

TESE

638

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ



MÉTODO HEURÍSTICO DE ALOCAÇÃO DA CONFIABILIDADE EM  
SISTEMAS NÃO-SÉRIE-PARALELO

JOÃO BOSCO ASSIS LEITE

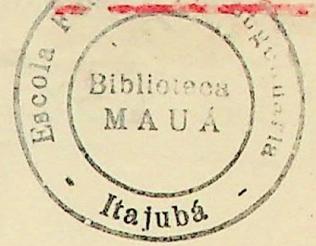
ORIENTADOR: *Irany de Andrade Azevedo*

Dissertação apresentada à Escola Federal de Engenharia de Itajubá, para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

ITAJUBÁ - M.G.

- 1990 -

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ



MÉTODO HEURÍSTICO DE ALOCAÇÃO DA CONFIABILIDADE EM  
SISTEMAS NÃO-SÉRIE-PARALELO

JOÃO BOSCO ASSIS LEITE

ORIENTADOR: *Irany de Andrade Azevedo*

Dissertação apresentada à Escola Federal de Engenharia de Itajubá, para obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

ITAJUBÁ - M.G.

À minha família e em especial à  
minha madrinha, Nossa Senhora Aparecida,  
cujos carinho e força espiritual me con  
duziram a concluir este trabalho.

## AGRADECIMENTOS

À Escola Federal de Engenharia de Itajubá pela acolhida, pelo suporte e facilidades oferecidas para a realização deste trabalho.

Ao CNPq e CAPES pelas bolsas de estudo que, com certeza, permitiram que pudesse me dedicar a este trabalho.

Ao Prof. Irany de Andrade Azevedo, orientador e sobretudo um grande amigo, que se empenhou para a realização deste trabalho. Seus ensinamentos, conselhos e apoio foram de grande importância, contribuindo para o aprendizado geral.

Ao Prof. Ronaldo Rossi e Senhora, de modo todo especial agradeço pelo muito que fizeram. A atenção, o apoio e o estímulo contribuíram para a concretização de mais um plano profissional.

Aos professores do Departamento de Eletrônica, DON, da EFEI, pela acolhida e constante apoio dispensado.

Aos funcionários do Departamento de Eletrônica, DON e do Departamento de Pós-graduação, PPG, da EFEI que dispuseram-se a auxiliar, com empenho, sempre que solicitados.

Aos funcionários da Biblioteca da EFEI que, de forma amiga, colaboraram na obtenção das referências bibliográficas indispensáveis ao desenvolvimento deste trabalho.

Aos demais funcionários da EFEI pela acolhida e pelas horas agradáveis de descontração.

## RESUMO

A alocação de confiabilidade em sistemas não-série-paralelo é discutida e as principais características dos métodos existentes são usadas para uma comparação crítica.

É proposta a utilização de um método heurístico visando facilidade de implementação computacional, flexibilidade na aplicação às situações reais e generalidade em relação à topologia do sistema e ao comportamento do custo dos componentes.

As funções custo-confiabilidade existentes são examinadas e é proposta uma ampliação do conceito de custo que incorpore risco nas alternativas escolhidas e permita a aplicação do modelo às situações de tomada de decisão de projeto.

É proposto um modelo discretizado para a função custo-confiabilidade, não existente na literatura, a partir do estudo do comportamento do custo em relação à origem de cada uma das parcelas que compõem a função.

Um algoritmo heurístico composto de duas fases: obtenção da solução subótima e obtenção da solução ótima é proposto. A imposição de valores iniciais viáveis, a permanência, a cada iteração, em soluções intermediárias viáveis e a monotonicidade das funções custo-confiabilidade garantem a convergência do processo.

São apresentadas aplicações que validam o processo, que demonstram sua superioridade em relação aos existentes na literatura e que mostram sua versatilidade e generalidade.

## ABSTRACT

Reliability allocation in non-series-parallel systems is discussed and known methods' main features are used for criticism.

Utilization of a heuristic method is proposed aiming the gathering of computational implementation facility, flexibility in application to actual practical situations and generallity concerning both system's topology and components cost-reliability function behavior.

Cost-reliability functions of common usage are criticized and an enlarged definition of cost is proposed by the inclusion of a penalty tied to the risk taken with the choice of alternatives during the design phase of an item.

A discretized model of the cost-reliability function is proposed as a result of analysis of its components.

A heuristic algorithm starting with the determination of a suboptimal solution that can be refined to reach the optimal solution is proposed. The choice of cost-reliability pairs of feasible values from the initial values to the end of the process plus the monotonic behavior of the cost-reliability functions assure convergence of the solution.

Examples are shown validating the propositions and results are found that prove their effectiveness and demonstrate the versatility and generallity attained.

## CONTEÚDO

RESUMO	<i>i</i>
ABSTRACT	<i>ii</i>
CONTEÚDO	<i>iii</i>
LISTA DE FIGURAS	<i>vii</i>
LISTA DE TABELAS	<i>x</i>
LISTA DE SÍMBOLOS	<i>xiii</i>
	PÁGINA
<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</b>	
1.1 - Considerações Iniciais	01
1.2 - Apresentação do Problema	01
1.3 - Organização do Trabalho	02
 <b>CAPÍTULO 2 - MÉTODOS DE ALOCAÇÃO DA CONFIABILIDADE EM</b>	
<b>SISTEMAS NÃO-SÉRIE-PARALELO</b>	<b>04</b>
2.1 - Introdução	04
2.2 - Métodos Não-Heurísticos	04
2.2.1 - Método de TILLMAN	04
2.2.2 - Método de NAKAGAWA	05
2.2.3 - Método de PREMOLI	06
2.2.4 - Método de FUNG	07
2.3 - Métodos Heurísticos	08
2.3.1 - Método de AGGARWAL	08
2.3.2 - Método de KUO	08
2.4 - Método Misto	09
2.5 - Análise Crítica e Comparativa das Técnicas de Alocação da Confiabilidade	10

<b>CAPÍTULO 3 - MODELOS DE CUSTO NO CICLO DE VIDA</b>	<b>26</b>
3.1 - Introdução	26
3.2 - Modelo de Custo do Ciclo de Vida	27
3.2.1 - Modelo do Custo de Fabricação	29
3.2.2 - Modelo do Custo de Garantia	30
3.2.3 - Modelo do Custo de Testes	34
3.2.4 - Modelo do Custo de Expedição	35
3.2.5 - Modelo do Custo de Operação	35
3.2.5.1 - Proposição de um Modelo do Custo de Operação	37
3.2.6 - Modelo do Custo de Manutenção	40
3.2.7 - Modelos do Custo de Apoio Logístico	42
3.3 - Proposta de Extensão do Modelo do Custo do Ciclo de Vida	44
3.4 - Características Necessárias da Função Custo-Confiabilidade	47
3.5 - Funções Custo-Confiabilidade Usuais	48
3.5.1 - Modelo de TILLMAN	49
3.5.2 - Modelo de AGGARWAL e GUPTA	49
3.5.3 - Modelos de GOVIL	49
3.5.3.1 - 1º Modelo	50
3.5.3.2 - 2º Modelo	50
3.5.3.3 - 3º Modelo	51
3.5.3.4 - 4º Modelo	51
3.5.3.5 - 5º Modelo	51
3.6 - Proposição da Função Custo-Confiabilidade Discreta	52

CAPÍTULO 4 - ALOCAÇÃO DA CONFIABILIDADE A CUSTO MÍNIMO	55
4.1 - Introdução	55
4.2 - Método Proposto	55
4.3 - Etapa de Alocação Subótima	56
4.3.1 - Descrição Geral do Algoritmo Proposto	57
4.3.2 - Análise da Topologia	58
4.3.3 - Enumeração dos Caminhos Entrada-Saída Mínimos	59
4.3.4 - Obtenção da Função Confiabilidade do Sistema	63
4.3.5 - Determinação do Incremento de Custo Fixo	65
4.3.6 - Determinação da Solução Inicial	67
4.3.7 - Cálculo do Fator de Seleção	67
4.3.7.1 - Cálculo da Derivada da Função Custo-Confiabilidade de um Componente	71
4.3.8 - Identificação do Componente de Maior Atuação	74
4.3.8.1 - Cálculo da Sensibilidade	74
4.3.9 - Determinação da Solução Subótima	75
4.3.10 - Desenvolvimento Computacional	83
4.3.11 - Decisões de Projeto Considerando Condição Funcional dos Componentes	84
4.3.12 - Considerações Específicas para Componentes com Função Discreta	85
4.3.13 - Fluxograma de Alocação Subótima	87
4.4 - Etapa de Alocação Ótima	87
4.4.1 - Descrição e Considerações de Ordem Geral	87
4.4.2 - Determinação da Solução Ótima	88
4.4.3 - Monitoramento das Iterações	90

4.4.4 - Fluxograma de Alocação Ótima	91
4.5 - Algoritmo Detalhado	91
<b>CAPÍTULO 5 - APLICAÇÕES DO MÉTODO PROPOSTO</b>	<b>105</b>
5.1 - Introdução	105
5.2 - Sistema de Fornecimento de Oxigênio em Cápsula Espacial	105
5.2.1 - Alocação de TILLMAN	106
5.2.2 - Alocação de HWANG	107
5.2.3 - Alocação pelo Método Proposto	108
5.3 - Sistema de Comunicação	112
5.4 - Sistema Ponte	115
5.4.1 - Componentes Exclusivamente com Funções Contínuas	117
5.4.1.1 - Confirmação da Solução Ótima	123
5.4.2 - Componentes com Funções Contínuas e Discretas	129
5.4.3 - Componentes Exclusivamente com Funções Discretas	137
5.5 - Alternativas de Alocação	141
<b>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E DESDOBRAMENTOS</b>	<b>151</b>
6.1 - Principais Resultados Atingidos	151
6.2 - Características Notáveis do Método	152
6.3 - Sugestões para Continuação do Trabalho	154
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>155</b>
<b>APÊNDICE - DESCRIÇÃO DETALHADA DO ALGORÍTMO PROPOSTO</b>	<b>158</b>

## LISTA DE FIGURAS

<u>FIGURA</u>	<u>TÍTULO</u>	<u>PAGINA</u>
3.1	Comportamento da Taxa de Falhas e, Custo de Fabricação Esperado para Itens Reparáveis e Não-Reparáveis em Função do Tempo de Depuração $t_b$	31
3.2	Custo Total de Garantia em Valor Percentual de Restituição em Função do Período de Garantia $(0,T)$	34
3.3	Modelamento da Taxa de Falhas	36
3.4	Funções Custo de Operação Típicas	39
3.5	Comportamento Típico da Função Custo da Manutenção	42
3.6	Comportamento Típico do Custo de Apoio Logístico-Confabilidade	44
3.7	Comportamento Típico da Função Custo-Confabilidade Generalizada	48
3.8	Característica Custo-Confabilidade Usual para Componentes e Subsistemas Comerciais	53
3.9	Identificação da Região Utilizável na Função Custo-Confabilidade	54
4.1	Fluxograma de Análise de Topologia do Sistema	60
4.2	Matriz Conexão de um Sistema	61
4.3	Diagrama de Trajetos ou Caminhos Entrada-Saída Mínimos (DTM)	62
4.4	Diagrama de Cortes Mínimos (DCM)	64
4.5	Fluxograma de Determinação da Função Confia	

	bilidade do Sistema	66
4.6	Fluxograma de Determinação e Verificação da Viabilidade da Solução Inicial	68
4.7	Derivada da Função $C_I = f(R_I)$ , discreta, no ponto M	73
4.8	Discrepância entre as Atribuições de Custos dos Pontos B e D à Confiabilidade do Componente	77
4.9	Obtenção do Ponto-E Desejado a Partir da Linearização da Curva A-D	80
4.10	Reta Inadequada à Aproximação da Função $C_I(R_I)$	81
4.11	Linearização Proposta da Curva A-D	81
4.12	Fluxograma de Determinação da Solução Subótima	92
4.13	Fluxograma de Determinação da Solução Ótima	103
5.1	Diagrama de Blocos de Confiabilidade de um Sistema de Fornecimento de Oxigênio em Cápsula Espacial	106
5.2	Diagrama de Blocos de Confiabilidade de um Sistema de Comunicação	112
5.3	Diagrama de Blocos de Confiabilidade de um Sistema Ponte	115
5.4	Comportamento das Funções Custo-Confiabilidade Contínuas dos Componentes ao Longo das Alocações	122
5.5	Comportamento das Funções Custo-Confiabilidade Contínuas dos Componentes com Relação a um Deslocamento Constante	126

5.6	Comportamento das Funções Custo-Confia <u>bi</u> lidade Contínuas dos Componentes com Relação a um Deslocamento "Nulo" (Retomada dos Mí <u>ni</u> mos)	128
5.7	Comportamento das Funções Custo-Confia <u>bi</u> lidade Contínuas e Discretas dos Componentes ao Longo das Alocações	136
5.8	Comportamento das Funções Custo-Confia <u>bi</u> lidade Discretas dos Componentes ao Longo das Alocações	140
5.9	Comportamento das Funções Custo-Confia <u>bi</u> lidade Discretas dos Componentes ao Longo das Alocações segundo a Alternativa-I	145
5.10	Comportamento das Funções Custo-Confia <u>bi</u> lidade Discretas dos Componentes ao Longo das Alocações segundo a Alternativa-II	149

## LISTA DE TABELAS

<u>TABELA</u>	<u>TÍTULO</u>	<u>PÁGINA</u>
2.1	Método de TILLMAN	13
2.2	Método de NAKAGAWA	14
2.3	Método de PREMOLI	15-16
2.4	Método de FUNG	17-18
2.5	Método de AGGARWAL	19
2.6	Método de KUO	20
2.7	Método de HWANG	21
2.8	Resumo das Características Básicas	22-25
3.1	Composição do Custo do Ciclo de Vida	47
5.1	Soluções Ótimas Encontradas no Trabalho Original Partindo de Alocações Iniciais Diferentes [8]	107
5.2	Soluções Ótimas Encontradas no Trabalho Original Partindo de Alocações Iniciais Diferentes [13]	107
5.3	Soluções Ótimas Encontradas pelo Método Proposto Partindo de Requisitos de Confiabilidade Diferentes	108
5.4	Evolução do Método com Identificação do Componente de Maior Atuação no Sistema	111
5.5	Solução Subótima de Custo-Confiabilidade para o Sistema de Comunicação da Figura 5.2	114
5.6	Variação Realista de Custo por Iteração	116
5.7	Solução Ótima de Custo-Confiabilidade para o Sistema Ponte com Função CxR Contínua	118
5.8	Variação de Custo por Iteração Decorrente	

	da Melhoria da Confiabilidade de Um ou Dois Componentes com Funções Contínuas	120
5.9	Identificação de Um ou Dois Componentes com Funções Contínuas, a cada Iteração, de Maior Atuação no Sistema	121
5.10	Variação de Custo por Iteração a partir da Alocação Inicial dos Valores Deslocados de Confiabilidade e Custo dos Componentes com Funções Contínuas	125
5.11	Variação de Custo por Iteração a partir de Alocação Inicial dos Valores Mínimos de Confiabilidade e Custo dos Componentes com Funções Contínuas	127
5.12	Resultados das Alocações Ótimas segundo os Três Casos Estudados	130
5.13	Solução de Custo Mínimo para o Sistema Ponte com Função Custo-Confiabilidade Contínua e Discreta	132
5.14	Variação de Custo por Iteração Decorrente da Melhoria da Confiabilidade de um Componente com Função Contínua ou de um Componente com Função Discreta	134
5.15	Identificação do Componente com Função Contínua ou Discreta de Maior Atuação no Sistema	135
5.16	Solução de Custo Mínimo para o Sistema Ponte com Função Custo-Confiabilidade Discreta	137
5.17	Variação de Custo por Iteração Decorrente da Melhoria da Confiabilidade de Um ou Dois	

	Componentes com Funções Discretas	139
5.18	Identificação de Um ou Dois Componentes com Funções Discretas de Maior Atuação no Sistema	139
5.19	Solução de Custo Mínimo para o Sistema e Variação de Custo por Iteração-I	144
5.20	Evolução do Método Proposto e Identificação do Componentes de Maior Atuação no Sistema-I	144
5.21	Solução Ótima para o Sistema e Variação de Custo por Iteração-II	148
5.22	Evolução do Método Proposto e Identificação do Componente de Maior Atuação no Sistema-II	148

## LISTA DE SIMBOLOS

- $C_{CV}$  - Custo do ciclo de vida de um item (componente, subsistema ou sistema)
- $C_{NR}$  - Soma dos custos não-recorrentes de um item
- $C_R$  - Soma dos custos recorrentes de um item
- $C_B$  - Custo de depuração por item
- $C_{MF}$  - Custo de fabricação de um item
- $C_{MF}(t_b)$  - Custo de fabricação estatisticamente esperado por item com tempo de depuração  $t_b$
- $C_G$  - Custo de garantia de um item
- $C_G(T, t_b)$  - Custo de garantia estatisticamente esperado por item durante o período de garantia após um tempo de depuração  $t_b$
- $C_T$  - Custo de testes de um item
- $C_{EXP}$  - Custo de expedição de um item
- $C_{EMB}$  - Custo de embalagem de um item
- $C_{TRANS}$  - Custo de transporte de um item
- $C_{OP}$  - Custo de operação de um item
- $C_{OP}(t_b)$  - Custo de operação de um item com tempo de depuração  $t_b$
- $C_M$  - Custo de manutenção de um item
- $C_{AL}$  - Custo de apoio logístico de um item
- $C_{AL}(R_I)$  - Custo de apoio logístico-confiabilidade de um item
- $C_{RIS}$  - Custo total de risco
- $C_{CONS}$  - Custo das consequências da falha
- $C_{IMP}$  - Custo associado ao risco envolvido na aquisição fora da organização
- $C_{FU}$  - Custo da dependência de obtenção por parte de um fornecedor único

$C_{IM}$	- Custo associado à instabilidade de mercado
$C_{AD}$	- Custo devido ao atraso no desenvolvimento de um item
$C_{TI}$	- Custo envolvido na escolha de uma tecnologia inadequada
$C_{AQ}$	- Custo de aquisição de um item
$C_0$	- Custo de fabricação sem depuração
$C_1$	- Custo fixo de depuração
$C_2$	- Custo por unidade de tempo de depuração
$C_3$	- Custo de reparo por falha na depuração
$C_4$	- Custo extra que aparece quando uma falha ocorre durante o período de garantia
$C_5$	- Custo de reparo de um item que falha durante o tempo de desdobramento
$C_6$	- Custo de substituição de um item que falha durante a depuração
$C_7$	- Custo de uma ou mais redundâncias para um item que falha durante o tempo de desdobramento
$C_{cm}$	- Custo por ação da manutenção corretiva
$C_{pr}$	- Custo por ação da manutenção preventiva
$C_I(R_I)$	- Função custo-confiabilidade de um item
$C_{I,MIN}$	- Custo mínimo do componente-I
$C'_{I,MIN}$	- Custo mínimo deslocado do componente-I
$C_I$	- Custo do componente-I
$C'_I, C''_I$	- Valores atualizados de custo do componente-I correspondentes a etapa de alocação subótima e ótima
$C_{S,MIN}$	- Valor mínimo de custo do sistema
$C_{S,MAX}$	- Requisito ou restrição de custo máximo do sistema
$C_S$	- Custo do sistema
$C_i$	- Corte mínimo genérico, $i = 1, 2, 3, \dots, k$

- $d$  - Valor percentual de deslocamento para a confiabilidade mínima inicial do componente-I
- $dC_I/dR_I$  - derivada da função custo-confiabilidade do componente-I
- $dR_S/dR_I$  - derivada da função confiabilidade do sistema com relação a confiabilidade do componente-I
- $E\{N_b\}$  - Número estatisticamente esperado de falhas durante o tempo de depuração
- $E\{N_d\}$  - Número estatisticamente esperado de falhas durante o tempo de desdobramento
- $f(t)$  - Função densidade de falhas
- $FS_I^{T_h}$  - Fator de seleção do componente-I em cada caminho  $T_h$  que venha a aparecer
- $FS_I$  - Fator de seleção do componente-I com relação ao sistema
- $h(t)$  - Função taxa de falhas
- $N_i$  - Número aproximado de iterações arbitrado
- $N_{T_h}$  - Número de caminhos entrada-saída mínimos contendo o componente-I
- $Q(\tau)$  - Não-confiabilidade de um item durante o MTBF (tempo médio entre falhas)
- $Q_I$  - Não-confiabilidade do componente-I
- $Q_S$  - Não-confiabilidade do sistema
- $Q_{C_i}$  - Não-confiabilidade do corte mínimo genérico
- $R(t)$  - Função confiabilidade (ou sobrevivência)
- $R(t)$  - Confiabilidade de um item durante o tempo de manutenção preventiva
- $R(\tau)$  - Confiabilidade de um item durante o MTBF
- $R_{T_h}$  - Confiabilidade do trajeto ou caminho entrada-saída mínimo  $T_h$

- $R_{I,MIN}$  - Confiabilidade mínima do componente-I  
 $R'_{I,MIN}$  - Confiabilidade mínima deslocada do componente-I  
 $R_I$  - Confiabilidade do componente-I  
 $R'_I, R''_I$  - Valores atualizados de confiabilidade do componente-I correspondentes a etapa de alocação subótima e ótima  
 $R_S$  - Confiabilidade do sistema  
 $R_{S,DES}$  - Requisito de confiabilidade desejada  
 $S_I$  - Sensibilidade da confiabilidade do sistema em relação a confiabilidade do componente-I  
 $t$  - Tempo de falha  
 $t_b$  - Tempo de depuração ("burn-in")  
 $t_c$  - Instante de término da região de mortalidade infantil e início da região de vida útil  
 $t_r$  - Instante de término da região de vida útil e início da região de envelhecimento  
 $t_m$  - Tempo genérico de depuração  
 $t_k$  - Tempo de desdobramento  
 $T_i, T_j$  - Tempos genéricos de garantia,  $T_i < T_j$   
 $T_k, T_l$  - Tempos genéricos de manutenção preventiva,  $T_k < T_l$   
 $\alpha$  - Coeficiente de ajuste da confiabilidade dos componentes correspondentes à iteração  
 $\beta$  - Percentual de variação de custo admissível a ser especificado  
 $\Delta C_S$  - Incremento de custo fixo do sistema  
 $\Delta C_{T_h}$  - Incremento de custo do caminho entrada-saída minimal  $T_h$   
 $\Delta R_I$  - Incremento de confiabilidade a ser adicionado ao componente-I  
 $\Delta R_S$  - Diferença de confiabilidade necessária ao atingimento

do requisito de confiabilidade desejada

- $\lambda_{cm}$  - Taxa de manutenção corretiva
- $\lambda_{pr}$  - Taxa de manutenção preventiva
- $\tau$  - Tempo médio entre falhas, MTBF

### 1.2 - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

### 1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Alocação é o processo de atribuição do requisito de confiabilidade aos componentes de um sistema, a fim de atingir a confiabilidade desejada [1]. Por outro lado, alocação é também um processo de otimização, que pode ser formulado como um problema de maximização da confiabilidade do sistema [2].

Entende-se por sistemas não-série-paralelo, algumas vezes chamados sistemas complexos, aqueles cujos diagramas de blocos de confiabilidade se mostram irreduzíveis a diagramas de blocos de confiabilidade série ou paralelo, ou ambos. O sistema ponte, uma das mais simples configurações, é usualmente empregado na exemplificação dos métodos propostos na literatura.

### 1.2 - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Na literatura especializada são poucos os trabalhos envolvendo alocação da confiabilidade em sistemas não-série-paralelo.

Os trabalhos existentes são, em geral, de extrema complexidade requerendo programação de alto nível, como programação dinâmica e programação inteira, por exemplo. A fim de diminuir a complexidade matemática, facilitar a programação e conseguir flexibilidade de operação, optou-se por uma técnica heurística [3].

Além disto, as técnicas usadas na literatura para o cálculo da confiabilidade, indispensáveis no processo de alocação são, em geral, de sucesso limitado, mostrando forte dependência da forma como o problema se apresenta [4].

Propõe-se resolver o problema através de um método que apresente as seguintes características mínimas:

- a) facilidade de implementação em computador;
- b) redução ao mínimo da ocorrência de problemas numéricos, como os relativos à convergência e ao mau condicionamento;
- c) flexibilidade para estudo de alternativas, atualização de dados e tomada de decisões;
- d) maior abrangência possível na topologia e na caracterização do custo da confiabilidade.

### 1.3 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2, são examinadas as técnicas de alocação da confiabilidade mais recentes na literatura, através de uma análise crítica e comparativa de suas características. As técnicas heurísticas apresentam maior conjunto de características favoráveis associadas à facilidade, à simplicidade e à eficiência nas aplicações práticas.

Em razão da forte dependência dos problemas de alocação com os modelos de custo-confiabilidade dos componentes, são apresentados no Capítulo 3 os modelos para obtenção do custo total. Propõe-se uma ampliação do conceito de custo do ciclo de vida que passa a incorporar novas parcelas associadas aos custos de riscos provenientes da importação, da instabilidade de mercado, da existência de fornecedor único, etc. São identificados os modelos mais adequados, segundo um conjunto de características necessárias, sendo, ainda, proposto um modelo de custo-confiabilidade discretizado mais realista.

No Capítulo 4 é proposto um método heurístico de alocação

da confiabilidade que se desenvolve em duas etapas: de alocação subótima e de alocação ótima. A etapa de alocação subótima parte de uma solução inicial constituída pela situação de custo mínimo e prossegue com a identificação do componente de maior atuação no sistema, a determinação do incremento de confiabilidade a ser dado à confiabilidade deste componente, repetindo-se o processo até a determinação da solução com maior confiabilidade do sistema dentro da limitação de custo. Esta etapa é desenvolvida considerando funções custo-confiabilidade contínuas ou discretas, ou ambas.

Na etapa de alocação ótima é utilizado o algoritmo proposto por AGGARWAL [6], considerando apenas funções custo-confiabilidade contínuas. Ambas as etapas têm convergência garantida graças à monotonicidade da relação custo-confiabilidade.

No Capítulo 5 são efetuadas aplicações com vários propósitos: validação do algoritmo, comparação com algumas das soluções apresentadas na literatura, influência das alternativas custo-confiabilidade discretas, etc. Verifica-se que o método proposto apresenta as vantagens desejadas, como simplicidade, flexibilidade, facilidade de programação, eficiência e exatidão na determinação da solução de custo mínimo.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e as sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2 - MÉTODOS DE ALOCAÇÃO DA CONFIABILIDADE EM SISTEMAS NÃO-SÉRIE-PARALELO

### 2.1 - INTRODUÇÃO

A atualidade do problema de alocação da confiabilidade pode ser confirmada por trabalhos recentes [1,2]. Apesar da diversidade de soluções propostas observa-se que todas as técnicas de otimização têm sucesso limitado quando empregadas a sistemas de pequena complexidade e poucas são as aplicáveis a sistemas de grande complexidade.

Os métodos, para facilidade de comparação, podem ser reunidos em famílias na forma:

- a) não-heurísticos;
- b) heurísticos;
- c) mistos.

Realiza-se, a seguir, uma análise das técnicas propostas na literatura.

### 2.2 - MÉTODOS NÃO-HEURÍSTICOS

A estes métodos está associada grande complexidade de matemática. Dentre os métodos encontrados na literatura mais recente, destacam-se:

#### 2.2.1 - MÉTODO DE TILLMAN [8]

Reconhece que a expressão da confiabilidade de sistemas não-série-paralelo é uma função não-separável, razão pela

qual não pode ser analisada como um processo multiestágio, dificultando em muito a otimização da confiabilidade destes sistemas.

Emprega o teorema da probabilidade condicional para obtenção das expressões da confiabilidade destes sistemas.

O modelo matemático para a confiabilidade destes sistemas sujeito a restrições não necessariamente lineares, porém, especificadas, é formulado como um problema de programação não-linear, cuja solução se obtém por emprego da SUMT ("Sequential Unconstrained Minimization Technique"), escolhida por demonstrar maior eficiência.

### 2.2.2 - MÉTODO DE NAKAGAWA [9]

Propõe um método de alocação da confiabilidade para sistemas sujeitos a restrições múltiplas não-lineares, indiferente à separabilidade. O problema de otimização da confiabilidade é tratado como um problema de programação não-linear inteira com restrições múltiplas não-lineares, cuja solução se obtém por emprego da técnica "branch-and-bound" juntamente com as técnicas de relaxação e de separação. O método "branch-and-bound" permite enumerar (árvore de enumeração) todas as possíveis soluções do problema original. Geram-se os subproblemas a partir do problema original através do emprego da técnica de relaxação, com a única exigência de que o conjunto de soluções viáveis do novo problema contenha igualmente o conjunto de soluções viáveis do problema relaxado.

A eficiência da técnica de relaxação varia com a natureza do problema.

O método pode ser aplicado a problemas de funções separáveis sujeito a restrições não-lineares; a problemas de

funções não-lineares; e a problemas de redundâncias paralelas sujeito a restrições lineares.

Recupera-se o conjunto de soluções viáveis do problema relaxado, soluções que se encontram contidas no novo problema gerado, através do emprego da técnica de separação.

Este método integrado não requer que o problema envolvido seja transformado em um problema de programação linear inteira que o tornaria de difícil solução.

O método demonstra poder fornecer soluções exatas para vários problemas através de uma seleção adequada da técnica de relaxação e através de uma boa escolha da solução inicial de partida.

### 2.2.3 - MÉTODO DE PREMOLI [10]

Formula o problema de alocação da confiabilidade baseado na seleção do melhor componente, entre um conjunto finito de tipos diferentes disponíveis, que minimize o custo total do sistema. Este é um problema de alocação da confiabilidade inteiro não-linear que é tratado por um falso método "branch-and-bound", onde os diferentes subproblemas contínuos são solucionados por emprego de uma programação linear por partes estruturadas (PLP) aplicada iterativamente. A principal característica do algoritmo PLP é a de reescrever o problema inteiro original em um problema contínuo linear por partes que determina, assim, uma solução contínua em que as variáveis estabelecidas assumem valores inteiros. Esta característica torna-o viável à aplicação em problemas de grande complexidade.

Reconhece que os algoritmos de programação não-

-linear, em geral, não dão garantia da obtenção da solução ótima total, porém garantem a obtenção da melhor solução inteira na vizinhança de uma solução ótima contínua, aumentando-se a probabilidade de obtenção da solução ótima total por emprego do procedimento "branch-and-bound".

#### 2.2.4 - MÉTODO DE FUNG [11]

Propõe uma nova filosofia de alocação, que objetiva determinar coletivamente as confiabilidades dos componentes em uma rede com um número arbitrário de pares fonte-destino. Esta filosofia tem base na entropia estatística, a qual, permite tratar problemas de grande complexidade, os quais, por sua vez, podem envolver informações incompletas e, frequentemente, conflitantes, e que objetiva estimar as possibilidades individuais de ocorrência de um conjunto de estados sujeitos a um conjunto de restrições.

A rede física é colocada na forma de diagrama de blocos de confiabilidade e as confiabilidades das conexões são especificadas, restando determinar as confiabilidades dos componentes individuais em cada subconjunto formado.

O problema de otimização da confiabilidade de uma rede resume-se em maximizar a entropia estatística, a qual, é solucionada para as confiabilidades dos componentes. Obtém-se a solução para este problema através do emprego da técnica dos multiplicadores de LAGRANGE, que propicia a redução das equações da função objetivo e das restrições a um conjunto de equações não-lineares, o qual pode ser solucionado pelo método iterativo de NEWTON-RAPHSON.

Quando o número de componentes é muito grande, a solução do problema de maximização da entropia torna-se de difícil

solução, fazendo-se necessário aplicar iterativamente o algoritmo para gerar resultados.

## 2.3 - MÉTODOS HEURÍSTICOS

Os métodos heurísticos garantem, em geral, soluções viáveis e oferecem vantagens como economia quanto ao tempo de processamento, menor ocupação de memória e facilidade e simplicidade de programação. Dentre o pequeno grupo existente na literatura, destacam-se:

### 2.3.1 - MÉTODO DE AGGARWAL [6]

Propõe um método iterativo para resolver o problema de alocação de confiabilidade em sistemas não-série-paralelo o qual objetiva alocar confiabilidade a cada componente do sistema, de modo a minimizar o custo total do sistema.

A sensibilidade da confiabilidade de um sistema com relação à confiabilidade de cada componente constituinte é diferente para cada componente.

As considerações pertinentes à formulação e à solução do problema são: o custo total do sistema é aditivo em função dos custos dos componentes, e a curva custo-confiabilidade de cada componente e a expressão da confiabilidade do sistema em função das confiabilidades dos componentes devem ser conhecidas.

### 2.3.2 - MÉTODO DE KUO [3]

Propõe uma extensão do método de NAKAGAWA e

NAKASHIMA [7] para solucionar problemas da confiabilidade de sistemas não-série-paralelo. Esta extensão se baseia na redefinição do decremento na não-confiabilidade do sistema, com a qual pode-se empregar o procedimento computacional do trabalho original para obtenção da solução ótima.

A solução é obtida por repetida utilização de um componente mais confiável no subsistema de maior valor de função sensibilidade sem incorrer na violação das restrições.

## 2.4 - MÉTODO MISTO

Consiste no emprego conjunto dos métodos não-heurísticos e heurísticos. Esta combinação permite algumas simplificações como a realização da busca da solução ótima na região limitada pelas inequações e a geração de uma solução inicial de partida, por exemplo. O único encontrado na literatura é o método de HWANG [13], que propõe otimizar a confiabilidade de um sistema complexo pela implementação da SUMT ("Sequential Unconstrained Minimization Technique") com o auxílio da técnica de busca da amostra de HOOKE e JEEVES (apud HWANG [13]) e de uma programação heurística.

A expressão da função confiabilidade é obtida através do teorema de BAYES.

A técnica de programação heurística é empregada para garantir a determinação de uma solução viável dentro da região limitada pelas inequações das restrições.

No que diz respeito à maximização da função confiabilidade sujeita a restrições não-lineares, o tempo computacional é sensivelmente dependente do número de avaliações funcionais, porém, com relação à minimização da função custo (volume, peso, etc.)

este tempo tem sua dependência diminuída, devido a uma redução do número de avaliações funcionais.

As soluções encontradas por este método mostram-se melhores que as encontradas pelo método de TILLMAN [8].

## 2.5 - ANÁLISE CRÍTICA E COMPARATIVA DAS TÉCNICAS DE ALOCAÇÃO DA CONFIABILIDADE

As técnicas não-heurísticas de alocação tratam o problema envolvendo sistema não-série-paralelo como um problema de programação não-linear, ou como um problema de maximização da entropia estatística [8-11]. Os métodos apresentados em razão da complexidade matemática envolvida na formulação do problema requerem, em geral, métodos matemáticos avançados para resolvê-lo. Em razão desta complexidade pode-se relacionar algumas características desfavoráveis incorporadas a estes métodos:

- a) maior consumo de tempo de máquina e maior ocupação de memória;
- b) dificuldade crescente na solução do problema, com o crescimento do número de componentes.

Como característica favorável associada a estas técnicas pode-se considerar que, embora, não garantam, em alguns casos, a obtenção da solução ótima exata, garantem ser a solução encontrada a melhor solução para o problema e, em casos específicos, garantem a obtenção da solução ótima exata.

As técnicas heurísticas de alocação, por sua vez, tratam este tipo de sistema através da programação heurística. A formulação e a solução destes problemas se realizam facilmente [3,6].

Além da simplicidade e facilidade de implementação computacional, estas técnicas apresentam, em geral, as seguintes características favoráveis:

- a) menor consumo de tempo de máquina e menor ocupação de memória;
- b) facilidade de realização da busca de uma solução viável, ou da solução ótima, na região limitada pelas inequações das restrições.

Como característica desfavorável das técnicas heurísticas existentes ressalta-se a dificuldade de se resolver problemas de sistemas não-série-paralelo constituídos de grande número de componentes.

Como uma característica das técnicas de alocação, em geral, heurísticas e não-heurísticas, observa-se que as mesmas apresentam-se limitadas quanto à sua utilidade nas fases de projeto e desenvolvimento de sistemas, sendo pouco flexíveis para a tomada de decisão.

As principais limitações encontradas são:

- a) a topologia não pode ser genérica, estando limitada a apresentar algumas características particulares;
- b) as funções custo-confiabilidade dos componentes de um sistema são semelhantes e contínuas, não condizendo com a realidade prática;
- c) o método não tem convergência assegurada, podendo a resposta variar com a escolha dos valores iniciais ou por deficiência inerente ao método.

O resumo de cada método de alocação anteriormente apresentado aparece nas Tabelas (2.1) a (2.7), que reúnem: a topologia do sistema; o objetivo de cada método e as restrições impostas

aos problemas; o método empregado na solução destes problemas; os aspectos notáveis de cada método. Permitem, ainda, uma visualização da complexidade envolvida no desenvolvimento de cada método.

A Tabela (2.8) resume as vantagens e desvantagens observadas em cada método apresentado.

Apesar de haver certo equilíbrio entre as técnicas de alocação, verifica-se que as heurísticas reúnem maior número de características favoráveis. Isto pode ser comprovado através do método proposto por HWANG [13], que emprega uma programação mista, i. é., programação não-heurística juntamente com uma programação heurística, que reafirma toda eficiência e flexibilidade das técnicas heurísticas na solução deste problema.

Da análise pode-se concluir que os métodos heurísticos e misto apresentam, como esperado, vantagem de simplicidade de implementação, quando comparados com os não-heurísticos.

Pelas características de simplicidade e flexibilidade, propõe-se o desenvolvimento de um algoritmo heurístico.

Método de TILLMAN [8]			
TOPOLOGIA	OBJETIVOS/RESTRIÇÕES	MÉTODO DE SOLUÇÃO	ASPECTOS NOTÁVEIS
COMPLEXA (Não-Série-Paralelo).	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Maximização da confiabilidade de um sistema;</li> <li>- Obtenção da função confiabilidade;</li> <li>- Restrições não-lineares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Technique)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Transforma o problema restringido em uma sequência de problemas de minimização não-restringidos;</li> <li>- Força as soluções destas sequências de problemas a se encontram dentro da região limitada pelas inequações das restrições;</li> <li>- Emprega o teorema de BAYES para obtenção da função confiabilidade do sistema;</li> <li>- Demonstra ser uma das mais eficientes técnicas de solução de problemas de programação não-linear.</li> </ul>

Método de NAKAGAWA [9]			
TOPOLOGIA	OBJETIVOS/RESTRICÇÕES	MÉTODO DE SOLUÇÃO	ASPECTOS NOTÁVEIS
GERAL (Não-Série-Paralelo, Série ou Paralela).	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Determinação das soluções ótimas exatas de problemas de alocação da capacidade;</li> <li>- Restrições múltiplas não-lineares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Método "Branch-and Bound" com auxílio das Técnicas de Relaxação e de Separação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aplicável a problema sujeito a restrições múltiplas não-lineares em diferente à separabilidade;</li> <li>- Não implica no aumento de variáveis ou restrições;</li> <li>- Utiliza três técnicas de relaxação, cuja eficiência varia com a natureza do problema;</li> <li>- Estende a técnica de separação ao caso de problemas não-lineares;</li> <li>- Permite a introdução de redundâncias série, "l-out-of-n:G" e "standby";</li> <li>- Obtém a solução ótima exata seguindo uma escolha adequada da técnica de relaxação a empregar e a partir de uma boa solução inicial de partida.</li> </ul>

Método de PREMOLI [10]			
TOPOLOGIA	OBJETIVOS/RESTRICÇÕES	MÉTODO DE SOLUÇÃO	ASPECTOS NOTÁVEIS
COMPLEXA (Não-Série-Paralelo).	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Seleção dos melhores componentes dentre um conjunto de diferentes tipos viáveis, de modo a minimizar o custo do sistema;</li> <li>- Restrições não-lineares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Falso Método "Branch-and-Bound" com auxílio de uma Programação Linear por Partes (PLP).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliza os dados: - configuração do sistema, - confiabilidade desejada e - conjunto de diferentes tipos viáveis de cada componente;</li> <li>- Soluciona os subproblemas gerados a partir do emprego do falso método "branch-and-bound" pelo algoritmo PLP, aplicado iterativamente;</li> <li>- Monta a tabela de combinações possíveis, cuja dimensão depende apenas do número de variáveis estruturais (componentes) e do número de restrições;</li> <li>- Transforma o problema original inteiro em um problema contínuo linear por partes, obtendo uma solução contínua, na qual as variáveis envolvidas têm valores inteiros;</li> </ul>

Método de PREMOLI [10]			
TOPOLOGIA	OBJETIVOS/RESTRICÇÕES	MÉTODO DE SOLUÇÃO	ASPECTOS NOTÁVEIS
			<p>- Não garante a obtenção da <u>solu</u> ção ótima total, mas garante a obtenção da melhor solução <u>inte</u> ra na vizinhança de uma solução ótima contínua.</p>

Método de FUNG [11]			
TOPOLOGIA	OBJETIVOS/RESTRIÇÕES	MÉTODO DE SOLUÇÃO	ASPECTOS NOTÁVEIS
REDES COM PLEXAS (Não-Série-Paralelo).	- Determinação coletiva das confiabilidades dos componentes em uma rede com um número arbitrário de pares fonte-destino.	Entropia Estatística,	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Permite solucionar problemas de grande complexidade que exigem muito tempo de cálculo e que podem vir a envolver informações incompletas e muitas vezes conflitantes;</li> <li>- Consiste na maximização da entropia estatística;</li> <li>- Adequa-se às aplicações em que o número de estados assumido pelos componentes é maior que o número de restrições impostas aos mesmos;</li> <li>- Considera que as confiabilidades das conexões são especificadas, restando determinar as confiabilidades dos componentes;</li> <li>- Emprega a técnica dos multiplicadores de LAGRANGE para reduzir a</li> </ul>

TABELA 2.4 - Continuação

Método de FUNG [11]			
TOPOLOGIA	OBJETIVOS/RESTRICÇÕES	MÉTODO DE SOLUÇÃO	ASPECTOS NOTÁVEIS
			<p>função objetivo e as restrições em um conjunto de equações não-lineares, que é solucionado pelo método iterativo de NEWTON-RAPHSON;</p> <p>- Tem sucesso limitado na presença de um número grande de componentes, implicando na aplicação iterativa do algoritmo para gerar resultados.</p>

Método de AGGARWAL [6]			
TOPOLOGIA	OBJETIVOS/RESTRICÇÕES	MÉTODO DE SOLUÇÃO	ASPECTOS NOTÁVEIS
COMPLEXA (Não-Série-Paralelo).	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Alocação de confiabilidade de a cada componente do sistema, de modo a minimizar o custo total do sistema;</li> <li>- Imposição de confiabilidade como restrição a ser satisfeita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Método Iterativo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tem utilidade prática que depende inteiramente da disponibilidade de dos dados custo-confiabilidade de dos componentes do sistema;</li> <li>- Utiliza curva custo-confiabilidade de dos componentes na forma de uma função matemática;</li> <li>- Atribui confiabilidade inicial igual a todos os componentes;</li> <li>- Considera o incremento dado à confiabilidade dos componentes como proporcional à função sensibilidade dos mesmos;</li> <li>- Determina o incremento na confiabilidade do sistema através da Expansão em Série de TAYLOR da função confiabilidade.</li> </ul>

Método de KUO [3]			
TOPOLOGIA	OBJETIVOS/RESTRICÇÕES	MÉTODO DE SOLUÇÃO	ASPECTOS NOTÁVEIS
COMPLEXA (Não-Série-Paralelo).	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Solução de problemas de redundâncias não-série - paralelo;</li> <li>- Restrições lineares ou não-lineares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Método original de NAKAGAWA e NAKASHIMA [7].</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Emprega a redefinição do <u>decre</u>mento na não-confiabilidade do sistema, definido por AGGARWAL [12];</li> <li>- Demonstra eficiência e generalidade.</li> </ul>

Método de HWANG [13]			
TOPOLOGIA	OBJETIVOS/RESTRICÇÕES	MÉTODO DE SOLUÇÃO	ASPECTOS NOTÁVEIS
COMPLEXA (Não-Série-Paralelo)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Otimização da confiabilidade do sistema;</li> <li>- Restrições lineares ou não-lineares.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Technique) com auxílio do método de busca da amostra de HOOKE e JEEVES e programação heurística.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Obtém a função confiabilidade através do teorema de BAYES;</li> <li>- Emprega o método de busca da amostra de HOOKE e JEEVES e a programação heurística para a determinação e o asseguramento da solução dentro da região limitada pelas inequações das restrições;</li> <li>- Apresenta o número de avaliações funcionais para um problema de maximização da confiabilidade superior ao número de avaliações funcionais para um problema de minimização do custo de um sistema;</li> <li>- Mostra eficiência superior à do método de TILLMAN [8].</li> </ul>

TABELA 2.8 - RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS BÁSICAS

MÉTODO	VANTAGENS	DESVANTAGENS
TILLMAN [8]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Melhora a confiabilidade do sistema através da melhoria das confiabilidades de seus componentes;</li> <li>- Apresenta solução de custo mínimo;</li> <li>- Demonstra eficiência em resolver problemas de otimização não-linear.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-- Envolve grande complexidade matemática, resultando na dificuldade de implementação computacional.</li> </ul>
NAKAGAWA [9]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Soluciona problemas de alocação da confiabilidade de sistemas gerais;</li> <li>- Apresenta soluções exatas para vários problemas através da seleção adequada da técnica de relaxação e da escolha de uma boa solução inicial de partida.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Envolve grande complexidade matemática, que dificulta em muito o trabalho computacional;</li> <li>- Apresenta redundâncias como forma de melhoria da confiabilidade de um sistema.</li> </ul>

TABELA 2.8 - RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS BÁSICAS - Continuação

MÉTODO	VANTAGENS	DESVANTAGENS
PREMOLI [10]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Melhora a confiabilidade de um sistema através da seleção dos melhores componentes dentre um conjunto de tipos diferentes para cada componente;</li> <li>- Garante a obtenção da solução viável para o sistema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Envolve grande complexidade matemática, resultando na dificuldade da implementação computacional;</li> <li>- Não garante a obtenção da solução ótima total.</li> </ul>
FUNG [11]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Demonstra eficiência em solucionar grandes e complexos problemas, que podem envolver informações incompletas e frequentemente conflitantes;</li> <li>- Permite estimar rapidamente os requisitos de confiabilidade dos componentes de uma rede.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Envolve grande complexidade matemática, resultando na dificuldade da implementação computacional;</li> <li>- Requer que a solução de uma rede de constituida de um grande número de componentes, seja atingida iterativamente.</li> </ul>

TABELA 2.8 - RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS BÁSICAS - Continuação

MÉTODO	VANTAGENS	DESVANTAGENS
AGGARWAL [6]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Melhora a confiabilidade do sistema através da melhoria das confiabilidades de seus componentes;</li> <li>- Não requer métodos matemáticos avançados na formulação ou na solução dos problemas;</li> <li>- Demonstra facilidade de implementação computacional.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Não garante a obtenção da solução ótima total;</li> <li>- Não garante a obtenção de uma solução viável à sistemas com topologia geral (P.e., topologia constituída de componentes simétricos).</li> </ul>
KUO [3]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Demonstra simplicidade e eficiência em solucionar grandes problemas;</li> <li>- Demonstra facilidade de implementação computacional.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Não garante a obtenção da solução ótima total;</li> <li>- Emprega redundâncias como forma de melhoria da confiabilidade de um sistema.</li> </ul>

TABELA 2.8 - RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS BÁSICAS - Continuação

MÉTODO	VANTAGENS	DESVANTAGENS
HWANG [13]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Melhora a confiabilidade do sistema através da melhoria das confiabilidades de seus componentes;</li> <li>- Demonstra maior eficiência em resolver problemas de otimização não-linear.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Envolve grande complexidade matemática, resultando na dificuldade de implementação computacional..</li> </ul>

## CAPÍTULO 3 - MODELOS DE CUSTO NO CICLO DE VIDA

### 3.1 - INTRODUÇÃO

A alocação ótima de confiabilidade apoia-se fortemente nos modelos de custo da confiabilidade. No entanto, modelos existentes são, em grande maioria, inadequados à representação da situação real para componentes e subsistemas.

Neste capítulo são discutidos os modelos de custo de utilização mais ampla, bem como os mais recentes na literatura.

Também é apresentada uma proposição de extensão do modelo do custo, tornando-o mais adequado à análise de alternativas e à tomada de decisões por parte do projetista.

O estudo dos componentes do custo total leva a um conjunto de condições necessárias que a função custo-confiabilidade deve apresentar. Com base neste conjunto são identificados os modelos aceitáveis existentes na literatura.

É feita, ainda, uma proposição de função custo-confiabilidade discreta, que melhor representa as situações práticas usualmente encontradas.

Do comportamento típico das funções custo-confiabilidade contínua e discreta identifica-se a região favorável ou útil das mesmas a partir de um valor custo-confiabilidade mínimo, o qual é considerado o ponto inicial de partida para o problema de alo

cação ótima de confiabilidade.

### 3.2 - MODELO DE CUSTO DO CICLO DE VIDA

O ciclo de vida de um item (componente, subsistema ou sistema) se compõe de 4 (quatro) fases:

CONCEPÇÃO E DEFINIÇÃO  
PROJETO E DESENVOLVIMENTO  
FABRICAÇÃO E INSTALAÇÃO  
OPERAÇÃO E MANUTENÇÃO.

Considera-se, atualmente, que um modelo do custo da confiabilidade deve envolver o custo total do ciclo de vida de um item, considerando não apenas o custo de aquisição, mas também os custos de garantia, de operação e de manutenção, entre outros.

Alguns destes custos apresentam características de recorrência, enquanto outros são claramente não-recorrentes.

Os custos não-recorrentes estão, em geral, associados às três primeiras fases, enquanto os recorrentes estão associados à última fase.

Fatores recorrentes são, por exemplo, a operação, a manutenção e o apoio logístico. Fatores não-recorrentes são, por exemplo, a fabricação, a garantia, a aquisição, os testes, o licenciamento de tecnologia e a política de aquisição (que pode incorporar a importação).

O custo do ciclo de vida de um item pode ser expresso na forma geral:

$$C_{CV} = C_{NR} + C_R \quad (3.1)$$

onde:

$C_{NR}$  - soma dos custos não-recorrentes;

$C_R$  - soma dos custos recorrentes.

Em geral, são considerados como não-recorrentes, os custos de:

$C_{MF}$  - fabricação;

$C_G$  - garantia;

$C_T$  - testes;

$C_{EXP}$  - expedição.

Estes custos costumam estar incorporados em um único custo de aquisição.

Como recorrentes, são considerados os custos de:

$C_{OP}$  - operação;

$C_M$  - manutenção;

$C_{AL}$  - apoio logístico.

Entende-se como apoio logístico os esforços de fornecimento e distribuição de materiais e pessoal necessário ao funcionamento de um item.

Cada uma destas parcelas de custo pode, por sua vez, ser decomposta em outras associadas às atividades necessárias à sua realização.

As parcelas de custo que compõem o custo total do ciclo de vida de um item na forma como são encontrados na literatura estão discutidos a seguir.

### 3.2.1 - MODELO DO CUSTO DE FABRICAÇÃO

Este modelo constitui-se, na sua forma mais geral apresentada na literatura [14], de quatro custos básicos:

- $C_0$  - de fabricação sem depuração;
- $C_1$  - fixo de depuração;
- $C_2$  - por unidade de tempo de depuração;
- $C_3$  - de reparo por falha na depuração.

Caso a depuração não seja realizada pelo fabricante, seu modelamento pode ser deslocado para a parcela correspondente, no modelo de custo de testes.

O custo de depuração por item é expresso por:

$$C_B = C_1 + C_2 \cdot \int_0^{t_b} R(t) dt \quad (3.2)$$

Para itens reparáveis, o custo de fabricação estatisticamente esperado por item com tempo de depuração  $t_b$  é:

$$C_{MF}(t_b) = C_0 + C_1 + C_2 \cdot t_b + C_3 \cdot \int_0^{t_b} h(t) dt \quad (3.3)$$

Para itens não-reparáveis:

$$C_{MF}(t_b) = [C_0 + C_1 + C_2 \cdot \int_0^{t_b} R(t) dt] / R(t_b) \quad (3.4)$$

onde:

- $t$  - tempo de falha;
- $t_b$  - tempo de depuração ("burn-in");

$h(t)$  - função taxa de falhas  $\hat{=} f(t)/R(t)$ ;

$f(t)$  - função densidade de falhas;

$R(t)$  - função confiabilidade (ou sobrevivência)

$$= \exp\left[-\int_0^t h(t) dt\right]$$

Considerando o comportamento típico da Figura 3.1a resultam as curvas de custo-depuração das Figuras 3.1b e 3.1c, onde:

$t_c$  - instante de término da região de mortalidade infantil e início da região de vida útil;

$t_r$  - instante de término da região de vida útil e início da região de envelhecimento;

$t_m$  - tempo genérico de depuração.

### 3.2.2 - MODELO DO CUSTO DE GARANTIA

Este modelo é estabelecido para dois tipos de política de garantia [14]:

I - política livre-de-falha;

II - política de restituição.

A política livre-de-falha é empregada para itens reparáveis e não-reparáveis. Nesta política o fabricante é responsável pelos custos de reparos ou de substituições que venham a ocorrer durante o período de garantia  $(0, T)$ .

Para itens reparáveis tem-se o custo total de garantia expresso por:

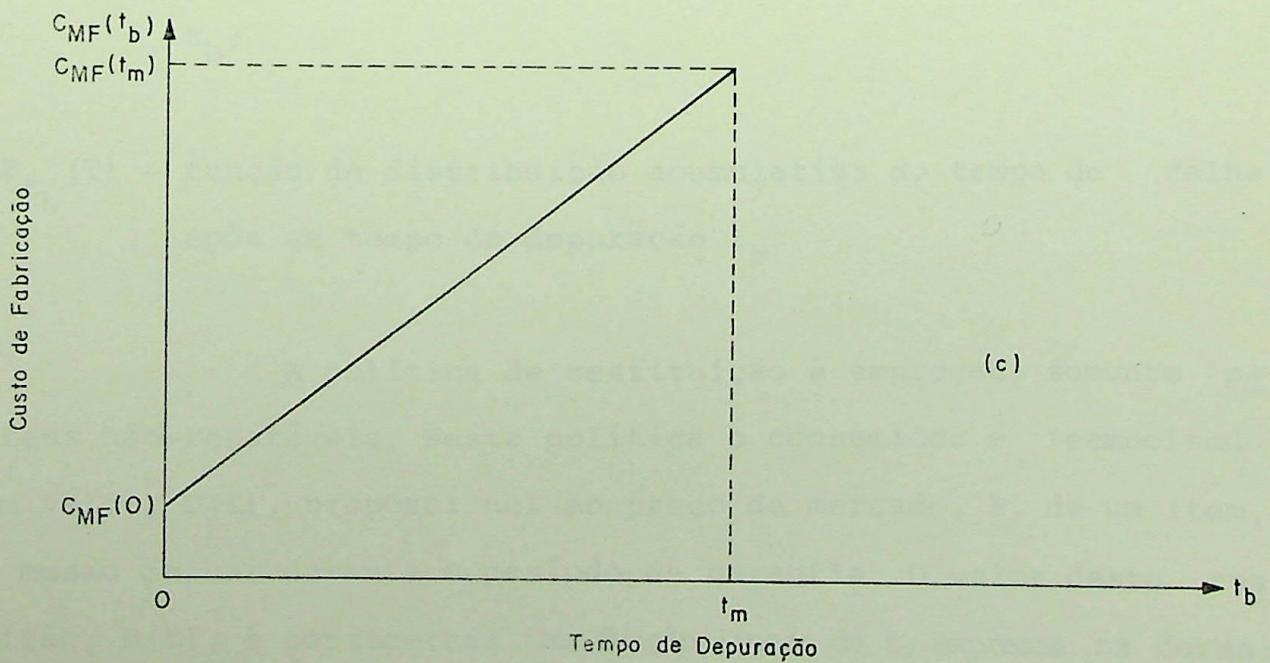
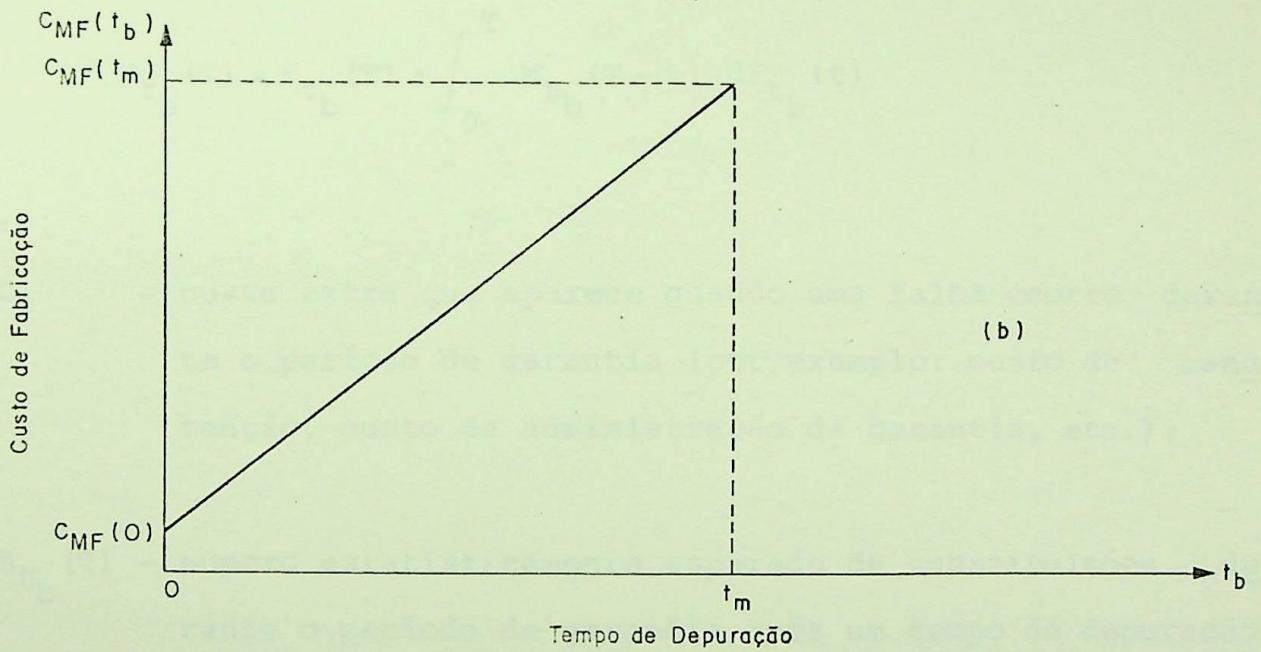
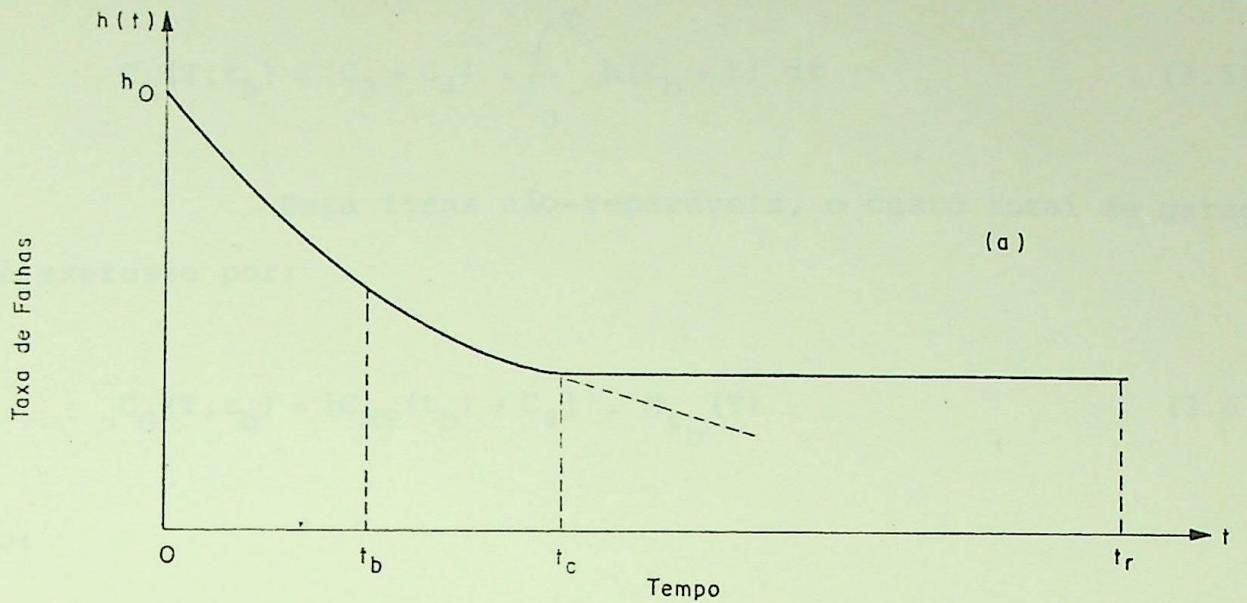


Fig. 3.1 - a) Comportamento da Taxa de Falhas e, Custo de Fabricação Esperada para Itens b) Reparáveis e c) Não-Reparáveis em Função do Tempo de Depuração  $t_b$ .

$$C_G(T, t_b) = [C_3 + C_4] \cdot \int_0^T h(t_b + t) dt \quad (3.5)$$

Para itens não-reparáveis, o custo total de garantia é expresso por:

$$C_G(T, t_b) = [C_{MF}(t_b) + C_4] \cdot M_{t_b}(T) \quad (3.6)$$

sendo:

$$M_{t_b}(T) = F_{t_b}(T) + \int_0^T M_{t_b}(T-t) dF_{t_b}(t)$$

onde:

$C_4$  - custo extra que aparece quando uma falha ocorre durante o período de garantia (por exemplo, custo de manutenção, custo de administração da garantia, etc.);

$M_{t_b}(T)$  - número estatisticamente esperado de substituições durante o período de garantia após um tempo de depuração  $t_b$ ;

$F_{t_b}(T)$  - função de distribuição acumulativa do tempo de falha após um tempo de depuração  $t_b$ .

A política de restituição é empregada somente para itens não-reparáveis. Nesta política o consumidor é reembolsado em um valor,  $D(t)$ , proporcional ao preço de mercado,  $P$ , de um item, se o mesmo falhar durante o período de garantia. O valor desta restituição,  $D(t)$ , é considerada uma função linear de  $t$ , expressa na forma:

$$D(t) = \begin{cases} K.P.(1 - \alpha t/T) & \text{para } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{para } t > T \end{cases} \quad (3.7)$$

onde:

$$0 < K \leq 1;$$

$$0 \leq \alpha \leq 1.$$

Condições Especiais:

Se:

$\alpha = 0$ ;  $K =$  qualquer, tem-se restituição total;

$\alpha = 1$ ;  $K = 1$ , tem-se restituição parcial.

Portanto, para esta política, o custo total de garantia resulta em:

$$\begin{aligned} C_G(T, t_b) &= \int_0^T D(t) \cdot f_{t_b}(t) \cdot dt \\ &= K.P. [T.R(t_b) - (1 - \alpha) \cdot T.R(T + t_b) - \\ &\quad - \alpha \cdot \int_0^T R(t_b + t) \cdot dt] / T.R(t_b) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Considerando  $D(t)$  uma função linear de  $t$ , para uma política de restituição parcial, com tempo de depuração fixado e função taxa de falhas exponencial, obtém-se o comportamento típico de custo de garantia ilustrado na Figura 3.2, onde:

$T_i$  e  $T_j$  - tempos quaisquer de garantia, sendo  $T_i < T_j$ .

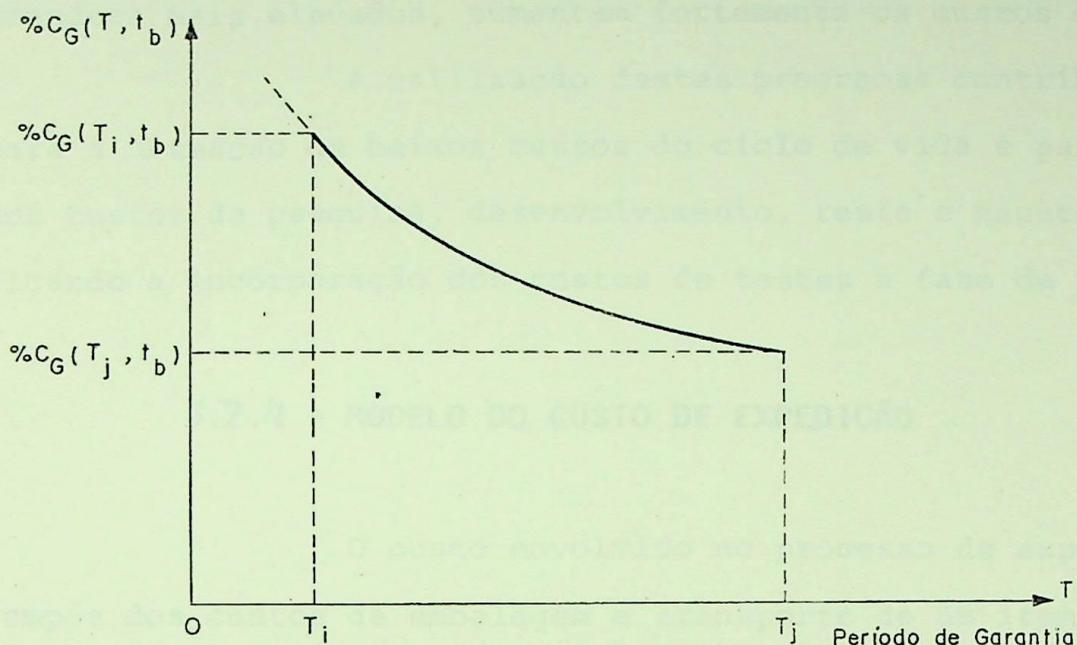


Fig. 3.2 - Custo Total de Garantia em Valor Percentual de Restituição em Função do Período de Garantia  $(0, T)$ .

### 3.2.3 - MODELO DO CUSTO DE TESTES

Os modelos de custo encontrados na literatura mostram nítida preocupação com a inclusão de programas de testes já na fase inicial de projeto de um item (componente, subsistema ou sistema); portanto, um modelamento do custo de testes à parte faz-se desnecessário, a não ser em situações particulares onde programas de testes já se encontram desenvolvidos como, por exemplo, nos setores aeroespacial e militar. A viabilidade destes programas é comprovada na fabricação de itens confiáveis com reduzidos custos de fabricação e de garantia. Isto se justifica pelo fato de a remoção dos defeitos de um sistema em níveis inferiores, como o de componentes, por exemplo, constituir um método econômico de controle de custos,

pois os custos de falha no campo, tipicamente algumas ordens de grandeza mais elevados, aumentam fortemente os custos de garantia.

A utilização destes programas contribui, ainda, para a obtenção de baixos custos do ciclo de vida e para a melhoria dos custos de pesquisa, desenvolvimento, teste e manutenção, justificando a incorporação dos custos de testes à fase de projeto.

### 3.2.4 - MÓDELO DO CUSTO DE EXPEDIÇÃO

O custo envolvido no processo de expedição se compõe dos custos de embalagem e transporte de um item.

O custo envolvido no desenvolvimento de embalagens é, em geral, alto, graças à melhor proteção que os itens de alta confiabilidade necessitam para chegar em boas condições ao consumidor.

O custo de transporte se constitui dos custos com a parte burocrática, com a utilização de mão-de-obra especializada e com os equipamentos necessários para se fazer o item chegar ao consumidor.

O modelo geral para estes custos tem a forma:

$$C_{EXP} = C_{EMB} + C_{TRANS} \quad (3.9)$$

À equação (3.9) podem ser adicionadas novas parcelas de custo.

### 3.2.5 - MÓDELO DO CUSTO DE OPERAÇÃO

Este modelo é estabelecido para itens reparáveis

segundo uma política de não-reposição [15], isto é, considera que o item opera durante toda vida útil, indiferente à duração do tempo de depuração à qual tenha sido submetido, quando, então, terminada a vida útil e iniciada a degradação, este é retirado.

Considera-se que após a depuração este item é operado por um tempo  $t_k$ , chamado tempo de desdobramento, quando atingido o instante inicial de degradação  $t_r$ , é retirado, conforme ilustrado na Figura 3.3:

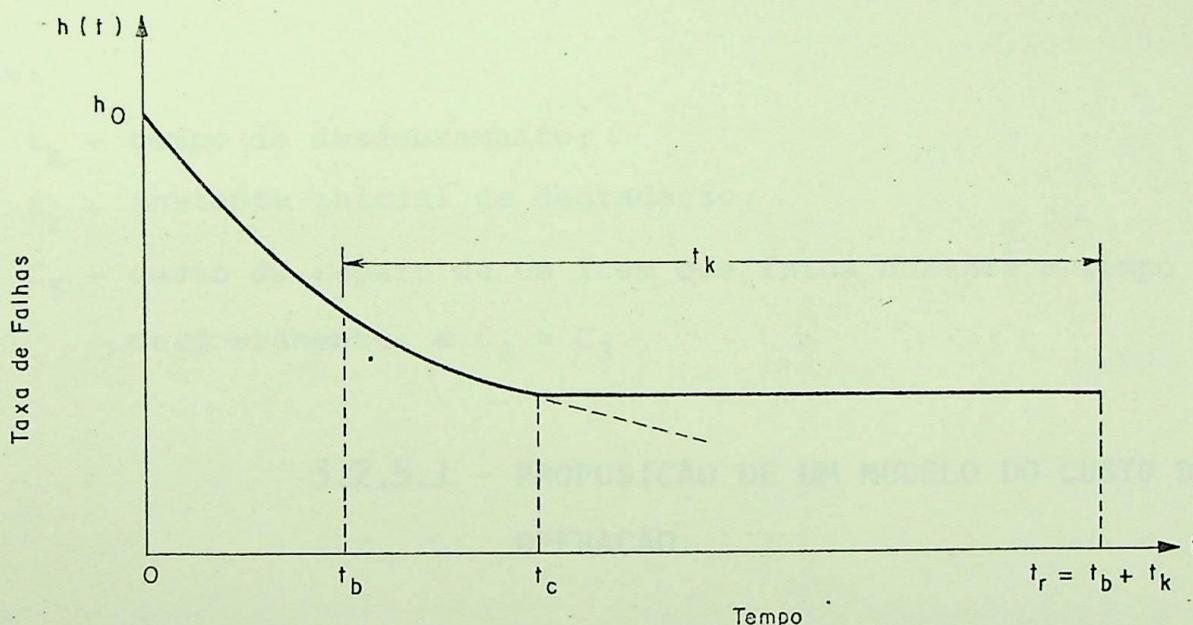


Fig. 3.3 - Modelamento da Taxa de Falhas.

Considerando que:

- a)  $t_b < t_c < t_r$
- b)  $h(t)$  é monotonicamente decrescente no intervalo  $0 < t < t_c$
- c)  $t_k$  é independente de  $t_b$

Portanto, o custo estatisticamente esperado de operação de um item reparável com  $N_b$  falhas durante o tempo de depu

ração e  $N_d$  falhas durante o tempo de desdobramento, pode ser expresso por:

$$\begin{aligned}
 C_{OP}(t_b) &= C_1 + C_2 \cdot t_b + C_3 \cdot E\{N_b\} + C_5 \cdot E\{N_d\} \\
 &= C_1 + C_2 \cdot t_b + C_3 \cdot \int_0^{t_b} h(t) \cdot dt + C_5 \cdot \int_{t_b}^{t_c} h(t) \cdot dt + \\
 &\quad + C_5 \cdot h(t_c) \cdot (t_r - t_c) \qquad (3.10)
 \end{aligned}$$

onde:

$t_k$  - tempo de desdobramento;

$t_r$  - instante inicial de degradação;

$C_5$  - custo de reparo de um item que falha durante o tempo de desdobramento, e  $C_5 > C_3$ .

### 3.2.5.1 - PROPOSIÇÃO DE UM MODELO DO CUSTO DE OPERAÇÃO

Propõe-se modelar a vida média de um item não-reparável, considerando que este opera durante toda ela indiferente à duração do tempo de depuração à qual tenha sido submetido, quando, então, terminada a vida média e iniciada a degradação, este é retirado.

Considera-se que a taxa de falhas tenha comportamento monotonicamente decrescente até um tempo  $t_c$ , após o qual se mantém constante; após a depuração o item é operado por um tempo  $t_k$  e, então, retirado, como ilustrado na Figura 3.3, levando-se em consideração que:

$$a) t_b < t_c < t_r$$

- b)  $h(t)$  é monotonicamente decrescente no intervalo  $0 < t < t_c$
- c)  $t_k$  é independente de  $t_b$ .

Neste caso, pode-se considerar duas possíveis situações: a primeira correspondente à probabilidade de que nenhuma falha ocorra durante o tempo de desdobramento e a segunda correspondente à probabilidade de que uma ou mais falhas ocorram durante o tempo de desdobramento.

Na primeira situação, o custo estatisticamente esperado de operação de um item não-reparável com  $N_b$  falhas durante o tempo de depuração pode ser expresso por:

$$\begin{aligned}
 C_{OP}(t_b) &= C_1 + C_2 \cdot t_b + C_6 \cdot E\{N_b\} \\
 &= C_1 + C_2 \cdot t_b + C_6 \cdot \int_0^{t_b} h(t) \cdot dt \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

Para um item não-reparável com falha prevista durante o tempo de desdobramento, considera-se a inclusão de um ou mais itens redundantes, a fim de garantir a não interrupção de uma missão que esteja sendo executada. A ocorrência de uma ou mais falhas resulta em um custo decorrente da inclusão de um ou mais itens redundantes. Assim, o custo estatisticamente esperado de operação de um item não-reparável com  $N_b$  falhas durante o tempo de depuração e  $N_d$  falhas durante o tempo de desdobramento pode ser expresso por:

$$\begin{aligned}
 C_{OP}(t_b) &= C_1 + C_2 \cdot t_b + C_6 \cdot E\{N_b\} + C_7 \cdot E\{N_d\} \\
 &= C_1 + C_2 \cdot t_b + C_6 \cdot \int_0^{t_b} h(t) \cdot dt + \\
 &+ C_7 \cdot \int_{t_b}^{t_c} h(t) \cdot dt + C_7 \cdot h(t_c) \cdot (t_r - t_c) \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

sendo:

$$C_6 < C_7$$

onde:

$C_6$  - custo de substituição de um item que falha durante a depuração;

$C_7$  - custo de uma ou mais redundâncias para um item que falha durante o tempo de desdobramento.

Para itens com função taxa de falhas exponencial as formas das funções custo de operação nos casos reparável e não-reparável, são apresentadas nas Figuras 3.4a e 3.4b.

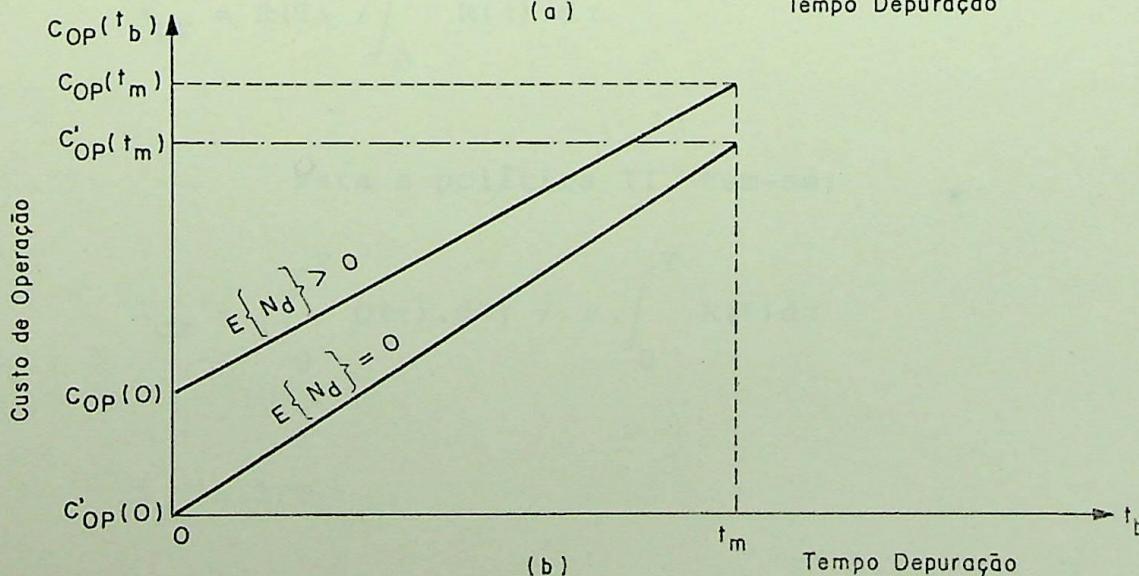
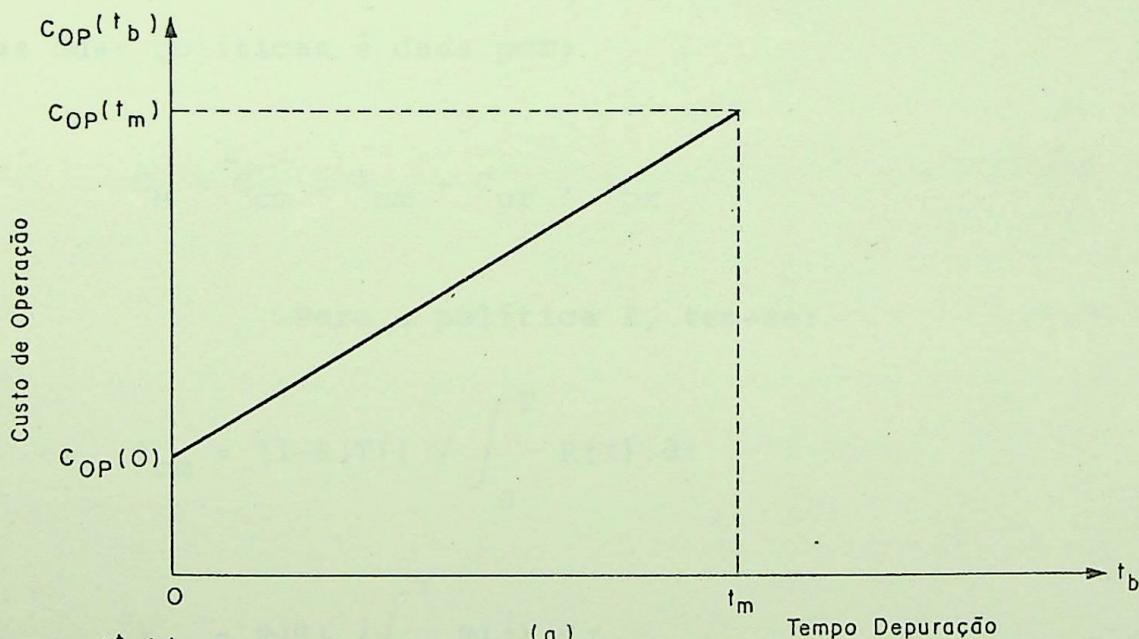


Fig. 3.4 - Funções Custo de Operação Típicas  
 a) Item Reparável; b) Item Não-Reparável.

### 3.2.6 - MODELO DO CUSTO DE MANUTENÇÃO

O custo total de manutenção por hora de operação,  $C_M$ , é usualmente estabelecido para duas políticas de manutenção. Na política I, a contagem de tempo para a próxima manutenção preventiva é estabelecida tão logo finde a ação da manutenção corretiva. Na política II, o esquema de manutenção está constantemente ativo, in diferente à ocorrência de uma falha, isto é, a taxa de manutenção preventiva é sempre constante.

A expressão geral do custo total da manutenção, pa ra as duas políticas é dada por:

$$C_M = C_{cm} \cdot \lambda_{cm} + C_{pr} \cdot \lambda_{pr} \quad (3.13)$$

Para a política I, tem-se:

$$\lambda_{cm} = [1 - R(T)] / \int_0^T R(\tau) \cdot d\tau \quad (3.14)$$

$$\lambda_{pr} = R(T) / \int_0^T R(\tau) \cdot d\tau \quad (3.15)$$

Para a política II, tem-se:

$$\lambda_{cm} = \left[ \int_0^T Q(\tau) \cdot d\tau \right] / T \cdot \int_0^T R(\tau) d\tau \quad (3.16)$$

$$\lambda_{pr} = 1/T \quad (3.17)$$

onde:

- $C_{cm}$  - custo por ação da manutenção corretiva;  
 $C_{pr}$  - custo por ação da manutenção preventiva;  
 $\lambda_{cm}$  - taxa de manutenção corretiva;  
 $\lambda_{pr}$  - taxa de manutenção preventiva;  
 $T$  - tempo de manutenção preventiva de um item;  
 $\tau$  - tempo médio entre falhas, MTBF;  
 $R(T)$  - confiabilidade de um item durante o tempo de manutenção preventiva;  
 $R(\tau)$  - confiabilidade de um item durante o MTBF;  
 $Q(\tau) = 1 - R(\tau)$

A política II é empregada quando um item é reparado em um tempo determinado ou quando não se é possível guardar registro de quando ocorreu a ação corretiva.

Geralmente, não se beneficia com um esquema de manutenção preventiva com custo próximo ou maior do que o custo da manutenção corretiva. Entretanto, a ação preventiva pode ser requisitada a fim de obter a confiabilidade desejada.

A ação da manutenção preventiva não tem efeito sobre a região de taxa de falhas constante, exceto quando se tem mais de um item com taxa de falhas constante em configuração paralela ou de espera ("standby").

Para as políticas I e II o comportamento do custo total da manutenção em função do tempo de manutenção preventiva é ilustrado nas Figuras 3.5a e 3.5b, onde:

$T_k$  e  $T_l$  - tempos genéricos de manutenção preventiva, com

$$T_k < T_l.$$

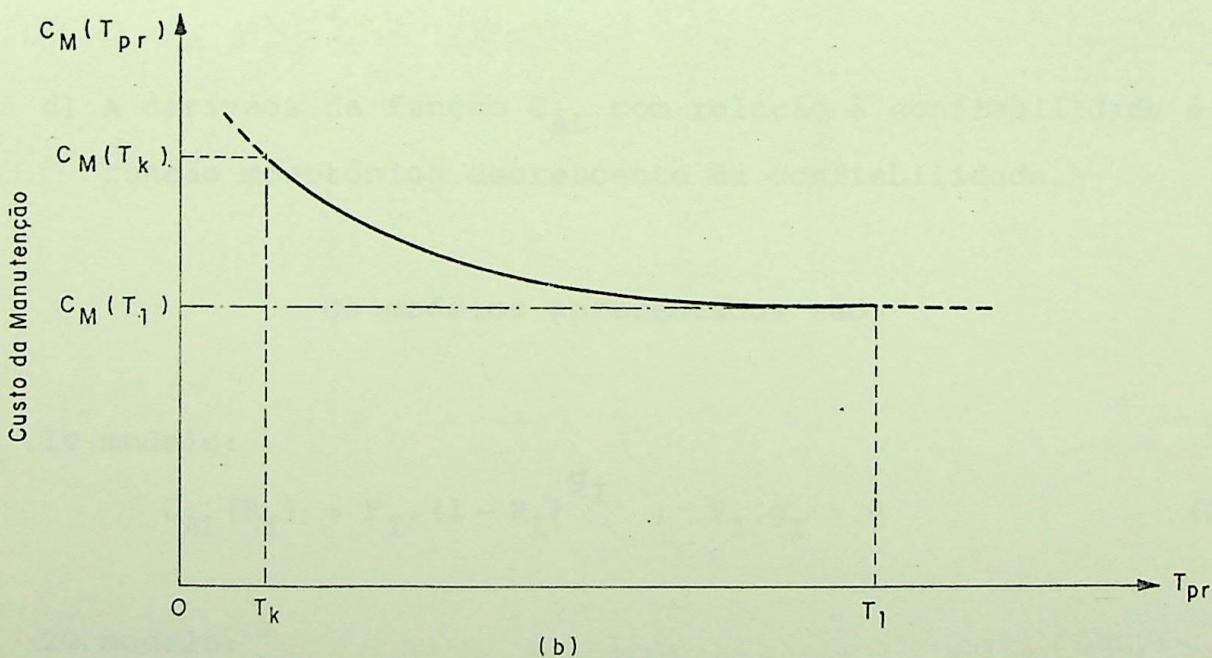
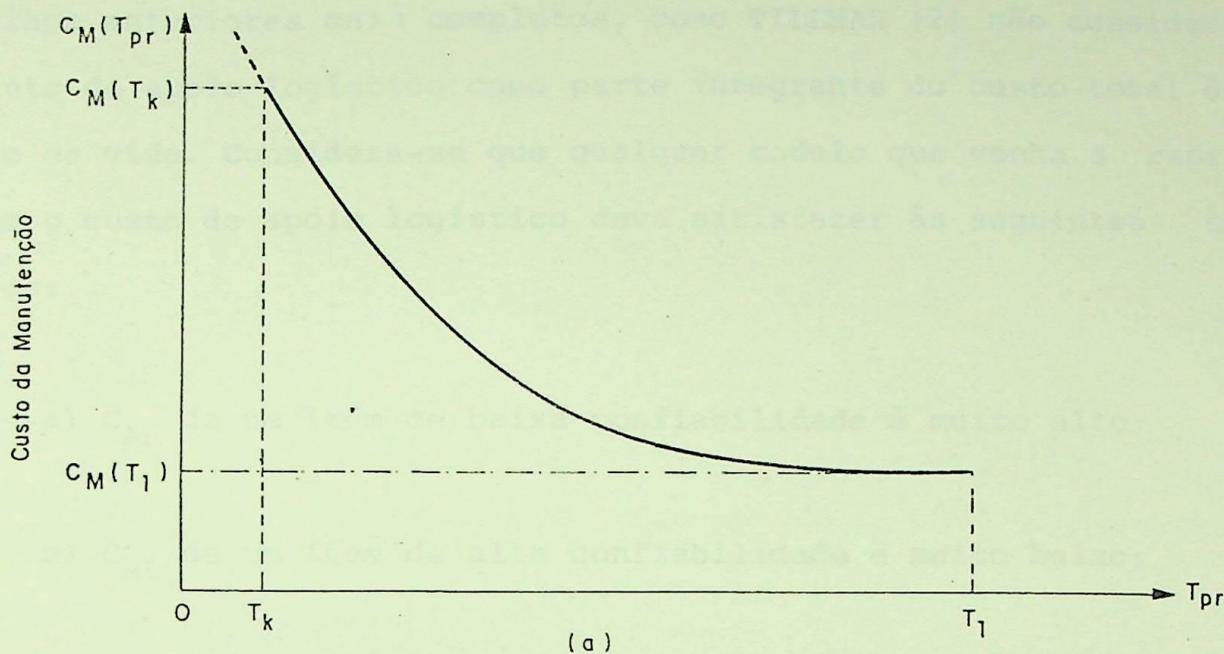


Fig. 3.5 - Comportamento Típico da Função Custo da Manutenção a) Política I; b) Política II.

### 3.2.7 - MODELOS DO CUSTO DE APOIO LOGÍSTICO

Os modelos apresentados por GOVIL [16] são os de

utilização mais ampla e, os mais recentes, uma vez que mesmo os trabalhos anteriores mais completos, como TILLMAN [2] não consideram o custo de apoio logístico como parte integrante do custo total do ciclo de vida. Considera-se que qualquer modelo que venha a representar o custo de apoio logístico deva satisfazer às seguintes condições:

- a)  $C_{AL}$  de um item de baixa confiabilidade é muito alto;
- b)  $C_{AL}$  de um item de alta confiabilidade é muito baixo;
- c)  $C_{AL}$  é uma função monotônica decrescente da confiabilidade;
- d) A derivada da função  $C_{AL}$  com relação à confiabilidade é uma função monotônica decrescente da confiabilidade.

Os modelos apresentados são:

1º modelo:

$$C_{AL}(R_I) = F_I \cdot (1 - R_I)^{g_I}, \quad F_I, g_I > 0 \quad (3.18)$$

2º modelo:

$$C_{AL}(R_I) = F_I \cdot [\text{TAN}(\pi \cdot (1 - R_I)/2)]^{g_I},$$

onde:

$$1 \leq g_I \leq 2 \quad ; \quad F_I > 0 \quad (3.19)$$

3º modelo:

$$C_{AL}(R_I) = F_I \cdot \text{EXP}(g_I/R_I) \quad , \quad F_I, g_I > 0 \quad (3.20)$$

4º modelo:

$$C_{AL}(R_I) = F_I \cdot \left[ \frac{1 - R_I}{R_I} \right]^{g_I}, \quad F_I, g_I > 0 \quad (3.21)$$

5º modelo:

$$C_{AL}(R_I) = F_I \cdot \text{LN}(1/R_I), \quad F_I > 0 \quad (3.22)$$

A Figura 3.6 ilustra o comportamento típico da função custo do apoio logístico-confiabilidade.

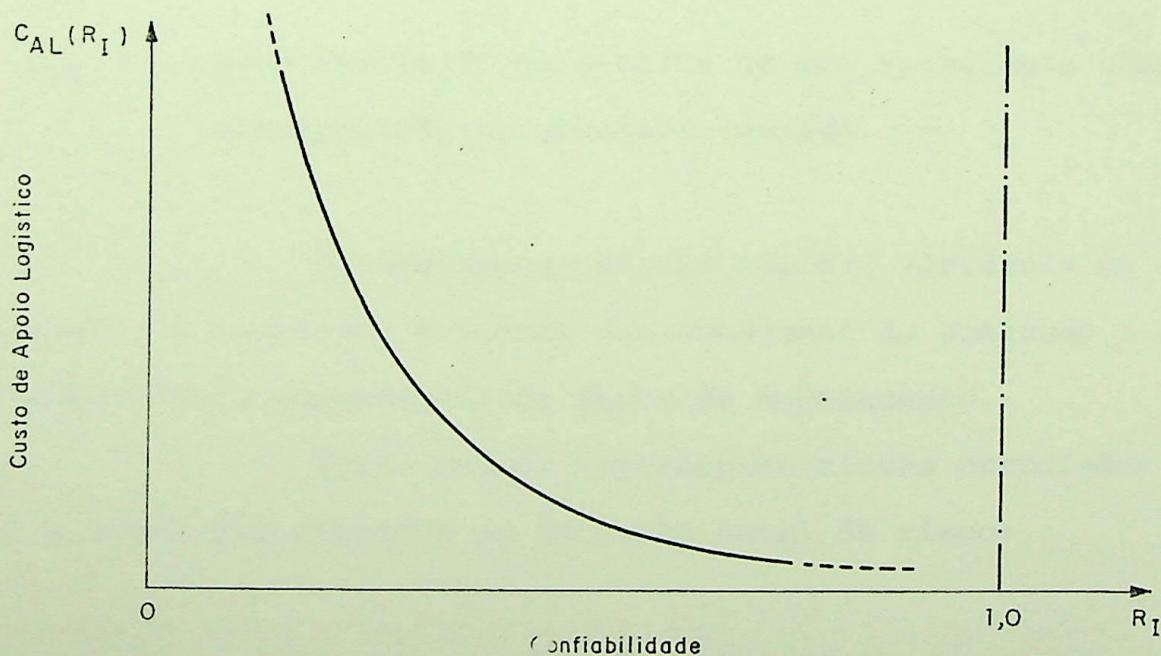


Fig. 3.6 - Comportamento Típico do Custo de Apoio Logístico-Confiabilidade.

### 3.3 - PROPOSTA DE EXTENSÃO DO MODELO DO CUSTO DO CICLO DE VIDA

Há uma série de custos, em geral não-recorrentes, que não são considerados no modelamento usual e que são de grande

valia para análise de alternativas e tomadas de decisões, por exemplo:

- $C_{CONS}$  - custo das consequências da falha (por exemplo, cessamento da função ou da produção, danos a outros itens, etc.);
- $C_{IMP}$  - custo associado ao risco envolvido na aquisição fora da organização (importação como caso particular);
- $C_{FU}$  - custo da dependência de obtenção por parte de um fornecedor único;
- $C_{IM}$  - custo associado à instabilidade de mercado;
- $C_{AD}$  - custo devido ao atraso no desenvolvimento de um item;
- $C_{TI}$  - custo envolvido na escolha de uma tecnologia inadequada (ultrapassada ou avançada demais).

O modelamento destes custos, variáveis em cada organização, é complexo, é função das condições de operação e vai apresentar forte dependência da época de modelamento.

Estes custos representam riscos associados ao projeto e podem ser reunidos em um custo total de risco:

$$C_{RIS} = C_{CONS} + C_{IMP} + C_{FU} + C_{IM} + C_{AD} + C_{TI} \quad (3.23)$$

A cada uma das parcelas pode, ainda, ser associado um fator de penalização diferente.

A Tabela 3.1 apresenta um estudo sobre os custos relacionados à fabricação local e à aquisição externa de um item, mostrando a composição do custo do ciclo de vida de um item de acordo

do com a forma de obtenção do mesmo, ilustrando a cada caso, a importância da combinação das parcelas acima:

De acordo com o apresentado na Tabela 3.1, pode-se generalizar o conceito do custo total nas formas:

I - Obtenção por fabricação local

a) - Para itens reparáveis:

$$C_{CV} = C_{MF} + C_G + C_{OP} + C_M + C_{AL} + C_{RIS} \quad (3.24)$$

b) - Para itens não-reparáveis:

$$C_{CV} = C_{MF} + C_G + C_{OP} + C_{AL} + C_{RIS} \quad (3.25)$$

onde:

$$C_{RIS} = C_{CONS} + C_{AD} + C_{TI} + C_{IM}$$

II - Obtenção por aquisição externa

a) - Para itens reparáveis:

$$C_{CV} = C_{AQ} + C_{OP} + C_M + C_{AL} + C_{RIS} \quad (3.26)$$

b) - Para itens não-reparáveis:

$$C_{CV} = C_{AQ} + C_{OP} + C_{AL} + C_{RIS} \quad (3.27)$$

onde:

$$C_{RIS} = C_{CONS} + C_{IMP} + C_{FU} + C_{IM}$$

TABELA 3.1 - Composição do Custo do Ciclo de Vida

OBTENÇÃO POR	CUSTO		
	OBTENÇÃO	PÓS-OBTENÇÃO	RISCO
Fabricação local	Fabricação (depuração é parte integrante); Garantia	Operação Manutenção Apoio Logístico	Consequências das falhas; Atraso no desenvolvimento; Tecnologia Inadequada; Instabilidade de Mercado.
Aquisição externa	Aquisição (fabricação, garantia e expedição são partes integrantes).	Operação Manutenção Apoio Logístico	Consequências das falhas; Importação; Fabricante Único; Instabilidade de Mercado.

A escolha da expressão de custo a ser empregada fica a cargo do projetista que deverá considerar, na escolha, os objetivos a serem alcançados.

### 3.4 - CARACTERÍSTICAS NECESSÁRIAS DA FUNÇÃO CUSTO-CONFIABILIDADE

Da discussão dos modelos de custo resulta que a função custo-confiabilidade de qualquer item deverá ter as seguintes características necessárias [5]:

a) o custo de um item de confiabilidade baixa é alto, crescendo

ilimitadamente para confiabilidade nula;

b) o custo de um item de confiabilidade alta é alto, crescendo ilimitadamente para confiabilidade unitária;

c) há um custo mínimo e diferente de zero para qualquer item;

d) a derivada da função custo com relação à confiabilidade é monotônica crescente com a confiabilidade.

Em decorrência, a função apresenta a forma típica ilustrada na Figura 3.7.

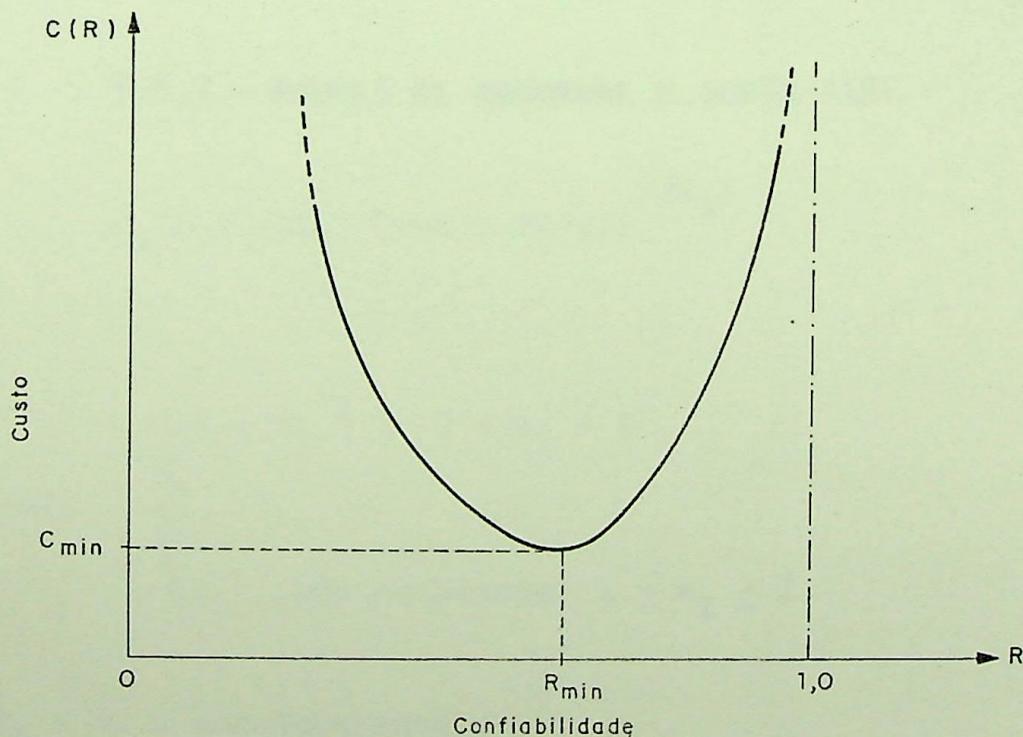


Fig. 3.7 - Comportamento Típico da Função Custo-Confiabilidade Generalizada.

### 3.5 - FUNÇÕES CUSTO-CONFIABILIDADE USUAIS

As funções custo-confiabilidade mais sugestivas

usadas na literatura são:

### 3.5.1 - MODELO DE TILLMAN [8]

$$C_I(R_I) = K_I \cdot R_I^{r_I} \quad (3.28)$$

onde:

$K_I, r_I > 0$ , são constantes, e  $r_I < 1$ .

Para valores de  $R_I = 1$  tem-se que a constante  $K_I$  pode representar o custo, peso ou volume de um item, e para valores de  $R_I < 1$  tem-se  $K_I \cdot R_I^{r_I}$  representando o custo, peso ou volume reduzido de um item.

### 3.5.2 - MODELO DE AGGARWAL E GUPTA [18]

$$C_I(R_I) = K_I \cdot [\text{TAN}(\pi \cdot R_I / 2)]^{f(R_I)} \quad (3.29)$$

onde:

$$f(R_I) = \begin{cases} 1 + R_I^{x_I}, & 0 < x_I < 1 \\ m_I, & \text{uma constante; } 1 \leq m_I \leq 2 \end{cases}$$

$K_I > 0$ , é uma constante

Observa-se que  $f(R_I)$  pode assumir valores em função da confiabilidade de um item, ou um valor constante.

### 3.5.3 - MODELOS DE GOVIL [17]

Incorporam o custo de aquisição ( $C_{AQ}$ ) e o custo

de apoio logístico ( $C_{AL}$ ), que juntos formam o custo total do ciclo de vida de um item ( $C_{CV}$ ).

### 3.5.3.1 - 1º MODELO

$$C_I(R_I) = K_I \cdot R_I^{r_I} + F_I \cdot (1 - R_I)^{g_I} \quad (3.30)$$

onde:

$$K_I, r_I, g_I, F_I > 0 \quad \text{e} \quad r_I < 1$$

Para valores de  $R_I = 1$ , a constante  $K_I$  pode representar o custo total do ciclo de vida de um item e a equação (3.30) reduz-se ao modelo de TILLMAN [8], dado pela equação (3.28). Para valores de  $R_I = 0$ , a constante  $F_I$  pode representar o custo reduzido de um item.

### 3.5.3.2 - 2º MODELO

$$C_I(R_I) = K_I \cdot [\text{TAN}(\pi \cdot R_I / 2)]^{m_I(R_I)} + F_I \cdot [\text{TAN}(\pi \cdot (1 - R_I) / 2)]^{g_I(R_I)} \quad (3.31)$$

onde:

$$K_I, F_I > 0 \quad \text{e} \quad 1 \leq m_I(R_I), g_I(R_I) \leq 2$$

Por razões de conveniências,  $m_I(R_I)$  e  $g_I(R_I)$  são considerados constantes, embora em casos mais gerais, possam ser considerados variáveis.

Para valores de  $R_I$  tendendo à unidade, tem-se que

$C_I(R_I)$  cresce ilimitadamente e, quando  $R_I = 1$  tem-se a equação (3.31) reduzida ao modelo de AGGARWAL e GUPTA [18], dado pela equação (3.29).

### 3.5.3.3 - 3º MODELO

$$C_I(R_I) = a_I \cdot \text{EXP}[b_I/(1 - R_I)] + F_I \cdot \text{EXP}(g_I/R_I) \quad (3.32)$$

onde:

$a_I, b_I, g_I, F_I > 0$ , são constantes

Quando  $F_I = 0$  tem-se que a equação (3.32) reduz-se ao modelo de custo da confiabilidade proposto por MISRA (apud GOVIL e AGARWALA [19]).

### 3.5.3.4 - 4º MODELO

$$C_I(R_I) = K_I \cdot [R_I/(1 - R_I)]^{r_I} + F_I \cdot [(1 - R_I)/R_I]^{g_I} \quad (3.33)$$

onde:

$K_I, F_I, r_I, g_I > 0$ , são constantes.

Quando  $F_I = 0$  tem-se que a equação (3.33) reduz-se ao modelo de MAJUMDAR (apud GOVIL e AGARWALA [19]).

### 3.5.3.5 - 5º MODELO

$$C_I(R_I) = K_I \cdot \text{LN}[1/(1 - R_I)] + F_I \cdot \text{LN}(1/R_I) \quad (3.34)$$

onde:

$K_I, F_I > 0$ , são constantes.

Quando  $F_I = 0$  tem-se que a equação (3.34) reduz-se ao modelo de custo da confiabilidade de FRATTA (apud GOVIL e AGARWALA [19]).

As funções custo-confiabilidade expressas pelas equações (3.31), (3.32) e (3.33) satisfazem as características necessárias [5].

Para itens de alta confiabilidade o comportamento da função na região próxima à unidade é decisivo. Comparado o comportamento das derivadas das três funções sobreviventes nesta região, conclui-se que a função custo-confiabilidade expressa pela equação (3.32) varia de forma muito rápida, incompatível com os valores práticos. Resultam, portanto, como alternativas utilizáveis, as funções custo-confiabilidade expressas pelas equações (3.31) e (3.33), cuja forma geral está indicada na Figura 3.7.

### 3.6 - PROPOSIÇÃO DA FUNÇÃO CUSTO-CONFIABILIDADE DISCRETA

A utilização generalizada de função custo-confiabilidade contínua, tal como encontrado na literatura, deve ser considerada.

Muitos itens encontrados no mercado se caracterizam por oferta de um número reduzido de alternativas com as características desejadas (peso, volume, consumo, manutenibilidade, etc.). Em alguns casos a não existência de alternativas viáveis leva à necessidade de desenvolvimento, na própria organização ou por parte de terceiros, caso em que a oferta se restringe a uma única alternativa (casos de novas tecnologias, dimensões especiais, desempenho

muito superior aos demais, etc.). Isto é particularmente notável no caso de componentes. Nestes casos a forma real da função custo-confiabilidade seria como ilustrado na Figura 3.8.

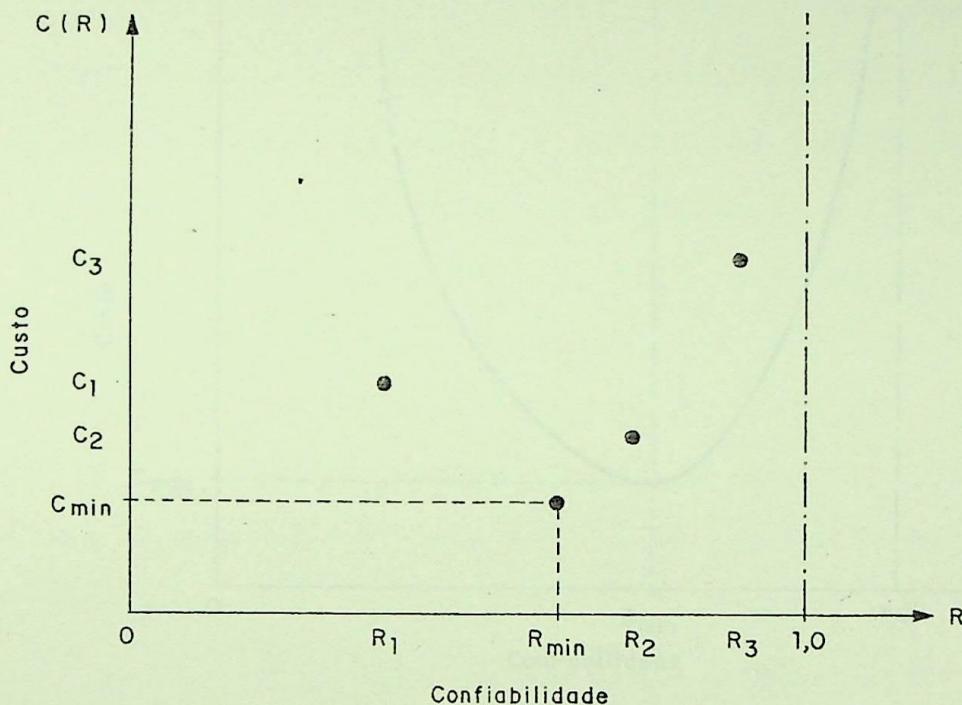


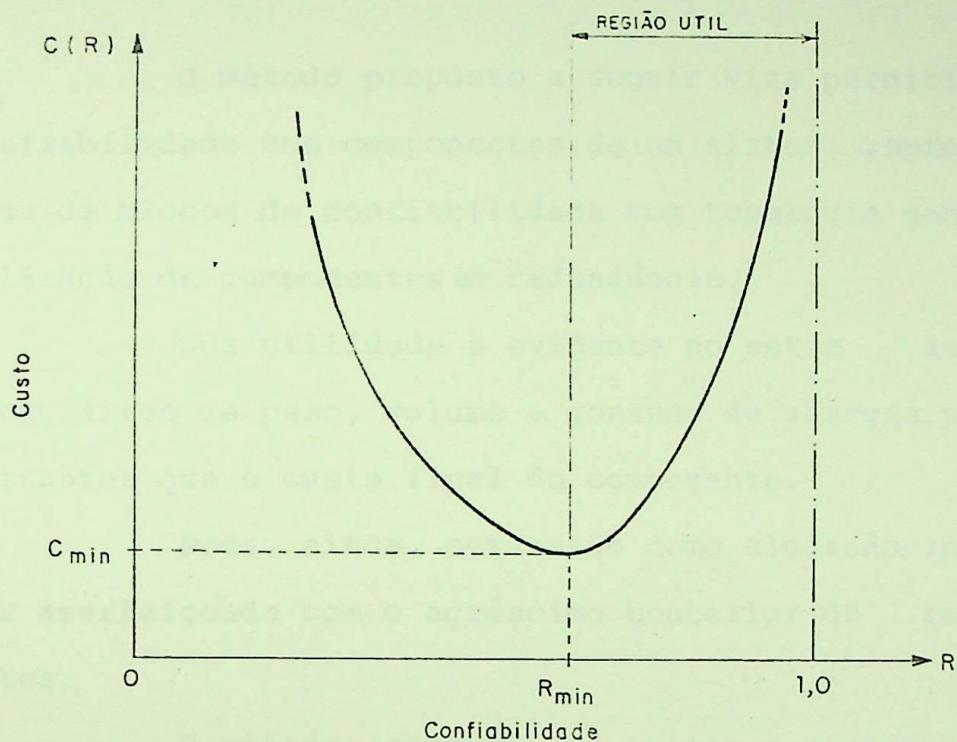
Fig. 3.8 - Característica Custo-Confiabilidade Usual para Componentes e Subsistemas Comerciais.

No caso de itens mais complexos, como subsistemas, sistemas ou equipamentos, o projeto pode comportar um número suficientemente grande de alternativas que justifique a aproximação dos pares custo-confiabilidade dos itens resultantes por uma função contínua.

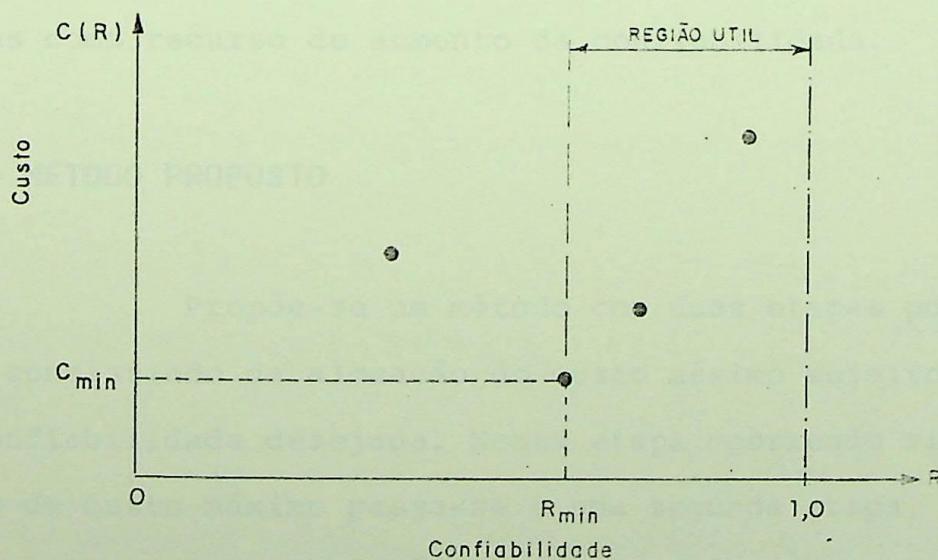
Neste trabalho serão consideradas as seguintes alternativas de funções custo-confiabilidade na solução de um problema de alocação: funções contínuas, funções discretas, ou ambas.

A região de utilidade na solução dos problemas de

alocação situa-se entre o ponto de custo-confiabilidade mínimo e o valor de confiabilidade unitária, conforme indicado nas Figuras 3.9a e 3.9b.



( a )



( b )

Fig. 3.9 - Identificação da Região Utilizável na Função Custo-Confiabilidade:

a) Contínua

b) Discretizada.

## CAPÍTULO 4 - ALOCAÇÃO DA CONFIABILIDADE A CUSTO MÍNIMO

### 4.1 - INTRODUÇÃO

O método proposto a seguir visa permitir a alocação da confiabilidade aos componentes de um sistema representado por um diagrama de blocos de confiabilidade com topologia generalizada, sem a utilização de componentes em redundância.

Sua utilidade é evidente no setor aeroespacial onde os requisitos de peso, volume e consumo de energia podem ser mais importantes que o custo final do componente.

Pode, ainda, ser usado como alocação inicial, capaz de ser aperfeiçoada com o acréscimo posterior de redundâncias convenientes.

O método, contudo, se aplica a sistemas que já contenham redundâncias e pode ser estendido para utilização de redundâncias como recurso de aumento da confiabilidade.

### 4.2 - MÉTODO PROPOSTO

Propõe-se um método com duas etapas possíveis: a primeira consistindo da alocação do custo máximo sujeito a restrição de confiabilidade desejada. Nesta etapa ocorrendo violação do requisito de custo máximo passa-se a uma segunda etapa, a qual consiste no refinamento da solução obtida através de um algoritmo de obtenção da confiabilidade máxima para menor custo.

A primeira etapa será chamada alocação ou solução "subótima", enquanto a segunda etapa será chamada alocação ou solução "ótima".

Ambas as etapas se constituem de processos iterativos, cujas convergências são asseguradas graças à monotonicidade da relação custo-confiabilidade.

A melhoria da confiabilidade em cada etapa se realiza da seguinte forma:

- I - Etapa de alocação subótima: melhoria das confiabilidades dos componentes identificados como os de maior influência no crescimento da confiabilidade; e
- II - Etapa de alocação ótima: melhoria conjunta das confiabilidades de todos os componentes.

Em ambas as etapas os requisitos de confiabilidade desejada e de custo máximo são condições necessárias a serem satisfeitas, eliminando uma deficiência da maioria dos métodos conhecidos.

Os métodos encontrados na literatura utilizam exclusivamente funções custo-confiabilidade contínuas, enquanto o método proposto utiliza funções custo-confiabilidade contínuas, discretas ou ambas.

#### 4.3 - ETAPA DE ALOCAÇÃO SUBÓTIMA

Nesta etapa estabelecem-se os valores finais aproximados que podem ser os valores da otimização procurada, não havendo necessidade de se recorrer ao algoritmo da segunda etapa. Isto pode ser conseguido a partir da escolha do valor da variação de custo por iteração suficientemente baixo, para que, quando a violação da restrição de custo máximo ocorrer, a solução da iteração anterior já se encontre dentro das aproximações estabelecidas para o custo

máximo e a confiabilidade desejada.

Em realidade, o uso da etapa de alocação ótima só é indispensável para escolhas mais grosseiras da variação de custo a cada iteração, o que pode ser útil no exame ou na comparação, rápidos, de alternativas.

Iniciam-se as iterações alocando os valores de custo e confiabilidade mínimos a cada um dos componentes do sistema, o que implica em se iniciar a busca da solução partindo de alocação inicial viável.

Estabelecendo-se um incremento de custo fixo verifica-se, a cada iteração, o componente ao qual a atribuição deste incremento é a que produz maior incremento da confiabilidade do sistema.

Podem ser considerados componentes redundantes idênticos, componentes funcionalmente simétricos, componentes com funções custo-confiabilidade contínuas, discretas ou ambas.

#### 4.3.1 - DESCRIÇÃO GERAL DO ALGORÍTMO PROPOSTO

Propõe-se:

- a) realizar análise da topologia geral de um sistema através da análise estrutural e funcional de seus componentes;
- b) enumerar todos os caminhos entrada-saída mínimos(\*) de um sistema, através de matriz conexão, com emprego do método da remoção de nós, bem como os conjuntos de corte mínimos(\*) deste sistema, através de método eficiente [20]; entendendo-se como caminhos mínimos aqueles que não passam duas vezes

(\*) Na literatura em língua inglesa "minimal path" e "minimal cut-set".

por qualquer nó e como conjunto de corte mínimo aquele cuja reinserção de qualquer bloco no diagrama de blocos de confiabilidade do sistema do qual foi retirado reconecta o par entrada-saída;

- c) verificar a viabilidade dos valores mínimos de confiabilidade e custo ( $R_{I,MIN}$ ,  $C_{I,MIN}$ ) da função custo-confiabilidade de cada componente, valores estes tomados como solução inicial de partida;
- d) selecionar o componente de maior atuação no sistema através de um fator de seleção,  $FS_I$ , e, caso seja necessário o emprego de um segundo critério de seleção, através da sensibilidade,  $S_I$ ;
- e) solucionar o problema de alocação da confiabilidade para os componentes através da determinação do incremento de confiabilidade,  $\Delta R_I$ , a ser dado ao componente de maior atuação no sistema.

Uma vez que a monitoração do custo do sistema é feita a cada iteração, a solução subótima pode ser identificada pela violação do requisito de custo máximo do sistema.

A solução encontrada pode ser a própria solução desejada, desde que satisfeitos os requisitos de custo máximo e de confiabilidade desejada, dentro das aproximações estabelecidas.

#### 4.3.2 - ANÁLISE DA TOPOLOGIA

A análise da topologia do sistema objetiva verificar os tipos de componentes constituintes e os tipos de associações existentes na topologia.

Entre os tipos possíveis de componentes relaciona

nam-se aqueles com funções custo-confiabilidade contínuas, que são comumente usados na literatura conhecida, e aqueles com funções custo-confiabilidade discretas desenvolvidas neste trabalho [5], que tem grande interesse prático.

Quanto ao tipo de associações existentes na topologia do sistema, considera-se as associações de componentes redundantes ativos e os componentes simétricos, que podem aparecer separadamente ou conjuntamente no sistema. Neste caso os componentes em redundância ativa e em simetria serão representados por um único componente de cada tipo, que representará todo o conjunto, havendo rateio de custo entre eles.

Se existirem dois ou mais componentes idênticos sem qualquer caracterização de redundância ou simetria serão tratados como componentes individuais.

Esta análise encontra-se apresentada no fluxograma da Figura 4.1.

### 4.3.3 - ENUMERAÇÃO DOS CAMINHOS ENTRADA-SAÍDA MÍNIMOS

Propõe-se a enumeração dos caminhos entrada-saída do sistema através da matriz conexão, com emprego do método da remoção de nós [20]. A matriz conexão é construída a partir do diagrama de blocos de confiabilidade do sistema e define quais componentes estão conectados entre os nós do diagrama, tendo a forma mostrada pela Figura 4.2, onde  $a_{ij}$  são os componentes conectados entre os nós "i" e "j" do diagrama de blocos de confiabilidade.

Para se remover um nó k da matriz conexão cada elemento  $a_{ij}$  ( $i, j \neq k$ ) deve ser substituído por um novo elemento  $a'_{ij}$  ( $i, j \neq k$ ), segundo a relação:

$$a'_{ij} (i, j \neq k) = a_{ij} \cup a_{ik} \cdot a_{kj} \quad (4.1)$$

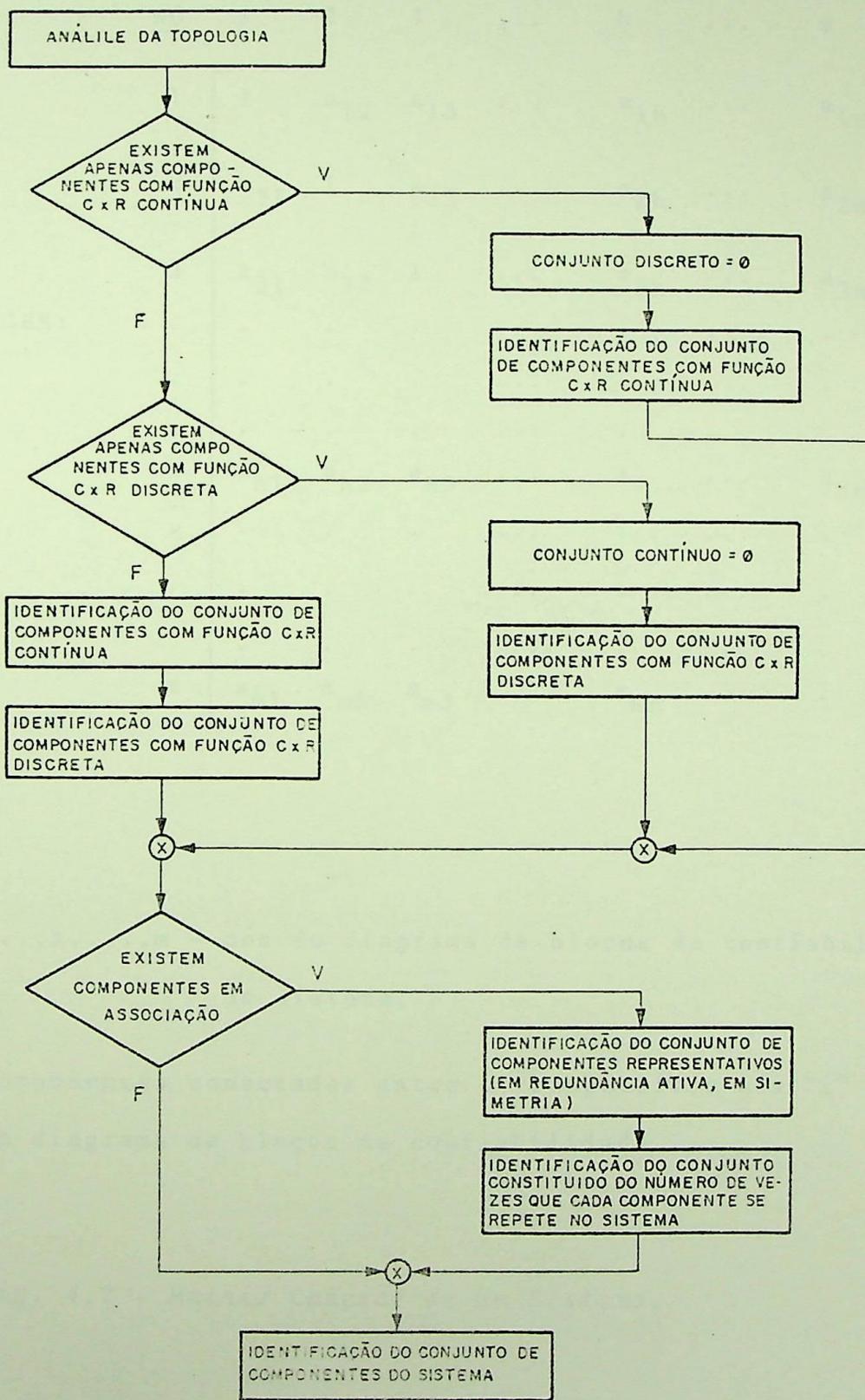


Fig. 4.1 - Fluxograma de Análise da Topologia do Sistema.

DESTINO:

	NÓ	1	2	3	...	h	...	m
ORIGEM:	1	1	$a_{12}$	$a_{13}$	...	$a_{1h}$	...	$a_{1m}$
	2	$a_{21}$	1	$a_{23}$	...	$a_{2h}$	...	$a_{2m}$
	3	$a_{31}$	$a_{32}$	1	...	$a_{3h}$	...	$a_{3m}$
	.	.	.	.	...	.	...	.
	.	.	.	.	...	.	...	.
	.	.	.	.	...	.	...	.
	h	$a_{h1}$	$a_{h2}$	$a_{h3}$	...	1	...	$a_{hm}$
	.	.	.	.	...	.	...	.
	.	.	.	.	...	.	...	.
	.	.	.	.	...	.	...	.
m	$a_{m1}$	$a_{m2}$	$a_{m3}$	...	$a_{mh}$	...	1	

onde:

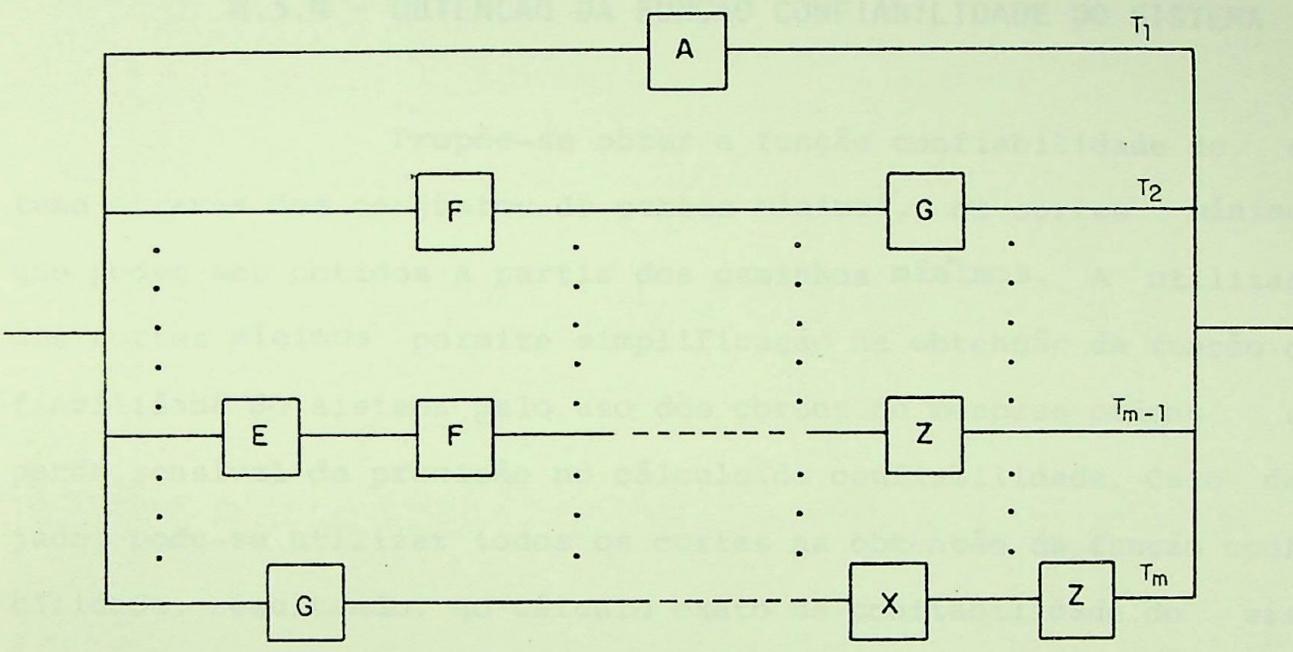
1,2,3,...,h,...,m - nós do diagrama de blocos de confiabilidade do sistema;

$a_{ij}$  - componentes conectados entre os respectivos nós "i" e "j" do diagrama de blocos de confiabilidade.

Fig. 4.2 - Matriz Conexão de um Sistema.

Este método, portanto, permite estabelecer a

transmissão do nó-entrada para o nó-saída do sistema, que pode ser representada através do diagrama de trajetos ou caminhos entrada-saída mínimos (DTM), como ilustrado pela Figura 4.3.



onde:

A, E, ..., Z - representam os componentes do sistema;

$T_1, T_2, \dots, T_m$  - representam os trajetos ou caminhos entrada-saída mínimos do diagrama.

Fig. 4.3 - Diagrama de Trajetos ou Caminhos Entrada-Saída Mínimos (DTM).

A transmissão do nó-entrada para o nó-saída no DTM da Figura 4.3 é dada pela expressão:

$$A \cup F \cap G \cup \dots \cup E \cap F \dots \cap Z \cup G \cap \dots \cap X \cap Z \quad (4.2)$$

A expressão (4.2) é resultante da remoção de todos os nós não considerados de interesse, isto é, todos os nós diferentes dos nós entrada e saída, da matriz conexão.

#### 4.3.4 - OBTENÇÃO DA FUNÇÃO CONFIABILIDADE DO SISTEMA

Propõe-se obter a função confiabilidade do sistema através dos conjuntos de cortes mínimos, ou cortes mínimos, que podem ser obtidos a partir dos caminhos mínimos. A utilização dos cortes mínimos permite simplificação na obtenção da função confiabilidade do sistema pelo uso dos cortes de menores ordens sem perda sensível de precisão no cálculo da confiabilidade. Caso desejado, pode-se utilizar todos os cortes na obtenção da função confiabilidade, resultando, no cálculo exato da confiabilidade do sistema. A utilização apenas dos cortes de menores ordens reduz o tempo de cálculo da confiabilidade, permitindo comparação rápida de alternativas e revelando-se um instrumento flexível de apoio à tomada de decisão a nível de projeto.

Conhecidos os cortes mínimos é possível interpretar o sistema como uma associação série dos componentes associados em paralelo em cada corte, como ilustrado pela Figura 4.4, em que aparece o diagrama de cortes mínimos DCM, típico para os sistemas de interesse.

Admitindo-se independência mútua das falhas dos componentes:

$$\begin{aligned} R_S &= 1 - Q_S \\ &= 1 - [P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup \dots \cup C_k)] \\ &= 1 - [P(C_1) + P(C_2) + \dots + P(C_k)] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - P(C_1 \cap C_2) - P(C_1 \cap C_3) - \dots - P(C_{k-1} \cap C_k) + \\
 & + \dots \dots \dots + \\
 & + (-1)^{k+1} P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \dots \cap C_k) ] \tag{4.3}
 \end{aligned}$$

onde:

$Q_S = [1 - R_S]$  é a não-confiabilidade do sistema

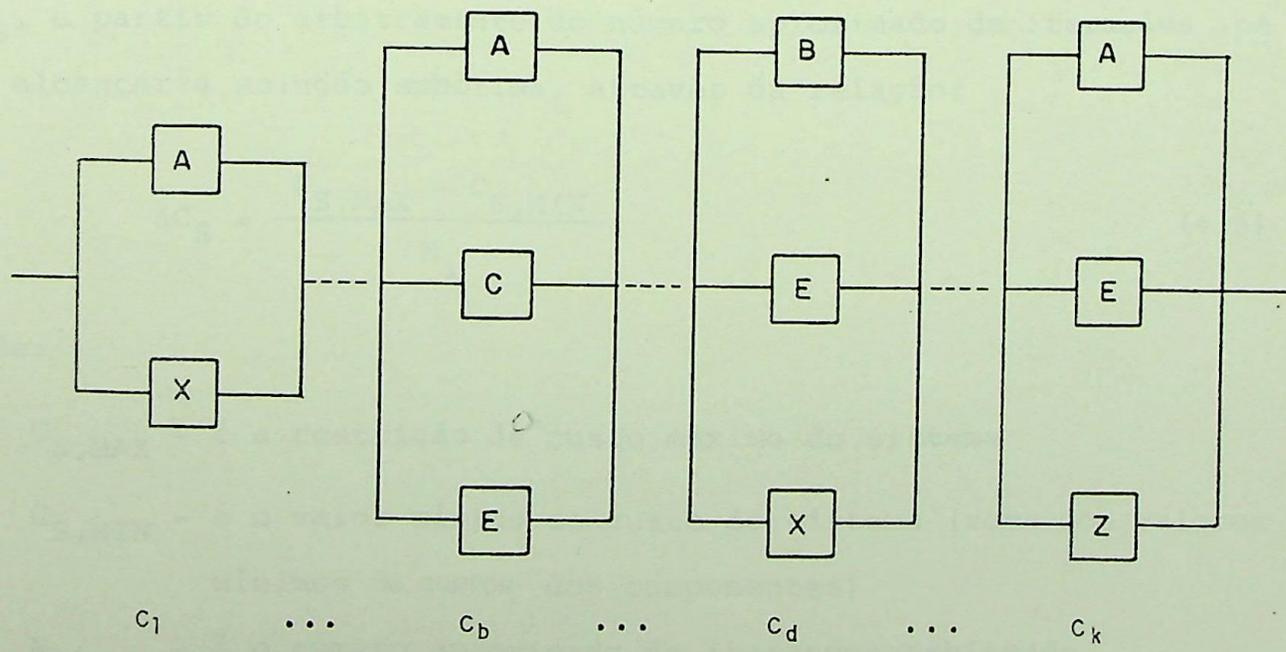
$$P(C_i) = \prod_{I \in C_i} Q_I$$

$$P(C_i \cap C_j) = \prod_{I \in C_i} Q_I \cdot \prod_{J \in C_j} Q_J, \quad j \neq i$$

$$P(C_1 \cap C_2 \cap \dots \cap C_d) = \prod_{I \in C_1} Q_I \cdot \prod_{J \in C_2} Q_J \cdot \dots \cdot \prod_{M \in C_d} Q_M$$

$Q_I, Q_J, \dots, Q_M$  são as não-confiabilidades dos blocos  $i, j, \dots, m$

A expressão de  $R_S$  é facilmente programável.



onde: A, B, C, ..., Z representam os componentes do sistema  
 $C_i$  - cortes mínimos genérico,  $i = 1, 2, \dots, k$   
 $k$  - número total de cortes mínimos

Fig. 4.4 - Diagrama de Cortes Mínimos (DCM).

Usando a identificação dos componentes no exemplo da Figura 4.4, tem-se:

$$\begin{aligned}
 R_S = 1 - [ & (1 - R_A)(1 - R_X) + \dots + (1 - R_A)(1 - R_C) + \dots + \\
 & + (1 - R_B)(1 - R_E) \dots (1 - R_X) + \dots + \\
 & + (-1)^{k+1} \cdot (1 - R_E) \dots (1 - R_Z) ] \quad (4.4)
 \end{aligned}$$

No fluxograma da Figura 4.5 encontram-se resumidas e reunidas as seções: enumeração dos caminhos entrada-saída mínimos e obtenção da função confiabilidade do sistema.

#### 4.3.5 - DETERMINAÇÃO DO INCREMENTO DE CUSTO FIXO

Propõe-se determinar o incremento de custo fixo,  $\Delta C_S$ , a partir do arbitramento do número aproximado de iterações para alcançar a solução subótima, através da relação:

$$\Delta C_S = \frac{C_{S,MAX} - C_{S,MIN}}{N_i} \quad (4.5)$$

onde:

$C_{S,MAX}$  - é a restrição de custo máximo do sistema

$C_{S,MIN}$  - é o valor mínimo de custo do sistema (soma dos valores mínimos de custos dos componentes)

$N_i$  - é o número aproximado de iterações arbitrado

Para permitir que os N componentes que constituem o sistema tenham a possibilidade de virem a ser alterados, o valor de  $\Delta C_S$  não deverá ser muito elevado, caso em que rapidamente se

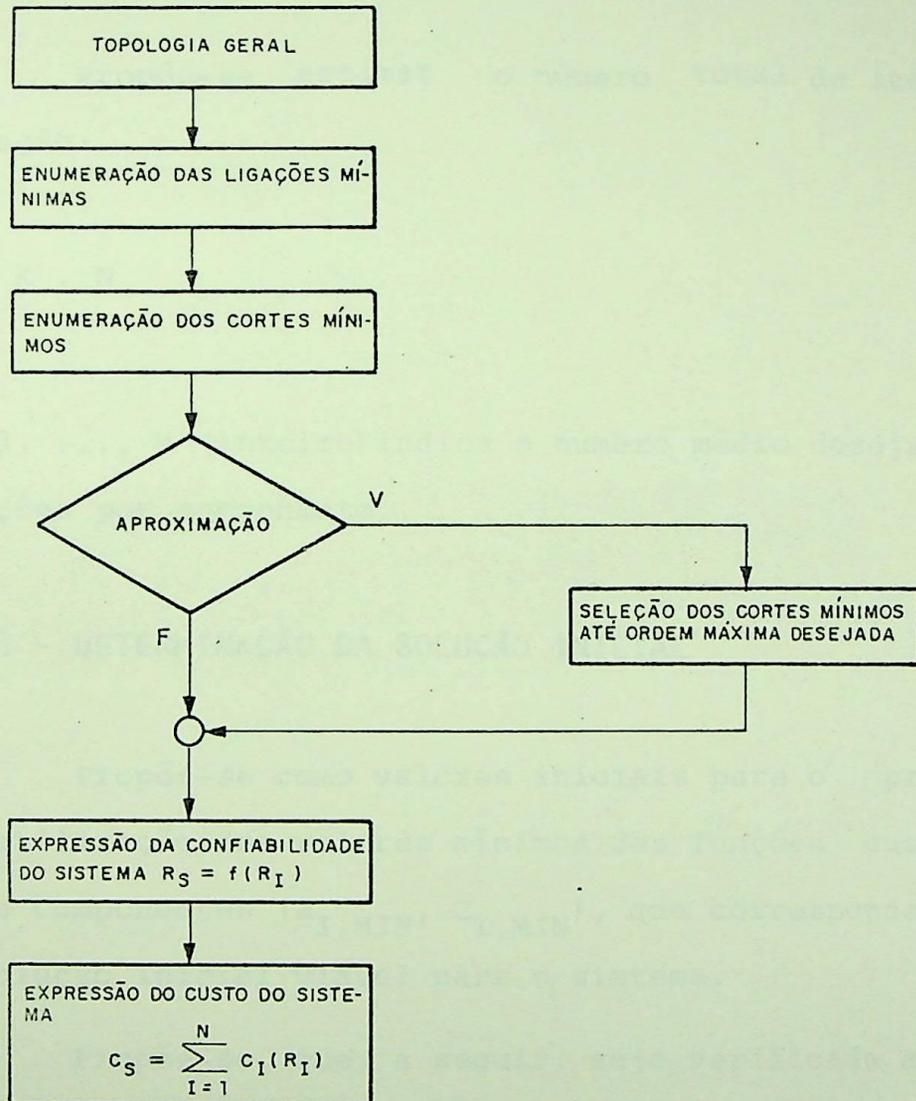


Fig. 4.5 - Fluxograma de Determinação da Função Confiabilidade do Sistema.

atingiria o valor de restrição  $C_{S,MAX}$  e cessaria esta etapa. Por outro lado, não pode ser demasiadamente pequeno porque, embora garantindo aumento da possibilidade de cada componente ser alterado implicaria em grande número de iterações, com tempo computacional longo.

Propõe-se estimar o número total de iterações através da relação:

$$N_i = K \cdot N \quad (4.6)$$

onde:

$K = 1, 2, 3, \dots, n$  (inteiro) indica o número médio desejado de alterações por componente.

#### 4.3.6 - DETERMINAÇÃO DA SOLUÇÃO INICIAL

Propõe-se como valores iniciais para o processo de alocação a utilização dos valores mínimos das funções custo-confiabilidade dos componentes ( $R_{I,MIN}$ ,  $C_{I,MIN}$ ), que correspondem à tentativa de solução inicial viável para o sistema.

Propõe-se, que, a seguir, seja verificada a satisfação dos requisitos de custo máximo e confiabilidade desejada do sistema. Caso não sejam satisfeitos inicia-se o processo de alocação iterativa, a partir desta solução inicial viável.

Estas proposições encontram-se reunidas e resumidas no fluxograma da Figura 4.6.

#### 4.3.7 - CÁLCULO DO FATOR DE SELEÇÃO

Considerando-se o sistema não-série-paralelo como

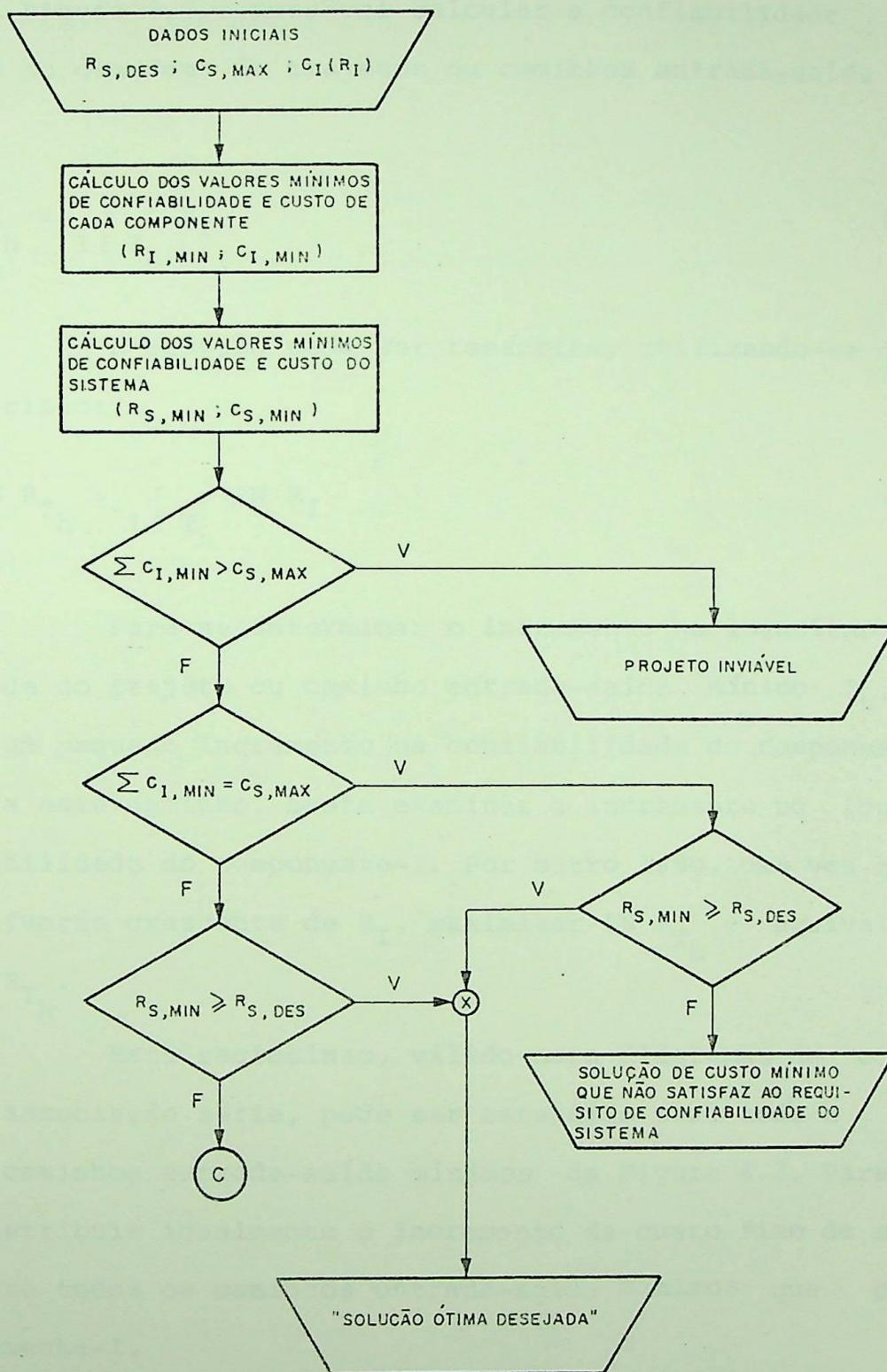


Fig. 4.6 - Fluxograma de Determinação e Verificação da Viabilidade da Solução Inicial.

uma associação paralela de componentes associados em série, como ilustrado na Figura 4.3, é possível calcular a confiabilidade dos braços série no diagrama de trajetos ou caminhos entrada-saída mínimos:

$$R_{T_h} = \prod_{I \in T_h} R_I \quad (4.7)$$

A equação pode ser reescrita, utilizando-se o logaritmo neperiano:

$$\text{LN } R_{T_h} = \sum_{I \in T_h} \text{LN } R_I \quad (4.8)$$

Para se determinar o incremento no logaritmo da confiabilidade do trajeto ou caminho entrada-saída mínimo  $T_h$ , resultante de um pequeno incremento na confiabilidade do componente-I pertencente a este caminho, basta examinar o incremento no logaritmo da confiabilidade do componente-I. Por outro lado, uma vez que o  $\text{LN } R_I$  é uma função crescente de  $R_I$ , maximizar  $\text{LN } R_{T_h}$  é equivalente a maximizar  $R_{T_h}$ .

Este raciocínio, válido para diagramas de confiabilidade em associação série, pode ser estendido para toda a associação de caminhos entrada-saída mínimos da Figura 4.3. Para isto, basta distribuir igualmente o incremento de custo fixo do sistema,  $\Delta C_S$ , entre todos os caminhos entrada-saída mínimos que contem o componente-I.

Assim, o incremento de custo fixo a ser atribuído a todo caminho entrada-saída mínimo contendo o componente-I tem para expressão:

$$\Delta C_{T_h} = \frac{\Delta C_S}{N_{T_h}} \quad (4.9)$$

onde:

$N_{T_h}$  - é o número de caminhos entrada-saída contendo o componente-I.

Para o componente-I em cada caminho em que venha a aparecer, pode-se calcular um fator de seleção pela equação [17]:

$$FS_I^{T_h} = \frac{\Delta C_{T_h} / R_I}{dC_I / dR_I} \quad (4.10)$$

O fator de seleção deste mesmo componente-I com relação ao sistema todo, passa a ser:

$$\begin{aligned} FS_I &= N_{T_h} \cdot FS_I^{T_h} \\ &= N_{T_h} \cdot \frac{\Delta C_{T_h} / R_I}{dC_I / dR_I} \\ &= \frac{\Delta C_S / R_I}{dC_I / dR_I} \end{aligned} \quad (4.11)$$

pois:

$$\Delta C_S = N_{T_h} \cdot \Delta C_{T_h}$$

Pode-se interpretar o fator de seleção de um componente-I como um número relativo que mede o impacto das variações de custo do aumento da confiabilidade do componente no custo total do sistema. De fato, trata-se de identificar o componente que, para um incremento de custo fixo do sistema  $\Delta C_S$  qualquer, apresenta o menor produto confiabilidade-variação relativa de custo.

A equação (4.11) demonstra não ser necessária a determinação do número de caminhos entrada-saída mínimos,  $N_{T_h}$ , contendo o componente-I.

#### 4.3.7.1 - CÁLCULO DA DERIVADA DA FUNÇÃO CUSTO-CONFIABILIDADE DE UM COMPONENTE

Para obtenção do fator de seleção,  $FS_I$ , é necessário o cálculo da derivada da função custo-confiabilidade do componente.

No caso de função custo-confiabilidade contínua o cálculo se faz através da inclinação da tangente à curva, no ponto de interesse. Ocorre que no ponto mínimo da função ( $R_{I,MIN}$ ,  $C_{I,MIN}$ ) a derivada é zero e, conseqüentemente, na primeira iteração o fator de seleção teria valor tendente a infinito para todas as funções, igualando-as.

Para contornar esta situação e considerando-se que a solução desejada, em geral, está afastada deste ponto nos problemas usuais, propõe-se o deslocamento do valor inicial ( $R_{I,MIN}$ ,  $C_{I,MIN}$ ) para um ponto nas proximidades, dentro da região útil, no qual a derivada, finita e diferente de zero, dependerá do comportamento de cada função, permitindo obtenção de valores finitos para os  $FS_I$ 's.

Para isto, basta fazer:

$$R'_{I,MIN} = (1 + d) \cdot R_{I,MIN} \quad (4.12)$$

e

$$0 < d \leq 0,1$$

onde:

$d$  - é o valor percentual de deslocamento para a confiabilidade inicial do componente.

A proposta de um intervalo pequeno para variação do percentual de deslocamento, que garante se afastar do ponto mínimo da função para um ponto nas proximidades, dentro da região útil, garante não haver perda sensível da precisão com que se propõe trabalhar.

Para o percentual de deslocamento  $d$ , pode ser desejado arbitrar um valor constante ou valores diferentes para todos os componentes, já que não existem dificuldades de atribuição deste percentual e de realização do cálculo da nova confiabilidade para cada componente.

Desta forma, o cálculo do fator de seleção do componente na primeira iteração se realiza normalmente através da equação (4.11), usando  $R'_{I,MIN}$  em substituição a  $R_I$ .

Este deslocamento da confiabilidade do componente, realizado somente na primeira iteração, é usado apenas para calcular o fator de seleção, retomando-se os valores mínimos de confiabilidade e custo do componente, ao qual fica associado o fator de seleção correspondente ao valor deslocado de confiabilidade.

No caso de função custo-confiabilidade discreta a derivada é obtida pela inclinação da reta que liga dois valores

consecutivos da função, como ilustrado na Figura 4.7. Assim,

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{dC_M}{dR_M} \\ &\approx \frac{\Delta C_M}{\Delta R_M} \end{aligned} \tag{4.13}$$

onde:

$$\Delta C_M = C_N - C_M$$

$$\Delta R_M = R_N - R_M$$

Da equação (4.12), obtém-se:

$$\frac{dC_M}{dR_M} = \frac{C_N - C_M}{R_N - R_M} \tag{4.14}$$

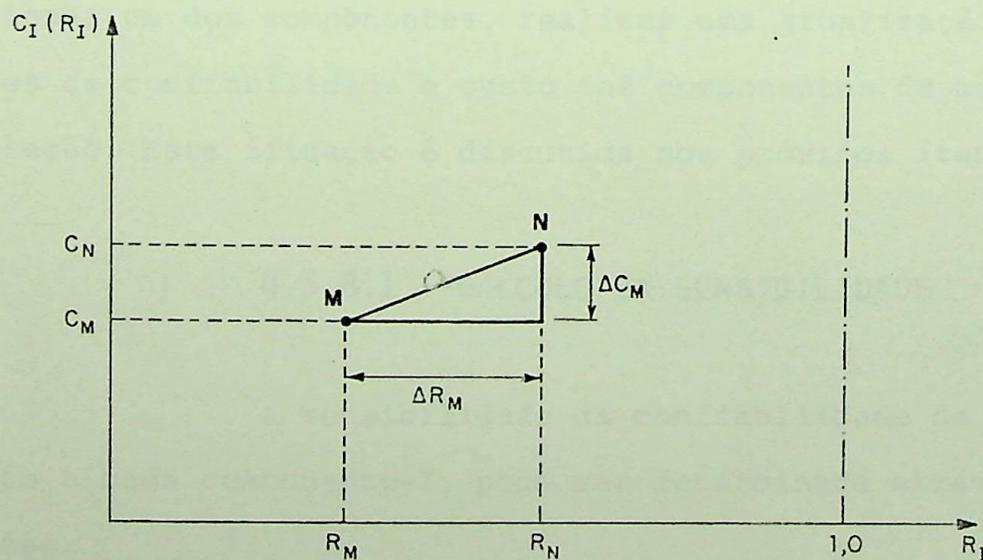


Fig. 4.7 - Derivada da função  $C_I = f(R_I)$ , discreta, no ponto M.

#### 4.3.8 - IDENTIFICAÇÃO DO COMPONENTE DE MAIOR ATUAÇÃO

O componente de maior atuação no sistema, a cada iteração, é aquele com maior fator de seleção.

Caso haja mais de um componente com o mesmo fator de seleção propõe-se o uso da sensibilidade,  $S_I$ , como segundo critério de seleção.

A ocorrência de fatores de seleção iguais pode ocorrer fortuitamente ao longo da iteração, ou pode ser constante, devido a componentes redundantes iguais, por exemplo.

No primeiro caso a escolha do componente de maior atuação recai sobre aquele em relação ao qual o sistema apresenta maior variação de confiabilidade com menor variação de custo, o que é demonstrado pela maior sensibilidade.

No segundo caso pode ser conveniente, ao invés de selecionar um dos componentes, realizar uma atualização parcial dos valores de confiabilidade e custo dos componentes de mesmo fator de seleção. Esta situação é discutida nos próximos itens.

##### 4.3.8.1 - CÁLCULO DA SENSIBILIDADE

A sensibilidade da confiabilidade do sistema em relação a cada componente-I, pode ser determinada através das expressões:

$$S_I = \begin{cases} \sum_{I \in C_i} \frac{Q_{C_i}}{(1 - R_I)} & \\ 0 & , I \notin C_i \end{cases} \quad (4.15)$$

onde:

$$Q_{C_i} = \prod_{k=1}^N (1 - R_k)$$

$$k \in C_i$$

$C_i$  - corte mínimo genérico,  $i = 1, 2, 3, \dots, k$

$k$  - número total de cortes minimais

conforme discutido no item (4.3.4).

ou,

$$S_I = \frac{dR_S}{dR_I}$$

$$\approx \frac{\Delta R_S}{\Delta R_I} \quad \left| \quad \Delta R_I \ll R_I \right. \quad (4.16)$$

#### 4.3.9 - DETERMINAÇÃO DA SOLUÇÃO SUBÓTIMA

Identificado o componente de maior atuação determina-se o incremento de confiabilidade que lhe será atribuído:

$$\Delta R_I = FS_I \cdot R_I \quad (4.17)$$

A confiabilidade atualizada do componente é obtida:

$$R'_I = R_I + \Delta R_I \quad (4.18)$$

O custo atualizado do componente é obtido atualizando-se o custo da iteração anterior pelo valor  $\Delta C_S$ :

$$C'_I = C_I + \Delta C_S \quad (4.19)$$

Com estes novos valores de confiabilidade e custo do componente, faz-se a atualização dos valores de confiabilidade e custo do sistema, os quais são comparados, a cada nova atualização, aos requisitos de confiabilidade desejada e de custo máximo do sistema, respectivamente.

Porém, ao se atualizar o custo da confiabilidade do componente pela equação (4.19), tal como proposto na literatura existente, estar-se-á atribuindo um erro de custo à confiabilidade do componente, a cada nova atualização.

Das equações (4.17) e (4.11):

$$\Delta R_I = \frac{\Delta C_S}{dC_I/dR_I}$$

ou,

$$\frac{\Delta C_S}{\Delta R_I} = \frac{dC_I}{dR_I} \quad (4.20)$$

Da Figura 4.8 pode-se observar que, fixado  $\Delta C_S$ , o  $\Delta R_I$  a ser aplicado como incremento de confiabilidade ao componente de maior atuação corresponde a:

$$\Delta R_I = R_B - R_A \quad (4.21)$$

Atualizar o custo da confiabilidade  $R_B$  como proposto na literatura [17], significa estar atribuindo custo  $C_B$  a  $R_B$ , isto equivale a estar operando no ponto B da aproximação linear. Os

valores  $(R_B, C_B)$  usados para representar a nova atualização do ponto A estão fora da realidade, pois a aproximação linear usada assegura valor realista de confiabilidade, mas não atribue a este o valor de custo correspondente, que pela curva original deveria corresponder ao custo  $C_D$ . A variação de custo  $\Delta C'_S$ , maior que  $\Delta C_S$ , seria a variação de custo mais realista a ser utilizada.

No entanto, para satisfazer a variação de custo  $\Delta C_S$  desejada para cada iteração seria necessário determinar o ponto E sobre a curva original.

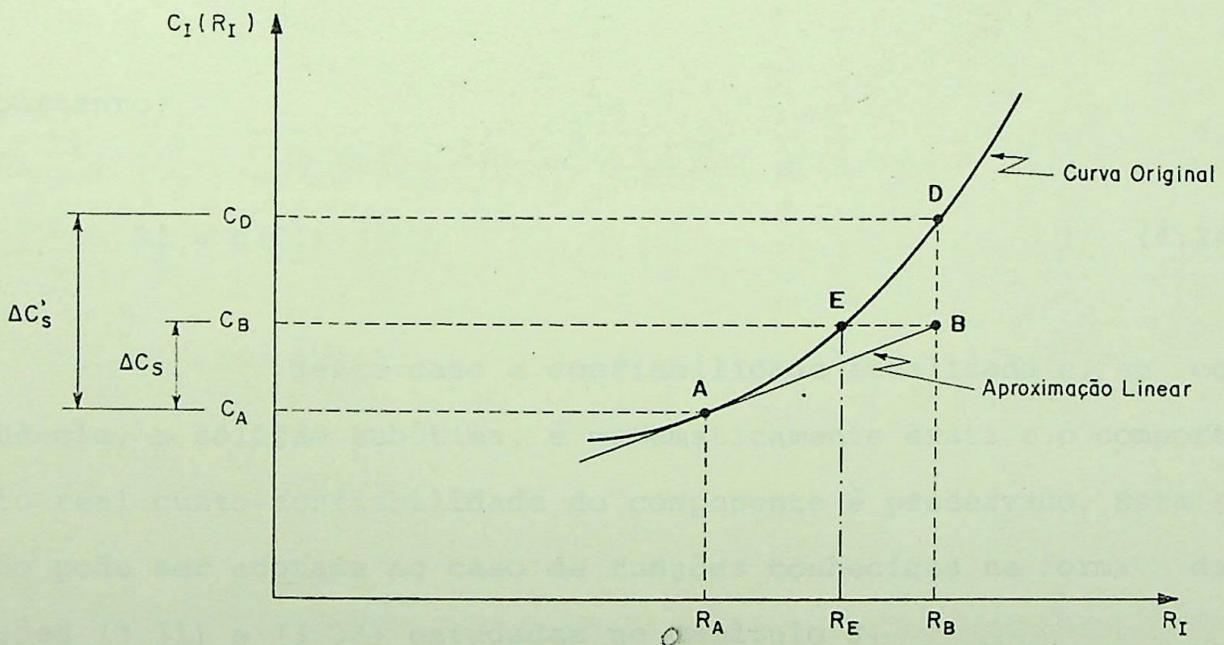


Fig. 4.8 - Discrepância entre as Atribuições de Custos dos Pontos B e D à Confiabilidade do Componente.

Propõe-se uma das alternativas seguintes para remoção ou redução da discrepância entre a solução obtida pela aproximação

mação linear e aquela da curva original.

1ª alternativa: representar a função custo-confiabilidade válida para o componente na forma de função inversa, confiabilidade-custo:

$$R_I = g(C_I) \quad (4.22)$$

A atualização da confiabilidade do componente é função do custo correspondente ao ponto-E, curva original, na Figura 4.8:

$$C_I' = C_I + \Delta C_I \quad (4.23)$$

e, portanto,

$$R_I' = g(C_I') \quad (4.24)$$

Neste caso a confiabilidade atualizada e, em consequência, a solução subótima, é matematicamente exata e o comportamento real custo-confiabilidade do componente é preservado. Esta solução pode ser adotada no caso de funções conhecidas na forma das funções (3.31) e (3.33) estudadas no Capítulo 3.

Sua desvantagem está em não ser necessário usar expressões exatas, aumentando a complexidade computacional, uma vez que os dados custo-confiabilidade são, em geral, bastante difíceis de serem obtidos com boa precisão.

2ª alternativa: atualizar o custo da confiabilidade do componente utilizando-se do ponto-D, curva original, na Figura 4.8.

Para a confiabilidade do componente atualizada conforme equação (4.18), tem-se o custo correspondente:

$$C'_I = C_I + \Delta C'_S \quad (4.25)$$

Isto equivale à utilização da função custo-confiabilidade válida para o componente, curva original, com a entrada do valor atualizado de confiabilidade  $R'_I = R_B$  obtido na iteração.

O inconveniente da solução está na determinação de incremento de custo,  $\Delta C'_S$ , a cada iteração, superior a  $\Delta C_S$ , envolvendo grandes discrepâncias particularmente na região de baixas confiabilidades. Ao fazer convergir rapidamente o algoritmo reduzindo o número de iterações, o procedimento pode impedir a análise de muitos componentes.

Como vantagem ressalta a correspondência da solução atingida com a realidade.

3ª alternativa: utilizar uma aproximação linear, como ilustrado na Figura 4.9, para a região envolvida na iteração (curva compreendida entre os pontos A-D) e, a partir da variação  $\Delta C_S$  determinada, obter a nova confiabilidade aproximada ( $R'_M = R'_P$ ) do ponto-E através das expressões:

$$\begin{aligned} C'_I(R'_I) &= a_0 + a_1 \cdot R'_I \\ &= C_I + \Delta C_S \end{aligned} \quad (4.26)$$

onde:

$C'_I(R'_I)$  - é o custo da confiabilidade aproximada,  $R'_I$ , no ponto-P.

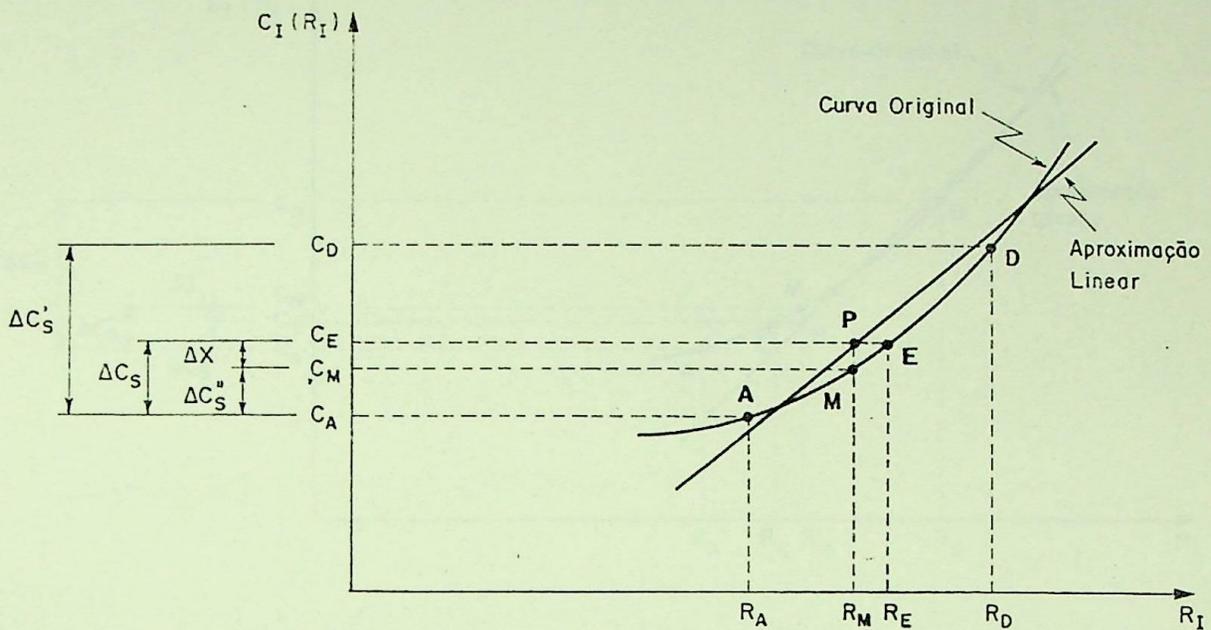


Fig. 4.9 - Obtenção do Ponto-E Desejado a Partir da Linearização da Curva A-D.

O ponto-P é obtido da interseção da aproximação linear com o valor do custo na nova iteração,  $C_I' = C_E$ , estabelecendo a confiabilidade aproximada  $R_I' = R_M = R_P$ ; que por sua vez, levando à função custo-confiabilidade válida para o componente, fornece  $C_I' = f(R_I')$ , que é o valor de custo desejado, correspondente ao ponto-M, aproximação do ponto-E.

A escolha da reta a ser usada como aproximação da função  $C_I(R_I)$  tem que ser cuidadosa, pois, como mostrada na Figura 4.10, uma reta inadequada pode levar à obtenção do ponto-P que provocará aumento de custo superior a  $\Delta C_S$ .

Por outro lado, a aplicação de método de regressão linear, como o dos mínimos quadrados minimax, etc., pode acarretar mau condicionamento da solução numérica (divisão por zero, etc).

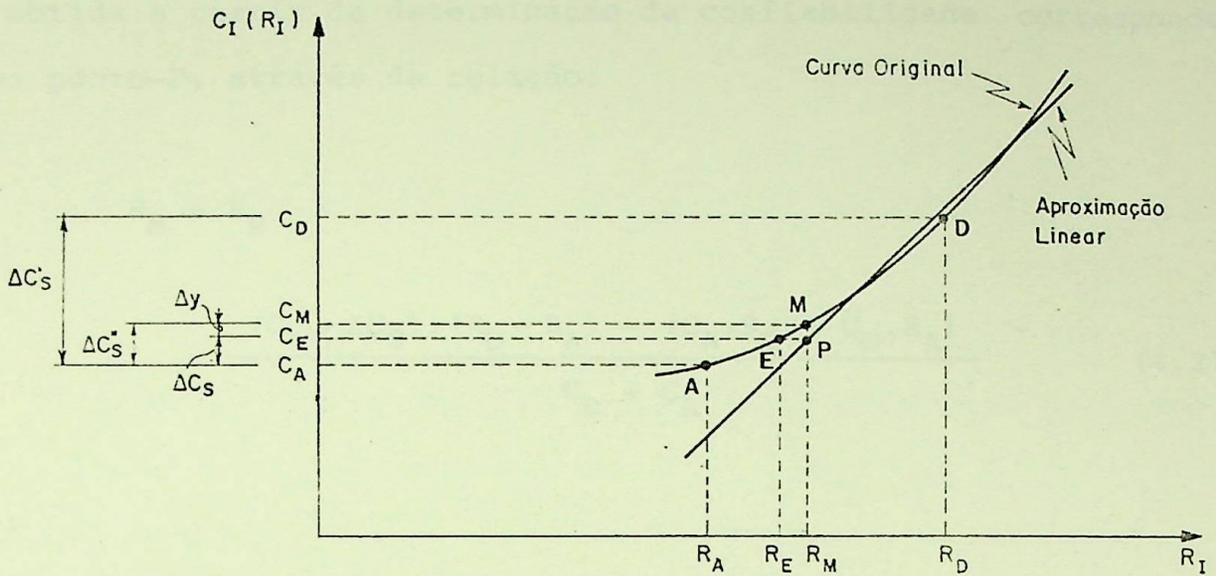


Fig. 4.10 - Retã Inadequada à Aproximação da Função  $C_I(R_I)$ .

Propõe-se, para eliminar estes inconvenientes, que seja usada a reta ligando os pontos A-D que, por sua posição relativa e graças à concavidade da função, fornecerá variação de custo igual ou inferior a  $\Delta C_S$ . A Figura 4.11 ilustra a afirmativa.

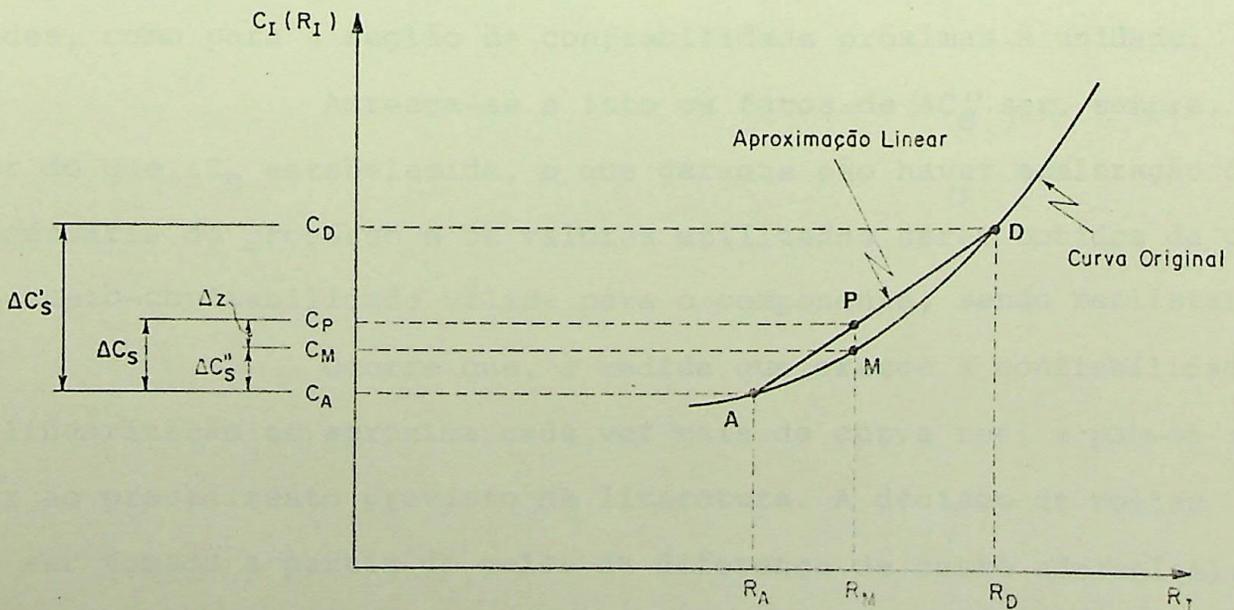


Fig. 4.11 - Linearização Proposta da Curva A-D.

A confiabilidade correspondente ao ponto-M pode ser obtida a partir da determinação da confiabilidade correspondente ao ponto-P, através da relação:

$$R_M = R_P = \frac{(C_A + \Delta C_S) \cdot (R_D - R_A) - (C_A \cdot R_D - C_D \cdot R_A)}{C_D - C_A} \quad (4.27)$$

onde:

$R_M = R_P$  - é a confiabilidade associada aos pontos P (aproximação linear) e M(curva original).

Entrando com este valor na função custo-confiabilidade, curva original, obtém-se o valor real de custo correspondente a esta confiabilidade,  $R_M$ .

A vantagem principal desta proposição está no fato de apresentar boa precisão tanto para a região onde as discrepâncias são elevadas, nas proximidades da região de baixas confiabilidades, como para a região de confiabilidade próximas à unidade.

Acresça-se a isto os fatos de  $\Delta C_S''$  ser, sempre, menor do que  $\Delta C_S$  estabelecido, o que garante não haver aceleração desnecessária do processo e os valores utilizados serem obtidos da curva-custo-confiabilidade válida para o componente, sendo realistas.

Ocorre que, à medida que cresce a confiabilidade, a linearização se aproxima cada vez mais da curva real e pode-se voltar ao procedimento previsto na literatura. A decisão de voltar pode ser tomada a partir do valor da diferença de custo admissível por iteração:

$$\frac{\Delta C'_S - \Delta C_S}{\Delta C_S} \leq \beta \quad (4.28)$$

onde:

$\beta$  - percentual de variação admissível a ser especificado.

Uma análise comparativa das três alternativas leva à conclusão de que esta última, com as modificações propostas, apresenta maior conveniência: é de fácil implementação, provê resultados realistas e garante variações de custo, a cada iteração, não superiores à estabelecida inicialmente.

#### 4.3.10 - DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL

Escolhida a forma de atualização da confiabilidade e, por conseguinte, do custo do componente selecionado a cada iteração, faz-se a atualização da confiabilidade e do custo do sistema.

Caso a iteração venha a implicar violação do requisito de custo máximo, estar-se-á na solução subótima procurada, a qual passa a constar dos valores de confiabilidades e custos dos componentes e do sistema, obtidos na iteração anterior à que resultou em violação.

Caso o requisito de custo máximo seja satisfeito quando atingida a confiabilidade desejada,  $R_{S,DES}$ , se estabelecerá a solução ótima parcial.

Havendo conveniência de maior precisão, pode ser

feita uma realocação da confiabilidade com a utilização de um valor menor de  $\Delta C_S$ , a fim de que uma solução mais refinada seja conseguida.

Atingida a situação de custo máximo satisfeito, confiabilidade desejada atendida e precisão adequada, tem-se que a solução ótima parcial é a solução ótima desejada. Neste caso, não é acionada a segunda etapa do algoritmo proposto.

Caso haja interesse em maximizar a confiabilidade do sistema a custo mínimo, isto é, acionar a segunda etapa do algoritmo proposto, propõe-se a elevação cuidadosa do valor de  $\Delta C_S$ . Neste caso, a variação de custo  $\Delta C_S$  provocará aumento de custo, a cada iteração, que acelera o processo de alocação, permitindo acionar a segunda etapa do algoritmo.

#### 4.3.11 - DECISÕES DE PROJETO CONSIDERANDO A CONDIÇÃO FUNCIONAL DOS COMPONENTES

O procedimento se aplica a sistemas com topologia constituída de componentes com funções custo-confiabilidade contínuas, discretas e mistas.

O procedimento presta-se também, para analisar sistemas com topologia constituída de componentes iguais com funções iguais ou diferentes no sistema. Por razões de ordem técnica e econômica (economia de escala, facilidades de projeto e desenvolvimento, de montagem, de manutenção, de estoque, por exemplo, pode ser conveniente manter valores de custo e confiabilidade iguais ao longo da alocação. O mesmo ocorre nos casos de simetria topológica. Nestes casos basta ratear o  $\Delta C_S$  inicialmente estabelecido, igualmente entre todos os componentes nesta situação. Não havendo conveniência

de manter a igualdade os fatores de seleção e as sensibilidades podem ser empregados para diferenciá-los.

Pelas mesmas razões, caso dois ou mais componentes diferentes venham a apresentar fatores de seleção e sensibilidades iguais podem ser tratados igualmente na correspondente iteração, realizando-se, também, o rateio do  $\Delta C_S$  correspondente à iteração entre estes componentes. Persistindo a igualdade entre os  $FS_I$ 's e os  $S_I$ 's dos componentes ter-se-á, ao final do processo de alocação subótima, estes componentes operando sob as mesmas condições. Caso a igualdade não mais se repita em iterações subsequentes, ao final do processo de alocação subótima ter-se-á estes componentes operando sob diferentes condições.

#### 4.3.12 - CONSIDERAÇÕES ESPECÍFICAS PARA COMPONENTES COM FUNÇÃO DISCRETA

A cada iteração, ao ser identificado o componente de maior atuação como sendo um componente com função custo-confiabilidade discreta, realiza-se uma análise das possíveis alternativas confiabilidade-custo deste componente, a fim de verificar se a possível mudança de situação de operação violaria o requisito de custo máximo, que o eliminaria de qualquer análise posterior, congelando-se seus valores de confiabilidade e custo na situação atual.

A atualização dos valores de confiabilidade e de custo destes componentes realiza-se normalmente quando um destes componentes é identificado como o de maior atuação no sistema, seja pelo fator de seleção ou pela sensibilidade. A atualização é feita independentemente do valor de acréscimo  $\Delta C_{I,D}$ , pois, por se apresen

tar como sendo o componente de maior atuação continuará nesta condi  
ção em todas as iterações subsequentes enquanto não tiver sua con  
fiabilidade incrementada.

Como o fator de seleção decresce com qualquer atua  
lização de valor de confiabilidade, o fato de ser o componente de  
maior fator de seleção garante que qualquer componente ou combina  
ção possível de componentes que venham a ter suas confiabilidades  
atualizadas apresentará maior variação de custo para variação igual  
de confiabilidade independentemente do número de iterações realiza  
das. Com isto fica garantida a necessidade de atualizar a confiabi  
lidade do componente com função custo-confiabilidade discreta, inde  
pendentemente da variação de custo que venha a apresentar.

Caso as atualizações da confiabilidade e do custo  
não violem o requisito de custo máximo e nem atinjam a confiabilida  
de desejada, o procedimento continua após a atualização do fator de  
seleção do componente com função custo-confiabilidade discreta de  
maior atuação no sistema.

Se houver atingimento da confiabilidade desejada  
sem ocorrer a violação do requisito de custo máximo, a solução sub  
ótima está atingida e se constitui na solução ótima parcial.

Deve-se ressaltar que se o componente com função custo-  
-confiabilidade discreta estiver associado a outros componentes em  
redundância ativa ou em simetria, não tem sentido físico realizar o  
rateio do  $\Delta C_S$ . Por outro lado, pelas razões técnicas e econômicas  
já citadas devem ser realizadas as atualizações dos valores de con  
fiabilidades e custos dos componentes em redundância ativa ou em si  
metria. Poderá ser inviabilizada a atualização pela violação do re  
quisito de custo máximo caso os  $\Delta C_{I,D}$ 's ou o número de componentes

em redundância ativa ou em simetria sejam suficientemente grandes.

Deve ser ressaltado, também, que caso existam entre os componentes com funções custo-confiabilidade discreta dois ou mais componentes com fatores de seleção iguais em determinada iteração, far-se-á necessário o emprego do segundo critério de seleção, a sensibilidade. Caso verificada a superioridade da sensibilidade de um dos componentes em relação aos demais, realiza-se a atualização dos valores de confiabilidade e custo deste componente. Caso se verifique sensibilidade igual para estes componentes, far-se-á necessário verificar a viabilidade de atualização simultânea dos valores de confiabilidade e custo para estes componentes, cessando a atualização a partir do componente para o qual ocorrer a violação do requisito de custo máximo.

#### 4.3.13 - FLUXOGRAMA DE ALOCAÇÃO SUBÓTIMA

A discussão contida nos sub-ítems anteriores está ilustrada no fluxograma das Figuras 4.12.

### 4.4 - ETAPA DE ALOCAÇÃO ÓTIMA

#### 4.4.1 - DESCRIÇÃO E CONSIDERAÇÕES DE ORDEM GERAL

Nesta etapa a solução ótima desejada é obtida a partir da melhoria da solução subótima, através do algoritmo de AGGARWAL [6], com a finalidade de refinar, quando possível, a solução subótima obtida pelo procedimento proposto no item anterior.

Considerar-se-á que:

- a) a solução subótima é viável e tem custo total que se aproxima tanto quanto se queira do valor do requisito de custo máximo do sistema, bastando para isto que se estabeleça o valor  $\Delta C_S$  correspondente;
- b) se o sistema apresentar componentes com funções custo-confiabilidade discretas ter-se-ã todas as possíveis atualizações destes componentes esgotadas na etapa de alocação subótima;
- c) o incremento de custo, na etapa atual, decorrerã apenas da melhoria simultânea dos componentes com funções custo-confiabilidade contínuas; e,
- d) no caso de sistemas contendo somente componentes com funções custo-confiabilidade discretas a solução subótima encontrada se constitui na solução ótima e, portanto, esta etapa não se aplica.

#### 4.4.2 - DETERMINAÇÃO DA SOLUÇÃO ÓTIMA

O procedimento inicia-se com a determinação da diferença de confiabilidade,  $\Delta R_S$ , entre os valores do requisito de confiabilidade desejada e da confiabilidade do sistema obtido na solução subótima. Nas iterações subsequentes, o valor da confiabilidade do sistema é aquele da última iteração.

A expressão que permite o cálculo de  $\Delta R_S$ , a cada iteração é:

$$\Delta R_S = R_{S,DES} - R_S \quad (4.29)$$

onde:

$R_S$  - é o valor da confiabilidade do sistema obtido em iteração anterior.

O coeficiente de ajuste da confiabilidade dos componentes correspondente à iteração, pode ser obtido de:

$$\alpha = \Delta R_S / \sum_{i=1}^N S_I^2 \quad (4.30)$$

onde:

$S_I$  - é a sensibilidade de  $R_S$  em relação a  $R_I$ .

O incremento da confiabilidade de cada componente é proporcional à sua sensibilidade:

$$\Delta R_I = \alpha \cdot S_I \quad (4.31)$$

A atualização das confiabilidades dos componentes é obtida por:

$$R_I' = R_I + \Delta R_I \quad (4.32)$$

onde:

$R_I'$  - é o valor atualizado da confiabilidade do componente;

$R_I$  - é o valor da confiabilidade do componente obtida na iteração anterior.

Na iteração inicial desta etapa o valor  $R_I'$  corponderá ao encontrado na solução subótima.

Dos valores de  $R_I'$  e das funções custo-confiabilidade correspondentes são obtidos os valores atualizados de custos

dos componentes; a partir destes é realizada a atualização dos valores de confiabilidade e custo do sistema, que são comparados aos valores dos requisitos de confiabilidade desejada e de custo máximo do sistema. Valores que vierem a satisfazer a estes requisitos, constituir-se-ão na solução ótima desejada.

Caso o requisito de confiabilidade desejada não seja atingido e o de custo máximo não seja violado, reinicia-se o processo.

Qualquer iteração que venha a causar violação do requisito de custo máximo é imediatamente anulada e, por consequinte, a solução obtida na iteração anterior se constituirá na solução de custo mínimo que, no entanto, não satisfaz ao requisito de confiabilidade desejada do sistema, não sendo solução do problema.

#### 4.4.3 - MONITORAMENTO DAS ITERAÇÕES

Como algumas funções custo-confiabilidade encontradas na literatura não satisfazem às condições necessárias estabelecidas no item 3.4, é necessário, neste caso, realizar monitoração dos valores de confiabilidade resultantes das atualizações, a cada iteração.

O monitoramento permite anular as atualizações de valores de confiabilidade dos componentes que se aproximarem, por valores estabelecidos, da unidade e, com isto, provocam violação do requisito de custo máximo do sistema, uma vez que o custo sobe rapidamente nesta região.

Identificada a tendência deve-se manter a atualização regular de confiabilidades e de custos dos demais componentes.

O monitoramento está ilustrado no fluxograma da Figura 4.13 e, para as funções custo-confiabilidade propostas neste trabalho não tem qualquer sentido.

#### 4.4.4 - FLUXOGRAMA DE ALOCAÇÃO ÓTIMA

A discussão contida nos subitens anteriores en contra-se ilustrada no fluxograma das Figuras 4.13.

#### 4.5 - ALGORÍTIMO DETALHADO

No Apêndice é apresentado o algoritmo detalhado cobrindo todos os aspectos discutidos do algoritmo proposto.

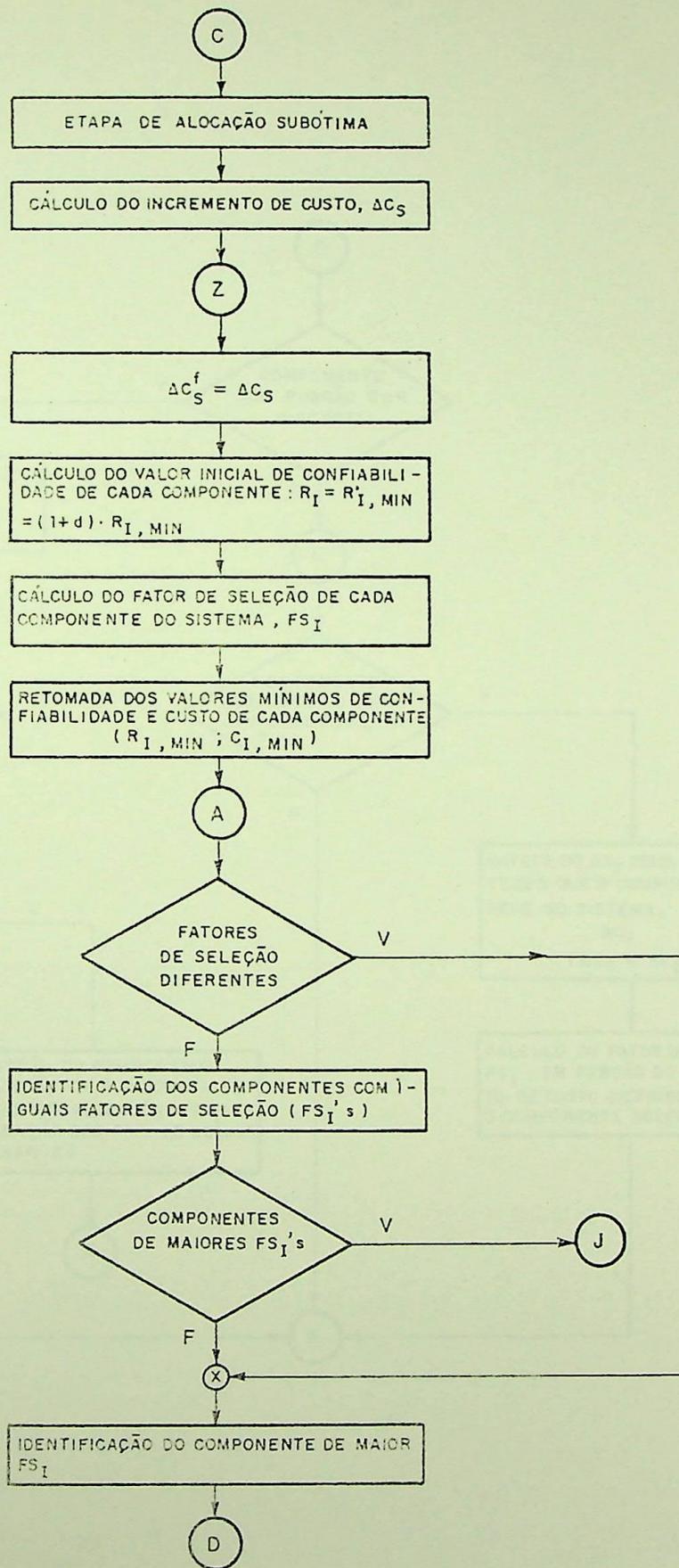


Fig. 4.12 - Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

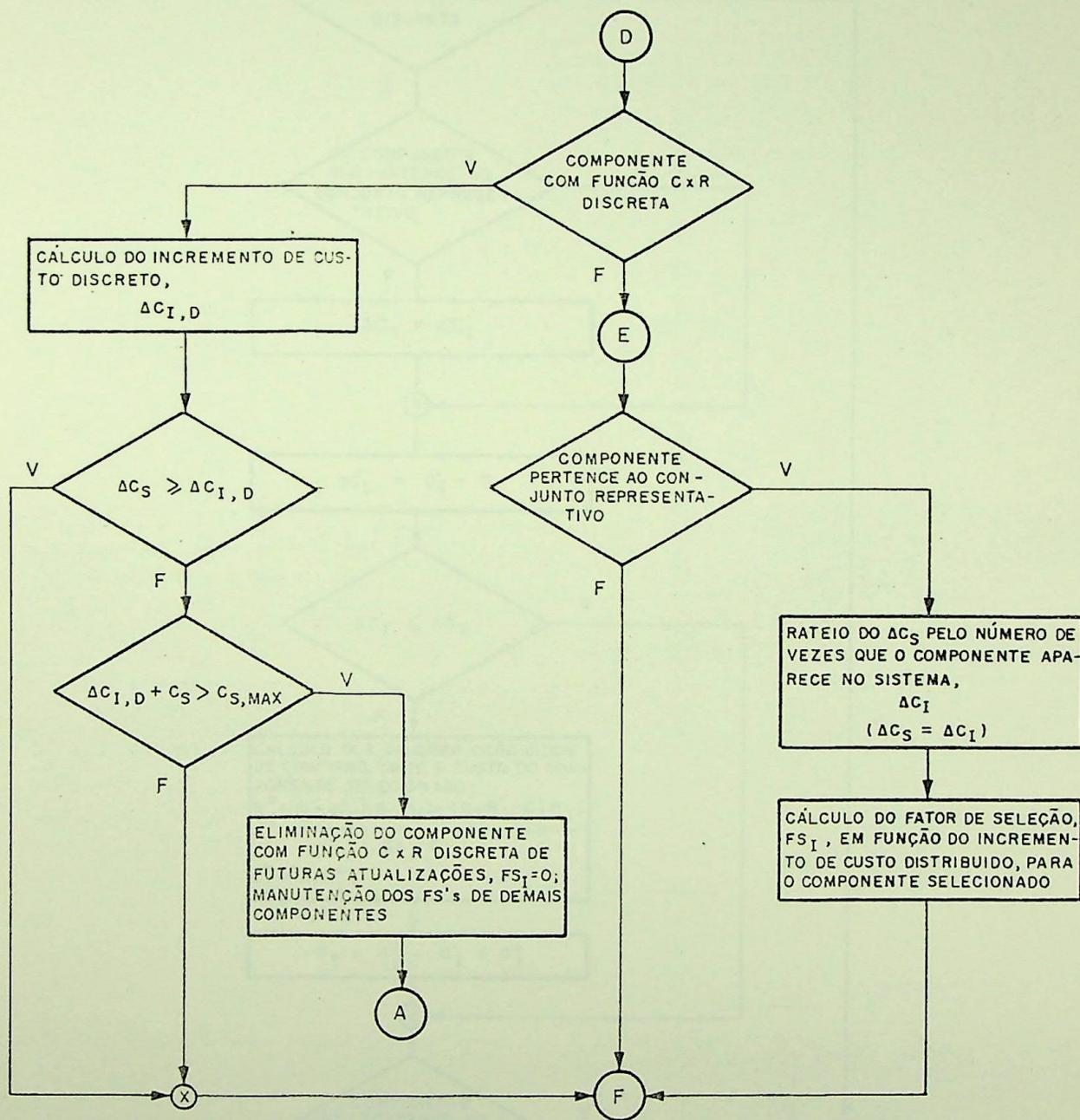


Fig. 4.12 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

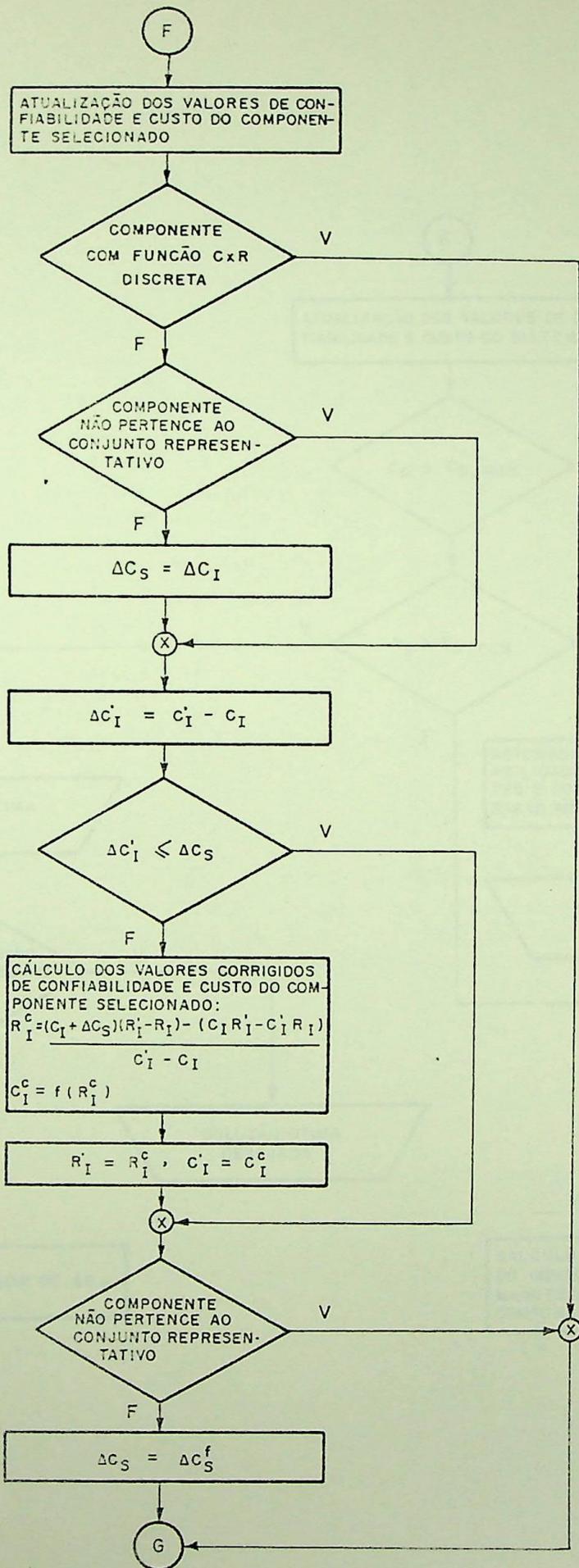


Fig. 4.12 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

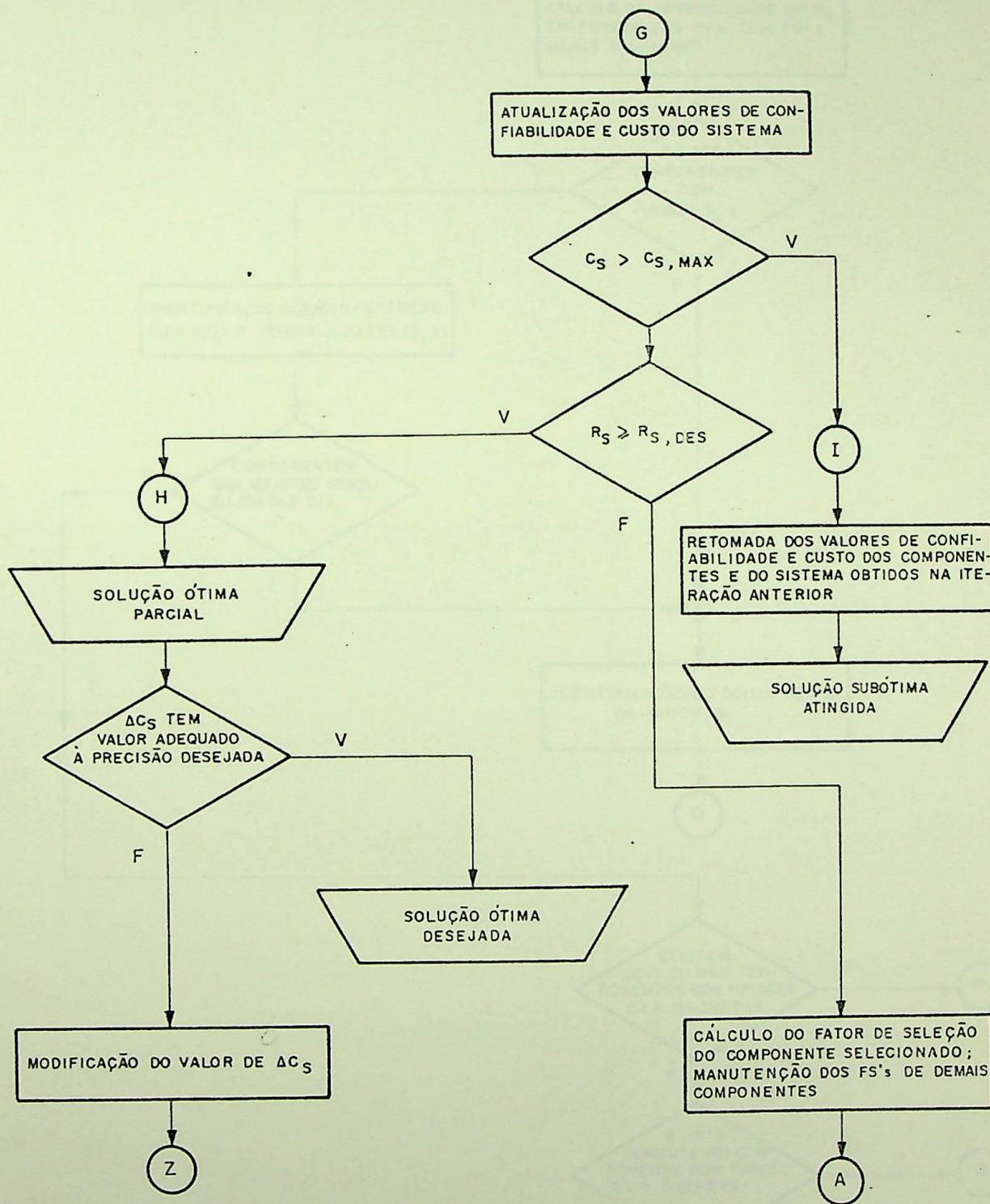


Fig. 4.12 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

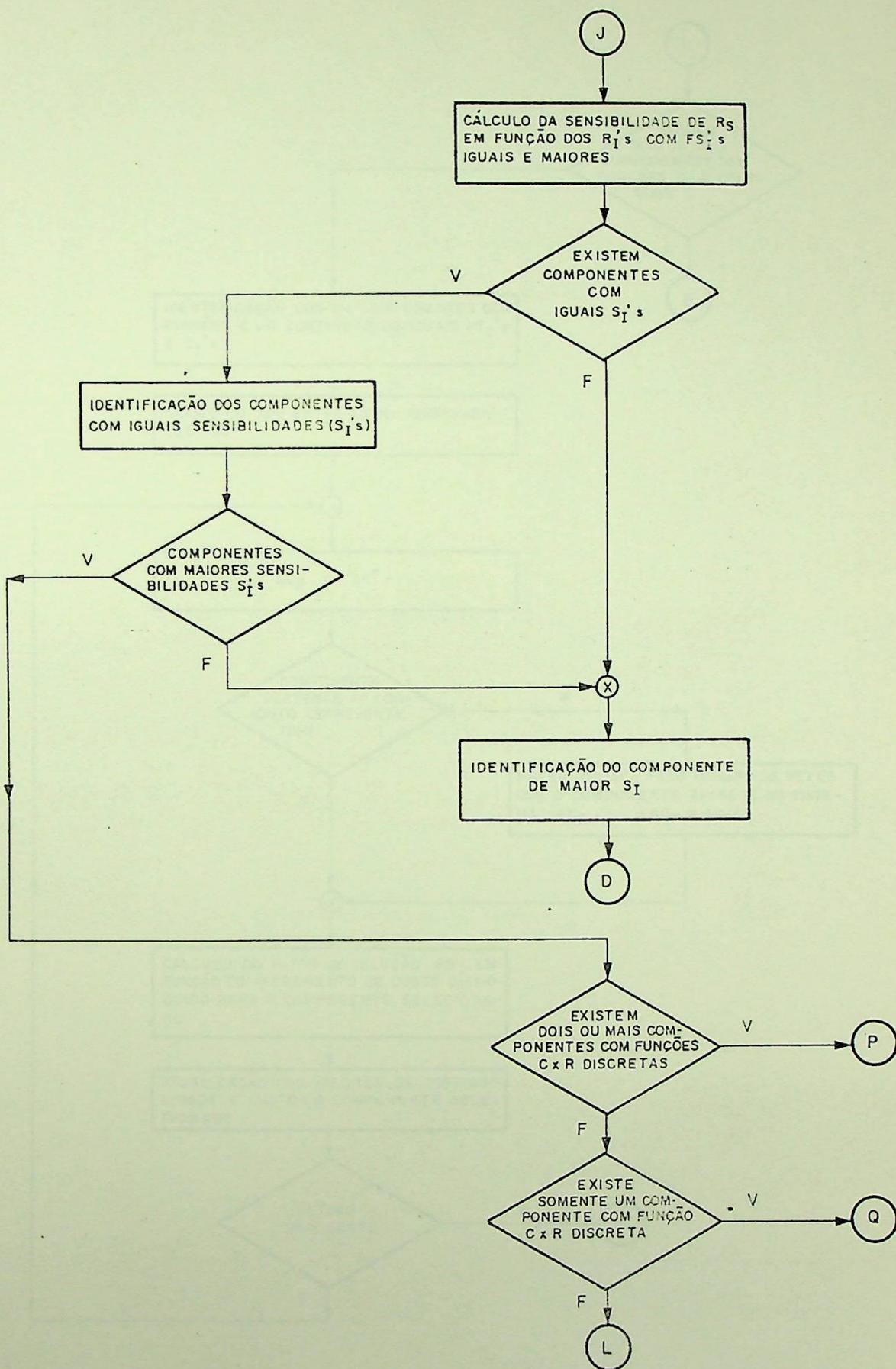


Fig. 4.12 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

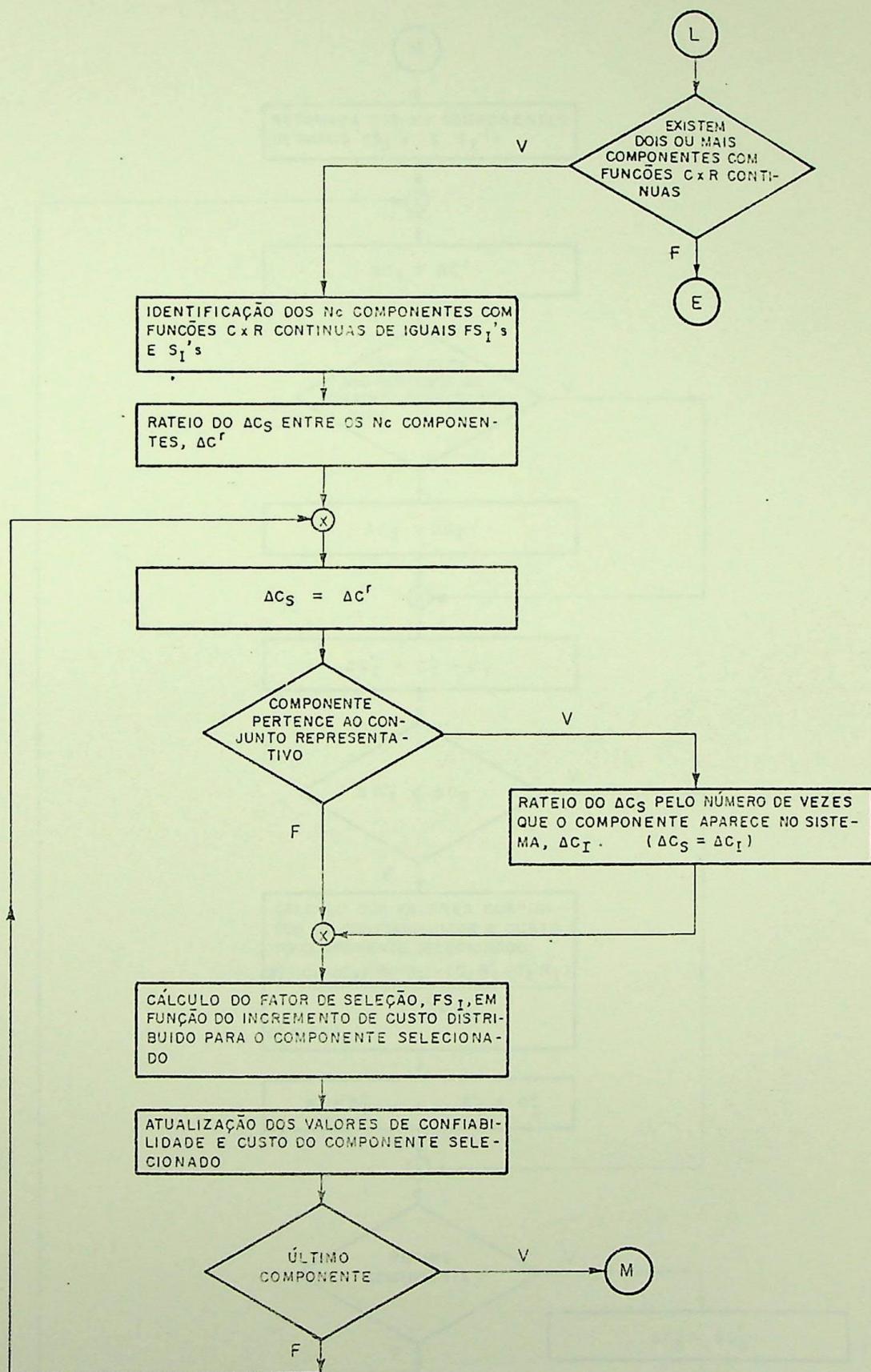


Fig. 4.12 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

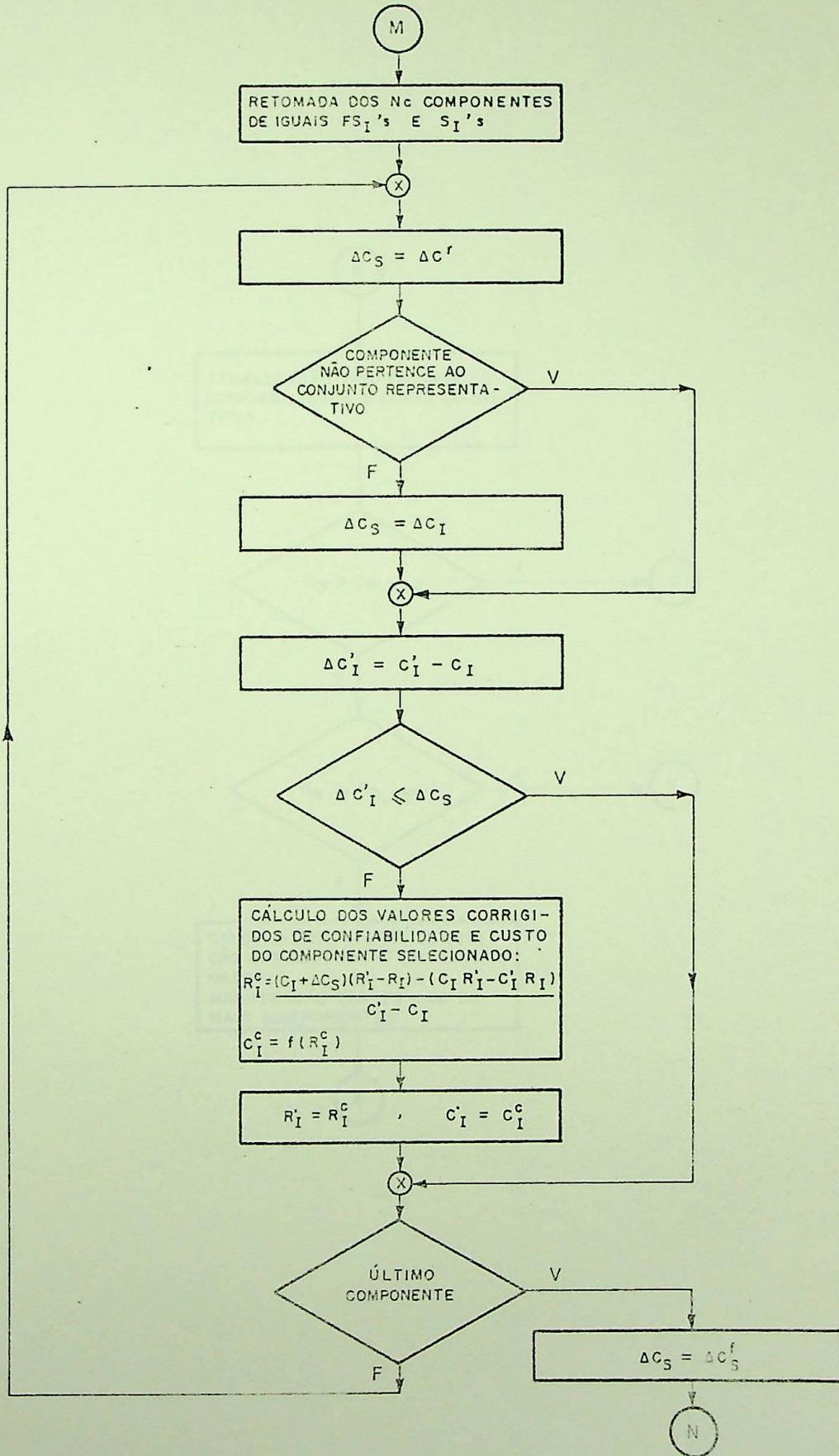


Fig. 4.12 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

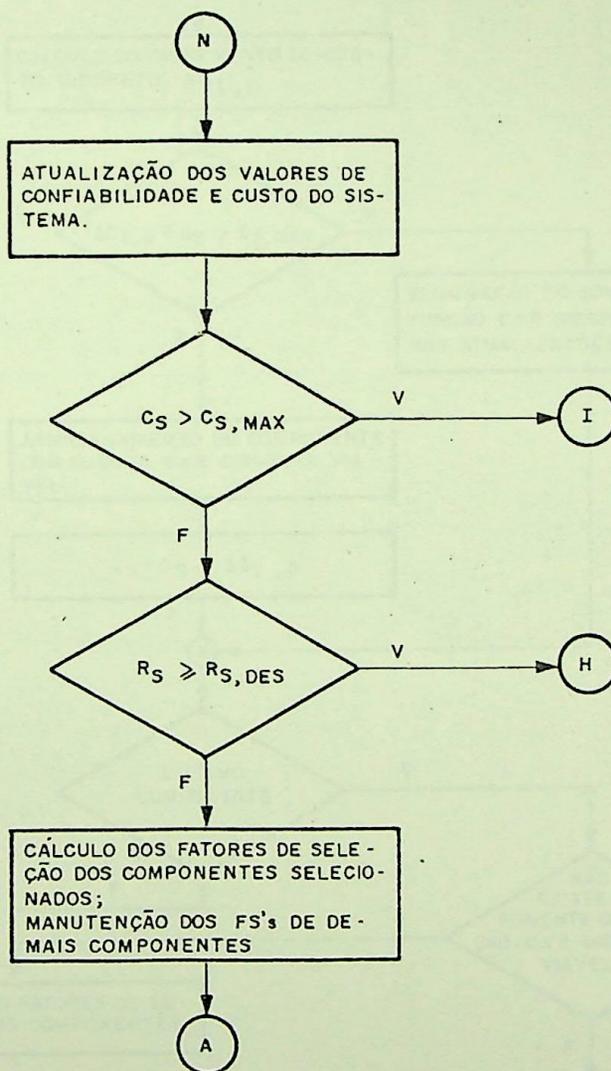


Fig. 4.12 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

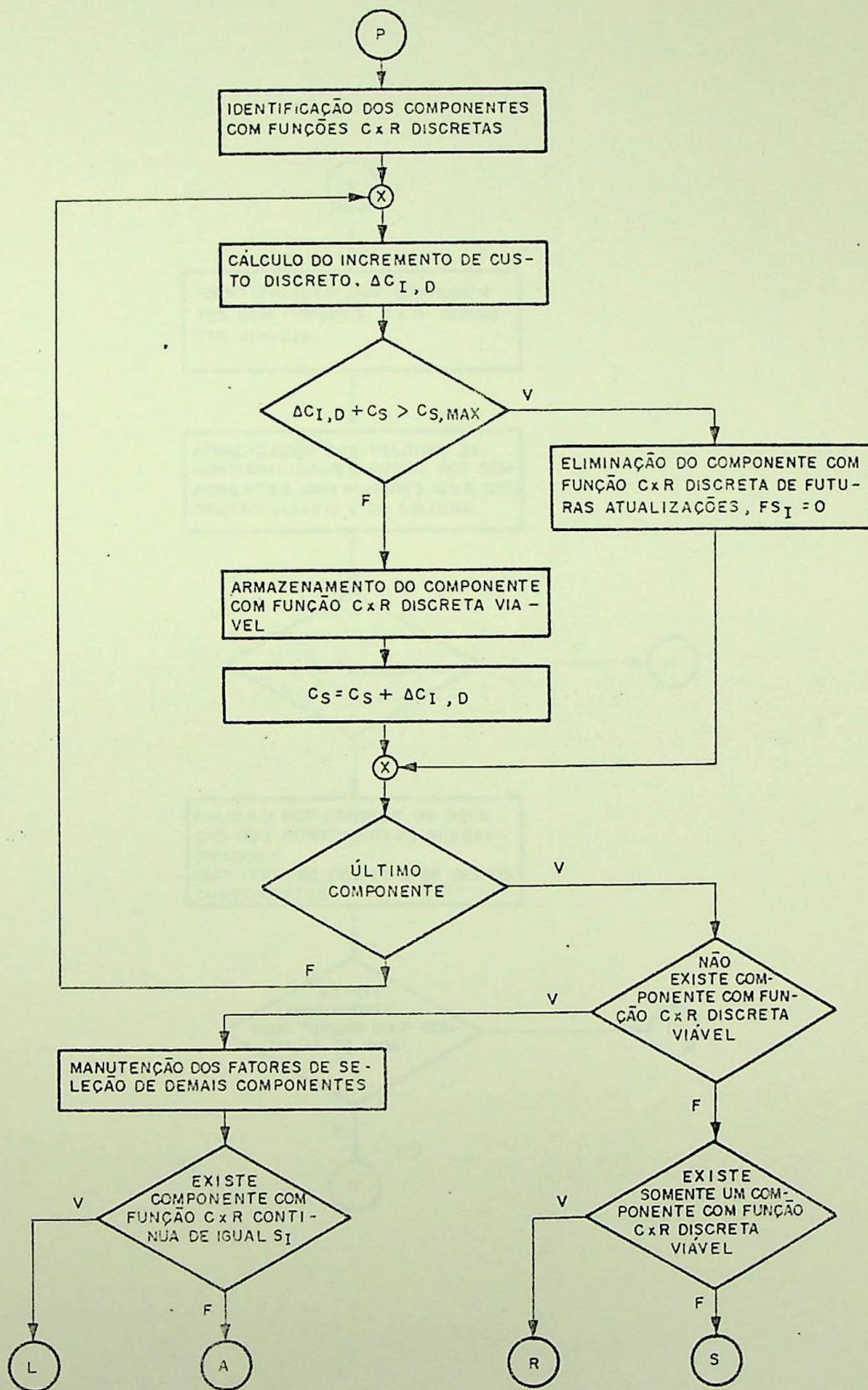


Fig. 4.12 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

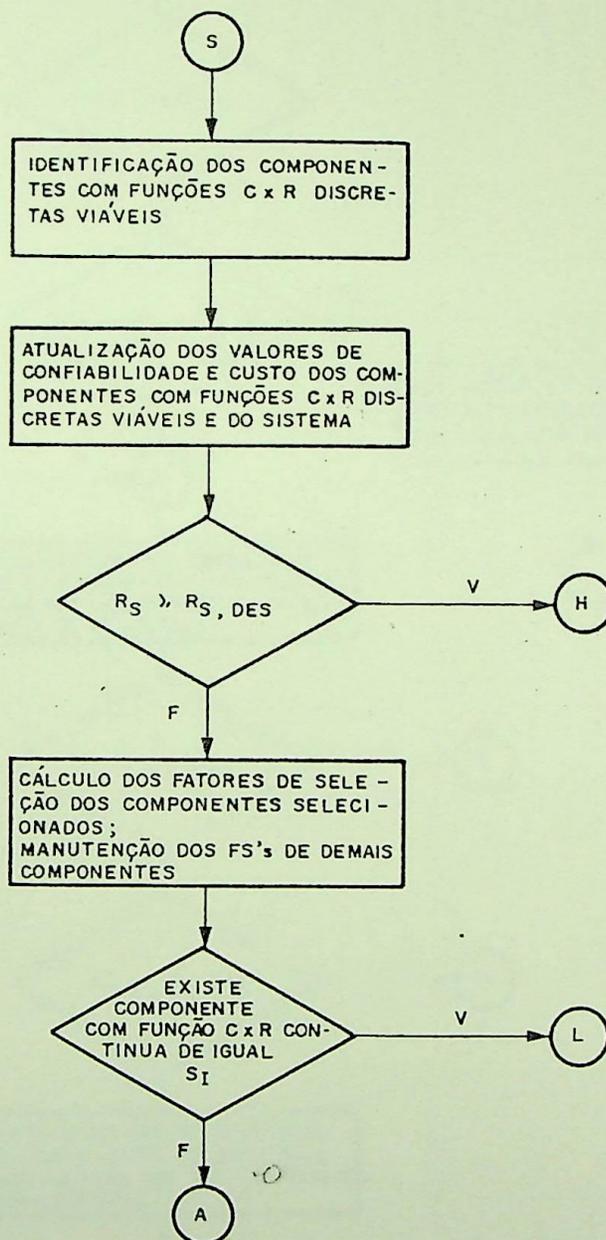


Fig. 4.12 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

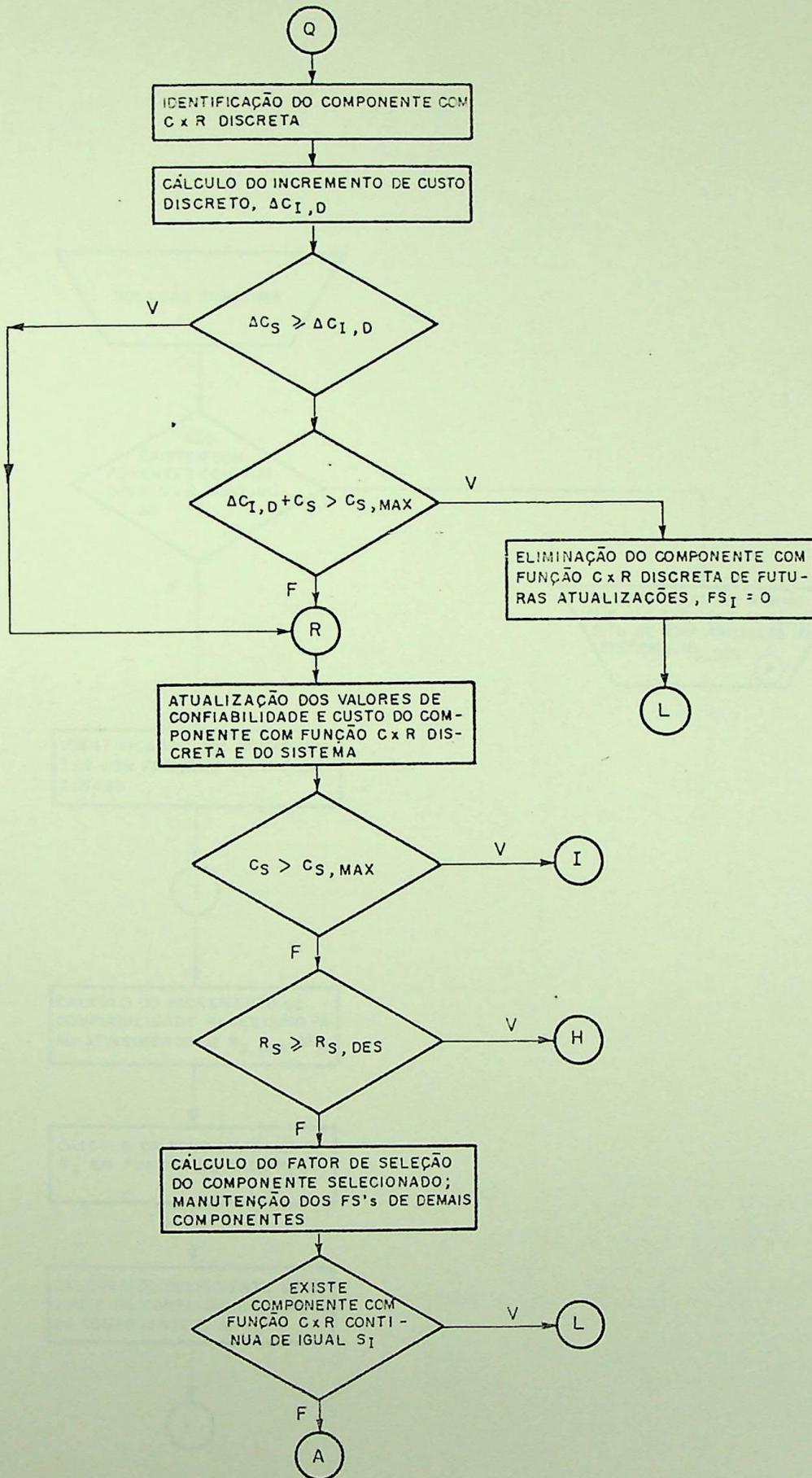


Fig. 4.12 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Subótima.

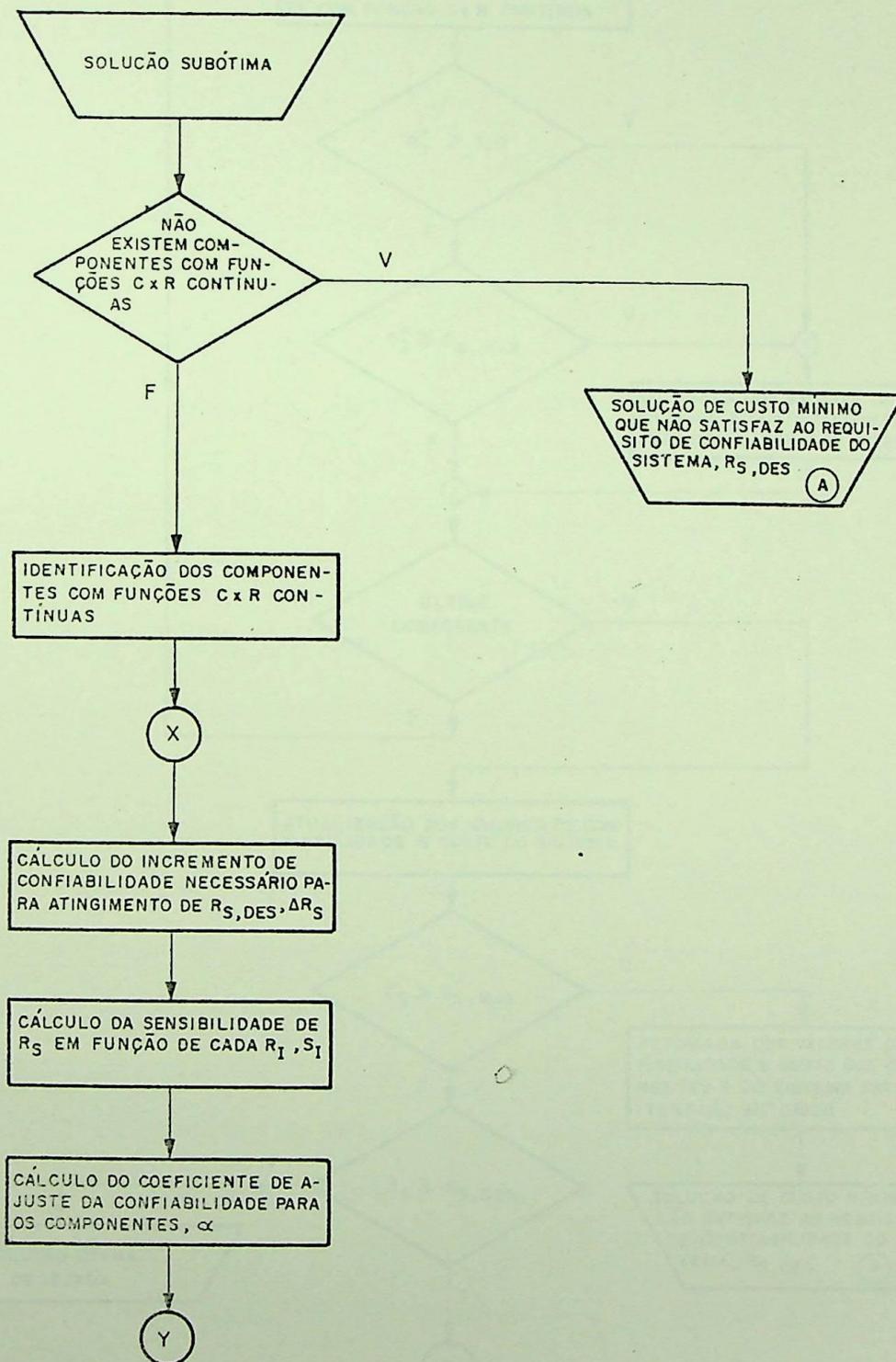


Fig. 4.13 - Fluxograma de Determinação da Solução Ótima.

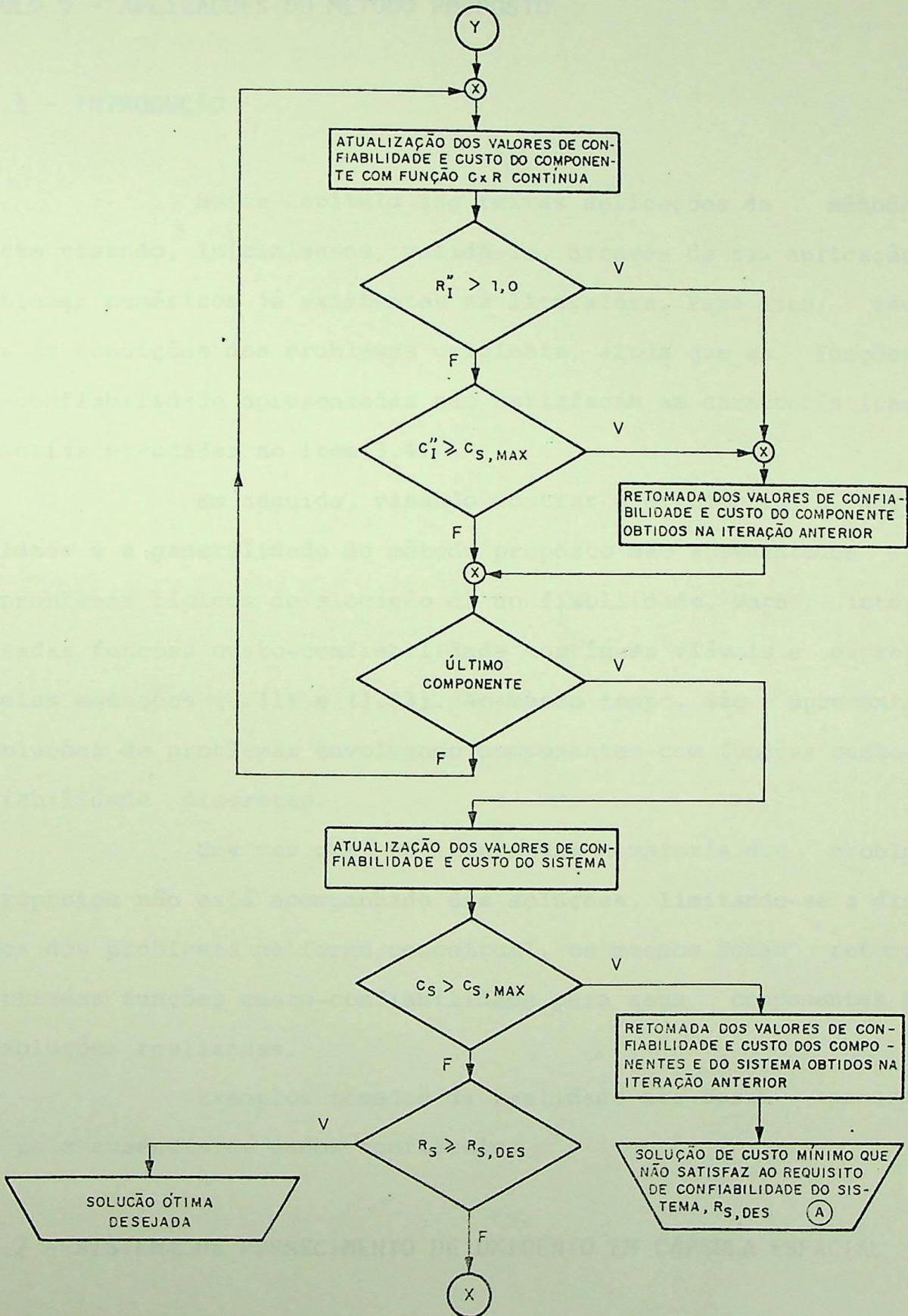


Fig. 4.13 - Continuação do Fluxograma de Determinação da Solução Ótima.

## CAPÍTULO 5 - APLICAÇÕES DO MÉTODO PROPOSTO

### 5.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo são feitas aplicações do método proposto visando, inicialmente, validá-lo, através de sua aplicação e problemas numéricos já existentes na literatura. Para isto, são usadas as condições dos problemas originais, ainda que as funções custo-confiabilidade apresentadas não satisfaçam as características necessárias estudadas no item 3.4.

Em seguida, visando mostrar a eficiência, a aplicabilidade e a generalidade do método proposto são apresentados alguns problemas típicos de alocação da confiabilidade. Para isto, são usadas funções custo-confiabilidade contínuas viáveis e expressas pelas equações (3.31) e (3.33). Ao mesmo tempo, são apresentadas soluções de problemas envolvendo componentes com funções custo-confiabilidade discretas.

Uma vez que na literatura a maioria dos problemas propostos não está acompanhada das soluções, limitando-se a discussões dos problemas na forma conceitual, os mesmos foram retomados, criadas funções custo-confiabilidade para seus componentes e suas soluções realizadas.

Exemplos tomados da realidade não foram apresentados pela ausência de dados confiáveis.

### 5.2 - SISTEMA DE FORNECIMENTO DE OXIGÊNIO EM CÁPSULA ESPACIAL

Trata-se de um sistema com topologia com simetria e com redundâncias para o fornecimento de oxigênio em cápsula espa

cial, como ilustrado pela Figura 5.1.

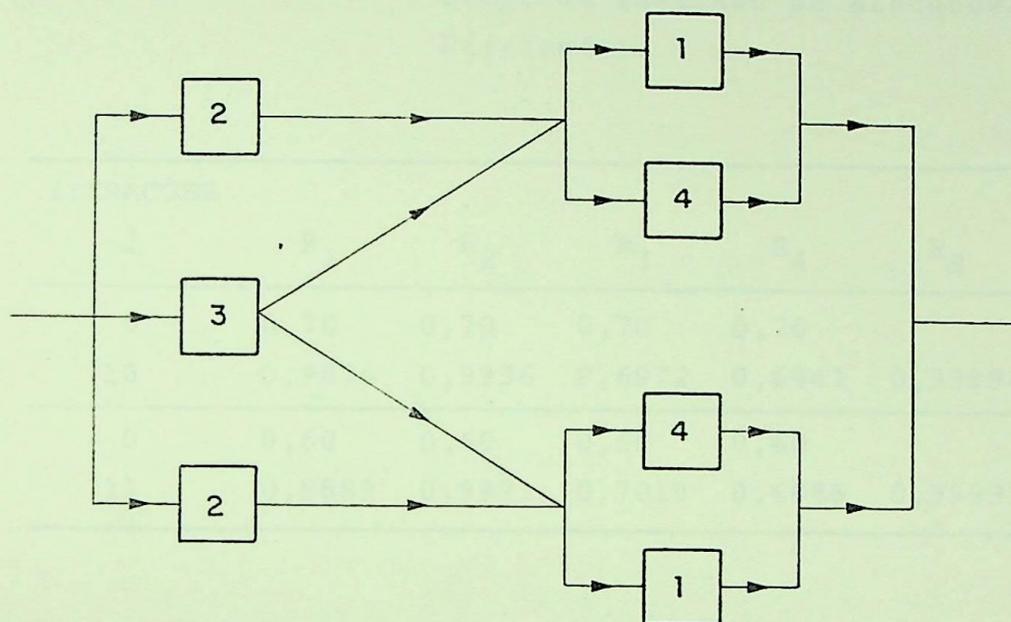


Fig. 5.1 - Diagrama de Blocos de Confiabilidade de um Sistema de Fornecimento de Oxigênio em Cáp<sub>s</sub>ula Espacial.

### 5.2.1 - ALOCAÇÃO DE TILLMAN [8]

Foram utilizadas as especificações:

$$C_I(R_I) = K_I \cdot R_I^\alpha$$

onde:

$$I = 1, 2, 3, 4.$$

$$K_1 = K_2 = 100 ; K_3 = 200 ; K_4 = 150 ; \alpha = 0,60$$

$$C_{S,MAX} = 800$$

A Tabela 5.1 mostra os resultados encontrados pe

los autores no trabalho original [8].

TABELA 5.1 - Soluções Ótimas Encontradas no Trabalho Original Partindo de Alocações Iniciais Diferentes.

ITERAÇÕES						
J	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_S$	$C_S$
0	0,70	0,70	0,70	0,70		
10	0,9876	0,9936	0,6972	0,6941	0,99996	799,78
0	0,60	0,60	0,60	0,60		
11	0,9889	0,9921	0,7019	0,6886	0,99995	799,28

### 5.2.2 - ALOCAÇÃO DE HWANG [13]

A partir das mesmas especificações, foram obtidas as soluções mostradas na Tabela 5.2.

TABELA 5.2 - Soluções Ótimas Encontradas no Trabalho Original Partindo de Alocações Iniciais Diferentes.

ITERAÇÕES						
J	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_S$	$C_S$
0	0,70	0,70	0,70	0,70		
12	0,99763	0,9984	0,6827	0,6950	0,999998	799,73
0	0,60	0,60	0,60	0,60		
12	0,99741	0,99812	0,7026	0,6828	0,999997	799,91

Observa-se que as soluções obtidas por este método são melhores que as do trabalho original [8].

### 5.2.3 - ALOCAÇÃO PELO MÉTODO PROPOSTO

São usadas as especificações encontradas no trabalho original e as seguintes especificações complementares:

$$R_{S,DES}^{(1)} = 0,99996, \text{ segundo alocação de TILLMAN [8]}$$

$$R_{S,DES}^{(2)} = 0,999998, \text{ segundo alocação de HWANG [13]}$$

Os resultados obtidos pelo método proposto para ambos requisitos de confiabilidade são mostrados na Tabela 5.3.

TABELA 5.3 - Soluções Ótimas Encontradas pelo Método Proposto Partindo de Requisito de Confiabilidade Diferentes.

ITERAÇÕES						
J	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_S$	$C_S$
0	0,60	0,60	0,60	0,60		
21	0,9842	0,9999	0,6022	0,6024	0,99996	766,88
0	0,60	0,60	0,60	0,60		
26	0,9968	0,9998	0,6023	0,6026	0,999998	768,48

Devido à inexistência de mínimos nas funções custo-confiabilidade utilizou-se os valores iniciais de confiabilidade e de custo para os componentes encontrados no trabalho original.

O uso do método proposto em ambos os casos, atinge o requisito de confiabilidade desejada ( $R_{S,DES}^{(*)}$ ) a custo inferior ao estabelecido nos trabalhos originais.

Da Tabela 5.4 pode-se observar:

- a) a evolução das confiabilidades, cujo monitoramento é feito através dos fatores de seleção e, quando necessário, das sensibilidades dos componentes.

Na Tabela, valem os seguintes sinais:

" + " para destacar o componente de maior atuação no sistema;

" ++ " para o monitoramento de confiabilidade próxima a unidade ( $R_I \geq 1$ ).

- b) que a etapa de alocação subótima é finalizada na 16ª iteração, em razão da atualização da confiabilidade do componente de maior atuação estabelecer violação do requisito de custo máximo;
- c) que a etapa de alocação ótima inicia-se na 17ª iteração e se interrompe tão logo o requisito de confiabilidade desejada seja atingido;
- d) que devido à função custo-confiabilidade ser linear, o incremento de custo a cada iteração se mantém constante e igual ao  $\Delta C_S$  estabelecido, não havendo necessidade de ser feita a aproximação linear na etapa de alocação subótima;
- e) que com os dados originais, os componentes 3 e 4 não são alterados na etapa de alocação subótima, permanecendo com os valores que lhes foram atribuídos inicialmente. Isto se deve à irrealidade do comportamento das funções custo-confiabili

dade utilizadas;

f) que somente na etapa de alocação ótima, em que, a cada iteração, são ajustados simultaneamente os valores de confiabilidade de todos os componentes, os valores das confiabilidades dos componentes 3 e 4 sofrem alterações.

Uma evidência adicional da inadequação das funções custo-confiabilidade usadas originalmente está em que dois dos componentes (componentes 1 e 2) resultaram com confiabilidades muito próximas à unidade ( $R_1 \sim 1$ ), que acarreta na prática, custo extremamente elevado, enquanto, os dois outros componentes (componentes 3 e 4) ficaram com valores finais muito baixos, próximos aos inicialmente atribuídos, sendo, na prática, igualmente de custo elevado pois exigiriam muita manutenção, provocariam interrupções da tarefa em execução, implicariam em estoque para reposição elevado, etc.

Conclue-se, portanto, que este exemplo serve para validação do algoritmo proposto, que produz resultados melhores que os originais (custo total - 4% mais baixo que o encontrado por HWANG). Uma grande vantagem do método proposto, que não pode ser observada por exemplo, é a subida "homogênea" dos valores de confiabilidade, evitando discrepâncias, no final, como as dos componentes  $R_2$  e  $R_3$ . Esta característica só vai se manifestar quando as funções custo-confiabilidade obedecerem às condições necessárias estabelecidas neste trabalho, e a partir de cujos mínimos se inicia a aplicação do algoritmo.

Observar que a não existência de um mínimo nas curvas custo-confiabilidade dos componentes torna, ainda, o problema

TABLA 5.4 - Evolução do Método com Identificação do Componente de Maior Atuação no Sistema.

ITERAÇÕES	J	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	FS <sub>1</sub>	FS <sub>2</sub>	FS <sub>3</sub>	FS <sub>4</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>
0	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,13586	0,13586	0,06793	0,09057	0,1720	0,3333+	-----	-----
1	0,60	0,6407	0,60	0,60	0,60	0,13586+	0,13061	0,06793	0,09057	-----	-----	-----	-----
2	0,6407	0,6407	0,60	0,60	0,60	0,13061	0,13061	0,06793	0,09057	0,1615	0,3092+	-----	-----
3	0,6407	0,6825	0,60	0,60	0,60	0,13061+	0,12575	0,06793	0,09057	-----	-----	-----	-----
4	0,6825	0,6825	0,60	0,60	0,60	0,12575	0,12575	0,06793	0,09057	0,1492	0,2822+	-----	-----
5	0,6825	0,7254	0,60	0,60	0,60	0,12575+	0,12124	0,06793	0,09057	-----	-----	-----	-----
6	0,7254	0,7254	0,60	0,60	0,60	0,12124	0,12124	0,06793	0,09057	0,1349	0,2522+	-----	-----
7	0,7254	0,7693	0,60	0,60	0,60	0,12124+	0,11704	0,06793	0,09057	-----	-----	-----	-----
8	0,7693	0,7693	0,60	0,60	0,60	0,11704	0,11704	0,06793	0,09057	0,1185	0,2190+	-----	-----
9	0,7693	0,8143	0,60	0,60	0,60	0,11704+	0,11311	0,06793	0,09057	-----	-----	-----	-----
10	0,8143	0,8143	0,60	0,60	0,60	0,11311	0,11311	0,06793	0,09057	0,0998	0,1823+	-----	-----
11	0,8143	0,8603	0,60	0,60	0,60	0,11311+	0,10944	0,06793	0,09057	-----	-----	-----	-----
12	0,8603	0,8603	0,60	0,60	0,60	0,10944	0,10944	0,06793	0,09057	0,0785	0,1437+	-----	-----
13	0,8603	0,9073	0,60	0,60	0,60	0,10944+	0,10601	0,06793	0,09057	-----	-----	-----	-----
14	0,9073	0,9073	0,60	0,60	0,60	0,10601	0,10601	0,06793	0,09057	0,0544	0,0973+	-----	-----
15	0,9073	0,9553	0,60	0,60	0,60	0,10601+	0,10278	0,06793	0,09057	-----	-----	-----	-----
16	0,9553	0,9553	0,60	0,60	0,60	0,10278	0,10278	0,06793	0,09057	0,0274	0,0485+	-----	-----
17	0,9700	0,9700	0,6013	0,6018	0,6016	-----	-----	-----	-----	0,0274	0,0485	0,0034	0,0030
18	0,9779	0,9937	0,6022	0,6022	0,6021	-----	-----	-----	-----	0,0152	0,0239	0,0007	0,0011
19	0,9819	0,9990	0,6022	0,6022	0,6023	-----	-----	-----	-----	0,0089	0,0118	0,0001	0,0004
20	0,9834	0,9990++	0,6022	0,6022	0,6023	-----	-----	-----	-----	0,0060	0,0064	0,0000	0,0002
21	0,9842	0,9999	0,6022	0,6022	0,6024	-----	-----	-----	-----	0,0055	0,0060	0,0000	0,0002

ma indeterminado; poder-se-iam efetuar várias alocações diferentes partindo de outros valores iniciais para os componentes, como por exemplo: valores de confiabilidade 0,60 para os componentes 1 e 2 e valores de confiabilidades 0,70 e 0,80 para os componentes 3 e 4, respectivamente, que não são ajustados na etapa de alocação subótima e o são em pequenos valores relativos na etapa de refinamento final. Com isto, e por tentativa, poder-se-ia obter projetos com as mais variadas soluções: todos os componentes com aproximadamente as mesmas confiabilidades finais; componentes 3 e 4 com confiabilidades finais próximas ao valor desejado; etc.

Finalmente, o método proposto elimina a indeterminação através do uso dos mínimos das funções custo-confiabilidade identificadas, neste trabalho, como realistas.

### 5.3 - SISTEMA DE COMUNICAÇÃO [4]

Considere o sistema ilustrado na Figura 5.2.

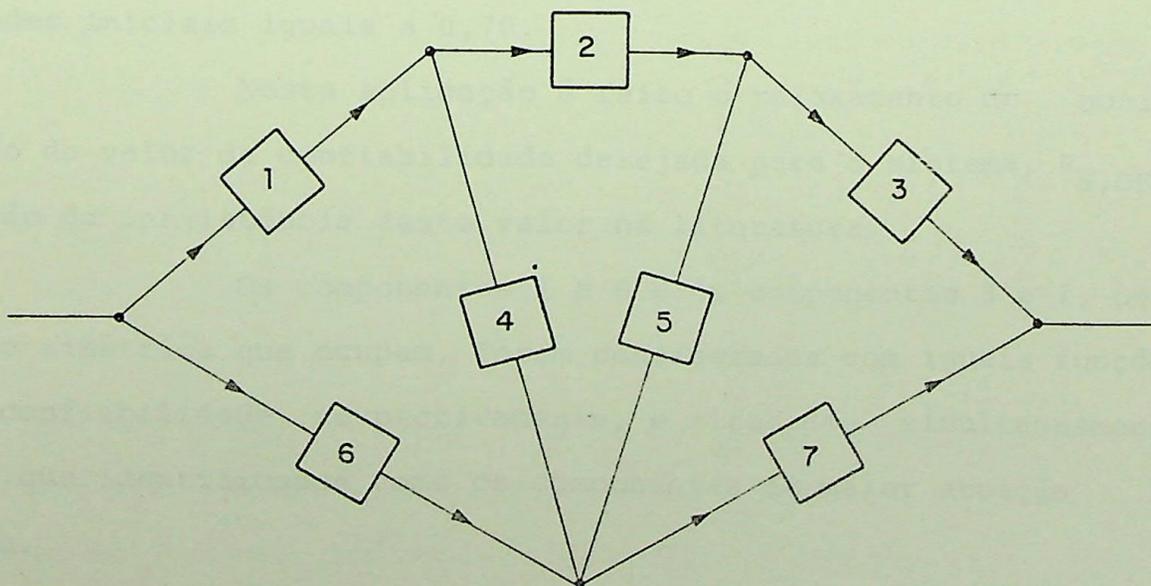


Fig. 5.2 - Diagrama de Blocos de Confiabilidade de um Sistema de Comunicação.

Os dados e especificações, arbitrados, uma vez que a literatura não os apresenta, são:

$$C_{S,MAX} = 1.800$$

$$C_I(R_I) = K_I \cdot (\text{TAN}(\pi R_I/2))^{m_I(R_I)} + F_I \cdot (\text{TAN}(\pi(1 - R_I)/2))^{g_I(R_I)}$$

onde:

$$\begin{aligned} K_1=K_6 &= 36,23 & ; & F_1=F_6 = 213,77 & ; & m_1=m_6 = 1,51 & ; & g_1=g_6 = 1,22 \\ K_3=K_7 &= 46,47 & ; & F_3=F_7 = 203,53 & ; & m_3=m_7 = 1,29 & ; & g_3=g_7 = 1,27 \\ K_2 &= 49,10 & ; & F_2=200,90 & ; & m_2=1,27 & ; & g_2=1,28 \\ K_4 &= 26,74 & ; & F_4=223,26 & ; & m_4=1,96 & ; & g_4=1,17 \\ K_5 &= 42,44 & ; & F_5=207,56 & ; & m_5=1,37 & ; & g_5=1,25 \end{aligned}$$

Ainda como uma especificação de projeto, tem-se que o valor percentual de deslocamento do mínimo das funções é aproximadamente igual a 5% ( $d \approx 5\%$ ). Com isto, os mínimos próximos ao valor de confiabilidade 0,67, deslocam-se para os valores de confiabilidades iniciais iguais a 0,70.

Nesta aplicação é feito o relaxamento do monitoramento do valor da confiabilidade desejada para o sistema,  $R_{S,DES}$  em razão da inexistência deste valor na literatura.

Os componentes 1 e 6 e os componentes 3 e 7, pela posição simétrica que ocupam, foram considerados com iguais funções custo-confiabilidade, respectivamente, e alterados simultaneamente sempre que identificados como os componentes de maior atuação no sistema.

A Tabela 5.5 mostra o resultado encontrado com o emprego do método proposto para a solução subótima, com

$\Delta C_S = (1800 - 1381,24)/50 \approx 8,0$ , válido para 50 iterações ou sete alterações por componente, em média.

TABELA 5.5 - Solução Subótima de Custo-Confiabilidade Para o Sistema de Comunicação da Figura 5.2.

ITERAÇÕES							
J	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	R <sub>7</sub>
0	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70
55	0,8016	0,8076	0,8090	0,7736	0,8061	0,8016	0,8090

$R_S = 0,9118 < R_{S,DES} = 0,9120$ ;  $C_S = 1795,27 < C_{S,MAX} = 1800$

A Tabela 5.6 ilustra a evolução da solução nas etapas inicial e final do processo.

Observar que:

a) Neste exemplo são utilizadas funções custo-confiabilidade exclusivamente contínuas, com as características necessárias.

b) Nas iterações iniciais o incremento de custo real é sensivelmente inferior ao  $\Delta C_S$  estabelecido, conforme esperado.

c) Nas iterações finais o incremento de custo se aproxima bastante do valor  $\Delta C_S$  estabelecido e, a critério do analista, pode-se voltar à sistemática descrita na literatura.

d) A evolução dos valores de confiabilidades e, em consequência,

de custos, dos componentes, são ao final do processo de alocação valores muito próximos entre si, o que pode significar homogeneidade de tecnologia.

- e) O processo termina quando a próxima iteração violar o requisito de custo máximo. Caso haja interesse de continuar o processo, basta redimensionar o valor de  $\Delta C_S$  com valor menor.
- f) Como o requisito de confiabilidade desejada não foi atendido na última iteração, pode-se passar à etapa de alocação ótima.

#### 5.4 - SISTEMA PONTE

Considere o sistema ilustrado na Figura 5.3, para o qual são feitas três aplicações diferentes, buscando-se mostrar o desenvolvimento do método proposto frente às situações distintas de custo-confiabilidade para os componentes.

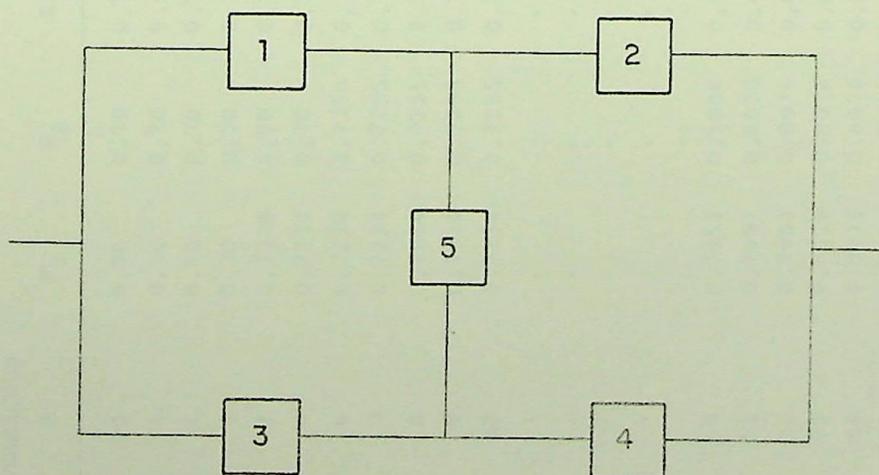


Fig. 5.3 - Diagrama de Blocos de Confiabilidade de um Sistema Ponte.



### 5.4.1 - COMPONENTES EXCLUSIVAMENTE COM FUNÇÕES CONTÍNUAS

Para o sistema ilustrado na Figura 5.3 todos os componentes têm função custo-confiabilidade atendendo as condições necessárias:

$$C_I(R_I) = K_I \cdot (R_I / (1 - R_I))^{r_I} + F_I \cdot ((1 - R_I) / R_I)^{g_I}$$

onde:

$$K_1 = K_3 = 26,72 ; F_1 = F_3 = 61,47 ; r_1 = r_3 = 1,56 ; g_1 = g_3 = 1,20$$

$$K_2 = K_4 = 18,17 ; F_2 = F_4 = 200 ; r_2 = r_4 = 1,73 ; g_2 = g_4 = 1,36$$

$$K_5 = 11,00 ; F_5 = 334,00 ; r_5 = 1,80 ; g_5 = 1,46$$

Com estes dados, obtêm-se os valores mínimos de custo-confiabilidade para os componentes:

$$R_{1,MIN} = R_{3,MIN} = 0,55 ; C_{1,MIN} = C_{3,MIN} = 84,85$$

$$R_{2,MIN} = R_{4,MIN} = 0,67 ; C_{2,MIN} = C_{4,MIN} = 138,20$$

$$R_{5,MIN} = 0,73 ; C_{5,MIN} = 144,10$$

Para contornar o inconveniente de derivada zero de cada função custo-confiabilidade, propõe-se diferentes valores percentuais de deslocamento:  $d = 9,1\%$ ;  $4,6\%$  e  $2,8\%$ . Resultam, com isto, os seguintes valores de confiabilidades e de custos iniciais para os componentes:

$$R'_{1,MIN} = R'_{3,MIN} = 0,60 ; C'_{1,MIN} = C'_{3,MIN} = 88,08 \text{ para } d = 9,1\%$$

$$R'_{2,MIN} = R'_{4,MIN} = 0,70 ; C'_{2,MIN} = C'_{4,MIN} = 141,87 \text{ para } d = 4,6\%$$

$$R'_{5,MIN} = 0,75 ; C'_{5,MIN} = 146,63 \text{ para } d = 2,8\%$$

Considera-se que os componentes 1 e 3 e os componentes 2 e 4 são iguais, respectivamente e, devem continuar iguais ao longo do processo.

Considerar a especificação adicional de custo para o sistema:  $C_{S,MAX} = 800$ .

Novamente, é feito o relaxamento do monitoramento de  $R_{S,DES}$ .

A Tabela 5.7 mostra o resultado encontrado com o emprego do método proposto, com  $\Delta C_S = 10,0$  que corresponde à ocorrência de  $(800 - 606,53)/10,0 = 20$  iterações.

TABELA 5.7 - Solução Ótima de Custo-Confiabilidade Para o Sistema Ponte com Função CxR Contínua.

ITERAÇÕES							
J	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_S$	$C_S$
0	0,60	0,70	0,60	0,70	0,75	0,7392	606,53
22	0,7272	0,7552	0,7272	0,7552	0,7950	0,8550	798,46

As Tabelas 5.8 e 5.9 ilustram a evolução do método proposto.

Observar que:

- a) Todos os componentes são alterados ao longo das 20 iterações da etapa de alocação subótima. Os componentes 1 e 3 são alterados 11 vezes, os componentes 2 e 4 são alterados 6 vezes e o componente 5 é alterado 3 vezes.

- b) Ao longo de toda a etapa de alocação subótima os fatores de seleção e as sensibilidades dos componentes iguais entre si, permanecem rigorosamente iguais, a cada iteração, como esperado, demonstrando serem bons parâmetros de monitoração e de sempate, caso necessário.
- c) A etapa de alocação ótima apresenta apenas 2 iterações, uma vez que na próxima há violação do requisito de custo máximo. O valor de confiabilidade atingido servirá de referência para as aplicações seguintes.
- d) Os valores de custo e confiabilidade dos componentes permancem homogêneos, aproximadamente iguais entre si, atendendo as conveniências de tecnologias de mesmo grau de sofisticação.
- e) A variação do incremento real de custo a cada iteração, balizado pelo teto de  $\Delta C_S = 10,0$  ilustra a influência das funções custo-confiabilidade dos componentes.
- f) O ajuste das confiabilidades e dos custos dos componentes realizado na etapa de alocação ótima é, a cada iteração, como esperado, bem suave, constratando com o ajuste da etapa de alocação subótima, que é de maior intensidade.
- g) Embora com valores iniciais e funções com parâmetros diferentes, os valores finais de confiabilidade e custo tendem a se aproximar, configurando tecnologias de mesmo grau de sofisticação.

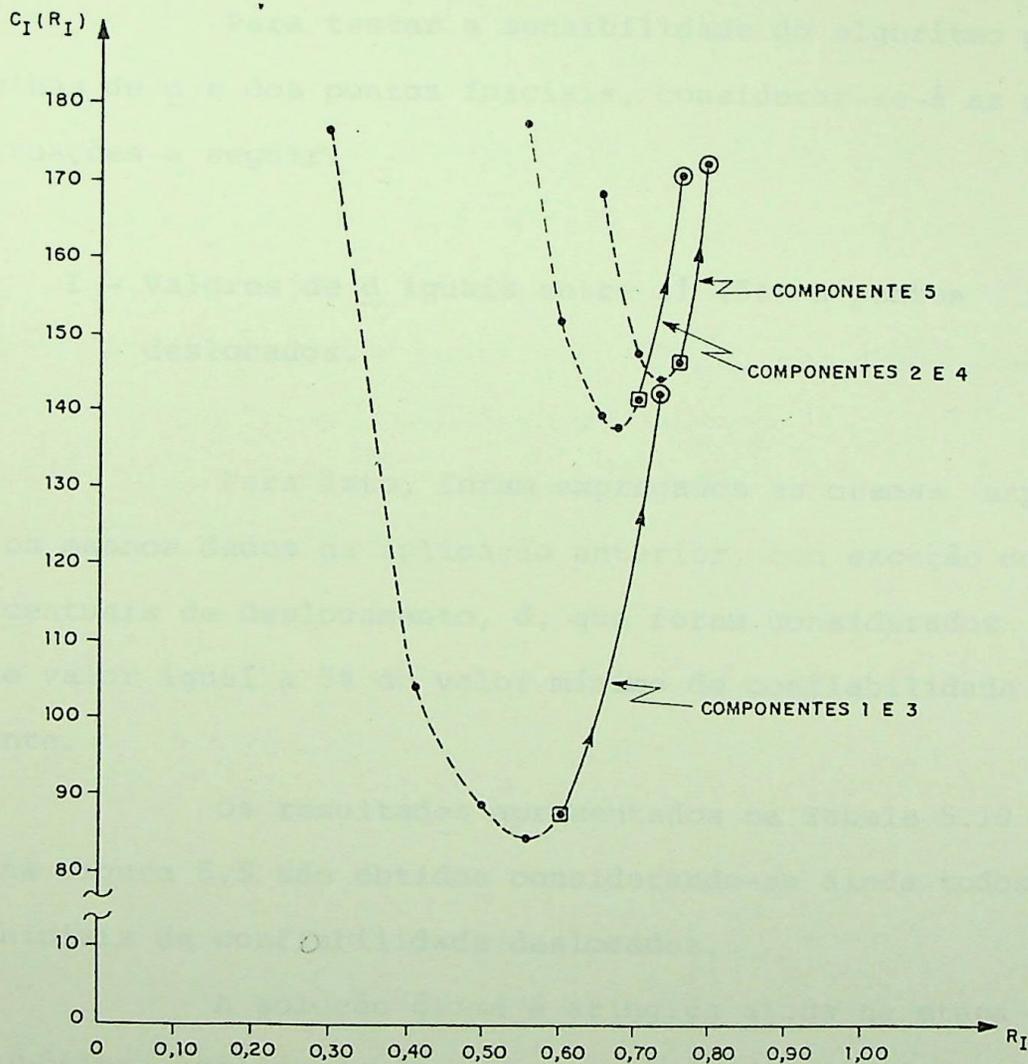
TABELA 5.8 - Variação de Custo por Iteração Decorrente da Melhoria da Confiabilidade de Um ou Dois Componentes com Funções Contínuas.

ITERAÇÕES														
J	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	R <sub>S</sub>	C <sub>S</sub>	ΔC <sub>S</sub>	ΔC <sub>S</sub> <sup>J</sup>
0	0,60+	0,70	0,60+	0,70	0,75	88,08	141,87	88,08	141,87	146,63	0,7392	606,53	-----	-----
1	0,6249+	0,70	0,6249+	0,70	0,75	92,55	141,87	92,55	141,87	146,63	0,7573	615,47	5,0	8,94
2	0,6422	0,70+	0,6422	0,70+	0,75	97,01	141,87	97,01	141,87	146,63	0,7693	624,39	5,0	8,92
3	0,6422	0,7128	0,6422	0,7128	0,75+	97,01	145,65	97,01	145,65	146,63	0,7765	631,95	5,0	7,56
4	0,6422+	0,7128	0,6422+	0,7128	0,7684	97,01	145,65	97,01	145,65	153,24	0,7782	638,56	10,0	6,61
5	0,6573+	0,7128	0,6573+	0,7128	0,7684	101,93	145,65	101,93	145,65	153,24	0,7884	648,40	5,0	9,84
6	0,6699	0,7128+	0,6699	0,7128+	0,7684	106,89	145,65	106,89	145,65	153,24	0,7965	658,32	5,0	9,92
7	0,6699+	0,7245	0,6699+	0,7245	0,7684	106,89	150,48	106,89	150,48	153,24	0,8029	667,98	5,0	9,66
8	0,6807+	0,7245	0,6807+	0,7245	0,7684	111,81	150,48	111,81	150,48	153,24	0,8097	677,82	5,0	9,84
9	0,6903	0,7245+	0,6903	0,7245+	0,7684	116,79	150,48	116,79	150,48	153,24	0,8157	687,78	5,0	9,96
10	0,6903	0,7339	0,6903	0,7339	0,7684+	116,79	155,42	116,79	155,42	153,24	0,8207	697,66	5,0	9,88
11	0,6903+	0,7339	0,6903+	0,7339	0,7835	116,79	155,42	116,79	155,42	162,46	0,8220	706,88	10,0	9,22
12	0,6989+	0,7339	0,6989+	0,7339	0,7835	121,76	155,42	121,76	155,42	162,46	0,8271	716,82	5,0	9,94
13	0,7067	0,7339+	0,7067	0,7339+	0,7835	126,74	155,42	126,74	155,42	162,46	0,8317	726,78	5,0	9,96
14	0,7067+	0,7417	0,7067+	0,7417	0,7835	126,74	160,33	126,74	160,33	162,46	0,8358	736,60	5,0	9,82
15	0,7138	0,7417+	0,7138	0,7417+	0,7835	131,70	160,33	131,70	160,33	162,46	0,8398	746,52	5,0	9,92
16	0,7138+	0,7485	0,7138+	0,7485	0,7835	131,70	165,26	131,70	165,26	162,46	0,8433	756,38	5,0	9,86
17	0,7203+	0,7485	0,7203+	0,7485	0,7835	136,62	165,26	136,62	165,26	162,46	0,8470	766,22	5,0	9,84
18	0,7264	0,7485+	0,7264	0,7485+	0,7835	141,61	165,26	141,61	165,26	162,46	0,8504	776,20	5,0	9,98
19	0,7264	0,7545	0,7264	0,7545	0,7835+	141,61	170,18	141,61	170,18	162,46	0,8534	786,04	5,0	9,84
20	0,7264+	0,7545	0,7264+	0,7545	0,7948	141,61	170,18	141,61	170,18	172,12	0,8542	795,70	10,0	9,66
21	0,7271	0,7551	0,7271	0,7551	0,7950	142,20	170,70	142,20	170,70	172,32	0,8549	798,12	-----	2,42
22	0,7272	0,7552	0,7272	0,7552	0,7950	142,29	170,78	142,29	170,78	172,32	0,8550	798,46	-----	0,34

TABELA 5.9 - Identificação de Um ou Dois Componentes com Funções Contínuas, a Cada Iteração, de Maior Atuação no Sistema.

ITERAÇÕES	J	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	FS <sub>1</sub>	FS <sub>2</sub>	FS <sub>3</sub>	FS <sub>4</sub>	FS <sub>5</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>5</sub>
0	0	0,60	0,70	0,60	0,70	0,75	0,1207+	0,0597	0,1207+	0,0597	0,0555	0,374+	---	0,374+	---	---
1	1	0,6249	0,70	0,6249	0,70	0,75	0,1015+	0,0597	0,1015+	0,0597	0,0555	0,354+	---	0,354+	---	---
2	2	0,6422	0,70	0,6422	0,70	0,75	0,0532	0,0597+	0,0532	0,0597+	0,0555	---	0,284+	---	0,284+	---
3	3	0,6422	0,7128	0,6422	0,7128	0,75	0,0532	0,0396	0,0532	0,0396	0,0555+	---	---	---	---	---
4	4	0,6422	0,7128	0,6422	0,7128	0,7684	0,0532+	0,0396	0,0532+	0,0396	0,0266	0,341+	---	0,341+	---	---
5	5	0,6573	0,7128	0,6573	0,7128	0,7684	0,0421+	0,0396	0,0421+	0,0396	0,0266	0,329+	---	0,329+	---	---
6	6	0,6699	0,7128	0,6699	0,7128	0,7684	0,0350	0,0396+	0,0350	0,0396+	0,0266	---	0,277+	---	0,277+	---
7	7	0,6699	0,7245	0,6699	0,7245	0,7684	0,0350+	0,0291	0,0350+	0,0291	0,0266	0,320+	---	0,320+	---	---
8	8	0,6807	0,7245	0,6807	0,7245	0,7684	0,0301+	0,0291	0,0301+	0,0291	0,0266	0,311+	---	0,311+	---	---
9	9	0,6903	0,7245	0,6903	0,7245	0,7684	0,0263	0,0291+	0,0263	0,0291+	0,0266	---	0,271+	---	0,271+	---
10	10	0,6903	0,7339	0,6903	0,7339	0,7684	0,0263	0,0234	0,0263	0,0234	0,0266+	---	---	---	---	---
11	11	0,6903	0,7339	0,6903	0,7339	0,7835	0,0263+	0,0234	0,0263+	0,0234	0,0171	0,303+	---	0,303+	---	---
12	12	0,6989	0,7339	0,6989	0,7339	0,7835	0,0235+	0,0234	0,0235+	0,0234	0,0171	0,296+	---	0,296+	---	---
13	13	0,7067	0,7339	0,7067	0,7339	0,7835	0,0211	0,0234+	0,0211	0,0234+	0,0171	---	0,264+	---	0,264+	---
14	14	0,7067	0,7417	0,7067	0,7417	0,7835	0,0211+	0,0198	0,0211+	0,0198	0,0171	0,290+	---	0,290+	---	---
15	15	0,7138	0,7417	0,7138	0,7417	0,7835	0,0192	0,0198+	0,0192	0,0198+	0,0171	---	0,258+	---	0,258+	---
16	16	0,7138	0,7485	0,7138	0,7485	0,7835	0,0192+	0,0172	0,0192+	0,0172	0,0171	0,285+	---	0,285+	---	---
17	17	0,7203	0,7485	0,7203	0,7485	0,7835	0,0176+	0,0172	0,0176+	0,0172	0,0171	0,279+	---	0,279+	---	---
18	18	0,7264	0,7485	0,7264	0,7485	0,7835	0,0162	0,0172+	0,0162	0,0172+	0,0171	---	0,254+	---	0,254+	---
19	19	0,7264	0,7545	0,7264	0,7545	0,7835	0,0162	0,0153	0,0162	0,0153	0,0171+	---	---	---	---	---
20	20	0,7264	0,7545	0,7264	0,7545	0,7948	0,0162+	0,0153	0,0162+	0,0153	0,0129	0,274+	---	0,274+	---	---
21	21	0,7271	0,7551	0,7271	0,7551	0,7950	-----	-----	-----	-----	-----	0,274	0,247	0,274	0,247	0,073
22	22	0,7272	0,7552	0,7272	0,7552	0,7950	-----	-----	-----	-----	-----	0,273	0,247	0,273	0,247	0,073

A Figura 5.4 mostra o comportamento das funções custo-confiabilidade contínuas ao longo das alocações. As extremidades inferiores das funções correspondem aos valores de custo confiabilidade viáveis iniciais dos componentes, enquanto as extremidades superiores das funções correspondem aos valores de custo-confiabilidade finais, também viáveis, alocados aos componentes, após o atingimento da solução ótima.



**LEGENDA**

- CURVA C x R CONTÍNUA
- ALOCAÇÃO INICIAL
- ALOCAÇÃO FINAL

Fig. 5.4 - Comportamento das Funções Custo-Confiabilidade Contínuas dos Componentes ao Longo das Alocações.

#### 5.4.1.1 - CONFIRMAÇÃO DA SOLUÇÃO ÓTIMA

A solução mostrada na Tabela 5.8 e representada na Figura 5.4 foi obtida para valores de  $d$  diferentes entre si (2,8%; 4,6%; 9,1%), além da primeira iteração não se constituir dos valores mínimos das funções custo-confiabilidade e sim dos valores deslocados destas porcentagens.

Para testar a sensibilidade do algoritmo proposto às escolhas de  $d$  e dos pontos iniciais, considerar-se-á as duas outras situações a seguir:

- I - Valores de  $d$  iguais entre si (5%) e pontos iniciais deslocados.

Para isto, foram empregados as mesmas especificações e os mesmos dados da aplicação anterior, com exceção dos valores percentuais de deslocamento,  $d$ , que foram considerados constantes e de valor igual a 5% do valor mínimo de confiabilidade de cada componente.

Os resultados apresentados na Tabela 5.10 e ilustrados na Figura 5.5 são obtidos considerando-se ainda todos os valores iniciais de confiabilidade deslocados.

A solução ótima é atingida ainda na etapa de alocação subótima, utilizando de um menor número de iterações ( $J = 19$ ) que o caso anterior ( $J = 22$ ).

O custo total obtido para o sistema mostra-se menor (~ 0,80%) que o anterior, para um valor aproximadamente igual de confiabilidade (~ 0,01%).

A Figura 5.5 ilustra os crescimentos dos valores

de confiabilidade e de custo dos componentes.

II - Valores de  $d$  iguais entre si (5%) e pontos iniciais retrocedendo aos mínimos das funções

Na Tabela 5.11, os resultados apresentados são obtidos a partir da consideração de um percentual de deslocamento,  $d$ , constante e igual a 5%, dado aos valores mínimos de confiabilidade dos componentes.

Nesta alternativa realiza-se o cálculo dos fatores de seleção a partir dos valores deslocados de confiabilidade e custo dos componentes e, em seguida, são retomados os valores mínimos de confiabilidade e custo dos componentes, aos quais ficam associados os fatores de seleção correspondentes.

O processo utiliza um número pouco maior de iterações que os dois anteriores ( $J = 24$ ).

As pequenas variações de custo apresentadas nas iterações 4, 5, 13 e 14 resultam da utilização dos valores dos fatores de seleção correspondentes aos valores deslocados de confiabilidade e custo que, aplicados aos valores mínimos reais resultam em deslocamentos efetivamente menores que os que ocorreriam caso se utilizasse os próprios valores deslocados.

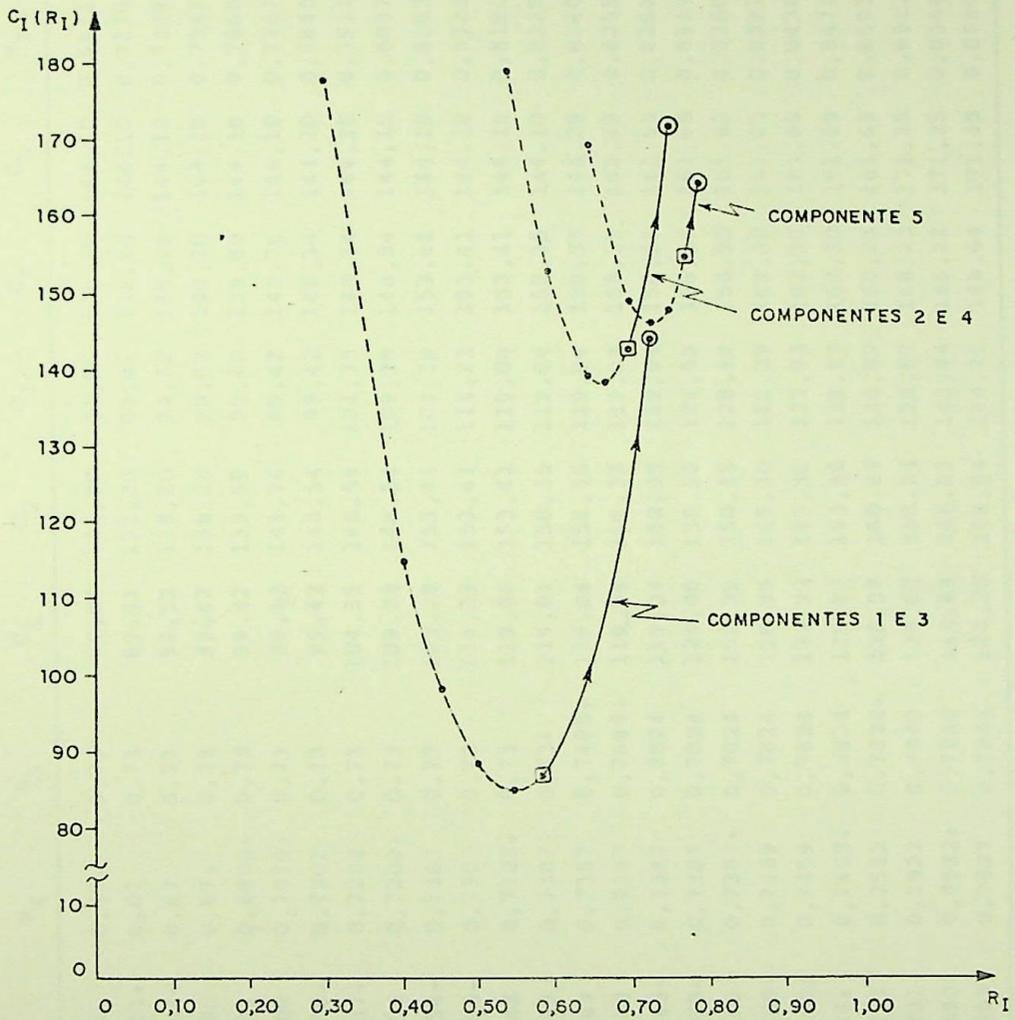
O custo total obtido para o sistema mostra-se muito próximo (~ 0,15%) ao apresentado na Tabela 5.8, primeiro caso examinado, enquanto o valor de confiabilidade resulta igual.

A última iteração ( $J = 24$ ), correspondente à solução ótima, mostra a ativação da segunda etapa do algoritmo.

A Figura 5.6 ilustra os crescimentos dos valores de confiabilidade e de custo dos componentes.

ITERAÇÕES

J	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	R <sub>S</sub>	C <sub>S</sub>	ΔC <sub>S</sub>	ΔC <sub>S</sub> <sup>J</sup>
0	0,58+	0,70	0,58+	0,70	0,77	85,93	141,87	85,93	141,87	154,00	0,7259	609,60	-----	-----
1	0,6074+	0,70	0,6074+	0,70	0,77	89,19	141,87	89,19	141,87	154,00	0,7467	616,12	5,0	6,52
2	0,6304+	0,70	0,6304+	0,70	0,77	93,84	141,87	93,84	141,87	154,00	0,7631	625,42	5,0	9,30
3	0,6478	0,70+	0,6478	0,70+	0,77	98,71	141,87	98,71	141,87	154,00	0,7750	635,16	5,0	9,74
4	0,6478+	0,7150	0,6478+	0,7150	0,77	98,71	146,46	98,71	146,46	154,00	0,7834	644,34	5,0	9,18
5	0,6619+	0,7150	0,6619+	0,7150	0,77	103,65	146,46	103,65	146,46	154,00	0,7927	654,22	5,0	9,88
6	0,6738	0,7150+	0,6738	0,7150+	0,77	108,59	146,46	108,59	146,46	154,00	0,8004	664,10	5,0	9,88
7	0,6738+	0,7263	0,6738+	0,7263	0,77	108,59	151,35	108,59	151,35	154,00	0,8065	673,88	5,0	9,78
8	0,6842	0,7263+	0,6842	0,7263+	0,77	113,56	151,35	113,56	151,35	154,00	0,8130	683,82	5,0	9,94
9	0,6842+	0,7353	0,6842+	0,7353	0,77	113,56	156,24	113,56	156,24	154,00	0,8178	693,60	5,0	9,78
10	0,6934	0,7353	0,6934	0,7353	0,77+	118,52	156,24	118,52	156,24	154,00	0,8234	703,52	5,0	9,92
11	0,6934+	0,7353	0,6934+	0,7353	0,7847	118,52	156,24	118,52	156,24	163,36	0,8246	712,88	10,0	9,36
12	0,7017	0,7353+	0,7017	0,7353+	0,7847	123,50	156,24	123,50	156,24	163,36	0,8296	722,84	5,0	9,96
13	0,7017+	0,7429	0,7017+	0,7429	0,7847	123,50	161,15	123,50	161,15	163,36	0,8335	732,66	5,0	9,82
14	0,7092+	0,7429	0,7092+	0,7429	0,7847	128,44	161,15	128,44	161,15	163,36	0,8379	742,54	5,0	9,88
15	0,7161	0,7429+	0,7161	0,7429+	0,7847	133,40	161,15	133,40	161,15	163,36	0,8419	752,46	5,0	9,92
16	0,7161+	0,7496	0,7161+	0,7496	0,7847	133,40	166,12	133,40	166,12	163,36	0,8453	762,40	5,0	9,94
17	0,7225+	0,7496	0,7225+	0,7496	0,7847	138,38	166,12	138,38	166,12	163,36	0,8489	772,36	5,0	9,96
18	0,7284	0,7496+	0,7284	0,7496+	0,7847	143,32	166,12	143,32	166,12	163,36	0,8521	782,24	5,0	9,88
19	0,7284	0,7555	0,7284	0,7555	0,7847	143,32	171,05	143,32	171,05	163,36	0,8551	792,10	5,0	9,86



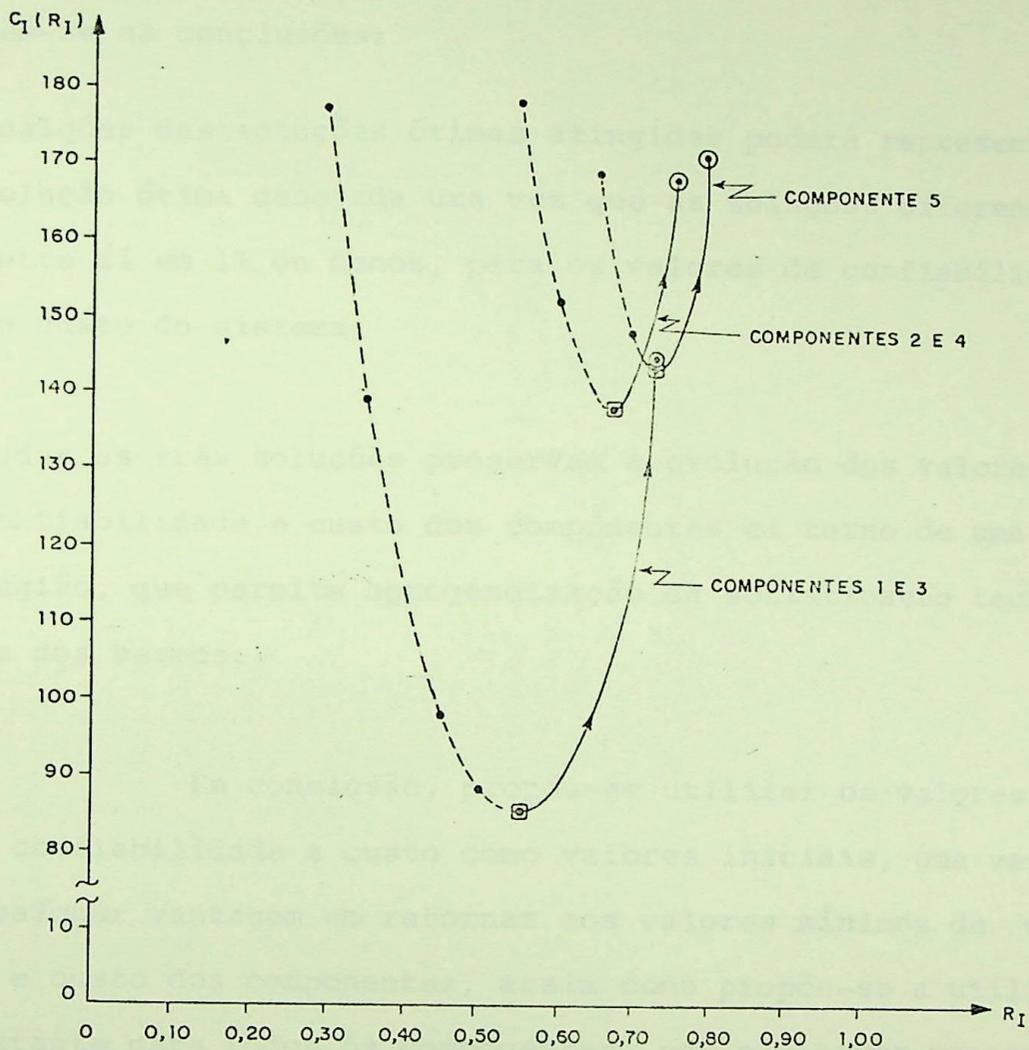
**LEGENDA**

- CURVA C x R CONTÍNUA
- ALOCAÇÃO INICIAL
- ALOCAÇÃO FINAL

Fig. 5.5 - Comportamento das Funções Custo-Confiabilidade de Contínuas dos Componentes com Relação a um Deslocamento Constante.

TABELA 5.11 - Variação de Custo por Iteração a partir da Alocação Inicial dos Valores Menores de Confiabilidade e Custo dos Componentes com Funções Contínuas.

ITERAÇÕES	J	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	R <sub>S</sub>	C <sub>S</sub>	ΔC <sub>S</sub> <sup>C</sup>	ΔC <sub>S</sub> <sup>J</sup>
0		0,55+	0,67	0,55+	0,67	0,73	84,85	138,20	84,85	138,20	144,10	0,6811	590,20	-----	-----
1		0,6111+	0,67	0,6111+	0,67	0,73	89,81	138,20	89,81	138,20	144,10	0,7279	600,12	5,0	9,92
2		0,6331+	0,67	0,6331+	0,67	0,73	94,52	138,20	94,52	138,20	144,10	0,7434	609,54	5,0	9,42
3		0,6500	0,67+	0,6500	0,67+	0,73	99,42	138,20	99,42	138,20	144,10	0,7547	619,34	5,0	9,80
4		0,6500	0,6900+	0,6500	0,6900+	0,73	99,42	139,89	99,42	139,89	144,10	0,7668	622,72	5,0	3,38
5		0,6500	0,7070+	0,6500	0,7070+	0,73	99,42	143,76	99,42	143,76	144,10	0,7767	630,46	5,0	7,74
6		0,6500+	0,7202	0,6500+	0,7202	0,73	99,42	148,54	99,42	148,54	144,10	0,7840	640,02	5,0	9,56
7		0,6637+	0,7202	0,6637+	0,7202	0,73	104,35	148,54	104,35	148,54	144,10	0,7931	649,88	5,0	9,86
8		0,6754	0,7202+	0,6754	0,7202+	0,73	109,28	148,54	109,28	148,54	144,10	0,8007	659,74	5,0	9,86
9		0,6754+	0,7303	0,6754+	0,7303	0,73	109,28	153,41	109,28	153,41	144,10	0,8062	669,48	5,0	9,74
10		0,6855+	0,7303	0,6855+	0,7303	0,73	114,23	153,41	114,23	153,41	144,10	0,8126	679,38	5,0	9,90
11		0,6943	0,7303+	0,6943	0,7303+	0,73	119,04	153,41	119,04	153,41	144,10	0,8180	689,00	5,0	9,62
12		0,6943	0,7387	0,6943	0,7387	0,73+	119,04	158,35	119,04	158,35	144,10	0,8225	698,88	5,0	9,88
13		0,6943	0,7387	0,6943	0,7387	0,7485+	119,04	158,35	119,04	158,35	146,29	0,8240	701,07	10,0	4,38
14		0,6943	0,7387	0,6943	0,7387	0,7668+	119,04	158,35	119,04	158,35	152,48	0,8255	707,26	10,0	6,19
15		0,6943+	0,7387	0,6943+	0,7387	0,7824	119,04	158,35	119,04	158,35	161,65	0,8268	716,43	10,0	9,17
16		0,7025+	0,7387	0,7025+	0,7387	0,7824	124,00	158,35	124,00	158,35	161,65	0,8317	726,35	5,0	9,92
17		0,7100	0,7387+	0,7100	0,7387+	0,7824	128,99	158,35	128,99	158,35	161,65	0,8360	736,33	5,0	9,98
18		0,7100+	0,7459	0,7100+	0,7459	0,7824	128,99	163,30	128,99	163,30	161,65	0,8397	746,23	5,0	9,90
19		0,7168+	0,7459	0,7168+	0,7459	0,7824	133,93	163,30	133,93	163,30	161,65	0,8436	756,11	5,0	9,88
20		0,7231	0,7459+	0,7231	0,7459+	0,7824	138,87	163,30	138,87	163,30	161,65	0,8471	765,99	5,0	9,88
21		0,7231	0,7522	0,7231	0,7522	0,7824+	138,87	168,23	138,87	168,23	161,65	0,8503	775,85	5,0	9,86
22		0,7231+	0,7522	0,7231+	0,7522	0,7940	138,87	168,23	138,87	168,23	171,35	0,8512	785,55	10,0	9,70
23		0,7290	0,7522+	0,7290	0,7522+	0,7940	143,84	168,23	143,84	168,23	171,35	0,8544	795,49	5,0	9,94
24		0,7295	0,7527	0,7295	0,7527	0,7941	144,28	168,64	144,28	168,64	171,45	0,8550	797,29	-----	1,80



**LEGENDA**

- CURVA C x R CONTÍNUA
- ALOCAÇÃO INICIAL
- ALOCAÇÃO FINAL

Fig. 5.6 - Comportamento das Funções Custo-Confiabilidade Contínuas dos Componentes com Relação a um Deslocamento "Nulo" (Retomada dos Mínimos).

Para facilitar a comparação entre as soluções obtidas para os três casos estudados, constrói-se a Tabela 5.12, da qual obtém-se as conclusões:

- a) qualquer das soluções ótimas atingidas poderá representar a solução ótima desejada uma vez que as soluções diferenciam-se entre si em 1% ou menos, para os valores de confiabilidade e de custo do sistema;
- b) todas as três soluções preservam a evolução dos valores de confiabilidade e custo dos componentes em torno de uma mesma região, que permite homogeneização da sofisticação tecnológica dos mesmos.

Em conclusão, propõe-se utilizar os valores deslocados de confiabilidade e custo como valores iniciais, uma vez que não há qualquer vantagem em retornar aos valores mínimos de confiabilidade e custo dos componentes, assim como propõe-se a utilização de  $\underline{d}$  constante para todos os componentes, por não haver vantagem em diferenciar valores, e por esta proposta implicar em facilidade de introdução no algoritmo.

Deve ser ressaltado que as funções custo-confiabilidade são obtidas com imprecisão bem acima daquelas encontradas no estudo acima.

#### 5.4.2 - COMPONENTES COM FUNÇÕES CONTÍNUAS E DISCRETAS

Para o sistema ilustrado na Figura 5.3, considere-se:

TABELA 5.12 - Resultados das Alocações Ótimas segundo os Três Casos Estudados.

CASO	$R_1 = R_3$	$R_2 = R_4$	$R_5$	$C_1 = C_3$	$C_2 = C_4$	$C_5$	$R_S$	$C_S$	Número de iterações	Ativa segunda etapa do Algoritmo?
ORIGINAL <u>d</u> diferentes, Mínimos deslocados	0,7272	0,7552	0,7950	142,29	170,78	172,32	0,8550	798,46	22	SIM
ALTERNATIVA-I <u>d</u> iguais, Mínimos deslocados	0,7284	0,7555	0,7847	143,32	171,05	163,36	0,8551	792,10	19	NÃO
ALTERNATIVA-II <u>d</u> iguais, Mínimos reais	0,7295	0,7527	0,7941	144,28	168,64	171,45	0,8550	797,29	24	SIM

I - Componentes 1 e 5 com as funções custo-confiabilidade discretas:

Componente		
I	$R_I$	$C_I$
1	0,70	122,44
	0,72	136,39
	0,74	154,12
5	0,75	146,63
	0,80	177,51
	0,86	312,29

II - Componentes 2, 3 e 4 com funções custo-confiabilidade contínuas, na forma:

$$C_I(R_I) = K_I \cdot (R_I / (1 - R_I))^{r_I} + F_I \cdot ((1 - R_I) / R_I)^{g_I}$$

onde:

$$K_2 = K_4 = 18,17 \quad ; \quad F_2 = F_4 = 200 \quad ; \quad r_2 = r_4 = 1,73 \quad ; \quad g_2 = g_4 = 1,36$$

$$K_3 = 26,72 \quad ; \quad F_3 = 61,47 \quad ; \quad r_3 = 1,56 \quad ; \quad g_3 = 1,20$$

o

As demais especificações são as mesmas estabelecidas na aplicação anterior:

$$C_{S,MAX} = 800 \quad ; \quad R_{S,DES} = 0,8550$$

A Tabela 5.13 mostra o resultado encontrado com as novas funções custo-confiabilidade discretas atribuídas aos com

ponentes 1 e 5, mantendo as mesmas funções custo-confiabilidade contínuas do exemplo anterior para os demais componentes do sistema e considerando  $\Delta C_S = 10,0$  o mesmo do exemplo anterior, também mantidos os valores iniciais de confiabilidade e custo dos componentes com funções custo-confiabilidade contínuas.

TABELA 5.13 - Solução de Custo Mínimo para o Sistema Ponte com Função Custo-Confiabilidade Contínua e Discreta.

ITERAÇÕES							
J	$R_{1,d}$	$R_{2,c}$	$R_{3,c}$	$R_{4,c}$	$R_{5,d}$	$R_S$	$C_S$
0	0,70	0,70	0,60	0,70	0,75	0,7766	640,89
14	0,72	0,7528	0,7293	0,7528	0,80	0,8528	795,78

As Tabelas 5.14 e 5.15 ilustram a evolução do método proposto.

Observar que:

- Os componentes com funções custo-confiabilidade discretas são alterados ao longo das 14 iterações apenas uma vez, com variação de custo na iteração não limitada pelo  $\Delta C_S$  arbitrado.
- Os componentes com funções custo-confiabilidade contínuas são alterados de 3 a 6 vezes, com variação de custo na iteração limitada pelo valor  $\Delta C_S$  arbitrado.
- A 15ª iteração corresponde à ativação da etapa de alocação

ótima, na qual somente componentes com funções custo - confiabilidade contínuas são alterados.

- d) Devido à ocorrência de violação do requisito de custo máximo na 15ª iteração, que é eliminada, a 14ª iteração pode ser considerada como sendo a solução do problema, embora não ocorra o atendimento do requisito de confiabilidade desejada.
- e) Mais uma vez fica claro o efeito da limitação do  $\Delta C_S$  a cada iteração; há uma tendência a concentrar os valores de confiabilidade e custo, tornando-os próximos entre si, homogeneizando a sofisticação dos componentes.

A Figura 5.7 mostra o comportamento das funções custo-confiabilidade contínuas e discretas ao longo da alocação. Mais uma vez as extremidades inferiores das funções custo-confiabilidade contínuas correspondem aos valores de custo-confiabilidade viáveis iniciais dos componentes (2,3 e 4), que constituem a iteração inicial ( $J = 0$ ), enquanto, as extremidades superiores correspondem aos valores de custo-confiabilidade viáveis finais destes componentes, que constituem a penúltima iteração ( $J = 14$ ), na Tabela 5.14.

As extremidades inferiores das funções custo-confiabilidade discretas correspondem aos valores mínimos de custo-confiabilidade viáveis dos componentes (1 e 5) automaticamente alocados e, constituem a iteração inicial ( $J = 0$ ), enquanto os valores imediatamente acima são alocados, conforme indicado na penúltima iteração ( $J = 14$ ), na Tabela 5.14.

TABELA 5.14 - Variação de Custo por Iteração Decorrente da Melhoria da Confiabilidade de um Componente com Função Contínua ou de um Componente com Função Discreta.

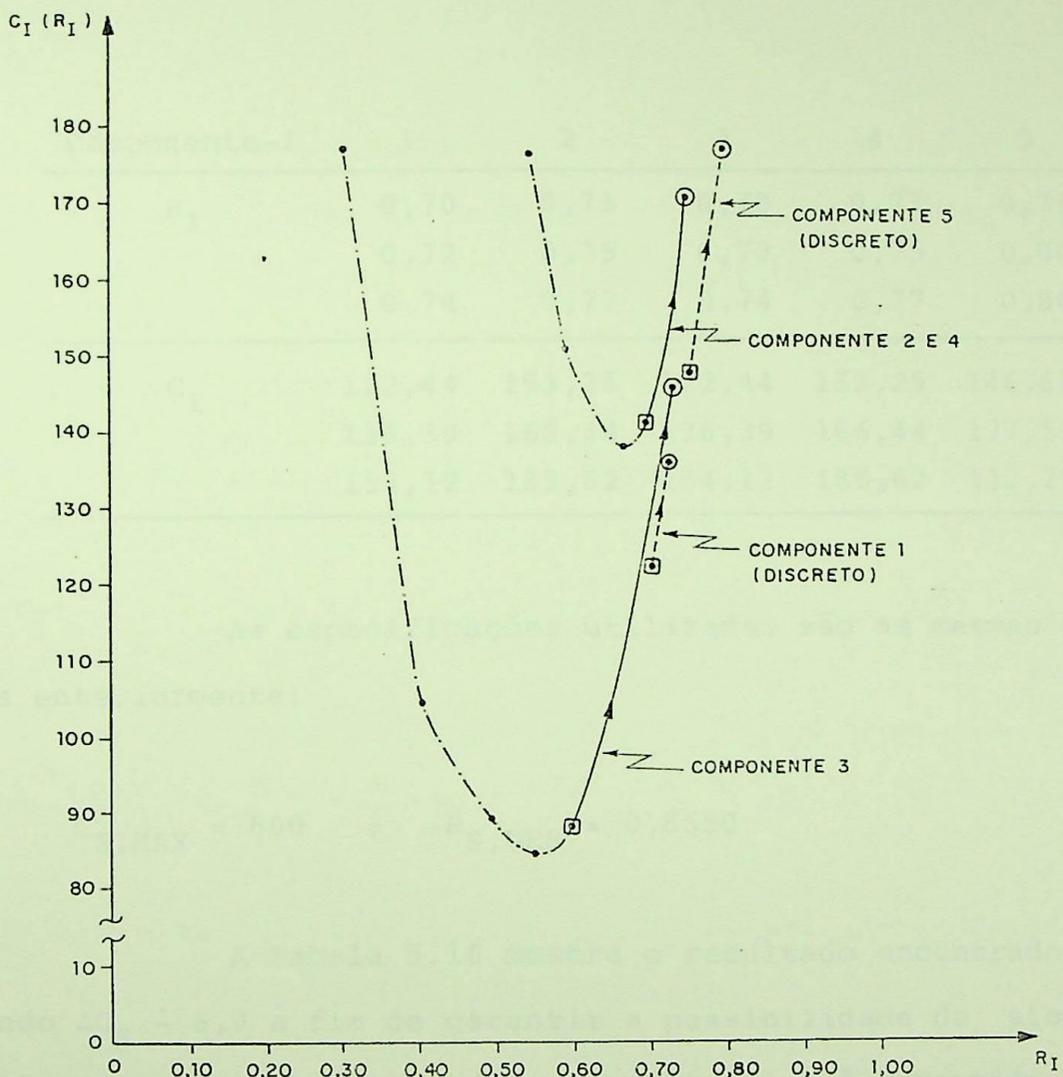
ITERAÇÕES	J	R <sub>1,d</sub>	R <sub>2,c</sub>	R <sub>3,c</sub>	R <sub>4,c</sub>	R <sub>5,d</sub>	C <sub>1,d</sub>	C <sub>2,c</sub>	C <sub>3,c</sub>	C <sub>4,c</sub>	C <sub>5,d</sub>	R <sub>S</sub>	C <sub>S</sub>	ΔC <sub>S</sub> <sup>C</sup>	ΔC <sub>S</sub> <sup>J</sup>
0	0,70	0,70	0,60+	0,70	0,75	122,44	141,87	88,08	141,87	146,63	0,7766	640,89	----	----	----
1	0,70	0,70	0,6364	0,70	0,75	122,44	141,87	95,38	141,87	146,63	0,7873	648,19	10,0	10,0	7,30
2	0,70	0,7225	0,6364	0,70+	0,75	122,44	149,55	95,38	141,87	146,63	0,7940	655,87	10,0	10,0	7,68
3	0,70	0,7225	0,6364+	0,7225	0,75	122,44	149,55	95,38	149,55	146,63	0,7999	663,55	10,0	10,0	7,68
4	0,70	0,7225	0,6647+	0,7225	0,75	122,44	149,55	104,74	149,55	146,63	0,8083	672,91	10,0	10,0	9,36
5	0,70	0,7225+	0,6860	0,7225	0,75	122,44	149,55	114,49	149,55	146,63	0,8147	682,66	10,0	10,0	9,75
6	0,70	0,7397	0,6860	0,7225+	0,75	122,44	158,99	114,49	149,55	146,63	0,8194	692,10	10,0	10,0	9,44
7	0,70	0,7397	0,6860+	0,7397	0,75	122,44	158,99	114,49	158,99	146,63	0,8239	701,85	10,0	10,0	9,44
8	0,70	0,7397	0,7030+	0,7397	0,75	122,44	158,99	124,32	158,99	146,63	0,8290	711,68	10,0	10,0	9,83
9	0,70	0,7397	0,7172	0,7397	0,75+	122,44	158,99	134,23	158,99	146,63	0,8332	721,59	10,0	10,0	9,91
10	0,70	0,7397	0,7172	0,7397+	0,80	122,44	158,99	134,23	158,99	177,51	0,8372	752,47	----	----	30,88
11	0,70	0,7397+	0,7172	0,7528	0,80	122,44	158,99	134,23	168,73	177,51	0,8406	762,21	10,0	10,0	9,74
12	0,70+	0,7528	0,7172	0,7528	0,80	122,44	168,73	134,23	168,73	177,51	0,8438	771,95	10,0	10,0	9,74
13	0,72	0,7528	0,7172+	0,7528	0,80	136,39	168,73	134,23	168,73	177,51	0,8494	785,90	----	----	13,95
14	0,72	0,7528	0,7293	0,7528+	0,80	136,39	168,73	144,11	168,73	177,51	0,8528	795,78	10,0	10,0	9,88
15	0,72	0,7547	0,7314	0,7547	0,80	136,39	170,35	145,97	170,35	177,51	0,8544	800,57	----	----	4,79

ITERAÇÕES

J	R <sub>1,d</sub>	R <sub>2,c</sub>	R <sub>3,c</sub>	R <sub>4,c</sub>	R <sub>5,d</sub>	FS <sub>1,d</sub>	FS <sub>2,c</sub>	FS <sub>3,c</sub>	FS <sub>4,c</sub>	FS <sub>5,d</sub>	S <sub>1,d</sub>	S <sub>2,c</sub>	S <sub>3,c</sub>	S <sub>4,c</sub>	S <sub>5,d</sub>
0	0,70	0,70	0,60	0,70	0,75	0,02048	0,05973	0,12078+	0,05973	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
1	0,70	0,70	0,6364	0,70	0,75	0,02048	0,05973+	0,05851	0,05973+	0,02158	-----	0,297+	-----	0,281	-----
2	0,70	0,7225	0,6364	0,70	0,75	0,02048	0,03064	0,05851	0,05973+	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
3	0,70	0,7225	0,6364	0,7225	0,75	0,02048	0,03064	0,05851+	0,03064	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
4	0,70	0,7225	0,6647	0,7225	0,75	0,02048	0,03064	0,03777+	0,03064	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
5	0,70	0,7225	0,6860	0,7225	0,75	0,02048	0,03064+	0,02798	0,03064+	0,02158	-----	0,276+	-----	0,273	-----
6	0,70	0,7397	0,6860	0,7225	0,75	0,02048	0,02070	0,02798	0,03064+	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
7	0,70	0,7397	0,6860	0,7397	0,75	0,02048	0,02070	0,02798+	0,02070	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
8	0,70	0,7397	0,7030	0,7397	0,75	0,02048	0,02070	0,02222+	0,02070	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
9	0,70	0,7397	0,7172	0,7397	0,75	0,02048	0,02070	0,01837	0,02070	0,02158+	-----	-----	-----	-----	-----
10	0,70	0,7397	0,7172	0,7397	0,80	0,02048	0,02070+	0,01837	0,02070+	0,00556	-----	0,256	-----	0,259+	-----
11	0,70	0,7397	0,7172	0,7528	0,80	0,02048	0,02070+	0,01837	0,01584	0,00556	-----	-----	-----	-----	-----
12	0,70	0,7528	0,7172	0,7528	0,80	0,02048+	0,01584	0,01837	0,01584	0,00556	-----	-----	-----	-----	-----
13	0,72	0,7528	0,7172	0,7528	0,80	0,01566	0,01584	0,01837+	0,01584	0,00556	-----	-----	-----	-----	-----
14	0,72	0,7528	0,7293	0,7528	0,80	0,01566	0,01584+	0,01563	0,01584+	0,00556	-----	0,247	-----	0,249+	-----

ITERAÇÕES

d	$P_{1,d}$	$P_{2,c}$	$R_{3,c}$	$R_{4,c}$	$R_{5,d}$	$FS_{1,d}$	$FS_{2,c}$	$FS_{3,c}$	$FS_{4,c}$	$FS_{5,d}$	$S_{1,d}$	$S_{2,c}$	$S_{3,c}$	$S_{4,c}$	$S_{5,d}$
0	0,70	0,70	0,60	0,70	0,75	0,02048	0,05973	0,12078+	0,05973	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
1	0,70	0,70	0,6364	0,70	0,75	0,02048	0,05973+	0,05851	0,05973+	0,02158	-----	0,297+	-----	0,281	-----
2	0,70	0,7225	0,6364	0,70	0,75	0,02048	0,03064	0,05851	0,05973+	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
3	0,70	0,7225	0,6364	0,7225	0,75	0,02048	0,03064	0,05851+	0,03064	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
4	0,70	0,7225	0,6647	0,7225	0,75	0,02048	0,03064	0,03777+	0,03064	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
5	0,70	0,7225	0,6860	0,7225	0,75	0,02048	0,03064+	0,02798	0,03064+	0,02158	-----	0,276+	-----	0,273	-----
6	0,70	0,7397	0,6860	0,7225	0,75	0,02048	0,02070	0,02798	0,03064+	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
7	0,70	0,7397	0,6860	0,7397	0,75	0,02048	0,02070	0,02798+	0,02070	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
8	0,70	0,7397	0,7030	0,7397	0,75	0,02048	0,02070	0,02222+	0,02070	0,02158	-----	-----	-----	-----	-----
9	0,70	0,7397	0,7172	0,7397	0,75	0,02048	0,02070	0,01837	0,02070	0,02158+	-----	-----	-----	-----	-----
10	0,70	0,7397	0,7172	0,7397	0,80	0,02048	0,02070+	0,01837	0,02070+	0,00556	-----	0,256	-----	0,259+	-----
11	0,70	0,7397	0,7172	0,7528	0,80	0,02048	0,02070+	0,01837	0,01584	0,00556	-----	-----	-----	-----	-----
12	0,70	0,7528	0,7172	0,7528	0,80	0,02048+	0,01584	0,01837	0,01584	0,00556	-----	-----	-----	-----	-----
13	0,72	0,7528	0,7172	0,7528	0,80	0,01566	0,01584	0,01837+	0,01584	0,00556	-----	-----	-----	-----	-----
14	0,72	0,7528	0,7293	0,7528	0,80	0,01566	0,01584+	0,01563	0,01584+	0,00556	-----	0,247	-----	0,249+	-----



**LEGENDA**

- ----- CURVA C x R DISCRETA
- CURVA C x R CONTÍNUA
- ALOCAÇÃO INICIAL
- ALOCAÇÃO FINAL

Fig. 5.7 - Comportamento das Funções Custo-Confiabilidade de Contínuas e Discretas dos Componentes ao Longo das Alocações.

## 5.4.3 - COMPONENTES EXCLUSIVAMENTE COM FUNÇÕES DISCRETAS

Para o sistema ilustrado na Figura 5.3, conside  
ra-se:

Componente-I	1	2	3	4	5
$R_I$	0,70	0,73	0,70	0,73	0,75
	0,72	0,75	0,72	0,75	0,80
	0,74	0,77	0,74	0,77	0,86
$C_I$	122,44	153,25	122,44	153,25	146,63
	136,39	166,44	136,39	166,44	177,51
	154,12	185,62	154,12	185,62	312,29

As especificações utilizadas são as mesmas especi  
ficadas anteriormente:

$$C_{S,MAX} = 800 \quad ; \quad R_{S,DES} = 0,8550$$

A Tabela 5.16 mostra o resultado encontrado con  
siderando  $\Delta C_S = 6,0$  a fim de garantir a possibilidade de alocar-se  
três alternativas viáveis a cada componente, que é garantido no má  
ximo em 15 iterações.

TABELA 5.16 - Solução de Custo Mínimo Para o Sistema Pon  
te com Função Custo-Confiabilidade Discre  
ta.

ITERAÇÕES							
J	$R_{1,d}$	$R_{2,d}$	$R_{3,d}$	$R_{4,d}$	$R_{5,d}$	$R_S$	$C_S$
0	0,70	0,73	0,70	0,73	0,75	0,8229	698,01
3	0,72	0,75	0,72	0,75	0,80	0,8488	783,17

As Tabelas 5.17 e 5.18 ilustram a evolução do método proposto.

Observar que:

- a) A igualdade entre os componentes 1 e 3, e também entre 2 e 4 é mantida ao final do processo; pelo fato das alterações destes componentes ocorrerem simultaneamente o número de iterações fica reduzido.
- b) O estabelecimento de um  $\Delta C_G$  só tem sentido para que seja feita a identificação do componente de maior atuação no sistema.
- c) No caso estudado todos os componentes são alterados ao menos uma vez.
- d) O requisito de custo máximo é violado sem que seja atingido o requisito de confiabilidade desejada.
- e) O sinal " ++ " indica que mesmo alterando apenas um dos dois componentes simétricos (componentes 1 e 3, que são aqueles a serem alternados na iteração, já ocorre a violação do requisito de custo máximo.

A Figura 5.8 mostra o comportamento das funções custo-confiabilidade discretas ao longo das alocações; mais uma vez as extremidades das funções correspondem aos valores mínimos de custo-confiabilidade viáveis dos componentes que são a iteração inicial

ITERAÇÕES

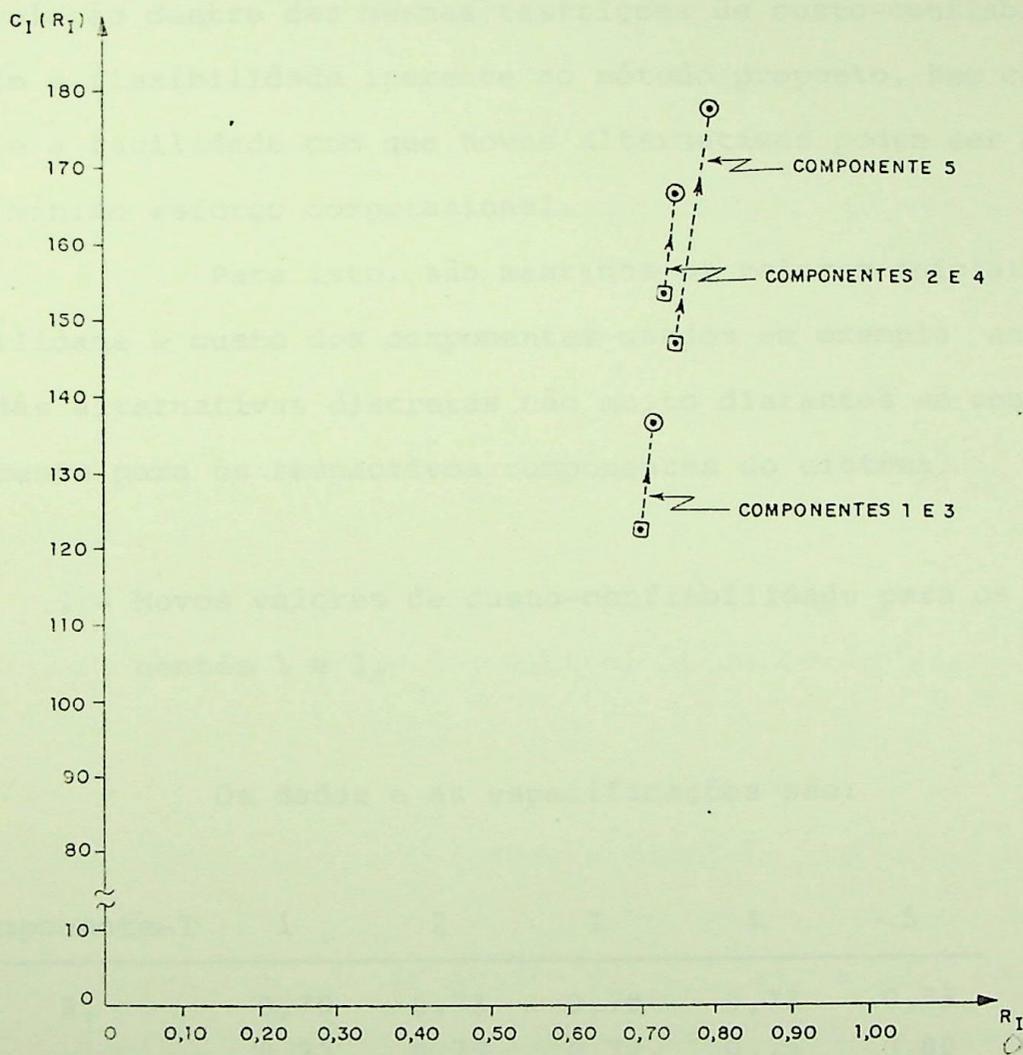
J	R <sub>1,d</sub>	R <sub>2,d</sub>	R <sub>3,d</sub>	R <sub>4,d</sub>	R <sub>5,d</sub>	C <sub>1,d</sub>	C <sub>2,d</sub>	C <sub>3,d</sub>	C <sub>4,d</sub>	C <sub>5,d</sub>	R <sub>S</sub>	C <sub>S</sub>	ΔC <sub>S</sub>	ΔC <sub>S</sub> <sup>J</sup>
0	0,70	0,73	0,70	0,73	0,75+	122,44	153,25	122,44	153,25	146,63	0,8229	698,01	-----	-----
1	0,70	0,73+	0,70	0,73+	0,80	122,44	153,25	122,44	153,25	177,51	0,8271	728,89	-----	30,88
2	0,70+	0,75	0,70+	0,75	0,80	122,44	166,44	122,44	166,44	177,51	0,8373	755,27	-----	26,38
3	0,72++	0,75	0,72+	0,75	0,80	136,39	166,44	136,39	166,44	177,51	0,8488	783,17	-----	27,90
4	0,74	0,75	0,72	0,75	0,80	154,12	166,44	136,39	166,44	177,51	0,8544	800,90	-----	17,73

TABLE 5.18 Identification of Um ou Dois Components with Funções Discretas de Maior Atuação no Sistema.

ITERAÇÕES

J	R <sub>1,d</sub>	R <sub>2,d</sub>	R <sub>3,d</sub>	R <sub>4,d</sub>	R <sub>5,d</sub>	FS <sub>1,d</sub>	FS <sub>2,d</sub>	FS <sub>3,d</sub>	FS <sub>4,d</sub>	FS <sub>5,d</sub>	S <sub>1,d</sub>	S <sub>2,d</sub>	S <sub>3,d</sub>	S <sub>4,d</sub>	S <sub>5,d</sub>
0	0,70	0,73	0,70	0,73	0,75	0,01228	0,01246	0,01228	0,01246	0,01295+	-----	-----	-----	-----	-----
1	0,70	0,73	0,70	0,73	0,80	0,01228	0,01246+	0,01228	0,01246+	0,00338	-----	0,265+	-----	0,265+	-----
2	0,70	0,75	0,70	0,75	0,80	0,01228+	0,00834	0,01228+	0,00834	0,00338	0,296+	-----	-----	0,296+	-----
3	0,72	0,75	0,72	0,75	0,80	0,00940++	0,00834	0,00940+	0,00834	0,00338	0,279++	-----	-----	0,279+	-----
4	0,74	0,75	0,72	0,75	0,80	-----	0,00834	0,00940	0,00834	0,00338	-----	-----	-----	-----	-----

( $J = 0$ ), enquanto os valores de custo-confiabilidade imediatamente acima são alocados e constituem a penúltima iteração ( $J = 3$ ), na Tabela 5.17.



LEGENDA

- CURVA C x R DISCRETA
- ALOCAÇÃO INICIAL
- ALOCAÇÃO FINAL

Fig. 5.8 - Comportamento das Funções Custo-Confiabilidade Discretas dos Componentes ao Longo das Alocações.

### 5.5 - ALTERNATIVAS DE ALOCAÇÃO

Considere o sistema ponte ilustrado na Figura 5.3, para o qual são propostas novas alternativas discretas de custo-confiabilidade para os seus componentes, a fim de encontrar a melhor solução dentro das mesmas restrições de custo-confiabilidade, mostrando a flexibilidade inerente ao método proposto, bem como a rapidez e a facilidade com que novas alternativas podem ser analisadas com mínimo esforço computacional.

Para isto, são mantidos os valores iniciais de confiabilidade e custo dos componentes usados em exemplo anterior, e alocadas alternativas discretas não muito distantes em confiabilidade e custo para os respectivos componentes do sistema.

I - Novos valores de custo-confiabilidade para os componentes 1 e 3.

Os dados e as especificações são:

Componente-I	1	2	3	4	5
$R_I$	0,70	0,73	0,70	0,73	0,75
	0,72	0,75	0,72	0,75	0,80
	0,73	0,77	0,73	0,77	0,86
$C_I$	122,44	153,25	122,44	153,25	146,63
	136,39	166,44	136,39	166,44	177,51
	144,72	185,62	144,72	185,62	312,29

$$C_{S,MAX} = 800 \quad ; \quad R_{S,DES} = 0,8550$$

Para o cálculo dos fatores de seleção dos compo

mentos, a cada iteração, utilizou-se a mesma variação de custo  $\Delta C_S = 6,0$ , usada anteriormente.

As Tabelas 5.19 e 5.20 mostram a evolução do método do proposto.

Observar que:

- a) O número de iterações é bastante restrito, uma vez que as alterações de confiabilidade e custo dos componentes simétricos, na iteração, se realizam simultaneamente.
- b) A variação de custo a cada iteração é superior a  $\Delta C_S$ , como esperado.
- c) Todas as alternativas de confiabilidade e custo dos componentes 1 e 3 são alocadas.
- d) O custo total obtido aproxima-se bastante do requisito de custo máximo, embora o requisito de confiabilidade desejada não seja atendido.
- e) Qualquer alocação que vier a se realizar após a 4ª iteração acarretará violação do requisito de custo máximo; portanto a 4ª iteração se constitui na solução subótima ou solução de custo mínimo.
- f) As igualdades entre os componentes 1 e 3 e entre os componentes 2 e 4 são mantidas ao final das alocações.

- g) Devido às alternativas de custo-confiabilidade discretas dos componentes 1 e 3 se esgotarem, não se faz mais necessário o cálculo de seus fatores de seleção, logo, das sensibilidades.
- h) Devido aos novos valores de confiabilidade e custo dos componentes 1 e 3 serem alocados houve uma melhora na solução encontrada em relação à solução obtida em exemplo anterior, como mostra as Tabelas 5.17 e 5.19.

A Figura 5.9 mostra o comportamento das funções custo-confiabilidade discretas ao longo das alocações.

Na Figura as extremidades inferiores das funções correspondem aos valores mínimos de custo-confiabilidade viáveis dos componentes que são automaticamente alocados, e que constituem a iteração inicial ( $J = 0$ ), enquanto, as extremidades superiores das funções custo-confiabilidade discretas dos componentes constituem a iteração final ( $J = 4$ ) indicada na Tabela 5.19.

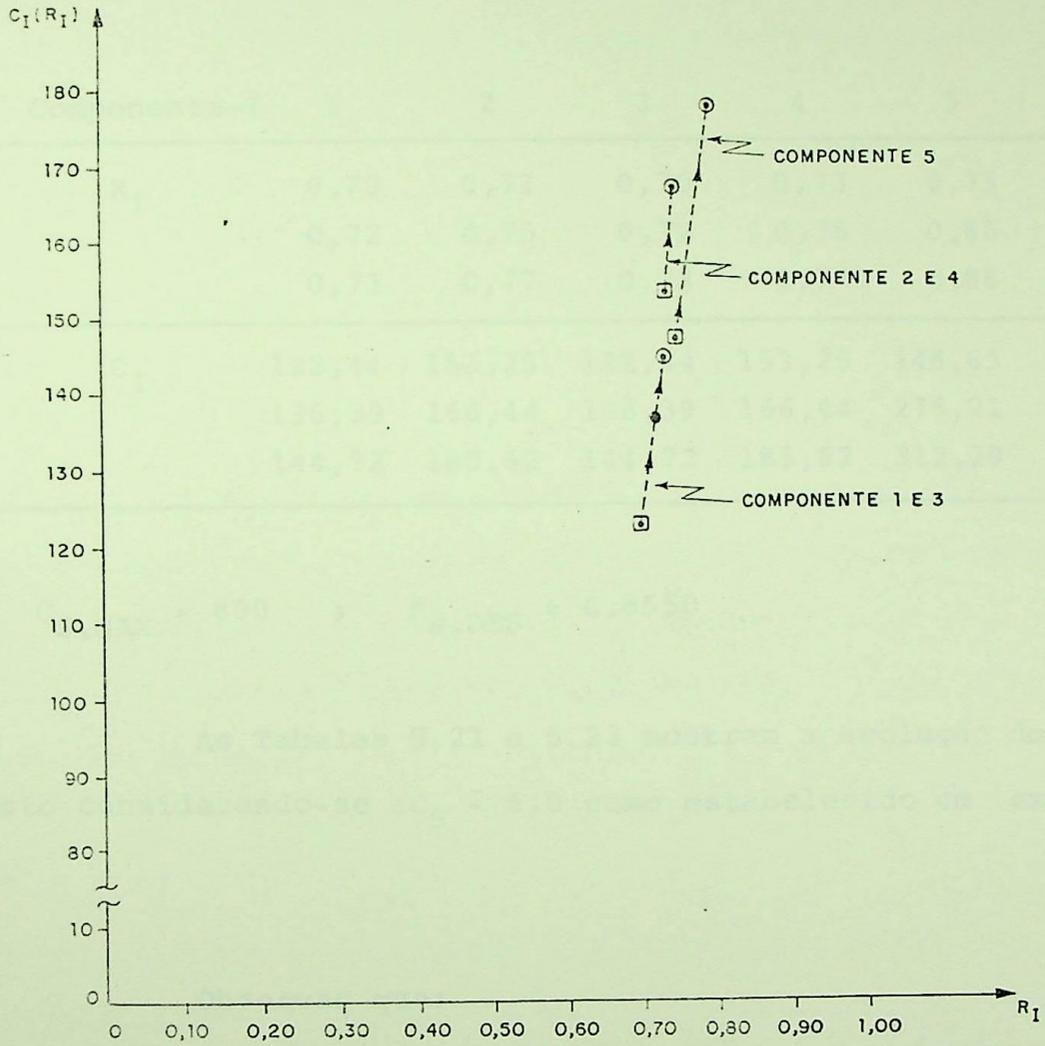
O comportamento das funções custo-confiabilidade discretas dos componentes 1 e 3 mostra que é possível através de escolhas adequadas de alternativas custo-confiabilidade atingir soluções muito próximas da solução ótima procurada, embora não se tenha atingido o requisito de confiabilidade desejada,  $R_{S,DIS}$ .

TABELA 5.19 - Solução de Custo Mínimo para o Sistema e Variação de Custo por Iteração

ITERAÇÕES														
J	R <sub>1,d</sub>	R <sub>2,d</sub>	R <sub>3,d</sub>	R <sub>4,d</sub>	R <sub>5,d</sub>	C <sub>1,d</sub>	C <sub>2,d</sub>	C <sub>3,d</sub>	C <sub>4,d</sub>	C <sub>5,d</sub>	R <sub>S</sub>	C <sub>S</sub>	ΔC <sub>S</sub> <sup>C</sup>	ΔC <sub>S</sub> <sup>J</sup>
0	0,70	0,73	0,70	0,73	0,75+	122,44	153,25	122,44	153,25	146,63	0,8229	698,01	-----	-----
1	0,70	0,73+	0,70	0,73+	0,80	122,44	153,25	122,44	153,25	177,51	0,8271	728,89	-----	30,88
2	0,70+	0,75	0,70+	0,75	0,80	122,44	166,44	122,44	166,44	177,51	0,8373	755,27	-----	26,38
3	0,72+	0,75	0,72+	0,75	0,80	136,39	166,44	136,39	166,44	177,51	0,8488	783,17	-----	27,90
4	0,73	0,75+	0,73	0,75+	0,80	144,72	166,44	144,72	166,44	177,51	0,8543	799,83	-----	16,66

TABELA 5.20 - Evolução do Método Proposto e Identificação do Componente de Maior Atuação no Sistema

ITERAÇÕES															
J	R <sub>1,d</sub>	R <sub>2,d</sub>	R <sub>3,d</sub>	R <sub>4,d</sub>	R <sub>5,d</sub>	FS <sub>1,d</sub>	FS <sub>2,d</sub>	FS <sub>3,d</sub>	FS <sub>4,d</sub>	FS <sub>5,d</sub>	S <sub>1,d</sub>	S <sub>2,d</sub>	S <sub>3,d</sub>	S <sub>4,d</sub>	S <sub>5,d</sub>
0	0,70	0,73	0,70	0,73	0,75	0,0122	0,0124	0,0122	0,0124	0,0129+	-----	-----	-----	-----	-----
1	0,70	0,73	0,70	0,73	0,80	0,0122	0,0124+	0,0122	0,0124+	0,0033	-----	0,26+	-----	0,26+	-----
2	0,70	0,75	0,70	0,75	0,80	0,0122+	0,0083	0,0122+	0,0083	0,0033	0,29+	-----	0,29+	-----	-----
3	0,72	0,75	0,72	0,75	0,80	0,0100+	0,0083	0,0100+	0,0083	0,0033	0,27	-----	0,27+	-----	-----
4	0,73	0,75	0,73	0,75	0,80	-----	0,0083+	-----	0,0083+	0,0033	-----	0,25+	-----	0,25+	-----



LEGENDA

- CURVA C x R DISCRETA
- ALOCAÇÃO INICIAL
- ALOCAÇÃO FINAL

Fig. 5.9 - Comportamento das Funções Custo-Confiabilidade de Discretas dos Componentes ao Longo das Alocações segundo a Alternativa-I.

II - Novos valores de custo-confiabilidade para o componente 5.

Os dados e as especificações são:

Componente-I	1	2	3	4	5
$R_I$	0,70	0,73	0,70	0,73	0,75
	0,72	0,75	0,72	0,75	0,85
	0,73	0,77	0,73	0,77	0,86
$C_I$	122,44	153,25	122,44	153,25	146,63
	136,39	166,44	136,39	166,44	276,21
	144,72	185,62	144,72	185,62	312,29

$$C_{S,MAX} = 800 \quad ; \quad R_{S,DES} = 0,8550$$

As Tabelas 5.21 e 5.22 mostram a evolução do método proposto considerando-se  $\Delta C_S \approx 6,0$  como estabelecido em exemplo anterior.

Observar que:

- Mais uma vez o número de iterações é bastante restrito, devido às alterações de confiabilidade e custo dos componentes simétricos na iteração, se realizarem simultaneamente.
- A variação de custo a cada iteração é superior a  $\Delta C_S$ , como esperado.
- As novas alternativas de custo-confiabilidade para o componente 5 não são alocadas, devido à inferioridade de seu fa

tor de seleção em relação aos dos demais componentes a cada iteração.

- d) O custo total se aproxima bastante do requisito de custo máximo e tem-se garantido o atingimento do requisito de confiabilidade desejada.
- e) Nenhuma alocação deverá ser realizada após a 4ª iteração, uma vez que já se encontra atendido os requisitos de custo máximo e de confiabilidade desejada.
- f) A igualdade entre os componentes 1 e 3 é mantida até o término das alocações, o mesmo não acontecendo com os componentes 2 e 4, pois somente é possível na mesma iteração em que são identificados como os componentes de maior atuação alocar nova alternativa de custo-confiabilidade a um dos dois componentes, esta situação é indicada pelo sinal " ++ ".
- g) Se na 4ª iteração ocorresse a alocação simultânea dos valores de custo-confiabilidade dos componentes 2 e 4 ter-se-ia a violação do requisito de custo máximo.
- h) Devido às alternativas de custo-confiabilidade discretas dos componentes 1, 2 e 3 se esgotarem, não se faz mais necessário o cálculo de seus fatores de seleção.
- i) Devido à não alocação dos novos valores de confiabilidade e custo do componente 5 houve uma melhora sensível na solução encontrada em relação à solução obtida em exemplo anterior,

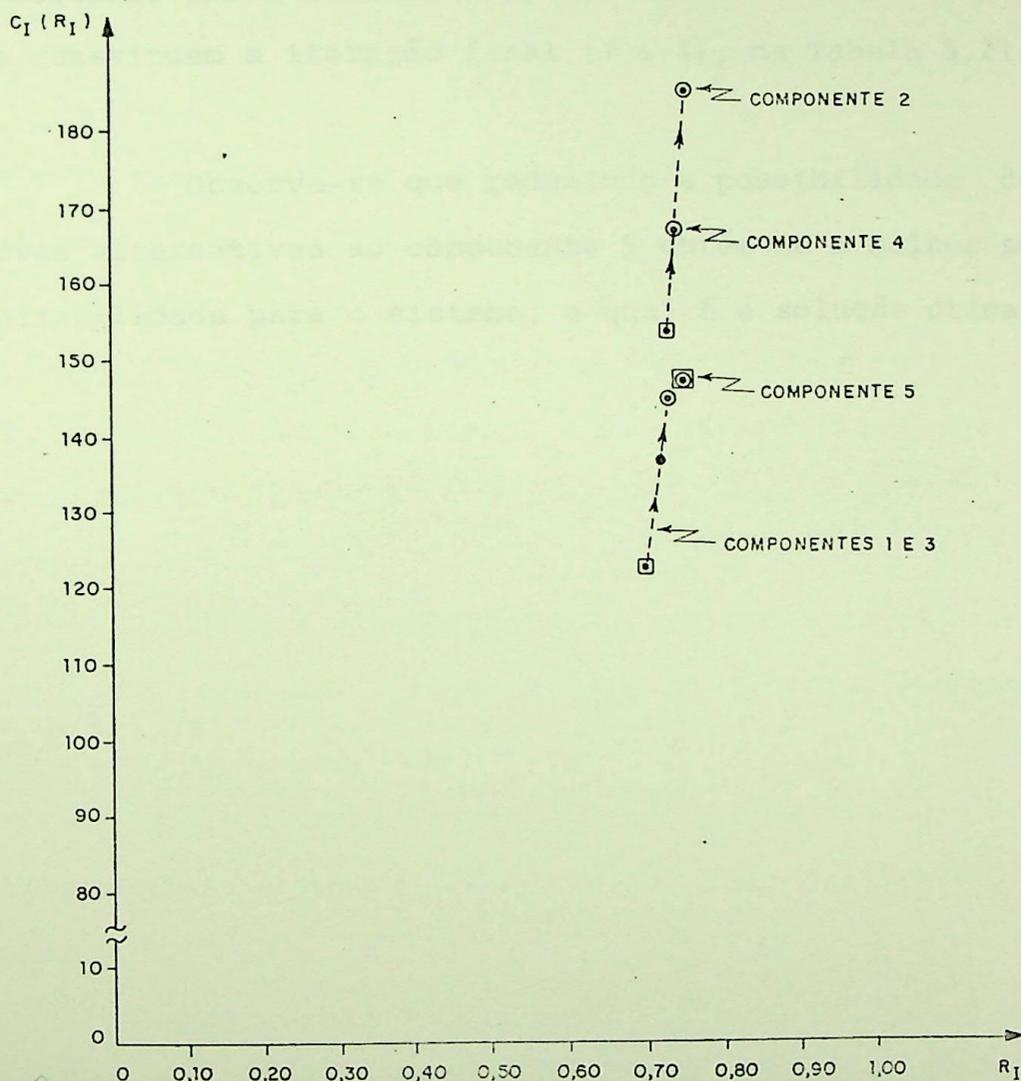
ITERAÇÕES														
J	R <sub>1,d</sub>	R <sub>2,d</sub>	R <sub>3,d</sub>	R <sub>4,d</sub>	R <sub>5,d</sub>	C <sub>1,d</sub>	C <sub>2,d</sub>	C <sub>3,d</sub>	C <sub>4,d</sub>	C <sub>5,d</sub>	R <sub>S</sub>	C <sub>S</sub>	ΔC <sub>S</sub> <sup>C</sup>	ΔC <sub>S</sub> <sup>J</sup>
0	0,70	0,73+	0,70	0,73+	0,75	122,44	153,25	122,44	153,25	146,63	0,8229	698,01	-----	-----
1	0,70+	0,75	0,70+	0,75	0,75	122,44	166,44	122,44	166,44	146,63	0,8334	724,39	-----	26,38
2	0,72+	0,75	0,72+	0,75	0,75	136,39	166,44	136,39	166,44	146,63	0,8451	752,29	-----	27,90
3	0,73	0,75++	0,73	0,75+	0,75	144,72	166,44	144,72	166,44	146,63	0,8506	768,95	-----	16,66
4	0,73	0,77	0,73	0,75+	0,75	144,72	185,62	144,72	166,44	146,63	0,8558	788,13	-----	18,18

TABELA 5.22 - Evolução do Método Proposto e Identificação do Componente de Maior Atuação no Sistema.

ITERAÇÕES															
J	R <sub>1,d</sub>	R <sub>2,d</sub>	R <sub>3,d</sub>	R <sub>4,d</sub>	R <sub>5,d</sub>	FS <sub>1,d</sub>	FS <sub>2,d</sub>	FS <sub>3,d</sub>	FS <sub>4,d</sub>	FS <sub>5,d</sub>	S <sub>1,d</sub>	S <sub>2,d</sub>	S <sub>3,d</sub>	S <sub>4,d</sub>	S <sub>5,d</sub>
0	0,70	0,73	0,70	0,73	0,75	0,0122	0,0124+	0,0122	0,0124+	0,0061	-----	0,26+	-----	0,26+	-----
1	0,70	0,75	0,70	0,75	0,75	0,0122+	0,0083	0,0122+	0,0083	0,0061	0,30+	-----	0,30+	-----	-----
2	0,72	0,75	0,72	0,75	0,75	0,0100+	0,0083	0,0100+	0,0083	0,0061	0,28+	-----	0,28+	-----	-----
3	0,73	0,75	0,73	0,75	0,75	-----	0,0083++	-----	0,0083+	0,0061	-----	0,25++	-----	0,25+	-----
4	0,73	0,77	0,73	0,75	0,75	-----	-----	-----	0,0083+	0,0061	-----	-----	-----	-----	-----

como mostram as Tabelas 5.19 e 5.21.

A Figura 5.10 mostra o comportamento das funções custo-confiabilidade discretas ao longo das alocações.



**LEGENDA**

- CURVA C x R DISCRETA
- ALOCAÇÃO INICIAL
- ALOCAÇÃO FINAL
- ◻ ALOCAÇÃO INICIAL INALTERADA

Fig. 5.10 - Comportamento das Funções Custo-Confiabilidade Discretas dos Componentes ao Longo das Alocações segundo a Alternativa-II.

Na Figura, as extremidades inferiores das funções correspondem aos valores mínimos de custo-confiabilidade viáveis dos componentes que são automaticamente alocados, e que constituem a iteração inicial ( $J = 0$ ), enquanto, as extremidades das funções custo-confiabilidade discretas dos componentes nas situações em que se encontram constituem a iteração final ( $J = 4$ ), na Tabela 5.21.

Observa-se que reduzindo a possibilidade de se alocar novas alternativas ao componente 5 obtém-se a melhor solução custo-confiabilidade para o sistema, a qual é a solução ótima procurada.

## CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E DESDOBRAMENTOS

### 6.1 - PRINCIPAIS RESULTADOS ATINGIDOS

Os principais resultados atingidos no trabalho são:

- a) Proposta de introdução de funções custo-confiabilidade discretas.
- b) Desenvolvimento de um método heurístico geral para alocação da confiabilidade em sistemas não-série-paralelo, sem uso de redundância.

Para a consecução dos resultados foram necessários estudos que levaram a outros resultados de menor expressão:

- 1) Análise crítica comparativa dos métodos de alocação da confiabilidade a sistemas não-série-paralelo existentes na literatura.
- 2) Análise crítica comparativa dos modelos custo-confiabilidade em função do ciclo de vida.
- 3) Proposta de modelo de custo de operação para itens não-reparáveis.
- 4) Extensão do conceito de custo da confiabilidade, com a inclusão de situações relevantes na tomada de decisão de projeto,

particularmente o conceito de risco na decisão.

- 5) Aperfeiçoamento das características necessárias para as funções custo-confiabilidade utilizáveis na prática.
- 6) Desenvolvimento de procedimento heurístico para cálculo do componente de maior atuação no sistema a partir de sua função custo-confiabilidade e de sua localização topológica no sistema.

## 6.2 - CARACTERÍSTICAS NOTÁVEIS DO MÉTODO

A integração dos trabalhos em um algoritmo global permitiu a consecução de algumas características não encontradas nos trabalhos existentes na literatura:

- 1) Grande generalidade que o torna aplicável às situações particulares de sistemas com diagrama de blocos em série e não-sé-rie-paralelo.
- 2) Convergência praticamente assegurada pelo algoritmo da etapa de alocação subótima que, com a escolha adequada da variação incremental  $\Delta C_S$  pode levar a uma solução tão próxima à desejada quanto se queira ou à própria solução ótima.
- 3) Permanência, em todo processo, das condições de simetria ou redundância existentes na topologia.
- 4) Monitoração constante, com verificação dos requisitos de cusu

to máximo e confiabilidade desejada para o sistema, a cada iteração, interrompendo o processo tão logo sejam satisfeitos ou violados os requisitos.

- 5) Tratamento conjunto dos componentes com funções custo-confiabilidade contínuas e discretas na etapa de alocação subótima.
- 6) Facilidade de implementação em computador, de flexibilidade para implementação de alterações de dados, de ajuste da precisão dos resultados e de inclusão ou exclusão da segunda etapa do algoritmo.
- 7) Espalhamento das alterações de confiabilidade permitindo que se possa manter boa homogeneidade entre os valores das confiabilidades dos componentes, com a solução tendendo para componentes com o mesmo grau de sofisticação tecnológica.

Como limitações principais do algoritmo proposto estão a dificuldade de obtenção de funções custo-confiabilidade com precisão adequada; a necessidade de estabelecimento prévio de parâmetros de decisão ( $\Delta C_S$ ,  $d$ ) e a não utilização de redundância como recurso de melhoria da confiabilidade do sistema.

Quanto às limitações do modelo de custo-confiabilidade podem ser ressaltados: grande subjetividade envolvida na quantificação de algumas parcelas bem como a dificuldade de avaliação de custos nas situações de maior peso, volume ou consumo de energia, essenciais nos setores aeronáutico, militar e aeroespacial.

### 6.3 - SUGESTÕES PARA CONTINUAÇÃO DO TRABALHO

Há alguns pontos abordados no trabalho que merecem ser aprofundados: a consolidação e aperfeiçoamento dos modelos de custo da confiabilidade, a incorporação da alternativa de redundância ativa, de espera ou k-em-n como instrumento de aumento da confiabilidade, e a proposição de sistemática de estudo de alternativas através da alteração de funções custo-confiabilidade de componentes.

A utilização da flexibilidade de aplicação dos algoritmos para examinar várias topologias diferentes usando os mesmos componentes. Com isto será possível selecionar a topologia que melhor atenderá os requisitos de projeto.

Em particular, o desenvolvimento de um conjunto de algoritmos que permita o "balanceamento" entre a melhoria da confiabilidade pela utilização de redundância de componentes e a melhoria da confiabilidade pela seleção da topologia mais favorável, otimizando a solução.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - DHILLON, B.S., Reliability apportionment/allocation - a survey. Microelectronics on Reliability, GB, 26 (6): 1121-1129, 1986.
- [2] - TILLMAN, F.A. et alii, Optimization techniques for system reliability with redundancy - a review. IEEE Transactions on Reliability, USA, 26(3): 148-155, august 1977.
- [3] - KUO, W. et alii, A note on heuristic methods in optimal system reliability. IEEE Transactions on Reliability, USA, 27(5): 320-324, december 1978.
- [4] - HWANG, C.L. et alii, System-reliability evaluation techniques for complex/large systems - a review. IEEE Transactions on Reliability, USA, 30(5): 416-423, december 1981.
- [5] - AZEVEDO, I.A. e LEITE, J.B.A., Modelos de custo para itens de alta confiabilidade. In: SEMINÁRIO-ADUNESP, 9. Guaratinguetá, 1988. Anais... Guaratinguetá, S.P., 1988. pp. 121-126.
- [6] - AGGARWAL, K.K., Minimum cost systems with specified reliability. IEEE Transactions on Reliability, USA, 26(3): 166-167, august 1977.
- [7] - NAKAGAWA, Y. and NAKASHIMA, K., A heuristic method for determining optimal reliability allocation. IEEE Transactions on Reliability, USA, 26(3): 156-161, august 1977.
- [8] - TILLMAN, F.A. et alii, Optimal reliability of a complex system. IEEE Transactions on Reliability, USA, 19(3):95-100, august

1970.

- [9] - NAKAGAWA, Y. et alii, Optimal reliability allocation by branch-and-bound technique. IEEE Transactions on Reliability, USA, 27(1): 31-38, april 1978.
  
- [10] - BOBBIO, A. and PREMOLI, A., A nonlinear integer algorithm for optimal reliability allocation. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON CIRCUITS AND COMPUTERS (ICCC), NY, 1980, pp 1142-1145, v.2.
  
- [11] - FUNG, K. T., A philosophy for allocating component reliabili ties in a network. IEEE Transactions on Reliability, USA, 34(2): 151-153, june 1985.
  
- [12] - AGGARWAL, K. K., Redundancy optimization in general systems. IEEE Transactions on Reliability, USA, 25(5): 330-332, decem ber 1976.
  
- [13] - HWANG, C. L. et alii, Optimization of system reliability by the sequential unconstrained minimization technique. IEEE Transactions on Reliability, USA, 24(2): 133-135, june 1975.
  
- [14] - NGUYEN, D. G. and MURTHY, D.N.P., Optimal burn-in time to minimize cost for products sold under warranty. IEEE Transactions, USA, 14(3): 167-174, september 1982.
  
- [15] - PLESSER, K. T. and FIELD, T.D., Cost-Optimized burn-in duration for repairable electronic systems. IEEE Transactions on Reliability, USA, 26(3): 195-197, august 1977.
  
- [16] - GOVIL, K.K., New analytical models for logistic support cost and life cycle cost vs reliability function.

Microelectronics on Reliability, GB, 24(1): 61-63, 1984.

- [17] - GOVIL, K.K., Optimum design of reliable systems for specified life cycle cost. Microelectronics on Reliability, GB, 25(2): 239-241, 1985.
- [18] - AGGARWAL, K.K. and GUPTA, J.S., On minimizing the cost of reliable system. Correspondence. IEEE Transactions on Reliability, USA, 24(3): 205, 1975.
- [19] - GOVIL, K.K. and AGARWALA, R.A., Lagrange multiplier method for optimal reliability allocation in a series system. Reliability Engineering, GB, 6(3): 181-190, 1983.
- [20] - BILLINTON, R. and ALLAN, R.N. Network modelling and evaluation of complex systems. In: Reliability evaluation of engineering systems. Pitman. Boston, 1983. Cap. 5, pp 81-100.

## A P Ê N D I C E

### DESCRIÇÃO DETALHADA DO ALGORÍTMO PROPOSTO

Legenda: O sinal X  $\Rightarrow$  (Y) indica que o passo X está localizado em Y no fluxograma.

Comentário: DADOS INICIAIS

- 1 - Análise da topologia do sistema
  - 1.1 - Identifique o conjunto de componentes com funções custo-confiabilidade discretas;
  - 1.2 - Identifique o conjunto de componentes com funções contínuas;
  - 1.3 - Identifique o conjunto de componentes representativos (redundantes, simétricos, etc.);
  - 1.4 - Identifique o conjunto constituído pelo número de vezes que cada componente representativo aparece no sistema;
  - 1.5 - Identifique o conjunto final de componentes do sistema.
- 2 - Fornecimento dos requisitos de confiabilidade desejada e custo máximo do sistema,  $R_{S,DES}$  e  $C_{S,MAX}$ , respectivamente.
- 3 - Fornecimento dos modelos custo-confiabilidade dos componentes (na forma de função matemática ou de tabela).
- 4 - Estabelecimento da expressão da função confiabilidade do sistema,  $R_S = f(R_I's)$ 
  - 4.1 - Enumere os conjuntos de ligação mínimos;
  - 4.2 - Enumere os conjuntos de corte mínimos até a ordem máxima

desejada (aproximação ou solução exata).

5 - Determinação e verificação da viabilidade da solução inicial de partida

5.1 - Determine os valores mínimos de confiabilidade e custo de cada componente,  $R_{I,MIN}$  e  $C_{I,MIN}$ , respectivamente;

5.2 - Determine os valores mínimos de confiabilidade e custo do sistema,  $R_{S,MIN}$  e  $C_{S,MIN}$ , respectivamente;

5.3 - Teste para requisito de custo,

$$\sum C_{I,MIN} > C_{S,MAX}$$

VERDADEIRO: Os valores mínimos de confiabilidade e custo estabelecidos tornam o projeto inviável.

FALSO: Continue.

5.4 - Teste para requisito de custo,

$$\sum C_{I,MIN} = C_{S,MAX}$$

VERDADEIRO: Vá ao subitem 5.6.

FALSO: Continue.

5.5 - Teste para requisito de confiabilidade,

$$R_{S,MIN} \geq R_{S,DES}$$

VERDADEIRO: Solução Ótima Desejada.

FALSO: Inicia-se o Processo de Alocação Subótima a partir de valores mínimos viáveis de confiabilidade e custo para os componentes.

5.6 - Teste para requisito de confiabilidade,

$$R_{S,MIN} \geq R_{S,DES}$$

VERDADEIRO: Solução Ótima Desejada.

FALSO: Solução de custo mínimo que não satisfaz ao requisito de confiabilidade.

Comentário: ETAPA DE ALOCAÇÃO SUBÓTIMA

6 - Cálculo do incremento de custo  $\Delta C_S$

6.1 - Estabeleça o número médio desejado de alterações por componente, K;

6.2 - Calcule o número aproximado de iterações necessárias para se atingir a solução desejada,  $N_i$ ,

$$N_i = K \cdot N \quad (4.6)$$

6.3 - Calcule o incremento de custo fixo,

$$\Delta C_S = \frac{C_{S,MAX} - C_{S,MIN}}{N_i} \quad (4.5)$$

② ← 7 - Armazenamento,  $\Delta C_S^f = \Delta C_S$

8 - Cálculo do valor inicial de confiabilidade de cada componente do sistema.

8.1 - Forneça o valor percentual de deslocamento da confiabilidade de cada componente, d;

8.2 - Calcule a confiabilidade deslocada de cada componente,

$$R'_{I,MIN}$$

$$R'_{I,MIN} = (1 + d) \cdot R_{I,MIN} \quad (4.12)$$

9 - Cálculo do fator de seleção de cada componente,  $FS_I$

9.1 - Calcule a derivada da função custo-confiabilidade de cada

componente em relação ao seu valor corrente de confiabilidade:

9.1.1 - No caso de componentes com funções custo-confiabilidade contínuas use a equação definição de derivada;

9.1.2 - No caso de componentes com funções custo-confiabilidade discretas,

$$\frac{d C_I(R_I)}{d R_I} = \frac{\Delta C_{I,D}}{\Delta R_{I,D}} \quad (4.14)$$

9.2 - Calcule o fator de seleção de cada componente,

$$FS_I = \frac{\Delta C_S/R_I}{dC_I/dR_I} \quad (4.11)$$

10 - Retomada dos valores mínimos de confiabilidade e custo de cada componente,  $R_{I,MIN}$  e  $C_{I,MIN}$ , respectivamente.

Ⓐ ← 11 - Teste para verificação de fatores de seleção diferentes  
VERDADEIRO: Vá ao item 14.  
FALSO: Continue.

12 - Identificação dos componentes com fatores de seleção iguais.

13 - Teste para verificação dos componentes identificados com maiores fatores de seleção.

VERDADEIRO: Vá ao item 39 → ⓐ.

FALSO: Continue.

14 - Identificação do componente de maior fator de seleção.

Ⓓ ← 15 - Teste de componente de maior atuação no sistema para função custo-confiabilidade discreta.

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Vá ao item 21 → Ⓔ.

16 - Cálculo do incremento de custo discreto,  $\Delta C_{I,D}$ , necessário para se alocar novos valores de confiabilidade e custo para o componente com função custo-confiabilidade discreta.

17 - Teste para incremento de custo,  $\Delta C_S \geq \Delta C_{I,D}$

VERDADEIRO: Vá ao item 24 → Ⓕ.

FALSO: Continue.

18 - Teste para requisito de custo,  $\Delta C_{I,D} + C_S > C_{S,MAX}$

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Vá ao item 24 → Ⓕ.

19 - Eliminação do componente com função custo-confiabilidade discreta de futuras atualizações.

19.1 - Faça  $FS_I = 0$  em todas as iterações seguintes;

19.2 - Mantenha os FS's dos demais componentes obtidos na iteração anterior para a subsequente iteração.

20 - Retorno ao item 11 → Ⓐ.

Ⓔ ← 21 - Teste para verificação do componente com função custo-confiabilidade contínua pertencente ao conjunto de componentes representativos.

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Vá ao item 24  (F).

22 - Rateio do  $\Delta C_S$  entre os componentes iguais ao representativo, com função custo-confiabilidade contínua, cada um contribuindo com  $\Delta C_I$ .

22.1 - Faça  $\Delta C_S = \Delta C_I$  na iteração corrente.

23 - Cálculo do fator de seleção do componente representativo com função custo-confiabilidade contínua,  $FS_I$ , em função do incremento de custo distribuído,  $\Delta C_S$ , na iteração corrente.

23.1 - Calcule a derivada da função custo-confiabilidade do componente representativo em relação ao seu valor corrente de confiabilidade usando da equação definição de derivada;

23.2 - Calcule o fator de seleção do componente,

$$FS_I = \frac{\Delta C_S / R_I}{dC_I / dR_I} \quad (4.11)$$

(F)  24 - Atualização dos valores de confiabilidade e custo do componente selecionado na iteração corrente.

24.1 - No caso de componente com função custo-confiabilidade contínua:

24.1.1 - Calcule o incremento de confiabilidade correspondente ao incremento de custo,

$$\Delta R_I = R_I \cdot FS_I \quad (4.17)$$

24.1.2 - Atualize a confiabilidade do componente,

$$R'_I = R_I + \Delta R_I \quad (4.18)$$

24.1.3 - Atualize o valor de custo do componen  
te

$$C'_I = f(R'_I)$$

24.2 - No caso de componente com função custo-confiabil  
idade discreta aloque as alternativas subsequent  
es de confiabilidade e de custo, estabelecendo  
os valores atualizados  $R'_I$  e  $C'_I$ .

25 - Teste para verificação do componente com função custo-confiabil  
idade discreta.

VERDADEIRO: Vá ao item 31  $\Rightarrow$  (G).

FALSO: Continue.

26 - Teste para verificação do componente com função custo-confiabil  
idade contínua pertencente ao conjunto de componentes repres  
entativos.

VERDADEIRO: Faça  $\Delta C_S = \Delta C_I$

Continue.

FALSO: Continue.

27 - Teste para aceitação do incremento de custo,

$$\Delta C'_I = C'_I - C_I$$
$$\leq \Delta C_S$$

VERDADEIRO: Vá ao item 30.

FALSO: Continue.

28 - Cálculo dos valores corrigidos de confiabilidade e custo do  
componente selecionado com função custo-confiabilidade contíl

nua.

$$R_I^C = \frac{(C_I + \Delta C_S)(R_I' - R_I) - (C_I R_I' - C_I' R_I)}{C_I' - C_I} \quad (4.27)$$

$$C_I^C = f(R_I^C)$$

29 - Atualização da confiabilidade e do custo do componente selecionado.

$$R_I' = R_I^C \quad \text{e} \quad C_I' = C_I^C$$

30 - Teste para verificação do componente com função custo-confiabilidade contínua pertencente ao conjunto de componentes representativos.

VERDADEIRO: Faça  $\Delta C_S = \Delta C_S^f$

Continue.

FALSO: Continue.

ⓐ ↩ 31 - Atualização dos valores de confiabilidade e custo do sistema.

$$R_S = f(R_I's)$$

$$C_S = f(C_I's)$$

$$= \sum_{I=1}^N C_I(R_I)$$

32 - Teste para requisito de custo,  $C_S > C_{S,MAX}$

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Vá ao item 34.

ⓑ ↩ 33 - Determinação da Solução Subótima

33.1 - Retome valores de confiabilidade e custo dos componentes e do sistema obtidos na iteração anterior;

33.2 - Teste para  $C_{S,MAX} - C_S > E_C$

VERDADEIRO: Vá ao item 87 (Etapa de Alocação Ótima Ativada)

FALSO: Considerar solução obtida na iteração anterior como "Solução de Custo Mínimo" (atende requisito de custo máximo e não atinge requisito de confiabilidade).

34 - Teste para requisito de confiabilidade,  $R_S \geq R_{S,DES}$

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Vá ao item 37.

(H) ← 35 - Solução Ótima Parcial

35.1 - Teste para  $\Delta C_S$  com valor adequado à precisão desejada.

VERDADEIRO: Solução Ótima Desejada.

FALSO: Reduza valor de  $\Delta C_S$

Continue.

36 - Retorno ao item 7 → (Z) .

37 - Cálculo do fator de seleção do componente selecionado na respectiva iteração, em função do incremento de custo fixo,

$$\Delta C_S = \Delta C_S^f.$$

37.1 - Calcule a derivada da função custo-confiabilidade do

componente selecionado em relação ao seu valor corrente de confiabilidade:

37.1.1 - No caso de componente com função custo-confiabilidade contínua use a equação definição de derivada;

37.1.2 - No caso de componente com função custo-confiabilidade discreta

$$\frac{d C_I(R_I)}{d R_I} = \frac{\Delta C_{I,D}}{\Delta R_{I,D}} \quad (4.14)$$

37.2 - Calcule o fator de seleção do componente,

$$FS_I = \frac{\Delta C_S / R_I}{dC_I / dR_I} \quad (4.11)$$

37.2 - Mantenha os FS's dos demais componentes obtidos na iteração anterior para a subsequente iteração.

38 - Retorno ao item 11  $\Rightarrow$  (A) .

(J)  $\Leftarrow$  39 - Cálculo da sensibilidade da confiabilidade do sistema em relação à confiabilidade de cada componente.

39.1 - Utilize para os componentes com fatores de seleção iguais,

$$S_I = \frac{dR_S}{dR_I} \quad (4.16)$$

$$= \begin{cases} \sum_{I \in C_i} \frac{Q_S}{(1 - R_I)} \\ 0 \text{ para } I \notin C_i \end{cases} \quad (4.15)$$

40 - Teste para identificação de componentes com sensibilidades iguais

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Vá ao item 43.

41 - Identificação dos componentes com sensibilidades iguais.

42 - Teste para componentes com sensibilidades iguais e maiores

VERDADEIRO: Vá ao item 45.

FALSO: Continue.

43 - Identificação, entre os componentes selecionados, do componente de maior sensibilidade.

44 - Retorno ao item 15  $\Rightarrow$  (D).

45 - Teste para verificação se, entre os componentes com  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores, existem dois ou mais componentes com função custo-confiabilidade discretas

VERDADEIRO: Vá ao item 63  $\Rightarrow$  (P).

FALSO: Continue.

46 - Teste para verificação se, entre os componentes com  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores, existe apenas um componente com função custo-confiabilidade discreta

VERDADEIRO: Vá ao item 78  $\Rightarrow$  (Q).

FALSO: Continue.

(L)  $\Leftarrow$  47 - Teste para verificação se, entre os componentes com

$FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores, existem dois ou mais componentes com funções custo-confiabilidade contínuas.

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Retorno ao item 21  $\Rightarrow$  (E).

48 - Identificação dos  $N_C$  componentes com funções custo-confiabilidade contínuas.

49 - Rateio do incremento de custo fixo,  $\Delta C_S = \Delta C_S^f$ , entre os  $N_C$  componentes com  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores,

$$\Delta C^f = \Delta C_S / N_C$$

49.1 - Faça  $\Delta C_S = \Delta C^f$  na situação corrente

50 - Teste para verificação se cada um dos  $N_C$  componentes com funções custo-confiabilidade contínuas pertence ao conjunto de componentes representativos.

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Vá ao item 52.

51 - Rateio do  $\Delta C_S = \Delta C^f$ , correspondente à situação de componentes com  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores, segundo número de vezes que o componente representativo aparece no sistema,

$$\Delta C_I = \Delta C_S / N_r$$

onde:

$N_r$  é o número de vezes que o componente representativo aparece no sistema.

51.1 - Faça  $\Delta C_S = \Delta C_I$  na situação corrente.

52 - Cálculo do fator de seleção do componente com função custo-con

fiabilidade contínua,  $FS_I$ , em função do correspondente incremento de custo distribuído,  $\Delta C_S$ .

52.1 - Calcule a derivada da função custo-confiabilidade do componente em relação ao seu valor corrente de confiabilidade usando da equação definição de derivada;

52.2 - Calcule o fator de seleção do componente,

$$FS_I = \frac{\Delta C_S / R_I}{dC_I / dR_I} \quad (4.11)$$

53 - Atualização dos valores de confiabilidade e custo do componente com função custo-confiabilidade contínua.

53.1 - Calcule o incremento de confiabilidade correspondente ao incremento de custo corrente,

$$\Delta R_I = R_I \cdot FS_I \quad (4.17)$$

53.2 - Atualize a confiabilidade do componente,

$$R'_I = R_I + \Delta R_I \quad (4.18)$$

53.3 - Atualize o valor de custo do componente,

$$C'_I = f(R'_I)$$

54 - Teste para a aceitação do incremento de custo,

$$\Delta C'_I = C'_I - C_I$$

$$\leq \Delta C_S$$

VERDADEIRO: Vá ao item 57.

FALSO: Continue.

55 - Cálculo dos valores corrigidos de confiabilidade e custo do componente com função custo-confiabilidade contínua,

$$R_I^C = \frac{(C_I + \Delta C_S)(R_I' - R_I) - (C_I R_I' - C_I' R_I)}{C_I' - C_I} \quad (4.27)$$

$$C_I^C = f(R_I^C)$$

56 - Atualização da confiabilidade e custo do componente,

$$R_I' = R_I^C \quad \text{e} \quad C_I' = C_I^C$$

57 - Teste para verificação se, entre os  $N_C$  componentes com  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores, este é o último componente na sequência de atualização dos valores de confiabilidade e custo.

VERDADEIRO: Faça  $\Delta C_S = \Delta C_S^f$

Continue.

FALSO: Faça  $\Delta C_S = \Delta C^r$

Retorne ao item 50.

(N) ← 58 - Atualização dos valores de confiabilidade e custo do sistema,

$$R_S = f(R_I \text{'s})$$

$$C_S = f(C_I \text{'s})$$

$$= \sum_{I=1}^N C_I(R_I)$$

59 - Teste para requisito de custo,  $C_S > C_{S,MAX}$

VERDADEIRO: Retorne ao item 33 → (I).

FALSO: Continue.

60 - Teste para requisito de confiabilidade,  $R_S \geq R_{S,DES}$

VERDADEIRO: Retorne ao item 35 → (H).

FALSO: Continue.

61 - Cálculo dos fatores de seleção dos componentes com funções custo-confiabilidade contínuas selecionados como os de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores, em função do incremento de custo fixo,  $\Delta C_S = \Delta C_S^f$

61.1 - Calcule as derivadas das funções custo-confiabilidade dos componentes em relação aos seus valores correntes de confiabilidade usando da equação definição de derivada;

61.2 - Calcule os fatores de seleção dos componentes,

$$FS_I = \frac{\Delta C_S / R_I}{dC_I / dR_I} \quad (4.11)$$

61.3 - Mantenha os FS's de demais componentes obtidos na iteração anterior para a subseqüente iteração.

62 - Retorno ao item 11  $\Rightarrow$  (A).

(P)  $\Leftarrow$  63 - Identificação dos componentes com funções custo-confiabilidade discretas na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores.

64 - Cálculo do incremento de custo discreto dos componentes com funções custo-confiabilidade discretas na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores,  $\Delta C_{I,D}$ .

65 - Teste para aceitação do incremento de custo,

$$\Delta C_{I,D} + C_S > C_{S,MAX}$$

VERDADEIRO: Elimine o componente com função custo-confiabilidade

bilidade de futuras atualizações.

Faça  $FS_I = 0$  em todas as subseqüentes iterações.

Vá ao item 68.

FALSO: Continue.

66 - Armazenamento do componente viável com função custo-confiabilidade discreta.

67 - Atualização do custo do sistema,

$$C_S = C_S + \Delta C_{I,D}$$

68 - Teste para verificação se, entre os componentes com funções custo-confiabilidade discretas na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores, este é o último componente.

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Retorne ao item 64.

69 - Teste para verificação se não existe componente viável com função custo-confiabilidade discreta na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores.

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Vá ao item 72.

70 - Manutenção dos  $FS$ 's dos componentes não selecionados nos passos anteriores a partir do 63.

71 - Teste para verificação se existe, entre os componentes selecionados com  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores, componente com função

custo-confiabilidade contínua.

VERDADEIRO: Retorne ao item 47  $\Rightarrow$  (L).

FALSO: Retorne ao item 11  $\Rightarrow$  (A).

72 - Teste para verificação se existe, apenas um componente viável com função custo-confiabilidade discreta, na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores.

VERDADEIRO: Vá ao item 82  $\Rightarrow$  (R).

FALSO: Continue.

73 - Identificação dos componentes viáveis com funções custo-confiabilidade discretas, na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores.

74 - Atualização dos valores de confiabilidade e custo dos componentes viáveis com funções custo-confiabilidade discretas e do sistema.

74.1 - No caso de componentes com funções custo-confiabilidade discretas aloque as alternativas subsequentes de confiabilidade e de custo, estabelecendo os valores atualizados  $R_I'$  e  $C_I'$ , respectivamente;

74.2 - Atualize os valores de confiabilidade e custo do sistema,

$$R_S = f(R_I' \text{'s})$$

$$C_S = f(C_I' \text{'s})$$

$$= \sum_{i=1}^N C_I(R_I)$$

75 - Teste para requisito de confiabilidade,  $R_S \geq R_{S,DES}$

VERDADEIRO: Retorne ao item 35  $\Rightarrow$  (H).

FALSO: Continue.

76 - Cálculo dos fatores de seleção dos componentes viáveis com funções custo-confiabilidade discretas, na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores.

76.1 - Calcule a derivada da função custo-confiabilidade de cada componente em relação ao seu valor corrente de confiabilidade,

$$\frac{d C_I(R_I)}{d R_I} = \frac{\Delta C_{I,D}}{\Delta R_{I,D}} \tag{4.14}$$

76.2 - Calcule o fator de seleção de cada componente,

$$FS_I = \frac{\Delta C_{S/R_I}}{dC_I/dR_I} \tag{4.11}$$

76.3 - Mantenha os FS's obtidos na iteração anterior para os componentes não selecionados nos passos anteriores a partir do 63.

77 - Teste para verificação da existência, entre os componentes selecionados com  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores de componente com função custo-confiabilidade contínua.

VERDADEIRO: Retorne ao item 47  $\Rightarrow$  (L).

FALSO: Retorne ao item 11  $\Rightarrow$  (A).

(Q)  $\Leftarrow$  78 - Identificação do componente com função custo-confiabilidade discreta na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores.

79 - Cálculo do incremento de custo discreto do componente com função custo-confiabilidade discreta, na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores,  $\Delta C_{I,D}$ .

80 - Teste para incremento de custo,  $\Delta C_S \geq \Delta C_{I,D}$ .

VERDADEIRO: Vá ao item 82  $\Rightarrow$  (R).

FALSO: Continue.

81 - Teste para aceitação do incremento de custo,

$$\Delta C_{I,D} + C_S > C_{S,MAX}$$

VERDADEIRO: Elimine o componente com função custo-confiabilidade discreta de futuras atualizações.

Faça  $FS_I = 0$  em todas as subsequentes iterações.

Retorne ao item 47  $\Rightarrow$  (L).

FALSO: Continue.

(R)  $\Leftarrow$  82 - Atualização dos valores de confiabilidade e custo do componente com função custo-confiabilidade discreta e do sistema.

82.1 - No caso de componente com função custo-confiabilidade discreta aloque a alternativa subsequente de confiabilidade e de custo, estabelecendo os valores atualizados  $R_I'$  e  $C_I'$ , respectivamente;

82.2 - Atualize os valores de confiabilidade e custo do sistema,

$$R_S = f(R_I's)$$

$$C_S = f(C_I's)$$

$$= \sum_{I=1}^N C_I(R_I)$$

83 - Teste para requisito de custo,  $C_S > C_{S,MAX}$

VERDADEIRO: Retorne ao item 33  $\Rightarrow$  (I).

FALSO: Continue.

84 - Teste para requisito de confiabilidade,  $R_S \geq R_{S,DES}$

VERDADEIRO: Retorne ao item 35  $\Rightarrow$  (H).

FALSO: Continue.

85 - Cálculo do fator de seleção do componente com função custo-confiabilidade discreta selecionado, na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores, em função do incremento de custo fixo,

$$\Delta C_S = \Delta C_S^f$$

85.1 - Calcule a derivada da função custo-confiabilidade do componente em relação ao seu valor corrente de confiabilidade,

$$\frac{d C_I(R_I)}{d R_I} = \frac{\Delta C_{I,D}}{\Delta R_{I,D}} \tag{4.14}$$

85.2 - Calcule o fator de seleção do componente,

$$FS_I = \frac{\Delta C_S/R_I}{dC_I/dR_I} \tag{4.11}$$

85.3 - Mantenha os FS's obtidos na iteração anterior para os componentes não selecionados nos passos anteriores a partir do 78.

86 - Teste para verificação da existência, entre os componentes selecionados na situação de  $FS_I$ 's e  $S_I$ 's iguais e maiores, de

componente com função custo-confiabilidade contínua

VERDADEIRO: Retorna ao item 47 ➡ (L).

FALSO: Retorne ao item 11 ➡ (A).

Comentário: ETAPA DE ALOCAÇÃO ÓTIMA.

87 - Teste para verificação da não existência de componentes com funções custo-confiabilidade contínuas

VERDADEIRO: A solução de custo mínimo que não satisfaz ao requisito de confiabilidade do sistema,  $R_{S,DES}$ , é a solução da iteração anterior.

FALSO: Continue.

88 - Identificação dos componentes com funções custo-confiabilidade contínuas.

(X) ⬅ 89 - Cálculo do incremento de confiabilidade necessário para se atingir o requisito de confiabilidade desejada,

$$\Delta R_S = R_{S,DES} - R_S \tag{4.29}$$

90 - Cálculo da sensibilidade da confiabilidade do sistema em relação à confiabilidade corrente de cada componente,

$$S_I = \frac{dR_S}{dR_I} \tag{4.16}$$

$$= \begin{cases} \sum_{I \in C_i} \frac{Q_S}{(1-R_I)} & \\ 0 & \text{para } I \notin C_i \end{cases} \tag{4.15}$$

91 - Cálculo do coeficiente de ajuste da confiabilidade para os com

ponentes do sistema,

$$\alpha = \Delta R_S / \sum_{I=1}^N S_I^2 \quad (4.30)$$

92 - Atualização dos valores de confiabilidade e custo do componente com função custo-confiabilidade contínua.

92.1 - Calcule o incremento de confiabilidade a ser dado a confiabilidade corrente do componente,

$$\Delta R_I = \alpha \cdot S_I \quad (4.31)$$

92.2 - Atualize a confiabilidade do componente,

$$R_I'' = R_I' + \Delta R_I \quad (4.32)$$

92.3 - Atualize o valor de custo do componente,

$$C_I'' = f(R_I'')$$

93 - Teste para monitoração da confiabilidade,  $R_I'' > 1,0$

VERDADEIRO: Retome valores de confiabilidade e custo do respectivo componente obtidos na iteração anterior.

Vá ao item 95.

FALSO: Continue.

94 - Teste para monitoração do custo,  $C_I'' \geq C_{S,MAX}$

VERDADEIRO: Retome valores de confiabilidade e custo do respectivo componente obtidos na iteração anterior.

Continue.

FALSO: Continue.

95 - Teste para verificação se, entre os componentes com funções

custo-confiabilidade contínuas, este é o último componente monitorado.

VERDADEIRO: Continue.

FALSO: Retorne ao item 92.

96 - Atualização dos valores de confiabilidade e custo do sistema

$$R_S = f(R_I \text{'s})$$

$$C_S = f(C_I \text{'s})$$

$$= \sum_{I=1}^N C_I(R_I)$$

97 - Teste para requisito de custo,  $C_S > C_{S,MAX}$

VERDADEIRO: Retome valores de confiabilidade e custo dos componentes e do sistema obtidos na iteração anterior, que passam a ser considerados "Solução de Custo Mínimo" (atende ao requisito de custo máximo e não atinge o requisito de confiabilidade).

FALSO: Continue.

98 - Teste para requisito de confiabilidade,  $R_S \geq R_{S,DES}$ .

VERDADEIRO: Solução Ótima Desejada Atingida.

FALSO: Retorne ao item 89  $\Rightarrow$  (X).