degrau denominadas "gate", ou seja:

$$G'(\omega t) = U_{-1}(\omega t) - U_{-1}(\omega t - \gamma) \quad (2.24)$$

$$G''(\omega t) = U_{-1}(\omega t - \pi) - U_{-1}(\omega t - \gamma - \pi) \quad (2.25)$$

$$e \quad G(\omega t) = G'(\omega t) + G''(\omega t) \quad (2.26)$$

A figura 2.6 esclarece melhor.

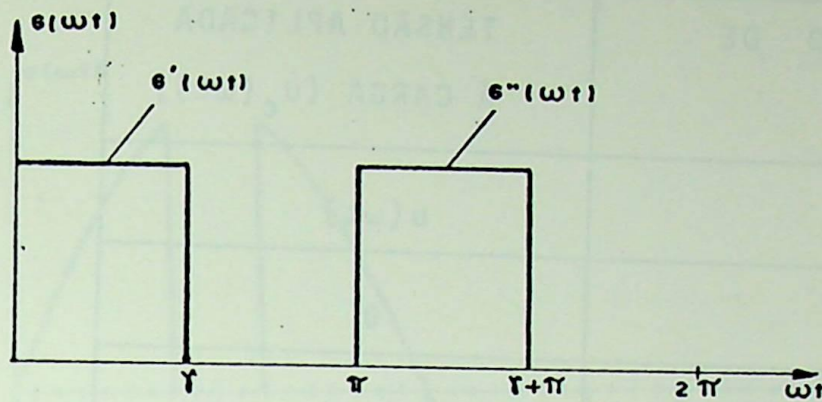


Figura 2.6 "Gates" aplicados às ondas de tensão.

Esta função multiplicada por qualquer outra torna nulos os valores instantâneos da onda resultante entre γ e π e entre $\gamma + \pi$ e 2π .

Desta forma, a tensão na carga será:

$$u_c(\omega t) = u(\omega t) G(\omega t) \quad (2.27)$$

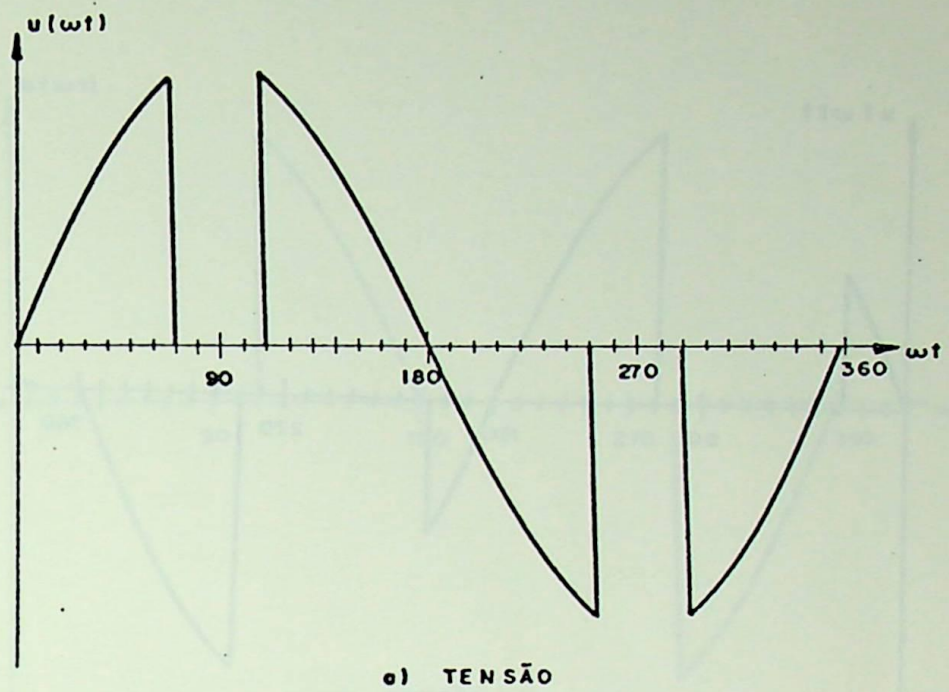
Para uma melhor compreensão dos artificios utilizados estruturou-se a tabela 2.1, o que possibilita um tratamento padronizado para qualquer ângulo de disparo (α) - período de condução (γ); sendo assim, para a obtenção de qualquer forma de onda adotar o seguinte procedimento: conhecendo-se o valor do ângulo de disparo e fator de potência da carga, verificar na figura 2.4 o período de condução γ correspondente; utilizando-se destes valores verificar na tabela 2.1 o respectivo intervalo de condução. Aplicar as expressões (2.20) e (2.21) neste intervalo para traçar as formas de onda de $u(\omega t)$ e $i(\omega t)$.

INTERVALO DE CONDUÇÃO	TENSÃO APLICADA À CARGA ($u_c(\omega t)$)
0 a γ	$u(\omega t)$
γ a π	0
π a $\gamma + \pi$	$u(\omega t)$
$\gamma + \pi$ a 2π	0

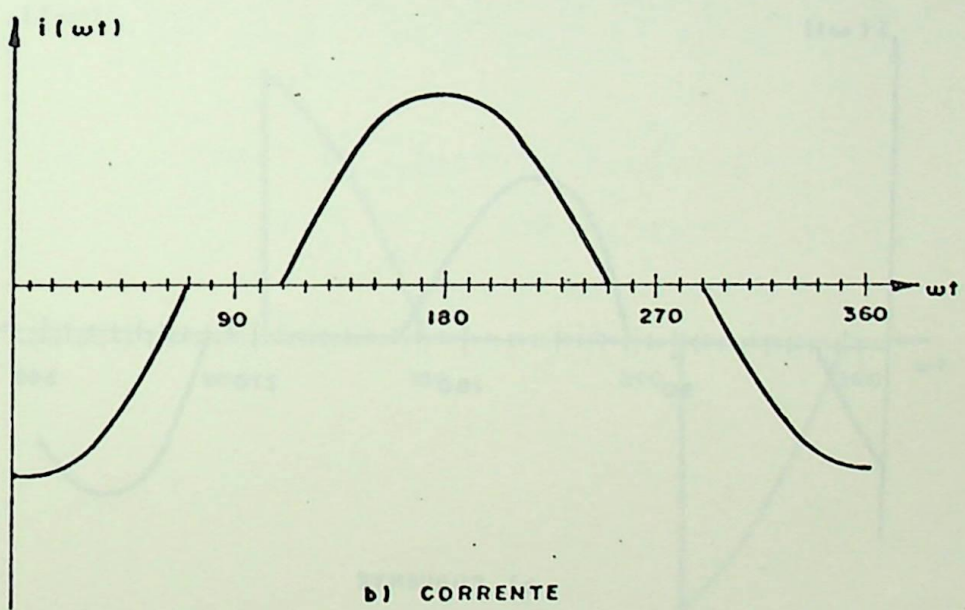
Tabela 2.1 Intervalos de condução e tensão aplicada à carga.

A figura 2.7 fornece um exemplo das formas de onda para $\alpha = 110^\circ$ e $\cos\psi = 0$; 0,85 e 1; da figura 2.4, os períodos de condução (γ) são 140° , 103° e 70° , respectivamente. O traçado das curvas foi possível via computador graças ao programa FOR1F, cujo fluxograma encontra-se no anexo IV.

Pelo exposto, a análise desenvolvida possibilitou a modelagem matemática do regulador monofásico. As vantagens advindas são o tratamento padronizado para qualquer caso e a facilidade de obtenção das formas de onda, valores eficazes e harmônicos de tensão e corrente. Os resultados mostrados nestes e nos próximos tópicos estão em concordância com os de Shepherd [23] e Dewan [8]; observa-se que estes foram levantados através de medições ou da análise de caso a caso.

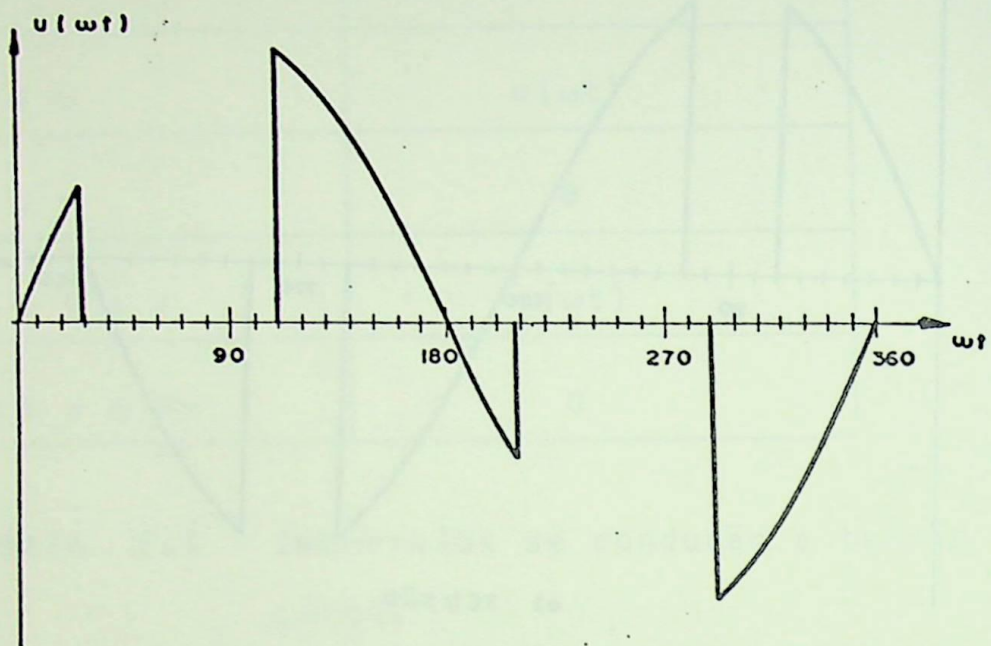


a) TENSÃO

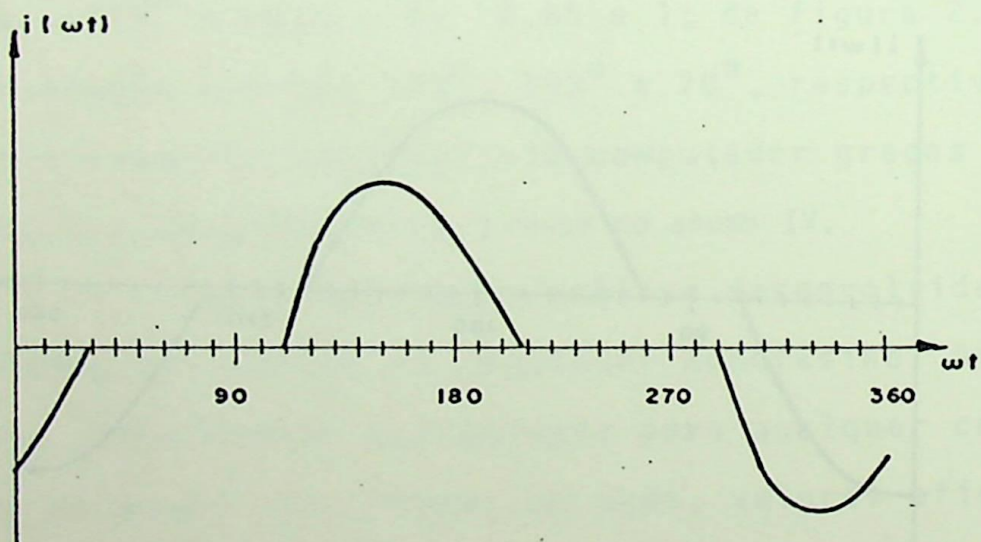


b) CORRENTE

Figura 2.7 a)
Formas de onda aplicadas à carga
 $\cos\psi = 0$; $\alpha = 110^\circ$



a) TENSÃO



b) CORRENTE

Figura 2.7 b)
 Formas de onda aplicadas à carga
 $\cos\psi = 0,85$ $\alpha = 110^\circ$

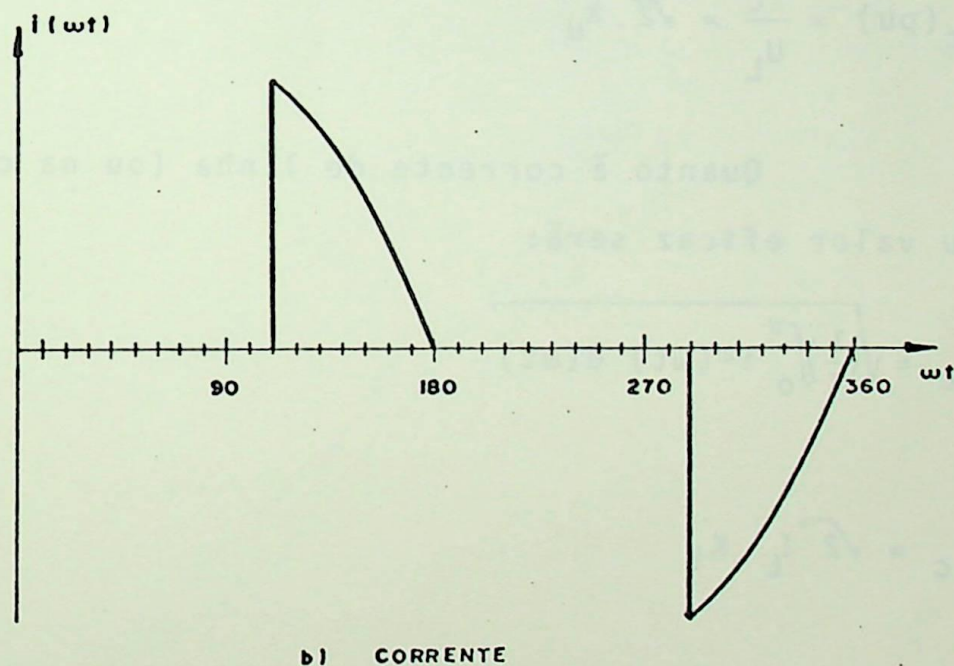
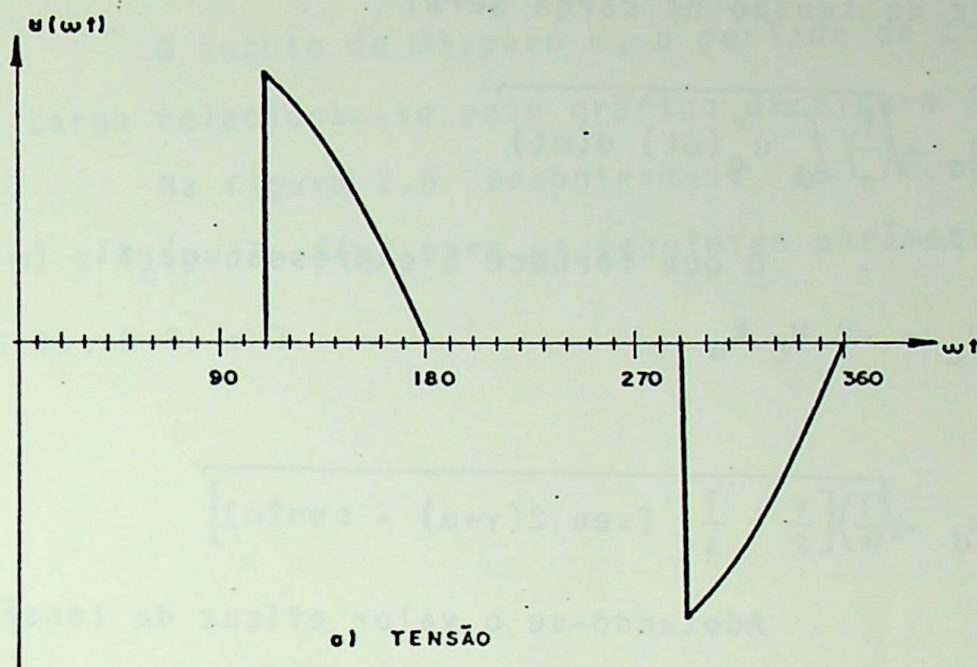


Figura 2.7 c)

Formas de onda aplicadas à carga

$$\alpha = 110^\circ; \quad \cos\psi = 1$$

2.3.2 Valores eficazes de tensão e corrente na carga

Pelo estudo realizado no tópico anterior, o valor eficaz da tensão na carga será:

$$U_c = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi}\right) \int_0^{\pi} u_c^2(\omega t) d(\omega t)} \quad (2.28)$$

O que fornece a expressão geral

$$U_c = \sqrt{2} U_L k_u \quad (2.29)$$

onde:

$$k_u = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi}\right) \left[\frac{\gamma}{2} - \frac{1}{4} [\text{sen } 2(\gamma + \alpha) - \text{sen } 2\alpha] \right]} \quad (2.30)$$

Adotando-se o valor eficaz da tensão de linha U_L como base:

$$U_c(\text{pu}) = \frac{U_c}{U_L} = \sqrt{2} k_u \quad (2.31)$$

Quanto à corrente de linha (ou na carga, neste caso), seu valor eficaz será:

$$I_c = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi}\right) \int_0^{\pi} i^2(\omega t) d(\omega t)} \quad (2.32)$$

De onde:

$$I_c = \sqrt{2} I_L K_i \quad (2.33)$$

Sendo:

$$k_i = \left\{ \frac{1}{4\pi} \left[2\omega t - \text{sen } 2(\omega t + \alpha - \psi) + 4 \text{sen}(\alpha - \gamma) e^{-\frac{\omega t}{\text{tg}\psi}} [2 \text{sen}\psi \text{sen}(\omega t + \alpha) - \text{tg}\psi \text{sen}(\alpha - \psi) e^{-\frac{\omega t}{\text{tg}\psi}}] \right] \Big|_0^{\gamma} \right\}^{1/2} \quad (2.34)$$

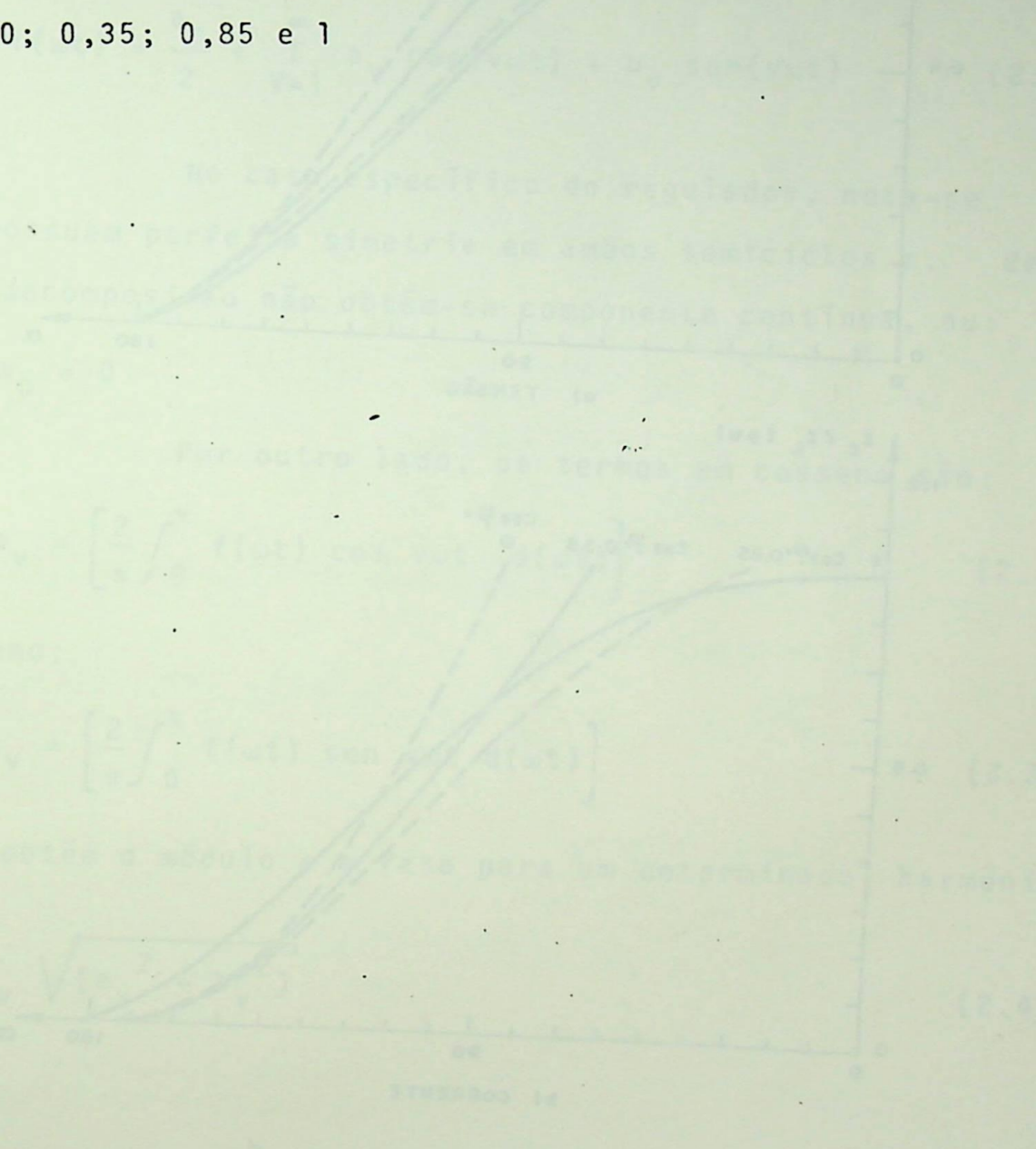
$$e \quad I_L = \frac{U_L}{\sqrt{[R_c^2 + (\omega L_c)^2]}} \quad (2.35)$$

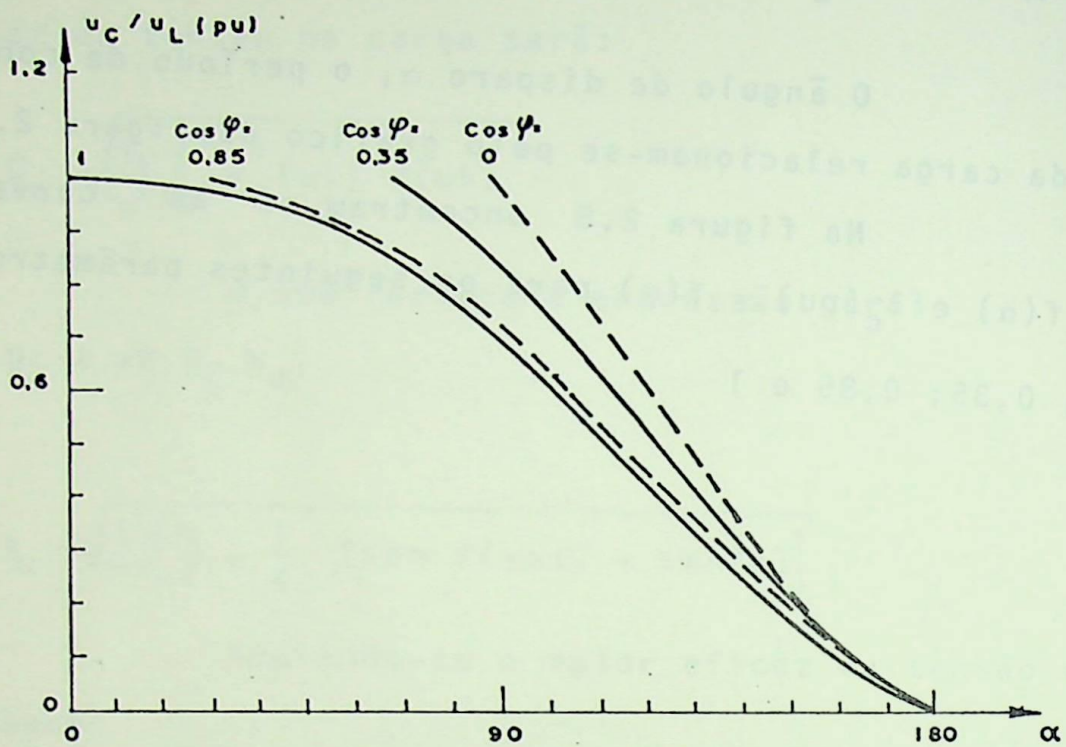
Assim em valores "por unidade", tem-se:

$$I_c(\text{pu}) = \frac{I_c}{I_L} = \sqrt{2}K_i \quad (2.36)$$

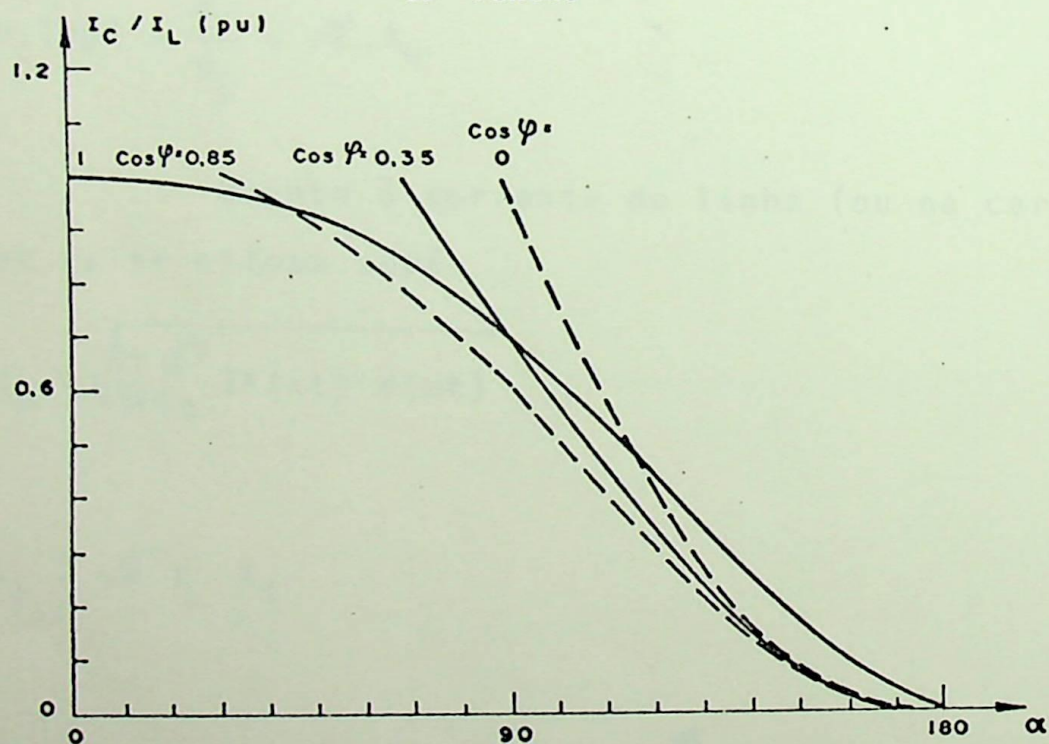
O ângulo de disparo α , o período de condução γ e o $\cos\psi$ da carga relacionam-se pelo gráfico da figura 2.4.

Na figura 2.8 encontram-se as curvas $U_c(\text{pu}) = f(\alpha)$ e $I_c(\text{pu}) = f(\alpha)$ para os seguintes parâmetros:
 $\cos\psi = 0; 0,35; 0,85$ e 1





a) TENSÃO



b) CORRENTE

Figura 2.8 Valores eficazes de tensão e corrente.
 $U_c(\text{pu}) = f(\alpha)$; $I_c(\text{pu}) = f(\alpha)$

2.4 REGULADOR MONOFÁSICO - ANÁLISE HARMÔNICA

2.4.1 Harmônicos de Tensão e Corrente na Carga

Através da análise de Fourier é possível a de composição das formas de onda de tensão e corrente em uma série trigonométrica com frequências múltiplas da fundamental, como a mostrada a seguir:

$$f(\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{v=1}^{\infty} a_v \cos(v\omega t) + b_v \sin(v\omega t) \quad (2.37)$$

No caso específico do regulador, nota-se que as ondas possuem perfeita simetria em ambos semiciclos e, desta forma, na decomposição não obtêm-se componente contínua, ou:

$$a_0 = 0$$

Por outro lado, os termos em cosseno são:

$$a_v = \left[\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\omega t) \cos v\omega t \, d(\omega t) \right] \quad (2.38)$$

e, os em seno:

$$b_v = \left[\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\omega t) \sin v\omega t \, d(\omega t) \right] \quad (2.39)$$

de onde se obtêm o módulo e a fase para um determinado harmônico

v:

$$C_v = \sqrt{[a_v^2 + b_v^2]} \quad (2.40)$$

e

$$\theta_v = - \operatorname{arctg} \left(\frac{b_v}{a_v} \right) \quad (2.41)$$

resultando na série harmônica de Fourier:

$$f(\omega t) = C_1 \operatorname{sen}(\omega t + \theta_1) + C_2 \operatorname{sen}(2\omega t + \theta_2) + \dots + C_v \operatorname{sen}(v\omega t + \theta_v) + \dots \quad (2.42)$$

Assim, para formas de onda do tipo

$$f_1(\omega t) = \operatorname{sen}(\omega t + \epsilon) \quad (2.43)$$

tem-se, de acordo com [32]:

. Termos em cosseno

$$\text{Para } v = 1: a_1 = \operatorname{cose} \epsilon \frac{\operatorname{sen}^2 \omega t}{2} + \operatorname{sene} \epsilon \left(\frac{\omega t}{2} + \operatorname{sen} \frac{2\omega t}{2} \right) \quad (2.44)$$

$$\text{Para } v \neq 1: a_v = \frac{\operatorname{cos}[(v-1)\omega t - \epsilon]}{2(v-1)} - \frac{\operatorname{cos}[(v+1)\omega t + \epsilon]}{2(v+1)} \quad (2.45)$$

. Termos em seno

$$\text{Para } v = 1: b_1 = \operatorname{cose} \epsilon \left(\frac{\omega t}{2} - \frac{\operatorname{sen} 2\omega t}{4} \right) + \operatorname{sene} \epsilon \frac{\operatorname{sen}^2 \omega t}{2} \quad (2.46)$$

$$\text{Para } v \neq 1: b_v = \frac{\operatorname{sen}[(v-1)\omega t - \epsilon]}{2(v-1)} - \frac{\operatorname{sen}[(v+1)\omega t + \epsilon]}{2(v+1)} \quad (2.47)$$

Por outro lado, para funções do tipo:

$$f_2(\omega t) = e^{-\frac{1}{\operatorname{tg} \psi} \omega t} \cdot k \quad (2.48)$$

a decomposição é possível se aplicada entre limites definidos [32]; assim, tem

. Termos em cosseno

$$a_v = e^{-\frac{1}{\operatorname{tg} \psi} \omega t} \cdot k \cdot \operatorname{sen} \psi \left[\frac{\operatorname{cos} \psi \operatorname{cos}(v\omega t) - v \operatorname{sen} \psi \operatorname{sen}(v\omega t)}{v \operatorname{sen}^2 \psi + \operatorname{cos}^2 \psi} \right] \quad (2.49)$$

. Termos em seno

$$b_v = e^{-\frac{1}{\operatorname{tg} \psi} \omega t} \cdot k \cdot \operatorname{sen} \psi \left[\frac{\operatorname{cos} \psi \operatorname{sen}(v\omega t) + v \operatorname{sen} \psi \operatorname{cos}(v\omega t)}{v \operatorname{sen}^2 \psi + \operatorname{cos}^2 \psi} \right] \quad (2.50)$$

Aplicando-se as expressões aos limites fornecidos na tabela 2.1, obtêm-se as figuras 2.9 a 2.12, onde podem ser obtidos os valores "por unidade" das correntes e tensões para a fundamental, terceiro, quinto e sétimo harmônico, respectivamente. As bases são os valores eficazes de ambas as grandezas para

$\alpha = \psi$ (onda completa), ou seja U_L e I_L ; o $\cos\psi$ da carga é mantido como parâmetro. A análise demonstra que apenas existirão os harmônicos de ordem ímpar.

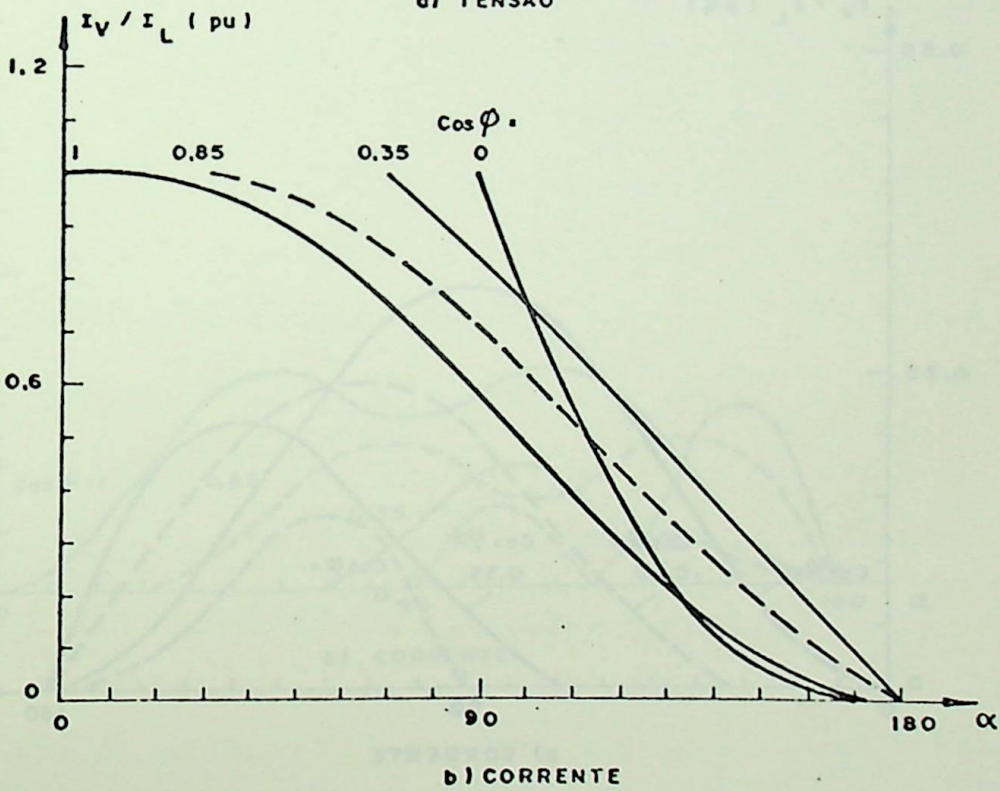
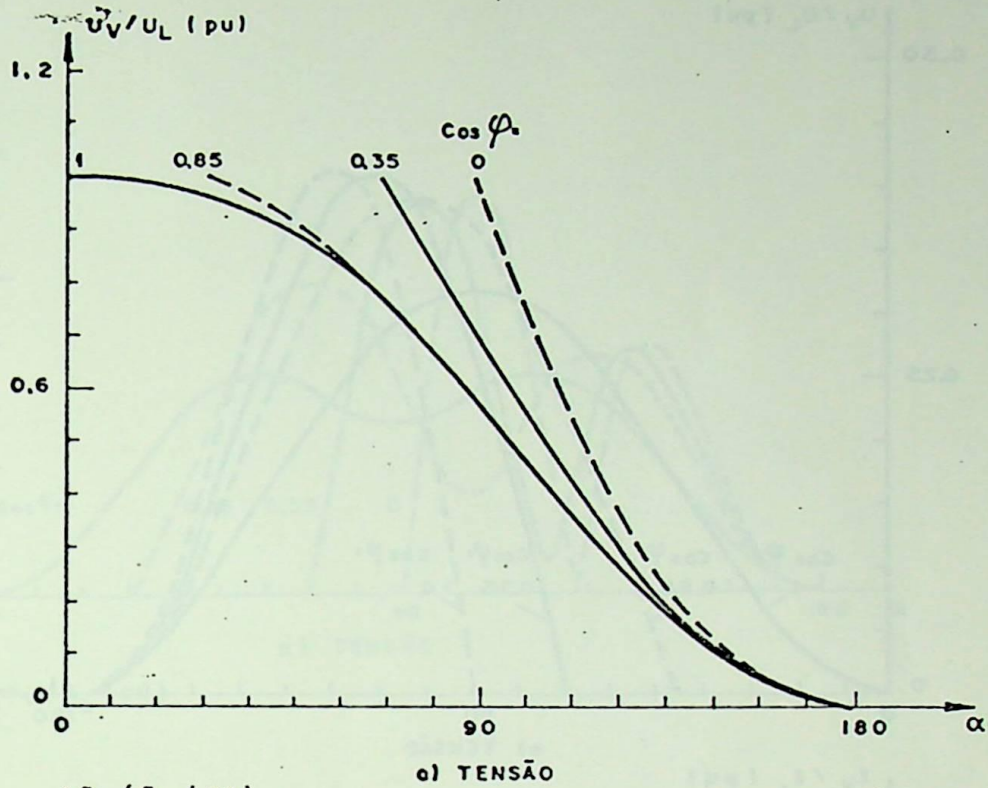


Figura 2.9 Tensões e correntes harmônicas fundamental; $\cos\psi$ como parâmetro

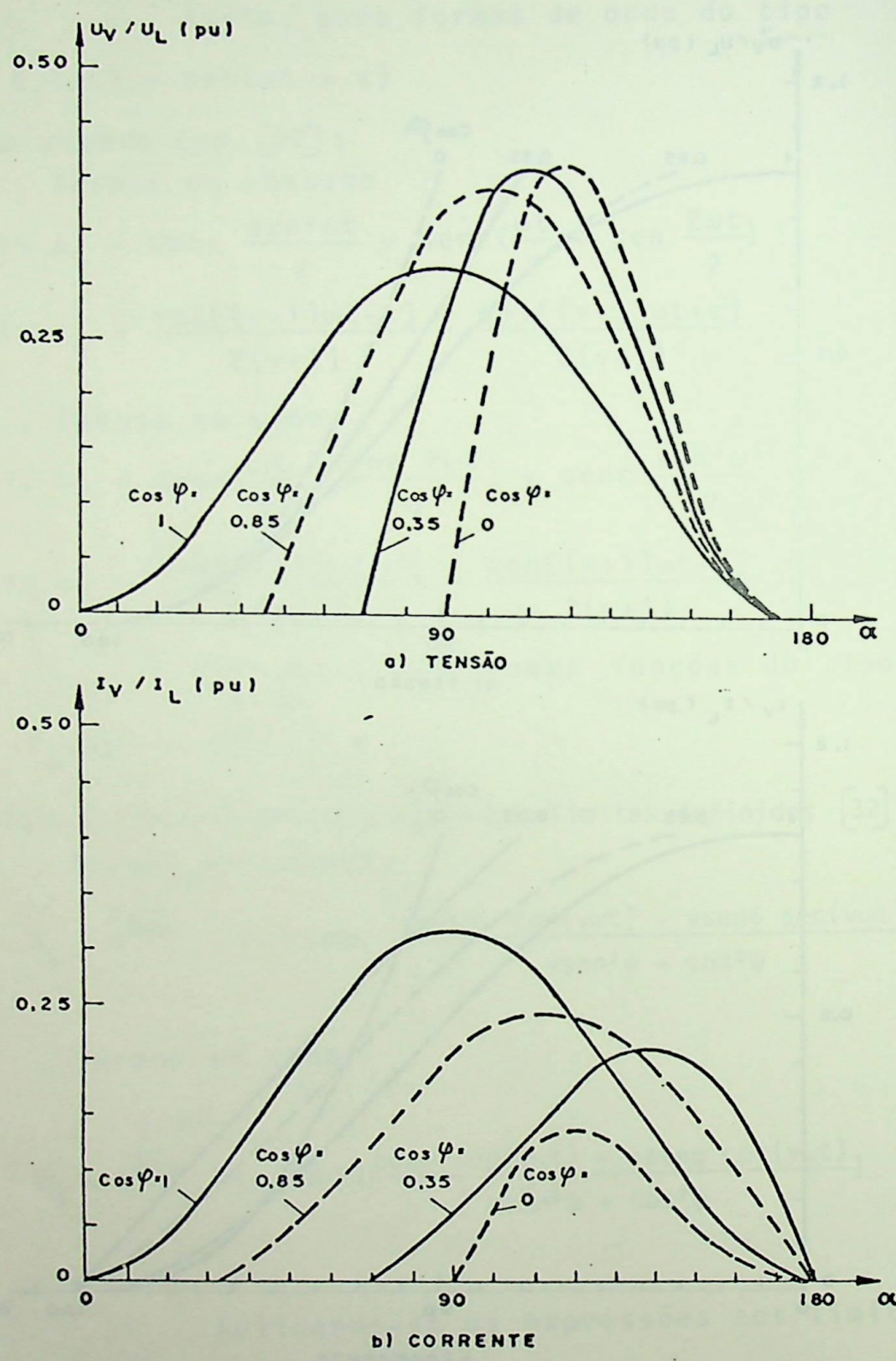


Figura 2.10 Tensões e correntes harmônicas - Terceir harmônico; $\cos \psi$ como parâmetro

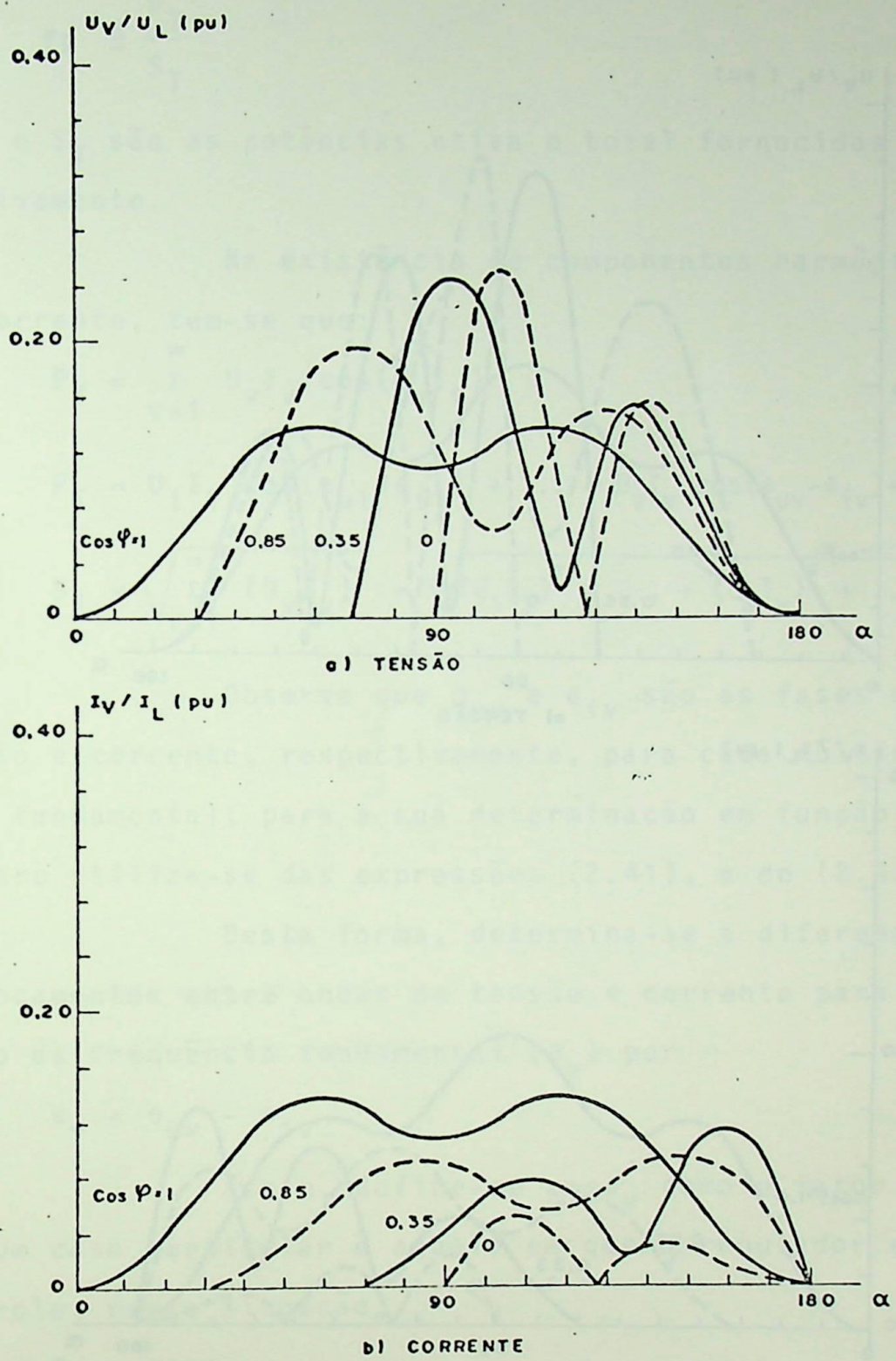


Figura 2.11 Tensões e correntes harmônicas - Quinto harmônico; $\cos \psi$ como parâmetro.

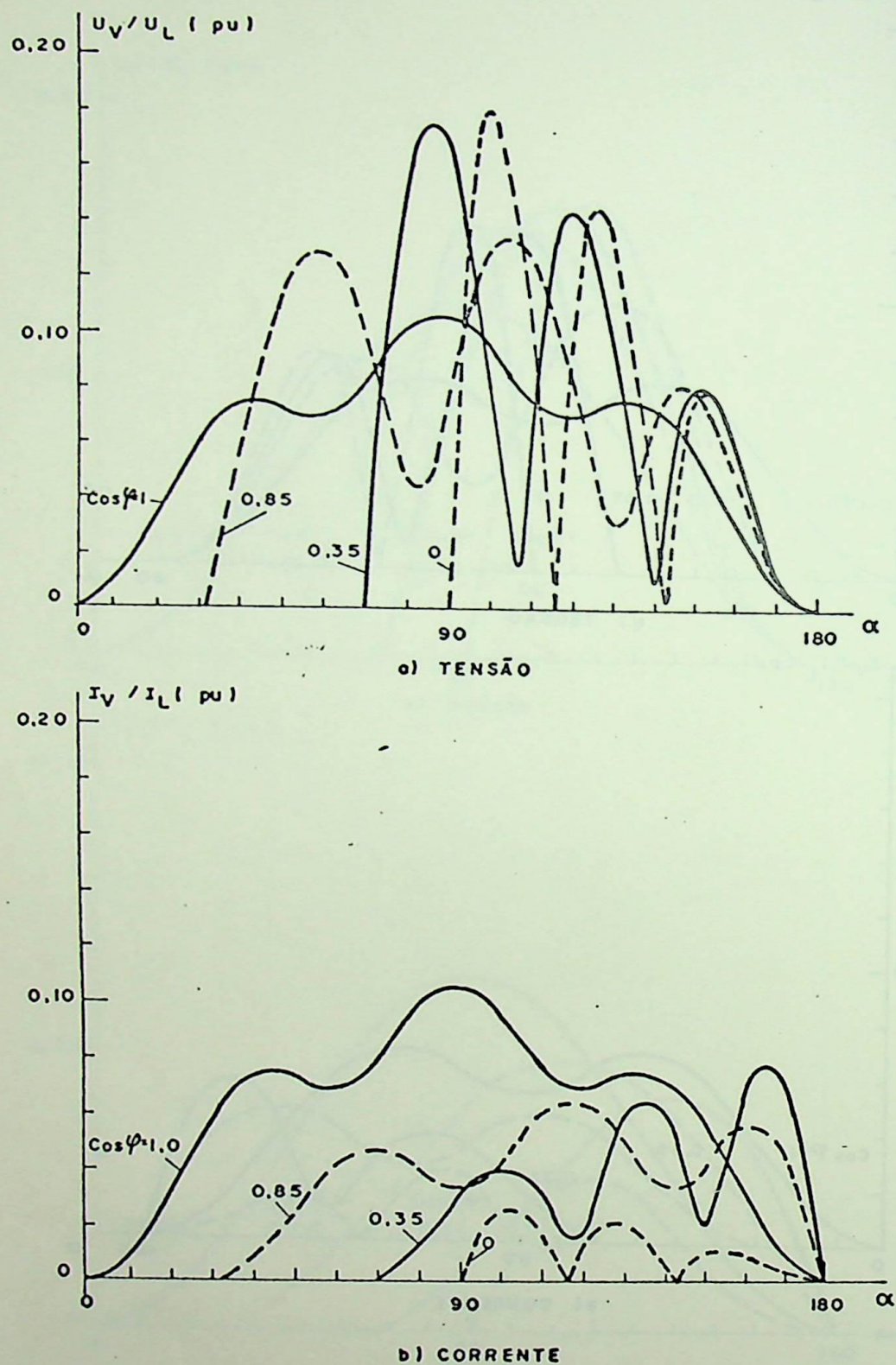


Figura 2.12 Tensões e correntes harmônicas - Sétimo harmônico; $\cos \psi$ como parâmetro

2.4.2 POTÊNCIA E FATOR DE POTÊNCIA

Define-se por fator de potência a relação

$$fp \triangleq \frac{P_T}{S_T}$$

onde P_T e S_T são as potências ativa e total fornecidas à carga, respectivamente.

Na existência de componentes harmônicos de tensão e corrente, tem-se que:

$$P_T = \sum_{v=1}^{\infty} U_v I_v \cos(\widehat{U}_v \widehat{I}_v) \quad (2.52)$$

ou

$$P_T = U_1 I_1 \cos(\theta_{u1} - \theta_{i1}) + \dots + U_v I_v \cos(\theta_{uv} - \theta_{iv}) + \dots \quad (2.53)$$

e

$$S_T = \sqrt{\sum_{v=1}^{\infty} (U_v I_v)^2} = \sqrt{(U_1 I_1)^2 + \dots + (U_v I_v)^2 + \dots} \quad (2.54)$$

Observe que θ_{uv} e θ_{iv} são as fases das ondas de tensão e corrente, respectivamente, para cada múltiplo da frequência fundamental; para a sua determinação em função do ângulo de disparo utiliza-se das expressões (2.41), e de (2.43) a (2.50).

Desta forma, determina-se a diferença de fases ou deslocamentos entre ondas de tensão e corrente para um dado múltiplo da frequência fundamental (θ_v) por

$$\theta_v = \theta_{uv} - \theta_{iv} \quad (2.55)$$

Assim, define-se $\cos\theta_v$ como o fator de deslocamento. Um caso particular é aquele em que o regulador está à plena controle; nesta situação,

$$fp = \cos\theta_1 \quad (2.56)$$

onde: $\cos\theta_1$ é o fator de deslocamento das ondas com frequência igual a fundamental.

Por outro lado, tal fator de deslocamento ($\cos\theta_1$) varia pouco com o ângulo de disparo, conforme o $\cos\psi$ da carga. A figura 2.13 obtida pelo emprego das expressões (2.41) e (2.43) a (2.50), confirma tal fato. Desta forma, para todos os efeitos práticos:

$$\cos\theta_1 = \cos\psi \quad (2.57)$$

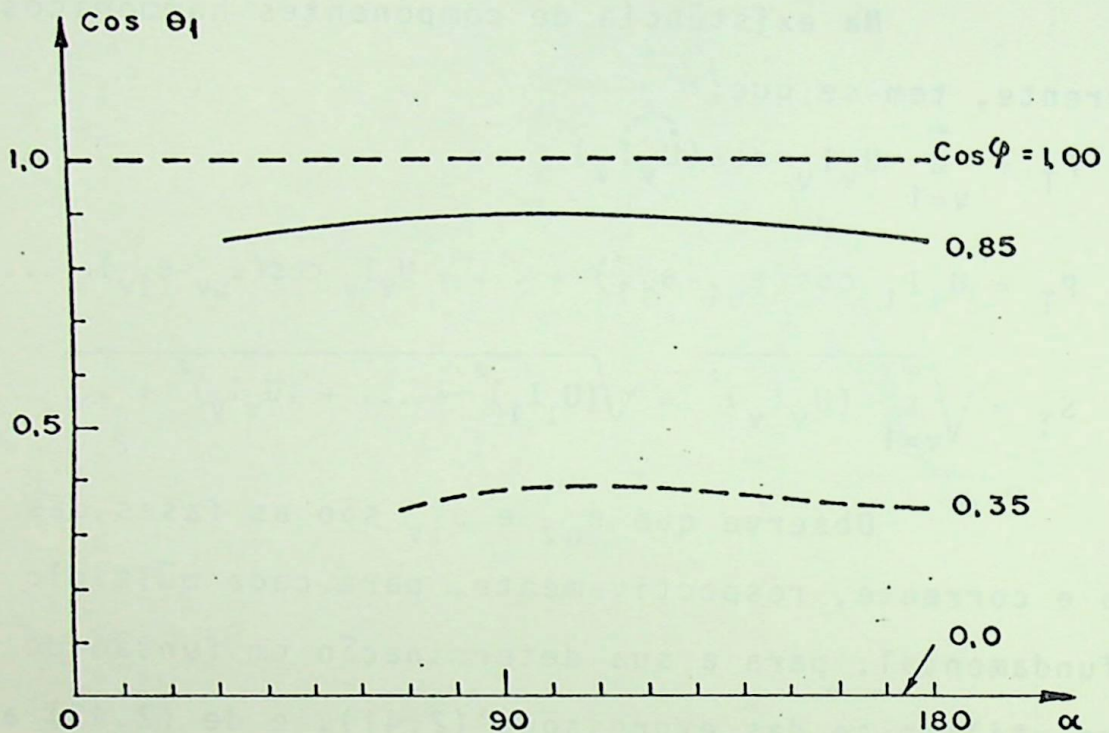


Figura 2.13 Variação do fator de deslocamento em função do ângulo de disparo $\cos\psi$ da carga como parâmetro

Naturalmente, a alimentação do conversor receberá a influência de tais correntes; se suas tensões estiverem isentas de distorções harmônicas, verifica-se que a potência ativa entregue ao conjunto conversor-carga é:

$$P = U_1 I_1 \cos\psi \quad (2.58)$$

Como a corrente total é

$$I_T = \sqrt{\sum I_V^2} \quad (2.59)$$

A potência aparente será:

$$S_T = U_1 \cdot I_T \quad (2.60)$$

Sendo assim,

$$\cos\phi_L = \frac{U_1 I_1 \cos\psi}{U_1 \sqrt{\Sigma I_V^2}} = \frac{I_1}{\sqrt{\Sigma I_V^2}} \cos\psi \quad (2.61)$$

O primeiro fator do segundo membro denomina-se "fator de distorção de corrente fd ", ou

$$fd = \frac{I_1}{\sqrt{\Sigma I_V^2}} \quad (2.62)$$

Assim:

$$\cos\phi_L = fd \cdot \cos\psi \quad (2.63)$$

Onde $\cos\phi_L$ seria o fator de potência da ali mentação. A figura 2.14 mostra a variação de $\cos\phi_L$ em função do ângulo de disparo, estando $\cos\psi$ da carga como parâmetro. A obtenção destas curvas foi possível, considerando os valores, obtidos pa ra os harmônicos de corrente do item 2.4.1 e as expressões (2.62) e (2.63).

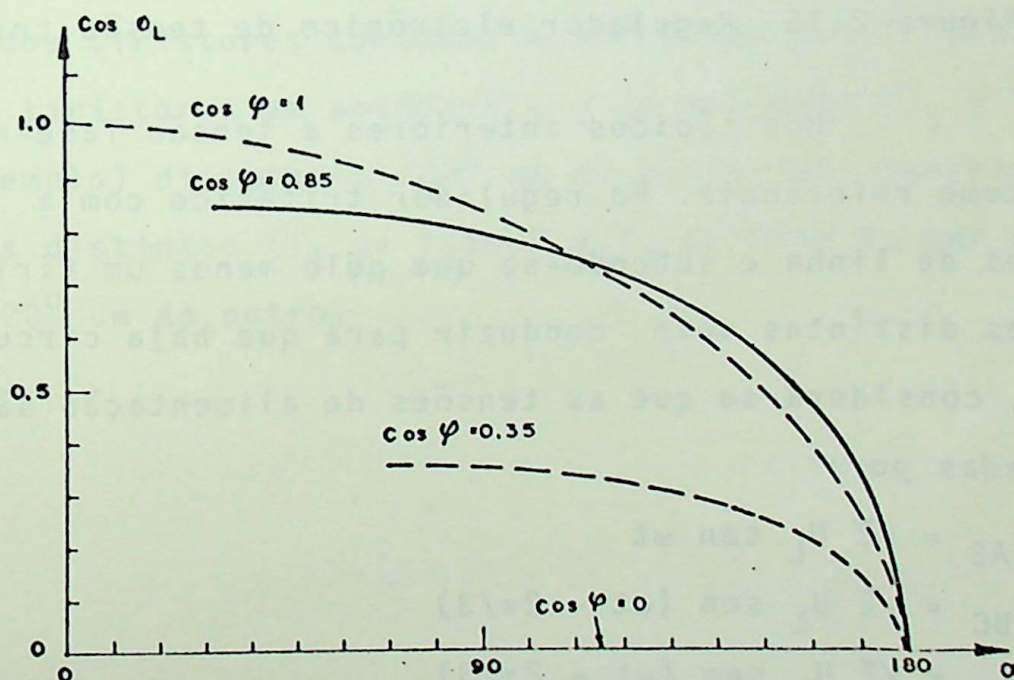


Figura 2.14 $\cos\phi_L = f(\alpha)$; $\cos\psi$ da carga como parâmetro.

2.5 O REGULADOR TRIFÁSICO - ANÁLISE OPERATIVA

O regulador trifásico a ser estudado neste trabalho é o representado na figura 2.2, repetida a seguir por conveniência. A identificação dos tiristores corresponde à sua ordem na sequência de disparos. A carga é equilibrada.

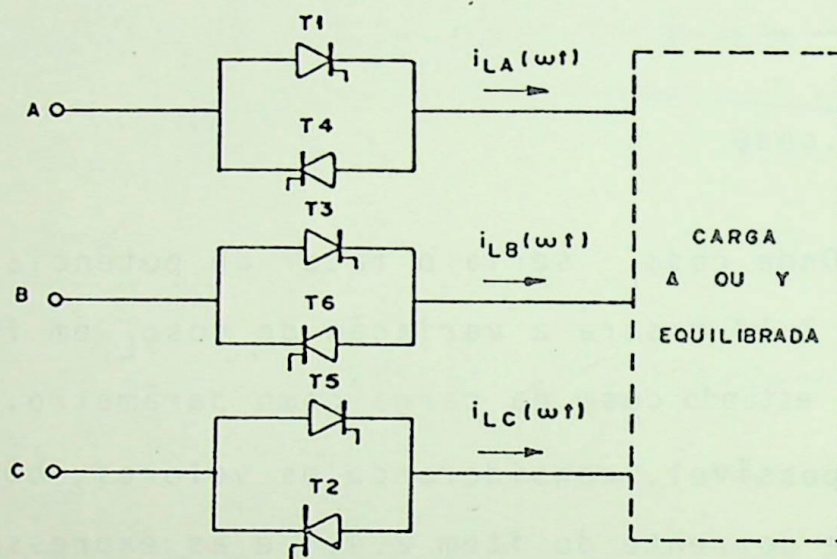


Figura 2.15 Regulador eletrônico de tensão trifásico.

Nos tópicos anteriores a tensão fase-neutro foi adotada como referência. No regulador trifásico com a existência de tensões de linha e sabendo-se que pelo menos um tiristor de duas fases distintas deve conduzir para que haja circulação de corrente, considera-se que as tensões de alimentação são senoidais e dadas por:

$$u_{AB} = \sqrt{2} U_L \text{ sen } \omega t \quad (2.64)$$

$$u_{BC} = \sqrt{2} U_L \text{ sen } (\omega t - 2\pi/3) \quad (2.65)$$

$$u_{CA} = \sqrt{2} U_L \text{ sen } (\omega t + 2\pi/3) \quad (2.66)$$

onde:

U_L é o valor eficaz da tensão entre fases do alimentador.

Para que haja uma sequência de disparos de finida , é necessário que o ângulo de disparo seja contado a partir de uma referência. Uma forma comum é a contagem a partir do cruza mento das tensões de linha, como específica a figura 2.16.

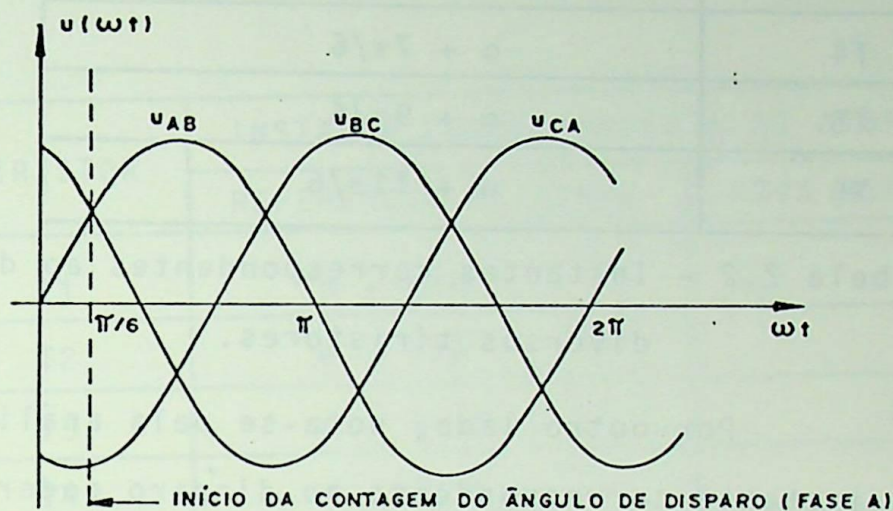


Figura 2.16 - Contagem do ângulo de disparo

O regulador trifásico opera com a sequência de disparos dos tiristores conforme mostrado na tabela 2.2. Observe-se que os tiristores em antiparalelo de uma fase (T_1 e T_4 da fase A, por exemplo) disparam a 180° um do outro; os correspondentes de duas fases distintas (T_1 da fase A e T_3 da fase B, por exemplo) disparam a 120° um do outro.

TIRISTOR	INSTANTE CORRESPONDENTE AO DISPARO (em radianos)
T1	$\alpha + \pi/6$
T2	$\alpha + \pi/2$
T3	$\alpha + 5\pi/6$
T4	$\alpha + 7\pi/6$
T5	$\alpha + 9\pi/6$
T6	$\alpha + 11\pi/6$

Tabela 2.2 - Instantes correspondentes ao disparo dos diversos tiristores.

Por outro lado, nota-se pela análise da tabela 2.2 que o instante correspondente ao disparo poderá exceder 2π radianos para algum tiristor; sendo assim, a exemplo do regulador monofásico, torna-se conveniente a adoção de uma nova referência coincidente com o zero de corrente de fase, facilitando o tratamento matemático aplicável ao conversor. A nova referência a ser utilizada será o instante correspondente a $\alpha + \pi/6$ radianos; em notação matemática, tem-se:

$$(\omega t)_{\text{original}} = (\omega t)_{\text{novo}} + \alpha + \pi/6 \quad (2.67)$$

Desta forma, a tensão $u_{AB}(\omega t)$, por exemplo, passa a ser:

$$u_{AB}(\omega t)_{\text{original}} = \sqrt{2} U_L \text{sen}((\omega t)_{\text{original}}) \quad (2.68)$$

assim:

$$u_{AB}((\omega t)_{\text{novo}}) = \sqrt{2} U_L \text{sen}((\omega t)_{\text{novo}} + \alpha + \pi/6) \quad (2.69)$$

Para facilitar o entendimento, adotando $\alpha = \pi/3$ e $(\omega t)_{\text{novo}} = 0$, tem-se:

$$u_{AB}((\omega t)_{\text{original}}) = u_{AB}(\pi/2) = \sqrt{2} U_L$$

e

$$u_{AB}((\omega t)_{\text{novo}}) = u_{AB}(0) = \sqrt{2} \text{sen}(0 + \pi/3 + \pi/6) = \sqrt{2} U_L$$

Observe-se que os resultados, empregando-se (2.68) e (2.69), são iguais; portanto, a adoção da nova referência não altera os valores instantâneos das tensões e correntes.

Os instantes correspondentes aos disparos dos tiristores na nova referência são aqueles mostrados na

2.3

TIRISTOR	INSTANTE CORRESPONDENTE AO DISPARO (em rd)	
	REFERÊNCIA ORIGINAL	NOVA REFERÊNCIA
T1	$\alpha + \pi/6$	0
T2	$\alpha + \pi/2$	$\pi/3$
T3	$\alpha + 5\pi/6$	$2\pi/3$
T4	$\alpha + 7\pi/6$	π
T5	$\alpha + 9\pi/6$	$4\pi/3$
T6	$\alpha + 11\pi/6$	$5\pi/3$

Tabela 2.3 - Instantes correspondentes ao disparo dos diversos tiristores.

Equivalência entre referência original e a nova referência.

A figura 2.17 representa a seqüência de disparos na nova referência.

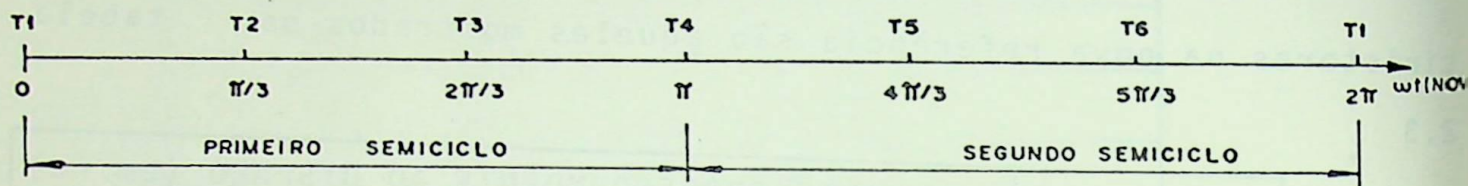


Figura 2.17 Sequência de disparos - nova referência

A partir deste ponto subentende-se como ωt aos instantes da nova referência

Neste tipo de conversor, conforme a figura 2.15 cinco estados operacionais são possíveis, ou seja:

- (1) Todas as fases da carga conectadas à fonte de tensão; isto equivale a $i_{LA}(\omega t) \neq 0$, $i_{LB}(\omega t) \neq 0$ e $i_{LC}(\omega t) \neq 0$
- (2) Fase A da carga desconectada da fonte de tensão; isto equivale a $i_{LA}(\omega t) = 0$
- (3) Fase B da carga desconectada da fonte de tensão; isto equivale a $i_{LB}(\omega t) = 0$
- (4) Fase C da carga desconectada da fonte de tensão; isto equivale a $i_{LC}(\omega t) = 0$
- (5) Todas as três fases da carga desconectadas da fonte de tensão, isto equivale a $i_{LA}(\omega t) = i_{LB}(\omega t) = i_{LC}(\omega t) = 0$

No caso de cargas em estrela com neutro conectado com o da fonte, existe um sexto estado; ele seria o de uma fase conectada a carga e o neutro servindo de retorno.

Este trabalho se fixa apenas nas cargas com neutro isolado e, portanto, serão considerados os cinco estados já citados.

Através da análise desenvolvida no anexo I é possível identificar cinco modos distintos de operação para o regulador trifásico; a tabela 2.4 relaciona os modos de operação identificados, a quantidade de tiristores em condução simultânea e estados operacionais citados anteriormente.

MODOS DE OPERAÇÃO	QUANTIDADE DE TIRISTORES EM CONDUÇÃO SIMULTÂNEA	SEQUÊNCIA DE ESTADOS A PARTIR DE $\omega t = 0$ *
I	3	(1)
II	ora2, ora3	(1)-(4)-(1)- (3)-(1)-(2)
III	2	(4)-(5)-(3)
IV	ora2, ora nenhum	(5)-(2)-(5)
V	nenhum	(5)

* Os estados foram listados para o primeiro semiciclo; para o segundo a sequência se repete

Tabela 2.4 Modos de operação para o regulador trifásico

Diversos autores, como Shepherd [22], Dewan [8], Lipo [15] e Mc Murray [16], observam que a ausência de expressão analíticas, as quais traduzam o comportamento do regulador trifásico frente a cargas que possuam indutâncias, dificulta sobremaneira a sua análise operativa em estado permanente; para a obtenção dos valores eficazes e harmônicos de tensão e corrente são sugeridos métodos numéricos ou medições. Entretanto neste trabalho procurou-se preencher tal lacuna com a metodologia

gia exposta a seguir, aplicável para qualquer tipo de carga.

Como analisado para o regulador monofásico, as formas de onda de tensão e corrente dependem fortemente da natureza da carga; por isso, seu estudo desenvolveu-se baseado na adoção de uma nova referência e no denominado período de condução dos tiristores γ . A figura 2.4 fornece as curvas $\gamma = f(\alpha)$ com o $\cos\psi$ como parâmetro. No item anterior, igualmente, adotou-se uma nova referência para os valores instantâneos de tensões e correntes presentes no regulador trifásico; desta forma, a obtenção do período de condução dos seus tiristores γ_T é necessária para que se estabeleça uma análise semelhante à do monofásico.

Novamente é importante frisar-se que a carga é equilibrada, os tiristores possuem as mesmas características e as tensões da fonte alimentadora são perfeitamente senoidais; em outras palavras, isto significa que todos os seis tiristores conduzirão pelo mesmo tempo, ou seja, com o mesmo γ_T .

Em face dos modos de operação do regulador trifásico mostrados na tabela 2.4, pode-se concluir que o período de condução dos seus tiristores em cada semiciclo γ_T nem sempre coincide com o do regulador monofásico γ ; no entanto, é possível relacioná-los com a ajuda da tabela 2.5 e figura 2.18.

A figura 2.18 é a mesma que a figura 2.4 b, acrescida da curva relativa ao período de condução limite para que haja intermitência de corrente γ_{int} em função do ângulo de disparo. Os valores de γ_{int} e tabela 2.5 foram obtidos através de simulação computacional, utilizando-se dos procedimentos descritos no Anexo I.

MODO DE OPERAÇÃO	γ - PERÍODO DE CONDUÇÃO EM $^\circ$ DO REGULADOR MONOFÁSICO	γ_T - PERÍODOS DE CONDUÇÃO EM $^\circ$ DO REGULADOR TRIFÁSICO
I	180°	180°
II	$120^\circ < \gamma < 180^\circ$	γ
III	$\gamma_{int} < \gamma \leq 120^\circ$ *	120°
IV	$30^\circ < \gamma \leq \gamma_{int}$ *	$2 \cdot \gamma'$ **
V	$\gamma \leq 30^\circ$	0°

* γ_{int} é o período de condução limite para que haja intermitência de corrente (figura 2.18)

** γ' é o período de condução para $\alpha' = \alpha + 30^\circ$ (figura 2.18)

Tabela 2.5 Equivalência entre os períodos de condução dos reguladores mono e trifásicos.

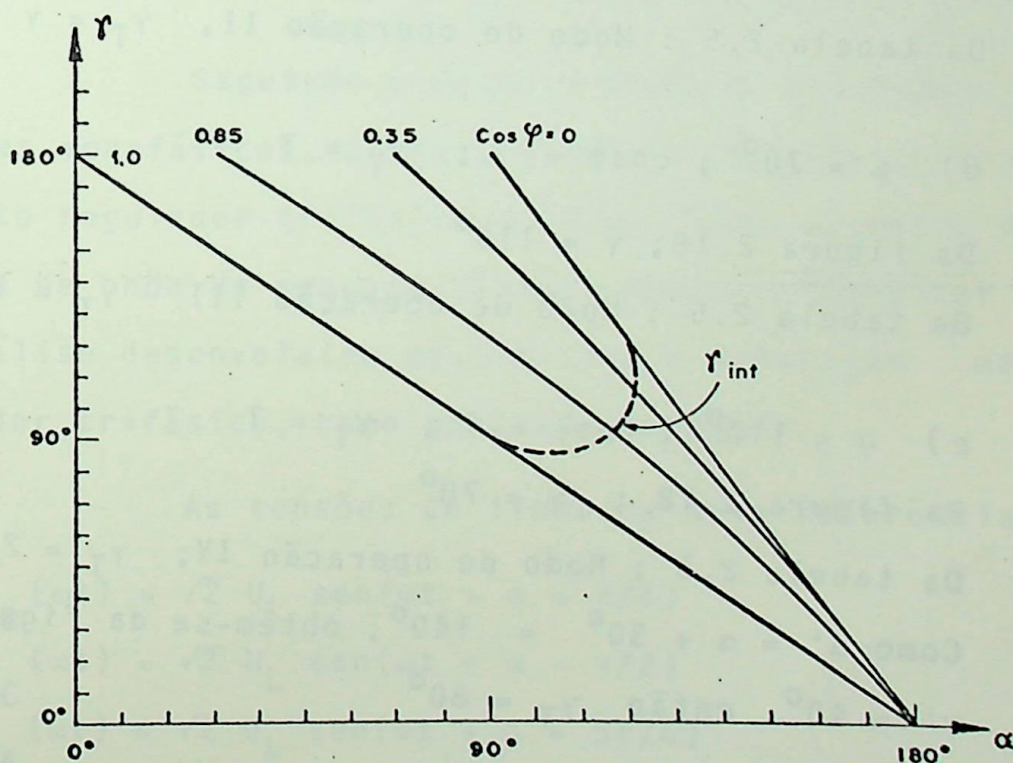


Figura 2.18 Curvas $\gamma = f(\alpha)$ com $\cos \psi$ como parâmetro. Indicação do período de condução limite para que haja intermitência de corrente (tracejado)

Com a utilização conjunta da figura 2.18 e tabela 2.5 é possível determinar γ_T , como nos exemplos a seguir:

a) $\alpha = 60^\circ$; $\cos\psi = 0,85$; $\gamma_T = ?$

Da figura 2.18 : $\gamma = 150^\circ$

Da tabela 2.5 : Modo de operação II, $\gamma_T = \gamma = 150^\circ$

b) $\alpha = 130^\circ$; $\cos\psi = 0,85$; $\gamma_T = ?$

Da figura 2.18 : $\gamma \cong 65^\circ$

Da tabela 2.6. Modo de operação IV, $\gamma_T = 2\gamma'$

Como $\alpha' = \alpha + 30^\circ = 160^\circ$, obtêm-se da figura 2.18 $\gamma' \cong 35^\circ$, então $\gamma_T \cong 70^\circ$

c) $\alpha = 30^\circ$; $\cos\psi = 1$; $\gamma_T = ?$

Da figura 2.18, $\gamma = 150^\circ$

Da tabela 2.5 : Modo de operação II, $\gamma_T = \gamma = 150^\circ$

d) $\alpha = 70^\circ$; $\cos\psi = 1$; $\gamma_T = ?$

Da figura 2.18; $\gamma = 110^\circ$

Da tabela 2.5 ; Modo de operação III - $\gamma_T = 120^\circ$

e) $\alpha = 110^\circ$; $\cos\psi = 1$; $\gamma_T = ?$

Da figura 2.18 ; $\gamma = 70^\circ$

Da tabela 2.5 ; Modo de operação IV; $\gamma_T = 2 \cdot \gamma'$

Como $\alpha' = \alpha + 30^\circ = 140^\circ$, obtêm-se da figura 2.18 :

$\gamma' = 40^\circ$ então $\gamma_T = 80^\circ$

Com este procedimento as curvas $\gamma_T = f(\alpha)$ são facilmente levantadas com o $\cos\psi$ parâmetro, ou seja, para qualquer carga; a figura 2.19 particulariza para $\cos\psi = 0; 0,35; 0,85$ e 1

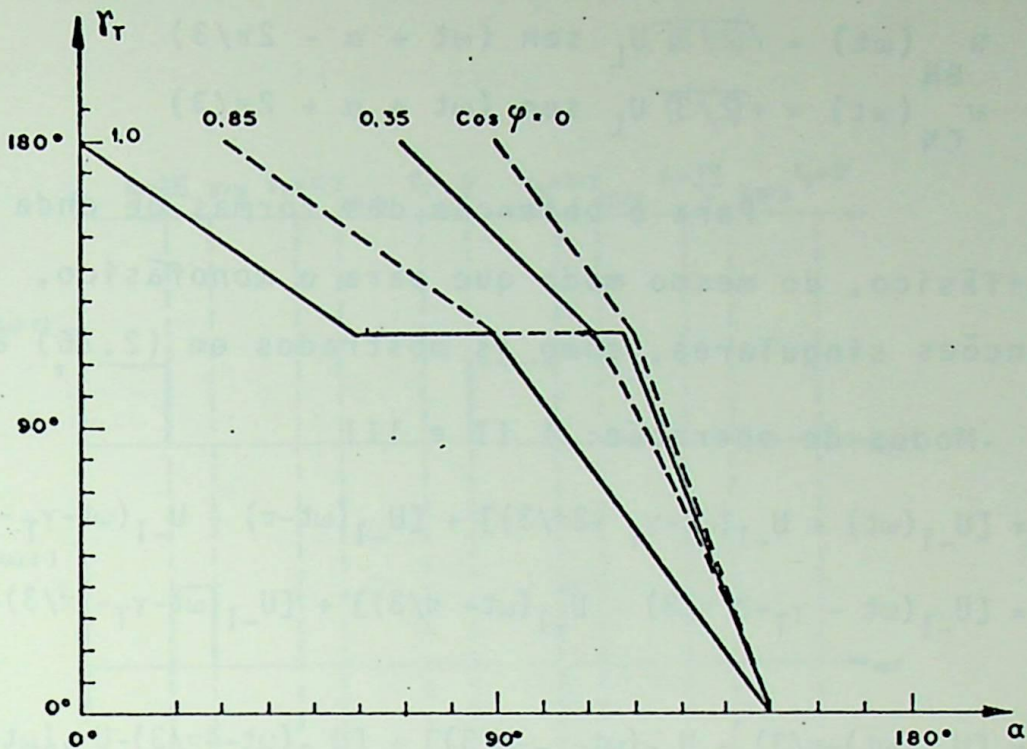


Figura 2.19 Curvas $\gamma_T = f(\alpha)$; $\cos \psi$ como parâmetro

2.6 O REGULADOR TRIFÁSICO - FORMAS DE ONDA

Seguindo a mesma filosofia empregada para os reguladores monofásicos, estrutura-se um tratamento padronizado do conjunto regulador trifásico - carga; para obtenção de qualquer forma de onda de maneira rápida, deve-se consultar a tabela 2.6. A análise desenvolvida possibilita a modelagem matemática do regulador trifásico, como mostrado a seguir.

As tensões de linha na nova referência são:

$$u_{AB}(\omega t) = \sqrt{2} U_L \text{sen}(\omega t + \alpha + \pi/6) \quad (2.70)$$

$$u_{BC}(\omega t) = \sqrt{2} U_L \text{sen}(\omega t + \alpha - \pi/2) \quad (2.71)$$

$$u_{CA}(\omega t) = \sqrt{2} U_L \text{sen}(\omega t + \alpha + 5\pi/6) \quad (2.72)$$

então, na existência de tensões entre fase-neutro, tem-se:

$$u_{AN}(\omega t) = \sqrt{(2/3)} U_L \text{sen}(\omega t + \alpha) \quad (2.73)$$

$$u_{BN}(\omega t) = \sqrt{2/3} U_L \text{ sen } (\omega t + \alpha - 2\pi/3) \quad (2.74)$$

$$u_{CN}(\omega t) = \sqrt{2/3} U_L \text{ sen } (\omega t + \alpha + 2\pi/3) \quad (2.75)$$

Para a obtenção das formas de onda do regulador trifásico, do mesmo modo que para o monofásico, utiliza-se das funções singulares, como as mostrados em (2.76) a (2.81).

.Modos de operação: I II e III

$$G_1(\omega t) = [U_{-1}(\omega t) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)] + [U_{-1}(\omega t - \pi) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T - \pi/3)] \quad (2.76)$$

$$G_2(\omega t) = [U_{-1}(\omega t - \gamma_T + 2\pi/3) - U_{-1}(\omega t - \pi/3)] + [U_{-1}(\omega t - \gamma_T - \pi/3) - U_{-1}(\omega t - 4\pi/3)] \quad (2.77)$$

$$G_3(\omega t) = [U_{-1}(\omega t - \pi/3) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T - \pi/3)] + [U_{-1}(\omega t - 4\pi/3) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T - 2\pi/3)] \quad (2.78)$$

$$G_4(\omega t) = [U_{-1}(\omega t - \gamma_T - \pi/3) - U_{-1}(\omega t - 2\pi/3)] + [U_{-1}(\omega t - \gamma_T - 2\pi/3) - U_{-1}(\omega t - 5\pi/3)] \quad (2.79)$$

$$G_5(\omega t) = [U_{-1}(\omega t - 2\pi/3) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T)] + [U_{-1}(\omega t - 5\pi/3) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T - \pi)] \quad (2.80)$$

$$G_6(\omega t) = [U_{-1}(\omega t - \gamma_T) - U_{-1}(\omega t - \pi)] + [U_{-1}(\omega t - \gamma_T - \pi) - U_{-1}(\omega t - 2\pi)] \quad (2.81)$$

Estas funções são representadas graficamente na figura 2.20

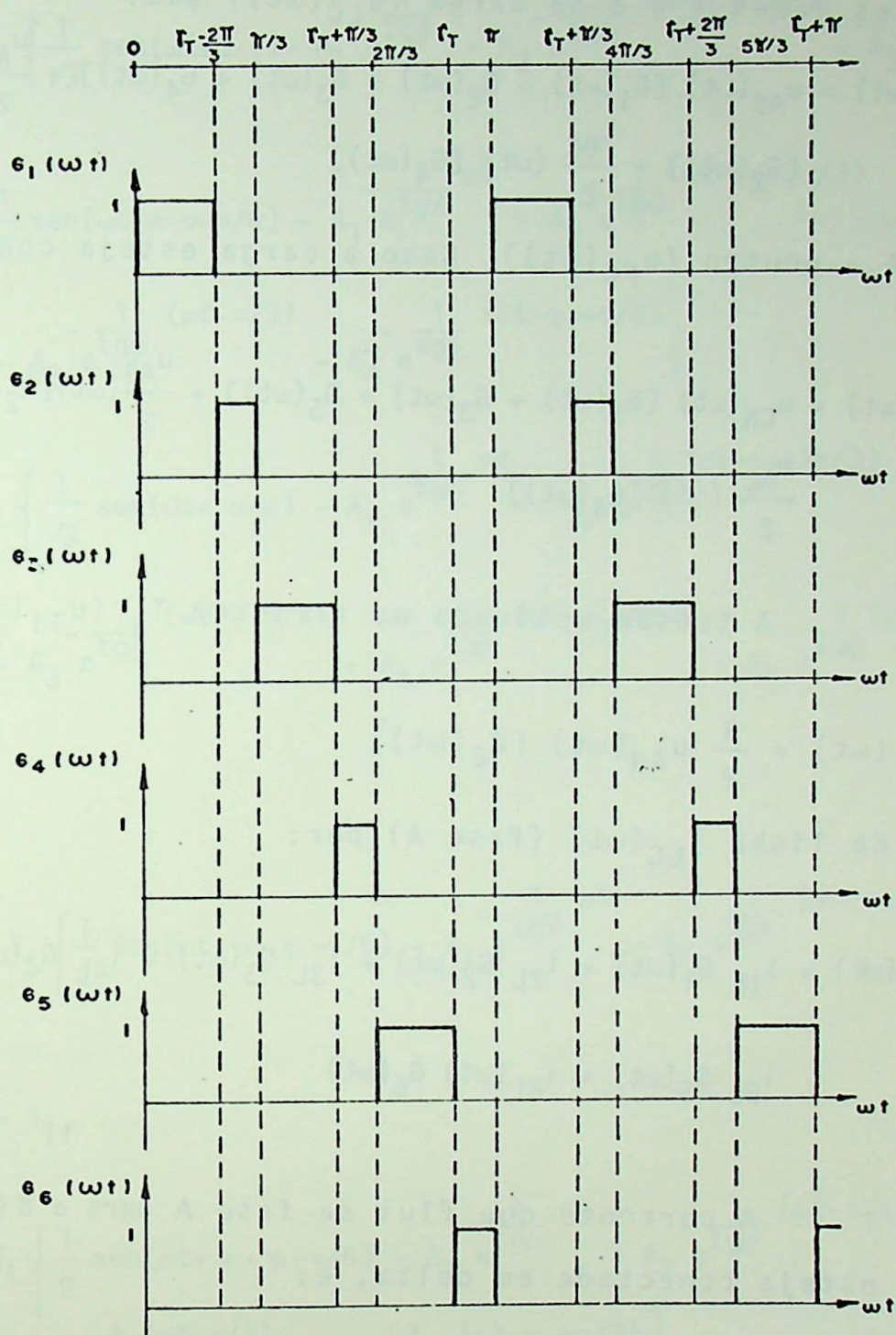


Figura 2.20 "Gates" aplicados a onda de saída do regulador (modos de operação I, II e III)

Os valores instantâneos da tensão de linha a aplicada entre as fases A e B da carga ($u_{LC}(\omega t)$) são:

$$u_{LC}(\omega t) = u_{AB}(\omega t) [G_1(\omega t) + G_2(\omega t) + G_3(\omega t) + G_4(\omega t)] + \frac{u_{AC}(\omega t)}{2} [G_2(\omega t)] + \frac{u_{BC}(\omega t)}{2} (\omega t) [G_4(\omega t)] \quad (2.82)$$

e entre fase A - neutro ($u_{FC}(\omega t)$). Caso a carga esteja conectada em estrela:

$$u_{FC}(\omega t) = u_{CN}(\omega t) [G_1(\omega t) + G_3(\omega t) + G_5(\omega t)] + \frac{u_{AB}(\omega t)}{2} [G_2(\omega t)] + \frac{u_{AC}(\omega t)}{2} (\omega t) [G_4(\omega t)] \quad (2.83)$$

A tensão aplicada no tiristor T_1 ($u_{T1}(\omega t)$) é dada por:

$$u_{T1}(\omega t) = \frac{3}{2} u_{AN}(\omega t) [G_6(\omega t)] \quad (2.84)$$

e a corrente de linha $i_{LC}(\omega t)$ (fase A) por:

$$i_{LC}(\omega t) = i_{1L} G_1(\omega t) + i_{2L} G_2(\omega t) + i_{3L} G_3(\omega t) + i_{4L} G_4(\omega t) + i_{5L} G_5(\omega t) + i_{6L}(\omega t) G_6(\omega t) \quad (2.85)$$

A corrente que flui da fase A para a B ($i_{FC}(\omega t)$), caso a carga esteja conectada em delta, é:

$$i_{FC}(\omega t) = i_{1F} G_1(\omega t) + i_{2F} G_2(\omega t) + i_{3F} G_3(\omega t) + i_{4F} G_4(\omega t) + i_{5F} G_5(\omega t) + i_{6F} G_6(\omega t) \quad (2.86)$$

onde as expressões* das correntes relacionadas são:

a) Para cargas resistivas-indutivas

$$i_{1L} = \sqrt{2} I_L \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\omega t + \alpha - \psi) - A_1 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} \omega t} \right] \quad (2.87)$$

dedução de tais expressões.

$$i_{2L} = \sqrt{2} I_L \left\{ \frac{1}{2} \sin(\omega t + \alpha - \psi + \pi/6) - A_1 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} \omega t} - A_2 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} \right\} \quad (2.88)$$

$$i_{3L} = \sqrt{2} I_L \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\omega t + \alpha - \psi) - A_1 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} \omega t} - A_2 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} - A_3 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \pi/3)} \right\} \quad (2.89)$$

$$i_{4L} = \sqrt{2} \left\{ \frac{1}{2} \sin(\omega t + \alpha - \psi - \pi/6) - A_1 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} \omega t} - A_2 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} - A_3 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \pi/3)} - A_4 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + \pi/3)} \right\} \quad (2.90)$$

$$i_{5L} = \sqrt{2} I_L \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\omega t + \alpha - \psi) - A_1 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} \omega t} - A_2 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} - A_3 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \pi/3)} - A_4 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + \pi/3)} - A_5 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - 2\pi/3)} \right\} \quad (2.91)$$

$$i_{6L} = 0 \quad (2.92)$$

$$i_{1F} = \frac{2\sqrt{2}}{3} I_L \left\{ \frac{1}{2} \sin(\omega t + \alpha - \psi + \pi/6) - A_1 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} \omega t} - A_2 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} \right\} \quad (2.93)$$

$$i_{2F} = i_{3F} = i_{1F} \quad (2.94)$$

$$i_{4F} = \frac{\sqrt{2}}{3} I_L \left\{ \frac{1}{2} \sin(\omega t + \alpha - \psi - \pi/6) - A_1 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} \omega t} - A_2 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} - A_3 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \pi/3)} - A_4 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + \pi/3)} \right\} \quad (2.95)$$

$$i_{5F} = \frac{\sqrt{2}}{3} I_L \left\{ \sin(\omega t + \alpha - \psi + \pi/6) - A_1 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} \omega t} - A_2 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} - A_3 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \pi/3)} - A_4 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + \pi/3)} - A_6 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi} (\omega t - 2\pi/3)} \right\} \quad (2.96)$$

$$i_{6F} = \frac{\sqrt{2}}{3} I_L \left\{ \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/2) + A_1 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - 2\pi/3)} + A_2 e^{\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T)} \right\} \quad (2.97)$$

b) Cargas resistivas ($\cos\psi = 1$)

As expressões são as mesmas, entretanto

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = 0 \quad (2.98)$$

c) Cargas indutivas ($\cos\psi = 0$)

As expressões são as mesmas, no entanto considerar:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{e^{\text{tg}\psi}} \omega t &= -\frac{1}{e^{\text{tg}\psi}} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3) = -\frac{1}{e^{\text{tg}\psi}} (\omega t - \pi/3) = -\frac{1}{e^{\text{tg}\psi}} (\omega t - \gamma_T + \pi/3) = \\ &= -\frac{1}{e^{\text{tg}\psi}} (\omega t - 2\pi/3) = -\frac{1}{e^{\text{tg}\psi}} (\omega t - \gamma_T) = 1 \end{aligned} \quad (2.99)$$

Onde as constantes são dadas por:

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{sen}(\alpha - \psi) \quad (2.100)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \text{sen}(\gamma_T + \alpha - \psi - \pi/2) - \frac{1}{\sqrt{3}} \text{sen}(\gamma_T + \alpha - \psi - 2\pi/3) \quad (2.101)$$

$$A_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{sen}(\alpha - \psi + \pi/3) - \frac{1}{2} \text{sen}(\alpha - \psi + \pi/2) \quad (2.102)$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \text{sen}(\gamma_T + \alpha - \psi - \pi/2) - \frac{1}{\sqrt{3}} \text{sen}(\gamma_T + \alpha - \psi - \pi/3) \quad (2.103)$$

$$A_5 = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{sen}(\alpha - \psi + 2\pi/3) - \frac{1}{2} \text{sen}(\alpha - \psi + \pi/2) \quad (2.104)$$

$$A_6 = \text{sen}(\alpha - \psi + 5\pi/6) - \frac{1}{2} \text{sen}(\alpha - \psi + \pi/2) \quad (2.105)$$

Define-se I_L como o valor eficaz de corrente em condições nominais da carga e com o regulador a pleno controle (as formas de onda são perfeitamente senoidais); desta forma, pa

ra o seu cálculo é conveniente uma independência da conexão da carga ou:

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3} U_L \cos\psi} \quad (2.106)$$

Onde:

P - potência exigida pela carga em condições nominais (KW)

$\cos\psi$ - Fator de potência da carga em condições nominais e o regulador a pleno controle.

U_L - Valor eficaz da tensão de linha nominal da carga e com o regulador a pleno controle em (KV).

. Modo de operação IV

As funções singulares neste caso são:

$$G_1(\omega t) = [U_{-1}(\omega t) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2)] + [U_{-1}(\omega t - \pi) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2 - \pi)] \quad (2.107)$$

$$G_2(\omega t) = [U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2) - U_{-1}(\omega t - \pi/3)] + [U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2 - \pi) - U_{-1}(\omega t - 4\pi/3)] \quad (2.108)$$

$$G_3(\omega t) = [U_{-1}(\omega t - \pi/3) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2 - \pi/3)] + [U_{-1}(\omega t - 4\pi/3) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2 - 4\pi/3)] \quad (2.109)$$

$$G_4(\omega t) = [U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2 - \pi/3) - U_{-1}(\omega t - 2\pi/3)] + [U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2 - 4\pi/3) - U_{-1}(\omega t - 5\pi/3)] \quad (2.110)$$

$$G_5(\omega t) = [U_{-1}(\omega t - 2\pi/3) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2 - 2\pi/3)] + [U_{-1}(\omega t - 5\pi/3) - U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2 - 5\pi/3)] \quad (2.111)$$

$$G_6(\omega t) = [U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2 - 2\pi/3) - U_{-1}(\omega t - \pi)] + [U_{-1}(\omega t - \gamma_T/2 - 5\pi/3) - U_{-1}(\omega t - 2\pi)] \quad (2.112)$$

Estas funções são representadas graficamente na figura 2.21.

Os valores instantâneos da tensão de linha aplicada à carga são:

$$u_{LC}(\omega t) = u_{AB}(\omega t)[G_1(\omega t)] + \frac{u_{AC}}{2}(\omega t)[G_3(\omega t)] + \frac{u_{CB}}{2}(\omega t)[G_5(\omega t)] \quad (2.113)$$

e entre fase-neutro, caso a carga esteja conectada em estrela:

$$u_{fc}(\omega t) = \frac{u_{AB}}{2}(\omega t)[G_1(\omega t)] + \frac{u_{AC}}{2}(\omega t)[G_3(\omega t)] \quad (2.114)$$

A tensão aplicada ao tiristor T1 \bar{e} :

$$u_{T1}(\omega t) = u_{AC}(\omega t)[G_4(\omega t)] + \frac{3}{2} u_A(\omega t)[G_5(\omega t)] + u_{AB}(\omega t)[G_6(\omega t)] \quad (2.115)$$

A corrente de linha \bar{e} :

$$i_{LC}(\omega t) = i'_{1L}(\omega t)[G_1(\omega t)] + i'_{3L}(\omega t)[G_3(\omega t)] \quad (2.116)$$

A corrente que circula da fase A para a B, caso a carga esteja conectada em delta, \bar{e} :

$$i_c(\omega t) = i'_{1F}(\omega t)[G_1(\omega t)] + i'_{3F}(\omega t)[G_3(\omega t)] + i'_{5F}(\omega t)[G_5(\omega t)] \quad (2.117)$$

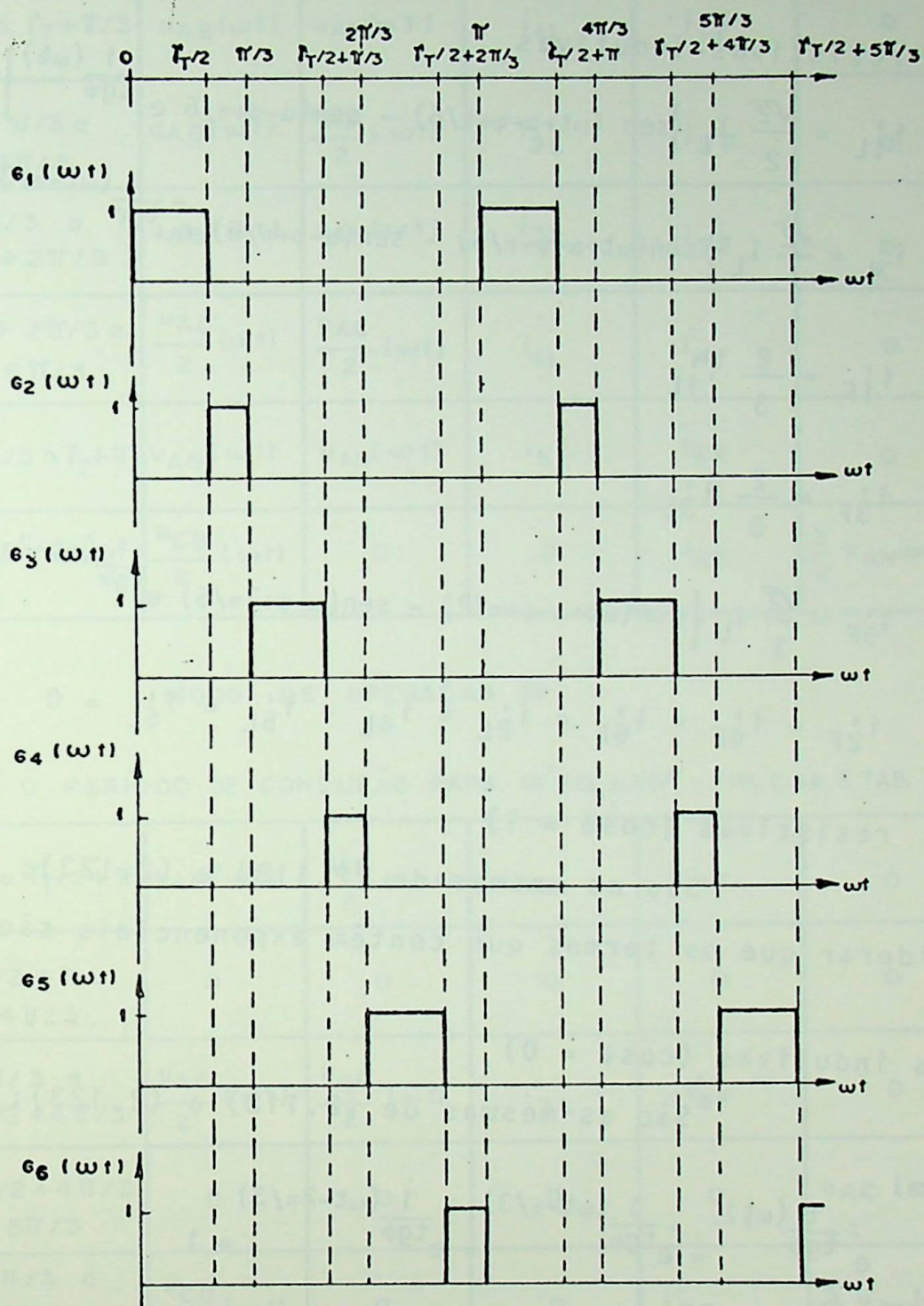


Figura 2.21 "Gates" aplicados à onda de saída do regulador (Modo de operação IV)

As expressões relativas às correntes são:

a) Cargas resistivas-indutivas

$$i'_{1L} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_L \left\{ \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/6) - \text{sen}(\alpha - \psi + \pi/6) e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t)} \right\} \quad (2.118)$$

$$i'_{3L} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_L \left\{ \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi - \pi/6) - \text{sen}(\alpha - \psi + \pi/6) e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - \pi/3)} \right\} \quad (2.119)$$

$$i'_{1F} = \frac{2}{3} i'_{1L} \quad (2.120)$$

$$i'_{3F} = \frac{2}{3} i'_{3L} \quad (2.121)$$

$$i'_{5F} = \frac{\sqrt{2}}{3} I_L \left\{ \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/2) - \text{sen}(\alpha - \psi + 7\pi/6) e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - 2\pi/3)} \right\} \quad (2.122)$$

$$i'_{2F} = i'_{4F} = i'_{6F} = i'_{2L} = i'_{4L} = i'_{5L} = i'_{6L} = 0 \quad (2.123)$$

b) Cargas resistivas ($\cos\psi = 1$)

São as mesmas de (2.118) a (2.123); no entanto, considerar que os termos que contêm exponenciais são nulos.

c) Cargas indutivas ($\cos\psi = 0$)

São as mesmas de (2.118) a (2.123); neste caso, porém:

$$e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t)} = e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - \pi/3)} = e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - 2\pi/3)} = 1 \quad (2.124)$$

Baseado nas expressões apresentadas montou-se a tabela 2.6, visando facilitar o traçado de qualquer forma de onda conforme o ângulo de disparo e $\cos\psi$ da carga.

MODOS DE OPERAÇÃO I, II E III

MODO DE OPERAÇÃO III : $\delta = 2\pi/3$ CONSULTAR FIG. 2.18 E TAB. 2.5

INTERVALO DE CONDUÇÃO		TENSÃO APLICADA À CARGA		CORRENTES		TENSÃO NO TIRISTOR T1
PRIMEIRO SEMICICLO	SEGUNDO SEMICICLO	LINHA	FASE (1)	LINHA	FASE (2)	
$0 \text{ a } \gamma_T - 2\pi/3$	$\pi \text{ a } \gamma_T + \pi/3$	$u_{AB}(\omega t)$	$u_{AN}(\omega t)$	i_{1L}	i_{1F}	0
$\gamma_T - 2\pi/3 \text{ a } \pi/3$	$\gamma_T + \pi/3 \text{ a } 4\pi/3$	$u_{AB}(\omega t)$	$\frac{u_{AB}}{2}(\omega t)$	i_{2L}	i_{2F}	0
$\pi/3 \text{ a } \gamma_T - \pi/3$	$4\pi/3 \text{ a } \gamma_T + 2\pi/3$	$u_{AB}(\omega t)$	$u_{AN}(\omega t)$	i_{3L}	i_{3F}	0
$\gamma_T - \pi/3 \text{ a } 2\pi/3$	$\gamma_T + 2\pi/3 \text{ a } 5\pi/3$	$\frac{u_{AC}}{2}(\omega t)$	$\frac{u_{AC}}{2}(\omega t)$	i_{4L}	i_{4F}	0
$2\pi/3 \text{ a } \gamma_T$	$5\pi/3 \text{ a } \gamma_T + \pi$	$u_{AB}(\omega t)$	$u_{AN}(\omega t)$	i_{5L}	i_{5F}	0
$\gamma_T \text{ a } \pi$	$\gamma_T + \pi \text{ a } 2\pi$	$\frac{u_{CB}}{2}(\omega t)$	0	0	i_{6F}	$\frac{3}{2} u_{AN}(\omega t)$

MODO DE OPERAÇÃO IV

$\delta_T = 2\delta'$. δ' É O PERÍODO DE CONDUÇÃO PARA $\alpha' = \alpha + 30^\circ$ - FIG. 2.18 E TAB. 2.5

$0 \text{ a } \gamma_T/2$	$\pi \text{ a } \gamma_T/2 + \pi$	$u_{AB}(\omega t)$	$\frac{u_{AB}}{2}(\omega t)$	i'_{1L}	i'_{1F}	0
$\gamma_T/2 \text{ a } \pi/3$	$\gamma_T/2 + \pi \text{ a } 4\pi/3$	0	0	0	0	0
$\pi/3 \text{ a } \gamma_T/2 + \pi/3$	$4\pi/3 \text{ a } \gamma_T/2 + 4\pi/3$	$\frac{u_{AC}}{2}(\omega t)$	$\frac{u_{AC}}{2}(\omega t)$	i'_{3L}	i'_{3F}	0
$\gamma_T/2 + \pi/3 \text{ a } 2\pi/3$	$\gamma_T/2 + 4\pi/3 \text{ a } 5\pi/3$	0	0	0	0	$u_{AC}(\omega t)$
$2\pi/3 \text{ a } \gamma_T/2 + 2\pi/3$	$5\pi/3 \text{ a } \gamma_T/2 + 5\pi/3$	$\frac{u_{CB}}{2}(\omega t)$	0	0	i'_{5F}	$\frac{3}{2} u_{AN}(\omega t)$
$\gamma_T/2 + 2\pi/3 \text{ a } \pi$	$\gamma_T/2 + 5\pi/3 \text{ a } 2\pi$	0	0	0	0	$u_{AB}(\omega t)$

(1) APENAS P/ CARGAS EM ESTRELA ; (2) APENAS P/ CARGAS EM DELTA

Tabela 2.6 Subdivisão das correntes e tensões do regulador trifásico em subintervalos de condução.

No ítem anterior mostrou-se, através de exemplo, a metodologia para obtenção do período de condução do regulador trifásico γ_T ; sendo a tabela 2.6 dependente desta grandeza, sua consulta só será eficiente se utilizadas a tabela 2.5 e figura 2.18.

O procedimento para o traçado de uma forma de onda qualquer será:

- conhecendo-se o valor do ângulo de disparo e fator de potência, verificar na figura 2.18, qual o período de condução γ correspondente;
- consultar a tabela 2.5 e identificar o modo de operação e o período de condução do regulador trifásico γ_T , conforme exemplificado no ítem anterior;
- utilizando-se destes valores, identificar na tabela 2.6 os segmentos, as tensões e as correntes correspondentes para o tipo de carga dado; a seguir aplicar as expressões entre (2.70) e (2.124)

As figuras (2.22)a(2.28) fornecem exemplos das formas de onda para as cargas delta e estrela com ângulos de disparo e $\cos\psi$ listados abaixo; o modo de operação e período de condução correspondente foram obtidos com a utilização conjunta da tabela 2.4 e figura 2.18.

α	$\cos\psi$	Modo de operação	Período de condução γ_T
110°	0	II	140°
105°	0,85	III	120°
130°	1	IV	40°

O traçado das curvas foi possível via computador devido ao programa FOR3F (vide anexo IV).

Pelo exposto, a análise desenvolvida possibilitou a modelagem matemática do regulador trifásico; como já citado para o regulador monofásico, as vantagens advindas são o tratamento padronizado para qualquer caso e a facilidade na obtenção das formas de onda, valores eficazes e conteúdos harmônicos de tensão e corrente. Os resultados encontrados estão em concordância com [8], [15], [16] e [22]; entretanto, nestas referências, eles foram levantados através de medições ou da análise de caso a caso.

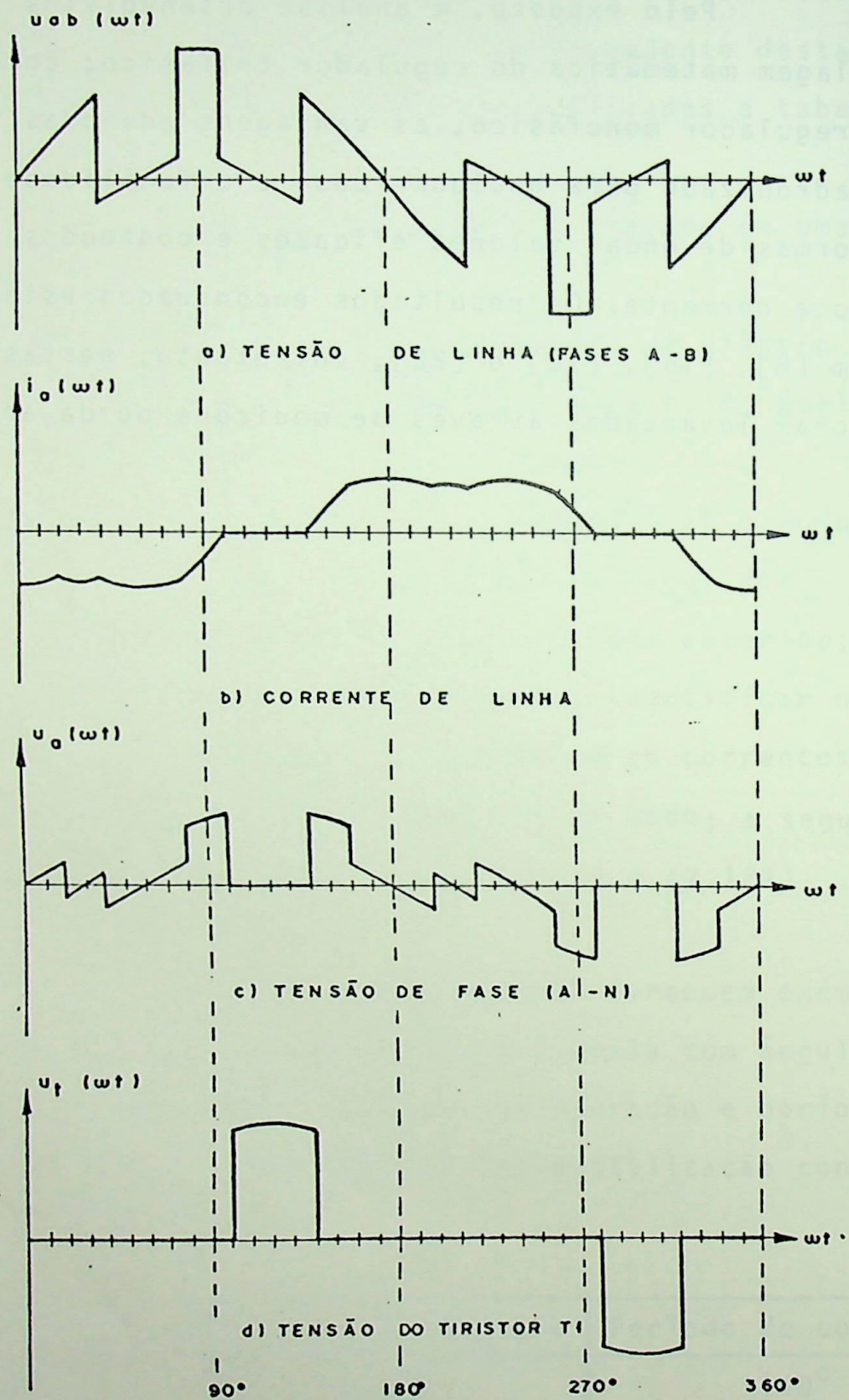


Figura 2.22 - Formas de onda - Carga estrela; $\alpha = 110^\circ$; $\cos\psi = 0$

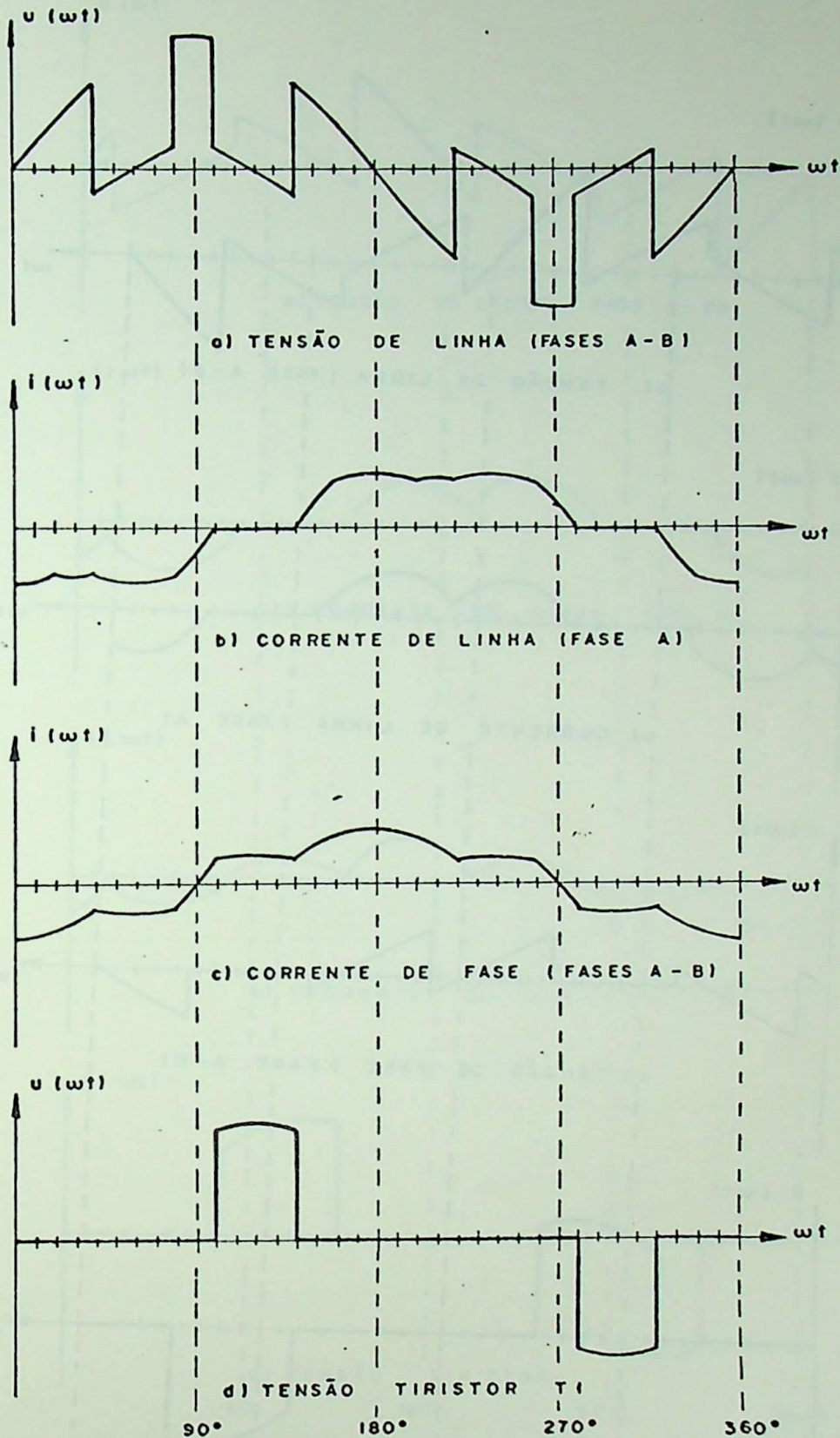


Figura 2.23 - Formas de onda - Carga delta, $\alpha=110^\circ$; $\cos\psi=0$

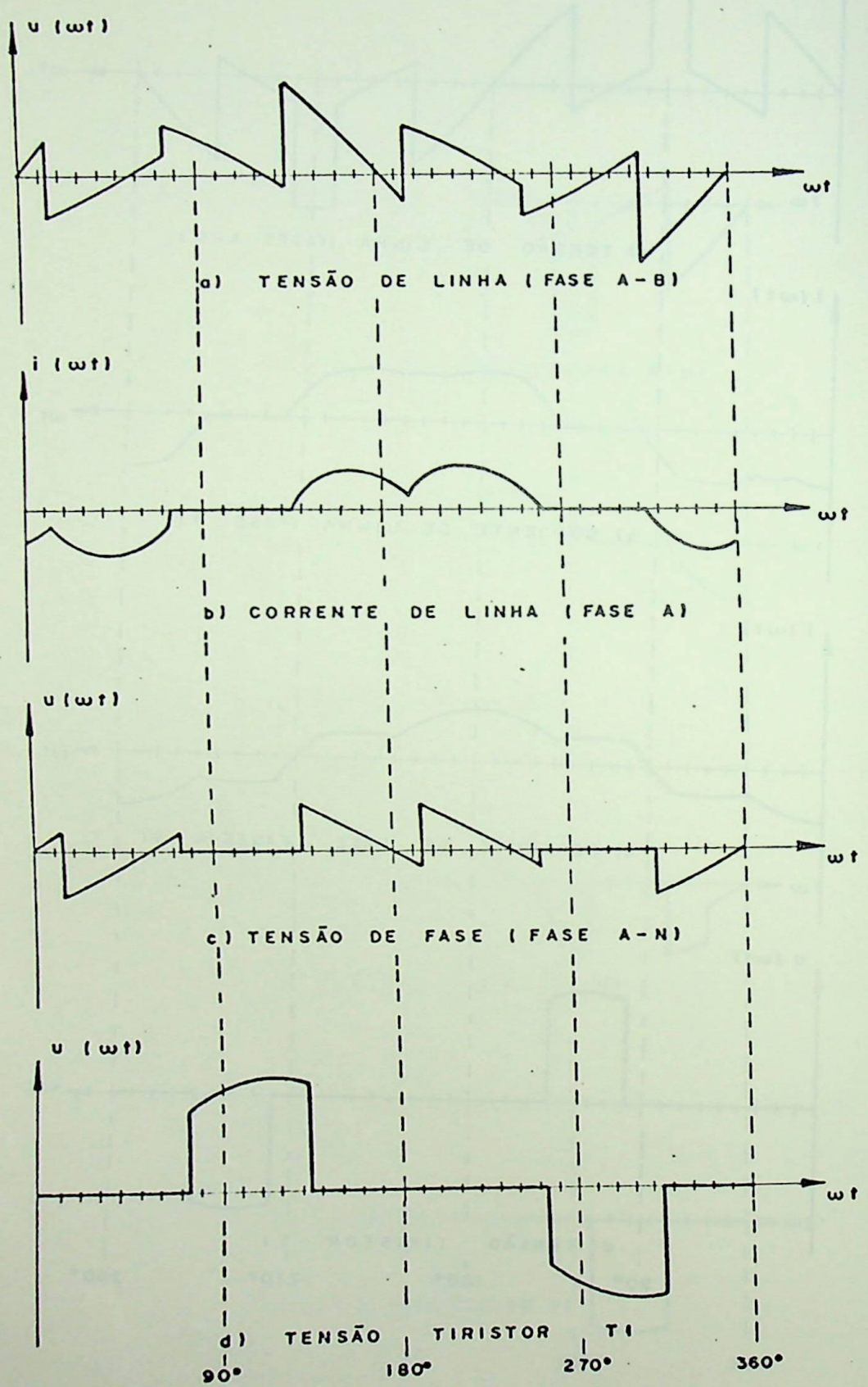


Figura 2.24 - Formas de onda - carga estrela $\alpha = 105^\circ$
 $\cos\psi = 0,85$

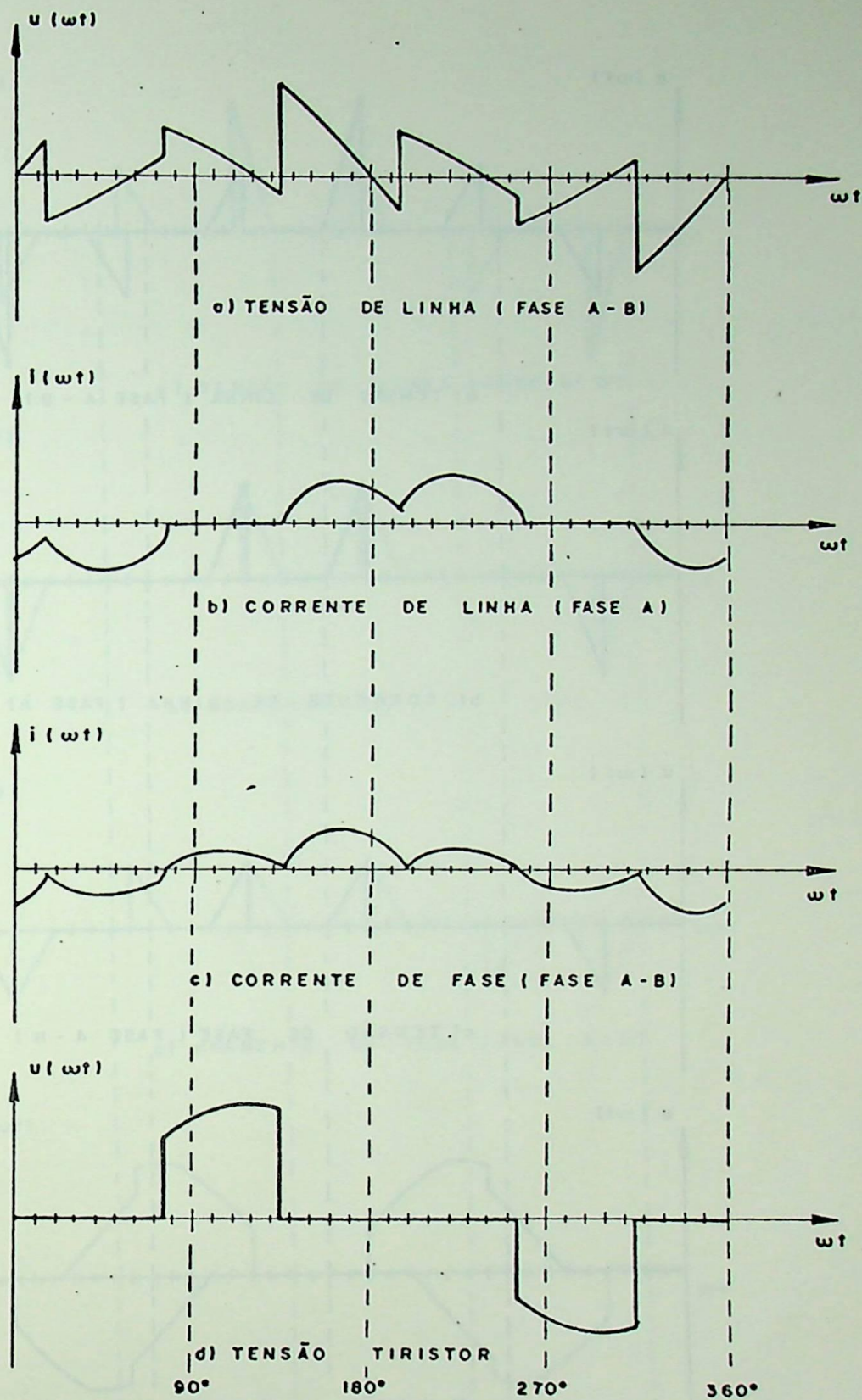


Figura 2.25 - Formas de onda - carga delta; $\alpha = 105^\circ$; $\cos\psi = 0,85$

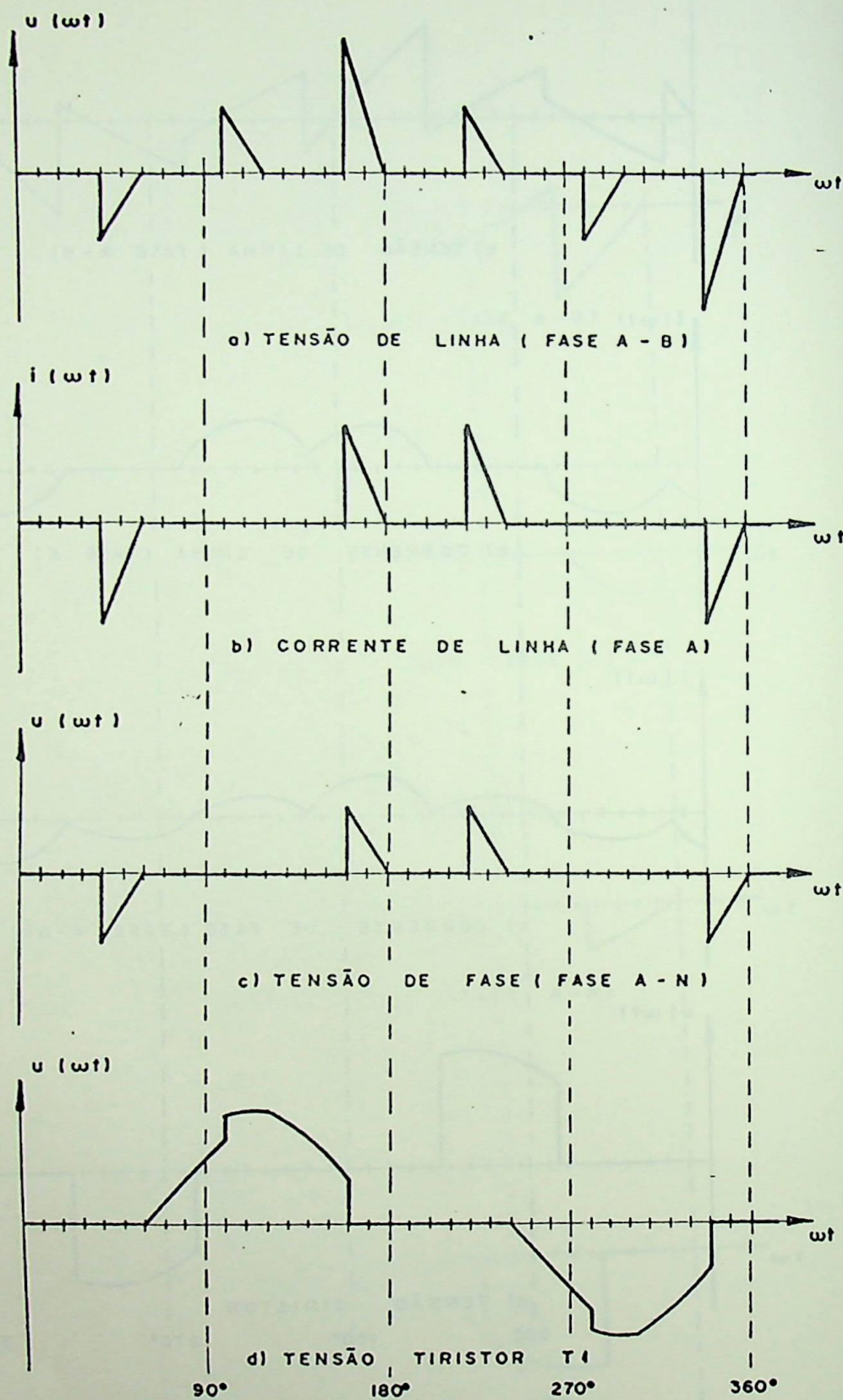


Figura 2.26 - Formas de onda - carga estrela; $\alpha = 130^\circ$, $\cos\psi = 1$

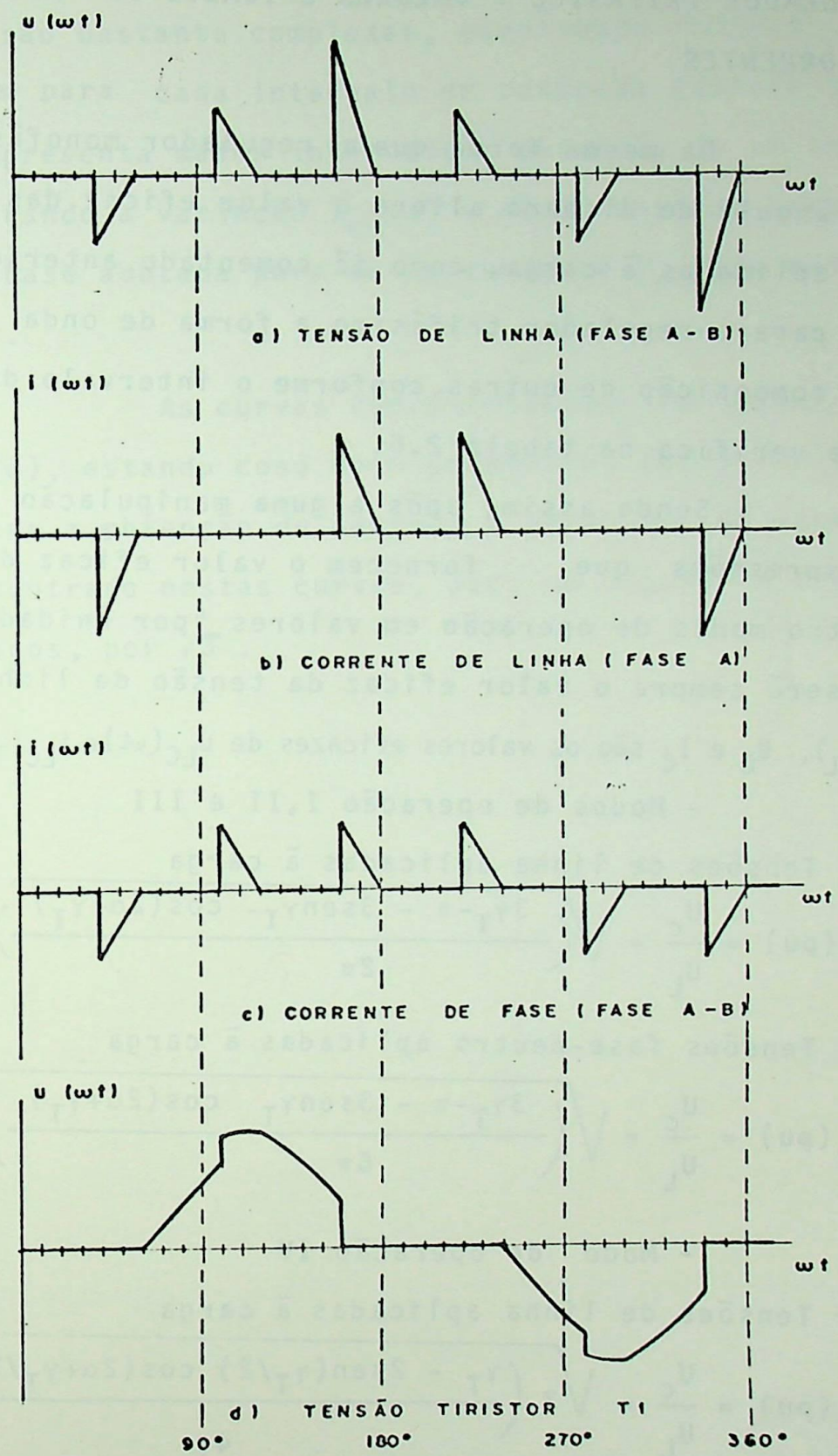


Figura 2.27 -Formas de onda - carga delta; $\alpha = 130^\circ$; $\cos\psi = 1$

2.7 REGULADOR TRIFÁSICO - VALORES EFICAZES DE TENSÕES E CORRENTES

Da mesma forma que no regulador monofásico, a variação do ângulo de disparo altera o valor eficaz das tensões e correntes aplicadas à carga, como já comentado anteriormente. No entanto, para o regulador trifásico a forma de onda resultante será uma composição de outras, conforme o intervalo de condução, como se verifica na tabela 2.6.

Sendo assim, após alguma manipulação algébrica obtêm-se expressões que fornecem o valor eficaz da tensão para os quatro modos de operação em valores "por unidade"; a base adotada será sempre o valor eficaz da tensão de linha de alimentação (U_L). U_C e I_C são os valores eficazes de $u_{LC}(\omega t)$ e $i_{LC}(\omega t)$, respectivamente.

- Modos de operação I, II e III

a) Tensões de linha aplicadas à carga

$$U_C(\text{pu}) = \frac{U_C}{U_L} = \sqrt{\left(\frac{3\gamma_T - \pi - 3\text{sen}\gamma_T \cos(2\alpha + \gamma_T)}{2\pi} \right)} \quad (2.125)$$

b) Tensões fase-neutro aplicadas à carga

$$U_C(\text{pu}) = \frac{U_C}{U_L} = \sqrt{\left(\frac{3\gamma_T - \pi - 3\text{sen}\gamma_T \cos(2\alpha + \gamma_T)}{6\pi} \right)} \quad (2.126)$$

- Modo de operação IV

a) Tensões de linha aplicadas à carga

$$U_C(\text{pu}) = \frac{U_C}{U_L} = \sqrt{3 \cdot \left(\frac{\gamma_T - 2\text{sen}(\gamma_T/2) \cos(2\alpha + \gamma_T/2 + \pi/3)}{4\pi} \right)} \quad (2.127)$$

b) Tensões fase-neutro aplicadas à carga

$$U_C(\text{pu}) = \frac{U_C}{U_L} = \sqrt{\left(\frac{\gamma_T - 2\text{sen}(\gamma_T/2) \cos(2\alpha + \gamma_T/2 + \pi/3)}{4\pi} \right)} \quad (2.128)$$

Analogamente, é possível a determinação dos valores eficazes das correntes de linha e fase; entretanto, as expressões são bastante complexas, envolvendo funções senoidais e exponenciais para cada intervalo de condução (tabela 2.6); desta forma, apresenta maior interesse a obtenção de um conjunto de curvas mostrando a variação $I_c(\text{pu}) = f(\alpha)$, estando $\cos\psi$ como parâmetro. A base adotada para as correntes é I_L dada pela expressão (2.106).

As curvas representativas de $U_c(\text{pu}) = f(\alpha)$ e $I_c(\text{pu}) = f(\alpha)$, estando $\cos\psi$ como parâmetro, encontram-se na figura 2.28; para a obtenção de tensões e correntes de fase, dividir o valor encontrado nestas curvas, para um ângulo de disparo e $\cos\psi$ genéricos, por $\sqrt{3}$.

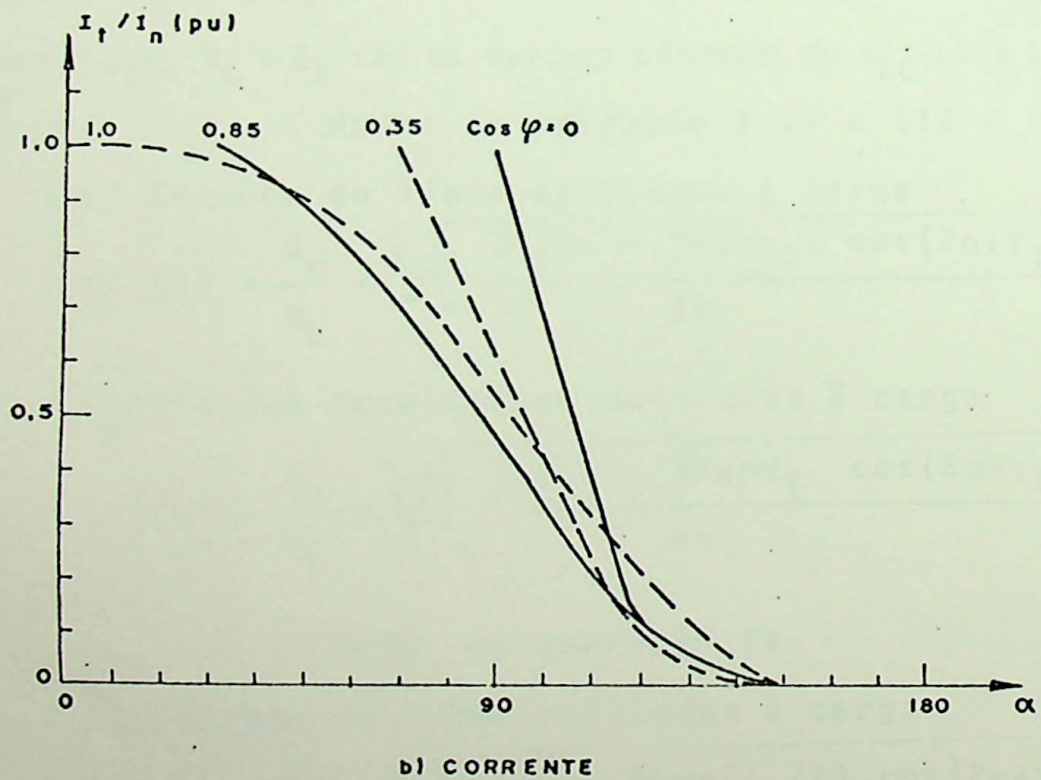
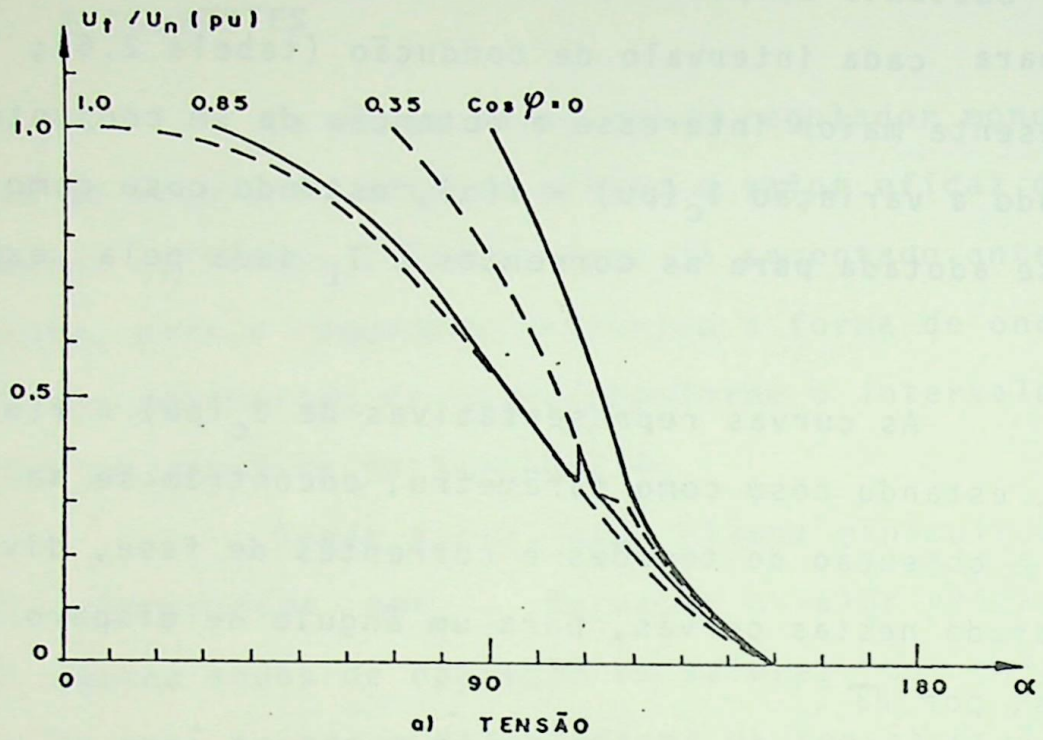


Figura 2.28 - Valores eficazes da tensão e corrente de linha (em pu) em função do ângulo de disparo, estando $\cos \psi$ com parâmetro

2.8 REGULADOR TRIFÁSICO - COMPONENTES HARMÔNICOS DE TENSÕES E CORRENTES

2.8.1 Harmônicos de tensão e corrente aplicados à carga

Através da mesma forma de análise utilizada no ítem 2.4.1 é possível determinar os componentes harmônicos de tensões e correntes geradas pelo regulador trifásico e aplicados à carga. Novamente nota-se que as formas de onda neste conversor possuem perfeita simetria entre os semiciclos negativos e positivos; isto equivale a dizer que, em qualquer caso, $a_0 = 0$ ou que não há a introdução de uma componente contínua no processo.

As expressões para o cálculo dos coeficientes dos termos da série de Fourier resultante são aquelas dadas em (2.38) a (2.42); as formas de onda possuem a mesma expressão geral de (2.43) e (2.48), aplicando-se integralmente todas as expressões de (2.43) a (2.47), (2.49) e (2.50). Naturalmente tais expressões são aplicadas a cada subintervalo de condução, dados pela tabela 2.6, conforme o tipo de operação.

De uma forma mais prática apresenta-se nas figuras 2.28 a 2.30 a variação dos valores "por unidade" de tensões e correntes de fase e linha para as ondas de frequência fundamental, quintupla e heptupla; as bases são as mesmas citadas no tópico anterior. O fluxograma do programa empregado neste caso é mostrado no Anexo IV.

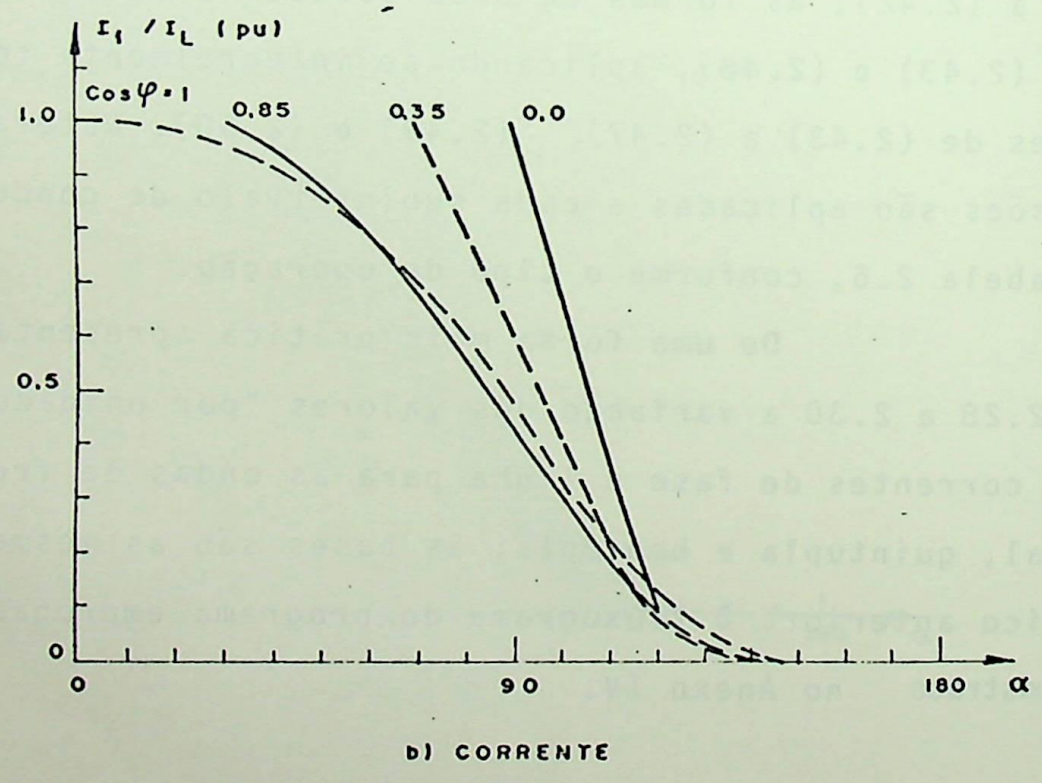
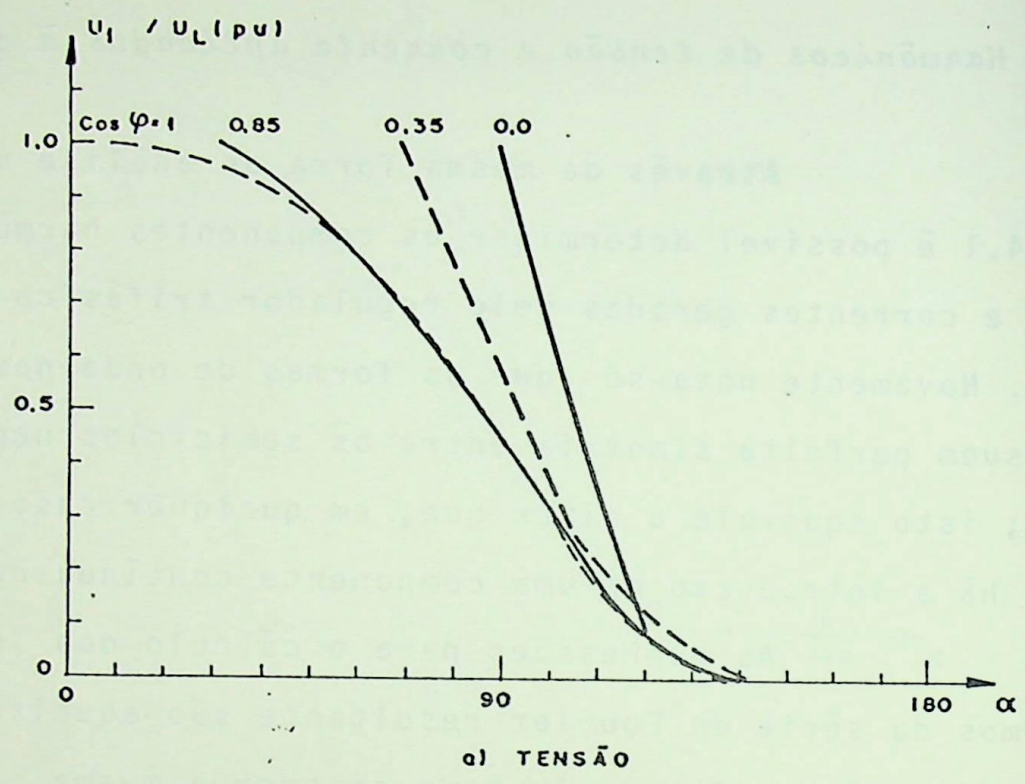
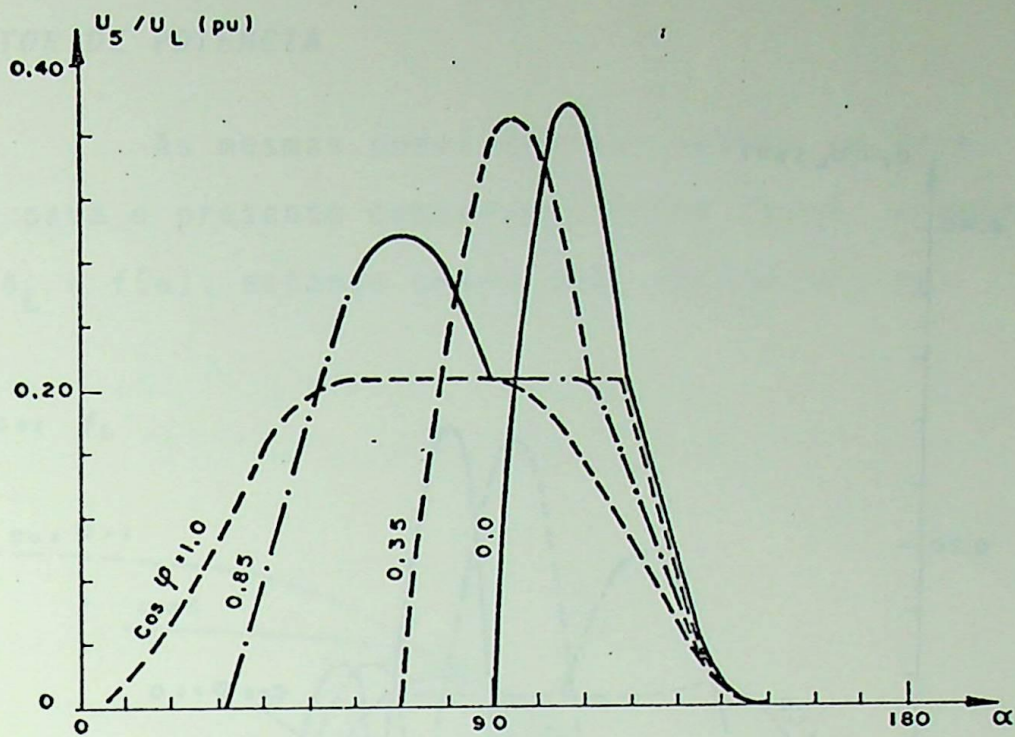
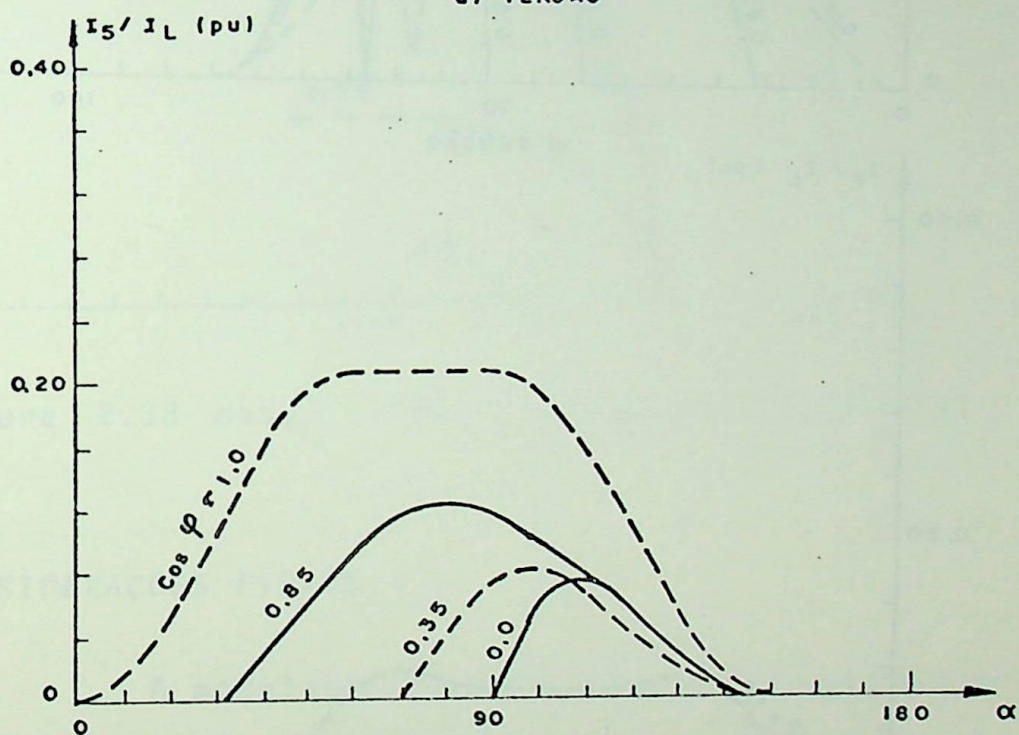


Figura 2.29 - Tensões e correntes de linha em função do ângulo de disparo $\cos \psi$ como parâmetro; fundamental.



a) TENSÃO



b) CORRENTE

Figura 2.30 - Tensões e correntes de linha-Quinto Harmônico

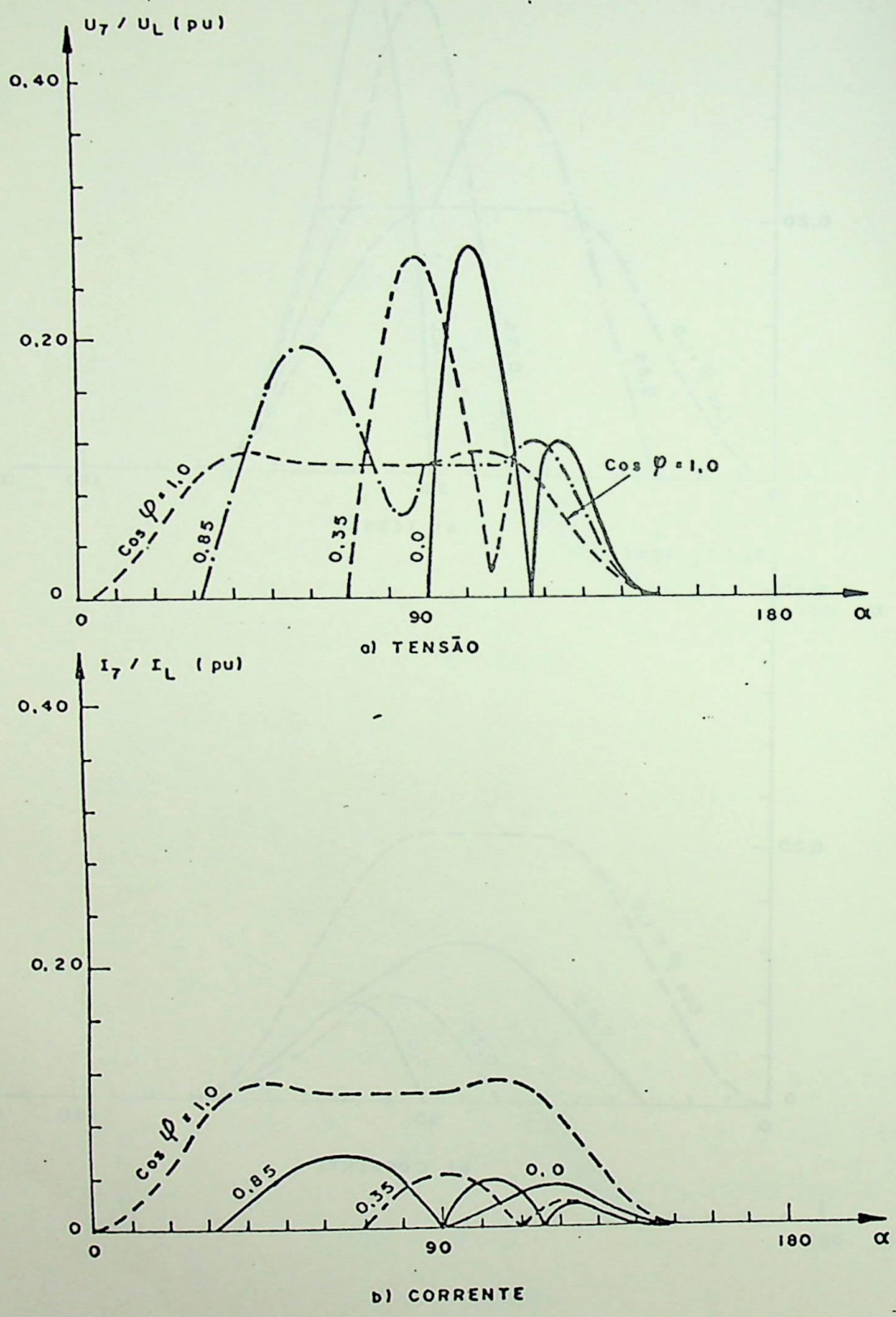


Figura 2.31 - Tensões e correntes de linhas - Sétim Harmônico.

2.8.2 FATOR DE POTÊNCIA

As mesmas considerações feitas no ítem 2.4.2 são válidas para o presente conversor. Desta forma apresenta-se a curva $\cos \phi_L = f(\alpha)$, estando $\cos \psi_C$ como parâmetro, na figura 2.32.

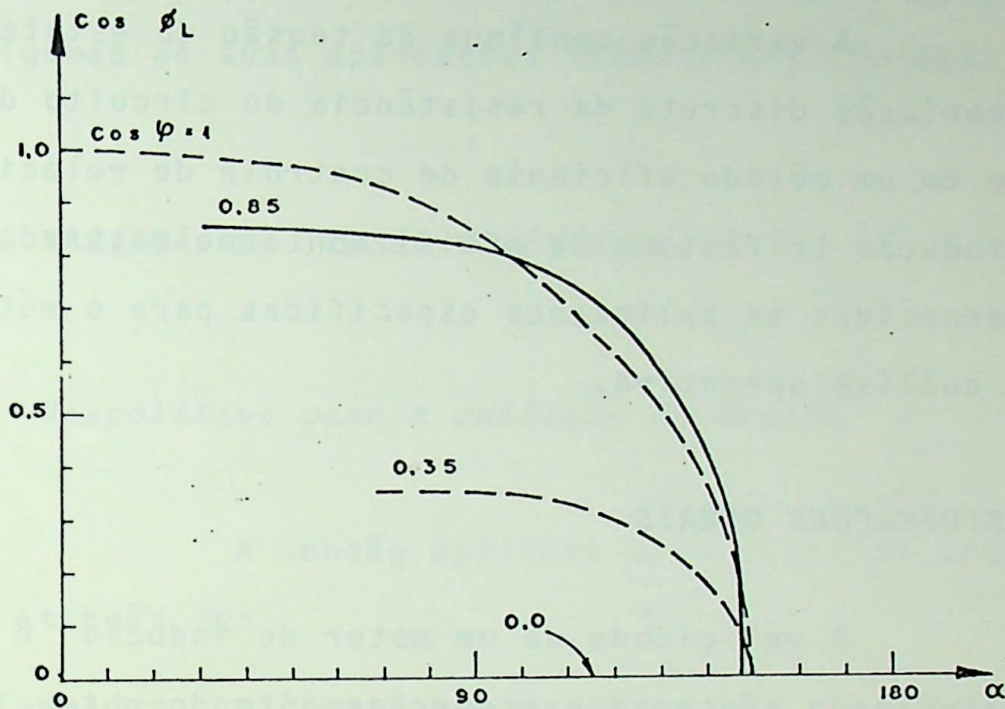


Figura 2.32 $\cos \phi_L = f(\alpha)$; $\cos \psi_C$ como parâmetro.

2.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A modelagem desenvolvida neste capítulo é aplicável ao conjunto regulador eletrônico de tensão-carga do tipo RL em regime permanente. Os resultados obtidos quando comparados com aqueles disponíveis em diversas referências, não apresentam diferenças significativas.

CAPITULO III

VARIAÇÃO DA TENSÃO DO ESTATOR E DA RESISTÊNCIA ROTÓRICA PARA CONTROLE DE VELOCIDADE

A variação contínua da tensão do estator combinada com a variação discreta da resistência do circuito do rotor constitui-se em um método eficiente de controle de velocidade de motores de indução trifásicos de anéis, conforme mostrado a seguir. São fornecidas as aplicações específicas para o método, bem como, a sua análise operativa.

3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

A velocidade de um motor de indução é determinada pela velocidade síncrona e escorregamento do rotor. A velocidade síncrona relaciona-se com a frequência da rede alimentadora e o escorregamento pode ser controlado pela regulação da tensão fornecida ao motor. As diversas possibilidades para o controle de velocidade são:

- a) Variação da tensão aplicada ao estator;
- b) Variação da resistência rotórica;
- c) Variação combinada da tensão do estator e resistência rotórica;
- d) Aplicação de contra tensão no circuito rotórico;
- e) Variação da tensão e frequência aplicada ao estator;
- f) Variação do número de pólos.

Os quatro primeiros processos são conhecidos industrialmente como variação do escorregamento.

Este capítulo se fixa nos métodos relacionados de (a) a (c), principalmente neste último. Procura-se analisar seus estados operativos, fornecendo um equacionamento matemático, bem como, algumas de suas aplicações industriais típicas.

3.2 VARIACÃO DA TENSÃO DO ESTATOR

3.2.1 *Dispositivo para a variação de tensão*

A tensão aplicada a um motor de indução pode ser variada através de:

- transformador com "taps" variáveis;
- reatores com grau de saturação variável ligados em série com o estator ;
- regulador eletrônico de tensão.

O transformador não é utilizado para o controle de velocidade dos motores devido a necessidade de vários "taps", o que resulta em uma variação discreta. Os reatores e os reguladores eletrônicos, pelo contrário, permitem uma variação contínua da tensão.

Os reguladores eletrônicos são mais adequados para tal tipo de necessidade pois, atualmente, oferecem diversas vantagens sobre os reatores, além do preço competi

tivo. A unidade tiristorizada é mais compacta, apesar dos requisitos necessários para a dissipação do calor gerado em seu funcionamento, e seu peso é consideravelmente menor. Ela também possui um rendimento muito alto e seu tempo de resposta é bem menor que o do reator saturado. Para completar, os diversos fabricantes de tiristores os produzem com características semelhantes, conseguindo-se a substituição de um pelo outro de forma bastante simples. Os reatores, ao contrário, possuem características que variam fortemente de um fabricante a outro, ou mesmo entre duas unidades de um mesmo fabricante.

3.2.2 Controle de velocidade pela variação de tensão

De modo a controlar a velocidade através de variação de tensão, é possível utilizar diversas configurações para o conjunto regulador eletrônico de tensão-motor de indução trifásico; entre eles está considerado ao longo deste trabalho, conforme mostra a figura 3.1.

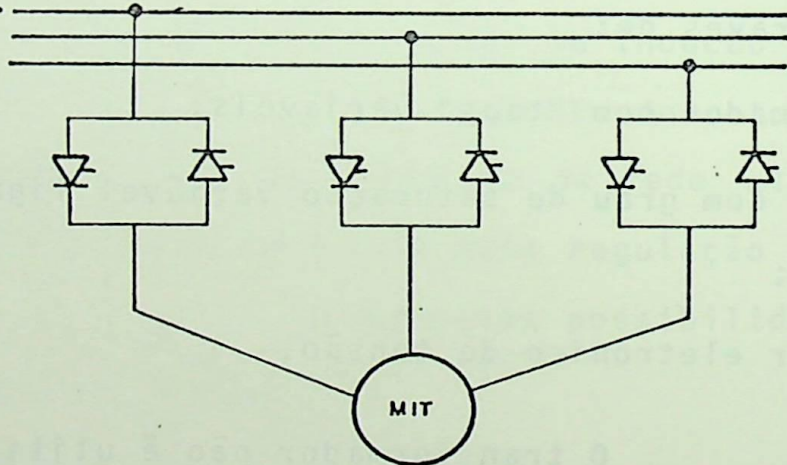


Figura 3.1 Variação da tensão aplicada a um motor de indução trifásico através de um regulador eletrônico

Da teoria dos motores de indução* sabe-se que o conjugado varia com o quadrado da tensão e, desta forma, tem-se aproximadamente:

* Vide o anexo II

$$M_k = \frac{60}{2\pi n_s} \frac{U_1^2}{2X} \quad (3.1)$$

$$s_{kN} = \frac{R'_{2N}}{X} \quad (3.2)$$

onde

M_k - conjugado máximo correspondente à tensão U_1 [N.m];

s_{kN} - escorregamento correspondente ao conjugado máximo [pu]

U_1 - tensão de linha aplicada ao estator [V];

X - somatório das reatâncias do estator e do rotor na partida, ambas referidas ao estator [Ω];

R'_{2N} - Resistência rotórica própria referida ao estator [Ω];

n_s - velocidade síncrona [rpm].

Note-se que ao variar a tensão aplicada ao estator, o conjugado M_k variará e o escorregamento s_{kN} permanecerá constante.

A figura 3.2 mostra as características $M=f(s)$ para diversas tensões aplicadas ao motor.

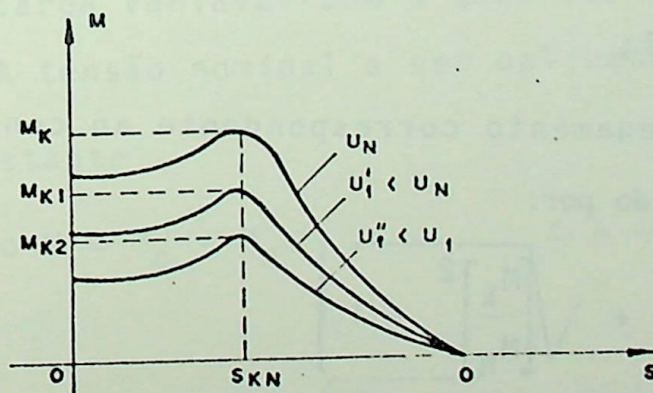


Figura 3.2 Características $M=f(s)$ para diversas tensões aplicadas.

Nos motores usuais, a resistência própria do motor na região de operação é bastante baixa e o escorregamento s_k correspondente ao conjugado máximo M_k é pequeno, conforme se verifica da expressão (3.2).

Conforme se verifica no anexo II, tem-se:

$$\frac{M}{M_k} = \frac{2}{\frac{s}{s_{KN}} + \frac{s_{KN}}{s}} \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 \quad (3.3)$$

Desta forma, a tensão de operação do motor, ajustada pelo regulador, para se obter uma determinada velocidade é dado por:

$$U_1 = U_N \sqrt{\frac{s_N}{s} \cdot \frac{s^2 + s_{KN}^2}{s_N^2 + s_{KN}^2} \frac{M}{M_N}} \quad (3.4)$$

onde:

U_1 - tensão de operação do motor [V];

U_N - tensão nominal do motor [V];

s - escorregamento correspondente à velocidade de operação;

s_N - escorregamento nominal correspondente à velocidade nominal;

s_{KN} - escorregamento correspondente ao conjugado máximo M_k e dado por:

$$s_{KN} = s_N \left\{ \frac{M_k}{M_N} + \sqrt{\left[\frac{M_k}{M_N} \right]^2 - 1} \right\} \quad (3.5)$$

M_N - conjugado nominal do motor [N.m];

M - conjugado desenvolvido pelo motor quando opera com o escorregamento s [N.m]. (A notação M_c indica conjugado da carga nestas condições).

A figura 3.3 mostra a maneira como se processa a variação de velocidade do método, para cargas do tipo conjugado constante e para variável com o quadrado da velocidade.

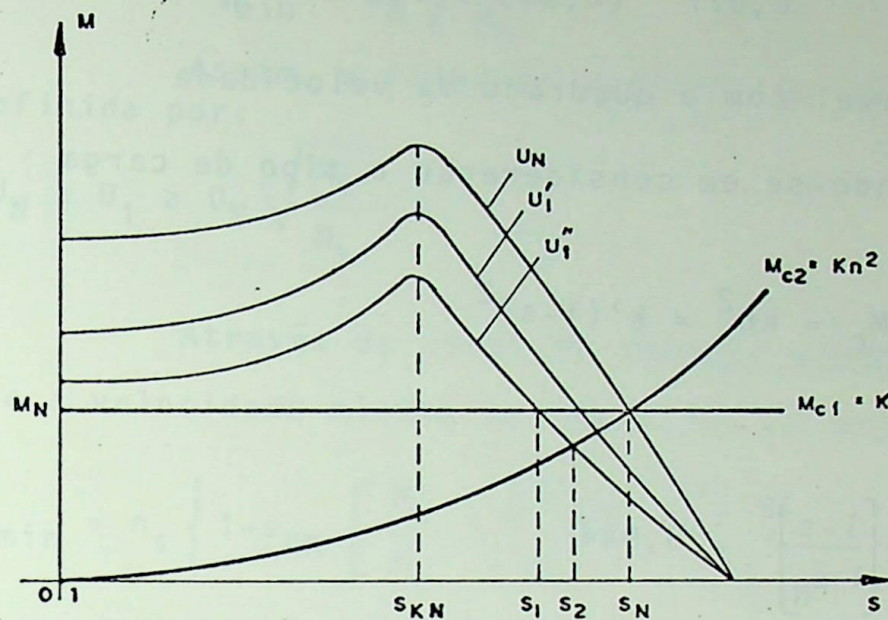


Figura 3.3 Característica $M = f(s)$

Se, por exemplo, um motor com as seguintes características:

$$\frac{M_K}{M_N} = 3,0 \quad ; \quad s_N = 0,05 \quad ; \quad U_N = 440 \text{ [V]}, \quad n_N = 1800 \text{ [rpm]}$$

- aciona:
- Uma carga constante e nominal;
 - e, um motor com as mesmas características aciona, uma carga variável com o quadrado da velocidade.

A tensão nominal a ser aplicada com 1660 [rpm] é :

a) Carga constante

$$\text{Como } M = M_c = M_n, \quad s = \frac{1800 - 1660}{1800} = 0,077$$

e de (3.6)

$$s_{KN} = 0,05 [3 + \sqrt{3^2 - 1}] = 0,29$$

então, de (3.4)

$$U_1 = 440 \sqrt{\frac{0,05}{0,077} \frac{(0,077)^2 + (0,29)^2}{(0,05)^2 + (0,29)^2} \frac{M_N}{M_N}} \cong 362 \text{ [V]}$$

b) Carga variável com o quadrado da velocidade

Levando-se em consideração o tipo de carga mecânica tem-se:

$$M = M_c = kn^2 = k'(1-s)^2$$

então:

$$\frac{M_c}{M_n} = \left[\frac{1-s}{1-s_N} \right]^2 = 0,944$$

então, em (3.4)

$$U = 440 \sqrt{\frac{0,05}{0,077} \frac{(0,077)^2 + (0,29)^2}{(0,05)^2 + (0,29)^2} \cdot 0,944} \cong 351 \text{ [V]}$$

Evidentemente, a faixa de variação de velocidade não pode se estender até $s = s_{kN}$, pois a operação nesta condição seria muito instável, ou seja, possíveis oscilações da tensão da rede, mesmo as aceitáveis, poderiam levar a um travamento do rotor. Para garantir-se a estabilidade do acionamento, deve-se impor como condição uma relação mínima entre conjugado máximo (M'_k) e conjugado da carga para tensão mínima de operação*.

O conjugado máximo para a tensão mínima de operação (M'_k) e o máximo próprio do motor relacionam-se por:

* Em [31], onde são citadas as normas VDE, sugere-se a adoção do valor 1,8 para esta relação.

$$\frac{M'_k}{M_k} = \left(\frac{U_{\min}}{U_N} \right)^2 \quad (3.6)$$

Desta forma, tem-se: $U_{\min} = U_N \sqrt{\frac{M_k}{M'_k}}$ (3.7)

Assim, a faixa de variação de tensão do estator fica definida por:

$$U_N \geq U_1 \geq U_N \sqrt{\frac{M'_k}{M_k}} \quad (3.8)$$

Através da condição imposta ainda é possível determinar-se a velocidade mínima de operação, ou seja, de (3.3).

$$n_{\min} = n_s \left\{ 1 - s_{KN} \left[\frac{M'_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M'_k}{M_c} \right)^2 - 1} \right] \right\} \quad (3.9)$$

onde:

n_{\min} - menor velocidade permissível à tensão mínima de operação [rpm]

n_s - velocidade síncrona [rpm]

M_c - conjugado da carga para o escorregamento s [N.m]

Da mesma forma, obtém-se a máxima velocidade de operação dada por:

$$n_{\max} = n_s \left\{ 1 - s_{KN} \left[\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c} \right)^2 - 1} \right] \right\} \quad (3.10)$$

Naturalmente, a velocidade do pode assumir qualquer valor entre os limites citados.

Adotando-se, por exemplo,

$$\frac{M'_k}{M_c} = 1,8$$

tem-se para uma carga tipo conjugado constante e nominal e motor

citado anteriormente:

$$M_c = M_N ; \quad \frac{M'_k}{M_N} = 1,8 \quad \text{e} \quad \frac{M_k}{M_N} = 3$$

De (3.8), tem-se:

$$n_{\min} = 1800 \left\{ 1 - 0,29 \left[1,8 - \sqrt{1,8^2 - 1} \right] \right\} = 1641 \text{ [rpm]};$$

de (3.6):

$$U_{\min} = 440 \sqrt{\frac{1,8}{3}} = 341 \text{ [V]};$$

e, de (3.9): $n_{\max} = n_N = 1710 \text{ [rpm]}$.

As faixas de variação de velocidade e tensão são:

$$1710 \text{ [rpm]} \geq n \geq 1641 \text{ [rpm]}$$

$$440 \text{ [V]} \geq U_1 \geq 341 \text{ [V]}$$

Para uma carga tipo conjugado variável com o quadrado da velocidade, os valores de n_{\min} e n_{\max} são os mesmos, ou seja:

$$n_{\min} = 1641 \text{ [rpm]} \quad \text{e} \quad n_{\max} = n_N = 1710 \text{ [rpm]}$$

como $\frac{M'_k}{M_c} = 1,8$, a tensão mínima é, considerando as condições da carga:

$$U_{\min} = \sqrt{\frac{M'_k}{M_k}} = \sqrt{\frac{M'_k/M_c}{M_k/M_c}}$$

$$U_{\min} = 440 \sqrt{\frac{M'_k/M_c}{M_k/M_N \cdot \frac{M_N}{M_c}}}$$

mas:

$$\frac{M_N}{M_c} = \frac{K n_N^2}{K n_{\min}^2} = \left(\frac{1710}{1641} \right)^2 = 1,086$$

Então:

$$U_{\min} = 440 \sqrt{\frac{1,8}{3 \cdot 1,086}} = 327 \text{ [V]}$$

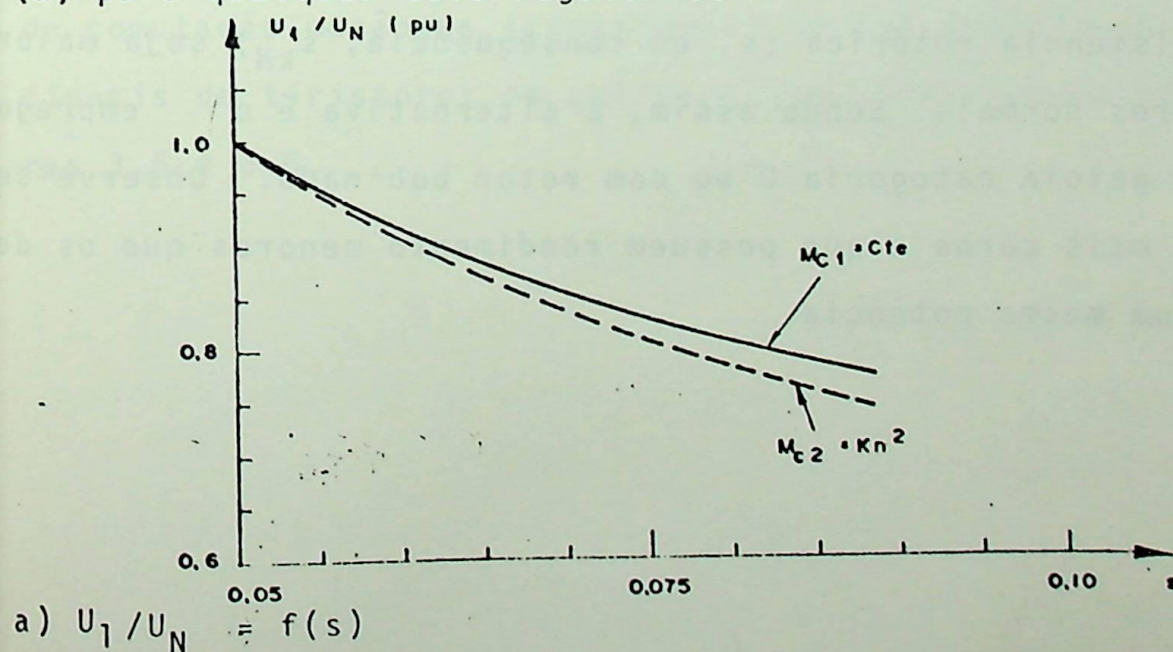
Assim, as faixas de variação de velocidade e tensão são:

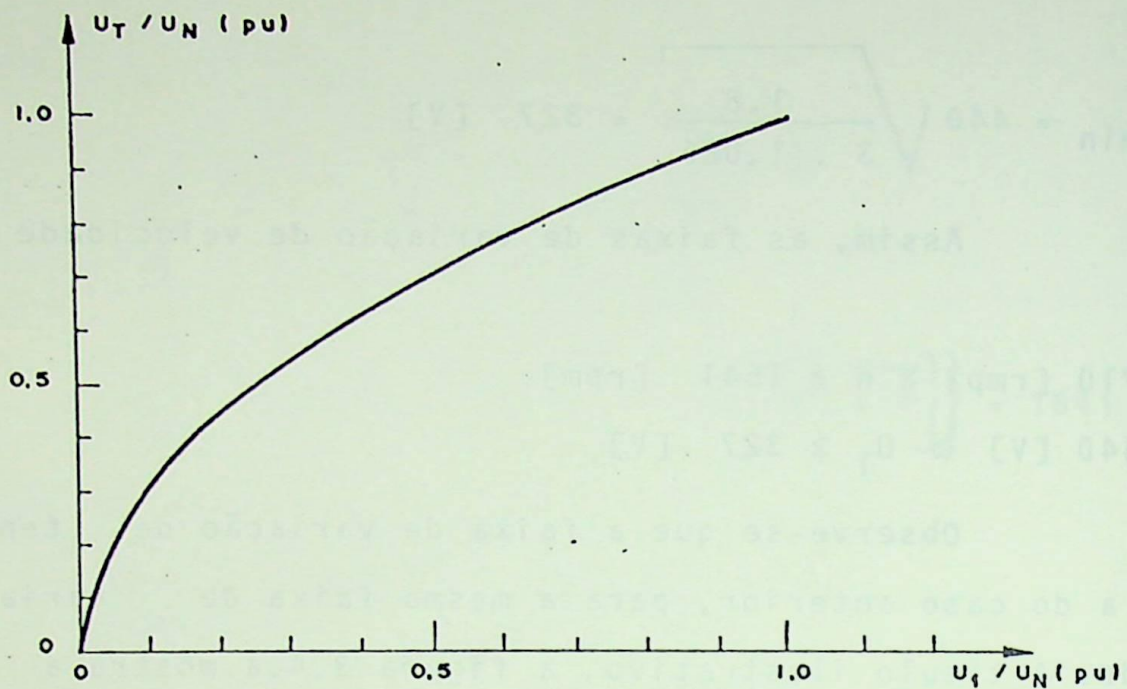
$$1710 \text{ [rpm]} \geq n \geq 1641 \text{ [rpm]}$$

$$440 \text{ [V]} \geq U_1 \geq 327 \text{ [V]}$$

Observe-se que a faixa de variação de tensão é maior que a do caso anterior, para a mesma faixa de variação de velocidade. A título ilustrativo, a figura 3.4.a mostra a tensão de ordem fundamental necessária a ser aplicada ao motor, em ambos os casos citados, de forma a se obter um determinado escorregamento. A característica $U_1/U_N = f(s)$ mostrada é a aplicação direta da expressão (3.4). A presença do regulador introduz harmônicos e é possível relacionar a tensão fundamental (U_1) com a total U_C (contendo todos os harmônicos), conforme exemplifica a figura 3.4.b; para tanto, utiliza-se da formulação apresentado no capítulo II. (Vide figura 2.28 e 2.29, por exemplo).

Note-se que, através do emprego conjunto da expressão (3.4) e figura 2.29, determina-se o ângulo de disparo (α) para qualquer escorregamento.





$$b) U_C / U_N = f(U_1 / U_N)$$

Figura 3.4 - Características $U_1 / U_N = f(s)$ e $U_C / U_N = f(U_1 / U_N)$

O acréscimo de perdas devido à variação de correção fica concentrado dentro do motor, exigindo seu sobre dimensionamento. O comportamento das perdas depende do comportamento da carga com a variação de velocidade; sendo assim, o método é mais favorável para cargas tipo $M_C = kn^2$ que aquelas com o conjugado constante, conforme será analisando no próximo capítulo.

Como se observa nos exemplos, a faixa de variação é bastante estreita. Para que haja a sua ampliação é necessário que a resistência rotórica (e , em consequência, s_{KN}) seja maior que a de motores normais. Sendo assim, a alternativa é o emprego de motores em gaiola categoria D ou com rotor bobinado. Observe que ambos são mais caros e que possuem rendimento menores que os categoria N com mesma potência.

Conforme [4], aplicações típicas para o método são os acionamentos de cargas tipo bombas e ventiladores de pequena e média potência entre 5 e 200 [kW] e acionamentos de motores de eletrodomésticos. Uma aplicação mais recente é a de utilizar o regulador como dispositivo de partida para grandes motores, sendo retirado do circuito através de contatores quando em regime de operação normal. Outra possibilidade do emprego deste conversor é o controle do fator de potência de motores; no entanto, este só é eficiente quando o motor será subcarregado com menos de, aproximadamente, 40% de sua carga nominal ou com rotor livre [2], [4].

3.2.3 *Frenagem e inversão do sentido de rotação*

A inversão do sentido de rotação do motor de indução trifásico pode ser conseguida através da inversão do sentido de rotação do campo girante. Para se obter esta inversão é suficiente a comutação de duas fases de alimentação do estator. No regulador eletrônico de tensão, isto pode ser obtido através de comutação mecânica (contatores) ou com auxílio de pares adicionais de tiristores em antiparalelo, conforme mostram as figuras 3.5 e 3.6.

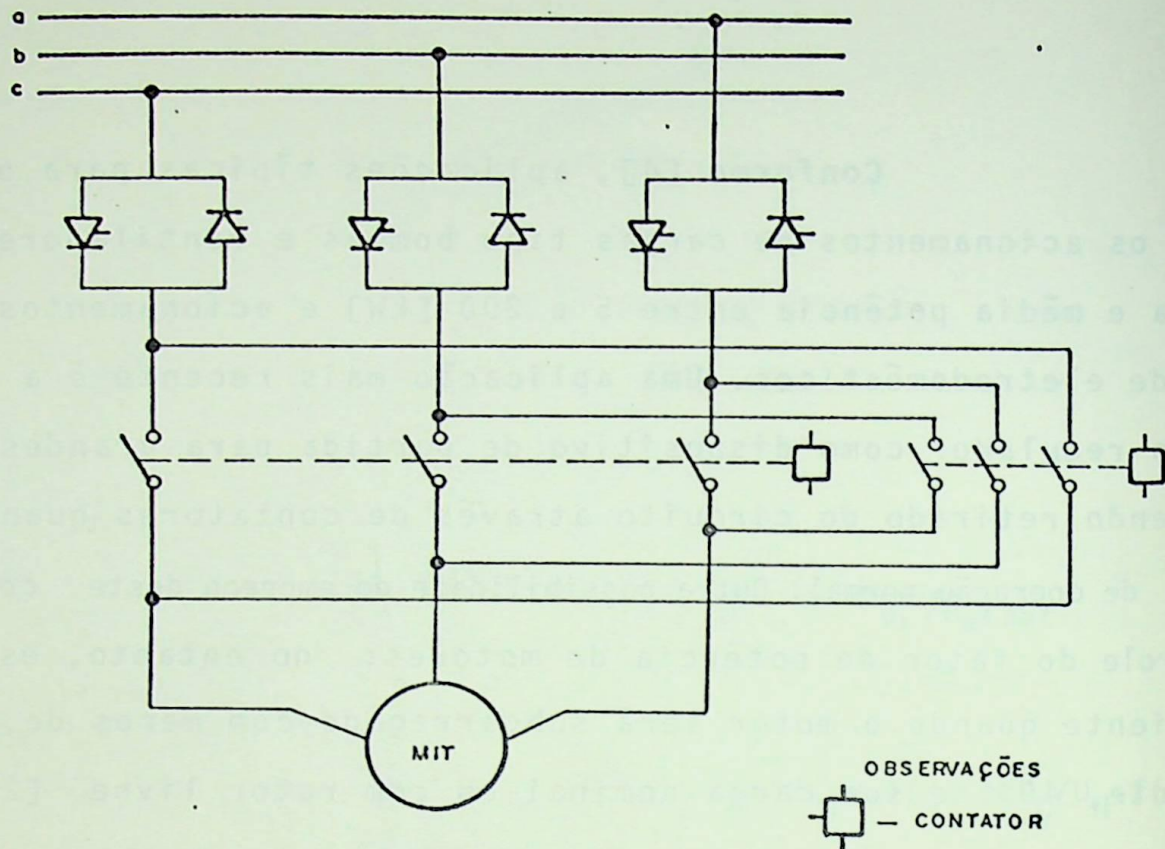


Figura 3.5 Inversão do sentido de rotação do campo girante do motor de indução trifásico com auxílio de contatores.

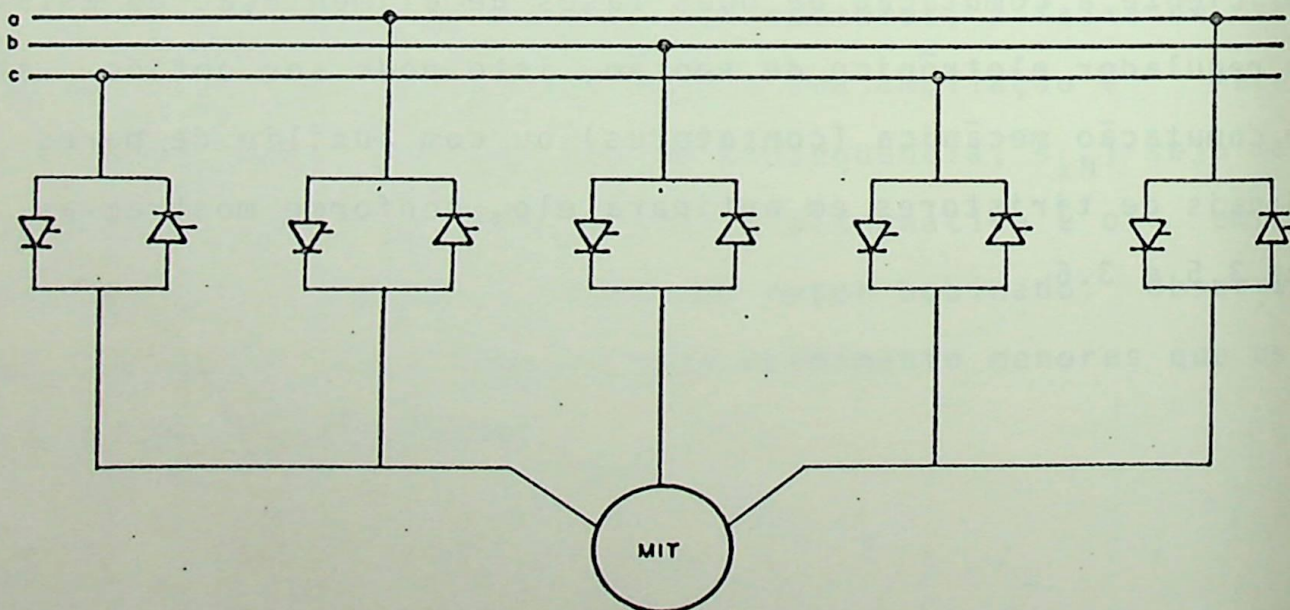


Figura 3.6 Inversão do sentido de rotação do campo girante de indução trifásico com auxílio de

Quanto à frenagem especificamente, tem-se as seguintes possibilidades para o motor de indução trifásico:

- inversão do sentido de rotação do campo girante, como mostrado no paragrafo anterior e figuras 3.5 e 3.6;
- ultrapassagem da velocidade síncrona;
- excitação do estator com tensão contínua.

A frenagem através da inversão do sentido de rotação de rotação do campo girante exige correntes elevadas para obtenção de um conjugado de frenagem eficaz.

Esta corrente deve ser maior que a corrente de partida. Com a limitação de correntes no regulador eletrônico de tensão (devido aos tiristores), o conjugado de frenagem fica limitado a valores baixos.

Uma boa solução para se obter a frenagem é a utilização de tensão contínua aplicada no estator, conforme analisado com mais detalhes no capítulo V. A figura 3.7 fornece uma idéia básica do processo:

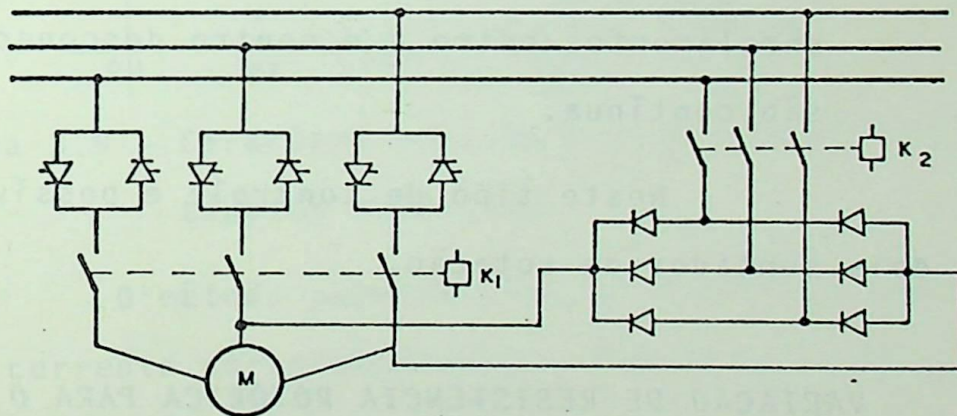
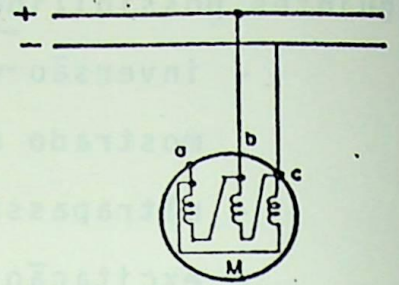
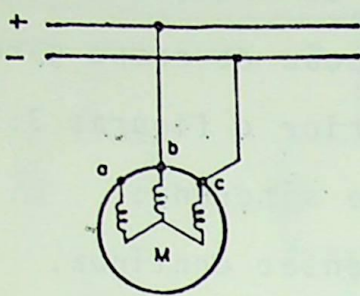


Figura 3.7 - Frenagem do motor de indução trifásico com tensão contínua aplicada ao estator.

Neste caso, a frenagem é obtida com o fechamento do contator K2 e abertura de K1 (intertravados).

A figura 3.8 ressalta o circuito resultante da frenagem nas condições da figura 3.7.



- a) enrolamento do estator em estrela b) enrolamento do estator delta

Figura 3.8 - Circuito resultante da frenagem do motor indução trifásico com tensão contínua.

Com esta configuração, se o motor estiver conectado em delta, tem-se:

- enrolamentos entre ba e ac em série;
- enrolamentos entre bc em paralelo com o anterior.

Para o motor conectado em estrela:

- enrolamentos entre b e c em série;
- enrolamentos entre a e neutro desconectado da fonte são contínua.

Neste tipo de controle é possível obter a frenagem nos dois sentidos de rotação.

3.3 VARIACÃO DE RESISTÊNCIA ROTÓRICA PARA O CONTROLE DE VELOCIDADE

3.3.1 Dispositivo para variação de resistência

O método mais tradicional de controle de velocidade de motores de indução trifásicos em anéis é o da variação de resistência do circuito rotórico; para tanto, podem ser empregados os seguintes dispositivos:

- Uma ou mais resistências externas ao rotor, chaveadas a través de contatores;
- Chave eletrônica (chopper);
- Regulador eletrônico.

A partir da expressão (3.2) conclui-se que, variando-se a resistência do circuito do rotor, altera-se o es corregramento s_{kN} correspondente ao conjugado M_k , permanecendo es te último constante. A figura 3.9 mostra as características $M=f(s)$ para diversas resistências inseridas externamente ao ro tor.

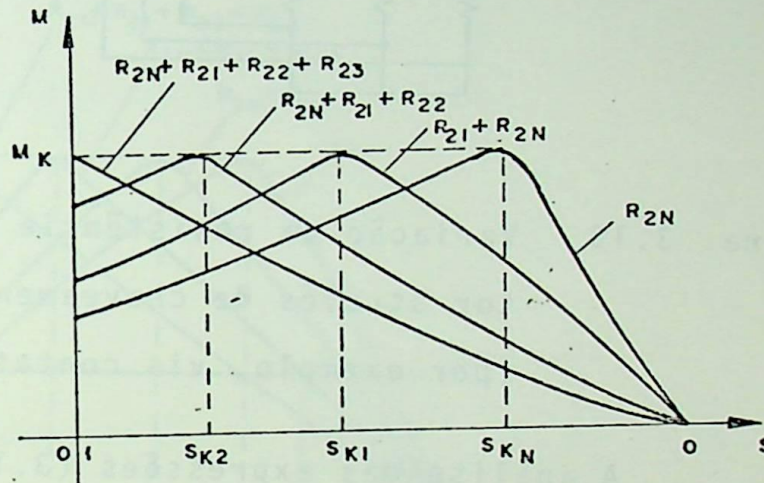


Figura 3.9 - Característica $M=f(s)$ para diversas resistências externas.

O método permite um alto conjugado de partida com uma baixa corrente correspondente; além disto, a faixa de va riação de velocidade é bastante ampla.

3.3.2 Análise da variação da resistência externa ao circuito do rotor através de contatores.

O método convencional para a variação da re sistência do rotor está indicado na figura 3.10.

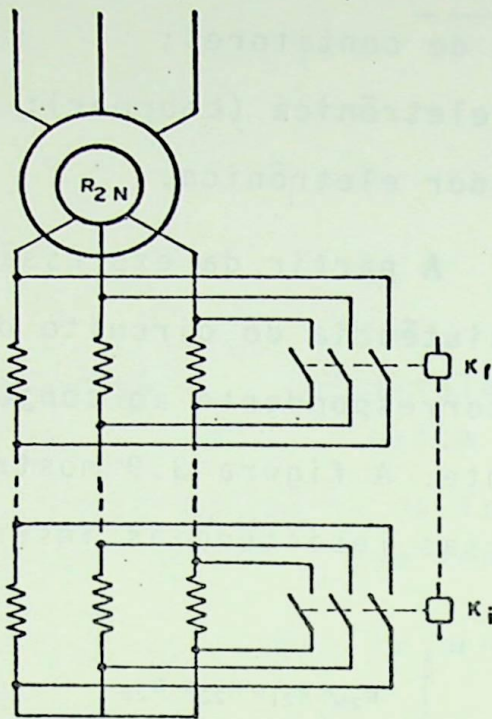


Figura 3.10 Variação da resistência do circuito do rotor através de chaveamento eletromecânico (por exemplo, via contatores).

A análise das expressões (3.1) e (3.2) mostra que, ao se variar a resistência do circuito do rotor, o conjugado M_k fica constante enquanto que o escorregamento s_{KN} se altera; a figura 3.11 fornece as características $M=f(s)$ para diversos estágios de resistências inseridas no rotor e uma carga com conjugado constante. Observe-se que existe a possibilidade de se variar a velocidade, de forma discreta, na faixa $0 \leq n \leq n_{\max}$ (3.11) dependendo das exigências do acionamento.

Para o cálculo da resistência dos diversos estágios é necessário o conhecimento da resistência própria do rotor; em função de dados de catálogos, ela é dada, aproximadamente por:

$$R_{2N} \cong \frac{s_N E_{2p}}{\sqrt{3} I_{2N}} \quad (3.12)$$

onde:

R_{2N} - resistência própria do rotor [Ω]

E_{2p} - tensão no rotor entre fases para $s=1$ [V]

I_{2N} - corrente nominal do rotor [A]

Além disto, é importante que as velocidades de operação sejam pré-estabelecidas conforme as particularidades da carga. A figura 3.11 exemplifica a aplicação do método quando o motor aciona uma carga com conjugado constante e igual ao nominal; verifica-se que cada escorregamento " s_i " obtêm-se um escorregamento correspondente ao conjugado máximo " s_{ki} ".

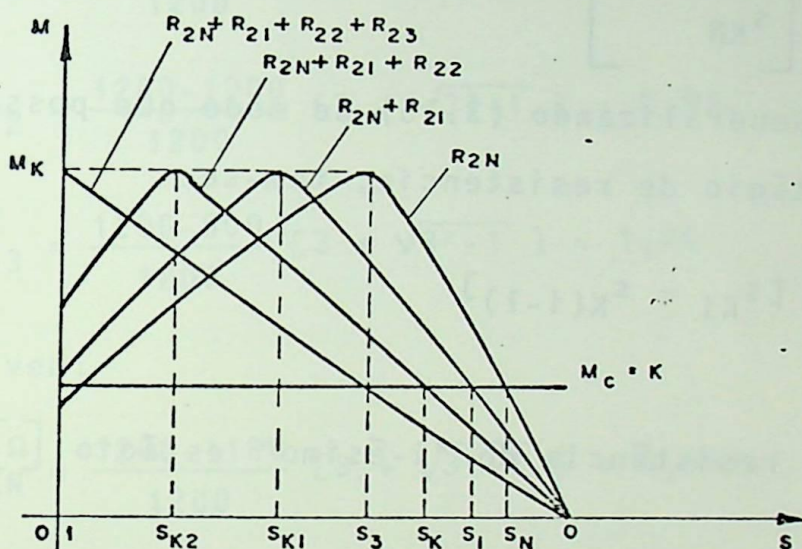


Figura 3.11 Controle de velocidade com variação de resistência.

Desta forma, de (3.3) e sendo a tensão aplicada igual a nominal:

$$s_{ki} = s_i \left[\frac{M_k}{M_c} + \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1} \right] \quad (3.13)$$

onde:

s_i - escorregamento para o estágio desejado

s_{ki} - escorregamento correspondente ao conjugado máximo, para o estágio desejado

Com a introdução de uma resistência R_{21} , o escorregamento s_{K1} será obtido através de (3.2), ou seja:

$$s_{K1} = s_{KN} \cdot \frac{R_{2N} + R_{21}}{R_{2N}} \quad (3.14)$$

onde s_{KN} é o escorregamento correspondente ao conjugado máximo quando o rotor apresenta apenas a sua própria resistência R_{2N} .

Assim, para a resistência adicional R_{21} , para que se obtenha a velocidade desejada, tem-se:

$$R_{21} = R_{2N} \left[\frac{s_{K1}}{s_{KN}} - 1 \right] \quad (3.15)$$

Generalizando (3.15) de modo que possa ser aplicado ao "i-ésimo" estágio de resistência, tem-se:

$$R_{2i} = \frac{R_{2N}}{s_{KN}} [s_{Ki} - s_{K(i-1)}] \quad (3.16)$$

Onde:

R_{2i} - resistência do "i-ésimo" estágio $[\Omega]$.

s_{Ki} - escorregamento correspondente ao conjugado máximo com o "i-ésimo" estágio de resistência inserido no circuito do rotor.

$s_{K(i-1)}$ - idem, porem para o estágio imediatamente anterior ao "i-ésimo" estágio.

Como exemplo de aplicação do desenvolvimento mostrado, seja um motor de indução com rotor bobinado com as seguintes características:

$$P_N = 25 \text{ [kW]}, \quad U_N = 440 \text{ [V]}, \quad I_N = 45 \text{ [A]}, \quad E_{2p} = 315 \text{ [V]}, \\ I_{2N} = 52 \text{ [A]}, \quad n_N = 1180 \text{ [rpm]}, \quad \frac{M_k}{M_N} = 3$$

O acionamento exige as velocidades 900, 1000 e 1100 [rpm], além da nominal. A carga é:

- tipo conjugado constante igual ao nominal do motor;
- tipo conjugado variando com o quadrado da velocidade.

- Cálculo da resistência própria do rotor

De (3.12)

$$R_{2N} = \frac{s_N E_{2p}}{\sqrt{3} I_{2N}} = \frac{1200-1180}{1200} \cdot \frac{315}{\sqrt{3} \cdot 52} = 0,0583 \text{ } [\Omega]$$

- Cálculo das resistências adicionais

a) conjugado constante

Como $M_c = M_N$, então $\frac{M_k}{M_N} = 3$; assim de (3.13), tem-se:

$$s_{k1} = \frac{1200-1100}{1200} [3 + \sqrt{3^2-1}] = 0,486$$

$$s_{k2} = \frac{1200-1000}{1200} [3 + \sqrt{3^2-1}] = 0,972$$

$$s_{k3} = \frac{1200-900}{1200} [3 + \sqrt{3^2-1}] = 1,46$$

e de (3.5) vem:

$$s_{KN} = \frac{1200-1180}{1200} [3 + \sqrt{3^2-1}] = 0,097$$

então, utilizando-se de (3.16) vem:

$$R_{21} = \frac{R_{2N}}{s_{KN}} [s_{k1} - s_{KN}] = \frac{0,0583}{0,097} [0,486 - 0,097] = 0,234 \text{ } [\Omega]$$

$$R_{22} = \frac{0,0583}{0,097} [0,972 - 0,486] = 0,292 \text{ } [\Omega]$$

$$R_{23} = \frac{0,0583}{0,097} [1,46 - 0,972] = 0,293 \text{ } [\Omega]$$

Portanto com carga tipo conjugado constante e nominal:

n =	Resistência do estágio	Resistência total
1180 (rpm)	$R_{2N} = 0$	0,0583 [Ω]
1100 (rpm)	$R_{21} = 0,234$ [Ω]	0,2923 [Ω]
1000 (rpm)	$R_{22} = 0,292$ [Ω]	0,5843 [Ω]
900 (rpm)	$R_{23} = 0,293$ [Ω]	0,8773 [Ω]

b) Conjugado variando com o quadrado de velocidade

$$\text{Como } \frac{M_k}{M_N} = 3 \text{ e } M_N = k(1-s_N)^2$$

tem-se

$$k = \frac{M_k}{3(1-s_N)^2}, \text{ então } \frac{M_k}{M_c} = \frac{M_k}{k(1-s)^2} = \frac{3(1-s_N)^2}{(1-s)^2} = \frac{2}{(1-s)}$$

assim, para

$$s_{k1} = \frac{1200-1100}{1200} \left\{ \frac{2,9}{(1-0,0833)^2} + \sqrt{\left[\frac{2,9}{(1-0,0833)^2} \right]^2 - 1} \right\} = 0,563$$

$$s_{k2} = \frac{1200-1000}{1200} \left\{ \frac{2,9}{(1-0,167)^2} + \sqrt{\left[\frac{2,9}{(1-0,167)^2} \right]^2 - 1} \right\} = 0,996$$

$$s_{k3} = \frac{1200-900}{1200} \left\{ \frac{2,9}{(1-0,25)^2} + \sqrt{\left[\frac{2,9}{(1-0,25)^2} \right]^2 - 1} \right\} = 2,55$$

obtem-se:

$$R_{21} = \frac{0,0583}{0,097} [0,563-0,097] = 0,28 \text{ } [\Omega]$$

$$R_{22} = \frac{0,0583}{0,097} [0,996-0,563] = 0,26 \text{ } [\Omega]$$

$$R_{23} = \frac{0,0583}{0,097} [2,55-0,966] = 0,93 \text{ } [\Omega]$$

Portanto, para uma carga com conjugado variando com o quadrado da velocidade

n =	Resistência do estágio	Resistência total
1180 [rpm]	$R_{2N} = 0$	0,0583 [Ω]
1100 [rpm]	$R_{21} = 0,28$ [Ω]	0,3383 [Ω]
1000 [rpm]	$R_{22} = 0,26$ [Ω]	0,5983 [Ω]
900 [rpm]	$R_{23} = 0,93$ [Ω]	1,5283 [Ω]

Este método de controle de velocidade não é muito eficiente a baixas velocidades. Como será visto no próximo capítulo, se o escorregamento aumenta, as perdas igualmente serão incrementadas; no entanto, grande parte destas perdas concentram-se externamente nas resistências adicionais. Estas perdas externas limitam a utilização do método a baixas e médias potências. Acima de 100 [kW] são utilizados reostatos líquidos e de disco de grafite.

De qualquer forma, entretanto, este método é mais adequado quando utilizado em motores acionando cargas com conjugado constante. Se a carga exigir baixas velocidades por um período suficientemente longo, o qual possa ser considerado como regime permanente, forçosamente o motor deverá ser sobredimensionado; isto se deve à diminuição da eficiência da ventilação, principalmente se o motor é autoventilado. A capacidade de transmissão de calor diminui a medida que a velocidade se torna menor.

Aplicações típicas são os acionamentos de equipamentos para britagem, pontes rolantes e guindastes.

3.3.3 Variação da resistência do rotor através de tiristores em antiparalelo.

A variação de uma resistência externa ao circuito do rotor também é possível com emprego de reguladores trifásicos, como mostra a figura 3.12.

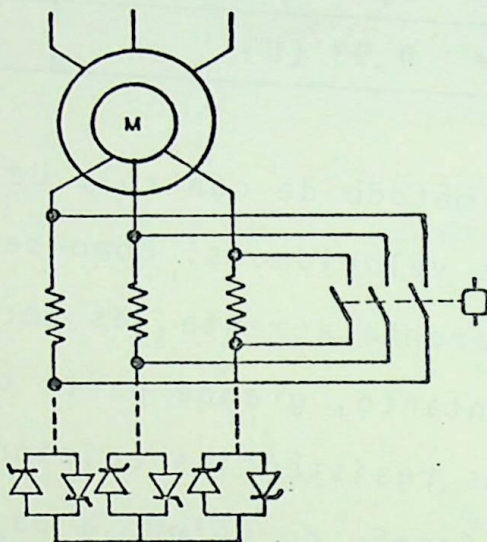


Figura 3.12 - Controle de velocidade do motor através de pulsação da tensão do rotor.

O controle de velocidade indicado na figura 3.12 baseia-se na pulsação do circuito do rotor através de tiristores em antiparalelo. No entanto, esta configuração no circuito rotórico é menos interessante que aplicada ao estator; o sinal senoidal de referências para o circuito de disparo estará na frequência do rotor e, portanto, dependente do escorregamento: sendo assim, é usual a variação de velocidade do motor entre zero e, aproximadamente, 40% da velocidade nominal. A partir deste ponto, o controle é feito pela variação da resistência através de contadores.

Este método é aplicado em pontes rolantes.

3.3.4 Variação da resistência do rotor através de um chopper

Uma outra possibilidade para a variação da resistência externa do rotor é a utilização de um conjunto ponte retificadora-chopper*, evitando os problemas citados no item anterior; a figura 3.13 mostra a representação esquemática do método.

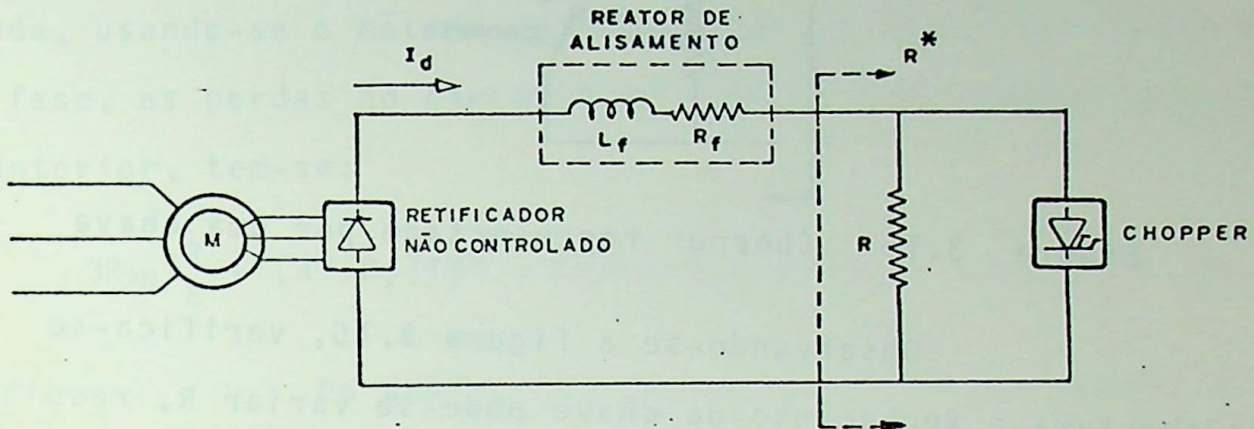


Figura 3.13 Representação esquemática do acionamento de um motor de indução através da variação da resistência rotórica controlada por um chopper.

O chopper é um conversor regulador de corrente contínua, ou seja, uma chave de potência. Um módulo de controle permite a sua abertura e fechamento através de períodos bem definidos, resultando no comportamento da corrente de entrada I_d mostrado na figura 3.14.

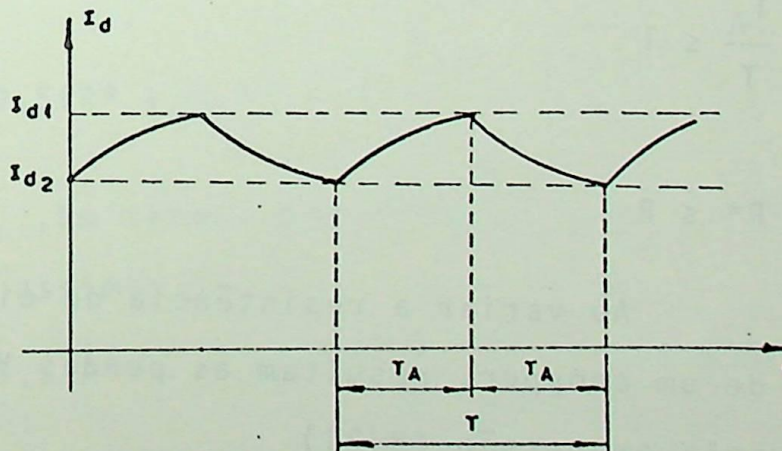


Figura 3.14 Forma de onda da corrente no reator de alisamento.

* Uma análise mais completa sobre o chopper encontra-se nas referências [8] e [24].

Representando o chopper por uma chave tem-se a figura 3.15.

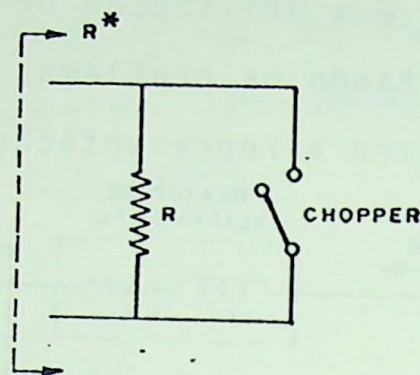


Figura 3.15 Chopper representado por uma chave

Observando-se a figura 3.15, verifica-se que pela abertura e fechamento da chave pode-se variar R , resultando em uma resistência equivalente R^* . Quando o chopper está ligado (chave fechada) R é curto-circuitado e $R^* = 0$; quando está desligado (chave aberta) $R^* = R$. Naturalmente se for imposta uma frequência de chaveamento dada por

$$\frac{T_A}{T} \quad (3.17)$$

tem-se:

$$R^* = R \frac{T_A}{T} \quad (3.18)$$

Assim, para

$$0 \leq \frac{T_A}{T} \leq 1 \quad (3.19)$$

resulta:

$$0 \leq R^* \leq R \quad (3.20)$$

Ao variar a resistência do circuito do rotor com auxílio de um chopper, resultam as perdas V_{2T} do circuito do rotor dados pela expressão (3.21)

$$V_{2T} = (R^* + R_f) I_d^2 + 3R_2 I_{2N}^2 \quad (3.21)$$

onde:

R^* - valor eficaz da resistência pulsada

R_f - resistência do indutor de alisamento

R_{2N} - resistência própria do rotor

Lembrando-se que para a mesma variação de velocidade, usando-se o método de introdução de uma resistência R_{ext} por fase, as perdas no circuito do rotor são as mesmas que no caso anterior, tem-se:

$$3R_{2N}I_2^2 + (R^* + R_f)I_d^2 = 3.(R_{2N} + R_{ext})I_2^2 \quad (3.22)$$

Da análise da ponte retificadora, obtêm-se:

$$I_2 = I_d \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (3.23)$$

onde I_d é o valor médio da corrente pulsada

Esta expressão inclui todos os harmônicos de corrente, desconsiderando-se a impedância de comutação (comutação instantânea). Note-se que este é o pior caso em relação aos harmônicos.

Desta forma, combinando-se (3.22) e (3.23),

obtêm-se:

$$R_{ext} = 0,5(R^* + R_f) \quad (3.24)$$

Em termos práticos, R_f pode ser desprezado em presença de R^* ; assim:

$$R_{ext} = 0,5 R^* \quad (3.25)$$

A resistência R a ser inserida em paralelo com o "chopper", pode ser determinada através do conjugado de partida.

Adotando-se um conjugado de partida M_p e considerando a relação

$$\frac{T_A}{T} = 1, \quad (3.2)$$

a resistência R^* será máxima; ou seja:

$$R^* = R = 2 \cdot R_{\text{ext}} \quad (3.2)$$

Como $s=1$, obtêm-se de (3.13) o valor s_{kp} correspondente ao conjugado máximo para esta condição, ou seja:

$$s_{kp} = \left[\frac{M_K}{M_N} \frac{M_N}{M_p} \sqrt{\left[\frac{M_k}{M_N} \cdot \frac{M_N}{M_p} \right]^2 - 1} \right] \quad (3.28)$$

e assim:

$$R = 2 R_{2N} \left(\frac{s_{kp}}{s_{kN}} - 1 \right) \quad (3.29)$$

Para determinar a relação de pulsação necessária para obter-se uma determinada velocidade, tem-se de (3.5), (3.1) e (3.25)

$$\frac{T_A}{T} = 2 \frac{R_{2N}}{R} \left\{ \frac{s_K}{s_{KN}} - 1 \right\} \quad (3.3)$$

onde s_{ki} é dado pela expressão (3.13) ou (3.28) na partida.

A faixa de variação de velocidade fica limitada ao conjugado de partida adotado, como mostra a figura 3.16.

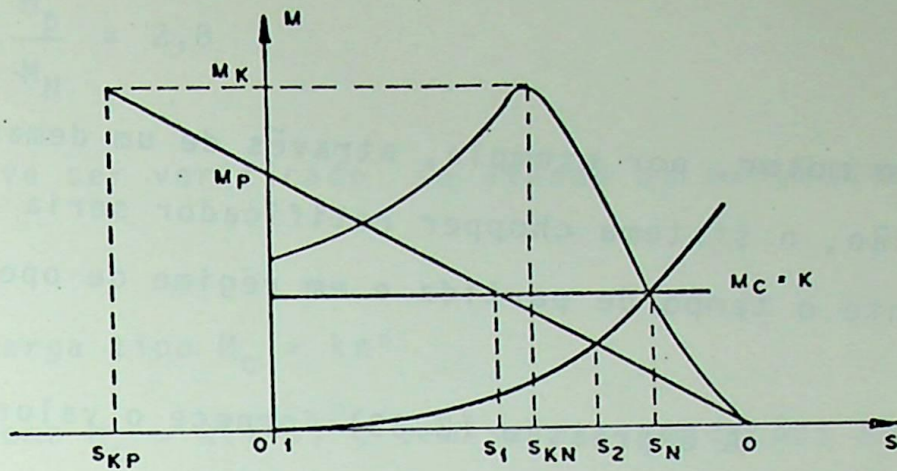


Figura 3.16 Influência do conjugado de partida na faixa de variação de velocidade

Observe-se na figura 3.16 que quanto menor o conjugado de partida M_p , maior a faixa de variação de velocidade.

Um segundo critério para especificar-se R seria através do conhecimento da velocidade mínima (ou escorregamento) exigida pelo acionamento; desta forma, determina-se o valor s_{kmax} correspondente ao conjugado máximo para esta situação, ou seja:

$$s_{kmax} = s_{max} \left[\frac{M_k}{M_c} + \sqrt{\left[\frac{M_k}{M_c} \right]^2 - 1} \right] \quad (3.31)$$

Através de (3.32) pode-se determinar R , sabendo-se que nesta condição $\frac{T_A}{T} = 1$; assim, obrigatoriamente:

$$R = 2 R_{2N} \left[\frac{s_{kmax}}{s_{kN}} - 1 \right] \quad (3.32)$$

A verificação do conjugado de partida é necessária. Se o mesmo não atingir um valor compatível com as exigências do acionamento as alternativas são: diminuir a faixa de variação de velocidade, utilizar um outro método combinado com es

te ou partir o motor, por exemplo, através de um demarrador. Nesta última opção, o sistema chopper retificador seria curto-circuitado durante o tempo de partida e em regime de operação, o demarrador.

A expressão (3.33) fornece o valor do conjugado de partida para as condições especificadas:

$$\frac{M_p}{M_N} = \frac{M_k}{M_N} \frac{2}{\frac{1}{s_{k\max}} + s_{k\max}} \quad (3.33)$$

O cálculo de $\frac{T_A}{T}$ se dá pela expressão (3.30)

Seja, por exemplo, o motor e cargas relacionadas no item 3.3.2; se a velocidade mínima exigida pelo acionamento for 900[rpm], qual a resistência a ser pulsada?

Se $n_{\min} = 900[\text{rpm}]$, então $s_{\max} = 0,25$

Aplicando-se (3.31), tem-se para

a) Carga tipo conjugado constante

Supondo $M_C = M_N$ e sendo $\frac{M_k}{M_N} = 3$, tem-se:

$$s_{k\max} = 0,25 \left[3 + \sqrt{3^2 - 1} \right] = 1,455$$

como $R_{2N} = 0,0583 [\Omega]$ e $s_{KN} = 0,097$, então de (3.32)

$$R = 2 \cdot 0,0583 \left[\frac{1,455}{0,097} - 1 \right] = 1,634$$

$$R = 1,634 [\Omega]$$

e de (3.33)

$$\frac{M_p}{M_N} = 3 \frac{2}{\frac{1}{1,455} + 1,455} \cong 2,8$$

$$\therefore \frac{M_P}{M_N} \cong 2,8$$

valor que deve ser verificado se atende as exigências do acionamento.

b) Carga tipo $M_C = kn^2$

Como $M_C = k(1-s)^2$, tem-se nas condições nominais.

$$K = \frac{M_N}{(1-s_N)^2}$$

então:

$$M_C = M_N \frac{(1-s)^2}{(1-s_N)^2}, \text{ e sendo } s_{\max} = 0,25$$

tem-se $M_C \cong 0,58 M_N$ para esta condição

então:

$$s_{k\max} = 0,25 \left[\frac{3}{0,58} + \sqrt{\left(\frac{3}{0,58}\right)^2 - 1} \right] \cong 2,55$$

Assim:

$$R = 2 \cdot 0,0583 \cdot \left[\frac{2,55}{0,097} - 1 \right] \cong 3,04$$

$$\therefore R = 3,04(\Omega)$$

e

$$\frac{M_P}{M_N} = 3 \cdot \frac{2}{\frac{1}{2,55} + 2,55} \cong 1,53$$

$$\therefore \frac{M_P}{M_N} \cong 1,53$$

Deve-se verificar se este valor atende as exigências do acionamento.

A utilização deste método possibilita alterar a resistência externa R de forma contínua e sem contatos eletromecânicos. Possui a vantagem de constituir-se em um método de variação de velocidade com boa resposta dinâmica; além disso, a inserção de apenas uma resistência providencia um perfeito balanceamento entre as três fases.

Com a introdução de um capacitor em série com o resistor externo, virtualmente é possível variar R^* de zero a infinito; desta forma, consegue-se uma faixa de variação de velocidade da nula à nominal, porém com o preço dos tiristores ficam submetidos a tensões elevadas.

O acionamento de cargas tais como guindastes e pontes rolantes com tempos reduzidos de operação a baixas velocidades podem ser boas opções técnicas para este método.

3.4 VARIACÃO COMBINADA DA TENSÃO DO ESTATOR E RESISTÊNCIA ROTÓRICA

3.4.1 *Generalidades*

Em motores com rotor bobinado é possível combinar os métodos da variação de tensão e da resistência rotórica como mostra a figura 3.17.

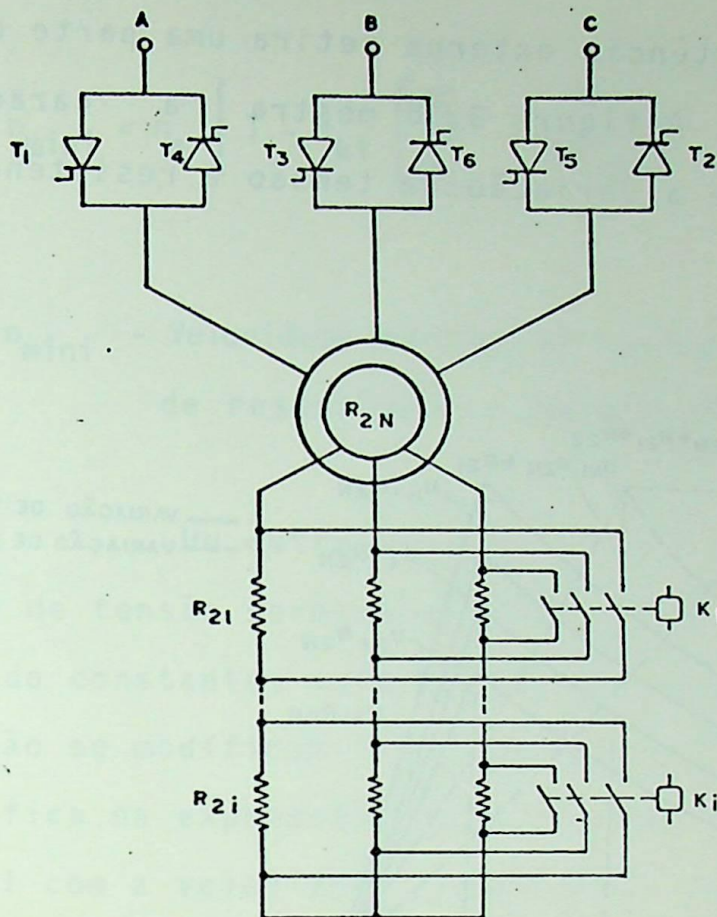


Figura 3.17 Variação combinada da tensão do estator e da resistância do rotor.

Como visto nos tópicos anteriores, a faixa de variação de velocidade é estreita para o controle de tensão do estator. A variação da resistência rotórica com dispositivos eletromecânicos aumentam a faixa, porém o ajuste se dá de forma discreta. Com dispositivos eletrônicos no rotor o ajuste é contínuo, entretanto em certas situações a faixa é limitada.

Desta forma, a introdução de resistências significa um aumento da faixa e a variação de tensão o ajuste de forma contínua entre dois estágios consecutivos. Além disso, altos conjugados exigem correntes elevadas e, em consequência,

maiores perdas; a resistência externa retira uma parte destas perdas para fora do motor. A figura 3.18 mostra a característica $M = f(s)$, combinando-se a variação de tensão e resistência rotórica.

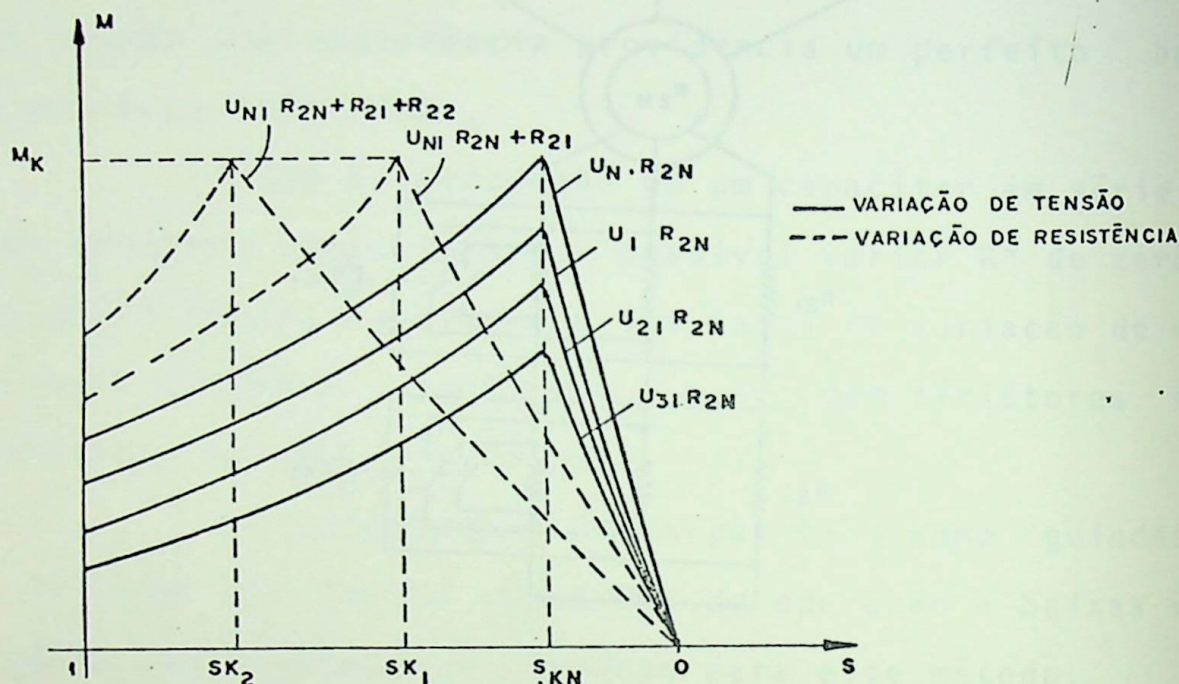


Figura 3.18 Característica $M = f(s)$, para a variação combinada de tensão e resistência rotórica

A expressão (3.14), transcrita a seguir por conveniência, fornece:

$$\frac{s_{k1}}{s_{kN}} = \frac{R_{2N} + R_{21}}{R_{2N}} \quad (3.14)$$

Generalizando, obtêm-se (3.34)

$$\frac{s_{ki}}{s_{kN}} = \frac{R_{2N} + \sum R_{2i}}{R_{2N}} \quad (3.34)$$

Desta forma, combinando (3.3) e (3.34) e considerando a restrição imposta em (3.8), é possível determinar-se velocidades mínimas de operação, ou seja:

$$n_{\text{mini}} = n_s \left\{ 1 - s_{ki} \left[\frac{M'_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M'_k}{M_c}\right)^2 - 1} \right] \right\} \quad (3.35)$$

onde:

n_{mini} - Velocidade mínima de operação para o estágio "i" de resistência e tensão mínima de operação [rpm]

Um outro aspecto a considerar é o fato de que os limites de tensão permanecem inalterados se a carga for do tipo conjugado constante; isto torna-se evidente à medida em que M_k e M'_k não se modificam com a variação de resistências, conforme se verifica na expressão (3.1). Quanto às cargas com conjugado variável com a velocidade, sugere-se a adoção do mesmo procedimento por facilidade de implementação do sistema de controle. Naturalmente, um estudo mais detalhado das relações entre circuito regulador e este tipo específico de carga talvez possibilite outras faixas de variação de tensão - velocidade; no entanto, tal tipo de análise foge do escopo principal deste trabalho.

3.4.2 *Variação da resistência rotônica com contatores.*

Se toda a faixa possível de variação de velocidade deve ser utilizada, pode-se calcular as resistências inseridas no rotor conforme mostrado a seguir.

A faixa inicial de velocidade apenas com a resistência própria do rotor apresenta os limites:

$$n_{\max} = n_s \left\{ 1 - s_{kN} \left[\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1} \right] \right\} \quad (3.36)$$

$$n_{\min} = n_s \left\{ 1 - s_{kN} \left[\frac{M'_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M'_k}{M_c}\right)^2 - 1} \right] \right\} \quad (3.37)$$

O primeiro estágio de resistência deve ser calculado de modo que, para a tensão nominal do estator, a velocidade coincida com n_{\min} , ou seja:

$$n_{\max 1} = n_{\min} = n_s \left\{ 1 - r_1 s_{kN} \left[\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1} \right] \right\} \quad (3.38)$$

onde

$$r_1 = \frac{R_{2N} + R_{21}}{R_{2N}} = \frac{s_{k1}}{s_{kN}} \quad (3.39)$$

Assim, obtêm-se r_1 por:

$$r_1 = \frac{\frac{M'_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M'_k}{M_c}\right)^2 - 1}}{\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1}} \quad (3.40)$$

A velocidade mínima para a resistência r_1 se \bar{r}_a :

$$n_{\min 1} = n_s \left\{ 1 - r_1 s_{kN} \left[\frac{M'_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M'_k}{M_c}\right)^2 - 1} \right] \right\} \quad (3.41)$$

Da mesma forma anterior, a resistência r_2 é calculada de modo que a velocidade máxima deste estágio seja igual a velocidade mínima do estágio anterior, ou:

$$n_{\max 2} = n_{\min 1} = n_s \left\{ 1 - r_2 s_{kN} \left[\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1} \right] \right\} \quad (3.42)$$

Obtendo-se então:

$$r_2 = r_1 \frac{\frac{M'_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M'_k}{M_c}\right)^2 - 1}}{\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1}} = r_1^2 \quad (3.43)$$

Assim, define-se a expressão geral:

$$r_i = r_{(i-1)} \cdot r_1 = r_1^i \quad (3.44)$$

A definição da resistência máxima a ser introduzida, para operação com tensão mínima, é feita através da menor velocidade desejada (n_{mini}); desta forma, o escorregamento correspondente a esta velocidade é

$$s_{\text{máx}} = \frac{n_s - n_{\text{mini}}}{n_s} \quad (3.45)$$

De (3.35) e (3.45) obtém-se:

$$s_{ki} = s_{k\text{max}} = s_{\text{max}} \left[\frac{M'_k}{M_c} + \sqrt{\left(\frac{M'_k}{M_c}\right)^2 - 1} \right] \quad (3.46)$$

Por outro lado, de (3.34), tem-se

$$r_i = \frac{\Sigma R_{2i} + R_{2N}}{R_{2N}} = \frac{s_{ki}}{s_{kN}} \quad (3.47)$$

Levando-se em conta que:

$$r_i = r_1^i = \left\{ \frac{\frac{M'_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M'_k}{M_c}\right)^2 - 1}}{\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1}} \right\}^i \quad (3.48)$$

$$\frac{s_{ki}}{s_{kN}} = \left\{ \frac{\frac{M'_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M'_k}{M_c}\right)^2 - 1}}{\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1}} \right\}^i \quad (3.49)$$

$$i = \frac{\ell_n(s_{ki}/s_{kN})}{\frac{\frac{M'_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M'_k}{M_c}\right)^2 - 1}}{\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1}}} = \frac{\ell_n(s_{ki}/s_{kN})}{\ell_n r_1} \quad (3.50)$$

onde ℓ_n é o logarítmo neperiano

De (3.47) resulta:

$$R_{21} = R_{2N} (r_1 - 1) \quad (3.51)$$

Ao ser ligada a próxima resistência, R_1 já está no circuito; desta forma, tem-se

$$R_{22} = R_{2N} (r_1^2 - 1) - R_1 \quad \text{ou}$$

$$R_{22} = R_{2N} r_1 (r_1 - 1) \quad (3.52)$$

Generalizando; para todos os estágios, excluindo-se o último, tem-se

$$R_{2j} = R_{2N} r_1^{j-1} (r_1 - 1) \quad (3.53)$$

A soma das resistências de todos os estágios e a própria do rotor não deve ultrapassar o valor definido na expressão (3.47) para que a velocidade não caia abaixo do valor mínimo desejado; sendo assim, o último estágio deve ter uma resistência dada por:

$$R_{2i} = R_{2N} (r_i - 1) - \sum_{j=1}^{i-1} R_{2j} \quad (3.54)$$

Para o motor relacionado no exemplo do ítem 3.2.2, acionando carga tipo conjugado constante e nominal com \underline{u} ma faixa de variação de velocidade dada por $990 < n < 1180$ [rpm] tem-se

$$R_{2N} = 0,0583 \text{ } [\Omega] ; s_{kN} = 0,097 ; n_N = 1180 \text{ } [\text{rpm}] \quad e$$

$$U_N = 440 \text{ } [V]$$

como

$$\frac{M_k}{M_N} = 3, \text{ supondo-se } \frac{M'_k}{M_C} = 1,8 \text{ e sabendo-se que } M_C = M_N$$

obtêm-se de (3.40):

$$r_1 = \frac{1,8 - \sqrt{1,8^2 - 1}}{3 - \sqrt{3^2 - 1}} = 1,768 \text{ } [pu]$$

mas $n_{\text{mini}} = 990$ [rpm]; então, de (3.45):

$$s_{\text{max}} = \frac{n_s - n_{\text{mini}}}{n_s} = \frac{1200 - 990}{1200} = 0,18$$

e, de (3.46)

$$s_{ki} = s_{k\text{máx}} = 0,18 [1,8 + \sqrt{(1,8)^2 - 1}] = 0,58$$

Portanto, de (3.50), o número de estágios se

$$\text{rã: } i = \frac{\ell_n (0,58/0,097)}{\ell_n 1,768} = 3,13$$

Assim: $i = 4$ estágios

Através de (3.53), obtêm-se as resistências a inserir, ou seja:

$$R_{21} = 0,0583(1,768 - 1) = 0,0447 \text{ } [\Omega]$$

$$R_{22} = 0,0583 \cdot 1,768(1,768 - 1) = 0,0792 \text{ } [\Omega]$$

$$R_{23} = 0,0583 \cdot (1,768)^2 (1,768 - 1) = 0,140 \text{ } [\Omega]$$

A resistência total do circuito não deve ultrapassar o limite fixado em (3.47), ou:

$$r_4 = \frac{0,58}{0,097} = 5,98 \text{ [pu]}$$

Desta forma, a resistência do último estágio será:

$$R_{24} = 0,0583 (5,98 - 1) - 0,0447 - 0,0792 - 0,140$$

ou

$$R_{24} = 0,0264 \text{ [\Omega]}$$

As faixas de variação de velocidade serão

- com R_{2N} $1180 \geq n \geq 1164$ [rpm]
- com R_{21} $1164 \geq n \geq 1137$ [rpm]
- com R_{22} $1137 \geq n \geq 1089$ [rpm]
- com R_{23} $1089 \geq n \geq 1004$ [rpm]
- com R_{24} $1004 \geq n \geq 990$ [rpm]

e, de (3.7), a tensão será para todos os estágios:

$$440 \geq U_1 \geq 341 \text{ [V]}$$

Para o motor do exemplo anterior porém, acionando uma carga com conjugado variável com o quadrado da velocidade, mantidas as condições anteriores, tem-se:

Resistência Total do Rotor [Ω]	Faixa de Variação de Velocidade [rpm]	Faixa de Variação de Tensão [V]
0,0583	1180 - 1164	440 - 336
0,1030	1164 - 1137	336 - 328
0,1822	1137 - 1089	328 - 315
0,3222	1089 - 1004	315 - 290
0,3486	1004 - 990	290 - 286

Uma observação interessante se faz necessária; a tensão de operação do motor, considerando-se os dois métodos, é dada por:

$$U_1 = U_N \sqrt{\frac{M_c}{M_N} \frac{s^2 + s_{ki}^2}{s_N^2 + s_{kN}^2} \frac{s_N}{s} \frac{s_{kN}}{s_{ki}}} \quad (3.55)$$

3.4.3 Variação da Resistência Rotórica com Chopper

A combinação da variação de tensão através do regulador e da resistência rotórica através do sistema retificador-chopper também é possível; neste caso, a estratégia de controle de velocidade diferencia-se da anterior. A variação de resistência é feita de forma contínua e, em consequência, a velocidade; a faixa fica limitada à resistência a ser pulsada. O regulador eletrônico é empregado para um eventual aumento da faixa; por exemplo, sua utilização é interessante quando o motor aciona cargas com conjugados inferiores ao que permitiu obter a menor velocidade.

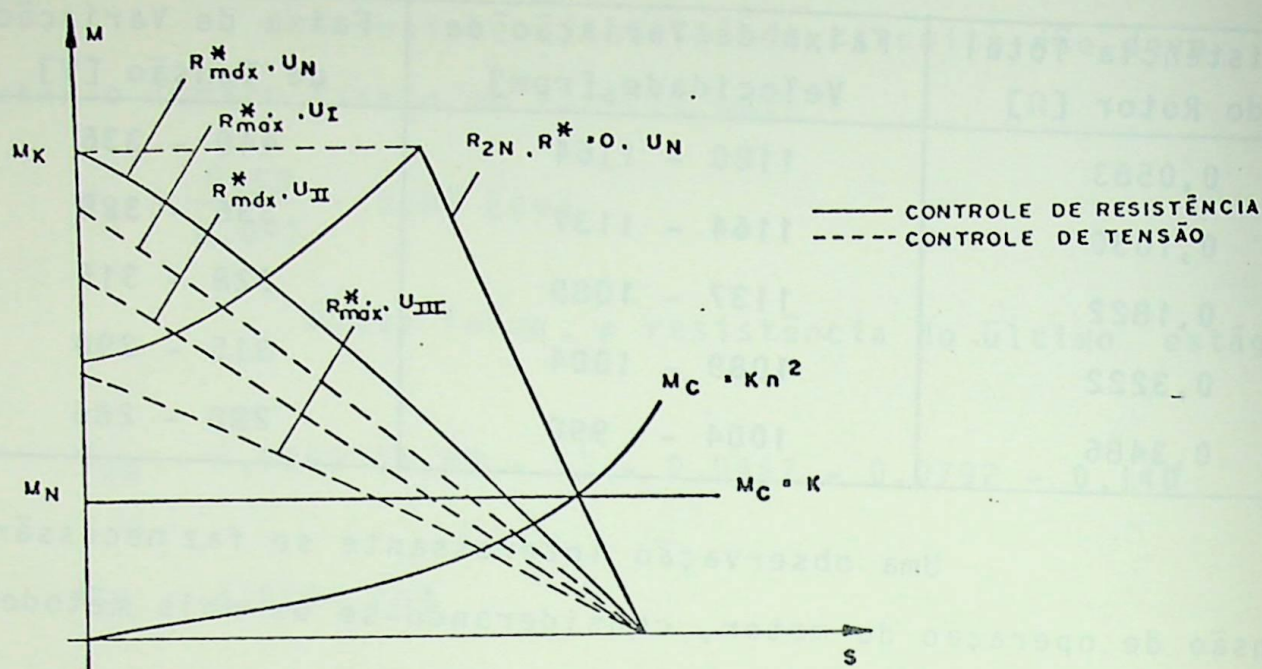


Figura 3.19 - Controle de velocidade-variação combinada da tensão do estator-resistência rotórica (com chopper).

Um critério a adotar para o emprego do método é o de considerar que R_{max}^* possibilita uma determinada velocidade mínima (n_{mini}).

Assim, através de (3.32) obtêm-se R. A velocidade mínima com o chopper (n_{minc}) é

$$n_{minc} = n_s \left\{ 1 - s_{kmax} \left[\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1} \right] \right\} \quad (3.56)$$

onde s_{kmax} é dado pela expressão (3.45)

Sabendo-se que o valor máximo de velocidade com o controle de tensão será igual ao mínimo com o chopper, tem-se:

$$n_{minu} = n_s \left\{ 1 - s_{kmax} \left[\frac{M_k}{M_c} - \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_c}\right)^2 - 1} \right] \right\} \quad (3.57)$$

onde n_{minu} - velocidade mínima com o controle de tensão [rpm]

Com a formulação apresentada, esta estratégia e a anterior são equivalentes; naturalmente, as mesmas considerações são válidas em ambos os casos.

Para o motor, cargas e condições do caso anterior, tem-se de (3.32):

$$R = 2 R_{2N} \left[\frac{s_{k\max}}{s_{kN}} - 1 \right] = 2 \cdot 0,0583 \left[\frac{0,58}{0,097} - 1 \right] \cong 0,5806$$

Portanto: $0 \geq R^* \geq 0,290 \text{ } [\Omega]$

e a resistência rotórica:

$$0,3486 \geq R_2 \geq 0,0583 \text{ } [\Omega]$$

Assim, a faixa de variação de velocidade será:

- Para carga tipo conjugado constante

com variação de resistência - $1180 \geq n \geq 1080 \text{ } [\text{rpm}]$

com variação de tensão - $1080 \geq n \geq 990 \text{ } [\text{rpm}]$

a variação de tensão será $341 \leq U_1 \leq 440 \text{ } [V]$

- Para carga tipo conjugado variável com o quadrado da velocidade.

com variação de resistência - $1180 \geq n \geq 1080 \text{ } [\text{rpm}]$

com variação de tensão - $1080 \geq n \geq 990 \text{ } [\text{rpm}]$

a variação de tensão será:

$$286 \leq U_1 \leq 440 \text{ } [V]$$

Utilizando-se de outra filosofia para o emprego do método, a faixa de variação de velocidade pode aumentar sensivelmente.

3.4.4 *Conclusões e aplicações típicas do método*

O método sugerido pode ampliar a faixa de variação de velocidade através do controle de tensão do estator; além disto, evita-se descontinuidade em toda a faixa, típica no controle de velocidade através de simples variação discreta da resistência do rotor. Grande parte das perdas provocadas pelo controle de tensão são retiradas para fora do motor. Os equipamentos de elevação, como guindastes, gruas, pontes rolantes e elevadores são suas aplicações típicas..

3.5 **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este capítulo explica a maneira como se processa o controle de velocidade pela variação de tensão estatórica, da resistência rotórica e ambos combinados. O último método mostra-se eficiente quanto ao citado controle, pois alia as vantagens dos dois primeiros. A título de uma análise comparativa entre eles montou-se a tabela 3.1. Ressalte-se que alguns dos aspectos citados são explicitados nos capítulos subsequentes.

ASPECTOS CONSIDERADOS	CONTROLE DE TENSÃO DO ESTATOR	VARIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DO ROTOR	VARIAÇÃO COMBINADA
Faixa de velocidade	Limitada	Ampla, porém é discreta	Ampla, depende das resistências externas e da carga.
Frenagem	Freio dinâmico é possível	Idem, com dispositivos auxiliares.	Freio dinâmico é possível.
Harmônicos	Harmônicos na máquina e linha. Aquecimento do motor.	Não existem com resistências chaveadas com contadores. Com o chopper, pouca influência no desempenho do motor.	Harmônicos na máquina e linha. Aquecimento do motor, porém grande parte das perdas é retirada de seu interior.
Conjugados pulsantes	À altas frequências não são problemas.	Não existem.	À altas frequências não são problemas.
Fator de Potência (Linha)	Depende do ângulo de disparo, velocidade e carga do motor.	Depende da velocidade do motor.	Depende do ângulo de disparo, velocidade e carga do motor.
Custo	Baixo, sistema de controle simples.	Baixo com contadores. Com o chopper, o custo é mais elevado.	Baixo com contadores. Com o chopper o custo é bem maior.
Rendimento	Baixo, excesso de perdas no interior do motor.	Depende das resistências externas.	Depende das resistências externas.
Aplicações	Ventiladores e bombas de baixa e média potência. Parada de grandes motores. Aquecimento de baixa potência, controle de fator de potência.	Equipamentos de britagem, pontes rolantes e guindastes.	O equipamento de elevação em geral (Guindastes, pontes rolantes, etc) e outras com conjugado constante. Os que exigem regulação precisa, devem utilizar o chopper.
Observações Gerais	Requer motor com alto escorregamento. Aplicações limitadas. O motor deve ser sobredimensionado.	O funcionamento a baixas velocidades em regime permanente exige o sobredimensionamento do motor.	O sobredimensionamento é menor que para a variação de tensão.

TABELA 3.1 - Quadro comparativo entre os métodos analisados.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE E DETERMINAÇÃO DAS PERDAS DO MOTOR EM REGIME PERMANENTE

Este capítulo fornece diversas expressões, de forma aproximada, para a determinação das perdas em motores de indução de anéis em regime permanente. Adicionalmente, analisa-se a influência do método da variação combinada do valor eficaz de tensão do estator e resistência rotórica nestas perdas.

4.1 - Natureza e Determinação das Perdas em Regime Nominal

Como ocorre em toda transformação de energia, surgem perdas inevitáveis das mais diversas origens. Naturalmente, o principal inconveniente deste fato é o aquecimento que produzem na máquina.

A figura 4.1 mostra um modelo físico associado ao circuito elétrico equivalente e a um diagrama de fluxo de potências, onde:

P_1 - potência absorvida da rede

V_1 - perdas por efeito Joule no estator, representados em

r_1

V_{Fe1} - perdas no ferro do estator, representados em R_{fe1}

P_g - potência transferida do estator para o rotor através do entreferro.

V_{Fe2} - perdas no ferro do rotor, representados em R_{fe2}

V_2 - perdas por efeito Joule no circuito do rotor, representados em r_2'

P_2 - perdas no circuito externo do rotor (motor com rotor bobinado)

V_{AV} - perdas por atrito e ventilação

P_{mec} - potência mecânica desenvolvida

V_{AD} - perdas adicionais, distribuídas em toda a máquina

P - potência mecânica disponível no eixo da máquina

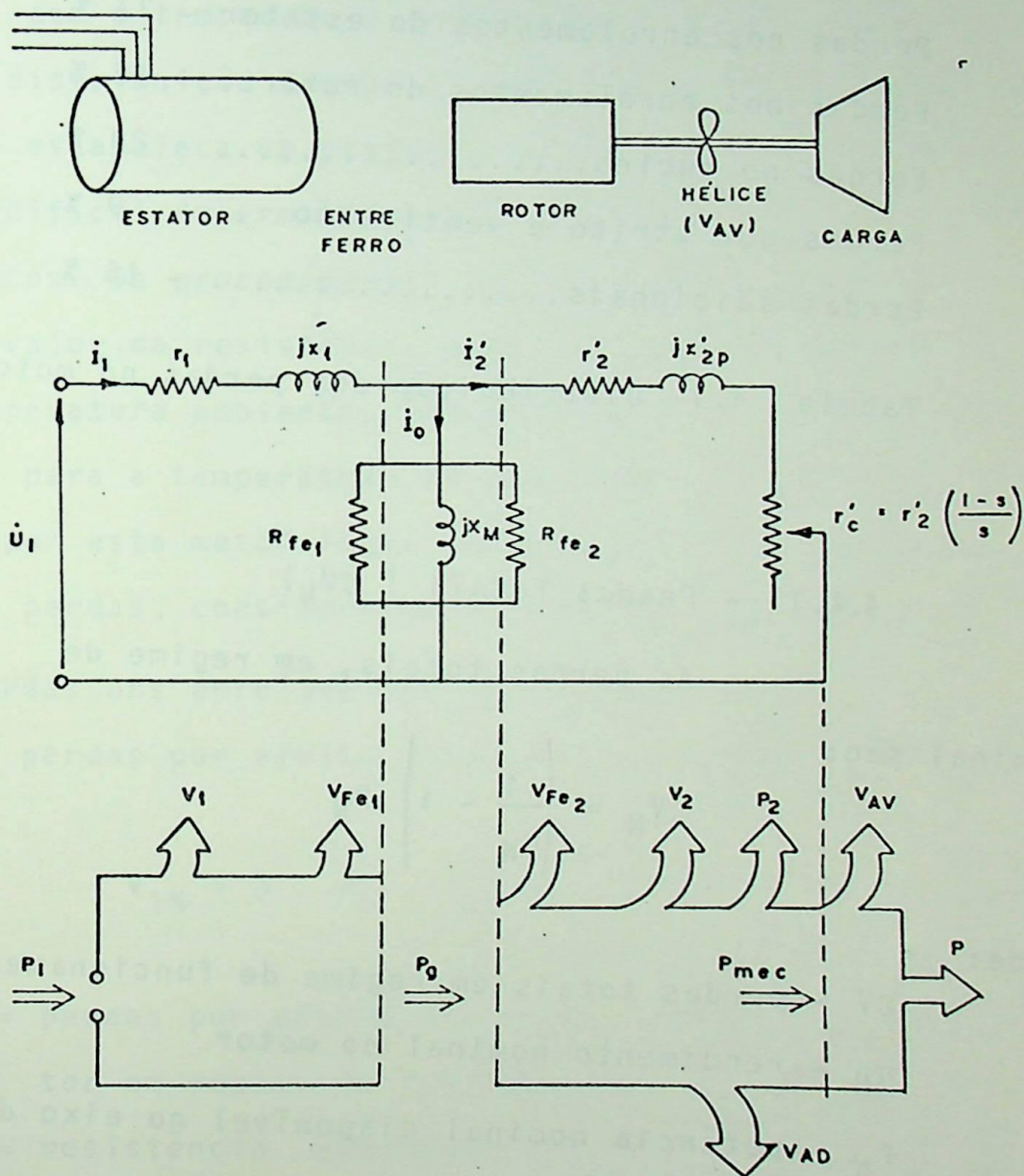


Figura 4.1 Associação entre modelo físico, circuito equivalente e diagrama de fluxo de potências

Pelo exposto as perdas nos motores são de origem elétrica, magnética e mecânica.

Como exemplo, a referência [2], mostra na tabela 4.1 a distribuição das perdas em um motor categoria "B" da "NEMA" (National Electrical Manufacturers Association), o qual, aproximadamente, equivale ao categoria "N" da "ABNT" (Associação Brasileira de Normas Técnicas).

Perdas nos enrolamentos do estator	- 37 %
Perdas nos enrolamentos do rotor..	- 18 %
Perdas no núcleo.....	- 20 %
Perdas por atrito e ventilação ..	- 9 %
Perdas adicionais.....	- 16 %

Tabela 4.1 Distribuição das perdas no motor de indução

4.1.1 - Perdas Totais (ΣV_N)

As perdas totais, em regime de funcionamento nominal são:

$$\Sigma V_N = \left(\frac{1}{\eta_N} - 1 \right) P_N \quad (4.1)$$

onde:

ΣV - perdas totais em regime de funcionamento nominal [W]

η_N - rendimento nominal do motor

P_N - potência nominal disponível no eixo do motor [W]

4.1.2 Perdas nos Enrolamentos

As perdas nos enrolamentos são a soma das perdas por efeito Joule do estator e do rotor. (Pode-se incluir aquelas nas escovas e as de contato para o caso dos motores com rotor bobinado).

Naturalmente, tais perdas dependem da corrente e da resistência dos enrolamentos sob condições de operação. A resistência efetiva de um enrolamento pode variar, entre outros fatores, com a temperatura, efeito pelicular, influências magnéticas e distribuição desigual entre os diversos condutores. Mesmo que se estabeleça um conjunto específico de condições é extremamente difícil determinar os valores reais da resistência dos enrolamentos. Os procedimentos normalizados atualmente, utilizam como o valor da resistência aquela medida em corrente contínua e à temperatura ambiente. Naturalmente, a resistência deve ser corrigida para a temperatura de operação do motor. Os erros introduzidos por esta metodologia são compensados, junto com outras pequenas perdas, considerando-os como perdas adicionais.

- Perdas nos enrolamentos do estator (V_{1N})

As perdas por efeito Joule nos enrolamentos do estator são:

$$V_{1N} = 3 \cdot R_1 \cdot I_N^2 \quad (4.2)$$

onde:

V_{1N} = perdas por efeito Joule nos enrolamentos do estator em regime de funcionamento nominal (W)

R_1 = resistência ôhmica do enrolamento de uma fase do estator [Ω]

I_N = corrente nominal de fase do motor [A]

A resistência R_1 para motores com rotor bobinado é dada, aproximadamente, pela expressão (4.3), deduzida no anexo II; as expressões (4.4) a (4.7) também se encontram no anexo citado.

$$R_1 \cong \frac{I_N}{I_p} \left\{ \cos \psi_p - \frac{I_N}{I_p} \frac{M_k}{M_N} \frac{2 \cdot s_{kN}}{(s_{kN}^2 + 1)} \frac{\eta_N \cos \psi_N}{(1 - s_N)} \right\} \frac{U_N^2 \eta_N \cos \psi_N}{P_N} \quad (4.3)$$

onde:

R_1 - resistência ôhmica de uma fase dos enrolamentos do estator [Ω].

I_p/I_N - relação entre correntes de partida e nominal com a resistência rotórica natural do motor (Na realidade, apenas a corrente de rotor travado é fornecida em catálogos. A corrente de partida, desta forma, será assumida como a de rotor travado e, portanto, um valor médio.

M_k/M_N - relação entre conjugado máximo e nominal

s_{kN} - escorregamento correspondente ao conjugado máximo com a resistência rotórica natural do motor.

s_N - escorregamento nominal do motor.

η_N - rendimento nominal do motor.

$\cos \psi_N$ - fator de potência nominal do motor

$\cos \psi_p$ - fator de potência do motor na partida, adotado como 0,20

U_N - tensão nominal do motor [V]

P_N - potência nominal disponível ao eixo do motor [W]

Por outro lado a relação I_p/I_N pode ser calculada, para o motor com rotor bobinado, por:

$$\frac{I_p}{I_N} = \sqrt{\left(\frac{I_0}{I_N}\right)^2 + \left(\frac{I'_{2p}}{I_N}\right)^2 + 2\left(\frac{I_0}{I_N}\right)\left(\frac{I'_{2p}}{I_N}\right) \frac{1}{\sqrt{4s_{kN}^2 + 1}}} \quad (4.4)$$

sendo:

$$\frac{I_0}{I_N} \approx \sin\psi_N - 0,5 \frac{s_N}{s_{kN}} \cos\psi_N \quad (4.5)$$

como:

$$I'_{2} \approx I_N \cos\psi_N \sqrt{\left[1 + 0,25\left(\frac{s_N}{s_{kN}}\right)^2\right] \frac{M_c}{M_N} \cdot \frac{s}{s_N}} \quad (4.6)$$

portanto, para as condições de partida com a resistência própria do motor, tem-se:

$$I'_{2p} \approx I_N \cos\psi_N \sqrt{\left[1 + 0,25\left(\frac{s_N}{s_{kN}}\right)^2\right] \frac{2}{s_{kN}^2 + 1} \cdot \frac{M_k}{M_N} \cdot \frac{s_{kN}}{s_N}} \quad (4.7)$$

onde:

I_0 - corrente em vazio à tensão nominal [A]

I'_2 - corrente rotórica referida ao estator [A]

I'_{2p} - corrente rotórica na partida referida ao estator [A]

Para as condições nominais a equação (4.6) resulta em:

$$I'_{2N} = I_N \cos\psi_N \sqrt{1 + 0,25\left(\frac{s_N}{s_{kN}}\right)^2} \quad (4.8)$$

- Perdas nos enrolamentos do rotor (V_{2N})

As perdas por efeito Joule nos enrolamentos do rotor (V_{2N}) são:

$$V_{2N} = 3 \cdot R_{2N} I_{2N}^2 \quad (4.9)$$

onde:

V_{2N} - perdas por efeito Joule nos enrolamentos do rotor em regime de funcionamento nominal (W)

R_{2N} - resistência ôhmica própria do rotor por fase [Ω]

I_{2N} - corrente rotórica nominal, com apenas a resistência própria no circuito rotórico [A]

A expressão para o cálculo aproximado de R_{2N} foi apresentada no capítulo III e repetida a seguir por conveniência:

$$R_{2N} \cong \frac{s_N E_{2p}}{\sqrt{3} I_{2N}} \quad (4.10)$$

A corrente rotórica nominal é fornecida em catálogos de fabricantes de motores com rotor bobinado.

4.1.3 Perdas Adicionais (V_{ADN})

As perdas adicionais são as de natureza mais complexa e de difícil determinação através de cálculos ou prática. As diversas normas internacionais divergem fortemente na metodologia para a sua obtenção; conforme o método sugerido, os valores variam para um mesmo motor ensaiado.

Estas perdas são uma função dos elementos de projeto e construção do motor; alguns fatores que as afetam são

o efeito pelicular nos enrolamentos, distribuição não senoidal do fluxo no entreferro, relação entre o número de ranhuras do rotor e estator, entre outros.

Geralmente, tais perdas são assumidas como variáveis com o quadrado da corrente estatórica [28], [30].

A "IEC" (International Electrical Commission) [30] e a "ABNT" [28] adotam seu valor como "0,5 % da potência absorvida pelo motor correspondente à nominal no eixo do motor", ou seja:

$$V_{ADN} = 0,005 \frac{P_N}{\eta_N} \quad (4.11)$$

Por outro lado, a "ANSI" (American National Standards Institute) [27], baseada em uma análise estatística de 315 motores fornecidos por seis fabricantes, propõe que "as perdas adicionais com carga nominal (em KW) são iguais a 1,2 % da potência nominal disponível no eixo da máquina para motores abaixo de 2000 [KW]; para motores com potência nominal igual ou acima de 2000 [KW], adotar 0,9 % da potência nominal disponível no eixo da máquina", ou seja:

$$V_{ADN} = 0,012 P_N, \text{ para } P_N < 2000 \text{ [KW]} \quad (4.12)$$

e

$$V_{ADN} = 0,009 P_N, \text{ para } P_N \geq 2000 \text{ [KW]} \quad (4.13)$$

Os valores propostos pela "ANSI" são mais pessimistas que os da "IEC" e "ABNT". Neste trabalho serão adotados os valores fornecidos a partir das expressões (4.12) e (4.13).

4.1.4 Perdas Mecânicas (V_{AV})

As perdas por atrito e ventilação são constituídas pela potência consumida pelo motor para superar o atrito, nos enrolamentos, nas escovas contra os anéis do rotor e nas partes móveis e sistema de ventilação. Assim como as outras perdas, a energia requerida é convertida em calor.

Normalmente, as perdas mecânicas são assumidas como constantes na faixa de operação entre o estado em vazio ao de plena carga. Esta consideração é uma aproximação bastante razoável. Como nas perdas citadas nos tópicos anteriores, todas as imprecisões fazem parte das perdas adicionais.

Para a sua determinação, baseando-se em [2], adota-se que o seu valor é cerca de 50% das perdas no núcleo, ou

$$V_{AV} = 0,5 V_{feTN} \quad (4.14)$$

onde: V_{feTN} - perdas no núcleo para tensão nominal e qualquer carga no eixo do motor, em [W], conforme mostrado no ítem seguinte.

4.1.5 Perdas no Núcleo (V_{feTN})

As perdas no núcleo (ou no ferro) são aquelas originadas pelo efeito da histerese magnética e correntes parasitas induzidas no circuito magnético do estator e rotor. Muitos fatores influenciam tais perdas como a densidade de fluxo na estrutura magnética, a espessura de suas chapas e o tipo de aço empregado em sua construção; além disto, variam com mudanças de velocidade e outras condições operativas.

A sua medição, em condições dinâmicas é muito complexa; sendo assim, o método aceito pelas diversas normas internacionais consiste em medi-las sob um conjunto padronizado de condições e assumi-las como constante para qualquer carga do motor sendo a tensão aplicada senoidal com amplitude e frequência constantes. As imprecisões cometidas são agregadas às perdas adicionais.

Conforme mostrado no Anexo III, tem-se que as perdas no ferro do rotor (V_{fe2}) são, de forma aproximada:

$$V_{fe2} = V_{fe1N} \cdot s^{1,3} \left(\frac{E_{2p}}{U_N} \right)^2 \quad (4.15)$$

onde:

- E_{2p} - tensão rotórica para o rotor travado [V];
- V_{ef2} - perdas no núcleo do rotor [W];
- V_{ef1} - perdas no núcleo do estator [W];
- s - escorregamento.

ou ainda:

$$V_{fe2N} = \frac{s^{1,3}}{s^{1,3} + \left(\frac{U_N}{E_{2p}} \right)^2} \cdot V_{feTN} \quad (4.16)$$

onde:

- V_{feTN} - perdas no ferro para a tensão nominal e qualquer carga no eixo do motor [W].

Observa-se que, para as condições nominais, V_{fe2} é desprezível. Na realidade, as perdas no ferro do rotor começam a ter importância em regimes de operação com partidas frequentes e pequeno tempo sob carga, nestas condições:

$$V_{fe2} = \frac{V_{feTN}}{1 + \left(\frac{U_N}{E_{2p}} \right)^2} \quad (4.17)$$

Naturalmente, supõe-se V_{feTN} constante para qualquer carga, como citado anteriormente.

O cálculo de V_{feT} será dado por (4.18), ou:

$$V_{feTN} = \Sigma V_N - V_{1N} - V_{2N} - V_{ADN} - V_{AV} \quad (4.18)$$

Para as condições nominais:

$$V_{fe1N} \cong V_{feTN} \quad (4.19)$$

4.1.6 Alternativa para o Cálculo das Perdas

Define-se como o fator " K_0 " a relação entre as perdas em vazio (ferro, atrito e ventilação) e as perdas totais, ou seja:

$$K_0 = \frac{V_{feTN} + V_{AV}}{\Sigma V_N} \quad (4.20)$$

A tabela 4.2 fornece valores típicos de " K_0 " obtidos da Siemens A.G.

Potência [KW]	K_0 = relação entre as perdas em vazio e as perdas totais			
	2 pólos	4 pólos	6 pólos	8 pólos
0,06 - 1,5	0,35	0,45	0,50	0,50
2,2 - 15	0,25	0,25	0,30	0,30
18,5 - 22	0,25	0,30	0,35	0,30
30 - 55	0,35	0,40	0,35	0,30
75 - 160	0,40	0,40	0,35	0,40

Tabela 4.2 - " K_0 " em função da potência e pares de pólos de motores.

Observa-se que a tabela 4.2 explicita as perdas em vazio conforme a potência e pares de polos, enquanto a tabela 4.1 fornece um valor estatístico, o qual seria usado para qualquer motor.

As perdas em vazio, desta forma são:

$$V_{feTN} + V_{AV} = K_0 \Sigma V_N \quad (4.21)$$

Supondo que as perdas por atrito e ventilação sejam 50 % das do ferro tem-se:

$$V_{feTN} = \frac{2}{3} K_0 \Sigma V_N \quad (4.21)$$

e

$$V_{AV} = \frac{1}{3} K_0 \Sigma V_N \quad (4.22)$$

As perdas nos enrolamentos do rotor são dados por (4.9) e as adicionais por (4.12) ou (4.13), ou seja, a forma de cálculo não se altera; assim, as perdas nos enrolamentos do estator são:

$$V_{1N} = (1 - K_0) \Sigma V_N - V_{2N} - V_{AD} \quad (4.23)$$

e a resistência do estator pode ser obtida por:

$$R_1 = \frac{V_{1N}}{3I_N^2} \quad (4.24)$$

4.2 - Comportamento das Perdas em Função da Carga

A corrente do rotor e, em consequência, a do estator são dependentes da carga a acionar. Desta maneira, é cla

ro que as perdas nos enrolamentos e adicionais dependem do comportamento da carga com a variação da velocidade.

No anexo II, mostra-se que a corrente estatôrica para qualquer condição de operação é dada por:

$$\frac{I}{I_N} = \sqrt{\left(\frac{I_0}{I_N}\right)^2 + \left(\frac{I_2'}{I_N}\right)^2 + 2 \cdot \frac{I_0 \cdot I_2'}{I_N^2} \cdot \frac{s}{\sqrt{4(s_{KN})^2 + s^2}}} \quad (4.25)$$

e I_2' é dado pela expressão (4.6).

4.3 - *Influência dos Harmônicos nas Perdas*

Os harmônicos de tensão e corrente gerados pelo regulador trifásico podem causar um acrêscimo de perdas no motor e, em consequência, um sobreaquecimento.

Na sequência, sugere-se uma metodologia para quantificar a influência de tais harmônicos nas perdas listadas no tópico anterior.

4.3.1 *Perdas nos Enrolamentos do Estator (V_1)*

Conforme mostrado no capítulo II, a utilização do regulador eletrônico para o controle de velocidade do motor de indução gera uma distorção das formas de onda de tensão e corrente; desta forma, surgirão harmônicos de diversas ordens.

Baseando-se na modelagem desenvolvida no citado capítulo, foi possível obter-se a figura 4.2, onde é fornecido o valor eficaz total das correntes (ΣI_V) harmônicas de ordem superior (múltiplos do primeiro harmônico) em função da fundamental (I_1); ambas as correntes estão

em "por unidade" da corrente de condução plena (I_L).

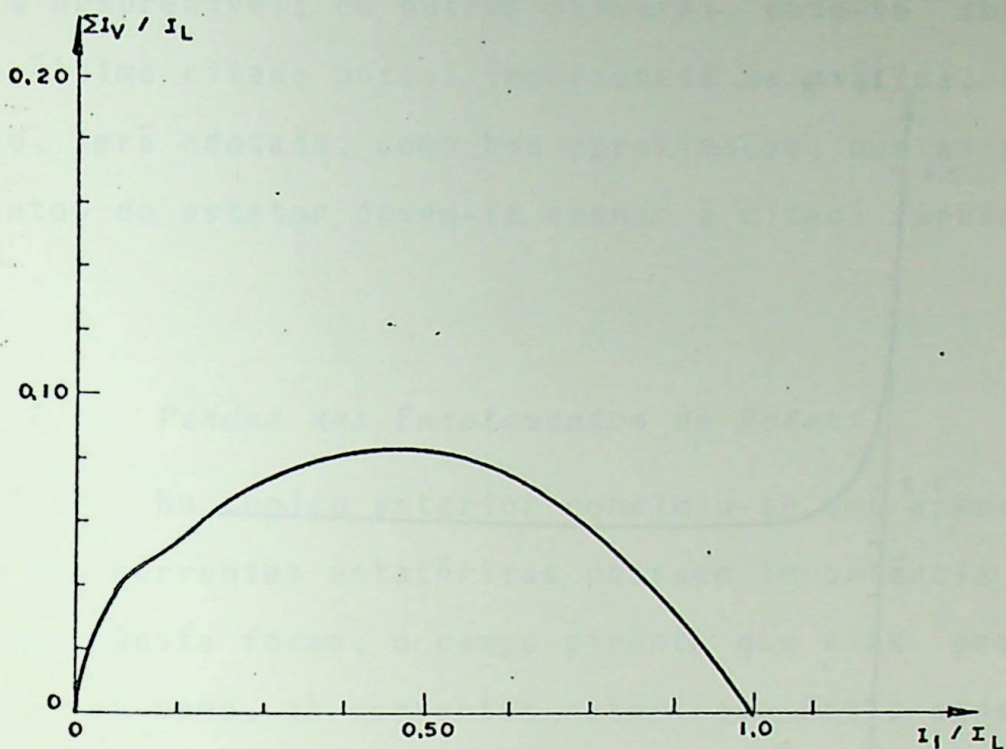


Figura 4.2 - Valor eficaz total das correntes harmônicas de ordem superior em função da fundamental $\Sigma I_V / I_L = f(I_1 / I_L)$

Observa-se que o maior valor de $\Sigma I_V / I_L$ não alcança 0,1 pu. Por outro lado, ainda é possível relacionar-se o valor eficaz total da corrente (I_T), a sua fundamental (I_1) e o valor eficaz da tensão aplicada ao motor (U_1), conforme mostra a figura 4.3 (obtida da mesma forma que a 4.2).

A figura 4.3 permite concluir que o valor eficaz total da corrente e o da fundamental são bastante próximas. Alguma mudança significativa na relação ocorre na região $U_1 / U_N \leq 0,2$ pu; entretanto, sabe-se que dificilmente tais valores de tensão serão aplicados ao estator devido à possibilidade de travamento do rotor.

Sendo assim, pode-se utilizar, com certeza, a figura 4.4.

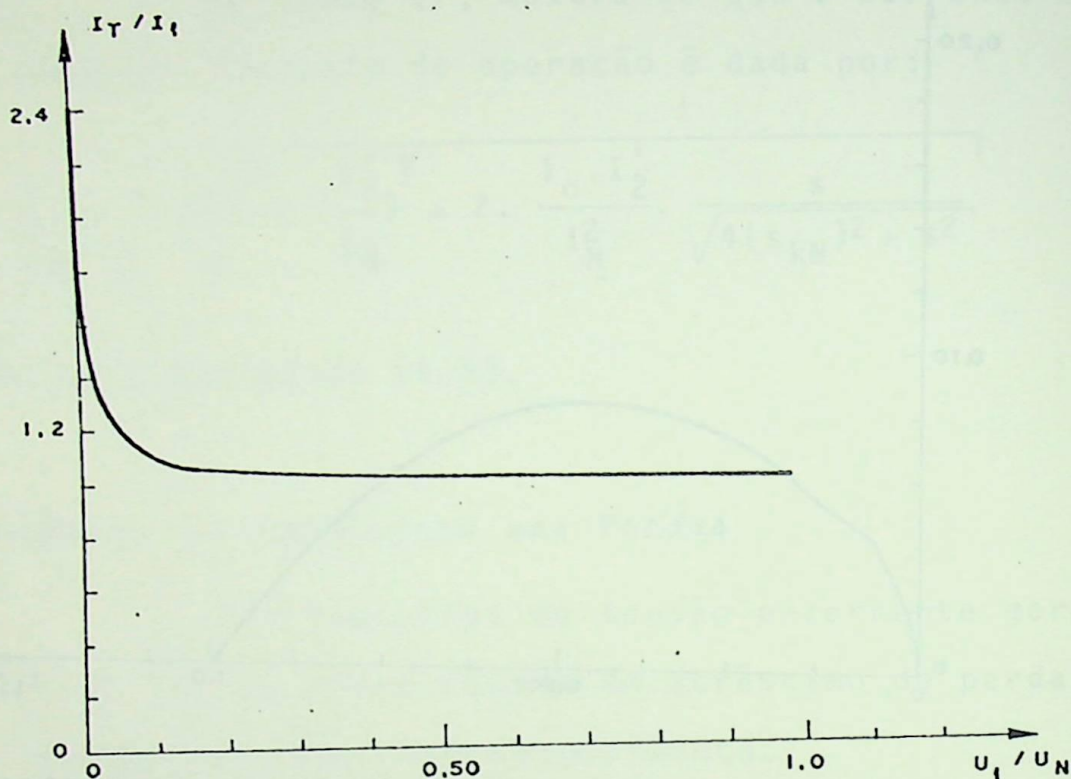


Figura 4.3- Valor eficaz total da corrente em relação à sua fundamental como função do valor eficaz da tensão aplicada ao estator em relação ao valor nominal - $I_T/I_1 = f(U_1/U_N)$

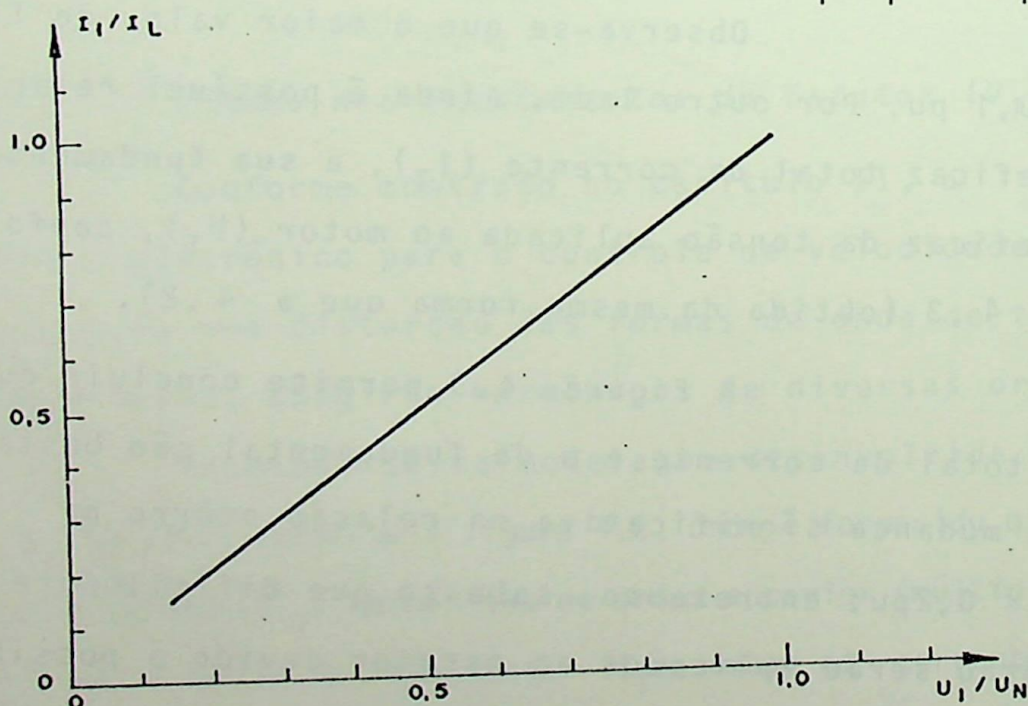


Figura 4.4 - Valor eficaz da fundamental de corrente em relação à fundamental de tensão aplicada ao estator - $I_1/I_L = f(U_1/U_N)$

A análise das figuras 4.2, 4.3 e 4.4 mostra que a diferença entre o valor eficaz total da corrente e de sua fundamental é desprezível; em outras palavras, pode-se concluir que apenas a última citada possui importância na prática. Em face do exposto, será adotado, como boa aproximação, que as perdas nos enrolamentos do estator devem-se apenas à citada fundamental de corrente.

4.3.2 *Perdas nos Enrolamentos do Rotor*

No tópico anterior concluiu-se que apenas as fundamentais das correntes estatóricas possuem importância em termos práticos. Desta forma, o campo girante que elas produzem será senoidal, bem como, as correntes rotóricas. Estas considerações levam a adotar que as perdas nos enrolamentos do rotor devem-se apenas à fundamental de corrente.

4.3.3 *Perdas Adicionais (V_{AD})*

Por serem as perdas adicionais assumidas como variáveis com o quadrado da corrente estatórica, estas assumem o mesmo comportamento dos casos anteriores. Em outras palavras, dependerão da fundamental de corrente e da sua variação conforme a velocidade do motor.

4.3.4 *Perdas por Atrito e Ventilação*

Naturalmente, estas perdas não são afetadas, por quaisquer harmônicos, devido a sua natureza mecânica. O que pode acontecer é a diminuição da eficiência da ventilação, o que

afeta o aquecimento do motor.

4.3.5 Perdas no Núcleo (V_{fe1} , V_{fe2})

A figura 3.4.b é repetida a seguir por conveniência e mostra a relação entre o valor eficaz total da tensão e o da fundamental.

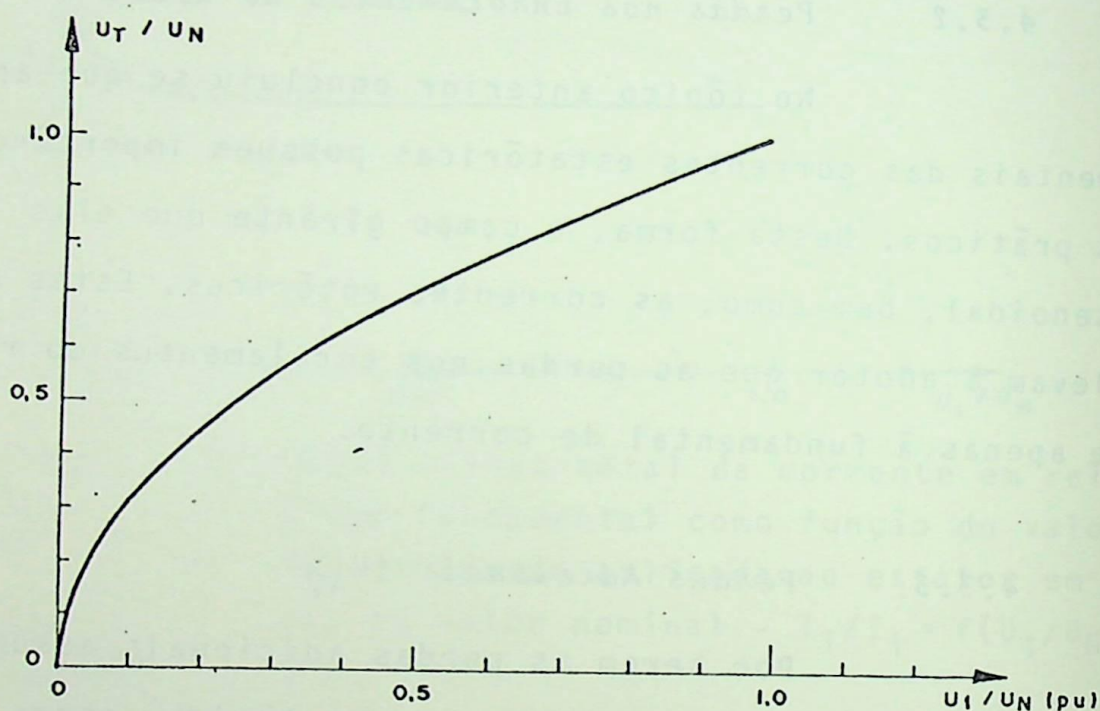


Figura 4.5 - Valor eficaz da tensão total em função de sua fundamental, ambas em relação à tensão nominal do motor.

Como se observa, há a distorção harmônica de tensão e as perdas no núcleo serão incrementadas.

Conforme a referência [26], as perdas no núcleo, causadas pela histerese e correntes de Foucault, dependem, aproximadamente, da tensão e da frequência como mostra (4.26):

$$V_{fe1N} = K \frac{U_N^2}{f_N^{0,7}} \quad (4.26)$$

Sendo assim:

$$V_{fe1v} = K \frac{U_v^2}{f_v^{0,7}} \quad (4.27)$$

onde:

V_{fe1N} - perdas no ferro do estator em condições nominais [W];

U_N, f_N - tensão e frequências nominais [V] e [Hz];

U_v - tensão harmônica aplicada ao estator de ordem "v" [V];

f_v - frequência múltipla da fundamental de ordem "v" [Hz]

K - constante do motor, dependente do tipo e espessura da chapa entre outros fatores. Em cálculos comparativos, como os a seguir, seu valor não é considerado.

v - ordem harmônica.

Assim:

$$\frac{V_{fe1v}}{V_{fe1N}} = \left(\frac{U_v}{U_N}\right)^2 \frac{1}{v^{0,7}} \quad (4.28)$$

Desta forma, as perdas totais no ferro do estator devido aos harmônicos de tensão são:

$$\frac{\sum V_{fe1v}}{V_{fe1N}} = \sum_v \left(\frac{U_v}{U_N}\right)^2 \frac{1}{v^{0,7}} \quad (4.29)$$

Onde:

$\sum V_{fe1v}$ - perdas totais no ferro do estator devido aos harmônicos de tensão excetuando-se a fundamental [W]

A figura 4.6 mostra as perdas no ferro do estator devido ao quinto harmônico (V_{fe15}), ao sétimo (V_{fe17}), aos restantes (V_{fe10u}) e as perdas totais devido a todos os harmônicos (excetuando-se a fundamental) em função da tensão fundamental aplicada, baseando-se nas expressões (4.28) e (4.29) e na modelagem desenvolvida no capítulo II.

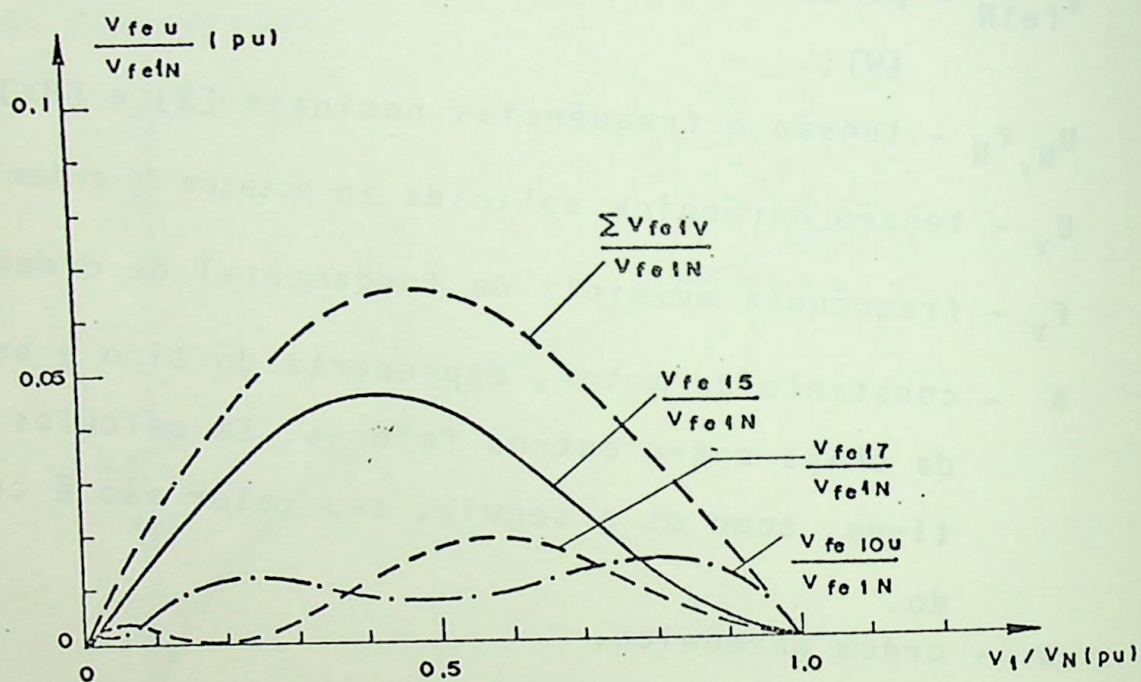


Figura 4.6 - Perdas no ferro do estator devido aos harmônicos de tensão

Observa-se que as perdas causadas pelos diversos harmônicos de tensão são relativamente baixas, não chegando a 10 % das perdas nominais no ferro do estator.

As perdas harmônicas no ferro do rotor são calculadas de forma análoga (Vide Anexo III), ou seja:

$$\frac{\Sigma V_{fe2v}}{V_{fe2N}} = \Sigma_v \left(\frac{U_v}{U_N} \right)^2 \frac{s^{0,7}}{(v \pm s - 1)^{0,7}} \quad (4.30)$$

Onde: o sinal "+" indica sequência positiva (Harmônicos de ordem

7,13,...)

o sinal "-" indica sequência negativa (Harmônicos de ordem 5,11,...)

ΣV_{fe2v} - perdas totais no ferro do rotor devido aos harmônicos de tensão, excetuando-se a fundamental [W]

V_{fe2N} - perdas no ferro do rotor devido à fundamental de tensão, em [W].

Desta forma, as perdas no ferro totais (V_{feTv}) devido aos harmônicos de tensão são:

$$\Sigma V_{feTv} = (V_{fe1N} + s^{0,7} V_{fe2N}) \Sigma \left(\frac{U_v}{U_N} \right)^2 \frac{1}{v^{0,7}} \quad (4.31)$$

Observe-se que, as perdas dadas pela expressão (4.30) são virtualmente desprezíveis.

4.4 - Determinação das Perdas em Regime de Operação Qualquer

4.4.1 Perdas nos Enrolamentos do Rotor (V_2)

Para um regime de operação qualquer, aplicando-se o método da variação combinada da tensão do estator e resistência do rotor, as perdas nos enrolamentos do rotor (V_2) são dados por:

$$\frac{V_2}{V_{2N}} = \frac{M}{M_N} \cdot \frac{M_N}{M_k} \cdot \frac{s}{2s_{ki}} \cdot \left[1 + \left(\frac{s_{kN}}{s_N} \right)^2 \right] \quad (4.32)$$

Onde: V_2 - perdas nos enrolamentos do rotor para uma condição operacional com escorregamento s [W]

V_{2N} - perdas nos enrolamentos do rotor nominais, dada pela expressão (4.8) [W]

M - conjugado da carga para o escorregamento s [N.m]

M_N - conjugado nominal [N.m]

M_k/M_N - relação entre conjugado máximo e o nominal

s - escorregamento do motor (variável de forma contínua, se desejado)

s_{ki} - escorregamento correspondente ao conjugado máximo relativo ao "i-ésimo" estágio de resistência (verificar expressão (3.13))

s_{kN} - escorregamento correspondente ao conjugado máximo relativo à curva natural do motor

s_N - escorregamento nominal

Observe-se que (4.32) é a mais geral possível, englobando a variação de tensão e resistência, bem como o tipo de carga a acionar.

4.4.2 Perdas nos Enrolamentos do Estator (V_1)

Da mesma forma que o item anterior, obtém-se as perdas nos enrolamentos do estator através de:

$$\frac{V_1}{V_{1N}} = \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 \left[\left(\frac{I_0}{I_N} \right)^2 + \left(\frac{I_2'}{I_N} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{I_0}{I_N} \right) \left(\frac{I_2'}{I_N} \right) \frac{s}{\sqrt{4s_{kN}^2 + s^2}} \right] \quad (4.33)$$

Onde:

V_1 - perdas nos enrolamentos do estator para uma condição operacional com escorregamento s [W]

V_{1N} - perdas nos enrolamentos do estator nominais, dada pela expressão (4.2) [W]

I_0 - corrente em vazio, dada pela expressão (4.6) [A]

I_N - corrente nominal do motor [A]

A expressão (4.33) encontra-se deduzida no Anexo III.

I_2' - corrente rotórica referida ao estator para o escorregamento s , em [A], dada pela expressão (4.6).

4.4.3 - Perdas Adicionais (V_{AD})

As perdas adicionais, como já citado anteriormente, são consideradas como variáveis com o quadrado da corrente estatórica; desta forma, tem-se:

$$\frac{V_{AD}}{V_{ADN}} = \frac{V_1}{V_{1N}} \quad (4.34)$$

Onde:

V_{AD} - perdas adicionais para uma condição de operação, com escorregamento s [W]

V_{ADN} - perdas adicionais para as condições nominais [W]

V_1/V_{1N} - dado pela expressão (4.33)

4.4.4 - Perdas no Núcleo (V_{feT})

A variação de tensão resulta em uma alteração de fluxo na máquina; desta forma, as perdas no ferro devido à fun

damental são:

$$\frac{V_{feT1}}{V_{feTN}} = \left(\frac{U_1}{U_N}\right)^2 \quad (4.35)$$

A utilização do regulador introduz harmônico de tensão, então:

$$\frac{V_{feT}}{V_{feTN}} = \left(\frac{U_1}{U_N}\right)^2 + \sum_v \left(\frac{U_v}{U_N}\right)^2 \frac{1}{v^{0,7}} \quad (4.36)$$

Nas equações (4.35) e (4.36) são consideradas apenas as perdas no núcleo do estator, pois as do rotor são desprezíveis em operação normal; como já citado anteriormente, estas passam a ter alguma importância em regime de operação com partidas e partidas frequentes com tempo de funcionamento reduzido.

4.4.5 - Perdas por Atrito e Ventilação (V_{AV})

São calculados pela expressão (4.14). São assumidas como constantes. Pode ocorrer que a eficiência da ventilação diminua, dificultando a dissipação de calor.

4.4.6 - Perdas Totais (ΣV)

As perdas totais serão a soma das diversas perdas em condição operativa com um escorregamento qualquer, ou seja:

$$\Sigma V = V_1 + V_2 + V_{AV} + V_{AD} + V_{feT} \quad (4.37)$$

Onde:

ΣV - perdas totais [W]

4.5 - Conjugados Harmônicos

O baixo nível de correntes harmônicas presentes quando da utilização do regulador, possibilitam afirmar que os eventuais conjugados devido à corrente com frequência múltipla da fundamental são desprezíveis. Esta situação é comprovada pelo fato de que os campos harmônicos possuirão sequência positiva ou negativa; por exemplo, o de quinta ordem possui sequência negativa, e o de sétima, sequência positiva.

Os máximos conjugados presentes são igualmente desprezíveis, pois para o quinto harmônico, por exemplo, tem-se:

$$M_{k5} = \frac{60}{2\pi n_s} \cdot \frac{U_5^2}{2X_5} \quad (4.38)$$

e

$$M_k = \frac{60}{2\pi n_s} \cdot \frac{U_N^2}{2X_1} \quad (4.39)$$

Como em uma hipótese otimista, desconsiderando a saturação, a qual aumenta a reatância X_5 , tem-se:

$$X_5 = 5 \cdot X_1 \quad (4.40)$$

então:

$$\frac{M_{k5}}{M_{k1}} = \frac{1}{5} \left(\frac{U_5}{U_N} \right)^2 \quad (4.41)$$

Verificando-se na figura 2.30, o maior valor de U_5/U_N para $\cos\psi = 0$ (pior caso), é inferior a 0,4, ou seja:

$$U_5/U_N < 0,4 \quad (4.42)$$

então em (4.40):

$$\frac{M_{k5}}{M_{k1}} < \frac{1}{5} (0,4)^2 \quad \text{ou}$$

$$\frac{M_{k5}}{M_{k1}} < 3,2 \% \quad (4.43)$$

O mesmo ocorre para o sétimo harmônico; além disto, um possuindo sequência negativa e o outro sequência positiva vão se cancelando, resultando em um conjugado máximo harmônico desprezível.

Pelo exposto, o conjugado desenvolvido pelo motor será aquele devido à fundamental do campo e corrente.

4.6 - Exemplo de Aplicação

Para os acionamentos relacionados no item 3.4.2, determinar as perdas no motor a uma velocidade de 1142[rpm]. Sabe-se que o motor possui $\eta_N = 0,89$.

a- Perdas Nominais

. Perdas Totais (ΣV_N)

De (4.1)

$$\Sigma V_N = \left(\frac{1}{\eta_N} - 1\right) P_N = \left(\frac{1}{0,89} - 1\right) \cdot 25000 \cong 3090 \text{ [W]}$$

Adotando a distribuição das perdas conforme especificado na tabela 4.1 por simplicidade, obtem-se:

- . Perdas nos enrolamentos do estator (37 %) - $V_{1N} = 1143,3 \text{ [W]}$
- . Perdas nos enrolamentos do rotor (18 %) - $V_{2N} = 556,2 \text{ [W]}$
- . Perdas no núcleo (20 %) - $V_{feTN} = 618,0 \text{ [W]}$
- . Perdas por atrito e ventilação (9 %) - $V_{AV} = 278,1 \text{ [W]}$
- . Perdas adicionais (16 %) - $V_{ADN} = 494,4 \text{ [W]}$

Valores próximos aos apresentados podem ser obtidos com o emprego das expressões apresentadas nos diversos tópicos.

b- Perdas para uma carga com conjugado constante e igual ao nominal na velocidade de 1142 [rpm] ($M_c = k$)

. Perdas nos Enrolamentos do Rotor (V_2)

De (4.32), tem-se:

$$\frac{V_2}{V_{2N}} = \frac{M}{M_N} \cdot \frac{M_N}{M_k} \cdot \frac{s}{2s_{ki}} \left[1 + \left(\frac{s_{kN}}{s_N} \right)^2 \right]$$

Do exemplo do item 3.4.2 sabe-se que:

$$s_{ki} = 0,171$$

e sendo:

$$s = \frac{1200 - 1142}{1200} = 0,0483$$

e $M = M_N$, tem-se:

$$\frac{V_2}{V_{2N}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{0,0483}{2 \cdot 0,171} \left[1 + \left(\frac{0,097}{0,0167} \right)^2 \right] \cong 1,64$$

$$\therefore V_2 \cong 1,64 \cdot 556,2 \cong 912 \text{ [W]}$$

$$\therefore V_2 \cong 912 \text{ [W]}$$

. Perdas nos Enrolamentos do Estator

De (4.33)

$$\frac{V_1}{V_{1N}} = \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 \left[\left(\frac{I_0}{I_N} \right)^2 + \left(\frac{I_2'}{I_N} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{I_0}{I_N} \right) \left(\frac{I_2'}{I_N} \right) \frac{s}{\sqrt{4s_{kN}^2 + s^2}} \right]$$

Desta forma, de (4.6) obtem-se:

$$I_2' = I_{2N}' \frac{s}{s_N} \sqrt{\frac{s_{kN}^2 + s_N^2}{s_{ki}^2 + s^2}}$$

$$\text{Como } I_{2N}' \cong \frac{I_2}{U_N/E_{2p}} = \frac{52}{440/315} = 37,2 \text{ [A]}$$

então:

$$I_2' = 37,2 \cdot \frac{0,0483}{0,0167} \cdot \sqrt{\frac{(0,097)^2 + (0,0167)^2}{(0,171)^2 + (0,0483)^2}} \cong 59,6 \text{ [A]}$$

$$\dots \frac{I_2'}{I_N} \cong 1,32$$

Do exemplo do Anexo II, tem-se:

$$\frac{I_0}{I_N} = 0,465$$

a tensão a ser aplicada para a obtenção desta velocidade será de

(3.55)

$$U_1 = U_N \sqrt{\frac{s_N s^2 + s_{ki}^2}{s s_N^2 + s_{kN}^2} \frac{s_{kN} M_c}{s_{ki} M_N}}$$

$$\frac{U_1}{U_N} = \sqrt{\frac{0,0167 \cdot 0,0463^2 + 0,171^2}{0,0468 \cdot 0,0167^2 + 0,097^2} \frac{0,097}{0,171}} \cong 0,8$$

então:

$$\frac{V_1}{V_{1N}} = (0,8)^2 [(0,485)^2 + (1,32)^2 + 2 \cdot 0,485 \cdot 1,32] \cdot \frac{0,0483}{\sqrt{4(0,097)^2 + (0,0483)^2}}$$

$$\frac{V_1}{V_{1N}} \cong 1,46 ; \text{ assim: } V_1 \cong 1143,3 \cdot 1,46 \cong 1670 \text{ [W]}$$

$$\therefore V_1 = 1670 \text{ [W]}$$

. Perdas Adicionais

De (4.33)

$$\frac{V_{AD}}{V_{ADN}} = \frac{V_1}{V_{1N}} = 1,46; \text{ assim } V_{AD} = 1,46.494,4 \cong 722 \text{ [W]}$$

$$\therefore V_{AD} = 722 \text{ [W]}$$

. Perdas por Atrito e Ventilação

Supostas constantes, portanto:

$$V_{AV} \cong 278 \text{ [W]}$$

. Perdas no Núcleo

Para o cálculo das perdas no núcleo emprega-se a

expressão (4.36)

$$\frac{V_{feT}}{V_{feTN}} = \left(\frac{U_1}{U_N}\right)^2 + \sum_v \left(\frac{U_v}{U_N}\right)^2 \frac{1}{v^{0,7}}$$

para:

$$\frac{U_1}{U_N} = 0,85, \text{ consultando-se a figura 4.6 tem-se:}$$

$$\frac{V_{feTv}}{V_{feTN}} = \sum_v \left(\frac{U_v}{U_N}\right)^2 \frac{1}{v^{0,7}} \cong 0,03$$

então:

$$\frac{V_{feT}}{V_{feTN}} = (0,8)^2 + 0,03 = 0,67$$

assim:

$$V_{feT} = 0,67 \cdot 618 \cong 414 \text{ [W]}$$

. Perdas Totais

$$\text{Como: } \Sigma V = V_1 + V_2 + V_{AD} + V_{feT} + V_{AV}$$

$$\text{então: } \Sigma V = 1670 + 912 + 722 + 414 + 278 = 3996 \text{ [W]}$$

O aumento das perdas totais foi da ordem de 29 % em relação as nominais.

c- Perdas para uma Carga com Conjugado variável com o quadrado da velocidade ($M_c = K_n^2$), para 1142 [rpm]

. Perdas nos Enrolamentos do Rotor

De (4.32), tem-se:

$$\frac{V_2}{V_{2N}} = \frac{M}{M_N} \cdot \frac{M_N}{M_k} \frac{s}{2s_{ki}} \left[1 + \left(\frac{s_{kN}}{s_N} \right)^2 \right]$$

Considerando a carga

$$\frac{M}{M_N} = \frac{(1 - s)^2}{(1 - s_N)^2}$$

e do exemplo do item 3.4.2, sabe-se que $s_{ki} = 0,3$ e sendo $s = 0,0483$ obtém-se

$$\frac{V_2}{V_{2N}} = \frac{(1 - 0,0463)^2}{(1 - 0,0167)^2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{0,0483}{2 \cdot 0,3} \left[1 + \left(\frac{0,097}{0,0167} \right)^2 \right]$$

$$\frac{V_2}{V_{2N}} = 0,87 \quad \text{ou} \quad V_2 = 0,87 \cdot 556,2 \cong 483,9 \text{ [W]}$$

$$\therefore V_2 = 484 \text{ [W]}$$

. Perdas nos Enrolamentos do Estator

De (4.33), tem-se:

$$\frac{V_1}{V_{1N}} = \left(\frac{U}{U_N}\right)^2 \left[\left(\frac{I_0}{I_N}\right)^2 + \left(\frac{I_2'}{I_N}\right)^2 + 2\left(\frac{I_0}{I_N}\right)\left(\frac{I_2'}{I_N}\right) \frac{s}{\sqrt{4s_{kN}^2 + s^2}} \right]$$

De (4.6), obtem-se:

$$I_2' = 37,2 \cdot \sqrt{\frac{0,0483}{0,0167} \frac{(0,097)^2 + (0,0167)^2}{(0,3)^2 + (0,0483)^2}} = 34,8 \text{ [A]}$$

então:

$$\frac{I_2'}{I_N} \cong 0,77$$

Do exemplo do Anexo II, tem-se:

$$\frac{I_0}{I_N} = 0,485$$

a tensão a ser aplicada para a obtenção desta velocidade será:

$$U_1 = U_N \sqrt{\frac{s_N}{s} \frac{s^2 + s_{ki}^2}{s_N^2 + s_{kN}^2} \left[\frac{1-s}{1-s_N} \right]^2 \frac{s_{kN}}{s_{ki}}}$$

$$\frac{U_1}{U_N} = \sqrt{\frac{0,0167}{0,0483} \frac{0,0483^2 + 0,3^2}{0,0167^2 + 0,097^2} \left[\frac{1-0,0483}{1-0,0167} \right]^2 \frac{0,097}{0,3}} \cong 1$$

Então:

$$\frac{V_1}{V_{1N}} = \left[0,485^2 + (0,77)^2 + 2 \cdot 0,485 \cdot 0,77 \cdot \frac{0,0483}{\sqrt{4 \cdot (0,097)^2 + (0,0485)^2}} \right]$$

$$\frac{V_1}{V_{1N}} \cong 1,008 \quad \therefore V_1 = 1143,3 \text{ [W]}$$

. Perdas Adicionais

Como $V_{AD}/V_{ADN} = V_1/V_{1N} = 1$; assim $V_{AD} = 494,4 \text{ [W]}$

$$\therefore V_{AD} = 494,4 \text{ [W]}$$

. Perdas por Atrito e Ventilação

Supostas constantes, portanto:

$$V_{AV} = 278 \text{ [W]}$$

. Perdas no Núcleo

Utilizando-se de (4.36), obtem-se:

$$\frac{V_{feT}}{V_{feTN}} = \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 + \sum_v \left(\frac{U_v}{U_N} \right)^2 \frac{1}{v^{0,7}}$$

Como $U_1/U_N = 1$, então: $\sum_v (U_v/U_N) \frac{1}{v^{0,7}} = 0$

Assim:

$$\frac{V_{feT}}{V_{feTN}} = 1$$

$$\therefore V_{feT} = 618 \text{ [W]}$$

. Perdas Totais

$$\Sigma V = V_1 + V_2 + V_{AD} + V_{feT} + V_{AV}$$

então:

$$\Sigma V = 1143,8 + 484 + 494,4 + 618 + 278 = 3018 \text{ [W]}$$

As perdas totais sofreram um ligeiro decréscimo da ordem de 2 % em relação às nominais.

4.7 - Considerações Finais

Para a determinação das perdas nominais é mais conveniente a utilização de dados de testes com uma medição direta ou através dos parâmetros do circuito equivalente; no entanto, a realidade dos fatos mostra que as diferentes normas discordam entre si neste aspecto, resultando em valores distintos para as mesmas perdas conforme a metodologia empregada [27], [28], [29], [30]. Desta forma, considerando tais fatores e que, em termos práticos, a aquisição destes dados é difícil, sugeriu-se a utilização de expressões que fornecem valores supostamente aproximados e os da tabela 4.1.

Com a utilização da citada tabela, a título de exemplo, verificou-se que a variação combinada de tensão do estator-resistência do rotor é mais favorável, em termos de perdas, para cargas com conjugado variável com o quadrado da velocidade que para aquelas com conjugado constante. Além disto, é possível concluir que o método é inconveniente para motores gaiola.

A utilização do regulador não causa maiores inconvenientes em termos de perdas devido aos harmônicos de tensão e corrente; portanto, eles são, praticamente, desprezíveis.

CAPÍTULO V

ESPECIFICAÇÃO DO MOTOR

Este capítulo fornece um algoritmo computacional para a especificação de motores em acionamentos com a velocidade controlada pela variação combinada do valor eficaz da tensão do estator e da resistência do circuito rotórico. Entre outros fatores, considera-se o tempo de partida, faixa de variação de velocidade e existência ou não de frenagem dinâmica; ou seja, a influência do regime (ou regimes) de operação da carga no comportamento térmico do motor.

5.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A definição da potência de um motor em um acionamento é feita de modo que duas condições básicas sejam atendidas:

- O motor deve fornecer, em condições consideradas normais, a velocidade e o conjugado exigido pelo acionamento;
- Durante o seu ciclo de funcionamento, a temperatura dos enrolamentos não deve ultrapassar o valor definido pela sua classe de isolamento.

Desta forma, tem-se que o ciclo operativo do acionamento possui papel preponderante no comportamento térmico do motor. A identificação de possíveis ciclos operativos em acionamento com velocidade controlada pode ser difícil; isto se deve às exigências da carga a acionar, a qual possui aplicação e operação aleatória, na maioria dos casos.

Em face do exposto, além do aquecimento do mo-

tor causado pelas perdas ao longo da faixa de variação de velocidade em regime permanente, a existência de processos transitórios como a partida e frenagem pode tornar-se importante na especificação do motor. Neste contexto, sugere-se a seguir um equacionamento, baseado em dados de catálogos, para as perdas no motor quando submetido a partidas e frenagens, bem como, para o seu aquecimento.

Este capítulo ainda apresenta um algoritmo computacional que possibilita a especificação de motores integrantes de acionamentos com a velocidade controlada pela variação combinada do valor eficaz da tensão do estator e da resistência do circuito rotórico. São considerados todos os aspectos citados até o presente ponto. Outros métodos poderão ser incluídos, mas fogem do escopo deste trabalho.

5.2 - PARTIDA DE MOTORES

5.2.1 - Tempo de Partida

A definição do tempo de partida de motores depende da carga, como mostra a expressão (5.1)

$$M - M_{c(M)} = \frac{2\pi}{60} J \frac{dn}{dt} \quad (5.1)$$

onde:

M - conjugado motor, em [N.m]

$M_{c(M)}$ - conjugado da carga referida ao eixo do motor, em [N.m]

J - momento de inércia do acionamento (motor, carga e acoplamento) em [Kg.m²]

n - velocidade, em [rpm]

t - tempo, em [s]

A equação do conjugado motor:

$$M = M_k \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_{ki}} + \frac{s_{ki}}{s}} \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 \quad (5.2)$$

pode ser aplicada a motores com rotor bobinado, pois a resistência rotórica praticamente não varia, ou varia muito pouco, durante o processo de partida.

Sabendo-se que:

$$\frac{dn}{dt} = - n_s \frac{ds}{dt} \quad (5.3)$$

tem-se em (5.1):

$$M_k \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_{ki}} + \frac{s_{ki}}{s}} \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 - M_{c(M)} = - \frac{2\pi}{60} J n_s \frac{ds}{dt} \quad (5.4)$$

ou

$$t_p = \int_0^{t_p} dt = - \int_1^{s_{max}} \frac{2\pi}{60} J n_s \cdot \frac{ds}{M_k \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_{ki}} + \frac{s_{ki}}{s}} \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 - M_{c(M)}} \quad (5.5)$$

onde s_{max} é o escorregamento correspondente à menor velocidade desejada a se atingir na partida.

Naturalmente, dependendo do conjugado da carga a expressão (5.5) deverá ser resolvida com a ajuda de métodos numéricos.

O tempo de partida pode ser calculado de forma aproximada por:

$$t_p = \frac{2\pi}{60} J \frac{n_{min}}{M_{med}} \quad (5.6)$$

onde:

$$M_{med} = \frac{M_p + M_{c(M)} s = 1}{2} \quad (5.7)$$

e n_{min} é a menor velocidade a partir da qual o motor é controlado.

5.2.2 - Perdas na Partida

As perdas nos enrolamentos do estator são:

$$V_{1p} = 3 \cdot R_1 \cdot I_p^2 \quad (5.8)$$

e no rotor:

$$V_{2p} = 3 \cdot R_2' \cdot I_{2p}'^2 \quad (5.9)$$

I_p e I_{2p}' são fornecidas, respectivamente, pelas expressões (4.4) e (4.7).

As perdas por atrito e ventilação durante a partida são desprezadas.

As perdas no ferro são constantes, mas distribuem-se entre estator e rotor como mostrado no item 4.1.5.

As perdas adicionais variam com quadrado da corrente estatórica, conforme mostrado no capítulo IV, então:

$$\frac{V_{ADp}}{V_{ADN}} = \left(\frac{I_p}{I_N}\right)^2 \quad (5.10)$$

V_{ADp} - perdas adicionais na partida.

5.3 - FRENAGEM ELÉTRICA

Pelos motivos expostos no item 3.2.3, na análise a seguir será considerada a frenagem com corrente contínua. A idéia básica do processo é mostrada na figura 3.7.

5.3.1 - Frenagem com Corrente Contínua

A aplicação de tensão contínua constante nos enrolamentos do motor de indução trifásico provoca um campo magnético estacionário. O comportamento do conjugado em função da velocidade durante a frenagem é semelhante ao do conjugado de partida.

A figura (5.1) mostra, para dois tipos de conexão dos enrolamentos do estator, a aplicação de tensão contínua, para obtenção da frenagem.

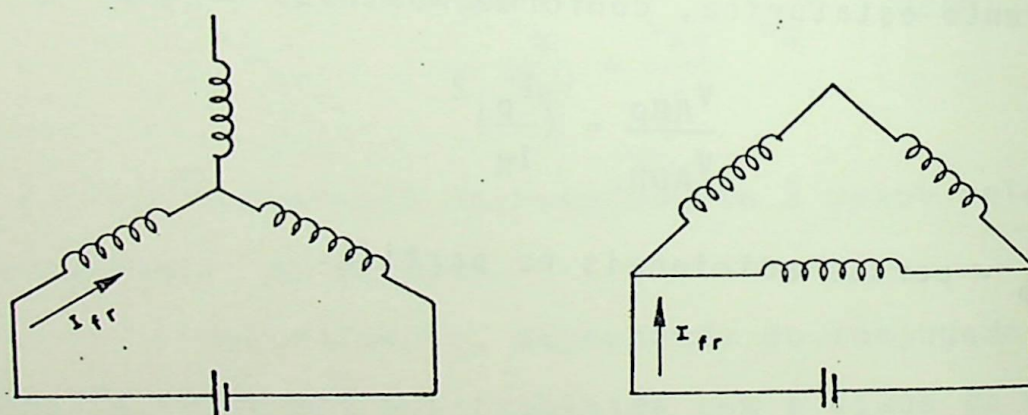


Figura 5.1 - Aplicação de tensão contínua nos enrolamentos do estator

Neste tipo de frenagem, define-se o tempo desejado de frenagem e a partir daí calcula-se a corrente.

Admitindo-se que o conjugado da carga contribua para a frenagem, para que a mesma ocorra no tempo t_{fR} , o motor deve produzir o conjugado M_{fR} definido pela equação (5.11)

$$M_{fR} = \frac{2 \cdot \pi \cdot J \cdot n}{60 \cdot t_{fR}} - M_{c(M)} \quad (5.11)$$

onde:

J - momento de inércia do acionamento [$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$]

n - velocidade do motor no instante do início da frenagem.
[rpm]

t_{fR} - tempo de frenagem [s]

$M_{c(M)}$ - conjugado da carga referido ao eixo do motor [N.m]

M_{fR} - conjugado de frenagem [N.m]

Como o conjugado de aceleração, o conjugado de frenagem varia com o escorregamento. Para simplificar o problema adota-se para M_{fR} um valor médio, conforme mostra a figura 5.2.

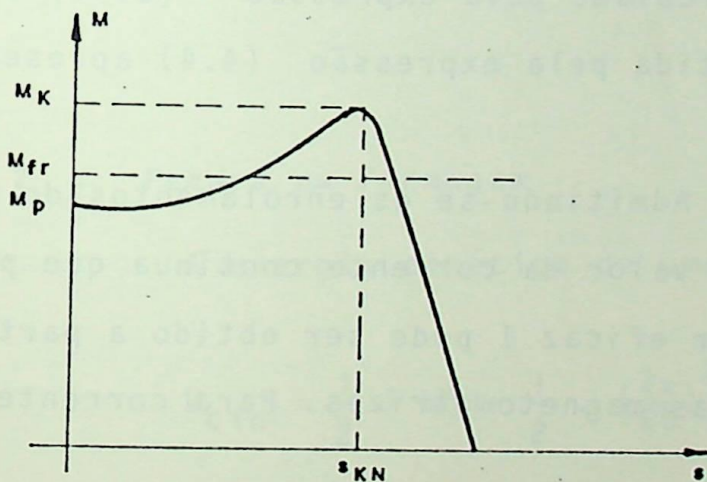


Figura 5.2 - Conjugado de frenagem

Este valor médio pode ser calculado em função do conjugado de frenagem para $s = 1$, ou:

$$M_{fr} = b \cdot M_{fr1} \quad (5.12)$$

sendo "b" obtido de fabricantes.

Para os enrolamentos do estator percorridos por corrente alternada, os conjugados de partida e frenagem para $s=1$ variam com o quadrado da corrente.

$$\frac{M_{fr1}}{M_p} = \left(\frac{I}{I_p^*} \right)^2 \quad (5.13)$$

M_p - conjugado de partida, em [N.m]

I_p^* - valor eficaz da corrente de partida na fase [A]

I - valor eficaz da corrente na fase que produz o conjugado de frenagem [A].

Como o motor em questão possui rotor bobinado, os valores do conjugado e corrente de partida podem ser alterados conforme as necessidades do acionamento. O conjugado de partida, pode ser calculado pela expressão (3.46) do capítulo III; a corrente de partida pela expressão (4.4) apresentada no capítulo IV.

Admitindo-se os enrolamentos do estator ligados em estrela, o valor da corrente contínua que produz o mesmo efeito que o valor eficaz I pode ser obtido a partir das igualdades entre as forças magnetomotrizes. Para corrente contínua tem-se:

$$F_{MM} = 2 I_{fR} \cdot N \cdot \cos 30^\circ$$

ou

$$F_{MM} = \sqrt{3} I_{fR} \cdot N \quad (5.14)$$

I_{fR} - valor médio da corrente contínua de frenagem

N - número de espiras por fase do enrolamento do estator

Para corrente alternada senoidal de valor eficaz I tem-se:

$$F_{MM} = \frac{3}{2} \sqrt{2} \cdot I \cdot N \quad (5.15)$$

Comparando-se (5.14) com (5.15) obtem-se;

$$I_{fR} = 1,23 I \quad (5.16)$$

Levando-se em conta as expressões (5.12) e (5.13) e (5.16), obtem-se:

$$I_{fR} = 1,23 I_p^* \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot J \cdot n}{60 \cdot t_{fR}} - M_c(M)}{b \cdot M_p}} \quad (5.17)$$

Para os enrolamentos ligados em triângulo, analogamente, tem-se:

$$I_{fR} = 2,12 I_p^* \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot J \cdot n}{60 \cdot t_{fR}} - M_c(M)}{b \cdot M_p}} \quad (5.18)$$

5.3.2 - Perdas na Frenagem

A energia cinética de uma massa girante pode ser dada por:

$$W_{cin} = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \cdot J \cdot n^2 \quad (5.19)$$

onde:

W_{cin} é a energia cinética do rotor com um momento de inércia J a uma velocidade n [J]

Como a frenagem levará o rotor à parada total, a energia cinética final será:

$$W_{cinf} = 0 \quad (5.20)$$

A variação de energia cinética entre o instante do início da frenagem e a parada total será, então:

$$\Delta W_{cin} = W_{cini} - W_{cinf} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 J(n^2 - 0) \quad (5.21)$$

ou

$$\Delta W_{cin} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \cdot J \cdot n^2 \quad (5.22)$$

Após algumas manipulações algébricas de (5.22) e substituindo em (5.19), obtem-se:

$$M_{fr} = \frac{2 \Delta W_{cin} 60}{2 \cdot \pi \cdot n \cdot t_{fr}} - M_c(M) \quad (5.23)$$

Desta forma:

$$\frac{2\pi}{60} M_{fr} \cdot n = \frac{2 \Delta W_{cin}}{t_{fr}} - M_c(M) \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot n \quad (5.24)$$

ou ainda:

$$P_{fr} = \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 J \frac{n^2}{t_{fr}} - P_c \quad (5.25)$$

P_{fr} - potência média desenvolvida no processo de frenagem [W]

P_c - potência média da carga durante a frenagem [W].

Pode-se concluir que a potência média desenvolvida no processo de frenagem é igual ao valor médio das perdas no circuito rotórico (V_{2frr}), inclusive considerando-se as resistências externas, ou seja:

$$P_{fr} = V_{2frr} = \left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 J \cdot \frac{n^2}{t_{fr}} - P_c \quad (5.26)$$

Por outro lado, a corrente de frenagem ao circular pelos enrolamentos do estator produzirão perdas por efeito

Joule (P_{Jfr}) dadas por:

$$P_{Jfr} = R_1^* I_{fr}^2 \quad (5.27)$$

onde:

R_1^* - resistência total do estator para a corrente de frenagem, cujo valor é:

. estator em estrela

$$R_1^* = 2 R_1 \quad (5.28)$$

. estator em delta

$$R_1^* = 2/3 R_1 \quad (5.29)$$

A parcela correspondente às perdas dissipadas, nas resistências externas do circuito rotórico não contribuem para o aquecimento do motor; entretanto, sabe-se que:

$$\frac{V_{2frrt}}{V_{2fr}} = \frac{R_{2N} + \Sigma R_{2i}}{R_{2N}} = \frac{s_{ki}}{s_{kN}} \quad (5.30)$$

V_{2fr} - perdas rotóricas internas médias [W]

ΣR_{2i} - somatória das resistências externas ao rotor [Ω]

s_{ki} - escorregamento correspondente ao conjugado máximo com as resistências externas inseridas no circuito do rotor

s_{kN} - idem, com apenas a resistência própria do rotor

Desta forma, as perdas médias (ΣV_{fr}) ocorridas durante a frenagem em um tempo t_{fr} a partir de uma velocidade n serão:

$$\Sigma V_{fr} = R_1^* I_{fr} + \frac{s_{kN}}{s_{ki}} V_{2frrt} \quad (5.31)$$

5.4 - TIPOS DE OPERAÇÃO

A operação de acionamentos elétricos pode ser classificada em diversos tipos, conforme [29], [30]; entretanto, em acionamentos com velocidade controlada, pelas suas características, o tipo que mais se aproxima das condições operativas industriais é o S8. Esta operação é composta de uma série de períodos iguais, cada um contendo um tempo de carga constante e velocidade definida, seguido de um ou mais intervalos de tempo com outros valores de carga e velocidade. A figura 5.3 mostra um exemplo do comportamento da potência disponível no eixo do motor, perdas e da temperatura para esta operação.

Observa-se que na realidade, em um ciclo de funcionamento ainda poderiam existir partidas, frenagens e em vazio.

5.5 - AQUECIMENTO DO MOTOR

As condições de aquecimento das partes de um motor que operam em contato com o seu isolamento são diferentes. As partes mais intensamente aquecidas são, em geral, as seções internas dos enrolamentos.

A quantidade de calor envolvida também difere conforme as condições operativas e, além disso, o sentido de seu fluxo não permanece constante dentro da máquina. Mais frequentemente, quando o motor gira sem carga, calor é transferido do núcleo para os enrolamentos; mas tão logo a carga aumente no eixo do motor, o calor é transferido no sentido oposto ao anterior. Estas circunstâncias tornam o cálculo do aquecimento altamente com-

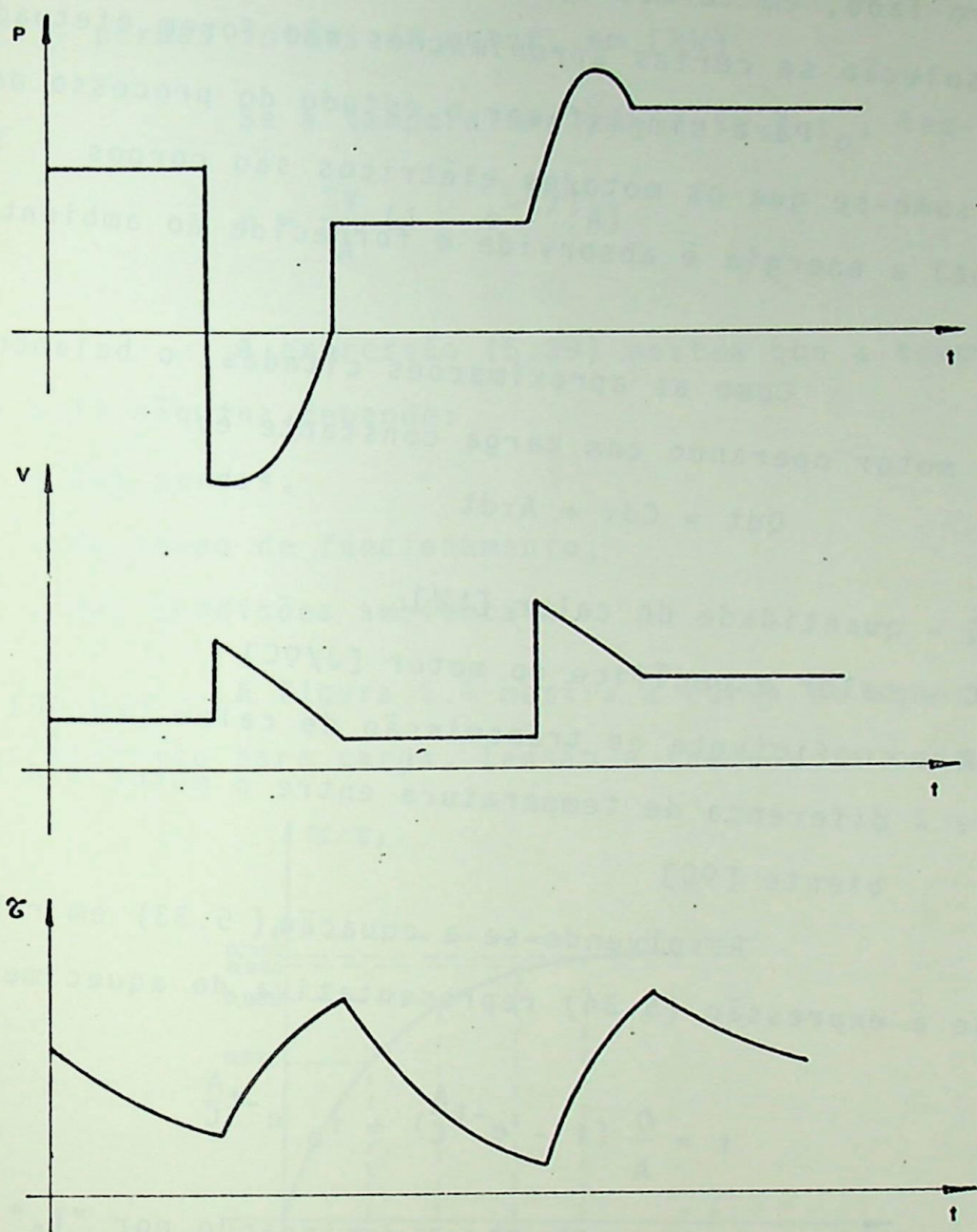


Figura 5.3 - Potência P , perdas V e temperatura τ para o o peração ininterrupta S8 - Exemplo para uma situação aleatória

plexo, e possuem extrema importância para o projetista da máquina. Por outro lado, em termos aplicativos, o problema torna-se de difícil solução se certas aproximações não forem efetuadas.

Para simplificar o estudo do processo de aquecimento, assume-se que os motores elétricos são corpos homogêneos, no qual a energia é absorvida e fornecida ao ambiente uniformemente.

Como as aproximações citadas, o balanço de calor para o motor operando com carga constante é:

$$Qdt = Cd\tau + A\tau dt \quad (5.33)$$

onde:

Q - quantidade de calor [kW]

C - calor específico do motor [J/°C]

A - coeficiente de transmissão de calor [kW/°C]

τ - diferença de temperatura entre o motor e o meio ambiente [°C]

Resolvendo-se a equação (5.33) em relação a τ , obtém-se a expressão (5.34) representativa do aquecimento do motor:

$$\tau = \frac{Q}{A} (1 - e^{-t\frac{A}{C}}) + \tau_0 e^{-t\frac{A}{C}} \quad (5.34)$$

Por outro lado, designando por " T_A " a constante de tempo de aquecimento do motor, tem-se:

$$T_A = \frac{C}{A} \quad (5.35)$$

então:

$$\tau = \frac{Q}{A} (1 - e^{-t\frac{t}{T_A}}) + \tau_0 e^{-\frac{t}{T_A}} \quad (5.36)$$

Se $t \rightarrow \infty$ e sabendo-se que:

$$Q = \Sigma V \quad (5.37)$$

a máxima variação de temperatura será:

$$\tau = \tau_{\max} = \frac{Q}{A} = \frac{\Sigma V}{A} = \tau_F \quad (5.38)$$

onde: ΣV - perdas totais do motor, em [kW]

Se a temperatura ambiente é τ_0 , tem-se:

$$\tau = \frac{\Sigma V}{A} (1 - e^{-t/T_A}) \quad (5.39)$$

A expressão (5.39) mostra que a temperatura alcançada pela máquina depende:

- das perdas;
- do tempo de funcionamento;
- das condições ambientais.

A figura 5.4 mostra a curva de aquecimento de um motor elétrico para carga, tensão e frequência constantes.

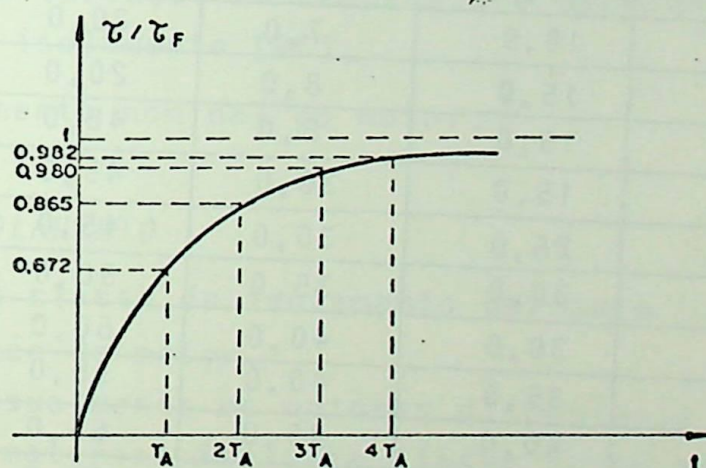


Figura 5.4 - Curva de aquecimento do motor para carga constante

A constante de tempo " T_A " pode ser determinada na prática, pela curva da figura 5.4, cujo levantamento se dá pelo ensaio de aquecimento do motor. Por outro lado, a tabela 5.1

fornece valores típicos de " T_A " em função da potência e do número de pólos do motor fornecidos pela Siemens A.G.

Potência [kW]	T_A = constante de tempo de aquecimento em minutos			
	2 pólos	4 pólos	6 pólos	8 pólos
0,12	-	12,5	-	-
0,18	7,5	12,5	12,0	-
0,25	7,5	10,0	12,0	-
0,37	8,0	10,0	12,0	-
0,55	8,0	10,0	12,0	-
0,75	7,5	10,0	-	16,0
1,1	10,0	-	-	16,0
1,5	-	-	12,0	12,0
2,2	-	12,0	13,0	10,0
3,0	6,0	12,0	13,0	10,0
4,0	14,5	11,0	14,0	12,0
5,5	10,9	10,0	16,0	-
7,5	10,9	7,0	20,0	14,0
11,0	15,0	8,0	20,0	45,0
15,0	15,0	8,0	40,0	50,0
18,5	15,0	30,0	45,0	55,0
22,0	25,0	30,0	45,0	55,0
30,0	30,0	35,0	50,0	60,0
37,0	30,0	40,0	50,0	65,0
45,0	35,0	40,0	55,0	65,0
55,0	40,0	45,0	55,0	75,0
75,0	40,0	50,0	60,0	75,0
90,0	40,0	50,0	60,0	75 a 120
110,0	45,0	55,0	60 a 120	75 a 120
132,0	60 a 120	60 a 120	60 a 120	75 a 120

Tabela 5.1 - Exemplos de constantes de tempo de aquecimento de motores de indução trifásicos

Teoricamente, o equilíbrio térmico ocorrerá em $t = \infty$; mas, para propósitos práticos, pode-se assumi-lo para

$t = 3 \text{ a } 4 T_A$.

Para o resfriamento a análise é semelhante; no entanto, a transferência de calor decresce com a parada do motor. Desta forma, a constante de tempo de resfriamento " T_R " é maior que a de aquecimento " T_A "; conforme [31] tem-se:

- para motores com ventilação forçada

$$T_R = T_A \quad (5.40)$$

- para outros motores

$$T_R = 1,4 \text{ a } 1,5 T_A \quad (5.41)$$

O coeficiente de transmissão de calor " A " pode ser calculado através de:

$$A = \frac{P_N}{\tau_F \eta_N} \left(\frac{1}{\eta_N} - 1 \right) \quad (5.42)$$

onde:

P_N - potência nominal do motor [kW];

τ_F - máxima variação de temperatura permitida pela classe de isolamento [°C];

η_N - rendimento nominal do motor.

5.6 - CLASSES DE ISOLAMENTO

A classe de isolamento define a temperatura admissível de operação do motor.

Usualmente os motores disponíveis no mercado, são construídos com material isolante classe B, ou seja, admitem uma elevação de temperatura de 80° a partir de uma temperatura ambiente referência, que normalmente vale 40°C. Isto significa que o isolante do motor pode operar com uma temperatura máxima de 130°C, considerando-se uma reserva de 10°C. Evidentemente este é um valor médio, resultante da forma de medição da temperatura. A avaliação da variação de temperatura dos enrolamentos do motor é feita através de medição de variação de suas resistências.

Existirão pontos nos enrolamentos que estarão a uma temperatura mais elevada que o valor médio encontrado.

A tabela 5.2, fornece para as classes de isola

mento usuais as diversas temperaturas, padronizadas pelas normas IEC e ABNT, [30] e [29].

Classe de isolamento	A	E	B	F	H
Temperatura ambiente °C	40	40	40	40	40
Elevação de temperatura	60	75	80	100	125
Diferença entre o ponto mais quente e a temperatura média °C	5	5	10	15	15
Temperatura máxima °C	105	120	130	155	180

Tabela 5.2 - Classes de isolamento e respectivas temperaturas limites

A observação da temperatura limite de operação é muito importante, pois a experiência indica que a operação com uma temperatura de 8 a 10°C acima da temperatura limite reduz a vida útil do motor pela metade.

5.7 - ROTEIRO PARA ESPECIFICAÇÃO DO MOTOR

Como já citado anteriormente, na definição da potência de um motor considera-se duas condições básicas:

- a - O motor em condições normais deve fornecer a velocidade e o conjugado exigido pela carga;
- b - A temperatura do motor não deve ultrapassar o valor admissível pela sua classe de isolamento.

Desta forma, a definição do motor em acionamentos controlados é feita determinando-se aquele cuja potência é suficiente para atender todas as fases de seu ciclo operativo,

em função das perdas que ocorrem devido à variação de carga e velocidade. Em outras palavras, tem-se que se as perdas de todos os ciclos resultarem em uma elevação de temperatura menor que o valor admissível pela classe de isolamento, o motor será adequado; naturalmente, em caso contrário, há a necessidade de um motor com maior potência.

Observa-se que a escolha do motor pode tornar-se bastante laboriosa quando o acionamento possui diversas cargas e velocidades; desta forma, torna-se interessante a utilização de suporte computacional. Considerando-se que este trabalho fixou-se no método de regulação de velocidade de motores de indução através da variação combinada do valor eficaz da tensão do estator e da resistência rotórica, elaborou-se o programa denominado "EMITUR"; o seu fluxograma é apresentado em 5.7.1, e é facilmente implementável nas linguagens "BASIC" e "FORTRAN". A filosofia do programa é apresentada no parágrafo anterior.

5.7.1 - O Programa "EMITUR"

A seguir mostra-se o fluxograma simplificado, do programa "EMITUR".

- Observações:
- PP é o número de pares de pólos;
 - CI é a elevação de temperatura admissível pela classe de isolamento;
 - Os dados da carga são: conjugado, potência nominal, velocidade nominal e ciclos de operação;
 - Dados dos motores são os fornecidos em catálogos como potência, velocidade, momento de inércia, entre outros;

- A temperatura é calculada conforme especificado no item 5.5.
- Se os valores de potência, conjugado e velocidade nominal apresentados como opção de escolha forem nulos, significa que não foi possível encontrar um motor adequado para o acionamento apresentado.

5.7.2 - Funções dos Subprogramas do Programa "EMITUR"

a- Subprograma "NMIN"

O subprograma "NMIN" calcula as resistências a serem inseridas, os respectivos escorregamentos correspondentes ao conjugado máximo e as menores velocidades para cada estágio de resistência. Pode-se optar pela utilização de "chopper" ou contadores para a variação de resistência.

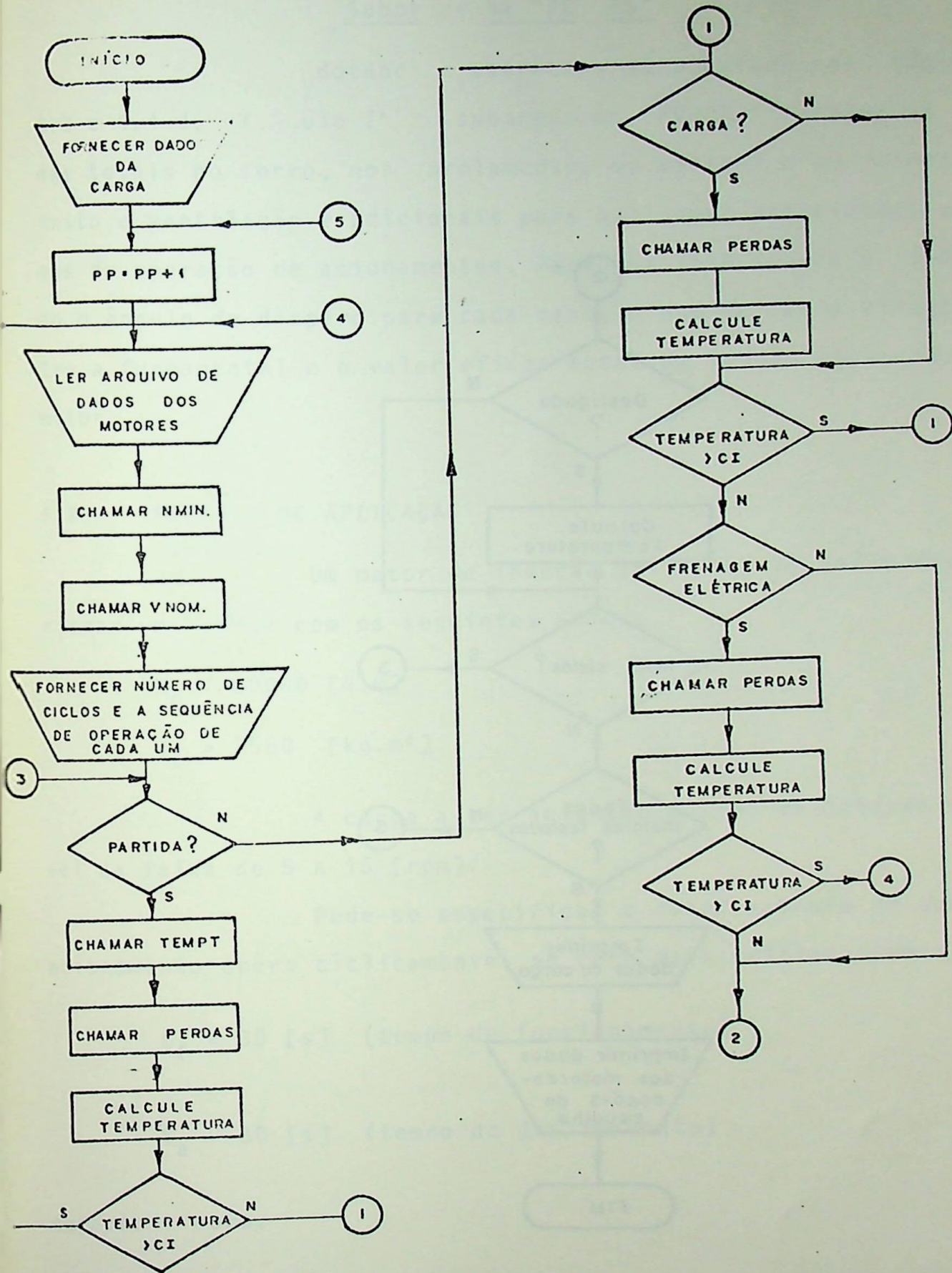
A metodologia empregada é a desenvolvida no item 3.4, capítulo III. Deve-se ressaltar que a determinação das velocidades mínimas resultam em equações transcendentes se o conjugado da carga varia com a velocidade; desta forma, utiliza-se os métodos da biseção (Bolzano) e Newton-Raphson para o seu cálculo.

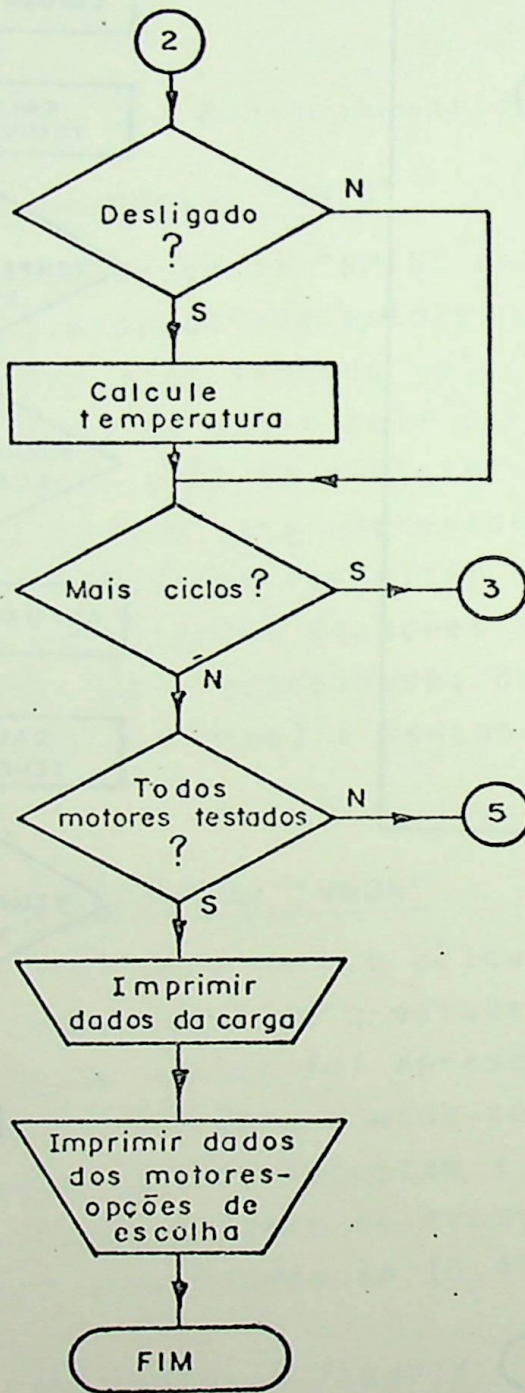
b- Subprograma "VNOM"

Utilizado para o cálculo das perdas nominais, do motor a ser testado, seguindo o estabelecido no item 4.2 do capítulo IV. Como neste tópico foi apresentada diversas maneiras para a determinação das perdas, adotou-se que os resultados utilizados seriam aqueles que fornecessem a maior perda nos enrolamentos do estator. O coeficiente de transmissão de calor "A" também é calculado, conforme expressão (5.42).

c- Subprograma "TEMPT"

Calcula o tempo de partida conforme determinado no item 5.2 deste capítulo. O método de integração utilizado foi o do trapézio.





Subprograma "PERDAS"

dotando a estrutura apresentada nos tópicos: 4.3 e 4.4 do capítulo I. O subprograma "PERDAS" fornece as perdas totais no ferro, nos enrolamentos do estator e do rotor, atrito e ventilação e adicionais para quaisquer velocidades e cargas de operação de acionamentos. Para que isto ocorra é calculado o ângulo de disparo para cada caso, o que define a relação entre a fundamental e o valor eficaz total da tensão aplicada ao motor.

5.8 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Um motor de indução trifásico de anéis deve acionar uma carga com os seguintes dados:

$$M_c = 50000 \text{ [N.m]}$$

$$J_c = 2500 \text{ [kg.m}^2\text{]}$$

A carga a ser acionada possui velocidade variável na faixa de 5 a 15 [rpm].

Pede-se especificar o motor sabendo-se que o acionamento opera cíclicamente, no caso mais crítico, com:

$$t_f = 30 \text{ [s]} \text{ (tempo de funcionamento)}$$

$$t_a = 30 \text{ [s]} \text{ (tempo de desligamento)}$$

durante 1 hora.

SOLUÇÃO:

Utilizando-se do programa "EMITUR" foram obtidos os resultados a seguir.

===== Carga tipo CONJUGADO CONSTANTE =====

==== OPCOES PARA A ESCOLHA DO MOTOR ====

***** OPCAO 1 *****

VELOCIDADE SINCRONA 1800,00 (rpm)
 POTENCIA NOMINAL = .00 (kW)
 CONJUGADO NOMINAL = .00 (Nm)
 VELOCIDADE NOMINAL= .00 (rpm)
 RELACAO DO REDUTOR= .00 :1

FAIXA DE VARIACAO DE VELOCIDADE-CARGA 5,00 < n(rpm) < 15,00

FAIXA DE VARIACAO DE VELOCIDADE-MOTOR .00 < n(rpm) <

..... ESTAGIOS DE RESISTENCIAS

Estagio 1- 6000000(chms)

***** OPCAO 2 *****

VELOCIDADE SINCRONA 1200,00 (rpm)
 POTENCIA NOMINAL = 80,00 (kW)
 CONJUGADO NOMINAL = 647,41 (Nm)
 VELOCIDADE NOMINAL= 1130,00 (rpm)
 RELACAO DO REDUTOR= 76,67 :1

FAIXA DE VARIACAO DE VELOCIDADE-CARGA 5,00 < n(rpm) < 15,00

FAIXA DE VARIACAO DE VELOCIDADE-MOTOR 310,54 < n(rpm) < 1175,00

..... ESTAGIOS DE RESISTENCIAS

Estagio 1- .034370(chms)

Estagio 2- .030517(chms)

Estagio 3- .110325(chms)

***** OPCAO 3 *****

VELOCIDADE S. CRONA 100.00 (rpm)
POTENCIA NOMINAL = 1.00 (W)
CORRENTE NOMINAL 1.00 (Am)
VELOCIDADE NOMINAL 1.00 (rpm)
RELACAO REDUTOR 1.00 : 1

FAIXA DE VARIAÇÃO DE VELOCIDADE-DE-CARGA 5.00 < n(rpm) < 15.00

FAIXA DE VARIAÇÃO DE VELOCIDADE-MOTOR 1.00 < n(rpm) < 1.00

..... ESTAGIOS DE RESISTENCIAS

Estagio 1- 0.000000(ohms)

Observe-se que motores com 2 e 4 pares de polos não foram encontrados. Desta forma, sugere-se a utilização do motor de 80 [kW], 3 pares de polos, velocidade nominal de 1180 [rpm] e tensão de 440 [V].

A faixa de variação de velocidade do motor é:

$$310,54 \leq n \leq 1175,18 \text{ [rpm]}$$

e a de tensão:

$$341 \text{ [V]} \leq U_1 \leq 440 \text{ [V]}$$

Os estágios de resistências a inserir no rotor são:

Primeiro estágio - 0,03477 [Ω]

Segundo estágio - 0,038517 [Ω]

Terceiro estágio - 0,110325 [Ω]

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES GERAIS

Este capítulo descreve as conclusões gerais a que se chegou neste trabalho, visto que os resultados mais específicos (de cada capítulo) foram discutidas anteriormente.

A modelagem do regulador de tensão mono e trifásico realizado no capítulo II, permitiu a obtenção das formas de onda, dos valores eficazes e dos harmônicos de tensão e corrente para uma carga com $\cos\psi$ qualquer; ainda foi possível obter a influência do dispositivo sobre o fator de potência da alimentação. Deve-se ressaltar que foram desconsiderados eventuais erros no circuito de disparo e a possível existência de harmônicos de tensão na alimentação. Apesar destas limitações, os resultados obtidos foram compatíveis com a literatura técnica do assunto; observe-se que, nos diversos textos consultados, os mesmos resultados foram conseguidos através de medições ou de análises teóricas, as quais exigem elevado esforço computacional e a utilização de teorias como a de variáveis de estado. Assim, a eficiência da análise desenvolvida fica comprovada.

No capítulo III desenvolveu-se um equacionamento para as diversas grandezas envolvidas no controle de velocidade de motores através de variação do valor eficaz da tensão, da resistência do circuito rotórico e da combinação de ambos. O estudo realizou-se com detalhes, considerando diferentes tipos de

cargas e disposições para a implementação dos métodos citados, bem como as aplicações típicas, visto sua carência na literatura.

O aquecimento é um resultado direto das perdas e constitui-se em critério limitador do uso de um determinado motor em um acionamento. Assim, o Capítulo IV tratou da obtenção das perdas dos motores acionando cargas diversas e em condições operativas quaisquer, considerando-se o controle de velocidade exercido pela variação combinado do valor eficaz da tensão do estator e resistência rotórica. Como pode ser verificado, uma linha de ação norteou o trabalho ao longo desta dissertação, ou seja, quando possível foram utilizados dados disponíveis em catálogos de fabricantes de motores nacionais; naturalmente, que nem sempre, estes dados permitiram (ou mesmo, permitirão) resultados absolutamente corretos, já que são valores médios. Mesmo a ausência de informações adicionais nos citados catálogos forçaram a adoção de valores estatísticos ou considerações simplificadoras. No entanto, face às discrepâncias observadas nas diversas normas internacionais sobre a metodologia a empregar na medição das perdas, é razoável concluir-se que as aproximações empregadas são aceitáveis dentro de um contexto para uma especificação de motores de indução trifásicos.

Por último, o Capítulo V tratou da especificação do motor, propriamente dita, quando empregado o método de controle de velocidade tema da dissertação. A metodologia desenvolvida baseou-se no máximo aquecimento permitido pela classe de isolamento do motor e nas exigências mecânicas do acionamento; desta forma, foi possível elaborar um programa computacional, fa

cilmente implementável em microcomputadores, que considerando as diversas condições operativas fornece a potência mais adequada conforme a carga e os dados de catálogo do motor.

Naturalmente, seria impraticável considerar o tema como esgotado. Um trabalho, que envolve aspectos diversos e, muitas vezes, não muito bem definidos, torna possível que os resultados e metodologias apresentados sofram eventuais mudanças de enfoque ou, sejam introduzidos novos fatores ainda não considerados. No entanto, o ineditismo de fornecer bases acessíveis ao engenheiro para a especificação de motores em aciamento controlados, justifica a existência desta dissertação mesmo com as aproximações empregadas.

Sendo assim, o que se desejou ao desenvolver este tema foi sedimentar uma base de uma linha de pesquisa mais profunda a respeito deste assunto. Algumas sugestões para futuros estudos, como desdobramentos naturais deste trabalho, são as seguintes:

No capítulo II, a formulação apresentada permite a extensão do uso da modelagem para outros tipos de carga, como os fornos resistivos e controle de iluminação. Conjugando os capítulos II e III é possível projetar, de maneira eficiente, um laço de controle para os diversos métodos de variação de velocidade citados. Ainda é possível a implementação de uma metodologia para a especificação dos componentes e a de motores com a utilização de outras técnicas de controle de velocidade através de semicondutores (tais como variação tensão-frequência, aplicação de contra tensão no rotor e variação do número de polos). Ou tro aspecto interessante de desenvolvimento é a análise do binô

mio perdas-aquecimento, visando o seu equacionamento matemático em termos acessíveis ao engenheiro de aplicação industrial.

A N E X O I

MODELAGEM MATEMÁTICA DO REGULADOR TRIFÁSICO

Seguindo a filosofia empregada para os reguladores monofásicos, estrutura-se um tratamento padronizado do conjunto regulador trifásico-carga. A análise a ser desenvolvida possibilita a modelagem matemática do regulador trifásico, como mostrado a seguir.

A.I.1 - Considerações Gerais

Para o estudo dos reguladores trifásicos será adotada uma nova referência coincidente com o zero da corrente de fase, dada por:

$$(\omega t)_{\text{novo}} = (\omega t)_{\text{original}} - \alpha - \pi/6 \quad (\text{A.I.1})$$

Desta forma, na nova referência, as tensões de linhas são:

$$u_{AB}(\omega t) = U_{\text{max}} \text{sen}(\omega t + \alpha + \pi/6) \quad (\text{A.I.2})$$

$$u_{BC}(\omega t) = U_{\text{max}} \text{sen}(\omega t + \alpha - \pi/2) \quad (\text{A.I.3})$$

$$u_{CA}(\omega t) = U_{\text{max}} \text{sen}(\omega t + \alpha + 5 - \pi/6) \quad (\text{A.I.4})$$

e as tensões de fase, caso existam:

$$u_{AN}(\omega t) = U_{\text{max}}/\sqrt{3} \text{sen}(\omega t + \alpha) \quad (\text{A.I.5})$$

$$u_{BN}(\omega t) = U_{\text{max}}/\sqrt{3} \text{sen}(\omega t + \alpha - 2\pi/3) \quad (\text{A.I.6})$$

$$u_{CN}(\omega t) = U_{\text{max}}/\sqrt{3} \text{sen}(\omega t + \alpha + 2\pi/3) \quad (\text{A.I.7})$$

O regulador trifásico a ser estudado neste trabalho é o representado na figura A.I.1.

A identificação dos tiristores corresponde a sua ordem na sequência de disparos. A carga é equilibrada.

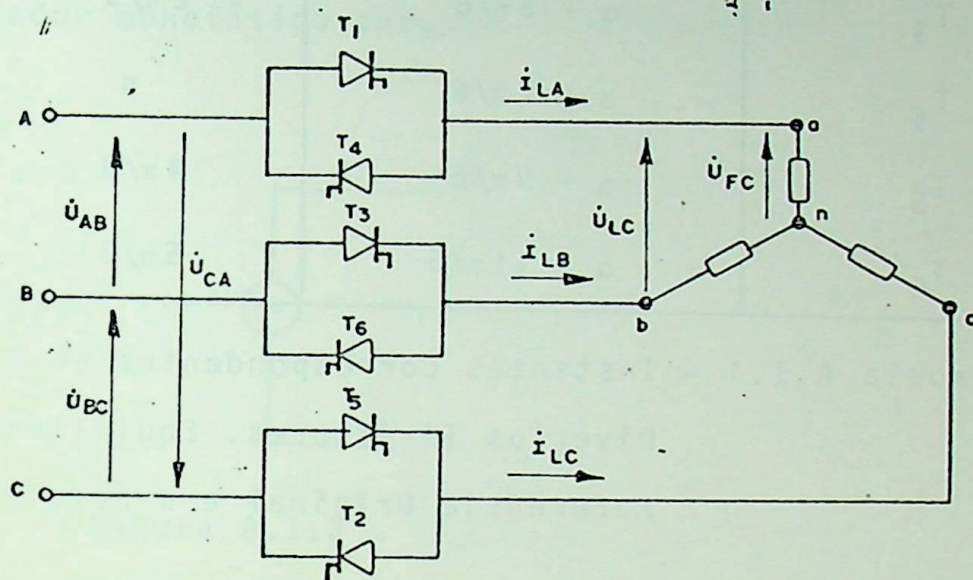


Figura A.I.1 - Regulador Eletrônico de Tensão Trifásico Carga Y Equilibrada.

Os tiristores em antiparalelo de uma fase (T_1 e T_4 , por exemplo) disparam a 180° um do outro; os correspondentes de duas fases distintas (T_1 da fase A e T_3 da fase B, por exemplo) disparam a 120° um do outro. Desta forma, o regulador trifásico, apresenta uma sequência de disparo fornecida na tabela A.I.1 para ambas as referências (original e nova).

Tiristor	Instante Correspondente ao Disparo (rd)	
	Referência Original	Nova Referência
T_1	$\alpha + \pi/6$	0
T_2	$\alpha + \pi/2$	$\pi/3$
T_3	$\alpha + 5\pi/6$	$2\pi/3$
T_4	$\alpha + 7\pi/6$	π
T_5	$\alpha + 9\pi/6$	$4\pi/3$
T_6	$\alpha + 11\pi/6$	$5\pi/3$

Tabela A.I.1 - Instantes Correspondentes ao Disparo das Diversos Tiristores. Equivalência Entre Referência Original e a Nova Referência

A figura A.I.2 representa a seqüência de disparos na nova referência, graficamente.

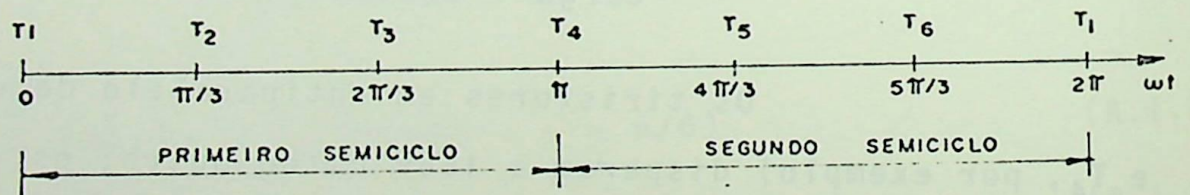


Figura A.I.2 - Sequência de Disparos - Nova Referência

A partir deste ponto subtende-se como ωt a nova referência.

Quando existem três tiristores de fases distintas conduzindo simultaneamente, o sistema perceberá a carga

conectada em delta ou estrela de forma equilibrada.

Da teoria dos circuitos sabe-se que sempre é possível achar uma carga estrela equilibrada equivalente a delta ou vice-versa; além disto, igualmente, uma carga estrela equilibrada pode ter uma representação monofásica.

Por outro lado, a configuração de um circuito regulador monofásico-carga é a dada na figura A.I.3

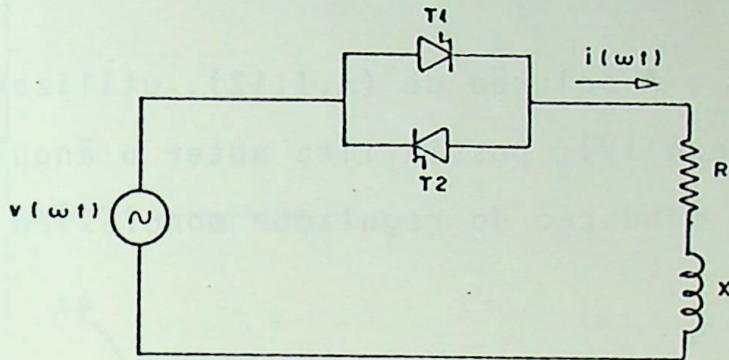


Figura A.I.3 - Regulador Monofásico

Sendo T_1 disparado no instante $\omega t = 0$ ($\alpha + \pi/6$ na referência original), tem-se:

$$\frac{di(\omega t)}{d\omega t} + \frac{R}{L} i(\omega t) = \frac{u(\omega t)}{L} \quad (\text{A.I.8})$$

A qual fornece como solução:

$$i(\omega t) = I_{\max} \cdot [m \cdot \text{sen}(\omega t + \delta - \psi) + k e^{-\frac{\omega t}{\text{tg}\psi}}] \quad (\text{A.I.9})$$

A expressão (A.I.8) é geral. Desta forma, analisando-se tensões de fase, tem-se:

$$m = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\text{A.I.10})$$

$$\text{e tensões de linha: } m = 1 \quad (\text{A.I.11})$$

Os valores de δ são os dos ângulos de fase de das respectivas tensões, considerando-se a nova referência adotada; a constante k deve ser calculada para condições específicas. Por exemplo, supondo que $i(0) = 0$ quando aplicada a tensão $u_{AN}(\omega t)$, dada pela expressão (A.I.5), tem-se:

$$i(\omega t) = \frac{I_{\max}}{\sqrt{3}} [\text{sen}(\omega t + \alpha - \psi) - \text{sen}(\alpha - \psi) e^{-\frac{\omega t}{\text{tg} \psi}}] \quad (\text{A.I.12})$$

A solução de (A.I.12), utilizando-se do programa TEXTIN (Anexo IV), possibilita obter o ângulo de extinção β e o período de condução do regulador monofásico (γ) dado por:

$$\gamma = \beta - \alpha \quad (\text{A.I.13})$$

A representação gráfica $\beta = f(\alpha)$ e $\gamma = f(\alpha)$, com o $\cos \psi$ assumindo os valores 0; 0,35; 0,85 e 1 encontram-se figura A.I.4.

Observe-se que, se $i(0) = 0$ quando for aplicado $u_{AB}(\omega t)$, tem-se:

$$i(\omega t) = I_{\max} [\text{sen}(\omega t + \alpha + \psi + \pi/6) - \text{sen}(\alpha + \psi + \pi/6) e^{-\frac{\omega t}{\text{tg} \psi}}] \quad (\text{A.I.14})$$

Da mesma forma, quando for aplicado $u_{AC}(\omega t)$, resulta em:

$$i(\omega t) = I_{\max} [\text{sen}(\omega t + \alpha - \psi - \pi/6) - \text{sen}(\alpha - \psi - \pi/6) e^{-\frac{\omega t}{\text{tg} \psi}}] \quad (\text{A.I.15})$$

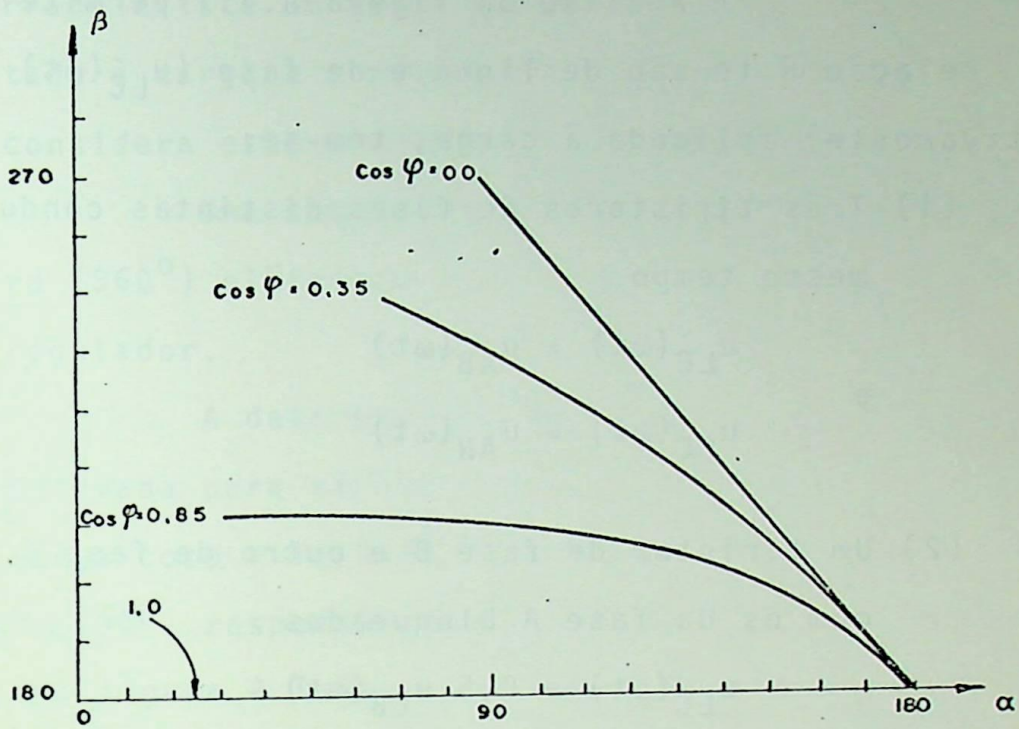
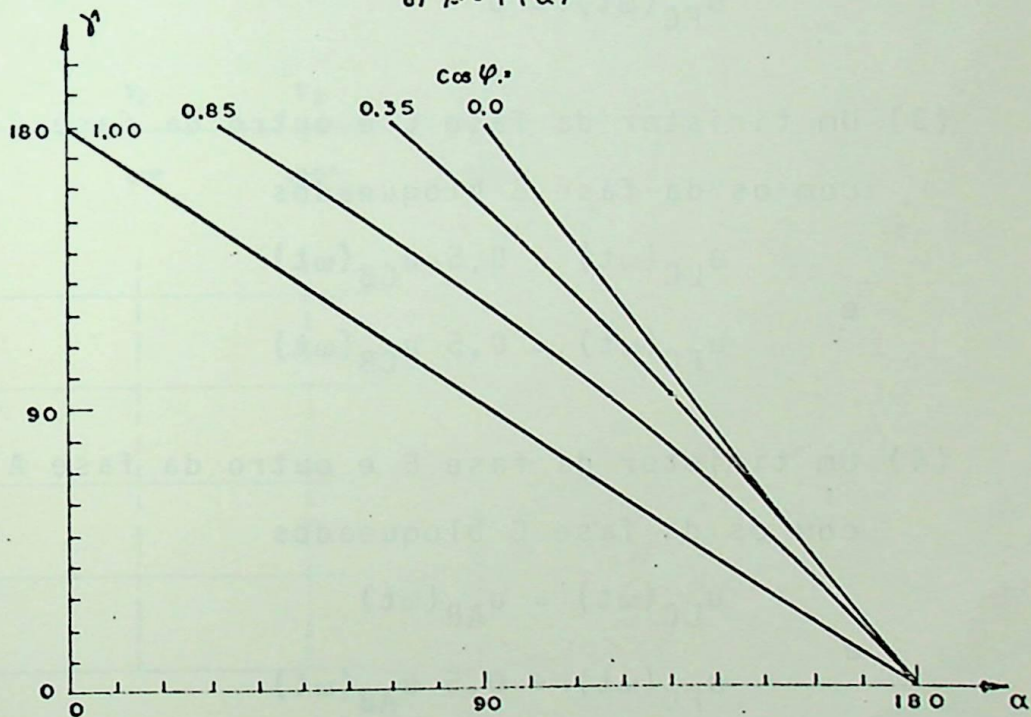
a) $\beta = f(\alpha)$ b) $\gamma = f(\alpha)$

Figura A.I.4 - Curvas $\beta = f(\alpha)$ e $\gamma = f(\alpha)$ estando o $\cos \varphi$ como parâmetro

A.I.2 - Sequência de Estados e Modos de Operação do Regulador Trifásico

A análise da figura A.I.1 permite concluir, que em relação à tensão de linha e de fase ($u_{LC}(\omega t)$ e $u_{FC}(\omega t)$, respectivamente) aplicada à carga, tem-se:

- (1) Três tiristores de fases distintas conduzindo ao mesmo tempo

$$u_{LC}(\omega t) = u_{AB}(\omega t) \quad (\text{A.I.16})$$

e

$$u_{FC}(\omega t) = u_{AN}(\omega t) \quad (\text{A.I.17})$$

- (2) Um tiristor de fase B e outro de fase C conduzindo, com os da fase A bloqueados

$$u_{LC}(\omega t) = 0,5 u_{CB}(\omega t) \quad (\text{A.I.18})$$

e

$$u_{FC}(\omega t) = 0 \quad (\text{A.I.19})$$

- (3) Um tiristor da fase C e outro da fase A conduzindo, com os da fase B bloqueados

$$u_{LC}(\omega t) = 0,5 u_{CB}(\omega t) \quad (\text{A.I.20})$$

e

$$u_{FC}(\omega t) = 0,5 u_{CB}(\omega t) \quad (\text{A.I.21})$$

- (4) Um tiristor da fase B e outro da fase A conduzindo, com os da fase C bloqueados

$$u_{LC}(\omega t) = u_{AB}(\omega t) \quad (\text{A.I.22})$$

e

$$u_{FC}(\omega t) = 0,5 u_{AB}(\omega t) \quad (\text{A.I.23})$$

- (5) Todos os tiristores bloqueados

$$u_{LC}(\omega t) = 0 \quad (\text{A.I.24})$$

$$u_{FC}(\omega t) = 0 \quad (\text{A.I.25})$$

Estas cinco situações serão denominadas "estados operacionais da carga" e são válidas para a configuração estrela com neutro isolado ou para a delta. No caso de cargas com neutro aterrado existe um sexto estado; ele seria de apenas uma fase conectada à carga e o neutro servindo de retorno. Este trabalho não considera este último tipo de carga e estado.

Uma sequência periódica de estados com duração de 2π rd (360°) elétricos é considerada como um "modo de operação" do regulador.

A determinação dos possíveis modos de operação será efetivada para vários ângulos de disparo e fator de potência da carga $\cos\psi = 1; 0,35$ e 0 (ângulos de fase da carga são $0^\circ, 69,513^\circ$ e 90° , respectivamente), bem como, com a ajuda, para cada caso, da figura A.I.5.

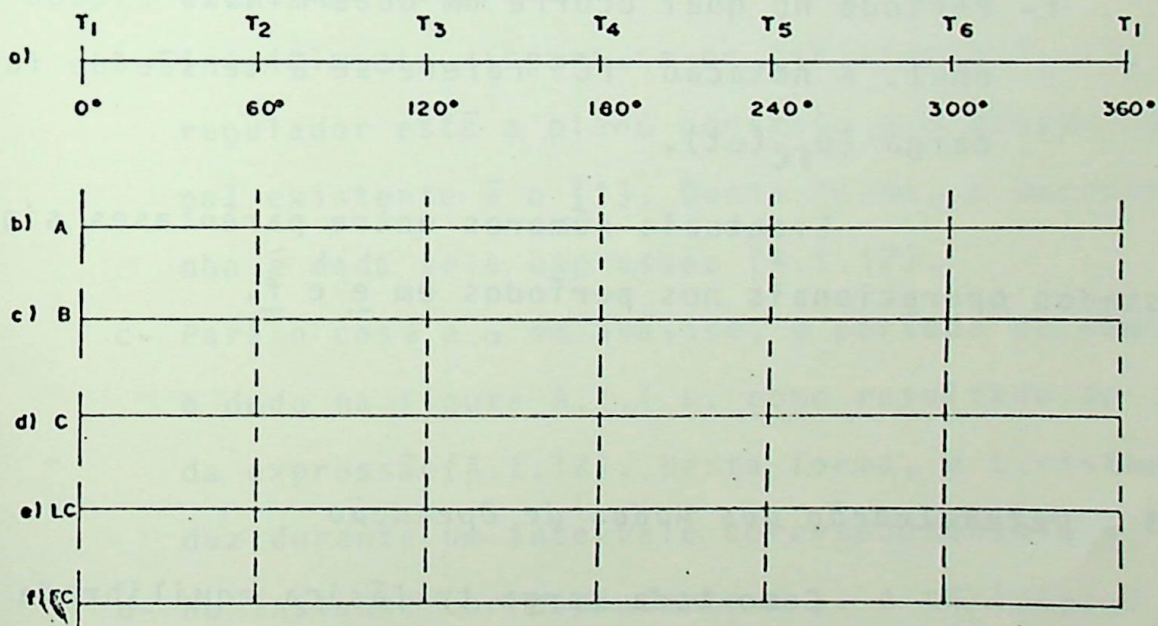


Figura A.I.5 - Figura base para obtenção dos modos de o peração

Na figura A.I.5 tem-se:

- a- Sequência de disparos dos tiristores na nova referência. Isto significa adotar sempre 0° para o disparo do tiristor T_1 , qualquer que seja o ângulo de disparo real.
- b- Período de condução dos tiristores da fase A (T_1 e T_4).
- c- Período de condução dos tiristores da fase B (T_5 e T_6).
- d- Período de condução dos tiristores da fase C (T_2 e T_3).
- e- Período no qual ocorre um determinado estado operacional. A notação "LC" refere-se à tensão de linha de carga ($u_{LC}(\omega t)$).
- f- Período no qual ocorre um determinado estado operacional. A notação "FC" refere-se à tensão de fase ca carga ($u_{FC}(\omega t)$).

Eventuais números entre parênteses significam os estados operacionais nos períodos em e e f.

A.1.3 - Determinação dos Modos de Operação

Como toda carga trifásica equilibrada e simétrica pode ser analisada como uma carga monofásica, tem-se que o máximo período de condução será πr_d ; em outras palavras, a exemplo do regulador monofásico, o regulador trifásico terá seu pleno controle quando o ângulo de disparo coincidir com o ângulo de

fase da carga ($\alpha = \psi$). Isto significa que todos os tiristores , conduzem durante um período equivalente a $\pi r d(180^\circ)$, conforme especifica a figura A.I.6

Conforme se verifica na figura citada, a sequência de estados é a mesma para os três tipos de carga. Observe-se que com a utilização da nova referência, o instante de disparo de T_1 é 0° , qualquer que seja o ângulo de disparo.

Esta forma de operar será denominada "modo de operação I", cuja sequência de estados é (1) e a quantidade de tiristores de fases distintas conduzindo simultaneamente é três.

Para a análise da operação do regulador trifásico com ângulos de disparo superiores aos de fase das cargas, sugere-se o procedimento mostrado a seguir:

- a- Como a referência é variável com α , o tiristor T_1 é disparado sempre em 0° .
- b- Inicialmente dispara-se os tiristores T_1 , T_5 e T_6 . O regulador está a pleno controle e o estado operacional existente é o (1). Desta forma, a corrente de linha é dada pela expressão (A.I.12).
- c- Para o $\cos \psi$ e α em análise, o período de condução é o dado na figura A.I.4.b. como resultado do emprego da expressão (A.I.12). Desta forma, o tiristor T_1 conduz durante um intervalo correspondente a γ .
- d- No instante correspondente a γ , o tiristor T_1 bloqueia, passando a existir o estado operacional (2).
- e- Em 180° o tiristor T_4 dispara resultando novamente no estado operacional (1).
- f- Como o regulador trifásico é simétrico, o tiristor T_2

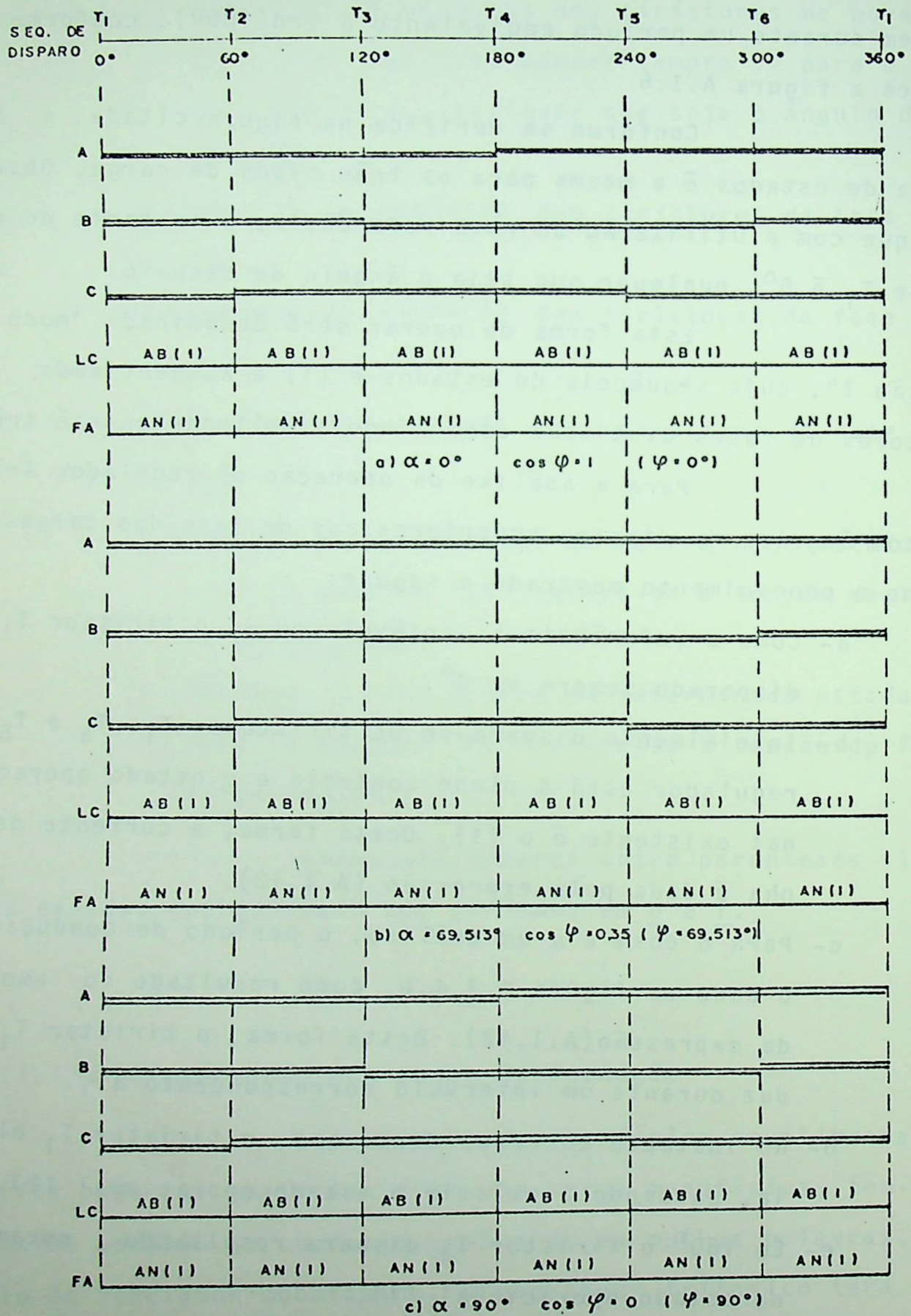


Figura A.I.6 - Determinação gráfica do modo de operação

bloqueia em $\gamma + 60^\circ$, originando o estado operacional (4).

- g- Em 240° o tiristor T_5 dispara, obtendo-se novamente, o estado operacional (1).
- h- O tiristor T_3 bloqueia em $\gamma + 120^\circ$, assim tem-se o estado operacional (3).
- i- Em 300° , o tiristor T_6 dispara e novamente obtem-se, o estado operacional (1).
- j- Em $\gamma + 180^\circ$, o tiristor T_4 bloqueia, o que resultano estado operacional (2).
- l- Em 360° , o tiristor T_1 é disparado e obtem-se o estado operacional (1).
- m- Em $\gamma + 240^\circ$, o tiristor T_5 bloqueia e o estado operacional passa a ser o (4).
- n- Em 420° , o tiristor T_2 dispara o que resulta no estado operacional (1).
- o- Em $\gamma + 300^\circ$, o tiristor T_6 bloqueia e o estado operacional resultante é o (3).
- p- Em 480° , o tiristor T_3 é disparado e o estado operacional é o (1).
- q- Em $\gamma + 360^\circ$, o tiristor T_1 bloqueia, originando o estado operacional (1) e todo o ciclo listado nos itens subsequentes a d. O regulador está em regime de permanênte .

Observe-se que conforme os valores de γ (ou de α e $\cos\psi$, em última análise) o estado operacional (1) pode não existir e sim o (5). Naturalmente, pode-se esperar que haja um modo de operação com apenas o último estado citado.

A figura A.I.7 exemplifica o procedimento fornecido para as seguintes situações.

a- $\alpha = 30^{\circ}$ e $\cos\psi = 1$

b- $\alpha = 80^{\circ}$ e $\cos\psi = 0,35$

c- $\alpha = 110^{\circ}$ e $\cos\psi = 0$

Pela análise da figura A.I.7, verifica-se que em todos os casos existe uma mesma sequência de estado dada por: (1)-(4)-(1)-(3)-(1)-(2)-(1)-(4)-(1)-(3)-(1)-(2) conforme citado no procedimento para a sua construção. Observa-se que ora dois, ora três tiristores de fases distintas conduzem simultaneamente.

Uma última conclusão pode ser extraída dos casos da figura A.I.7. Neste modo de operação, todos os tiristores conduzem por período igual ao que conduz o regulador monofásico, para um mesmo valor de $\cos\psi$ da carga e ângulo de disparo; em outras palavras, o período de condução dos tiristores do regulador trifásico (γ) é igual ao do regulador monofásico (γ), ou:

$$\gamma_T = \gamma \quad (A.I.26)$$

Esta maneira de operar será denominada "modo de operação II".

Ao aumentar o ângulo de disparo (em consequência reduzindo γ) pode-se obter outras sequências de estados, conforme já citado.

Para uma situação no qual $\alpha = 180^{\circ}$ e $\cos\psi = 0,35$, obtem-se, da figura A.I.3.b, $\gamma \cong 110^{\circ}$.

Seguindo o procedimento citado anteriormente, verifica-se que o período de condução será de 120° quando em regime permanente. Sendo assim, foi possível obter a figura A.I.8,

para as seguintes situações:

a- $\alpha = 80^\circ$ e $\cos \psi = 1$

b- $\alpha = 120^\circ$ e $\cos \psi = 0,35$

c- $\alpha = 120^\circ$ e $\cos \psi = 0$

Da figura A.I.8 nota-se que em todos os casos ocorre a sequência de estados: (4)-(3)-(2)-(4)-(3)-(2).

Observe-se que apenas dois tiristores de fases distintas conduzem simultaneamente. Ainda, pode-se concluir, que o período de condução dos tiristores é 120° , ou seja:

$$\gamma_T = 120^\circ \quad (\text{A.I.27})$$

Esta maneira de operar denomina-se "modo de operação III".

Aumentando o ângulo de disparo e seguindo o mesmo procedimento, obteve-se a figura A.I.9 em regime permanente, para as seguintes situações:

a- $\alpha = 130^\circ$; $\cos \psi = 1$

b- $\alpha = 130^\circ$; $\cos \psi = 0,35$

c- $\alpha = 130^\circ$; $\cos \psi = 0$

Pela figura A.I.9 identifica-se uma sequência de estado dada por: (4)-(5)-(3)-(2)-(5)-(4)-(5)-(3)-(5)-(2)-(5).

Observe-se que ora dois tiristores de fases distintas conduzem simultaneamente, ora nenhum conduz. Esta maneira de operar será denominada de "modo de operação IV".

A determinação do período de condução dos tiristores é possível de ser obtida considerando que estes quando, conduzem o fazem sempre aos pares neste modo de operação. Desta forma tem-se um sistema equivalente ao regulador monofásico; neste caso, entretanto, a contagem do ângulo de disparo se inicia

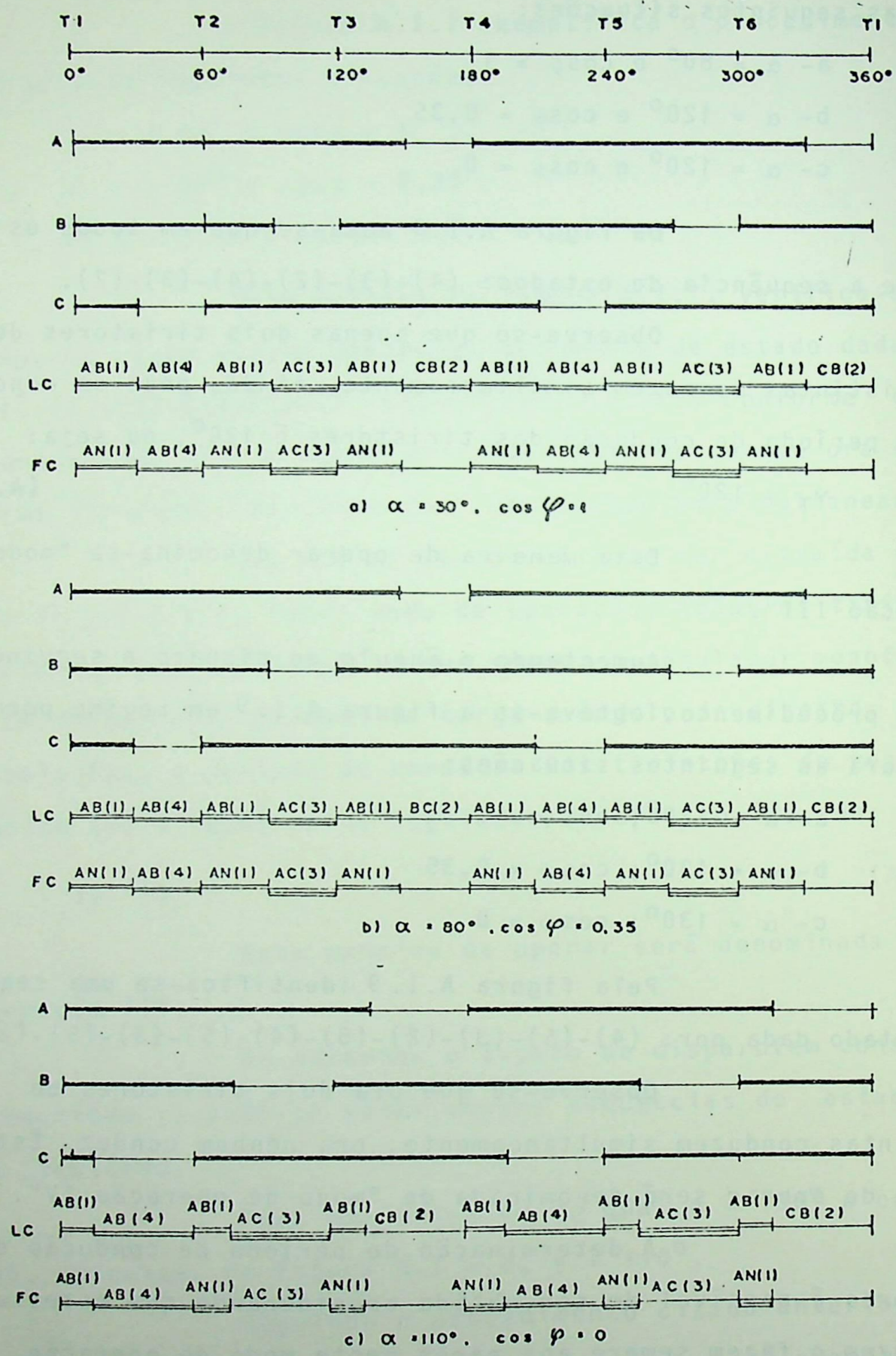


Figura A.I.7 - Determinação gráfica do modo de operação II.

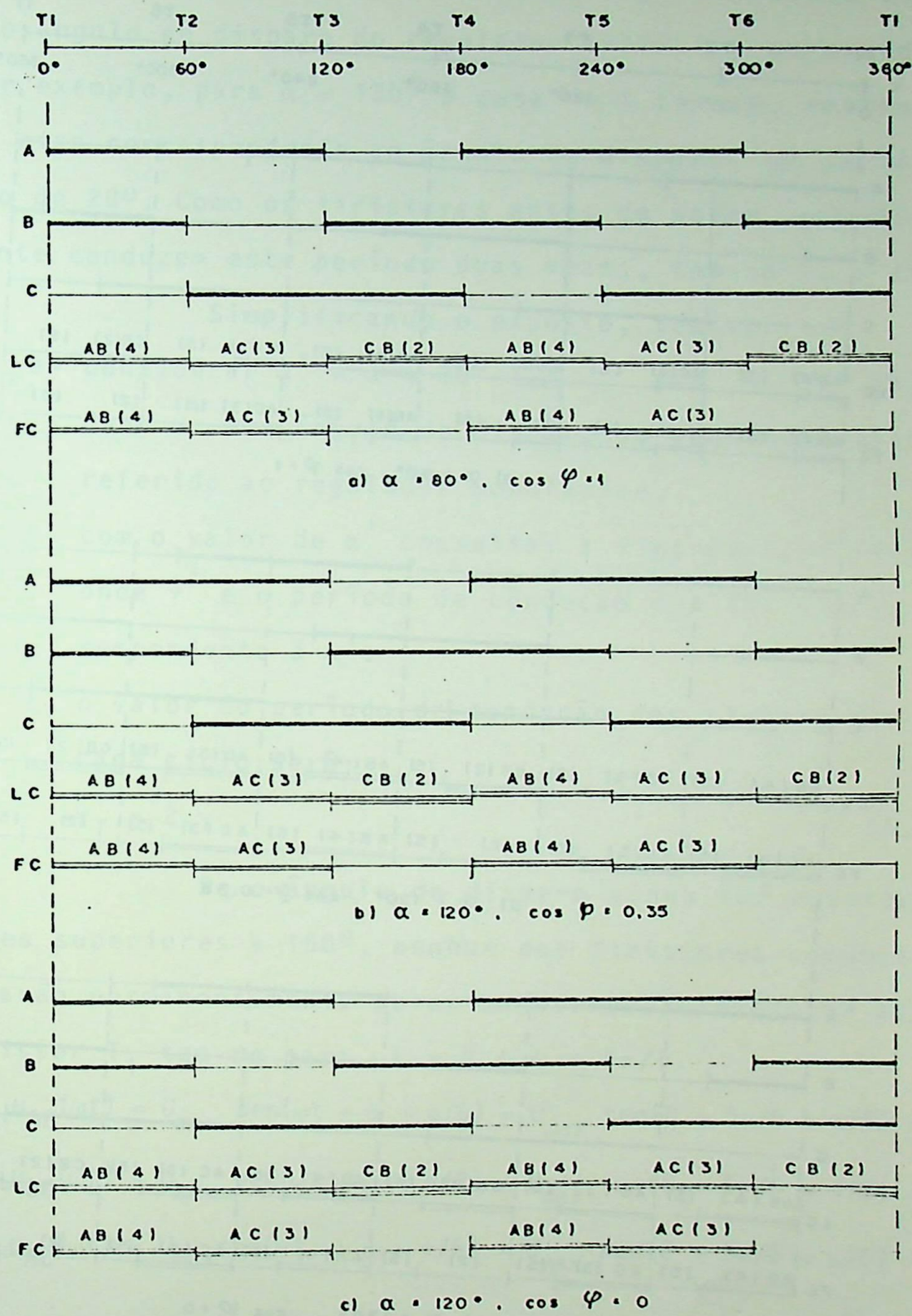


Figura A.I.8 - Determinação gráfica do modo de operação

III

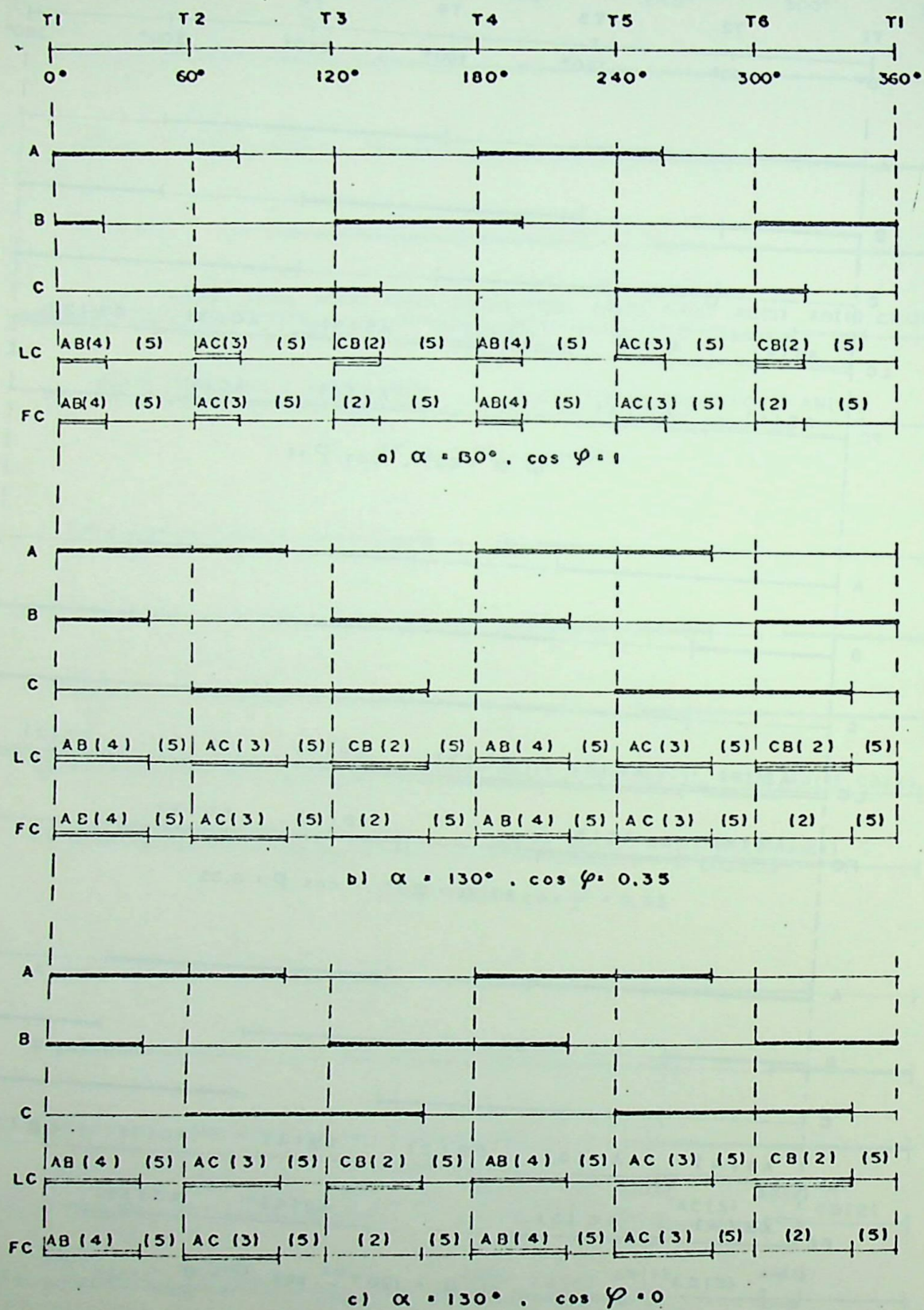


Figura A.I.9 - Determinação gráfica do modo de operação IV

30° após ao do regulador monofásico com mesmo $\cos\psi$. Sendo assim, o período de condução pode ser obtido da figura A.I.3.b utilizando-se do ângulo de disparo do regulador trifásico acrescido de 30° ; por exemplo, para $\alpha = 130^\circ$ e $\cos\psi = 1$ tem-se, entrando com 160° no eixo correspondente ao ângulo de disparo, um período de condução de 20° . Como os tiristores antes de serem polarizados reversamente conduzem este período duas vezes, tem-se $\gamma_T = 40^\circ$.

Simplificando o exposto, tem-se:

a- considerar $\alpha' = \alpha + 30^\circ$ (A.I.28)

onde α' é o ângulo de disparo do regulador trifásico referido ao regulador monofásico.

b- com o valor de α' consultar a figura A.I.3 e obter γ' , onde γ' é o período de condução dos tiristores correspondente a α' .

c- o valor do período de condução dos tiristores (γ_T) em cada ciclo será:

$$\gamma_T = 2 \cdot \gamma' \quad (\text{A.I.29})$$

Se o ângulo de disparo ainda for aumentado para valores superiores a 150° , nenhum dos tiristores conduzirão, pois estarão permanentemente polarizados reversamente; ou seja, para o tiristor T_1 tem-se para $\omega t = 0$ e $\alpha = 5\pi/6$.

$$u_{AB}(\omega t) = U_{\max} \text{sen}(\omega t + \alpha + \pi/6) = U_{\max} \text{sen}(0 + 5\pi/6 + \pi/6) = 0$$

$$u_{BC}(\omega t) = U_{\max} \text{sen}(\omega t + \alpha - \pi/2) = U_{\max} \text{sen}(0 + 5\pi/6 - \pi/2) = 0,866$$

$$u_{AC}(\omega t) = U_{\max} \text{sen}(\omega t + \alpha - \pi/6) = U_{\max} \text{sen}(0 + 5\pi/6 - \pi/6) = 0,866$$

Portanto T_1 estará polarizado reversamente a partir de $\alpha = 150^\circ$; os outros tiristores podem ser analisados da mesma forma, resultando que todos estarão bloqueados a partir do

citado ângulo de disparo. Observe-se que este fato é válido para qualquer $\cos\psi$.

Esta situação operacional será denominada de "modo de operação V" e apenas o estado (5) ocorre.

A.I.4 - Limites entre os Modos de Operação

De modo a facilitar a obtenção dos modos de operação do regulador trifásico, torna-se interessante relacionar o período de condução de seus tiristores (γ_T) com o do regulador monofásico (γ) (para um mesmo ângulo de disparo e $\cos\psi$ de carga) pela simplicidade de análise deste último.

Do estudo desenvolvido no tópico anterior verificou-se que:

a- modo de operação I

$$\gamma_T = 180^\circ \quad (\text{A.I.30})$$

e

$$\gamma = 180^\circ \quad (\text{A.I.31})$$

b- modo de operação II

a expressão (A.I.26), repetida a seguir, mostra que:

$$\gamma_T = \gamma \quad (\text{A.I.26})$$

A faixa de γ para o qual é válida a expressão (A.I.26) é:

$$120^\circ < \gamma < 180^\circ \quad (\text{A.I.32})$$

O limite inferior é 120° devido ao modo de operação III.

c - modo de operação III

A expressão (A.I.27) mostra que:

$$\gamma_T = 120^\circ \quad (\text{A.I.27})$$

A faixa de γ para a qual é válida a expressão (A.I.27) é

$$\gamma_{int} < \gamma \leq 120^\circ \quad (\text{A.I.33}).$$

onde γ_{int} é o período de condução limite para que haja intermitência de corrente. A obtenção de seus valores é mostrado no próprio item:

- Obtenção do limite superior (120°).

Quando o regulador está operando no regime em que se denomina modo de operação II, verifica-se que ao aumentar o ângulo de disparo para $\alpha = 60^\circ$ com $\cos\psi = 1$ e $\alpha = 120^\circ$ com $\cos\psi = 1$, os tiristores do regulador trifásico conduzem por 120° . Estes ângulos de disparos correspondem a um período de condução, igualmente, de 120° no regulador monofásico para os mesmos fatores de potência da carga. Desta forma, extrapolando para outras cargas obtêm-se o limite superior, conforme mostra a figura A.I. 10.

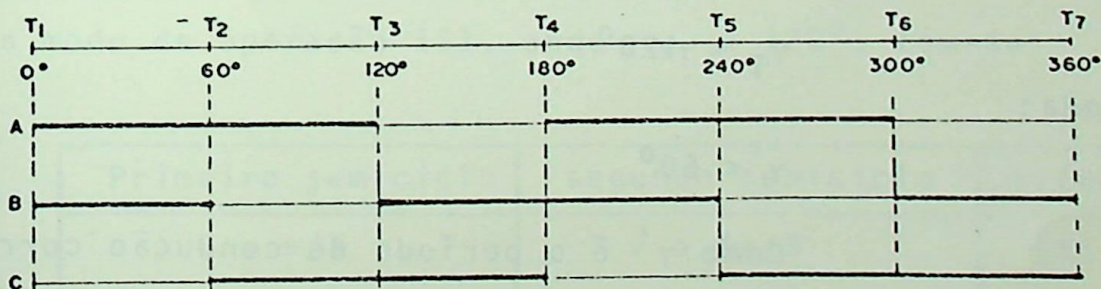


Figura A.I.10 - Determinação gráfica do período de condução dos tiristores do regulador trifásico (γ_T), válida para:

- a- $\alpha = 60^\circ$, $\cos\psi = 1$ ($\gamma = 120^\circ$)
 b- $\alpha = 95^\circ$, $\cos\psi = 0,85$ ($\gamma = 120^\circ$)
 c- $\alpha = 105^\circ$, $\cos\psi = 0,35$ ($\gamma = 120^\circ$)
 d- $\alpha = 120^\circ$, $\cos\psi = 0$ ($\gamma = 120^\circ$)

d- modo de operação IV

A expressão (A.I.29), repetida a seguir, fornece o valor de γ_T .

$$\gamma_T = 2\gamma' \quad (\text{A.I.29})$$

Onde γ' foi definido no tópicos anterior.

A faixa de γ para qual é a válida a expressão (A.I.29) é:

$$30^\circ < \gamma \leq \gamma_{int} \quad (\text{A.I.34})$$

O limite inferior (30°) foi obtido lembrando-se que para $\alpha \geq 150^\circ$ e qualquer $\cos\psi$ não há condução no regulador trifásico. A utilização de γ' conforme explicitado anteriormente, garante este limite.

Os valores γ_{int} podem ser obtidos lembrando-se que, para que haja intermitência de corrente, deve-se ter:

$$\gamma_T < 120^\circ$$

ou ainda:

$$\gamma' < 60^\circ \quad (\text{A.I.36})$$

Como γ' é o período de condução correspondente a $\alpha' = \alpha + 30^\circ$, pode-se determinar o ângulo de disparo (α) para o qual inicia a intermitência de corrente com a ajuda da figura A.I.4.b e expressão (A.I.14) estando o $\cos\psi$ como parâmetro. Determinado este ângulo de disparo, utilizando-se novamente da figura A.I.4.b obtem-se γ_{int} .

A.1.5 - Sub-períodos de Condução

O procedimento generalizado fornecido anteriormente permite dividir os dois semiciclos correspondentes, a 360° elétricos em subintervalos de condução, onde um determinado estado de operação ocorre. Desta forma é possível identificar para:

a- Modos de Operação I, II e III

Primeiro semiciclo	segundo semiciclo	estado
0 a $\gamma_T - 2\pi/3$	π a $\gamma_T + \pi/3$	(1)
$\gamma_T - 2\pi/3$ a $\pi/3$	$\gamma_T + \pi/3$ a $4\pi/3$	(4)
$\pi/3$ a $\gamma_T - \pi/3$	$4\pi/3$ a $\gamma_T + 2\pi/3$	(1)
$\gamma_T - \pi/3$ a $2\pi/3$	$\gamma_T + 2\pi/3$ a $5\pi/3$	(3)
$2\pi/3$ a γ_T	$5\pi/3$ a $\gamma_T + \pi$	(1)
γ_T a π	$\gamma_T + \pi$ a 2π	(2)

Tabela A.1.2 - Sub-período de condução e respectivos estados operacionais.

A tabela A.1.2 é bastante geral, por exemplo, para o modo de operação III, onde $\gamma_T = 120^\circ$, tem-se:

Primeiro semiciclo	segundo semiciclo	estado
0 a $\pi/3$	π a $4\pi/3$	(4)
$\pi/3$ a $2\pi/3$	$4\pi/3$ a $7\pi/3$	(3)
$2\pi/3$ a π	$7\pi/3$ a 2π	(2)

b- Modo de Operação IV

Primeiro semiciclo	Segundo semiciclo	Estado
0 a $\gamma_T/2$	π a $\gamma_T/2 + \pi$	(4)
$\gamma_T/2$ a $\pi/3$	$\gamma_T/2 + \pi$ a $4\pi/3$	(5)
$\pi/3$ a $\gamma_T/2 + \pi/3$	$4\pi/3$ a $\gamma_T/2 + 4\pi/3$	(3)
$\gamma_T/2 + \pi/3$ a $2\pi/3$	$\gamma_T/2 + 4\pi/3$ a $5\pi/3$	(5)
$2\pi/3$ a $\gamma_T/2 + 2\pi/3$	$5\pi/3$ a $\gamma_T/2 + 5\pi/3$	(2)
$\gamma_T/2 + 2\pi/3$ a π	$\gamma_T/2 + 5\pi/3$ a 2π	(5)

A.I.6 - Modos de Operação Tipos I, II e III

a- Correntes de linha

- Sub período de condução de 0 a $\gamma_T - 2\pi/3$

Este intervalo apenas existirá nos modos de operação I e II, pois haverão três tiristores conduzindo simultaneamente. (Fases distintas).

Para uma carga estrela equilibrada (note-se que poderia ser a estrela equivalente a um delta) é possível analisar-se o circuito como se fora monofásico, utilizando-se das grandezas fase-neutro.

Sendo assim, e lembrando que em circuitos com tendo indutâncias a "corrente não pode variar instantaneamente", tem-se que para $\omega t = 0$, $i_{1L}(\omega t) = 0$.

Da expressão (A.I.12), para a tensão fase-neutro $u_{AN}(\omega t)$ aplicada, vem:

$$i_{1L}(\omega t) = I_{\max} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - \psi) + k e^{-\frac{\omega t}{\operatorname{tg}\psi}} \right] \quad (\text{A.I.37})$$

de onde:

$$k = -\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}(\alpha - \psi) = -A_1 \quad (\text{A.I.38})$$

portanto:

$$i_{1L}(\omega t) = \left[I_{\max} \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - \psi) - A_1 e^{-\frac{\omega t}{\operatorname{tg}\psi}} \right] \quad (\text{A.I.39})$$

- Sub período de condução de $\gamma_T - 2\pi/3$ a $\pi/3$

Nesta situação apenas um dos tiristores de fase A e B estão conduzindo. A tensão na fase será $1/3 u_{AB}(\omega t)$ e então:

$$i_{2L}(\omega t) = I_{\max} \left[\frac{1}{2} \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/6) + k e^{-\frac{\omega t}{\operatorname{tg}\psi}} \right] \quad (\text{A.I.40})$$

Para a determinação de k , tem-se que:

$$i_{2L}(\gamma_T - 2\pi/3) = i_{1L}(\gamma_T - 2\pi/3) \quad (\text{A.I.41})$$

ou como a corrente no instante do chaveamento não pode variar devido à presença de indutância na carga, então:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}(\alpha - \psi + \gamma_T - 2\pi/3) - A_1 e^{-\frac{(\gamma_T - 2\pi/3)}{\operatorname{tg}\psi}} = \frac{1}{2} \operatorname{sen}(\alpha - \psi + \gamma_T - \pi/2) + k e^{\frac{(\gamma_T - 2\pi/3)}{\operatorname{tg}\psi}} \quad (\text{A.I.42})$$

ou

$$k = \left[\frac{1}{2} \operatorname{sen}(\alpha - \psi + \gamma_T - \frac{\pi}{2}) - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}(\alpha - \psi + \gamma_T - 2\pi/3) \right] e^{\frac{(\gamma_T - 2\pi/3)}{\operatorname{tg}\psi}} - A_1 \quad (\text{A.I.43})$$

ou ainda:

$$k = -A_2 e^{\frac{(\gamma_T - 2\pi/3)}{\operatorname{tg}\psi}} - A_1 \quad (\text{A.I.44})$$

de onde:

$$i_{2L}(\omega t) = I_{\max} \left[\frac{1}{2} \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/6) - A_1 e^{-\frac{\omega t}{\operatorname{tg}\psi}} - A_2 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi}(\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} \right] \quad (\text{A.I.45})$$

- Sub período de condução de $\pi/3$ a $\gamma_T - \pi/3$

Análogo ao anterior, de onde:

$$i_{3L}(\omega t) = I_{\max} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - \psi) - A_1 e^{-\frac{\omega t}{\operatorname{tg}\psi}} - A_2 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi}(\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} - A_3 e^{\frac{1}{\operatorname{tg}\psi}(\omega t - \pi/3)} \right] \quad (\text{A.I.46})$$

onde

$$A_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}(\alpha - \psi + \pi/3) - \frac{1}{3} \operatorname{sen}(\alpha - \psi + \pi/2) \quad (\text{A.I.47})$$

- Sub período de condução de $\gamma_T - \pi/3$ a $2\pi/3$

Análogo aos anteriores, ou:

$$i_{4L}(\omega t) = I_{\max} \left[\frac{1}{2} \operatorname{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/6) - A_1 e^{-\frac{\omega t}{\operatorname{tg}\psi}} - A_2 e^{-\frac{1}{\operatorname{tg}\psi}(\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} \right]$$

$$- A_3 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - \pi/3)} - A_4 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - \gamma_T + \pi/3)} \quad (\text{A.I.48})$$

onde:

$$A_4 = \frac{1}{2} \text{sen}(\alpha - \psi + \gamma_T - \pi/6) - \frac{1}{\sqrt{3}} \text{sen}(\alpha - \psi - \gamma_T - \pi/3) \quad (\text{A.I.49})$$

- Sub período de condução de $2\pi/3$ a γ_T

Análogo aos anteriores, ou:

$$i_{5L}(\omega t) = I_{\text{max}} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi) - A_1 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t)} - A_2 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} - A_3 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - \pi/3)} - A_4 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - \gamma_T + \pi/3)} - A_5 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - 2\pi/3)} \right] \quad (\text{A.I.50})$$

onde:

$$A_5 = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{sen}(\alpha - \psi + 2\pi/3) - \frac{1}{2} \text{sen}(\alpha - \psi + \pi/2) \quad (\text{A.I.51})$$

Sub período de condução de γ_T a π

$$i_{6L}(\omega t) = 0 \quad (\text{A.I.52})$$

Para o segundo semiciclo as correntes são simétricas.

b) Correntes de fase

Para as cargas ligadas em delta, circularão correntes entre fases, nestas condições, existirão as quatro situações mostradas na figura A.I.11.

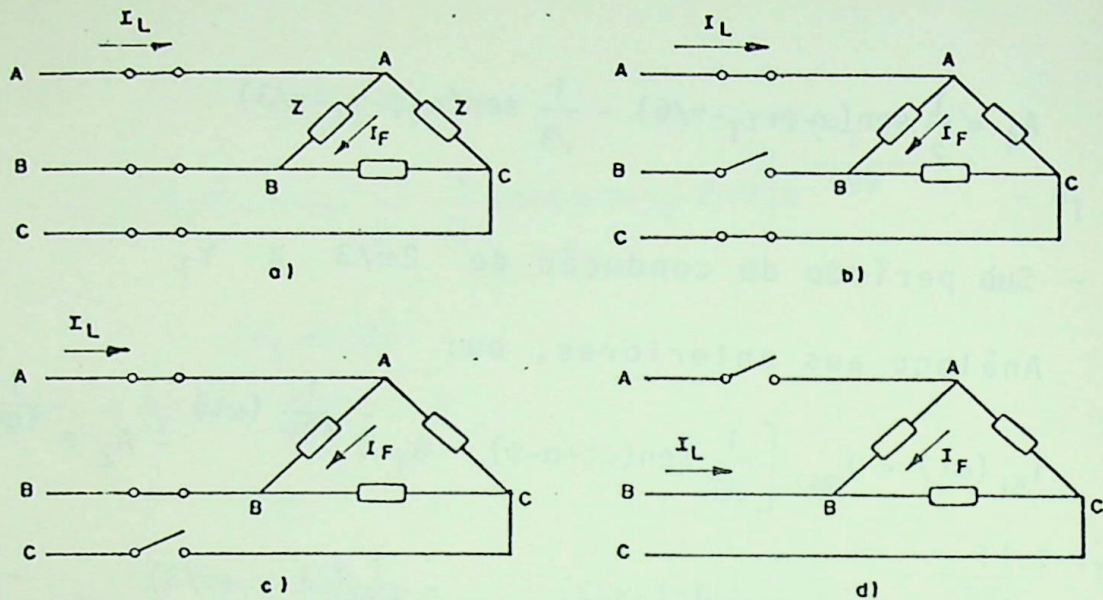


Figura A.I.11 Configurações possíveis para regulador carga delta

A situação da figura A.I.11.a já foi analisada anteriormente. Em A.I.11.b tem-se:

$$I_F = \frac{I_L}{3} \quad (\text{A.I.53})$$

para A.I.3 c)

$$I_F = \frac{2}{3} I_L \quad (\text{A.I.54})$$

e para A.I.3 d)

$$I_F = \frac{1}{3} I_L \quad (\text{A.I.55})$$

$$\text{onde } I_L = I_{\max} / \sqrt{2} \quad (\text{A.I.56})$$

Desta forma, para o sub período de condução de $\gamma_T - 2\pi/3$ a $\pi/3$ (fase c aberta)

$$i_{2F}(\omega t) = \frac{2}{3} \cdot i_{2L}(\omega t) \quad (\text{A.I.57})$$

ou

$$i_{2F}(\omega t) = \frac{2}{3} I_{\max} \left[\frac{1}{2} \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/6) - A_1 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} \omega t} - A_2 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} \right] \quad (\text{A.I.58})$$

- Sub período de condução de $\gamma_T - \pi/3$ a $2\pi/3$

A fase B estará aberta, então:

$$i_{4F}(\omega t) = \frac{1}{3} i_{4L}(\omega t) \quad (\text{A.I.59})$$

ou

$$i_{4F}(\omega t) = \frac{1}{3} I_{\max} \left[\frac{1}{2} \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi - \pi/6) - A_1 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} \omega t} - A_2 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} - A_3 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \pi/3)} - A_4 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + \pi/3)} \right] \quad (\text{A.I.60})$$

- Sub período de condução de γ_T a π

A fase A estará aberta, então:

$$i_{6f} = \frac{1}{3} i_{6LB} \quad (\text{A.I.61})$$

onde: i_{6LB} é a corrente de linha de fase de B para o sub período de condução de γ_T a π ; esta corrente será dada por:

$$i_{6LB}(\omega t) = I_{\max} \left[\frac{1}{2} \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/2) + A_1 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - 2\pi/3)} + A_2 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T)} \right]$$

(A.I.62)

então:

$$i_{6f}(\omega t) = \frac{1}{3} I_{\max} \left[\frac{1}{2} \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/2) + A_1 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - 2\pi/3)} + A_2 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi}(\omega t - \gamma_T)} \right] \quad (\text{A.I.63})$$

- Sub período de condução de 0 a $\gamma_T - 2\pi/3$

Neste sub período a configuração da carga será a mostrada em A.I.11.a; no seguinte, será A.I.11.c. A tensão aplicada à carga nos dois casos é $u_{AB}(\omega t)$; desta forma, torna-se claro que as correntes em ambos os sub períodos possuem a mesma forma de onda. Desta maneira:

$$i_{1F}(\omega t) = i_{2F}(\omega t) \quad (\text{A.I.64})$$

- Sub período de condução de $\pi/3$ a $\gamma_T - \pi/3$

As mesmas considerações do caso anterior são válidas para este sub período. A tensão aplicada a ambos os casos é $u_{AB}(\omega t)$, e assim as correntes possuirão a mesma forma de onda; ou seja:

$$i_{3F}(\omega t) = i_{2F}(\omega t) \quad (\text{A.I.65})$$

- Sub período de condução de $2\pi/3$ a γ_T

A tensão aplicada à carga é $u_{AB}(\omega t)$, Como:

$$i_{4F}(2\pi/3) = i_{5F}(2\pi/3) \quad (\text{A.I.66})$$

e

$$i_{5F}(\omega t) = \frac{I_{\max}}{3} \left[\text{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/2) + k e^{-\frac{\omega t}{\text{tg}\psi}} \right] \quad (\text{A.I.67})$$

obtem-se:

$$i_{5F}(\omega t) = \frac{I_{\max}}{3} \left[\text{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/2) - A_1 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} \omega t} - A_2 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} - A_3 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \pi/3)} - A_4 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + \pi/3)} - A_6 e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - 2\pi/3)} \right] \quad (\text{A.I.68})$$

onde:

$$A_6 = \text{sen}(\alpha - \psi + 5\pi/6) - \frac{1}{2} \text{sen}(\alpha - \psi + \pi/2) \quad (\text{A.I.69})$$

Naturalmente, para uma carga puramente resisti

va:

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = 0 \quad (\text{A.I.70})$$

Para uma carga puramente indutiva, deve-se su

por:

$$\begin{aligned} e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} \omega t} &= e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + 2\pi/3)} = e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \pi/3)} = e^{\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T + \pi/3)} = \\ &= e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - 2\pi/3)} = e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - 2\pi/3)} = e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \gamma_T)} = 1 \end{aligned} \quad (\text{A.I.71})$$

e aplicar as mesmas expressões de corrente mostradas.

As correntes no segundo semiciclo são simétricas.

A.1.7 Modos de operação tipo IV

Neste tipo de operação apenas dois tiristores conduzem simultaneamente; as correntes de fase e de linha sempre são intercaladas por dois períodos de corrente nula.

- Sub período de condução 0. a $\gamma_T/2$

Neste caso, a fase C está aberta e:

$$i'_{1F}(\omega t) = \frac{2}{3} i'_{1L}(\omega t) \quad (\text{A.I.72})$$

Consultando a tabela A.I.2, procedendo da mesma forma que nos modos de operação anteriores, obtem-se:

$$i'_{1L}(\omega t) = I_{\max} \left[\frac{1}{2} \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/6) - \text{sen}(\alpha - \psi + \pi/6) e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} \omega t} \right] \quad (\text{A.I.73})$$

- Sub período de condução de $\pi/3$ a $\gamma_T/2 + \pi/3$

Análogo ao anterior, ou:

$$i'_{3L}(\omega t) = I_{\max} \left[\frac{1}{2} \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi - \pi/6) - \text{sen}(\alpha - \psi + \pi/6) e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - \pi/3)} \right] \quad (\text{A.I.74})$$

e

$$i'_{3f}(\omega t) = \frac{2}{3} I_3(\omega t) \quad (\text{A.I.75})$$

- Sub período de condução de $2\pi/3$ a $\gamma_T/2 + 2\pi/3$

Análogo ao anterior, ou:

$$i'_{5f}(\omega t) = I_{\max} \left[\frac{1}{2} \text{sen}(\omega t + \alpha - \psi + \pi/3) - \text{sen}(\alpha - \psi + 7\pi/6) e^{-\frac{1}{\text{tg}\psi} (\omega t - 2\pi/3)} \right] \quad (\text{A.I.76})$$

e

$$i'_{5L}(\omega t) = 0 \quad (\text{A.I.77})$$

- Sub períodos de condução de $\gamma_T/2$ a $\pi/3, \gamma_T/2 + \pi/3$ a $2\pi/3$ e $\gamma_T/2 + 2\pi/3$ a π

$$\begin{aligned} \text{Nestes casos: } i'_{2L}(\omega t) &= i'_{4L}(\omega t) = i'_{6L}(\omega t) = i'_{2f}(\omega t) = \\ &= i'_{4f}(\omega t) = i'_{6f}(\omega t) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.I.78})$$

As mesmas considerações efetuadas, em relação à cargas puramente indutivas ou resistivas, para os tipos de operações anteriores são válidas para este caso.

As correntes são simétricas no segundo semicíclo.

ANEXO II

DETERMINAÇÃO DAS EXPRESSÕES DE DIVERSAS GRANDEZAS DO MOTOR

Este anexo apresenta uma rápida explanação sobre a teoria dos motores de indução, visando a determinação das expressões de diversas grandezas utilizadas no texto principal.

A.II.1 POTÊNCIA E CONJUGADO

A potência de um motor elétrico refere-se sempre à potência disponível em seu eixo para acionamento da carga. A potência nominal é definida como sendo a potência que o motor pode entregar permanentemente à velocidade nominal, sem que a temperatura limite de seus enrolamentos seja ultrapassada. A potência sempre será fornecida em W.

O conjugado ou torque define o esforço desenvolvido pelo motor. Para operação com velocidade constante, o motor opera sempre com um conjugado igual ao da carga. Nos processos de aceleração o conjugado desenvolvido pelo motor é geralmente igual à soma do conjugado exigido pela carga com o conjugado necessário à aceleração. Nos processos de frenagem elétrica, o conjugado desenvolvido pelo motor é geralmente igual à diferença entre o exigido para produzir frenagem e o da carga. As expressões a seguir representam estas condições:

- Para operação com velocidade constante

$$M = M_C \quad (A.II.1)$$

- Para o processo de aceleração

$$M = M_C + M_A \quad (A.II.2)$$

- Para o processo de frenagem elétrica

$$M = M_{fr} - M_c \quad (A.II.3)$$

onde:

M - conjugado desenvolvido pelo motor [N.m]

M_c - conjugado da carga [N.m]

M_A - conjugado acelerador [N.m]

M_{fr} - conjugado frenante [N.m]

A relação existente entre a potência, conjugado e velocidade do motor é indicada na expressão (A.II.4)

$$P = \frac{2\pi}{60} \cdot M \cdot n \quad (A.II.4)$$

onde:

P - potência disponível no eixo do motor [W]

M - conjugado desenvolvido pelo motor [N.m]

n - velocidade do motor [rpm]

Por outro lado,

$$P_g = \frac{2\pi}{60} \cdot M_d \cdot n_s \quad (A.II.5)$$

onde:

P_g - potência transferida no entreferro [W]

M_d - conjugado eletromagnético desenvolvido [N.m]

n_s - velocidade síncrona [rpm]

Observe-se que o conjugado disponível no eixo do motor é menor que o conjugado eletromagnético desenvolvido no entreferro; isto se deve àqueles conjugados correspondentes às perdas mecânicas do motor, como atrito e ventilação.

A.II.2 CIRCUITO EQUIVALENTE DO MÓTOR

A figura A.II.1 mostra o circuito equivalente do motor de indução trifásico.

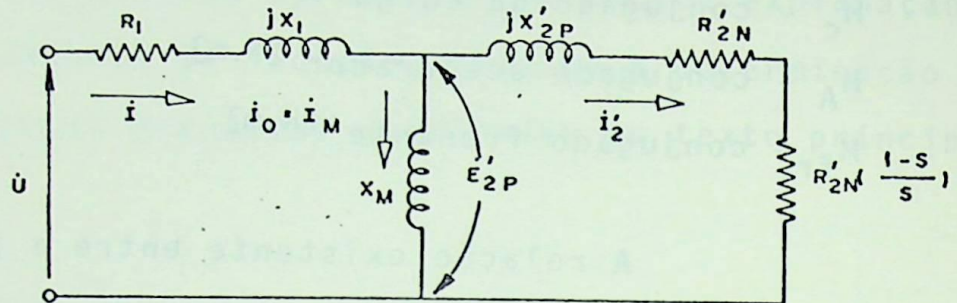


Figura A.II.1 Circuito equivalente do motor de indução trifásico.

As grandezas pontuadas são fasores, em caso contrário, representam seus módulos; as com índice "N", condições nominais.

No circuito equivalente mostrado desprezou-se a resistência do ramo magnetizante (representativa das perdas no núcleo); assim, tem-se:

U_1 - tensão aplicada ao estator [V]

I - corrente do estator [A]

R_1 - resistência do enrolamento do estator [Ω]

X_1 - reatância do enrolamento do estator [Ω]

X_m - reatância de magnetização [Ω]

I_m - corrente de magnetização, assumida como igual à corrente em vazio I_0 [A]

X'_{2p} - valor referido da reatância de partida do rotor [Ω]

R'_{2N} - valor referido da resistência do rotor [Ω]

I'_2 - valor referido da corrente do rotor [A]

E'_{2p} - valor referido da tensão de partida do rotor [V]

s - escorregamento

Este circuito permite a obtenção das equações:

$$\dot{U}_1 = \dot{E}'_{2p} + (R_1 + jX_1) \dot{i} \quad (\text{A.II.6})$$

$$\dot{E}'_{2p} = \left[\frac{R'_{2N}}{s} + jX'_{2p} \right] \dot{i}'_2 \quad (\text{A.II.7})$$

$$\dot{i} = \dot{i}'_2 + \dot{i}_o \quad (\text{A.II.8})$$

$$\dot{i}_o = \frac{\dot{E}'_{2p}}{jX_m} \quad (\text{A.II.9})$$

A potência mecânica desenvolvida no eixo do rotor é dada por:

$$P = R'_{2N} \left(\frac{1-s}{s} \right) I_2'^2 \quad (\text{A.II.10})$$

Porém, de acordo com (A.II.4)

$$P = \frac{2\pi}{60} M.n \quad (\text{A.II.7})$$

então:

$$\frac{2\pi}{60} M.n = R'_{2N} \left(\frac{1-s}{s} \right) I_2'^2 \quad (\text{A.II.11})$$

De (A.II.1) resulta:

$$n = n_s (1-s) \quad (\text{A.II.12})$$

desta forma:

$$M = \frac{60}{2\pi n_s} I_2'^2 \frac{R'_{2N}}{s} \quad (\text{A.II.13})$$

Combinando-se as expressões (A.II.6), (A.II.7), (A.II.8), (A.II.9) e (A.II.13) e desprezando-se a resistência do estator, obtém-se:

$$M = \frac{60}{2\pi n_s} \frac{U_1^2 \left[1 + \frac{X_1}{X_m}\right] R_{2N}'^2}{\frac{R_{2N}'^2}{s} \left[1 + \frac{X_1}{X_m}\right]^2 + s \left[X_1 + X_{2p}' + \frac{X_1 X_{2p}'}{x_m}\right]^2} \quad (\text{A.II.14})$$

A expressão (A.II.14) pode ser representada pela curva indicada na figura A.II.2

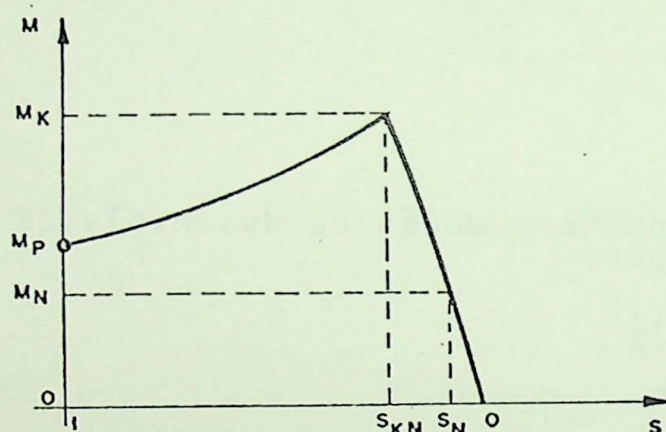


Figura A.II.2 Característica $M = f(s)$ genérica, para o motor de indução trifásico

Na figura A.II.2, tem-se:

M_p - conjugado de partida [N.m]

M_k - conjugado máximo [N.m]

M_N - conjugado nominal [N.m]

s_{kN} - escorregamento correspondente ao conjugado máximo M_k

s_N - escorregamento nominal

O escorregamento s_{kN} pode ser obtido tomando-se

$$\frac{dM}{ds} = 0, \text{ o que resulta em:}$$

$$s_{kN} = \frac{R'_{2N} \left[1 + \frac{X_1}{X_m} \right]}{X_1 + X'_{2p} + \frac{X_1 \cdot X'_{2p}}{X_m}} \quad (\text{A. II. 15})$$

Desta forma, o conjugado máximo M_k será:

$$M_k = \frac{60}{2\pi n_s} \frac{U_1^2}{2 \left[X_1 + X'_{2p} + \frac{X_1 \cdot X'_{2p}}{X_m} \right]} \quad (\text{A. II. 16})$$

Como em geral,

$$X_m \gg X_1 \quad \text{e} \quad X_m \gg X_1 \cdot X'_{2p}$$

Utilizam-se as expressões (A. II. 17), (A. II. 18) e (A. II. 19) como boas aproximações de (A. II. 14), (A. II. 15) e (A. II. 16), respectivamente:

$$M = \frac{60}{2\pi n_s} \frac{U_1^2}{\left(\frac{R'_{2N}}{s} \right)^2 + X^2} \frac{R'_{2N}}{s} \quad (\text{A. II. 17})$$

$$s_{kN} = \frac{R'_{2N}}{X} \quad (\text{A. II. 18})$$

e

$$M_k = \frac{60}{2\pi n_s} \frac{U_1^2}{2 \cdot X} \quad (\text{A. II. 19})$$

onde:

$$X = X_1 + X'_{2p} \quad (\text{A. II. 20})$$

A relação entre X e X'_{2p} será denominada por k_X , ou seja:

$$k_X = \frac{X}{X'_{2p}} \quad (\text{A. II. 21})$$

ou ainda:

$$k_X = \frac{X_1 + X'_{2p}}{X'_{2p}} \quad (\text{A. II. 22})$$

Desta forma, combinando-se (A. II. 17), (A. II. 18) e (A. II. 19) obtêm-se:

$$\frac{M}{M_k} = \frac{2}{\frac{s}{s_{kN}} + \frac{s_{kN}}{s}} \quad (\text{A.II.23})$$

A equação (A.II.23) fornece o comportamento do conjugado motor M em função do escorregamento s para tensão do estator constante.

Observando-se as expressões (A.II.18) e (A.II.19) conclui-se que qualquer variação da tensão U_1 do estator (e, proporcionalmente, de E'_{2p}) resulta em uma variação de M_k , permanecendo s_{kN} inalterado; ou seja:

$$\frac{M'_k}{M_k} = \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 \quad (\text{A.II.24})$$

Isto significa que o comportamento das características $M = f(s)$ para tensão do estator variável é o indicado na figura A.II.3

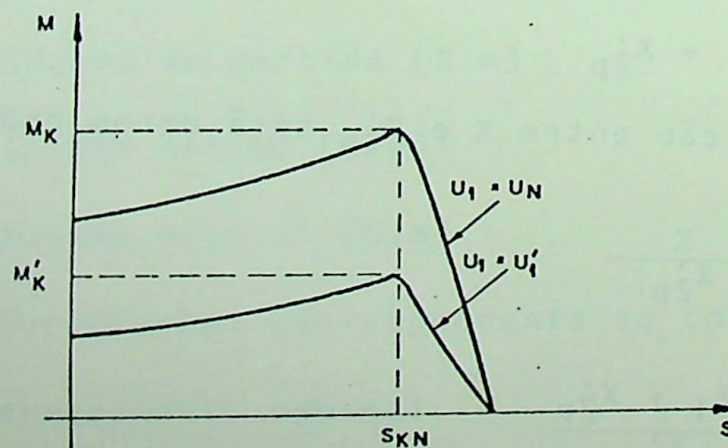


Figura A.II.3 Comportamento da característica $M = f(s)$ para tensão do estator variável.

Desta forma, para uma tensão qualquer do estator, (A.II.23) torna-se:

$$\frac{M}{M_k} = \frac{2}{\frac{s}{s_{kN}} + \frac{s_{kN}}{s}} \left[\frac{U_1}{U_N} \right]^2 \quad (\text{A.II.25})$$

onde:

- U_N - tensão nominal do estator;
- U_1 - tensão aplicada ao estator;
- M - conjugado motor a um escorregamento s , [N.m].

A partir de (A.II.25), pode-se definir a tensão de operação do motor de indução trifásico em função do tipo de carga, ou seja:

Sendo:

$$\frac{M}{M_N} = \frac{M_k}{M_N} \frac{2}{\frac{s}{s_{kN}} + \frac{s_{kN}}{s}} \left[\frac{U_1}{U_N} \right]^2,$$

e como de (A.II.23) obtêm-se

$$\frac{M_N}{M_k} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_{kN}} + \frac{s_{kN}}{s_N}}$$

resulta

$$\frac{M}{M_N} = \frac{\frac{s_N}{s_{kN}} + \frac{s_{kN}}{s_N}}{2} \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_{kN}} + \frac{s_{kN}}{s}} \left[\frac{U_1}{U_N} \right]^2$$

de onde:

$$U_1 = U_N \sqrt{\frac{s_N}{s} \frac{s^2 + s_{kN}^2}{s_N^2 + s_{kN}^2} \left[\frac{M}{M_N} \right]} \quad (\text{A.II.26})$$

Por outro lado, o escorregamento correspondente ao conjugado máximo s_{kN} pode ser obtido em função de dados de catálogo como segue:

$$\frac{M_N}{M_k} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_{kN}} + \frac{s_{kN}}{s_N}}$$

ou

$$\frac{M_N}{M_k} = \frac{2 s_{kN} s_N}{s_N^2 + s_{kN}^2}$$

ou, ainda;

$$s_{kN}^2 + 2 s_{kN} \cdot s_N \cdot \frac{M_k}{M_N} + s_N^2 = 0$$

Resolvendo a equação de segundo grau em s_{kN} , obtêm-se:

$$s_{kN} = s_N \left[\frac{M_k}{M_N} \pm \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_N}\right)^2 - 1} \right]$$

como, obrigatoriamente, $s_{kN} > s_N$, tem-se:

$$s_{kN} = s_N \left[\frac{M_k}{M_N} + \sqrt{\left(\frac{M_k}{M_N}\right)^2 - 1} \right] \quad (\text{A.II.27})$$

A.II.3 CORRENTES NO MOTOR

A corrente no motor é uma resultante da tensão aplicada e das condições de operação desejadas. Assim, o motor pode operar ou não com corrente nominal.

A seguir são fornecidas as deduções de expressões aproximadas, em função de dados constantes em catálogo, para as seguintes grandezas:

a) Corrente em vazio \bar{I}_0 a tensão nominal (I_0)

É a corrente para o motor operando sem carga, portanto, teoricamente para $s = 0$.

Baseando-se no circuito equivalente da figura A.II.1, obtem-se o diagrama fasorial simplificado mostrado na figura A.II.4.

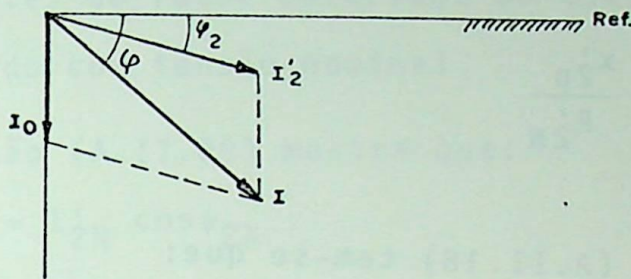


Figura A.II.4 Diagrama fasorial simplificado do motor de indução trifásico.

Da figura A.II.4, se aplicada as condições nominais, vem

$$I_0 = I_N \operatorname{sen} \psi_N - I'_{2N} \operatorname{sen} \psi_{2N} \quad (\text{A.II.28})$$

onde:

ψ_N - defasagem tensão-corrente do estator para condições nominais

ψ_{2N} - defasagem tensão-corrente do rotor para condições nominais

I_N - corrente nominal do motor (estator) em (A)

I'_{2N} - corrente rotórica para as condições nominais em (A), referida ao estator

ainda, do diagrama fasorial, obtem-se:

$$I_N \cos \psi_N = I'_{2N} \cos \psi_{2N}$$

ou

$$I'_{2N} = I_N \frac{\cos\psi_N}{\cos\psi_{2N}} \quad (\text{A.II.29})$$

substituindo (A.II.29) em (A.II.28), resulta:

$$I_o = I_N [\text{sen}\psi_N - \cos\psi_N \text{tg}\psi_{2N}] \quad (\text{A.II.30})$$

mas;

$$\text{tg}\psi_{2N} = s_N \frac{x'_{2p}}{R'_{2N}} \quad (\text{A.II.31})$$

por outro lado, de (A.II.18) tem-se que:

$$s_{kN} = \frac{R'_{2N}}{X_1 + X'_{2p}}$$

A norma brasileira [28] sugere que, em falta dos valores de projeto, adote-se os valores dados pela Tabela (A II.1) para as reatâncias nas condições nominais.

TIPO DE MOTOR	X_1	k_x
BOBINADO	X'_{2p}	2
GAIOLA - N	1,67 X'_{2p}	2,67
GAIOLA - D	X'_{2p}	2
GAIOLA - H	0,43 X'_{2p}	1,43

Tabela A.II.1 Relacionamento entre reatâncias e fator k_x conforme o tipo de motor.

Desta forma, combinando-se (A.II.18), (A.II.22), (A.II.30) e (A.II.31) obtém-se:

$$I_o \cong I_N \left[\text{sen} \psi_N - \frac{s_N}{k_x s_{kN}} \text{cos} \psi_N \right] \quad (\text{A.II.32})$$

onde k_x é dado na tabela A.II.1 conforme o tipo de motor de indução trifásico.

b) Correntes do rotor referidas ao estator (I'_{2N}) - Motor operando com tensão nominal

A expressão (A.II.29) mostra que:

$$I_N \text{cos} \psi_N = I'_{2N} \text{cos} \psi_{2N}$$

Como de (A.II.31) combinada com (A.II.18) e (A.II.22) resulta:

$$\text{cos} \psi_{2N} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{s_N}{k_x s_{kN}} \right)^2}} \quad (\text{A.II.33})$$

então:

$$I'_{2N} = I_N \text{cos} \psi_N \sqrt{1 + \left(\frac{s_N}{k_x s_{kN}} \right)^2} \quad (\text{A.II.34})$$

A expressão (A.II.34) fornece valores muito próximos àqueles fornecidos em catálogos de motores de indução com rotor bobinado; desta forma, é uma aproximação bastante aceitável.

Por outro lado, para condições nominais a equação (A.II.22) torna-se:

$$M_N = \frac{60}{2\pi n_s} \cdot I'_{2N} \frac{R'_{2N}}{s_N} \quad (\text{A.II.35})$$

Para uma outra condição qualquer, com a introdução de resistências no circuito do rotor e em regime permanente tem-se:

$$M_c = \frac{60}{2\pi n_s} I_2'^2 \frac{R_{2N}' + \Sigma R_{2i}'}{s} \quad (\text{A.II.36})$$

Assim, dividindo-se (A.II.36) por (A.II.35) e considerando a expressão (3.34) repetida a seguir:

$$\frac{s_{ki}}{s_{kN}} = \frac{R_{2N}' + \Sigma R_{2i}'}{R_2'} \quad (\text{A.II.37})$$

resulta em:

$$I_2' = I_{2N}' \sqrt{\frac{M_c}{M_N} \frac{s}{s_N} \frac{s_{kN}}{s_{ki}}} \quad (\text{A.II.38})$$

ou

$$I_2' = I_N \cos \psi_N \sqrt{\left[1 + \left(\frac{s_N}{k_x s_{kN}}\right)^2\right] \frac{M_c}{M_N} \frac{s}{s_N} \frac{s_{kN}}{s_{ki}}} \quad (\text{A.II.39})$$

onde: s_{ki} - é o escorregamento correspondente ao conjugado máximo do estágio de resistência que possibilita o desenvolvimento do escorregamento s . Observe-se que $s_{kN} = s_{ki}$, se não houverem resistências adicionais

c) Corrente no estator (I) - Motor operando com tensão nominal

Do diagrama fasorial dado na figura (A.II.4) tem-se:

$$I^2 = I_0^2 + I_2'^2 + 2 I_0 I_2' \sin \psi_2 \quad (\text{A.II.40})$$

mas:

$$\sin \psi_2 = \frac{s}{\sqrt{(k_x s_{kN})^2 + s^2}} \quad (\text{A.II.41})$$

então:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_2'^2 + 2 I_0 I_2'} \cdot \frac{s}{\sqrt{(k_x s_{KN})^2 + s^2}} \quad (\text{A.II.42})$$

ou

$$\frac{I}{I_N} = \sqrt{\left(\frac{I_0}{I_N}\right)^2 + \left(\frac{I_2'}{I_N}\right)^2 + 2 \frac{I_0}{I_N} \cdot \frac{I_2'}{I_N} \cdot \frac{s}{\sqrt{(k_x s_{KN})^2 + s^2}}} \quad (\text{A.II.43})$$

d) Corrente no motor com tensão diferente da nominal

A tensão de operação do motor, combinando a variação de tensão com a de resistência rotórica, é:

$$U_1 = U_N \sqrt{\frac{M_c}{M_N} \frac{s^2 + s_{KN}^2}{s_N^2 + s_{KN}^2} \frac{s_N}{s} \frac{s_{KN}}{s_{ki}}} \quad (\text{A.II.44})$$

Qualquer análise envolvendo a variação de tensão e de corrente estando o rotor livre, pressupõe o conhecimento da característica em vazio do motor ($U_1 = f(I_0)$ ou $B = f(H)$). No entanto, sabe-se que tal característica é aproximadamente linear no trecho correspondente ao intervalo $U_1 = 0$ e $U_1 = U_N$; em outras palavras, o motor, em geral, é projetado para atuar na citada faixa. Desta forma é possível obter, de forma aproximada, a corrente em vazio para tensões diferentes da nominal através de:

$$\bar{I}_0 = \left(\frac{U_1}{U_N}\right) I_0 \quad (\text{A.II.45})$$

onde:

\bar{I}_0 - corrente em vazio para tensão diferente da nominal

Para as correntes rotônicas, tem-se de (A.II.44)

$$\frac{M_C}{M_N} = \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 \frac{s}{s_N} \frac{s_{kN}^2 + s_N^2}{s_{ki}^2 + s^2} \frac{s_{ki}}{s_{kN}} \quad (\text{A.II.46})$$

Substituindo (A.II.46) em (A.II.38) e sendo $U_1 = U_N$

$$I'_2 = I'_{2N} \sqrt{\frac{s}{s_N} \cdot \frac{s}{s_N} \frac{s_{kN}^2 + s_N^2}{s_{ki}^2 + s^2}} \quad (\text{A.II.47})$$

ou

$$I'_2 = I'_{2N} \frac{s}{s_N} \sqrt{\frac{s_{kN}^2 + s_N^2}{s_{ki}^2 + s^2}} \quad (\text{A.II.48})$$

Para $U_1 \neq U_N$

$$\bar{I}'_2 = I'_{2N} \frac{U_1}{U_N} \frac{s}{s_N} \sqrt{\frac{s_{kN}^2 + s_N^2}{s_{ki}^2 + s^2}} \quad (\text{A.II.49})$$

Desta forma:

$$\bar{I}'_2 = \frac{U_1}{U_N} I'_2 \quad (\text{A.II.50})$$

onde:

\bar{I}'_2 - corrente rotônica para tensão diferente da nominal
(A)

Assim, generalizando (A.II.43), vem:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_2^2 + 2 I_0 I_2 \frac{s}{\sqrt{(k_x s_{kN})^2 + s^2}}} \quad (\text{A.II.51})$$

Substituindo (A.II.45) e (A.II.50) em (A.II.51), resulta:

$$I = \left(\frac{U_1}{U_N} \right) \sqrt{I_0'^2 + I_2'^2 + 2 I_0' I_2' \frac{s}{\sqrt{(k_x s_{kN})^2 + s^2}}} \quad (\text{A.II.52})$$

ou:

$$\bar{I} = \left(\frac{U_1}{U_N} \right) I \quad (\text{A.II.53})$$

onde:

\bar{I} = corrente estatórica para tensão diferente da nominal.

Observe-se que, como a formulação apresentada é bastante geral, possibilita a obtenção dos valores das correntes se variada a tensão e resistências rotórica; isto significa que as expressões (A.II.50) e (A.II.53) são diretamente aplicáveis ao método de variação de tensão combinada com a variação de resistência. Por outro lado, se empregado apenas o método da variação de tensão, deve-se utilizar:

$$s_{ki} = s_{kN} \quad (\text{A.II.54})$$

e, se apenas a variação da resistência rotórica:

$$U_1 = U_N \quad (\text{A.II.55})$$

A.II.4 Fator de Potência

Através do diagrama fasorial da figura (A.II.4)

tem-se:

$$I_2' \cos\psi_2 = I \cos\psi \quad (\text{A.II.56})$$

mas:

$$\cos\psi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{s}{(k_x s_{kN})^2}}} \quad (\text{A.II.57})$$

então:

$$\cos\psi = \frac{I_2'}{I \sqrt{1 + \left(\frac{s}{k_x s_{kN}}\right)^2}} \quad (\text{A.II.58})$$

Novamente, são válidas as considerações feitas ao final do tópico anterior.

A.II.5 Grandezas na partida do motor de indução do rotor bobinado

O rotor de um motor em anéis possui enrolamentos semelhantes ao do estator e, desta forma, pouco afetados pelo efeito pelicular e saturação [10]. Sendo assim, as expressões apresentadas são válidas para a faixa:

$$0 \leq s \leq 1 \quad (\text{A.II.59})$$

O conjugado de partida \bar{e} dado, aproximadamente,

por:

$$\frac{M_p}{M_N} = \frac{M_k}{M_N} \cdot \frac{2 s_{ki}}{s_{ki}^2 + 1} \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 \quad (\text{A.II.60})$$

As correntes rotônicas e estatônicas são:

$$\frac{\bar{I}'_{2p}}{I_N} = \left(\frac{U_1}{U_N} \right) \cos \psi_N \sqrt{\left[1 + \frac{s_N^2}{k_x s_{kN}} \right]} \cdot \frac{2}{s_{ki}^2 + 1} \cdot \frac{M_k}{M_N} \cdot \frac{s_{kN}}{s_N} \quad (\text{A.II.61})$$

e

$$\frac{\bar{I}_p}{I_N} = \sqrt{\left(\frac{\bar{I}_0}{I_N} \right)^2 + \left(\frac{\bar{I}'_{2p}}{I_N} \right)^2 + 2 \left(\frac{\bar{I}_0}{I_N} \right) \cdot \left(\frac{\bar{I}'_{2p}}{I_N} \right) \frac{1}{\sqrt{(k_x s_{kN})^2 + 1}}} \quad (\text{A.II.62})$$

onde:

s_{ki} - escorregamento correspondente ao conjugado máximo para o "i-ésimo" estágio de resistência empregado na partida, \bar{e} dado por (A.II.37). Para partida com a resistência própria do rotor $s_{ki} = s_{kN}$.

\bar{I}_0 - dado pela expressão (A.II.45)

As expressões (A.II.60) a (A.II.62) são gerais, permitindo a análise das grandezas na partida com tensão reduzida e inserção de resistências

A.II.6 CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO MOTOR

A seguir são fornecidas expressões aproximadas, baseadas em dados disponíveis em catálogos nacionais, para o cálculo dos parâmetros do circuito equivalente do motor de indução trifásico.

a) Cálculo da resistência do enrolamento do estator (R_1)

Sabe-se que a impedância vista pela rede quando o rotor está travado (Z_{1p}) será:

$$Z_{1p} = \frac{U_p}{\sqrt{3}I_p} \quad (\text{A.II.63})$$

onde:

U_p - tensão de alimentação do motor com o rotor travado
[V]

I_p = Corrente absorvida da rede pelo motor estando o rotor travado [A]

Por outro lado, tem-se que:

$$R_{1p} = Z_{1p} \cos\psi_p \quad (\text{A.II.64})$$

sendo:

R_{1p} - resistência equivalente para o rotor travado [Ω]

$\cos\psi_p$ - fator de potência para o rotor travado

mas do circuito equivalente da figura A.II.1, resulta:

$$R_{1p} = R_1 + R'_{eq} \quad (\text{A.II.65})$$

onde:

R'_{eq} - resistência equivalente ao ramo de magnetização e do rotor para as condições de rotor travado $[\Omega]$

R_1 - resistência do enrolamento do estator $[\Omega]$

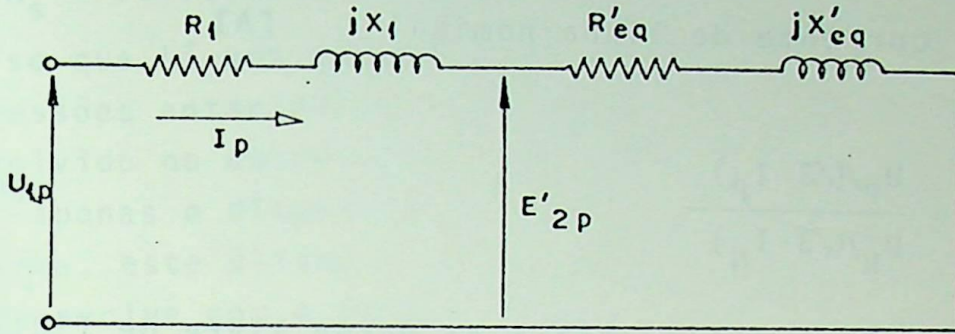


figura A.II.5 Circuito equivalente do motor de indução trifásico quando o rotor está travado.

Assim:

$$R_1 = Z_{1p} \cos \psi_p - R'_{eq} \quad (\text{A.II.65})$$

ou

$$R_1 = \left[\frac{Z_{1p}}{Z_N} \cos \psi_p - \frac{R'_{eq}}{Z_N} \right] \cdot Z_N \quad (\text{A.II.67})$$

Define-se Z_N em $[\Omega]$ por:

$$Z_N = \frac{U_N}{\sqrt{3} I_N} = \frac{P_N}{3 \eta_N \cos \psi_N I_N^2} = \frac{U_N^2 \eta_N \cos \psi_N}{P_N} \quad (\text{A.II.68})$$

onde:

Z_N - impedância de entrada fase-neutro do motor em condições nominais $[\Omega]$

P_N - potência nominal do motor $[w]$

η_N - rendimento nominal

$\cos\psi_N$ - fator de potência nominal

U_N - tensão nominal de alimentação do motor (linha)
[V]

I_N - corrente de linha nominal [A]

como:

$$\frac{Z_{1P}}{Z_N} = \frac{U_P/(\sqrt{3} I_P)}{U_N/(\sqrt{3} I_N)} \quad (\text{A.II.69})$$

e supondo a tensão de alimentação do motor livre de flutuações:

$$U_{1P} = U_N \quad (\text{A.II.70})$$

Assim:

$$\frac{Z_{1P}}{Z_N} = \frac{I_N}{I_P} \quad (\text{A.II.71})$$

Entretanto, quando do rotor travado, toda a energia absorvida da rede, descontadas as perdas no estator, é transferida através do entreferro e é dissipada sob a forma de calor na resistência R'_{eq} ; sendo assim:

$$P_g = 3 R'_{eq} I_P^2 \quad (\text{A.II.72})$$

de onde:

$$R'_{eq} = \frac{P_g}{3I_P^2} \quad (\text{A.II.73})$$

mas:

$$P_g = \frac{M_P \cdot 2\pi \cdot n_s}{60} \quad (\text{A.II.74})$$

desta forma:

$$R'_{eq} = \frac{M_p \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_s}{3 \cdot I_p^2 \cdot 60} \quad (\text{A.II.75})$$

onde:

$$M_p = \text{conjugado de partida [N.m]}$$

$$n_s = \text{velocidade síncrona [rpm]}$$

Observe-se que há uma pequena aproximação quando utiliza-se M_p nas expressões anteriores; o conjugado que deve ser utilizado é o desenvolvido no entreferro e existem atrito e ventilação. No entanto, apenas o disponível no eixo é encontrado em catálogos; desta forma, este último será considerado como o conjugado que o motor desenvolve com o rotor travado.

De (A.II.68), obtém-se:

$$Z_N = \frac{P_N}{3 \eta_N \cos \psi_N I_N^2}, \text{ mas:}$$

$$P_N = \frac{M_N \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_s (1 - s_N)}{60} \quad (\text{A.II.76})$$

(A.II.76) em (A.II.68) resulta em:

$$Z_N = \frac{M_N \cdot 2 \pi n_s (1 - s_N)}{3 \cdot 60 \eta_N \cos \psi_N I_N^2} \quad (\text{A.II.77})$$

Combinando as expressões (A.II.60), (A.II.67), (A.II.68) (A.II.69), (A.II.70) e (A.II.77) obtém-se:

$$R_1 = \left\{ \cos \psi_p - \frac{I_N}{I_p} - \frac{M_k}{M_N} \frac{2s_{kN}}{(1+s_{kN}^2)} \frac{\eta_N \cos \psi_N}{(1-s_N)} \right\} \frac{I_N}{I_p} \cdot \frac{U_N^2 \eta_N \cos \psi_N}{P_N} \quad (\text{A.II.78})$$

Atente-se ao fato de que a expressão (A.II.78) apenas é válida para motores com rotores bobinados, onde $\cos \psi_p$ fica em torno de 0,20 e I_p / I_N é fornecido por (A.II.62)

b) Cálculo da resistência dos enrolamentos do rotor (R_{2N})

Para motores com rotor bobinado, a resistência do enrolamento do rotor seria, aproximadamente:

$$R_{2N} \cong \frac{S_N E_{2p}}{\sqrt{3} I_{2N}} \quad (\text{A. II.79})$$

Referindo a resistência do rotor ao estator (R'_{2N})

$$R'_{2N} = R_{2N} \cdot \left(\frac{U_N}{E_{2p}} \right)^2 \quad (\text{A. II.80})$$

Para qualquer motor de indução trifásico tem-se, aproximadamente:

$$R'_{2N} = \frac{P_N s_N}{3 I_{2N}'^2 (1-s_N)} \quad (\text{A. II.81})$$

A. II.7 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Seja o motor de indução com rotor bobinado com as seguintes características:

$$P_N = 25(\text{kW}); U_N = 440(\text{V}); I_N = 45(\text{A}); E_{2p} = 315(\text{V}), \\ I_{2N} = 52(\text{A}); n_N = 1180(\text{rpm}); \frac{M_k}{M_N} = 3; \cos \psi_N = 0,83.$$

A carga acionada \bar{e} do tipo conjugado constante igual ao nominal do motor e adotar $\frac{M'_k}{M_N} = 1,8$.

a) Determinar a corrente e fator de potência do motor para uma velocidade de 1170(rpm)

De (A. II.1)

$$s = \frac{1200 - 1170}{1200} = 0,025 \text{ e } s_N = \frac{1200 - 1180}{1200} = 0,0167$$

por outro lado, de (A. II.27)

$$s_{kN} = 0,0167 \left(3 + \sqrt{3^2 - 1} \right) = 0,097$$

e de (A. II.26)

$$\frac{U_1}{U_N} = \sqrt{\frac{0,0167}{0,025} \frac{(0,025)^2 + (0,097)^2}{(0,0167)^2 + (0,097)^2} \frac{M_N}{M_N}} = 0,83$$

- Cálculo de I_o

Através de (A.II.45) e (A.II.32), obtem-se:

$$\frac{I_o}{I_N} = \left[0,557 - \frac{0,0167}{2.0,097} \cdot 0,83 \right] = 0,485$$

- Cálculo de I'_{2N}

Dos dados fornecidos:

$$a = \frac{U_N}{E_{2p}} = \frac{440}{315} = 1,396$$

então;

$$I'_{2N} \cong \frac{I_{2N}}{a} = 37,3 \text{ (A)}$$

Para verificar a expressão (A.II.34), tem-se:

$$I'_{2N} = 45 \cdot 0,83 \sqrt{1 + \left(\frac{0,0167}{2.0,097} \right)^2} \cong 37,4 \text{ (A)}$$

Da mesma forma pode-se verificar a expressão

(A.II.43):

$$\begin{aligned} \frac{I}{I_N} &= \sqrt{(0,485)^2 + \left(\frac{37,4}{45} \right)^2 + 2 \cdot 0,485 \cdot \frac{37,4}{45} \cdot \frac{0,0167}{\sqrt{(2.0,097)^2 + (0,0167)^2}}} \\ &= 0,997 \cong 1 \end{aligned}$$

$$\cos \psi_N = \frac{37,3}{45 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{0,0167}{2.0,097} \right)^2}} = 0,8258$$

- Cálculo de \bar{I}_2

Como a velocidade estará na faixa coberta apenas pela variação de tensão, tem-se $s_{ki} = s_{kN}$. Desta forma, de (A.II.49).

$$\frac{\bar{I}'_2}{I_N} = \frac{27,4}{45} \cdot \frac{0,025}{0,0167} \sqrt{\frac{(0,097)^2 + (0,0167)^2}{(0,097)^2 + (0,025)^2}} = 1,22$$

- Cálculo de \bar{I}

A corrente estatórica \bar{I} é obtida de (A.II.52) ou

$$\frac{\bar{I}}{I_N} = 0,83 \cdot \sqrt{(0,485)^2 + (1,22)^2} + 2 \cdot 0,485 \cdot 1,22 \cdot \frac{0,025}{\sqrt{(2 \cdot 0,097)^2 + (0,025)^2}}$$

$$\frac{\bar{I}}{I_N} = 1,14$$

$$\bar{I} = 51,31 \text{ [A]}$$

O fator de potência \bar{e}

$$\cos\psi = \frac{0,83 \cdot 1,22}{1,14 \sqrt{1 + \left(\frac{0,025}{2 \cdot 0,097}\right)^2}} = 0,88$$

Como era de se esperar, a corrente de magnetização ao ser diminuída e com um aumento da corrente rotórica o $\cos\psi$ aumenta em relação ao nominal; neste caso, o $\cos\psi$ encontrado é 6% maior que o nominal, para uma redução de 17% da corrente de magnetização.

Estes efeitos são mais apreciáveis quando o

motor está subcarregado ou com o rotor livre; nestes casos, a corrente rotórica varia muito pouco e com a redução da tensão a aplicada, a corrente de magnetização diminui mantendo o $\cos\psi$ em valores elevados.

ANEXO III

DETERMINAÇÃO DAS EXPRESSÕES DAS PERDAS DO MOTOR

Apresenta-se a seguir a dedução das expressões, em grande parte aproximadas, para o cálculo das perdas do motor; sempre que possível são fornecidas em função de dados disponíveis em catálogos de fabricantes nacionais.

A.III.1 - POTÊNCIA EM FUNÇÃO DE CONJUGADO E VELOCIDADE

Para um corpo em movimento retilíneo, ao qual está aplicada uma força F e que se desloca de uma distância x tem-se que o trabalho desenvolvido pelo mesmo é:

$$W = F \cdot x$$

Em termos genéricos, para $F = \text{cte}$, vem:

$$dW = F \cdot dx$$

o caso de movimento circular, tem-se:

$$dW = F \cdot r \cdot d\theta \implies$$

$$\frac{dW}{dt} = f \cdot r \frac{d\theta}{dt} \implies$$

$$P = M \cdot \omega$$

(A.III.1)

onde:

P - Potência em [W]

M - Conjugado em [N.m]

ω - Velocidade angular em [rad/s]

ou ainda:

$$P = \frac{2\pi}{60} M \cdot n$$

(A.III.2)

onde:

n - Velocidade angular em [rpm]

A.III.2 - DETERMINAÇÃO DAS PERDAS NO ROTOR

A partir de (A.III.1) tem-se:

$$P_g = M_d \cdot \omega_s \quad (\text{A.III.3})$$

$$P = M \cdot \omega \quad (\text{A.III.4})$$

onde:

P_g - Potência que o estator transfere para o rotor [W]

P - Potência útil no eixo do rotor. [W]

M_d - Conjugado eletromagnético [N.m]

M - Conjugado no eixo do rotor. [N.m]

ω_s - Velocidade do campo magnético girante [rad/s]

ω - Velocidade do eixo do rotor [rad/s]

O somatório das perdas no rotor é dado por:

$$\sum P_R = P_g - P \quad (\text{A.III.5})$$

$$\sum P_R = M_d \cdot \omega_s - M \cdot \omega \quad (\text{A.III.6})$$

Por outro lado a diferença entre o conjugado eletromagnético e conjugado no eixo do rotor é devido ao conjugado resistente por atrito e ventilação, M_{AV} , logo:

$$P_R = M_d \cdot \omega_s - (M_d - M_{AV}) \cdot \omega \quad (\text{A.III.7})$$

$$P_R = M_d \cdot \omega_s - M_d \cdot \omega + M_{AV} \cdot \omega \quad (\text{A.III.8})$$

$$P_R = M_d (\omega_s - \omega) + M_{AV} \cdot \omega \quad (\text{A.III.9})$$

Como

$$\omega_s - \omega = s\omega_s \quad (\text{A.III.10})$$

vem:

$$P_R = sM_d \cdot \omega_s + M_{AV} \cdot \omega \quad (\text{A.III.11})$$

Como as perdas que ocorrem no rotor são elêtricas, magnéticas e mecânicas, tem-se:

$$P_R = V_2 + V_{fe2} + V_{AV} \quad (\text{A.III.12})$$

Onde:

V_2 - Perdas joule nos condutores do rotor [W]

V_{Fe2} - Perdas no ferro do rotor [W]

V_{AV} - Perdas devido ao atrito e à ventilação [W]

Lembrando ainda que $f_2 = sf_1$, para baixos escorregamentos f_2 é muito pequena e virtualmente V_{Fe2} é desprezivel; por comparação entre (A.III.11) e (A.III.12) resulta:

$$V_2 = s M_d \cdot \omega_s \quad (\text{A.III.13})$$

ou ainda

$$V_2 = s P_g \quad (\text{A.III.14})$$

e

$$V_{AV} = M_{AV} \cdot \omega \quad (\text{A.III.15})$$

Se o motor possuir rotor bobinado, ainda poderão existir perdas no circuito externo, denominadas neste trabalho por P_2

Ainda em relação às perdas no circuito do rotor, utilizando-se dos parametros do circuito equivalente; tem-se:

$$V_{2T} = V_2 + P_2 = 3(R_{2N} + \sum_i R_{2i}) I_2^2 \quad (\text{A.III.16})$$

onde:

V_{2T} - Perdas nos enrolamentos do rotor e em seu circuito externo [W]

$\sum_i R_{2i}$ - Resistência inserida no circuito rotórico [Ω]

R_{2N} - Resistência própria do rotor [Ω]

I_2 - Corrente rotórica [A]

As perdas internas são:

$$V_2 = 3R_{2N} I_2^2 \quad (\text{A.III.17})$$

A.III.3 - PERDAS NO ROTOR UTILIZANDO-SE DA VARIAÇÃO COMBINADA DE TENSÃO DO ESTATOR - RESISTÊNCIA DO ROTOR

a) Relação entre as perdas causadas por variação de resistência e perdas nominais

Sabe-se da expressão (A.II.38), disponível no Anexo II, que:

$$\frac{I_2'}{I_{2N}'} = \sqrt{\frac{M_c}{M_N} \frac{s}{s_N} \frac{s_{ki}}{s_{KN}}}$$

então:

$$\frac{V_{2T}}{V_{2N}} = \frac{R_{2N} + \sum_i R_{2i}}{R_{2N}} \left(\frac{I_2'}{I_{2N}'} \right)^2 \quad (\text{A.III.18})$$

Como de (A.II.37)

$$\frac{s_{ki}}{s_{KN}} = \frac{R_{2N}' + R_{2i}'}{R_{2N}'}$$

tem-se:

$$\frac{V_{2T}}{V_{2N}} = \frac{M_c}{M_N} \frac{s}{s_N} \quad (\text{A.III.19})$$

ou

$$\frac{V_{2T}}{V_{2N}} = \frac{M_c}{M_k} \cdot \frac{M_k}{M_N} \frac{s}{s_N} \quad (\text{A.III.20})$$

Como:

$$\frac{M_c}{M_k} = \frac{2}{\frac{s}{s_{ki}} + \frac{s_{ki}}{s}} \quad (\text{A.III.21})$$

e

$$\frac{M_N}{M_k} = \frac{2}{\frac{s_N}{s_{kN}} + \frac{s_{kN}}{s_N}} \quad (\text{A.III.22})$$

tem-se, substituindo (A.III.21) e (A.III.22) em (A.III.20) e após alguma manipulação algébrica; as perdas totais (interna e externa) do circuito do rotor:

$$\frac{V_{2T}}{V_{2N}} = \frac{1 + (s_{kN}/s_N)^2}{1 + (s_{ki}/s)^2} \frac{s_{ki}}{s_{kN}} \quad (\text{A.III.23})$$

e as perdas internas são:

$$\frac{V_2}{V_{2N}} = \frac{1 + (s_{kN}/s_N)^2}{1 + (s_{kN}/s)^2} \quad (\text{A.III.24})$$

b) Relação entre as perdas causadas pelo controle de tensão e perdas nominais

Utilizando-se da variação combinada da tensão do estator - resistência do rotor obtêm-se as perdas totais do

circuito do rotor através de:

Da expressão (A.II.49) do Anexo II, tem-se

$$I_2' = I_{2N}' \left(\frac{U_1}{U_N} \right) \frac{s}{s_N} \sqrt{\frac{s_{kN}^2 + s_N^2}{s_{ki}^2 + s^2}}$$

substituindo em (A.III.18)

$$\frac{V_{2T}}{V_{2N}} = \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2 \frac{s_{ki}}{s_{kN}} \frac{1 + (s_{kN}/s_N)^2}{1 + (s_{ki}/s)^2} \quad (\text{A.III.25})$$

As perdas internas são:

$$\frac{V_2}{V_{2N}} = \frac{M}{M_N} \cdot \frac{M_N}{M_k} \cdot \frac{s}{2s_{ki}} \left[1 + \left(\frac{s_{kN}}{s_N} \right)^2 \right] \quad (\text{A.III.26})$$

A.III.4 - PERDAS NO FERRO UTILIZANDO-SE DA VARIAÇÃO COMBINADA DA TENSÃO DO ESTATOR-RESISTÊNCIA DO ROTOR

A.III.4.1 - PERDAS NO FERRO DO ESTATOR E DO ROTOR

A referência [26] mostra que as perdas no ferro são proporcionais à tensão e à frequência como segue:

$$V_{fel} = K \frac{U^2}{f^{0,7}} \quad (\text{A.III.27})$$

onde:

V_{fel} - perdas nominais no ferro do estator [W]

U, f - tensão e frequências [V] e [Hz]

K - fator de proporcionalidade que leva em conta a espessura e o tipo de chapa entre outros fatores.

O seu valor \bar{e} é determinado empiricamente; como as diversas perdas serão calculadas através de comparações, não será necessária a sua obtenção.

As perdas no ferro do rotor (V_{fe2}) serão:

$$V_{fe2} = k \frac{U_2^2}{f_2^{0,7}} \quad (\text{A.III.28})$$

como:

$$U_2 = s E_{2p} \quad (\text{A.III.29})$$

e

$$f_2 = s f \quad (\text{A.III.30})$$

Substituindo (A.III.29) e (A.III.30) e dividindo o resultado por (A.III.27), obtêm-se:

$$V_{fe2} = V_{fe1} \cdot s^{1,3} \left(\frac{E_{2p}}{U_N} \right)^2 \quad (\text{A.III.31})$$

Por outro lado sabe-se que:

$$V_{feT} = V_{fe1} + V_{fe2} \quad (\text{A.III.32})$$

onde:

V_{feT} - perdas no ferro do estator e rotor [w]

Desta forma; substituindo (A.III.28) e (A.III.31) ou (A.III.32) e manipulando algébricamente, obtêm-se:

$$V_{fe2} = \frac{s^{1,3}}{s^{1,3} + \left(\frac{U_N}{E_{2p}} \right)^2} V_{feT} \quad (\text{A.III.33})$$

Nas condições de partida ($s=1$), tem-se:

$$V_{fe2} = \frac{V_{feT}}{1 + \left(\frac{U_N}{E_{2p}}\right)^2} \quad (\text{A.III.34})$$

A.III.4.2 - PERDAS NO FERRO DO ESTATOR E ROTOR-INFLUÊNCIA DOS HARMÔNICOS

Pela expressão (A.III.27) é razoável supor que:

$$V_{felv} = k \frac{U_v^2}{f_v^{0,7}} \quad (\text{A.III.35})$$

onde:

V_{felv} - perdas no ferro do estator para um harmônico de tensão de ordem "v" [W]

U_v - harmônicos de tensão de ordem "v" [V]

f_v - frequência múltipla da fundamental de ordem "v" [Hz]

Dividindo-se, (A.III.35) por (A.III.37), tem-se nas condições nominais:

$$\frac{V_{felv}}{V_{felN}} = \left(\frac{U_v}{U_N}\right)^2 \frac{1}{v^{0,7}} \quad (\text{A.III.36})$$

sendo "v" a ordem harmônica.

Desta forma, as perdas totais serão a soma das perdas para os diversos harmônicos, ou seja:

$$\frac{\sum V_{felv}}{V_{felv}} = \sum \left(\frac{U_v}{U_N}\right)^2 \frac{1}{v^{0,7}} \quad (\text{A.III.37})$$

onde:

$\sum V_{fe1v}$ - perdas totais no ferro do estator devido aos harmônicos de tensão excetuando-se a fundamental, [w]

A perdas devido os harmônicos no ferro de rotor são calculadas de forma análoga, ou seja:

$$V_{fe2v} = k \frac{U_{2v}^2}{f_{2v}^{0,7}} \quad (\text{A.III.38})$$

e

$$V_{fe2N} = k \frac{U_{2N}^2}{f_2^{0,7}} \quad (\text{A.III.39})$$

Dividindo-se (A.III.38) por (A.III.39) obtêm-se

$$\frac{V_{fe2v}}{V_{fe2N}} = \left(\frac{U_{2v}}{U_{2N}} \right)^2 \left(\frac{f_2}{f_{2v}} \right)^{0,7} \quad (\text{A.III.40})$$

Porém, sabe-se que:

$$\frac{U_{2v}}{U_{2N}} \approx \frac{U_v}{U_N} \quad (\text{A.III.41})$$

e de acordo com [25]

$$f_{2v} = (v \pm s - 1) f_2 \quad (\text{A.III.42})$$

como

$$f_2 = sf \quad (\text{A.III.43})$$

Obtêm-se:

$$\frac{V_{fe2v}}{V_{fe2N}} = \left(\frac{U_v}{U_N} \right)^2 \frac{s^{0,7}}{(v \pm s - 1)^{0,7}} \quad (\text{A.III.44})$$

onde:

O sinal "+" indica sequência de fase positiva (harmônicos de ordem 7, 13, ...)

O sinal "-" indica sequência de fase negativa (harmônicos de ordem 5, 11, ...)

Sendo assim, as perdas totais no ferro do rotor devido aos harmônicos de tensão ($\sum V_{fe2v}$), excetuando-se o fundamental serão:

$$\sum \frac{V_{fe2v}}{V_{fe2N}} = \sum \left(\frac{U_v}{U_N} \right)^2 \frac{s^{0,7}}{(v \pm s - 1)^{0,7}} \quad (\text{A.III.45})$$

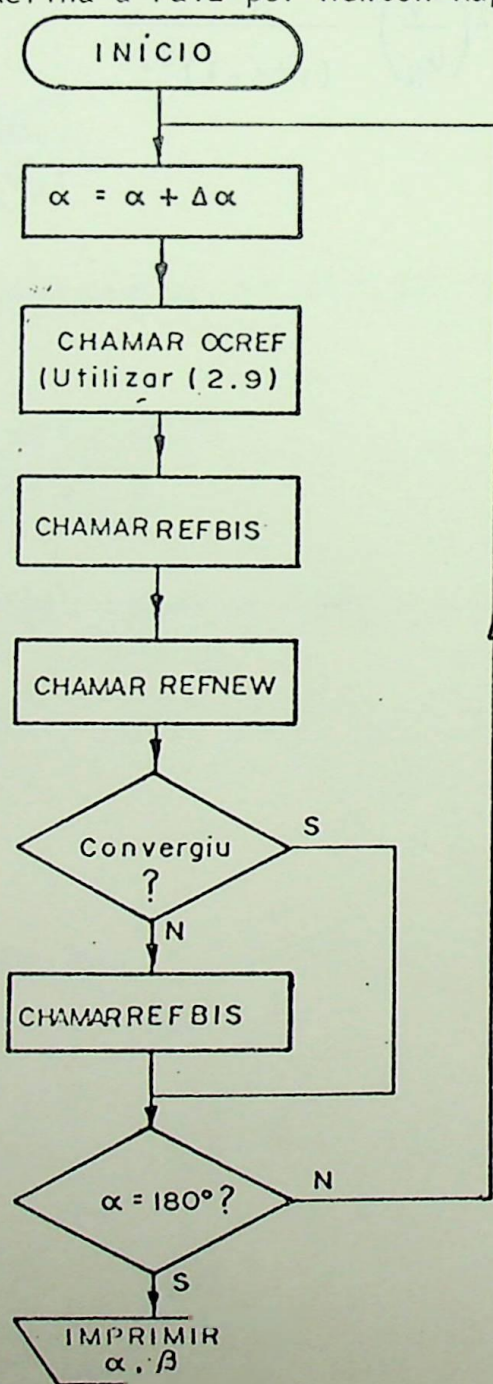
ANEXO IV

FLUXOGRAMAS

A.IV.1 - PROGRAMA TEXTIN

Este programa gera um arquivo de dados dos valores do ângulo de extinção (β) e ângulo de disparo (α) utiliza das subrotinas:

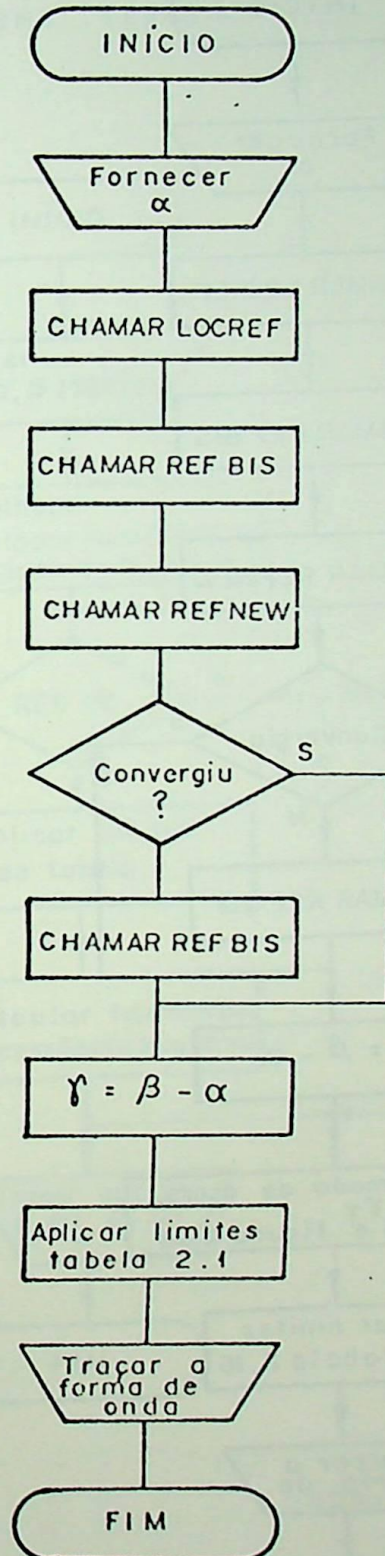
- LOCREF - Localiza e refina a raiz (ângulo de extinção) da equação (2.9)
- REFBIS - Refina a raiz por bissecção
- REFNEW - Refina a raiz por Newton-Raphson



FIM

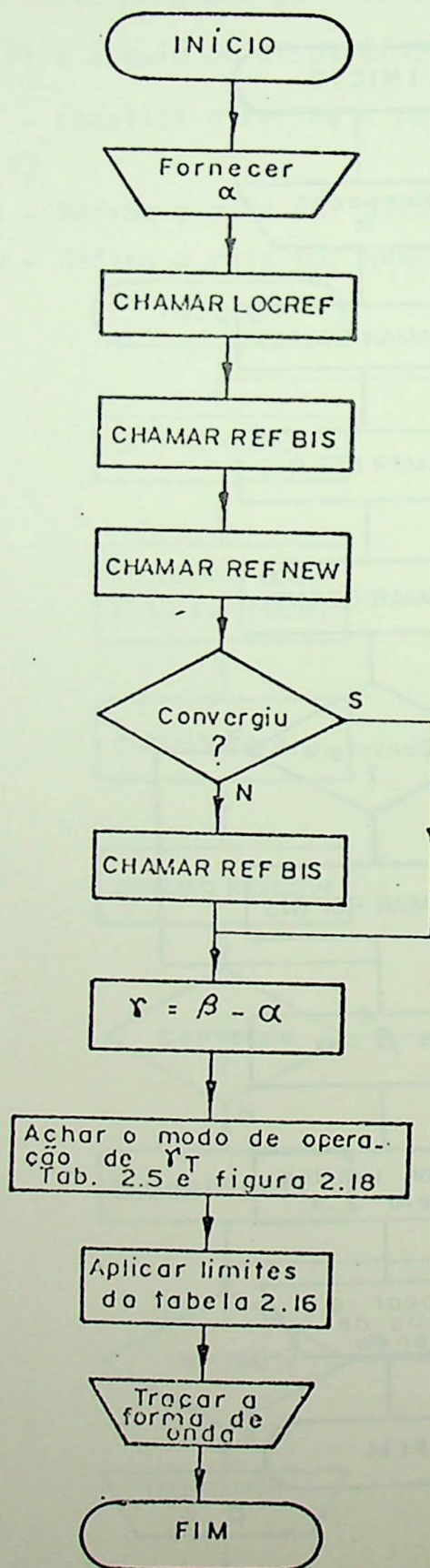
A.IV.2 PROGRAMA TFOR1F

Este programa permite o traçado da forma de onda do Regulador monofásico. Utiliza as subrotinas LOCREF, REFNEW e REBIS citadas no tópicos anterior.



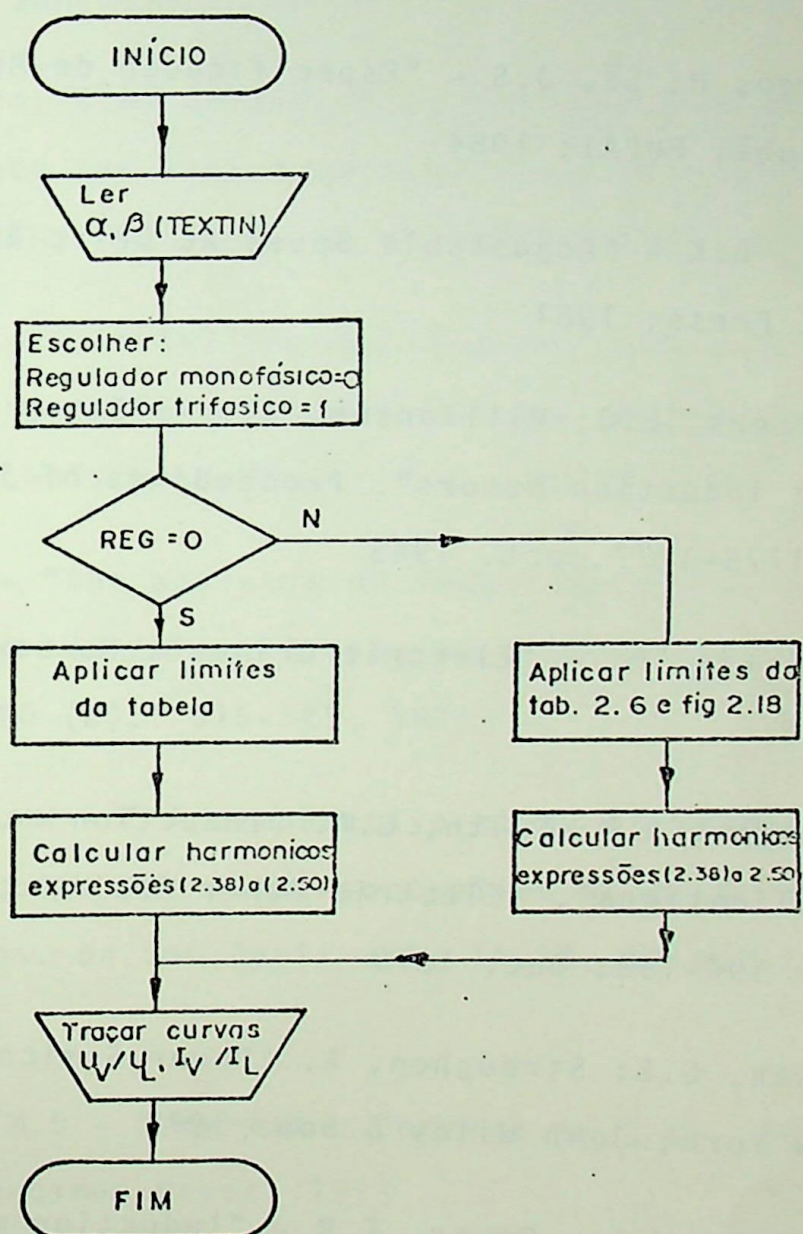
A.IV.3 PROGRAMA TF0R3F

Este programa é semelhante ao anterior, entretanto, aplicável ao Regulador trifásico.



A.IV.4 PROGRAMA "HAREG"

Este programa permite obter as curvas que relacionam os harmônicos de tensão e corrente em função do ângulo de disparo, estando o $\cos\psi$ como parâmetro. Utiliza arquivo de dados gerado no programa "TEXTIN"



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - Abraham, L.; Forster, J.; Schiephake, G - "AC motors Supply With Thyristors Converter". IEEE Trans. on Ind. and Gen. Applications, pp334-340, sept/oct/1966
- [2] - Andreas, J.C- "Energy - Efficient Electric Motors-Selection and Application". New York; Marcel Dekker, Inc; 1982
- [3] - Arango, H; Sã, J.S - "Especificação de Motores Elétricos". Itajubã; FUPAI; 1984
- [4] - Bose, B.K - "Adjustable Speed AC Drive Systems". New York; IEEE Press; 1981
- [5] - Chalmers, B.J; Willianson, A.C - "Stray losses in squirrel cage induction motors". Proceedings of IEE, vol-110, nº10, PP 1773-1777, oct. 1963
- [6] - Chilikin, M. - "Electric Drives". Moscow, Mir Publisher; 1978
- [7] - Crowder, R.M; Smith, G.A. "Induction motors for crane applications". Electric Power Applications, vol 2, nº 6; pp. 194-198; Dec. 1979
- [8] - Dewan, S.B; Straughen, A. "Power Semiconductor circuits" New York; John Wiley & Sons; 1975
- [9] - Dogget, L.A; Queer, E.R - "Induction motors with non sinusoidal impressed voltages" - A IEE trans, vol 48; pp 1217-1220; 1929

- [10] - Garik, M.L; Whipple, C.C - " Alternating - Current Machines"
Princeton; D.Van Nostrand Co., Inc.; 1961. 2nd Ed.
- [11] - Jacovides, L.J- "Analysis of induction motor drives with
a non sinusoidal supply voltage using Fourier analysis"
IEEE on I_A; IA - 9, n^o 6 , Nov/Dec 1973
- [12] - Jain, C.G. -"The effect of waveshape on the performance
of a 3-phase induction motor". IEEE on PAS; PAS-83; PP
561-566, jun 1964
- [13] - Klingshirn, E.A; Jordan, H.E- "Polyphase induction motor
performance and losses on non-sinusoidal voltages sources"
IEEE on PAS; PAS - 87; n^o 3 ; PP 624-631; mar /1968
- [14] - Korb, F. - "Einstellung der Drehzahl von Induktionmotoren
durch antiparallele Ventile auf der Netzseite".
Elektrotechnische Zeitschrift, A 86 (8): 275 - 279; 1965
- [15] - Lipo, T.A- "The analysis of induction motors with voltage
control by simmetrically triggered thyristors". IEEE on
PAS; PAS 90 (2): 515-525; 1971
- [16] - Mc Murray, W. - " A comparative study of simmetrical three
phase circuits for phase-controlled AC motor drives".
IEEE. Trans. on Ind Appl; vol. IA-10, PP 403-411; may/jun/
1974
- [17] - Murphy, J.M.D - "Thyristor Control of A.C. Motors".
Oxford, Pergamon Press; 1973
- [18] - Paice, D.A - " Induction motor speed control by stator
voltage control" - IEEE Trans. Power App.
Syst.; vol Pas-87; pp 585-590; feb /1968

- [19] - Sã, J.S; Almeida, A.T.L - "Controle de velocidade de motores de Indução trifásicos através de variação combinada da tensão do estator e da resistência do circuito do rotor", Trabalho apresentado no IIIº Seminário de Pesquisas da EFEI, out. 1983.
- [20] - Sã, J.S; Arango, H.; Cogo, J.R- "Controle de velocidade de motores de corrente alternada através de tiristores". Itajubã - FUPAI, 1981-
- [21] - Sen, P.C; Ma; K.H.J - "Rotor Chopper control for induction motor drive - TRC strategy". IEEE on IA; IA-11, pp 43/49; Jan/Feb. 1975.
- [22] - Shepherd, W; Stanway, J. - "The polyphase induction motor controlled by firing angle adjustment of silicon controlled rectifiers". 1964 IEEE International Conv.Rec, vol. 12, pt 4, pp 135-154.
- [23] - Shepherd, W "Steady-state analysis of the resistance - inductance circuit controlled by silicon controlled rectifiers" - IEEE Trans on Ind. Gen. Appl.; PP 259-265; Jul/aug. 1965-
- [24] - Siemens - "Controle e Regulação de Acionamentos Elétricos em Corrente Alternada". São Paulo; Siemens, 1978
- [25] - Willianson, A.C - "The effect of system harmonics upon machine". Int. Journal Elect. Eng. Educ; Vol-19; PP 145-155; 1982
- [26] - Zeygbergk, S; Sokolov, E. - "Verlustermittlung in stromrichtergespeisten Asynchronmotor". Elektrotech Z, Ausg. A 90, 612 (1969).

NORMAS

- [27] - American National Standards Institute - "Polyphase Induction Motors for Power Generating Stations" - ANSI C50.41, 1977
- [28] - Associação Brasileira de Normas Técnicas - "Máquinas Elétricas Girantes-Máquinas de Indução. Determinação das características. Métodos de ensaio". ABNT-NBR 5383. nov/82.
- [29] - Institute of Electrical and Electronic Engineers - "Test procedure for polyphase induction motors and generators". IEEE Standard 112, 1977.
- [30] - International Electrical Comission - "Methods for determining losses and efficiency of rotating electrical machinery from tests". Rotating Electrical Machines - part 2, IEC Publication 34-2, 1972.

OUTROS

- [31] - Leonard, A. - "Elektrische Antribe". - Stuttgart, Ferdinand Enke Verlag, 1959.
- [32] - Spiegel, M.R. - "Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas". São Paulo, Mc Graw Hill; 1974.

DATA 07/11/1986
PROC. _____
PED. PPG
LIV. _____
NCS JORCAO

EFEI - BIBLIOTECA MAUÁ
8200569

NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA