

Universidade Federal de Itajubá

Dissertação de Mestrado

**Uma Contribuição à Avaliação de
Contratos Bilaterais de Suprimento
de Energia Elétrica**

Daniel Marrocos Camposilvan

Itajubá, junho de 2003

Universidade Federal de Itajubá

Dissertação de Mestrado

**Uma Contribuição à Avaliação de
Contratos Bilaterais de Suprimento
de Energia Elétrica**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Itajubá
como parte dos requisitos necessários à obtenção do
grau de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Por:

Daniel Marrocos Camposilvan

Orientador: Prof. Dr. José Policarpo Gonçalves de Abreu

Co-orientador: Prof. Dr. Hector Arango

Itajubá, junho de 2003

Dedico este trabalho a meus pais, Daniel e Eleonora, e a meus irmãos, Patrícia e Rafael, pelo apoio e amor em família.

Agradecimentos

Aos professores Hector Arango e José Policarpo, pela orientação no desenvolvimento deste trabalho, pelos ensinamentos, incentivo e confiança no desenvolvimento das mais diversas atividades dentro do Grupo de Estudos da Qualidade da Energia Elétrica, e pelos exemplos de profissionalismo e dignidade que são.

Ao professor Elder Domingues, por estar sempre disposto a ajudar e compartilhar seu conhecimento, e pelas frutíferas discussões acerca dos trabalhos desenvolvidos em parceria.

Ao professor Carlos Campinho e ao engenheiro Tiago Domingues, pela rica troca de conhecimento e pela sempre fraterna convivência no trabalho.

A todas as pessoas do Grupo de Estudos da Qualidade da Energia Elétrica, as quais formam um time brilhante, e que através da cooperação são responsáveis pela elevada qualidade dos diversos trabalhos aí desenvolvidos.

A toda comunidade UNIFEI, na figura de seus alunos, professores e funcionários, responsáveis por criar e difundir conhecimento de elevada qualidade para o Brasil e o mundo.

À CAPES, pelo apoio financeiro, através da qual os brasileiros mantêm viva a esperança no conhecimento como agente promotor de melhorias em suas vidas.

A todos meus familiares, que sempre me incentivaram e demonstraram orgulho de meu trabalho. Aos companheiros, de república, do COTUCA, do CEPTEL, de aventuras e viagens.

A meus pais, por me darem a Vida, muitas vezes sacrificando as suas para fazer da minha a melhor possível, e a meus irmãos, pela amizade.

Enfim, agradeço a Deus por me destinar a dádiva de poder chamar todas essas pessoas de amigos. A todos, meus verdadeiros amigos, meus mais sinceros agradecimentos.

Resumo

Inseridas nas atividades de produzir e transmitir energia elétrica a toda a sociedade, as empresas de energia elétrica defrontam-se com um ambiente formado por diversas incertezas em suas atividades. Entre essas incertezas pode-se destacar a incerteza presente na comercialização do produto eletricidade.

A tendência apontada pelas autoridades responsáveis por definir as políticas energéticas para o Brasil indica para o uso de contratos de compra e venda de eletricidade de longo prazo, no intuito de mitigar os riscos presentes na atividade de comercialização de eletricidade e garantir atratividade aos investimentos em expansão do sistema.

Esta dissertação apresenta uma ferramenta para análise de contratos bilaterais de compra e venda energia elétrica, a qual permite a avaliação do resultado financeiro esperado e do risco associado. Inicialmente, apresenta-se a estrutura dos denominados Contratos Iniciais, sendo os mesmos utilizados como referência na proposição de diferentes estruturas para contratos bilaterais de suprimento de eletricidade.

As estruturas dos contratos servirão como referência na identificação das variáveis que introduzem risco ao resultado dos mesmos. Conforme se verá, essas variáveis são o preço à vista da energia elétrica e o consumo de eletricidade. O comportamento de ambas variáveis é então modelado através de modelos de previsão estocásticos, de modo a introduzir a característica aleatória inerente às mesmas nos resultados esperados dos contratos.

Será demonstrado que a parcela do faturamento dos contratos bilaterais sujeita à incerteza apresenta estrutura similar à de opções (tipo específico de contrato derivativo). Assim sendo, essas opções embutidas nos contratos são identificadas e apresenta-se uma forma de precificar as mesmas através de métodos probabilísticos.

Concluindo o trabalho, são apresentadas análises dos contratos bilaterais propostos utilizando-se a ferramenta desenvolvida através de exemplos.

Abstract

Electrical power companies' activities are inserted in an environment full of uncertainties, in which it can be emphasized the uncertainty present in the trading activity. The trend pointed out by the Brazilian authorities responsible for the energy policy indicates to the use of long term electricity trading contracts, nominated Power Purchase Agreements, by means of mitigating the risks inherent to the electricity trading activity and guarantying the attractiveness to the investors in electrical system expansion.

This dissertation presents a tool that can be used in the analysis of Power Purchase Agreements, making possible to value their expected financial revenue and the related risk. Firstly, the structure of the nominated Initial Contracts is presented, being the later used as reference to the proposal of different structures for electricity supply bilateral contracts.

The structures of the contracts will serve as reference to the identification of the variables that introduce risk to the revenue of the contracts as well. As it will be seen, these variables are electricity spot price and electricity consumption. Their behavior can be modeled on forecasting stochastic models, introducing the random characteristic inherent to these variables into the revenue of the contracts.

Indeed, it will be demonstrated that the uncertainty revenue in the contracts can be modeled using structures similar to options (specific derivative security). So, these options embedded in the revenue formulae are identified and a probabilistic method to value them is presented.

Concluding the dissertation, examples of analysis of the proposed electricity bilateral contracts are presented, making use of the analysis tool presented.

Sumário

Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Abstract.....	iv
Sumário.....	v
Simbologia.....	viii
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiii

Capítulo 1

Introdução	1
1.1. Considerações Iniciais	1
1.2. Motivação	2
1.3. Objetivos.....	3
1.4. Estrutura da Dissertação	4
1.5. Considerações Finais	6

Capítulo 2

Estrutura dos Contratos Elétricos de Suprimento	7
2.1. Considerações Iniciais	7
2.2. Contratos Iniciais.....	9
2.3. Propostas para Contratos Bilaterais de Suprimento de Eletricidade	18
2.3.1. Proposta para Contrato Bilateral de Suprimento de Eletricidade – Tipo 1	19
2.3.2. Proposta para Contrato Bilateral de Suprimento de Eletricidade – Tipo 2	26
2.4. Considerações Finais	30

Capítulo 3

Modelagem dos Fatores de Risco dos Contratos Elétricos	32
3.1. Considerações Iniciais	32
3.2. Processos Estocásticos e Séries Temporais	35
3.2.1. Processo Estocástico de Wiener ou Movimento Browniano	36
3.3. O Comportamento do Preço <i>Spot</i>	40
3.3.1. Modelagem das Afluências	44
3.3.2. Modelagem do Preço <i>Spot</i>	49
3.4. O Comportamento do Consumo	53
3.4.1. Modelagem do Comportamento do Consumo de Energia e da Demanda.....	56
3.5. Considerações Finais	58

Capítulo 4

Aplicação da Teoria de Precificação de Opções na Avaliação do Risco dos Contratos Elétricos	60
4.1. Considerações Iniciais	60
4.2. Contratos de Opção	63
4.2.1. <i>Payoff</i> de Opções de Compra	64
4.2.2. <i>Payoff</i> de Opções de Venda	66
4.3. Opções Embutidas em Contratos Bilaterais de Suprimento	68
4.4. Modelos para o Cálculo do Prêmio das Opções	73
4.4.1. Modelo Binomial	74
4.4.2. Modelo de Black-Scholes	77
4.4.3. Simulação de Monte Carlo	79
4.5. Considerações Finais	80

Capítulo 5

Aplicações da Metodologia de Avaliação dos Contratos Elétricos.....	82
5.1. Considerações Iniciais	82
5.2. Resultados da Modelagem do Preço à vista e do Consumo	83
5.2.1. O Comportamento do Preço à vista	83
5.2.2. O Comportamento do Consumo – Energia e Demanda Máxima	88
5.3. Sensibilidade dos Resultados dos Contratos Elétricos em Função do Consumo Contratado	93
5.4. Flexibilidade nos Níveis de Consumo Contratados como Estratégia de Gerenciamento do Risco dos Contratos Elétricos	99
5.5. Exemplo da Utilização de Contratos de Opções como Estratégia de Gerenciamento do Risco dos Contratos Elétricos.....	102
5.6. Considerações Finais	106

Capítulo 6

Conclusões Finais e Recomendações de Trabalhos Futuros.....	107
6.1. Conclusões Finais	107
6.2. Recomendações para Trabalhos Futuros	110
Referências Bibliográficas	112
ANEXO	115

Simbologia

EC – energia contratada

DC – demanda contratada

m – mês de faturamento

h – intervalo de faturamento

f_{Sm} – coeficiente de sazonalização da energia contratada

f_{Mh} – coeficiente de modulação da energia contratada

FC – fator de carga

FCC – fator de carga contratado

$D_{méd}$ – demanda média

$D_{máx}$ – demanda máxima

T – tempo total do período de faturamento

En – energia consumida

TEC – tarifa de energia contratada

TDC – tarifa de demanda contratada

F_{DC} – faturamento de demanda contratada

F_{EC} – faturamento de energia contratada

F_{UD} – faturamento de ultrapassagem devido à demanda

F_{UE} – faturamento de ultrapassagem devido à energia

FT – faturamento total

S – preço à vista da eletricidade, ou *spot* (desprezado o efeito da sazonalidade)

S|S – preço à vista da eletricidade, ou *spot* (considerado o efeito da sazonalidade)

DR – demanda máxima de potência registrada

ER – consumo de energia registrado

TUD – tarifa de ultrapassagem de demanda

TUE – tarifa de ultrapassagem de energia

TSD – tarifa de subpassagem de demanda

TSE – tarifa de subpassagem de energia

k_D, k_E – coeficientes multiplicativos utilizados na definição dos valores de tarifas de subpassagem

FD – faturamento de demanda

FE – faturamento de energia

Δz – incremento, ou processo, de Wiener

ϕ – variável aleatória com distribuição normal padronizada

a, μ – taxa de tendência

b, σ – desvio padrão

A – afluência (desprezado o efeito da sazonalidade)

A|S – afluência (considerado o efeito da sazonalidade)

t – instante de tempo analisado

α – coeficiente de reversão à média

\bar{A}_T – média global do histórico de afluências (vazão média de longo termo)

\bar{A}_m – média das afluências referentes ao mês m

TA – período de análise para simulação de séries temporais

TR – tempo médio de reversão

I_A – índice de sazonalidade para afluências

ε – vetor de seqüências aleatórias correlacionadas

\underline{n} – vetor de seqüências aleatórias com distribuição normal padronizada

\in – variáveis aleatórias correlacionadas com distribuição normal padronizada

$\rho_{A, s}$ – correlação entre afluências e preço *spot*

L – preço de equilíbrio da energia elétrica no longo prazo

L_0 – preço de equilíbrio da energia elétrica no longo prazo constante

λ – coeficiente de contágio

E – variável aleatória energia consumida (desprezado o efeito da modulação)

E|M – variável aleatória energia consumida (considerado o efeito da modulação)

D|M – variável aleatória demanda média

E_m – energia total consumida no mês m

D_m – demanda máxima requerida no mês m

T_m – total de períodos de registros de consumo para o mês m

CR – consumo registrado

CC – consumo contratado

S_T – preço *spot* do ativo subjacente

K – preço de exercício da opção

payoff – valor intrínseco de uma opção

VR – valores registrados

VC – valores contratados

u – coeficiente de movimento ascendente utilizado em árvores binomiais

d – coeficiente de movimento descendente utilizado em árvores binomiais

q – probabilidade de variação no preço de um ativo utilizado na análise binomial

δ – quantidade do ativo a compor uma carteira na análise de precificação de opções

Π – valor da carteira formada na análise de precificação de opções

C – prêmio de uma opção de compra

P – prêmio de uma opção de venda

r – taxa de retorno livre de risco

f – valor do derivativo na equação diferencial de Black e Scholes

VP() – valor presente

N(a,b) – distribuição normal com média *a* e desvio padrão *b*

N(x) – função densidade de probabilidade acumulada de uma variável normal padronizada

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Faturamento de Energia para o Contrato Bilateral Tipo 1	21
Figura 2.2 – Faturamento de Demanda para o Contrato Bilateral Tipo 1	21
Figura 2.3 – Tarifas Efetivas para Energia e Demanda – Contrato Bilateral Tipo 1.....	23
Figura 2.4 – Faturamento Total para o Contrato Bilateral Tipo 1.....	24
Figura 2.5 – Composição da Tarifa Efetiva – Contrato Bilateral Tipo 1	25
Figura 2.6 – Faturamento para diferentes valores de Tarifa de Subpassagem.....	28
Figura 2.7 – Tarifa Efetiva para diferentes valores de Tarifa de Subpassagem.....	28
Figura 2.8 – Faturamento Total para o Contrato Bilateral Tipo 2.....	29
Figura 2.9 – Composição da Tarifa Efetiva – Contrato Bilateral Tipo 2	30
Figura 3.1 – Diagrama Representativo de Estrutura de Mercado.....	33
Figura 3.2 – Processo estocástico interpretado como uma família de variáveis aleatórias.....	36
Figura 3.3 – Processo generalizado de Wiener.....	38
Figura 3.4 – Curva diária de demanda de energia – valor médio e desvio padrão.....	55
Figura 4.1 – <i>Payoff</i> para Titular de uma <i>Call</i>	65
Figura 4.2 – <i>Payoff</i> para Lançador de uma <i>Call</i>	66
Figura 4.3 – <i>Payoff</i> para Titular de uma <i>Put</i>	67
Figura 4.4 – <i>Payoff</i> para Lançador de uma <i>Put</i>	67
Figura 4.5 – Modelo binomial de um único estágio	75
Figura 4.6 – Valor da opção - modelo binomial.....	75
Figura 5.1 – Histórico de Preço <i>Spot</i> para a Região SE/CO – Carga Média.....	84
Figura 5.2 – Comportamento do Preço <i>Spot</i> frente às Afluências às Centrais Hidrelétricas...	85
Figura 5.3 – Comportamento do Preço <i>Spot</i> devido ao efeito da Reversão à Média	86
Figura 5.4 – Média das Séries de Afluências Simuladas.....	86
Figura 5.5 – Desvio Padrão das Séries de Afluências Simuladas	87
Figura 5.6 – Média das Séries de Preço Simuladas	87
Figura 5.7 – Desvio Padrão das Séries de Preço Simuladas.....	88
Figura 5.8 – Curva de Carga Diária de Consumo	89

Figura 5.9 – Séries Sintéticas para Previsão de Consumo de Energia	90
Figura 5.10 – Séries Sintéticas para Previsão de Demanda Máxima	90
Figura 5.11 – Distribuição de Probabilidade para Consumo de Energia – Mês 1.....	91
Figura 5.12 – Distribuição de Probabilidade para Demanda Máxima – Mês 1.....	91
Figura 5.13 – Valor Esperado e Desvio Padrão da Previsão de Consumo de Energia.....	92
Figura 5.14 – Valor Esperado e Desvio Padrão da Previsão de Demanda Máxima	92
Figura 5.15 – Valor Esperado do Faturamento Total para Contrato Tipo 1.....	94
Figura 5.16 – Desvio Padrão do Faturamento Total para Contrato Tipo 1	94
Figura 5.17 – Valor Esperado do Faturamento Total para Contrato Tipo 2.....	95
Figura 5.18 – Desvio Padrão do Faturamento Total para Contrato Tipo 2	95
Figura 5.19 – Valor Esperado do Faturamento de Ultrapassagem.....	96
Figura 5.20 – Desvio Padrão do Faturamento de Ultrapassagem.....	97
Figura 5.21 – Valor Esperado do Faturamento de Subpassagem.....	97
Figura 5.22 – Desvio Padrão do Faturamento de Subpassagem.....	98
Figura 5.23 – Valor Esperado de Contratos Inflexíveis – Contrato Tipo 1	100
Figura 5.24 – Valor Esperado de Contratos Inflexíveis – Contrato Tipo 2.....	100
Figura 5.25 – Valor Esperado de Contratos Flexíveis – Contrato Tipo 1	101
Figura 5.26 – Valor Esperado de Contratos Flexíveis – Contrato Tipo 2	101
Figura 5.27 – Valor Esperado para Estratégia com Contrato Bilateral Tipo 1.....	105
Figura 5.28 – Valor Esperado para Estratégia com Contrato Bilateral Tipo 1 mais Opção...	105

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Parâmetros Estatísticos da Curva de Preço <i>Spot</i>	84
Tabela 5.2 – Parâmetros de Simulação da Previsão do Preço <i>Spot</i>	84
Tabela 5.3 – Parâmetros de Simulação da Previsão do Consumo	89
Tabela 5.4 – Parâmetros para Análise de Sensibilidade dos Contratos Elétricos.....	93
Tabela 5.5 – Parâmetros para Avaliação das Opções Analisadas	104

Capítulo 1

Introdução

1.1. Considerações Iniciais

A insuficiência de recursos a serem aplicados na expansão dos sistemas de suprimento de energia elétrica por parte das empresas estatais fez com que os últimos governos buscassem uma alternativa ao antigo modelo monopolista estatal de geração, transmissão e distribuição de eletricidade no intuito de garantir o capital necessário à operação e expansão dos referidos sistemas. As políticas adotadas incluíram a desverticalização das atividades de suprimento de eletricidade em geração, transmissão, distribuição e a recém criada atividade de comercialização.

Mantiveram-se os serviços de transmissão e distribuição, dissociados da atividade de comercialização do produto, como setores regulados, em função de serem monopólios naturais e, portanto, representarem áreas em que a competição não permite ser economicamente eficiente. Paralelamente, adotou-se uma política de implementação de competição na área de geração de energia associada à criação de empresas de comercialização de energia elétrica, fazendo parte desta estratégia a privatização das empresas desverticalizadas. Desta forma, acreditava-se ser possível introduzir um ambiente de livre mercado no qual investidores privados aportariam o capital necessário à expansão do sistema.

A competição nas atividades de geração e comercialização seria responsável por produzir um preço justo para a energia elétrica, que serviria como sinalizador das reais necessidades de investimento sobre os sistemas atualmente existentes. Entretanto, diversos fatores contribuíram para o não funcionamento do modelo em implantação, dentre os quais poder-se-ia citar disputas jurídicas mal resolvidas acerca do faturamento de energia elétrica no

Mercado Atacadista de Energia Elétrica (MAE) e o racionamento de energia ocorrido em 2001, sendo discutível as reais causas geradoras dos problemas, se devido a problemas no modelo proposto ou a uma incompleta implementação do mesmo.

Os problemas vividos ao longo dos últimos anos mostraram que o mercado elétrico no Brasil está sujeito a grandes incertezas, o que desestimula os investimentos no setor. Face a esta situação, o governo tenta instituir uma política de administração do risco baseada no uso de contratos de longo prazo. Esses contratos, conhecidos por contratos de suprimento, envolvem volumes negociados no atacado, e são firmados entre agentes supridores, constituídos por geradoras ou comercializadoras, e agentes fornecedores de eletricidade, constituídos por distribuidoras ou comercializadoras – responsáveis por adquirir eletricidade através dos contratos de suprimento e revendê-la a seus clientes –, ou clientes livres – adquirem eletricidade no atacado para consumo próprio.

Ainda, os contratos de longo prazo não devem ser os únicos mecanismos a serem adotados por empresas de energia elétrica no gerenciamento de seus riscos e, portanto, esta dissertação se presta a apresentar uma avaliação dos referidos contratos associada à utilização de outros instrumentos que possibilitem uma administração eficiente dos riscos presentes nas atividades de compra e venda de eletricidade.

1.2. Motivação

Este trabalho foi desenvolvido motivado pela necessidade de avaliar e gerenciar os riscos envolvidos nas atividades de comprar e vender energia elétrica dentro de um novo ambiente de competição que vem sendo desenvolvido e implantado no Brasil ao longo dos últimos anos.

A nova direção indicada, que aponta para a utilização de contratos de prazos mais longos, se deve principalmente ao insucesso na expansão da oferta de energia notada nos últimos anos, com especial atenção ao racionamento de energia ocorrido no ano de 2001, e tendo em vista que o parque gerador brasileiro apresenta singular característica, que é a intrínseca dependência das “chuvas”. Seu parque gerador predominantemente hidráulico

introduz um fator de risco que torna o processo de previsão de oferta de energia demasiadamente incerto. Esta incerteza na variável afluência hidrológica é então transferida aos preços da energia vendida, estando comercializadoras, distribuidoras e clientes livres incluídos entre os compradores. Com isto, acredita-se que acordos de transação de energia de mais longo prazo deverão trazer garantias de retorno e maior segurança aos investidores perante o risco elevado presente no mercado de energia de curto prazo.

Conforme citado, os contratos elétricos firmados entre as empresas que fazem parte do mercado de energia elétrica tendem a assumir papel de considerável relevância na gestão do risco a que tais agentes estão submetidos. Assim, motivado pelo ensejo de apresentar uma metodologia que possa ser aplicada em ferramentas de apoio à tomada de decisão, optou-se por avaliar contratos bilaterais de compra e venda de energia elétrica.

Além da avaliação do risco presente nos contratos bilaterais, considerou-se que as formas de contratação de energia elétrica hoje existentes tendem a evoluir de acordo com as necessidades das empresas, surgindo novas formas de contratação que possibilitem um gerenciamento mais eficaz dos riscos presentes no mercado elétrico. Assim sendo, antepondo-se à efetiva utilização de contratos futuros, opções e outros instrumentos físicos e financeiros que podem vir a ser utilizados na administração do risco das empresas, a expectativa de que tais instrumentos “sairão do papel” para complementar as transações no mercado elétrico motivou a inclusão de uma avaliação sobre seus efeitos na gestão do risco.

1.3. Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma forma de avaliar os contratos bilaterais de suprimento de energia elétrica em função do faturamento esperado para os mesmos e o risco inerente aos referidos contratos, levando em conta que os agentes envolvidos estarão inseridos em um ambiente de competição.

Assim sendo, como primeiro passo para uma avaliação dos contratos considera-se necessário conhecer a estrutura operacional dos mesmos. O conhecimento dos elementos que compõem o contrato e a forma com que as variáveis envolvidas no processo se relacionam

com o retorno proveniente do contrato é a chave para determinar o comportamento do resultado dos citados contratos, e conseqüentemente o risco associado ao resultado. Logo, tem-se como primeiro objetivo desta dissertação apresentar a estrutura que compõe um contrato bilateral de compra e venda de energia elétrica. Para este fim, será utilizada como referência a estrutura dos denominados contratos iniciais na proposição de contratos bilaterais a serem livremente negociados no mercado de eletricidade.

O conhecimento da estrutura de um contrato bilateral de suprimento permitirá identificar os elementos que introduzem risco ao resultado do referido contrato, requerendo uma metodologia para avaliar o impacto imputado por estes elementos ao seu resultado. Logo, um segundo objetivo desta dissertação é apresentar uma modelagem do comportamento das variáveis que introduzem incerteza ao resultado dos contratos elétricos.

Com base na identificação das variáveis que imputam risco aos contratos e na modelagem do comportamento das mesmas, o próximo passo deve consistir em aplicar os valores obtidos à avaliação do risco dos contratos em função das incertezas nos elementos contratuais. Para tal análise será demonstrado que se pode utilizar a teoria de precificação de opções. Portanto, o terceiro objetivo desta dissertação é apresentar uma modelagem para a avaliação do risco através da teoria de precificação de opções.

Para completar o desenvolvimento de uma ferramenta que seja eficaz no apoio à tomada de decisão, tem-se como quarto objetivo introduzir conceitos aplicáveis à definição de estratégias de mercado com base nos valores esperados de faturamento e riscos determinados para os contratos. Tais estratégias devem estar voltadas aos objetivos da empresa, quer sejam os mesmos maximizar ganhos, diminuir o risco ou prover produtos especiais para seus clientes. Assim sendo, como último objetivo pretende-se apresentar aplicações da metodologia a ser desenvolvida na avaliação dos contratos e a utilização de instrumentos financeiros e técnicas de gestão que podem ser aplicados à administração dos contratos.

1.4. Estrutura da Dissertação

A dissertação se divide de acordo com os capítulos apresentados a seguir:

- **Capítulo 2 – Estrutura dos Contratos Elétricos de Suprimento:** Este capítulo apresenta a estrutura aplicada para os contratos iniciais, atualmente utilizados, com base nas resoluções da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), as quais regem a configuração dos mesmos. A estrutura dos contratos iniciais servirá como referência na proposição de outras formas de contratos bilaterais, sendo incorporada a característica de os faturamentos dos referidos contratos não dependerem dos valores do preço da eletricidade no mercado à vista. A estrutura de tais contratos será a base para a identificação das variáveis que imputam risco aos faturamentos dos mesmos e para as posteriores análises a serem feitas ao longo da dissertação.
- **Capítulo 3 – Modelagem dos Fatores de Risco dos Contratos Elétricos:** neste capítulo serão apresentadas as modelagens das variáveis que imputam risco aos contratos elétricos. Conforme será apresentado, essas variáveis são o preço *spot* da energia elétrica e o consumo de energia elétrica, este último representado pela energia consumida e pela demanda máxima, registrado no período de faturamento. As modelagens levarão em conta o comportamento estocástico característico das variáveis, implementando à modelagem das mesmas os efeitos de reversão à média, modulação e sazonalidade quando aplicáveis.
- **Capítulo 4 – Aplicação da Teoria de Precificação de Opções na Avaliação do Risco dos Contratos Elétricos:** este capítulo apresenta os conceitos básicos da avaliação de contratos de opções, demonstrando que o faturamento dos contratos elétricos pode ser representado por estruturas semelhantes às estruturas dos referidos contratos de opção. Assim sendo, após identificadas as opções embutidas em contratos de energia elétrica, são então apresentadas formas de valorar tais opções através da teoria de precificação de opções utilizando métodos probabilísticos. A implementação das mesmas pode então ser realizada através de simulações computacionais.
- **Capítulo 5 – Aplicações da Metodologia de Avaliação dos Contratos Elétricos:** conhecidas as variáveis que imputam risco aos contratos elétricos, a modelagem de seu comportamento e uma técnica para precificar tal risco, pode-se então avaliar os contratos em função dos valores esperados de faturamento e respectivos riscos. Este capítulo apresenta os resultados que podem ser alcançados com as modelagens das

variáveis apresentadas, contendo avaliações dos contratos bilaterais em função de diferentes níveis contratuais de demanda e energia. Ainda, apresenta duas formas de gerenciar o risco presente na atividade de compra e venda de energia elétrica, sendo a primeira através da flexibilidade presente no ajuste dinâmico de níveis contratuais de energia e demanda para o longo prazo, e o segundo exemplo apresenta uma forma de gerenciar o risco através da utilização de contratos de opção.

- **Capítulo 6: Conclusões e Recomendações para Trabalhos Futuros:** Este capítulo sintetiza as principais conclusões obtidas ao longo desta dissertação, apresentando direções para desenvolvimentos futuros com base na metodologia apresentada ao longo da dissertação.

1.5. Considerações Finais

A avaliação de contratos de longo prazo de suprimento de energia elétrica apresenta importância ímpar na atual direção apontada pelas políticas governamentais para a área de energia. Assim sendo, a metodologia apresentada ao longo da dissertação utiliza-se de consolidadas técnicas de previsão e avaliação de risco na análise dos contratos.

Os resultados a serem alcançados com a utilização da metodologia apresentada devem servir como referência na definição de estratégias de gerenciamento da carteira de contratos para empresas envolvidas no processo de compra e venda de energia elétrica. Assim sendo, tem-se que a base de conhecimento apresentada neste trabalho compõe uma referência para diversas análises possíveis e necessárias acerca dos resultados esperados pelo uso de contratos bilaterais de suprimento, que vão desde a definição da necessidade de uso de instrumentos de *hedging* até a definição de preços a serem praticados nos contratos.

Logo, este trabalho destina-se particularmente a municiar os analistas de contratos com uma ferramenta que lhes permita conhecer de forma precisa os resultados possíveis e esperados para os contratos a serem firmados.

Capítulo 2

Estrutura dos Contratos Elétricos de Suprimento

2.1. Considerações Iniciais

Uma vez que o objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia para a avaliação de contratos elétricos, o conhecimento da estrutura dos mesmos apresenta vital importância para uma correta compreensão dos elementos que imputam risco ao resultado esperado dos citados contratos. Assim sendo, neste capítulo será apresentada a estrutura de contratos elétricos de suprimento, a ser utilizada como referência na metodologia de análise a ser desenvolvida ao longo da dissertação.

Os contratos a serem analisados são os contratos bilaterais de compra e venda de energia elétrica, denominados contratos de suprimento. Será utilizada como referência a estrutura vigente para os denominados *contratos iniciais*¹ na proposição da estrutura para contratos bilaterais, estes últimos livremente negociados entre agentes supridores e agentes consumidores.

Definir os elementos que devem compor a estrutura de um contrato é tarefa mais complexa do que se possa supor. A determinação dos parâmetros a serem cobrados dos consumidores e a forma de fazê-lo deve ter como objetivo garantir a recuperação dos montantes investidos no sistema existente, bem como prover os agentes responsáveis pela produção e transporte da energia dos recursos necessários para a operação e manutenção

¹ Com o intuito de manter a estabilidade de preços negociados da eletricidade durante o período de transição do modelo regulado de comercialização da eletricidade para o modelo de competição, os contratos iniciais são acordos de longo prazo de compra e venda de energia elétrica firmados entre concessionários de geração e concessionários distribuidores que, de acordo com o projeto de Reestruturação do Sistema Elétrico Brasileiro, apresentam validade durante o período de implementação da competição no mercado de energia elétrica.

adequada dos sistemas. Some-se a esses elementos a necessidade de ter retorno adequado ao capital investido em melhorias e expansões do sistema, uma vez que existe um custo de oportunidade² sobre os investimentos, sendo aceito que seu valor deve estar associado ao nível de risco do empreendimento. Tem-se nessas diretrizes para determinação dos parâmetros de um contrato a busca pela compensação dos custos embutidos no sistema.

Associada à necessidade de compensação dos agentes produtores, encontra-se a limitação econômica que impõe suprimento de eletricidade a toda a sociedade a custos acessíveis, isto é, universalização do serviço e tarifas módicas. Logo, embute-se na análise de um contrato o embate entre a busca por resultados positivos por parte dos investidores e as restrições impostas por uma sociedade com escassez de recursos.

Assim sendo, uma questão que deve ser avaliada no momento da proposição de modelos para contratos de energia é qual o parâmetro que melhor representa o ativo eletricidade a ser contratado. Em outras palavras, deve-se definir o que será contratado; energia, demanda de potência, horário de consumo, limites máximos para o consumo ou outro parâmetro representativo do consumo de eletricidade, o qual garanta da forma mais eficiente os recursos necessários para recompensar os agentes produtores, responsáveis por um fornecimento de eletricidade dentro de padrões de qualidade definidos pela sociedade.

Conforme será apresentado a seguir, os contratos bilaterais de suprimento de eletricidade baseiam-se na definição de quantidades de energia consumida e demanda de potência máxima para representar o ressarcimento financeiro que as empresas supridoras de energia necessitam receber. Tal estrutura de contratação introduz no contrato o conceito de tarifa binômia, que recebe este nome por tratar o faturamento de energia elétrica através de duas parcelas distintas, que são faturamento de energia e faturamento de demanda.

As variáveis mencionadas representam os elementos responsáveis por agregar valor ao contrato, já que desempenham o papel de proteger ambos os agentes contratantes das incertezas inerentes ao mercado de energia elétrica. Por outro lado, não é possível selar um contrato que neutralize completamente os riscos a que estão sujeitas ambas as partes contratantes, e é justamente no comportamento aleatório das variáveis consumo de energia e

² Entende-se custo de oportunidade como o retorno mínimo esperado para o investimento, definido em função dos retornos esperados para as diferentes alternativas de investimentos possíveis de serem realizadas pelo empreendedor.

preço de mercado da energia que reside a incerteza responsável por imputar risco aos contratos. O agente pode estar sujeito a “penalidades” em função de um contrato mal dimensionado para suas reais necessidades, imputando-lhe gastos que poderiam ser evitados, como pagar por contratação em excesso ou permanecer com uma exposição ao risco muito elevada devido a uma contratação insuficiente.

Para gerenciar o risco a que um agente está exposto, diferentes tipos de contratos vêm sendo desenvolvidos e busca-se a implementação e operacionalização dos mesmos dentro do mercado de energia elétrica. Tal tarefa não é simples e um longo espaço de tempo deve se passar até que mecanismos de proteção, conhecidos como instrumentos de *hedging*, estejam operacionais e com liquidez suficiente para prover uma satisfatória proteção aos agentes interessados.

Portanto, este capítulo deverá conter as informações sobre os contratos iniciais, que servirão como referência à proposição de modelos de contratos bilaterais de suprimento de eletricidade, a serem livremente negociados, sendo agregados à estrutura dos mesmos, comentários sobre o impacto de suas configurações na exposição dos agentes ao risco.

2.2. Contratos Iniciais

Para a apresentação da estrutura dos contratos iniciais foram tomadas como base as seguintes resoluções publicadas pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL):

- Resolução N° 244, de 30 de julho de 1998, a qual estabelece os critérios de cálculo dos montantes de energia e demanda de potência, a serem considerados nos contratos iniciais, e a qual será referida por resolução 244 ao longo da dissertação;
- Resolução N° 44, de 1° de fevereiro de 2001, a qual estabelece as diretrizes e condições para os contratos iniciais de compra e venda de energia elétrica, a qual será referida por resolução 44 ao longo da dissertação;
- as quantidades de energia e demanda de potência, bem como seus respectivos preços unitários, são valores homologados através de resoluções da ANEEL e atualizados conforme haja necessidade. Dentre tais resoluções poderia citar como exemplo as

resoluções N° 141 e N° 143, ambas de 9 de junho de 1999, as quais estabelecem montantes de energia e demanda de potência e tarifas de compra e venda de energia elétrica, respectivamente, a serem utilizados nos contratos iniciais.

Outras referências aos contratos iniciais podem ser encontradas em [1] e [2]. Com base nas informações presentes nas resoluções citadas, pode-se apresentar a estrutura que compõe um contrato inicial, sendo o mesmo constituído por:

a) Parâmetros contratados [4, 6]

a.1) **Consumo de Energia (EC):** contrata-se um valor anual máximo de consumo de energia, registrado nos contratos em MW médios³ (MWmed). Utiliza-se a unidade MWmed uma vez que se considera que o consumo estará distribuído ao longo de todo o período contratado, ao invés de concentrado em um período específico da vida do contrato. Assim sendo, este valor pode ser entendido como representativo da demanda média do consumo durante os períodos de faturamento.

Para a obtenção do valor de energia contratada, *EC*, em MWh, basta multiplicar o valor dado em MWmed pelo número de horas, *T*, correspondentes ao período analisado, conforme apresentado a seguir. Desta forma, obtém-se o consumo médio esperado para o período em questão.

$$EC[MWh] = EC[MWmed] \cdot T[horas] \quad (2.1)$$

Como exemplo, multiplica-se o valor contratado, em MWmed, por 8760 horas⁴ para determinar o montante de energia contratada, em MWh, a ser consumido ao longo do ano inteiro. Logo, tem-se que 1 MWmed anual, a ser referido apenas por MWmed, equivale a 8760 MWh.

- *Sazonalização do consumo de energia* [1, 3]: para a determinação dos consumos de energia contratados a serem aplicados mês a mês, é necessário que seja feita a sazonalização do consumo ao longo do ano. Sua implementação pode ser obtida

³ Carga Própria de Energia (MWmed): demanda média requerida de uma instalação ou conjunto de instalações durante um determinado período de referência (relação entre a energia consumida, ou gerada, em MWh e o tempo de funcionamento das instalações, em horas).

⁴ 365 dias x 24 horas = 8760 horas

multiplicando-se o valor contratado de energia anual por um coeficiente de sazonalização, definido em função das características específicas de consumo de cada agente ao longo do ano. Assim, tem-se:

$$EC_m = EC \cdot f_{Sm} \quad (2.2)$$

onde EC_m corresponde à energia contratada para o mês m , obtida em função da contratação de energia anual, EC , sazonalizada pelo coeficiente f_{Sm} .

- *Modulação do consumo de energia* [2, 3]: dentro de cada mês, o comportamento do consumidor é caracterizado por sua curva diária de demanda, o que faz com que o consumo contratado de energia seja discretizado ao longo dos períodos do dia. De acordo com as Regras de Mercado [3], para os contratos iniciais esta modulação se faz discretizando os valores de energia contratados em patamares de carga, sendo considerados três patamares de carga distintos: leve, média e pesada. Logo, a obtenção da energia contratada referente a cada período de comercialização pode ser obtida a partir de um coeficiente de modulação aplicado ao valor de energia contratado para o mês de referência. Tem-se portanto:

$$EC_{mh} = EC_m \cdot f_{Mh} = EC \cdot f_{Sm} \cdot f_{Mh} \quad (2.3)$$

onde EC_{mh} representa o valor de energia contratada no mês de referência, m , modulado pelo coeficiente f_{Mh} para o período de comercialização h , ao qual corresponde determinado patamar de carga.

Observação: Algumas análises consideram os 12 meses do ano com períodos de duração total iguais, resultando em meses de 730 horas de duração. Assim sendo, de acordo com a equação (2.1), define-se 1 MWmês como correspondente a 730 MWh.

- a.2) **Demanda de Potência Máxima (DC):** contrata-se um limite máximo de demanda de potência em função das limitações físicas dos sistemas elétricos em atender as diversas cargas operando simultaneamente. Desta forma, o custo de manutenção de um sistema robusto e das expansões necessárias ao atendimento do crescimento da carga instalada no sistema pode ser recuperado. A unidade de medida

de demanda de potência registrada nos contratos é o MWh/h⁵, que equivale numericamente a valores registrados em MW.

Em função do comportamento sazonal do consumo de energia, os valores de demanda de potência máxima são implementados em patamares mensais, de modo a refletir a sazonalidade. De acordo com a resolução 244, “...a contratação de demanda de potência deverá ser vinculada à contratação de energia, utilizando-se o fator de carga mensal previsto do mercado a ser atendido...”, resultando na incorporação da sazonalidade aos valores de demanda contratados, devido ao uso dos fatores de carga mensais.

O fator de carga, FC , é definido como sendo o quociente entre a demanda média, D_{med} , e a demanda máxima, D_{max} , podendo ser estimado a partir dos registros históricos de medição para o dado consumidor. Deste modo, o fator de carga pode ser obtido em função da energia consumida e da demanda de potência máxima registradas, de acordo com a equação apresentada a seguir:

$$FC = \frac{D_{med}}{D_{max}} = \frac{En/T}{D_{max}} \quad (2.4)$$

onde T é o tempo total do período de faturamento, especificado em horas, e En é a energia consumida no período T , medida em MWh. Note-se que são obtidos diferentes valores para o fator de carga a cada período de faturamento, implicando na utilização de fatores de cargas mensais, FC_m .

Prosseguindo, os fatores de carga mensais devem ser aplicados aos valores de energia contratados de modo a obter os valores de demanda máxima a serem contratados em cada mês correspondente. Logo, obtém-se a partir da equação (2.4):

$$DC_m = \frac{EC_m [MWh]}{T_m \cdot FCC_m} \quad (2.5)$$

⁵ Carga Própria de Demanda (MWh/h): maior média de demanda registrada em intervalos 15 minutos, e verificada num determinado período de referência, normalmente equivalente ao período de faturamento.

onde T_m é o número de horas correspondente ao mês de referência m , e a variável FCC_m representa o valor do fator de carga implícito na relação entre os valores de energia e demanda máxima firmados no contrato, sendo por isso denominado fator de carga “contratado”.

b) Preços Unitários dos Parâmetros Contratados [5, 7]

b.1) **Tarifa de Energia (TEC):** a tarifa de energia indica o custo a ser pago por unidade de energia elétrica consumida (MWh), e é cotada em R\$/MWh. Seu valor é único e aplicável ao consumo agregado de todos os consumidores que fazem parte do contrato analisado.

Note que utiliza-se para a definição dos preços unitários o termo *tarifa*, uma vez que ao se lidar com os contratos iniciais, tem-se em mãos um contrato negociado em um ambiente regulado, e não de competição. Tal aspecto leva a concluir que ao se avaliar um contrato bilateral livremente negociado utilize-se o termo *preço*, já que o mesmo faria jus à denominação recebida em função de ser um valor negociado em um ambiente livre, determinado pela interação direta entre agentes de oferta e demanda.

b.2) **Tarifa de Demanda (TDC):** esta tarifa indica o custo por unidade de potência demandada e é cotada em R\$/kW. Diferentemente da tarifa de energia, seu valor varia de acordo com o tipo de consumidor, sendo seu valor segregado de acordo com níveis de tensão. Assim, o valor de tarifa de demanda é aplicável à demanda agregada dentro de cada nível de tensão considerado.

De maneira análoga à explicitada para a tarifa de energia, a tarifa de demanda deve ser tratada como preço caso seja negociada em um ambiente de livre competição entre agentes.

c) Regras para o Faturamento [5]

A diretriz geral para o faturamento da energia vendida baseia-se em dois componentes principais, que são a parcela referente ao consumo dentro dos limites contratuais e a parcela referente a ultrapassagens de demanda de potência ou energia.

Conforme será apresentado a seguir, o faturamento referente à demanda requerida e energia consumida dentro dos limites contratuais representa uma parcela fixa do faturamento. Já o faturamento referente às ultrapassagens dos limites contratuais dependerá de as partes contratantes estarem incluídas no ambiente de negociação do mercado atacadista de energia elétrica ou não.

De acordo com a resolução 44, tem-se que “o faturamento mensal deverá considerar os montantes de energia e demanda de potência contratados, sempre que os valores verificados por medição resultarem iguais ou inferiores”, donde podem ser extraídas duas componentes que definem valores fixos a serem faturados:

- c.1) **Faturamento devido à demanda contratada (F_{DC}):** corresponde ao montante faturado em função da contratação de demanda de potência máxima. Seu valor é fixo e garantido durante todos os meses de faturamento englobados pelo contrato. Para representá-lo será utilizado o termo F_{DC} , referente ao faturamento de demanda contratada:

$$F_{DCm} = DC_m \cdot TDC \quad (2.6)$$

onde o índice m representa o mês referente ao faturamento.

- c.2) **Faturamento devido à energia contratada (F_{EC}):** corresponde ao montante faturado em função da contratação de energia. Seu valor é fixo e garantido durante todos os meses de faturamento englobados pelo contrato. Para representá-lo será utilizado o termo F_{EC} , referente ao faturamento de energia contratada:

$$F_{ECm} = EC_m \cdot TEC \quad (2.7)$$

onde o índice m representa o mês referente ao faturamento.

Os valores obtidos pela aplicação das equações (2.6) e (2.7) representam um montante de faturamento fixo, garantido durante todo o período de validade do contrato. É esta característica presente nos modelos de contratos bilaterais que imputa aos contratos iniciais e

modelos de contratos similares a propriedade de proteger os agentes contra oscilações nos preços de mercado da energia elétrica.

Por outro lado, note que o princípio presente neste instrumento, e que elimina o risco do preço de mercado da energia, é o responsável por limitar a possibilidade de ganhos no caso de variações de preço da energia elétrica favoráveis a um agente contratante.

É justamente devido a essa característica dual de proteção contra o risco e restrição a possíveis ganhos que os valores a serem contratados merecem atenção especial dos analistas de contratos. Os analistas devem ajustar suas posições de acordo com as premissas e os objetivos procurados por sua empresa, de tal modo a ponderar o risco a que estão dispostos a se expor com a tentativa de maximizar ganhos. Uma decisão acertada em relação a suas estratégias de contratação da eletricidade e posicionamento no mercado é fundamental para permitir a adição de valor para a empresa.

Entretanto, deve-se mencionar que outro elemento expõe o agente contratante ao risco, qual seja a aleatoriedade presente no comportamento dos parâmetros contratados, ou seja, demanda de potência e energia efetivamente registradas. O consumo de energia futuro apresenta comportamento aleatório que pode ser representado por modelos estocásticos⁶ e, portanto, existe uma incerteza em relação aos valores efetivos de consumo a serem registrados nas datas futuras correspondentes que imputam um grau de risco aos contratos.

Sob a hipótese de que o agente pode escolher entre contratar no longo prazo ou comprar/vender energia no mercado à vista, conclui-se que o risco inerente aos contratos devido ao fator consumo deve ser inferior ao risco de mercado, caso contrário a utilização de contratos modelados da forma apresentada, ou seja, eliminando o risco de mercado, seria uma alternativa menos atrativa do ponto de vista econômico, uma vez que os mesmos apresentariam menores possibilidades de ganho com grau de risco equivalente ou superior à alternativa de não se contratar. Esta afirmação está de acordo com a idéia de que mecanismos de proteção contra o risco, como os contratos derivativos, são atrativos apenas quando se está inserido em um mercado onde o risco presente nas transações não pode ser administrado através de “outros mecanismos” economicamente mais eficientes.

⁶ Um modelo estocástico representa variáveis aleatórias caracterizadas por distribuições probabilísticas variáveis no tempo.

Logo, o comportamento estocástico do consumo introduz risco ao contrato em função de possíveis ultrapassagens nos limites contratados de demanda de potência ou energia consumida. As ultrapassagens compõem a parcela variável do faturamento, e seu comportamento aleatório é responsável por imputar risco aos contratos iniciais.

Apresenta-se a seguir a metodologia que determina o faturamento de ultrapassagem para os contratos iniciais. De acordo com a resolução 44, as formas de se aplicar a “punição” por ultrapassagem sobre os limites contratados diferem de agentes que participam do mercado atacadista de energia elétrica para os que não participam, e se baseiam na aplicação de tarifas diferenciadas sobre o consumo registrado excedente ao contratado.

Considerar-se-á para a análise dos contratos iniciais que ambos os agentes supridores e consumidores são participantes do mercado atacadista de energia elétrica, sendo apresentada neste tópico apenas a metodologia para determinação das tarifas de ultrapassagem para esta condição. Para a condição em que alguma das partes contratantes não participe do mercado de energia elétrica, as regras que definem as tarifas de ultrapassagem podem ser encontradas na referência [5].

c.3) **Faturamento devido a ultrapassagens:** corresponde ao faturamento proveniente da aplicação de tarifas de ultrapassagem ao consumo excedente em relação aos níveis contratados de demanda ou energia. De acordo com a resolução 44, nos períodos em que houver desrespeito aos limites contratados, deve-se aplicar as regras celebradas no Acordo de Mercado às quantidades que excederem os valores contratados. Assim, os agentes estão sujeitos a duas possíveis condições de ultrapassagem:

- *ultrapassagem na demanda de potência contratada (FU_D):* tomando como referência as Regras de Mercado [3], não existe cobrança relativa a demanda requerida. Assim sendo, tem-se para contratos iniciais que o faturamento de demanda devido a ultrapassagem, FU_D , é nulo:

$$FU_{Dmh} = 0 \quad (2.8)$$

- *ultrapassagem na energia consumida contratada (FU_E):* o excedente no consumo de energia deve ser considerado como energia livremente negociada no mercado à

vista de energia elétrica e, portanto, está sujeito a ser faturado pelo preço à vista, denominado de preço *spot*, \tilde{S} , da eletricidade. Assim, para a obtenção do faturamento de energia devido a ultrapassagem, FU_E , aplica-se o preço *spot* da eletricidade ao excedente de energia consumido sobre o nível contratado, conforme a equação apresentada a seguir:

$$FU_{Emh} = \max(\tilde{E}R_{mh} - EC_{mh}, 0) \cdot \tilde{S}_{mh} \quad (2.9)$$

onde $\tilde{E}R_{mh}$ representa o valor do consumo de energia efetivamente registrado no mês de referência m e modulado para o período h , e $\max(var_1, var_2)$ refere-se ao operador matemático “máximo”, o qual retorna como resultado o maior valor entre as variáveis var_1 e var_2 .

Analisando-se a equação (2.9), percebe-se que $\tilde{E}R - EC$ representa o valor da ultrapassagem de energia registrada sobre a contratada para o período analisado. A ultrapassagem calculada dessa forma pode assumir valores negativos, hipótese em que o valor contratado é superior ao consumido e, portanto, o operador $\max(\tilde{E}R - EC, 0)$ resulta em zero, fazendo com que o faturamento por ultrapassagem seja nulo. Por outro lado, caso a energia consumida seja superior à contratada, então $\max(\tilde{E}R - EC, 0)$ assumirá o valor $\tilde{E}R - EC$, que é positivo, e existirá um valor de faturamento por ultrapassagem.

O faturamento total, FT , de um contrato inicial é obtido pela soma das quatro parcelas de faturamento apresentadas, obtendo-se:

$$FT_m = FD_m + FE_m = \left(F_{DCm} + \sum_{h=1}^{Tm} FU_{Dmh} \right) + \left(F_{ECm} + \sum_{h=1}^{Tm} FU_{Emh} \right) \quad (2.10)$$

Substituindo-se as parcelas de faturamento por suas respectivas fórmulas de cálculo, representadas pelas equações (2.6), (2.7), (2.8) e (2.9), obtém-se:

$$FT_m = DC_m \cdot TDC + EC_m \cdot TEC + \sum_{h=1}^{Tm} \max(\tilde{E}R_{mh} - EC_{mh}, 0) \cdot \tilde{S}_{mh} \quad (2.11)$$

Concluindo, determinado o faturamento resultante de um contrato inicial, pode-se perceber claramente que a parcela de faturamento por ultrapassagem é responsável por introduzir risco aos contratos iniciais, por ser uma função de duas variáveis com comportamento aleatório, que são o consumo de energia e o preço *spot* da energia elétrica. Assim, tem-se que o risco presente nos contratos iniciais será também uma função do consumo registrado e do preço *spot* da energia elétrica:

$$Risco_Contrato_Inicial = f(\tilde{E}R, \tilde{S}) \quad (2.12)$$

2.3. Propostas para Contratos Bilaterais de Suprimento de Eletricidade

Tendo sido apresentada a estrutura dos contratos iniciais, pode-se esperar que os contratos bilaterais a serem firmados entre os agentes apresentem estrutura semelhante. Assim sendo, este tópico referir-se-á à avaliação da influência das tarifas sobre os resultados obtidos a partir de contratos bilaterais de suprimento. O conhecimento do impacto das tarifas, ou preços, sobre o faturamento dos contratos em função da configuração que se implemente para os mesmos permitirá apresentar propostas para contratos bilaterais a serem livremente negociados que servirão de base para as análises posteriores a serem apresentadas ao longo desta dissertação.

Assume-se aqui que os agentes contratantes estão inseridos no mercado atacadista de energia elétrica, podendo comprar/vender o déficit/excedente de energia no mercado à vista caso determinem desta forma. Entretanto, esta opção deverá ser escolha dos respectivos agentes, uma vez que as negociações no mercado são livres e os mesmos podem decidir entre atuar no mercado à vista ou destinar suas decisões de compra e venda a contratos de longo prazo com cláusulas que eliminem a necessidade futura de atuar no mercado à vista.

Para o caso em que a decisão dos agentes seja negociar o déficit/excedente de energia no mercado à vista, será considerada a estrutura apresentada para os contratos iniciais. Tendo em vista que existe uma tendência atual de que as negociações de energia no mercado à vista sirvam apenas para ajustes pequenos, serão apresentadas estruturas para contratos bilaterais em que a possível necessidade de negociar energia no mercado à vista seja eliminada por

completo. Conforme se verá, tais estruturas de contratos apresentam a vantagem de eliminar por completo o risco de mercado, tendo como contrapartida a possível perda por eliminar a possibilidade de ganhos caso o mercado evolua favoravelmente em relação às posições tomadas pelo agente.

As estruturas de contratos a serem apresentadas, e que podem servir como modelo para futuros contratos, terão como premissa o fato de as diferenças entre os valores de energia e demanda contratados e os efetivamente registrados serem negociados entre as partes contratantes, sem que qualquer uma das partes precise atuar no mercado à vista para cumprir suas obrigações. Desta forma, garante-se que os faturamentos dos respectivos contratos estarão livres do risco do preço *spot*. Entretanto, tal fato não elimina a necessidade de se conhecer um valor para a energia no curto prazo, já que o mesmo pode servir como referência na definição dos preços a serem aplicados a contratos bilaterais de longo prazo.

As referidas estruturas para os contratos bilaterais a serem apresentadas diferirão em aspectos pontuais, tendo como referência os contratos iniciais, e para fins de identificação serão denominadas de contratos Tipo 1 e Tipo 2, correspondendo respectivamente aos modelos a serem apresentados a seguir.

2.3.1. Proposta para Contrato Bilateral de Suprimento de Eletricidade – Tipo 1

De forma a eliminar a necessidade futura de atuar no mercado à vista de energia elétrica, na estrutura de contrato proposta será adotada a premissa de que os excedentes de energia ou de demanda registrados sejam faturados através de tarifas de ultrapassagem aplicadas às respectivas ultrapassagens. Esta forma de faturamento devido a ultrapassagens é similar à aplicada nos contratos iniciais de agentes que não participam do mercado atacadista de energia elétrica, segundo definido na resolução 44 [5].

As tarifas de ultrapassagem devem ser valoradas no intuito de remunerar os agentes produtores pela exigência de manter uma capacidade adicional de suprimento de energia, a ser utilizada quando o consumo registrado exceder o contratado. Assim sendo, as tarifas de

ultrapassagem devem refletir a remuneração requerida pelos agentes produtores para manter esta reserva de capacidade de suprimento.

Em relação ao contrato bilateral proposto, o faturamento de energia dos contratos iniciais referente às ultrapassagens contabilizadas ao preço de mercado será substituído por um faturamento sobre as ultrapassagens de demanda e de energia contabilizadas a tarifas fixas. Defina-se TUE como sendo a Tarifa de Ultrapassagem de Energia e TUD como sendo a Tarifa de Ultrapassagem de Demanda. Logo, modificando a estrutura apresentada para os contratos iniciais, tem-se:

$$FD_m = DC_m \cdot TDC + \max\left(\max\left(\tilde{D}R_{mh}\Big|_{h=1}^{T_m}\right) - DC_m, 0\right) \cdot TUD \quad (2.13)$$

$$FE_m = EC_m \cdot TEC + \max\left(\sum_{h=1}^{T_m} \tilde{E}R_{mh} - EC_m, 0\right) \cdot TUE \quad (2.14)$$

onde FD e FM representam faturamento de demanda e faturamento de energia, respectivamente, $\tilde{E}R$ e $\tilde{D}R$ representam os valores de energia consumida e demanda máxima de potência⁷ registrados no período h referente ao mês m . O faturamento total do contrato pode ser obtido somando-se as duas parcelas apresentadas nas equações (2.13) e (2.14), sendo dado por:

$$FT_m = DC_m \cdot TDC + EC_m \cdot TEC + \max\left(\max\left(\tilde{D}R_{mh}\Big|_{h=1}^{T_m}\right) - DC_m, 0\right) \cdot TUD + \max\left(\sum_{h=1}^{T_m} \tilde{E}R_{mh} - EC_m, 0\right) \cdot TUE \quad (2.15)$$

O impacto sobre o faturamento devido à estrutura adotada para este contrato pode ser melhor percebido se analisado graficamente seu comportamento. As figuras 2.1 e 2.2 ilustram o impacto da forma de contratação proposta sobre o faturamento a ser realizado.

⁷ Note que $\max\left(\tilde{D}R_{mh}\Big|_{h=1}^{T_m}\right)$ retorna o maior valor registrado de demanda dentro do período analisado $h = 1, 2, \dots, T_m$.

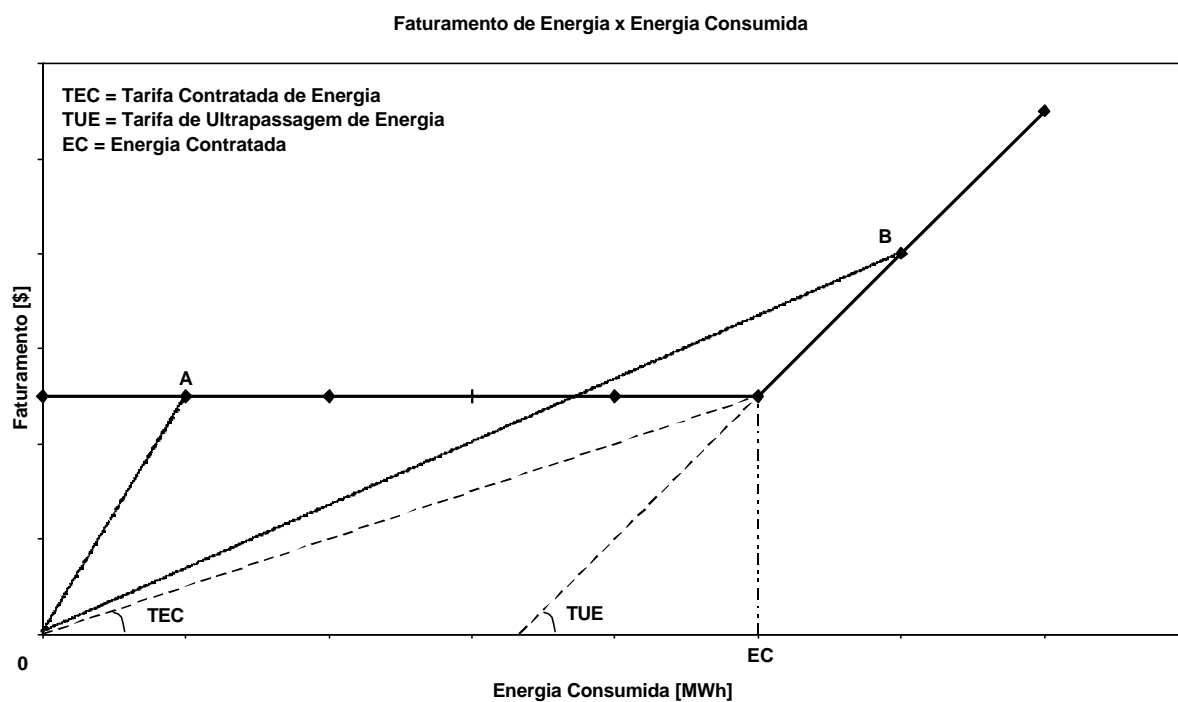


Figura 2.1 – Faturamento de Energia para o Contrato Bilateral Tipo 1

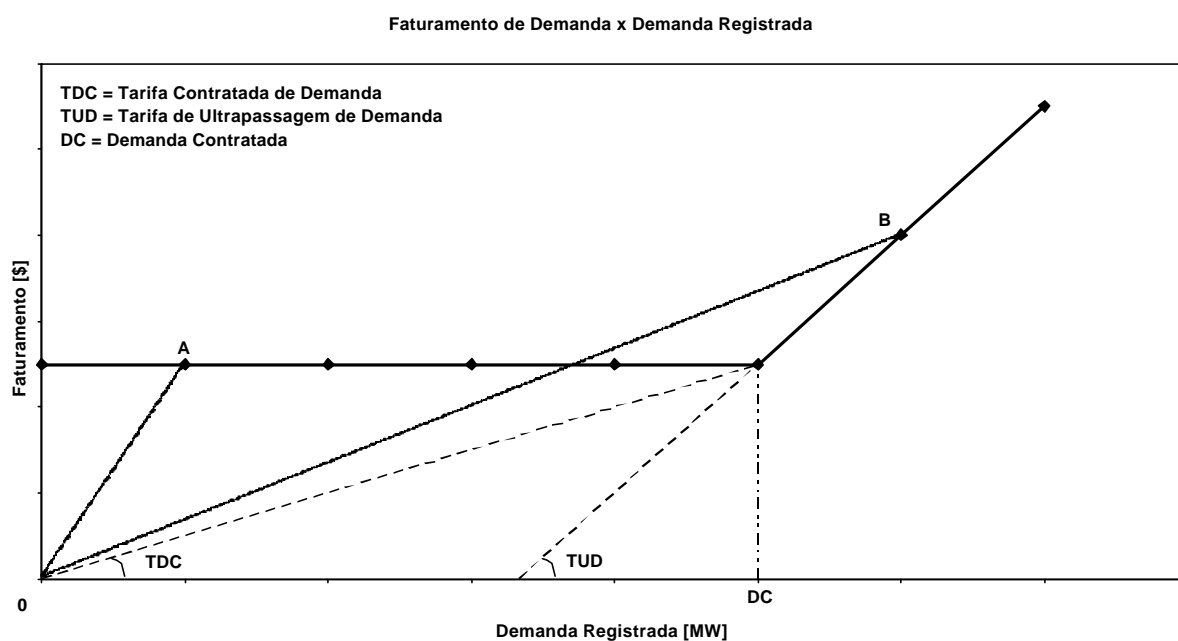


Figura 2.2 – Faturamento de Demanda para o Contrato Bilateral Tipo 1

Observando-se as figuras 2.1 e 2.2 ficam visíveis as parcelas fixas que o consumidor paga, já que para qualquer valor de consumo abaixo dos níveis contratados, DC e EC , o faturamento é fixo, de acordo com os dois primeiros termos do faturamento definido pela equação (2.15). Ainda, ao se analisar as curvas de faturamento para energia e demanda, pode-se observar que a tangente da inclinação das retas que ligam a origem, O , dos gráficos a qualquer nível de faturamento equivale à tarifa “efetiva” paga pelo consumidor. Isto é, caso o consumo seja inferior ao contratado, representado pela reta ligando a origem ao ponto A na figura 2.1 (respectivamente a reta ligando a origem ao ponto A na figura 2.2), a tarifa efetiva paga pelo consumidor é maior do que a tarifa contratada. A tarifa efetiva paga pelo consumidor diminui à medida que o consumo se aproxima da energia contratada, EC , (respectivamente demanda contratada, DC), atingindo seu valor mínimo no ponto em que o consumo registrado coincide com o consumo contratado, situação ótima na qual o consumidor remunera seu consumo pela tarifa contratada, TC . Caso o consumo esteja acima do contratado, a aplicação da tarifa de ultrapassagem, TU , faz com que a tarifa efetiva paga pelo consumidor volte a crescer, sendo esta situação representada na figura 2.1 pela reta ligando a origem ao ponto B (respectivamente representado na figura 2.2 pela reta ligando a origem ao ponto B).

Com base no mencionado acima, conclui-se que está implícita na forma de contratação proposta uma estrutura que funciona como um elemento motivador para que distribuidoras e consumidores livres contratem energia e demanda em função de previsões realistas de seus respectivos consumos esperados, pois, é nesta condição ideal que a tarifa efetiva paga pelos mesmos é mínima. A figura 2.3, apresentada a seguir, ilustra o comportamento da tarifa efetiva em função dos níveis contratado e efetivamente registrado para o consumo, sendo representativa das curvas para o faturamento tanto da demanda quanto da energia.

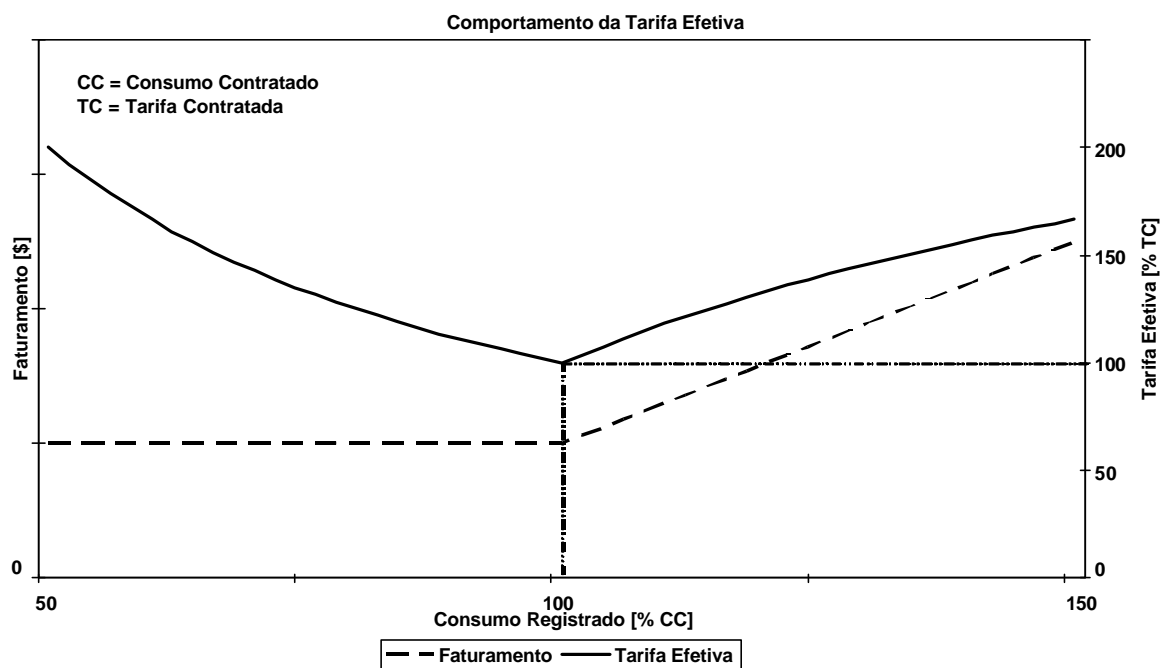


Figura 2.3 – Tarifas Efetivas para Energia e Demanda – Contrato Bilateral Tipo 1

Nota-se claramente que a tarifa efetivamente paga por um consumidor, seja pelo faturamento de energia ou de demanda, equivale a um valor mínimo, igual à tarifa contratada, na condição em que o consumo registrado se iguala ao contratado. Entretanto, este ponto de equilíbrio entre níveis de consumo contratado e de consumo efetivo somente pode ser atingido se as previsões de consumo estiverem condizentes com a realidade. É sob este ponto de vista que a forma de faturar o consumo se apresenta como um motivador para contratações dentro de níveis esperados de consumo realistas.

A figura 2.4, apresentada a seguir, ilustra o comportamento do faturamento total, correspondente ao valor obtido pela equação (2.15), em função dos valores registrados de consumo de energia e de demanda máxima.

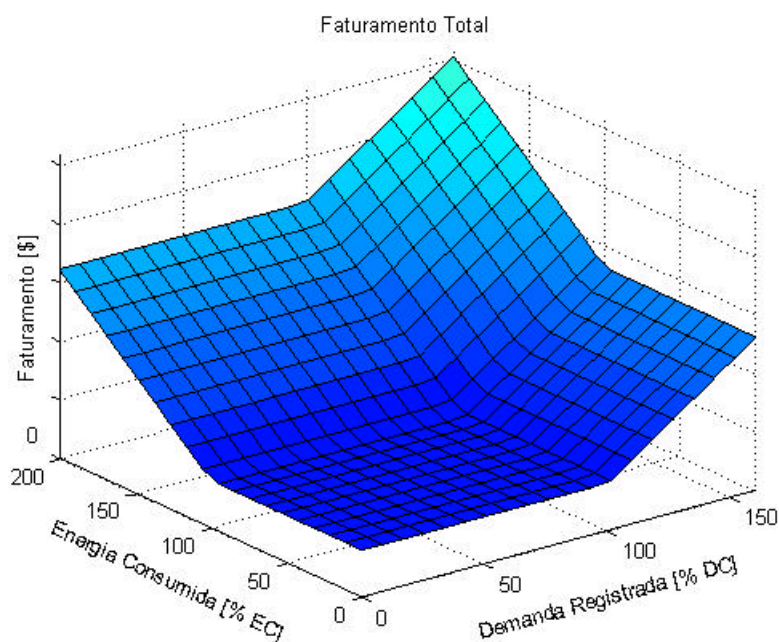


Figura 2.4 – Faturamento Total para o Contrato Bilateral Tipo 1

Através da figura 2.4 pode-se observar claramente os pontos de inflexão onde energia e demanda ultrapassam seus respectivos valores contratados, e o efeito conjunto de ambas sobre o faturamento total.

A figura 2.5, apresentada a seguir, ilustra o comportamento da composição da tarifa efetiva paga pelo consumidor em função dos valores registrados de demanda máxima e energia consumida. Observe que a curva apresentada na figura 2.5 tem significado apenas qualitativo, uma vez que está sendo considerada como tarifa efetiva composta a soma entre valores de tarifa de demanda (R\$/MW) e valores de tarifa de energia (R\$/MWh). Assim sendo, a figura tem o intuito apenas de ilustrar o comportamento de uma hipotética tarifa efetiva composta para as condições de consumo registrados possíveis.

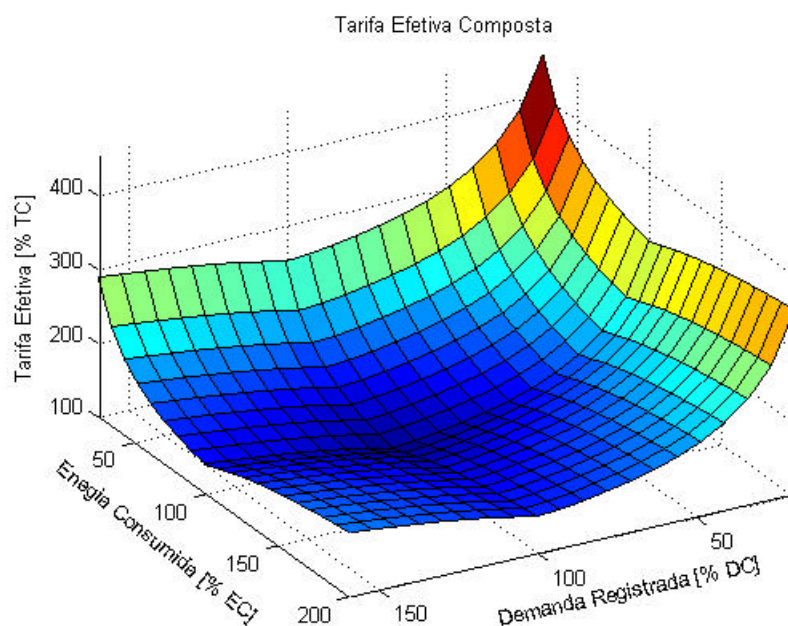


Figura 2.5 – Composição da Tarifa Efetiva – Contrato Bilateral Tipo 1

Nota-se a existência de um ponto de mínimo global, correspondente à condição em que tanto a energia consumida quanto a demanda máxima registradas coincidem com os respectivos valores contratados.

A estrutura de contrato proposta apresenta a característica positiva de induzir os agentes consumidores a estimar com precisão sua demanda futura por energia. Sem tal característica, os agentes supridores defrontariam-se com duas situações possíveis: se não houvesse desvantagem em consumir além dos níveis contratados, o consumidor se veria incentivado a contratar um valor reduzido de consumo na certeza de não ser punido caso seu consumo registrado exceda os níveis contratados, prejudicando o planejamento da expansão e a operação dos sistemas de suprimento e, na condição contrária, se não houvesse uma desvantagem em consumir abaixo do contratado, os mesmos se veriam na condição de contratar qualquer valor elevado com a certeza de que não o ultrapassariam, gerando um problema para os agentes produtores que seriam forçados a manter um sistema superdimensionado com um elevado grau de risco de não serem remunerados pelos investimentos realizados.

Por outro lado, pode-se mencionar que a aplicação de um faturamento fixo para valores de consumo inferiores ao contratado pode ser demasiadamente punitiva para um consumo que efetivamente não aconteceu. Assim, uma segunda alternativa aos contratos bilaterais é apresentada a seguir.

2.3.2. Proposta para Contrato Bilateral de Suprimento de Eletricidade – Tipo 2

Esta estrutura de contrato manterá a independência do faturamento em relação ao preço *spot* utilizando tarifas de ultrapassagem para remunerar o consumo excedente ao contratado. A alteração em relação à proposta anterior terá como objetivo reduzir a penalidade sobre os consumidores pela energia não consumida em relação ao valor contratado, buscando não perder a característica de incentivar os referidos consumidores a estimar com precisão os valores de demanda e de consumo de energia esperados para o futuro, garantindo deste modo que os contratos sejam firmados sobre níveis ótimos de consumo.

Assim, define-se que consumo de energia e demanda máxima registrados abaixo do nível contratado serão faturados de acordo com o valor de tarifa contratada acrescidos de uma penalidade aplicada sobre o consumo registrado aquém do valor contratado. Logo, tome-se os faturamentos de demanda e de energia conforme se apresentam a seguir nas equações (2.16) e (2.17), respectivamente:

$$\begin{aligned} FD_m &= \tilde{D}R_m \cdot TDC + (DC_m - \tilde{D}R_m) \cdot TSD, \quad se \quad \tilde{D}R_m \leq DC_m \\ FD_m &= DC_m \cdot TDC + (\tilde{D}R_m - DC_m) \cdot TUD, \quad se \quad \tilde{D}R_m > DC_m \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$onde: \tilde{D}R_m = \max \left(\tilde{D}R_{mh} \Big|_{h=1}^{Tm} \right)$$

$$\begin{aligned} FE_m &= \tilde{E}R_m \cdot TEC + (EC_m - \tilde{E}R_m) \cdot TSE, \quad se \quad \tilde{E}R_m \leq EC_m \\ FE_m &= EC_m \cdot TEC + (\tilde{E}R_m - EC_m) \cdot TUE, \quad se \quad \tilde{E}R_m > EC_m \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$onde: \tilde{E}R_m = \sum_{h=1}^{Tm} \tilde{E}R_{mh}$$

onde TSE e TSD representam tarifas de subpassagem⁸ a serem aplicadas sobre a parcela do consumo que ficar abaixo do nível contratado. As mesmas podem ser adotadas como valendo a tarifa contratada multiplicada por um coeficiente k , com $0 < k < 1$. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} TSD &= k_D \cdot TDC, \quad 0 < k_D < 1 \\ TSE &= k_E \cdot TEC, \quad 0 < k_E < 1 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Supondo um caso limite, em que $k = 0$, a tarifa de subpassagem se anula e, portanto, o consumidor paga apenas pelo consumo registrado à tarifa contratada. Esta condição deve ser evitada, pois desta forma o incentivo dado ao consumidor de prever com precisão seu consumo é eliminada. No limite oposto, em que $k = 1$, o consumidor paga pela energia consumida mais a energia não consumida aquém do valor contratado, ou seja, o mesmo paga pela energia total contratada à tarifa contratada, recaindo na estrutura da proposta de contrato bilateral tipo 1. Como se quer reduzir a penalidade a ser aplicada ao consumidor, deve-se evitar a condição em que $k = 1$, pois neste caso a penalidade seria equivalente à aplicada na proposta anterior de contrato bilateral.

Qualquer valor para k intermediário entre 0 e 1 implica em um faturamento abaixo do nível contratado, mas sem beneficiar o consumo pela aplicação da tarifa contratada, o valor mínimo de tarifa efetivamente paga que só pode ser atingido na condição em que valores contratados e registrados se equivalem. A figura 2.6, apresentada a seguir, ilustra o comportamento do faturamento para as referidas condições:

⁸ Tarifa de Subpassagem é um termo adotado para representar o valor da “penalidade” a que o consumidor estará sujeito a pagar além do valor de tarifa contratada quando seu consumo ficar aquém do contratado.

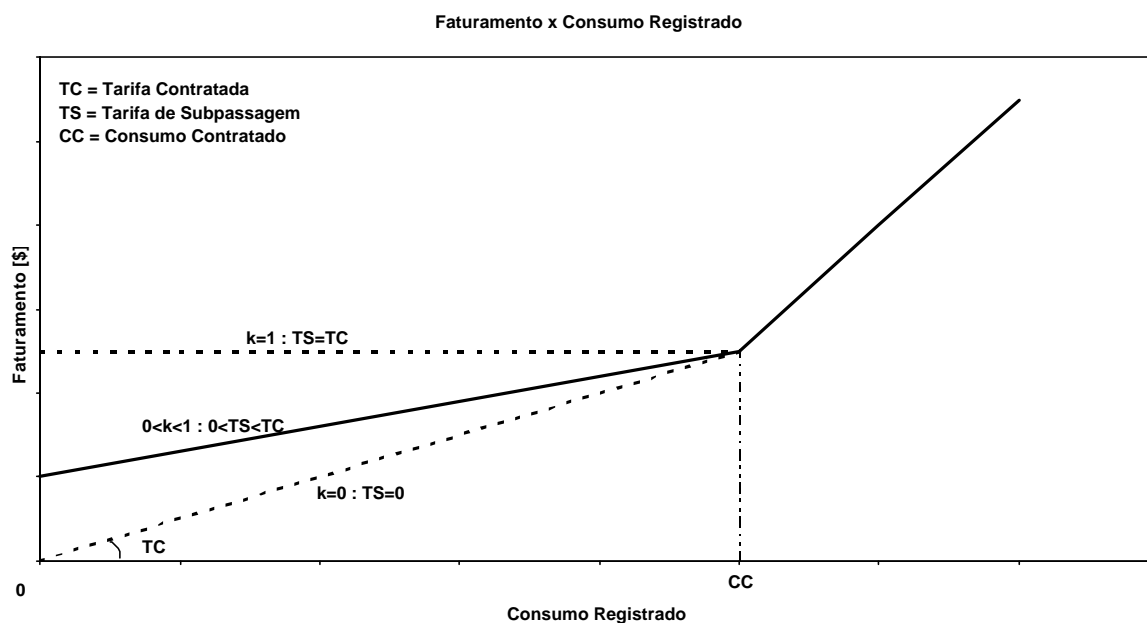


Figura 2.6 – Faturamento para diferentes valores de Tarifa de Subpassagem

Definidos os faturamentos da forma apresentada nas equações (2.16) e (2.17) e utilizando tarifas de subpassagem não nulas e inferiores ao valor das respectivas tarifas contratadas, mantém-se a condição ótima em que o consumidor paga uma tarifa efetiva mínima quando valores de energia e demanda registrados equivalem aos valores contratados, conforme pode se verificar pela figura 2.7, apresentada a seguir:

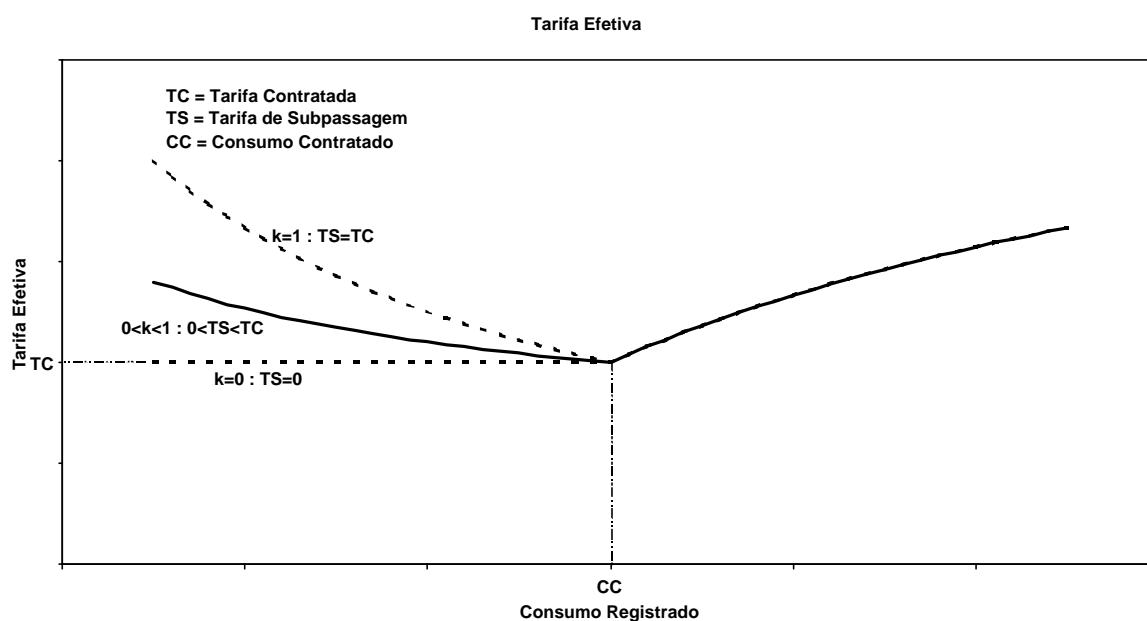


Figura 2.7 – Tarifa Efetiva para diferentes valores de Tarifa de Subpassagem

Conforme se observa na figura 2.7, quando se utiliza um valor nulo para a tarifa de subpassagem, o resultado obtido é que o consumidor paga a tarifa contratada para qualquer valor de consumo registrado abaixo dos valores contratados, eliminando desta forma o incentivo dado aos mesmos para contratar estimativas realistas de consumo. Nota-se também, que valores intermediários de tarifa de subpassagem entre zero e o valor de tarifa contratada são suficientes para manter o referido incentivo, sem, no entanto, penalizar de forma agressiva o consumidor.

As figuras 2.8 e 2.9, apresentadas a seguir, ilustram o comportamento do faturamento e da composição das tarifas efetivas em função dos comportamentos conjuntos de demanda máxima e consumo de energia registrados.

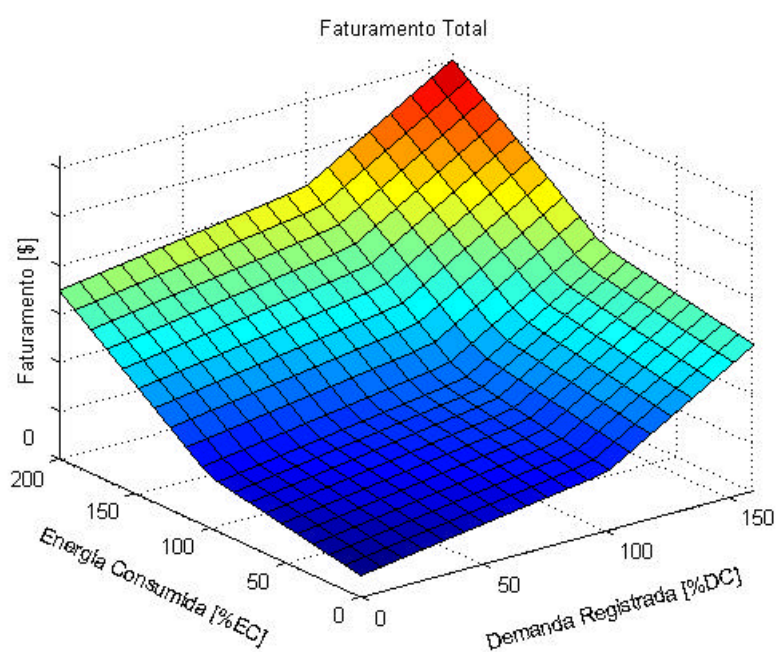


Figura 2.8 – Faturamento Total para o Contrato Bilateral Tipo 2

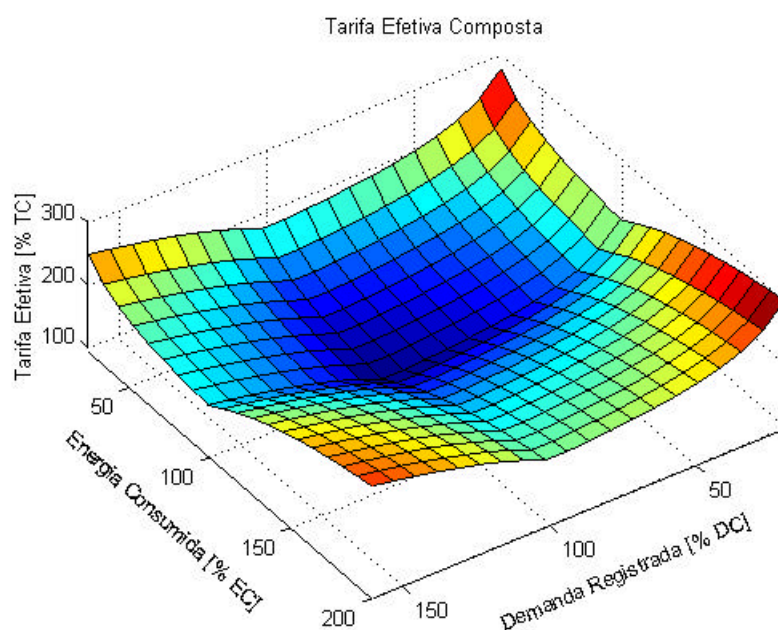


Figura 2.9 – Composição da Tarifa Efetiva – Contrato Bilateral Tipo 2

A partir da figura 2.8 pode-se observar que o faturamento apresenta um valor positivo para consumo de energia e demanda registrada nulos, crescendo linearmente com os respectivos aumentos em ambas as variáveis. Esta forma de faturamento é menos punitiva do que a apresentada para o contrato bilateral tipo 1. Assim mesmo, observa-se da figura 2.9 que o valor da tarifa efetiva composta apresenta um ponto de mínimo, correspondente à condição em que tanto a demanda máxima quanto a energia consumida registradas se igualam aos valores contratados.

2.4. Considerações Finais

Na busca por uma metodologia de avaliação dos contratos bilaterais de suprimento e dos riscos envolvidos no seu uso, a apresentação das estruturas dos referidos contratos toma importância no sentido de permitir que se tenha uma sensibilidade em relação ao impacto que pode ocorrer devido a mudanças nas configurações dos mesmos.

Assim sendo, este capítulo utilizou-se da estrutura existente para os denominados contratos iniciais na proposição de estruturas para contratos bilaterais a serem livremente negociados. Note que a configuração utilizada para os contratos iniciais implica em realizar ajustes de excedentes e déficits de energia no mercado à vista de energia elétrica.

Assim, com base na tendência atual de se reduzir ao máximo a necessidade de atuar no referido mercado, as estruturas propostas de contratos tomaram como premissa a intenção de eliminar a necessidade dos agentes atuarem no mercado à vista de energia elétrica. A opção implementada para os contratos bilaterais se fez através da utilização de tarifas diferenciadas para faturar níveis de consumos diferentes dos níveis contratados.

O impacto da estrutura tarifária implementada sobre o faturamento dos contratos foi então analisado, permitindo que se tenha uma base crítica no momento de decidir a melhor forma de implementar contratos bilaterais.

Sem perder de vista que o objetivo desta dissertação é apresentar uma metodologia para avaliação de contratos bilaterais, o próximo capítulo dedica-se a descrever e modelar o comportamento das variáveis envolvidas no processo e que afetam diretamente o valor dos mesmos. As variáveis que impactam o resultado dos contratos foram identificadas como sendo: o preço à vista da energia elétrica (afeta contratos com estrutura similar aos contratos iniciais) e consumo de energia e demanda máxima, sendo, portanto, estas as variáveis a serem modeladas no capítulo seguinte.

Capítulo 3

Modelagem dos Fatores de Risco dos Contratos Elétricos

3.1. Considerações Iniciais

A avaliação de um contrato elétrico deve basear-se no conhecimento das variáveis que interferem no resultado futuro do citado contrato, sendo aquelas que incorporam incertezas a tais resultados as responsáveis pela presença de risco nos resultados dos contratos. Com base neste raciocínio e tendo como referência os resultados apresentados no capítulo anterior, pode-se concluir que uma correta análise do risco presente no faturamento dos contratos elétricos requer o conhecimento do comportamento do preço de mercado da energia conjuntamente com o comportamento do consumo da parte compradora de energia, por serem estas as variáveis que são incertas e que incorporam risco aos contratos elétricos. Conforme será apresentado a seguir, o preço à vista praticado no mercado brasileiro está intimamente ligado à oferta de energia através de sua correlação com as afluições às usinas hidrelétricas, enquanto o comportamento da demanda é influenciado por diretrizes diferentes daquelas que interferem no comportamento do preço.

Uma vez que o objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia de análise de risco dos contratos de energia elétrica, é imprescindível ter em mente que tais contratos estarão inseridos em um contexto de mercado. Ao se falar em mercado, entende-se que o mesmo é uma entidade, comumente designada de “local”, apesar de não existir fisicamente, onde são confrontadas as necessidades dos agentes consumidores com os produtos e serviços oferecidos pelos agentes produtores no intuito de suprirem as necessidades um do outro através da troca. Sob este ponto de vista, o mercado de energia elétrica é o local onde se tem

em uma ponta do mesmo os agentes supridores oferecendo o produto eletricidade, e na outra ponta os agentes fornecedores oferecendo remuneração aos supridores de energia no intuito de saciar a demanda por eletricidade de seus clientes.

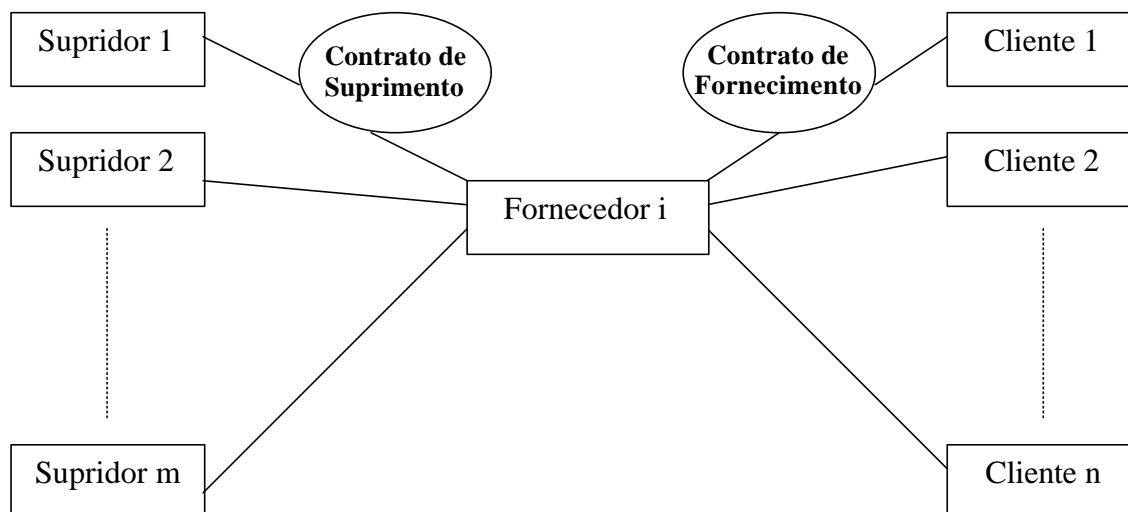


Figura 3.1 – Diagrama Representativo de Estrutura de Mercado

A figura 3.1 representa a estrutura em que está inserido um fornecedor de energia elétrica, ilustrando o ambiente de mercado vivenciado pelo mesmo. Logo, o embate entre as forças de oferta e demanda resulta no preço praticado pelo mercado, ou em outras palavras, o preço praticado no mercado é o reflexo da percepção que têm os agentes envolvidos em relação às condições de oferta e demanda de eletricidade. Esta noção é geralmente aceita, conforme citado em [8]: “Embora haja muitos e variados motivos para mudanças de preço, qualquer explicação válida acaba apontando para mudanças em oferta e procura”.

Assim sendo, é de se esperar que as incertezas envolvidas em um contrato de energia elétrica provenientes de sua inserção no mercado estejam ligadas diretamente a essas duas variáveis: oferta e demanda de eletricidade. Naturalmente, a incerteza, e conseqüentemente o risco associado a ela, resultante do confronto entre essas duas forças deverá estar refletida nos preços de energia elétrica praticados no mercado. A afirmação anterior deixa claro que o preço é justamente a variável, também podendo ser denominada de fator⁹, que incorpora o

⁹ Seguindo a nomenclatura apresentada por Dragana Pilipovic [9], considera-se “fator” toda variável de mercado que apresenta comportamento aleatório.

risco do mercado aos contratos elétricos, sendo fundamentais a correta caracterização e a modelagem precisa do comportamento do mesmo de tal modo a proporcionar uma avaliação confiável dos contratos elétricos.

Para se caracterizar o preço que deve servir de referência à definição dos preços contratuais, faz-se necessário destacar um aspecto intrínseco ao mercado e que afeta as avaliações de todos os agentes, o horizonte de análise. Assim sendo, o mesmo mercado, porém avaliado para diferentes horizontes de análise, pode apresentar comportamentos onde curto, médio e longo prazos relacionam-se de maneiras distintas, algumas vezes diferindo profundamente entre si.

O mercado de suprimento de eletricidade, por ser um mercado de *commodity*¹⁰, tem no preço instantâneo, também denominado preço à vista ou preço *spot*, um elemento fundamental na busca da eficiência do mercado. Assim, um preço *spot* que reflita corretamente o equilíbrio entre oferta e procura imediatas por eletricidade é necessário para que o mercado seja eficiente. Devido a este papel desempenhado pelo preço *spot*, de indicador do equilíbrio instantâneo entre oferta e demanda, a trajetória futura esperada para seu valor é uma referência na definição dos preços de médio e longo prazo, afetando diretamente os valores negociados em contrato. Ainda, seu valor influi diretamente no faturamento de um contrato bilateral quando configurado de forma similar aos contratos iniciais, em função de sua aplicação sobre as ultrapassagens no consumo de energia registrado.

Dadas a influência do preço à vista da eletricidade na avaliação dos contratos elétricos e sua importância para a eficiência do mercado, pode-se concluir a necessidade de se modelar o comportamento futuro do preço *spot*, com o intuito de permitir a avaliação do comportamento do mercado elétrico e melhor avaliar os preços para médio e longo prazos.

Da mesma forma, a demanda de potência e o consumo de energia registrados pelo consumidor influenciam o resultado de um contrato, sendo o consumo o segundo fator a incorporar incerteza, e conseqüentemente risco, ao contrato elétrico. Logo, modelar o comportamento do consumo futuro faz-se necessário para permitir uma correta avaliação do contrato elétrico e do risco associado ao mesmo.

¹⁰ Uma *commodity* é um produto cuja qualidade é padronizada, ou seja, não existem diferenciais que agreguem valor ao produto quando o mesmo é comparado entre os diferentes produtores.

As variáveis preço *spot* e consumo de energia, cujos comportamentos se quer modelar, são aleatórias e podem ser vistas como séries temporais. Os modelos utilizados para descrever séries temporais são processos estocásticos, isto é, processos regidos por leis probabilísticas e dependentes do tempo. Conforme se perceberá adiante, as variáveis consumo e preço *spot* podem ser enquadradas no processo estocástico conhecido por *movimento Browniano*, sendo, portanto, modeladas de acordo com as características de tal processo.

Logo, os tópicos pertencentes a este capítulo apresentam a fundamentação teórica e a modelagem para a previsão de séries temporais aplicadas às variáveis preço *spot* e consumo de energia, levando em consideração as especificidades de cada variável.

3.2. Processos Estocásticos e Séries Temporais [10]

A definição matemática precisa de um processo estocástico (ou função aleatória) pode ser dada como:

Definição: *Seja T um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família $Z = \{Z(t), t \in T\}$, tal que, para cada $t \in T$, $Z(t)$ é uma variável aleatória.* [11]

Nestas condições, um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias (*v.a.*) definidas num mesmo espaço de probabilidades (Ω, A, P) . O conjunto T é normalmente tomado como o conjunto dos números Inteiros ou o conjunto dos números Reais e, para cada $t \in T$, $\omega \in \Omega$. A figura 3.2, apresentada a seguir, ilustra a interpretação de um processo estocástico visto como uma família de variáveis aleatórias. Note que a trajetória observada empiricamente não precisa necessariamente passar pelas médias das distribuições probabilísticas, passando ao invés disto por pontos aleatórios pertencentes à distribuição probabilística representativa da variável no dado instante.

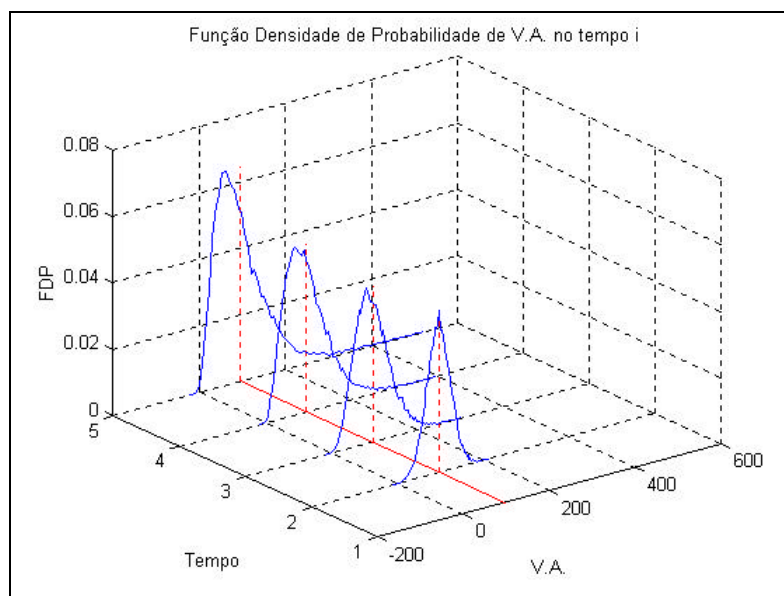


Figura 3.2 – Processo estocástico interpretado como uma família de variáveis aleatórias

De acordo com a figura 3.2, para cada $t \in T$, temos uma *v.a.* $Z(t, \omega)$, com uma distribuição de probabilidades. Por outro lado, para cada $\omega \in \Omega$ fixado, obter-se-á uma função de t , ou seja, uma trajetória do processo. Sendo o conjunto T o tempo, a trajetória da função $Z(t, \omega)$ obtida será portanto uma série temporal. Em outras palavras, concebemos a série temporal como a realização de um processo estocástico.

3.2.1. Processo Estocástico de Wiener ou Movimento Browniano

O processo de Wiener é um processo estocástico de tempo contínuo que possui três propriedades importantes:

- é um processo de Markov, ou seja, o valor corrente da variável contém toda a informação do histórico do comportamento da variável e, portanto, a distribuição de probabilidades para todas as realizações futuras pode ser obtida em função do seu valor atual;
- possui incrementos independentes, ou seja, a distribuição de probabilidades, em qualquer intervalo de tempo, é independente das distribuições em outros intervalos;

- em qualquer intervalo de tempo, as mudanças no processo seguem uma distribuição normal.

Expressando formalmente, uma variável aleatória z segue um processo de Wiener se:

- a) a mudança Δz durante um pequeno período de tempo Δt é dada por:

$$\Delta z = \mathbf{j} \sqrt{\Delta t} \quad (3.1)$$

onde \mathbf{j} é uma variável aleatória com distribuição normal padronizada, $N(0,1)$, de tal modo que:

- média de $\Delta z = 0$
- desvio padrão de $\Delta z = \sqrt{\Delta t}$
- variância de $\Delta z = \Delta t$

- b) os valores de Δz para quaisquer dois pequenos intervalos de tempo Δt são independentes, ou seja, seguem o processo de Markov.

O processo básico de Wiener, Δz , apresentado, tem uma taxa de tendência (*drift*) de zero e taxa de variância igual a um. A taxa de tendência zero significa que o valor esperado do valor de z em qualquer período de tempo futuro é o valor corrente. A taxa da variância igual a um significa que a variância da mudança em z em um intervalo de tempo T é igual a T . O processo de Wiener generalizado para uma variável x , pode ser definido em termos de dz como:

$$dx = a \cdot dt + b \cdot dz \quad (3.2)$$

onde a e b são constantes e $dz = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta z$.

O termo $a \cdot dt$ na equação acima significa que x tem uma taxa de tendência esperada de a por unidade de tempo, ou seja, representa a tendência da série temporal. Já o termo $b \cdot dz$ pode ser considerado a variabilidade do passeio aleatório seguido por x . Um processo de

Wiener tem um desvio padrão igual a um. Isto significa que a parcela $b \cdot dz$ tem um desvio padrão igual a b .

Em um pequeno intervalo de tempo Δt , a mudança no valor de x , Δx , é dada por:

$$\Delta x = a\Delta t + b \int \sqrt{\Delta t} \quad (3.3)$$

Pelas mesmas razões anteriores, Δx terá também uma distribuição normal, com as seguintes características:

- média de $\Delta x = a\Delta t$
- desvio padrão de $\Delta x = b\sqrt{\Delta t}$
- variância de $\Delta x = b^2 \Delta t$

Assim, o processo generalizado de Wiener tem um taxa de tendência esperada (tendência média por unidade de tempo) de a e uma taxa de variância (variância por unidade de tempo) de b^2 . A figura 3.3 apresenta o comportamento do processo generalizado de Wiener.

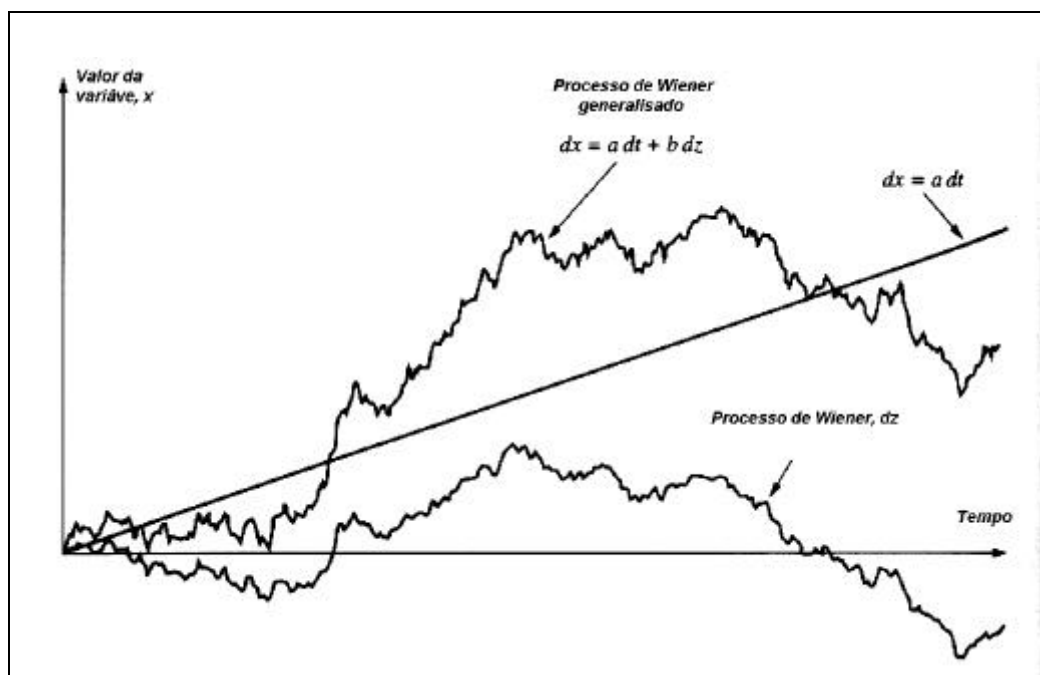


Figura 3.3 – Processo generalizado de Wiener

Seja X o valor de uma variável estocástica em um instante t , a taxa de tendência esperada em X deve ser igual a mX . Isto significa que, em um curto intervalo de tempo Δt , a variação esperada em X é $mX\Delta t$. O parâmetro m é a taxa de variação da variável X , expressa na forma de um percentual de variação de X para cada intervalo de tempo Δt . Se a variável X exibe alguma aleatoriedade, a variação aleatória em X é dada por $sX\Delta z$, sendo o desvio padrão da mudança em um curto período de tempo Δt dado por $sX\sqrt{\Delta t}$, onde o parâmetro s é a volatilidade normalizada de X , obtida dividindo-se a volatilidade pela média da variável ($s = \frac{s_x}{m_x}$). Desta forma, ΔX é dado por:

$$\Delta X = mX\Delta t + sX\Delta z \quad (3.4)$$

No limite, quando $\Delta t \rightarrow 0$, tem-se:

$$dX = mXdt + sXdz \quad (3.5)$$

Desta forma, o modelo estocástico chamado passeio aleatório (do inglês, *random walk*), também conhecido como movimento geométrico Browniano, é determinado pela equação diferencial estocástica apresentada a seguir:

$$\frac{dX}{X} = mdt + sdz \quad (3.6)$$

ou:

$$\frac{\Delta X}{X} = m\Delta t + sj\sqrt{\Delta t} \quad (3.7)$$

onde a primeira parcela do termo à direita da equação é determinística e a segunda parcela modela a mudança aleatória da variável. Esta equação mostra que $\frac{\Delta X}{X}$ é normalmente distribuída com média igual a $m\Delta t$ e desvio padrão igual a $s\sqrt{\Delta t}$. Em outras palavras:

$$\frac{\Delta X}{X} \sim N(m\Delta t, s\sqrt{\Delta t}) \quad (3.8)$$

As equações (3.5) e (3.6) são exemplos do processo de Itô [12], com a taxa de tendência e a volatilidade dependentes do valor da variável e do tempo. Em geral, a equação diferencial estocástica para a variável X seguindo o processo de Itô é dada por:

$$dX = \mathbf{m}(X, t)dt + \mathbf{s}(X, t)dz \quad (3.9)$$

onde as funções $\mathbf{m}(X, t)$ e $\mathbf{s}(X, t)$ são funções gerais para a taxa de tendência e a volatilidade.

3.3. O Comportamento do Preço *Spot*

Tendo sido apresentada a formulação matemática que descreve o denominado passeio aleatório, iremos aplicá-la à modelagem do comportamento do preço *spot*. Tal aplicação se mostrará não apresentar grandes empecilhos em diversos aspectos referentes ao comportamento do preço *spot*, em especial no que se refere à incorporação da dependência existente entre as variáveis preço e afluência às usinas hidrelétricas, as quais são correlacionadas.

Obter uma metodologia para previsão do preço à vista de uma *commodity* consiste em construir um modelo que reflita fielmente o equilíbrio instantâneo existente entre a oferta e a procura pela mesma. Entretanto, percebeu-se que o preço à vista da *commodity* eletricidade é influenciado tanto pelas condições de oferta e demanda de curto prazo quanto pela expectativa de equilíbrio entre essas duas forças no longo prazo [9]. Isto faz com que o preço *spot* da eletricidade tenha a característica de refletir as expectativas de longo prazo em seu valor, devendo, portanto, ser este aspecto inserido em sua modelagem.

As variáveis que influenciam a oferta de energia elétrica estão ligadas à capacidade de produção e de “armazenagem”¹¹ da eletricidade. As restrições de armazenagem e produção de eletricidade no curtíssimo prazo são responsáveis por elevar a oscilação, ou volatilidade, dos

¹¹ Entende-se por armazenagem de eletricidade a energia potencial hidráulica armazenada nos reservatórios das usinas hidrelétricas, com possibilidade de ser convertida em energia elétrica no instante em que se desejar, ou a energia armazenada nos combustíveis que movem centrais termelétricas, estando os níveis de geração possíveis limitados por restrições de potência instalada e capacidade de transmissão.

preços no mercado *spot* a níveis que tornam imprescindível o uso de mecanismos de proteção contra tais oscilações, conhecidos como mecanismos de *hedging*. Essa restrição de armazenagem e produção no curtíssimo prazo compõe um dos elementos responsáveis por oscilações no preço *spot* da energia elétrica.

Por outro lado, o preço *spot* também é influenciado pelo preço esperado para o longo prazo. Considera-se que no longo prazo o potencial de produção de energia e a demanda estarão equilibrados e que, portanto, o preço *spot* tende a evoluir para este valor de equilíbrio de longo prazo. O preço da energia elétrica no longo prazo compõe, portanto, outro elemento que influencia o comportamento do preço *spot*. Tal aspecto embute no preço *spot* uma característica de reversão à média, conforme será implementado.

Com relação à demanda, pode-se dizer que os consumidores avaliam, ou em outras palavras valoram, a energia elétrica em função da garantia de sua disponibilidade em condições de uso adequadas. Isto é, a eletricidade tem valor para os consumidores quando permite que suas plantas industriais ou processos se mantenham em funcionamento adequado de forma ininterrupta, ou seja, quando o suprimento de energia elétrica é garantido. Em um ambiente de formação de preços de mercado através de ofertas de venda confrontadas com ofertas de compra, seria necessário modelar o valor pelo qual os compradores estão dispostos a pagar por esta energia garantida.

Outros aspectos do comportamento da demanda que interferem no preço são a modulação e a sazonalidade, pois ambas se apresentam como fenômenos cíclicos que interferem diretamente no equilíbrio instantâneo entre oferta e demanda de eletricidade. Seus efeitos podem ser percebidos na existência de preços da eletricidade diferenciados para o consumo em diferentes horários do dia, atualmente classificados de acordo com patamares de carga, bem como na variação da demanda contratada para diferentes épocas do ano, perceptíveis nos contratos iniciais.

Não sendo objetivo deste trabalho entrar em tamanho grau de detalhamento, tal influência dos agentes consumidores na formação do preço à vista não será levada em consideração na modelagem do preço à vista apresentada a seguir.

Tendo em mente essas características do preço à vista, ao se analisar o mercado elétrico brasileiro pode-se observar uma forte influência da disponibilidade de água nas usinas

hidrelétricas sobre a oferta geral de energia. Justificadamente, portanto, a afluência às usinas hidrelétricas é um fator que exerce influência marcante no comportamento do preço da eletricidade, notadamente no curto prazo, onde a volatilidade das afluências se faz mais presente nos movimentos de preço.

Dada a importância das vazões dos rios na determinação da oferta de eletricidade dentro do sistema elétrico brasileiro, a previsão das afluências às centrais de geração hidrelétricas tem sido motivo de preocupação e de estudos diversos ao longo de décadas. No entanto, prever a quantidade de água que chegará às usinas hidrelétricas não é o suficiente para garantir o abastecimento de energia à população dentro de critérios de economia de recursos. Assim, modelos para otimização da operação do sistema foram e vêm sendo desenvolvidos no intuito de garantir o uso ótimo da água afluente aos reservatórios das usinas hidrelétricas. Tais desenvolvimentos resultaram em modelos que fornecem a previsão das vazões afluentes dos rios para os modelos utilizados pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) na determinação da programação e despacho de geração do sistema.

Dentre os resultados que podem ser extraídos da utilização desses modelos de otimização do despacho da geração, encontra-se o Custo Marginal de Operação (CMO) [13, 14], ao qual equivale, por definição, o preço à vista praticado no mercado elétrico brasileiro, isto é, no mercado *spot*. O mesmo é, atualmente, determinado em base semanal ex-ante, ou seja, é apurado antes da operação real do sistema, levando em consideração os valores de disponibilidades declaradas de geração e o consumo previsto de cada submercado [15].

Uma premissa básica para o funcionamento eficiente de um mercado de energia elétrica no qual se possa efetivar a transferência de riscos entre os agentes é a obtenção do preço à vista da eletricidade de forma transparente e baseada na interação entre oferta e demanda. A metodologia de obtenção do preço à vista com base em um modelo computacional é vulnerável a críticas, dentre as quais destacaria:

- a fórmula para obtenção do preço à vista, baseada no resultado de uma simulação computacional, e não da interação direta entre agentes do mercado, traz consigo uma distorção por não refletir transparentemente as reais intenções dos agentes de mercado;
- o fato de o preço ser determinado pela otimização de custos, imputa ao mesmo uma influência muitíssimo forte por parte da oferta, fazendo com que a influência da demanda

sobre a definição do preço seja negligenciada. É interessante notar que independentemente do fato do modelo de otimização da operação considerar os valores esperados de demanda, a afirmação colocada é verdadeira, pois o modelo não leva em consideração o real valor que os agentes consumidores atribuem à garantia de fornecimento imediato de energia, contribuindo para a falta de transparência em relação às reais intenções dos agentes consumidores.

As críticas em relação à metodologia utilizada na obtenção do preço *spot* têm partido geralmente de profissionais do meio financeiro que vêm buscando tornar factível a implementação e operacionalização de um mercado de energia elétrica eficiente e, portanto, livre de arbitragem. Os mesmos defendem um preço que seja obtido a partir da interação, livre de barreiras, entre os agentes produtores e consumidores. Por outro lado, profissionais com experiência no planejamento da expansão e na operação do sistema elétrico brasileiro, levando em conta que se trata de um sistema hidrotérmico com fortíssima predominância da geração hidráulica sobre as outras fontes de energia, são relutantes em abrir mão do despacho centralizado e da precificação da energia com base nos custos. Poder-se-ia então dizer que a implementação e efetiva operacionalização de um mercado de energia elétrica deverá passar por profunda reflexão a respeito das restrições que cada parte impõe à contraparte, isto é, restrições impostas pela operação do sistema ao funcionamento do mercado e restrições impostas pelo mercado à operação do sistema, de tal forma que ambas as partes deverão ceder até se chegar a um senso comum sobre o ponto ideal de operação do “sistema-mercado”, ou em outras palavras operação “físico-financeira”.

De qualquer modo, quaisquer que sejam as críticas ou os argumentos de defesa em relação à forma de obtenção do preço à vista com base em modelos de otimização e custos marginais ou com base na interação direta entre agentes de mercado, o motivo principal da exposição anterior é destacar a influência que a disponibilidade, presente e esperada para o futuro, de água nos reservatórios das usinas hidrelétricas exerce sobre o comportamento do preço da eletricidade. O preço à vista é particularmente afetado pela disponibilidade imediata de água nos reservatórios das usinas hidrelétricas, uma vez que o mesmo deve refletir o equilíbrio instantâneo entre a oferta e a demanda, terminando por incorporar a volatilidade das afluências.

Logo, a modelagem do comportamento do preço à vista utilizada neste estudo, e apresentada a seguir, baseia-se na percepção de que os preços estão negativamente correlacionados com as afluições às usinas hidrelétricas. Por negativamente correlacionados entende-se o seguinte: considera-se que existe elevada oferta de energia quando se tem maior afluição às centrais hidrelétricas, reduzindo conseqüentemente os preços da energia, e de maneira oposta, há elevação de preço como efeito de uma redução da oferta de energia causada por afluições reduzidas. Note que para este trabalho considerou-se as usinas hidrelétricas como sendo a fio d'água e, portanto, a correlação existente entre o preço *spot* e a capacidade armazenada se dá diretamente através das afluições. Entretanto, ao se considerar o sistema holisticamente, é recomendável utilizar os níveis esperados de um “reservatório equivalente”, de modo a encontrar uma correlação entre as variáveis preço *spot* e capacidade de produção de eletricidade mais fiel à realidade.

Assim, a modelagem do preço à vista tem como ponto de partida a obtenção de uma modelagem para a previsão de afluições às centrais hidrelétricas, a partir das quais poder-se-á então obter valores para o preço à vista negativamente correlacionados com as afluições, ou em outras palavras, com a oferta de energia no curto prazo.

3.3.1. Modelagem das Afluições

As afluições às centrais hidrelétricas podem ser modeladas de acordo com o processo estocástico apresentado no item 3.2.1, o denominado movimento Browniano. através do qual é realizada a implementação de um processo estocástico autoregressivo periódico (PAR), que equivale à estratégia aplicada no modelo de previsão de vazões utilizado pelo ONS [18].

Sua modelagem terá como ponto de partida a implementação do termo que impinge comportamento aleatório à variável afluição. Assim sendo, a afluição apresentará comportamento aleatório de acordo com um processo de Wiener, no qual a volatilidade da variável afluição, \mathbf{s}_A , será considerada igual à volatilidade (normalizada) apresentada no histórico de afluições ao reservatório da central de geração. Desta forma, com base na equação (3.4), tem-se:

$$A_{t+1} = A_t + \mathbf{s}_A (\mathbf{j}_A \cdot \sqrt{\Delta t}) A_t \quad (3.10)$$

ou

$$\Delta A_{t,t+1} = A_{t+1} - A_t = \mathbf{s}_A (\mathbf{j}_A \cdot \sqrt{\Delta t}) A_t \quad (3.11)$$

onde A_{t+1}, A_t representam os valores de afluência ao reservatório, desprezada a influência da sazonalidade, nos instantes de tempo t e $t+1$, respectivamente, e $(\mathbf{j}_A \cdot \sqrt{\Delta t})$ representa o processo de Wiener com \mathbf{j}_A sendo igual a uma variável aleatória com distribuição normal padronizada, $N(0,1)$.

Tendo em vista que os períodos críticos de afluências, registrados historicamente, apresentam duração de alguns anos, pode-se intuir que exista um comportamento de reversão a um valor médio esperado para a afluência após passado um número específico de anos. Tal comportamento pode ser descrito por um componente de reversão à média incorporado ao processo de Wiener sobre o qual se está modelando as afluências.

O valor esperado de uma variável com reversão à média tende exatamente para o valor de equilíbrio definido pelo processo que se analisa. Assim sendo, uma variável com reversão à média apresenta a modelagem do termo determinístico, conforme definido a seguir:

$$E_t[d\tilde{x}_t] = \mathbf{a}(\bar{x}_t - \tilde{x}_t)dt \quad (3.12)$$

onde \tilde{x}_t representa o valor da variável aleatória no instante de tempo t , \bar{x}_t é o valor ao redor do qual a variável aleatória tende a oscilar, ou seja, o valor de equilíbrio para o qual a variável reverte, e \mathbf{a} é o coeficiente de reversão à média [9].

Aplicado o termo que introduz a reversão à média à modelagem das afluências, inicialmente dada pela equação (3.10), obtém-se:

$$A_{t+1} = A_t + \acute{a}_A (\bar{A}_T - A_t) \ddot{A}t + \acute{o}_A (\varphi_A \cdot \sqrt{\ddot{A}t}) A_t \quad (3.13)$$

onde é interessante lembrar que A_{t+1}, A_t representam os valores de afluência ao reservatório, desprezada a influência da sazonalidade e \bar{A}_T representa a média global do histórico de afluências, conhecida no jargão do setor de energia por afluência média de longo termo.

É interessante ainda despendar algumas palavras a respeito do significado do coeficiente de reversão à média. O coeficiente de reversão à média pode ser visto como representativo da velocidade com que a variável reverte ao valor de equilíbrio após a ocorrência de um evento que desloque esta variável de seu valor de equilíbrio [9].

O coeficiente de reversão à média pode ser obtido da seguinte forma:

$$a = \frac{TA}{TR} \quad (3.14)$$

onde TA representa o período de análise (medido em anos, meses, dias, etc.) e TR , medido na mesma unidade do período de análise, é o tempo médio que a variável leva para reverter para seu valor de equilíbrio após a ocorrência de um evento que leve seu valor a um extremo mínimo ou máximo. Assim sendo, o coeficiente de reversão à média é um parâmetro variável quando se quer analisar diferentes horizontes de análise. O parâmetro constante neste termo da previsão é o tempo médio que a variável leva para reverter para seu valor de equilíbrio após a ocorrência de um evento que a tire deste equilíbrio, uma vez que este tempo está diretamente ligado à observação e análise de seu comportamento histórico. É interessante perceber que, quanto menor o tempo que a variável leva para reverter para o valor de equilíbrio, TR , maior será o coeficiente de reversão à média, concordando com a idéia intuitiva de que este coeficiente é representativo da velocidade de reversão à média da variável analisada.

Para a previsão de afluências às usinas hidrelétricas, adotou-se neste trabalho o valor de equilíbrio das afluências como sendo o valor médio de todo o histórico de afluências, \bar{A}_T , obtido de históricos das respectivas afluências. Considerou-se também que o tempo médio de reversão ao valor de equilíbrio é de sete anos.

Por fim, deve-se incorporar à modelagem das afluências a influência da sazonalidade, fenômeno bastante relevante para centrais de geração hidrelétricas, em função das épocas chuvosas ou secas que se alternam durante o ano. Do comportamento histórico de afluências

pode-se notar que a sazonalidade se apresenta em ciclos anuais, sendo, portanto, a base de tempo utilizada para sua inclusão na modelagem do comportamento das afluições às usinas hidrelétricas.

Para a incorporação da sazonalidade ao modelo até aqui desenvolvido utilizam-se os valores médios mensais de afluições, bem como o valor médio total das afluições, ambos obtidos a partir do histórico de afluições. Conhecidos os valores médios mensais e o valor médio total das afluições, determina-se o índice de sazonalidade a ser aplicado a cada mês do ano da seguinte forma:

$$I_{Am} = \frac{\bar{A}_m}{\bar{A}_T} \quad (3.15)$$

onde I_{Am} é o índice de sazonalidade para as afluições correspondente ao mês m e \bar{A}_m é a média histórica das afluições para o mês m .

O índice de sazonalidade é aplicado ao modelo de previsões das afluições na forma de um coeficiente multiplicativo, que “corrige” o valor obtido para aquela afluição, que tinha desprezado seu efeito sazonal, deslocando-o para um valor que incorpora o efeito da sazonalidade intrínseco à variável afluição. Assim, tem-se:

$$A|S_{t+1} = A_{t+1} \cdot I_{Am} \quad (3.16)$$

ou

$$A|S_{t+1} = [A_t + \mathbf{a}_A (\bar{A}_T - A_t) \Delta t + \mathbf{s}_A (\mathbf{j}_A \cdot \sqrt{\Delta t}) A_t] \cdot I_{Am} \quad (3.17)$$

onde $A|S_{t+1}$ é a variável aleatória afluição no intervalo de tempo $t+1$, com o efeito da sazonalidade incorporado a seu valor, A_{t+1} representa a afluição no intervalo de tempo $t+1$, desprezada a influência da sazonalidade e I_{Am} é o índice de sazonalidade a ser aplicado de acordo com o mês correspondente ao tempo $t+1$.

A equação (3.17) apresenta a modelagem utilizada na previsão das afluições às centrais hidrelétricas, tendo como base os parâmetros extraídos de seus respectivos históricos.

A modelagem apresentada incorpora os aspectos de aleatoriedade, reversão à média e sazonalidade, todos presentes no comportamento da variável fluência.

Levando em conta a aplicação da metodologia apresentada, tem-se que, para a determinação do despacho das usinas hidrelétricas, utiliza-se na etapa de otimização do mesmo o conceito de reservatório equivalente, devido às restrições de modelagem e computacionais de se utilizar uma modelagem individual para cada central. Analisando, portanto, a presença de correlação negativa entre as fluências às diversas usinas hidrelétricas e o preço *spot*, pode-se concluir que os valores ideais de média e volatilidade históricas a serem aplicados ao modelo seriam os referentes a um reservatório equivalente para o subsistema elétrico analisado.

Prosseguindo, pode-se afirmar que é na possibilidade de simulação das séries sintéticas que reside o maior potencial da modelagem apresentada. Através do método de *Simulação de Monte Carlo*[16, 17], podem ser extraídas informações estatísticas inerentes ao processo estocástico modelado, o que é uma grande vantagem da modelagem realizada. O método de simulação de Monte Carlo processa-se conforme os passos apresentados a seguir:

- adota-se o valor inicial para a variável aleatória, ou seja, seu valor para o tempo zero;
- fixa-se um período de análise TA , medido na unidade que se deseja ter como intervalo entre as previsões Δt , onde $\Delta t = \frac{1}{TA}$. Por exemplo, TA meses para que o intervalo entre as previsões Δt , seja de um mês;
- o Monte Carlo progride sorteando números aleatórios, a_t , que são convertidos em números com distribuição normal padronizada, n_t . Estes números com distribuição normal padronizada são aplicados ao parâmetro \mathbf{j}_A empregado na modelagem (ver equação (3.17));
- uma vez que são conhecidos os valores dos demais parâmetros e variáveis que compõem a equação que modela o processo, aplica-se um passo do passeio aleatório ao mesmo;
- os passos do passeio aleatório são repetidos para os diferentes valores da variável aleatória com distribuição normal padronizada obtidos para cada instante de tempo, até que todo o horizonte de análise tenha sido simulado.

Com isto, as simulações das séries sintéticas podem ser repetidas diversas vezes, até que a distribuição estatística dos resultados obtidos com as várias simulações convirja para um valor estável, ou seja, obtenha-se uma distribuição probabilística que represente confiavelmente o comportamento estocástico esperado para a variável aleatória modelada.

Tendo em mente que a modelagem das afliências foi motivada principalmente pela sua influência sobre o comportamento do preço *spot*, sua interferência no comportamento do preço à vista poderá ser notada a seguir, onde é apresentada a modelagem para o citado preço.

3.3.2. Modelagem do Preço *Spot*

A modelagem do preço *spot* será feita através de raciocínio análogo ao seguido para a modelagem das afliências, já que seu comportamento pode ser caracterizado através do passeio aleatório [9, 21]. Entretanto, conforme se perceberá adiante, será necessário introduzir um artifício matemático, a decomposição de Cholesky aplicada juntamente com a metodologia da Simulação de Monte Carlo, que permita modelar e incorporar a correlação existente entre os comportamentos das variáveis afliência e preço *spot* à modelagem do respectivo preço.

A modelagem do preço *spot*, de maneira análoga à modelagem das afliências, tem como ponto de partida a implementação do comportamento aleatório da variável. Pode-se supor de antemão que a parcela estocástica da variável preço possa ser modelada de forma semelhante ao feito com as afliências, através de um processo de Wiener. Assim sendo, tem-se:

$$S_{t+1} = S_t + \mathbf{s}_s (\mathbf{j}_s \cdot \sqrt{\Delta t}) S_t \quad (3.18)$$

ou

$$\Delta S_{t,t+1} = S_{t+1} - S_t = \mathbf{s}_s (\mathbf{j}_s \cdot \sqrt{\Delta t}) S_t \quad (3.19)$$

onde S_{t+1}, S_t representam os valores do preço *spot*, desprezada a influência da sazonalidade, nos instantes de tempo t e $t+1$, respectivamente, $(\mathbf{j}_s \cdot \sqrt{\Delta t})$ representa o processo de Wiener, e \mathbf{s}_s é a volatilidade (normalizada) do preço *spot*, que pode ser obtida a partir de históricos do preço à vista, ou assumida como sendo a volatilidade esperada para o preço de curto prazo caso não se tenha um histórico adequado de preços à vista.

Entretanto, deve ser levado em conta que a correlação entre variáveis se manifesta justamente na parcela estocástica dos modelos de previsão implementados, e é exatamente neste ponto que o método de simulação de Monte Carlo se mostra mais útil, permitindo simular variáveis multicorrelacionadas.

A simulação de variáveis multicorrelacionadas através de Monte Carlo é possível em função da utilização da decomposição de Cholesky [18], a qual é apresentada a seguir. De acordo com a decomposição de Cholesky, para que se gerem seqüências multivariadas, os números devem ser correlacionados segundo a matriz de covariâncias. Como os números aleatórios são gerados de forma independente, é necessário aplicar aos mesmos uma transformação, de tal modo que os mesmos passem a ser correlacionados. Tal transformação consiste no seguinte cálculo:

$$\underline{\mathbf{e}} = \mathbf{M}^T \cdot \underline{\mathbf{n}} \quad (3.20)$$

onde: $\underline{\mathbf{e}}$ é o vetor de seqüências aleatórias com a correlação desejada, \mathbf{M} é a matriz triangular superior, de tal modo que $\mathbf{M}^T \cdot \mathbf{M}$ é a matriz de correlações entre as variáveis e $\underline{\mathbf{n}}$ é o vetor de seqüências aleatórias com distribuição normal, $N(0,1)$.

Portanto, para a modelagem e simulação da variável aleatória preço *spot* é preciso conhecer a correlação existente entre os comportamentos das variáveis afluência e preço *spot*, $\mathbf{r}_{A,S}$, que pode ser obtida a partir dos históricos de afluência e do preço *spot*.

Assim, a característica de correlação entre as variáveis afluência e preço *spot* será introduzida ao modelo de previsão através da realização de sorteios correlacionados. Para modelar essa correlação, começa-se com um conjunto de variáveis independentes com distribuição normal padronizada, \mathbf{n} (neste caso dadas por n_1 e n_2), que através da

decomposição de Cholesky, pode ser transformado em um conjunto de variáveis correlacionadas, ϵ , que para o caso de duas variáveis é dado por:

$$\epsilon_1 = n_1 \quad (3.21)$$

$$\epsilon_2 = r_{A,S} n_1 + \sqrt{1 - r_{A,S}^2} \cdot n_2 \quad (3.22)$$

onde ϵ_1 e ϵ_2 representam as variáveis aleatórias com distribuição normal padronizada que se aplicam à modelagem dos comportamentos das variáveis afluência e preço *spot*, respectivamente, estando ambas correlacionadas.

Desta forma, pode-se redefinir a equação que modela o preço *spot*, de tal forma que o comportamento do mesmo esteja correlacionado com o comportamento da afluência às usinas hidrelétricas. Assim, tem-se:

$$\Delta S_{t,t+1} = S_{t+1} - S_t = \mathbf{s}_S (\epsilon_2 \cdot \sqrt{\Delta t}) S_t \quad (3.23)$$

Modelada a parcela responsável pelo comportamento aleatório do preço *spot*, o próximo passo consiste em introduzir a parcela responsável por introduzir tendência ao comportamento do preço *spot*. De maneira análoga ao observado para as afluências, o preço *spot* apresenta a característica de reversão à média.

Entretanto, o valor de equilíbrio para o qual o preço *spot* tende a reverter é, neste caso, composto por outra variável aleatória. Conforme já citado anteriormente, o preço *spot* tende para um preço de equilíbrio de longo prazo, que conforme será apresentado, assume-se seguir um processo de Wiener [9]. Assim sendo, incluída a parcela de reversão à média à variável preço *spot*, tem-se que:

$$S_{t+1} = S_t + \mathbf{a}_S (L_t - S_t) \Delta t + \mathbf{s}_S (\epsilon_2 \cdot \sqrt{\Delta t}) S_t \quad (3.24)$$

onde \mathbf{a}_S é o coeficiente de reversão à média do preço *spot* e L_t é o valor de equilíbrio para o qual o preço *spot* tende. L_t é definido como sendo o comportamento do preço da energia no longo prazo, e pode ser modelado de acordo com um processo de Wiener, conforme apresentado a seguir:

$$L_{t+1} = L_t + \mathbf{m}_L L_t \Delta t + \mathbf{s}_L (\mathbf{j}_L \cdot \sqrt{\Delta t}) L_t \quad (3.25)$$

O preço de longo prazo é uma variável que compõe um dos fatores que afetam diretamente o comportamento do preço *spot*. Entretanto, para efeito de simplificação, será considerado que a volatilidade do preço de equilíbrio de longo prazo é nula, fazendo com que a característica aleatória de L_t deixe de estar presente na modelagem do preço *spot*, traduzindo-se na redução de um fator na modelagem do preço *spot*. Deste modo, o preço de longo prazo apresentará apenas uma componente de tendência, permitindo que seu valor exato seja conhecido ao longo do horizonte de análise. Tal aspecto de sua modelagem está apresentado a seguir:

$$L_{t+1} = L_t + \mathbf{m}_L L_t \Delta t \quad (3.26)$$

ou

$$\Delta L_{t,t+1} = L_{t+1} - L_t = \mathbf{m}_L L_t \Delta t \quad (3.27)$$

onde, \mathbf{m}_L é a taxa de tendência do preço de longo prazo. É interessante perceber, portanto, que caso a taxa de tendência do preço de longo prazo seja nula, o valor de L_t será constante ao longo de todo o horizonte de análise.

As hipóteses de que a volatilidade e a taxa de tendência características do preço de longo prazo são nulas podem simplificar enormemente a modelagem utilizada, uma vez que a modelagem de tal variável implicaria na necessidade de se determinar os valores dos parâmetros de modelagem para o preço de longo prazo. Por outro lado, ao assumir tais hipóteses como válidas, deve-se definir de forma cuidadosa o valor a ser utilizado como preço de equilíbrio de longo prazo, uma vez que este será um valor de referência para o modelo de previsão do preço *spot*. Assim, assumindo-se que as hipóteses de volatilidade e taxa de tendência nulas para o preço de longo prazo são válidas, pode-se reescrever a equação representativa do comportamento do preço *spot* da seguinte forma:

$$S_{t+1} = S_t + \mathbf{a}_S (L_0 - S_t) \Delta t + \mathbf{s}_S (\epsilon_2 \cdot \sqrt{\Delta t}) S_t \quad (3.28)$$

onde L_o representa um preço de equilíbrio de longo prazo constante ao longo do horizonte de análise.

Incorporadas as parcelas representativas dos comportamentos de reversão à média e aleatoriedade do preço *spot*, a modelagem do referido preço é concluída com a implementação da influência da sazonalidade das afluições às usinas hidrelétricas sobre o comportamento do preço *spot*. Assim sendo, a forma utilizada para introduzir tal influência da sazonalidade faz-se através de um coeficiente multiplicativo, constituído pelo índice de sazonalidade das afluições, I_{Am} , já definido anteriormente para a modelagem das afluições, modulado por um coeficiente de contágio, λ . Logo, tem-se:

$$S|S_{t+1} = S_{t+1} \cdot I_{Am}^\lambda \quad (3.29)$$

ou

$$S|S_{t+1} = [S_t + \alpha_s (L_o - S_t)\Delta t + \sigma_s (\epsilon_2 \cdot \sqrt{\Delta t}) S_t] \cdot I_{Am}^\lambda \quad (3.30)$$

onde $S|S_{t+1}$ representa o preço *spot* com a influência da sazonalidade devido às afluições incorporada ao seu comportamento.

3.4. O Comportamento do Consumo

O consumo de energia elétrica compõe o segundo fator de risco a afetar os resultados dos contratos elétricos. Assim sendo, a modelagem de seu comportamento tem o mesmo grau de importância para a avaliação dos contratos que a modelagem do preço *spot*. Ainda, para a análise dos contratos bilaterais propostos o consumo representa a única variável a introduzir risco aos seus resultados. É interessante notar que o objetivo desta modelagem é permitir avaliar a influência do consumo registrado por um agente consumidor sobre o resultado obtido com os valores contratados pelo mesmo junto ao agente produtor. Esse ponto de vista adotado implica em uma abordagem diferenciada para a previsão do consumo, quando

comparada à hipótese de se querer analisar a influência de toda a demanda de energia elétrica agregada de um sistema elétrico sobre os preços de mercado praticados.

Considera-se, para a análise que se propõe realizar sobre os contratos, que o consumo comporta-se de maneira inelástica em relação ao preço da energia elétrica, ou seja, é levada em conta apenas a avidez por consumir, ignorando o impacto devido a variações no custo da eletricidade. Para os contratos bilaterais propostos, tal afirmação pode ser considerada realista dentro do prazo de validade dos contratos, uma vez que o custo do consumo de um dado agente consumidor estará protegido contra variações de preço pelo acordado em contrato. Assim sendo, ao se firmar um contrato bilateral de suprimento de energia elétrica anula-se a influência do preço à vista sobre o comportamento do consumo.

A hipótese de comportamento inelástico também pode ser aplicada ao curto prazo para o consumo agregado de um sistema elétrico, enquanto os efeitos sobre o consumo provocados por variações no preço da eletricidade se farão sentir em prazos mais longos. Tal fato se deve a uma inércia dos consumidores, de uma forma geral, em adaptar seu padrão de consumo aos novos custos da eletricidade.

A influência do consumo registrado pelo consumidor far-se-á sentir sobre o retorno de um contrato ao se comparar os valores de demanda e energia contratados com os efetivamente registrados a cada período de faturamento. Assim, tendo em mente os parâmetros incluídos em um contrato inicial, aplicável de maneira similar a um contrato bilateral livremente negociado, os valores que requerem ser modelados são a demanda de potência máxima e o consumo de energia registrados para cada período de faturamento.

O comportamento do consumo, apesar de aleatório, segue padrões definidos. Seu comportamento é relativamente bem conhecido em função das curvas de carga diárias, mensais e sazonais características de diferentes grupos de consumidores registradas ao longo de anos, conforme pode ser observado pela figura 3.4, apresentada a seguir, onde se apresentam, como exemplo, o valor médio e o desvio padrão da curva diária de demanda de energia para um dado barramento de consumidores [19]:

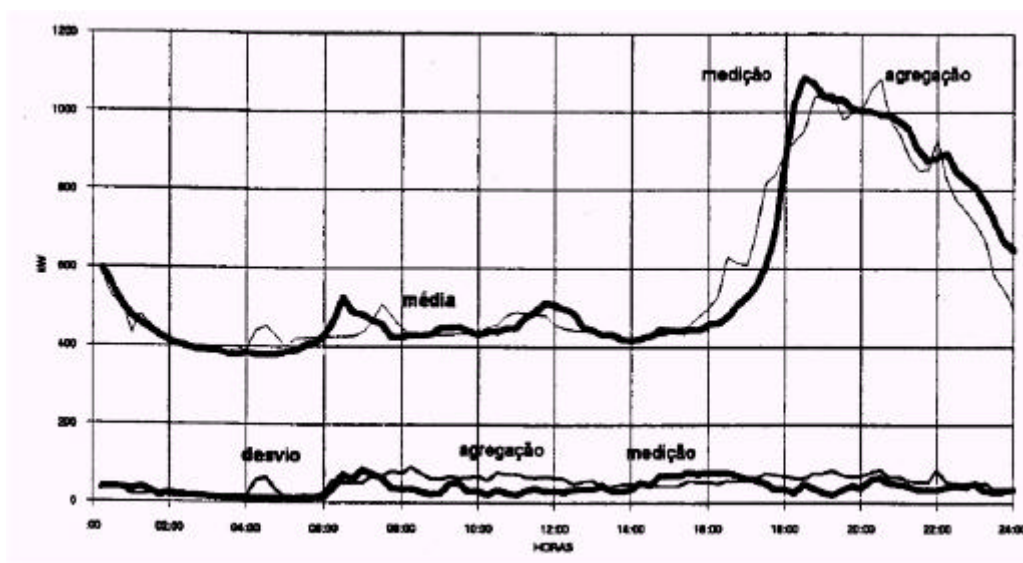


Figura 3.4 – Curva diária de demanda de energia – valor médio e desvio padrão

Conhecida a curva de carga de um dado consumidor, seu comportamento pode ser modelado de acordo com um processo de Wiener, incluindo deste modo uma parcela aleatória ao seu comportamento, mais uma possível tendência de crescimento ao longo do tempo, que reflita o crescimento do consumo de eletricidade presente em sociedades em desenvolvimento, bem como incorporar a sazonalidade presente no comportamento do consumo em determinadas regiões. Para tal implementação, dever-se-á obter os parâmetros taxa de tendência, volatilidade e os índices de sazonalidade, este último caso a sazonalidade presente influência significativa sobre o comportamento da demanda por eletricidade.

Assim sendo, será apresentada uma modelagem que toma como referência o conhecimento das curvas de carga média diárias dos consumidores, bem como a volatilidade presente nos valores médios de consumo de energia. Tendo como base que os valores de energia são integralizados em intervalos de 15 minutos, pode-se obter a partir destes os valores de demanda “média” para cada intervalo de 15 minutos através da equação (3.31), apresentada a seguir:

$$D_{med}[MW] = \frac{\tilde{E}R \Big|_{t=15min} [MWh]}{0,25[h]} \tag{3.31}$$

Os valores de demanda média obtidos para cada intervalo de quarto de hora podem então ser utilizados na obtenção do valor de demanda máxima para o período de faturamento de referência. Logo, nota-se que a modelagem da demanda máxima registrada para um consumidor pode ser obtida a partir da modelagem do consumo de energia para o mesmo.

Portanto, a modelagem do consumo de energia e de demanda máxima são apresentados a seguir.

3.4.1. Modelagem do Comportamento do Consumo de Energia e da Demanda

De maneira similar ao apresentado nas modelagens das afliências e do preço *spot*, o consumo de energia registrado por um consumidor deverá apresentar uma parcela aleatória, responsável por introduzir comportamento estocástico à variável aleatória energia, e uma parcela determinística, responsável por impingir tendência ao comportamento do consumo de energia. Ainda, em alguns casos, o consumo de energia pode estar sujeito aos efeitos da sazonalidade, normalmente associada às estações climáticas para os consumidores residenciais e a épocas de maior intensidade de produção e vendas para consumidores industriais e comerciais.

Entretanto, a evolução do consumo de energia no longo prazo é diferente do percebido para as variáveis afliência e preço *spot*. Será considerado que o consumo de energia apresenta uma tendência de evolução ao longo do tempo, não estando presente no seu comportamento a reversão à média característica das outras variáveis até aqui analisadas e modeladas. Assim, tem-se:

$$E_{t+1} = E_t + \mathbf{m}_E E_t \Delta t + \mathbf{s}_E \left(\mathbf{j}_E \cdot \sqrt{\Delta t} \right) E_t \quad (3.32)$$

onde \mathbf{m}_E é a taxa de tendência de variação do consumo de energia ao longo do tempo e \mathbf{s}_E é a volatilidade característica deste consumo, sendo que ambos os parâmetros podem ser estimados a partir dos registros históricos de consumo de cada consumidor ou grupo de consumidores agregados.

Ao consumo de energia modelado, deve ser introduzido o efeito da modulação do mesmo, de tal forma que seu comportamento reflita a curva de carga diária do referido consumidor. A introdução da modulação pode ser feita através de coeficientes de modulação, que amplificam ou reduzem o consumo previsto de acordo com o horário do dia. Assim, tem-se:

$$E|M_{t+1} = [E_t + \mathbf{m}_E E_t \Delta t + \mathbf{s}_E (\mathbf{j}_E \cdot \sqrt{\Delta t}) E_t] \cdot I_{ME} \quad (3.33)$$

onde $E|M_{t+1}$ representa a energia consumida com o efeito da modulação incorporado e I_{ME} representa o índice de modulação do consumo de energia correspondente ao padrão presente na curva de carga do consumidor. Note que o índice de modulação do consumo deve ser diferente para cada dia da semana, assim como pode variar semana a semana e mês a mês devido à influência da sazonalidade.

Apresentada a equação que modela o comportamento do consumo de energia, a interpretação da mesma é que pode-se modelar tal consumo em intervalos de tempo iguais aos respectivos períodos de registro dos medidores, isto é, a cada quarto de hora. Assim sendo, ajustando-se os parâmetros de simulação, taxa de variação e volatilidade, para intervalos de previsão de quarto de hora, pode-se modelar o comportamento do consumo a cada quarto de hora. Tal constatação é importante pois permite que se obtenha o valor de demanda média deste consumidor para cada quarto de hora, de acordo com a equação (3.34), apresentada a seguir.

$$D|M_{t+1} = \frac{[E_t + \mathbf{m}_E E_t \Delta t + \mathbf{s}_E (\mathbf{j}_E \cdot \sqrt{\Delta t}) E_t] \cdot I_{ME}}{0,25} \quad (3.34)$$

onde $D|M_{t+1}$ representa a demanda média prevista para cada intervalo de tempo.

Com base nas equações que modelam energia e demanda, pode-se então determinar os valores de consumo de energia e demanda máxima que serão aplicados à determinação do faturamento dos contratos bilaterais. Assim, tem-se:

$$E_m = \sum_{t=1}^{T_m} E|M_t \quad (3.35)$$

$$D_m = \max \left(D | M_t \Big|_{t=1}^{T_m} \right) \quad (3.36)$$

onde E_m e D_m representam os valores de energia consumida e demanda máxima registrados no mês de referência m , sendo t os períodos de registro das variáveis, variando do instante inicial 1 até T_m , representativo do último período de registro para o mês de referência m .

A partir da equação (3.35) percebe-se que a energia consumida ao longo do mês corresponde à soma das energias registradas a cada intervalo de integralização de 15 minutos. Por outro lado, nota-se de (3.36) que a demanda máxima registrada no período de faturamento é dada pelo máximo valor de demanda média registrado ao longo do referido período.

3.5. Considerações Finais

A avaliação dos contratos elétricos de suprimento requer que sejam conhecidos os possíveis valores que o faturamento referente aos mesmos venha a assumir. Assim sendo, este capítulo tratou de modelar as variáveis que interferem nos prováveis resultados dos referidos contratos.

Foi tomado como base o fato de que os agentes envolvidos estão inseridos em um ambiente de livre negociação e que, portanto, podem estar sujeitos à influência do preço à vista da eletricidade, caso dos agentes detentores de contratos iniciais. Ainda, mesmo que os contratos utilizados eliminem a influência direta do preço à vista no seu resultado, o comportamento esperado para o citado preço pode impactar indiretamente na estrutura dos mesmos, afetando os valores a serem contratados, e por isso sua modelagem não perde importância.

Logo, uma modelagem para o preço *spot* foi apresentada, incluindo a influência da aleatoriedade das afluições às centrais hidrelétricas sobre o comportamento do mesmo. Além do mais, a dependência dos preços de curto prazo em relação aos preços de longo prazo foi modelada, apesar de as análises posteriores a serem realizadas ao longo desta dissertação adotarem um preço de longo prazo constante. Com isto, características como sazonalidade e reversão à média puderam ser incluídas à modelagem do preço *spot*.

Ainda, fica a recomendação de que, para a determinação de um preço *spot* que reflita fielmente as intenções dos agentes de mercado, a interação dos agentes consumidores na definição dos preços deve ser melhor avaliada, de modo a permitir o funcionamento de um mercado economicamente eficiente.

Outra variável que influencia o resultado dos contratos bilaterais de suprimento e que foi modelada é o consumo de energia. A metodologia apresentada se baseia no conhecimento das curvas de carga esperadas para cada consumidor, permitindo que sejam modelados com fidelidade o comportamento futuro para o consumo de energia e demanda requerida.

As metodologias de previsão implementadas permitirão que seja utilizada a teoria de precificação de opções para a determinação do valor justo de instrumentos de *hedging* a serem utilizados por detentores de contratos bilaterais no gerenciamento do risco presente nos referidos contratos. Tal teoria juntamente com sua aplicabilidade aos contratos bilaterais de suprimento será apresentada no capítulo seguinte.

Capítulo 4

Aplicação da Teoria de Precificação de Opções na Avaliação do Risco dos Contratos Elétricos

4.1. Considerações Iniciais

Este capítulo tem como objetivo aplicar a teoria de precificação de opções na avaliação do risco presente nos contratos bilaterais de suprimento. Conforme será apresentado, a estrutura dos contratos bilaterais permite que seu risco seja precificado de acordo com a citada teoria uma vez que o risco dos contratos elétricos é obtido de forma semelhante à definição do *payoff* de opções. O *payoff* de um contrato de opção é o resultado obtido pelo detentor do mesmo no momento de seu exercício, sendo maiores detalhes a seu respeito apresentados ao longo do capítulo

Os capítulos apresentados anteriormente têm a função de prover o analista de contratos das informações necessárias à avaliação do risco presente nos contratos elétricos de suprimento, tendo sido identificados os parâmetros de risco dos contratos no capítulo 2 e aplicada uma modelagem ao comportamento dos mesmos no capítulo 3. Foi com base na estrutura dos contratos que identificou-se os elementos responsáveis por introduzir risco ao resultado dos mesmos, e é justamente esta estrutura o que permite a aplicação da metodologia de precificação do risco com base na teoria de opções. Conforme será apresentado neste capítulo, a parcela do faturamento dos contratos bilaterais sob condição de incerteza se apresenta em função das formas “ $\max(\tilde{C}R - CC, 0)$ ” e “ $\max(0, CC - \tilde{C}R)$ ”, esta última presente na proposta de contrato bilateral tipo 2, onde CR e CC representam consumo registrado e consumo contratado, respectivamente. Poderá ser observado que esta estrutura de

definição do faturamento dos contratos se assemelha à estrutura representativa do *payoff* de uma opção, a qual é um tipo especial de contrato derivativo.

Um contrato derivativo é um título contingente cujo valor depende do valor de uma ou mais variáveis distintas, sendo as mesmas denominadas variáveis subjacentes. Em outras palavras, um derivativo é um título cujo valor é derivado do valor de uma ou mais variáveis, sendo que o valor da variável subjacente não necessariamente precisa ser monetário. Neste último caso, entretanto, a modelagem do contrato derivativo em função da variável subjacente pode apresentar limitações que restrinjam a aplicação da teoria de precificação dos derivativos. Normalmente as variáveis subjacentes são compostas por ativos, e por isso é mais comum encontrar a terminologia ativo subjacente, do inglês *underlying asset*, a qual será utilizada por se considerar a eletricidade um ativo.

Um contrato de opção é um tipo específico de derivativo que permite ao seu detentor tomar a decisão de exercê-lo ou não, em função da conveniência presente no momento de exercer o contrato. Pela vantagem de possuir o direito de exercer ou não o contrato, aspecto inerente ao contrato de opção, o comprador do contrato de opção, denominado titular da opção, paga uma quantia ao vendedor do referido, este denominado lançador da opção, no momento de firmar o contrato. A referida quantia é denominada prêmio.

Mais especificamente, o detentor de uma opção que dá o direito de comprar um determinado ativo ao preço fixado em contrato exercerá o mesmo caso o preço do ativo no mercado na data de encerrar o contrato seja superior ao firmado em contrato, pois, desta forma, ele estará desembolsando uma quantia inferior ao valor corrente do ativo para adquiri-lo. Caso o preço de mercado seja inferior ao preço firmado no contrato, o detentor da opção poderá optar por comprar o ativo ao preço de mercado e não exercer a opção. Esta estrutura de contrato recebe o nome de Opção de Compra, cujo termo utilizado entre os operadores do mercado é *call option*. A estrutura geral que define o *payoff* de uma opção de compra é:

$$payoff_C = \max(\tilde{S}_T - K, 0)$$

onde S_T representa o preço do ativo subjacente no instante T de exercer o contrato, e K representa o preço ao qual o detentor da opção tem o direito de comprar tal ativo, sendo K denominado preço de exercício.

De maneira dual, um contrato de opção de venda dá ao detentor do mesmo o direito de vender um determinado ativo ao preço fixado em contrato numa data futura caso lhe seja conveniente. Neste caso, valerá a pena exercer a opção caso o preço do ativo no mercado seja inferior ao preço firmado em contrato, já que desta forma o vendedor estaria recebendo uma quantia superior ao valor de mercado pela venda do ativo subjacente. O termo de mercado utilizado para denominar este tipo de opção é *put option*, e a estrutura geral de seu *payoff* é:

$$payoff_p = \max(0, K - \tilde{S}_T)$$

Comparando as estruturas que definem o parâmetro de risco dos contratos elétricos com as estruturas que definem o *payoff* dos contratos de opção, fica evidente a semelhança entre ambas. Deste modo, a existência de uma teoria consolidada para a precificação de opções motivou a sua aplicação na definição do valor de risco presente nos contratos elétricos bilaterais, de tal maneira a obter-se o valor justo a ser pago por detentores de contratos bilaterais para transferir o risco presente nesses contratos para terceiros. Em outras palavras, quanto deve o detentor de um contrato bilateral pagar por uma opção que ajuste o risco devido ao uso dos contratos a níveis aceitáveis dentro de sua estratégia de comercialização de eletricidade. Assim, os tópicos a serem apresentados ao longo deste capítulo se destinam justamente a demonstrar que a teoria de precificação de opções é aplicável ao objetivo proposto de avaliar o risco dos contratos elétricos, e a apresentar a forma de fazê-lo.

As estruturas de opção citadas são as formas básicas para contratos de opção, sendo denominadas opções “baunilha”. O conceito embutido no contrato de opção serve como referência na definição de novas formas para diferentes estruturas de contratos de opção, estas últimas denominadas opções exóticas. Para a precificação de uma considerável quantidade de diferentes formas e estruturas de contratos de opção foram desenvolvidas fórmulas analíticas. Entretanto, a demanda por diferentes e variados mecanismos de proteção, que é a principal função exercida pelos contratos derivativos, faz com que novas estruturas para contratos de opção sejam desenvolvidas a cada dia e, em determinados casos, a complexidade da estrutura do contrato implica em desenvolvimentos matemáticos demasiadamente complicados para se obter uma fórmula analítica de precificação. Nos casos em que não se alcancem resultados analíticos para a precificação das opções, a utilização de simulação computacional é a ferramenta que normalmente permite precificar as mesmas. Os resultados práticos a serem

apresentados no capítulo seguinte serão baseados em uma forma de precificação do risco através de métodos computacionais, sendo entretanto indicadas referências para a possível obtenção de soluções analíticas fechadas que determinem o preço destas “opções”.

4.2. Contratos de Opção [8, 20]

Para a apresentação dos contratos de opção, será utilizada a forma mais convencional de opção, na qual se tem como variável subjacente o preço de um ativo. Um contrato de opção pode então ser visto como um acordo entre duas partes em que o agente lançador da opção (parte que vende a opção) fica obrigado a cumprir sua obrigação definida no contrato caso o agente detentor da opção (parte que compra a opção) decida exercê-la. No caso de o detentor da opção decidir por não exercê-la, a contraparte fica desobrigada de cumprir o definido em contrato.

Neste tipo de contrato são definidas a quantidade do ativo subjacente a ser transacionado e um preço de exercício predefinido. O contrato é acordado mediante o pagamento de um prêmio pelo comprador ao lançador da opção, como forma de remunerar este último por assumir o risco presente no comportamento do valor do ativo subjacente no lugar do comprador da opção.

A teoria de precificação de opções trata da determinação do valor deste prêmio, ou seja, a partir dela pode-se definir o valor justo (*fair price*) a ser pago por um determinado agente para transferir o risco inerente ao comportamento da variável subjacente. Assim sendo, identifica-se duas classes gerais de opções, que podem ser caracterizadas da seguinte maneira:

- **Opção Européia:** pode ser exercida somente na data de vencimento da opção;
- **Opção Americana:** pode ser exercida a qualquer momento durante a vida da opção.

As denominações americana e européia não apresentam relação com os locais onde são negociadas, sendo apenas uma nomenclatura adotada por operadores de mercados financeiros para distinguir as opções em relação ao momento de exercício da opção. Pode-se notar claramente que a diferença existente entre as duas opções deve afetar a avaliação das

mesmas, pois, uma vez que as opções americanas embutem maiores oportunidades de exercício da opção, espera-se que as mesmas apresentem valor superior a suas similares¹² européias. Pode-se encontrar em [21] que esta expectativa se mostra válida para opções de venda, não sendo verdade para opções de compra, caso em que pode-se demonstrar que para opções de compra não é ideal exercer a opção antes da data de vencimento, e que, portanto, o prêmio de opções de compra apresentam o mesmo valor para opções européias ou americanas.

Com base na idéia intuitiva de opções, será definido a seguir o *payoff* das mesmas, sendo apresentadas as estruturas que compõem as opções tradicionais, ou opções baunilha. O *payoff* de uma opção é o resultado que se obtém no momento do exercício da mesma, seja anterior à data de vencimento, possível apenas para opções americanas, ou seja na data de vencimento da opção, possível para opções européias ou americanas.

4.2.1. *Payoff* de Opções de Compra

A opção de compra dá ao seu titular o direito de adquirir um ativo a um preço prefixado (preço de exercício). A figura 4.1, apresentada a seguir, representa a posição de um titular em uma opção de compra. Observa-se que há duas regiões distintas. A primeira região refere-se a uma região de perda limitada, igual ao prêmio pago pelo titular para o lançador da opção de compra. A segunda região garante ao titular dessa opção ganhos ilimitados dependendo do preço do ativo objeto.

¹² Por opções similares entenda opções com mesmas características contratuais, isto é, preços de exercício iguais, datas de vencimento iguais e ativo subjacente iguais para ambas as opções.

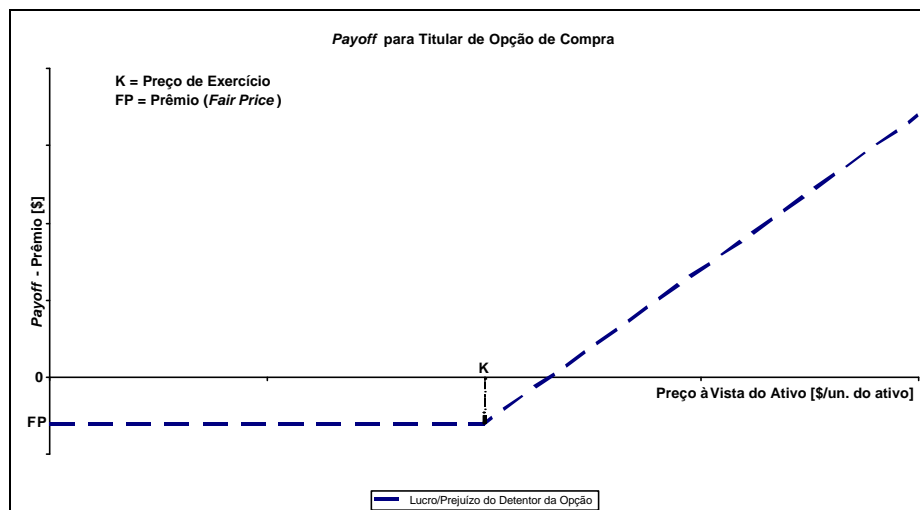


Figura 4.1 – Payoff para Titular de uma Call

A figura 4.1 representa o ganho/perda para o detentor de uma opção no instante de exercício da opção. Dependendo da oscilação do valor do ativo objeto, há oportunidades de lucros e perdas tanto para o titular quanto para o lançador da opção. Com base na figura 4.1, verifica-se que o *payoff* para o detentor de uma opção de compra é dado por:

$$payoff_{T,C} = \max(\tilde{S}_T - K, 0) \quad (4.1)$$

Se o preço do ativo objeto estiver acima do preço de exercício o titular irá exercer a opção, e no mercado financeiro os agentes dizem que a opção estará dentro do dinheiro (*in-the-money*). Quanto maior o preço do ativo objeto em relação ao preço de exercício, maior será o lucro auferido pelo titular. Se o preço de exercício for igual ao valor do ativo objeto, a opção estará no dinheiro (*at-the-money*).

Porventura, se o valor do ativo objeto estiver abaixo do preço de exercício, o titular não irá exercer a opção, pois exercer implicaria em pagar mais caro pelo ativo objeto. Diz-se que a opção está fora do dinheiro (*out-of-money*). Desta forma o titular irá perder somente o prêmio pago para o lançador da opção na data da efetivação do contrato.

O lançador de uma *call* auferirá lucros somente se a opção estiver fora do dinheiro, recebendo assim somente o prêmio da opção no início do contrato. Por outro lado, esse agente assume riscos ilimitados, dependendo da oscilação do preço do objeto negociado, conforme ilustrado na figura 4.2, apresentada a seguir.

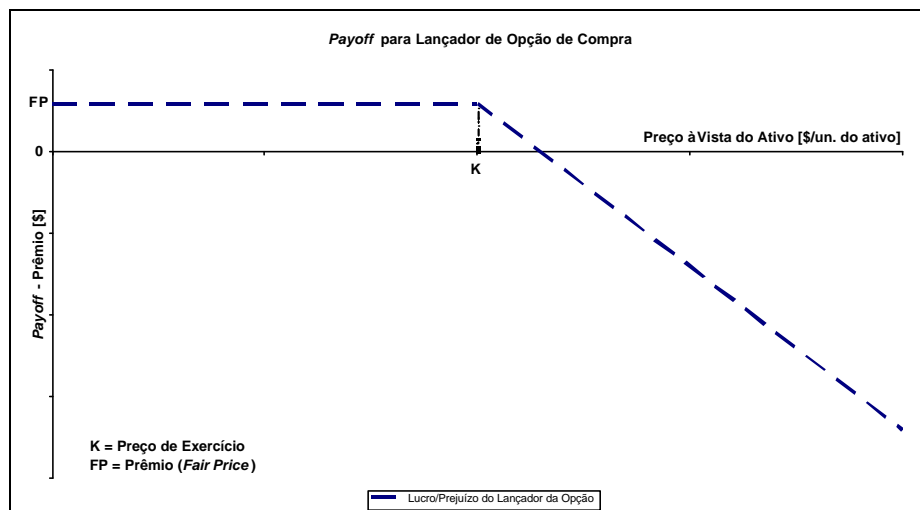


Figura 4.2 – *Payoff* para Lançador de uma *Call*

Com base na figura 4.2, verifica-se que o *payoff* para o lançador de uma opção de compra é dado por:

$$payoff_{L,C} = -\max(\tilde{S}_T - K, 0) \quad (4.2)$$

4.2.2. *Payoff* de Opções de Venda

Uma opção de venda é vista como sendo a dual de uma opção de compra. Desta forma, para uma opção de compra, ganhos são realizados com o aumento do preço do ativo objeto, enquanto para uma opção de venda, ganhos são auferidos com a queda do preço do objeto negociado.

Ao comprar uma *put* um investidor está interessado em fixar um preço mínimo para a venda de um ativo objeto. Desta forma, se o preço do objeto negociado oscilar de forma que fique abaixo do preço de exercício, o titular dessa opção estará protegido, pois poderá vender esse objeto a um preço preestabelecido no início da negociação. Todavia, se o preço do ativo objeto estiver acima do preço de exercício, a opção não será exercida, uma vez que exercer implicaria vender mais barato o ativo objeto, deixando de ter valor. Neste caso, o titular perde o valor do prêmio pago no início do contrato.

As figuras 4.3 e 4.4 representam os lucros e perdas do titular e do lançador de uma opção de venda, respectivamente, em função da oscilação do preço de mercado de um ativo objeto. Se o valor de mercado do ativo objeto estiver abaixo do preço de exercício, a opção será exercida, ou seja, a opção estará dentro do dinheiro. Por outro lado, se o preço de mercado estiver acima do preço de exercício, a opção estará fora do dinheiro.

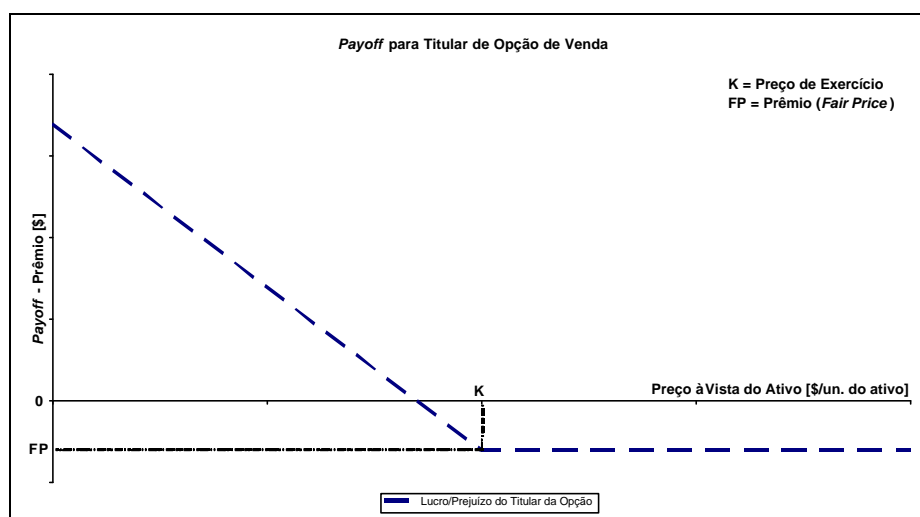


Figura 4.3 – Payoff para Titular de uma Put

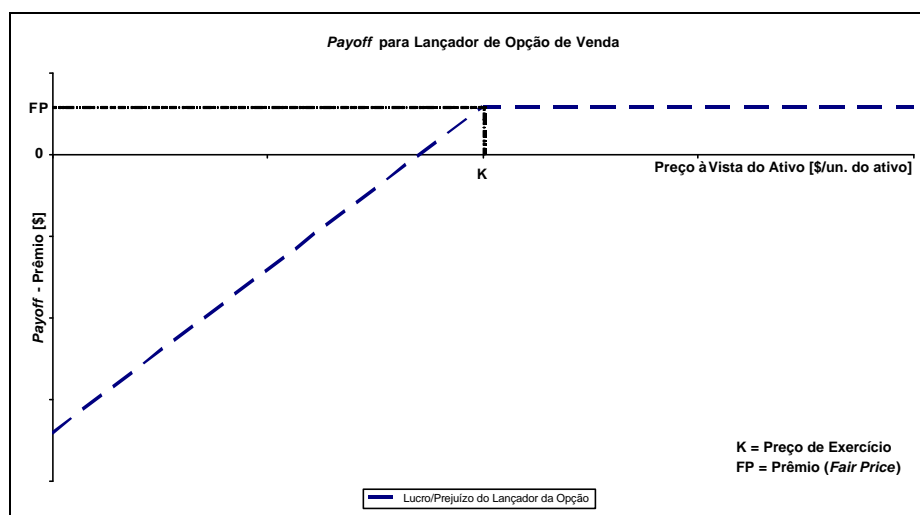


Figura 4.4 – Payoff para Lançador de uma Put

Com base na figura 4.3, obtém-se que o *payoff* de uma opção de venda para o detentor da opção é dado por:

$$payoff_{T,P} = \max(0, K - \tilde{S}_T) \quad (4.3)$$

Ainda, com base na figura 4.4, observa-se que o *payoff* de uma opção de venda para o lançador da opção é definido conforme a seguir:

$$payoff_{L,P} = -\max(0, K - \tilde{S}_T) \quad (4.4)$$

4.3. Opções Embutidas em Contratos Bilaterais de Suprimento

Com base nos contratos apresentados no capítulo 2, tem-se que as fórmulas para obtenção de seus respectivos faturamentos podem ser reescritas de tal forma a permitir a visualização das opções embutidas nas estruturas dos mesmos.

a) Os Contratos Iniciais

Com relação aos contratos iniciais a identificação da estrutura de uma opção embutida no mesmo é direta, uma vez que o mesmo é composto por uma parcela fixa de faturamento, definida de acordo com as equações (2.6) e (2.7), acrescido de uma parcela variável em função das ultrapassagens ocorridas no consumo de energia, definida pela equação (2.9), rerepresentada na equação (4.5):

$$FU_{Emh} = \sum_{h=1}^{Tm} \max(\tilde{E}R_{mh} - EC_{mh}, 0) \cdot \tilde{S}_{mh} \quad (4.5)$$

Nota-se claramente que a parcela de risco de um contrato inicial é função de uma estrutura similar à de um detentor de uma opção de compra, sendo seu valor monetário definido em função do preço da energia elétrica no mercado *spot*. A aleatoriedade do preço da energia elétrica aplicada a esta parcela do faturamento do contrato é responsável por introduzir um aumento na volatilidade do retorno do mesmo, sendo por isso um elemento de risco a mais, além do risco imputado pelo comportamento aleatório do consumo de energia.

A parcela do faturamento apresentada na equação (4.5) é responsável por imputar risco aos contratos iniciais e, por isso, é a parcela que deve ser analisada em uma avaliação do risco presente nos mesmos.

b) Os Contratos Bilaterais de Suprimento Tipo 1

Identificar a parcela de risco presente no faturamento dos contratos bilaterais denominados de tipo 1 não representa maiores problemas também, uma vez que o faturamento do mesmo é definido em função de uma parcela constante, igual à parcela constante presente nos contratos iniciais, e uma parcela referente a ultrapassagens de demanda e energia, sendo as mesmas apresentadas anteriormente nas equações (2.13) e (2.14), e cujas parcelas referentes ao consumo variável são apresentadas nas equações (4.6) e (4.7):

$$FU_{Dm} = \max\left(\max\left(\tilde{D}R_{mh}\Big|_{h=1}^{Tm}\right) - DC_m, 0\right) \cdot TUD \quad (4.6)$$

$$FU_{Em} = \max\left(\sum_{h=1}^{Tm} \tilde{E}R_{mh} - EC_m, 0\right) \cdot TUE \quad (4.7)$$

Observa-se, a partir das equações (4.6) e (4.7), que o faturamento variável dos contratos bilaterais tipo 1 apresenta estrutura semelhante ao *payoff* de um detentor de opções de compra sobre ultrapassagens de energia consumida e demanda máxima registrada, sendo o valor monetário das mesmas definido em função de tarifas fixas de ultrapassagem, o que elimina o risco dos preços de mercado, presentes nos contratos iniciais.

c) Os Contratos Bilaterais de Suprimento Tipo 2

Os contratos bilaterais denominados de tipo 2, na forma como foram apresentados não permitem uma visualização direta das opções embutidas nos mesmos. Assim sendo, as equações representativas dos mesmos serão rearranjadas de modo a que se possa enxergar tais opções.

A estrutura do faturamento dos contratos bilaterais tipo 2, representadas pelas equações (2.16) e (2.17), rerepresentadas nas equações (4.8) e (4.9) a seguir:

$$\begin{aligned}
 FD_m &= \tilde{D}R_m \cdot TDC + (DC_m - \tilde{D}R_m) \cdot TSD, \quad \text{se } \tilde{D}R_m \leq DC_m \\
 FD_m &= DC_m \cdot TDC + (\tilde{D}R_m - DC_m) \cdot TUD, \quad \text{se } \tilde{D}R_m > DC_m \\
 \text{onde: } \tilde{D}R_m &= \max\left(\tilde{D}R_{mh}\Big|_{h=1}^{Tm}\right)
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\begin{aligned}
 FE_m &= \tilde{E}R_m \cdot TEC + (EC_m - \tilde{E}R_m) \cdot TSE, \quad \text{se } \tilde{E}R_m \leq EC_m \\
 FE_m &= EC_m \cdot TEC + (\tilde{E}R_m - EC_m) \cdot TUE, \quad \text{se } \tilde{E}R_m > EC_m \\
 \text{onde: } \tilde{E}R_m &= \sum_{h=1}^{Tm} \tilde{E}R_{mh}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

podem ser reescritas de forma unificada conforme apresenta-se nas equações (4.10) e (4.11):

$$\begin{aligned}
 FD_m &= \min\left(DC_m, \max\left(\tilde{D}R_{mh}\Big|_{h=1}^{Tm}\right)\right) \cdot TDC + \\
 &+ \max\left(\left(DC_m - \max\left(\tilde{D}R_{mh}\Big|_{h=1}^{Tm}\right)\right) \cdot TSD, \left(\max\left(\tilde{D}R_{mh}\Big|_{h=1}^{Tm}\right) - DC_m\right) \cdot TUD\right)
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

$$\begin{aligned}
 FE_m &= \min\left(EC_m, \sum_{h=1}^{Tm} \tilde{E}R_{mh}\right) \cdot TEC + \\
 &+ \max\left(\left(EC_m - \sum_{h=1}^{Tm} \tilde{E}R_{mh}\right) \cdot TSE, \left(\sum_{h=1}^{Tm} \tilde{E}R_{mh} - EC_m\right) \cdot TUE\right)
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

onde $\min(var_1, var_2)$ refere-se ao operador matemático “mínimo”, o qual retorna como resultado o menor valor entre as variáveis var_1 e var_2 .

Sem maiores dificuldades pode-se demonstrar que:

$$\min(\tilde{V}R, VC) = VC - \max(0, VC - \tilde{V}R) \tag{4.12}$$

onde VR e VC referem-se aos valores registrados e contratados, respectivamente. Aplicando a relação (4.12) à primeira parcela dos faturamentos de energia e demanda, apresentadas nas equações (4.10) e (4.11), obtém-se que:

$$\begin{aligned}
 \min\left(DC_m, \max\left(\tilde{D}R_{mh}\Big|_{h=1}^{Tm}\right)\right) \cdot TDC &= DC_m \cdot TDC - \\
 - \max\left(0, DC_m - \max\left(\tilde{D}R_{mh}\Big|_{h=1}^{Tm}\right)\right) \cdot TDC
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

$$\min\left(EC_m, \sum_{h=1}^{T_m} \tilde{E}R_{mh} \right) \cdot TEC = EC_m \cdot TEC - \max\left(0, EC_m - \sum_{h=1}^{T_m} \tilde{E}R_{mh} \right) \cdot TEC \quad (4.14)$$

Além disso, tem-se que:

$$\max(\tilde{V}R - VC, VC - \tilde{V}R) = \max(\tilde{V}R - VC, 0) + \max(0, VC - \tilde{V}R) \quad (4.15)$$

permitindo que a segunda parcela dos faturamentos de energia e de demanda possam ser reescritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \max\left(\left(DC_m - \max\left(\tilde{D}R_{mh} \Big|_{h=1}^{T_m} \right) \right) \cdot TSD, \left(\max\left(\tilde{D}R_{mh} \Big|_{h=1}^{T_m} \right) - DC_m \right) \cdot TUD \right) = \\ & \max\left(0, DC_m - \max\left(\tilde{D}R_{mh} \Big|_{h=1}^{T_m} \right) \right) \cdot TSD + \max\left(\max\left(\tilde{D}R_{mh} \Big|_{h=1}^{T_m} \right) - DC_m, 0 \right) \cdot TUD \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} & \max\left(\left(EC_m - \sum_{h=1}^{T_m} \tilde{E}R_{mh} \right) \cdot TSE, \left(\sum_{h=1}^{T_m} \tilde{E}R_{mh} - EC_m \right) \cdot TUE \right) = \\ & \max\left(0, EC_m - \sum_{h=1}^{T_m} \tilde{E}R_{mh} \right) \cdot TSE + \max\left(\sum_{h=1}^{T_m} \tilde{E}R_{mh} - EC_m, 0 \right) \cdot TUE \end{aligned} \quad (4.17)$$

Assim, reescrevendo as equações (4.10) e (4.11) de acordo com (4.13), (4.14), (4.16) e (4.17), obtém-se para os faturamentos de demanda e de energia:

$$\begin{aligned} FD_m = & DC_m \cdot TDC + \max\left(\max\left(\tilde{D}R_{mh} \Big|_{h=1}^{T_m} \right) - DC_m, 0 \right) \cdot TUD - \\ & - \max\left(0, DC_m - \max\left(\tilde{D}R_{mh} \Big|_{h=1}^{T_m} \right) \right) \cdot (TDC - TSD) \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} FE_m = & EC_m \cdot TEC + \max\left(\sum_{h=1}^{T_m} \tilde{E}R_{mh} - EC_m, 0 \right) \cdot TUE - \\ & - \max\left(0, EC_m - \sum_{h=1}^{T_m} \tilde{E}R_{mh} \right) \cdot (TEC - TSE) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Observa-se, a partir das equações (4.18) e (4.19), que o faturamento do contrato bilateral tipo 2 pode ser analisado como sendo composto de uma parcela fixa igual à dos contratos iniciais, acrescida de uma parcela variável decomposta em duas estruturas,

referentes às ultrapassagens e subpassagens. A parcela referente às ultrapassagens se assemelha à obtida para o contrato bilateral tipo 1. Assim sendo, a diferença deste contrato para o contrato bilateral tipo 1 pode ser vista como sendo uma diminuição do valor faturado em função da energia não consumida.

Com base nas equações (4.18) e (4.19) verifica-se que as parcelas de faturamento variável dos contratos bilaterais tipo 2 são definidas em função das seguintes estruturas:

$$FU_{Dm} = \max(\tilde{D}R_m - DC_m, 0) \cdot TUD \quad (4.20)$$

$$FU_{Em} = \max(\tilde{E}R_m - EC_m, 0) \cdot TUE \quad (4.21)$$

$$FS_{Dm} = -[\max(0, DC_m - \tilde{D}R_m) \cdot (TDC - TSD)] \quad (4.22)$$

$$FS_{Em} = -[\max(0, EC_m - \tilde{E}R_m) \cdot (TEC - TSE)] \quad (4.23)$$

Analisando as parcelas responsáveis por introduzir risco no faturamento do contrato bilateral tipo 2, nota-se que há duas formas distintas. A primeira corresponde ao faturamento por ultrapassagem, onde nota-se a similaridade com o *payoff* de um detentor de opção de compra. Assim sendo, o agente contratante possui o direito de comprar seu consumo excedente a uma tarifa fixa de ultrapassagem, ao invés de precisar recorrer ao mercado à vista para cumprir suas obrigações. Por outro lado, esta tarifa deve ser normalmente elevada, introduzindo uma perda por não permitir aproveitar possíveis ganhos no mercado à vista de eletricidade.

A segunda parcela a introduzir risco no faturamento do contrato bilateral tipo 2 é similar ao *payoff* de um titular de uma opção de venda, com a qual o detentor da mesma irá exercê-la sempre que o consumo registrado for inferior ao contratado. Note que o sinal negativo, nesta condição, é apenas representativo de um “faturamento negativo”, isto é, a realização de uma venda. Esta parcela, apesar de representar uma oportunidade de vender energia não consumida, diminuindo o valor a ser pago devido ao contrato, não deixa de ser punitiva, uma vez que a energia será vendida a um valor inferior ao que foi comprado.

A grande vantagem de se reescrever os contratos de acordo com as formas apresentadas, é que isto permite que o risco inerente aos contratos seja avaliado de acordo

com a teoria de precificação de opções, facilitando a definição de estratégias para minimizar os riscos envolvidos no processo de compra e venda de energia elétrica.

O próximo item trata, portanto, de apresentar a teoria de precificação de opções de tal forma que sua aplicação na avaliação do risco presente nos contratos bilaterais seja possível.

4.4. Modelos para o Cálculo do Prêmio das Opções [21, 22]

O modelo mais conhecido de precificação de opções foi desenvolvido por Fischer Black e Myron Scholes, sendo conhecido por modelo de Black e Scholes, e apresentado à comunidade financeira em 1973 sob o título “*The Pricing of Options and Corporate Liabilities*”. Este modelo assume que os preços dos ativos apresentam distribuição probabilística lognormal, de tal forma que seu comportamento pode ser descrito pela aplicação do processo de Wiener ao logaritmo natural dos preços.

Baseados na hipótese anterior, inúmeros outros artigos foram desenvolvidos apresentando aplicações e variações na forma de precificar opções, das tradicionais às exóticas. Dentre tais trabalhos poderia mencionar as referências [23], de 1979, que apresenta o modelo de precificação de opções através de árvores binomiais, e [24] e [25], respectivamente de 1979 e 1991, que apresentam resultados para a precificação de opções dependentes da trajetória, úteis na definição do valor de opções que dependem dos extremos atingidos pelas variáveis objeto, que é o caso das opções que envolvem a demanda máxima em períodos de faturamento. Ainda, a referência [26], de 1975, apresenta uma revisão dos principais modelos de precificação de opções existentes à época.

O modelo de Black e Scholes, que será denotado a partir deste ponto por B&S, foi inicialmente desenvolvido com a característica de permitir a determinação dos valores justos das opções através de desenvolvimentos analíticos que resultam em uma equação diferencial, cuja solução única depende das condições de fronteira características de cada derivativo. Contudo, muitas vezes a solução de tal equação diferencial não se faz de forma elementar, e então, a solução normalmente adotada nestes casos é a utilização de ferramentas computacionais que permitam uma estimativa do valor da opção.

Neste item serão apresentados conceitos relativos às metodologias de precificação de opções através do modelo de árvores binomiais e do modelo de B&S, sendo destacada a possibilidade de aplicação da técnica de simulação computacional na determinação do prêmio das opções, aplicável na definição do valor justo a ser pago por agentes que detém contratos bilaterais de suprimento de eletricidade para transferir o risco presente nos mesmos para terceiros.

4.4.1. Modelo Binomial [23]

O cálculo do valor justo de uma opção apresentado neste item baseia-se no método binomial, que foi desenvolvido por William Sharpe, para ser utilizado a princípio no mercado de títulos. Estudos posteriores realizados por John C. Cox e Mark Rubinstein permitiram que esse mesmo modelo fosse aplicado no mercado de opções.

Este modelo envolve a construção de uma árvore binomial que representa os diferentes caminhos possíveis que podem ser seguidos pelo preço do ativo subjacente. O modelo binomial pode ser construído considerando que o ativo objeto segue uma série multiplicativa ou aditiva.

O processo multiplicativo se inicia com um valor, S_0 , no início da árvore e, ao final do período Δt o preço do ativo move-se para cima ou para baixo, multiplicando-se S_0 por um coeficiente de movimento ascendente, $u > 1$, ou descendente, $d < 1$, ou seja, o preço do ativo será $S_0 \cdot u$ ou $S_0 \cdot d$, respectivamente.

Para que as árvores binomiais possam ser utilizadas na precificação de opções, a premissa fundamental é a não existência de oportunidades de arbitragem para os investidores. O princípio de precificação usado baseia-se na formação de uma carteira, denominada portfólio, contendo uma posição comprada em determinada quantidade, δ , do ativo subjacente e uma posição vendida em uma opção do referido ativo. Na ausência de arbitragem, não deve existir incerteza quanto ao valor do portfólio, Π , no final do período analisado. Isto é possível devido ao fato do elemento aleatório que afeta o valor do ativo subjacente ser o mesmo que afeta o valor da opção.

Sendo assim, o valor de δ pode ser determinado de tal modo que o retorno gerado pelo portfólio seja igual ao retorno obtido em uma aplicação de curto prazo livre de risco, uma vez que não existe incerteza em relação ao seu valor no instante de tempo seguinte. Isto permite calcular o valor do portfólio e precificar a opção.

A figura 4.5 ilustra uma árvore binomial de passo único representativa do preço de um ativo objeto. Tem-se, no início da mesma, o valor corrente do ativo, S_0 , e no decorrer de um período de tempo observam-se duas possibilidades para o novo valor do ativo, S_u ou S_d , ou seja, variações positivas ou negativas no valor do mesmo. Os valores S_u ou S_d podem ser atingidos com as respectivas probabilidades, q e $1-q$.

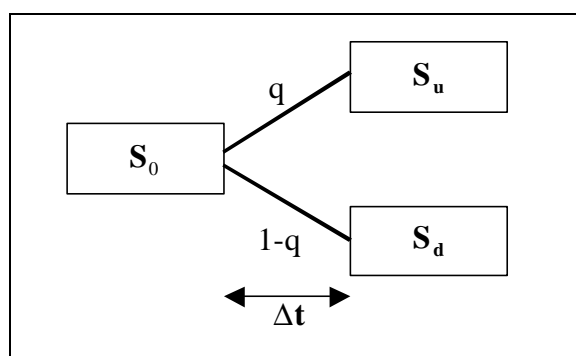


Figura 4.5 – Modelo binomial de um único estágio

Imagine-se, inicialmente, que se deseja obter o valor de uma opção de compra tipo americana através do modelo binomial simples de um único período (Δt). A figura 4.6 ilustra esta situação, onde K é o preço de exercício da opção e C_u e C_d são os valores da opção de compra quando do aumento e da redução do preço do ativo substrato, respectivamente. C representa o valor corrente da opção de compra americana.

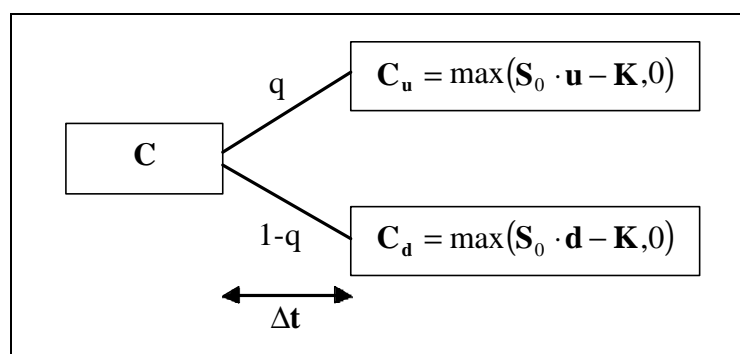


Figura 4.6 – Valor da opção - modelo binomial

Se o preço do ativo subjacente mover-se para cima ($S_0 \cdot u$), o portfólio formado pela posição comprada de δ unidades do ativo e da posição vendida de uma opção de compra, no final da vida da opção, Δt , valerá:

$$\Pi_u = \delta \cdot S_0 \cdot u - C_u \quad (4.24)$$

Por outro lado, se o preço do ativo recuar, o mesmo portfólio valerá:

$$\Pi_d = \delta \cdot S_0 \cdot d - C_d \quad (4.25)$$

O portfólio formado será livre de risco se o valor de δ for escolhido de tal forma que o valor final do portfólio, em Δt , seja igual a seu valor inicial, Π_0 , independentemente da direção da variação no preço do ativo subjacente, ou seja, $\Pi_0 = VP(\Pi_u) = VP(\Pi_d)$.

Logo, substituindo-se as equações (4.24) e (4.25) na relação anterior, tem-se que:

$$\delta \cdot S_0 \cdot u - C_u = \delta \cdot S_0 \cdot d - C_d \quad (4.26)$$

Desta forma:

$$\delta = \frac{C_u - C_d}{S_0(u - d)} \quad (4.27)$$

Ainda, sendo o portfólio formado livre de risco, o mesmo vale:

$$\Pi_0 = \delta \cdot S_0 - C \quad (4.28)$$

e seu valor presente pode ser dado por:

$$VP(\Pi_u) = (\delta \cdot S_0 \cdot u - C_u) \cdot e^{-r \cdot \Delta t}, \text{ para preços ascendentes} \quad (4.29)$$

ou

$$VP(\Pi_d) = (\delta \cdot S_0 \cdot d - C_d) \cdot e^{-r \cdot \Delta t}, \text{ para preços descendentes} \quad (4.30)$$

onde r representa a taxa de retorno livre de risco. Igualando (4.28) e (4.29), tem-se que:

$$\delta \cdot S_0 - C = (\delta \cdot S_0 \cdot u - C_u) \cdot e^{-r \cdot \Delta t} \quad (4.31)$$

Rearranjando, obtém-se:

$$C = \delta \cdot S_0 - (\delta \cdot S_0 \cdot u - C_u) \cdot e^{-r \cdot \Delta t} \quad (4.32)$$

Substituindo (4.27) em (4.32) e simplificando, obtém-se o valor presente da opção de compra:

$$C = e^{-r \cdot \Delta t} \cdot [p \cdot C_u + (1 - p) \cdot C_d] \quad (4.33)$$

onde:

$$p = \frac{e^{r \cdot \Delta t} - d}{u - d} \quad (4.34)$$

O processo apresentado para obtenção do preço da opção pode ser estendido para árvores binomiais com número de estágios temporais superior a dois, permitindo a definição de uma fórmula de cálculo geral para o prêmio de opções ao se considerar que o ativo subjacente se comporta de acordo com o modelo binomial, podendo tal resultado ser encontrado em [23].

4.4.2. Modelo de Black-Scholes [21]

De modo análogo ao apresentado para o modelo binomial, a análise fundamental adotada por B&S baseia-se na formação de uma carteira livre de risco, composta por um percentual dos recursos disponíveis aplicado no ativo e o restante aplicado em derivativos dependentes do ativo subjacente em questão. Tendo em mente que a análise feita por B&S assume que a variável subjacente segue o processo modelado de acordo com o movimento geométrico Browniano, obtém-se uma carteira cujo valor é conhecido no instante seguinte à sua composição independente da trajetória desenvolvida pelo valor do ativo.

A composição da carteira livre de risco é um artifício que permite que se chegue à denominada Equação Diferencial de Black e Scholes, apresentada a seguir:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} - rf = 0 \quad (4.35)$$

onde f representa o valor do derivativo, S é o preço do ativo subjacente, r é a taxa de juros livre de risco e σ é a volatilidade do valor do ativo. Esta equação diferencial apresenta inúmeras soluções, sendo possível obter soluções particulares para cada tipo de derivativo, em função de suas respectivas condições de fronteira.

Assim sendo, aplicando-se as condições de fronteira para opções de compra e opções de venda tradicionais, tem-se:

- condição de fronteira para opções de compra: $\max(S_T - K, 0)$
- condição de fronteira para opções de venda: $\max(0, K - S_T)$

Os valores obtidos para opções de compra e de venda a partir da equação diferencial de B&S são, portanto:

$$C = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \quad (4.36)$$

e

$$P = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \quad (4.37)$$

onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (4.38)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (4.39)$$

onde $N(x)$ é a função densidade de probabilidade cumulativa para uma variável que é normalmente distribuída com média zero e desvio padrão igual a 1, S_0 representa o valor do

ativo subjacente no instante inicial da análise, K representa o valor de exercício acordado no contrato de opção e T representa o tempo até o vencimento da opção.

É interessante salientar que opções como as relacionadas à demanda são casos específicos de opções denominadas “Opções Dependentes da Trajetória”, sendo as opções cujo *payoff* se baseia no máximo (ou mínimo) valor alcançado pela variável subjacente ao longo da vida da opção denominadas de opções retrospectivas, ou *lookback options*. Em [24] encontra-se a demonstração da possibilidade da utilização do modelo de B&S na precificação de tais opções, tendo Conze e Viswanathan [25] encontrado resultados analíticos para a precificação de tais opções para diversas condições de fronteira, ou seja, diferentes tipos de opções. Ainda, [27] apresenta uma forma alternativa para precificar tais opções.

Vale ainda mencionar que o modelo binomial pode ser estendido para uma forma temporal contínua, dividindo-se sua vida, T anos, em um número cada vez maior de intervalos, n , até que n se aproxime do infinito, situação em que se obtém resultado idêntico ao da solução da equação diferencial de B&S.

4.4.3. Simulação de Monte Carlo [21]

Os resultados apresentados para o cálculo dos prêmios de opções são aplicáveis em função da adequação das opções analisadas às hipóteses assumidas pelos respectivos modelos, enquadrando-se em tais condições as opções de compra e de venda tradicionais.

As opções embutidas nos contratos bilaterais apresentam estrutura similar às opções de compra e de venda europeias. Porém, a modelagem do consumo e do preço *spot* através do movimento geométrico Browniano não se aplica diretamente à definição do *payoff* das referidas opções embutidas nos contratos bilaterais, pois, os resultados aplicados aos contratos bilaterais são, na verdade, a soma das energias consumidas em cada intervalo de registro dentro do período de faturamento e a demanda máxima obtida para cada período de faturamento. Portanto, as opções embutidas nos contratos apresentam características peculiares, sendo conhecidas por opções exóticas, que levaram ao uso de técnicas de simulação computacional para a obtenção de seu valor justo.

O uso de simulação de Monte Carlo na determinação do prêmio das opções é relativamente simples. Com base nas séries sintéticas simuladas para a variável subjacente, sendo esta caracterizada pelo consumo de eletricidade para os contratos bilaterais propostos, obtêm-se valores para ultrapassagens e subpassagens a cada período de faturamento e, deste modo, pode-se definir o valor da opção referente a cada período de faturamento associado a cada série sintética simulada. Com os resultados alcançados, tomam-se os valores médios obtidos para as opções a cada período de faturamento como válidos para os prêmios das respectivas opções, devendo os mesmos ser apenas descontados para o valor presente de acordo com a taxa de desconto adequada.

Portanto, a solução adotada neste trabalho baseia-se na utilização de métodos computacionais, uma vez que a grande dificuldade de aplicar os modelos analíticos citados está na correta adaptação dos modelos, que foram inicialmente desenvolvidos para precificar opções tradicionais, e na determinação dos parâmetros corretos a serem aplicados a tais modelos. A utilização de simulação de Monte Carlo na determinação do prêmio de opções dependentes da trajetória é, segundo [21], o caminho natural quando não se tem uma solução analítica fechada para o cálculo do mesmo.

Logo, os modelos de precificação apresentados permitem que se obtenha o valor justo a ser pago para se transferir o risco presente nos contratos para terceiros, com a modelagem a ser utilizada neste trabalho baseada na modelagem computacional das variáveis subjacentes e na sua aplicação à estrutura de *payoffs* embutidas nos contratos e apresentadas neste capítulo.

4.5. Considerações Finais

Conhecer o risco embutido em um contrato elétrico de suprimento passa por determinar a estrutura dos mesmos e o comportamento das variáveis que imputam este risco aos citados contratos. Entretanto, uma forma de precificar este risco e permitir que os agentes atuem no sentido de administrá-lo exige o uso de ferramentas mais elaboradas.

A teoria de precificação de opções é uma forma de realizar tal objetivo e este capítulo se destinou a apresentar a possibilidade de aplicá-la na precificação dos riscos presentes em

contratos de suprimento. Logo, ficou demonstrado que a técnica de precificação do risco através da teoria de opções pode ser aplicada, sendo apresentado um exemplo de utilização da mesma no capítulo seguinte.

A não utilização de soluções analíticas fechadas para atingir tal fim não invalida a metodologia proposta, uma vez que a técnica de simulação é largamente utilizada nos casos em que a obtenção de soluções fechadas se mostra inviável. A modelagem das variáveis através do movimento geométrico browniano permite que a teoria de precificação de opções seja aplicada através de simulações de cenários, com o valor médio obtido para as simulações convergindo para o valor da opção que caracteriza o elemento analisado quando se toma um número grande o suficiente de cenários simulados.

Assim sendo, o próximo capítulo apresenta aplicações da metodologia desenvolvida ao longo dos capítulos desta dissertação na avaliação dos contratos de suprimento em função de seu faturamento e do risco presente nos resultados dos mesmos.

Capítulo 5

Aplicações da Metodologia de Avaliação dos Contratos Elétricos

5.1. Considerações Iniciais

As ferramentas apresentadas nos capítulos anteriores formam uma base para a avaliação dos contratos elétricos em função do faturamento esperado e da possibilidade de gerenciar os riscos embutidos nos resultados dos mesmos. Assim sendo, este capítulo contém resultados de simulações realizadas utilizando as modelagens apresentadas, contendo:

- Resultados referentes ao comportamento modelado para o preço à vista da eletricidade e aos comportamentos de demanda máxima e consumo de energia;
- Aplicação da precificação do risco em uma análise de sensibilidade com relação às variáveis demanda e energia contratadas, auxiliando a determinação de níveis ótimos a serem contratados de acordo com o nível de faturamento esperado;
- Avaliação de técnicas para gerenciamento do risco, incluindo:
 - Flexibilidade no nível de contratação ao longo do tempo;
 - Utilização de instrumentos derivativos, tendo sido utilizadas opções, na definição de estratégias de negociação.

5.2. Resultados da Modelagem do Preço à vista e do Consumo

5.2.1. O Comportamento do Preço à vista

De maneira a ilustrar a metodologia apresentada, serão apresentados alguns resultados de simulações realizadas com base na respectiva metodologia.

Para a obtenção da previsão de afluências e preço *spot*, a definição dos respectivos parâmetros de simulação foi realizada tomando como referência as informações presentes nas séries históricas de:

- afluências à Central de Geração Hidrelétrica Nova Avanhandava – período de 1931 a 1996 [22];
- histórico do preço à vista da energia elétrica para o subsistema Sudeste/Centro-Oeste - Carga Média. Considerou-se que o mesmo pode ser analisado como a composição dos seguintes valores [28]:
 - valores mensais de Tarifa Marginal de Operação (TMO) – período de julho de 1999 a agosto de 2000;
 - valores mensais de Custo Marginal de Operação (CMO) – período de setembro de 2000 a junho de 2001;
 - média mensal dos valores semanais de CMO – período de julho de 2001 a novembro de 2002.

A figura 5.1 apresenta o comportamento do preço ao longo deste período de tempo.

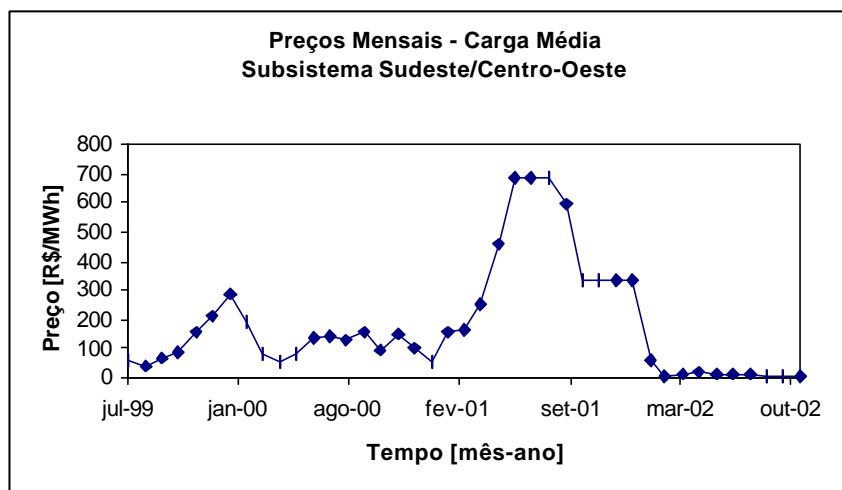


Figura 5.1 – Histórico de Preço *Spot* para o Subsistema SE/CO – Carga Média

A tabela a seguir sumariza algumas estatísticas em relação ao comportamento do preço apresentado na figura 5.1.

Período	Média	Desvio Padrão
jul-99 a nov-02	182,83	195,16
jul-99 a ago-00	124,51	69,40
set-00 a jun-01	228,16	195,79
jul-01 a nov-02	204,19	254,94

Tabela 5.1 – Parâmetros Estatísticos da Curva de Preço *Spot*

Com base nas informações históricas de preço e afluências, foram então definidos os parâmetros a serem aplicados às previsões, sendo os mesmos sintetizados na tabela 5.2, apresentada a seguir.

Dados Históricos		
Variável	Valor médio	Desvio padrão
Preço <i>Spot</i>	182,83 [R\$/MWh]	195,16 [R\$/MWh]
Afluências	687,57 [m3/s]	439,00 [m3/s]
Dados de simulação		
Número de Cenários	2000	
Período de Análise	5 anos	
Preço de Equilíbrio de Longo Prazo	80,00 [R\$/MWh]	
Tempo de Reversão à Média do Preço	2 anos	
Tempo de Reversão à Média da Afluência	7 anos	
Correlação entre Preço e Afluência	- 0,5	
Fator de Contágio da Sazonalidade	- 0,5	
Discretização no Tempo	Mensal	

Tabela 5.2 – Parâmetros de Simulação da Previsão do Preço *Spot*

As figuras a seguir apresentam os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia apresentada.

As figuras 5.2 e 5.3 são apresentadas com fins didáticos, de modo a facilitar a visualização das características presentes no comportamento do preço, as quais são a correlação negativa com as afluências, o que inclui a sazonalidade, e a reversão à média.

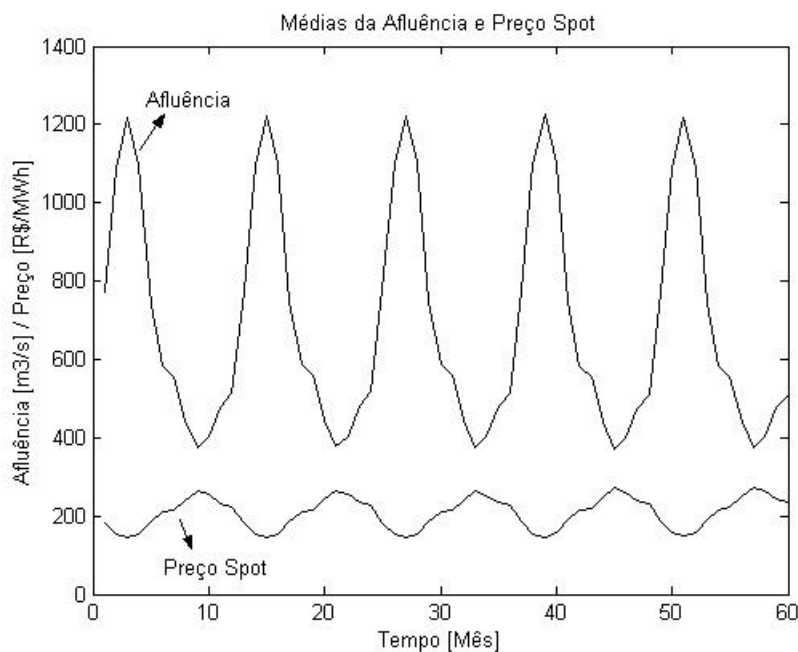


Figura 5.2 – Comportamento do Preço *Spot* frente às Afluências às Centrais Hidrelétricas

A figura 5.2 permite visualizar a sazonalidade presente nas afluências e que imputa seu efeito sobre os preços de curto prazo, assim como permite perceber a correlação negativa no comportamento entre ambas as variáveis.

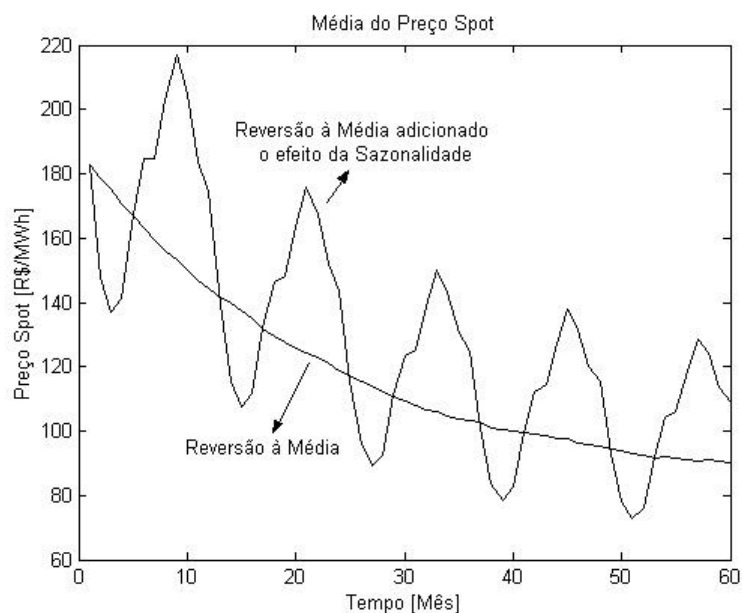


Figura 5.3 – Comportamento do Preço *Spot* devido ao efeito da Reversão à Média

A figura 5.3 permite visualizar a tendência do preço evoluir para o valor médio de equilíbrio, que na simulação realizada equivale a 80,00 R\$/MWh.

As figuras 5.4 e 5.5 apresentam as curvas para a média e desvio padrão das séries de aflúências simuladas, tendo como base os parâmetros contidos na tabela 5.2.

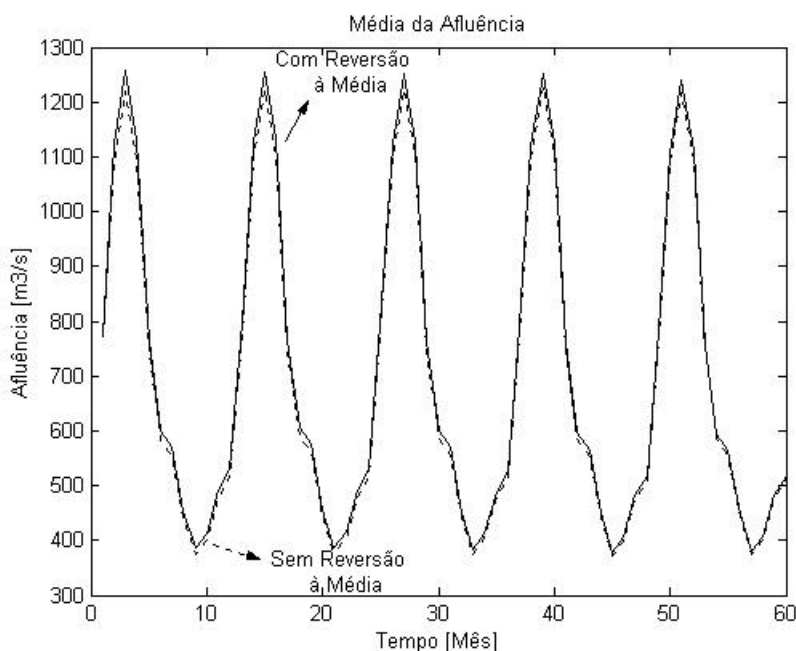


Figura 5.4 – Média das Séries de Afluências Simuladas

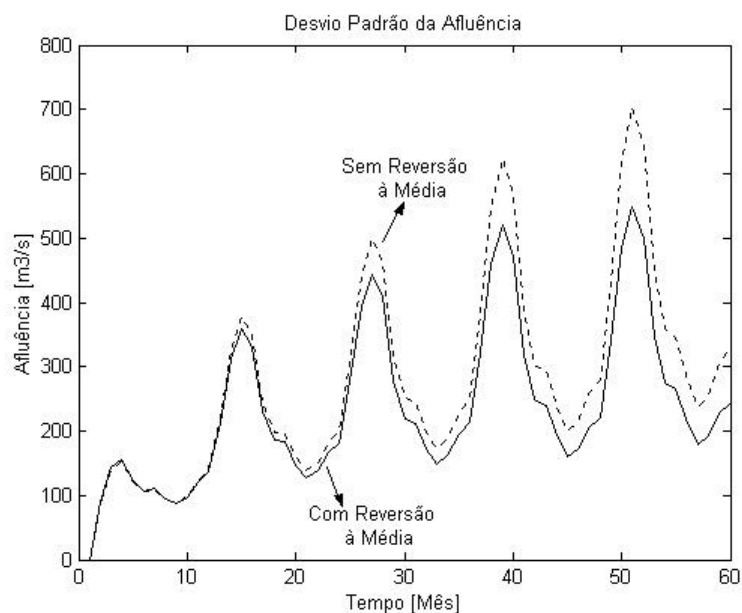


Figura 5.5 – Desvio Padrão das Séries de Afluências Simuladas

Uma vez que se considerou que as afluências tendem no longo prazo para o próprio valor médio do histórico, o efeito da reversão à média fica pouco perceptível na curva média de afluências, sendo, porém, perceptível na curva de desvio padrão para a citada variável, já que a reversão à média tende a reduzir a variabilidade das séries sintéticas em relação a seu valor de equilíbrio. As figuras 5.6 e 5.7 apresentam as curvas para a média e desvio padrão do preço *spot*.

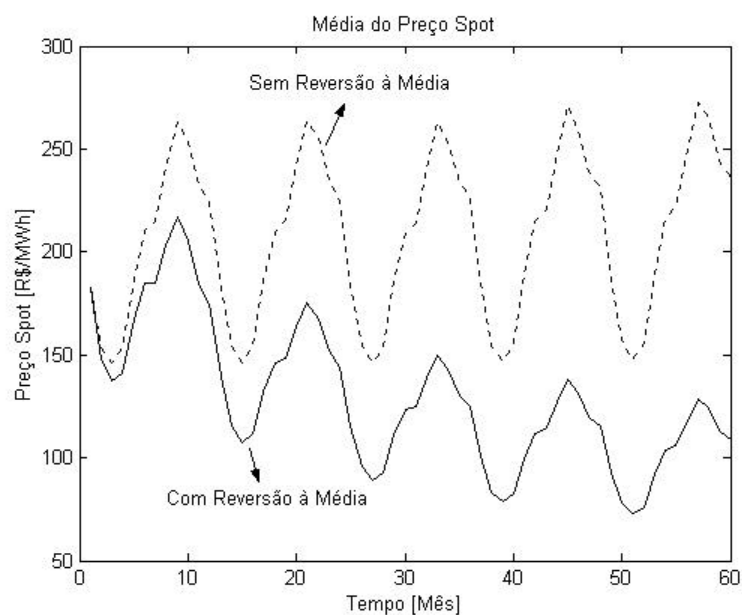


Figura 5.6 – Média das Séries de Preço Simuladas

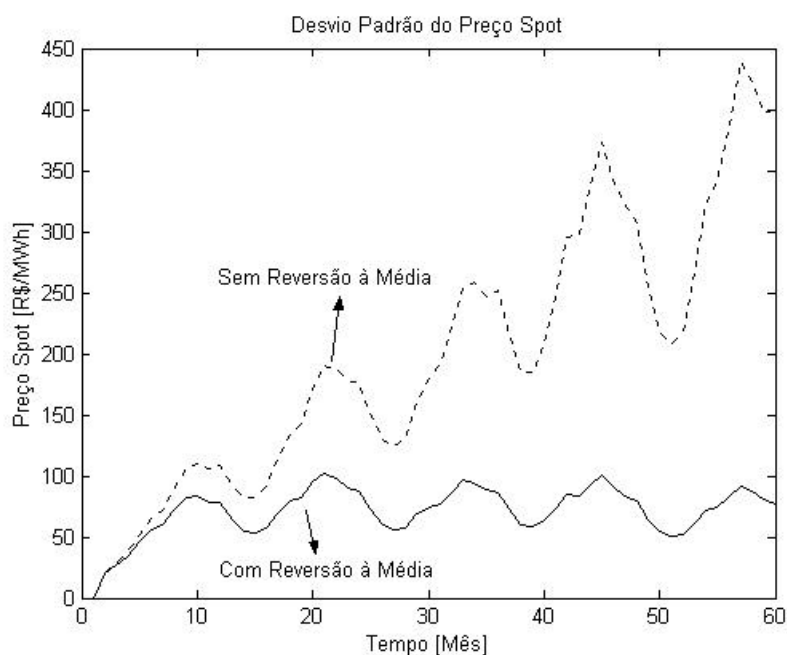


Figura 5.7 – Desvio Padrão das Séries de Preço Simuladas

Nota-se nitidamente que o valor do preço está revertendo para o valor de equilíbrio de longo prazo. Tal efeito era esperado, uma vez que o valor médio inicial utilizado para o preço nas simulações é um preço que contém o efeito perverso do racionamento de energia, sendo, portanto, um preço superavaliado e que tende a cair ao longo do tempo.

5.2.2. O Comportamento do Consumo – Energia e Demanda Máxima

Para a simulação do consumo de energia previsto, foi utilizada uma curva de carga característica de consumo arbitrária, representada pela figura 5.8 apresentada a seguir:

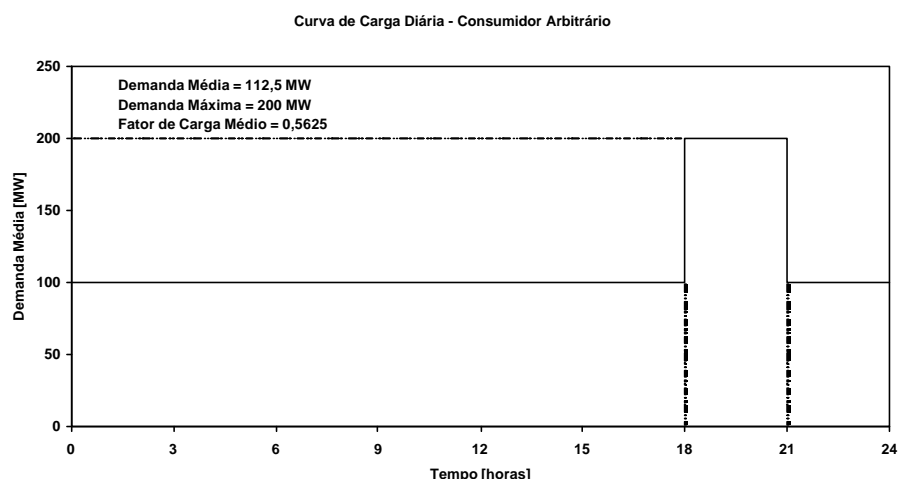


Figura 5.8 – Curva de Carga Diária de Consumo

A curva de carga adotada apresenta como características demanda máxima esperada de 200 MW e demanda média esperada de 112,5 MW, o que implica em um fator de carga médio $FC = 0,5625$. Estes valores apresentam destacada importância na definição dos parâmetros a serem contratados, conforme citado anteriormente, e cujas implicações serão melhor visualizadas na análise que se fará posteriormente neste capítulo.

Considera-se ainda, para efeito de análise, que o consumo apresenta uma taxa de crescimento contínua ao longo do tempo. Logo, os parâmetros utilizados na modelagem do consumo de energia estão indicados na tabela 5.3, apresentada a seguir:

Consumo de Energia	
Valor Médio	Desvio Padrão
82.181 [MWh]	4.109 [MWh]
Dados de simulação	
Taxa de Crescimento do Consumo ao Ano	4,0 %a.a.
Número de Cenários	500
Período de Análise	5 anos
Discretização no Tempo	Mensal

Tabela 5.3 – Parâmetros de Simulação da Previsão do Consumo

onde 82.181 representa a energia média esperada a ser consumida ao longo do mês, obtida de $En = D_{média} \cdot T_{mês} = 112,5 [MW] \cdot 730,5 [h] = 82.181 [MWh]$, e o desvio padrão adotado equivale a 5% do valor de energia média esperado. Assim sendo, com base nas informações da tabela 5.3 e na curva de carga característica apresentada na figura 5.8, obteve-se os seguintes resultados de simulação.

As figuras 5.9 e 5.10 apresentam as 500 séries sintéticas simuladas para energia e demanda.

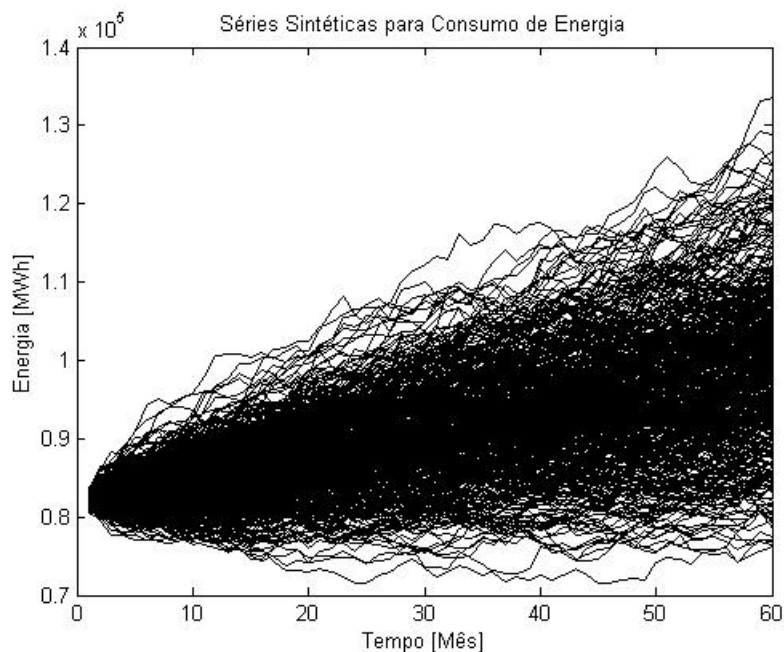


Figura 5.9 – Séries Sintéticas para Previsão de Consumo de Energia

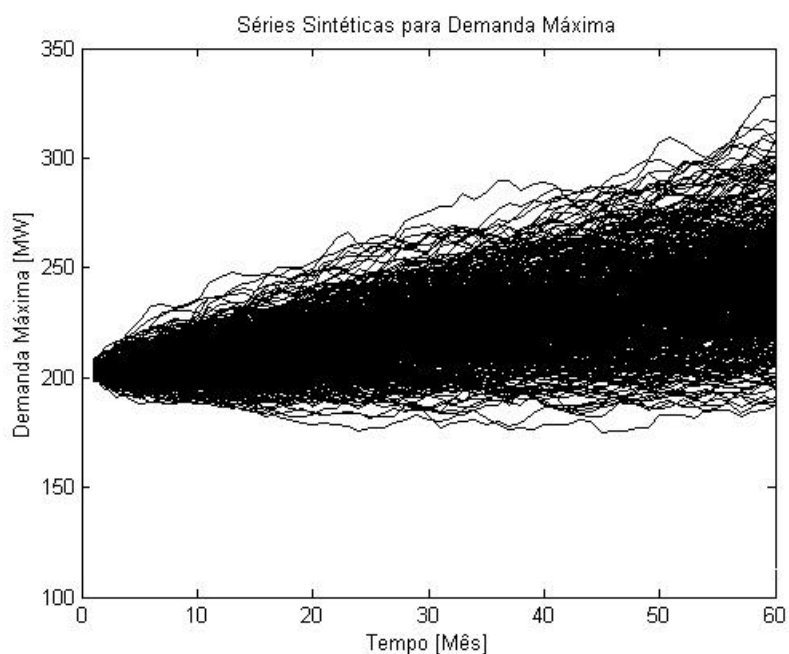


Figura 5.10 – Séries Sintéticas para Previsão de Demanda Máxima

De maneira a ilustrar os resultados esperados, as figuras 5.11 e 5.12 apresentam as distribuições de probabilidades do consumo de energia e da demanda máxima, respectivamente, previstas para o primeiro mês do período total de simulação.

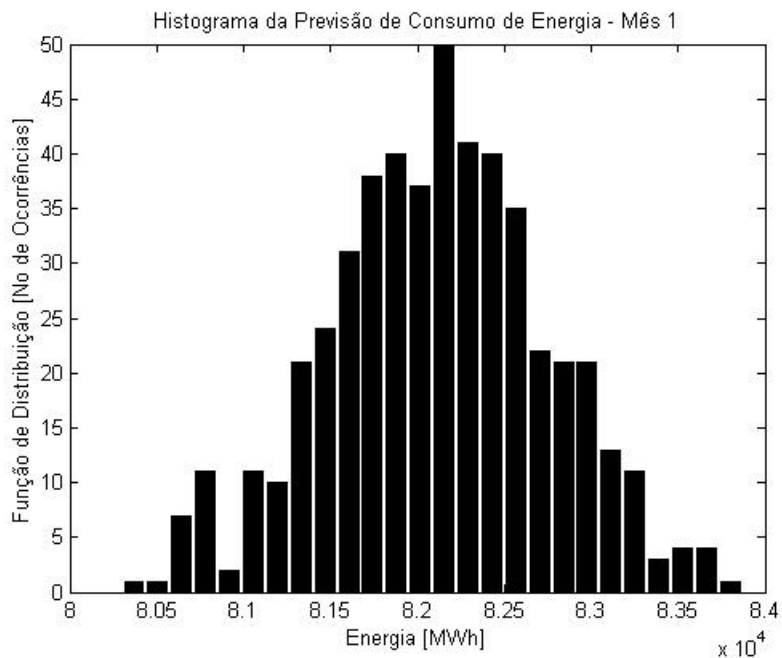


Figura 5.11 – Distribuição de Probabilidade para Consumo de Energia – Mês 1

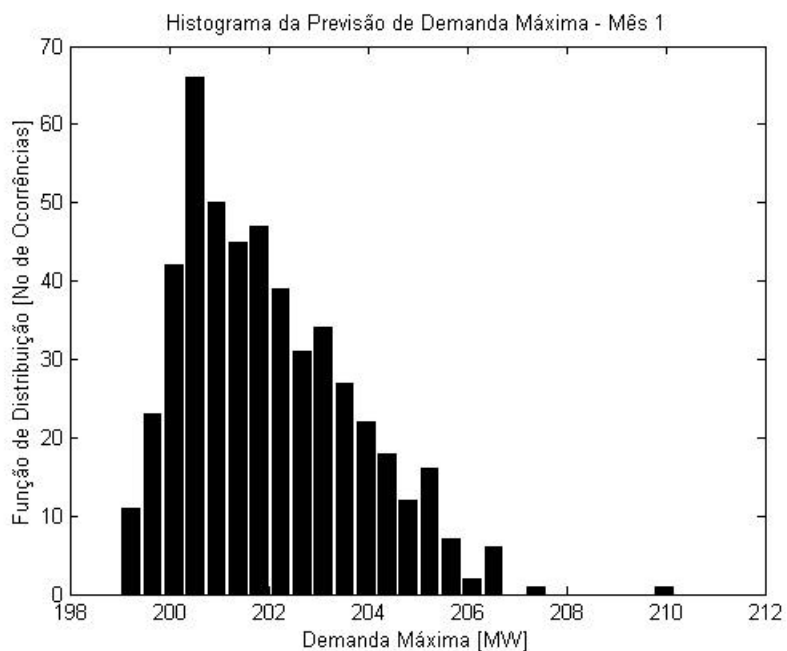


Figura 5.12 – Distribuição de Probabilidade para Demanda Máxima – Mês 1

Os comportamentos dos valores médios e dos desvios padrão para a energia consumida e demanda máxima ao longo de todo o período de simulação estão representados nas figuras 5.13 e 5.14.

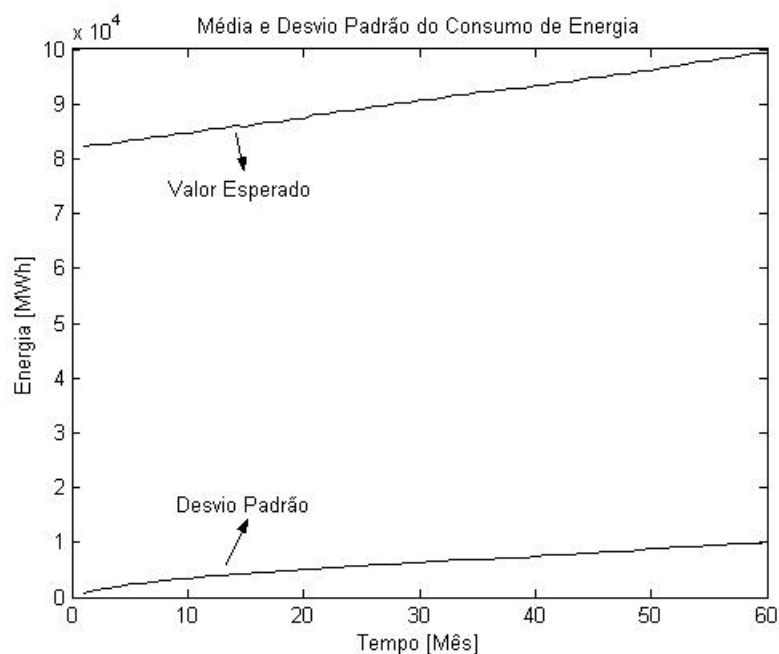


Figura 5.13 – Valor Esperado e Desvio Padrão da Previsão de Consumo de Energia

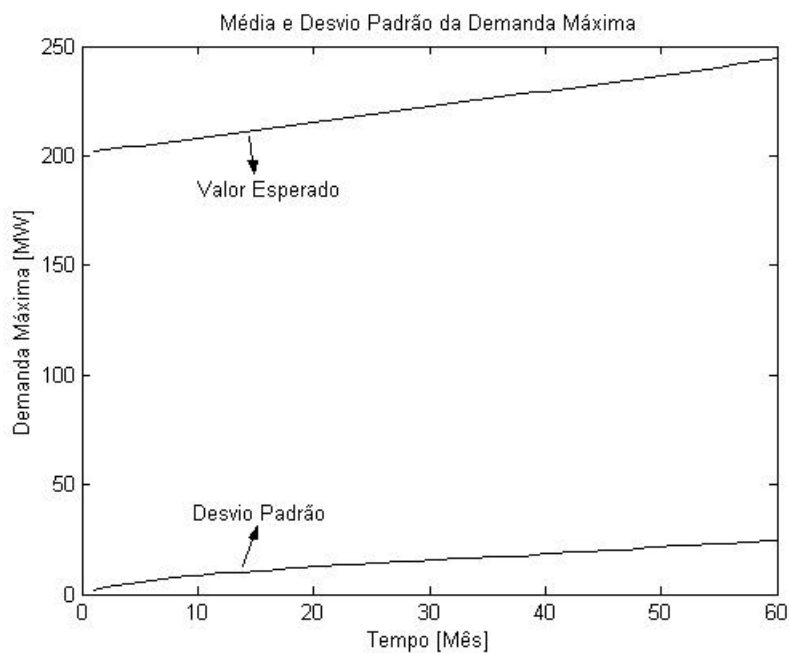


Figura 5.14 – Valor Esperado e Desvio Padrão da Previsão de Demanda Máxima

5.3. Sensibilidade dos Resultados dos Contratos Elétricos em Função do Consumo Contratado

Para a realização desta análise foi considerado como referência o consumo de energia descrito no tópico anterior. Assim sendo, os valores de demanda média de $112,5 MW$ e de demanda máxima de $200 MW$ foram tomados como base para a definição dos níveis contratados de energia e de demanda.

A análise da sensibilidade foi realizada variando-se os valores de consumo contratados na faixa que engloba de 75% a 125% dos valores esperados de consumo de energia e de demanda máxima, respectivamente. As análises foram realizadas para os contratos bilaterais tipos 1 e 2, conforme caracterizados no capítulo 2 desta dissertação, tendo sido avaliados os valores de faturamento esperado total, faturamento devido a ultrapassagem, faturamento devido a subpassagem, e riscos dos respectivos faturamentos.

A tabela 5.4, apresentada a seguir, contém os valores de tarifas contratadas.

Dados de Contrato	
Energia Contratada [MWh]	61.636 a 102.730
Demanda Contratada [MW]	150 a 250
Tarifa de Energia Contratada	50,00 [R\$/MWh]
Tarifa de Ultrapassagem de Energia	100,00 [R\$/MWh]
Tarifa de Subpassagem de Energia	25,00 [R\$/MWh]
Tarifa de Demanda Contratada	3,00 [R\$/kW]
Tarifa de Ultrapassagem de Demanda	6,00 [R\$/kW]
Tarifa de Subpassagem de Demanda	1,50 [R\$/kW]
Dados de simulação	
Taxa de Desconto Anual	18,0 % a.a.
Número de Cenários	500
Período de Análise	1 ano
Discretização no Tempo	Mensal

Tabela 5.4 – Parâmetros para Análise de Sensibilidade dos Contratos Elétricos

Note que foram utilizados coeficientes multiplicativos iguais a $2,0$ para a definição da tarifa de ultrapassagem em relação aos níveis de tarifas contratadas e iguais a $0,5$ para a definição das tarifas de subpassagem em relação aos níveis de tarifas contratadas.

Os resultados obtidos estão representados nas figuras 5.15 a 5.22, apresentadas a seguir. As figuras 5.15 e 5.16 apresentam os resultados obtidos para o faturamento total de contratos do tipo 1.

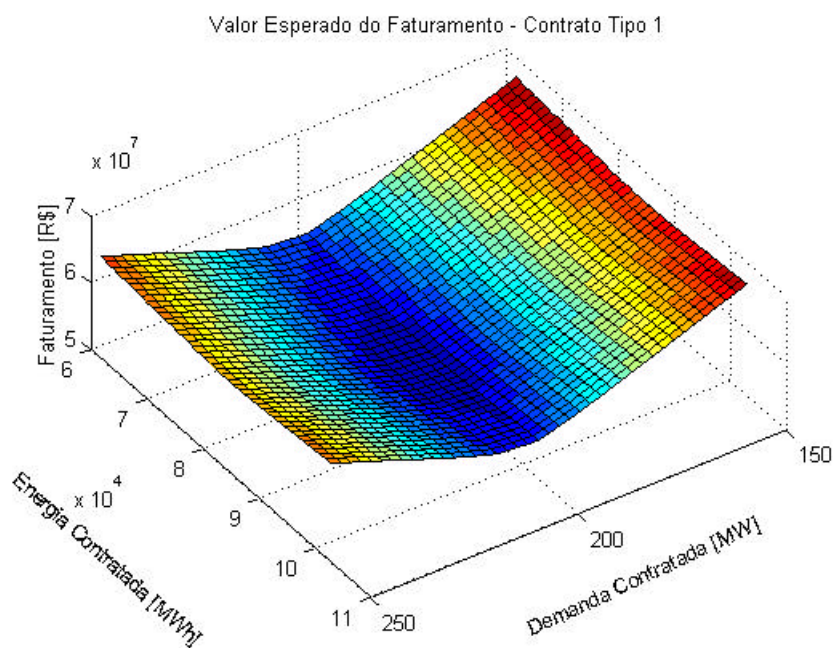


Figura 5.15 – Valor Esperado do Faturamento Total para Contrato Tipo 1

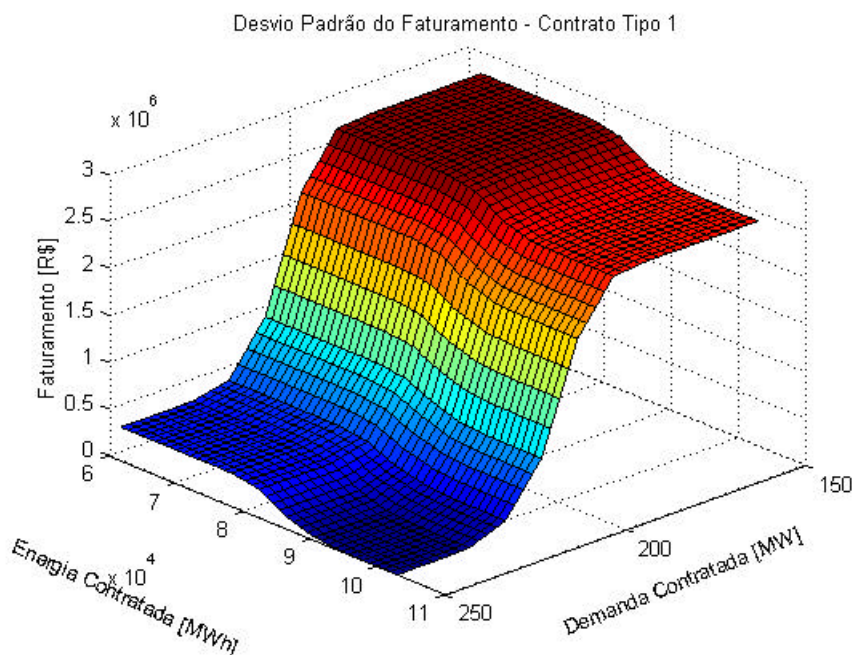


Figura 5.16 – Desvio Padrão do Faturamento Total para Contrato Tipo 1

As figuras 5.17 e 5.18 apresentam os resultados obtidos para o faturamento total para contratos do tipo 2.

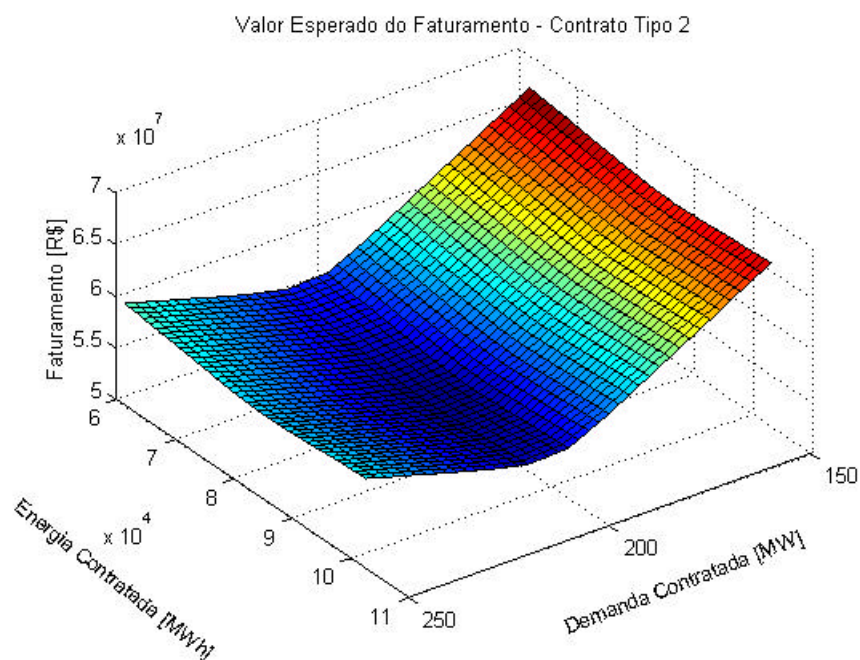


Figura 5.17 – Valor Esperado do Faturamento Total para Contrato Tipo 2

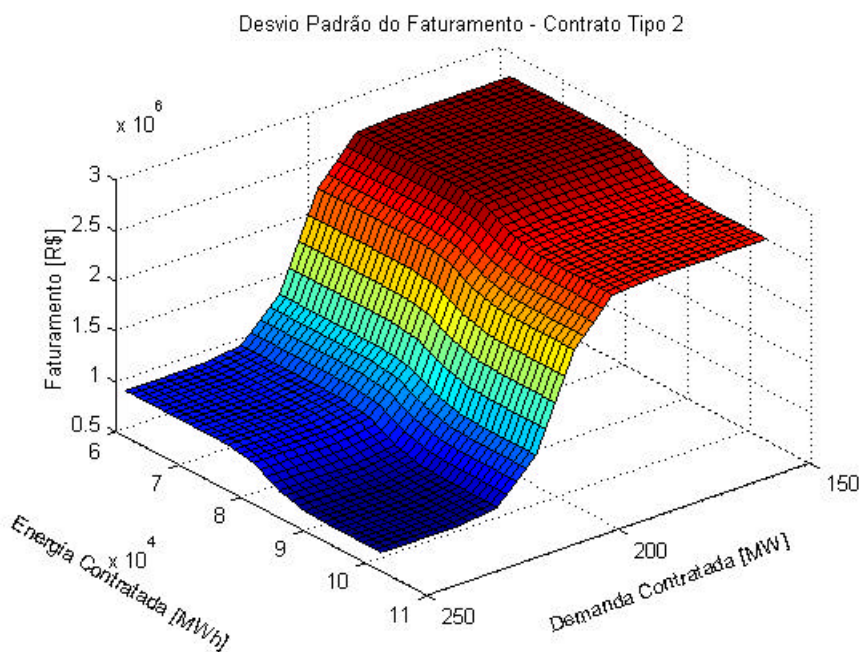


Figura 5.18 – Desvio Padrão do Faturamento Total para Contrato Tipo 2

Ao se observar as figuras 5.15 e 5.17, nota-se que a estrutura adotada para os contratos tipos 1 e 2 resultam em um ponto de faturamento mínimo, observável na região mais escura

dos gráficos, e que correspondem aos pontos onde os valores de demanda contratada e energia contratada se igualam aos valores esperados de consumo, resultado já esperado em função das análises apresentadas no capítulo 2.

Por outro lado, nota-se a partir das figuras 5.16 e 5.18 que o risco diminui à medida que se aumentam os níveis contratados. Tal efeito se deve ao grande impacto devido ao faturamento de ultrapassagem, que se mostra ser mais influente sobre o faturamento do que o faturamento de subpassagem. Assim, à medida que se elimina a possibilidade de ultrapassagens através de valores contratados mais elevados, reduz-se o valor da parcela aleatória presente no faturamento dos referidos contratos. Tal efeito pode ser melhor percebido pela avaliação dos faturamentos discretizados de ultrapassagem e subpassagem, apresentados a seguir.

As figuras 5.19 e 5.20 apresentam os resultados esperados para o faturamento de ultrapassagem. Os valores devido a ultrapassagem são válidos tanto para contratos do tipo 1 quanto do tipo 2, sendo que eles se igualam quando os valores de consumo contratado e tarifas de ultrapassagem são os mesmos para ambos os contratos.

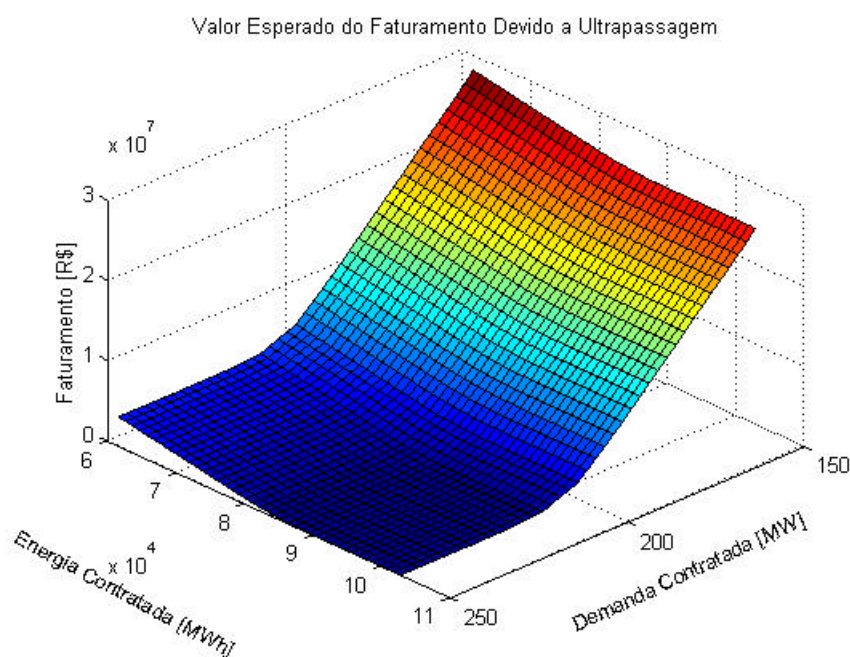


Figura 5.19 – Valor Esperado do Faturamento de Ultrapassagem

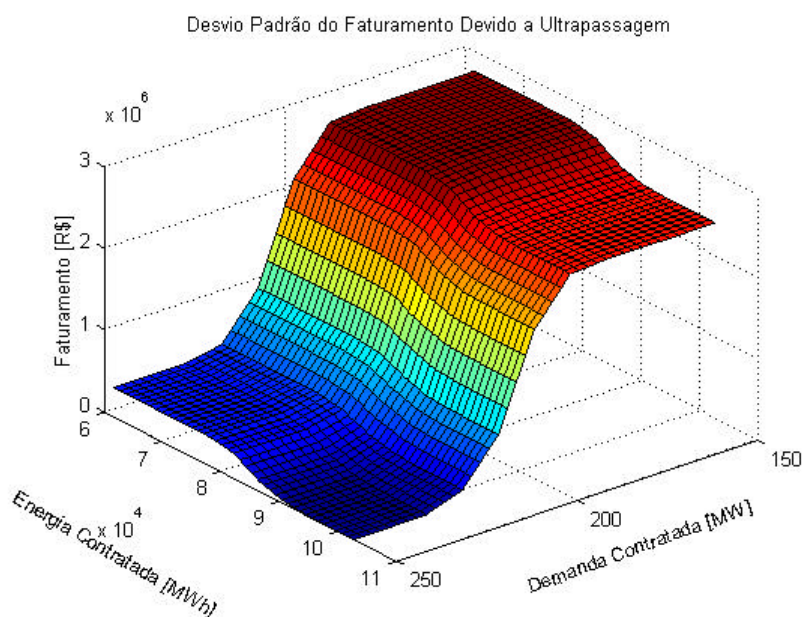


Figura 5.20 – Desvio Padrão do Faturamento de Ultrapassagem

As figuras 5.21 e 5.22 apresentam os resultados esperados para o faturamento de subpassagem, presentes em contratos bilaterais do tipo 2. Note que este é um “faturamento negativo”, tendo o significado conforme apresentado no capítulo 4, ou seja, o consumidor consegue reaver parte do valor pago mas que efetivamente não consumiu.

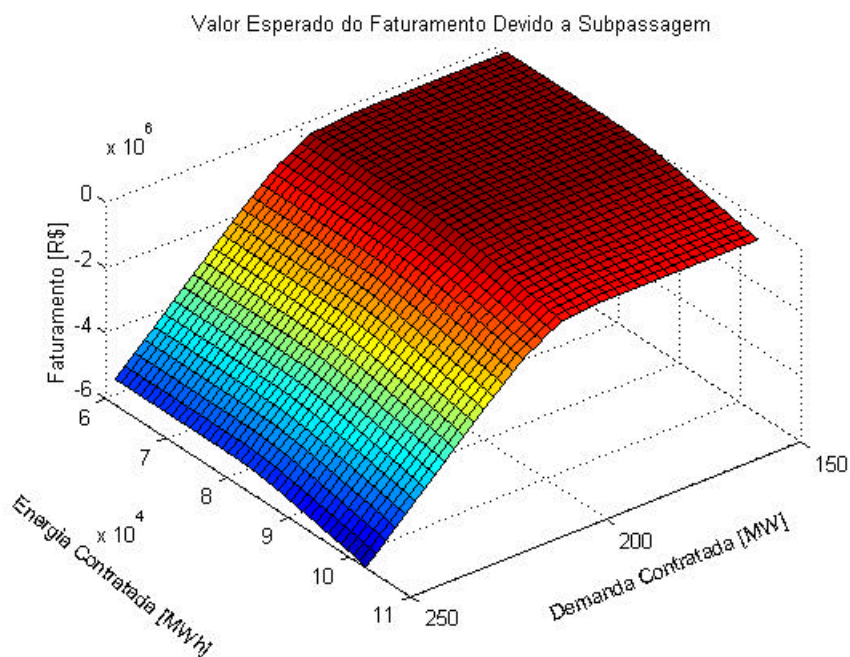


Figura 5.21 – Valor Esperado do Faturamento de Subpassagem

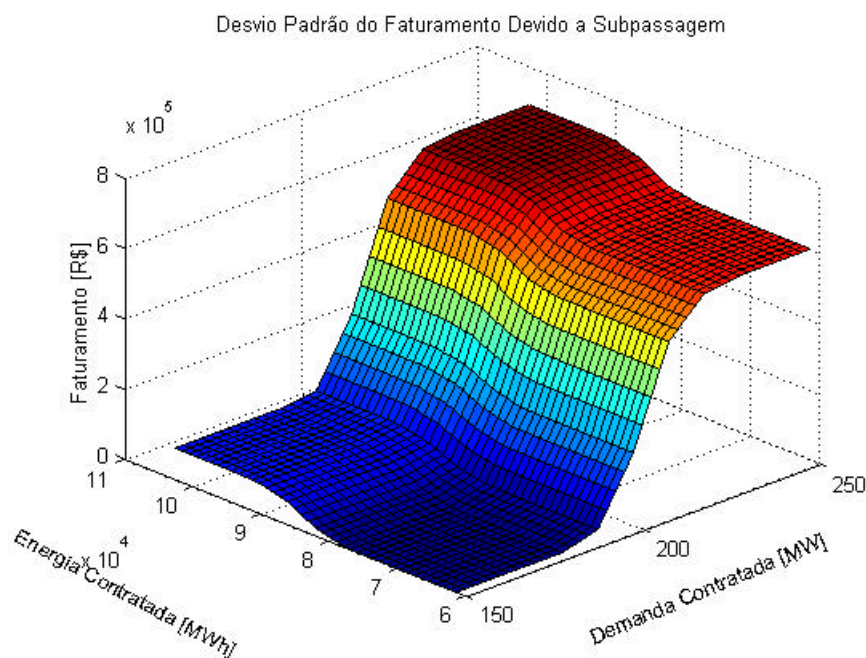


Figura 5.22 – Desvio Padrão do Faturamento de Subpassagem

Como era esperado, o faturamento devido a ultrapassagem cresce à medida que se reduz o nível contratado, trazendo embutido um aumento no risco presente no faturamento total. De maneira dual, o faturamento devido a subpassagem cresce à medida que se aumenta o nível contratado, trazendo neste caso embutido um aumento no risco presente no faturamento total quando se tem níveis mais elevados de contratação.

Entretanto, com base nos resultados apresentados nas figuras 5.19 e 5.21 percebe-se que os valores de faturamento de ultrapassagem são da ordem de 10^7 R\$, enquanto o faturamento devido a subpassagem se apresenta da ordem de 10^6 R\$, o que explicita o maior impacto provocado por ultrapassagens do que subpassagens sobre o faturamento total. Tal constatação, constitui-se em uma motivação para que os contratos sejam firmados em valores no mínimo iguais aos valores esperados de consumo.

Ainda, uma vez que para níveis de contratação fora do valor esperado, tomando-se variações simétricas nos níveis contratados para cima ou para baixo, tem-se que para valores de contratação superiores aos valores esperados o resultado obtido é pelo menos um faturamento equivalente porém com risco menor, tem-se mais uma prova de que contratação

em excesso é preferível a contratação insuficiente, sendo porém mantido o ponto ótimo de contratação em que valores esperados de consumo e contratados se equivalem.

A definição precisa do ponto ótimo de contratação deve passar por um processo no qual o detentor do contrato deve estabelecer sua estratégia de comercialização com base em sua atitude individual perante o risco, o que pode ser realizado através da definição de curvas de indiferença, obtidas a partir critérios de decisão multiobjetivos, que caracterizem sua postura diante da superfície risco versus retorno.

5.4. Flexibilidade nos Níveis de Consumo Contratados como Estratégia de Gerenciamento do Risco dos Contratos Elétricos

Este item tem o objetivo de apresentar uma forma de gerenciar o risco a que estão sujeitos consumidores ao selar contratos de suprimento de eletricidade através da avaliação dinâmica dos níveis de contratação, situação na qual se dirá que os contratos são flexíveis. Assim sendo, será apresentada a análise comparativa entre um contrato no qual os valores de demanda e energia contratados são constantes ao longo do período de validade do contrato, que no presente caso será de cinco anos, e um contrato que permite que valores de energia e demanda contratados sejam ajustados a cada ano de acordo com as expectativas de evolução do consumo realizada pelo agente consumidor.

O consumo esperado será o mesmo apresentado no subitem 5.2.2 e já utilizado no item 5.3 deste mesmo capítulo. As estruturas de contratos a serem avaliadas são as referentes aos contratos bilaterais tipo 1 e tipo 2, configurados de acordo com os parâmetros definidos no item 5.3. Assim sendo, sem levar em conta a flexibilidade no consumo contratado, tem-se para o faturamento esperado para contratos inflexíveis ao longo dos cinco anos de validade dos referidos contratos:

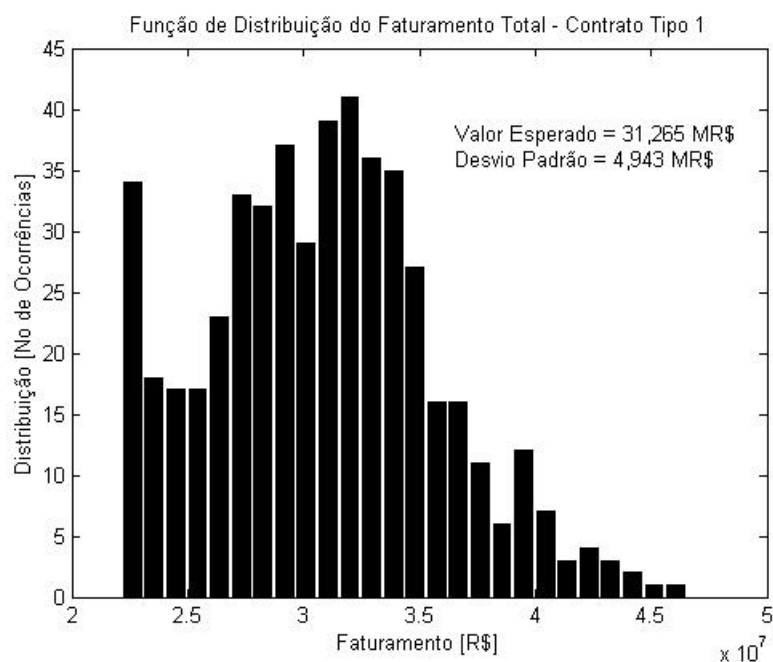


Figura 5.23 – Valor Esperado de Contratos Inflexíveis – Contrato Tipo 1

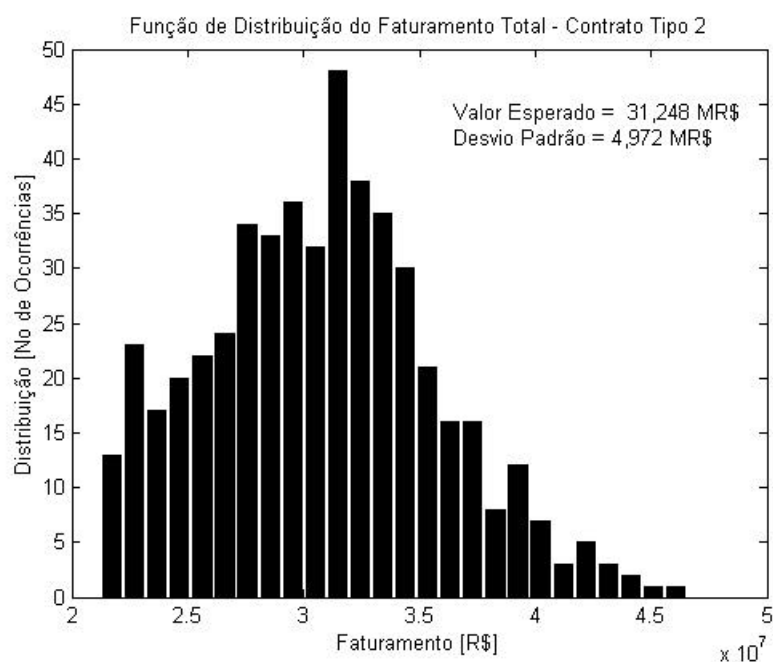


Figura 5.24 – Valor Esperado de Contratos Inflexíveis – Contrato Tipo 2

Ao se incluir flexibilidade aos níveis de consumo contratados espera-se que os faturamentos dos respectivos contratos apresentem menor risco em relação aos contratos inflexíveis. Mais do que isso, poderá ser percebido que a flexibilidade faz com que o

faturamento esperado seja consideravelmente reduzido, devido à redução na aplicação da parcela de faturamento devido a ultrapassagem. Assim sendo, as figuras 5.25 e 5.26 apresentam o comportamento esperado para o faturamento dos contratos tipo 1 e tipo 2 quando os níveis de consumo contratados são ajustados em função do crescimento do consumo esperado.

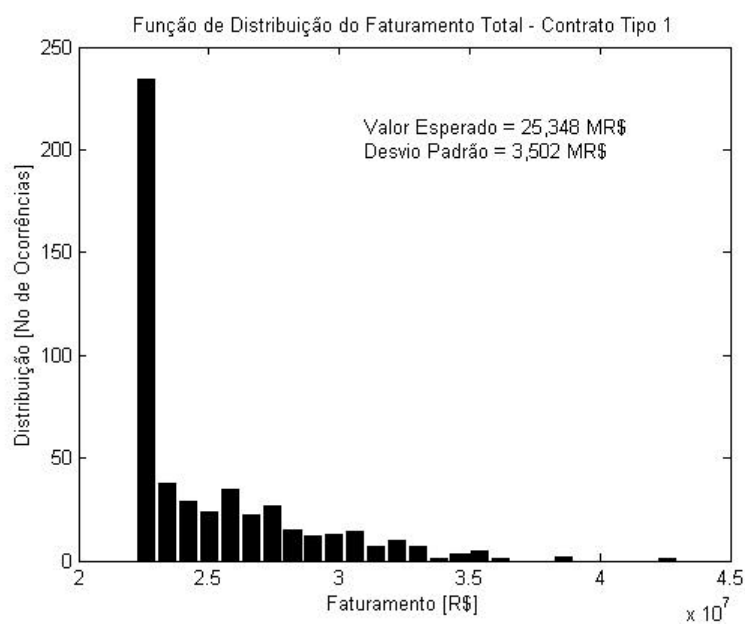


Figura 5.25 – Valor Esperado de Contratos Flexíveis – Contrato Tipo 1

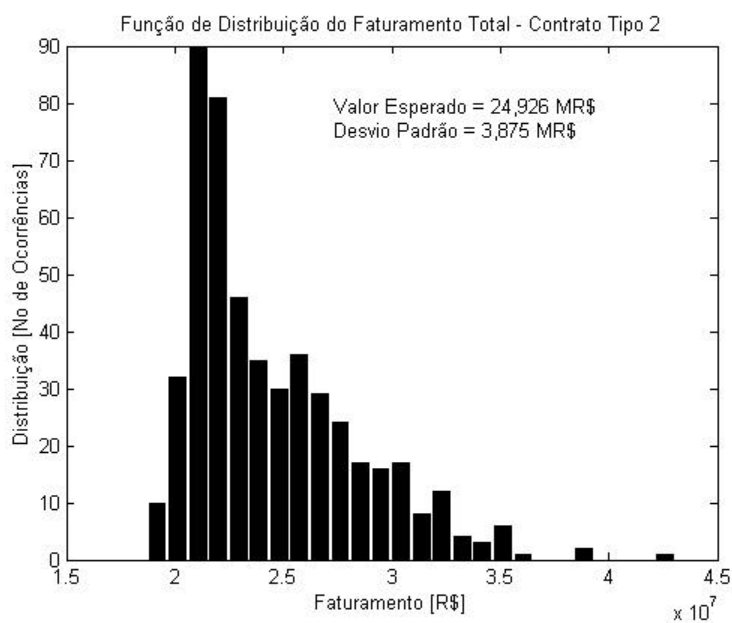


Figura 5.26 – Valor Esperado de Contratos Flexíveis – Contrato Tipo 2

Percebe-se para os contratos com ajuste dinâmico dos níveis contratados um melhor ajuste para o faturamento dos contratos associado a uma redução no risco esperado para os mesmos. Nota-se também que a diferença entre os valores esperados para contratos tipo 1 e 2 é amplificada à medida que se introduz a flexibilidade nos contratos, reflexo do impacto da venda de energia não consumida aquém do contratado que reduz o valor do faturamento para contratos do tipo 2.

Uma composição entre a análise de sensibilidade apresentada no item 5.3 e a avaliação da flexibilidade nos níveis contratuais permite que se obtenha uma estratégia ótima para níveis de consumo a serem contratados de modo a otimizar valores de faturamento ou risco, dependendo da estratégia definida pelo analista de contrato. Assim sendo, pode-se definir para cada ano de validade do contrato, qual o valor de consumo contratado que minimiza o valor esperado de faturamento e, desta forma, aplicar tais valores a contratos bilaterais com validade para os respectivos anos analisados, obtendo uma curva de faturamento esperado ótimo para todo o período de análise.

5.5. Exemplo da Utilização de Contratos de Opções como Estratégia de Gerenciamento do Risco dos Contratos Elétricos

Outra forma de gerenciar os riscos dos contratos elétricos surge naturalmente da observação dos mecanismos existentes em mercados financeiros. Assim sendo, a utilização de contratos derivativos, como futuros e opções, é uma alternativa viável para administradores de risco e que deve vir a ser utilizada com maior amplitude no mercado elétrico ao longo do tempo, de acordo com a evolução do referido mercado.

Este item apresenta uma aplicação possível da metodologia apresentada no capítulo 4 e que permite através da avaliação de opções implementar uma estratégia de redução do risco a que estão envolvidos os agentes contratantes.

A análise a ser apresentada toma como referência o consumidor caracterizado no subitem 5.2.2 e utiliza o contrato tipo 1 configurado de acordo com o apresentado no item 5.3. Assim sendo, adota-se a hipótese de que o consumidor deseja se proteger das ultrapassagens a

que está sujeito em função de seu consumo aleatório. O consumidor em questão é uma concessionária que compra energia e revende a clientes cativos, e desta forma, apresenta uma receita referente ao faturamento de energia de seus clientes. Entretanto, considerar-se-á que seus clientes são residenciais e que, portanto, os mesmos não são punidos com tarifas superiores por um consumo acima do esperado.

Logo, a concessionária não teria problemas em pagar por um consumo excedente ao contratado se o mesmo fosse faturado ao valor de tarifa contratada convencional, TC , ao invés de uma tarifa de ultrapassagem punitiva. Com base nisto, a concessionária buscará um mecanismo que permita que sua ultrapassagem seja faturada à tarifa contratada convencional, de modo a mitigar o risco devido às ultrapassagens no consumo.

Um mecanismo que permite que a concessionária atinja seu objetivo é um contrato de opção que lhe dá o direito de pagar pelas ultrapassagens o valor da ultrapassagem multiplicado pela tarifa contratada convencional. Por este contrato, a concessionária estará disposta a pagar um prêmio ao lançador do mesmo e cujo valor justo pode ser determinado da seguinte maneira.

Conforme apresentado no capítulo 4, os valores das ultrapassagens dos contratos bilaterais tipo 1 podem ser obtidos de acordo com as equações (4.6) e (4.7), rearranjadas conforme (5.1) e (5.2), respectivamente:

$$FU_{Dm} = \max(\tilde{D}R_m - DC_m, 0) \cdot TUD \quad (5.1)$$

$$FU_{Em} = \max(\tilde{E}R_m - EC_m, 0) \cdot TUE \quad (5.2)$$

Com base nestas parcelas do faturamento, quer-se determinar o valor da opção a ser adquirida que permita à concessionária pagar pelo consumo excedente o valor de tarifa convencional contratado. Assim, deve-se determinar o valor da parcela X que resulta em:

$$\max(\tilde{C}R - CC, 0) \cdot TU + X = \max(\tilde{C}R - CC, 0) \cdot TC \quad (5.3)$$

onde $\tilde{C}R$ e CC são valores de consumo registrado e contratado, respectivamente, e TU e TC são valores de tarifa de ultrapassagem e contratada. Sem dificuldades demonstra-se que X deve valer:

$$X = -[\max(\tilde{C}R - CC, 0) \cdot (TU - TC)] \quad (5.4)$$

onde X tem o significado de o detentor possuir uma opção de ser ressarcido pela compra de energia à tarifa TU , pelo valor de compra da mesma quantidade de energia multiplicado por $TU-TC$. Claramente, X deve apresentar valor negativo de modo a permitir que a relação (5.3) seja verdadeira. Assim, o valor justo desta opção pode então ser determinado obtendo-se o valor da opção presente no valor de X e apresentada na equação (5.4).

O resultado para o valor justo da opção é então obtido em duas parcelas, uma referente ao faturamento de demanda e outra referente ao faturamento de energia. Assim, tem-se:

$$Call_E = \max(\tilde{E}R - EC, 0) \cdot (TUE - TEC) \quad (5.5)$$

$$Call_D = \max(\tilde{D}R - DC, 0) \cdot (TUD - TDC) \quad (5.6)$$

Os parâmetros utilizados na simulação para definição dos valores das opções estão apresentados na tabela 5.5.

Dados de Contrato	
Energia Contratada	82.181 [MWh]
Demanda Contratada	200 [MW]
Tarifa de Energia Contratada	50,00 [R\$/MWh]
Tarifa de Ultrapassagem de Energia	100,00 [R\$/MWh]
Tarifa de Subpassagem de Energia	25,00 [R\$/MWh]
Tarifa de Demanda Contratada	3,00 [R\$/kW]
Tarifa de Ultrapassagem de Demanda	6,00 [R\$/kW]
Tarifa de Subpassagem de Demanda	1,50 [R\$/kW]
Dados de simulação	
Taxa de Desconto Anual	18,0 % a.a.
Número de Cenários	500
Período de Análise	1 ano
Discretização no Tempo	Mensal

Tabela 5.5 – Parâmetros para Avaliação das Opções Analisadas

Os valores obtidos para as opções são, respectivamente para energia e demanda:

$$Call_E = 1,085[MR\$] \quad (5.7)$$

$$Call_D = 0,209[MR\$] \quad (5.8)$$

Os valores obtidos para as opções devem ser pagos na data inicial do contrato e os referidos contratos de opção têm validade idêntica à validade do contrato. Assim sendo, o fluxo de caixa para o contrato bilateral composto com os contratos de opção incluem o prêmio pelas opções a serem pagos na data zero, e em contrapartida o faturamento devido a

ultrapassagem é obtido em função da própria tarifa convencional contratada, sem a aplicação de um coeficiente multiplicativo para a tarifa de ultrapassagem.

Os faturamentos esperados para as estratégias utilizando o contrato bilateral convencional e utilizando o contrato bilateral mais a opção são representados pelas figuras 5.27 e 5.28, apresentadas a seguir.

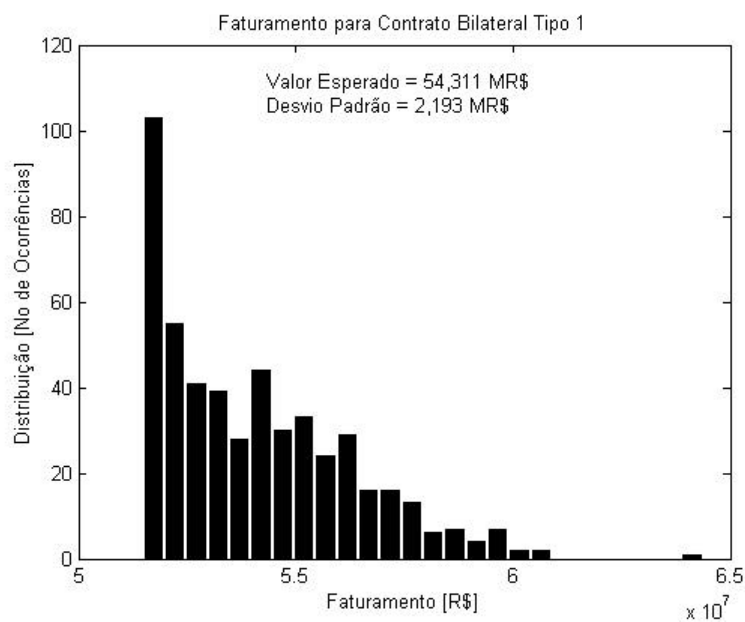


Figura 5.27 – Valor Esperado para Estratégia com Contrato Bilateral Tipo 1

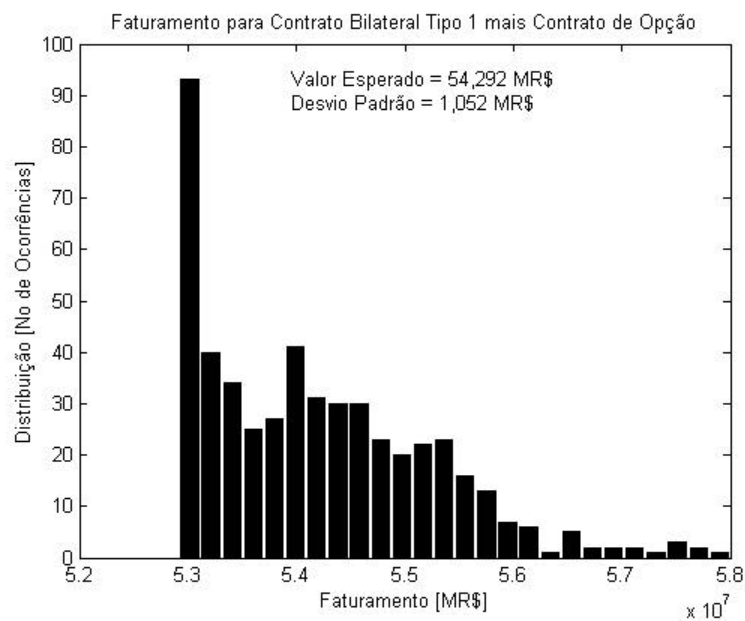


Figura 5.28 – Valor Esperado para Estratégia com Contrato Bilateral Tipo 1 mais Opção

Observa-se que o valor esperado do faturamento não é afetado, apresentando uma diferença mínima nos resultados em função de o número de cenários simulados não ser grande o suficiente. Por outro lado, nota-se que o risco inerente ao contrato bilateral em função do faturamento de ultrapassagem é reduzido significativamente com o uso da opção.

Este resultado está de acordo com o esperado para a utilização de um mecanismo de *hedging*, que não tem a função de melhorar o resultado esperado, mas sim reduzir a exposição ao risco por parte dos agentes.

5.6. Considerações Finais

Aplicou-se neste capítulo a metodologia apresentada ao longo da dissertação aos fatores que impactam o resultado de um contrato bilateral de suprimento, obtendo resultados e conclusões a respeito do faturamento esperado dos referidos contratos e do risco envolvido.

Conforme se observou, as estruturas de contratos propostas incentivam o agente consumidor a determinar com precisão o consumo futuro esperado de modo a atingir um ponto de faturamento ótimo, na condição em que suas previsões coincidem com a realidade. Tal conclusão pôde ser observada na análise de sensibilidade realizada em função de diversos níveis contratuais de demanda e energia. Ainda, observou-se o impacto referente aos valores de tarifas de ultrapassagem e subpassagem sobre o risco presente nos contratos bilaterais.

A definição de estratégias de comercialização de eletricidade passam por determinar os faturamentos esperados e o risco envolvido no processo, e deste modo foram apresentadas algumas formas de gerenciar os riscos envolvidos, tendo sido exemplificadas a utilização de estratégias de ajuste dinâmico dos valores contratuais e a utilização de contratos de opção no gerenciamento do referido risco. Conforme se observou, a utilização de tais instrumentos de *hedging* exige que se conheça os valores de risco envolvidos, e é justamente na aplicação de tais estratégias que a metodologia apresentada ao longo desta dissertação encontra seu maior potencial de uso.

Capítulo 6

Conclusões Finais e Recomendações de Trabalhos Futuros

6.1. Conclusões Finais

Dentro do objetivo geral de apresentar uma metodologia que possibilite a avaliação de contratos bilaterais de suprimento de eletricidade e dos riscos associados à utilização dos mesmos, foram enfocadas características estruturais dos referidos contratos, a modelagem das variáveis que impactam os resultados dos contratos de suprimento e apresentada uma forma de precificar o risco inerente aos contratos através da aplicação da teoria de precificação de opções, tendo sido apresentados resultados práticos da metodologia desenvolvida.

Assim sendo, com base nos objetivos apresentados no capítulo introdutório desta dissertação podem ser destacadas as seguintes conclusões gerais alcançadas ao longo deste trabalho:

- A estrutura de contratos iniciais pode ser utilizada como referência na definição de novas estruturas de contratos bilaterais de suprimento a serem firmados entre agentes envolvidos no processo de compra e venda de energia elétrica;
- É possível eliminar o risco de mercado, provocado pela volatilidade do preço da energia elétrica no curto prazo, utilizando-se contratos de suprimento que tratem déficits e excedentes de energia através de tarifas fixas firmadas entre as partes contratantes. Entretanto, esta deverá ser uma decisão tomada em comum acordo entre as partes envolvidas, uma vez que esta forma de contratação elimina também a possibilidade de

ganhos provenientes de movimentos favoráveis por parte dos preços de mercado da energia elétrica. Portanto, a decisão deverá se basear nas estratégias de comercialização de cada agente individual;

- As estruturas de contratos bilaterais propostas eliminam por completo o risco de mercado durante a vida do contrato. Porém, não excluem a importância que os preços no mercado de curto prazo têm sobre a definição de preços a serem firmados nos contratos, uma vez que cada agente pode enxergar vantagens em destinar sua compra/venda de energia para o mercado de curto prazo caso a expectativa para os preços de mercado seja favorável a suas necessidades. Assim sendo, os preços firmados em contratos de longo prazo devem refletir a expectativa da evolução dos preços no curto prazo;
- Ainda, para as estruturas de contrato bilateral apresentadas, observou-se que um agente consumidor obterá o melhor resultado possível, ou seja, menor faturamento esperado, na condição em que sua previsão de consumo estiver a mais próxima do valor real. Esta é uma característica dos contratos apresentados que deve se buscar manter na elaboração de diferentes contratos de suprimento. Resultados semelhantes foram obtidos em análises realizadas utilizando o modelo binomial na precificação do risco, tendo o autor desta dissertação participado como co-autor do artigo “*Use of the Pricing Theory of Financial Derivatives to Predict Payments of Electric Energy Revenues with Monte Carlo Simulation*”¹³ apresentado no IEEE Transmission & Distribution Latin America ‘2002;
- O conhecimento da estrutura dos contratos de suprimento permitiu identificar as variáveis que introduzem risco ao resultado dos mesmos, e portanto, pode-se concluir que a avaliação de outras formas quaisquer de contratos deve iniciar pelo conhecimento da estrutura dos mesmos e dos efeitos provocados por variações nas variáveis envolvidas;
- A modelagem apresentada para as variáveis aleatórias que inserem incerteza ao resultado esperado dos contratos pode se tornar demasiadamente complexa à medida que mais diretrizes são consideradas na análise do comportamento das mesmas. A modelagem apresentada para os preços considerou principalmente a influência por parte da oferta sobre o comportamento do preço à vista. A inclusão de sazonalidade, reversão à média

¹³ Anexo

no longo prazo e correlação negativa com a “armazenagem” instantânea de eletricidade são fatores importantes do comportamento do preço introduzidas na modelagem desenvolvida. Por outro lado, deve-se ter em mente que em condições de formação de preço pelo mercado, a influência por parte da demanda na definição do preço apresenta importância relevante e um aperfeiçoamento do modelo utilizado pode se iniciar pela implementação de sua influência;

- Alterações nas estruturas de contratos de suprimento devem levar em conta a possibilidade de imputar novas variáveis de risco aos mesmos e, portanto, identificar e modelar estas variáveis deve ser incluída na modelagem apresentada caso as referidas alterações venham a ser implementadas;
- A modelagem do consumo de energia baseou-se no conhecimento da curva de carga do consumidor, sendo uma referência compatível com a realidade esperada para o consumo quando aplicada à mesma o crescimento esperado do consumo ao longo do tempo;
- Em determinadas situações a curva de carga pode sofrer alterações não apenas em sua amplitude, mas também na forma de sua curva, devendo o agente consumidor estar atento a esta possibilidade. Logo, a modelagem do comportamento para o consumo apresentada pode ser considerada boa, porém tendo em mente que a inclusão de outras influências no comportamento do consumo permitiriam descrever com maior fidelidade o valor esperado para o consumo futuro;
- A estrutura dos contratos bilaterais utilizados permitiu a utilização da teoria de precificação de opções para avaliar o risco a que os mesmos estão sujeitos. A citada teoria está consolidada e seu uso apresenta a vantagem de contar com mecanismos diversos desenvolvidos ao longo de anos por profissionais do setor financeiro e de *commodities* para o gerenciamento de risco, e que podem ser adaptados para o setor de energia elétrica;
- A aplicação, utilizando contratos de opção apresentada no capítulo 5, demonstrou o potencial que a técnica de precificação do risco apresentada tem para um eficiente gerenciamento do risco inerente a contratos de suprimento;

- A possibilidade de se utilizar contratos com flexibilidade na definição dos níveis de consumo contratado agregou valor aos contratos, uma vez que os valores contratados podem acompanhar a evolução do consumo de forma dinâmica. O valor desta flexibilidade pode ser enxergada através do valor de uma opção, e sua avaliação é conhecida por Teoria de Avaliação de Opções Reais (*Real Options Valuation*). O autor desta dissertação participou como co-autor de dois artigos envolvendo a referida forma de avaliação de flexibilidade, sendo os artigos: “*Applying Real Options Theory to Value Multi-Fuel Power Plants*”¹⁴ apresentado na 3rd Mediterranean Conference and Exhibition on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion (MedPower 2002) e “*Applying Real Options Methodology to Value Electrical Power Quality Projects*”¹⁵ apresentado na IEEE/PES 10th International Conference on Harmonics and Quality of Power.

Logo, pode-se concluir que os passos apresentados em cada capítulo desta dissertação compõem uma metodologia para avaliação do retorno esperado e do risco de contratos bilaterais de suprimento, permitindo ainda que os resultados obtidos a partir de sua aplicação sejam utilizados na definição de estratégias de gerenciamento de contratos.

6.2. Recomendações para Trabalhos Futuros

A metodologia apresentada pode ser utilizada com diversos fins, sejam eles determinar ponto ótimo de contratação, estratégias de gerenciamento de contratos ou de redução dos riscos a que os agentes estão envolvidos. Assim sendo, pode-se destacar alguns desenvolvimentos que podem ser feitos a partir dos resultados obtidos:

- A inserção dos agentes no ambiente de mercado os coloca sob a influência da volatilidade dos preços de curto prazo. Logo, os mesmos podem se sentir tentados a optar por contratar no longo prazo para eliminar os efeitos perversos desta volatilidade, que é reconhecidamente elevada. Entretanto, na condição em que existam instrumentos derivativos que possibilitem aos agentes atuar no mercado de curto prazo sob um nível de

¹⁴ Anexo

¹⁵ Anexo

risco aceitável, a referida alternativa pode se mostrar economicamente mais atrativa quando comparada à contratação de longo prazo. Alguns estudos realizados no âmbito dos estudos do Grupo de Estudos da Qualidade da Energia Elétrica, utilizando a metodologia apresentada, porém com resultados ainda não conclusivos, apontam para estratégias que fazem uso de instrumentos derivativos, como as denominadas *swing options* [29], onde os resultados esperados são economicamente mais atrativos do que os resultados esperados através do uso de contratos bilaterais. Assim sendo, uma proposta de trabalho futuro é compor estratégias de comercialização compostas por: uma primeira estratégia em que se compre/venda energia apenas no mercado de curto prazo; uma segunda estratégia em que se utilizem apenas contratos bilaterais de suprimento como os apresentados ao longo desta dissertação; e uma terceira estratégia em que se compre/venda energia no mercado de curto prazo associada ao uso de instrumentos derivativos para gerenciar o risco;

- A definição dos valores de tarifa a serem contratados têm sido historicamente definidos em função dos custos de operação e expansão do sistema. Entretanto, a não interferência da parte consumidora na definição dos preços abre espaço para arbitrariedades na aplicação das referidas tarifas. Logo, uma definição de tarifas baseada no comportamento futuro esperado para o preço à vista da energia elétrica, levando em consideração a influência do lado da demanda na sua formação, seria a referência para compradores de eletricidade definirem o quanto estão dispostos a pagar pela energia em contratos de longo prazo;
- A avaliação do risco através da teoria de precificação de opções fez uso dos recursos de simulação numérica, o que demonstrou requerer um esforço computacional elevado. Entretanto, é possível que se obtenham resultados analíticos na definição do valor do risco. Assim sendo, desenvolver soluções analíticas fechadas para a precificação do risco representaria ganho de tempo nas análises apresentadas, bem como serviriam como uma forma de se identificar novas características presentes no risco dos contratos.

Referências Bibliográficas

- [1] *Sazonalização de Contrato Inicial e Energia Assegurada*. Procedimento de Mercado – CO.02 – versão 3.0. Mercado Atacadista de Energia Elétrica – MAE, 2002.
- [2] *Modulação de Contrato Inicial*. Procedimento de Mercado – CO.03 – versão 3.0. Mercado Atacadista de Energia Elétrica – MAE, 2002.
- [3] *Visão Geral das Regras de Mercado – Regras de Implementação*. Mercado Atacadista de Energia Elétrica – MAE, 2002.
- [4] Resolução N° 244, de 30 de julho de 1998, Agência Nacional de Energia Elétrica.
- [5] Resolução N° 44, de 1° de fevereiro de 2001, Agência Nacional de Energia Elétrica.
- [6] Resolução N° 141, de 9 de junho de 1999, Agência Nacional de Energia Elétrica.
- [7] Resolução N° 143, de 9 de junho de 1999, Agência Nacional de Energia Elétrica.
- [8] *Curso de Futuros e Opções*. Futures Industry Institute – Tradução pela Bolsa de Mercadorias e Futuros, 1998.
- [9] PILIPOVIC, Dragana. *Energy Risk – Valuing and Managing Energy Derivatives*. Ed. McGraw-Hill, 1998.
- [10] DOMINGUES, Elder G. *Uma Contribuição à Análise de Risco para Otimizar Carteiras de Ativos Físicos em Geração de Energia Elétrica*. Tese submetida à Universidade Federal de Itajubá como requisito ao exame de qualificação para obtenção do título de Doutor em Ciências em Engenharia Elétrica. Setembro, 2002.

- [11] MILLS, T. C. *The Econometric Modelling of Financial Time Series*. 2nd Ed., Cambridge, 2000.
- [12] HUNT, P. J., KENNEDY, J. E. *Financial Derivatives in Theory and Practice*. John Wiley, 2000.
- [13] SILVA, E. L., FINARDI, E. C. *Processo de estabelecimento do preço MAE*. Curso de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos promovido pelo CEPEL e Universidade Federal de Santa Catarina, novembro de 1999.
- [14] PINDYCK, Robert S., RUBINFELD, Daniel L. *Microeconomia*. Ed. Makron Books, 2^o edição, 1994.
- [15] *Regras de Mercado – Regras de Implementação, Capítulo 3 – Formação do Preço*. Mercado Atacadista de Energia Elétrica – MAE, 2002.
- [16] MORETTIN, P. A., TOLOI, C. M. *Previsão de Séries Temporais*. Atual Editora Ltda., São Paulo, 1987.
- [17] DACHS, J. Norberto W. *Estatística Computacional*. Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, Rio de Janeiro, 1988.
- [18] MACEIRA, M. E., et alli. “Stochastic Streamflow Model for Hydroelectric Systems”. PMAPS’97, Vancouver, B.C., Canada, 1997.
- [19] JARDINI, J. A., CASOLARI, R. P. *Curvas de Carga de Consumidores e Aplicações na Engenharia de Distribuição*. Trabalho de pesquisa realizado no CED – Centro de Excelência em Distribuição de Energia Elétrica – originado pela parceria de CPFL, CESP, Eletropaulo, IEE – Instituto de Eletrotécnica e Energia da USP e EPUSP – Escola Politécnica da USP, março de 1999.

- [20] SILVA NETO, L. A., TAGLIAVINI, M. *Opções – Do Tradicional ao Exótico*. Ed. Atlas e Bolsa de Mercadorias e Futuros, São Paulo, 1994.
- [21] HULL, John. *Opções, Futuros e outros Derivativos*. Tradução pela Bolsa de Mercadorias e Futuros, 3º edição, 1998.
- [22] *Análise de Risco para Otimizar Carteiras de Ativos Físicos em Geração de Energia Elétrica*. Projeto de P&D autorizado pela ANEEL – Desenvolvimento por: Grupo de Estudos da Qualidade da Energia Elétrica da Universidade Federal de Itajubá (GQEE-UNIFEI), Companhia de Geração de Energia Elétrica Tietê (CGEET) e Fundação de Pesquisa e Assessoramento à Indústria (FUPAI), 2000.
- [23] COX, J. C., ROSS, S. A., RUBINSTEIN, M. “Option Pricing: A Simplified Approach”. *Journal of Financial Economics* – vol. 7, 1979.
- [24] GOLDMAN, M. B., SOSIN, H. B., GATTO, M. A. “Path Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High”. *The Journal of Finance* – vol. 34, Nº 5, December 1979.
- [25] CONZE, A., VISWANATHAN. “Path Dependent Options: The Case of Lookback Options”. *The Journal of Finance* – vol. 46, Nº 5, December 1991.
- [26] SMITH Jr., C. W. “Option Pricing – A Review”. *Journal of Financial Economics* – vol. 3, July 1975.
- [27] WILMOTT, P., HOWISON, S., DEWYNE J. *The Mathematics of Financial Derivatives – A Student Introduction*, Cambridge University Press, UK, 1999.
- [28] Endereço eletrônico do Mercado Atacadista de Energia Elétrica : www.mae.org.br
- [29] LARI-LAVASSANI, A., SIMCHI, M., WARE, A. “A Discrete Valuation of Swing Options”.

ANEXO

Use of the Pricing Theory of Financial Derivatives to Predict Payments of Electrical Energy Revenues with Monte Carlo Simulation

Elder G. Domingues, J. Policarpo G. A, H. Arango, Daniel M. Camposilvan and Gilson Paulillo

Abstract - The object of this paper is to use the price theory of financial derivatives so as to obtain the expected value of the electrical energy revenue used for establishing the price of vested contracts and bilateral contracts as well. In this analysis, the established price of the consumed energy is binomial and the concept of marginal costs is used accordingly. The aspects related to uncertainty of demand are taken into account by using overtariffing. The optimum contractual demand can be obtained according to the respective overtariffing as well as the revenue behavior for lower and higher values of the optimal contractual demand. The Optimal level for future electrical energy long-term contracting is analyzed as well.

Index Terms - Electrical Energy Revenues, Financial Derivatives, Lookback Put Option, Monte Carlo Simulation.

I. INTRODUCTION

Until the early 1980's, the Brazilian tariff system was based only on accounting costs. Regardless of month or utilization hour, the prices both for electric demand and consumption were fixed. From 1982 on, the marginal cost concepts have been used. The seasonal tariffs have then been introduced thus originating more rational electrical energy consumption.

After the Brazilian electrical system was restructured, overtariffing has been applied (T_o) when the registered demand (R_D) during the period of revenue surpasses the value of the contractual demand (C_D). This has occurred in the vested contracts and in most bilateral contracts.

In the future, overtariffing will be replaced by the spot price, which will increase the uncertainty revenue to be paid in the month as a result of the volatility of the spot prices.

E. G. Domingues is an Associate professor of CEFET-GO (Goiás Federal Center of Technology and Education), Goiânia, Brazil (e-mail: eldergd@iee.efei.br).

J. P. G. Abreu and H. Arango are full professors at EFEI - Federal School of Engineering, Itajubá, Brazil (e-mail: polica@iee.efei.br).

D. M. Camposilvan is studying for his M.Sc. degree at the Itajubá Federal School of Engineering, Itajubá, Brazil (email: damcam@iee.efei.br).

G. Paulillo has just finished his PhD program at the Itajubá Federal School of Engineering, Itajubá, Brazil (e-mail: gilsonp@iee.efei.br).

II. REGULATORY DOCTRINE

The regulatory doctrine establishes that the price to be charged for electrical supply will be proportional to the increase of it, which will be as follows: electrical energy cost (EEC) and investment cost (IC).

The investment cost includes costs of expansion of transmission and generation systems. The other cost component, EEC , is associated to the electrical consumption and is obtained according to the load curve. This second component is also dependent on investment (I), since the efficiency of the generation and transport systems for a specific consumption (P_t) depends on how large the associated physical system is. For this reason, the electricity cost (C) can be expressed as:

$$C = IC(I) + EEC(P_t, I) \quad (1)$$

According to the regulatory doctrine, the price charged to a client that consumes an increment of the electrical product (ΔP_t), should be based on the impact caused by the addition of this increment and by the suppliers' commitment to maintain the physical dimension of the system. Such dimension should be adapted to the consumption so that the process will be economically feasible and adequate. Hence, the increase of the capital invested in the system (ΔI), if an increment in the product consumed is taken into consideration, is given by:

$$\Delta I = \frac{\partial I}{\partial P_t} \cdot \Delta P_t \quad (2)$$

Consequently, from (1) we have:

$$\Delta C = \frac{\partial C}{\partial I} \cdot \Delta I + \frac{\partial C}{\partial P_t} \cdot \Delta P_t \quad (3)$$

By manipulating the equations (2) and (3) we have:

$$\Delta C = \left[\frac{\partial C}{\partial I} \cdot \frac{\partial I}{\partial P_t} + \frac{\partial C}{\partial P_t} \right] \cdot \Delta P_t \quad (4)$$

The term $\left[\frac{\partial C}{\partial I} \cdot \frac{\partial I}{\partial P_t} + \frac{\partial C}{\partial P_t} \right]$ is known as the marginal cost

of the product, and it expresses how much it costs for the system to increase the consumption of the product in one unit in relation to a certain policy of expansion.

III. THE BINOMIAL ENERGY PRICING

In the vested contracts as well the most bilateral contracts, the established price of the consumed energy is binomial. In the analysis below, we can notice that the marginal costs define the consumer market requirements for the whole physical system through a single load variable. In practice, the physical dimension of the transmission and the generation systems depend on the time series of the average power, calculated for successive integrated 15-minute intervals. The higher value of the average power of the time series is called demand (D). On the other hand, the generation required energy (E) is dependent on the water volume and the fuel quantity. For this reason, the costs associated to energy are dependent on the expansion of the water reservoir system and on fuel consumption, which is necessary for thermal completion.

For the consumer, the marginal cost reflect the demand and energy increments that his consumption brings about when one link of the transport and production network is used. As a result, the electrical contract predicts the revenues (REV) based on a binomial structure:

$$REV = D \cdot T_D + E \cdot T_E \quad (5)$$

where T_D end T_E are the demand and energy tariff that should keep the necessary proportion with the marginal costs. The values of E and D are calculated by:

$$E = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{2920} P_t \quad (6)$$

and

$$D = \text{MAX}_{i=1}^{2920} P_t \quad (7)$$

Where i varies from 1 to 2920 periods of 15 min, which correspond to 730 hours monthly.

Nowadays, an electrical contract always has an element of uncertainty. We can add here the uncertainty of the payments as far as demand and energy are concerned.

If a contractual demand value (C_D) and two tariffs are adopted, the one of demand, T_D , and the other of overtarriffing T_O , the component of revenue related to demand (REV_D), for a registered demand R_D on the period of revenue is:

$$REV_D = T_D \cdot C_D + T_O \cdot \text{MAX}(R_D - C_D, 0) \quad (8)$$

where the term T_O is obviously established in a much higher value than that of the demand tariff (T_D).

Then, the revenue (REV) is given by:

$$REV = REV_E + REV_D = E \cdot T_E + T_D \cdot C_D + T_O \cdot \text{MAX}(R_D - C_D, 0) \quad (9)$$

where REV_E is the component of revenue related to energy.

Since E and R_D are random variables, the payments (REV) also will present certain randomness. The expected values of the component related to energy is:

$$\text{EXP}(REV_E) = T_E \cdot \text{EXP}(E) \quad (10)$$

To estimate the value of

$$\text{EXP}(REV_D) = T_D \cdot C_D + T_O \cdot \text{MAX}(R_D - C_D, 0), \quad (11)$$

it becomes necessary to resort to the historical values of demand registered in the past (R_{Dt}). It will be assumed that the time series of R_{Dt} follows a lognormal stationary distribution function. Then, the random variable $L = \ln R_{Dt}$ is gaussian and the mean (\mathbf{m}_L) and standard deviation (\mathbf{s}_L) can be estimated by:

$$\mathbf{m}_L = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N L \quad (12)$$

$$\mathbf{s}_L = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (L - \mathbf{m}_L)^2} \quad (13)$$

With these estimates it is possible to express the value of $\text{EXP}(REV_D)$ as:

$$\text{EXP}(REV_D) = T_D \cdot e^{L_c} + \frac{T_O}{\sqrt{2\mathbf{p}} \cdot \mathbf{s}_L L_c} \int_{L_c}^{\infty} (e^L - e^{L_c}) \cdot e^{-\frac{(L - \mathbf{m}_L)^2}{2\mathbf{s}_L^2}} \cdot dL \quad (14)$$

Where $L_c = \ln C_D$.

The equation (14) can be rearranged and placed in the standard form, namely:

$$\begin{aligned} \text{EXP}(REV_D) &= T_D \cdot e^{L_c} + T_O \cdot e^{\left(\frac{\mathbf{m}_L + \frac{\mathbf{s}_L^2}{2}}{2}\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\mathbf{p}}} \int_{z_1}^{\infty} e^{-\frac{z_1^2}{2}} dz_1 \\ &- T_O \cdot e^{L_c} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\mathbf{p}}} \int_{z_2}^{\infty} e^{-\frac{z_2^2}{2}} dz_2 \end{aligned} \quad (15)$$

where z_1 and z_2 are, respectively:

$$z_1 = \frac{L - s_L^2 - m_L}{s_L} \quad (16)$$

$$z_2 = \frac{L - m_L}{s_L} \quad (17)$$

Therefore, the expected value ($EXP(REV)$) and the variance ($VAR(REV)$) of the revenue (REV) can be calculated by:

$$EXP(REV) = EXP(REV_E) + EXP(REV_D) \quad (18)$$

$$VAR(REV) = EXP(REV^2) - EXP^2(REV) \quad (19)$$

IV. OPTIMAL CONTRACTUAL DEMAND

The client should propose a convenient value of contractual demand (C_D), but we know that small values lead to high revenue from frequent overtarriffing. The values that are too high also burden the revenue because of the excessively high fixed component. Then, it is necessary to choose the appropriate value of C_D , according to the consumption rhythm of each client.

Since the demand in future periods of revenue are not predictable, we can minimize the value correspondent to $EXP(REV_D)$ to be paid in the future.

The value of L_C (and also C_D) that minimizes $EXP(REV_D)$ is the one that causes the derivative of the equation (14) to be equal to zero, namely:

$$T_D \cdot e^{L_C} = \frac{T_O \cdot e^{L_C}}{\sqrt{2p} \cdot s_L} \int_{L_C}^{\infty} e^{-\frac{(L-m_L)^2}{2s_L^2}} \cdot dL \quad (20)$$

If we substitute $z = \frac{L - m_L}{s_L}$ and cancel the exponential, the result will be:

$$\frac{T_D}{T_O} = \frac{1}{\sqrt{2p}} \int_{\frac{L-m_L}{s_L}}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} \cdot dz = 1 - N(z) \quad (21)$$

where $N(z)$ is a normal probability density function.

Therefore, the value of L_C and the optimal contractual demand (C_D^*) are given by, respectively:

$$L_C = m_L + s_L N^{-1}\left(1 - \frac{T_D}{T_O}\right) \quad (22)$$

$$C_D^* = D_m \cdot e^{s_L N^{-1}\left(1 - \frac{T_D}{T_O}\right)} \quad (23)$$

The D_m values correspond to the logarithm average of the preterit demands.

$$D_m = e^{m_L} = \left(\prod_{t=1}^N R_{D_t}\right)^{\frac{1}{N}} \quad (24)$$

V. LOOKBACK PUT OPTIONS

A *Lookback Put Option* is a derivative product whose payoff depends on the maximum realized asset price along the life of the option. In our case, we applied the *Lookback put option* to calculate the component related to T_O in the equation 8. This is a type of financial derivative that is much used in the modern finance theory [1,2].

The *Lookback Put Option* may be written as:

$$\max(D - C_D, 0) \quad (25)$$

where D is the maximum value of the demand during the interval from 1 to 2920 periods of 15 min, which correspond to 730 hours monthly, i.e:

$$D = \max_{0 \leq t \leq T} D_t \quad (26)$$

We can use the binomial model [3,4] and the Monte Carlo simulation to calculate the component related to T_O in the equation 8 and then to obtain the expected value of revenue related to demand. It is a special case in which the demand over 2920 periods of 15 min can either go up by u percent or down by d percent. If D is the current demand then the next period the demand will be either

$$D_u = D(1+u) \text{ or } D_d = D(1+d) \quad (27)$$

VI. OPTIMAL LEVEL OF FUTURE ELECTRICAL ENERGY CONTRACTING

Let us suppose that there is some interest in building a small run of the river hydroelectric power plant. If we establish the cost of the investment, the question of the flux of revenue to be obtained remains.

In this respect, the private enterprises that own the physical asset should decide how much their future generation will have long-term contracts.

If the enterprise is connected in the Basic Grid and if at a given time the affluence permits to generate more than the contractual demand, the enterprise can sell the surplus energy on the spot market by the spot price. On the other hand, if the affluence is not sufficient to generate what was agreed upon in the contract, the enterprise should buy additional of energy for the spot price.

From these aspects on, we can identify three factors of uncertainty involving the decision: the hydric risk, the price risk and the electrical demand risk expressed through the

random variable P (generated power), T_{spot} (spot price tariff) and variable R_D (registered demand), respectively.

The Monte Carlo simulation is applied taking into account the correlation between all random variables which depend on the seasonality of the electricity production with respect to the seasonality of the Spot Price (which is very strong in Brazil due to the hydroelectric generation system). Reference [5] shows the Stochastic modeling to obtain the synthetic time series and how to obtain the optimal level of future Electrical Energy contracting by using random walk.

Figure 1 shows the situation, considering that C_D , T_D and T_E are the contractual demand, contractual price of demand and contractual price of energy, respectively.

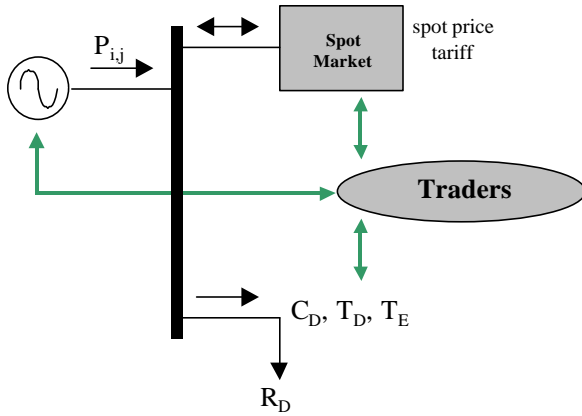


Fig. 1. Level of future electrical energy contracting

Considering that the established price of the consumed energy is binomial, the revenue related to demand and energy for each scenario i and period j are given, respectively, as follows:

$$REV_{D_{i,j}} = C_D \cdot T_D \quad (28)$$

$$REV_{E_{i,j}} = 730 \cdot LF \cdot R_{D_{i,j}} \cdot T_E \quad (29)$$

where LF is the load factor.

But if an eventual imbalance of the generated power and the demand occur, there will be for each scenario i and period j , a risk financial component is given by:

$$REV_{spot_{i,j}} = 730 \cdot LF \cdot (P_{i,j} - C_D) \cdot T_{spot_{i,j}} \quad (30)$$

This component of the revenue can be positive ($P_{i,j} > C_D$) or negative ($P_{i,j} < C_D$). It is obvious that, the greater the C_D values, the higher the chances of losses. On the other hand, C_D can increment the value of the revenue. Intuitively, there is the notion that a C_D level that maximizes the total revenue is given by:

$$REV_{i,j} = REV_{D_{i,j}} + REV_{E_{i,j}} + REV_{spot_{i,j}} \quad (31)$$

By generating the scenarios with the Monte Carlo method, we can obtain the expected value of revenue and the risk of revenue in function of the value of the contractual demand (C_D).

VII. SIMULATION RESULTS

Simulation 1:

In order to exemplify the application of the methodology presented a customer (Helicopter's Industry) was first considered, that is billed according to the conventional tariff system.

Table 1 below shows the registered demand history (R_D) and the respective value of $L = \ln(R_D)$ used in the simulations.

TABLE 1
DEMAND HISTORY AND THE RESPECTIVE VALUE OF L

R_D [kW]	$L = \ln R_D$ [kW]
497	6,21859
504	6,22258
511	6,23637
504	6,22258
475	6,16331
461	6,13340

The result illustrated in figure 2 shows the values of the optimal contractual demand (C_D^*) for different values of $\frac{T_O}{T_D}$.

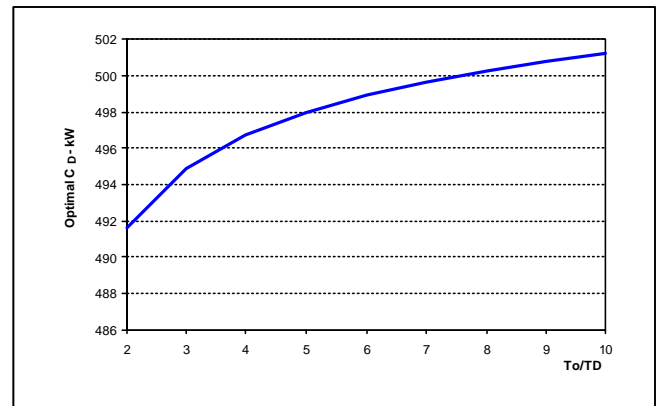


Fig. 2 - C_D^* for different values of $\frac{T_O}{T_D}$

The graph illustrated in figure 3 shows the behavior of $EXP(REV_D)$ versus C_D for $\frac{T_O}{T_D} = 2$. In these simulations the tariff of demand (T_D) was considered to be equal to R\$ 6,00/kW.

Figure 4 shows the same behavior for the different values of $\frac{T_O}{T_D}$.

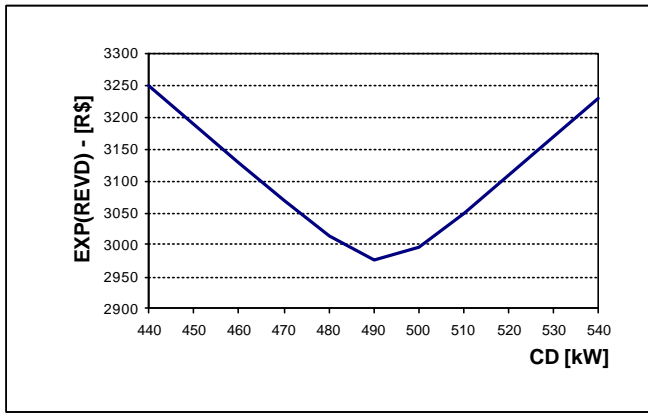


Fig. 3 – $EXP(REV_D)$ for $\frac{T_O}{T_D} = 2$

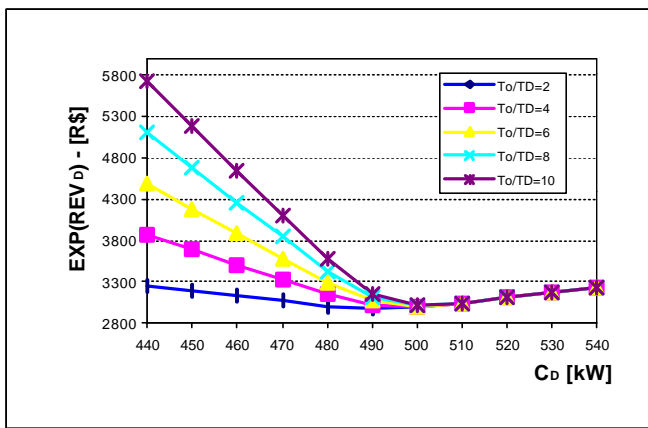


Fig. 4 – $EXP(REV_D)$ for different values of $\frac{T_O}{T_D}$

It is worth noting that, after the optimal contractual demand, the under-estimated values of contractual demand reach much higher $EXP(REV_D)$ than the C_D over-estimated values. It has occurred mainly for higher values of $\frac{T_O}{T_D}$. For this reason, it

is recommended that the contractual demand be established next to the optimal point.

The graph illustrated in figure 5 shows the behavior of $EXP(REV_D)$ versus C_D for $\frac{T_O}{T_D} = 2$, using the binomial model and the Monte Carlo simulation. In these simulations the tariff of demand (T_D) was considered to be equal to R\$ 6,00/kW. The initial value of D is 492 kW, which is the average value from the historical values in table 1.

Figure 6 shows the same behavior for the different values of $\frac{T_O}{T_D}$, using the binomial model and the Monte Carlo simulation.

The small discrepancies in numerical values can be attributed to the go down and go up steps used in the Monte Carlo simulation. Obviously, there is an additional cause of

error arising from the sample size (2000) against the universe of possibilities (2^{2920}).

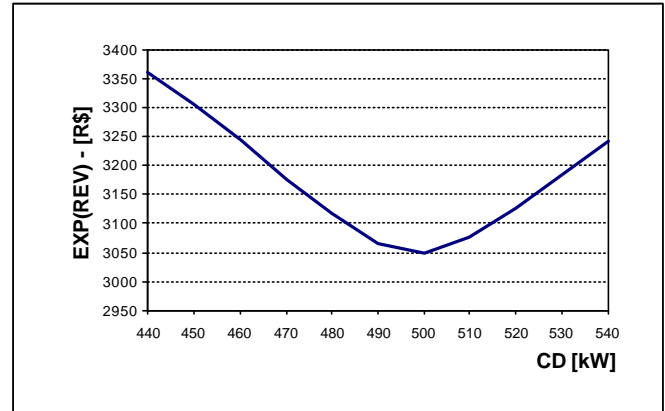


Fig. 5 – $EXP(REV_D)$ for $\frac{T_O}{T_D} = 2$ using the binomial model and the Monte Carlo simulation

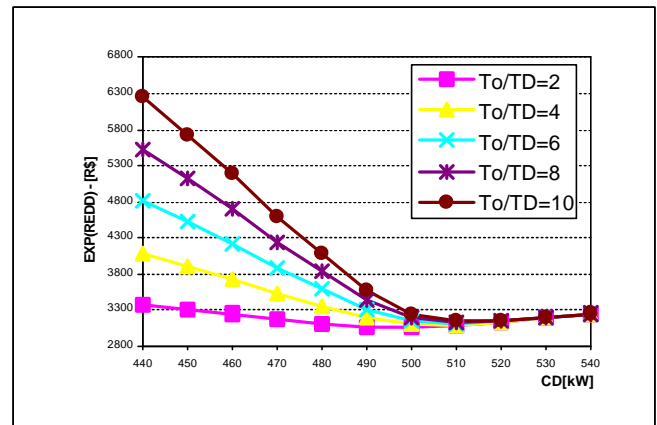


Fig. 6 – $EXP(REV_D)$ for different values of $\frac{T_O}{T_D}$ using the binomial model and the Monte Carlo simulation

Simulation 2:

To exemplify a practical case from the point of view of a producer, we can seek for the level of contracted power that offers the better risk/return relation according to the producer's risk aversion.

Figure 7 shows the behavior of the Expected Net Present Value of the revenue ($EXP(NPV_{REV})$) versus Standard Deviation Net Present Value of the revenue ($STD(NPV_{REV})$). The curve represents the efficient contract lines for a run of the river hydroelectric power plant in the southeast of Brazil. The main parameters related to this power plant used in the simulation are presented in table 2.

Point A indicates that all energy produced is negotiated on the spot market ($C_D = 0$). Point B indicates that 100 % of the produced energy is negotiated through long-term bilateral contracts. As we can notice, the AC segment forms the arc of the efficient contracts because its return is higher than the BC segment.

TABLE 2
MAIN DATA USED IN THE SIMULATIONS

Historical data		
Variable	Average	Standard Deviation
Affluence	746,0 [m ³ /s]	461,0 [m ³ /s]
Spot price	100,0 [R\$/MWh]	70,0 [R\$/MWh]
Demand	135,0 [MW]	6,75 [MW]
Power Plant data		
Gross fall [m]		28
Efficiency [%]		90
Maximum Generated Power [MW]		180
Load factor		0,8
Contractual data		
Contractual Demand tariff [R\$/MW]		3000
Contractual Energy tariff [R\$/MWh]		40

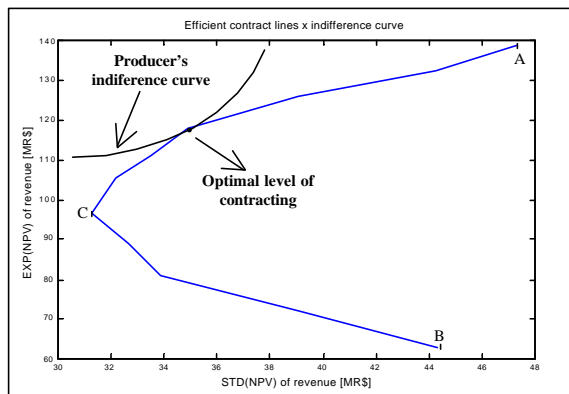


Fig. 7. Efficient contract lines x indifference curve

The final decision about the optimal level of contracting to be adopted by the enterprise depends not only on the risk/return curve which corresponds to the various values of C_D , but also on the risk policy to be taken by the enterprise as well [5].

VIII. CONCLUSION

The work described in this paper can be applied to more complex tariff systems. For instance, when the seasonal tariffs for different classes of consumers and different periods of the year are taken into consideration.

If the revenue is a function of the MAX operator, it will be understood as financial derivatives pay-off, which plays a decisive role in electrical markets and in models of pricing establishment developed over the past few decades.

In the future, spot price will substitute the overtariff. This price has a strong volatility, which increases the uncertainty present in the revenue future values.

IX. ACKNOWLEDGMENT

The authors acknowledge the contribution of Carlos B. Campinho to many important discussions.

X. REFERENCES

[1] P. Wilmott, S. Howison, and J. Dewynne, *The mathematical of financial derivatives*, New York: Cambridge University Press, 1999.

- [2] E. J. Eldton, and M. J. Gruber, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, New York: John Wiley & Sons, 1995.
- [3] J. C. Hull, *Options, Futures and Other Derivatives*, 4th ed., New York: Prentice-Hall, 1993.
- [4] Z. Bodie, A. Kane, A. J. Marcus, *Investments*, 4th Ed., Singapore: IRWIN/McGraw-Hill, 1999.
- [5] E. G. Domingues, H. Arango, J. Policarpo G. A., C. B. Campinho and G. Paulillo, "Applying Modern Portfolio Theory to Investment Projects in Electric Energy Markets", IEEE Porto Power Tech 2001.

XI. BIOGRAPHIES

Elder G. Domingues was born in 1971 in Carmo do Paranaíba, Brazil. He received his M.Sc. degree in Electrical Engineering at the Federal University of Uberlândia. At present, he is studying for his D.Sc. degree at Itajubá Federal School of Engineering. He is also an Associate professor of CEFET-GO (Goiás Federal Center of Technology and Education). His areas of interest include analysis of power system, electric power quality and risk analysis on the electricity markets.

Hector Arango received his Ph.D. degree in Electrical Engineering from the University of São Paulo, Brazil, in 1996. He is a full Professor at Itajubá Federal School of Engineering. At present his research interests include power quality issues, electricity legislation, electrical machines and transformers, definitions on nonsinusoidal conditions and risk analysis on the electricity markets.

José Policarpo G. Abreu was born in 1952 in Madeira Island, Portugal. He received a Ph.D. degree in Electrical Engineering from the University of Campinas (Brazil) in 1991. He is a Full Professor and the Power Quality Study Group Coordinator at Itajubá Federal School of Engineering (EFEI), Brazil. He has been nominated for the Chairmanship of the 10th IEEE ICHQP - International Conference on Harmonics and Quality of Power, to be held in Rio de Janeiro, Brazil in 2002. Currently, his research interests include power quality issues, power definitions under abnormal conditions, induction motors and transformers, and electric drives.

Daniel Marrocos Camposilvan received his B.Sc. degree in Electrical Engineering from the Itajubá Federal School of Engineering in 2000. At present, he is studying for his M.Sc. degree at Itajubá Federal School of Engineering. His research interests include power system planning and risk analysis on the electricity markets.

Gilson Paulillo was born in 1967 in Araraquara, Brazil. He received his M.Sc. degree in Electrical Engineering from Itajubá Federal School of Engineering - EFEI, where he has just finished his Ph.D.. Currently, he is a Researcher at the Power Quality Study Group – GQEE, of the Institute of Electrical Engineering of the EFEI. His areas of interest include power quality, induction motors and transformers and electric drives, as well as computer analysis of power system.

Applying Real Options Theory to Value Multi-Fuel Power Plants

Hector Arango, Elder G. Domingues*, J. Policarpo G. Abreu, Daniel M. Camposilvan

Power Quality Study Group - GQEE
Institute of Electrical Engineering - IEE
Federal University of Itajubá – UNIFEI
Av. BPS, 1303 - CEP 37500-000 – Itajubá, MG – Brazil

Telephone number: (+55) 35 3629 1312, Fax number: (+55) 35 3629 1326, E-mail: eldergd@iee.efei.br

ABSTRACT: The object of this paper is to apply real options methodology in order to obtain the fair value of flexibility inlayed in multi-fuel power plants in face of volatility electricity market price and fuel costs. The financial advantage from this flexibility has the same structure as a European call option, a type of financial derivative much used in financial area. Firstly, we will provide practical and necessary information about real option methodology taking into consideration both the risk and flexibilities present. In the risk analysis, the synthetic time series of the uncertainty variables were modeled by using the stochastic processes with the random walk associated with the Monte Carlo Simulation. In electrical markets, this methodology can be applied in valuation of generating assets. From these aspects on, we will first value the flexibility of gas and oil generating plants. So, we will analyze the flexibility present in a dual fuel power plant.

Keywords: Real Options, Flexibility, Random Walk, Dual-fuel Power Plant, and Monte Carlo Simulation.

I. INTRODUCTION

The principal purpose of corporations is the creation of value to their shareholders, which can be done through real assets. The success or failure of these corporations will depend fundamentally on the new projects analysis before the decision to be taken.

The technical-economic viability of the investments should take into consideration the corporation capital budgeting and the uncertainties involved.

The various opportunities inlayed in the investment projects can be valued as options. This is Real Option Valuation [1] (ROV^R), which is an important tool in the financial valuation of investment projects, originated from the modern finance theory. This methodology permits to consider in the analysis other factors equally important that are not considered for the traditional technique. It permits the quantification of growth, abandonment option, postponement, conversion and expansion among others [1]. ROV^R adapts the value calculation of financial options to the case of real assets (physical assets).

Return Over Assets is the more natural procedure to establish the fair value of flexibility of investment projects that permits to choose the best operational policy along time.

II. APPLICABILITY OF REAL OPTIONS IN ELECTRICITY MARKETS

Many decisions in real investment projects are similar to the alternative to exercise an option. Thus, many research areas have applied the real option theory, namely: investments in natural resources exploration, leasing, research and development, regulation policy, acquisitions and temporary concession among others. References [1, 2, 3] present a bibliography summary of real options methodology and various applications.

Reference [4] gives an example of the value of flexibility to the case of a dual-fuel industrial steam boiler.

Reference [5] presents and applies a methodology for valuing electricity derivatives by constructing a replicating portfolio from the electricity futures and risk-free asset. The results of this valuation are used to construct real option-based valuation formulae for generation and transmission assets.

Reference [6] uses real option approach to uncover and quantify the value of efficient plant operation in the face of volatile electricity market prices.

Gas thermal and dual-fuel power plants, the latter uses both natural gas and oil fuel to produce electricity, are examples of projects that inlay options and, therefore, offer an opportunity for additional profit. The question is how to find the fair value of these profits in order to compare with the higher investment required by the dual-fuel power plant.

At present, this problem offers a great practical interest in the Brazilian power system. Thermal power plants will permit the correct equating of the generation national matrix.

II. STOCHASTIC MODELING TO OBTAIN THE SYNTHETIC TIME SERIES BY USING RANDOM WALK

Several models have been used and applied in the Brazilian electrical market to consider the uncertainties in the electric power system [7,8]. In the Brazilian electrical market there are three strong sources of uncertainty: water affluence, spot price and electrical demand. These are random variables and can be seen as a time series. Fortunately, the behavior of such a series can be fitted by stochastic processes with the random walk [9].

A random phenomenon describes a random walk along time when its value at a given time contains all relevant preterit information. Then, the value at the given time (x_{t+1}) will be different from the previous value (x_t) because of innovations or surprises that occur. These innovations are randomly and the best way to predict the future course of the value is to

imagine that the relative effect of the innovation has an expected value equal to zero, namely:

$$x_{t+1} - x_t = \sigma x_t dz \quad (1)$$

where:

- dz is Wiener's increment, given by: $dz = \sqrt{dt}\phi$.
- ϕ is a random variable with standard normal density function ($\mu_\phi = 0$ and $\sigma_\phi = 1$);
- dt is the time increment;
- σ is the volatility of the walk.

In some cases, the stochastic process has a component that represents the trend of the walk (μdt). An example of such behavior is in the electrical demand, which increases according to the economic and social growth of the country. Thus, the walk is shaped by:

$$x_{t+1} - x_t = (\mu dt + \sigma dz)x_t \quad (2)$$

We have two phenomena to take into account: the seasonal effect on the affluence and the correlation between affluence and spot price random walks. These random walks show a negative correlation, which means that they have opposite behavior. In other words, the greater the water supply, the lower the electricity cost.

All of these aspects are analytically complex. Fortunately, we have a powerful instrument of simulation: the Monte Carlo method. In order to apply this method to affluence, spot price and electrical demand, it is necessary to know their respective volatilities (σ) as well as the correlation (ρ) between affluence and spot price walks.

To simulate the random walks, we establish the duration period of analysis, for example, a month. Thus, the Monte Carlo method progresses by choosing the random numbers n_1 , n_2 and n_3 , with a normal standard distribution, which generates the time series of affluence, spot prices and demand, respectively, according to the equations below:

$$A_{t+1} = (1 + \sigma_v \sqrt{dt}n_1)A_t \quad (3)$$

$$P_{t+1} = (1 + \sigma_p \sqrt{dt}(\rho n_1 + \sqrt{1 - \rho^2}n_2))P_t \quad (4)$$

$$D_{t+1} = (1 + \mu dt + \sigma_v \sqrt{dt}n_3)D_t \quad (5)$$

We can include the seasonal effect of the affluence by using the historical average of each month of the year, which enables us to calculate the seasonal index (I_m) from one month to the next, according to the equation below:

$$I_m = \frac{\bar{A}_{m+1}}{\bar{A}_m} \quad (6)$$

Then, we have:

$$A_{t+1} = \left((1 + \sigma_v \sqrt{dt}n_1)A_t \right) I_m \quad (7)$$

So as to attribute the seasonal effect to P , the equation (4) becomes:

$$P_{t+1} = \left[(1 + \sigma_p \sqrt{dt}(\rho n_1 + \sqrt{1 - \rho^2}n_2))P_t \right] I_m^\alpha \quad (8)$$

where:

- α is a factor that affects price increase or decrease due to seasonal effect of the affluence.

In order to simulate thermal power plants, the forecasts of fuel prices, oil fuel (POil) and natural gas (PNG) can be simulated by using the random walk methodology. So, the equations used for it are presented below:

$$PNG_{t+1} = (1 + \sigma_{NG} \sqrt{dt}n_4)PNG_t \quad (9)$$

$$POil_{t+1} = (1 + \sigma_{Oil} \sqrt{dt}(\rho_{GO}n_4 + \sqrt{1 - \rho_{GO}^2}n_5))POil_t \quad (10)$$

where n_4 and n_5 are random variables with normal standard distribution, and ρ_{GO} is the correlation between oil and natural gas historical prices.

III. APPLYING THE REAL OPTIONS THEORY TO VALUE FLEXIBLE THERMAL POWER PLANTS

Thermal power plants are said flexible if they operate only in the moments that the electricity spot market is higher than its operational cost. From these aspects on, they can be modeled as European call options time series. This time series consist of European call option for each analysis period during the period of analysis. Therefore, the option pay-off is given by the spread between the electricity spot price (P_{spot_t}) and the operational cost (OC_t) or zero. The equation below shows the option value at the time t :

$$C_t = \text{MAX}(P_{spot_t} - OC_t, 0) \quad (11)$$

The revenue cash flow Present Value of a flexible thermal power plant ($PV_{Flex.}$) is given by:

$$PV_{Flex.} = \sum_t \frac{1}{(1+WACC)^t} \cdot \text{MAX}(P_{spot_t} - OC_t, 0) \cdot W_t \quad (12)$$

where:

- $WACC$ is the weighted average cost of capital [10] which corresponds to the discount rate used to obtain the $PV_{Flex.}$;
- W_t is required power at the time t .

If the thermal power plant operates in an inflexible way, i.e., if it is dispatched during all the time independently of the electricity spot price, the present value ($PV_{Inflex.}$) of the cash flow will be given by:

$$PV_{Inflex.} = \sum_t \frac{1}{(1+WACC)^t} \cdot (P_{spot,t} - OC_t) \cdot W_t \quad (13)$$

By generating the sufficient amount of synthetic time series for the present random variables, it is possible to find a histogram of the present value and to obtain probability density function (*pdf*) of $PV_{Flex.}$ and $PV_{Inflex.}$. Figure 1 shows the behavior of the *pdfs* of revenue present value for both flexible and inflexible thermal power plant operation.

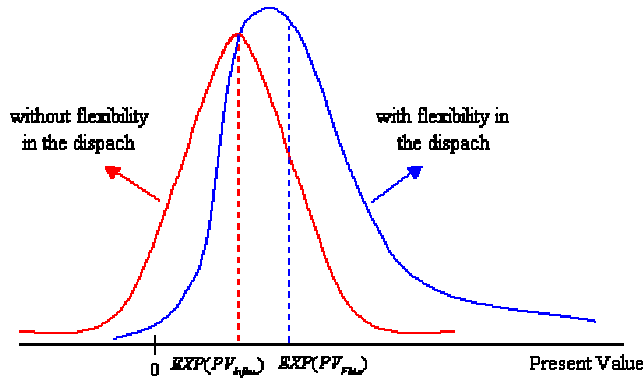


Figure 1 – Density probability function without and with flexibility on the fuel contract

The possibility of the thermal power plant to generate electrical energy only when its operational cost is smaller than electricity spot price aggregates value to the project. The fair value (*FV*) of this flexibility is given by:

$$FV = EXP(PV_{Flex.}) - EXP(PV_{Inflex.}) \quad (14)$$

where $EXP(PV_{Flex.})$ and $EXP(PV_{Inflex.})$ are the expected present values of a thermal power plant operating with and without operational flexibility.

IV. APPLYING REAL OPTIONS THEORY TO VALUE FLEXIBLE DUAL-FUEL POWER PLANTS

Dual-fuel power plants inlay another flexibility besides the operational flexibility. They admit alternative burning of natural gas or oil fuel in the electricity production. From these aspects on, the dual-fuel power plant offers an additional opportunity of profit.

The main question is to estimate the fair value of these profits in order to confront them with the additional investment required for dual-fuel power plant instead of gas or oil power plant. If the financial advantage is higher than the additional investment required, the dual-fuel power plant will be preferred to the conventional ones.

The flow of expenses present value (PV_E') in fuel which is necessary to operate an ideal dual-fuel power plant, and that permits to change from one source of fuel to the other, instantaneously and without cost, is given by:

$$PV_E' = \frac{1}{(1+WACC)^t} \cdot MIN(OC_{Gas_t}, OC_{Oil_t}) \cdot W_t \quad (15)$$

where OC_{Gas_t} and OC_{Oil_t} are gas and oil operational costs at time *t*, respectively.

For an equivalent thermal power plant, which permits only the use of gas, the flux of expenses present value (PV_E'') is given by:

$$PV_E'' = \frac{1}{(1+WACC)^t} \cdot OC_{Gas_t} \cdot W_t \quad (16)$$

Dual-fuel power plants exhibit flexibility, and therefore, an economy derived from the additional flexibility. The present value of this economy, or better saying, the present value of the financial advantage (PV_{FA}) offered by dual-fuel power plant in relation to a gas power plant, is given by:

$$PV_{FA} = \frac{1}{(1+WACC)^t} \cdot MAX(OC_{Gas_t} - OC_{Oil_t}, 0) \cdot W_t \quad (17)$$

The operator $MAX(OC_{Gas_t} - OC_{Oil_t}, 0)$ has the same structure as an European call option. By generating the time series of the random variables involved, it is possible to find a histogram and the density probability function of (PV_{FA}).

The expected value of this *dpf* represents the fair value of profit. This value should be confronted with the additional investment required for dual-fuel power plant instead of gas or oil power plant in order to verify the acceptability of the dual-fuel power plant. If this value surpasses the difference of the investments cost, the dual-fuel should be preferred.

The possibility of the dual-fuel power plant to generate electrical energy in a flexible way, i.e., only when its operational cost is smaller than electricity spot price, aggregates value to the project in the same way as the conventional gas or oil power plant. From these aspects on, it is possible to obtain the fair value of the total flexibility of the dual-fuel power plants. The difference between the expected present value of dual-fuel power plant operating in a flexible way and in a inflexible way represents the fair value of the total flexibility and the aggregated value of the project.

V. SIMULATION RESULTS

In order to exemplify the application of the methodology presented, this topic presents the practical results of simulations for present value (PV) of oil, natural gas and dual-fuel power plants. The spot price forecast was obtained by using the affluence synthetic time series of a hydraulic

plant, according to the methodology developed in topic II. The obtained results are all function of the flexibility inlaid in any analysis, simulated for a 60-month period and 2000 different scenarios.

The power plant considered in the analysis was a 550MW total capability plant. The data used in the simulations was extracted from historical series. So, it was possible to know the information below:

Table 1 – Data used in simulations

Historical Information		
	Average	Standard Deviation
Spot Price [R\$/MWh]	145.00	103.70
Current Exchange [R\$/US\$]	2.467	0.131
Oil Fuel Price [US\$/MBtu]	4.442	0.635
Natural Gas Price[US\$/MBtu]	3.118	0.276
Electrical Demand [MW]	440	27.5
Electrical Demand Rise Rate		
3.0 % per year		
Correlation Between Prices of Gas and Oil		
0.554088		
Heat Rate (valid for Single-fuel and Dual-fuel Plant)		
	Oil Fuel	Natural Gas
Heat Rate [Btu/kWh]	8516.0	8845.3
Power Purchase Agreement		
Energy Price [R\$/MWh]	85.00	
Power Price [R\$/MW]	3000.00	
Power [MW]	385	

Flexibility in fuel purchase contracts is the first characteristic to be analyzed. The clause *take or pay* in fuel agreements greatly complicates the economic operation of power plants. The obligation to pay for the fuel, whether the generator has used it or not, increases the financial risk at the same time that it reduces the economic value of the business.

Natural gas and oil fuel plants were simulated in order to analyze the gain obtained with the flexibility in fuel contracts. The flexibility in dispatch usually follows the flexibility in the fuel contract. This means that the plant can be dispatched in two different levels, its maximum capability if its operational cost is lower than the spot price, or in the inflexible level agreed in contract if its operational cost is higher than the spot price.

So, both plants were simulated with full flexible condition and full inflexible condition. Full flexible means that the take or pay clause in fuel contract is null while full inflexible means that the take or pay clause is equal to the availability factor of the plant. A 0,85 value was adopted as availability factor for the simulations performed.

Figures 2 and 3 show density probability functions of a natural gas and oil fuel power plants, respectively, both without and with operational flexibility on the fuel contract. The statistics related to the distributions showed in figures 2 and 3 are presented in table 2.

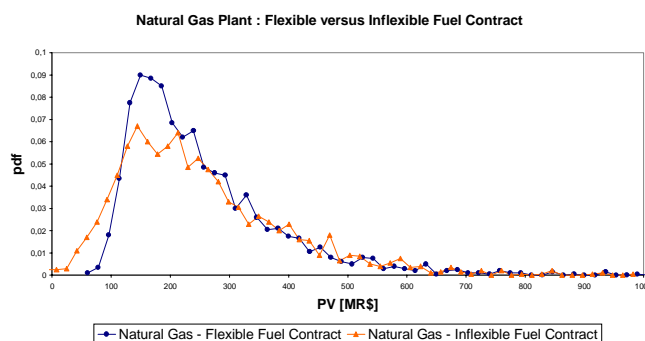


Figure 2 – Natural Gas Power Plant - Density probability function without and with flexibility on the fuel contract

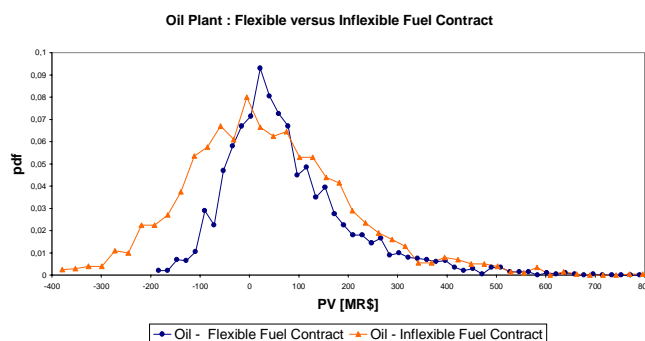


Figure 3 – Oil Fuel Power Plant - Density probability function without and with flexibility on the fuel contract

Table 2 – Analysis of flexibility in fuel contracts

	Present Value of Revenue [MR\$]			
	Natural Gas Plant		Oil Fuel Plant	
	Average	Standard Deviation	Average	Standard Deviation
Flexible	252.7	128.7	78.3	130.1
Inflexible	251.3	141.1	39.7	173.5

Based on the information of table 2, it is possible to conclude that the flexible contract is preferable to the inflexible contract. The flexibility in fuel purchase permits that the risk associated to the business be reduced, a fact noticed in both plants, or that the economic value of the business be increased, a fact greatly noticed in the oil fuel plant.

The next step in the analysis consists of deciding which of the plants already analyzed is the best option to be compared with the dual-fuel plant, in order to obtain its financial advantage. The plant that presents the highest average of present value is the one to be considered. This decision can be made just by looking at the results presented in table 2, and confirmed by analyzing the graph of both flexible plants in figure 4.

By looking at the graph showed in figure 4 and its related statistics presented in table 2, it can be concluded that the natural gas plant is more feasible than the oil fuel plant. This is probably due to the great difference between their respective fuel prices, being the price of the gas much lower.

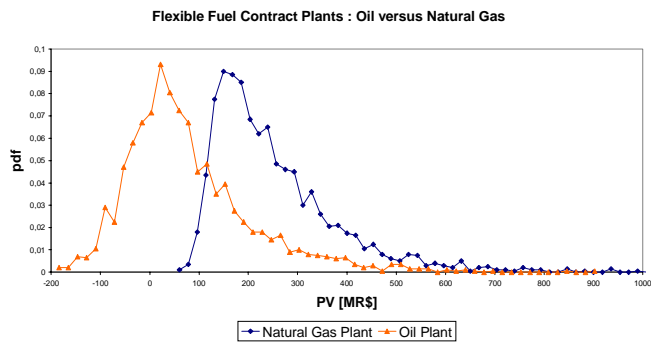


Figure 4 – Flexible power plants: oil fuel versus natural gas power plants

Now, it is possible to analyze the gain inlayed in the dual-fuel plant flexibility. The results obtained for it will be compared with the results of the flexible natural gas plant, i.e., the plant which reached the best revenue in the analysis done up to now.

Figure 5 shows the probability density function of a dual-fuel and natural gas power plants operating both in an operational flexible way. Table 3 presents the statistic analysis of both probability density functions.

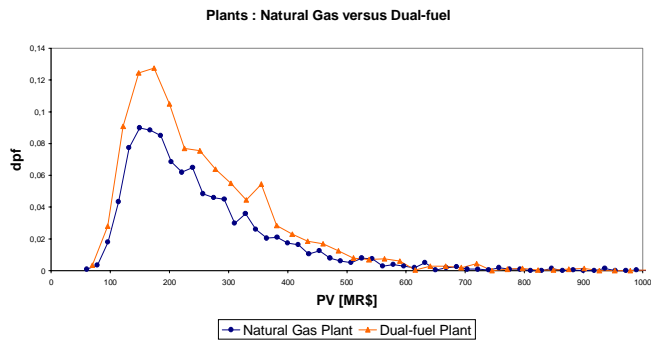


Figure 5 – Flexible power plants: dual-fuel versus natural gas power plants

Table 3 – Analysis of gain of dual-fuel power plant

Present Value [MR\$]			
Dual-fuel Plant		Natural Gas Plant	
Average	Standard Deviation	Average	Standard Deviation
255.7	136.6	252.7	128.7
Financial Advantage [MR\$]			
Average	Standard Deviation	Standard Deviation	Average
0.058	0.145	0.145	0.058

Based on this information, it can be concluded that the dual-fuel plant provides an increase in the economic value of the business when compared with a single-fuel plant. However, this difference does not seem to be really relevant, specially when the value of the financial advantage is analyzed. The gain in this case is little.

The difference between the revenues of each plant was not so high due to the great difference between the natural gas,

which presents the minor average price, and the oil fuel price, which is higher on the average. Because of this the natural gas was used during most of the time.

Another simulation was done using a different value of the oil fuel price (new oil fuel price average = 3.252 US\$/Mbtu), so as to bring closer to the averages operational costs of the natural gas and oil fuel plants. This change leads to a higher utilization of the flexibility, providing greater financial advantage and economic value to the project. The results are presented in figure 6 and table 4.

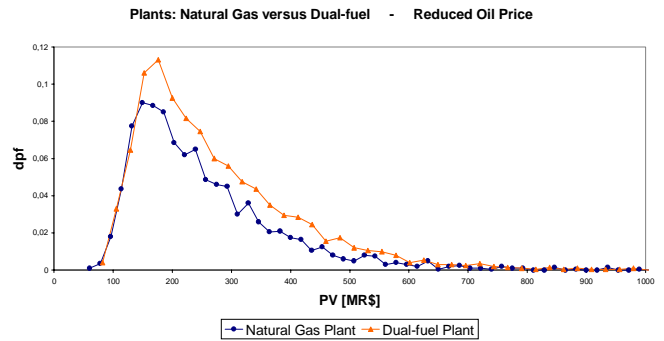


Figure 6 – Flexible power plants: dual-fuel versus natural gas power plants with reduced oil price

Table 4 – Analysis of gain of dual-fuel power plant with reduced oil price

Present Value [MR\$]			
Dual-fuel Plant		Natural Gas Plant	
Average	Standard Deviation	Average	Standard Deviation
274.3	140.6	252.7	128.7
Financial Advantage [MR\$]			
Average	Standard Deviation	Standard Deviation	Average
13.514	15.949	15.949	13.514

By analyzing figure 6 and its statistics results, which are presented in table 4, it is now possible to notice the gain inlayed in the dual-fuel power plant. It can be seen the higher revenue such as the financial advantage inlayed in this alternative. The difference between the present values (21.6 MR\$) such as the financial advantage (13.514 MR\$) must be the guideline for a decision-making.

VI. CONCLUSIONS

The *Real Option Valuation* shows to be a powerful tool to analyze projects with flexibility inlayed in them. However, the treatment of the relevant data to be used is not easy in many cases. Since analysis in Brazilian electrical power market faces a large number of uncertainties, the random walk integrated with Monte Carlo simulation has been used as a feasible methodology for solving problems that involve different random variable forecasts.

Based on the simulation results it is possible to conclude that the methodology presented on this paper is adequate for valuating the flexibility value of power plants in a risk environmental. So, the decision-making can be done on a stronger framework, when the flexibility value must be put face to face with the investment values required for the flexible option.

VII. REFERENCES

- [1] Real Options, T. Copeland, V. Antikarov, Texere LLC, 2000.
- [2] Investment Under Uncertainty, A. K. Dixit, R. S. Pindick, Princeton University Press, New Jersey.
- [3] "A New Approach to Evaluating Natural Resource Investment", M. J. Brennan, E. S. Schwartz, Midland Corporate Finance Journal, Vol. 3, Nr. 1, pp. 37-47, 1985.
- [4] "The Value of Flexibility: The case of a Dual-fuel Industrial Steam Boiler", N. Kulatilaka, Financial Management, Vol. 22, Nr. 3, pp. 271-280.
- [5] "Exotic Electricity Options and the Valuation of Electricity Generation and Transmission Assets", D. Shi-Jie, A. Sogomonian, Decision Support Systems, Elsevier Science, pp383-392.
- [6] "What is it Worth? Application of Real Options Theory to the Valuation of Generation Assets", J. Frayer, N. Z. Uludere, Electricity Journal, June 2001.
- [7] Maceira M. E. at. Alli, "Stochastic Streamflow Model for Hydroelectric Systems", PMAPS'97, Vancouver, B.C., Canada, 1997.
- [8] Yevjevich V., "Stochastic Process Hydrology", Water Resource Publications, 1972.

- [9] Domingues E. G., Arango H., Policarpo J. G. A., Campinho C. B., Paulillo, G., "Applying Modern Portfolio Theory to Investment Projects in Electric Energy Markets", IEEE Porto Power Tech 2001, Porto, Portugal, September 2001
- [10] Corporate Finance, S. A. Ross, R. W. Westerfield, J. F. Faffe, Irwin Professional, 5th Edition, 1998.

VIII. BIOGRAPHIES

Hector Arango received his Ph.D. degree in Electrical Engineering from the University of São Paulo, Brazil, in 1996. He is a full Professor at the Federal University of Itajubá. At present his research interests include power quality issues, electricity legislation, electrical machines and transformers, definitions on nonsinusoidal conditions and risk analysis on the electricity markets.

Elder G. Domingues was born in 1971 in Carmo do Paranaíba, Brazil. He received his M.Sc. degree in Electrical Engineering at the Federal University of Uberlândia. At present, he is studying for his D.Sc. degree at the Federal University of Itajubá. He is also an Associate professor of CEFET-GO (Goiás Federal Center of Technology and Education). His areas of interest include analysis of power system, electric power quality and risk analysis on the electricity markets.

José Policarpo G. Abreu was born in 1952 in Madeira Island, Portugal. He received a Ph.D. degree in Electrical Engineering from the University of Campinas (Brazil) in 1991. He is a Full Professor and the Power Quality Study Group Coordinator at the Federal University of Itajubá, Brazil. He has been nominated for the Chairmanship of the 10th IEEE ICHQP - International Conference on Harmonics and Quality of Power, to be held in Rio de Janeiro, Brazil in 2002. Currently, his research interests include power quality issues, power definitions under abnormal conditions, induction motors and transformers, and electric drives.

Daniel Marrocos Camposilvan received his B.Sc. degree in Electrical Engineering in 2000, and is studying for his M.Sc. degree at the Federal University of Itajubá. His research interests include financial and economic analysis, planning and risk analysis on the electricity markets.

Applying Real Options Methodology to Value Electrical Power Quality Projects

H. Arango, Elder G. Domingues, J. Policarpo G. Abreu, Daniel M. Camposilvan

Abstract - The object of this paper is to apply real options methodology to value electrical power quality projects. An ESCO can offer, in leasing, through performance contracts, a power conditioning which guarantees a dropping in the number of voltage sags below the fixed value specified in the performance contracts. This underlying asset involves a real option analysis. In this analysis, the binomial tree and the Monte Carlo simulation are used accordingly to simulate the trajectory of the number of voltage sags along the duration of the performance contract. A practical example of power quality performance contract has been analyzed in order to show the applicability of the real option methodology to electrical power quality projects.

Index Terms – Power Quality, Real Options, Monte Carlo Simulation, Binomial Tree.

I. INTRODUCTION

THE ESCOs (Energy Service Companies), which perform electrical power quality and efficiency services, have performance contracts with their clients. These enterprises are responsible for elaborating technical projects and making necessary investments to implement them. They take both technical and financial risks and use the Project Finance technique, in order to aggregate specialized engineering and adequate financing.

Among all electrical power quality problems, voltage sags are the disturbances that cause most problems to consumers because of the partial or total interruption of their industrial processes. This is a question that becomes strategic both for consumers and electrical energy enterprises due to the high costs involved in production stoppage.

An ESCO can offer their clients a power conditioning (in leasing) which guarantees a dropping in the number of voltage sags below the fixed value specified in the performance contracts. This is an underlying asset that involves a real option. The value of the flexibility granted to the asset installation is distributed between both contracting parts according to specific clauses. Then the evaluation of the real option is the parameter for both parties to ensure an acceptable remuneration.

This is a sequence of options along the duration of the performance contract, whose exercise implies the choice of the number of sags established in the contract [1,2]. It is preferable to simulate the trajectory of the number of voltage sags along the duration of the contract by using the Monte Carlo simulation [3] and the Cox, Ross and Rubinstein binary tree [4,5].

II. CHARACTERIZATION OF A LEASING CONTRACT

Before applying the Real Options theory [6] to electrical power quality projects, it is important to understand the principle and characterize a leasing contract [7]. This is one of the most common forms of asset utilization used by ESCOs, that lease necessary equipments to improve the quality of power and the conservation of electrical energy.

The leasing contract is based on the economic conception that the generating fact of profits for a firm is the utilization of an asset and not its property. This way, the leasing can be explained as a contract whose purpose is the utilization cession of depreciated assets or capital assets.

The Brazilian legislation, through the law n° 6.099 of September 12, 1974, considers the leasing contract as a juridical business done for juridical persons, in the quality of leaseholder, the objective of which is to lease assets acquired by the leasing firm, according to the leaseholder's specifications and its use. So, the leasing contract is the cession of the use of an asset, for a certain period of time, through a contract and besides agreed conditions.

There are two modalities of leasing contracts, namely, the financial and the operational leasing. The more common kind of leasing executed in Brazil is the financial one.

There are three actors in the financial leasing, the asset supplier, the leasing firm and the client (leaseholder). The property of the asset is the leasing firm that concedes to the client the right to use the asset for a specific time and specific contractual conditions, by means of periodic payments that are cost or expense that are deducted on the base computation of the income tax. The leasing firm assumes the financial risk and transfers all other kinds of risks (obsolescence, technological, selling market and all rights and obligations related to the asset) to the client. At the end of the contract the client can opt for acquiring the asset for the residual value agreed upon in a contract. This operation is characterized as a European call option [1]. The residual value assumes the strike price of the

H. Arango and J. P. G. Abreu are full professors at Itajubá Federal University, Itajubá, Brazil (e-mail: polica@iee.efei.br).

E. G. Domingues is an Associate Professor of CEFET-GO (Goiás Federal Center of Technology and Education), Goiânia, Brazil (e-mail: eldergd@iee.efei.br).

D. M. Camposilvan is studying for his M.Sc. degree at Itajubá Federal University, Itajubá, Brazil (e-mail: damcam@iee.efei.br).

option, i.e., this value represents the value paid for the client at the expiration date of the leasing contract if the client decides to acquire the asset at the end of the contract.

At the end of the contract the client can choose among these three options:

- To buy the asset by the agreed value;
- To renew the operation in financial conditions to be covenanted;
- To give the asset back to the leasing firm.

The operational leasing is a direct agreement between the client and the supplier. The supplier is responsible for the risks due to the right of property (obsolescence, technology, selling market, etc.). Besides, he has to give the necessary technical assistance to the client through personnel training, repair and periodical revisions of the equipment.

Figure 2 illustrates a leasing operation between an ESCO and an industry that has power quality disturbances. According to this scheme, the industry chooses the power conditioner from the supplier, adjusts the price, the time of delivery and other items. When the industry signs the leasing contract, it charges the ESCO with conducting the purchase of the equipment. The Leasing Co. (ESCO) acquires the conditioner by paying cash through private resources, financing or loans. In turn the industry pays the instalments, including the equipment amortization, taxes, and the leasing firm remuneration. At the moment the contract is signed, the industry pays the power conditioner the residual value related to the call option premium that will allow the industry to acquire or not the power conditioner at the leasing contract expiration date.

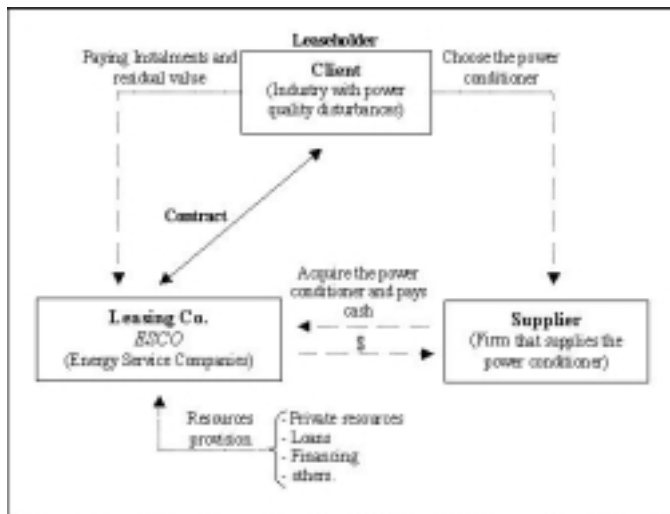


Fig. 1. Leasing operation between an ESCO and an industry that has power qualities problems

As we have seen, the leasing contract is viewed as a European call option. This paper does not intend to do this

kind of analysis. Our main objective is to analyse the call option structure that is present in the power quality performance contracts.

III. PERFORMANCE CONTRACTS ANALYSIS BY USING REAL OPTIONS THEORY – A CASE STUDY

Suppose the number of disruptive sags that happened in the Manufacturing Co. in the year 2001 was 100, and that we have the prior data shown in table 1.

TABLE 1
NUMBER OF SAGS HISTORICAL DATA

Year	Number of Sags/year
1997	82
1998	130
1999	70
2000	118
2001	100

The five-year-series standard deviation is near 22. This supplies us with a basis for estimating the volatility in the future series (named Random Walk).

$$\sigma = \text{Volatility} = \frac{\text{standard_deviation}}{\text{average}} = \frac{22}{100} = 0.22$$

So, the following stochastic process gives the sags future series in the following years:

$$V_{t+1} = e^{rR} \cdot V_t \tag{1}$$

where R is a random variable 50% probable of valuing (1) and 50% probable of valuing (-1). The Equation 1 is an analytical expression of the binomial tree, and this tree materializes the random walk, since:

$$e^{0.22} \cong 1.25 \quad , \quad R\text{-lottery equals } (1)$$

$$e^{-0.22} \cong 0.80 \quad , \quad R\text{-lottery equals } (-1)$$

provides us with the steps of the binomial tree.

Figure 2 shows the binomial tree obtained for the sags future series expected value.

However, an ESCO can offer a power conditioner, in lease, guaranteeing that the number of sags will fall to less than 50 per year. If the number of sags exceeds 50 per year, the ESCO will compensate the Manufacturing Co. for the losses.

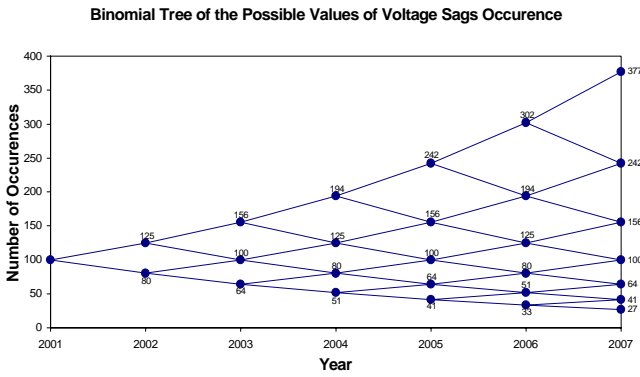


Fig. 2. Possible values of the voltage sags by using binomial tree

Considering the mean harm per voltage sag to be equal \$5,000, the expected benefit for the Manufacturing Co. can be calculated as follows: for the next six years, the tree in figure 2 determines the possible values for the voltage sags during the period of analysis. By using the Monte Carlo method, we can obtain the various possible ways in the binomial tree, and then we can obtain the histogram of the number of occurrences of sags. For instance, the sags occurrences frequency for the year 2007 is shown in figure 3. Note that the probabilistic distribution tends towards a lognormal distribution function, represented by the dot-line in figure 3.

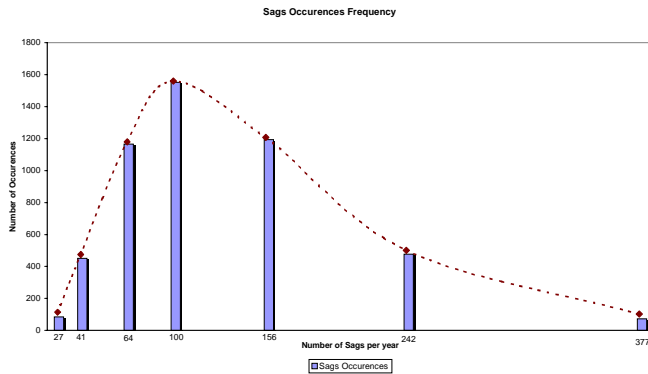


Fig. 3. Probabilities of occurrence of sags in year 2007

The distribution area above 50 sags per year is correspondent to values $4464 / 5000 = 0.89$, and the area below 50 values $536 / 5000 = 0.11$. So, the mean loss falls from $117 \cdot 5,000 = \$585,000$ (expected number of sags x mean loss per sag) to $\$64,350$ (expected number of sags below 50 x mean loss per sag).

The Manufacturing Co.'s Benefit Present Value originated in 2007 will be, for a cost of capital adopted equal to 30%:

$$\frac{520,650}{(1+0,3)^6} = \$107,870$$

This Performance Contract seems to be very good for the Manufacturing Co. Will it be good for the ESCO?

By assuming that the cost of the equipment is equivalent to an annuity of \$20,000, and that the mean number of sags per year above 50 permitted by the equipment is 3, the

compensation expected value for the Manufacturing Co. due to the conditioning performance will be equal to:

$$3 \cdot 5,000 = \$15,000 .$$

The total costs corresponds to $20,000 + 15,000 = \$35,000$. Because the expected value of revenue for the ESCO (premium received) is \$336,100, there is a mean profit equal to \$301,100. Therefore, the performance contract is favorable for both contracting parties.

Due to the random behavior of disruptive sags, the analysis to determine the benefit that the Manufacturing Co. will obtain, plus the premium to be paid when installing the mitigation sags equipment, must be based on statistical distributions, which were obtained from simulations.

The Benefit provided to the Manufacturing CO. is defined as the reduction in stoppage costs due to the improvement in the power quality guaranteed by the performance contract. Figure 4 shows the Manufacturing CO. expected benefit versus contractual number of voltage sags in the year 2007.

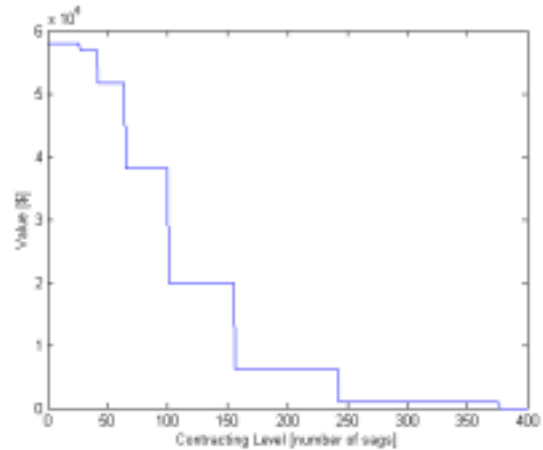


Fig. 4 . Behavior of the Expected Benefit for the Manufacturing Co. versus Contractual Number of Voltage Sags – Year 2007

The premium paid to the ESCO has the same structure as an European call option for each year. The present value of the premium (PV_p) can be obtained according to the equation below:

$$PV_p = \sum_t \frac{1}{(1+d)^t} \cdot \text{MAX}(N_s - N_{SC}, 0) \cdot p \cdot h \quad (2)$$

where:

d = cost of capital;

N_s = number of sags according to the frequency of occurrences;

p = probability associated to N_s ;

N_{SC} = sags contracting level;

h = mean harm per voltage sag.

Figure 5 shows the behavior of the expected value of the premium to be paid by the Manufacturing CO. to the ESCO as a function the contractual number of voltage sags in 2007.

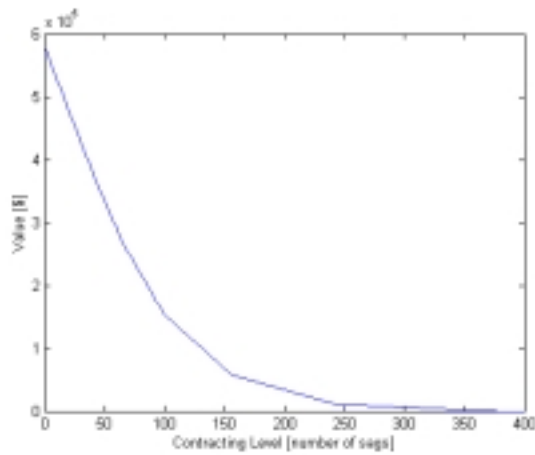


Fig. 5. Behavior of the Expected Value of the Premium versus the Contractual Number of Voltage Sags – Year 2007

Figure 6 shows the behavior of the expected benefit present value by the Manufacturing Co. versus the contractual number of voltage sags during the seven-year performance contract.

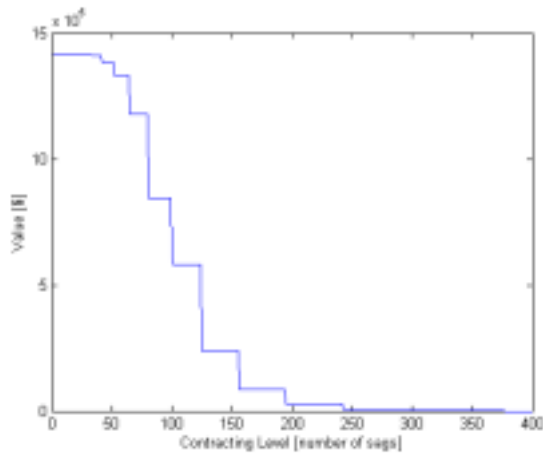


Fig. 6. Behavior of the Expected Benefit Present Value for the Manufacturing Co. versus the Contractual Number of Voltage Sags – Seven-year contract

The premium to be paid by the Manufacturing Co. to the ESCO versus the contractual number of voltage sags during the seven-year performance contract is shown in figure 7.

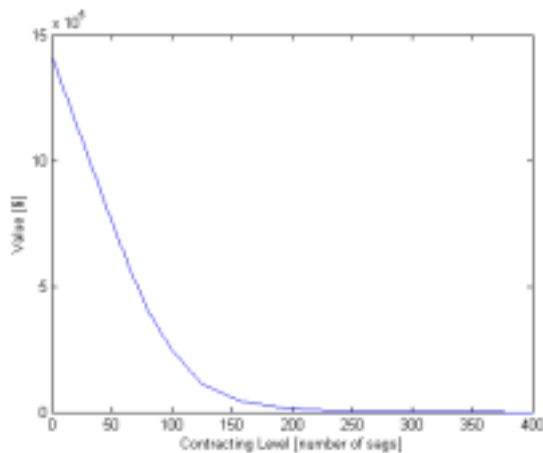


Fig. 7. Behavior of the Premium versus the Contractual Number of Voltage Sags – Seven-year contract

Figure 8 shows the present value of the expected net benefit for the Manufacturing Co. versus the contractual number of voltage sags during the performance contract. The net benefit is calculated by the difference between the expected benefit and the premium paid by the Manufacturing Co.

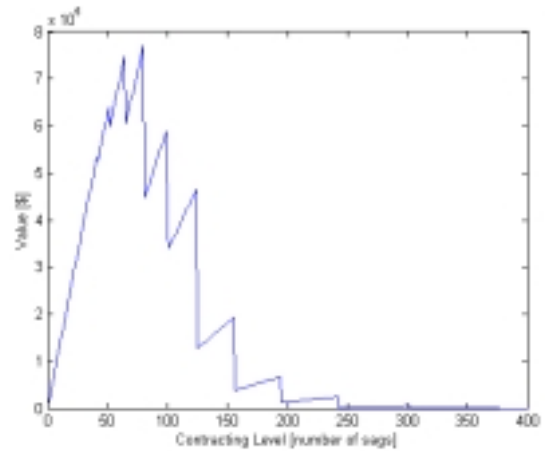


Fig. 8. Behavior of the Present Value of the Expected Net Benefit for the Manufacturing Co. versus the Contractual Number of Voltage Sags – Seven-year of contract

Figure 8 shows that there is a contractual level that maximizes the present value of the expected net benefit. The ideal contractual level is 80 voltage sags, with \$770,000 of expected net benefit associated to it.

IV. CONCLUSION

This paper analyzes the power quality performance contract. It uses the binomial tree with the Monte Carlo simulation to obtain the trajectory of the number of voltage sags.

In the power quality performance contract, the underlying asset (power conditioner) involves the real option theory, a kind of tool that is much used today in the investment analysis. The premium that the industry is to pay to the ESCO has the same structure as a European call option. In our case, the value of the flexibility granted to the asset installation is distributed between both contracting parties according to specific clauses.

A case study has been presented to show that the evaluation of the real option is the parameter for both parties to ensure an acceptable remuneration.

This methodology can be applied to other power quality performance contracts as well.

V. REFERENCES

- [1] P. Wilmott, S. Howison, and J. Dewynne, *The mathematical of financial derivatives*, New York: Cambridge University Press, 1999.
- [2] Avellaneda, M., Laurence, P., *Quantitative Modeling of Derivative Securities*, Chapman & Hall, 2000.
- [3] Domingues E. G., H. Arango, J. Policarpo G. A., D. M. Camposilvan, G. Paulillo, "Use of the Pricing Theory of Financial Derivatives to Predict Payments of Electrical Energy Revenues with Monte Carlo Simulation", IEEE T&D Latin America, São Paulo, Brazil, March 18-22.

- [4] Ameam, M., Kutilaka, N., *Real Options - Managing of Strategic Investments in an Uncertain World*, Harvard Business School Press, 1999.
- [5] Clewlow, L.; Strickland, C., *Implementing Derivatives Models*, John Wiley & Sons, 1998.
- [6] Copeland T., Antikarov V., *Real Options*, Texere, 2000.
- [7] Lima A. S., Augustini, C. A., *Leasing Operacional – Estratégia Mercadológica e Financeira*, FGV Editora, 1ª ed., 2001.

VI. BIOGRAPHIES

Hector Arango received his Ph.D. degree in Electrical Engineering from the University of São Paulo, Brazil, in 1996. He is a full Professor at the Itajubá Federal University. At present his research interests include power quality issues, electricity legislation, electrical machines and transformers, definitions on nonsinusoidal conditions and risk analysis on the electricity markets.

Elder G. Domingues was born in 1971 in Carmo do Paranaíba, Brazil. He received his M.Sc. degree in Electrical Engineering at the Federal University of Uberlândia. At present, he is studying for his D.Sc. degree at Itajubá Federal University. He is also an Associate professor of CEFET-GO (Goiás Federal Center of Technology and Education). His areas of interest include analysis of power system, electric power quality and risk analysis on the electricity markets.

José Policarpo G. Abreu was born in 1952 in Madeira Island, Portugal. He received a Ph.D. degree in Electrical Engineering from the University of Campinas (Brazil) in 1991. He is a Full Professor and the Power Quality Study Group Coordinator at the Itajubá Federal University (UNIFEI), Brazil. He has been nominated for the Chairmanship of the 10th IEEE ICHQP - International Conference on Harmonics and Quality of Power, to be held in Rio de Janeiro, Brazil in 2002. Currently, his research interests include power quality issues, power definitions under abnormal conditions, induction motors and transformers, and electric drives.

Daniel Marrocos Camposilvan received his B.Sc. degree in Electrical Engineering from the Itajubá Federal University in 2000. At present, he is studying for his M.Sc. degree at the same university. His research interests include financial and economical analysis, investment and risk analysis on energy and electricity markets.