

Capítulo 2

ANÁLISE DE ESCOAMENTO POTENCIAL EM GRADES LINEARES – MÉTODO DOS PAINÉIS

2.1 – INTRODUÇÃO

O método adotado para análise do escoamento assume um papel importante em qualquer processo de otimização de formas aerodinâmicas. Para certa geometria definida iterativamente pelo otimizador, os resultados de uma análise são usados no cálculo da função objetivo e das restrições. O custo computacional de cada análise do escoamento é fator decisivo para a viabilização do processo de otimização, pois a rotina de cálculo pode ser chamada milhares de vezes.

Tendo em vista o desenvolvimento de um método inverso relativamente rápido para o projeto de perfis aerodinâmicos em grade linear, optou-se nesse trabalho pela utilização de uma rotina pré-existente para cálculo de escoamento potencial (GRADLIN), que pode ser executada em frações de segundo em um micro-computador pessoal moderno.

O presente capítulo aborda a metodologia utilizada na implementação da rotina GRADLIN, para o cálculo do escoamento potencial em grades lineares de máquinas de fluxo axiais, e está baseado nos trabalhos desenvolvidos por Amorim (1987) e Manzanares Filho (1994). O capítulo foi introduzido nesta dissertação para conveniência do leitor que, caso o julgue dispensável, poderá seguir diretamente ao Capítulo 3.

2.2 – DEFINIÇÃO DAS GRADES LINEARES DE MÁQUINAS DE FLUXO AXIAIS

A fig 2.1 mostra o esquema do conjunto rotor-estator de uma máquina de fluxo axial geradora (bomba ou ventilador axial).

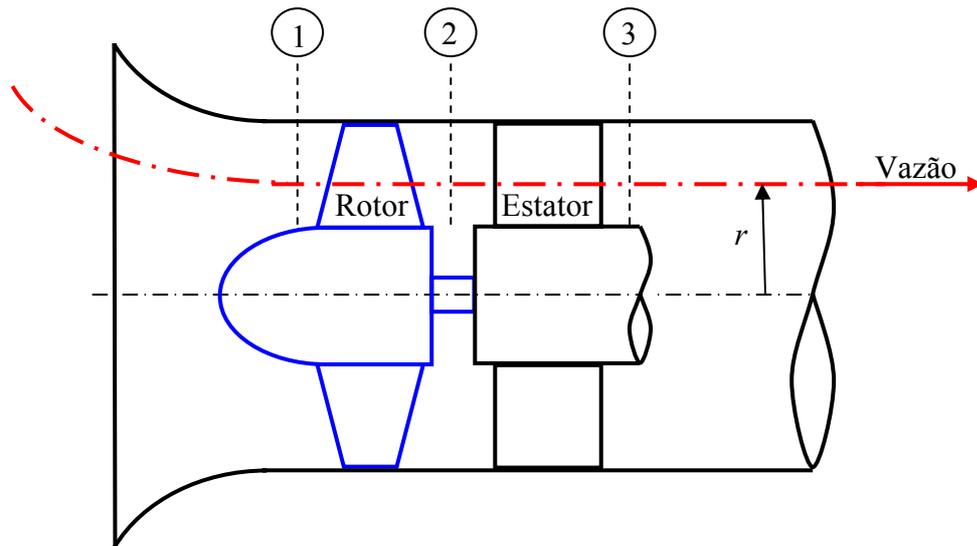


Figura 2.1 – Esquema de uma bomba ou ventilador axial

O desenvolvimento cilíndrico em um certo raio r dá origem às grades lineares do rotor e do estator. A Fig. 2.2 ilustra o exemplo desse desenvolvimento no caso de um rotor. As grades são utilizadas para o dimensionamento dos perfis das pás do rotor e das aletas do estator e também para a definição dos ângulos de montagem e espaçamentos.

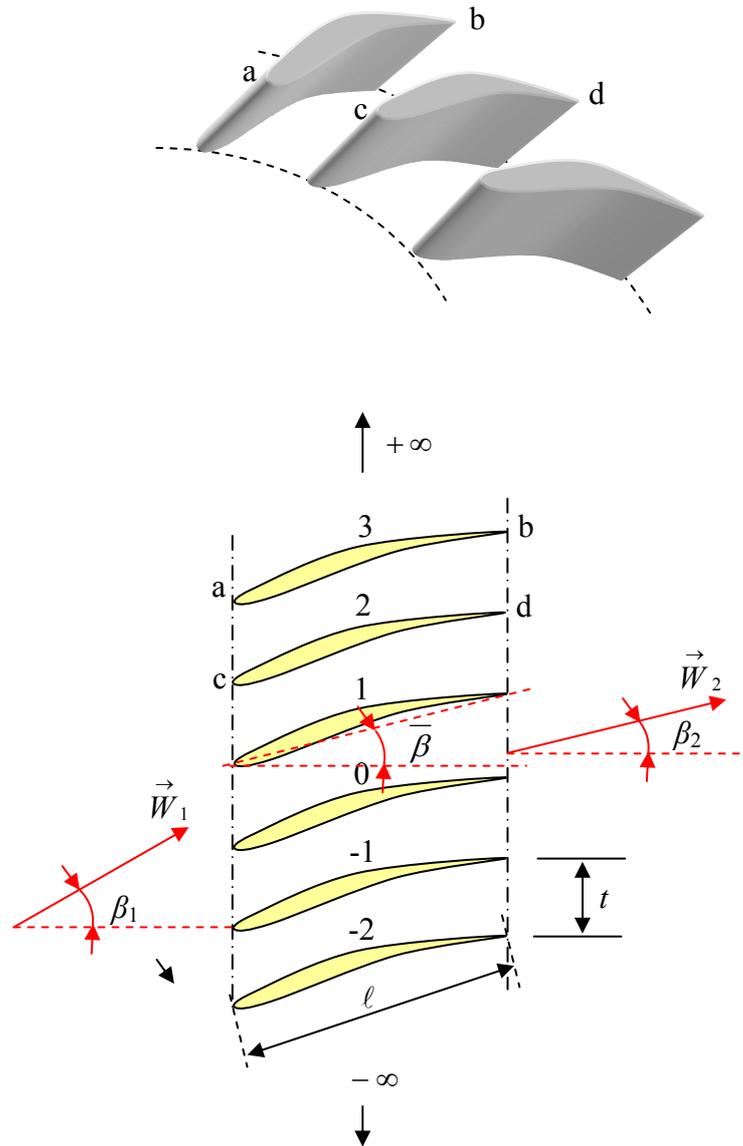


Figura 2.2 – Sistema de uma máquina axial desenvolvida em grade linear

2.3 – FUNDAMENTOS TEÓRIOS PARA O CÁLCULO DO ESCOAMENTO POTENCIAL EM GRADES LINEARES

Considere uma grade linear no plano complexo $z = x + iy$ cujos perfis de corda ℓ estão espaçados com um passo constante t e dispostos com ângulo de montagem β . A relação entre a corda e o espaçamento entre os perfis, ℓ/t é denominada razão de solidez.

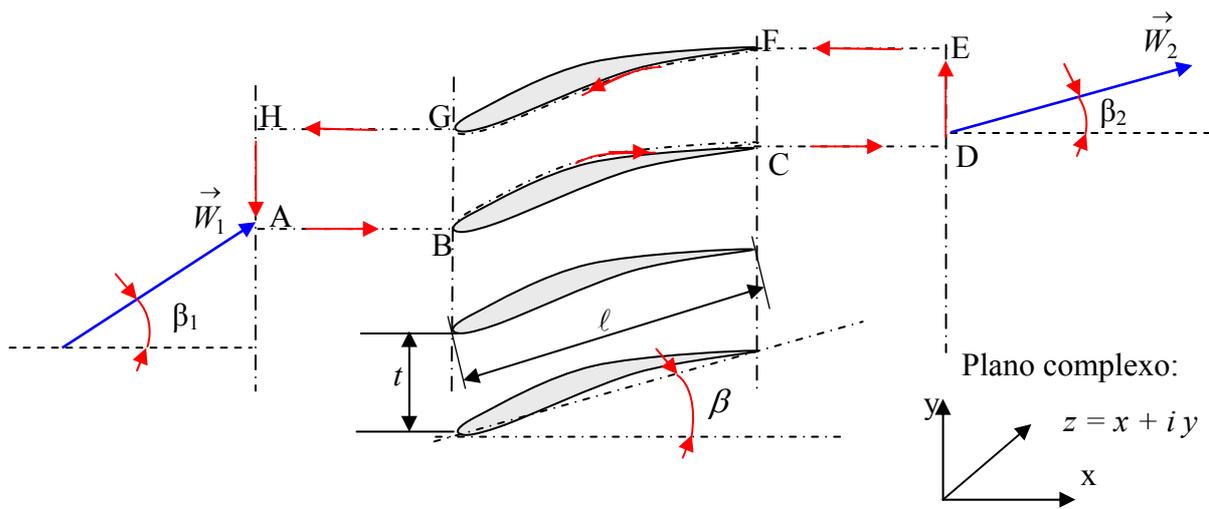


Figura 2.3 - Parâmetros da grade com perfis aerodinâmicos idênticos

Considera-se o modelo de escoamento bidimensional, potencial, incompressível e em regime permanente. O campo de velocidades do escoamento é representado por $\vec{W} = \vec{W}(x, y) = W_x \vec{i} + W_y \vec{j}$. O escoamento se aproxima da grade com velocidade $\vec{W}_1 = \vec{W}(-\infty, y)$ a grandes distâncias à esquerda da grade. A velocidade assume o valor $\vec{W}_2 = \vec{W}(+\infty, y)$ a grandes distâncias à direita, em decorrência da perturbação sofrida pelo escoamento ao passar ao redor dos perfis da grade. As seguintes hipóteses são formuladas:

Escoamento incompressível

$$\nabla \cdot \vec{W} = 0 \quad (2.1)$$

Escoamento potencial:

$$\nabla \times \vec{W} = 0 \quad (2.2)$$

O campo de velocidades, portanto, é obtido da função potencial de velocidades ϕ :

$$\vec{W} = \nabla \phi \quad (2.3)$$

Com estas hipóteses estabelecidas, têm-se a seguinte formulação para o domínio exterior e para as condições de contorno:

- No domínio exterior: vale a equação de Laplace para o potencial de velocidades ϕ :

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.4)$$

- No contorno dos perfis: considerando a condição de impermeabilidade dos perfis, a velocidade normal na superfície do perfil será nula.

$$\vec{W} \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.5)$$

- A montante da grade: considera-se a velocidade \vec{W}_1 de aproximação do escoamento, suficientemente distante para que ainda não tenha sofrido perturbação pela presença da grade:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \vec{W} = \vec{W}_1 \quad (2.6)$$

- A jusante da grade: considera-se a velocidade \vec{W}_2 de afastamento do escoamento, suficientemente distante para que não sofra mais perturbação pela presença da grade:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \vec{W} = \vec{W}_2 \quad (2.7)$$

Tomando o contorno \wp de um perfil de referência, a distribuição de velocidades $w_s(\zeta)$ no contorno, compatível com as condições (2.4) a (2.7), deve satisfazer a seguinte equação integral de Fredholm de segunda espécie, correspondente a um campo de velocidades nulo no interior (W_∞ é a velocidade complexa conjugada não-perturbada):

$$\frac{w_s(\zeta)}{2} = \Re(W_\infty e^{-i\alpha}) + \frac{1}{2\pi} \oint_{\wp} \lambda_I(\zeta, \zeta') w_s(\zeta') ds' \quad (2.8)$$

A condição de impermeabilidade no contorno do perfil fica expressa pela seguinte equação integral de Fredholm de primeira espécie:

$$0 = \Im(W_\infty e^{-i\alpha}) + \frac{1}{2\pi} \oint_{\wp} \lambda_{II}(\zeta, \zeta') w_s(\zeta') ds' \quad (2.9)$$

Nas Eqs. (2.8) e (2.9), ζ representa o ponto de cálculo e ζ' um ponto de integração. O sentido positivo da coordenada natural s do contorno é definido de modo a deixar o interior do perfil sempre à direita (Fig. 2.4). Partindo-se do bordo de fuga pelo intradorso, após um percurso completo do contorno atinge-se novamente o bordo de fuga pelo extradorso.

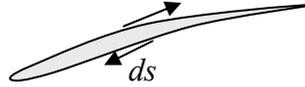


Figura 2.4 – Sentido positivo de ds

O ângulo α é tomado entre a reta tangente ao perfil e o eixo positivo x (Fig. 2.5).

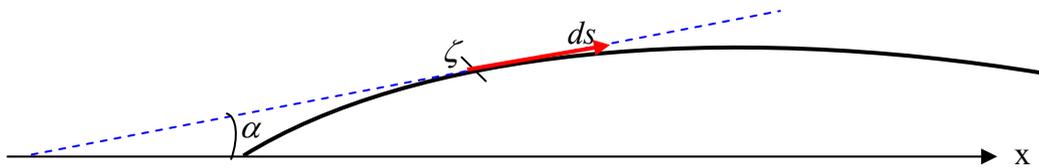


Figura 2.5 – Definição do ângulo α

Ainda em relação às Eqs. (2.8) e (2.9), foi utilizada notação complexa para as velocidades: $W = W_x + iW_y$, de modo que W_∞ representa a velocidade média (vetorial) das velocidades W_1 e W_2 :

$$W_\infty = \frac{W_1 + W_2}{2} \quad (2.10)$$

onde:

$$W_1 = W_{1x} + iW_{1y} \quad (2.11)$$

$$W_2 = W_{2x} + iW_{2y} \quad (2.12)$$

Verifica-se, pela equação da continuidade para as máquinas axiais, que $W_{1x} = W_{2x}$.

Os operadores \Re e \Im selecionam, respectivamente, as partes real e imaginária do operando, enquanto que os núcleos λ_I e λ_{II} das equações (2.8) e (2.9) são dados por:

$$\lambda_I = -\Im(\lambda e^{i\alpha}) \quad (2.13)$$

$$\lambda_{II} = \Re(\lambda e^{i\alpha}) \quad (2.14)$$

onde

$$\lambda = \lambda(\zeta, \zeta', t) = \coth\left[\frac{\pi}{t}(\zeta - \zeta')\right] \quad (2.15)$$

A circulação Γ_p em torno de um perfil é definida por

$$\Gamma_p = \oint_{\phi} w_s ds \quad (2.16)$$

relacionando-se com as componentes y da velocidade a montante e a jusante da grade da seguinte forma (Teorema de Stokes):

$$\Gamma_p = (W_{1y} - W_{2y})t \quad (2.17)$$

Com as Eqs. (2.10), (2.17) e $W_{1x} = W_{2x}$, resultam expressões para as velocidades complexas a montante e a jusante da grade em termos da circulação e do passo:

$$W_1 = W_\infty + i\frac{\Gamma_p}{2t} \quad (2.18)$$

$$W_2 = W_\infty - i\frac{\Gamma_p}{2t} \quad (2.19)$$

Na Fig. 2.6 estão representadas graficamente as equações (2.17) a (2.19). Para perfis isolados, o espaçamento t tende a infinito e não há deflexão do escoamento, produzindo-se assim $W_1 = W_2 = W_\infty$.

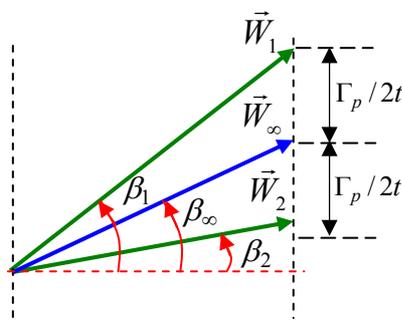


Figura 2.6 – Relação entre as velocidades a montante e jusante e a circulação

A circulação é um parâmetro livre na formulação apresentada acima. Uma das maneiras clássicas de definir implicitamente um valor fisicamente aceitável para a circulação consiste em impor a condição de Kutta, exigindo que o escoamento não contorne o bordo de fuga dos perfis. Os procedimentos numéricos concernentes a imposição de uma circulação ou da condição de Kutta são descritos no item subsequente.

Para uma dada geometria de grade e uma velocidade complexa especificada, a jusante, a montante ou média (W_1 ou W_2 ou W_∞), a distribuição de velocidades no contorno do perfil $w_s(\zeta) = w_s(s)$, calculada pelo lado exterior, é uma função incógnita nas equações integrais de Fredholm (2.8) e (2.9). Ela corresponde à densidade linear $\gamma(s)$ de uma distribuição de vórtices colocada ao longo das coordenadas s do contorno do perfil, perturbando o campo de velocidade uniforme W_∞ , sendo dada por:

$$\gamma(s) = \frac{d\Gamma}{ds} = w_s(s), \quad \Gamma(s) = \int_0^s w(s') ds' \quad (2.20)$$

O programa computacional desenvolvido para o cálculo do escoamento baseia-se na equação de Fredholm de segunda espécie (2.8). Ao contrário do núcleo λ_{II} na Eq. (2.9), o núcleo λ_I na Eq. (2.8) é limitado para $\zeta \rightarrow \zeta'$. Além disso, a presença da incógnita $w_s = \gamma$ fora da integral favorece os algoritmos de solução do sistema de equações algébricas lineares resultantes da discretização da equação integral. A utilização da Eq. (2.8) em vez da Eq. (2.9) foi sugerida por Martensen (1971) e adotada por Amorim (1987) e Manzanares Filho (1994) no desenvolvimento da rotina GRADLIN, que segue a sistemática do método dos painéis.

2.4 – SOLUÇÃO NUMÉRICA - MÉTODO DOS PAINÉIS

O método dos painéis é bastante difundido no meio científico e industrial quando se trata de obter uma solução numérica para o escoamento potencial em torno de perfis aerodinâmicos isolados ou dispostos em grades lineares de turbomáquinas.

Conforme já discutido, o campo básico de velocidades W_∞ (uniforme) sofre a perturbação dos perfis da grade, cujo efeito pode ser representado por uma distribuição de vórtices sobre o contorno destes perfis, cuja densidade γ tem o mesmo valor da velocidade externa no contorno dos perfis. O método dos painéis consiste em discretizar o contorno dos perfis em segmentos (painéis) de geometria simples (p. ex., retos) e discretizar também a

distribuição de singularidades (no caso, vórtices), assumindo distribuições simples em cada painel (p. ex., constantes ou lineares). Desse modo, a determinação da função $\gamma(s)$ é substituída pela determinação de um número finito de valores de γ associados a pontos discretos do contorno do perfil (p. ex., os pontos médios ou pontos extremos dos painéis). A determinação é feita impondo-se a condição de contorno (p. ex., velocidade interna nula) em um número igual (ou maior) de pontos de controle (p. ex., os pontos médios dos painéis). A equação integral é então discretizada em um sistema determinado (ou sobre-determinado) de equações algébricas lineares.

Na rotina GRADLIN, foram empregados painéis retos com densidades de vórtices constantes em cada painel. Os pontos de controle foram escolhidos nos pontos médios dos painéis. Tomando-se um perfil de referência p_0 da grade no plano complexo definido por $z=x+iy$, a representação geométrica dos painéis, dos pontos extremos e dos pontos controle desse perfil está ilustrada na Fig. 2.7.

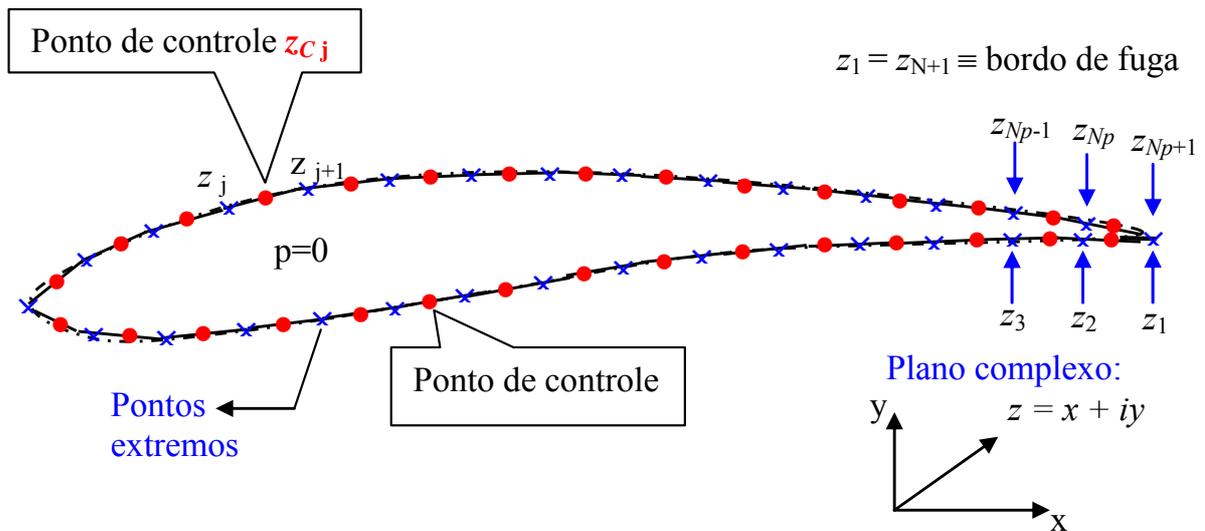


Figura 2.7 – Polígono de n lados acompanhando o contorno do perfil

Nota-se que z_{Np+1} pontos são colocados sobre o perfil e estes são interligados por Np segmentos de reta (painéis) formando um polígono de Np lados. O ponto inicial 1 localiza-se no bordo de fuga, sendo que a numeração cresce de modo a manter o perfil sempre à direita. O ponto final $Np+1$ também coincide com o bordo de fuga.

Para cada painel genérico j , com pontos extremos representados por z_j e z_{j+1} , define-se um ponto de controle z_{Cj} correspondente ao ponto médio do painel (Fig. 2.8).

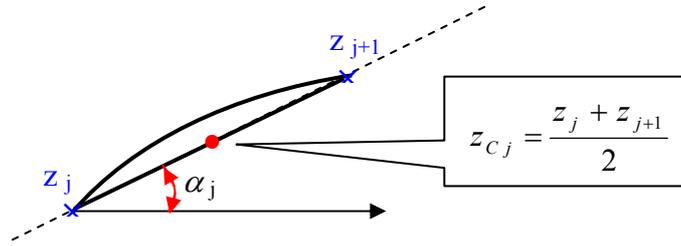


Figura 2.8 - Detalhe do ponto de controle no painel j

Cada painel j recebe uma distribuição de vórtices de densidade uniforme γ_j . Manzanares Filho (1994) utiliza uma fórmula semelhante à apresentada por Giesing (1964), para o cálculo da velocidade induzida no ponto z_{Ck} pelo painel j , do perfil de referência, juntamente com todos os painéis j correspondentes aos demais perfis da grade linear:

$$W_{Ij}(z_{Ck}) = \overline{A_{kj}} \gamma_j \quad (2.21)$$

onde $\overline{A_{kj}}$ é o conjugado de A_{kj} dado por

$$A_{kj} = i \frac{e^{-i\alpha_j}}{2\pi} \ln \left\{ \frac{\sinh \left[\frac{\pi}{t} (z_{Ck} - z_j) \right]}{\sinh \left[\frac{\pi}{t} (z_{Ck} - z_{j+1}) \right]} \right\} \quad (2.22)$$

Para a condição em que $k=j$, a Eq. (2.22) reduz-se a

$$A_{kk} = \pm \frac{1}{2} e^{-i\alpha_k} \quad (2.23)$$

sendo o sinal positivo para o lado externo do contorno do perfil e o sinal negativo para o lado interno.

O ponto de controle do painel genérico z_{Ck} terá uma velocidade complexa induzida no contorno externo igual ao resultado da superposição das contribuições de todos os painéis sobre este ponto, dada por:

$$W_I(z_{Ck}) = \sum_{j=1}^{Np} W_{Ij}(z_{Ck}) = \sum_{j=1}^{Np} \overline{A_{kj}} \gamma_j \quad (2.24)$$

A velocidade complexa no ponto z_{Ck} será dada pela superposição da velocidade calculada em (2.24) com o campo básico de velocidades W_∞ :

$$W(z_{Ck}) = W_\infty + W_I(z_{Ck}) \quad (2.25)$$

Impondo-se a condição de velocidade tangencial nula no contorno interior do perfil ($w_s^- = 0$), resulta a Eq. (2.26), onde α_k é o ângulo representado pela figura 2.8 (trocando j por k):

$$w_s^-(z_{Ck}) = \Re \left[e^{-i\alpha_k} \overline{W}(z_{Ck}) \right] = 0 \quad (2.26)$$

As equações (2.24) a (2.26) produzem um sistema de equações algébricas $n \times n$ onde serão determinadas as densidades de vórtices γ_j .

$$\sum_{j=1}^n B_{kj} \gamma_j = b_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.27)$$

onde B_{kj} representa os elementos da matriz de influência e dependem apenas da discretização geométrica do perfil. As componentes b_k do vetor 2º membro dependem apenas da geometria e do campo básico de velocidades W_∞ . Suas expressões são

$$B_{kj} = \Re \left(e^{-i\alpha_k} \overline{A_{kj}} \right) \quad (2.28)$$

$$b_k = -\Re \left(e^{-i\alpha_k} W_\infty \right) \quad (2.29)$$

Conhecidos os valores do campo básico, torna-se possível a determinação de b_k e conseqüentemente as densidades de vórtice γ_j .

A circulação sobre o perfil pode ser calculada de modo aproximado:

$$\Gamma_p = \sum_{j=1}^{N_p} \gamma_j \Delta s_j \quad (2.30)$$

onde o comprimento do painel j é dado por

$$\Delta s_j = |z_{j+1} - z_j| \quad (2.31)$$

Conforme já discutido, a circulação é um parâmetro livre no escoamento potencial em torno de perfis. Considerando, em princípio, um dado valor arbitrário de circulação, a inclusão da Eq. (2.30) na Eq. (2.27) gera um sistema sobre-determinado, com N_p+1 equações e N incógnitas. Visando facilitar a solução desse sistema, é introduzido um erro circulatório constante, ε_c , na velocidade tangencial interna, afetando o vetor 2º membro da Eq. (2.27):

$$b'_k = b_k + \varepsilon_c = -\Re \left(e^{-i\alpha_k} W_\infty \right) + \varepsilon_c \quad (2.32)$$

O erro circulatório ε_c passa a ser considerado uma nova incógnita, juntamente com γ_j , $j=1, \dots, Np$. Desse modo, o sistema formado pelas Eqs. (2.27) e (2.30) fica determinado.

Outra alteração efetuada é a substituição da velocidade W_∞ pela velocidade W_1 (Eqs. 2.18 e 2.30), deixando o sistema de equações definido por:

$$\sum_{j=1}^{Np} B'_{kj} \gamma_j = b_k'' \quad k=1, 2, \dots, Np; \quad (2.33)$$

onde a nova matriz

$$B'_{kj} = \Re \left[e^{-i\alpha_k} \left(\bar{A}_{kj} - i \frac{\Delta S_j}{2t} \right) \right] \quad (2.34)$$

continua dependente apenas de fatores geométricos enquanto que o vetor

$$b''_k = -\Re \left(e^{-i\alpha_k} W_1 \right) + \varepsilon_c \quad (2.35)$$

continua contendo os componentes cinemáticos do escoamento básico, agora com a velocidade de aproximação da grade W_1 .

Uma combinação linear de 3 soluções básicas é utilizada, sendo a densidade γ_j determinada pela combinação linear dessas soluções:

$$\gamma_j = |W_1| \cos \beta_1 \gamma_j^0 + |W_1| \sin \beta_1 \gamma_j^{90} + \varepsilon_c \gamma_j^\Gamma \quad (2.36)$$

onde cada parcela do 2º membro corresponde a uma das soluções básicas assim definidas:

- primeira parcela — solução γ_j^0 correspondente a um escoamento paralelo ao eixo x com $\beta_1 = 0$, $|W_1| = 1$ e $\varepsilon_c = 0$
- segunda parcela — solução γ_j^{90} correspondente a um escoamento perpendicular ao eixo x com $\beta_1 = 90^\circ$, $|W_1| = 1$ e $\varepsilon_c = 0$
- terceira parcela — solução γ_j^Γ correspondente a um escoamento puramente circulatório com $|W_1| = 0$ e $\varepsilon_c = 1$

Para o caso de um perfil aerodinâmico com bordo de fuga bem definido e afilado, é importante garantir que o escoamento resultante não contorne o bordo de fuga definido pelos pontos z_1 e z_{Np+1} conforme a figura 2.9. Esta imposição é conhecida como condição de Kutta.

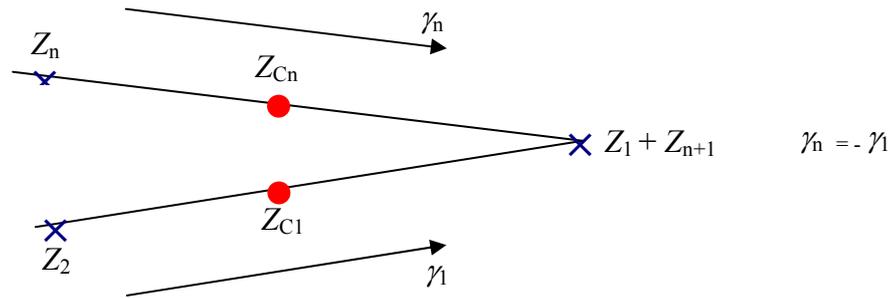


Figura 2.9 – Condição de Kutta

Assim, considerando a Eq. (2.36) na condição de Kutta, $\gamma_n = -\gamma_1$, obtém-se o seguinte erro circulatorio:

$$\varepsilon_c = -\frac{|W_1| \left[(\gamma_1^0 + \gamma_n^0) \cos \beta_1 + (\gamma_1^{90} + \gamma_n^{90}) \sin \beta_1 \right]}{\gamma_1^\Gamma + \gamma_n^\Gamma} \quad (2.37)$$

Calculadas as três soluções básicas e o erro circulatorio pela Eq. (2.37), torna-se possível o cálculo das grandezas aerodinâmicas locais (nos pontos de controle) e globais (integradas). As densidades de vórtice γ_j são calculadas pela equação (2.36), enquanto que a circulação é calculada pela Eq. (2.30). As pressões estáticas são relacionadas com as pressões dinâmicas pela equação de Bernoulli:

$$\frac{p_j}{\rho} + \frac{w_{sj}^2}{2} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} \quad (2.38)$$

Define-se ainda o coeficiente adimensional de pressão C_{pj} , por:

$$C_{pj} = 2 \frac{p_j - p_1}{\rho |W_1|^2} \quad (2.39)$$

As Eqs. (2.38) e (2.39) vão produzir a equação (2.40) com a velocidade w_{sj} substituída por γ_j

$$C_{pj} = 1 - \left(\frac{\gamma_j}{|W_1|} \right)^2 \quad (2.40)$$

A força aerodinâmica complexa que atua sobre um perfil da grade (por unidade de largura perpendicular ao plano z), definida por, $\bar{F} = F_x + iF_y$, pode ser calculada do seguinte modo:

$$\bar{F} = -i \oint_{\phi} p dz \quad (2.41)$$

que na forma adimensional será representada e calculada aproximadamente por

$$\overline{F^*} = 2 \frac{\overline{F}}{\rho |W_1|^2 \ell} = -i \oint_{\phi} C_p dz^* \cong -i \sum_{j=1}^n C_{pj} (z_{j+1}^* - z_j^*) \quad (2.42)$$

sendo ainda $z^* = z/\ell$ (coodenadas adimensionalizadas pela corda).

Para o escoamento potencial, a força deve resultar perpendicular à direção do escoamento básico médio W_∞ , definida assim com uma força de sustentação. A força de arrasto (paralela a W_∞) deverá ser nula. Os coeficientes de sustentação, C_S , e de arrasto, C_A , são definidos e calculados da seguinte maneira:

$$C_S = 2 \frac{F_S}{\rho |W_1|^2 \ell} = \Im(F^* e^{-i\overline{\beta_\infty}}) \quad C_A = 2 \frac{F_A}{\rho |W_1|^2 \ell} = \Re(F^* e^{-i\overline{\beta_\infty}}) \quad (2.43a,b)$$

Considerando-se o teorema de Kutta-Joukowski, a força de sustentação pode ser calculada por:

$$F_S = \rho |W_\infty| \Gamma_p \quad (2.44)$$

os coeficientes de arrasto e de sustentação podem ser calculados de modo alternativo:

$$C_S = 2 \frac{\Gamma_p |W_\infty|}{\rho |W_1|^2 \ell} \quad C_A = 0 \quad (2.45a,b)$$

Numericamente, o valor residual de arrasto calculado em (2.43b) pode ser interpretado como uma medida de erro global do método de cálculo. Outra medida de erro é dada pela diferença entre os valores de C_S calculados em (2.43a) e (2.45a).

O coeficiente de momento anti-horário das forças aerodinâmicas será dado por:

$$C_M = 2 \frac{M}{\rho |W_1|^2 \ell} = \oint_{\phi} C_p z^* dz^* = \Re(\oint_{\phi} C_p z^* dz^*) \cong \Re\left[\sum_{j=1}^n C_{pj} z_{cj}^* (z_{j+1}^* - z_j^*)\right] \quad (2.46)$$

O ângulo de deflexão da grade será dado por:

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 \quad (2.47)$$

Ainda, podemos relacionar as velocidades a montante W_1 e a jusante W_2 com a circulação Γ_p retomando a Eq. (2.19):

$$W_2 = W_1 - \frac{i\Gamma_p}{t} \quad (2.48)$$

Observa-se assim que, para o espaçamento da grade tendendo a infinito (estudo de perfis isolados), não haverá deflexão do escoamento e a velocidade a montante W_1 será igual a W_2 .

2.5 – MODIFICAÇÕES NA MATRIZ DE INFLUÊNCIA

A matriz de influência B'_{kj} em (2.33) exerce efeito primordial nos resultados obtidos com o método de painéis descrito nas seções anteriores. Em função da discretização de 1ª ordem, com painéis retos e densidades uniformes de vórtices sobre os painéis, a forma original dessa matriz conduz a imprecisões significativas nos resultados de cálculo. Esses resultados podem ser melhorados com certas modificações introduzidas na matriz de influência, conforme descrito por Amorim (1987) e Manzanares Filho (1994), com base nos estudos de Lewis (1991) e Mavriplis (1971).

2.5.1 – Modificação na Diagonal da Matriz de Influência B'_{kj}

Para introduzir o efeito de curvatura do perfil na formulação de painéis retos, os elementos da diagonal da matriz de influência B'_{kk} recebem um acréscimo de um termo proporcional ao ângulo de curvatura $\Delta\alpha_k$ entre os pontos extremos de cada painel, representado no detalhe da Fig. 2.10.

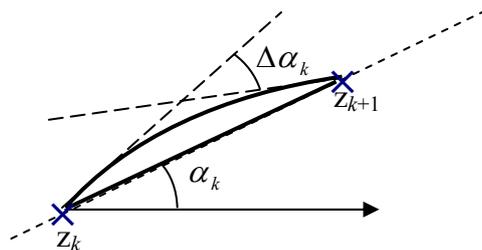


Figura 2.10 - Detalhe do ângulo de curvatura do perfil correspondente ao painel k

Com a adição desse termo, os elementos B'_{kk} da diagonal ficam na seguinte forma

$$B''_{kk} = B'_{kk} \pm \frac{|\Delta\alpha_k|}{4\pi} \quad (2.49)$$

O sinal negativo deve ser utilizado para os trechos côncavos e o sinal positivo para os trechos convexos. O embasamento teórico para esta modificação pode ser encontrado, por exemplo, no trabalho de Amorim (1987).

2.5.2 – Modificação na Posição dos Pontos de Controle e nos Elementos Não-Diagonais da Matriz de Influência $B'_{k,j}$

Manzanares Filho (1994) propôs uma modificação que corresponde a um deslocamento dos pontos de controle para pontos mais próximos do contorno real do perfil. Considerando a distância h_k entre o ponto de controle z_{ck} e o contorno real do perfil (Fig. 2.11), introduz-se um fator f , com $f=0$ correspondendo ao ponto de controle original e $f=1$ ao contorno. Logo, o ponto de controle z_{ck} é deslocado para um novo ponto z'_{ck} segundo a fórmula

$$z'_{ck} = z_{ck} + i f h_k e^{i\alpha_k} \quad (2.50)$$

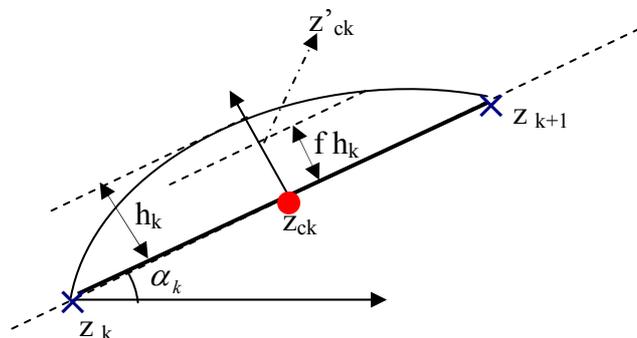


Figura 2.11 - Detalhe do deslocamento do ponto de controle z_{ck}

O fator f foi aferido por Manzanares Filho (1994) através de testes sistemáticos efetuados com perfis Joukowski e com a grade de Gostelow (1975). Uma avaliação qualitativa dos resultados dessa aferição está apresentada na tabela (2.1).

Tabela 2.1 – Avaliação da aferição do fator de deslocamento dos pontos de controle para perfis Joukowski isolados

Modificações na diagonal da matriz	Deslocamento do ponto de controle	Observação sobre os resultados
Sem	Sem deslocamento ($f=0$)	Insatisfatórios, com problemas no bordo de fuga
Sem	Deslocamento até o contorno do perfil ($f=1$)	Insatisfatórios, mas melhores que o 1º caso
Com	Sem deslocamento ($f=0$)	Melhores, especialmente no bordo de fuga.
Com	Melhores resultados com $f=0,4$ e 80 painéis	Erro máximo de 1% ocorre com forte arqueamento.

Os testes indicaram resultados satisfatórios para os casos com modificação na diagonal da matriz e deslocamento do ponto de controle em direção ao contorno do perfil na faixa de 40% da distância h_k ($f=0,4$) para uma discretização com 80 painéis, ou superior. Essa aferição está implementada na rotina GRADLIN utilizada no presente trabalho.

2.6 – EFEITOS VISCOSOS – AJUSTE DE GOSTELOW

Para uma análise mais realista do escoamento e melhor definição dos parâmetros geométricos de uma grade em situações efetivas de projeto, os fenômenos viscosos de formação das camadas limites e esteiras devem ser considerados de alguma forma. Esses fenômenos afetam diretamente a distribuição de pressões sobre os perfis da grade, modificando grandezas importantes do escoamento, tais como o ângulo de deflexão e a força de sustentação. Além disso, introduzem efeitos de arrasto e perdas não presentes no modelo de escoamento potencial.

A condição de Kutta resolve o problema da escolha da circulação para o escoamento potencial no caso de aerofólios com bordos de fuga agudos ou afilados, produzindo velocidades finitas nesses bordos; violando-se a condição de Kutta, o escoamento potencial apresentaria velocidades infinitas no bordo de fuga. Para bordos de fuga arredondados, a velocidade será sempre finita, mas o posicionamento do ponto de estagnação nesta região é

extremamente importante, sendo que sua localização produz fortes variações na distribuição de velocidades e, conseqüentemente, nas pressões (Fig. 2.12). Gostelow (1975) mostrou que, no caso de escoamento potencial, um deslocamento do ponto de estagnação de 0,3% do comprimento da corda pode produzir uma alteração no ângulo de deflexão de até 10° . Todavia, as experiências indicam valores reais bem definidos de deflexão, dependendo apenas da geometria da grade, do número de Reynolds e do ângulo do escoamento a montante do perfil (β_1). A explicação está nos efeitos viscosos na região do bordo de fuga: qualquer que seja a geometria do bordo de fuga, haverá sempre uma esteira (descolada ou não) onde se produz uma pressão bem menor que a pressão de estagnação – a chamada pressão de base.

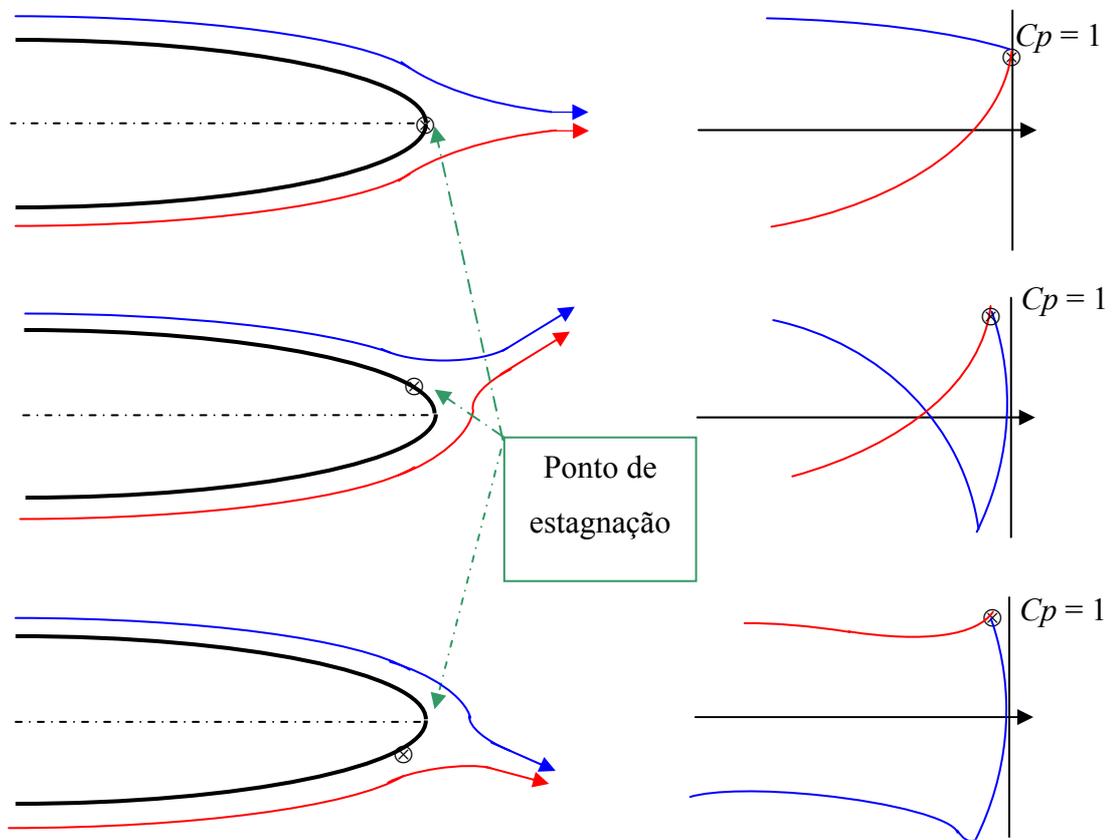


Figura 2.12 – Efeito do deslocamento do ponto de estagnação sobre a distribuição de pressões na região do bordo de fuga.

No caso de perfis com bordo de fuga agudo ou afilado, os valores de força de sustentação e de ângulo de deflexão calculados com a hipótese de escoamento potencial e com a condição de Kutta imposta resultam maiores que os valores experimentais. Gostelow (1975) propôs um ajuste empírico das distribuições de pressão na região do bordo de fuga em

conjunto com uma redução da circulação do escoamento potencial a um valor mais compatível com os dados experimentais. Esse valor reduzido de circulação é denominado circulação efetiva e deve ser discutido a fim de se compreender o ajuste proposto por Gostelow.

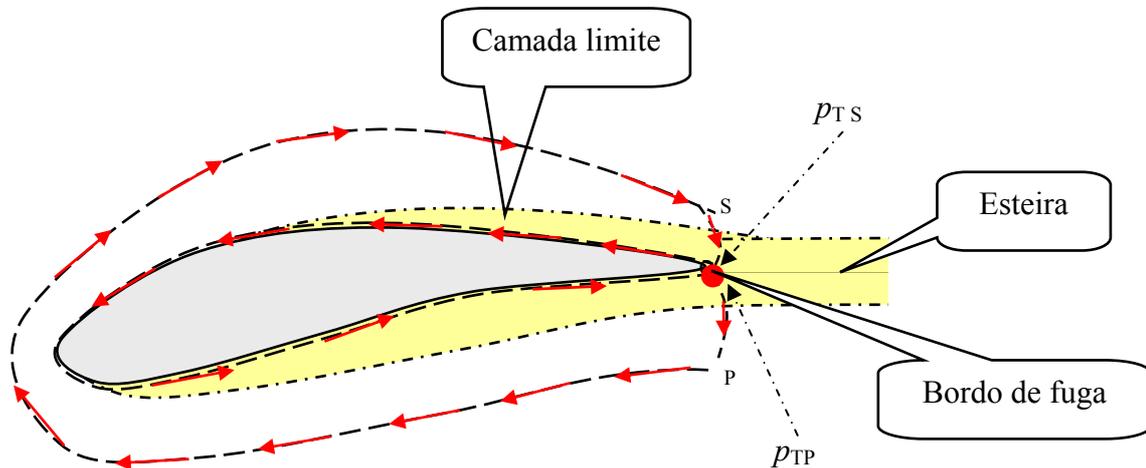


Figura 2.13 – Circulação efetiva

2.6.1 - Circulação Efetiva

As relações entre escoamento potencial, os efeitos viscosos, e a pressão de base ficam melhor compreendidas com o conceito de circulação efetiva. Esta circulação deve ser calculada em um contorno que envolve as camadas limites, as paredes do perfil e corta a esteira exatamente no bordo de fuga (Fig. 2.13). O escoamento é considerado potencial nos trechos externos às camadas limites e viscoso no corte da esteira. Os trechos de parede não contribuem para a circulação efetiva em virtude da aderência. As pressões no bordo de fuga do lado de sucção e de pressão são representadas por p_{TS} e p_{TP} , respectivamente. A velocidade normal ao trecho do circuito que cruza a esteira é representada por V_n .

Conforme discutido no trabalho de Manzanares (1994), pode-se mostrar que a variação temporal da circulação efetiva é dada por:

$$\frac{d\Gamma_{ef}}{dt} = -\phi_V + \frac{p_{TP} - p_{TS}}{\rho} \quad (2.51)$$

onde ϕ_V representa o fluxo líquido de vorticidade ω para dentro da esteira determinada pela seguinte integral

$$\phi_V = \int_S^P \omega V_n ds \quad (2.52)$$

Para escoamentos incompressíveis, as experiências mostram que a pressão no bordo de fuga é sempre contínua, ou seja, $p_{TS} = p_{TP}$. Pela Eq. (2.51), conclui-se que a taxa de variação da circulação efetiva contraria o fluxo líquido de vorticidade para dentro da esteira:

$$\frac{d\Gamma_{ef}}{dt} = -\phi_V \quad (2.53)$$

Logo, em regime permanente, o fluxo líquido de vorticidade na esteira é nulo.

Com base nesses conceitos, Gostelow (1975) propôs um procedimento relativamente simples para a correção do escoamento potencial de modo a levar em conta, indiretamente, os efeitos viscosos. Esse procedimento está ilustrado na Fig. 2.14. Em princípio, é possível reduzir arbitrariamente o valor da circulação em relação ao valor definido pela condição de Kutta no caso de um bordo de fuga agudo ou afilado. Nesse caso, as curvas de pressão irão se cruzar a uma distância do bordo de fuga que é tanto maior quanto menor for a circulação. Dada uma certa distância Δx_G^* do bordo de fuga, Gostelow verificou que existe um valor bem definido de circulação que faz com que as retas tangentes às curvas de pressão se cruzem exatamente na abscissa do bordo de fuga, satisfazendo a continuidade de pressões naquele local. Logo, Gostelow (1975) considera esse valor como sendo o de circulação efetiva e sugere um valor de Δx_G^* em torno de 0,15 para realizar o ajuste da distribuição de pressões. Posteriormente, Manzanares Filho (1994) correlacionou a distância Δx_G^* com o fator de difusão local de Lieblein (1959), que pode ser calculado diretamente da distribuição de pressões do escoamento potencial. Quanto maior o fator de difusão local, maiores os efeitos viscosos e maior a distância Δx_G^* para se efetuar o ajuste de Gostelow.

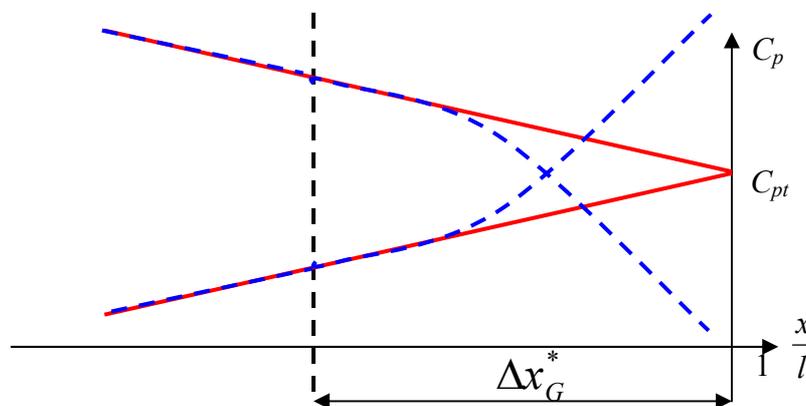


Figura 2.14 – Ajuste de Gostelow (1975)

Na rotina GRADLIN, utilizada no presente trabalho, a distribuição de pressões do escoamento potencial com a condição de Kutta é primeiramente calculada, resultando também o fator de difusão local e o valor correspondente de Δx_G^* . As soluções básicas do escoamento são combinadas novamente, agora sem a condição de Kutta original, mas de modo a produzir a extrapolação de pressões desejada a partir da distância Δx_G^* . Em seguida, a parte potencial da distribuição de pressões de comprimento Δx_G^* é eliminada (linhas tracejadas na Fig. 2.14) e substituída pelos segmentos de reta extrapolados (linhas cheias). A distribuição de pressões resultante é utilizada então para o cálculo das forças aerodinâmicas e do ângulo de deflexão corrigidos.

O ajuste de Gostelow mostrou-se bastante efetivo no tratamento de grades de perfis com bordo de fuga afilado, particularmente os perfis da série NACA 65.