

TESE

681

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO



ANÁLISE TEÓRICA DA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADES
RETANGULARES INCLINADAS COM PARTIÇÕES DIATÉRMICAS
LIGADAS À SUPERFÍCIE FRIA.

SEBASTIÃO FERNANDES

ORIENTADOR:

PROF. DR. GENÉSIO JOSÉ MENON

ITAJUBÁ - MG

1992

CLASS. 536.2:519.2(043.2)
CUT. F363 a
TOMBO. 681



ANALISE TEORICA DA CONVECCAO NATURAL EM CAVIDADES
RETAANGULARES INCLINADAS COM PAREDES OBTUSAS
LIGADAS A SUPERFICIE FRIA

RESUMO

ORIENTADOR
PROF. DR. GEMINIO JOSE MORAIS

DE - ARQUITECTURA
1981



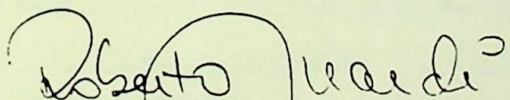
Ministério da Educação
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
Reconhecida Lei 3232 - 05/01/1917

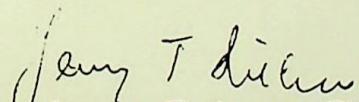
A N E X O I

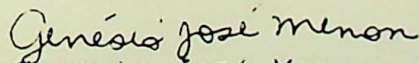
PRONUNCIAMENTO DA BANCA EXAMINADORA

A Banca Examinadora, abaixo assinada, nomeada por Portaria No 098 de 16/03/92, considerando o resultado do Julgamento da Prova de Defesa Pública da Dissertação de Mestrado intitulada: "Análise teórica da convecção natural em cavidades retangulares inclinadas com partições diatérmicas ligada a superfície fria" apresenta pronúncia no sentido de que o Coordenador dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Escola Federal de Engenharia de Itajubá solicite ao DRA (Departamento de Registro Acadêmico) a expedição do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica, na Área de Concentração de Máquinas de Fluxo, satisfeitas as demais exigências regimentais, a Sebastião Fernandes.

Itajubá. 17 de Março de 1992.


Prof. Roberto da Mota Girardi
1º Examinador - ITA


Prof. Jerzy Tadeusz Sielawa
2º Examinador - EFEI


Prof. Genésio José Menon
3º Examinador - EFEI - Orientador



Ministério da Educação
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ
Reconhecida Lei 3232 - 05/01/1917

A N E X O I I

FOLHA DE JULGAMENTO DA BANCA EXAMINADORA

Título da Dissertação "Análise teórica da convecção natural em cavidades retangulares inclinadas com partições diatérmicas ligada a superfície fria".

Autor: Sebastião Fernandes

JULGAMENTO

EXAMINADORES	CONCEITO	RUBRICA
1	A ⁺	Roberto Mota Girardi
2	A ⁺	Jerzy Tadeusz Sielawa
3	A ⁺	Genesis José Menon
4	x-x-x-x-x-x-x-x-x	x-x-x-x-x-x-x-x-x-x

Resultado Médio: Conceito A⁺, ou seja, _____

Aprovado com Distinção

Observações: _____

Itajubá, 17 de Março de 1992.

Roberto Mota Girardi
Prof. Roberto da Mota Girardi
1º Examinador - ITA

Jerzy Tadeusz Sielawa
Prof. Jerzy Tadeusz Sielawa
2º Examinador - EFEI

Genesis José Menon
Prof. Genesis José Menon
3º Examinador - EFEI - Orientador

AGRADECIMENTOS

Ao amigo e orientador Prof. Genésio José Menon, pela confiança e dedicação prestadas no decorrer deste trabalho.

Àqueles cuja amizade foi o maior incentivo para a realização deste trabalho, em particular ao amigo Jaime Rufino da Silva.

Ao Prof. Élcio Rogério Barrak, Diretor do ICI, pelo apoio prestado na confecção desta dissertação.

A todos os professores e funcionários da EFEI que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização do presente trabalho.

A Messias Tadeu Salgado, pela confecção dos desenhos.

A Matilde B. Pereira pela excelente datilografia nas figuras.

Análise-se a convecção natural no interior de uma cavidade retangular inclinado de um ângulo α com relação à horizontal, considerando partículas particuladas distribuídas e de espessura desprezível ligadas à superfície livre. Consideramos temperaturas limites T_1 e T_2 em duas paredes e duas linhas de condições de contorno nas outras laterais. Obtemos a distribuição linear de temperatura. Desenvolvemos um método simplificado de diferenças finitas para resolver as equações de conservação de massa e momento. Os efeitos de α e β são analisados em função de diversos parâmetros geométricos e físicos. Os resultados mostram que a inclinação da parede livre varia de 10° a 30° e a inclinação da inclinação de 10° a 30° , obtendo-se resultados para β variando de 0 a 1 com coeficientes adimensionais $\beta_1 = 0,1$, $0,2$, $0,3$, $0,4$, $0,5$. Os parâmetros geométricos estudados são: número de Prandtl (Pr), $0,1$ e $0,7$, número de Rayleigh Ra variando de 10^4 a 10^6 e número de Grashof entre 10^4 a 10^6 . Conclui-se que a inclinação da superfície livre da cavidade tem a mesma da inclinação da parede de cima por convecção natural no interior da cavidade.

À memória de meus pais
Francisco e Maria

À minha irmã
Tereza

À minha esposa
Gersonita

Aos meus filhos
Edson, Luciano e Adriano

RESUMO

Analisa-se a convecção natural no interior de uma cavidade retangular inclinada de um ângulo α com relação à horizontal, contendo partições parciais diatérmicas e de espessura desprezível ligadas à superfície fria. Consideram-se temperaturas impostas T_h e T_c em duas paredes e dois tipos de condições de contorno nas outras: isolamento térmico e variação linear de temperatura. Empregou-se um método explícito de diferenças finitas para resolver as equações de conservação na forma adimensional. Os números de Nusselt médios nas superfícies quente e fria, respectivamente N_{uh} e N_{uc} , são calculados em função de diversos parâmetros geométricos e térmicos. Os parâmetros geométricos envolvidos são : Razão de Aspecto ($R=H/L$) variando de 1 a 5, ângulos de inclinação (α) entre 0° e 60° , número de partições (N_p) variando de 0 a 5 com comprimentos adimensionais (d/L) iguais a 0, 0,25, 0,5 e 0,75. Os parâmetros térmicos usados são: número de Prandtl (Pr) 0,71 e 0,733 , número de Rayleigh (Ra) variando de 10^3 a 10^6 e número de Grashof entre 10^4 e 10^6 . Mostra-se que a colocação de partições na superfície fria da cavidade tem o efeito de diminuir as perdas de calor por convecção natural no interior da cavidade.

ABSTRACT

Natural convection in a bidimensional, rectangular and inclined cavity with partial diathermal partitions on its cold wall is studied. The temperatures are imposed on two walls and two types of boundary conditions are assumed in the other ones: thermal insulation and linear temperature variation. An explicit method of finite differences is employed to solve the conservation equations in dimensionless form. The average Nusselt numbers, Nu_h and Nu_c , are obtained in function of thermal and geometrical parameters. We have used aspect ratios 1 to 5, inclination angles varying from 0° to 60° , number of partitions 0 to 5, dimensionless partition lengths equal to 0, 0.25, 0.5 and 0.75, Rayleigh number varying from 10^3 to 10^6 , Grashof number from 10^4 to 10^6 and Prandtl number 0.71 and 0.733. It is shown that the partitions on the cold wall lower the heat losses by natural convection inside the cavity.

CONTEÚDO

	PÁGINA
RESUMO -----	i
ABSTRACT -----	ii
CONTEÚDO -----	iii
SIMBOLOGIA -----	v
ÍNDICE DAS TABELAS -----	viii
ÍNDICE DAS FIGURAS -----	x
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO:	
1.1 - Generalidades -----	1
1.2 - Revisão da Literatura -----	3
1.2.1 - Convecção Natural em cavidades Verticais e Inclínadas -----	3
1.2.2 - Convecção Natural em Cavidades Retangulares com Partição ----	7
1.3 - Delineamento Deste Trabalho -----	12
CAPÍTULO 2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA:	
2.1 - Equações Gerais de Conservação ---	16
2.2 - Geometria e Condições Iniciais e de Contorno -----	16
2.3 - Equações Adimensionalizadas -----	18
CAPÍTULO 3 - MÉTODO DE SOLUÇÃO:	
3.1 - Introdução -----	23
3.2 - Equações de Diferenças Finitas ---	23
3.3 - Estudo da Equação da Vorticidade Para Pontos Nodais Internos -----	26
3.4 - Estudo da Equação da Vorticidade Para Pontos Nodais do Contorno ---	30

3.5	-	Estudo da Equação da Temperatura Para Pontos Nodais Internos -----	31
3.6	-	Estudo da Equação da Temperatura Para Pontos da Superfície S ₃ -----	34
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS:			
4.1	-	Introdução -----	40
4.2	-	Comparações de Resultados -----	40
4.3	-	Resultados Para Cavidades Sem Partição -----	46
4.4	-	Resultados Para Cavidades Com Partição -----	54
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES:			
5.1	-	Conclusões -----	78
5.2	-	Contribuições do Presente Trabalho -----	80
5.3	-	Recomendações Para Trabalhos Futuros -----	80
APÊNDICE A1	-	DETERMINAÇÃO DE ω E $\frac{\partial \omega}{\partial X}$ -----	A1.1
APÊNDICE A2	-	DEDUÇÃO DA FÓRMULA DE RECORRÊNCIA -----	A2.1
APÊNDICE A3	-	DETERMINAÇÃO DE $\frac{\partial \theta}{\partial Y}$ NAS PAREDES QUENTE E FRIA -----	A3.1
APÊNDICE A4	-	DISCUSSÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL -----	A4.1
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	-	-----	A5.1

SIMBOLOGIA

CARACTERES LATINOS

SÍMBOLO	DESIGNAÇÃO
c_p	= calor específico a pressão constante.
d	= comprimento da partição.
g	= aceleração da gravidade.
Gr	= número de Grashof.
H	= altura da cavidade.
k	= condutibilidade térmica do fluido.
L	= largura da cavidade.
M	= número de espaçamentos na direção X.
N	= número de espaçamentos na direção Y.
N_p	= número de partições.
Nu	= número de Nusselt médio.
Nu_c	= número de Nusselt na parede fria.
Nu_h	= número de Nusselt na parede quente.
p	= pressão local.
P	= pressão adimensional.
Pr	= número de Prandtl.
R	= Razão de aspecto.
Ra	= número de Rayleigh.
S	= superfícies da cavidade.
t	= tempo.

T	= temperatura absoluta.
T_c	= temperatura na parede fria.
T_h	= temperatura na parede quente.
ΔT	= diferença entre as temperaturas das paredes quente e fria.
u	= velocidade do fluido na direção x.
U	= velocidade adimensional do fluido na direção X.
U^*	= velocidade adimensional do fluido na direção X, usada para pontos do contorno.
v	= velocidade do fluido na direção y.
V	= velocidade adimensional do fluido na direção Y.
V^*	= velocidade adimensional do fluido na direção Y, usada para pontos do contorno.
x	= coordenada.
X	= coordenada adimensional.
y	= coordenada.
Y	= coordenada adimensional.

CARACTERES GREGOS

SÍMBOLO	DESIGNAÇÃO
α	= ângulo de inclinação da cavidade com relação à horizontal.
$\bar{\alpha}$	= difusividade térmica.
β	= coeficiente de expansão volumétrica do fluido.
δX	= espaçamento da grade na direção X.

- δY = espaçamento da grade na direção Y.
- γ = parâmetro de relaxação.
- ρ = massa específica.
- Ω = domínio de estudo.
- τ = tempo adimensional.
- $\delta\tau$ = incremento de tempo adimensional.
- θ = temperatura adimensional.
- μ = viscosidade dinâmica do fluido.
- ν = viscosidade cinemática do fluido.
- ω = vorticidade adimensional.
- ψ = função corrente adimensional.

ÍNDICES

- i = ponto nodal i.
- j = ponto nodal j.
- n = enésima iteração.

ÍNDICE DAS TABELAS

Tabela	Descrição	Página
4.1	Comparação de resultados do número de Nusselt para condição de contorno adiabática (CASO 1) com $Pr=0,71$, $R=1$ e $\alpha=0^\circ$ -----	41
4.2	Número de Nusselt em função do número de Grashof, do ângulo de inclinação e da razão de aspecto, para o CASO 1 ($Pr=0,733$) -----	43
4.3	Comparação de resultados com geometria quadrada para condição de contorno adiabática (CASO 1) com $Gr=20000$, $Pr=0,733$, $\alpha=0^\circ$ e $R=1$ -----	44
4.4	Comparação de resultados para condição de contorno adiabática (CASO 1), com $Pr=0,733$, $R=1$, $\alpha=0^\circ$ e diversos valores de Grashof. -----	45
4.5	Número de Nusselt médio em função de Ra e do comprimento da partição para $\alpha=30^\circ$, $R=1$ e $Pr=0,71$ -----	46
4.6	Porcentagem de redução do número de Nusselt médio com relação à cavidade sem partição e com condição de contorno adiabática (CASO 1) para $Pr=0,71$ e $R=1$ -----	47
4.7	Resultados do número de Nusselt para $Pr=0,71$, $R=1$ e $\alpha=0^\circ$ para diversas malhas -----	49
4.8	Número de Nusselt em função do número de Grashof, do ângulo de inclinação e da razão de aspecto, para $Pr=0,733$ -----	50
4.9	Número de Nusselt para $Pr=0,71$, $R=1$, com malha 36×36 , sem partição ($d/L=0$) e com uma partição ($d/L=0,25$ e $0,5$) -----	54
4.10	Valores de Nusselt para $\alpha=60^\circ$, $Pr=0,71$ e com uma partição (CASO 1) -----	64
4.11	Valores de Nusselt para $\alpha=60^\circ$, $Pr=0,71$ e com uma partição (CASO 2) -----	65
4.12	Valores de Nusselt para $Pr=0,71$, $R=3$	

	e malha 20x60.	
	(CONDIÇÃO DE CONTORNO ADIABÁTICA) -----	66
4.13	Valores de Nusselt para $Pr=0,71$, $R=3$ e malha 20x60.	
	(CONDIÇÃO DE CONTORNO LINEAR) -----	67
4.14	Resultados do número de Nusselt para cavidade sem partição ($d/L=0$) com $R=3$, $Pr=0,71$ e malha 20x60 -----	68
4.15	Valores de Nusselt médios e os respectivos desvios com relação ao caso de cavidade sem partição para $Pr=0,71$, $R=3$ e malha 20x60 (CASO 1) -----	68
4.16	Valores de Nusselt médios e os respectivos desvios com relação ao caso de cavidade sem partição para $Pr=0,71$, $R=3$ e malha 20x60 (CASO 2) -----	69

ÍNDICE DAS FIGURAS

Figura	Descrição	Página
1.1	Geometria da Cavidade -----	2
2.1	Geometria e Condições de Contorno -----	17
2.2	Condições de Contorno Adimensionalizadas -----	22
3.1	Malha Utilizada na Análise Numérica -----	24
3.2	Pontos Nodais Internos -----	24
3.3	Pontos Nodais na Superfície S ₃ -----	35
4.1	Influência da Malha Sobre o Número de Nusselt Para o CASO 1 (Pr=0,71 , $\alpha=0^\circ$ e R=1) -----	42
4.2	Comparação da Porcentagem de Redução do Número de Nusselt Para Pr=0,71 , R=1, $\alpha=0^\circ$ e $\alpha=45^\circ$ (CASO 1) -----	48
4.3	Influência da Variação do Ângulo de Inclinação Sobre o Número de Nusselt Médio: Pr=0,71, R=1 e Malha 30x30 -----	51
4.4	Valores de Nusselt em Função do Número de Grashof e do Ângulo de Inclinação Para Geometria Quadrada Com Pr=0,733. CONDIÇÃO DE CONTORNO ADIABÁTICA -----	52
4.5	Valores de Nusselt em Função do Número de Grashof e do Ângulo de Inclinação Para Geometria Quadrada Com Pr=0,733. CONDIÇÃO DE CONTORNO LINEAR -----	53
4.6	Redução Percentual do Número de Nusselt em Relação ao Caso de Cavidade Sem Partição (d/L=0), Com Pr=0,71 e R=1 -----	55
4.7	Valores de Nusselt em Função de Rayleigh Numa Cavidade Quadrada, Com Uma Partição (Pr=0,71 , R=1, $\alpha=0^\circ$ - CASO 1) -----	58
4.8	Valores de Nusselt em Função de Rayleigh Numa Cavidade Quadrada, Com Uma Partição (Pr=0,71 , R=1, $\alpha=30^\circ$ - CASO 1) -----	59
4.9	Valores de Nusselt em Função de Rayleigh Numa Cavidade Quadrada, Com Uma Partição	

	(Pr=0,71 , R=1, $\alpha=45^\circ$ - CASO 1) -----	60
4.10	Valores de Nusselt em Função de Rayleigh Numa Cavidade Quadrada, Com Uma Partição (Pr=0,71 , R=1, $\alpha=0^\circ$ - CASO 2) -----	61
4.11	Valores de Nusselt em Função de Rayleigh Numa Cavidade Quadrada, Com Uma Partição (Pr=0,71 , R=1, $\alpha=30^\circ$ - CASO 2) -----	62
4.12	Valores de Nusselt em Função de Rayleigh Numa Cavidade Quadrada, Com Uma Partição (Pr=0,71 , R=1, $\alpha=45^\circ$ - CASO 2) -----	63
4.13	Distribuição da Função Corrente e da Temperatura Adimensional Para o CASO 1 Com $Ra=10^4$; Pr=0,71 ; R=2 ; $\alpha=60^\circ$. (a) $Np=0$; d/L=0. (b) $Np=1$; d/L=0,25. -----	70
4.14	Distribuição da Função Corrente e da Temperatura Adimensional Para o CASO 1 Com $Ra=10^5$; Pr=0,71 ; R=2 ; $\alpha=60^\circ$. (a) $Np=0$; d/L=0. (b) $Np=1$; d/L=0,25. -----	71
4.15	Distribuição da Função Corrente e da Temperatura Adimensional Para o CASO 1 Com $Ra=10^4$; Pr=0,71 ; R=3 ; $\alpha=0^\circ$. (a) $Np=0$; d/L=0. (b) $Np=3$; d/L=0,5. -----	72
4.16	Distribuição da Função Corrente e da Temperatura Adimensional Para o CASO 1 Com $Ra=10^5$; Pr=0,71 ; R=3 ; $\alpha=0^\circ$. (a) $Np=0$; d/L=0. (b) $Np=3$; d/L=0,5. -----	73
4.17	Distribuição da Função Corrente e da Temperatura Adimensional Para o CASO 2 Com $Ra=10^4$; Pr=0,71 ; R=2 ; $\alpha=60^\circ$. (a) $Np=0$; d/L=0. (b) $Np=1$; d/L=0,25. -----	74
4.18	Distribuição da Função Corrente e da Temperatura Adimensional Para o CASO 2 Com $Ra=10^5$; Pr=0,71 ; R=2 ; $\alpha=60^\circ$. (a) $Np=0$; d/L=0. (b) $Np=1$; d/L=0,25. -----	75
4.19	Distribuição da Função Corrente e da Temperatura Adimensional Para o CASO 2 Com $Ra=10^4$; Pr=0,71 ; R=3 ; $\alpha=0^\circ$. (a) $Np=0$; d/L=0. (b) $Np=3$; d/L=0,5. -----	76

4.20 Distribuição da Função Corrente e da
Temperatura Adimensional Para o CASO 2
Com $Ra=10^5$; $Pr=0,71$; $R=3$; $\alpha=0^\circ$.

(a) $Np=0$; $d/L=0$. (b) $Np=3$; $d/L=0,5$. ----- 77

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES

O estudo da convecção natural em fluidos confinados dentro de cavidades de seção retangular tem sido extensamente tratado nos últimos anos, devido à sua importância para certas aplicações na engenharia. Alguns exemplos dessas aplicações são: janelas com vidro duplo, visando a minimização do fluxo de calor; coletores de energia solar, onde fica caracterizado o efeito da convecção natural no espaço existente entre o absorvedor e a cobertura; isolamento de reatores nucleares por cavidades contendo gases; isolamento de cabines de aeronaves, etc.

No estudo da convecção natural em cavidade retangular é frequente admitir que ela seja constituída por duas superfícies mantidas isotérmicas nas temperaturas fria e quente, respectivamente T_c e T_h , enquanto as outras duas superfícies tanto podem ser isoladas termicamente quanto podem apresentar uma variação linear na temperatura.

Mais recentemente, têm sido publicados alguns trabalhos acerca da redução nas perdas de calor por convecção natural devido às alterações na geometria da cavidade. Uma dessas alterações, que tem mostrado resultados significativos na redução das perdas de calor por convecção, é a colocação de partições junto a uma das paredes da cavidade.

No presente trabalho estuda-se teoricamente a convecção natural numa cavidade retangular inclinada com relação à horizontal e com partições fixadas junto à parede fria, conforme mostra a figura 1.1. Considera-se que as superfícies S_1 e S_2 são mantidas isotérmicas nas temperaturas quente e fria, T_h e T_c , respectivamente. Nas superfícies S_3 serão considerados dois tipos

de condições de contorno aqui chamadas de CASO 1 e CASO 2. Para o CASO 1 estas superfícies são adiabáticas e para o CASO 2 considera-se que a temperatura nestas superfícies varia linearmente. As superfícies S_4 constituem partições diatérmicas de comprimento d e espessura desprezível.

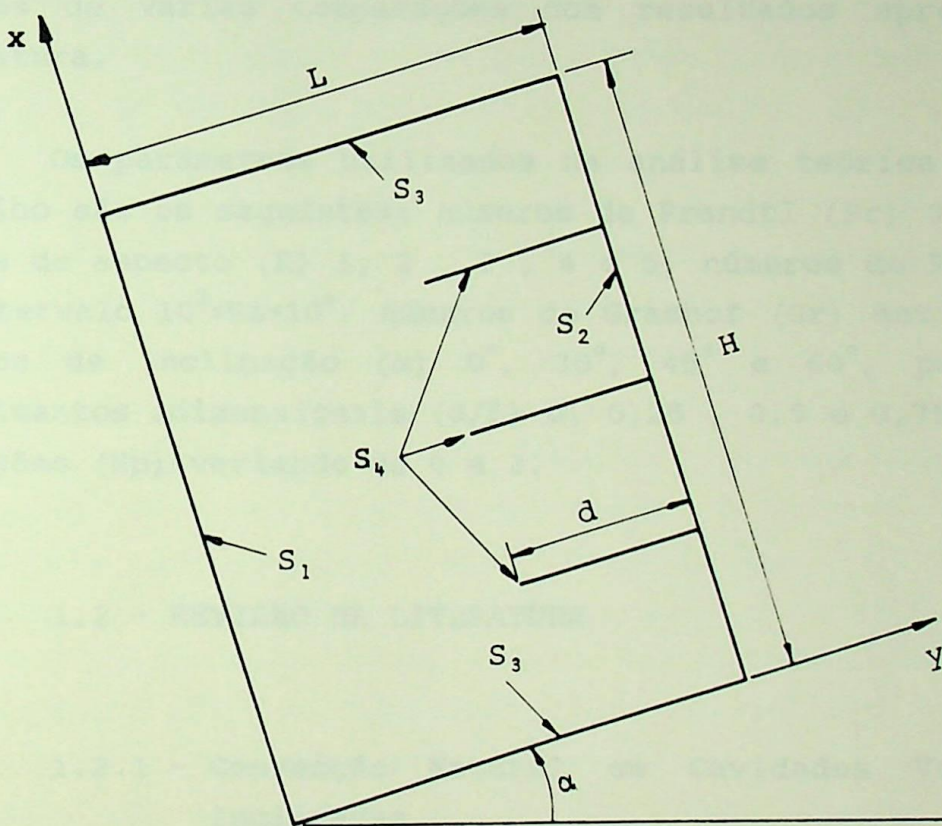


Figura 1.1 - Geometria da Cavidade.

No estudo teórico da convecção natural em cavidades, torna-se necessário resolver as equações de conservação, que se constituem num sistema de equações diferenciais parciais não lineares e acopladas, cuja solução analítica apresenta um alto grau de dificuldade, dada a sua complexidade. Por esta razão, é conveniente a utilização de métodos numéricos para a resolução das equações de conservação.

O objetivo principal do presente trabalho é resolver numericamente o sistema de equações diferenciais do problema utilizando um método de diferenças finitas para obter as distribuições de temperatura adimensional (θ), vorticidade (ω) e função corrente (ψ). São calculados depois os números de Nusselt local e médio, que permitirão determinar as perdas térmicas por convecção em função dos parâmetros utilizados na análise.

O método numérico utilizado neste trabalho é um método explícito de diferenças finitas, cuja eficiência foi comprovada através de várias comparações com resultados apresentados na literatura.

Os parâmetros utilizados na análise teórica do presente trabalho são os seguintes: números de Prandtl (Pr) 0,71 e 0,733, razões de aspecto (R) 1, 2, 3, 4 e 5, números de Rayleigh (Ra) no intervalo $10^3 \leq Ra \leq 10^6$, números de Grashof (Gr) entre 10^4 e 10^6 , ângulos de inclinação (α) 0° , 30° , 45° e 60° , partições com comprimentos adimensionais (d/L) 0, 0,25, 0,5 e 0,75 e número de partições (Np) variando de 0 a 3.

1.2 - REVISÃO DA LITERATURA

1.2.1 - Convecção Natural em Cavidades Verticais e Inclínadas

Lee [1], em 1979, realizou uma excelente revisão da literatura acerca da convecção natural em cavidades retangulares bidimensionais com diversas razões de aspecto e diferentes condições de contorno.

O primeiro trabalho analítico sobre convecção natural em cavidades de que se tem conhecimento através da literatura foi realizado por Batchelor [2], em 1954, e a primeira solução numérica foi obtida por Poots [3], em 1958. Poots [3] utilizou uma série de funções ortogonais para representar a função corrente e a temperatura, obtendo resultados com precisão de

quatro algarismos significativos, para valores de Ra até 10^4 , com razão de aspecto $R=1$ e $Pr=0,73$.

Wilkes e Churchill [4], em 1966, publicaram um dos primeiros trabalhos bem sucedidos para resolver as equações de conservação na forma bidimensional e não permanente, no estudo da convecção natural no interior de uma cavidade retangular com isolamento térmico nas superfícies horizontais e com as superfícies verticais isotérmicas, sendo uma mantida na temperatura quente e a outra na temperatura fria. Eles utilizaram o método implícito de diferenças finitas para resolver as equações de vorticidade e energia. Foram apresentados resultados para $R=1$ e Gr até 10^5 e para $R=2$ e 3 apenas com $Gr=2 \times 10^4$.

De Vahl Davis [5], em 1968, obteve soluções numéricas para cavidades verticais retangulares de razão de aspecto $R=1$ para Ra variando até 2×10^5 e com razão de aspecto $R=5$ para Ra até $1,25 \times 10^6$, com Pr variando entre 10^{-1} e 10^3 . Dois tipos de condições de contorno foram considerados para as superfícies horizontais. Inicialmente considerou-se que a temperatura variava linearmente entre as superfícies quente e fria e, a seguir, as superfícies horizontais foram consideradas adiabáticas. As equações de conservação, apresentadas na forma de função corrente, vorticidade e temperatura foram resolvidas pelo método de diferenças finitas. Para a condição de contorno térmica linear os resultados apresentaram boa concordância com aqueles obtidos por Poots [3].

Em 1973, Mallinson e De Vahl Davis [6] apresentaram um novo método de solução para um sistema de equações diferenciais parciais, onde as equações na forma elíptica foram transformadas para a forma parabólica pela adição de uma derivada temporal. Esse método foi chamado de Falso Transiente. Usando diferenças finitas, foram obtidos resultados para o problema de convecção natural numa cavidade em forma de paralelepípedo, com Ra até $1,5 \times 10^5$ e $Pr=1$. Foram apresentadas ainda as trajetórias tridimensionais de partículas no interior da cavidade.

Ozoe e outros [7,8], em 1974, obtiveram soluções

numéricas para a convecção natural numa cavidade retangular inclinada, utilizando o método de diferenças finitas para resolver as equações de conservação em termos da vorticidade, função corrente e temperatura. Na referência [7] adotou-se $Pr=10$, $R=1$, Ra até 8×10^3 e ângulo de inclinação com a horizontal entre 0° e 90° . Em [8] considerou-se $Pr=1$, $R=1, 2, 3$ e 4 , $Ra=2 \times 10^3$, 4×10^3 e 8×10^3 e ângulo de inclinação entre 0° e 180° . Os números de Nusselt para ângulo de inclinação 90° foram comparados com aqueles de Wilkes e Churchill [4], encontrando-se boa concordância.

Arnold e outros [9], em 1976, apresentaram um estudo experimental sobre transferência de calor por convecção natural em cavidades retangulares inclinadas com $R=1, 3, 6$ e 12 , Ra até 10^6 e ângulos de inclinação entre 0° e 180° . Fixando os números de Rayleigh como parâmetros para cada geometria estudada, verificou-se que os números de Nusselt mínimos ocorriam para ângulos de inclinação com a horizontal entre 30° e 70° . Segundo os autores, o valor mínimo de Nu é causado pela transição do escoamento transversal unicelular para o escoamento composto de células transversais e longitudinais. Arnold e outros [9] sugerem ainda que os valores mínimos de Nu separam os dois tipos de escoamento, isto é, ocorre escoamento transversal unicelular para inclinações acima daquelas para as quais os valores de Nusselt são mínimos e escoamento composto para as inclinações abaixo desses valores.

O interesse existente pela situação do número de Nusselt mínimo se justifica no caso específico de aplicações em coletores solares, pois esta condição representa uma menor perda de calor por convecção. É importante observar, no entanto, que nem sempre é possível operar um coletor solar nessas circunstâncias pois, em geral, a inclinação do coletor é fixa e o número de Rayleigh depende de parâmetros geométricos e térmicos.

Em 1983, De Vahl Davis [10] apresentou um estudo descrevendo a convecção natural bidimensional numa cavidade quadrada vertical com superfícies horizontais isoladas e com paredes verticais diferencialmente aquecidas às temperaturas

quente e fria, respectivamente Th e Tc . Na formulação das equações de vorticidade e função corrente foi usado o método do falso transiente. As equações modificadas foram resolvidas por um método implícito de diferenças finitas. As soluções numéricas deste problema foram obtidas para $Pr=0,71$ e $Ra=10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6 . De Vahl Davis [10] mostrou que, pelo refinamento da malha e por um processo de extrapolação, é possível obter soluções para $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ muito precisas (com precisão da ordem de 1% para números de Ra altos e da ordem de 0,1% para números de Ra baixos). Por isto, essa solução é considerada "padrão" para efeito de comparação de outros trabalhos.

Nascimento [11], em 1988, apresentou comparações de seus resultados do número de Nusselt com os resultados obtidos por outros autores para geometria quadrada. Inicialmente ele comparou o número de Nusselt médio, calculado pelo método de elementos finitos para $Gr=20000$, $Pr=0,733$ e $\alpha=0^\circ$, com aqueles obtidos por Menon [12] (elementos finitos), Ozoe e outros [13] (valor experimental), Tabarrok e outros [14] (elementos finitos) e Wilkes e outros [4] (diferenças finitas). A seguir o autor comparou os resultados do número de Nusselt médio com aqueles obtidos usando diferenças finitas por Figueredo e outros [15] e Wong e outros [16], para $Pr=0,733$, $\alpha=0^\circ$ e $Gr=34110, 60000, 100000, 136430$ e 341070 . Em ambas as comparações a concordância foi muito boa, sendo o máximo desvio relativo da ordem de 10%.

Menon [17], em 1989, estudou o problema da convecção natural transiente no interior de uma cavidade retangular inclinada de um ângulo α com relação à horizontal. Foi utilizado o método de diferenças finitas para a determinação do número de Nusselt em função do número de Grashof, da razão de aspecto e do ângulo de inclinação da cavidade. Os parâmetros adotados foram $Gr=10^4, 10^5$ e 10^6 , $\alpha=30^\circ, 60^\circ$ e 90° , $R=1, 2$ e 3 e $Pr=0,733$. O autor efetuou ainda comparações de seus resultados com aqueles obtidos por De Vahl Davis [10] e Behnia e outros [18] encontrando excelente concordância.

1.2.2 - Convecção Natural em Cavidades Retangulares com Partições

Conforme já foi citado no início deste capítulo, os trabalhos mais recentes sobre convecção natural em cavidades retangulares têm mostrado uma crescente preocupação em obter meios para melhorar as propriedades isolantes das camadas do fluido. Essa situação tem uma grande variedade de aplicações, em especial aquelas relativas à redução das perdas de calor por convecção nas placas planas de coletores solares.

A maior parte dos trabalhos sobre cavidades de geometria complexa trata de partições adaptadas às paredes isoladas e eles geralmente mostram que as velocidades, a função corrente e os números de Nusselt diminuem com relação ao caso de cavidades não divididas, para um valor fixo de Rayleigh. Já as cavidades com partições fixadas em sua parede fria têm sido bem menos citadas, constituindo-se assim numa excelente situação de estudo para este trabalho.

Em 1981, Nansteel e Greif [19] investigaram o efeito de divisões parciais bidimensionais, condutoras e não condutoras, de vários comprimentos, localizadas centralmente e extendidas na direção vertical a partir do teto de uma cavidade retangular preenchida com água. Foram reportados resultados das linhas de corrente e dos perfís de temperatura na vertical, juntamente com correlações entre a transferência de calor através de toda a cavidade para números de Rayleigh no intervalo $2,3 \times 10^{10} \leq Ra \leq 1,1 \times 10^{11}$, com razão de aspecto 0,5. Uma das conclusões mais importantes desse trabalho foi a de que a linha de corrente laminar observada na cavidade dividida ao meio por uma partição é qualitativamente independente do número de Rayleigh no intervalo considerado e é composta de uma camada limite periférica laminar, uma baixa velocidade na região central interna e uma fraca recirculação no sentido horário no quadrante superior esquerdo.

Winters [20], em 1982, usou o método de elementos finitos para calcular a função corrente, a temperatura e a transferência

de calor numa cavidade retangular bidimensional de ar, separada por uma divisão localizada centralmente e estendida para cima a partir da base da cavidade, ou para baixo a partir do topo. Foram realizados cálculos para Ra entre 10^4 e 10^6 e foram feitas comparações com os dados de Duxbury [21], encontrando-se boa concordância para a função corrente mas não para a transferência de calor através da cavidade.

Nansteel e Greif [22], em 1984, investigaram experimentalmente a transferência de calor por convecção natural numa cavidade retangular dividida por uma partição vertical adiabática. Foram consideradas partições bi e tridimensionais. Em ambos os casos as partições eram acopladas às paredes isoladas da cavidade, paralelamente às duas superfícies verticais isotérmicas, sendo uma delas aquecida e a outra resfriada. No primeiro caso (partição bidimensional), investigou-se o efeito da orientação da partição (de cima para baixo ou de baixo para cima) e da sua localização na horizontal. Considerou-se que a partição tinha uma altura constante. No segundo caso (partição tridimensional) a partição dividia completamente a cavidade e tinha apenas uma abertura retangular para permitir que houvesse convecção através da cavidade. Em ambos os casos o fluido de trabalho era a água. Os experimentos, no caso bidimensional, foram realizados para números de Rayleigh entre $2,25 \times 10^{10}$ e $1,14 \times 10^{11}$, números de Prandtl entre 3 e 4,5 e razão de aspecto 0,5. No caso de partições tridimensionais, os experimentos foram feitos com $2,4 \times 10^{10} \leq Ra \leq 1,1 \times 10^{11}$, $3 \leq Pr \leq 4,3$ e razão de aspecto 0,5.

Dentro do intervalo de localização das partições que foi investigado, os autores [22] concluíram que as linhas de corrente concordavam bem com aquelas observadas na referência [19] e que a transferência de calor através da cavidade dependia muito pouco da localização da partição. Observaram ainda que, para partições tridimensionais com abertura de mesma altura adimensional, havia pequena diferença na transferência de calor com relação aos experimentos bidimensionais da referência [19]. Para o caso tridimensional, os efeitos da localização da partição em relação às paredes verticais e da localização da abertura na partição não foram investigados, da mesma forma que não se investigou o efeito

da espessura da partição sobre a transferência de calor através da cavidade.

Acharya e Tsang [23], em 1985, investigaram a convecção natural numa cavidade inclinada, com uma partição completa localizada centralmente ligando as paredes isoladas, usando o método de diferenças finitas. A cavidade totalmente dividida foi considerada como duas cavidades não divididas, cuja parte em comum era a partição. As condições térmicas ao longo da partição não são conhecidas a priori para o processo de cálculo. Ao contrário, elas são consequência da interação entre os sistemas em ambos os lados da partição. Em cada ponto ao longo da partição predominam condições adiabáticas locais, isto é, a energia recebida pela parede da partição por convecção vinda de um lado é transferida, também por convecção, para o outro lado. Esta condição é satisfeita para partições termicamente finas. Para uma cavidade com múltiplas partições verticais, Meyer e outros [24] acharam que as partições são termicamente finas quando a sua espessura é menor que um décimo do seu comprimento.

Para obter condições térmicas ao longo da partição, os autores [23] usaram um processo iterativo de cálculo, no qual a convecção natural em ambos os lados da cavidade foi sucessivamente resolvida até a convergência, com troca de informação a cada ciclo de solução. Os resultados foram obtidos para cavidades com razão de aspecto 1 e 2, para Ra até 10^7 e com ângulos de inclinação da parede quente com relação à horizontal de 30° , 45° , 60° e 90° , e eles indicaram que a intensidade do movimento convectivo e o número de Nusselt médio eram consideravelmente reduzidos devido à presença da partição. Mostrou-se ainda que a temperatura da partição cresce monotonicamente ao longo de seu comprimento e que para uma cavidade vertical a não uniformidade na temperatura da partição cresce com Ra , enquanto que para uma cavidade inclinada de 45° com a horizontal a não uniformidade na temperatura da partição não sofre influência significativa do número de Rayleigh. Outra conclusão importante foi a de que o número de Nusselt ao longo da superfície quente (ou fria) atingiu o seu valor máximo nas vizinhanças da posição onde o fluido resfriado (ou aquecido) pela

partição encontrava-se com a superfície. O número de Nusselt máximo ao longo da partição foi obtido no seu centro para cavidade vertical. No caso de cavidade inclinada o número de Nusselt máximo ocorria no centro da partição apenas para baixos números de Rayleigh. À medida que o número de Rayleigh crescia o número de Nusselt máximo era deslocado em direção aos cantos da partição. Os autores efetuaram ainda comparações de seus resultados para o número de Nusselt médio com aqueles obtidos por Anderson e Bejan [25], encontrando muito boa concordância.

Nishimura e outros [26], em 1988, investigaram experimentalmente e numericamente a transferência de calor por convecção natural em uma cavidade retangular com múltiplas partições verticais. A cavidade era limitada por paredes verticais isotérmicas a temperaturas diferentes e paredes horizontais adiabáticas. As partições, unindo as superfícies adiabáticas, eram igualmente espaçadas e sua espessura foi considerada desprezível. Nas investigações experimentais, cujo fluido de trabalho era a água, o número de partições foi variado de 1 a 4, com $10^6 < Ra < 10^8$, $Pr=6$ e razão de aspecto 4. Na resolução numérica foram mantidos constantes o número de Prandtl ($Pr=6$) e a razão de aspecto ($R=4$), enquanto que o número de Rayleigh variou no intervalo $10^4 < Ra < 10^7$ com 2 e 3 partições. Para resolver numericamente as equações de conservação foi utilizado o método de elementos finitos. Em estudos anteriores, os autores [27,28] propuseram uma solução de camada limite para o caso de uma única partição vertical e confirmaram sua validade por experimentos. Para altos números de Rayleigh verificou-se que a partição pode reduzir até 55% da taxa de transferência de calor.

Em razão disso, os autores [26] esperavam que a redução da convecção natural se tornasse mais significativa quando várias partições fossem inseridas dentro da cavidade. Eles puderam comprovar que a taxa de redução na transferência de calor cresceu com o aumento do número de partições, embora esse crescimento tenha diminuído gradualmente a partir de certo número de partições. Notou-se que, do ponto de vista da engenharia, um número vantajoso de partições seria de 2 a 5, tendo o efeito de redução na transferência de calor da ordem de 70 a 90% .

Mostrou-se ainda que o número de Nusselt é inversamente proporcional a $(1+Np)$, onde Np é o número de partições. Foi feita uma comparação dos resultados obtidos pelos autores com soluções numéricas previamente reportadas [23,27,29,30] para diversos números de Prandtl e diferentes razões de aspecto, encontrando-se muito boa concordância.

Em 1983, Bejan [31] estudou uma cavidade vertical preenchida com um fluido saturado num meio poroso e com uma divisória diatérmica ligada à parede fria. Para números de Darcy-Rayleigh entre 50 e 1000, o autor observou que na maior parte dos casos o número de Nusselt médio era menor do que aquele obtido para cavidade não dividida. Ele observou ainda que, no regime de condução, havia um ligeiro acréscimo no número de Nusselt médio para cavidades altas e divididas. O autor concluiu também que o uso de divisórias adiabáticas aumenta a transferência de calor. Portanto, a transferência de calor depende muito do comportamento térmico da partição. Este fato foi comprovado por Oosthuizen e Paul [32], em 1985, ao estudarem uma cavidade retangular com uma placa horizontal fixada na parede fria. Os autores [32] verificaram acréscimos na transferência de calor quando a placa era adiabática ou perfeitamente condutora.

Frederick e Catalán [33] e Frederick [34], em 1989, investigaram numericamente o efeito da colocação de uma partição diatérmica na parede fria de uma cavidade quadrada inclinada, aquecida diferencialmente. Os parâmetros de interesse no trabalho dos autores eram semelhantes àqueles normalmente encontrados em coletores solares de placas planas, conforme reportado por Buchberg e outros [35], em 1976. Procurou-se verificar os efeitos do número de Rayleigh, do ângulo de inclinação e do comprimento da partição sobre o fluxo e a transferência de calor. As equações de conservação, na forma adimensional, foram resolvidas por diferença finita usando o método da sobre-relaxação sucessiva. Considerou-se que a partição tinha uma espessura muito fina, de modo que fosse considerada como uma simples linha de pontos nodais. Para o cálculo foram adotados $Pr=0,71$, $10^3 \leq Ra \leq 10^5$ e ângulo de inclinação da parede quente com relação à horizontal entre 45° e 90° .

Para verificar a validade do procedimento numérico, Frederick [34] comparou resultados para a cavidade sem partição com aqueles obtidos por De Vahl Davis [10], encontrando excelente concordância. Os cálculos realizados na referência [34] para cavidade quadrada vertical com uma partição diatérmica ligada à parede fria mostraram que a presença da partição era responsável por uma redução de até 47% na transferência de calor com relação aos resultados da referência [10]. Mostrou-se ainda que a redução na porcentagem de transferência de calor cresceu com o comprimento da partição para todos os ângulos de inclinação investigados até números de Rayleigh da ordem de 4×10^4 , onde o efeito da diminuição da convecção é dominante. Para cavidade inclinada com altos números de Rayleigh, a superfície relativamente quente da partição gerou forças flutuantes secundárias, que cresciam com o comprimento da partição. Os resultados obtidos pelo autores [33,34] levaram-nos à suposição de que deveriam ser necessárias partições múltiplas em cavidades retangulares para atingir os níveis de redução na transferência de calor encontrados para cavidades quadradas. Supôs ainda que o uso de partições curtas deveria ser mais apropriado para a obtenção de reduções significativas na transferência de calor em cavidades retangulares, uma vez que o uso de partições longas pode estimular o aparecimento de vórtices múltiplos e forças flutuantes secundárias.

Não se conhece, até o presente momento, qualquer trabalho que estude o efeito da colocação de várias divisórias parciais ligadas à parede fria de cavidades retangulares inclinadas, conforme se mostra na figura 1.1, o que justifica o estudo apresentado no presente trabalho.

1.3 - DELINEAMENTO DESTE TRABALHO

O presente trabalho, conforme já se discorreu ao longo deste capítulo tem por principal objetivo resolver numericamente as equações de conservação na sua forma discretizada, a fim de obter as distribuições de temperatura adimensional (θ),

vorticidade (ω) e função corrente (ψ). Estes parâmetros serão utilizados no cálculo dos números de Nusselt local e médio que, por sua vez, serão empregados para determinar as perdas de calor por convecção em função dos parâmetros utilizados na análise numérica.

Para atingir este objetivo da forma mais clara e precisa possível, decidiu-se por nortear o desenvolvimento deste trabalho da seguinte maneira:

CAPÍTULO 2 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo serão apresentadas inicialmente as equações gerais de conservação na forma dimensional, respectivamente acompanhadas das simplificações necessárias, bem como das condições iniciais e de contorno.

Visando reduzir o número de parâmetros envolvidos no problema as equações de conservação na forma dimensional, juntamente com as condições iniciais e de contorno, são escritas numa forma adimensional, em função das grandezas de interesse do problema, quais sejam, a temperatura adimensional (θ), a vorticidade (ω) e a função corrente (ψ).

Embora as equações de conservação considerem regime não permanente, existe interesse em obter resultados apenas para regime permanente.

No presente estudo serão tratados dois casos, a saber:

CASO 1: onde a superfície S_3 , da Figura 1.1, é mantida isolada termicamente;

CASO 2: onde a temperatura na superfície S_3 , da Figura 1.1, varia linearmente.

Durante o estudo que se realiza os resultados dependerão dos seguintes parâmetros:

Parâmetros Geométricos

$R=H/L$	(Razão de aspecto)
d/L	(Comprimento adimensional da partição)
N_p	(Número de partições)
α	(Ângulo de inclinação)

Parâmetros Térmicos

Pr	(Número de Prandtl)
Gr	(Número de Grashof)
$Ra=Gr.Pr$	(Número de Rayleigh)

CAPÍTULO 3 - MÉTODO DE SOLUÇÃO

Neste capítulo discorre-se sobre o método numérico empregado na resolução do problema. Optou-se pela aplicação de um método explícito de diferenças finitas por uma série de razões, dentre as quais se destacam o fato de se trabalhar com uma geometria regular, além do que tal método há muito tem sido empregado pela literatura, mostrando resultados altamente satisfatórios.

Inicialmente as equações de conservação adimensionalizadas são escritas na forma de diferenças finitas, de acordo com a malha utilizada na análise numérica. A seguir essas equações são desenvolvidas de maneira apropriada para a utilização de um código computacional.

As equações da vorticidade e da temperatura são desenvolvidas separadamente para pontos nodais do interior e do contorno da cavidade. Obtem-se finalmente as expressões para o cálculo dos números de Nusselt nas superfícies quente e fria, N_{u_h} e N_{u_c} respectivamente, em função dos diversos parâmetros envolvidos na análise.

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS

Com o objetivo de testar o código computacional desenvolvido foram feitas inicialmente várias comparações de

resultados do presente trabalho com aqueles conhecidos na literatura. Estas comparações se referem em especial à geometria retangular sem partição. São mostradas também comparações de resultados disponíveis na literatura para geometria quadrada com uma partição.

São apresentados resultados do número de Nusselt em função dos diversos parâmetros, na forma de tabelas e gráficos. Embora os resultados em forma de tabelas dificultem a sua interpretação, eles se justificam pelas facilidades apresentadas para comparações futuras.

Com o objetivo de visualizar a estrutura e o comportamento do escoamento no interior da cavidade, mostram-se as distribuições de temperatura adimensional (θ) e da função corrente (ψ).

CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões obtidas no presente trabalho, bem como as suas contribuições mais importantes. Faz-se ainda algumas recomendações de interesse para futuros trabalhos sobre análise teórica de convecção natural em cavidades.

APÊNDICES

Nos apêndices A1, A2 e A3 são mostradas as deduções de algumas expressões utilizadas na determinação das equações de diferenças finitas para a vorticidade, temperatura adimensional e os números de Nusselt local e médio.

No apêndice A4 apresenta-se uma discussão acerca do código computacional que foi desenvolvido para a resolução do problema proposto no presente trabalho.

Finalmente, no apêndice A5, são apresentadas as Referências Bibliográficas consultadas para a elaboração deste trabalho.

CAPÍTULO 2

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

2.1 - EQUAÇÕES GERAIS DE CONSERVAÇÃO

Considera-se o escoamento em regime laminar, não permanente, bidimensional e incompressível. A função dissipação viscosa é desprezada e as propriedades físicas do fluido são constantes, exceto a densidade que segue a relação de Boussinesq.

Com estas simplificações as equações de conservação são:

Continuidade:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad , \quad (2.1)$$

Quantidade de Movimento:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g\beta \cos\alpha (T - T_0) \quad , \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta \sin\alpha (T - T_0) \quad , \quad (2.3)$$

Energia:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \bar{\alpha} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad . \quad (2.4)$$

2.2 - GEOMETRIA E CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

Estuda-se a transferência de calor por convecção natural numa cavidade retangular inclinada conforme mostra a figura 2.1. A superfície S_1 é mantida na temperatura isotérmica quente T_h e a

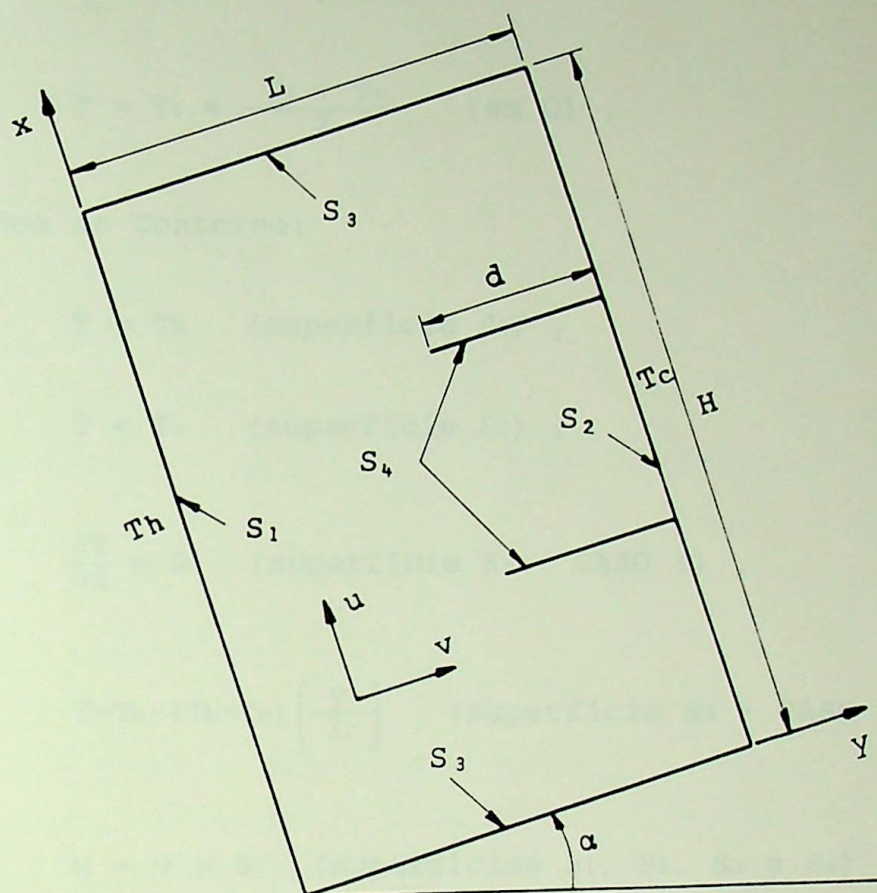


Figura 2.1 - Geometria e condições de contorno

superfície S_2 é mantida na temperatura isotérmica fria T_c . Para as superfícies S_3 serão considerados dois casos. No CASO 1 S_3 é mantida isolada termicamente e no CASO 2 a temperatura em S_3 varia linearmente. Em ambos os casos consideram-se que as superfícies S_4 são partições diatérmicas, de espessura desprezível e igualmente espaçadas.

São consideradas as seguintes condições iniciais e de contorno:

Condições Iniciais:

$$\tau = 0 \quad u = v = 0 \quad (\text{em } \Omega) , \quad (2.5a)$$

$$T = T_0 = \frac{T_h + T_c}{2} \quad (\text{em } \Omega) , \quad (2.5b)$$

Condições de Contorno:

$$\tau > 0 \quad T = T_h \quad (\text{superfície } S_1) , \quad (2.5c)$$

$$T = T_c \quad (\text{superfície } S_2) , \quad (2.5d)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{superfície } S_3 - \text{CASO 1}) , \quad (2.5e)$$

$$T = T_h - (T_h - T_c) \left(\frac{Y}{L} \right) \quad (\text{superfície } S_3 - \text{CASO 2}) , \quad (2.5f)$$

$$u = v = 0 \quad (\text{superfícies } S_1, S_2, S_3 \text{ e } S_4) , \quad (2.5g)$$

onde S_1 , S_2 , S_3 e S_4 são as superfícies mostradas na figura 2.1, do domínio Ω .

2.3 - EQUAÇÕES ADIMENSIONALIZADAS

Com o objetivo de generalizar a análise teórica, são definidos os seguintes parâmetros adimensionais:

$$R = \frac{H}{L} , \quad X = \frac{x}{L} , \quad Y = \frac{y}{L} , \quad U = \frac{u}{\bar{\alpha}/L} , \quad V = \frac{v}{\bar{\alpha}/L} ,$$

$$P = \frac{p}{\rho (\bar{\alpha}/L)^2} , \quad \Theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} , \quad t = \frac{\tau}{L^2 / \bar{\alpha}} . \quad (2.6)$$

Substituindo os parâmetros dados por (2.6) nas equações (2.1) a (2.4) obtém-se, respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 , \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \text{RaPr} \cos \alpha (\theta - \theta_0) , \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{RaPr} \sin \alpha (\theta - \theta_0) , \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} , \quad (2.10)$$

onde se definem o número de Prandtl, o número de Rayleigh, a temperatura adimensional inicial e a diferença de temperatura de referência, respectivamente, como:

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} , \quad \text{Ra} = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\alpha\nu} , \quad \theta_0 = \frac{T_0 - T_c}{\Delta T} \quad \text{e} \quad \Delta T = T_h - T_c . \quad (2.11)$$

Devido à dificuldade em estabelecer as condições de contorno para a pressão, torna-se conveniente eliminar os termos que contém esta grandeza nas equações (2.8) e (2.9).

Para isto, basta derivar as equações (2.8) e (2.9) com relação a Y e a X, respectivamente, e subtrair os resultados.

Derivando (2.8) com relação a Y, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial Y} + \frac{\partial U}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial X} + U \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial V}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial Y} + V \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \\ - \frac{\partial^2 P}{\partial X \partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^3 U}{\partial X^2 \partial Y} + \frac{\partial^3 U}{\partial Y^3} \right) + \text{RaPr} \cos \alpha \frac{\partial \theta}{\partial Y} . \end{aligned} \quad (2.12)$$

Derivando (2.9) com relação a X, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial t \partial Y} + \frac{\partial U}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial Y} + U \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial V}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial Y} + V \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} = \\ - \frac{\partial^2 P}{\partial X \partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^3 V}{\partial X^3} + \frac{\partial^3 V}{\partial X \partial Y^2} \right) + \text{RaPrsen} \alpha \frac{\partial \theta}{\partial X} . \end{aligned} \quad (2.13)$$

Subtraindo (2.12) de (2.13), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial t \partial X} - \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial Y} + \frac{\partial U}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial X} + U \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} - U \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} + \\ \frac{\partial V}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial Y} \frac{\partial U}{\partial Y} + V \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} - V \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \text{Pr} \left(\frac{\partial^3 V}{\partial X^3} - \frac{\partial^3 U}{\partial X^2 \partial Y} + \right. \\ \left. \frac{\partial^3 V}{\partial X \partial Y^2} - \frac{\partial^3 U}{\partial Y^3} \right) + \text{RaPrsen} \alpha \frac{\partial \theta}{\partial X} - \text{RaPr} \cos \alpha \frac{\partial \theta}{\partial Y} . \end{aligned} \quad (2.14)$$

Define-se a vorticidade adimensional como:

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} . \quad (2.15)$$

Substituindo (2.15) em (2.14), resulta:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial (U\omega)}{\partial X} + \frac{\partial (V\omega)}{\partial Y} = \text{Pr} \nabla^2 \omega - \text{RaPr} \cos \alpha \frac{\partial \theta}{\partial Y} + \text{RaPrsen} \alpha \frac{\partial \theta}{\partial X} . \quad (2.16)$$

Definindo-se ainda $U = - \frac{\partial \psi}{\partial Y}$ e $V = \frac{\partial \psi}{\partial X}$, onde ψ é a função corrente adimensional, é possível reescrever o sistema formado pelas equações (2.7) a (2.10) da seguinte maneira:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 , \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial (U\omega)}{\partial X} + \frac{\partial (V\omega)}{\partial Y} = \text{Pr}\nabla^2\omega - \text{RaPr}\cos\alpha\frac{\partial \theta}{\partial Y} + \text{RaPr}\sin\alpha\frac{\partial \theta}{\partial X} , \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial (U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial (V\theta)}{\partial Y} = \nabla^2\theta , \quad (2.19)$$

$$\omega = \nabla^2\psi . \quad (2.20)$$

As equações (2.17) a (2.20) estão sujeitas às seguintes condições iniciais e de contorno, na forma adimensional, conforme mostra a figura 2.2.

Condições Iniciais:

$$t = 0 \quad \omega = \psi = 0 \text{ e } \theta = 0,5 \quad (\text{em } \Omega) , \quad (2.21a)$$

Condições de Contorno:

$$t > 0 \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0 \text{ e } \theta = 1 \quad (\text{em } S_1) , \quad (2.21b)$$

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = \theta = 0 \quad (\text{em } S_2) , \quad (2.21c)$$

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (\text{em } S_3 - \text{CASO 1}) , \quad (2.21d)$$

$$\psi = \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0 \text{ e } \theta = 1 - Y \quad (\text{em } S_3 - \text{CASO 2}) , \quad (2.21e)$$

$$\psi = 0 \quad (\text{em } S_4) , \quad (2.21f)$$

$$\omega_0 = \frac{2}{\delta^2} \psi_0 \quad (\text{em } S_1, S_2, S_3 \text{ e } S_4) , \quad (2.21g)$$

onde ψ_0 é a função corrente a uma distância δ da parede, ω_0 é a vorticidade na parede e δ é o incremento de espaço na direção perpendicular à parede.

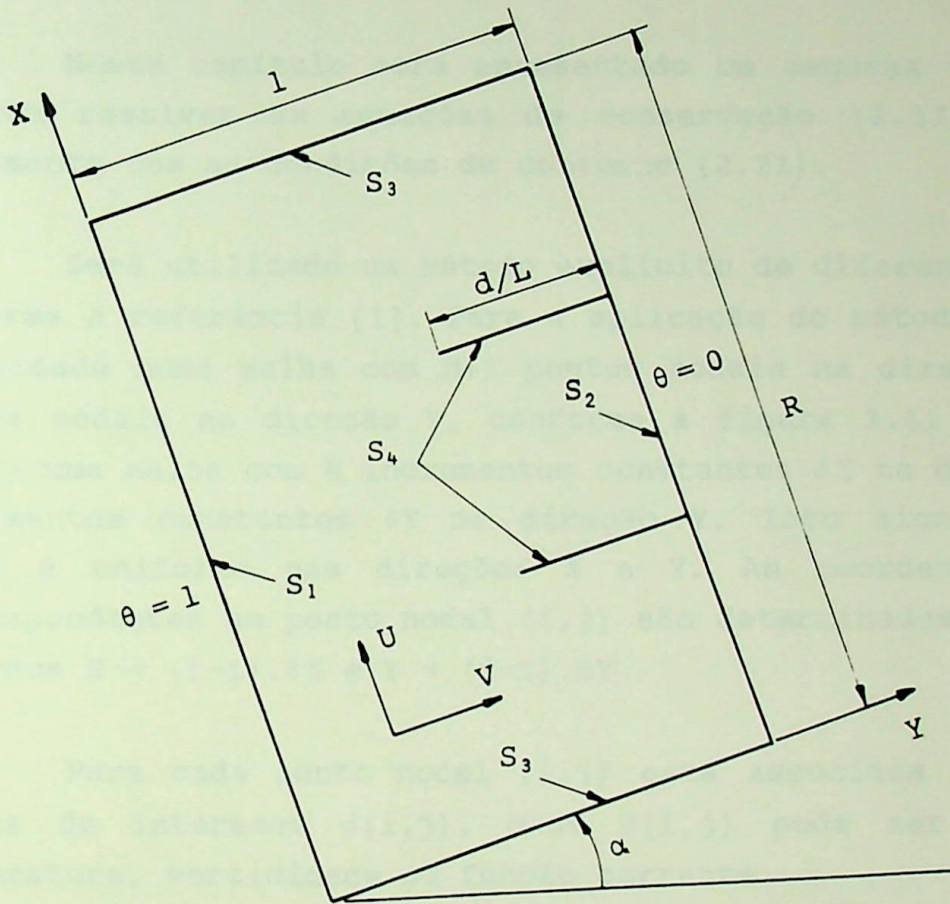


Figura 2.2 - Condições de contorno adimensionalizadas

CAPÍTULO 3

MÉTODO DE SOLUÇÃO

3.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo será apresentado um esquema numérico que permite resolver as equações de conservação (2.17) a (2.20), juntamente com as condições de contorno (2.21).

Será utilizado um método explícito de diferenças finitas, conforme a referência [1]. Para a aplicação do método, divide-se a cavidade numa malha com $M+1$ pontos nodais na direção X e $N+1$ pontos nodais na direção Y , conforme a figura 3.1. Esta figura mostra uma malha com M incrementos constantes δX na direção X e N incrementos constantes δY na direção Y . Isto significa que a malha é uniforme nas direções X e Y . As coordenadas X e Y correspondentes ao ponto nodal (i,j) são determinadas através das relações $X = (i-1) \cdot \delta X$ e $Y = (j-1) \cdot \delta Y$.

Para cada ponto nodal (i,j) está associada uma grandeza física de interesse $\phi(i,j)$, onde $\phi(i,j)$ pode ser velocidade, temperatura, vorticidade ou função corrente.

3.2 - EQUAÇÕES DE DIFERENÇAS FINITAS

A figura 3.2 mostra um detalhe da figura 3.1, para pontos nodais no interior da cavidade.

Com base na figura 3.2, a equação (2.17) pode ser escrita na forma de diferenças finitas da seguinte maneira:

$$\frac{U(i+1/2, j) - U(i-1/2, j)}{\delta X} + \frac{V(i, j+1/2) - V(i, j-1/2)}{\delta Y} = 0 \quad (3.1)$$

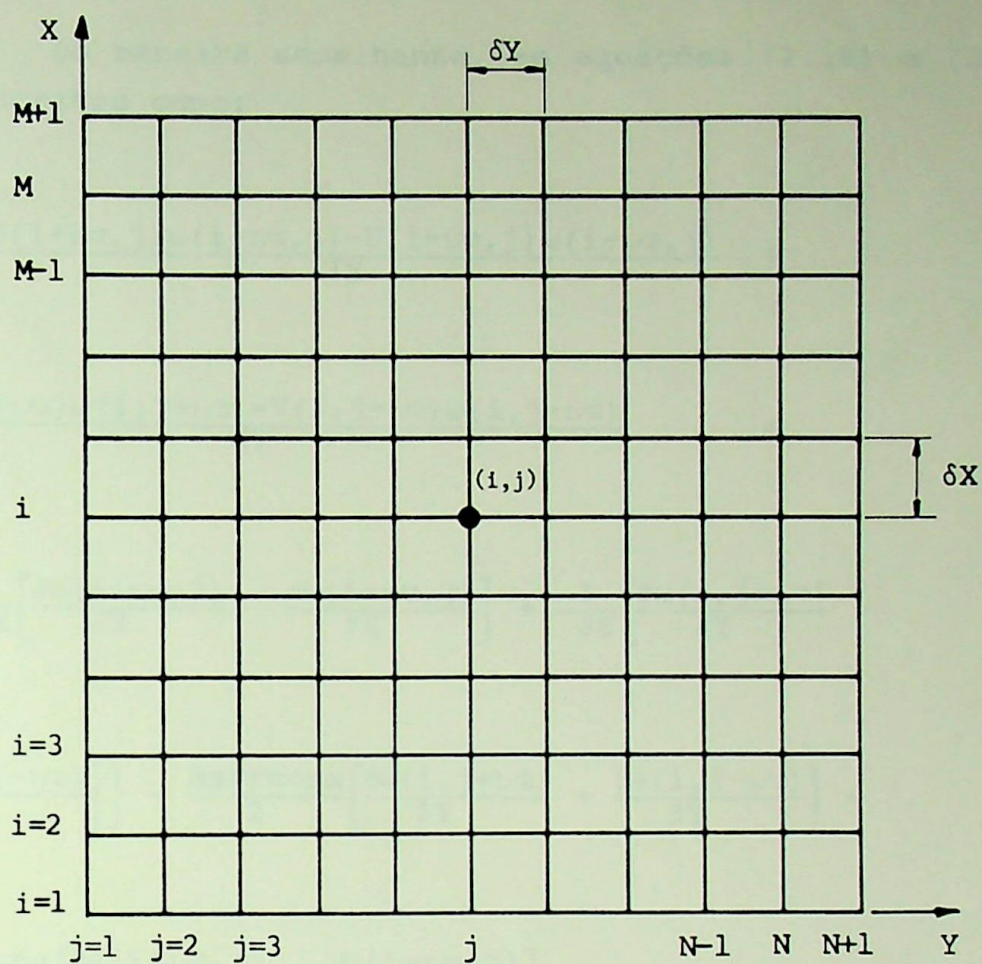


Figura 3.1 - Malha utilizada na análise numérica.

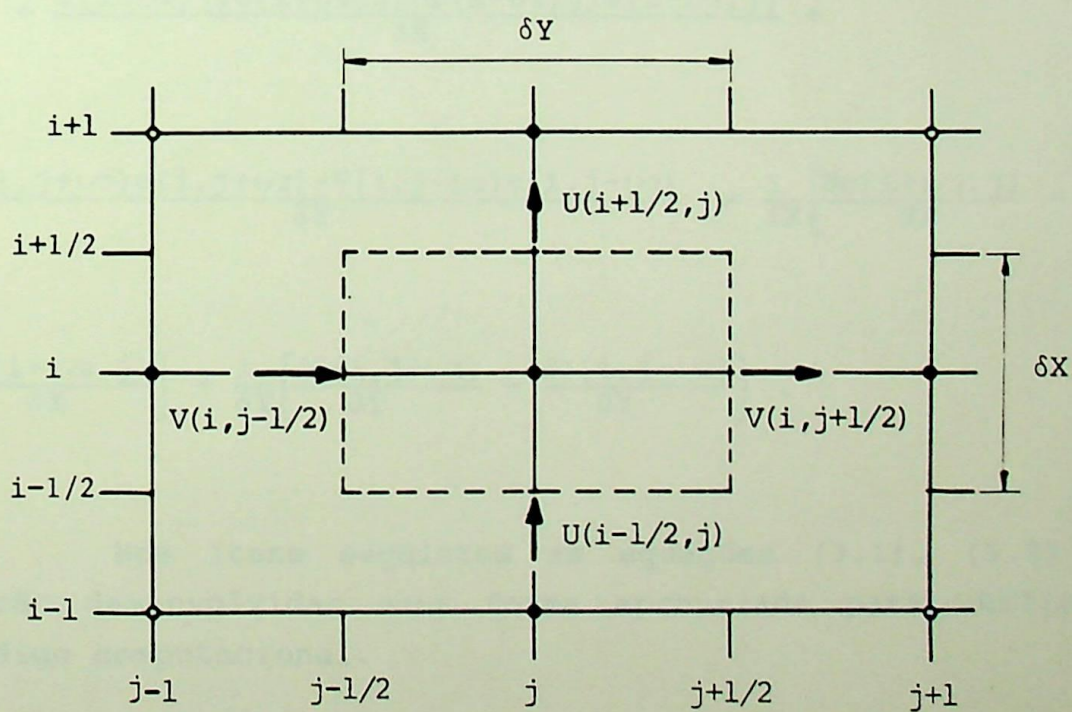


Figura 3.2 - Pontos nodais internos

De maneira semelhante, as equações (2.18) e (2.19) podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{U(i+1/2, j)\omega(i+1/2, j) - U(i-1/2, j)\omega(i-1/2, j)}{\delta X} + \\ & \frac{V(i, j+1/2)\omega(i, j+1/2) - V(i, j-1/2)\omega(i, j-1/2)}{\delta Y} = \\ & \text{Pr} \left\{ \frac{1}{\delta X} \left[\frac{\partial \omega(i+1/2, j)}{\partial X} - \frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} \right] + \frac{1}{\delta Y} \left[\frac{\partial \omega(i, j+1/2)}{\partial Y} - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{\partial \omega(i, j-1/2)}{\partial Y} \right] \right\} - \frac{\text{RaPr} \cos \alpha}{2} \left[\frac{\partial \theta(i, j+1/2)}{\partial Y} + \frac{\partial \theta(i, j-1/2)}{\partial Y} \right] + \\ & \frac{\text{RaPr} \sin \alpha}{2} \left[\frac{\partial \theta(i+1/2, j)}{\partial X} + \frac{\partial \theta(i-1/2, j)}{\partial X} \right] , \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{U(i+1/2, j)\theta(i+1/2, j) - U(i-1/2, j)\theta(i-1/2, j)}{\delta X} + \\ & \frac{V(i, j+1/2)\theta(i, j+1/2) - V(i, j-1/2)\theta(i, j-1/2)}{\delta Y} = \frac{1}{\delta X} \left[\frac{\partial \theta(i+1/2, j)}{\partial X} - \right. \\ & \left. \frac{\partial \theta(i-1/2, j)}{\partial X} \right] + \frac{1}{\delta Y} \left[\frac{\partial \theta(i, j+1/2)}{\partial Y} - \frac{\partial \theta(i, j-1/2)}{\partial Y} \right] . \end{aligned} \quad (3.3)$$

Nos ítems seguintes as equações (3.1), (3.2) e (3.3) serão desenvolvidas numa forma apropriada para utilização num código computacional.

3.3 - ESTUDO DA EQUAÇÃO DA VORTICIDADE PARA PONTOS NODAIS INTERNOS

Fazendo a expansão em Séries de Taylor da vorticidade em torno dos pontos $(i-1/2, j)$, $(i+1/2, j)$, $(i, j-1/2)$ e $(i, j+1/2)$, conforme se mostra no apêndice A1, pode-se escrever a equação (3.2) da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega^{n+1}(i, j) - \omega^n(i, j)}{\delta t} = & \text{Pr} \left\{ \frac{1}{\delta X} \left[\frac{XUP}{\sinh(XUP)} \frac{\omega^n(i+1, j) - \omega^n(i, j)}{\delta X} - \right. \right. \\
 & \frac{XDN}{\sinh(XDN)} \frac{\omega^n(i, j) - \omega^n(i-1, j)}{\delta X} \left. \right] + \frac{1}{\delta Y} \left[\frac{XR}{\sinh(XR)} \frac{\omega^n(i, j+1) - \omega^n(i, j)}{\delta Y} - \right. \\
 & \left. \frac{XL}{\sinh(XL)} \frac{\omega^n(i, j) - \omega^n(i, j-1)}{\delta Y} \right] \left. \right\} - \frac{1}{\delta X} \left\{ U(i+1/2, j) \left[\frac{\omega^n(i+1, j) + \omega^n(i, j)}{2} - \right. \right. \\
 & \left. \frac{\omega^n(i+1, j) - \omega^n(i, j)}{2} \frac{\cosh(XUP) - 1}{\sinh(XUP)} \right] - U(i-1/2, j) \left[\frac{\omega^n(i-1, j) + \omega^n(i, j)}{2} - \right. \\
 & \left. \frac{\omega^n(i, j) - \omega^n(i-1, j)}{2} \frac{\cosh(XDN) - 1}{\sinh(XDN)} \right] \left. \right\} - \frac{1}{\delta Y} \left\{ V(i, j+1/2) \left[\frac{\omega^n(i, j+1) + \omega^n(i, j)}{2} - \right. \right. \\
 & \left. \frac{\omega^n(i, j+1) - \omega^n(i, j)}{2} \frac{\cosh(XR) - 1}{\sinh(XR)} \right] - V(i, j-1/2) \left[\frac{\omega^n(i, j-1) + \omega^n(i, j)}{2} - \right. \\
 & \left. \frac{\omega^n(i, j) - \omega^n(i, j-1)}{2} \frac{\cosh(XL) - 1}{\sinh(XL)} \right] \left. \right\} - \frac{RaPr \cos \alpha}{2} (DTR + DTL) + \\
 & \frac{RaPr \sin \alpha}{2} (DTUP + DTDN) \quad , \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

onde se definem:

$$XUP = \frac{U(i+1/2, j) \delta X}{2Pr} = \frac{[U(i, j) + U(i+1, j)] \delta X}{4Pr} , \quad (3.5)$$

$$XDN = \frac{U(i-1/2, j) \delta X}{2Pr} = \frac{[U(i, j) + U(i-1, j)] \delta X}{4Pr} , \quad (3.6)$$

$$XR = \frac{V(i, j+1/2) \delta Y}{2Pr} = \frac{[V(i, j) + V(i, j+1)] \delta Y}{4Pr} , \quad (3.7)$$

$$XL = \frac{V(i, j-1/2) \delta Y}{2Pr} = \frac{[V(i, j) + V(i, j-1)] \delta Y}{4Pr} , \quad (3.8)$$

$$DTR = \frac{\partial \theta(i, j+1/2)}{\partial Y} = \frac{TR}{\sinh(TR)} \left[\frac{\theta(i, j+1) - \theta(i, j)}{\delta Y} \right] , \quad (3.9)$$

$$TR = \frac{V(i, j+1/2) \delta Y}{2} = \frac{[V(i, j+1) + V(i, j)] \delta Y}{4} , \quad (3.10)$$

$$DTL = \frac{\partial \theta(i, j-1/2)}{\partial Y} = \frac{TL}{\sinh(TL)} \left[\frac{\theta(i, j) - \theta(i, j-1)}{\delta Y} \right] , \quad (3.11)$$

$$TL = \frac{V(i, j-1/2) \delta Y}{2} = \frac{[V(i, j) + V(i, j-1)] \delta Y}{4} , \quad (3.12)$$

$$DTUP = \frac{\partial \theta(i+1/2, j)}{\partial X} = \frac{TUP}{\sinh(TUP)} \left[\frac{\theta(i+1, j) - \theta(i, j)}{\delta X} \right] , \quad (3.13)$$

$$TUP = \frac{U(i+1/2, j) \delta X}{2} = \frac{[U(i+1, j) + U(i, j)] \delta X}{4} , \quad (3.14)$$

$$DTDN = \frac{\partial \theta(i-1/2, j)}{\partial X} = \frac{TDN}{\sinh(TDN)} \left[\frac{\theta(i, j) - \theta(i-1, j)}{\delta X} \right] , \quad (3.15)$$

$$TDN = \frac{U(i-1/2, j) \delta X}{2} = \frac{[U(i, j) + U(i-1, j)] \delta X}{4} . \quad (3.16)$$

Desenvolvendo e simplificando a equação (3.4) e isolando $\omega^{n+1}(i, j)$, tem-se:

$$\begin{aligned} \omega^{n+1}(i, j) &= \omega^n(i, j) - \omega^n(i, j) \frac{\text{Pr}\delta t}{(\delta X)^2} \left[\frac{\text{XUP}}{\text{tgh}(\text{XUP})} + \frac{\text{XDN}}{\text{tgh}(\text{XDN})} \right] - \\ &\omega^n(i, j) \frac{\text{Pr}\delta t}{(\delta Y)^2} \left[\frac{\text{XR}}{\text{tgh}(\text{XR})} + \frac{\text{XL}}{\text{tgh}(\text{XL})} \right] + \frac{\text{Pr}\delta t}{(\delta X)^2} \left\{ \omega^n(i+1, j) \left[\frac{\text{XUP}}{\text{tgh}(\text{XUP})} - \text{XUP} \right] + \right. \\ &\omega^n(i-1, j) \left[\frac{\text{XDN}}{\text{tgh}(\text{XDN})} + \text{XDN} \right] \left. \right\} + \frac{\text{Pr}\delta t}{(\delta Y)^2} \left\{ \omega^n(i, j+1) \left[\frac{\text{XR}}{\text{tgh}(\text{XR})} - \text{XR} \right] + \right. \\ &\omega^n(i, j-1) \left[\frac{\text{XL}}{\text{tgh}(\text{XL})} + \text{XL} \right] \left. \right\} - \frac{\text{Ra}}{2} \frac{\text{Pr}\delta t}{(\delta Y)^2} \cos\alpha (\text{DTR} + \text{DTL}) (\delta Y)^2 + \\ &\frac{\text{Ra}}{2} \frac{\text{Pr}\delta t}{(\delta X)^2} \sin\alpha (\text{DTUP} + \text{DTDN}) (\delta X)^2, \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde se definem:

$$\begin{aligned} \text{XUPT} &= \frac{\text{XUP}}{\text{tgh}(\text{XUP})}, \quad \text{XDNT} = \frac{\text{XDN}}{\text{tgh}(\text{XDN})}, \quad \text{XRT} = \frac{\text{XR}}{\text{tgh}(\text{XR})}, \\ \text{XLT} &= \frac{\text{XL}}{\text{tgh}(\text{XL})}, \quad dX = \frac{\text{Pr}\delta t}{(\delta X)^2} \quad \text{e} \quad dY = \frac{\text{Pr}\delta t}{(\delta Y)^2}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Substituindo (3.18) em (3.17) e reagrupando os termos, obtém-se:

$$\begin{aligned} \omega^{n+1}(i, j) &= \omega^n(i, j) \left[1 - dX(\text{XUPT} + \text{XDNT}) - dY(\text{XRT} + \text{XLT}) \right] + \\ &\omega^n(i+1, j) dX(\text{XUPT} - \text{XUP}) + \omega^n(i-1, j) dX(\text{XDNT} + \text{XDN}) + \end{aligned}$$

$$\omega^n(i, j+1) dY(XRT-XR) + \omega^n(i, j-1) dY(XLT+XL) -$$

$$RaY \cos \alpha \frac{DTR+DTL}{2} (\delta Y)^2 + RaX \sin \alpha \frac{DTUP+DTDN}{2} (\delta X)^2 \quad . \quad (3.19)$$

Definindo $D = \left(\frac{\delta X}{\delta Y} \right)^2$ e $d = dX$, tem-se $dY = Dd$.

Levando na equação (3.19), obtém-se:

$$\frac{\omega^{n+1}(i, j) - \omega^n(i, j)}{d} = \omega^n(i, j) [-(XUPT+XDNT) - D(XRT+XLT)] +$$

$$\omega^n(i+1, j) (XUPT-XUP) + \omega^n(i-1, j) (XDNT+XDN) + \omega^n(i, j+1) D(XRT-XR) +$$

$$\omega^n(i, j-1) D(XLT+XL) - RaD \cos \alpha \frac{DTR+DTL}{2} (\delta Y)^2 +$$

$$+ Ra \sin \alpha \frac{DTUP+DTDN}{2} (\delta X)^2 \quad . \quad (3.20)$$

Definindo ainda:

$$\Sigma_1 = XUPT+XDNT+D(XRT+XLT) \quad e \quad \gamma_1 = \frac{\Sigma_1 d}{1+\Sigma_1 d} \quad , \quad (3.21)$$

onde γ_1 é o parâmetro de relaxação, a equação da vorticidade para pontos nodais interiores, na sua forma final, torna-se:

$$\omega^{n+1}(i, j) = \omega^n(i, j) (1-\gamma_1) + \frac{\gamma_1}{\Sigma_1} \left[\omega^{n+1}(i-1, j) (XDNT+XDN) + \right.$$

$$\omega^{n+1}(i, j-1) D(XLT+XL) + \omega^n(i+1, j) (XUPT-XUP) + \omega^n(i, j+1) D(XRT-XR) -$$

$$\left. RaD \cos \alpha \frac{DTR+DTL}{2} (\delta Y)^2 + Ra \sin \alpha \frac{DTUP+DTDN}{2} (\delta X)^2 \right] \quad . \quad (3.22)$$

3.4 - ESTUDO DA EQUAÇÃO DA VORTICIDADE PARA PONTOS NODAIS DO CONTORNO

As equações da vorticidade junto às superfícies S_1 , S_2 , S_3 e S_4 podem ser obtidas pela expansão em Séries de Taylor.

Por exemplo, a vorticidade na superfície S_1 , conforme a figura 3.1, pode ser obtida pelo desenvolvimento em Séries de Taylor da função corrente no ponto $(i,2)$ em torno do ponto $(i,1)$.

Assim procedendo, tem-se:

$$\psi(i,2) = \psi(i,1) + \delta Y \frac{\partial \psi(i,1)}{\partial Y} + \frac{(\delta Y)^2}{2!} \frac{\partial^2 \psi(i,1)}{\partial Y^2} + \dots O(\delta Y)^3 \quad (3.23)$$

Das condições de contorno (2.21), sabe-se que $\psi(i,1) = 0$ e $\frac{\partial \psi(i,1)}{\partial Y} = 0$.

Sabe-se ainda que, na parede quente, $\frac{\partial V}{\partial X} = 0$.

Sendo $V = \frac{\partial \psi}{\partial X}$, então $\frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} = 0$.

Como $\omega = \nabla^2 \psi$, então $\omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2}$.

Aplicando estas condições na equação (3.23), resulta:

$$\psi(i,2) = \frac{(\delta Y)^2}{2!} \omega(i,1) \quad (3.24)$$

Portanto, a vorticidade na parede quente pode ser calculada pela equação

$$\omega(i,1) = \frac{2\psi(i,2)}{(\delta Y)^2} \quad (3.25)$$

Adotando um procedimento semelhante é possível obter expressões para o cálculo da vorticidade nas superfícies S_2 e S_3 . Estas expressões são as seguintes:

Vorticidade na superfície S_2 :

$$\omega(i, N+1) = \frac{2\psi(i, N)}{(\delta Y)^2} \quad , \quad (3.26)$$

Vorticidade nas superfícies S_3 :

$$\omega(1, j) = \frac{2\psi(2, j)}{(\delta X)^2} \quad , \quad (3.27)$$

$$\omega(M+1, j) = \frac{2\psi(M, j)}{(\delta X)^2} \quad . \quad (3.28)$$

De modo geral, pode-se escrever as equações (3.25) a (3.28) na seguinte forma:

$$\omega_0 = \frac{2 \psi_0}{\delta^2}$$

onde ψ_0 é a função corrente a uma distância δ da parede, ω_0 é a vorticidade na parede e δ é o incremento de espaço na direção perpendicular à parede.

3.5 - ESTUDO DA EQUAÇÃO DA TEMPERATURA PARA PONTOS NODAIS INTERNOS

Na forma de diferenças finitas, pode-se escrever a equação (2.19) da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{U(i+1/2, j)\theta(i+1/2, j) - U(i-1/2, j)\theta(i-1/2, j)}{\delta X} +$$

$$\frac{V(i, j+1/2)\theta(i, j+1/2) - V(i, j-1/2)\theta(i, j-1/2)}{\delta Y} = \frac{1}{3X} \left[\frac{\partial \theta(i+1/2, j)}{\partial X} - \right.$$

$$\frac{\partial \theta(i-1/2, j)}{\partial X} \Big] + \frac{1}{\delta Y} \left[\frac{\partial \theta(i, j+1/2)}{\partial Y} - \frac{\partial \theta(i, j-1/2)}{\partial Y} \right] . \quad (3.29)$$

Usando um procedimento semelhante àquele aplicado no item 3.3 para a determinação da vorticidade e utilizando as definições (3.9) a (3.16), a equação (3.29) torna-se:

$$\begin{aligned} \frac{\theta^{n+1}(i, j) - \theta^n(i, j)}{\delta t} = & \frac{1}{(\delta X)^2} \left\{ \frac{TUP}{\operatorname{tgh}(TUP)} \left[\theta^n(i+1, j) - \theta^n(i, j) \right] - \right. \\ & \left. \frac{TDN}{\operatorname{tgh}(TDN)} \left[\theta^n(i, j) - \theta^n(i-1, j) \right] \right\} + \frac{1}{(\delta Y)^2} \left\{ \frac{TR}{\operatorname{tgh}(TR)} \left[\theta^n(i, j+1) - \theta^n(i, j) \right] - \right. \\ & \left. \frac{TL}{\operatorname{tgh}(TL)} \left[\theta^n(i, j) - \theta^n(i, j-1) \right] \right\} - \frac{1}{(\delta X)^2} \left\{ TUP \left[\theta^n(i+1, j) + \theta^n(i, j) \right] - \right. \\ & \left. TDN \left[\theta^n(i, j) + \theta^n(i-1, j) \right] \right\} - \frac{1}{(\delta Y)^2} \left\{ TR \left[\theta^n(i, j+1) + \theta^n(i, j) \right] - \right. \\ & \left. TL \left[\theta^n(i, j) + \theta^n(i, j-1) \right] \right\} . \quad (3.30) \end{aligned}$$

Definem-se:

$$\Delta X = \frac{\delta t}{(\delta X)^2}, \quad \Delta Y = \frac{\delta t}{(\delta Y)^2}, \quad d = \Delta X, \quad D = \Delta Y, \quad TUPT = \frac{TUP}{\operatorname{tgh}(TUP)},$$

$$TDNT = \frac{TDN}{\operatorname{tgh}(TDN)}, \quad TRT = \frac{TR}{\operatorname{tgh}(TR)} \quad \text{e} \quad TLT = \frac{TL}{\operatorname{tgh}(TL)} . \quad (3.31)$$

Substituindo as definições (3.31) na equação (3.30), resulta:

$$\frac{\theta^{n+1}(i, j) - \theta^n(i, j)}{d} = -\theta^n(i, j) \left[TUPT + TDNT + D(TRT + TLT) \right] +$$

$$\theta^n(i+1, j) (TUPT - TUP) + \theta^n(i-1, j) (TDNT + TDN) +$$

$$\theta^n(i, j+1)D(TRT-TR) + \theta^n(i, j-1)D(TLT+TL) \quad . \quad (3.32)$$

Definindo-se, ainda

$$\Sigma_2 = TUPT+TDNT+D(TRT+TLT) \quad e \quad \gamma_2 = \frac{\Sigma_2 d}{1+\Sigma_2 d} \quad , \quad (3.33)$$

e substituindo na equação (3.32), tem-se:

$$\begin{aligned} \theta^{n+1}(i, j) = & (1-\gamma_2)\theta^n(i, j) + \frac{\gamma_2}{\Sigma_2} \left[\theta^{n+1}(i-1, j) (TDNT+TDN) + \right. \\ & \theta^{n+1}(i, j-1)D(TLT+TL) + \theta^n(i+1, j) (TUPT-TUP) + \\ & \left. \theta^n(i, j+1)D(TRT-TR) \right] \quad . \quad (3.34) \end{aligned}$$

Uma análise da estabilidade, segundo o modelo de Von Neumann, indica que relações do tipo das equações (3.22) e (3.34) são estáveis para $0 \leq \gamma \leq 1$.

De acordo com Lee [1] a estabilidade com $\gamma=1$ é garantida para todos os pontos internos desde que as condições de contorno sejam as de Dirichlet, mas apenas para a equação da energia (3.34).

Essa estabilidade não se verifica para a equação da vorticidade (3.22) porque a vorticidade nas paredes deve ser calculada em cada etapa da iteração, ao passo que a temperatura nas paredes é conhecida.

Tomando $\gamma_2=1$ na equação (3.34), obtém-se:

$$\begin{aligned} \theta^{n+1}(i, j) = & \frac{1}{\Sigma_2} \left[\theta^{n+1}(i-1, j) (TDNT+TDN) + \theta^{n+1}(i, j-1)D(TLT+TL) + \right. \\ & \left. \theta^n(i+1, j) (TUPT-TUP) + \theta^n(i, j+1)D(TRT-TR) \right] \quad . \quad (3.35) \end{aligned}$$

A equação (3.35) permite calcular os valores da temperatura adimensional θ em cada ponto nodal interno da cavidade.

3.6 - ESTUDO DA EQUAÇÃO DA TEMPERATURA PARA PONTOS DAS SUPERFÍCIES S_3

A figura 3.3 mostra detalhes da figura 3.1 para pontos nodais nas superfícies S_3 .

Aplicando a equação da continuidade na figura 3.3, tem-se:

$$\frac{V^*(1, j+1/2) - V^*(1, j-1/2)}{\delta Y} + \frac{U(1+1/2, j)}{\delta X/2} = 0 \quad (3.36)$$

Porém, com a introdução da função corrente adimensional ψ , as velocidades locais tornam-se:

$$U = - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad e \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (3.37)$$

Na forma de diferenças finitas, tem-se:

$$U(i, j) = - \frac{\psi(i, j+1) - \psi(i, j-1)}{2\delta Y} \quad (3.38)$$

$$v(i, j) = \frac{\psi(i+1, j) - \psi(i-1, j)}{2\delta X} \quad (3.39)$$

$$\text{Tem-se ainda } U(1+1/2, j) = \frac{U(1, j) + U(2, j)}{2} \quad (3.40)$$

Como $U(1, j) = 0$, então, de (3.39):

$$U(1+1/2, j) = - \frac{1}{2} \left[\frac{\psi(2, j+1) - \psi(2, j-1)}{2\delta Y} \right] \quad (3.41)$$

Substituindo (3.41) em (3.36), resulta:

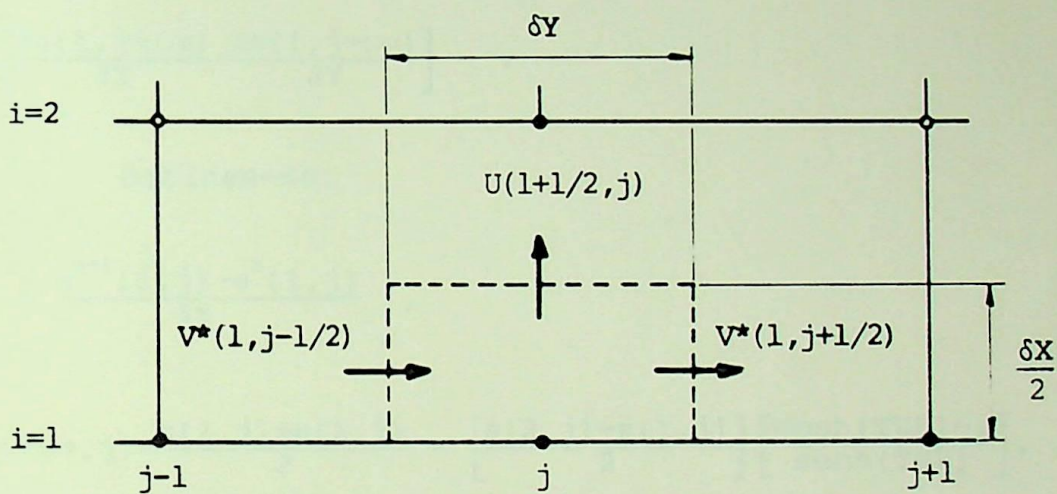
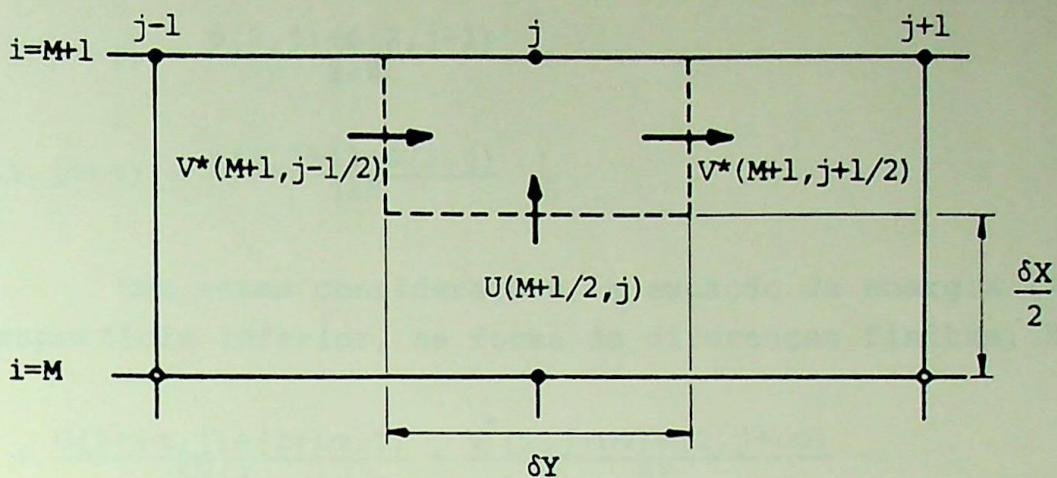


Figura 3.3 - Pontos nodais nas superfícies S_3

$$V^*(1, j+1/2) - V^*(1, j-1/2) = \frac{\psi(2, j+1) - \psi(2, j-1)}{2\delta X} \quad (3.42)$$

Como as velocidades na parede $V(1, j+1/2)$ e $V(1, j-1/2)$ são nulas, torna-se necessário usar velocidades diferentes $V^*(1, j+1/2)$ e $V^*(1, j-1/2)$ considerando a metade do elemento conforme ilustra a figura 3.3.

Para satisfazer a equação da continuidade (3.42), pode-se fazer:

$$V^*(1, j-1/2) = \frac{\psi(2, j) + \psi(2, j-1)}{2\delta X} , \quad (3.43)$$

$$V^*(1, j+1/2) = \frac{\psi(2, j+1) + \psi(2, j)}{2\delta X} . \quad (3.44)$$

Com estas considerações, a equação da energia (2.19) para a superfície inferior, na forma de diferenças finitas, torna-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{U(1+1/2, j)\theta(1+1/2, j)}{\delta X/2} + \frac{V^*(1, j+1/2)\theta(1, j+1/2)}{\delta Y} - \\ \frac{V^*(1, j-1/2)\theta(1, j-1/2)}{\delta Y} = \frac{1}{\delta X/2} \frac{\partial \theta(1+1/2, j)}{\partial X} + \\ \frac{1}{\delta Y} \left[\frac{\partial \theta(1, j+1/2)}{\partial Y} - \frac{\partial \theta(1, j-1/2)}{\partial Y} \right] . \end{aligned} \quad (3.45)$$

Definem-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\theta^{n+1}(1, j) - \theta^n(1, j)}{\delta t} , \quad (3.46)$$

$$\theta(1+1/2, j) = \frac{\theta(2, j) + \theta(1, j)}{2} - \left[\frac{\theta(2, j) - \theta(1, j)}{2} \right] \left[\frac{\cosh(TUP) - 1}{\sinh(TUP)} \right] , \quad (3.47)$$

$$TUP = \frac{U(1+1/2, j)\delta X}{2} , \quad (3.48)$$

$$\theta(1, j+1/2) = \frac{\theta(1, j+1) + \theta(1, j)}{2} - \left[\frac{\theta(1, j+1) - \theta(1, j)}{2} \right] \left[\frac{\cosh(TR) - 1}{\sinh(TR)} \right] , \quad (3.49)$$

$$TR = \frac{V^*(1, j+1/2)\delta Y}{2} , \quad (3.50)$$

$$\theta(1, j-1/2) = \frac{\theta(1, j) + \theta(1, j-1)}{2} - \left[\frac{\theta(1, j) - \theta(1, j-1)}{2} \right] \left[\frac{\cosh(TL) - 1}{\sinh(TL)} \right] , \quad (3.51)$$

$$TL = \frac{V^*(1, j-1/2)\delta Y}{2} , \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial \theta(1+1/2, j)}{\partial X} = \frac{TUP}{\sinh(TUP)} \left[\frac{\theta(2, j) - \theta(1, j)}{\delta X} \right] , \quad (3.53)$$

$$\frac{\partial \theta(1, j+1/2)}{\partial Y} = \frac{TR}{\sinh(TR)} \left[\frac{\theta(1, j+1) - \theta(1, j)}{\delta Y} \right] , \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial \theta(1, j-1/2)}{\partial Y} = \frac{TL}{\sinh(TL)} \left[\frac{\theta(1, j) - \theta(1, j-1)}{\delta Y} \right] , \quad (3.55)$$

Substituindo as relações (3.46) a (3.55) na equação (3.45), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\theta^{n+1}(1, j) - \theta^n(1, j)}{\delta t} &= \frac{2}{(\delta X)^2} \left\{ \frac{TUP}{\operatorname{tgh}(TUP)} \left[\theta^n(2, j) - \theta^n(1, j) \right] \right\} + \\ &\frac{1}{(\delta Y)^2} \left\{ \frac{TR}{\operatorname{tgh}(TR)} \left[\theta^n(1, j+1) - \theta^n(1, j) \right] - \frac{TL}{\operatorname{tgh}(TL)} \left[\theta^n(1, j) - \theta^n(1, j-1) \right] \right\} - \\ &\frac{2}{(\delta X)^2} \left\{ TUP \left[\theta^n(2, j) + \theta^n(1, j) \right] \right\} - \frac{1}{(\delta Y)^2} \left\{ TR \left[\theta^n(1, j+1) + \theta^n(1, j) \right] - \right. \\ &\left. TL \left[\theta^n(1, j) + \theta^n(1, j-1) \right] \right\} . \quad (3.56) \end{aligned}$$

Definindo-se:

$$d = \frac{2\delta t}{(\delta X)^2} , \quad D = \left(\frac{\delta X}{\delta Y} \right)^2 , \quad TUP_T = \frac{TUP}{\operatorname{tgh}(TUP)} , \quad TR_T = \frac{TR}{\operatorname{tgh}(TR)} ,$$

$$TL_T = \frac{TL}{\operatorname{tgh}(TL)} \quad \text{e} \quad \Sigma_3 = TUP_T + \frac{D}{2} (TR_T + TL_T) . \quad (3.57)$$

Substituindo (3.57) em (3.56), tem-se:

$$\begin{aligned} \theta^{n+1}(1, j) &= \frac{1}{1+\Sigma_3 d} \theta^n(1, j) + \frac{d}{1+\Sigma_3 d} \left[\theta^n(2, j) (TUP_T - TUP) + \right. \\ &\left. \theta^n(1, j+1) \frac{D}{2} (TR_T - TR) + \theta^{n+1}(1, j-1) \frac{D}{2} (TL_T + TL) \right] , \quad (3.58) \end{aligned}$$

Definindo $\gamma_3 = \frac{\Sigma_3 d}{1+\Sigma_3 d}$ e tomando $\gamma_3 = 1$ (sobre-relaxação sucessiva) resulta, finalmente:

$$\begin{aligned} \Theta^{n+1}(1, j) = \frac{1}{\Sigma_3} & \left[\Theta^n(2, j) (TUPT-TUP) + \Theta^{n+1}(1, j-1) \frac{D}{2} (TLT+TL) \right. \\ & \left. + \Theta^n(1, j+1) \frac{D}{2} (TRT-TR) \right] . \end{aligned} \quad (3.59)$$

A equação (3.59) permite calcular os valores da temperatura nos pontos nodais da superfície inferior da cavidade para o CASO 1 (isolamento térmico nas paredes).

A partir da análise da figura 3.3 e adotando os mesmos procedimentos usados para a dedução da equação (3.59) determina-se a expressão que calcula a temperatura nos pontos nodais da superfície superior para o CASO 1.

Esta equação, na sua forma final, é a seguinte:

$$\begin{aligned} \Theta^{n+1}(M+1, j) = \frac{1}{\Sigma_4} & \left[\Theta^{n+1}(M, j) (TDNT+TDN) + \Theta^{n+1}(M+1, j-1) \frac{D}{2} (TLT+TL) + \right. \\ & \left. \Theta^n(M+1, j+1) \frac{D}{2} (TRT-TR) \right] . \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\text{onde } \Sigma_4 = TDNT + \frac{D}{2} (TLT+TRT) . \quad (3.61)$$

As temperaturas nas superfícies inferior e superior da cavidade para o CASO 2 (variação linear de temperatura) são dadas, respectivamente, por:

$$\Theta^{n+1}(1, j) = 1 - (j-1)\delta Y \quad (3.62)$$

$$\Theta^{n+1}(M+1, j) = 1 - (j-1)\delta Y \quad (3.63)$$

As equações de diferenças finitas são resolvidas iterativamente e a equação da Vorticidade $\omega = \nabla^2 \psi$ (2.20) é resolvida utilizando o método de sobre-relaxação com o seguinte critério de convergência :

$$\frac{\sum_{i,j} \left| \psi^{n+1}(i, j) - \psi^n(i, j) \right|}{\sum_{i,j} \left| \psi^{n+1}(i, j) \right|} \leq 10^{-6} \quad (3.64)$$

O número de Nusselt médio nas superfícies quente e fria é calculado pelas seguintes equações:

$$Nu_h = \frac{1}{R} \int_0^R - \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} dX . \quad (3.65)$$

$$Nu_c = \frac{1}{R} \int_0^R \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=1} dX . \quad (3.66)$$

onde:
$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} = \frac{\partial \theta(i, 1)}{\partial Y} = \frac{-7\theta(i, 1) + 8\theta(i, 2) - \theta(i, 3)}{6\delta Y} \quad (3.67)$$

e
$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=1} = \frac{\partial \theta(i, N+1)}{\partial Y} = \frac{-7\theta(i, N+1) + 8\theta(i, N) - \theta(i, N-1)}{6\delta Y} \quad (3.68)$$

A resolução numérica das equações (3.65) e (3.66) é feita aplicando-se o método dos trapézios, com a utilização das equações (3.67) e (3.68), cuja dedução é mostrada no Apêndice A3.

Os números de Nusselt médios nas superfícies quente e fria podem ser escritos, respectivamente, nas seguintes formas:

$$Nu_c = Nu_c(R, d/L, \alpha, Gr, Pr) , \quad (3.69a)$$

ou
$$Nu_c = Nu_c(R, d/L, \alpha, Ra, Pr) , \quad (3.69b)$$

$$Nu_h = Nu_h(R, d/L, \alpha, Gr, Pr) , \quad (3.70a)$$

ou
$$Nu_h = Nu_h(R, d/L, \alpha, Ra, Pr) , \quad (3.70b)$$

onde os parâmetros que aparecem nas equações (3.69) e (3.70) foram definidos no Ítem 1.3.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos para convecção natural em cavidades retangulares inclinadas, com temperaturas impostas em duas paredes e com duas condições de contorno nas outras: adiabática e linear. Consideram-se ainda cavidades sem partição e cavidades com uma ou mais partições diatérmicas de espessura desprezível colocadas junto à superfície fria. Os resultados foram obtidos pela resolução numérica das equações de conservação, utilizando um método explícito de diferenças finitas.

Inicialmente é feito um teste no programa computacional utilizado, comparando os resultados com aqueles já conhecidos na literatura. Uma vez testado, o programa computacional desenvolvido é então empregado para a obtenção dos resultados de interesse para o presente trabalho.

4.2 - COMPARAÇÕES DE RESULTADOS

Em primeiro lugar serão apresentadas comparações de resultados do presente trabalho com alguns resultados conhecidos na literatura apenas para cavidades sem partição.

A tabela 4.1 apresenta comparações dos números de Nusselt médios obtidos no presente trabalho com aqueles reportados por De Vahl Davis [10], Menon [17] e Behnia [18] para a condição de contorno adiabática (CASO 1). São apresentados entre parêntesis os respectivos desvios percentuais com relação à solução de De Vahl Davis [10]. Nota-se que existe muito boa concordância entre os resultados para $Ra \leq 10^5$, mesmo para uma malha com poucos pontos

nodais. Já para $Ra=10^6$ há necessidade de malhas mais refinadas. Um teste feito com malha 20x20 para $Ra=10^6$ mostrou que o desvio apresentado foi muito maior que os demais (da ordem de 30%). Por esta razão adotou-se malhas 40x40 e 50x50 para o estudo do número de Nusselt com $Ra=10^6$, comprovando-se que os desvios obtidos diminuíram consideravelmente.

	Malha	Presente Trabalho	Menon [17]	Behnia [18]	De Vahl Davis [10]
$Ra=10^3$	20x20	1,123(0,45)	1,145(2,4)	1,117(-0,09)	1,118
	40x40	1,119(0,09)	1,124(0,5)	1,118(0)	
$Ra=10^4$	20x20	2,315(3,2)	2,332(3,9)	2,241(-0,09)	2,243
	40x40	2,262(0,85)	2,281(1,69)	2,245(0,09)	
$Ra=10^5$	20x20	4,943(9,4)	4,718(4,4)	4,419(-2,2)	4,519
	40x40	4,647(2,8)	4,667(3,2)	4,520(0,02)	
$Ra=10^6$	40x40	9,520(8,2)	9,055(2,9)	8,695(-1,2)	8,799
	50x50	9,323(5,9)	—	—	

Tabela 4.1 - Comparação de resultados do número de Nusselt para condição de contorno adiabática (CASO 1), com $Pr=0,71$, $R=1$ e $\alpha=0^\circ$.

Na figura 4.1 mostra-se a influência da malha sobre o número de Nusselt, com malhas 10x10, 20x20, 30x30, 40x40 e 50x50. Para efeito de comparação, são apresentados também, na figura 4.1, os resultados obtidos por De Vahl Davis [10].

Nota-se que para valores de Ra menores (da ordem de 10^3), a malha não tem grande influência sobre o número de Nusselt. Entretanto, à medida em que o valor de Ra é aumentado, a malha utilizada passa a exercer influência significativa sobre o número de Nusselt. Considerando-se $Ra=10^6$, por exemplo, pode-se observar que a malha deve ser mais refinada.

A tabela 4.2 apresenta uma comparação do número de Nusselt em função do número de Grashof, do ângulo de inclinação e da razão

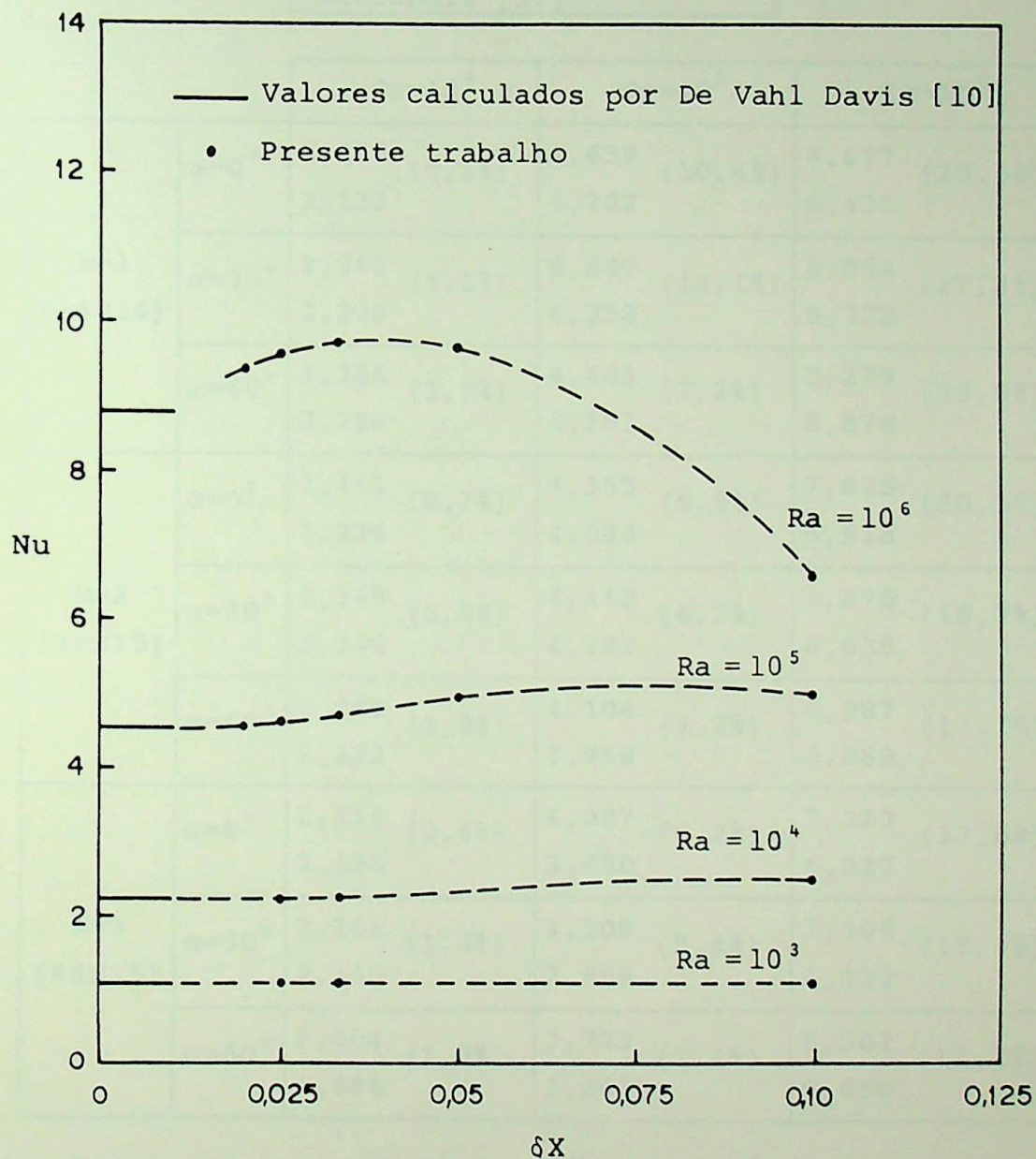


Figura 4.1 - Influência da malha sobre o número de Nusselt para o CASO 1.

($Pr=0,71$, $\alpha=0^\circ$ e $R=1$)

de aspecto para o CASO 1, considerando $Pr=0,733$. A comparação dos resultados do presente trabalho com aqueles obtidos por Menon [17] mostra excelente concordância para $Gr=10^4$ (desvio máximo de 1%), uma boa concordância para $Gr=10^5$ (desvio máximo de 10%) e uma concordância apenas razoável para $Gr=10^6$. Nota-se que os desvios crescem com o aumento de Gr para a mesma malha.

Convenção:

Presente trabalho	(desvio)
Referência [17]	

		$Gr=10^4$	$Gr=10^5$	$Gr=10^6$
R=1 (14x14)	$\alpha=0^\circ$	2,136 (0,1%) 2,133	4,639 (10,4%) 4,202	8,077 (25,6%) 6,432
	$\alpha=30^\circ$	2,365 (1,1%) 2,338	4,800 (10,1%) 4,358	8,064 (27,2%) 6,338
	$\alpha=60^\circ$	2,324 (1,3%) 2,294	4,463 (7,2%) 4,163	7,279 (23,9%) 5,876
R=2 (30x15)	$\alpha=0^\circ$	2,241 (0,7%) 2,226	4,365 (6,9%) 4,084	7,825 (20,1%) 6,518
	$\alpha=30^\circ$	2,349 (1,0%) 2,326	4,442 (6,2%) 4,182	7,876 (18,7%) 6,635
	$\alpha=60^\circ$	2,246 (1,0%) 2,223	4,104 (3,7%) 3,958	6,987 (14,7%) 6,089
R=3 (45x15)	$\alpha=0^\circ$	2,114 (0,8%) 2,098	4,087 (6,2%) 3,850	7,323 (17,6%) 6,227
	$\alpha=30^\circ$	2,161 (1,0%) 2,140	4,109 (5,4%) 3,898	7,306 (15,5%) 6,323
	$\alpha=60^\circ$	2,004 (1,0%) 1,984	3,773 (3,1%) 3,661	6,502 (11,1%) 5,850

Tabela 4.2 - Número de Nusselt em função do número de Grashof, do ângulo de inclinação e da razão de aspecto, para o CASO 1 ($Pr=0,733$).

Na tabela 4.3 faz-se uma comparação do número de Nusselt médio obtido no presente trabalho para geometria quadrada, com condição de contorno adiabática e usando um método de diferenças

finitas com os resultados reportados por outros autores [4,11-14] utilizando métodos diversos. São apresentados os desvios percentuais com relação a esses trabalhos podendo-se observar que existe boa concordância.

Referência	Nu	Desvio	Método Utilizado
Presente trabalho	2,697	-	Diferenças Finitas (15x15)
Nascimento [11]	2,721	-0,88	Elementos Finitos (338 elementos)
Menon [12]	2,70	-0,11	Elementos Finitos (100 elementos)
Ozoe e outros [13]	2,74	-1,57	Valor Experimental
Tabarrok e outros [14]	2,695	0,07	Elementos Finitos (200 elementos)
Wilkes e outros [4]	2,874	-6,16	Diferenças Finitas (10x10)
Wilkes e outros [4]	2,516	7,19	Diferenças Finitas (20x20)

Tabela 4.3 - Comparação de resultados com geometria quadrada para condição de contorno adiabática (CASO 1) com $Gr=20000$; $Pr=0,733$, $\alpha=0^\circ$ e $R=1$.

A tabela 4.4 apresenta comparações dos resultados do presente trabalho com aqueles reportados por Figueredo e outros [15], Wong e outros [16] e Nascimento [11], para a condição de contorno adiabática em cavidade quadrada vertical ($\alpha=0^\circ$) e com diversos valores do número de Grashof. Também para estes casos, os resultados mostram uma boa concordância, sendo o máximo desvio da ordem de 11%, correspondente ao caso de $Gr=341070$, mostrado na referência [16].

Apresentam-se a seguir algumas comparações de resultados do presente trabalho com aqueles reportados por Frederick e Catalán [33] e Frederick [34], para cavidades com partições.

Foram calculados os valores do número de Nusselt médio para cavidade quadrada com duas paredes isoladas e com uma partição colocada centralmente junto à parede fria. Considerou-se partição de comprimentos adimensionais $d/L=0,25$ e $0,5$, para $Pr=0,71$, $\alpha=30^\circ$ e $10^3 \leq Ra \leq 7 \times 10^4$.

Estes resultados são apresentados na tabela 4.5, juntamente com os resultados obtidos na referência [33] e os respectivos desvios percentuais. Nota-se que os resultados do presente trabalho estão muito próximos daqueles reportados na referência [33], sendo que o máximo desvio é da ordem de 1% e ocorre para $Ra=7 \times 10^4$, com $d/L=0,5$. Estes resultados mostram a boa performance do programa computacional desenvolvido.

A comparação de resultados do presente trabalho com aqueles reportados na referência [34] para cavidades quadradas inclinadas e adiabáticas é mostrada na tabela 4.6. Para efetuar esta comparação, foram calculados os valores de Nusselt considerando-se $Pr=0,71$, $R=1$, $\alpha=0^\circ$ e 45° , para cavidade com uma única partição de comprimentos adimensionais $d/L=0,25$ e $d/L=0,5$.

Uma análise dos resultados apresentados na tabela 4.6 revela uma boa concordância. Entretanto, para confirmar este fato, os resultados mostrados na tabela 4.6 são apresentados na figura 4.2.

Convenção:

M21 - Resultado para malha 21x21
M22 - Resultado para malha 22x22
* - Resultado para malha 42x42
e - Método de elementos finitos (338 elementos)

Referência	[15]	[16]	[11]	Presente Trabalho
Grashof	Nu ₁ M21	Nu ₂ M22	Nu ₃ e	Nu ₄ M22
34110	2,884 (7,69)	2,972 [*] (4,51)	3,227 (-3,75)	3,106
60000	3,468 (7,73)	—	3,864 (-3,31)	3,736
100000	4,160 (6,30)	—	4,554 (-2,90)	4,422
136430	4,686 (4,55)	4,51 (8,62)	5,027 (-2,55)	4,899
341070	—	5,92 (11,15)	—	6,580

Tabela 4.4 - Comparação de resultados para condição de contorno adiabática (CASO 1), com $Pr=0,733$, $R=1$ e $\alpha=0^\circ$.

Convenção:

Referência [33]	(Desvio %)
Presente Trabalho	

Ra	d/L	
	0,25	0,5
10^3	1,040 (0,10) 1,039	1,006 (0,00) 1,006
10^4	1,934 (0,00) 1,934	1,509 (0,20) 1,506
2×10^4	2,439 (0,20) 2,434	2,160 (0,60) 2,147
5×10^4	3,254 (0,15) 3,249	3,272 (0,31) 3,262
7×10^4	3,611 (0,14) 3,606	3,766 (1,04) 3,727

Tabela 4.5 - Número de Nusselt médio em função de Ra e do comprimento da partição para $\alpha=30^\circ$, $R=1$ e $Pr=0,71$.

4.3 - RESULTADOS PARA CAVIDADES SEM PARTIÇÃO

Na tabela 4.7 são apresentados os resultados do número de Nusselt médio para diversos números de Rayleigh, com diferentes malhas para os casos de condição de contorno adiabática (CASO 1) e linear (CASO 2), com $Pr=0,71$, $R=1$ e $\alpha=0^\circ$. Nesta tabela, assim com em outras tabelas subsequentes, será adotada a seguinte convenção: os valores superiores correspondem ao CASO 1 e os valores inferiores ao CASO 2. Apresentam-se ainda, entre parêntesis, os desvios percentuais com relação à malha 40×40 . Os resultados indicam que para números de Rayleigh maiores (da ordem de 10^6) as malhas 10×10 fornecem desvios muito grandes com relação às malhas 40×40 .

(a) $\alpha=0^\circ$

Ra	Presente trabalho		Referência [34]	
	d/L=0,25	d/L=0,5	d/L=0,25	d/L=0,5
10^3	6,88	10,00	7,83	11,41
5×10^3	20,72	36,61	20,85	36,83
10^4	21,09	38,17	21,37	38,40
2×10^4	19,54	32,99	19,89	33,14
3×10^4	18,39	28,77	19,78	29,77
5×10^4	16,83	23,81	17,47	24,02
7×10^4	15,78	21,05	15,22	20,15
10^5	14,65	18,56	13,79	17,48

(b) $\alpha=45^\circ$

Ra	Presente trabalho		Referência [34]	
	d/L=0,25	d/L=0,5	d/L=0,25	d/L=0,5
10^3	7,04	9,39	2,28	8,30
5×10^3	24,70	43,61	24,78	43,59
10^4	22,90	40,45	23,16	40,67
2×10^4	20,75	28,95	21,27	29,10
3×10^4	19,72	22,41	20,34	22,58
5×10^4	18,61	15,69	19,53	15,99
7×10^4	17,87	12,39	19,06	12,84
10^5	17,11	9,79	18,60	11,03

Tabela 4.6 - Porcentagem de redução do número de Nusselt médio com relação a cavidade sem partição e com condição de contorno adiabática (CASO 1), para $Pr=0,71$ e $R=1$.

(a) $\alpha=0^\circ$, (b) $\alpha=45^\circ$.

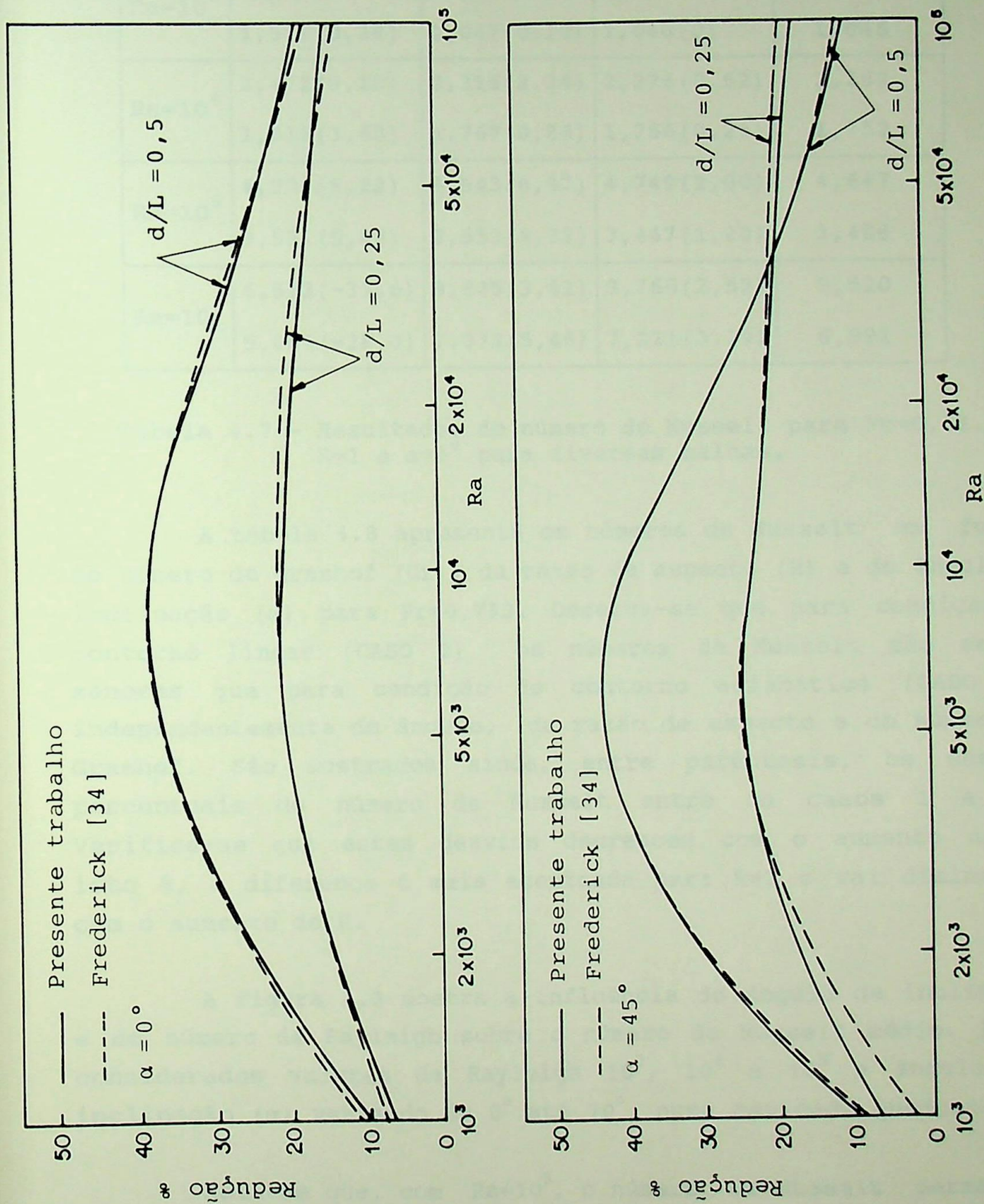


Figura 4.2 - Comparação da porcentagem de redução do número de Nusselt para $Pr=0,71$, $R=1$, $\alpha=0^\circ$ e $\alpha=45^\circ$ (CASO 1).

Convenção:

CASO 1 CASO 2	$\delta X=0,100$ (10x10)	$\delta X=0,050$ (20x20)	$\delta X=0,033$ (30x30)	$\delta X=0,025$ (40x40)
	$Ra=10^3$	1,138(1,70)	1,123(0,36)	1,120(0,09)
1,049(0,29)		1,047(0,10)	1,046(0)	1,046
$Ra=10^4$	2,472(9,28)	2,315(2,34)	2,276(0,62)	2,262
	1,816(3,65)	1,767(0,86)	1,756(0,23)	1,752
$Ra=10^5$	4,936(6,22)	4,943(6,37)	4,740(2,00)	4,647
	3,591(5,43)	3,553(4,32)	3,447(1,20)	3,406
$Ra=10^6$	6,513(-31,6)	9,845(3,41)	9,760(2,52)	9,520
	5,009(-28,3)	7,373(5,46)	7,221(3,29)	6,991

Tabela 4.7 - Resultados do número de Nusselt para $Pr=0,71$, $R=1$ e $\alpha=0^\circ$ para diversas malhas.

A tabela 4.8 apresenta os números de Nusselt em função do número de Grashof (Gr), da razão de aspecto (R) e do ângulo de inclinação (α) para $Pr=0,733$. Observa-se que para condição de contorno linear (CASO 2) os números de Nusselt são sempre menores que para condição de contorno adiabática (CASO 1), independentemente do ângulo, da razão de aspecto e do número de Grashof. São mostrados ainda, entre parêntesis, os desvios percentuais do número de Nusselt entre os casos 1 e 2. Verifica-se que estes desvios decrescem com o aumento de R , isto é, a diferença é mais acentuada para $R=1$ e vai diminuindo com o aumento de R .

A figura 4.3 mostra a influência do ângulo de inclinação e do número de Rayleigh sobre o número de Nusselt médio. Foram considerados valores de Rayleigh 10^3 , 10^4 e 10^5 e ângulos de inclinação (α) variando de 0° até 70° , numa cavidade quadrada.

Nota-se que, com $Ra=10^3$, o número de Nusselt permanece praticamente constante para os diversos ângulos de inclinação, tanto para o CASO 1 quanto para o CASO 2. Entretanto, para os outros valores de Ra , esse comportamento já não se

verifica. Pode-se observar que o número de Nusselt médio cresce a partir de $\alpha=0^\circ$ até um determinado ângulo de inclinação quando atinge o seu máximo, passando depois a decrescer. Para $Ra=10^4$ o número de Nusselt máximo ocorre quando $\alpha=40^\circ$ para o CASO 1 e $\alpha=30^\circ$ para o CASO 2. Para $Ra=10^5$ o número de Nusselt atinge o seu máximo quando $\alpha=15^\circ$ para o CASO 1 e $\alpha=20^\circ$ para o CASO 2.

As figuras 4.4 e 4.5 mostram a variação do número de Nusselt em função do número de Grashof e do ângulo de inclinação para geometria quadrada ($R=1$), com $Pr=0,733$, para os CASOS 1 e 2, respectivamente.

Convenção:		CASO 1	CASO 2	Gr=10 ⁴	Gr=10 ⁵	Gr=10 ⁶	
R=1 (14x14)	$\alpha=0^\circ$	2,136 1,625	(23,9)	4,639 3,332	(28,2)	8,077 6,240	(22,7)
	$\alpha=30^\circ$	2,365 1,710	(27,7)	4,800 3,418	(28,8)	8,064 6,160	(23,6)
	$\alpha=60^\circ$	2,324 1,634	(29,7)	4,463 3,160	(29,2)	7,279 5,305	(27,1)
R=2 (30x15)	$\alpha=0^\circ$	2,241 1,858	(17,1)	4,365 3,519	(19,4)	7,825 6,614	(15,5)
	$\alpha=30^\circ$	2,349 1,920	(18,3)	4,442 3,568	(19,7)	7,876 6,703	(14,9)
	$\alpha=60^\circ$	2,246 1,836	(18,3)	4,104 3,333	(18,8)	6,987 5,867	(16,0)
R=3 (45x15)	$\alpha=0^\circ$	2,114 1,821	(13,9)	4,087 3,459	(15,4)	7,323 6,423	(12,3)
	$\alpha=30^\circ$	2,161 1,852	(14,3)	4,109 3,479	(15,3)	7,306 6,486	(15,4)
	$\alpha=60^\circ$	2,004 1,743	(13,0)	3,773 3,237	(14,2)	6,502 5,762	(11,4)

Tabela 4.8 - Número de Nusselt em função do número de Grashof do ângulo de inclinação e da razão de aspecto, para $Pr=0,733$.

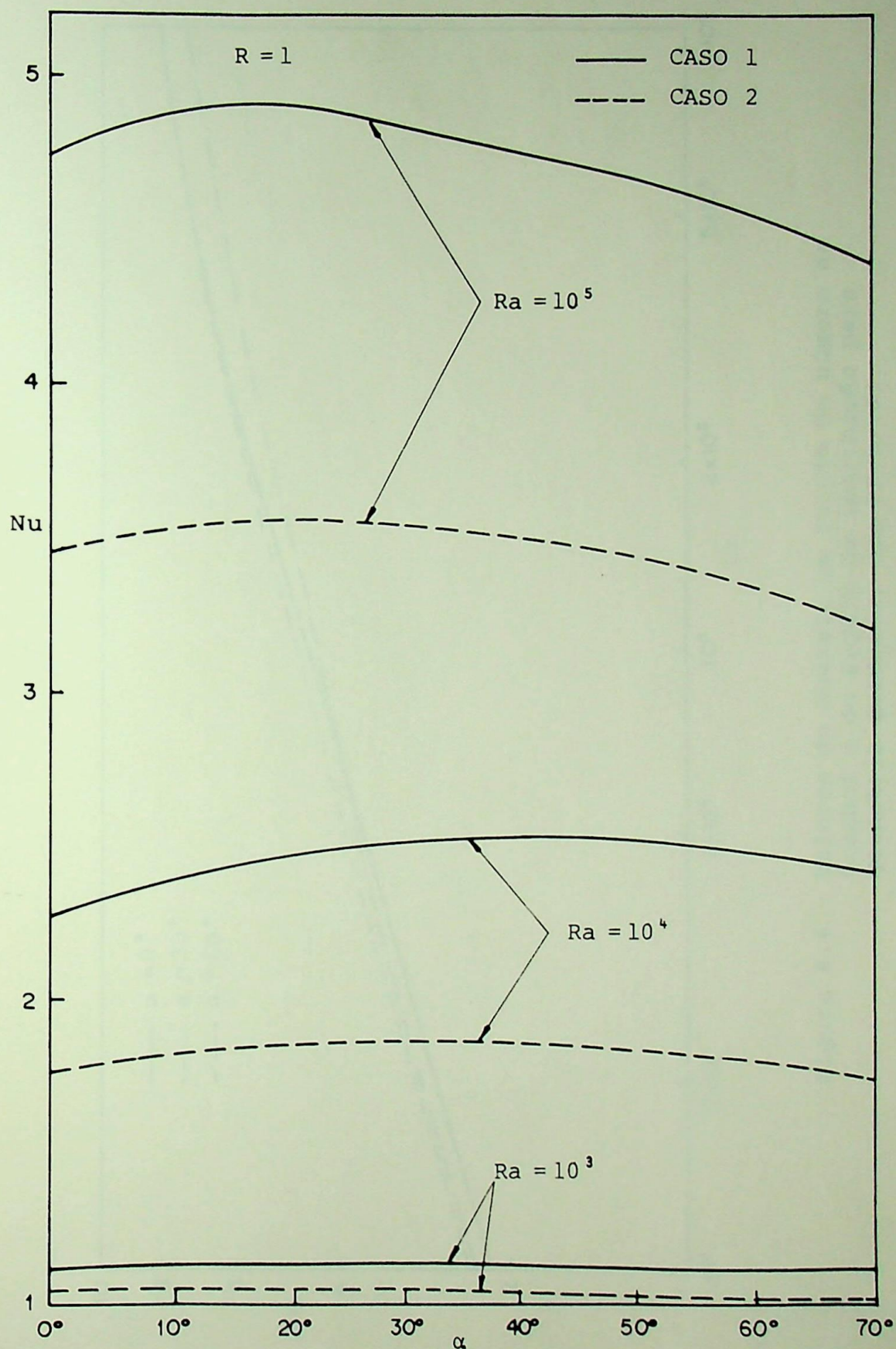


Figura 4.3 - Influência da variação do ângulo de inclinação sobre o número de Nusselt médio; $Pr=0,71$, $R=1$ e malha 30×30 .

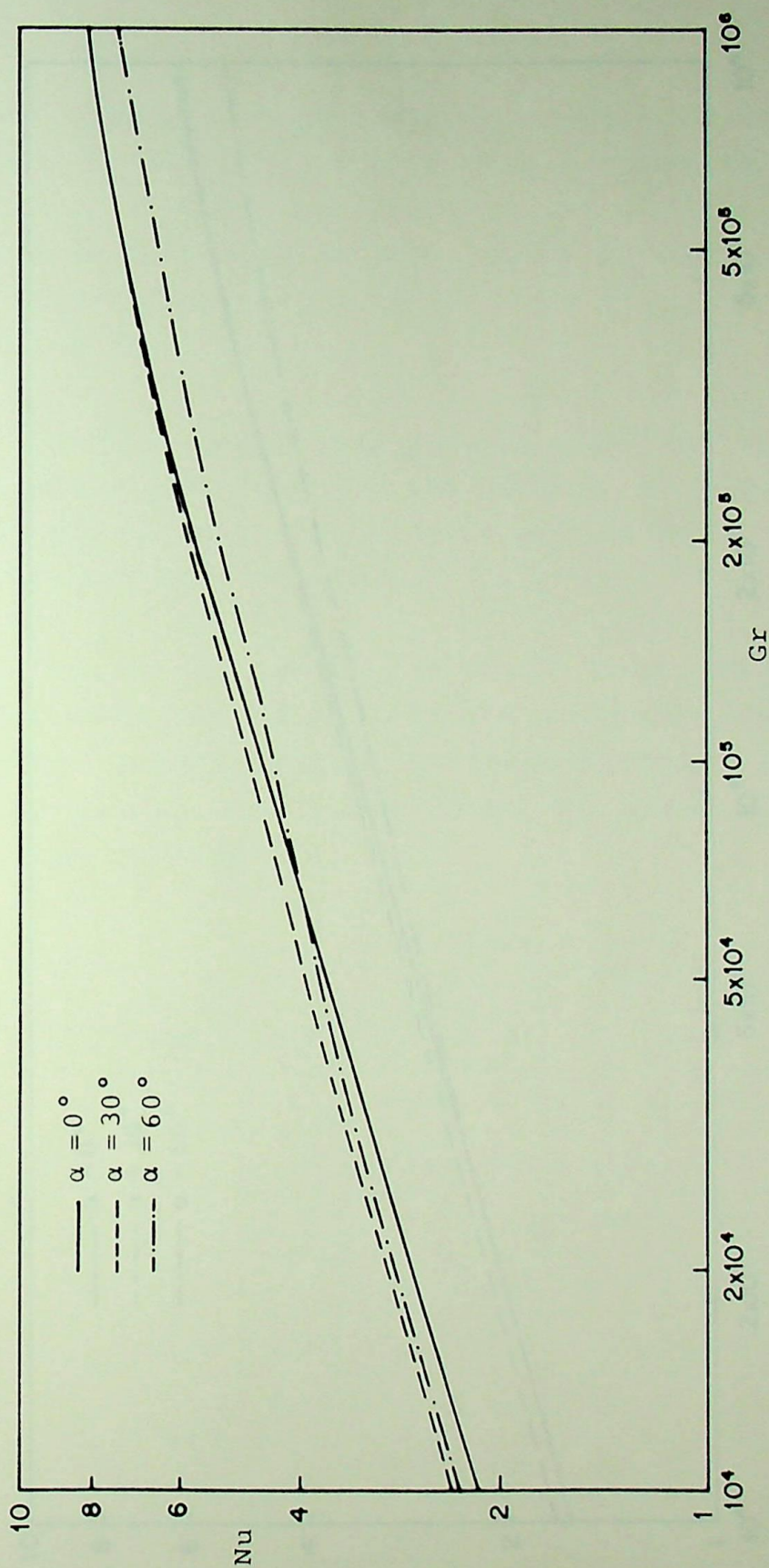


Figura 4.4 - Valores de Nusselt em função do número de Grashof e do ângulo de inclinação para geometria quadrada, com $Pr=0,733$.
CONDIÇÃO DE CONTORNO ADIABÁTICA

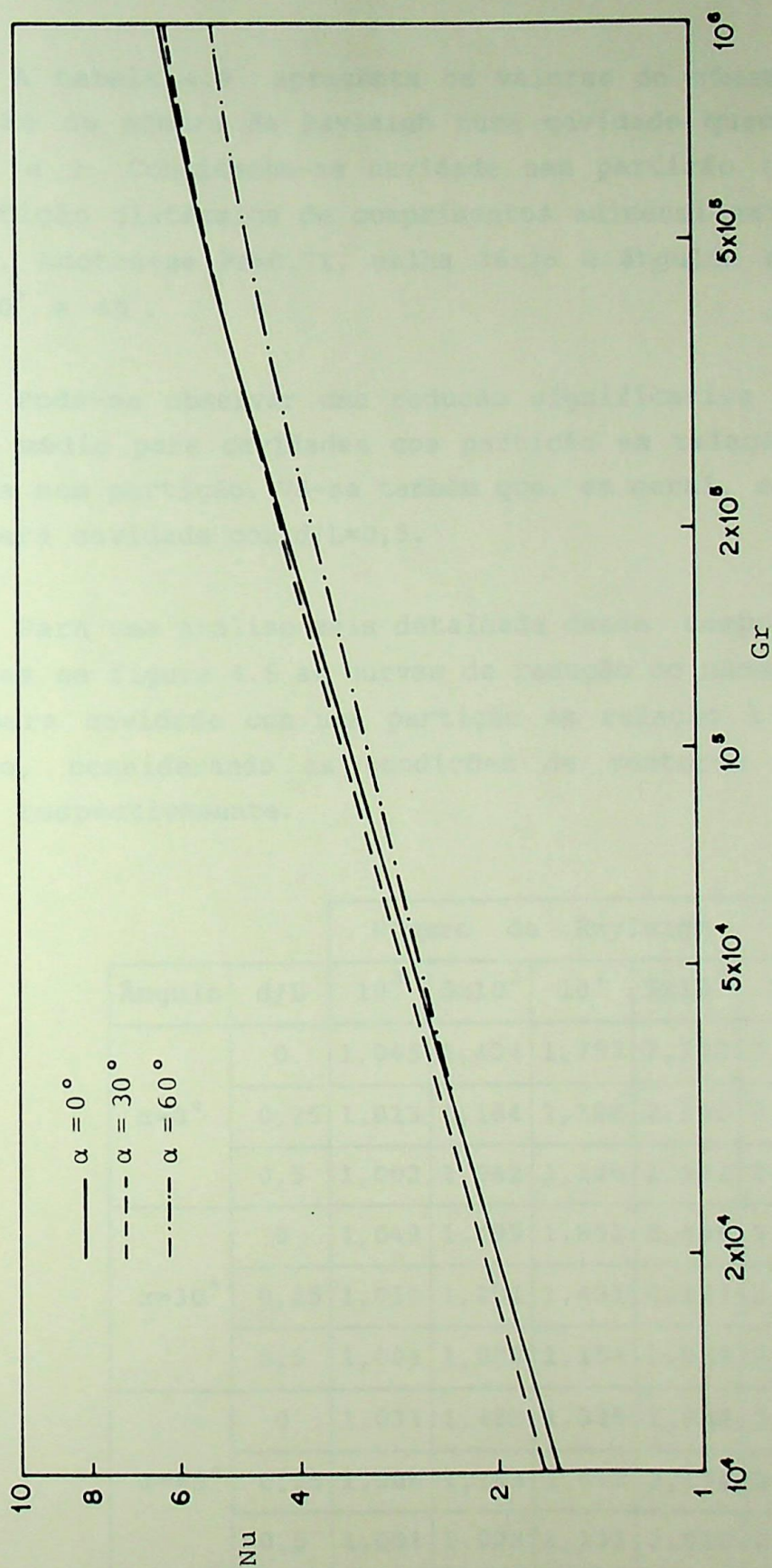


Figura 4.5 - Valores de Nusselt em função do número de Grashof e do ângulo de inclinação para geometria quadrada, com $Pr=0,733$.
CONDIÇÃO DE CONTORNO LINEAR

4.4 - RESULTADOS PARA CAVIDADES COM PARTIÇÃO

A tabela 4.9 apresenta os valores do número de Nusselt em função do número de Rayleigh numa cavidade quadrada para os CASOS 1 e 2. Considerou-se cavidade sem partição ($d/L=0$) e com uma partição diatérmica de comprimentos adimensionais $d/L=0,25$ e $d/L=0,5$. Adotou-se $Pr=0,71$, malha 36×36 e ângulos de inclinação $\alpha=0^\circ$, 30° e 45° .

Pode-se observar uma redução significativa no número de Nusselt médio para cavidades com partição em relação ao caso de cavidade sem partição. Vê-se também que, em geral, essa redução é maior para cavidade com $d/L=0,5$.

Para uma análise mais detalhada desse comportamento, são mostradas na figura 4.6 as curvas de redução do número de Nusselt médio para cavidade com uma partição em relação à cavidade sem partição, considerando as condições de contorno adiabática e linear, respectivamente.

		Número de Rayleigh				
Ângulo	d/L	10^3	5×10^3	10^4	5×10^4	10^5
$\alpha=0^\circ$	0	1,045	1,434	1,753	2,782	3,419
	0,25	1,013	1,184	1,388	2,200	2,744
	0,5	1,002	1,042	1,146	1,991	2,615
$\alpha=30^\circ$	0	1,043	1,499	1,852	2,896	3,507
	0,25	1,011	1,201	1,431	2,237	2,746
	0,5	1,001	1,038	1,154	2,069	2,719
$\alpha=45^\circ$	0	1,031	1,483	1,838	2,858	3,450
	0,25	1,008	1,183	1,412	2,176	2,644
	0,5	1,001	1,028	1,131	2,010	2,690

Tabela 4.9 - Número de Nusselt para $Pr=0,71$, $R=1$, com malha 36×36 , sem partição ($d/L=0$) e com uma partição ($d/L=0,25$ e $0,5$).

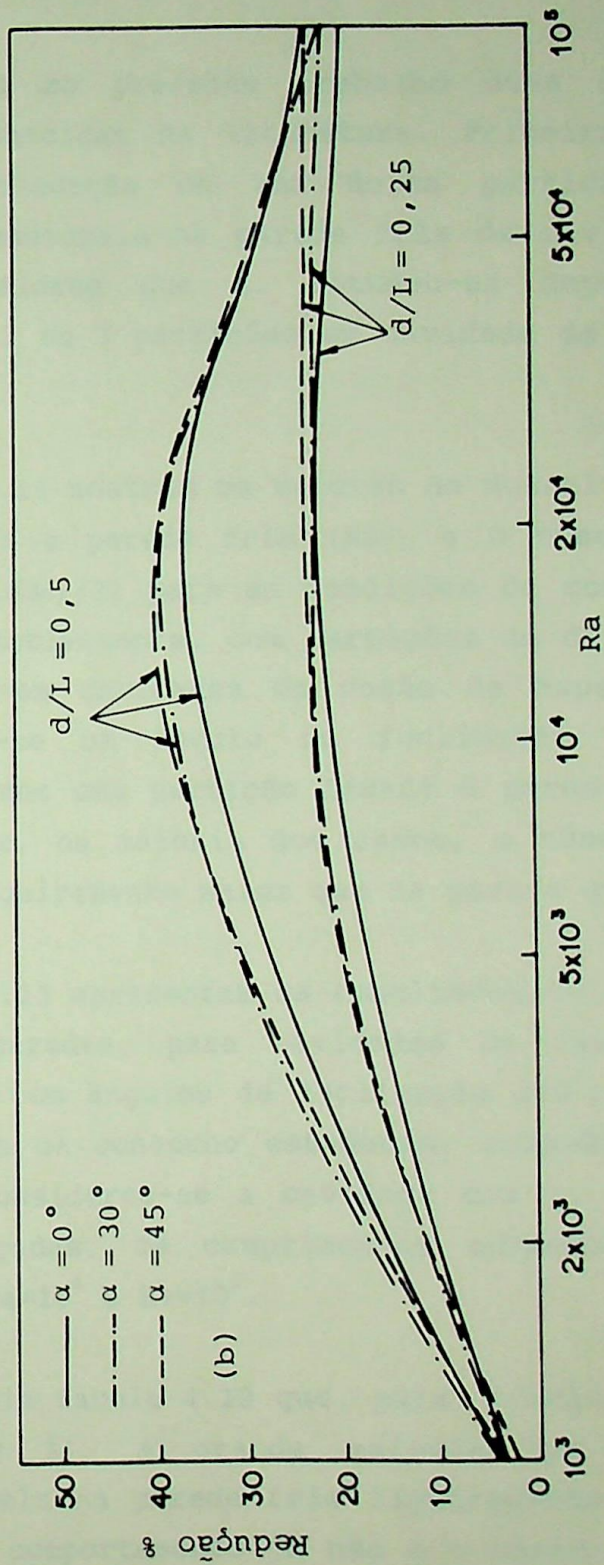
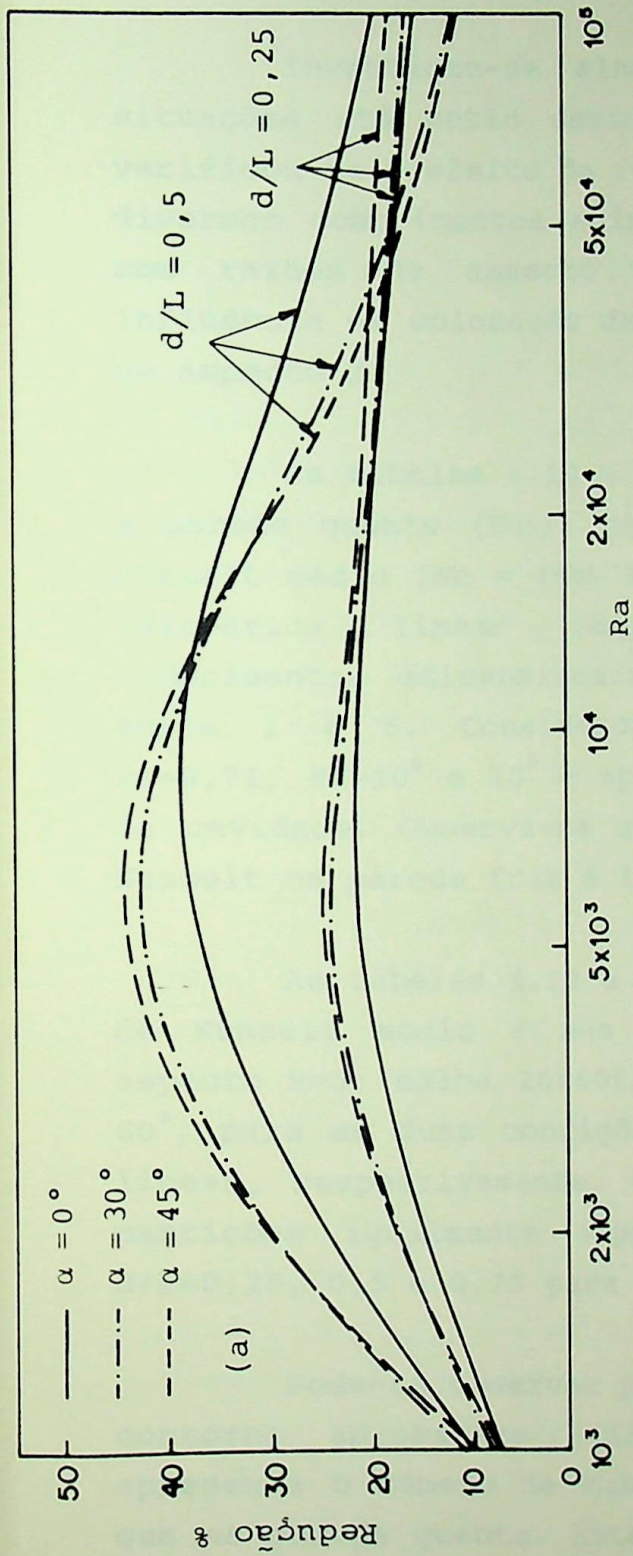


Figura 4.6 - Redução percentual do número de Nusselt médio em relação ao caso de cavidade sem partição ($d/L=0$), com $Pr=0,71$ e $R=1$.
 a) adiabática
 b) linear

As figuras 4.7 a 4.12 foram construídas a partir dos resultados da tabela 4.9 e mostram a variação do número de Nusselt com relação ao número de Rayleigh para os CASOS 1 e 2, para cavidade quadrada com $d/L=0, 0,25$ e $0,5$.

Investigou-se ainda no presente trabalho duas outras situações até então desconhecidas na literatura. Primeiramente verificou-se o efeito da colocação de uma única partição de diversos comprimentos adimensionais na parede fria de cavidades com razões de aspecto maiores que 1. Estudou-se depois a influência da colocação de 2 ou 3 partições em cavidade de razão de aspecto 3.

As tabelas 4.10 e 4.11 mostram os valores de Nusselt para a parede quente (Nu_h), para a parede fria (Nu_c) e o número de Nusselt médio ($Nu = (Nu_h + Nu_c)/2$) para as condições de contorno adiabática e linear, respectivamente, com partições de diversos comprimentos adimensionais em cavidades de razão de aspecto R entre 1 e 5. Considerou-se um ângulo de inclinação $\alpha=60^\circ$, $Pr=0,71$, $Ra=10^4$ e 10^5 e apenas uma partição ligada à parede fria da cavidade. Observa-se que, na maioria dos casos, o número de Nusselt na parede fria é ligeiramente maior que na parede quente.

As tabelas 4.12 e 4.13 apresentam os resultados do número de Nusselt médio e nas paredes, para cavidades de razão de aspecto $R=3$ (malha 20×60), com ângulos de inclinação $\alpha=0^\circ, 30^\circ$ e 60° , para as duas condições de contorno estudadas, adiabática e linear, respectivamente. Considerou-se a cavidade com 1, 2 e 3 partições igualmente espaçadas, de comprimentos adimensionais $d/L=0,25, 0,5$ e $0,75$ para $Ra=10^4$ e $Ra=10^5$.

Pode-se observar pela tabela 4.12 que, para condição de contorno adiabática (CASO 1), a grande maioria dos casos apresenta o número de Nusselt na parede fria ligeiramente maior que na parede quente. Este comportamento já não é o mesmo quando se trata de condição de contorno linear (tabela 4.13) onde o número de Nusselt é maior na parede quente, em grande parte dos casos.

Para efeito de comparação, foram calculados os valores do número de Nusselt médio para cavidades sem partição, nas mesmas condições em que foram obtidos os resultados das tabelas 4.12 e 4.13. Estes valores são apresentados na tabela 4.14.

As tabelas 4.15 e 4.16 apresentam os resultados do número de Nusselt médio para cavidade retangular inclinada com 1, 2 e 3 partições isotérmicas igualmente espaçadas e os respectivos desvios percentuais com relação ao caso de cavidade sem partição, para Os CASOS 1 e 2, respectivamente.

Os resultados mostram que nem sempre acontece uma redução no número de Nusselt com a colocação de partições, conforme pode se notar pelos desvios negativos. Nota-se ainda que a situação que apresenta sempre uma redução no número de Nusselt, e uma conseqüente redução nas perdas de calor por convecção, é o caso da colocação de 3 partições, com $Ra=10^4$, onde os maiores desvios observados foram de 23,88% para cavidades com paredes adiabáticas e de 21,92% para cavidades com distribuição linear de temperatura em duas paredes. Em ambos os casos o máximo desvio se deu para $\alpha=0^\circ$, $d/L=0,5$ e com 3 partições.

As figuras 4.13 a 4.20 apresentam a distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para os CASOS 1 e 2, com número de Prandtl 0,71, número de Rayleigh 10^4 e 10^5 , razão de aspecto 2 e 3, ângulo de inclinação 0° e 60° , número de partições 0, 1 e 3, com comprimentos adimensionais 0, 0,25 e 0,5.

As figuras 4.13 a 4.20 mostram que o fluido próximo à superfície quente é aquecido e sobe. O fluido próximo à superfície fria é resfriado e desce. Essa circulação forma um escoamento convectivo que é responsável pela transferência de calor por convecção natural da superfície isotérmica quente para a superfície isotérmica fria. Observa-se que numa cavidade não dividida o ponto central é o ponto de máxima função corrente.

No entanto as figuras 4.13(b), 4.14(b), 4.16(b), 4.17(b) e 4.18(b) mostram que, com a colocação de partições na parede fria, o ponto de máxima função corrente é deslocado para cima e

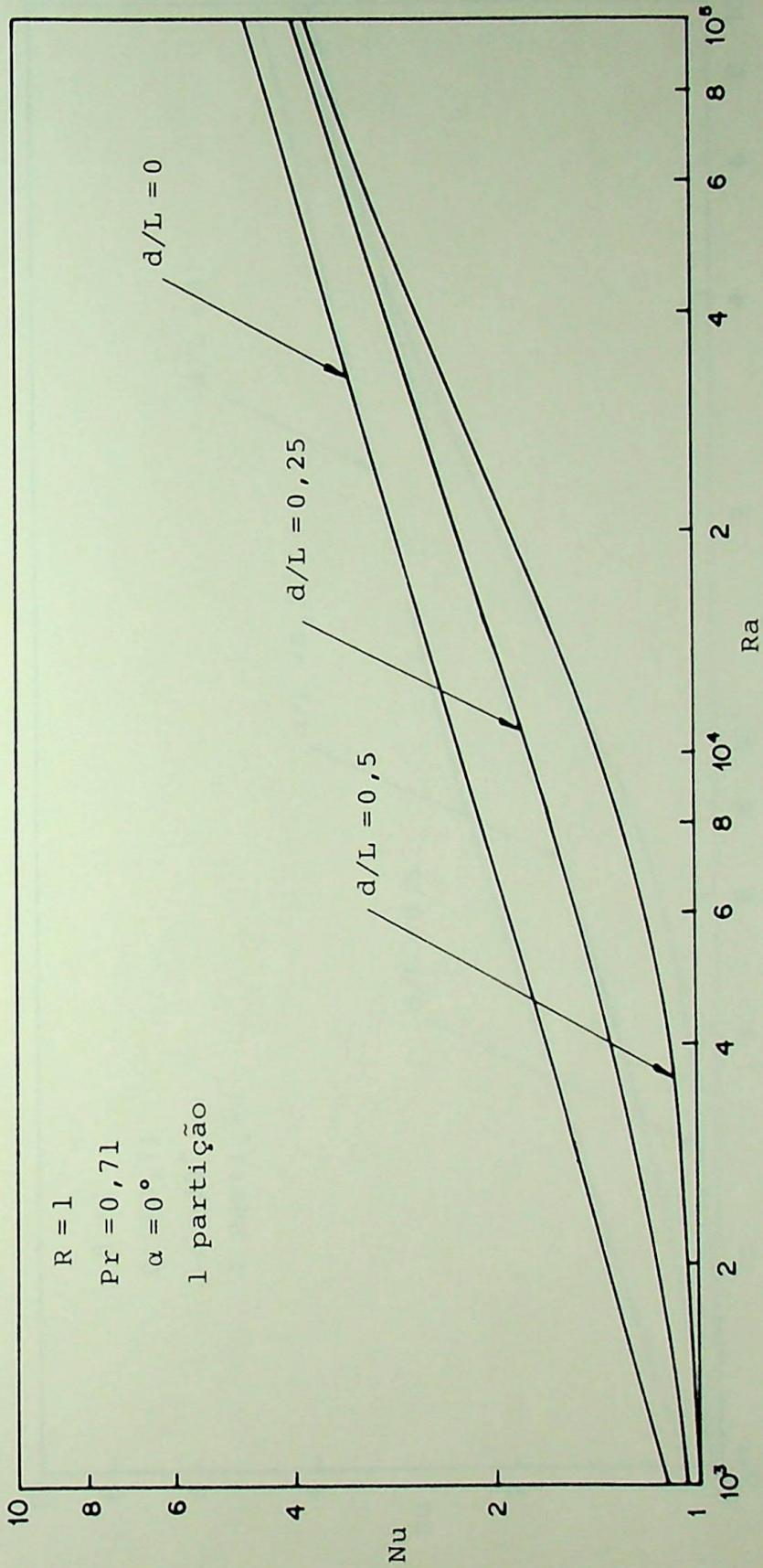


Figura 4.7 - Valores de Nusselt em função de Rayleigh numa cavidade quadrada, com uma partição (Pr=0,71, R=1, $\alpha=0^\circ$, CASO 1)

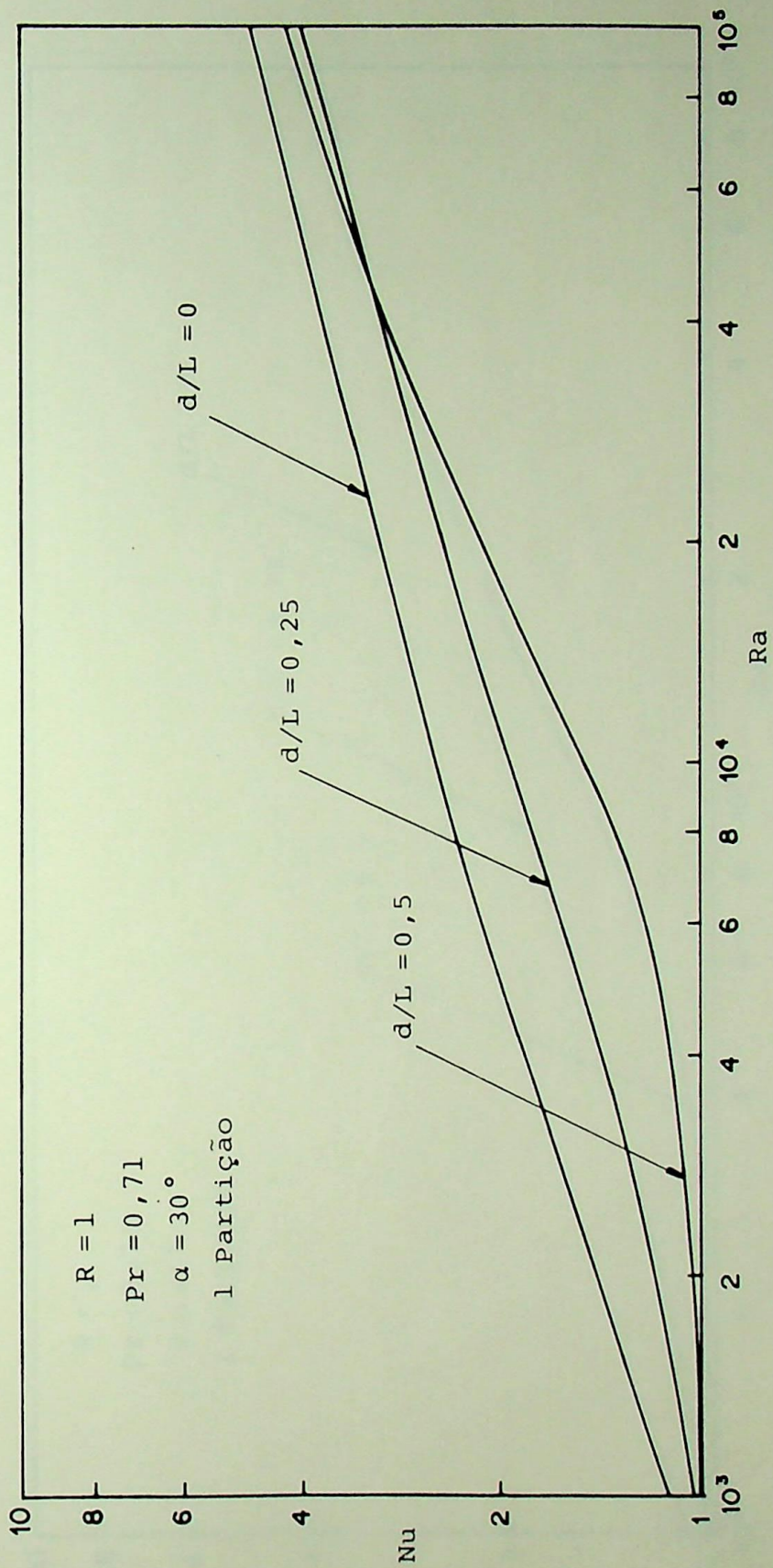


Figura 4.8 - Valores de Nusselt em função de Rayleigh numa cavidade quadrada, com uma partição

(Pr=0,71, R=1, $\alpha=30^\circ$, CASO 1)

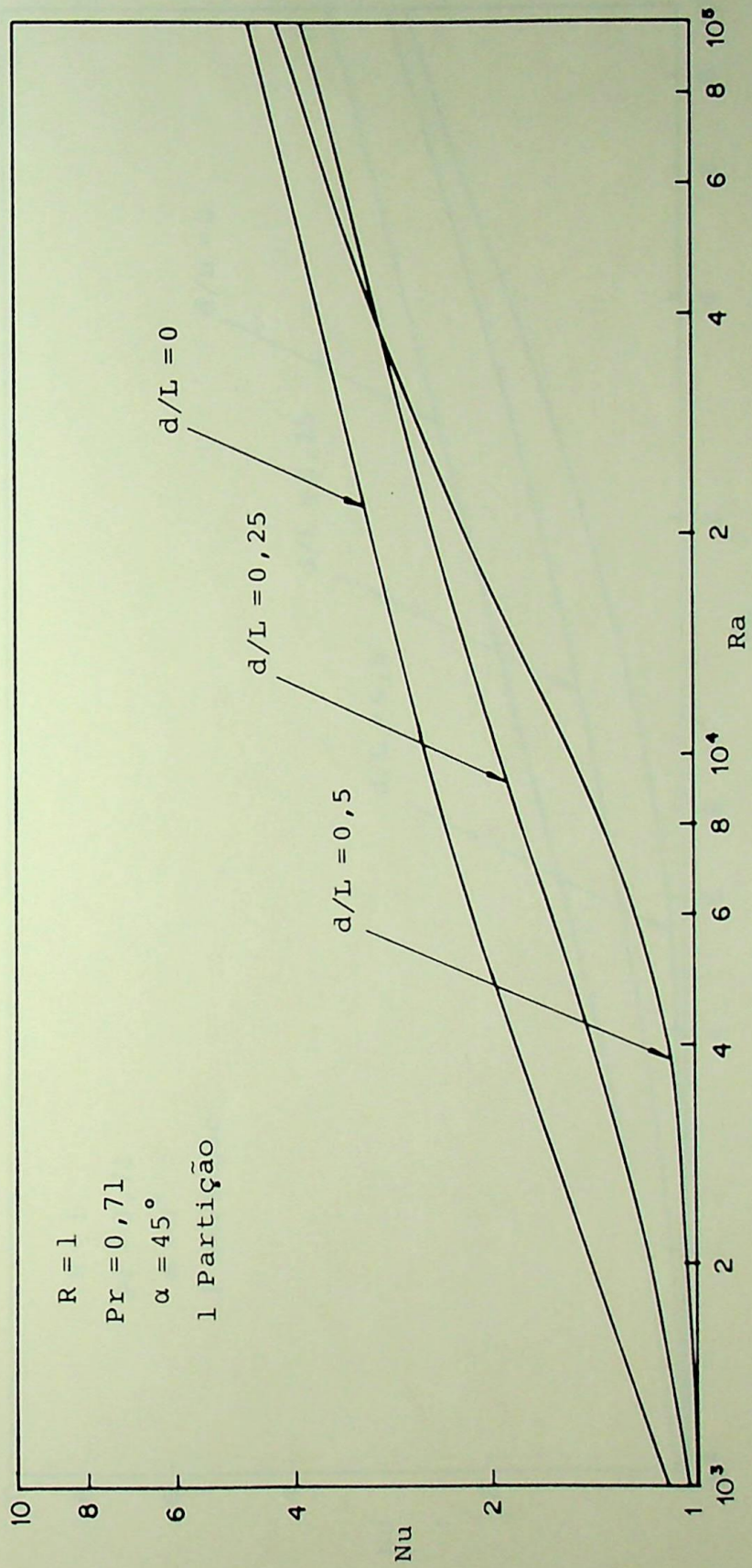


Figura 4.9 - Valores de Nusselt em função de Rayleigh numa cavidade quadrada, com uma partição

($Pr=0,71$, $R=1$, $\alpha=45^\circ$, CASO 1)

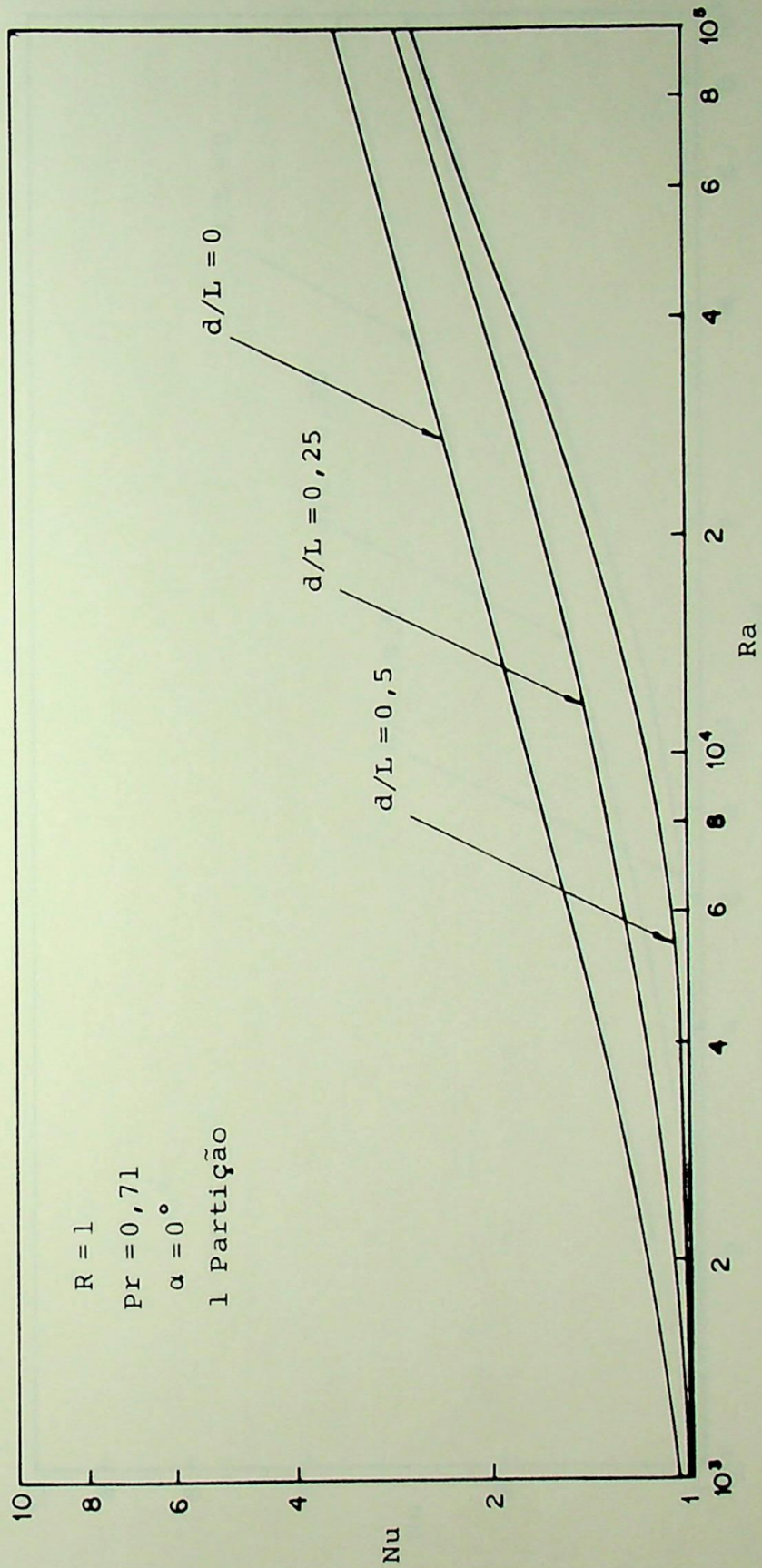


Figura 4.10 - Valores de Nusselt em função de Rayleigh numa cavidade quadrada, com uma partição

($Pr=0,71$, $R=1$, $\alpha=0^\circ$, CASO 2)

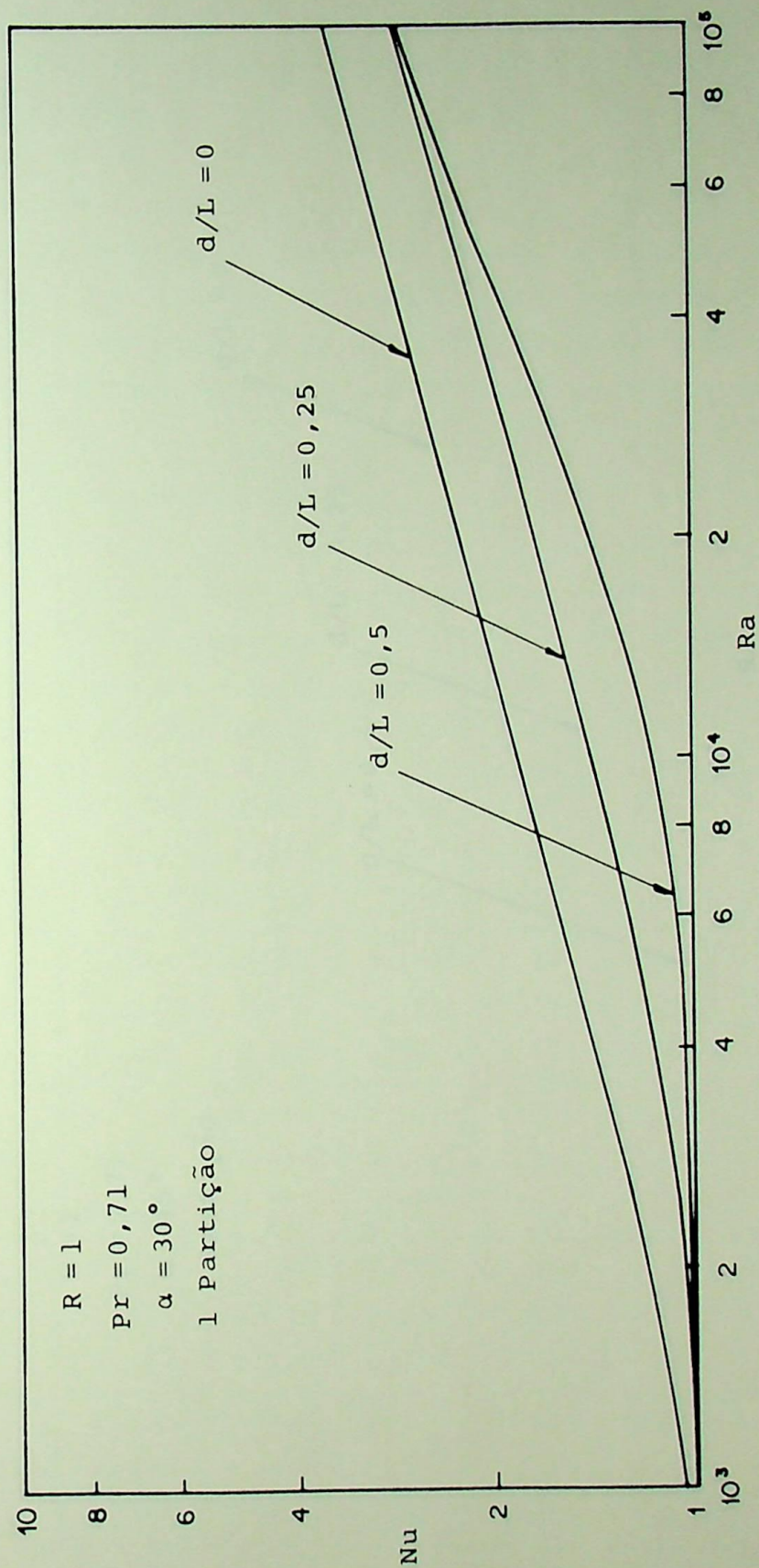


Figura 4.11 - Valores de Nusselt em função de Rayleigh numa cavidade quadrada, com uma partição

(Pr=0,71, R=1, $\alpha=30^\circ$, CASO 2)

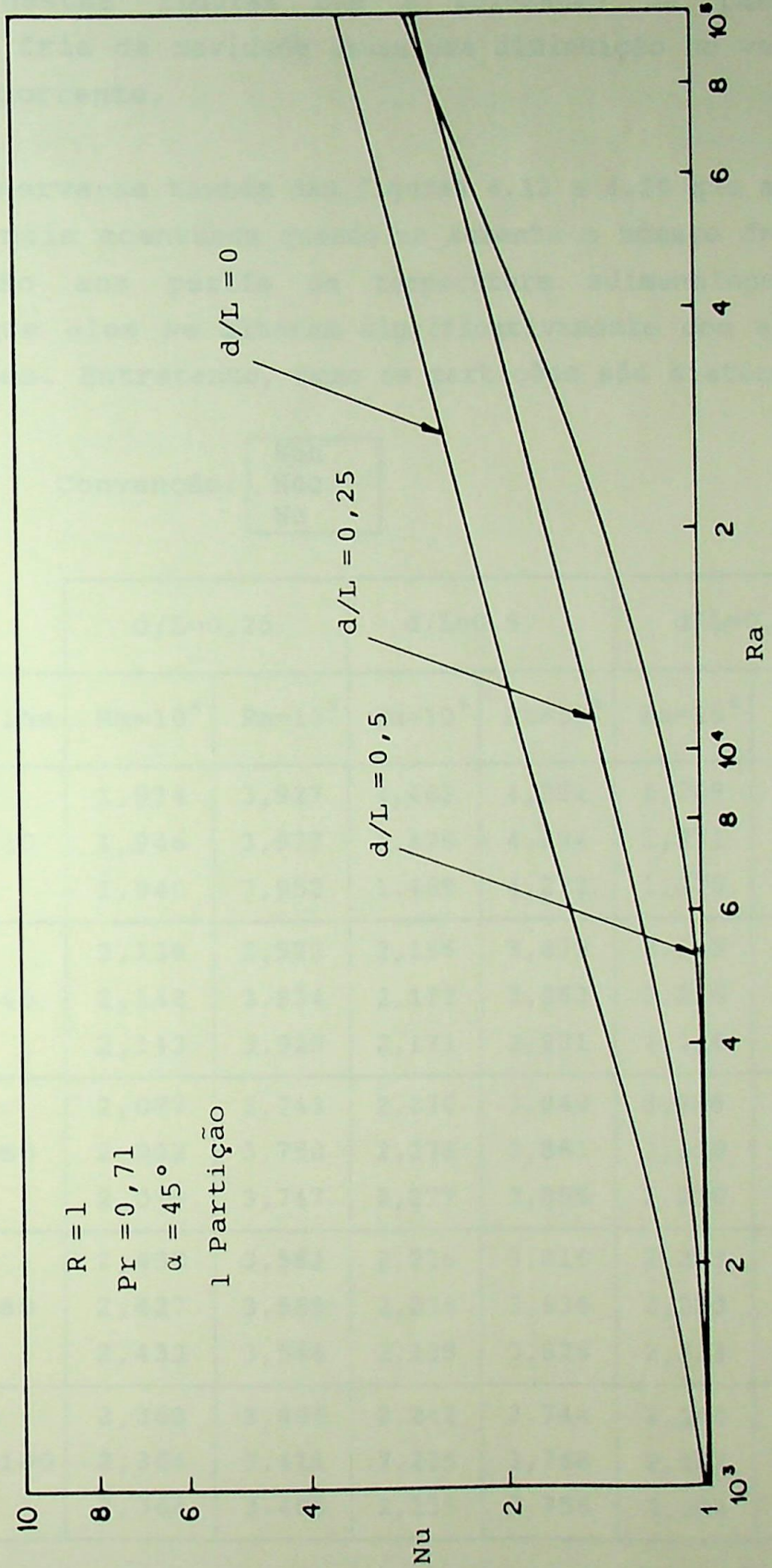


Figura 4.12 - Valores de Nusselt em função de Rayleigh numa cavidade quadrada, com uma partição
 ($Pr=0,71$, $R=1$, $\alpha=45^\circ$, CASO 2)

em direção à superfície quente da cavidade. Além disso, pode-se perceber nestas figuras que a colocação de partições na superfície fria da cavidade causa uma diminuição no valor máximo da função corrente.

Observa-se também das figuras 4.13 a 4.20 que a convecção natural é mais acentuada quando se aumenta o número de Rayleigh. Com relação aos perfís de temperatura adimensional pode-se perceber que eles se alteram significativamente com a colocação de partições. Entretanto, como as partições são diatérmicas e de

Convenção:

Nuh
Nuc
Nu

		d/L=0,25		d/L=0,5		d/L=0,75	
		Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵
	Malha						
R=1	20x20	1,934	3,927	1,462	4,251	1,269	3,796
		1,946	3,977	1,476	4,294	1,271	3,819
		1,940	3,952	1,469	4,273	1,270	3,807
R=2	20x40	2,138	3,923	2,165	3,879	2,215	4,161
		2,148	3,934	2,177	3,883	2,216	4,110
		2,143	3,929	2,171	3,881	2,216	4,135
R=3	20x60	2,077	3,743	2,276	3,849	2,298	4,135
		2,082	3,750	2,278	3,861	2,298	4,099
		2,079	3,747	2,277	3,855	2,298	4,117
R=4	20x80	2,438	3,562	2,236	3,816	2,233	4,001
		2,427	3,569	2,236	3,836	2,233	3,976
		2,432	3,566	2,236	3,826	2,233	3,988
R=5	20x100	2,363	3,406	2,242	3,744	2,144	3,872
		2,364	3,411	2,235	3,768	2,144	3,854
		2,364	3,408	2,239	3,756	2,144	3,863

Tabela 4.10 - Valores de Nusselt para $\alpha=60^\circ$, $Pr=0,71$ e com uma partição, (CASO 1).

espessura desprezível, as linhas de temperatura as atravessam naturalmente.

Outro detalhe a ser observado nas figuras 4.15(b), 4.16(b), 4.19(b) e 4.20(b) é que a colocação de várias partições na superfície fria da cavidade tende a favorecer o aparecimento de várias células de convecção.

Convenção:

Nuh
Nuc
Nu

		d/L=0,25		d/L=0,5		d/L=0,75	
Malha		Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵
R=1	20x20	1,481	2,680	1,173	2,599	1,052	2,523
		1,290	2,651	1,021	2,876	1,047	2,588
		1,385	2,666	1,097	2,737	1,049	2,556
R=2	20x40	1,711	3,154	1,772	3,099	1,827	3,452
		1,652	3,085	1,771	3,000	1,828	3,409
		1,682	3,119	1,772	3,050	1,827	3,431
R=3	20x60	1,743	3,158	1,993	3,360	2,011	3,627
		1,787	3,187	1,995	3,361	2,011	3,596
		1,765	3,173	1,994	3,361	2,011	3,612
R=4	20x80	2,237	3,095	2,016	3,428	2,009	3,598
		2,213	3,206	2,013	3,449	2,009	3,574
		2,225	3,150	2,015	3,439	2,009	3,586
R=5	20x100	2,194	3,000	1,991	3,420	1,965	3,538
		2,159	3,235	1,976	3,445	1,965	3,519
		2,177	3,118	1,983	3,433	1,965	3,529

Tabela 4.11 - Valores de Nusselt para $\alpha=60^\circ$, $Pr=0,71$ e com uma partição, (CASO 2).

Convenção:

Nuh
Nuc
Nu

		1 Partição		2 Partições		3 Partições	
		Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵
$\alpha=0^\circ$	d/L=0,25	2,159	4,099	2,011	3,894	1,881	3,684
		2,165	4,109	2,025	3,919	1,900	3,730
		2,162	4,104	2,018	3,907	1,890	3,707
	d/L=0,5	2,182	4,044	1,968	3,791	1,693	3,511
		2,189	4,045	1,981	3,802	1,711	3,535
		2,185	4,044	1,974	3,796	1,702	3,523
	d/L=0,75	2,257	4,271	2,044	4,050	1,726	3,785
		2,258	4,286	2,047	4,083	1,731	3,837
		2,258	4,279	2,045	4,066	1,728	3,811
$\alpha=30^\circ$	d/L=0,25	2,208	4,107	2,038	3,879	1,902	3,649
		2,214	4,113	2,052	3,898	1,922	3,690
		2,211	4,110	2,045	3,888	1,912	3,670
	d/L=0,5	2,308	4,062	2,076	3,764	1,772	3,474
		2,314	4,058	2,092	3,768	1,795	3,501
		2,311	4,060	2,084	3,766	1,784	3,488
	d/L=0,75	2,377	4,392	2,178	4,183	1,857	3,903
		2,378	4,384	2,180	4,184	1,862	3,936
		2,377	4,388	2,179	4,184	1,859	3,920
$\alpha=60^\circ$	d/L=0,25	2,077	3,743	1,893	3,494	1,740	3,267
		2,082	3,750	1,904	3,515	1,757	3,306
		2,079	3,747	1,898	3,504	1,748	3,287
	d/L=0,5	2,276	3,849	2,025	3,521	1,697	3,677
		2,278	3,861	2,041	3,560	1,721	3,758
		2,277	3,855	2,033	3,540	1,709	3,717
	d/L=0,75	2,298	4,135	2,099	3,949	1,770	3,576
		2,298	4,099	2,101	3,879	1,773	3,506
		2,298	4,117	2,100	3,914	1,771	3,541

Tabela 4.12 - Valores de Nusselt para Pr=0,71, R=3 e malha 20x60
(CONDIÇÃO DE CONTORNO ADIABÁTICA)

Convenção:

Nuh
Nuc
Nu

		1 Partição		2 Partições		3 Partições	
		Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵
$\alpha=0^\circ$	d/L=0,25	1,850	3,461	1,726	3,273	1,631	3,085
		1,852	3,423	1,687	3,197	1,554	2,978
		1,851	3,442	1,706	3,235	1,593	3,032
	d/L=0,5	1,914	3,410	1,722	3,156	1,480	2,887
		1,915	3,362	1,716	3,061	1,448	2,750
		1,915	3,386	1,719	3,109	1,464	2,819
	d/L=0,75	2,010	3,710	1,838	3,540	1,558	3,303
		2,010	3,725	1,841	3,569	1,561	3,351
		2,010	3,717	1,839	3,555	1,560	3,327
$\alpha=30^\circ$	d/L=0,25	1,867	3,463	1,725	3,246	1,630	3,036
		1,884	3,432	1,696	3,195	1,564	2,984
		1,875	3,447	1,710	3,220	1,597	3,010
	d/L=0,5	2,018	3,436	1,803	3,134	1,523	2,847
		2,022	3,395	1,806	3,047	1,503	2,746
		2,020	3,415	1,804	3,091	1,513	2,797
	d/L=0,75	2,092	3,818	1,927	3,673	1,636	3,413
		2,092	3,813	1,930	3,676	1,640	3,449
		2,092	3,816	1,928	3,675	1,638	3,431
$\alpha=60^\circ$	d/L=0,25	1,743	3,158	1,591	2,893	1,515	2,612
		1,787	3,187	1,557	2,982	1,452	2,884
		1,765	3,173	1,574	2,938	1,483	2,748
	d/L=0,5	1,993	3,360	1,764	3,008	1,457	3,312
		1,995	3,361	1,772	2,991	1,449	3,309
		1,994	3,361	1,768	3,000	1,453	3,311
	d/L=0,75	2,011	3,627	1,839	3,475	1,535	3,133
		2,011	3,596	1,840	3,412	1,539	3,081
		2,011	3,612	1,840	3,443	1,537	3,107

Tabela 4.13 - Valores de Nusselt para Pr=0,71, R=3 e malha 20x60.
(CONDIÇÃO DE CONTORNO LINEAR)

	Condição de Contorno			
	Adiabática		Linear	
	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵
$\alpha=0^\circ$	2,236	4,039	1,875	3,154
$\alpha=30^\circ$	2,252	3,997	1,889	3,134
$\alpha=60^\circ$	2,088	3,610	1,787	2,941

Tabela 4.14 - Resultados do número de Nusselt para cavidade sem partição ($d/L=0$) com $R=3$, $Pr=0,71$ e malha 20×60 .

		1 Partição		2 Partições		3 Partições	
		Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵
$\alpha=0^\circ$	d/L=0,25	2,162 3,31	4,104 -1,61	2,018 9,75	3,907 3,27	1,890 15,47	3,707 8,22
	d/L=0,5	2,185 2,28	4,044 -0,12	1,974 11,72	3,796 6,02	1,702 23,88	3,523 12,78
	d/L=0,75	2,258 -0,98	4,279 -5,94	2,045 8,54	4,066 -0,67	1,728 22,72	3,811 5,64
$\alpha=30^\circ$	d/L=0,25	2,211 1,82	4,110 -2,83	2,045 9,19	3,888 2,73	1,912 15,10	3,670 8,18
	d/L=0,5	2,311 -2,62	4,060 -1,58	2,084 7,46	3,766 5,78	1,784 20,78	3,488 12,73
	d/L=0,75	2,377 -5,55	4,388 -9,78	2,179 3,24	4,184 -4,68	1,859 17,45	3,920 1,93
$\alpha=60^\circ$	d/L=0,25	2,079 0,43	3,747 -3,80	1,898 9,10	3,504 2,94	1,748 16,28	3,287 8,45
	d/L=0,5	2,277 -9,05	3,855 -6,79	2,033 2,63	3,540 1,94	1,709 18,15	3,717 -2,96
	d/L=0,75	2,298 -10,06	4,117 -14,04	2,100 -0,57	3,914 -8,42	1,771 15,18	3,541 1,91

Tabela 4.15- Valores de Nusselt para $Pr=0,71$, $R=3$ e malha 20×60 .

		1 Partição		2 Partições		3 Partições	
		Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵
$\alpha=0^\circ$	d/L=0,25	1,851 1,28	3,442 -9,13	1,706 9,01	3,235 -2,57	1,593 15,04	3,032 3,87
	d/L=0,5	1,915 -2,13	3,386 -7,36	1,719 8,32	3,109 1,43	1,464 21,92	2,819 10,62
	d/L=0,75	2,010 -7,20	3,717 -17,85	1,839 1,92	3,555 -12,71	1,560 16,80	3,327 -5,49
$\alpha=30^\circ$	d/L=0,25	1,875 0,74	3,447 -9,99	1,710 9,48	3,220 -2,74	1,597 15,46	3,010 3,96
	d/L=0,5	2,020 -6,93	3,415 -8,97	1,804 4,50	3,091 1,37	1,513 19,90	2,797 10,75
	d/L=0,75	2,092 -10,75	3,816 -21,76	1,928 -2,06	3,675 -17,26	1,638 13,29	3,431 -9,48
$\alpha=60^\circ$	d/L=0,25	1,765 1,23	3,173 -7,89	1,574 11,92	2,938 0,10	1,483 17,01	2,748 6,56
	d/L=0,5	1,994 -11,58	3,361 -14,28	1,768 1,06	3,000 -2,01	1,453 18,69	3,311 -12,58
	d/L=0,75	2,011 -12,53	3,612 -22,81	1,840 -2,97	3,443 -17,07	1,537 13,99	3,107 -5,64

Tabela 4.16- Valores de Nusselt para Pr=0,71, R=3 e malha 20x60

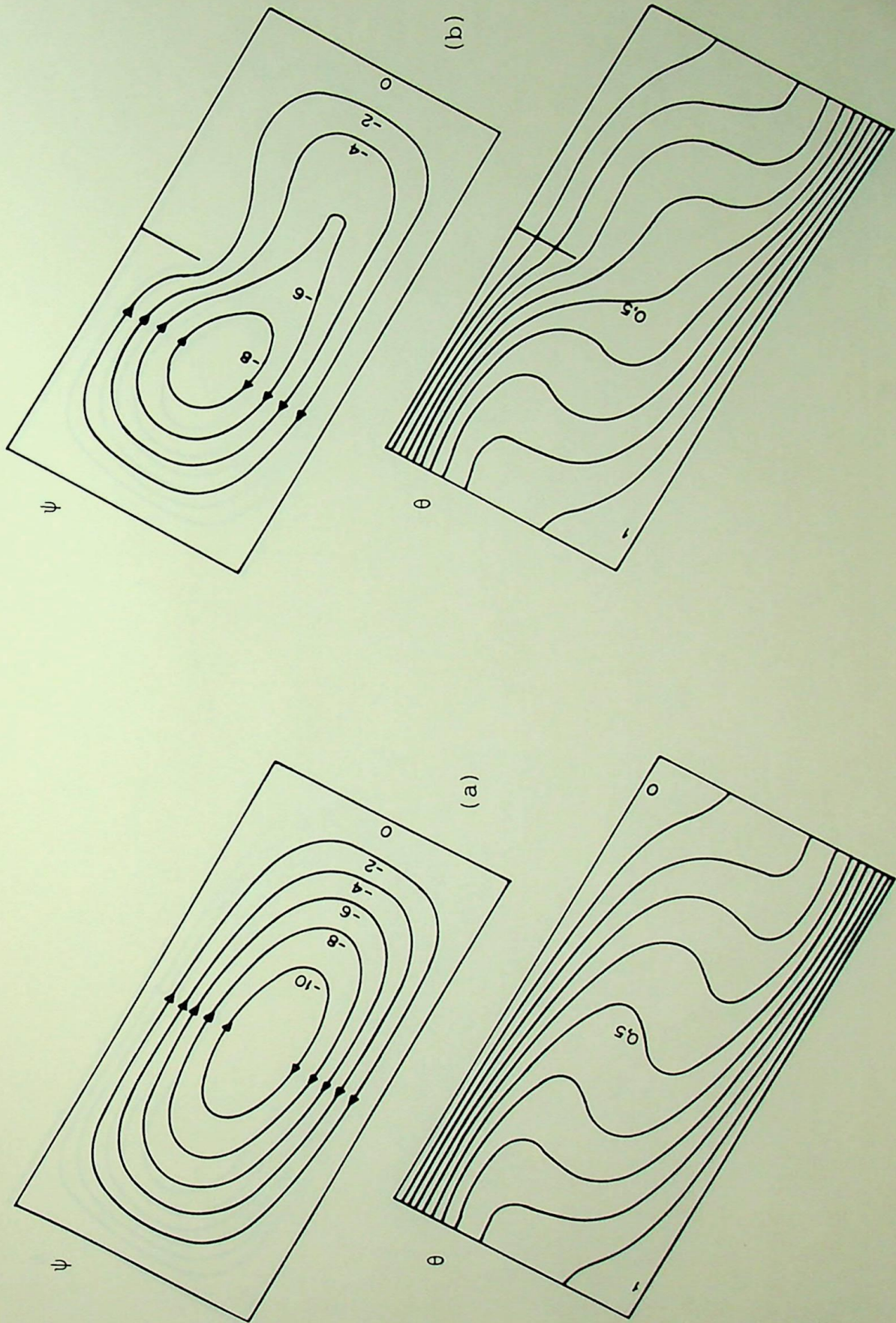


Figura 4.13 - Distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o CASO 1 com $Ra=10^4$; $Pr=0,71$; $R=2$; $\alpha=60^\circ$.
 (a) $Np=0$; $d/L=0$ (b) $Np=1$; $d/L=0,5$

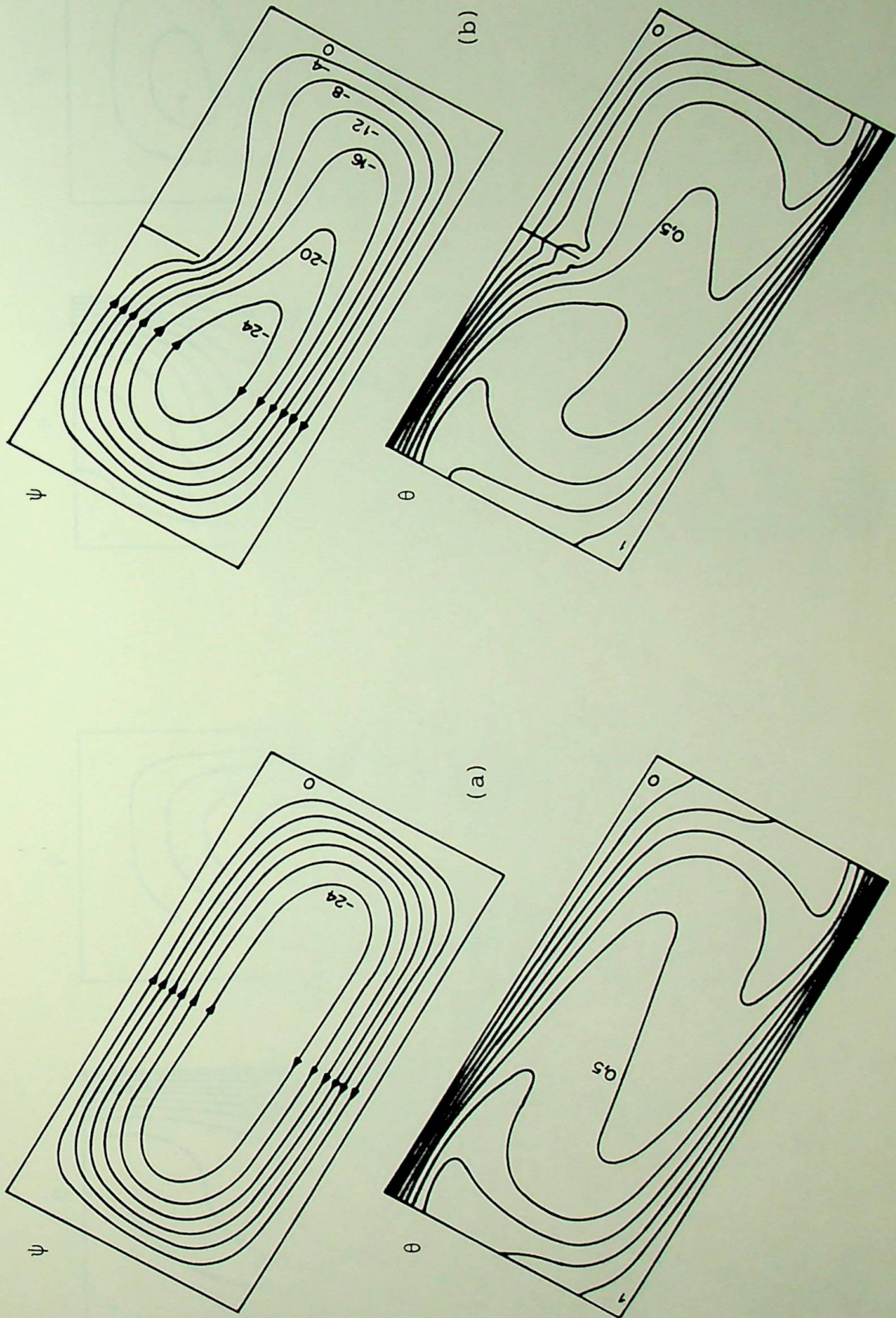


Figura 4.14 - Distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o CASO 1 com $Ra=10^5$; $Pr=0,71$; $R=2$; $\alpha=60^\circ$.
 a $Np=0$; $d/L=0$ (b) $Np=1$; $d/L=0,25$

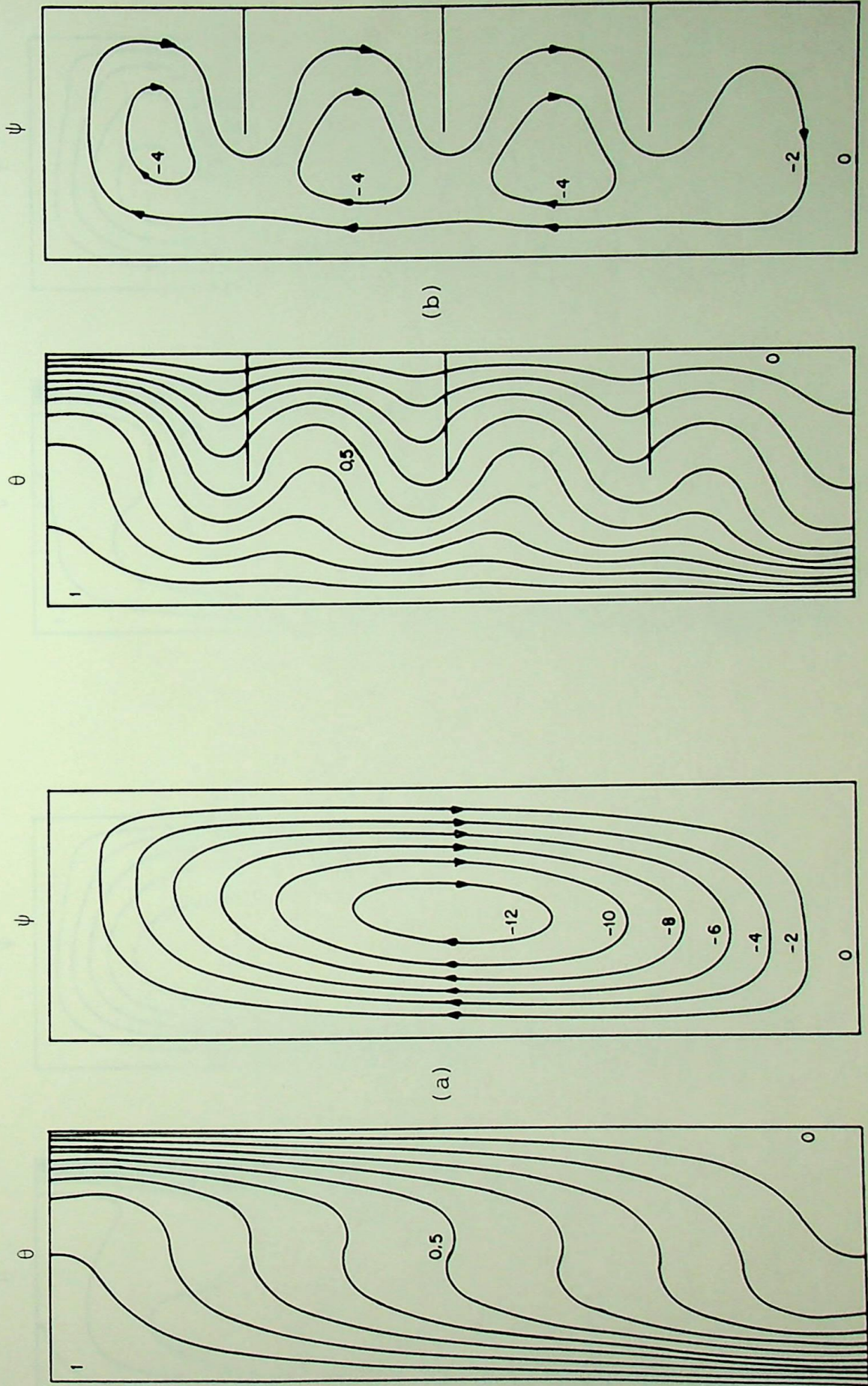


Figura 4.15 - Distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o CASO 1 com $Ra=10^4$; $Pr=0,71$; $R=3$; $\alpha=0^\circ$. d I=0 (b) $N=3$. d I=0

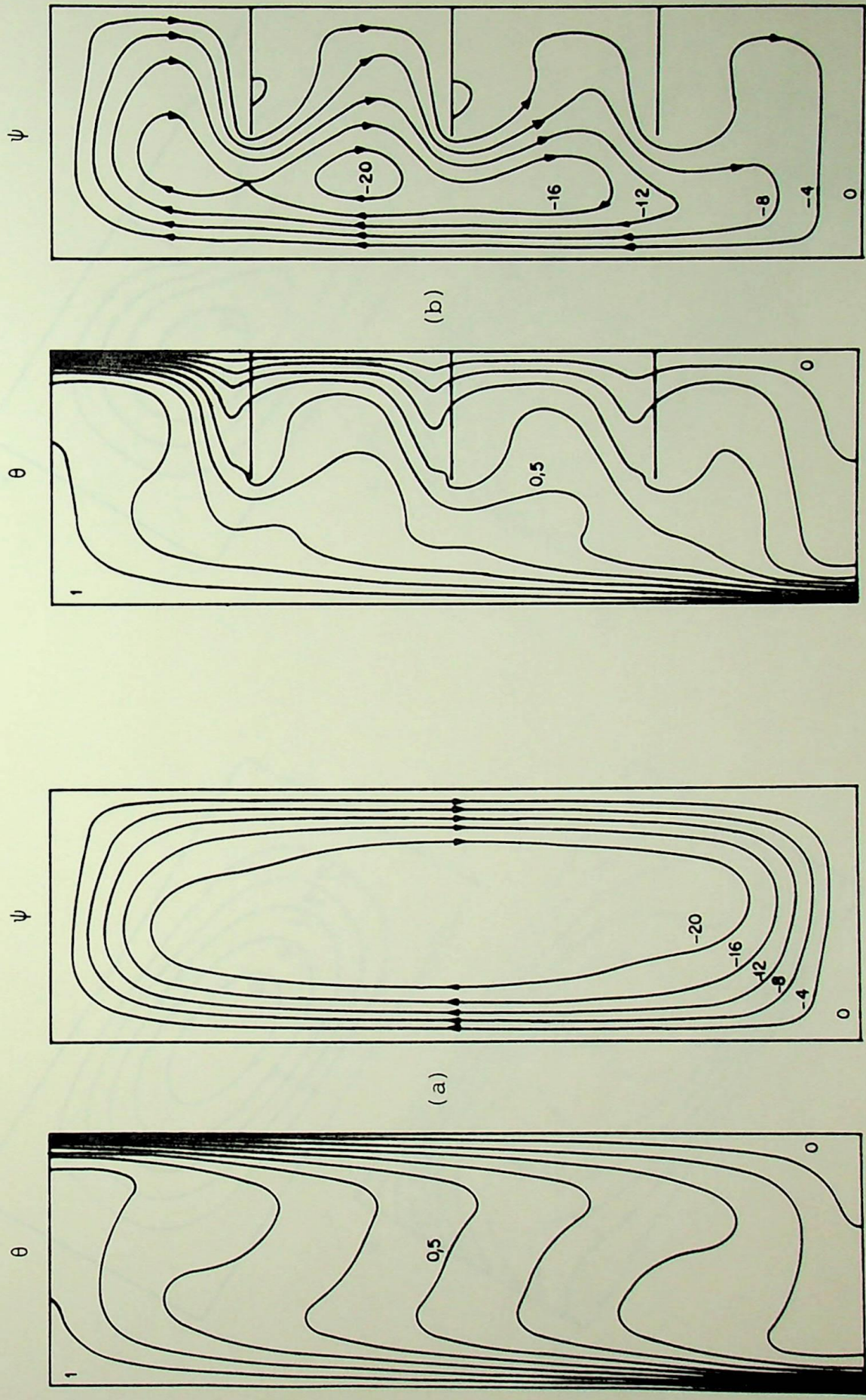


Figura 4.16 - Distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o CASO 1 com $Ra=10^5$; $Pr=0,71$; $R=3$; $\alpha=0$.
 (a) $Np=0$; $d/L=0$ (b) $Np=3$; $d/L=0,5$

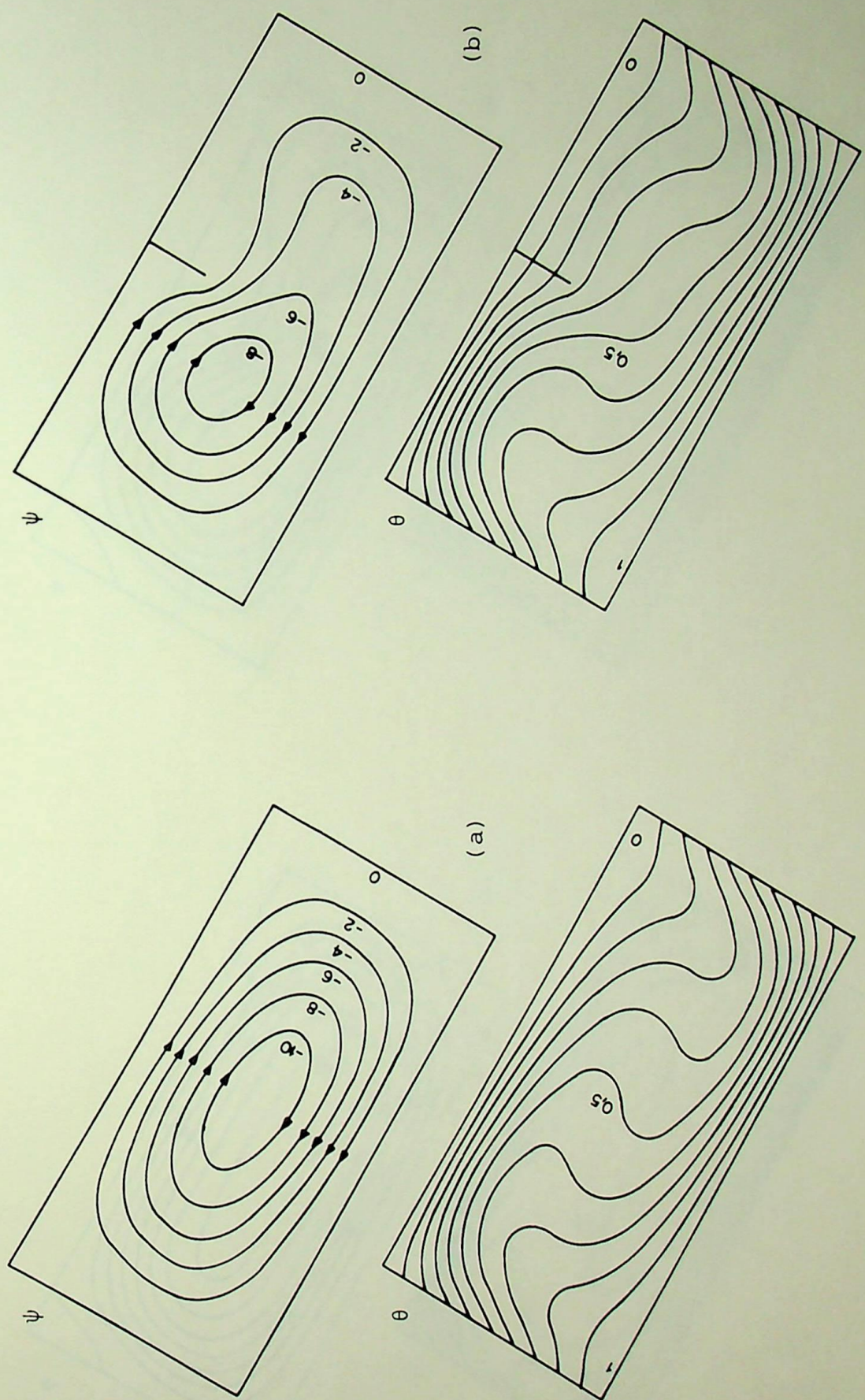


Figura 4.17 - Distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o CASO 2 com $Ra=10^4$; $Pr=0,71$; $R=2$; $\alpha=60^\circ$.
 (a) $Np=0$; $d/L=0$ (b) $Np=1$; $d/L=0,25$

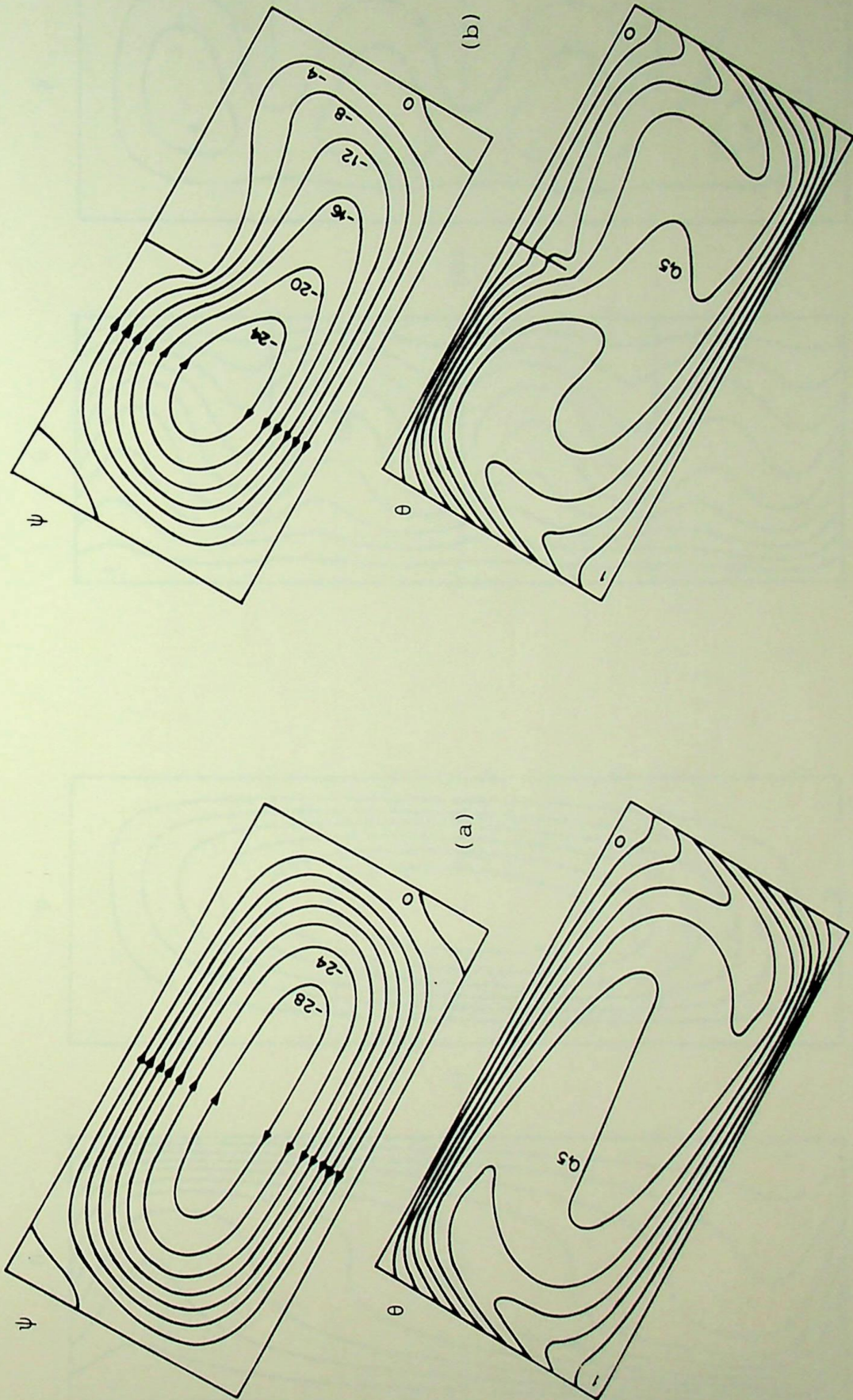


Figura 4.18 - Distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o CASO 2 com $Ra=10^5$; $Pr=0,71$; $R=2$; $\alpha=60^\circ$.
 (a) $Np=0$; $d/L=0$ (b) $Np=1$; $d/L=0,25$

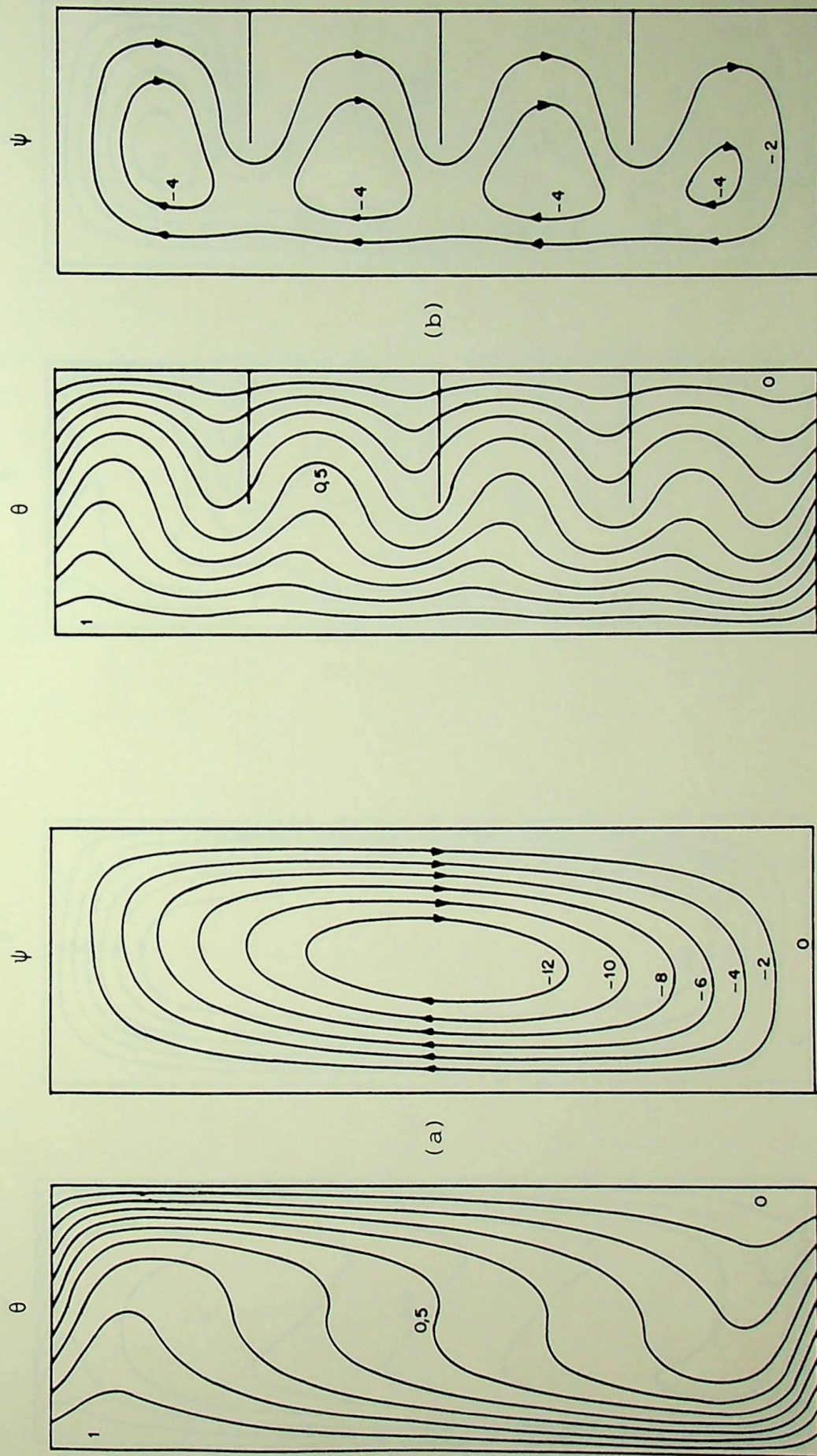


Figura 4.19 - Distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o CASO 2 com $Ra=10^4$; $Pr=0,71$; $R=3$; $\alpha=0$.
 (a) $Np=0$; $d/L=0$; (b) $Np=3$; $d/L=0,5$

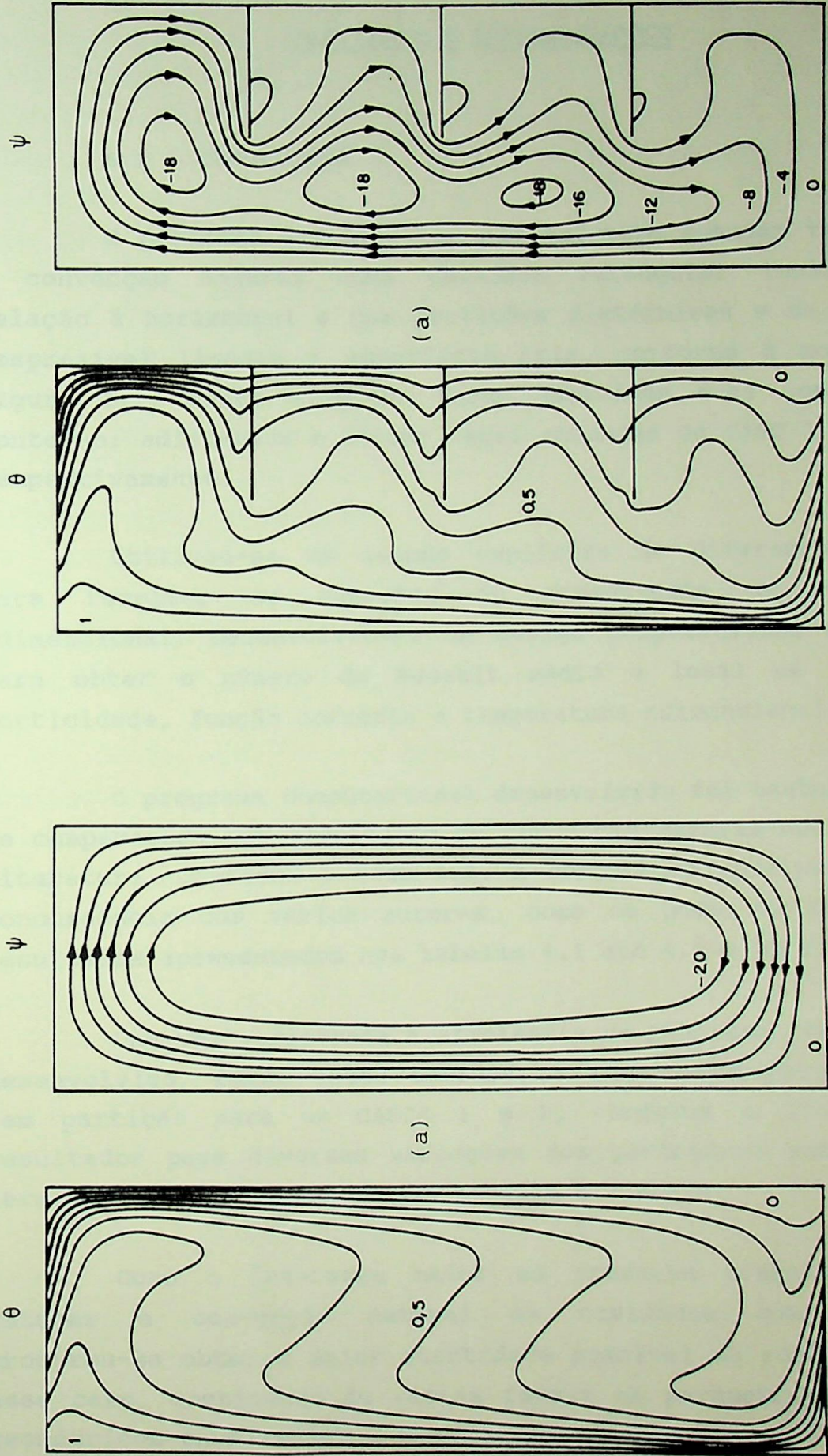


Figura 4.20 - Distribuição da função corrente e da temperatura adimensional para o CASO 2 com $Ra=10^5$; $Pr=0,71$; $R=3$; $\alpha=0^\circ$.
 a) $Np=0$; $d/L=0,5$; b) $Np=3$; $d/L=0,5$

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 - CONCLUSÕES

O presente trabalho tem por objetivo estudar teoricamente a convecção natural numa cavidade retangular inclinada com relação à horizontal e com partições diatérmicas e de espessura desprezível ligadas à superfície fria, conforme é mostrado na figura 1.1. Neste trabalho foram admitidas duas condições de contorno: adiabática e linear, aqui chamadas de CASO 1 e CASO 2, respectivamente.

Utilizou-se um método explícito de diferenças finitas para resolver as equações de conservação na sua forma adimensional. Desenvolveu-se um código computacional apropriado para obter o número de Nusselt médio e local em função da vorticidade, função corrente e temperatura adimensional.

O programa computacional desenvolvido foi testado através de comparações com resultados de convecção natural conhecidos na literatura, conforme o item 4.2. A comparação revelou excelente concordância com vários autores, como se pode verificar pelos resultados apresentados nas tabelas 4.1 até 4.5 e na figura 4.2.

Uma vez verificada a eficiência do programa computacional desenvolvido, foram então obtidos os resultados para cavidades sem partição para os CASOS 1 e 2, conforme o item 4.3. Os resultados para diversas variações dos parâmetros geométricos e térmicos são apresentados nas tabelas 4.7 e 4.8.

Como o interesse maior do presente trabalho é o de estudar a convecção natural em cavidades com partições, procurou-se obter a maior quantidade possível de resultados para esse caso, combinando de várias formas os parâmetros térmicos e geométricos envolvidos.

Esses resultados são mostrados nas tabelas 4.9 a 4.16. Pode-se perceber, pela simples comparação dos resultados obtidos para cavidade sem partição com os resultados para cavidade dividida, que a colocação de partições causa uma diminuição no número de Nusselt médio. Isto significa que a colocação de partições na superfície fria da cavidade causa a diminuição da taxa de transferência de calor por convecção.

Nas figuras 4.7, 4.8 e 4.9 mostram-se os valores do número de Nusselt em função do número de Rayleigh para cavidade quadrada com uma partição, para diferentes comprimentos adimensionais com ângulos de inclinação 0° , 30° e 45° . Variou-se o número de Rayleigh de 10^3 a 10^6 e considerou-se condição de contorno adiabática (CASO 1).

Este procedimento foi repetido para o CASO 2 considerando-se os mesmos parâmetros e os resultados foram plotados nas figuras 4.10, 4.11 e 4.12.

Finalmente são mostradas nas figuras 4.13 a 4.20 as distribuições de temperatura adimensional e função corrente para cavidades divididas e não divididas. Foram igualmente adotadas diversas combinações de parâmetros térmicos e geométricos, tanto para o CASO 1 quanto para o CASO 2. E, mais uma vez, ficou comprovada a diminuição na transferência de calor por convecção com a colocação de partições na parede fria da cavidade.

Além disso, as figuras 4.13 a 4.20 revelam que o perfil da distribuição de temperatura adimensional sofre consideráveis alterações quando se consideram cavidades divididas.

São poucos os resultados conhecidos na literatura para cavidades com partições, o que dificulta a comparação. Acredita-se que o presente trabalho tenha atingido os objetivos a que ele se propôs, uma vez que são apresentados muitos resultados inéditos.

5.2 - CONTRIBUIÇÕES DO PRESENTE TRABALHO

Acredita-se que a principal contribuição do presente trabalho tenha sido a obtenção de resultados significativos para a verificação da redução na transferência de calor por convecção em cavidades parcialmente divididas com relação a cavidades não divididas.

Outra contribuição foi o estudo simultâneo de cavidades com duas condições de contorno diferentes, o que permitiu generalizar mais o comportamento da cavidade dividida.

Uma contribuição não menos importante foi o desenvolvimento de um esquema numérico que permitiu gerar um código computacional simples e capaz de estudar as mais diversas combinações de parâmetros, fornecendo os resultados procurados sem perder a eficiência e sem utilizar grande área de memória.

5.3 - RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A escassez de trabalhos conhecidos na literatura que tratam de cavidades com partições e os excelentes resultados obtidos pelo presente trabalho levantam questões que sugerem temas para trabalhos futuros, quais sejam:

a) Estudar a convecção natural em cavidades divididas considerando meios porosos.

b) Estudar a convecção mista em cavidades divididas.

c) Verificar o efeito da colocação de partições com espessuras finitas e com meios condutores na parede fria de uma cavidade.

d) Estudar o efeito da colocação de diversas partições de espessuras finitas ou de espessura desprezível na superfície quente da cavidade.

e) Verificar o comportamento da transferência de calor numa cavidade com partições parciais colocadas simultaneamente nas superfícies quente e fria de uma cavidade.

APÊNDICE A1

DETERMINAÇÃO DE ω E $\frac{\partial\omega}{\partial X}$:

Fazendo a expansão em Séries de Taylor de $\omega(i, j)$ e $\omega(i-1, j)$ em torno do ponto $(i-1/2, j)$, resulta:

$$\begin{aligned} \omega(i, j) = & \omega(i-1/2, j) + \left(\frac{\delta X}{2}\right) \frac{1}{1!} \frac{\partial\omega(i-1/2, j)}{\partial X} + \left(\frac{\delta X}{2}\right)^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2\omega(i-1/2, j)}{\partial X^2} \\ & + \left(\frac{\delta X}{2}\right)^3 \frac{1}{3!} \frac{\partial^3\omega(i-1/2, j)}{\partial X^3} + \dots \end{aligned} \quad (A1.1)$$

$$\begin{aligned} \omega(i-1, j) = & \omega(i-1/2, j) - \left(\frac{\delta X}{2}\right) \frac{1}{1!} \frac{\partial\omega(i-1/2, j)}{\partial X} + \left(\frac{\delta X}{2}\right)^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2\omega(i-1/2, j)}{\partial X^2} \\ & - \left(\frac{\delta X}{2}\right)^3 \frac{1}{3!} \frac{\partial^3\omega(i-1/2, j)}{\partial X^3} + \dots \end{aligned} \quad (A1.2)$$

Subtraindo a equação (A1.2) da equação (A1.1), tem-se:

$$\begin{aligned} \omega(i, j) - \omega(i-1, j) = & 2 \left(\frac{\delta X}{2}\right) \frac{1}{1!} \frac{\partial\omega(i-1/2, j)}{\partial X} + 2 \left(\frac{\delta X}{2}\right)^3 \frac{1}{3!} \frac{\partial^3\omega(i-1/2, j)}{\partial X^3} \\ & + 2 \left(\frac{\delta X}{2}\right)^5 \frac{1}{5!} \frac{\partial^5\omega(i-1/2, j)}{\partial X^5} + \dots \end{aligned} \quad (A1.3)$$

No Apêndice A2 é mostrada a fórmula de recorrência abaixo, onde se considerou $\phi = \omega$:

$$\frac{\partial^k\omega(i-1/2, j)}{\partial X^k} = \left[\frac{U(i-1/2, j)}{\text{Pr}} \right]^{k-1} \frac{\partial\omega(i-1/2, j)}{\partial X} \quad (A1.4)$$

Utilizando (A1.4) em (A1.3), obtém-se:

$$\omega(i, j) - \omega(i-1, j) = 2 \left(\frac{\delta X}{2}\right) \frac{1}{1!} \frac{\partial\omega(i-1/2, j)}{\partial X} +$$

$$2 \left(\frac{\delta X}{2} \right)^3 \frac{1}{3!} \left[\frac{U(i-1/2, j)}{\text{Pr}} \right]^2 \frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} +$$

$$2 \left(\frac{\delta X}{2} \right)^5 \frac{1}{5!} \left[\frac{U(i-1/2, j)}{\text{Pr}} \right]^4 \frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} + \dots \quad (\text{A1.5})$$

Definindo: $XDN = \frac{U(i-1/2, j) \delta X}{2\text{Pr}}$

tem-se $\delta X = \frac{2\text{Pr}XDN}{U(i-1/2, j)}$ (A1.6)

Substituindo (A1.6) em (A1.5), resulta :

$$\omega(i, j) - \omega(i-1, j) = \frac{2\text{Pr}}{U(i-1/2, j)} \frac{XDN}{1!} \frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} +$$

$$\frac{1}{2^2} \left[\frac{2\text{Pr}}{U(i-1/2, j)} \right]^3 \frac{(XDN)^3}{3!} \left[\frac{U(i-1/2, j)}{\text{Pr}} \right]^2 \frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} +$$

$$\frac{1}{2^4} \left[\frac{2\text{Pr}}{U(i-1/2, j)} \right]^5 \frac{(XDN)^5}{5!} \left[\frac{U(i-1/2, j)}{\text{Pr}} \right]^4 \frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} + \dots \quad (\text{A1.7})$$

Simplificando (A1.7), tem-se:

$$\omega(i, j) - \omega(i-1, j) = \frac{2\text{Pr}}{U(i-1/2, j)} \frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} \left[\frac{XDN}{1!} + \frac{(XDN)^3}{3!} + \frac{(XDN)^5}{5!} + \dots \right]$$

$$\omega(i, j) - \omega(i-1, j) = \frac{\delta X}{XDN} \frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} \sinh(XDN) \quad (\text{A1.8})$$

Finalmente pode-se escrever:

$$\frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} = \frac{XDN}{\sinh(XDN)} \left[\frac{\omega(i, j) - \omega(i-1, j)}{\delta X} \right] \quad (\text{A1.9})$$

Adicionando as equações (A1.1) e (A1.2), tem-se:

$$\omega(i, j) + \omega(i-1, j) = 2\omega(i-1/2, j) + 2 \left(\frac{\delta X}{2} \right)^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \omega(i-1/2, j)}{\partial X^2} +$$

$$2 \left(\frac{\delta X}{2} \right)^4 \frac{1}{4!} \frac{\partial^4 \omega(i-1/2, j)}{\partial X^4} + \dots \quad (\text{A1.10})$$

Usando a fórmula de recorrência (A1.4), obtém-se:

$$\begin{aligned} \omega(i, j) + \omega(i-1, j) &= 2\omega(i-1/2, j) + 2 \left(\frac{\delta X}{2} \right)^2 \frac{1}{2!} \left[\frac{U(i-1/2, j)}{\text{Pr}} \right] \frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} \\ &+ 2 \left(\frac{\delta X}{2} \right)^4 \frac{1}{4!} \left[\frac{U(i-1/2, j)}{\text{Pr}} \right]^3 \frac{\partial \omega(i-1/2, j)}{\partial X} + \dots \end{aligned} \quad (\text{A1.11})$$

Substituindo as equações (A1.6) e (A1.9) em (A1.11) e fazendo as devidas simplificações, resulta:

$$\begin{aligned} \omega(i, j) + \omega(i-1, j) &= 2\omega(i-1/2, j) + \\ &\frac{\omega(i, j) - \omega(i-1, j)}{\sinh(XDN)} \left[\frac{(XDN)^2}{2!} + \frac{(XDN)^4}{4!} + \dots \right] \end{aligned} \quad (\text{A1.12})$$

$$\text{Porém } \cosh(XDN) = 1 + \frac{(XDN)^2}{2!} + \frac{(XDN)^4}{4!} + \dots \quad (\text{A1.13})$$

Substituindo (A1.13) em (A1.12) tem-se:

$$\omega(i, j) + \omega(i-1, j) = 2\omega(i-1/2, j) + \left[\omega(i, j) - \omega(i-1, j) \right] \left[\frac{\cosh(XDN) - 1}{\sinh(XDN)} \right] \quad (\text{A1.14})$$

Finalmente:

$$\omega(i-1/2, j) = \frac{\omega(i, j) + \omega(i-1, j)}{2} - \left[\frac{\omega(i, j) - \omega(i-1, j)}{2} \right] \left[\frac{\cosh(XDN) - 1}{\sinh(XDN)} \right] \quad (\text{A1.15})$$

Usando o mesmo procedimento, isto é, fazendo a expansão em Séries de Taylor em torno dos pontos $(i+1/2, j)$, $(i, j-1/2)$ e $(i, j+1/2)$, é possível obter as outras expressões, que são as seguintes:

$$\frac{\partial \omega(i+1/2, j)}{\partial X} = \frac{XUP}{\sinh(XUP)} \left[\frac{\omega(i+1, j) - \omega(i, j)}{\delta X} \right] \quad (\text{A1.16})$$

$$\omega(i+1/2, j) = \frac{\omega(i+1, j) + \omega(i, j)}{2} - \left[\frac{\omega(i+1, j) - \omega(i, j)}{2} \right] \left[\frac{\cosh(XUP) - 1}{\sinh(XUP)} \right] \quad (\text{A1.17})$$

$$\frac{\partial \omega(i, j-1/2)}{\partial Y} = \frac{XL}{\sinh(XL)} \left[\frac{\omega(i, j) - \omega(i, j-1)}{\delta Y} \right] \quad (\text{A1.18})$$

$$\omega(i, j-1/2) = \frac{\omega(i, j) + \omega(i, j-1)}{2} - \left[\frac{\omega(i, j) - \omega(i, j-1)}{2} \right] \left[\frac{\cosh(XL) - 1}{\sinh(XL)} \right] \quad (\text{A1.19})$$

$$\frac{\partial \omega(i, j+1/2)}{\partial Y} = \frac{XR}{\sinh(XR)} \left[\frac{\omega(i, j+1) - \omega(i, j)}{\delta Y} \right] \quad (\text{A1.20})$$

$$\omega(i, j+1/2) = \frac{\omega(i, j+1) + \omega(i, j)}{2} - \left[\frac{\omega(i, j+1) - \omega(i, j)}{2} \right] \left[\frac{\cosh(XR) - 1}{\sinh(XR)} \right] \quad (\text{A1.21})$$

APÊNDICE A2

DEDUÇÃO DA FÓRMULA DE RECORRÊNCIA

O esquema numérico usado para resolver as equações de vorticidade e energia, respectivamente (2.18) e (2.19), é baseado num modelo específico de diferença finita no qual são consideradas três hipóteses:

- 1 - toda a massa contida no volume $\delta X \delta Y$ é localizada no ponto nodal;
- 2 - o fluxo de qualquer grandeza não pode ser acumulado ou gerado ao longo da linha que une dois pontos nodais;
- 3 - o fluxo de massa ocorre nos pontos nodais e é função do tempo e da posição.

De acordo com a referência [1], com estas simplificações o fluxo de massa e o fluxo de uma grandeza ϕ entre dois pontos quaisquer, como (i, j) e $(i-1, j)$ por exemplo, podem ser escritos nas formas:

$$U(i-1/2, j) = f_{i-1/2, j}(t) \quad (\text{A2.1})$$

$$U(i-1/2, j)\phi(i-1/2, j)\delta X - \text{Pr} \frac{\partial \phi(i-1/2, j)}{\partial X} \delta X = g_{i-1/2, j}(t) \quad (\text{A2.2})$$

onde ϕ pode ser tanto a vorticidade (ω) quanto a temperatura adimensional (θ).

Derivando (A2.2) com relação a X , tem-se:

$$U(i-1/2, j) \frac{\partial \phi(i-1/2, j)}{\partial X} \delta X - \text{Pr} \frac{\partial^2 \phi(i-1/2, j)}{\partial X^2} \delta X = 0 \quad (\text{A2.3})$$

ou ainda:

$$\frac{\partial^2 \phi(i-1/2, j)}{\partial X^2} = \frac{U(i-1/2, j)}{\text{Pr}} \cdot \frac{\partial \phi(i-1/2, j)}{\partial X} \quad (\text{A2.4})$$

Derivando agora (A2.4) com relação a X, resulta:

$$\frac{\partial^3 \phi(i-1/2, j)}{\partial X^3} = \frac{U(i-1/2, j)}{Pr} \cdot \frac{\partial^2 \phi(i-1/2, j)}{\partial X^2} \quad (\text{A2.5})$$

Substituindo (A2.4) em (A2.5), tem-se:

$$\frac{\partial^3 \phi(i-1/2, j)}{\partial X^3} = \left[\frac{U(i-1/2, j)}{Pr} \right]^2 \cdot \frac{\partial \phi(i-1/2, j)}{\partial X} \quad (\text{A2.6})$$

Derivando (A2.6) novamente com relação a X, tem-se:

$$\frac{\partial^4 \phi(i-1/2, j)}{\partial X^4} = \left[\frac{U(i-1/2, j)}{Pr} \right]^2 \cdot \frac{\partial^2 \phi(i-1/2, j)}{\partial X^2} \quad (\text{A2.7})$$

Substituindo (A2.4) em (A2.7), obtem-se:

$$\frac{\partial^4 \phi(i-1/2, j)}{\partial X^4} = \left[\frac{U(i-1/2, j)}{Pr} \right]^3 \cdot \frac{\partial \phi(i-1/2, j)}{\partial X} \quad (\text{A2.8})$$

Pode-se perceber, por simples indução, que a derivada de ordem k ($k=2,3,4,\dots$) da relação (A2.2) pode ser então representada pela seguinte fórmula de recorrência:

$$\frac{\partial^k \phi(i-1/2, j)}{\partial X^k} = \left[\frac{U(i-1/2, j)}{Pr} \right]^{k-1} \cdot \frac{\partial \phi(i-1/2, j)}{\partial X} \quad (\text{A2.9})$$

Igualmente, pode-se mostrar que, se os pontos considerados forem (i, j) e $(i+1, j)$, a fórmula de recorrência torna-se:

$$\frac{\partial^k \phi(i+1/2, j)}{\partial X^k} = \left[\frac{U(i+1/2, j)}{Pr} \right]^{k-1} \cdot \frac{\partial \phi(i+1/2, j)}{\partial X} \quad (\text{A2.10})$$

As fórmulas de recorrência (A2.9) e (A2.10) acima se referem à direção X. Aplicadas à direção Y, elas resultariam nas seguintes expressões:

$$\frac{\partial^k \phi(i, j-1/2)}{\partial Y^k} = \left[\frac{V(i, j-1/2)}{Pr} \right]^{k-1} \cdot \frac{\partial \phi(i, j-1/2)}{\partial Y} \quad (\text{A2.11})$$

$$\text{e } \frac{\partial^k \phi(i, j+1/2)}{\partial Y^k} = \left[\frac{V(i, j+1/2)}{Pr} \right]^{k-1} \cdot \frac{\partial \phi(i, j+1/2)}{\partial Y} \quad (\text{A2.12})$$

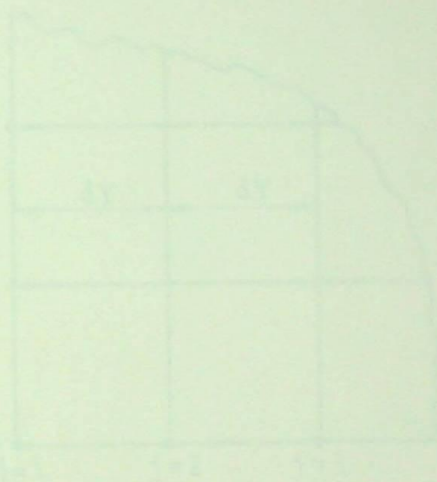


Figura 2.1 - Detalhes de malha com aproximação do contorno por coordenada Y^k

Usando a desenvolvimento em séries de Taylor das propriedades $\phi(i, j)$ e $\phi(i, j+1)$ em torno do ponto (i, j) , temos:

$$\phi(i, j+1) = \phi(i, j) + \Delta y \frac{\partial \phi(i, j)}{\partial Y} + \frac{(\Delta y)^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi(i, j)}{\partial Y^2} + \dots \quad (\text{A2.13})$$

$$\phi(i, j-1) = \phi(i, j) - \Delta y \frac{\partial \phi(i, j)}{\partial Y} + \frac{(\Delta y)^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi(i, j)}{\partial Y^2} - \dots \quad (\text{A2.14})$$

$$\phi(i, j) = \frac{\phi(i, j+1) + \phi(i, j-1)}{2} + \frac{(\Delta y)^2}{6} \frac{\partial^3 \phi(i, j)}{\partial Y^3} + \dots \quad (\text{A2.15})$$

APÊNDICE A3

DETERMINAÇÃO DE $\frac{\partial \theta}{\partial Y}$ NAS PAREDES QUENTE E FRIA:

A) Superfície Isotérmica Quente:

Para a determinação de $\frac{\partial \theta(i,1)}{\partial Y}$ deve-se considerar a

Figura A3.1 abaixo:

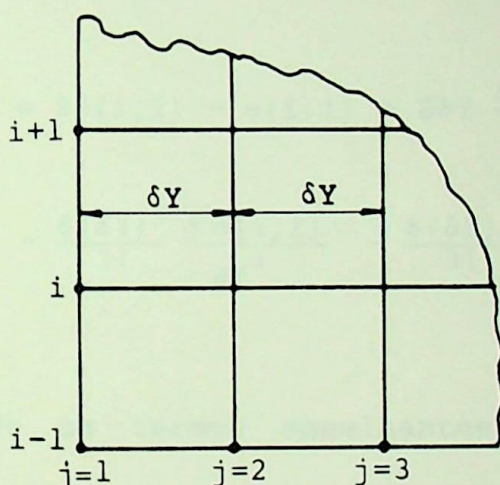


Figura A3.1 - Detalhe da malha nas proximidades do contorno com coordenada $Y=0$.

Fazendo o desenvolvimento em Séries de Taylor das temperaturas $\theta(i,2)$ e $\theta(i,3)$ em torno do ponto $(i,1)$, tem-se:

$$\begin{aligned} \theta(i,2) = & \theta(i,1) + \delta Y \frac{\partial \theta(i,1)}{\partial Y} + \frac{(\delta Y)^2}{2!} \frac{\partial^2 \theta(i,1)}{\partial Y^2} \\ & + \frac{(\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 \theta(i,1)}{\partial Y^3} + \dots \end{aligned} \quad (A3.1)$$

$$\theta(i,3) = \theta(i,1) + 2\delta Y \frac{\partial \theta(i,1)}{\partial Y} + \frac{(2\delta Y)^2}{2!} \frac{\partial^2 \theta(i,1)}{\partial Y^2}$$

$$+ \frac{(2\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 \varphi(i,1)}{\partial Y^3} + \dots \quad (\text{A3.2})$$

Como $\frac{\partial^2 \varphi(i,1)}{\partial Y^2} = 0$, então

$$\varphi(i,2) = \varphi(i,1) + \delta Y \frac{\partial \varphi(i,1)}{\partial Y} + \frac{(\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 \varphi(i,1)}{\partial Y^3} \quad (\text{A3.3})$$

$$\varphi(i,3) = \varphi(i,1) + 2\delta Y \frac{\partial \varphi(i,1)}{\partial Y} + \frac{8(\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 \varphi(i,1)}{\partial Y^3} \quad (\text{A3.4})$$

Multiplicando a equação (A3.3) por 8 e subtraindo do resultado a equação (A3.4), obtém-se:

$$8\varphi(i,2) - \varphi(i,3) = 8\varphi(i,1) - \varphi(i,1) + 8\delta Y \frac{\partial \varphi(i,1)}{\partial Y} - 2\delta Y \frac{\partial \varphi(i,1)}{\partial Y} + \frac{8(\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 \varphi(i,1)}{\partial Y^3} - \frac{8(\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 \varphi(i,1)}{\partial Y^3} \quad (\text{A3.5})$$

Reduzindo os termos semelhantes e isolando $\frac{\partial \varphi(i,1)}{\partial Y}$, resulta:

$$\frac{\partial \varphi(i,1)}{\partial Y} = \frac{-7\varphi(i,1) + 8\varphi(i,2) - \varphi(i,3)}{6\delta Y} \quad (\text{A3.6})$$

B) Superfície Isotérmica Fria:

Para a determinação de $\frac{\partial \varphi(i,N+1)}{\partial Y}$, considera-se a Figura

(A3.2) a seguir:

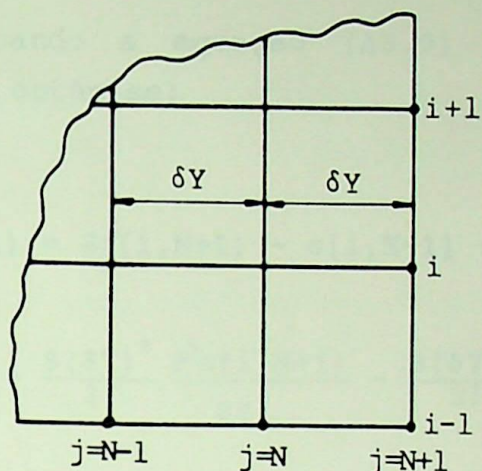


Figura A3.2 - Detalhe da malha nas proximidades do contorno com coordenada $Y=1$.

Fazendo o desenvolvimento em Séries de Taylor da temperatura $\theta(i, N)$ e $\theta(i, N-1)$ em torno do ponto $(i, N+1)$, tem-se:

$$\begin{aligned} \theta(i, N) = & \theta(i, N+1) + \delta Y \frac{\partial \theta(i, N+1)}{\partial Y} + \frac{(\delta Y)^2}{2!} \frac{\partial^2 \theta(i, N+1)}{\partial Y^2} \\ & + \frac{(\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 \theta(i, N+1)}{\partial Y^3} + \dots \end{aligned} \quad (\text{A3.7})$$

$$\begin{aligned} \theta(i, N-1) = & \theta(i, N+1) + 2\delta Y \frac{\partial \theta(i, N+1)}{\partial Y} + \frac{(2\delta Y)^2}{2!} \frac{\partial^2 \theta(i, N+1)}{\partial Y^2} \\ & + \frac{(2\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 \theta(i, N+1)}{\partial Y^3} + \dots \end{aligned} \quad (\text{A3.8})$$

Como $\frac{\partial^2 \theta(i, N+1)}{\partial Y^2} = 0$, então:

$$\theta(i, N) = \theta(i, N+1) + \delta Y \frac{\partial \theta(i, N+1)}{\partial Y} + \frac{(\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 \theta(i, N+1)}{\partial Y^3} \quad (\text{A3.9})$$

$$e(i, N-1) = e(i, N+1) + 2\delta Y \frac{\partial e(i, N+1)}{\partial Y} + \frac{8(\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 e(i, N+1)}{\partial Y^3} \quad (\text{A3.10})$$

Multiplicando a equação (A3.9) por 8 e subtraindo a equação (A3.10), obtém-se:

$$\begin{aligned} 8e(i, N) - e(i, N-1) &= 8e(i, N+1) - e(i, N+1) + 8\delta Y \frac{\partial e(i, N+1)}{\partial Y} \\ &- 2\delta Y \frac{\partial e(i, N+1)}{\partial Y} + \frac{8(\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 e(i, N+1)}{\partial Y^3} - \frac{8(\delta Y)^3}{3!} \frac{\partial^3 e(i, N+1)}{\partial Y^3} \end{aligned} \quad (\text{A3.11})$$

Efetuada as simplificações e isolando o termo $\frac{\partial e(i, N+1)}{\partial Y}$

resulta finalmente na expressão

$$\frac{\partial e(i, N+1)}{\partial Y} = \frac{-7e(i, N+1) + 8e(i, N) - e(i, N-1)}{6\delta Y} \quad (\text{A3.12})$$

APÊNDICE A4

DISCUSSÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

Apresenta-se neste apêndice um fluxograma do programa computacional utilizado para a solução numérica das equações de conservação, seguido de sua discussão.

Os detalhes mais importantes do programa desenvolvido são discutidos para cada um dos blocos apresentados no fluxograma, que é mostrado na Figura A4.1.

Como o presente trabalho estuda duas situações distintas (cavidades sem partição e com partição) e com duas condições de contorno (adiabática e linear), o programa computacional foi desenvolvido de modo a selecionar o caso a ser estudado, de acordo com os parâmetros fornecidos como dados de entrada e com a condição de contorno considerada.

BLOCO 1 - Leitura e teste dos dados de entrada.

Inicialmente o programa computacional lê um dos dois arquivos de dados criados para os casos de cavidade sem partição e com partição.

Para a cavidade sem partição o arquivo contém os seguintes dados:

- Razão de aspecto (R);
- Número de Grashof (Gr) ou número de Rayleigh (Ra);
- Número de Prandtl (Pr);
- Número de pontos nodais (M e N);
- Parâmetro de relaxação (γ);
- Ângulo de inclinação (α);
- Número máximo de iterações (I_{termax}).

Para o caso de cavidade com partição o segundo arquivo contém, além dos dados do primeiro arquivo, o número de partições (N_p), a posição e o comprimento adimensional de cada uma delas.

O programa faz ainda alguns testes nos dados de entrada de modo a permitir que as hipóteses consideradas no problema (como, por exemplo, o comprimento da partição) sejam verificadas.

BLOCO 2 - Leitura das condições iniciais.

De acordo com a equação (2.21a) a vorticidade e a função corrente são inicialmente nulas em todo o domínio, enquanto a temperatura adimensional θ assume o valor 0,5.

BLOCO 3 - Leitura das condições de contorno.

As condições de contorno são estabelecidas pelas equações (2.21b) a (2.21g).

Para a superfície isotérmica quente, tanto a função corrente quanto o seu gradiente na direção Y em qualquer instante são nulos, enquanto a temperatura adimensional é unitária (equação 2.21b).

Para a superfície fria, em qualquer instante, a função corrente, o seu gradiente na direção Y e a temperatura são nulos (equação 2.21c).

No CASO 1 (isolamento térmico nas paredes) a função corrente, o seu gradiente na direção X e o gradiente da temperatura são todos nulos para um instante t qualquer (equações 2.21d e 2.21e).

No CASO 2 (variação linear de temperatura) a função corrente e o seu gradiente na direção X são nulos, enquanto a temperatura varia de 0 a 1 entre $X=0$ e $X=R$ (equações 2.21f e 2.21g).

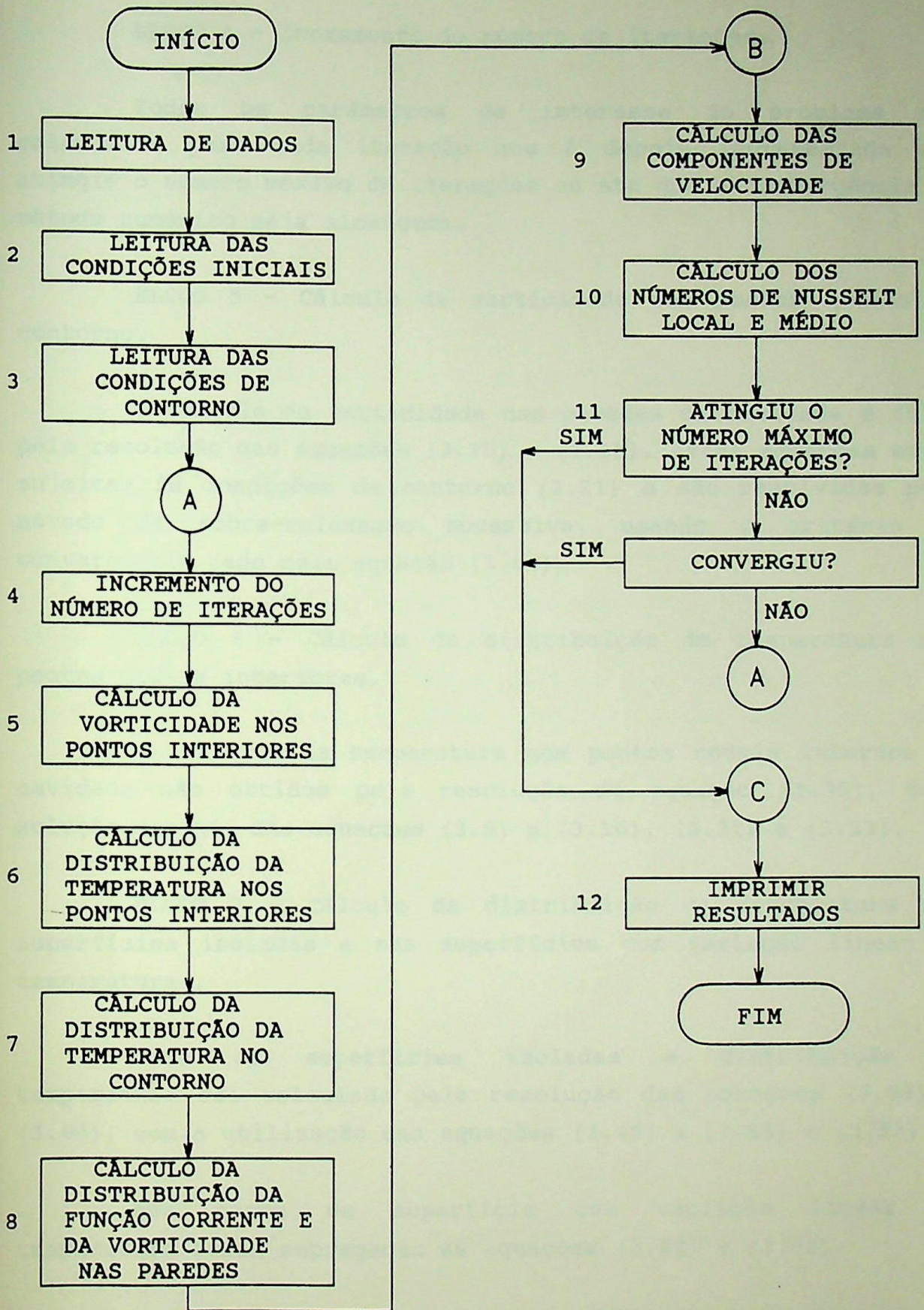


Figura A4.1 - Fluxograma do Programa Computacional

BLOCO 4 - Incremento do número de iterações.

Todos os parâmetros de interesse do problema são calculados para cada iteração que é depois incrementada até atingir o número máximo de iterações ou até que a convergência do método numérico seja alcançada.

BLOCO 5 - Cálculo da vorticidade nos pontos nodais do contorno.

O cálculo da vorticidade nas paredes da cavidade é feito pela resolução das equações (3.25) a (3.28). Estas equações estão sujeitas às condições de contorno (2.21) e são resolvidas pelo método da sobre-relaxação sucessiva, usando o critério de convergência dado pela equação (3.64).

BLOCO 6 - Cálculo da distribuição de temperatura nos pontos nodais interiores.

Os valores da temperatura nos pontos nodais internos da cavidade são obtidos pela resolução da equação (3.35), cuja solução depende das equações (3.9) a (3.16), (3.31) e (3.33).

BLOCO 7 - Cálculo da distribuição de temperatura nas superfícies isoladas e nas superfícies com variação linear de temperatura .

Para as superfícies isoladas a distribuição de temperatura foi calculada pela resolução das equações (3.59) e (3.60), com a utilização das equações (3.46) a (3.55) e (3.57).

Nos casos de superfície com variação linear de temperatura foram empregadas as equações (3.62) e (3.63).

BLOCO 8 - Cálculo da distribuição de função corrente e vorticidade nas paredes.

Para a determinação da função corrente e da vorticidade nas paredes da cavidade usou-se uma subrotina onde é aplicado o

método da sobre-relaxação com o critério de convergência dado pela equação (3.64).

O cálculo da vorticidade nas paredes é feito com a aplicação das equações (3.25) a (3.28), com as condições de contorno dadas pela equação (2.21).

BLOCO 9 - Cálculo das componentes de velocidade.

As velocidades adimensionais U e V para os pontos nodais internos da cavidade foram calculadas pelas equações (3.38) e (3.39).

BLOCO 10 - Cálculo dos números de Nusselt nas paredes.

Os números de Nusselt nas paredes quente e fria, respectivamente N_{uh} e N_{uc} , são obtidos pela resolução das equações (3.65) e (3.66), com o auxílio das equações (3.67) e (3.68). Foi utilizado o método dos trapézios para resolver numericamente as integrais das equações (3.65) e (3.66).

BLOCO 11 - Teste da convergência e do número máximo de iterações.

Considera-se que a convergência é alcançada quando a equação (3.64) é satisfeita, isto é, quando

$$\frac{\sum_{i,j} \left| \psi^{n+1}(i,j) - \psi^n(i,j) \right|}{\sum_{i,j} \left| \psi^{n+1}(i,j) \right|} \leq 10^{-6},$$

ou ainda, quando se atinge o número máximo de iterações.

Como o número máximo de iterações é um dado de entrada (portanto pode ser modificado em qualquer instante), é sempre possível interromper os cálculos numéricos quando a convergência é alcançada.

BLOCO 12 - Impressão dos resultados.

Após a convergência ser alcançada, são impressos os dados de entrada, o caso que está sendo estudado, juntamente com os resultados obtidos para os números de Nusselt médio e local nas paredes, a distribuição de temperatura, da função corrente e das velocidades.

O programa computacional desenvolvido foi processado em três computadores. Inicialmente o programa foi criado num computador HP-3000 cuja vantagem apresentada é a facilidade na manipulação do seu editor de textos. Uma vez otimizado o programa, ele foi copiado para um computador HP-1000, onde foram realizados todos os testes de cálculo e impressão de resultados. Finalmente o programa foi processado num computador CYBER-930, cuja grande vantagem com relação aos outros é a sua rapidez e a possibilidade que oferece de se trabalhar com uma grande massa de dados, como é o caso do presente trabalho, onde se efetuam operações numéricas com grandes matrizes simultaneamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] LEE, E. I., Natural Convection in Rectangular Air Enclosures of Aspect Ratio Less Than One, Ph. D. Thesis, Rutgers University The State U. of New Jersey, 1979.
- [2] BATCHELOR, G. K., Heat Transfer by Free Convection Across a Closed Cavity Between Vertical Boundaries at Different Temperatures, Quart. of Appl. Math., Vol. 12, No. 3, pp. 209-233, 1954.
- [3] POOTS, G., Heat Transfer by Laminar Free Convection in Enclosed Plane Gas Layers, Quart. J. Mech. and Appl. Math., Vol. 11, Part 3, pp. 2567-2573, 1958.
- [4] WILKES, J. O. e CHURCHILL, S. W., The Finite-Difference Computation in a Rectangular Enclosures, AIChE Journal, Vol. 12, No. 1, pp. 161-166, 1966.
- [5] DE VAHL DAVIS, G., Laminar Natural Convection in an Enclosed Rectangular Cavity, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 11, pp 1675-1693, 1968.
- [6] MALLINSON, G. D. e DE VAHL DAVIS, G., The Method of the False Transient for the Solution of Coupled Elliptic Equations, Journal of Computational Physics, Vol. 12, pp. 435-461, 1973.
- [7] OZOE, H., SAYAMA, H. e CHURCHILL, S. W., Natural Convection in an Inclined Square Channel, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 17, pp. 401-406, 1974.
- [8] OZOE, H., YAMAMOTO, K., SAYAMA, H. e CHURCHILL, S. W., Natural Circulation in an Inclined Rectangular Channel Heated on One Side and Cooled on the Opposing Side, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 17, pp. 1209-1217, 1974.

- [9] ARNOLD, J. N., CATTON, I. e EDWARDS, D. K., Experimental Investigation of Natural Convection in Inclined Rectangular Regions of Differing Aspect Ratios, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 98, pp. 67-71, 1976.
- [10] DE VAHL DAVIS, G., Natural Convection of Air in a Square Cavity: a Bench Mark Numerical Solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp. 249-264, 1983.
- [11] NASCIMENTO, M. A. R., Estudo Teórico de Convecção Natural em Coletores Concentradores com Absorvedor Cilíndrico, *Dissertação de Mestrado, EFEI, Itajubá*, 1988.
- [12] MENON, G. J., Convecção Natural no Interior de Coletores Solares Concentradores de Parábolas Compostas, *Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos*, 1984.
- [13] OZOE, H., YAMAMOTO, K. e CHURCHILL, S. W., Natural Convection in an Inclined Rectangular Channel at Various Aspect Ratios and Angles - Experimental Measurements, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 1425-1431, 1975.
- [14] TABARROK, B. e LIN, R. C., Finite Element Analysis of Free Convection Flow, *Int. J. Heat Transfer*, Vol. 20, pp. 945-952, 1977.
- [15] FIGUEREDO, J. R., GANZAROLLI, M. M. e ALMEIDA, P. I. F., Convecção Natural em Cavidade Retangular - Solução Numérica, In: *II Congresso Latinoamericano de Transferência de Calor e Matéria*, São Paulo, pp. 62-73, 1986.
- [16] WONG, H. H. e RAITHBY, G. D., Improved Finite-Difference Methods Based on a Critical Evaluation of the Aproximation Errors, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 2, pp. 139-163, 1979.
- [17] MENON, G. J., Convecção Natural Transiente no Interior de Cavidade Retangular Inclinada, *X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Rio de Janeiro, pp. 257-260, 1989.

- [18] BEHNIA, M., STELLA, F., DE VAHL DAVIS, G. E. GUJ, G., Natural Convection in a Cavity: a Comparison of Different Numerical Methods, Anais do ENCIT 88, Águas de Lindóia, SP, pp. 321-324, 1988.
- [19] NANSTEEL, M. W. e GREIF, R., Natural Convection in Undivided and Partially Divided Rectangular Enclosures, J. Heat Transfer, Vol. 103, pp. 623-629, 1981.
- [20] WINTERS, K. H., The Effect of Conducting Divisions on the Natural Convection of Air in a Rectangular Cavity With Heated Side Walls, Proc. 3rd Joint AIAA/ASME Thermophysics, Fluids, Plasma and Heat Transfer Conf., St. Louis, 1982.
- [21] DUXBURY, D., An Interferometric Study of Natural Convection in Enclosed Plane Air Layers With Complete and Partial Central Vertical Divisions, Ph.D. Thesis, University of Salford, U.K., 1979.
- [22] NANSTEEL, M. W. e GREIF, R., An Investigation of Natural Convection in Enclosures With Two- and Three-Dimensional Partitions, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, No. 4, pp. 561-571, 1984.
- [23] ACHARYA, S. e TSANG, C. H., Natural Convection in a Fully Partitioned, Inclined Enclosure, Numerical Heat Transfer, Vol. 8, pp. 407-428, 1985.
- [24] MEYER, B. A., MITCHELL, J. W. e EL-WAKIL, M. M., The Effect of Thermal Wall Properties on Natural Convection in Inclined Rectangular Cells, J. Heat Transfer, Vol. 104, pp. 111-117, 1982.
- [25] ANDERSON, R. e BEJAN, A., Heat Transfer Through Single and Double Vertical Walls in Natural Convection: Theory and Experiment, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, pp. 1611-1620, 1981.

- [26] NISHIMURA, T., SHIRAISHI, M., NAGASAWA, F. e KAWAMURA, Y., Natural Convection Heat Transfer in Enclosures With Multiple Vertical Partitions, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, No. 8, pp. 1679-1686, 1988.
- [27] NISHIMURA, T., SHIRAISHI, M. e KAWAMURA, Y., Analysis of Natural Convection Heat Transfer in Enclosures Divided by a Vertical Partition Plate, *Heat Transfer Science and Technology*, pp. 129-136, Hemisphere, Washington, DC, 1987.
- [28] NISHIMURA, T., SHIRAISHI, M. e KAWAMURA, Y., Natural Convection Heat Transfer in Enclosures With an Off-Center Partition, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, pp. 1756-1758, 1987.
- [29] HO, C. J. e YIH, Y. L., Conjugate Natural Convection Heat Transfer in an Air-Filled Rectangular Cavity, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 91-100, 1987.
- [30] TONG, T. W. e GERNER, F. M., Natural Convection in Partitioned Air-Filled Rectangular Enclosures, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, Vol. 13, pp. 99-108, 1986.
- [31] BEJAN, A., Natural Convection Heat Transfer in a Porous Layer With Internal Flow Obstructions, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 26, pp. 815-822, 1983.
- [32] OOSTHUIZEN, P. H. e PAUL, J. T., Free Convection Heat Transfer in a Cavity Fitted With a Horizontal Plate on the Cold Wall, In: *Advances in Enhanced Heat Transfer - 1985*, ASME HTD, Vol. 43, 1985.
- [33] FREDERICK, R. L., CATALÁN, G., Natural Convection in Square Cavities With Partitions, *Anais do II Congresso Latinoamericano de Transferência de Calor e Matéria*, São Paulo, No 1, pp. 86-87, 1986.
- [34] FREDERICK, R. L., Natural Convection in an Inclined Square Enclosure With a Partition Attached to its Cold Wall, *Int.*

J. Heat Mass Transfer, Vol. 32, No. 1, pp. 87-94, 1989.

- [35] BUCHBERG, H., CATTON, I. e EDWARDS, D. K., Natural Convection in Enclosed Spaces - a Review of Application to Solar Energy Collection, ASME J. Heat Transfer, Vol. 98, pp. 182-188, 1976.

DATA	03.03.93
PROC.	
FED.	PPG
LIV.	
C25	DONÇÃO

EFEI - BIBLIOTECA MAUÁ
8200681



NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA