

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Juliana Helena Daroz Gaudêncio

**Influência dos estimadores robustos sobre a
convexidade e equiespaçamento das Fronteiras
de Pareto para problemas duais**

Itajubá, Fevereiro de 2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Juliana Helena Daroz Gaudêncio

**Influência dos estimadores robustos sobre a
convexidade e equiespaçamento das Fronteiras
de Pareto para problemas duais**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como parte dos requisitos para obtenção do título de **Mestre em Ciências em Engenharia de Produção**.

Área de Concentração: Modelagem, Otimização e Controle

Orientador: Prof. João Batista Turrioni, Dr.

Co-orientador: Prof. Anderson Paulo de Paiva, Dr.

Itajubá, Fevereiro de 2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Juliana Helena Daroz Gaudêncio

**Influência dos estimadores robustos sobre a
convexidade e equiespaçamento das Fronteiras
de Pareto para problemas duais**

Dissertação aprovada por banca examinadora em 09 de fevereiro de 2015, conferindo ao autor o título de **Mestre em Ciências em Engenharia de Produção**.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. João Batista Turrioni (Orientador)

Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva (Co-orientador)

Prof. Dr. Pedro Paulo Balestrassi (UNIFEI)

Prof. Dr. Roberto da Costa Quinino (UFMG)

Itajubá, Fevereiro de 2015

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Jorge e Maria Vilma, pelo exemplo de dedicação e trabalho.

Aos meus irmãos, Vitor e Laura, por compartilharem minhas conquistas.

*Ao meu noivo, Thiago, que me incentivou e apoiou ao longo do percurso de desenvolvimento
deste trabalho.*

AGRADECIMENTOS

Aos professores do Instituto de Engenharia de Produção e Gestão da UNIFEI, pela formação e conhecimento adquirido durante as aulas e pelo auxílio que serem estiveram dispostos e aptos a me oferecer durante essa jornada. Em especial, ao meu orientador, João Batista Turrioni, e, também, ao meu co-orientador, Anderson Paulo de Paiva, pela competência, paciência, disponibilidade e pelas importantes contribuições no desenvolvimento deste trabalho.

À minha família pelo carinho, incentivo, paciência e amor incondicional ao longo de toda a trajetória. Meus pais, Jorge e Maria Vilma, meus irmãos, Vitor e Laura e meu noivo, Thiago.

À minha amiga, Gabriela, que me acompanhou durante toda a graduação e, também, na pós-graduação sempre me ajudando e dividindo os momentos de conquistas.

Aos colegas do GEPE de Qualidade pelo companheirismo e por fazerem a jornada mais prazerosa e a todos os meus amigos que contribuíram direta ou indiretamente para essa conquista.

A CAPES pelo apoio financeiro concedido para a realização deste trabalho através do programa de bolsa de estudos.

*“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda
pensou sobre aquilo que todo mundo vê.”*

Arthur Schopenhauer

RESUMO

Garantir a qualidade e a busca contínua por melhorias vem sendo exigido com um maior rigor pelas organizações que buscam focar na determinação de condições ótimas de operação. Diante deste cenário, surge o problema de pesquisa deste trabalho que trata da questão de como se obter Fronteiras convexas e equiespaçadas de Pareto para problemas biobjetivos de centralidade e dispersão obtidas por meio de um experimento de torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14 realizado no laboratório da Universidade Federal de Itajubá através de um arranjo cruzado o qual aborda a influência das variáveis de entrada com as variáveis de ruído. Nesse âmbito, emerge o conceito de Projetos Robustos de Parâmetros os quais visam com que a medida de centralidade dos dados seja a mais próxima possível do seu valor alvo e com que a medida de dispersão seja a menor possível e, desse modo, proporcionando com que o problema se torne insensível à ação dos ruídos. Conseqüentemente, a média e a variância das amostras são os estimadores normalmente utilizados na análise de problemas duais mesmo em casos de elevada variação e, diante deste fato, os estimadores robustos de localização e escala surgem como uma alternativa por possuírem a capacidade de modelar os *outliers* sem ter que retirá-los da amostra. Desse modo, oito modelos duais foram propostos para realizarem a modelagem dos dados experimentais e, sendo o Modelo A, composto pelos estimadores paramétricos de média e variância e, os demais (B – H), compostos por estimadores robustos não paramétricos. Após, foi proposta a utilização do método NBI, considerado o mais robusto atualmente, para a otimização dos modelos e, assim, potencializando a convexidade e o equiespaçamento dos pontos ótimos das Fronteiras de Pareto resultantes da otimização de cada um dos oito modelos propostos. Como objetivo específico, o presente trabalho visa propor uma métrica de comparação de desempenho entre as Fronteiras de Pareto obtidas para cada um dos oito modelos duais. O método de pesquisa adotado neste trabalho é a modelagem quantitativa axiomática normativa. Como resultado, destaca-se um melhor desempenho do Modelo H, constituído pelos estimadores robustos de máxima verossimilhança, em relação ao Modelo A, constituído pelos estimadores paramétricos de média e variância.

Palavras-Chaves: Estimadores Robustos, Projeto Robusto de Parâmetros, Método de Otimização NBI, Fronteira de Pareto.

ABSTRACT

Ensure quality and continuous search for improvements has been required by organizations who try to focus on determining optimal operating conditions. In this scenario, emerges the proposition of this work which deals with the question of how to obtain convex and evenly spaced Pareto Frontiers for bi-objective problems of centrality and dispersion obtained through easy cutting steel turning process ABNT/SAE 12L14 performed in the laboratory of the Universidade Federal de Itajubá and over a crossed array which addresses the influence of the input variables with the noise variables. In that scope, emerges the concept of Robust Parameter Designs which seek to the data measure centrality be as close as possible to the target and the dispersion be as small as possible and providing that problem becomes insensitive to action of noise. Consequently, estimators of mean and variance are the estimators normally used in the analysis of dual problems even in case of high variation and, on this fact, the robust estimators of location and scale emerge as an alternative because they have the ability to model outliers without having to remove them from the sample. In this way, eight dual models were proposed to carry out the modeling of experimental data and which the Model A is the model composed of parametric estimators of mean and variance and the remaining (B - H) are composed of non-parametric robust estimators. After, it was proposed to use the NBI method which is currently considered the most robust method to optimize models and thus increasing the convexity and the evenly spaced optimal points of Pareto Frontier resulting from optimization of each one proposed models. As specific goal, this study seeks to propose a performance comparison metric between Pareto Frontiers obtained for each of eight dual models. The research method used in this work is the normative axiomatic quantitative modeling. As a result, the best performance is of Model H which consists of maximum likelihood estimators instead of Model A which is consisting of parametric estimators of mean and variance.

Keywords: Robust Estimators, Robust Parameter Design, NBI Optimization Method, Pareto Frontier.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Amostra da 1ª condição experimental da variável de resposta R_a	21
Figura 2 – Publicações (a) e citações (b) para o termo “ <i>Robust estimators</i> ”	21
Figura 3 - Publicações (a) e citações (b) para o termo “ <i>Dual response optimization</i> ”	22
Figura 4 - Publicações (a) e citações (b) para ambos os termos.....	22
Figura 5 – Modelo geral de um processo ou sistema	24
Figura 6 – Modelo do experimento de torneamento do aço 12L14	25
Figura 7 – Modelo linear (a) e modelo com curvatura (b)	28
Figura 8 – Arranjo composto central inscrito para três fatores	29
Figura 9 – Arranjo cruzado proposto por Taguchi	36
Figura 10 – Arranjo cruzado.....	36
Figura 11 – Comparativo entre fronteiras obtidas por somas ponderadas (a) e pelo NBI (b)..	54
Figura 12 – Curvas <i>trade-off</i> para um problema com dois objetivos	55
Figura 13 – Fronteira de Pareto biobjetiva obtida através do método NBI.....	56
Figura 14 – Etapas do método modelagem e simulação	61
Figura 15 – Representação do processo de torneamento do aço ABNT/SAE 12L14	63
Figura 16 – Representação das variáveis de controle do processo de torneamento	64
Figura 17 – Definição do sistema de medição da linha média	65
Figura 18 – Representação da obtenção de R_a	65
Figura 19 – Representação da obtenção de R_q	66
Figura 20 – Representação da obtenção de R_y e R_z	66
Figura 21 – Representação da obtenção de R_t	67
Figura 22 – Distribuição dos pontos de medição em cada corpo de prova	68
Figura 23 – Torno CNC NARDINI.....	70
Figura 24 – Rugosímetro utilizado na leitura das medições das variáveis de saída.....	70
Figura 25 – Distribuição dos pontos de medição adotados em cada corpo de prova	72
Figura 26 – Plotagem dos dados experimentais de R_a	73
Figura 27 - Plotagem dos dados experimentais de R_y	74
Figura 28 - Plotagem dos dados experimentais de R_z	74
Figura 29 - Plotagem dos dados experimentais de R_q	75
Figura 30 - Plotagem dos dados experimentais de R_t	76
Figura 31 – Fluxograma da condução da pesquisa via o método adotado	77
Figura 32 – Teste de normalidade para os resíduos da média (\bar{y}) da variável R_a	82
Figura 33 – Gráfico do resíduo versus valor previsto para a média da variável R_a	83
Figura 34 – Fronteira de Pareto de R_a : $S_{MLE}^2 \times \tilde{y}_{MLE}$	92
Figura 35 - Fronteira de Pareto de R_y : $S_{MLE}^2 \times \tilde{y}_{MLE}$	92
Figura 36 - Fronteira de Pareto de R_z : $S_{MLE}^2 \times \tilde{y}_{MLE}$	93
Figura 37 - Fronteira de Pareto de R_q : $MAD^2 \times H_{Ln}$	93
Figura 38 - Fronteira de Pareto de R_t : $S_{MLE}^2 \times \tilde{y}_{MLE}$	93

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estimadores de localização e de escala	18
Tabela 2 – Combinação dos estimadores utilizados nas análises comparativas	19
Tabela 3 – Os setes passos do planejamento e execução de um modelo experimental.....	26
Tabela 4 – Características das principais técnicas de DOE.....	26
Tabela 5 – Valores para o fator de correção c_n do estimador S_n	42
Tabela 6 - Valores para o fator de correção d_n do estimador Q_n	43
Tabela 7 – Valores comparativos entre os estimadores.....	50
Tabela 8 – Parâmetros das variáveis de controle.....	64
Tabela 9 – Parâmetros das variáveis de ruído	69
Tabela 10 – Composição química do aço ABNT 12L14.....	69
Tabela 11 – Planejamento do experimento utilizando arranjo cruzado.....	71
Tabela 12 – Valores obtidos no experimento para R_a para cada condição de ruído	73
Tabela 13 – Valores obtidos no experimento para R_y para cada condição de ruído	73
Tabela 14 – Valores obtidos no experimento para R_z para cada condição de ruído	74
Tabela 15 – Valores obtidos no experimento para R_q para cada condição de ruído	75
Tabela 16 – Valores obtidos no experimento para R_t para cada condição de ruído.....	75
Tabela 17 – Valores obtidos para R_a na modelagem por estimadores robustos.....	78
Tabela 18 – Valores obtidos para R_y na modelagem por estimadores robustos.....	78
Tabela 19 – Valores obtidos para R_z na modelagem por estimadores robustos	79
Tabela 20 – Valores obtidos para R_q na modelagem por estimadores robustos.....	79
Tabela 21 – Valores obtidos para R_t na modelagem por estimadores robustos	79
Tabela 22 – Melhores modelos adotados para os estimadores de centralidade de R_a	81
Tabela 23 – Melhores modelos adotados para os estimadores de centralidade de R_y	84
Tabela 24 – Melhores modelos adotados para os estimadores de centralidade de R_z	84
Tabela 25 – Melhores modelos adotados para os estimadores de centralidade de R_q	84
Tabela 26 – Melhores modelos adotados para os estimadores de centralidade de R_t	85
Tabela 27 - Melhores modelos adotados para os estimadores de dispersão de R_a	85
Tabela 28 - Melhores modelos adotados para os estimadores de dispersão de R_y	86
Tabela 29 - Melhores modelos adotados para os estimadores de dispersão de R_z	86
Tabela 30 - Melhores modelos adotados para os estimadores de dispersão de R_q	86
Tabela 31 - Melhores modelos adotados para os estimadores de dispersão de R_t	87
Tabela 32 - Modelos heterocedásticos do grupo dos estimadores de dispersão.....	87
Tabela 33 – Pesos obtidos para o modelo reduzido do estimador S_n^2 da variável R_a	88
Tabela 34 - Modelos obtidos via WLS do grupo dos estimadores de dispersão	89
Tabela 35 – Resultado da otimização individual para obtenção da matriz <i>payoff</i>	90
Tabela 36 – Valores obtidos pela métrica de espaçamento	91
Tabela 37 – Ranqueamento dos modelos via métrica de espaçamento	92
Tabela 38 – Valores ótimos decodificados para as variáveis controláveis.....	94

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CCD	<i>Central Composite Design</i>
CA	Castanha
CE	Centro
CHIM	<i>Convex Hull of Individual Minima</i>
CP	Contra Ponto
CRAN	<i>Comprehensive R Archive Network</i>
DOE	<i>Design of Experiments</i> ou Planejamento de Experimentos
EQM	Erro Quadrático Médio
GRG	<i>Generalized Reduced Gradient</i> / Gradiente Reduzido Generalizado
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
LOF	<i>Lack of Fit</i>
LSE	<i>Least-Squares Estimation</i>
MAD	<i>Median Absolute Deviation</i> ou Desvio Absoluto da Mediana
MLE	<i>Maximum Likelihood Estimator</i> ou Estimador de Máxima Verossimilhança
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
MSR	Metodologia de Superfície de Resposta
NBI	<i>Normal Boundary Intersection</i>
OLS	<i>Ordinary Least Squares</i> / Mínimos Quadrados Ordinários
PRP	Projeto Robusto de Parâmetro
RPD	<i>Robust Parameter Design</i>
S/N	Sinal/Ruído
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá
WLS	<i>Weighted Least Squares</i> / Mínimos Quadrados Ponderados
WMSE	<i>Weighted Mean Squared Error</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

ε	Erro experimental
μ	Média amostral
μm	Micrometros
σ	Desvio padrão
σ^2	Variância
ω_μ	Superfície de resposta ajustada para a média
ω_σ	Superfície de resposta ajustada para o desvio padrão
$(\omega_\sigma)^2$	Superfície de resposta ajustada para a variância
ϕ	Diâmetro
a_p	Profundidade de corte
%Al	Porcentagem de alumínio
%C	Porcentagem de carbono
%Cr	Porcentagem de cromo
%Cu	Porcentagem de cobre
E	Esbeltez
f_n	Avanço da ferramenta
HL_n	Estimador <i>Hodges-Lehmann</i>
med	Mediana
mm	Milímetros
m/min	Metros por minuto
mm/rev	Milímetros por revolução
%Mn	Porcentagem de manganês
%Mo	Porcentagem de molibdênio
%Ni	Porcentagem de níquel
%N	Porcentagem de nitrogênio
P	Posição
%P	Porcentagem de fósforo
%Pb	Porcentagem de chumbo
Q_n	Estimador de escala
rpm	Rotações por minuto

R_a	Rugosidade média aritmética
R_q	Rugosidade média quadrática
R_t	Rugosidade total
R_y	Rugosidade máxima
R_z	Rugosidade média
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
s	Desvio padrão
S_{H2}	Estimador <i>Huber 'Proposal 2'</i> (escala)
S_{MLE}	Estimador de máxima verossimilhança (escala)
S_n	Estimador de escala
S_τ	Estimador Tau (escala)
%S	Porcentagem de enxofre
%Si	Porcentagem de silício
T	Valor alvo ou <i>Target</i>
VB	Desgaste da ferramenta
V_c	Velocidade de corte
\bar{y}	Média
\tilde{y}	Mediana
\tilde{y}_{HL}	Estimador <i>Hodges-Lehmann</i>
\tilde{y}_{H2}	Estimador <i>Huber 'Proposal 2'</i> (localização)
\tilde{y}_{MLE}	Estimador de máxima verossimilhança (localização)
\tilde{y}_τ	Estimador Tau (localização)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1 Contexto da pesquisa	16
1.2 Objetivos.....	19
1.2.1 Objetivo geral	19
1.2.2 Objetivos específicos	19
1.3 Justificativa do trabalho	20
1.4 Limitações do trabalho.....	23
1.5 Estrutura do trabalho.....	23
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	24
2.1 Planejamento de Experimentos.....	24
2.2 Metodologia de Superfície de Resposta.....	27
2.2.1 Método dos Mínimos Quadrados Ordinários	29
2.2.2 Método dos Mínimos Quadrados Ponderados.....	32
2.3 Projeto Robusto de Parâmetros	33
2.3.1 Arranjo cruzado	35
2.4 Superfície de Resposta Dual	37
2.5 Estimadores robustos	38
2.5.1 Média e Desvio padrão	39
2.5.2 Mediana e <i>Median Absolute Deviation</i> (MAD)	40
2.5.3 Estimadores robustos de escala S_n e Q_n	42
2.5.4 Estimador robusto de localização HL_n	44
2.5.5 Estimadores Huber ' <i>Proposal 2</i> '	45
2.5.6 Estimadores Tau (τ) de localização e escala.....	46
2.5.7 Estimadores de máxima verossimilhança de localização e escala	47
2.5.8 Estudo comparativo entre os estimadores	50
2.5.9 <i>Software R</i>	51
2.6 Otimização	51
2.6.1 Caso univariado	51
2.6.2 Caso multiobjetivo.....	52
2.7.2.1 Método da interseção normal à fronteira.....	54

2.7	Métrica de desempenho de espaçamento.....	57
3.	DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	59
3.1	Método de Pesquisa.....	59
3.2	Planejamento do experimento.....	62
3.2.1	Torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14.....	62
3.2.1.1	Variáveis de controle.....	63
3.2.1.2	Variáveis de saída ou resposta.....	64
3.2.1.3	Variáveis de ruído ou não controláveis.....	67
3.2.1.4	Materiais, máquinas, ferramentas e instrumentos de medição.....	69
3.2.1.5	Arranjo experimental.....	71
3.3	Condução do método adotado.....	76
3.3.1	Conceptualização da pesquisa.....	76
3.3.2	Modelagem dos dados experimentais.....	78
3.3.2.1	Seleção dos modelos matemáticos.....	80
3.3.3	Solução do modelo.....	89
4.	CONCLUSÃO.....	95
4.1	Contribuições do trabalho.....	97
4.2	Sugestões para trabalhos futuros.....	98
	APÊNDICE A – Código desenvolvido para o H_{Ln} por meio do <i>software R</i>[®].....	99
	APÊNDICE B – Tabelas com os pontos ótimos obtidos pela otimização via NBI.....	100
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	105
	ANEXO A – Software R.....	113

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contexto da pesquisa

As organizações buscam garantir a qualidade de seus produtos e processos por meio de programas de melhorias contínuas que focam em condições ótimas de operação para garantir que estas atinjam seus objetivos de produção com mínima variabilidade. Esta busca contínua por melhorias vem sendo exigido com um maior rigor pelas organizações devido a crescente concorrência do mercado que almeja a plena satisfação dos clientes, a maximização do lucro e a minimização dos desperdícios.

No entanto, vale ressaltar que um produto ou processo, geralmente, possui mais de uma característica de qualidade e que se mais de uma for apontada como objeto de otimização, uma enorme dificuldade pode ser encontrada. Cabe aos gestores a definição de quais são as características de qualidade prioritárias de seus produtos ou processos, em atendimento a um mercado consumidor específico, visando sempre a busca pela excelência.

Diante deste cenário, a otimização torna-se uma técnica fundamental para encontrar pontos ótimos para os processos industriais. Desse modo, surge o problema de pesquisa deste trabalho que trata da questão de como se obter Fronteiras convexas e equiespaçadas de Pareto para problemas biobjetivos de centralidade e dispersão por meio de uma técnica de otimização. De acordo com Das e Dennis (1998), a Fronteira de Pareto é formada pelos pontos no espaço das funções-objetivo que corresponde ao conjunto Pareto-ótimo o qual é o conjunto de soluções não dominadas, ou seja, é o resultado desejado em aplicações de engenharia que representa toda a região de soluções eficientes. Com isso, quanto melhor for a Fronteira de Pareto obtida, melhor será o resultado com soluções comprometidas com os objetivos desejados, pois soluções muito distantes da fronteira não são desejáveis já que estão distantes dos objetivos traçados inicialmente.

Desta forma, uma Fronteira de Pareto é dita excelente quando esta for convexa e os seus pontos não dominados forem equiespaçados. Como o problema proposto em questão é biobjetivo (centralidade e dispersão), a Fronteira de Pareto só será convexa se ambas as funções de centralidade e de dispersão também forem convexas.

O objeto de estudo abordado neste presente trabalho trata-se de um processo de torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14 realizado no laboratório da Universidade Federal de Itajubá por Salgado Júnior (2010). Este experimento foi baseado em

um arranjo cruzado composto por um arranjo do tipo CCD interno utilizando as variáveis de entrada e, também, por um arranjo externo composto por um fatorial completo utilizando as variáveis de ruído.

O arranjo cruzado realizado considerou as seguintes variáveis de controle: Velocidade de corte (V_c), Avanço da ferramenta (f_n) e Profundidade de corte (a_p) e, também, as seguintes variáveis de ruído: Esbeltez (E), Desgaste da ferramenta (VB) e Posição (P), avaliando-se como resposta a rugosidade superficial (R_a , R_y , R_z , R_q e R_t) dos corpos de prova.

As variáveis de ruído descritas anteriormente são realmente incontroláveis em um experimento de torneamento pelas seguintes razões: (1) o diâmetro do corpo de prova diminui à medida que é usinado e, desse modo, a rugosidade superficial pode ser alterada caso o corpo de prova tenha sido usinado com 1, 2 ou mais passes, por exemplo; (2) a ferramenta é desgastada a cada passe realizado no corpo de prova e de modo que ferramentas novas ou desgastadas proporcionam uma rugosidade superficial diferente no mesmo e (3) a posição na qual a rugosidade é medida sob o corpo de prova também influencia em medidas diferentes já que a rugosidade tende a ser menor próximo a castanha onde a peça é fixada na máquina e, desse modo, vibrando menos durante o processo. Todos esses fatores de ruído são conhecidos do processo, mas não são controláveis.

Pelo fato da utilização de um arranjo cruzado que proporciona respostas experimentais com elevada variação devido à presença de ruídos, torna-se difícil a modelagem da dispersão desses dados experimentais. Desse modo, também se torna uma tarefa árdua obter fronteiras convexas para as funções de dispersão que, por sua vez, acarretam na convexidade da Fronteira de Pareto do problema biobjetivo envolvendo centralidade e dispersão.

Nesse âmbito, os processos que possuem mínima variação na presença de ruídos são denominados de Projetos Robustos de Parâmetros (PRP), do inglês *Robust Parameter Design*. Segundo Ardakani e Noorossana (2008), o PRP é um conjunto de técnicas utilizadas para determinar o nível de um conjunto de fatores controláveis que visa reduzir a sensibilidade do processo a outro conjunto de fatores incontroláveis, denominados de ruídos, com o intuito de aumentar a robustez do processo. Desta forma, o PRP procura uma combinação de fatores controláveis visando com que a medida de centralidade dos dados experimentais seja a mais próxima possível do seu alvo e com que a medida de dispersão seja a menor possível e, desse modo, proporcionando com que o problema se torne insensível à ação dos ruídos.

Problemas envolvendo, ao mesmo tempo, a análise da centralidade e da dispersão dos

dados experimentais, são denominados de problemas duais e, conseqüentemente, a média e a variância são os estimadores mais comuns utilizados para medir tais amostras, mas, conforme já exposto, os processos industriais exibem uma elevada variabilidade que acarretam em observações altamente variáveis. Os estimadores robustos de localização e escala surgem como uma alternativa por possuírem a capacidade de modelar tais observações extremas sem ter que retirá-las da amostra.

A partir desta proposta, são apresentadas alternativas para a modelagem da centralidade e da dispersão das amostras através de cinco estimadores robustos de localização e seis estimadores robustos de escala conforme listados na Tabela 1. Esses estimadores são considerados como potenciais alternativas para a modelagem do problema dual que serão comparadas com a modelagem realizada pelos estimadores paramétricos de média e variância.

Tabela 1 – Estimadores de localização e de escala

	Estimadores de localização	Estimadores de escala
Paramétricos	Média (\bar{y})	Desvio padrão (s)
	Mediana (\tilde{y})	<i>Median Absolute Deviation</i> (MAD)
Não-paramétricos	<i>Huber ‘Proposal 2’</i> (\tilde{y}_{H2})	<i>Huber ‘Proposal 2’</i> (S_{H2})
	<i>Hodges-Lehmann</i> (\tilde{y}_{HL})	S_n
	<i>Hodges-Lehmann</i> (\tilde{y}_{HL})	Q_n
	Tau (\tilde{y}_τ)	Tau (S_τ)
	Máxima verossimilhança (\tilde{y}_{MLE})	Máxima verossimilhança (S_{MLE})

Fonte: Adaptado de Boylan e Cho (2013)

A seleção desses estimadores robustos se deu em decorrência de Boylan e Cho (2013) que será utilizado como base para o desenvolvimento deste trabalho e o qual menciona que os estimadores robustos de localização e escala vem sendo desenvolvidos ao longo das últimas décadas com o intuito de abordar a influência excessiva exercida pelos valores discrepantes (*outliers*) nas estimativas de dados. Neste caso, o termo robusto descreve a capacidade que um estimador tem de superar as influências exercidas pelos *outliers* sobre a estimativa.

De posse dos estimadores robustos já definidos, oito modelos (Modelos A – H) compostos por pares de estimadores de localização e, também, de escala foram criados para fins de comparação de desempenho. Esses oito modelos estão listados na Tabela 2 conforme descrito por Boylan e Cho (2013).

Tabela 2 – Combinação dos estimadores utilizados nas análises comparativas

	Modelo A	Modelo B	Modelo C	Modelo D	Modelo E	Modelo F	Modelo G	Modelo H
Localização	\bar{y}	\tilde{y}	\tilde{y}_{H2}	H_{Ln}	H_{Ln}	\tilde{y}_t	H_{Ln}	\tilde{y}_{MLE}
Escala	s	MAD	S_{H2}	S_n	Q_n	S_t	MAD	S_{MLE}

Fonte: Adaptado de Boylan e Cho (2013)

Diante desta alternativa para a modelagem da centralidade e da dispersão dos dados experimentais em análise, surge uma ampla possibilidade de geração de fronteiras convexas para as medidas de dispersão e, desta forma, acarretando em uma maior possibilidade de convexidade da Fronteira de Pareto do problema dual já previamente definido.

Após a modelagem dos dados experimentais pelos estimadores paramétricos e não paramétricos, as respostas geradas serão otimizadas com o intuito de encontrar o melhor conjunto de soluções para cada modelo analisado. Por isso, o método de otimização escolhido foi o Método da Interseção Normal à Fronteira, do inglês *Normal Boundary Intersection* (NBI) por se tratar da técnica mais robusta utilizada até o momento e conforme é mais bem detalhada na seção 2.7.2.1. Em sequência, será proposta uma métrica de comparação de desempenho com o intuito de avaliar qual das oito fronteiras, para cada uma das respostas de rugosidade (R_a , R_y , R_z , R_q e R_t), é melhor em questão de critérios de dominância e de espaçamento entre os pontos ótimos.

Desta forma, as organizações que veem buscando a otimização de seus produtos e processos estão obtendo inúmeros benefícios devido a grande variedade de métodos estatísticos existentes na literatura e que serão mais aprofundados no Capítulo 2.

1.2 Objetivos

De acordo com a contextualização apresentada anteriormente, este trabalho foi desenvolvido com o propósito de atingir os objetivos apresentados nessa seção.

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é propor uma métrica de comparação de desempenho entre as Fronteiras de Pareto obtidas para cada um dos oito modelos (A – H) duais.

1.2.2 Objetivos específicos

Com o intuito de cumprir com o objetivo geral deste trabalho, os seguintes objetivos específicos também devem ser alcançados:

- Obter Fronteiras convexas e equiespaçadas de Pareto por meio da otimização via o método NBI;
- Otimizar as amostras dos dados experimentais minimizando a dispersão dos dados enquanto a medida de centralidade é aproximada do seu valor alvo;
- Examinar os resultados obtidos pela métrica de comparação e, com isso, analisar qual fronteira é menos dominada em relação às demais;
- Verificar se os modelos não paramétricos (B – H), constituídos por estimadores robustos, possuem um melhor desempenho em relação ao Modelo A o qual é constituído por média e variância.

1.3 Justificativa do trabalho

O objeto de estudo deste trabalho é caracterizado como um arranjo cruzado o qual foi adaptado à estratégia sugerida por Taguchi em Projetos Robustos de Parâmetros. Esse arranjo cruzado foi proposto em Salgado Júnior (2010) o qual é composto por um arranjo interno (CCD) que utiliza as variáveis de entrada e, também, por um arranjo externo (fatorial) que utiliza as variáveis de ruído. A particularidade deste arranjo é que nele foi utilizado um arranjo do tipo CCD como arranjo interno ao invés de um arranjo ortogonal de Taguchi conforme é mais bem detalhado na seção 2.3.

Como cada combinação de fatores desse arranjo cruzado é realizada sob um cenário diferente devido à presença de ruídos, cada condição do experimento não se comporta da mesma maneira e, desse modo, proporcionando a não normalidade dos dados de uma mesma condição experimental das variáveis de controle. Desta forma, surge a oportunidade de se trabalhar com estimadores robustos não paramétricos que são úteis quando não se pode supor previamente a distribuição de probabilidade que melhor se adequa aos dados.

É possível visualizar na Figura 1 a primeira condição experimental para as 12 condições de ruído da variável de resposta R_a proposta pelo arranjo cruzado utilizado no objeto de estudo deste trabalho. A Figura 1 ilustra a variação dos dados experimentais e, neste caso, os pontos extremos são em decorrência dos ruídos incorporados no arranjo cruzado e tais medidas não devem ser removidas da amostra e nem confundidas como *outliers*.

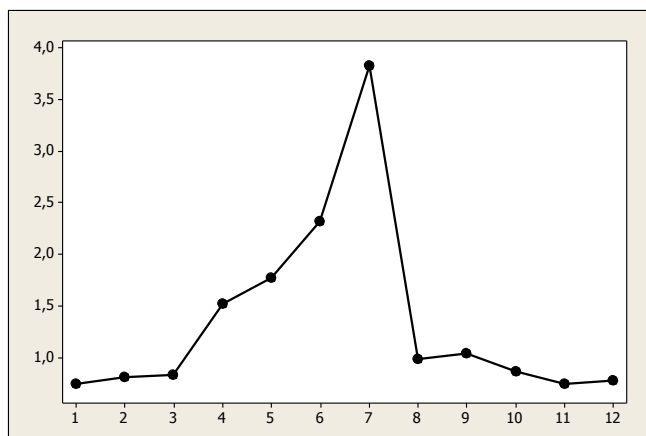


Figura 1 – Amostra da 1ª condição experimental da variável de resposta R_a

Outra justificativa apontada é a relevância dos assuntos pesquisados na comunidade acadêmica que são visualizados pelos gráficos a seguir da tendência de publicações e citações nos últimos anos. A base de dados utilizada para a busca foi a *ISI Web of Knowledge* e a qual gerou a Figura 2 – Publicações (a) e citações (b) para o termo “*Robust estimators*” que ilustra a pesquisa realizada para o termo, em inglês, “*Robust estimators*” que mostra uma crescente com grande volume de publicações sobre o assunto e, também, uma crescente do número citações. Conclui-se com essa busca que o tema ‘estimadores robustos’ é atualmente pesquisado e referenciado em muitos trabalhos acadêmicos.

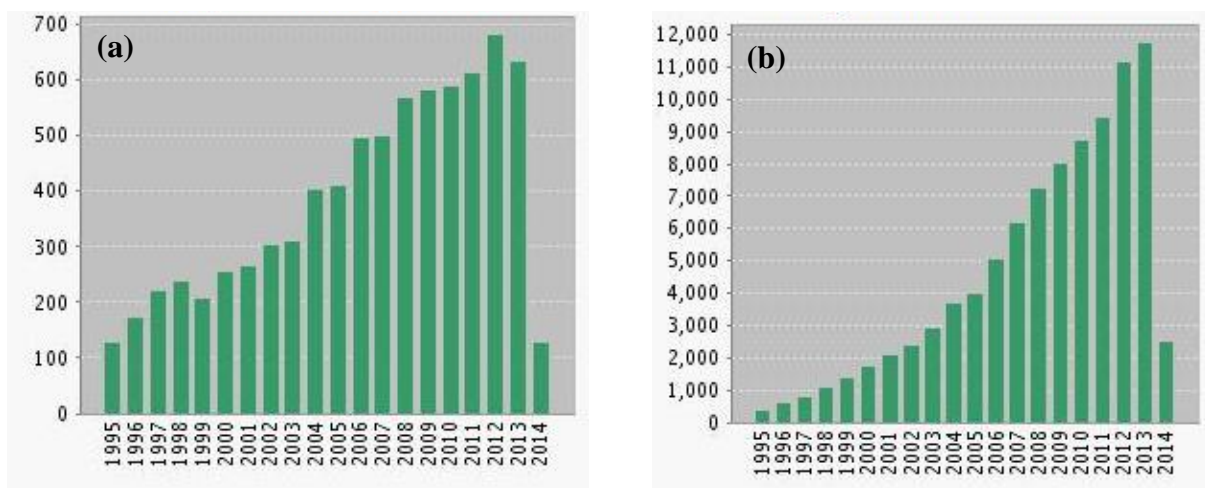


Figura 2 – Publicações (a) e citações (b) para o termo “*Robust estimators*”

A mesma pesquisa foi realizada para o termo, em inglês, “*Dual response optimization*” a qual gerou a Figura 3 que ilustra, embora não em grande volume, uma crescente publicação sobre o assunto e, também, uma crescente do número de citações nos últimos anos. Conclui-se com essa busca que o tema ‘otimização de respostas duais’ também é atualmente pesquisado e referenciado em trabalhos acadêmicos.

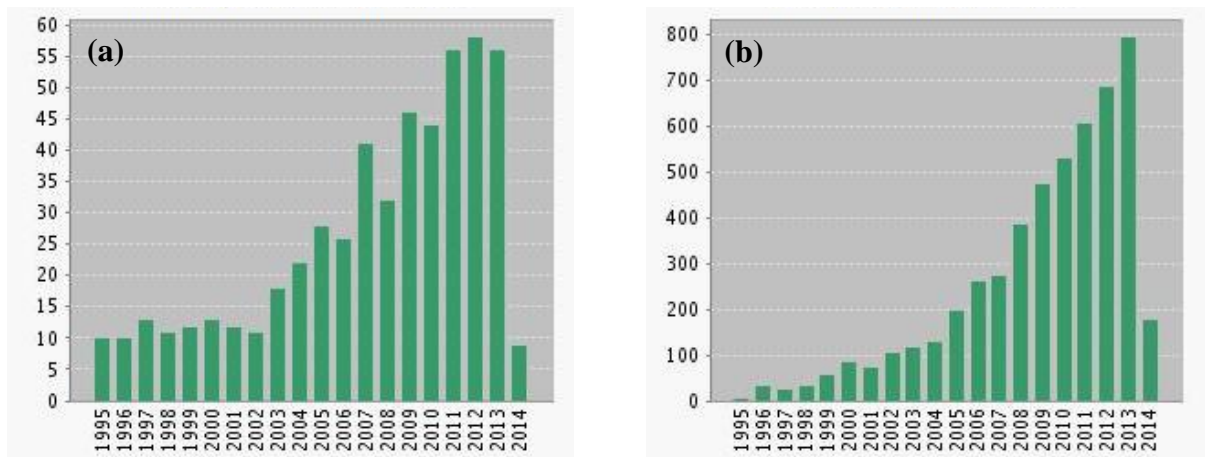


Figura 3 - Publicações (a) e citações (b) para o termo “*Dual response optimization*”

Já a Figura 4 - Publicações (a) e citações (b) par ilustra a pesquisa realizada para ambos os termos, em inglês, “*Robust estimators*” e “*Dual response optimization*” a qual gerou um pequeno número de publicações e, também, um pequeno número de citações de trabalhos que abordam os dois assuntos simultaneamente. Conclui-se com essa busca que há uma lacuna na literatura em trabalhos que abordam, simultaneamente, os temas ‘estimadores robustos’ e ‘otimização de respostas duais’ e, assim, ressaltando a relevância da pesquisa deste presente trabalho.

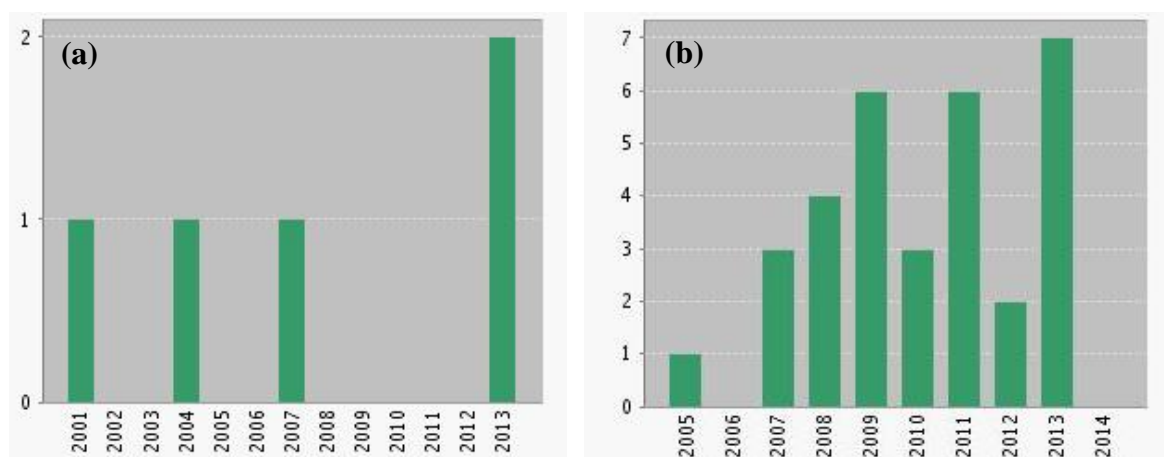


Figura 4 - Publicações (a) e citações (b) para ambos os termos

Por fim, outra justificativa sobre a importância desta pesquisa é a relevância do artigo utilizado como base neste trabalho, Boylan e Cho (2013), publicado em um periódico com alto fator de impacto (*5-year impact factor*: 2.028) e classificação A2 para a Engenharia de Produção no *Web Qualis* e, assim, reforçando a ideia de que o presente trabalho possui relevância para a comunidade acadêmica.

1.4 Limitações do trabalho

Neste trabalho, propõe-se exclusivamente o estudo de um experimento planejado por meio de um arranjo cruzado o qual não serão investigadas as interações dos fatores controláveis e de ruído.

Ainda, o único algoritmo aplicado na otimização das respostas do experimento será o método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) e, para isso, somente serão utilizados modelos de 2ª ordem (polinômios de grau 2).

Por sua vez, o estudo em arranjos combinados e em modelos com polinômios de ordem mais elevada serão realizados em trabalhos futuros.

1.5 Estrutura do trabalho

Com o intuito de relatar o planejamento e a condução da presente pesquisa, este trabalho é dividido em 4 capítulos. Este primeiro apresenta a introdução do problema de pesquisa e, dentro desta pesquisa, a importância das organizações em obter produtos e processos com mínima variabilidade e, assim, buscando sempre a melhoria contínua com o auxílio de ferramentas estatísticas. Apresenta, também, a justificativa da pesquisa, as limitações do trabalho e os objetivos a serem alcançados.

O capítulo 2 aborda a fundamentação teórica onde são apresentados os principais conceitos estudados e necessários para a realização desta pesquisa desde o planejamento do experimento (DOE) de torneamento, a metodologia de superfície de resposta, os projetos robustos de parâmetros, os estimadores robustos, a otimização das respostas até a obtenção da Fronteira de Pareto que delimita o melhor conjunto de soluções do experimento e, bem como, a métrica de espaçamento utilizada como critério de comparação entre as fronteiras.

O capítulo 3 descreve o método adotado neste trabalho que é a modelagem quantitativa axiomática normativa, pois os dados iniciais do experimento de torneamento são provenientes da literatura e, ainda, relata todo o desenvolvimento da pesquisa, apresentando e discutindo, simultaneamente, os resultados obtidos em cada etapa do método de pesquisa adotado com o intuito de cumprir com os objetivos propostos descritos na seção 1.2.

Por fim, o capítulo 4 encerra o trabalho com a apresentação das conclusões obtidas com a pesquisa desenvolvida, suas contribuições e sugestões para trabalhos futuros.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Conforme mencionado brevemente no final do Capítulo 1, este capítulo tem o propósito de apresentar os conceitos necessários para o embasamento técnico deste trabalho e, por sua vez, os conceitos de DOE, Metodologia de Superfície de Resposta e Projeto Robusto de Parâmetros até a elaboração do arranjo cruzado do experimento serão referenciados nessa seção com o intuito de prover o conhecimento da técnica utilizada para a obtenção dos dados experimentais em Salgado Júnior (2010). A partir deste ponto, serão apresentadas as técnicas utilizadas para a modelagem dos dados experimentais por meio dos estimadores de localização e escala e, bem como, a otimização das respostas obtidas por meio dessa pesquisa e o critério de comparação utilizado entre as Fronteiras de Pareto obtidas.

2.1 Planejamento de Experimentos

Segundo Montgomery (2005), a experimentação possui um papel importante na área da engenharia como, por exemplo, no desenvolvimento de novos produtos, no processo de fabricação ou mesmo em sua melhoria com o objetivo, na maioria dos casos, de desenvolver um processo robusto que é minimamente afetado por fontes externas de variabilidade. O DOE, por sua vez, é conduzido por pesquisadores que possuem o intuito de descobrir particularidades de um processo e determinar a influência de fatores que influenciem na qualidade da saída.

No geral, os experimentos são utilizados para estudar o desempenho de um processo ou sistema que podem ser representados pelo modelo da Figura 5.

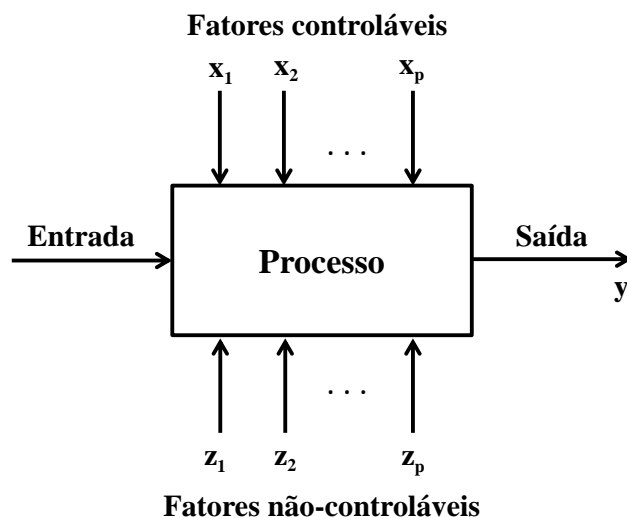


Figura 5 – Modelo geral de um processo ou sistema

Fonte: Adaptado de Montgomery (2005)

Ainda, segundo Montgomery (2005), normalmente, os processos ou sistemas são visualizados como uma combinação de máquinas, métodos, pessoas ou qualquer outro recurso que transforme as entradas em uma saída que tenha uma ou mais respostas observáveis. Algumas variáveis do processo x_1, x_2, \dots, x_p são controláveis enquanto que outras z_1, z_2, \dots, z_p não são controláveis conforme ilustrado na Figura 5 e os objetivos desses experimentos podem incluir:

- Determinar quais variáveis mais influenciam na resposta y ;
- Determinar o valor a ser atribuído aos x 's influentes de modo que y quase sempre esteja perto do valor nominal desejado;
- Determinar o valor a ser atribuído aos x 's influentes de modo que a variabilidade em y seja pequena;
- Determinar o valor a ser atribuído aos x 's influentes de modo que os efeitos das variáveis não controláveis z_1, z_2, \dots, z_p sejam minimizados.

A Figura 6 ilustra o modelo do experimento utilizado nesta pesquisa conforme já contextualizado no capítulo 1.

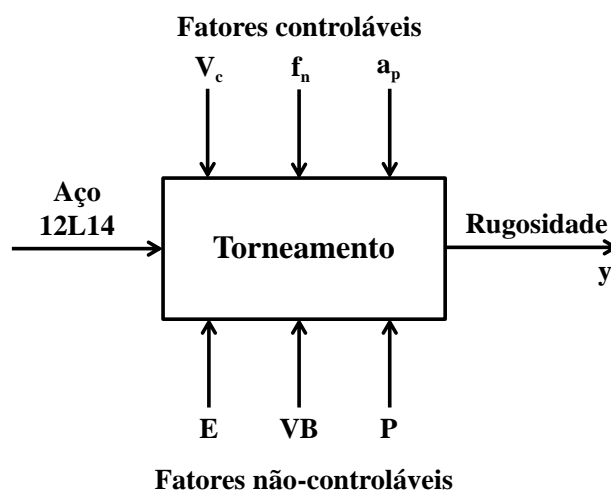


Figura 6 – Modelo do experimento de torneamento do aço 12L14

De acordo com Khuri e Cornell (1996), uma estratégia eficaz para a realização de um modelo experimental de sucesso começa com o planejamento desse modelo. Douglas C. Montgomery elaborou sete passos a serem seguidos para o planejamento e condução dos experimentos conforme listados na Tabela 3. As três primeiras etapas constituem a fase de planejamento e pré-experimento que abordam a metodologia utilizada para a avaliação de potenciais fatores experimentais, a determinação do papel que cada fator desempenhará, o entendimento de diversas fontes de erros experimentais, a determinação de como a aleatorização será realizada e, assim por diante.

Tabela 3 – Os setes passos do planejamento e execução de um modelo experimental

1. Definição do problema
2. Seleção das variáveis de resposta
3. Escolha dos fatores e seus níveis
4. Escolha do projeto experimental
5. Execução dos ensaios experimentais
6. Análise dos dados
7. Conclusões e recomendações

Fonte: Adaptado de Khuri e Cornell (1996)

Ao longo do tempo, diversas técnicas foram sugeridas para o desenvolvimento desses experimentos e as mais conhecidas, atualmente, são: os arranjos fatoriais completos e fracionados, a metodologia de superfície de resposta, misturas e os arranjos ortogonais de Taguchi (arranjo robusto). Cada uma dessas técnicas possui a sua particularidade conforme listado na Tabela 4.

Tabela 4 – Características das principais técnicas de DOE

Projeto experimental	Vantagens	Desvantagens	Aplicações
Fatorial Completo 2^k	Permite a varredura completa da região de estudo, pois utiliza todos os fatores e respectivos níveis	Não identifica variação intermediária, pois trabalha apenas em dois níveis e necessita de um alto número de corridas para problemas com grande número de variáveis	Processos onde já se tem um prévio domínio e onde a realização das corridas não demandam maior tempo ou custo
Fatorial Fracionado $2^{(k-p)}$	Permite uma pré-análise do processo com um número reduzido de corridas	Não promove a varredura completa da região experimental	Processos onde se deseja um pré-conhecimento e onde a literatura é limitada ou, ainda, em corridas que demandam maior tempo ou custo
Taguchi	Permite a análise de um processo com muitas variáveis de entrada com um número extremamente reduzido de experimentos	Fornecer uma ideia do processo, porém pode apresentar modelos matemáticos não confiáveis	Processos onde há pouco ou quase nenhum conhecimento prévio de comportamento ou em processos com alta dispersão ou, ainda, em processos em que as corridas demandem alto custo ou tempo
Metodologia de Superfície de Resposta	Permite a verificação de variações intermediárias do processo	Pode apresentar erros na extrapolação dos pontos estrela já que poucas corridas são realizadas nestes níveis	Otimização de processos, principalmente, quando são bem conhecidos e possuem baixa dispersão

Fonte: Gomes (2010)

Como o experimento apresentado na Figura 6 teve por foco a otimização do processo de torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14 com níveis de parâmetros de entrada previamente conhecidos, optou-se pela utilização da Metodologia de Superfície de Resposta conforme detalhada na seguinte seção.

2.2 Metodologia de Superfície de Resposta

A Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) é uma coleção de técnicas estatísticas e matemáticas úteis para o desenvolvimento, melhoria e otimização dos processos que, por sua vez, também possui aplicações importantes na concepção, desenvolvimento e formulação de novos produtos, bem como, na melhoria de produtos existentes (MYERS, MONTGOMERY e ANDERSON-COOK, 2009).

Ainda, segundo Myers, Montgomery e Anderson-Cook (2009), as mais amplas aplicações da MSR estão no mundo industrial, particularmente, em situações em que várias variáveis de entrada influenciam, potencialmente, alguma das medidas de desempenho ou características de qualidade de um produto ou processo.

Já segundo Khuri e Cornell (1996), a MSR é um conjunto de técnicas que engloba:

1. A criação de uma série de experimentos que irão produzir medições adequadas e confiáveis da resposta de interesse;
2. A determinação de um modelo matemático que melhor se ajusta aos dados coletados do projeto escolhido em (1) através da condução apropriada de testes de hipóteses sobre os parâmetros do modelo;
3. A determinação da configuração ideal dos fatores experimentais que produzem o valor máximo ou mínimo da resposta.

De acordo com Montgomery (2005), na maioria dos problemas de MSR, a relação entre a resposta e as variáveis independentes é desconhecida. Assim, o primeiro passo é encontrar uma aproximação adequada para a verdadeira relação funcional entre y (resposta) e o conjunto de variáveis independentes do processo que, normalmente, é descrita pelo emprego de polinômios de baixa ordem. Neste caso, se a resposta for bem modelada por uma função linear, a relação aproximada pode ser modelada pelo modelo de primeira ordem da Equação (1).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (1)$$

Em que: y – resposta de interesse;

x_i – variáveis independentes;

β_i – coeficientes a serem estimados;

k – números de variáveis independentes;

ε – erro experimental.

Caso exista curvatura no sistema, um polinômio de maior ordem deverá ser utilizado como o modelo de segunda ordem da Equação (2).

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2)$$

Segundo Box e Draper (1987), os dois modelos referidos, de primeira ordem, para sistemas sem curvatura, e de segunda ordem, para sistemas com curvatura, representados pelas Equações (1) e (2), respectivamente, conseguem representar quase todos os problemas relacionados à superfície de respostas. Contudo, é improvável que um modelo polinomial seja uma boa aproximação de um modelo real em todo o espaço experimental, porém, se uma região específica da região experimental possa ser delimitada, tais modelos mostram-se bem eficientes (MONTGOMERY, 2005).

A Figura 7 ilustra os dois casos de superfície de resposta mencionados anteriormente.

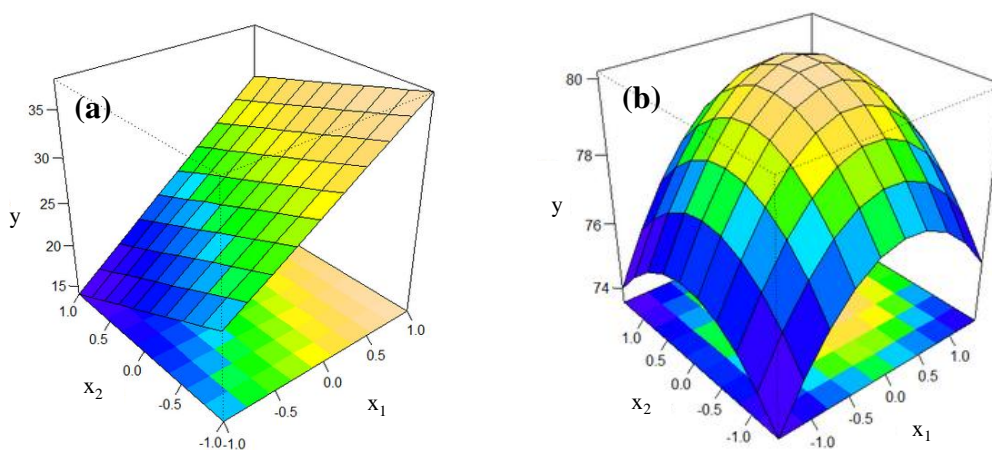


Figura 7 – Modelo linear (a) e modelo com curvatura (b)

Para qualquer um dos modelos polinomiais utilizados, os parâmetros (β) podem ser estimados utilizando o método dos mínimos quadrados ordinários, do inglês, *Ordinary Least Squares* (OLS) que visa encontrar o melhor ajuste do modelo aos dados observados e é mais bem detalhado na seção 2.2.1.

Montgomery (2005) menciona alguns dos arranjos utilizados para a aplicação da superfície de resposta e o mais utilizado é o arranjo composto central, do inglês, *Central Composite Design* (CCD). Geralmente, o CCD consiste em três grupos distintos de elementos experimentais para k fatores: um fatorial completo (2^k) ou fracionado (2^{k-p}), um conjunto de pontos centrais e um conjunto de pontos axiais. Em função da localização dos pontos axiais, os arranjos podem ser classificados como circunscritos (CCC), face centrada (CCF) ou inscritos (CCI) conforme ilustrado pela Figura 8.

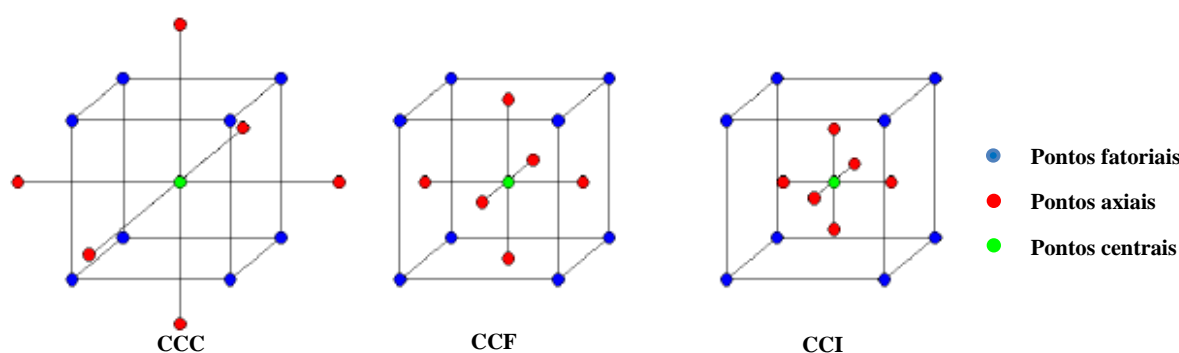


Figura 8 – Arranjo composto central inscrito para três fatores

Por fim, a MSR é uma das principais técnicas do DOE e de acordo com Myers, Montgomery e Anderson-Cook (2009) esta é utilizada em soluções de vários tipos de problemas industriais e, geralmente, esses problemas se dividem em três categorias:

- Mapeamento de uma superfície de resposta sobre uma região particular de interesse;
- Otimização da resposta;
- Seleção de condições de operação que atinjam as especificações ou os requisitos do cliente.

2.2.1 Método dos Mínimos Quadrados Ordinários

Conforme detalhado em Paiva (2006) e também abordado por Montgomery (2005), o método dos Mínimos Quadrados Ordinários, do inglês, *Ordinary Least Squares* (OLS) é tipicamente utilizado para se estimar os coeficientes de regressão em um modelo de regressão linear múltipla, fatoriais completos, fracionados ou superfícies de resposta.

Sejam consideradas as $n > k$ observações da variável de resposta disponíveis, assim como y_1, y_2, \dots, y_n e assumindo-se que valor esperado do erro seja zero, pode-se escrever que:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_1 = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \varepsilon_1 \quad (3)$$

O método dos mínimos quadrados baseia-se na escolha dos valores de β na Equação (3) com o intuito de que a soma dos quadrados dos erros seja minimizada. Desta forma, a função de mínimos quadrados pode ser escrita conforme a Equação (4).

$$L = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij})^2 \quad (4)$$

A função L deve ser minimizada em relação a cada um dos coeficientes e igualada a zero conforme representado pela Equação (5).

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_0} = \frac{\partial L}{\partial \beta_j} = -2 \sum_{i=1}^n \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} \right) = 0 \quad (5)$$

Em notação matricial, tem-se:

$$L = y^T y - \beta^T X^T y - y^T X \beta + \beta^T X^T X \beta = y^T y - 2\beta^T X^T y + \beta^T X^T X \beta \quad (6)$$

Em que:

$$y = X^T \beta + \varepsilon$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix} \quad (7)$$

Logo, as derivadas parciais de L em relação aos coeficientes pode ser escrita conforme a Equação (8).

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = -2X^T y + 2X^T X \hat{\beta} = 0 \quad (8)$$

Em sequência, resolvendo a condição de otimalidade de primeira ordem, obtêm-se os estimadores OLS ou os estimadores $\hat{\beta}$ de Mínimos Quadrados Ordinários em que:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (9)$$

A Equação (9) é a expressão matricial das equações normais de mínimos quadrados conforme descrito em Montgomery (2005).

Tomando-se o valor esperado do estimador tem-se o conjunto de Equações (10).

$$\begin{aligned}
E(\hat{\beta}) &= E[(X^T X)^{-1} X^T y] = E[(X^T X)^{-1} X^T (X^T \beta + \varepsilon)] \\
E(\hat{\beta}) &= E[(X^T X)^{-1} (X^T X \beta + X^T \varepsilon)] \\
E(\hat{\beta}) &= E[(X^T X)^{-1} (X^T X) \beta] + E[(X^T X)^{-1} (X^T \varepsilon)] \\
E(\hat{\beta}) &= E[\beta] + E[(X^T X)^{-1} (X^T \varepsilon)] = \beta + (X^T X)^{-1} (X^T) E(\varepsilon) = \beta \\
E(\hat{\beta}) &= \beta
\end{aligned} \tag{10}$$

Logo, pode-se afirmar que os estimadores OLS ($\hat{\beta}$) são estimadores não tendenciosos (enviesados) do coeficiente real (β).

Substituindo-se a Equação (9) na Equação (7), obtém-se a Equação (11).

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} [X^T (X^T \beta + \varepsilon)] \tag{11}$$

Logo, obtém-se a Equação final (12).

$$\begin{aligned}
\hat{\beta} &= (X^T X)^{-1} [(X^T X) \beta + X^T \varepsilon] \\
\hat{\beta} &= (X^T X)^{-1} (X^T X) \beta + (X^T X)^{-1} (X^T \varepsilon) \\
\hat{\beta} &= \beta + (X^T X)^{-1} (X^T \varepsilon) \\
\hat{\beta} - \beta &= (X^T X)^{-1} (X^T \varepsilon)
\end{aligned} \tag{12}$$

A Equação final (12) é útil para se deduzir a fórmula do erro padrão dos coeficientes OLS e considerando que a covariância do vetor de estimadores possa ser escrita de acordo com a Equação (13), obtemos a Equação final (14) substituindo (12) em (13).

$$Cov(\hat{\beta}) = E \{ [\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]^T [\hat{\beta} - E(\hat{\beta})] \} = E [(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)] \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
Cov(\hat{\beta}) &= E \{ [(X^T X)^{-1} (X^T \varepsilon)] [(X^T X)^{-1} (X^T \varepsilon)] \} \\
Cov(\hat{\beta}) &= E \{ [(X^T X)^{-1} (X^T \varepsilon)] [(\varepsilon^T X) (X^T X)^{-1}] \} \\
Cov(\hat{\beta}) &= E \{ [(X^T X)^{-1} (X^T X)] [(\varepsilon^T \varepsilon) (X^T X)^{-1}] \} \\
Cov(\hat{\beta}) &= E \{ [(\varepsilon^T \varepsilon) (X^T X)^{-1}] \} \\
Cov(\hat{\beta}) &= \sigma^2 (X^T X)^{-1}
\end{aligned} \tag{14}$$

A Equação final (14) é utilizada para definir a variância do modelo de previsão de acordo com a dedução do conjunto de Equações (15).

$$\begin{aligned}
\text{Var}[\hat{Y}(x)] &= \text{Var}[(x^T \beta)] \\
\text{Var}[\hat{Y}(x)] &= x^T [\text{Var}(\beta)] x \\
[\text{Var}(\beta)] &= \sigma^2 [(X^T X)^{-1}] \\
\text{Var}[\hat{Y}(x)] &= \sigma^2 [x^T (X^T X)^{-1} x]
\end{aligned} \tag{15}$$

Desse modo, quanto menor possível for o σ^2 , menor será a incerteza do experimento.

2.2.2 Método dos Mínimos Quadrados Ponderados

Conforme mencionado na seção anterior, o método dos Mínimos Quadrados Ordinários (OLS) é tipicamente utilizado para estimar os coeficientes de regressão β em um modelo polinomial que pode ser representado em sua forma matricial conforme já representado pela Equação (9) em que X é a matriz de fatores codificados do experimento e Y a resposta.

Entretanto, segundo Newbold (1994), para casos em que a variância dos resíduos do modelo polinomial não é constante, ou seja, quando o modelo é dito heterocedástico, o método OLS não é o procedimento mais eficiente para se estimar os coeficientes de regressão β e na tentativa de reverter este fato, o método dos Mínimos Quadrados Ponderados, do inglês, *Weighted Least Squares* (WLS) pode ser aplicado ao modelo polinomial.

De acordo com Myers *et al.* (2010), quando os erros ε não são correlacionados, mas têm-se variâncias desiguais, é possível obter a matriz de covariância do erro ε de acordo com a Equação (16).

$$\sigma^2 V = \sigma^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{w_1} & & & \\ & \frac{1}{w_1} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \frac{1}{w_n} \end{bmatrix} \tag{16}$$

Seja $W = V^{-1}$ uma vez que V é uma matriz diagonal e W é diagonal com elementos diagonais ou pesos w_1, w_2, \dots, w_n que tendem a serem menores quando as observações possuem grandes variações e, também, vale ao contrário, a qual observações com pequenas variações têm pesos maiores. Desse modo, a equação dos Mínimos Quadrados Ponderados pode ser escrita em sua forma matricial conforme a Equação (17).

$$\hat{\beta} = (X^T W X)^{-1} X^T W Y \tag{17}$$

Em que W é a matriz de ponderação e pode ser representada pelo inverso do quadrado dos resíduos do melhor modelo ajustado encontrado via o método OLS.

De acordo com Cho e Park (2005), ambos os métodos OLS e WLS foram testados dentro da metodologia de Projetos Robustos de Parâmetros, ou seja, foram aplicados em processos que visam sempre a minimização de sua variabilidade e, assim, atestando o quanto o processo é robusto na presença de ruídos. Como resultado, Cho e Park (2005) concluíram que, dentro deste contexto, o método OLS pode não ser eficaz para a obtenção de funções de respostas para as medidas de centralidade e dispersão e, assim, indicam o uso do método WLS que maximizam a eficiência da estimativa dos parâmetros β .

2.3 Projeto Robusto de Parâmetros

De acordo com Taguchi (1990), o projeto de parâmetros no processo da produção determina níveis operacionais dos processos industriais de forma que a variação do produto seja minimizada. Estas variações, tanto como diversas perturbações não identificadas, podem criar processos de produção não uniformes, resultando em produção de produtos fora da especificação ou até resultando em produção não uniforme que pode ser minimizada determinando-se níveis ótimos para os parâmetros dos processos.

Problemas envolvendo PRP foram desenvolvidos pelo engenheiro japonês, Genichi Taguchi, e introduzido nos Estados Unidos na década de 80. Taguchi propôs uma abordagem para solucionar problemas de PRP baseados em experimentos planejados e alguns novos métodos para a análise dos dados resultantes (MONTGOMERY, 2005).

De acordo com Montgomery (2005), o Projeto Robusto de Parâmetros (PRP) é uma abordagem para produzir atividades que enfatizam a escolha dos níveis dos fatores controláveis em um processo ou produto com o intuito de atingir dois objetivos: (1) assegurar que a média da resposta de saída esteja em um nível ou alvo desejado e (2) assegurar que a variabilidade em torno do valor alvo seja a menor possível.

Segundo Myers, Montgomery e Anderson-Cook (2009), o PRP é essencialmente um princípio que enfatiza a escolha adequada dos níveis dos fatores controláveis de um sistema. Esses fatores controláveis assumem que a maioria da variabilidade ao redor do alvo é causada pela presença de um segundo conjunto de fatores denominado fatores de ruído que, por sua vez, são incontroláveis durante a concepção de um produto ou de uma operação normal de um processo.

Já de acordo com Khuri e Cornell (1996), no início dos anos 80, Genichi Taguchi encabeçou o movimento que, através de uma série de experimentos planejados, investigava os fatores que afetavam a média do processo e a variação dentro dele. Ao introduzir a abordagem de projeto de parâmetros, Taguchi enfatizou os processos insensíveis à variação causados por fatores ambientais e/ou incontrolláveis e o conceito de variáveis de controle e de ruído que é fundamental para o entendimento desta abordagem.

Como comentado por Khuri e Cornell (1996), as variáveis de controle são aquelas que o experimentador pode controlar facilmente em qualquer experimento realizado e as variáveis de ruído são aquelas que o experimentador omite ou opta por não controlar diretamente. Estas podem ser controladas em nível de investigação ou desenvolvimento, mas não em nível de produção ou no campo. Alguns exemplos de variáveis de ruído são: as condições ambientais, tais como, temperatura e umidade ambiente, características do produto relacionadas com o tempo como a deterioração, desgaste e encolhimento, ou, eventualmente, funções de condições incontrolláveis como a variação de matérias-primas. Como resultado, as variáveis de ruído são, principalmente, responsáveis pela transmissão da variação do processo que acarreta uma variação descontrolada nos valores da resposta.

Embora as ideias gerais de Taguchi tenham sido amplamente difundidas em todo o mundo, sua filosofia e metodologia para lidar com problemas PRP geraram e continuam gerando controvérsias e debates nas comunidades de estatística e engenharia. As controvérsias não são sobre o problema PRP em si, mas sim sobre os procedimentos experimentais e os métodos de análise dos dados que Taguchi defendia (MONTGOMERY, 2005). Análises extensivas revelaram que os métodos técnicos de Taguchi foram geralmente ineficientes e, em muitos casos, ineficazes. Consequentemente, um período de extensa pesquisa e desenvolvimento de novas abordagens para o problema PRP ocorreu como pode ser verificado em Box (1988), Hunter, Sutherland e DeVor (1989), Nair (1992), Pignatiello Jr. e Ramberg (1992) e Joseph (2007).

De acordo com Box (1988), as pesquisas desenvolvidas por Taguchi representam um importante passo para a engenharia da qualidade, mas os métodos estatísticos utilizados nos projetos e suas respectivas análises são, às vezes, ineficientes e complicados e, se assim for, deve ser substituído por alternativas mais simples e mais eficientes.

Já segundo Khuri e Cornell (1996), as duas principais críticas do projeto de parâmetros de Taguchi são as seguintes:

1. O número de ensaios experimentais é muito maior do que o necessário, particularmente, se as interações entre os fatores de controle são ignorados.
2. O uso da relação sinal/ruído (S/N) é uma abordagem muito ineficiente para tentar alcançar uma compreensão completa do processo em si e, particularmente, quando se tenta “identificar” os fatores de controle que afetam apenas a média do processo ou apenas a variância ou, ainda, os quais afetam tanto a média quanto a variância do processo.

O consenso geral dos demais pesquisadores parte da premissa que os trabalhos de Taguchi trouxeram grandes benefícios, mas que poderiam ser melhorados. Desta forma, todas as críticas e todos os esforços dos pesquisadores levaram a Metodologia de Superfície de Resposta como uma abordagem para o problema PRP que permitiu empregar conceitos dos projetos robustos de Taguchi, mas fornecendo uma sólida e mais eficiente abordagem para projetar e analisar (MONTGOMERY, 2005).

De acordo com Ardakani e Noorossana (2009) a Metodologia de Superfície de Resposta é um dos métodos mais eficientes que pode ser utilizado para este fim já que em problemas PRP, o experimentador é interessado em determinar os valores dos fatores de controle de tal modo que as respostas sejam robustas ou insensíveis à variabilidade dos fatores de ruído.

De acordo com Robinson, Borrer e Myers (2004), duas abordagens da MSR com projetos robustos evoluíram ao longo dos anos de 1990: a primeira abordagem trata-se do arranjo cruzado que consiste no conjunto de experiências dadas pelo produto cartesiano do arranjo interno, composto pelos fatores controláveis, e do arranjo externo, composto pelos fatores de ruído. Já a segunda abordagem trata-se do arranjo combinado que combina os fatores de controle e de ruído em um mesmo projeto (ARDAKANI e NOOROSSANA, 2008).

2.3.1 Arranjo cruzado

Conforme proposto por Taguchi (1990), o arranjo cruzado foi originado do “cruzamento” dos projetos estatísticos das variáveis de controle e de ruído e, desta forma, todas as combinações das variáveis de controle são executadas em combinação com todas as combinações de tratamento na concepção das variáveis de ruído.

Taguchi propôs que os dados obtidos pelos experimentos de arranjos cruzados fossem resumidos em: (1) a média de cada observação no arranjo interno sobre todos os experimentos do arranjo externo e (2) um resumo estatístico da tentativa de se combinar informações sobre a média e variância, conhecida como a razão sinal/ruído (S/N), que define que o maior valor

da taxa minimiza a variabilidade transmitida pelo ruído. Nesta abordagem, o objetivo é determinar quais são os valores dos fatores de controle que resultam em uma média o mais próximo possível do alvo e analisar esses mesmos fatores no sinal/ruído com o intuito de que o sistema seja o mais robusto possível (MONTGOMERY, 2005).

A Figura 9 exemplifica o formato de um arranjo cruzado composto de um arranjo interno 2^{4-1} e de um arranjo externo 2^2 .

				Arranjo Externo				
				E	-1	-1	+1	+1
				F	-1	+1	-1	+1
				A	B	C	D	y_{ij}
Arranjo Interno	-1	-1	-1	-1				
	-1	-1	+1	+1				
	-1	+1	-1	+1				
	-1	+1	+1	-1				
	+1	-1	-1	+1				
	+1	-1	+1	-1				
	+1	+1	-1	-1				
	+1	+1	+1	+1				

Figura 9 – Arranjo cruzado proposto por Taguchi

Já o arranjo cruzado, utilizado neste trabalho e proposto em Salgado Júnior (2010), foi adaptado de forma com que a sua particularidade fosse a utilização de um arranjo do tipo CCD como arranjo interno, ao invés, de um arranjo ortogonal de Taguchi.

A Figura 10 mostra o formato do arranjo cruzado composto pelos arranjos interno e externo com as respectivas variáveis de controle e de ruído abordadas no presente objeto de estudo (torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14).

y_j				Arranjo Externo													
				k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
				Esbeltez	Grossa	Grossa	Grossa	Grossa	Grossa	Grossa	Grossa	Fina	Fina	Fina	Fina	Fina	Fina
Desgaste	Nova	Nova	Nova	Nova	Usada	Usada	Usada	Nova	Nova	Nova	Usada	Usada	Usada				
Posição	CP	CE	CA	CP	CE	CA	CP	CE	CA	CP	CE	CA	CP				
Arranjo Interno (CCD)	i	V_c	f_n	a_p	\bar{y}_{1j1}	\bar{y}_{1j2}	\bar{y}_{1j3}	\bar{y}_{1j4}	\bar{y}_{1j5}	\bar{y}_{1j6}	\bar{y}_{1j7}	\bar{y}_{1j8}	\bar{y}_{1j9}	\bar{y}_{1j10}	\bar{y}_{1j11}	\bar{y}_{1j12}	
	1	220	0,08	0,70	\bar{y}_{1j1}	\bar{y}_{1j2}	\bar{y}_{1j3}									\bar{y}_{1j12}	
	2	340	0,08	0,70													
	3	220	0,12	0,70													
	4	340	0,12	0,70													
	5	220	0,08	1,20													
	6	340	0,08	1,20													
	7	220	0,12	1,20													
	8	340	0,12	1,20													
	9	180	0,10	0,95													
	10	380	0,10	0,95													
	11	280	0,07	0,95													
	12	280	0,13	0,95													
	13	280	0,10	0,53													
	14	280	0,10	1,37													
	15	280	0,10	0,95													
	16	280	0,10	0,95													
17	280	0,10	0,95	\bar{y}_{17j1}												\bar{y}_{17j12}	

Figura 10 – Arranjo cruzado
 Fonte: Salgado Júnior (2010)

Por fim, um ponto importante sobre o arranjo cruzado proposto em Salgado Júnior (2010) é que ele fornece informações sobre as interações entre os fatores controláveis e os de ruídos que são muito importantes para a solução dos problemas envolvendo PRP já que em uma determinada condição de ruído, formada por combinação de níveis destas variáveis, pode, eventualmente, gerar valores de resposta muito discrepantes dos demais, o que poderia ser caracterizado como um *outlier*. Porém, neste caso, o *outlier* não pode ser suprimido da análise, embora sua presença cause a não normalidade da amostra.

2.4 Superfície de Resposta Dual

A abordagem MSR aliada ao PRP foi desenvolvida por Myers e Carter (1973) com o intuito de resolver problemas em que o experimentador possa identificar uma resposta primária a ser otimizada sujeita a algum valor específico de uma resposta secundária. Dependendo do objetivo do experimento, as respostas primária e secundária podem ser caracterizadas pela média ou variância dos dados experimentais e assume-se que, em uma região de interesse, ambas as respostas podem ser estimadas por modelos de superfície de resposta de segunda ordem. (ARDAKANI e NOOROSSANA, 2009).

De acordo com Myers, Montgomery e Anderson-Cook (2009), a abordagem de repostas duais envolvendo problemas PRP oferece uma flexibilidade considerável para o experimentador. Especificamente:

- Fornece uma estimativa da média e do desvio padrão em qualquer região de interesse do projeto das variáveis de controle;
- O experimentador pode ter uma visão sobre o papel dessas variáveis em controlar o processo de média e variância;
- Permite o uso de uma grande variedade de técnicas de otimização.

Muitos autores têm apontado as vantagens da modelagem de média e variância e ilustrado a sua utilização nos problemas PRP. Algumas dessas referências são Vining e Myers (1990), Myers, Khuri e Vining (1992), Del Castillo e Montgomery (1993), Myers, Kim e Griffiths (1997) e Borror e Montgomery (2000). Em contrapartida, a modelagem da variância não é uma tarefa fácil e pode não obter sucesso pelos métodos tradicionais e, para isso, torna-se necessária a utilização de técnicas alternativas como já referenciado na seção 2.2.2.

A abordagem da superfície de resposta dual foi introduzida por Myers e Carter (1973) como dito anteriormente, mas foi popularizada por Vining e Myers (1990) que destacaram

que o objetivo de otimizar a média e a variância, simultaneamente, pode ser realizado através do método de superfície de resposta dual que será mais bem detalhado na seção 2.6.

2.5 Estimadores robustos

De acordo com Boylan e Cho (2013), os estimadores robustos de localização e escala vem sendo desenvolvidos ao longo das últimas décadas com o intuito de abordar a influência excessiva exercida pelos valores discrepantes (*outliers*) nas estimativas de dados. Neste caso, o termo robusto descreve a capacidade de um estimador superar as influências exercidas pelos *outliers* sobre a estimativa.

No entanto, ao passo que valores atípicos são muitas vezes vistos como anomalias ou erros e potencialmente eliminados do conjunto de dados, graus elevados de variabilidade podem representar uma parte complexa de um processo que poderá auxiliar na interpretação do comportamento das respostas do sistema em análise (BOYLAN e CHO, 2013).

Segundo Leys *et al.* (2013), os *outliers* não são uma nova preocupação conforme já mencionados nos trabalhos de Orr, Sackett e Dubois (1991), Ratcliff (1993), Rousseeuw e Croux (1993). Leys *et al.* (2013) realizou um levantamento que revela a falta de preocupação dos pesquisadores em relação ao mau uso dos *outliers*, mesmo em artigos publicados recentemente, e relata, também, que de fato, na maioria dos casos, as pesquisas não informam o método utilizado na manipulação dos *outliers* ou dos valores excluídos sobre dois ou três desvios padrão em torno da média.

Diante deste fato, isso faz com que os estimadores robustos sejam particularmente interessantes, pois atenuam as influências das observações extremas sem eliminá-las por completo (BOYLAN e CHO, 2013).

O uso de estimadores robustos também é reforçado no trabalho de Park e Cho (2003) que menciona que os estimadores mais populares dos parâmetros de localização e escala são, respectivamente, a média e a variância, mas sendo estes muito sensíveis na presença de *outliers* que, por sua vez, podem apresentar valores inesperados em relação à maior parte da amostra. Portanto, há situações práticas em que a média da amostra e a variância precisam ser substituídas por outros estimadores que são menos sensíveis aos *outliers*.

Existem muitas classes de estimadores robustos. Os mais tradicionais são os estimadores-L (combinações lineares de observações de ordem), estimadores-M (generalizações de um estimador de máxima verossimilhança) e os estimadores-R (estimador

baseado no ranqueamento dos resíduos), mas também existem outros tipos de estimadores tais como A, D, P, S e W conforme detalhado em Hampel *et al.* (1986).

A partir desta abordagem, conforme já mencionado na introdução, este presente trabalho analisará alternativas para a modelagem da centralidade e da dispersão das amostras através de cinco estimadores robustos de localização e seis estimadores robustos de escala, listados na Tabela 1. Esses estimadores são considerados potenciais alternativas para a média da amostra e para a variância (caso base) e foram selecionados por Boylan e Cho (2013) por duas razões: (1) a média e a variância, Modelo A, são os estimadores mais comuns utilizados na camada inicial de estimação e, também, já foram examinados em ambientes PRP e, assim, fornecendo uma base lógica de comparação para os dados que serão examinados e (2) os demais estimadores são bem conhecidos no campo da estatística devido a robustez e eficiência que eles apresentam, mas ainda não foram testados em ambientes PRP, por isso, são considerados como potenciais alternativas.

A média e desvio padrão, juntamente com os estimadores robustos listados na Tabela 1 e selecionados por Boylan e Cho (2013) serão detalhados nas subseções a seguir.

2.5.1 Média e Desvio padrão

De acordo com Maronna, Martin e Yohai (2006) a média da amostra nada mais é do que a média aritmética dos dados, e, como tal, espera-se que ela forneça uma boa estimativa do centro ou localização dos dados. Da mesma forma, pode-se esperar que o desvio padrão da amostra forneça uma boa estimativa da dispersão dos dados. Seja $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ um conjunto de valores observados, a média (\bar{y}) e o desvio padrão (s) da amostra são definidos, respectivamente, pela Equação (18) e pela Equação (19).

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (18)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (19)$$

Já a Equação (20) representa a variância da amostra (s^2).

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (20)$$

Normalmente, a média e variância são muitas vezes utilizados para estimar a média e a variância de processos, mas sob a premissa de que os dados experimentais tenham uma distribuição normal e de que não exista qualquer contaminação nos dados (PARK e CHO, 2003). Porém, muitas vezes, esses pressupostos não modelam muitos problemas industriais do mundo real o que nos leva a utilizar os estimadores robustos que serão detalhados nas seções a seguir.

2.5.2 Mediana e *Median Absolute Deviation* (MAD)

Como observado na Tabela 2, foi sugerido o uso do par de estimadores: mediana e o MAD como uma alternativa para a média e desvio padrão em abordagens PRP onde os *outliers* contaminam os dados conforme reforçado no trabalho de Park e Cho (2003).

Embora a mediana e o MAD sejam bem conhecidos por sua resistividade aos efeitos dos *outliers*, eles são igualmente conhecidos pela falta de eficiência relativa em relação à distribuição normal (64% e 37% para cada, respectivamente) o que significa que, quando a mediana e o MAD forem utilizados em dados normalmente distribuídos, produzirão resultados piores dos quais obtidos por meio da média e do desvio padrão, mas de acordo com Serfling (2011), para pequenas amostras as eficiências relativas da mediana e do MAD melhoram e, assim, reconhecendo que a maioria dos experimentos envolvem amostras relativamente pequenas, isso faz com que a mediana e MAD sejam alternativas viáveis em situações de alta variabilidade (BOYLAN e CHO, 2013).

Conforme já mencionado, a mediana e o MAD oferecem a vantagem de serem muito insensíveis à presença de *outliers* e um indicador desta insensibilidade é o ponto de ruptura caracterizado como uma das medidas mais populares de robustez de um procedimento estatístico, introduzido por Hampel (1974) e depois pesquisado por Donoho (1982), que considera a proporção máxima de observações que podem ser contaminadas sem forçar o estimador a resultar em uma resposta arbitrariamente ruim conforme também referenciado no trabalho de Davies e Gather (2007). Em outras palavras, o ponto de ruptura de uma amostra finita nada mais é do que a fração máxima de *outliers* que podem ser adicionados em uma dada amostra, sem estragar ou prejudicar a estimativa completamente (YOHAI e ZAMAR, 1988).

A mediana possui um ponto de ruptura de 50% que, de acordo com Rousseeuw e Croux (1993), é o mais alto possível, e a estimativa permanece delimitada quando menos do que 50% dos dados são substituídos por números arbitrários e enquanto que a média possui um

ponto de ruptura igual a 0%. A função de influência da mediana também é delimitada pela fronteira mais nítida para qualquer estimador de localização e sendo estes apenas alguns resultados que atestam a robustez da mediana.

A mediana é caracterizada como a média, uma medida de tendência central, mas que oferece a vantagem de ser muito insensível à presença dos *outliers* e segundo Rousseeuw e Croux (1993), apesar de existirem muitos estimadores robustos de localização, a mediana da amostra ainda é o mais conhecido. Seja $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ um conjunto de dados, a mediana da amostra (\tilde{y}) é denotada pela Equação (21).

$$\tilde{y} = med_i y_i \quad (21)$$

A Equação (21) representa, simplesmente, o valor situado ao meio do conjunto de dados quando n é ímpar e já, quando n é par, utiliza-se a média dos valores situados nas posições $(n/2)$ e $(n/2)+1$ do conjunto de dados.

De acordo com Rousseeuw e Croux (1993), o desvio absoluto da mediana (MAD) foi descoberto e popularizado por Hampel (1974) que atribuiu isso a Gauss e que o caracteriza como um estimador de escala muito robusto que vem sendo pesquisado até hoje como, por exemplo, em Leys *et al.* (2013). Seja $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ um conjunto de dados, o MAD da amostra é denotado pela Equação (22).

$$MAD = b \cdot med_i |y_i - med_j y_j| \quad (22)$$

Em que y_j é a observação n original e med_i é a mediana da série obtida por $(|y_i - med_j y_j|)$. Segundo Rousseeuw e Croux (1993), a constante b , na Equação (22), é necessária para tornar o estimador consistente para o parâmetro de interesse. Usualmente, $b = 1,4826$, que é uma constante ligada à suposição de normalidade dos dados e, assim, desconsiderando a anormalidade induzida por valores discrepantes.

O MAD também possui um ponto de ruptura de 50% conforme mencionado em Rousseeuw e Croux (1992) e esta condição, em especial, faz com que o uso do MAD seja mais atraente em relação a outros estimadores e enquanto que o desvio padrão possui um ponto de ruptura igual a 0%. Pode-se pensar que um ponto de ruptura de 50% não é realmente necessário, mas vários estudos de simulação como em Andrews *et al.* (1972) mostrou que devido a esta propriedade, o MAD é um estimador de escala auxiliar muito melhor que outros também em problemas de regressão. Isso fez com que Huber (1981) descreve-se o MAD como o único e mais útil estimador de escala auxiliar.

O MAD tornou-se bastante popular devido à sua simplicidade e a sua excelente propriedade de robustez, mas, infelizmente, a sua eficiência relativa é de apenas 37%, o que é extraordinariamente baixa (ROUSSEEUW e CROUX, 1992). Com isso, Rousseeuw e Croux (1993), propuseram novos estimadores de escala, tais como, o S_n e o Q_n que serão detalhados na seção a seguir.

2.5.3 Estimadores robustos de escala S_n e Q_n

De acordo com Croux e Rousseeuw (1992), o MAD ainda poderia ser melhorado em duas áreas: o fato de possuir uma baixa eficiência relativa (37%) e, também, o fato de visar distribuições simétricas, ao redor da mediana, contendo 50% dos dados (ou da probabilidade) o que não parece ser uma abordagem natural em distribuições assimétricas e, assim, podendo ser bastante ineficiente e artificial se utilizado em distribuições altamente distorcidas. Com isso, Rousseeuw e Croux (1993) propuseram dois estimadores de escala com ponto de ruptura também de 50% que são mais eficientes do que o MAD. O primeiro é o S_n conforme representado pela Equação (23).

$$S_n = c. med_i\{med_j|y_i - y_j|\} \quad (23)$$

Seja $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ um conjunto de dados onde para cada i calcula-se a mediana de $\{|y_i - y_j| ; j = 1, \dots, n\}$ o que gera n números de uma série de dados em que a mediana deverá ser calculada para se obter o S_n . Segundo Rousseeuw e Croux (1993), a constante c , na Equação (23), é novamente necessária para tornar o estimador consistente para o parâmetro de interesse e tendo como valor padrão $c = 1,1926$.

Segundo Croux e Rousseeuw (1992), a fim de verificar se o fator 1,1926 consegue fazer como que o S_n seja, aproximadamente, imparcial para amostras finitas, foi realizado um estudo de simulação. Assim, a equação de S_n foi redefinida para a Equação (24).

$$S_n = c_n. 1,1926. med_i\{med_j|y_i - y_j|\} \quad (24)$$

Em que o fator de correção c_n é dado pela Tabela 5 para $n \leq 9$. Sendo n o número da amostra a ser utilizada.

Tabela 5 – Valores para o fator de correção c_n do estimador S_n

n	2	3	4	5	6	7	8	9
c_n	0,743	1,851	0,954	1,351	0,993	1,198	1,005	1,131

Para $n > 9$, o fator c_n pode ser calculado através da Equação (25) e da Equação (26) conforme relatado em Croux e Rousseeuw (1992).

$$c_n = \frac{n}{n - 0,9} , \text{ para } n \text{ ímpar} \tag{25}$$

$$c_n = 1 , \text{ para } n \text{ par} \tag{26}$$

Igualmente ao MAD, o novo estimador S_n é uma simples combinação de medianas e valores absolutos. Por outro lado, o S_n é diferente do MAD na medida em que não é necessário qualquer cálculo de localização dos dados e em vez de medir quão longe as observações são de um valor central, o S_n aborda uma distância típica entre as observações, o que ainda é válido em distribuições assimétricas (ROUSSEEUW e CROUX, 1993).

Ainda, conforme relatado em Rousseeuw e Croux (1993), o S_n possui eficiência relativa de 58% e sendo, assim, superior a do MAD de 37%.

O segundo estimador proposto por Rousseeuw e Croux (1993) é o Q_n conforme representado pela Equação (27). Seja $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ um conjunto de dados.

$$Q_n = d \cdot \{|y_i - y_j|; i < j\}_{(k)} \tag{27}$$

Em que $k = \binom{h}{2} \approx \binom{n}{2}/4$, e $h = [n/2] + 1$ é cerca de metade do número de observações. Tomou-se a k^{th} ordem estatística das distâncias entre os pontos $\binom{n}{2}$, ou seja, o Q_n é dado pelo 1º quartil das distâncias $\{|y_i - y_j|; i < j\}$. Onde, também, d é a constante da consistência e tem como valor padrão $d = 2,2219$.

Com o mesmo intuito que foi realizado para o S_n , Croux e Rousseeuw (1992) realizaram um estudo de simulação para o Q_n a fim de determinar um fator de correção apropriado. Os resultados são apresentados na Tabela 6 e, novamente, nota-se que o comportamento é ligeiramente diferente para n par ou ímpar. Portanto, a equação de Q_n foi redefinida para a Equação (28).

$$Q_n = d_n \cdot 2,2219 \cdot \{|y_i - y_j|; i < j\}_{(k)} \tag{28}$$

Em que o fator de correção d_n é dado pela Tabela 6 para $n \leq 9$.

Tabela 6 - Valores para o fator de correção d_n do estimador Q_n

n	2	3	4	5	6	7	8	9
d_n	0,399	0,994	0,512	0,844	0,611	0,857	0,669	0,872

Para $n > 9$, o fator d_n pode ser calculado através da Equação (29) e da Equação (30) conforme relatado em Croux e Rousseeuw (1992).

$$d_n = \frac{n}{n + 1,4}, \text{ para } n \text{ ímpar} \quad (29)$$

$$d_n = \frac{n}{n + 3,8}, \text{ para } n \text{ par} \quad (30)$$

Concluindo, o estimador Q_n compartilha das mesmas propriedades atraentes do estimador S_n , possui uma fórmula simples e explícita, uma definição que é igualmente adequada para as distribuições assimétricas e um ponto de ruptura de 50%. Além disso, a sua função de influência é regular e possui uma eficiência relativa muito elevada, em torno de 82% (ROUSSEEUW e CROUX, 1993).

2.5.4 Estimador robusto de localização HL_n

De acordo com Rousseeuw e Croux (1993), uma desvantagem dos estimadores MAD e S_n é que as suas funções de influência possuem descontinuidades. Já para os estimadores de localização, a mediana da amostra tem o mesmo inconveniente, mas ao contrário do estimador proposto por Hodges e Lehmann (1963) conforme representado pela Equação (31).

$$HL_n = med \left\{ \frac{y_i + y_j}{2} \right\} \quad (31)$$

Seja $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ um conjunto de dados onde o HL_n é obtido pela mediana de todas as médias dos pares do conjunto y , inclusive quando $i = j$.

Segundo Boylan e Cho (2013), o estimador HL_n é conhecido por seu excelente desempenho global em termos de sua eficiência e resistência em relação aos *outliers*. De acordo com Serfling (2011) a eficiência relativa do HL_n é de aproximadamente 86% e, assim, sendo altamente competitivo com a média sob a distribuição normal e, também, podendo ser infinitamente mais eficiente sob outras distribuições simétricas com caudas mais “pesadas” e nunca sendo muito menos eficiente em qualquer distribuição, tornando-se uma alternativa prática a ser considerada em condições de alta variabilidade.

Por fim, conforme descrito em Rousseeuw e Croux (1993), o estimador HL_n pode ser visto como uma versão suave da mediana, mas com um ponto de ruptura inferior, em torno de 29%.

2.5.5 Estimadores Huber ‘Proposal 2’

Conforme já mencionado nas seções 2.5.1 e 2.5.2, a média e a variância são eficientes sob a distribuição normal, mas, ao mesmo tempo, são muito sensíveis à presença de *outliers* e, por isso, Park e Cho (2003) propuseram o uso da mediana ao invés da média e, também, propuseram o uso do MAD ao invés da variância para que, assim, fosse possível construir com sucesso modelos de projetos robustos que fossem menos sensíveis aos *outliers* com o pressuposto de normalidade. No entanto, a mediana e o MAD não são eficientes sob a distribuição normal devido à baixa eficiência relativa (64% e 37% respectivamente), enquanto que a média e a variância são.

Desta forma, Lee, Park e Cho (2007) examinaram a abordagem dos M-estimadores propostos por Huber (1964) e futuramente analisados em Huber (1981) como uma alternativa altamente eficiente à mediana e ao MAD para alcançar soluções PRP em casos que envolvam *outliers*.

Os M-estimadores Huber ‘Proposal 2’ possuem alta eficiência sendo que o estimador de localização (uma alternativa à média e à mediana) possui eficiência relativa de 96% sob a distribuição normal e o estimador de escala (uma alternativa ao desvio padrão e ao MAD) possui eficiência relativa de 80% e, por isso, Lee, Park e Cho (2007) propuseram incorporar esses estimadores em projetos robustos.

Para estimar um parâmetro de escala com um parâmetro de localização, Huber (1981) solucionou as equações abaixo, Equação (32) e Equação (33), simultaneamente para μ e para σ e sendo $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ um conjunto de dados.

$$\sum_{i=1}^n \psi\left(\frac{y_i + \mu}{\sigma}\right) = 0 \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^n \psi^2\left(\frac{y_i + \mu}{\sigma}\right) = \eta \quad (33)$$

Em que η é escolhido para a consistência sob a distribuição normal, sendo $\eta = E[\psi^2(Z)]$ com $Z \sim N(0,1)$. Essa simultaneidade dos estimadores de localização e de escala é que dá o nome aos estimadores de Huber ‘Proposal 2’.

Para obter estimadores resistentes aos *outliers*, Huber (1981) sugeriu a seguinte função ψ monótona limitada.

$$\psi(t) = \begin{cases} -c, & t < -c \\ x, & |t| \leq c \\ c, & t > c \end{cases} \quad (34)$$

No qual se nota que quando $c \rightarrow 0$, a solução da equação estima a mediana e, além disso, quando $c = 1,345$ o estimador Huber 'Proposal 2' possui eficácia de 95% sob a distribuição normal, mas com um ponto de ruptura assintoticamente igual a zero.

2.5.6 Estimadores Tau (τ) de localização e escala

Conforme já mencionado na seção anterior, os M-estimadores de Huber com a função monótona ψ possuem um ponto de ruptura igual a zero, ou seja, nenhum *outlier* poderá ser adicionado em uma dada amostra sem prejudicar a estimativa completamente, mas, ao mesmo tempo, possuem uma alta eficiência relativa. Desta forma, Yohai (1987) propôs uma classe de estimadores, MM-estimadores, que possuem, simultaneamente, as seguintes propriedades: (1) eles são altamente eficientes quando os erros têm uma distribuição normal e (2) seu ponto de ruptura é de 50%.

Em consequência da pesquisa realizada por Yohai (1987), Yohai e Zamar (1988) apresentaram uma classe alternativa de estimadores que também apresentam, simultaneamente, as propriedades (1) e (2). Estes estimadores, chamamos de τ , são definidos pela minimização de uma nova estimativa da escala dos resíduos. Uma vantagem adicional desta abordagem é que ela proporciona, em simultâneo, com as estimativas dos coeficientes de regressão, um ponto de ruptura elevado e uma alta estimativa da eficiência da escala do erro.

Dentro deste contexto, Maronna e Zamar (2002) desenvolveram os estimadores Tau de localização e escala com o intuito de reduzir a complexidade computacional e tempos associados a outros estimadores robustos com um elevado ponto de ruptura.

Desta forma, sendo $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ um conjunto de dados, os estimadores Tau de localização (\tilde{y}_τ) e escala (S_τ) são representados, respectivamente, pela Equação (35) e pela Equação (36).

$$\tilde{y}_\tau = \frac{\sum_i y_i w_i}{\sum_i w_i} \quad (35)$$

$$S_\tau = \sqrt{\frac{s_0^2}{n} \sum_i \rho_{c2} \left(\frac{y_i - \tilde{y}_\tau}{s_0} \right)} \quad (36)$$

Em que:

$$w_i = W_{c_1} \left(\frac{y_i - \text{med}(y)}{s_0} \right) \quad (37)$$

$$W_c(y_i) = \left(1 - \left(\frac{y_i}{c} \right)^2 \right)^2 \quad (38)$$

$$s_0 = \text{MAD}(y) \quad (39)$$

$$\rho_c(y_i) = \min(y_i^2, c^2) \quad (40)$$

O estimador de localização utiliza uma média ponderada que incorpora as estatísticas da mediana no estabelecimento do peso (w_i), já o estimador de escala utiliza um desvio padrão truncado que invoca o MAD como ponto de partida. Esses dois estimadores também combinam, relativamente, uma alta eficiência (80% em ambos) com alta resistividade quando se considera $c_1 = 4,5$ e $c_2 = 3$ conforme descrito em Maronna e Zamar (2002), mas de acordo com Boylan e Cho (2013), esses estimadores ainda precisam ser examinados em problemas PRP.

2.5.7 Estimadores de máxima verossimilhança de localização e escala

Finalmente, os estimadores de localização e de escala de máxima verossimilhança, do inglês *Maximum Likelihood Estimator* (MLE), formarão o último par de estimadores utilizado neste trabalho. Estes estimam os valores de diferentes parâmetros de um modelo estatístico de maneira a maximizar a probabilidade dos dados observados, considerando a suposição de serem distribuídos segundo a distribuição normal (ELIASON, 1993).

De acordo com Hampel (2001), esses estimadores foram generalizados com o intuito de formar a classe dos M-estimadores que é estendida para todas as distribuições de probabilidade e, assim, produzindo estimadores consistentes e assintoticamente normais.

No entanto, Myung (2003) relata que há dois métodos gerais de estimativa de parâmetros que são: (1) a estimativa dos mínimos quadrados, do inglês *Least-squares Estimation* (LSE) e (2) o estimador de máxima verossimilhança (MLE). O (1) está ligado a vários conceitos estatísticos conhecidos como a regressão linear, por exemplo, e, ao contrário do MLE, exige nenhuma ou mínima suposição de distribuição e é útil para a obtenção de uma medida descritiva com a finalidade de resumir os dados observados, mas não tem base para testar hipóteses ou construir intervalos de confiança. Já o (2) é uma abordagem padrão para a

estimativa de parâmetros e inferência em estatística que possui várias propriedades ideais conforme relatado a seguir.

- Suficiência: informações completas sobre o parâmetro de interesse estão contidas no estimador;
- Consistência: quanto maior for a amostra, menor se torna o erro entre o estimador e o parâmetro;
- Eficiência: menor variação possível das estimativas dos parâmetros obtidos assintoticamente;
- Imparcialidade: mesma solução MLE obtida independente da parametrização utilizada.

Desta forma, a maioria dos estatísticos não vê o LSE como um método geral para a estimativa de parâmetros, mas sim, como uma abordagem que é utilizada, principalmente, em modelos de regressão linear. Além disso, muitos dos métodos de inferência em estatística são desenvolvidos com base no MLE (MYUNG, 2003).

Com o intuito de melhorar a estimação de parâmetros do MLE e, assim, obtendo um papel mais completo no processo de estimação, O'Hagan e Leonard (1976) introduziram, a princípio, distribuições inclinadas para os estimadores de máxima verossimilhança partindo da pesquisa de O'Hagan (1973) onde foram consideradas situações em que parâmetros desconhecidos estão sujeitos a restrições de desigualdade em um contexto de regressão quadrática, empregando distribuições, a priori, truncadas que levam as alternativas bayesiana para as estimativas restritas de máxima verossimilhança. No entanto, os dados podem fornecer fortes evidências de que as restrições são falsas em cujo caso que, por vezes, pode ser desejável que as estimativas contradigam as restrições.

Desta forma, O'Hagan e Leonard (1976) construíram uma família de distribuições prévias com densidades suaves e positivamente inclinadas que permitem expressar um grau de confiança na restrição e, assim, permitindo com que os dados desempenhassem um papel mais completo no processo de estimação.

Posteriormente, as pesquisas evoluíram para a classe de distribuições de inclinação normal que foram introduzidas por Azzalini (1985) proporcionando um método para introduzir assimetria em uma distribuição normal. Após, as pesquisas continuaram e foram estendidas por Azzalini e Valle (1996) e por Arellano-Valle, Gomez e Quintana (2004) onde a

inclinação normal prolonga a distribuição normal através da incorporação de um parâmetro de forma, α , com o intuito de relatar assimetria diferente de zero.

De acordo com Arellano-Valle, Gomez e Quintana (2004), a função de densidade de probabilidade correspondente para a inclinação normal é dada pela Equação (41).

$$f(x|\alpha) = 2\phi(x)\Phi(\alpha x), \quad x \in \mathbb{R} \quad (41)$$

Em que $\phi(x)$ e $\Phi(\alpha x)$, com $\alpha = 0$, correspondem, respectivamente, as funções de densidade de probabilidade e a de distribuição cumulativa da distribuição normal.

Uma vez que a distribuição de inclinação normal se reduz à normal quando $\alpha = 0$, a normalidade torna-se um caso especial da distribuição de inclinação normal. Assim, ao utilizar essa distribuição, consegue-se modelar situações simétricas e assimétricas. Como já mencionado, caso os dados sejam aproximadamente normais, a situação será tratada como um caso especial da distribuição de inclinação normal com zero de assimetria, mas caso não sejam normais, no entanto, qualquer assimetria inerente será capturada com o intuito de fornecer estimativas mais precisas no que diz respeito à média e à dispersão das distribuições conforme referenciado em Azzalini (1985) e em Arellano-Valle, Gomez e Quintana (2004).

Portanto, de acordo com Arellano-Valle, Gomez e Quintana (2004), os parâmetros serão estimados maximizando numericamente a função de verossimilhança no que diz respeito aos componentes $\theta = (\mu, \sigma, \alpha)$ e sendo representada pela Equação (42).

$$\log L(\theta) = -\frac{n}{2} \log \frac{\pi\sigma^2}{2} - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \sigma)^2 + \sum_{i=1}^n \log \Phi \left[\frac{\alpha(y_i - \mu)}{\sigma} \right] \quad (42)$$

Em que $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ é um conjunto de dados, μ é o parâmetro de localização e σ é o parâmetro de escala.

Por fim, estimando-se os parâmetros desconhecidos (μ, σ) que maximizam o logaritmo da função de máxima verossimilhança, a probabilidade de se obter a amostra específica a qual se deseja trabalhar também é maximizada.

Conforme sugerido em Boylan e Cho (2013), a Equação (42) pode ser resolvida facilmente utilizando-se a função *sn.mle* do pacote (sn) do *software* R o qual é detalhado no Anexo A.

Por fim, as propriedades do MLE como a eficiência relativa e o ponto de ruptura variam de acordo com certas condições atreladas ao componente θ conforme relatado em Abo-Eleneen e Nagaraja (2002) e em Hennig (2004), respectivamente.

2.5.8 Estudo comparativo entre os estimadores

De acordo com a pesquisa realizada sobre os estimadores robustos neste presente trabalho, a Tabela 7 resume a comparação entre as principais propriedades dos estimadores que são a eficiência relativa e o ponto de ruptura.

Conforme já mencionado anteriormente, o ponto de ruptura de uma amostra finita é a fração máxima de *outliers* que podem ser adicionados em uma dada amostra, sem estragar ou prejudicar a estimativa por completo, ou seja, o estimador resiste a um certo percentual de dados contaminados e, assim, fornecendo resultados significativamente mais confiáveis. O ponto de ruptura não pode exceder o valor de 50%, pois se mais da metade das observações estão contaminadas, não é possível distinguir entre a distribuição subjacente e a distribuição contaminada (YOHAI e ZAMAR, 1988).

Já a eficiência relativa é atribuída em relação à distribuição normal o que significa que, quando um estimador robusto for utilizado em dados normalmente distribuídos, quanto menor a sua eficiência relativa, piores serão os resultados produzidos em relação aos obtidos por meio da média e do desvio padrão (SERFLING, 2011).

Tabela 7 – Valores comparativos entre os estimadores

Estimador	Eficiência relativa	Ponto de ruptura
\bar{y}	100%	0%
s	100%	0%
\tilde{y}	64%	50%
MAD	37%	50%
S_n	58%	50%
Q_n	82%	50%
H_{Ln}	86%	29%
\tilde{y}_{H2}	96%	0%
S_{H2}	80%	0%
\tilde{y}_τ	80%	50%
S_τ	80%	50%

Conforme já mencionado na sessão anterior, o estimador MLE possui eficiência relativa e ponto de ruptura de acordo com as atribuições atreladas ao componente θ .

2.5.9 Software R

Com o auxílio do software R foi possível solucionar todas as formulações matemáticas dos estimadores robustos conforme detalhado no Anexo A.

2.6 Otimização

Segundo Paiva (2006), otimizar uma resposta significa encontrar o melhor conjunto de soluções para as variáveis independentes x_1, x_2, \dots, x_k que atendam uma determinada condição da variável de resposta Y . Dentro deste contexto, a metodologia de superfície de resposta possui o objetivo fundamental de encontrar uma condição ótima de operação para um processo, em específico.

2.6.1 Caso univariado

Conforme apresentado no final da seção 2.4, Vining e Myers (1990) afirmam que a otimização simultânea de média e variância pode ser realizada através da metodologia de superfície de resposta dual e supondo que a variável resposta seja Y e que as variáveis de controle do experimento sejam x_1, x_2, \dots, x_k . Vining e Myers (1990), primeiramente, propuseram o ajuste de modelos polinomiais de segunda ordem para a média (ω_μ) e para o desvio-padrão (ω_σ), separadamente, conforme demonstrado nas Equações (43) e (44).

$$\omega_\mu = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon_\mu \quad (43)$$

$$\omega_\sigma = \gamma_0 + \sum_{i=1}^k \gamma_i x_i + \sum_{i=1}^k \gamma_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^k \gamma_{ij} x_i x_j + \varepsilon_\sigma \quad (44)$$

Em seguida, Vining e Myers (1990) propuseram três tipos diferentes de soluções, descritas a seguir, que são escolhidas de acordo com o objetivo desejado para o problema.

Caso 1 – Normalização (*Target value is best*), possui o objetivo de minimizar o desvio padrão (ω_σ), mantendo a média (ω_μ) no valor alvo T .

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \hat{\omega}_\sigma \\ &\text{Sujeito a: } \hat{\omega}_\mu = T \end{aligned} \quad (45)$$

Caso 2 – Maximização (*The larger, the better*), possui o objetivo de maximizar a média (ω_μ), mantendo o desvio padrão (ω_σ) no valor alvo T .

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } \hat{\omega}_\mu \\ &\text{Sujeito a: } \hat{\omega}_\sigma = T \end{aligned} \quad (46)$$

Caso 3 – Minimização (*The smaller, the better*), possui o objetivo de minimizar a média (ω_μ), mantendo o desvio padrão (ω_σ) no valor alvo T.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \hat{\omega}_\mu & (47) \\ & \text{Sujeito a: } \hat{\omega}_\sigma = T \end{aligned}$$

Vining e Myers (1990) notaram que seu procedimento era mais bem ajustado para o caso de normalização e já para os casos de maximização e minimização, um valor aceitável para a resposta secundária (restrição) era normalmente desconhecido.

Após a escolha do caso, o ponto ótimo do problema é determinado através da otimização pelos multiplicadores de Lagrange propostos por Vining e Myers (1990). Com o intuito de atingir os mesmos objetivos, mas de uma forma mais eficiente, Del Castillo e Montgomery (1993) propuseram o uso de técnicas de programação não linear, especificamente, o algoritmo de otimização não linear GRG (*Generalized Reduced Gradient*) que se mostra como um método que pode ser mais flexível e mais fácil de usar e, em alguns casos, pode resultar em melhores soluções dentro da região de interesse.

2.6.2 Caso multiobjetivo

Como uma alternativa, Lin e Tu (1995) propuseram o Erro Quadrático Médio (EQM), do inglês, *Mean Squared Error* (MSE) ao invés do uso dos multiplicadores de Lagrange, pois argumentam que o método proposto por Vining e Myers (1990) pode eliminar soluções potencialmente melhores devido à restrição da segunda resposta que é forçada a um valor específico (T). Por isso, Lin e Tu (1995) propuseram o EQM para incorporar uma tolerância entre a resposta média e o valor alvo, denominado de *bias*, de tal forma que a função MSE seja minimizada conforme representado a seguir.

$$\text{Minimizar: } \text{MSE} = (\hat{\omega}_\mu - T)^2 + (\hat{\omega}_\sigma)^2 \quad (48)$$

Em que: $(\hat{\omega}_\mu - T) - \textit{bias}$.

Como também observado em Lin e Tu (1995), ocorreu uma extensão natural da abordagem do MSE que se originou para impor pesos relativos aos termos *bias* e variância, denominado de *Weighted MSE* (WMSE) conforme representado pela equação a seguir.

$$\text{Minimizar: } \text{WMSE} = w_1(\hat{\omega}_\mu - T)^2 + w_2(\hat{\omega}_\sigma)^2 \quad (49)$$

Em que: w_1 e w_2 – constantes pré-definidas.

Muitos outros pesquisadores vêm desenvolvendo extensões dos modelos apresentados anteriormente e, assim, contribuindo para a crescente pesquisa de campo. Entre esses

pesquisadores destacam-se Kim e Lin (1998), Copeland e Nelson (1996), Ding, Lin e Wei (2004), Jeong, Kim e Chang (2005), Myers, Brenneman e Myers (2005), Kazemzadeh *et al.* (2008), Köksoy e Yalcinoz (2008), Shaibu e Cho (2008) e Costa (2010).

Conforme representado pela Equação (49), as somas ponderadas são amplamente utilizadas para gerar soluções em problemas multiobjetivos atribuindo pesos aos parâmetros e formando, assim, um conjunto de soluções viáveis e não dominadas conhecidas como Fronteira de Pareto. De acordo com Shukla e Deb (2007), o principal objetivo da otimização multiobjetivo é buscar soluções Pareto-ótimas que são um conjunto de soluções não dominadas no qual é necessário assegurar a maior cobertura possível da fronteira, pois implica em ter um bom conjunto de soluções comprometidas com os objetivos desejados.

Ainda de acordo com Shukla e Deb (2007), o método por somas ponderadas é criticado pelo fato de que, embora tenda a convergir para uma solução Pareto-ótima, a diversidade entre essas soluções obtidas torna-se difícil de mantê-las no espaço objetivo e a variação sistemática dos vetores de peso não garante uma boa diversidade do conjunto de soluções e, assim, acarretando em sua fundamental desvantagem que é a não capacidade de encontrar uma distribuição uniforme das soluções Pareto-ótimas mesmo se a distribuição dos pesos for uniforme.

O método por somas ponderadas também é criticado por Vahidinasab e Jadid (2010) o qual menciona que os pontos de Pareto encontrados pela variação dos coeficientes de ponderação podem causar grandes desvantagens como o fato de que pequenas alterações no peso w podem causar mudanças dramáticas nos vetores objetivos e de que grandes alterações em w podem resultar em mudanças quase imperceptíveis nos vetores objetivos, mas também ressalta que as duas maiores desvantagens do método são: (1) se o conjunto de soluções de Pareto não for convexo, os pontos de Pareto sobre a parte côncava da superfície serão dificilmente encontrados e (2) para uma distribuição uniforme dos pesos, as soluções ótimas no espaço geralmente não serão distribuídas uniformemente.

Desta forma, Das e Dennis (1998) propuseram o método da Interseção Normal à Fronteira, do inglês *Normal Boundary Intersection* (NBI) com o intuito de encontrar uma distribuição uniforme das soluções Pareto-ótimas para problemas de otimização multiobjetivo não linear. A Figura 11 ilustra a diferença entre as fronteiras encontradas para os mesmos parâmetros pelo método por somas ponderadas e pelo método da interseção normal à fronteira.

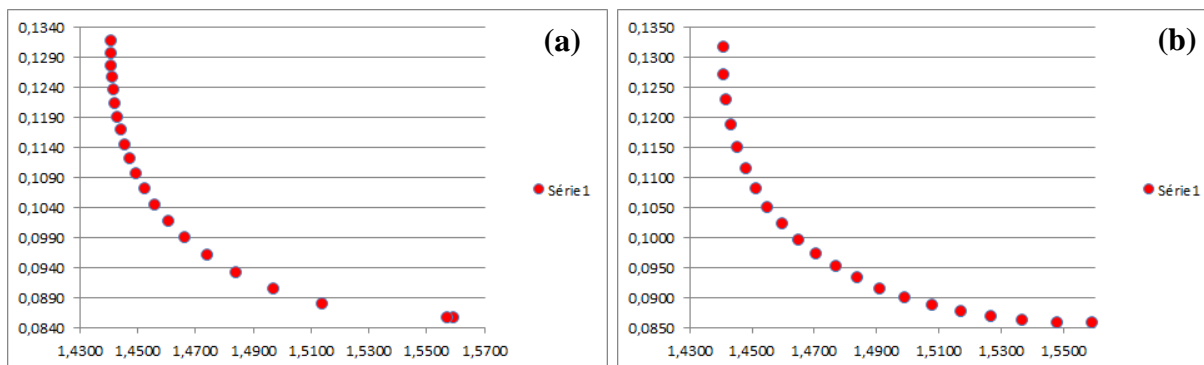


Figura 11 – Comparativo entre fronteiras obtidas por somas ponderadas (a) e pelo NBI (b)

2.7.2.1 Método da interseção normal à fronteira

Conforme já mencionado anteriormente, a principal desvantagem apresentada pelo método por somas ponderadas é a não capacidade de gerar uma fronteira uniformemente espaçada mesmo que a distribuição dos pesos seja uniforme. Para contornar essa principal desvantagem, o método da interseção normal à fronteira foi proposto com a vantagem de evitar a seleção de parâmetros arbitrários e, assim, gerando um conjunto uniformemente distribuído sem interrupções ou aglutinações.

A seguir serão detalhados os passos a serem executados no método NBI conforme descrito em Vahidinasab e Jadid (2010). O primeiro passo compreende a formação da matriz *payoff* Φ que representa os valores ótimos das múltiplas funções objetivo minimizadas de modo individual em que cada linha corresponde a um objetivo e cada coluna corresponde a uma solução ótima, assim, seus elementos representam a avaliação de cada objetivo na solução ótima dos outros objetivos conforme representada a seguir.

$$\Phi = \begin{bmatrix} f_1^*(x_1^*) & f_1(x_2^*) & \dots & f_1(x_k^*) \\ f_2(x_1^*) & f_2^*(x_2^*) & \dots & f_2(x_k^*) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_k(x_1^*) & f_k(x_2^*) & \dots & f_k^*(x_k^*) \end{bmatrix} \quad (50)$$

Em que x_i^* é o vetor de variáveis que minimiza a i -ésima função objetivo $f_i(x)$ individualmente, logo $f_i^*(x_i^*)$ é o valor mínimo da função objetivo f_i e $f_j(x_i^*)$ é o valor da função objetivo f_j avaliada na solução que minimiza a função f_i .

Através da matriz *payoff* também é possível definir alguns pontos importantes como, por exemplo, o ponto utópico e o ponto Nadir conforme ilustrados na Figura 12.

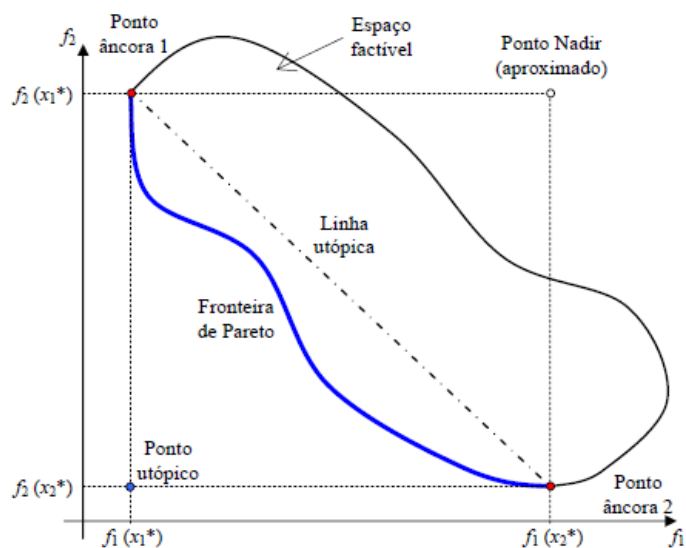


Figura 12 – Curvas *trade-off* para um problema com dois objetivos
 Fonte: Aronés (2009)

De acordo com Vahidinasab e Jadid (2010), o ponto utópico é um ponto fora da fronteira de Pareto e representa o local onde todos os objetivos têm seus valores ótimos quando resolvidos individualmente. Os pontos utópicos, para cada objetivo, estão na diagonal principal da matriz *payoff* e são normalmente representados pela notação f^U e definidos como $f^U = [f_1^*(x_1^*), f_2^*(x_2^*), \dots, f_k^*(x_k^*)]$. Já o ponto Nadir é o ponto no espaço objetivo onde todos os objetivos são, simultaneamente, representados pelos seus valores máximos (pontos não ótimos) e são normalmente representados pela notação f^N e definidos como $f^N = [f_1^N, f_2^N, \dots, f_k^N]$ no qual $f_i^N = \max f_i(x)$.

O próximo passo descrito por Vahidinasab e Jadid (2010) é a normalização das funções objetivo, principalmente quando estas forem representadas por escalas ou unidades diferentes. A normalização das funções objetivo é realizada com a utilização dos dois conjuntos de pontos extremos, utopia e Nadir, conforme representado pela Equação (51).

$$\bar{f}(x) = \frac{f_i(x) - f_i^U}{f_i^N - f_i^U}, i = 1, 2, \dots, k \tag{51}$$

Os valores normalizados encontrados pela Equação (51) serão utilizados para calcular, conseqüentemente, a matriz *payoff* Φ normalizada. De acordo com Vahidinasab e Jadid (2010), as combinações convexas de cada linha da matriz *payoff* formam a Envoltória Convexa de Mínimos Individuais, do inglês *Convex Hull of Individual Minima* (CHIM) ou ainda, conhecida como linha de utopia.

Assim, o método NBI traça a fronteira de Pareto através da solução de um conjunto de problemas não lineares que representam a interseção entre a fronteira e a linha normal ao plano utópico em cada nó conforme ilustrado na Figura 13.

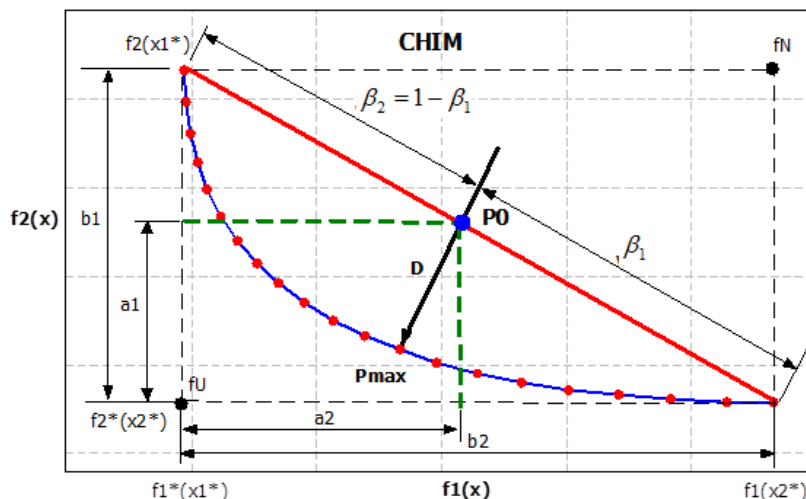


Figura 13 – Fronteira de Pareto biobjetiva obtida através do método NBI

O ponto P0 da Figura 13 é calculado a partir da matriz *payoff* escalonada $\bar{\Phi}w_i$. Assim, considerando um conjunto de valores convexos para os pesos w , tem-se que $\bar{\Phi}w_i$ representará um ponto na linha de utopia. Desta forma, o ponto de interseção da normal com a fronteira da região viável mais próximo da origem é a solução global do seguinte subproblema (52) demonstrado por Vahidinasab e Jadid (2010) e por Jia e Ierapetritou (2007).

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } D \\ & \text{Sujeito a: } \bar{\Phi}w + D\hat{n} = \bar{F}(x) \\ & x \in \Omega \end{aligned} \tag{52}$$

Sendo \hat{n} um vetor normal à linha de utopia nos pontos $\bar{\Phi}w_i$ na direção da origem e $\bar{\Phi}w + D\hat{n}$ representa o conjunto de pontos na normal.

Por uma questão de simplificação, Peruchi (2014) descreve que o parâmetro D pode ser algebricamente eliminado da expressão (52) já que esse parâmetro está tanto na função objetivo quanto nas restrições de igualdade. Assim, para o caso bidimensional, a expressão (52) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \bar{f}_1(x) \\ & \text{Sujeito a: } \bar{g}_1(x) = \bar{f}_1(x) - \bar{f}_2(x) + 2w - 1 = 0 \\ & \bar{g}_2(x) = x^T x \leq \rho^2 \\ & 0 \leq w \leq 1 \end{aligned} \tag{53}$$

Em que w são os pesos que estabelecem a relação de *trade-off* entre $\bar{f}_1(x)$ e $\bar{f}_2(x)$ e ρ é o raio da região esférica experimental do processo de torneamento. Sendo que $\bar{f}_1(x)$ e $\bar{f}_2(x)$ são funções objetivo escalonadas, ou seja, já normalizadas conforme descritas pelas Equações (54) e (55).

$$\bar{f}_1(x) = \frac{f_\mu(x) - f_\mu^U}{f_\mu^N - f_\mu^U} \quad (54)$$

$$\bar{f}_2(x) = \frac{f_{\sigma^2}(x) - f_{\sigma^2}^U}{f_{\sigma^2}^N - f_{\sigma^2}^U} \quad (55)$$

2.7 Métrica de desempenho de espaçamento

De acordo com Collette e Siarry (2005), uma boa e estética Fronteira de Pareto é aquela composta por pontos com uma distribuição uniforme e a métrica que mensura como as soluções não dominadas são distribuídas ao longo da Fronteira de Pareto e permitindo, assim, a medição do intervalo desses pontos, é a métrica de espaçamento proposta por Schott (1995) conforme definição dada pela Equação (56).

$$S = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1}\right) \cdot \sum_{i=1}^{N-1} (\bar{d} - d_i)^2} \quad (56)$$

$$d_i = \min_{j \neq i} (|f_1(\vec{x}_i) - f_1(\vec{x}_j)| + |f_2(\vec{x}_i) - f_2(\vec{x}_j)|)$$

Em que N é o número de pontos da fronteira, \bar{d} é a média de todo o conjunto de pontos d_i , \vec{x}_i é o vetor que reuni todas as variáveis de otimização.

Ainda de acordo com Collette e Siarry (2005), a métrica proposta por Schott (1995) possui dois inconvenientes. São eles:

- 1) O resultado depende da escala dos valores das funções objetivo;
- 2) E o modo como d_i é calculado não é “natural”.

Desta forma, para contornar esses inconvenientes, Collette e Siarry (2005) propuseram a modificação da métrica de espaçamento conforme as definições a seguir:

- 1) A influência da escala dos valores das funções objetivo foi removida utilizando a expressão descrita pela Equação (57);

$$S = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1}\right) \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \left(1 - \frac{d_i}{\bar{d}}\right)^2} \quad (57)$$

2) E para calcular d_i , todos os pontos da fronteira são classificados em ordem crescente, considerando o primeiro objetivo e conforme a Equação (58).

$$d_i = \sqrt{\left(f_1(\vec{x}_i) - f_1(\overline{x_i + 1})\right)^2 + \left(f_2(\vec{x}_i) - f_2(\overline{x_j + 1})\right)^2} \quad (58)$$

Conforme toda medida de variância, quanto menor for o valor do espaçamento S descrito em (57), melhor será a distribuição das distâncias d_i e, desta forma, indicando o melhor algoritmo que obtém os pontos ótimos da Fronteira de Pareto.

3. DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

3.1 Método de Pesquisa

De acordo com Silveira e Córdova (2009) a pesquisa científica possibilita uma aproximação e um entendimento da realidade a se investigar e podendo ser considerada como um processo permanentemente inacabado. Os autores também relatam que a pesquisa pode ser classificada sob diversos pontos de vista como quanto a sua natureza, abordagem, objetivos e procedimentos.

Assim, sob o ponto de vista da sua natureza, a pesquisa científica pode ser especificada como básica ou aplicada. Desta forma, este trabalho pode ser classificado como uma pesquisa aplicada uma vez que objetiva gerar conhecimentos para fins práticos, dirigidos à solução de problemas específicos envolvendo verdades e interesses locais.

Sob o ponto de vista da abordagem, a pesquisa científica pode ser especificada como qualitativa ou quantitativa e por este trabalho visar à mensuração de variáveis com ênfase no raciocínio dedutivo ao invés de criar conhecimento por meio de descrições detalhadas de uma dada situação, caracteriza-se como uma pesquisa quantitativa.

Quanto à ótica dos objetivos, a pesquisa científica pode ser classificada em exploratória, descritiva, explicativa ou normativa. No entanto, de acordo com Bertrand e Fransoo (2002) as pesquisas com abordagem quantitativa podem ser divididas em duas classes: axiomática ou empírica conforme também referenciado em Morabito e Pureza (2010).

De acordo com a classificação das classes propostas por Bertrand e Fransoo (2002), eles classificam as pesquisas quantitativas em quatro tipos, sendo elas:

- Axiomática descritiva: o principal interesse é em analisar modelos (normalmente encontrados na literatura) com o intuito de entendê-los e gerar conhecimento;
- Empírica descritiva: o principal interesse é em criar modelos que descrevam de forma adequada as relações causais que possam existir na realidade e, assim, levando a uma compreensão dos processos reais;
- Axiomática normativa: possui o propósito de melhorar os resultados encontrados na literatura por meio de uma solução ótima para um novo problema ou por meio da comparação do desempenho de estratégias que tratam de um mesmo problema através do desenvolvimento de normas, políticas, estratégias e ações;
- Empírica normativa: possui o propósito de melhorar uma situação real através do

desenvolvimento de normas, políticas, estratégias e ações. Essa pesquisa baseia-se em modelos que estabelecem decisões para problemas reais e podendo ser baseadas em modelos de otimização e/ou programação matemática.

Desta forma, este trabalho classifica-se como uma pesquisa de classe axiomática uma vez que utiliza os resultados de um experimento obtido na literatura e dentro a classe axiomática, esta pesquisa caracteriza-se como normativa, pois possui o propósito de melhorar os resultados experimentais por meio de uma solução ótima explorando o uso de métodos matemáticos, estatísticos e computacionais.

Por fim, quantos aos procedimentos ou método de pesquisa a se utilizar, foi adotado a modelagem e simulação dentre as demais modalidades de pesquisas existentes como o estudo de caso, a pesquisa-ação, *survey* e experimento.

A escolha da modelagem e simulação como sendo o método de pesquisa deste trabalho, em detrimento ao experimento, explica-se pelo fato do uso de dados experimentais encontrados na literatura e provenientes do experimento de torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14 realizado pelo aluno Aluízio Ramos Salgado Júnior em sua defesa de mestrado, no ano de 2010, na UNIFEI.

Logo, a pesquisa realizada neste trabalho é classificada como uma modelagem quantitativa axiomática normativa.

Segundo Martins (2010), no método modelagem e simulação, o pesquisador manipula as variáveis de entrada e seus níveis, mas não o faz na realidade e utiliza, para isso, um modelo de pesquisa podendo haver ou não a criação de um modelo computacional para manipular as variáveis desse modelo criado.

O modelo proposto por Mitroff *et al.* (1974) foi utilizado como base para o trabalho de Bertrand e Fransoo (2002) que aborda o método de pesquisa adotado na condução deste trabalho. A Figura 14 ilustra as fases envolvidas no método modelagem e simulação.

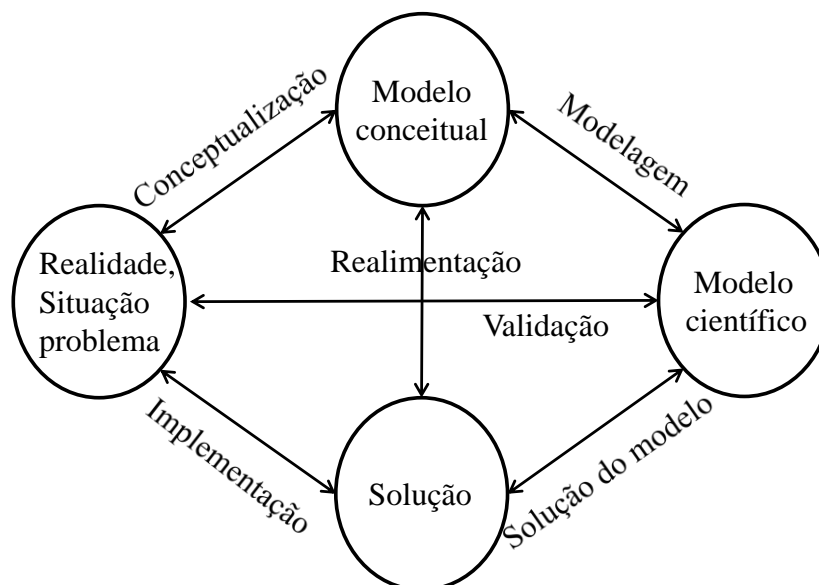


Figura 14 – Etapas do método modelagem e simulação

Fonte: Adaptado de Bertrand e Fransoo (2002)

Bertrand e Fransoo (2002) descrevem que o modelo proposto por Mitroff *et al.* (1974) consiste em quatro etapas: conceptualização, modelagem, solução do modelo e implementação.

Na primeira etapa, conceptualização, o pesquisador elabora um modelo conceitual do problema ou sistema que irá estudar e, também, assume decisões sobre as variáveis que serão incluídas ao modelo, define qual o escopo do problema e outras características iniciais que ajudam em sua definição. Na etapa de modelagem, o pesquisador utiliza o modelo conceitual previamente desenvolvido e elabora um modelo matemático científico que define as relações causais entre as variáveis. Na etapa seguinte, solução do modelo, ocorre o processo de resolução do modelo científico e, sendo que, a matemática geralmente desempenha um papel dominante. Por fim, na última etapa, implementação, a solução encontrada é aplicada ao problema real e, assim, solucionando o problema proposto e finalizando o ciclo que logo também pode ser reiniciado.

Mitroff *et al.* (1974) argumentam que um ciclo de pesquisa pode sem dúvida começar e terminar em qualquer uma das fases do ciclo, desde que o pesquisador tenha conhecimento das partes específicas do processo em solução que está a tratar e, por conseguinte, das reivindicações que podem ser feitas com base nos resultados da pesquisa. Ainda, segundo os autores, o pesquisador pode utilizar um atalho através da realimentação do modelo e, assim, reduzindo as etapas necessárias para a condução da pesquisa, mas esta redução pode acarretar em erros de conceptualização ou na conquista dos resultados.

De acordo com Bertrand e Fransoo (2002), para as pesquisas quantitativas axiomáticas descritivas, o pesquisador cria apenas o modelo conceitual e o modelo científico, pois não realiza as etapas de resolução do problema e a sua implementação. Já para as pesquisas axiomáticas normativas, o pesquisador realiza a modelagem para a obtenção do modelo científico e, também, o soluciona. Essa solução pode, novamente, alimentar o modelo conceitual para possíveis alterações ou contribuições.

Para as pesquisas quantitativas empíricas descritivas, o pesquisador desenvolve as etapas de conceptualização e de modelagem a qual é seguida da validação que atribui o modelo científico a sua realidade. Finalmente, para as pesquisas empíricas normativas, o pesquisador realiza todo o ciclo proposto pela Figura 14 e, assim, se caracterizando como o modelo mais completo que envolve todas as etapas propostas por Mitroff *et al.* (1974).

Logo, como a pesquisa realizada neste trabalho é classificada como uma modelagem quantitativa axiomática normativa, foram realizadas as etapas de conceptualização, modelagem e solução do modelo conforme representadas pela Figura 14. Partiu-se da conceptualização do modelo onde foi definido o objeto de estudo e os objetivos para o trabalho foram propostos. Em seguida, o modelo conceitual obtido foi modelado pelos oito pares de estimadores robustos de localização e de escala e, assim, com a aplicação das análises matemáticas propostas neste trabalho, o modelo científico foi criado. Após, o modelo científico obtido foi otimizado com o auxílio da construção da fronteira de Pareto através do método NBI e, assim, alcançando a solução do modelo.

3.2 Planejamento do experimento

Esta pesquisa se iniciou a partir dos dados experimentais obtidos do processo de torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14 provenientes de Salgado Júnior (2010). Desta forma, alguns detalhes desse experimento serão mencionados nessa seção com o propósito de expor como o experimento foi planejado e realizado.

3.2.1 Torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14

O torneamento é um processo mecânico de usinagem empregado para obter peças com superfícies cilíndricas, planas e cônicas de diâmetros diversos com o auxílio de uma ou mais ferramentas monocortantes onde a peça gira em torno do eixo principal de rotação da máquina e a ferramenta se desloca, simultaneamente, por uma trajetória coplanar com este eixo e, sendo que, este processo é normalizado e padronizado pela norma NBR 6175 TB 83 da ABNT. As principais características que diferencia o torneamento dos demais processos de

usinagem é o fato do seu corte ser normalmente contínuo e a existência do movimento simultâneo da peça e da ferramenta.

O processo de torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14 pode ser representado através da Figura 15.

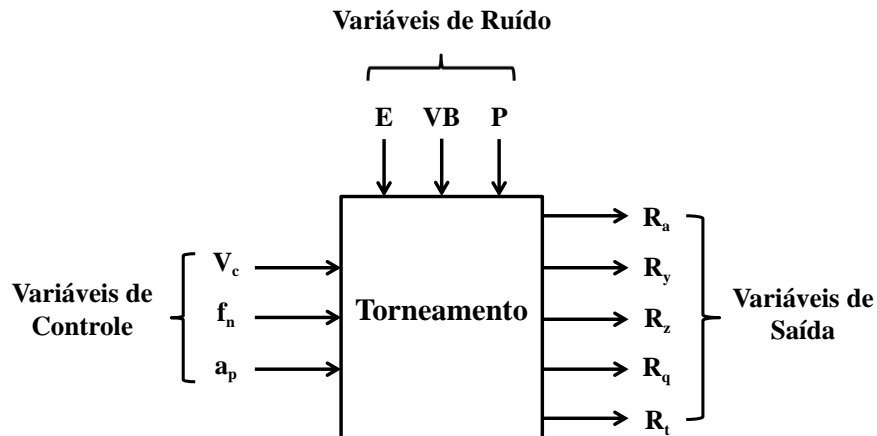


Figura 15 – Representação do processo de torneamento do aço ABNT/SAE 12L14

3.2.1.1 Variáveis de controle

Os parâmetros de usinagem, mais importantes, adotados como variáveis de controle para o processo de torneamento são, frequentemente, a velocidade de corte (V_c), o avanço da ferramenta (f_n) e a profundidade de corte (a_p) uma vez que influenciam fortemente o comportamento do processo de torneamento tanto para a obtenção de bons resultados, quanto para o acabamento superficial do produto, para o volume de material retirado e para a manutenção da vida útil da ferramenta.

A velocidade de corte (V_c) é a velocidade instantânea entre um ponto de referência da aresta de corte da ferramenta e a peça na direção e sentido de corte a qual é medida em metros por minuto (m/mim). Já o avanço da ferramenta (f_n) é a distância percorrida pela ferramenta em relação à peça em cada movimento de revolução (rotação) a qual é medida em milímetros por revolução (mm/rev). Por fim, a profundidade de corte (a_p) é a largura ou profundidade de penetração da ferramenta em relação à peça, medida perpendicularmente ao plano de trabalho e expressa em milímetros (mm). A Figura 16 representa cada um dos parâmetros descritos acima e selecionados como variáveis de controle do processo de torneamento.

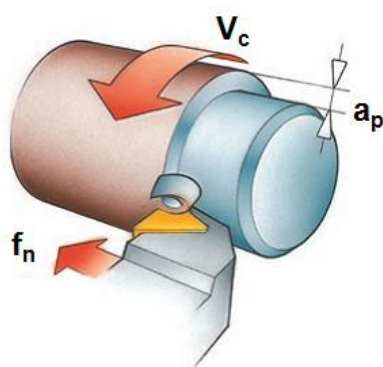


Figura 16 – Representação das variáveis de controle do processo de torneamento

Após a definição das variáveis de controle, definiu-se a faixa de valores adotados para cada um dos níveis dessas variáveis a qual é uma etapa muito importante para que não sejam adotados valores que inviabilizem a execução do experimento ou que resultem em condições inseguras para a sua execução. A escolha desses valores depende de diversos fatores como, por exemplo, o tipo de material a ser usinado, a ferramenta de corte selecionada e a máquina disponível para o experimento. Para tanto, a Tabela 8 descreve os valores para cada nível das variáveis de controle determinados por meio do planejamento do experimento realizado em Salgado Júnior (2010).

Tabela 8 – Parâmetros das variáveis de controle

Variáveis de controle	Níveis		
	-1	0	+1
Velocidade de corte (m/min)	220	280	340
Avanço da ferramenta (mm/rev)	0,08	0,10	0,12
Profundidade de corte (mm)	0,70	0,95	1,20

3.2.1.2 Variáveis de saída ou resposta

As variáveis de saída ou resposta adotadas em Salgado Júnior (2010) são as variáveis que representam o acabamento superficial da peça no processo de manufatura. O acabamento superficial é medido através da rugosidade superficial, expressa em micrometros (μm), o qual é fundamental onde houver exigências quanto a desgaste, atrito, corrosão, aparência, resistência à fadiga, transmissão de calor, propriedades óticas, escoamento de fluídos e superfícies de medição tais como blocos-padrão, micrômetros e paquímetros. A rugosidade superficial obtida varia diretamente em função do conjunto máquina-ferramenta adotado no processo de fabricação e, bem como, em função dos parâmetros de usinagem escolhidos.

No Brasil, os conceitos de rugosidade superficial são definidos pela norma ABNT NBR 6405/1988 e o sistema adotado pelas normas brasileiras compreendem o sistema de medição da linha média ou sistema M. Neste sistema de medição, todas as grandezas são definidas a partir de uma linha de referência, a linha média, a qual é definida como uma linha disposta paralelamente à direção geral do perfil, dentro do percurso de medição, de tal modo que a soma das áreas superiores, compreendida entre ela e o perfil efetivo, seja igual à soma das áreas inferiores conforme exemplificado na Figura 17.

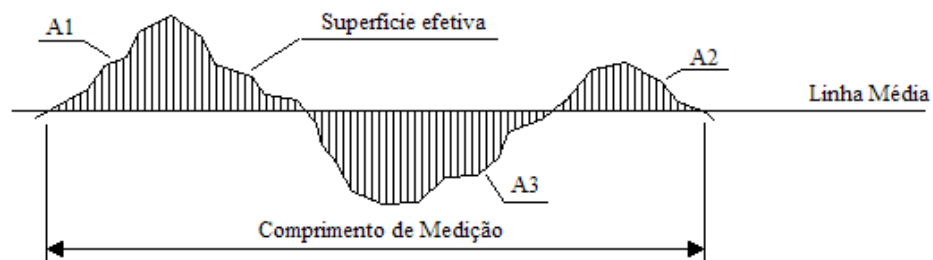


Figura 17 – Definição do sistema de medição da linha média

Em que: $A1 + A2 = A3$

Para a composição deste experimento, foram definidas as medidas de rugosidade superficial R_a , R_y , R_z , R_q e R_t como sendo diferentes formas de se medir a rugosidade de uma superfície. Suas principais características são detalhadas a seguir:

– Rugosidade Média Aritmética (R_a):

É o valor médio aritmético de todos os desvios do perfil de rugosidade em relação à linha média dentro do comprimento de medição (l_m) conforme exemplificado pela Figura 18.

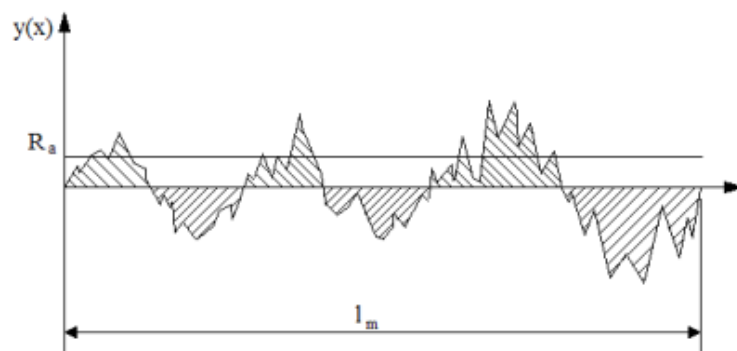


Figura 18 – Representação da obtenção de R_a

Em que:
$$R_a = \frac{1}{l_m} \int_0^{l_m} |y_i| dx \quad (59)$$

O parâmetro R_a é amplamente utilizado e aplicável na maioria dos processos de fabricação, mas, sozinho, não é capaz de descrever totalmente uma superfície. Sua desvantagem é evidenciada quando um vale ou pico não típico é detectado na superfície, porém, não interferindo no cálculo do valor médio e mantendo o defeito praticamente oculto. Por isso, é aconselhável usar outro parâmetro de rugosidade para determinadas aplicações.

– Rugosidade Média Quadrática (R_q):

É o valor médio quadrático de todos os desvios do perfil de rugosidade em relação à linha média dentro do comprimento de medição (l_m) e, assim, sendo um parâmetro muito similar à R_a conforme exemplificado pela Figura 19.

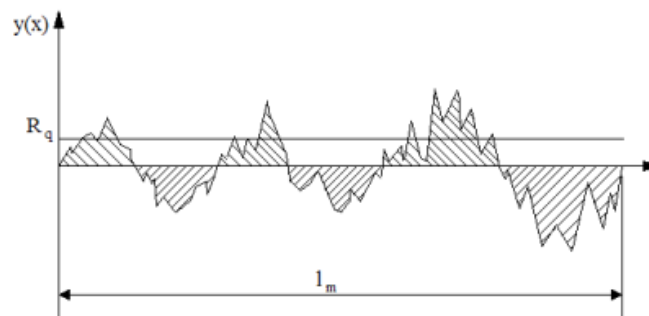


Figura 19 – Representação da obtenção de R_q

Em que:
$$R_q = \sqrt{\frac{1}{l_m} \int_0^{l_m} y_i^2 dx} \quad (60)$$

Ou, aproximadamente:
$$R_q \approx 1,11 \text{ a } 1,25(R_a) \quad (61)$$

- Rugosidade Máxima (R_y):

É o maior valor das rugosidades parciais (Z_i) dentre as obtidas nos diversos comprimentos de amostragem (l_e) que se apresentam no comprimento de medição (l_m) conforme exemplificado pela Figura 20. Neste caso, $R_y = Z_2$ já que entre os cinco comprimentos de amostragem consecutivos, o maior valor da rugosidade parcial Z_i ocorre no segundo *cut-off*.

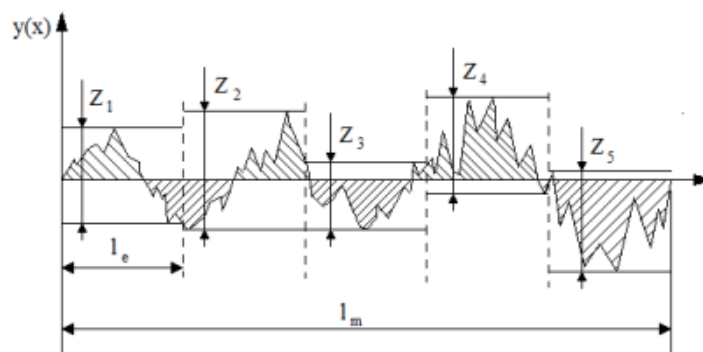


Figura 20 – Representação da obtenção de R_y e R_z

O parâmetro R_y tem grande aceitação uma vez que informa sobre a máxima deterioração da superfície vertical da peça e fornece informações complementares ao parâmetro R_a , mas, individualmente, não apresenta informação suficiente a respeito da superfície já que diversas formas de rugosidade podem apresentar o mesmo valor de R_y .

– Rugosidade Média (R_z):

Corresponde à média aritmética dos cinco valores das rugosidades superficiais representadas na Figura 20. Este parâmetro informa a distribuição média da superfície vertical e define muito bem a superfície em perfis periódicos. O cálculo de R_z é realizado por meio da Equação (62).

$$R_z = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5}{5} \quad (62)$$

– Rugosidade Total (R_t):

Corresponde à distância vertical entre o pico mais alto e o vale mais profundo no comprimento de medição (l_m), independentemente dos valores das rugosidades parciais (Z_i) conforme exemplificado pela Figura 21. O parâmetro R_t tem o mesmo emprego do parâmetro R_y , porém com maior rigidez, uma vez que considera o comprimento de amostragem igual ao comprimento de medição.

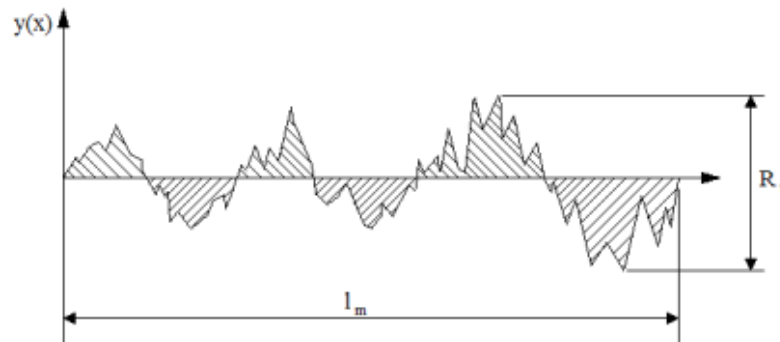


Figura 21 – Representação da obtenção de R_t

3.2.1.3 Variáveis de ruído ou não controláveis

Apesar da existência de inúmeras variáveis de ruído no processo de torneamento, apenas a esbeltez da peça (E), o desgaste da ferramenta (VB) e a posição da medição (P) foram selecionadas em Salgado Júnior (2010) e são responsáveis por gerar parte da variação nas diversas condições de ensaio. As demais possíveis variáveis de ruído foram desconsideradas nesse experimento.

Por sua vez, a esbeltez da peça (E) é uma característica que relaciona o diâmetro (D) do corpo de prova e seu comprimento (L) segundo a relação $E = L/D$. No experimento em questão, o comprimento das peças foi constante para todos os corpos de prova e, assim, a esbeltez foi influenciada diretamente pelo diâmetro das peças a qual foi considerada em dois níveis: (1) peça esbelta ou fina e (2) peça não esbelta ou grossa. Desta forma, as peças finas foram classificadas como sendo aquelas que possuem diâmetro inicial igual a 30 mm e como peças grossas, aquelas que possuem diâmetro inicial igual a 50 mm. A adoção desta variável de ruído se baseia na hipótese de que corpos de prova mais esbeltos sofram maior influência da vibração durante o processo de usinagem e, conseqüentemente, apresentem valores maiores de rugosidade superficial.

Já a posição de medição (P) é uma variável que tenta avaliar indiretamente o efeito da vibração sobre a rugosidade superficial da peça durante o processo de torneamento. Segundo esta hipótese, espera-se que a vibração próxima ao ponto de fixação do corpo de prova na máquina seja baixa e, conseqüentemente, a rugosidade superficial nesta região também e, desta forma, quanto maior for o afastamento do ponto de fixação do corpo de prova, maior será o efeito da vibração e maior será a rugosidade superficial. Por isso, foram adotadas, no experimento em questão, três regiões para a medição da rugosidade: (1) região próxima ao contra ponto - CP, (2) região central - CE e (3) região próxima às castanhas - CA.

A Figura 22 ilustra a localização das três regiões adotadas para a medição da rugosidade superficial nos corpos de prova.

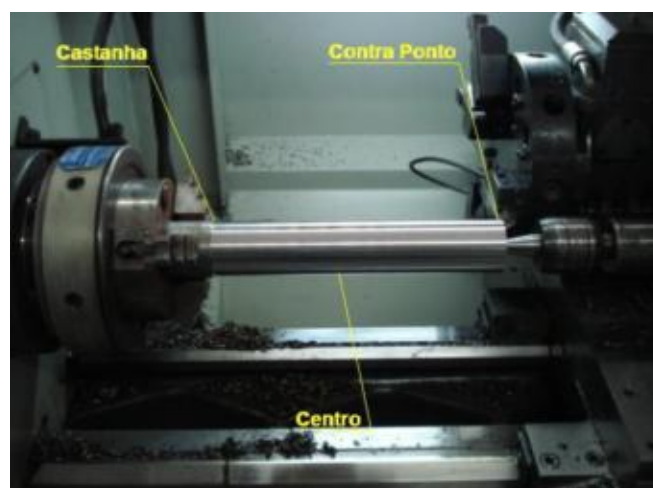


Figura 22 – Distribuição dos pontos de medição em cada corpo de prova

Por fim, o desgaste de ferramenta (VB) é a perda contínua, progressiva e microscópica de partículas da ferramenta devido à ação do corte e, assim, determinando o tempo de vida da

mesma. Neste experimento, o desgaste da ferramenta foi considerado em dois níveis: (1) ferramenta nova como sendo aquela com aresta de corte sem qualquer desgaste e que nunca havia sido utilizada e (2) ferramenta usada como sendo aquela cujo desgaste medido na aresta seja de aproximadamente 0,3 mm. A adoção desta variável de ruído se baseia na hipótese de que o desgaste da ferramenta, devido à variação na forma da aresta de corte, interfira no acabamento superficial da peça.

A Tabela 9 resume os valores para cada nível das variáveis de ruído determinados por meio do planejamento do experimento realizado em Salgado Júnior (2010).

Tabela 9 – Parâmetros das variáveis de ruído

Variáveis de ruído	Níveis		
	-1	0	+1
Esbeltez (mm)	Grossa (ϕ 50 mm)	-	Fina (ϕ 30 mm)
Desgaste (mm)	Nova (0,0 mm)	-	Usada (0,3 mm)
Posição	Contra Ponto (CP)	Centro (CE)	Castanha (CA)

3.2.1.4 Materiais, máquinas, ferramentas e instrumentos de medição

Os corpos de prova utilizados na realização desse experimento possuem dimensões de 50 mm de diâmetro por 295 mm de comprimento para as peças consideradas grossas e 30 mm de diâmetro por 295 mm de comprimento para as peças consideradas finas. O material desses corpos de prova foi o aço de corte fácil com especificação ABNT 12L14 com a composição química descrita na Tabela 10.

Tabela 10 – Composição química do aço ABNT 12L14

%C	%Si	%Mn	%P	%S	%Cr	%Ni	%Cu	%Al	%Mo	%Pb	%N
0,090	0,030	1,240	0,046	0,273	0,150	0,080	0,260	0,001	0,020	0,280	0,0079

Os experimentos foram realizados em um torno CNC da marca NARDINI, modelo LOGIC 175, com comando numérico CNC MCS Série 500, potência de 7,5 CV, rotação máxima do eixo árvore de 4000 rpm, torre porta-ferramenta com 8 posições, diâmetro máximo de 100 mm e comprimento máximo torneável de 300 mm entre pontas conforme ilustrado na Figura 23.



Figura 23 – Torno CNC NARDINI

Já a ferramenta de corte utilizada nesse processo foi o metal duro classe ISO P35 revestido com três coberturas (Ti(C,N), Al₂O₃, TiN), (GC 4035 Sandvik) na geometria ISO SNMG 09 03 04 – PM e com suporte designação ISO DSBNL 1616H 09.

Por fim, para a determinação dos valores de rugosidade de cada corpo de prova após o torneamento dos mesmos, foi utilizado um rugosímetro MITUTOYO SurfTest SJ-201P. Os valores medidos para as variáveis de resposta R_a , R_y , R_z , R_q e R_t foram obtidos, simultaneamente, durante o percurso da unidade de avanço e posteriormente registrados em planilha eletrônica. Este rugosímetro é periodicamente calibrado pelo laboratório de metrologia da Universidade Federal de Itajubá conforme representado pela Figura 24.



Figura 24 – Rugosímetro utilizado na leitura das medições das variáveis de saída

3.2.1.5 Arranjo experimental

Definida as variáveis de entrada e de ruído com seus respectivos níveis a serem considerados, um tipo de experimento é escolhido e planejado para a execução dos ensaios e coleta de dados. No experimento em questão, proposto em Salgado Júnior (2010), o experimento planejado foi uma adaptação à estratégia sugerida por Taguchi para projeto robusto de parâmetros o qual aborda um arranjo cruzado composto por um arranjo interno utilizando as variáveis de entrada ou controle e, também, por um arranjo externo utilizando as variáveis de ruído.

Foi utilizado um arranjo do tipo CCD como arranjo interno composto por 8 pontos fatoriais, 6 pontos axiais e 3 pontos centrais, obtendo-se $\rho = 1,682$. Como arranjo externo, foi utilizado um fatorial completo com níveis mistos $2^2 \times 3$, já que não era possível medir um nível intermediário para a esbeltez (E) e para o desgaste (VB) enquanto se desejava também avaliar a rugosidade na região central das peças usinadas. A Tabela 11 exemplifica o arranjo cruzado proposto para o torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14 para obter cada uma das variáveis de reposta R_a , R_y , R_z , R_q e R_t .

Tabela 11 – Planejamento do experimento utilizando arranjo cruzado

		Arranjo Externo														
		k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
		Esbeltez	G	G	G	G	G	G	F	F	F	F	F	F		
Desgaste	N	N	N	U	U	U	N	N	N	U	U	U				
Posição	CP	CE	CA	CP	CE	CA	CP	CE	CA	CP	CE	CA				
Arranjo Interno (CCD)	i	V_c	f_n	a_p	\bar{y}_{ij1}	\bar{y}_{ij2}	\bar{y}_{ij3}	\bar{y}_{ij4}	\bar{y}_{ij5}	\bar{y}_{ij6}	\bar{y}_{ij7}	\bar{y}_{ij8}	\bar{y}_{ij9}	\bar{y}_{ij10}	\bar{y}_{ij11}	\bar{y}_{ij12}
	1	220	0,08	0,70												
	2	340	0,08	0,70												
	3	220	0,12	0,70												
	4	340	0,12	0,70												
	5	220	0,08	1,20												
	6	340	0,08	1,20												
	7	220	0,12	1,20												
	8	340	0,12	1,20												
	9	180*	0,10	0,95												
	10	380*	0,10	0,95												
	11	280	0,07*	0,95												
	12	280	0,13*	0,95												
	13	280	0,10	0,53*												
	14	280	0,10	1,37*												
	15	280	0,10	0,95												
	16	280	0,10	0,95												
17	280	0,10	0,95													

*Pontos axiais

Sendo: G – Grossa, F – Fina, N – Nova e U – Usada;

i = Cada um dos 17 experimentos executados ($i = 1, 2, 3, \dots, n$);

j = Cada uma das variáveis de resposta ($j = 1, 2, 3, \dots, p$);

k = Cada uma das réplicas em 12 condições de ruído.

Os pontos axiais conforme mencionados na Tabela 11 são calculados por meio de uma interpolação descrita pela relação $x_i = \frac{x_i - (X_H + X_L/2)}{(X_H - X_L/2)}$. Em que:

x_i - Valor de $\rho = 1,682$;

X_i - Valor decodificado da variável de controle;

X_H - Valor superior decodificado da variável de controle;

X_L - Valor inferior decodificado da variável de controle.

No total, foram usinados 68 corpos de prova os quais possuíam 12 pontos de medição cada (4 pontos de medição distantes 90° entre si em relação à seção transversal) em cada uma das 3 regiões de medição (CP, CE e CA) conforme exemplificado pela Figura 25.

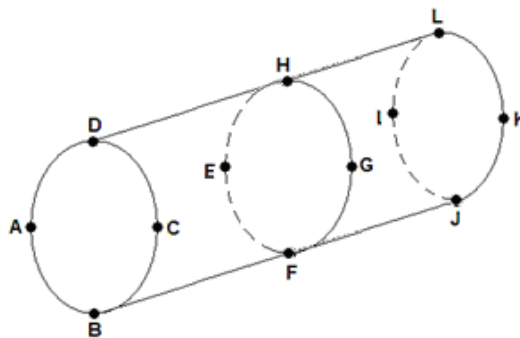


Figura 25 – Distribuição dos pontos de medição adotados em cada corpo de prova

Em cada um dos 12 pontos medidos, foram realizadas 3 réplicas de cada um desses pontos e, assim, cada combinação de ruído (esbeltez, desgaste e posição) forneceu um valor médio calculado conforme exemplificado pela Equação (63).

$$\bar{y}_{i j k} = \frac{y_{A1} + y_{A2} + y_{A3} + y_{B1} + y_{B2} + y_{B3} + y_{C1} + y_{C2} + y_{C3} + y_{D1} + y_{D2} + y_{D3}}{12} \quad (63)$$

Desta forma, de posse de cada valor médio das 12 condições de ruído apresentadas no torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14, obtêm-se os valores das variáveis de resposta R_a , R_y , R_z , R_q e R_t conforme listado nas Tabelas 12-16. Em sequência, é possível visualizar nas Figuras 26 - 30 a plotagem das 17 condições experimentais as quais consideraram as 12 condições de ruído propostas pelo arranjo cruzado em estudo.

Tabela 12 – Valores obtidos no experimento para R_a para cada condição de ruído

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
i	R_{a1}	R_{a2}	R_{a3}	R_{a4}	R_{a5}	R_{a6}	R_{a7}	R_{a8}	R_{a9}	R_{a10}	R_{a11}	R_{a12}
1	0,747	0,816	0,831	1,528	1,776	2,320	3,829	0,984	1,046	0,869	0,748	0,781
2	0,733	0,752	0,801	1,364	2,059	2,249	3,970	0,974	1,021	3,136	1,869	0,847
3	1,093	1,155	1,168	1,844	2,296	2,153	3,505	1,413	1,483	1,796	1,736	1,744
4	1,163	1,146	1,260	1,865	2,557	2,431	1,574	1,498	1,485	3,280	1,832	1,981
5	1,139	1,320	1,258	1,304	1,593	2,111	9,694	1,471	1,693	2,235	1,380	1,449
6	1,169	0,950	0,856	1,472	1,359	1,803	4,177	1,438	1,600	7,148	3,151	1,263
7	1,553	1,583	1,589	1,686	1,677	1,729	1,949	1,538	1,576	3,100	1,952	1,873
8	1,557	1,693	1,623	1,542	1,637	1,649	3,450	1,574	1,617	5,533	3,132	1,813
9	1,300	1,109	1,129	1,399	1,707	1,531	4,797	1,309	1,368	3,627	1,842	1,649
10	1,009	0,850	1,044	1,962	1,866	1,735	5,441	1,526	1,413	4,353	2,387	1,363
11	1,471	1,271	1,323	2,158	2,005	1,868	4,129	2,083	1,263	2,828	1,904	0,661
12	1,363	1,387	1,460	2,329	1,998	1,918	3,409	1,554	1,524	1,783	1,709	1,733
13	1,160	1,218	1,273	2,226	2,345	2,486	1,265	1,065	1,102	2,602	1,667	1,758
14	1,470	1,363	1,403	2,088	2,464	2,493	5,220	1,322	1,262	3,368	2,658	2,508
15	1,255	1,313	1,420	2,418	2,176	2,197	6,688	1,214	1,201	3,101	2,783	2,061
16	1,143	1,304	1,323	2,191	2,234	2,286	6,275	1,145	1,136	2,789	3,013	1,960
17	0,917	1,075	1,148	2,533	2,366	2,371	6,064	1,152	1,165	3,196	2,993	2,106

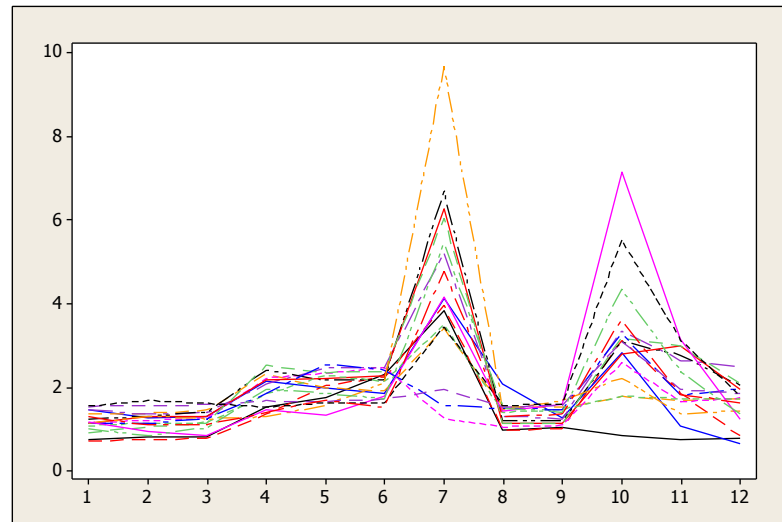


Figura 26 – Plotagem dos dados experimentais de R_a

Tabela 13 – Valores obtidos no experimento para R_y para cada condição de ruído

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
i	R_{y1}	R_{y2}	R_{y3}	R_{y4}	R_{y5}	R_{y6}	R_{y7}	R_{y8}	R_{y9}	R_{y10}	R_{y11}	R_{y12}
1	6,262	5,244	5,565	11,746	14,480	16,077	19,456	8,151	10,077	5,428	4,355	4,402
2	4,093	4,333	5,110	11,221	15,545	16,265	18,494	5,890	7,858	19,436	13,682	5,351
3	6,274	6,628	7,620	9,781	12,915	12,321	16,235	7,013	7,906	11,862	10,766	9,853
4	6,433	6,117	9,550	10,983	13,088	13,713	8,790	7,692	7,552	16,805	10,082	10,940
5	6,621	8,874	7,608	10,983	11,314	16,188	41,926	13,668	14,271	16,434	11,361	13,218
6	7,177	7,318	6,413	9,958	9,122	14,444	19,108	9,604	11,779	37,787	18,822	10,618
7	7,461	7,595	7,400	11,294	10,224	8,267	12,159	8,205	9,110	21,673	15,342	13,638
8	7,170	8,153	7,997	10,456	7,898	8,528	19,461	8,260	8,648	32,268	25,911	11,317
9	10,753	7,298	6,403	8,924	12,279	11,131	22,930	8,469	9,358	23,014	13,319	13,630
10	7,260	7,309	9,214	12,218	9,636	7,717	22,948	11,948	11,137	22,529	14,567	11,505
11	8,390	6,724	6,180	15,062	9,877	7,586	19,878	11,128	12,082	15,403	9,131	5,802
12	7,328	7,804	8,511	13,938	8,258	8,229	17,151	10,358	9,939	12,267	11,238	12,818
13	5,646	5,710	5,815	13,257	8,707	8,597	8,388	6,324	6,986	14,614	12,822	8,177
14	9,194	8,543	8,430	11,288	10,331	9,141	26,120	9,511	8,989	21,064	20,745	19,035
15	6,448	6,948	8,059	14,220	8,568	7,473	30,382	7,488	8,483	17,938	19,910	14,797
16	6,294	8,302	7,098	11,978	9,985	7,619	28,929	7,373	7,833	21,010	22,433	12,352
17	5,963	5,838	6,269	15,253	11,354	8,282	27,663	6,853	7,191	21,234	21,423	16,106

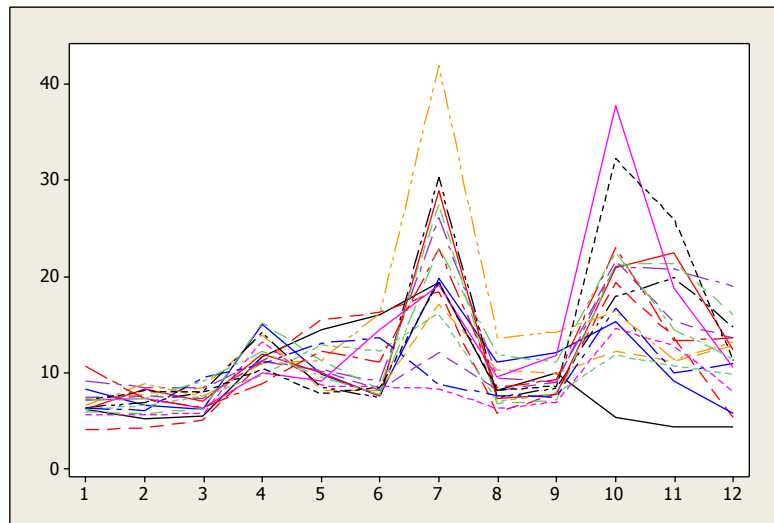


Figura 27 - Plotagem dos dados experimentais de R_y

Tabela 14 – Valores obtidos no experimento para R_z para cada condição de ruído

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
i	R_{z1}	R_{z2}	R_{z3}	R_{z4}	R_{z5}	R_{z6}	R_{z7}	R_{z8}	R_{z9}	R_{z10}	R_{z11}	R_{z12}
1	4,075	4,028	4,068	8,130	9,089	11,203	18,210	6,376	7,070	4,355	3,833	3,935
2	3,517	3,674	4,050	7,345	10,483	11,643	16,723	5,368	6,154	15,750	10,509	4,752
3	5,103	5,418	5,780	8,455	10,888	9,742	14,498	6,302	6,750	10,093	9,555	9,004
4	5,745	5,350	6,767	8,911	11,117	10,880	7,706	7,128	6,974	15,587	9,449	9,648
5	5,322	6,418	5,657	7,073	7,925	10,780	39,263	9,635	10,595	12,922	9,237	9,378
6	5,658	4,707	5,009	7,413	7,378	9,102	17,868	8,149	9,285	35,478	16,535	7,967
7	6,685	6,768	6,678	8,240	7,922	7,786	9,824	7,488	7,447	16,347	11,466	10,990
8	6,598	7,155	6,913	7,757	7,143	7,223	15,531	7,533	7,699	26,573	18,303	10,293
9	6,987	5,723	5,681	7,024	8,636	8,162	20,563	7,303	7,806	18,433	11,008	11,194
10	5,069	4,904	5,577	9,558	8,231	6,920	21,196	9,449	9,202	19,828	12,964	8,948
11	6,541	5,831	5,854	9,607	8,555	7,197	18,751	9,913	8,396	13,740	6,812	4,337
12	6,117	6,283	6,663	10,544	7,724	7,418	15,081	8,458	8,063	10,802	10,095	10,305
13	5,010	5,235	5,373	10,028	8,253	7,383	7,000	5,545	5,869	13,068	8,515	7,293
14	6,598	6,531	6,430	9,185	9,370	8,755	23,603	7,517	7,103	17,420	14,551	13,187
15	5,520	5,948	4,563	10,588	7,853	7,031	28,143	6,392	6,756	15,753	15,144	10,499
16	5,142	5,956	6,006	9,395	8,545	7,394	27,139	6,216	6,178	15,252	16,633	9,192
17	4,825	4,972	5,278	11,174	9,652	7,991	25,991	6,251	6,439	16,284	16,160	10,483

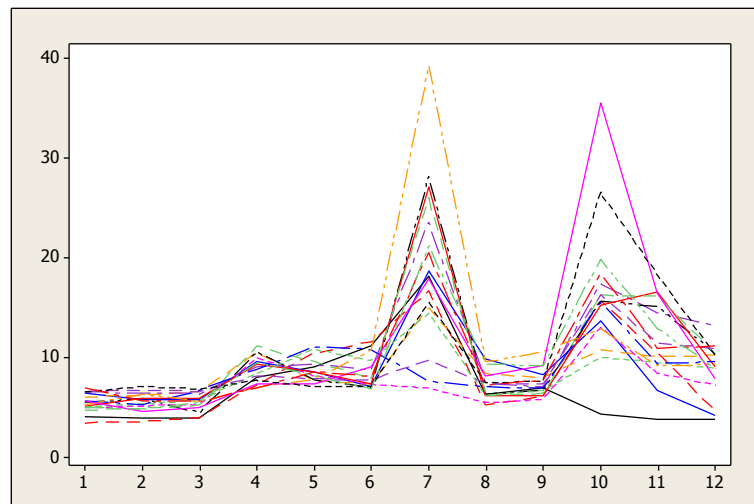


Figura 28 - Plotagem dos dados experimentais de R_z

Tabela 15 – Valores obtidos no experimento para R_q para cada condição de ruído

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
i	R_{q1}	R_{q2}	R_{q3}	R_{q4}	R_{q5}	R_{q6}	R_{q7}	R_{q8}	R_{q9}	R_{q10}	R_{q11}	R_{q12}
1	0,974	1,018	1,004	3,438	2,208	2,826	4,566	1,262	1,390	1,057	0,918	0,990
2	0,881	0,908	0,973	1,743	2,553	2,797	4,660	1,263	1,280	3,840	2,286	1,026
3	1,287	1,358	1,396	2,209	2,692	2,583	4,027	1,636	1,715	2,232	2,233	2,196
4	1,377	1,355	1,571	2,287	3,023	2,905	1,886	1,762	1,737	3,868	2,308	2,993
5	1,368	14,591	1,490	1,663	1,966	2,615	11,339	1,958	2,246	2,792	1,748	1,846
6	1,413	1,164	1,136	1,810	1,755	2,233	4,925	1,823	2,026	8,623	3,893	1,640
7	1,842	1,876	1,884	2,068	2,049	2,052	2,358	1,856	1,890	3,783	2,549	2,417
8	1,847	1,998	1,917	1,893	1,967	2,010	4,096	1,887	1,930	6,754	3,992	2,318
9	1,673	1,395	1,433	1,690	2,112	1,906	5,648	1,624	1,703	4,419	2,294	2,115
10	1,248	1,183	1,317	2,396	2,198	1,997	6,233	1,948	1,844	5,094	2,915	1,817
11	1,736	1,568	1,619	2,558	2,358	2,146	4,924	2,479	1,670	3,373	1,383	0,832
12	1,659	1,663	1,748	2,755	2,236	2,149	3,966	1,913	1,856	2,310	2,289	2,304
13	1,373	1,433	1,498	2,666	2,673	2,765	1,552	1,302	1,349	3,950	2,013	1,984
14	1,773	1,668	1,688	2,480	2,892	2,851	6,219	1,654	1,555	4,066	3,297	3,032
15	1,502	1,587	1,718	2,841	2,467	2,453	7,860	1,485	1,479	3,693	3,390	2,467
16	1,376	1,573	1,578	2,572	2,611	2,553	7,417	1,426	1,406	3,453	3,743	2,281
17	1,161	1,299	1,392	3,010	2,794	2,668	7,201	1,416	1,456	3,861	3,727	2,486

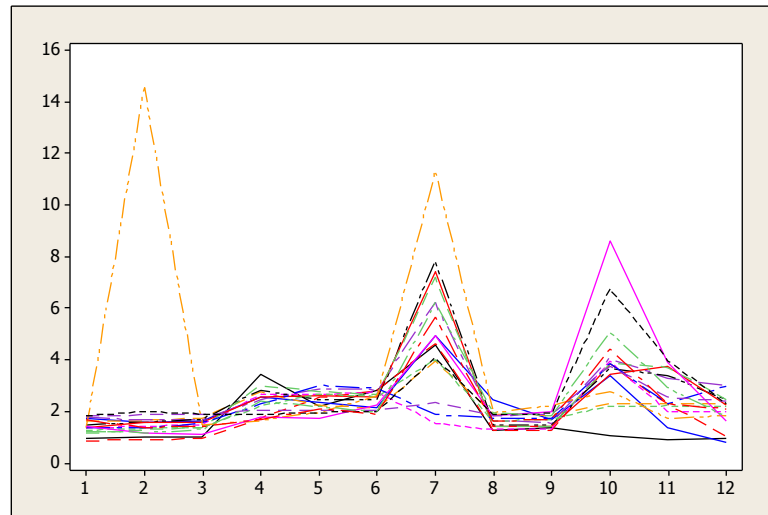


Figura 29 - Plotagem dos dados experimentais de R_q

Tabela 16 – Valores obtidos no experimento para R_l para cada condição de ruído

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
i	R_{l1}	R_{l2}	R_{l3}	R_{l4}	R_{l5}	R_{l6}	R_{l7}	R_{l8}	R_{l9}	R_{l10}	R_{l11}	R_{l12}
1	6,439	5,393	5,725	12,458	14,518	16,619	19,913	8,338	10,234	5,684	4,537	4,558
2	4,140	4,390	5,201	11,398	16,080	21,518	18,655	6,254	8,061	19,588	14,143	5,443
3	6,352	6,823	7,681	10,032	13,033	12,475	16,400	7,130	8,062	11,964	10,883	10,104
4	6,460	6,340	9,605	11,121	13,478	13,984	9,118	8,005	7,931	17,248	10,280	11,167
5	6,658	8,976	7,733	11,169	11,518	16,542	42,206	13,838	14,563	17,424	12,241	13,945
6	7,393	7,526	6,668	10,131	9,379	14,676	20,222	9,850	10,818	38,662	19,518	11,018
7	7,638	7,707	7,489	11,853	10,587	8,538	12,360	8,593	9,170	22,059	15,508	13,999
8	7,305	8,258	8,098	10,809	8,196	8,580	19,891	8,568	8,913	33,318	26,638	11,663
9	10,807	7,421	11,616	9,239	12,425	10,545	23,238	8,681	9,649	23,610	13,959	14,880
10	7,284	7,122	9,294	23,421	9,888	7,190	23,234	12,238	11,410	22,898	15,090	11,698
11	8,519	6,875	6,347	15,058	10,284	7,785	20,510	11,319	12,188	15,740	9,483	5,964
12	7,496	7,855	8,571	14,129	8,577	8,493	17,389	10,466	10,077	12,682	11,479	13,035
13	5,737	5,817	5,987	13,798	8,805	8,662	8,570	6,517	7,048	15,073	13,030	8,323
14	9,322	8,721	8,482	11,498	10,488	9,228	26,548	9,756	9,086	21,573	21,063	19,418
15	6,676	7,097	6,272	14,468	8,743	7,348	30,569	7,601	8,622	18,186	20,200	15,017
16	6,583	8,427	7,315	11,365	9,525	7,272	29,149	7,465	8,057	21,949	23,054	12,644
17	5,993	5,913	6,336	15,488	11,554	8,360	27,932	7,087	7,414	21,739	21,787	16,346

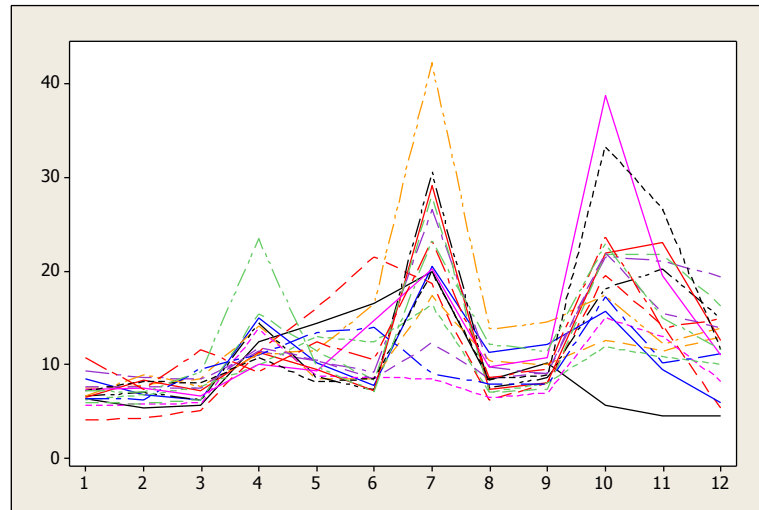


Figura 30 - Plotagem dos dados experimentais de R_t

As condições experimentais representadas pelas linhas 15, 16 e 17 das Tabelas 12-16 compõem os três pontos centrais do arranjo cruzado descrito anteriormente. É possível notar que mesmo em condições experimentais idênticas para V_c , f_n e a_p , os valores obtidos das rugosidades superficiais dos corpos de prova são diferentes, ou seja, com isso comprova-se que o arranjo cruzado realmente está sob a influência de ruídos e de que os ruídos considerados são de fato ruídos.

3.3 Condução do método adotado

Com o propósito de facilitar a visualização das etapas desenvolvidas durante a condução da pesquisa, foi criado o fluxograma da Figura 31 o qual exemplifica o passo a passo deste trabalho. Nas seções a seguir, as etapas mencionadas no fluxograma serão detalhadas e aprofundadas em seus conceitos e, bem como, serão apresentados os resultados obtidos em cada uma delas. As etapas de modelagem e solução devem ser replicadas para cada uma das rugosidades superficiais analisadas (R_a , R_y , R_z , R_q e R_t).

3.3.1 Conceptualização da pesquisa

De acordo com as etapas do método de pesquisa proposto para este trabalho, partiu-se da conceptualização da pesquisa a qual foi descrita na seção 3.1 e ficou definido como objeto de estudo o torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14 realizado em Salgado Júnior (2010). Como objetivo geral foi proposta uma métrica de comparação de desempenho entre as Fronteiras de Pareto obtidas para cada um dos oito modelos (A – H) duais e, como consequência, também foram propostos quatro objetivos específicos.

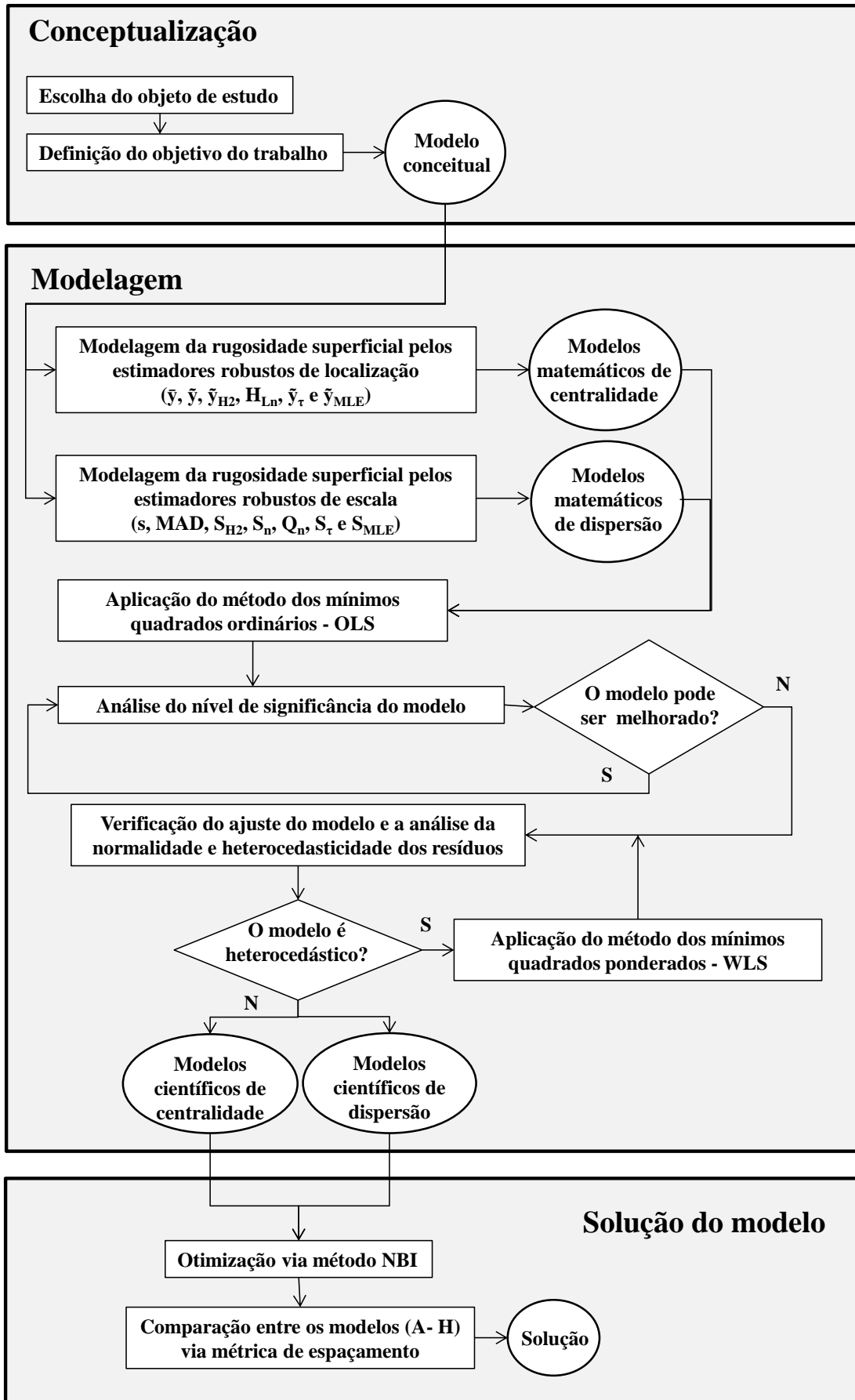


Figura 31 – Fluxograma da condução da pesquisa via o método adotado

3.3.2 Modelagem dos dados experimentais

Os dados experimentais obtidos pelo processo de torneamento conforme mencionados nas Tabelas 12 – 16 informam as rugosidades superficiais dos corpos de prova e, nessa etapa, serão modelados pelos estimadores robustos de localização e escala conforme listados na Tabela 1. Essa etapa foi realizada com o auxílio do *software R*[®] e, neste presente trabalho, foi utilizada a versão 3.0.2 do programa disponível para *download* com os seus respectivos pacotes e funções disponibilizadas na internet e conforme já mencionadas no Anexo A. Como resultado, obtiveram-se as respostas expostas nas Tabelas 17 – 21 para cada uma das respectivas rugosidades R_a , R_y , R_z , R_q e R_t .

Tabela 17 – Valores obtidos para R_a na modelagem por estimadores robustos

\bar{y}	s^2	\tilde{y}	MAD ²	\tilde{y}_{H2}	S_{H2}^2	H_{Ln}	S_n^2	Q_n^2	\tilde{y}_τ	S_τ^2	\tilde{y}_{MLE}	S_{MLE}^2
1,356	0,851	0,927	0,058	1,192	0,359	1,163	0,080	0,117	0,865	0,093	1,681	0,501
1,648	1,101	1,193	0,446	1,562	0,966	1,496	0,534	0,721	1,189	0,610	1,903	0,792
1,782	0,441	1,740	0,301	1,695	0,264	1,710	0,264	0,303	1,643	0,257	1,881	0,357
1,839	0,413	1,703	0,286	1,792	0,374	1,783	0,465	0,349	1,670	0,313	1,904	0,330
2,220	5,650	1,460	0,071	1,602	0,199	1,534	0,065	0,104	1,417	0,099	3,234	2,538
2,199	3,359	1,455	0,220	1,832	1,180	1,558	0,264	0,376	1,347	0,310	2,620	1,791
1,817	0,186	1,681	0,030	1,728	0,040	1,728	0,025	0,030	1,678	0,034	1,941	0,093
2,235	1,497	1,643	0,013	1,892	0,286	1,704	0,012	0,018	1,628	0,020	2,624	0,675
1,897	1,279	1,465	0,100	1,558	0,169	1,528	0,164	0,162	1,435	0,122	2,290	0,805
2,079	1,976	1,630	0,463	1,759	0,659	1,697	0,604	0,655	1,526	0,529	2,446	1,469
1,846	0,855	1,670	0,369	1,745	0,610	1,707	0,766	1,008	1,616	0,472	1,880	0,712
1,847	0,320	1,721	0,115	1,754	0,137	1,731	0,106	0,124	1,682	0,121	1,945	0,195
1,680	0,344	1,470	0,252	1,680	0,441	1,717	0,454	0,191	1,496	0,360	1,725	0,251
2,301	1,305	2,276	1,549	2,160	0,829	2,047	1,603	1,077	2,098	1,032	2,454	0,817
2,319	2,314	2,118	1,243	2,040	0,757	0,542	1,206	1,160	1,934	0,876	2,852	1,565
2,233	2,054	2,075	1,275	1,986	0,782	2,007	1,318	1,145	1,882	0,901	2,533	1,126
2,257	2,080	2,236	2,266	2,058	1,157	2,071	2,112	1,243	1,979	1,478	2,443	1,342

Tabela 18 – Valores obtidos para R_y na modelagem por estimadores robustos

\bar{y}	s^2	\tilde{y}	MAD ²	\tilde{y}_{H2}	S_{H2}^2	H_{Ln}	S_n^2	Q_n^2	\tilde{y}_τ	S_τ^2	\tilde{y}_{MLE}	S_{MLE}^2
9,270	26,079	7,206	17,578	9,071	28,433	8,830	19,991	20,953	7,369	22,734	9,616	15,940
10,607	34,165	9,540	51,023	10,607	43,888	10,703	53,111	28,405	10,116	34,128	10,853	26,342
9,931	9,186	9,817	12,143	9,777	9,445	9,776	11,634	11,405	9,678	9,176	9,782	7,094
10,145	10,183	9,816	10,582	9,980	10,417	9,901	10,594	13,029	9,716	9,670	10,061	8,941
14,372	84,960	12,290	16,004	12,436	17,410	12,503	15,372	17,941	12,040	15,518	15,762	48,173
13,512	76,100	10,288	20,330	12,075	31,807	11,781	16,847	20,737	10,341	25,934	14,885	41,375
11,031	17,971	9,667	10,059	10,538	12,134	10,371	10,861	10,578	9,691	10,528	11,642	10,370
13,005	68,997	8,588	2,443	11,618	37,212	9,761	3,108	5,206	8,511	3,993	14,654	32,169
12,293	29,897	10,942	12,926	11,409	17,431	11,126	16,009	14,740	10,301	14,527	12,643	22,452
12,332	28,473	11,321	15,744	11,481	16,821	11,231	16,636	15,293	10,406	16,435	12,920	18,465
10,603	18,705	9,504	15,773	10,344	18,323	10,334	19,384	18,927	9,523	15,963	10,748	14,101
10,653	8,784	10,149	8,958	10,455	8,278	10,373	9,278	8,261	10,105	7,864	10,727	6,645
8,753	9,841	8,283	10,764	8,685	11,587	8,415	10,203	7,331	8,171	10,123	8,948	6,287
13,533	39,874	9,921	4,143	13,288	43,507	14,050	4,549	5,085	9,435	6,691	14,493	21,252
12,559	52,873	8,526	7,348	11,785	38,485	11,411	6,397	10,983	8,090	14,018	13,645	29,880
12,600	54,973	9,143	13,082	12,093	51,376	10,233	11,852	15,813	8,707	17,898	13,685	31,348
12,786	55,504	9,818	33,735	12,493	60,419	11,980	41,347	57,234	9,949	47,891	13,225	31,645

3.3.2.1 Seleção dos modelos matemáticos

De posse dos valores modelados pelos estimadores de localização e escala conforme mencionados nas Tabelas 17 – 21 inicia-se a identificação dos melhores modelos matemáticos para representar cada variável de resposta por meio do auxílio do *software* Minitab® 16. A análise dos dados foi dividida em dois grandes grupos: (1) estimadores de centralidade das variáveis de resposta contendo \bar{y} , \tilde{y} , \tilde{y}_{H2} , H_{Ln} , \tilde{y}_τ e \tilde{y}_{MLE} e (2) estimadores de dispersão contendo s , MAD , S_{H2} , S_n , Q_n , S_τ e S_{MLE} . Com o intuito de evitar uma reprodução excessiva dos procedimentos de análise das variáveis de resposta neste presente trabalho, serão detalhadas as etapas de análise dos grupos da variável de resposta R_a apenas, mas, ao final, os resultados obtidos para os grupos de estimadores das demais variáveis de resposta também serão informados.

Iniciando-se a análise pelo grupo composto pelos estimadores de centralidade, os coeficientes do modelo de cada um desses estimadores (\bar{y} , \tilde{y} , \tilde{y}_{H2} , H_{Ln} , \tilde{y}_τ e \tilde{y}_{MLE}) foram obtidos por meio do algoritmo dos mínimos quadrados ordinários solucionados no *software* Minitab®. No entanto, cada um desses modelos pode ser melhorado se os termos não significativos forem excluídos e, assim, obtendo-se um modelo com um melhor ajuste. Diante deste fato, o teste individual de significância de cada coeficiente do modelo foi realizado e em casos no qual o *pvalue* resultante do teste for inferior ao nível de significância de 5%, o termo será tido como adequado ao modelo e, assim, mantido. Entretanto, em casos contrários conforme mencionado em Box, Hunter e Hunter (1978), o termo poderá ser removido se tal procedimento proporcionar um aumento do coeficiente de determinação R^2 ajustado. Além disso, a retirada de qualquer termo deve obedecer ao princípio da hierarquia, ou seja, se um termo de ordem alta é mantido no modelo, o de ordem baixa também deverá ser mantido (MONTGOMERY 2005).

Foi realizada, também, a verificação da presença de possíveis *outliers* nas repostas já modeladas pelos estimadores de centralidade e caso a retirada dos mesmos beneficie para o aumento do coeficiente de determinação R^2 ajustado, a remoção será realizada.

Após esta análise, os melhores modelos encontrados para os estimadores de centralidade da variável de resposta R_a podem ser visualizados na Tabela 22 conforme também é possível visualizar os coeficientes que foram removidos do modelo por não serem significativos (-).

Tabela 22 – Melhores modelos adotados para os estimadores de centralidade de R_a

	\bar{y}	\tilde{y}	\tilde{y}_{H2}	H_{Ln}	\tilde{y}_τ	\tilde{y}_{MLE}
b_0	2,272	2,156	2,032	2,047	1,940	2,529
b_1	0,077	0,034	0,063	0,023	-0,008	0,042
b_2	0,018	0,133	0,044	0,061	0,104	-0,072
b_3	0,212	0,149	0,094	0,040	0,089	0,313
b_{11}	-0,107	-0,256	-0,143	-0,171	-0,189	-
b_{22}	-0,157	-0,203	-0,111	-0,134	-0,130	-0,201
b_{33}	-0,106	-0,141	-0,051	-0,076	-0,077	-0,138
b_{12}	-	-	-	-	-	0,137
b_{13}	-	-	-	-	-	-
b_{23}	-0,123	-0,114	-	-	-	-0,186
R²	93,20%	80,41%	85,97%	78,31%	73,55%	79,55%
R² ajustado	87,92%	65,18%	76,61%	62,04%	55,92%	63,64%
pvalue - LOF	0,152	0,118	0,136	0,286	0,068	0,423
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
Heterocedástico	Não	Não	Não	Não	Não	Não

O modelo quadrático reduzido obtido para a média (\bar{y}) de R_a é considerado um bom modelo matemático uma vez que possui coeficiente de determinação ajustado superior a 85% e o coeficiente *Lack of Fit* (LOF) possui valores adequados de *pvalue* para um nível de significância de 5%, assim, caracterizando que o modelo é adequado o qual não possui falta de ajuste, ou seja, não existe falta ou excesso de termos nesse modelo. Com relação aos demais modelos quadráticos reduzidos de \tilde{y} , \tilde{y}_{H2} , H_{Ln} , \tilde{y}_τ e \tilde{y}_{MLE} , mesmo não possuindo um coeficiente de determinação ajustado tão alto quanto ao modelo da média (\bar{y}), os valores são considerados adequados e para o LOF também.

Para comprovar a normalidade dos resíduos mencionada na Tabela 22, foi realizado o teste de normalidade por meio do *software* Minitab[®] com o propósito de se obter o valor de *pvalue*. Caso *pvalue* $\geq 0,05$, os resíduos são considerados normais. Como exemplificação, a Figura 32 demonstra o resultado do teste de normalidade de Anderson-Darling para a média (\bar{y}) de R_a o qual resultou em um *pvalue* = 0,785. Esse mesmo teste também foi realizado para os demais estimadores de centralidade.

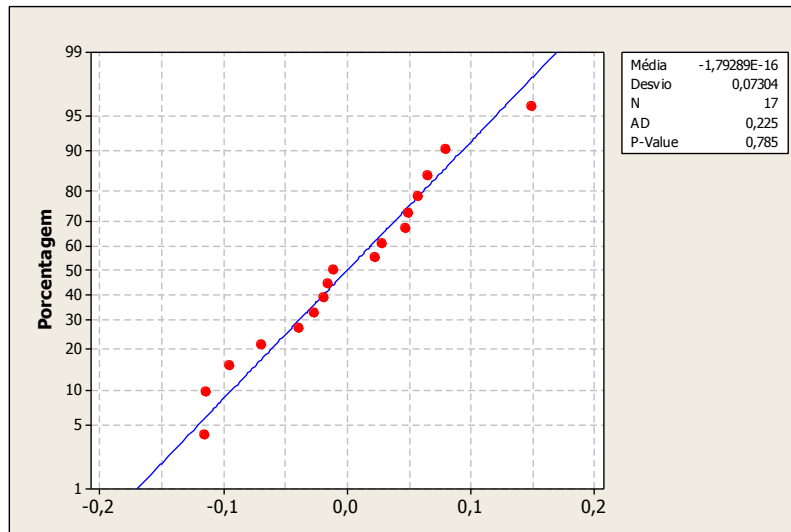


Figura 32 – Teste de normalidade para os resíduos da média (\bar{y}) da variável R_a

A seguir, para comprovar a heterocedasticidade dos resíduos dos modelos dos estimadores de centralidade de R_a mencionados na Tabela 22, foi realizado o teste mencionado em Newbold (1994). Um modelo é dito heterocedástico quando a variância dos resíduos (e_i^2) não é constante para todos os seus valores previstos (\hat{y}_i).

Os resíduos de um modelo ajustado podem ser considerados conforme a Equação (64).

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (64)$$

De acordo com Newbold (1994), considerando o teste de hipótese em que a hipótese nula (H_0) afirma que os resíduos são homocedásticos (a variância dos resíduos é constante) contra a hipótese alternativa (H_1) a qual afirma que os resíduos são heterocedásticos (a variância dos resíduos não é constante), para tanto, é gerado um modelo de regressão linear simples. Nessa regressão, tem-se como variável dependente, o quadrado do resíduo e_i^2 e como variável independente, o valor previsto \hat{y}_i .

O teste de hipótese pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{cases} H_0: nR^2 \leq \chi_{1,\alpha}^2 \\ H_1: nR^2 > \chi_{1,\alpha}^2 \end{cases} \quad (65)$$

Em que: n é o número de observações realizadas;

R^2 é o coeficiente de determinação do modelo de regressão linear simples;

$\chi_{1,\alpha}^2$ é o valor crítico de uma distribuição Qui-Quadrado com 1 grau de liberdade e nível de significância α .

Para a aplicação do teste de heterocedasticidade, neste trabalho, adotou-se $n = 17$, $\alpha = 0,05$ e $\chi^2_{1,\alpha} = 3,84$. Inicialmente, o teste de heterocedasticidade foi aplicado para os resíduos da média (\bar{y}) de R_a por meio da regressão linear simples gerada do modelo reduzido descrito na Tabela 22. A Equação (66) descreve o modelo de regressão estimado por mínimos quadrados.

$$e^2 = 0,009 - 0,002\hat{y} \quad (66)$$

A Equação (66) possui $R^2 = 0,8\%$ e, assim, tem-se que:

$$nR^2 = (17) \cdot (0,008) = 0,136 \quad (67)$$

Desta forma, para os resíduos da média (\bar{y}) da variável de resposta R_a , a hipótese nula (H_0) não pode ser rejeitada já que $nR^2 \leq \chi^2_{1,\alpha}$ e, assim, conclui-se que os resíduos são homocedásticos. A Figura 33 ilustra o resultado do teste descrito anteriormente em que é possível visualizar a não existência de uma relação sistemática entre o resíduo (e_i) e o valor previsto (\hat{y}_i) e, assim, também se pode concluir que, visualmente, não há evidências que indiquem que a variância não é constante.

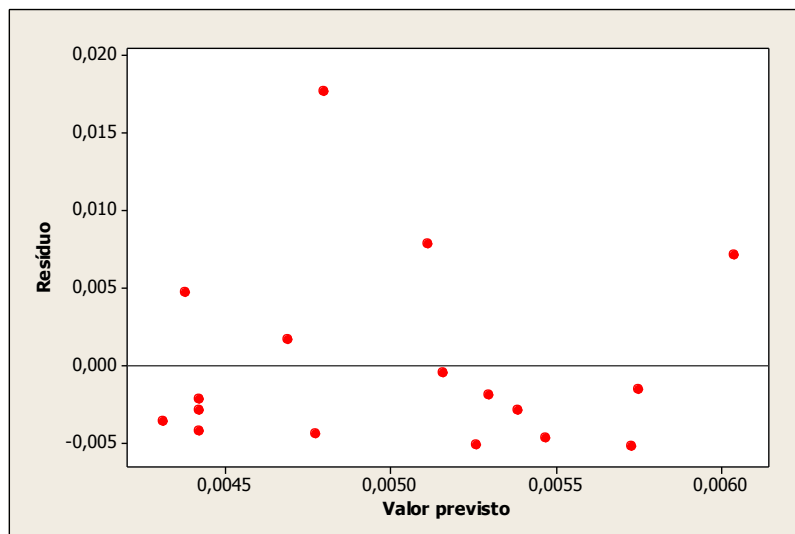


Figura 33 – Gráfico do resíduo versus valor previsto para a média da variável R_a

Na sequência, este mesmo procedimento de análise e obtenção de modelos foi aplicado para os estimadores de centralidade das demais variáveis de resposta e as Tabelas 23-26 resumem e demonstram os melhores modelos encontrados e, bem como, os resultados dos testes de normalidade e heterocedasticidade. Todas as variáveis de resposta possuem bons modelos matemáticos, resíduos normais e são homocedásticos.

Tabela 26 – Melhores modelos adotados para os estimadores de centralidade de R_i

	\bar{y}	\tilde{y}	\tilde{y}_{H2}	H_{Ln}	\tilde{y}_τ	\tilde{y}_{MLE}
b_0	12,976	9,152	12,400	11,388	8,920	13,834
b_1	0,280	-0,066	0,366	0,090	0,024	-
b_2	-0,307	-0,098	-0,202	-0,282	-0,118	-0,429
b_3	1,469	0,573	1,100	1,025	0,446	1,901
b_{11}	-	0,699	-	-	0,753	-
b_{22}	-0,714	0,237	-0,701	-0,421	0,335	-0,924
b_{33}	-0,534	-	-0,490	-	-	-0,580
b_{12}	-	-	-	-	-	-
b_{13}	-	-0,739	-	-0,533	-0,791	-
b_{23}	-0,451	-0,973	-0,261	-0,401	-0,744	-0,422
R²	90,38%	84,23%	87,44%	68,87%	78,15%	87,04%
R² ajustado	84,61%	71,96%	79,90%	50,19%	61,15%	81,15%
pvalue - LOF	0,082	0,561	0,361	0,510	0,771	0,431
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
Heterocedástico	Não	Não	Não	Não	Não	Não

Após a obtenção dos melhores modelos para o grupo dos estimadores de centralidade, inicia-se a análise do grupo composto pelos estimadores de dispersão s , MAD , S_{H2} , S_n , Q_n , S_τ e S_{MLE} . Com o auxílio do *software* Minitab[®], os coeficientes do modelo de cada um desses estimadores foram obtidos e, na medida do possível, melhorados por meio da eliminação de termos não significativos e, bem como, a eliminação de possíveis *outliers* nas respostas já modeladas que farão com que o coeficiente de determinação (R^2) do modelo aumente.

Na sequência, todas as análises de verificação do modelo realizadas para o grupo dos estimadores de centralidade como a análise do coeficiente *Lack of Fit* (LOF), o teste de normalidade dos resíduos e o teste de heterocedasticidade, também foram executadas para o grupo dos estimadores de dispersão. A seguir, é possível visualizar nas Tabelas 27 – 31 os melhores modelos encontrados das variáveis de resposta R_a , R_y , R_z , R_q e R_t .

Tabela 27 - Melhores modelos adotados para os estimadores de dispersão de R_a

	s^2	MAD^2	S_{H2}^2	S_n^2	Q_n^2	S_τ^2	S_{MLE}^2
b_0	2,137	1,256	0,898	1,567	0,881	1,097	1,298
b_1	0,349	0,082	0,203	0,116	0,127	0,106	-
b_2	-0,364	-0,043	-0,186	-0,094	-0,154	-0,079	-0,369
b_3	0,377	-0,088	0,029	0,070	-	0,023	0,298
b_{11}	-0,140	-0,339	-0,169	-0,487	-0,255	-0,309	-
b_{22}	-0,508	-0,353	-0,184	-0,469	-	-0,319	-0,260
b_{33}	-0,424	-0,397	-0,091	-0,260	-0,199	-0,178	-0,231
b_{12}	-	-0,071	-0,154	-	-	-	-
b_{13}	0,394	-0,030	0,064	-	-	-	-
b_{23}	-0,234	-0,041	-	-	-	-	-0,369
R²	91,61%	98,71%	87,97%	71,31%	49,46%	72,93%	77,40%
R² ajustado	82,02%	96,55%	75,95%	54,10%	32,61%	56,69%	67,12%
pvalue - LOF	0,098	0,205	0,790	0,727	0,263	0,780	0,165
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
Heterocedástico	Não	Não	Não	Sim	Não	Sim	Não

Tabela 28 - Melhores modelos adotados para os estimadores de dispersão de R_y

	s^2	MAD^2	S_{H^2}	S_n^2	Q_n^2	S_τ^2	S_{MLE^2}
b_0	47,484	9,216	49,682	8,330	16,008	15,551	28,386
b_1	-	0,052	4,018	-0,459	0,544	0,499	-
b_2	-9,640	-3,555	-5,069	-3,880	-4,815	-4,862	-6,282
b_3	16,030	-1,538	4,398	-1,869	-1,692	-0,977	7,245
b_{11}	-	2,136	-10,238	2,894	-	-	-
b_{22}	-8,579	1,439	-11,591	2,190	-	-	-4,631
b_{33}	-4,650	-	-6,554	-	-2,302	-1,888	-3,430
b_{12}	-	-1,792	-	-1,283	-1,749	-1,961	-
b_{13}	-	-	-	-	-1,457	-	-
b_{23}	-4,152	-1,322	6,573	-	-	-	-2,595
R²	60,71%	78,09%	77,06%	88,69%	76,59%	68,90%	64,68%
R² ajustado	42,85%	56,19%	59,22%	80,21%	60,98%	51,62%	48,62%
pvalue - LOF	0,179	0,762	0,630	0,910	0,577	0,458	0,127
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
Heterocedástico	Não	Não	Não	Não	Sim	Sim	Não

Tabela 29 - Melhores modelos adotados para os estimadores de dispersão de R_z

	s^2	MAD^2	S_{H^2}	S_n^2	Q_n^2	S_τ^2	S_{MLE^2}
b_0	38,315	10,593	25,298	8,089	18,391	12,585	21,835
b_1	2,617	2,165	4,760	1,861	2,058	2,294	-
b_2	-11,095	-1,724	-3,254	-2,379	-2,538	-2,499	-5,375
b_3	13,854	-	3,381	-0,936	-0,485	-	5,756
b_{11}	-	-	-3,194	1,732	-2,182	-	-
b_{22}	-6,726	-1,717	-5,683	-	-4,384	-2,788	-3,793
b_{33}	-4,626	-	-3,429	-	-3,190	-	-3,354
b_{12}	-	-2,949	-2,700	-2,618	-	-2,843	-
b_{13}	-	-	2,881	-	-	-	-
b_{23}	-10,956	-	-	-1,733	-	-	-5,090
R²	71,09%	36,72%	83,56%	68,42%	55,98%	45,03%	77,63%
R² ajustado	53,75%	15,62%	67,12%	47,37%	29,56%	26,70%	67,47%
pvalue - LOF	0,019	0,678	0,168	0,060	0,930	0,708	0,108
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Não	Normal	Normal	Normal
Heterocedástico	Sim	Não	Não	Não	Sim	Não	Não

Tabela 30 - Melhores modelos adotados para os estimadores de dispersão de R_q

	s^2	MAD^2	S_{H^2}	S_n^2	Q_n^2	S_τ^2	S_{MLE^2}
b_0	2,964	2,202	1,148	1,426	1,849	1,520	2,006
b_1	0,469	0,128	0,246	0,143	0,158	0,143	0,469
b_2	-0,507	-0,050	-0,302	-0,112	-0,149	-0,124	-0,260
b_3	0,494	0,083	0,037	-0,165	0,047	0,022	0,196
b_{11}	-0,232	-0,661	-0,170	-0,334	-0,502	-0,395	-0,360
b_{22}	-0,697	-0,685	-0,191	-0,312	-0,503	-0,420	-0,449
b_{33}	-0,533	-0,407	-	-0,388	-0,301	-0,243	-0,355
b_{12}	-	-	-	-0,107	-	-	-0,157
b_{13}	0,610	-	0,151	-0,120	-	-0,133	0,391
b_{23}	-0,258	-	-	-0,109	-0,151	-	-
R²	89,48%	75,97%	74,60%	97,77%	77,41%	75,65%	95,54%
R² ajustado	77,46%	61,55%	59,36%	93,75%	57,65%	56,70%	90,45%
pvalue - LOF	0,052	0,778	0,599	0,786	0,580	0,709	0,335
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
Heterocedástico	Sim	Sim	Não	Não	Não	Não	Não

Segundo Newbold (1994), o método dos mínimos quadrados ordinários (OLS) não é o procedimento mais eficiente para estimar os coeficientes do modelo de regressão quando o modelo é dito heterocedástico e, na tentativa de reverter este fato, partiu-se para a abordagem na qual a modelagem dos modelos listados na Tabela 32 foi realizada através do método dos mínimos quadrados ponderados (WLS).

Conforme já descrito na seção 2.2.2, para casos em que a variância do resíduo não é constante, pode-se utilizar o método WLS cujo procedimento se inicia com a definição do melhor modelo matemático obtido através do método OLS e os quais estão representados na Tabela 32. Após, executa-se o cálculo do peso (w_i) que depende do resíduo gerado pelo melhor modelo obtido via OLS e o qual foi calculado de acordo com a relação descrita na Equação (68).

$$w_i = 1/e_i^2 \quad (68)$$

Como exemplificação, a Tabela 33 ilustra os valores obtidos por meio do cálculo da Equação (68) para o modelo reduzido do estimador S_n^2 da variável de resposta R_a .

Tabela 33 – Pesos obtidos para o modelo reduzido do estimador S_n^2 da variável R_a

i	V_c	f_n	ap	Sn²	e	e²	w
1	-1	-1	-1	0,080	-0,180	0,033	30,742
2	+1	-1	-1	0,534	0,042	0,002	564,821
3	-1	+1	-1	0,264	0,193	0,037	26,983
4	+1	+1	-1	0,465	0,162	0,026	38,186
5	-1	-1	+1	0,065	-0,335	0,112	8,898
6	+1	-1	+1	0,264	-0,367	0,135	7,407
7	-1	+1	+1	0,025	-0,187	0,035	28,750
8	+1	+1	+1	0,012	-0,431	0,186	5,389
9	-1,68	0	0	0,164	0,170	0,029	34,622
10	+1,68	0	0	0,604	0,220	0,049	20,599
11	0	-1,68	0	0,766	0,367	0,135	7,425
12	0	+1,68	0	0,106	0,023	0,001	1842,832
13	0	0	-1,68	0,454	-0,262	0,068	14,622
14	0	0	+1,68	1,603	0,652	0,425	2,354
15	0	0	0	1,206	-0,361	0,131	7,652
16	0	0	0	1,318	-0,250	0,062	16,026
17	0	0	0	2,112	0,544	0,296	3,375

Posteriormente, o mesmo cálculo apresentado na Equação (68) foi realizado para os demais modelos listados na Tabela 32 e, desta forma, foi possível realizar, novamente, o modelo de regressão desses modelos, mas considerando desta vez os pesos obtidos pelo método WLS. Como resultado, pode-se visualizar na Tabela 34 os modelos que antes eram heterocedásticos quando modelados pelo método OLS e que passaram a ser homocedásticos

por meio da aplicação do método WLS. As análises do ajuste (LOF), da normalidade dos resíduos e, bem como, dos coeficientes de determinação R^2 também foram realizadas.

Tabela 34 - Modelos obtidos via WLS do grupo dos estimadores de dispersão

	R_a		R_y		R_z		R_q	
	S_n^2	S_t^2	Q_n^2	S_t^2	s^2	Q_n^2	s^2	MAD ²
b₀	1,393	0,979	15,811	15,496	39,845	15,676	2,917	1,966
b₁	0,146	0,115	0,579	0,558	3,964	1,743	0,436	0,138
b₂	-0,059	-0,082	-4,453	-4,553	-13,345	-2,806	-0,424	-0,066
b₃	-0,032	-0,021	-1,906	-0,581	13,165	-0,893	0,396	-0,006
b₁₁	-0,362	-0,239	-	-	-	-1,436	-0,214	-0,547
b₂₂	-0,420	-0,255	-	-	-5,628	-3,517	-0,707	-0,582
b₃₃	-0,316	-0,225	-1,866	-2,126	-4,906	-2,233	-0,562	-0,439
b₁₂	-	-	-1,671	-1,394	-	-	-	-
b₁₃	-	-	-1,571	-	-	-	0,526	-
b₂₃	-	-	-	-	-9,343	-	-0,100	-
R²	92,90%	84,50%	98,10%	98,00%	95,00%	92,40%	99,80%	87,40%
R² ajustado	88,60%	75,20%	96,80%	96,80%	92,10%	87,80%	99,60%	79,80%
pvalue - LOF	0,630	0,609	0,570	0,776	0,242	0,484	0,463	0,575
Normalidade	Não	Não	Normal	Normal	Normal	Normal	Não	Não
Heterocedástico	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Não

Mesmo alguns dos modelos quadráticos reduzidos obtidos via o método WLS não possuírem resíduos normais, são considerados bons modelos matemáticos uma vez que possuem, em sua maioria, o coeficiente de determinação ajustado superior a 80% e também possuem um *pvalue* $\geq 0,05$ para o LOF.

3.3.3 Solução do modelo

Após a finalização da etapa de modelagem e obtenção dos modelos científicos tanto de centralidade quanto de dispersão, parte-se para a etapa de solução do modelo a qual se inicia com a otimização dos modelos por meio da aplicação do método NBI conforme apresentado na seção 2.6.2. O primeiro passo compreende na formação da matriz *payoff* por meio da otimização individual dos modelos científicos e com o intuito de obter os pontos: (1) utópico e (2) Nadir que formarão a matriz de cada um dos Modelos (A – H).

O método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) disponível no aplicativo Solver do *software* Microsoft Excel® é aplicado na realização da otimização individual dos modelos científicos tanto de centralidade quanto de dispersão. De acordo com Köksoy e Doganaksoy (2003), o GRG é um dos mais robustos e eficientes métodos de otimização não-linear restrita.

Após a aplicação do GRG, obtêm-se os pontos de mínimo e máximo, utópico e Nadir, respectivamente, da matriz *payoff* conforme listados na Tabela 35. Esse processo foi realizado para os oito Modelos (A – H) de cada uma das rugosidades de reposta (R_a , R_y , R_z , R_q e R_t).

Tabela 35 – Resultado da otimização individual para obtenção da matriz *payoff*

Rugosidade	Pontos	Modelo A		Modelo B		Modelo C		Modelo D	
		\bar{y}	s^2	\bar{y}	MAD^2	\bar{y}_{H_2}	$S_{H_2}^2$	H_{Ln}	S_n^2
R_a	Mínimo	1,436	0,186	1,153	0,013	1,558	0,053	1,500	0,035
	Máximo	1,830	0,499	1,821	0,223	1,794	0,364	1,708	0,167
R_y	Mínimo	8,533	3,554	7,206	2,963	8,912	8,278	8,624	3,693
	Máximo	9,855	9,918	8,427	13,414	10,007	31,779	11,542	16,033
R_z	Mínimo	6,721	3,063	5,744	2,110	6,759	4,285	6,488	1,383
	Máximo	6,972	5,738	8,463	8,416	8,341	10,721	8,614	7,889
R_q	Mínimo	1,848	0,301	1,381	0,128	1,780	0,104	1,691	0,018
	Máximo	2,198	1,020	2,067	0,551	2,110	0,954	2,302	0,234
R_t	Mínimo	8,947	8,993	7,389	2,400	9,045	8,567	9,033	3,679
	Máximo	9,900	9,590	8,622	21,390	10,544	30,282	11,506	15,019
Rugosidade	Pontos	Modelo E		Modelo F		Modelo G		Modelo H	
		H_{Ln}	Q_n^2	\bar{y}_τ	S_τ^2	H_{Ln}	MAD^2	\bar{y}_{MLE}	S_{MLE}^2
R_a	Mínimo	1,500	0,018	1,331	0,044	1,500	0,013	1,681	0,093
	Máximo	1,605	0,189	1,646	0,532	1,814	0,121	1,850	0,240
R_y	Mínimo	8,624	5,085	7,369	6,192	8,624	2,963	8,948	6,287
	Máximo	10,345	16,500	8,433	8,433	10,786	13,520	9,572	6,807
R_z	Mínimo	6,488	1,063	5,780	1,220	6,488	2,110	7,724	4,227
	Máximo	8,534	11,454	8,262	9,291	8,574	8,568	8,616	4,943
R_q	Mínimo	1,691	0,044	1,307	0,030	1,691	0,128	2,103	0,039
	Máximo	2,075	0,393	1,931	0,420	2,040	0,399	2,473	0,802
R_t	Mínimo	9,033	4,592	7,543	4,114	9,033	2,400	8,927	6,738
	Máximo	10,245	14,927	9,478	16,816	10,505	15,785	10,434	10,519

O segundo passo da otimização compreende na normalização das funções (54) e (55), conforme já descritas na seção 2.7.2.1 Método da interseção normal à fronteira, com os pontos de mínimo e de máximo listados na Tabela 35. Após, o método GRG é aplicado ao sistema de equações (53) em que as funções escalonadas (54) e (55) são dadas pelos modelos científicos de centralidade e de dispersão, respectivamente.

Após a aplicação do GRG ao sistema de equações (53), obtêm-se os resultados mostrados nas tabelas do Apêndice B. Esse processo foi realizado para os oito modelos de cada uma das rugosidades (R_a , R_y , R_z , R_q e R_t) considerando a otimização simultânea dos modelos de centralidade e de dispersão e, assim, obtendo 21 pontos ótimos representados pela Fronteira de Pareto para cada um dos Modelos (A – H) de cada rugosidade. Os 21 pontos ótimos são em decorrência da escolha da variação do peso w adotado pelo método NBI que varia de 5 em 5% dentro o intervalo de 0 – 100%.

De posse dos resultados obtidos na otimização via o método NBI, conforme mencionados no Apêndice B, as oito Fronteiras de Pareto obtidas para cada um dos Modelos

(A – H) de cada rugosidade foram comparadas entre si tendo em vista a métrica de espaçamento como uma avaliação de desempenho entre elas uma vez que nem todas as fronteiras geradas são equiespaçadas e convexas. De acordo com Das e Dennis (1998), quando a superfície da fronteira não é convexa pode acontecer do método NBI gerar pontos não ótimos e, assim, caracterizando uma desvantagem do método, mas, no entanto, esses pontos são úteis, pois ajudam na construção de uma aproximação mais suave da Fronteira de Pareto. Dessa forma, é necessário analisar qual par de estimadores melhor influência na convexidade e no equiespaçamento das Fronteiras de Pareto obtidas via o método NBI.

As métricas de avaliação de desempenho são utilizadas com o propósito de mensurar características de algoritmos e, assim, ajudando a interpretar seu comportamento no domínio do problema e permitindo uma avaliação mais concreta do seu desempenho. No caso, cada Modelo (A - H) representa um algoritmo diferente para o problema em análise.

A métrica de espaçamento proposta pela Equação (57), conforme descrita na seção 2.7, foi aplicada a todas as Fronteiras de Pareto obtidas pelos pontos ótimos mencionados no Apêndice B. A Tabela 36 resume os valores da métrica de espaçamento S obtidos para cada uma das fronteiras dos respectivos Modelos (A – H).

Tabela 36 – Valores obtidos pela métrica de espaçamento

	Modelo	A	B	C	D	E	F	G	H
R_a	Métrica S	1,342	1,259	0,701	0,139	0,828	0,341	0,107	0,063
R_y		0,291	0,304	0,563	0,395	0,400	1,501	0,602	0,022
R_z		0,549	1,104	1,329	0,837	0,206	1,179	0,779	0,030
R_q		0,189	0,180	0,274	0,737	1,053	1,252	0,116	0,304
R_t		0,241	1,538	0,723	0,360	0,494	0,810	0,433	0,048

Conforme toda medida de variância, quanto menor for o valor do espaçamento S , melhor será a distribuição das distâncias d_i , ou seja, um valor de S igual a zero significa que todas as soluções ótimas que estão sobrepostas na Fronteira de Pareto são equidistantes. Desta forma, o modelo que possuir o menor valor de S é aquele que possui o melhor algoritmo para a obtenção dos pontos ótimos que formarão a Fronteira de Pareto ideal para cada uma das rugosidades em análise. A Fronteira de Pareto que obter o menor valor de S também indicará o algoritmo que proporciona a construção de uma fronteira não dominada pelas demais. Na Tabela 37 é possível visualizar o ranqueamento dos Modelos (A – H) para cada uma das rugosidades.

Tabela 37 – Ranqueamento dos modelos via métrica de espaçamento

Rugosidade	Parâmetro	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
R _a	Modelo	H	G	D	F	C	E	B	A
	Métrica S	0,063	0,107	0,139	0,341	0,701	0,828	1,259	1,342
R _y	Modelo	H	A	B	D	E	C	G	F
	Métrica S	0,022	0,291	0,304	0,395	0,400	0,563	0,602	1,501
R _z	Modelo	H	E	A	G	D	B	F	C
	Métrica S	0,030	0,206	0,549	0,779	0,837	1,104	1,179	1,329
R _q	Modelo	G	B	A	C	H	D	E	F
	Métrica S	0,116	0,180	0,189	0,274	0,304	0,737	1,053	1,252
R _t	Modelo	H	A	D	G	E	C	F	B
	Métrica S	0,048	0,241	0,360	0,433	0,494	0,723	0,810	1,538

A seguir, nas Figuras 34 – 38, é possível visualizar a Fronteira de Pareto obtida para o melhor modelo de cada uma das rugosidades conforme mencionado na Tabela 37.

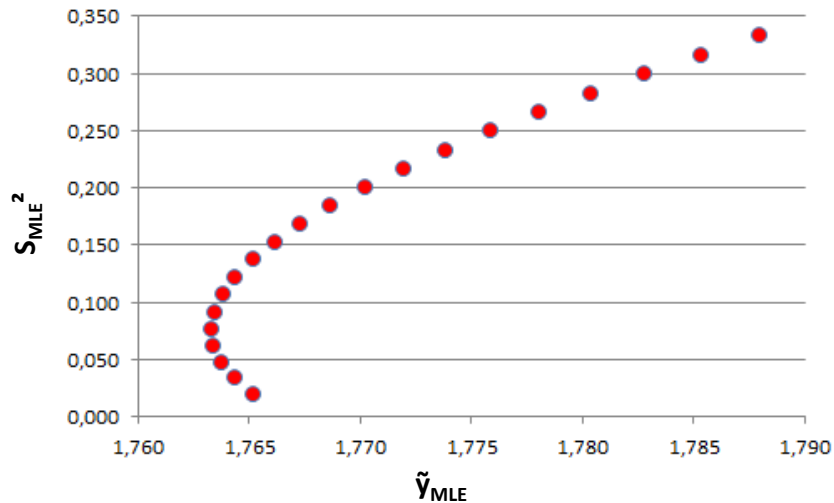


Figura 34 – Fronteira de Pareto de R_a: S_{MLE}² x \tilde{y}_{MLE}

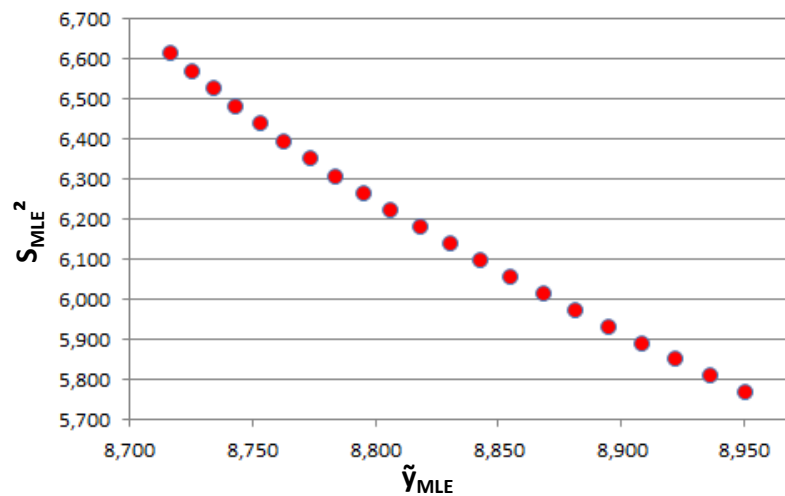


Figura 35 - Fronteira de Pareto de R_y: S_{MLE}² x \tilde{y}_{MLE}

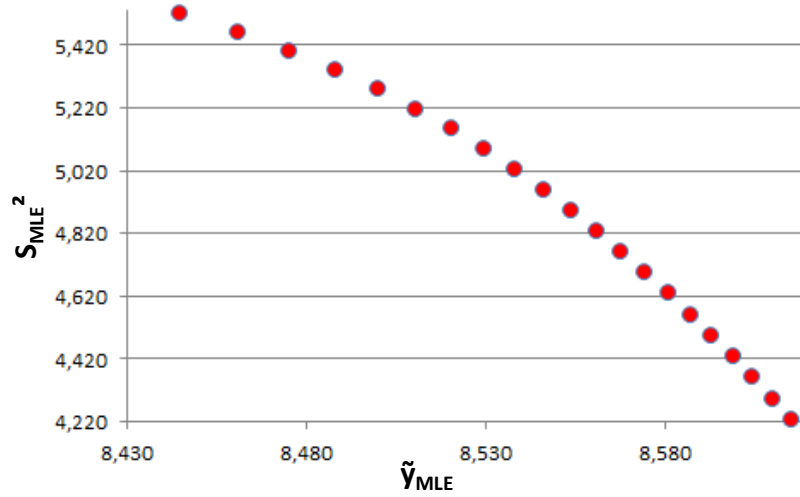


Figura 36 - Fronteira de Pareto de R_z : $S_{MLE}^2 \times \tilde{y}_{MLE}$

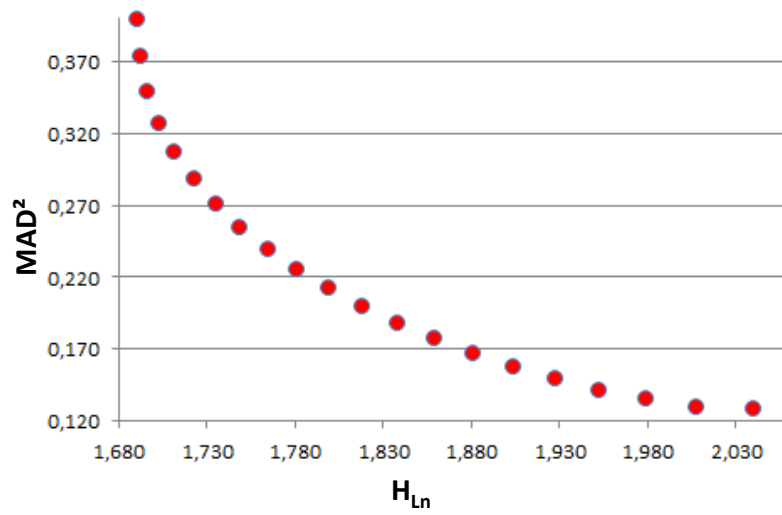


Figura 37 - Fronteira de Pareto de R_q : $MAD^2 \times H_{Ln}$

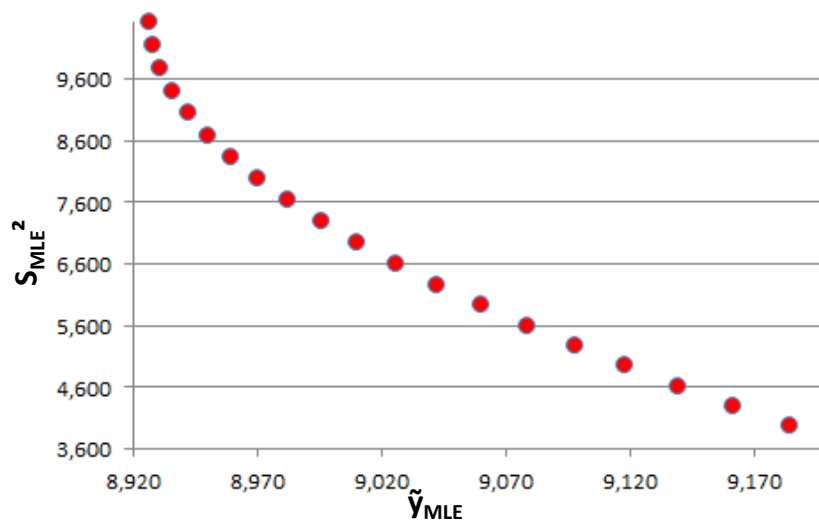


Figura 38 - Fronteira de Pareto de R_t : $S_{MLE}^2 \times \tilde{y}_{MLE}$

Desta forma, é revelado que o Modelo H, composto pelos estimadores de localização e escala de máxima verossimilhança, influenciam de uma melhor forma na convexidade e no equiespaçamento da Fronteira de Pareto e, portanto, possuindo um melhor algoritmo para a modelagem dos dados experimentais para esse problema em questão, apesar de que para a rugosidade de resposta R_q , o melhor modelo encontrado foi o Modelo G o qual é composto pelos estimadores de localização H_{Ln} e de escala MAD^2 .

Por meio da otimização realizada também é possível determinar os melhores valores para os parâmetros de entrada (variáveis controláveis) da máquina de torneamento. A Tabela 38 ilustra os valores decodificados de V_c , f_n , e a_p para o ponto central de cada uma das Fronteiras de Pareto obtidas que é equivalente ao peso (w) de 50% para cada uma das medidas de centralidade e de dispersão juntamente com o respectivo Erro Quadrático Médio obtido.

Tabela 38 – Valores ótimos decodificados para as variáveis controláveis

	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t
V_c	243,2	275,6	280,0	181,4	277,3
f_n	0,131	0,104	0,129	0,099	0,101
a_p	0,882	0,533	0,747	0,861	0,530
EQM	0,088	3,098	2,791	0,112	3,477

Desse modo, os valores de entrada da máquina dependerão da medida de rugosidade a qual se deseja minimizar dentro do projeto experimental.

4. CONCLUSÃO

O contexto desta pesquisa enfatizou a busca contínua por melhorias as quais as organizações veem almejando com o objetivo de atingirem a produção com a menor variabilidade possível. Os processos industriais exibem uma elevada variabilidade devido à presença de ruídos e, assim, originando observações altamente variáveis. Diante deste cenário, surgiu como proposta deste trabalho a indagação de como se obter Fronteiras convexas e equiespaçadas de Pareto para problemas biobjetivos de medidas de centralidade e de dispersão e, inclusive, dentro de um processo experimental realizado por um arranjo cruzado o qual possui total influência das variáveis de ruído.

Nesta circunstância, enquadra-se a abordagem do conceito de Projeto Robusto de Parâmetros o qual determina níveis operacionais de processos industriais de forma com que a sua variação seja minimizada e, para que isso ocorra no experimento abordado neste trabalho, foi necessária a utilização de estimadores robustos não paramétricos de localização e de escala para a modelagem dos dados experimentais devido a elevada variação obtida pelas respostas do arranjo cruzado. Tais estimadores possuem a capacidade de modelarem os *outliers* sem ter que retirá-los da amostra, mas, ao mesmo tempo, também foi levada em consideração a eficiência da modelagem desses dados pelos estimadores paramétricos de média e variância os quais são usualmente empregados mesmo em condições elevadas de ruído.

Diante desta proposta, a modelagem dos dados de saída do objeto de estudo proposto foi realizada por meio dos estimadores robustos de localização e escala os quais foram divididos em oito Modelos (A – H) selecionados por Boylan e Cho (2013) e conforme já mencionados na seção 1.1. Essa modelagem vem de encontro com o problema deste trabalho que é o de obter Fronteiras convexas e equiespaçadas de Pareto para problemas duais de medidas de centralidade e de dispersão, pois quanto melhor for a modelagem dos dados, melhor será o modelo a ser otimizado e, assim, obtendo possivelmente melhores Fronteiras de Pareto.

Como forma de se obter a melhor Fronteira de Pareto possível, também foi proposta a otimização das respostas do experimento, modeladas pelos oito modelos (A - H), por meio da técnica mais robusta utilizada até o momento que é a NBI e a qual gerou uma fronteira com 21 pontos ótimos em decorrência da escolha da variação do peso w que variou de 5 em 5% dentre o intervalo de 0 – 100%. Como resultado, nem todos os oito modelos geraram fronteiras convexas e equiespaçadas e, diante deste fato, o trabalho propôs uma métrica de

comparação entre estas com o intuito de encontrar a melhor fronteira para cada resposta de rugosidade do experimento em estudo.

Com isso, foi proposta uma métrica de comparação entre as oito Fronteiras de Pareto obtidas para cada uma das repostas do experimento com o intuito de cumprir com o objetivo geral deste trabalho. A métrica de comparação proposta foi a métrica de espaçamento a qual conseguiu estabelecer critérios de comparação entre as fronteiras, sendo eles: (1) questão de dominância e (2) espaçamento entre os 21 pontos ótimos obtidos.

Essa métrica de avaliação de desempenho foi utilizada com o propósito de avaliar de forma mais concreta o desempenho de cada uma das Fronteiras de Pareto e, desta forma, estabelecendo um ranqueamento entre elas.

O ranqueamento encontrado definiu qual modelo dentre os oito propostos (A – H) possui um algoritmo que se comporte da melhor forma dentro do domínio do problema e, como resultado, o Modelo H, composto pelos estimadores de localização e escala de máxima verossimilhança, foi o qual apresentou o melhor algoritmo de solução do problema para as rugosidades R_a , R_y , R_z e R_t , ou seja, foi aquele modelo que apresentou um melhor espaçamento entre os 21 pontos ótimos e o qual apresentou a Fronteira convexa e equiespaçada de Pareto não dominada para essas repostas. Já para a rugosidade R_q , o modelo o qual apresentou o melhor algoritmo de solução do problema foi o Modelo G, constituído pelos estimadores de localização H_{Ln} e de escala MAD^2 .

Após a obtenção do ranqueamento dos Modelos (A – H) para cada uma das repostas do problema analisado, foi possível analisar que os Modelos B – H, constituídos por estimadores robustos de localização e escala, possuem realmente um melhor desempenho em relação ao Modelo A o qual é constituído pelos estimadores paramétricos de média e variância.

Dessa forma, conclui-se que para a modelagem das variáveis de resposta (R_a , R_y , R_z , R_q , R_t) obtidas por meio do experimento relatado como objeto de estudo desta pesquisa, o Modelo A, constituído pelos estimadores paramétricos de média e variância, obteve um desempenho inferior em relação aos demais modelos constituídos por estimadores robustos e, assim, não sendo uma melhor alternativa de modelagem para esses dados. Porém, de certa forma, seu uso não é descartado, mas alerta-se que em situações em que as repostas do experimento são influenciadas pela presença de ruídos, o ideal é que a modelagem dessas repostas seja feita por estimadores robustos que irão anular ou minimizar essa influência e, desse modo, obtendo repostas mais precisas (ótimas) para a operação do processo.

Este trabalho trouxe uma proposta de métrica de comparação de desempenho entre as Fronteiras de Pareto a qual proporcionou ranqueá-las de acordo com os critérios de dominância e de espaçamento entre os pontos ótimos obtidos para o experimento em questão. Do mesmo modo, não é afirmado o descarte da utilização de determinado modelo entre os oito analisados, pois se a utilização dessa métrica de comparação for realizada em outros experimentos, é possível que outros modelos, além do G e do H, obtenham melhores resultados e, conseqüentemente, melhores fronteiras.

Por fim, também foi possível obter os valores ótimos de entrada da máquina de torneamento (V_c , f_n e a_p) para cada uma das rugosidades em análise considerando o ponto ótimo central da Fronteira de Pareto o qual possui peso (w) de 50%.

4.1 Contribuições do trabalho

A primeira contribuição acadêmica deste trabalho é que, dentro do contexto de Projeto Robusto de Parâmetros, o uso de estimadores robustos, ao invés do uso de estimadores paramétricos como é o caso da média e da variância, pode ser visualizado como uma melhor alternativa de modelagem dos dados. Estes possuem a capacidade de modelarem um conjunto de dados composto por medidas com alta variabilidade decorrentes da presença de ruídos e, sendo assim, essa modelagem pode ser realizada sem ter que retirar os *outliers* da amostra.

No artigo de Boylan e Cho (2013) utilizado como base deste trabalho, não foram consideradas as análises dos resíduos quanto à normalidade e à heterocedasticidade, nem o nível de ajuste e o nível de significância dos modelos matemáticos obtidos após a modelagem realizada pelos Modelos A – H. Desta forma, este trabalho propõe a utilização de melhores modelos matemáticos os quais foram submetidos a diversas análises e, sendo a principal delas, a análise da heterocedasticidade a qual verifica se a variância dos resíduos do modelo não é constante. Em casos em que o modelo é heterocedástico, o método OLS o qual é tipicamente utilizado para estimar os coeficientes do modelo, já não desempenha mais o seu papel e, desse modo, o método WLS entra em cena. Essas análises influenciam na obtenção de melhores modelos matemáticos, mas no caso da pesquisa descrita por Boylan e Cho (2013), essas análises não foram efetuadas e, portanto, surgindo assim, a segunda contribuição desse trabalho que possui o intuito de melhorar os modelos para que a otimização das respostas seja a melhor possível.

4.2 Sugestões para trabalhos futuros

Outros aspectos não abordados neste trabalho poderiam ser considerados em trabalhos futuros com o intuito de aperfeiçoar o estudo já apresentado aqui ou, ainda, verificar possíveis limitações. Tais sugestões estão descritas a seguir:

- Considerar um experimento que tenha sido realizado por meio de um arranjo combinado o qual evidencia as interações entre fatores de controle e de ruído e, deste modo, analisar a existência de possíveis alterações na modelagem e otimização das respostas obtidas por esse experimento;
- Utilizar a Análise de Componentes Principais com o intuito de simplificar o processo de otimização já que foram analisadas múltiplas respostas de rugosidade e, assim, trabalhar essas variáveis através de um conjunto reduzido de dados para que seja possível otimizar simultaneamente todas as respostas do experimento;
- Utilizar polinômios de ordens maiores com o intuito de elevar o ajuste dos modelos matemáticos conforme é descrito em Goethals e Cho (2011), mesmo, embora, essa abordagem piore o Gradiente Reduzido e, desta forma, seja necessário utilizar o algoritmo genético como o método de otimização das respostas;
- Examinar a correlação entre os fatores de centralidade e dispersão das amostras que compõem a Fronteira de Pareto, pois quanto maior for a correlação entre esses fatores, a fronteira tende a ser não convexa e os pontos menos equiespaçados;
- Analisar até que ponto a inclusão de experimentos no arranjo cruzado com distribuição não normal influencia no descarte da modelagem por estimadores paramétricos de média e variância;
- Realizar o diagnóstico de influência (*leverage*) no modelo de regressão ajustado para que seja possível detectar possíveis medidas experimentais que alavanquem o ajuste do modelo e caso esses pontos influentes sejam “ruins”, a remoção se torna necessária;
- Calcular o intervalo de confiança dos pontos ótimos obtidos na Fronteira de Pareto para que desse modo seja possível verificar a precisão dos modelos analisados, pois quanto menor for o intervalo, mais preciso será o modelo;
- Averiguar a aplicabilidade da métrica de comparação de desempenho entre as Fronteiras de Pareto proposta neste trabalho em outros objetos de estudo.

APÊNDICE A – Código desenvolvido para o H_{Ln} por meio do *software R*[®]

```
#Criando a função 'Hln'  
Hln<-function(x){  
  tmp<-vector(mode="numeric")  
  n<-length(x)  
  count<-0  
  for(i in 1:n){  
    for(j in i:n){  
      count<-count+1  
      tmp[count]<-(x[i]+x[j])/2 }  
    }  
  }  
  median(tmp)  
}
```

APÊNDICE B – Tabelas com os pontos ótimos obtidos pela otimização via NBI

• **Rugosidade – Ra**

w	Modelo A		Modelo B		Modelo C		Modelo D	
	\bar{y}	s^2	\tilde{y}	MAD ²	\tilde{y}_{H2}	S_{H2}^2	H_{Ln}	S_n^2
0,00	1,830	0,186	1,821	0,013	1,794	0,053	1,708	0,035
0,05	1,819	0,208	1,793	0,025	1,777	0,061	1,690	0,037
0,10	1,817	0,239	1,769	0,039	1,764	0,075	1,674	0,040
0,15	1,816	0,269	1,742	0,051	1,751	0,090	1,659	0,044
0,20	1,815	0,299	1,711	0,062	1,738	0,104	1,646	0,048
0,25	1,813	0,329	1,676	0,072	1,725	0,118	1,633	0,053
0,30	1,812	0,359	1,638	0,081	1,711	0,130	1,621	0,059
0,35	1,810	0,389	1,597	0,089	1,695	0,141	1,609	0,065
0,40	1,808	0,419	1,552	0,097	1,678	0,149	1,598	0,071
0,45	1,559	0,253	1,505	0,103	1,594	0,069	1,587	0,077
0,50	1,533	0,263	1,454	0,108	1,581	0,083	1,577	0,084
0,55	1,511	0,277	1,401	0,112	1,558	0,084	1,566	0,090
0,60	1,493	0,294	1,344	0,115	1,558	0,115	1,556	0,097
0,65	1,478	0,313	1,285	0,117	1,558	0,146	1,547	0,104
0,70	1,466	0,335	1,226	0,120	1,558	0,177	1,538	0,112
0,75	1,456	0,358	1,497	0,226	1,558	0,208	1,529	0,119
0,80	1,448	0,384	1,516	0,253	1,558	0,240	1,521	0,127
0,85	1,569	0,511	1,160	0,162	1,558	0,271	1,513	0,136
0,90	1,567	0,540	1,561	0,309	1,558	0,302	1,507	0,145
0,95	1,565	0,570	1,579	0,336	1,558	0,333	1,502	0,155
1,00	1,563	0,600	1,153	0,223	1,558	0,364	1,500	0,167

w	Modelo E		Modelo F		Modelo G		Modelo H	
	H_{Ln}	Q_n^2	\tilde{y}_τ	S_τ^2	H_{Ln}	MAD ²	\tilde{y}_{MLE}	S_{MLE}^2
0,00	1,605	0,018	1,646	0,044	1,814	0,013	1,765	0,019
0,05	1,607	0,038	1,615	0,045	1,796	0,018	1,764	0,033
0,10	1,622	0,081	1,586	0,048	1,784	0,024	1,764	0,047
0,15	1,573	0,018	1,557	0,053	1,770	0,030	1,763	0,062
0,20	1,563	0,018	1,530	0,059	1,757	0,037	1,763	0,076
0,25	1,552	0,018	1,503	0,066	1,744	0,043	1,763	0,091
0,30	1,542	0,018	1,477	0,076	1,730	0,049	1,764	0,106
0,35	1,531	0,018	1,453	0,086	1,715	0,055	1,764	0,121
0,40	1,521	0,018	1,429	0,099	1,701	0,061	1,765	0,137
0,45	1,511	0,018	1,407	0,114	1,686	0,066	1,766	0,152
0,50	1,506	0,028	1,388	0,132	1,671	0,072	1,767	0,168
0,55	1,505	0,043	1,370	0,154	1,655	0,077	1,769	0,184
0,60	1,504	0,058	1,358	0,183	1,639	0,083	1,770	0,200
0,65	1,503	0,074	1,353	0,225	1,623	0,088	1,772	0,216
0,70	1,502	0,090	1,362	0,287	1,606	0,093	1,774	0,233
0,75	1,501	0,106	1,374	0,355	1,589	0,098	1,776	0,249
0,80	1,501	0,122	1,376	0,406	1,571	0,102	1,778	0,266
0,85	1,501	0,139	1,369	0,445	1,553	0,107	1,780	0,282
0,90	1,500	0,155	1,359	0,477	1,533	0,111	1,783	0,299
0,95	1,500	0,172	1,345	0,505	1,513	0,115	1,785	0,316
1,00	1,500	0,189	1,331	0,532	1,500	0,121	1,788	0,333

- Rugosidade – Ry

w	Modelo A		Modelo B		Modelo C		Modelo D	
	\bar{y}	s^2	\bar{y}	MAD^2	\bar{y}_{H2}	S_{H2}^2	H_{Ln}	S_n^2
0,00	9,855	3,554	9,120	8,893	10,007	8,278	11,542	3,693
0,05	9,753	3,700	9,048	9,325	9,897	8,278	11,262	3,743
0,10	9,673	3,950	8,968	9,687	9,788	8,278	11,002	3,879
0,15	9,599	4,231	8,883	10,001	9,678	8,278	10,760	4,087
0,20	9,527	4,520	8,794	10,281	9,569	8,278	10,533	4,361
0,25	9,455	4,810	8,701	10,533	9,459	8,278	10,321	4,698
0,30	9,382	5,097	8,606	10,764	9,378	8,876	10,124	5,101
0,35	9,309	5,378	8,508	10,976	9,341	10,425	9,945	5,577
0,40	9,234	5,653	8,409	11,173	9,304	11,984	9,786	6,140
0,45	9,157	5,923	8,309	11,356	9,267	13,550	9,655	6,820
0,50	9,080	6,188	8,207	11,528	9,231	15,120	9,562	7,661
0,55	9,003	6,452	8,103	11,689	9,195	16,693	9,514	8,692
0,60	8,926	6,718	7,999	11,841	9,159	18,270	9,488	9,814
0,65	8,851	6,992	7,894	11,984	9,123	19,852	9,334	10,398
0,70	8,779	7,282	7,787	12,120	9,087	21,439	9,188	11,013
0,75	8,712	7,596	7,680	12,249	9,052	23,037	9,051	11,669
0,80	8,652	7,946	7,573	12,378	9,018	24,650	8,926	12,374
0,85	8,602	8,342	7,469	12,530	8,985	26,288	8,815	13,138
0,90	8,565	8,798	7,368	12,714	8,954	27,973	8,722	13,978
0,95	8,541	9,321	7,274	12,950	8,927	29,748	8,653	14,922
1,00	8,533	9,919	7,191	13,283	8,912	31,779	8,624	16,033

w	Modelo E		Modelo F		Modelo G		Modelo H	
	H_{Ln}	Q_n^2	\bar{y}_τ	S_τ^2	H_{Ln}	MAD^2	\bar{y}_{MLE}	S_{MLE}^2
0,00	10,345	5,085	8,433	6,192	10,786	2,963	8,950	5,769
0,05	10,182	5,143	8,332	6,222	10,578	3,005	8,936	5,809
0,10	10,053	5,432	8,247	6,347	10,388	3,132	8,922	5,850
0,15	9,933	5,778	8,194	6,659	10,215	3,342	8,909	5,890
0,20	9,823	6,190	8,228	7,469	10,060	3,640	8,895	5,931
0,25	9,724	6,675	8,527	9,815	9,923	4,028	8,882	5,972
0,30	9,638	7,248	8,725	11,575	9,806	4,513	8,868	6,013
0,35	9,569	7,929	8,832	12,812	9,710	5,098	8,855	6,054
0,40	9,521	8,753	8,167	9,580	9,634	5,784	8,843	6,095
0,45	9,500	9,751	8,089	9,743	9,578	6,565	8,830	6,137
0,50	9,421	10,372	8,012	9,915	9,539	7,433	8,818	6,179
0,55	9,296	10,682	7,937	10,096	9,516	8,375	8,807	6,221
0,60	9,175	11,026	8,796	12,351	9,504	9,374	8,795	6,264
0,65	9,064	11,428	8,796	12,351	9,613	10,957	8,784	6,307
0,70	8,963	11,896	8,796	12,350	9,460	11,266	8,774	6,350
0,75	8,872	12,436	8,796	12,350	9,300	11,541	8,763	6,393
0,80	8,793	13,052	8,796	12,350	9,135	11,792	8,753	6,437
0,85	8,726	13,751	8,796	12,350	8,969	12,038	8,744	6,481
0,90	8,673	14,544	8,794	12,324	8,816	12,347	8,734	6,525
0,95	8,638	15,449	8,794	12,323	8,689	12,779	8,726	6,570
1,00	8,624	16,500	8,796	12,351	8,624	13,520	8,717	6,615

- Rugosidade – Rz

w	Modelo A		Modelo B		Modelo C		Modelo D	
	\bar{y}	s^2	\bar{y}	MAD^2	\bar{y}_{H2}	S_{H2}^2	H_{Ln}	S_n^2
0,00	6,972	3,063	8,463	2,110	8,341	4,285	8,614	1,383
0,05	6,947	3,069	8,244	2,232	8,220	4,438	8,528	1,769
0,10	6,924	3,088	8,081	2,486	8,163	4,847	8,494	2,316
0,15	6,902	3,120	7,952	2,816	8,105	5,255	8,471	2,896
0,20	6,881	3,166	7,846	3,201	8,047	5,661	8,452	3,489
0,25	6,862	3,224	7,761	3,634	7,987	6,064	8,434	4,086
0,30	6,843	3,296	7,697	4,117	7,927	6,463	8,417	4,682
0,35	6,826	3,382	7,649	4,636	7,866	6,856	8,397	5,274
0,40	6,810	3,481	7,623	5,207	7,803	7,245	8,376	5,859
0,45	6,796	3,594	7,620	5,829	7,739	7,627	8,351	6,433
0,50	6,783	3,721	7,639	6,504	7,673	8,002	8,321	6,992
0,55	6,771	3,862	8,078	8,154	7,605	8,369	8,284	7,531
0,60	6,760	4,016	7,897	8,364	7,535	8,728	8,254	7,889
0,65	6,751	4,184	6,185	5,024	7,603	9,650	8,254	7,889
0,70	6,743	4,366	6,074	5,398	7,127	8,356	8,254	7,889
0,75	6,736	4,561	5,978	5,806	7,042	8,655	8,254	7,889
0,80	6,731	4,769	5,897	6,249	6,964	8,980	8,254	7,889
0,85	6,726	4,991	5,832	6,729	6,893	9,335	8,254	7,889
0,90	6,723	5,227	5,784	7,248	6,831	9,727	8,254	7,889
0,95	6,721	5,475	5,754	7,809	7,715	13,968	8,254	7,889
1,00	6,721	5,738	5,744	8,416	6,759	10,721	8,254	7,889

w	Modelo E		Modelo F		Modelo G		Modelo H	
	H_{Ln}	Q_n^2	\bar{y}_τ	S_τ^2	H_{Ln}	MAD^2	\bar{y}_{MLE}	S_{MLE}^2
0,00	8,534	1,063	8,262	1,220	8,574	2,110	8,616	4,227
0,05	8,352	1,177	8,014	1,220	8,476	2,452	8,610	4,294
0,10	8,280	1,853	7,819	1,394	8,440	2,987	8,605	4,361
0,15	8,208	2,526	7,739	1,941	8,387	3,467	8,599	4,428
0,20	8,133	3,184	7,671	2,525	8,344	3,980	8,593	4,495
0,25	8,055	3,825	7,612	3,141	8,297	4,480	8,587	4,562
0,30	7,973	4,449	7,562	3,786	8,245	4,968	8,581	4,628
0,35	7,888	5,056	7,520	4,455	8,189	5,440	8,575	4,695
0,40	7,800	5,646	7,985	6,775	8,129	5,898	8,568	4,761
0,45	7,708	6,220	7,896	7,294	8,063	6,340	8,561	4,827
0,50	7,613	6,776	7,797	7,778	7,992	6,765	8,554	4,893
0,55	7,515	7,317	7,687	8,229	7,914	7,172	8,546	4,958
0,60	7,413	7,841	7,567	8,644	7,831	7,559	8,538	5,024
0,65	7,309	8,348	7,434	9,019	7,739	7,922	8,529	5,088
0,70	7,200	8,837	7,284	9,339	7,638	8,255	8,520	5,153
0,75	7,089	9,309	6,113	6,340	6,696	5,983	8,511	5,216
0,80	6,973	9,762	6,006	6,798	6,628	6,419	8,500	5,279
0,85	6,854	10,194	7,311	9,291	6,572	6,890	8,488	5,342
0,90	6,729	10,601	7,311	9,291	6,528	7,400	8,476	5,403
0,95	6,599	10,979	7,311	9,291	6,499	7,955	8,461	5,463
1,00	6,488	11,454	7,311	9,291	6,488	8,568	8,445	5,522

• **Rugosidade – Rq**

w	Modelo A		Modelo B		Modelo C		Modelo D	
	\bar{y}	s^2	\bar{y}_τ	MAD ²	\bar{y}_{H2}	S_{H2}^2	H_{Ln}	S_n^2
0,00	2,198	0,301	2,067	0,128	2,110	0,104	2,302	0,018
0,05	2,176	0,329	2,003	0,131	2,077	0,104	2,241	0,018
0,10	2,159	0,364	1,946	0,138	2,044	0,104	2,180	0,018
0,15	2,139	0,396	1,892	0,147	2,011	0,104	2,166	0,035
0,20	2,120	0,427	1,841	0,158	1,978	0,104	2,113	0,037
0,25	2,100	0,459	1,793	0,171	1,945	0,104	2,160	0,076
0,30	2,077	0,485	1,747	0,184	1,926	0,141	2,101	0,077
0,35	2,062	0,524	1,703	0,200	1,910	0,183	2,156	0,118
0,40	2,043	0,559	1,661	0,216	1,894	0,228	2,155	0,139
0,45	2,026	0,595	1,622	0,234	1,880	0,275	2,154	0,160
0,50	1,993	0,599	1,585	0,254	1,866	0,325	2,153	0,181
0,55	1,973	0,629	1,551	0,275	1,853	0,376	2,147	0,201
0,60	1,953	0,660	1,519	0,298	1,841	0,430	2,137	0,219
0,65	1,934	0,693	1,491	0,323	1,829	0,485	2,120	0,235
0,70	1,916	0,728	1,465	0,349	1,819	0,543	2,090	0,246
0,75	1,899	0,765	1,442	0,377	1,809	0,603	2,046	0,252
0,80	1,883	0,805	1,423	0,407	1,800	0,666	1,981	0,250
0,85	1,870	0,849	1,406	0,440	1,792	0,731	1,846	0,224
0,90	1,859	0,898	1,393	0,474	1,786	0,800	1,700	0,194
0,95	1,851	0,954	1,385	0,511	1,782	0,873	1,692	0,213
1,00	1,848	1,020	1,381	0,551	1,780	0,954	1,691	0,234

w	Modelo E		Modelo F		Modelo G		Modelo H	
	H_{Ln}	Q_n^2	\bar{y}_τ	S_τ^2	H_{Ln}	MAD ²	\bar{y}_{MLE}	S_{MLE}^2
0,00	2,075	0,044	1,931	0,030	2,040	0,128	2,466	0,024
0,05	2,041	0,048	1,869	0,030	2,008	0,130	2,447	0,062
0,10	2,011	0,056	1,806	0,030	1,979	0,135	2,427	0,097
0,15	1,984	0,066	1,744	0,030	1,953	0,141	2,406	0,129
0,20	1,958	0,077	1,696	0,039	1,928	0,149	2,383	0,159
0,25	1,933	0,089	1,652	0,050	1,904	0,158	2,359	0,185
0,30	1,909	0,103	1,609	0,063	1,881	0,167	2,333	0,208
0,35	1,886	0,116	1,570	0,077	1,859	0,177	2,305	0,226
0,40	1,864	0,131	1,532	0,093	1,838	0,188	2,274	0,238
0,45	1,842	0,147	1,498	0,110	1,818	0,200	2,239	0,242
0,50	1,822	0,163	1,466	0,129	1,799	0,212	2,203	0,246
0,55	1,802	0,180	1,436	0,150	1,781	0,225	2,186	0,287
0,60	1,783	0,197	1,410	0,172	1,765	0,239	2,153	0,295
0,65	1,765	0,216	1,386	0,197	1,749	0,254	2,138	0,340
0,70	1,749	0,236	1,702	0,433	1,735	0,271	2,127	0,394
0,75	1,733	0,257	1,348	0,251	1,723	0,288	2,119	0,455
0,80	1,720	0,280	1,759	0,547	1,712	0,307	2,114	0,519
0,85	1,873	0,453	1,761	0,587	1,703	0,327	2,109	0,586
0,90	1,894	0,508	1,314	0,346	1,697	0,349	2,106	0,656
0,95	1,916	0,562	1,817	0,700	1,692	0,373	2,104	0,728
1,00	1,942	0,621	1,838	0,752	1,691	0,399	2,103	0,802

• **Rugosidade – Rt**

w	Modelo A		Modelo B		Modelo C		Modelo D	
	\bar{y}	s^2	\bar{y}	MAD^2	\bar{y}_{H2}	S_{H2}^2	H_{Ln}	S_n^2
0,00	9,900	8,993	8,622	2,400	10,544	8,567	11,506	3,679
0,05	9,805	8,993	9,162	12,610	10,394	8,567	11,313	3,930
0,10	9,709	8,993	8,686	7,189	10,244	8,567	11,130	4,221
0,15	9,614	8,993	8,580	7,446	10,094	8,567	10,952	4,539
0,20	9,519	8,993	8,475	7,729	9,944	8,567	10,779	4,882
0,25	9,423	8,993	8,372	8,041	9,794	8,567	10,612	5,249
0,30	9,328	8,993	8,271	8,381	9,645	8,567	10,450	5,639
0,35	9,233	8,993	8,171	8,753	9,495	8,567	10,292	6,051
0,40	9,138	8,993	8,074	9,158	9,345	8,567	10,140	6,487
0,45	9,042	8,993	7,980	9,600	9,277	9,761	9,993	6,947
0,50	8,974	9,010	7,888	10,080	9,251	11,554	9,852	7,436
0,55	8,969	9,067	7,798	10,603	9,225	13,353	9,719	7,960
0,60	8,964	9,123	7,712	11,172	9,200	15,158	9,599	8,544
0,65	8,960	9,180	7,629	11,793	9,175	16,971	9,490	9,177
0,70	8,955	9,237	7,550	12,472	9,151	18,792	9,385	9,831
0,75	8,951	9,294	7,475	13,217	9,128	20,624	9,293	10,543
0,80	8,947	9,351	7,405	14,037	9,105	22,472	9,213	11,307
0,85	8,947	9,411	7,389	15,693	9,085	24,342	9,143	12,124
0,90	8,947	9,471	7,389	17,592	9,066	26,247	9,088	13,001
0,95	8,947	9,530	7,389	19,491	9,052	28,210	9,048	13,956
1,00	8,947	9,590	7,389	21,390	9,045	30,282	9,033	15,019

w	Modelo E		Modelo F		Modelo G		Modelo H	
	H_{Ln}	Q_n^2	\bar{y}_τ	S_τ^2	H_{Ln}	MAD^2	\bar{y}_{MLE}	S_{MLE}^2
0,00	10,245	4,592	9,478	4,114	10,505	2,400	9,208	3,663
0,05	10,124	4,592	9,284	4,114	10,358	2,400	9,184	3,981
0,10	10,003	4,592	9,091	4,114	10,211	2,400	9,161	4,302
0,15	9,881	4,592	8,897	4,114	10,063	2,400	9,139	4,624
0,20	9,760	4,592	8,745	4,382	9,946	2,670	9,118	4,949
0,25	9,639	4,592	8,644	4,990	9,880	3,407	9,098	5,277
0,30	9,556	4,920	8,559	5,701	9,821	4,211	9,079	5,606
0,35	9,535	5,776	8,806	8,596	9,769	5,076	9,060	5,938
0,40	9,512	6,610	8,699	9,162	9,723	5,996	9,043	6,272
0,45	9,484	7,408	8,592	9,731	9,682	6,967	9,026	6,608
0,50	9,452	8,161	8,486	10,303	9,647	7,985	9,011	6,948
0,55	9,414	8,872	8,380	10,880	9,617	9,044	8,996	7,289
0,60	9,371	9,545	8,275	11,463	9,362	8,065	8,983	7,634
0,65	9,326	10,189	8,172	12,052	9,282	8,684	8,971	7,981
0,70	9,278	10,812	8,069	12,651	9,214	9,400	8,960	8,332
0,75	9,228	11,424	7,969	13,260	9,157	10,217	8,950	8,687
0,80	9,179	12,034	7,870	13,883	9,111	11,142	8,942	9,045
0,85	9,130	12,657	7,774	14,523	9,076	12,160	8,936	9,406
0,90	9,086	13,312	7,682	15,187	9,052	13,278	8,931	9,772
0,95	9,050	14,038	7,594	15,881	9,037	14,487	8,928	10,143
1,00	9,033	14,927	7,543	16,816	9,033	15,785	8,927	10,519

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABO-ELENEEN, Z. A.; NAGARAJA, H. N. Fisher information in an order statistic and its concomitant. **Anal. of the Institute of Statistical Mathematics**, v. 54, n. 3, p. 667–680, 2002.

ANDREWS, D. F.; BICKEL, P. J.; HAMPEL, F. R.; et al. **Robust estimates of location: survey and advances**. 1972.

ARDAKANI, M. K.; NOOROSSANA, R. A new optimization criterion for robust parameter design — the case of target is best. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 38, n. 9-10, p. 851–859, 2008.

ARDAKANI, M. K.; NOOROSSANA, R. A Weighted Metric Method to Optimize Multi-Response Robust Problems. **Journal of Industrial Engineering International**, v. 5, n. 8, p. 10–19, 2009.

ARELLANO-VALLE, R. B.; GÓMEZ, H. W.; QUINTANA, F. A. A new class of skew-normal distributions. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 33, p. 1465–1480, 2004.

ARONÉS, M. F. B. **Desenvolvimento de uma metodologia robusta e eficiente para fluxo de carga da continuação ótimo multiobjetivo**, Universidade Estadual de Campinas, SP, 2009.

AZZALINI, A. A class of distributions which includes the normal ones. **Scandinavian Journal of Statistics**, v. 12, n. 2, p. 171–178, 1985.

AZZALINI, A.; VALLE, A. D. The multivariate skew-normal distribution. **Biometrika**, v. 83, n. 4, p. 715–726, 1996.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, v. 22, n. 2, p. 241–264, 2002.

BORROR, C. M.; MONTGOMERY, D. C. Mixed resolution designs as alternatives to taguchi inner / outer array designs for robust design problems. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 16, p. 117–127, 2000.

BOX, G. Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformations. **Technometrics**, v. 30, n. 1, p. 1–17, 1988.

BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. **Empirical Model-Building and Response Surfaces**. 1th ed. John Wiley & Sons, 1987.

BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G.; HUNTER, J. S. **Statistics for Experiments**. New York, USA: John Wiley & Sons, 1978.

BOYLAN, G. L.; CHO, B. R. Comparative studies on the high-variability embedded robust parameter design from the perspective of estimators. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier Ltd, v. 64, n. 1, p. 442–452, 2013.

DEL CASTILLO, E.; MONTGOMERY, D. A nonlinear programming solution to the dual response problem. **Journal of Quality Technology**, v. 25, n. 3, p. 199–204, 1993.

CHO, B. R.; PARK, C. Robust design modeling and optimization with unbalanced data. **Computers & Industrial Engineering**, v. 48, n. 2, p. 173–180, 2005.

COLLETTE, Y.; SIARRY, P. Three new metrics to measure the convergence of metaheuristics towards the Pareto frontier and the aesthetic of a set of solutions in biobjective optimization. **Computers & Operations Research**, v. 32, n. 4, p. 773–792, 2005.

COPELAND, K. A. F.; NELSON, P. R. Dual response optimization via direct function minimization. **Journal of Quality Technology**, v. 28, n. 3, p. 331–336, 1996.

COSTA, N. R. P. Simultaneous Optimization of Mean and Standard Deviation. **Quality Engineering**, v. 22, n. 3, p. 140–149, 2010.

CROUX, C.; ROUSSEEUW, P. J. Time-efficient algorithms for two highly robust estimators of scale. **Computational Statistics**, v. 1, p. 411–428, 1992.

DAS, I.; DENNIS, J. E. Normal-Boundary Intersection: a new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems. **Society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 8, n. 3, p. 631–657, 1998.

DAVIES, P. L.; GATHER, U. The breakdown point - examples and counterexamples. **Statistical Journal**, v. 5, n. 1, p. 1–17, 2007.

DING, R.; LIN, D. K. J.; WEI, D. Dual-response surface optimization: a weighted MSE approach. **Quality Engineering**, v. 16, n. 3, p. 377–385, 2004.

DONOHU, D. **Breakdown properties of multivariate location estimators**, Harvard University, 1982.

ELIASON, S. R. **Maximum likelihood estimation: logic and practice**. 96th ed. United States of America: Sage Publications, 1993.

GOETHALS, P. L.; CHO, B. R. Using higher precision-based response surface designs to determine the optimal process target. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 56, n. 1-4, p. 13–30, 2011.

GOMES, J. H. DE F. **Análise e otimização da soldagem de revestimento de chapas de aço ABNT 1020 com utilização de arame tubular inoxidável austenítico**, Universidade Federal de Itajubá, MG, 2010.

HAMPEL, F. Robust statistics : a brief introduction and overview. Anais of Seminar for Statistics. ETH Zurich, Switzerland, 2001.

HAMPEL, F. R. The Influence Curve and Its Role in Robust Estimation. **Journal of the American Statistical Association**, v. 69, n. 346, p. 383–393, 1974.

HAMPEL, F. R.; RONCHETTI, E. M.; ROUSSEEUW, P. J.; STAHEL, W. S. **Robust statistics - the approach based on influence functions**. John Wiley & Sons, 1986.

HENNIG, C. Breakdown points for maximum likelihood estimators of location-scale mixtures. **The Annals of Statistics**, v. 32, n. 4, p. 1313–1340, 2004.

HODGES, J. L.; LEHMANN, E. L. Estimates of location based on rank tests. **The annals of mathematical statistics**, v. 34, n. 2, p. 598–611, 1963.

HUBER, P. J. Robust estimation of a location parameter. **The annals of mathematical statistics**, v. 35, n. 1, p. 73 – 101, 1964.

HUBER, P. J. **Robust statistics**. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1981.

HUNTER, R. G.; SUTHERLAND, J. W.; DEVOR, R. E. A methodology for robust design using models for mean, variance and loss. **Quality Improvement Techniques for Manufacturing, Products, and Services**, v. 42, p. 25–42, 1989.

IHAKA, R. R. **Past and Future History**. Auckland, New Zealand, 1998.

JEONG, I.; KIM, K.; CHANG, S. O. O. Y. Optimal Weighting of Bias and Variance in Dual Response Surface Optimization. **Journal of Quality Technology**, v. 37, n. 3, p. 236–247, 2005.

JIA, Z.; IERAPETRITOU, M. G. Generate Pareto optimal solutions of scheduling problems using normal boundary intersection technique. **Computers and Chemical Engineering**, v. 31, n. 4, p. 268–280, 2007.

JOSEPH, V. R. Taguchi's approach to robust parameter design: A new perspective. **IIE Transactions**, v. 39, n. 8, p. 805–810, 2007.

KAZEMZADEH, R. B.; BASHIRI, M.; ATKINSON, A. C.; NOOROSSANA, R. A general framework for multiresponse optimization problems based on goal programming. **European Journal of Operational Research**, v. 189, n. 2, p. 421–429, 2008.

KHURI, A. I.; CORNELL, J. A. **Response Surfaces - Design and Analyses**. 2th ed. New York: Marcel Dekker, 1996.

KIM, K.; LIN, D. K. J. Dual response surface optimization : A Fuzzy modeling approach. ,1998.

KÖKSOY, O.; DOGANAKSOY, N. Joint optimization of mean and standard deviation using response surface methods. **Journal of quality technology**, American Society for Quality, v. 35, n. 3, p. 239–252, 2003.

KÖKSOY, O.; YALCINOZ, T. Robust Design using Pareto type optimization: A genetic algorithm with arithmetic crossover. **Computers & Industrial Engineering**, v. 55, n. 1, p. 208–218, 2008.

LEE, S. B.; PARK, C.; CHO, B.-R. Development of a highly efficient and resistant robust design. **International Journal of Production Research**, v. 45, n. 1, p. 157–167, 2007.

LEYS, C.; LEY, C.; KLEIN, O.; BERNARD, P.; LICATA, L. Detecting outliers: Do not use standard deviation around the mean, use absolute deviation around the median. **Journal of Experimental Social Psychology**, Elsevier Inc, v. 49, n. 4, p. 764–766, 2013.

LIN, D. K. J.; TU, W. Dual response surface optimization. **Journal of Quality Technology**, v. 27, n. 1, p. 34–39, 1995.

MARONNA, R. A.; MARTIN, D. R.; YOHAI, V. J. **Robust statistics: theory and methods**. 2006.

MARONNA, R. A.; ZAMAR, R. H. Robust Estimates of Location and Dispersion for High-Dimensional Datasets. **Technometrics**, v. 44, n. 4, p. 307–317, 2002.

MARTINS, R. A. **Abordagens quantitativa e qualitativa**. In: MIGUEL, P. A. C. (org). Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações, Rio de Janeiro: Elsevier Ltda, 2010.

MITROFF, I. I.; BETZ, F.; PONDY, L. R.; SAGASTI, F. On managing science in the systems age: two schemas for the study of science as a whole systems phenomenon. **Interfaces**, v. 4, n. 3, p. 46–58, 1974.

MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments**. 6th ed. United States of America: John Wiley & Sons, 2005.

MORABITO, R.; PUREZA, V. **Modelagem e Simulação**. In: MIGUEL, P. A. C. (org). Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações, Rio de Janeiro: Elsevier Ltda, 2010.

MYERS, R. H.; CARTER, W. H. Response Surface Techniques for Dual Response Systems. **Technometrics**, v. 15, n. 2, p. 301 – 317, 1973.

MYERS, R. H.; KHURI, A. I.; VINING, G. Response Surface Alternatives to the Taguchi Robust Parameter Design Approach. **The American Statistician**, v. 46, n. 2, p. 131–139, 1992.

MYERS, R. H.; KIM, Y.; GRIFFITHS, K. L. Response surface methods and the use of noise variables. **Journal of Quality Technology**, v. 29, n. 4, p. 429–441, 1997.

MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; ANDERSON-COOK, C. M. **Response Surface Methodology**. 3th ed. John Wiley & Sons, 2009.

MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; VINING, G. G.; ROBINSON, T. J. **Generalized linear models with applications in engineering and the sciences**. 2nd ed., John Wiley & Sons, 2010.

MYERS, W. R.; BRENNEMAN, W. A.; MYERS, R. H. A dual-response approach to robust parameter design for a generalized linear model. **Journal of Quality Technology**, v. 37, n. 2, p. 130–138, 2005.

MYUNG, I. J. Tutorial on maximum likelihood estimation. **Journal of Mathematical Psychology**, v. 47, n. 1, p. 90–100, 2003.

NAIR, V. N. Taguchi 's Parameter Design : A Panel Discussion. **TEchnometrics**, v. 34, n. 2, p. 127–161, 1992.

NEWBOLD, P. **Statistics for Business & Economics**. 4th ed. United States of America: Prentice Hall, 1994.

O'HAGAN, A. Bayes estimation of a convex quadratic. **Biometrika**, v. 60, n. 3, p. 565–571, 1973.

O'HAGAN, A.; LEONARD, T. Bayes estimation subject to uncertainty about parameter constraints. **Biometrika**, v. 63, n. 1, p. 201–203, 1976.

ORR, J. M.; SACKETT, P. R.; DUBOIS, C. L. Z. Outlier detection and treatment in I/O psychology: A survey of researchers' beliefs and an empirical illustration. **Personnel Psychology**, v. 44, n. 3, p. 473–486, 1991.

PAIVA, A. P. DE. **Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em Otimização de Processos de Manufatura com Múltiplas Respostas Correlacionadas**. Universidade Federal de Itajubá, MG, 2006.

PARK, C.; CHO, B. R. DEVELOPMENT OF ROBUST DESIGN UNDER CONTAMINATED AND NON-NORMAL DATA. **Quality Engineering**, v. 15, n. 3, p. 463–469, 2003.

PERUCHI, R. S. **MDMAIC - Um roadmap seis sigma multivariado**. Universidade Federal de Itajubá, MG, 2014.

PIGNATIELLO JR., J. J.; RAMBERG, J. S. Top ten triumphs and tragedies of Genichi Taguchi. **Quality Engineering**, v. 4, n. 2, p. 211–225, 1992.

RATCLIFF, R. Methods for dealing with reaction time outliers. **Psychological Bulletin**, v. 114, n. 3, p. 510–532, 1993.

ROBINSON, T. J.; BORROR, C. M.; MYERS, R. H. Robust Parameter Design: A Review. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 20, n. 1, p. 81–101, 2004.

ROUSSEEUW, P. J.; CROUX, C. Explicit Scale Estimators with High Breakdown Point. **Statistical Analysis and Related Methods**, p. 77–92, 1992.

ROUSSEEUW, P. J.; CROUX, C. Alternatives to the Median Absolute Deviation. **Journal of the American Statistical Association**, v. 88, n. 424, p. 1273–1283, 1993.

SALGADO JÚNIOR, A. R. **Otimização de múltiplos duais correlacionados no processo de torneamento do aço de corte fácil ABNT 12L14**. Universidade Federal de Itajubá, MG, 2010.

SCHOTT, J. R. **Fault tolerant design using single and multicriteria genetic algorithm optimization**. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1995.

SERFLING, R. Asymptotic Relative Efficiency in Estimation. **International encyclopedia of statistical sciences**, p. 68–72, 2011.

SHAIBU, A. B.; CHO, B. R. Another view of dual response surface modeling and optimization in robust parameter design. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 41, n. 7-8, p. 631–641, 2008.

SHUKLA, P. K.; DEB, K. On finding multiple Pareto-optimal solutions using classical and evolutionary generating methods. **European Journal of Operational Research**, v. 181, n. 3, p. 1630–1652, 2007.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. **Métodos de Pesquisa**. 1^a ed., 120p, Porto Alegre, RS: Editora da UFRGS, 2009.

TAGUCHI, G. **Engenharia da Qualidade em sistemas de produção**. McGraw-Hill, 1990.

VAHIDINASAB, V.; JADID, S. Normal boundary intersection method for suppliers' strategic bidding in electricity markets: An environmental/economic approach. **Energy Conversion and Management**, v. 51, n. 6, p. 1111–1119, 2010.

VENABLES, W. N.; SMITH, D. M. **An Introduction to R - Manual of R version 3.1.0.**, 2014.

VINING, G. G.; MYERS, R. H. Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A dual response approach. **Journal of Quality Technology**, v. 22, n. 1, p. 38–45, 1990.

YOHAI, V. J. High breakdown-point and high efficiency robust estimates for regression. **The annals of statistics**, v. 15, n. 20, p. 642–656, 1987.

YOHAI, V. J.; ZAMAR, R. H. High breakdown-point estimates of regression by means of the minimization of an efficient scale. **Journal of the American Statistical Association**, v. 83, n. 402, p. 406–413, 1988.

ANEXO A – Software R

R é um *software* livre com uma linguagem e um ambiente integrado para análises gráficas e cálculos estatísticos, disponível em www.r-project.org. Este foi criado por Ross Ihaka e por Robert Gentleman, no ano de 1993, inicialmente, com o propósito de ser utilizado em suas aulas de laboratório do departamento de estatística da Universidade de Auckland, Nova Zelândia. Atualmente, o R já ultrapassou as suas origens e o seu desenvolvimento ocorre por meio de um esforço colaborativo de vários pesquisadores da área que, com o auxílio da internet, trocam ideias e distribuem os resultados das novas funções criadas para tornar o *software* cada vez mais robusto (IHAKA, 1998).

Com o seu auxílio, é possível solucionar todas as formulações matemáticas dos estimadores robustos, apresentados no capítulo 2 deste trabalho, por meio de pacotes extras que possuem rotinas de técnicas estatísticas. O *download* do *software* juntamente com seu manual e todos os pacotes de funções, é encontrado no *Comprehensive R Archive Network* (CRAN) disponível em <http://cran.r-project.org/>.

A tabela abaixo ilustra todas as funções e seus respectivos pacotes, caso seja necessária a utilização, para todos os estimadores utilizados neste trabalho.

Funções e pacotes do *software* R utilizados para o cálculo dos estimadores de localização e de escala

	\bar{y}	s	\tilde{y}	$^*H_{Ln}$	$\frac{\tilde{y}_{H2}}{S_{H2}}$	S_n	Q_n	MAD	$\frac{\tilde{y}_\tau}{s_\tau}$	$\frac{\tilde{y}_{MLE}}{S_{MLE}}$
Função	mean	sd	median	-	hubers	Sn	Qn	mad	scaleTau2	sn.mle
Pacote	Não é necessário				MASS			robustbase		sn

*Não foi encontrada uma função específica já desenvolvida para o estimador H_{Ln} , por isso, foi desenvolvido o código mencionado no Apêndice A.

Maiores detalhes e informações sobre o *software* podem ser esclarecidas em seu manual atualizado por Venables e Smith (2014).