ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

E. F. E. I.

ESTABILIDADE PERMANENTE E TRANSITÓRIA DOS SISTEMAS DE POTÊNCIA COM CAPACITORES SÉRIE

EDGAR PEREIRA

ESTABILIDADE PERMANENTE E TRANSITÓRIA DOS SISTEMAS DE POTÊNCIA , COM CAPACITORES SÉRIE.

POR

EDGAR PEREIRA

TRABALHO APRESENTADO COMO TESE DE MESTRADO

ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

março de 1970

ESTABILIDADE PERMANENTE E
TRANSITÓRIA DOS SISTEMAS
DE POTÊNCIA , COM CAPACI-
TORES SÉRIE.

ESTABILIDADE PERMANENTE E TRANSITÓRIA DOS SISTEMAS DE POTÊNCIA COM CAPACITORES

EDGAR PEREIRA

Uma tese submetida ao Corpo Docente da Coordenação de Pós-Graduação da Escola Federal de Engenharia de Itajubá, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do GRÁU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por :

Prof. Thorstein Larsen

Prof. Francisco Rennó Neto

Prof. Ernani da Motta Rezende

Abril de 1970

Á meus pais e
minha espôsa.

PREFÁCIO

O presente trabalho foi apresentado na Escola Federal de Engenharia de Itajubá (ex-Instituto Eletrotécnico de Itajubá), como tese de mestrado.

Nesta apresentação tivemos em mente descrever técnicas que possibilitem fornecer a solução dos problemas da estabilidade permanente e transitória dos sistemas de potência elétrica. Procuramos, também, fazer a compensação do sistema, com reatâncias capacitivas série, a fim de aumentarmos os limites de estabilidade do sistema. O trabalho em aprêço, poderá fàcilmente ser adaptado para uso em computadores digitais. Queremos deixar registrado o nosso profundo agradecimento:

1 - À Direção da Escola Federal de Engenharia de Itajubá e a seu Corpo Docente.

2 - À Companhia Estadual de Energia Elétrica - RGS, à Faculdade Politécnica da Universidade Federal de Santa Maria - RGS e ao BNDE.

3 - Ao Professor Thorstein Larsen - Ex-Professor da da "Johns Hoppkins University" - Baltimore - USA, por ter sido nosso orientador neste trabalho.

Edgar Pereira

março de 1970

Itajubá, Minas Gerais.

SUMÁRIO

O trabalho de Estabilidade Permanente e Transitória dos Sistemas de Potência, com capacitores série está dividido em seis (6) capítulos. No primeiro fizemos uma introdução sôbre o assunto. No segundo e terceiro estudamos o Regime Permanente e Transitório, respectivamente. No quarto capítulo fizemos uma consideração sôbre o problema de duas máquinas. No quinto analizamos os capacitores série, como compensadores e sexto verificamos a sua localização.

ABSTRACT

The works of steady and transient of the power systems, with series capacitors, is divided in six (6) chapters. In the first made an introduction about the subject. In the second and third ones we studied the regimen steady and transient, respectively. In the fourth chapter we made an consideration about the problem of two machine. In the fifth we analysed the series capacitors as compensating and in the sixth we verified its localization.

o
o o
o o
o o
o o o o o

ÍNDICE

Estabilidade em regime permanente e transitório.

Capítulo Fôlhas

Capítulo		Fôlhas

Análise de capacitores séries em linhas de Transmissão , Longas (estabilidade)

Apêndice

Apêndice — Fôlhas

1.0.0 - INTRODUÇÃO

No presente trabalho é feito um estudo sôbre os seguintes temas:

a) Estabilidade em Regime Permanente e Transitório, dos sistemas de potência.

b) Análise de capacitores séries em linhas de transmissão longas, quanto à estabilidade.

Quanto à estabilidade em regime permanente e transitória, desenvolveremos técnicas, a fim de verificar se um sistema é estável ou não, Com referência à análise de capacitores, conduziremos o trabalho para o ponto de; ao fazermos uma compensação no sistema, o que ocorrerá com a estabilidade ?

1.1.0 - REVISÃO HISTÓRICA

Desde que a estabilidade é um problema associado com a operação em paralelo das máquinas síncronas, poderá ser suspeitado que o problema aparece quando máquinas síncronas foram primeiramente operadas em paralelo.

A primeira série de problemas de operação em paralelo, entretanto, não foi a estabilidade, mas sim o HUNTING.

Quando da necessidade de operação em paralelo de geradores de AC tornou-se uma necessidade, mais para geradores os acionados por máquinas a vapor. As pulsações libertadas por êstes tipos de máquinas davam elevação para o Hunting , que tinha algumas vêzes se agravado, por ressonância entre o período de pulsação do torque da máquina primária e o período eletromecânico do sistema de potência. Em alguns casos impróprios do circuito ou do funcionamento dos servomotores , também agravavam o Hunting .

A gravidade do Hunting foi decrescendo por introdução dos enrolamentos amortecedores, inventado por LEBLANC na França e por LAMME na América. Mais tarde o problema foi desaparecendo considerando o uso geral de turbinas a vapor , que não tem pulsações de torque.

Intimamente tôdas as máquinas primárias em uso atual , como turbinas a vapor e hidráulicas dão ambas, torque estável. Alguns geradores são movidos silenciosamente por turbinas a vapor ou por máquinas de combustão interna.

Nos primeiros 10 ou 20 anos dêste século , a estabilidade não foi ainda um problema significante.

Antes do plano de contrôle automático de tensão ter sido desenvolvido, o sistema de potência era designado um bom regulador de tensão.

Como uma consequência das baixas reatâncias, os limites de estabilidade foram levados acima das condições normais de transmissão de potência.

Os desenvolvimentos de reguladores automáticos tornou possível o aumento das reatâncias fim de obter mos um projeto mais econômico e para limitar as correntes de curto circuito. Por uso do regulador de indução para contrôle de alimentadores de tensão, linhas de transmissão de alta impedância tornaram-se práticáveis. Estes fatores, conjuntamente com o incremento de uso de geradores e reatores nos barramentos para diminuir as correntes de curto circuito, comandam a diminuição na estabilidade, inerente de um sistema de potência.

A estabilidade primeiro tornou-se um problema importante, pois,a conexão com longas linhas de transmissão , que estão, usualmente associadas com estações hidroelétricas alimentando grandes centros de carga.

Por volta de 1920 o problema da estabilidade dos sistemas de potência foi objeto de esmerada investigação , testes foram feitos em laboratórios , com montagem de modêlos de sistemas de potência e métodos de análises foram desenvolvidos e confirmados por testes, e medidos para improvisar a estabilidade.

1.2.0- O PROLEMA DA ESTABILIDADE

Estabilidade em sistemas de potência é o têrmo aplicado para os sistemas de potência elétrico de AC.

Denotam uma condição em que as várias máquinas síncronas do sistema ficam em sincronismo, uma com as outras. Convencionalmente , instabilidade denota uma condição involvendo perda de sincronismo.

Consideremos o simples sistema ~~de potência da~~ fi-gura 1.1, consistindo de um gerador síncrono fornecendo potência para um motor síncrono, atravéz de um circuito composto de uma reatância X_e , cada uma das máquinas síncronas pode ser representada pelo menos, aproximadamente por uma fonte de tensão constante em série com uma reatância constante.

Assim sendo, o gerador é representado por E_1 e X_1; e o motor por E_2 e X_2, combinando as reatâncias da linha e das máquinas, nós teremos um circuito elétrico consistindo de duas fontes de tensão constante , E_1 e E_2 ligadas através de uma reatância $X = X_1 + X_e + X_2$

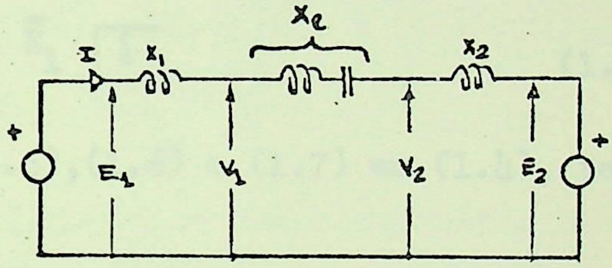


Fig.1.1- Sistema de potência simples para duas máquinas.

O diagrama vetorial de tensões é apresentado na fig.1.2 , vetorialmente :

$$E_1 = E_2 + jXI \qquad (1.1)$$

portanto a corrente I é dada por :

$$I = \frac{E_1 - E_2}{jX} \qquad (1.2)$$

A potência de saída do gerador desde que não haja resistência no circuit , vem dada por

$$P = R_e \left\{ \bar{E}_1 \; I \right\} \qquad (1.3)$$

$$P = R_e \left\{ \bar{E}_1 \; \frac{E_1 - E_2}{jX} \right\} \qquad (1.4)$$

onde R_e entende-se por "parte real de "; e $\bar{E}_1$ é o conjugado de E_1 . Se fizermos

$$E_2 = E_2 \underline{|0} \qquad (1.5)$$

e

$$E_1 = E_1 \underline{|\delta} \qquad (1.6)$$

$$\bar{E}_1 = \bar{E}_1 \overline{|\delta} \qquad (1.7)$$

substituindo (1.5),(1.6) e (1.7) em (1.4), teremos:

$$P = R_e \left\{ \bar{E}_1 \overline{|\delta} \; \frac{E_1 \underline{|\delta} - E_2 \underline{|0}}{X \underline{|90^\circ}} \right\}$$

$$= R_e \left\{ \frac{E_1^2}{X} \overline{|90^\circ} - \frac{E_1 E_2}{X} \underline{|-90^\circ - \delta} \right\}$$

$$= - \frac{E_1 E_2}{X} \cos (-90^\circ - \delta)$$

$$P = \frac{E_1 E_2}{X} \operatorname{sen} \delta \qquad (1.8)$$

O diagrama vetorial fica sendo ;

A equação (1.8) apresenta que a potencia P transmitida do gerador para o motor varia com o seno do

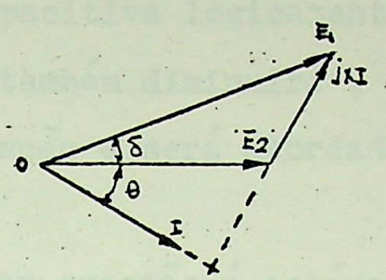


Fig.1.2- Diagrama vetorial do sistema da fig.1.1.

deslocamento angular δ entre os dois rotores, como representado na fig.1.3 .

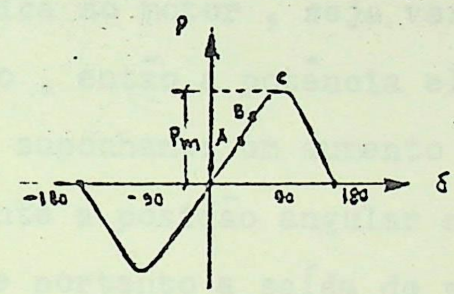


Fig.1.3- Curva Potência-Ângulo do sistema da fig.1.1.

A curva é apresentada como uma CURVA-POTÊNCIA-ÂNGULO . A máxima potência que pode ser transmitida em estado estável com a dada reatância X e as dadas tensões internas E_1 e E_2 é

$$P_m = \frac{E_1 E_2}{X} \qquad (1.9)$$

e ocorre para $\delta = 90^\circ$.

O sistema poderá transmitir mais potência , caso a reatância X seja diminuida , e isto , pode acontecer se colocarmos uma reatância capacitiva em série -

com a reatância indutiva, isto é , X_e ~~é composto de~~ reatância indutiva e capacitiva . Portanto, se aumentarmos a reatância capacitiva lógicamente X_e diminuirá e consequentemente X também diminuirá , isto é , o que chamamos de compensação e será abordado nos capítulos 2.0.0- e 5.0.0.

O sistema em questão é estável sómente se o deslocamento angular δ está compreendido entre -90 e + 90, em que a declividade da curva $\frac{dP}{d\delta}$ é positivo.

Suponhamos que o sistema é operado no estado estável para o ponto A fig. 1.3. A entrada mecânica do gerador e saída mecânica do motor , seja verdadeira para as perdas por rotação , então a potência elétrica seria - igual a P . Agora suponhamos um aumento de carga no motor, momentâneamente a posição angular no motor com respeito ao gerador e portanto a saída de potência do gerador , é alterada , mas a saída do motor foi aumentada.

Há entretanto , um pequeno torque no motor tentando fazer-lhe o retardamento e nesta situação a sua velocidade decresce temporáriamente .

Como um resultado da diminuição da velocidade do motor , δ é incrementado e consequentemente a potência - de entrada é incrementada , sendo que finalmente a entrada e saída chegam a um eqüilíbrio., e o conjunto ficará operando em um novo ponto B.

Concluímos que para cada acréscimo de potência no - motor há um acréscimo no gerador e portanto o ponto A caminha sôbre a curva da fig. 1.3 , ocupando os pontos-

B...C em regime estável, sendo que de C para frente o regime será instável.

Poderá também ser determinada a variação de freqüência do sistema em função da variação angular

$$\Delta\delta^m = \frac{\Delta\ \delta}{p}, \qquad (1.10)$$

onde p = nº de pares de polos; e $\Delta\delta^m$ = variação angular em graus mecânicos no intervalo Δt seg.

$$\Delta\delta^m = \frac{\Delta\delta}{p.\Delta t}\ 60º/\text{min} \qquad (1.11)$$

$$\Delta\delta^m = \frac{\Delta\delta}{p.\Delta t}\ \frac{60}{360}\ r\,p\,m \qquad (1.12)$$

$$\Delta\delta^m = \frac{\Delta\ \delta}{60\ p}\ r\,p\,m \qquad (1.13)$$

$$\Delta^f = \frac{P}{60}\ \Delta\delta^m \quad \therefore$$

$$\Delta^f = \frac{P}{60}\ \frac{\Delta\ \delta}{60.p.\ \Delta t}$$

$$\Delta^f = \frac{\Delta\ \ \delta}{360\ \ \ \Delta t} \qquad (1.14)$$

1.3.0 - DEFINIÇÃO GERAL DE ESTABILIDADE E LIMITE DE ESTABILIDADE.

1.3.1 - Estabilidade é definida como sendo a tendência de um sistema ou partes de seus componentes a desenvolverem fôrças para manter o sincronismo e o equilíbrio.

Segundo a IEEE, a estabilidade usada como referência a um sistema de energia, é o atributo do sistema, ou parte dêle, que lhe permite desenvolver em seus elementos fôrças restauradoras, iguais ou maiores que as fôrças perturbadoras, e que permitem estabelecer um estado de equilíbrio entre os elementos.

1.3.2 - Limite de Estabilidade - é definido como o máximo fluxo possível de energia que pode passar por um ponto particular e determinado do sistema, quando todo o sistema ou parte dêle a que se refere o limite de estabilidade, está em regime de estabilidade.

2.0.0 - ESTABILIDADE EM REGIME PERMANENTE

Nêste capítulo analizaremos a estabilidade em regime permanente , a qual definiremos como sendo a habilidade que tem as máquinas síncronas para permanecer em sincronismo com o sistema , após vários minutos de distúrbios.

Nosso propósito é desenvolver técnicas afim de avaliarmos , até que ponto poderemos considerar um sistema estável e como determinar o limite de estabilidade.

2.1.0 - IMPORTÂNCIA DA ESTABILIDADE EM REGIME PERMANENTE.

Em condições de equilíbrio , o circuito equivalente de um sistema de duas máquinas se considera que é uma rêde simples de dois pares de terminais, isto é, um quadripolo com as suas quatros constantes A,B,C e D. A tensão do extremo do transmissor para as condições de regime permanente , é a tensão atraz da reatância síncrona do gerador e a tensão do extremo do receptor é a tensão atraz da reatância síncrona do motor. Um circuito como descrito anteriormente , é do tipo representado na fig.2.1 .

A fig.2.1a mostra uma representação unifilar e a fig.2.1b uma representação através de quadripolos.

A partir do diagrama de circuito de uma rêde de -

dois pares de terminais, se determinam as equaçoes (2.1) e (2.2) para a potência nos extremos do transmissor e receptor da rêde.

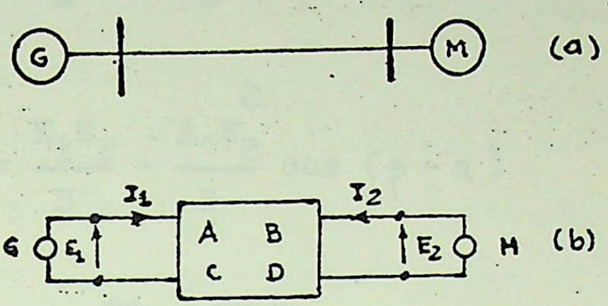


Fig. 2.1-ab- Representações de interligação de duas máquinas.

As mesmas equações se aplicam ao sistema de duas-máquinas e dão a potência desenvolvida pelo gerador e pelo motor se as tensões atraz das reatâncias síncronas das máquinas se substituem por E_1 e E_2 e se as constantes generalizadas do circuito incluem a rêde formada pelas impedâncias síncronas das máquinas e os circuitos que as conecta. As equações ficam sendo:

Gerador

$$P_1 = -\frac{E_1E_2}{B} \cos(\beta + \delta) + \frac{D.E_1^2}{B} \cos(\beta - \Delta) \tag{2.1}$$

Motor

$$P_2 = \frac{E_1E_2}{B} \cos(\beta - \delta) - \frac{A.E_2^2}{B} \cos(\beta - \alpha) \tag{2.2}$$

De forma igual , a partir das equações (5.15) e (5.16) a potência máxima desenvolvida pelo motor e pe lo gerador pode ser determinada. Pelas equaçoes:

Gerador

$$P_{1max.} = \frac{E_1 E_2}{B} + \frac{D.E_1^2}{B} \cos(\beta - \Delta) \qquad (2.3)$$

Motor

$$P_{2max.} = \frac{E_1 E_2}{B} - \frac{A.E_2^2}{B} \cos(\beta - \alpha) \qquad (2.4)$$

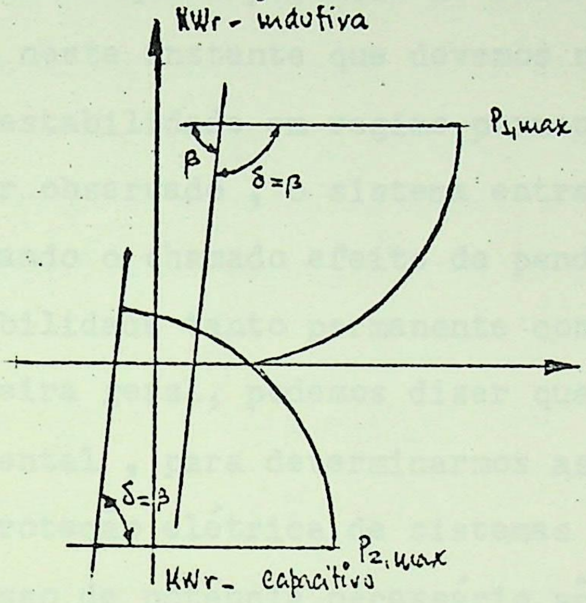


Fig. 2.2- Diagrama de circulo de um sistema de duas máquinas.

Pela fig. (2.2) estamos representando os diagramas de círculo da potência desenvolvida pelo gerador- e pelo motor de um sistema de duas máquinas.

As circunferência se tem desenhado para valores - iguais de E_1 e E_2 e são similares as circunferência - dos extremos transmissor e receptor.

O ponto $P_{2max.}$ representa a potência máxima que - pode ser desenvolvida pelo motor. Se o ângulo de torque δ é menor que β, qualquer carga adicional sobre o eixo dará lugar a um aumento de δ. A carga pode aumentar-se até que $\delta = \beta$, sendo então máxima a carga desenvolvida pelo motor. Se a carga no eixo exige uma potência maior que a desenvolvida para $\delta = \beta$, δ continuará crescendo, já que o motor não pode manter a velocidade de sincronismo se a potência por êle desenvolvida é menor que a potência de saída do eixo. É exatamente neste instante que devemos notar a importância da estabilidade em regime permanente, pois se tal não fôr observado, o sistema entrará em oscilação provocando o chamado efeito de pendulação.

A estabilidade tanto permanente como transitória de uma maneira geral, podemos dizer que tem importância fundamental, para determinarmos as imposições no campo da proteção elétrica de sistemas de potência.

O excesso de potência necessário sôbre a potência desenvolvida, deve ser consumida a expensas da energia armazenada nos sistemas giratório pela diminuição de sua velocidade. O incremento resultante para δ sôbre o valor de β dá lugar a uma potência desenvolvida mais baixa e o motor diminui ainda mais sua velocidade, dando lugar a valores maiores de δ e maior diminuição de potência. O motor acabará por perder o sincronismo completamente.

O ponto $P_{1max.}$ da fig. 2.2. é a potência máxima teórica produzida pelo gerador, mas não é preciso considerá-la no sistema das máquinas, visto que o motor perde o sincronismo quando $\delta = \bar{\beta}$ e antes de que o gerador desenvolva sua máxima potência. A diferença entre as potências desenvolvidas pelo motor e pelo gerador, para qualquer ângulo de torque é a perda de potência da rêde de conexão.

Desprezando a resistência, o diagrama de impedância de sequência positiva, para um sistema de duas máquinas, é representado na fig. 2.3 no qual a reatância X inclue as reatâncias síncronas do gerador, do motor e as reatâncias do circuito de conexão. Dado que se despreza a resistência e a admitância em paralelo as constantes generalizadas do circuito da rêde são :

$$A = 1\underline{|0} \qquad B = X\underline{|90°}$$

$$C = 0\underline{|0} \qquad D = 1\underline{|0}$$

Ao substituir as constantes anteriores nas equações (2.1) e (2.2) a potência transferida entre as duas máquinas vem dada pela equação.

$$P = \frac{E_1 \; E_2}{X} \operatorname{sen} \delta \qquad (2.5)$$

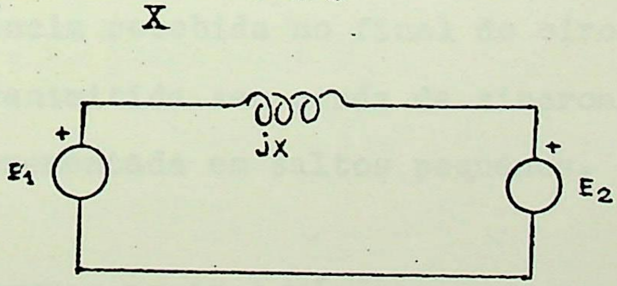


Fig. 2.3 - Diagrama de impedâncias de sequência positiva de um sistema de duas máquinas.

De forma igual as equações (2.3) e (2.4) da potência máxima de transferência vale

$$P_m = \frac{E_1 E_2}{X} \qquad (2.6)$$

Como se despreza a resistência , não há perdas do tipo I^2R e tôda a potência elétrica produzida pelo- gerador é consumida pelo motor.

Desprezando a resistência e a capacidade de em paralelo se obtém para o motor um valor calculado mais- alto , para o limite de estabilidade em regime permanente.

A reatância X da fórmula (2.3) deve ser a reatância transitória à tensão nominal ou à corrente nominal.

2.2.0 - O LIMITE DE ESTABILIDADE EM REGIME PERMANENTE

Definimos limite de estabilidade em regime permanente , como sendo , o máximo fluxo de potência que - pode ser transmitido no regime permanente sem a perda do sincronismo das máquinas que formam o sistema.

De uma maneira mais geral o limite de estabilidade em regime permanente poder ser definido , como a máxima potência recebida no final do circuito e que - pode ser transmitida sem perda de sincronismo, se a carga é incrementada em saltos pequenos.

2.3.0 - SISTEMAS DE DUAS MÁQUINAS COM PERDAS DESPREZÍVEIS

Um sistema de potência poderá sempre ser sinteti-

zado a duas máquinas ligadas através ~~do um quadripolo~~,
como vimos em ítens anteriores.

O tipo de sistema de potência no qual o limite de estabilidade pode ser dado mais simplesmente, consiste de duas máquinas síncronas , um gerador e um motor, conectados através úma rêde de reatância pura.

Como o elo de ligação entre as máquinas é uma reatância pura , não existe , portanto, perda de potência e assim sendo , tôda potência transmitida pelo gerador , é recebida pelo motor. Nestas condições a equação da curva de potência será

$$P = \frac{E_1 . E_2}{X} \operatorname{sen} \delta \qquad (2.5)$$

onde

P = potência transmitida da máquina 1 para a máquina 2.

E_1 = tensão atraz da reatância síncrona da máquina 1.

E_2 = tensão atraz da reatância síncrona da máquina 2.

δ = ângulo entre E_1 e E_2

$X = X_L - X_C$, reatância de transferência da máquina 1 para a máquina 2.

X_L = é a reatância indutiva

X_C = é a reatância capacitiva de compensação sendo $X_L > X_C$

Se as tensões E_1 e E_2 são constantes , a maxima - potência ocorre para $\delta = 90°$ e tem como valor

$$P_m = \frac{E_1 E_2}{X_L - X_C} \qquad (2.7)$$

a interpretação gráfica é a seguinte .:

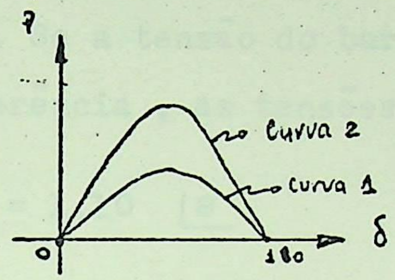


Fig. 2.4- Representação das curvas potência-ângulo,para curva 1 sem - compensação e curva 2 com 50% de - compensação.

Exemplo 2.1.

Se $X_C = 50\%$ de X_L e $E_1 = E_2$ = constante e $\delta = 90°$, então $P_{m2} = 2.P_{m1}$

O sistema é estável para qualquer valor de potência menor do que P_m , desde que $\delta < 90°$ e o limite de - estabilidade é atingido quando $\delta = 90°$.

O exemplo seguinte , nos dará uma idéia mais clara do que seja o limite de estabilidade em regime permanente.

Exemplo 2.2.

Dar o limite de estabilidade em regime permanente de um sistema (fig. 2.5) consistindo de um gerador -

de reatância equivalente 0,60 pu. ~~ligada a um barra~~ - mento infinito, através uma reatância série de 1,00 - pu. A tensão terminal do gerador é mantida a 1,10 pu. e a tensão do barramento infinito é 1,00 pu.

Solução:

O diagrama vetorial do sistema , está representado na fig. 2.6 . Se a tensão do barramento infinito é tomada como referência , as tensões terminais são

$$V_1 = 1{,}10 \angle\theta$$

$$V_2 = 1{,}00 \angle 0$$

onde θ é o ângulo entre V_1 e V_2

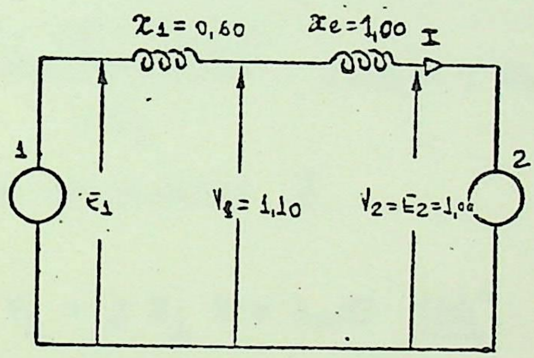


Fig. 2.5-Circuito de duas máquinas ligadas através de uma reatância X, determinação do limite de estabilidade em regime permanente.

Do diagrama tiramos

$$I = \frac{V_1 \angle\theta - V_2 \angle 0}{jX_\ell} \qquad (2.8)$$

$$X = \Sigma X = X_1 + X_e \qquad (2.8a)$$

$$E_1 = V_1 \underline{|\theta} + j X_1 I \qquad (2.9)$$

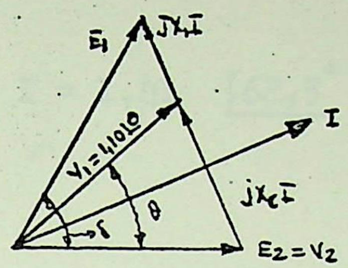


Fig. 2.6- Diagrama vetorial de duas máquinas referente ao e - xemplo 2.

Se fizermos θ variar de 0° a 180°, sendo θ um ângulo de excitação , teremos para θ° = 30°

$$I = \frac{V_1 \underline{|\theta} - V_2 \underline{|0}}{j X_e} = 0,55 + j\ 0,05$$

a tensão interna do gerador é

$$E_1 = V_1 + j X_1 I = 1,27 \ \underline{|44°}$$

O ângulo entre as tensões interna é $\delta = 44°$ e a potência transmitida é

$$P = \frac{E_1 E_2}{X} \operatorname{sen}\delta = 0,55 \quad \text{(ver curva A fig.27)}$$

A potência poderia também ser computada usando a tensão de referência e a corrente em fase.

$$P = E_2 . R_e \{ I \} = 1,00 \ . \ 0,55 = 0,55$$

$$P_m = \frac{1,27.1,00}{1,60} = 0,79$$

Se $\theta = 45°$

$$I = \frac{V_1 \angle\theta - V_2 \angle 0}{j\,X} = 0,78 + j\,0,22$$

$$E_1 = V_1 + j\,X_1\,I = 1,41 \angle 62,5°$$

$$\delta = 62,5°$$

$$P = \frac{E_1 E_2}{X} \operatorname{sen}\delta = 0,78 \text{ (ver curva B' ,fig.2.7)}$$

$$P = E_2 . R_e \{I\} = 0,78$$

$$P_{max.} = \frac{1,41 \; . \; 1,00}{1,00} = 0,88$$

Se $\theta = 60°$

$$I = \frac{V_1 \angle\theta - V_2 \angle 0}{j\,X} = 0,95 + j\,0,45$$

$$E_1 = V_1 + j\,X_1\,I = 1,54 \angle 79,5°$$

$$\delta = 79,5°$$

$$P = \frac{E_1 E_2}{X} \operatorname{sen}\delta = 0,95 \text{ (ver curva C,fig.2.7)}$$

$$P = E_2 . R_e \{I\} = 0,95$$

$$P_{max.} = \frac{1,54 \; . \; 1.00}{1,60} = 0,96$$

Se $\theta = 75°$

$$I = \frac{V_1 \angle \theta - V_2 \angle 0}{j\,X} = 1,06 + j\,0,72$$

$$E_1 = V_1 + j\,X_1\,I = 1,70 \angle 95°$$

$$\delta = 95°$$

$$P = \frac{E_1 E_2}{X}\ \text{sen}\,\delta = 1,06 \text{ (ver curva D,fig.2.7)}$$

$$P = E_2 . R_e \{I\} = 1,06$$

$$P_{max.} = \frac{1,70\ .\ 1,00}{1,60} = 1,063$$

Note-se que o sistema é instável com $\theta = 75°$, porque $\delta > 90°$.

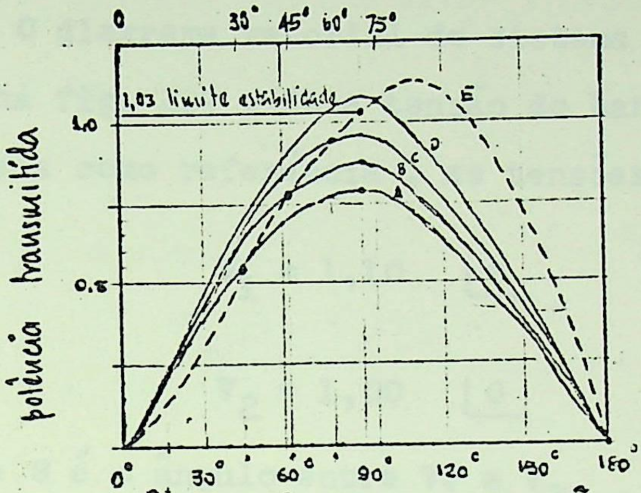
Os resultados obtidos podem ser agrupados no Quadro II-I , afim de termos uma melhor visão.

QUADRO II-I

θ	I	E_1	δ	P	Pmax.
30	0,55 + j0,05	1,27	44,0	0,55	0,79
45	0,78 + j0,22	1,41	62,5	0,78	0,88
60	0,95 + j0,45	1,54	79,5	0,95	0,96
75	1,06 + j0,72	1,70	95,0	1,06	1,063

Representando os dados anteriores ~~no sistema re~~ tangular P , δ , θ , fig. 2.7 , teremos uma maneira - mais imediata para visualizarmos o limite de estabili dade.

ângulo θ entre as tensões V_1 e V_2



ângulo δ entre as tensões atraz da reatância sín - crona.

Fig. 2.7- Curvas potência-ângulo de duas máquinas interligadas - por uma reatância,as curvas A,B, C,D são para excitação constan - te e a curva E para tensão termi nal constante.

Na fig. 2.7 , a curva E é o Locus de tensão termi nal constante . A potência para $\delta = 90°$, lido para es ta curva , é o limite de estabilidade em regime perma nente e vale 1,03 pu.

O valor de θ para o limite de estabilidade é 70°.

Com o seguinte exemplo procuraremos dar ênfase á <u>Compensação Série Capacitiva</u> , nos sistemas de potência.

Exemplo 2.3.

Seja fazer uma compensação capacitiva, de 50% no sistema referido no exemplo 2.2.

Solução:

O diagrama vetorial do sistema , está representado na fig. 2.9 . Se a tensão do barramento infinito é tomada como referência , as tensões terminais são:

$$V_1 = 1,10 \quad \underline{|\theta}$$

$$V_2 = 1,00 \quad \underline{|0}$$

onde θ é o ângulo entre V_1 e V_2

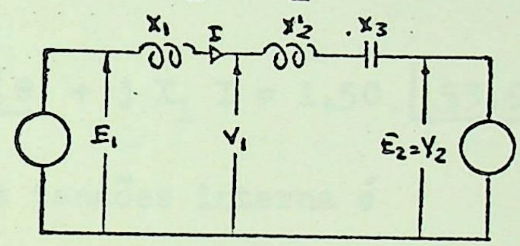


Fig. 2.8- Circuito de duas máquinas ligadas através de uma reatância $X_e = X_2 + X_3 = 0,5$(compensação 50%) para determinação do limite de estabilidade em regime permanente.

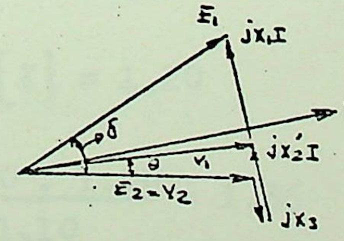


Fig.2.9-Diagrama vetorial de duas máquinas com compensação série capacitiva de 50%.

Do diagrama , tiramos que :

$$I = \frac{V_1 \angle\theta - V_2 \angle 0}{j(X_2' - X_3)}$$

$$E_1 = V_1 \angle\theta + j X_1 I$$

Se fizermos θ variar de 0° a 180°, sendo θ um ângulo de excitação , teremos :

Se θ = 30°

$$I = \frac{V_1 \angle\theta - V_2 \angle 0}{j(X_2' - X_3)} = 1,10 + j\ 0,1$$

a tensão interna do gerador é

$$E_1 = V_1 \angle\theta + j X_1 I = 1,50 \angle 53,66^\circ$$

o ângulo entre as tensões interna é

$$\delta = 53,66^\circ$$

a potência transmitida é

$$P = \frac{E_1 E_2}{X} \operatorname{sen}\delta = 1,100 \text{ (ver curva A,fig.2.10)}$$

a potência poderia também ser computada usando a tensão de referência e a corrente em fase.

$$P = E_2 . R_e \{I\} = 1,10$$

$$P_{max.} = \frac{1,50\ .\ 1,00}{1,10} = 1,36$$

Se θ = 45°

$$I = \frac{V_1 \lfloor \theta - V_2 \lfloor 0}{j(X_2' - X_3)} = 1,56 + j\,0,44$$

$$E_1 = V_1 \lfloor \theta + j X_1 I = 1,78 \ \lfloor 73,08^\circ$$

$$\delta = 73,08^\circ$$

$$P = \frac{E_1 E_2}{X} \operatorname{sen} \delta = 1,56 \text{ (ver curva B,fig.2.10)}$$

$$P = E_2 . R_e \{I\} = 1,56$$

$$P_{max.} = \frac{1,78 \ . \ 1,00}{1,10} = 1,62$$

Se $\theta = 60^\circ$

$$I = \frac{V_1 \lfloor \theta - V_2 \lfloor 0}{j(X_2' - X_3)} = 1,90 + j\,0,90$$

$$E_1 = V_1 \lfloor \theta + j X_1 I = 2,09 \ \lfloor 89,73^\circ$$

$$\delta = 89,73^\circ$$

$$P = \frac{E_1 E_2}{X} \operatorname{sen} \delta = 1,90 \text{ (ver curva C fig. 2.10)}$$

$$P = E_2 . R_e \{I\} = 1,90$$

$$P_{max.} = \frac{2,09 \ . \ 1.00}{1,10} = 1,91$$

Se $\theta = 75^\circ$

$$I = \frac{V_1 \lfloor 0 - V_2 \lfloor 0}{j(X_2' - X_3)} = 2,12 + j\,1,44$$

$$E_1 = V_1 + j X_1 I = 2{,}40 \angle 103{,}96^\circ$$

$$\delta = 103{,}96^\circ$$

$$P = \frac{E_1 E_2}{X} \text{ sen } \delta = 2{,}12 \text{ (ver curva D fig.2.10)}$$

$$P = E_2 . R_e\{I\} = 2{,}12$$

$$P_{max.} = \frac{2{,}40 \; . \; 1{,}00}{1{,}10} = 2{,}18$$

Nota-se que o sistema é instável com $\theta = 75^\circ$, porque $\delta > 90^\circ$.

Os resultados obtidos podem ser agrupados no Quadro II-II

QUADRO II-II

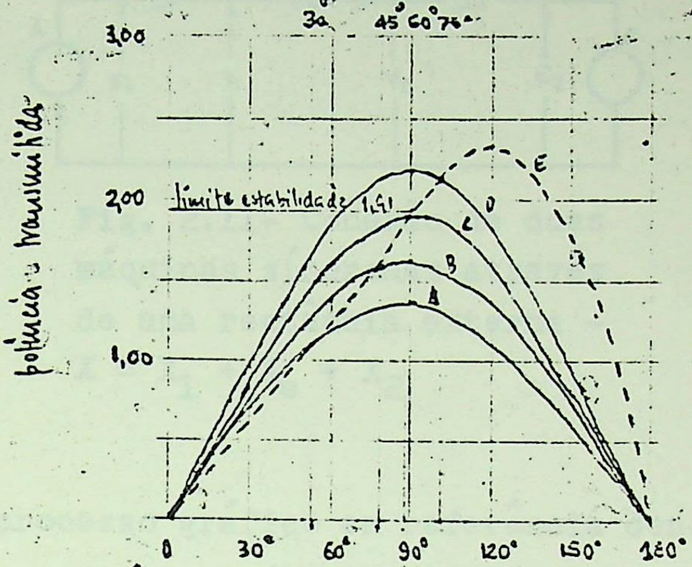
θ	I	E_1	δ	P	Pmax.
30	1,10 + j0,10	1,50	53,66	1,10	1,36
45	1,56 + j0,44	1,78	78,08	1,56	1,62
60	1,90 + j0,90	2,09	89,73	1,90	1,91
75	2,12 + j1,44	2,40	103,96	2,12	2,18

Representando os dados anteriores no sistema retângular P, δ, θ, fig. 2.10, teremos uma maneira imediata para visualizarmos o limite de estabilidade.

Na fig. 2.10, a curva E é o Locus de tensão terminal constante. A potência para $\delta = 90^\circ$, lido para esta curva, é o limite de estabilidade em regime permanente e vale 1,91 pu.

O valor de θ para êste limite é 60°.

ângulo θ entre as tensões terminais.



ângulo δ entre as tensões atraz da reatância sín - crona.

Fig. 2.10-Curvas potência-ângulo de duas máquinas interligadas por uma-reatância compensada, as curvas A,B, C,D são para excitação constante e a curva E para a tensão terminal constante.

2.4.0 - DIAGRAMA DE CLARKE PARA DUAS MÁQUINAS EM- SISTEMA COM REATÂNCIA SÉRIE.

O processo de cálculo, utilizado para a determinação do limite de estabilidade nos exemplos anteriores, pode ser substituído com vantagem e precisão, pelo - processo gráfico utilizado por Edith Clarke.

A construção poderá ser discutida para duas máqui nas ligadas através de reatâncias séries , como apresentamos no circuito da fig. 2.11.

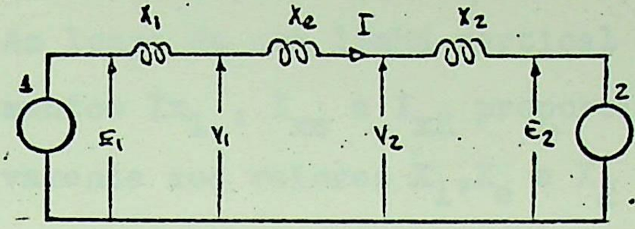


Fig. 2.11- Conexão de duas máquinas síncronas através de uma reatância externa - $X = X_1 + X_e + X_2$

O processo gráfico em referência denominado Diagrama de Clarke, além de ser utilizado para reatâncias indutiva , faremos também a sua utilização para reatância capacitiva , conforme exemplo 2.2.

A fig. 2.12 é um diagrama vetorial do circuito representado na fig. 2.11. O vetor representativo da corrente é desenhado horizontalmente , consequentemente, as quedas de tensão I x são desenhadas verticalmente. Os vários raios vetores de tensão partem de O encontrando os extremos das quedas Ix .

Para representar as condições do limite de estabilidade em regime permanente, o diagrama deverá ser desenhado tal que V_1 e V_2 tenham seus valores designados e tal que E_1 e E_2 sejam defasados de 90°. Entretanto, as várias quedas Ix , são proporcionais as reatâncias, haja visto, que a corrente I é a mesma em tôdas as reatâncias séries do circuito.

Caminhamento para construção ~~do Diagrama de Clar-ke~~.

1- Ao longo de uma linha vertical traça-se os segmentos Ix_1 , I_{xe} e I_{x2} proporcionais respectivamente aos valores X_1,X_e e X_2 em uma escala conveniente.

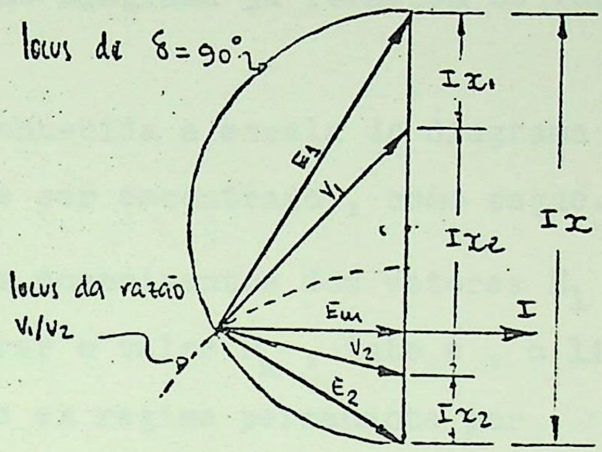


Fig.2.12- Diagrama vetorial do circuito da fig. 2.11 (Diagrama de Clarke).

2- Com $I\ (X_1 + X_e + X_2) = I\ X$ como diâmetro ,traça-se um semi-círculo , como apresentado na figura 2.12 . Qualquer ponto O situado nêste semi-círculo, determinado E_1 e E_2 , faz com que a defasagem entre E_1 e E_2 seja 90°, por êste fato o semi-círculo é o lugar geométrico (locus) dos pontos em que $\delta = 90°$ (teorema elementar da geometria).

3- Constroe-se uma parte do lugar geométrico (locus) da <u>razão constante</u> de V_1/V_2 , como apresentado na fig. 2.12 . Se V_1=V_2 êste locus é perpendicular ao bissetor de I_{xe}. Se $V_1 \neq V_2$ o locus será um círculo cujo centro está na linha I_x ou na sua extensão.

4- A intersecção do locus de V_1/V_2 com o locus $\delta = 90°$, fornece-nos o ponto <u>O</u>. Desta forma os vetores E_1, V_1, V_2 e E_2 podem agora serem desenhados.

5- A escala do diagrama já fornecem os valores de V_1 e V_2.

6- Uma vez conhecida a escala do diagrama, o valor de P_m pode ser encontrado, como segue.

a- Medindo os comprimentos dos vetores E_1 e E_2 pode-se encontrar o valor P_m, isto é, o limite de estabilidade em regime permanente por

$$P_m = \frac{E_1\ E_2}{X_1 + X_e + X_2} = \frac{E_1 E_2}{X} \qquad (2.10)$$

b- Medindo E_m, perpendicular a I_x e partindo de <u>O</u>. Êle representa a componente de cada das quatro tensões. Para a determinação da corrente I, basta medir o diâmetro $I(X_1 + X_e + X_2) = I_x$ e dividi-lo por X. Efetuando o produto de E_m por I, teremos o mesmo valor encontrado no ítem anterior, isto é:

$$P_m = E_m\ I \qquad (2.11)$$

Na construção do locus V_1/V_2 deve ser observado que a razão V_1/V_2 deve ser próximo da unidade, e maior do que esta.

Para melhor avaliarmos a utilidade do Diagrama de

Clarke , na determinação do limite de estabilidade em regime permanente , vamos aplicá-lo na resolução do exemplo 2.2 e 2.3.

Exemplo 2.4.

Resolver o exercício do exemplo 2.2 , aplicando o diagrama de Clarke.

Solução:

Na fig. 2.13 , apresentamos $AB=IX_1$ = 0,6 unidade e $BF = IX_e$ = 1,00 unidades . Com o ponto médio C , isto é , metade de AF , traçamos o semi-círculo AOF de raio 0,8 unidades.

Construamos o locus DGHOK pela locação dos pontos G,H,K por intersecção dos arcos tendo centros em B e F.

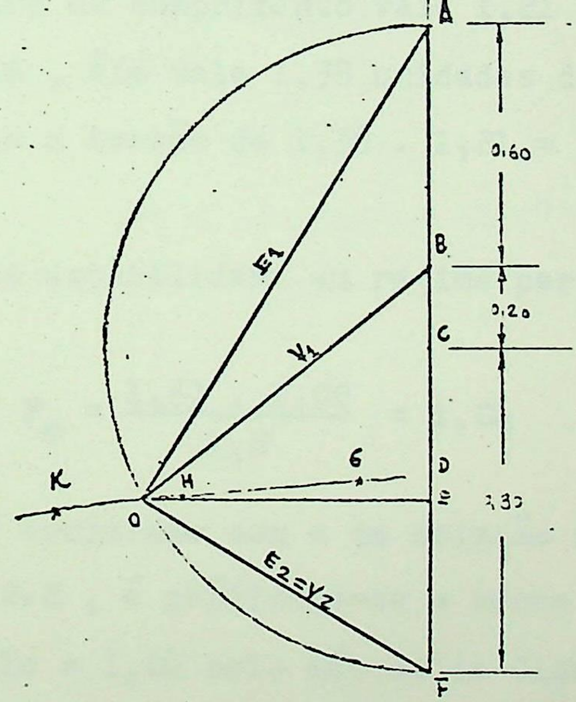


Fig.2.13- Diagrama de Clarke, solução do exemplo 2.4,escala 1:2

Para o ponto K toma-se um raio de 1,10 unidades com centro em B e outro raio de 1,00 unidades com centro em F, a intersecção dos dois arcos nos fornece o ponto K e pode-se notar que a relação V_1/V_2 = 1,10/1,00 = 1,10. Para determinação dos demais pontos H e G procede-se de maneira análoga, notando que a relação para o ponto H vale 0,83/0,75 = 1,10 e para o ponto G vale 0,55/0,50 = 1,10.

A intersecção do locus D G H K com o semi-círculo, fornece o ponto O. Desenhado OA, OB e OF, representando E_1, V_1 e $V_2 = E_2$, respectivamente.

Medindo OF encontramos que ela vale 0,83 unidades de comprimento e representa 1,00 pu. de tensão. Portanto, 1 unidade de comprimento vale 1,21 pu. de tensão. Medindo OA, êle vale 1,38 unidades de comprimento e representa a tensão de 1,38 . 1,21 = 1,67 unidades.

O limite de estabilidade em regime permanente será portanto:

$$P_m = \frac{1,67 \cdot 1,00}{1,6} = 1,04$$

êste valor comparado com o da solução numérica dada no exemplo 2.2, é práticamente o mesmo, isto é, 1,03 para aquêle e 1,04 pelo método de Clarke.

Exemplo 2.5.

Resolver o exercício do exemplo 2.3, aplicando o Diagrama de Clarke.

Na fig. 2.14, apresentamos AC = IX_1 = 0,6 unidades e $CF = IX_e$ = 0,50 unidades . ~~Com o ponto médio~~ B, isto é , metade de AF , traçamos o semi-círculo AOF - de raio igual a 0,55 unidades de comprimento.

Para traçar o locus G,H,K , façamos V_1/V_2 = 1,50/ 1,36 = 2,50/2,27 = 3,00/2,72 = 1,10 respectivamente , assim sendo podemos determinar :

$$E_1 = 2,35 \text{ uni.} = 1 \text{ pu.}$$

$$E_2 = 5,00 \text{ uni.} = 2,13 \text{ pu.}$$

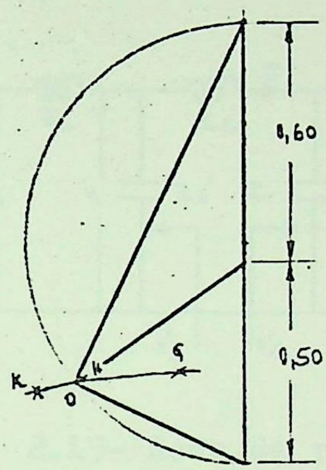


Fig. 2.14- Diagrama de Clarke, solução do exemplo 2.5,escala 1:2

como X = 1,10 , tiramos que :

$$P_m = \frac{1 \cdot 2,13}{1,10} = 1,92$$

Este valor comparado com o da solução numérica do exemplo 2.3 é práticamente o mesmo , isto é , 1,91 para aquêle é 1,91 pelo método de Clarke.

2.5.0 - EXTENSÃO DO DIAGRAMA DE CLARKE PARA ABRANGER QUALQUER REATÂNCIA DE RÊDE.

Qualquer rêde de reatâncias puras que serve para transmitir potência de uma máquina síncrona para outra, pode ser reduzida a um circuito série equivalente ao original.

Seja, por exemplo, o circuito da fig. 2.15, que é um π equivalente.

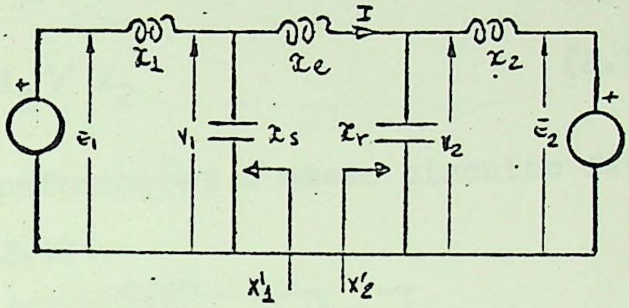


Fig. 2.15- Rêde de reatâncias reduzidas a um equivalente- entre as duas máquinas.

Aplicando o Teorema de Thévenin podemos determinar :

$$X_1' = \frac{X_1 X_S}{X_1 + X_S} \qquad (2.12)$$

$$X_2' = \frac{X_2 X_r}{X_2 + X_r} \qquad (2.13)$$

As novas tensões análogas, as tensões atraz das reatâncias síncronas são determinadas também pelo Teorema de Thévenin, conforme fig. 2.16 a seguir :

$$I_1 = E_1 (X_1 + X_S)^{-1} \qquad (2.14)$$

substituindo esta equação na seguinte , teremos:

$$E'_1 = I_1 X_S = X_S E_1 (X_S + X_1)^{-1} \qquad (2.15)$$

substituindo X_S de (2.12) teremos:

$$E'_1 = X'_1 \; E_1 / X_1 \qquad (2.16)$$

da mesma forma podemos determinar :

$$E'_2 = X'_2 E_2 / X_2 \qquad (2.17)$$

com estas transformações o nosso circuito fica sendo - o da figura (2.17).

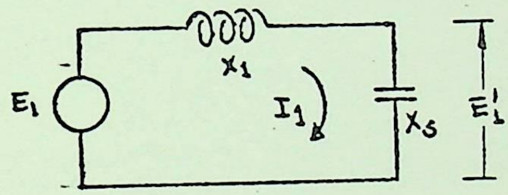


Fig. 2.16- Determinação da tensão E'_1, Teorema de Thévenin.

O circuito da fig. 2.17 está dessa forma preparado para o uso do Diagrama de Clarke, assim sendo, o limite de estabilidade em regime permanente poderá ser determinado pela seguinte expressão:

$$P_m = \frac{E'_1 \; E'_2}{X'_1 + X_e + X'_2} \qquad (2.18)$$

Exemplo 2.6-

Um gerador tendo uma reatância interna (reatância-síncrona equivalente) de X_1 = 0,60 pu. alimenta de -

potência , um barramento infinito ~~através~~ de uma li - nha de transmissão representada por um π equivalente- fig. 2.18 , cuja reatância série vale X_e = j 1,0 e as reatâncias em derivações $X_r = X_S$ = - j 5,0 . A tensão termianal do gerador e a do barramento infinito valem $E_1 = E_2$ = 1,0 . Dar o limite de estabilidade em regime permanente.

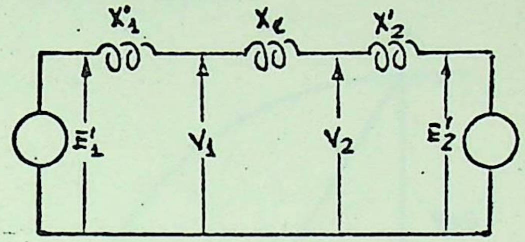


Fig. 2.17-Circuito da fig.2.15 reduzido a um circuito série , por uso do Teorema de Thévenin.

Solução :

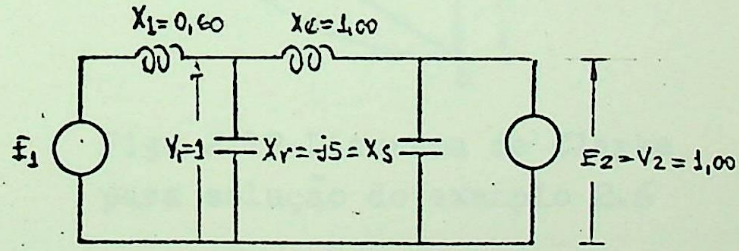


Fig. 2.18-Circuito referente ao exemplo 2.6.

$$X_1' = \frac{X_1 \cdot X_r}{X_1 + X_r} = \frac{0,60(-0,50)}{0,60 - 5,00} = 0,68$$

$$X_2' = \frac{X_2 . X_S}{X_2 + X_S} = 0$$

E_1 = 4,6 unidades = 1,00 pu.

E_2 = 7,03 unidades = 1,53 pu.

$$P_m = \frac{1,53 \;.\; 1,00}{0,68 + 1,00} = 0,91$$

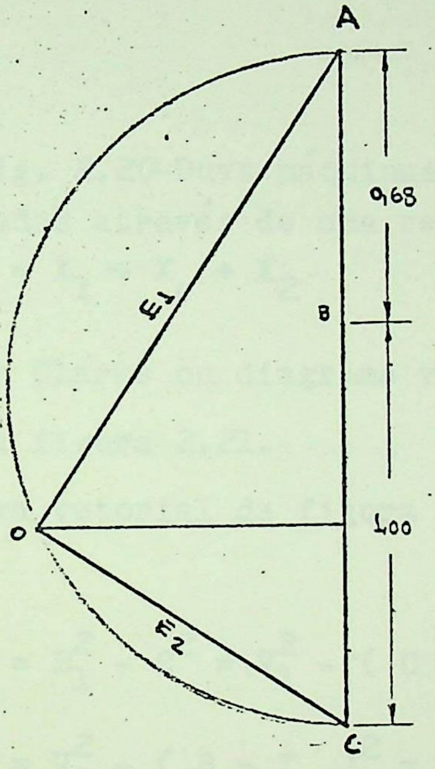


Fig. 2.19-Diagrama de Clarke
para solução do exemplo 2.6

2.6.0 - EQUAÇÃO PARA DETERMINAR O LIMITE DE ESTABILIDADE EM REGIME PERMANENTE DE DUAS MÁQUINAS DE UM SISTEMA COM REATÂNCIA.

Como uma alternativa para a construção gráfica - descrita nas seções anteriores, podemos determinar o limite de estabilidade em regime ~~permanente~~, baseado em questões algébricas , obtidas do Diagrama de Clarke.

Seja o circuito da figura 2.20 .

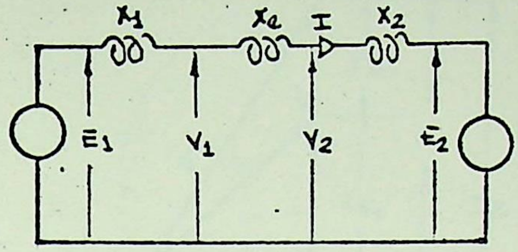


Fig. 2.20-Duas máquinas conectadas através de uma reatância $X = X_1 + X_e + X_2$

cujo Diagrama de Clarke ou diagrama vetorial estamos representando na figura 2.21.

Pelo diagrama vetorial da figura 2.21 , podemos - tirar que :

$$E_m^2 = E_1^2 - C^2 = V_1^2 - (C - I X_1)^2 =$$

$$= V_2^2 - (B - I_{x2})^2 = E_2^2 - B^2 \quad (2.19)$$

Pela equação 2.19 , tiramos a 1º e 2º igualdade:

$$V_1^2 = E_1^2 - C^2 + (C - I x_1)^2 =$$

$$= E_1^2 - C^2 + C^2 - 2C I x_1 + I^2 x_1^2$$

$$= E_1^2 - 2C I x_1 + I^2 x_1^2 \quad (2.20)$$

Da mesma forma tiramos de 3º e 4º igualdade de 2.19 .

$$V_2^2 = E_2^2 - 2B\, I\, x_2 + I^2 x_2^2 \qquad (2.21)$$

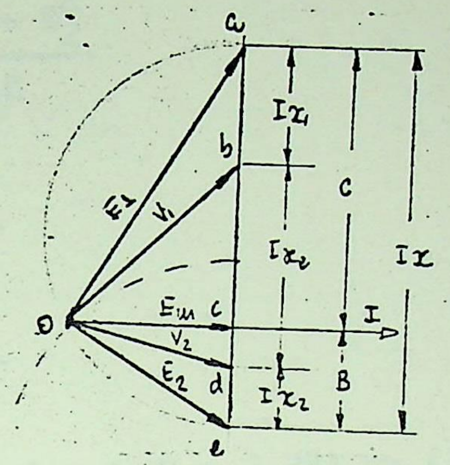


Fig. 2.21- Diagrama vetorial do circuito da figura 2.20.

O valor BI ,CI e I^2 das equações(2.20 e 2.21), podem ser expressas em têrmos de tensões e reatâncias.

$$E_1^2 + E_2^2 = I^2 x^2 = (C + B)(C + B) \qquad (2.22)$$

pela equação (2.19), 1º e 4º igualdade temos :

$$E_1^2 - E_2^2 = C^2 - B^2 = (C + B)(C + B) \qquad (2.23)$$

somando as equações (2.22 e 2.23) e dividindo por:

$$P_m = \frac{E_1 E_2}{X}$$, obtemos :

$$E_1^2 = C (C + B) = C\, I\, x \qquad (2.24)$$

subtraindo (2.22 e 2.23) e dividindo por :

$$P_m = \frac{E_1 E_2}{X}$$, obtemos :

$$E_2^2 = B (C + B) = B I x \qquad (2.25)$$

por (2.22 , 2.24 e 2.25) , obtemos , respectivamente:

$$I^2 = \frac{E_1^2 + E_2^2}{X^2} \qquad (2.26)$$

$$C I = \frac{E_1^2}{X} \qquad (2.27)$$

$$B I = \frac{E_2^2}{X} \qquad (2.28)$$

substituindo (2.26 , 2.27 e 2.28) em (2.20) , teremos :

$$V_1^2 = E_1^2 - 2E_1^2 \frac{X_1}{X} + E_1^2 \left(\frac{X_1}{X} \right)^2 + E_2^2 \left(\frac{X_1}{X} \right)^2 =$$

$$= E_1^2 \left(1 - \frac{X_1}{X} \right)^2 + E_2^2 \left(\frac{X_1}{X} \right)^2$$

$$V_1^2 X^2 = E_1^2 (X - X_1)^2 + E_2^2 X_1^2$$

$$= E_1^2 (X_e + X_2)^2 + E_2^2 X_1^2 \qquad (2.29)$$

fazendo substituições similares na equação (2.21) obtemos :

$$V_2^2 X^2 = E_1^2 X_2^2 + E_2^2 (X_e + X_1)^2 \qquad (2.30)$$

resolvendo (2.29 e 2.30), simultâneamente , teremos:

$$E_1^2 = \frac{[V_1^2 (X_e + X_1)^2 - V_2^2 X_1^2] X^2}{(X_e + X_1)^2 (X_e + X_2)^2 - X_1^2 X_2^2}$$

$$E_2^2 = \frac{\left[V_2^2\,(X_e + X_2)^2 - V_1^2\,X_2^2\right]x^2}{(X_e + X_1)^2\,(X_e + X_2)^2 - X_1^2\,X_2^2}$$

portanto :

$$E_1E_2 = X^2\sqrt{\frac{V_1^2\,V_2^2\,\left[(X_e + X_1)^2\,(X_e + X_2)^2 + X_1^2\,X_2^2\right] - V_1^4\,X_2^2\,(X_e + X_1)^2 - V_2^4\,X_1(X_e + X_2)^2}{(X_e + X_1)^2\,(X_e + X_2)^2 - X_1^2\,X_2^2}}$$

(2.31)

fazendo a substituição de (2.31) em :

$$P_m = \frac{E_1E_2}{X}\text{ , obtemos :}$$

$$P_m = X\sqrt{\frac{V_1^2\,V_2^2\left[(X_e + X_1)^2\,(X_e+X_2)^2 + X_1^2\,X_2^2\right] - V_1^4\,X_2^2\,(X_e + X_1)^2 - V_2^4\,X_1\,(X_e + X_2)^2}{(X_e + X_1)^2\,(X_e + X_2)^2 - X_1^2\,X_2^2}} \quad (2.32)$$

resolvendo o denominador de (2.32) , temos :

$$(X_e + X_1)^2(X_e + X_2)^2 - X_1^2\,X_2^2 = \left[(X_e + X_1)(X_e + X_2) + X_1X_2\right]$$
$$\left[(X_e + X_1)(X_e + X_2) - X_1X_2\right] = \left[X_e^2 + X_1X_e + X_2X_e + 2X_1X_2\;X_e^2 +\right.$$
$$\left.+ X_1X_e + X_2X_e\right] = \left[X_e(X_e + X_1 + X_2) + 2X_1X_2\right]\left[X_e(X_e + X_1 + X_2)\right] =$$
$$= (X_e\,X + 2X_1X_2)\,X_eX$$

la

substituindo em (2.32), vem :

$$P_m = \frac{\sqrt{V_1^2V_2^2\left[(X_e + X_1)^2 (X_e + X_2)^2 + X_1^2X_2^2\right] - V_1^4 X_2^2 (X_e + X_1)^2 - V_2^4 X_1^2 (X_e + X_2)^2}}{X_e(X_eX + 2X_1X_2)} \qquad (2.33)$$

se $V_1 = V_2 = V$ a equação (2.33), fica considerável - mente reduzida :

$$P_m = \frac{V^2\sqrt{(X_e + 2X_1)(X_e + 2X_2)}}{X_eX + 2X_1X_2} \qquad (2.34)$$

com as equações (2.33 e 2.34) podemos determinar o li mite de estabilidade em regime permanente.

Exemplo 2.7.

Verificar os valores obtidos nos exemplos 2.2, - 2.3, 2.4 e 2.5 pelo processo algébrico.

Solução:

exemplo (2.2) ou (2.4)

dados:

$V_1 = 1{,}10$, $V_2 = 1$, $X_1 = 0{,}60$, -

$X_e = 1{,}00$, $X_2 = 0$

usando a equação :

$V_1^2V_2^2 = 1{,}21$, $V_1^4 = 1{,}46$, $V_2^4 = 1{,}00$

$X_e + X_1 = 1{,}60$, $X_e + X_2 = 1{,}00$

$$(X_e + X_1)^2 (X_e + X_2)^2 + X_1^2 X_2^2 = 2,56$$

$$X_2^2 (X_e + X_1)^2 = 0$$

$$X_1^2 (X_e + X_2)^2 = 0,36$$

$$X = X_1 + X_e + X_2 = 1,60$$

$$X_e (X_e X + 2X_1 X_2) = 1,60$$

$$P_m = \frac{\sqrt{1,21 \cdot 2,56 - 1,46 \cdot 0 - 1,00 \cdot 0,36}}{1,60}$$

$$= \frac{\sqrt{3,10 - 0,36}}{1,60} = 1,04 \text{ pu.}$$

Solução:

exemplo (2.3) ou (2.5)

$$V_1 = 1,10 \quad , \quad V_2 = 1 \quad , \quad X_1 = 0,60$$

$$X_e = 0,5 \quad , \quad X_2 = 0$$

usando a equação :

$$V_1^2 V_2^2 = 1,21 \quad , \quad V_1^4 = 1,46 \quad , \quad V_2^4 = 1,00$$

$$X_e + X_1 = 1,10 \qquad X_e + X_2 = 0,50$$

$$(X_e + X_1)^2 (X_e + X_2)^2 + X_1^2 X_2^2 = 0,302$$

$$X_2^2 (X_e + X_1)^2 = 0$$

$$X_1^2 (X_e + X_2)^2 = 0,09$$

$$X = X_1 + X_e + X_2 = 1,10$$

$$X_e (X_e X + 2 X_1 X_2) = 0,275$$

$$P_m = \frac{\sqrt{1,21 (0,302)-1,46.0 - 1,00.0,09}}{0,275} =$$

$$P_m = 2,16 \text{ pu.}$$

exemplo 2.8.

verificar o exemplo(2.6) pela equação (2.34) :

$$V_1 = V_2 = V = 1,00$$

$$X_1' = 0,68 \quad , \quad X_e = 1,00 \quad , \quad X_2 = 0$$

$$P_m = \frac{(1,00)^2 \sqrt{(1,00 + 2.0,68)\, 1,00}}{1,00 \,.\, 1,68} =$$

$$P_m = 0,92 \text{ pu.}$$

3.0.0 - ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

A análise de qualquer sistema de potência, para - avaliarmos sua estabilidade em regime transitório , - leva consigo a consideração de algumas das propriedades mecânicas, das máquinas que constituem o sistema, haja visto , que após uma perturbação qualquer , as - máquinas têm de ajustar os ângulos relativos de seus rotores, afim de que possa cumprir as condições impostas de transferência de potência. O problema é , portanto , tanto elétrico como mecânico.

Para melhor compreensão do presente capítulo , - apresentamos no apêndice I , uma revisão da mecânica.

Nêste capítulo , a exemplo do que foi descrito no capítulo 2.0.0 , desenvolveremos técnicas , afim de - que possamos determinar , até que ponto um sistema pode ser considerado estável.

Podemos definir estabilidade em regime transitó - rio , como sendo , a habilidade que têm as máquinas - síncronas , concatenadas a um sistema de potência,manterem-se em operação , após uma falha de alguns milisegundos. Deve-se entender por falha ou falta , os seguintes distúrbios.

Curto circuito fase-terra, curto circuito duas - fases terra , curto circuito fase-fase , curto circuito três fases-terra ou simplesmente três fases , fa - ses abertas e surtos de tensão.

3.1.0 - LIMITE DE ESTABILIDADE EM REGIME TRANSITÓRIO.

Definimos limite de estabilidade em regime transitório , como sendo , o máximo fluxo de potência possível , por um ponto determinado sem perda de estabilidade ao apresentar-se uma brusca perturbação ou uma - falha.

3.2.0 - A EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO E SUAS SOLUÇÕES.

3.2.1 -A EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO

Se não considerarmos o torque originado por atrito mecânico , por atrito do ar e por perdas no núcleo, qualquer diferença entre o torque mecânico e o torque eletromagnético deve dar lugar a uma aceleração ou - desaceleração na máquina.

Se T_i representa o torque mecânico no eixo e T_u o torque eletromagnético , e se êstes valores se consideram positivos para um gerador (isto é , entrada mecânica no eixo e torque elétrico na saída) o torque que originará a aceleração é

$$T_a = T_i - T_u \qquad (3.1)$$

T_a será positivo , quando T_i fôr maior que T_u .

Ao utilizar a mesma equação para um motor , T_i e T_u são ambos negativos para indicar entrada elétrica e saída mecânica ; então , T_a é positivo e indica aceleração quando T_u fôr maior que T_i .

Pela equação (11) AI a equação (3.1) transforma-se em

$$P_a = P_i - P_u \qquad (3.2)$$

que é a Potência de Aceleração , sendo P_i potência mecânica no eixo e P_u potência elétrica desenvolvida no gerador. Para um motor, P_u é a diferença , com sinal-menos , entre a potência elétrica de entrada e as perdas elétricas de entrada e as perdas elétricas no motor ; isto é , P_u é o valor , com sinal menos , da potência elétrica desenvolvida. Se considerarmos as perdas por rotação (atritos , ar e perdas no núcleo , incluídas as perdas por corrente de Foucault no enrolamento amortecedor) , P_i é o valor , com sinal menos , da potência mecânica de saída , mais as perdas por rotação do motor e P_i , é a entrada de potência no eixo , menos as perdas por rotação no gerador.

Sabendo que a potência é igual ao torque pela velocidade angular , equação (11 AI) , e ainda , utilizando (12 AI) , teremos :

$$P_a = T_a \omega = I \alpha \omega = M \alpha \qquad (3.3)$$

A potência de aceleração P_a vem expressa em MEGAWATTS , se M fôr dado em MEGAJOULES-SEGUNDO POR GRÁU-ELÉTRICO e α , aceleração angular , em GRÁUS ELÉTRICOS POR SEGUNDO AO QUADRADO . A aceleração α , em função da posição angular θ , do rotor vale (equação 8 AI) .

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (3.4)$$

Como θ varia continuamente com o tempo , é mais conveniente medir a posição angular , com relação a um eixo de referência que gire com a velocidade síncrona. Se δ é o , deslocamento angular , em GRÁUS ELÉTRICOS , a partir do eixo de referência que gira sincronicamente e ω_1 é a velocidade síncrona em GRÁUS - ELÉTRICOS POR SEGUNDO .

$$\theta = \omega_1 t + \delta \qquad (3.5)$$

derivando com relação ao tempo , obtemos :

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_1 + \frac{d\delta}{dt} \qquad (3.6)$$

derivando novamente :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \qquad (3.7)$$

pelas equações (3.3 , 3.4 e 3.7) , obtemos :

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_i - P_u \qquad (3.8)$$

A equação (3.8) se denomina EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO.

O ângulo δ é o mesmo utilizado nas equações (2.1e 2.2) . Para um sistema de duas máquinas , são necessárias duas equações de oscilação , uma para cada máquina. O ângulo de torque δ entre as duas máquinas , depende dos ângulos entre cada máquina e o sistema gira tório síncrono de referência.

O momento angular ou cinético "M" de uma máquina, não é constante , em vista de que a velocidade angu - lar varia , entretanto podemos considerá-lo como constante , haja visto que a velocidade da máquina não difere muito da velocidade de sincronismo a menos que - se sobrepasse o limite de estabilidade.

A constante de inércia , que estudaremos no ítem- seguinte ,(também designada por M) , é realmente constante por definição , em vista de ser o momento angular para a velocidade de sincronismo. A potência no eixo P_i se considera constante para a resolução da - equação. Para um gerador , esta hipótese está justificada tendo-se em mente que a entrada desde o acionamento está controlado pela ação de um regulador.

Os reguladores não atuam até que a variação de velocidade seja pelo menos de 1% , portanto , sua res - posta não é instantânea.

Um motor em que a carga permanece constante , a - velocidade não varia notóriamente , a menos que se - perca a estabilidade. A potência elétrica P_u vem dada pelas equações (2.1 , 2.2 ou 2.5).

A reatância transitória se utiliza para determi - nar as constantes generalizadas do circuito nas equações (2.1 , 2.2) e X para a equação (2.5) , quando- se despreza a resistência.

A reatância transitória é o valor ótimo que se pode usar , porque o rotor da máquina muda constatemen te de posição com respeito a f.m.m. ~~da corrente do~~ in duzido , de forma que , o fluxo varia sôbre a frente- do rotor , De maneira análoga o fluxo varia quando se usa reatância no regime transitório.

E_1 e E_2 são tensões atraz da reatância transitória do gerador e do motor.

Usando a equação (2.5) , a equação (3.8) , transforma-se em :

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i - \frac{E_1 E_2}{X} \operatorname{sen}\delta \qquad (3.9)$$

ou

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i - P_{u,max.} \operatorname{sen}\delta \qquad (3.10)$$

se usarmos um computador digital ou um analizador de rêde com elementos auxiliares de cálculo , é preciso- achar a solução ponto por ponto.

Incluindo o caso simples de uma só máquina e uma- barra infinita , desprezando a resistência , só é possível a solução formal da equação (3.10) , se $P_i = 0$ e exige o emprêgo de integrais elípticas.

A solução dá os valores de δ para tempos distintos , e gráficamente , se pode representar em função- do tempo $\delta = f(t)$.

A curva obtida se chama curva de oscilação. Se a curva de oscilação indica que o ângulo δ começa a diminuir depois de passar por um máximo , se supõe, normalmente , que o sistema não perderá a estabilidade e que as oscilações de δ em tôrno do equilíbrio se tornem cada vez mais pequenas até desaparecer.

3.3.0 - A CONSTANTE DE INÉRCIA

A energia cinética de um corpo com movimento rotacional é dada pela equação (13 AI).

$$W = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (\text{ joule }) \qquad (3.11)$$

que é análoga a da energia cinética de translação.

Como ω vem dado em RADIANOS POR SEGUNDO , a equação (3.11) demonstra que o momento de inércia vem expresso em JOULE-SEGUNDO AO QUADRADO POR RADIANO AO - QUADRADO , do qual se deriva para unidade de momento-angular ou cinético, em JOULE-SEGUNDO POR RADIANO.

É mais conveniente expressar a energia armazenada por uma máquina elétrica , em MEGAJOULES e em engenharia , os ângulos se medem frequentemente em gráus.

De acôrdo com o expôsto , o momento cinético M se mede normalmente em MEGAJOULES-SEGUNDO POR GRÁU ELÉTRICO. Quando M se calcula a partir de $I\omega$, com o valor de ω igual a velocidade síncrona da máquina , chamamos constante de inércia. Esta prática leva a uma - confusão , pôsto que , existe outro têrmo , designado pela letra H que se define como os MEGAJOULE DE ENERGIA armazenada por uma máquina com a velocidade síncrona por MEGAVOLT-AMPÉRES de regime da máquina.

Assim definida a relação que existe entre M e H , deduzimos a seguinte fórmula :

temos que ;

$$H = \frac{\text{energia armazenada em MEGAJOULE}}{\text{regime da máquina em MEGAVOLT-AMPÉRES}}$$

se G = regime da máquina em MEGAVOLT-AMPÉRES

então

GH = energia armazenada em MEGAJOULES

Da equação (3.11) a energia armazenada é

$$E_i = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} M\omega \qquad (3.12)$$

Se M está dado em MEGAJOULE-SEGUNDO POR GRÁU ELÉTRICO e ω em GRÁUS ELÉTRICOS POR SEGUNDO , a energia-armazenada vem dada pela equação (3.12) em MEGAJOULES.

Em gráus elétricos por segundo , $\omega = 360\ f$, sendo f a frequência em ciclos por segundo . Com isto a equação (3.11) se converte em

$$GH = \frac{1}{2} M \ 360\ f \qquad \text{e}$$

$$M = \frac{GH}{180f} \quad \text{megajoule-seg./gráu elétrico} \qquad (3.13)$$

Como veremos mais adiante , M deverá ser determinado para ser estudada a estabilidade em regime transitório , mas M depende do tamanho e tipo da máquina, enquanto H não varia muito com o tamanho.

A grandeza H , tem um campo de valores , relativa_ mente curto para cada classe de máquina , independentemente de seus KVA e velocidade de regime .

No quadro III apresentamos as constantes de inércia H de máquinas síncronas.

Se conhecermos I de uma máquina , podemos determinar H a partir da equação (3.12)

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} \, I \left[\frac{2\pi(\mathrm{rpm})}{60} \right]^2$$

utilizando unidades inglêsas :

$$I = \frac{WR^2}{32{,}2}$$

então :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} \, \frac{WR^2}{32{,}2} \left[\frac{2\pi(\mathrm{rpm})}{60} \right]^2 \qquad (3.14)$$

Sendo a expressão WR^2 é igual ao pêse das partes-giratórias da máquina (incluindo o acionamento ou a carga) , multiplicado pelo quadrado do raio de giração em pés.

Assim sendo $WR^2/32{,}2$ é o momento de inércia em - slug-pé.

Passando de pés-libras a megajoules e dividindo-pelo regime da máquina em megavolt-ampéres , obteremos :

$$H = \frac{\frac{746}{550} \cdot 10^{-6} \, \frac{1}{2} \, \frac{WR^2}{32{,}2} \left[\frac{2\pi(\mathrm{rpm})}{60} \right]^2}{\text{MVA de regime}}$$

(3.15)

ou

$$H = \frac{2,31 \cdot 10^{-10} \, WR^2 (rpm)^2}{\text{MVA de regime}} \qquad (3.16)$$

QUADRO III-I

Tipo	Constante de inércia H , megajoule (MVA)
Turbogeradores	ver fig. 1
Geradores Hidráulicos.....	ver fig. 2
Condensadores Síncronos: *	
Grandes	1,25
Pequenos	1,00
Motores Síncronos (conversores rotativos)	2,00
Motores de Indução	0,50

* Refrigerados com hidrogênio , 25% menos

Quando várias máquinas situadas em certo ponto , se consideram como sòmente uma , a máquina simples - equivalente , tem regime igual a soma das diversas máquinas que se consideram juntas durante o período - transitório. A constante de inércia M da máquina equivalente é a soma das constantes de inércia M de cada-uma das máquinas.

Exemplo 3.1.

Dada a seguinte informação sôbre uma central ,

P_u = 85.000 KW para o fator de potência de 85% .

tensão = 13.200 volts

n = 1800 r.p.m.

I = 859.000 $lb\text{-}ft^2$

p = 4

f = 60 c/s

encontrar

1- Energia cinética

2- Constante de Inércia M em MJ Seg./gráu elétrico.

3-Constante de Inércia H

4- M em pu. para 50 - MVA-base

5- Compare o valor de H calculado com o da curva fig. (3.1)

Solução:

Por (3.16) , tira-se

$$1- \quad \mathcal{E}_c = 2,31 \cdot 10^{-10}\, WR^2 n^2 = 2,31.10^{-10}.859.000.(1800)^2$$

$$= 642 \text{ MJ}$$

2- Sabemos por (3.13) que ,

$$GH = \mathcal{E}_c \qquad \text{mas}$$

$$G = \frac{85.000}{0,85} = 100.000 \text{ KVA} = 100 \text{ MVA}$$

portanto

$$H = \frac{\mathcal{E}_c}{G} = \frac{642}{100} = 6,42 \text{ MJ/MVA}$$

3- Ainda por (3.13) , tiramos :

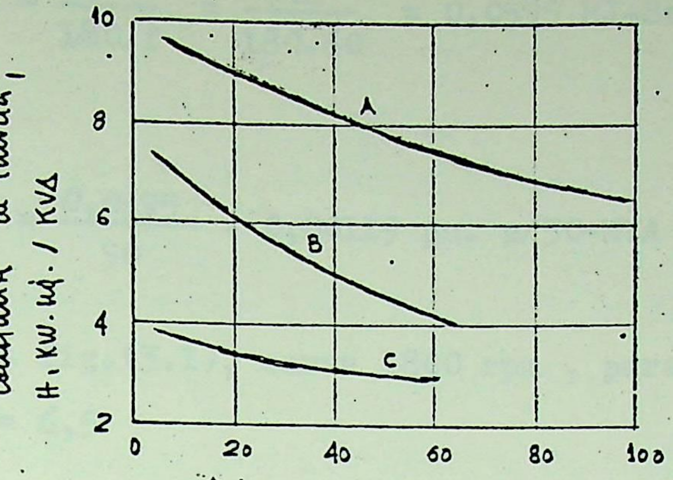


Fig. 3.1- Constantes de Inércia de turbogeradores de vapor grandes , incluindo a turbina.(A) 1.800 rpm-com condensação;(B) 3.600 rpm com condensação;(C) 3.600 sem condensação.

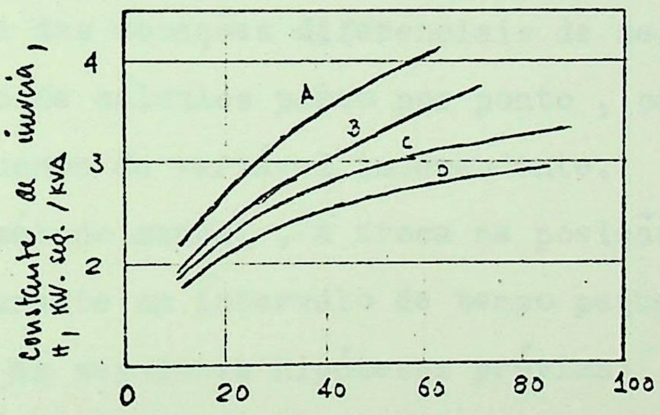


Fig. 3.2- Constantes de Inércia de geradores hidráulicos de tipo vertical, incluindo uma tolerância de 15% para a roda hidráulica.(A) de 450 a 514 rpm;(B) de 200 a 400 rpm; (C) de 138 a 180 rpm. (D)de 80 a 120 rpm.

$$M = \frac{GH}{180.f} = \frac{642}{180.60} = 0{,}0595 \text{ MJ-Seg./grau/Elétrico.}$$

4- $$M = \frac{0{,}0595}{50} = 0{,}00119 \text{ pu. p/50-MVA base}$$

5- Pela fig.(3.1), curva 1800 rpm , para 100 MVA ,
$H = 6{,}5$

3.4.0 - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO PELO MÉTODO - PONTO POR PONTO.

Geralmente , o único método razoável de resolver a curva de oscilação é a do processo ponto por ponto.

Existe um certo número de métodos para a solução - numérica das equações diferenciais de segunda ordem - por meio de cálculos ponto por ponto , para incrementos pequenos da variável independente.

No método manual , a troca na posição angular do - rotor durante um intervalo de tempo pequeno se calcula fazendo as seguintes hipóteses prévias:

1- A potência acelerante P_a , calculada no começo- de um intervalo , é constante desde a metade do intervalo precedente até a metade do intervalo considerado.

2- A velocidade angular é constante durante um intervalo qualquer e igual ao valor calculado para a metade do intervalo.

É lógico que nenhuma dessas hipóteses é correta , em vista de que δ varia continuamente e tanto P_a como

ω são funções de δ . Ao diminuir o intervalo de tempo considerado, a curva de oscilação calculada se aproxima da verdadeira.

A figura (3.3) nos ajudará a compreender estas hipóteses. A potência acelerante se calcula para os pontos contidos nos pequenos círculos ao final dos intervalos n-2, n-1 e n que são o princípio dos intervalos n-1, n e n+1.

A curva P_a na fig. (3.3) resulta da hipótese de que P_a é constante entre os pontos médios dos intervalos. De igual forma, ω' , EXCESSO da velocidade angular sôbre a velocidade angular de sincronismo ω_1 está desenhado de acôrdo com a 2a. hipótese.

Entre as coordenadas $n - \frac{3}{2}$ e $n - \frac{1}{2}$ existe uma troca de velocidade originado pela potência acelerante constante. A troca de velocidade é dada por (8 AI).

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{3.17}$$

$$\Delta\omega = \alpha\Delta t \tag{3.17a}$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \tag{3.7}$$

$$\Delta\omega' \quad \omega'_{n-\frac{1}{2}} - \omega'_{n-\frac{3}{2}} \tag{3.18}$$

substituindo em(3.17a) obtemos:

$$\omega'_{n-\frac{1}{2}} - \omega'_{n-\frac{3}{2}} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \Delta t \tag{3.19}$$

mas da euqação de oscilação (3.8) ~~, tiramos que ;~~

$$\frac{P_a}{M} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \tag{3.20}$$

substituindo em (3.19) , vem

$$w'_{n-\frac{1}{2}} - w'_{n-\frac{3}{2}} = \frac{P_{a(n-1)}}{M} \Delta t \tag{3.21}$$

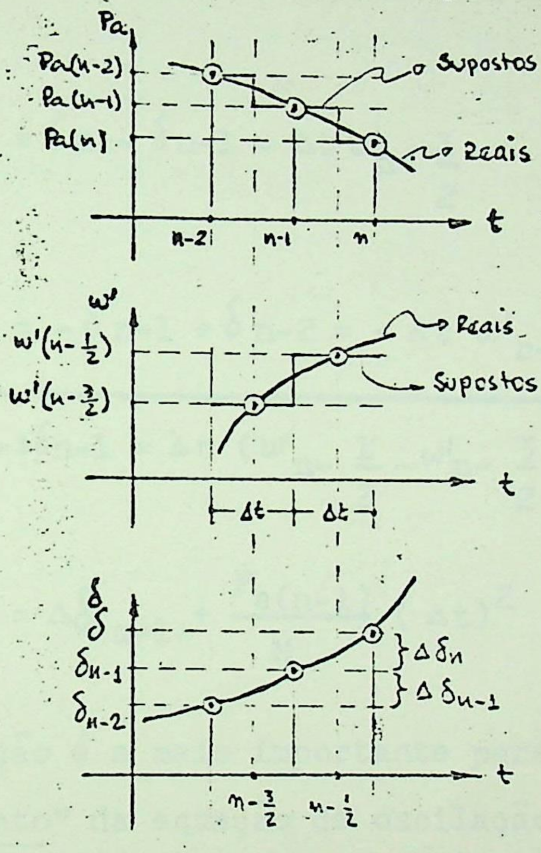


Fig.(3.3)-Valores suposto e reais de P_a, w' e δ em função do tempo.

A variação de δ , em um intervalo qualquer , é igual ao produto de W' no intervalo , pelo tempo. Assim a variação de δ no intervalo n-1 é

$$\Delta\delta_{n-1} = \delta_{n-1} - \delta_{n-2} = \Delta t\, \omega'_{n-\frac{3}{2}} \qquad (3.22)$$

e durante o intervalo n

$$\Delta\delta_n = \delta_n - \delta_{n-1} = \Delta t\, \omega'_{n-\frac{1}{2}} \qquad (3.23)$$

subtraindo (3.22 e 3.23) e substituindo a (3.21) na equação resultante , afim de eliminar , teremos:

$$\Delta\delta_n = \delta_n - \delta_{n-1} = \Delta t\, \omega'_{n-\frac{1}{2}}$$

$$-\Delta\delta_{n-1} = -\delta_{n-1} + \delta_{n-2} = -\Delta t\, \omega'_{n-\frac{3}{2}}$$

$$\Delta\delta_n - \Delta\delta_{n-1} = \Delta t\, (\omega'_{n-\frac{1}{2}} - \omega'_{n-\frac{3}{2}})$$

$$\Delta\delta_n = \Delta\delta_{n-1} + \frac{P_{a(n-1)}}{M}\, (\Delta t)^2 \qquad (3.24)$$

Esta equação é a mais importante para a resolução- "ponto por ponto" da equação de oscilação , com as hipóteses necessárias enunciadas, porquanto indica como- calcular a variação de δ durante um intervalo se conhecermos a variação de δ para o intervalo precedente e a potência acelerante para o intervalo em questão.

A equação (3.24) demonstra que para as hipóteses - enunciadas , a variação do ângulo de torque durante um intervalo dado é igual a variação do angulo de torque durante o intervalo precedente mais a potência acelerante no começo do intervalo , multiplicada por $(\Delta t)^2/M$

A potência de aceleração se calcula um número suficiente de intervalos para obter os pontos necessários para a construção da curva de oscilação. Se a duração dos intervalos é pequena , se obtém uma maior exatidão.

Normalmente se consideram satisfatórios intervalos de 0,05 segundos.

A presença de uma falta origina uma descontinuidade na potência acelerante P_a que é nula antes da falta e tem um valor definido logo após a falta.

A descontinuidade se apresenta no princípio do intervalo, quando t=0 . A figura 3.3 mostra , que nosso método de cálculo supõe que a potência acelerante calculada no começo de um intervalo é constante desde a metade do intervalo considerado. Ao ocorrer a falta teremos dois valores de P_a no começo do intervalo e teremos que tomar a média dos dois valores como valor constante da potência acelerante.

Exemplo 3.2.

Uma central hidráulica de 25 MVA , 60 c/s entrega 20 MW para uma dupla linha de transmissão para um grande centro de consumo que pode ser representado por um barramento infinito. A unidade geradora (incluindo a roda d'água) tem uma energia cinética de 2,76 Mj por MVA para a razão de velocidade. A reatância transitória de eixo direto é 0,30 pu., o circuito de transmissão tem resistência despresível e cada uma tem reatancia de 0,20 pu. , na base de 25 MVA-base.

A tensão atraz da reatância transitória do gerador é 1,03 pu. e a tensão do barramento infinito é 1,00 pu.

Um curto circuito trifásico ocorre no meio de um - dos circuitos de transmissão e é aberto em 0,4 segun - dos, por operação simultânea dos disjuntores colocados nos extremos de cada circuito de transmissão.

Calcular e desenhar a curva de oscilação para 1 segundo .

Solução:

A curva de oscilação será calculada pelo método - ponto por ponto , usando o intervalo de tempo de 0,05 - segundos. De antemão , começando os cálculos pelo método do ponto por ponto , nós precisamos conhecer a constante de inércia do gerador e as equações potência-ângulo para as três diferentes condições nominais da rêde:

1) antes de ocorrer a falta
2) quando está em falta
3) após a falta ter sido eliminada

1- Redução de Rêde

A fig. 3.4a é o diagrama de reatância do sistema , antes da ocorrência da falta a reatância entre os pontos A e B está dado por uma combinação série e paralela , sendo

$$X_1 = 0,3 + \frac{0,20}{2} = 0,40 \text{ pu.}$$

Quando a falta é eliminada , um dos circuitos paralelos é desligado , ficando a reatância

$$X_3 = 0,30 + 0,20 = 0,5 \text{ pu.}$$

A reatância série equivalente entre o gerador e o barramento infinito , quando em falta , pode ser dado mais realistamente , convertendo o circuito Y GABF para um Δ, eliminando o nó G . O circuito resultante está apresentado na fig. 3.4b . A reatância do ramo do entre A e B é

$$X_2 = 0,30 + 0,20 + \frac{0,30 \cdot 0,20}{0,10}$$

$$X_2 = 0,50 + 0,6 = 1,10 \text{ pu.}$$

Os valores de reatância dos outros dois ramos não são necessários , porque êstes ramos , sendo ligados diretamente através de uma fonte de potência constante não têm efeito na potência de saída das fontes , entretanto elas incrementam a potência reativa de saída.

O mesmo é verdadeiro para a reatância de 0,10 pu. em B .

2-Equação Potência-Ângulo

A equação potência-ângulo , dando a saída P_{uA} do gerador A , como uma função do ângulo δ entre as tensões E_A e E_B é

$$P_{uA} = \frac{E_A.E_B}{X} \text{ sen } \delta = P_m \text{ sen } \delta$$

onde P_m tem os seguintes valores :

2.1- Antes da falta

$$P_{m1} = \frac{E_A.E_B}{X_1} = 2,58$$

2.2- Quando está em falta

$$P_{m2} = \frac{E_A.E_B}{X_2} = 0,936$$

2.3- Após a falta

$$P_{m3} = \frac{E_A.E_B}{X_3} = 2,06$$

3- Constante de Inércia

por (3.13) temos :

$$M = \frac{G.H}{180.f} \quad \text{sendo}$$

$$G = \frac{25 \text{ MVA}}{25 \text{ MVA}} = 1 \text{ pu. para 25 MVA-base}$$

$H = 2,7$ Mj por MVA

$f = 60$ c/s

$$M = \frac{1,00.2,76}{180.60} = 2,56.10^{-4} \text{ pu.}$$

4- Condições Iniciais

A potência de saída do gerador A antes da falta é dada como 20 MW , que relacionado com a potência base-25 MVA é 0,8 pu. A posição angular inicial de A com respeito a B é dada antes da falha pela equação potência ângulo.

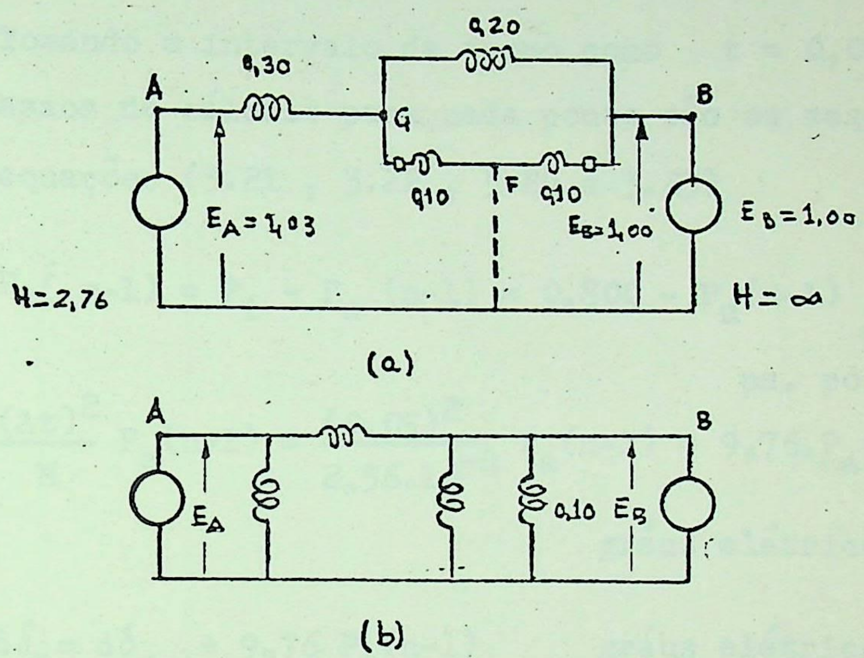


Fig. 3.4- a) Diagrama de reatância do sistema do exemplo 3.2 , b) redução da rêde, circuito equivalente.

$$P_{uA1} = 2{,}58 \operatorname{sen} \delta_0 = 0{,}80$$

$$\operatorname{sen} \delta_0 = \frac{0{,}80}{2{,}58} = 0{,}310$$

$$\delta = \delta_0 = 18{,}1^\circ$$

imediatamente ocorre a falta , então ~~a equação poten~~ - cia ângulo fica sendo :

$$P_{uA2} = 0,936 \text{ sen}\delta_0 = 0,936 \text{ sen } 18,1 =$$

$$= 0,936.0,310 = 0,290 \text{ pu.}$$

5- Cálculo da curva de oscilação pelo método ponto por ponto.

Tomando o intervalo de tempo como $t = 0,05$ seg. os passos de cálculo para cada ponto são os seguintes: ver equações (3.21 , 3.22 , 3.24 e 3.23)

a) $P_a(n-1) = P_i - P_u(n-1) = 0,800 - P_u(n-1)$ pu. potência

b) $\dfrac{(\Delta t)^2}{M} P_a(n-1) = \dfrac{(0,05)^2}{2,56.10^{-4}} P_a(n-1) = 9,76.P_a(n-1)$ gráus elétricos

c) $\Delta\delta_n = \Delta\delta_{n-1} + 9,76\, P_a(n-1)$ gráus elétricos

d) $\delta_n = \delta_{n-1} + \Delta\delta_n$ gráus elétricos

e) $P_{nm} = P_m \text{ sen } \delta_n$ pu. potência

onde $P_m = P_{m2} = 0,936$ no intervalo $(0 < t < 0,4$ seg) isto é : durante a falta .

$P_m = P_{m3} = 2,06$ após a falta $(0,4 < t)$.

para $t = 0$ e $t = 0,4$ há descontinuidade em P_u e desta forma P_a será o valor médio usado para o cálculo de $\Delta\delta$.

O quadro III-II nos fornece os valores calculados:

QUADRO III-II

t segundos	P_m (pu)	sen δ	P_e (pu)	P_a (p.u)	9,76 P_a graus	Δδ graus	δ graus
0-	2,58	0,310	0,800	0,000			18,1
0+	0,936	0,310	0,290	0,510			18,1
0 med.				0,255	2,5		
						2,5	
0,05		0,352	0,330	0,470	4,6		20,6
						7,1	
0,10		0,465	0,435	0,365	3,6		27,7
						10,7	
0,15		0,621	0,581	0,219	2,1		38,4
						12,8	
0,20		0,779	0,730	0,070	0,7		51,2
						13,5	
0,25		0,904	0,846	-0,046	-0,4		64,7
						13,1	
0,30		0,977	0,915	-0,115	-1,1		77,8
						12,0	
0,35		1,000	0,936	-0,136	-1,3		89,8
						10,7	
0,40-		0,983	0,920				100,5
0,40+	2,06		2,024				
0,40med.			1,472	-0,672	-6,6		
						4,1	
0,45		0,968	1,995	-1,195	-11,6		104,6
						-7,5	
0,50		0,992	2,045	-1,245	-12,1		97,1
						-19,6	
0,55		0,976	2,010	-1,210	-11,8		77,5

continuação do quadro III-II.

0,60		0,721	1,486	-0,686	-6,7	-31,4	46,1
0,65		0,139	0,286	0,514	5,0	-38,1	8,0
0,70		-0,424	-0,874	1,674	16,3	-33,1	-25,1
0,75		-0,668	-1,376	2,176	21,2	-16,8	-41,9
0,80		-0,609	-1,255	2,055	20,0	4,4	-37,5
0,85		-0,227	-0,468	1,268	12,4	24,4	-13,1
0,90		0,402	0,828	-0,028	-0,3	36,8	23,7
0,95		0,868	1,788	-0,988	-9,6	36,5	60,2
1,00		0,996	2,052	-1,252	-12,2	24,9	85,1
1,05						12,7	97,8

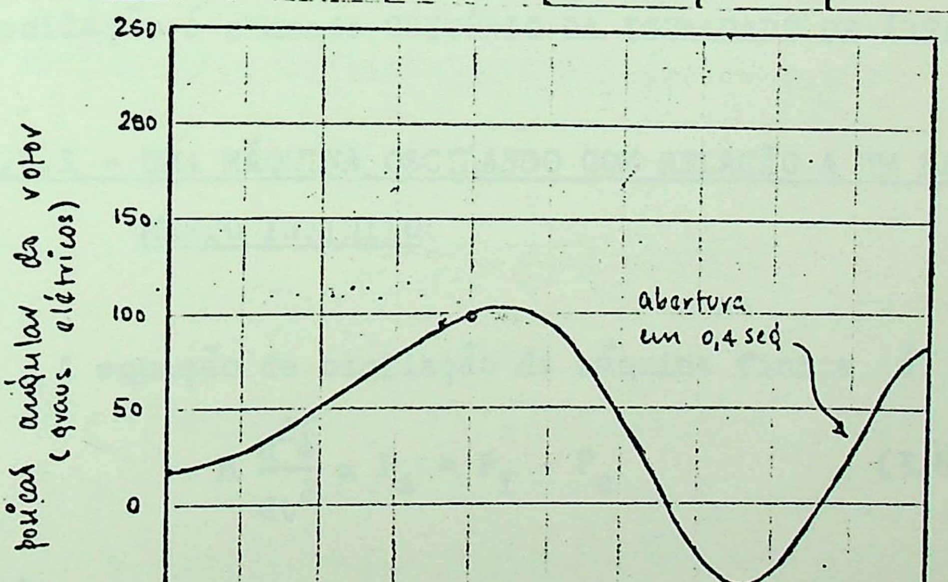


Fig. 3.5-Curva de oscilaçao para o sistema do exemplo 3.2

Através da expressão (1.14) podemos ampliar o Quadro III-II com uma coluna de freqüência.

3.5.0 - CRITÉRIO DA IGUALDADE DE ÁREA PARA A ESTABILIDADE.

Em um sistema em que uma máquina oscila , em relação a uma barra infinita , não é necessário representar e estudar as curvas de oscilação para determinar - se o ângulo de torque da máquina aumenta indefinidamente ou oscila em tôrno de uma posição de equilíbrio.

A resolução da equação de oscilação , com as hipóteses usuais de P_i constante , rêde puramente reativa e tensão constante atraz da reatância transitória , demonstra que δ oscila em tôrno do ponto de equilíbrio , com amplitude constante , se não fôr ultrapassado o limite de estabilidade em regime transitório. O princípio pelo qual se determina as condições de estabilidade em regime transitório , sem resolver a equação de - oscilação é chamado CRITÉRIO DA IGUALDADE DE ÁREA.

3.5.1 - UMA MÁQUINA OSCILANDO COM RELAÇÃO A UM BARRAMENTO INFINITO:

A equação de oscilação da máquina finita é

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_i - P_u \qquad (3.8)$$

onde

M = constante de inércia da máquina finita.

δ = ângulo de torque com relação a um barramento infinito.

Multiplicando cada membro de (3.8) por $2\frac{d\delta}{Mdt}$, vem:

$$2\frac{d^2\delta}{dt^2}\frac{d\delta}{dt} = 2\frac{P_a}{M}\frac{d\delta}{dt} \qquad \text{ou}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = 2\frac{P_a}{M}\frac{d\delta}{dt} \tag{3.25}$$

multiplicando cada membro de (3.25) por dt , vem:

$$d\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = 2\frac{P_a}{M}\,d\delta \tag{3.26}$$

integrando

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{2}{M}\int_{\delta_0}^{\delta} P_a\,d\delta \tag{3.27}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega' = \sqrt{\frac{2}{M}\int_{\delta_0}^{\delta} P_a\,d\delta} \tag{3.28}$$

a condição para indicar a estabilidade e que :

$$\omega' = 0 \tag{3.29}$$

portanto :

$$\int_{\delta_0}^{\delta_m} P_a\,d\delta = 0 \tag{3.30}$$

Esta integral pode ser interpretada graficamente , como sendo a área sôbre uma curva de P_a desenhada com-relação a δ entre os limites δ_1, o ângulo inicial e δ_m o ângulo final , ou seja :

$$P_a = P_i - P_u \tag{3.31}$$

substituindo (3.31) em (3.30) , vem :

$$\int_{\delta_0}^{\delta_m} P_a \, d\delta = \int_{\delta_0}^{\delta_m} P_i \, d\delta - \int_{\delta_0}^{\delta_m} P_u \, d\delta \qquad (3.32)$$

como P_i é constante por hipótese e $P_u = P_{max.}$ sen δ , podemos representar a expressão (3.32) num sistema de eixo coordenado cartesiano , de acôrdo com a fig. 3.6.

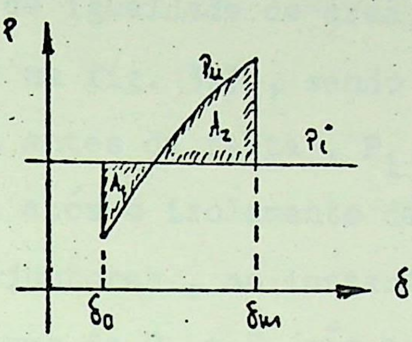


Fig. 3.6- Representação gráfica da equação (3.32)

A área para ser igual a zero , deve consistir de - uma porção positiva A_1 , para que $P_i > P_u$ e uma igual - a mesma porção , oposta , e negativa A_2 , para que $P_i < P_u$. Assim sendo , origina-se o nome de ,"Critério de igual área para estabilidade!"

O critério de igualdade de área , entre muitas a - aplicações , poderá ser utilizado quando se produz uma falta trifásica em um ponto de uma linha de circuito - duplo , falta esta que não é nos extremos da linha.

Existe nêste caso uma certa impedância entre as b- barras e a falta. Portanto, se transmitirá certa potên cia encuanto dure a falta no sistema. Qualquer que seja a sua situação , as faltas de curto circuito, que - não afetem as três fases, permitem a transmissão de - certa potência , pôsto que podem estar representado - por uma conexão de uma impedância entre o ponto de falta e a barra de referência no diagrama de impedâncias- de sequência positiva.

Se existe transmissão de potência durante a falta, o critério de igualdade de área se aplica , da forma - apresentada na fig. 3.7 , sendo P_m sen δ a potência - transmitida antes da falta , P_1 P_{ml} sen δ a potência - transmitida após o isolamento da falta , por descone - xão dos disjuntores , no instante em que $\delta = \delta_c$.

Os valores de P_1 e P_2 são as razões das potências- máximas transmissíveis durante e depois a falta,respectivamente , a potência máxima transmissível antes da - falta. A situação é representada na fig. 3.7 , indica- que δ_c é o ângulo crítico de corte , pôsto que A_1 deve ser igual a A_2 .

A potência transmitida durante a falta ajuda a reduzir o valor de A_1 para qualquer ângulo de corte dado.

Resulta assim que quanto menor são os valores de - P_1 , maiores são as perturbações do sistema , isto é , sendo P_1 pequeno , significa que a potência transmitida durante a falta é pequena.

Ordenando as faltas por ordem de gravidade crescente ($P_1 . P_{ml}$ decrescente) teremos :

1- De simples fase-terra

2- De fase-fase

3- De dupla fase-terra

4- Falta trifásica

As faltas de simples fase-terra são as que se apresentam com maior frequência , enquanto que as faltas - trifásicas são menos frequente.

Para uma maior segurança ou confiabilidade completa , os sistemas devem ser projetados para a estabilidade em regime transitório com faltas trifásicas localizadas em pontos mais desfavoráveis. Lógicamente se - isso não fôr praticável do ponto de vista econômico , deve-se sacrificar o gráu de segurança , projetando para a estabilidade em regime transitório com faltas de dupla fase-terra . Com a ajuda da fig. 3.7 , podemos - efetuar uma análise para obter uma fórmula que nos de o ângulo crítico de corte , como segue:

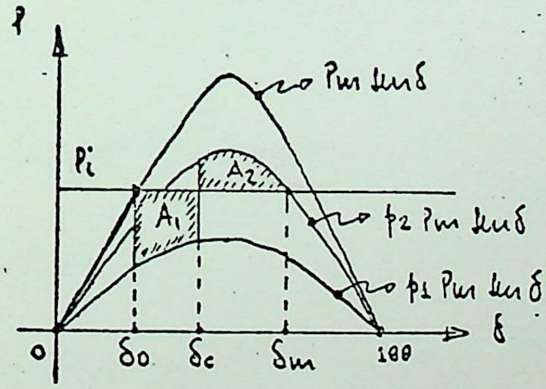


Fig. 3.7-Critério da igualdade de área aplicado ao isolamento de uma falta com transmissão de potência durante a falta.

$$A_1 = P_i\ (\delta_c - \delta_o) - \int_{\delta_o}^{\delta_c} p_1\ P_{m1}\ \mathrm{sen}\,\delta\, d\delta$$

$$= P_i\ (\delta_c - \delta_o) + p_1\ P_{m1}\ (\cos\delta_c - \cos\delta_o)$$

$$A_2 = \int_{\delta_c}^{\delta_m} p_2 P_{m1} \operatorname{sen}\delta d\delta - P_i (\delta_m - \delta_c)$$

$$= p_2 P_{m1} (\cos\delta_c - \cos\delta_m) - P_i (\delta_m - \delta_c)$$

para que haja estabilidade , $A_1 = A_2$ ou

$$P_i \delta_c - P_i \delta_0 + p_1 P_{m1} \cos\delta_c - p_1 P_{m1} \cos\delta_0 =$$

$$= p_2 P_{m1} \cos\delta_c - p_2 P_{m1} \cos\delta_m - P_i \delta_m + P_i \delta_c$$

$$(p_1 - p_2) P_{m1} \cos\delta_c = P_i (\delta_0 - \delta_m) + p_1 P_{m1} \cos\delta_0$$

$$-p_2 P_{m1} \cos\delta_m$$

$$\delta_c = \cos^{-1} \frac{\left[\frac{P_i}{P_{m1}}\right](\delta_m - \delta_0) + p_2 \cos\delta_m - p_1 \cos\delta_0}{p_2 - p_1}$$

(3.33)

note-se que para o cálculo de δ_c

$$P_i = P_{m1} \operatorname{sen}\delta_0$$

$$P_i = p_2 P_{m1} \operatorname{sen}\delta_m$$

$$\delta_0 = \operatorname{sen}^{-1} \frac{P_i}{P_{m1}}$$

sendo $\delta_0 < 90^\circ$ (3.33a)

$$\delta_m = \operatorname{sen}^{-1} \frac{P_i}{p_2 P_{m1}}$$

sendo $\delta_m > 90^\circ$ (3.33b)

O que foi explanado no ítem 3.4.0 e no presente ítem , será útil para a especificação do tempo crítico de corte dado em "ciclos" , para disjuntores instalados em Sistema de Potência.

Para melhor compreensão , faremos a aplicação para um caso típico de sistemas de potência.

Exemplo 3.3

O diagrama unifilar da fig. 3.8 , representa um gerador unido mediante duas linhas de transmissão de alta tensão , paralelas , a um grande centro de consumo, que se considera a uma barra infinita.

Os números no diagrama são as reatâncias em pu., a reatância de regime transitório do gerador está incluida no sistema.

Adjacente a falta, se colocam disjuntores dispostos para atuar simultâneamente. No ponto é dada uma falta trifásica , quando o gerador fornece uma potência de 1,0 pu. Supor a tensão atraz de reatância transitória igual 1,25 pu. para o gerador e para o barramento infinito igual a 1 pu. Supor para o gerador H = 3.0 , frequência do sistema igual a 60 c/s.

Determinar:

a) O ângulo crítico de corte em gráus elétricos.

b) O tempo crítico de corte para os sisjuntores , especificar em "ciclos". Desenhar a curva de oscilação para isolar a falta em um $\delta < \delta_c$.

Solução:

a) O diagrama de impedâncias de sequência positiva é representado na fig. 3.8.

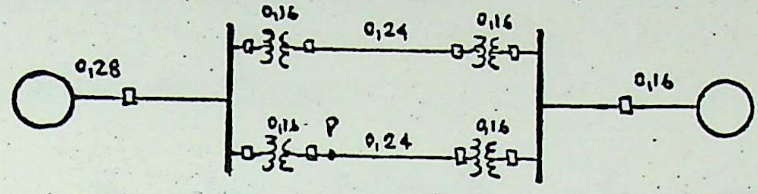


Fig. 3.8- Diagrama do exemplo 3.3.

1) Redução de Rêde

1-1 - Antes da falta

$$X_1 = 0,28 + 0,16 + \frac{0,16+0,24+0,16}{2} = 0,72$$

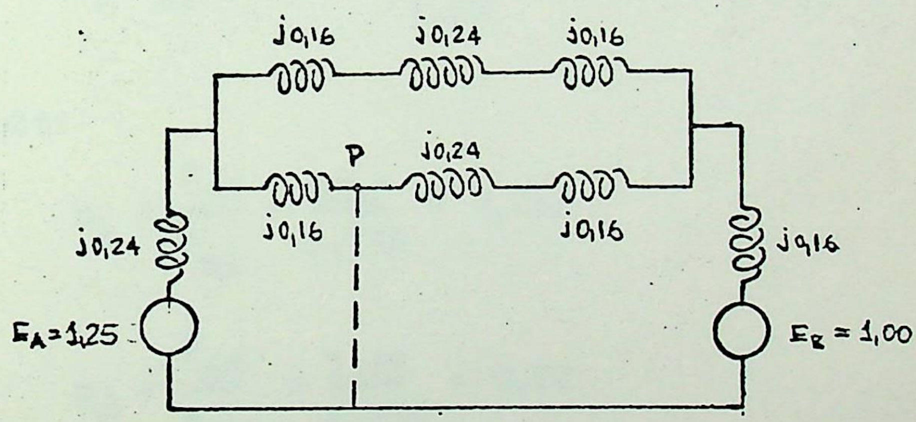


Fig. 3.9-Diagrama de sequência positiva ou diagrama de reatância do exemplo 3.3.

1-2 - Durante a falta - fazendo redução docircuito a um triângulo , como no exemplo 3.2, encontramos:

$$X_2 = 2,98$$

1-3 - Após a falta

$$X_3 = 0,28+0,16+0,16+0,24+0,16 = 1,00$$

2- Equação potência-ângulo

2-1 - Antes da falta

$$P_{m1} \operatorname{sen}\delta = \frac{1,0.1,25}{0,72} \operatorname{sen}\delta = 1,735 \operatorname{sen}\delta$$

2-2 - Durante a falta

$$p_1 P_{m1} \operatorname{sen}\delta = \frac{1,0.1,25}{2,98} \operatorname{sen}\delta = 0,42 \operatorname{sen}\delta$$

2-3 - Após a falta

$$p_2 P_{m1} \operatorname{sen}\delta = \frac{1,0.1,25}{1,00} \operatorname{sen}\delta = 1,25 \operatorname{sen}\delta$$

portanto:

$$p_1 = \frac{P_{m2}}{P_{m1}} = \frac{0,42}{1,735} = 0,242$$

$$p_2 = \frac{P_{m3}}{P_{m1}} = \frac{1,25}{1,735} = 0,72$$

$$\delta_o = \operatorname{sen}^{-1} \frac{1,00}{1,735} = 35,2^\circ \text{ ou } 0,615 \text{ rd.}$$

$$\delta_m = \operatorname{sen}^{-1} \frac{1,00}{1,25} = 126,9^\circ \text{ ou } 2,22 \text{ rd.}$$

$$\delta_c = \cos^{-1} \frac{1,735^{-1}(2,22-0,615)+0,72 \cos 126,9-}{0,72 - 0,242}$$

$$\frac{-0,242 \cos 35,2}{0,72 - 0,242} = 51,6^\circ$$

b) a constante de inércia é

$$M = \frac{GH}{180.f} = \frac{1,0 \;.\; 3,0}{180 \;.\; 60} = 2,78.10^{-4} \text{pu.}$$

para o intervalo de tempo $\Delta t = 0,05$ seg.

$$\frac{(\Delta t)^2}{M} = \frac{25.10^{-4}}{2,78 \;.\; 10^{-4}} = 9,0$$

em falta $\delta_0 = 35,2°$

durante a falta $P_u = 0,42 \text{ sen}\delta$

portanto $P_a = P_i - P_u = 1,0 - 0,42 \text{ sen}\delta$

antes da falta $P_a = 0$

durante a falta $P_a = 1,0 - 0,42 \text{ sen } 35,2° = 0,758$

o valor médio de P_a é igual a

$$P_a \text{ médio} = \frac{0,758 + 0}{2} = 0,379 \text{ pu.}$$

$$\frac{(\Delta t)^2}{M} P_a = 9.0,379 = 3,41$$

$$\Delta\delta_n = 0 + 3,41 = 3,41°$$

para $t = 0,05$ seg.

$$\delta_n = 35,2 + 3,41 = 38,61°$$

$$P_a = 1,0 - 0,42 \text{ sen } 38,61° = 1,0 - 0,262 =$$

$$P_a = 0,738$$

$$\frac{(\Delta t)^2}{M} P_a = 9.0,738 = 6,64$$

$$\Delta\delta_n = 3,41 + 6,64 = 10,05 \text{ ou } 10,1$$

para t = 0,10 seg.

$$\delta_M = 38,6 + 10,1 = 48,7^\circ$$

No quadro III-III apresentamos os cálculos para t, variando desde zero(0) seg. até 0,25 seg., com Δt = 0,05 . No referido quadro P_i , P_a e δ_M são valores calculado no tempo t da primeira coluna , mas $\Delta\delta_M$ é a variação do ângulo de torque durante o intervalo que começa no tempo indicado . Por exemplo , na fila dos números que figuram no quadro para t = 0,10 seg. , o ângulo 48,7° é o primeiro valor calculado e se encontra - somando a variação do ângulo durante o intervalo precedente , ao ângulo do intervalo anterior. Em seguida- se calcula P_u para δ_M= 48,7 . Depois , P_a e o produto- de P_a por $(\Delta t)^2/M$.

O valor do produto é 6,17 , que se soma a variação angular de 10,05 , durante o intervalo que começa em - t = 0,10 seg. Êste valor , somado a 48,7 dá o valor - δ_M = 64,9 para t = 0,15 segundos.

Vimos no ítem anterior que o ângulo crítico de corte vale 51,6 , entrando com êste valor na curva da fig 3.10 , encontramos que o tempo crítico de corte vale - 0,11 segundos.

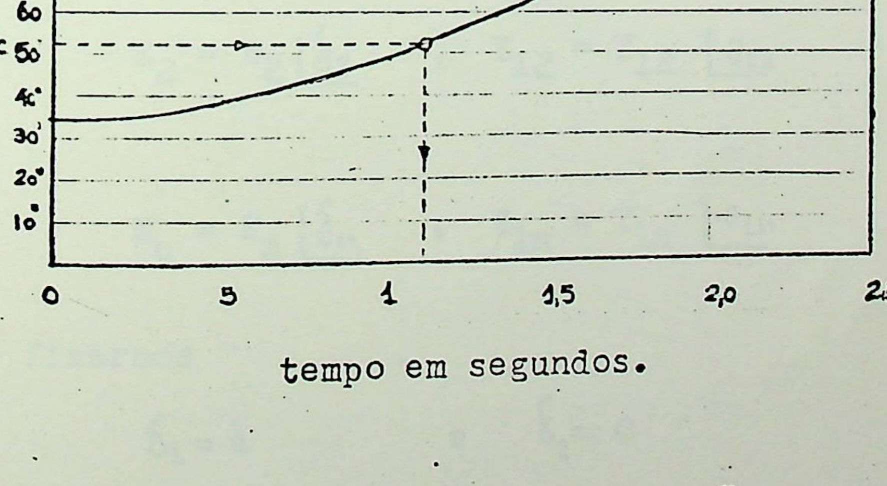
Como o sistema opera em 60 c/s , o disjuntor deve - ser especificado para ter uma abertura com rapidez de

$$c = f.t = 60\,\frac{c}{s} \cdot 0,11s = 6,6 \text{ ciclos}$$

em vista de dos disjuntores serem fabricados para 8,5 - 3 ou 2 ciclos , devemos escolher um de 5 ciclos.

QUADRO III-III

t,seg	P_i	P_a	$\frac{(\Delta t)^2}{M} P_a$	gráus [illegible]	gráus [illegible]
0-	1,0	0,00			35,2
0+	0,242	0,758			35,2
σ		0,379	3,41	3,41	35,2
0,05	0,262	0,738	6,64	10,05	38,6
0,10	0,315	0,685	6,17	16,22	48,7
0,15	0,380	0,620	5,58	21,80	64,9
0,20	0,419	0,581	5,23	27,03	86,7
0,25					113,7



tempo em segundos.

Fig. 3.10- Curva de oscilação do exemplo 3.3.

3.5.2 - A EQUAÇÃO POTÊNCIA-ÂNGULO

Da equação potência-ângulo para o caso de uma má - quina e um barramento infinito segue-se diretamente para a equação potência-ângulo para uma máquina e um sistema múltiplo de máquinas , se nos fizermos a subscrição 1 para representarmos a máquina 1 e a subscrição 2 para representar o barramento infinito.

Sabemos das equações de potência que ,

$$P_1 = E_1^2 Y_{11} \cos \theta_{11} + E_1 E_2 Y_{12} \cos (\theta_{12} - \delta_1 +$$

$$+\delta_2) + \ldots + E_1 E_n Y_{1n} \cos (\theta_{1n} - \delta_1 + \delta_{n}) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} E_1 E_k Y_{1k} \cos (\theta_{1k} - \delta_1 + \delta_k) \qquad (3.34)$$

sendo:

$$E_1 = \bar{E}_1 \underline{|\delta_1} \quad , \; Y_{11} = \bar{Y}_{11} \underline{|\theta_{11}}$$

$$E_2 = E_2 \underline{|\delta_2} \quad , \; Y_{12} = Y_{12} \underline{|\theta_{12}}$$

$$E_n = E_n \underline{|\delta_n} \quad , \; Y_{1n} = Y_{1n} \underline{|\theta_{1n}}$$

se fizermos

$$\delta_1 = \delta \qquad \text{e} \qquad \delta_2 = 0$$

$$P_{n1} = E_1^2 Y_{11} \cos \theta_{11} + E_1 E_2 Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta) =$$

$$= P_c + P_M \text{ sen } (\delta - \gamma) \qquad (3.35)$$

onde

$$P_c = E_1^2\, Y_{11} \cos\theta_{11}$$

$$P_M = E_1 E_2 Y_{12}$$

E_1 = é a tensão atraz da reatância transitória da máquina

E_2 = tensão do barramento infinito

$Y_{11}\lfloor\theta_{11}$ e $Y_{12}\lfloor\theta_{12}$ são as admitâncias da rêde entre a máquina e o barramento infinito

$$\gamma = \theta_{12} - 90^\circ$$

A curva potência ângulo é em geral , um deslocamento senoidal . Ela é semelhante a uma senóide simples:

$$P_u = P_M \operatorname{sen} \delta \qquad (3.36)$$

deslocada para cima por uma distância P_c e para a direita $\gamma = \theta_{12} - 90^\circ$, como apresentado na fig. 3.11.

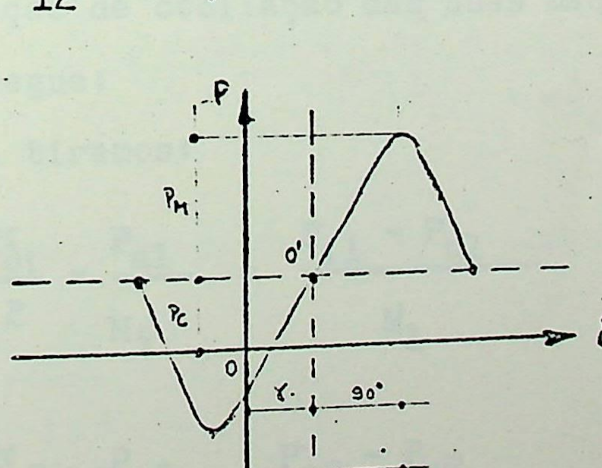


Fig. 3.11-Representação da euqação 3.5.

Se a rêde consiste de sòmente reatância a equação-(3.35) reduz-se a equação (3.36) e a curva potência ângulo é uma curva senoidal sem deslocamento.

3.5.3 - DUAS MÁQUINAS FINITAS

Um sistema de duas máquinas finitas pode ser representado por um sistema equivalente, tendo uma máquina-finita e um barramento infinito , tal que a equação de oscilação e o deslocamento angular da curva de oscilação entre as duas máquinas sejam os mesmos, para ambos sistemas. É necessário o uso de uma constante de inércia equivalente , entrada equivalente e saída equivalente para a máquina finita equivalente. A constante de inércia equivalente é uma função da constante de inércia das duas máquinas atuais , e a entrada e saída equivalente são funções das constantes de inércia, entradas e saídas das duas máquinas atuais.

O sistema equivalente poderá ser agora determinado. A equação de oscilação das duas máquinas finitas são como segue:

de (3.8) , tiramos:

$$\frac{d^2\delta_1}{dt^2} = \frac{P_{a1}}{M_1} = \frac{P_{i1} - P_{u1}}{M_1} \qquad (3.37)$$

$$\frac{d^2\delta_2}{dt^2} = \frac{P_{a2}}{M_2} = \frac{P_{i2} - P_{u2}}{M_2} \qquad (3.38)$$

se

$$\delta = \delta_1 - \delta_2$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\delta_1}{dt^2} - \frac{d^2\delta_2}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{P_{a1}}{M_1} - \frac{P_{a2}}{M_2} \qquad (3.39)$$

multiplicando cada lado da equação (3.39) por

$\dfrac{M_1 M_2}{M_1+M_2}$, obtemos

$$\frac{M_1 M_2}{M_1+M_2} \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{M_2 P_{a1} - M_1 P_{a2}}{M_1 + M_2}$$ observando a

equação (3.2) , vem:

$$\frac{M_1 M_2}{M_1+M_2} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{M_2 P_{i1} - M_1 P_{i2}}{M_1 + M_2} - \frac{M_2 P_{n1} - M_1 P_{n2}}{M_1 + M_2}$$

$$(3.40)$$

que pode ser escrita mais simplesmente como:

$$M' \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i' - P_u' \qquad (3.41)$$

onde a entrada equivalente é

$$P_i' = \frac{M_2P_{i1} - M_1P_{i2}}{M_1 + M_2}$$

a saída equivalente é

$$P_u' = \frac{M_2P_{n1} - M_1P_{n2}}{M_1 + M_2} \qquad (3.43)$$

e a constante de inércia equivalente é

$$M' = \frac{M_1\ M_2}{M_1 + M_2} \qquad (3.44)$$

3.5.4 - CURVA EQUIVALENTE POTÊNCIA-ÂNGULO DE DUAS MÁ - QUINAS FINITAS.

As equações potência-ângulo de um sistema de duas-máquinas são:

$$P_{u1} = E_1^2\ Y_{11}\cos\theta_{11} + E_1E_2Y_{12}\cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) \qquad (3.45)$$

$$P_{u2} = E_2E_1Y_{21}\cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + E_2^2\ Y_{22}\cos\theta_{22} \qquad (3.46)$$

substituindo êstes valores de P_{u1} e P_{u2} na expressão (3.43), e fazendo $\delta = \delta_1 - \delta_2$, vem:

$$P_u' = \frac{M_2E_1^2\ Y_{11}\cos\theta_{11} - M_1E_2^2\ Y_{22}\cos\theta_{22}}{M_1 + M_2} + \frac{M_2\cos(\delta - \theta_{12}) - M_1\cos(\delta + \theta_{12})}{M_1 + M_2}\,E_1E_2Y_{12} \qquad (3.46)$$

Os dois têrmos cossenos que envolvem δ podem ser - combinados em um simples têrmo cosseno , da seguinte - forma:

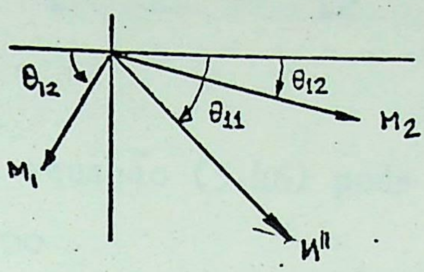


Fig. 3.12- Transformção dos têrmos $\cos(\delta \pm \theta_{12})$ em um único têrmo cosseno.

se $\delta = 0$

$M_2 \cos(\delta - \theta_{12}) = M_2 \cos(-\theta_{12})$

$- M_1 \cos(\delta + \theta_{12}) = - M_1 \cos \theta_{12}$ são as projeções horizontais dos vetores M_1 e M_2 conforme fig. 3.12.

$M_2 \operatorname{sen}(\delta - \theta_{12}) = - M_2 \operatorname{sen} \theta_{12}$

$-M_1 \operatorname{sen}(\theta_{12}) = - M_1 \operatorname{sen} \theta_{12}$ são as projeções verti - cais , dos mesmos vetores:

A grandeza do vetor M''

$$M'' = \sqrt{(M_2 - M_1)^2 \cos^2 \theta_{12} + (M_1 + M_2)^2 \operatorname{sen}^2 \theta_{12}} =$$

$$M'' = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 - 2 M_1 M_2 \cos 2\,\theta_{12}} \qquad (3.47)$$

e seu ângulo de fase é

$$- \theta'' = tg^{-1} \frac{(M_1+M_2)\text{sen } \theta_{12}}{(M_1 - M_2)\cos \theta_{12}} = tg^{-1}\left[\frac{M_1+M_2}{M_2-M_1}, tg\ \theta_{12}\right] \tag{3.48}$$

portanto , a equação (3.46) pode ser escrita mais sim - plesmente como

$$P_u = P_c + P_M \cos(\delta - \theta'') = P_c + P_M \text{ sen } (\delta - \gamma) \tag{3.49}$$

onde

$$P_c = \frac{M_2E_1^2\, Y_{11}\cos\, \theta_{11} - M_1E_2^2\, Y_{22}\cos\, \theta_{22}}{M_1 + M_2} \tag{3.50}$$

corresponde ao deslocamento vertical na fig. 3.5 , e

$$\gamma = - tg^{-1}\left[\frac{M_1+M_2}{M_1-M_2} . tg\ \theta_{12}\right] - 90° \tag{3.51}$$

é o deslocamento horizontal , de uma onda seno , cuja - amplitude é :

$$P_M = \frac{E_1E_2Y_{12}}{M_1 + M_2} M''$$

$$P_M = \frac{E_1E_2Y_{12}\sqrt{M_1^2 + M_2^2 - 2M_1M_2 \cos 2\, \theta_{12}}}{M_1 + M_2} \tag{3.52}$$

3.5.5 - RÊDE DE REATÂNCIA PARA DUAS MÁQUINAS FINITAS

Se a rêde que liga as duas máquinas contém sómente reatância , a equação potência-ângulo e a equação para entrada equivalente são considerávelmente simplificada.

Nêste caso $\theta_{11} = \theta_{22} = -90°$ e $\theta_{12} = 90°$, dando $\cos\theta_{11} = \cos\theta_{22} = 0$, $\cos 2\theta_{12} = -1$ e $\operatorname{tg}\theta_{12} = \infty$.

Então $P_c = 0$, $\gamma = 0$ e $P_M = E_1 E_2 Y_{12}$

A curva potência-ângulo é então uma senóide sem deslocamento .

$$P_u = E_1 E_2 Y_{12} \operatorname{sen}\delta \tag{3.53}$$

que é idêntica a curva potência-ângulo para uma máquina ligada a um barramento infinito através de uma reatância pura.

Desde que não exista perdas em uma rêde com reatância, uma das máquinas pode atuar como gerador e a outra como motor síncrono , tal que, se ambas são consideradas como geradores , suas saídas são iguais e opostas:

$$P_{u2} = -P_{u1} \tag{3.54}$$

Inicialmente as entradas são iguais para as saídas

$$P_{i1} = P_{u1} \tag{3.55}$$

$$P_{i2} = P_{u2} \tag{3.56}$$

dando entradas iguais e opostas:

$$P_{i2} = - P_{i1} \tag{3.57}$$

entretanto , a entrada equivalente, dada pela equação - (3.42) , torna-se

$$P_i' = \frac{M_2 P_{i1} - M_1 (-P_{i1})}{M_1 + M_2} = P_{i1} \tag{3.58}$$

que é igual a atual entrada do gerador.

3.5.6 - DETERMINAÇÃO DA CURVA DE OSCILAÇÃO POR INTEGRAÇÃO GRÁFICA

O tipo de distúrbio que é mais importante no estudo de estabilidade é uma falta aplicada e subsequentemente a sua eliminação . É usualmente desejado determinar ,se um sistema é estável com uma dada carga , Com êstes dados , determinar o limite de estabilidade para um dado-tempo de abertura ou determinar o tempo crítico de abertura para uma dada potência. O critério de igualdade de área pode fornecer uma informação própria sôbre o ângulo de abertura. O tempo de abertura , entretanto , é de primeira importância porque o circuito de desligamento- e os relés de proteção , por meio dos quais a falta é eliminada , tem tempo de operação que é independente - dos deslocamentos angulares das máquinas, Entretanto , quando o critério de igual área é usado , êle dá necessáriamente o ângulo de abertura quando o tempo de abertura é conhecido , ou vice-versa.

O tempo de abertura poderá ser determinado gráficamente , como segue:

sabemos que:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega' = \sqrt{\frac{2}{M}\int_{\delta_0}^{\delta} P_a \, d\delta} \qquad (3.28)$$

mas

$$dt = \frac{d\delta}{\omega'} \qquad \text{integrando}$$

$$t = \int_{\delta_0}^{\delta} \frac{d\delta}{\omega'} = \int_{\delta_0}^{\delta} \frac{d\delta}{\sqrt{\frac{2}{M}\int_{\delta_0}^{\delta} P_a \, d\delta}} \qquad (3.59)$$

portanto:

$$\omega' = \sqrt{\frac{2\, P_a\,(\delta - \delta_0)}{M}} \qquad (3.60)$$

o tempo poderá ser obtido da equação (3.28)

$$t = \sqrt{\frac{2\, M\,(\delta - \delta_0)}{P_a}} \qquad (3.61)$$

Exemplo 3.4.

Por meio de integração gráfica obter a curva de oscilação do exemplo 3.2.

a) Para falta sustentada.

Solução:

a) $M = 2{,}56 \cdot 10^{-4}$ constante de inércia

$\delta_0 = 18{,}1$ ângulo inicial

$P_i = 0{,}80$ entrada

$P_u = 0,936 \operatorname{sen}\delta$ saída durante a falta

portanto a potência acelerante durante a falta é

$$P_a = P_i - P_u = 0,8 - 0,936 \operatorname{sen}\delta \quad (a)$$

Á area sob a curva de P_a contra δ é

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta} P_a d\delta = \int_{18,1}^{\delta} (0,8 - 0,936 \operatorname{sen}\delta) d\delta =$$

$$= \left[0,8\delta + 0,936 \cdot 57,3 \cos\delta\right]_{18,1}^{\delta} =$$

$$= 0,8\delta + 53,6 \cos\delta - 65,5 \quad \text{(b) p/}\delta \text{ em gráus}$$

$$\frac{1}{w'} = \sqrt{\frac{M}{2A_1}} = \sqrt{\frac{1,28 \cdot 10^{-4}}{A_1}}$$

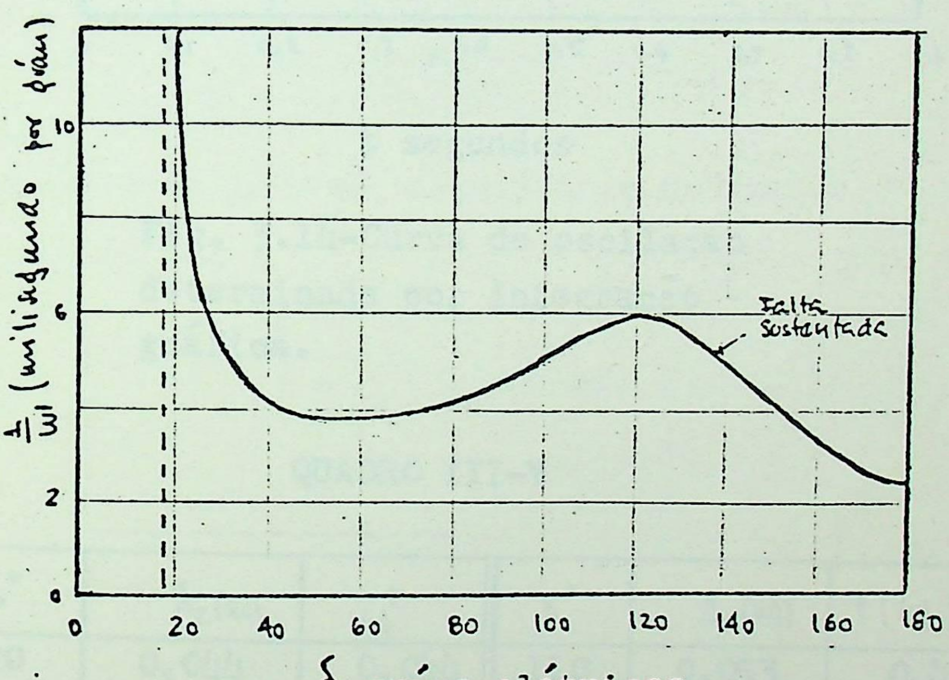
QUADRO III-IV

δ	$\cos\delta$	$53,6\cos\delta$	$0,8\,\delta$	soma	A_1	$1/w'$ em mseg p/grau
18,1	0,951	51,0	14,5	65	0	∞
20	0,940	50,4	16,0	66,4	0,9	12,0
25	0,900	48,5	20,0	68,5	3,0	6,5
30	0,866	46,4	24,0	70,4	4,9	5,1
45	0,707	37,9	36,0	73,9	8,4	3,9
60	0,500	26,8	48,0	74,8	9,3	3,7
75	0,259	13,9	60,0	73,9	8,4	3,9
90	0	0	72,0	72,0	6,5	4,4
105	-0,259	-13,9	84,0	70,1	4,6	5,3
120	-0,500	-26,8	96,0	69,2	3,7	5,9
135	-0,707	-37,9	108,0	70,1	4,6	5,3
150	-0,806	-46,4	120,0	73,6	8,1	4,0
165	-0,966	-51,8	132,0	80,2	14,7	3,0
180	-1,000	-53,6	144,0	90,4	24,9	2,3

O tempo requerido para a máquina oscilar através dos ângulos 18,1° e 20° e entretanto computado pela equação 3.61 , usando o valor de P_a para 19° como uma boa aproximação para o valor médio de P_a entre $\delta = 18,1°$ e $\delta = 20$.

$$P_a(19) = 0,800 - 0,936 \text{ sen } 19 = 0,495$$

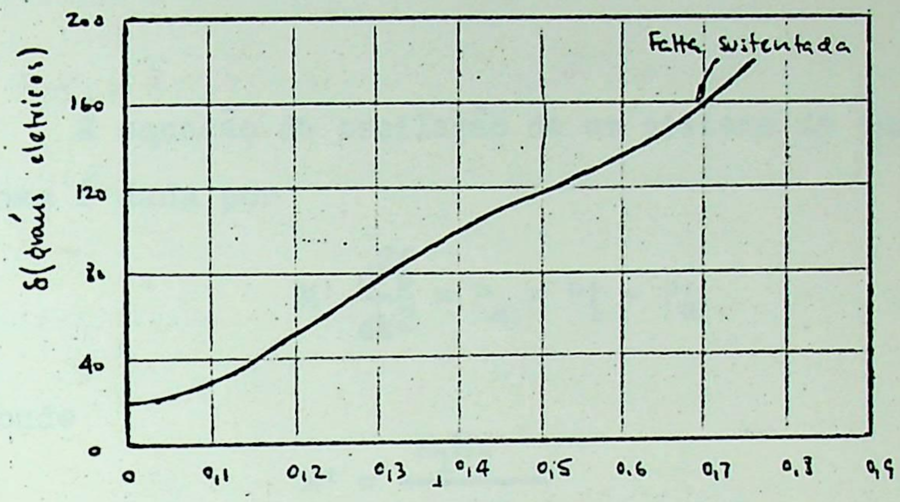
$$t = \sqrt{\frac{2M(\delta - \delta_0)}{P_a}} = \sqrt{\frac{2.2,56.10^{-4}(20-18,1)}{0,495}} = 0,044 \text{seg}$$



δ gráus elétricos

Fig.3.13-Curva para determinação da curva de oscilação por inte - gração gráfica(exemplo 3.4)

Á area sob a curva para incremento entre 20 e - 180 é dado no quadro 111-V.



t segundos

Fig. 3.14-Curva de oscilação determinada por integração - gráfica.

QUADRO III-V

δ°	A_z(sq)	t sq.	δ°	A_z(sq)	t (sq.)
20	0,044	0,044	110	0,053	0,456
30	0,071	0,115	120	0,058	0,514
40	0,046	0,161	130	0,058	0,572
50	0,039	0,200	140	0,052	0,624
60	0,037	0,237	150	0,044	0,668
70	0,038	0,275	160	0,036	0,704
80	0,039	0,314	170	0,029	0,733
90	0,042	0,356	180	0,024	0,757
100	0,047	0,403			

A curva de oscilação para êste é representada na - fig. 3.14.

Proc. ... -6791/61

4.0.0 - CONSIDERAÇÃO ADICIONAIS DOS SISTEMAS DE DUAS MÁQUINAS.

4.1.0- CURVAS DE OSCILAÇÃO PRÉ-CALCULADAS.

A equação de oscilação de um sistema de duas máquinas é dada por

$$M' \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_i' - P_u' \qquad (4.1)$$

onde

$$M' = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \qquad (4.2)$$

constante de inércia equivalente em megajoule-seg. por grau elétrico .

$\delta = \delta_1 - \delta_2 =$ deslocamento angular em grau elétrico.

t = tempo em segundo

$$P_i' = \frac{M_2 P_{i1} - M_1 P_{i2}}{M_1 + M_2} \qquad (4.3)$$

equivalente de entrada em megawatts , se $M_2 = \infty$

$$P_i = P_{i1} \qquad (4.4)$$

entrada da máquina 1.

A saída equivalente , depende de δ , é dada pela equação potência-ângulo.

$$P_u = P_c + P_M (\delta - \gamma) \qquad (4.5)$$

para uma rêde de reatância , fica reduzido a :

$$P_u = P_M \operatorname{sen} \delta \qquad (4.6)$$

As expressões para P_c , e P_M são dadas pelas equações (3.35 e 3.36) , para uma rêde de reatância a amplitude da curva potência ângulo é .

$$P_M = E_1 E_2 Y_{12} = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \qquad (4.7)$$

onde X_{12} é a reatância conectada entre as máquinas 1 e 2 , incluindo as reatâncias transitórias de eixo direto das máquinas . Portanto , por substituição da equação - (4.5) na equação (4.1) temos:

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i^{\prime} - P_c - P_M \operatorname{sen} (\delta - \gamma)$$

ou

$$M \frac{d^2\delta'}{dt^2} = P_i'' - P_M \operatorname{sen} \delta' \qquad (4.8)$$

onde

$$P_i'' = P_i' - P_c \qquad (4.9)$$

$$\delta' = \delta - \gamma \qquad (4.10)$$

Para por a equação (4.8) em forma reduzida, dividindo-a por P_M e introduzindo a quantidade τ , definida - por:

$$\tau = t \sqrt{\frac{\pi}{180} \frac{P_M}{M}} = t \sqrt{\frac{\pi f P_M}{GH}} \qquad (4.11)$$

onde f = frequência em ciclos por segundo

GH = energia cinética , em Mj , para o gerador equivalente para a razão de velocidade = 180.f.M

O resultado é :

$$\frac{\pi}{180}\ \frac{d^2\delta'}{dt^2} = \frac{P''_i}{P_M} - \text{sen}\,\delta' = p - \text{sen}\,\delta' \qquad (4.12)$$

se δ' é em gráus elétricos , ou simplesmente

$$\frac{d^2\delta'}{dt^2} = p - \text{sen}\,\delta' \qquad (4.13)$$

se δ' é em radianos elétricos ,

$$p = \frac{P''_i}{P_M} = \frac{P_i - P_c}{P_M} \qquad (4.14)$$

O procedimento para usar as curvas de oscilação pré-calculada para determinar o tempo crítico de abertura para um dado ângulo crítico de abertura pode ser resumido como segue:

1- A curva potência-ângulo (P_c, P_M e γ) para a condição de falta , a entrada de potência P_i , e o ângulo inicial δ_0 devem ser conhecidos , porque êles são necessários para dar o ângulo crítico de abertura δ_c para o critério de igualdade de área.

2- Computar $P''_i = P_i - P_c$, $p = \dfrac{P''_i}{P_M}$,

$$\delta'_0 = \delta_0 - \gamma \quad , \ \text{sen}\,\delta_0 \ \text{e} \quad \delta'_c = \delta_c - \gamma$$

3- Computar a constante de inércia equivalente M pela equação42.

4- Dar a família de curvas para o próprio valor de senδ_0 e a curva individual para o próprio valor de "p".

Entrar nesta curva com a ordenada $\delta' = \delta'_c$ e ler na abscsissa $\tau = \tau_c$. A interpolação entre curvas ou entre - famílias de curvas pode ser necessária.

5- Pela equação (4.11) compute o tempo crítico de abertura correspondente para τ_c.

Para determinar o ângulo crítico correspondente a um dado tempo de abertura , a ordem do caminhamento é alterada de sentido.

O procedimento descrito , não serve se a falta é de tal natureza que não exista potência sincronizante quando está em falta . Nêste caso $P_M = 0$, para que segue p= ∞ e $\tau = 0$ para todos valores de t.

A curva pré-calculada para esta condição e a vertical do eixo coordenado , e a relação entre δ' e t não pode ser determinado. Mas esta relação pode ser obtida pela equação (3.61).

Entretanto , as curvas pré-calculadas não podem ser usadas para representar as condições após falta , por - que a curva para o próprio valor ângulo e velocidade - não tem valor próprio de potência acelerante ou aceleração após abertura.

Exemplo 4.1.

Com os dados do exemplo 3.2 podemos determinar pelo critério de igualdade de área , que $\delta_c = 138°$ corresponde ao tempo crítico de abertura de 0,61 seg. Verificar êste valor usando as curvas de oscilação pré-calculadas.

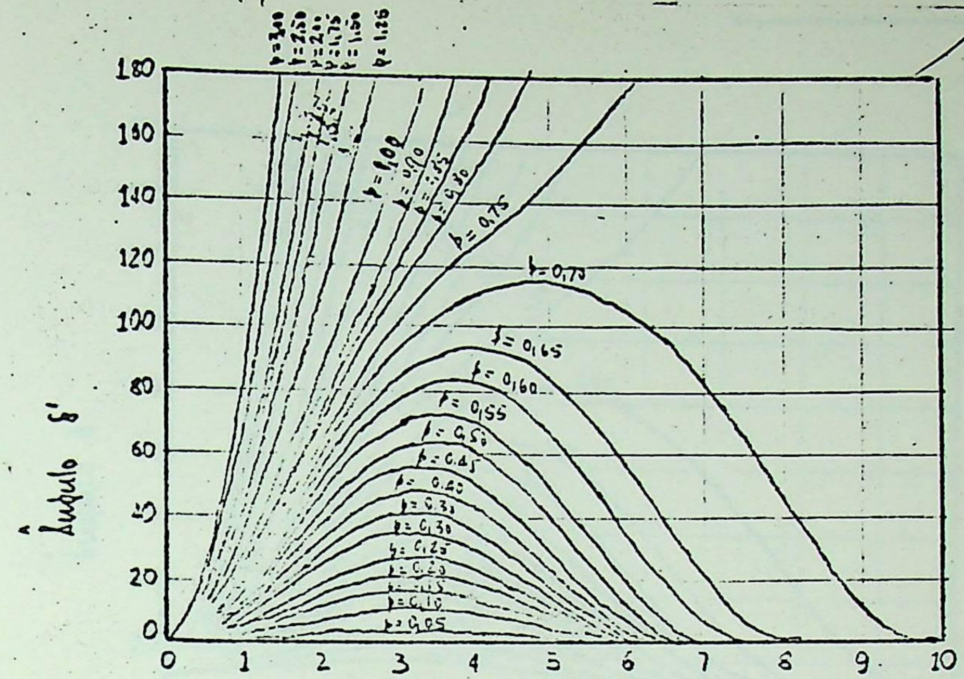


Fig. 4.1- sen δ' = 0 ,tempo modificado τ

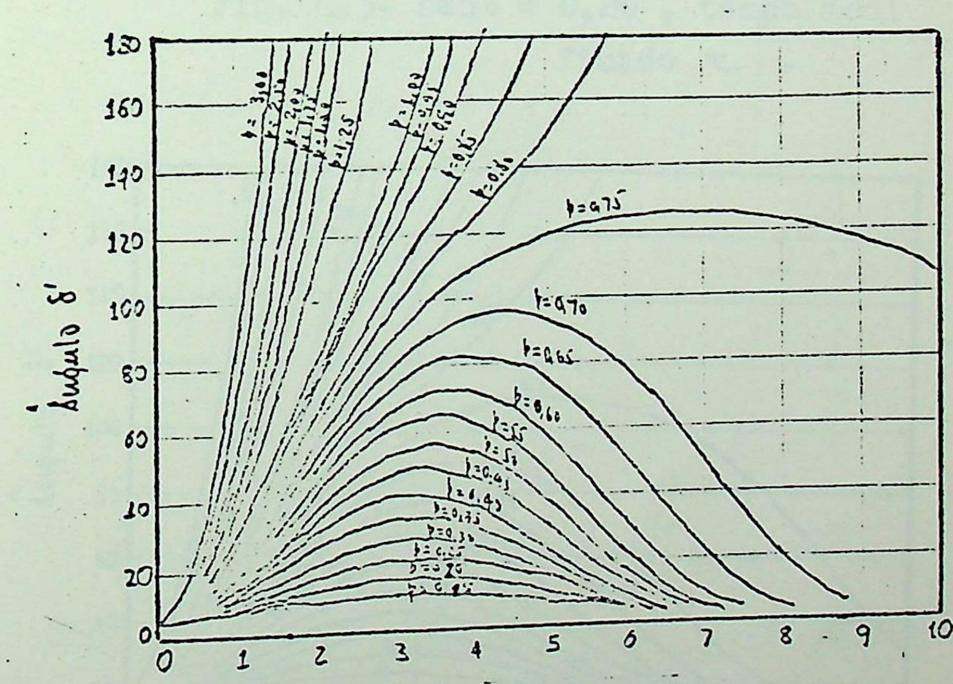


Fig. 4.2-sen δ' =0,10 ,tempo modificado τ

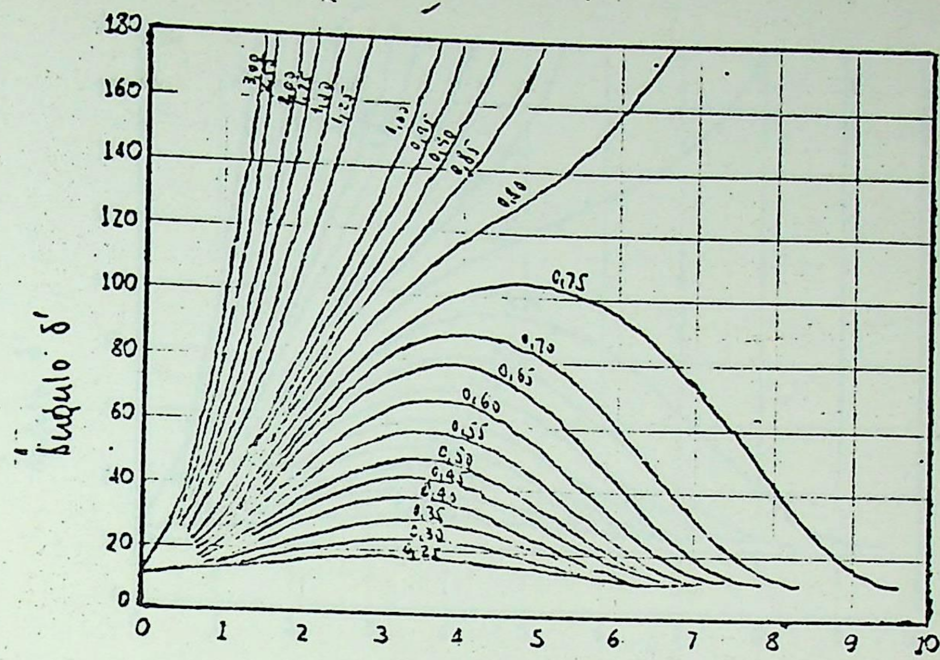


Fig. 4.3- sen δ' = 0,20 , tempo modificado τ .

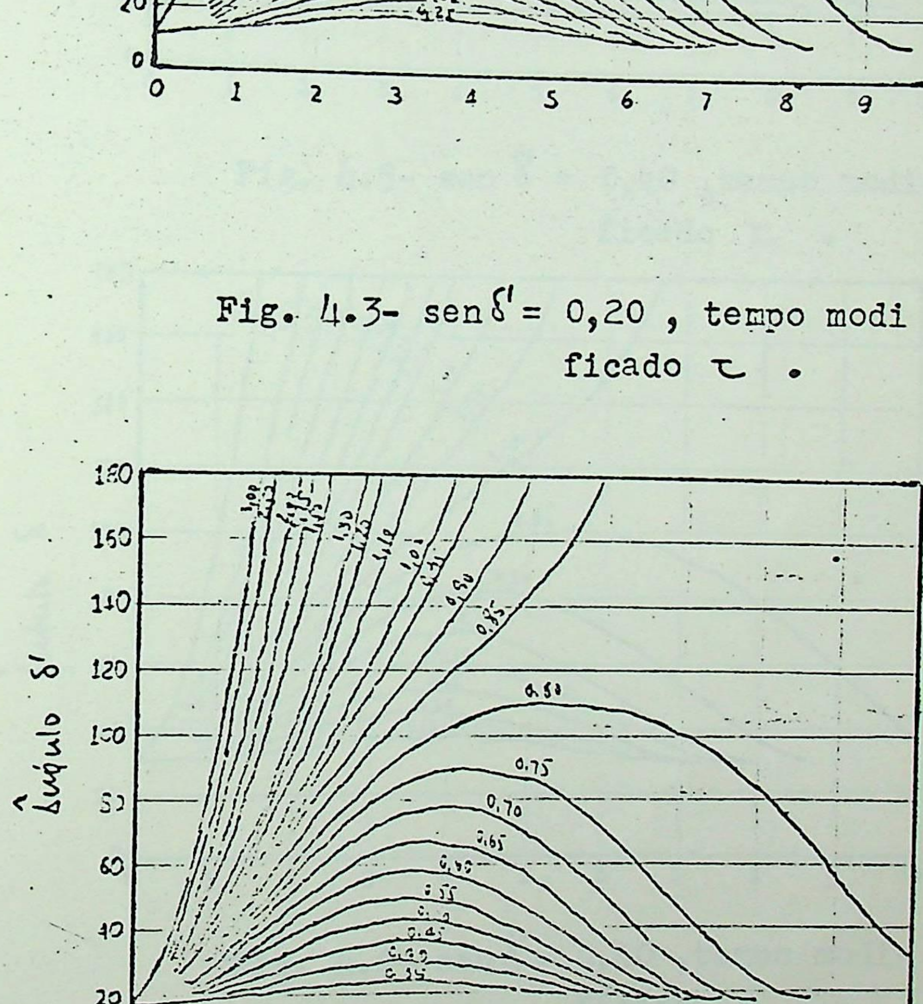


Fig. 4.4- sen δ' = 0,30 , tempo modificado τ .

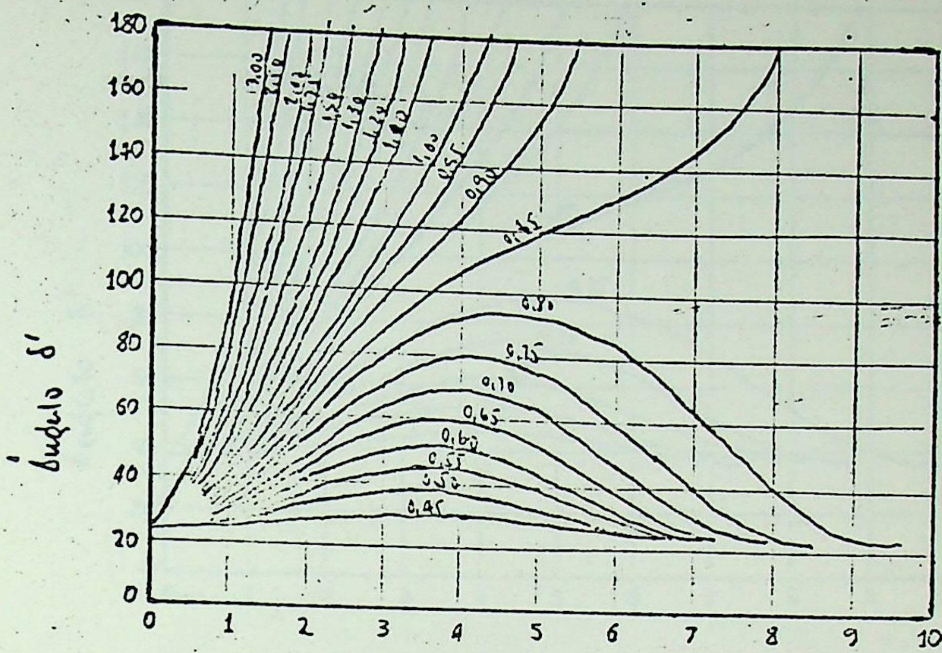


Fig. 4.5- sen δ' = 0,40 ,tempo modificado τ .

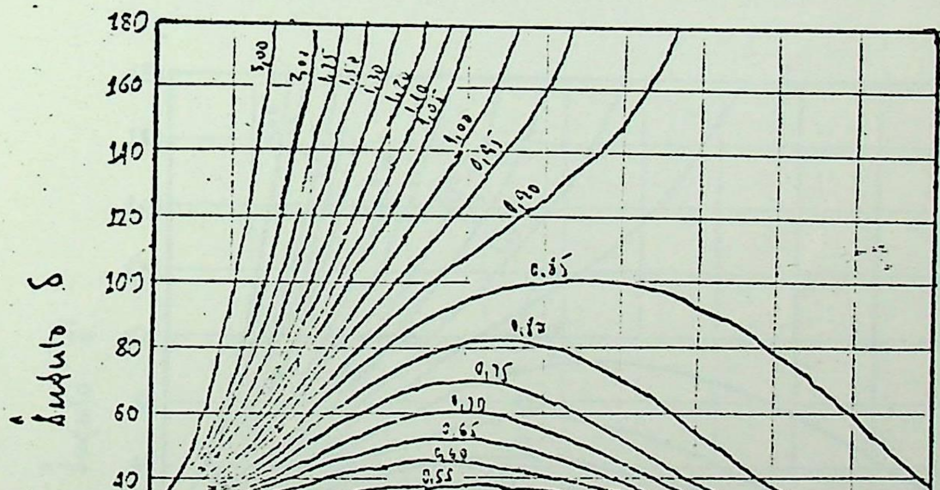


Fig. 4.6- sen δ' = 0,50 ,tempo modificado τ .

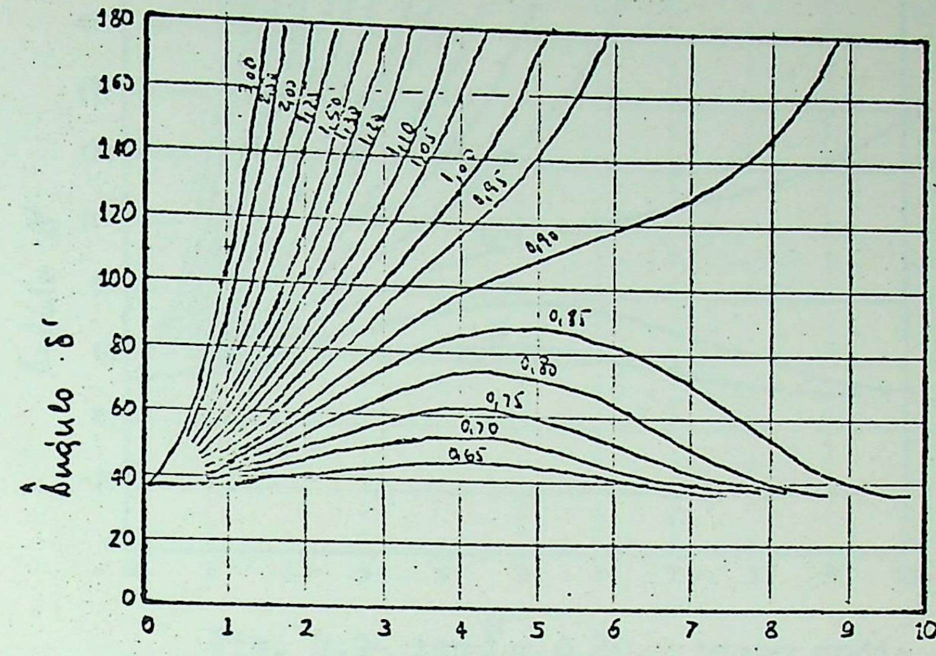


Fig. 4.7- sen δ' = 0,60 , tempo modificado τ .

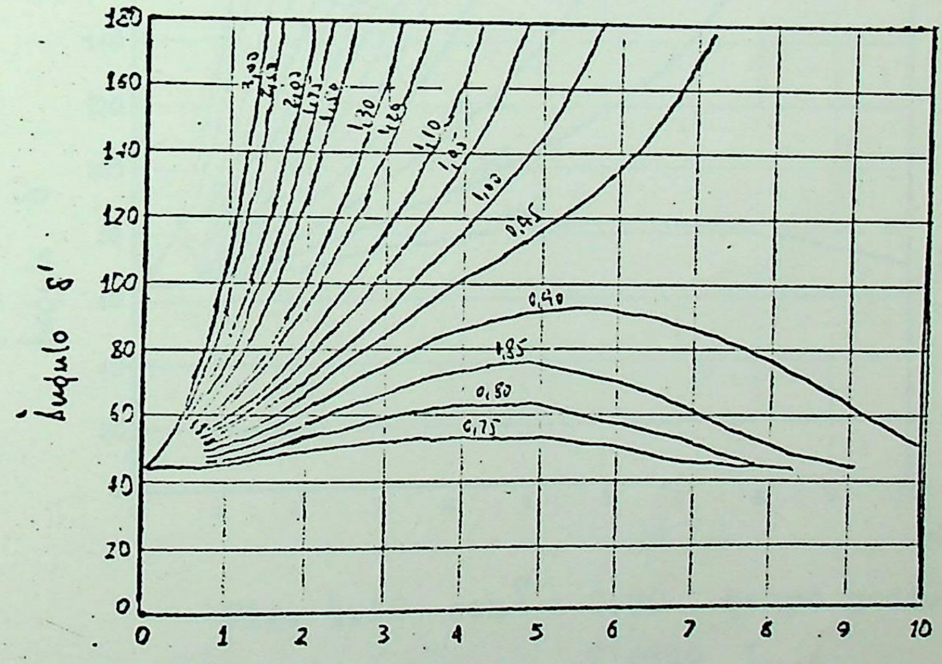


Fig. 4.8- sen δ' = 0,70 ,tempo modificado τ .

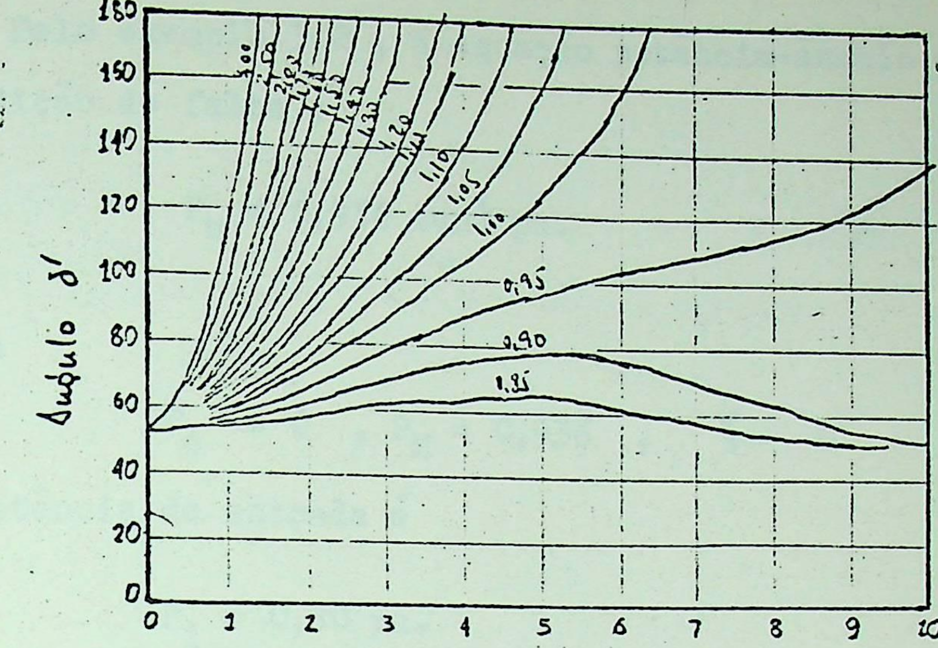


Fig. 4.9- sen δ' = 0,80 , tempo modificado τ .

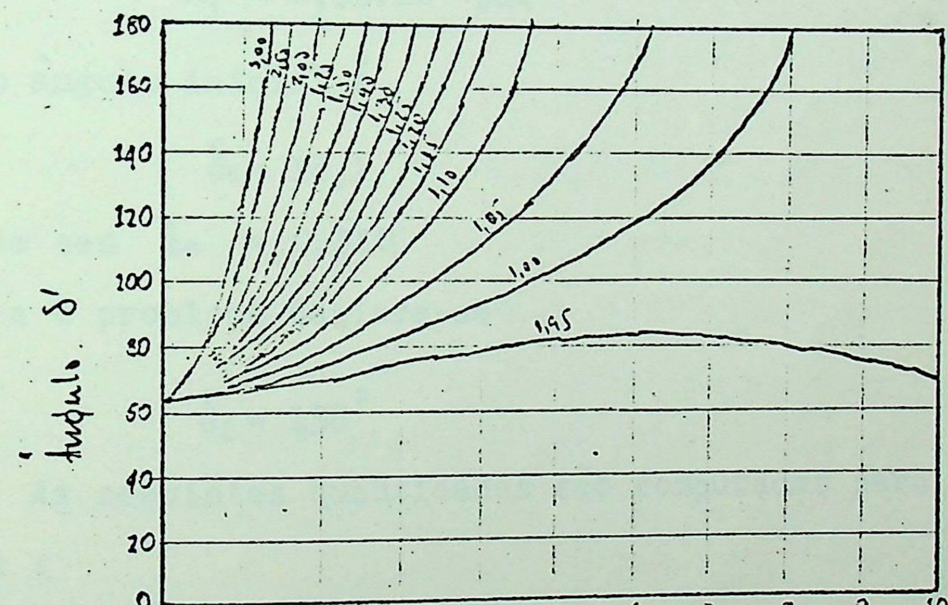


Fig. 4.10- sen δ' = 0,90 , tempo modificado τ .

Solução:

Pelo exemplo 3.2 , a equação potência-ângulo para a condição de falta é

$$P_u = 0,936 \text{ sen}\,\delta \text{ pu.}$$

onde

$$P_c = 0 \quad , \; P_M = 0,936 \quad , \quad \gamma = 0$$

a potência de entrada é

$$P_i = 0,80 \text{ pu.}$$

a constante de inércia da máquina finita é

$$M_1 = 2,56.10^{-4}\text{pu.}$$

e o ângulo inicial é

$$\delta_0 = 18,1$$

onde sen $\delta_0 = 0,310$

para o problema declara-se

$$\delta_c = 138^\circ$$

As seguintes quantidades são computadas para os dados :

$$P''_i = P_i - P_c = P_i = 0,80$$

$$p = \frac{P''_i}{P_M} = \frac{0,8}{0,936} = 0,854$$

$$\text{sen}\,\delta'_0 = \text{sen}\,\delta_0 = 0,31$$

$$\delta'_c = \delta_c = 138^\circ$$

$$M = M_1 = 2,56 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{\tau}{t} = \sqrt{\frac{P_M}{180\ M}} = \sqrt{\frac{\pi\ 0,936}{180.2,56.10^{-4}}} = 0,0$$

A curva mais conveniente é a da fig. 4.4 , sen δ'_o = 0,300 e p = 0,85 . A ordenada δ' = 138° corresponde a abscissa τ = 4,8 , portanto τ_c = 4,8 e

$$t_c = \frac{\tau_c}{8,0} = 0,60 \text{ segundos.}$$

4.2.0 - EFEITO DO TEMPO DE ABERTURA DA FALTA NO LIMITE DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

A quantidade de potência que pode ser transmitida de uma máquina para outra em um sistema de duas máquinas sem perda de sincronismo quando o sistema é projetado para a falha, depende da duração da falta. O limite de potência pode ser determinado como uma função do ângulo de abertura pelo critério da igualdade de área, e a a relação entre o ângulo de abertura e o tempo de abertura podem ser dado pela curva pré-calculada.

É então possível marcar a curva do limite de estabilidade como uma função do tempo de abertura. Tal curva é apresentada na fig. 4.11 , ela apresenta que o limite de estabilidade do istema pode ser grandemente incrementado por diminuição do tempo de falta.

A curva da fig. 4.11 pode ser obtida pelo seguinte processo:

Primeiro , o critério da igualdade de área é usado para determinar o limite de estabilidade com abertura =

instantânea. Verdadeiramente com abertura instantânea - não é obtida na prática , mas ela pode ser considerada- como o limite aproximado quando o tempo de abertura é reduzido. Êste limite é determinado como apresentado na fig. 4.11.

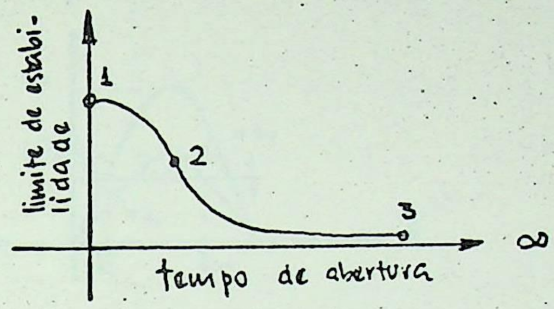


Fig. 4.11- Curva limite de estabilidade como função da duração- da falta.

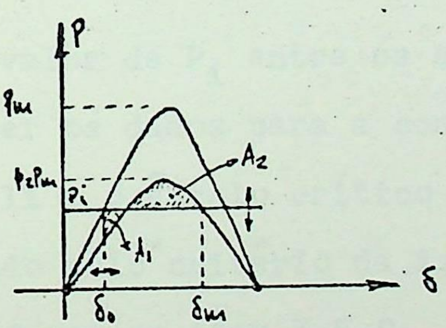


Fig. 4.12-Determinação do limite de estabilidade para a abertura- instantânea de falta, por uso do critério da igualdade de área.

Nesta situação podemos determinar P_i pela igualdade das áreas A_1 e A_2 , valor êste que deverá ser marcado- na fig. 4.11 , como o ponto 1.

O limite de estabilidade para a falta sustentada - pode ser obtido conforme fig.4.13 e nêste caso o valor de P_i determinado pela igualdade de área pode ser marcado na fig. 4.11 como ponto 3 , assintóticamente.

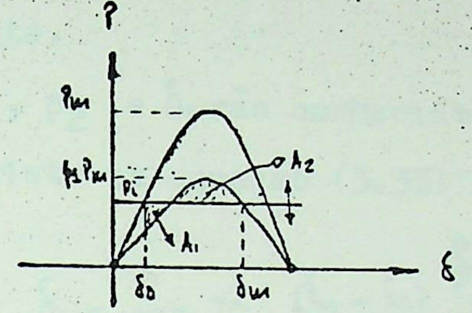


Fig. 4.13- Determinação do limite de estabilidade para uma falta - sustentada usando o critério da - igualdade de área.

Qualquer valor de P_i entre os extremos citados poderá nos fornecer os dados para a construção final da curva da fig. 4.11 e o ângulo crítico para os diversos valores será dado pelo critério da igualdade de área conforme já estudamos no ítem 3.5.0.

4.3.0 - CURVAS PARA A DETERMINAÇÃO DO TEMPO CRÍTICO DE ABERTURA

A maneira mais direta para determinação do tempo crítico de abertura de uma falta num sistema de - duas máquinas foi desenvolvida por Byrd e Pritchard. O método facilita o traçado das curvas do limite de estabilidade em função da duração da falta. No referido método

todo duas suposições são utilizadas em complemento para que êstes sejam desenvolvidos pelo critério da igualdade de área. Êles são :

1- Que a rêde seja puramente reativa.

2- Que todos os circuitos de abertura funcionem simultâneamente.

Se p_1 , p_2 e δ_0 são conhecidos , podemos determinar como foi visto na equação (3.33) , isto é ,

$$\delta_c = \cos^{-1} \frac{(\delta_m - \delta_0)\frac{Pi}{P_m} - p_1 \cos\delta_0 + p2 \cos\delta_m}{p_2 - p_2}$$

o tempo crítico modificado , correspondente a τ_c ,pode-ser dado pelas curvas pré-calculadas das fig. 4.1 a 4.10 ,que são soluções da equação de oscilação 4.13 em que δ' agora é simplesmente δ e $p = \frac{\operatorname{sen}\delta_0}{p_1}$. O atual tempo de abertura t_c em segundo pode ser dado pela equação :

$$t_c = \tau_c \sqrt{\frac{18CM}{\pi p_1 P_m}} = \tau_c \sqrt{\frac{GH}{\pi f\ p_1 P_m}} \qquad (4.15)$$

que difere da equação 4.11 em que P_M está sendo representado por $p_1 P_m$, o novo símbolo , para a amplitude da curva potência-ângulo durante a falta.

O caminhamento que serve para determinar τ_c como uma função de p_1 , p_2 e sen δ_0 dão muitos valores da variável independente e os resultados dão curvas de τ_c contra p_2 para p_1 e sen constante , ver fig. 4.14 a 4.30

Cada família de curvas é para um valor constante de sen δ_0 , a fila é coberta desde 0,10 até 0,90 em espaços de 0,05 . A curva individual em cada família são para valores constantes de p_1 .

É conveniente ter uma curva adicional para determinação do limite de estabilidade para abertura instantânea. Para obter a equação de cada uma curva referente a fig. 4.12 , que apresenta a aplicação do critério de igualdade de área para o caso de abertura instantânea e igualar a área do retângulo abaixo da linha P_i entre δ_0 e δ_m para a área abaixo da curva P_{m3} entre os mesmos limites.

Área do retangulo = $P_i\ (\delta_m - \delta_0) = P_m\ (\delta_m - \delta_0)$ sen δ_0

Área abaixo da curva ângulo-potência =

$$p_2 P_m \int_{\delta_0}^{\delta_m} \operatorname{sen}\delta\, d\delta = p_2 P_m\ (\cos\delta_0 - \cos\delta_m)$$

então igualando:

$$(\delta_m - \delta_0)\ \operatorname{sen}\delta_0 = p_2\ (\cos\delta_0 - \cos\delta_m) \qquad (4.16)$$

A equação 4.16 expressa implicitamente a relação entre p_2 e sen que é desenhada na fig. 4.31 . Para dar o limite de estabilidade para abertura instantânea, entrar nesta curva com p_2 e ler sen δ_0. O limite de estabilidade é dado por

$$P_i = P_m \operatorname{sen}\delta_0 \qquad (4.17)$$

A mesma curva pode ser usada para dar o limite de estabilidade para uma falta sustentada entrando com o valor de p_1 em lugar de p_2 , isto se torna evidente quando a fig. 4.13 é comparada com a fig. 4.12.

Já tem sido mencionado , que a transmissão de potên-

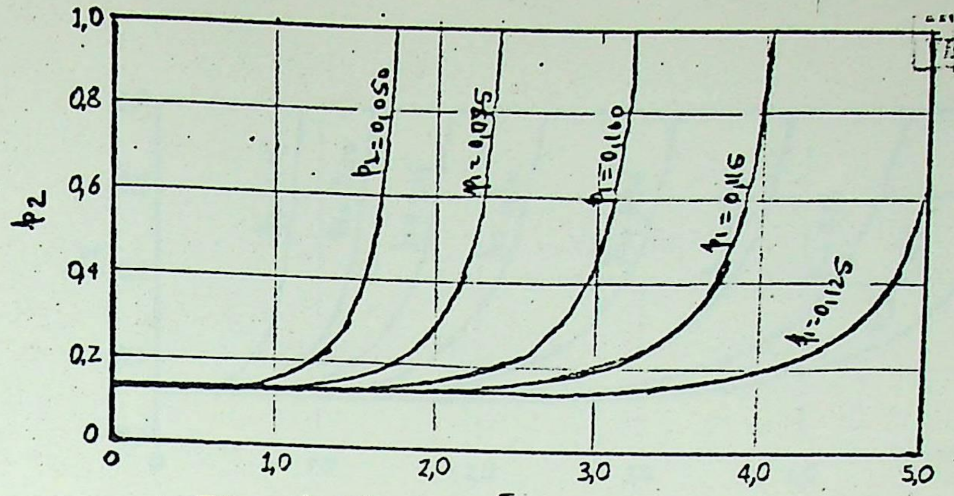


Fig. 4.14- sen δ_0 = 0,10 - τ_c

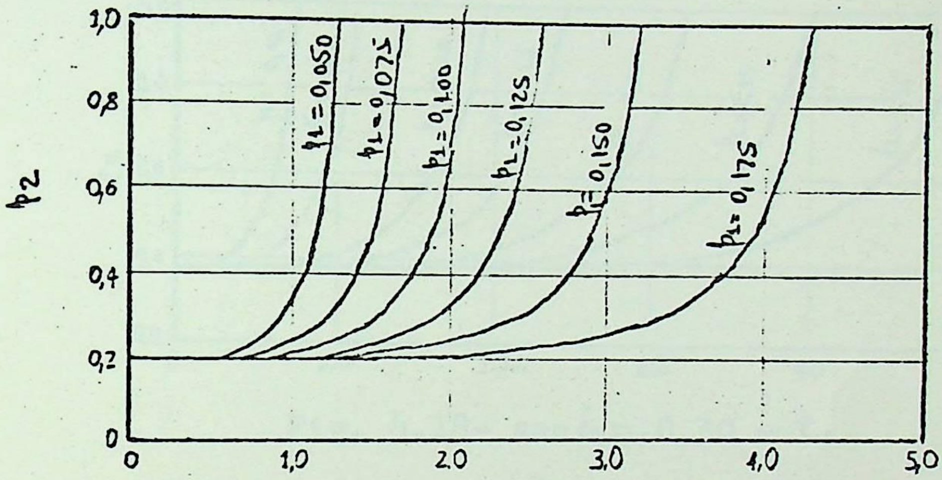


Fig. 4.15- sen δ_0 = 0,15 - τ_c

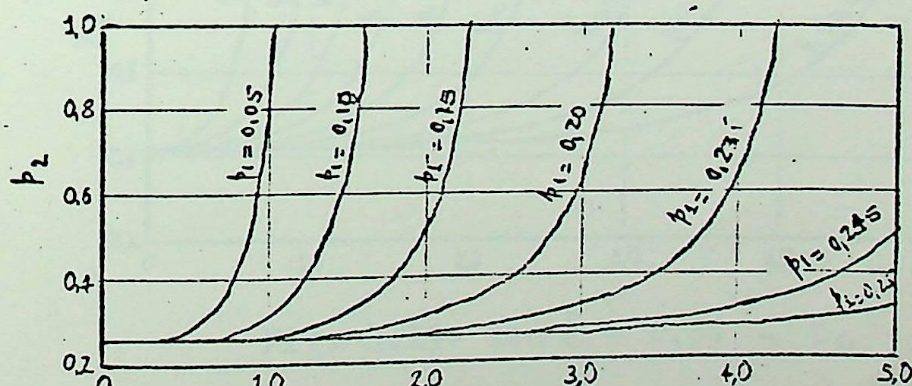


Fig. 4.16- sen δ_0 = 0,20 - τ_c

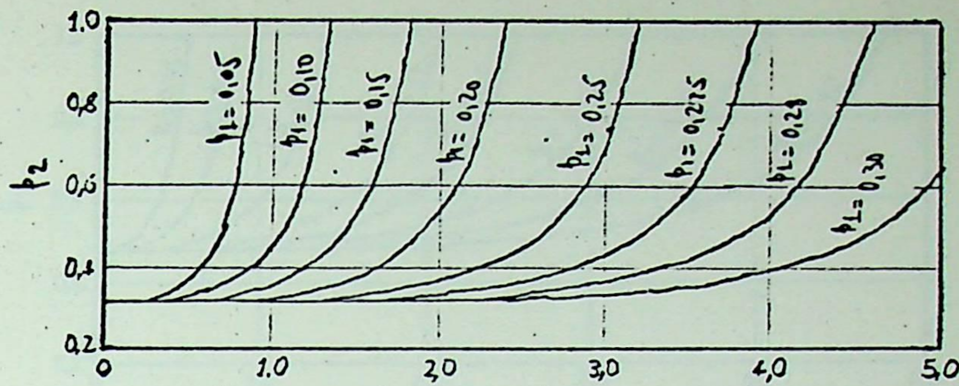


Fig. 4.17-sen δ_0 = 0,25 - τ_c

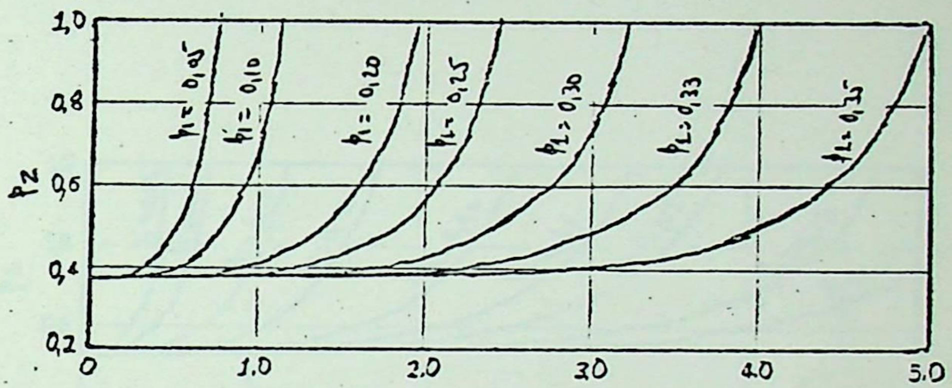


Fig. 4.18- sen δ_0 = 0,30 - τ_c

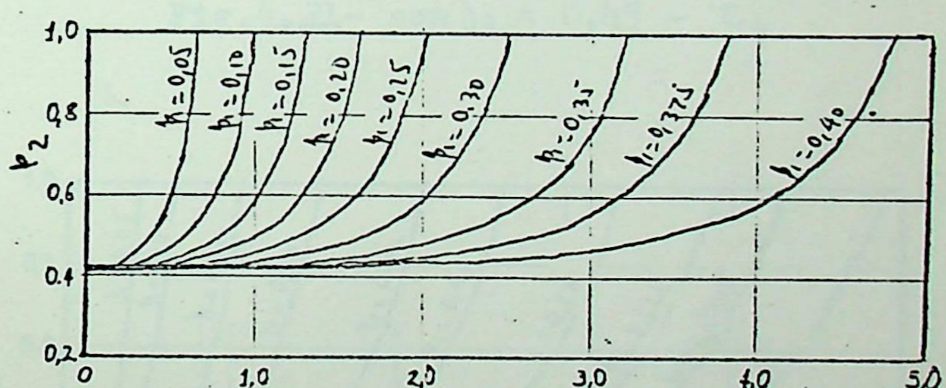


Fig. 4.19- sen δ_0 = 0,35 - τ_c

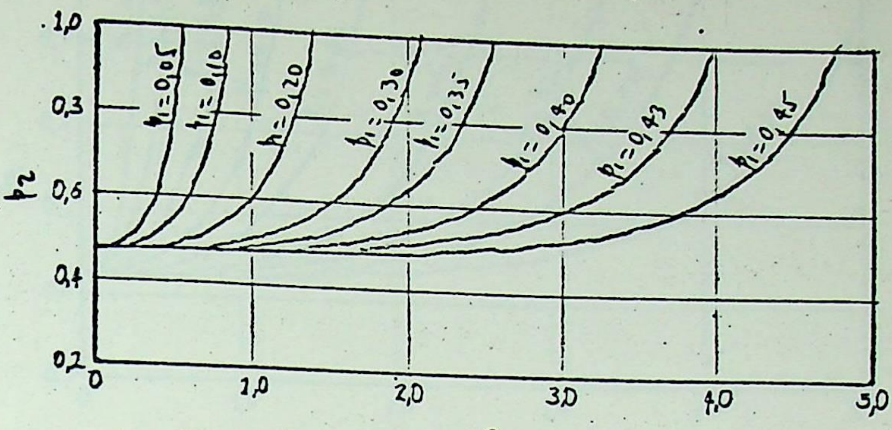


Fig. 4.20- sen δ_0 = 0,40 - τ_c

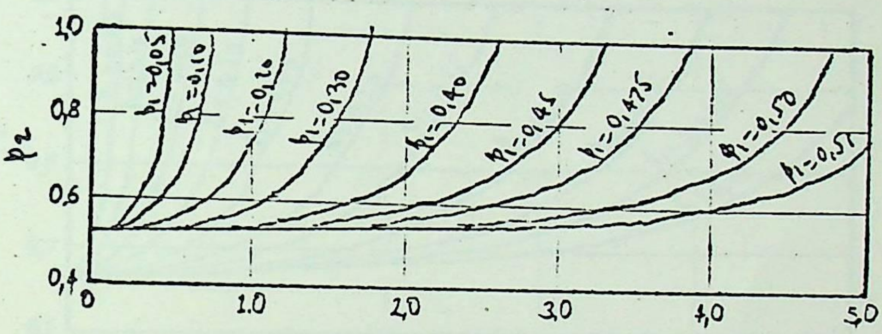


Fig. 4.21- sen δ_0 = 0,45 - τ_c

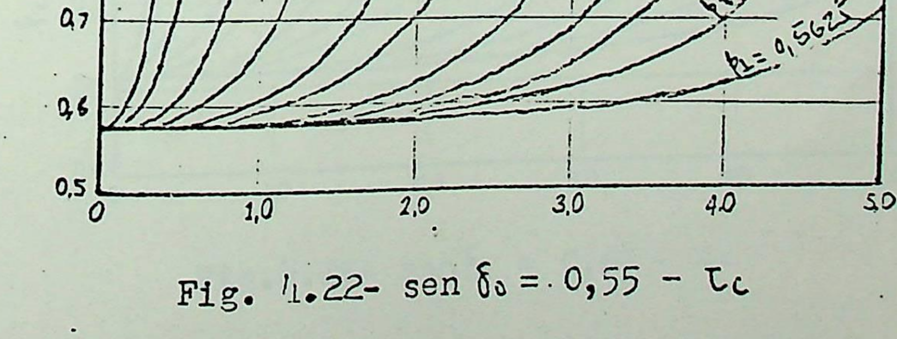


Fig. 4.22- sen δ_0 = 0,55 - τ_c

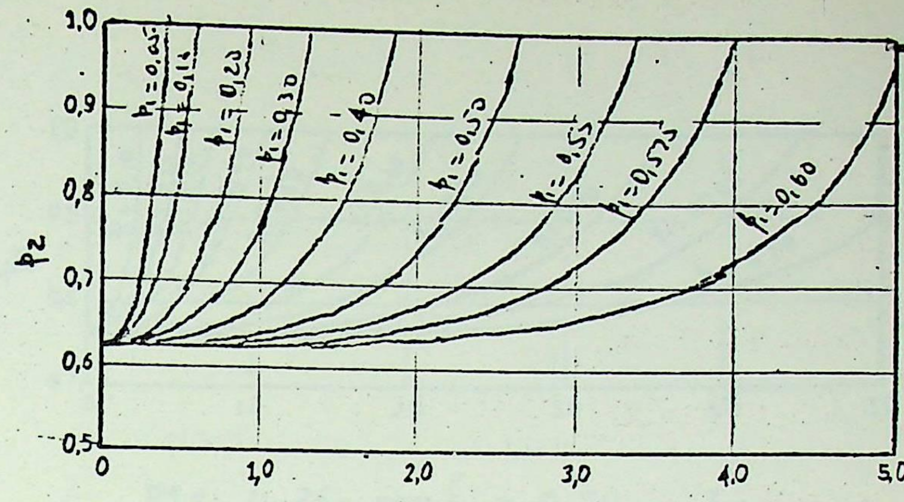


Fig. 4.23- sen δ_0 = 0,55 - τ_c

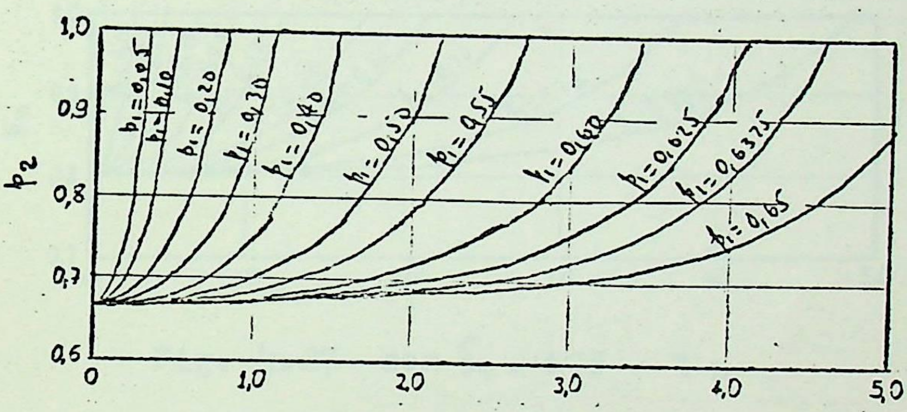


Fig. 4.24- sen δ_0 = 0,60 - τ_c

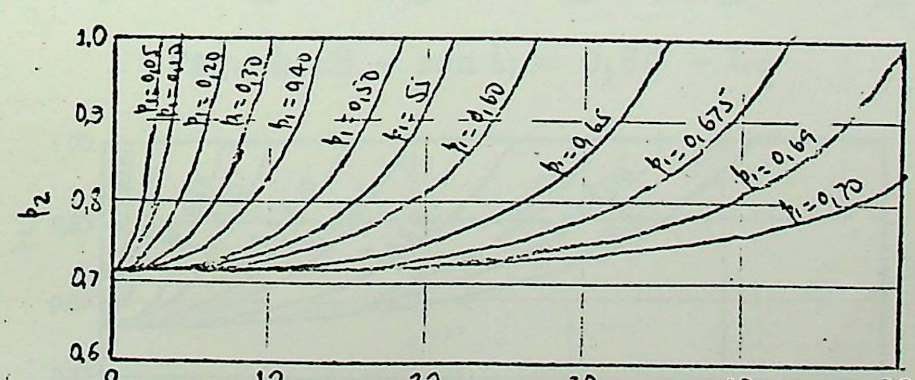


Fig. 4.25- sen δ_0 = 0,65 - τ_c

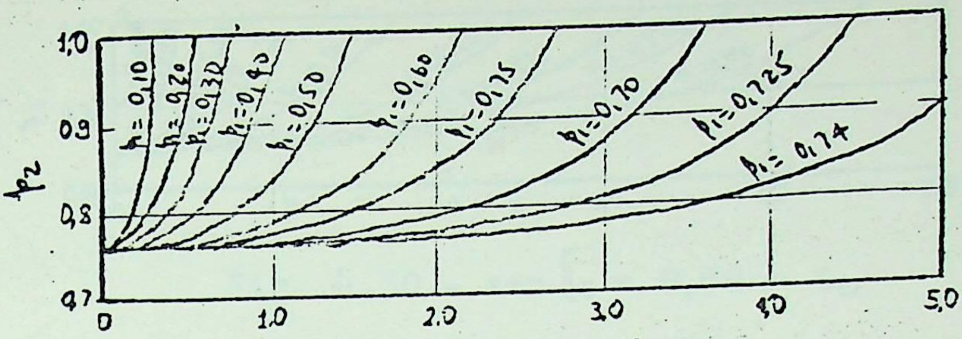


Fig. 4.26- sen δ_0 = 0,70 - τ_c

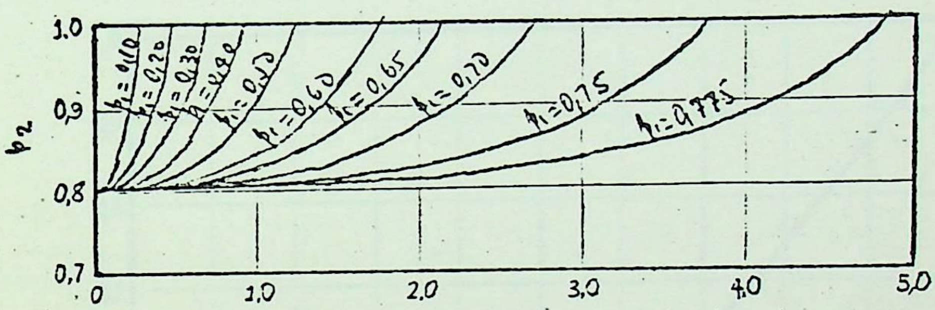


Fig. 4.27- sen δ_0 = 0,75 - τ_c

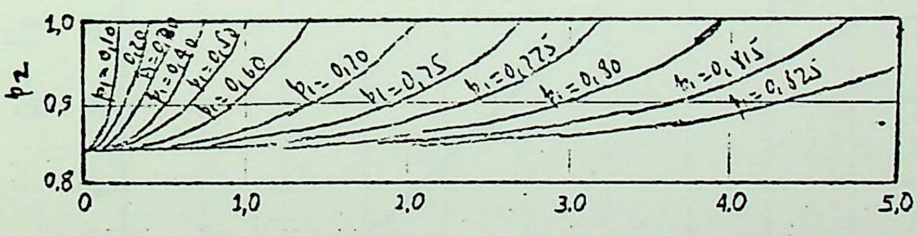


Fig. 4.28 - sen δ_0 = 0,80 - τ_c

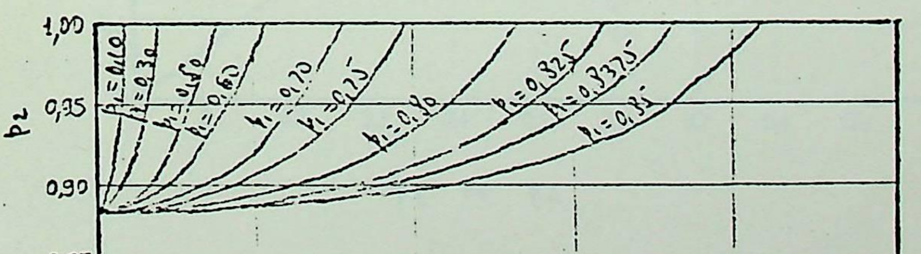


Fig. 4.29 - sen δ_0= 0,85 - τ_c

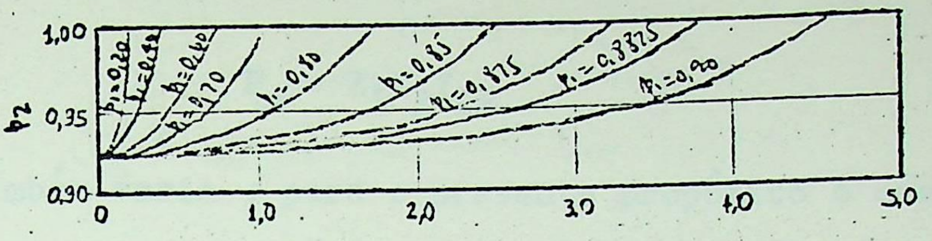


Fig. 4.30 - sen δ_0 = 0,90 - τ_c

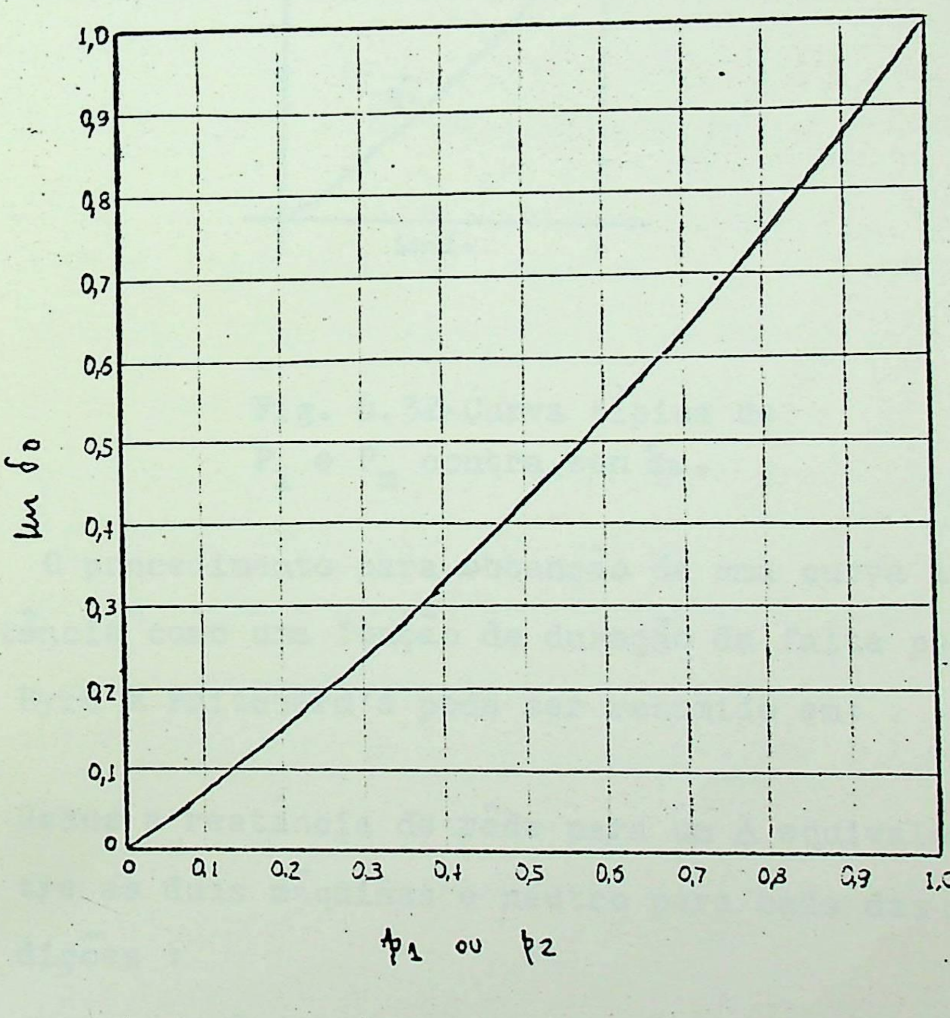


Fig.4.31- Curva para determinação do limite de estabilidade para uma falta sustentada ou para abertura instantânea.

cia $P_i = P_m$ sen$\delta_0$varia , pois a tensão interna E_1 é E_2 usualmente variam e portanto :

$$P_m = E_1 E_2 Y_{12}$$

também varia , para o presente propósito o caminho mais proveitoso para apresentar estas relações é desenhar P_i e P_m como apresentado na fig. 4.32.

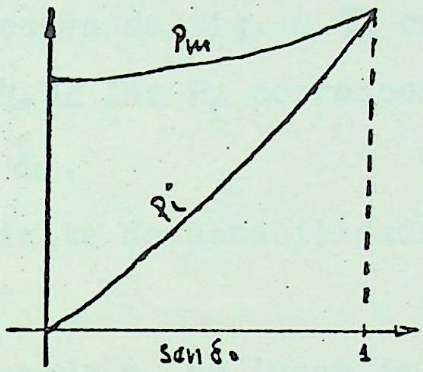


Fig. 4.32-Curva típica de P_i e P_m contra sen δ_0 .

O procedimento para obtenção de uma curva limite de potência como uma função de duração da falta pelo método Byrd e Pritchard's pode ser resumido em:

1- Reduz a reatância de rêde para um Δ equivalente entre as duas máquinas e neutro para cada das três condições :

a) antes da falta

b) durante a falta

c) após a abertura da falta

Sómente as reatâncias X_{12} entre as duas máquinas -

são usadas , como segue.

2- Calcula-se a constante de inércia equivalente M'.

3- Calcula-se e desenha-se as curvas de

a- $P_m = E_1E_2/X_{12}$ contra sen

b- Potência inicial contra sen

4- Calcula-se p_1 e p_2

5-a Entrar na curva da fig. 4.31 com p_1 e leia sen δ_0. Para fig. 4.32 ler P_i correspondente para êste valor de sen δ_0.

Êste é o limite de estabilidade para a falta sustentada.

5-b Repita , usando p_2 no lugar de p_1 , o valor de P_i , dá desta forma o limite de estabilidade para abertura instantânea.

6-* Seleciona-se o valor de senδ_0 que são múltiplos de 0,05 e que estão entre os valores dados nos ítens 5a e 5b . Para cada valor de senδ_0 dá a própria família de curvas para as fig. 4.14 a 4.30 ; dada a curva para o valor de p_1; entrar nesta curva com p_2 e ler τ_c.

(*) se $p_1 = 0$ susbstitui-se esta orientação por 6A e 8A.

7- Para cada valor de senδ_0 usado no ítem 6 ler valor correspondente de P_i e P_m para as curvas do ítem 3- fig. 4.32.

8- Para cada valor de τ_c dado em 6 compute o tempo de abertura t_c pela equação , usando o valor ~~de P_m~~ deter - minado no ítem 7.

9- Desenhar o limite de estabilidade P_i como uma função do tempo de abertura t_c . Esta curva poderá ser-vista como na fig. 4.11.

O método falha se $p_1 = 0$ desde que para êste caso- $\tau = 0$ e t é indeterminado.

Para eliminarmos esta indeterminação um novo tempo-modificado ρ é agora introduzido , relacionando-o com o tempo t atual por

$$t = \rho\sqrt{\frac{18\,GM}{\pi P_m}} = \rho\sqrt{\frac{GM}{\pi f . P_m}} \qquad (4.18)$$

e diferenciando para τ na equação (4.15) em que P_m , a amplitude de P_m é usada no lugar de p_1 P_m , entretanto: $\rho = \tau / \sqrt{p_1}$. A curva de oscilação torna-se :

$$\frac{d^2\delta}{d\rho^2} = \text{sen}\,\delta_0 \qquad (4.19)$$

com δ em radianos elétricos , ela tem a solução:

$$\rho = \sqrt{\frac{2\,(\delta - \delta_0)}{\text{sen}\,\delta_0}} \qquad (4.20)$$

Dado $p_1 = 0$ e os valores de p_2 e sen δ_0 , pode - ser dado por uso das equações (3.33 e 3.33b) para dar- ρ_c , e então a equação(4.20) para dar ρ_c.

Para os resultados de tais cálculos de ρ_c apresentamos a fig. 4.33 que dá ρ_c contra sen δ_0 para vários valores de p_2 .

Se $p_1 = 0$, ítem 6 e 8 os procedimentos são repre -

sentados pelos itens 6A e 8A , respectivamente , que são como segue:

6A - Selecionar os valores de sen δ_0 que estão entre zero(0) e o valor dado no ítem 5B . Dar a curva da fig. 4.33 correspondente para o valor de p_2 - Entrar com os valores selecionados de sen δ_0 e ler o correspondente valor de δ_c .

8A - Para cada valor de δ_c dado em 6A compute o tempo de abertura t_c pela equação (4.18) , usando o próprio valor de P_m determiando em 7.

4.4.0 - CERTOS FATÔRES QUE AFETAM A ESTABILIDADE

Junto com o tipo de falta e a sua localização , que é tão mais sob o contrôle do projetista de sistema,existem certos fatôres que afetam a estabilidade transitória e que podem ser modificado com objeto de elevar o limite de estabilidade em regime transitório do sistema. O exame da equação (3.24) , mostra que um aumento da constante M de inércia de uma máquina , reduz seu ângulo de oscilação durante qualquer intervalo de tempo , o que permite mais tempo para um funcionamento dos interruptores para isolar a falta antes que a máquina passe por um ângulo crítico de corte.

Um aumento de M oferece pois um meio para incrementar a estabilidade , mas não se usa em grande escala por razões econômicas. Os métodos mais frequentemente usados para aumentar a estabilidade são:

1- Aumento da tensão do sistema

2- Utilização de interruptores , de circuito, de - alta velocidade.

3- Redução das reatancias séries por meio de linhas em paralelo ou por utilização de capacitores séries nas linhas de transmissão assunto do seguinte capítulo.

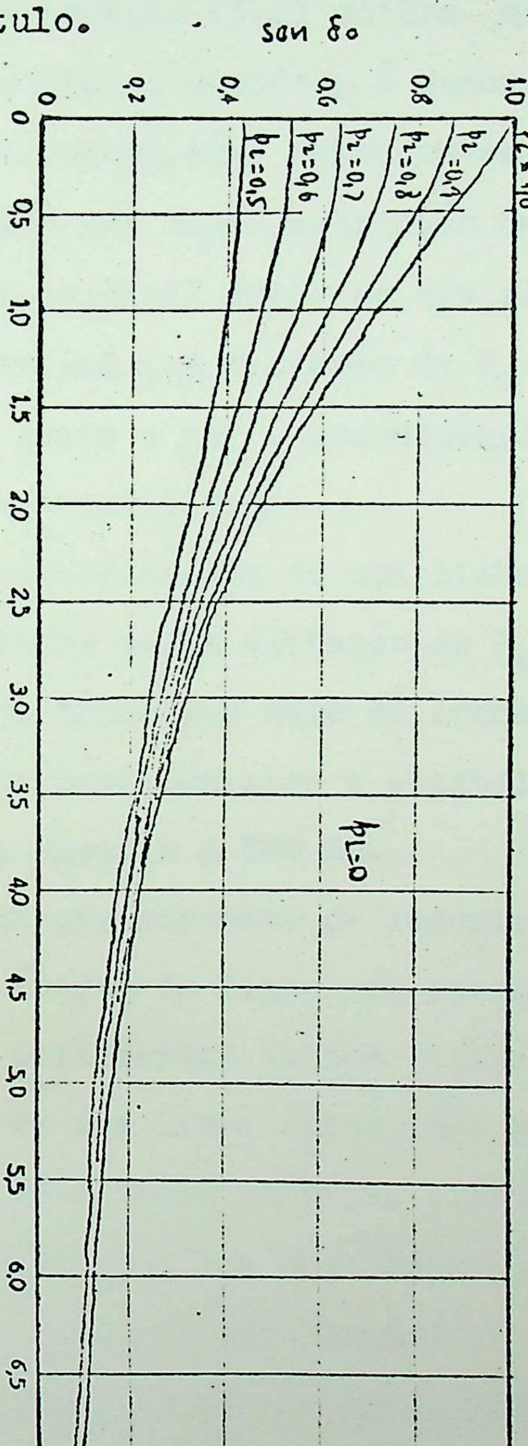


Fig. 4.33 - Curva para determinar o tempo de abertura se pL=0

Como se observa pela equação 2.6 , P_m aumenta por - incremento da tensão interna da máquina ou da tensão de um barramento infinito a qual está ligada á máquina, por meio de uma reatância. Para uma potência dada no eixo , o ângulo inicial de torque δ , decresce com o aumento - de P_m como demonstra a equação (3.33a).

O exame da equação (3.2) mostra que as três curvas da fig. 3.7 se elevam quando δ é menor , consequentemente a diferença entre δ_0 e δ_c. Como consequencia , o aumento de P_m permite uma maior oscilação de uma máquina des de sua posição original antes de que alcance o ângulo - crítico . Assim pois, a elevação de P_m incrementa o tempo crítico de corte e por , consequência a probabilidade de manter a estabilidade.

A redução da reatância de uma linha de transmissão- tem o mesmo efeito que a elevação de P_m. A compensação- da reatância da linha por meio de condensadores em série é econômica para aumentar a estabilidade de linhas- de comprimento superir a 300 Km.

Um procedimento corrente de reduzir as reatâncias é o aumento de números de linhas em paralelo entre os dois pontos. Se utilizarmos linhas de transporte em paralelo em lugar de uma linha única, uma parte de potência se transporta pela linha restante , incluindo durante - uma falha trifásica em uma das linhas , a menos que a - falta se produza em uma das barras.

Em outros tipos de faltas em um linha se transmitirá mais potência durante a falha , se existe duas linhas em paralelo que através da linha simples em falta . Se existe mais de duas linhas em paralelo , a potência transmitida durante a falta é todavia maior. Se subtrairmos a potência transmitida da potência de entrada se obtém a potência acelerante. Portanto, a menor potência transmitida durante a falta , é a potência acelerante e por conseguinte maior é a possibilidade de manter a estabilidade.

É evidente que quanto mais rápidamente se isole a falta do sistema , menor será a perturbação originada.

Já se assinalou que existe um tempo crítico de corte, antes do qual devem funcionar os interruptores para isolar a falta se quisermos manter a estabilidade.

A utilização de interruptores de circuito , com alta velocidade , tem melhorado em grande escala a estabilidade , reduzindo ao mesmo tempo a necessidade de efetuar outras mudanças no projeto para ter funcionamento estáveis.

O uso de modernos sistemas de excitação com elevados índices de respostas, traz, como conseqüência, os seguintes problemas:

1 - Necessidade de considerar sua ação durante o tempo no qual se está analizando a estabilidade transitória.
2 - O aumento do ângulo de balanço durante as perturbações podendo provocar perda de estabilidade.

Para melhor compreensão do texto, poderá o leitor consultar o seguinte trabalho:

"GENERATOR EXCITATION SYSTEM PERFORMANCE AND SYSTEM STABILITY" - 1968
H.E.LOKAY
J.W.SKOOGLUND
R.T.BYERLY - Edison Electric Institute.

5.0.0 - ANÁLISE DE CAPACITORES EM LINHAS DE TRANSMISSÃO LONGAS. (ESTABILIDADE)

5.1.0 - COMPENSAÇÃO SÉRIE COM CAPACITORES

Seja uma linha de trasnmissão de retância indutiva- X_L, se á esta mesma linha colocarmos uma reatância sé - rie capacitiva de valor X_{c1}, X_{c2} e X_{c3} , de forma que - $X_{c1} = 0,25.X_L$, $X_{c2} = 0,50.X_L$, $X_{c3} = 0,75.X_L$ dizemos - que a linha de transmissão foi compensada capacitivamente de 25% , 50% e 75% , respectivamente.

A primeira instalação de capacitores série em um - sistema de transmissão foi a efetuada na subestação de BALLSTON de New York Power & Light Corporation em março de 1928 e a partir de então os capacitores série nunca- deixaram de ser objeto de estudos na parte referente a planejamento de operação de sistemas elétricos. Inegá - velmente , porém, a importância de compensação série de linhas de transmissão adquiriu outra dimensão a partir- da experiência SUECA em sistemas a 380 KV.

A compensação série de um sistema cumpre, básicamente , as seguintes finalidades :

a) melhoria da repartição de carga entre várias linhas- operando em paralelo, quando seus comprimentos são - diferentes . Capacitores colocados em série com as linhas mais longas compensam seu excesso de reatân - cia, permitindo assim uma melhor divisão de cargas e um aumento da capacidade total de transmissão dos -

sistemas , o que vem cobrir os custos de sua instalação.

b) melhoria da repartição de carga entre várias linhas operando em paralelo e utilizando condutores de diferentes seções transversais - capacitores colocados em série com as linhas de maior secção de condutor reduzem a impedância das mesmas, aumentando-lhes a capacidade de carga , o que vem aumentar também a capacidade total a transmissão do sistema pagando assim a instalação do banco de capacitores.

c) aumentar de um determinado valor (0 a 50%) a capacidade de carga de uma linha de transmissão. O capacitor série mostra-se particularmente útil para tal tipo de expansão de um sistema , porque aquêle acréscimo não justifica a alteração da tensão do sistema ou a construção de outro circuito paralelo ao existente.

d) contrôle do fluxo potência em sistemas interligados.

e) melhorar a regulação de tensão e o fator de potência para uma dada condição de carga , pela redução do ângulo de torque da linha.

f) aumento da estabilidade dos sistemas de potência.

5.2.0 - MÉTODO GERAL DE ANÁLISE

Com a fig. 5.1 estamos representando de uma maneira geral n-màquinas interligadas através de uma rêde passiva, formando um sistema de potência.

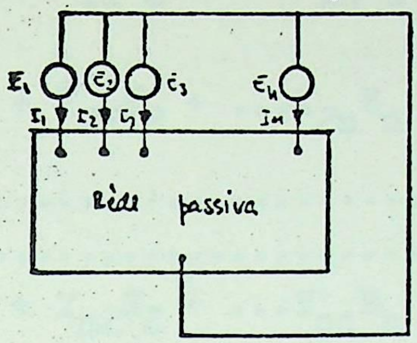


Fig. 5.1-Uma rêde de potência elétrica.

As tensões E_1 ,E_2 ...E_n representam as tensões a - traz das reatâncias transitórias . As correntes fluindo para dentro da rêde através das terminais 1,2,3...n são chamadas de I_1 ,I_2,I_3 ...,I_n .

O vetor potência (P + jQ) que fornece potência a rêde por qualquer uma das máquinas pode ser dado por multiplicação do conjugado do vetor tensão pelo vetor corrente.

Em símbolos:

$$
\begin{aligned}
P_1 + jQ_1 &= \bar{E}_1\, I_1 \\
P_2 + jQ_2 &= \bar{E}_2\, I_2 \\
\vdots \quad & \quad \vdots \\
P_n + jQ_n &= \bar{E}_n\, I_n
\end{aligned}
\qquad (5.1)
$$

onde a barra sôbre os E_s' são os seus conjugados. Entretanto , como a rêde é linear , as correntes de suprimento pelas várias máquinas podem ser escritas como fun ções lineares dos tensões aplicadas , como :

$$I_1 = Y_{11}E_1 + Y_{12}E_2 + \ldots Y_{1n}E_n = \sum_{k=1}^{n} Y_{1k} E_k$$

$$I_2 = Y_{21}E_i + Y_{22}E_2 + \ldots Y_{2n}E_n = \sum_{k=1}^{n} Y_{2k} E_k$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (5.2)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$I_n = Y_{n1}E_1 + Y_{n2}E_2 + \ldots Y_{nn}E_n = \sum_{k=1}^{n} Y_{nk} E_k$$

Os Y_s' são números complèxos e representam as admi - tâncias termianis próprias e mútuas.

Se na equação (5.2), fizermos;

$$E_1 \neq 0 \text{ e } E_2 = E_3 = \ldots E_n = 0 \qquad (5.3)$$

então

$$I_1 = Y_{11} E_1 , I_2 = Y_{21}E_1 , \ldots I_n = Y_{n1}E_1 \qquad (5.4)$$

portanto

$$Y_{11} = \frac{E_1}{I_1} , Y_{21} = \frac{E_1}{I_2} , \ldots Y_{n1} = \frac{E_1}{I_n} \qquad (5.5)$$

Como o sistema de equações (5.2) procedendo de manei ra análoga a anterior , podemos determinar os demais Y, fazendo de cada vêz um valor de E diferente de zero e os resultantes todos zeros.

Fazendo substituições das equações (5.2), nas equações (5.1) , obtemos:

$$P_1 + jQ_1 = \bar{E}_1 Y_{11} E_1 + \bar{E}_1 Y_{12}E_2 + \ldots + \bar{E}_1 Y_{1n}E_n =$$

$$= \bar{E}_1 \sum_{k=1}^{n} Y_{1k}E_k \qquad (5.6)$$

$$P_2 + jQ_2 = \bar{E}_2 Y_{21}E_1 + \bar{E}_2 Y_{22}E_2 \ldots + \bar{E}_2 Y_{2n}E_n =$$

$$P_2 + jQ_2 = \bar{E}_2 \sum_{k=1}^{n} Y_{2k}E_k \qquad (5.7)$$

As equações (5.6 e 5.7), representam um sistema particular como é representado na fig. 5.2.

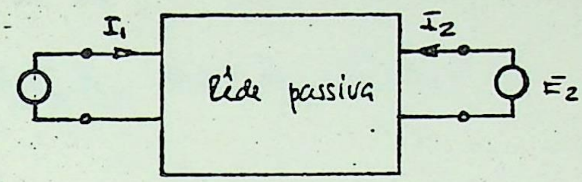


Fig. 5.2- Sistema de potência para duas máquinas, equações- (5.6 e 5.7).

sabendo que: $E_1 = E_1 \underline{|\delta_1}$, $E_2 = E_2 \underline{|\delta_2}$, ... $E_n = E_n \underline{|\delta_n}$

(5.8)

ou , para os conjugados $E_1 = \bar{E}_1 \overline{|\delta_1}$, $E_2 = \bar{E}_2 \overline{|\delta_2}$ .. $E_n = \bar{E}_n \overline{|\delta_n}$

(5.9)

também

$$Y_{11} = Y_{11} \underline{|\theta_{11}} \ , \ Y_{12} = Y_{12} \underline{|\theta_{12}} \ , \ Y_{21} = Y_{21} \underline{|\theta_{21}}$$

$$Y_{22} = Y_{22} \underline{|\theta_{22}} \qquad (5.10)$$

portanto, as equações (5.6 e 5.7), transformam-se em:

$$P_1 + jQ_1 = E_1^2 \, Y_{11} \, \underline{|\theta_{11}} + E_1E_2Y_{12} \, \underline{|\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2} \ldots$$
$$+ E_1E_nY_{1n} \, \underline{|\theta_{1n} - \delta_1 + \delta_n} = \sum_{k=1}^{n} E_1E_kY_{1k} \, \underline{|\theta_{1k} - \delta_1 + \delta_k}$$

(5.11)

$$P_2 + jQ_2 = E_2E_1Y_{21} \, \underline{|\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1} + E_1^2 \, Y_{22} \, \underline{|\theta_{22}} + \ldots$$
$$+ E_2E_nY_{2n} \, \underline{|\theta_{2n} - \delta_2 + \delta_n} = \sum_{k=1}^{n} E_2E_kY_{2k} \, \underline{|\theta_{2k} - \delta_2 + \delta_k}$$

(5.12)

notando que :

$$\underline{|\psi} = \cos\psi + j\ \mathrm{sen}\,\psi$$

aplicando nas equações (5.11 e 5.12) , teremos:

$$P_1 = E_1^2\, Y_{11} \cos\, \theta_{11} + E_1 E_2 Y_{12} \cos(\, \theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) + \ldots$$

$$+ E_1 E_n Y_{1n} \cos(\, \theta_{1n} - \delta_1 + \delta_n) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} E_1 E_k Y_{1k} \cos(\, \theta_{1k} - \delta_1 + \delta_k) \qquad (5.13)$$

$$P_2 = E_2 E_1 Y_{21} \cos(\, \theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + E_2^2\, Y_{22} \cos\, \theta_{22} + \ldots$$

$$+ E_2 E_n Y_{2n} \cos\, (\, \theta_{2n} - \delta_2 + \delta_n) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} E_2 E_k Y_{2k} \cos\, (\, \theta_{2k} - \delta_2 + \delta_k) \qquad (5.14)$$

As equações (5.13 e 5.14) , para o qüadripolo da - fig. 5.2, fica reduzido ,as seguintes equações:

$$P_1 = E_1^2 Y_{11} \cos\, \theta_{11} + E_1 E_2 Y_{12} \cos(\, \theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) \qquad (5.15)$$

$$P_2 = E_1 E_2 Y_{21} \cos\, (\, \theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + E_1^2\, Y_{22} \cos\, \theta_{22} \qquad (5.16)$$

que podem caracterizar , do ponto de vista carga , uma- linha de transmissão.

Se fizermos nas equações (5.15 e 5.16) :

$$\theta_{11} = 90^\circ + \alpha_{11} \qquad (5.17)$$

$$\cos \theta_{11} = \cos(90^\circ + \alpha_{11}) = \operatorname{sen} \alpha_{11} \quad (5.18)$$

$$\delta = -(\delta_1 + \delta_2) \quad (5.19)$$

$$\theta_{12} = 90^\circ - \alpha_{12} \quad (5.20)$$

$$\cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) = \operatorname{sen}(\delta - \alpha_{12}) \quad (5.21)$$

substituindo em (5.15 e 5.16), teremos:

$$P_1 = E_1^2 Y_{11} \operatorname{sen}\alpha_{11} + E_1 E_2 Y_{12} \operatorname{sen}(\delta - \alpha_{12}) \text{ MW} \quad (5.22)$$

$$P_2 = -E_2^2 Y_{22} \operatorname{sen}\alpha_{22} + E_1 E_2 Y_{12} \operatorname{sen}(\delta + \alpha_{12}) \text{ MW} \quad (5.23)$$

Que são as potências ativas do lado 1 e 2, do quadripolo, da fig. 5.2 e que podem representar o transmissor e o receptor, respectivamente. Nas equações 5.22- e 5.23, temos:

E_1 = tensão no transmissor, em KV.

E_2 = tensão no receptor, em KV

Y_{11}= admitância de curto circuito, em ohms, - medida do lado do transmissor.

Y_{22}= admitância de curto circuito, em ohms, - medida do lado do receptor.

Y_{12}= admitância de transferência do circuito - transmissor para o receptor.

δ = ângulo de transmissão

α_{11} e α_{12} são determinados pelas equações (5.17 ...5.21), de uma maneira genérica as equações (5.22 e 5.23), poderão ser dadas por ;

$$P_n = E_n^2 Y_{nn} \operatorname{sen}\alpha_{nn} + \sum_{\substack{m=1 \\ m\neq n}}^{k} E_m E_n Y_{mn} \operatorname{sen}(\delta_{mn} - \alpha_{mn}) \qquad (5.24)$$

Do expôsto anteriormente , em linhas gerais, podemos ver que a capacidade de transmissão de uma linha de transmissão para dados valores de tensão e distância dependerá grandemente da impedância da linha ou , em outras palavras , de seu principal componente que é a reatância . No presente capítulo , para efeito da redução da reatância , faremos uso de CAPACITORES SÉRIE.

A estabilidade adquire grande importância para linhas de transmissão com comprimentos além de 250 Km , o que práticamente inclui todos os modernos sistemas de transmissão ; sobressae desde já a importância do capacitor série como dispositivo capaz de aumentar a estabilidade de um sistema . O efeito da compensação série pode ser expresso pela diminuição do comprimento elétrico da linha ou pelo aumento da potência natural. Para melhoria da estabilidade é decisivo que , para uma carga constante, seja reduzido o ângulo de transmissão da linha de transmissão . Nas condições expostas , o capacitor série tem-se mostrado um recurso seguro e econômico para aumento do limite de estabilidade e da capacidade de transmissão de um sistema , mas é usualmente reservado para um estágio posterior e não na fase inicial de desenvolvimento ou ampliação do sistema. Na prática, es colhe-se o gráu de compensação entre 20 e 40% , sendo - raras vêzes aconselhável ir-se além de 50% . Em caso de um gráu de compensação muito elevado , além dos problemas com o esquema de proteção da linha de transmissão - deve-se contar com oscilação anormais nos circuitos ferro-magnéticos , o que pode conduzir a sôbre-tensões e - descargas no sistema.

Pelos diagramas vetoriais da fig. 5.3 vê-se fácilmente o efeito benéfico da compensação.

A fig.5.3a representa o diagrama unifilar de um sistema de potência e as figs. 5.3a e 5.3b , os diagramas-vetoriais para o circuito operando respectivamente sem-capacitor e com capacitor . O ângulo δ e o ângulo de δ_2 - transmissão e é um ângulo de estabilidade pré-determinado.

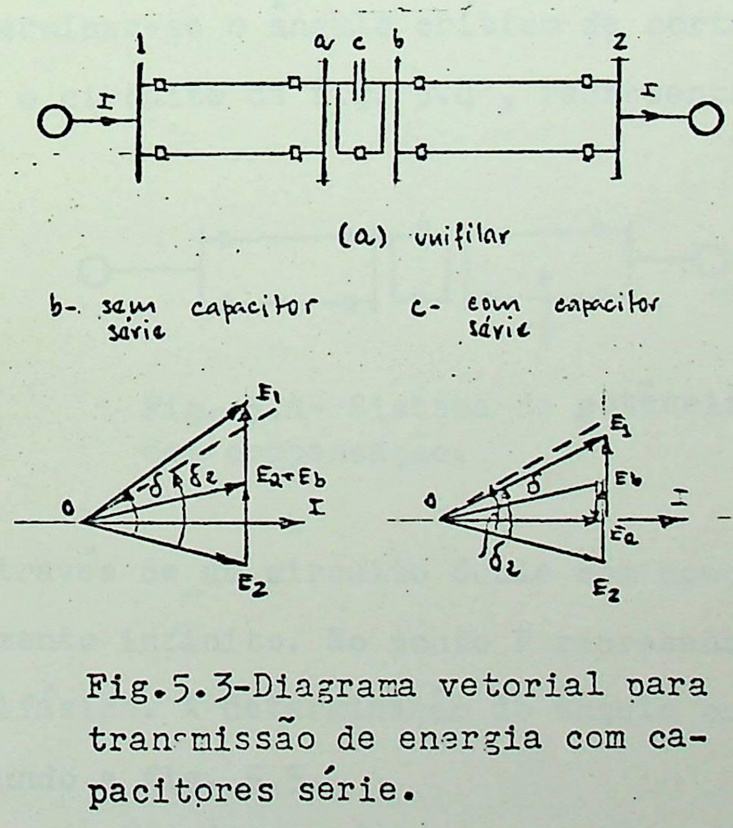


Fig.5.3-Diagrama vetorial para transmissão de energia com capacitores série.

Na fig. 5.3 se considerarmos sòmente a reatância X, da linha, teremos para o caso sem capacitor, isto é, da fig. 5.3b.

$$P = \frac{E_1 E_2}{X_L} \operatorname{sen}\delta \qquad (5.25)$$

e com capacitor , fig. 5.3c , se $X_c = m\, X_L$ (5.26)

sendo "m" definido como gráu de compensação , X_c= reatância capacitiva de compensação e X_L = reatância indutiva da linha , teremos :

$$P_{m1} = \frac{E_1 E_2}{X_L - X_c} \operatorname{sen}\delta = \frac{E_1 E_2}{X_L - mX_L} \operatorname{sen}\delta =$$

$$= \frac{E_1 E_2}{X_L(1-m)} \operatorname{sen}\delta \qquad (5.27)$$

O critério da igualdade de área pode ser utilizado para determinar-se o ângulo crítico de corte .

Seja o circuito da fig. 5.4 , representando uma central

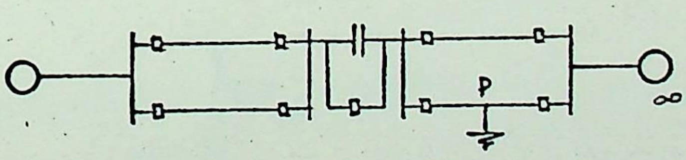


Fig. 5.4- Sistema de potência com compensação.

ligada através de um circuito duplo com compensação a um barramento infinito. No ponto P representa-se uma falta trifásica. A determinação do ângulo crítico será dada segundo a fig. 5.5.

Onde P_{m1} = potência máxima com as linhas e capacito res, isto é, antes da falha.

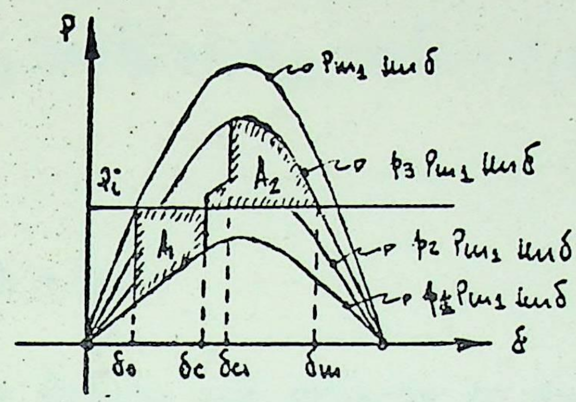


Fig. 5.5- Diagrama potência. Determinação para o exemplo da fig. 5.4.

P_{m2} = potência em falha , sem capacitor e com tôdas- as linhas.

P_{m3} = potência em falta , sem capacitor e sem linha- com defeito.

P_{m4} = potência após a falta , com capacitor e sem linha com defeito.

Para que haja estabilidade é necessário que $A_1 \leq A_2$. portanto;

$$A_1 = P_i(\delta_c - \delta_0) - \int_{\delta_0}^{\delta_c} p_1 P_{m1} \, \text{sen}\delta \, d\delta = P_i \delta_c - P_i \delta_0 +$$

$$+ p_1 P_{m1} \left[\cos\delta\right]_{\delta_0}^{\delta_c} = P_i \delta_c - P_i \delta_0 + p_1 P_{m1} \cos\delta_c - p_1 P_{m1} \cos\delta_0$$

(5.28)

$$A_2 = \int_{\delta_c}^{\delta_{c1}} p_2 P_{m1} \, \text{sen}\delta \, d\delta + \int_{\delta_{c1}}^{\delta_m} p_3 P_{m1} \, \text{sen}\delta \, d\delta - P_i(\delta_m - \delta_c) =$$

$$= - p_2 P_{m1} \left[\cos\delta\right]_{\delta_c}^{\delta_{c1}} - p_3 P_{m1} \left[\cos\delta\right]_{\delta_{c1}}^{\delta_m} - P_i \, (\delta_m - \delta_c) =$$

$$= - p_2 P_{m1} \, (\cos\delta_{c1} - \cos\delta_c) - p_3 P_{m1} \, (\cos\delta_m - \cos\delta_{c1}) -$$

$$- P_i (\delta_m - \delta_c) = - p_2 P_{ml} \cos \delta_{c1} + p_2 P_{ml} \cos \delta_{c1}$$

$$- p_3 P_{ml} \cos \delta_m + p_3 P_{ml} \cos \delta_{c1} - P_i \delta_m + P_i \delta_c \qquad (5.29)$$

mas

$$\delta_{c1} = \phi + \delta_c \qquad (5.30)$$

onde é um ângulo que depende do equipamento usado.

Notando que :

$$\cos \delta_{c1} = \cos (\phi + \delta_c) = \cos \phi \cos \delta_c - \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \delta_c \qquad (5.31)$$

igualando (5.28) com (5.29) e observando (5.30 e 5.31), vem :

$$P_i \delta_c - P_i \delta_0 + p_1 P_{ml} \cos \delta_c - p_1 P_{ml} \cos \delta_0 = p_2 P_{ml} \cos \delta_c - p_2 P_{ml}$$

$$\cos \delta_{c1} + p_3 P_{ml} \cos \delta_m - P_i \delta_m + P_i \delta_c + p_3 P_{ml} \cos \delta_{c1} \qquad (5.32)$$

Passando todos δ_c e δ_{c1} para o primeiro membro de 5.32 vem:

$$p_1 P_{ml} \cos \delta_c - p_2 P_{ml} \cos \delta_c + p_2 P_{ml} \cos \delta_{c1} - p_3 P_{ml} \cos \delta_{c1} =$$

$$= P_i \delta_0 - P_i \delta_m + p_1 P_{ml} \cos \delta_0 - p_3 P_{ml} \cos \delta_m \qquad (5.33)$$

fatorando P_{ml}

$$p_1 \cos \delta_c - p_2 \cos \delta_c + p_2 \cos \delta_{c1} - p_3 \cos \delta_{c1} = \frac{P_i}{P_{ml}} (\delta_0 - \delta_m) +$$

$$+ p_1 \cos \delta_0 - p_3 \cos \delta_m \qquad (5.34)$$

notando que :

$$\operatorname{sen} \delta_0 = \frac{P_i}{P_{ml}} \qquad (5.35)$$

$$p_1 \cos \delta_c - p_2 \cos \delta_c + p_2 \cos \delta_{c1} - p_3 \cos \delta_{c1} = (\delta_0 - \delta_m) \operatorname{sen} \delta_0 +$$

$$+ p_1 \cos \delta_0 - p_3 \cos \delta_m \qquad (5.36)$$

$$p_1 \cos \delta_c - p_2 \cos \delta_c + p_2 (\cos \phi \cos \delta_c - \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \delta_c) -$$

$$p_3 (\cos \phi \cos \delta_c - \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \delta_c) = K \qquad (5.37)$$

sendo $K = (\delta_0 - \delta_m) + p_1 \cos \delta_0 - p_3 \cos \delta_m$ (5.38)

desenvolvendo (5.37). vem:

$$p_1 \cos \delta_c - p_2 \cos \delta_c + p_2 \cos \phi \cos \delta_c - p_2 \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \delta_c - p_3 \cos \phi$$
$$\cos \delta_c + p_3 \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \delta_{c1} = K \qquad (5.39)$$

se fizermos :

$$a_1 = \cos \phi$$
$$a_2 = - \operatorname{sen} \phi$$
$$b_1 = - \cos \phi \qquad (5.40)$$
$$b_2 = \operatorname{sen} \phi$$

substituindo (5.40 em 5.39) :

$$p_1 \cos \delta_c - p_2 \cos \delta_c + a_1 \cos \delta_c + a_2 \operatorname{sen} \delta_c + b_1 \cos \delta_c +$$
$$+ b_2 \operatorname{sen} \delta_c = K \qquad (5.41)$$

$$(p_1 - p_2 + a_1 + b_1) \cos \delta_c + (a_2 + b_2) \operatorname{sen} \delta_c = k \qquad (5.42)$$

se

$$A = p_1 - p_2 + a_1 + b_1 \qquad (5.43)$$
$$B = a_2 + b_2$$

teremos:

$$A \cos \delta_c + B \operatorname{sen} \delta_c = K \qquad (5.44)$$

lembrando que:

$$\cos\delta_c = 1 - \frac{\delta_c^2}{2!} + \frac{\delta_c^4}{4!} - + \dots$$

$$\operatorname{sen}\delta_c = \delta_c - \frac{\delta_c^3}{3!} + \frac{\delta_c^5}{5!} - + \dots \qquad (5.45)$$

tomando sómente um têrmo, isto é ,

$$\cos \delta_c = 1$$

$$\operatorname{sen} \delta_c = \delta_c \qquad (5.46)$$

substituindo (5.45 em 5.43) , vem -

$$A + B\delta_c = K$$

$$\delta_c = \frac{K - A}{B} \qquad (5.47)$$

isto para um cálculo aproximado.

Tomando os dois têrmos de 5.45 :

$$A\left(1 - \frac{\delta_c^2}{2!}\right) + B\left(\delta_c - \frac{\delta_c^3}{3!}\right) = K \qquad (5.48)$$

$$\delta_c^3 + \frac{3A}{B}\delta_c^2 - 6\delta_c + \frac{6(K - A)}{B} = 0 \qquad (5.49)$$

a fórmula dada por (5.49) dará um resultado com preci - são.

6.0.0 - LOCALIZAÇÃO DE CAPACITORES SÉRIES EM SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DE ALTA TENSÃO.

A escolha do local mais favorável para a instalação do banco de capacitores série apresenta um problema para cada caso particular . Quando os capacitores são utilizados para aumentar a capacidade de transmissão de um sistema de circuitos múltiplos , a solução econômica - consiste em colocar um banco comum a várias linhas, porque então não se terá que superdimensioná-lo para poder suportar um eventual desligamento de linha. É geralmente mais aconselhável colocar os capacitores no centro - do sistema,a meio caminho entreos terminais gerador e receptor , para evitar um agravamento das correntes de- curto cirquito na vizinhança das fontes de energia , onde elas são naturalmente mais elevadas . No caso de linhas muito longas , o banco de capacitores pode, eventualmente , ser dividido em várias partes repartidas ao - longo do sistema.

No caso de uma linha que exija potência reativa no terminal receptor , pode ser vantajoso colocar o banco- de capacitores nêese terminal , principalmente quando a linha é operada com nível de tensão plano , isto é , ambos os terminais é a masma tensão. Entretanto, se não - fôr êste o caso e as tensões terminais diferirem entre- si , tanto as perdas ativas , como as reativas , aumentarão muito rápidamente quando o capacitor fôr localizado no terminal receptor , e é possível que uma variação de tensão não mais do que 2 a 3% justifique a localização da compensação série no centro da linha . O custo - do equipamento de proteção tem que ser também levado em consideração, já que as correntes de curto circuito - e por conseguinte as solicitações sôbre o equipamento de proteção - são muito menores no centro da linha. Na figura 6.1 são apresentados vários tipos de disposição de capacitores série. Para apresentar o máximo de eficiência no aumento do limite de estabilidade de um sistema- a redução da impedância de transferência efetuada pelos capacitores série tem que ser eficaz tanto com uma seção de linha desligada , como com todos os circuitos em serviço. Nem tôdas as disposições dos capacitores, para um dado gráu de compensação série, tem a mesma reatância de transferência após a operação de manobra. Além - disso , a potência nominal exigida para os capacitores, para igual compensação , depende do esquema usado:

Na fig. 6-1 , temos :

6-1a) compensação série fixa localizada entre os barramentos das estações de manobra intermediária;

6-1b) compensação série variável com a mesma localização de 6-1a.

6-1c) capacitores em cada seção de linha i operadas com a linha;

6-1d) capacitores série em um esquema disjuntor e meio- (três disjuntores usados para dois circuitos alimentadores , tôda a transferência de carga sendo- feita através de disjuntores), no barramento de -

estações de manobra intermediária), solução satis fatória para um número ímpar de estações;

6-1e) mesmo arranjo de 6.1d mas válido para um número par de estações;

6-1f) capacitores divididos em vários bancos, equivalentes a 6.1d, mas com menos disjuntores e maior vulnerabilidade.

O circuito 6-1a é vantajoso no que se refere à potência nominal total dos capacitores série, que necessitarão ser dimensionados apenas para a corrente de plena carga do sistema como um todo. Entretanto, êle apresenta, em comparação com os demais circuitos, o maior valor de reatância de transferência após o desligamento de uma seção de linha e, portanto, o limite de estabilidade mais baixo. A colocação dos capacitores nas estações facilita a inspeção e supervisão dos mesmos, embora êsse fator seja de somenos importância, já que a experiência acumulada até agora mostra que os capacitores série são de grande segurança operacional e necessitam ser inspecionados apenas em grandes intervalos de tempo. Êsse circuito 6-1b exige uma chave de alta velocidade, que possa desligar o capacitor auxiliar de maneira suficientemente rápida para tornar-se eficaz em aumentar o limite de estabilidade transitória. Embora 6-1a e 6-1b, requeiram um número mínimo de disjuntores, ambos êsses circuitos apresentam uma desvantagem decisiva do ponto de vista da segurança do sistema. Um defeito no barramento, ou uma falha em eliminar um defeito na linha por meio de disjuntores ou sistemas de re - lés , resultará numa perda completa de transmissão.

Para aumento de segurança faz-se necessária a in - clusão de mais disjuntores . O esquema 6-1c com um barramento em anel permite a falha de linha ou de capacitores e , mesmo no caso da falha de um disjuntor, deixar intacto um circuito de passagem.

Analogamente , o esquema 6-1d de disjuntor e meio permite o isolamento de qualquer linha ou barramento defeito e sòmente no caso da falha de um disjuntor si - tuado entre duas linhas de chegada e saída haverá a remoção de duas linhas, permanecendo no entanto um circuito de passagem.

Êste esquema exige dois disjuntores extras , mas o aumento na segurança é significativo. Observe-se , ainda, que com essa disposição dos capacitores série , torna-se desnecessário a utilização de religamento a alta-velocidade na linha , a menos que o gráu de compensação seja pequeno. Com uma compensação de 50% não há modificação na impedância de transferência ao se desligar ou ligar uma seção de linha, e portanto uma linha de transmissão com êsse gráu de compensação e com essa disposição dos capacitores não necessita de religamento de alta velocidade . Se a compensação fôr inferior a 50% , o religamento a alta velocidade será de algum proveito , dependendo do gráu de compensação. No entanto , religamento a alta velocidade reduzirá o limite de estabilidade de quando o gráu de compensação fôr superior a 50% .

O religamento a alta velocidade apresenta ganho no limite de estabilidade para o esquema do circuito.

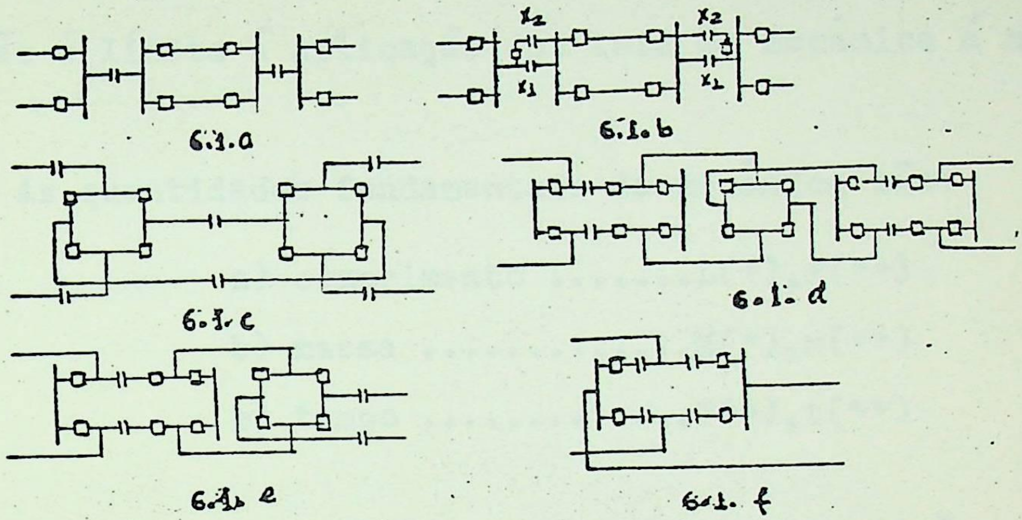


Fig. 6.1-Diversos tipos de circuitos para utilização de capacitores série em sistemas de transmissão.

O circuito 6-1e , assim como o 6-1d , oferece pequena variações na reatância de transferência para uma compensação série moderada. Deve-se ter cuidade na utilização dêsses esquemas com compensação elevada, porque poderá ocorrer super-compensação com uma seção de linha fora de operação . É esta característica que dá aos circuitos 61d e 6-1e ou 6-1f , um limite de estabilidade maior que o dos outros circuitos.

APÊNDICE-I

REVISÃO DAS LEIS DA MECÂNICA, TRANSLAÇÃO

Desde que uma máquina síncrona tem partes girantes, então é lícita á aplicação das leis da mecânica á mesma.

As quantidades fundamentais da mecânica são:

a) comprimento ....L(*),x(**)

b) massa ....M(*),m(**)

c) tempo ....T(*),t(**)

Sendo que trabalharemos no sistema MKS, então as quantidades fundamentais acima citadas , terão como unidades, respectivamente , o metro , o quilograma e o segundo.

Das quantidades fundamentais tiram-se as quantidades derivadas , mediante relações , conforme definidas a seguir:

d) velocidade ou rapidez é definida por:

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad (1)$$

(*) Representam as dimensões das unidades fundamentais.

(**) Representam os símbolos das unidades fundamentais.

e) Aceleração ou variação da velocidade com relação ao tempo é definida por:

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad (2)$$

$$a = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (2a)$$

f) Fôrça é definida por :

$$F = m\,a \qquad (3)$$

substituindo (2a) em (3) obtemos:

$$F = m\,\frac{dv}{dt} = m\,\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (3a)$$

desenvolvendo , teremos:

$$F\,dt = m\,dv$$

$$F\int_0^t dt = m\int_0^v dv \qquad \text{integrando}$$

$$F.t = m\,v \qquad (3b)$$

definimos

$F.t$ = impulsão

$m\,v$ = quantidade de movimento = M'

de (3a) , tira-se :

$$F = m\,\frac{dv}{dt}$$

mas

$$M' = m\,v \quad \therefore$$

$$d\,M' = m\,dv$$

substituindo em (3a) , teremos:

$$F = \frac{dM'}{dt} \qquad (3c)$$

g) trabalho é definido por :

$$W = \int F\,dx \qquad (4)$$

substituindo (3a) em (4) e operando , teremos: VISTO

$$W = m \int \frac{dv}{dt}\, dx = m \int \frac{dv}{dt}\, v \; dt$$

$$= m \int v \; dv = \frac{1}{2}\, m\, v^2 = \frac{1}{2}\, m\, v.v \qquad (4.a)$$

$W = \frac{1}{2}\, m\, v^2$ é definida como energia cinética do corpo.

Como $M' = m\, v$, substituindo em (4a), vem :

$$W = \frac{1}{2}\, M' \; v$$

h) Potência é definido por :

$$P = \frac{dw}{dt} \qquad (5)$$

diferenciando (4) , temos : $dw = F\, dx$

substituindo êste valor em (5) , obtemos :

$$P = \frac{F\, dx}{dt} = F.v \qquad (5.a)$$

note que $\frac{dx}{dt} = v$, sabendo que :

$M' = \int F\, dt$ e aplicando (3) , temos:

$$P = F\, v = m\, a\, v = a\, M' \quad \therefore \qquad (5.b)$$

$$M' = \frac{P}{a}$$

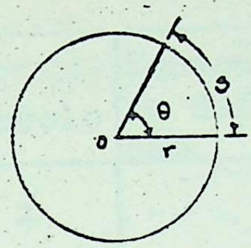
podemos resumir estas relações no quadro I.

Rotação:

Devemos inicialmente introduzir o conceito de ângulo.

a) Um ângulo θ é definido, com referência a um arco circular $\underline{S}$ de raio $\underline{r}$ com centro em O, pela relação:

$$\theta = S \; r^{-1} \qquad (6)$$



b) Velocidade angular é definida por:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad (7)$$

c) Aceleração angular é definida por:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (8)$$

d) Do ítem (a) sabemos que:

$S = r\,\theta$, diferenciando em relação ao tempo, vem:

$\frac{ds}{dt} = r\,\frac{d\theta}{dt}$ $\therefore$ $v = r\,\omega$ (velocidade tangencial).

sabendo que: $v = r\,\omega$, diferenciando em relação ao tempo, vem:

$\frac{dv}{dt} = r\,\frac{d\omega}{dt}$, notando que $\frac{d\omega}{dt} = \alpha$.

$a = r.\alpha$ (relação entre aceleração linear e tangencial).

Quadro I

Quantidades fundamentais e derivadas da mecânica , aplicada a translação.

Quantidade	Símbolo	Equação de definição	Unidade e sua abreviação	Dimensão
Comprimento	x		metro (m)	L
Massa	m		quilograma (kg)	M
Tempo	t		segundo	T
Velocidade	v	$v = \frac{dx}{dt}$	metro por segundo (m por seg)	$L\,T^{-1}$
Aceleração	a	$a = \frac{dv}{dt}$	metro por segundo por segundo (m por seg^2)	$L\,T^{-2}$
Fôrça	F	$F = m\,a$	newton (newt.)	MLT^{-2}
Quantidade de movimento	M'	$M' = mv$	newton-segundo (newt. seg.)	MLT^{-1}
Trabalho	W	$W = \int F dx$	joule (j)	ML^2T^{-2}
Potência	P	$P = \frac{dW}{dt}$	Watt (W)	ML^2T^{-3}

e) Torque é definido por :

$$d\,T = r\,dF \qquad (9)$$

sendo d F uma fôrça tangencial aplicada a um elemento do corpo , em movimento.

$$T = \int r\,dF \qquad (9a)$$

f) Momento de inércia

sabemos que:

$$dF = a\, dm = r \cdot \alpha \cdot dm$$ por outro lado, de

(9), temos-

$$dT = r\, dF = r^2 \cdot \alpha \cdot dm$$

$$T = \alpha \int r^2\, dm = \alpha I \qquad (9b)$$

Sendo I o momento de inércia, portanto :

$$I = \int r^2\, dm \qquad (10)$$

g) Devemos notar a analogia existente entre $T = \alpha I$ para a rotação e $F = a\, m$ para translação.

O trabalho realizado na rotação $d\theta$ de um corpo, exerce no mesmo um torque dado por $T = \sum r F$, mas cada - fôrça atua a distância $dS = r\, d\theta$

$$d W = \sum F\, dS = \sum F\, r\, d\theta = d\theta \sum Fr = T\, d\theta$$

$W = \int T\, d\theta$ esta relação é análoga a :

$W = \int F\, dx$ da translação

h) Se substituirmos

$d W = T\, d\theta$ em

$$P = \frac{dW}{dt} = T \frac{d\theta}{dt} = T\omega \qquad (11)$$

que é análoga a $P = F\, v$ da translação.

i) Definimos quantidade de movimento, ou momento - angular ou cinético, $M' = m\, v$ na translação-

Na rotação definiremos analógamente por:

$$M = I\omega \qquad (12)$$

podemos obter por analogia , também :

$$M = \int T \, dt = \frac{P}{\alpha}$$

j) A energia cinética de um corpo em rotação pode - ser escrita como :

$$W = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} M \omega \qquad (13)$$

que é análoga a :

$$W = \frac{1}{2} m v^2$$ da translação .

Como fizemos para a translação , podemos também resumir as relações referentes a rotação , no Quadro II.

Quadro II

Quantidades da mecânica aplicada a rotação

Quantidade	Símbolo	Equação de Definição	Unidade e Abreviação	Dimensões
Ângulo	θ	$\theta = \frac{S}{r}$	radiano(rad)	LL_R^{-1}
Velocidade angular	W	$W = \frac{d\theta}{dt}$	radiano por segundo(rad. por seg.)	$LL_R^{-1}T^{-1}$
Aceleração angular	α	$\alpha = \frac{dW}{dt}$	radiano por segundo por segundo(rad. por seg.2)	$LL_R^{-1}T^{-2}$
Torque	T	$T = rF$	joule por radiano(j.por rad.)ou newton-metro(newt.m.)	MLL_RT^{-2}
Momento de inércia	I	$I = \int r^2 dm$	quilograma-metro^2(kg - m^2)	ML_R^2
Quantidade de movimento angular	M	$M = IW$	Joule-segundo por radiano(j.seg. por rad.)	MLL_RT^{-1}

Para maior comprrensão podemos agrupar tôdas as relações vistas até o presente momento , em um Quadro III.

Quadro III

Analogias e relações entre as quantidades e leis da translação e da rotação.

Translação	Rotação	Relação
$X = S$	θ	$S = r\,\theta$
v	W	$v = r\,W$
a	α	$a = r\,\alpha$
m	I	$I = \int r^2\,dm$
F	T	$T = r\,F$
M'	M	$M = \int r\,dM'$
$F = m\,a$	$T = I\,\alpha$	
$W = \int F\,dS$	$W = \int T\,d\theta$	
$P = F\,v = M'a$	$P = T\,W = M\,\alpha$	
$M' = m\,v$	$M = I\,W$	
$W = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{1}{2}\,M'v$	$W = \frac{1}{2}\,I\,W^2 = \frac{1}{2}\,M\,W$	
$F = \frac{dM'}{dt}$	$T = \frac{dM}{dt}$	

B I B L I O G R A F I A

1 - First report of power system stability AIEE subcommittec report
Elec. Eng., february, 1937, pp. 261-280

2 - Notas de aula do professor Thorstein Larsen, 1969 - 1970 da EFEI.

3 - Serie capacitors for transmission circuits - E.C. Starr, R.D. Evans trans. AIEE, vol.61, 1942, pp. 963-73.

4 - Steady-state and transient stability analysis of series capacitors in long transmission lines - J. W. Butter, J.E. Paul, T.W. Schroeder Elec. Eng., vol. 62, february, 1943, pp.58-65

5 - The series capacitor - G. Jancke, K.F. Akerstrom report No. 332, Internacional Conference on large electric high tension systems Paris, France, 1950.

6 - Power system stability, vol. I e III, Edward Wilson Kimbark, 1964.

7 - Characteristics of a 400 LT mile 230 kV series-capacitor compensated transmission system - Trans. AIEE, vol. 65, 1946, pp. 1102-14

8 - Analisis de sistemas eléctricos de potencia, William D. Stevenson, Jr. - 1966

9 - Advanced studies in electrical power systems design - R.A. Hore, 1966

10- The transmission of electric power, vol. I, W.A. Lewis.

11- Revistas especializadas como O Mundo Elétrico, ASEA e Siemens.

12 - Computer Methods in Power System Analysis - Glenn W. Stagg and Ahmed H. El Abiad - 1968