

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Estimação da Velocidade do Motor de Indução através do
Algoritmo de Aproximação Senoidal na Corrente do Estator**

Luiz Alberto Aguiar de Melo Roque

Itajubá, Novembro de 2015

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

Luiz Alberto Aguiar de Melo Roque

**Estimação da Velocidade do Motor de Indução através do
Algoritmo de Aproximação Senoidal na Corrente do Estator**

**Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica como parte dos requisitos para
obtenção do Título de Mestre em Ciências em
Engenharia Elétrica**

Área de Concentração:

Automação de Sistemas Elétricos Industriais

Orientador: Prof. Dr. Luiz Eduardo Borges

Coorientador: Prof. Dr. Giscard F. Cintra Veloso

**Novembro de 2015
Itajubá-MG**

Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Dr. Luiz Eduardo Borges da Silva por toda fé que depositou em mim e por sempre acreditar em meu potencial, mesmo nas dificuldades.

Agradeço ao Dr. Jonas Guedes Borges da Silva por toda a orientação e ajuda durante todo o trabalho, e principalmente pelo apoio.

Agradeço a todo pessoal do laboratório GEPCI que me acolheu e ajudou em tudo que foi necessário para realizar este trabalho, em especial a Robson Bauwelz Gonzatti.

Agradeço à minha noiva Camila Chung Si Faria por me apoiar, por sua compreensão e inspiração em todos os momentos.

Agradeço à minha mãe Luciana Melo pela compreensão e apoio.

Agradeço aos meus familiares e amigos por todo incentivo.

Sumário

Sumário.....	ii
Índice de Figuras	iv
Índice de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	viii
Resumo	x
Abstract.....	xi
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Motivação e Relevância.....	1
1.2. Justificativas	3
1.3. Objetivos e Contribuições	4
1.4. Organização da Dissertação.....	5
2. MOTOR DE INDUÇÃO.....	6
2.1. O motor de Indução Trifásico.....	6
2.2. Princípios de Funcionamento	6
2.3. Característica Torque <i>versus</i> Velocidade	9
2.4. Harmônicos de Passagem de Ranhuras	10
2.5. Tipos de Excentricidade	13
2.6. Condições de Existência dos Harmônicos de Passagem de Ranhuras	16
2.6.1. Condições Normais	16
2.6.2. Excentricidade Estática	22
2.6.3. Excentricidades Misturadas e Outros Efeitos.....	25
3. ALGORITMO DE APROXIMAÇÃO SENOIDAL	27
3.1. Introdução.....	27
3.2. Algoritmo	28

3.2.1.	Sinal de entrada	28
3.2.2.	Método I	32
3.2.3.	Método II.....	35
3.2.4.	Período Fracionário	36
3.3.	Implementação do Algoritmo.....	37
3.4.	Estimação da Frequência	39
3.5.	Análise do Erro.....	41
3.6.	Aplicações	45
3.6.1.	Diminuição de <i>Leakage</i>	45
4.	ESTIMAÇÃO DA VELOCIDADE	48
4.1.	Introdução.....	48
4.2.	Estimação da Velocidade.....	49
5.	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	62
5.1.	Resultados.....	62
5.2.	Experimento 1	63
5.3.	Experimento 2	72
6.	CONCLUSÕES FINAIS	81
6.1.	Sugestões para Trabalhos Futuros	83
	Referências Bibliográficas.....	84
	Anexo A.....	88

Índice de Figuras

Figura 1: Rotor Gaiola de Esquilo. 2014.....	6
Figura 2: Rotor bobinado. 2014.....	7
Figura 3: Campo girante em um rotor gaiola. Fonte: Almeida	7
Figura 4: Conjugado <i>versus</i> velocidade.....	10
Figura 5: Densidade do fluxo através do entreferro. Fonte: Ishida	11
Figura 6: Excentricidade: Estática (a) Dinâmica (b)	14
Figura 7: FMM normalizada para $p = 2$ e $R = 44$, Fonte: Nandi.....	19
Figura 8: Espectro dos harmônicos de excentricidade estática	25
Figura 9: Seleção de $x[i1]$	29
Figura 10: Determinação de M por Wu.....	30
Figura 11: Determinação de M no trabalho proposto.....	31
Figura 12: Sinal senoidal, $x_i = \sin 2\pi 364i$, $i = 0,1,2, \dots$ Fonte: Wu.....	32
Figura 13: Sequência $y[i]$, Método I. Fonte: Wu.....	33
Figura 14: Sequência $w[m]$, Método I. Fonte: Wu	33
Figura 15: Sequência $z[i]$, Método I. Fonte: Wu	34
Figura 16: Sequência $zz[g]$, Método I. Fonte: Wu	34
Figura 17: Método II contagem de ciclos inteiros quando $x[i] = \text{sen}(2\pi(29/64)i)$. Fonte: Wu	36
Figura 18: Contagem de períodos fracionários.....	37
Figura 19: Fluxograma do algoritmo de aproximação senoidal.	38
Figura 20: Melhor conjunto de amostras com o correspondente quadrante.....	41
Figura 21: Erro relativo do Algoritmo de Aproximação Senoidal	44
Figura 22: Espectro com espriamento.	46

Figura 23: Espectro com espraçamento ampliado.....	46
Figura 24: Espectro com espraçamento após o algoritmo.	47
Figura 25: Espectro com espraçamento após o algoritmo, ampliado.....	47
Figura 26: Estimacão da velocidade proposta por Husrt.....	49
Figura 27: Diagrama de bloco - Estimacão da velocidade	50
Figura 28: Filtro passa-faixas do tipo <i>Window Sinc</i>	52
Figura 29: Resposta em frequência do filtro passa-faixas	52
Figura 30: Região dos Harmônicos de Excentricidade Estática.....	55
Figura 31: Espectro após a reamostragem.....	56
Figura 32: Linearização da curva do motor.....	58
Figura 33: Espectro na região das excentricidade estáticas para a busca de pico.	59
Figura 34: (a) Região do espectro com excentricidade estática, (b) Excentricidade estática isolada após filtro passa faixa, (c) excentricidade estática no tempo.	60
Figura 35: Experimento 1	63
Figura 36: Ensaio 1 - 2 pólos - 80% de carga.....	65
Figura 37: Ensaio 2 - 2 pólos - 100% de carga.....	66
Figura 38: Ensaio 3 - 2 pólos - 80% - 100% de carga	66
Figura 39: Ensaio 4 - 2 pólos - 70% - 80% - 90% - 100% - 110% de carga	67
Figura 40: Espectro com <i>aliasing</i> para condição de sobrecarga no Método 2.....	68
Figura 41: Ensaio 5 - 2 pólos - 110% - 100% - 90% - 80% - 70% de carga	69
Figura 42: Ensaio 6 - 2 pólos – a vazio.	69
Figura 43: Espectro com <i>aliasing</i> para condição a vazio para o Método 3.....	70
Figura 44: Experimento 2.....	72
Figura 45: Ensaio 7 - 4 pólos - 80% de carga.....	73
Figura 46: Ensaio 8 - 4 pólos - 100% de carga.....	74

Figura 47: Ensaio 9 - 4 pólos - 100% - 80% de carga	74
Figura 48: Ensaio 10 - 4 pólos - 80% - 100% de carga	75
Figura 49: Ensaio 11 - 4 pólos - 70% - 80% - 90% - 100% - 110% de carga	75
Figura 50: Ensaio 12 - 4 pólos - 68% de carga e $f_1 = 50 \text{ Hz}$	76
Figura 51: Espectro com <i>aliasing</i> para o ensaio com $f_1 = 50 \text{ Hz}$ para o Método 2	76
Figura 52: Ensaio 13 - 4 pólos - 66% de carga e $f_1 = 30 \text{ Hz}$	77
Figura 53: Ensaio 14 - 4 pólos - degrau de frequência $30 \text{ Hz} - 40 \text{ Hz}$	78
Figura 54: Ensaio 15 - 4 pólos – variações de carga	78

Índice de Tabelas

Tabela 1: Participação da força motriz no consumo da eletricidade na indústria. Fonte EPE.	1
Tabela 2: Comparação de erros a baixa frequência.....	42
Tabela 3: Comparação de erros a média frequência.....	42
Tabela 4: Comparação dos erros a alta frequência.....	43
Tabela 5: Parâmetros da simulação	44
Tabela 6: Escolha de inteiros.....	58
Tabela 7: Erros para a condição de carga - Motor 2 pólos.....	70
Tabela 8: Erro médio dos métodos - Motor 2 pólos.....	71
Tabela 9: Erros para a condição de carga - Motor 4 pólos.....	79
Tabela 10: Erro dos métodos - Motor 4 pólos.....	79

Lista de Símbolos

f_1	Frequência fundamental ou frequência de alimentação do motor
f_s	Frequência de amostragem
R	Número de barras do rotor
p	Número de pólos
s	Escorregamento em p.u.
n_d	Ordem de excentricidade dinâmica
n_w	Ordem de excentricidade estática
k	Número inteiro
n	Ordem de harmônicos espaciais
ω_s	Velocidade síncrona do campo girante
A	Pico da força magnetomotriz
F_s	Força magnetomotriz
P_0	Permeância média
Φ_{gs1}	Fluxo no entreferro do estator
Φ_{gr1}	Fluxo no entreferro do rotor
Φ_{gr2}	Fluxo no entreferro do rotor relativo a pólos adicionais
Φ_{gs2}	Fluxo no entreferro do estator relativo a pólos adicionais
Φ_{gsse1}	Fluxo no entreferro do estator incluindo efeito de excentricidade estática 1
Φ_{gsse2}	Fluxo no entreferro do estator incluindo efeito de excentricidade estática 2
Φ_{gsse3}	Fluxo no entreferro do estator incluindo efeito de excentricidade estática 3
Φ_{gsme2}	Fluxo no entreferro do estator incluindo várias excentricidades
f_{ex_b}	Excentricidade em baixa frequência

f_{PSH}	Harmônico de passagem de ranhura principal
f_{ex}	Harmônico de excentricidade estática
$f_{r_{ex_est}}$	Velocidade rotórica calculada com a excentricidade estática
f_r	Velocidade rotórica final
f_{in}	Frequência do sinal de entrada
J_{int}	Número de períodos inteiros dentro da amostra
M	Número de amostras com maior número de períodos inteiros
Δ	Fração do número de períodos inteiros na amostra

Resumo

A informação da velocidade rotórica é muito importante em aplicações industriais como controle da velocidade, posição, torque, estimação de eficiência, análise preditiva entre outras. Sensores de velocidade, como tacômetros e *encoders* possuem alguns problemas, como dificuldade de instalação em motores já em operação. Com isso, a estimação da velocidade através de parâmetros disponíveis, como corrente e tensão, surge como alternativa, solucionando os problemas dos sensores físicos além de ser menos invasivo.

O trabalho visa a estimar a velocidade de motores de indução trifásico (com 2 e 4 pólos) através dos sinais da corrente do estator de forma a atingir características de exatidão, precisão e tempo de atualização similares a de um tacômetro tradicional (de contato ou óptico).

O trabalho propõe o aprimoramento de um método para a estimação da velocidade do motor utilizando o Algoritmo de Aproximação Senoidal para estimar os harmônicos de passagem de ranhuras (*slot harmonics*). O algoritmo é usado como alternativa à *FFT* (*Fast Fourier Transform*) e Estimação Espectral para a estimação de frequências relacionadas a velocidade, proporcionando maior exatidão, precisão, menor tempo computacional e diminuindo o tempo de atualização. O método utiliza uma robusta técnica de reamostragem para encontrar os harmônicos de passagem de ranhura, com isso a estimação da velocidade mantém a exatidão sobre diversas condições.

Por fim são apresentados dois experimentos com dois motores diferentes, sob diversas condições de velocidade e carga. O método proposto é comparado com outras duas técnicas, uma proposta por Hurst e usada como base para esse trabalho e outra baseada na estimação através da *FFT*.

Abstract

The rotor speed information in induction motors does an important part on industries applications like speed control, torque, efficiency estimation, predictive analysis and others. Speed sensors like tachometers and encoders have some problems, like hard to fix in facilities already in service. Thus, the speed estimation methods using parameters available, like current and voltage, arise as an alternative and solving physics sensors issues, besides is less invasive.

This work purpose is estimate the rotor shaft speed of the three-phase induction motors (with 2 and 4 poles) using the stator current to improve accuracy, precision and refresh time similar to a tachometer (contact or optic).

The work proposes an improvement of the method for speed estimation using slot harmonics, applying the Sinusoidal Signal Approximation, The Sinusoidal Signal Approximation is used as alternative for FFT (Fast Fourier Transform) and Spectral Estimation for frequencies estimation providing accuracy, precision, less computational cost and refresh time. The method proposed uses a robust resample technique to find the slot harmonics, keeping the accuracy of the speed estimation over large load conditions.

Ultimately is described two experimental with two motors, over different kinds of speed and load. The proposed method is compared with two others techniques, one proposed by Hurst, used as a reference to this work and the other one using the FFT.

Capítulo 1

1. INTRODUÇÃO

1.1. Motivação e Relevância

A evolução dos semicondutores de potência possibilitou amplo uso de motores de indução na indústria, com técnicas de controle de velocidade, torque e fluxo. As vantagens do motor de indução são: o simples princípio de funcionamento, robustez, baixo custo, alto rendimento e manutenção mínima, o que faz dele o mais usado na indústria [1] [2].

Segundo a Empresa de Pesquisa Energética do Ministério de Minas e Energia (EPE), o setor industrial é responsável por 48% do consumo final de energia elétrica no país [3]. Dessa quantidade, 68% é consumida pela força motriz, como bombas, ventiladores, compressores de ar e refrigeração. E que em sua maioria é de motores de indução, como pode ser observado na Tabela 1.

Tabela 1: Participação da força motriz no consumo da eletricidade na indústria. Fonte EPE [3].

Setor	Total	Força Motriz e Refrigeração	
	GWh/a	GWh/a	%
Cimento	3.754	3.702	99
Ferro-gusa e aço	16.889	14.111	84
Ferro-ligas	7.659	236	3
Mineração pelotização	9.292	8.586	92
Não ferrosos	33.907	10.282	30
Química	21.612	16.465	76
Alimentos e Bebidas	19.851	16.009	81
Têxtil	7.776	7.584	98
Papel e celulose	14.098	13.442	95
Cerâmica	3.050	2.745	90
Outros	34.173	23.750	70
Total	172.061	116.909	68

Com a presença significativa dos motores de indução no consumo de energia elétrica, torna-se cada vez mais importante a questão da eficiência energética. Segundo o EPE, para alcançá-la cada setor industrial deve considerar: o uso de motores de alto rendimento,

adequação da potência do motor à carga e o uso de acionadores [3]. Em cada um dos três itens são necessários instrumentos de medição como multímetros, wattímetros, *encoders*¹, tacômetros² entre outros, para monitorar e avaliar variáveis em diversos tipos de processos, a fim de obter o máximo rendimento.

Assim, para alcançar o alto rendimento, diversas técnicas não invasivas para monitoramento e avaliação de motores elétricos são cada vez mais o foco de estudos. Como estimações da eficiência, torque, velocidade, fluxo e análise de falhas [4] [5]. Essas técnicas visam substituir medidores, reduzindo o custo, aumentando a vida útil e a eficiência dos motores.

Neste contexto a informação da velocidade rotórica do motor deve ser exata e precisa. Exatidão neste trabalho significa que o valor medido ou estimado é o mais próximo do valor real. E precisão significa que a dispersão estatística dos valores é a menor possível, ou seja, tem a ver com repetitividade dos valores medidos ou estimados referente a um valor real.

Instrumentos como *encoders* e tacômetros são comumente usados medir a velocidade rotórica. Os *encoders* podem ser de dois tipos: absoluto ou incremental. O absoluto fornece a posição atual do eixo, sendo um transdutor de ângulo. O incremental fornece a informação em pulsos elétricos, que podem ser processados para obter a velocidade e posição do rotor.

Os tacômetros podem ser de contato ou ótico. Os de contato são acoplados ao eixo do motor e contam os giros do motor em RPM (rotações por minuto), os óticos têm uma mira laser que é apontada para o eixo para contar os giros.

Os *encoders* possuem alta exatidão e precisão, com rápido tempo de resposta, no entanto possuem desvantagens como fragilidade, custo e disponibilidade. Os tacômetros são instrumentos mais baratos, porém não possuem alta precisão como os *encoders*, e em muitos casos não são viáveis para utilização em instalações já em serviço. Com isso, a estimativa da velocidade rotórica surge como alternativa aos medidores de velocidade [6]-[11].

A estimativa da velocidade rotórica de maneira indireta é feita através de sinais como a corrente e tensão do estator, geralmente de fácil acesso nos terminais do motor. A estimativa é realizada com técnicas de processamento digital de sinais (*DSP – Digital Signal Processing*) e

¹ Dispositivo eletromecânico que converte posição ou movimento rotacional de um eixo em uma saída analógica ou digital. É uma palavra inglesa.

² Dispositivo eletromecânico que mede a velocidade de rotação de um eixo. Apresenta a velocidade em RPM (Rotações por Minuto) uma tela digital ou analógica.

a informação da velocidade é utilizada em diversos tipos de aplicação, como sistemas de controle, estimação do torque, estimação da eficiência [9] [10] [12], em técnicas de análise do motor, como por exemplo a Análise da Assinatura da Corrente do Motor, mais conhecida como MCSA (*Motor Current Signature Analysis*) [6] [7] [13] [14] [17] entre outras.

Em técnicas de sistema de controle, a informação da velocidade necessita ser atualizada rapidamente, ou seja, em uma pequena janela de observação, diminuindo o fenômeno da não-estacionariedade do sinal.

A estacionariedade é um fenômeno no qual uma onda temporal possui valores aleatórios ao redor de uma média constante, em outras palavras, é a oscilação da velocidade rotórica em torno de uma média ao longo do tempo. Quando a janela de observação é pequena, a oscilação da velocidade rotórica em regime permanente também é pequena, assim diminui a não-estacionariedade na estimação, consequentemente diminui o vazamento³ (*leakage*) na análise do espectro de frequência, pois com pequenas amostras a frequência do sinal de interesse é praticamente constante [14] [15].

Para a técnica de MCSA não é necessário de alta taxa de atualização, mas sim alta exatidão para evitar erros na análise do motor. Para diminuir os erros na busca e avaliação de componentes no espectro, logo, uma grande janela de observação é necessária [16] [17]. No entanto o aumento de pontos na amostra pode provocar o efeito da não-estacionariedade no sinal.

O presente trabalho se insere entre as duas técnicas, mas que seja aplicável a ambas, pois deseja-se alcançar características de exatidão, precisão e tempo de atualização de um tacômetro real.

1.2. Justificativas

Com a grande participação dos motores elétricos no uso da eletricidade nas indústrias brasileiras, inúmeros estudos vêm sendo propostos para melhorar a eficiência energética dos motores elétricos. Assim, a informação da velocidade rotórica pode contribuir para aumentar a eficiência de motores, o método proposto é uma técnica não invasiva que tem a vantagem de se de baixo custo, pois não há necessidade da compra de sensores de velocidade e nem da instalação em plantas já em funcionamento.

³ Palavra em inglês que será traduzida como vazamento.

O método de estimação da velocidade rotórica proposto, aplica-se a técnicas de sistemas de controle e análise preditiva, pois alia:

- Alta exatidão e precisão na velocidade rotórica, sendo superior a de um tacômetro comum.
- Busca eficiente de componentes de interesse no espectro de frequência.
- Período de estimação pequeno, ou seja, rápida atualização da velocidade.
- Independência de modelos para o motor elétrico, tornando-se fácil a implementação da técnica.
- Eficiência computacional.

Os fatores citados acima motivaram o estudo e implementação de técnicas de processamento de sinais robustas, que possam funcionar nas mais diversas condições de operação e sob vários níveis de ruído.

1.3. Objetivos e Contribuições

O principal objetivo desta dissertação é determinar a velocidade rotórica do motor de indução trifásico através da corrente do estator, usando componentes de frequência relacionadas a velocidade com alta exatidão e precisão.

Para isso, técnicas e métodos adequados foram aplicados, a fim de se desenvolver um algoritmo de estimação da velocidade rotórica que disponibilize essa informação de maneira simples, rápida e que possa ser aplicada em um ambiente industrial. Nessa circunstância, as contribuições desta dissertação podem ser listadas nos seguintes itens:

- Proposição de uma metodologia para a estimação da velocidade rotórica, utilizando o algoritmo de aproximação senoidal e técnicas de processamento digital de sinais, para uma estimação exata.
- Desenvolvimento na busca mais eficiente de componentes de velocidade, aumentando a relevância estatística da estimação, e conseqüentemente aumentando a confiabilidade do método.
- Apresentação de um algoritmo de aproximação senoidal para a estimação da frequência de sinais senoidais no domínio do tempo e estudo detalhado do erro em função do número de amostras.
- Aprimoramento do método de estimação da velocidade utilizado como base, o método proposto por Hurst [6].

1.4. Organização da Dissertação

O presente capítulo apresentou o objetivo do trabalho e ilustrou um panorama geral da importância do motor elétrico na economia, assim como as principais aplicações da estimação da velocidade rotórica.

O Capítulo 2 introduz conceitos do motor de indução e apresenta as componentes de frequência associadas a velocidade rotórica, como surgem e suas condições de existência.

O Capítulo 3 explica a ferramenta de Aproximação Senoidal, suas vantagens e limitações, e como foi implementada neste trabalho.

O Capítulo 4 apresenta o método proposto para a estimação da velocidade.

O Capítulo 5 descreve em detalhes os experimentos realizados para a validação do trabalho. Avaliando a eficiência e robustez do método comparando com outros métodos de estimação.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões finais do trabalho e sugestão para trabalhos futuros.

Capítulo 2

2. MOTOR DE INDUÇÃO

2.1. O motor de Indução Trifásico

Os motores elétricos são muito versáteis, adequam-se a diversos tipos de cargas, velocidades constantes ou variáveis e diversos níveis de conjugados [15]. A principal desvantagem do motor de indução trifásico está relacionada à dificuldade do controle de velocidade deste tipo de máquina. No entanto, com o desenvolvimento da eletrônica de potência e sistemas de controle modernos, os motores conseguem ser utilizados de forma a se obter melhores técnicas de controle de velocidade e conjugado, reduzindo o custo e aumentando a eficiência [3].

2.2. Princípios de Funcionamento

O motor de indução é composto principalmente de duas partes: do estator e do rotor. O estator é a parte fixa, mais externa do motor e contém bobinas alojadas para a produção do campo magnético que atravessa o rotor, o estator pode apresentar um ou mais pares de pólos. O rotor é a parte girante e pode ser do tipo gaiola de esquilo como na Figura 1 ou bobinado como na Figura 2. Esta parte permite a circulação de correntes elétricas geradas pelo campo magnético produzido pelo estator.



Figura 1: Rotor Gaiola de Esquilo. 2014⁴

O estator de um motor trifásico é composto por 3 bobinas alimentadas com tensões senoidais trifásicas, que produzem um campo magnético que corta as espiras do rotor, o campo

⁴ Rotor gaiola [Online]. Disponível em <http://www.profelectro.info/?p=3040>. [Acesso em outubro de 2014.]

magnético girante induz tensão no rotor que, conseqüentemente induz corrente no rotor, gerando assim um conjugado que gira o rotor [18].

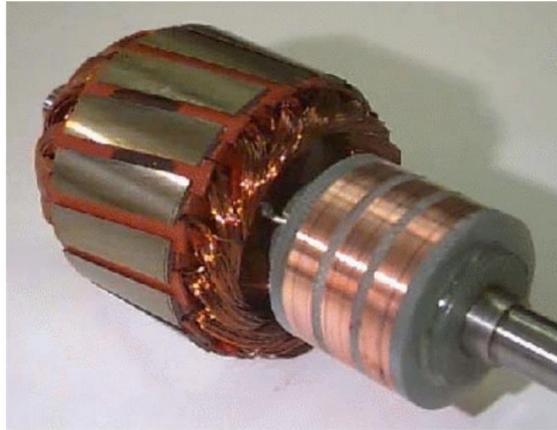


Figura 2: Rotor bobinado. 2014⁵

A Figura 3 ilustra um campo magnético girante produzido pelo estator atuando sobre o rotor.

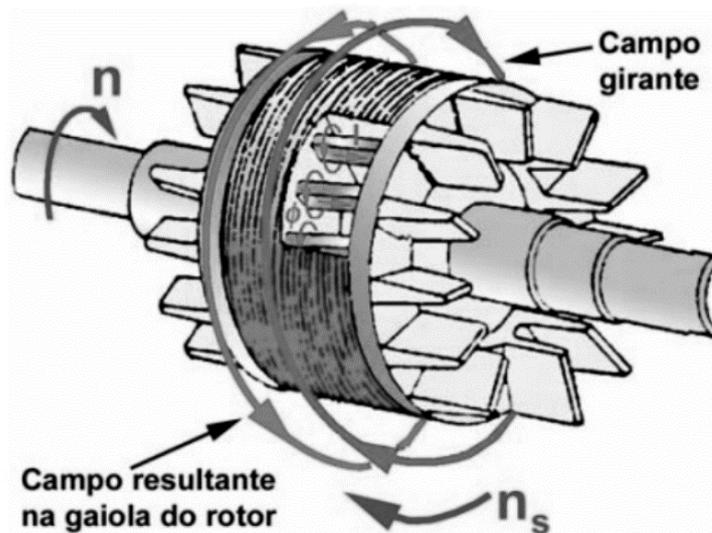


Figura 3: Campo girante em um rotor gaiola. Fonte: Almeida [18]

Para se obter o campo girante representado na Figura 3, é preciso arranjar os conjuntos de bobinas de maneira conveniente no estator, ou seja, deve-se levar em consideração a posição e a angulação elétrica e espacial. Quando essas bobinas forem percorridas por correntes trifásicas, um campo magnético variante no tempo é produzido, devido à distribuição uniforme

⁵ Rotor bobinado [Online]. Disponível em http://zondatec.blogspot.com.br/2014_04_01_archive.html. [Acesso em outubro de 2014.]

do enrolamento do estator, gerando um campo magnético resultante, como representado na Figura 3.

As correntes trifásicas em circuitos equilibrados são defasadas de 120° no tempo [19]-[22], e podem ser representadas matematicamente como:

$$\begin{aligned}i_a(t) &= I \cdot \text{sen}(\omega t) \\i_b(t) &= I \cdot \text{sen}(\omega t - 120^\circ) \\i_c(t) &= I \cdot \text{sen}(\omega t + 120^\circ)\end{aligned}\tag{1}$$

Onde:

i_a, i_b, i_c são as correntes de fase;

ω é a frequência angular.

Toda bobina percorrida por corrente elétrica produz um campo magnético, cuja força magnetomotriz é dada por:

$$F = N \cdot i(t)\tag{2}$$

Sendo, N o número de espiras da bobina.

Assim, para obter o campo girante é necessário que as três bobinas sejam defasadas em 120° espaciais entre si.

Como a circulação de correntes se dá pelas bobinas do estator, cada uma delas produzirá um fluxo, cujo sentido e intensidade dependem da corrente e da direção definida pela localização espacial da bobina. Os três fluxos atuam na mesma região do espaço e sua composição vetorial originará um fluxo resultante, cuja velocidade do campo resultante é proporcional à frequência de alimentação do motor, conhecida também como velocidade síncrona.

A velocidade síncrona é dada por:

$$\omega_s = \frac{2\pi f_1}{p}\tag{3}$$

Onde:

ω_s é a velocidade síncrona do campo girante, em (rad/s)

f_1 é a frequência fundamental de alimentação do motor.

p é o número de pares de pólos

No rotor gaiola suas barras são curto-circuitadas, já um rotor bobinado suas bobinas podem ser curto-circuitadas ou não, todavia, em todos os casos as tensões produzidas no rotor dão origem a correntes induzidas. A interação entre essas correntes no rotor e o campo girante gerado pelo estator resulta em um torque que é responsável pelo movimento do rotor, como descrito pela equação abaixo:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) \quad (4)$$

onde:

\vec{F} é a força sobre o condutor, em [N]

I é a corrente, em [A]

\vec{l} é o vetor comprimento, em [m]

\vec{B} é o vetor indução magnética, em [T]

O fenômeno descrito acima é ilustrado na Figura 3.

Para o funcionamento do motor de indução trifásico (MIT) é necessário uma velocidade relativa entre a velocidade do campo síncrono e o campo do rotor, ou seja, a velocidade do rotor. Sendo assim, a velocidade do rotor é necessariamente menor que a velocidade síncrona e a diferença relativa entre elas é chamada de escorregamento, dado por:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (5)$$

Onde:

s é o escorregamento

n_s é a velocidade síncrona, em (RPM)

n é a velocidade do rotor, em (RPM)

2.3. Característica Torque *versus* Velocidade

A curva do torque *versus* a velocidade para o motor de indução trifásico é ilustrada na Figura 4.

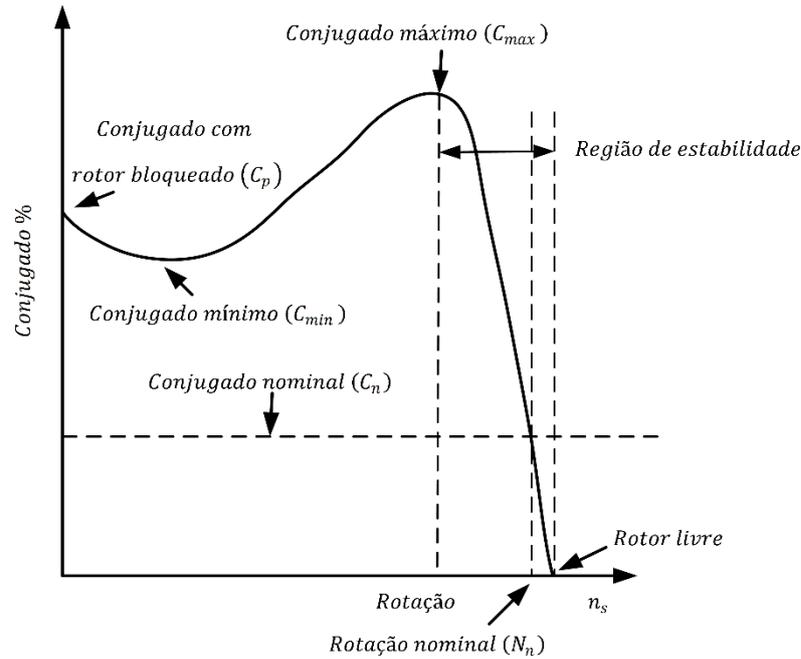


Figura 4: Conjugado versus velocidade

Analisando a curva, à medida que se aumenta a carga no eixo do motor a partir da condição de rotor livre, a rotação diminui até o ponto correspondente ao conjugado máximo. Ao continuar o aumento de carga, além desse ponto, o conjugado caía bruscamente, levando o motor a uma condição de instabilidade, logo a região estável do motor é indicada na Figura 4.

2.4. Harmônicos de Passagem de Ranhuras

O estator quando é alimentado por correntes trifásicas dá origem a uma força magnetomotriz (FMM), essa força interage com a permeância magnética (P_{ag}) do entreferro (*air-gap*⁶), resultando na formação de um fluxo magnético (B_{ag}) [23] [24], como indicado pela equação abaixo e pela Figura 5. A permeância magnética do entreferro é uma função de diversas propriedades, como características ferromagnéticas entre as ranhuras e o enrolamento do estator, número de pólos, número de ranhuras, nível de saturação do fluxo, tipo de enrolamento, excentricidade do rotor e imperfeições na fabricação [23] [24].

$$B_{ag}(\phi_s, \theta_{rm}) = FMM(\phi_s, \theta_{rm}) \cdot P_{ag}(\phi_s, \theta_{rm}) \quad (6)$$

Onde ϕ_s é a posição angular do estator, θ_{rm} é a posição mecânica do rotor, FMM é a força magnetomotriz resultante da corrente de estator, e P_{ag} é a permeância do entreferro. Cada

⁶ Neste texto a palavra *air-gap* está traduzida por entreferro.

fator influenciado na permeância é refletido no estator, conseqüentemente podem ser monitorados através da corrente do estator.

Devido a não uniformidade da permeância do entreferro surgem harmônicas no fluxo, ilustrado pela Figura 5, tais componentes são chamadas de harmônicos de passagem de ranhuras do rotor (*rotor slot harmonics*)⁷, e possuem amplitude maior na presença de excentricidade.

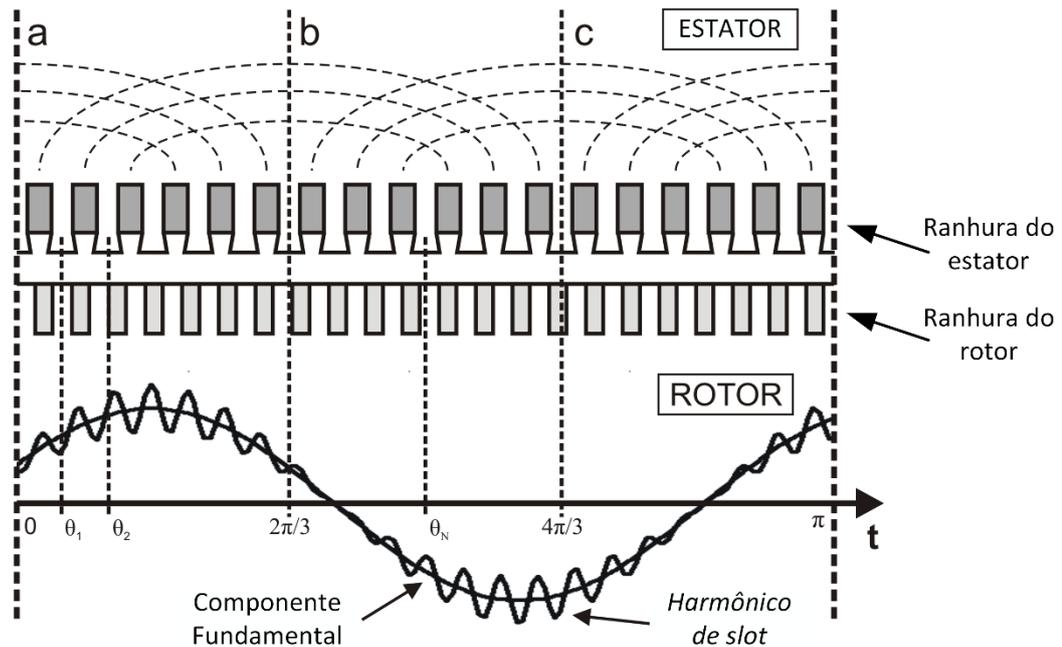


Figura 5: Densidade do fluxo através do entreferro. Fonte: Ishida [23]

As frequências dos harmônicos de passagem de ranhuras são diretamente relacionadas a velocidade rotórica e independentes dos parâmetros elétricos do motor, dependendo somente da estrutura do motor e da frequência da alimentação [6] [23] [24]. Eles são produzidos pelo rotor e são induzidos no estator e podem ser descritos por (7):

$$f_{sh} = f_1 \left((k \cdot R + n_d) \cdot \left(\frac{1-s}{p/2} \right) + n_w \right) \quad (7)$$

onde:

$k = 0, 1, 2, \dots$;

R é o número de barras rotóricas;

⁷ Harmônicos de passagem de ranhuras do rotor é uma tradução do termo em inglês *rotor slot harmonics* [13]

$n_d = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ é a ordem do harmônico de excentricidade dinâmica;

s é o escorregamento por unidade;

p é o número de pólos;

$n_w = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ é a ordem do harmônico de excentricidade estática.

A estimação da velocidade rotórica é feita usando os harmônicos de passagem de ranhuras, que são identificados na corrente do estator. Para determiná-los é necessário conhecer os parâmetros n_d , n_w e R em (7), os quais são dependentes de características estruturais da máquina.

Entretanto, os harmônicos de passagem de ranhuras não existem para qualquer combinação de número de pólos e barras do rotor. Isso é devido ao fato que, um fluxo somente induzirá uma tensão em um enrolamento, se o par de pólos do fluxo for o mesmo número do par de pólos do enrolamento, em outras palavras, um fluxo gerado por um par de pólos induz tensão em um enrolamento de mesmo número de par de pólos [25]-[26].

Em uma máquina normal, os harmônicos da força magnetomotriz do rotor produzidos pelos pares de pólos $R \pm np$ (n ordem do harmônico de passagem de ranhuras), devem ser igual aos pares de pólos dos harmônicos produzidos por uma fase do enrolamento do estator, dados por $\pm np$.

Em outras palavras, quando qualquer número do conjunto $R \pm np$ for igual a um número do conjunto $\pm np$, haverá harmônicos de passagem de ranhura nas fases do estator.

Nessa condição surgem os harmônicos de passagem de ranhuras principais.

Os harmônicos principais são os de maior amplitude, e podem ser vistos facilmente do espectro de frequência, contudo eles só existem mediante sua condição de existência descrita anteriormente.

Para um exemplo de um motor de indução com um estator de 36 ranhuras, $R = 44$ e $p = 2$; somente um harmônico principal, pode teoricamente ser visto. No entanto, pode existir outros tipos de harmônicos, como descrito nos próximos itens.

Para um enrolamento trifásico balanceado, n é geralmente dado por:

$$n = 6k \pm 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

Assim para resolver (9):

$$R \pm np = \pm np \quad (9)$$

A única solução é dada por $n = 11$:

$$R - np = np \quad (10)$$

$$44 - (11 * 2) = 11 * 2 = 22 \quad (11)$$

Assim somente um harmônico de passagem de ranhuras principal poderá ser identificado no espectro, porém há outros tipos de harmônicos, mas nenhum será do tipo principal. Já na presença de excentricidade estática e dinâmica os pares de pólos produzidos mudam de $R \pm np$ para $R \pm np \pm 1$ ou $R \pm np \pm 2$, respectivamente. Isso produzirá componentes de harmônicos dados por (7).

Novamente para uma máquina sem excentricidade estática e dinâmica, se $R = 44$ e $p = 2$, somente haverá harmônicos de passagem de ranhuras principal. Porém, para $R = 43$ ou $R = 42$ não haverá nenhum harmônico, pois não satisfaz a equação (9). Entretanto, na presença de excentricidade estática o número de pares de pólos gerados se altera para $R \pm np \pm 1$, dessa maneira, para $R = 43$ e $p = 2$ haverá harmônicos, devido a excentricidade estática, mais conhecido como harmônico de excentricidade estática.

Para a excentricidade dinâmica o número de pares de pólos mudam para $R \pm np \pm 2$, logo, para $R = 42$ e $p = 2$, haverá harmônicos de excentricidade dinâmica, contudo esses harmônicos são na maior parte das vezes de amplitude mais baixa, tornando sua identificação no espectro mais difícil.

Em um caso geral, para um motor de 44 barras rotóricas e 2 pares de pólos, com excentricidade estática e dinâmica irá produzir fluxos magnéticos com número de pares de pólos iguais a $R \pm np$, $R \pm np \pm 1$ e $R \pm np \pm 2$ respectivamente, mas somente haverá harmônicos quando esses números de pares de pólos forem iguais aos pares de pólos da onda fundamental dados por $\pm np$.

2.5. Tipos de Excentricidade

A excentricidade no entreferro decorre do surgimento de uma região com maior relutância (menor permeância) e outra com menor relutância (maior permeância), ou seja, uma região de entreferro máximo e mínimo, respectivamente. Na presença de excentricidade, o centro do rotor não coincide mais com o centro do estator.

Na presença da excentricidade estática, o entreferro mínimo e o máximo permanecem fixos no tempo, já na excentricidade dinâmica, o entreferro torna-se variante no espaço e no tempo, pois o centro de rotação do rotor coincide com o centro de rotação do estator [14], e ilustrado na Figura 6. A excentricidade pode causar desequilíbrio de forças radiais no entreferro (*Unbalanced Magnetic Pull - UMP*); passagem da corrente elétrica através do mancal; vibrações e ruído [14] [24].

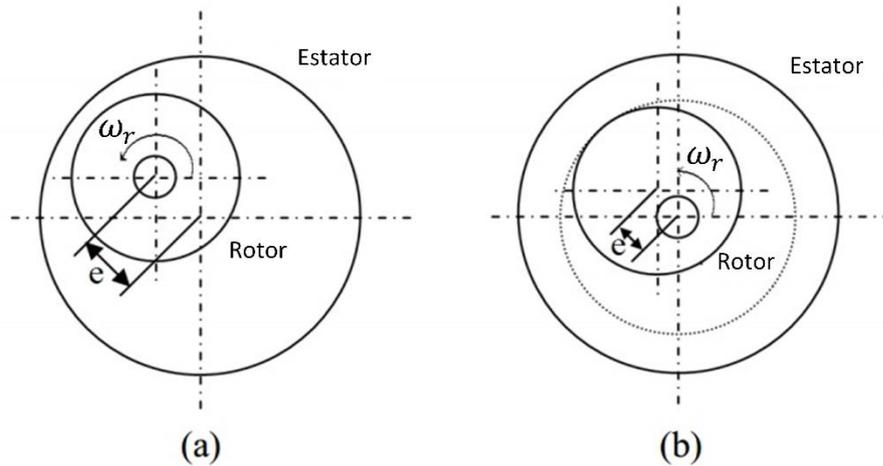


Figura 6: Excentricidade: Estática (a) Dinâmica (b)

As excentricidades podem ser observadas nos harmônicos de passagem de ranhuras, pois influenciam a permeância do entreferro. Há dois principais conjuntos de componentes de excentricidade que são observadas no espectro: excentricidade em baixa frequência e excentricidade em alta frequência, compostas principalmente de excentricidade estática e dinâmica.

As componentes de excentricidade em baixa frequência não dependem de nenhum parâmetro construtivo do MIT [6], como mostra a equação abaixo. As componentes de excentricidade em baixa frequência são encontradas substituindo os valores: $k = 0$, $n_d = \pm 1$, $n_w = 1$ em (7). Elas existem quando há excentricidade estática e/ou dinâmica:

$$f_{ex,b} = f_1 \cdot \left(1 \pm \left(\frac{1-s}{p/2} \right) \right) \quad (12)$$

onde:

$f_{ex,b}$ é a excentricidade em baixa frequência;

f_1 é a frequência de alimentação em [Hz];

s é o escorregamento em pu;

p é o número de pólos.

Contudo essas componentes, aparecem em regiões do espectro onde há outras componentes de maior amplitude, como harmônicas da frequência de alimentação, tornando sua identificação difícil, principalmente em espectro de frequência de baixa resolução.

A sensibilidade a variações das harmônicas de excentricidade em baixa frequência é pequena, de apenas uma fração de hertz sobre a toda faixa de operação do motor, ou seja, mesmo em grandes variações da velocidade rotórica, sua variação na frequência é pequena. Entretanto, sua vantagem está na independência do número de barras do rotor (R), quando comparado a equação (7), pois geralmente não é disponível em dados de placa. Quando R é conhecido, pode-se estimar a velocidade rotórica da máquina com maior exatidão, através das componentes de excentricidade em alta frequência.

Elas podem ser definidas em componentes de excentricidade estática ou dinâmica e em alguns casos, como componentes principais. Para obtê-las substitui-se, $n_d = 0$ (somente excentricidade estática) ou $n_d \neq 0$ (excentricidade dinâmica). E os harmônicos principais são obtidos substituindo $k = 1$, $n_d = 0$, $n_w = \pm 1$:

$$f_{PSH} = f_1 \left(R \cdot \left(\frac{1-s}{p/2} \right) \pm 1 \right) \quad (13)$$

onde:

f_{PSH} é a componente de harmônico principal;

f_1 é a frequência de alimentação em [Hz];

s é o escorregamento em pu;

p é o número de pólos.

Esses harmônicos são os mais proeminentes no espectro de frequência da corrente, portanto de fácil identificação, no entanto só existem mediante as certas condições, como já descrito anteriormente.

As componentes de excentricidade estática são obtidas substituindo $k = 1$, e $n_d = 0$.

$$f_{ex} = f_1 \left(R \cdot \left(\frac{1-s}{p/2} \right) + n_w \right) \quad (14)$$

onde:

f_{ex} é o harmônico de excentricidade estática;

$n_w = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ é o índice dos harmônicos de excentricidade estática;

R é o número de barras rotóricas;

f_1 é a frequência de alimentação em [Hz];

s é o escorregamento em pu;

p é o número de pólos.

Essas componentes são facilmente visíveis no espectro de frequências e geralmente são identificadas em pares, são as mais comuns em métodos de estimação da velocidade do motor, pela sua fácil identificação e por existir na maior parte dos motores.

As componentes de excentricidade dinâmica podem ser associadas com a excentricidade estática (quando $n_d \neq 0$ e $n_w \neq 0$) obtida por (7) ou sozinha (quando $n_w = 0$), em ambos os casos sua identificação no domínio da frequência é difícil, devido à sua pequena amplitude, próximo aos níveis de ruído, tornando sua identificação quase imperceptível. Por esse motivo, esse trabalho não levará em conta efeitos causados pelas componentes de excentricidade dinâmica.

2.6. Condições de Existência dos Harmônicos de Passagem de Ranhuras

Nesta sessão será descrito como os harmônicos de passagem de ranhuras surgem e definidas as condições de existência para os mesmos.

2.6.1. Condições Normais

A força magnetomotriz (FMM) gerada devido à corrente do estator (considerando unicamente a componente fundamental) é dada por:

$$F_s = A \cdot \cos(np \cdot x \pm \omega t) \quad (15)$$

onde:

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhura;

ω é a frequência angular em [rad/seg];

p é o número de pólos;

x é a posição angular do estator.

A permeância do entreferro, sem considerar qualquer excentricidade, saturação e efeitos de ranhura pode ser aproximadamente expressa como $p = P_0$, onde P_0 é uma permeância constante.

As FMM produzidas pela corrente do estator quando atuam sobre a permeância do entreferro, produzem as componentes de fluxo magnético que são dadas por:

$$\Phi_{gs1} = AP_0 \cdot \cos(np \cdot x \pm \omega t) \quad (16)$$

onde:

Φ_{gs1} é fluxo produzido pela força magnetomotriz do estator;

A é a amplitude da força magnetomotriz;

P_0 é a permeância do entreferro constante;

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhura;

ω é a frequência angular em $[rad/seg]$;

p é o número de pólos;

x é a posição angular do estator em $[rad]$;

t é o tempo.

Através da indução magnética, correntes são produzidas no rotor, conseqüentemente, o rotor produz uma *FMM*, que também atua sobre a permeância do entreferro, produzindo um fluxo magnético, dado por:

$$\Phi_{gr1} = AP_0 \cdot \cos[np \cdot (x' + \omega_r t) \pm \omega t] \quad (17)$$

onde:

Φ_{gr1} é fluxo produzido pela força magnetomotriz do rotor;

A é a amplitude da força magnetomotriz;

P_0 é a permeância do entreferro constante;

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhura;

ω é a frequência angular em $[rad/seg]$;

ω_r é a frequência angular do rotor em $[rad/seg]$;

p é o número de pólos;

x' é a posição angular do rotor em $[rad]$;

t é o tempo.

Ambas as componentes de fluxos produzem forças magnetomotriz com número de pólos adicionais ($R \pm np$), que atuam sobre P_0 produzindo novas componentes de fluxo para o estator:

$$\Phi_{gr2} = AP_0^2 \cdot \cos[((R \pm np) \cdot x \pm np \cdot \omega_r t) \pm \omega t - \varphi_1] \quad (18)$$

onde:

Φ_{gr2} é fluxo produzido pela força magnetomotriz do rotor com pólos adicionais;

A é a amplitude da força magnetomotriz;

P_0 é a permeância do entreferro constante;

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhura;

ω é a frequência angular em $[rad/seg]$;

ω_r é a frequência angular do rotor em $[rad/seg]$;

p é o número de pólos;

x' é a posição angular do rotor em $[rad]$;

φ_1 é a defasagem em $[rad]$;

t é o tempo.

E para o estator:

$$\Phi_{gs2} = AP_0^2 \cdot \cos[(R \pm np) \cdot (x - \omega_r t) \pm np \cdot \omega_r t \pm \omega t - \varphi_1] \quad (19)$$

onde:

Φ_{gs2} é o fluxo produzido pela força magnetomotriz do estator com pólos adicionais;

A é a amplitude da força magnetomotriz;

P_0 é a permeância do entreferro constante;

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhura;

ω é a frequência angular em $[rad/seg]$;

ω_r é a frequência angular do rotor em $[rad/seg]$;

p é o número de pólos;

x' é a posição angular do rotor em $[rad]$;

φ_1 é a defasagem em $[rad]$;

t é o tempo.

A afirmação de que a *FMM* do rotor produzida por diversos números de pólos ($R \pm np$) somente induz tensão no estator se o número de pólos que gerou o harmônico for igual ao número de pólos do enrolamento do estator pode ser comprovada pela análise Fourier na *FMM* do rotor.

A forma de onda instantânea normalizada para a força magnetomotriz $F(\theta)$ é mostrada na Figura 7 para um motor de 4 pólos e 44 barras de um rotor gaiola. Os coeficientes da transformada de Fourier da força magnetomotriz produzida por diversos números de pólos são dados por C_k , e mostrado pela equação abaixo.

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} F(\theta) e^{-jn\theta} d\theta \quad (20)$$

onde:

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhuras.

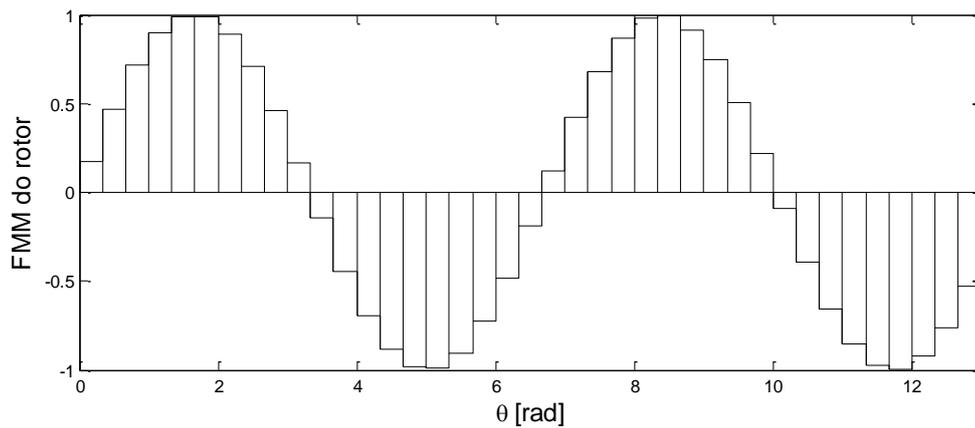


Figura 7: FMM normalizada para $p = 2$ e $R = 44$, Fonte: Nandi [25].

Substituindo $F(\theta)$, obtem-se:

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{m=0}^{N-1} \int_{2\pi m/N}^{2\pi(m+1)/N} \sin \frac{2\pi \cdot m}{N} e^{-jn\theta} d\theta \quad (21)$$

onde:

$$N = R/p.$$

Resolvendo, tem-se:

$$C_n = \frac{N}{4\pi n} \left(1 - e^{-j\frac{2\pi n}{N}} \right), n = kN + 1 \quad (22)$$

$$C_n = \frac{N}{4\pi n} \left(e^{-j\frac{2\pi n}{N}} - 1 \right), n = kN - 1 \quad (23)$$

$$C_n = 0, \quad n \neq kN \pm 1 \quad (24)$$

onde:

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots;$$

$$N = R/p.$$

Analisando (22), (23) e (24) fica claro que somente harmônicos de passagem de ranhuras de ordem n dados por (25) estão presentes no espectro de frequência, desses harmônicos presentes na *FMM*.

$$n = k(R/p) \pm 1 \quad (25)$$

onde:

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Desde que $F(\theta)$ seja real e C_n é uma número complexo.

A equação (25) mostra as ordens dos harmônicos somente para a componentes fundamental, assim quando consideramos as outras componentes dos harmônicos, tem-se:

$$n = k(R/p) \pm r \quad (26)$$

onde:

n é a ordem dos harmônicos de passagem de ranhuras presentes na *FMM*;

k é um número inteiro;

R é o número de barras do rotor;

p é o número de par de pólos do motor;

r é um número inteiro.

Se a equação (26) for manipulada corretamente, obtém-se:

$$np = k(R) \pm rp \quad (27)$$

onde:

n é a ordem dos harmônicos de passagem de ranhuras presentes na *FMM*;

k é um número inteiro;

R é o número de barras do rotor;

p é o número de par de pólos do motor;

r é um número inteiro.

A similaridade da equação (27) com a equação (9) é muito grande, principalmente se considerar $k = 1$ e $r = n$, assim demonstra-se que os harmônicos de passagem de ranhuras existem, somente quando qualquer combinação de valores para o lado direito da equação (27) representando esses harmônicos no estator for igual a um combinação de valores para o lado esquerdo representando os harmônicos de passagem de ranhuras do rotor.

Portanto, conclui-se que para o mesmo número de ranhuras do rotor, uma máquina com maior número de pólos produzirá harmônicos com maior amplitude e a parte exponencial das equações (22) e (23) será menor. Por outro lado, para o mesmo número de pólos, uma máquina com muitas ranhuras no rotor produzirá harmônicos de passagem de ranhuras com amplitude menor [25] [26]. Efeitos como ranhuras do estator, ranhuras do rotor, saturação do ferro influenciam na permeância, afetando a amplitude dos harmônicos.

As equações (17) e (18) foram escritas com $k = 1$, pois é a condição na qual os harmônicos de passagem de ranhura possuem maior amplitude.

Substituindo ω_r por $(1 - s)/p \cdot \omega$ em (18), temos:

$$\Phi_{gs2} = AP_0^2 \cdot \cos[(R \pm np) \cdot x - \left\{ R \frac{(1-s)}{p} \pm 1 \right\} \omega t - \varphi_1] \quad (28)$$

onde:

Φ_{gs2} é o fluxo produzido pela força magnetomotriz do estator com pólos adicionais;

A é a amplitude da força magnetomotriz;

P_0 é a permeância do entreferro constante;

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhura;

ω é a frequência angular em $[rad/seg]$;

ω_r é a frequência angular do rotor em $[rad/seg]$;

p é o número de pólos;

x' é a posição angular do rotor em $[rad]$;

φ_1 é a defasagem em $[rad]$;

t é o tempo.

Finalmente comparando (28) e (7), conclui-se que as componentes de harmônicos de passagem de ranhuras principais f_{PSH} (*PSH – Principal Slot Harmonics*) são dados por $\left(R \frac{(1-s)}{p} \pm 1 \right) f$, e estão presentes unicamente se ao menos um elemento de $R \pm np$ pertencer ao conjunto de np .

Então para observar as *PSH* no motor de indução trifásico o número de barras do rotor R deve ser dado por:

$$R = 2p[3(m \pm q) \pm h] \quad (29)$$

onde:

$$m \pm q = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ e } h = 0 \text{ ou } 1.$$

Considerando o exemplo para $R = 44$, $p = 2$, $n = 1$, $f_1 = 60$ [Hz] e $s = 0.01$. Os *PSH* associados com a ordem 21 e 23 são 1246,8 [Hz] e 1366.8 [Hz], idealmente só o *PSH* de ordem 23 pode ser visto no espectro, pois na combinação de valores necessária para a existência dos harmônicos dado pela equação (9), somente o harmônico de ordem 23 satisfaz.

2.6.2. Excentricidade Estática

De todas as características que influenciam a permeância do entreferro a excentricidade estática é a que produz maiores harmônicos de passagem de ranhuras, portanto tais harmônicos serão chamados de harmônicos de excentricidade estática.

Como foi mencionado anteriormente a excentricidade estática provoca uma variação na permeância, que somente varia com a posição espacial. Nesse caso a função da permeância pode ser expressa como:

$$P = P_0 + P_1 \cos x \quad (30)$$

onde:

P_0 é a parte da permeância constante;

P_1 é a parte da permeância referente a excentricidade estática;

x é a posição espacial do estator.

Considerando a variação da permeância no fluxo do entreferro (referenciada para o estator), é dada por:

$$\begin{aligned} \Phi_{gsee1} = AP_0 \cdot \cos(np \cdot x \pm \omega t) + \frac{AP_1}{2} \cos[(np - 1) \cdot x \pm \omega t] \\ + \frac{AP_1}{2} \cos[(np + 1) \cdot x \pm \omega t] \end{aligned} \quad (31)$$

onde:

Φ_{gsee1} é o fluxo produzido pela força magnetomotriz do estator para excentricidade estática;

A é a amplitude da força magnetomotriz;

P_0 é a permeância do entreferro constante;

P_1 é a permeância do entreferro referente a excentricidade estática;

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhura;

ω é a frequência angular em $[rad/seg]$;

p é o número de pólos;

x é a posição angular do estator em $[rad]$;

t é o tempo.

As componentes de fluxo do entreferro em (31) interagem com a permeância do entreferro devido a múltiplos pólos, obtendo (32) que por sua vez produz os harmônicos de excentricidade estática.

$$\Phi_{gsee2} = \frac{A_{21}P_0P_1}{2} \cos[(R \pm np \pm 1)x - \left\{ R \frac{(1-s)}{p} \pm 1 \right\} \omega t - \varphi_{21}] \quad (32)$$

onde:

Φ_{gsee2} é o fluxo produzido pela força magnetomotriz do estator para excentricidade estática devido a múltiplos pares de pólos;

A_{21} é a amplitude da força magnetomotriz;

P_0 é a permeância do entreferro constante;

P_1 é a permeância do entreferro referente a excentricidade estática;

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhura;

R é o número de barras do rotor;

ω é a frequência angular em $[rad/seg]$;

p é o número de pólos;

x é a posição angular do estator em $[rad]$;

φ_{21} é a defasagem em $[rad]$;

t é o tempo.

Já a interação entre os harmônicos de Φ_{gsee1} contendo o termo P_1 interagem com os termos P_1 da função de permeância P em (30), surgindo a outra parte do fluxo:

$$\Phi_{gsee3} = \frac{A_{22}P_1^2}{4} \cos[(R \pm np \pm 2)x - \left\{ R \frac{(1-s)}{p} \pm 1 \right\} \omega t - \varphi_{22}] \quad (33)$$

Φ_{gsee3} é o fluxo produzido pela força magnetomotriz do estator para excentricidade estática devido a múltiplos pares de pólos;

A_{22} é a amplitude da força magnetomotriz;

P_1 é a permeância do entreferro referente a excentricidade estática;

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhura;

R é o número de barras do rotor;
 ω é a frequência angular em $[rad/seg]$;
 p é o número de pólos;
 x é a posição angular do estator em $[rad]$;
 φ_{22} é a defasagem em $[rad]$;
 t é o tempo.

As componentes (32) e (33) são adicionadas com (28) quando a excentricidade estática está presente.

Da mesma maneira, como descrito anteriormente para harmônicos de excentricidade o conjunto $(R \pm np \pm 1)$ e $(R \pm np \pm 2)$ devem pertencer ao conjunto $\pm np$, sendo assim o conjunto do valores de ranhuras para o rotor, afim de observar excentricidade estática são dados por:

$$R = 2p[3(m \pm q) \pm r] \pm k \quad (34)$$

onde:

$$m \pm q = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ e } r = 0 \text{ ou } 1, k = 1 \text{ ou } 2.$$

Considerando um sinal de corrente de uma das fases do estator em um motor real com $p = 1$, $R = 34$, aplicando a transformada de Fourier, tem-se um espectro de frequência, que é ilustrado pela Figura 8 na região dos harmônicos de excentricidade estática, identificados pelas setas.

Como mostrado na Figura 8 as componentes de excentricidade estática são identificadas pelo seu índice n_w . Para o sinal positivo de n_w refere-se aos harmônicos do lado direito da frequência de centro dado por $R \cdot f_1$, já para o sinal negativo, refere-se aos harmônicos à esquerda.

Na Figura 8 há 4 componentes de harmônicos de excentricidade estática, indicados pela seta. Esses harmônicos dependem das condições de operação do motor e pelo escorregamento. Eles se deslocam ao longo do espectro de acordo com a velocidade rotórica do motor. Nesse caso somente 4 harmônicos são mostrados pela Figura 8, pois ao aumentar o índice de n_w a amplitude dos harmônicos tende a diminuir, até ficarem imersas em ruído, logo na maioria dos casos para $|n_w| \geq 5$ as componentes já estarão sob ruído [25]. Os demais harmônicos mostrados são componentes da frequência de alimentação.

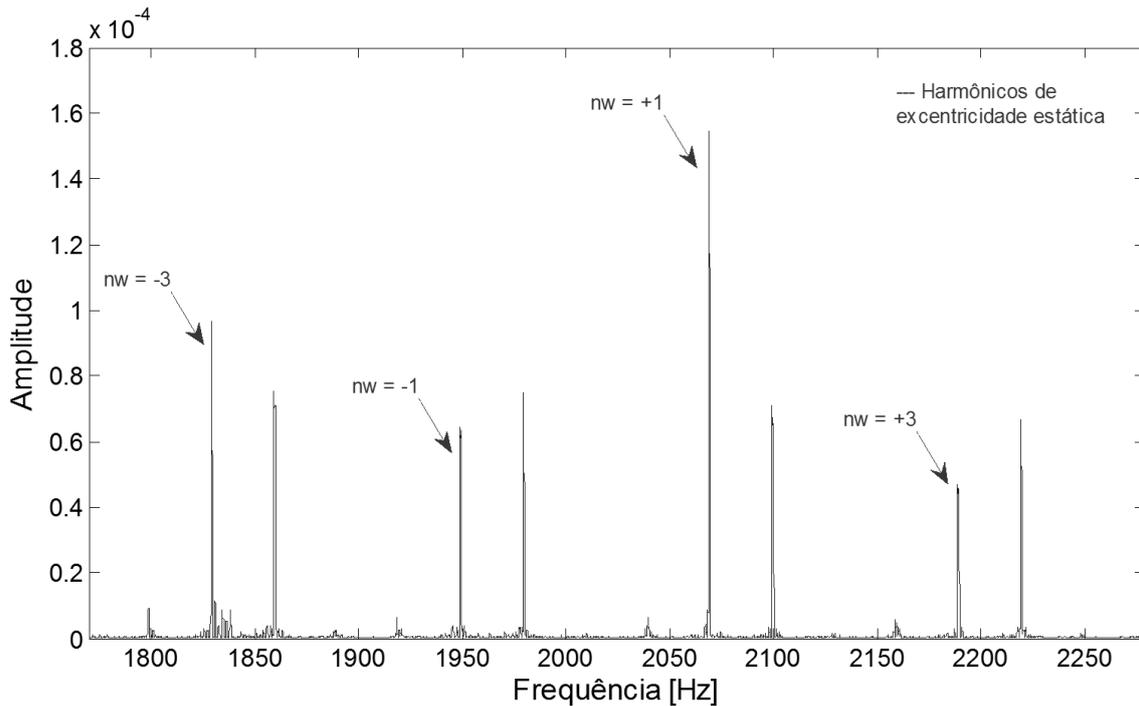


Figura 8: Espectro dos harmônicos de excentricidade estática

2.6.3. Excentricidades Misturadas e Outros Efeitos

Quando o motor de indução possui excentricidades misturadas (estática e dinâmica) a permeância se torna variante no tempo e no espaço, assim interagindo os harmônicos da *FMM* com múltiplos pares de pólos [25] [26], tem-se as componentes de fluxo no entreferro como mostrado:

$$\Phi_{gsme2} = \frac{AP_x P_y}{d_1} \cos[(R \pm np \pm d_2) x - \left\{ (R \pm k_1) \frac{(1-s)}{p} \pm n_w \right\} \omega t - \varphi_4] \quad (35)$$

onde:

Φ_{gsme2} é o fluxo produzido pela força magnetomotriz do estator para excentricidade estática e dinâmica devido a múltiplos pares de pólos;

A é a amplitude da força magnetomotriz;

P_x é a permeância do entreferro;

P_y é a permeância do entreferro;

n é a ordem do harmônico de passagem de ranhura;

R é o número de barras do rotor;

ω é a frequência angular em $[rad/seg]$;

p é o número de pólos;

x é a posição angular do estator em $[rad]$;

d é um número inteiro;

k é um número inteiro;

φ_4 é a defasagem em $[rad]$;

t é o tempo.

Seguindo as combinações, tem-se os valores para os inteiros:

1. $P_x = P_y = P_0, d_1 = 1, d_2 = 0, k_1 = 1, 2, 3, \dots$
2. $P_x = P_0, P_y = P_1$ ou $P_2, d_1 = 2, d_2 = 1, k_1 = 0, 1, 2, 3, \dots$
3. $P_x = P_1, P_y = P_2, d_1 = 4, d_2 = 0$ ou $2, k_1 = 0, 1, 2, 3, \dots$

Nesse capítulo foi descrito brevemente o funcionamento o motor de indução e como surgem os harmônicos de passagem de ranhura, que são usados para estimar a velocidade do motor, principalmente através dos harmônicos de excentricidade estática. Para estimar a frequência desses harmônicos, o trabalho proposto utiliza o Algoritmo de Aproximação Senoidal que será abordado em detalhes no capítulo seguinte.

Capítulo 3

3. ALGORITMO DE APROXIMAÇÃO SENOIDAL

3.1. Introdução

Em aplicações de processamento de sinais e comunicação, o desempenho de técnicas no domínio da frequência apresenta grande importância. A Transformada Rápida de Fourier (*FFT – Fast Fourier Transform*) é largamente usada, porém para conservar seu desempenho é necessário ter forte coerência entre a frequência de amostragem e a frequência do sinal amostrado. Em outras palavras, a amostra usada no algoritmo da *FFT* deve ter exatamente um número inteiro de períodos do sinal, pois a menor diferença entre essas frequências pode levar ao fenômeno do *leakage*, na qual a energia se espalha por todo o espectro tornando a identificação das frequências difícil [29] [30].

O algoritmo de aproximação senoidal é uma técnica de contagem de períodos dentro de uma determinada amostra no tempo. O método é usado nesse trabalho para a estimação da frequência de um sinal de entrada, ele oferece maior exatidão e precisão que as técnicas espectrais baseadas na *FFT*, sob mesma condição. Para ser usado é imprescindível que a energia da frequência fundamental seja muito maior que as demais harmônicas, ou seja, o sinal deve ser praticamente senoidal.

Na transformada de Fourier, um método muito usado para a eliminação do espriamento é a técnica de janelamento (*Windowing*) [31]-[33]. O sinal de entrada é multiplicado por uma certa forma de onda, forçando a amplitude das frequências ao redor da componente de interesse a ficarem menores, assim diminuindo o efeito do *leakage* na região de interesse. As técnicas de janelamento promovem um bom resultado, mas dependem da escolha adequada do tipo de janela [35] [36].

Para prevenir o *leakage* e obter a melhor estimação da frequência possível, recomenda-se uma coerência entre a frequência de amostragem e a frequência do sinal [31] [35] [37]-[40].

O conceito fundamental do método de aproximação senoidal foi inicialmente proposto em [41] e aperfeiçoado em [29] para a eliminar o problema do *leakage*, alcançando um resultado preciso e sem necessidade de coerência da frequência de amostragem ou de janelamento. Assim, o método no tempo garante alta eficiência computacional com mínimo impacto na análise do espectro e robustez para sinais cuja frequência está próxima da frequência de Nyquist.

3.2. Algoritmo

O algoritmo de aproximação senoidal aplicado à análise do espectro é organizado em três etapas: a seleção do melhor conjunto de pontos, ou seja, um conjunto que tenha a maior quantidade de períodos inteiros do sinal, a contagem dos períodos e, por último, um ajuste no sinal de entrada para obter coerência com a frequência de amostragem. As três etapas serão discutidas a seguir em mais detalhes.

3.2.1. Sinal de entrada

A equação do sinal de entrada $x(t)$ pode ser expressa como:

$$x(t) = A_0' \cdot \sin(2\pi f_{in} \cdot t + \theta) + \sum_{i \geq 2} (b_i \cdot \sin(2\pi i f_{in} t) + a_i \cdot \cos(2\pi i f_{in} t)) \quad (36)$$

Onde $\theta \in [0, 2\pi]$, i é um valor inteiro, f_{in} é a frequência fundamental do sinal de entrada, a_i e b_i são todos desconhecidos, mas juntos eles satisfazem:

$$\sum_{i \geq 2} (b_i^2 + a_i^2) \ll 1 \quad (37)$$

$$\left| \sum_{i \geq 2} (b_i \cdot \sin(2\pi i f_{in} t) + a_i \cdot \cos(2\pi i f_{in} t)) \right| \ll 1 \quad (38)$$

A equação representada em (38), mostra que a energia das demais componentes de frequência devem ser bem menores que a da componente fundamental, ou seja, a amplitude da fundamental deve ser muito maior que as demais.

Assim, discretizando (36):

$$x[i] = A \cdot \sin\left(2\pi f_{in} \cdot \frac{i}{f_s} + \theta\right) + hd \quad (39)$$

Onde hd representa as componentes de segunda e mais alta ordens.

Para uma certa amostra de M pontos, J representa o número de períodos dentro da amostra, o número de períodos pode ser um número inteiro ou não, assim J é composto por uma parte inteira (J_{int}) e uma parte fracionária (Δ), conforme (40).

$$J = M \cdot \frac{f_{in}}{f_s} = M \cdot \frac{1/T_{in}}{1/T_s} = M \cdot \frac{T_s}{T_{in}} = J_{int} + \Delta \quad (40)$$

Assim, reescrevendo (39):

$$x[i] = A \cdot \sin\left(2\pi \frac{J_{int} + \Delta}{M} i + \theta\right) \quad (41)$$

Wu [29] mostra que, na maioria das vezes, o termo fracionário do número de períodos dentro de M não é zero, assim, na maioria das vezes ocorre uma incoerência entre a frequência de amostragem e o sinal de entrada, introduzindo um erro no espectro devido ao *leakage* [30]. Dependendo da proporção do *leakage* a análise do espectro pode não ser confiável.

Em sua primeira etapa, o algoritmo recebe uma quantidade de amostras, onde deve selecionar uma quantidade mais adequada (M), ou seja, a quantidade de pontos que tenha a maior quantidade de períodos inteiros possível.

Primeiramente é selecionado um ponto $x[i_1]$ mais próximo do início da amostra, no qual o valor absoluto seja maior que o valor RMS^8 (*Root mean square*) da onda, ilustrado na Figura 9.

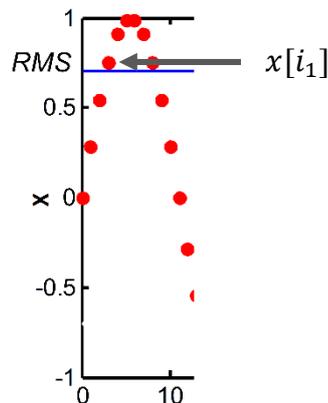


Figura 9: Seleção de $x[i_1]$

Em seguida é selecionado um conjunto de amostras compostas de combinações de fatores primos múltiplos de 2 e/ou 3, ou seja, o conjunto de amostras é múltiplo de 2 e/ou 3, como 1024, 1152, 1296, 1458, Então, cada elemento do conjunto é tomado e usado na expressão (42), como sendo M_r , essa expressão compara o primeiro elemento da sequência $x[i_1]$ com o último elemento $x[M_r + i_1]$ e mais dois números a frente, como mostra a Figura 10.

⁸ Raiz média quadrática ou valor eficaz de uma onda.

O valor de M é a quantidade de pontos mais adequada tal que, minimize o valor k na expressão (42):

$$\begin{aligned} & (x[M_r + i_1] - x[i_1])^2 + (x[M_r + i_1 + 1] - x[i_1 + 1])^2 \\ & + (x[M_r + i_1 + 2] - x[i_1 + 2])^2 = k \end{aligned} \quad (42)$$

Quando k for o menor valor, significa que a quantidade de pontos selecionada tem a maior quantidade de períodos inteiros do sinal, assim $M_r = M$. A equação (42) consegue obter somente os ciclos inteiros, pois a sequência $x[i_1]$, $x[i_1 + 1]$, $x[i_1 + 2]$ somente será igual a $x[M + i_1]$, $x[M + i_1 + 1]$, $x[M + i_1 + 2]$ após ciclos completos da onda, como ilustra a Figura 10.

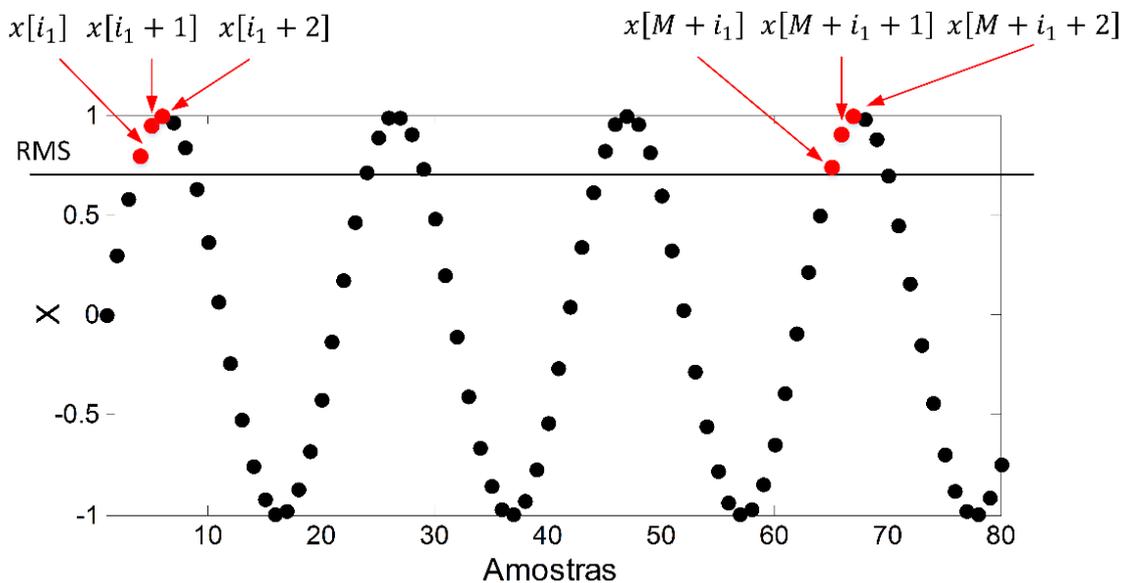


Figura 10: Determinação de M por Wu [29].

A sequência múltipla de 2 e/ou de 3 utilizada para calcular M é usada para aumentar a eficiência do método.

A desvantagem de usar a expressão (42) para encontrar M é quando o número de amostras é reduzido. A eficiência do algoritmo é proporcional a quantidade de pontos usada e quando ela é reduzida o cálculo de M em (42) desconsidera alguns pontos, que podem melhorar a eficiência do algoritmo.

Esse trabalho utiliza para o cálculo de M a expressão (43), somente considerando o primeiro ponto da amostra ($x[i_1]$) e o último ponto ($x[M_r + i_1]$), na expressão (43) há a possibilidade de ter um semiciclo dentro de M . Como ilustra a Figura 11, esse semiciclo pode em alguns casos ser um fator na eficiência do método, pois conserva mais pontos que na expressão (42), além de ser mais simples.

$$(x[M_r + i_1] - x[i_1])^2 = k \quad (43)$$

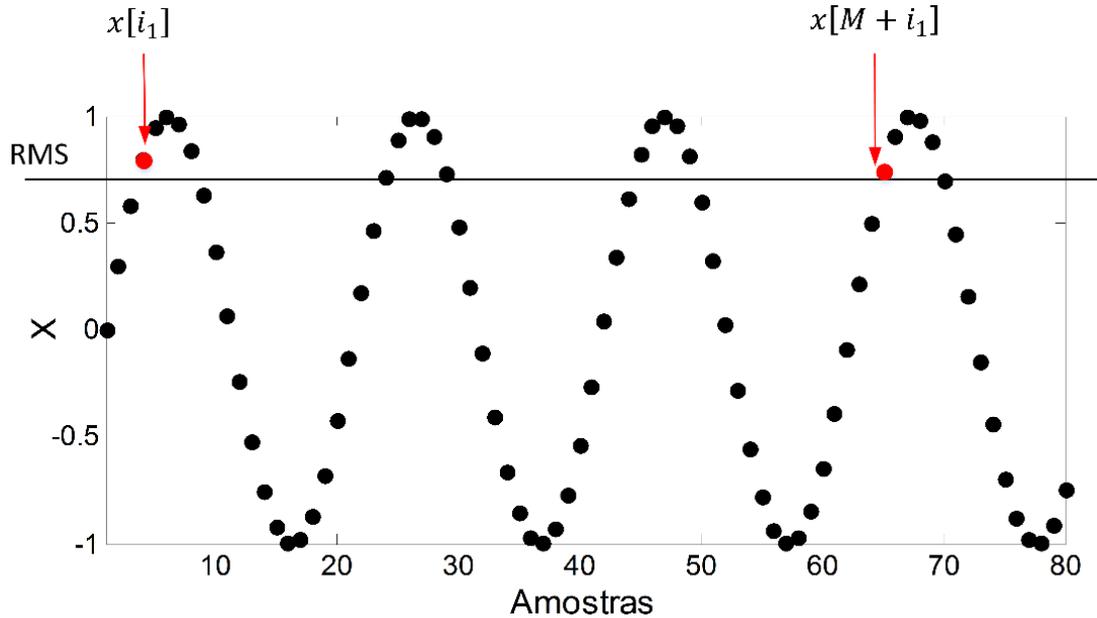


Figura 11: Determinação de M no trabalho proposto.

Quando k em (43) atinge o menor valor o método é computacionalmente eficiente [29], porque quanto menor a porção fracionária de períodos, maior é a coerência entre o número de períodos e o número de pontos na amostra. A coerência é a divisão exata entre o número de períodos e o número de pontos na amostra, como ilustra a expressão (44).

$$Coerência = \frac{J_{int} + \Delta}{M} = \frac{f_{in}}{f_s} \quad (44)$$

Após a escolha do melhor conjunto de amostras, procura-se a passagem por zero (*zero-crossing*⁹) positiva mais próxima de $x[i_1]$, denotado por $x[i_2]$, assim o algoritmo usará a subsequência de $x[i_2]$ a $x[M + i_2 - 1]$.

Com esse novo conjunto de amostras, inicia-se a segunda etapa do algoritmo, onde aplica-se um contador de períodos. Esta etapa, há dois métodos um para o cálculo do número de períodos inteiros e um para o método para o cálculo do período fracionário.

⁹ Ponto na qual uma função cruza o zero.

3.2.2. Método I

O cálculo do número de períodos inteiros começa utilizando o Método I, usado quando $f_s \geq 4 \cdot f_{in}$, ou seja, quando a frequência de amostragem é pelo menos quatro vezes maior que a frequência de entrada e o Método II é usado para $f_s < 4 \cdot f_{in}$.

O Método I é descrito a seguir e ilustrado através de um exemplo. O método recebe como entrada uma onda senoidal com 64 pontos ($x[i] = \text{sen}(2\pi(3/64)i)$) representada na Figura 12, e executa as seguintes etapas:

- 1) Seleciona-se uma nova sequência $y[i]$, como ilustrado pela Figura 13, onde

$$y[i] = 1 \text{ se } x[i] \geq A/\sqrt{2},$$

$$y[i] = -1 \text{ se } x[i] \leq -A/\sqrt{2},$$

$$y[i] = 0 \text{ se } -A/\sqrt{2} < x[i] < A/\sqrt{2}.$$

Onde $i = i_2, i_2 + 1, \dots, i_2 + M - 1$.

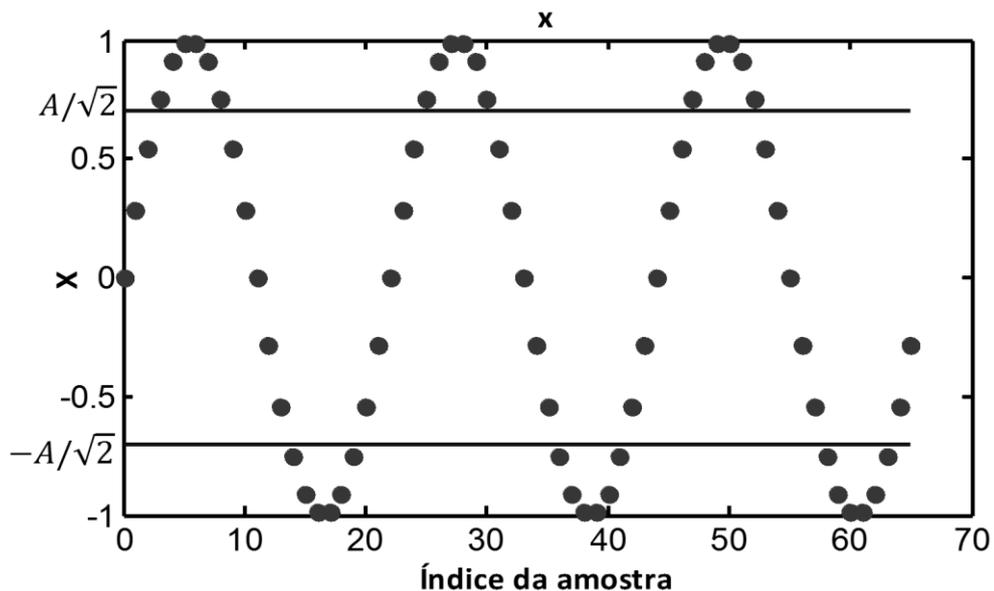


Figura 12: Sinal senoidal, $x[i] = \sin(2\pi(3/64)i)$, $i = 0,1,2, \dots$. Fonte: Wu [29]

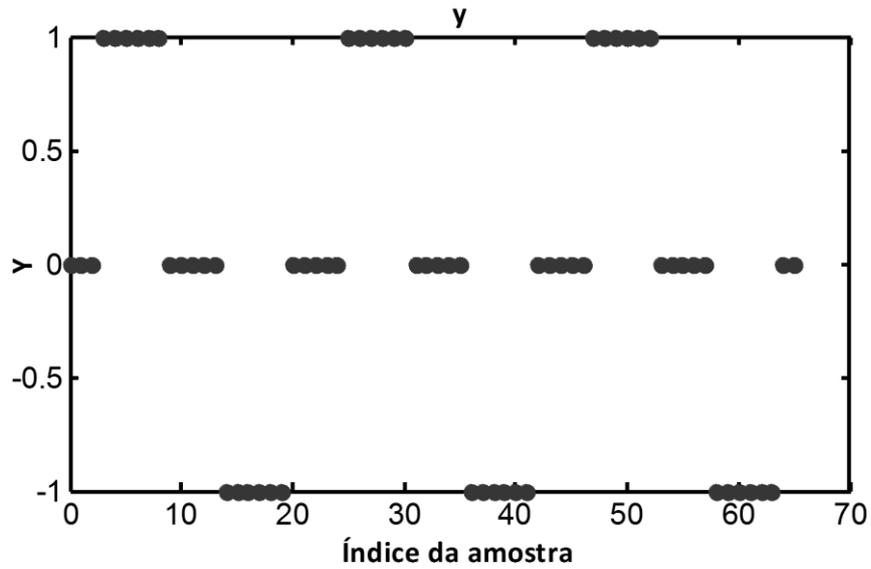


Figura 13: Sequência $y[i]$, Método I. Fonte: Wu [29]

- 2) Na sequência $y[i]$, se os elementos adjacentes são iguais, então eles serão considerados como um só elemento, fazendo uma nova sequência $w[m]$. Ilustrado, pela Figura 14.

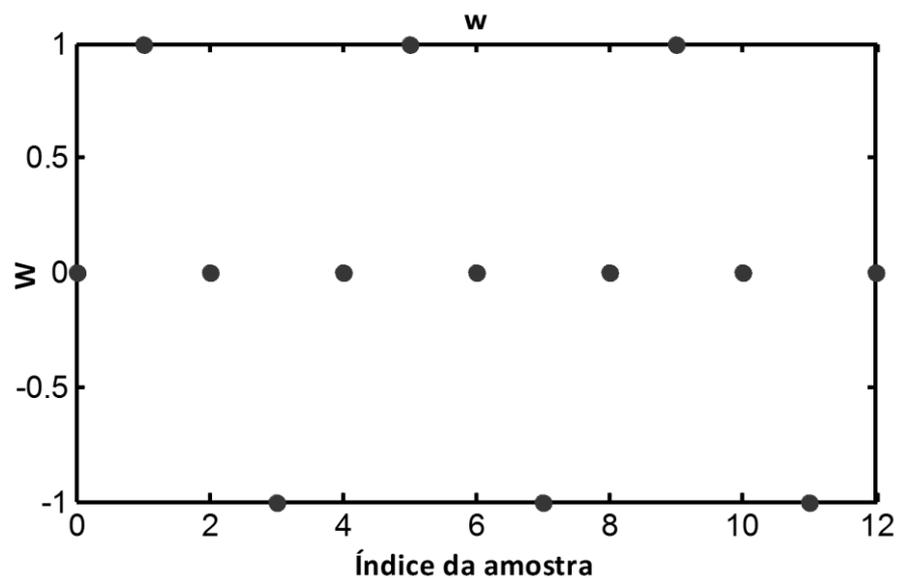


Figura 14: Sequência $w[m]$, Método I. Fonte: Wu [29]

- 3) Em seguida, é determinado se a frequência do sinal f_{in} é maior ou menor que $f_s/4$, tal informação é armazenada na variável c , que será usada calcular o número de períodos.

– Se para todo m , $w[m] = w[m + 4]$, então $f_{in} \leq f_s/4$ ou $f_s \geq 4 \cdot f_{in}$. Então, $c = 0$.

– Se há ao menos um m para o qual $w[m] \neq w[m + 4]$ então $f_{in} > f_s/4$ ou $f_s < 4 \cdot f_{in}$. Então, $c = 1$.

No caso da Figura 14, observa-se que $c = 0$.

- 4) Obtém-se uma nova sequência $z[i]$, tomando o módulo da sequência $y[i]$ ($z[i] = |y[i]|$). Ilustrada pela Figura 15.

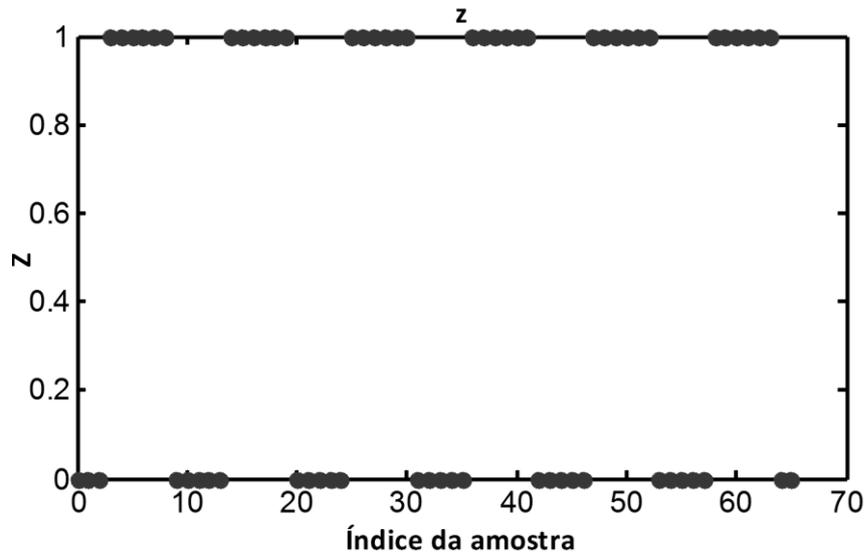


Figura 15: Sequência $z[i]$, Método I. Fonte: Wu [29]

- 5) Na sequência $z[i]$, os elementos adjacentes que forem iguais, serão considerados como um só elemento e obtém-se uma nova sequência $zz[g]$, onde g é o índice da sequência zz . Ilustrado pela Figura 16.

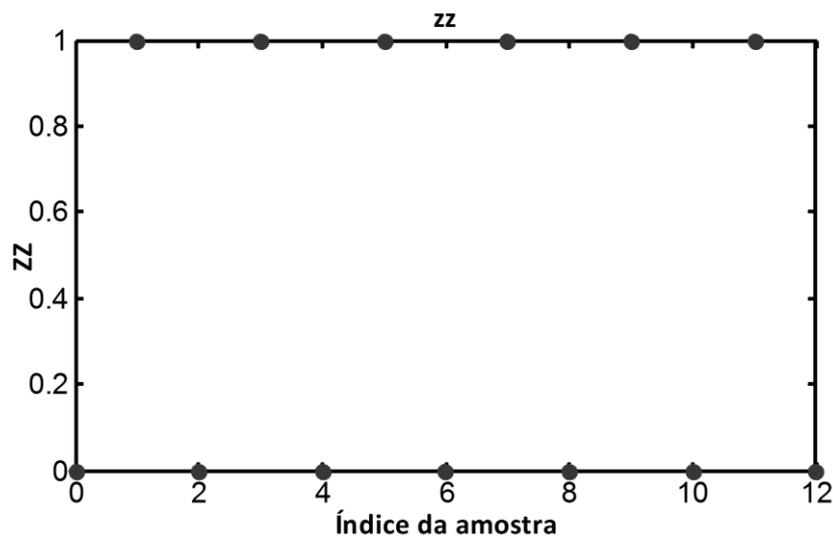


Figura 16: Sequência $zz[g]$, Método I. Fonte: Wu [29]

- 6) Calcular o número de ciclos inteiros na sequência $zz[g]$, que correspondem ao número de períodos inteiros na amostra M . O valor é calculado através das expressões abaixo, de acordo com o valor c calculado no item 3.

$$- J_{int} = \text{truncar}(\sum(zz)/2), \text{ se } c = 0.$$

$$- J_{int} = M/2 - \text{truncar}(\sum(zz)/2), \text{ se } c = 1.$$

Onde, J_{int} é o número de períodos inteiros na amostra, *truncar* denota o arredondamento para o inteiro mais próximo.

Assim, para o exemplo da onda $x[i] = \sin(2\pi(3/64)i)$, $c = 0$, como mostrado no item 3, então aplicando a equação correspondente:

$$J_{int} = \text{truncar}(6/2) = 3 \tag{45}$$

Quando f_{in} é maior que $f_s/4$ a forma de onda do sinal começa a perder seu contorno, como pode ser comparado na onda de $x[i]$ na Figura 12 com a de $x[i]$ na Figura 17, em consequência disso o Método I perde seu desempenho, assim um segundo método é proposto (Método II). Após o primeiro método ser executado, uma primeira estimativa do número ciclos inteiros é obtida. Através do teste $0,2 < J_{int}/M < 0,5$ sabe-se que a frequência do sinal de entrada f_{in} é maior que $f_s/4$ e se usa o Método II.

3.2.3. Método II

Considerando um novo exemplo com a onda $x[i] = \text{sen}(2\pi(29/64)i)$ e aplicando o contador de ciclos inteiros usando o Método II, que é descrito da seguinte maneira:

- 1) Receber o sinal de entrada.

- 2) Definir uma variável B tal que:

- Se $x[i + 1] > x[i]$, então $B = 1$, caso contrário $B = -1$ onde $i = i_2, i_2 + 1, \dots, i_2 + M - 1$. A variável B reflete a subida e a descida da onda senoidal.

- 3) Um ciclo inteiro da onda pode ser contado em toda transição de $B = -1$ para $B = 1$. Assim com a somatória dessas transições determina-se J_{int} .

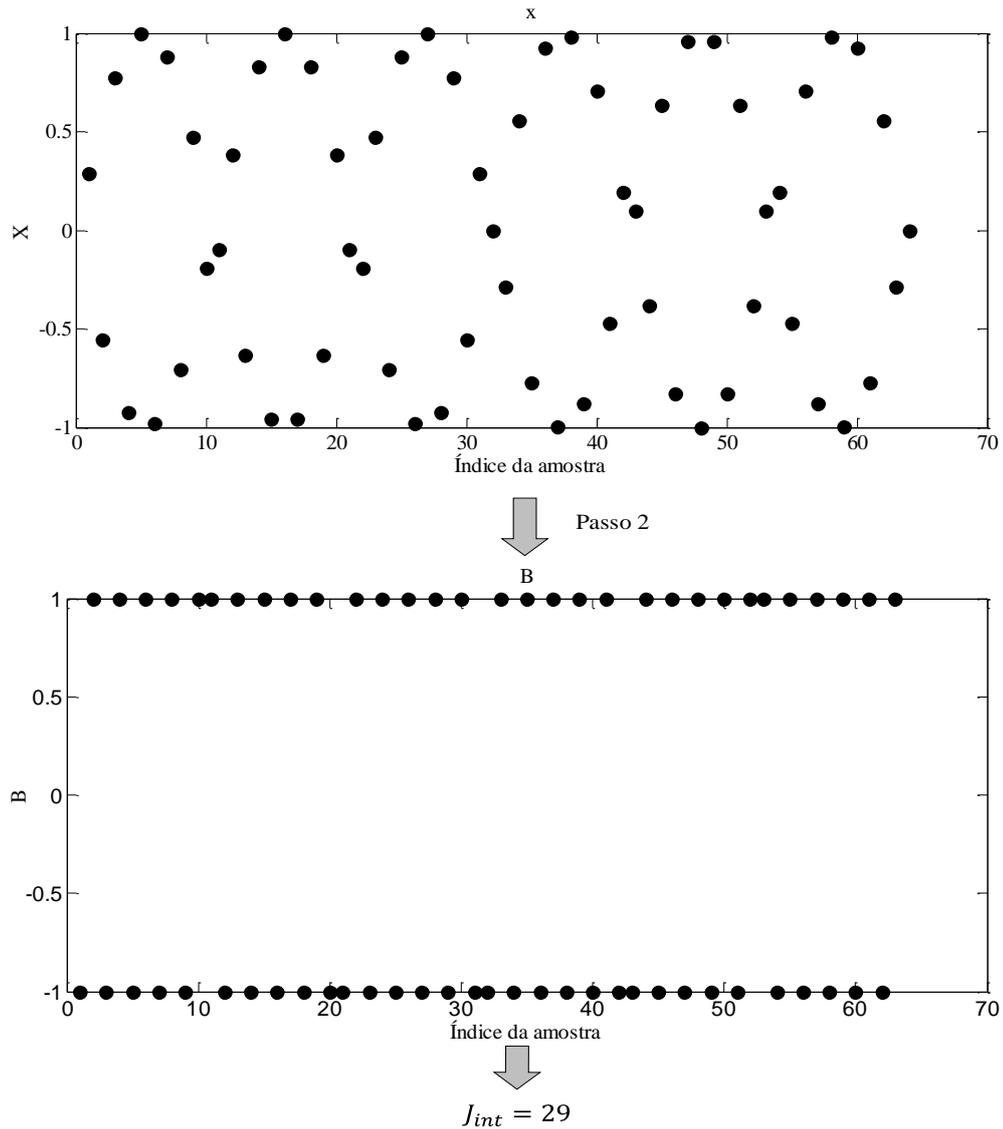


Figura 17: Método II contagem de ciclos inteiros quando $x[i] = \text{sen}(2\pi(29/64)i)$. Fonte: Wu [29]

3.2.4. Período Fracionário

Após calculado o número de períodos inteiros da amostra, utiliza-se a equação a baixo para calcular a quantidade de períodos fracionários na amostra (Δ).

$$\Delta = \frac{1}{2\pi} \left[\arcsen\left(\frac{x[i_2 + M - 1]}{A_o'}\right) - \arcsen\left(\frac{x[i_2]}{A_o'}\right) \right] \quad (46)$$

onde:

Δ é o número de períodos fracionários.

i_2 é a passagem por zero.

M é a quantidade de pontos selecionada pelo algoritmo.

A'_o é a amplitude de x .

A equação (46) considera dois pontos dentro do conjunto de amostras M ($x[i_2 + M - 1]$ e $x[i_2]$). A equação realiza o arco-seno do valor dos dois pontos, em seguida é calculado o ângulo entre os dois pontos e feita uma proporção em relação ao arco de circunferência total, ou seja, essa diferença entre arcos informa o período fracionário na amostra.

O valor de Δ pode ser de 0 até 1, porém quando $\Delta = 1$, na verdade é como se tivesse selecionado um período inteiro, pois o arco de circunferência é 2π radianos, assim é somado 1 em J_{int} (períodos inteiros) e Δ passa a ser zero novamente.

O cálculo de períodos fracionários é ilustrado através da Figura 18.

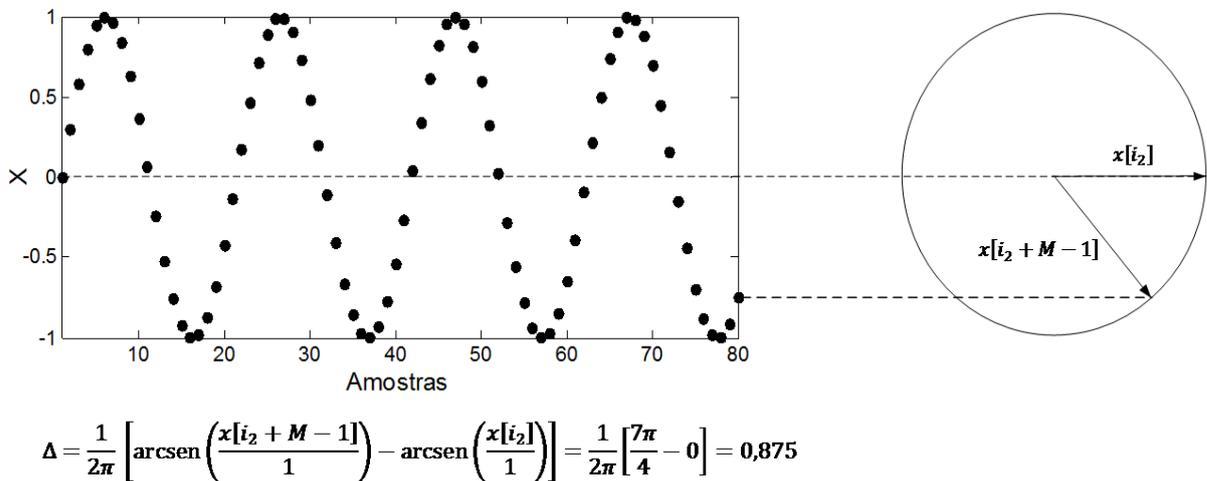


Figura 18: Contagem de períodos fracionários

3.3. Implementação do Algoritmo

A Figura 19 ilustra o fluxograma do algoritmo de aproximação senoidal usado nesse trabalho, o fluxo é diferente do original, proposto por Wu [29], pois o algoritmo é usado para estimar a frequência do sinal de entrada, e não diminuir o espriamento como Wu.

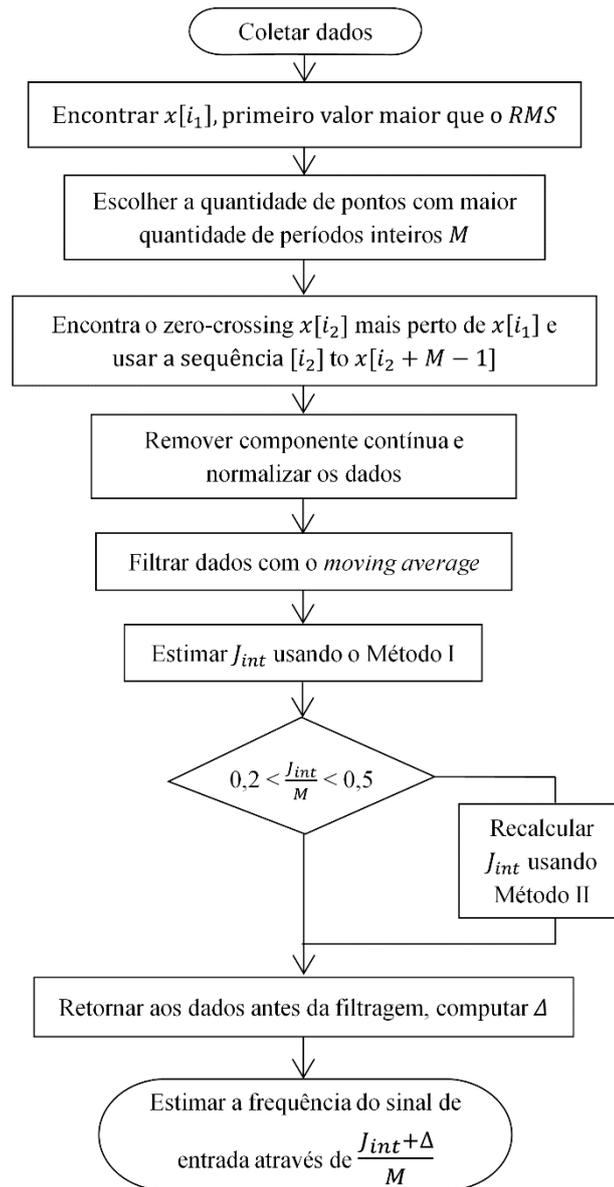


Figura 19: Fluxograma do algoritmo de aproximação senoidal.

A implementação do algoritmo de aproximação senoidal nesse trabalho é efetuada em 9 etapas descritas como:

- 1) Aquisitar as amostras.
- 2) Encontrar o ponto $x[i_1]$, primeiro valor maior que o RMS da onda.
- 3) Calcular o tamanho de amostra mais adequada (M) para a estimação, ou seja, A quantidade de pontos que teve maior quantidade de períodos inteiros, comparando $x[i_1]$ com $x[M + i_1 - 1]$.
- 4) Encontrar o *zero-crossing* positivo ($x[i_2]$) mais próximo de $x[i_1]$ e usar a sequência $x[i_2]$ a $x[i_2 + M - 1]$.

- 5) Remover a componente CC, normalizar os dados dividindo por A_o' .
- 6) Filtrar os dados com o filtro de média móvel (*moving average*¹⁰), o tamanho do filtro pode variar de acordo com o ruído do sinal de entrada, nesse trabalho utilizou-se 8 pontos.
- 7) Aplicar o Método I para obter a primeira estimativa de J_{int}
- 8) Se $0,2 \leq J_{int}/M \leq 0,5$, recontar J_{int} usando o Método II
- 9) Retornar aos dados obtidos na etapa 5 e computar a parte fracionária do ciclo.

$$\Delta = \frac{1}{2\pi} [\arcsin(x[k_2 + M - 1]/A_o') - \arcsin(x[k_2]/A_o')] \quad (47)$$

Então, calcular a frequência do sinal de entrada:

$$f_{in} = f_s \cdot \frac{J_{int} + \Delta}{M} \quad (48)$$

O algoritmo de aproximação senoidal foi modificado para se ajustar à aplicação deste trabalho que é o cálculo da frequência do sinal de entrada, diferentemente do objetivo apresentado por Wu [29] que foi a diminuição do efeito do *leakage*. Duas modificações foram feitas; a primeira foi usar o algoritmo para a determinação da frequência do sinal, a segunda foi de determinar o erro na estimação da frequência, não citada em [29]. O algoritmo foi escolhido para estimar a frequência do sinal com alta exatidão e precisão, com a menor quantidade de pontos possível.

3.4. Estimação da Frequência

De acordo com a etapas do processo de estimação, os principais objetivos do uso do algoritmo para a estimação dos harmônicos de passagem de ranhura são em ordem de prioridade: exatidão, precisão e o menor tempo.

Durante a estimação da frequência, a quantidade de pontos interfere diretamente no desempenho do algoritmo, assim quando se diminui a quantidade de pontos M da estimação, a eficiência é menor. Essa diminuição é diretamente proporcional a exatidão, da mesma maneira, o contrário também é válido, e nesse caso maior é a exatidão (erro menor). Levando em conta

¹⁰ O Filtro de média móvel ou do inglês *moving average*, calcula a média dos valores numa série de pontos dentro da amostra.

esse fato o número de amostra só é diminuído se a exatidão estiver dentro da faixa de tolerância considerada.

No algoritmo proposto por Wu [29] o cálculo do número de pontos com maior número de ciclos inteiros (M) não considera a possibilidade de ter meio ciclos dentro de M , por conta da maneira como é escolhido, através da expressão (42), assim esse trabalho utiliza uma versão simplificada da expressão (42), mostrada na expressão (43), no entanto esse possível semiciclo influencia o cálculo da parte fracionária de períodos, já que pode haver um semiciclo.

Tal possibilidade não ocorre no método proposto por Wu, utilizando a expressão (42), pois M somente contém períodos inteiros, logo a aplicação da equação (46) para o cálculo de períodos fracionários é direta.

Considerando (46) e supondo que o segundo argumento da função sempre seja positivo, pois $x[i_2]$ é o primeiro valor após a passagem por zero, seu ângulo é positivo. Já o primeiro argumento ($x[i_2 + M - 1]$) pode ser positivo ou negativo, porém somente realizando o arco seno do valor, não há como saber o seu quadrante trigonométrico, pois nesse caso há a possibilidade de um semiciclo. Essa informação somente é obtida observando a forma de onda.

Se o valor for positivo seu quadrante pode estar no primeiro ou no segundo, e no caso de negativo o ângulo pode ser do terceiro ou do quarto, a Figura 19 ilustra as possibilidades para os quadrantes de acordo com os pontos selecionados.

Por exemplo se $x[i_2 + M - 1]/A_o' = 0,5$ e $x[i_2]/A_o' = 0$, aplicando em (46), tem-se:

$$\Delta = \frac{1}{2\pi} [\arcsen(0,5) - \arcsen(0)] = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\pi}{4} - 0 \right] = 0,125 \quad (49)$$

Porém se o ângulo de $x[i_2 + M - 1]$ estiver no segundo quadrante:

$$\Delta = \frac{1}{2\pi} [\arcsen(0,5) - \arcsen(0)] = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{3\pi}{4} - 0 \right] = 0,375 \quad (50)$$

Ou seja, somente com a informação de 0,5 não se sabe em qual quadrante está o ângulo e isso pode levar a erros na estimação de períodos fracionários.

Devido a alteração do cálculo de M a estimação de períodos fracionários proposta nesse trabalho verifica qual é o quadrante do ângulo proveniente de $x[i_2 + M - 1]$, através do sinal (positivo ou negativo) e do sentido da onda (crescente ou decrescente), garantindo que a

estimação de períodos fracionários considere todos os ângulos. Aumentando o desempenho da estimação em alguns casos.

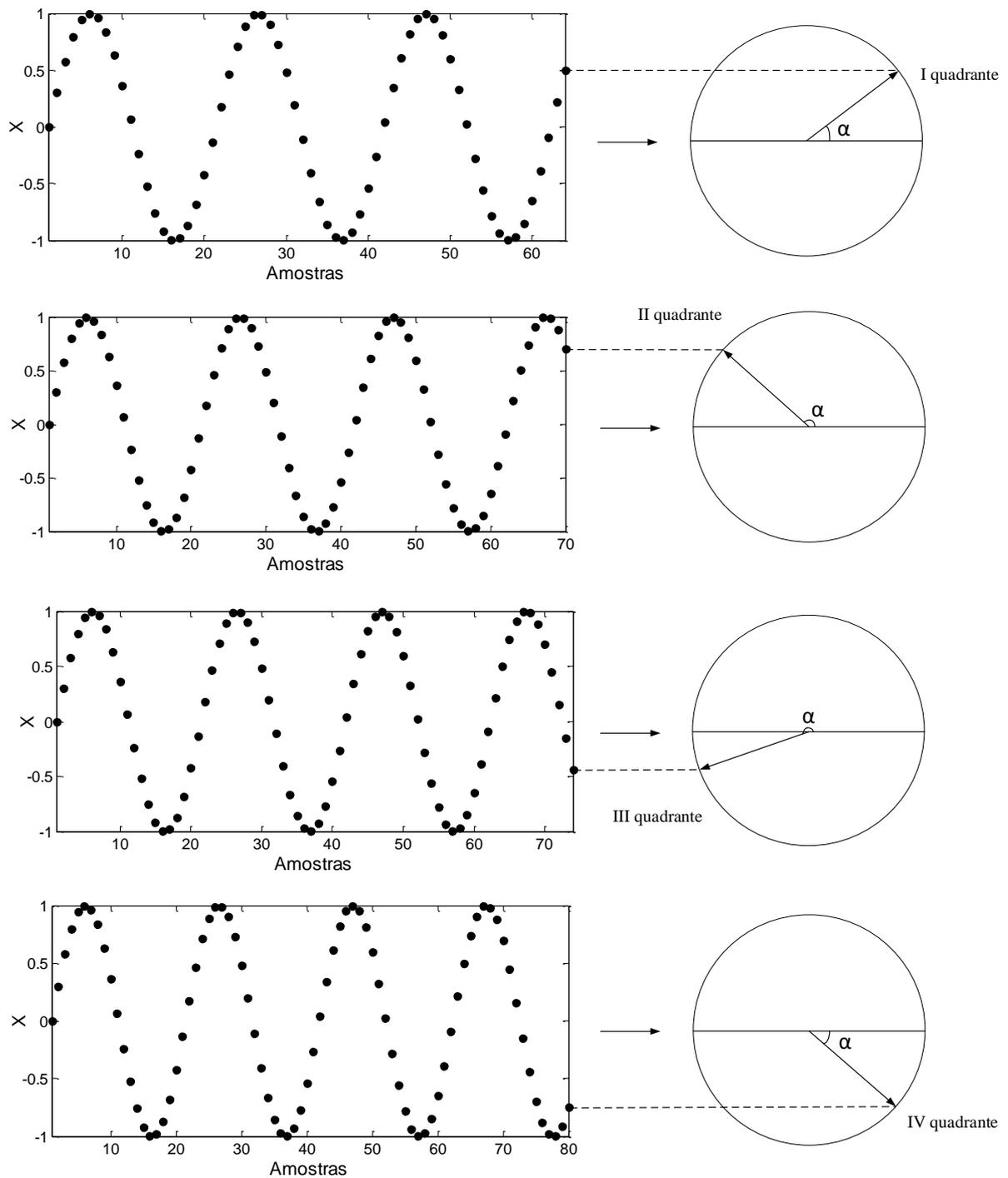


Figura 20: Melhor conjunto de amostras com o correspondente quadrante.

3.5. Análise do Erro

As simulações para a análise do erro do algoritmo de aproximação senoidal, foram feitas com diversos sinais de entrada e frequência de amostragem. Os resultados foram comparados

com três tipos de estimações, a primeira feita pelo algoritmo de aproximação senoidal usando somente a parte inteira de ciclos (J_{int}) dentro da amostra; a segunda com todo o algoritmo de aproximação senoidal (parte inteira e fracionária) e terceira pela *FFT*. Por último foi feita uma curva de regressão para o erro relativo do algoritmo, para estimar qual a precisão do método.

Na Tabela 2 realizou-se 101 simulações com a frequência do sinal de entrada em 60 Hz e foi até 61 Hz, com variação de 0,01 Hz a cada simulação, com uma frequência de amostragem de 3 kHz e 3888 pontos. A tabela também mostra a média e o desvio padrão dos erros das estimações da frequência, bem como o maior erro e o menor erro. As duas tabelas seguintes seguem o mesmo padrão, mas em diferentes condições.

Nas comparações dos erros, a primeira linha mostra o erro da *FFT*, na segunda linha contém o erro para J_{int} , que mostra os erros da estimação da frequência feita somente usando a parte inteira de ciclos calculada pelo algoritmo, já a linha contendo erro ($J_{int} + \Delta$), mostra os erros da estimação usando a parte inteira e a parte fracionária de ciclos. Todos os erros são absolutos, ou seja, o módulo da diferença entre a frequência do sinal de entrada e a frequência estimada.

Tabela 2: Comparação de erros a baixa frequência

Frequência de entrada: $f_{in} = 60 \text{ Hz}$ a 61 Hz , variação $0,01 \text{ Hz}$ $f_s = 3 \text{ kHz}$ Pontos = 3888				
Erro absoluto	Média	Desvio-Padrão	Maior	Menor
Erro <i>FFT</i>	0,1664	0,1124	0,3848	0,0032
Erro J_{int}	0,2118	0,1981	0,6142	0,0014
Erro ($J_{int} + \Delta$)	0,0435	0,0567	0,2892	0,000028

Tabela 3: Comparação de erros a média frequência

Frequência de entrada: $f_{in} = 300 \text{ Hz}$ a 301 Hz , variação $0,01 \text{ Hz}$ $f_s = 1 \text{ kHz}$ Pontos = 3888				
Erro absoluto	Média	Desvio-Padrão	Maior	Menor
Erro <i>FFT</i>	0,2540	0,1488	0,5103	0,0015
Erro J_{int}	0,1673	0,1623	0,7073	0,0015
Erro ($J_{int} + \Delta$)	0,0632	0,0343	0,2269	0,0012

Tabela 4: Comparação dos erros a alta frequência

Frequência de entrada: $f_{in} = 1500 \text{ Hz}$ a 2000 Hz , variação $0,25 \text{ Hz}$ $f_s = 20 \text{ kHz}$ Pontos = 17000				
Erro absoluto	Média	Desvio-Padrão	Maior	Menor
Erro FFT	0,2940	0,1700	0,5882	0
Erro J_{int}	1,1858	1,1949	4,9688	0
Erro $(J_{int} + \Delta)$	0,0194	0,0202	0,1545	0,000008

Considerando a Tabela 2 vemos que os erros absolutos são baixos até para a FFT . O erro do algoritmo levando em conta a parte inteira (J_{int}) também é baixo, porém, se considerar a parte inteira e fracionária dos ciclos ($J_{int} + \Delta$), o algoritmo mostra maior exatidão e precisão. A simulação foi feita com uma amostra de 3888 pontos. O algoritmo de aproximação senoidal escolhe dentro dessa quantidade de pontos a quantidade mais adequada, no caso da Tabela 2, a média de pontos escolhida pelo algoritmo foi de 2009, já a FFT realiza a estimação com os 3888 pontos, ou seja, o algoritmo usou menos pontos e realizou estimativas mais exatas que a FFT com mais pontos.

Na simulação mostrada na Tabela 3, a frequência de amostragem foi alterada para 1 kHz , a fim de obedecer a regra de que $f_{in} \geq f_s/4$, para testar o Método II de contagem de ciclos inteiros dentro da amostra. Nesse caso, o intuito foi observar o algoritmo próximo ao limite de Nyquist [30]. A Tabela 3 mostrou que os erros absolutos são bem menores quando o algoritmo usa tanto a parte inteira quanto a parte fracionária dos ciclos.

Na Tabela 4, as frequências de entrada foram escolhidas porque os harmônicos de excentricidade estática normalmente estão nesta faixa. E como nas duas tabelas anteriores o algoritmo mostrou alta exatidão dentro da faixa de frequência para a aplicação.

Na simulação final, o objetivo foi traçar uma curva de regressão obtendo o erro relativo do algoritmo de aproximação senoidal em função do número de amostras usadas no cálculo, ou seja, o melhor número de pontos dentro da amostra (M). Os dados da simulação estão na Tabela 5.

Tabela 5: Parâmetros da simulação

Frequência de amostragem	25 kHz
Frequência do sinal de entrada	800 Hz a 2,8 kHz
Pontos máximos	17000

A Tabela 5 ilustra os parâmetros da simulação. A Figura 21 mostra os erros máximos para cada estimativa referente a uma quantidade de pontos, assim a curva de regressão é feita sob os valores máximos. Como se pode observar, a regressão usada foi na forma exponencial e chegou-se à seguinte equação.

$$Erro = 0,01968 \cdot e^{-0.000566 \cdot M} + 0.00631 \cdot e^{-0.000090 \cdot M} \quad (51)$$

onde:

Erro é o erro relativo.

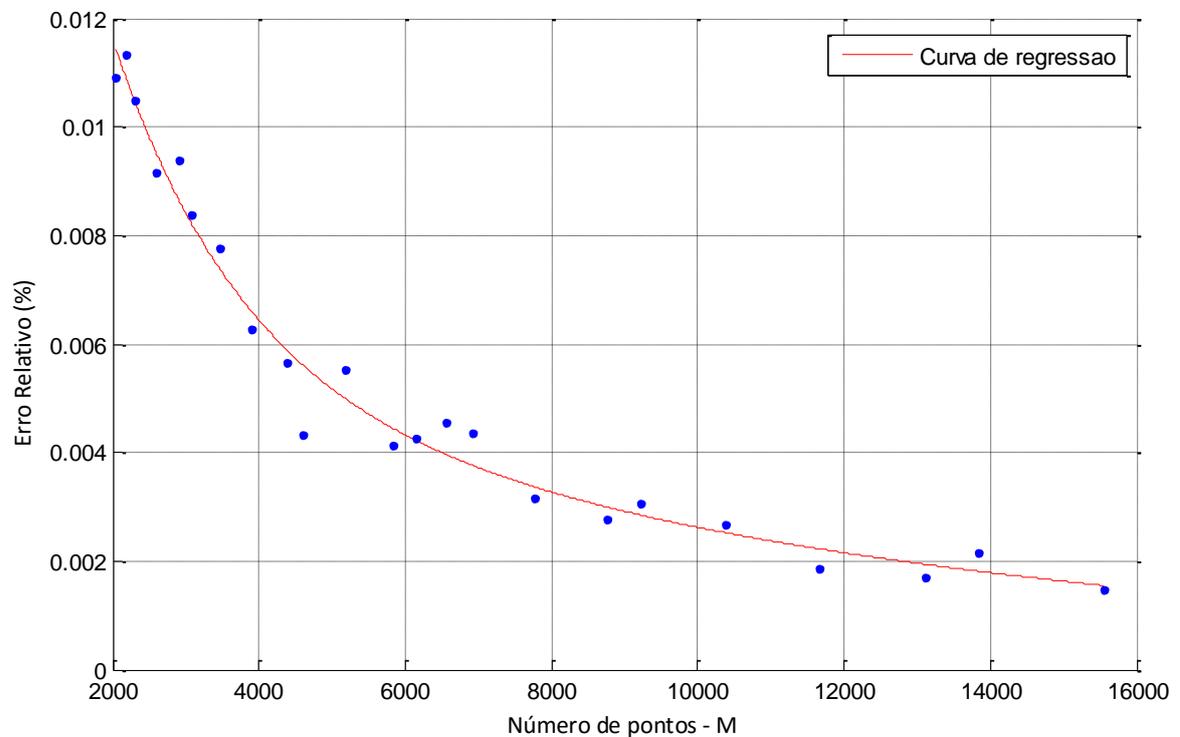


Figura 21: Erro relativo do Algoritmo de Aproximação Senoidal

A grande vantagem do Algoritmo de Aproximação Senoidal tem em relação a *FFT*, sob um sinal praticamente senoidal é estimar a frequência do sinal com mais exatidão e precisão com a mesma quantidade de pontos no sinal de entrada.

3.6. Aplicações

3.6.1. Diminuição de *Leakage*

Inicialmente a proposta feita por Wu [29] foi a eliminação do *leakage* no espectro, causado pela incoerência entre a resolução espectral e a frequência do sinal de entrada, ou seja, se a frequência do sinal de entrada não for múltipla da resolução espectral, equação (52), a frequência do sinal de entrada não irá coincidir com uma raia espectral exata, ocasionando o *leakage*.

$$\delta = \frac{f_s}{n^\circ \text{ de pontos}} \quad (52)$$

A aplicação feita por Wu [29], contorna o problema do *leakage* utilizando o algoritmo de aproximação. Pois, sabendo o período fracionário dentro da amostra, pode-se subtrair-lo da amostra resultando em um sinal contendo somente os períodos inteiros, como se mostra no item 4.3 na implementação do algoritmo. Feito isso há uma coerência entre a resolução espectral e a frequência do sinal de entrada.

Em seguida, aplicando a *FFT* ao sinal o *leakage* será reduzido, pois a quantidade de pontos usada para a transformada é coerente com a frequência do sinal de entrada, isto é só será considerado os períodos inteiros.

A Figura 22 ilustra o espectro de frequência de um sinal com frequência de 1650,78 Hz, amostrado com um frequência de amostragem de 15 kHz, e tomando uma amostra de 15000 pontos. A Figura 23 ilustra uma ampliação da Figura 20.

Na Figura 24, ilustra o espectro do mesmo sinal anterior, porém após o uso do algoritmo de aproximação senoidal. Fica evidente a redução do *leakage*, comprovando a grande utilidade e sua potencialidade do algoritmo para o uso em análise espectral onde não há como ter a coerência entre o sinal de entrada e a frequência de amostragem. A Figura 25 ilustra a Figura 24 com ampliação.

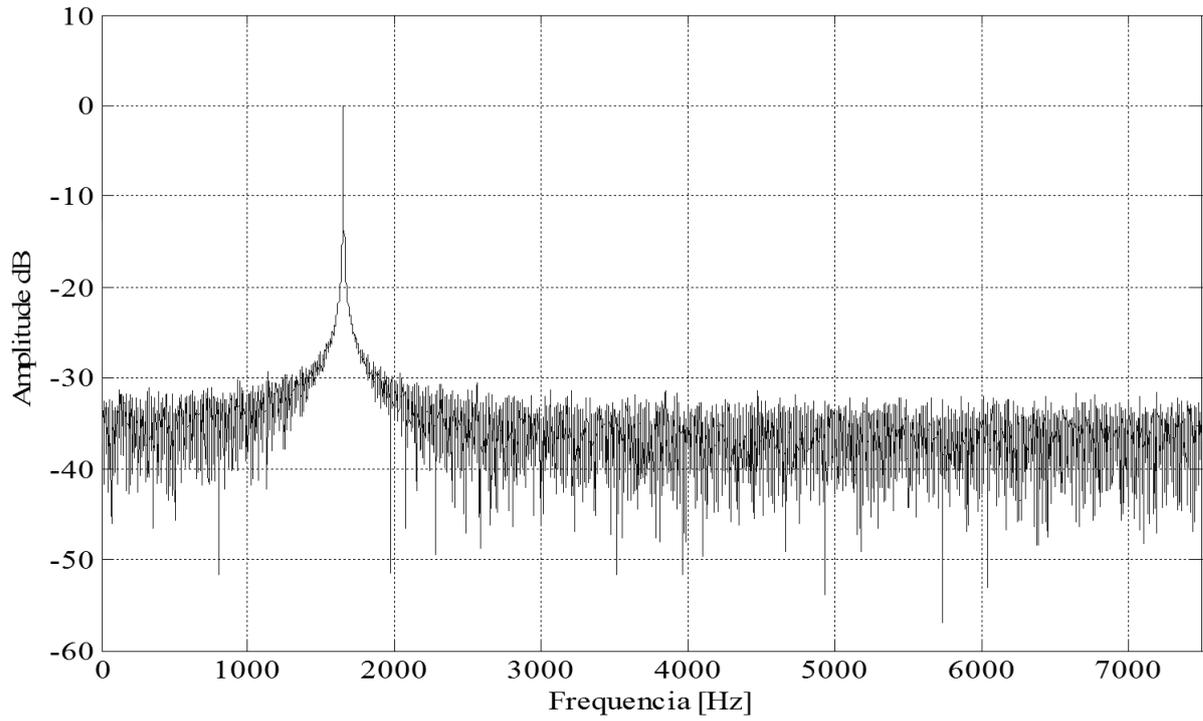


Figura 22: Espectro com espraio.

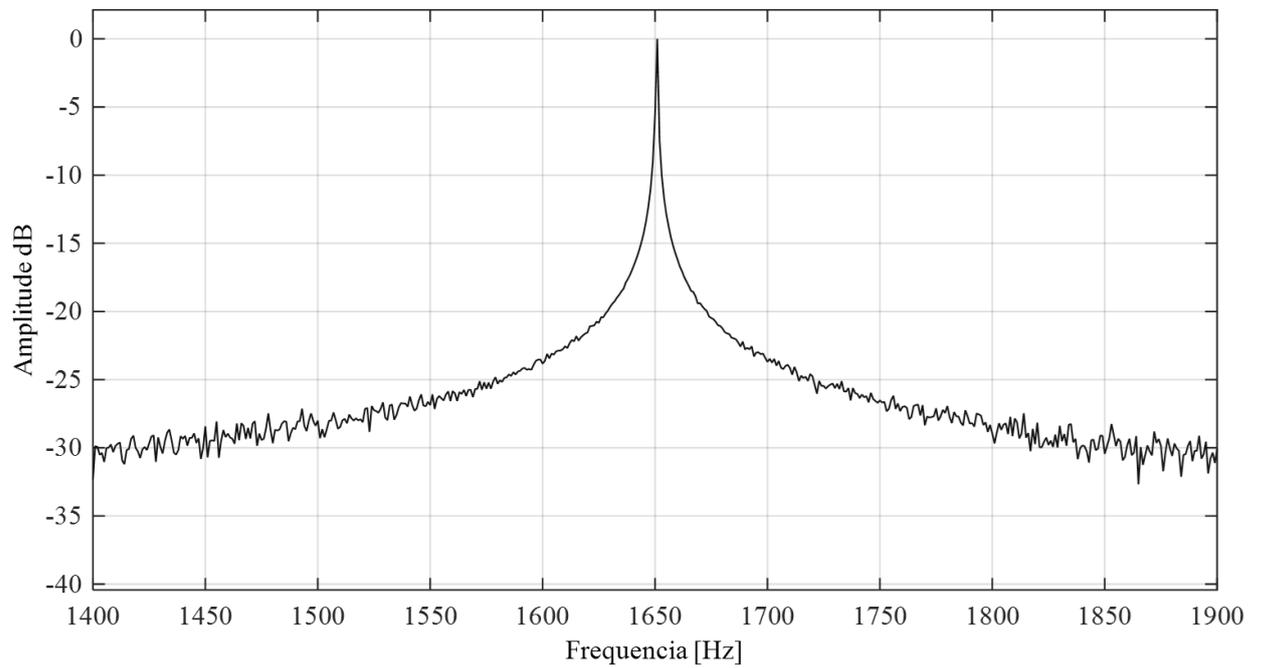


Figura 23: Espectro com espraio ampliado.

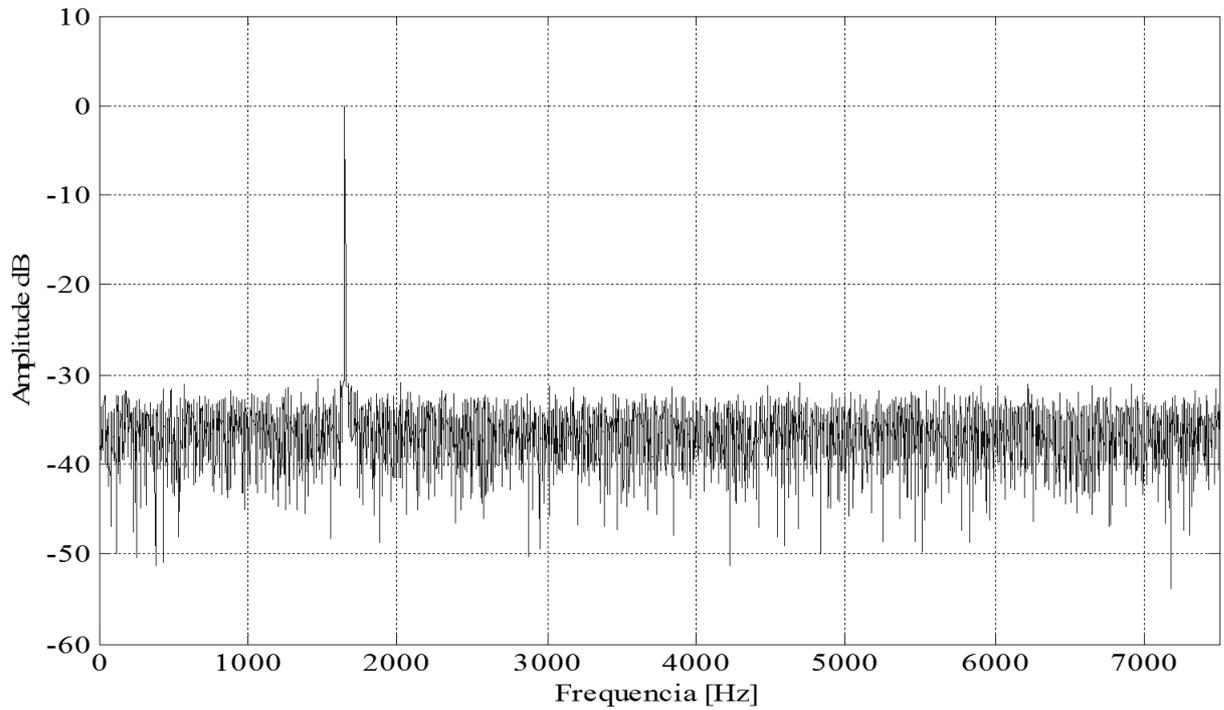


Figura 24: Espectro com espraio após o algoritmo.

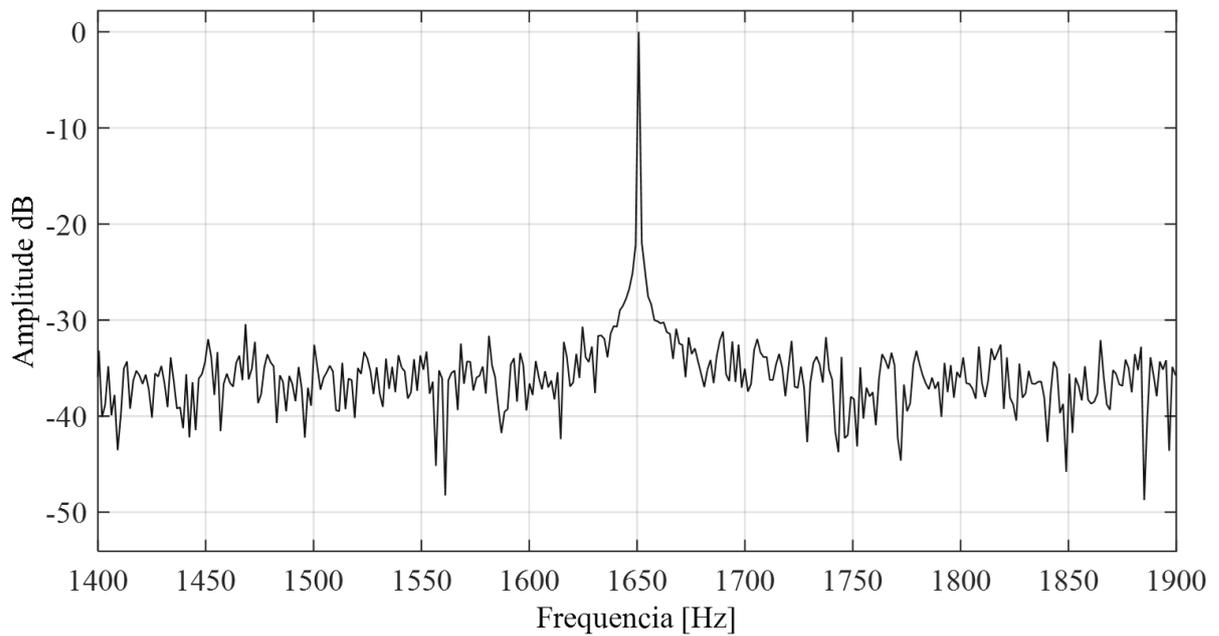


Figura 25: Espectro com espraio após o algoritmo, ampliado.

Nesse capítulo apresentou o Algoritmo de Aproximação Senoidal, suas etapas e aplicações. O próximo capítulo apresenta o método proposto da estimação da velocidade, descrevendo em detalhes como é contrato os harmônicos de excentricidade estática, de que maneira a aproximação senoidal é usada e sua influência do resultado final.

Capítulo 4

4. ESTIMAÇÃO DA VELOCIDADE

4.1. Introdução

Em diversas aplicações industriais com motores elétricos a informação da velocidade rotórica de maneira exata e precisa é cada vez mais necessária, seja para melhorar sistemas de controle ou realizar análises de falhas mecânicas ou elétricas.

As técnicas de estimação da velocidade rotórica surgem como alternativa aos sensores de velocidade, proporcionando vantagens por serem métodos não invasivos e utilizando grandezas já monitoradas como a tensão [7] [9], a corrente elétrica [6] [8] [23] [18] e alguns casos utilizando as duas grandezas [11].

Em aplicações de sistema de controle, como controle vetorial [28] e controle do torque [20], usam-se técnicas de estimação da velocidade rotórica, algumas técnicas simples como linearização da curva conjugado *versus* velocidade, ou busca no espectro de frequência com a Transformada de Fourier, outras mais sofisticadas como observadores de estados e *MCSA* [27]. No entanto, ainda há a necessidade de explorar novas técnicas, que associem simplicidade e exatidão nas estimações.

O objetivo desse trabalho é aumentar a exatidão e precisão da estimação da velocidade rotórica usando os harmônicos de excentricidade estática presentes na corrente do estator. O trabalho propõe uma melhoria na estimação da velocidade proposta por Hurst [6], para a estimação e busca dos harmônicos de passagem de ranhuras no domínio da frequência, associado com um robusto algoritmo de aproximação senoidal [29], como alternativa a Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform – FFT*).

O método de Hurst utiliza uma das fases da corrente do estator, pois harmônicos de passagem de ranhuras podem ser observados com maior facilidade em relação a tensão [6]. Técnicas como filtro digital e reamostragem usando o fenômeno do *aliasing*¹¹ são combinadas para a detecção desses harmônicos. O método utiliza uma técnica de estimação espectral paramétrica, para melhorar a informação das componentes de interesse.

¹¹ O *aliasing* é uma palavra do inglês que representa o fenômeno da sobreposição de sinais quando amostrados, tornando-os indistinguíveis [30].

O método proposto baseia-se no método de Hurst, porém utiliza o algoritmo de aproximação senoidal para a estimação dos harmônicos de passagem de ranhura no tempo, e não utiliza a estimação espectral, simplificando o método e aumentando a exatidão e precisão.

4.2. Estimação da Velocidade

A metodologia de estimação proposta neste trabalho é caracterizada por ser *sensorless*¹² [6]-[8] [10]-[12] [15], pois permite a monitoração da velocidade indiretamente, sem a necessidade de um instrumento para medir a velocidade como um tacômetro ou *encoder*, utilizando apenas um transdutor de corrente (transformador de corrente, transdutor de efeito hall ou transdutor de efeito Rogowski) [13].

O método proposto foi baseado na metodologia proposta por Hurst [6] (ilustrada na Figura 26), A principal diferença em relação ao método proposto foi a substituição da estimação espectral paramétrica, usada por Hurst para auxiliar na estimação da velocidade rotórica. Nesse trabalho foi usado o algoritmo de aproximação senoidal para a estimação dos harmônicos de excentricidade para obter a velocidade rotórica. O algoritmo é usado também para a estimação da frequência de alimentação do motor.

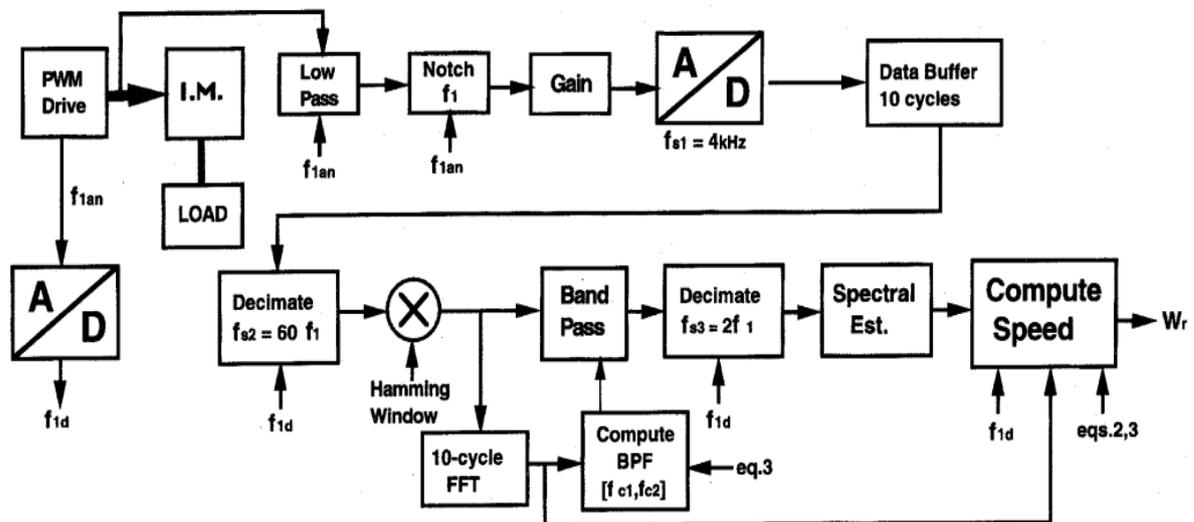


Figura 26: Estimação da velocidade proposta por Hurst [6].

No Capítulo 2, mostrou-se que a frequência do sinal de alimentação é necessária para a estimação da velocidade, o método proposto por Hurst [6] obtém a frequência de alimentação diretamente através do inversor que alimenta o motor, em seguida essa informação é usada para

¹² Palavra do inglês que significa estimar uma característica sem a necessidade de um sensor para medi-la.

a aplicação de um filtro passa-baixas com frequência de corte $f_1 \cdot 30$, para eliminar o ruído de alta frequência, em seguida é usado um filtro rejeita faixas (*notch filter*) que elimina a frequência de alimentação do motor. Então o sinal da corrente é amostrado utilizando uma frequência de amostragem de 4 kHz e usado dez ciclos do sinal da corrente.

Este sinal é reamostrado para $60 \cdot f_1$ e usado uma janela do tipo *Hamming*, para diminuir o *leakage*, então é usado um filtro passa-faixa para isolar as componentes de interesse, em seguida é feito uma nova reamostragem para $2 \cdot f_1$, a informação desse espectro é usado para estimar as frequências de excentricidade, porém como a resolução é baixa, uma técnica de estimação paramétrica é usada para melhorar resolução do espectro.

Finalmente com a informação dos harmônicos, retorna-se ao espectro da amostra após o janelamento para calcular a velocidade rotórica.

A principal diferença entre o método de Hurst, e o proposto nesse trabalho é a substituição da estimação espectral paramétrica pelo algoritmo de aproximação senoidal. O algoritmo possui a vantagem de ser mais simples, não necessitando de um modelo para cada tipo de sistema como no caso da estimação espectral paramétrica. O diagrama de bloco do método proposto ilustrado na Figura 27 e descrito em detalhes a seguir.

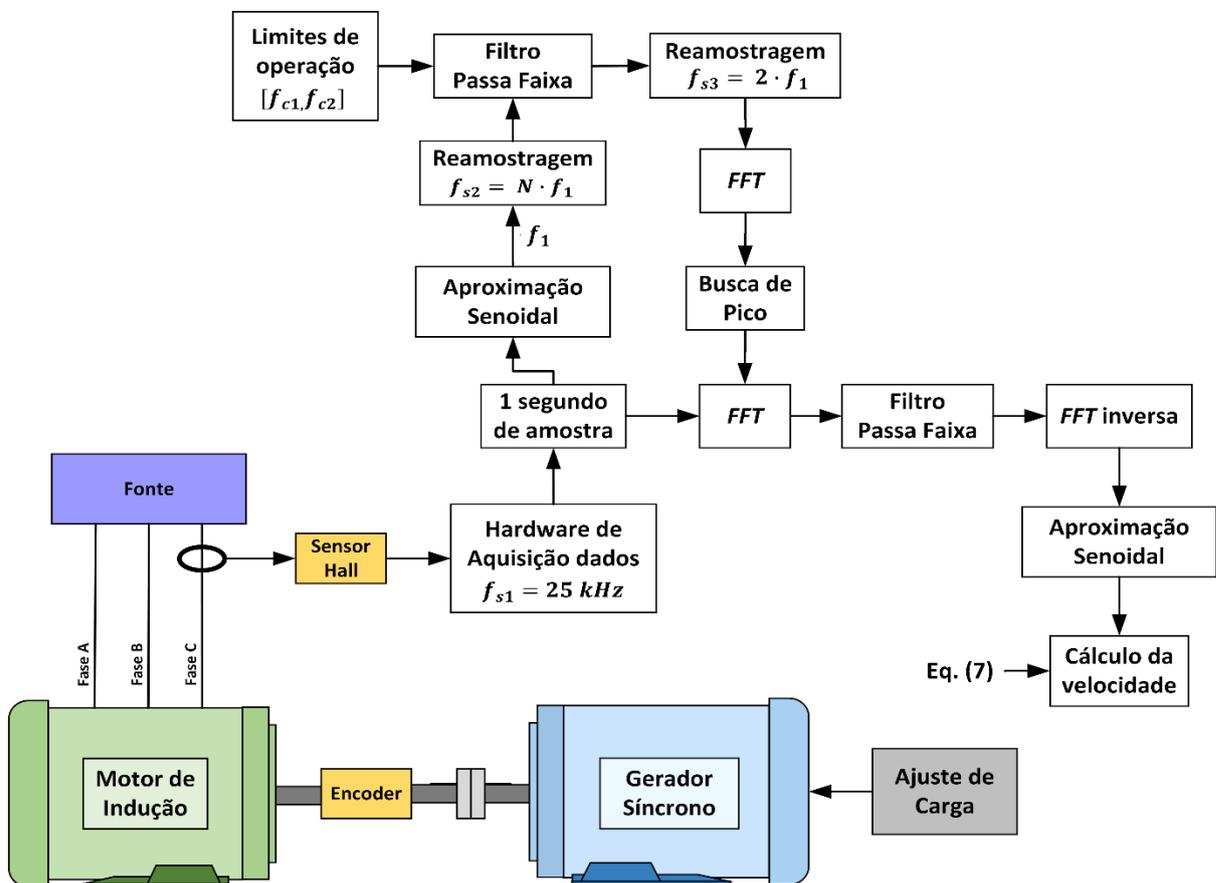


Figura 27: Diagrama de bloco - Estimação da velocidade

Primeiramente, uma das fases da corrente do estator é medida através de um transdutor de corrente do tipo transformador de corrente ou de efeito Hall, em seguida um conversor análogo-digital (*ADC – Analog Digital Converter*) amostra a corrente estatórica na frequência (f_s) de 25 kHz.

Com o sinal da corrente a frequência de alimentação (f_1) é estimada através do algoritmo de aproximação, que realiza a estimação no tempo e proporciona alta exatidão e simplicidade.

Em seguida o sinal é reamostrado para uma nova frequência de amostragem (f_{s2}), essa nova frequência é um valor múltiplo de f_1 , como mostra a equação (53), porém o valor deve ser o mais próximo da frequência de amostragem (f_s), para se conservar o maior número de pontos na amostra. A técnica de reamostragem é feita através da aplicação de interpolação linear, pois são mais simples e rápidas para os cálculos.

O intuito da reamostragem é tornar os dados independentes da frequência fundamental.

$$f_{s2} = N \cdot f_1 \quad (53)$$

onde:

f_{s2} é a frequência de amostragem múltipla da frequência de alimentação do motor em [Hz];

N é um número inteiro;

f_1 é a frequência de alimentação do motor em [Hz].

Com os dados reamostrados para f_{s2} , um filtro passa-faixa FIR¹³ do tipo *windowed-sinc* com janela do tipo *Blackman* [31] [32] foi usado para isolar a região dos harmônicos de passagem de ranhuras no domínio da frequência, mais precisamente na região dos harmônicos de excentricidade estática, tornando a busca no domínio da frequência mais restrita. A Figura 28 ilustra o núcleo do filtro (*kernel*) e a resposta em frequência é ilustrada na Figura 29.

O filtro FIR foi escolhido por ser estável e não ter realimentação, conseqüentemente os erros de arredondamento não se acumulam, assim os erros nos cálculos são mantidos os menores possíveis. A janela do tipo *Blackman* foi escolhida por sua grande capacidade de atenuar sinais que estão fora da banda de passagem, como ilustrado nas faixas de rejeição do filtro.

¹³ Filtro de resposta ao impulso finita – *FIR – Finite impulsive response*

O filtro é recalculado a cada conjunto de amostras, ou seja, a cada 1 segundo de amostras, pois as frequências de corte do filtro são dependentes de f_1 , e a frequência de alimentação muda a cada amostra.

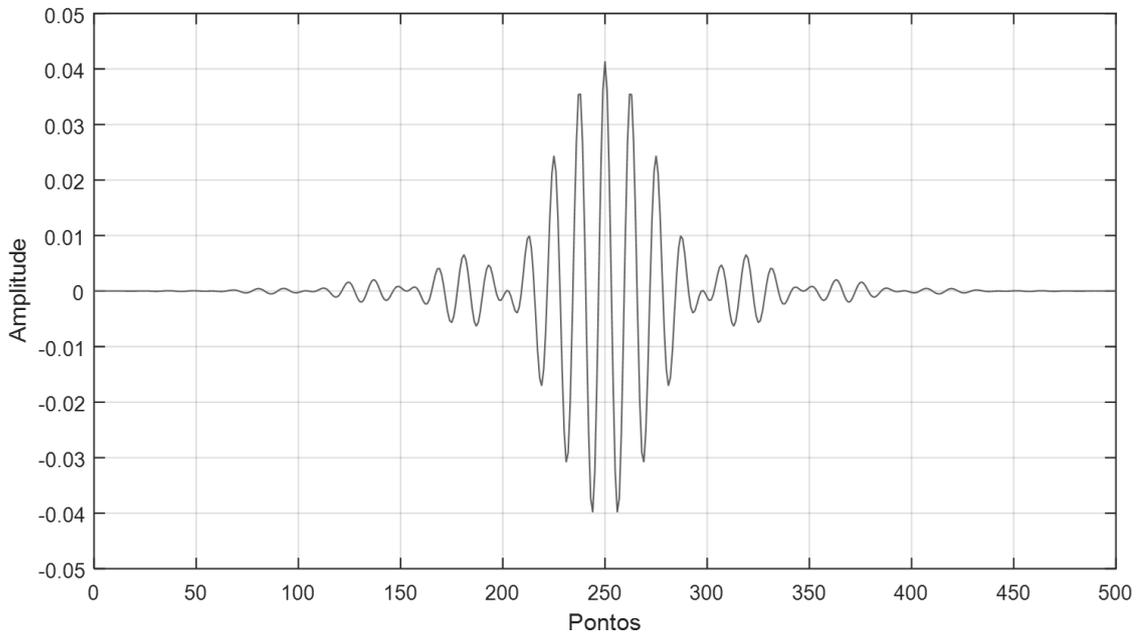


Figura 28: Filtro passa-faixas do tipo *Window Sinc*

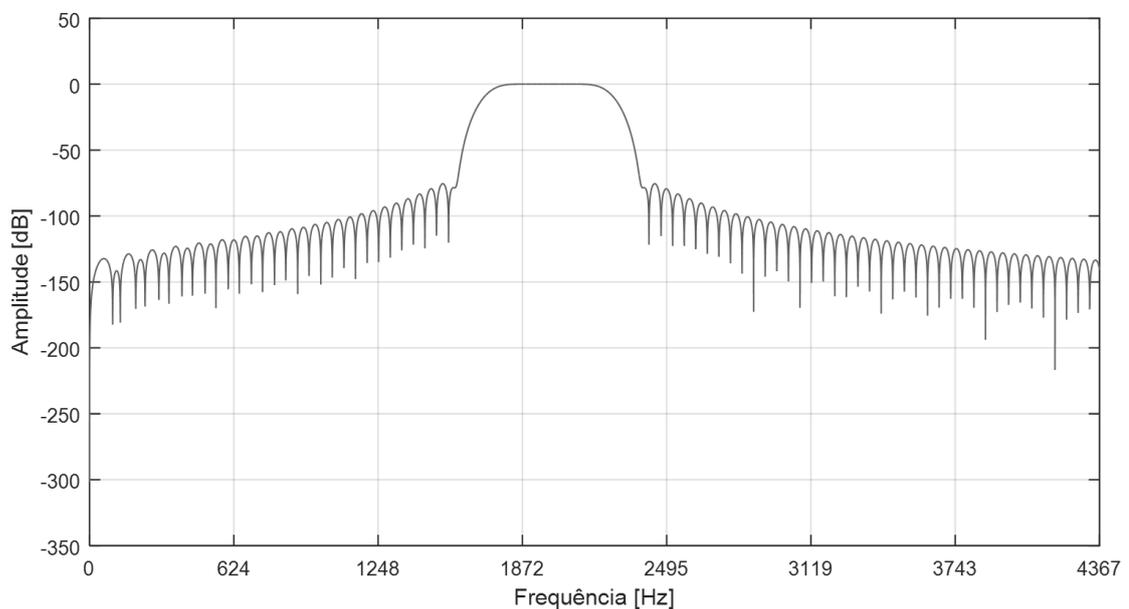


Figura 29: Resposta em frequência do filtro passa-faixas

As frequências de corte do filtro são escolhidas para uma faixa de operação do motor elétrico, através do escorregamento com um valor máximo e mínimo, tal informação é escolhida baseado no tipo de aplicação usada.

As frequências de corte foram calculadas através da equação (7) com o índice do harmônico de excentricidade estática igual a ± 3 ($n_w = \pm 3$), ou seja, a banda de passagem do

filtro foi escolhida de maneira que contenha pelo menos quatro harmônicos de excentricidade estática, os quatro harmônicos são dados pelos índices $n_w = \pm 1$ e $n_w = \pm 3$. Como a banda de passagem do filtro varia de acordo com a frequência de alimentação, o número de pontos e o desempenho do filtro variam. A equação (54) ilustra a quantidade de pontos do filtro em função da banda de passagem.

$$M_{filtro} = 4/BW \quad (54)$$

onde:

M_{filtro} é a quantidade de pontos do filtro.

BW é a largura da banda do filtro em função da frequência de amostragem.

As equações (55) e (56) mostram o cálculo das frequências de corte do filtro passa-faixa, para o escorregamento máximo e mínimo, respectivamente.

$$f_{c1} = f_1 \cdot \left(R \cdot \left(\frac{1 - s_{max}}{p/2} \right) - 3 \right) \quad (55)$$

$$f_{c2} = f_1 \cdot \left(R \cdot \left(\frac{1 - s_{min}}{p/2} \right) + 3 \right) \quad (56)$$

Os limites de operação do motor em função do escorregamento foram escolhidos de acordo com a aplicação. No caso desse trabalho, próximos ao escorregamento nominal.

Com os harmônicos de excentricidade estática isolados no domínio da frequência, uma nova reamostragem é feita, para explorar o espaçamento de exatamente $2 \cdot f_1$ entre os harmônicos de excentricidade estática, a nova frequência de amostragem é feita em $f_{s3} = 2 \cdot f_1$, para concentrar todas as componentes de excentricidade na mesma raia espectral.

Como essa nova frequência de amostragem é menor que frequência dos harmônicos de excentricidade estática, o fenômeno do *aliasing* irá ocorrer [30]. O *aliasing* é descrito no teorema da amostragem [30]. Quando sinais são amostrados com frequência menor que duas vezes a frequência máxima do sinal, o fenômeno reamostra o sinal, que aparece no espectro com uma frequência menor, segundo a equação (57).

$$f_{alias} = |f - n \cdot f_{s3}| \quad (57)$$

onde:

f é a frequência de um sinal na amostra;

n é um número inteiro, tal que $n = f_{alias}/f_{s3}$;

f_{alias} é a frequência resultante do fenômeno do *aliasing*;

f_{s3} é a frequência de amostragem.

Na maioria dos processos de reamostragem, há uma etapa antes, que consiste na aplicação de um filtro passa-baixa chamado filtro *anti-aliasing*, para eliminar todas as frequências acima da metade da frequência de amostragem, para que não componham o sinal amostrado. No entanto, no caso desse método proposto não há o filtro passa-baixa, pois o objetivo é justamente causar esse efeito. Após a reamostragem para a frequência f_{s3} a transformada de rápida de Fourier é realizada, para a identificação dos harmônicos de excentricidade estática.

A Figura 30 mostra um espectro de frequência na região dos harmônicos de excentricidade estática, após o filtro passa-faixa para um motor de $p = 2$, $R = 34$, $P = 1 CV$, $f_1 = 60 Hz$, $n_d = 0$ e $s = 0,0152$.

Com a reamostragem para f_{s3} , todas as frequências contidas na amostra serão alteradas de acordo com a equação (57), por conta do fenômeno do *aliasing*. As frequências f são subtraídas de um valor múltiplo da frequência de amostragem (f_{s3}), que não ultrapasse f_{s3} .

Na Figura 30, os harmônicos da rede são representados pelas setas com círculos, onde o valor dentro de cada círculo ilustra o índice do harmônico da rede. Os harmônicos de excentricidade estática possuem seu índice indicado pelo valor n_w .

O espaçamento entre as componentes de excentricidade estática corresponde ao valor da frequência de amostragem (f_{s3}). Assim todas as componentes de excentricidade serão concentradas na mesma raia espectral, dessa maneira separando os harmônicos da rede múltiplos de f_1 , que serão concentrados nas frequências de $0 Hz$ e $60 Hz$, aumentando assim a relevância estatística da busca dos harmônicos de excentricidade estática, pois o pico no espectro de frequência é a somatória da energia de cada harmônico de excentricidade estática.

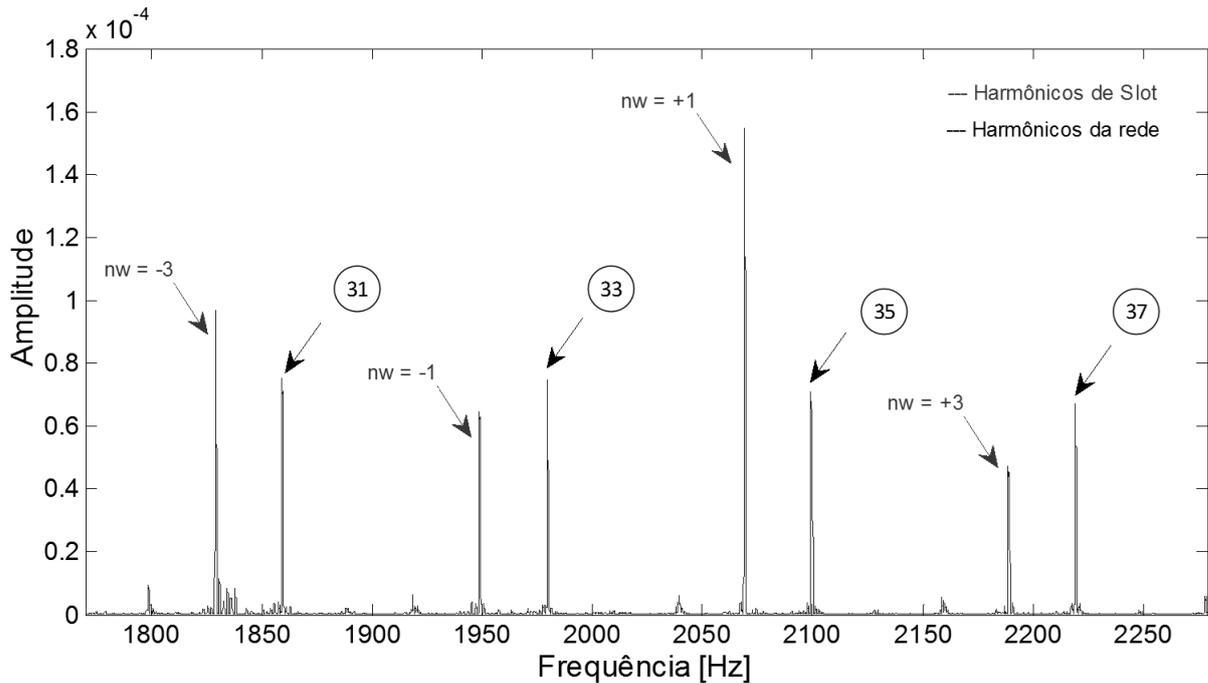


Figura 30: Região dos Harmônicos de Excentricidade Estática

Como exemplo, seja um motor com os dados: $p = 2$, $R = 34$, $f_1 = 60 \text{ Hz}$ e $s = 0,0152$, considerando a equação (7), para $n_w = +1$ e $n_w = -1$, têm-se os harmônicos de excentricidade estática $f_{ex+1} = 2069 \text{ Hz}$ e $f_{ex-1} = 1949 \text{ Hz}$, após o processo de reamostragem a frequência dos harmônios será dada por (57), aplicando a ambas as componentes, tem-se:

$$f_{alias+1} = |2069 - 17 \cdot 120| = 29 \text{ Hz} \quad (58)$$

$$f_{alias-1} = |1949 - 16 \cdot 120| = 29 \text{ Hz} \quad (59)$$

Observando (58) e (4592), vê-se que para ambas as componentes de excentricidade estática a frequência resultante do processo de reamostragem é a mesma, isso somente é possível pois essas componentes estão distantes entre si de $2 \cdot f_1$. A Figura 31 mostra o espectro após a reamostragem (com o fenômeno do *aliasing*), com resolução espectral de 1 Hz . Os harmônicos da rede, podem ser vistos sobrepostos na raia de 60 Hz .

Quando se usa o espectro da corrente estatórica para estimar a velocidade rotórica, pode haver casos nas quais a identificação das componentes de velocidade rotórica sofrem influência de fatores como: estar muito próximas dos harmônicos da frequência de alimentação, baixa amplitude, ruído, espectro com baixa resolução entre outros. Contudo a abordagem da reamostragem com o fenômeno do *aliasing* pode auxiliar na identificação dos harmônicos.

O espectro após a reamostragem possui uma resolução baixa (1 Hz), como na Figura 31, assim Hurst [6] e [33] propõe o uso de técnicas de estimação espectral do tipo paramétrica e não paramétrica. Os métodos paramétricos consistem do uso de um modelo que represente o espectro que se deseja modelar, já os métodos não-paramétricos usam filtros para estimar a resposta em frequência do espectro, aumentando a resolução e consequentemente realizando uma estimação mais exata e precisa [30].

Esse trabalho propõe o uso da técnica de aproximação senoidal, para estimação da frequência dos harmônicos de excentricidade estática. Assim, a etapa de estimação espectral foi substituída pelo algoritmo, que é um método no tempo, e proporciona exatidão e precisão na estimação.

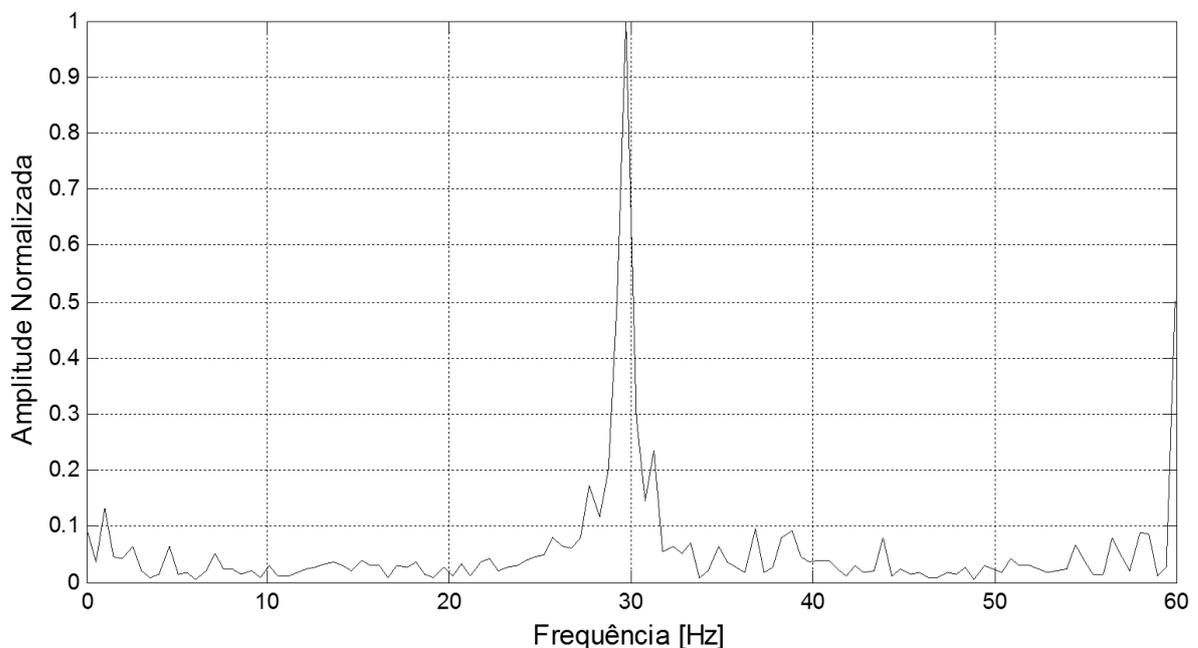


Figura 31: Espectro após a reamostragem

Para a aplicação do algoritmo de aproximação senoidal, é necessário ter o sinal no tempo.

Nesse trabalho foi utilizada a frequência correspondente ao pico do espectro com *aliasing*, ilustrado na Figura 31, como heurística para a busca das componentes de excentricidade estática em um espectro com maior resolução, ou seja, no espectro do sinal original, de 1 segundo, ilustrado na Figura 33. Em outras palavras, todo processo realizado até este momento serve como parte da busca do lugar exato dos harmônicos de excentricidade no espectro.

A frequência correspondente ao pico do espectro, ilustrado na Figura 31 carrega a informação parcial da frequência das componentes de excentricidade estática. Ao refazer o

exemplo mostrado nas equações (58) e (59), mas normalizando todas as frequências em relação a f_1 , têm-se $f_{ex_{+1}} = 2069 \text{ Hz} = 34,49 \cdot f_1$ e $f_{ex_{-1}} = 1949 \text{ Hz} = 32,49 \cdot f_1$, para $f_1 = 59,9885 \text{ Hz}$ a frequência após a reamostragem para $f_{s3} = 2 \cdot f_1$, temos:

$$f_{alias_{+1}} = |34,49 \cdot f_1 - 17 \cdot 2 \cdot f_1| = 0,49 \cdot f_1 \quad (60)$$

$$f_{alias_{-1}} = |32,49 \cdot f_1 - 16 \cdot 2 \cdot f_1| = 0,49 \cdot f_1 \quad (61)$$

Quando as componentes de excentricidade estática são normalizadas em relação à frequência de alimentação, o resultado é um número com a parte inteira e parte fracionária, quando ocorre a reamostragem para $f_{s3} = 2 \cdot f_1$, somente a parte fracionária da componente é conservada.

Podemos concluir que após ocorrer o *aliasing*, o pico no espectro do sinal reamostrado (Figura 31) possui a informação da parte decimal da frequência normalizada dos harmônicos de excentricidade estática. Já a parte inteira para $n_w = +1$ (primeiro harmônico de excentricidade estática da direita) pode ser obtida da relação (52), juntamente com a linearização da curva corrente *versus* velocidade do motor.

$$N_{n_w=+1} = R/(p/2) \quad (62)$$

onde:

$N_{n_w=+1}$ é parte inteira para o primeiro harmônico de excentricidade estática da direita ($n_w = +1$) quando dividido por f_1 .

Primeiramente é obtido o valor $N_{n_w=+1}$, que para o exemplo é $N_{n_w=+1} = 34/(2/2) = 34$, então é feita uma sequência de inteiros ordinal e decrescente a partir do valor $N_{n_w=+1}$, como mostra a coluna inteiro na Tabela 6. Em seguida, juntamente com a parte fracionária obtida no espectro com *aliasing*, nesse caso 0,49 é calculado um escorregamento, como mostra as equações (63) e (64).

$$34,49 \cdot f_1 = f_1 \left(34 \frac{(1-s)}{2/2} + 1 \right) \rightarrow s = 0,0152 \quad (63)$$

$$33,49 \cdot f_1 = f_1 \left(34 \frac{(1-s)}{2/2} + 1 \right) \rightarrow s = 0,0447 \quad (64)$$

Tabela 6: Escolha de inteiros

Dados do motor			
$p = 2, R = 34, I_n = 2,1 A, I = 1,67 A, v_n = 3520 RPM, f_1 = 59,98 Hz$			
Sequência de inteiros	Inteiro	Fracionário	Escorregamento
	34	0,49	0,0152
	33	0,49	0,0447

A sequência de inteiros gerada a partir de $N_{n_w=+1}$ só para quando seu escorregamento ultrapassa o limite de operação, dado pelo escorregamento máximo e mínimo escolhido para a aplicação.

Para escolher qual inteiro é o correto, é realizada uma linearização da curva do motor ilustrada na Figura 32. A corrente na velocidade a vazio é considerada zero para simplificar os cálculos e porque alguns motores não apresentam esse dado nos dados de placa.

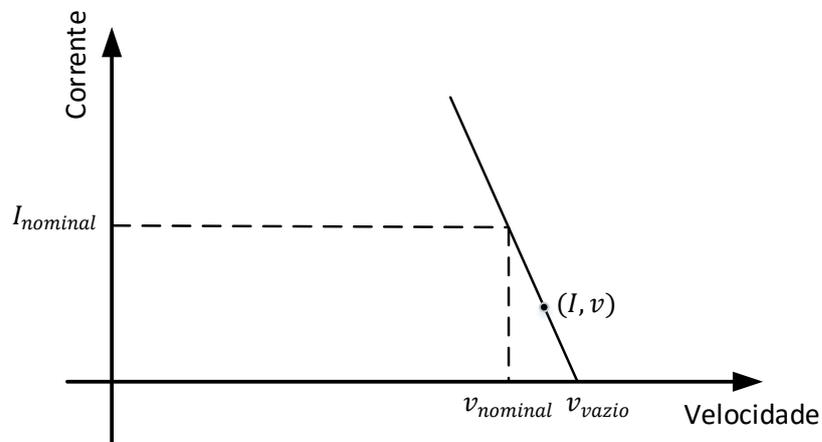


Figura 32: Linearização da curva do motor

Com linearização da curva do motor obtém-se a equação (65).

$$v = \frac{I(v_{nominal} - v_{vazio})}{I_{nominal}} + v_{nominal} \quad (65)$$

A velocidade a vazio é a velocidade síncrona, assim substituindo os valores com os dados de placa da Tabela 6, tem-se:

$$v = \frac{1,67 \cdot (3520 - 3600)}{2,1} + 3600 = 3536,38 \text{ RPM} \quad (66)$$

A velocidade de 3536,38 RPM representa um escorregamento $s = 0,0177$, assim o escorregamento mais próximo na tabela é $s = 0,0152$, valor que corresponde ao valor inteiro 34, logo esse é o inteiro escolhido.

Com a informação do valor inteiro e fracionário, para o exemplo 34 e 0,49, pode-se determinar as quatro componentes de excentricidade estática e a primeira estimativa das suas frequências.

Uma vez feito a primeira estimativa para a harmônicos de excentricidade estática, retorna-se as amostras amostradas inicialmente, com a frequência de amostragem f_s , a FFT é aplicada a amostra. Com a estimativa de cada componente uma busca de pico é feita para encontrar cada harmônica no espectro, como ilustra a Figura 33, essa busca é mais restrita, pois já se tem a primeira estimativa, mas com baixa precisão.

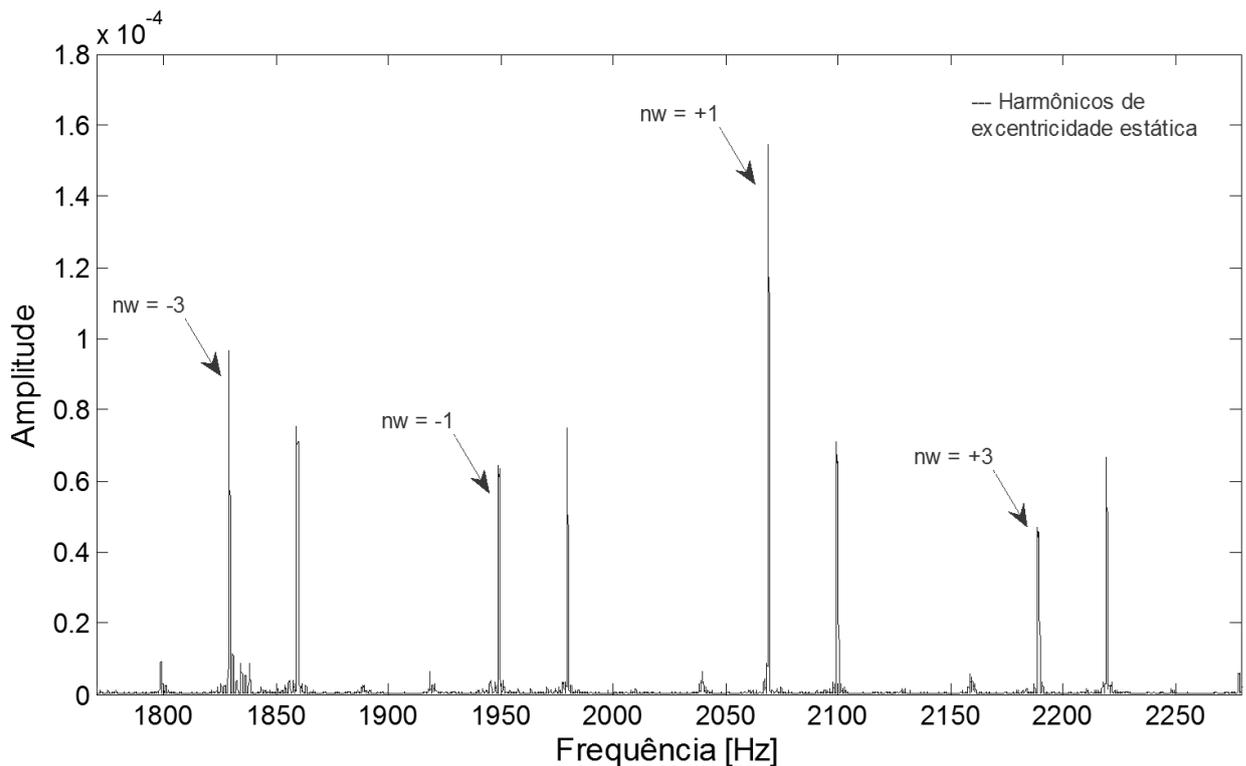


Figura 33: Espectro na região das excentricidade estáticas para a busca de pico.

Ao encontrar o pico correspondente ao harmônico de excentricidade estática, sua frequência é estimada pelo algoritmo de aproximação senoidal, porém o sinal necessita estar no domínio do tempo, dessa maneira um filtro passa-faixa foi utilizado no próprio espectro, ou seja, foi zerado qualquer frequência que não seja a componente de interesse como mostrado na

Figura 43-b, em seguida a transformada inversa de Fourier foi utilizada para obter o sinal senoidal, como na Figura 34-c. A Figura 34 ilustra como é obtido a harmônicos de excentricidade estática no domínio do tempo, para o motor da Tabela 6, com o valor do escorregamento $s = 0,0238$.

O objetivo de voltar para o domínio do tempo com a transformada inversa é estimar os harmônicos de excentricidade com maior exatidão do que se possui com a *FFT*, porém é necessário obter a forma de onda praticamente senoidal dos harmônicos.

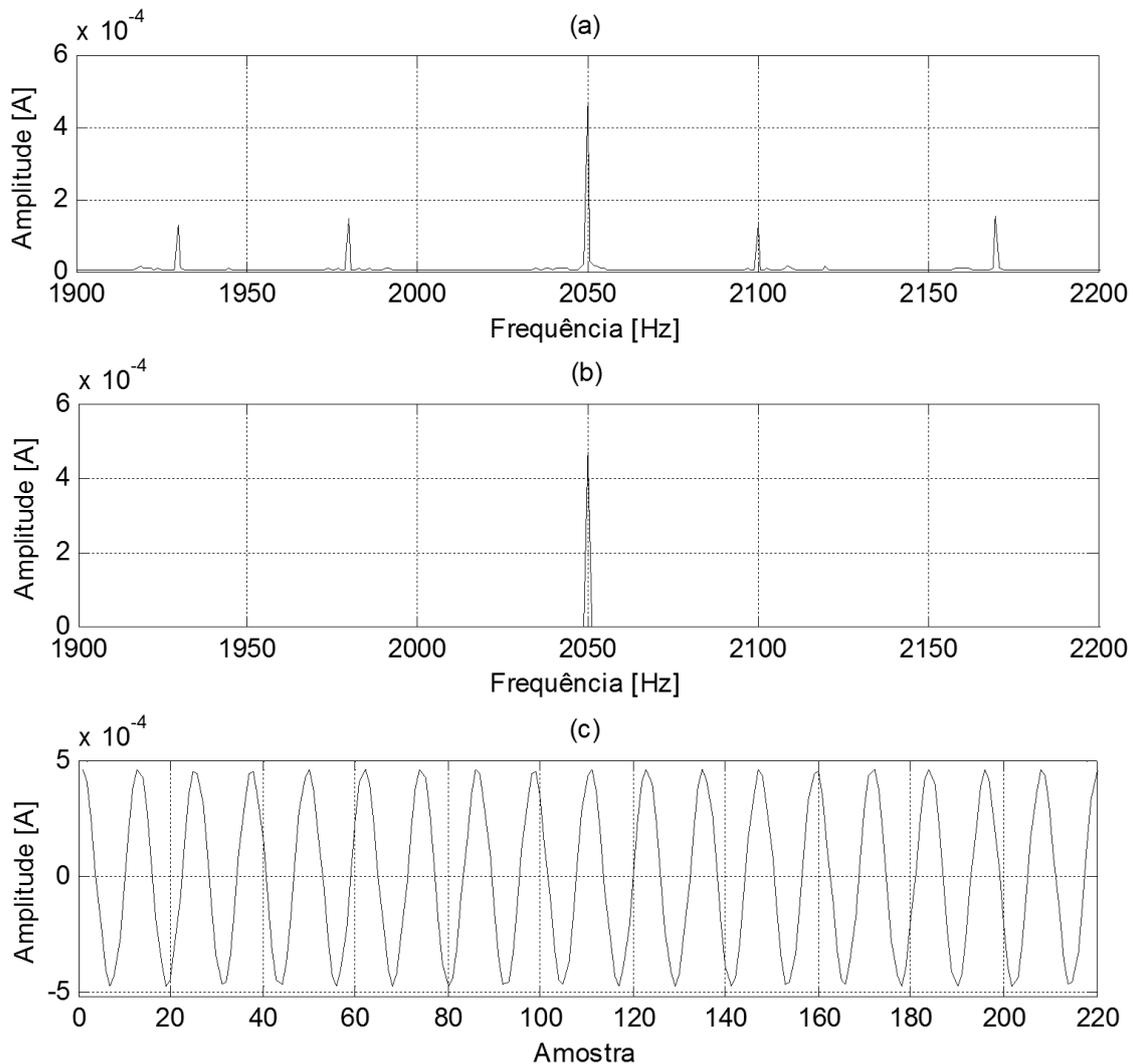


Figura 34: (a) Região do espectro com excentricidade estática, (b) Excentricidade estática isolada após filtro passa faixa, (c) excentricidade estática no tempo.

Ao obter a excentricidade estática no tempo, sua frequência é estimada, através do algoritmo de aproximação senoidal, bem como o erro associado à estimação. Em seguida a velocidade rotórica é calculada através de (67), derivada de (7), o procedimento é realizado para cada uma das quatro componentes de excentricidade estática.

$$f_{r_{ex_est}} = \frac{f_{ex_est} - f_1}{R} \quad (67)$$

A amplitude de cada componente do espectro de frequência é armazenada para a estimação da velocidade rotórica total, bem como o erro da estimação, levando em conta o erro do algoritmo de aproximação senoidal e toda a expansão de erros.

A estimação da velocidade rotórica total é realizada através de uma média ponderada dada por (68), levando em consideração a amplitude de cada componente no espectro de frequência, ilustrado na Figura 33, contudo as componentes que tiverem a amplitude abaixo do nível de ruído do espectro serão desconsideradas, pois pode introduzir uma estimação errada dentro do cálculo, perdendo a exatidão alcançada pelo método.

$$f_r = \frac{A_{nw=-3} \cdot f_{nw=-3} + A_{nw=-1} \cdot f_{nw=-1} + A_{nw=+1} \cdot f_{nw=+1} + A_{nw=+3} \cdot f_{nw=+3}}{A_{nw=-3} + A_{nw=-1} + A_{nw=+1} + A_{nw=+3}} \quad (68)$$

A média ponderada, além de melhorar a estimação, diminuindo o erro, também leva em consideração a energia de cada componente no espectro, tornando a estimação mais exata.

Esse capítulo mostrou a técnica proposta, destacando cada uma de suas etapas e com exemplos de sinais reais. O próximo capítulo apresenta os resultados experimentais feitos em motores reais sob diversas condições.

Capítulo 5

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

5.1. Resultados

O método proposto para a estimação da velocidade foi testado em dois motores. O primeiro foi realizado com um motor de 2 pólos, 0,5 HP, 220 V, 2.1 A e 3520 RPM, acoplado a um freio eletromagnético. E o segundo foi um motor de 4 pólos, 1 HP, 220 V, 4,72 A e 1740 RPM, acoplado a uma máquina síncrona.

Uma das fases da corrente do estator foi obtida com um transdutor de corrente do tipo Hall, para o primeiro ensaio, e um do tipo transformador de corrente para o segundo ensaio. Em ambos os casos, o sinal da corrente foi amostrado com uma frequência de amostragem de 25 kHz, usando-se um conversor análogo-digital da National Instruments modelo NI USB-6210. A velocidade rotórica foi medida com um foto-acoplador e um *encoder* de 20 divisões, com uma precisão de $\pm 0,02$ RPM, para prover uma medida da velocidade rotórica exata e precisa para a validação do método.

O método proposto foi comparado com dois métodos, o método da *FFT* que consiste na busca de componentes de excentricidade estática no espectro da corrente, através da equação (7) para um intervalo de escorregamento mínimo e máximo.

E o método proposto por Hurst [6], porém usando a técnica de *zero-padding*¹⁴ para aumentar a resolução do espectro causado pelo fenômeno do *aliasing*, ao invés da estimação espectral, por conta da complexidade da estimação espectral paramétrica usada por Hurst [6]. Para atingir uma boa suavização do espectro com *alisasing* foi utilizado 500 pontos na técnica de *zero-padding*.

Os testes foram divididos da seguinte maneira:

- **Método 1** – Método da *FFT*.
- **Método 2** – Proposto por Hurst [6], utilizando técnica de *zero-padding*.
- **Método 3** – Método proposto.

¹⁴ Técnica em que se adiciona zeros, no final do sinal no domínio do tempo, para aumentar a resolução do domínio da frequência, porém nenhuma informação sobre o sinal é adicionada, somente é melhorada a resolução espectral. Esse texto irá usar a expressão *zero-padding*.

Em todos os testes, o Método 3 e o Método 2 estimaram a velocidade rotórica com amostras de 1 segundo do sinal. Devido à baixa resolução no Método 1, a velocidade foi estimada com amostras de 2 segundos do sinal, tendo em vista seu baixo desempenho com amostras de 1 segundo.

5.2. Experimento 1

A Figura 35 mostra o diagrama para o experimento 1. O Motor de indução é acoplado ao freio eletromagnético, onde a carga é ajustada. A corrente é medida através de um sensor de corrente do tipo Hall. A aquisição foi feita através de um hardware de aquisição e processada em seguida pelo computador.

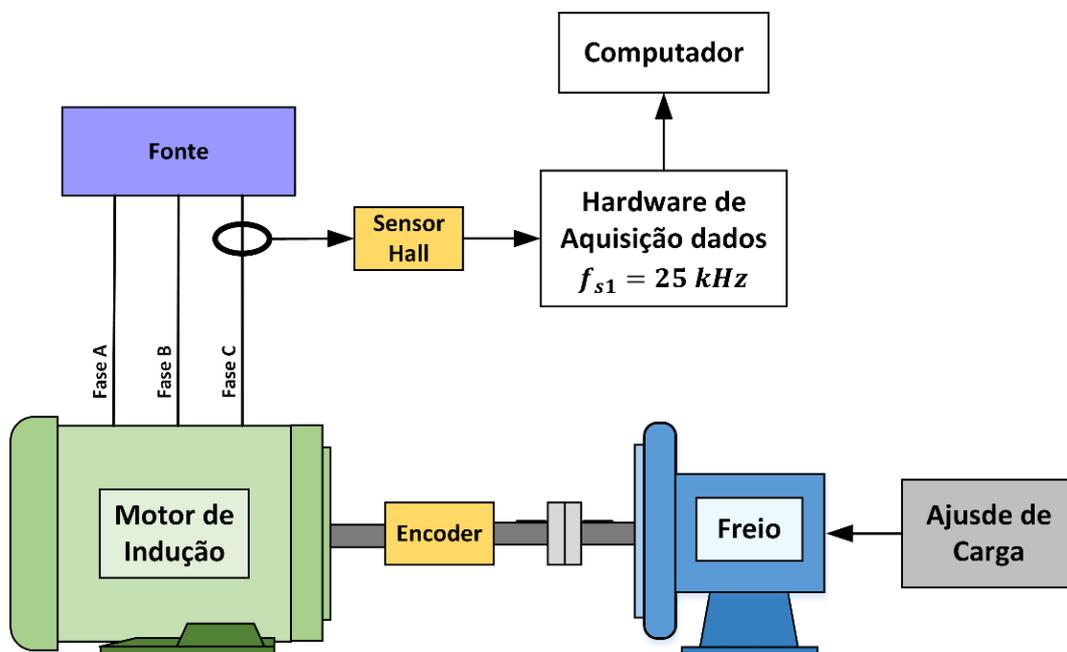


Figura 35: Experimento 1

O primeiro ensaio é ilustrado na Figura 36, no ensaio o sinal foi adquirido por 20 segundos com carga a 80% da nominal. A velocidade rotórica instantânea medida pelo *encoder* é mostrada pela linha preta, e é atualizada com uma frequência de 800 Hz, ou seja, o *encoder* realiza 800 medidas da velocidade a cada segundo, retratando a velocidade rotórica exata.

O erro esperado para o Método 1 foi calculado através da aplicação equação de propagação de erros (69), na equação (7) isolando o escorregamento, resultando em (70) e considerando que o erro máximo na estimação do harmônico de excentricidade estática através do espectro é metade da resolução espectral ($\delta/2$).

$$\sigma_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \dots} \quad (69)$$

Onde:

σ_f é o erro de uma função f .

σ_x é o erro uma variável x .

σ_y é o erro uma variável y .

σ_z é o erro uma variável z .

$$\sigma_s = \sqrt{\left[\frac{(p/2)}{f_1 R}\right]^2 \sigma_{fex}^2} \quad (70)$$

Onde:

σ_f é o erro do escorregamento.

σ_{fex} é o erro da estimação do harmônico de excentricidade estática.

O erro esperado para o Método 2 foi calculado através da expressão (70), considerando a resolução do espectro no sinal da corrente inicialmente amostrada, pois é nesse espectro que é realizada a estimação do harmônico de excentricidade.

Porém o método de Hurst realiza uma pequena busca de pico nesse espectro, uma vez que já tem a informação do harmônico obtido do espectro com *aliasing*, com isso o erro é dado em função de uma variação (um erro máximo e um erro mínimo), porque a busca pode errar para um valor máximo ou para um valor mínimo.

Para o Método 3, o erro esperado também foi calculado através de (70) e com um intervalo de erro mínimo e máximo, devido ao método de Hurst. No entanto, no Método 3 os harmônicos de excentricidade estática são estimados pelo Algoritmo de Aproximação Senoidal, assim seu erro também é levado em consideração.

Os erros dos três métodos são calculados a cada novo conjunto de pontos, menos no Método 1 (*FFT*) que só depende da resolução espectral. Em todos os ensaios foram colocados os erros máximos para todos os métodos.

Na Figura 36, o Método 1 representado em vermelho mostra a velocidade rotórica estimada pela *FFT* a cada 2 segundos do sinal. Embora o erro em relação ao *encoder* seja baixo,

o método não consegue identificar pequenas alterações na velocidade. O Método 2, que apresenta boa exatidão e identifica variações na velocidade do motor, não percebe pequenas variações devido uma baixa resolução espectral.

Para o Método 3, as pequenas variações da velocidade rotórica são identificadas com grande exatidão e precisão, até as pequenas oscilações.

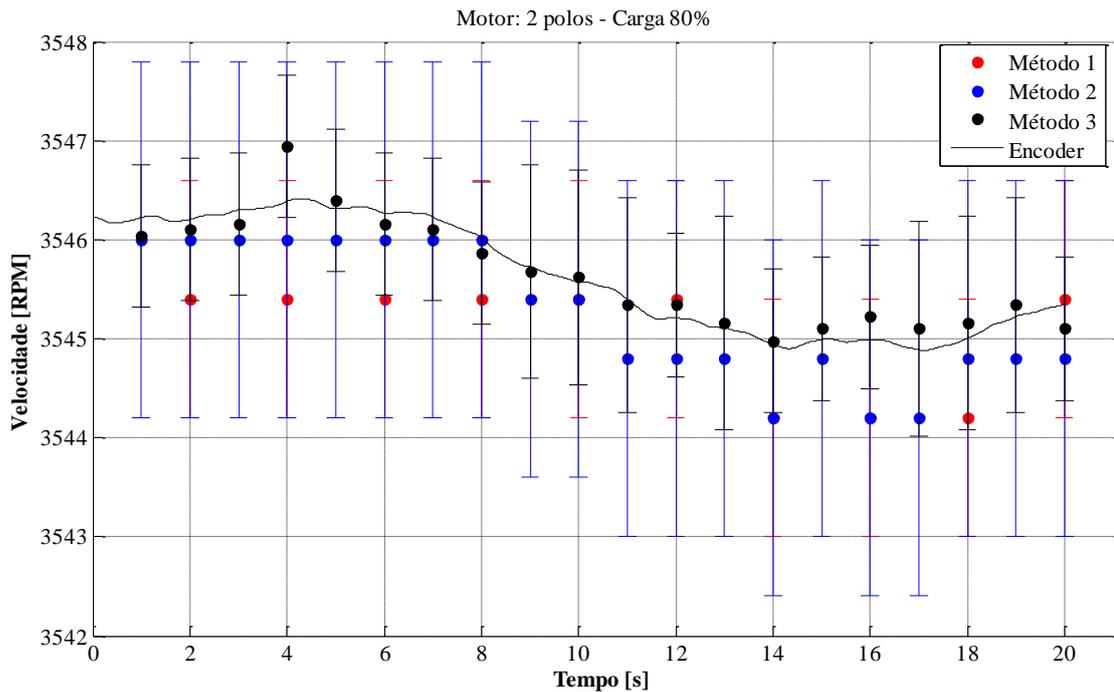


Figura 36: Ensaio 1 - 2 pólos - 80% de carga

Na Figura 37 com carga de 100% da nominal o mesmo é visto como na figura anterior, o Método 3 identifica todas as pequenas variações da velocidade.

A Figura 38 ilustra o ensaio realizado com 40 segundos de sinal e uma variação de carga de 80% para 100%. Para observar o comportamento do método a um transitório da velocidade rotórica. O Método 1 tem boa resposta ao transitório, assim como o Método 2, embora tenham algumas dispersões devido a algum erro na busca das componentes de interesse. O Método 3 apresenta rápida resposta, além de sempre manter sua exatidão durante todo o ensaio.

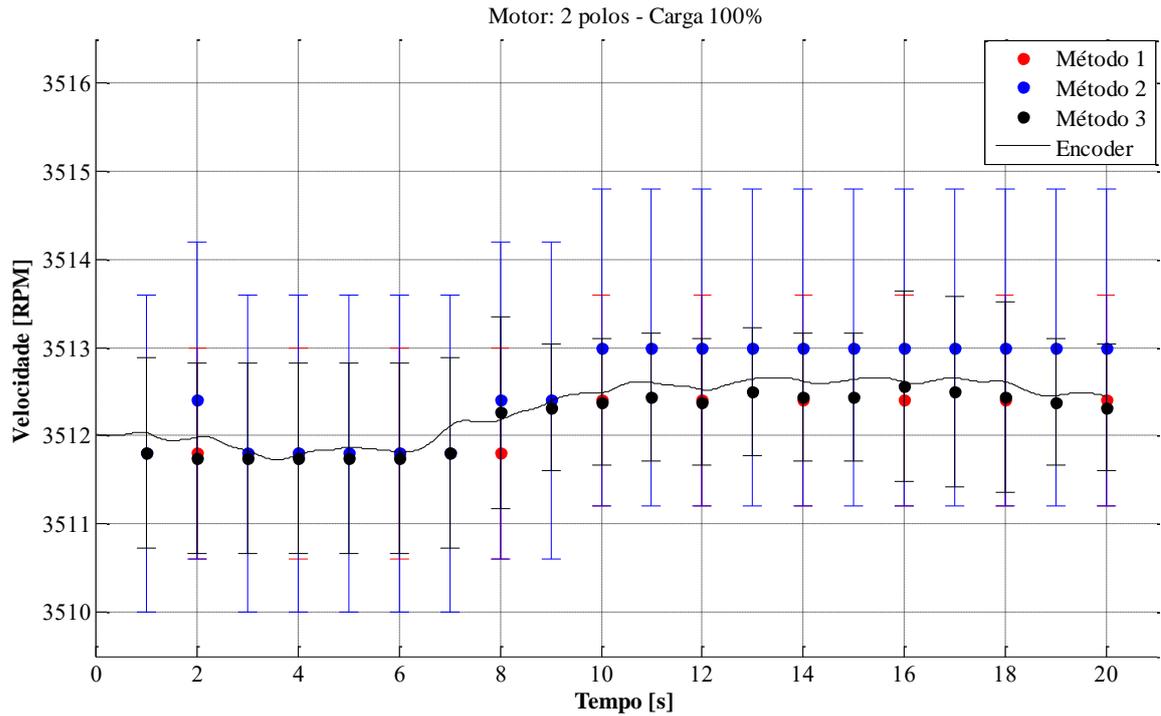


Figura 37: Ensaio 2 - 2 pólos - 100% de carga

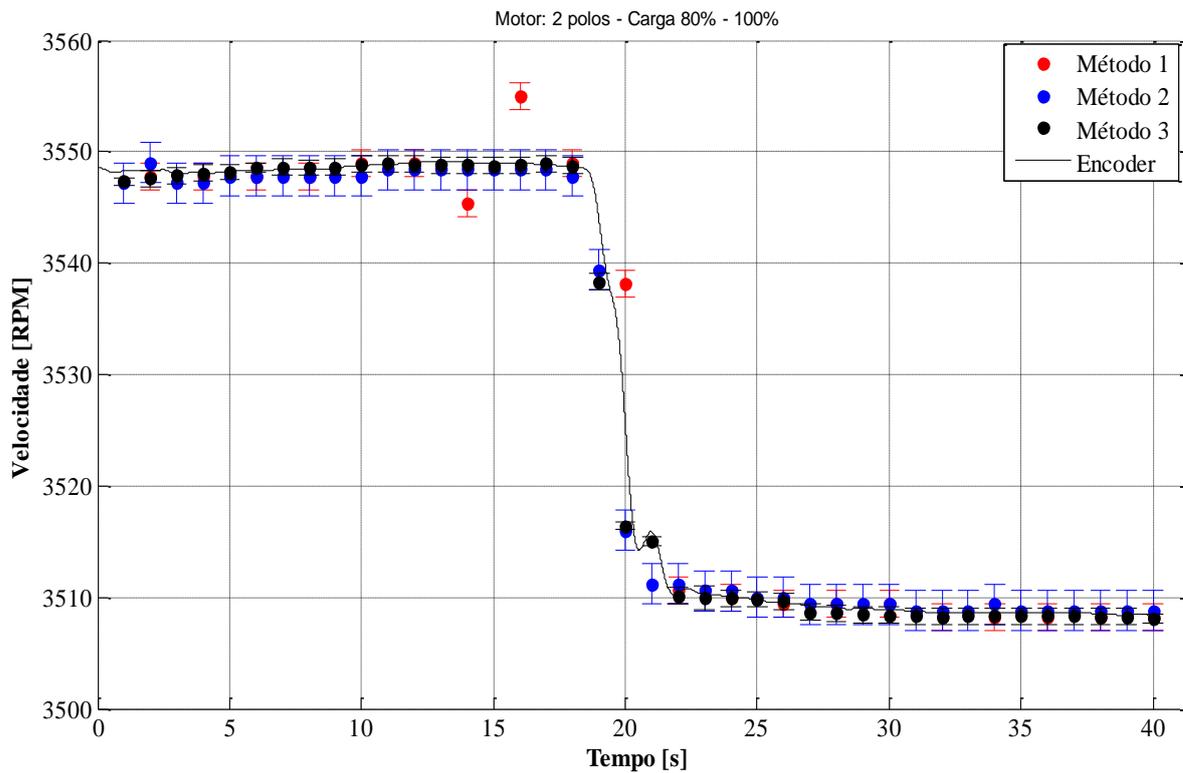


Figura 38: Ensaio 3 - 2 pólos - 80% - 100% de carga

A Figura 39 ilustra um ensaio com 60 segundos e 5 variações de carga variando entre 70% até 110%. O Método 1 errou a estimação em alguns pontos devido à identificação errada de componentes no espectro de frequência, além de lenta resposta ao transitório. O Método 2 encontrou também problemas em estimar a velocidade rotórica em condição de sobre carga (de

50 a 60 segundos), devido ao ruído branco da montagem do experimento, pois mesmo com o auxílio da reamostragem, causando o *aliasing*, a busca de pico em um espectro ruidoso pode levar a um erro na escolha da componente, ocasionando grande erro na estimação.

O Método 3 apresenta rápida resposta ao degrau de velocidade e imunidade ao ruído, embora submetido ao mesmo ruído que os outros métodos, o Algoritmo de Aproximação Senoidal é usado para a estimar a frequência de alimentação do motor e as harmônicas de excentricidade estática, o que faz aumentar a exatidão da velocidade rotórica.

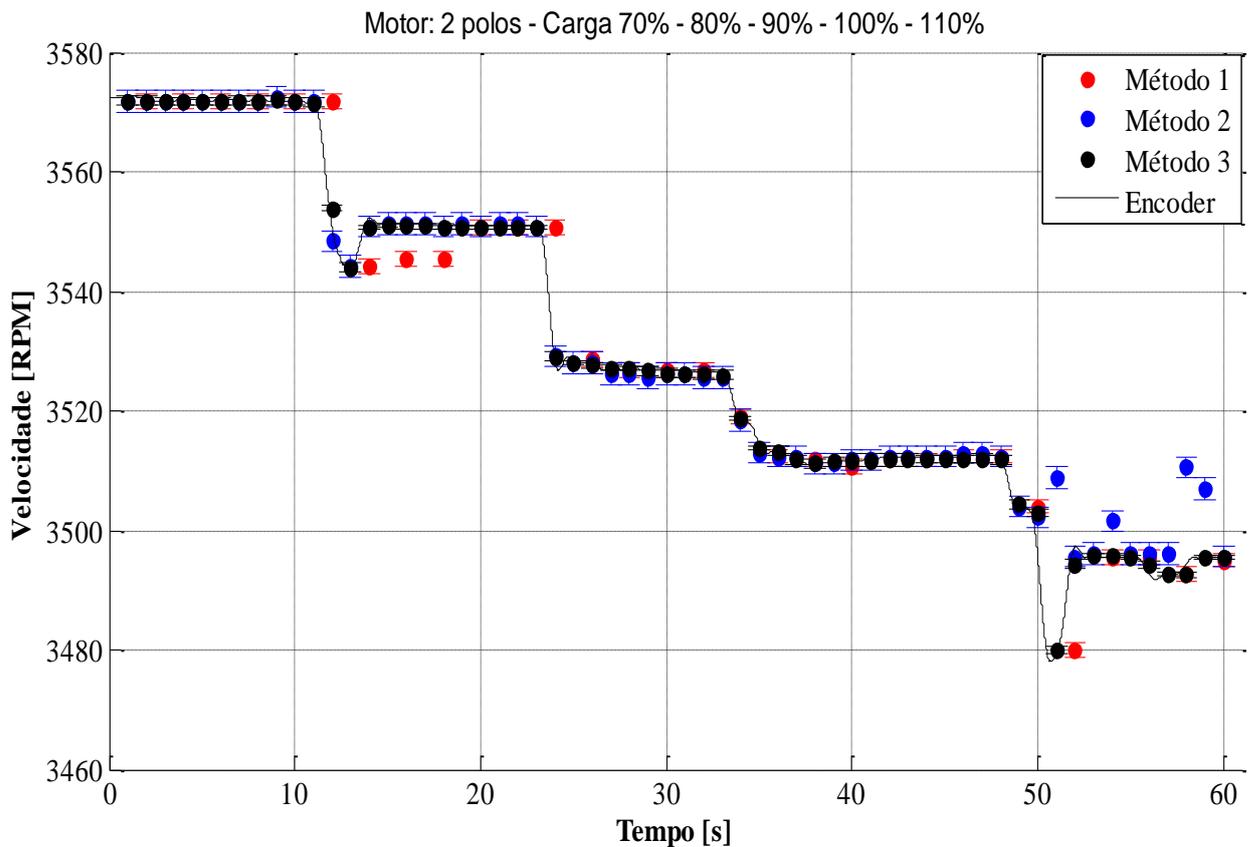


Figura 39: Ensaio 4 - 2 pólos - 70% - 80% - 90% - 100% - 110% de carga

Considerando a estimação no segundo 58, na condição de sobrecarga, a Figura 40 ilustra o espectro após a reamostragem, causado pelo *aliasing*, para o Método 2. A frequência está normalizada em relação a frequência de alimentação (f_1).

Quando a velocidade diminui, o escorregamento aumenta, assim os harmônicos de excentricidade começam a se afastarem dos harmônicos da rede, no caso do ensaio mostrado na Figura 39 em sobrecarga, os harmônicos de excentricidade estática se aproximaram dos múltiplos pares da frequência de alimentação, devido à baixa resolução do espectro os harmônicos incidiram na frequência zero.

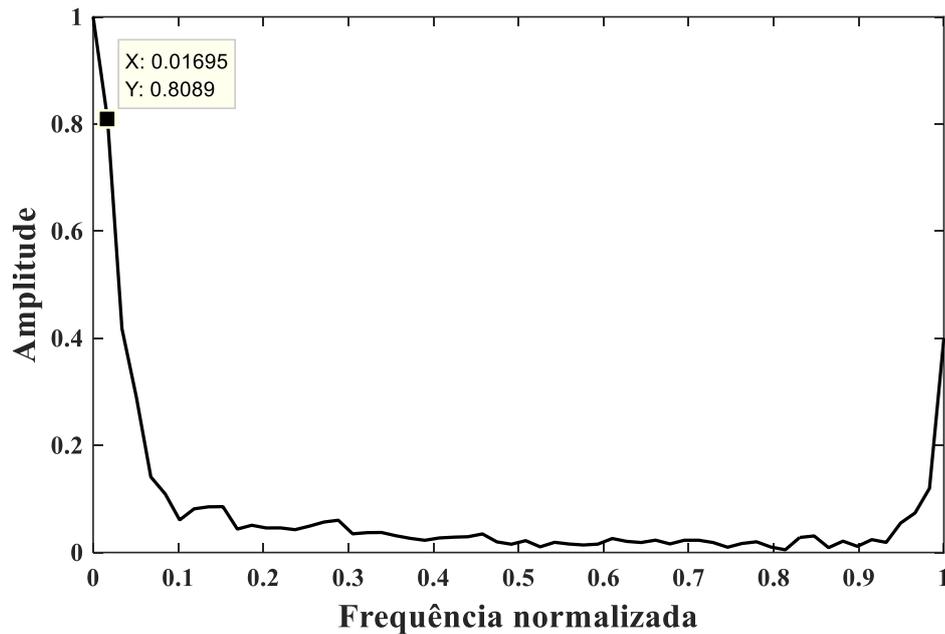


Figura 40: Espectro com *aliasing* para condição de sobrecarga no Método 2

Nesse caso, o Método 2 escolheu o pico indicado na figura, porque a frequência zero representa harmônicos pares de f_1 , logo, isso levou a um erro na estimação da velocidade rotórica, mostrada da Figura 39.

No Método 3, esse erro também ocorreu, contudo a frequência de alimentação f_1 é estimada pelo Algoritmo de Aproximação Senoidal, assim sua exatidão é maior que nos outros métodos, já que ela influencia todos os processos de reamostragem, então mesmo quando há algum erro pequeno, o método proposto não é tão suscetível a um erro de busca de pico.

A Figura 41 ilustra o mesmo ensaio mostrado da Figura 39, variando a porcentagem de carga de 110% até 70%, confirmando as mesmas conclusões observadas acima.

A Figura 42 descreve um ensaio de 20 segundos com o motor de indução a vazio, sem carga, neste ensaio o Método 2 e o Método 3 erram suas estimções em alguns pontos. Nesse caso, os componentes de excentricidade estática estão próximas dos harmônicos da rede, pois o escorregamento é menor, tornando a identificação das mesmas difícil e influenciando na estimação. A Figura 43 mostra o espectro após o *aliasing*, para o segundo 3 do ensaio mostrado na Figura 42.

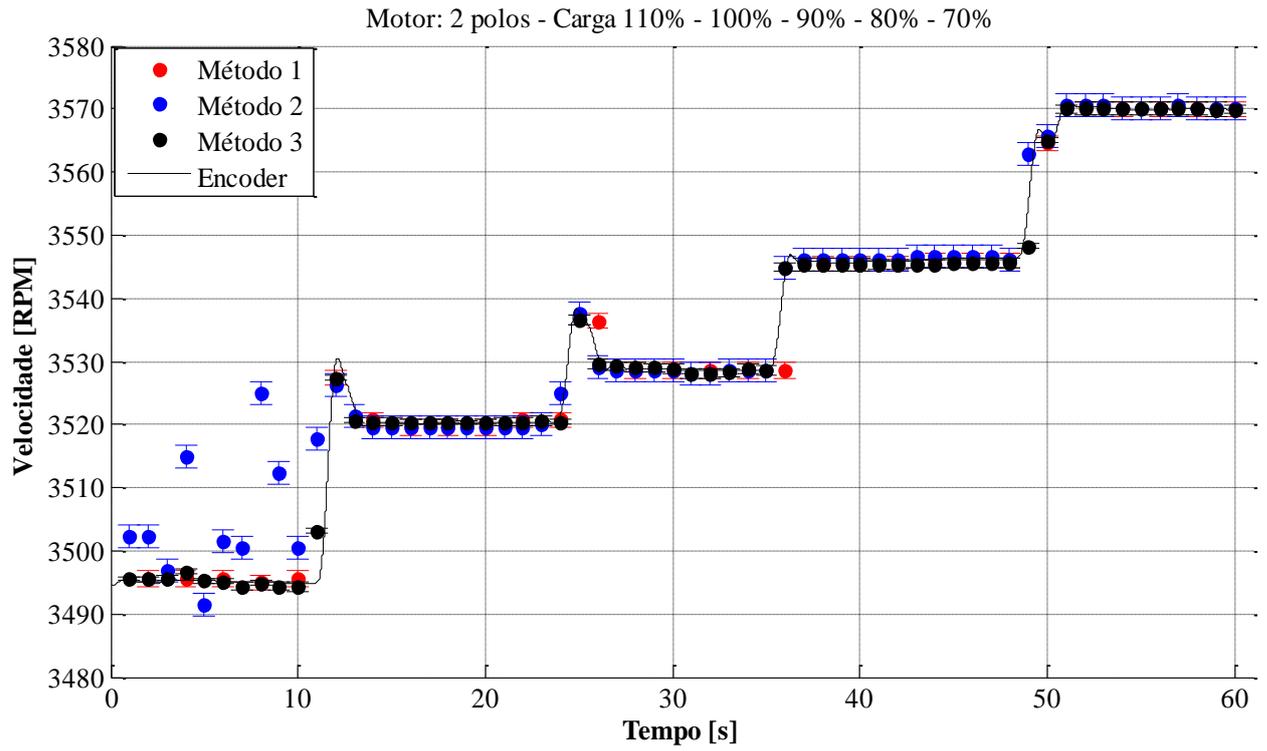


Figura 41: Ensaio 5 - 2 pólos - 110% - 100% - 90% - 80% - 70% de carga

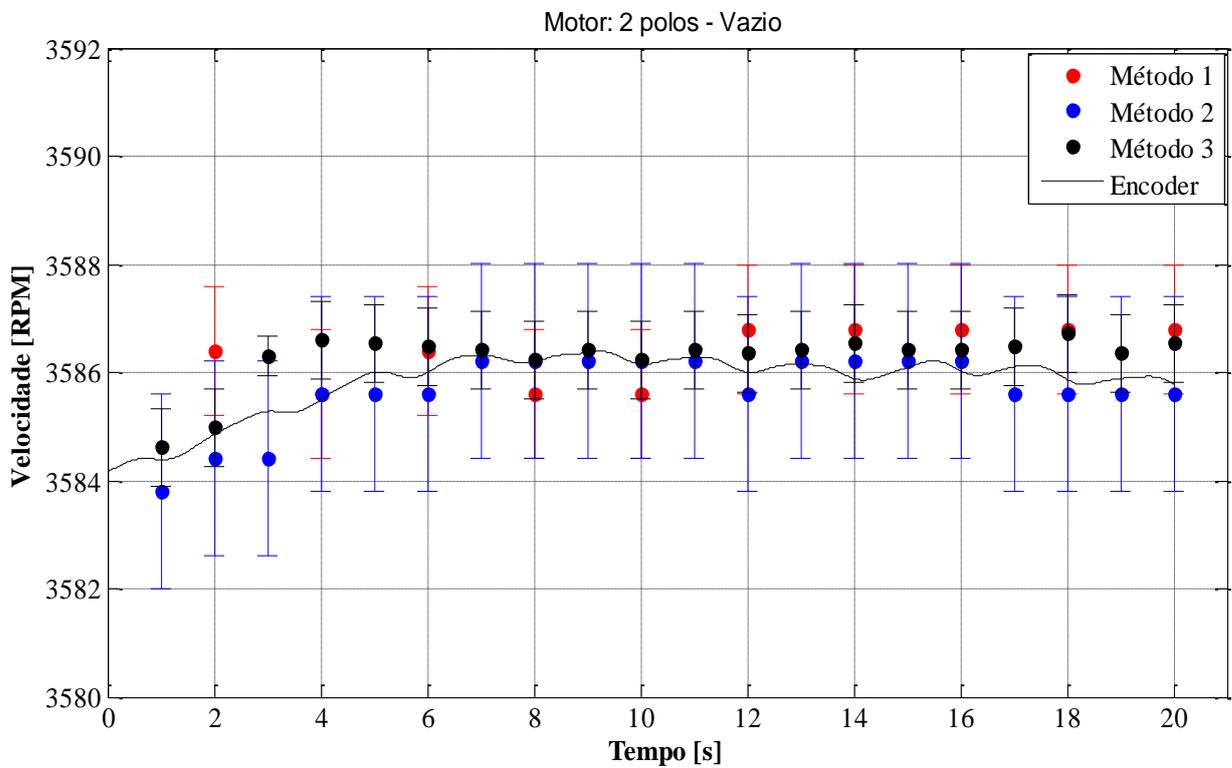


Figura 42: Ensaio 6 - 2 pólos – a vazio.

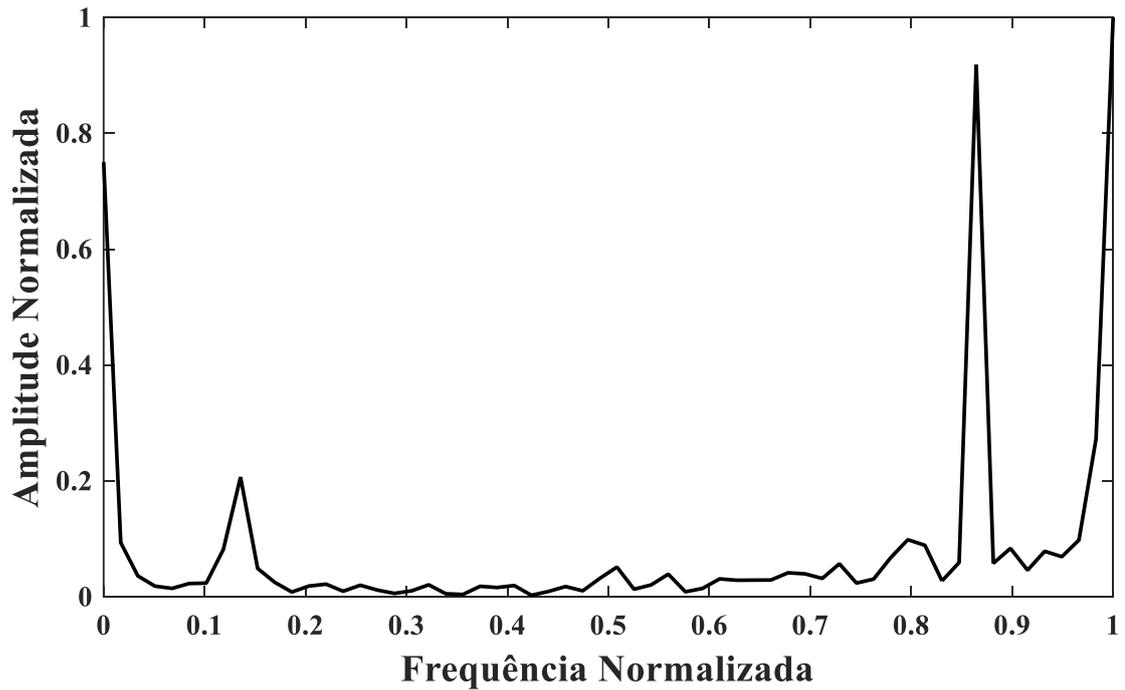


Figura 43: Espectro com *aliasing* para condição a vazio para o Método 3.

A Tabela 7 relata os erros do Método 3 para a condição de carga do experimento 1.

Tabela 7: Erros para a condição de carga - Motor 2 pólos

Carga	Tamanho da amostra	Erro da Estimação	
		Média	Dev. Padrão
70%	1 segundo (20 amostras)	0,28 RPM	$\pm 0,21$ RPM
80%	1 segundo (20 amostras)	0,29 RPM	$\pm 0,19$ RPM
90%	1 segundo (20 amostras)	0,30 RPM	$\pm 0,20$ RPM
100%	1 segundo (20 amostras)	0,31 RPM	$\pm 0,18$ RPM
110%	1 segundo (20 amostras)	0,41 RPM	$\pm 0,31$ RPM

A Tabela 8 relata o erro médio dos métodos.

Tabela 8: Erro médio dos métodos - Motor 2 pólos

Método	Tamanho da amostra	Erro esperado	Erro da Estimação	
			Média	Dev. Padrão
1	2 segundos (30 amostras)	$\pm 4,2 \text{ RPM}$	4,8 RPM	$\pm 6,3 \text{ RPM}$
2	1 segundo (60 amostras)	$\pm [1,8 \text{ } 3,5] \text{ RPM}$	3,3 RPM	$\pm 6,41 \text{ RPM}$
3	1 segundo (60 amostras)	$\pm [0,3 \text{ } 0,8] \text{ RPM}$	0,6 RPM	$\pm 0,70 \text{ RPM}$

O erro esperado para os Métodos 2 e 3 é mostrado na forma de um intervalo, pois depende do pico escolhido no intervalo de busca de pico. O erro da estimação é um erro absoluto, ou seja, é o modulo da diferença entre o valor estimado e o valor da velocidade do *encoder*. A diferença entre o esperado e o medido na estimação é principalmente a buscas de pico incorretas no espectro de frequências causas principalmente por ruído. O Método 3 e o 2 estiveram dentro do intervalo esperado, embora o Método 3 com um erro aproximadamente 5 vezes menor.

5.3. Experimento 2

A Figura 44 descreve o diagrama para o experimento 2. O Motor de indução é acoplado a um gerador síncrono onde a carga é ajustada. A corrente é medida através de um sensor de corrente do tipo TC (transformador de corrente), adquirida através de um hardware de aquisição e o método processado no computador.

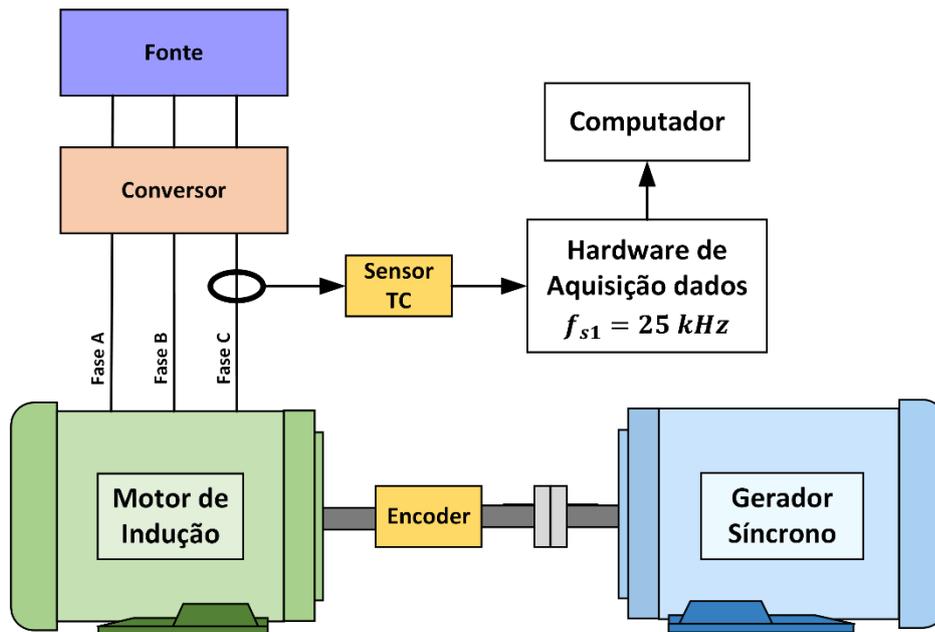


Figura 44: Experimento 2

A Figura 45 ilustra um ensaio realizado em um motor de 4 pólos, com um sinal de 20 segundos com carga a 80% da nominal. A velocidade rotórica instantânea medida pelo *encoder* é mostrada pela linha preta e é atualizada com uma frequência de 400 Hz, ou seja, o *encoder* realiza 400 medidas da velocidade a cada segundo, retratando a velocidade exata a cada instante.

Como no experimento 1, o Método 1 é representado em vermelho e mostra a velocidade do motor estimada pela *FFT* a cada 2 segundos do sinal. O Método 2 representa o método de Hurst [6], somente com a alteração da estimação espectral pela técnica de *zero-padding*. O Método 3 apresenta a velocidade rotórica estimada pela abordagem proposta.

O Método 1 não identificou pequenas alterações na velocidade do motor, como já identificado no experimento anterior. O Método 2 tem boa exatidão e identifica variações na velocidade, porém devido a sua grande dispersão por causa do espalhamento, pequenas variações não são percebidas. Na Figura 45 há duas variações de velocidade, entre os segundos 4 e 7 e entre 14 e 16 e o Método 2 não acompanhou todo o período de variação.

O Método 3 identifica pequenas variações da velocidade rotórica, mesmo variações dentro de 1 *RPM* são identificadas com grande exatidão através do algoritmo de aproximação senoidal

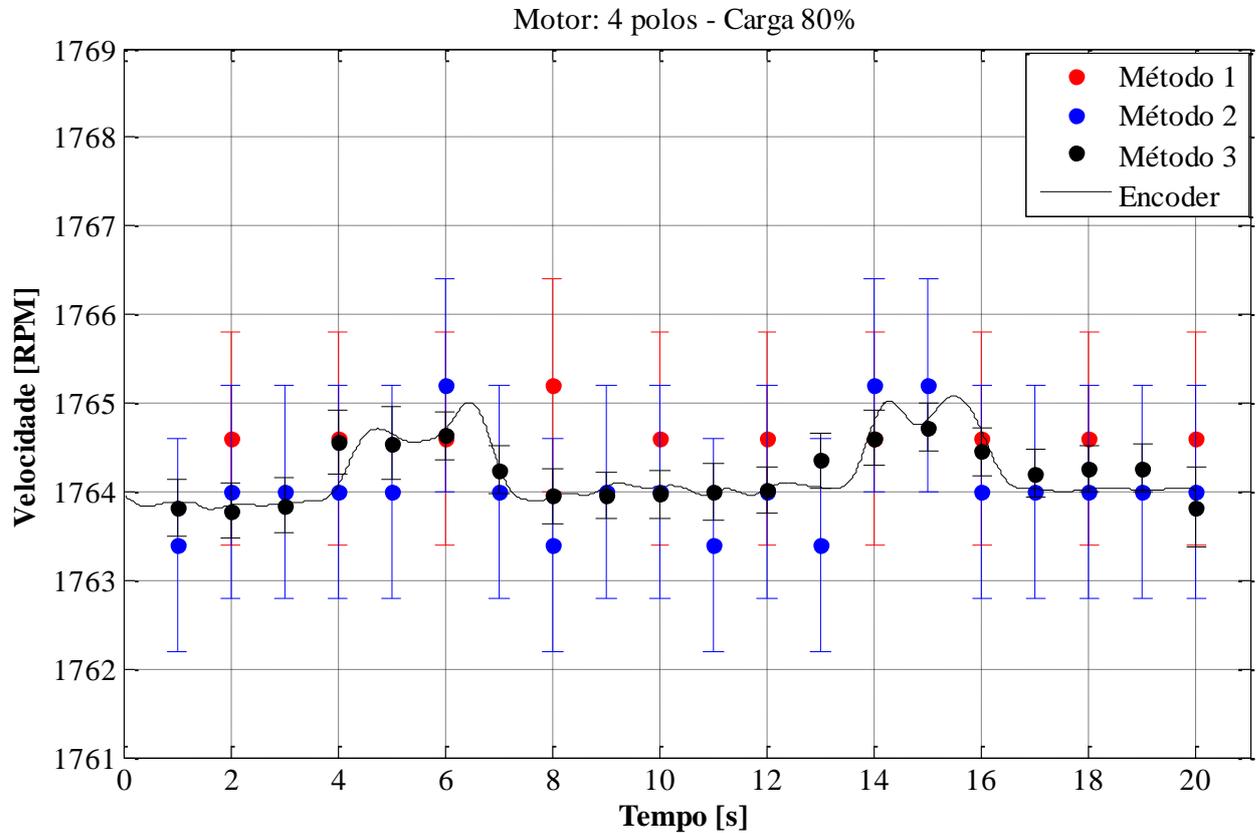


Figura 45: Ensaio 7 - 4 pólos - 80% de carga

A Figura 46 ilustra um ensaio com 20 segundos de sinal, para o motor de 4 pólos com carga aproximadamente nominal. O Método 3 se destaca por sua exatidão para aplicações de velocidade constante. Entre o tempo e 16 e 17 segundos a velocidade rotórica variou rapidamente e sem a percepção do método, tal variação pode ser identificada diminuindo-se o tempo entre estimações, contudo resultará em perda de exatidão do método, pois a resolução será menor e o algoritmo de aproximação senoidal terá menos pontos para a estimativa da frequência.

A Figura 47 ilustra um ensaio de 40 segundos de sinal com variação de carga de 100 % para 80 % durante todo o transitório, ambos os Métodos 2 e 3 estimaram corretamente, com pouca diferença.

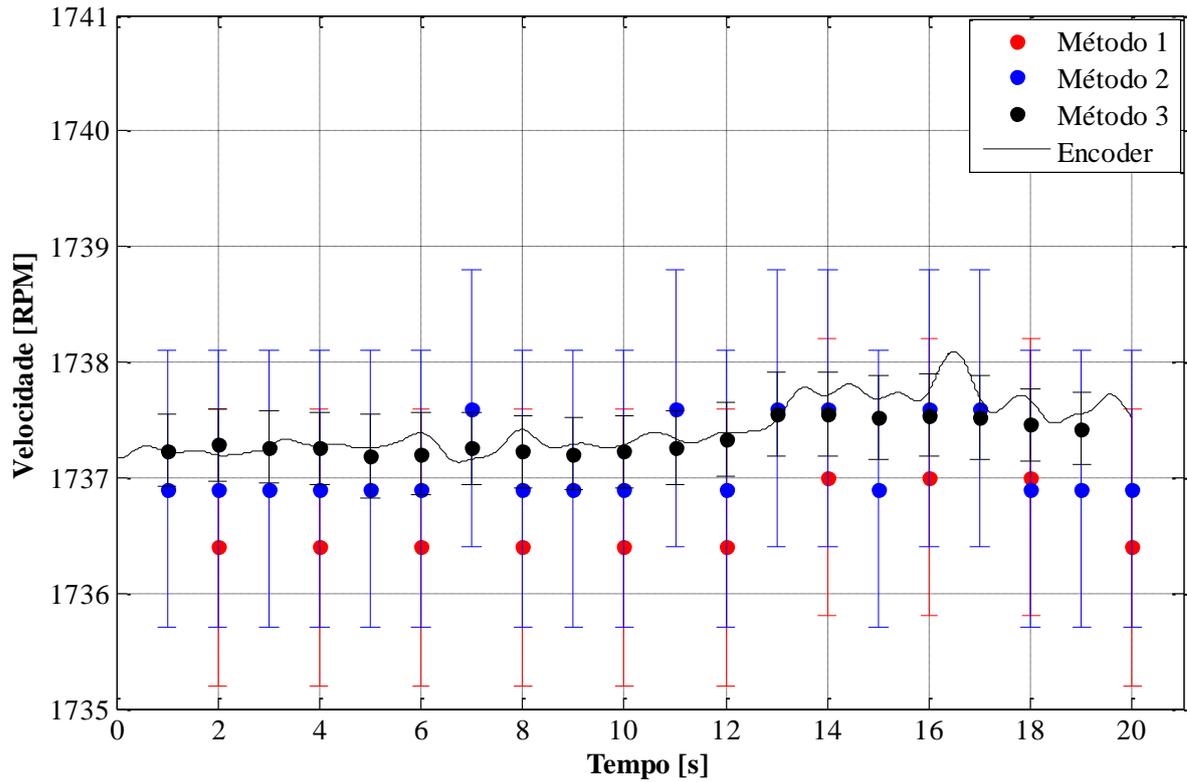


Figura 46: Ensaio 8 - 4 pólos - 100% de carga

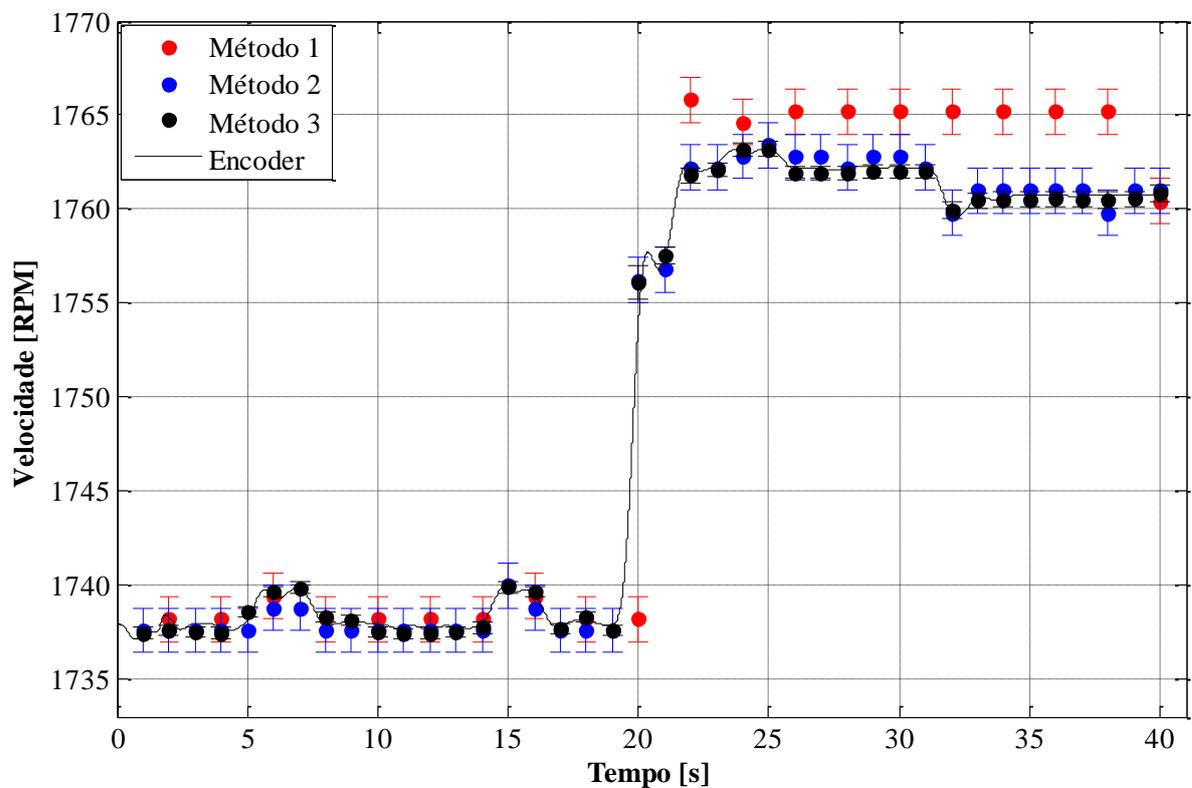


Figura 47: Ensaio 9 - 4 pólos - 100% - 80% de carga

A Figura 48 ilustra um ensaio com 40 segundos de sinal e variação de carga de 80 % para 100 % com transitório longo. A Figura 49 apresenta um ensaio com 60 segundos e diversas variações de carga.

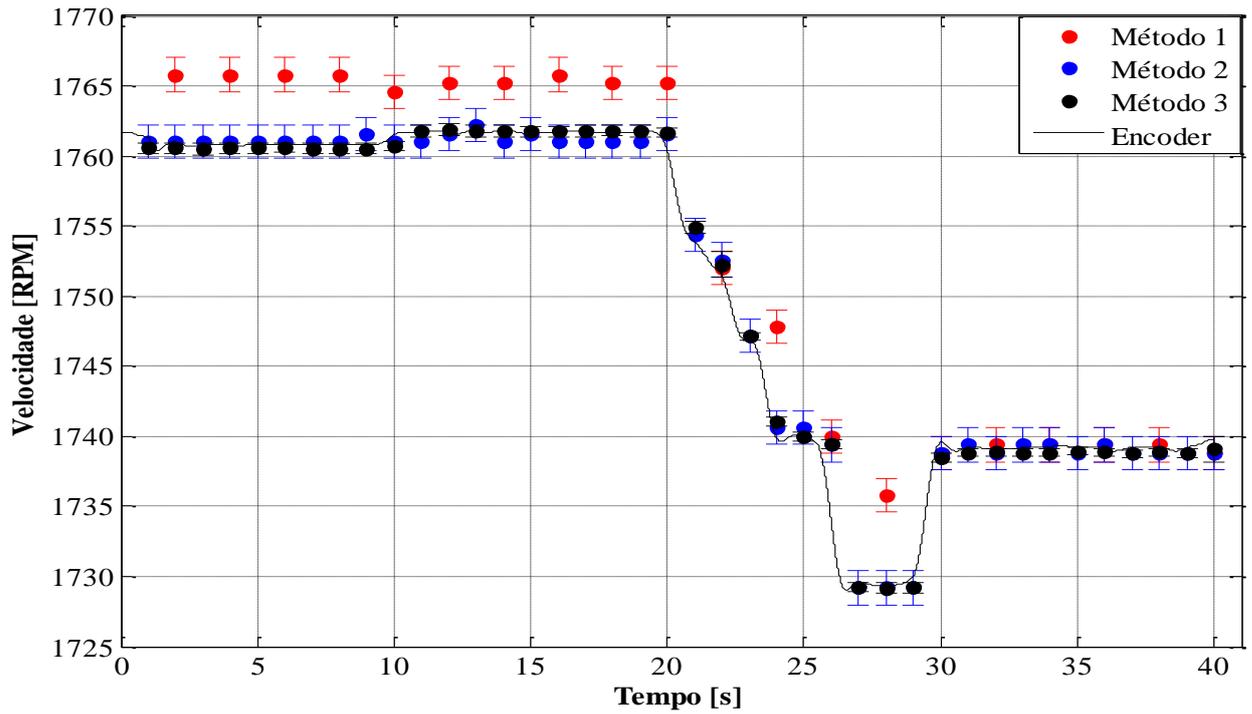


Figura 48: Ensaio 10 - 4 pólos - 80% - 100% de carga

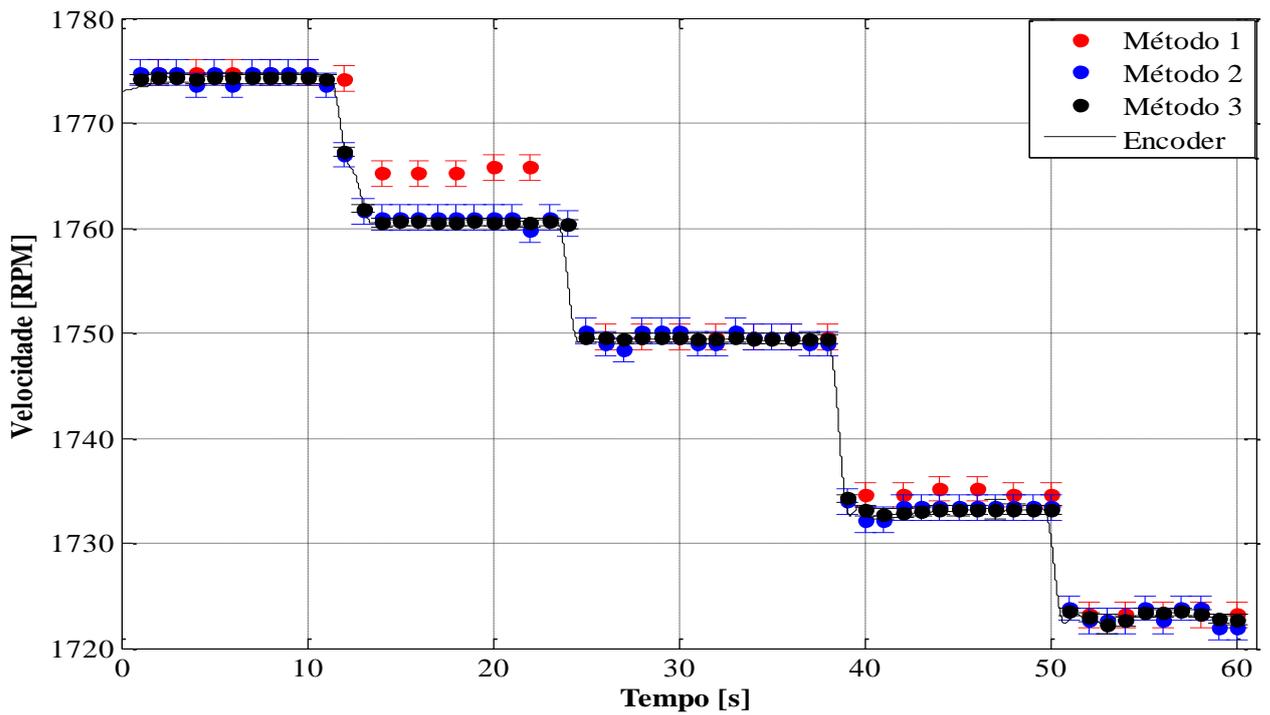


Figura 49: Ensaio 11 - 4 pólos - 70% - 80% - 90% - 100% - 110% de carga

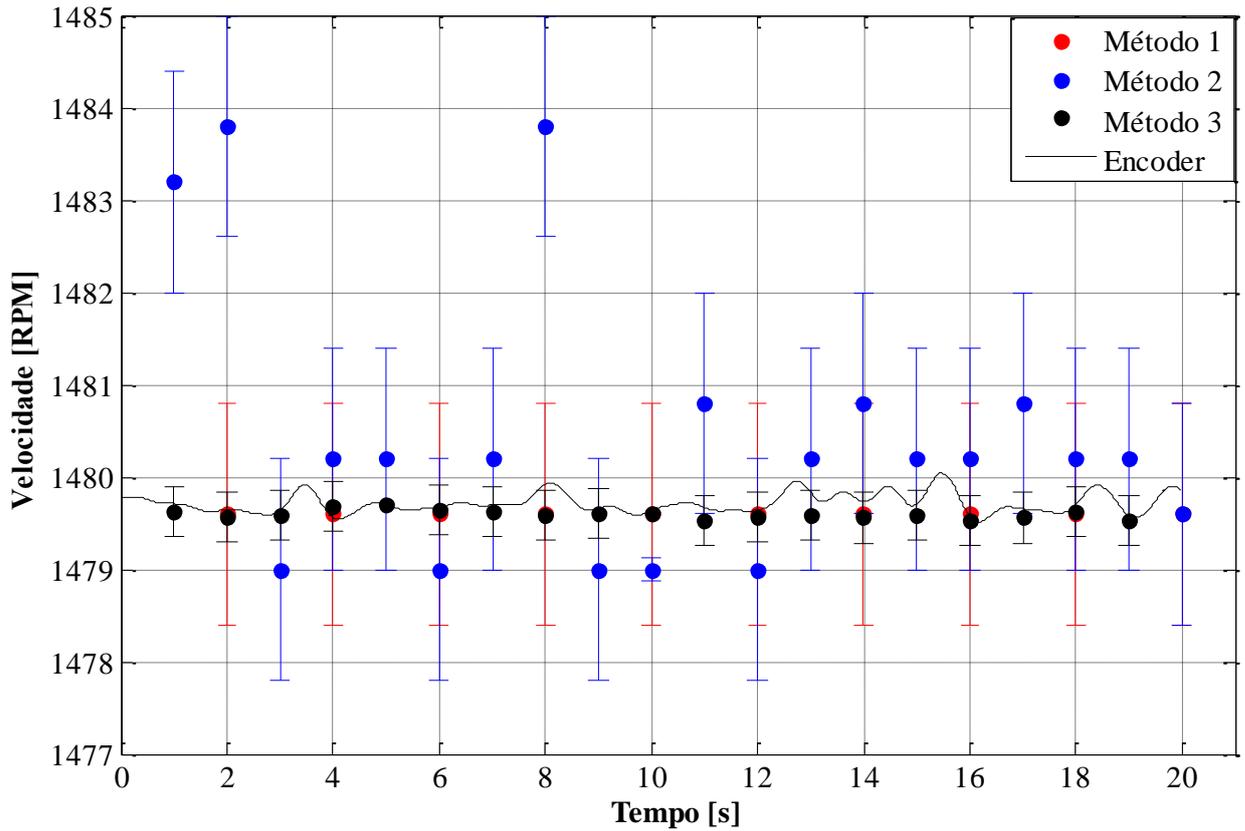


Figura 50: Ensaio 12 - 4 pólos - 68% de carga e $f_1 = 50$ Hz.

A Figura 50 ilustra um ensaio de 20 segundos com a frequência de alimentação em 50 Hz. A Figura 52 ilustra um ensaio com 30 Hz. Em ambos, conseguimos notar a instabilidade do Método 2 para condições fora da nominal, devido ao ruído do experimento.

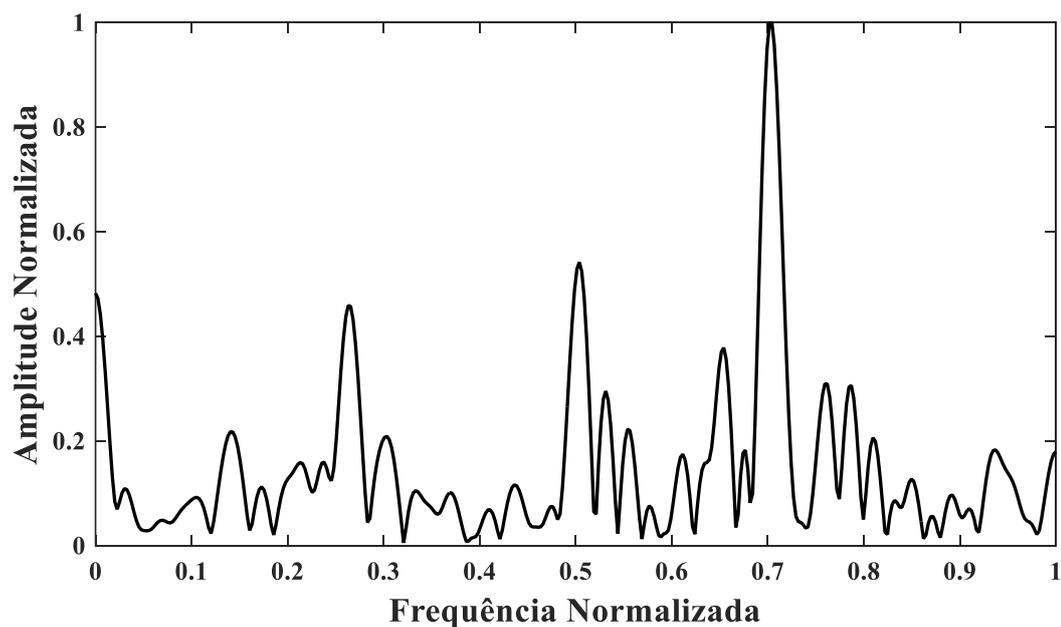


Figura 51: Espectro com *aliasing* para o ensaio com $f_1 = 50$ Hz para o Método 2.

A Figura 50 mostra o espectro para o ensaio da Figura 49, no segundo 8, devido ao ruído e a baixa resolução o pico na frequência normalizada por f_1 em 0,7 possui duas frequências próximas uma da outra e com quase mesma amplitude, como o *zero-padding* não adiciona informação no espectro, somente deixa-o mais suave, logo a escolha do pico pode levar a um erro na estimação, pois a informação desse espectro altera a região de busca dos harmônicos de excentricidade, assim o Método 2 é mais suscetível ao ruído.

A Figura 53 representa um ensaio com 20 segundos, onde foi aplicado um degrau de frequência de alimentação, programado no conversor de frequência para alterar de 30 Hz para 40 Hz no instante de 11 segundos. Notar que através do *encoder*, pode-se observar a resposta do sistema ao degrau com um *overshoot*¹⁵ em 13 segundos. Ambos os Métodos 2 e 3 identificaram rapidamente o transitório, em relação ao Método 1. O Método 3, mostrou-se robusto a bruscas variações da velocidade do motor, comprovando a rápida resposta do método proposto.

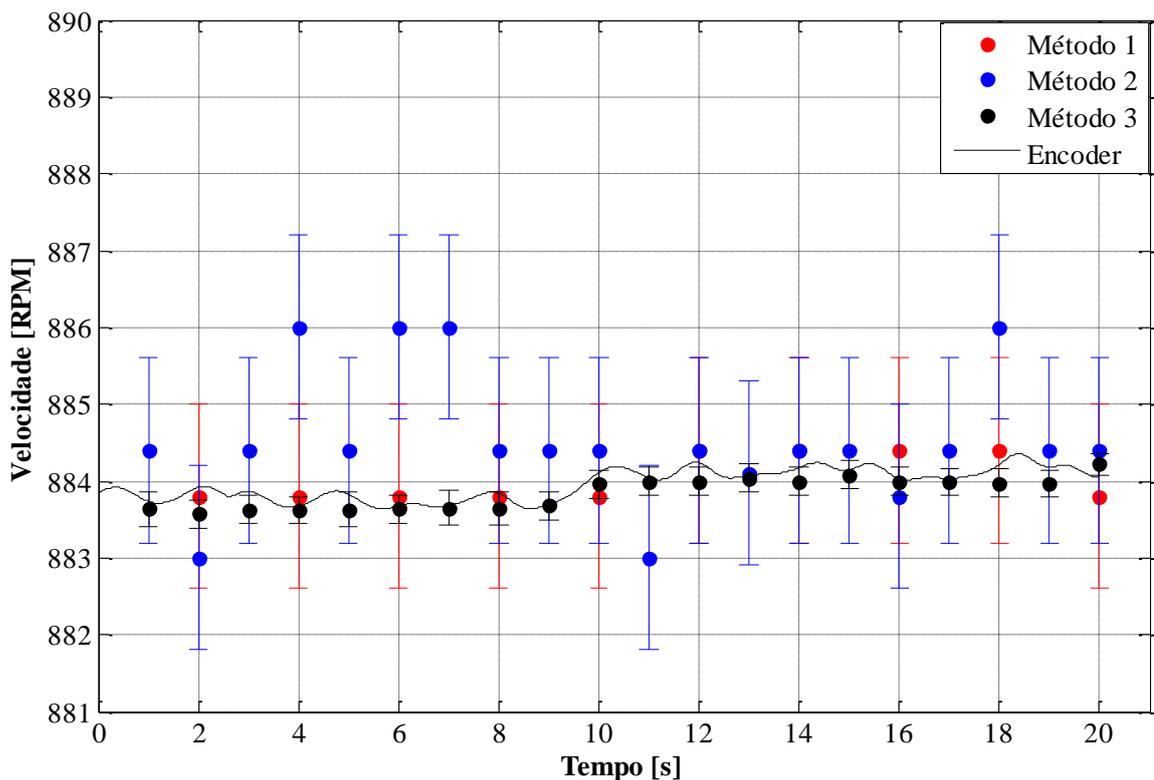


Figura 52: Ensaio 13 - 4 pólos - 66% de carga e $f_1 = 30$ Hz

¹⁵ Fenômeno onde a saída do sistema ultrapassa o valor da resposta em regime permanente.

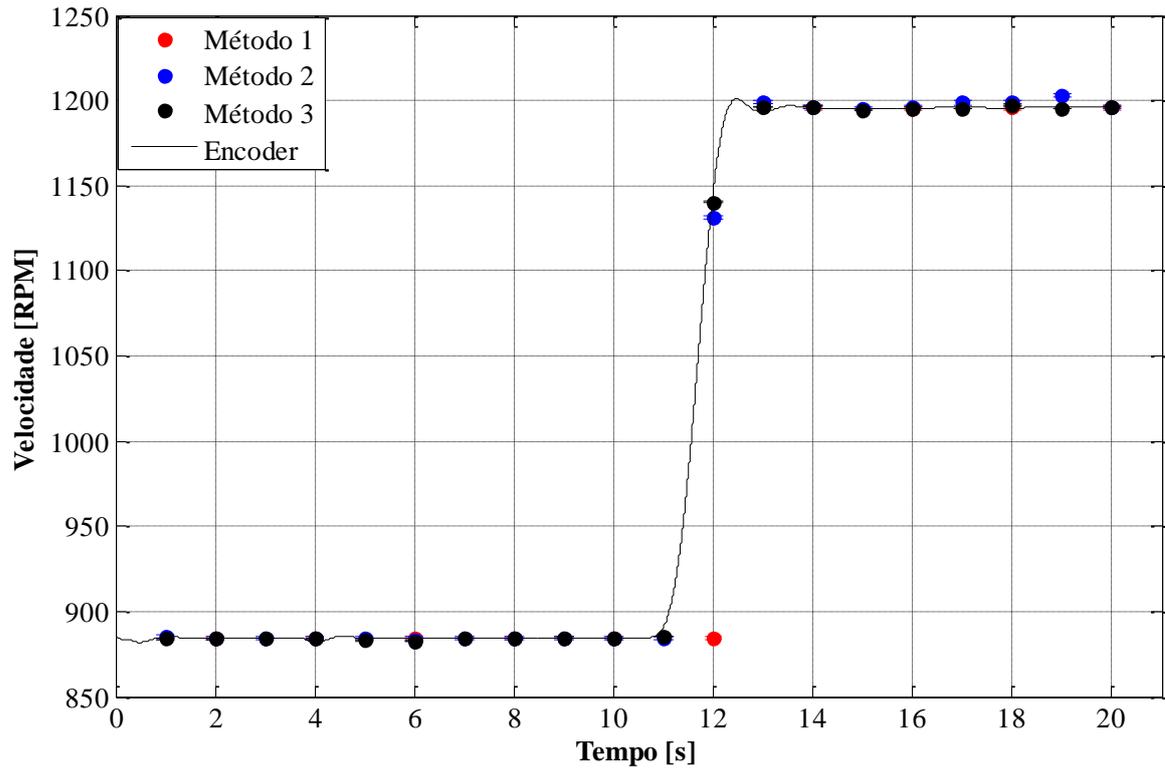


Figura 53: Ensaio 14 - 4 pólos - degrau de frequência 30 Hz – 40 Hz

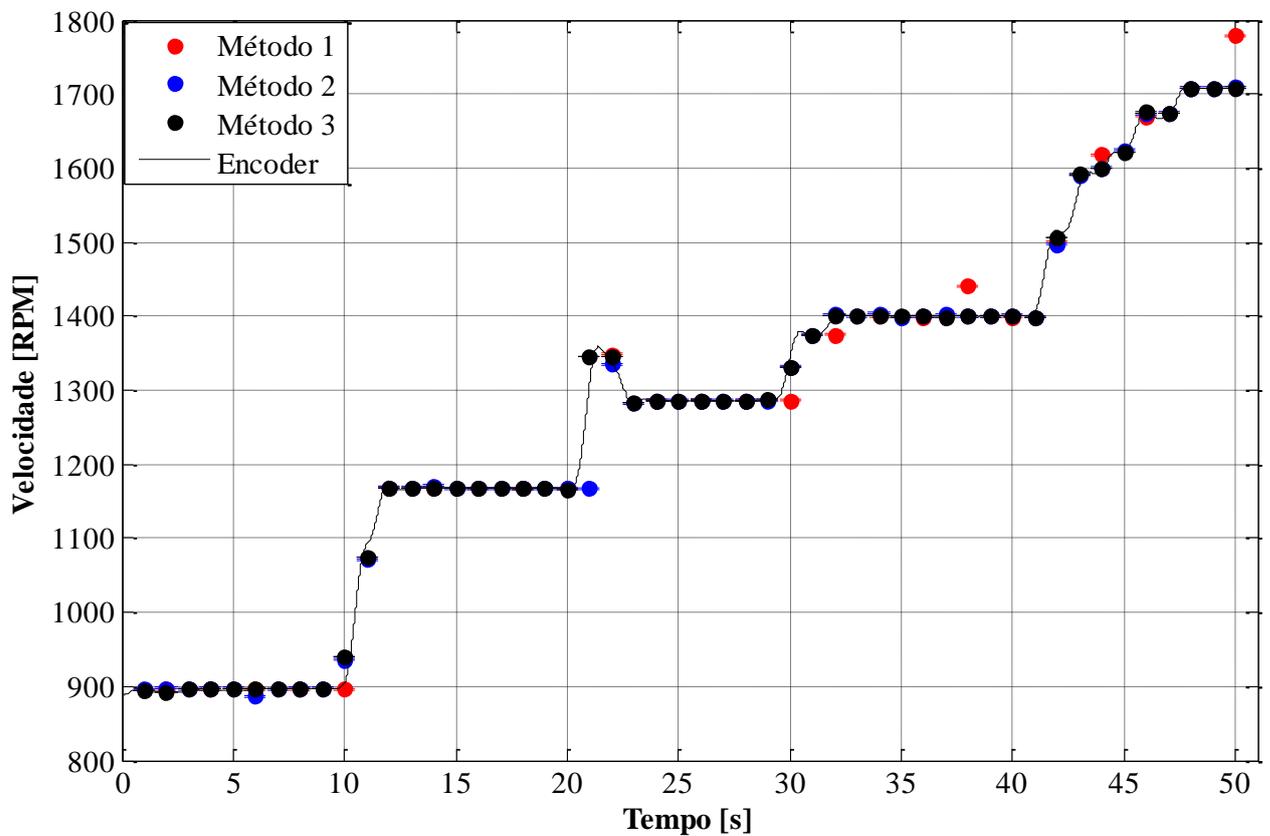


Figura 54: Ensaio 15 - 4 pólos – variações de carga

A Figura 54 apresenta um ensaio com 50 segundos de sinal, realizado no motor de 4 pólos. A alteração da frequência de alimentação foi feita diretamente no conversor, para

observar o comportamento do método durante contínuas alterações da velocidade rotórica. O Método 3 mostrou-se robusto a alterações da velocidade do motor de diferentes maneiras, rápidas ou lentas, identificou todos os transitórios e regimes com rápida resposta.

Tabela 9: Erros para a condição de carga - Motor 4 pólos

Carga	Tamanho da amostra	Erro da Estimação	
		<i>Média</i>	<i>Dev. Padrão</i>
70%	1 segundo (20 amostras)	0,25 RPM	$\pm 0,25$ RPM
80%	1 segundo (20 amostras)	0,32 RPM	$\pm 0,21$ RPM
90%	1 segundo (20 amostras)	0,28 RPM	$\pm 0,23$ RPM
100%	1 segundo (20 amostras)	0,35 RPM	$\pm 0,22$ RPM
110%	1 segundo (20 amostras)	0,40 RPM	$\pm 0,30$ RPM

A Tabela 10 relata o erro médio dos métodos.

Tabela 10: Erro dos métodos - Motor 4 pólos

Método	Tamanho da amostra	Erro esperado	Erro da Estimação	
			<i>Média</i>	<i>Dev. Padrão</i>
1	2 segundos (30 amostras)	± 4 RPM	5 RPM	± 6 RPM
2	1 segundos (60 amostras)	$\pm [1,6 \ 3,8]$ RPM	3,1 RPM	± 6 RPM
3	1 segundos (60 amostras)	$\pm [0,3 \ 0,8]$ RPM	0,6 RPM	$\pm 0,70$ RPM

A Tabela 9 relata os erros do Método 3 para cada condição de carga do experimento 2. O erro da estimação é o erro absoluto em comparação com o valor medido com o *encoder*. Como esperado o maior erro foi na condição de sobrecarga, pois com a necessidade de mais torque, maior foi o ruído introduzido no sistema.

A Tabela 10 mostra os erros esperados, calculados para cada método baseado na respectiva técnica usada, o erro absoluto e o desvio padrão de cada método. Mais uma vez os

métodos 2 e 3 ficam dentro da margem de erro esperado, porém com o Método 3 com um erro aproximadamente 5 menor.

Com os dois experimentos, pode-se ver as diferenças entre as técnicas de estimação, as vantagens de cada uma em função da carga, do ruído e da velocidade. Em alguns casos foram mostrados os motivos dos erros cometidos sob condições de ruído. Em tabelas, apresentou-se o desempenho em função do erro dos métodos. Por fim na conclusão será apresentado quais objetivos esse trabalho atingiu, as contribuições e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 6

6. CONCLUSÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma metodologia melhorada para estimar a velocidade rotórica do motor de indução, através dos harmônicos de excentricidade estática presente na corrente do estator. O trabalho também apresentou um algoritmo de contagem de períodos no domínio do tempo, a técnica de aproximação senoidal para estimar as componentes de excentricidade estática.

A metodologia foi elaborada para usufruir da técnica de aproximação senoidal o máximo possível, explorando as vantagens sobre os métodos no domínio da frequência. O método proposto utilizou o algoritmo inicialmente para a estimação da frequência de alimentação do motor, assim aprimorando a estimação final da velocidade do motor.

A velocidade rotórica foi estimada com apenas informações dos dados de placa do motor, tais como número de pólos, corrente nominal, velocidade nominal junto com o número de barras e as condições de operação, dadas pelo escorregamento mínimo e máximo.

Técnicas de processamento digital de sinais como a transformada de Fourier, filtro digital e reamostragem foram usadas para a identificação das componentes de excentricidade estática. A técnica de reamostragem explorou o espaçamento das harmônicas de excentricidade para, aumentar a relevância estatística da estimação da velocidade rotórica e aumentar detectabilidade das componentes de interesse, principalmente na presença de ruído ou em casos em que as componentes de excentricidade estática estejam muito próximas de harmônicas da rede.

No espectro causado pelo fenômeno do *aliasing*, as componentes de excentricidade são sobrepostas sobre a mesma raia espectral, desde que a fase de cada componente não seja oposta, pois isso iria anular o efeito de soma causado pelo *aliasing* e não haverá pico ou um pico muito reduzido, afetando a busca das componentes e podendo levar a erros na estimação da velocidade. Embora esse efeito não foi percebido nos ensaios, ele estará como sugestão para trabalhos futuros.

A transformada inversa de Fourier foi utilizada para compor os harmônicos de excentricidade no domínio do tempo, a fim de aplicar o algoritmo de aproximação senoidal na estimação da frequência. Dessa maneira, todas as componentes estimadas foram determinadas utilizando a aproximação senoidal, incluindo a frequência de alimentação, logo, em todas as variáveis dependentes da velocidade rotórica foi aplicado a técnica no domínio do tempo.

O algoritmo de aproximação senoidal permitiu alcançar o objetivo desse trabalho que é estimar a velocidade rotórica com alta exatidão e precisão, contornando problemas encontrados no domínio da frequência, principalmente a relação entre a frequência de amostragem e a quantidade de pontos na amostra. O algoritmo proporcionou a flexibilidade ao método proposto, pois trata-se de um método não-paramétrico, ou seja, não há necessidade de utilizar modelos para o motor, considerando somente os dados de placa e o número de barras do rotor.

A frequência de amostragem e a quantidade de pontos foram escolhidas para proporcionar ao algoritmo de aproximação senoidal máximo desempenho, com o objetivo de estimar a velocidade rotórica com alta exatidão. Logo para os valores escolhidos, obteve-se um erro para a estimação em torno de $\pm 0,3 \text{ RPM}$, no entanto, se a quantidade de pontos por amostra for menor que a escolhida (15000 pontos), o método terá um desempenho inferior ao mostrado, devido a problemas de resolução espectral e eficiência da técnica de aproximação senoidal.

Para aplicações em sistemas de controle o trabalho proposto pode ser usado para obter a velocidade como referência em malha fechada para algum sistema de controle de torque ou fluxo, pois a informação da velocidade possui alta exatidão.

O método permite a aplicação em análise preditiva de motores, através da informação da velocidade do motor com alta exatidão, e também como auxílio na busca de componentes de interesse para a análise do motor. Em análise preditiva, a alta exatidão na velocidade rotórica é muito importante, pois em grandes amostras os problemas relacionados a estacionariedade são maiores, ou seja, em uma grande amostra a velocidade do motor pode alterar e afetar a análise no espectro de frequência. O método proposto necessita de pequenas amostras, assim diminuindo o efeito da estacionariedade.

Os resultados obtidos em ensaios de laboratório com motores reais, confirmaram o método proposto e, principalmente, validaram a nova metodologia para a estimação da velocidade rotórica através da corrente do estator. Destes resultados, observa-se o seguinte:

- Na comparação do método proposto com outros métodos sob mesmas condições, o método proposto manteve a exatidão em condições como baixa velocidade, variações no inversor, variações de carga e transitórios.
- O método foi capaz de perceber pequenas oscilações em regime permanente e sua precisão foi próxima a um *encoder*, além da grande vantagem de ser completamente não invasivo.

Conclui-se que os resultados obtidos representam um grande avanço no sentido de se obter estimações da velocidade rotórica cada vez mais exatas, precisas e confiáveis comparadas a instrumentos físicos (tacômetros e *encoders*), além da grande flexibilidade na aplicação. Nenhuma das referências citadas apresentaram técnicas que alcançaram essa exatidão, o que comprovam os avanços desse trabalho, principalmente na informação da velocidade rotórica como auxílio a outras técnicas e aplicações.

6.1. Sugestões para Trabalhos Futuros

O conhecimento obtido neste trabalho proporciona oportunidades para trabalhos futuros, principalmente considerando o algoritmo de aproximação senoidal, que se mostrou muito eficiente em diversas condições, principalmente para a diminuição do espriamento do espectro de frequências e na estimação de frequência. A flexibilidade do método de estimação de velocidade rotórica, por sua alta exatidão com poucas amostras, têm grandes aplicações em sistemas de controle, estimação da eficiência e na análise preditiva.

Para trabalhos futuros propõe-se:

- Fazer um estudo sobre a fases das componentes de excentricidade estática e como elas se comportam quando ocorre o efeito do *aliasing*.
- Realizar estimação da velocidade rotórica em motores de maior potência e número de pólos.
- Explorar novas técnicas para estimar a velocidade do motor, que não seja as componentes de excentricidade estática, principalmente onde estas componentes não podem ser identificadas.
- Explorar técnicas para estimação do número de barras rotóricas, pois não é um dado de placa e em alguns casos, esta informação não está disponível.
- Aplicar o método em técnicas de controle de velocidade ou torque.
- Aplicar o método no auxílio da estimação da eficiência do motor.
- Aplicar o método na análise preditiva de motores de indução.
- Utilizar o algoritmo de aproximação senoidal na monitoração da frequência de alimentação do motor.

Referências Bibliográficas

- [1] I. Kosow, Máquinas Elétricas e Transformadores, Editora Globo, Porto Alegre, 1982, Vol. 1, Ed. 4.
- [2] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, Máquinas Elétricas, Editora Bookman, Ed. 6.
- [3] Empresa de Pesquisa Energética, Demanda de Energia 2050, Nota técnica DEA 13/14, Rio de Janeiro, agosto de 2014, Disponível em: www.epe.gov.br. Acesso em: 12-abril-2015.
- [4] Geller, H. S. et al. Policies for advancing energy efficiency and renewable energy use in Brazil. Energy Policy.2003. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com>. Acesso em: 10-set-2014.
- [5] A. G. P. Garcia, Impacto da Lei de Eficiência para motores elétricos no potencial de conservação de energia na indústria, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2003.
- [6] K.D. Hurst, T.G. Habetler, Sensorless speed measurement using current harmonic spectral estimation in induction machine drives, IEEE Transactions on Power Electronics, 1996, 11 (1), pp. 66–73.
- [7] G. Petrovic, et al., Sensorless speed detection of squirrel-cage induction machines using stator neutral point voltage harmonics, Mechanical Systems and Signal Processing (2008).
- [8] K. Nishibata, M. Ishida, S. Doki, T. Masuzawa, M. Fujitsuna, Speed Estimation Method utilizing Rotor Slot Harmonics Detected from Line Current for Speed Sensorless Drive of Ultra High Speed Induction Machine, Industrial Technology, ICIT, IEEE conf., 2006, pp. 1591 – 1596.
- [9] K. Zhao, Y. Xiaojie, Speed Estimation Of Induction Motor Using Modified Voltage Model Flux Estimation, IEEE Power Electronics and Motion Control Conference, IPEMC, 2009, pp. 1979 – 1982.
- [10] G. Bottiglieri, G. Scelba, G. Scarcella, A. Testa, A. Consoli, Sensorless Speed Estimation in Induction Motor Drives, IEEE Electric Machines and Drives Conference IEMDC, 2003, Vol. 1, pp. 624 – 630.
- [11] M. Arkan, Sensorless speed estimation in induction motor drives by using the space vector angular fluctuation signal, Electric Power Applications IET, 2008, pp. 113 – 120.

- [12] S. Nandi, S. Ahmed, H. A. Toliyat, R. M. Bharadwaj, Selection Criteria of Induction Machines for Speed- sensorless Drive Applications, IEEE Transactions on Industry Applications, 2003, pp. 704-712.
- [13] L. E. L. Oliveira, “Estimação Automática de Velocidade de Motores de Indução Utilizando Sistemas Inteligentes”, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2006.
- [14] J. G. B. Silva, Aplicação da Análise de Componentes Principais (PCA) no Diagnóstico de Defeitos em Rolamentos através da Assinatura Elétrica de Motores de Indução, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2008.
- [15] P. Jansen and R. Lorenz, “Accuracy limitations of velocity and flux estimation in direct field oriented induction machines,” in Proc. Euro. Power Electron. Conf., 1993, pp. 312-318.
- [16] J. Bocker, State of the Art of Induction Motor Control, IEEE Int. Electric Machines & Drives Conference, 2007, Vol. 2, pp. 1459 - 1464
- [17] A. R. Haron, N. R. N. Idris, Simulation of MRAS-based Speed Sensorless Estimation of Induction Motor Drives using MATLAB-SIMULINK, IEEE Power and Energy Conf., 2006, pp. 411 – 415.
- [18] A. T. L. Almeida, Motores Elétricos (apostila da disciplina Motores Elétricos para Automação da Universidade Federal de Itajubá), Itajubá, 2004.
- [19] A. J. J. Rezek, Fundamentos Básicos de Máquinas Elétricas: Teoria e Ensaio, Editora Synergia, Rio de Janeiro, 2011.
- [20] C. P. Salomon, Estimação da Eficiência de Motores de Indução Considerando apenas as Grandezas Elétricas, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2014.
- [21] Motores de Indução: Como Funcionam os Motores Reais, Disponível em: <http://www.profelectro.info/?p=3040>. Acessado em 16/10/2014.
- [22] Partes e Características de um Motor de Indução Trifásico, http://zondatec.blogspot.com.br/2014_04_01_archive.html. Acessado em 16/10/2014.
- [23] M. Ishida, K. Iwata, A new slip frequency detector of an induction motor utilizing rotor slot harmonics, IEEE Transactions on Industry Applications, 1984, IA-20, pp. 575–582.

- [24] S. L. Nau, *Análise da influência da excentricidade do rotor sobre o ruído acústico de origem magnética gerado por motores de indução trifásicos*, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.
- [25] S. Nandi, H. A. Toliyat, *Detection Of Rotor Slots and Other Eccentricity Related Harmonics In A Three Phase Induction Motor With Different Rotor Cages*, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, September 2001, pp 253-260.
- [26] G. Kron, *Equivalent Circuits of Electric Machinery*. New York: John Wiley & Sons Inc., 1951.
- [27] Masoudi, S. ; Electr. Eng. Dept., Tabriz Univ., Tabriz, Iran ; Feyzi, M.R. ; Sharifian, M.B.B., *Speed control in vector controlled induction motors*, September 2009, pp 1-5.
- [28] J. G. B. Silva, *Modelagem e Tratamento dos Sinais da Assinatura Elétrica de Máquinas para Melhoria do Diagnóstico de Falhas*, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2015
- [29] M. Wu, D. Chen, G. Chen, *New Spectral Leakage-Removing Method for Spectral Testing of Approximate Sinusoidal Signals*, *IEEE Trans. Instr. Measur.*, Vol. 61, No. 5, May 2012, pp. 1296 – 1306.
- [30] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, and J. R. Buck, *Discrete-time Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1999.
- [31] P. Carbone, E. Nunzi, and D. Petri, *Windows for ADC dynamic testing via frequency-domain analysis*, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 50, no. 6, pp. 1571–1576, Dec. 2001.
- [32] F. J. Harris, *On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform*, *Proc. IEEE*, vol. 66, no. 1, pp. 51–83, Jan. 1978.
- [33] K.D. Hurst, T.G. Habetler, *A comparison of spectrum estimation techniques for sensorless speed detection in induction machines*, *IEEE Transactions on Industry Applications* 1997, pp. 898–905.
- [34] E. Nunzi, P. Carbone, and D. Petri, *A procedure for highly reproducible measurements of ADC spectral parameters*, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 52, no. 4, pp. 1279–1283, Aug. 2003.
- [35] *IEEE Standard for Digitizing Waveform Recorders*, IEEE Std. 1057-2007, Apr. 2008.

- [36] IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog to Digital Converters, IEEE Std. 1241-2010, Jan. 2011.
- [37] W. Kester, Analog-Digital Conversion. Norwood, MA: Analog Device, Inc., 2004.
- [38] B. A. Shenoi, Introduction to digital signal processing and filter design, Wiley Interscience, 2006.
- [39] S. Winder, Analog and Digital Filter Design, Elsevier Science, second edition, 2002
- [40] C. Emmanuel Ifeachor, B. W. Jervis, Digital Signal Processing, Prentice Hall 2002.
- [41] Z. Yu, D. Chen, and R. L. Geiger, A computationally efficient method for accurate spectral testing without requiring coherent sampling, in Proc. IEEE Int. Test Conf., 2004, pp. 1398–1407.

Anexo A

**Artigo Publicado no IECON 2014 – 40th Annual
Conference of IEEE Industrial Electronics Society**

Sensorless Speed Estimation for Induction Motors Using Slot Harmonics and Time-based Frequency Estimation

Luiz A. Roque
Itajuba Federal University
(UNIFEI)
Itajuba, Brazil
beto_aguiar21@hotmail.com

Jonas G. B. da Silva
Itajuba Federal University
(UNIFEI)
Itajubá, Brazil
jgborges@gmail.com

Luiz E. B. da Silva
Itajuba Federal University
(UNIFEI)
Itajubá, Brazil
leborgess@gmail.com

Abstract - This paper proposes a new method for sensorless speed estimation in three phase induction machines based on stator current signal analysis and Sinusoidal Signal Approximation algorithm. Rotor speed is estimated through identification and estimation of slot harmonics frequencies, present in the acquired current signal. In order to estimate the speed with accuracy, precision, and update time similar to a regular digital tachometer (contact or optical), the proposed method applies the Sinusoidal Signal Approximation algorithm in the process of estimating slot frequency, as an alternative to the Fast Fourier Transform (FFT) and spectral estimation techniques. The method was validated by an experimental setup where estimated speed from a 4-pole induction motor, running at different load conditions, is compared to speed measured by a digital optical encoder.

Keywords— *Sensorless speed measurement, induction machine, slot harmonics, Fast Fourier Transform (FFT), spectral estimation, fundamental identification and replacement technique.*

I. INTRODUCTION

Accurate and fast measurement of shaft speed in induction motors, contribute to many industrial applications, such as speed or torque control, braking, fault analysis and efficiency estimation. However, the most common and reliable sensors available, such as encoders and tachometers, are not usually preferred due to the inherent problems such as fragility, mounting, accuracy and reliability associated with them. Those sensors not only increase the cost of the drive but they are hard to fix in facilities already in service. Thus, speed estimation based on indirect measurements rise up as an alternative [1-4], especially in cases where a speed sensor is not feasible to be installed. In many cases, speed information is extracted from the machine's electric signals, such as voltage [1] [2] and stator current [3] [4] exploring the remote and non-invasive nature of voltage and current sensors. In those cases, speed information is obtained through Digital Signal Processing (DSP) techniques applied to those signals.

The purpose of this study is to improve accuracy, of shaft speed estimation in induction motors using rotor slot harmonics present in the stator current. To this purpose this paper proposes a new speed estimation approach, based on previous work on analysis of slot harmonics components present on stator current [4]. These components arise due to the constructive features

(mechanical and magnetic features of the engines) of the motor, and are independent of the machine's electric parameters. Such estimation is combined with a robust sinusoidal approximation algorithm [5] [6], which is a technique that counts periods within a given sample. The algorithm is used to estimate the frequency, amplitude and phase of sinusoidal signals where the fundamental frequency energy is much larger than the other components in the same signal, and is applied as an alternative to the Fourier transform (Fast Fourier Transform - FFT).

The proposed method employs DSP techniques to filter, manipulate and identify speed related current harmonics more effectively than is possible using analog methods. The method performs the sampling of the stator current from one of the motor phases, where embedded slot harmonics carry information about speed at most operating conditions, even low speeds. Then, aliasing and filtering techniques are combined to increase the detectability and statistical significance of the slot harmonics [4]. Finally, through a time-based sinusoidal approximation algorithm, increased accuracy, precision and robustness is obtained in the slot harmonics frequency estimation, as compared to FFT-based techniques, especially when significant noise is present.

II. SENSORLESS SPEED ESTIMATION METHODS BASED ON STATOR CURRENT

This section describes the method used as a basis of the proposed method. First, the concept of slot harmonics is presented, including mathematical framework for predicting their frequencies. Then, the speed estimation algorithm based on Hurst, et al. [4] is described.

A. Slot Harmonic

Slot harmonics are harmonics related to the rotor speed [7] which arise from radial forces due to the flux density in the airgap. The flux density is influenced by the non-sinusoidal MMF's and the variation of the airgap permeance as a result of the structural features of the machine such as the number of poles, number of slots, flux saturation, presence of faults, and the eccentricity of the

rotor [8] [9]. Rotor eccentricity arises in the airgap due to regions with low and high reluctance, resulting in a region of minimum and maximum airgap, respectively [10].

These high frequency effects modulate the airgap flux and induce voltages in the windings of the stator that are proportional to the rotation of the rotor. Thus, it can be monitored through the stator current, as shown in Fig. 1 [8].

The slot harmonics are independent of electrical motor parameters, and depend only on the structure of the motor and the main frequency imposed by the input voltage as showed in [4]. The frequency of these harmonics can be described by:

$$f_{sh} = f_1 \left((k \cdot R + n_d) \cdot \left(\frac{1-s}{p/2} \right) + n_w \right) \quad (1)$$

Where $k = 0, 1, 2, \dots$; R is the number of rotors bars; $n_d = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, is the order of the rotor dynamic eccentricity; s is the per unit slip; p is the number of poles; and $n_w = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$, is the order of the rotor static eccentricity.

For a particular harmonic, it is required to know the parameters R , n_d , and n_w , which are dependent on the structural features of the machine. These parameters can be estimated including eccentricity harmonics [7], which are obtained by setting $k = 0$, $n_d = \pm 1$ and $n_w = 1$ in (1).

$$f_{ecc} = f_1 \left(1 \pm \left(\frac{1-s}{p/2} \right) \right) \quad (2)$$

Through the eccentricity harmonics, static eccentricity harmonics can be estimated by setting $k = 1$, $n_d = 0$ in (1).

$$f_{ecc_static} = f_1 \left(R \cdot \left(\frac{1-s}{p/2} \right) + n_w \right) \quad (3)$$

The static eccentricity harmonics are significant in most current signatures and are a very reliable for speed estimation applications, due to their energy in the line current spectrum [8]. Nevertheless, there are special motor configurations where they are not present [9] and other cases when their amplitude is very small, being buried inside noise.

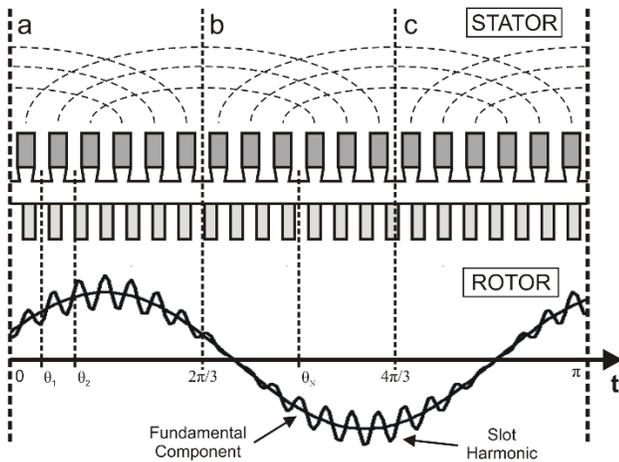


Fig. 1 Airgap flow modulation caused by the slot harmonics. Source: Ishida [9]

B. Speed-Detection Algorithm

Slot harmonics always exist in any nonzero shaft speed and, compared to the main frequency their amplitude are very small, requiring special DSP methods to identify and isolate them. Hence, the algorithm proposed in [4] applies a series of processing methods to identify, isolate and enhance those harmonics. This method is used as the basis of this work and is described below.

Initially, stator current from one phase is collected by a current sensor and passed through an analog processing to remove high frequency harmonics preserving the components of interest. After the analog circuit, a 16-bit analog-digital converter (ADC) samples the signal at a frequency of 4 kHz. The method collects 10 cycles of the input signal and then a resampling technique is performed to $f_{s2} = 60 \cdot f_1$, in order to make the sampling frequency a multiple of the fundamental frequency. A Hamming window is applied to reduce the effect of leakage in the spectrum analysis and down-sampling is performed to $f_{s3} = 2 \cdot f_1$, causing the aliasing phenomenon and forcing the slot harmonics into the same spectral streak (see Fig. 2).

Then, a spectral estimation technique is used to detect a peak in the aliasing spectrum corresponding to “aliased” slot harmonics - the resulting spectrum has very low spectrum resolution. After this peak is detected the rotor speed can be estimated.

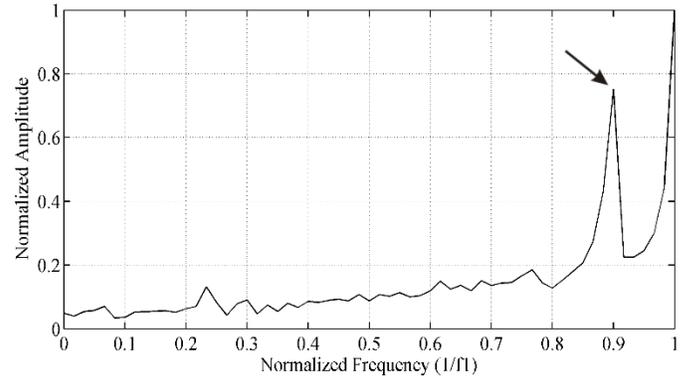


Fig. 2 Aliased frequency spectrum of stator current.

III. THE SINUSOIDAL APPROXIMATION ALGORITHM

The approximation method was first proposed by [5], improved by [6], and used as an alternative technique to spectral Fourier analysis in periodic signal estimation, since Fourier transform depends on the relationship between sampling frequency and number of samples to determine estimation resolution. Additionally, when applied to discrete signals, the Fourier transform (DFT) can carry relevant errors due to leakage effects. The leakage phenomenon is a result of frequencies that are not within spectral resolution range, i.e., frequencies which cannot be achieved by spectral resolution, resulting in energy that is spread across the spectrum.

In [4], the sinusoidal approximation algorithm is used to decrease the leakage in spectral analysis, achieving higher

accuracy without the need for consistency between the sampling frequency and input signal frequency, even at low or close to Nyquist frequencies, showing robustness even in high noise signals. Estimation error is related to number of samples available in the time domain (a higher sampling rate lowers the error for the same sampling period) as opposed to number of frequency bins on the frequency domain (longer sampling periods improve spectrum resolution and reduce errors).

The algorithm is organized in three main steps: the first step selects the best set of samples to be used, where the number of samples will contain the maximum amount of whole periods of the input signal. In the second stage, a counting process is made to determine how many integer periods of the signal are present, as well as fractional periods. Finally, in the third step, the input signal is adjusted by subtracting a sinusoidal wave at the estimated frequency, amplitude, and phase and adding another of same amplitude and phase, but at slightly different frequency, in a way that the frequency coincides with a spectral line, resulting in a strong decrease in leakage when obtaining the FFT. Fig. 4 illustrates a general description of the algorithm.

The sinusoidal approximation algorithm is very accurate in estimating frequencies of pure sinusoidal waves. In order to determine the error when the algorithm is employed in the speed estimation process, the algorithm estimation accuracy and precision were assessed in a simulation - no information about estimation errors of the algorithm is presented in [6]. The simulation was setup with several input sinusoids waves at different phases and frequencies, whose parameters are presented in Table I. The maximum absolute error of the frequency estimation was determined, as a function of the number of points taken by the algorithm, and the results presented in Fig. 3. An exponential fitting was performed on the data so it could be applied in the proposed speed estimation algorithm, so each estimate can be associated to an estimation error.

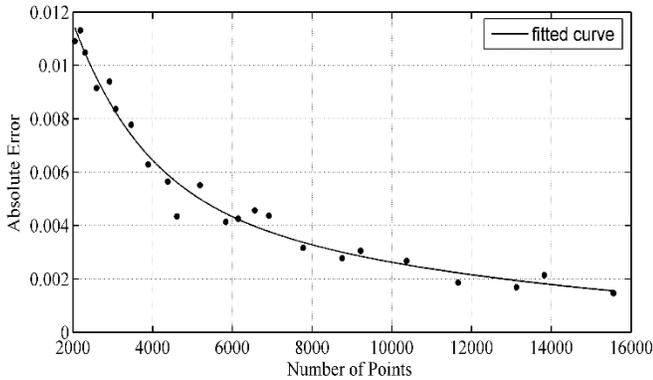


Fig. 3 Estimation error of the sinusoidal approximation algorithm as a function of the number of samples taken by the algorithm.

TABLE I. SIMULATION PARAMETERS

Input Frequency	800 Hz to 3000 Hz
Frequency Step	0.25 Hz
Magnitude	1.0
Phase	0 to 360° (randomly determined)

Number of samples	27000
Sampling Frequency	27 kHz

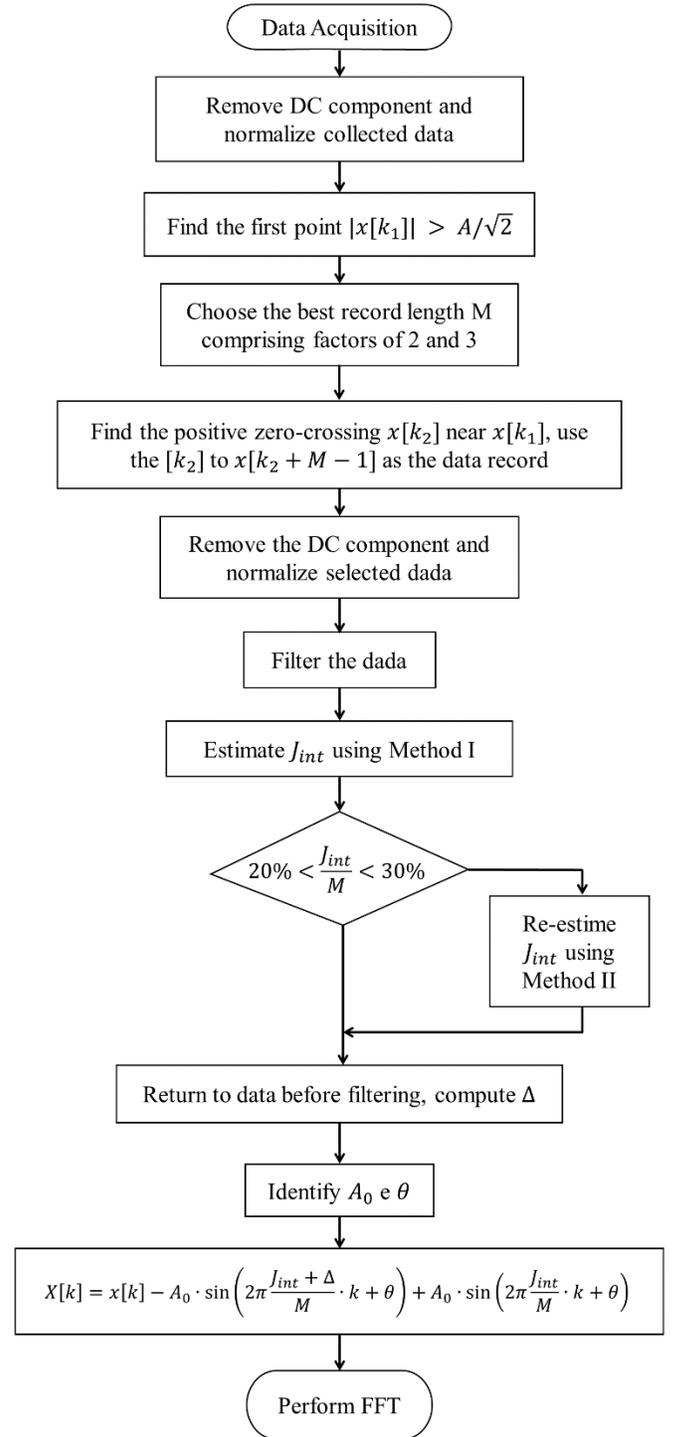


Fig. 4 Sinusoidal approximation algorithm. Source Wu [6]

VI. THE PROPOSED METHODOLOGY

The method proposed in this paper is characterized by being sensorless, since it does not use speed sensors, less invasive and remote, by requiring stator current signal from one phase of the motor. The method differs from [4] by relying on the sinusoidal approximation algorithm for frequency estimation of the input signal's fundamental frequency and for the final estimation of the slot harmonic frequency, after the detection and isolation steps.

The value of the fundamental frequency of the input, required by the algorithm, is not measured, but is initially estimated by the sinusoidal approximation algorithm. First, one of the phases of the stator current is sampled at a frequency determined by f_s (see Fig. 5), then a 1-second signal is acquired. In order to make the acquired data independent of the fundamental frequency (f_1), the data is resampled to a new value that is a multiple of f_1 . In order to conserve as much information as possible, the new adopted sampling frequency value is a multiple of f_1 that is closest to the value of f_s .

With the resampled data, a band-pass filter with cutoff frequencies defined by (1) and based on user-defined highest and lowest acceptable slip values, is applied to the signal to limit the search region of the slot harmonics. The resulting signal is then resampled to $f_{s3} = 2 \cdot f_1$, causing the aliasing phenomenon. According to [4], this forces the slot harmonics frequencies to superimpose on the same frequency and, thus, improving their statistical relevance (see Fig. 2).

Since the goal is to obtain a more accurate estimation of shaft speed, the method originally presented by [4] was modified to include the sinusoidal approximation algorithm instead of a parametric or nonparametric spectral estimation method. To increase the estimation precision, the sampling period was set to 1 second. At a 10 cycle period, as used in [4], the resolution in the frequency domain is too low to reach the adequate precision at desired accuracy.

This algorithm is a tool that requires a relative low computational cost to estimate the frequency, amplitude and phase, compared to the parametric spectral estimation method used in [4], which requires a model. Therefore, to achieve greater accuracy, the spectral estimation step was replaced by the sinusoidal approximation algorithm, resulting in the diagram shown in Fig. 5.

n inherent limitation of the method described in Section III is the fact that the main frequency component has to be filtered, since it has to be much larger than the other components.

After resampling the data to $f_{s3} = 2 \cdot f_1$, where f_{s3} is the sampling frequency that causes the aliasing phenomenon, a low resolution spectrum is obtained. In this spectrum, a specific type of slot harmonics called static eccentricity is identified by a peak search. The resulting value is then used to determine the precise location of all static eccentricity components on the spectrum of the original signal. Moreover, the sinusoidal approximation method proposed by [4] was modified to determine the fractional part within the data, because initially, this step did not satisfy all the conditions of four trigonometric quadrants.

After determining exactly where the static eccentricity components are in the frequency-domain of the original signal, a

band-pass filter is performed on the spectrum to keep only one component of interest. Through an inverse Fourier transform the desired slot harmonic component is isolated from the stator current signal and is represented in the time-domain. This signal is then used as the input of the sinusoidal approximation algorithm.

To determine the precise frequency of the input signal the sinusoidal approximation algorithm is applied. In [3], speed estimation is made directly on the original signal spectrum, so the effect of the leakage does impact on the precision and error of the estimate.

Finally, is important to notice that the requirements of the speed estimation algorithm are motor nameplate information such as number of poles, nominal current, nominal speed, as well as the number of rotor bars, and maximum and minimum operating conditions given by slip values (usually between 0.005 and 0.05).

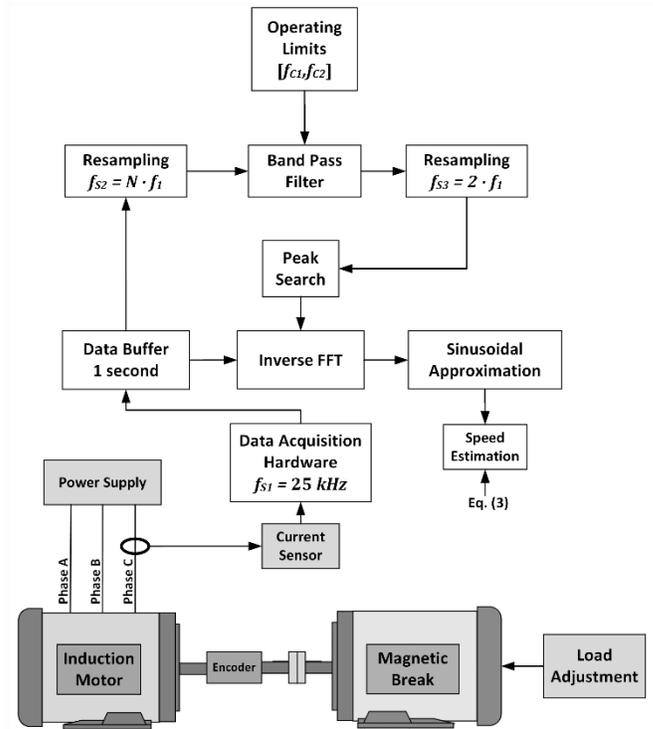


Fig. 5 Diagram blocs for speed estimation for the proposed method

V. EXPERIMENTAL RESULTS

The proposed method was tested in a 2-pole, 0.5 HP, 220 V and 34 rotor bar motor, coupled to a controlled magnetic break. Stator current was obtained through a current transducer connected at one of the motor phases. Current signal was sampled at 25 kHz using a 16-bit ADC. Instantaneous shaft speed was measured using a photocoupler and a 20-division encoder disc, providing an accurate (± 0.02 RPM precision) and reliable speed value for validation. First, steady state estimation was studied, during a 20-second run in unloaded and full load conditions. Then, during a 60-second run, different load conditions were imposed on the motor, ranging from 70% to 110% of full load. The tests are

then divided into 1-second samples, where three estimation methods are applied:

Method 1 – slot harmonics identification on the spectrum of the original signal;

Method 2 – method based on aliasing of slot harmonics and frequency domain analysis for speed estimation;

Method 3 – proposed method, based on aliasing of slot harmonics and sinusoidal approximation algorithm (time domain) for speed estimation.

Fig. 6 and Fig. 7 shows the measured and estimated speed values, including the estimated error for the proposed method for a test run over and full-load condition, respectively. Speed measured by the encoder presented higher accuracy, being able to detect small speed variations through the test period. As seen on both cases, the proposed method presented adequate accuracy and precision, following those speed fluctuations and, given estimation error (shown as error bars), within speed values given by the encoder. For a 1-second sample, the estimation was reliable and showed great accuracy and precision ± 0.3 RPM, however this sample size could get a significant smaller at the cost of less accuracy and precision, since the time domain resolution would be worse. Hence, for sampling periods lower than 0.25 s, there were not enough points for adequate estimation.

Fig. 8 shows a comparison between the three estimation methods considered in this experiment against the instantaneous speed value, obtained with the encoder – due to their very small size, error bars were hidden to improve visualization. The figure Fig. 8-a shows the conventional method using the Fourier transform (Method 1) and the encoder signal; the Fig. 8-b shows refer to method in [4] (Method 2) and the encoder signal; and the Fig. 8-c shows the proposed method (Method 3) and the encoder signal. All the methods were subjected to the same signal, including number of samples and sampling frequency.

The Method 1, when applied to a 1 second-sample presented very poor estimation, with an unacceptable accuracy, and leading to large errors. Higher accuracy was obtained at 2 second-sample (see Fig. 8-a), but it was not possible to detect small speed variations and fluctuations on overload conditions. On the other hand, Method 2 (see Fig. 8-b), showed good precision (but not higher accuracy), but still did not detect small variations in speed and some fluctuations on the overload condition.

Finally, Method 3 (see Fig. 8-c), showed excellent accuracy (smaller estimation error) and precision (smaller error variation), and fast response to speed variations when compared to others methods, since almost all estimated values were within the limits of the encoder measurements (including during periods of higher speed variations). Thus, it can be noted that the sinusoidal approximation algorithm not only reduces the computational cost, due to its simpler calculation method, but also results in accurate and precise estimated values, especially against noise (more robustness). The Table II show the estimation error for the Method 3 comparing to the encoder for different load conditions and 1 second-sample with 20 samples, the Table III show the expected error and the estimation error for all methods for the experimental showed in Fig. 8.

The encoder signal helped to show the real power of the algorithm at detecting small speed variations, and evaluating its accuracy and precision, in steady and varying load conditions.

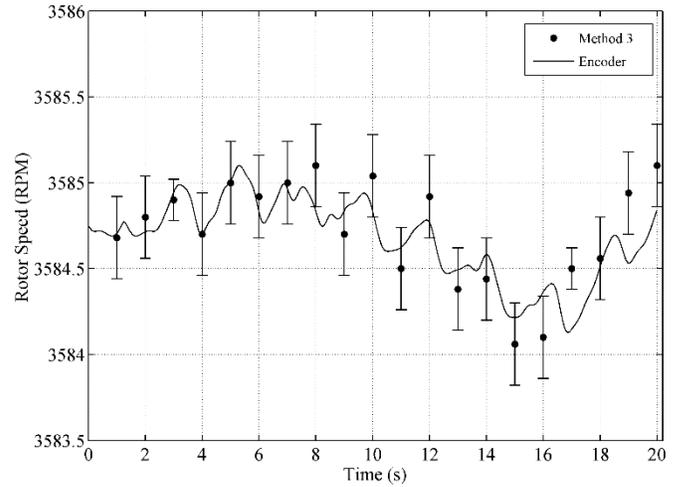


Fig. 6 Estimated speed during a steady state run and unloaded condition

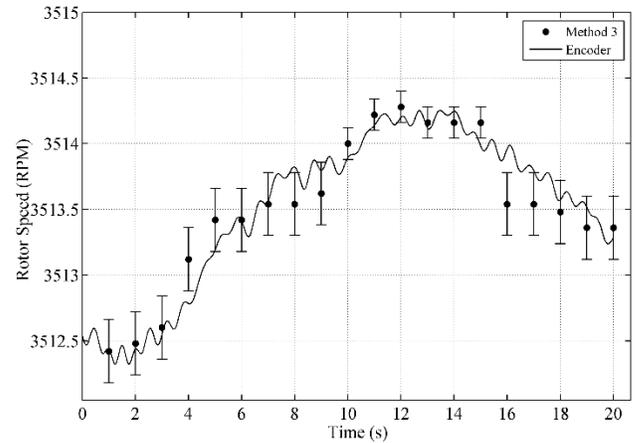


Fig. 7 Estimated speed during a steady state run and full load condition.

TABLE II. STEADY-STATE ACCURACY AND PRECISION

Load	Sample Size	Estimation Error	
		Mean	Std. Deviation
70%	1 second (20 samples)	0.28 RPM	± 0.21 RPM
80%	1 second (20 samples)	0.29 RPM	± 0.19 RPM
100%	1 second (20 samples)	0.31 RPM	± 0.18 RPM
110%	1 second (20 samples)	0.41 RPM	± 0.31 RPM

TABLE III. OVERALL ACCURACY AND PRECISION

Method	Sample Size	Expected Error	Estimation Error	
			Mean	Std. Deviation
1	2 seconds (30 samples)	± 4.2 RPM	4.8 RPM	± 6.3 RPM
2	1 second (60 samples)	± 1.8 RPM	3.3 RPM	± 6.41 RPM
3	1 second (60 samples)	$\pm (0.3, 0.8)$ RPM	0.6 RPM	± 0.70 RPM

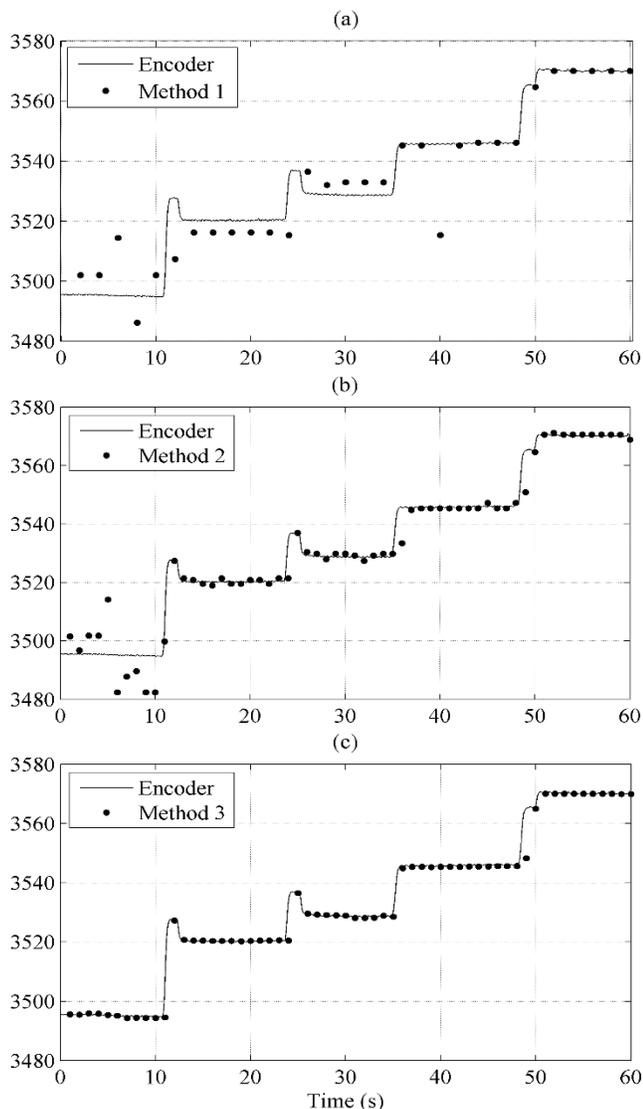


Fig 8 Comparison of rotor speed estimation methods – estimated speed versus measured speed at varying load condition.

VI. CONCLUSION

This work presented a new sensorless estimation method, based on the combination of two basic approaches. The first, based

on previous work, is applied to increase the detectability of the slot harmonics, whose frequency value is used to estimate rotor speed. The second, based on a time-domain approach to frequency estimation, isolates the slot harmonic components of the signal and estimates their frequencies at higher precision, higher accuracy, and lower computational cost than parametric and nonparametric spectrum estimation methods, such as FFT. Through tests conducted on a 2-pole motor, the method was validated by comparing the proposed method's estimated values against others known estimation methods and a conventional optical encoder. Fig.

The proposed method's rate of speed estimations, one every 1 second, at various load conditions, is a significant contribution in terms of processing time and accuracy compared to other methods, all through a cheap, non-invasive, and remote current sensor. The method showed good precision and accuracy in estimating even small speed variations and a fast response in load-varying conditions. The sinusoidal approximation algorithm, working in the time domain and at a higher sampling rate, lowered estimation error for a given sampling period, when compared to FFT-based methods.

The sinusoidal approximation algorithm proved to be not only a more robust and more adequate frequency estimation technique, but also computationally efficient, although its limitation to signals comprising just one frequency had to be taken into consideration in the implementation of the estimation algorithm.

This work opens opportunities for applications that should explore further development of this method in order to increase robustness and versatility of the method, so it can be applied in real world applications that include different motor sizes and models, as well as any load and operating conditions.

REFERENCES

- [1] H. B. Ertan, O. Keysan, "Implementation issues of real time position estimation for induction motors using rotor slot harmonics", 4th International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives, May 2013, pp 1826-1832.
- [2] H. Kiyotake, K. Shinohara, D. Katoh, "A new detection method of slot harmonics for speed sensorless vector control of induction motors", Power Conversion Conference - Nagoya, 2007, pp. 845-851.
- [3] K. Nishibata, M. Ishida, S. Doki, T. Masuzawa, M. Fujitsuna, "Speed Estimation Method utilizing rotor slot harmonics detected from line current for speed sensorless drive of ultra high speed induction machine", IEEE Inter. Conf. on Industrial Technology, 2006, pp. 1591-1596.
- [4] K.D. Hurst, T.G. Habetler, "Sensorless speed measurement using current harmonic spectral estimation in induction machine drives", IEEE Transactions on Power Electronics 11 (1) (1996) 66-73.
- [5] Z. Yu, D. Chen, and R. L. Geiger, "A computationally efficient method for accurate spectral testing without requiring coherent sampling", in Proc. IEEE Int. Test Conf., 2004, pp. 1398-1407.
- [6] M. Wu, D. Chen, and G. Chen, "New Spectral Leakage-Removing Method for Spectral Testing of Approximate Sinusoidal Signals", IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 61, no. 5, May 2012.
- [7] Z. Yu, D. Chen, and R. L. Geiger, "A computationally efficient method for accurate spectral testing without requiring coherent sampling", in Proc. IEEE Int. Test Conf., 2004, pp. 1398-1407.
- [8] L. E. L. Oliveira, "Estimação Automática de Velocidade de Motores de Indução Utilizando Sistemas Inteligentes", Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2006.

- [9] M. Ishida, K. Iwata, "A new slip frequency detector of an induction motor utilizing rotor slot harmonics", IEEE Transactions on Industry Applications IA-20 (1984) 575-582.
- [10] S. Nandi, S. Ahmed, and H. A. Toliyat, "Detection of rotor slot and other eccentricity related harmonics in a three phase induction motor with different rotor cages," IEEE Trans. Energy Conversion, vol. 16, pp. 253-260, Sept. 2001.
- [11] J. G. B. Silva, "Aplicação da Análise de Componentes Principais (PCA) no Diagnóstico de Defeitos em Rolamentos através da Assinatura Elétrica de Motores de Indução", Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2008.
- [12] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, and J. R. Buck, Discrete-time Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1999.
- [13] K.D. Hurst, T.G. Habetler, "A comparison of spectrum estimation techniques for sensorless speed detection in induction machines", IEEE Transactions on Industry Applications 33 (4) (1997) 898-905.