



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências

SARA CAROLAYNE MENDONÇA SALGADO

**DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA
QUE DISCUTEM E ELABORAM PROPOSTAS DE AULAS INVESTIGATIVAS EM
UM CONTEXTO COLABORATIVO**

Um olhar para a comunicação

ITAJUBÁ - MG

2023

SARA CAROLAYNE MENDONÇA SALGADO

DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA QUE
DISCUTEM E ELABORAM PROPOSTAS DE AULAS INVESTIGATIVAS EM UM
CONTEXTO COLABORATIVO

Um olhar para a comunicação

Dissertação apresentada como exigência parcial
para obtenção do grau de Mestre em Educação
em Ciências do Programa de Pós-Graduação em
Educação em Ciências da Universidade Federal
de Itajubá – UNIFEI.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Eliane Matesco Cristovão

ITAJUBÁ - MG

2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências

SARA CAROLAYNE MENDONÇA SALGADO

DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA QUE
DISCUTEM E ELABORAM PROPOSTAS DE AULAS INVESTIGATIVAS EM UM
CONTEXTO COLABORATIVO
Um olhar para a comunicação

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dra. Eliane Matesco Cristovão - Orientadora
Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI

Prof. Dra. Ana Leticia Losano
Universidade de Sorocaba – UNISO

Prof. Dr. João Ricardo Neves da Silva
Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI

ITAJUBÁ – MG

2023

AGRADECIMENTOS

À Deus, pela força e coragem.

À Profa. Dra. Eliane Matesco Cristovão, por me dar luz nos momentos escuros, pela compreensão nos momentos necessários, pelas conversas e companheirismo ao longo do processo e pela excelente e magnífica orientação ao longo da pesquisa.

Ao Prof. Dr. João Ricardo Neves da Silva, que contribuiu com boas risadas e reflexões importantes para esta pesquisa, e por aceitar fazer parte deste processo.

À Profa. Dra. Ana Leticia Losano, por aceitar participar da banca examinadora, pelo tempo dedicado e pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos participantes do Geifop, que me proporcionaram um ambiente acolhedor e uma rede de apoio durante toda a pesquisa, e em especial, aos participantes do subgrupo da Matemática, que me permitiram vivenciar esta experiência de fazer parte de um grupo colaborativo.

Ao meu namorado, Marcos, pelo apoio e compreensão ao longo do processo, pelo carinho e amor dedicados a mim.

À minha família, pela educação e pelos valores passados a mim.

RESUMO

Para que o desenvolvimento profissional seja potencializado, é essencial que o professor participe de contextos que valorizem compartilhamentos de saberes e reflexões sobre suas práticas, capazes de auxiliar na constituição de uma postura reflexiva e investigativa em sala de aula. Nesse sentido, esta pesquisa teve como objetivo compreender as construções conjuntas de professores de matemática a respeito da abordagem investigativa e do tipo de comunicação que precisa ser estabelecido em sala de aula nessa abordagem, a partir da comunicação que emerge de um processo colaborativo de discussão e elaboração de tarefas investigativas. Para atingir tal objetivo buscamos analisar os diálogos estabelecidos pelos participantes do Grupo de Estudos Interdisciplinares e Formação de Professores (Geifop), um grupo colaborativo que propõe estudos e práticas voltados ao professor da Educação Básica, e cujas temáticas no ano de 2021 foram a abordagem investigativa e a comunicação. Dessa forma, esta pesquisa se desenvolveu no subgrupo da Matemática do Geifop, composto por formadores, professores da Educação Básica, mestrandos e futuros professores de Matemática. Assim, esta pesquisa de cunho qualitativo, se preocupa em descrever e analisar o processo de compartilhamento e reflexões proporcionadas pelo contexto colaborativo. Os dados foram produzidos por meio de gravações dos encontros que, devido à pandemia de Covid-19, foram realizados de forma remota, via *Google Meet*. A análise utiliza como referencial a Teoria do Agir Comunicativo de Jürgen Habermas, que propõe características relacionadas à comunicação, levando em consideração o contexto e as coordenações de ações resultantes dos atos de fala, permitindo que o entendimento ocorra. Logo, foi possível concluir, a partir da síntese das construções conjuntas, que os participantes buscaram entendimento acerca das características de uma tarefa investigativa, discutiram possíveis problemáticas da sala de aula e compreenderam a importância de prever as respostas dos alunos e de interpretar o pensamento deles para o desenvolvimento da investigação. Assim, incentivar a participação de professores em grupos colaborativos, mostrando as possibilidades formativas de estudar e refletir sobre a abordagem investigativa e a comunicação que emerge neste processo, contribui efetivamente para o desenvolvimento profissional de professores.

Palavras-chave: Desenvolvimento profissional. Contextos colaborativos. Abordagem investigativa. Comunicação.

ABSTRACT

In order to enhance teacher professional development, it is essential that teachers participate in contexts that value knowledge sharing and reflection on their practices. This can help develop a reflective and investigative approach in the classroom. This research aimed to understand the joint constructions of mathematics teachers regarding the investigative approach and the type of communication that needs to be established in the classroom in this approach, based on the communication that emerges from a collaborative context of discussion and elaboration of investigative tasks. To achieve this goal, the study analyzed the dialogues established by the participants of Grupo de Estudos Interdisciplinares e Formação de Professores (Geifop), a collaborative group that proposes studies and practices aimed at Basic Education teachers, and whose themes in 2021 were the investigative approach and communication. This research was developed in the Geifop Mathematics subgroup. This subgroup is composed of educators, Basic Education teachers, Master's degree students, and future Mathematics teachers. This qualitative research describes and analyzes the process of sharing and reflections provided by the collaborative context, using recordings of the meetings held remotely via Google Meet. The analysis uses Jürgen Habermas' Communicative Action Theory as a reference. This theory proposes characteristics related to communication, considering the context and coordination of actions resulting from speech acts, allowing understanding to occur. It was possible to conclude, based on the synthesis of joint constructions, that the participants sought to understand the characteristics of an investigative task, discussed possible problems in the classroom and understood the importance of predicting students' responses and interpreting their thinking for the future. research development. Thus, encouraging teacher participation in collaborative groups and studying and reflecting on the investigative approach and the communication that emerges from this process can effectively contribute to professional development.

Keywords: Professional development. Collaborative contexts. Investigative approach. Communication.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelo-CI	38
Figura 2 - Esquema de "mundos" de Habermas	45
Figura 3 - Esquema do processo de entendimento	48
Figura 4 - Características utilizadas na análise baseado em Habermas.....	61
Figura 5 - Tarefas investigativas proposta por Bertini (2015)	74
Figura 6 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 2.....	83
Figura 7 - Primeira estratégia de resolução do grupo 1	87
Figura 8 - Segunda estratégia de resolução do grupo 1	88
Figura 9 - Terceira estratégia de resolução do grupo 1	94
Figura 10 - Quarta estratégia de resolução do grupo 1	95
Figura 11 - Quinta estratégia de resolução do grupo 1	95
Figura 12 - Sexta estratégia de resolução do grupo 1	96
Figura 13 - Sétima estratégia de resolução do grupo 1	96
Figura 14 - Síntese das construções conjuntas proporcionadas pelo grupo 1 no Encontro 3..	97
Figura 15 - Primeira resolução do PEB1	101
Figura 16 - Segunda resolução do PEB1	102
Figura 17 - Explicação da resolução do PEB1	102
Figura 18 - Terceira resolução do PEB1	103
Figura 19 - Quarta resolução do PEB1	103
Figura 20 - Primeira estratégia de resolução do M2.....	106
Figura 21 - Explicação da estratégia de resolução do M2.....	107
Figura 22 - Síntese das construções conjuntas proporcionadas pelo grupo 2 no Encontro 3	109
Figura 23 - Quadro de análise de tarefas investigativas	112
Figura 24 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 4	114
Figura 25 - Sugestões da estrutura de uma tarefa investigativa	119
Figura 26 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 5	121
Figura 27 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 6	136
Figura 28 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 7	149
Figura 29 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 8	154
Figura 30 - Síntese geral das construções conjuntas	156

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Termos de busca e quantidade das pesquisas	21
Quadro 2 - Conceitos específicos de pretensão de validade	47
Quadro 3 - Cronograma e atividades desenvolvidas no subgrupo da Matemática	54
Quadro 4 - Caracterização dos participantes da pesquisa	56
Quadro 5 - Quadro de análise dos episódios	60
Quadro 6 - Análise do Episódio 1	67
Quadro 7 - Análise do Episódio 2	70
Quadro 8 - Análise do Episódio 3	72
Quadro 9 - Análise do Episódio 4	74
Quadro 10 - Análise do Episódio 5	76
Quadro 11 - Análise do Episódio 6	77
Quadro 12 - Análise do Episódio 7	81
Quadro 13 - Análise do Episódio 8	84
Quadro 14 - Análise do Episódio 9	90
Quadro 15 - Análise do Episódio 10	98
Quadro 16 - Análise do Episódio 11	104
Quadro 17 - Análise do Episódio 12	110
Quadro 18 - Análise do Episódio 13	115
Quadro 19 - Análise do Episódio 14	116
Quadro 20 - Análise do Episódio 15	119
Quadro 21 - Plano de aula proposto por PEBM	122
Quadro 22 - Análise do Episódio 16	123
Quadro 23 - Análise do Episódio 17	128
Quadro 24 - Análise do Episódio 18	129
Quadro 25 - Análise do Episódio 19	131
Quadro 26 - Tarefas investigativas reformulada pelo grupo	133
Quadro 27 - Problema proposto pela L1	138
Quadro 28 - Análise do Episódio 20	138
Quadro 29 - Análise do Episódio 21	140
Quadro 30 - Análise do Episódio 22	143
Quadro 31 - Análise do Episódio 23	146
Quadro 32 - Tarefa investigativa reformulada	147
Quadro 33 - Análise do Episódio 24	150

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	1
1. INTRODUÇÃO	3
2. FORMAÇÃO DOCENTE E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL	8
2.1 As reformas curriculares e a Formação de professores de Matemática	8
2.2 Desenvolvimento profissional docente.....	14
2.3 Contextos colaborativos, formação e desenvolvimento profissional.....	17
3. INTERFACE ENTRE A ABORDAGEM INVESTIGATIVA E A COMUNICAÇÃO	21
3.1 Pesquisas sobre abordagens investigativas e sua relação com a comunicação ...	21
3.1.1 Pesquisas realizadas em Contextos Educativos	23
3.1.1.1 A comunicação nos contextos educativos	28
3.1.2 Pesquisas realizadas em Contextos Formativos.....	31
3.1.2.1 A comunicação nos contextos formativos.....	33
4. A COMUNICAÇÃO E O AGIR COMUNICATIVO.....	35
4.1 A comunicação e o diálogo na sala de aula	35
4.2 Teoria do agir comunicativo de Habermas.....	43
5. PERCURSO METODOLÓGICO.....	51
5.1 Abordagem da pesquisa	51
5.2 Caracterização do contexto da pesquisa	52
5.3 Participantes da pesquisa	55
5.4 Instrumentos de produção de dados e procedimentos de análise	57
6. ANÁLISE E RESULTADOS DA PESQUISA	63
6.1 Encontro 1 - Socialização inicial da proposta e dos participantes	63
6.2 Encontro 2 - Primeira discussão sobre a abordagem investigativa.....	65
6.3 Encontro 3 – Socialização das tarefas investigativas.....	84
6.4 Encontro 4 – Segunda discussão teórica	110
6.5 Encontro 5 – Terceira discussão teórica	114
6.6 Encontro 6 – Reestruturação em conjunto da tarefa proposta	122
6.7 Encontro 7 – Discussão sobre como tornar um problema mais investigativo.....	137
6.8 Encontro 8 – Socialização dos resultados da aplicação em sala de aula	150
6.9 Síntese final das construções conjuntas	154
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	159
REFERÊNCIAS	163
APÊNDICES	170
APÊNDICE A - Modelo de Contrato Didático	170
APÊNDICE B – Tarefas Investigativas Propostas no Encontro 3	172

APRESENTAÇÃO

A ideia inicial desta pesquisa surgiu em meados de 2020, durante o meu processo de finalização da graduação em Licenciatura em Matemática, enquanto elaborava meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Na graduação, tive contato com diferentes autores e metodologias de ensino, estudadas com o objetivo de serem implementadas futuramente na sala de aula. Contudo, as abordagens de ensino apresentadas também traziam dificuldades e desafios, dentre elas estava o processo de ultrapassar a barreira que o ensino tradicional propõe.

Com entusiasmo e inquietação, resultantes das diversas reflexões promovidas pelas experiências vivenciadas durante a graduação, voltei meu olhar para uma abordagem que não apresentava um modelo ou um método de ensino para o professor, mas propunha acima de tudo, a reflexão, o questionamento e o compartilhamento de informações. A escolha dessa abordagem de ensino se deu, em especial, em virtude do fomento à curiosidade, à argumentação e ao encorajamento dentro da sala de aula para que o aluno se aprimorasse partindo de suas próprias concepções.

Esta abordagem, mais conhecida como abordagem investigativa ou investigação matemática, tornou-se objeto principal do meu estudo no TCC durante todo o ano de 2020. A proposta da pesquisa foi realizar um mapeamento de artigos nas principais revistas de Educação Matemática para compreender quais eram as concepções dos professores sobre esta abordagem, destacar os conteúdos que estavam sendo trabalhados e levantar os resultados e apontamentos de cada autor. Foi neste processo que iniciei meus contatos com pesquisadores da área, e conseqüentemente, com a professora Eliane, que veio a ser orientadora desta pesquisa, mas que como professora da Educação Básica havia vivenciado um longo caminho desenvolvendo tarefas investigativas.

Partindo deste estudo inicial, foi possível o contato com diferentes contextos em que se desenvolveram conteúdos matemáticos através da abordagem investigativa. Contudo, havia algo em comum em tantas realidades diferentes que me chamaram a atenção. Em alguns estudos era destacado que o processo de desenvolvimento, elaboração e planejamento, antes da implementação da tarefa investigativa em sala de aula, tinha como suporte algum grupo de professores que trabalhavam de forma colaborativa nesse processo.

Este resultado foi essencial para a definição dos rumos desta pesquisa atual, pois, através dessa percepção, o anseio e o interesse em fazer parte de um contexto colaborativo

tomaram conta dos meus pensamentos e intenções futuras. Foi logo após esta percepção que o contato com a abordagem investigativa se intensificou, resultando na elaboração da proposta desta pesquisa. Após a aprovação no processo seletivo, meu primeiro passo foi fazer parte do Grupo de Estudos Interdisciplinares e Formação de Professores (Geifop), que se tornou o contexto desta pesquisa. Os rumos do projeto de extensão desenvolvido pelo próprio grupo interferiram no referencial da pesquisa, que foi reestruturada, com foco na comunicação e no desenvolvimento profissional.

A proposta inicial previa chegarmos à sala de aula, para implementar as tarefas investigativas desenvolvidas no grupo, com o objetivo de compreender as contribuições do grupo no desenvolvimento do processo de comunicação entre o professor e os alunos, no contexto de uma abordagem investigativa. Entretanto, devido a pandemia do Covid-19, que implicou no processo de adoção de aulas remotas, para manter a segurança de todos, foi necessário reestruturar os procedimentos e o desenvolvimento da pesquisa. Assim, a pesquisa passou a olhar para a comunicação entre professores, futuros professores e mestrandos, em um processo colaborativo de discussão e elaboração de tarefas investigativas, buscando compreender como eles se desenvolvem profissionalmente, especialmente, em relação a como de apropriam dos pressupostos da abordagem investigativa e refletem sobre a comunicação a ser estabelecida para desenvolver este tipo de abordagem. É sobre esta pesquisa que vou falar, nos próximos capítulos.

Até aqui, conto a minha história, escrita em primeira pessoa do singular, a partir da introdução, conto a nossa história, escrita na primeira pessoa do plural, pois ao longo do desenvolvimento da pesquisa, houve uma participação ativa entre mim e a orientadora.

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento profissional docente envolve a transformação do sujeito dentro de um campo profissional. Este processo se inicia com as primeiras interações familiares, sociais e pessoais, até o indivíduo adentrar no curso de licenciatura e, em seguida, ter contato com múltiplos espaços e momentos da vida, promovendo uma transformação do conhecimento temporalmente (FIORENTINI; CRECCI, 2013).

Contudo, na prática docente o que ocorre é a ausência de tempo suficiente para promover uma reflexão crítica sobre as ações do professor e o processo educativo, dessa forma, espaços que permitem tal reflexão são extremamente necessários e precisam ser mais incentivados. É por isso que, autores como Cristovão e Castro (2012) destacam a importância dos contextos colaborativos para que o professor consiga adotar uma postura reflexiva e investigativa na sala de aula, alterando, conseqüentemente, os processos de ensino e de aprendizagem.

O desenvolvimento profissional é potencializado em contextos em que o professor percebe de que modo “pode assumir mais integralmente a sua profissionalidade, como pode aprofundar e tornar mais consistente o seu conhecimento e as suas práticas de ensino” (SARAIVA, PONTE, 2003, p.2), em que haja um ambiente para compartilhar angústias e incertezas, e que, ao mesmo tempo, proporcionem o conforto e a segurança em se trabalhar em uma zona de risco (SKOVSMOSE, 2000). Contextos de colaboração são alternativas para promover a reflexão e o desenvolvimento profissional docente, pois relacionam os desafios da docência e a experiência pessoal de cada participante, em um ambiente de compartilhamento que promove a manifestação de conhecimentos que eram implícitos (LOSANO, 2018).

Assim, nesta pesquisa, entendemos que o desenvolvimento profissional dos professores não ocorre somente a partir de cursos ou formações baseadas numa racionalidade técnica, mas também, e de forma muito mais profunda, por meio de abordagens e contextos que permitem reflexões, estudos e problematização da própria prática docente. Assim, acreditamos que inserir a abordagem investigativa na própria prática, com apoio de um grupo colaborativo, é uma ótima estratégia de formação docente, principalmente para ressignificar práticas e saberes (FIORENTINI, CRISTOVÃO, 2010). A abordagem investigativa exige o desenvolvimento de padrões de comunicação mais dialógicos em sala de aula, tendo em vista que seu objetivo principal é dar ao aluno oportunidades de trabalhar com explorações e descobertas próprias. Skovsmose (2014, p. 46) apresenta este ambiente como um cenário para investigação onde

[...] ao contrário da bateria de exercícios tão característica do ensino tradicional de matemática, que se apresenta como uma estrada segura e previsível sobre o terreno, as trilhas dos cenários para investigação não são tão bem-demarcados. Há diversos modos de explorar o terreno e suas trilhas. Há momentos de prosseguir com vagar e cautela, e outros de se atirar loucamente e ver o que acontece.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), por sua vez, ressaltam alguns momentos importantes para a exploração. O primeiro momento se inicia com a exploração e formulação de questões por parte do aluno, onde o enfoque é reconhecer a situação problemática e explorar as possíveis questões. Após a familiarização inicial com o problema, o aluno deve elaborar conjecturas para que posteriormente sejam testadas e reformuladas. A fase final se pauta na justificação das conjecturas estabelecidas e na avaliação dos resultados encontrados. É neste momento em que o foco do professor será o desenvolvimento do raciocínio, da linguagem e da comunicação entre e com os alunos.

Tarefas investigativas permitem que o aluno desenvolva a sua autonomia, e exigem do professor, a mobilização de diversos conhecimentos para que a aula aconteça. Nessa perspectiva, Lamonato e Passos (2011, p. 55) defendem que

[...] o ensino deve priorizar as posturas do estudante que se aproximem das de um pesquisador, pois elas o colocam como descobridor, como aquele que procura evidências, regularidades e semelhanças e, a partir desses dados, elabora suas hipóteses e conjecturas, vai em busca de descobertas, justificando-as e socializando na sua comunidade, caracterizando um processo de negociação nas diversas etapas.

Esse tipo de ensino pressupõe o estabelecimento de padrões de comunicação mais dialógicos na sala de aula, como constatei em meu Trabalho de Conclusão de Curso (SALGADO, 2020), ao realizar um mapeamento de artigos em periódicos que apresentam uma discussão sobre a abordagem investigativa. Como resultado, a pesquisa destacou que o ambiente investigativo proporcionou aos professores e aos alunos uma construção de conhecimentos e de novas relações. Além disso, durante o desenvolvimento das tarefas, os professores priorizaram os diálogos, os questionamentos e as ações voltadas para a construção do conhecimento.

Um padrão de comunicação mais dialógico, onde alunos e professores podem apresentar questionamentos e discutir ideias, é necessário para conduzir uma tarefa investigativa, pois somente dessa forma a tarefa irá permitir o surgimento de diferentes caminhos, descobertas e estratégias de resolução das tarefas investigativas.

Esta é uma via de mão dupla, pois diversos autores destacam que a comunicação que ocorre durante o desenvolvimento de tarefas investigativas potencializa o processo de construção do conhecimento matemático e o desenvolvimento do raciocínio, além de

apresentarem forte influência nas ações dos alunos durante a realização da tarefa (QUARESMA, PONTE, 2015; GUERREIRO, FERREIRA, MENEZES, MARTINHO, 2015; VELEZ, SERRAZINA, PONTE, 2019). Assim, a tarefa investigativa muda os padrões de comunicação, que passam de transmissivos, centrados no professor, para dialógicos, em que a comunicação se torna um elemento central nas práticas da sala de aula, pois promove a interação capaz de construir ideias e conceitos, por isso a valorização da comunicação na sala de aula de Matemática parece ser partilhada por todos. Realça-se o papel do professor e dos alunos, a adequação da linguagem matemática e a valorização das interações entre os alunos e entre estes e o professor (MENEZES, FERREIRA, MARTINHO, GUERREIRO, 2014). Guerreiro (2011, p.79) completa afirmando que “a comunicação em ato, no contexto da sala de aula, pode ser reduzida a um instrumento do processo de ensino-aprendizagem ou valorizada como uma competência a ser desenvolvida ao longo do processo educativo pelos alunos e pelo professor.”

Diante do exposto, é fundamental que uma comunicação mais dialógica e crítica também seja incentivada e partilhada em um contexto munido de reflexões sobre a prática docente. Assim, esta pesquisa se pautou em uma proposta de formação que buscou promover o desenvolvimento profissional de professores de Matemática pautado na comunicação, em um contexto colaborativo que previa a discussão e a elaboração de tarefas investigativas. A Teoria do Agir Comunicativo de Habermas foi fundamental para analisar esta comunicação, pois, na concepção de Habermas, a racionalidade só será atingida através da comunicação. Dessa forma, o autor propõe elementos essenciais que contribuem para uma ação comunicativa, e que geram como consequência, construções conjuntas munidas de significados, no caso desta pesquisa, sobre a abordagem investigativa e sobre a comunicação que ela pressupõe.

Este tipo de comunicação é potencializado em grupos colaborativos, por isso, a escolha do Geifop como contexto desta pesquisa se justifica. Este grupo de estudos (não de pesquisa acadêmica, embora também seja objeto de estudo de algumas pesquisas) se reúne quinzenalmente na Universidade Federal de Itajubá e desenvolve, anualmente, projetos de extensão que abordam aspectos do ensino e da aprendizagem em diferentes áreas, como Matemática, Física, Química, Biologia, e até mesmo Português.

O Geifop teve início em 2015, e devido ao fato de articular formadores, professores, futuros professores e pesquisadores, tem como característica fundamental a colaboração, vista por todos os participantes como o princípio básico para o desenvolvimento das atividades. Em 2020 o grupo se dividiu em subgrupos, sendo um deles dedicado ao estudo da comunicação e

da linguagem na Matemática. Nesse contexto, encontramos espaço para propor, também, o estudo da abordagem investigativa. Vale destacar que, foi diante desta perspectiva de trabalho adotada no Geifop que optamos por escrever o texto desta pesquisa na primeira pessoa do plural, pois, tanto a pesquisadora quanto a orientadora fizeram parte do subgrupo e contribuíram para a produção dos resultados encontrados, juntamente com os demais participantes.

Logo, durante todo o percurso esta pesquisa buscou **compreender as construções conjuntas de professores de matemática a respeito da abordagem investigativa e do tipo de comunicação que precisa ser estabelecido em sala de aula nessa abordagem, a partir da comunicação que emerge de um processo colaborativo de discussão e elaboração de tarefas investigativas.**

Para atingir ao objetivo, definimos os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Analisar e caracterizar a comunicação que emerge entre os professores enquanto discutem e elaboram tarefas investigativas;
- ✓ Descrever e caracterizar, a partir da comunicação analisada, as construções conjuntas sobre a abordagem investigativa e sobre o tipo de comunicação necessária para estabelecê-la em sala de aula;

Assim, tomaremos como norteadora da pesquisa a seguinte questão: *Como a discussão e a elaboração de tarefas investigativas, em um contexto colaborativo, contribuem para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática, especialmente, em relação às construções conjuntas sobre o conceito de abordagem investigativa e sobre a comunicação que ela pressupõe em sala de aula?*

Dessa forma, no capítulo 2 apresentaremos uma fundamentação sobre o processo de formação e o desenvolvimento profissional. Neste capítulo são destacados alguns aspectos históricos da formação de professores de Matemática, com o objetivo de ressaltar a importância de contextos colaborativos neste processo, além das implicações destes contextos para o desenvolvimento profissional.

No capítulo 3 será apresentado um levantamento bibliográfico, realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), destacando pesquisas que abordam alguma interface entre a abordagem investigativa e a comunicação, desenvolvidas em contextos formativos e em contextos educativos.

No capítulo 4 descrevemos a fundamentação teórica utilizada na análise das interações e diálogos entre os participantes. Essa fundamentação é pautada na Teoria do Agir Comunicativo de Habermas, a qual defende que a racionalidade só será atingida através da comunicação, e por isso, o autor descreve elementos essenciais que contribuem para uma ação comunicativa. Além disso, também apresentamos o Modelo-CI de Alrø e Skovsmose (2021), que permite compreender a qualidade da comunicação que ocorre enquanto o professor desenvolve tarefas investigativas.

No capítulo 5 descrevemos o percurso metodológico desenvolvido ao longo da construção da pesquisa, apresentando a abordagem seguida, a caracterização do contexto trabalhado, os participantes que fizeram parte da pesquisa, os instrumentos e os procedimentos de análise, destacando o modelo de análise utilizado para atingir os objetivos desta pesquisa.

No capítulo 6 é apresentada a análise de episódios vivenciados no grupo colaborativo, os quais possibilitaram analisar a comunicação que emergiu no grupo para atingir o objetivo proposto na pesquisa. Destacamos, em especial, as construções conjuntas que foram possibilitadas pelo processo de interação dos participantes.

Por fim, no capítulo 7, apresentamos as considerações finais, retomando alguns aspectos que foram marcantes ao longo da pesquisa e algumas perspectivas futuras, despertadas por esta pesquisa.

2. FORMAÇÃO DOCENTE E DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Discutir sobre o processo de formação e desenvolvimento profissional docente envolve os diferentes desafios que a prática da sala de aula propõe. Por isso, é essencial que esta formação seja objeto de estudo e reflexão constantemente, tendo como objetivo contribuir para um repensar do processo de ensino e de aprendizagem dentro da sala de aula, por meio de reflexões sobre a prática docente.

Para isso, em alguns momentos do processo de formação inicial, o futuro professor recebe uma bagagem teórica, que visa dar suporte aos procedimentos e métodos que poderão ser adotados em sala de aula futuramente. Entretanto, é possível que, em alguns momentos, a aprendizagem fique limitada ao conhecimento teórico, sem todo o espaço necessário para que haja contato com os reais desafios encontrados na prática, os quais possibilitam problematizar a teoria estudada. Por isso, é essencial que o desenvolvimento profissional seja impulsionado desde a formação inicial, eliminando gradativamente a distância entre a teoria e a prática, refletindo sobre os conhecimentos adquiridos e socializando com outros professores.

Para os professores em atuação, também é importante que o desenvolvimento profissional seja incentivado por meio de processos formativos contínuos, seja na forma de cursos, da continuidade dos estudos em nível de pós-graduação ou da participação em grupos de trabalho e estudo. No contexto desses grupos, em especial, tanto o professor em formação inicial quanto o professor atuante, podem participar de forma ativa de uma rede de apoio e colaboração, com o objetivo de compartilhar conhecimentos novos, os reais desafios, as práticas da sala de aulas, as diferentes vivências e contextos.

Diante desses pressupostos, neste capítulo buscaremos discutir sobre a formação e o desenvolvimento profissional docente, destacando brevemente algumas reformas educacionais e o surgimento de grupos colaborativos, que tiveram como iniciativa proporcionar ambientes de discussão em meio às reformas, e em seguida, apresentaremos o processo de desenvolvimento profissional e o papel dos grupos colaborativos em meio a este contexto.

2.1 As reformas curriculares e a Formação de professores de Matemática

Ao se discutir sobre a formação de professores de Matemática, é essencial abordar as reformas curriculares na área de Educação Matemática, pois elas interferem nos processos formativos. Assim, vale lembrar que as primeiras iniciativas de reorganização do currículo

vieram por influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que aconteceu por volta dos anos 1965 a 1980. Este foi um movimento internacional, cujo objetivo era disseminar o ensino de uma Matemática útil para a técnica, útil para a ciência e útil para a economia moderna, tendo como enfoque um ensino formalizado e estruturado, sem suporte intuitivo ao aluno (GARNICA, 2006).

As primeiras manifestações do MMM nos currículos brasileiros se deram através de Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática realizados em Salvador (1955), Porto Alegre (1957), Rio de Janeiro (1959), Belém (1961) e São José dos Campos (1966) (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Os professores, diante desta reforma curricular, se sentiram totalmente despreparados para atuar dentro da sala de aula com uma Matemática que deveria estar baseada em lições teóricas, cujo enfoque era ensinar problemas lógicos e as estruturas matemáticas, e por isso, encontraram como um caminho a operacionalização técnica, promotora da memorização e da mecanização (GARNICA, 2006). Foram inúmeras críticas referentes ao movimento, tanto nacional quanto internacionalmente, principalmente sobre a situação dos professores, como esclarecido por Pires (2008, p. 20)

do mesmo modo que não houve preparação adequada para a entrada dos professores no Movimento Matemática Moderna, também não houve discussão suficiente para que pudessem entender o que estava sendo criticado no trabalho com os conjuntos ou os prejuízos acarretados pelo excesso de algebrismo, ou abandono da Geometria, ou da falta de vínculos com o cotidiano, críticas essas que foram importantes para a elaboração das propostas que orientaram os currículos nas décadas de 1980 e 1990.

No Brasil, constata-se que a reforma curricular do MMM não foi acompanhada de um processo de formação de professores, e por isso, os professores não tinham conhecimento do que se tratava a nova proposta curricular, e muito menos compreendiam quais estavam sendo as críticas propostas. Foi somente após a implementação do movimento que o professor Osvaldo Sangiorgi¹ reconheceu a necessidade de participar de cursos de atualização nos Estados Unidos, para obter um contato efetivo com as novas ideias referentes ao movimento. Ao retornar para o Brasil, o professor organizou um curso semelhante para professores da rede de ensino estadual de São Paulo, iniciando as primeiras discussões de ideias e considerações sobre o movimento, surgindo assim um primeiro grupo de estudos, nomeado como Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM) em São Paulo (CLARAS; PINTO, 2008).

¹ Osvaldo Sangiorgi foi um conceituado professor de Matemática no Estado de São Paulo, com um vasto currículo acadêmico e muito respeitado como escritor de livros didáticos no Brasil. Para mais informações, leia o texto de Claras e Pinto (2008).

O GEEM teve como objetivo inicial ser um ambiente de discussão e interação entre os professores universitários, secundários, psicólogos, pedagogos e trabalhadores da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, abarcando discussões sobre as reformas propostas pelo MMM e novos métodos de ensino da Matemática (PIRES, 2008). Ou seja, seu principal enfoque era ser um ambiente de discussão para que os professores compartilhassem os desafios enfrentados dentro da sala de aula após a implementação do MMM, e também, se apropriassem das críticas que vinham sendo explanadas sobre a reforma.

Após este período, diferentes estudos foram desenvolvidos para descrever quais foram as ações direcionadas à formação de professores da Educação Básica desenvolvidas no Brasil, para auxiliar com a “nova” Matemática. Fischer (2008) destacou um papel fundamental de grupos de estudos organizados em diferentes estados brasileiros, que propuseram a realização de cursos de capacitação de professores, em especial o GEEM, já citado anteriormente, o Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino de Matemática (NEDEM - Curitiba) e o Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática (GEEMPA - Porto Alegre).

Búrigo (1989, p. 45) destaca que o trabalho do GEEM vinha, em parte,

de sua condição de grupo de professores, autônomos em relação aos governos. Não se tratava de mais um programa de ensino redigido em gabinete ou imposto por uma escola às demais. A incorporação de elementos da matemática moderna pelas propostas curriculares oficiais foi precedida de muitos encontros e cursos de formação de professores, de participação voluntária e até mesmo militante.

Assim como o GEEM, o NEDEM e o GEEMPA foram criados por iniciativas de professores que se viram inseridos em uma nova reforma sem auxílio e suporte (CLARAS; PINTO, 2008). Embora os grupos estivessem proporcionando um ambiente de reflexão e de apoio para discutir sobre o currículo imposto, era evidente que os professores se sentiam despreparados para atuar dentro da sala de aula.

No âmbito internacional, Morris Kline² escreveu um livro sobre “O Fracasso da Matemática Moderna”, que foi traduzido para o português em 1976. Neste livro o autor reflete sobre o currículo que era proposto pelo MMM, com o objetivo de verificar se este estava verdadeiramente melhorando o ensino e tornando a Matemática mais acessível aos estudantes. Um dos apontamentos realizados por Kline (1976) foi que, apesar dos inúmeros institutos criados para a educação de professores, estes não tiveram a dedicação para formar nesses educadores uma postura mais independente sobre a importância da Matemática, mas sim em

² Em 1973 é lançado o livro “Why Jonny Can’t Add: The Failure of the New Math” de Morris Kline, professor da Universidade de Nova York. No Brasil, a obra ganhou tradução para o português em 1976.

ensinar a esses professores como ensinar a Matemática na sala de aula (SILVA, 2007).

Assim, é evidente que durante todo esse período do MMM, no âmbito nacional e internacional, a formação de professores não foi vista como uma ação essencial para a efetiva implementação do movimento. Mas, é essencial compreendermos que, apesar do contexto presente durante o MMM, em que as políticas se mostravam totalmente contrárias a qualquer mudança possível que não estivesse de acordo com as questões dos grandes dirigentes, esse período motivou professores de Matemática a prosseguir seus estudos, a participarem ativamente de grupos e, além disso, provocou na sociedade a necessidade de construir uma opinião sobre o assunto (CLARAS; PINTO, 2008).

A partir das críticas que foram surgindo, em especial as que se referem ao despreparo e descontentamento dos professores diante do novo currículo, entre 1980 e 1994, novas diretrizes foram implantadas por secretarias estaduais e municipais, que contrapunham o MMM. Essas diretrizes propunham um currículo ampliado, para além da mera listagem de conteúdo a serem ensinados, incluindo a relevância social, a formação do aluno na seleção de conteúdos e uma discussão pelos professores sobre aspectos didáticos (GARNICA, 2006).

Em 1996, A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) n. 9.394/96, criada pelo Plano Nacional da Educação (PNE)³, definiu que seria responsabilidade da “União, em colaboração com os estados, Distrito Federal e municípios, de definir diretrizes para nortear currículos, de forma a assegurar uma educação básica comum”. Partindo desta lei, o Ministério da Educação promoveu a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) propondo um novo currículo para o ensino fundamental (PCNEF) e para o ensino médio (PCNEM).

A nova lei provocou mudanças tanto nas instituições formadoras como nos cursos de formação de professores, determinando para cada curso de licenciatura um currículo cuja formação estivesse voltada a disciplinas específicas e à formação pedagógica (GATTI, 2010). Contudo, assim como o MMM, a implementação da lei n. 9.394/96 da LDBEN, também trouxe críticas e consequências para a formação de professores.

Em um balanço realizado por Fiorentini *et al.* (2002), sobre a formação de professores que ensinam Matemática, de 1978 até 2002, verificou-se que os principais problemas presentes nas primeiras pesquisas (década de 1970 e 1980) ainda continuavam presentes nos

³ Desde a Constituição de 1934 foi implementado o Plano Nacional de Educação (PNE) que previa o ensino primário gratuito e obrigatório para toda a população. Durante os anos, o PNE foi se modificando de acordo com as necessidades da população e dos governadores, contudo, foi somente em 1961 que se promulgou a primeira Lei de Diretrizes e Bases para implementar o primeiro plano educacional.

cursos de formação de professores de Matemática (de 1990 a início dos anos 2000). Os principais problemas encontrados foram a

desarticulação entre teoria e prática, entre formação específica e pedagógica e entre formação e realidade escolar; menor prestígio da licenciatura em relação ao bacharelado; ausência de estudos histórico-filosóficos e epistemológicos do saber matemático; predominância de uma abordagem técnico-formal das disciplinas específicas; falta de formação teórico-prática em Educação Matemática dos formadores de professores. (FIORENTINI *et al.*, 2002, p. 154)

Além disso, Fiorentini (2008, p. 46) esclarece que

o plano de maior impacto sobre a formação do professor foi o PNE, pois colocou a exigência de que todos os professores do Ensino Básico deveriam, até 2007, concluir sua formação em nível superior. Diante de uma demanda de 1,6 milhões de professores brasileiros em exercícios sem essa titulação, surge a necessidade de aumento da oferta de oportunidades ou centros de formação, incluindo formação em grande escala através da educação à distância (EAD) para minimizar os custos dessa formação.

Ou seja, como consequência houve a iniciativa de criação de novas instituições formadoras de professores, sem história, sem pesquisa e sem a investigação do campo educacional necessária para criar uma base de formação que atendesse realmente as necessidades dos futuros professores (FIORENTINI, 2008).

Corroborando com a pesquisa de Fiorentini *et al.* (2002), Pereira e Minasi (2014) realizaram uma pesquisa exploratória de caráter bibliográfico sobre a política de formação de professores no Brasil, desde o Império, no século XIX, até a República atual, século XXI, analisando toda a implementação da LDBEN, da iniciativa dos cursos à distância, até construir o perfil da formação de professores no Brasil na atualidade. Como panorama geral, concluíram que a atual política de formação de professores está totalmente comprometida com os interesses do capital, privilegiando a individualidade e sustentado por pilares da inovação e eficiência econômica.

É uma política que nega a pluralidade cultural e geográfica dos diversos grupos da sociedade, não se preocupa com o processo de precarização do trabalho imposto aos trabalhadores-professores formadores e em formação. Dessa forma, concluiu-se que a qualidade na formação de professores no Brasil durante os últimos 17 anos, tem sido a mesma, assim como os seus resultados (PEREIRA; MINASI, 2014).

Após a implementação do PNE, outras reformas foram acontecendo. Em 2008 até 2010 foi instituído o Programa Currículo em Movimento, que buscava melhorar a qualidade da educação; em 2010 ocorreu a 1^o Conferência Nacional de Educação (CONAE), com especialistas para debater sobre a necessidade de uma Base Nacional Comum Curricular; em

2012 a portaria n. 867 instituiu o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC); em 2013 instituiu o Pacto Nacional de Fortalecimento do Ensino Médio (PNFEM); em 2014 ocorreu a 2ª Conferência Nacional pela Educação (CONAE) que resultou em propostas e reflexões para a educação brasileira, além disso, a lei n. 13.005, regulamentou o Plano Nacional de Educação (PNE), com 20 metas para melhoria da qualidade da educação básica, com vigência de 2014 a 2024; e em 2015 iniciou-se um novo marco para as reformas curriculares, a publicação da primeira versão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Embora uma primeira versão da BNCC já estivesse disponibilizada em 2015, foi somente em 2018 que o ministro da educação homologou o documento para a etapa do ensino médio. Dessa forma, o Brasil passou a ter um documento que serviria de base com todos os conteúdos, competências e habilidades necessárias para toda a Educação Básica.

Contudo, assim como ocorreu na implementação de novas reformas curriculares, a BNCC apresentou mudanças na formação de professores, o que acarretou algumas críticas. Para Costa, Farias e Souza (2019) a BNCC mascara a verdadeira intencionalidade do projeto de formação, escondendo a concepção conservadora, tecnicista e meritocrática, além disso, delimita, restringe e retira, desde a formação, a autonomia dos professores ao determinar competências e habilidade que devem ser seguidas mediante os conteúdos engessados.

Além disso, embora o professor seja visto como um fator importante para a educação e para a progressão da sociedade,

Não são considerados outros aspectos que configuram a profissão docente, como a formação inicial e continuada, o salário, a infraestrutura da escola, as condições de trabalho, a carreira, elementos basilares que deveriam constituir as políticas de formação, o que permitiria que esse profissional dispusesse de condições objetivas e subjetivas para melhor se inserir nesse processo (COSTA; FARIAS; SOUZA, 2019).

Assim, desde o MMM, a elaboração dos PCN e da imposição da BNCC, a formação de professores não vem sendo vista como uma ação para a efetiva implementação dos currículos e nem praticada com respeito e dignidade. Pires (2008) destaca que não houve preparação e discussões importantes para os professores durante a implementação das reformas, mas afirma que

fatores como os baixos salários do magistério, rotatividade de pessoal nas escolas e, em especial, a qualidade da formação docente, interferem nessa não transformação dos currículos oficiais em currículos praticados na sala de aula. Outro problema grave refere-se a uma das marcas das políticas públicas brasileiras no que se refere a questões curriculares, que é a falta de ações de implementação curricular, como se novas ideias se transformassem em prática, num passe de mágica. Além da ausência de ações de implementação,

outra marca é a falta de acompanhamento e avaliação das inovações propostas, o que não permite fazer um “julgamento” adequado, contabilizando acerto e erros.

Dessa forma, afirmamos que no contexto da formação inicial, é fundamental que os cursos discutam o contexto histórico das reformas curriculares, para que seja possível refletir sobre os processos, discutir sobre a efetivação das propostas curriculares, para que os futuros professores possam se posicionar de forma crítica sobre o atual currículo, e impulsionar o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem dentro da sala de aula (PIRES, 2008). Já no contexto da formação continuada, é essencial que os processos formativos visem um desenvolvimento profissional docente também pautado nessas considerações.

Por esse motivo, destacamos a importância da constituição de ambientes e contextos colaborativos que proporcionem refletir e questionar as reais propostas apresentadas pelas reformas curriculares, discutir e compreender quais as críticas referentes à reforma e as possíveis consequências que podem surgir ao implementá-las dentro da sala de aula. Contextos que proporcionem um intercâmbio de ideias e considerações da realidade, permitem que a prática docente possa ser efetivada de forma condizente com a realidade, e assim, potencializar o processo de ensino e aprendizagem.

Tendo em vista que os grupos colaborativos se configuram como contexto desta pesquisa, abarcando processos formativos que podem promover o desenvolvimento profissional de professores em formação, professores atuantes e mestrandos, no próximo tópico apresentaremos um breve histórico sobre o conceito de desenvolvimento profissional e, no seguinte, discutiremos algumas considerações a respeito dos grupos colaborativos e sua relação com o desenvolvimento profissional.

2.2 Desenvolvimento profissional docente

Segundo Ferreira (2006), o significado de se desenvolver profissionalmente implica no processo de aprender e caminhar para a mudança, buscando aprofundar, reconstruir os próprios saberes e práticas, produzir novas formas de pensar e agir, tornando-se assim o sujeito do próprio processo de aprendizagem. Assim, a aprendizagem constante contribui para impulsionar o desenvolvimento profissional, alterando, ampliando, revendo e avançando os próprios saberes e as práticas pedagógicas.

Gama (2007) descreve o desenvolvimento profissional como um processo que envolve diferentes momentos da vida, incluindo os processos pessoais, profissionais, institucionais e

sociais. Dessa forma, é visto principalmente como um processo longo e contínuo por toda a trajetória da vida e sem fim, mas que depende exclusivamente dos contextos escolares, das práticas e vivências, e também, das políticas públicas educacionais que determinam as atividades e práticas docentes.

Costa e Fiorentini (2007) apresentam uma perspectiva ampla sobre o desenvolvimento profissional. Para os autores, este é um processo contínuo que se inicia antes do ingresso nos cursos de licenciatura, porém, à medida que o professor inicia seu trabalho nas escolas e compreende os modos de ensinar, o desenvolvimento profissional concebe um tratamento especial, que é visto durante toda a vida profissional nos trabalhos docentes nas escolas, nos projetos de inovações, na participação de grupos de estudos, seminários e congressos, na realização de leituras e de cursos.

Apesar destas definições atuais e amplas, que envolvem tanto a formação inicial quanto a continuada, cabe ressaltar que esta compreensão sobre desenvolvimento profissional tem um histórico mais articulado com as mudanças de perspectivas da formação continuada. As finalidades da formação continuada de professores no Brasil foram mudando de acordo com o contexto político, econômico e social do país. Uma atenção especial a educação e a formação dos professores foram impulsionadas a partir do momento em que o regime militar evidenciou que, para atender as demandas da sociedade, estimular o desenvolvimento e a modernização, seria essencial trabalhar para uma formação de mão de obra mais qualificada (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

Dessa forma, nas décadas de 1960 e 1970 a formação continuada consistia em cursos de reciclagem e treinamento, com o enfoque em formar o professor com habilidades novas e específicas. Toda a formação continuada era destinada a atualização e inovação de comportamentos no contexto da sociedade, além disso, buscava promover a mudança nos conhecimentos e atividades dos professores (GATTI; MELLO; BERNARDES, 1972).

Na década de 80 surgiram os primeiros programas acadêmicos de formação continuada para os professores de matemática. O primeiro programa se iniciou em 1984, na cidade de Rio Claro – SP, na Universidade Estadual Paulista (UNESP), outros programas também foram sendo implementados, e conseqüentemente, o número de pesquisas referentes da área aumentou, surgindo novas linhas de estudo, como a formação de professores (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

A repercussão das pesquisas na década de 80, devido ao aumento de programas acadêmicos para professores de matemática, foi destacada na década de 90, onde Fiorentini et

al. (2002) evidenciam uma mudança paradigmática na concepção de formação continuada de professores, para uma concepção de estudos sobre as influências, contribuições de programas oficiais de formação continuada e discussões sobre alternativas para mudanças nas práticas docentes. Os estudos desta época identificaram que os professores produzem saberes importantes e essenciais para o seu desenvolvimento profissional, por meio dos desafios impostos pelas práticas, dessa forma, surgem pesquisas do tipo colaborativas e projetos entre professores e formadores.

Os professores começam a ser vistos como fonte de conhecimento, propiciando experiências e valores essenciais para o ensino e a aprendizagem. Ou seja, a formação continuada de professores passa “de uma concepção de pesquisa *para* professores para uma concepção de pesquisa *com* professores, de maneira que ambos se constituem pesquisadores e produtores de saberes” (FIORENTINI et al., 2002, p. 158).

Ponte (1998) destaca que há uma diferenciação entre o processo de formação e desenvolvimento profissional. Para o autor o conceito de formação e desenvolvimento profissional apresenta um sentido de oposição. Ou seja, o processo de formação está relacionado a um movimento de “fora para dentro”, onde o professor assimila os conhecimentos e as informações que são transmitidas a ele. Esta formação está relacionada a frequentar cursos organizados por disciplinas e assuntos, que partem da teoria, mas, em alguns momentos, não saem da teoria. Já o conceito de desenvolvimento profissional é visto como um movimento de “dentro para fora”, cabendo ao professor decidir quais questões e projetos são fundamentais para seu desenvolvimento profissional, levando em consideração também as potencialidades, aspectos cognitivos, afetivos e relacionais.

Este conceito coloca o professor como protagonista do seu processo de crescimento, partindo de necessidades próprias que são submetidas a processo de descoberta, promoção e valorização (PONTE, 2014). Assim, o desenvolvimento profissional visa construir uma relação constante entre a teoria e a prática.

Logo, no presente estudo concebemos o desenvolvimento profissional de uma forma ampla e abrangente, envolvendo diferentes momentos e processos ao longo da vida, relacionada às inquietações e desejos próprios dos professores. Consideramos que o desenvolvimento profissional é longo e contínuo, e se inicia na formação inicial e se estende por toda a vida profissional. Contudo, assim como destacou Gama (2007), existem diferentes fatores que podem interferir no desenvolvimento profissional dos professores de Matemática, como as políticas públicas educacionais que podem determinar a organização curricular e as

práticas docentes. Passos *et al.* (2006) também apontam que aspectos pessoais, sociais, culturais, históricos, institucionais, cognitivos e afetivos também podem apresentar interferências.

Além disso, consideramos que outro fator que pode implicar no desenvolvimento profissional do professor de Matemática, de forma positiva, é a sua participação em contextos colaborativos de formação e desenvolvimento profissional, nos quais o professor pode refletir e discutir sobre a própria prática, juntamente com outros professores. Por isso, na próxima seção discutiremos sobre as implicações dos contextos colaborativos formativos para o desenvolvimento profissional.

2.3 Contextos colaborativos, formação e desenvolvimento profissional

Discutir sobre o processo de formação e desenvolvimento profissional do professor de Matemática nos leva a compreender a complexidade da prática docente, principalmente diante das reformas curriculares, das diversas inovações e das mudanças na própria sociedade. A concepção sobre a aprendizagem docente também foi alvo de mudanças, pois a aprendizagem não é mais apenas determinada pelo acúmulo de informações e conteúdo, mas também de novos significados, conhecimentos e inquietações dos próprios professores ao longo da vida profissional.

Dessa forma, para promover o desenvolvimento profissional, parece essencial que os professores estejam em ambientes colaborativos, que possibilitem a reflexão de práticas sociais, o envolvimento individual e em grupo, para que novos questionamentos possam contribuir com reflexões sobre suas práticas. Um ambiente colaborativo permite que professores e futuros professores reflitam sobre diversos aspectos da prática docente, se desenvolvam em conjunto de forma igualitária e com uma relação de ajuda mútua, para discutir sobre diferentes dificuldades encontradas (PONTE; SERRAZINA, 2003).

Tal ambiente é substancial para os professores, que percorrem um período de dificuldade ao buscar compreender na prática o processo da docência. Eles confrontam constantemente os conhecimentos aprendidos no curso com a realidade da prática na sala de aula (GAMA, 2007). O confronto diário entre a teoria e a prática se constitui um momento rico de novas aprendizagens para o professor, principalmente por se tratar de situações complexas e que exigem do professor um certo posicionamento e uma nova concepção sobre o papel da escola, da educação, do currículo, da disciplina, dos alunos e da própria prática

didática (PONTE *et al.*, 2001).

Assim, a participação em ambientes colaborativos permite que o professor em atuação possa compartilhar e refletir sobre as dificuldades e os problemas encontrados dentro da sala de aula, bem como refletir sobre as possibilidades trazidas por diferentes abordagens de ensino, mais atuais, que têm sido desenvolvidas. Fiorentini (2004) justifica a utilização do trabalho colaborativo e da pesquisa colaborativa como consequência das mudanças sociais, políticas, culturais e tecnológicas que ocorrem na sociedade atual e que impulsionaram repensar sobre as práticas tradicionais, as formas de produção de conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor.

Gama e Fiorentini (2009) realizaram um estudo com o objetivo de descrever e analisar as contribuições da participação em grupos colaborativos à formação e à aprendizagem do professor de Matemática em início de carreira. Como resultado, concluíram que

os grupos colaborativos contribuíram para a prática profissional dos professores iniciantes ao promover um processo reflexivo e sistemático (individual e coletivo) sobre a prática docente; por fornecer apoio para enfrentar os desafios e as dificuldades que o professor iniciante encontra diante da complexidade da prática escolar, principalmente porque a ele são geralmente atribuídas as classes mais problemáticas da escola; por promover mudanças da prática pedagógica nas escolas, valorizando a exploração, a problematização e a interação entre os alunos, sobretudo o trabalho em grupo e a socialização inter-grupos e por conduzir os professores a ouvir atentamente os alunos, considerando suas respostas e significações, fazendo intervenções questionadoras, promovendo a negociação de significados e a construção de conceitos matemáticos com seus alunos (GAMA; FIORENTINI, 2009, p. 459).

Realizar projetos de forma colaborativa com outros profissionais da educação é essencial principalmente quando não se limitam a apenas aspectos curriculares e institucionais, impostos pelas escolas ou por documentos curriculares, mas utilizam em especial as questões referentes a reflexões sobre a própria prática, as perspectivas próprias de cada participante, e ao desenvolvimento profissional do professor, permitindo que os professores se reconheçam como agentes ativos e autônomos da sua própria profissão, se apresentando como protagonistas do ensino e aprendizagem, capazes de orientar a sua própria prática em função das necessidades dos alunos e da escola (SARAIVA; PONTE, 2003).

Trabalhar em colaboração envolve assumir objetivos comuns sob diferentes perspectivas pessoais de cada indivíduo, com confiança e abertura para que todos possam aprender uns com os outros e contribuir para encontrar diferentes soluções que seriam difíceis de serem resolvidas individualmente (PONTE, 2014). Contudo, constituir um grupo que compartilhe dos mesmos interesses e objetivos requer tempo e comprometimento de todos os

participantes.

A cultura institucional caracterizada pelo individualismo e pela hierarquia, onde o professor deve seguir os currículos propostos pela própria instituição, sem compartilhamento de ideias, inovações e problemas do cotidiano, é uma das razões que dificultam a inserção de práticas colaborativas (BOAVIDA; PONTE, 2002). Estabelecer uma colaboração no meio educacional permite que seja anulada essa cultura individualista do professor, contribuindo para a construção de uma relação entre os profissionais ativos da educação, criando diálogos e compartilhamento, e eliminando a separação entre a teoria e a prática (SARAIVA; PONTE, 2003).

Fiorentini (2004) define alguns aspectos característicos e constitutivos do trabalho colaborativo. As interações e as relações no grupo devem ser espontâneas, partindo do próprio grupo, não sendo reguladas ou determinadas por fatores externos, a participação advém da identificação com os integrantes e com os objetivos do grupo, pode haver alguém responsável para liderar ou orientar durante as atividades, e por fim, a participação deve ser voluntária mediante respeito mútuo. A voluntariedade dos participantes é fundamental, sendo “uma característica vinculada à necessidade dos integrantes de melhorar a prática e a formação docente, independente se o grupo é institucionalizado ou não” (GAMA; FIORENTINI, p.448, 2009).

Um aspecto que contribui para potencializar as ideias e compartilhamentos em um grupo colaborativo é a diversidade. A diversidade existente em um grupo pode ser resultado da diversificação da cultura dos participantes, das várias concepções e ideias advindas do processo de formação inicial, da vivência em múltiplos contextos e dos próprios desejos dos participantes (GAMA, 2007). Além disso, a diversidade também pode decorrer da organização da colaboração, ou seja, os participantes podem ter papéis diferenciados e advir de diferentes ambientes. Boavida e Ponte (2002, p. 5) completam dizendo que

A necessidade de diversificar a equipe pode decorrer naturalmente dos objetivos do trabalho. Quanto mais diversificada for a equipe maior o esforço e mais tempo são necessários para que funcione com êxito, dada a variedade de linguagens, quadros de referência e estilos de trabalho dos seus membros. Apesar das dificuldades acrescidas que poderão surgir nestas equipes, elas têm, no entanto, a vantagem de possibilitar olhares múltiplos sobre uma mesma realidade, contribuindo, assim, para esboçar quadros interpretativos mais abrangentes para essa mesma realidade.

Embora seja necessário que os professores construam suas próprias percepções sobre a realidade docente, é evidente que a existência de olhares múltiplos sobre uma mesma realidade contribui para que os professores estejam mais preparados para desenvolver a sua

prática docente de forma individual. É perceptível cada vez mais a criação de parcerias entre professores da comunidade acadêmica, professores atuantes na educação básica e futuros professores que buscam, através de realidades e percepções diferentes sobre o ensino e aprendizagem, aperfeiçoar a capacidade de desenvolvimento de conhecimentos e saberes nos indivíduos e também, das comunidades profissionais (DAY, 2001).

Dessa forma, percebemos que na presente pesquisa, grupos colaborativos constituídos por formadores, futuros professores, professores de escolas públicas e alunos de cursos de pós-graduação representa um fator favorável e catalisador da formação e do desenvolvimento profissional, permitindo que os participantes possam experimentar de forma compartilhada outras experiências e vivências docentes. Assim como defendem diferentes autores, os contextos colaborativos podem apoiar os professores diante da complexidade escolar, estimulam o conhecimento, pois este não se limita ao currículo, englobando também as necessidades dos alunos e dos contextos educacionais (PONTE; SERRAZINA, 2003; GAMA; FIORENTINI, 2009; GAMA, 2007). Por esse motivo, os contextos colaborativos podem ser vistos como ambientes que potencializam a formação e o desenvolvimento profissional, e, em especial, “minimizam a cultura individualista da profissão docente” (GAMA; FIORENTINI, 2009).

A lente a ser utilizada na análise das contribuições do processo de discussão e elaboração de tarefas investigativas para o desenvolvimento profissional do professor, em contextos colaborativos, será a da comunicação entre os atores envolvidos no processo formativo. Para isso, foi realizado um levantamento de pesquisas sobre a abordagem investigativa e a comunicação, com o objetivo de identificar a fundo aspectos da comunicação que colaboram com a aprendizagem e com o ensino de matemática, em especial em contextos de trabalho com uma abordagem mais investigativa, como o que vivenciamos no grupo estudado. Assim, apresentaremos a seguir a interface do levantamento e um estudo um pouco mais aprofundado sobre a comunicação.

3. INTERFACE ENTRE A ABORDAGEM INVESTIGATIVA E A COMUNICAÇÃO

Numa primeira aproximação com a literatura, buscamos compreender a interface entre a abordagem investigativa e a comunicação por meio de um levantamento bibliográfico, realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Em seguida, aprofundamos as análises dos trabalhos que, de alguma forma, abordaram a comunicação em sala de aula.

Assim, o primeiro tópico inicia-se com um breve detalhamento do processo de busca e organização das pesquisas, em seguida são apresentadas as duas categoriais de trabalhos encontrados – as pesquisas de contextos educativos e as pesquisas de contexto formativo – contendo, cada uma delas, uma síntese com foco nos principais aspectos da comunicação abordados nas pesquisas.

3.1 Pesquisas sobre abordagens investigativas e sua relação com a comunicação

É necessário destacar que um dos temas discutidos nesta pesquisa, a abordagem investigativa, possui diferentes nomenclaturas, as quais dependem da forma como os diversos pesquisadores a compreendem, principalmente em relação ao caráter das tarefas propostas. São utilizadas expressões como “investigações matemáticas”, “cenários para investigação”, “atividades investigativas”, “tarefas exploratórias”, “tarefas investigativas” e aquelas que fazem uma junção de termos como “tarefas exploratório-investigativas”. Tais diferenciações estão relacionadas também ao ambiente em que as tarefas estão sendo desenvolvidas e a sua abertura.

Devido ao caráter das tarefas sobre as quais nos debruçamos, no decorrer deste trabalho, optamos por utilizar o termo “abordagem investigativa”. Entretanto, para realizar as buscas no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), além dessa expressão, utilizamos como termo de busca também as expressões “cenários para investigação” e “investigações matemáticas”, combinados com os termos colaboração, comunicação e matemática, conforme o Quadro 1, a seguir.

Quadro 1 - Termos de busca e quantidade das pesquisas

Termo de busca	Quantidade de pesquisas encontradas
“cenários para investigação” AND “matemática”	42
“abordagem investigativa” AND “matemática”	49
“abordagem investigativa” AND “colaboração”	3

“grupos colaborativos” AND “investigação” AND “matemática”	12
“comunicação” AND “matemática” AND “abordagem investigativa”	3
“comunicação” AND “investigação matemática”	21
TOTAL	130

Fonte: Elaborado pela autora

Dessa forma, na primeira busca realizada durante o mês de abril de 2021, foram encontrados 130 trabalhos, sem delimitação da instituição e do período de publicação, com o intuito de abranger um número considerável de pesquisas sobre o tema, ou seja, devido ao baixo número de publicações, não foi necessário delimitar o tempo para selecionar as pesquisas. Após esta pré-seleção, realizamos a leitura do título e do resumo de cada pesquisa, tendo como critério de inclusão estar relacionado com a abordagem investigativa na Matemática e como critério de exclusão o fato de não apresentar aspectos da abordagem investigativa na Matemática ou estar relacionado com outras áreas. Ao final deste processo, permaneceram 69 pesquisas que traziam alguma discussão sobre aspectos voltados à abordagem investigativa na Matemática.

Numa terceira etapa realizamos uma leitura mais aprofundada do resumo de cada pesquisa selecionada na etapa anterior em busca de indícios de discussões sobre a comunicação e/ou o diálogo (termo utilizado por alguns pesquisadores desta abordagem). Essas pesquisas, filtradas e selecionadas, compuseram nosso levantamento bibliográfico. Nesta seleção, descartamos aquelas pesquisas que não apresentavam nenhum aspecto relacionado à comunicação e/ou ao diálogo, e aquelas que não possuíam divulgação autorizada, resultando num total de 17 trabalhos selecionados, sendo três teses de doutorado e 14 dissertações de mestrado.

Após selecionar os trabalhos, elaboramos uma planilha para identificar os principais aspectos das pesquisas, como os objetivos, o campo de pesquisa e os principais resultados. Este processo foi feito através da leitura do resumo e, em alguns momentos, em uma leitura flutuante para obter os dados que não eram apresentados nos resumos. A partir dessa leitura foi possível definir duas categorias, identificadas com base nos contextos de realização de cada pesquisa, ou seja, pesquisas realizadas em contextos educativos e pesquisas realizadas em contextos formativos.

Nos subtópicos a seguir apresentamos os aspectos das pesquisas de cada categoria, em dois tópicos. Em seguida realizamos uma síntese com foco no aspecto da comunicação que é o principal interesse desta pesquisa.

3.1.1 Pesquisas realizadas em Contextos Educativos

A categoria contextos educativos engloba pesquisas cujo foco foi a prática educativa, utilizando a aplicação de alguma tarefa investigativa na sala de aula pelo professor ou pelo próprio pesquisador. Estas pesquisas, geralmente, visam analisar a aprendizagem e a interação entre os alunos e/ou entre alunos e professor.

Destacamos que há trabalhos desenvolvidos nas séries iniciais do ensino fundamental (LUVISON, 2017; SILVA, 2016), nas series finais do ensino fundamental (MOREIRA, 2014; GUERRA, 2015; FERREIRA, 2020; LACERDA, 2020; OLIVEIRA, 2020; AMARAL, 2020), no ensino médio (CAMPOS, 2018, SALGADO, 2021;) e também pesquisas que envolviam alunos da educação básica em geral e professores da formação inicial e continuada (LAGE, 2008; HEITMANN, 2013).

Dessa forma, entre as pesquisas desenvolvidas nas séries iniciais do ensino fundamental, Luvison (2017) utiliza as tarefas investigativas para compreender como as narrativas desenvolvidas a partir dessas tarefas podem potencializar a elaboração da linguagem matemática e dos conceitos. Para isso, foram aplicadas tarefas investigativas sobre padrões algébricos em uma turma do 3º ano do ensino fundamental.

Já a pesquisa de Silva (2016) teve o objetivo de estudar como os cenários para investigação podem influenciar a aprendizagem, promover a cidadania, a reflexão, o diálogo e a descoberta matemática por alunos do 5º ano do ensino fundamental, a partir de conteúdos de educação financeira. Silva (2016) descreve que em sua pesquisa foi realizado inicialmente um reconhecimento dos sujeitos através de um questionário socioeconômico e uma discussão, a fim de apresentar uma relação entre a Matemática, a História e a Educação Financeira. Posteriormente o tema em debate foi o salário mínimo, por ser um assunto comum, real e que está relacionado ao cotidiano dos alunos. Após esses momentos iniciais, foi proposto aos alunos pesquisar quais os itens da cesta básica, relacionando os preços com os conhecimentos matemáticos sobre números decimais, frações e medidas de capacidade e volume como subsídio nas atividades de compra dos itens da cesta básica. Também foi proposto aos alunos irem ao supermercado para verificar qual seria o real preço naquele momento dos alimentos. Ao final de todo esse percurso, a autora propõe um momento de exposição dos resultados.

Em ambas as pesquisas é interessante destacar a preocupação em trabalhar com a abordagem investigativa já nas séries iniciais do ensino fundamental, principalmente por se mostrar um ambiente propício para desenvolver uma aprendizagem contextualizada, construir novos conceitos e inserir a linguagem matemática. Assim como ressalta Luvison (2017), a

escrita e a oralidade contribuem para o conhecimento matemático, principalmente o ato de falar sobre determinado assunto, fato que as tarefas investigativas buscam promover através da argumentação e socialização das ideias entre os alunos e o professor.

Dentre as seis pesquisas desenvolvidas nas séries finais do ensino fundamental, Moreira (2014) e Guerra (2015) buscaram analisar as contribuições da investigação matemática para o desenvolvimento de conceitos importantes da disciplina. O enfoque dessas pesquisas era aplicar tarefas investigativas, promovendo contextos de discussão, com o intuito de verificar se, após o processo de investigação, os alunos puderam (re)construir e desenvolver conceitos. Assim como Silva (2016), Moreira (2014) também abordou tarefas investigativas relacionadas à matemática financeira, mas com alunos do 9º ano do ensino fundamental. A autora relata que, após a aplicação das tarefas, foram realizados três grupos focais com os alunos para a discussão de algumas questões.

A pesquisa de Guerra (2015) buscou discutir as tarefas utilizando como recurso os ambientes virtuais de aprendizagem, entendidos como complemento de estudo para auxiliar na aplicação e exploração das tarefas, além de utilizar aplicativos de construção gráfica. As tarefas estavam voltadas ao ensino de estatística e foram aplicadas em uma turma do 8º ano do ensino fundamental.

Ainda no contexto das séries finais do ensino fundamental, também encontramos pesquisas cujo enfoque era estudar as ações desenvolvidas pelos alunos nos cenários para investigação. Ferreira (2020) percebeu que, na aplicação de tarefas investigativas sobre sequências numéricas com um grupo de alunos do 7º ano, além de possibilitar a aprendizagem de uma forma dinâmica e interativa, foi possível estudar e compreender a sua própria prática através da análise das ações desenvolvidas durante a execução da tarefa. Dessa forma, o autor afirma que as aulas investigativas podem proporcionar a aprendizagem não somente para os alunos, mas também para os professores.

Amaral (2020) buscou compreender como as ações proporcionadas por cenários para investigação podem incentivar a participação dos alunos. A proposta da tarefa partiu de uma discussão sobre os pisos da sala de aula que se assemelhavam com uma figura geométrica tridimensional (prisma). Diante do papel questionador assumido pelo professor, para instigar os alunos, o momento inicial permitiu que os alunos pudessem expressar curiosidades sobre construções e prédios, e criar uma relação com a Matemática.

O principal questionamento apresentado pelo professor para nortear a investigação dos alunos foi: “Observando a sala de aula, como podemos descobrir quantas peças de cerâmica

foram utilizadas para o revestimento do piso?”. Assim, o autor destaca que os questionamentos presentes nos cenários investigativos podem ser um caminho para envolver os alunos na participação das aulas de Matemática, revelando que a junção entre o ambiente de investigação e o diálogo permitiram que houvesse maior interação entre o professor e os alunos.

Nas outras duas pesquisas desenvolvidas nas séries finais do ensino fundamental, Lacerda (2020) e Oliveira (2020) realizam um estudo sobre as contribuições de um cenário para investigação para a perspectiva da educação matemática crítica. Percebemos que a principal preocupação das duas pesquisas foi utilizar as aulas investigativas como meio para propiciar uma aula dinâmica e dialógica, para que o professor saísse de sua zona de conforto e o aluno tivesse uma postura ativa durante as aulas. Por isso, desde o início, os pesquisadores tiveram a preocupação em oferecer um ambiente aberto, possibilitando aos alunos escolherem qual assunto pesquisar e por onde começar.

Lacerda (2020) descreve que a proposta da tarefa investigativa partiu da edição do dia anterior do jornal. O autor propôs que os alunos, em grupo, fizessem a leitura do jornal e escolhessem uma reportagem para posteriormente descrever o porquê desta escolha em um breve relato/resumo. Após esta discussão, cada grupo realizaria uma apresentação sobre o seu tema para a turma, permitindo que pudessem usar sua criatividade de diversas formas realizando entrevistas, vídeos, teatros, música e cartazes.

Partindo das temáticas escolhidas pelos alunos no jornal, o autor buscou investigar de que modo a Matemática, seus conteúdos e habilidades, além do pensamento crítico, aparecem nas atividades de investigação desenvolvidas pelos alunos. Os temas escolhidos pelos alunos para se aprofundarem foram futebol feminino e jogos, tendo alguns momentos práticos onde os alunos foram a um jogo de futebol feminino, realizaram entrevistas e participaram de um evento de anime. Sobre a Matemática, o autor relata que

Foi possível verificar sua presença e utilização quando, na primeira entrevista, os alunos fizeram perguntas sobre o salário das jogadoras amadoras, fizeram comparações entre os salários percebidos no futebol masculino, participaram do evento Anime, ficando horrorizados com os preços de alimentação, cobrados no eventos, bem como quando fizeram a crítica sobre os salários e os benefícios dos *YouTubers* [...] (LACERDA, 2020, p. 122)

Assim, percebemos que, nas pesquisas realizadas no contexto das séries finais do ensino fundamental, houve a preocupação dos professores/pesquisadores em trabalhar com tarefas que partissem de temas presentes no cotidiano dos alunos, e que em todos os momentos eles pudessem fazer suas próprias escolhas, se expressar e argumentar para construir conceitos e mobilizar ações.

No contexto do ensino médio encontramos as pesquisas de Campos (2018) e Salgado (2021). Campos (2018) buscou estudar de que forma as tarefas investigativas podem ajudar a desenvolver a capacidade de argumentação e demonstração matemática com alunos do 1º ano do ensino médio. O enfoque era a transição entre o ensino básico (ensino fundamental e médio) e o superior, abordando algumas dificuldades em relação à argumentação e à demonstração, trabalhadas nesses níveis de ensino. As tarefas estavam relacionadas aos conteúdos de função, por apresentarem certa relevância na construção de conhecimentos e conceitos que são abordados desde o ensino fundamental II até o ensino superior. O autor justifica sua pesquisa dizendo que no ensino médio a Matemática é apresentada dando maior ênfase nos procedimentos aritméticos e algébricos, já no ensino superior, a Matemática exige a elaboração de provas, demonstrações e o raciocínio lógico dedutivo.

Salgado (2021) também desenvolveu tarefas investigativas com alunos do 1º ano do ensino médio, mas com o foco na educação financeira. A autora buscou compreender quais as ações comunicativas estabelecidas quando uma professora-pesquisadora convida seus alunos a participarem de um cenário para investigação, planejado em conjunto com um grupo colaborativo.

Com apoio desse grupo, a autora elaborou tarefas investigativas, baseadas em situações e dados reais, que potencializassem aspectos importantes da educação financeira. Após este planejamento inicial, porém antes de iniciar a implementação da tarefa, foi realizada uma roda de conversa com os alunos com a intenção de familiarizá-los com o contexto abordado. Por fim, a aplicação da tarefa se deu em grupos de três ou quatro alunos.

A tarefa partiu do seguinte questionamento inicial: “Faz de conta que você entrou numa universidade. Como você se imagina na faculdade?”. A partir da discussão gerada, a proposta da tarefa envolvia a exploração da situação financeira de uma menina chamada Rebeca. Assim, o cenário investigativo proposto permitiu a análise e a negociação sobre a situação financeira de Rebeca, a partir do cálculo do valor do 13º salário que ela receberia, do cálculo do montante acumulado na conta poupança aberta pelo avô, da estimativa dos gastos envolvidos em cada uma das universidades, do cálculo da mensalidade da instituição privada após receber dois descontos consecutivos, do reajuste semestral da mensalidade da instituição privada e do reajuste anual do salário de Rebeca.

Por fim, nas pesquisas que buscavam investigar a interação entre professores e alunos (LAGE, 2008; HEITMANN, 2013) destacamos a junção das tarefas investigativas com recursos tecnológicos, como o GeoGebra, para a exploração de tarefas sobre transformações

geométricas no plano e geometria dinâmica. Percebemos que as tarefas investigativas foram utilizadas novamente como um meio para que os professores e alunos pudessem se expressar, pois incentivam a curiosidade, o interesse e a perseverança, principalmente devido ao caráter aberto da tarefa.

Lage (2008) iniciou sua pesquisa aplicando uma sequência de seis tarefas para os alunos do ensino médio acerca das transformações geométricas no plano, envolvendo isometrias de reflexão e translação, polígonos e funções lineares e quadráticas. Posteriormente, a mesma sequência de tarefas foi aplicada aos alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, sob forma de um mini-curso. Por fim, a mesma sequência foi aplicada para professores que participavam de um curso de especialização em Educação Matemática. A mesma dinâmica de aplicação foi utilizada nas três turmas diferentes.

O autor aponta que as maiores dificuldades encontradas nos três contextos de aplicação das tarefas investigativas foram os momentos de registrar por escrito as descobertas realizadas durante o seu desenvolvimento. Esta constatação chamou a atenção do autor, principalmente pelo fato de haver professores, que estão formando seus alunos com as mesmas dificuldades apresentadas por eles.

Heitmann (2013) também utiliza um ambiente virtual e seus recursos tecnológicos para propor tarefas investigativas em um curso de Licenciatura em Matemática ofertado na modalidade à distância. Seus dados foram produzidos na interação entre professores, alunos e tutores. Ao final, ressalta que o sucesso da aplicação se deu principalmente pelas diversas possibilidades que o ambiente virtual de aprendizagem proporcionou e devido ao roteiro de tarefas investigativas que apresentavam questões abertas.

Nestes contextos educativos, os principais conteúdos trabalhados foram padrões algébricos e matemática financeira (anos iniciais do Ensino Fundamental), educação financeira, estatística, sequências numéricas, medidas de comprimento e superfície (anos finais do Ensino Fundamental), função e educação financeira (Ensino Médio) e geometria dinâmica, transformações geométricas no plano (Professores e alunos).

Assim, as pesquisas desenvolvidas em diferentes contextos educativos estudavam a abordagem investigativa principalmente pela possibilidade de mudança de ambiente da sala de aula, onde os alunos e os professores podiam explorar e desenvolver conceitos, trabalhar com a argumentação e a escrita através de tarefas relacionadas a Matemática que partiam do cotidiano dos alunos.

3.1.1.1 A comunicação nos contextos educativos

Embora algumas pesquisas descritas na seção anterior não tivessem como enfoque o desenvolvimento da comunicação em sala de aula, os autores apresentaram algumas considerações sobre a comunicação que foram permitidas durante o processo de investigação. Lage (2008), Heitmann (2013) e Guerra (2015) utilizaram recursos tecnológicos e ambientes virtuais como suporte para trabalhar com a abordagem investigativa, entretanto, Lage (2008) ressalta que houve dificuldades em levantar conjecturas e argumentar utilizando a linguagem matemática, mostrando que a comunicação escrita das ideias não era um hábito praticado nas aulas de matemática. Segundo o autor, os alunos tiveram maior facilidade para se expressar oralmente durante os momentos de socialização das tarefas.

O autor também relata que “a aprendizagem deve ser vivenciada, apoiada na ação e na **comunicação**, permitindo que o aluno explore, reflita, descubra regularidades e propriedades, questione, registre, organize suas ideias, estabeleça conexões lógicas, generalizar e abstrair ideias e significados” (LAGE, 2008, p. 18, grifo nosso).

Heitmann (2013) destaca que o ambiente virtual proporcionou uma comunicação que facilitou o desenvolvimento de tarefas investigativas, possibilitando a interação e a colaboração a distância. Guerra (2015, p. 21) destacou que “a aprendizagem também depende de outros elementos que se relacionam juntamente com a prática do professor, que se refere aos demais participantes da investigação e aos fatores relacionados à comunicação entre eles”.

Dentro dos contextos educativos também foi possível destacar pesquisas que abordavam a comunicação presente nos cenários para investigação (LACERDA, 2020; OLIVEIRA, 2020; AMARAL, 2020; MOREIRA, 2014; FERREIRA, 2020; CAMPOS, 2018; SALGADO, 2021). A principal fonte teórica dos trabalhos foi Skovsmose (2000, 2008) que descreve os cenários para investigação e o envolvimento dos sujeitos, ressaltando a importância da comunicação e do diálogo neste ambiente.

Lacerda (2020) destaca que o ambiente investigativo pode promover a aprendizagem e a interação, e que uma aula que tenha o objetivo principal desenvolver a criticidade dos alunos não deve privar-se do diálogo e da comunicação e nem seguir modelos padronizados. O estudo de Oliveira (2020) aborda que os cenários para investigação também contribuem para a relação colaborativa entre professor e aluno, e para a boa comunicação entre ambos. Além disso, afirma que uma boa comunicação dentro da sala de aula pode levar o aluno a compreender melhor a matemática. Amaral (2020) corrobora com essa afirmação ao defender que o diálogo é uma forma de superação do ensino tradicional, proporcionando pensamento

mais crítico, produção de significados e interação entre o professor e os alunos. Campos (2018, p. 47), que discutiu sobre o ensino de funções, destaca que “cabe ao professor (locutor) traçar diferentes estratégias para comunicar ao aluno (receptor) a validade desta propriedade (logaritmo), seja em língua materna [...], seja com exemplos de casos particulares”.

Na pesquisa de Moreira (2014), se defende que a comunicação é essencial dentro da sala de aula. Corroborando com esta afirmação, Ferreira (2020, p. 36) descreve que “no contexto de uma cooperação investigativa, é preciso destacar a importância da comunicação professor-aluno, aluno-aluno, professor-grupo de alunos”.

Neste contexto, destacamos a pesquisa de Luvison (2017), Silva (2016) e Salgado (2021), que apresentam considerações mais aprofundadas sobre a comunicação. Na tese de Luvison (2017) um dos objetivos era trabalhar a leitura, a escrita e a comunicação matemática, assim como a relação entre a narrativa e o letramento na sala de aula. Embora não seja o único foco, o autor busca investigar o modo como essa comunicação mobiliza o aluno a escrever e reescrever suas hipóteses. Além disso, se mostra preocupado em trabalhar a mobilização do conhecimento matemático em um ambiente de investigação, pois o mesmo contribui para que o aluno possa construir conceitos por meio da comunicação. O autor ainda destaca que

O desenvolvimento da comunicação fez parte de vários momentos no ambiente de investigações propostas, em que linguagens, significados e comunicação se tornavam um todo, um conjunto que, agregado às nossas experiências, possibilitava falar, escrever, dialogar e viver aquele ambiente. (LUVISON, 2017, p. 96)

Dessa forma, este trabalho nos faz pensar na comunicação como um instrumento de construção do conhecimento matemático, potencializado pelo ambiente investigativo. Além disso, a comunicação é um fator fundamental para que ocorram os processos de ensino e aprendizagem com significado, tanto por meio da produção de narrativas quanto das vivências dentro da sala de aula.

As pesquisas de Silva (2016) e Salgado (2021) analisaram, de forma mais específica, a comunicação no desenvolvimento das tarefas investigativas. Silva (2016) buscou investigar as qualidades da comunicação entre um grupo de alunos e professores utilizando o Modelo de Cooperação Investigativa (Modelo-CI) de Alrø e Skovsmose (2006). Esta pesquisa defende que as aulas investigativas podem estimular o diálogo e a mudança das perspectivas nas aulas de matemática e possibilitam desenvolver o espírito crítico dos alunos.

A autora discutiu as tarefas investigativas com alunos das séries iniciais do ensino fundamental e utilizou o Modelo-CI para análise dos dados, justificando que

[...] o modelo de cooperação investigativa comporta diversos atos de comunicação que favorecem um padrão de cooperação entre professor e alunos no qual as perspectivas do aluno desempenham papel essencial, essas perspectivas são instrumentos de aprendizagem muito importantes e examiná-las não só auxilia o professor a conhecer o modo de pensar dos alunos, mas traz aos alunos maior consciência da sua própria maneira de agir em sala de aula. (SILVA, 2016, p. 59)

Alrø e Skovsmose (2006) elaboraram um modelo que caracteriza a comunicação que se estabelece em cenários para investigação. Os autores descrevem estes atos como estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar. Assim, a investigação de Silva (2016) destacou a importância desses elementos-chave do Modelo-CI, pois sem o diálogo, não seria possível realizar uma leitura crítica e explorar as tarefas investigativas.

A pesquisa de Salgado (2021) teve como enfoque principal analisar os atos de comunicação durante o desenvolvimento do cenário para investigação, compreender como as intervenções comunicativas da professora repercutiram nas explorações matemáticas dos alunos dentro dos cenários e identificar as aprendizagens docentes situadas no processo investigativo de analisar as ações comunicativas. Assim como Silva (2016), Salgado (2021) também utiliza em sua pesquisa o Modelo-CI para analisar as ações comunicativas dos alunos e da professora.

A autora relata que a comunicação estabelecida durante o cenário para investigação passou por transformações que foram registradas em cinco fases diferentes. Numa primeira fase, a comunicação foi estabelecida de maneira satisfatória entre a professora e os alunos, mas na segunda fase, devido ao tempo, não foi possível estabelecer uma cooperação investigativa, ficando a comunicação pautada em perguntas de focalização. Na terceira fase a cooperação investigativa voltou a se estabelecer com maior qualidade, percebendo a importância de dar voz aos alunos. Na quarta fase a comunicação extrapolou o ambiente da sala de aula, permitindo que a conversa se pautasse em situações hipotéticas do futuro. Na quinta e última fase da comunicação a cooperação continuou fortalecida, permitindo a socialização das tarefas e a participação de todos os alunos. Salgado (2021, p. 130) conclui dizendo que

Considero que uma grande aprendizagem emergente do processo analítico é, justamente, compreender como a qualidade da nossa comunicação evolui ao longo da implementação. Hoje, eu entendo que todos os desafios que permearam a implementação do cenário para investigação fortaleceram a nossa cooperação investigativa. Houve uma mudança de postura da minha parte como professora, ao passar a dar voz aos alunos no decorrer da implementação. Com isso, os alunos passaram a expor suas ideias baseadas em argumentos reflexivos. Nós (eu e os alunos) vivemos uma experiência que nos transformou a cada ação. E ao longo do caminho, juntos, formamos uma equipe colaborativa.

Diante do exposto, as pesquisas de Silva (2016) e Salgado (2021) apresentam discussões importantes acerca da comunicação, principalmente pois destacam o estudo da comunicação em um ambiente investigativo.

3.1.2 Pesquisas realizadas em Contextos Formativos

Na categoria das pesquisas de contextos formativos enquadram-se aquelas cujo foco eram os processos formativos do professor, seja da formação inicial ou continuada, analisando as concepções, aprendizagens, atitudes e saberes. Assim, nesta categoria destacamos cinco pesquisas (ALMEIDA JUNIOR, 2016; HERMENEGILDO, 2017; SOUZA, 2015; LAMONATO, 2011; RABAIOLLI, 2013) cujo público alvo eram os professores.

Almeida Junior (2016), Hermenegildo (2017), Souza (2015) e Lamonato (2011) tiveram como principal enfoque a aprendizagem docente, dando destaque às atitudes, posturas e saberes dos professores. Nessas pesquisas há uma descrição de como se deu o planejamento das tarefas investigativas, a aplicação e os principais aspectos evidenciados. Essas pesquisas, embora não tenham como foco a comunicação, destacam o seu papel durante a socialização das tarefas.

Houve também um destaque em descrever os principais momentos no desenvolvimento da abordagem investigativa e em ressaltar a abertura proporcionada pela tarefa para a exploração e a investigação. Os dados das pesquisas foram produzidos através de diários de bordo dos pesquisadores, entrevistas, gravações de áudio e de vídeo.

É importante destacar a pesquisa de Souza (2015), na qual todas as tarefas utilizadas foram elaboradas anteriormente e analisadas a fundo, para depois serem aplicadas em sala. Estas aplicações foram gravadas, documentadas e arquivadas em um ambiente virtual para que pudessem ser utilizadas por outros professores e pesquisadores. Assim, além de disponibilizar as tarefas, também foi produzido um material de suporte para que o professor compreendesse quais ações seriam necessárias durante a aplicação de determinada tarefa. Todo este processo foi realizado por um projeto que propõe a criação de um repertório de materiais curriculares educativos produzidos por pesquisadores, alunos do curso de licenciatura, alunos da pós-graduação e professores do ensino básico. Por conta de todo esse material disponível para auxiliar os professores, eles tiveram maior facilidade no trabalho com as tarefas investigativas, segundo Souza (2015).

Além disso, o autor ressalta que o processo de elaboração das tarefas era criterioso e abordava as principais características, como os tipos de tarefas (exercícios, problema,

exploração, investigação), a estrutura (fechado, semi-aberta/intermediária, aberta), o foco do ensino (conceitual, procedimental, conceitual/procedimental), a referência (matemática pura, semi-realidade, realidade), o desafio (reduzido, intermediário, elevado), o tempo (curto – 1 ou 2 aulas, médio – 3 ou 4 aulas, longo/médio – mais de 4 aulas), a possibilidade geral de comunicação (diretiva, dialógica) e o background, ou seja, a familiaridade com o conteúdo abordado.

Este trabalho nos mostra uma preocupação em destacar as características das tarefas e elaborá-las de forma precisa e fundamentada. O destaque nestas características é o estabelecimento do tempo que, devido a investigação e a todo o processo de socialização dentro da sala de aula, acaba sendo longo. Tal preocupação se mostra pertinente devido ao fato de que muitos professores ressaltam ter dificuldade com o tempo e por isso, não trabalham constantemente com essas tarefas na sala de aula.

Corroborando essa ideia, na pesquisa de Almeida Junior (2016) a professora afirma ter dificuldades na aplicação e que necessitava de auxílio de outros profissionais para trabalhar com tarefas investigativas. Este pode ser um indício do papel importante que uma estrutura de apoio, como um grupo colaborativo, pode propiciar aos professores que se interessam pela abordagem investigativa.

Lamonato (2011) apresenta a proposta de pesquisa que mais se assemelha a esta, cujo enfoque principal foi compreender o processo de desenvolvimento das tarefas investigativas por três professoras em um contexto colaborativo, sendo uma professora dos anos iniciais do ensino fundamental, uma professora da educação infantil e uma professora de Matemática. A autora analisa as possíveis interpretações, as questões, os modos de justificação e as ações desenvolvidas pelas professoras. Verificamos, nesta pesquisa, a preocupação da pesquisadora em trabalhar com as práticas pedagógicas em um grupo de formação continuada, valorizando os posicionamentos dos professores, suas inquietações e ações durante a tarefa proposta.

Por fim, a pesquisa de Rabaiolli (2013) buscou identificar, através de entrevistas, momentos de estudos e observações nos encontros semanais com um grupo de professoras sobre suas concepções antes e após o trabalho com os cenários para investigação. O grupo era composto por professoras da educação infantil, dos anos iniciais do ensino fundamental e uma coordenadora pedagógica. O enfoque era realizar uma entrevista antes e outra posteriormente aos encontros do grupo em que as professoras discutiam tarefas norteadas pelos cenários para investigação, utilizando como temática o ensino de geometria. Após a intervenção da pesquisadora, as professoras relataram ter maior segurança para abordar a geometria na sala

de aula, tendo em vista as oportunidades de reflexões sobre a postura pedagógica dentro da sala de aula. Além disso, elas afirmaram que o suporte teórico trabalhado durante os momentos de estudos permitiu que pudessem pesquisar e elaborar tarefas futuramente.

Logo, percebemos que nesta categoria os trabalhos visavam preparar os professores para utilizarem as tarefas investigativas nas aulas de Matemática, demonstrando preocupação em proporcionar um aporte teórico com a finalidade de fundamentar as discussões. Dessa forma, o estudo da abordagem investigativa se mostra como um recurso que promove reflexões sobre postura pedagógica do professor, além de instruir o professor na elaboração, preparação e utilização de tarefas pautadas nessa abordagem.

3.1.2.1 A comunicação nos contextos formativos

Nas pesquisas de contextos formativos há alguns autores que apresentam brevemente algumas considerações e conclusões sobre a comunicação, devido ao fato de que este não era o objetivo principal da pesquisa. Hermenegildo (2017), Rabaiolli (2013), Lamonato (2011) e Almeida Junior (2016), abordam a importância e a necessidade da comunicação em sala de aula. Lamonato (2011) em especial, destaca que o papel do professor durante a comunicação é de regulação, pois ele precisa saber ouvir e saber questionar para que os alunos justifiquem suas ideias, mas é necessário que o professor trabalhe com práticas que favoreçam a situação pretendida, caracterizadas pelo debate, pela argumentação e pela atividade compartilhada em contextos formativos.

Almeida Junior (2016), que investigou as posturas de uma professora de Matemática ao aplicar tarefas investigativas, concluiu que as argumentações e a comunicação entre a professora e os alunos melhoraram, se atentando a proposta da tarefa, elaborando melhor as conjecturas e conduzindo o processo com mais qualidade. Hermenegildo (2017) também relata que as apresentações orais favorecem o desenvolvimento da capacidade da comunicação e argumentação, podendo ser utilizado individualmente ou em grupo.

Rabaiolli (2013) ao analisar a concepção de um grupo de professoras, percebe a importância da comunicação em um cenário para investigação. Assim, relata que “os cenários para investigação favorecem a troca de informações e a real investigação da prática docente, uma vez que o paradigma do exercício deve ser de certa forma rompido, ocasionando uma maior comunicação entre professores e entre estes e seus alunos” (RABAIOLLI, 2013, p. 34).

Por fim, destacamos então a pesquisa de Souza (2015), que apresentou considerações importantes sobre a comunicação. O estudo de Souza (2015) abordava critérios e

características bem definidas para a elaboração de tarefas. Assim, após investigar a aprendizagem docente, observou três oportunidades de aprendizagem: oportunidade relacionada à abordagem comunicativa, oportunidade relacionada aos cenários para investigação e oportunidade relacionada ao desenvolvimento profissional.

Na abordagem comunicativa a autora investigou quais os diferentes padrões de interação entre o professor e os alunos utilizados nas aulas de matemática. Assim, destacou que houve momentos nos quais a fala do professor seguiu uma abordagem comunicativa de autoridade, na qual os professores fugiam do ambiente investigativo e começavam a impor o que deveria ser feito e onde os alunos deveriam chegar. A autora relatou também que a comunicação de autoridade esteve presente principalmente devido ao enraizamento do ensino tradicional, no qual os professores detêm o conhecimento e devem orientar constantemente os alunos. Os professores percebem a necessidade de uma maior frequência do trabalho com propostas investigativas para poderem desenvolver uma postura dialógica dentro da sala de aula, deixando que os alunos possam se orientar e discutir, da forma como acharem necessário, suas tarefas (SOUZA, 2015). Dessa forma, podemos perceber que o padrão de comunicação dentro da sala de aula influencia o modo como serão desenvolvidas as tarefas investigativas, assim como suas potencialidades e a postura do aluno.

A partir deste levantamento, foi possível identificar que, apesar da comunicação não ser um dos focos principais da maioria das pesquisas selecionadas, a abordagem investigativa é utilizada por vários pesquisadores por apresentar potencialidades que o ensino tradicional não permite. Apesar de ser um grupo rico de estudos, que contribui para os conhecimentos sobre esta abordagem, novas pesquisas podem apontar as principais formas de comunicação ao aplicar tarefas investigativas, além da comunicação que ocorre nos processos de discussão e elaboração desse tipo de tarefa, e como eles contribuem para que o professor possa se preparar para desenvolver a abordagem investigativa na sala de aula. Este é o foco desta pesquisa.

4. A COMUNICAÇÃO E O AGIR COMUNICATIVO

A proposta inicial desta pesquisa consistia em discutir e elaborar tarefas investigativas a fim de levar essas tarefas para a sala de aula. Contudo, diante das incertezas e dificuldades que a pandemia do Covid-19 impôs, obrigando a adoção de um modelo de ensino remoto, e as incertezas relativas ao processo de volta às aulas presenciais, a pesquisa foi sendo redesenhada.

Dessa forma, esta pesquisa se voltou para a análise da comunicação entre os participantes do grupo colaborativo, enquanto discutiam e elaboravam tarefas investigativas. Assim, houve a necessidade da busca por referenciais que discutissem e analisassem os atos de fala nesse contexto e que destacassem as construções conjuntas desenvolvidas ao longo da discussão no grupo.

Assim, no primeiro tópico deste capítulo discutimos aspectos referentes ao Modelo de Cooperação Investigativa (Modelo-CI) de Alro e Skovsmose, que se refere ao processo de comunicação e diálogo em sala de aula. Embora esta comunicação não tenha sido foco das análises, este referencial esclarece aspectos da comunicação em sala de aula importantes para compreender as discussões viabilizadas no contexto do grupo.

No segundo tópico, destacamos a Teoria do Agir Comunicativo de Habermas, utilizada efetivamente nas análises. Em sua concepção, a racionalidade só será atingida através da comunicação, e por isso, o autor propõe elementos essenciais que contribuem para uma ação comunicativa, e que geram como consequência, construções conjuntas munidas de significados, no caso desta pesquisa, sobre a abordagem investigativa e sobre a comunicação que ela pressupõe.

4.1 A comunicação e o diálogo na sala de aula

A comunicação e o diálogo dentro da sala de aula vêm sendo destacados como ferramenta essencial por diferentes autores, principalmente durante as aulas de Matemática. Por isso, após traçar uma interface sobre a abordagem investigativa e a comunicação, por meio do levantamento bibliográfico destacamos, a seguir, ações de comunicação que potencializam o processo de ensino e aprendizagem durante o desenvolvimento de tarefas investigativas. Alguns autores ressaltam que a comunicação contribui para o ensino e a aprendizagem, além de favorecer a construção das relações dentro da sala de aula, por outro lado, as aulas investigativas fomentam uma comunicação diferente daquela comumente vivenciada nas aulas tradicionais.

O Modelo-CI de Alrø e Skovsmose (2021), permite compreender a qualidade da comunicação que ocorre enquanto o professor desenvolve tarefas dentro de um cenário investigativo. Como consequência deste cenário investigativo, munido de comunicação e interações sociais, ressaltam-se os tipos de questionamentos que podem surgir e que permitem potencializar este ambiente, contribuindo para o ensino e a aprendizagem.

A prática de interações sociais dentro da sala de aula, seja entre aluno-aluno ou aluno-professor, permite a troca de informações, ideias e perspectivas sobre os conceitos matemáticos, que podem auxiliar os alunos e os professores a ampliarem suas concepções. Contudo, é importante que haja oportunidades e estímulo para que os alunos possam interagir e construir em conjunto novas perspectivas, e por isso, a comunicação é vista como a principal ferramenta que auxilia nas interações sociais, influenciando diretamente a aprendizagem, estimulando os alunos a fazerem novas descobertas e contribuindo para que possam desenvolver conceitos mais sólidos e concretos durante as aulas (MARTINHO; PONTE, 2005).

O desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes estabelece uma forte relação com as ações do professor, que norteiam e auxiliam os alunos nas interações. Essas ações se baseiam principalmente em uma comunicação que busque acolher e valorizar o conhecimento dos alunos, respeitar o processo de desenvolvimento e dar voz para expressarem e compartilharem suas próprias concepções. Ou seja,

Aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais. E, por conseguinte, a aprendizagem depende da qualidade do contato nas relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes. [...] o contexto em que se dá a comunicação afeta a aprendizagem dos envolvidos no processo (ALRØ; SKOVSMOSE, p. 12, 2021).

As interações entre o professor e os alunos podem ser caracterizadas de acordo com a comunicação estabelecida entre ambos, apresentando-se de forma mais dialógica ou de autoridade. Mortimer e Scott (2002, p. 287) exemplificam esses dois modos de comunicação dizendo que

No primeiro deles, o professor considera o que o estudante tem a dizer do ponto de vista do próprio estudante; mais de uma ‘voz’ é considerada e há uma inter-animação de idéias. Este primeiro tipo de interação constitui uma abordagem comunicativa *dialógica*. No segundo extremo, o professor considera o que o estudante tem a dizer apenas do ponto de vista do discurso científico escolar que está sendo construído. Este segundo tipo de interação constitui uma abordagem comunicativa de *autoridade*, na qual apenas uma ‘voz’ é ouvida e não há inter-animação de idéias.

Assim, ao estabelecer uma comunicação dialógica dentro da sala de aula, o professor poderá interagir com os alunos, considerando as ideias, os aspectos e as concepções próprias de cada um. O que torna uma comunicação dialógica é a possibilidade de expressão de diversas concepções de vários alunos que é trazida para o diálogo, e não simplesmente a reprodução de um discurso de determinado aluno de forma solitária. Já a comunicação de autoridade é proposta pelo professor levando em consideração apenas o próprio objetivo de aprendizagem, ou seja, após um diálogo e uma troca de ideias entre os alunos e o professor, é possível que, naquele momento, o professor tenha como enfoque confirmar e retomar o seu objetivo de aprendizagem, levantando questionamentos para verificar a aprendizagem (MORTIMER; SCOTT, 2002).

Esses dois tipos de comunicação podem ocorrer de forma interativa ou não, de acordo com os questionamentos e posicionamentos do professor durante as aulas. As ações do professor nos momentos de discussão coletiva determinam a condução da comunicação dentro da sala de aula, contudo, pode se apresentar como uma tarefa difícil, principalmente ao surgir momentos que requerem ações que não foram planejadas ou pensadas antecipadamente pelo professor. Dessa forma, o papel do professor também se baseia em trabalhar em colaboração com os alunos, compartilhar acertos, erros e novos caminhos, ouvir e levantar questionamentos, incentivando-os a investigar e a ir além.

Para analisar esta comunicação, existem vários modelos, mas escolhemos abordar o Modelo-CI, que permite destacar o tipo de comunicação que deve ser estabelecido em sala de aula para que seja possível desenvolver a abordagem investigativa. Há algumas ações que contribuem para desenvolver e potencializar a comunicação dentro de um cenário para investigação. Essas ações partem do estabelecimento de uma cooperação investigativa, ou seja,

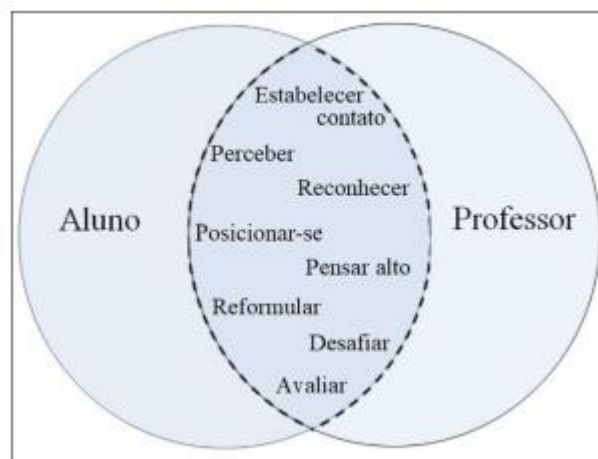
Os alunos devem ser convidados para um cenário para investigação, a fim de se tornarem condutores e participantes ativos do processo de investigação. A noção de convite é importante. Um convite pode ser aceito ou não - ele não é uma ordem. Precisa ser feito em cooperação investigativa. Tal cooperação é de particular interesse para nós, uma vez que a vemos como parte essencial do desenvolvimento de certas qualidades de comunicação e de aprendizagem de Matemática. Uma cooperação investigativa é uma manifestação de algumas das possibilidades que surgem quando se entra em um cenário para investigação (ALRØ e SKOVSMOSE, 2021, p. 56).

A cooperação investigativa parte de uma interação entre o aluno e o professor mediada por uma comunicação que potencializa a aprendizagem do aluno e permite que explorem, conjuntamente, um cenário para investigação.

Este modelo é denominado por Alrø e Skovsmose (2021) como **Modelo de Cooperação Investigativa (Modelo-CI)**, permitindo analisar e descrever o tipo de comunicação que está sendo seguido quando o professor começa a trabalhar dentro do cenário para investigação, deixando de lado os exercícios tradicionais.

Embora seja denominado como Modelo-CI, os autores esclarecem que este não apresenta ou determina um único padrão de comunicação e diálogo que deva ser seguido ou desenvolvido dentro da sala de aula, pois é possível que apenas alguns apareçam em uma interação ou que outros possam surgir. O Modelo apresenta alguns atos de comunicação que foram percebidos no diálogo entre professores e alunos e que, conseqüentemente, permitiram favorecer o ensino e a aprendizagem. Estes atos são resumidos em *estabelecer contato*, *perceber*, *reconhecer*, *posicionar-se*, *pensar alto*, *reformular*, *desafiar* e *avaliar*, conforme é mostrado na figura a seguir.

Figura 1 - Modelo-CI



Fonte: Alrø e Skovsmose (2021, p. 66)

Os autores afirmam que uma das principais características do Modelo-CI é a escuta ativa que significa a junção dos questionamentos propostos e o apoio não verbal durante a observação da interação, onde o professor se posiciona de forma atenta para compreender os posicionamentos e concepções dos alunos. Esta escuta ativa se inicia ao estabelecer o primeiro contato com o aluno.

Estabelecer contato é a primeira condição para iniciar uma investigação. É um momento essencial onde o professor e os alunos estabelecem o seu primeiro contato, por isso, é necessário que haja um clima de respeito mútuo, responsabilidade e de confiança com os alunos, com o objetivo de proporcionar uma atitude positiva de cooperação, para que, tanto os alunos quanto o professor se tornem cooperativos e abertos para a investigação,

compartilhando ideias e concepções. Ou seja, envolve dialogar para negociação antes de iniciar a investigação. No diálogo abaixo, Alrø e Skovsmose (2021, p. 58) exemplificam esta situação.

Professor: Alice, todos concordam com essa largura? [Sobre o papel vermelho.] Vamos dizer que sim...
 Alice: Sim.
 Professor: ...para podermos ter algo para olhar.
 Alice: Sim.

Após estabelecer contato, o professor pode realizar uma tentativa de reconhecer a ideia dos alunos. Em outras palavras, *perceber* significa reconhecer a perspectiva do aluno após estabelecer um contato inicial de cooperação. Essa interação permite identificar o que não era conhecido ou o que não havia sido notado, além de permitir que o professor perceba se há dificuldades no aluno em expressar suas ideias matemáticas, possibilitando atuar como um facilitador e realizando questionamentos investigativos. É um processo onde é possível examinar possibilidades e experimentar coisas, e onde questões como “o que acontece se ...” podem atrair e incentivar os alunos a participarem da investigação, assim como mostrado no diálogo a seguir.

Professor: Podemos fazer algumas estimativas agora, não podemos? Como vocês colocariam isto [cruz] aqui no meio?
 Alice: Eu mediria.
 Professor: ...se é que vocês acham que deve ser posto no meio. Vocês acham? Isso [a cruz branca] fica exatamente no meio ou um pouco mais para cima ou para baixo?
 Débora: Um pouco mais para cima.
 Alice: Fica no meio. (ALRØ E SKOVSMOSE, 2021, p. 58).

O processo de *reconhecer* abre caminho para que novas perspectivas possam fazer parte da investigação. É o momento em que os participantes da investigação tentam delinear as ideias matemáticas, reconhecer a fundo o problema, compreender os procedimentos para aprofundar a investigação até que seja possível justificar os cálculos matemáticos, assim como descrito no diálogo abaixo. O delineamento envolve determinar o significado dos conceitos para que haja sentido na investigação posterior.

Professor: OK, e como você colocaria certinho no meio?
 Alice: Medindo.
 Professor: Sim, mas... tá bom. Medir tá valendo. E como fazer isso?
 Alice: Eu pegaria uma régua emprestada.
 Professor: [Risadas] Sim, OK. (ALRØ E SKOVSMOSE, 2021, p. 58).

Posicionar-se refere a apresentação dos diferentes pontos de vista como ideias que podem ser examinadas, pensadas e refletidas por todos os participantes da investigação. Ao analisar determinadas questões, é possível que novas perspectivas surjam e que também haja

uma reformulação nas ideias. Compartilhar o seu ponto de vista pode permitir uma construção de uma perspectiva em cooperação, além de possibilitar o exercício da argumentação como forma de justificar o seu posicionamento.

Pensar alto se remete a apresentar o pensamento durante o processo de investigação, para defender o seu posicionamento. Ao apresentar a argumentação de forma clara, é possível que novas perspectivas possam surgir e serem formadas em conjunto, principalmente por estar sendo desenvolvidas com o auxílio da comunicação. Também é possível que questões hipotéticas apareçam e estimulem a investigação.

Reformular pode ser feito tanto pelo professor quanto pelos alunos. O professor pode reformular as considerações e os posicionamentos dos alunos como forma de certificar se compreendeu de fato as ideias dos alunos, assim como os alunos podem reformular as ideias para confirmarem a perspectiva do professor. Nesse processo de reformulação, as perspectivas de ambos podem ser esclarecidas e compartilhadas com todos e, também, pode delimitar e esclarecer as divergências nas concepções.

Este é o processo em que o professor inicia a tentativa de compreender os posicionamentos e pensamentos dos alunos, como forma de apresentar questionamentos e argumentações, intervir e incentivar a novos caminhos, para que ocorra reformulações, até se chegar a um novo resultado. Esse processo é demonstrado no diálogo seguinte.

Alice: ... e, então, eu mediria isto aqui.

Professor: [apontando] primeiro, você mede a largura da folha vermelha, em seguida, você mede a largura da fita branca, e, depois, o que fazer?

Alice: Aqui está... 22,4. [A largura da folha vermelha]

Professor: 22 $\frac{1}{2}$ ou 22,4?

Alice: 22,4.

Professor: Sim, e esse aqui é ... ? [A largura da fita branca]

Alice: É 5 $\frac{1}{2}$. Não! Agora sim, é 5,4.

Professor: 5,4. OK. E agora, que fazemos?

Alice: Metade de 22,4 dá quanto? 11,2. [Débora interrompe.]

Débora: ... agora, a gente tem que achar o meio.

Alice: Sim, temos que achar o meio.

Professor: Certo, mas quando vocês colocam isso [a cruz branca] bem no meio, vocês já não conseguem mais ver a marca na metade da folha.

Alice: Ah, mas é fácil resolver fazendo o risco um pouquinho mais para fora [do papel].

Professor: Entendo. OK.

Alice: Não é para ser uma coisa tão difícil. (ALRØ E SKOVSMOSE, 2021, p. 60).

Por fim, há o processo de desafiar e avaliar o desenvolvimento da tarefa. *Desafiar* requer que o professor e os alunos tenham clareza em suas ideias. Nesse processo o professor

pode se posicionar contra os alunos ou pode estar a favor, o importante é que o professor saiba exercer as duas funções e reforce constantemente a autoconfiança do aluno. Além disso, o desafio deve estar condizente com o entendimento dos alunos, permitindo que apareçam novas possibilidades através de questões hipotéticas, conforme é exemplificado no diálogo a seguir.

Professor: Vejam bem. Vocês não poderiam, em vez disso, ... calcular o comprimento de vermelho [apontando o papel] que deveria ficar em cima da cruz? Quanto deveria ser, se a folha completa mede 22 vírgulaaa... [Alice interrompe.]

Alice: Este aqui é $5 \frac{1}{2}$.

Professor: Este era $5 \frac{1}{2}$, e esse era $22 \frac{1}{2}$, não era?

Alice: Sim.

[...] (ALRØ E SKOVSMOSE, 2021, p. 62).

O processo de *avaliar* procura esclarecer como foi a investigação, apresentando o apoio estabelecido, as críticas levantadas sobre o processo e um feedback construtivo. Esse momento permite identificar quais foram as discrepâncias durante a comunicação entre o professor e os alunos, e avaliar todo o processo de interação, desde o estabelecimento do problema, até a solução final. Esse processo de avaliação pode ser percebido no seguinte diálogo:

Professor: Pronto Alice, resolveu alguma coisa?

Alice: Sim.

Professor: Como lidou com o problema?

Débora: Nós medimos $8 \frac{1}{2}$ pra baixo e $8 \frac{1}{2}$ pra baixo.

Alice: A metade é 17.

Professor: Certo, 17, é a diferença entre o papel vermelho e a faixa branca, não é isso?

Alice: Não, metade da folha vermelha.

Professor: Metade da folha vermelha, depois que você tirou a faixa branca, certo?

Alice: Sim, metade de 17, que dá $8 \frac{1}{2}$.

Professor: Certo.

Alice: Aí a gente mediu $8 \frac{1}{2}$ da borda pro centro e marcamos aqui.

Professor: Muito bem.

Alice: Aí a gente mediu $8 \frac{1}{2}$ da borda pro centro aqui também.

Professor: Está certo. E a ideia dos 15 e poucos... desistiu?

Débora: Sim, porque se mostrou errada.

Professor: OK. (ALRØ E SKOVSMOSE, 2021, p. 65).

Alrø e Skovsmose (2021) reafirmam que não é necessário que todos os conceitos do modelo apareçam em um diálogo, como um padrão, para que a comunicação tenha determinada qualidade, pois o Modelo-CI também apresenta seus desafios e obstáculos para ser desenvolvido dentro da sala de aula. Assim como destaca os autores, é mais comum que ocorra o Modelo-CI-degenerado, onde os questionamentos propostos com o objetivo de

desafiar podem se transformar em um jogo de perguntas. Além disso, a comunicação e todo o processo de cooperação investigativa podem ser comprometidos pelo tempo, e o professor juntamente com os alunos, podem sentir dificuldades em explorar as perspectivas individuais.

Em conformidade com o Modelo-CI, é possível perceber que, grande parte das interações e dos diálogos dos professores com os alunos advém de questionamentos, e que conseqüentemente, se mostra ser uma forma de incentivá-los a pensar e refletir sobre outras formas de desenvolver o raciocínio. O **questionamento** é utilizado no cotidiano como a principal forma de obter informações e dialogar em sociedade. Dentro da sala de aula, o questionamento é visto como uma ferramenta essencial para incentivar os alunos a participarem ativamente da construção de seu conhecimento e de verificar se está ocorrendo a aprendizagem.

Mason (1998) acredita que os questionamentos são realizados com o objetivo de provocar uma mudança na prática dos alunos e sala de aula, e por isso, é essencial verificar quais os tipos de questionamentos estão sendo feitos e quais podem permitir que novos caminhos apareçam e que, conseqüentemente, influenciam o pensamento matemático.

O autor distingue três tipos de questionamentos em que o professor poderá utilizar: *de verificação ou teste*, *de focalização* e *de inquirição*. As perguntas de *verificação ou teste* tem como objetivo verificar a aprendizagem dos alunos através de perguntas diretas e curtas que direcionam para o determinado objetivo de aprendizagem, onde os alunos buscam responder de forma correta e imediatas. Essas perguntas são vistas frequentemente na sala de aula como forma de certificar qual foi o conhecimento desenvolvido pelos alunos e, também, de regular o comportamento dentro da sala de aula. As perguntas de *focalização* tendem a direcionar a atenção dos alunos para determinado aspecto proposto pelo professor, além de ser utilizado para mudança de foco durante a aula ou mudança de interação. Por fim, as perguntas de *inquirição* convidam os alunos a refletirem, e são realizadas no momento em que há uma busca de novas informações. Para Salgado (2021, p. 50) as perguntas de inquirição

podem dar origem a respostas diferentes, gerando necessidade de negociar significados e conversas sobre questões matemáticas entre os participantes. Quando o aluno participa de perguntas de inquirição, ele ganha confiança, aprende a verbalizar suas ideias e passa a ser capaz de direcionar novas perguntas desafiadoras tanto para o professor quanto para seus colegas. São perguntas que estimulam a curiosidade do aluno, como, por exemplo, “e se ...?”, “o que acontece se ...?”.

Contudo, a falta de perguntas de inquirição dentro da sala de aula pode significar que

o professor se apresenta como o detentor de todo conhecimento e que, por isso, não levanta questionamentos para a sala com o objetivo de compreender os aspectos matemáticos que os alunos apresentam (MASON, 1998).

Diante dos diversos tipos de questionamentos presentes dentro da sala de aula, é essencial que o professor compreenda que a eficiência não está em trabalhar com os questionamentos de forma isolada, mas sim, utilizá-los de diferentes formas, para potencializar a aprendizagem. Os diferentes tipos de questionamentos possibilitam que o professor e os alunos possam criar uma socialização, contribuindo para que outras interações surjam, como forma de rotinas das práticas da sala de aula.

4.2 Teoria do agir comunicativo de Habermas

Diante de todas as considerações apresentadas sobre a comunicação e os questionamentos, ressaltamos novamente o papel do professor no processo de ensino e de aprendizagem em sala de aula, em especial, numa posição questionadora e dialógica. A hipótese que levantamos com essa pesquisa é a de que a discussão de experiências, assim como a vivência de tarefas elaboradas por outros professores e a elaboração de tarefas investigativas, procurando prever os caminhos que serão percorridos pelos alunos e as suas dificuldades, pode ser um percurso formativo interessante para a construção de entendimentos sobre o próprio conceito de abordagem investigativa e sobre a comunicação que essa abordagem pressupõe que, ao nosso ver, constituem um fator importante para o seu desenvolvimento profissional.

Diante dessas considerações, nesta pesquisa a análise tomou como foco as interações discursivas dos professores em torno das discussões sobre o que é uma tarefa investigativa, sobre possíveis formas de explorá-las e sobre como uma tarefa investigativa, elaborada pelos próprios professores, poderia ser conduzida em sala de aula.

Assim, tomamos como conceitos base para aprofundar a análise da comunicação, a teoria do Agir Comunicativo de Habermas, que propõe a ação comunicativa como um caminho para se chegar à racionalidade e estabelecer o entendimento entre os indivíduos.

Jürgen Habermas foi um filósofo alemão que participou da escola de Frankfurt, conhecida como terceira geração. Em sua obra principal abordou o conceito de racionalidade humana, discutida por teóricos da primeira geração, que como consequência da modernidade e com a expansão do capitalismo, acabou se desfazendo. A racionalidade que antes era

aclamada diante da sua auto referencialidade, criticidade, vista como fonte de entendimento e fundamentação de todos os atos humanos, foi utilizada como uma ferramenta para planejar e executar projetos políticos que, acima de tudo, desfavorecem a humanidade (MUHL, 1999).

Diante desta realidade, Habermas elabora a Teoria do Agir Comunicativo, cuja principal intencionalidade é recuperar a teoria racionalista substituída pela racionalidade instrumental, que propunha como principal enfoque o sistema capitalista e a manipulação dos sujeitos. Sua principal concepção é que a racionalidade, em si, só poderá ser atingida através da comunicação.

Para Habermas (2012, p. 32)

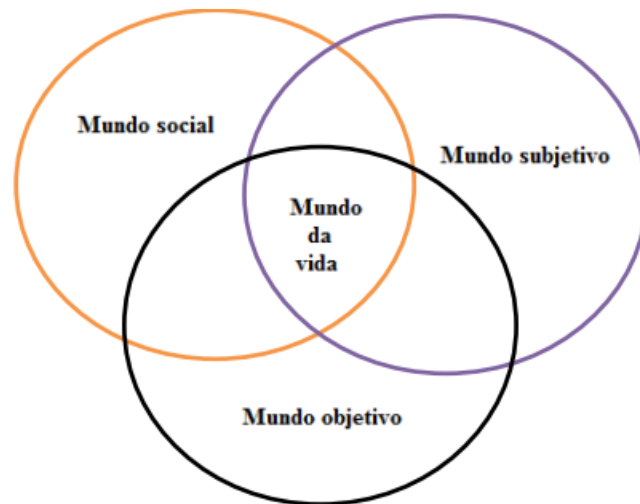
racionais, com maior ou menor intensidade, podem ser tanto pessoas que dispõem de saber quanto declarações simbólicas, ações verbais e não verbais, comunicativas ou não comunicativas que concretizem o saber. Como “racionais”, podemos designar homens ou mulheres, crianças ou adultos, ministros de estado ou motoristas de ônibus; mas não os peixes ou os sabugueirinhos-do-campo, as montanhas, ruas ou cadeiras. Podemos chamar de “irracionais” as desculpas, os atrasos, as intervenções cirúrgicas, as declarações de guerra, os consertos, os planos de construção ou as resoluções expedidas em conferências, mas não uma tempestade, um acidente, um sorteio da loteria ou um adoecimento.

Dessa maneira, Habermas propõe que a racionalidade só será atingida através da comunicação, onde o entendimento e a compreensão devem ser discutidos e refletidos em ambientes que geram a comunicação, e que conseqüentemente, permitem a reflexão sobre as ações do cotidiano de forma lógica. Nas palavras de Silva (2014, p. 74)

a racionalidade comunicativa se apresenta, então, no cenário habermasiano, como uma maneira de inter (agir) com o mundo por meio da interação entre os sujeitos, ou seja, a racionalidade até então compreendida como fruto da interação dos sujeitos com os objetos - mundo objetivo - passa a ser compreendida como manifestações feitas em uma interação intersubjetiva entre pessoas. As pessoas passam a ser consideradas racionais quando são capazes de interagir intersubjetivamente por meio do uso da linguagem.

A proposta é que a racionalidade e os propósitos emancipatórios possíveis sejam atingidos através do agir comunicativo, o que em um grupo permite progredir para se adentrar em atos comunicativos voltados à racionalidade. Assim, é fundamental pensar na racionalidade não como uma interação e compartilhamento entre conhecimentos e concepções entre os sujeitos, mas como relações que compõem o mundo da vida, como esquematizado a seguir.

Figura 2 - Esquema de "mundos" de Habermas



Fonte: Silva (2014)

Para Habermas (2012) o agir comunicativo e o entendimento podem ser gerados no mundo da vida, que faz correlação com o mundo social, o mundo objetivo e o mundo subjetivo. O mundo da vida é “o ‘lugar’ que deve ser partilhado pelos participantes de uma comunicação com a intenção emancipatória de chegar a um entendimento mútuo sobre um objeto de estudos” (SILVA, 2014, p. 78). Em contrapartida, há o mundo sistêmico, que se baseia em especial na racionalidade instrumental. É notório que a sociedade reflete este momento de baixa reflexão e análise racional diante dos problemas burocráticos, e na visão de Habermas (2012), esta problemática pode ser enfrentada através de ambientes comunicativos.

Os ambientes comunicativos são conduzidos através da linguagem e da argumentação. Caso os indivíduos não utilizem todos os atos de fala que permitem potencializar uma comunicação, haverá uma perda no entendimento entre os sujeitos, subentendendo que o falante optou por utilizar a racionalidade instrumental e finalista (HABERMAS, 2012). Assim, uma racionalidade comunicativa, sob a perspectiva habermasiana, é proposta com o objetivo de recuperar a emancipação do ser humano através de um grupo de pessoas que utiliza um ambiente de linguagem e argumentação para alcançar o entendimento. Para Silva (2014, p. 82)

o uso da linguagem, então, é a forma de interação do sujeito com o mundo e, principalmente entre sujeitos. A associação das interpretações linguísticas com a ação comunicativa está na prática atribuída a esta interpretação. A linguagem deixa de ser vista como uma troca de palavras para ser instrumento de construção de sentidos e conceitos a partir da análise das emissões de um falante; ou seja, a interação linguística só pode acontecer em um ambiente de comunicação.

Dessa forma, em um grupo colaborativo que utiliza como meio de compartilhamento a comunicação e a argumentação, em busca da construção conjunta de tarefas investigativas e de formas de comunicação para potencializar o ensino de Matemática, as ações comunicativas entre os participantes podem abrir caminho para a compreensão e a construção de conceitos e de novas práticas de ensino e aprendizagem, contribuindo para mudanças significativas nas perspectivas de cada participante e, conseqüentemente, para o seu desenvolvimento profissional. Para Habermas (2012, p. 44),

não chamamos de racional apenas quem faz uma asserção e é capaz de fundamentá-la diante de um crítico, tratando de apresentar as evidências devidas. Também é assim chamado de racional quem segue uma norma vigente e se mostra capaz de justificar seu agir em face de um crítico, tratando de explicar uma situação dada à luz de expectativas comportamentais legítimas. E é chamado de racional até mesmo quem exterioriza de maneira sincera um desejo, um sentimento ou um estado de espírito, quem revela um segredo, admite ter cometido um ato qualquer etc, e então se mostra capaz de dar a uma crítica a certeza dessa vivência revelada, tratando de tirar conseqüências práticas disso e comportar-se a partir dali de maneira consistente.

Assim, a teoria do agir comunicativo de Habermas oferece recursos para compreender a comunicação objetiva e subjetiva de um grupo de participantes, que compartilham experiências e concepções em busca do entendimento do mundo, pois se mostra uma base fundamental para o processo formativo e, conseqüentemente, educacional.

Os conceitos chave do agir comunicativo, do ponto de vista habermasiano, são as *pretensões de validade, a análise reconstrutiva e os atos de fala*, essenciais para a análise da comunicação dos membros do grupo colaborativo. Além desses conceitos, Habermas inclui no processo a argumentação, a coordenação de ações, a interpretação e o discurso, que complementam e incentivam a comunicação durante a ação comunicativa. Para Silva (2014, p. 113)

as concepções de discurso e ação comunicativa no referencial habermasiano permitem uma análise da comunicação mais abrangente do que aquela que tradicionalmente ocorre na área de Educação Científica, uma vez que, para o autor, ao invés de apenas um nível de linguagem, o semântico, dois níveis, o semântico e o pragmático, são necessários para a análise dos processos comunicativos.

Ou seja, a análise pragmática, relacionada ao contexto que é utilizado na comunicação e nas interações sociais, não pode ser abordada de forma isolada da análise semântica, que complementa o contexto através das relações e seus significados. Assim, o primeiro está relacionado às intenções próprias referentes a cada fala, as características que o indivíduo

utiliza para comunicar, e o segundo faz relação ao conteúdo que está sendo expresso em cada fala.

Dessa forma, é essencial a compreensão desta relação diante do contexto em que se insere esta pesquisa, e também, devido a importância que é dada às interações sociais e a comunicação como forma de buscar a racionalidade. O ambiente aqui investigado é munido de construções e reconstruções de significados que mudam constantemente devido às interações dos participantes.

Dentre os conceitos chave da comunicação, está a concepção sobre *pretensões de validade*, que segundo Habermas (2012) são expressões apresentadas através de comunicação sobre os pensamentos de um certo indivíduo, ou seja, a partir do momento em que o indivíduo busca estabelecer uma ação comunicativa, é necessário que se posicione de forma que o grupo ouvinte possa analisar e compreender racionalmente até chegar ao entendimento, tendo como base a argumentação.

Dentro do conceito de **pretensões de validade** há características e funções próprias da comunicação que apresentam diferentes caminhos para a chegada ao entendimento, sendo: *Descritivas, Normativas, Avaliativas e Explicativas*. O quadro a seguir exemplifica tais conceitos.

Quadro 2 - Conceitos específicos de pretensão de validade

Conceitos	Descrição
Descritivas	Servem à constatação dos fatos, podem ser afirmadas ou negadas sob o aspecto da verdade de uma proposição.
Normativas (ou obrigacionais)	Servem à justificação das ações, sob o aspecto da correção (ou da justeza) de um modo de agir.
Avaliativas (ou juízos de valor)	Se prestam a valoração de algo, sob o aspecto da adequação dos padrões valorativos (ou sob o aspecto do que é bom)
Explicativas	Servem para esclarecer operações como falar, classificar, fazer cálculos, deduzir, julgar, sob o aspecto da compreensibilidade ou boa formulação das expressões simbólicas.

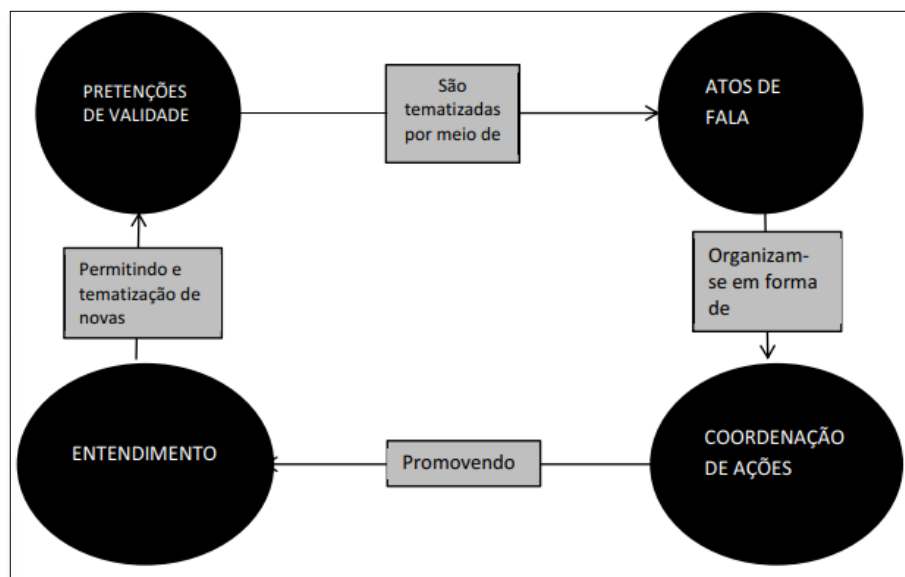
Fonte: Habermas (2012, p. 84)

Dessa forma, qualquer tipo de comunicação e argumentação racional poderá ser considerada desde que seja utilizada como forma de busca pelo entendimento e reconhecimento intersubjetivo das pretensões de validade apresentadas (SILVA, 2014).

Assim, a argumentação é utilizada como forma de organizar os posicionamentos de defesas ou críticas sobre determinado contexto ou assunto, tendo sempre como objetivo, a busca pelo entendimento através da racionalização do mundo da vida. Além da argumentação, também há o conceito de *coordenação de ações* que, em um determinado grupo, “se dá pela via de ações individuais planejadas conjuntamente visando o entendimento sobre as pretensões de todos [...]” (SILVA, 2014, p. 86).

As coordenações de ações são vistas como falas que demandam ações que são geradas por um grupo de pessoas que refletem sobre determinado assunto, e por consequência, produzem uma coordenação de ações através da comunicação. Por isso, é fundamental compreender quais são os meios linguísticos e as interações que permitem a produção das ações. Abaixo é proposto um esquema que mostra os caminhos que permitem a busca ao entendimento pela coordenação de ações.

Figura 3 - Esquema do processo de entendimento



Fonte: Elaborado por Silva (2014)

Assim como mostra o esquema, as coordenações de ações resultantes de atos de fala permitem que o entendimento ocorra, e abrem caminho para que novas pretensões de validade surjam. Este processo é bem natural dentro de um contexto colaborativo, onde os participantes envolvidos compartilham experiências, reflexões, angústias e desafios advindos da própria prática na sala de aula, e como consequência dessa interação, propõem ações em suas falas que buscam alcançar um ensino significativo dentro da sala de aula. Dessa forma, nesta pesquisa, enquanto os participantes planejam em conjunto tarefas investigativas que poderão

ser desenvolvidas em sala de aula, destacando possibilidades e limitações em suas próprias práticas, será possível que novas ações surjam em suas falas.

O conceito de *reconstrução racional* da fala está ligado à reformulação da comunicação em busca de esclarecimentos sobre seus significados. Ou seja, o processo de construção das frases e a argumentação utilizada se torna o enfoque de análise durante a comunicação, além de considerar toda a compreensão dos conteúdos nas falas, também é dada atenção às regras e procedimentos referentes à comunicação que o indivíduo utiliza para se expressar (SILVA, 2014).

É nesse processo que o ouvinte é capaz de compreender o conteúdo através da comunicação e construir significados, utilizando apenas a reconstrução racional. A compreensão da fala e a reformulação dos argumentos se mostram presentes em ambientes de troca de informação, compartilhamento de ideias e reflexões sobre práticas cotidianas, que permitem a partilha de concepções e reformulações sobre determinados conceitos, que podem influenciar diretamente na fala do indivíduo e, conseqüentemente, em suas ações.

Para a construção da teoria do agir comunicativo, Habermas se apoia na concepção de Austin (1962) sobre os *atos de fala*. Os atos de fala se diferenciam em dois tipos, sendo os *ilocucionários* e os *locucionários*. A partir de Silva (2014) entendemos como atos de fala locucionários aqueles que possuem a intenção de exprimir determinado fato ou conteúdo, estando relacionado apenas ao que foi dito. Já os atos de fala ilocucionários não são determinados apenas pelo que é falado, mas carregam um ato para além da fala, cuja intenção está explícita. Intenções que demonstram informações essenciais para o entendimento, e que através da fala, demonstram uma ação.

Dessa forma, Habermas (2012)

reinterpreta, num primeiro momento, a função dos atos de fala ilocucionários, de J. Austin, de tal modo que o componente ilocucionário de um ato de fala, formado por verbos performativos, passa a ser a sede onde se justificam discursivamente pretensões de validade, que podem ser de três tipos: pretensões à verdade, à correção ou justeza das normas e à autenticidade do sujeito. Habermas pensa que tal sistema de pretensões de validade permite transformar a teoria do significado dos atos de fala [...] em uma teoria do agir comunicativo, na qual esse agir constitui um mecanismo de coordenação de ações.

Embora a relação interpessoal e os atos de fala possam acontecer indiretamente, a aceitação de um fato irá depender do contexto ou do compromisso estabelecido pelo falante, durante o ato de fala. Por isso, a força ilocucionária também envolve a “capacidade de levar o

ouvinte a agir na condição de o compromisso assinalado pelo falante ser sincero” (SILVA; CARVALHO, 2017, p. 248).

O falante e o ouvinte também podem cair em um ambiente de compartilhamento e motivar-se reciprocamente para a busca do entendimento. Assim, os atos de fala podem assumir uma *pretensão de verdade*, onde é perceptível a necessidade de fornecer fundamentos para a fala, uma *pretensão de acerto*, justificando o embasamento das falas, ou uma *pretensão de sinceridade*, onde o indivíduo se vê na necessidade de mostrar a sua fiabilidade através das falas.

Tais conceitos, que envolvem a ação comunicativa, são destacados por Habermas (2012) como elementos chave para a compreensão de características semânticas e de forças ilocucionárias nos atos de fala. E por isso, serão utilizados nesta pesquisa como conceitos principais de análise das interações advindas do grupo colaborativo.

Logo de início percebemos que a Teoria do Agir Comunicativo de Habermas contribui para alcançar os objetivos aqui traçados, devido a sua busca pela racionalidade emancipadora que está começando a ser substituída pela racionalidade sistêmica na educação. Assim, o agir comunicativo envolve os educadores em momentos de reflexão e interação, utilizando a linguagem e a ação, e vão além de meras concepções sistêmicas. Por isso, é essencial promover espaços colaborativos de reflexão e construção de conhecimentos para professores, futuros professores e licenciandos.

Dessa forma, vemos como uma oportunidade utilizar a teoria do agir comunicativo de Habermas para destacar as construções conjuntas presentes nas interações ao longo dos encontros. Diante do contexto da pesquisa, percebemos a necessidade da utilização de um dispositivo de análise que destacasse as ações comunicativas de um grupo que se dedica ao desenvolvimento de uma tarefa investigativa. Este dispositivo de análise será apresentado ao longo do próximo capítulo.

5. PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo descrevemos o percurso metodológico da pesquisa, apresentando a abordagem utilizada para compreender as construções conjuntas entre os professores, mestrandos e futuros professores de Matemática. Também apresentamos uma breve história do Grupo de Estudos Interdisciplinares e Formação de Professores (Geifop), desde seu início até os trabalhos mais recentes, destacando o contexto e as propostas de atividades realizadas ao longo do ano da pesquisa.

Após a apresentação do contexto, traçamos um breve perfil dos participantes desta pesquisa, que contribuíram para a constituição de um contexto colaborativo dinâmico e produtivo. Por fim, destacamos os instrumentos utilizados para a produção de dados e o dispositivo analítico adotado.

5.1 Abordagem da pesquisa

Para compreender as construções conjuntas entre professores, mestrandos e futuros professores de Matemática enquanto discutem e elaboram tarefas investigativas e refletem sobre a comunicação que este contexto exige, esta pesquisa seguirá uma abordagem qualitativa, na qual o ambiente de interação é a principal fonte de dados e por isso “o processo e seu significado são os focos principais de abordagem” (PRODONOV; FREITAS, 2013).

Para Creswell (2007) a pesquisa qualitativa é aquela em que o investigador apresenta considerações e constrói o conhecimento ou com base nas experiências individuais, sociais e que foram historicamente construídas ao longo do tempo ou com base em perspectivas orientadas para uma mudança colaborativa. Assim, nosso enfoque principal foi analisar e participar a fundo de todas as interações e discussões proporcionadas pelo subgrupo da Matemática, objetivando analisar o processo de comunicação.

Por isso, devido ao perfil formativo do grupo e ao contexto de extensão em que a pesquisa foi desenvolvida, ela se caracteriza como uma pesquisa de campo, que consiste na observação de fatos que ocorrem espontaneamente em um grupo (PRODONOV; FREITAS, 2013). Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 106) definem a pesquisa de campo como uma “modalidade de investigação na qual a coleta/produção de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode dar-se por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste, entre outros”.

A partir disso, podemos afirmar que a presente pesquisa de campo teve por finalidade

compreender as construções conjuntas entre professores, mestrandos e futuros professores de Matemática enquanto elaboram tarefas investigativas e analisam suas possibilidades para o desenvolvimento da comunicação em sala de aula, no contexto de um grupo colaborativo. Assim, a seguir será apresentado uma breve contextualização desse contexto, com a descrição do grupo colaborativo e de seus respectivos projetos, desenvolvidos ao longo dos anos, até culminar no projeto relacionado à comunicação e à linguagem, realizado em 2021.

5.2 Caracterização do contexto da pesquisa

Diante do caráter da pesquisa e dos objetivos a serem alcançados, o ambiente investigado constituiu-se num grupo colaborativo sediado na Universidade Federal de Itajubá (Unifei). O Geifop da Unifei tem como principal enfoque trabalhar aspectos voltados ao ensino e a aprendizagem em diferentes áreas, como Matemática, Física, Química, Biologia, e até mesmo Português.

Este grupo teve início em 2015 com a criação do Laboratório Interdisciplinar de Formação de Educadores (LIFE) na Unifei. No projeto inicial do LIFE foram criados diversos Grupos de Estudo Interdisciplinares, e este grupo era chamado de *GEI escrita e letramento*. Em 2016, foi aprovada pelo Ministério da Educação, via edital ProExt, a realização de um projeto de extensão voltado para o letramento científico e tecnológico na educação básica. Contudo, somente em 2017 o Geifop assumiu esta nomenclatura, ao ser registrado como o primeiro projeto interno de extensão, via edital Proex da Unifei. A cada ano, novos projetos⁴ com novos objetivos são propostos para atender licenciandos e professores da educação básica e, cada vez mais, estes projetos têm atraído estudantes do Mestrado em Educação em Ciências da mesma universidade.

Devido a esta configuração, que articula formadores, professores, futuros professores e pesquisadores, a característica fundamental do grupo é a colaboração, vista por todos os participantes como o princípio básico para o desenvolvimento das atividades durante o ano. Esta colaboração foi estabelecida no grupo gradativamente, durante os projetos realizados pelos formadores, em conjunto com os professores, licenciandos e pesquisadores. O primeiro

⁴ Para saber mais sobre os projetos desenvolvidos pelo Geifop, ao longo dos estudos durante os anos, é possível acessar suas mídias, que trazem um histórico completo das ações do grupo:
site: <https://geifop3.webnode.pt/>
blog: <https://geifopunifei.blogspot.com/>
instagram: <https://www.instagram.com/geifop/?igshid=1>
facebook: <https://www.facebook.com/geifop.unifei/>

projeto foi realizado pelo Geifop, efetivamente, em 2017, tendo como objetivo a construção de um espaço contínuo de parceria entre membros da universidade e professores da escola básica para o planejamento conjunto de práticas pedagógicas inovadoras no ensino de Ciências da Natureza e Matemática. As ações dos participantes foram pautadas em estudos teóricos da temática escolhida e análise das possibilidades e limitações da escola para o desenvolvimento de uma proposta de prática inovadora, culminando com a elaboração de sequências de atividades a serem desenvolvidas em sala de aula pelos professores.

Em 2018, o projeto realizado pelo Geifop teve como objetivo desenvolver uma ação contínua que associe formação inicial e continuada de professores da escola básica por meio da proposição conjunta de projetos interdisciplinares na escola básica, elaborar e executar, em conjunto com professores de Matemática, Ciências e Educação Física⁵, projetos interdisciplinares, além de incentivar que professores e futuros professores problematizem e valorizem suas experiências pedagógicas, da escola e da universidade, enriquecendo-as mutuamente e transformando-as em práticas que podem extrapolar o contexto da sala de aula convencional e propiciar o desenvolvimento profissional.

Durante o ano de 2019 o enfoque foi continuar o desenvolvimento e avaliação de sequências didáticas e propostas de ensino, especificamente em articulação com a nova Base Nacional Comum Curricular (BNCC), buscando formas de desenvolvê-la dentro da sala de aula, sem, no entanto, se submeter a ela. O principal objetivo foi estudar e construir, em colaboração, diversas propostas de inserção das unidades temáticas descritas na nova BNCC junto aos professores da educação básica, mas também foram realizados estudos críticos sobre a base, que não é uma unanimidade entre pesquisadores.

Em 2020, o projeto proposto pelo Geifop visava a realização de ações nas escolas para o desenvolvimento de práticas educativas que buscassem a unidade entre conteúdo e metodologia, de maneira participativa e interdisciplinar. Entretanto, devido aos limitantes impostos pela pandemia de Sars-Cov, a popular Covid, o grupo reestruturou sua proposta a partir de um questionário enviado aos professores da rede pública, buscando compreender suas demandas. A partir dessas demandas foram propiciadas *lives* buscando oferecer um espaço formativo nas diferentes disciplinas, incentivando a utilização de recursos tecnológicos e metodologias de ensino que promovessem a aprendizagem no contexto do ensino remoto. No contexto destes projetos, a comunicação, o diálogo, a troca de experiência e o compartilhamento de ideias foram se tornando as principais fontes de união e fortalecimento

⁵ No ano de 2018 uma professora pesquisadora, do campo da Educação Física, passou a fazer parte do grupo, contribuindo para a construção desta temática.

do grupo. Dessa forma, a colaboração presente no grupo foi sendo fortalecida por esta comunicação, principalmente diante dos objetivos em comum dos professores, das dificuldades e dos desafios que fizeram emergir a necessidade de compartilhar conhecimentos com outros professores e buscar novos diálogos para o enfrentamento dos desafios.

Após o primeiro ano de pandemia, ainda em isolamento, o grupo decidiu não focar seus estudos em projetos, pois ainda era imprevisível o retorno presencial das aulas e o contexto remoto já se mostrava pouco acessível aos alunos da educação básica. Assim, em 2021, o Geifop buscou estudar, de forma colaborativa, o papel da comunicação e da linguagem no processo de ensino e aprendizagem do professor e dos alunos. Seria uma forma de focar na formação docente, sem necessariamente estar articulado com as práticas que estavam sendo desenvolvidas na escola naquele momento. Diante da permanência das reuniões remotas, foram realizados encontros gerais com todos os participantes através de *lives* no *Youtube*, com o objetivo de propor discussões teóricas sobre a comunicação e a linguagem. Além disso, também foram realizados encontros por área, sendo Matemática, Química, Física e Português, onde o objetivo era, em conjunto, estabelecer questões referentes à comunicação e a linguagens, que poderiam contribuir com a formação mais específica dos participantes.

Como resultado da socialização e estudo no subgrupo da Matemática, durante o ano de 2021, é que esta pesquisa se desenvolveu. Por isso, é necessário destacar que todo o percurso não foi pré-determinado pelo coordenador do grupo, mas sim, por todos os participantes, seus interesses, concepções, vontades e desejos em aprofundar seus estudos durante o ano. Assim, se constituiu um cronograma final, com todos os estudos teóricos e encontros práticos desenvolvidos em conjunto pelos participantes do subgrupo da Matemática⁶, conforme o Quadro 3 a seguir.

Quadro 3 - Cronograma e atividades desenvolvidas no subgrupo da Matemática

	Data	Assunto ou atividade desenvolvida
Encontro 1	12/05/21	Conhecer e socializar com os participantes; apresentação da proposta de trabalho; construção do cronograma em conjunto; breve explicação sobre o projeto de pesquisa da Sara.

⁶ Vale ressaltar que, entre estes encontros do subgrupo, ocorreram também encontros gerais, com *lives* sobre temáticas relacionadas à linguagem e à comunicação, entretanto, estas *lives* não foram objeto de estudo, tendo em vista que eram pelo *youtube*, o que limitava a participação dos membros do grupo.

Encontro 2	09/06/21	Primeira discussão teórica. Texto “Ensino de matemática nos anos iniciais: aprendizagens de uma professora no contexto de tarefas investigativas” (BERTINI, 2015). Propor aos participantes o envolvimento com algumas tarefas investigativas, com o compromisso de compartilhar, no próximo encontro, os resultados encontrados.
Encontro 3	07/07/21	Socialização das tarefas investigativas.
Encontro 4	01/09/21	Segunda discussão teórica. Texto “Cenários para investigação” (SKOVSMOSE, 2000). Discussão de uma tarefa investigativa de um participante do grupo.
Encontro 5	29/09/21	Terceira discussão teórica. Texto “A participação de professores na elaboração de tarefas matemáticas em um trabalho colaborativo” (COSTA; OLIVEIRA, 2019). Início da proposta para elaborar uma tarefa investigativa.
Encontro 6	27/10/21	Reestruturação em conjunto sobre a tarefa investigativa proposta por um participante.
Encontro 7	06/12/21	Trabalho prático entre dois participantes na adaptação de um exercício fechado em tarefa investigativa.
Encontro 8	08/12/21	Socialização dos resultados encontrados na aplicação da tarefa investigativa na sala de aula por um dos participantes. Socialização da adaptação do exercício fechado em uma tarefa investigativa.

Fonte: Elaborada em conjunto pelos participantes

Nas análises, destacamos episódios em que o agir comunicativo se mostrou mais relevante para a construção conjunta de entendimentos sobre a abordagem investigativa, e consequentemente, para a comunicação na sala de aula. Dessa forma, é possível que alguns encontros apresentem mais episódios do que outros, justamente por consequência da interação e das ações comunicativas que foram passíveis de análise.

No tópico a seguir descreveremos o público alvo da pesquisa, os quais contribuiram para o contexto colaborativo ser dinâmico e produtivo.

5.3 Participantes da pesquisa

O grupo que constitui os participantes desta pesquisa são aqueles que, ao longo do

ano, se empenharam nas atividades do subgrupo da Matemática, totalizando 9 participantes, sendo 7 do gênero feminino e 2 do gênero masculino. A maioria dos participantes, ao longo do ano, participou de forma ativa, mas é importante destacar que alguns iniciaram a participação e não concluíram as atividades enquanto outros começaram a fazer parte ao final do ano.

O subgrupo da Matemática era integrado por uma ampla variedade de participantes. Visando a sua proteção, seus nomes foram mantidos em sigilo, conforme determinado no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Assim, ao longo da análise utilizamos de identificadores para explicitar seus apontamentos durante a socialização no subgrupo da Matemática, conforme explicitado no Quadro 4 a seguir.

Quadro 4 - Caracterização dos participantes da pesquisa

Identificação	Área de atuação
Sara	Pesquisadora
Eliane	Formadora e orientadora desta pesquisa
PEBM	Professor da Educação Básica e Mestrando
PEB 1	Professora da Educação Básica
PEB 2	Professora da Educação Básica
L1	Licencianda em Matemática (bolsista do Geifop)
L2	Licencianda em Matemática
M1	Mestranda
M2	Mestrando
PU	Professora Universitária

Fonte: Elaborado pela autora

Minha própria relação com os grupos colaborativos foi descrita amplamente na apresentação, portanto não julgo necessário repeti-la aqui. A professora Eliane, orientadora desta pesquisa e coordenadora do subgrupo da Matemática do Geifop, tem uma larga experiência com grupos colaborativos, tanto enquanto professora da educação básica quanto como pesquisadora. Ela participou por mais de 10 anos de um grupo criado na Universidade Estadual de Campinas, onde se formou, e coordenou, também por mais de dez anos, um grupo de estudos sediado na Diretoria de Ensino de Americana, São Paulo, no qual conduziu suas pesquisas de mestrado e doutorado.

PEBM foi aluno do curso de Licenciatura em Matemática da Unifei, e participou do Programa de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), durante os quatro anos de sua graduação, tendo desenvolvido um senso de colaboração bastante forte, além do seu interesse pela abordagem investigativa e pelo uso de jogos e materiais manipulativos. Atualmente ele desenvolve uma pesquisa de mestrado com foco no uso das tecnologias no desenvolvimento da abordagem investigativa em sala de aula.

PEB1 também foi aluna do curso de Licenciatura em Matemática da Unifei e desenvolveu pesquisa na área de jogos, mas sua experiência com a abordagem investigativa foi restrita às aulas da graduação. PEB2 é professora da rede pública, mora em uma cidade vizinha e se formou em outra instituição. Seu interesse pelo Geifop surgiu na pandemia, quando o grupo começou a divulgar as *lives*.

L1 e L2 eram licenciandas em Matemática do Curso de Licenciatura da Unifei. L1 se interessava pela abordagem de Resolução de Problemas, seu foco de estudos no TCC e se mostrava curiosa em compreender as diferenças entre esta abordagem e a investigativa. Isso a levou a procurar o Geifop. L2 fez um percurso diferente, pois se transferiu do bacharelado para a licenciatura, ao perceber seu gosto pela licenciatura e pela sala de aula. Ela procurava se envolver mais nas atividades voltadas para a prática de sala de aula, por isso começou a frequentar o Geifop.

M1 e M2 eram mestrandos do mesmo Programa em que realizei esta pesquisa. Ambos foram alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Unifei, e que fizeram parte do Pibid. Eles encontraram no Geifop uma forma de continuar o diálogo sobre as práticas de sala de aula, principalmente porque não estavam atuando, já que faziam o mestrado na condição de bolsistas. Ambos tiveram experiências com as aulas investigativas tanto nas aulas da graduação quanto no Pibid.

PU é professora da Unifei, atuante nos cursos de engenharia e muito interessada em abordagens de ensino diferenciadas. Ela tem grande domínio sobre Metodologias Ativas e sobre Estatística e se interessou pelo Geifop como um espaço para discutir sobre educação.

A seguir, apresentaremos em detalhes os instrumentos utilizados para produção de dados e os procedimentos utilizados para a análise.

5.4 Instrumentos de produção de dados e procedimentos de análise

Inicialmente, solicitamos a aprovação da pesquisa ao Comitê de Ética através da

Plataforma Brasil⁷. Ainda no primeiro semestre, obtivemos o retorno da aprovação e iniciamos o processo de produção de dados no subgrupo da matemática. Para isso foram realizadas:

- **Gravações de áudio e vídeo**

Como os encontros ainda estavam sendo realizados de forma remota, a gravação foi feita através da plataforma Google Meet, o que facilitou a produção dos dados, captando os diálogos na íntegra. Dessa forma, as gravações de áudio e vídeo foram os principais instrumentos de coleta de dados, e após os encontros, obtivemos o total de aproximadamente 14 horas e 40 minutos de gravação.

- **Documentos compartilhados pelo drive**

Durante a apresentação da proposta a ser desenvolvida ao longo do ano, a professora PU destacou que, embora o ambiente remoto facilitasse a comunicação no grupo e as tecnologias estarem proporcionando oportunidades para a colaboração, como os encontros pelo *Google Meet*, o tempo disponibilizado para o encontro poderia limitar as discussões. Por isso, ela propôs a elaboração de tarefas investigativas utilizando documentos compartilhados pelo drive, e também, uma Escrita Colaborativa, a ser realizada num documento onde todos poderiam registrar suas considerações sobre o encontro, como forma de complementar as discussões produzidas.

Assim, como resultado, elaboramos um documento compartilhado denominado “*Escrita Colaborativa*”, em que, após os encontros, os participantes poderiam inserir suas considerações, angústias ou reflexões proporcionadas durante o encontro. Esta ação de escrever e compartilhar reflexões após o encontro, despertou interesse de alguns participantes em apresentar suas considerações em busca do entendimento sobre a sua própria docência, com o objetivo de tornar suas práticas de sala de aula mais significativas e promotoras de conhecimentos.

Dessa forma, obtivemos o total de 6 páginas de produções escritas, que serão consideradas e apresentadas durante o procedimento de análise. Vale ressaltar que, não foram todos os encontros em que os participantes se dispuseram a apresentar considerações do documento, talvez, pelo fato de conseguirem apresentar todas as reflexões durante o encontro.

O processo de compartilhar, de forma oral ou escrita, permite que o professor supere a cultura individualista, e reconheça que seu papel na docência pode ser desenvolvido com o

⁷ O projeto de pesquisa foi encaminhado ao Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) com as informações básicas, o termo de autorização do coordenador do projeto de extensão do Geifop de 2021 e o TCLE, e aprovada com um parecer substanciado do CEP, CAAE: 47731521.1.0000.5094, de número 4.785.981.

auxílio e suporte de um contexto colaborativo, e dessa forma, os participantes são incentivados pelo próprio contexto a relatar e realizar novas experiências em sala de aula, pois se sentem reconhecidos em suas próprias práticas docentes (GAMA; FIORENTINI, 2009). Logo, na análise de alguns encontros, será destacado algumas considerações realizadas pelos participantes nesta escrita colaborativa.

- **Diário de campo**

O diário de campo feito pela pesquisadora teve como objetivo, realizar anotações das principais reflexões apresentadas pelos participantes, destacando as práticas e as considerações importantes advindas da socialização do grupo. Este diário forneceu suporte para lembrar algumas considerações e discussões importantes que foram sendo relatadas nos encontros.

Ao de iniciar a análise, realizamos um processo de descrição de todos os encontros desenvolvidos ao longo do ano e a transcrição dos principais momentos e interações entre os participantes. As transcrições focaram nos momentos de maior discussão, e tratavam de estudos teóricos sobre o tema investigado, do planejamento das atividades que seriam realizadas pelo grupo e da socialização de produções e reflexões dos participantes.

Tendo como principal objeto de estudo as construções conjuntas dos participantes, com foco na compreensão da abordagem investigava e na comunicação que ela exige na sala de aula, além do modelo analítico, articulando os dois referenciais teóricos da comunicação, optamos por uma escrita narrativa como forma de apresentar os resultados produzidos.

A análise narrativa proporciona “o estudo sistemático da experiência e significado pessoal” (RIESSMAN, 2001, p.25). Dessa forma a escrita narrativa possibilita dar sentido, contar, transcrever, analisar, ler e interpretar a experiência vivenciada (RIESSMAN, 1993). Cristovão e Fiorentini (2021) apontam que a análise narrativa permite ao pesquisador compreender e descrever as interações entre os participantes sem compartimentá-las ou separá-las do seu contexto, que em alguns momentos impede a percepção da realidade dos resultados e da inter-relação que está presente entre a prática, a aprendizagem, a identidade, o professor em formação e o contexto em que estão inseridos. Riessman (1993, p.1) complementa esta ideia afirmando que o que torna os textos “diversos em ‘narrativas’ é a combinação entre sequência e consequência: os eventos são selecionados, organizados, conectados e avaliados como significativos para um determinado público”.

Utilizar a análise narrativa em pesquisas de contextos colaborativos, cujo objetivo é destacar o processo de comunicação entre os participantes, se mostra essencial pois pressupõe

não somente a investigação do que é dito e compartilhado, mas também da forma como é dito (GALVÃO, 2005). Nesse sentido, o papel do pesquisador é apresentar de forma autêntica as experiências e processos vivenciados, sem a manipulação ou distorção dos apontamentos dos participantes (CURY, 2013).

De acordo com Riessman (1993) há quatro processos para fazer uma validação das narrativas. O primeiro passo é a persuasão, o texto deve apresentar sentido, ser coerente e plausível, depois há a correspondência, onde os textos devem ser construídos com os comentários e as falas transcritas dos participantes, seja de vídeos, diários ou textos. Também é necessário haver coerência no conjunto que constitui a narrativa, ou seja, coerência na história que o pesquisador apresentará, no contexto em que se passa a ação e na temática que está sendo apresentada.

Como forma de dar força a essa análise narrativa, elaboramos um dispositivo de análise dos diálogos propriamente ditos, pautado na Teoria do Agir Comunicativo de Habermas. Essa proposta de dispositivo de análise tem como enfoque ressaltar os processos comunicativos desenvolvidos em um contexto de colaboração, baseado nas características de ação comunicativa de Habermas e na apropriação dos atos de fala de Austin. O quadro visa destacar as construções conjuntas de professores.

Assim, a seguir apresentamos o quadro utilizado como dispositivo analítico que ajuda a compor a análise narrativa. Este quadro apresenta, de forma mais destacada, os atos de fala, sua caracterização de acordo com a Teoria do Agir Comunicativo de Habermas, e ao final, as possíveis construções conjuntas propiciadas pelo diálogo.

Quadro 5 - Quadro de análise dos episódios

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
Transcrições das gravações	Descrição das características das falas de acordo com a Teoria de Habermas	Descrição das construções conjuntas

Fonte: Elaborado pela autora

Assim, como forma de registrar e organizar a análise de cada encontro, seguimos as seguintes etapas:

Identificação dos episódios de análise: A primeira etapa teve como objetivo selecionar os episódios de cada encontro, que trouxeram contribuições e diálogos importantes

para alcançar o objetivo desta pesquisa. Assim, a partir das transcrições de todos os 8 encontros, e uma análise inicial do diálogo, foi possível realizar a análise desses episódios.

Identificação dos atos de fala: Em cada episódio, identificamos as principais emissões linguísticas que compunham o diálogo, tais emissões eram compostas de conteúdo proposicional e/ou ilocucionário, assim como descrito no referencial. Os atos de fala tornam explícitos os posicionamentos, dúvidas e reflexões dos participantes sobre a abordagem investigativa e a comunicação, além de outros temas que foram emergindo durante os encontros, compondo pequenos episódios em formato de diálogo. É importante destacar que esses diálogos foram apresentados de forma articulada com a descrição do contexto e dos apontamentos dos participantes, de forma cronológica, constituindo a análise narrativa.

Caracterização pragmática dos atos de fala: Após apresentar os atos de fala que compõem cada episódio, realizamos a análise e a descrição das características destes atos de fala de acordo com a Teoria do Agir comunicativo de Habermas. Esta caracterização leva em consideração os contextos dos diálogos entre os participantes e as coordenações das ações resultantes dos atos de fala, que permitem que o entendimento ocorra, e conseqüentemente, novas construções conjuntas possam surgir. As características exploradas nos atos de fala, de acordo com a Teoria de Habermas, estão apresentadas no quadro a seguir, mas já foram descritas de forma detalhada no tópico 4.2.3.

Figura 4 - Características utilizadas na análise baseado em Habermas



Fonte: Elaborado pela autora

É importante destacar que a caracterização pragmática dos atos de fala seguiu uma ordem de análise, ou seja, inicialmente há falas que se remetem a **pretensões de validade**,

onde os participantes ressaltam o pensamento de forma descritiva, normativa, avaliativa ou explicativa. Posteriormente é identificado **atos de fala**, podendo ser locucionários ou ilocucionários, buscando fornecer fundamentos da própria prática (pretensões de verdade), justificar ou apresentar um embasamento para as falas (pretensões de acerto) ou tem como objetivo descrever a sua própria concepção (pretensões de sinceridade). Durante os atos de fala é possível que haja uma **análise reconstrutiva** da fala ou momentos de **coordenação de ações**, que visam incentivar a participação conjunta dos participantes para uma discussão. Por fim, ao final deste diálogo, espera-se que haja a construção do **entendimento**.

Síntese das construções conjuntas: Após caracterizar os atos de fala, na terceira coluna, descrevemos quais foram as construções conjuntas proporcionadas após a interação estabelecida durante o diálogo, ou seja, destacamos os entendimentos construídos ao longo dos episódios e os principais temas discutidos em cada episódio. Dessa forma, a partir das construções conjuntas evidenciadas, será possível destacar se houve ou não considerações acerca da abordagem investigativa que poderão, futuramente, implicar na comunicação dentro da sala de aula, tendo como referência os atos de comunicação definidos por Alrø e Skovsmose como *estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*.

Categorizações das construções conjuntas: Por fim, como forma de apresentar e destacar os principais elementos dos temas discutidos ao longo dos episódios, após cada encontro foi feita uma síntese das construções conjuntas que estiveram presentes e contribuíram para o diálogo. A síntese foi organizada em dois planos, o **plano das ações** que buscou destacar as construções conjuntas realizadas ao longo do encontro pelos participantes, e o **plano das concepções** destaca as compreensões que foram construídas ao longo da comunicação.

No capítulo a seguir apresentamos a análise e a discussão dos resultados, composta por uma descrição detalhada e analítica dos encontros, escrita na forma narrativa, permeada pela análise dos atos de fala que compõem os episódios, com o objetivo de descrever as construções conjuntas produzidas e suas implicações para a comunicação em sala de aula, quando possível. Inicialmente todos os diálogos que poderiam gerar episódios significativos para a análise foram transcritos e organizados em quadros. Após uma análise inicial, foram selecionados os mais relevantes, organizados de forma cronológica, destacando os principais focos da pesquisa (a abordagem investigativa e a comunicação), e outro que emergiu durante as análises.

6. ANÁLISE E RESULTADOS DA PESQUISA

Neste capítulo, são apresentados excertos de uma escrita colaborativa, na qual alguns membros do grupo deixaram suas reflexões, e são narrados e analisados episódios (compostos de diálogos) que ocorreram no Geifop ao longo de 2021, conforme descrito na metodologia. Buscamos descrever de forma clara e sucinta quais foram os objetivos e discussões importantes ao longo de cada encontro, buscando analisar conforme as características descritas no Quadro 5.

6.1 Encontro 1 - Socialização inicial da proposta e dos participantes

No primeiro encontro, ocorrido no dia 12/05/2021, tivemos como objetivo realizar uma socialização inicial, para compreender quem eram os participantes, quais suas experiências e expectativas em relação ao grupo colaborativo, ao longo do ano, além de suas inquietações, desejos e reflexões. Este momento de socialização inicial foi importante para que os participantes sentissem o grupo colaborativo como um ambiente acolhedor e agradável, permitindo que vivenciassem o anseio em compartilhar todo e qualquer posicionamento na busca dos objetivos comuns (PONTE; SERRAZINA, 2003).

Neste encontro não foram selecionados episódios para a análise, pois o objetivo se pautou em apresentar a temática de estudo que seria adotada no Geifop e compartilhar as expectativas de todos. Contudo, percebemos ser necessário descrevê-lo para contextualizar as considerações que vieram após este encontro.

Assim, inicialmente esclarecemos que a temática de estudo do Geifop ao longo do ano de 2021 seria a comunicação e a linguagem no processo de ensino e aprendizagem, as quais poderiam ser relacionadas com a abordagem investigativa para a sala de aula, que fazia parte do foco desta pesquisa. Dessa forma explicamos, conforme já descrito anteriormente, que os encontros do Geifop seriam organizados em encontros gerais e encontros de subgrupos. Logo, determinamos que durante os encontros gerais as discussões teóricas seriam utilizadas para fundamentar as nossas discussões durante os encontros por área, porém nosso foco seria mais voltado para a Abordagem investigativa e comunicação na aula de Matemática. Assim, estudos específicos sobre a abordagem investigativa e a comunicação seriam realizados de acordo com o interesse e discussão dos participantes.

Como as aulas remotas haviam sido implementadas desde o início de 2020, devido à pandemia de Covid-19, no início do ano letivo de 2021 os professores participantes ainda não haviam restabelecido o contato presencial com seus alunos. Ao longo do ano, a previsão era

que as aulas ainda permanecessem remotas. Pensando neste cenário, as propostas de discussão, resolução e elaboração de tarefas investigativas foram sendo desenvolvidas para que, quando possível, fossem implementadas em sala de aula por algum dos participantes.

Diante da incerteza do retorno ao ensino presencial, apresentamos um possível cronograma, com datas ainda em aberto, com o objetivo de inserir as demandas dos participantes, assim como suas expectativas e anseios ao longo do ano. Logo após a apresentação da proposta de cronograma, a professora Eliane destacou que seria essencial realizar alguns estudos teóricos e práticos, para embasar o desenvolvimento de uma tarefa investigativa, diante do objetivo proposto ao grupo, que era de elaborar e implementar tarefas investigativas em sala de aula. Este enfoque, assim como a perspectiva da pesquisa foram se remodelando de acordo com a realidade do ensino remoto e os desafios para a sua implementação.

Neste primeiro encontro, questionamos se os participantes já conheciam e se já haviam desenvolvido trabalhos com base na abordagem investigativa. Alguns participantes, como PEBM, L1, L2, M1 e M2 relataram já ter realizado estudos sobre esta abordagem em uma disciplina na graduação, ministrada pela professora Eliane, entretanto, outros não conheciam. Diante deste questionamento, a licencianda L1 relatou que, embora já tivesse trabalhado com a abordagem investigativa, ainda não tinha clareza sobre o que a diferenciava da metodologia de Resolução de Problemas, que ela havia estudado mais a fundo em sua pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso. Após este encontro inicial, a licencianda L1 inseriu a seguinte reflexão no documento da escrita colaborativa.

Excerto 1 - L1: “Assim como comentado pela Sara, no encontro, percebi que ocorreram com ela situações comuns às minhas experiências vivenciadas durante o estudo de Resolução de Problemas desenvolvido no meu TCC. De fato, eu só pude compreender melhor o que era e como se dava o trabalho com Resolução de problemas em uma aula de matemática, depois de criar e desenvolver uma aula na tentativa de utilizar essa metodologia, e perceber que talvez eu não tivesse utilizado a Resolução de Problemas na minha aula, pois a construção da percepção do que são essas metodologias só acontece depois que você aplica o trabalho com seus alunos em sala de aula, em geral mais de uma vez. Aprender a trabalhar com essas metodologias em matemática é um processo, e não se vai aprender a como fazer tudo da melhor maneira utilizando a metodologia uma única vez; é preciso que sejam feitos estudos e tentativas na busca de se aperfeiçoar cada vez mais nesse desafio.” (L1 - registro na escrita colaborativa).

A partir da leitura dessa reflexão, percebemos que a licencianda L1 se sentiu atravessada por algumas considerações levantadas pelos participantes, e dessa forma, se dispôs a compartilhar por meio da escrita os seus pensamentos. O anseio de L1 em

compartilhar a sua própria experiência vivida durante a graduação, além de expor angústias e desafios que percorreram o processo de desenvolvimento do TCC, foi essencial para compreendermos que a Escrita Colaborativa poderia gerar considerações importantes para esta pesquisa, além de servir como espaço acolhedor e livre para reflexões e considerações dos participantes.

Esta inserção, feita pela licencianda, confirmou o quanto seria essencial realizar um estudo teórico, mas também prático, que envolvesse os conceitos relacionados à abordagem investigativa e que descrevesse os seus processos e principais características, bem como mostrar, na prática, como esta abordagem poderia ser utilizada em sala de aula, para que as angústias e anseios da licencianda e dos outros participantes pudessem ser explorados e atendidos.

Assim, o encontro seguinte seria pautado na discussão de um texto que, além de descrever a abordagem investigativa, apresentava um exemplo de tarefa, desenvolvida nos anos iniciais, o que tornaria simples a compreensão de todos, por não envolver conceitos matemáticos muito aprofundados, pois este não era o foco daquele momento.

6.2 Encontro 2 - Primeira discussão sobre a abordagem investigativa

Como previsto, o encontro 2 foi realizado no dia 09/06/2021, tomando como foco a discussão do texto “Ensino de matemática nos anos iniciais: aprendizagens de uma professora no contexto de tarefas investigativas” (BERTINI, 2015). A escolha do texto, realizada pela pesquisadora, se deu principalmente por ser uma discussão voltada à aplicação de uma tarefa investigativa na sala de aula no contexto das séries iniciais, o que permitiria aos participantes perceber que essas tarefas podem ser propostas para qualquer nível de escolaridade, e que também é possível adequá-la aos conhecimentos dos alunos.

Além disso, o texto descreve algumas das principais características de uma tarefa investigativa e como se dá o seu desenvolvimento em sala de aula, logo, poderia contribuir para iniciar uma discussão sobre os aspectos levantados pela licencianda L1 na escrita colaborativa.

No início do encontro houve uma breve discussão sobre os principais apontamentos do texto. A professora participante PU destacou a importância ressaltada pela autora de registrar as práticas executadas dentro da sala de aula. Uma das suas considerações apresentada no documento destinado à Escrita Colaborativa, apresentava suas reflexões sobre o texto e sobre

o encontro, ressaltando a importância de registrar suas percepções sobre a sala de aula e sobre a sua própria prática, enquanto professora.

Excerto 2 - PU: “Um posicionamento que eu gostaria de ter tido desde que comecei a lecionar era o de ter registrado as minhas angústias, reflexões, medos, conquistas... eu saía da sala de aula e por muitas vezes me sentia MUITO feliz com o que tinha acontecido, com aquela sensação boa de troca entre os corpos: docente e discente. Aconteceu outras vezes que eu sai e parece que havia falado para as paredes. Tudo bem, é assim mesmo! Mas se eu tivesse colocado no papel, externado as minhas reflexões eu teria uma visão longitudinal da minha docência. Faça sempre reflexões e anotações sobre as suas aulas e sua prática docente. O texto que estamos lendo “Ensino de Matemática nos Anos Iniciais: aprendizagens de uma professora no contexto de tarefas investigativas” mostra uma professora diante de seus medos, de suas reflexões e de suas conquistas. É um estímulo ao exercício deste registro que estou colocando aqui.” (PU - registro da escrita colaborativa)

Em sua escrita, é possível perceber o quanto o texto mobiliza a professora a repensar não a sua prática docente em si, no sentido de associar suas aulas com a abordagem investigativa, mas uma preocupação com as suas práticas enquanto professora-pesquisadora, que poderia se utilizar dos registros para refletir e transformar suas práticas docentes.

Ainda durante o encontro, a professora Eliane havia comentado que o texto de Bertini (2015) apresenta semelhanças com a proposta da Escrita Colaborativa, pois há a oportunidade de escrever sobre os encontros para que outros possam ler e atribuir novos significados a estas experiências, destacando oportunidades de se debruçar sobre tarefas investigativas em conjunto e de levar para sala de aula e trazer ao grupo para discussão. A autora discute a importância de registrar os momentos que contribuem para a aprendizagem, assim como foi combinado entre os participantes dessa pesquisa no documento da Escrita Colaborativa. Este apontamento da professora formadora pode ter incentivado a reflexão que a professora PU externalizou na Escrita colaborativa.

Em seu texto, Bertini (2015) argumenta que, se não houvesse o suporte de um grupo de professores mediando e contribuindo, não seria possível levar a tarefa investigativa para a sala de aula. Dessa forma, ao discutir esse trecho do texto, levantamos o seguinte questionamento: será que devemos orientar os alunos sobre como trabalhar em colaboração dentro da sala de aula ou é necessário apenas dar oportunidades para que a colaboração ocorra? Esta reflexão foi suscitada pelo contexto que a autora relatou, no qual a aplicação da tarefa investigativa dentro da sala de aula contribuiu para os alunos trabalharem colaborativamente.

A professora Eliane comentou esse tema lembrando algumas de suas vivências como professora da Educação Básica. Inicialmente, ela explicou que não é fácil desenvolver uma tarefa investigativa de forma solitária, e que são necessários o apoio e o compartilhamento de experiências com um grupo. Destacou, ainda, que a colaboração entre os alunos dentro da sala de aula também é uma aprendizagem e que, nós, como professores, devemos orientar como trabalhar em grupo e como registrar o desenvolvimento da tarefa.

Como exemplo, a professora Eliane compartilhou sua primeira experiência de aplicação de uma tarefa investigativa em sala de aula, indicando a leitura de uma publicação em que participou (FERNANDES; FIORENTINI; CRISTOVÃO, 2005). Todo o processo foi desenvolvido com o suporte do Grupo de Sábado (GDS)⁸ da Unicamp, em um trabalho em parceria com um estudante de graduação que propôs o desenvolvimento de uma tarefa investigativa sobre pensamento algébrico, em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, no qual ela lecionava. Ao aplicar novamente uma tarefa investigativa, enquanto pesquisadora, a professora Eliane sentiu a necessidade de explicar aos alunos o que eram as tarefas investigativas e o que as diferenciava de uma aula tradicional, por meio de um Contrato Didático (Apêndice A) elaborado por ela. O professor participante PEBM complementou que também utiliza esse Contrato Didático em suas aulas investigativas, numa versão adaptada do modelo que ele havia conhecido nas aulas da professora Eliane, para a sua sala de aula.

Posteriormente a este encontro, disponibilizamos aos participantes este modelo de Contrato Didático sobre aulas exploratórias-investigativas, que definia o que é uma aula investigativa, descrevia o formato dos grupos, com funções para cada integrante, a organização do desenvolvimento das tarefas investigativas em sala de aula, como poderia ser avaliado esse tipo de trabalho, e ao final, como deveria ser o relatório elaborado pelos alunos.

Durante a conversa inicial, algumas dificuldades e angústias foram expostas pelos participantes, com relação às características da tarefa, em especial, a abertura da tarefa à qual Bertini (2015) se referia. O diálogo produzido neste momento é analisado no quadro 6, a seguir.

Quadro 6 - Análise do Episódio 1

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
---------------------	-----------------------	------------------------------

⁸ Para saber mais sobre o Grupo de Sábado, seus objetivos, participantes e produções do grupo acesse o link: <https://www.cempem.fe.unicamp.br/gds/grupo-de-sabado>.

<p>PEBM: “Eu li o texto da Bertini (2015), e realmente, agora eu entendo bastante [...]. Eu quero entender um pouquinho mais sobre essa ideia da abertura [...] porque eu acho que ainda estou na zona de conforto, não consegui chegar totalmente na zona de risco. Então querendo ou não, na tarefa que eu desenvolvi, eu fui mais no sentido da primeira atividade que a Bertini (2015) colocou.</p>	<p>Pretensão de sinceridade</p>	<p>Ainda não há propriamente uma construção conjunta, mas uma exposição de dúvidas sobre o que caracteriza uma tarefa investigativa, ou seja, qual o grau de abertura que ela exige, sobre como elaborar uma tarefa. Além disso, eles começam a se preocupar sobre como se preparar para levá-la a sala de aula.</p>
<p>Profa. Eliane: “A primeira eu achei bastante fechada, porque ela já dá o formato definido, [...] não é uma tarefa que faz com que surjam muitas possibilidades [...].</p>	<p>Pretensão de validade normativa</p>	
<p>PU: “Uma coisa que eu senti falta no artigo, foi que ele me pareceu que foi de algo que já tinha acontecido, e eu não sei como que você registra o planejamento desta atividade investigativa, quer dizer, como é que se planeja isso? Porque pra mim no texto foi só um registro do que aconteceu, dos pontos positivos, negativos, do que deu certo e do que não deu certo. Mas qual é o conteúdo que ela queria trabalhar nessa atividade dos pontinhos? Qual é o conteúdo que estava subjacente àquela prática? [...]”</p>	<p>Pretensão de sinceridade</p>	
<p>L2: “O texto fala que o professor precisa se preparar antes de levar a atividade pra sala, mas como se preparar para uma atividade tão aberta? Porque você não vai saber o que as crianças vão perguntar e se perguntar alguma coisa que você não sabe, ou você entende uma coisa e na verdade era outra. Aí eu fiquei pensando nisso, como acabar com essa ansiedade.”</p>	<p>Pretensão de sinceridade</p>	
<p>Profa. Eliane: “Acabar a gente não acaba, mas eu acho que existem formas de minimizar, porque trabalhar com esse tipo de tarefa, como a Bertini fala, é entrar numa zona de risco. Por mais que você prepare vai aparecer coisas que você não pensou, isso é a característica da tarefa aberta, se não aparecer nada que você não tinha pensado é porque a tarefa não estava suficientemente aberta. Mas como que você se prepara? Por isso eu acho que esse momento em grupo ele é muito importante [...] esse momento de fazer, de tentar se colocar no lugar do aluno, de tentar pensar o que o aluno poderia fazer, eu acho que tira um pouco essa angústia. Porque você vai pra sala preparado para interpretar também as coisas que eles estão fazendo, porque você já fez esse exercício de interpretação no próprio grupo, sozinho você prepara um pouco, mas eu acho que em grupo você prepara melhor.”</p>	<p>Pretensões de validade explicativa</p>	
<p>L1: “Eu lembrei de quando eu cheguei no curso e fui fazer a primeira prática [de ensino], todas as atividades e todas as práticas eram todas abertas. Se a professora queria dar uma pergunta pra gente, era tudo aberto e eu não sabia responder, tanto que eu não fui bem na disciplina porque eu não estava acostumada com isso, eu queria responder ali algo muito direto, muito rápido, dar uma resposta, mas não era isso que a professora queria.”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	

Fonte: Elaborado pela autora

A **abertura da tarefa** é uma característica fundamental, pois permite que a exploração e a investigação ocorram. Para Ponte (2005) esta abertura está relacionada ao formato como a tarefa é apresentada e influencia os caminhos que os alunos podem percorrer. Enquanto o ensino tradicional apresenta questões ou problemas fechados, que permitem uma única

resposta, e os exercícios são mera aplicação de técnicas e procedimentos pré-estabelecidos, na abordagem investigativa, para cada tarefa proposta, pode haver diversos caminhos com diferentes respostas válidas, e todo o processo dependerá da investigação dos alunos e das intervenções do professor.

Por esse motivo, muitos professores, assim como os participantes do Geifop, demonstram dúvidas e receios, mas ao mesmo tempo muito interesse em compreender como trabalhar com esta abordagem em sala de aula. Embora alguns conceitos ainda gerassem conflitos, havia uma *busca por entendimento*, ou seja, o anseio e o desejo em compreender os aspectos da abordagem investigativa, como elaborá-la e como desenvolvê-la na sala de aula. Assim, neste episódio, o que se percebe é o grupo sendo constituído como um espaço para expor angústias e conflitos.

Ao longo do diálogo, a professora Eliane realizou tentativas de amenizar tais angústias, provocadas pelo texto de Bertini (2015), ressaltando a importância dos contextos colaborativos para amparar este processo. O relato dessas dificuldades foi importante para compreendermos quais os pontos que mobilizaram reflexões nos participantes e quais foram as suas primeiras ressalvas com relação às tarefas investigativas. Compreender as dificuldades dos participantes é fundamental em um contexto colaborativo, pois contribuiu para que nos encontros seguintes pudéssemos retomar essas questões e discuti-las mais a fundo. A angústia relatada pela licencianda L2, por exemplo, poderia ser amenizada quando o grupo se propusesse a pensar sobre quais caminhos os alunos podem percorrer, quais as questões podem ser apresentadas por eles, quais os tipos de questionamentos poderiam ser levantados.

Ainda neste encontro a professora Eliane relatou suas experiências em escolas públicas e particulares, e concluiu dizendo que quanto mais fechado o sistema menor o tempo e a disponibilidade para trabalhar com uma abordagem mais investigativa, porém, é necessário que o professor possa se adequar ao ambiente em que está trabalhando. E esta adequação é facilitada e apresenta maior potencialidade ao ser compartilhada em um contexto colaborativo. Boavida e Ponte (2002) ressaltam que um contexto colaborativo, onde várias pessoas com diferentes ideias, vivências e percepções sobre a docência se juntam, gera mais energia e força para novas ações, reunindo recursos mais condizentes com a realidade, e conseqüentemente, produz novos diálogos, reflexões e possibilidades de aprendizagem mútua e compartilhada. Dessa forma, partindo das considerações dos participantes, fica evidente que o texto trouxe reflexões essenciais sobre a **postura colaborativa e investigativa do**

professor, incentivando também reflexões sobre características fundamentais relacionadas à **estrutura de uma tarefa investigativa**.

Como defendido por Cristovão e Castro (2012), a postura colaborativa atrelada à abordagem investigativa permite que novos desafios e demandas relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem sejam postos em discussão, e conseqüentemente, a reflexão sobre os desafios a serem enfrentados contribuem para ampliar o potencial educativo nas aulas de Matemática. Esta relação entre a postura colaborativa e a investigação se constitui como um fator essencial para o enfrentamento da complexidade docente.

Num segundo momento deste mesmo encontro, a professora Eliane apresentou questionamentos para verificar quais eram as concepções dos participantes sobre as principais etapas de desenvolvimento da tarefa investigativa, de acordo com o texto.

Quadro 7 - Análise do Episódio 2

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
Profa. Eliane: “Vocês conseguiram perceber no texto os principais momentos da tarefa?”	Coordenação de ações (ref. ao episódio anterior)	Início de uma construção sobre as características que diferenciam uma tarefa investigativa da resolução de problemas
L2: “Tem uma parte que a autora fala que primeiro é preciso apresentar, depois fazer a pesquisa e no final, formalizar.”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “Tem mais alguns momentos. Você apresenta a tarefa, dá um tempo para fazerem em grupo para que possam trocar ideias, depois vem o momento de socialização e no final o professor faz uma formalização. Ao contrário da aula tradicional, na aula investigativa o conceito é formalizado depois. Qual a diferença entre resolução de problemas e a abordagem investigativa?”	Pretensão de validade explicativa	
L1: “Até hoje confundo, não consigo fazer essa diferenciação.”	Pretensão de sinceridade	
L2: “No meu ponto de vista, a investigativa não tem um rumo e um meio bem determinado, você apresenta o início, mas não têm um final muito exato. Já na resolução de problemas o início é mais estruturado, você tem um problema pra resolver, então não é tão aberto.”	Busca por entendimento	

Fonte: Elaborada pela autora

Neste diálogo o enfoque do questionamento, proposto pela professora Eliane, foi verificar se houve percepção dos principais momentos tratados no texto ao desenvolver uma tarefa investigativa, para dar continuidade ao diálogo anterior. Dessa forma, há uma

Coordenação de ações em que o ato da fala expressa uma tentativa de captar a concepção dos participantes sobre o texto discutido e produzir entendimentos.

Já na segunda fala é possível perceber que a licencianda L2 expressa uma tentativa de explicação sobre os momentos da tarefa investigativa a partir do texto de Bertini (2015), evidenciando uma *pretensão de acerto*. Contudo, também é possível perceber em sua fala a utilização da palavra “*pesquisa*” para descrever o processo da investigação. Isso evidencia um possível equívoco da compreensão sobre a natureza das tarefas investigativas, pois a investigação não é um processo de pesquisa e sim de levantamento de hipóteses, testes de conjecturas, justificações e demonstrações, quando possível. Embora a investigação não apresente critérios que devem ser seguidos, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) ressaltam alguns momentos importantes na realização de uma investigação. Para os autores, a investigação se inicia com a exploração e a formulação de questões, com o objetivo de que os alunos reconheçam a situação problemática que está sendo proposta e iniciem a formulação de questões. Após esse processo, é realizado um levantamento de conjecturas para que, posteriormente, sejam realizados testes de verificação ou reformulação, caso necessário. Ao final de todo esse processo de exploração, é solicitado que os alunos realizem uma justificação das conjecturas levantadas e uma avaliação de toda a investigação.

Após o ato de fala da licencianda L2, a professora Eliane não problematiza este possível equívoco, mas descreve os principais momentos de uma investigação, evidenciando uma *pretensão de validade explicativa*, para complementar os fundamentos apresentados por L2. Nesse momento, novamente buscando dar continuidade ao processo de entendimento, propõe um novo questionamento, mais simples, ou seja, em vez de insistir nas etapas, volta a perguntar sobre a diferenciação entre a Resolução de Problemas e a abordagem investigativa.

Nesse momento L1 apresenta um ato de fala que indica uma *pretensão de sinceridade*, pois ela continua não compreendendo esta diferença. Em seguida, L2 busca descrever o que diferencia a resolução de problemas e a abordagem investigativa mostrando uma *busca de entendimento* por meio do *uso de frases explicativas* que relacionam os questionamentos e dúvidas anteriores. Ao longo de sua fala, demonstra um interesse em fundamentar uma concepção sobre a abordagem investigativa.

Diante destas considerações, é necessário ressaltar o que Ponte e Serrazina (2009) e Almeida Junior (2016) trazem sobre a importância de desenvolver tarefas investigativas em um contexto colaborativo para amenizar as dificuldades encontradas pelos professores.

É possível que alguns professores possam definir a abordagem investigativa dentro da sala de aula de forma equivocada, mas o sentido da colaboração no grupo é justamente promover esta construção conjunta, a fim de amenizar as dificuldades e dar suporte às práticas.

Os professores que não possuem uma rede de apoio para auxiliar durante uma proposta investigativa, podem escolher seguir o caminho do ensino tradicional, assim como destacado por Bertini (2015) no texto, ao descrever que a rede de apoio foi fundamental para o desenvolvimento da tarefa. É por esse motivo que, no grupo, buscamos levantar tais questionamentos relacionados à estrutura de uma tarefa investigativa e seus principais momentos, para que os participantes apresentem suas inseguranças e descrevam suas percepções sobre esta prática em sala.

Esse episódio evidencia a importância da construção do diálogo sobre as perspectivas da abordagem investigativa que cada um dos participantes apresenta, buscando compreender e atender os seus anseios relacionados à inserção das tarefas investigativas em sala de aula. Nesse episódio começam a aparecer, por parte dos participantes, as primeiras *buscas por entendimento*, que podem levar a uma construção realmente conjunta.

Ao prosseguir com a discussão sobre esses momentos e características da abordagem investigativa, a professora Eliane tomou como exemplo a tarefa “Comprando pipoca para a festa junina” de Bertini (2015). A professora disse que esta tarefa, embora apresentada como investigativa, foi conduzida na forma de uma resolução de problemas, pois a professora utilizou os mesmos dados com todos os alunos, e todos percorreram os mesmos caminhos.

Os questionamentos que poderiam permitir maior exploração e o surgimento de novos caminhos foram feitos somente ao final da tarefa. A partir desta reflexão, vale destacar alguns apontamentos dos participantes a esse respeito.

Quadro 8 - Análise do Episódio 3

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
M1: “A tarefa em si para ser investigativa depende de todo o contexto, da turma, do conhecimento dos alunos e da condução do professor.”	Pretensão de validade descritiva	Ainda não há uma construção dos participantes propriamente, mas uma contínua tentativa de explicar o que caracteriza esse
PEBM: “Eu percebi que a atividade que eu propus aos meus alunos estava um pouco fechada como do trabalho da Bertini (2015), o que eu deveria fazer?”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Mas o que apareceu na resolução dos [seus] alunos, foi tudo muito parecido?”	Pretensão de validade explicativa	

<p>PEBM: “Foi uma tarefa de trigonometria, e a tarefa que eu peguei era um pouco direta. Mas, para mim, a minha tarefa ainda está um pouco fechada. Será que eu devo refletir um pouco sobre a minha tarefa sobre o porquê está fechada?”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	<p>tipo de tarefa, agora buscando relacionar com suas próprias vivências e práticas.</p>
<p>Profa. Eliane: “A Bertini (2015) no artigo não trata da diferença entre uma tarefa fechada e uma tarefa aberta. Então, o que deve ficar claro pra você não é se está aberto ou não, mas qual é a sua intenção, se a forma que você fez gerou um debate está ótimo. Não precisa ser tão aberto se o objetivo foi atingido.”</p>	<p>Pretensão de validade normativa</p>	

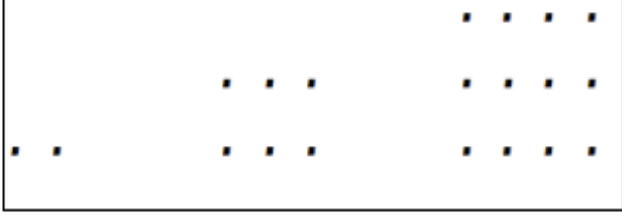
Fonte: Elaborado pela autora

Neste diálogo do segundo encontro podemos perceber que os participantes demonstravam o interesse em compreender o que eram as tarefas investigativas e **aprofundar nas concepções teóricas** sobre esta abordagem. Dessa forma, ainda não há uma busca por entendimento coletiva, mas cada membro busca expor suas dúvidas, relacionando com sua prática. A mestranda M1 demonstrou uma *pretensão de validade descritiva* ao expor que além dos aspectos que definem se uma tarefa é investigativa ou não, é preciso atentar para o contexto que a permeia. Entretanto, não houve uma continuidade desta discussão.

Em seguida, o professor PEBM expôs suas dúvidas ao relatar uma tarefa investigativa que foi proposta em uma de suas aulas, e dessa forma, seu ato de fala apresenta uma *pretensão de sinceridade* sobre como desenvolver esse tipo de tarefa de forma mais favorável à aprendizagem dos alunos. Esta fala gerou um diálogo, mas este ainda não levou a uma *busca por entendimento coletivo*. Percebendo que os participantes ainda buscavam compreender o que caracteriza uma tarefa, a professora Eliane sugeriu realizar uma discussão, mais prática, envolvendo a tarefa 1 proposta no texto por Bertini (2015), conforme a Figura 5.

Figura 5 - Tarefas investigativas proposta por Bertini (2015)

Observe a sequência:



a) Qual a próxima figura dessa sequência? Desenhe.
 b) E a seguinte? Desenhe.
 c) Como é que cada figura se transforma na seguinte?
 d) Quantos pontos tem cada uma das figuras que você desenhou?
 e) Imagine que você quer saber o número de pontos da 10ª figura sem fazer o desenho, como você faria?

Fonte: Bertini (2015)

A partir dessa tarefa, ocorreu um diálogo com foco no desenvolvimento da própria investigação.

Quadro 9 - Análise do Episódio 4

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
L2: “Têm 2 pontinhos, depois têm 6, depois têm 12. Eu poderia pensar que é uma progressão ou eu poderia pensar que é a multiplicação do anterior. Então o próximo poderia ser 12x6.”	Pretensão de validade explicativa	Não há uma construção conjunta explícita, mas uma vivência que possibilita compreender mais sobre a tarefa investigativa.
Profa. Eliane: “O próximo poderia ser 12x6?”	Pretensão de validade avaliativa	
L2: “É... porque se pensar o quadrado maior é 2x6.”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “Mas essa lógica que você está falando funciona desde a primeira figura?”	Pretensão de validade avaliativa	
L2: “Não sei... acho que não.”	Pretensão de sinceridade	

Fonte: Elaborada pela autora

Esse diálogo, logo no início da exploração da tarefa, além de possibilitar uma vivência investigativa, o que pode ajudar os participantes a compreenderem melhor o que caracteriza esse tipo de tarefa, foi essencial para evidenciar uma característica fundamental da comunicação que se estabelece ao se trabalhar com uma tarefa investigativa: o tipo questionamento a ser feito.

Dentro da sala de aula, o aluno que nunca trabalhou ou teve contato com a abordagem investigativa, primeiramente, terá como objetivo buscar o resultado final, e conseqüentemente, encontrar a resposta correta. Contudo, após algumas tentativas, é possível que ele compreenda, intuitivamente ou com o auxílio do professor, que este tipo de tarefa se diferencia de um problema fechado ou de um exercício tradicional, e que podem surgir várias hipóteses de continuidade, sem que alguma esteja incorreta, ou seja, eles irão perceber que o importante é levantar e testar hipóteses. Por esse motivo, os professores também precisam vivenciar isso para entenderem como conduzir uma tarefa investigativa em sala de aula.

A partir de um questionamento levantado pela professora Eliane, a licencianda L2 começa a refletir sobre a necessidade de encontrar padrões quando estamos investigando. Os questionamentos levantados serviram para instigar estas reflexões mais profundas da licencianda L2. Este processo, conduzido pela professora, se assemelha com o que os professores, mestrandos e futuros professores irão desenvolver em sala de aula, para estabelecer um padrão de comunicação que instigue o aluno a continuar explorando.

O ato de questionar os alunos, colocar em xeque suas conjecturas, durante o desenvolvimento de tarefas investigativas, é importante para proporcionar um maior envolvimento com a tarefa e para incentivar a busca por caminhos diferentes, permitindo uma aproximação aos conceitos matemáticos (AMARAL, 2020). As perguntas, se realizadas em momentos propícios de aprendizagem, podem levar alunos ou até mesmo professores, a explorações e descobertas nem mesmo planejadas pelo professor.

Dessa forma, neste diálogo, embora não se fale sobre comunicação, há uma vivência dessa comunicação. A forma como a professora Eliane conduz a discussão pode ajudar os participantes a perceberem que os questionamentos não devem ser feitos apenas de forma autoritária, para verificar a aprendizagem, mas acima de tudo para incentivar, mostrar diferentes caminhos que podem ser seguidos e apontar para o desenvolvimento de conceitos intuitivamente (MORTIMER; SCOTT, 2002). Este questionamento realizado pela professora Eliane permitiu que a licencianda L2 refletisse sobre o seu raciocínio e começasse a questionar sua conjectura ao afirmar “Não sei... acho que não.”.

Buscando dar continuidade a esse processo, a professora Eliane *coordena ações* no sentido de propiciar vivências relativas ao processo investigativo, e ao diálogo que pode ser incentivado em sala de aula. Embora ainda não tenhamos evidências de construções conjuntas a esse respeito, durante o episódio 5, descrito a seguir, fica evidente o envolvimento e as interações que os **questionamentos** proporcionam.

Quadro 10 - Análise do Episódio 5

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
Profa. Eliane: “Alguém pensou em uma outra forma? Quanto deu o próximo quadradinho?”	Questionamento	Embora não apresente construções conjuntas, este episódio retrata um envolvimento com os questionamentos que permite refletir sobre a forma de conduzir uma tarefa investigativa
PEBM: “O meu deu 20 professora.”	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “L2 falou 72 e você pensou em 20?”	Coordenação de ações	
PEBM: “Sim. Eu tentei pensar em uma lógica bem diferente. Eu pensei assim, na primeira eu rotacionei a figura 90° e adicionei duas colunas. Da 2° pra 3° eu rotacionei a figura 90° e adicionei duas colunas. Eu tentei pensar algo bem dinâmico. Eu trabalhei assim, e depois fui pra parte numérica.”	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “Entendi.”	Pretensão de sinceridade	
PEBM: “Na parte numérica na posição 1 tinha 2, na posição 2 tinha 6, na posição 3 tinha 12, na posição 4 teria 20, na posição 5 teria 30.”	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “Alguém pensou diferente?”	Coordenação de ações	
L2: “Eu achei que o PEBM tinha pensado de um outro jeito quando ele falou o resultado dele. Por exemplo, eu tenho dois pontinhos no primeiro, adiciono um do lado direito e um pra cima, e completa.”	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “Espera, vamos desenhar pra poder entender.”	Pretensão de validade explicativa	

Fonte: Elaborada pela autora

No início do episódio 5 é possível perceber que, embora os participantes não tenham discutido sobre as características referentes aos padrões de comunicação e questionamento que devem ser buscados na resolução de uma tarefa investigativa, e também sobre a busca de diferentes caminhos, eles se envolvem com estes questionamentos e se prontificam a pensar de outras formas, assim como trouxe o professor PEBM em sua fala.

Além disso, destacamos novamente a importância do compartilhamento que pode gerar novos pensamentos e reflexões aos participantes, assim como ocorreu com a licencianda L2. Dessa forma, “o próprio ato de compartilhar torna-se uma tarefa reflexiva, pois é preciso pensar como dizer sobre o que fazemos e depois interpretar o que o outro está entendendo sobre o que dizemos. Nesse compartilhamento, todos aprendem com todos!” (CRISTOVÃO; CASTRO, 2012, p. 13). É por esse motivo que, os questionamentos propostos pela professora Eliane, com o objetivo de *coordenar ações*, incentivaram o compartilhamento e a construção

de entendimentos para todos os participantes, evidenciando na fala do professor PEBM e da licencianda L2 a *pretensão de verdade*, fornecendo fundamentos baseados na própria prática de investigar.

No próximo episódio, vai ficando mais clara a compreensão sobre a necessidade de abertura da tarefa, para que ela realmente possibilite caminhos e soluções diferentes. Entretanto, ao manter o diálogo até compreender o que uma das participantes estava pensando, a professora Eliane evidencia que a preparação do professor é essencial para que a investigação ocorra, pois não é fácil interpretar o pensamento dos alunos. Mais uma vez, o questionamento cumpre um papel essencial no processo.

Quadro 11 - Análise do Episódio 6

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
Profa. Eliane: “Então acrescentou duas aqui e duas aqui? [uso do Jamboard para ilustrar o raciocínio]”	Questionamento	Momento que demonstra a importância da comunicação para compartilhar o raciocínio utilizado como forma de incentivar a percepção de outras estratégias
L2: “Não. Eu tinha pensado assim, na primeira figura adiciona um pontinho em cima, e um pontinho do lado, depois complementa o restante.”	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “Ah então só acrescenta um pontinho em cima e um pontinho do lado, e depois completa. É isso?”	Pretensão de validade avaliativa	
L2: “Isso mesmo.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Só da forma que você falou eu já pensei em um outro jeito de fazer. Pensei em acrescentar dois em cima e dois ao lado. Só que na terceira figura a regra não funciona né? Ai teria que acrescentar uma linha em cima e uma coluna do lado. Ai ficaria mais próximo da explicação do PEBM, não é?”	Pretensões de validade normativa	
PEBM: “Eu entendi o que a L2 falou e realmente, o da L2 vai bater com a sequência que eu fiz aqui. Mas o que eu falei é, eu peguei a primeira figura e rotacionou ela no sentido horário, 90°...”	Pretensões de validade explicativa	
Profa. Eliane: “Ah, eu acho que agora entendi o que você falou. Eu tenho isso aqui, então eu rotaciono e adiciono duas colunas. Ai agora eu tenho isso aqui (2° figura), eu rotaciono e adiciono duas colunas.”	Pretensões de validade avaliativas	
PEBM: “Isso mesmo.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Percebam que são desenhos diferentes, desenhos mentais, mas que não fogem ao padrão, perceberam? Porque o padrão está amarrado.”	Coordenação de ações	

L2: “Não dá para chegar em um resultado muito diferente né?”	Busca por entendimento (ela tenta construir a ideia do que é uma tarefa mais fechada)	PEBM começa a dar corpo a uma construção conjunta, sobre o grau de abertura de uma tarefa, mas a explicação de M1 possibilita um novo entendimento.	
Profa. Eliane: “É, se você pensa em uma lógica que vai funcionar pra todos [todas as posições], então todos vão chegar numa mesma quarta posição, na mesma quinta posição, mesmo que a lógica do pensamento seja diferente.”	Pretensões de validade normativa		
PEBM: “Professora, então quer dizer que a sequência que ela colocou na atividade já não permite outro resultado?”	Busca por entendimento (ele busca reforçar a ideia do que é uma tarefa mais fechada)		
Profa. Eliane: “Então, eu pelo menos não consegui pensar em uma forma de continuar, diferente do padrão que já está aí. Pode ser que exista, mas eu acho que a tarefa já deixa meio amarrado, porque qual seria o próximo? O que o aluno está percebendo? Eu pelo tinha notado que, na figura 1, são 2 quadradinhos e altura 1, na segunda são 3 quadradinhos na base, e altura 2, na terceira figura são 4 quadradinhos na base e altura 3. Então o que eu faria? Eu aumentaria 1 na base, então o próximo vai ter 5 quadradinhos na base e 4 de altura.”	Pretensões de validade explicativas		
M1: “Eu olhei o desenho e fui completando pensando no formato, se eu ligar os pontos aparece um retângulo nesse mesmo pensamento, que a base é 2, 3, 4, e depois 5... Então vai aumentando uma coluna e uma linha. E aí já passei pra parte numérica. Eu entendi o que a L2 falou primeiro, como 2×6 é igual a 12, então pensei que daria pra continuar.”	Pretensão de verdade		
Profa. Eliane: “Ah, agora eu entendi o que a L2 estava querendo dizer.”	Pretensão de sinceridade		
L2: “Eu que não soube explicar (risos).”	Pretensão de sinceridade		
Profa. Eliane: “Por aí você vê como a gente entra em uma zona de risco. Porque o risco maior que você corre é não entender o que o aluno está tentando te explicar.”	Coordenação de ações		A construção conjunta mais evidente aqui é em relação à necessidade do professor saber interpretar o pensamento do aluno, pois isso vai interferir na compreensão sobre a abertura ou não da tarefa.
M1: “Essa é uma tarefa né, entender o que o aluno está querendo te mostrar.”	Pretensões de validade avaliativas		
Profa. Eliane: “Sim... E agora com a fala da M1, a sua sequência, L2, tem sim uma lógica, porque na primeira você está fazendo 2×6 , como o segundo é 6 e o terceiro é 12, então o próximo vai ser 6×12 que é 72. Então quer dizer que a sequência não é tão fechada como eu tinha pensado.”	Pretensão de validade avaliativa		
M1: “Só que ai eu não sei como ficaria o desenho.”	Pretensão de sinceridade		
Profa. Eliane: “Isso, o desenho perde o padrão.”	Pretensão de validade avaliativa		
L2: “Mas eu acho que ela [a autora] aplicou pra	Pretensão de acerto		

crianças de 8 anos, e eles nem iriam saber a sequência de Fibonacci, a gente pensou nisso por causa de Fibonacci.”		Construção conjunta sobre a relação entre o grau de abertura de uma tarefa investigativa e os conhecimentos prévios dos alunos
Profa. Eliane: “Exatamente. Então pensa assim, a forma como ela está não é completamente fechada, mas dificulta que se pense em outras maneiras, porque o desenho já está bem determinado.”	Pretensões de validade avaliativas	
M1: “E como a primeira questão e a segunda já é pra desenhar a próxima, então você vai desenhar de acordo com o padrão, depois que vai vir a parte numérica.”	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “Ou seja, pode acontecer de todo mundo seguir um padrão de desenho, pode acontecer de fugirem desse padrão? Pode, foi como a L2 fez. Mas eu acho que dificulta um pouco.”	Pretensões de validade avaliativa	

Fonte: Elaborado pela autora

Logo de início, como forma de buscar compreender o pensamento dos participantes, a professora Eliane utiliza como auxílio o *Jamboard*⁹ para desenhar a estratégia utilizada. Assim, neste episódio, enquanto a L2 expressa o seu raciocínio com o objetivo de fornecer fundamentos práticos para embasar o seu pensamento, a professora Eliane utiliza *pretensões de validade avaliativa* buscando avaliar e compreender o caminho percorrido pela participante. Dessa forma, a L2 inicia uma tentativa de *busca por entendimento* sobre a característica de uma tarefa fechada ao dizer “Não dá para chegar em um resultado muito diferente né?”, e, logo após esta fala, o PEBM reforça novamente esta mesma ideia dizendo “Professora, então quer dizer que a sequência que ela colocou na atividade já não permite outro resultado?”.

Esta tentativa de construção sobre a caracterização de uma tarefa fechada evidencia o início de uma *construção conjunta* que foi incentivada pelo compartilhamento dos possíveis caminhos de resolução da tarefa dos participantes, e também, dos questionamentos advindos dos episódios anteriores. Compreender essa característica possibilita desenvolver um olhar sobre a diferenciação entre uma tarefa investigativa e um problema fechado ou um exercício tradicional, refletindo sobre qual o formato necessário para que uma tarefa seja mais produtiva do ponto de vista da investigação. Além disso, permite que o professor reconheça

⁹ O Jamboard é um quadro interativo desenvolvido pelo Google, como parte da família G Suite. Foi anunciado oficialmente em 25 de outubro de 2016. Ele tem um monitor touchscreen 4K de 55", e tem compatibilidade para colaboração on-line através de suporte multi-plataforma.

quais são as diferenças entre as abordagens de ensino investigativa e tradicional, e determine, de acordo com os alunos, qual é a melhor estratégia de ensino a ser aplicada dentro da sala de aula (SALGADO, 2020).

Além disso, embora a licencianda L2 tenha destacado novamente o seu pensamento, foi só após a explicação de outro participante que a professora Eliane conseguiu compreender sua forma de pensar. Este fato permitiu que os participantes refletissem sobre o processo investigativo na sala de aula, assim como é visto na fala da M1 quando diz “Essa é uma tarefa né, entender o que o aluno está querendo te mostrar”. Dessa forma, as considerações sobre compreender uma fala que remete a construção de um raciocínio de um determinado indivíduo se tornou presente na reflexão sobre este mesmo processo em sala de aula. É por este motivo que, a *construção conjunta* mais evidente neste episódio está relacionada à necessidade do professor em compreender o pensamento do aluno, principalmente pelo fato de que esta compreensão poderá interferir no entendimento sobre a abertura de uma tarefa. Logo, é possível que este diálogo possa impactar na prática de sala de aula dos participantes ao trabalharem com tarefas investigativas, permitindo repensar a forma de comunicação.

O processo de descobrir e compartilhar novas formas de pensamento, reconhecer diferentes soluções e estratégias de resolução proposta por diferentes pessoas, permite evidenciar a dinâmica da construção do conhecimento matemático (GUERREIRO, 2011). Além disso, essa construção do conhecimento apresenta influências do contexto colaborativo, permitindo que os participantes trabalhem em conjunto, reflitam sobre as estratégias, compartilhem considerações, construam objetivos comuns e se apoiem mutuamente (COSTA; FIORENTINI, 2007).

Assim, o diálogo do episódio 6 traz considerações essenciais sobre as características das tarefas investigativas, que foram sendo notadas pelos participantes enquanto discutiam estratégias para resolução de uma tarefa, como a abertura da tarefa. Os participantes concluíram que a tarefa investigativa não era aberta o suficiente, e que a forma como ela estava dificultava pensar e refletir sobre outras estratégias de resolução, conseqüentemente, todos poderiam seguir um mesmo padrão. Além disso, os conhecimentos prévios dos participantes e a autonomia enquanto apresentavam diferentes estratégias, ficaram evidentes no momento em que a licencianda L2 relatou sobre a possível utilização da sequência de Fibonacci, conceito que foi desenvolvido durante a graduação.

Já na segunda questão da tarefa sobre os pontinhos, os participantes concluíram que a

tarefa em si foi fechada devido aos dados serem os mesmos para todos, dessa forma, o que permitiria torná-la mais aberta seria trabalhar com diferentes dados, o que resultaria, em diferentes resultados. O diálogo a seguir demonstra as considerações dos participantes acerca desta consideração.

Quadro 12 - Análise do Episódio 7

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
PEBM: “Professora, então na Atividade 1 eu estava achando que, o que fechou a tarefa foram as perguntas, mas na verdade foi a sequência que fechou né?”	Pretensões de validade avaliativa	Não há novas construções conjuntas, mas a continuação da compreensão sobre as implicações de uma tarefa ser mais fechada ou mais aberta
Prof. Eliane: “Eu imagino que a própria sequência. Não fechou completamente, mas tornou-se um pouco difícil mudar o padrão.”	Pretensão de sinceridade	
PEBM: “Então talvez pra deixa-la mais aberta, talvez utilizar uma outra sequência ou uma sequência que permitisse alterar o padrão.”	Pretensões de validade avaliativas	
Prof. Eliane: “O que nós poderíamos fazer pra que ficasse mais livre esse padrão. Primeiro, o fato de darmos três posições você já amarra, porque a relação da primeira para a segunda, e da segunda para a terceira deve ser respeitada. Será que se eu só deixar duas posições não me dá mais liberdade?”	Coordenação de ações	
L2: “Eu acho que dá, inclusive eu já fiz de outro jeito.”	Pretensão de sinceridade	
Prof. Eliane: “Já saiu outra sequência?”	Questionamento	
L2: “Na segunda posição eu tirei 2 pontinhos, então ficou um quadrado de 4 pontos. Então a primeira figura ficou igual, e a segunda ficou com 4 pontinhos e a terceira ficou do mesmo jeito. Aí eu pensei em repetir o desenho, então o primeiro desenho ele repete pra cima, aí na terceira eu repeti o desenho 4 vezes, só que os pontinhos de intersecção se juntam.”	Pretensões de verdade	
Prof. Eliane: “É que você colocou 4 na segunda figura, né? E se deixasse 2 na primeira figura e 4 na segunda? Façam o exercício no papel e tentem continuar a sequência por alguma lógica.”	Coordenação de ações	
L2: “Agora eu fiz como se fosse um espelho, coloquei dois pra cima, depois ficou 4, ai coloquei pro lado, ou pra cima tanto faz, ai ficou 8.”	Pretensões de verdade	
Prof. Eliane: “Ah vc só dobrou pra cima?”	Questionamento	
L2: “É...”	Pretensão de sinceridade	A partir da discussão sobre formas de tornar a tarefa mais aberta, os participantes refletiram sobre os caminhos que poderiam surgir a partir disso.
Prof. Eliane: “Ai seria 2, 4, 8, e o próximo 16, porque iria dobrar de novo.”	Pretensões de verdade	
L2: “Da pra continuar pensando daquele jeito de adicionar os pontos do lado e em cima, ai vai dar outro resultado. Ai já da 2, 4, 6, ...”	Pretensões de verdade	

M1: “Eu coloquei assim, de acrescentar sempre 2 em cima. Ai seria 2, 4, 6, ...”	Pretensões de verdade	
Profa. Eliane: “Ah entendi, só 2, 2, 2, ... Sim. Ou seja, essa 2, 4, já daria a possibilidade de ou dobrar, ou só ir acrescentando de 2 em 2. Já daria duas sequências perceberam? Que são duas lógicas diferentes. Uma é PA e a outra é PG.”	Pretensões de validade normativas	

Fonte: Elaborado pela autora

É possível perceber que, no Episódio 6 os participantes estavam iniciando a *construção conjunta* sobre a estrutura de uma tarefa investigativa, em especial, a compreensão sobre as consequências de uma tarefa ser mais fechada ou mais aberta. Já neste Episódio 7, não há uma nova construção conjunta, mas há uma continuação que permite refletir sobre as características de uma tarefa investigativa, onde os participantes continuam a repensar de que forma poderiam tornar uma tarefa mais aberta. Este processo de busca para compreender as características de uma tarefa investigativa é fundamental para que o professor compreenda que a abertura da tarefa não se remete a procedimentos determinados, mas a possibilidade de surgimento de múltiplas estratégias e alternativas de resolução (FIORENTINI, 2010).

Dessa forma, durante esta discussão o participante PEBM buscou compreender, com o uso de *pretensões de validade avaliativa*, quais as características que tornaram a tarefa fechada, e ao mesmo tempo, determinar o que permitiria que esta tarefa fosse aberta. Este exercício se torna importante, principalmente para que os participantes desenvolvam a compreensão sobre a diferença entre uma tarefa aberta e fechada, e assim, futuramente, minimizar as inseguranças ao se trabalhar com a investigação em sala de aula.

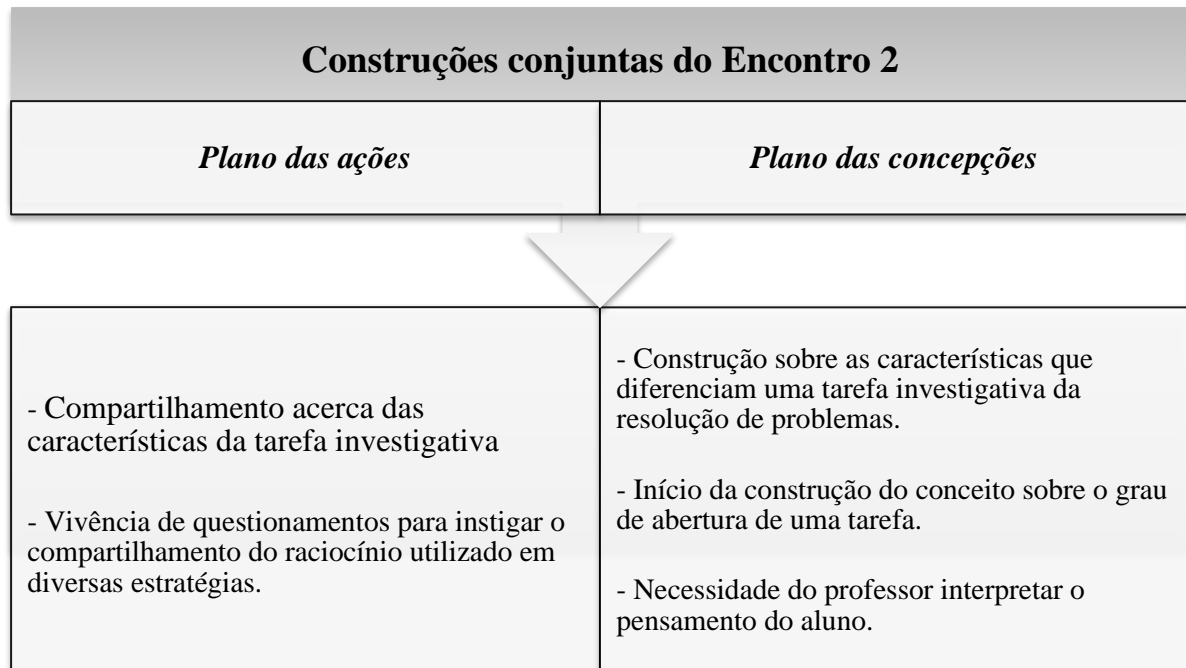
Os momentos de *coordenação de ações* mediados pela professora Eliane, permitiram que a construção conjunta acerca da abertura de uma tarefa investigativa fosse explorada pelos participantes, de forma a incentivarem o surgimento de novos caminhos de investigação, assim como destacado na fala da licenciando L2.

Logo, ao final da análise do Encontro 2 pudemos concluir que o texto de Bertini (2015), que discute uma proposta de tarefa investigativa para os anos iniciais, contribuiu para que novas reflexões e construções de conhecimento em relação às características das tarefas investigativas ocorressem. Destacamos também que, os participantes demonstraram entusiasmo nas falas ao investigarem e também, certa preocupação com a forma de expor os questionamentos e comentários.

Dessa forma, a partir da discussão do texto e das interações ao longo dos Episódios 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 entre os participantes, a síntese de todas as construções conjuntas é

apresentada na Figura 6, abaixo.

Figura 6 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 2



Fonte: Elaborada pela autora

A partir das sínteses das construções conjuntas e das características comunicativas apontadas no Encontro 2, podemos perceber que, no plano das ações, há o compartilhamento pelos participantes acerca das características da tarefa investigativa, em especial, sobre a abertura de uma tarefa. A partir desta exposição, houve uma vivência no grupo que permitiu reconhecer a importância da comunicação e dos questionamentos ao longo do desenvolvimento da investigação para que outras estratégias possam surgir. No plano das concepções os participantes se envolveram no sentido de expor as dúvidas acerca da abordagem investigativa, e ao mesmo tempo, construir o conhecimento sobre as suas características.

Ao olhar para o encontro de forma geral, é possível perceber que os participantes interagem e se orientam no diálogo a partir das dúvidas acerca do desenvolvimento de uma tarefa investigativa, em especial, enquanto se dedicam a repensar e determinar estratégias de resolução da tarefa investigativa. Dessa forma, cabe ressaltar que os primeiros indícios de entendimento surgem no grupo por consequência da interação entre os participantes e da tentativa de resolução que foram mediadas, constantemente, pela professora Eliane enquanto utilizava coordenação de ações.

Ao final deste encontro, foi proposto aos participantes que escolhessem uma tarefa

investigativa para discutirem, em grupo, algumas possíveis formas de resolução, com o objetivo de que, no próximo encontro, pudessemos discutir acerca das estratégias utilizadas.

As tarefas¹⁰ propostas foram:

- *Tarefa I:* Investigando e descobrindo sequências
- *Tarefa II:* Investigando translações
- *Tarefa III:* Investigações com a calculadora
- *Tarefa IV:* Vamos unir hexágonos regulares

Assim, no encontro seguinte o objetivo foi discutir e socializar algumas estratégias.

6.3 Encontro 3 – Socialização das tarefas investigativas

Como o objetivo do encontro 3 era discutir as tarefas investigativas escolhidas no Encontro 2, os participantes se dividiram em pequenos grupos, debateram sobre as resoluções ao longo da semana e apresentaram suas estratégias e resultados. O grupo 1, composto por L1, L2 e M1, escolheu a tarefa II. No diálogo a seguir é possível ver o grupo apresentando os caminhos percorridos ao longo da tarefa II.

Quadro 13 - Análise do Episódio 8

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
L1: “Começaram a aparecer números diferentes. Então a gente pensou que poderia haver uma ordem certa para colocarmos essas letras a, b, c, d, no lugar certo (<i>Figura 7</i>). E aí pensamos então no sentido horário $a = 22$, $b = 24$, $c = 34$ e $d = 32$, e aí começamos a operar e começamos a perceber que o f vai ser sempre o mesmo. Nesse caso encontramos -20.”	Pretensão de validade descritiva	Construção conjunta acerca da busca por padrões durante o desenvolvimento de uma tarefa investigativa
Profª. Eliane: “O que levou vocês a pensarem que deveriam mudar a ordem?”	Coordenação de ações	
L1: “É que a gente não encontrava nenhum padrão, a gente fazia as operações e não conseguimos encontrar um padrão para f, e até que a gente achou... foi a M1 que pensou nessa ordem.”	Busca por entendimento	
Profª. Eliane: “Isso significa que vocês já sabem o que é investigar.”	Pretensão de validade avaliativa	

¹⁰ As tarefas propostas aos participantes estão disponíveis no Apêndice B.

<p>L1: “É... a gente começou a perceber isso mesmo. Então a gente percebeu um padrão investigando, e encontramos que o f vai ser sempre o mesmo. Nós pensamos em aumentar uma linha e uma coluna. Aí nós temos um novo retângulo, fizemos a operação respeitando o sentido horário. Depois escolhemos um outro retângulo aleatório e encontramos o mesmo valor de f, -60 (<i>Figura 8</i>). Depois a gente pensou, e se aumentarmos mais duas linhas e mais duas colunas? Fazendo as contas encontramos -120. Ai a gente falou, nossa primeiro deu -60, depois -120, então é o dobro.”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	<p>A partir da interação há o início de uma construção conjunta acerca dos processos de formalizar e generalizar. Tais conceitos são etapas fundamentais da investigação</p>
<p>M1: “Então a gente acabou focando depois só nesse de aumentar linha e coluna juntos, porque a gente acabou tendo pouco tempo.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	
<p>L1: “Ai nós focamos na relação que aumenta o mesmo número de linhas e de colunas e organizamos melhor o nosso resultado em uma tabela.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	
<p>Profa. Eliane: “L1, uma dúvida que eu fiquei. Quando vocês colocam $(n - 1)$ então vocês estão falando do número de colunas, então se são 3, então é $3 - 1$, então vão ser 2. Ai, depois tem $(n - 1) - 1$. Ai o que é esse n? É o número de linhas?”</p>	<p>Pretensão de validade avaliativa</p>	
<p>M1: “Esse retângulo ele é sempre um lado tem um quadrado a menos que o outro. A princípio a gente tinha pensado, suponha que um lado seja n e o outro m, ai seria então $(n - 1) \cdot (m - 1) \cdot (-10)$. Mas se você considerar só o lado maior sendo n então quer dizer que o lado menos é $n - 1$.”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	
<p>Profa. Eliane: “Isso é porque vocês escolheram esse padrão de sempre aumenta um lado e aumenta um pra baixo. Então vocês partiram do padrão lado n e altura $(n - 1)$.”</p>	<p>Pretensão de validade avaliativa</p>	
<p>M1: “Isso... ai como pela tabela da pra perceber isso... e quem na verdade achou essa relação primeiro foi a L2, que era a área do anterior vezes -10. Então esse de usar o n eu formalizei pra gente chegar em alguma coisa, em uma expressão.”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	
<p>Profa. Eliane: “É importante ficar claro que esse é apenas um caso particular, e que podem existir outros casos.”</p>	<p>Coordenação de ações</p>	
<p>L2: “Uma coisa que eu estava pensando é que talvez desse pra generalizar mais, pensando na distância entre os números de cada lado.”</p>	<p>Pretensão de validade avaliativa</p>	
<p>L1: “É... ai já entraria em uma questão de área também, né.”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	
<p>M1: “Tem também aquela questão da diferença... essa questão de que a gente translada e porque mantém o mesmo valor. Aqui a gente tem o exemplo de uns retângulos, mas se eu translado esse retângulo e coloco outros valores, também vai dar o mesmo resultado, porque há sempre a distância entre os cantos que vai se manter. Então a diferença entre os cantos ela se mantém.”</p>	<p>Pretensão de validade normativa</p>	
<p>Profa. Eliane: “Vamos aprofundar isso gente. Vamos pensar quem era a tabela original? Ela tem uma particularidade.”</p>	<p>Coordenação de ações</p>	
<p>L2: “Ela sempre tem 10 de distância um do outro.”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	

L1: “Ah é verdade.”	Pretensão de sinceridade	Não há uma nova construção conjunta, mas os participantes se dedicam a compreender as estratégias de desenvolvimento da investigação. Esse processo permite que possam refletir sobre a comunicação futuramente, na sala de aula.
L2: “Então a diferença entre o 24 pra 32 é sempre 8, e a diferença de 22 para 34 é sempre 12. A gente até pensou isso mas não conseguimos formalizar”	Pretensão de verdade	
Sara: “Essa questão foi a que eu mais fiquei com dúvida, por isso eu fiquei o tempo inteiro me perguntando o que eu estou procurando, qual é o objetivo da tarefa. Ai, eu fui fazendo contas e eu fui tentando fazer relações com a dimensão, exatamente o que vocês estão fazendo.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Mas Sara, você conseguiu perceber o porquê você não conseguiu responder a sua pergunta sobre o que é que eu estou procurando?”	Pretensão de validade avaliativa	
Sara: “Sim...”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “A ordem... A Sara ficou presa na ideia inicial que vocês tiveram, de <i>a, b</i> em cima, e <i>c, d</i> em baixo. E ai, o que acontece, isso não gera um padrão, não gera um padrão de um valor que se repete. Por isso que eu falei que a L1, a L2 e a M1, elas começam a fazer dessa forma porque elas já têm a percepção de quem investigou, e de falar assim, ‘não, tinha alguma coisa que tinha que começar a repetir aqui e não repete, tem algum padrão que tinha que aparecer aqui e não está aparecendo’. Então quem nunca investigou fica perdido na primeira vez. Não faz sentido continuar e não repetir alguma coisa, então começa a ficar muito difícil pra perceber. Então qual é o caminho mais fácil? Achar um padrão de repetição aqui, isso facilita a investigação.”	Pretensão de validade normativa	
PU: “Fiquei pensando, como as meninas já tem um repertório de investigação, elas ficaram procurando um padrão. Mas se fosse uma pessoa mais jovem ou uma pessoa mais velha, o repertório dessa tarefa seria diferente.”	Pretensão de validade avaliativa	
Profa. Eliane: “Com certeza, ela pode ter efeitos diferentes.”	Pretensão de sinceridade	
PU: “A quem se destina uma tarefa investigativa nesse estilo?”	Questionamento	
Profa. Eliane: “Eu vejo PU que tarefas como essas, elas podem ser trabalhadas em diferentes níveis, porque o aprofundamento que você vai dar depende também desse repertório que o aluno tem. [...] se eu dou uma tarefa investigativa no 6º ano, os alunos viajam, eles fazem coisas que você fala ‘gente, mas eu não pensei nisso’ e se eu dou a mesma tarefa investigativa no 3º ano do ensino médio, é difícil, eles tem que ter tido vivencias nas aulas investigativas pra que eles se soltem, porque eles já estão tão amarrados de que tem que resolver, seguir um caminho e mostrar uma resposta, que é difícil levantar hipótese, pensar outras formas. E a gente que é formado na área e que é professor, pra gente é uma tarefa difícil, porque a gente tem um domínio do conteúdo que a gente olha pra tarefa e fala ‘nossa, mas o que é pra pensar aqui?’ é difícil porque a gente não tem essa criatividade.”	Pretensão de validade normativa	
PU: “Se formos lembrar dos primeiros anos de escola, a gente trabalhava em grupo o tempo inteiro, e com o tempo a gente perde	Pretensão de acerto	

um pouco a criatividade. A que se destina a tarefa investigativa? A explorar tudo o que ela pode trazer.”		
Profa. Eliane: “Eu posso preparar uma tarefa com o foco no conteúdo, mas nem sempre o objetivo de dar uma tarefa aberta como essa é o conteúdo em si, mas é qual habilidade eu vou desenvolver, que tipo de comportamento eu vou desenvolver nesse aluno.”	Pretensão de validade normativa	

Fonte: Elaborado pela autora

No início deste episódio, os participantes apresentam as primeiras percepções acerca dos caminhos percorridos para investigar. Fica evidente na fala da licencianda L1, que o grupo 1, composto por L1, L2 e M1, já possuía conhecimentos acerca de tarefas investigativas, em especial, por desenvolver as tarefas em **busca de um padrão**. Na figura 7 e 8 é possível visualizar o raciocínio do grupo que foi relatado no Episódio 8.

Figura 7 - Primeira estratégia de resolução do grupo 1





TAREFA II: INVESTIGANDO TRANSLAÇÕES																										
<i>O que acontece se trasladarmos o retângulo para uma posição diferente e calcular de novo o valor de F?</i>																										
<table border="1"> <tr><td>22</td><td>23</td><td>24</td></tr> <tr><td>a</td><td></td><td>b</td></tr> <tr><td>32</td><td>33</td><td>34</td></tr> <tr><td>d</td><td></td><td>c</td></tr> </table>	22	23	24	a		b	32	33	34	d		c	<i>F será sempre o mesmo</i>	<table border="1"> <tr><td>37</td><td>38</td><td>39</td></tr> <tr><td>a</td><td></td><td>b</td></tr> <tr><td>47</td><td>48</td><td>49</td></tr> <tr><td>d</td><td></td><td>c</td></tr> </table>	37	38	39	a		b	47	48	49	d		c
22	23	24																								
a		b																								
32	33	34																								
d		c																								
37	38	39																								
a		b																								
47	48	49																								
d		c																								
$F = a \cdot c - b \cdot d = 22 \cdot 34 - 24 \cdot 32 = -20$		$F = a \cdot c - b \cdot d = 37 \cdot 49 - 39 \cdot 47 = -20$																								

Fonte: Captura da gravação do encontro

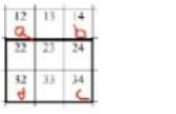

Figura 8 - Segunda estratégia de resolução do grupo 1

E SE ESCOLHERMOS UM RETÂNGULO MAIOR E FIZERMOS UMA TRANSLAÇÃO SEMELHANTE? QUAL É O VALOR DE ? DE QUE MANEIRA O VALOR DE F DEPENDE DAS DIMENSÕES DO RETÂNGULO?

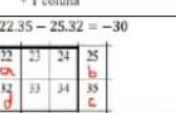
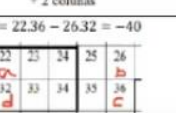
• Aumentando linha e coluna:

+ 1 linha + 1 coluna	$F = 12.35 - 15.32 = -60$ 	$F = 6.29 - 9.26 = -60$ 
+ 2 linhas + 2 colunas	$F = 2.36 - 6.32 = -120$ 	$F = 25.59 - 29.55 = -120$ 

• Aumentando só linha:

+ 1 linha	$F = 12.34 - 14.32 = -40$ 	+ 2 linhas $F = 2.34 - 4.32 = -60$ 
-----------	---	--

• Aumentando só coluna:

+ 1 coluna	$F = 22.35 - 25.32 = -30$ 	+ 2 colunas $F = 22.36 - 26.32 = -40$ 
------------	---	---

Fonte: Captura da gravação do encontro

A *busca por entendimento* neste episódio está presente enquanto a M1 e a L1 descrevem o processo de determinar um **padrão que possa satisfazer as operações e o raciocínio**. No decorrer do diálogo, este padrão fica evidente enquanto o grupo apresenta a estratégia utilizando *pretensões de acerto* para justificar o fato de que, tal padrão ocorreria se aumentassem o mesmo número de linhas e de colunas.

A primeira *construção conjunta* deste episódio é apresentada logo no início, enquanto os participantes do grupo 1 apresentam a estratégia utilizada para investigar a tarefa proposta, e conseqüentemente, exemplificam o processo de determinar um padrão. M1 e L1 já tiveram um contato com tarefas investigativas, mas esta era a primeira vez que a pesquisadora, Sara, resolvia, na prática, uma tarefa investigativa. Este foi um momento de desenvolvimento profissional para a pesquisadora, pois embora ela tivesse um contato com a teoria e as pesquisas sobre o uso da abordagem investigativa, era a primeira vez que ela resolvia e discutia a resolução de uma tarefa dessa natureza. Assim como destacado por Gama (2007), os professores em início de carreira, quando inseridos em ambientes de compartilhamentos, de reflexões e de construções práticas, assumem de forma ativa o seu processo de desenvolvimento profissional.

Além disso, outra contribuição do diálogo para o desenvolvimento profissional dos membros que não conheciam, na prática, a abordagem investigativa, foi o compartilhamento do grupo 1 sobre a busca por **formalizar e generalizar**. Estes momentos de formalização e generalização são processos importantes durante uma investigação, e que exigem, em alguns

momentos, o auxílio e suporte do professor.

Dessa forma, a *construção conjunta* acerca dos momentos de formalizar e generalizar foram mediados por *pretensões de verdade*, onde os participantes do grupo 1 forneciam fundamentos baseados na prática investigativa. Este foi um momento importante durante a investigação, pois embora nos encontros anteriores houvesse uma discussão acerca das características de uma tarefa investigativa, esta seria a primeira vez no grupo que os participantes entravam em contato com as tarefas de forma mais prática, ou seja, resolvendo e não apenas analisando soluções.

Dessa forma, esta ação possibilitou que, ao mesmo tempo, eles pudessem refletir sobre os momentos de investigação. Assim como relata Boavida e Ponte (2004) um ambiente que permite através do estudo da prática uma aprendizagem mútua, cercada de compartilhamentos, reflexões e oportunidades para potencializar a prática investigativa, é visto como uma estratégia fundamental para minimizar as angústias e frustrações ao utilizar abordagens e métodos diferentes dos tradicionais, em especial, diante do contexto de mudanças e incertezas advindas da sociedade. Assim, é parte fundamental do processo formativo para se trabalhar com tarefas investigativas, discutir essa prática em colaboração com outros colegas, antes de uma tarefa ser aplicada em sala de aula.

Após a apresentação e explicação dos participantes sobre a estratégia utilizada para a investigação, a professora Eliane utilizou a oportunidade para esclarecer o motivo pelo qual a utilização de algumas estratégias faz com que o investigador não consiga avançar. Assim como esclarecido pela professora, iniciar uma tarefa com a concepção de que é necessário buscar um padrão permite que a investigação possa caminhar, resultando em diferentes estratégias de resolução, e também, nas etapas de formulação e generalização. Caso o participante não tenha nenhuma experiência com uma tarefa investigativa, e não seja orientado sobre a natureza desse tipo de tarefa, ele pode se limitar a buscar uma solução única, que é o padrão dos exercícios e problemas fechados. Para o professor, essa vivência também é importante, pois caso não a tenha ele pode simplesmente transformar uma tarefa aberta em um problema fechado ou exercício, ao orientar de forma equivocada seus alunos no processo investigativo.

Outro momento importante neste episódio foi a reflexão proposta por PU sobre a quem se destina uma tarefa investigativa. Para professores e futuros professores que pretendem trabalhar com tarefas investigativas em sala de aula, este questionamento é essencial para compreender que a investigação é um processo que se desenvolve com o

auxílio e participação do professor, em especial, se for o primeiro contato da turma com esse tipo de tarefa. Além disso, abre caminho para que os participantes reflitam sobre qual o posicionamento de quem está auxiliando na tarefa e qual o papel dos alunos durante a investigação.

Logo, neste Episódio 8, o grupo 1 possibilitou três construções conjuntas importantes que foram permitidas pela investigação da tarefa e também pela comunicação entre os participantes durante o processo de compartilhamento da resolução da tarefa. A primeira está relacionada à construção conjunta sobre a necessidade de se buscar padrões em uma tarefa investigativa, como uma estratégia principal. Isso possibilitou compreender melhor as etapas da investigação. Já a segunda adveio como consequência da investigação dos participantes do grupo 1, ao descreverem os processos de formalização e generalização. E por fim, a terceira está relacionada ao início da reflexão sobre para quem e para quê se destina uma tarefa investigativa, permitindo refletir sobre a utilização desta abordagem em diferentes contextos e as suas implicações.

A seguir, no Episódio 9, é possível perceber uma continuação deste diálogo sobre o desenvolvimento da tarefa.

Quadro 14 - Análise do Episódio 9

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
Sara: “Uma coisa que eu fiquei me perguntando é que essa tarefa é um pouco longa, será que os alunos se cansariam de explorar? Será que o aluno iria continuar a investigar da mesma forma que começou? Será que é produtivo aplicar uma tarefa muito longa na sala de aula?”	Pretensão de validade avaliativa	Embora não há uma nova construção conjunta, os participantes continuam a refletir sobre a estrutura de uma tarefa investigativa e qual seria a percepção dos alunos diante desta tarefa
Profa. Eliane: “Primeiro que pra uma turma que nunca fez uma tarefa investigativa pode ser que essa não seja uma boa primeira tarefa, porque ela gera muitas possibilidades de continuação, os alunos podem achar que faltou e que não acabou. Talvez uma tarefa com menos possibilidades dê uma sensação mais próxima daquela de ‘ai eu resolvi o exercício’, que é a sensação que os alunos estão acostumados. Então começar com uma tarefa que abre muitas possibilidades pode não ser uma boa primeira tarefa. Se a tarefa é longa, longa quanto? Isso é uma decisão que o professor pode tomar, ele dá um tempo para os alunos explorarem, socializa porque diferentes grupos vão ter diferentes percepções. Essa é uma tarefa que não importa a série, o que importa é a experiência com investigação, e é interessante dar pra alunos que já tem uma experiência maior com investigações.”	Pretensão de acerto	
L1: “Que conteúdo eu poderia trabalhar a partir dessa tarefa? Porque às vezes as possibilidades se ampliam tanto que a gente corre o risco do aluno falar ‘perai, mas o que nós estamos aprendendo mesmo aqui?’ ”	Pretensão de acerto	

Sara: “Também fiz a mesma pergunta que a L1 fez. E também pensei, será que ao longo do caminho é importante deixar bem claro pro aluno o objetivo da tarefa?”	Pretensão de validade avaliativa	Início da reflexão sobre o conteúdo que é trabalhado na investigação. Os participantes chegam na concepção de que pode haver mais de um conteúdo sendo trabalhado e que é importante que o aluno tenha esta compreensão
L1: “Eu acho que é importante deixar bem claro pro aluno, e mostrar pra ele quantas possibilidades a gente tem. A gente não está trabalhando só a geometria aqui, a gente consegue mesclar a geometria com a proporção, relacionar um conteúdo com o outro.”	Busca por entendimento	
Profa. Eliane: “Então será que é necessário ter uma tarefa pra um conteúdo A e uma tarefa pra um conteúdo B, será que não é importante ter uma tarefa que relacione diferentes conteúdos, que permitem que os alunos percebam que a partir de uma visão geométrica que ele tá tendo, ele tem uma percepção numérica, mas ele pode representar isso algebricamente, porque tem uma questão numérica aí por trás. Era essa a pergunta que eu ia fazer, a tabela tem um padrão, ela vai de 10 em 10, então qual é a diferença de uma coluna para outra? É de uma unidade. E qual a diferença de uma linha para outra?”	Pretensão de validade explicativas	
L2: “A dezena.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Então eu estou trabalhando com unidades e dezenas. Porque que da sempre 20, 30, 40...? Porque não da 25, 23...? Tem a ver com quantas unidades eu desloquei e quantas dezenas eu desloquei, perceberam?”	Coordenação de ações	
L1: “Sim, é verdade.”	Pretensão de sinceridade	
L2: “Foi o que eu acabei de mandar no grupo (WhatsApp)... E aí eu fiz uma generalização em baixo também, pra qualquer linha e pra qualquer coluna”	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “Legal, acho que isso é legal de apresentar.”	Pretensão de sinceridade	
L2: “A gente foi pros outros itens, aqui ele tava falando o que acontece se a gente pegar um losango... e aí a gente viu que da sempre -99 usando o mesmo conceito de distância, é a mesma lógica só que só muda os números que pegou. Deu pra entender né?” (Figura 9)	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “Por que será que da -99 gente? Percebe que aí é um padrão completamente diferente daquele que unidade e dezena que a gente tava fazendo?”	Coordenação de ações	
L2: “Sim, sim, é porque daí agora a gente sempre vai pegar pra baixo 20 unidades né, porque tá bem embaixo, pro 3 e 23. E 12 e 14, então a diferença entre os números muda, por isso que o resultado muda.”	Pretensão de validade explicativa	

Profa. Eliane: “Mas ai também não teria que da múltiplos de 10? Por que agora não da? O que será que altera? Volta na forma anterior (Figura 7) onde vocês tinham a fórmula. A formula que vocês estão trabalhando é a, c com b, d , certo? Será que quando a gente gira e transforma ali num losango isso não altera a lógica de unidades pra unidades e dezenas pra dezenas aqui? Porque a e c mudavam de dezena...”	Pretensão de validade avaliativa	<p>Não há uma nova construção conjunta, mas uma vivência e reflexão acerca das estratégias que permite compreender o processo de desenvolvimento de uma tarefa investigativa.</p> <p>A vivência aqui permite que os participantes compreendam que a cada mudança feita na tarefa, é possível encontrar outras lógicas de resolução, e consequentemente, novos padrões de investigação.</p>
L2: “Ah entendi o que você quis dizer... muda a relação entre a e b só, entre a e c não, e entre b e d também não.”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “Isso... eu to perguntando porque eu não sei explicar, não que eu não investiguei até esse ponto não (risos). Mas lá você muda essa lógica, não é mais a dezena pra cá (horizontal) e unidade pra cá (vertical), porque o b seu passa a estar na linha de baixo, ele não ta mais na mesma linha, quem ta na mesma linha é o b com o d , percebem?”	Pretensão de validade avaliativa	
L2: “Sim, vai ser a unidade mais... uma unidade mais uma dezena, então se antes a gente pegava 3 e 4, agora a gente ta pegando 3 e 14.”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “Sim.”	Pretensão de sinceridade	
L2: “A gente também não foi muito afundo nessa não.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “É porque pra cada mudança que vocês fazem de figura é uma outra lógica pra pensar.”	Pretensão de acerto	
L2: “Sim... mas a gente achou uma coisa bem interessante que foi por exemplo, essa daqui (Figura 10) ela não é regular, ela tem um lado que é maior, e ela não deu certo. Quando a gente fez o primeiro deu 529, e ai a gente transladou e deu 559.”	Pretensão de validade explicativas	
Profa. Eliane: “Ou seja, já não da mais pra ter um padrão né.”	Pretensão de sinceridade	
L2: “Sim... e ai a gente percebeu isso que só acontece para as figuras regulares, ai essa aqui já deu certo 399, o 99 de novo, e 399. E é regular né, os quatro lados iguais... E é a mesma coisa pra esse só que ai agora já mudou, porque agora ao invés da gente mudar, aumentar as linhas a gente ta aumentando as colunas, então ao invés de dar 99 deu 96.” (Figura 11 e Figura 12)	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “Ah sim, porque é coluna. Mais coluna, então meche na unidade.”	Pretensão de acerto	
L2: “Isso...”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Então tem uma lógica que parece com aquela do retângulo né, se eu estico na horizontal eu vou mexer com unidades do valor, se eu estico na vertical eu vou mexer com dezenas.”	Pretensão de verdade	
L2: “Sim, exatamente. Por isso que diminui menos né”	Pretensão de sinceridade	
...		

<p>L2: “Ai esse daqui ele da uma outra equação né, que ele chamou de G, ai era $G = (a - c) \cdot (b - d)$, e ai nessa a gente conseguiu ver que mesmo trasladando mais da sempre 96. Ai esse foi bem mais fácil da gente enxergar o porquê, pois tava trabalhando com o sinal negativo antes da multiplicação, que pra mim é muito mais fácil entender o mais e menos do que o vezes e a divisão.”</p>	<p>Pretensão de validade explicativa</p>	<p>A descrição sobre as estratégias utilizadas que permite relacionar estratégias que envolvam as figuras geométricas e algébricas.</p>
<p>Profa. Eliane: “Que aí o menos e menos sempre vai dar mais, né”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	
<p>L2: “Sim... mas também, por exemplo de 22 para 34 é sempre 12, se você trasladar vai dar sempre 12, porque é 10 unidades mais 2 unidades, uma dezena mais 2 unidades, sempre essa diferença entre o a e o c. Mesma coisa pro b e pro d, vai ser sempre 8, no caso -8 né porque ele faz o contrário. Ai esse aí foi bem mais fácil pra gente perceber.”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	
<p>Profa. Eliane: “Generalizar é algebrizar as coisas, a álgebra ela tem esse papel de demonstrar.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	

Fonte: Elaborado pela autora

Logo no início deste episódio há uma reflexão sobre a **estrutura e o desenvolvimento** de uma tarefa investigativa mediada pelo questionamento acerca da tarefa ser longa ou não. A partir da reflexão que a professora Eliane propõe, é possível evidenciar algumas considerações importantes ao se levar uma tarefa investigativa para a sala de aula, como o conhecimento matemático da turma e também, o contato com a investigação.

Dessa forma, é essencial que o professor tenha conhecimento sobre o seu papel diante das diferentes abordagens de ensino. Fiorentini (2010) descreve que embora o contexto da sala de aula seja repleto de heterogeneidade cultural e cognitiva, cabe ao professor conhecer a turma e utilizar esta diversidade para potencializar o processo de aprendizagem, permitindo que haja momentos em os alunos se sintam parte da produção do conhecimento da sala de aula.

Além disso, as reflexões propostas pela professora Eliane mostram o quanto a relação entre um professor pesquisador com professores e futuros professores pode contribuir para a construção de saberes e para o desenvolvimento de práticas que sejam efetivas e significativas dentro do contexto escolar. Ferreira (2006) destaca que, possibilitar momentos de interação entre professores que possuem experiência dentro da sala de aula e os professores que ainda estão em formação, contribuiu para o desenvolvimento profissional.

Assim, as primeiras reflexões dos participantes demonstraram preocupação diante das diferentes possibilidades de aprendizagem que uma tarefa investigativa pode trazer ao aluno em sala de aula. As dúvidas compartilhadas pelos participantes sobre o fato de uma tarefa ser

longa e sobre a necessidade de deixar claro para o aluno qual o conteúdo que está sendo trabalhado indicam que, embora estivessem apenas apresentando suas reflexões, os participantes possuíam a intenção de compreender os reais desafios e limitações ao se trabalhar com a investigação em sala de aula.

O primeiro momento importante neste diálogo se inicia com a fala em que a professora Eliane esclarece o motivo pelo qual é importante conhecer e trabalhar com tarefas investigativas, antes mesmo de levá-las para a sala de aula. Em sua fala, há o uso de *pretensões de acerto*, que buscam justificar e promover reflexões sobre a tarefa ideal para alunos que terão o primeiro contato com a investigação.

Ainda na fala da professora Eliane, o termo *sensação* permite refletir sobre a diferença entre exercícios que são fechados e tarefas abertas, que se caracterizam como uma abordagem mais investigativa. É evidente que nas aulas de Matemática os exercícios são propostos com o objetivo de encontrar uma solução, ou seja, determinar apenas uma única resposta correta. Esta sensação de determinar o resultado se difere nas tarefas investigativas, principalmente devido a abertura da tarefa, que pode gerar diferentes resultados. Por esse motivo, mais uma vez, é importante que o professor conheça a sua turma a oriente sobre as mudanças propostas, antes de iniciar uma abordagem investigativa.

No decorrer do diálogo, os participantes relatam os outros itens da tarefa, utilizando *pretensões de verdade* para exemplificar um novo padrão de investigação utilizado por eles, assim como mostramos nas figuras 9, 10, 11, 12 e 13, a seguir.

Figura 9 - Terceira estratégia de resolução do grupo 1

O QUE ACONTECE SE CALCULARMOS OS VALORES DE F , COM A, B, C E D REFERINDO-SE AOS NÚMEROS DETERMINADOS PELOS CANTOS DAS FIGURAS MOSTRADAS ABAIXO? QUAIS DESTAS FIGURAS PODEM SER "TRANSLADADAS" SEM ALTERAÇÕES NO VALOR DE F ?

a) **Figura 1**

$F = 3.23 - 14.12 = -99$			$F = 18.38 - 29.27 = -99$		
2	3	4	17	18	19
	a			a	
12	13	14	27	28	29
d		b	d		b
22	23	24	37	38	39
	c			c	

Se transladarmos a figura o valor de F não será alterado, isto é, sempre será igual a -99 , considerando a, b, c, d nesta ordem.

Fonte: Captura da gravação do encontro

Figura 10 - Quarta estratégia de resolução do grupo 1

O QUE ACONTECE SE CALCULARMOS OS VALORES DE F , COM A, B, C E D REFERINDO-SE AOS NÚMEROS DETERMINADOS PELOS CANTOS DAS FIGURAS MOSTRADAS ABAIXO? QUAIS DESTAS FIGURAS PODEM SER "TRANSLADADAS" SEM ALTERAÇÕES NO VALOR DE F ?

b) Figura 2

$F = 13.43 - 34.32 = -529$	$F = 16.46 - 37.35 = -559$
Se trasladarmos a Figura 2 o valor de F é alterado.	

Fonte: Captura da gravação do encontro

Figura 11 - Quinta estratégia de resolução do grupo 1

O QUE ACONTECE SE CALCULARMOS OS VALORES DE F , COM A, B, C E D REFERINDO-SE AOS NÚMEROS DETERMINADOS PELOS CANTOS DAS FIGURAS MOSTRADAS ABAIXO? QUAIS DESTAS FIGURAS PODEM SER "TRANSLADADAS" SEM ALTERAÇÕES NO VALOR DE F ?

c) Figura 3

$F = 13.53 - 34.32 = -399$	$F = 16.56 - 37.35 = -399$
Se trasladarmos a figura o valor de F não será alterado, isto é, sempre será igual a -399 , considerando a, b, c, d nesta ordem.	

Fonte: Captura da gravação do encontro

Figura 12 - Sexta estratégia de resolução do grupo 1

O QUE ACONTECE SE CALCULARMOS OS VALORES DE F , COM A, B, C E D REFERINDO-SE AOS NÚMEROS DETERMINADOS PELOS CANTOS DAS FIGURAS MOSTRADAS ABAIXO? QUAIS DESTAS FIGURAS PODEM SER "TRANSLADADAS" SEM ALTERAÇÕES NO VALOR DE F ?

d) Figura 4

$F = 24.44 - 36.32 = -96$

22	23	24	25	26
32	33	34	35	36
42	43	44	45	46

a, b, c, d are at corners of the diamond shape.

$F = 8.28 - 20.16 = -96$

6	7	8	9	10
16	17	18	19	20
26	27	28	29	30

a, b, c, d are at corners of the diamond shape.

Se trasladarmos a figura o valor de F não será alterado, isto é, sempre será igual a -96 , considerando a, b, c, d nesta ordem.

Fonte: Captura da gravação do encontro




Figura 13 - Sétima estratégia de resolução do grupo 1

FOCAMOS NA RELAÇÃO EM QUE AUMENTA SEMPRE O MESMO NÚMERO DE LINHAS E COLUNAS E ORGANIZAMOS OS DADOS NA SEGUINTE TABELA:

O VALOR DE F É IGUAL A ÁREA DO RETÂNGULO COM UMA LINHA E UMA COLUNA A MENOS MULTIPLICADO POR -10

$$F = (n - 1)((n - 1) - 1)(-10)$$

$$F = (n - 1)(n - 2)(-10)$$

Imagem	Dimensões do retângulo	Área (a' de quadrados)	Valor de F
	3 x 2	6	$F = 22.34 - 24.32 = -20$
	4 x 3	12	$F = 12.35 - 15.32 = -60$
	5 x 4	20	$F = 2.36 - 6.32 = -120$
	6 x 5	30	$F = 22.67 - 27.62 = -200$

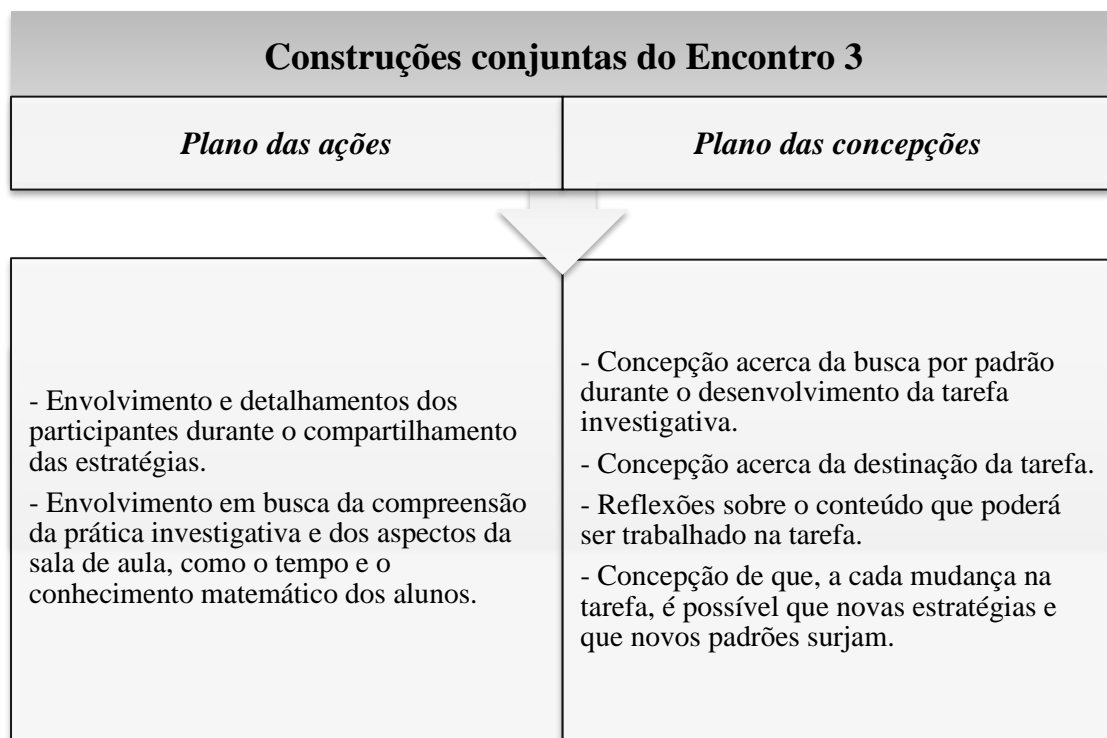
Fonte: Captura da gravação do encontro

A partir das *pretensões de validade explicativas* da professora Eliane e dos momentos de *coordenação de ações*, outro **padrão de investigação** começa a ser formulado. Embora não seja destacado pelos participantes, há uma ideia intuitiva essencial que se mostrou presente no diálogo, relacionada ao fato de determinar diferentes padrões de investigação, relacionando a posição geométrica das figuras e a ordem numérica. A estratégia utilizada,

denominada como lógica, retoma novamente a concepção de seguir padrões que são visíveis e que satisfazem a investigação.

Por fim, neste Episódio 8 e 9 destacamos algumas *construções conjuntas* que foram mediadas pelo grupo 1. Embora os outros participantes estivessem compreendendo as ideias e estratégias apresentadas pelo grupo, as construções conjuntas desenvolvidas neste Encontro 3 foram possibilitadas pelos próprios participantes do grupo 1 e do grupo 2, e conseqüentemente, realizadas em momentos diferentes. Dessa forma, para contextualizar apresentaremos as construções conjuntas do grupo 1 na Figura 14, a seguir.

Figura 14 - Síntese das construções conjuntas proporcionadas pelo grupo 1 no Encontro 3



Fonte: Elaborada pela autora

Logo, a partir das características comunicativas identificadas ao longo do Episódio 8 e 9, no plano das ações, houve um envolvimento dos participantes durante o compartilhamento das estratégias que permitiu destacar que é importante que o professor tenha conhecimento da turma antes de iniciar uma investigação e também, compreenda na prática como se dá a abordagem investigativa e os possíveis problemas que podem influenciar no processo, como o tempo, a experiência prévia e o conhecimento matemático dos alunos.

E no plano das concepções foi possível reconhecer, durante a socialização, uma compreensão sobre as características da tarefa investigativa, como os conceitos de padrão, generalização e formalização. Também houve uma reflexão sobre para quem é destinado uma

tarefa investigativa, da compreensão do objetivo da tarefa e também, sobre as diferentes estratégias que podem surgir.

A seguir, apresentam-se os Episódios 10 e 11, nos quais o grupo 2 composto por PEB1, PEBM e M2 descreve suas reflexões e as estratégias utilizadas para desenvolver a tarefa I.

Quadro 15 - Análise do Episódio 10

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
PEB1: “Então professora, foi muito legal fazer essa atividade porque nós três não tivemos muito tempo de nos reunir, então acabou que cada um fez sozinho e os três pensamos em três jeitos diferentes.”	Pretensão de validade explicativa	Aprofunda-se a reflexão sobre o fato de que as tarefas investigativas possibilitam percorrer diferentes caminhos para se chegar a distintos resultados. Embora envolvidos com a mesma tarefa, os participantes, individualmente, conseguiram chegar em estratégias diferentes, o que também poderia acontecer na sala de aula.
Profa. Eliane: “Isso é bem legal...”	Pretensão de sinceridade	
PEB1: “A gente colocou as três maneiras no mesmo slide, mas fazer a gente faz cada um de um jeito. Eu lembro que a gente fez essa atividade em alguma prática, mas eu não lembrava certinho como fazer, então foi uma experiência ‘nova’ porque eu já sabia que tinha feito, mas eu não lembrava exatamente, então eu tive que sentar, pensar e fazer de novo.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Se 10 vezes você pensar, 10 vezes você vai fazer diferente porque ela não tem resposta única.”	Pretensão de acerto	
PEB1: “Então, e eu mesma, eu fiz... nossa, uma folha enorme, e eu ia fazendo desenho, desenho e desenho, aí eu pensei, nossa são tantas maneiras assim mesmo?! Mas eu achei um máximo nós três fazermos de formas diferentes, porque eu fiz de várias formas, mas eu não consegui chegar. A minha e a do PEBM ficou um pouco parecida, mas a do M2 se superou.”	Pretensão de sinceridade	
...		
PEB1: “Aqui eu coloquei algumas maneiras... por exemplo, eu posso ir aumentando duas bolinhas, então vai ficar o primeiro com 1, o segundo com 3, o terceiro com 5 e assim por diante, só indo aumentando duas bolinhas (<i>Figura 15</i>). O que eu acho mais óbvio né, porque do primeiro pro segundo aumentou duas bolinhas, aí eu acho mais óbvio você pensar porque pro próximo também vai aumentar bolinha.”	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “O número não é o de bolinhas, é a posição né?”	Questionamento	

<p>PEB1: “Sim... o número que eu falei é a posição. Então a primeira posição tem uma bolinha, a segunda posição tem três então aumentou 2 bolinhas (<i>Figura 15</i>). A segunda maneira é a gente pensar nos múltiplos de 3, claro, começando pelo 1. Então se eu começo pelo 1, o próximo que vai ser múltiplo de 3 é o 3 mesmo, depois vai ser o 6, o 9, 12, e assim por diante. Mas essa eu achei até um pouco confusa assim, como seria os múltiplos de 3 ta começando do 1 né, mas depois até que fez sentido. Depois a gente fez aumentando as 2 bolinhas só que de maneira diferente, em questão de formato mesmo, que dá pra variar de diversas formas, isso eu fiquei brincando um tempão de fazer bolinhas...”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	<p>Não há uma construção conjunta, mas há uma percepção sobre a estratégia utilizada pela PEB1 relacionada a utilização de representações geométricas e numéricas.</p>
<p>Prof. Eliane: “Numericamente é o mesmo que você fez no anterior né, mas geometricamente é diferente.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	
<p>PEB1: “Totalmente diferente... então tem essa maneira também. Esse de valor da posição (4) (<i>Figura 16</i>) também é bem legal, por exemplo a posição 3, eu vou pegar o valor da posição que é 3, mais o número de bolinhas da posição anterior que é 3, então $3 + 3 = 6$, deu a quantidade de bolinhas da posição 3. Então esse foi bem legal também.”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	
<p>Prof. Eliane: “Essa foi a lógica da Sara.”</p>	<p>Pretensão de sinceridade</p>	
<p>PEB1: “Ah legal.”</p>	<p>Pretensão de sinceridade</p>	
<p>PEBM: “Eu peguei essa sequência 4 e fui tentar estudar um pouco. Então eu coloquei uma tabela (<i>Figura 17</i>), na posição 1 tinha 1 bolinha, na posição 2 tinha 3 bolinhas, na posição 3 tinha 6, e aí eu fui pensar como eu ia fazer pra conseguir descobrir a posição n, inclusive eu não consegui generalizar isso aqui ontem. Então pensei por recorrência, o número de bolinhas pode ser encontrado adicionando o valor da posição com o número de bolinhas da posição anterior, então $2 + 1 = 3$, $3 + 3 = 6$, $4 + 6 = 10$, então era uma forma que a gente encontrou... Então, por exemplo, se eu chegasse aqui na posição 11, seria a posição $11 + 55$, que daria 66 e assim sucessivamente. Uma outra ideia que eu pensei é que a sequência do número de bolinhas também pode ser construída adicionando a sequência de números naturais, ou seja, $1 + 2 = 3$. Depois, $3 + 3 = 6$, $6 + 4 = 10$, $10 + 5 = 15$, ... Só que aí a Sara colocou lá pra gente ontem: Como eu faria pra chegar na 100ª posição? Então foi uma coisa que eu já me embolei um pouquinho ontem, aí na hora que eu conversei com a PEB1 hoje é que eu fui entender um pouquinho melhor, e também não consegui generalizar ontem pessoal, não consegui chegar em uma fórmula pra enésima posição.”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	
<p>PEB1: “A posição 1 tem uma bolinha, então a posição 2 tem $2 + 1$, então a posição 2 mais a posição 1 dá 3 bolinhas, a posição 3 vai ser $3 + 2 + 1$, que dá 6. A 4 dá $4 + 3 + 2 + 1$ que dá 10, e assim por diante. Então quando chego na posição 100 vai ser $100 + 99 + 98 + \dots + 2 + 1$, só que aí eu falei: ‘Como que eu vou fazer essa soma?’ Aí eu fiquei perdida. Mas aí eu peguei uma menor que também era par e consegui enxergar, por exemplo, pegando ali a posição 6, se eu pego o número da ponta que é 6 e o número da outra ponta que é 1, $6 + 1$ da 7, o $5 + 2$ da 7, o $4 + 3$ da 7, então deu 3 somas, 3 combinações, que é a metade de 6 que é a</p>	<p>Pretensão de validade normativa</p>	<p>Descrição da estratégia que relaciona a posição e a quantidade de</p>

posição. Então era só a gente pegar a metade e multiplicar pela posição mais 1, que é o que eu fiz na posição 100, que é $50 \times 101 = 5050$ (<i>Figura 18</i>).”		bolinhas. Esta descrição permitiu chegar a conclusão sobre qual conteúdos poderiam ser trabalhados nesta tarefa
Profa. Eliane: “Essa atividade dá pra trabalhar conteúdo? Que conteúdo é esse que apareceu aí?”	Coordenação de ações	
PEBM: “Eu já vi o somatório de Gauss aí, que eu sempre falo pros meus alunos, ‘gente, como eu faço pra somar de 1 a 100?’”	Pretensão de acerto	
PEB1: “Ah é verdade. Eu nem lembrei disso...”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “O que é esse 100, 99, 98, 97, o que é isso? Matematicamente falando...”	Pretensão de validade avaliativa	
PEBM: “Não sei se é o que você tá falando professora, mas ontem, na hora que eu estava fazendo, eu pensei na ideia do fatorial, só que eu falei: ‘Gente, como é que eu vou colocar isso sendo que fatorial é multiplicação, e eu preciso colocar isso em uma adição?’”	Pretensão de acerto	
PEB1: “Eu também pensei no fatorial, só que aí eu percebi logo que não dava.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “O fatorial seria multiplicando né. A PU e a M1 já mandaram no chat né, é uma PA. O que a PEB1 fez, ela somou $A_1 + A_n$ e multiplicou por $n/2$, e o que é isso? Que fórmula é essa? Soma dos termos de uma PA.”	Pretensão de validade normativa	A apresentação das etapas de investigação evidencia a chegada ao processo de generalização e formalização. Tal discussão possibilita repensar o conteúdo trabalhado e a comunicação no contexto de sala de aula
PEB1: “Verdade, e eu fiz, cheguei em uma coisa e nem lembrei da PA.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Mas é porque você fez numericamente, se você algebrizasse você iria relacionar.”	Pretensão de acerto	
PEB1: “Então, aí depois eu montei, fazendo do jeito que eu tava fazendo eu cheguei nessa fórmula $An = (n^2 + n)/2$, aí depois eu fiquei testando pra ver se vai dar certo e realmente dá. Você pode pegar qualquer número que vai dar exatamente isso (<i>figura 19</i>).”	Pretensão de validade normativa	
Profa. Eliane: “E aí não é o An né, é a quantidade de bolinhas do An . Seria um Sn , por isso que você não reconheceu.”	Pretensão de acerto	
PEB1: “É verdade.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Ah não... é o An porque é a posição da sequência, é que a sequência ela é uma soma de termos também.”	Pretensão de acerto	
PEBM: “Agora que eu reconheci professora, então na verdade a gente pensa na soma da PA, mas é a posição que seria o An .”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “Isso, o An é a posição. A quantidade de bolinhas daquela posição. Então olha só quanta matemática de uma sequência de bolinhas...”	Pretensão de acerto	

Fonte: Elaborado pela autora

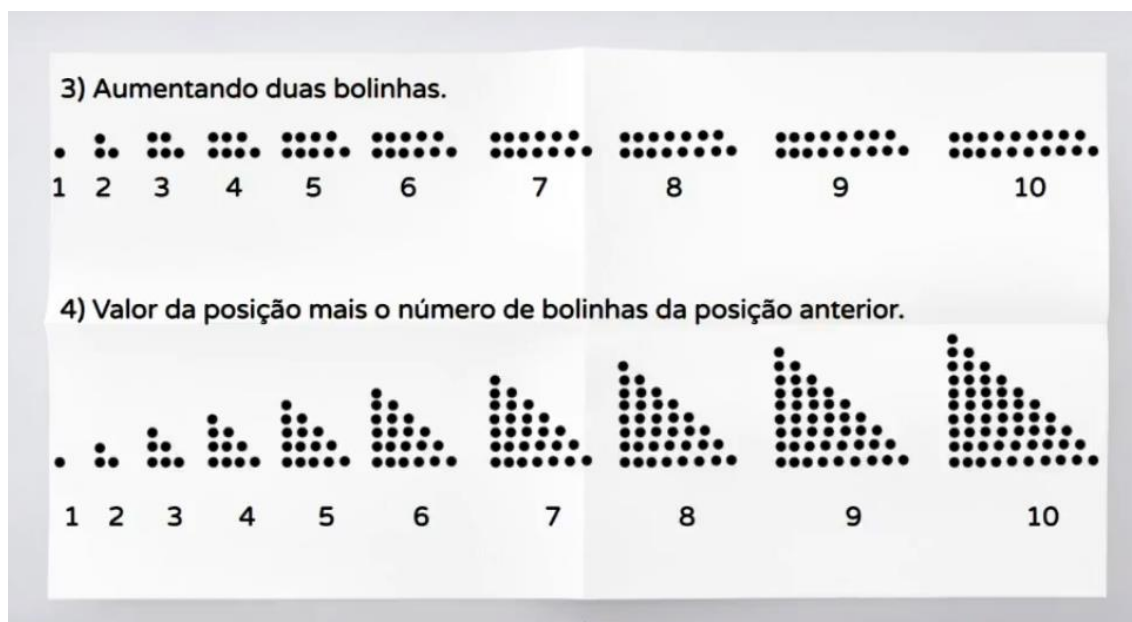
Neste episódio foi possível observar, pelo relato dos participantes do grupo 2, o quanto eles se dedicaram a investigar e a encontrar diferentes estratégias. Embora não fosse algo planejado pelo grupo, os participantes encontraram três estratégias diferentes, que resultaram em investigações diferentes. Este processo mostra a importância de compartilhar e refletir sobre o que foi apresentado, incentivando a pensar e repensar as estratégias selecionadas. O PEB1 e o PEBM iniciam a apresentação da sua estratégia da tarefa investigativa I, conforme as imagens das figuras 15, 16, 17, 18 e 19, a seguir.

Figura 15 - Primeira resolução do PEB1



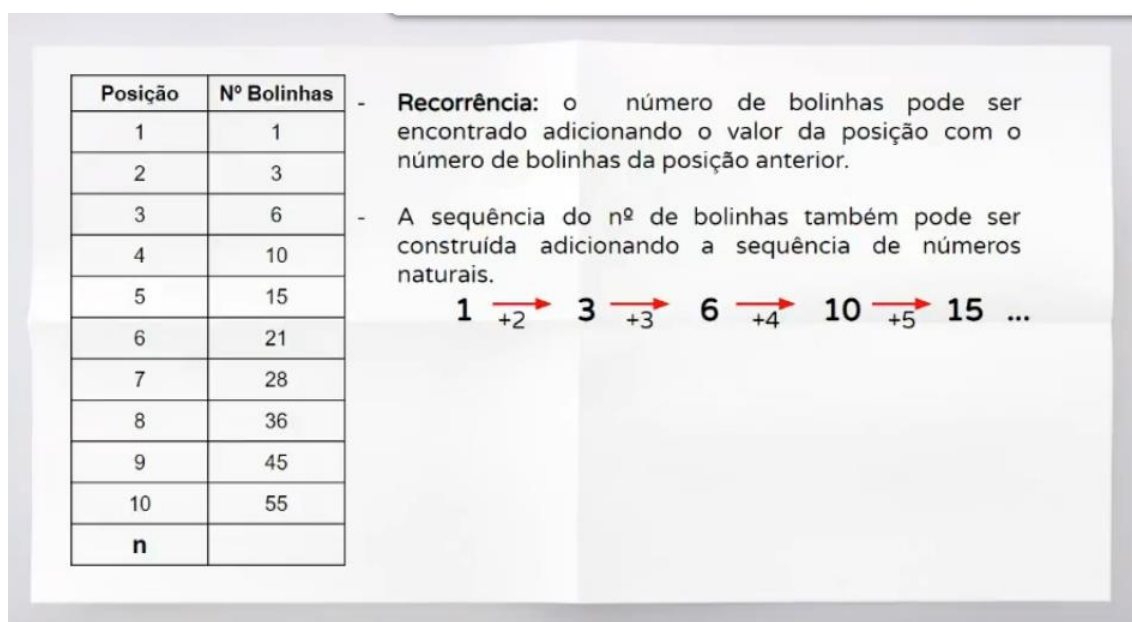
Fonte: Captura da gravação do encontro

Figura 16 - Segunda resolução do PEB1



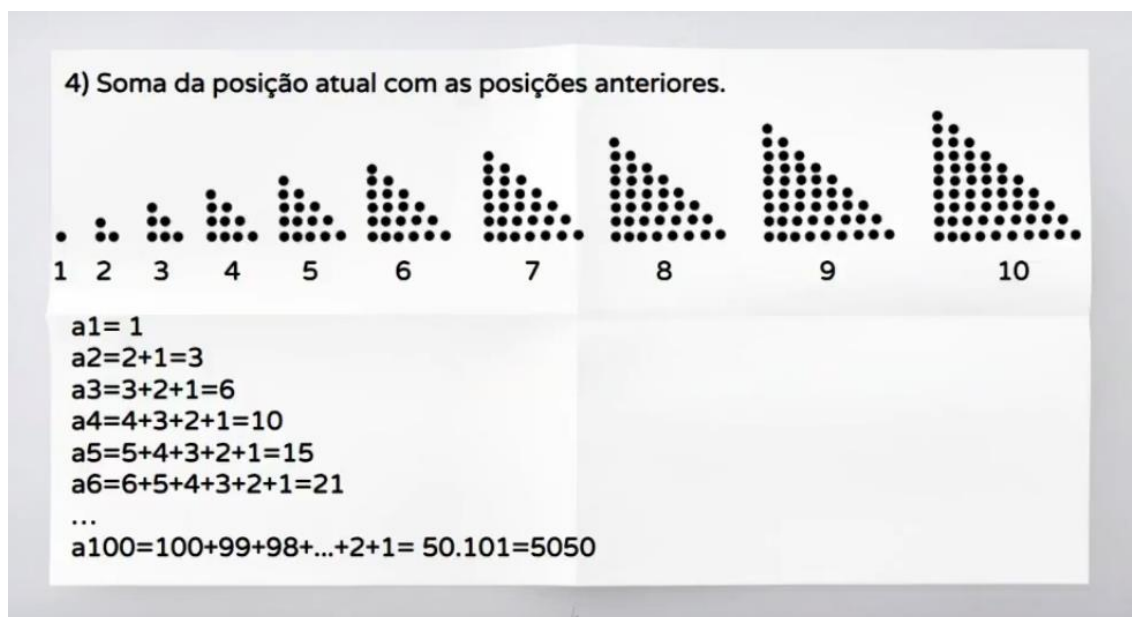
Fonte: Captura da gravação do encontro

Figura 17 - Explicação da resolução do PEB1



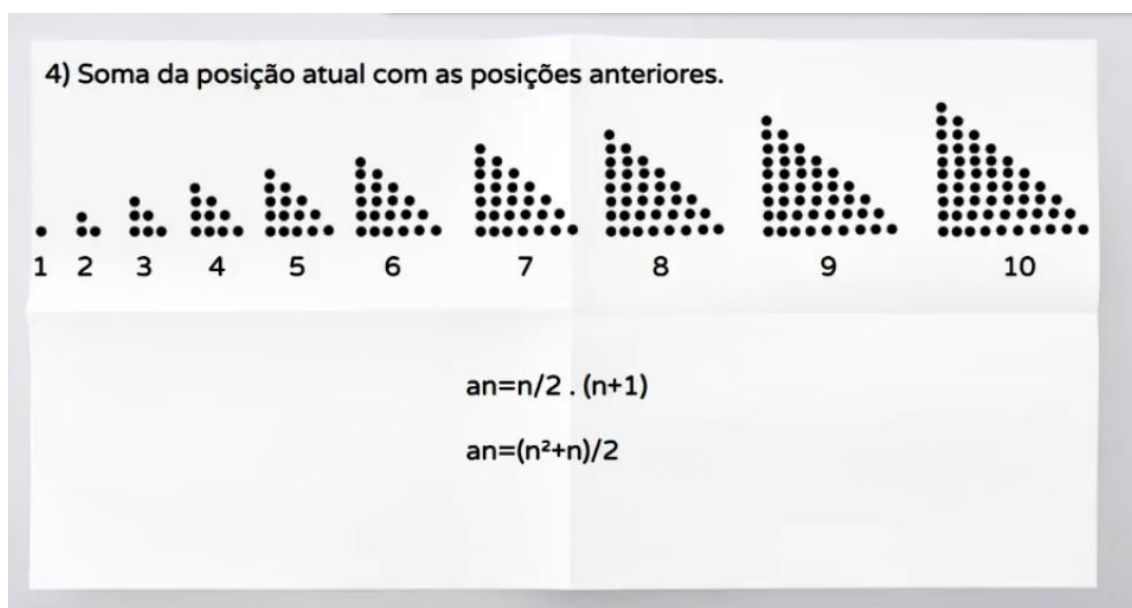
Fonte: Captura da gravação do encontro

Figura 18 - Terceira resolução do PEB1



Fonte: Captura da gravação do encontro

Figura 19 - Quarta resolução do PEB1



Fonte: Captura da gravação do encontro

Cada membro do grupo 2 ficou responsável por desenvolver uma sequência, dessa forma, a PEB1 desenvolveu as sequências (1), (2) e (3), que é apresentada nas figuras 15 e 16, o PEBM desenvolveu a sequência (4) conforme mostra a figura 17, 18

Assim, a PEB1 utiliza *pretensões de verdade* com o objetivo de fundamentar a sua prática e exemplificar todo o processo investigativo. Sua estratégia consistia em construir uma relação entre a quantidade de bolinhas e a sua posição, por isso, foi possível determinar várias

sequências que, numericamente eram iguais, mas, geometricamente eram bem diferentes.

PEBM utilizou a mesma estratégia ao tentar relacionar a posição com a quantidade de bolinhas, construindo uma ideia de que a *formalização* deste conceito poderia estar relacionada com a soma entre o valor da posição e o número de bolinhas da posição anterior. Dessa forma, percebemos uma *pretensão de validade normativa*, tendo como objetivo apresentar a estratégia e ao final, construir uma norma que justifique todo o processo anterior e satisfaça qualquer caso. Contudo, assim como relatado no diálogo, ao propor que descrevessem como seria a 100ª posição, ou seja, que generalizassem o raciocínio, o PEBM apresentou dificuldades.

Um momento importante advindo do compartilhamento da estratégia utilizada pela PEB1 e das intervenções representadas por *pretensões de acerto* da professora Eliane, é a *construção conjunta* acerca do processo de **generalizar**. Ao compartilhar estratégias e refletir sobre elas, os professores e os futuros professores desenvolvem autonomia para trabalhar a investigação, confiança para enfrentar os desafios e dificuldades, e principalmente, constroem uma cultura profissional que se baseia nos problemas da prática da sala de aula (FIORENTINI, 2010).

Enquanto a estratégia utilizada por PEB1 e PEBM consistia em relacionar a quantidade de bolinhas com a posição, o M2 utilizou uma estratégia visual, que será melhor detalhada no Episódio 11, a seguir.

Quadro 16 - Análise do Episódio 11

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
<p>M2: “Então eu peguei minha primeira sequência e pensei na ideia de sempre colocar o desenho anterior, tanto em cima do meu desenho quanto na frente. Então primeiro era um quadradinho, aí na segunda eu coloquei um quadradinho em cima do quadradinho, e um quadradinho na frente do quadradinho. Então sempre o desenho anterior eu pinte de vermelhinho. Então o segundo desenho é um L, então no terceiro desenho eu vou colocar um L em cima do meu desenho e um L na frente do meu desenho, aí a quarta seria esse vermelhinho que ta no meio do desenho. Aí eu coloquei o desenhinho em cima e o desenhinho na frente, aí debaixo foi a mesma coisa, eu sempre vou repetindo o desenho da figura anterior em cima do que eu já tinha e na frente do que eu já tinha, e aí vai fazendo um fractal. Eu fiz com quadradinho porque eu fiz no word e era mais fácil de pintar, e aí quando você vai pintando você também começa a ver que tem uma razão entendeu. Por exemplo eu vou pulando os quadradinhos numa proporção, então vai seguindo uma ordem também enquanto você ta pintando. Então deu um fractal, só que quando vocês vão ver no final, esse fractal vai crescendo muito rápido e eu fiz só até essa construção (<i>Figura 17</i>). Então no primeiro tem 1, o segundo tem 3, 9, 27, ... daí você</p>	<p>Pretensão de validade explicativa</p>	<p>Nesta descrição do M2 percebemos a elaboração e desenvolvimento da estratégia, e posteriormente, a busca por um padrão para formalizar toda a investigação.</p>

bate e olho e pronto né, já sabe. E aí tentei <i>formalizar</i> né, vi que era uma potência de 3, e precisei fazer o $n - 1$ pra dar a potência de zero né que vai da 1. E olha que legal, se eu fosse tentar o da Alice teria acho que 5 mil e alguma coisa né a 100ª posição, na minha construção o 100ª termo ia ter todos esses quadradinhos aí da última linha, então seria muito grande.”		A partir da exposição da estratégia utilizada, houve um momento de reflexão que se remete ao processo de repensar a prática relacionando aspectos da sala de aula, como a experiência da turma com a abordagem investigativa e o conhecimento matemático deles. Dessa forma, o M2 faz uma síntese sobre o papel do professor nas tarefas investigativas.
Profa. Eliane: “Mas por que esse crescimento é tão diferente do dela? O que era o dela?”	Coordenação de ações	
M2: “Porque aqui é exponencial.”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “O dela é uma PA e esse aqui é uma PG.”	Pretensão de acerto	
PEB1: “A gente tentou responder aquelas perguntinhas que estavam lá no cronograma...”	Pretensão de sinceridade	
M2: “Eu achei complicado responder aquelas perguntas sem olhar pro contexto da sala de aula que eu vou propor, na minha forma que eu vou interpretar a atividade de investigação. Então quando a gente olha pra uma atividade a ideia é justamente aquilo, que a gente tem que colocar a matemática em caixinhas, mas a gente tem que ter um fim para o ensino né, pra propor uma atividade em sala de aula. Então acho que o primeiro passo antes da gente pensar em qualquer atividade, seja com jogos, com a história da matemática ou com a investigação é pensar o que eu vou trabalhar com a matemática a partir daquilo. E a partir daí eu escolher como eu vou utilizar aquela atividade, como a gente falou, nessa atividade que a gente fez, a gente pode trabalhar função, PA, PG, então depende do nível também que a gente ta levando pra sala de aula, e consequentemente né a maturidade que os alunos já vão ter. Então a partir disso eu entendo que o primeiro passo é o professor olhar a atividade e saber como ele vai trabalhar ela, a partir dos objetivos que ele tem com aquela ação.”	Busca por entendimento	
...		
M2: “Então a partir disso, eu acho que o professor também tem que entender o quanto de tempo que ele vai ter pra ver se vai ser uma investigação mais longa ou se vai ser um pouco mais abrangente. Tem que explicar pro aluno né como fazer, mesmo seguindo aquele contrato de roteiro, os alunos precisam ter apurado essa questão do registro porque o professor não vai conseguir acompanhar a todos os grupos então esse registro é fundamental, e a partir disso pensar num roteiro que ele pode auxiliar também na exploração da atividade, e culminando tudo numa socialização e na problematização, tanto do que os alunos fizeram, quanto nessas atividades que podem estar sendo contempladas nessa atividade.”	Pretensão de validade descritiva	
Profa. Eliane: “Tão importante quanto socializar e problematizar, é formalizar. Porque se eu estou fazendo um caminho inverso, onde eu começo com um problema e depois vou pro conteúdo, em algum momento esse conteúdo precisa ser formalizado...”	Pretensão de acerto	
PU: “O que o M2 trouxe dos fractais é muito interessante porque	Pretensão de acerto	

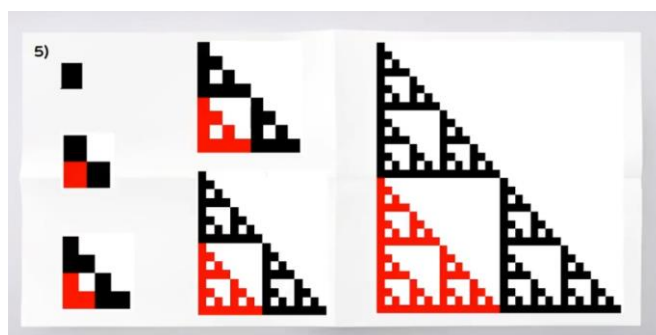
<p>me faz pensar onde é usado isso, quando começou a aparecer lá os pontinhos eu fiquei pensando, aonde a gente pode pensar que o aluno vai usar isso... mas aí o M2 já veio com os quadradinhos e mostrou um fractal pra gente. Eu não sei responder, mas aposto que se você falar assim 'olha vou explicar pra vocês como que cresce um fractal' e der esse exemplo, os alunos vão ficar com os olhos brilhantes. E aí vamos conversar com os colegas da física e ver onde é que usa fractal... acho que a gente tem que ter esse olhar de refletir o que a gente ta querendo com essa matemática.”</p>		
---	--	--

Fonte: Elaborado pela autora

Conforme mostra o diálogo do Episódio 11, o M2 apresentou um desenvolvimento totalmente diferente do que os outros participantes haviam pensado, em especial, porque a sua exploração se baseou em uma ideia geométrica, e posteriormente, passou a observar qual seria o comportamento dos números nesta estratégia. Dessa forma, é possível perceber que o nível de conhecimento matemático e a experiência com a abordagem investigativa pode influenciar no desenvolvimento das estratégias, por isso, para que ocorra a investigação o professor deve conhecer a turma, suas experiências e o nível de conhecimento matemático, assim será possível determinar a melhor forma de conduzir a investigação e também, dar suporte e auxílio aos alunos (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013).

Conforme o diálogo, o M2 conseguiu avançar na investigação, propondo uma estratégia que permitiria desenvolver os conceitos de Progressão Geométrica. As Figuras 20 e 21 mostram o raciocínio percorrido.

Figura 20 - Primeira estratégia de resolução do M2



Fonte: Captura da gravação do encontro

Figura 21 - Explicação da estratégia de resolução do M2

Construção	Número de pontos
1	1
2	3
3	9
4	27
5	81
6	243
Número de peças = 3^{n-1}	
Centésima posição: $3^{100-1} = 3^{99}$	
171.792.506.910.670.427.876.592.353.855.092.530.985.985.638.400	

Fonte: Captura da gravação do encontro

Logo no início da explicação do M2, é possível visualizar o nível de matemática presente na sua investigação, principalmente por relatar que o desenho contribuiu para visualizar de imediato como ficaria a sequência. Além disso, em sua explicação há o uso de expressões como **razão** e **proporção**, que se remetem aos conceitos matemáticos que podem ser trabalhados ao desenvolver esta sequência utilizando a mesma estratégia.

Assim, após a *coordenação de ações* realizada pela professora Eliane, com o objetivo de comparar as sequências, foi possível concluir que, uma mesma tarefa, mas com a utilização de estratégias diferentes de resolução, possibilita que o professor discuta conteúdos diferentes, então, nem sempre será possível determinar qual o conteúdo a ser abordado.

Por fim, após esta socialização houve uma reflexão importante acerca da sala de aula relatada por M2, onde ele alerta para a dificuldade de se prever todas as possíveis resoluções desta tarefa, em especial sem considerar os aspectos da turma e o papel do professor, ou seja, o quanto ele intervém, durante a investigação. Esta consideração apresentada por M2 confirma o que Fiorentini e Cristovão (2010) descrevem quando apontam que, trabalhar a prática escolar e o desenvolvimento profissional não se remete apenas a estudos teóricos que são apresentados ao longo da formação inicial, e alguns casos também na formação continuada, mas também de conhecer os desafios e problemas da sala de aula, enfrentar a realidade para que haja reflexões e mudanças de concepções sobre a própria prática.

Este episódio mostrou a importância de se vivenciar todas as fases de uma tarefa investigativa, no grupo colaborativo, pois os participantes puderam perceber a necessidade de acompanhar o aluno na produção de registros, prever fases de socialização e de formalização

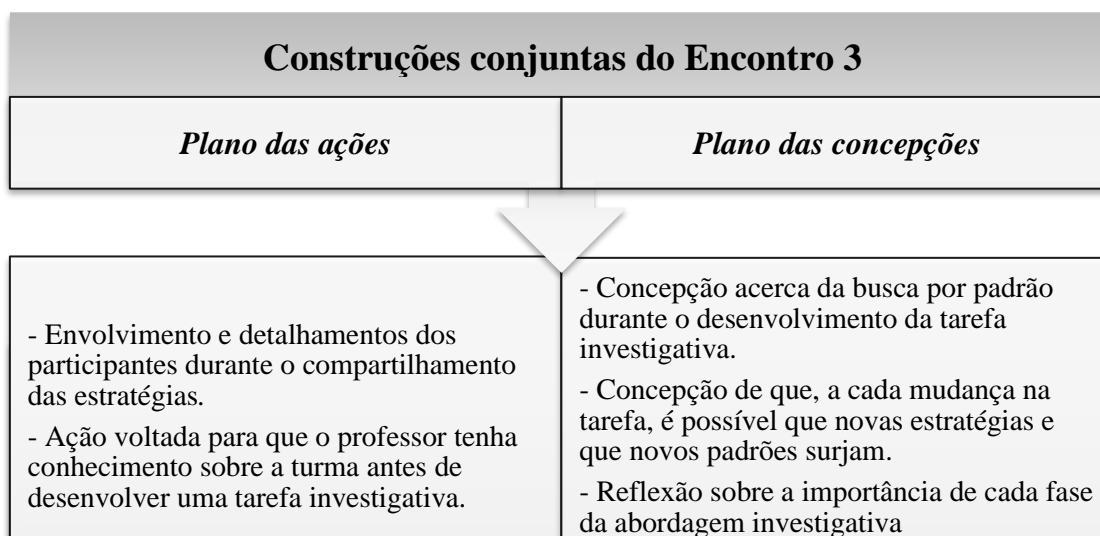
dos conceitos desenvolvidos ao longo da exploração da tarefa, como preconizado por diversos autores.

O enfoque deste 3º Encontro foi socializar as possíveis estratégias de resolução de algumas tarefas investigativas, e como consequência, surgiram momentos de reflexão sobre os conceitos relacionados à abordagem investigativa, além de uma vivência em busca da compreensão das diferentes estratégias. Este episódio mostra a importância da dinâmica que envolve grupos colaborativos e do processo de compartilhamento das estratégias ao desenvolver tarefas investigativas.

Socializar as estratégias utilizadas pode se constituir como uma contribuição essencial para as práticas futuras em sala de aula, em especial, para a condução da comunicação. Os professores puderam perceber que a sua própria aprendizagem se deu através da socialização e do compartilhamento de ideias e concepções, e que as relações interpessoais influenciam significativamente nessa aprendizagem, ou seja, a qualidade da comunicação que se dá na relação entre o professor e o aluno influencia a investigação (ALRO; SKOVSMOSE, 2021). Não podemos afirmar que os professores construíram esse conhecimento, mas podemos levantar a hipótese de que, enquanto alguns participantes compartilham suas estratégias de investigação, outros estão construindo concepções importantes sobre a prática investigativa, em especial, sobre o processo de comunicação para a condução dessas tarefas.

Assim como destacado anteriormente, as construções conjuntas realizadas neste encontro foram mediadas por dois grupos, logo, construídas em momento diferentes. Portanto, na Figura 22, a seguir, apresentamos uma síntese das construções conjuntas deste encontro, pautadas no processo de socialização das estratégias utilizadas pelos participantes, dando destaque ao grupo responsável pela construção conjunta.

Figura 22 - Síntese das construções conjuntas proporcionadas pelo grupo 2 no Encontro 3



Fonte: Elaborada pela autora

Neste 3º encontro, com foco na socialização de estratégias entre os participantes, parece ter havido um maior número de construções conjuntas. Os momentos de reflexão proporcionados pelo estudo de uma tarefa investigativa e os compartilhamentos das estratégias utilizadas no contexto colaborativo certamente foi um fator positivo para este aumento. Por isso, a colaboração é vista como uma estratégia fundamental para compreender e refletir sobre a prática investigativa, permitindo que haja uma diversidade nas experiências, competências e perspectivas (BOAVIDA; PONTE, 2002).

Logo, o grupo 2 apresentou algumas considerações importantes no Episódio 10 e 11, que também foram destacadas pelo grupo 1. No plano das ações também houve um envolvimento e compartilhamento de estratégias e o reconhecimento da necessidade de conhecer a turma. Já no plano da concepção o grupo 2 ressaltou a busca por um padrão e o destaque de que, a cada mudança na tarefa, novas estratégias poderiam surgir.

Dessa forma, as construções conjuntas deste Encontro 3 apontam para a importância de se criar ambientes de colaboração para discutir estratégias de resolução de tarefas investigativas, antes deste tipo de tarefa ser aplicada em sala de aula. Além disso, é evidente o processo de investigação daquele participante que nunca obteve contato com a investigação e de um participante que já possui experiências de investigação, principalmente por alcançar a etapa de generalização e formalização. Por isso, destacamos novamente a importância de compartilhar e refletir sobre diferentes estratégias, permitindo que essa experiência contribua para aprofundar o processo investigativo.

Com o objetivo de aprofundar o conhecimento sobre a abordagem investigativa, o

encontro seguinte propunha que os participantes realizassem a leitura e a discussão de um artigo teórico, que procura esclarecer alguns aspectos importantes da investigação, permitindo que os participantes refletissem, de maneira mais informada agora teoricamente, sobre suas características.

6.4 Encontro 4 – Segunda discussão teórica

No Encontro anterior havia sido proposta a leitura do texto “Cenários para Investigação” de Skovsmose (2000), com o objetivo de discutir mais aspectos sobre a abordagem investigativa. Dessa forma, neste 4º encontro surgiram questões relacionadas à diferença entre Paradigma do exercício e Cenários para investigação, o papel do professor, ambiente de aprendizagem, zona de risco e zona de conforto e uma reflexão sobre o quadro de análise de tarefas investigativas proposto por Souza (2015), conforme podemos analisar nos diálogos do Episódio 12, apresentado a seguir.

Quadro 17 - Análise do Episódio 12

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
<p>PEBM: “Eu comecei com meus alunos lá em março, desde a primeira aula eu fui instigando os alunos. A gente vai tendo aula pra tentar descobrir as coisas juntos. Só que isso não vem deles lá atrás, então querendo ou não, na hora que eu fui desenvolver a minha pesquisa, uma dificuldade grande que eu tive é esses alunos estarem acostumados nesse paradigma do exercício, eles estavam acostumados a teoria e resolução, eles não estão acostumados ainda a esse hábito de investigar e tentar descobrir sozinhos. Então relendo o texto agora, tem uma parte que fala que os alunos precisam aceitar participar desses cenários de investigação. Tem algumas equipes que eu tenho certeza que foi espetacular, mas tem algumas equipes que eu percebi que foi... realmente, não tive um aceite por parte deles, então foi bem complicado essa parte.”</p>	<p>Pretensão de validade descritiva</p>	<p>Há um compartilhamento feito pelo participante que permitiu refletir sobre uma das principais dificuldades relacionadas a tarefas investigativas: inserir a abordagem em um ambiente escolar totalmente moldado pela perspectiva tradicional de ensino.</p> <p>PEBM destaca o</p>
<p>Profa. Eliane: “Os alunos que têm mais dificuldade de se envolver nesse tipo de tarefa são os alunos que mais se dão bem no ensino tradicional, porque eles querem a receita pronta. O aluno que tem dificuldade ele se entrega, ele se joga, ele pode não avançar muito, mas ele abraça.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	
<p>PEBM: “Eu até marquei a frase que eu mais utilizei que é ‘o que vocês percebem?’ Como a minha intervenção foi mais visual, então eu tomava o máximo de cuidado para não tentar direcionar os alunos, então sempre perguntava ‘o que vocês percebem?’ Eles falavam aquilo que eles estavam percebendo, e eles têm medo gente, por exemplo, em algumas equipes eu precisei intervir mais,</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	

não no sentido de falar o que eles tinham que fazer, mas de direcionar e falar ‘gente, é visual, o que vocês estão olhando, o que vocês estão vendo?’.”		processo de argumentação utilizado, possibilitando aos outros participantes compreenderem como ele conduziu a comunicação na sala de aula, ou seja, mostra os questionamentos que foi fazendo aos alunos, no intuito de intervir sem direcionar demais nas suas descobertas.
Sara: “PEBM, quando você foi trabalhar com isso na sala de aula você sentiu que você saiu da sua zona de conforto?”	Questionamento	
PEBM: “Eu falo assim, na hora de montar a tarefa, isso é algo que eu fui refletindo depois, é que eu acho que eu montei a tarefa tentando não sair dessa zona de conforto. Então acho que, na hora de montar a tarefa eu fiquei com esse receio. Mas olha, não foi fácil, tem uma colega que me acompanhou durante toda a trajetória e, eu não sei, se eu convidar ela de novo, se ela vai, porque foi bem trabalhoso. A gente ficou assim, de cinco equipes a gente se dividiu porque eu não consegui acompanhar as cinco equipes todos os encontros. Eu fiquei com uma parte e ela ficou com outra, e assim a gente foi trabalhando, revezando. Mas olha, foram várias vezes... Teve vezes que os alunos me questionavam coisas que eu não sabia responder, e os meus alunos eram tranquilos, eles nunca falaram ‘olha, você não sabe’”.	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Mas muitos professores PEBM não têm coragem de passar por uma situação dessa. Isso aí é se jogar na zona de risco [...]. O professor aprende com o aluno? Aprende, se ele der oportunidade do aluno pensar diferente dele.”	Pretensão de validade explicativa	Não há novas construções conjuntas, mas um momento de reflexão acerca dos conceitos de ‘zona de conforto’ e ‘paradigma do exercício’ que foi abordado no texto. PEBM mostra que, mesmo tentando elaborar uma tarefa mais fechada, que não o tirasse muito de sua zona de conforto, os alunos faziam perguntas que ele não sabia responder, e o processo gerou muito trabalho para acompanhar todos os grupos.
PEBM: “Professora, a maior dificuldade que eu to tendo é de entender onde está a minha tarefa, porque no último encontro que a gente conversou, eu percebi que a minha tarefa tava um pouquinho fechada. Eu estava classificando a minha como exploração, mas agora com esse quadro gente (<i>Figura 20</i>), eu vou ter que ler um pouquinho pra refletir um pouco mais.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Não quer apresentar a sua tarefa? A gente te ajuda a classificar.”	Questionamento	
PEBM: “Eu acho que fechei um pouco a minha tarefa...”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Você não fechou não, você só direcionou porque se você deixa completamente livre, você pode perder um pouco o controle, e alunos que ainda não sabem muito bem o que estão fazendo é legal você dar alguns valores. Mas ela ta aberta porque você ta colocando ‘o que é possível afirmar sobre o coeficiente <i>a</i> ’, aí ta aberta.”	Pretensão de validade avaliativa	
PEBM: “A Sara me deu um auxílio né Sara, ela acompanhou comigo lá no começo, teve modificações, mas foi por conta de tempo. Então inclusive eu tive 10 alunos, mas na 5ª aula eu vi que a gente não daria conta de tudo o que foi proposto. Foi bem turbulento por adaptação por conta do <i>Google Meet</i> , então chegou no começo a gente precisou se readaptar...”	Pretensão de sinceridade	

Fonte: Elaborado pela autora

O quadro (Figura 20) a que o PEBM se referiu, ao longo do diálogo, foi apresentado na pesquisa de Souza (2015). Conforme discutido no levantamento, este quadro foi

organizado com o objetivo de apresentar as principais características de uma tarefa investigativa. É por esse motivo que, após compreender as características que estavam sendo apresentadas e destacar os tipos de comunicação que poderiam ocorrer, o PEBM tenta, a partir do quadro, compreender o nível de abertura de uma tarefa investigativa que foi elaborada para sua pesquisa de mestrado e aplicada de forma remota, durante a pandemia, em suas aulas de Matemática.

Figura 23 - Quadro de análise de tarefas investigativas

QUADRO DE ANÁLISE DE TAREFAS				
[As tarefas do OEM devem se situar no espectro verde]				
CRITÉRIOS	POSSIBILIDADES			
TIPOS DE TAREFAS	Exercícios	Problema	Exploração	Investigação
ESTRUTURA	Fechado	Semi-aberta/Intermediária (com sugestões de como fechar sem perder o caráter investigativo)/ semi-aberta/intermediária)		Aberta
FOCO DO ENSINO	CONCEITUAL	PROCEDIMENTAL	CONCEITUAL/PROCEDIMENTAL	
REFERÊNCIA	Matemática pura	Semi-realidade	Realidade	
DESAFIO	Reduzido	Intermediário	Elevado	
TEMPO	Curto (1 ou 2 aulas)	Médio (3 ou 4 aulas)	Longo/médio (mais que 4 aulas)	
Possibilidade geral de Comunicação	Diretiva		Dialogica	
Background (familiaridade com conteúdos)	Sim		Não	

Fonte: Souza (2015)

Ao longo do episódio, o PEBM utilizou os conceitos de **zona de risco** e **zona de conforto**, a partir da reflexão sobre a leitura e sobre a sua prática na sala de aula com as tarefas investigativas. Refletir e compartilhar a prática se mostra um processo importante para o desenvolvimento profissional, pois permite que o professor compreenda as implicações de inserir a abordagem investigativa em sua própria prática e se torne agente ativo do processo de aprendizagem, produzindo novas formas de pensar e de agir em sala de aula (FERREIRA, 2006).

Assim como compartilhado pelo participante, enquanto ele aplicou as tarefas, houve momentos de desafio. O primeiro desafio relatado foi relacionado ao ambiente de ensino em que os alunos estavam acostumados a trabalhar, ou seja, o ensino tradicional influenciou no processo de investigação. Esta foi uma das considerações discutidas no grupo ao longo do ano, em especial, ressaltando o conceito de **paradigma do exercício**. Para Skovsmose (2000)

o paradigma do exercício é o ambiente voltado ao ensino tradicional, onde as atividades propostas se limitam a exercícios, considerados fechados, ou seja, que possuem como objetivo encontrar uma única solução e não dão abertura para se criar diferentes estratégias de resolução. Por esse motivo, esse ambiente é visto como aquele que não causa tantas dificuldades para o professor, ao contrário da investigação.

Outro desafio compartilhado foi o receio em sair da **zona de conforto** e entrar em uma **zona de risco**, na qual o professor se depara com questionamentos dos alunos, e pode não estar preparado para apresentar uma resposta adequada. Este é um momento que pode ocorrer durante o desenvolvimento de uma tarefa investigativa em sala de aula, e embora o professor possa se preparar antes de levar a tarefa, é possível que os alunos investiguem outros caminhos que não haviam sido pensados. Este receio pode ser amenizado com o auxílio de grupos colaborativos, ao compartilhar reflexões, receios e dificuldades, assim como ressalta o PEBM durante o diálogo. Assim, os contextos colaborativos são ambientes que proporcionam uma reflexão individual e coletiva da prática, fornecendo apoio ao professor diante das inúmeras dificuldades que podem surgir na sala de aula, e principalmente, possibilita “minimizar a cultura individualista da profissão docente” (GAMA; FIORENTINI, 2009).

Estes relatos de sala de aula são importantes para compreender as problemáticas que surgem durante o processo de ensino e aprendizagem, e conseqüentemente, permitem refletir sobre o processo. Assim como apresenta Gama (2007), o desenvolvimento profissional envolve relacionar aspectos pessoais, como as angústias, frustrações, desafios e problemáticas da sala de aula, com os aspectos profissionais, institucionais e sociais, permitindo que haja um novo olhar para a prática.

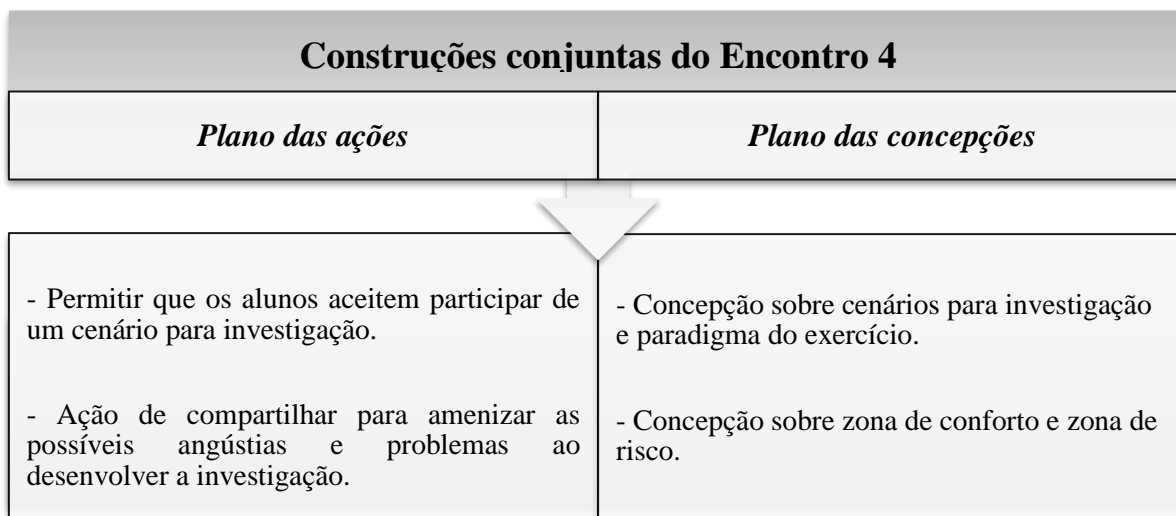
Logo, a professora Eliane utiliza *pretensões de validade avaliativa* com o objetivo de esclarecer o motivo pelo qual podemos optar por utilizar tarefas que direcionam os alunos a determinado caminho, contribuindo para que o professor se sinta mais confortável ao desenvolver as primeiras tarefas de investigação.

Embora não houvesse muitas construções conjuntas neste encontro, o grupo colaborativo permitiu que um participante apresentasse suas considerações e concepções sobre a sua prática em sala de aula, podendo amenizar suas dificuldades e receios ao trabalhar com a investigação. Este é um papel fundamental para a constituição de um contexto colaborativo: a voluntariedade de compartilhar a prática vinda do participante PEBM, e o apoio e o respeito mútuo do grupo (FIORENTINI, 2004).

Por fim, a síntese das construções conjuntas deste Encontro 4 são apresentadas na

Figura 24, a seguir.

Figura 24 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 4



Fonte: Elaborado pela autora

No plano das ações, o envolvimento do Encontro 4 permitiu que os participantes destacassem que é essencial, durante uma investigação, que os alunos aceitem participar de um cenário investigativo, ou seja, que concordem e entendam a necessidade de sair da abordagem tradicional de ensino. Além disso, houve momentos de compartilhamento de aspectos da prática que permitiram amenizar angústias e problemas da investigação, ao menos para PEBM. Já no plano das concepções, os participantes buscaram descrever considerações sobre a diferenciação entre os cenários para investigação e o paradigma do exercício, e também, sobre a zona de risco e a zona de conforto.

Assim, as construções conjuntas deste encontro apontadas no Episódio 12, destacam a importância de um ambiente que permita compartilhar as experiências e desafios da prática investigativa, principalmente, para potencializar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e contribuir para o desenvolvimento profissional.

Partindo deste compartilhamento e das considerações levantadas pelos participantes sobre os cenários para investigação, o próximo encontro teve como enfoque realizar um estudo teórico do processo de elaboração de tarefas investigativas em um contexto colaborativo a partir da leitura do texto de Costa e Oliveira (2019).

6.5 Encontro 5 – Terceira discussão teórica

Este encontro teve como objetivo discutir o texto de Costa e Oliveira (2019) sobre a

participação de professores na elaboração de tarefas matemáticas em um trabalho colaborativo. A escolha deste texto adveio das reflexões do encontro anterior sobre o quadro (Figura 20) apresentado por Souza (2015), indicando alguns critérios para a elaboração de uma tarefa investigativa. Por esse motivo, foi proposto aos participantes a leitura de um texto que relata sobre a experiência de professores que, de forma colaborativa, estruturaram e reestruturaram uma tarefa investigativa utilizando estes critérios. Assim, o diálogo a seguir apresenta algumas reflexões dos participantes.

Quadro 18 - Análise do Episódio 13

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
Profa. Eliane: “É pura, por exemplo, se eu colocar uma atividade do tipo, soma três números consecutivos pra mim, escolha qualquer número e somem.”	Pretensão de validade normativa	Há o início de uma construção conjunta e do entendimento sobre os critérios e as possibilidades da estrutura de uma tarefa investigativa.
M1: “1, 2, 3”	Afirmação	
Profa. Eliane: “Quanto dá?”	Questionamento	
M1: “6”	Afirmação	
Profa. Eliane: “E se eu mudar um pra frente, quanto dá?”	Coordenação de ações	
M1: “9”	Afirmação	
Profa. Eliane: “E se eu mudar mais um pra frente? 4, 5, 6...”	Coordenação de ações	
M1: “15”	Afirmação	
Profa. Eliane: “Vocês perceberam que tem um padrão aí? O que está acontecendo com o resultado?”	Questionamento	
PU: “Ta indo de 3 em 3 né, porque você tá somando 1 em cada um dos elementos, é isso?”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “Isso, você já tá tentando justificar, você percebeu? Qual é o padrão? São todos o que?”	Questionamento	
M1: “Múltiplos de 3?”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “Todos múltiplos de 3. Será que eu consigo provar que toda vez que eu somo 3 números consecutivos vai dar múltiplo de 3? Então percebam que dá pra gente explorar um monte de coisa a partir dessa pergunta, eu posso falar ‘e se eu somar 4 números consecutivos? E se eu somar 5? O que acontece?’. Então, essa pergunta: ‘o que acontece se...’ é bem típica para um cenário para investigação. Mas esses cenários para investigação, eles podem ser uma coisa muito da realidade [...] ou posso trabalhar só com soma de números consecutivos, que não tem nada a ver com a realidade,	Pretensão de validade normativa	

da vida social, das práticas sociais. Ficou claro PU?”		de uma possível comunicação que pode ser utilizada para trabalhar tarefas nesta referência
PU: “Eu acho que eu entendi... é que assim, você não tem o compromisso de fazer uma aplicação ou uma representação no mundo real, mas é a matemática como sua linguagem...”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “E trabalhada de uma forma investigativa, eu to desenvolvendo habilidades do aluno de investigar, levantar hipóteses, testar conjecturas, argumentar, comprovar...”	Pretensão de acerto	
PU: “Mas ele ta usando uma linguagem que é abstrata, ou seja, ela não tem um contrato né... você dá uma habilidade de abstração do aluno, mas de modo investigativo.”	Pretensão de acerto	

Fonte: Elaborado pela autora

Logo no início do episódio, é possível perceber a professora Eliane em uma tentativa de *coordenação de ações* e de *questionamentos*, buscando incentivar os participantes a construírem considerações sobre os critérios e as possibilidades de uma tarefa investigativa, a partir da Figura 20. Assim, como resposta, os participantes apresentaram suas considerações através de *pretensões de acerto*, justificando o motivo pelo qual uma tarefa poderia ser considerada referente à Matemática pura, ou seja, sem necessariamente estabelecer uma relação com alguma prática social.

Dessa forma, os participantes começaram uma *construção conjunta* acerca das possibilidades relacionadas à estrutura de uma tarefa investigativa, em especial, sobre uma tarefa ser definida com referência a Matemática pura ou não. Dentro de um cenário para investigação, uma tarefa pode apresentar um teor referente à Matemática pura, a semi-realidade ou a realidade, e o seu desenvolvimento dependerá da investigação dos alunos e também, do objetivo em que o professor procura atingir (SKOVSMOSE, 2000). Entretanto, outro destaque que o autor apresenta é que o importante é transitar entre os diferentes ambientes, o que permitirá o contato com diferentes realidades.

No comentário apresentado pela PU, é possível perceber que há uma busca por compreender as possíveis referências de uma tarefa investigativa, e também, de que forma esta investigação poderá ser conduzida. Este diálogo apresenta continuação ao longo do próximo episódio.

Quadro 19 - Análise do Episódio 14

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
--------------	----------------	-----------------------

<p>PEBM: “Professora, eu fui tentar ver um pouquinho mais os comentários, mas isso aí (Figura 20) foi uma negociação do grupo, né professora? O que acontece gente, a gente está em uma outra realidade, eles criaram pra realidade deles, então a gente vai elaborar, se a gente olhar pra tabela e ver assim alguma coisa que não se encaixa pra gente... uma coisa que eu fiquei ali foi a questão do tempo, porque eu pensei, qual é a realidade deles? Será que esses alunos que eles pensaram nessas tarefas já vinham de uma prática investigativa? Será que esses alunos já estão acostumados com uma tarefa investigativa? Porque eu pensei: 3 aulas pra gente trabalhar com alunos que não tem essa vivência, não sei se a gente conseguiria desenvolver da mesma forma que se a gente pegar uma turma que trabalha ali e que já tem essa vivência da investigação, não sei se você concorda comigo.”</p>	<p>Pretensão de validade avaliativa</p>	<p>Destaque referente ao processo de trabalhar a investigação em sala de aula e lidar com as dificuldades. PEBM compartilha a sua reflexão tendo como base a sua vivência em sala de aula, permitindo refletir que é necessário ter o conhecimento da turma antes de levar a investigação</p>
<p>Profa. Eliane: “Isso que você tá observando, PEBM já é de quem tem levado isso pra prática, né? É uma observação de quem tem levado na realidade das escolas daqui, de Minas, e que provavelmente é uma realidade diferente de outras escolas. Eu acho que assim, aqui em Minas eu percebi um ensino extremamente tradicional ainda, extremamente. Em São Paulo eu achava que era tradicional, quando eu cheguei aqui pra mim foi um choque de realidade...”</p>	<p>Pretensão de validade explicativa</p>	<p>Início de uma construção conjunta sobre o tipo de comunicação diretiva que pode ser utilizada ao trabalhar tarefas investigativas</p>
<p>PEBM: “Um grupo utilizou Ponte pra determinar esse tempo, mas Ponte ele não determina um número, ele coloca lá curto, médio e longo, uma coisa que eu pensei é que a gente poderia fazer uma adaptação na tabela para o que seria o nosso médio aqui. Talvez ali o nosso médio não seria 3 ou 4, seria 5 ou 6, alguma coisa nesse sentido. [...] Olha eu usei 14 aulas, das 14 eu peguei 4 pra trabalhar o conteúdo porque eu precisava trabalhar um conteúdo. Aí eu acho que entra ali no background, que eles tinham que saber um conteúdo antes da gente fazer a intervenção, e do restante que sobrou eu falo que eu aproveitei 6, porque as 4 iniciais foram adaptação dos alunos, então as 6 últimas foram a que a gente aproveitou. Uma outra coisa que eu queria comentar é que essa possibilidade que a senhora comentou, diretiva, eu tava entendendo que seria a possibilidade do professor direcionar, mas aí eu fui ler sobre, e diretiva seria uma situação que o aluno, por exemplo, a gente apresenta uma tarefa que o aluno não precisa se comunicar com o professor.”</p>	<p>Busca por entendimento</p>	<p>Início de uma construção conjunta sobre o tipo de comunicação diretiva que pode ser utilizada ao trabalhar tarefas investigativas</p>
<p>Profa. Eliane: “Isso, a tarefa é autoexplicativa.”</p>	<p>Afirmação</p>	<p>Início de uma construção conjunta sobre o tipo de comunicação diretiva que pode ser utilizada ao trabalhar tarefas investigativas</p>
<p>PEBM: “Eu tava confuso, porque eu tava imaginando de uma outra maneira antes de ler o texto, eu tava imaginando que o professor ia falar pro aluno o que deveria ser feito, eu imaginei que seria o tradicional nosso ai, mas ai que eu fui ler e eu tive um entendimento melhor.”</p>	<p>Pretensão de sinceridade</p>	<p>Início de uma construção conjunta sobre o tipo de comunicação diretiva que pode ser utilizada ao trabalhar tarefas investigativas</p>

<p>Profa. Eliane: “É, na verdade eu acho que eu tava interpretando errado também, porque diretiva pra mim tinha a ver com o professor direcionar mais, acho que eu não pensei na tarefa, mas você tá certo, porque o quadro ele classifica a tarefa, e não a ação do professor. Apesar de que ele coloca aqui a possibilidade geral de comunicação’, talvez por isso que eu interpretei como uma comunicação diretiva...”</p>	<p>Pretensão de sinceridade</p>	
--	---------------------------------	--

Fonte: Elaborado pela autora

Neste episódio, o PEBM utiliza a sua própria experiência de investigação em sala de aula para refletir e destacar o critério sobre o tempo, apresentado na Figura 20. A sua principal consideração estava relacionada à realidade escolar de cada aluno, ou seja, a partir da sua experiência com a investigação, relatou que foi necessário um certo tempo para que os alunos compreendessem a ideia da investigação, e posteriormente pudessem investigar, ou seja, um tempo necessário para que os alunos saíssem do paradigma do exercício e aceitassem entrar em um cenário para investigação (SKOVSMOSE, 2000).

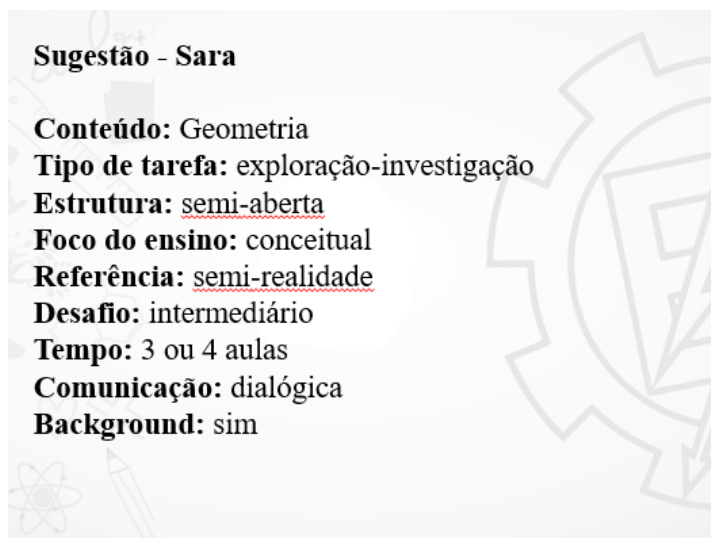
Trabalhar com a investigação em sala de aula requer que os alunos aceitem investigar e procurem construir diferentes estratégias de resolução, entretanto, é necessário ter o conhecimento de que, alunos que já tiveram alguma experiência em investigar podem apresentar maior facilidade e aproveitamento ao longo do processo, e conseqüentemente, chegar a um maior número de estratégias. Já aqueles que estão tendo o contato pela primeira vez, tendem a seguir o processo determinado pelo ensino tradicional. Dessa forma, é papel do professor estabelecer um contrato didático e dar suporte aos alunos ao longo da investigação, ou seja, isso significa que o professor é um grande potencializador do processo investigativo e responsável por convidar os alunos a participarem da investigação através do diálogo e da comunicação (ALRØ; SKOVSMOSE, 2021).

Esta consideração apresentada pelo participante advém de alguém que já estabeleceu, na prática, o contato com a investigação em sala de aula, e também, reconhece quais os desafios que podem aparecer ao longo do processo. É possível perceber que a *construção conjunta* sobre uma comunicação diretiva partiu do confronto entre a realidade vivida pelo PEBM em sala de aula e da teoria apresentada pelo texto. Este é um momento importante para o desenvolvimento profissional, pois implica em promover conflitos que permitem formular e reformular novas aprendizagens sobre a prática da sala de aula, não somente partindo de teorias, mas com o auxílio de professores que buscam se tornar produtores dos próprios saberes (FIORENTINI et al., 2002).

Por fim, ao final do encontro 5, apresentamos uma possível estrutura de uma tarefa com base na Figura 25, utilizando os critérios de elaboração de uma tarefa investigativa. A

proposta é apresentada na figura abaixo.

Figura 25 - Sugestões da estrutura de uma tarefa investigativa



Fonte: Elaborada pela autora

Construímos com os participantes uma sugestão de estrutura da tarefa com o objetivo de ajudá-los a argumentarem e refletirem sobre os conceitos e critérios apresentados na Figura 20. Assim, o diálogo a seguir demonstra alguns apontamentos dos participantes.

Quadro 20 - Análise do Episódio 15

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
PEBM: “Sara, a questão do tempo eu acho que a gente consegue adaptar, por exemplo, você colocou 3 ou 4, imagina uma seguinte situação, uma aula pros alunos se adaptarem e, aí, as outras 3 eu acredito que a gente conseguiria fazer, então tendo esse momento inicial... e você colocou também o conteúdo, então pegando um conteúdo que os alunos já tiveram ali um conhecimento ou alguma coisa, eu acredito que em 4 aulas a gente consegue pensar em uma atividade. É lógico que a hora que a gente pensar, eu acho que nas discussões no grupo a gente vai fazer essa adaptação.”	Pretensão de validade avaliativa	Embora não houvesse construções conjuntas, há no diálogo uma tentativa de compreender e determinar os critérios para a
Profa. Eliane: “Isso que eu ia falar, a gente parte de alguns parâmetros, mas depende do rumo que a tarefa tomar a gente vai adequando né.”	Pretensão de acerto	

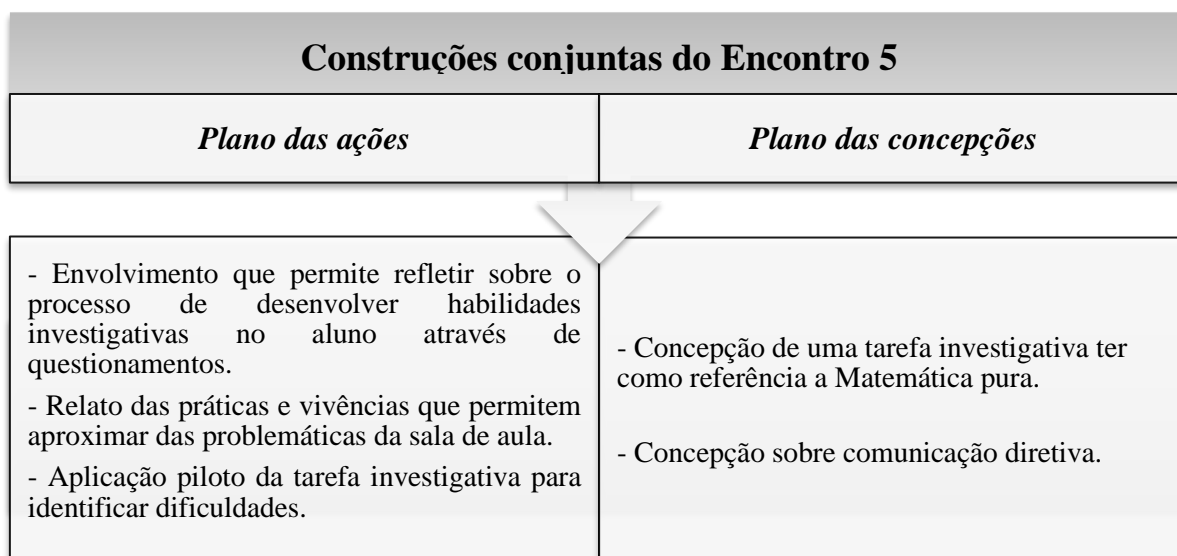
<p>PU: “Eu queria sugerir que, se for fazer online tem que fazer um exercício... um teste antes... Porque se a gente não fizer o piloto, a gente não vai identificar algumas dificuldades que os alunos possam ter [...]. Eu acho que seria interessante trabalhar frações. Como que os meninos do 6º ano enxergam fração e como o menino do 3º ano enxerga fração sabe. O que representa fração na compreensão dessas idades.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	<p>elaboração de uma tarefa investigativa, em especial, o tempo necessário</p>
<p>Sara: “Verdade, interessante. A gente pode trabalhar com duas tarefas sobre fração, acredito que elas vão ter níveis e temas diferentes, mas acho que seria interessante a gente fazer essa comparação até porque o PEBM mesmo ressaltou que acha importante trabalhar fração porque eles vão ver isso mais pra frente.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	
<p>PU: “E é um assunto curto, não vai demandar muito tempo pra trabalhar, então, aí atende a questão do tempo que se tem pra fazer a tarefa né.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	
<p>Profa. Eliane: “E tem algumas ideias que a gente pode adaptar...”</p>	<p>Pretensão de sinceridade</p>	

Fonte: Elaborado pela autora

Neste episódio, a *pretensão de validade avaliativa* apresentada pelo PEBM foi fundamental para exemplificar a realidade em sala de aula, e também, orientar para uma possível aplicação. Além disso, outra discussão em conjunto destacada por PU foi sobre a elaboração de uma tarefa investigativa de acordo com o ambiente de aplicação, ou seja, remoto ou presencial, pois o desenvolvimento e o enfoque da tarefa poderiam ser diferentes. Assim, chegamos na conclusão que a tarefa elaborada para trabalhar no presencial poderia ser reformulada facilmente para o modo remota, mas o contrário causaria maior dificuldade.

Embora não houvesse construções conjuntas neste episódio, há no diálogo uma tentativa de compreender e determinar os critérios para a elaboração de uma tarefa investigativa, como o tempo gasto.

Assim, na figura abaixo é possível ver a síntese das construções conjuntas que foram permitidas ao longo das interações nos Episódios 13, 14 e 15, no Encontro 5.

Figura 26 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 5

Fonte: Elaborado pela autora

Logo, ao final do Encontro 5 concluímos que o quadro referente às características de uma tarefa investigativa permitiu refletir sobre alguns conceitos importantes da investigação. Por isso, no plano das ações destacamos que o envolvimento mediado por questionamento possibilita trabalhar habilidades investigativas nos alunos, o processo de relatar as práticas aproximou os participantes das problemáticas da sala de aula e, também, uma ação voltada a uma aplicação piloto para identificar as dificuldades quanto ao desenvolvimento da investigação. E no plano das ações destacamos as concepções sobre a referência da tarefa investigativa e a descrição de uma comunicação diretiva.

Vale lembrar que a proposta inicial do subgrupo da Matemática era desenvolver uma tarefa investigativa mediada pelo grupo colaborativo, e posteriormente, aplicá-la em sala de aula por alguns participantes. Entretanto, diante da permanência do contexto das aulas remotas, a proposta de aplicação em sala de aula constituiu-se como uma incerteza. Ao longo dos encontros, o grupo colaborativo se dedicou a realizar estudos teóricos sobre as tarefas investigativas e também, a trabalhar de forma prática, com o objetivo de compreender a estrutura de uma tarefa investigativa e os desafios que o professor poderia enfrentar. Ao concluir este encontro, em consequência das considerações e reflexões permitidas, decidimos que no encontro seguinte iríamos realizar o exercício de trabalhar em conjunto em uma tarefa investigativa, resolvendo-a colaborativamente. Assim, o objetivo do Encontro 6 foi construir e reestruturar uma tarefa investigativa sobre equivalência de frações, ainda sem muita certeza

sobre como seria a aplicação. PEBM, então, se dispôs a esboçar uma tarefa sobre o tema para aplicá-la em sala de aula, mesmo que ainda no contexto remoto.

6.6 Encontro 6 – Reestruturação em conjunto da tarefa proposta

No Encontro 6, PEBM apresentou um esboço da estrutura de um plano de aula com a tarefa investigativa, para que os participantes, de forma colaborativa, pudessem contribuir para reestruturá-la de acordo com as considerações do PEBM. A tarefa foi baseada em uma proposta de investigação apresentada por Ponte, Quaresma e Branco (2011) no texto intitulado “Tarefas de exploração e investigação na aula de matemática”. No quadro a seguir é possível visualizar o plano de aula proposto pelo participante.

Quadro 21 - Plano de aula proposto por PEBM

Frações equivalentes
<p>1. Conteúdo e Série O conteúdo deste plano de aula será uma revisão ao conceito de frações equivalentes com uma turma de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Em particular, trabalharemos com uma atividade envolvendo dobraduras, a fim de se trabalhar na compreensão de alguns conceitos relacionados a equivalência de frações.</p> <p>2. Objetivos</p> <p>2.1. Objetivo Geral Reconhecer diferentes representações de uma fração como equivalentes.</p> <p>2.2. Objetivos Específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Refletir e compreender sobre a representatividade de uma fração a partir de frações equivalentes. ● Entender e resolver situações e problemas que necessitem da utilização de frações equivalentes; <p>3. Problemática Está cada vez mais difícil prender a atenção dos alunos, principalmente nas aulas de matemática. Contudo, a inserção de novos recursos didáticos pode ajudar a refletir positivamente no processo de ensino e aprendizagem. Percebe-se dificuldade dos alunos em resolver situações que envolvam frações, que ocorrem devido a diversos fatores. Trazemos nesta atividade uma proposta investigativa a fim de que os alunos possam entender, de forma lúdica, a ideia da equivalência entre frações.</p> <p>4. Habilidade da BNCC (EF06MA06) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.</p> <p>5. Recursos Necessários Os recursos necessários para um bom desenvolvimento da aula serão:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Sala principal no <i>Google Meet</i>; ● Duas folhas; e ● Material para colorir. <p><u>Etapa 1</u> - Pedir aos alunos que dobrem a primeira folha ao meio.</p> <p>Questionamentos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● O que devemos pintar para que tenhamos meio? ● Com o que podemos relacionar um meio?

- Como podemos representar um meio?
- Quanto dá um meio mais um meio?

- Mostrar a representação de um meio como fração.

Questionamentos:

- O que significa cada número na representação da fração?

- Pedir que pintem metade da folha.

- Pedir que dobrem a folha ao meio novamente.

Questionamentos:

- Qual fração representa a parte pintada?
- O que é possível afirmar sobre ela?
- E se dobrarmos novamente?

Etapa 2

- Pedir aos alunos que dobrem a segunda folha em três partes.

- Pedir que pintem uma parte.

Questionamentos:

- O que é possível afirmar relacionando à dobradura da primeira folha?
- É possível dizer se a fração da segunda dobradura é maior ou menor que o da primeira?

Fonte: Elaborado por PEBM

Devido às incertezas da volta ao presencial, havíamos conversado, no encontro anterior, sobre a possibilidade de propor uma tarefa para o contexto remoto. Entretanto, o PEBM nos alertou que haveria uma retomada nas aulas presenciais e que, por esse motivo, a tarefa poderia ser reestruturada pensando neste ambiente. A tarefa tinha o objetivo de explorar o reconhecimento de frações equivalentes com alunos do 6º e 7º ano. Como o PEBM havia se colocado à disposição para realizar a aplicação, ele aproveitou para apresentar algumas considerações sobre o conhecimento matemático dos alunos.

Um dos destaques foi que os alunos já haviam trabalhado com as frações, por isso, PEBM já esperava que os alunos soubessem formalizar o conceito de frações. Reconhecer o nível de investigação e de conhecimento Matemático dos alunos permite que o professor possa planejar e levar o melhor modelo de tarefa para os alunos, proporcionando uma maior aprendizagem. Partindo disso, o grupo começou a resolver a tarefa, e o seu processo de reestruturação é relatado no episódio a seguir.

Quadro 22 - Análise do Episódio 16

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
--------------	----------------	-----------------------

Profa. Eliane: “Na primeira etapa ta pedindo pra dobrar ao meio e pergunta ‘o que devemos pintar pra ter meio?’. Não é pra eles pintarem nada, só ta perguntando. O que vocês acham que eles podem responder?”	Coordenação de ações	Construção conjunta acerca do processo de orientar e desenvolver uma tarefa investigativa, com um diálogo que permite repensar o papel da comunicação ao longo da condução da investigação	
PEBM: “Eu acho que, pela situação que eles estão, eu acho que eles já vão explicar pra gente, já vão falar a resposta que a gente espera, quer dizer, o que a gente imagina. Eu não sei se iria muito além, iria mais além se caso eles não tivessem visto fração.”	Pretensão de verdade		
Profa. Eliane: “Como vocês imaginam que sejam as respostas?”	Coordenação de ações		
PEBM: “Eu acho que eles vão falar ‘metade’.”	Pretensão de sinceridade		
Sara: “É... acho que eles vão falar uma parte.”	Pretensão de sinceridade		
Profa. Eliane: “Ó, é diferente. Um vai falar ‘pinta a metade’ o outro vai falar ‘pinta uma parte’. O que mais eles podem responder?”	Coordenação de ações		
L1: “Só consigo pensar em metade também.”	Pretensão de sinceridade		
Profa. Eliane: “Tem aluno que é mais profundo, que vai falar assim ‘pode pintar essa metade ou essa’. ‘Com o que podemos relacionar um meio?’ Qual é o intuito dessa pergunta?”	Coordenação de ações		
PEBM: “Lá no texto (PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2011) ele faz uma introdução a fração, então quer dizer, no texto ele está imaginando que alunos não sabem fração. A segunda pergunta eu entendi que seria pros alunos relacionarem isso aqui a ideia de fração, ou seja, a ideia de uma parte do inteiro ali, alguma coisa nesse sentido.”	Pretensão de acerto		
Profa. Eliane: “Então qual seria o tipo de resposta? Vamos pensar.”	Coordenação de ações		
PEBM: “Se eles não soubessem fração, eu acho que seriam respostas mais abertas... como eles já sabem, eu acho que ai sim eles já podem relacionar direto a ideia de fração.”	Pretensão de verdade		
Profa. Eliane: “Mas como assim relacionar direto? Porque ai você não ta pedindo a representação... olha ‘com o que podemos relacionar...? Eu já imagino o aluno falando assim ‘ah, meia laranja...’ ”	Pretensão de acerto		O exercício aqui proposto é a tentativa de elaborar um questionamento que seja, ao mesmo tempo, adequada e aberta.
L1: “A divisão”	Afirmação		
Profa. Eliane: “A L1 já pensou diferente, é outra possibilidade.”	Pretensão de sinceridade		
Sara: “Eu seria o aluno que iria falar ‘eu não entendi a pergunta’ [risadas]”	Pretensão de sinceridade		
L1: “É... por estar escrito ‘um meio’, sei lá, se colocasse entre parênteses 1/2...”	Pretensão de sinceridade		
Profa. Eliane: “Mas ai você já dá a representação.”	Pretensão de acerto		

L1: “É...”	Afirmação	Embora a construção conjunta aqui esteja relacionada ao processo de orientar os alunos durante a investigação, os participantes também realizam a tentativa de compreender o que os questionamentos permitem investigar
Profa. Eliane: “[...] é eu acho que a pergunta é essa mesma, não tem como mudar. É pra ficar aberta, pra ter vários tipos de resposta mesmo. Porque na pergunta ‘Como podemos representar o meio?’ ai é que vai começar a aparecer a possibilidade de relacionar com a representação de fração né, como eles já conhecem um pouco tem a possibilidade de um falar ‘1/2’ e o outro fala ‘0,5’ né...”	Pretensão de acerto	
PEBM: “Eu acredito que eles vão desenhar...”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Pode ter o desenho, é verdade, como podemos representar, aí pode ter o desenho.”	Pretensão de sinceridade	
PEBM: “Agora a próxima pergunta é uma coisa que eu percebo que os alunos não têm facilidade de entender, que é a ideia do ‘inteiro’ quando a gente tá trabalhando com fração.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “É, não são todos que captam não... Ta, aí esse ‘mostrar a representação de um meio como fração’ é o professor que vai fazer?”	Questionamento	
PEBM: “Ai eu acredito que já seja a formalização.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Já é a formalização?!”	Questionamento	
PEBM: “É, é o que eu deixei ali separado é a parte do professor.”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “Ta... ai cabe discutir essa questão que a L1 levantou de que ‘porque a representação como fração é 1 barra 2’, o que significa? O que significa o 1 que está em cima... e o que tá em baixo ali, né ‘o que significa cada número’. Tá, isso é uma coisa, mas o que significa a barra? Também é uma pergunta que pode ser feita.”	Pretensão de validade avaliativa	
PEBM: “Exatamente.”	Afirmação	
Profa. Eliane: “Que muitas vezes eles até aprenderam aquele lance de ‘aí em cima é o numerador e em baixo é o denominador, denominador denomina quantas partes tem, mas e se você perguntar ‘o que é a barra?’. Muitos não sabem porque são as ideias associadas a fração, porque fração como divisão é uma ideia, mas fração como relação parte/todo é outra ideia, fração como relação, quantas partes do total de partes, é outra ideia. Então tem várias ideias associadas a fração...”	Pretensão de validade normativa	
L1: “Eu já pensei em divisão, razão, racionais...”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “[...] agora pensem na razão, no primeiro semestre eu ganhei 1 jogo de 3 que eu joguei, no segundo semestre eu ganhei 1 jogo de 3 que eu joguei, ai faz sentido 2/6?”	Pretensão de verdade	
Sara: “Ai faz”	Afirmação	Neste episódio os participantes estão realizando uma tentativa de prever quais seriam os entendimentos que os alunos teriam ao se deparar com os questionamentos propostos. Dessa forma, pode-se supor que entenderam a importância de prever as respostas para conduzir melhor a tarefa

<p>Profa. Eliane: “Então percebam como tem ideia relacionada a fração que põe em cheque até as regras de operação que a gente faz. Nunca posso somar numerador com numerador, denominador com denominador? Depende se for uma razão eu posso.”</p>	<p>Pretensão de verdade</p>	
<p>Sara: Então, isso é uma coisa que, às vezes, a gente ensina a interpretar né, 1 jogo de 3 que eu joguei... a gente ensina essa interpretação pros alunos. E obviamente ele faz esse raciocínio pra responder, quando a gente pede pra somar e a gente fala que ta errado e ele fala ‘mas por que está errado? Não faz sentido...’ ”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	
<p>Profa. Eliane: “A gente precisa entender primeiro o que ele ta pensando, por que ele somou em cima e somou em baixo... ‘Olha eu entendi o sentido que você deu, mas o que a gente ta trabalhando é aquilo’, se a gente não tem esse domínio a gente despreza o que ouve deles.”</p>	<p>Pretensão de validade normativa</p>	
<p>Sara: “E isso é uma das características que a abordagem investigativa traz, ela traz que o professor precisa sair da sua zona de conforto, e ele precisa ter um domínio muito grande da matemática. Porque se a gente vai pra sala e o aluno já apresenta um conceito de matemática que a gente não tinha pensado e a gente não sabe como explorar ali naquela hora, a gente já cortou o aluno na criatividade.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	

Fonte: Elaborado pela autora

Ao longo deste episódio, é possível notar o processo de *coordenação de ações* utilizado pela professora Eliane com o objetivo de compreender quais poderiam ser as considerações e os caminhos percorridos pelos alunos ao longo das etapas da tarefa investigativa. Compreender quais estratégias podem surgir e determinar alguns possíveis caminhos que os alunos podem seguir é um processo relatado na pesquisa de Bertini (2015), principalmente por amenizar as angústias e dúvidas sobre o processo de investigação vivenciado pelos professores.

Dessa forma, ao longo do encontro houve uma tentativa de explorar os caminhos que os alunos poderiam percorrer, e ao mesmo tempo, compreender quais os caminhos os questionamentos propostos poderiam levar os alunos. Por esse motivo, a *coordenação de ações* ao longo do episódio levou os participantes a pensarem o que os alunos poderiam entender com a tarefa e o quais seriam as possíveis respostas.

Outro aspecto importante visto ao longo do diálogo foram as *pretensões de verdade* apresentada pelo PEBM ao relatar de que forma os alunos poderiam reagir ao longo dos questionamentos. O relato do participante foi essencial para que a tarefa fosse reestruturada, principalmente pelo fato de que o PEBM já possui o contato com os alunos e por isso, compreende o nível de conhecimento matemático.

Assim, a partir do questionamento sobre os tipos de respostar que poderiam surgir, os

participantes apresentaram algumas estratégias que os alunos poderiam pensar, como relacionar com a metade de algo ou desenhar. Embora a tarefa não fosse difícil, foi possível perceber uma certa dificuldade nos participantes em determinar quais tipos de estratégias os alunos poderiam seguir. É possível que isto ocorra por ser a primeira vez em que o grupo estava se dedicando a reestruturar uma tarefa investigativa, mas que, com o auxílio da *coordenação de ações* proposto pela professora Eliane, surgiram algumas considerações importantes a respeito da tarefa.

Alguns aspectos discutidos em encontros anteriores permitiram que os participantes compreendessem qual seria a melhor forma para reestruturar uma tarefa, como os encontros com os estudos teóricos sobre uma tarefa investigativa ser aberta e também, sobre os momentos principais de uma investigação. Estes estudos permitiram que os participantes refletissem sobre a abertura da tarefa e ao mesmo tempo, compreendessem quais os tipos de questionamentos feitos pelo professor, ao longo da investigação, poderiam tornar a tarefa fechada ou aberta.

A representação da fração também foi algo discutido pelos participantes. Assim como destacado pela professora Eliane, há várias ideias e representações associadas a fração, entretanto, uma possível representação destacada pelos alunos é em forma de razão. A razão expressa pelo aluno pode representar o raciocínio percorrido, assim como destacado no exemplo da professora Eliane quando diz ser necessário que o professor compreenda o que o aluno está pensando para que, posteriormente, possa realizar uma intervenção no sentido de orientar os alunos.

Uma *construção conjunta* evidente neste episódio é o processo de realizar uma tentativa de prever quais poderiam ser os entendimentos que os alunos teriam diante dos questionamentos, e como consequência desse processo, podemos supor que, através do diálogo, compreenderam a importância de prever as respostas para conduzir melhor a tarefa.

Durante a investigação, o processo de dar voz aos alunos e compreender suas perspectivas não pode ser realizado apenas como uma espécie de transmissão, dessa forma, é importante que o professor realize uma tentativa de ajudar e auxiliar durante o surgimento das diferentes perspectivas para que estas se tornem parte da comunicação entre ambos (ALRØ; SKOVSMOSE, 2021).

A continuação deste diálogo é apresentada no episódio seguinte.

Quadro 23 - Análise do Episódio 17

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
Profa. Eliane: “Que outras perguntas nós podemos levantar? De que outras formas nós podemos representar essa fração?”	Coordenação de ações	Não há uma construção conjunta, mas há uma iniciativa de compreender quais os caminhos e estratégias que os alunos poderiam utilizar em sala de aula
PEBM: “Olha professora, o 6º ano eu não sei, mas o 7º ano eles podem ir pros decimais, eles podem falar porcentagem...”	Pretensão de verdade	
Profa. Eliane: “E olha, a sua ideia não é trabalhar equivalência?”	Questionamento	
PEBM: “Sim.”	Afirmação	
Profa. Eliane: “E se um aluno já pensar ‘Ah, pode por 2/4’. Pode aparecer.”	Pretensão de acerto	
Sara: “É eu acho que essa pergunta é interessante, porque a gente ta dando abertura pros alunos também pensarem em outras formas, até mesmo falar ‘ah eu vou representar fazendo um desenho’”	Pretensão de acerto	
PEBM: “Deixa ela mais aberta ou volta nessa fração que a gente tinha, a gente pergunta do ‘um meio’ ou deixa aberta?”	Questionamento	
Profa. Eliane: “É, eu acho que foca bem no ‘meio’ primeiro né, de que outras formas podemos representar essa fração, ou quais as outras representações pra essa mesma fração, e depois, aí sim, vai pedir que pintem essa metade.”	Pretensão de validade avaliativa	

Fonte: Elaborado pela autora

No Episódio 16 se inicia uma tentativa de compreender quais os caminhos e estratégias os alunos poderiam recorrer ao utilizar alguns questionamentos. Enquanto há uma busca de compreensão nos possíveis conceitos apresentados, é possível perceber que ao longo do diálogo o PEBM realiza algumas intervenções esclarecendo algumas possíveis formas de pensamento dos seus alunos.

Assim, com as orientações da professora Eliane, os participantes realizam o ensaio de pensarem como os alunos para compreender o sentido de algumas palavras. Pensar no questionamento e as possíveis respostas dos alunos antes da aplicação em sala de aula, é um processo que contribui e auxilia o professor durante a prática investigativa.

Dessa forma, não há uma construção conjunta neste episódio, mas uma iniciativa para compreender quais os caminhos e estratégias os alunos poderiam utilizar em sala de aula. Após refletir sobre os questionamentos, os participantes se debruçaram em uma tentativa de resolver a tarefa para compreender de forma clara os caminhos que os alunos poderiam optar por seguir.

Quadro 24 - Análise do Episódio 18

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas	
Sara: “[...] então a gente pinta sem abrir a folha né?”	Pretensão de validade explicativa	Não há novas construções conjuntas, mas uma busca em compreender os possíveis caminhos percorridos pelos alunos durante os questionamentos	
Profa. Eliane: “Como assim sem abrir?”	Questionamento		
PEBM: “Ela ta pensando no próximo passo professora, é que ‘pedir que eles dobrem a folha ao meio novamente’ ou seja, é dobrar na metade da metade Sara.”	Pretensão de validade explicativa		
Sara: “Ah ta.”	Afirmação		
Profa. Eliane: “Sim, mas olha eu já dobrei a folha ao meio então dobra a folha... ah entendi a pergunta da Sara. Se não vai voltar na mesma coisa.”	Pretensão de sinceridade		
PEBM: “Isso. Acho que isso vai ser na hora, eles vão estar com a folha dobrada e a gente vai ter que fazer junto com eles. Mas dependendo professora, eles podem dobrar a folha na horizontal, podem dobrar na vertical...”	Pretensão de verdade		
Profa. Eliane: “Ah é, pode ser que dobrem na vertical ou na horizontal...”	Pretensão de verdade		
Sara: “Eu acho que ‘pedir que dobrem a folha novamente’ já parte da ideia de que ela já estava dobrada.”	Pretensão de sinceridade		
Profa. Eliane: “E se a gente colocar ao invés de ‘novamente’, porque novamente pode ser só a ideia de repetir a ação, colocar ‘pedir que dobrem a folha ao meio mais uma vez’.”	Pretensão de validade avaliativa		
PEBM: “É, pode ser professora. Porque a ideia é essa, estar no meio e dobrar no meio de novo. Eu não sei se convém dobrar junto com eles porque os alunos vão dobrar de maneiras diferentes...”	Pretensão de verdade		
Profa. Eliane: “É, e se a gente já dobrar, a gente já induz, e pode ser que eles dobrem de outras formas.”	Pretensão de verdade		
PEBM: “E na próxima etapa isso ai vai fazer diferença.”	Pretensão de validade avaliativa		É possível perceber uma tentativa de compreender quais os questionamentos podem ser feitos e a possível estratégia que podem surgir a partir desses questionamentos
Profa. Eliane: “Isso ai eu já não pensei...”	Pretensão de sinceridade		
PEBM: “Porque, o que acontece, o final dessa etapa ai o que o texto trouxe foi isso, chegou ali e ai perguntou ‘qual fração representa a nova parte pintada’ ou seja, já ta pintado ai eles vão ter que representar pra gente a fração, ou seja, agora seria a ideia do 2/4 se não me engano.”	Pretensão de validade avaliativa		
Profa. Eliane: “Então, mas ‘nova’? não pintou uma nova parte.”	Pretensão de validade avaliativa		

PEBM: “Então, na verdade eles vão ter que analisar a que eles já têm pintado no papel.”	Pretensão de acerto
Profa. Eliane: “E se mudar a pergunta então ‘qual a nova fração representada pela parte pintada’? porque o que muda é a fração, e não a parte pintada. Não é isso?”	Análise reconstrutiva
PEBM: “Ah é verdade. Então como a gente já conversou e já trabalhou fração, na representação eu acho que a gente não vai ter tanta coisa. Ai ‘o que é possível afirmar sobre ela’ pode ser que surja bastante coisa, a primeira coisa que eu imagino é que eles vão falar que é igual a anterior, equivalência se surgir é porque a gente já comentou isso em sala de aula.”	Pretensão de verdade
Profa. Eliane: “Ali ‘o que é possível afirmar sobre ela’, ela quem?”	Questionamento
PEBM: “Ah é a fração, é a fração que eles responderam anteriormente.”	Afirmação
Sara: “Ah... eu já tava pensando na folha.”	Pretensão de sinceridade
L1: “Então seria sobre a nova fração né.”	Pretensão de sinceridade
Profa. Eliane: “Isso, sobre a nova fração.”	Afirmação
Sara: “Mas e se eles não falarem que é igual a anterior, o que eles vão falar além disso?”	Pretensão de validade avaliativa
PEBM: “Eu acho que pode surgir algum aluno falando que é maior, pode acontecer isso, um aluno falar que é maior que a anterior.”	Pretensão de verdade
Profa. Eliane: “Associando porque tem duas partes agora né.”	Pretensão de acerto
PEBM: “É, por causa dos números serem maiores também.”	Pretensão de acerto
L1: “E porque agora o todo parece que é maior né, tem 4 partes, antes era 2.”	Pretensão de acerto

Fonte: Elaborado pela autora

Ao realizar a tentativa de desenvolver a tarefa de forma prática, e compreender quais as considerações poderiam ser levantadas pelos alunos para que, posteriormente, houvesse uma reestruturação na tarefa, inicialmente na fala do PEBM houve uma explicação e esclarecimento sobre o questionamento proposto na tarefa através de *pretensões de validade explicativa*. Isso mostra que um mesmo questionamento apresentado de formas diferentes pode apresentar a mesma intenção, contudo, os alunos podem compreender de formas diferentes e conseqüentemente, gerar caminhos diferentes. Este é o papel de uma tarefa investigativa, permitir que o aluno possa se orientar por diferentes caminhos.

Neste episódio houve momentos importantes como o surgimento de outra

possibilidade de investigação por consequência da tentativa de resolver a tarefa, e compreender os caminhos que poderiam ser orientados pelos questionamentos do professor. Além disso, houve também uma tentativa de *análise reconstrutiva* pela professora Eliane como forma de reformular o questionamento para que o aluno compreendesse a ação executasse de forma satisfatória.

Constantemente ao longo do diálogo é possível ver o PEBM confrontando as ideias apresentadas com a realidade da sala de aula. Este processo de reflexão sobre a teoria e a prática é essencial para o desenvolvimento profissional do professor, pois a partir do momento em que o professor reconhece as dificuldades e problemáticas da sala de aula é possível compreender os modos de ensinar e refletir sobre eles, permitindo que o desenvolvimento profissional da prática do professor ocorra (COSTA; FIORENTINI, 2007).

No episódio a seguir há a continuação deste diálogo.

Quadro 25 - Análise do Episódio 19

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
PEBM: “Ai o texto fecha nisso, ele induz os alunos a dobrar mais vezes e questiona eles sobre o que é, aí o texto fecha nisso.”	Pretensão de validade descritiva	Tentativa de compreender quais questionamentos podem ser feitos para que a tarefa fique aberta
Profa. Eliane: “[...] O que vocês acham que poderia fazer pra deixar essa última pergunta mais aberta?”	Coordenação de ações	
Sara: “ ‘O que acontece se dobrarmos mais vezes?’”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “O que vocês acham? Não vai deixar mais aberta?”	Coordenação de ações	
L1: “É, pedir pra eles dobrarem e observar né o que acontece.”	Pretensão de acerto	
Profa. Eliane: “É, e ai já começa a ficar mais um pouco investigativa no sentido de falar ‘O que acontece se...’ dobrarmos mais vezes ou continuarmos dobrando. Eu acho que se continuar dobrando pode dar até abertura pra dobrar diferente.”	Pretensão de validade avaliativa	
PEBM: “Sim, eu acho que essa ideia do continuar dobrando é bacana.”	Pretensão de sinceridade	
Sara: “Eu acho que isso até lembra um pouco aquele texto ‘Cenários para investigação’, naquela tarefa que a gente fez dos quadrados que tinha que encontrar um padrão, de início a gente faz retângulos né e ai depois ele propõe ‘E se a gente começar a trabalhar com formas diferentes...’ então depois que a gente pergunta ‘O que acontece se dobrarmos mais vezes?’, seria legal perguntar ‘O que acontece se dobrarmos de formas diferentes?’”.	Busca por entendimento	
Profa. Eliane: “Isso, gostei dessa. Porque a gente ta seguindo o	Pretensão de	

padrão de dobrar ao meio, o que acontece se eu dobrar diferente? Por exemplo, a próxima ao invés de dobrar no meio eu vou dobrar 1/3 pra cá e 1/3 pra lá, faço uma minhoca. Se eu dobrar uma pra cá e um pra lá, o que acontece? Mas eu acho que sempre tem que retomar essa questão dessa nova fração com relação naquela parte pintada, que continua sendo equivalente. Quer dizer, eu posso ter infinitas, eu acho que a ideia é eles chegarem na conclusão de que pode ter infinitas representações de frações equivalente.”	validade avaliativa	Construção do entendimento sobre a estrutura de uma tarefa investigativa e os possíveis questionamentos que servem para orientar a investigação
Sara: “Sim.”	Afirmação	
Profa. Eliane: “Nessa segunda pergunta ai do segundo questionamento, quando ta ‘o que é possível afirmar sobre a nova fração’ não está faltando alguma coisa? Afirmar sobre a nova fração em relação ao que?”	Coordenação de ações	
PEBM: “A ideia é sobre a fração anterior, só que eu não sei se a gente coloca isso ‘em relação a fração anterior’ vai ficar uma coisa muito fechada.”	Pretensão de validade avaliativa	
Profa. Eliane: “Muito direcionado né.”	Afirmação	
PEBM: “Então, a ideia do texto é isso, trabalhar nessa ideia até chegar nos equivalentes. Ai eu fiquei pensando, a minha era trabalhar um pouquinho da comparação, querendo ou não a gente ta trabalhando só com frações equivalentes ai né. Como que a gente vai fazer pra comparar duas frações que são equivalentes...”	Pretensão de validade avaliativa	Construção de cada etapa da investigação e dos possíveis questionamentos que o professor poderia propor
Profa. Eliane: “Mas essa pergunta ai ‘o que acontece se mudarmos a forma de dobrar?’ eu acho que não deveria ficar ai.”	Pretensão de sinceridade	
Sara: “Então, eu acho que essa pergunta pode vir depois da 2ª etapa.”	Pretensão de sinceridade	
PEBM: “É, isso que eu pensei. Na verdade, nem depois Sara, eu acho que a gente pode mudar essa segunda etapa ai. Porque o que eu imaginei na segunda etapa é a gente pode pedir pros alunos dobrarem da forma que eles quiserem, lembrando que tem que dobrar em partes iguais.”	Pretensão de validade avaliativa	
Profa. Eliane: “Ah entendi. Mas PEBM, eu acho que é interessante passar por duas diferentes, duas partes, depois por três pra depois deixar o livre. Ai entra a pergunta ‘E se dobrarmos de outras formas?’ E eu não sei, e se eles resolverem dobrar de partes diferentes isso também não é uma oportunidade de você falar ‘mas então isso eu posso representar como uma fração, entendeu?’”	Pretensão de validade avaliativa	
PEBM: “Verdade professora.”	Afirmação	
Profa. Eliane: “Porque se o aluno pega a folha e dobra de uma forma diferente, ele vai perceber que pra existir uma fração uma condição é as partes serem iguais, eu acho que essa discussão também é muito rica.”	Pretensão de validade avaliativa	
Sara: “É verdade, não tinha parado pra pensar que a condição pra acontecer uma fração é que as partes sejam iguais.”	Pretensão de sinceridade	
Profa. Eliane: “Sim, se não, não é fração. Que as partes sejam iguais ou que exista equivalência entre elas. Quem gosta de jogos e materiais manipulativos podem usar o tangran. O tangran não tem	Pretensão de acerto	

partes iguais, mas existe uma relação de equivalência.”		
Sara: “Então a gente inicia trabalhando com eles sobre partes iguais, porque quando a gente fala ‘dobre ao meio’ o aluno já pensa em dobrar ao meio e fazer uma dobradura igual. Ai depois no 3º momento, como se fosse uma 3ª etapa, a gente fala ‘e se a gente dobrar de uma forma diferente...’ e ai o objetivo disso é fazer com que ele perceba que quando a gente dobra de uma forma diferente a gente não consegue representar exatamente uma fração.”	Pretensão de acerto	Construção do entendimento sobre a importância de prever as possíveis respostas dos alunos para o desenvolvimento do senso de investigação do próprio professor
Profa. Eliane: “Ai eu acho que da pra avançar, porque você ta discutindo equivalência, também pensando na não equivalência.”	Pretensão de acerto	
PEBM: “Muito bacana e eu não tinha ido pra essa parte não. E é uma coisa que pode dar bastante discussão. E a Sara vai ver que os pequenos discutem bastante.”	Pretensão de sinceridade	
L1: “Esse exercício que a gente faz de tentar pensar o que eles vão responder, isso ajuda a gente a até melhorar o nosso senso de investigação matemática né, porque em termos de investigação matemática eu sou nota zero, porque sempre na escola que eu fui colocada pra pensar eu travava, ai eu já não gostava mais de matemática.”	Pretensão de sinceridade	

Fonte: Elaborado pela autora

No episódio anterior, os participantes se dedicaram a realizar uma tentativa de resolver a tarefa investigativa, para compreender quais seriam as possíveis estratégias utilizadas pelos alunos. Já neste episódio, os participantes tiveram como enfoque reformular a tarefa, inserindo alguns questionamentos e etapas, para que o professor pudesse orientar os alunos a construir o conhecimento matemático sobre frações.

Dessa forma, no quadro a seguir, em vermelho, está a tarefa após a reestruturação proposta pelos participantes ao longo do episódio.

Quadro 26 - Tarefas investigativas reformulada pelo grupo

<p>Em vermelho, as alterações propostas pelos participantes</p> <p><u>Etapa 1</u></p> <p>- Pedir aos alunos que dobrem a primeira folha ao meio.</p> <p>Questionamentos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● O que devemos pintar para que tenhamos meio? ● Com o que podemos relacionar um meio? ● Como podemos representar um meio? ● Quanto dá um meio mais um meio? <p>- Mostrar a representação de um meio como fração.</p> <p>Questionamentos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● O que significa cada número na representação da fração? ● O que significa a barra na representação da fração? ● Quais as outras representações para esta mesma fração?
--

- Pedir que pintem metade da folha.
- Pedir que dobrem a folha ao meio **mais uma vez.**

Questionamentos:

- Qual **a nova** fração representada pela parte pintada?
- O que é possível afirmar sobre **a nova fração?**
- **O que acontece se dobrarmos mais vezes?**
- **O que acontece se mudarmos a forma de dobrar?**

Etapa 2

- Pedir aos alunos que dobrem a segunda folha em três partes.
- Pedir que pintem uma parte.

Questionamentos:

- O que é possível afirmar relacionando à dobradura da primeira folha?
- É possível dizer se a fração da segunda dobradura é maior ou menor que o da primeira?

Etapa 3

- **Pedir aos alunos que dobrem de formas diferentes.**

Questionamentos:

- **O que acontece se dobrarmos de formas diferentes?**

Chegar na ideia de que só é possível existir a fração se estiver relacionada a partes iguais ou equivalentes.

Fonte: Reformulada pelos participantes com base em autor [autor]

No início do diálogo a professora Eliane utiliza falas de *coordenação de ações* para orientar os participantes a refletirem quais questionamentos poderiam ser feitos, com o objetivo de tornar a tarefa aberta. Dessa forma, vimos o quão importante foi realizar encontros de discussão teórica com os participantes buscando compreender as etapas de uma investigação, pois tais conceitos serviram para que o grupo pudesse se dedicar na reestruturação da tarefa investigativa.

Por esse motivo, além de realizar uma tentativa de compreender as possíveis estratégias utilizadas pelos alunos, também é importante que o professor compreenda a estrutura de uma tarefa investigativa e o que permitirá que ela se torne mais aberta. Participar ativamente, desde o estudo da tarefa investigativa até o momento de aplicação, é essencial para que o professor tenha conhecimento sobre a prática investigativa, em especial, em um contexto de colaboração.

Assim, percebemos ao longo do episódio uma tentativa de reformular o questionamento proposto na primeira etapa da tarefa sobre realizar a dobradura. O processo de avaliação do questionamento foi mediado por *pretensões de validade avaliativa*, buscando

compreender se o questionamento proposto durante cada etapa levaria os alunos a reformular novas estratégias de investigação, e conseqüentemente, chegar à formalização dos conceitos sobre fração.

Um dos momentos importantes foi a *busca por entendimento* presente em uma das falas no episódio. Esta fala buscou realizar uma comparação entre as etapas de uma tarefa investigativa estudada em encontros anteriores, com as etapas que estavam sendo reestruturadas. Assim, a partir desta comparação, os participantes conseguiram realizar a estrutura da investigação em três etapas, para que o professor pudesse se orientar e incentivar a investigação com os alunos.

Em consequência, também foi possível estruturar alguns questionamentos que o PEBM poderia propor ao longo da investigação. Durante o episódio, foi possível perceber que o grupo havia compreendido que os questionamentos eram essenciais ao longo da investigação, em especial, por determinarem quais os possíveis caminhos os alunos poderiam percorrer. Apresentar questionamentos que orientem os alunos é um papel fundamental do professor.

Assim, o grupo determinou que na primeira etapa da tarefa (Quadro 25) o objetivo seria que os alunos realizassem a dobra da folha ao meio, ou seja, o professor iria determinar e orientar aos alunos o caminho a seguir para introduzir a ideia da fração. Posteriormente, na segunda etapa não haveria apenas uma única dobra, mas três, apresentando uma outra forma de representar a fração. E por fim, na terceira etapa os alunos poderiam dobrar de diferentes formas. Dessa forma, o objetivo final da tarefa seria mostrar através da investigação que só é possível existir a fração se houver uma relação entre partes iguais ou equivalentes.

Na tarefa original apresentada no Quadro 21, não havia uma terceira etapa. Mas, a partir da discussão no grupo, ficou determinado que seria interessante que os alunos investigassem duas etapas dobrando a folha em partes iguais, para que ao final, realizassem a investigação dobrando em partes diferentes.

Por fim, os momentos de reforçar os objetivos buscados ao longo da investigação pela professora Eliane, foram essenciais para orientar o grupo na elaboração dos questionamentos. Logo, a *construção conjunta* desenvolvida pelos participantes ao longo do encontro esteve relacionada a estrutura de uma tarefa investigativa, onde o grupo compreendeu como poderia ser organizada as etapas de investigação, quais os questionamentos poderiam ser propostos e também, o papel do professor ao longo da investigação.

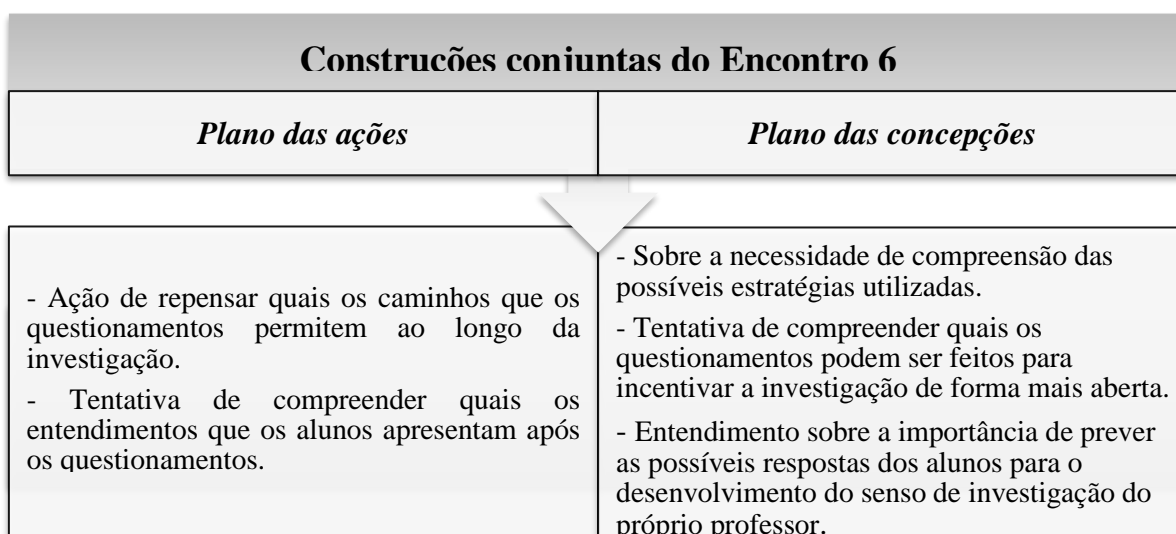
Além disso, outra *construção conjunta* que foi sendo desenvolvida ao longo do

encontro foi o entendimento sobre a necessidade e a importância de prever as possíveis respostas dos alunos, e conseqüentemente, as possíveis estratégias utilizadas para que o próprio professor amplie seu domínio nesse tipo de abordagem. Este fato fica evidente na fala da L1, onde descreve “Esse exercício que a gente faz de tentar pensar o que eles vão responder, **isso ajuda a gente a até melhorar o nosso senso de investigação matemática** né, porque em termos de investigação matemática eu sou nota zero, porque sempre na escola que eu fui colocada pra pensar eu travava, ai eu já não gostava mais de matemática.”. Este relato permite evidenciar que o envolvimento conjunto de repensar a prática é fundamental para a prática docente, pois implica na construção dos próprios saberes e estimula o processo de desenvolvimento profissional (FERREIRA, 2006).

Ao longo da discussão para reestruturar a tarefa, houve uma mudança no envolvimento dos participantes. É evidente que no início do diálogo os participantes ainda demonstram dificuldades para determinar a melhor maneira de reestruturar a tarefa, mas a partir do compartilhamento e das interações é possível ver um maior envolvimento e uma abertura ao expor ideias e pensamentos sobre a tarefa. Esta mudança de envolvimento também é vista como consequência de um ambiente colaborativo, pois permitiu que os participantes, através das interações, fossem amenizando as dificuldades sobre a reelaboração da tarefa investigativa e compreendendo a melhor maneira de reestruturar. Logo, podemos concluir que a própria tarefa reestruturada é uma *construção conjunta* dos participantes.

Assim, a síntese das construções conjuntas apresentadas nos Episódios 16, 17, 18 e 19 do Encontro 6, são apresentadas na figura abaixo.

Figura 27 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 6



Fonte: Elaborado pela autora

Este encontro permitiu que os participantes refletissem sobre a estrutura e o desenvolvimento de uma tarefa investigativa, repensando as possíveis estratégias e problemáticas que poderiam surgir ao longo da investigação. Dessa forma, no plano das ações destacamos os momentos de repensar os caminhos que os questionamentos propostos poderiam permitir ao aluno e também, a tentativa de compreender quais os possíveis entendimentos após cada questionamento. Já no plano das concepções, os participantes buscaram determinar as possíveis estratégias, os questionamentos que poderiam ser utilizados para incentivar a investigação e permitir que a tarefa fosse aberta.

Essas construções conjuntas destacam, novamente, a importância do contexto colaborativo munido de participantes de diferentes realidades e vivências. Além disso, ressaltamos que o processo de estruturar uma tarefa investigativa permite construir novos conhecimentos acerca da abordagem investigativa e também, potencializar o processo de desenvolvimento profissional, pois permite refletir sobre a própria prática didática e também sobre o próprio processo de investigar em matemática.

Partindo disso, no encontro seguinte, alguns participantes realizaram uma tentativa de reestruturar um problema fechado em uma tarefa investigativa, com o objetivo de desenvolver a concepção sobre a abertura de uma tarefa.

6.7 Encontro 7 – Discussão sobre como tornar um problema mais investigativo

Após o Encontro 6 onde o grupo em conjunto trabalhou na reestruturação da tarefa investigativa para que o PEBM aplicasse em sua sala de aula, foi proposto que alguns participantes se juntassem para realizar uma tentativa de reestruturar uma outra tarefa investigativa, seguindo os procedimentos utilizados no grupo. Dessa forma, como a L1 havia ressaltado em encontros anteriores sobre a sua dificuldade em diferenciar uma tarefa investigativa da resolução de problemas, ela propôs que trabalhássemos em conjunto em um exercício de resolução de problemas. Neste encontro apenas Sara e L1 se reuniram.

A L1 já havia estudado mais a fundo sobre a resolução de problemas, dessa forma, sugeriu que estudássemos o problema proposto no seu TCC, mostrado no quadro abaixo.

Quadro 27 - Problema proposto pela L1

Um patrimônio de US\$ 6.000 (R\$ 31.850,00) deve ser dividido entre uma esposa, um filho e uma filha. Cada um deve receber US\$ 500 (R\$ 2.655,00), sendo o valor restante dividido de modo que filho e filha recebam a mesma importância e a esposa receba o triplo de cada um deles. Quanto receberá cada um? (Álgebra – Pg. 84. Livro Aplicações da Matemática Escolar – Hygino H. Domingues– Equações e inequações lineares com uma variável).

Fonte: Retirado do livro de Domingues (1997)

O problema abordava o conteúdo de equações, e optamos por esta escolha pois se mostrava ser um problema mais fechado. Assim, discutimos um pouco sobre as características da resolução de problemas e a diferenciação com a investigação, ressaltando o caráter da tarefa, os momentos de desenvolvimento e o papel do professor. O diálogo abaixo mostra o início desta discussão.

Quadro 28 - Análise do Episódio 20

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
Sara: “[...] a pergunta proposta já no problema já indica pra onde a gente tem que ir, entendeu?”	Pretensão de validade normativa	Concepção acerca da estrutura do problema
L1: “É verdade.”	Afirmação	
Sara: “Então talvez se a gente tirar essa pergunta, e deixar fluir, não delimita tanto o nosso campo de estudo, entendeu?”	Pretensão de validade avaliativa	
L1: “Sim, porque o problema fala como que vai ser dividido essa herança e termina com ‘quanto receberá cada um?’.”	Pretensão de acerto	Construção do entendimento sobre
Sara: “Isso, exatamente, uma coisa que a gente pode pensar é o seguinte, quando a gente fala em herança a gente pensa em divisão. Então a gente pode pensar o seguinte, se a gente não soubesse de que forma é dividido a herança então a gente teria que trabalhar nessa forma né. De que forma a gente pode dividir a herança? Então ai já ta a primeira pergunta entendeu? Por exemplo, eu tenho 6 mil de herança pra dividir pra 3 pessoas, sendo que uma é a mãe, e os outros são os dois filhos, de que forma a gente pode dividir essa herança? Ai o aluno já propõe e indica um caminho pra gente [...] e partindo disso a gente pode perguntar ‘ah mas a parte dos filhos vão ser iguais? A parte da mãe vai ser igual?’ entendeu? Então a gente pode ir explorando isso...”	Pretensão de verdade	
L1: “Entendi, então por exemplo a gente poderia deixar assim ‘um patrimônio de 6 mil deve ser dividido entre uma esposa, um filho e uma filha, de que forma podemos dividir essa herança?’”	Pretensão de acerto	
Sara: “Sim, pode ser.”	Afirmação	

L1: “Então a gente já começa modificando o problema?”	Questionamento	a forma como o problema é apresentado. Aqui, as participantes se dedicam inicialmente a reestruturar o enunciado, pois percebem que isso implica no desenvolvimento da investigação
Sara: “Isso, porque se a gente continuar com esse problema a gente percebe que a pergunta consequentemente mostra pra gente a onde a gente tem que chegar. Ai se a gente não determina o procedimento e o caminho, isso vai ficar aberto pro aluno, e ele vai participar mais, mesmo errando ou acertando.”	Pretensão de validade explicativa	
L1: “Eu acho que a ideia é tirar o que cada um vai receber, porque ele já começa a fala que cada um vai receber tanto.”	Pretensão de validade avaliativa	
Sara: “Ah, também. É verdade, porque se a gente colocar que cada um vai receber tanto, isso já vai nortear a gente pra um caminho.”	Pretensão de validade avaliativa	
L1: “Talvez a gente deva determinar que a esposa vai receber tanto a mais? Ou então a gente tem que falar, vai dividir igualmente entre a esposa, filho e filha né, ou alguém vai receber mais ou alguém vai receber menos...”	Pretensão de validade avaliativa	
Sara: “É, isso é uma coisa que a gente pode colocar ‘a esposa deve receber mais que os filhos...’ né, e ai mais quanto? O que você acha? Você acha que a gente deve colocar quanto que a esposa vai receber a mais ou deixa em aberto?”	Questionamento	Reflexão sobre um possível caminho que o aluno poderia seguir na investigação
L1: “Olha, se nós não colocarmos, se a gente só deixar assim, o aluno ele pode viajar né, ele pode pensar ‘ah então eu vou determinar que por ser a esposa ela vai ficar com a metade do dinheiro e o resto vai dividir igual’ ou ‘eu vou determinar que já que é uma herança e vai dividir pros 3, então os 3 vão receber a mesma quantia né. Eu não sei se isso seria mais investigativo...”	Pretensão de verdade	
Sara: “É, isso que você falou tem razão, é nessa linha de raciocínio que a gente precisa pensar né. Ou até mesmo, se a gente não colocar nada, deixar só assim, o aluno vai pegar esse valor e dividir por 3. Ta errado? Não ta errado.”	Pretensão de verdade	
L1: “Então seria interessante a gente estipular pelo menos o quanto a esposa vai receber, não o quanto, mas de que forma né. Ai fala que a esposa vai receber 3 vezes mais, então acho que a gente pode deixar assim né.”	Pretensão de acerto	
Sara: “Isso, é eu também acho que isso já vai mostrar um caminho né.”	Pretensão de sinceridade	

Fonte: Elaborado pela autora

O questionamento proposto no problema se tornou alvo de nossas discussões principalmente por delimitar qual seria o caminho traçado para alcançar o objetivo, por isso, optamos em retirar o questionamento. Além disso, determinamos qual seria o enfoque da questão, pois dessa forma poderíamos compreender quais os possíveis comentários e consequentemente, quais as estratégias que poderiam surgir.

Assim, com o uso de *pretensões de verdade*, para justificar as falas com argumentos da prática de sala de aula, e de *pretensões de acerto*, buscamos compreender de que forma poderíamos reestruturar um problema em uma tarefa investigativa partindo do entendimento

sobre o tema principal. É possível perceber que ao longo do diálogo a L1 buscou compreender quais seriam as diferenças entre um problema fechado e uma tarefa investigativa, enquanto propõe algumas alternativas para modificar o problema.

A primeira tentativa de reestruturação partiu do conceito de herança, tema central do problema. Dessa forma, surgiram propostas de retirar a descrição de como seria distribuída a herança pois, isso permitiria que a tarefa ficasse restrita a uma única forma de distribuição e por isso, não permitirá que outras estratégias de resolução pudessem surgir. Ao optarmos em retirar a delimitação do valor estipulado pela herança de cada membro da família, começamos a refletir sobre o papel da mãe e dos filhos na repartição da herança.

Partindo disso, a principal estratégia utilizada para reestruturar o problema foi realizar uma tentativa de resolução e também, de compreender quais os possíveis caminhos que os alunos poderiam percorrer. Essa reflexão permitiu gerar considerações importantes para a estrutura da tarefa investigativa, e posteriormente, para a elaboração das etapas para o professor. O diálogo a seguir demonstra a continuação da reestruturação.

Quadro 29 - Análise do Episódio 21

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
L1: “É só isso o problema investigativo?”	Pretensão de validade avaliativa	Compreensão sobre os questionamentos que permitem que a tarefa seja abertura. Esta vivência contribui para que, futuramente, os questionamentos propostos em sala de aula possam incentivar a investigação
Sara: “Não é que é só isso. A gente tem que fazer com que o problema ele seja aberto, porque se a gente colocar perguntas a gente já vai estar delimitando a onde a gente quer ir, a gente precisa fazer com que ele fique mais aberto e a partir daí a gente ir construindo os nossos questionamentos, pra que a gente possa trabalhar dentro da sala de aula e nortear o aluno.”	Pretensão de validade explicativa	
L1: “Ta, então a gente já pode partir pros questionamentos.”	Afirmação	
Sara: “Isso, por exemplo, se a gente apresentar isso pros alunos, o que os alunos vão pensar?”	Questionamento	
L1: “Bom a primeira coisa que eu iria pensar é já pensar em fazer uma conta.”	Pretensão de sinceridade	
Sara: “É, eu também já iria pensar em colocar o 3x ali igual alguma coisa.”	Pretensão de sinceridade	
L1: “Nossa, eu não sei. Difícil isso né.”	Pretensão de sinceridade	
Sara: “É, complicado. Olha a tarefa do PEBM, só dizia ‘pedir aos alunos que dobrem a folha’, será que o nosso problema não tá fechado?”	Pretensão de validade avaliativa	

L1: “Sei lá, então vamos tirar essa parte de que a esposa deve receber o triplo e aí a gente já coloca isso como um questionamento né. Ai a gente levanta os questionamentos né, ‘quem deve receber mais?’.”	Pretensão de validade avaliativa	Tentativa de compreender quais as estratégias podem surgir após cada questionamento proposto na investigação	
Sara: “É um caminho. Porque, lembra da live que a gente fez, que fala sobre uma socialização de significados? A gente não tá socializando significados aqui, mas a gente tá estabelecendo em conjunto quanto deve receber cada um né. Então por exemplo, se a gente vai dividir entre esposa, filho e filha, você acha que a gente tem que dividir igual ou alguém tem que receber mais ou menos? Se a gente perguntar ‘Como deve ser repartido a herança’ o que os alunos vão responder?”	Questionamento		
L1: “A primeira coisa vai ser pegar o dinheiro e dividir por 3 né. E a segunda coisa a esposa pode receber mais que os filhos ou merece mais.”	Pretensão de acerto		
Sara: “Então as possíveis respostas dos alunos é ‘pode ser dividido por 3’ ou ‘a esposa deve receber mais’.”	Pretensão de verdade		
L1: “Ai são eles que vão determinar.”	Afirmação		
Sara: “Ou eles podem falar também que os filhos devem receber mais. Então a gente já percebe aqui que dependendo do que os alunos colocarem ‘ah eu quero que seja dividido por 3’, aqui a gente já restringe o nosso problema, porque ai acabou, vamos dividir por 3 e acabou. Agora se o aluno responder que deveria ser dividido por 3, o que a gente tem que pergunta depois disso? Pra fazer os alunos a pensarem a dividir de uma forma diferente.”	Pretensão de validade avaliativa		
L1: “É, mas porque por 3 né, será que os 3 merecem igual? Por exemplo, se fosse dividido pra 3 filhos, aí sim seria certo dividir pros 3 igual né. Mas tem a esposa, será que a esposa ela não tem direito... aliás, ela tem né, porque por exemplo quando o marido morre a esposa ela tem direito a 50% que já era dela, porque 50% já é da mulher e 50% é do marido. Então a esposa já tem direito dos 50% que já era dela e mais 25% do 50% que era do marido, porque ela ainda está viva, então da parte do marido que agora é dos filhos, 25% vai ser dos filhos e os outros 25% vai ser dela. Eu to falando isso porque aconteceu na minha família.”	Pretensão de acerto		
Sara: “Então, você contou isso e já apareceu um monte de coisa na minha cabeça, um monte de caminhos que a gente pode seguir. Porque a gente ta discutindo aqui se o marido faleceu e a esposa ainda era casada, mas e se ela não fosse mais casada?”	Questionamento		O processo de compartilhar e refletir sobre as possíveis estratégias em conjunto, permite que outros caminhos possam surgir.
L1: “Nossa”	Afirmação		
Sara: “Entendeu? Já muda. Então acho que a primeira fase do nosso problema é estabelecer qual é a quantidade que cada um vai receber e se a esposa for a pessoa que tiver que receber mais, pra que eles pesquisem e saibam um pouco sobre qual é a forma que é dividido isso. Porque olha, você contou isso porque você teve o contato com um advogado e ele contou, agora será que os alunos vão saber?”	Pretensão de acerto		
L1: “Eles vão ter que pesquisar né como que funciona o negócio.”	Pretensão de sinceridade		

Sara: “Isso, exatamente. Então uma coisinha que você já falou pra mim já abriu em um monte de coisa. A esposa era casada, mas e se ela não fosse casada. Porque eu acho que quando não era casado e o marido morre é diferente a repartição. Então assim, o problema ele ta se tornando mais aberto.”	Pretensão de acerto	
L1: “Ta mesmo, nossa que legal, parece até mais legal que resolução de problemas.”	Pretensão de sinceridade	
Sara: “É interessante quando a gente começa a abrir isso né. [...] Porque assim, se a gente estabelecer que a esposa vai ganhar mais, vai da um caminho, agora se a gente estabelecer que a esposa vai ganhar mais, mas ela vai ganhar 2 vezes mais então o nosso resultado já vai da um pouco diferente. Ou se estabelecer que a esposa ela não era casada, então vai dar um outro caminho.”	Pretensão de acerto	
L1: “É porque as vezes alguns alunos podem até olhar pra alguma situação real que eles conheçam né, tipo ‘ah eu conheço a minha tia, ela não é casada com o meu tio, e aí como ficaria’.”	Pretensão de verdade	

Fonte: Elaborado pela autora

Com o uso de *pretensão de validade avaliativa*, a L1 apresenta um questionamento que demonstra que houve um processo de compreender de que forma seria a estrutura de uma tarefa investigativa ao longo da prática, mas que ainda estava em processo de entendimento. Assim como relatado pela L1 nos primeiros encontros, seu conhecimento era mais extenso nos aspectos e procedimentos da Resolução de Problemas, devido ao contato recente durante o seu TCC. Além disso, demonstrou que havia uma certa dificuldade em compreender qual a diferença entre o processo de resolução de uma tarefa investigativa e da Resolução de Problemas.

Assim, no início deste episódio percebemos que a L1 ainda está buscando o entendimento sobre o processo de investigação, mas houve um avanço na compreensão devido aos estudos teóricos e práticos realizados ao longo dos encontros do subgrupo. Esta é uma etapa fundamental que permite visualizar o desenvolvimento profissional de um futuro professor a partir da busca por entendimentos sobre abordagens e métodos de ensino que são diferentes do ensino tradicional, pois a aprendizagem de diferentes métodos e procedimentos contribui para ampliar e rever os próprios saberes docentes e práticas pedagógicas (FERREIRA, 2006).

Outro momento importante ao longo do episódio foi a tentativa de compreender quais ideias poderiam surgir a partir dos questionamentos propostos pelo professor. Embora a tarefa permitisse que os alunos investigassem caminhos, os questionamentos que o professor poderia propor ao longo da investigação seriam essenciais para que outros caminhos pudessem surgir, e por isso, esses questionamentos não poderiam resultar em apenas uma única resposta.

Foi por esse motivo que retornamos novamente na tarefa investigativa discutida no Encontro 6, onde o PEBM propôs reestruturar a tarefa em etapas para ser aplicada em sala de aula. Relembrar as etapas e os procedimentos utilizados ao longo do Encontro 6 foram fundamentais para nortear a construção das etapas desta tarefa. Assim, utilizando frases de *pretensão de validade avaliativa*, com o objetivo de compreender e avaliar a tarefa investigativa, retornamos no enunciado da tarefa, pois a partir dele, seria possível determinar as etapas seguintes.

Foi refletindo sobre as possíveis respostas dos alunos e sobre as formas de repartição de uma herança, que a ideia principal da investigação surgiu. Determinar a forma de repartir uma herança pode estar relacionado a vários aspectos, e nesta tarefa, o que poderia mudar a investigação seria a posição da mãe dentro da repartição da herança. A partir de um relato feito pela L1 sobre algo que ocorreu na família, conseguimos repensar as etapas com outros caminhos que os alunos poderiam percorrer.

Este aspecto permite refletir também sobre o contexto da tarefa. Embora a repartição de uma herança não seja algo que possa ser vivenciado por todos e que depende de cada contexto, é um assunto que poderia gerar considerações e compartilhamentos dos alunos dentro da sala de aula, relatando sobre pais, tios ou conhecidos que já passaram por este processo. Isso permitiria que o professor envolvesse os alunos na investigação através dos seus próprios relatos. Por isso, destacamos a riqueza de interpretações que devem ser considerada quando o contexto de uma tarefa investigativa estiver ligado ao cotidiano dos alunos.

A continuação deste diálogo é apresentada no episódio seguir.

Quadro 30 - Análise do Episódio 22

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
Sara: “Até então a gente viu dois cenários né, o primeiro é se a mãe ainda fosse casada com o marido antes dele falecer e o segundo é se a mãe fosse divorciada. [...] Então o objetivo da nossa primeira etapa vai ser...”	Pretensão de validade avaliativa	
L1: “Acho que definir ou determinar como a herança vai ser dividida.”	Pretensão de sinceridade	
Sara: “Isso mesmo. Esse é o nosso primeiro objetivo com os alunos. Ai os questionamentos que a gente pode fazer ‘como pode ser repartido a herança?’.”	Pretensão de acerto	
L1: “Aí os alunos podem falar que pode ser dividido por 3, mas aí	Pretensão de acerto	

tem aquilo, que o professor poderia perguntar, poderia dividir pra 3 se fossem 3 irmãos, aí eles teriam por direito que receber a mesma quantia os três. Mas tem uma mãe aí né.”		Reflexão sobre os possíveis encaminhamentos da investigação após o uso de alguns questionamentos
Sara: “Aí a gente faz aquela pergunta da live, pergunta de reforço, não lembro os termos... ‘Mas a mãe deve receber a mesma quantia que os dois filhos?’. Eles podem falar que sim e outros falar que não.”	Pretensão de acerto	
L1: “Eles podem pensar que sim, a mãe vai receber a mesma quantia, mas aí eles já matam o problema e já divide por 3.”	Pretensão de verdade	
Sara: “É mas eu acho que sempre existe aquele um que vai ficar incomodado e vai falar não...”	Pretensão de sinceridade	
L1: “Então aí eles podem pensar, não, ela tem que receber mais ou não, ela tem que receber menos, porque são dois filhos.”	Pretensão de acerto	
Sara: “Então tem um que vai falar sim né, mas a gente pode perguntar o porquê. E eles também podem falar não.”	Pretensão de acerto	
L1: “Então aí alguém vai receber quantias diferentes né, ou mais ou menos.”	Pretensão de acerto	
Sara: “É, aí entra em duas possibilidades né, ou a mãe recebe mais ou a mãe recebe menos.”	Pretensão de acerto	
L1: “E aí alguns vão determinar que ela tem que receber mais e outros que ela tem que receber menos. E sempre tem que responder o porque né.”	Pretensão de acerto	
Sara: “Isso. Aí dependendo do que eles determinarem aqui...”	Pretensão de acerto	
L1: “É, se eles disserem que a mãe tem que receber a mais, quanto a mais?”	Questionamento	
Sara: “Ou quanto a menos, isso mesmo.”	Pretensão de sinceridade	
L1: “Aí eles vão começar a determinar o caminho né. Então se eu falar que a mãe ela vai receber mais e quanto a mais, eu vou determinar a quantia exata. Ela é a mãe, então ela tem direito a metade.”	Pretensão de validade avaliativa	
Sara: “Então aí nesse ponto a gente precisa torcer pra que tenha um aluno que fale assim ‘ah mas a mãe era casada ou divorciada?’.”	Pretensão de sinceridade	
L1: “A gente pode ter caminhos diferentes e soluções e respostas diferentes.”	Busca por entendimento	
Sara: “Vamos supor que o aluno não chegue nesse ponto, qual pergunta que a gente pode fazer pra levar o aluno pra esse ponto?”	Questionamento	
L1: “Esse ponto de ser separado ou não?”	Questionamento	
Sara: “Isso. Mas a gente pode propor o seguinte, ‘existe a diferença se ela for separada ou não?’, como a gente pode escrever isso?”	Coordenação de ações	Compreensão de que, mesmo que uma tarefa seja

L1: “ ‘E se a mãe fosse separa do pai?’ ”	Questionamento	aberta, é essencial que o professor apresente questionamentos para orientar os alunos em diferentes estratégias
Sara: “Isso, e se... é essa a pergunta. E ai, olha só a gente já está mudando o problema de novo, porque as perguntas que a gente está fazendo, a gente vai levar os alunos a pesquisar a mãe divorciada, entendeu?”	Pretensão de validade explicativa	
L1: “É verdade. Quando a gente pergunta ali ‘mas a mãe deve receber a mesma quantia que os dois filhos?’, mas a gente quer que eles mesmos respondam, mas acho que eles não vão pensar nisso né?”	Pretensão de sinceridade	
Sara: “Ah, pode ser que pensem.”	Pretensão de sinceridade	
L1: “Mas a gente não pode contar com isso né, porque se eles não responderem é a gente que tem que colocar. Esse quanto a mais e quanto a menos acho que pode vir antes.”	Busca por entendimento	
Sara: “Ah, é mesmo.”	Afirmação	
L1: “Que ai eles vão falar que a mãe não deve receber a mesma quantia...”	Pretensão de acerto	
Sara: “Primeiro a gente determina a situação da mãe né?”	Questionamento	
L1: “Isso, ai depois a quantia né.”	Afirmação	
Sara: “Isso. Ai se a mãe fosse divorciada, ai iria cair em uma outra situação. E ai se a gente seguir o caminho que a mãe é divorciada, ela não vai poder receber 3 vezes mais, ai quem vai ter que receber mais vai ser os filhos.”	Pretensão de validade avaliativa	

Fonte: Elaborado pela autora

A estratégia utilizada para a elaboração das etapas de investigação foi pensada a partir de objetivos. Percebemos que, determinar um objetivo para cada etapa facilitaria a construção das etapas, e também, para o professor se orientar durante a investigação. Assim como visto no Episódio anterior, o papel do professor seria essencial para que os alunos construíssem diferentes estratégias de investigação.

A partir da determinação do objetivo da primeira etapa, pudemos construir os questionamentos que o professor poderia fazer e determinar quais as possíveis respostas dos alunos. Após a compreensão de que forma poderíamos reestruturar um problema em uma tarefa investigativa, foi possível construir uma estratégia de reestruturação ao longo do encontro, onde iniciamos pela reestruturação do enunciado e partimos para os possíveis caminhos que os alunos poderiam seguir. Nesses caminhos, como forma de orientar o professor, optamos por dividir em etapas, onde cada etapa poderia apresentar um objetivo.

Esta construção e reflexão só pode ser feita através dos estudos teóricos proporcionados pelos encontros anteriores e pelas tentativas de resolução e reestruturação de

tarefas investigativas, em especial, através do contexto colaborativo que permitiu reflexões e compartilhamentos das práticas e vivências com a investigação de alguns participantes.

Um momento importante neste diálogo foi aquele em que a L1 chegou a conclusão que, a partir de um questionamento, é possível haver caminhos diferentes com soluções e respostas diferentes. A compreensão desse processo é essencial para se trabalhar com tarefas investigativas, pois permite que o professor incentive os alunos a percorrerem caminhos mais complexos e imprevisíveis, abrindo espaço para que a comunicação possa surgir (ALRØ; SKOVSMOSE, 2021).

Embora o encontro fosse realizado apenas em conjunto com a L1, houve momentos em que o processo de questionamento apresentado por ambas, incentivou a repensar as formas de elaboração dos questionamentos e, também, nos procedimentos de investigação. Isso reflete a importância de professores trabalharem em conjunto para discutir a prática da sala de aula.

Assim, fica claro que a L1 compreendeu que, mesmo que uma tarefa seja aberta e possibilite que os alunos pensem em diferentes formas de resolução, o professor tem o papel de propor questionamentos com o intuito de intervir e incentivar outras estratégias, para que os alunos investiguem. O papel do professor é essencial, principalmente com alunos que estão inseridos constantemente em no ambiente tradicional e não possuem contato com ambientes investigativos.

No episódio a seguir, há a continuação desta reflexão.

Quadro 31 - Análise do Episódio 23

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
L1: “[...] vendo essa construção que a gente ta fazendo a minha dúvida é, os alunos já podem ter contato com o conteúdo de equações né? Pra trabalhar com a investigação.”	Pretensão de validade avaliativa	Concepção acerca do desenvolvimento da investigação e a apresentação do conteúdo
Sara: “Podem ou não.”	Afirmação	
L1: “Ah entendi, é porque ai em algum momento eles podem usar a equação pra resolver o problema.”	Pretensão de validade avaliativa	
Sara: “No caso, se a gente quer construir o conceito a gente vai apresentar e fazer com que ele trabalhe com uma matemática mais intuitiva, ou a gente pode trabalhar o conteúdo e depois trabalhar essas tarefas investigativas. Ai vai do aluno, do ambiente, do professor e da sala.”	Pretensão de validade normativa	
L1: “[...] Com relação aos irmãos, por ser irmãos, a ideia é que eles recebam a mesma quantia, pode ter alguém que pense que um pode receber mais do que o outro. Ai a gente abre demais né.”	Pretensão de validade avaliativa	

Sara: “É, mas é essa a questão, aí depende da gente o quanto a gente quer abrir a tarefa e o quanto a gente não quer abrir. Porque se a gente pergunta aqui ‘e se a mãe for divorciada?’ isso daqui pode ser uma segunda etapa.”	Pretensão de acerto	Reflexão sobre os possíveis encaminhamentos que podem surgir em cada etapa da investigação
L1: “Sim, aí o objetivo muda, o objetivo seria definir como a herança seria dividida se eles fossem divorciados.”	Pretensão de validade avaliativa	
Sara: “Isso, aí a gente já acrescentou uma condição.”	Pretensão de acerto	
L1: “Entendi, porque aí tem dois casos que a herança poderia ser dividida olhando pela questão da mãe né, porque os filhos na teoria vão receber da mesma forma, vão sempre ter direito, mas a mãe depende da situação.”	Pretensão de acerto	
Sara: “Mas a gente também pode pensar na questão dos filhos... é que são irmãos então a gente já pensa que vão receber a quantidade igual.”	Pretensão de acerto	
L1: “E aí se a mãe for divorciada entra outra questão né de quanto ela deveria receber, quanto a mais e quanto a menos.”	Pretensão de acerto	
Sara: “[...] esse é um exercício legal de se fazer né, mas é legal de se fazer em conjunto.”	Pretensão de sinceridade	
L1: “Sim, porque sozinho deve ser bem difícil.”	Pretensão de sinceridade	
Sara: “É e eu não sei se seria interessante, porque olha, você que explicou como que era esse processo na realidade, e aí que eu fui pensar nisso.”	Pretensão de sinceridade	
L1: “Mas é isso, trabalhar também a investigação em sala de aula vai causar isso, porque você vai trabalhar com todos os alunos juntos então um fala uma coisa e o outro fala outra, e você vai investigando né os casos.”	Pretensão de verdade	
Sara: “[...] e dentro da sala de aula pode surgir uma coisa que a gente nem tinha parado pra pensar. Isso aqui é um planejamento pra gente levar pra sala de aula.”	Pretensão de sinceridade	
L1: “E pelo que eu estou vendo aqui é bem motivador né, trabalhar desse jeito.”	Pretensão de sinceridade	

Fonte: Elaborado pela autora

Assim, após o diálogo no Encontro 7, a tarefa investigativa reformulada com as etapas propostas de investigação para o professor, são apresentadas no quadro a seguir.

Quadro 32 - Tarefa investigativa reformulada

Tarefa reformulada: Um patrimônio de US\$ 6.000 (R\$ 31.850,00) deve ser dividido entre a mãe, o filho e a filha.

1ª etapa

Objetivo: definir como a herança vai ser dividida.

Questionamentos:

- Como deve ser repartido a herança?

Possíveis respostas dos alunos

- Pode ser dividido por 3;

- Mas a mãe deve receber a mesma quantia que os dois filhos?

Possíveis respostas dos alunos

- Sim. (mas por que?)
- Não. (mas por que?) (alguns podem determinar que a mãe deve receber mais e outros que a mãe deve receber menos)

- De que forma pode ser repartido a herança?

2º etapa

Objetivo: definir como a herança vai ser dividida se fossem divorciados.

Questionamentos:

- E se a mãe for divorciada?

Dois cenários:

1. Se a mãe ainda fosse casada com o marido antes dele falecer;
2. Se a mãe fosse divorciada do marido;

Fonte: Elaborado pela autora e pela L1

No início deste episódio, a L1 apresenta uma dúvida comum entre os professores ao trabalhar com a investigação em sala de aula relacionada ao conteúdo. Não há uma determinação exata sobre o momento em que o conteúdo deve ser repassado, é por esse motivo que destacamos que o professor deve conhecer a turma e o ambiente em que a tarefa está sendo proposta, para verificar se é necessário apresentar o conteúdo antes ou depois da tarefa. Isso também está relacionado ao objetivo da tarefa investigativa, ou seja, a investigação pode ter o intuito de permitir que os alunos construam o conceito matemático gradativamente ou pode ser utilizada para que os alunos implementem o conceito durante a investigação.

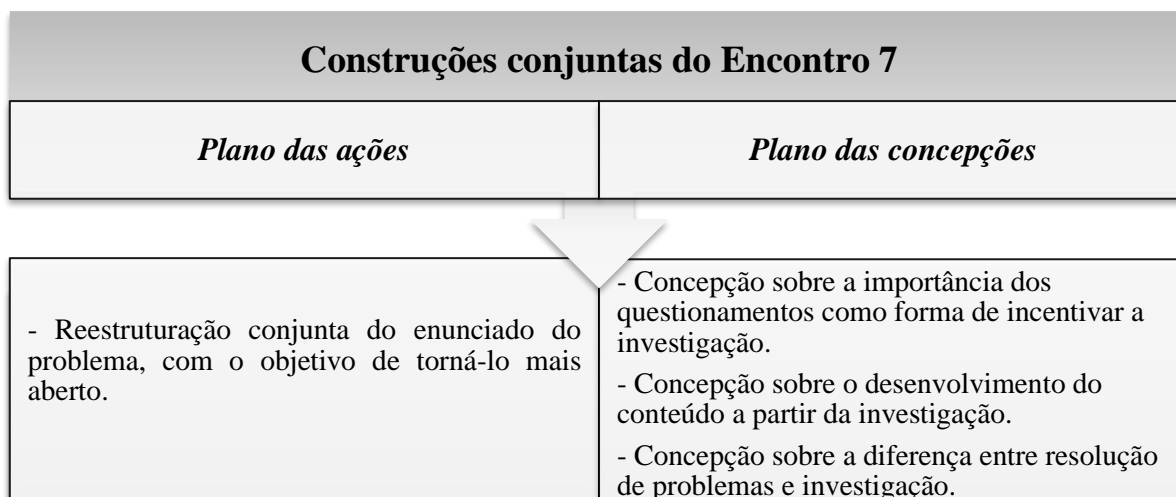
Assim, a partir da interação ao longo do encontro, neste episódio pudemos concluir que os questionamentos propostos ao longo da investigação permitem que a tarefa seja aberta ou fechada e que, outras considerações podem levar a outros questionamentos e outros caminhos para os alunos investigarem.

Por fim, concluímos que trabalhar com uma tarefa investigativa em sala de aula pode potencializar o processo de ensino e aprendizagem, mas, é necessário que seja feito em conjunto, permitindo que haja compartilhamento de ideias e estratégias como forma de

incentivar os alunos a repensarem novos caminhos.

Logo, na figura a seguir é exemplificado a síntese das construções conjuntas proporcionadas nos Episódios 20, 21, 22 e 23, que foram permitidas ao longo do diálogo no Encontro 7.

Figura 28 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 7



Fonte: Elaborado pela autora

Assim, é possível perceber que, embora no início a ideia de reformular um problema fechado em uma tarefa investigativa aparentasse ser algo simples, ao longo do diálogo foi possível se deparar com algumas dificuldades como as consequências que os questionamentos poderiam gerar ao longo da investigação. Dessa forma, na síntese das construções conjuntas é possível perceber que no plano das ações houve os momentos de reestruturação conjunta no enunciado do problema e nas etapas. Já no plano das concepções foi possível compreender quais questionamentos e estratégias poderiam ser utilizadas na tarefa reformulada, ressaltando a utilização do conteúdo durante a tarefa.

Logo, concluímos que discutir a reestruturação da tarefa permitirá amenizar as angústias e desafios ao levar a tarefa investigativa para a sala de aula, em especial, contribuirá futuramente para o processo comunicativo de orientar e dar suporte aos alunos durante a prática.

No último encontro, apresentado no tópico a seguir, o PEBM relata o processo de aplicação e desenvolvimento da tarefa investigativa na sala de aula, que foi reformulada durante o Encontro 6.

6.8 Encontro 8 – Socialização dos resultados da aplicação em sala de aula

Este último encontro teve como objetivo socializar como foi a aplicação da tarefa investigativa reestruturada pelo grupo, durante o Encontro 6, na sala de aula pelo PEBM. Devido ao tempo e da demanda de final de ano, o PEBM foi o único participante que se dispôs a aplicar a tarefa investigativa na sala de aula, e posteriormente, apresentar os resultados e os procedimentos aos participantes grupo.

Na aplicação da tarefa houve algumas dificuldades relatadas pelo participante. Embora a tarefa tenha sido aplicada de forma presencial, em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental II, uma das limitações impostas devido ao Covid-19 foi a proibição de trabalhos em grupo, assim, a tarefa foi aplicada individualmente. Além disso, devido ao tempo, a investigação foi realizada em apenas 2 aulas, por isso, o PEBM não conseguiu desenvolver todas as etapas propostas pelo grupo.

No diálogo a seguir, há a descrição e o relato do participante sobre a aplicação em sala de aula.

Quadro 33 - Análise do Episódio 24

Atos de fala	Característica	Construções conjuntas
<p>PEBM: “Chegamos na primeira aula e cada um pegou a sua folha, e a gente começou aquele processo que a gente conversou no último encontro. E aí já começa o que deu certo e o que deu errado, as instruções gente. As mesmas dificuldades de instruções que a gente teve os alunos também tiveram. Então por exemplo, eu pedi pra eles ‘gente vamos dobrar a folha ao meio’ até aí foi, a gente levantou os primeiros questionamentos, ‘olha, o que a gente tem? Se a gente dobrou no meio o que a gente tem, o que a gente fez?’. A gente trabalhou com a parte do inteiro, aí já teve uma coisa interessante, porque os alunos dobraram no meio, mas nem todos dobraram da mesma maneira, então teve alguns alunos que dobraram em um sentido e outros alunos que dobraram em outro sentido, e aí a gente já começou uma discussão, ‘gente, todo mundo dobrou ao meio, mas e agora? Será que ta certo?’.</p>	<p>Pretensão de validade descritiva</p>	<p>Percepção de que, embora a tarefa tivesse sido alvo de discussão e reflexão no grupo, algumas dificuldades também surgiram ao longo da aplicação. Isso mostra que, embora destacamos ser importante, é essencial compreender que a investigação é um</p>
<p>Profa. Eliane: “Dobram na diagonal PEBM?”</p>	<p>Questionamento</p>	
<p>PEBM: “Na diagonal não chegou a ter professora, porque aí eu acho que eles conseguiram entender... porque como a gente falou o meio, tem uns que dobraram na horizontal, outros que dobraram na vertical. Aí chegou na etapa do pintar, aí já foi a onde complicou, porque eu falei ‘gente, vamos pintar a metade’, e a folha tava dobrada ao meio, então quer dizer, alguns alunos pintaram a metade da folha inteira e alguns alunos pintaram a metade da metade, então isso é algo que eu posso melhorar depois, a ideia das instruções. E depois que pintou a gente foi debater, então acabou que como a gente não tava em grupo, tava mais um diálogo ali com</p>	<p>Pretensão de validade descritiva</p>	

<p>a turma, vocês sabem que 6° ano eles querem falar, então era tentar fazer um diálogo com eles, e aí a gente foi destacando alguns pontos. E aí a gente concordo que a ideia do pintar ao meio, a gente pegou um coleguinha e aí mostramos que pintar ao meio seria isso aqui, a gente acabou estabelecendo, então não sei se isso aqui foi uma coisa bacana. Ai depois disso, pintado a metade, a gente foi debater o que a gente tinha aqui, a fração veio de cara, mas eu falo que a fração porque a gente tinha trabalhado um pouquinho sobre fração lá no começo quando a gente voltou no presencial, foi uma das coisas que a professora me pediu, então eu acho que por conta disso eles já chegaram com a fração direta. O interessante foi no dobrar ao meio de novo, ai foi onde eu achei bastante interessante, porque dobramos ao meio uma vez, novamente teve o problema da instrução, porque na hora que eu pedi pra dobrar ao meio de novo, os alunos ficaram um pouco perdidos sobre o que era pra fazer, mas até ai deu tudo certo. E aí começou a parte interessante, eles conseguiram identificar a fração de forma fácil, eles chegaram na fração $\frac{1}{2}$, na sequência a $\frac{2}{4}$, aí deu nesse processo, a gente foi dobrando, se eu não me engano a gente chegou até $\frac{32}{64}$, e aí eu perguntei pra eles o que aquelas frações tinham em comum, eles não chegaram na equivalência de forma direta, então a gente teve todo um debate, e aí abrimos a folha novamente, e ai fomos trabalhando todo o processo de novo pra eles entenderem a ideia da equivalência.”</p>		<p>processo contínuo de construção e aperfeiçoamento da prática</p>
<p>Profa. Eliane: “Mas quais ideias eles apresentaram? Você chegou a ouvir o que eles tinham pra falar?”</p>	<p>Questionamento</p>	
<p>PEBM: “Então, o que eu achei mais interessante foi a forma que eles chegaram pra mostrar as frações, porque aí eu perguntei ‘gente, chegamos ali no $\frac{32}{64}$, o que seria a próxima?’ os alunos chegaram direto, ‘olha professor multiplica em baixo e em cima por 2’, porque a gente só trabalhou essa tarefa professora, a gente não chegou a entrar nas etapas seguintes. Agora teve uma que eu achei bem interessante que o aluno falou assim ‘professor, pro próximo o senhor vai pegar o número de baixo que é o denominador, vai colocar no numerador, e vai pegar esse número de baixo e vai somar com o denominador anterior’, [...] ele chegou numa ideia que realmente funciona, no caso dessa fração que a gente tava dobrando no meio, ou seja, a gente tava multiplicando por 2. Então se a gente tivesse uma outra fração então teria que ser uma outra estratégia.”</p>	<p>Pretensão de validade descritiva</p>	
<p>Profa. Eliane: “Mas eu falo assim, você disse que eles não chegaram diretamente na ideia de equivalência, mas que tipos de explicações eles usaram? Você chegou a dar tempo pra eles tentarem explicar, pra eles falarem...”</p>	<p>Pretensão de validade avaliativa</p>	<p>Evidências das possíveis respostas apresentadas pelos alunos acerca de conceitos matemáticos</p>
<p>PEBM: “O que aconteceu foi que alguns alunos começaram a falar que uma fração era diferente da outra, então teve essa ideia da diferença. Teve alunos que falaram ‘olha essa fração é menor do que essa’ e ai foi onde que, nas indagações, pegou lá a folha e falou assim ‘mas gente, é diferente pega a folha inteira, ele ta diferente?’ ai a gente pegou e foi comparando frações por frações, ai nisso já saiu a equivalência porque foi uma coisa que a gente fortaleceu um pouquinho anteriormente, então isso já chegou na ideia da equivalência, a gente teve que fazer esse processo.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	
<p>Profa. Eliane: “Você trabalhou individual né, ai complica até de você acompanhar.”</p>	<p>Pretensão de sinceridade</p>	

<p>PEBM: “Porque a gente não podia ter agrupamento ainda, e os alunos do 6° ano são muito participativos, então eles querem falar o que eles estão pensando, então acho que talvez montar um roteiro pra eles, pra eles expressarem no roteiro o que eles estão pensando é uma coisa que eu acho muito bacana. Não foi uma coisa grandiosa, foi uma coisa bem simples.”</p>	<p>Pretensão de acerto</p>	
<p>Profa. Eliane: “Mas acho que são duas coisas importantes ai, pensar num roteiro mesmo que eles também tenham a onde registrar e sejam incentivados a registrar, e a possibilidade de você agrupá-los, porque ai você vai passando nos grupos pra ver como eles estão construindo um diálogo também, porque deixando sozinho fica aquela coisa de chutar resposta né, mas quando a gente coloca em grupo eles começam a discutir mesmo a questão e é essa a discussão, é ali que ta a riqueza de tudo que a gente discutiu ai esse ano né, de promover a comunicação deles né, entre eles, e você tentar observar como é que você está estabelecendo essa comunicação pra que eles cheguem né. Porque as vezes a gente também, é difícil, não é fácil a gente ultrapassar a nossa ansiedade, lidar com a nossa ansiedade, porque a gente acostumou com aula desse tipo, é todo uma vida de aula que o professor ensina um método, você entende, resolve, apresenta e vê se ta certo ou se ta errado. Então, desconstruir essa forma de conduzir a aula, implementar um diálogo realmente de ouvir, de escuta do que os alunos estão falando para a partir das falas deles ir construindo um conhecimento, não é uma tarefa fácil [...]”</p>	<p>Pretensão de validade avaliativa</p>	<p>É possível que a ação de desenvolver a tarefa de forma individual possa limitar a elaboração de estratégias</p>

Fonte: Elaborado pela autora

Ao longo do diálogo, o PEBM utiliza *pretensões de validade descritiva* para apresentar de que forma foi aplicada a tarefa investigativa em suas aulas de Matemática. O primeiro aspecto apresentado pelo participante estava relacionado as dificuldades nas orientações e instruções ao longo da investigação. Embora o grupo estivesse se dedicado a desenvolver as instruções em etapas para que os alunos pudessem construir gradativamente o conhecimento sobre frações através da investigação, o participante relatou que houve dificuldades no entendimento por parte dos alunos durante as instruções, em especial, nos momentos de dobrar e pintar as partes da folha.

Isso evidencia que, mesmo que o professor tenha o auxílio de um contexto colaborativo para desenvolver e pensar em estratégias de ensino e aprendizagem, o processo de investigação requer vários momentos de socialização e reestruturação da tarefa. Devido ao tempo, não foi possível que o professor apresentasse a prática no grupo e retomasse, após algumas considerações, para a prática na sala de aula, com uma nova tentativa de aplicação. Dessa forma, seria interessante houvesse mais momentos de reestruturação da tarefa no grupo e com novas aplicações em sala de aula, estabelecendo um intercâmbio de ideias, reflexões e considerações sobre a prática investigativa.

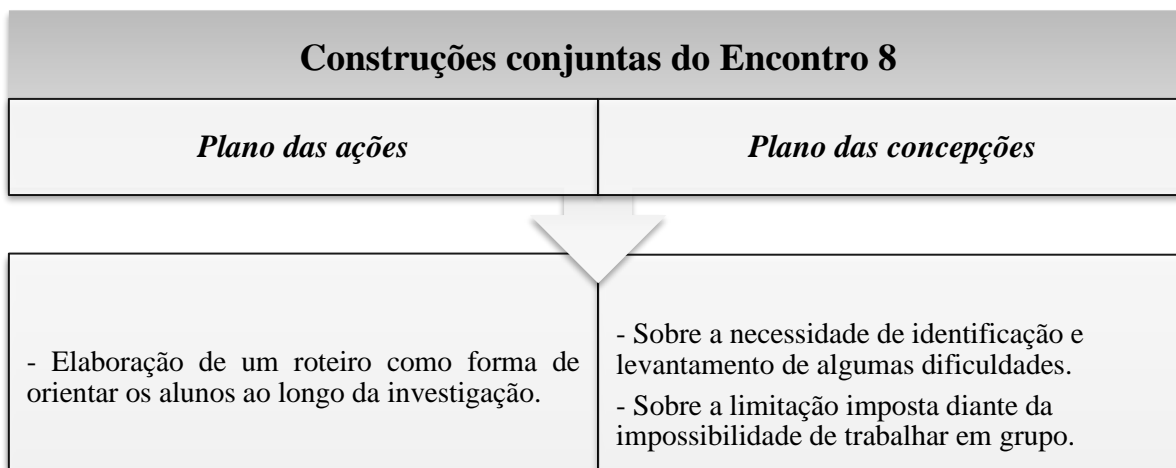
O PEBM destacou dificuldades no entendimento na etapa de pintar, mas reconheceu

que, a dificuldade estaria no processo de questionamento e orientações feito pelo professor. Por isso, é evidente que o professor deve ter conhecimento sobre a turma, sobre a tarefa e também, sobre a melhor forma de comunicação durante a investigação, pois a qualidade da aprendizagem também depende exclusivamente da comunicação entre os alunos e o professor (ALRØ; SKOVSMOSE, 2021).

O momento interessante ao longo da investigação foi a etapa de dobrar ao meio novamente que, embora o PEBM relatou dificuldades devido a instrução, os alunos conseguiram identificar as frações. O aspecto interessante nesta descrição é que, mesmo havendo dificuldades onde os alunos não chegaram de forma imediata no conceito de frações equivalentes, o participante propôs uma intervenção em forma de debate para que os alunos olhassem novamente toda a investigação realizada, e pudessem concluir a ideia da equivalência. Isso mostra a importância de dar voz e ouvir as concepções dos alunos, respeitando o tempo de cada um.

Assim, o participante destaca duas estratégias utilizadas pelos alunos. A primeira de multiplicar o numerador e o denominador da fração por um mesmo número, com o objetivo de obter uma nova fração equivalente. Já a outra estratégia acabou chamando a atenção, onde o aluno propõe que o número que está no denominador vai ser posto no numerador, e o número que está no denominador vai ser somado com o denominador anterior. A estratégia utilizada pelo aluno segue uma lógica diferente e que, se fosse explorada pelo professor através de questionamentos, poderia levar a uma formalização e generalização dos resultados.

Outro ponto destacado foi a participação dos alunos durante a investigação, apresentando as diferentes estratégias para o professor. Entretanto, assim como destacado pelo PEBM, seria interessante mais produtivo se houvesse um roteiro para que os alunos pudessem realizar registros das estratégias utilizadas, o que facilitaria e permitiria que o professor pudesse orientar toda a investigação. Logo, a síntese das construções conjuntas apresentadas ao longo do Encontro 8 são descritas na figura a seguir.

Figura 29 - Síntese das construções conjuntas do Encontro 8

Fonte: Elaborado pela autora

No plano das ações foi identificada a necessidade de que houvesse um roteiro para que os alunos se orientassem ao longo da investigação, em especial, devido ao desenvolvimento da tarefa investigativa de forma individual. Já no plano das concepções, reforçou-se algumas dificuldades que foram evidentes na reestruturação da tarefa investigativa que também tiveram influências do trabalho individual dos alunos.

Como resultado da aplicação do PEBM, percebemos a necessidade e a importância do planejamento de uma tarefa investigativa antes de levar para a sala de aula. Além disso, por conta do tempo e da impossibilidade de trabalhar em grupo, o desenvolvimento da tarefa foi feito através do diálogo. Contudo, este momento foi importante para percebermos as falhas e limitações que o ensino trás na realidade, e que o apoio e compartilhamento do grupo colaborativo foi essencial para o desenvolvimento da tarefa investigativa.

6.9 Síntese final das construções conjuntas

Após toda a análise realizada em todos os 8 encontros do subgrupo da Matemática, foi possível identificar algumas construções conjuntas importantes. Por isso, apresentamos neste tópico uma síntese geral, reunindo as considerações e contribuições teóricas a partir dos dados analisados, a fim de destacar se, a partir das interações do grupo, houve considerações que poderão implicar na futura prática investigativa dos participantes, e conseqüentemente, na comunicação que irão estabelecer em sala de aula.

Embora o objetivo inicial do grupo fosse elaborar tarefas investigativas e

posteriormente, realizar a aplicação em sala de aula para coletar os dados, só foi possível obter alguns resultados referentes a sala de aula, devido aos compartilhamentos e também, do relato do PEBM ao aplicar a tarefa em suas aulas. Contudo, os compartilhamentos das experiências foram essenciais para destacar considerações importantes sobre a prática da sala de aula, por isso, ao final, destacaremos quais as possíveis implicações das discussões para o desenvolvimento de padrões de comunicação mais dialógicos e críticos em sala de aula, entendidos nesta pesquisa como evidência do desenvolvimento profissional.

Assim, na Figura 30 apresentamos a síntese das principais construções conjuntas que se fizeram presente ao longo dos encontros.

Figura 30 - Síntese geral das construções conjuntas

Síntese geral das construções conjuntas	
<i>Plano das ações</i>	<i>Plano das concepções</i>
<ul style="list-style-type: none"> - Exposição de dúvidas sobre o que caracteriza uma tarefa investigativa, em especial, sobre o grau de abertura a partir de leituras teóricas. - Discussão da prática investigativa e os aspectos da sala de aula, como o tempo e o conhecimento matemático dos alunos; - Compartilhamento através da comunicação o raciocínio utilizado como forma de incentivar a percepção de outras estratégias; - Relato das práticas e vivências que permitem aproximar das problemáticas da sala de aula. - Ação de repensar quais os caminhos que os questionamentos permitem ao longo da investigação, com a finalidade de amenizar possíveis angústias. - Tentativa de compreender quais os entendimentos que os alunos apresentam após os questionamentos. - Reestruturação conjunta do enunciado do problema, com o objetivo de torná-lo mais aberto. - Aplicação piloto da tarefa investigativa para identificar dificuldades. - Sugestão de elaboração de um roteiro como forma de orientar os alunos ao longo da investigação. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construção do conceito de grau de abertura de uma tarefa. - Concepção sobre a necessidade do professor interpretar o pensamento do aluno; - Concepção acerca da busca por padrão durante o desenvolvimento da tarefa investigativa. - Concepção de que, a cada mudança na tarefa, é possível que novas estratégias e que novos padrões surjam. - Concepções sobre cenários para investigação, paradigma do exercício, zona de risco e zona de conforto. - Concepção conjunta sobre a importância e sobre quais os questionamentos que incentivam a investigação. - Entendimento sobre a importância de prever as possíveis respostas dos alunos para o desenvolvimento do senso de investigação do próprio professor - Percepção sobre as dificuldades a serem enfrentadas

Fonte: Elaborado pela autora

No plano das ações, que envolvia momentos de construções conjuntas proporcionadas pelas interações, é possível destacar que, inicialmente, a exposição e discussão acerca das características de uma tarefa investigativa exigiu um longo caminho, mas este contribuiu com o entendimento das características de uma tarefa investigativa. Como consequência desse processo foi possível visualizar que, nos encontros de reelaboração e estudos de tarefas

investigativas, os participantes se mostraram mais críticos e atentos acerca da estrutura de uma tarefa, principalmente diante da concepção do grau de abertura.

Diante disso, é possível destacar também que durante a socialização, o compartilhamento de estratégias através da comunicação permitiu incentivar a percepção de outras estratégias. Como consequência deste compartilhamento, houve momentos em que os participantes se sentiram acolhidos pelo grupo para apresentar suas angústias e desafios vivenciados dentro da sala de aula, por isso, os relatos das práticas e vivências contribuíram para que o grupo pudesse se aproximar das problemáticas da sala de aula.

A partir dos momentos de estudos e reestruturação conjunta da tarefa houve contribuições importantes no plano das ações, e conseqüentemente, para o processo de desenvolvimento profissional. A discussão da prática investigativa contribuiu para compreender alguns aspectos da sala de aula como o tempo e o conhecimento matemático do aluno.

A ação de reestruturar uma tarefa investigativa, de buscar compreender quais caminhos serão percorridos pelos alunos, a partir dos questionamentos levantados e a tentativa de compreender quais os entendimentos que os alunos poderiam apresentar após cada questionamento, foram construções conjuntas essenciais vivenciadas pelo grupo. Elas permitiram que os participantes compreendessem que os questionamentos propostos em sala de aula podem provocar mudanças na prática dos alunos, e conseqüentemente, no desenvolvimento da investigação (MASON, 1998).

Os participantes também destacaram que, ao discutir sobre o desenvolvimento e reestruturação de uma tarefa investigativa, seria essencial que houvesse uma aplicação piloto da tarefa para identificar quais as possíveis dificuldades, para serem repensadas e aplicadas novamente em sala de aula. Outro destaque possibilitado pela dificuldade de desenvolvimento da tarefa em sala de aula foi a sugestão da elaboração de um roteiro de investigação, como forma de orientar os alunos ao longo da investigação, e assim, minimizar as possíveis dificuldades.

Já no plano das concepções, a partir da comunicação do grupo, foi possível identificar que houve um momento onde os participantes iniciaram a construção do conceito sobre o grau de abertura de uma tarefa investigativa, que foi mediada pelos encontros teóricos e práticos. Além disso, a partir das discussões teóricas, construíram conceitos acerca dos cenários para investigação, paradigma do exercício, zona de risco e zona de conforto.

Mas, a principal contribuição no plano das concepções esteve ligada aos momentos

práticos de compartilhamentos das estratégias utilizadas nas tarefas investigativas e na reestruturação de uma tarefa. A partir desses momentos os participantes refletiram sobre importância de identificar um padrão ao longo da investigação, e que, a cada mudança da tarefa nos questionamentos, era possível que novas estratégias e novos padrões de investigação pudessem surgir.

Também destacamos que o questionamento foi repensado e reformulado, em alguns momentos, diante da reflexão dos participantes sobre os possíveis caminhos que poderiam ser investigados pelos alunos, por isso, houve uma tentativa de compreender quais eram os questionamentos que poderiam ser feitos para incentivar a investigação, e também, sobre a necessidade de que o professor pudesse interpretar e compreender o pensamento do aluno. De forma bastante relacionada a esta questão, surge ainda a construção conjunta sobre a importância de prever as possíveis respostas dos alunos para o desenvolvimento do senso de investigação do próprio professor.

Logo, acreditamos que, diante das construções conjuntas elaboradas pelos participantes, eles poderão estabelecer padrões de comunicação mais dialógicos e críticos em sala de aula, ao proporcionarem aos seus alunos uma abordagem investigativa de ensino.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As primeiras ideias da proposta desta pesquisa tiveram início em meados de 2020, durante o desenvolvimento do trabalho final de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática da pesquisadora. A pesquisa possibilitou seu contato com diferentes autores que discutiam as potencialidades da abordagem investigativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Contudo, o destaque principal foi a importância da comunicação nesse processo e dos contextos colaborativos para discutir sobre o desenvolvimento, elaboração e o planejamento de uma tarefa investigativa.

Estudar a investigação matemática, assim como suas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem, tem se tornado uma busca pessoal da pesquisadora para compreender as potencialidades desta abordagem para a sala de aula, para o aluno e para o professor. Ao longo desta pesquisa, percebemos que reconhecer a investigação como um processo de aprendizagem é fundamental, pois, para o aluno possibilita construir o conhecimento matemático gradativamente, e para o professor, permite que haja momentos de reflexão sobre sua própria prática, de forma a potencializar a aprendizagem dos alunos.

Por esse motivo, destacamos que o estudo da prática se torna um momento essencial para o desenvolvimento profissional do licenciando, do professor e do pesquisador, pois permite repensar esta prática a partir do compartilhamento das experiências, mas também a luz de novas abordagens teóricas, que ressignificam esta prática. Contudo, é fundamental que esse compartilhamento seja realizado em um contexto em que os professores se sintam acolhidos e que tenham o objetivo comum de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem, assim como dos próprios contextos colaborativos.

Partindo dessas considerações, esta pesquisa teve como objetivo olhar para a comunicação que emerge entre professores, futuros professores e mestrandos, em um processo colaborativo de discussão e elaboração de tarefas investigativas, buscando compreender como eles se desenvolvem profissionalmente, especialmente, em relação a como se apropriam dos pressupostos da abordagem investigativa e como refletem sobre a comunicação a ser estabelecida para desenvolver este tipo de abordagem.

Dessa forma, o contexto de estudo desta pesquisa foi o Geifop, um grupo de estudos sobre processos de ensino e aprendizagem constituído por professores, futuros professores, pesquisadores e mestrandos. Assim, realizamos 8 encontros ao longo do ano de 2021 e analisamos a comunicação que emergiu entre os participantes do grupo enquanto discutiam e elaboravam tarefas investigativas, e descrevemos, a partir da comunicação analisada, as

construções conjuntas sobre a abordagem investigativa e sobre o tipo de comunicação necessária para estabelecê-la em sala de aula. Realizamos a identificação inicial de cada excerto ou episódio para análise, e a partir de cada um deles, as principais emissões linguísticas que compunham o diálogo, e por fim, caracterizamos os atos de fala a partir da Teoria do Agir comunicativo de Habermas.

A partir da caracterização dos atos de fala dos participantes ao longo dos encontros, foi possível destacar as principais emissões linguísticas que compunham o diálogo que eram compostas por conteúdo proposicional e/ou ilocucionário. Foi perceptível que, de acordo com a Teoria de Habermas, as características pragmáticas da fala se voltaram para a busca por entendimento acerca dos aspectos de uma tarefa investigativa, ou seja, as discussões se voltaram para a construção do entendimento sobre uma tarefa ser aberta ou fechada, sobre os cenários para investigação e os tipos de questionamentos que podem incentivar os alunos a percorrerem diferentes caminhos.

Dessa forma, na análise foi perceptível que o diálogo se iniciava com as pretensões de validade, onde os participantes ressaltavam os pensamentos de forma descritiva, normativa, avaliativa ou explicativa. Posteriormente haviam os atos de fala que buscavam fornecer fundamentos da própria prática (pretensões de verdade), apresentavam justificativas ou embasamentos para as próprias falas (pretensões de acerto) ou descreviam as suas percepções (pretensões de sinceridade). Durante os atos de fala houve apenas um breve momento de análise reconstrutiva da fala, mas os momentos de coordenação de ações foram significativos para impulsionar os diálogos e as construções conjuntas.

Inicialmente, é perceptível que a professora Eliane se posiciona de forma a coordenar e levantar questionamentos para incentivar o diálogo no grupo, contudo, houve episódios em que a pesquisadora também propôs momentos de coordenação, incentivando o compartilhamento e a percepção dos outros participantes. Estes momentos de coordenação de ações foram essenciais para o desenvolvimento do diálogo ao longo dos encontros, em especial, para que as construções conjuntas fossem realizadas.

A partir da caracterização dos atos de fala e da comunicação analisada, destacamos as principais construções conjuntas realizadas ao longo dos encontros. Durante os diálogos os participantes expuseram suas dúvidas sobre as características de uma tarefa investigativa, discutiram sobre as problemáticas da sala de aula como o tempo e o conhecimento prévio dos alunos, compartilharam as estratégias utilizadas para resolução, repensaram e construíram conjuntamente diferentes estratégias de resolução, relataram as práticas e vivências da sala de

aula, refletiram sobre os questionamentos e quais as suas implicações para o desenvolvimento da investigação.

Reflexões essenciais para a prática investigativa ocorreram nos momentos de reestruturação da tarefa investigativa, antes de ser aplicada em sala de aula. Estes momentos foram importantes, principalmente, para que os participantes repensassem a prática investigativa e compreendessem de que forma seria a condução de uma investigação em sala de aula. Diante disso, a vivência dos tipos de questionamentos que poderiam surgir, e de quais os possíveis encaminhamentos a partir desses questionamentos, permitiu que os participantes percebessem como poderiam orientar os alunos nesse processo. Isso foi fundamental para que eles pudessem refletir sobre o papel da comunicação no processo de investigação.

Além disso, a partir da socialização da resolução das tarefas ao longo do encontro destinado a esse fim, destacamos, em especial, as diferentes estratégias que foram surgindo e a diferença visível de um participante que já obteve contato com a investigação, o que permitiu que ele pudesse avançar ao longo das etapas e conseqüentemente, chegar a investigações mais profundas com a generalização e a formalização dos conceitos. Encontros como este mostram a importância da formação contínua, e que teoria e prática não estejam separadas.

A partir da síntese das construções conjuntas destacamos que a exposição e a discussão acerca das características de uma tarefa investigativa exigiram um longo caminho durante os encontros, mas que este processo contribuiu para o entendimento sobre as características de uma investigação. Como consequência, os participantes se mostraram mais críticos e atentos acerca da estrutura de uma tarefa nos momentos de reelaboração. E foi a partir dessas discussões que os participantes compreenderam a importância de prever as possíveis respostas dos alunos para o desenvolvimento do senso de investigação do próprio professor.

A ação de reestruturar uma tarefa também permitiu que os participantes compartilhassem dúvidas, angústias e reflexões sobre a própria da sala de aula e sobre o uso da abordagem investigativa, de forma que se sentissem acolhidos pelo grupo. Por isso, uma sugestão apresentada pelo grupo a partir das possíveis dificuldades em trabalhar com a abordagem investigativa em sala de aula foi a realização de uma aplicação prévia da tarefa, entre participantes de um grupo como o Geifop, para analisar e reformular esta tarefa, caso necessário. Posteriormente, ao aplicar a tarefa efetivamente, o professor terá minimizado as possíveis dificuldades.

A partir da síntese das construções conjuntas ao longo dos encontros, destacamos ainda que o desenvolvimento de pesquisas e estudos, em contextos colaborativos, contribui também para a prática formativa do professor pesquisador. Além disso, acreditamos que, a ampla variedade da participação de professores formadores, mestrandos, licenciandos e professores da Educação Básica permitiu que as ações propostas se desenvolvessem de forma produtiva, proporcionando intercâmbio entre diferentes realidades vivenciadas por cada um e o compartilhamento de novos caminhos para o ensino da Matemática.

Desenvolver reflexões dentro de um contexto colaborativo enquanto discutem e problematizam a abordagem investigativa é fundamental para repensar a prática e transformá-la, mas, se mostra um desafio diante dos diferentes caminhos que podem surgir. O compartilhamento de reflexões e experiências destinadas ao trabalho com a abordagem investigativa permite amenizar dificuldades e potencializar o processo de investigação do aluno, e também, de mediação do professor. É por esse motivo que processos formativos que incentivem a comunicação entre professores é essencial para o desenvolvimento profissional.

Diante dos resultados apresentados, destacamos a necessidade de novos estudos em contextos colaborativos, os quais possibilitem que professores e futuros professores tenham contato com estudos e métodos de ensino, e também, reflitam constantemente sobre as problemáticas da sala de aula. Também ressaltamos a importância da construção de pesquisas acerca da abordagem investigativa em contextos colaborativos, que façam aplicações em sala de aula e discutam em conjunto com os participantes sobre os resultados obtidos em sala de aula, destacando em especial, o papel da comunicação.

Logo, ao final da análise, confirmamos a nossa hipótese inicial de que, a apropriação do próprio conceito de abordagem investigativa, a discussão de experiências, assim como a vivência de tarefas elaboradas por outros professores e a elaboração de tarefas investigativas, procurando prever os caminhos que serão percorridos pelos alunos e as suas dificuldades, é um percurso formativo interessante para essa compreensão, e que ao nosso ver, constitui fator essencial para o seu desenvolvimento profissional.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA JUNIOR, C. A. A. **Atividades matemáticas investigativas e os desdobramentos de algumas etapas**: um estudo de caso exploratório-descritivo realizado com uma professora atuante nos anos finais do ensino fundamental. 2016. Dissertação (Mestrado em ensino na educação básica) - Universidade Federal do Espírito Santo, [S. l.], 2016.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.
- AMARAL, C. E. C. **Participação de alunos do ensino fundamental nas aulas de matemática na perspectiva dos cenários para investigação**. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) - Universidade Federal do Pampa, [S. l.], 2020.
- BERTINI, L. F. Ensino de Matemática nos Anos Iniciais: aprendizagens de uma professora no contexto de tarefas investigativas. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, [s. l.], v. 29, n. 53, p. 1201-1223, dez 2015.
- BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: potencialidades e problemas. In: GTI, (Org). **Reflectir e Investigar sobre a Prática Profissional**. Lisboa: APM, p. 43-55, 2002.
- BRASIL. Lei nº9.394, de 20 de Dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1996.
- BÚRIGO, E. Z. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.
- CAMPOS, R. R. **Argumentação e demonstração dos alunos do ensino médio**: uma proposta de investigação matemática sobre crescimento e decrescimento de funções afins. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, [S. l.], 2018.
- CLARAS, A. F.; PINTO, N. B. O movimento da matemática moderna e as iniciativas de formação docente. In: **Congresso Nacional de Educação – EDUCERE**, 2008.
- COSTA, G. L. M.; FIORENTINI, D. Mudança da cultura docente em um contexto de trabalho colaborativo de introdução das tecnologias de informação e comunicação na prática escolar. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, [s. l.], v. 20, n. 27, p. 1-21, 2007.
- COSTA, M.C.S.; FARIAS, M. C. G.; SOUZA, M. B. A base nacional comum curricular (BNCC) e a formação de professores no Brasil: retrocessos, precarização do trabalho e desintelectualização docente. **Movimento revista de educação**, Niterói, n. 10, p. 91-120,

2019.

COSTA, W. O.; OLIVEIRA, A. M. P. A participação de professores na elaboração de tarefas matemáticas em um trabalho colaborativo. **Revemop**, Ouro Preto, v. 1, n. 1, p. 105-125, ja./abr. 2019.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: método qualitativo, quantitativo e misto**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CRISTOVÃO, E. M.; CASTRO, J. F. Postura colaborativa e investigativa do professor de Matemática: desafios e possibilidades. *In: IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática*, Universidade de Passo Fundo, 2012.

CRISTOVÃO, E. M.; FIORENTINI, D. A investigação narrativa no estudo da aprendizagem de professores de Matemática em espaços colaborativos híbridos universidade-escola. **Journal of Education**, [s. l.], v. 9, n. 2, p. 34-60, 2021.

CURY, F. G. De Narrativas a Análises Narrativas: reflexões sobre a análise de depoimentos em pesquisas de história da educação (matemática). **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, [s. l.], v. 6, n. 1, p. 143-164, abri 2013.

DAY, C. **Desenvolvimento profissional de professores: os desafios da aprendizagem permanente**. [S. l.]: Porto Editora, 2001.

FERREIRA, S. M. **Cenários para investigação matemática: uma proposta didática para trabalhar sequências numéricas nas séries finais do ensino fundamental**. 2020. Dissertação (Mestrado em ensino na educação básica) - Universidade Federal de Goiás, [S. l.], 2020.

FIORENTINI, D. A Pesquisa e as Práticas de Formação de Professores de Matemática em face das Políticas Públicas no Brasil. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 29, p. 43-70, 2008.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento profissional docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação? **Formação Docente**, Belo Horizonte, v. 5, n. 8, p. 11-23, 2013.

FIORENTINI, D.; CRISTOVÃO, E. M. (Orgs.). **Histórias e investigações de/em aulas de matemática**. 2. ed. Campinas- SP: Alínea, 2010.

FIORENTINI, D. *et al.* Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 137-160, dez 2002.

FIORENTINI, D. Grupo de sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática. *In: FIORENTINI, D. et al. Histórias e investigações de/em aulas de Matemática*. 2. ed. Campinas, SP: Alínea, 2010. p. 13-36.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos**

teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas, SP: Autores associados, 2012.

FIorentini, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente. *In*: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, p. 47-76, 2004.

FISCHER, M. C. B. Formação de professores em tempos da matemática moderna: uma proposta de investigação histórica. **Revista Diálogo Educacional**, [s. l.], v. 8, n. 25, p. 663-674, 2008.

GALVÃO, C. Narrativas em educação. **Ciências & Educação**, [s. l.], v. 11, n. 2, p. 327-345, 2005.

GAMA, R. P. **Desenvolvimento profissional com apoio de grupos colaborativos**: o caso de professores de matemática em início de carreira. 2007. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 2007.

GAMA, R. P.; FIORENTINI, D. Formação continuada em grupos colaborativos: professores de matemática iniciantes e as aprendizagens da prática profissional. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 11, n. 2, p. 441-461, 2009.

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática: um inventário. **Revista Pesquisa Qualitativa**, [s. l.], v. 2, n. 1, 2006.

GATTI, B. A. A formação inicial de professores para a educação básica: as licenciaturas. **Revista USP**, [s. l.], n. 100, p. 33-46, 2014.

GATTI, B. A. Formação de professores no Brasil. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out./dez. 2010.

GATTI, B. A.; MELLO, G.N.; BERNARDES, N.M.G. Algumas considerações sobre o treinamento do pessoal de ensino. **Caderno de Pesquisa Fundação Carlos Chagas**, São Paulo, out. 1972.

GATTI, B. A.; BARRETO, E. S. S. **Professores do Brasil**: impasses e desafios. Brasília: UNESCO, 2009.

GUERRA, S. H. R. **Investigação matemática**: uma proposta de ensino de estatística para o 8º ano do ensino fundamental. 2015. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em ensino de Física e de Matemática) - Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, [S. l.], 2015.

GUERREIRO, A. M. C. **Comunicação no ensino-aprendizagem da Matemática**: práticas no 1º ciclo do ensino básico. 2011. Tese (Doutoramento em Educação) - Universidade de Lisboa, Lisboa, 2011.

GUERREIRO, A. *et al.* Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório da matemática. **Zetetiké**, Campinas- SP, v. 23, p. 279-295, jul/dez 2015.

HABERMAS, J. **Teoria do Agir Comunicativo 1: Racionalidade da ação e racionalização social**. Tradução de Paulo Astor Soethe. 1. ed. São Paulo: Martin Fontes, 2012.

HEITMANN, F. P. **Atividades investigativas em grupos online: possibilidades para a educação matemática a distância**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, [S. l.], 2013.

HERMENEGILDO, K. M. **Os saberes da formação inicial do professor para a integração da investigação em matemática com recursos de geometria dinâmica**. 2017. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de ciência e educação matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, [S. l.], 2017.

KLING, M. **El fracaso de la matemática moderna: por qué Juanito no sabe sumar**. 1. ed. [S. l.: s. n.], 1976.

LACERDA, D.H. **Cenários para investigação no Ensino Fundamental sob a Perspectiva da Educação Matemática Crítica**. 2020. Dissertação (Mestrado em ensino de ciências exatas) - Universidade Federal do Rio Grande, [S. l.], 2020.

LAGE, M. A. **Mobilização das formas de pensamento matemático no estudo de transformações geométricas no plano**. 2008. Dissertação (Mestrado em ensino de ciências e matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, [S. l.], 2008.

LAMONATO, M. **A exploração-investigação matemática: potencialidades na formação contínua de professores**. 2011. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, [S. l.], 2011.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké**, Campinas- SP, v. 19, n. 36, p. 51-74, jul/dez 2011.

LOSANO, A. L. Aprendizagem e desenvolvimento profissional de professores iniciantes que participam de comunidades investigativas. **Zetetiké**, Campinas- SP, v. 26, n. 3, p. 441-463, set/dez, 2018.

LUVISON, C. C. **Narrar, dizer e vivenciar como apropriação e (re)significação de linguagens e conceitos matemáticos no 3º ano do ensino fundamental**. 2017. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade São Francisco, [S. l.], 2017.

MARTINHO, M. H.; PONTE, J. P. Comunicação na sala de aula de Matemática: práticas e reflexão de uma professora de Matemática. **Repositório UM**, [s. l.], 2005.

MASON, J. Asking mathematical questions mathematically. **Anais do colóquio DIDIREM**, Universidade de Versalhes, 1998.

MENEZES, L. *et al.* Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In: PONTE, J. P. (org.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação: cap. 6, p. 135-161, 2014.

MOREIRA, F. M. C. **Cenários para investigação como ambiente de aprendizagem no contexto da matemática financeira**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)

- Universidade Federal de Ouro Preto, [S. l.], 2014.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. **Investigação em Ensino de Ciências**, [s. l.], v. 7, n. 3, p. 283-306, 2002.

MÜHL, E. H. **Racionalidade comunicativa e educação emancipadora**. 1999. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

OLIVEIRA, B. A. H. **Cenários para investigação no ensino de medidas de comprimento e superfície: UMA PROPOSTA COLABORATIVA ENTRE PROFESSOR E ALUNO**. 2020. Dissertação (Mestrado em ensino de ciências e tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, [S. l.], 2020.

PASSOS, C. L. B. *et al.* Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: uma meta-análise de estudos brasileiros. **Quadrante**, [s. l.], v. XV, n. 1 e 2, p. 193-219, 2006.

PEREIRA, A. M.; MINASI, L. F. Um panorama histórico da política de formação de professores no Brasil. **Revista de Ciências Humanas**, [s. l.], v. 15, n. 24, p. 7-25, jul. 2014.

PIRES, C. M. C. Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. **Bolema**, Rio Claro, SP, n. 29, p. 13-42, 2008.

POLETTINI, A. F. F.; SABARAENSE, N. C. Inovações, mudança e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Quadrante - Revista de Investigação em Educação Matemática**, [s. l.], v. 8, p. 189-212, 1999.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. **ACTAS do Profmat**. v. 98, 1998.

PONTE, J. P. Formação do professor de Matemática: perspectivas atuais. *In*: PONTE, J.P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. [S. l.]: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, cap. 14, p. 343-358, 2014.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. *In*: GTI (Ed.). O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: APM, 2005.

PONTE, J. P. O início da carreira profissional de professores de Matemática e Ciências. **Revista de Educação**. p. 31-46, 2001.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, L. Professores e formadores investigam a sua própria prática: o papel da colaboração. **Zetetiké-Revista de Educação Matemática**. v. 11, n. 2, p. 9-55, 2003.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo - Rio Grande do Sul: Feevale, 2013.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. Comunicação, tarefas e raciocínio: aprendizagens profissionais proporcionadas por um estudo de aula. **Zetetiké**, Campinas- SP, v. 23, n. 44, p. 297-310, jul/dez 2015.

RABAIOLLI, L. L. **Geometria nos anos iniciais**: uma proposta de formação de professores em cenários para investigação. 2013. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de ciências exatas) - Centro Universitário Univates, [S. l.], 2013.

RIESSMAN, C. K. **Narrative analysis**. California: Sage, 1993.

RIESSMAN, C. K. Analysis of personal narratives. *In*: HOLSTEIN, J. A. **Inside interviewing**: new lenses, new concerns. United States: Sage publication, 2001.

SALGADO, M. A. J. **A comunicação em um cenário para investigação**: desafios e aprendizagens docentes. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Escolar) - Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, [S. l.], 2021.

SALGADO, S. C. M. **Abordagem Investigativa na Educação Matemática**: uma análise em periódicos. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - IFSULDEMINAS, Pouso Alegre, 2020.

SARAIVA, M.; PONTE, J. P. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de matemática. **Quadrante**, [s. l.], 2003.

SILVA, J. R. N.; CARVALHO, L. M. O. Contribuições das Concepções de Jürgen Habermas para a Construção de um Dispositivo de Análise das Interações Linguísticas Voltado à Pesquisa em Ensino de Ciências. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 10, n. 2, p. 239-258, nov. 2017.

SILVA, J. R. N. **Interações entre docentes da licenciatura em Física em grupo de planejamento conjunto**: uma análise a partir da teoria do agir comunicativo. 2014. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru-SP, 2014.

SILVA, R. M. **Cenários para investigação de temas de educação financeira em uma escola pública de Duque de Caxias**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional no Ensino das Ciências na Educação Básica) - Universidade do Grande Rio, [S. l.], 2016.

SILVA, V. **Osvaldo Sangiorgi e "o fracasso da matemática moderna" no Brasil**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, [S. l.], 2007.

SOUZA, J. V. B. **Professores de matemática e materiais curriculares educativos**: participação e oportunidades de aprendizagens. 2015. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia e da Universidade Estadual de Feira de Santana, [S. l.], 2015.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 13, n. 14, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de

Andrade Figueiredo. – Campinas, SP: Papirus, 2014.

VELEZ, I. M. P.; SERRAZINA, M. L.; PONTE, J. P. M. Analizando a prática de dois professores com representações matemáticas no 3º ano. **Zetetiké**, Campinas- SP, v. 27, p. 1-19, 2019.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Modelo de Contrato Didático

GEIFOP - Subgrupo Matemática

Aulas Exploratório-Investigativas: Rotinas e Roteiros

Existem aulas que não podem ser enquadradas no que chamamos de “modelo tradicional” (**professor explica - aluno aprende e resolve exercícios - professor corrige**). Dessa forma, vamos entender melhor algumas definições e aproveitar para ficar por dentro de algumas regras que envolvem este tipo de aula.

1) O que é Aula Exploratório-Investigativa?

São aulas nas quais as tarefas não são como os exercícios e problemas que resolvemos normalmente. Estas “tarefas”, como são chamadas, não têm uma resposta única. Aliás, o papel do aluno será justamente criar questões, levantar conjecturas (hipóteses), inspirado pelo conteúdo da tarefa, além de testar e buscar comprovar as conjecturas levantadas. *Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento [como fazem os matemáticos]. Significa, tão-só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor.* (PONTE, 2003)

2) Como será a organização do trabalho?

Após escolherem as tarefas a serem realizadas, vocês trabalharão em grupos de 3 integrantes, onde:

- **Um será relator**, ou seja, irá expor o trabalho para o grupo,
- **Um será redator**, responsável por redigir tudo que o grupo produzir e preparar o relatório que será entregue,
- **Um será o designer**, cuja função será de elaborar uma apresentação, controlar o tempo, verificar se o grupo está produzindo, contatar a coordenação do subgrupo de Matemática para esclarecer dúvidas, resolver possíveis conflitos e coordenar a elaboração do material para a apresentação.

Durante todo o trabalho é **importante que todos colaborem** na formulação de questões, testes de conjecturas, demonstração dos resultados e registro escrito de toda produção do grupo. Os resultados obtidos pelo grupo serão apresentados e discutidos/validados por todos.

3) Como este tipo de trabalho pode ser avaliado na educação básica?

Cada grupo de alunos entrega um relatório e também elabora uma apresentação. O relatório é a base da avaliação, mas o envolvimento dos integrantes (relator, designer e redator) com a apresentação oral também pode ser tomado como instrumento para avaliar o desempenho do grupo. Os seguintes aspectos podem ser considerados: Organização do trabalho, Descrição e justificação dos procedimentos utilizados, Correção e clareza dos raciocínios, Correção dos conceitos matemáticos envolvidos, Correção e clareza da linguagem utilizada e Criatividade. Podem ser levados em consideração, ainda, Conhecimentos matemáticos - Estratégias e processos de raciocínio – Comunicação.

4) Como este relatório deve ser produzido?

Embora a organização de um relatório possa ser uma tarefa em que vocês tenham inicialmente algumas dificuldades, ele pode ajudá-los, além de outras coisas, a compreender melhor os vários assuntos investigados e a desenvolver a capacidade de comunicar por escrito o trabalho que realizaram. O relatório a ser produzido pelo grupo deverá incluir uma descrição detalhada do trabalho que realizaram e deverá ser organizado levando em conta os seguintes aspectos:

- Identificação do grupo
- Assunto/tarefa a ser trabalhada
- Descrição do processo de exploração/investigação (incluindo tabelas e/ou esquemas, esboços de gráficos, organização dos dados recolhidos...), das tentativas realizadas e das dificuldades encontradas.
- Todas as conjecturas que o grupo levantou, provadas ou não

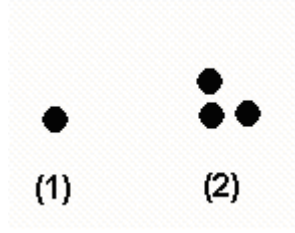
- Conclusões
- Uma apreciação crítica da tarefa proposta (o que gostaram e o que não gostaram, se foi importante ou não...)
- Uma apreciação autocrítica da intervenção de cada integrante do grupo.

APÊNDICE B – Tarefas Investigativas Propostas no Encontro 3

Tarefa I: Investigando e descobrindo sequências

Hoje, vamos trabalhar com sequências de bolinhas e suas formas. Que tal descobrir relações entre a forma como a sequência é construída, a quantidade de bolinhas em determinada posição e a sua posição na sequência? *Desafio vocês a investigar e descobrir as próximas posições da sequência!*

Dê uma olhada nas duas primeiras posições da sequência de bolinhas abaixo:



O grupo achou complicado? A seguir, encontram-se algumas questões para a orientação do estudo.

1. Continue a sequência, desenhando até a 10^a posição.
2. O grupo seria capaz de encontrar outras maneiras de continuar essa sequência? Quais seriam?
3. Se o grupo pensou em mais de um tipo de sequência, escolha a que mais lhe agrada para encontrar um jeito de dizer por escrito como seria a sua 100^a posição. Além disso, seria capaz de dizer quantas bolinhas terá a 100^a posição?
4. Vocês conseguem agora escrever uma regra que pudesse representar o número de bolinhas ou a forma de uma posição qualquer (indefinida) da sequência?

Tarefa II: Investigando translações

Observe esta tabela de números:

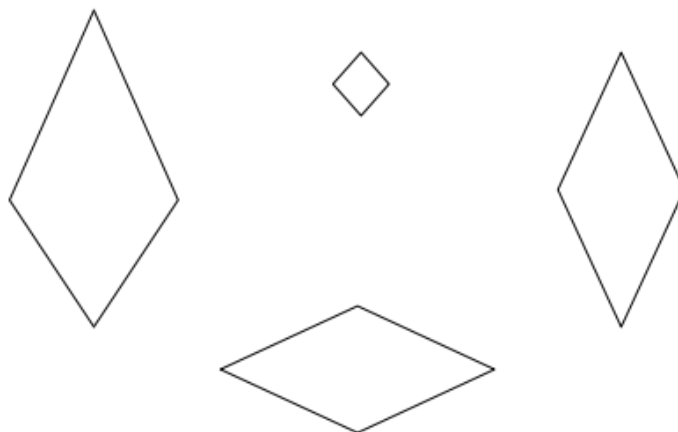
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	...						

Concentramo-nos em um retângulo colocado sobre a tabela. Se os números nos cantos dos retângulos são indicados por a , b , c e d , é possível calcular o valor de F determinado por:
 $F = a \cdot c - b \cdot d$

O que acontece se transladarmos o retângulo para uma posição diferente e calcular de

novo o valor de F ? E se escolhermos um retângulo maior e fizermos uma translação semelhante? Qual é o valor de $F = a \cdot c - b \cdot d$? De que maneira o valor de F depende das dimensões do retângulo?

O que acontece se calcularmos os valores de $F = a \cdot c - b \cdot d$, com a , b , c e d referindo-se aos números determinados pelos cantos das figuras mostradas abaixo? Quais destas figuras podem ser “transladadas” sem alterações no valor de F ?



Podemos investigar também o que acontece se permutarmos as operações “subtração” e “multiplicação” e, em vez de $F = a \cdot c - b \cdot d$, calcularmos $G = (a - c) \cdot (b - d)$. Será que G é constante em todas as translações?

Tarefa III: Investigações com a calculadora

Utilize a calculadora para encontrar o valor dos primeiros produtos de cada atividade e depois tente descobrir quais são os outros.

Será que o modelo continua sempre assim ou será que tem fim? Se tem um fim, quando é que acaba?

1) $11 \times 11 =$
 $111 \times 111 =$
 $1111 \times 1111 =$
 ...

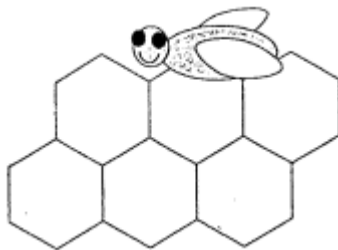
2) $9 \times 9 =$
 $99 \times 99 =$
 $999 \times 999 =$
 ...

3) $1 \times 9999 =$
 $2 \times 9999 =$
 $3 \times 9999 =$
 ...

4) $6 \times 7 =$
 $66 \times 67 =$
 $666 \times 667 =$
 $6666 \times 6667 =$
 ...

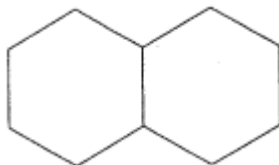
Tarefa IV: Vamos unir hexágonos regulares

Os hexágonos regulares são figuras já conhecidas. Podemos lembrar, por exemplo, dos favos das abelhas e reparar que parecem hexágonos regulares unidos uns aos outros pelos seus lados.



Hoje você também irá unir alguns hexágonos, fazer medições e algumas descobertas.

Na figura abaixo, unimos dois hexágonos regulares pelos seus lados. Se quisermos enfeitar a figura que obtivemos, contornando-a com uma fita bem juntinha aos seus lados, vamos precisar de uma fita com comprimento igual a 10 lados do hexágono regular.



1. Construa uma figura unindo quatro hexágonos regulares pelos seus lados.
2. Para enfeitar da mesma forma a figura que construiu, que tamanho deve ter a fita?
3. Existirão figuras, formadas por quatro hexágonos regulares unidos pelos seus lados, que possam ser enfeitadas por fitas com o mesmo tamanho? Investigue.

Registre as figuras que forma construídas e comente suas descobertas.