

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Análise Teórica do Escoamento em
Rotores Centrífugos com Pás Auxiliares**

Autor: **Marcelo Oliveira Violato**

Orientador: **Prof. Dr. Waldir de Oliveira**

Co-orientador: **Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho**

Itajubá, julho de 2004
MG - Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Análise Teórica do Escoamento em
Rotores Centrífugos com Pás Auxiliares**

Autor: **Marcelo Oliveira Violato**

Orientador: **Prof. Dr. Waldir de Oliveira**

Co-orientador: **Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho**

Curso: **Mestrado em Engenharia Mecânica**

Área de Concentração: **Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Itajubá, julho de 2004
MG - Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Análise Teórica do Escoamento em
Rotores Centrífugos com Pás Auxiliares**

Autor: **Marcelo Oliveira Violato**

Orientador: **Prof. Dr. Waldir de Oliveira**

Co-orientador: **Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho**

Membros da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Ramiro Gustavo Ramirez Camacho	ITA/CTA
Prof. Dr. José Eugênio Rios Ricci	IEM/UNIFEI
Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho (Co-orientador)	IEM/UNIFEI
Prof. Dr. Waldir de Oliveira (Orientador)	IEM/UNIFEI

Itajubá, julho de 2004
MG - Brasil

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá –
Bibliotecária Margareth Ribeiro- CRB_6/1700

V795a

Violato, Marcelo Oliveira

Análise teórica do escoamento em rotores centrífugos com pás auxiliares / Marcelo Oliveira Violato. -- Itajubá (MG) : [s.n.], 2004.

167 p. : il.

Orientador: Prof. Dr. Waldir de Oliveira.

Co-orientador: Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá.

1. Rotores centrífugos. 2. Pás auxiliares. 3. Escoamento potencial. 4. Métodos dos Painéis. I. Oliveira, Waldir de, orient. II. Manzanares Filho, Nelson, co-orient. III. Universidade Federal de Itajubá. IV. Título.

CDU 62-253(043)

Resumo

VIOLATO, M. O. (2004), *Análise Teórica do escoamento em Rotores Centrífugos com Pás Auxiliares*, Itajubá, 167 p., Dissertação (Mestrado em Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

Este trabalho apresenta uma formulação para o escoamento potencial e incompressível em rotores centrífugos de turbomáquinas contendo um conjunto de pás auxiliares consideradas de espessura infinitamente fina. A formulação é baseada no método das singularidades e é feita diretamente no plano da grade radial que representa o rotor centrífugo, evitando-se transformações intermediárias. Uma aproximação é efetuada para se levar em consideração a variação radial de largura das pás, possibilitando uma formulação integral, linear e exclusivamente de contorno.

A solução numérica da equação integral de Fredholm de primeira espécie, resultante da formulação apresentada, é obtida pelo método dos painéis. Uma distribuição linear de densidade de vórtices é admitida em cada painel plano das pás discretizadas, com isso a condição de Kutta e a condição de entrada sem choque do escoamento no rotor são impostas diretamente. Todas as grandezas de interesse, tanto locais como globais, podem ser calculadas. Uma dessas grandezas é o número de Richardson que fornece importantes informações sobre as características do escoamento através de rotores centrífugos.

Os resultados numéricos obtidos neste trabalho são apresentados para diversos rotores centrífugos com pás principais e auxiliares em formato de arco de círculo tendo uma geometria fixa de seção meridional. Três posições circunferenciais para o conjunto de pás auxiliares em relação às pás principais e três comprimentos de pás auxiliares são considerados para efeito de análise e comparação dos resultados.

Ao contrário da técnica geralmente utilizada, onde as pás auxiliares são originadas de suas correspondentes pás principais através de usinagem, é proposta neste trabalho uma modificação na geometria de entrada das pás auxiliares, a fim de se evitar o choque de entrada, porém mantendo-se o mesmo formato pré-estabelecido.

Conclui-se que o critério do número de Richardson máximo pode indicar não só o número ótimo de pás principais e auxiliares como também a posição circunferencial e o comprimento das pás auxiliares. Essa afirmação precisa ser avaliada por meio de estudos experimentais posteriores.

Palavras-chave

Rotores centrífugos, pás auxiliares, escoamento potencial, método dos painéis

Abstract

VIOLATO, M. O. (2004), *Theoretical Analysis of the Flow in Centrifugal Rotors with Splitter Blades*, Itajubá, 163 p., MSc. Dissertation - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá.

This work presents a formulation for the potential and incompressible flow in centrifugal rotors of turbomachines owning a set of splitter blades considered of infinitely thin thickness. The formulation is based on singularities method and is made directly in the plan of the radial cascade that represents the centrifugal rotor, avoiding intermediary transformations. An approximation is done to consider the width radial variation of the blades, enabling an integral, linear formulation and exclusively of boundary.

The numerical solution of the first kind Fredholm integral equation, resultant of the presented formulation, is obtained by the panels method. A linear vortex distribution is admitted on each flat panel of the discretized blades, with this the Kutta condition as well as the null incidence condition at the incoming flow in the rotor are directly imposed. All the interesting quantities, both locals and global, can be calculated. One of these quantities is the number of Richardson that gives important information on the characteristics of flow through centrifugal rotors.

The numerical results obtained in this work are presented for several centrifugal rotors with main and splitter blades in format of arc of circle with fixed geometry of meridional section. Three circumferential positions for the splitter blades in relation to the main blades and three lengths of splitter blades are considered for analysis and comparison of the results.

Instead of the generally used technique, where the splitter blades are originated from the main blades by machining, in this work it is proposed a modification on the entrance

geometry of the splitter blades to avoid flow incidence, however keeping the same format pre-established.

It's concluded that the criterion of the maximum number of Richardson can indicate not only the optimum number of main and splitter blades, as well as the circumferential position and the length of the splitter blades. This affirmation needs to be evaluated by means of posterior experimental studies.

Keywords

Centrifugal rotors, splitter blades, potential flow, panels method

Sumário

Resumo	i
Abstract	iii
Sumário	v
Índice de Figuras	viii
Índice de Tabelas	xvi
Simbologia	xvii
Capítulo 1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações Sobre Turbomáquinas Centrífugas	1
1.2 Algumas Considerações Sobre o escoamento em Turbomáquinas Centrífugas	4
1.3 Revisão Bibliográfica	9
1.4 Motivações do Trabalho	13
1.5 Objetivos do Trabalho	15
1.6 Organização do Trabalho	16
Capítulo 2 MODELAGEM DO ESCOAMENTO	18
2.1 Considerações Sobre a Geometria do Rotor Centrífugo	18
2.2 Considerações Sobre o escoamento Através do Rotor Centrífugo	20
2.3 Condições de Contorno	21
2.4 Condições Complementares	22
Capítulo 3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	23
3.1 Equação Diferencial do escoamento	23
3.2 Formulação Integral do escoamento	24
3.2.1 Solução Geral Baseada na Identidade de Green	24
3.2.2 Equação Integral do escoamento	27

3.2.3	Desenvolvimento da Integral de Contorno	31
3.2.4	Desenvolvimento da Integral de Superfície	35
3.2.5	Equação Integral da Velocidade Absoluta no Contorno da Pá	38
3.2.6	Equação Integral da Velocidade Absoluta no Contorno da Pá para o Caso de Pás Infinitamente Finas	39
3.2.7	Equação Integral de Fredholm de Primeira Espécie para o Caso de Pás Infinitamente Finas	42
3.2.8	Equações para o Escoamento em Rotores Centrífugos com Pás Auxiliares	44
Capítulo 4	SOLUÇÃO NUMÉRICA	46
4.1	Discretização das Pás	46
4.2	Largura das Pás	48
4.3	Velocidade Complexa Induzida por uma Distribuição Linear de Densidade de Vórtice	49
4.4	Adimensionalização das Equações	51
4.5	Formação do Sistema de Equações Algébricas Lineares	52
4.6	Solução do Sistema de Equações	58
4.7	Aferição do Modelo Computacional	59
Capítulo 5	DETERMINAÇÃO DAS GRANDEZAS CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO	60
5.1	Coefficiente de Vazão Ótimo	60
5.2	Velocidade Relativa Adimensional	61
5.3	Pressão Adimensional	62
5.4	Coefficiente de Pressão	63
5.5	Ângulo do Escoamento Relativo	65
5.6	Fator de Deficiência de Potência	66
5.7	Número de Richardson	67
Capítulo 6	RESULTADOS NUMÉRICOS	72
6.1	Resultados Numéricos para $Fa = 0,33$	73
Capítulo 7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	109

7.1	Conclusões	109
7.1.1	Sobre os Assuntos Abordados na Análise Teórica.	109
7.1.2	Sobre os Resultados Numéricos.	111
7.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	112
7.2.1	Trabalhos Teóricos.	112
7.2.2	Trabalhos Experimentais	114
Apêndice A	GEOMETRIA DO ROTOR E DISCRETIZAÇÃO DAS PÁS	116
A.1	Geometria do Rotor	116
A.1.1	Seção Meridional	116
A.1.2	Seção Transversal.	117
A.2	Discretização das pás	118
Apêndice B	RESULTADOS NUMÉRICOS PARA $Fa = 0,50$	120
Apêndice C	RESULTADOS NUMÉRICOS PARA $Fa = 0,66$	141
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	162

Índice de Figuras

Figura 2.1	Esquema da seção transversal de um rotor centrífugo com pás auxiliares infinitamente finas (PIF)	21
Figura 3.1	Grade radial móvel com pás infinitamente finas e de largura variável: (a) seção meridional e (b) seção transversal, (Oliveira, 2001)	25
Figura 3.2	Notações para a grade radial móvel com PIF (adaptado de Oliveira, 2001).	32
Figura 3.3	Condição de tangência do escoamento relativo (adaptado de Oliveira, 2001).	42
Figura 4.1	Discretização de uma pá de referência, no caso de PIF, e condição de tangência no painel j (Oliveira, 2001)	48
Figura 4.2	Condições de entrada (com e sem choque) e de saída (Kutta) no caso de PIF e representação da distribuição linear de vórtices em cada painel (Oliveira, 2001)	49
Figura 4.3	Distribuição linear de densidade de vórtice em um painel	50
Figura 5.1	Distribuição de velocidades relativas em função do raio adimensional para um determinado número de pás (Oliveira, 2001).	69
Figura 5.2	Distribuição de números de Richardson em função do raio adimensional para três valores de números de pás (adaptado de Oliveira, 2001).	70
Figura 5.3	Esquema da seção transversal de um rotor centrífugo com pás auxiliares indicando os fatores de ângulo, F_a , e de raio, F_r , e os Canais A, B e C.	71
Figura 6.1	Coefficiente de pressão em função do coeficiente de vazão para os diversos fatores de ângulo, F_a , e de raio, F_r	81
Figura 6.2	Fator de deficiência de potência em função do coeficiente de vazão	

	para os diversos fatores de ângulo, F_a , e de raio, Fr	82
Figura 6.3	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,20_0,33.	84
Figura 6.4	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,20_0,33.	84
Figura 6.5	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,20_0,33.	85
Figura 6.6	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,20_0,33.	85
Figura 6.7	Distribuição do número de Richardson nos canais A, B e C para o grupo de rotores 4_0,20_X	86
Figura 6.8	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,50_0,33.	86
Figura 6.9	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,50_0,33.	87
Figura 6.10	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,50_0,33.	87
Figura 6.11	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,50_0,33.	88
Figura 6.12	Distribuição do número de Richardson nos canais A, B e C para o grupo de rotores 4_0,50_X	88
Figura 6.13	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,80_0,33.	89
Figura 6.14	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,80_0,33.	89
Figura 6.15	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,80_0,33.	90
Figura 6.16	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,80_0,33.	90
Figura 6.17	Distribuição do número de Richardson nos canais A, B e C para o grupo de rotores 4_0,80_X	91
Figura 6.18	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,20_0,33.	92
Figura 6.19	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,20_0,33.	92
Figura 6.20	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,20_0,33.	93

Figura 6.21	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,20_0,33.	93
Figura 6.22	Distribuição do número de Richardson nos canais A, B e C para o grupo de rotores 6_0,20_X	94
Figura 6.23	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,50_0,33.	95
Figura 6.24	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,50_0,33.	95
Figura 6.25	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,50_0,33.	96
Figura 6.26	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,50_0,33.	96
Figura 6.27	Distribuição do número de Richardson nos canais A, B e C para o grupo de rotores 6_0,50_X	97
Figura 6.28	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,80_0,33.	97
Figura 6.29	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,80_0,33.	98
Figura 6.30	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,80_0,33.	98
Figura 6.31	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,80_0,33.	99
Figura 6.32	Distribuição do número de Richardson nos canais A, B e C para o grupo de rotores 6_0,80_X	99
Figura 6.33	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,20_0,33.	100
Figura 6.34	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,20_0,33.	101
Figura 6.35	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,20_0,33.	101
Figura 6.36	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,20_0,33.	102
Figura 6.37	Distribuição do número de Richardson nos canais A, B e C para o grupo de rotores 8_0,20_X	102
Figura 6.38	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,50_0,33.	103
Figura 6.39	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores	

	8_0,50_0,33.	104
Figura 6.40	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,50_0,33.	104
Figura 6.41	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,50_0,33.	105
Figura 6.42	Distribuição do número de Richardson nos canais A, B e C para o grupo de rotores 8_0,50_X.	105
Figura 6.43	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,80_0,33.	106
Figura 6.44	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,80_0,33.	106
Figura 6.45	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,80_0,33.	107
Figura 6.46	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,80_0,33.	107
Figura 6.47	Distribuição do número de Richardson nos canais A, B e C para o grupo de rotores 8_0,80_X.	108
Figura A.1	Esquema de uma pá principal de espessura infinitamente fina (PIF) em formato de um arco de círculo.	117
Figura B.1	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,20_0,50.	121
Figura B.2	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,20_0,50.	122
Figura B.3	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,20_0,50.	122
Figura B.4	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,20_0,50.	123
Figura B.5	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,50_0,50.	123
Figura B.6	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,50_0,50.	124
Figura B.7	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,50_0,50.	124
Figura B.8	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,50_0,50.	125
Figura B.9	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,80_0,50.	125
Figura B.10	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores	126

	4_0,80_0,50.	
Figura B.11	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,80_0,50.	126
Figura B.12	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,80_0,50.	127
Figura B.13	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,20_0,50.	128
Figura B.14	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,20_0,50.	128
Figura B.15	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,20_0,50.	129
Figura B.16	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,20_0,50.	129
Figura B.17	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,50_0,50.	130
Figura B.18	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,50_0,50.	130
Figura B.19	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,50_0,50.	131
Figura B.20	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,50_0,50.	131
Figura B.21	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,80_0,50.	132
Figura B.22	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,80_0,50.	132
Figura B.23	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,80_0,50.	133
Figura B.24	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,80_0,50.	133
Figura B.25	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,20_0,50.	134
Figura B.26	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,20_0,50.	135
Figura B.27	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,20_0,50.	135
Figura B.28	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,20_0,50.	136
Figura B.29	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,50_0,50.	136

Figura B.30	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,50_0,50.	137
Figura B.31	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,50_0,50.	137
Figura B.32	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,50_0,50.	138
Figura B.33	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,80_0,50.	138
Figura B.34	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,80_0,50.	139
Figura B.35	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,80_0,50.	139
Figura B.36	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,80_0,50.	140
Figura C.1	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,20_0,66.	142
Figura C.2	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,20_0,66.	143
Figura C.3	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,20_0,66.	143
Figura C.4	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,20_0,66.	144
Figura C.5	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,50_0,66.	144
Figura C.6	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,50_0,66.	145
Figura C.7	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,50_0,66.	145
Figura C.8	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,50_0,66.	146
Figura C.9	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,80_0,66.	146
Figura C.10	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,80_0,66.	147
Figura C.11	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,80_0,66.	147
Figura C.12	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de	

	rotores 4_0,80_0,66.	148
Figura C.13	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,20_0,66.	149
Figura C.14	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,20_0,66.	149
Figura C.15	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,20_0,66.	150
Figura C.16	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,20_0,66.	150
Figura C.17	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,50_0,66.	151
Figura C.18	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,50_0,66.	151
Figura C.19	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,50_0,66.	152
Figura C.20	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,50_0,66.	152
Figura C.21	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,80_0,66.	153
Figura C.22	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,80_0,66.	153
Figura C.23	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,80_0,66.	154
Figura C.24	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,80_0,66.	154
Figura C.25	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,20_0,66.	155
Figura C.26	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,20_0,66.	156
Figura C.27	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,20_0,66.	156
Figura C.28	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,20_0,66.	157
Figura C.29	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,50_0,66.	157
Figura C.30	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,50_0,66.	158
Figura C.31	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores	

	8_0,50_0,66.	158
Figura C.32	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,50_0,66.	159
Figura C.33	Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,80_0,66.	159
Figura C.34	Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,80_0,66.	160
Figura C.35	Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,80_0,66.	160
Figura C.36	Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,80_0,66.	157

Índice de Tabelas

Tabela 6.1	Parâmetros geométricos das pás principais e auxiliares	73
Tabela 6.2	Resultados para rotores convencionais	74
Tabela 6.3	Rotores para rotores com 4 pás principais e 4 auxiliares	75
Tabela 6.4	Rotores para rotores com 6 pás principais e 6 auxiliares	77
Tabela 6.5	Rotores para rotores com 8 pás principais e 8 auxiliares	79
Tabela 6.6	Grupo de rotores centrífugos com $Fa = 0,33$	80
Tabela B.1	Grupo de rotores centrífugos com $Fa = 0,50$	120
Tabela C.1	Grupo de rotores centrífugos com $Fa = 0,66$	141

Simbologia

Letras Latinas

A_{jk}	Elementos da matriz de influência
b	Largura da pá
B_{jk}	Elementos da matriz de influência
$B(r)$	Função de variação da largura da pá no plano da grade radial
D_k	Elementos do vetor independente
c	Velocidade absoluta do escoamento
C	Velocidade relativa adimensional
D	Diâmetro
D_j	Elementos da matriz de influência
e	2,718281828...
F_a	Fator de ângulo
F_r	Fator de raio
g	Aceleração da gravidade
i	Unidade imaginária $i = (-1)^{1/2}$
$\Im m$	Parte imaginária do argumento complexo
ℓ	Corda do perfil (pá)
M_A	Número de painéis da pá auxiliar
M_{jk}	Elementos da matriz de influência
M_P	Número de painéis da pá principal
n	Velocidade de rotação do rotor centrífugo
\vec{n}	Vetor na direção normal a uma superfície no sentido externo
n_{qA}	Rotação específica segundo Addison, $n_{qA} = 10^3 n Q^{1/2} / Y^{3/4}$
N	Número de pás
N_A	Número de pás auxiliares

N_P	Número de pás principais
p	Pressão estática
p_o	Pressão total
p^*	Pressão de movimento
P	Pressão adimensional
q_{sg}	Quociente da série geométrica (fator de discretização)
Q	Vazão volumétrica
r, θ	Coordenadas polares
r	Coordenada radial no plano z ; raio genérico
R	Coordenada radial adimensional; raio de curvatura da pá
\Re	Parte real do argumento complexo
Ri	Número de Richardson
s	Coordenada natural da pá; coordenada da linha de singularidades
S	Coordenada natural da adimensional
t	Passo; espaçamento
T	Domínio
u	Velocidade circunferencial de um ponto de raio r do rotor
w	Velocidade relativa do escoamento
W	Velocidade relativa adimensional ou potencial complexo
\bar{W}	Velocidade relativa média adimensional
x, y	Coordenadas cartesianas retangulares
x_1, x_2, x_3	Sistema de eixos coordenados da grade radial ou do rotor
Y	Trabalho específico da turbomáquina
$Y_{pá}$	Trabalho específico do rotor
$Y_{pá\infty}$	Trabalho específico ideal para número infinito de pás de espessura desprezível
z	Ponto no plano complexo da grade radial, $z = x + iy$
Z	Variável complexa adimensional

Letras Gregas

α	Ângulo do escoamento absoluto; ângulo do painel em relação ao eixo x
----------	--

β	Ângulo do escoamento relativo; ângulo geométrico da pá; ângulo do painel
γ	Densidade de vórtice
Γ	Densidade de vórtice adimensional, circulação
Δp	Diferença de pressões
ΔW	Diferença de velocidades relativas adimensionais
ζ	Variável complexa designativa da posição genérica das singularidades distribuídas
η, ξ	Coordenadas de um ponto do contorno do perfil (pá) no plano complexo
θ	Argumento da variável complexa z ; ângulo polar
κ	Contorno (fronteira) do perfil (pá)
μ	Fator de deficiência de potência (<i>slip factor</i>)
π	3,141592653...
ϕ	Coefficiente de vazão
Φ	Potencial de velocidade
ψ	Coefficiente de pressão
ω	Velocidade angular do rotor ($\omega = 2\pi n$)
Ω	Coefficiente de pré-circulação

Superescritos

+	Referente ao lado de sucção
–	Referente ao lado de pressão ou conjugado de uma variável complexa
G	Referente à geometria da pá
ϕ	Referente ao coeficiente de vazão (ou à vazão)
Ω	Referente ao coeficiente de pré-circulação (ou à pré-circulação)

Subscritos

0	Referente ao centro do rotor centrífugo
3	Referente às condições na entrada da pá para número finito de pás

4	Referente às condições na entrada da pá
5	Referente às condições na saída da pá
6	Referente às condições na saída da pá para número finito de pás
∞	Referente à distância longe da grade, ou ao número infinito de pás
A	Referente à pá auxiliar
ba	Bordo de ataque
bf	Bordo de fuga
c	Referente ao ponto de controle do painel
I	Referente ao caso ideal (escoamento potencial) com número infinito de pás
j	Referente ao ponto de controle do painel
k	Referente ao ponto extremo do painel
ℓ	Referente ao número de pás ou ao número de domínios
m	Referente ao componente meridional, ou à linha média
ót	Referente às condições ótimas ou de projeto
p	Referente ao lado de pressão da pá
P	Referente à pá principal
pá	Referente à pá, ou ao rotor
r	Referente ao componente radial da velocidade
s	Referente ao lado de sucção da pá
u	Referente ao componente circunferencial
θ	Referente ao componente circunferencial da velocidade

Abreviaturas

ARC	Referente à pá em formato de arco de círculo
PIF	Referente à pá infinitamente fina

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE TURBOMÁQUINAS CENTRÍFUGAS

As turbomáquinas denominadas geradoras (bombas hidráulicas, ventiladores, sopradores e turbocompressores) são utilizadas nos mais diversos tipos de aplicações aeronáuticas, automotivas e industriais, entre outros. As bombas hidráulicas e ventiladores constituem uma classe importante de turbomáquinas, principalmente em aplicações industriais, onde o escoamento através dessas máquinas é tratado como incompressível, sendo denominadas de turbomáquinas hidráulicas. Com relação à configuração do escoamento principal no rotor, as turbomáquinas geradoras são normalmente classificadas em radiais, diagonais e axiais. Em geral, nas turbomáquinas radiais geradoras, o sentido do escoamento ao passar pelo interior do rotor é centrífugo. Algumas exceções, tecnicamente viáveis, podem existir como a bomba e o turbocompressor radiais centrípetos descritos por Pfleiderer (1960). Dessa forma, ao se analisar, por exemplo, uma turbomáquina geradora intitulada “ventilador radial centrífugo”, essa denominação não deve ser considerada como redundante mas sim como indicação de terminologia completa. No presente trabalho, será analisado o escoamento em rotores de turbomáquinas hidráulicas radiais (ou aproximadamente radiais) centrífugas, denominados simplesmente de rotores centrífugos. Portanto, na análise do escoamento nesse tipo de rotor de turbomáquina será omitido o termo radial, que é indicativo da direção radial (ou aproximadamente radial) do escoamento primário no interior do rotor.

As turbomáquinas radiais geradoras podem ter um ou mais estágios (rotores e estatores), dependendo das pressões envolvidas, e uma ou duas entradas, dependendo das vazões.

Basicamente, a turbomáquina de um estágio é composta por um rotor e, freqüentemente, uma voluta circundando a periferia mais externa do rotor. Dependendo da sua utilização, pode ter ainda um difusor com ou sem aletas disposto geralmente entre o rotor e a voluta, e, também, um indutor posicionado nas proximidades da entrada do rotor. As turbomáquinas com mais de um estágio têm sistemas diretores formados por canais que promovem o escoamento do fluido de trabalho entre os seus rotores. Neste trabalho, será analisado o escoamento em um rotor centrífugo isolado (sem influência de qualquer componente antes e após o rotor) com apenas uma entrada (simples aspiração).

Os componentes mecânicos principais de uma turbomáquina em contato com o fluido de trabalho são classificados em móveis (girantes) e fixos em relação ao eixo da máquina. Os fixos (sistemas diretores), dependendo da turbomáquina, estão dispostos antes e/ou após o seu respectivo rotor, direcionando o escoamento através de suas aletas. Essas, por sua vez, podem ser fixas ou móveis em relação aos seus próprios eixos. As partes móvel (rotor) e fixas (difusor e voluta) de uma turbomáquina radial são bem diferentes entre si, ao passo que, na turbomáquina axial elas são relativamente semelhantes.

Bombas hidráulicas e ventiladores centrífugos podem ter rotores fechados, semi-abertos e abertos. A maioria das turbomáquinas centrífugas ou tem rotores fechados ou tem rotores semi-abertos. Os rotores fechados têm as pás solidárias ao disco externo (capa do rotor) e ao disco interno (cubo do rotor). Os rotores semi-abertos têm as pás solidárias apenas ao disco interno e movem-se próximas a uma capa estacionária (pertencente à voluta) formando uma pequena folga. O disco externo girante remove a necessidade de manter uma pequena folga entre as partes móvel e fixa, mas adiciona uma massa extra e, portanto, é inaceitável, quando a velocidade de rotação é suficientemente alta, ocasionando altas tensões mecânicas.

Dependendo da aplicação da turbomáquina (associada ao seu desempenho hidro ou aerodinâmico e às suas características estruturais e de ruídos), o rotor pode ter somente um conjunto de pás completas ou pás principais (denominado de rotor convencional), ou pode ter um conjunto de pás auxiliares (pás interrompidas) posicionadas entre as pás principais (denominado de rotor com pás auxiliares). O rotor também pode ter dois ou mais conjuntos de pás auxiliares (de comprimentos iguais ou diferentes entre si) posicionadas entre as pás principais. As pás auxiliares não estão presentes na região de entrada do rotor, porque se estendessem até à entrada produziriam estrangulamento geométrico suficiente para provocarem, entre outros fenômenos, altos níveis de perdas e, no caso de turbocompressores, bloqueamento (*choking*) em altas vazões e velocidades de rotação do rotor. Por outro lado, o uso otimiz-

do de pás auxiliares de rotores centrífugos permite a redução do carregamento das pás principais fornecendo uma melhor transferência de energia ao fluido. A fim de otimizar o carregamento das pás (principais e auxiliares) é necessário desenvolver uma metodologia capaz de prever o escoamento através desses rotores, tal metodologia consiste no principal objetivo deste trabalho.

Rotores de bombas hidráulicas e ventiladores centrífugos apresentam as mais variadas formas de pás. No caso de bombas centrífugas, as pás normalmente são curvadas para trás, ou seja, o ângulo de saída da pá é menor que 90° (em geral, muito menor que 90°) e o ângulo de entrada da pá deve ser suficientemente baixo (geralmente entre 10° e 20°) para reduzir ou mesmo evitar os efeitos da cavitação. No caso de ventiladores centrífugos, a gama de ângulos de saída da pá é muito maior, podendo ser menor (pá curvada para trás), igual (pá radial) ou maior (pá curvada para frente) que 90° . Ângulo de saída maior que 90° é típico de ventiladores centrífugos onde o requisito de baixo nível de ruído é primordial. Neste trabalho, serão analisados somente rotores com ângulo de saída menor que 90° , por razões que serão abordadas no Item 1.2.

Pesquisas e desenvolvimentos constantes, nas mais diversas áreas da engenharia, são concentrados em rotores centrífugos para aplicações aeronáuticas, na busca de compressores de performance cada vez mais elevada. Por essa razão, inúmeros trabalhos têm sido publicados, particularmente aqueles relacionados às análises teórica e experimental do escoamento no interior desses rotores. Por outro lado, a maioria dos rotores centrífugos de turbomáquinas para aplicações industriais, principalmente os de ventiladores, não atingiram um grau de desenvolvimento tão intenso, devido não só à enorme variação de geometrias encontradas mas, principalmente, pela exigência de baixos custos impostos nessas máquinas. Qualquer que seja a finalidade do rotor, a atração pela turbomáquina radial é a mesma: o processo centrífugo é responsável pela totalidade ou pela maior parte do aumento da pressão estática obtida no rotor, o qual não está relacionado à dinâmica do fluido de trabalho, mas depende apenas dos diâmetros de entrada e de saída da pá e da rotação do rotor, e não somente do processo de difusão do escoamento, como ocorre no caso de rotor de turbomáquina axial geradora. Além disso, entre outros aspectos, a turbomáquina radial apresenta características hidro ou aerodinâmicas bastante distintas da turbomáquina axial.

No presente trabalho, serão analisados rotores centrífugos sem indutor e com disco externo solidário às pás. As pás (principais e auxiliares) são curvadas para trás, de simples curvatura e montadas perpendicularmente aos discos interno e externo. A rotação específica,

$n_{qA} = 10^3 n Q^{1/2} / Y^{3/4}$, onde n é a velocidade de rotação do rotor em rps, Q a vazão em m^3/s , e Y o trabalho específico da turbomáquina em J/kg, está compreendida na faixa que caracteriza as turbomáquinas radiais e aproximadamente radiais, isto é, $n_{qA} \leq 200$.

1.2 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE O ESCOAMENTO EM TURBOMÁQUINAS CENTRÍFUGAS

O escoamento em turbomáquinas centrífugas, como em qualquer turbomáquina, é um dos mais complexos encontrados em dinâmica dos fluidos. Na maioria dos casos, é totalmente tridimensional, com fenômenos de transição laminar/turbulenta e descolamentos associados ao desenvolvimento das camadas limites. Mecanismos complexos de dissipação viscosa e geração de vorticidade estão presentes. O escoamento pode ser incompressível, subsônico, transônico ou supersônico. Em alguns tipos de turbomáquinas centrífugas todos esses regimes de escoamento estão presentes. A interferência entre os seus componentes móveis e fixos provoca efeitos não-permanentes sobre o escoamento. Até o presente momento, não se dispõe de um modelo matemático que permita prever com precisão o escoamento em todo campo de operação da turbomáquina sem desprezar alguns aspectos importantes do problema. De fato, um tal cálculo é extremamente difícil, devido não só à complexidade do escoamento mas também à geometria complexa dos seus diversos componentes. Mesmo se existisse, não seria apropriado para uma investigação sistemática do escoamento para diferentes geometrias, como se exige num processo de otimização, porque seria muito extenso e de alto custo computacional. O número de variáveis possíveis é tão grande que a otimização pode ser conduzida somente através de um procedimento por passos.

A característica pressão-vazão de uma turbomáquina centrífuga depende das características de cada um dos seus componentes. O limite de bombeamento, por exemplo, é estabelecido pelo caráter estabilizante (principalmente do rotor) e desestabilizante (canais do difusor aletado, entre outros) dos diversos componentes envolvidos, conforme Greitzer (1981) e Hunziker e Gyarmathy (1994). Os escoamentos nesses componentes interagem entre si, e a característica individual de cada um é obtida em conjunto com os demais, através de testes desenvolvidos em laboratório. Porém, o projeto de cada componente, segundo Japikse e Platt (2004), é feito individualmente, com o objetivo de atingir as melhores características possíveis para uma determinada aplicação da turbomáquina. O tratamento isolado de cada componente constitui em uma simplificação notável, porém os problemas relacionados ao escoamento real

persistem, particularmente, quando se trata de um rotor centrífugo, devido à sua rotação e à sua geometria. Portanto, novas simplificações devem ocorrer, porém, preservando ao máximo as características reais do escoamento em cada componente.

No que se refere à análise teórica do escoamento em rotores centrífugos, existem diversas classificações dos métodos computacionais relacionadas, basicamente, à: 1) dimensão do campo de escoamento (uni, bi, quase-tri e tridimensionais), 2) consideração ou não dos efeitos viscosos (métodos puramente invíscidos, invíscidos com correção empírica, de interação viscosa-invíscida e de solução das equações de Navier-Stokes completas) e 3) técnica da solução numérica (diferenças finitas, elementos finitos e volumes finitos, entre outras). Essas considerações não serão abordadas neste trabalho visto que estão relatadas em diversos trabalhos de revisão e em livros-textos publicados por Gostelow (1973), Japikse (1976), Adler (1980), McNally e Sockol (1985), Cumpsty (1989), Whitfield e Baines (1990), Lakshminarayana (1991) e Lakshminarayana (1996), entre outros.

A existência de escoamento separado em duas regiões distintas, nos canais formados pelas pás de rotores centrífugos, foi observada por vários pesquisadores em seus trabalhos experimentais. Porém, se atribui a Dean Jr. que apontou a necessidade de se levar em consideração esse tipo de escoamento e que também o denominou de modelo jato-esteira. A idéia foi primeiramente esclarecida no trabalho de Dean Jr. e Senoo (1960) no qual o escoamento foi tratado como bidimensional (uniforme na direção axial), com o jato e a esteira dividindo o canal formado por duas pás consecutivas na direção circunferencial (plano transversal). A esteira, com velocidade uniforme, w_w , ocupava a região próxima ao lado da superfície de sucção da pá, e o jato, com velocidade uniforme, w_j , maior que w_w , ocupava a região próxima ao lado da superfície de pressão da pá.

A primeira informação mais importante sobre o escoamento em rotores centrífugos sem disco externo foi dada por Eckardt (1976 e 1980), que utilizou anemometria a laser para a medição detalhada do campo de escoamento para um rotor centrífugo com ângulo de saída das pás igual a 90° . As distribuições de velocidades obtidas por Eckardt (1976), no ponto de projeto, mostram que nas seções próximas à entrada do rotor até a sua seção mais central não apresenta qualquer irregularidade. A partir da seção central, começa aparecer alguma irregularidade no lado da capa estacionária e, próximo à seção de saída do rotor, essa irregularidade é mais acentuada na região do canto compreendida entre o lado de sucção da pá e a capa estacionária. A separação aumenta e a esteira pode ser reconhecida nitidamente na saída do rotor.

Com essas medições, foi possível esclarecer a maioria das ambigüidades de interpretação sobre o escoamento na saída de rotores centrífugos. A esteira, medida por Eckardt

(1976), não é como aquela idealizada por Dean Jr. e Senoo (1960), mas ocupa uma região significativa na saída do rotor, com uma velocidade média muito menor que a velocidade média do jato e posicionada nas proximidades do lado da superfície de sucção da pá. Dean Jr. imaginou a esteira começando na região entre o lado da superfície de sucção da pá e a capa estacionária, emigrando para preencher a região entre o disco interno e a capa estacionária, próxima à saída do rotor. Alguns detalhes, portanto, não são precisos mas, no geral, o modelo proposto por Dean Jr. e Senoo (1960) é bem razoável.

Eckardt (1980) também efetuou medições em um rotor semelhante ao descrito anteriormente, denominado de rotor modificado, com o mesmo contorno da capa estacionária, com o mesmo diâmetro externo e com modificações no indutor, no contorno do disco interno e no ângulo de saída das pás que foi alterado de 90° para 60° . As distribuições de velocidades nas diversas seções de medição mostram um comportamento semelhante às daquelas do rotor original, porém com um escoamento na saída menos torcido no ponto de projeto, ou seja, as velocidades na esteira não são tão menores que as do jato. Distribuições de pressões de estagnação normalizadas em relação à condição-padrão, para o rotor modificado, foram apresentadas por Eckardt (1980) para dois pontos de vazão: 1) no ponto de projeto, havia muito menos emigração para o lado da superfície de sucção da pá e, de fato, a esteira não atingiu a superfície de sucção na saída do rotor e 2) no ponto de vazão próximo ao bloqueamento, a esteira ocupava uma parcela bastante razoável da região compreendida entre o lado da superfície de sucção da pá e a capa estacionária.

Vários testes em laboratório realizados no interior de rotores centrífugos de altas, moderadas e baixas velocidades de rotação, com pás de saída radial ou curvadas para trás, com pás auxiliares e de diferentes geometrias foram realizados em diversos centros de pesquisas. Descrições desses trabalhos são relatadas por Fagan e Fleeter (1991) e Hathaway *et al.* (1993), entre outros. Os experimentos indicam a estrutura jato-esteira observada em muitos rotores, numa escala maior ou menor.

Os resultados anteriores mostram claramente que o escoamento na forma de jato-esteira depende da vazão e da geometria do rotor. No plano transversal, as pás curvadas para trás com ângulos de saída menores que 90° , dependendo da sua geometria e do seu ângulo de saída, têm tendência de apresentar pouca ou nenhuma separação do escoamento, no ponto de projeto. No trabalho de Adler e Krimerman (1980) sobre “*a relevância de cálculos do escoamento não-viscoso e subsônico no escoamento real de rotores centrífugos*”, a seguinte conclusão foi estabelecida: “*teorias não-viscosas podem ser seguramente utilizadas em todos os*

casos onde a esteira no lado de sucção da pá não está presente e que os efeitos viscosos não são predominantes". Exemplos típicos dessa situação são os rotores de bombas e de ventiladores centrífugos com pás altamente curvadas para trás (ângulos de saída das pás muito menores que 90° , onde a estrutura jato-esteira não está presente no ponto de projeto.

Teorias do escoamento não-viscoso podem ser classificadas em vários grupos. Sob o aspecto geométrico, uma classificação normalmente encontrada na literatura técnica se refere aos conceitos das superfícies S_1 (B-B, "*Blade-to-Blade*") e S_2 (H-S, "*Hub-to-Shroud*") introduzidas por Wu (1952): teorias bi, quase-tri e tridimensionais. Os métodos de cálculo em cada um desses grupos podem ainda ser classificados com base no esquema computacional utilizado: método das singularidades – método dos painéis, métodos da curvatura da linha de corrente, métodos de diferenças finitas e métodos de elementos finitos. Com relação aos três últimos, não se pretende fazer nenhuma revisão dos inúmeros trabalhos publicados. Especificamente, no caso de escoamentos não-viscosos em rotores centrífugos, Adler (1980) e Whitfield e Baines (1990) fornecem detalhes sobre o assunto.

O método das singularidades, utilizado no presente trabalho, pode ser aplicado basicamente em duas situações distintas: 1) problema direto (análise do escoamento potencial de uma dada geometria), 2) problema inverso (projeto de uma geometria para uma dada distribuição de velocidades ou outra grandeza de interesse). Essas situações podem envolver escoamentos compressível ou incompressível, escoamentos descolados, escoamento em corpos em tandem, escoamento em grades lineares e radiais de turbomáquinas, entre outras aplicações. Esse método, normalmente empregado na aerodinâmica da asa, foi estendido para abranger situações envolvendo diferentes geometrias de grades de turbomáquinas, como descrito por Scholz (1965). No caso específico de grades radiais móveis, típicas de rotores centrífugos, uma das primeiras contribuições para o problema direto do escoamento incompressível foi dada por Isay (1954). Foram utilizadas distribuições de vórtices no contorno das pás de largura constante, simulando o efeito de grade. A aplicação da condição de tangência do escoamento relativo no contorno das pás resultou em uma equação integral de contorno, tendo por incógnita a função de densidade de vórtices. Essa é uma característica das formulações clássicas do escoamento potencial pelo método das singularidades, isto é, equações integrais lineares de contorno para as densidades de singularidades de vários tipos (fontes, vórtices, dipolos isolados ou combinados).

Ao se analisar o escoamento potencial em rotores centrífugos com pás de largura variável, é possível, ainda, manter uma formulação diferencial de caráter bidimensional e linear.

Entretanto, ao se aplicar o método das singularidades, verifica-se que, em geral, não é mais possível manter uma formulação integral estritamente de contorno e linear: a variação radial da largura da pá origina integrais de campo, dependentes não só dessa variação, mas também do próprio campo de velocidades resultante, de forma não-linear. Métodos numéricos de solução da formulação integral irão exigir a discretização tanto do contorno como da própria região do escoamento, além de procedimentos iterativos.

No sentido de superar essas dificuldades, Hoffmeister (1960) mostrou ser possível uma formulação integral exclusivamente de contorno para um caso particular de variação de largura da pá. Murata *et al.* (1978), utilizando o método das singularidades, consideraram o caso particular de variação de largura prescrito por Hoffmeister (1960), para o caso de pás logarítmicas de espessura infinitamente fina, e obtiveram uma formulação integral exclusivamente de contorno e linear que, apesar de restrita, pode ser considerada exata. Uma formulação integral mais geral, abrangendo pás de espessura finita, foi desenvolvida por Nyiri (1970) e Eremeef (1974), válida para o escoamento potencial entre duas superfícies de corrente, supostas de revolução. A geometria de interseção do rotor com essas superfícies foi mapeada no plano de uma grade linear, através de uma transformação apropriada. Por meio de uma aproximação para as integrais de campo, tornou-se possível uma formulação integral do problema apenas no contorno das pás no plano transformado. O efeito dessa aproximação não foi devidamente analisado por Nyiri (1970) e Eremeef (1974), apesar de esse último ter apresentado procedimentos para refinar as soluções. Lewis (1991), utilizando a formulação clássica de Martensen (1959), também apresentou procedimentos para considerar a variação de largura da pá, porém os seus resultados são mostrados somente para grades radiais de largura constante.

Uma técnica numérica de discretização muito simples e altamente eficiente, denominada de método dos painéis (veja, por exemplo, Hess e Smith (1967) e Katz e Plotkin (1991)), tem sido aplicada em problemas de aerodinâmica. Giesing (1964) e Amorim (1987) estenderam esse método para o caso de grades lineares e Manzanares Filho (1982) para rotores centrífugos com pás infinitamente finas e de largura constante. Fernandes e Oliveira (1991) também aplicaram esse método para o caso de rotores centrífugos com pás de espessura finita e de largura variável, e Manzanares Filho e Oliveira (1992) para o caso de pás infinitamente finas também de largura variável.

No trabalho de Oliveira (2001), foi mostrado que, no caso de pás de pequena espessura finita com bordos arredondados e excetuando-se as regiões do escoamento muito próximas

a esses bordos, o efeito da variação radial de largura das pás é mais importante que o da variação de espessura. Esse fato parece indicar que a utilização de modelos de escoamento potencial que desprezam a espessura das pás pode ser recomendável, desde que se leve em conta o efeito da variação radial de largura da pá.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No caso específico de rotores com pás auxiliares, a literatura técnica disponível apresenta diversos trabalhos numéricos e experimentais sobre rotores e turbomáquinas axiais. Para turbomáquinas radiais a maioria dos trabalhos numéricos e experimentais publicados se refere a rotores de turbocompressores. No caso de bombas hidráulicas e ventiladores centrífugos os trabalhos disponíveis se referem basicamente a resultados experimentais de grandezas globais do escoamento. Na literatura aberta, aparentemente, não se dispõe de resultados numéricos locais, obtidos do cálculo do escoamento potencial, para rotores com pás auxiliares desses dois tipos de turbomáquinas. Existem, no entanto, diversos trabalhos publicados nos quais os autores utilizaram dinâmica dos fluidos computacional (CFD), ou desenvolvendo seus próprios códigos computacionais ou utilizando códigos comerciais disponíveis. No que segue, são descritos os trabalhos numéricos e experimentais de rotores e de turbomáquinas centrífugas com pás auxiliares.

Os trabalhos numéricos disponíveis na literatura são:

Luu *et al.* (1980) apresentaram um método de cálculo para a análise do escoamento não-viscoso, subsônico e transônico em um rotor centrífugo com pás auxiliares. O método de cálculo analisa o escoamento no plano transversal (pá a pá) sobre superfícies de corrente axialmente simétricas. O primeiro passo para o cálculo consiste da análise da linha de corrente no plano meridional, que determina o aspecto das geratrizes das superfícies de corrente axialmente simétricas. O segundo passo é o cálculo do escoamento no plano transversal sobre as superfícies de corrente obtidas do primeiro passo. Como o escoamento relativo no rotor é rotacional, os autores usaram a técnica de separação do escoamento relativo em uma parte rotacional e uma parte irrotacional. A primeira parte, com divergência nula, é definida por uma função corrente representando o escoamento incompressível. A condição de Kutta é imposta ajustando-se o valor da função corrente sobre cada pá incluída no período geométrico (duas pás principais e uma auxiliar). A segunda parte, com divergência não-nula, é definida por um

potencial de velocidade representando o efeito de compressibilidade até a faixa transônica. A solução numérica da equação diferencial do potencial de velocidade acoplada com a equação diferencial da função corrente é resolvida pelo método de diferenças finitas. Os resultados numéricos do trabalho são comparados com os resultados numéricos obtidos do programa computacional desenvolvido por Katsanis (1969). Os valores de função corrente e de circulação obtidos por Luu *et al.* foram introduzidos no programa de Katsanis, uma vez que tal programa não fornece meios de impor a condição de Kutta. Os resultados numéricos apresentados mostram uma boa concordância ao longo das pás. Os resultados numéricos de Luu *et al.* também foram comparados com os resultados experimentais realizados por Mizuki *et al.* (1974). A concordância entre esses resultados só não é satisfatória na região mais próxima à saída do rotor.

Wu e Wang (1984) apresentaram um método para calcular o escoamento compressível através da superfície S_1 (pá a pá) de rotores de turbomáquinas compostas de pás auxiliares ou de pás em *tandem*. As equações que representam as leis físicas do escoamento em turbomáquinas são escritas em coordenadas curvilíneas não-ortogonais, com o objetivo de melhorar a exatidão da diferenciação numérica em pontos da malha próximos de contornos que definem a geometria das pás. O efeito da viscosidade do fluido é considerado de forma aproximada; ao invés de utilizar a equação que representa a segunda lei da termodinâmica, o aumento de entropia ao longo de uma linha de corrente é calculado de uma relação politrópica apropriada ou de resultados experimentais da perda de pressão total. O valor do gradiente de entropia assim obtido é então usado na equação da quantidade de movimento. Na essência, esse modelo significa que o efeito acumulado da ação viscosa a montante das pás no aumento da entropia é considerado, enquanto que as tensões viscosas locais são desprezadas. A solução numérica da equação para a função corrente é obtida através do método de diferenças finitas. Um processo iterativo entre a função corrente e a massa específica do fluido é utilizado. O sistema de equações resultante é resolvido por uma técnica matricial que utiliza a decomposição LU para convergência rápida. Os resultados numéricos são apresentados para um rotor convencional e para um rotor com pás auxiliares. No caso do rotor convencional, são comparados os resultados numéricos e os resultados experimentais realizados por Savage *et al.* (1955), observando-se uma boa concordância em toda extensão das pás.

Bakir *et al.* (2001-a), utilizando o método das singularidades, desenvolveram um algoritmo para analisar a interação dos escoamentos nos sistemas móvel e fixo de turbomáquinas centrífugas. Esses sistemas foram mapeados para o plano axial (plano das grades lineares

móvel e fixa) por meio de transformação conforme. O algoritmo utiliza vórtices discretos distribuídos periodicamente no contorno das pás (sistema móvel) e das aletas (sistema fixo) consideradas de espessura finita. O algoritmo apresentado considera a complexidade da geometria da turbomáquina (presença ou não de pás auxiliares, possibilidade de variação de passo das pás e/ou aletas, presença da voluta após o rotor, etc.). Resultados numéricos e experimentais são apresentados para uma bomba centrífuga composta por um rotor convencional de 5 pás e por uma voluta, com a finalidade de validar o algoritmo proposto e ilustrar a efetividade do cálculo do escoamento potencial na determinação das flutuações de pressão geradas pela interação dos escoamentos no rotor e na voluta. Apesar de os autores terem desenvolvido um algoritmo geral para levar em consideração a presença de pás auxiliares, nenhum resultado numérico para essa situação foi apresentado.

Bakir *et al.* (2001-b) apresentaram o mesmo algoritmo geral desenvolvido pelos próprios autores no trabalho descrito anteriormente (Bakir *et al.* (2001-a)). Resultados numéricos são apresentados para um ventilador axial do tipo rotor-estator composto de 4 pás (rotor) e de 7 aletas (estator), e para uma bomba centrífuga composta por um rotor com 5 pás e uma voluta. No caso do ventilador axial, os autores analisaram a influência da variação da distância entre as pás do rotor e as aletas do estator e, também, a influência da variação do passo das pás. No caso da bomba centrífuga, os autores analisaram a influência da variação da vazão e, também, a influência da distância radial da lingüeta da voluta em relação à periferia externa do rotor. Novamente, os autores não apresentaram nenhum resultado para rotores com pás auxiliares.

Fryml *et al.* (1983) apresentaram resultados experimentais globais para rotores de bombas centrífugas operando ar a baixas velocidades, de modo que o efeito de compressibilidade fosse desprezado. Dois rotores, cada um contendo 7 pás principais, foram testados: um com pás principais mais curtas (Projeto 1) e o outro com pás principais mais longas (Projeto 2). Em ambos projetos foram testados rotores com 2 conjuntos de pás auxiliares (duas grades radiais) de mesmo comprimento e dispostas em distâncias circunferenciais iguais em relação às pás principais e, também, com 1 conjunto de pás auxiliares posicionadas ou mais próximas do lado de pressão ou mais próximas do lado de sucção das pás principais. As pás são de simples curvatura, de largura constante e com arestas de entrada e de saída paralelas ao eixo do rotor. Todas essas alternativas foram testadas em laboratório para configurações denominadas de convencional (sem pás anulares na entrada do rotor) e de não-convencional (com pás anulares na entrada do rotor localizadas nas proximidades da região curvada do disco externo

(capa do rotor)). Da análise dos resultados, as principais conclusões são: 1) o rotor com 7 pás principais do Projeto 1 apresenta maiores rendimentos e maiores pressões totais para vazões maiores que a vazão de projeto, em relação ao rotor com 7 pás principais do Projeto 2; 2) os rotores, tanto do Projeto 1 como do Projeto 2, apresentam maiores rendimentos e maiores pressões totais em toda a faixa de vazões para a configuração não-convencional, em relação à configuração convencional; 3) a pressão total é maior quando se utiliza 2 conjuntos de pás principais ao invés de 1 conjunto localizado mais próximo do lado de pressão das pás principais, principalmente para vazões maiores que a vazão de projeto; 4) no caso do Projeto 1, os valores do rendimento são maiores do que o do rotor convencional com 7 pás principais, tanto para o rotor com 2 conjuntos como para o de 1 conjunto de pás auxiliares, essas localizadas mais próximas do lado de pressão das pás principais, principalmente para valores de vazão maiores que a vazão de projeto; 5) no caso do Projeto 2, os valores do rendimento dos dois rotores com pás auxiliares são maiores que aqueles do rotor convencional em duas faixas: uma para vazões menores e a outra para vazões maiores que uma faixa de vazões próximas à vazão de projeto. Nenhum resultado foi apresentado para o caso do rotor com 1 conjunto de pás auxiliares localizadas próximas ao lado de sucção das pás principais.

Miyamoto *et al.* (1992) realizaram medições locais do escoamento em rotores centrífugos com pás auxiliares usando sonda aerodinâmica de 5 furos. Foram analisados rotores com e sem disco externo. As características do escoamento foram comparadas com aquelas de rotores similares sem pás auxiliares. Nos canais dos rotores com pás auxiliares, referentes aos lados de pressão, as posições das esteiras são semelhantes às aquelas em rotores sem pás auxiliares. Nos canais dos rotores com pás auxiliares, referentes aos lados de sucção, as esteiras dos rotores com e sem disco externo ocorrem nos lados das superfícies de sucção, mas a velocidade relativa na saída do rotor sem disco externo é menor e está localizada aproximadamente na metade entre duas pás consecutivas e mais próxima ao disco externo. Em rotores com pás auxiliares, os carregamentos têm tendência de se tornarem menores, e as velocidades circunferenciais absolutas bem como as pressões totais têm tendência de se tornarem consideravelmente maiores que aquelas nos rotores sem pás auxiliares. Entretanto, o efeito das pás auxiliares na pressão estática difere entre rotores com e sem disco externo.

Zhu *et al.* (2000) realizaram um estudo experimental para a determinação da pressão total (altura efetiva de elevação) e do rendimento total de bombas centrífugas de alta rotação (8500 e 6300 rpm) com 1 rotor fechado e 4 rotores semi-abertos, compostos de 1 conjunto de pás principais (pás longas) e de 3 conjuntos de pás auxiliares. As pás foram montadas em dis-

tâncias circunferenciais iguais umas das outras. No caso do rotor fechado, todos os 4 conjuntos de pás estavam presentes, ou seja, 4 pás principais, 4 pás auxiliares longas, 8 pás auxiliares médias e 8 pás auxiliares curtas, totalizando 24 pás. Nos casos dos rotores semi-abertos, foram realizados os testes em rotores com 24 pás (mesma configuração do rotor fechado), com 16 pás (4 pás principais, 4 pás auxiliares longas e 8 pás auxiliares médias, isto é, foram retiradas as 8 pás auxiliares curtas), com 8 pás (4 pás principais e 4 pás auxiliares longas) e, finalmente, com 4 pás principais. Ainda, nos casos dos rotores semi-abertos, foram testados 3 valores de folga axial frontal entre o rotor e a carcaça, ou seja, 1,1, 2,5 e 4 mm com uma folga axial traseira entre o rotor e a carcaça no valor de 4 mm. Da análise dos resultados, a principal conclusão diz respeito à característica estável da curva pressão total versus vazão, em toda a faixa de vazões, para o rotor fechado, ou seja, a inclinação em cada ponto dessa curva é negativa. Todos os 4 rotores semi-abertos apresentaram características de instabilidade para vazões próximas à vazão nula, isto é, nessa região a inclinação em cada ponto dessa curva é positiva. A pressão total da bomba decresce quando o número de pás auxiliares diminui, mas o rendimento total máximo da bomba é praticamente o mesmo quando o número total de pás (principais e auxiliares) é 8, 16 e 24; para 4 pás (pás principais) o rendimento total máximo é menor. Quando a folga axial frontal aumenta, a pressão total da bomba diminui, a vazão correspondente ao máximo rendimento se move para vazões maiores e o rendimento total da bomba diminui. A inclinação positiva da curva pressão total versus vazão torna-se menor quando a folga axial frontal é maior e o número total de pás é menor.

1.4 MOTIVAÇÕES DO TRABALHO

A base motivadora do presente trabalho está amparada na literatura técnica que relata a possibilidade, em determinadas condições, de o escoamento potencial representar certas características reais do escoamento no interior de rotores centrífugos, como comentado no Item 1.2. Essa afirmação serviu de estímulo para o desenvolvimento de diversas atividades realizadas neste trabalho, visando a análise do escoamento em rotores centrífugos com pás auxiliares, que estão resumidas a seguir.

1) Obter diversas características locais e globais do escoamento potencial, em rotores centrífugos com pás auxiliares, através de um método de cálculo simples, eficiente e de baixo custo computacional, que leva em conta a geometria completa do rotor centrífugo. Um método com tais características, mesmo com a consideração da variação radial da largura da pá, é

típico de formulação integral de contorno e a solução numérica da equação integral pode ser obtida facilmente pelo método dos painéis.

2) Diversos critérios disponíveis na literatura a respeito do desempenho hidro ou aerodinâmico de rotores centrífugos são, e continuam sendo, baseados no cálculo do escoamento de fluido ideal, como o critério de Tuzson (1993) que estabelece a presença da configuração jato-esteira: rotores com pás altamente curvadas para trás, típicos de bombas e da maioria dos ventiladores centrífugos, não apresentam, em geral, escoamento na forma de jato-esteira, no ponto de projeto. Portanto, novos critérios de desempenho podem ser estabelecidos, não somente para auxiliar na fase inicial de projeto, mas, também, para indicar a qualidade do escoamento no interior desses rotores.

3) O número de pás de um rotor centrífugo, na fase de definição da geometria de um projeto novo (projeto onde não se dispõe de um rotor geometricamente semelhante), via de regra, é determinado por fórmulas empíricas e semi-empíricas disponíveis na literatura. Devido aos coeficientes empíricos envolvidos, o valor do número de pás pode variar em uma ampla faixa, requerendo a intervenção do projetista para a definição do valor mais apropriado. Evidentemente, esse valor vai depender do conhecimento e da experiência do projetista e só pode ser estabelecido realmente através de experimentos em laboratório. Rotores centrífugos de turbomáquinas para aplicações industriais têm as mais diversas geometrias, tanto no plano meridional como no transversal. Dispondo-se de um método de cálculo eficiente, que leva em consideração a geometria completa do rotor, o número de pás pode ser estabelecido com uma certa exatidão; no caso de rotores com pás auxiliares, novos desafios surgem que estão relacionados tanto ao comprimento como ao posicionamento das pás auxiliares para se determinar a situação ótima.

4) As pás, inegavelmente, constituem o principal componente do rotor de uma turbomáquina. O formato das pás, principalmente no plano transversal, continua sendo objeto de pesquisas para a melhoria de suas características em termos hidro ou aerodinâmicos, estruturais e, principalmente, em ventiladores, na redução dos níveis de ruído. Investigações de formatos e de ângulos das pás foram analisados por Sato *et al.* (1996) num trabalho teórico e experimental sobre escoamento bifásico (ar-água), com o objetivo de determinar a degradação da curva pressão-vazão em baixas vazões de ar devido ao acúmulo deste no interior do rotor de bomba centrífuga. Foram investigados cinco formatos de pás: quatro eram compostos por pás em formato de dois arcos de círculo tendo sempre o mesmo raio de curvatura na região mais próxima à entrada das pás, e um com pás em formato reto. Os rotores com pás em for-

mato de dois arcos de círculo e com baixos valores dos ângulos de entrada e de saída da pá apresentavam menor degradação. Portanto, novos formatos de pás devem ser estabelecidos e analisados para atender os mais diversos tipos de exigências, principalmente em rotores centrífugos para aplicações industriais que apresentam geometrias diversificadas de pás, tanto no plano transversal como no meridional.

1.5 OBJETIVOS DO TRABALHO

Os principais objetivos do presente trabalho são:

1) Apresentar uma formulação integral aproximada, exclusivamente de contorno e linear, para o escoamento potencial, bidimensional e incompressível em rotores centrífugos de turbomáquinas com pás principais (rotor convencional) e com pás auxiliares (rotor com pás auxiliares) infinitamente finas e de largura variável. A formulação é feita diretamente no plano da grade radial (ou aproximadamente radial), evitando-se transformações intermediárias.

2) Apresentar uma solução numérica para a equação integral de Fredholm de primeira espécie, resultante da formulação integral para o escoamento absoluto em rotores convencionais e com pás auxiliares. Essa solução numérica é obtida por meio do método dos painéis, através de uma distribuição linear de densidade de vórtice em cada painel plano.

3) Desenvolver uma rotina computacional para o cálculo do escoamento potencial e incompressível em rotores centrífugos com pás auxiliares infinitamente finas para qualquer geometria e formato dessas pás.

4) Apresentar vários resultados numéricos para diversas grandezas locais e globais do escoamento através de um rotor centrífugo convencional e com pás auxiliares com formatos de arco de círculo e com uma determinada geometria no plano transversal. Diversas posições circunferenciais e diversos comprimentos radiais de pás auxiliares são analisados. Esses resultados são apresentados para a condição sem choque na entrada das pás principais e, no caso das pás auxiliares, nas condições com e sem choque na entrada dessas pás.

5) Comparar os resultados numéricos obtidos no presente trabalho para rotores centrífugos com e sem pás auxiliares.

6) Comparar os resultados numéricos obtidos no presente trabalho para diversos rotores centrífugos com pás auxiliares. A finalidade é mostrar as implicações decorrentes tanto da variação da posição circunferencial das pás auxiliares em relação às pás principais como também da variação do comprimento radial das pás auxiliares.

7) Avaliar se o critério do número de Richardson máximo, estabelecido no trabalho de Oliveira (2001) como grandeza indicadora do número ótimo de pás de rotores centrífugos convencionais (sem pás auxiliares), pode ser estendido para o caso de rotores centrífugos com pás auxiliares. Essa avaliação é feita através de comparações entre os resultados numéricos obtidos neste trabalho.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 1 – Introdução –, são apresentadas algumas considerações gerais sobre turbomáquinas radiais bem como o escoamento no seu interior, especificamente o escoamento em rotores centrífugos, que são úteis para justificar o emprego da teoria potencial neste trabalho. Uma revisão bibliográfica é feita sobre rotores centrífugos e turbomáquinas centrífugas com pás auxiliares. Alguns comentários são descritos sobre a motivação, os objetivos e a organização do trabalho.

No Capítulo 2 – Modelo do Escoamento –, são apresentados alguns comentários sobre a geometria dos rotores centrífugos analisados, as hipóteses simplificadoras para a análise do escoamento em rotores centrífugos com ou sem pás auxiliares, condições de contorno e condições complementares, visando a formulação do problema em questão.

No Capítulo 3 – Formulação do Problema –, é apresentada uma formulação integral de contorno para o escoamento potencial, bidimensional e incompressível através de rotores centrífugos com ou sem pás auxiliares de espessuras infinitamente finas.

No Capítulo 4 – Solução Numérica –, é apresentada a solução numérica por meio do método dos painéis. Admite-se uma distribuição linear de densidade de vórtices em cada segmento de reta (painel plano) que representa as pás principais e auxiliares discretizadas.

No Capítulo 5 – Grandezas Características do Escoamento –, são apresentadas diversas grandezas locais e globais do escoamento através de rotores centrífugos.

No Capítulo 6 – Resultados Numéricos –, são apresentados diversos resultados numéricos locais e globais para rotores centrífugos convencionais e rotores centrífugos com pás auxiliares.

No Capítulo 5 – Conclusões e Sugestões –, são apresentadas as principais conclusões extraídas do trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros relacionadas aos assuntos abordados no presente trabalho.

No Apêndice A – Geometria do Rotor e Discretização das Pás –, são apresentadas a geometria do rotor centrífugo analisado e a técnica de discretização das pás principais e auxiliares utilizada no presente trabalho.

No Apêndice B – Resultados Numéricos para $Fa = 0,50$ –, são apresentados diversos resultados numéricos para rotores centrífugos com pás auxiliares posicionadas circunferencialmente a distâncias iguais das pás principais com fator de ângulo igual a 0,50.

No Apêndice C – Resultados Numéricos para $Fa = 0,66$ –, são apresentados diversos resultados numéricos para rotores centrífugos com pás auxiliares posicionadas circunferencialmente a distâncias iguais das pás principais com fator de ângulo igual a 0,66.

Capítulo 2

MODELAGEM DO ESCOAMENTO

Como comentado no Capítulo 1, o escoamento em qualquer turbomáquina é um dos mais complexos encontrados em dinâmica dos fluidos. A fim de evitar uma abordagem direta das equações de Navier-Stokes e de modelos de turbulência para analisar tal escoamento, algumas considerações e simplificações tornam-se necessárias. A principal simplificação consiste na análise do escoamento através do rotor como um componente isolado, ou seja, não há interferência do escoamento de qualquer componente da turbomáquina no escoamento antes e após o rotor. Via de regra, o escoamento no rotor de uma turbomáquina ocorre com números de Reynolds elevados e, em condições nominais, os efeitos viscosos podem ser considerados secundários. No caso de rotores centrífugos de turbomáquinas hidráulicas (bombas e ventiladores), as variações de temperatura e de pressão do fluido em escoamento são suficientemente pequenas, de modo que as variações de massa específica são desprezíveis. Assim, uma primeira análise do escoamento absoluto como sendo irrotacional e incompressível, portanto, potencial, permite a obtenção de dados relevantes sobre as características de desempenho do rotor centrífugo. Outras considerações importantes sobre o escoamento, a geometria, as condições de contorno e condições suplementares relacionadas aos rotores centrífugos analisados são listadas a seguir, que são úteis para o desenvolvimento dos Capítulos 3, 4 e 5.

2.1 CONSIDERAÇÕES SOBRE A GEOMETRIA DO ROTOR CENTRÍFUGO

1) Os rotores centrífugos analisados no presente trabalho se compõem de um conjunto

de pás principais e um conjunto de pás auxiliares, ou seja, são formados por duas grades radiais móveis diferentes entre si, Figura 2.1.

2) As pás (principais e auxiliares) são consideradas de espessura infinitamente fina.

3) As pás (principais e auxiliares) são consideradas idênticas e igualmente espaçadas entre si resultando, portanto, em ângulos de montagem idênticos para cada conjunto de pás.

4) As pás (principais e auxiliares) têm ângulo de saída menor que 90° (pás curvadas para trás), de modo que o escoamento, no ponto de projeto, não apresenta a estrutura jato-esteira comentada no Capítulo 1 e, em consequência, pode-se utilizar o cálculo do escoamento potencial para a determinação de diversas características de desempenho do rotor.

5) As pás auxiliares têm o mesmo formato das pás principais. Neste trabalho, todas as pás principais e auxiliares foram consideradas em formato de um arco de círculo, embora elas possam assumir formatos diferentes entre si.

6) As pás auxiliares podem resultar de usinagem das pás principais ou podem assumir uma geometria própria, mantendo-se, porém, o mesmo formato (conforme descrito no Item 5 acima).

7) O ângulo de saída das pás auxiliares é considerado idêntico ao ângulo de saída das pás principais. Essa condição também pode ser alterada, quando necessário.

8) O ângulo de entrada das pás auxiliares pode resultar do ângulo prescrito pela pá principal usinada (nesse caso, há choque na entrada das pás auxiliares) ou assumir um determinado valor para se evitar choque na entrada das pás auxiliares. Essa segunda situação constitui um importante aspecto para a análise das características de desempenho do rotor centrífugo, como será comentado posteriormente.

9) As arestas de entrada e de saída das pás principais e auxiliares são consideradas paralelas ao eixo do rotor.

10) As pás principais e auxiliares são de simples curvatura, ou seja, suas projeções em planos transversais são idênticas.

11) As pás principais e auxiliares são montadas perpendicularmente nos discos interno e externo, isto é, as arestas de entrada e de saída são montadas axialmente em relação ao eixo do rotor.

12) A largura das pás principais e auxiliares varia linearmente na direção radial.

13) O rotor gira com velocidade angular constante, $\vec{\omega}$, em torno do seu eixo e é estacionário em relação a um referencial inercial, portanto, a relação entre a velocidade absoluta, \vec{c} , e a velocidade relativa, \vec{w} , é $\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$, onde $\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ é a velocidade circunferencial (velocidade de condução) do rotor.

2.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ESCOAMENTO ATRAVÉS DO ROTOR CENTRÍFUGO

1) A análise do escoamento é feita no plano transversal (superfície S_1 (pá a pá), segundo Wu (1952)), porém considera-se a variação radial de largura da pá no plano meridional (superfície S_2 (disco a disco), segundo Wu (1952)), sem conduzir a procedimentos iterativos entre os escoamentos desses dois planos.

2) O escoamento é analisado no próprio plano da grade radial (composta pelo conjunto de pás principais e pelo conjunto de pás auxiliares), evitando-se transformações intermediárias para o plano da grade linear.

3) O escoamento relativo através rotor é considerado permanente.

4) O escoamento (absoluto) é considerado uniforme antes e após o rotor.

5) O escoamento relativo é considerado axialmente simétrico no interior do rotor, isto é, o escoamento se realiza em superfícies de corrente que são consideradas axialmente simétricas (superfícies de revolução).

6) O escoamento é considerado bidimensional, em decorrência de as superfícies de corrente do escoamento relativo serem consideradas axialmente simétricas, Vavra (1974).

7) O escoamento é considerado circunferencialmente simétrico, ou seja, o escoamento através dos canais formados por duas pás principais e uma pá auxiliar posicionada entre as pás principais é idêntico na direção circunferencial em todos os outros canais do rotor.

8) O componente axial da velocidade do escoamento através do rotor, $c_a \equiv w_a$, é considerado desprezível.

9) O componente meridional da velocidade do escoamento através do rotor, $c_m = c_r \equiv w_m = w_r$, é considerado uniforme em cada seção radial do rotor.

10) A equação da continuidade, considerando as hipóteses de irrotacionalidade e incompressibilidade do escoamento absoluto, juntamente com as considerações feitas nos itens 2 e 12 do Item 2.1 e item 8 deste item, assume a forma de uma equação diferencial de Poisson para o potencial de velocidade, Φ , em duas dimensões.

11) A equação diferencial de Poisson é uma equação linear, portanto, soluções dessa equação podem ser combinadas.

12) O escoamento de entrada no rotor é representado pela combinação de uma fonte, simulando a vazão através do rotor, e um vórtice, simulando a pré-circulação, ambos posicionados no centro do rotor.

13) O escoamento perturbado pela presença das pás (principais e auxiliares) é representado por uma folha de vórtices coincidentes com as linhas representativas dessas pás.

14) O escoamento resultante através do rotor é representado pela combinação linear da fonte e do vórtice posicionados no centro do rotor e das folhas de vórtices que simulam as pás (principais e auxiliares).

2.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

1) O escoamento perturbado pela presença das pá (principais e auxiliares), que são simuladas por folhas de vórtices, deve ir decaindo à medida que se afasta das pás, assumindo os valores impostos antes da grade ($r \rightarrow 0$) e após a grade ($r \rightarrow \infty$).

2) A condição de impenetrabilidade do escoamento relativo estabelece que o componente normal da velocidade desse escoamento é nulo em qualquer ponto das linhas representativas das pás (condição de tangência do escoamento relativo).

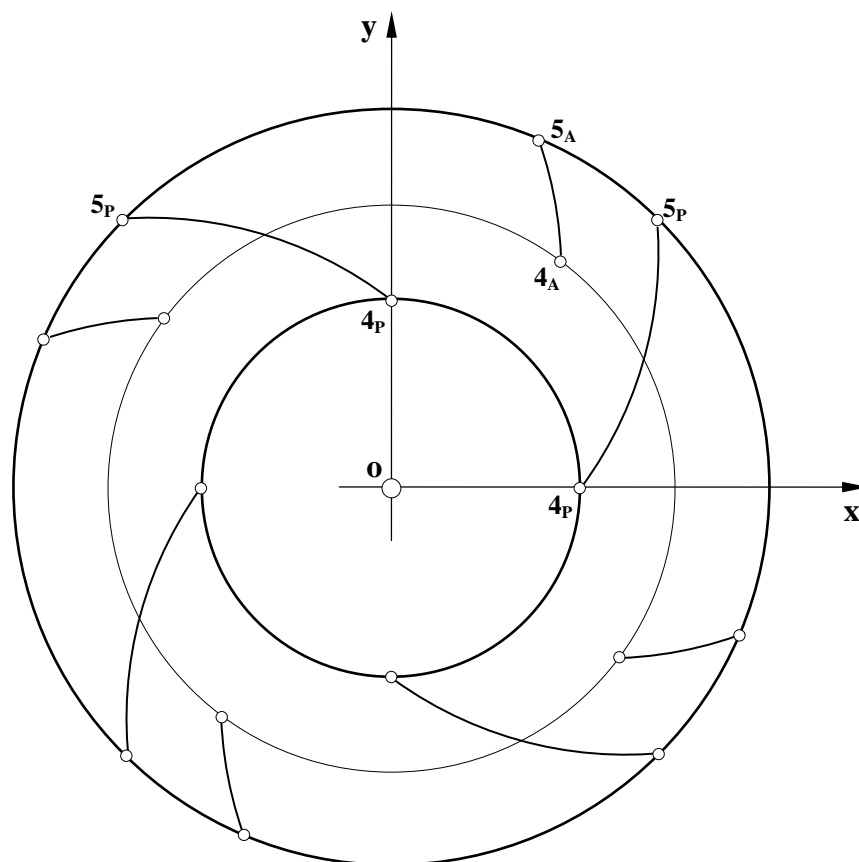


Figura 2.1 Esquema da seção transversal de um rotor centrífugo com pás auxiliares infinitamente finas (PIF).

2.4 CONDIÇÕES COMPLEMENTARES

1) A vazão de fluido através do rotor é fixada pela imposição da condição sem choque (incidência nula do escoamento) na entrada das pás principais, ou seja, iguala-se a zero o valor da densidade de vórtice no bordo de ataque das pás principais.

2) A circulação em cada conjunto de pás (principais e auxiliares) é fixada pela imposição da condição de Kutta na saída das pás, ou seja, iguala-se a zero o valor da densidade de vórtice nos bordos de fuga das pás principais e das pás auxiliares.

Capítulo 3

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo, é apresentada uma formulação integral de contorno para o cálculo do escoamento potencial e incompressível em grades radiais móveis representativas de rotores centrífugos de turbomáquinas com pás auxiliares.

A formulação se baseia no método das singularidades e é feita diretamente no plano da grade radial móvel, que representa o rotor centrífugo, evitando-se transformações intermediárias para o plano de uma grade linear móvel. Uma aproximação é efetuada para se levar em conta a variação radial de largura das pás, possibilitando uma formulação integral, linear e exclusivamente de contorno. Com isso, pode ser analisada qualquer geometria de grade radial (ou aproximadamente radial) não só móvel como fixa. Essa formulação considera as pás como sendo de espessura infinitamente fina (PIF).

Inicialmente, essa formulação é desenvolvida para rotores centrífugos convencionais (sem pás auxiliares). Ao final do desenvolvimento, a equação integral resultante da formulação é escrita para o escoamento em rotores centrífugos com um conjunto de pás auxiliares.

3.1 EQUAÇÃO DIFERENCIAL DO ESCOAMENTO

A Figura 3.1 representa um esquema de um rotor centrífugo (grade radial móvel) convencional composto de pás de espessura infinitamente fina e de largura radial, $b(r)$, variável. A grade é composta por um número e formato arbitrários de pás idênticas e igualmente espaçadas.

O escoamento absoluto através da grade é considerado incompressível ($\vec{\nabla} \cdot \vec{c} = 0$) e irrotacional ($\vec{\nabla} \times \vec{c} = 0$), portanto, potencial. O componente axial da velocidade absoluta, c_a , é desprezado e as superfícies de corrente, tais como aquela representada por S na Figura 3.1, são consideradas axialmente simétricas, de modo que o escoamento sobre essas superfícies possa ser tratado como bidimensional. Com as hipóteses anteriormente estabelecidas para o escoamento absoluto, e considerando a equação da continuidade desse escoamento, resulta uma equação diferencial do tipo Poisson para o potencial total de velocidade, $\Phi = \Phi(r, \theta)$, com $\vec{\nabla} \Phi = \vec{c}$.

Dessa forma, a equação diferencial resultante é escrita na seguinte forma:

$$\nabla^2 \phi = B(x)c_x, \quad (3.1)$$

sendo

$$B(x) = -\frac{1}{b} \frac{db}{dx}. \quad (3.2)$$

3.2 FORMULAÇÃO INTEGRAL DO ESCOAMENTO

A formulação apresentada neste item foi baseada nas Notas de Aulas do Professor Nelson Manzanares Filho.

3.2.1 SOLUÇÃO GERAL BASEADA NA IDENTIDADE DE GREEN

O teorema da divergência aplicado ao campo de velocidades, \vec{V} , presente num domínio plano, (D), limitado por uma curva fechada, (C), é representado por

$$\iint_{(D)} \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \, dx' dy' = -\oint_{(C)} \hat{n} \cdot \vec{V} \, ds'. \quad (3.3)$$

Substituindo na equação (3.3) o vetor \vec{V} pelo vetor $u\vec{\nabla}v - v\vec{\nabla}u$, resulta a segunda identidade de Green, ou seja,

$$\iint_{(D)} (u\nabla^2 v - v\nabla^2 u) \, dx' dy' + \oint_{(C)} \left(u \frac{\partial v}{\partial n'} - v \frac{\partial u}{\partial n'} \right) ds' = 0, \quad (3.4)$$

sendo $u(x',y')$ e $v(x',y')$ duas funções escalares de posição cujas primeiras derivadas são contínuas em um domínio simplesmente conexo (D) e sobre a sua fronteira (C); $\partial/\partial n'$ significa a derivada normal interior (por definição, a normal exterior é oposta) e s' é o comprimento da linha ao longo da fronteira (C).

Seja M um ponto de coordenadas x' e y' e P um ponto de coordenadas x e y , conforme mostra a Figura 3.2.a, de modo que

$$\overline{MP} = d = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}. \quad (3.5)$$

A função $\ln d$ é harmônica e regular em todo ponto M diferente de P, e pode ser verificado que $\nabla^2(\ln d) = 0$.

a) Ponto P interior ao domínio (D)

Sendo (D_R) o domínio definido pelo círculo (C_R) de centro P e raio R, e aplicando a equação (3.4) às funções Φ e $\ln d$ no domínio $(D-D_R)$, obtém-se

$$\begin{aligned} \iint_{(D-D_R)} (\ln d) \nabla^2 \Phi \, dx' dy' &= \oint_{(C)} \left[\Phi \frac{\partial}{\partial n'} (\ln d) - (\ln d) \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \right] ds' + \\ &+ \oint_{(C_R)} \left[\Phi \frac{\partial}{\partial R} (\ln R) - (\ln R) \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right] ds_R. \end{aligned} \quad (3.6)$$

As duas primeiras integrais da equação anterior são independentes de R, em consequência, a terceira integral também é independente de R e é igual ao seu limite quando $R \rightarrow 0$. Fazendo, na terceira integral da equação (3.6), R tão pequeno de tal modo que $\Phi = \Phi(P)$ no círculo C_R , obtém-se

$$\lim_{R \rightarrow 0} \left[\frac{\Phi(P)}{R} - (\ln R) \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right] 2\pi R = 2\pi \Phi(P). \quad (3.7)$$

Portanto, a equação (3.6) torna-se em

$$2\pi \Phi(P) = \iint_{(D)} (\ln d) \nabla^2 \Phi \, dx' dy' + \oint_{(C)} (\ln d) \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \, ds' - \oint_{(C)} \Phi \frac{\partial}{\partial n'} (\ln d) \, ds'. \quad (3.8)$$

b) Ponto P exterior ao domínio (D)

A equação (3.4) se aplica diretamente, visto que, a função $\ln d$ não tem mais singularidades em (D). Nesse caso, obtém-se

$$0 = \iint_{(D)} (\ln d) \nabla^2 \Phi \, dx' dy' + \oint_{(C)} (\ln d) \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \, ds' - \oint_{(C)} \Phi \frac{\partial}{\partial n'} (\ln d) \, ds'. \quad (3.9)$$

3.2.2 EQUAÇÃO INTEGRAL DO ESCOAMENTO

Devido à periodicidade do escoamento (Figura 3.1), $c_r(r, \theta + 2\pi/N) = c_r(r, \theta)$ e $c_\theta(r, \theta + 2\pi/N) = c_\theta(r, \theta)$, o plano (x_1, x_2) pode ser dividido em N Domínios T_ℓ , onde $\ell = 1, 2, \dots, N$, idênticos ao domínio T_1 . Como o domínio T_1 contém o ponto P , as equações (3.8) e (3.9) podem ser utilizadas, dependendo se o ponto P está interior ou exteriormente ao domínio T_1 .

Para os outros domínios T_ℓ , com $\ell \neq 1$, o ponto P é exterior, neste caso, a equação (3.9) é utilizada. O somatório em ℓ fornece o potencial de velocidade no ponto P , ou seja,

$$\left. \begin{array}{l} P \in T_1 : \quad 2\pi\Phi(P) \\ P \notin T_1 : \quad 0 \end{array} \right\} = \sum_{\ell=1}^N \left\{ \iint_{(T_\ell)} (\ln r_\ell) \nabla^2 \Phi \, dx' dy' + \oint_{(C_\ell)} (\ln r_\ell) \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \, ds' + \right. \\ \left. - \oint_{(C_\ell)} \Phi \frac{\partial}{\partial n'} (\ln r_\ell) \, ds' \right\}, \quad (3.10.a-b)$$

sendo

$$r_\ell = \sqrt{(x - x'_\ell)^2 + (y - y'_\ell)^2}. \quad (3.11)$$

Obtém-se os componentes da velocidade absoluta, no sistema de coordenadas cartesianas, $c_x(x, y) = \partial\Phi(x, y)/\partial x$ e $c_y(x, y) = \partial\Phi(x, y)/\partial y$, derivando as equações (3.10.a-b), primeiramente em relação a x e depois em relação a y , ou seja,

$$\left. \begin{array}{l} P \in T_1 : \quad 2\pi c_x(P) \\ P \notin T_1 : \quad 0 \end{array} \right\} = \sum_{\ell=1}^N \left\{ \iint_{(T_\ell)} \left(\frac{x - x'_\ell}{r_\ell^2} \right) \nabla^2 \Phi \, dx' dy' + \oint_{(C_\ell)} \left(\frac{x - x'_\ell}{r_\ell^2} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \, ds' + \right. \\ \left. - \oint_{(C_\ell)} \Phi \frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{x - x'_\ell}{r_\ell^2} \right) \, ds' \right\} \quad (3.12.a-b)$$

e

$$\left. \begin{array}{l} P \in T_1 : 2\pi c_x(P) \\ P \notin T_1 : 0 \end{array} \right\} = \sum_{\ell=1}^N \left\{ \iint_{(T_\ell)} \left(\frac{y-y'_\ell}{r_\ell^2} \right) \nabla^2 \Phi \, dx' dy' + \oint_{(C_\ell)} \left(\frac{y-y'_\ell}{r_\ell^2} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \, ds' + \right. \\ \left. - \oint_{(C_\ell)} \Phi \frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{y-y'_\ell}{r_\ell^2} \right) \, ds' \right\}. \quad (3.12.c-d)$$

Em termos de notação complexa, as coordenadas do ponto P dos domínios T_1 e T_ℓ são

$$z = x + iy \quad \text{em } (T_1) \quad (3.13.a)$$

e

$$z'_\ell = x'_\ell + iy'_\ell \quad \text{em } (T_\ell). \quad (3.13.b)$$

As coordenadas do ponto de integração sobre o contorno, em termos de notação complexa, são

$$\zeta'_\ell = \xi'_\ell + i\eta'_\ell \quad \text{em } (C_\ell). \quad (3.14)$$

Com as derivadas do potencial de velocidade, a velocidade complexa conjugada é

$$\bar{c}(z) = \frac{\partial \Phi}{\partial x} - i \frac{\partial \Phi}{\partial y} = c_x - ic_y. \quad (3.15)$$

Considerando as equações (3.13), (3.14) e (3.15), as equações (3.12.a-b) e (3.12.c-d) tornam-se em

$$\left. \begin{array}{l} P \in T_1 : 2\pi \bar{c}(P) \\ P \notin T_1 : 0 \end{array} \right\} = \sum_{\ell=1}^N \left\{ \iint_{(T_\ell)} \nabla^2 \Phi \frac{dx' dy'}{z - z'_\ell} + \oint_{(C_\ell)} \frac{\partial \Phi}{\partial n'} \frac{ds'}{z - \zeta'_\ell} + \right. \\ \left. - \oint_{(C_\ell)} \Phi \frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{1}{z - \zeta'_\ell} \right) \, ds' \right\}. \quad (3.16.a-b)$$

Conforme mostra a Figura 3.2, para um sistema de coordenadas cartesianas definido pela tangente e pela normal à fronteira (C_ℓ) , sendo a normal voltada para o interior do domínio (T_ℓ) , pode-se escrever para uma função complexa diferenciável, que

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial s} = \frac{1}{i} \frac{\partial(\quad)}{\partial n} = -i \frac{\partial(\quad)}{\partial n}. \quad (3.17)$$

Sendo $\zeta'_\ell = \zeta'_\ell(s')$, e aplicando-se a regra da cadeia, tem-se

$$\frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{1}{z - \zeta'_\ell} \right) = i \frac{\partial}{\partial s'} \left(\frac{1}{z - \zeta'_\ell} \right) = i \frac{1}{(z - \zeta'_\ell)^2} \frac{d\zeta'_\ell}{ds'}. \quad (3.18)$$

Aplicando a fórmula anterior e, também, a fórmula de integração por partes à segunda integral de contorno das equações (3.16.a-b), obtém-se

$$\begin{aligned} \oint_{(C_\ell)} \Phi \frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{1}{z - \zeta'_\ell} \right) ds' &= i \oint_{(C_\ell)} \Phi \left[\frac{1}{(z - \zeta'_\ell)^2} \frac{d\zeta'_\ell}{ds'} \right] ds' = \\ &= i \left[\frac{\Phi}{z - \zeta'_\ell} \right]_{s'=0}^L - i \oint_{(C_\ell)} \frac{\partial \Phi}{\partial s'} \left[\frac{1}{z - \zeta'_\ell} \right] ds', \end{aligned} \quad (3.19)$$

sendo L o comprimento da curva fechada (C_ℓ) .

Como (C_ℓ) limita um domínio simplesmente conexo, no qual Φ é uma função única, o primeiro termo do lado direito da equação (3.19) se anula. Dessa forma, as equações (3.16.a-b) tornam-se em

$$\left. \begin{array}{l} P \in T_1 : \quad 2\pi \bar{c}(P) \\ P \notin T_1 : \quad 0 \end{array} \right\} = \sum_{\ell=1}^N \left\{ \iint_{(T_\ell)} \nabla^2 \Phi \frac{dx' dy'}{z - z'_\ell} + \oint_{(C_\ell)} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n'} + i \frac{\partial \Phi}{\partial s'} \right) \frac{ds'}{z - \zeta'_\ell} \right\}. \quad (3.20.a-b)$$

Os valores de $\nabla^2 \Phi = B(x', y')$ e $[\partial \Phi / \partial n' - i \partial \Phi / \partial s']$ independem de ℓ , quando se calcula em pontos circunferenciais periódicos (período $2\pi/N$) em cada domínio, ou seja,

$$z'_\ell = z'_1 e^{i(\ell-1)2\pi/N} \quad (3.21)$$

e

$$\zeta'_\ell = \zeta'_1 e^{i(\ell-1)2\pi/N} \quad (3.22)$$

sendo $\ell = 1, 3, \dots, N$.

Com isso, as equações (3.20.a-b) tornam-se em:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} P \in T_1 : \quad 2\pi \bar{c}(P) \\ P \notin T_1 : \quad 0 \end{array} \right\} &= \sum_{\ell=1}^N \iint_{(T_\ell)} \nabla^2 \Phi \sum_{\ell=1}^N \left(\frac{1}{z - z'_\ell} \right) dx' dy' + \\ &- \oint_{(C_\ell)} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n'} + i \frac{\partial \phi}{\partial s'} \right) \sum_{\ell=1}^N \left(\frac{1}{z - \zeta'_\ell} \right) ds'. \end{aligned} \quad (3.23.a-b)$$

Sendo

$$c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad \text{e} \quad c_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad (3.24)$$

e

$$c_n = \frac{\partial \Phi}{\partial n} \quad \text{e} \quad c_s = \frac{\partial \Phi}{\partial s}, \quad (3.25)$$

e observando na Figura 3.2 que $c_n = -c_r$ e $c_s = c_\theta$, pode-se escrever

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial n'} + i \frac{\partial \Phi}{\partial s'} \right) \sum_{\ell=1}^N \left(\frac{1}{z - \zeta'_\ell} \right) = (-c_r + ic_\theta) \sum_{\ell=1}^N \left(\frac{1}{z - \zeta'_\ell} \right). \quad (3.26)$$

Adotando a convenção $T_1 = T$ e $C_1 = C$, as equações (3.23.a-b) tornam-se em

$$\left. \begin{array}{l} P \in T_1 : \quad 2\pi\bar{c}(P) \\ P \notin T_1 : \quad 0 \end{array} \right\} = \sum_{\ell=1}^N \iint_{(T_\ell)} \nabla^2 \Phi \sum_{\ell=1}^N \left(\frac{1}{z - z'_\ell} \right) dx' dy' + \\ - \oint_{(C_\ell)} (-c_r + ic_\theta) \sum_{\ell=1}^N \left(\frac{1}{z - \zeta'_\ell} \right) ds'. \quad (3.27.a-b)$$

Através de decomposição em N frações parciais, pode ser demonstrado que

$$K(z, z') = \sum_{\ell=1}^N \frac{1}{z - z'_\ell} = \frac{N z^{N-1}}{z^N - z'^N} \quad (3.28)$$

e

$$K(z, \zeta') = \sum_{\ell=1}^N \frac{1}{z - \zeta'_\ell} = \frac{N z^{N-1}}{z^N - \zeta'^N}. \quad (3.29)$$

Considerando as equações (3.1), (3.25), (3.27.a-b), (3.28) e (3.29), define-se

$$F(z, z') = \nabla^2 \Phi \sum_{\ell=1}^N \left(\frac{1}{z - z'_\ell} \right) = B(z') c_r(z') K(z, z') \quad (3.30)$$

e

$$G(z, \zeta') = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n'} + i \frac{\partial \Phi}{\partial s'} \right) \sum_{\ell=1}^N \left(\frac{1}{z - \zeta'_\ell} \right) = (-c_r + ic_\theta) K(z, \zeta'). \quad (3.31)$$

Substituindo as equações (3.30) e (3.31) nas equações (3.27.a-b), resulta

$$\left. \begin{array}{l} P \in T_1 : \quad 2\pi\bar{c}(P) \\ P \notin T_1 : \quad 0 \end{array} \right\} = \iint_{(T)} F(z, z') \, dx'dy' + \oint_{(C)} G(z, \zeta') ds'. \quad (3.32.a-b)$$

3.2.3 DESENVOLVIMENTO DA INTEGRAL DE CONTORNO

Considerando a integral de contorno nas equações (3.32.a-b), pode-se abrir o seu caminho de integração da seguinte forma, conforme ilustra a Figura 3.2:

$$I_{(C)} = \oint_{(C)} G(z, \zeta') ds' = I_{AB} + I_{BC} + I_{CD} + I_{DE} + I_{EF} + I_{FG} + I_{GH} + I_{HA}. \quad (3.33)$$

As integrais sobre os trechos BC e DE se anulam, respectivamente, com as integrais sobre os trechos HA e FG, ou seja,

$$I_{BC} = -I_{HA} \quad \text{e} \quad I_{DE} = -I_{FG}. \quad (3.34)$$

A integral sobre a linha representativa da pá é dada por

$$I_{EF} = \int_{(\kappa)} G(z, \zeta') ds'. \quad (3.35)$$

Portanto, a integral de contorno, nas equações (3.32.a-b), torna-se em

$$I_{(C)} = \oint_{(C)} G(z, \zeta') ds' = \int_A^B G(z, \zeta') ds' + \int_C^D G(z, \zeta') ds' + \int_{(\kappa)} G(z, \zeta') ds' + \int_G^H G(z, \zeta') ds'. \quad (3.36)$$

Conforme a Figura 3.2,

$$\zeta' = r_0 e^{i\theta'} \quad (3.37)$$

e

$$ds' = e^{-i\theta'} d\zeta', \quad (3.38)$$

obtendo-se

$$d\zeta' = ir_0 e^{i\theta'} d\theta'. \quad (3.39)$$

Com

$$\lambda_o = 0, \text{ para } \theta' = \theta_o \quad \text{e} \quad \lambda_o = 2\pi, \text{ para } \theta' = \theta_o + 2\pi/N, \quad (3.46)$$

obtem-se

$$\lambda_o = (\theta' - \theta_o)N, \quad (3.47)$$

e, portanto,

$$d\theta' = \frac{d\lambda_o}{N}. \quad (3.48)$$

Sendo

$$\zeta' = r_o e^{i\theta'} = r_o e^{i(\frac{\lambda_o}{N} + \theta_o)} \quad (3.49.a)$$

e

$$\zeta'^N = r_o^N e^{iN(\frac{\lambda_o}{N} + \theta_o)}, \quad (3.49.b)$$

obtem-se

$$d\lambda_o = -i \frac{d\zeta'^N}{\zeta'^N}. \quad (3.50)$$

Considerando (3.29), (3.48) e (3.50), a equação (3.44) torna-se em

$$\begin{aligned} I_{AB} &= \lim_{r_o \rightarrow 0} \int_A^B G(z, \zeta') ds' = - \lim_{r_o \rightarrow 0} \int_{\theta_o}^{\theta_o + 2\pi/N} G(z, \zeta') d\theta' = - \lim_{r_o \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} G(z, \zeta') d\lambda_o \\ &= - \lim_{r_o \rightarrow 0} \frac{r_o}{N} \oint_{\zeta_{r_o}} (-c_r - ic_\theta) \frac{N z^{N-1}}{z^N - \zeta'^N} (-i) \frac{d\zeta'^N}{\zeta'^N} \\ &= i \lim_{r_o \rightarrow 0} r_o \oint_{\zeta_{r_o}} (c_r - ic_\theta) \frac{z^{N-1}}{\zeta'^N (\zeta'^N - z^N)} d\zeta'^N. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Pode ser demonstrado que

$$\frac{z^N}{\zeta'^N (\zeta'^N - z^N)} = \frac{-1}{\zeta'^N} + \frac{1}{\zeta'^N - z^N}. \quad (3.52)$$

Considerando (3.52), a equação (3.51) torna-se em

$$\begin{aligned}
I_{AB} &= i \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 \oint_{\zeta_{r_0}} (c_r - ic_\theta) \frac{z^{N-1}}{\zeta'^N (\zeta'^N - z^N)} d\zeta'^N \\
&= \frac{i}{z} \lim_{r_0 \rightarrow 0} \left[\oint_{\zeta_{r_0}} r_0 \frac{c_r - ic_\theta}{\zeta'^N - z^N} d\zeta'^N - \oint_{\zeta_{r_0}} r_0 \frac{c_r - ic_\theta}{\zeta'^N} d\zeta'^N \right].
\end{aligned} \tag{3.53}$$

Aplicando a fórmula integral de Cauchy, os seguintes resultados são obtidos:

$$\oint_{\zeta_{r_0}} r_0 \frac{c_r - ic_\theta}{\zeta'^N - z^N} d\zeta'^N = 0 \tag{3.54}$$

e

$$\oint_{\zeta_{r_0}} r_0 \frac{c_r - ic_\theta}{\zeta'^N} d\zeta'^N = 2\pi i r_0 (c_r - ic_\theta). \tag{3.55}$$

Portanto, a equação (3.44) torna-se em

$$I_{AB} = \lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_A^B G(z, \zeta') ds' = \frac{2\pi}{z} \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 (c_r - ic_\theta). \tag{3.56}$$

Aplicando o mesmo desenvolvimento anterior para as integrais I_{CD} e I_{GH} , tem-se

$$I_{CD} + I_{GH} = \int_C^D G(z, \zeta') ds' + \int_G^H G(z, \zeta') ds' = \int_{\theta_\infty}^{\theta_\infty + 2\pi/N} G(z, \zeta') ds'. \tag{3.57}$$

Sendo

$$\zeta' = r_\infty e^{i\theta'}, \tag{3.58}$$

$$\lambda_\infty = (\theta' - \theta_\infty) N, \tag{3.59}$$

e fazendo o limite para $r_\infty \rightarrow \infty$, obtém-se

$$I_{CD} + I_{GH} = - \lim_{r_\infty \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} r_\infty (-c_r + ic_\theta) \frac{z^{N-1}}{\zeta'^N - z^N} d\lambda_\infty. \tag{3.60}$$

Sendo

$$z = r e^{i\theta}, \quad \text{com} \quad r \neq \infty, \tag{3.61}$$

tem-se

$$I_{CD} + I_{GH} = - \lim_{r_\infty \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} \frac{(-c_r + ic_\theta)}{e^{iN\theta'} - \left(\frac{r}{r_\infty}\right)^N} \left(\frac{r}{r_\infty}\right)^{N-1} e^{i(N-1)\theta} d\lambda_\infty. \quad (3.62)$$

Para $N > 1$ com $r_\infty \rightarrow \infty$, tem-se $\left(\frac{r}{r_\infty}\right)^{N-1} \rightarrow 0$.

Portanto,

$$I_{CD} + I_{GH} = 0, \quad \text{para } N > 1.$$

Para $N = 1$, e considerando novamente a variável θ' , tem-se

$$I_{CD} + I_{GH} = - \lim_{r_\infty \rightarrow \infty} \int_{\theta_\infty}^{\theta_\infty + 2\pi} (-c_r - ic_\theta) e^{-i\theta'} d\theta'. \quad (3.63)$$

Como não há singularidades no infinito, ou seja, quando $r_\infty \rightarrow \infty$, obtém-se

$$\lim_{r_\infty \rightarrow \infty} c_r = \lim_{r_\infty \rightarrow \infty} c_\theta = 0, \quad (3.64)$$

resultando

$$I_{CD} + I_{GH} = 0, \quad \text{para } N = 1. \quad (3.65)$$

Portanto,

$$I_{CD} + I_{GH} = \int_C^D G(z, \zeta') ds' + \int_G^H G(z, \zeta') ds' = 0. \quad (3.66)$$

A equação (3.33), com as equações (3.56) e (3.66), torna-se em

$$I_{(C)} = \oint_{(C)} G(z, \zeta') ds' = \frac{2\pi}{Z} \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 (c_r - ic_\theta) + \oint_{(\kappa)} G(z, \zeta') ds'. \quad (3.67)$$

3.2.4 DESENVOLVIMENTO DA INTEGRAL DE SUPERFÍCIE

Considerando a integral de superfície nas equações (3.32.a-b), ou seja,

$$I_{(T)} = \iint_{(T)} F(z, z') dx' dy' = \iint_{(T)} B(z') c_r(z') K(z, z') dx' dy', \quad (3.68)$$

observa-se que o seu integrando contém o componente radial da velocidade absoluta $c_r(z')$ que é uma função, em princípio, desconhecida. Nesse caso, a solução da equação (3.32) pode ser obtida somente por processo iterativo.

Para uma primeira aproximação, pode-se considerar o valor médio de $c_r(z')$ através da equação da continuidade do escoamento, ou seja,

$$c_r(z') \cong c_m(z') = \frac{Q}{2\pi r' b(r')}. \quad (3.69)$$

Considerando que o

$$\lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 c_r(r_0) = \frac{Q}{2\pi b(r_0)} \quad (3.70)$$

e, em conseqüência,

$$\frac{2\pi}{z} \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 c_r(r_0) = \frac{Q}{z b(r_0)}, \quad (3.71)$$

obtem-se, como aproximação, que

$$\begin{aligned} \frac{r'}{b(r')} \frac{db(r')}{dr'} c_r(z') &\cong \frac{r'}{b(r')} \frac{db(r')}{dr'} \frac{Q}{2\pi r' b(r')} \\ &\cong \frac{Q}{2\pi} \frac{1}{b^2(r')} \frac{db(r')}{dr'} \cong -\frac{Q}{2\pi} \frac{d}{dr'} \left[\frac{1}{b(r')} \right]. \end{aligned} \quad (3.72)$$

Substituindo (3.72) em (3.68), e considerando a equação (3.28), obtém-se

$$\begin{aligned} I_{(T)} &= \iint_{(T)} F(z, z') dx' dy' \cong \iint_{(T)} \left[-\frac{1}{b(r')} \frac{db(r')}{dr'} c_r(z') \frac{N z^{N-1}}{z^N - z'^N} \right] dx' dy' \\ &\cong \iint_{(T)} \left[-\frac{1}{b(r')} \frac{db(r')}{dr'} c_r(z') \frac{N z^{N-1}}{z^N - z'^N} \right] r' dr' d\theta' \\ &\cong \frac{Q}{2\pi} \int_{r_0 \rightarrow 0}^{r_\infty \rightarrow \infty} \frac{d}{dr'} \left[\frac{1}{b(r')} \right] \int_{f(r')}^{f(r')+2\pi/N} \left(\frac{N z^{N-1}}{z^N - z'^N} d\theta' \right) dr'. \end{aligned} \quad (3.73)$$

Desenvolvendo isoladamente a integral

$$\int_{f(r')}^{f(r')+2\pi/N} \frac{N z^{N-1}}{z^N - z'^N} d\theta', \quad (3.74)$$

com

$$\lambda = (\theta' - f(r'))N \quad (3.75)$$

e

$$z' = r' e^{i\theta'}, \quad (3.76)$$

tem-se

$$d\lambda = -i \frac{d(z'^N)}{z'^N}, \quad (3.77)$$

obtendo-se

$$\begin{aligned} \int_{f(r')}^{f(r')+2\pi/N} \frac{N z^{N-1}}{z^N - z'^N} d\theta' &= \int_0^{2\pi} \frac{z^{N-1}}{z^N - z'^N} d\lambda = -i \oint \frac{z^{N-1}}{z'^N (z^N - z'^N)} d(z'^N) \\ &= i \oint \frac{z^{N-1}}{z'^N (z'^N - z^N)} d(z'^N). \end{aligned} \quad (3.78)$$

Em termos de frações parciais, conforme feito em (3.52), obtém-se

$$i \oint \frac{z^{N-1}}{z'^N (z'^N - z^N)} d(z'^N) = -\frac{i}{z} \left[\oint \frac{d(z'^N)}{z'^N - z^N} - \oint \frac{d(z'^N)}{z'^N} \right]. \quad (3.79)$$

Aplicando a fórmula integral de Cauchy, os valores da expressão entre colchetes na equação (3.79) são: para $|z'| < |z|$, o valor é igual a 0, e, para $|z'| > |z|$, o valor é igual a $2\pi i$.

Dessa forma,

$$\int_{f(r')}^{f(r')+2\pi/N} \frac{N z^{N-1}}{z^N - z'^N} d\theta' = \frac{2\pi}{z}, \quad \text{para } (r' < r) \quad (3.80)$$

e

$$\int_{f(r')}^{f(r')+2\pi/N} \frac{N z^{N-1}}{z^N - z'^N} d\theta' = 0, \quad \text{para } (r' > r). \quad (3.81)$$

Substituindo (3.80) e (3.81) em (3.73), resulta

$$\begin{aligned} I_{(\Gamma)} &= \iint_{(\Gamma)} F(z, z') dx' dy' \cong \frac{Q}{2\pi} \int_{r_0 \rightarrow 0}^r \frac{d}{dr'} \left[\frac{1}{b(r')} \right] \left(\frac{2\pi}{z} \right) dr' = \frac{Q}{z} \left[\frac{1}{b(r')} \right]_{r_0 \rightarrow 0}^r \\ &\cong \frac{Q}{zb(r)} - \frac{Q}{zb(r_0)} \cong \frac{Q}{zb(r)} - \frac{2\pi}{z} \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 c_r. \end{aligned} \quad (3.82)$$

3.2.5 EQUAÇÃO INTEGRAL DA VELOCIDADE ABSOLUTA NO CONTORNO DA PÁ

Substituindo (3.67) e (3.82) na equação (3.32.a), tem-se

$$2\pi\bar{c}(z) \cong \frac{Q}{zb(r)} - \frac{2\pi}{z} \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 c_r + \frac{2\pi}{z} \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 (c_r - ic_\theta) + \oint_{(\kappa)} G(z, \zeta') ds'. \quad (3.83)$$

Portanto,

$$2\pi\bar{c}(z) \cong \frac{Q}{zb(r)} - \frac{2\pi i}{z} \lim_{r_0 \rightarrow 0} r_0 c_\theta + \oint_{(\kappa)} G(z, \zeta') ds'. \quad (3.84)$$

Definindo-se a pré-circulação anti-horária, Γ_o , como

$$\Gamma_o = \lim_{r_0 \rightarrow 0} 2\pi r_0 c_\theta, \quad (3.85)$$

a equação (3.82) torna-se em

$$\bar{c}(z) \cong \frac{Q/b(r) - i\Gamma_o}{2\pi z} + \frac{1}{2\pi} \oint_{(\kappa)} G(z, \zeta') ds'. \quad (3.86)$$

A formulação obtida anteriormente, através da equação (3.82), é linear e com singularidades de perturbação apenas no contorno (κ) de cada pá. A diferença entre essa formulação e aquela para o caso de largura da pá constante está no termo fonte, cuja a intensidade passa a variar com a largura radial da pá, segundo $Q/b(r)$.

No caso de pás infinitamente finas, a integral de contorno (κ) da pá pode ser reduzida a uma integral de linha estendendo-se do bordo de ataque, s_4 , ao bordo de fuga, s_5 , como será demonstrado no próximo item.

3.2.6 EQUAÇÃO INTEGRAL DA VELOCIDADE ABSOLUTA NO CONTORNO DA PÁ PARA O CASO DE PÁS INFINITAMENTE FINAS

Analisando a integral da equação (3.86), ou seja,

$$I_{(\kappa)} = \oint_{(\kappa)} G(z, \zeta') ds', \quad (3.87)$$

a qual representa o efeito das pás do rotor, pode-se obter uma expressão para essa integral para pás de espessura infinitamente fina de formato arbitrário. Tem-se, então, conforme a Figura 3.2,

$$\begin{aligned} I_{(\kappa)} &= \oint_{(\kappa)} G(z, \zeta') ds' = \oint_{(\kappa)} (c_{n'} + ic_{s'}) \frac{N z^{N-1}}{z^N - \zeta'^N} ds' \\ &= \int_{s_5}^{s_4} [c_{n'}^{(-)} + ic_{s'}^{(-)}] \frac{N z^{N-1}}{z^N - (\zeta'^N)^{-}} ds' + \int_{s_4}^{s_5} [c_{n'}^{(+)} + ic_{s'}^{(+)}] \frac{N z^{N-1}}{z^N - (\zeta'^N)^{+}} ds'. \end{aligned} \quad (3.88)$$

No caso de pás infinitamente finas, observa-se que

$$\zeta'^{-} = \zeta'^{+} = \zeta' \quad (3.89)$$

e, ainda,

$$\int_{s_5}^{s_4} [c_{n'}^{(-)} + ic_{s'}^{(-)}] \frac{N z^{N-1}}{z^N - (\zeta'^N)^{-}} ds' = - \int_{s_4}^{s_5} [c_{n'}^{(+)} + ic_{s'}^{(+)}] \frac{N z^{N-1}}{z^N - (\zeta'^N)^{+}} ds', \quad (3.90)$$

onde o sinal (+) indica o lado de sucção e o sinal (-) o lado de pressão da pá.

Com isso, a equação (3.88) torna-se em

$$\begin{aligned} I_{(\kappa)} &= \oint_{(\kappa)} G(z, \zeta') ds' = \int_{s_4}^{s_5} G(z, \zeta') ds' + \int_{s_5}^{s_4} G(z, \zeta') ds' = \int_{s_4}^{s_5} [G(z, \zeta')^{(+)} - G(z, \zeta')^{(-)}] ds' \\ &= - \int_{s_4}^{s_5} [(c_{n'}^{(+)} + c_{n'}^{(-)}) + i(c_{s'}^{(+)} + c_{s'}^{(-)})] \frac{N z^{N-1}}{z^N - (\zeta'^N)^{+}} ds'. \end{aligned} \quad (3.91)$$

Considera-se as seguintes definições:

$$c_{n'}^{(+)} - c_{n'}^{(-)} = q(\zeta'), \quad (3.92)$$

representando uma distribuição de fontes e

$$c_{s'}^{(+)} - c_{s'}^{(-)} = \gamma(\zeta'), \quad (3.93)$$

representando uma distribuição de vórtices.

Como

$$c_n = w_n + u_n = u_n, \quad (3.94)$$

visto que $w_n = 0$, pela condição de tangência, e, ainda,

$$u_n^{(+)} = u_n^{(-)}, \quad (3.95)$$

devido à continuidade da velocidade de condução do rotor num dado ponto sobre a pá, tem-se

$$q = c_{n'}^{(+)} - c_{n'}^{(-)} = u_n^{(+)} - u_n^{(-)} = 0. \quad (3.96)$$

Portanto,

$$I_{(\kappa)} = \oint_{(\kappa)} G(z, \zeta') ds' = i N \int_{s_4}^{s_5} \frac{\gamma(\zeta') z^{N-1}}{z^N - \zeta'^N} ds'. \quad (3.97)$$

e, em consequência, a equação (3.86) torna-se em

$$\bar{c}(z) \cong \frac{Q/b(r) - i\Gamma_o}{2\pi z} + \frac{i}{2\pi} \int_{s_4}^{s_5} \gamma(s') K(z, \zeta') ds'. \quad (3.98)$$

Em resumo, no caso de pás infinitamente finas, a integral de contorno (κ) da pá pôde ser reduzida a uma integral de linha estendendo-se do bordo de ataque (s_4) ao bordo de fuga (s_5) e representando o efeito da distribuição de vórtices de densidade, $\gamma(\zeta')$, sobre a linha representativa da pá.

Seja ζ um ponto de cálculo genérico sobre a pá. A velocidade média na linha da pá, $\bar{c}(\zeta)$, é calculada fazendo $z = \zeta$ na equação (3.98) e interpretando a integral no sentido do valor principal de Cauchy, ou seja,

$$\bar{c}(\zeta) \cong \frac{Q/b(r) - i\Gamma_o}{2\pi \zeta} + \frac{i}{2\pi} \int_{s_4}^{s_5} \gamma(s') K(\zeta, \zeta') ds'. \quad (3.99)$$

Nota-se que $\bar{c}(\zeta)$ representa a média entre as velocidades complexas conjugadas nos lados de sucção, $\bar{c}^{(+)}(\zeta)$, e de pressão, $\bar{c}^{(-)}(\zeta)$, ou seja,

$$\bar{c}(\zeta) = \frac{c^{(+)}(\zeta) + c^{(-)}(\zeta)}{2}. \quad (3.100)$$

$\bar{c}^{(+)}(\zeta)$ e $\bar{c}^{(-)}(\zeta)$, por sua vez, podem ser determinados considerando a descontinuidade tangencial imposta pela distribuição de vórtices $\gamma(\zeta)$.

Conforme a Figura 3.3, pode-se efetuar a mudança de coordenadas (x, y) para (s, n) , sendo s e n , respectivamente, a tangente e a normal à pá. Assim,

$$(c_s + ic_n) = (c_x + ic_y)e^{-i(\theta+\pi/2-\beta)}. \quad (3.101)$$

A velocidade complexa conjugada no sistema de coordenadas (s, n) é dada por

$$(c_s + ic_n) = \bar{c}(\zeta)e^{i(\theta+\pi/2-\beta)} \quad (3.102)$$

ou, ainda,

$$c_s(\zeta) - ic_n(\zeta) = i\bar{c}(\zeta)e^{i(\theta-\beta)}. \quad (3.103)$$

Considerando a descontinuidade na velocidade tangencial, $\pm\gamma/2$, típica de qualquer distribuição de vórtices, tem-se, para os lados de sucção (+) e de pressão (-), que

$$\bar{c}^{(+)}(\zeta) = \bar{c}(\zeta) + \frac{\gamma}{2}e^{-i(\theta+\pi/2-\beta)} \quad (3.104)$$

e

$$\bar{c}^{(-)}(\zeta) = \bar{c}(\zeta) - \frac{\gamma}{2}e^{-i(\theta+\pi/2-\beta)}. \quad (3.105)$$

Das equações (3.104) e (3.105), juntamente com a equação (3.103), obtém-se

$$c_s^{(+)}(\zeta) = \Re[i\bar{c}(\zeta)e^{i(\theta-\beta)}] + \frac{\gamma(\zeta)}{2}, \quad (3.106)$$

e

$$c_s^{(-)}(\zeta) = \Re[i\bar{c}(\zeta)e^{i(\theta-\beta)}] - \frac{\gamma(\zeta)}{2} \quad (3.107)$$

e

$$c_n^{(+)}(\zeta) = c_n^{(-)}(\zeta) = \Im[i\bar{c}(\zeta)e^{i(\theta-\beta)}]. \quad (3.108)$$

3.2.7 EQUAÇÃO INTEGRAL DE FREDHOLM DE PRIMEIRA ESPÉCIE PARA O CASO DE PÁS INFINITAMENTE FINAS

A velocidade relativa complexa conjugada é

$$\bar{w}(\zeta) = \bar{c}(\zeta) - \bar{u}(\zeta), \quad (3.109)$$

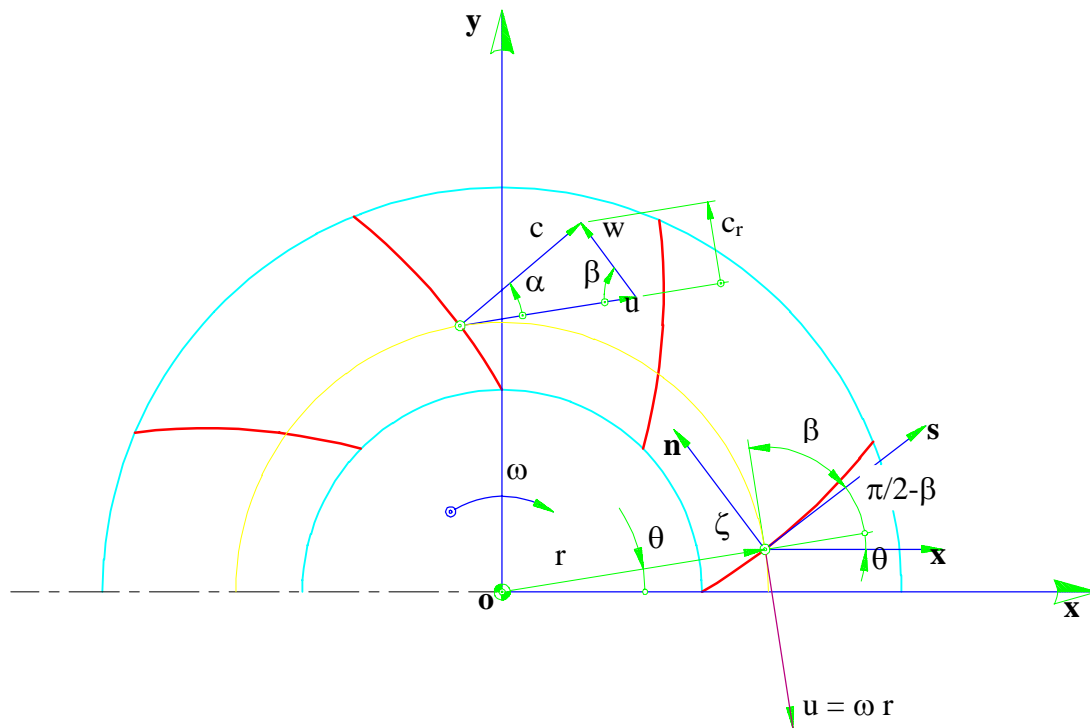


Figura 3.3 Condição de tangência do escoamento relativo (adaptado de Oliveira, 2001).

Sendo

$$\bar{w}(\zeta) = \bar{w}_s(\zeta) - i\bar{w}_n(\zeta), \quad (3.110)$$

pode-se escrever, de maneira semelhante à equação (3.103), que

$$w_s(\zeta) - iw_n(\zeta) = i\bar{w}(\zeta)e^{i(\theta-\beta)}. \quad (3.111)$$

Assim, os componentes normais e tangenciais da velocidade relativa nos lados de sucção da pá (+) e de pressão (-) tornam-se em

$$w_n^{(+)}(\zeta) = w_n^{(-)}(\zeta) = -\Im\{[i\bar{c}(\zeta) - \bar{u}(\zeta)]e^{i(\theta-\beta)}\}, \quad (3.112)$$

$$w_s^{(+)}(\zeta) = \Re\{[i\bar{c}(\zeta) - \bar{u}(\zeta)]e^{i(\theta-\beta)}\} + \frac{\gamma(\zeta)}{2} \quad (3.113)$$

e

$$w_s^{(-)}(\zeta) = \Re\{[i\bar{c}(\zeta) - \bar{u}(\zeta)]e^{i(\theta-\beta)}\} - \frac{\gamma(\zeta)}{2}. \quad (3.114)$$

Aplicando a condição de tangência

$$w_n^{(+)}(\zeta) = w_n^{(-)}(\zeta) = 0, \quad (3.115)$$

tem-se que

$$\Im\{i[\bar{c}(\zeta) - \bar{u}(\zeta)]e^{i(\theta-\beta)}\} = 0. \quad (3.116)$$

Assim, com a equação (3.116), obtém-se

$$\Im\{i\bar{c}(\zeta)e^{i(\theta-\beta)}\} - \Im\{i\bar{u}(\zeta)e^{i(\theta-\beta)}\} = 0. \quad (3.117)$$

Substituindo a equação (3.100) em (3.117) e sendo

$$u = \omega r e^{-i(\pi/2-\theta)}, \quad (3.118)$$

resulta

$$\begin{aligned} & \Im\left\{i\frac{Q/b(r) - i\Gamma_0}{2\pi\zeta} e^{i(\theta-\beta)} - \frac{1}{2\pi} \int_{s_4}^{s_5} \lambda(s')K(\zeta, \zeta')e^{i(\theta-\beta)} ds'\right\} + \\ & - \Im(-\omega r e^{-i\beta}) = 0. \end{aligned} \quad (3.119)$$

Finalmente, com

$$\zeta = re^{i\theta} \quad (3.120)$$

e

$$e^{-i\beta} = \cos\beta - i\sin\beta, \quad (3.121)$$

obtém-se

$$-\frac{Q}{2\pi r b(r)} \cos \beta + \frac{\Gamma_o}{2\pi r} \sin \beta + \omega r \sin \beta + \frac{1}{2\pi} \int_{s_4}^{s_5} \gamma(s') \Omega(\zeta', \zeta) ds' \cong 0, \quad (3.122)$$

onde

$$\Omega(\zeta', \zeta) = \Im[K(\zeta, \zeta') e^{i(\theta - \beta)}]. \quad (3.123)$$

A equação (3.122) é uma equação integral de Fredholm de primeira espécie para a função incógnita $\gamma(s')$. Os termos dessa equação representam, fisicamente, componentes de velocidades normais à pá: os dois primeiros devido a uma fonte e a um vórtice na origem (eixo do rotor), o terceiro, o efeito normal relativo da velocidade de condução do rotor e o quarto, o efeito normal absoluto das distribuições de vórtices sobre as pás.

3.2.8 EQUAÇÕES PARA O ESCOAMENTO EM ROTORES CENTRÍFUGOS COM PÁS AUXILIARES

Com base na formulação apresentada anteriormente para rotores centrífugos convencionais, pode-se obter facilmente as equações para o escoamento em rotores centrífugos com pás auxiliares. No caso de rotores centrífugos convencionais, as pás são simuladas por uma distribuição de densidade de vórtice na linha representativa de cada pá. Esse efeito é representado pela integral de linha da equação (3.99). No caso de rotores centrífugos com pás auxiliares, deve-se acrescentar na equação (3.99) um número de integrais de linha idêntico ao número de conjuntos de pás auxiliares. No presente trabalho, foi considerado apenas um conjunto de pás auxiliares de espessura infinitamente fina e de largura variável intercalado no conjunto de pás principais, portanto, deve-se acrescentar na equação (3.99) apenas uma integral de linha representado as pás auxiliares, ou seja,

$$\bar{c}(\zeta) \cong \frac{Q/b(r) - i\Gamma_o}{2\pi \zeta} + \frac{i}{2\pi} \int_{s_{4p}}^{s_{5p}} \gamma(s') K(\zeta, \zeta') ds' + \frac{i}{2\pi} \int_{s_{4A}}^{s_{5A}} \gamma(s') K(\zeta, \zeta') ds', \quad (3.124)$$

onde s_{4p} e s_{5p} representam as coordenadas naturais na linha representativa de cada pá principal, respectivamente, para os bordos de ataque e de fuga e s_{4A} e s_{5A} representam as coordenadas naturais na linha representativa de cada pá auxiliar, respectivamente, para os bordos de ataque e de fuga.

O restante do desenvolvimento para o caso de rotores centrífugos com pás auxiliares é idêntico ao apresentado no Item 3.2.7, uma vez que se trabalha apenas com a velocidade complexa conjugada do escoamento absoluto dada pela equação (3.124). Portanto, segundo a condição de contorno, utiliza-se a mesma equação (3.116) que resultará em uma equação de Fredholm de primeira espécie semelhante à equação (3.122), acrescentando-se a esta equação mais uma integral de linha.

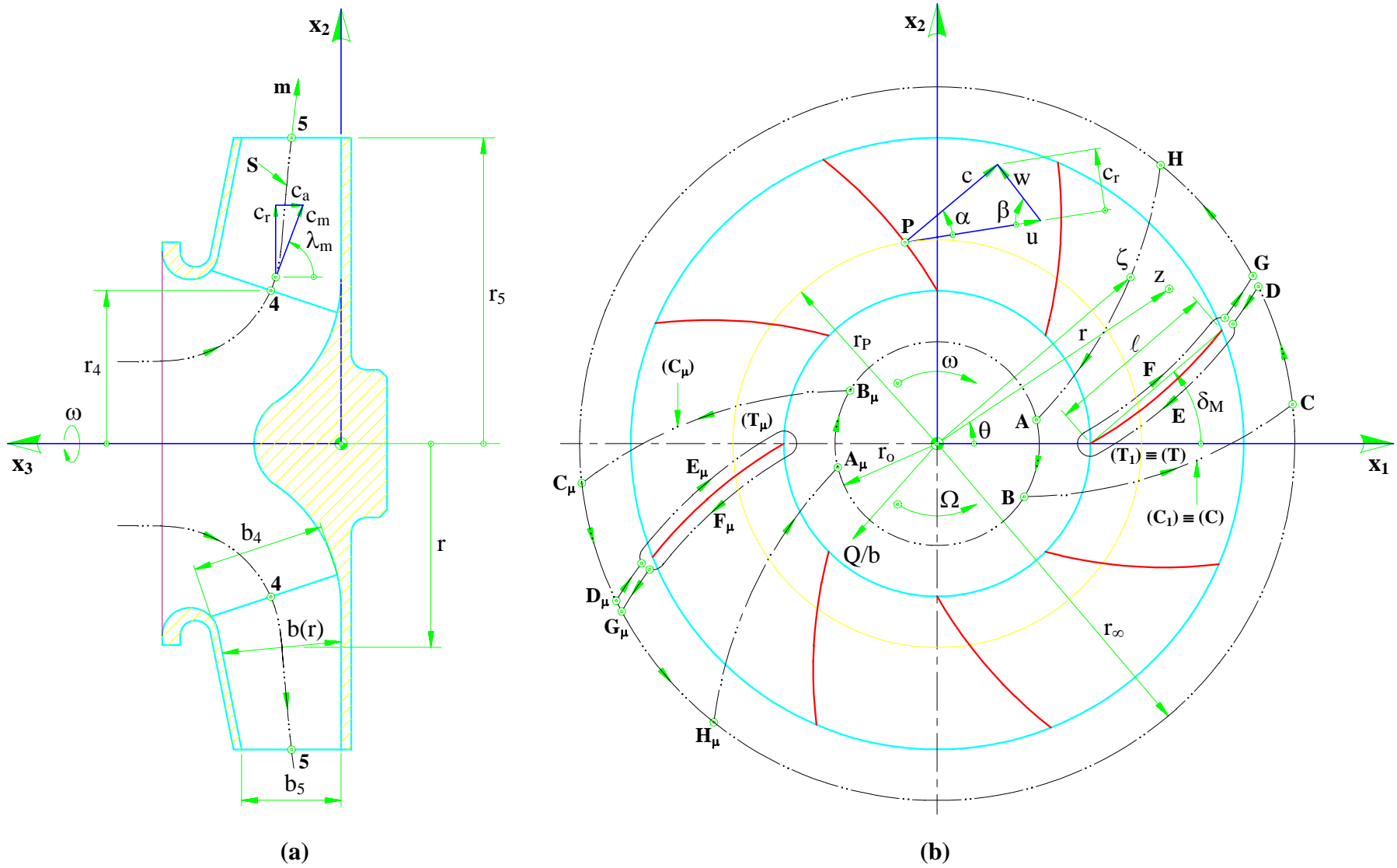


Figura 3.1 Grade radial móvel com pás infinitamente finas e de largura variável: **(a)** seção meridional e **(b)** seção transversal, (Oliveira, 2001). 25

Capítulo 4

SOLUÇÃO NUMÉRICA

A solução numérica da equação integral (3.116) ou (3.122), resultante da formulação apresentada no Capítulo 3, será obtida pelo emprego do método dos painéis, estabelecido por Hess e Smith (1967). As pás principais e auxiliares são discretizadas de forma apropriada através de painéis planos (segmentos retos). Os pontos extremos de cada painel são localizados na linha representativa de cada pá. O ponto médio de cada painel de uma pá de referência é estabelecido como sendo o ponto de controle, para aplicação da condição de contorno. Em cada painel, admite-se uma distribuição linear de densidade de vórtices. A aplicação do método dos painéis resulta em um sistema de equações algébricas lineares tendo por incógnitas as densidades de vórtices. Para uma determinada geometria de rotor com pás auxiliares e alguns parâmetros estabelecidos, uma solução única só é possível se for satisfeita uma certa condição complementar que será abordada no Item 4.5.

Neste capítulo, são apresentadas a técnica de discretização das pás, a geometria da pá no plano meridional (largura radial das pás) e as condições complementares referentes à formulação para pás infinitamente finas (PIF). Os diversos termos das equação integral são colocados na forma discretizada e depois reunidos convenientemente para formarem o sistema de equações algébricas lineares. Alguns comentários são descritos sobre a solução do sistema de equações utilizada e sobre a aferição do modelo computacional.

4.1 DISCRETIZAÇÃO DAS PÁS

As pás principais e auxiliares dos rotores centrífugos analisados no presente trabalho

têm formato de um arco de círculo, portanto, podem ser geradas analiticamente, conforme mostra o Apêndice A.

Devido à periodicidade apresentada pela função núcleo da equação integral (3.116), basta discretizar uma pá principal e uma pá auxiliar do rotor centrífugo adotando-as como referências. De acordo com a sistemática do método dos painéis, são escolhidos M_P+1 pontos na linha representativa da pá principal e M_A+1 pontos na linha representativa da pá auxiliar. Um desses pontos, de cada uma dessas pás, coincide com o bordo de ataque e, o outro, com o bordo de fuga. A união de todos os pontos em cada pá, por meio de segmentos de reta (painéis planos), resulta nas pás principal e auxiliar discretizadas, Figura 4.1. Cada painel j , definido pelos seus pontos extremos, z_j e z_{j+1} , com $j = 1, 2, \dots, N$, é considerado como suporte de uma distribuição linear de densidade de vórtice igual a γ_j , representada na Figura 4.2 em termos adimensionais ($\Gamma_j = \gamma_j / \omega r_5$). Os pontos extremos de cada painel são ordenados de tal modo que percorre-se cada pá discretizada, partindo-se do ponto localizado no bordo de ataque (z_1 para a pá principal, como ilustra a Figura 4.1, e z_{M_P+2} para a pá auxiliar) em direção ao ponto localizado no bordo de fuga (z_{M_P+1} para a pá principal e $z_{M_P+M_A+2}$ para a pá auxiliar). Em cada painel j , adota-se o seu ponto médio, z_{c_j} , como ponto de controle, para posterior aplicação da condição de contorno.

Para um determinado número de painéis, $M_P + M_A$, e uma adequada distribuição dos seus comprimentos na linha representativa de cada pá, deve-se concentrá-los, em maior quantidade e menor comprimento, nas regiões próximas aos bordos de ataque e de fuga. Essa exigência se justifica pelo fato de essas regiões apresentarem maiores gradientes de velocidades (ou pressões). A distribuição de comprimentos dos painéis pode ser feita de várias maneiras. No presente trabalho, foi adotada a série (progressão) geométrica para distribuir esses comprimentos de forma apropriada, uma vez que a pá em formato de um arco de círculo permite obter analiticamente os comprimentos dos painéis, como mostra o Apêndice A. Para cada pá (principal e auxiliar) os comprimentos dos painéis são distribuídos de maneira simétrica em relação ao seu comprimento médio. Por exemplo, para a pá principal, o comprimento do painel junto ao bordo de ataque (s_1) é igual ao comprimento do painel junto ao bordo de fuga (s_{M_P}), para os demais painéis $s_2 = s_{M_P-1}$, $s_3 = s_{M_P-2}$ e assim sucessivamente. O quociente da série geométrica, q_{sg} , é denominado de fator de discretização. Conforme será comentado no Item 4.7, tal fator pode ser estabelecido no intervalo $1 < q_{sg} < 1,2$, dependendo do número de

painéis adotado. Valores próximos de 1 resultam em comprimentos e distribuição dos painéis aproximadamente iguais, ao passo que, valores próximos de 1,1 resultam em painéis de comprimentos desiguais e com maior concentração (menores comprimentos) nos bordos das pás.

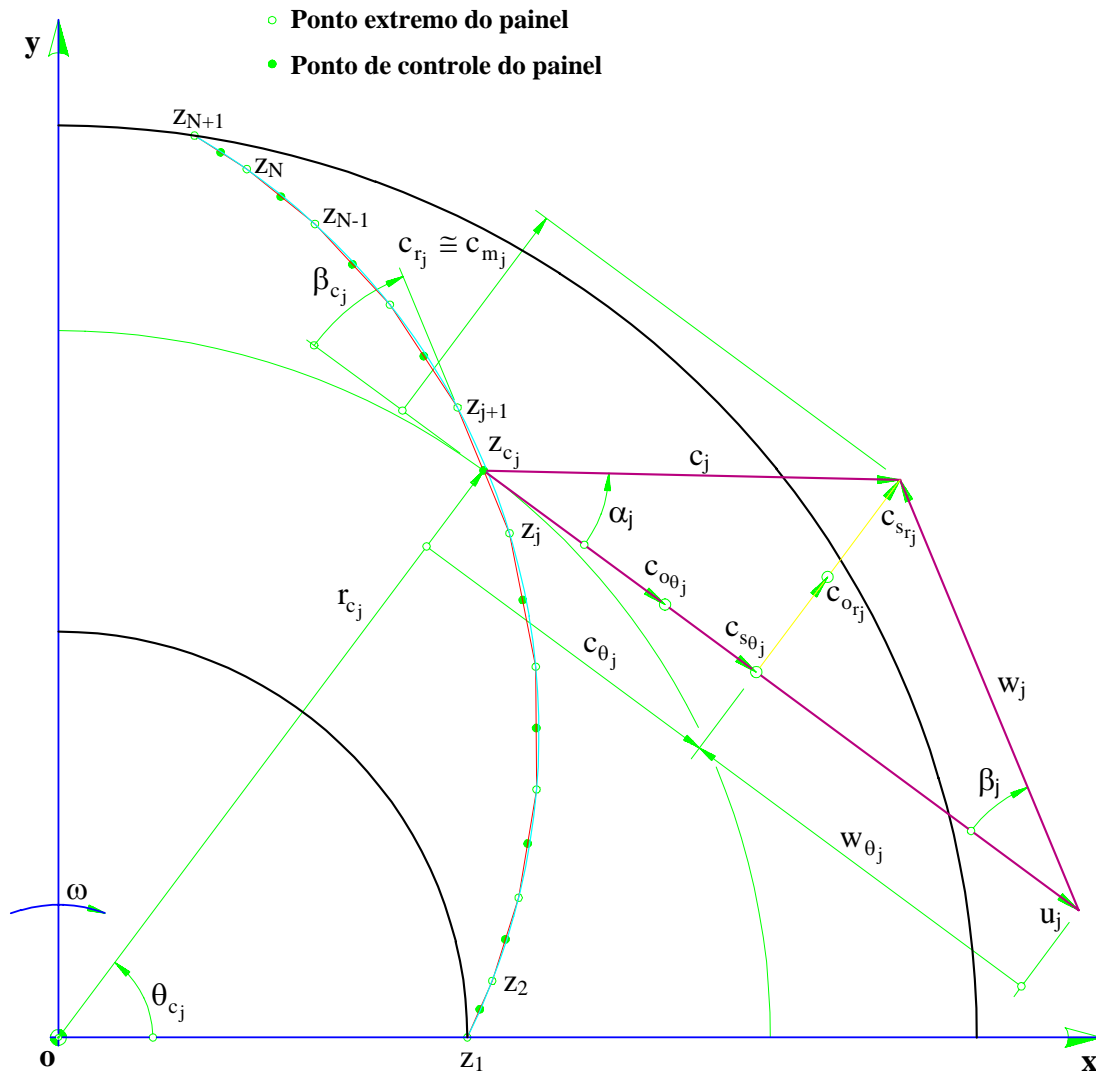


Figura 4.1 Discretização de uma pá de referência, no caso de PIF, e condição de tangência no painel j (Oliveira, 2001).

4.2 LARGURA DAS PÁS

A largura das pás (principais e auxiliares) aparece no termo fonte da equação integral (3.124), e na solução numérica, quando a largura da pá não é constante, o valor dessa largura, $b_{c_j} = b(r_{c_j})$, ao longo das pás deve ser estabelecido para cada ponto de controle. No presente

trabalho, todos os rotores centrífugos analisados têm a mesma geometria das pás no plano meridional. Esta seção foi projetada no trabalho FINEP/EFEI (1981) e foi utilizada por Oliveira (2001) para as análises numérica e experimental do escoamento em rotores centrífugos convencionais. No presente trabalho, foi adotada tal geometria, modificando apenas a aresta de entrada das pás principais, que foi considerada paralela ao eixo do rotor. Portanto, os rotores centrífugos com pás auxiliares analisados têm as arestas de entrada e de saída paralelas ao eixo do rotor. O disco interno dos rotores é perpendicular ao seu eixo e o disco externo (capa do rotor) é inclinado, portanto, a largura das pás varia linearmente com o raio do rotor (raio polar), conforme mostra o Apêndice A.

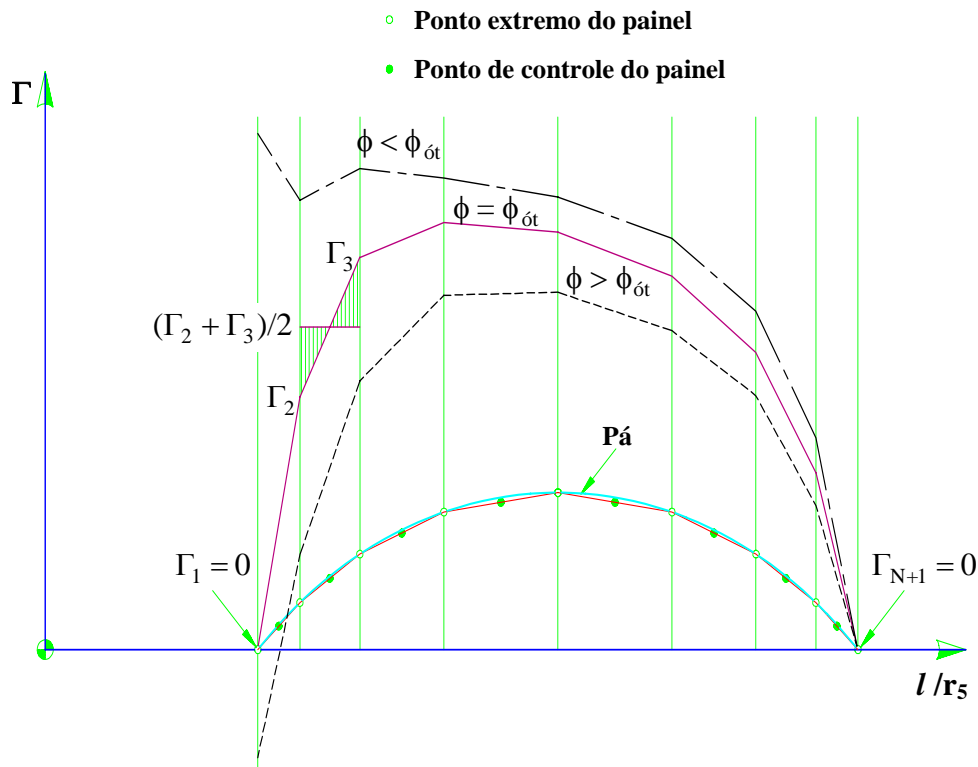


Figura 4.2 Condições de entrada (com e sem choque) e de saída (Kutta) no caso de PIF e representação da distribuição linear de vórtices em cada painel (Oliveira (2001)).

4.3 VELOCIDADE COMPLEXA INDUZIDA POR UMA DISTRIBUIÇÃO LINEAR DE DENSIDADE VÓRTICE

Considera-se uma distribuição de densidade de vórtice, $\gamma(s')$, em um painel plano (segmento de reta) do plano complexo z . O potencial complexo correspondente ao elemento de linha ds' do painel é representado por

$$dW = \frac{i\gamma(s')ds'}{2\pi} \ln(z - \zeta'), \quad (4.1)$$

onde $\gamma(s')ds'$ representa um elemento da distribuição de vórtice.

O potencial complexo correspondente à distribuição de vórtice sobre o painel k, com pontos extremos definidos por ζ_k e ζ_{k+1} , é dado por

$$W(z) = \frac{i}{2\pi} \int_{s_k}^{s_{k+1}} \gamma(s') \ln(z - \zeta') ds'. \quad (4.2)$$

Considerando a equação (4.2), a velocidade complexa conjugada induzida pela distribuição de vórtice é dada por

$$\bar{c}_{I_j}(z) = \frac{dW(z)}{dz} = \frac{i}{2\pi} \int_{s_k}^{s_{k+1}} \gamma(s') \frac{1}{(z - \zeta')} ds'. \quad (4.3)$$

Considera-se uma distribuição linear de densidade de vórtice sobre um painel plano k, conforme a Figura 4.3. Designando por ζ'_k a posição de um vórtice no painel k, tem-se

$$\gamma(\zeta) = \gamma(\zeta_k) + \frac{\gamma(\zeta_{k+1}) - \gamma(\zeta_k)}{\zeta_{k+1} - \zeta_k} (\zeta'_k - \zeta_k). \quad (4.4)$$

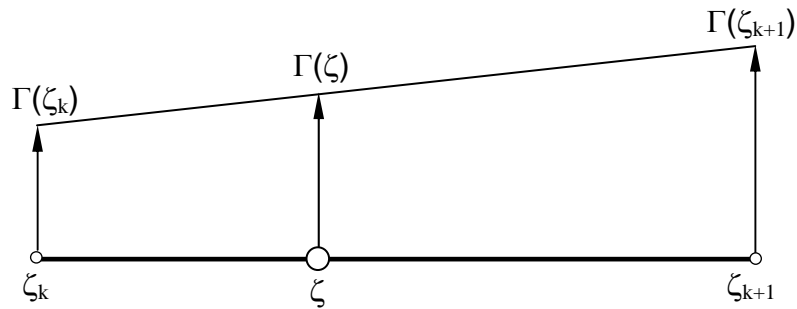


Figura 4.3 Distribuição linear de densidade de vórtice em um painel.

Considera-se também, conforme a Figura 3.2, que

$$d\zeta = e^{i\chi_k} ds, \quad (4.5)$$

onde χ_k é o ângulo de inclinação do painel k.

Considerando (4.4) e (4.5) na equação (4.3), resulta, após integração

$$\bar{c}_{I_k}(z) = \frac{i e^{-i\chi_k}}{2\pi} \left\{ \left[\frac{\zeta_{k+1} - z}{\zeta_{k+1} - \zeta_k} \ln \left(\frac{z - \zeta_j}{z - \zeta_{k+1}} \right) + 1 \right] \gamma(\zeta_k) + \left[\frac{z - \zeta_k}{\zeta_{k+1} - \zeta_k} \ln \left(\frac{z - \zeta_k}{z - \zeta_{k+1}} \right) - 1 \right] \gamma(\zeta_{k+1}) \right\}. \quad (4.6)$$

4.4 ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES

Com o objetivo de generalizar a formulação integral apresentada no Capítulo 3, define-se os seguintes parâmetros e variáveis adimensionais: ϕ (coeficiente de vazão), Ω (coeficiente de pré-circulação), C (velocidade absoluta adimensional), Γ (densidade de vórtice adimensional), B^* (largura adimensional da pá), R (raio adimensional de um ponto do rotor) e Z (variável complexa adimensional), que estão listadas a seguir

$$\phi = \frac{Q/b_5}{2\pi\omega r_5^2}, \quad (4.7)$$

$$\Omega = \frac{\Gamma_0}{2\pi\omega r_5^2}, \quad (4.8)$$

$$C = \frac{c}{\omega r_5}, \quad (4.9)$$

$$\Gamma = \frac{\gamma}{\omega r_5}, \quad (4.10)$$

$$B^* = \frac{b}{b_5}, \quad (4.11)$$

$$R = \frac{r}{r_5}, \quad (4.12)$$

e

$$Z = \frac{z}{r_5}. \quad (4.13)$$

Com essas definições, as equações representando velocidades dimensionais na formulação do Capítulo 3 devem naturalmente ser divididas por ωr_5 para tornarem-se velocidades adimensionais.

4.5 FORMAÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS LINEARES

A solução numérica da equação integral de Fredholm de primeira espécie, com incógnitas, $\gamma(\zeta)$, será resolvida da seguinte forma:

1) Calcula-se a velocidade absoluta complexa total, $c(\zeta)$, a partir da sua correspondente conjugada, $\bar{c}(\zeta)$, representada pela equação (3.124).

2) Determina-se os componentes radial, $c_r(\zeta)$, e circunferencial, $c_\theta(\zeta)$, de $c(\zeta)$ fazendo

$$c_r(\zeta) = \Re[c(\zeta)e^{-i\theta}] \quad (4.14)$$

e

$$c_\theta(\zeta) = \Im[c(\zeta)e^{-i\theta}]. \quad (4.15)$$

3) Considera-se a condição de contorno, $w_n = 0$, de tal modo que

$$\tan \beta = \frac{w_r}{w_\theta} = \frac{c_r}{c_\theta + \omega r}. \quad (4.16)$$

4) Considera-se (4.14) e (4.15) em (4.16), resultando

$$\tan \beta \{ \Im[c(\zeta)e^{-i\theta}] - \omega r \} - \Re[c(\zeta)e^{-i\theta}] = 0. \quad (4.17)$$

5) Agrupa-se convenientemente os termos da equação (4.17) formando um sistema de equações algébricas lineares.

6) Determina-se a densidade de vórtice, $\gamma(\zeta)$, equação (3.124), em cada painel das pás (principais e auxiliares), através da solução do sistema de equações.

No presente trabalho, é utilizado o somatório do número de pás (principais e auxiliares), equação (3.29), para se calcular $c(\zeta)$, ao invés da função-núcleo, $K(\zeta, \zeta')$, correspondente. Essa sistemática foi adotada pelo fato de que o código computacional desenvolvido em linguagem MATHCAD neste trabalho foi baseado no código desenvolvido em linguagem FORTRAN por Manzanares Filho (1982) para rotores centrífugos convencionais com pás de largura constante.

No que segue, todas as equações serão colocadas na forma adimensional.

Fazendo $\zeta = z$ e considerando Z (adimensional) dado em (4.13), a velocidade complexa conjugada induzida pelo painel k , equação (4.6), torna-se na forma adimensional em

$$\bar{C}_{I_k} = I_k \Gamma_k + J_k \Gamma_{k+1}, \quad (4.18)$$

onde

$$I_k = I_k(Z) = \frac{i e^{-i\chi_k}}{2\pi} \left[\frac{Z_{k+1} - Z}{Z_{k+1} - Z_k} \ln \left(\frac{Z - Z_j}{Z - Z_{k+1}} \right) + 1 \right] \quad (4.19)$$

e

$$J_k = J_k(Z) = \frac{i e^{-i\chi_k}}{2\pi} \left[\frac{Z - Z_k}{Z_{k+1} - Z_k} \ln \left(\frac{Z - Z_j}{Z - Z_{k+1}} \right) - 1 \right]. \quad (4.20)$$

Para cada painel existem duas densidades de vórtices desconhecidas, uma em cada ponto extremo, que coincidem com aquelas dos pontos extremos comuns dos respectivos painéis adjacentes, com exceção, naturalmente, dos pontos extremos referentes aos bordos de ataque e de fuga de cada pá, resultando em uma distribuição contínua de densidade de vórtices ao longo da pá. Como as extremidades dos painéis estão sobre a linha representativa de cada pá, as coordenadas das extremidades dos painéis coincidem com as coordenadas dos pontos de discretização da pá.

Para o painel k da pá principal l , tem-se os seguintes pontos extremos:

$$z_{l,k} \text{ e } z_{l,k+1}, \quad \text{com } k = 1, 2, \dots, M_P, \quad (4.21)$$

onde M_P é o número de painéis da pá principal, e para o painel k da pá auxiliar l , tem-se os seguintes pontos extremos:

$$z_{l,k+1} \text{ e } z_{l,k+2}, \quad \text{com } k = M_P + 1, M_P + 2, \dots, M_P + M_A, \quad (4.22)$$

onde M_A é o número de painéis da pá auxiliar.

Considerando, então, a nomenclatura estabelecida em (4.21) e (4.22) e também a equação (4.18), a equação (3.124) assume a seguinte forma adimensional para o rotor com pás principais e auxiliares:

$$\begin{aligned} \bar{C}(Z_c) \cong & \frac{\phi/B_c^* - i\Omega}{Z_c} + \sum_{\ell=1}^{N_P} \left[\sum_{k=1}^{M_P} (I_{\ell,k} \Gamma_{\ell,k} + J_{\ell,k} \Gamma_{\ell,k+1}) \right] + \\ & + \sum_{\ell=1}^{N_A} \left[\sum_{k=1}^{M_P+M_A} (I_{\ell,k} \Gamma_{\ell,k+1} + J_{\ell,k} \Gamma_{\ell,k+2}) \right], \end{aligned} \quad (4.23)$$

onde Z_c é a coordenada complexa adimensional do ponto de controle e N_P e N_A são, respectivamente, os números de pás principais e auxiliares.

Admitindo-se escoamento circunferencialmente simétrico, as distribuições de densidade de vórtice serão idênticas para cada painel de cada pá. Com isso, pode-se escrever que

$$Z_{\ell,k} = Z_k e^{i(\ell-1)\delta}, \quad \text{com } \ell = 1, 2, \dots, N_P = N_A, \quad (4.24)$$

onde $\delta = 2\pi/N$ é o ângulo de espaçamento das pás. Portanto,

$$\Gamma(Z_{\ell,k}) = \Gamma_k, \quad \text{com } \ell = 1, 2, \dots, N_P = N_A, \quad (4.25)$$

indicando que o número de incógnitas independe do número de pás.

Considerando (4.25), o conjugado de $\bar{C}(Z_c)$ na equação (4.23) torna-se em

$$\begin{aligned} C(Z_c) \cong & \frac{\phi/B_c^* + i\Omega}{Z_c} + \sum_{k=1}^{M_P} \left(\sum_{\ell=1}^{N_P} \bar{I}_{\ell,k} \right) \Gamma_k + \sum_{k=1}^{M_P} \left(\sum_{\ell=1}^{N_P} \bar{J}_{\ell,k} \right) \Gamma_{k+1} \\ & + \sum_{k=M_P+1}^{M_P+M_A} \left(\sum_{\ell=1}^{N_A} \bar{I}_{\ell,k} \right) \Gamma_{k+1} + \sum_{k=M_P+1}^{M_P+M_A} \left(\sum_{\ell=1}^{N_A} \bar{J}_{\ell,k} \right) \Gamma_{k+2}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Considerando (4.26), as equações (4.14) e (4.15) na forma adimensional tornam-se em

$$C_r(Z_c) = \Re(\bar{I}_{\ell,k} e^{-i\theta}) \Gamma_k + \Re(\bar{J}_{\ell,k} e^{-i\theta}) \Gamma_{k+1} \quad (4.27)$$

e

$$C_\theta(Z_c) = \Im(\bar{I}_{\ell,k} e^{-i\theta}) \Gamma_k + \Im(\bar{J}_{\ell,k} e^{-i\theta}) \Gamma_{k+1}. \quad (4.28)$$

Considerando (4.27) e (4.28), define-se os seguintes coeficientes reais:

$$A_{\Gamma_{jk}} = \sum_{\ell=1}^{N_P} \Re(\bar{I}_{\ell,k} e^{-i\theta}), \quad (4.29)$$

$$A_{\theta_{jk}} = \sum_{\ell=1}^{N_P} \Im(\bar{I}_{\ell,k} e^{-i\theta}), \quad (4.30)$$

$$B_{\Gamma_{jk}} = \sum_{\ell=1}^{N_P} \Re(\bar{J}_{\ell,k} e^{-i\theta}), \quad (4.31)$$

e

$$B_{\theta_{jk}} = \sum_{\ell=1}^{N_p} \Im(\bar{J}_{\ell,k} e^{-i\theta}). \quad (4.32)$$

Considerando a equação (4.17) na forma adimensional, as equações (4.29) a (4.32) e a equação (4.26), obtém-se

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R_{c_j}} \tan \beta_{c_j} \left(\frac{\Omega}{R_{c_j}} + \sum_{k=1}^{M_p} A_{\theta_{jk}} \Gamma_k + \sum_{k=1}^{M_p} B_{\theta_{jk}} \Gamma_{k+1} + \sum_{k=M_p+1}^{M_p+M_A} A_{\theta_{jk}} \Gamma_{k+1} + \sum_{k=M_p+1}^{M_p+M_A} B_{\theta_{jk}} \Gamma_{k+2} \right) + \\ & - \frac{1}{R_{c_j}} \left(\frac{\phi}{B_{c_j}^* R_{c_j}} + \sum_{k=1}^{M_p} A_{r_{jk}} \Gamma_k + \sum_{k=1}^{M_p} B_{r_{jk}} \Gamma_{k+1} + \sum_{k=M_p+1}^{M_p+M_A} A_{r_{jk}} \Gamma_{k+1} + \sum_{k=M_p+1}^{M_p+M_A} B_{r_{jk}} \Gamma_{k+2} \right) + \\ & - \tan \beta_{c_j} \cong 0. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Com o objetivo de agrupar os termos da equação (4.33), define-se as seguintes matrizes:

$$A_{jk} = \frac{1}{R_{c_j}} [A_{\theta_{jk}} \tan \beta_{c_j} - A_{r_{jk}}] \quad (4.34)$$

e

$$B_{jk} = \frac{1}{R_{c_j}} [B_{\theta_{jk}} \tan \beta_{c_j} - B_{r_{jk}}]. \quad (4.35)$$

Considerando (4.34) e (4.35), a equação (4.33) torna-se em

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{M_p} A_{jk} \Gamma_k + \sum_{k=1}^{M_p} B_{jk} \Gamma_{k+1} + \sum_{k=M_p+1}^{M_p+M_A} A_{jk} \Gamma_{k+1} + \sum_{k=M_p+1}^{M_p+M_A} B_{jk} \Gamma_{k+2} \cong \\ & \cong \left(\frac{1}{B_{c_j}^* R_{c_j}^2} \right) \phi - \left(\frac{\tan \beta_{c_j}}{R_{c_j}^2} \right) \Omega - \tan \beta_{c_j} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Condição complementar 1 (condição de saída): *Condição de Kutta*

Do ponto de vista físico, interessa apenas o escoamento com velocidade finita e contínua no bordo de fuga da pá (condição de Kutta). Uma distribuição de vórtices sempre produz uma descontinuidade no campo de velocidades, a não ser no caso trivial em que a densi-

dade de vórtice é nula. Portanto, a condição de saída apropriada nos bordos de fuga das pás, Figura 4.2, é

$$\Gamma_{M_p+1} = 0, \quad \text{para as pás principais} \quad (4.37)$$

e

$$\Gamma_{M_p+M_A+2} = 0, \quad \text{para as pás auxiliares.} \quad (4.38)$$

Portanto, com (4.37) e (4.38), obtém-se de (4.36)

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{M_p} A_{jk} \Gamma_k + \sum_{k=1}^{M_p-1} B_{jk} \Gamma_{k+1} + \sum_{k=M_p+1}^{M_p+M_A} A_{jk} \Gamma_{k+1} + \sum_{k=M_p+1}^{M_p+M_A-1} B_{jk} \Gamma_{k+2} \cong \\ & \cong \left(\frac{1}{B_{c_j}^* R_{c_j}^2} \right) \phi - \left(\frac{\tan \beta_{c_j}}{R_{c_j}^2} \right) \Omega - \tan \beta_{c_j}. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Os coeficientes $I_{\ell,k}$ e $J_{\ell,k}$ não são univocamente determinados para $\ell=1$ e $k=j$, podendo-se demonstrar, Manzanares Filho (1982), que

$$I_{1,j} = \frac{e^{-i\chi_j}}{2\pi} \left(\pm \frac{\pi}{2} + i \right) \quad (4.40)$$

e

$$J_{1,j} = \frac{e^{-i\chi_j}}{2\pi} \left(\pm \frac{\pi}{2} - i \right). \quad (4.41)$$

O sinal + se refere ao lado de sucção do painel e o sinal – ao lado de pressão. A indução que um painel exerce sobre o seu próprio ponto de controle é responsável por uma descontinuidade no valor da velocidade e, portanto, no valor da pressão sobre o painel, resultando

$$A_{\Gamma_{jj}} = \frac{1}{2\pi} \left(\pm \frac{\pi}{2} \sin \beta_{c_j} + \cos \beta_{c_j} \right) + \sum_{\ell=2}^{N_p} \Re(\bar{I}_{\ell,j} e^{-i\theta_{c_j}}), \quad (4.42)$$

$$A_{\theta_{jj}} = \frac{1}{2\pi} \left(\pm \cos \beta_{c_j} - \sin \beta_{c_j} \right) + \sum_{\ell=2}^{N_p} \Im(\bar{I}_{\ell,j} e^{-i\theta_{c_j}}), \quad (4.43)$$

$$B_{\Gamma_{jj}} = \frac{1}{2\pi} \left(\pm \frac{\pi}{2} \sin \beta_{c_j} - \cos \beta_{c_j} \right) + \sum_{\ell=2}^{N_p} \Re(\bar{J}_{\ell,j} e^{-i\theta_{c_j}}), \quad (4.44)$$

$$B_{\theta_{jj}} = \frac{1}{2\pi} (\pm \cos \beta_{c_j} + \text{sen} \beta_{c_j}) + \sum_{\ell=2}^{N_p} \Im(\bar{J}_{\ell,j} e^{-i\theta_{c_j}}), \quad (4.45)$$

$$A_{jj} = R_{c_j} \left[-\frac{1}{2\pi \cos \beta_{c_j}} + \tan \beta_{c_j} \sum_{\ell=2}^{N_p} \Im(\bar{I}_{\ell,j} e^{-i\theta_{c_j}}) - \sum_{\ell=2}^{N_p} \Re(\bar{I}_{\ell,j} e^{-i\theta_{c_j}}) \right], \quad (4.46)$$

e

$$B_{jj} = R_{c_j} \left[\frac{1}{2\pi \cos \beta_{c_j}} + \tan \beta_{c_j} \sum_{\ell=2}^{N_p} \Im(\bar{J}_{\ell,j} e^{-i\theta_{c_j}}) - \sum_{\ell=2}^{N_p} \Re(\bar{J}_{\ell,j} e^{-i\theta_{c_j}}) \right]. \quad (4.47)$$

Definindo-se as seguintes matrizes:

$$M_{j1} = A_{j1}, \quad (\text{pá principal}) \quad (4.48.a)$$

$$M_{jk} = A_{jk} + B_{j(k-1)}, \quad (\text{pá auxiliar}) \quad k = 2, 3, \dots, M_p \quad (4.48.b)$$

$$M_{j(M_p+1)} = A_{j(M_p+1)}, \quad (\text{pá principal}) \quad (4.48.c)$$

e

$$M_{jk} = A_{jk} + B_{j(k-1)}, \quad (\text{pá auxiliar}) \quad k = (M_p + 2), \dots, (M_p + M_A) \quad (4.48.d)$$

resulta o seguinte sistema de equações algébricas lineares:

$$\sum_{k=1}^{M_p+M_A} M_{jk} \Gamma_k \cong D_j, \quad j = 1, 2, \dots, M_p + M_A, \quad (4.49)$$

onde

$$D_j = \left(\frac{1}{B_{c_j}^* R_{c_j}^2} \right) \phi - \left(\frac{\tan \beta_{c_j}}{R_{c_j}^2} \right) \Omega - \tan \beta_{c_j}. \quad (4.50)$$

Uma forma de resolver o sistema de equações (4.49), com M_{jk} e D_j dados respectivamente em (4.48) e (4.50), consiste em se obter, primeiramente, um conjunto de soluções básicas e, depois, determinar a solução geral através da combinação linear dessas soluções. Seguindo sugestão apresentada por Lewis (1991), serão utilizadas, neste trabalho, três soluções básicas, $\Gamma_k^{(\phi)}$, $\Gamma_k^{(\Omega)}$ e $\Gamma_k^{(G)}$, que compõem a seguinte solução geral escrita em termos adimensionais:

$$\Gamma_k \cong C_\phi \Gamma_k^{(\phi)} + C_\Omega \Gamma_k^{(\Omega)} + C_G \Gamma_k^{(G)}, \quad (4.51)$$

onde

$$C_\phi = \phi, \quad (4.52.a)$$

$$C_\Omega = \Omega \quad (4.52.b)$$

e

$$C_G = 1. \quad (4.52.c)$$

Com (4.51), o sistema (4.49) se divide em três sistemas de equações independentes, ou seja,

$$\sum_{k=1}^{M_P+M_A} M_{jk} \Gamma_k^{(\phi)} = \frac{1}{B_{c_j}^* R_{c_j}^2}, \quad (4.52.a)$$

$$\sum_{k=1}^{M_P+M_A} M_{jk} \Gamma_k^{(\Omega)} = -\frac{\tan \beta_{c_j}}{R_{c_j}^2} \quad (4.52.b)$$

e

$$\sum_{k=1}^{M_P+M_A} M_{jk} \Gamma_k^{(G)} = -\tan \beta_{c_j}. \quad (4.52.c)$$

Uma vez determinada a densidade de vórtice adimensional, Γ_k , em cada ponto extremo dos painéis das pás principais e auxiliares, diversas grandezas de interesse tanto locais como globais do escoamento podem ser obtidas. Essas grandezas serão apresentadas no Capítulo 5.

4.6 SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

Os sistemas de equações algébricas lineares representados nas equações (4.52.a-b-c) foram resolvidos pelo método de eliminação de Gauss com condensação pivotal total de uma rotina do MATHCAD.

4.7 AFERIÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL

A qualidade da solução numérica da equação integral apresentada anteriormente pode ser avaliada através da comparação dos seus resultados com os resultados analíticos. Em princípio, não existe solução analítica que abrange, simultaneamente, os efeitos de rotação, de variação de largura e de variação de espessura das pás, que são típicos de rotores centrífugos de turbomáquinas, mesmo para escoamento potencial e incompressível.

No caso de pás de espessura infinitamente fina (PIF), uma solução analítica foi apresentada por Murata *et al.* (1978) para uma grade radial móvel com pás em formato de espiral logarítmica e de largura variável. Apesar de ser considerada exata, essa solução é restrita apenas ao caso de uma determinada variação logarítmica de largura das pás. Essa solução, por não considerar a espessura das pás, serviu para a aferição do modelo computacional apresentado neste trabalho. Foram analisadas as influências do número de painéis e do fator de discretização para o caso do rotor analisado por Murata *et al.* Os resultados dessas influências não serão apresentados neste trabalho, mas foi constatado que para 40 painéis e fator de discretização igual a 1,05 os resultados numéricos e analíticos referentes à distribuição de velocidades e de pressões ao longo das pás são praticamente os mesmos para a vazão de projeto.

Capítulo 5

DETERMINAÇÃO DAS GRANDEZAS CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO

Uma vez determinada a densidade de vórtice adimensional, Γ_k , em cada ponto extremo dos painéis representando as pás principais e auxiliares discretizadas, pode-se determinar diversas grandezas locais e globais do escoamento nos rotores centrífugos. No que segue, serão apresentadas as grandezas locais W , P , β e Ri denominadas, respectivamente, de velocidade relativa adimensional, pressão adimensional, ângulo do escoamento relativo e número de Richardson, e as grandezas globais ϕ , ψ e μ , simbolizando, respectivamente, o coeficiente de vazão, coeficiente de pressão e fator de deficiência de potência (*slip factor*).

5.1 COEFICIENTE DE VAZÃO ÓTIMO

O coeficiente de vazão ótimo é calculado para a condição de projeto onde admite-se incidência nula do escoamento relativo, isto é, não há choque desse escoamento no bordo de ataque das pás.

Condição complementar 2 (condição de entrada): *Condição sem choque na entrada das pás*

Do ponto de vista da teoria potencial, define-se escoamento com entrada sem choque aquele para o qual a velocidade relativa é finita e contínua no bordo de ataque das pás. Nessa condição, para o caso de pás infinitamente finas e densidade linear de vórtice em cada painel,

o efeito de entrada sem choque é obtido fazendo-se essas densidades iguais a zero nos bordos de ataque das pás principais e das pás auxiliares, Figura 4.2, ou seja,

$$\Gamma_1 = 0 \quad (5.1)$$

e

$$\Gamma_{M_p+2} = 0. \quad (5.2)$$

Como existem dois bordos de ataque diferentes, um para a pá principal e outro para a pá auxiliar, existem dois coeficientes de vazão sem choque, sendo um para a condição sem choque nas pás principais, $\phi_{P_{ót}}$, e outro para a condição sem choque nas pás auxiliares, $\phi_{A_{ót}}$. Neste trabalho, o coeficiente de vazão ótimo, $\phi_{ót}$ será considerado aquele que corresponde à entrada sem choque no bordo de ataque da pá principal, $\phi_{ót} = \phi_{P_{ót}}$. A diferença entre os dois coeficientes de vazão sem choque irá afetar as características do escoamento no rotor e, conseqüentemente, no desempenho da turbomáquina. Essa influência é mostrada no Capítulo 6.

Fazendo $k = 1$ na equação (4.51) e considerando (4.52) e (5.1), o coeficiente de vazão ótimo para a pá principal, $\phi_{P_{ót}}$, é

$$\phi_{P_{ót}} = \phi_{ót} = -\frac{\Gamma_1^{(G)} + \Omega \Gamma_1^{(\Omega)}}{\Gamma_1^{(\phi)}}. \quad (5.3)$$

Fazendo $k = M_p + 2$ na equação (4.51) e considerando (4.52) e (5.1), o coeficiente de vazão ótimo para a pá auxiliar, $\phi_{A_{ót}}$, é

$$\phi_{A_{ót}} = \phi_{ót} = -\frac{\Gamma_{M_p+2}^{(G)} + \Omega \Gamma_{M_p+2}^{(\Omega)}}{\Gamma_{M_p+2}^{(\phi)}}. \quad (5.4)$$

5.2 VELOCIDADE RELATIVA ADIMENSIONAL

A velocidade relativa do escoamento no ponto de controle de cada painel é determinada pelos seus componentes nas direções radial e circunferencial. Na forma adimensional, esses componentes, Figura 4.1, são

$$W_r(Z_{c_k}) = \frac{w_r(Z_{c_k})}{\omega r_5} = C_r(Z_{c_k}) \quad (5.5)$$

e

$$W_\theta(Z_{c_k}) = \frac{w_\theta(Z_{c_k})}{\omega r_5} = C_\theta(Z_{c_k}) + R_{c_k}, \quad (5.6)$$

onde $C_r(Z_{c_k})$ e $C_\theta(Z_{c_k})$ são dados em (4.27) e (4.28).

Portanto, a velocidade relativa adimensional resultante é dada por

$$W(Z_{c_k}) = \sqrt{W_r(Z_{c_k})^2 + W_\theta(Z_{c_k})^2}. \quad (5.7)$$

5.3 PRESSÃO ADIMENSIONAL

Para o cálculo da distribuição de pressões, recorre-se à equação de Bernoulli para o escoamento relativo. Sendo o escoamento absoluto irrotacional e incompressível, vale escrever para qualquer ponto do escoamento

$$p_k^* + \frac{\rho w_k^2}{2} - \frac{\rho \omega^2 r_{c_k}^2}{2} = p_o, \quad (5.8)$$

onde p_o é denominada de pressão total, constante em todos os pontos do escoamento, e p_k^* a chamada pressão de movimento dada por

$$p_k^* = p_k + \rho g h_k, \quad (5.9)$$

onde p_k é a pressão estática do ponto considerado e h_k é a distância entre este ponto e um plano horizontal de referência, no sentido de baixo para cima.

É conveniente definir uma pressão adimensional, P_k , como

$$P_j = 2 \frac{(p_j^* - p_o)}{\rho \omega^2 r_5^2}. \quad (5.10)$$

Combinando (5.8) e (5.10), resulta

$$P_k = R_{c_k}^2 - W_k^2. \quad (5.11)$$

5.4 COEFICIENTE DE PRESSÃO

O trabalho específico real do rotor, quando se leva em consideração o número finito de pás, é dado pela equação de Euler das turbomáquinas escrita na seguinte forma:

$$Y_{páR} = \omega (r_5 c_{u6} - r_4 c_{u3}), \quad (5.12)$$

onde c_{u3} e c_{u6} representam, respectivamente, os componentes circunferenciais da velocidade absoluta antes e depois das pás.

Segundo a formulação apresentada no Capítulo 3, o trabalho específico ideal do rotor, porém levando-se em conta o número finito de pás, pode ser convenientemente escrito como

$$Y_{páI} = \omega [(rc_\theta)_{r \rightarrow \infty} - (rc_\theta)_{r \rightarrow 0}], \quad (5.13)$$

sendo

$$(rc_\theta)_{r \rightarrow 0} = \frac{\Gamma_0}{2\pi} \quad (5.14)$$

e

$$(rc_\theta)_{r \rightarrow \infty} = \frac{\Gamma_F}{2\pi}, \quad (5.15)$$

onde Γ_0 e Γ_F representam as circulações inicial e final do escoamento absoluto.

Com as equações (5.14) e (5.15), a equação (5.13) torna-se em

$$Y_{páI} = \frac{\omega}{2\pi} (\Gamma_R - \Gamma_0). \quad (5.16)$$

A diferença de circulação é introduzida pelo efeito da grade radial que representa o rotor centrífugo. Definindo-se Γ_{circ} como a soma da circulação em uma pá principal com a circulação de uma pá auxiliar, pode-se escrever que

$$\Gamma_F - \Gamma_0 = N\Gamma_{\text{circ}} = N(\Gamma_{\text{pá}_P} + \Gamma_{\text{pá}_A}), \quad \text{sendo, } N = N_P = N_A \quad (5.17)$$

e, portanto,

$$Y_{\text{pá}_I} = \frac{\omega}{2\pi} N\Gamma_{\text{circ}} = \frac{\omega}{2\pi} N(\Gamma_{\text{pá}_P} + \Gamma_{\text{pá}_A}). \quad (5.18)$$

A circulação, de acordo com o modelo apresentado, é gerada pela distribuição de densidade vórtice nas pás principais e auxiliares, podendo-se escrever para uma pá principal e uma pá auxiliar

$$\Gamma_{\text{pá}_P} + \Gamma_{\text{pá}_A} = \int_{s_{4P}}^{s_{5P}} \gamma ds + \int_{s_{4A}}^{s_{5A}} \gamma ds. \quad (5.19)$$

Substituindo a equação (5.19) na equação (5.18), obtém-se

$$Y_{\text{pá}_I} = \frac{\omega}{2\pi} N \left(\int_{s_{4P}}^{s_{5P}} \gamma ds + \int_{s_{4A}}^{s_{5A}} \gamma ds \right). \quad (5.20)$$

Definindo-se o coeficiente de pressão para o rotor centrífugo, no caso de escoamento ideal, como sendo

$$\Psi_{\text{pá}_I} = \frac{2Y_{\text{pá}_I}}{u_5^2} \quad (5.21)$$

e considerando a equação (5.20), obtém-se

$$\Psi_{\text{pá}_I} = \frac{N}{\pi} \Gamma_{\text{circ}} = \frac{N}{\pi} \left(\int_{s_{4P}}^{s_{5P}} \Gamma dS + \int_{s_{4A}}^{s_{5A}} \Gamma dS \right), \quad (5.22)$$

onde $\Gamma = \gamma/\omega r_5$ e $S = s/r_5$.

Conforme o Capítulo 4, sendo $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_{M_P+1}$ os valores da densidade de vórtice adimensional nos pontos extremos dos painéis das pás principais e $\Gamma_{M_P+2}, \Gamma_{M_P+3}, \dots, \Gamma_{M_P+M_P+1}$ os valores da densidade de vórtice adimensional nos pontos extremos dos painéis das pás auxiliares, aproxima-se as integrais da equação (5.22) pela regra dos trapézios, escrevendo

$$\Gamma_{\text{circ}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{M_P} (\Gamma_k + \Gamma_{k+1}) \Delta S_k + \frac{1}{2} \sum_{M_P+2}^{M_P+M_A} (\Gamma_k + \Gamma_{k+1}) \Delta S_k, \quad (5.23)$$

e, portanto,

$$\Psi_{\text{páI}} = \frac{N}{2\pi} \left(\sum_{k=1}^{M_P} (\Gamma_k + \Gamma_{k+1}) \Delta S_k + \sum_{M_P+2}^{M_P+M_A} (\Gamma_k + \Gamma_{k+1}) \Delta S_k \right). \quad (5.24)$$

5.5 ÂNGULO DO ESCOAMENTO RELATIVO

O ângulo do escoamento relativo em cada ponto de controle pode ser calculado através da circulação correspondente ao raio de posição do referido ponto de controle. Considerando o triângulo de velocidades com $c_r \cong c_m$ (Figura 4.1), e as grandezas adimensionais, pode-se escrever que

$$\tan \beta_k = \frac{c_{r_k}}{u_k - c_{\theta_k}} = \frac{R_{c_k} C_{r_k}}{R_{c_k}^2 - R_{c_k} C_{\theta_k}}. \quad (5.25)$$

C_{r_k} pode ser obtido do coeficiente de vazão, ϕ , da seguinte forma:

$$\phi = \frac{Q/b_5}{2\pi\omega r_5^2} = \frac{2\pi r b c_r / b_5}{2\pi\omega r_5^2} = \frac{c_r}{\omega r_5} \frac{r}{r_5} \frac{b}{b_5}. \quad (5.26)$$

Sendo $R_c = r_c / r_5$ e $B_c^* = b_c / b_5$, obtém-se para o ponto de controle do painel

$$C_{r_k} = \frac{c_{r_k}}{\omega r_5} = \frac{\phi}{B_{c_k}^* R_{c_k}}. \quad (5.27)$$

C_{θ_k} pode ser obtido da circulação, Γ_{circ} , para um determinado raio, r , considerando (5.13), (5.18) e (5.22), ou seja,

$$\frac{\omega r_5^2}{2\pi} N(\Gamma_{\text{cir}})_r = (rc_{\theta})_r - (rc_{\theta})_{r \rightarrow 0}. \quad (5.28)$$

Na forma adimensional, obtém-se de (5.28)

$$(\text{RC}_\theta)_R = \frac{1}{2\pi} N(\Gamma_{\text{cir}})_r + (\text{RC}_\theta)_{R \rightarrow 0}. \quad (5.29)$$

Considerando (4.8), tem-se

$$\frac{(rc_\theta)_{r \rightarrow 0}}{\omega r_5^2} = (\text{RC}_\theta)_{R \rightarrow 0} = \frac{\Gamma_0}{2\pi \omega r_5^2} = \Omega, \quad (5.30)$$

e, portanto,

$$(\text{RC}_\theta)_R = \frac{N(\Gamma_{\text{cir}})_R}{2\pi} + \Omega. \quad (5.31)$$

Substituindo (5.27) e (5.31) em (5.25), resulta, para o ponto de controle do painel k,

$$\beta_k = \tan^{-1} \left[\frac{\phi / B_{c_k}^*}{R_{c_k}^2 - N(\Gamma_{\text{cic}})_{R_{c_k}} / 2\pi - \Omega} \right]. \quad (5.32)$$

5.6 FATOR DE DEFICIÊNCIA DE POTÊNCIA

O fator de deficiência de potência (*slip factor*), μ , é definido como sendo a relação entre a potência útil do fluido para o escoamento real (que, evidentemente, considera o número finito de pás), $P_{\text{pá}}$, e a potência útil do fluido para o escoamento ideal (com número infinito de pás), $P_{\text{pá}_\infty}$, ambas fornecidas pelo rotor, podendo-se escrever

$$\mu = \frac{P_{\text{pá}}}{P_{\text{pá}_\infty}} = \frac{Y_{\text{pá}}}{Y_{\text{pá}_\infty}} = \frac{\Psi_{\text{pá}}}{\Psi_{\text{pá}_\infty}}. \quad (5.33)$$

Para o modelo do escoamento do presente trabalho (escoamento potencial e incompressível), a potência útil do fluido para o escoamento “real” considera apenas o número finito de pás de espessura infinitamente, portanto, deve-se escrever $P_{\text{pá}_I} = Y_{\text{pá}_I} = \Psi_{\text{pá}_I}$.

No caso de escoamento ideal com número infinito de pás, a equação de Euler das turbomáquinas é escrita como

$$Y_{\text{pá}_\infty} = \omega (r_5 c_{u5} - r_4 c_{u4}), \quad (5.34)$$

onde c_{u4} e c_{u5} representam, respectivamente, os componentes circunferenciais da velocidade absoluta nos bordos de ataque e de fuga das pás.

Considerando os triângulos de velocidades para os bordos de ataque e de fuga das pás, a equação (4.7) e a definição do coeficiente de pressão para o caso de número infinito de pás conforme (4.21), obtém-se

$$\Psi_{pá_\infty} = 2 \left(1 - \frac{\phi}{\tan(\beta_5)} - \Omega \right), \quad (5.35)$$

e, considerando, as equações (5.24) e (5.33), resulta

$$\mu_I = \frac{\Psi_{pá_I}}{\Psi_{pá_\infty}} = \frac{\frac{N}{2\pi} \left(\sum_{k=1}^{M_P} (\Gamma_k + \Gamma_{k+1}) \Delta S_k + \sum_{M_P+2}^{M_P+M_A} (\Gamma_k + \Gamma_{k+1}) \Delta S_k \right)}{2 \left(1 - \frac{\phi}{\tan \beta_5} - \Omega \right)}. \quad (5.36)$$

5.7 NÚMERO DE RICHARDSON

Balje (1978) sugeriu a possibilidade de o número de Richardson, Ri , que pode ser definido de várias maneiras, ser um parâmetro adequado para avaliar diversas características do escoamento em rotores centrífugos. Um modo de se obter determinados números de Richardson consiste em se estabelecer as equações do movimento relativo para um elemento de fluido em escoamento no interior de um rotor centrífugo. Para essa finalidade, considera-se o escoamento relativo permanente, incompressível e não-viscoso. Também, considera-se a força gravitacional como sendo a única força de campo e, ainda, o rotor centrífugo estacionário, em relação a um referencial inercial, e com velocidade angular constante em torno do seu eixo. Com essas hipóteses, obtém-se, a seguinte relação aproximada

$$\frac{\Delta w}{\bar{w}} = \left(\frac{2\omega a}{\bar{w}} \operatorname{sen} \lambda - \frac{a}{R_m} \right), \quad (5.37)$$

onde $\Delta w = w_s - w_p$ é a diferença de velocidades relativas entre os lados de sucção, w_s , e de pressão, w_p , da pá, $\bar{w} = (w_s + w_p)/2$ é a velocidade média do escoamento relativo, a é a

distância na direção normal entre duas pás consecutivas, λ é a inclinação da linha de corrente média no plano meridional e R_m é o raio de curvatura local da pá no plano transversal.

A relação estabelecida em (5.37) foi denominada por Baljé como sendo o gradiente de velocidades relativas. Um dos termos dessa relação se refere ao número de Richardson devido à rotação do rotor, $Ri_\omega = 2\omega a \sin \lambda / w$, e, o outro, à curvatura da pá no plano transversal, $Ri_{C_m} = a/R_m$. Baljé denominou $Ri_{sp} = Ri_\omega + Ri_{C_m}$ como sendo o número de Richardson no plano transversal (plano pá a pá) que é, na realidade, o gradiente de velocidades relativas, $\Delta w / \bar{w}$.

Com base nas informações de Baljé, define-se, de modo semelhante neste trabalho, o número de Richardson local por

$$Ri_k = \frac{\Delta W_k}{\bar{W}_k}. \quad (5.38)$$

As velocidades relativas, W_k , são tomadas em termos adimensionais. A diferença de velocidades relativas, ΔW_k , entre os lados de sucção, W_{s_k} , e de pressão da pá, W_{p_k} , e a velocidade média do escoamento relativo, \bar{W}_k , Figura 5.1, ambas em cada ponto de controle, k , são

$$\Delta W_k = W_{s_k} - W_{p_k} \quad (5.39)$$

e

$$\bar{W}_k = \frac{W_{p_k} + W_{s_k}}{2}. \quad (5.40)$$

Considerando a equação de Bernoulli do escoamento relativo e a pressão adimensional, P_k , definida em (5.11), pode-se estabelecer uma forma equivalente do número de Richardson local em termos do carregamento da pá, $\Delta P_k = P_{p_k} - P_{s_k}$, ou seja,

$$Ri_k = \frac{1}{2} \frac{\Delta P_k}{\bar{W}_k^2}. \quad (5.41)$$

Oliveira (2001), ao analisar a distribuição de velocidades relativas, W_k , em função do raio adimensional, $R_c = r_k / r_5$, para diversas geometrias de rotores centrífugos de bons rendimentos, constatou, na condição de entrada sem choque, o seguinte:

1) As velocidades nos lados de pressão, W_{pk} , e de sucção, W_{sk} , da pá para um certo número de pás, $N_{pá}$, compunham sempre curvas suaves com comportamentos semelhantes aos apresentados na Figura 5.1. Essas curvas não se cruzavam no intervalo compreendido entre os raios de entrada, r_4 , e de saída, r_5 . Essa característica implica em se obter um único valor máximo do número de Richardson, $Ri_{máx}$, no citado intervalo de raios (Figura 5.2). Esse resultado não foi obtido por Baljé (1981) para $\beta_5 < 90^\circ$, devido às suas expressões aproximadas, mas sim para $\beta_5 > 90^\circ$ onde, neste caso, a solução do escoamento potencial é totalmente inválida.

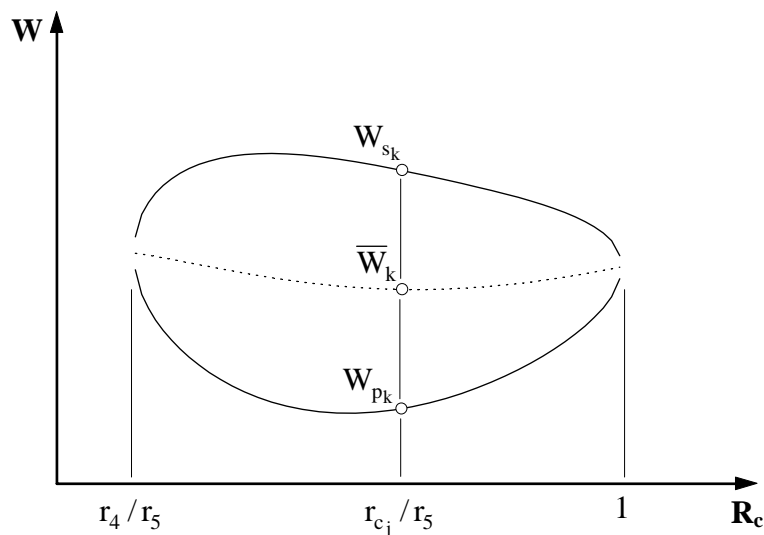


Figura 5.1 Distribuição de velocidades relativas em função do raio adimensional para um determinado número de pás (Oliveira, 2001).

2) As velocidades no lado de pressão da pá, W_{pk} , sempre eram maiores que zero, ou seja, não havia reversão do escoamento potencial nessa superfície e, portanto, Ri não atingia o valor 2, que é o máximo possível para a situação de $W_{pk} = 0$.

Oliveira (2001), ao analisar as distribuições de números de Richardson, Ri , em função do raio adimensional, R_c , para diversos valores de números de pás, N , de uma mesma geometria, constatou, na condição de entrada sem choque, o seguinte:

1) Sempre existia um valor máximo do número de Richardson, $Ri_{máx}^*$, para um determinado número de pás, N^* , maior que todos os demais valores de $Ri_{máx}$ (Figura 5.2).

2) O número de pás, N^* , obtido pelo critério do máximo valor do número de Richardson, $Ri_{\text{máx}}^*$, era sempre igual ou aproximadamente igual ao valor de N de rotores centrífugos efetivamente ensaiados em laboratório com o propósito de se obter o número de pás para o máximo rendimento possível.

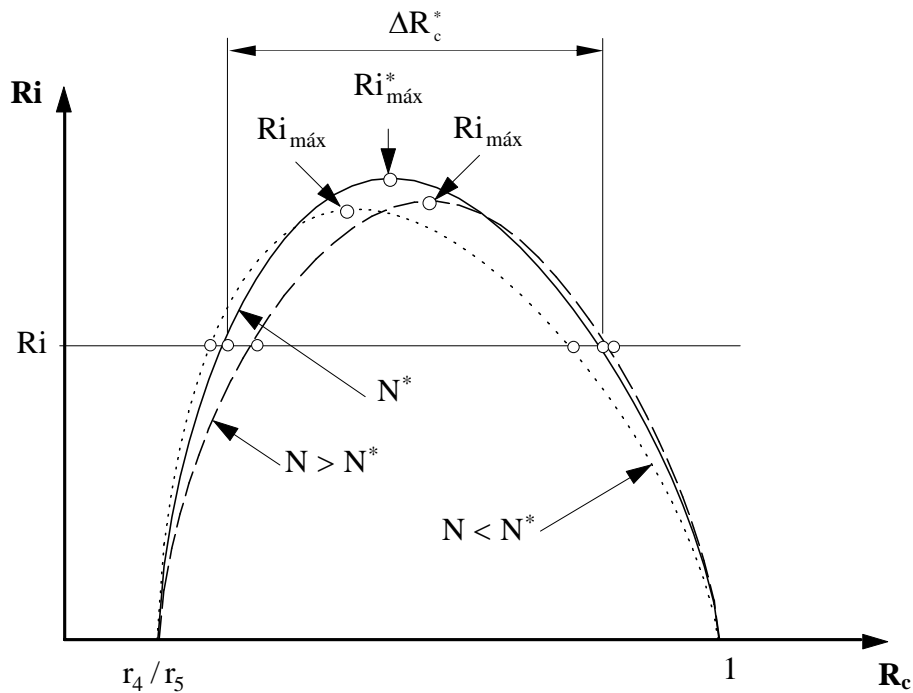


Figura 5.2 Distribuição de números de Richardson em função do raio adimensional para três valores de números de pás (adaptado de Oliveira, 2001).

Oliveira (2001), analisando a equação (5.38), observou o seguinte:

1) Para uma dada geometria, o valor de $Ri_{\text{máx}}^*$ é o maior possível se o carregamento da pá, ΔW_k , é o maior possível e, simultaneamente, se o valor da velocidade média do escoamento relativo, \bar{W}_k , é o menor possível. Para se conseguir altos valores de ΔW_k , o número de pás deve ser baixo, e, para se conseguir baixos valores de \bar{W}_k , o número de pás deve ser alto. O máximo valor do número de Richardson, $Ri_{\text{máx}}^*$, age, portanto, como uma solução de compromisso para se obter o número de pás para o maior rendimento do rotor: N baixo implica numa diminuição da superfície de atrito viscoso e N alto conduz melhor o fluido no interior do rotor.

2) Se $N \rightarrow \infty$ implica em $Ri \rightarrow 0$, podendo-se afirmar que, nas condições estabelecidas anteriormente, $0 < Ri < 2$.

Para efeito de análise, serão apresentadas no Capítulo 6 duas situações para o número de Richardson: uma, considerando os carregamentos nas pás principais e nas pás auxiliares isoladamente e, a outra, considerando os carregamentos nas pás principais (canal A) e nas pás principais com as pás auxiliares (canais B e C), Figura 5.3.

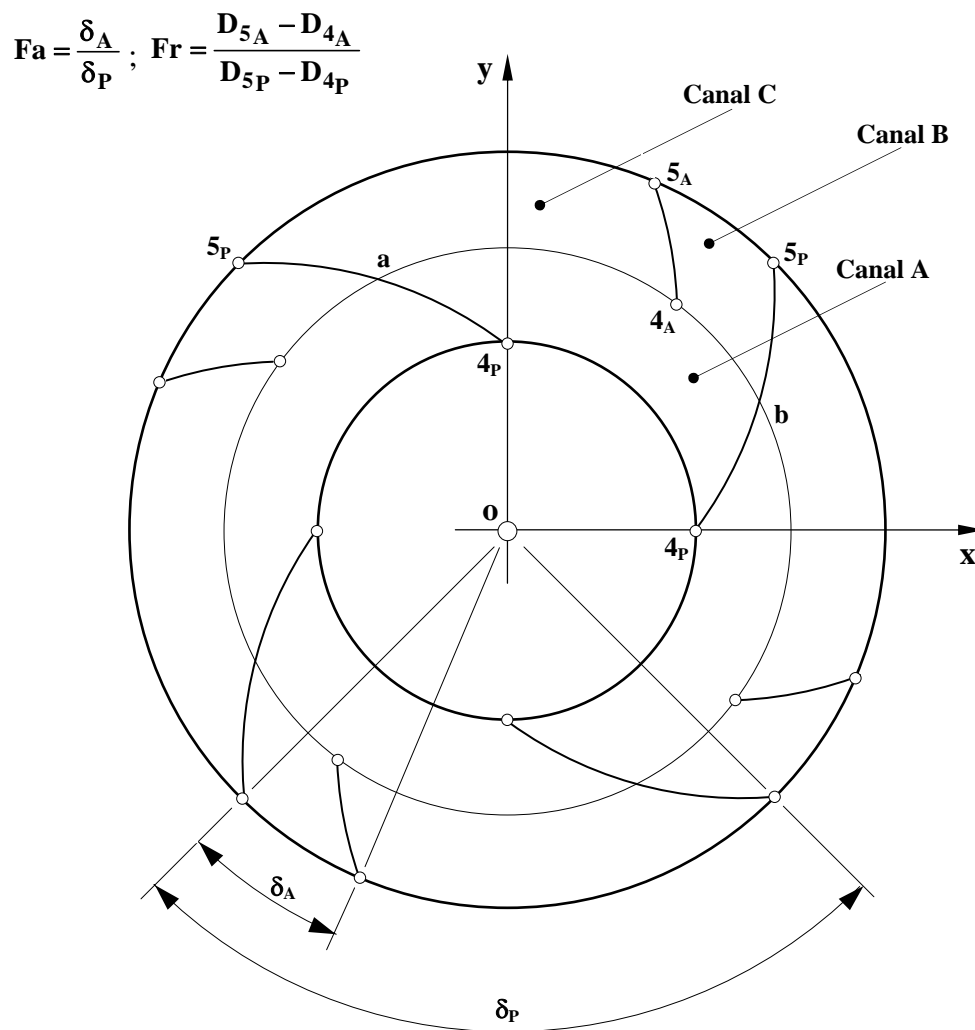


Figura 5.3 Esquema da seção transversal de um rotor centrífugo com pás auxiliares indicando os fatores de ângulo, Fa , e de raio, Fr , e os Canais A, B e C.

Capítulo 6

RESULTADOS NUMÉRICOS

Os resultados numéricos do presente trabalho são apresentados para diversos rotores centrífugos convencionais e rotores centrífugos com pás auxiliares mantendo-se a mesma geometria da seção meridional. O diâmetro, a largura das pás e o ângulo das pás na saída são os mesmos para esses dois tipos de rotores, conforme mostra a Tabela 6.1. No caso de rotores convencionais, são apresentados os resultados para 4, 5, ..., 15 e 16 pás. No caso de rotores com pás auxiliares são apresentados os resultados para 4, 6 e 8 pás principais (com 4, 6 e 8 pás auxiliares). Os resultados para rotores com pás auxiliares são apresentados em três grupos de fatores de ângulo, F_a : 0,33, 0,50 e 0,66, e em três grupos de fatores de raio, F_r : 0,2, 0,5 e 0,8 para cada fator de ângulo. Para esses grupos, são consideradas duas situações: uma para a pá auxiliar com o mesmo raio de curvatura da pá principal, ou seja, a pá auxiliar é obtida a partir do seccionamento da pá principal, e, a outra, para a pá auxiliar tendo um raio de curvatura modificado devido à alteração do seu ângulo de entrada, para atender a condição sem choque na entrada tanto da pá auxiliar como também da pá principal.

Todos os resultados foram obtidos com 40 painéis, com um fator de discretização de 1,05, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares. Neste capítulo, são apresentados os resultados para as distribuições de pressões, P , de velocidades relativas, W , de números de Richardson, Ri , de ângulos das pás, $\beta_{pá}$, e de ângulos do escoamento relativo, β , para os rotores centrífugos com 4, 6 e 8 pás auxiliares apenas para o fator de ângulo $F_a = 0,33$. No Apêndice B, esses resultados são apresentados para $F_a = 0,50$ e, no Apêndice C, para $F_a = 0,66$. No que segue, alguns comentários mais relevantes são descritos para cada resultado.

Tabela 6.1 Parâmetros geométricos das pás principais e auxiliares.

Grandeza	Simbologia	Valor
Diâmetro de entrada das pás principais	D_{4p}	213,5 mm
Diâmetro de saída das pás principais e auxiliares	D_5	419,5
Largura de entrada das pás principais	b_{4p}	70,1 mm
Largura de saída das pás principais e auxiliares	b_5	32,1 mm
Ângulo de entrada das pás principais	β_{4p}	33,50°
Ângulo de saída das pás principais auxiliares	β_5	50,41°

6.1 RESULTADOS NUMÉRICOS PARA $Fa = 0,33$

A Tabela 6.2 mostra os resultados típicos do cálculo do escoamento potencial em rotores centrífugos convencionais, ou seja, à medida que o número de pás aumenta, os valores de coeficiente de vazão ótimo, $\phi_{\text{ótp}}$, diminuem, e, os de coeficiente de pressão ótimo, $\psi_{\text{ótp}}$, coeficiente de pressão para a vazão nula, ψ_0 , fator de deficiência de potência ótimo, $\mu_{\text{ótp}}$, e fator de deficiência de potência para vazão nula, μ_0 , aumentam. Apesar de serem infinitamente finas, o efeito do número de pás é retrato nos valores de $\phi_{\text{ótp}}$, indicando que, quanto mais pás, maior é a restrição imposta à passagem do escoamento no rotor. Também, quanto maior o número de pás, mais bem dirigido é o escoamento ao passar pelos canais formados pelas pás, indicando que o desvio na saída é menor e, em conseqüência, $\mu_{\text{ótp}}$ e ψ_0 são maiores. Da mesma forma, $\psi_{\text{ótp}}$ e ψ_0 são maiores porque a circulação total é maior quando se aumenta o número de pás.

Observações referentes às Tabelas 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5:

- (1) Coeficiente de vazão para a condição sem choque na entrada da pá principal.
- (2) Coeficiente de vazão para a condição sem choque na entrada da pá auxiliar.
- (3) Coeficiente de pressão para a condição sem choque na entrada da pá principal.
- (4) Coeficiente de pressão para vazão nula.
- (5) Fator de deficiência de potência para a condição sem choque na entrada da pá principal.
- (6) Fator de deficiência de potência para vazão nula.

Na Tabela 6.2, observa-se também que o maior valor de número de Richardson máximo, $Ri_{\text{máx}}^*$, que indica o número de pás ótimo, Oliveira (2001), é 0,883 para o rotor centrífugo convencional com 8 pás.

Tabela 6.2 Resultados para os rotores convencionais.

Rotor	$\phi_{\text{ótp}}^{(1)}$	$\Psi_{\text{ótp}}^{(3)}$	$\Psi_0^{(4)}$	$\mu_{\text{ótp}}^{(5)}$	$\mu_0^{(6)}$	$Ri_{\text{máx p}}$
4	0,719	0,413	1,213	0,509	0,607	0,786
5	0,678	0,514	1,346	0,585	0,673	0,827
6	0,640	0,607	1,441	0,645	0,721	0,858
7	0,606	0,690	1,509	0,692	0,755	0,877
8	0,577	0,762	1,560	0,729	0,780	0,883
9	0,553	0,822	1,599	0,758	0,799	0,878
10	0,534	0,873	1,631	0,781	0,815	0,863
11	0,517	0,916	1,657	0,800	0,829	0,841
12	0,504	0,952	1,680	0,816	0,840	0,816
13	0,493	0,983	1,699	0,830	0,850	0,787
14	0,483	1,010	1,716	0,842	0,858	0,759
15	0,475	1,034	1,732	0,852	0,866	0,730
16	0,468	1,054	1,745	0,860	0,873	0,703

Para facilitar a identificação dos rotores centrífugos com pás auxiliares, cada rotor foi codificado de acordo com o seu número de pás (principais e auxiliares), N , o fator de raio, Fr , o fator de ângulo, Fa , e o tipo de pá auxiliar (C, para pá auxiliar seccionada e, S, para pá auxiliar modificada), isto é, **$N_Fr_Fa_Tipo$** . Como exemplo, se o código é **4_0,2_0,33_S**, indica que o rotor centrífugo tem 4 pás (4 principais e 4 auxiliares), o fator de raio é 0,2 (pás auxiliares curtas, (veja a Figura 5.3)) e o fator de ângulo é 0,33 (a pá auxiliar está mais próxima do lado de sucção da pá principal (veja a Figura 5.3)) e trata-se de uma pá auxiliar modificada (S). Os rotores convencionais foram identificados apenas pelo número de pás.

Nas Tabelas 6.3, 6.4 e 6.5, não estão apresentados os valores de número de Richardson máximo para as pás auxiliares seccionadas, $Ri_{\text{máx A}}$, pelo fato de não haver um valor máximo definido, devido ao choque de entrada nessas pás.

Na Tabela 6.3, observa-se que, quando se aumenta o fator de raio, Fr , os valores de ângulos de entrada das pás auxiliares, $\beta_{\text{pá4A}}$, diminuem e têm uma variação muito pequena ($1,10^\circ$) para os rotores com pás auxiliares modificadas (S) tendo $Fa = 0,66$, ou seja, os ângulos $\beta_{\text{pá4A}}$ são praticamente os mesmos. Essa tendência é invertida para os rotores com pás auxiliares modificadas (S) tendo $Fa = 0,33$, quando se aumenta o fator de raio, ou seja, os valores de $\beta_{\text{pá4A}}$ aumentam e têm uma variação maior ($6,60^\circ$).

Na Tabela 6.3, os valores de coeficiente de vazão ótimo, $\phi_{\text{ótp}}$, são praticamente os mesmos para $Fr = 0,20$ (pás auxiliares curtas) para os três fatores de ângulo analisados. Essa tendência não se verifica para $Fr = 0,80$ (pás auxiliares longas) indicando que os valores de $\phi_{\text{ótp}}$ diminuem à medida que Fa aumenta, quando se trata de rotores não só com pás auxiliares seccionadas como também com pás auxiliares modificadas. Pela condição imposta ao rotor com pás modificadas, tem-se, naturalmente, $\phi_{\text{ótp}} = \phi_{\text{óta}}$ para qualquer Fa e Fr .

Na Tabela 6.3, para um mesmo valor de Fa , os valores de coeficiente de pressão ótimo, $\psi_{\text{ótp}}$, são sempre maiores para os rotores com pás auxiliares seccionadas em relação aos rotores com pás auxiliares modificadas independentemente do valor de Fr . Essa tendência é invertida para os valores de coeficiente de pressão para vazão nula, ψ_0 . À medida que se aumenta o valor de Fr (pás cada vez mais longas) os valores de $\psi_{\text{ótp}}$ aumentam, independentemente do tipo de pás auxiliares (seccionada ou modificada). Observa-se que, para um determinado valor de Fr , ψ_0 permanece praticamente constante para qualquer valor de Fa .

Tabela 6.3 Resultados para rotores com 4 pás principais e 4 auxiliares.

Rotor	$\beta_{\text{pá4A}}$	$\phi_{\text{ótp}}^{(1)}$	$\phi_{\text{óta}}^{(2)}$	$\psi_{\text{ótp}}^{(3)}$	$\psi_0^{(4)}$	$\mu_{\text{ótp}}^{(5)}$	$\mu_0^{(6)}$	$Ri_{\text{máxp}}$	$Ri_{\text{máxA}}$
4_0,2_0,33_C	49,670	0,705	1,427	0,498	1,351	0,597	0,675	0,796	-
4_0,2_0,33_S	31,400	0,711	0,711	0,466	1,364	0,566	0,682	0,792	0,355
4_0,2_0,50_C	49,670	0,700	1,503	0,495	1,329	0,588	0,664	0,753	-
4_0,2_0,50_S	28,400	0,708	0,708	0,464	1,346	0,560	0,673	0,766	0,391
4_0,2_0,66_C	49,670	0,708	1,640	0,475	1,302	0,573	0,651	0,701	-
4_0,2_0,66_S	28,200	0,712	0,712	0,452	1,317	0,550	0,659	0,737	0,380
4_0,5_0,33_C	47,106	0,679	1,220	0,594	1,480	0,678	0,740	0,834	-
4_0,5_0,33_S	34,600	0,693	0,693	0,546	1,492	0,640	0,746	0,816	0,429
4_0,5_0,50_C	47,106	0,653	1,299	0,621	1,458	0,676	0,729	0,775	-
4_0,5_0,50_S	29,300	0,680	0,680	0,556	1,491	0,634	0,745	0,767	0,496
4_0,5_0,66_C	47,106	0,664	1,478	0,583	1,399	0,647	0,700	0,620	-
4_0,5_0,66_S	27,100	0,688	0,688	0,527	1,440	0,611	0,720	0,666	0,490
4_0,8_0,33_C	41,334	0,656	0,786	0,641	1,524	0,700	0,762	0,853	-
4_0,8_0,33_S	38,000	0,665	0,665	0,622	1,524	0,691	0,762	0,845	0,541
4_0,8_0,50_C	41,334	0,596	0,881	0,731	1,538	0,721	0,769	0,860	-
4_0,8_0,50_S	32,000	0,628	0,628	0,672	1,552	0,699	0,776	0,820	0,693
4_0,8_0,66_C	41,334	0,557	0,970	0,762	1,486	0,706	0,743	0,755	-
4_0,8_0,66_S	27,100	0,618	0,618	0,663	1,525	0,678	0,763	0,696	0,762

Na Tabela 6.3, como é de se esperar, pelo fato de o fator de deficiência de potência ser diretamente proporcional ao coeficiente de pressão, os valores de fator de deficiência de potência ótimo, $\mu_{\text{ótp}}$, são sempre maiores para os rotores com pás auxiliares seccionadas em relação aos rotores com pás auxiliares modificadas para um mesmo valor de Fa , independentemente do valor de Fr . Essa tendência é invertida para o fator de deficiência de potência para a vazão nula, μ_0 .

Na Tabela 6.3, à medida que se aumenta o valor de Fa , fixando-se um determinado valor de Fr para o rotor com pás auxiliares modificadas, o valor de número de Richardson máximo para a pá principal, $Ri_{\text{máxp}}$, diminui. Essa tendência parece indicar que o valor ótimo de fator de ângulo, quando se utiliza o critério de $Ri_{\text{máx}}$, aponta para valores menores que 0,5, ou seja, as pás auxiliares devem estar posicionadas mais próximas do lado de sucção das pás principais. No caso de número de Richardson máximo para os rotores com pás auxiliares, $Ri_{\text{máxA}}$, os maiores valores ocorreram para $Fa = 0,50$ nos casos de $Fr = 0,20$ e $Fr = 0,50$, ao passo que para $Fr = 0,80$ (pás longas) ocorreu em $Fa = 0,66$.

Na Tabela 6.4, observa-se que, quando se aumenta o fator de raio, Fr , os valores de ângulos de entrada das pás auxiliares, $\beta_{\text{pá4A}}$, aumentam e têm uma variação muito pequena ($0,85^\circ$) para os rotores com pás auxiliares modificadas (S) tendo $Fa = 0,66$, ou seja, os ângulos $\beta_{\text{pá4A}}$ são praticamente os mesmos. Essa tendência é mantida para os rotores com pás auxiliares modificadas (S) tendo $Fa = 0,33$, quando se aumenta o fator de raio, ou seja, os valores de $\beta_{\text{pá4A}}$ aumentam e têm uma variação maior ($5,27^\circ$).

Na Tabela 6.4, os valores de coeficiente de vazão ótimo, $\phi_{\text{ótp}}$, são praticamente os mesmos para $Fr = 0,20$ (pás auxiliares curtas) para os três fatores de ângulo analisados. Essa tendência não se verifica para $Fr = 0,80$ (pás auxiliares longas). Pela condição imposta ao rotor com pás modificadas, tem-se, naturalmente, $\phi_{\text{ótp}} = \phi_{\text{óta}}$ para qualquer Fa e Fr .

Na Tabela 6.4, para um mesmo valor de Fa , os valores de coeficiente de pressão ótimo, $\psi_{\text{ótp}}$, são sempre maiores para os rotores com pás auxiliares seccionadas em relação aos rotores com pás auxiliares modificadas independentemente do valor de Fr . Essa tendência é invertida para os valores de coeficiente de pressão para vazão nula, ψ_0 . À medida que se aumenta o valor de Fr (pás cada vez mais longas) os valores de $\psi_{\text{ótp}}$ aumentam, independentemente do tipo de pás auxiliares (seccionada ou modificada). Observa-se que, para um determinado valor de Fr , ψ_0 permanece praticamente constante para qualquer valor de Fa .

Tabela 6.4 Resultados para rotores com 6 pás principais e 6 auxiliares.

Rotor	$\beta_{pá4A}$	$\phi_{ótP}^{(1)}$	$\phi_{ótA}^{(2)}$	$\Psi_{ótP}^{(3)}$	$\Psi_0^{(4)}$	$\mu_{ótP}^{(5)}$	$\mu_0^{(6)}$	$Ri_{máxP}$	$Ri_{máxA}$
6_0,2_0,33_C	49,670	0,632	1,783	0,700	1,572	0,733	0,786	0,834	-
6_0,2_0,33_S	32,900	0,635	0,635	0,667	1,583	0,667	0,703	0,843	0,345
6_0,2_0,50_C	49,670	0,632	1,885	0,688	1,552	0,721	0,776	0,783	-
6_0,2_0,50_S	30,200	0,636	0,636	0,659	1,567	0,694	0,784	0,815	0,371
6_0,2_0,66_C	49,670	0,636	1,930	0,667	1,527	0,704	0,764	0,788	-
6_0,2_0,66_S	30,400	0,637	0,637	0,645	1,541	0,683	0,771	0,818	0,351
6_0,5_0,33_C	47,106	0,606	1,475	0,787	1,652	0,789	0,826	0,842	-
6_0,5_0,33_S	36,900	0,620	0,620	0,745	1,656	0,764	0,828	0,840	0,412
6_0,5_0,50_C	47,106	0,603	1,728	0,792	1,646	0,790	0,823	0,722	-
6_0,5_0,50_S	32,400	0,618	0,618	0,740	1,666	0,758	0,833	0,755	0,460
6_0,5_0,66_C	47,106	0,617	2,046	0,747	1,605	0,763	0,802	0,566	-
6_0,5_0,66_S	30,640	0,627	0,627	0,706	1,634	0,734	0,817	0,695	0,446
6_0,8_0,33_C	41,334	0,571	0,748	0,842	1,662	0,798	0,831	0,853	-
6_0,8_0,33_S	38,170	0,586	0,586	0,817	1,662	0,792	0,831	0,849	0,507
6_0,8_0,50_C	41,334	0,533	0,865	0,910	1,677	0,814	0,838	0,793	-
6_0,8_0,50_S	34,200	0,569	0,569	0,848	1,681	0,800	0,841	0,765	0,631
6_0,8_0,66_C	41,334	0,531	1,033	0,897	1,650	0,800	0,825	0,636	-
6_0,8_0,66_S	31,250	0,578	0,578	0,815	1,666	0,780	0,833	0,618	0,669

Na Tabela 6.4, como é de se esperar, pelo fato de o fator de deficiência de potência ser diretamente proporcional ao coeficiente de pressão, os valores de fator de deficiência de potência ótimo, $\mu_{ótP}$, são sempre maiores para os rotores com pás auxiliares seccionadas em relação aos rotores com pás auxiliares modificadas para um mesmo valor de Fa , independentemente do valor de Fr . Essa tendência é invertida para o fator de deficiência de potência para a vazão nula, μ_0 .

Na Tabela 6.4, à medida que se aumenta o valor de Fa , fixando-se um determinado valor de Fr para o rotor com pás auxiliares modificadas, o valor de número de Richardson máximo para a pá principal, $Ri_{máxP}$, diminui. Essa tendência parece indicar que o valor ótimo de fator de ângulo, quando se utiliza o critério de $Ri_{máx}$, aponta para valores menores que 0,5, ou seja, as pás auxiliares devem estar posicionadas mais próximas do lado de sucção das pás principais. No caso de número de Richardson máximo para os rotores com pás auxiliares, $Ri_{máxA}$, os maiores valores ocorreram para $Fa = 0,50$ nos casos de $Fr = 0,20$ e $Fr = 0,50$, ao passo que para $Fr = 0,80$ (pás longas) ocorreu em $Fa = 0,66$.

Na Tabela 6.5, observa-se que, quando se aumenta o fator de raio, Fr , os valores de ângulos de entrada das pás auxiliares, $\beta_{pá4A}$, aumentam e têm uma variação muito pequena ($1,45^\circ$) para os rotores com pás auxiliares modificadas (S) tendo $Fa = 0,66$, ou seja, os ângulos $\beta_{pá4A}$ são praticamente os mesmos. Essa tendência é mantida para os rotores com pás auxiliares modificadas (S) tendo $Fa = 0,33$, quando se aumenta o fator de raio, ou seja, os valores de $\beta_{pá4A}$ aumentam e têm uma variação maior ($3,49^\circ$).

Na Tabela 6.5, os valores de coeficiente de vazão ótimo, $\phi_{ót}$, são praticamente os mesmos para $Fr = 0,20$ (pás auxiliares curtas) para os três fatores de ângulo analisados. Essa tendência não se verifica para $Fr = 0,80$ (pás auxiliares longas). Pela condição imposta ao rotor com pás modificadas, tem-se, naturalmente, $\phi_{ót} = \phi_{ótA}$ para qualquer Fa e Fr .

Na Tabela 6.5, para um mesmo valor de Fa , os valores de coeficiente de pressão ótimo, $\psi_{ót}$, são sempre maiores para os rotores com pás auxiliares seccionadas em relação aos rotores com pás auxiliares modificadas independentemente do valor de Fr . Essa tendência é invertida para os valores de coeficiente de pressão para vazão nula, ψ_0 . À medida que se aumenta o valor de Fr (pás cada vez mais longas) os valores de $\psi_{ót}$ aumentam, independentemente do tipo de pás auxiliares (seccionada ou modificada). Observa-se que, para um determinado valor de Fr , ψ_0 permanece praticamente constante para qualquer valor de Fa .

Na Tabela 6.5, como é de se esperar, pelo fato de o fator de deficiência de potência ser diretamente proporcional ao coeficiente de pressão, os valores de fator de deficiência de potência ótimo, $\mu_{ót}$, são sempre maiores para os rotores com pás auxiliares seccionadas em relação aos rotores com pás auxiliares modificadas para um mesmo valor de Fa , independentemente do valor de Fr . Essa tendência é invertida para o fator de deficiência de potência para a vazão nula, μ_0 .

Na Tabela 6.5, à medida que se aumenta o valor de Fa , fixando-se um determinado valor de Fr para o rotor com pás auxiliares modificadas, o valor de número de Richardson máximo para a pá principal, $Ri_{máxp}$, diminui. Essa tendência parece indicar que o valor ótimo de fator de ângulo, quando se utiliza o critério de $Ri_{máx}$, aponta para valores menores que 0,5, ou seja, as pás auxiliares devem estar posicionadas mais próximas do lado de sucção das pás principais. No caso de número de Richardson máximo para os rotores com pás auxiliares, $Ri_{máxA}$, os maiores valores ocorreram para $Fa = 0,50$ nos casos de $Fr = 0,20$ e $Fr = 0,50$, ao passo que para $Fr = 0,80$ (pás longas) ocorreu em $Fa = 0,66$.

Tabela 6.5 Resultados para rotores com 8 pás principais e 8 auxiliares.

Rotor	$\beta_{pá4A}$	$\phi_{ótP}^{(1)}$	$\phi_{ótA}^{(2)}$	$\psi_{ótP}^{(3)}$	$\psi_0^{(4)}$	$\mu_{ótP}^{(5)}$	$\mu_0^{(6)}$	$Ri_{máxP}$	$Ri_{máxA}$
8_0,2_0,33_C	49,670	0,574	2,114	0,851	1,684	0,811	0,842	0,838	-
8_0,2_0,33_S	34,950	0,576	0,576	0,822	1,693	0,784	0,846	0,857	0,326
8_0,2_0,50_C	49,670	0,575	2,096	0,840	1,669	0,801	0,834	0,813	-
8_0,2_0,50_S	32,250	0,576	0,576	0,813	1,682	0,776	0,841	0,843	0,348
8_0,2_0,66_C	49,670	0,576	2,019	0,821	1,646	0,784	0,823	0,834	-
8_0,2_0,66_S	32,450	0,577	0,577	0,800	1,658	0,765	0,829	0,855	0,329
8_0,5_0,33_C	47,106	0,560	2,141	0,907	1,730	0,845	0,865	0,793	-
8_0,5_0,33_S	38,910	0,568	0,568	0,880	1,731	0,829	0,865	0,817	0,378
8_0,5_0,50_C	47,106	0,561	2,502	0,911	1,736	0,850	0,868	0,668	-
8_0,5_0,50_S	35,400	0,568	0,568	0,877	1,746	0,827	0,873	0,744	0,424
8_0,5_0,66_C	47,106	0,568	2,661	0,881	1,710	0,831	0,855	0,637	-
8_0,5_0,66_S	33,800	0,572	0,572	0,851	1,729	0,808	0,864	0,738	0,419
8_0,8_0,33_C	41,334	0,524	0,752	0,961	1,731	0,848	0,866	0,770	-
8_0,8_0,33_S	38,440	0,540	0,540	0,934	1,731	0,844	0,866	0,782	0,449
8_0,8_0,50_C	41,334	0,505	0,899	1,001	1,745	0,859	0,873	0,676	-
8_0,8_0,50_S	35,800	0,535	0,535	0,949	1,747	0,851	0,874	0,683	0,545
8_0,8_0,66_C	41,334	0,517	1,195	0,972	1,730	0,848	0,865	0,530	-
8_0,8_0,66_S	33,900	0,545	0,545	0,919	1,736	0,837	0,868	0,563	0,583

Os resultados apresentados nas Tabelas 6.3, 6.4 e 6.5, respectivamente, para 4, 6 e 8 pás (principais e auxiliares) indicam duas informações importantes com relação ao $Ri_{máx}$: 1) os maiores valores de $Ri_{máx}$ ocorrem para $Fa = 0,33$, independentemente do valor de Fr , do número de pás e do rotor se é com pás auxiliares seccionadas ou modificadas. Essa informação parece indicar que as pás auxiliares devem ser posicionadas mais próximas da superfície de sucção das pás principais do que mais próximas da superfície de pressão; 2) o maior valor de número de Richardson máximo, $Ri_{máx}^*$, que indica a situação ótima, ocorre para o rotor centrífugo com 8 pás, $Fa = 0,33$, $Fr = 0,20$ e com pás auxiliares modificadas.

Nas Figuras 6.1 e 6.2, são apresentados os resultados para o coeficiente de pressão ótimo, $\psi_{ótP}$, e fator de deficiência de potência ótimo, $\mu_{ótP}$, em função do coeficiente de vazão ótimo, $\phi_{ótP}$, para todos os rotores analisados neste trabalho. O símbolo + representa os valores para os rotores convencionais com 4, 5, ..., 15 e 16 pás. Os símbolos representados por triângulos, quadrados e círculos indicam os valores para os rotores com pás auxiliares: triân-

gulos para $Fa = 0,33$, quadrados para $Fa = 0,50$ e círculos para $Fa = 0,66$. Os símbolos com um ponto no seu centro representam os rotores com pás auxiliares seccionadas e os símbolos sem o ponto representam os rotores com pás auxiliares modificadas. São utilizados três tamanhos diferentes de símbolos para o fator de raio, Fr : os menores para $Fr = 0,20$, os intermediários para $Fr = 0,50$ e os maiores para $Fr = 0,80$. Os símbolos em cor preta representam os rotores com 4 pás principais e 4 pás auxiliares, em cor vermelha rotores com 6 pás principais e 6 pás auxiliares e em cor azul rotores com 8 pás principais e 8 pás auxiliares.

A Figura 6.1 mostra que, para um determinado valor de $\phi_{ót}$, pode-se estabelecer diversos valores de $\psi_{ót}$, quando se insere pás auxiliares com determinados valores de Fa e Fr . De um modo geral, os resultados indicam que a inserção de pás auxiliares faz aumentar o valor do coeficiente de pressão do rotor centrífugo em relação ao do rotor convencional.

A Figura 6.2 mostra que a inserção de pás auxiliares faz aumentar o valor do fator de deficiência de potência aumentando em consequência a transferência de energia do rotor para o fluido em escoamento. As Figuras 6.3 até 6.47 apresentam os resultados obtidos para os 9 grupos de rotores centrífugos com $Fa = 0,33$, que estão colocados na Tabela 6.6 para facilitar a análise dessas figuras. Os resultados para os 9 grupos de rotores centrífugos com $Fa = 0,50$ e com $Fa = 0,66$ estão, respectivamente, no Apêndice B e no Apêndice C.

Tabela 6.6 Grupo de rotores centrífugos com $Fa = 0,33$.

Grupo	N_P	N_A	Fr	$\beta_{pá_{4A}}(S)$	$\beta_{pá_{4A}}(C)$	Figuras				
						P	W	Ri_{P-A}	β	Ri_{ABC}
1	4	4	0,20	31,400	49,670	6.3	6.4	6.5	6.6	6.7
2	4	4	0,50	34,600	47,106	6.8	6.9	6.10	6.11	6.12
3	4	4	0,80	38,000	41,334	6.13	6.14	6.15	6.16	6.17
4	6	6	0,20	32,900	49,670	6.18	6.19	6.20	6.21	6.22
5	6	6	0,50	36,900	47,106	6.23	6.24	6.25	6.26	6.27
6	6	6	0,80	38,170	41,334	6.28	6.29	6.30	6.31	6.32
7	8	8	0,20	34,950	49,670	6.33	6.34	6.35	6.36	6.37
8	8	8	0,50	38,910	47,106	6.38	6.39	6.40	6.41	6.42
9	8	8	0,80	38,440	41,334	6.43	6.44	6.45	6.46	6.47

Nas figuras que mostram as distribuições de P , W , Ri , $\beta_{pá}$, e β são apresentados simultaneamente os resultados para os três tipos de rotores: o rotor convencional, o rotor com pás auxiliares seccionadas e o rotor com pás auxiliares modificadas.

As Figuras 6.3, 6.8 e 6.13, que apresentam a pressão adimensional, P , e as Figuras 6.4, 6.9 e 6.14, que representam a velocidade relativa adimensional, em função da relação de raios, R_c , mostram que, com o aumento dos valores de Fr , o carregamento nas pás principais, para os rotores com pás auxiliares, diminui em relação ao carregamento nas mesmas pás para o rotor convencional. Os valores de P e W são alterados principalmente na superfície de sucção da pá.

As Figuras 6.5, 6.10 e 6.15 mostram que os valores de números de Richardson para as pás principais vão aumentando, à medida que se aumenta os valores de Fr . Observa-se que essa característica também é válida para as pás auxiliares.

As Figuras 6.6, 6.11 e 6.16 mostram as distribuições de ângulos da pá, $\beta_{pá}$, e de ângulos do escoamento relativo, β , para os rotores convencionais e com pás auxiliares. Observa-se que o ângulo do escoamento relativo na entrada é maior que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares. Na saída do rotor, essa situação é invertida, ou seja, o ângulo do escoamento relativo é menor que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares, devido ao desvio do escoamento na saída caracterizado pelo fator de deficiência de potência.

As Figuras 6.7, 6.12 e 6.17 mostram as distribuições de números de Richardson considerando o seguinte (Veja a Figura 5.3): 1) as superfícies de pressão e de sucção das pás principais somente do canal formado por duas pás principais consecutivas (Canal A); 2) a superfície de pressão da pá auxiliar e a superfície de sucção da pá principal (Canal B) e 3) a superfície de pressão da pá principal e a superfície de sucção da pá auxiliar (Canal C). Nessas figuras, observa-se que os valores de Ri para os Canais B e C aumentam, à medida que os valores de R_c aumentam. Para o canal A, independentemente do valor de Fr , o Ri para o rotor com pás auxiliares é maior que o Ri para o rotor convencional somente para o $Fa = 0,33$. Observa-se também que, com o aumento dos valores de Fr , os valores dos $Ri_{máx}$ nas pás auxiliares vão se deslocando para o centro do rotor (região de entrada do rotor). Essa situação sugere que deve haver um valor limite para que $Ri_{máx}$ nas pás auxiliares não se aproxime da região de entrada do rotor uma vez que, se as pás auxiliares forem muito longas, o bloqueio geométrico provocado pelas pás auxiliares irá afetar as características do escoamento não só na entrada no desempenho do rotor. Foi observado por Oliveira (2001) que, para o número ótimo de pás de rotores convencionais, sempre correspondia a faixa maior de R_c , para um determinado valor de Ri abaixo do valor de $Ri_{máx}$ (Figura 5.2). Essa característica sugere que, para rotores com pás auxiliares, deve-se também ter uma ampla faixa de R_c e, portanto, valores altos de Fr não são recomendados para rotores centrífugos com pás auxiliares.

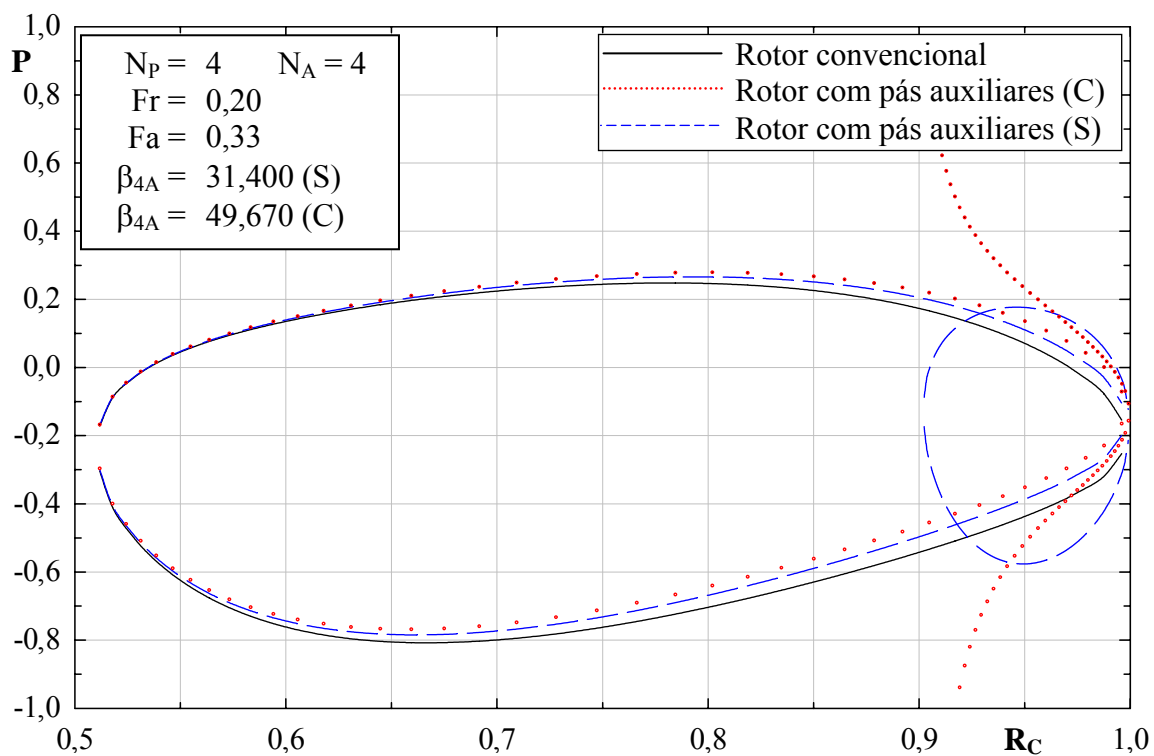


Figura 6.3 Distribuição de pressões no grupo de rotores 4_0,20_0,33.

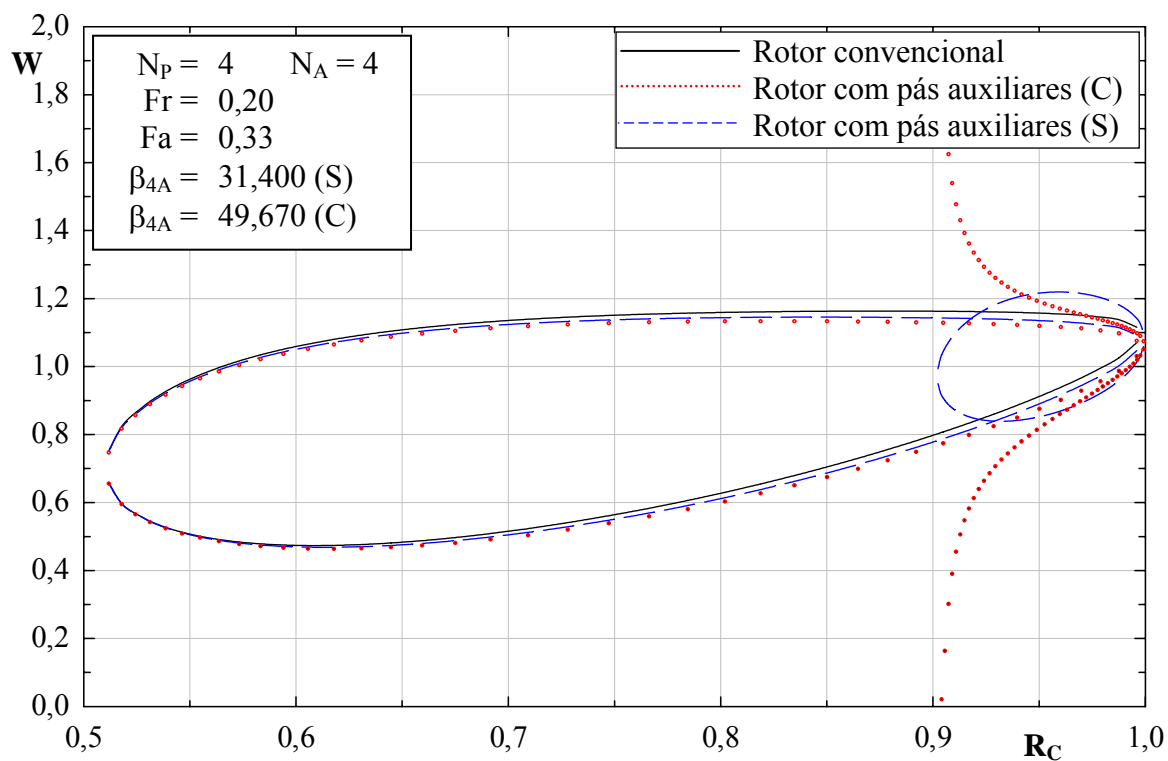


Figura 6.4 Distribuição de velocidades relativas no grupo de rotores 4_0,20_0,33.

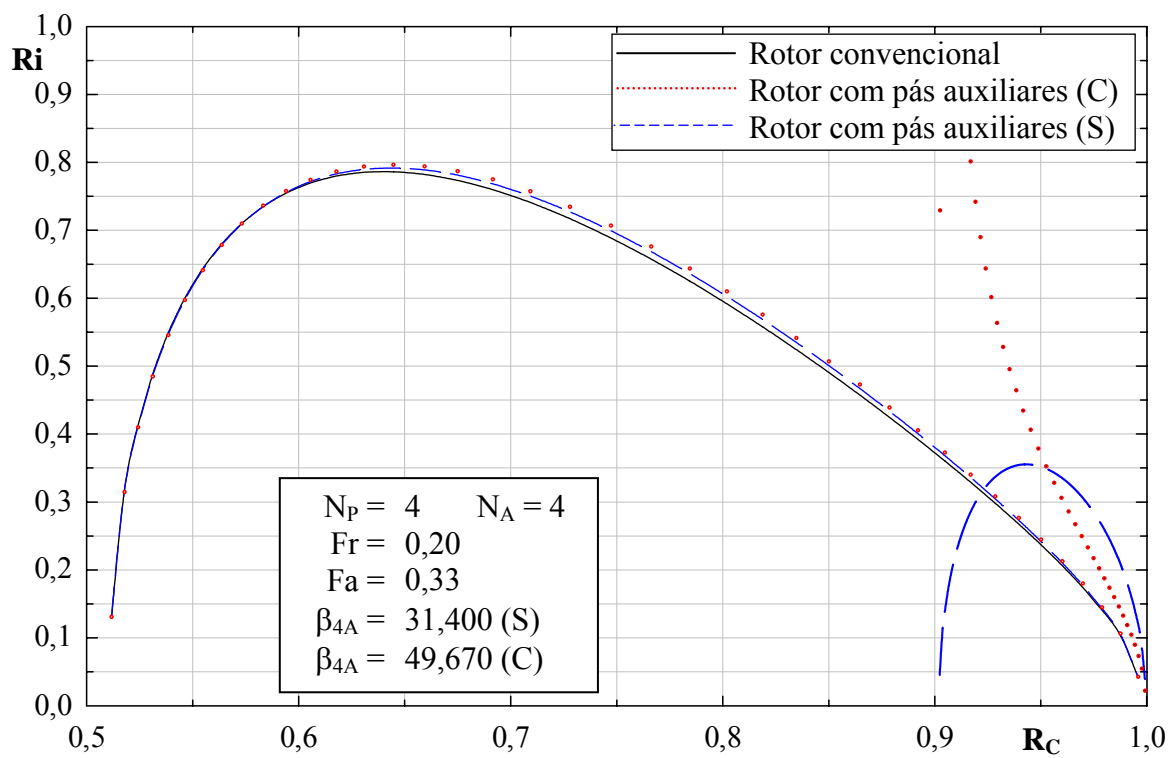


Figura 6.5 Distribuição do número de Richardson no grupo de rotores 4_0,20_0,33.

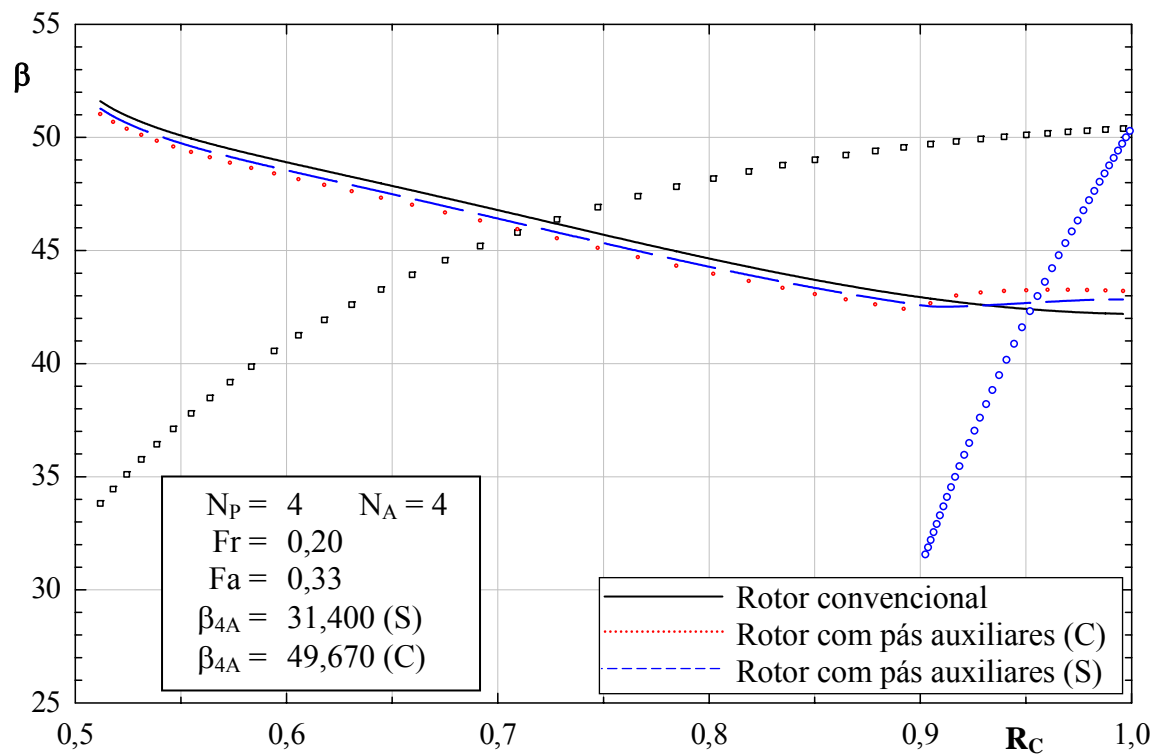


Figura 6.6 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento no grupo de rotores 4_0,20_033.

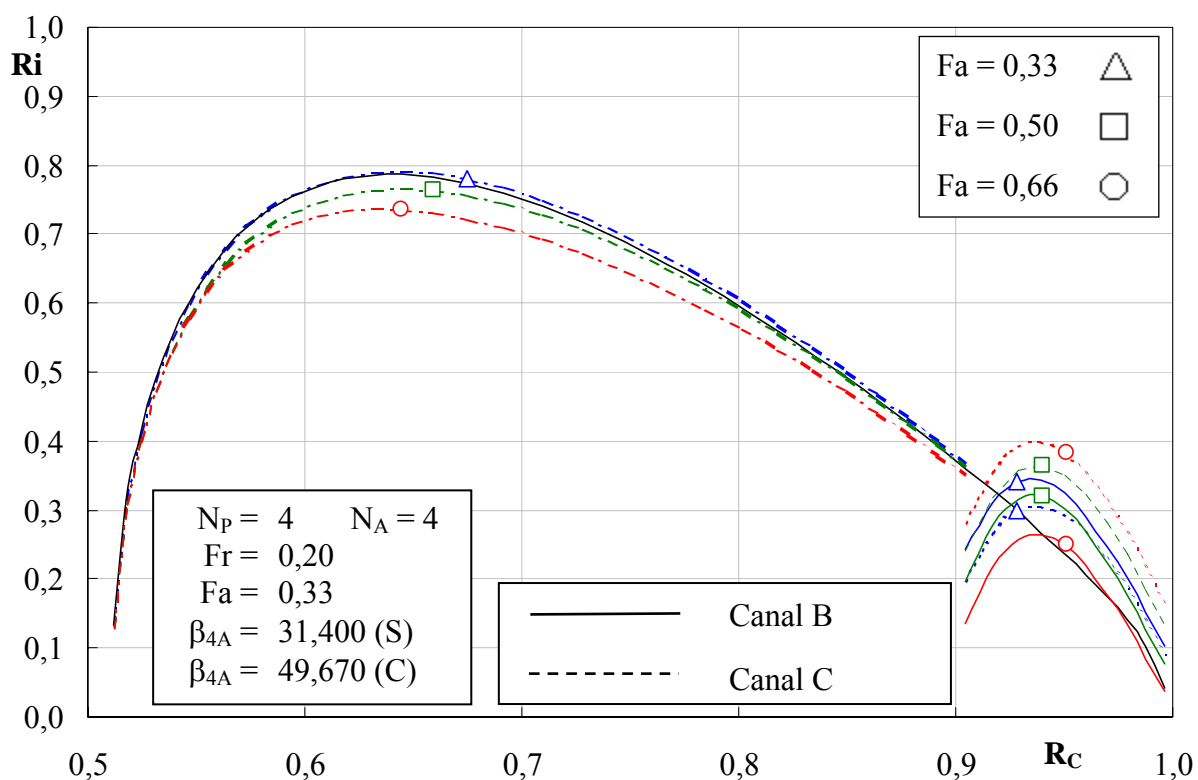


Figura 6.7 Distribuição do número de Richardson nos canais B e C do grupo de rotores 4_0,20_X.

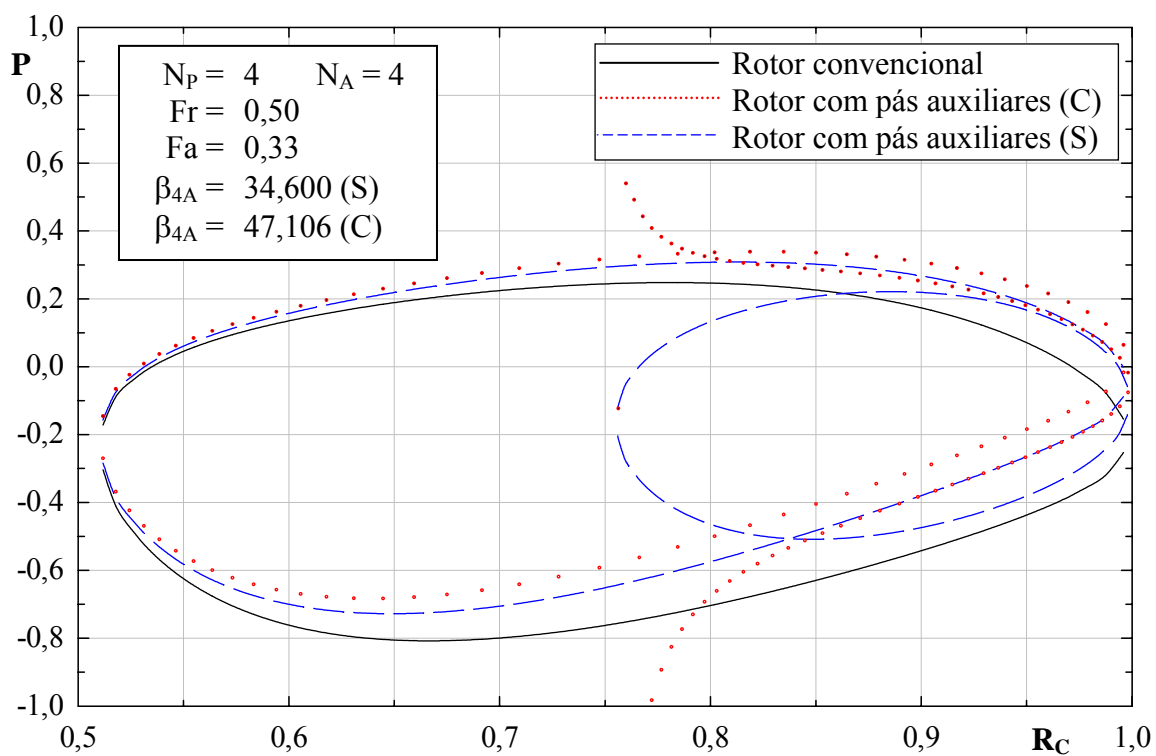


Figura 6.8 Distribuição de pressões no grupo de rotores 4_0,50_0,33.

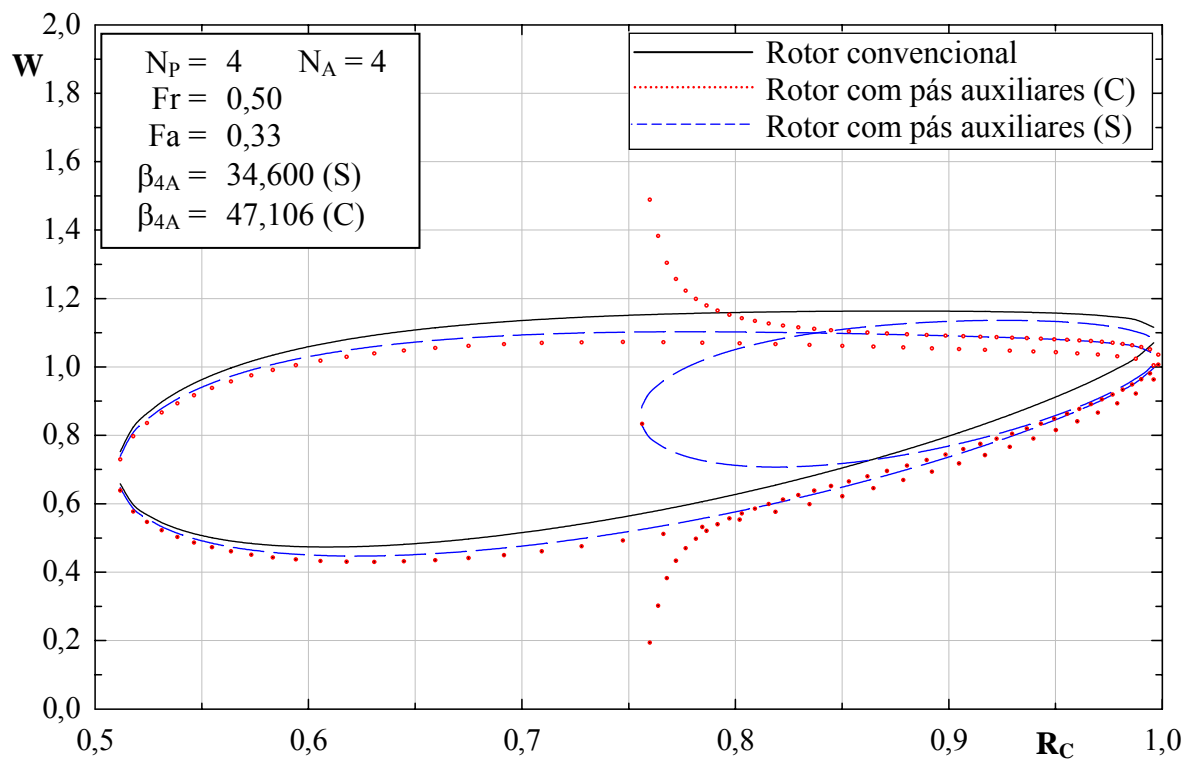


Figura 6.9 Distribuição de velocidades relativas no grupo de rotores 4_0,50_0,33.

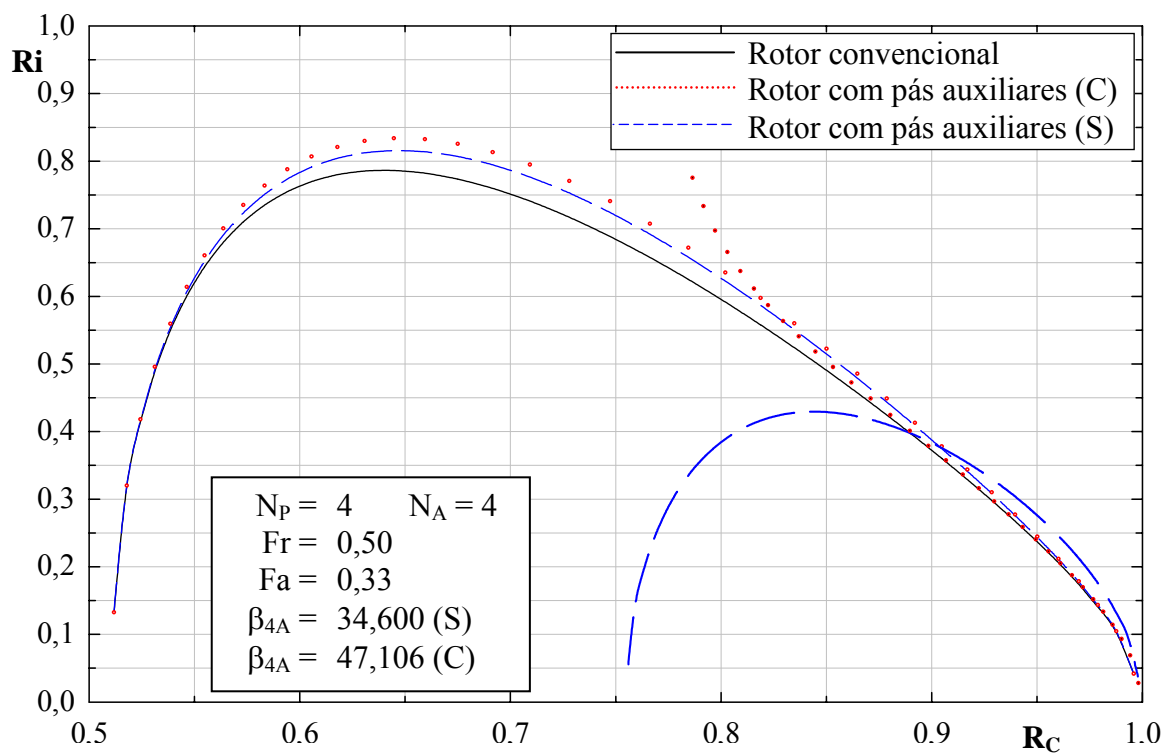


Figura 6.10 Distribuição do número de Richardson no grupo de rotores 4_0,50_0,33.

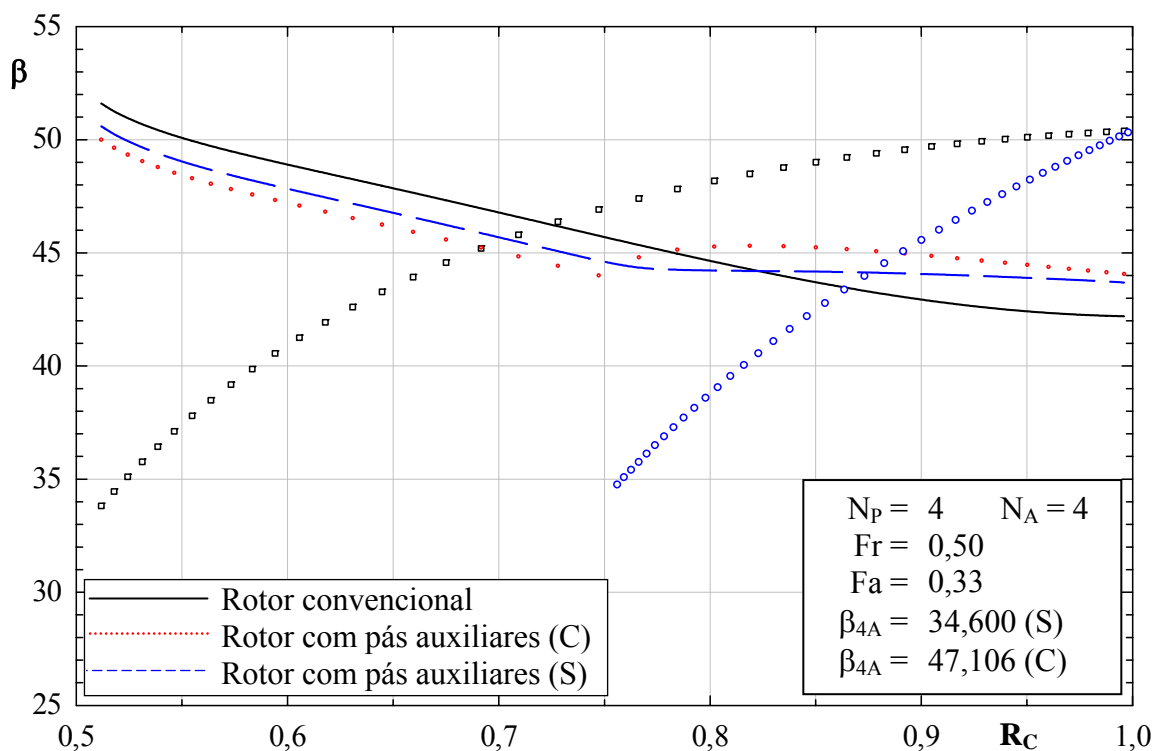


Figura 6.11 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento no grupo de rotores 4_0,50_033.

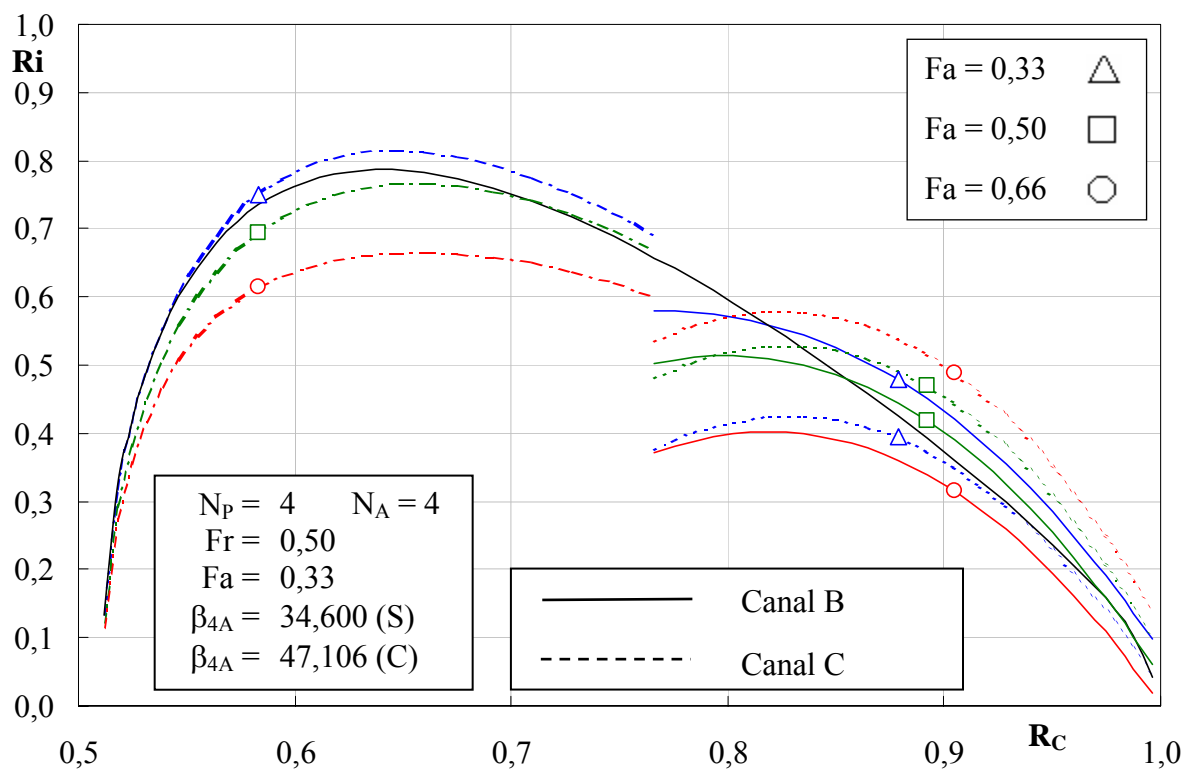


Figura 6.12 Distribuição do número de Richardson nos canais A e B do grupo de rotores 4_0,50_X.

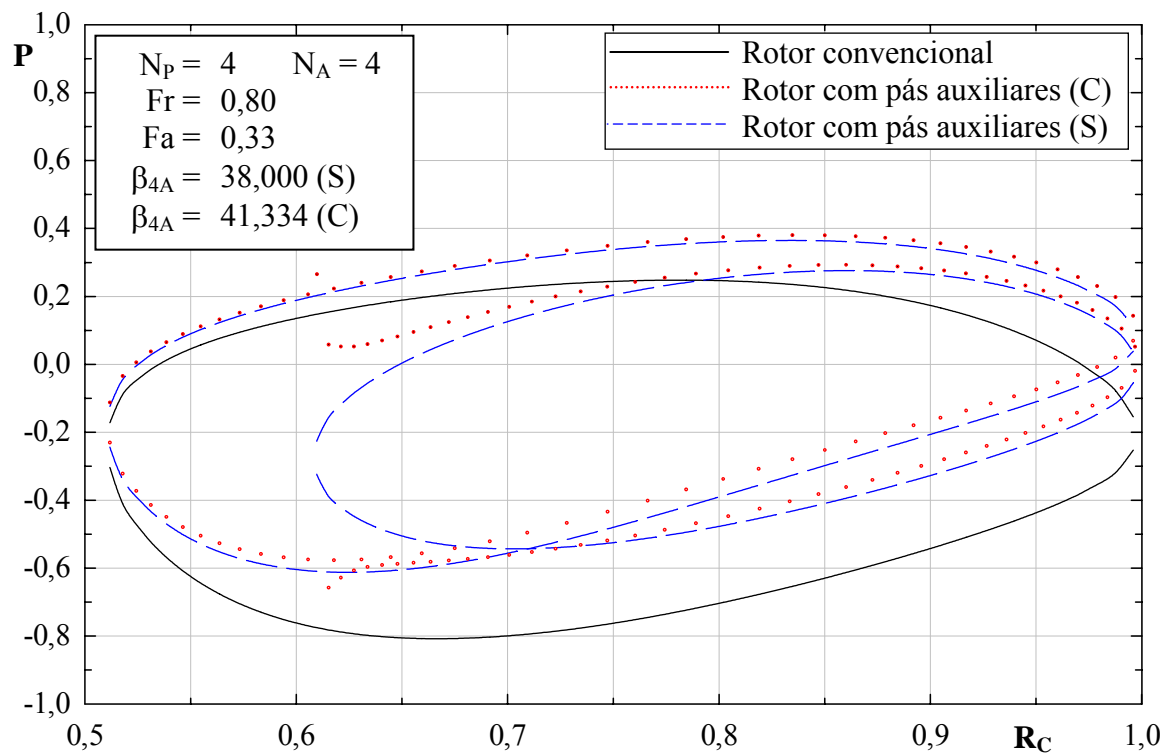


Figura 6.13 Distribuição de pressões no grupo de rotores 4_0,80_0,33.

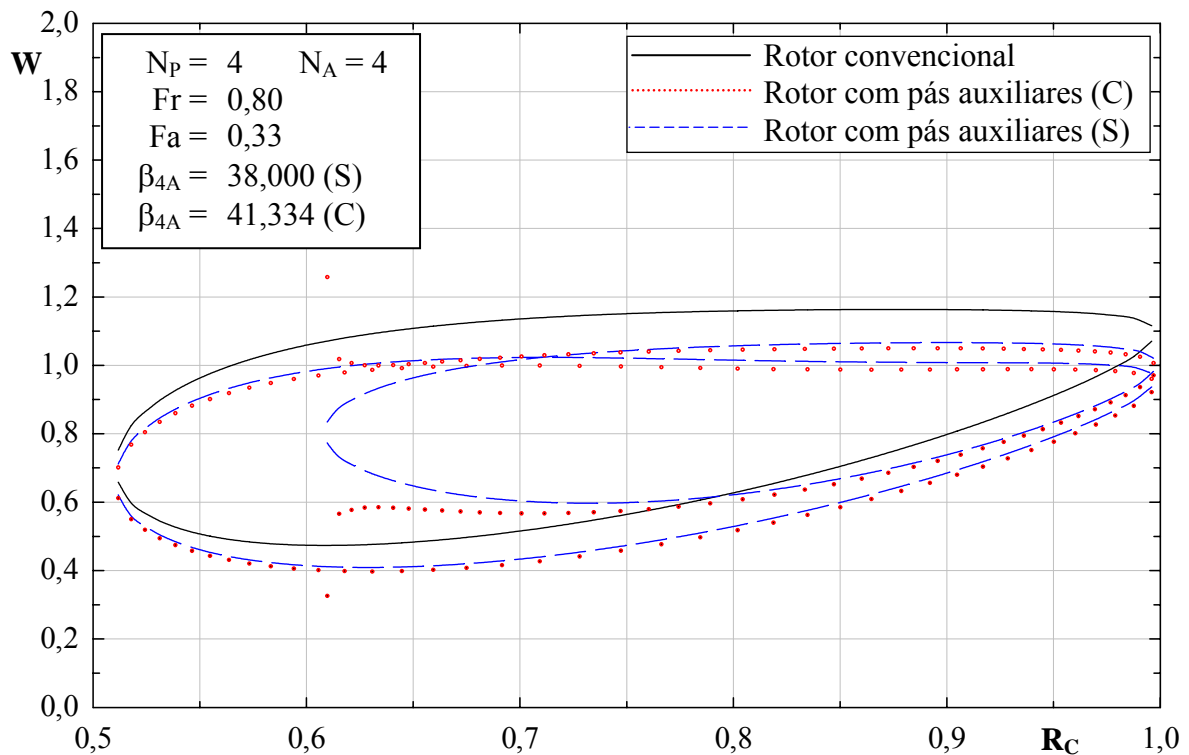


Figura 6.14 Distribuição de velocidades relativas no grupo de rotores 4_0,80_0,33.

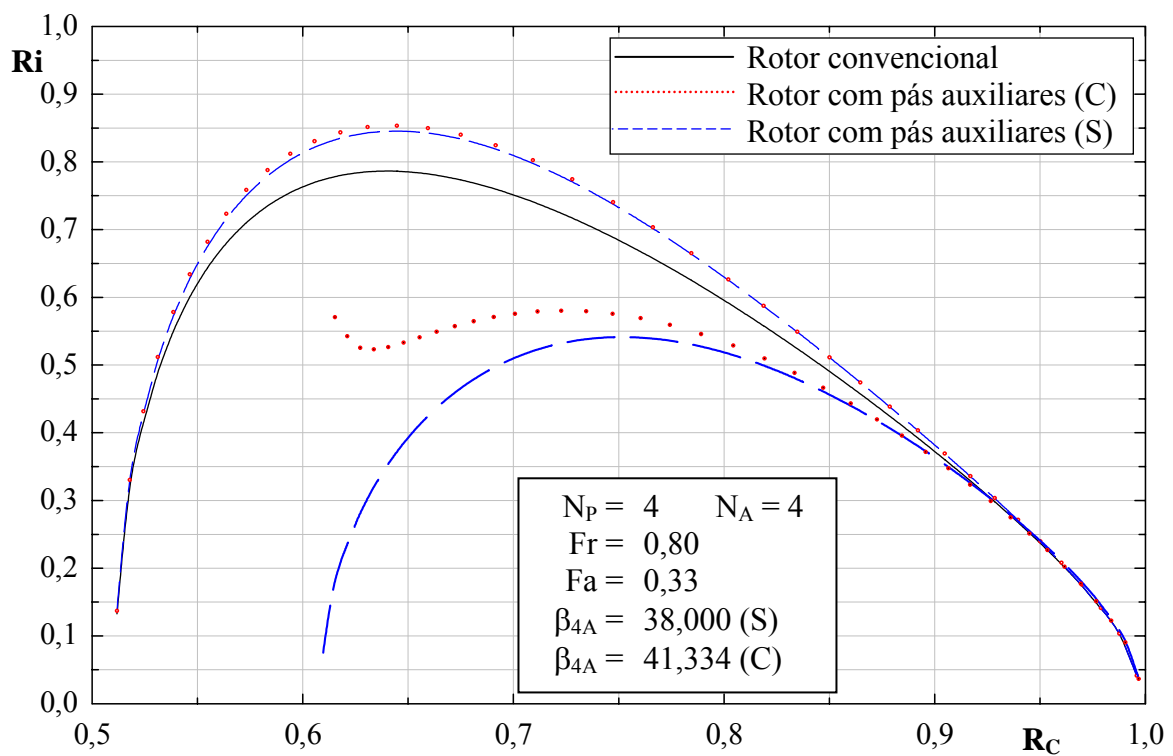


Figura 6.15 Distribuição do número de Richardson no grupo de rotores 4_0,80_0,33.

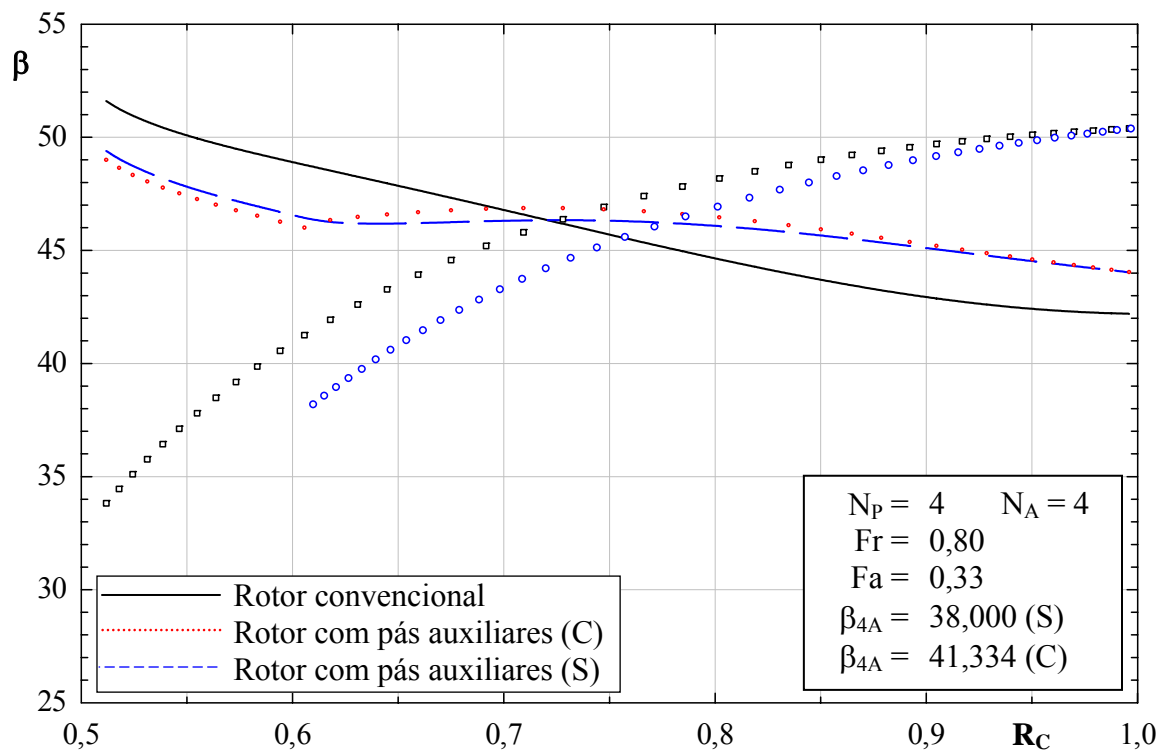


Figura 6.16 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento no grupo de rotores 4_0,80_0,33.

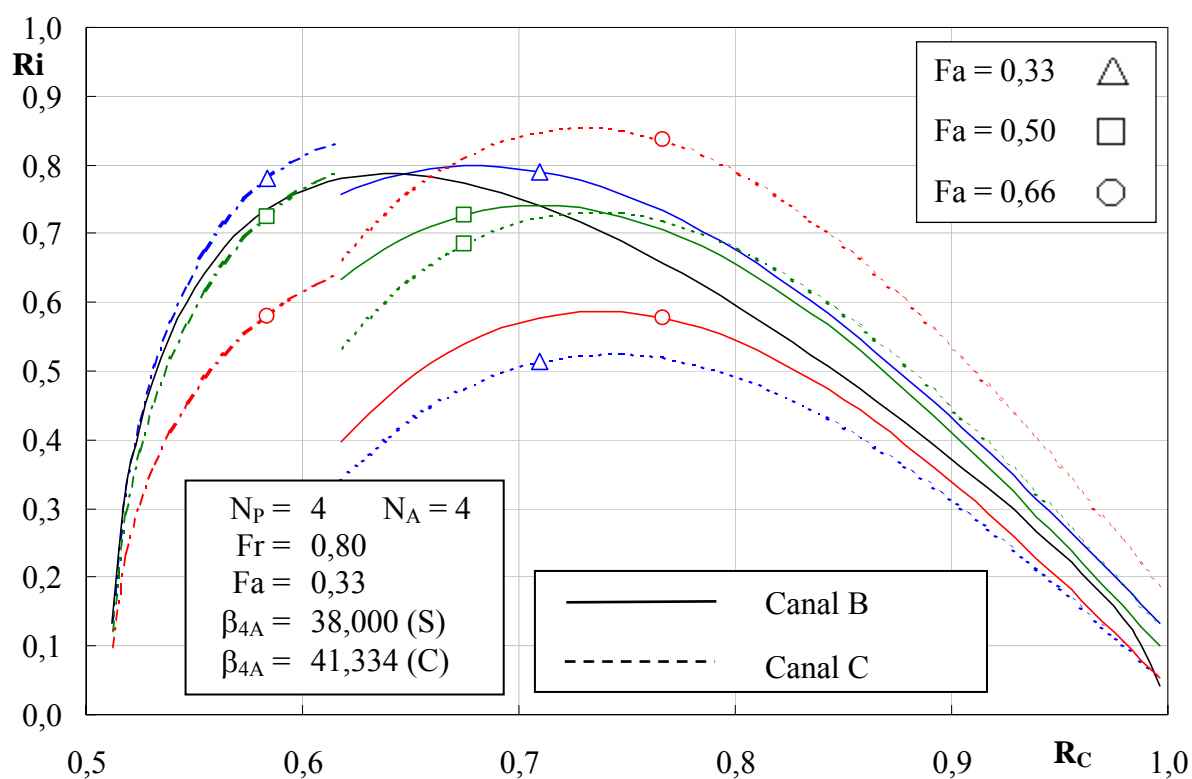


Figura 6.17 Distribuição do número de Richardson nos canais A e B do grupo de rotores 4_0,80_X.

As Figuras 6.18, 6.23 e 6.28, que apresentam a pressão adimensional, P , e as Figuras 6.19, 6.24 e 6.29, que representam a velocidade relativa adimensional, em função da relação de raios, R_c , mostram que, com o aumento dos valores de Fr , o carregamento nas pás principais, para os rotores com pás auxiliares, diminui em relação ao carregamento nas mesmas pás para o rotor convencional. Os valores de P e W são alterados principalmente na superfície de sucção da pá.

As Figuras 6.20, 6.25 e 6.30 mostram que os valores de números de Richardson para as pás principais vão aumentando, à medida que se aumenta os valores de Fr . Observa-se que essa característica também é válida para as pás auxiliares.

As Figuras 6.21, 6.26 e 6.31 mostram as distribuições de ângulos da pá, $\beta_{pá}$, e de ângulos do escoamento relativo, β , para os rotores convencionais e com pás auxiliares. Observa-se que o ângulo do escoamento relativo na entrada é maior que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares. Na saída do rotor, essa situação é invertida, ou seja, o ângulo do escoamento relativo é menor que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares, devido ao desvio do escoamento na saída caracterizado pelo fator de deficiência de potência.

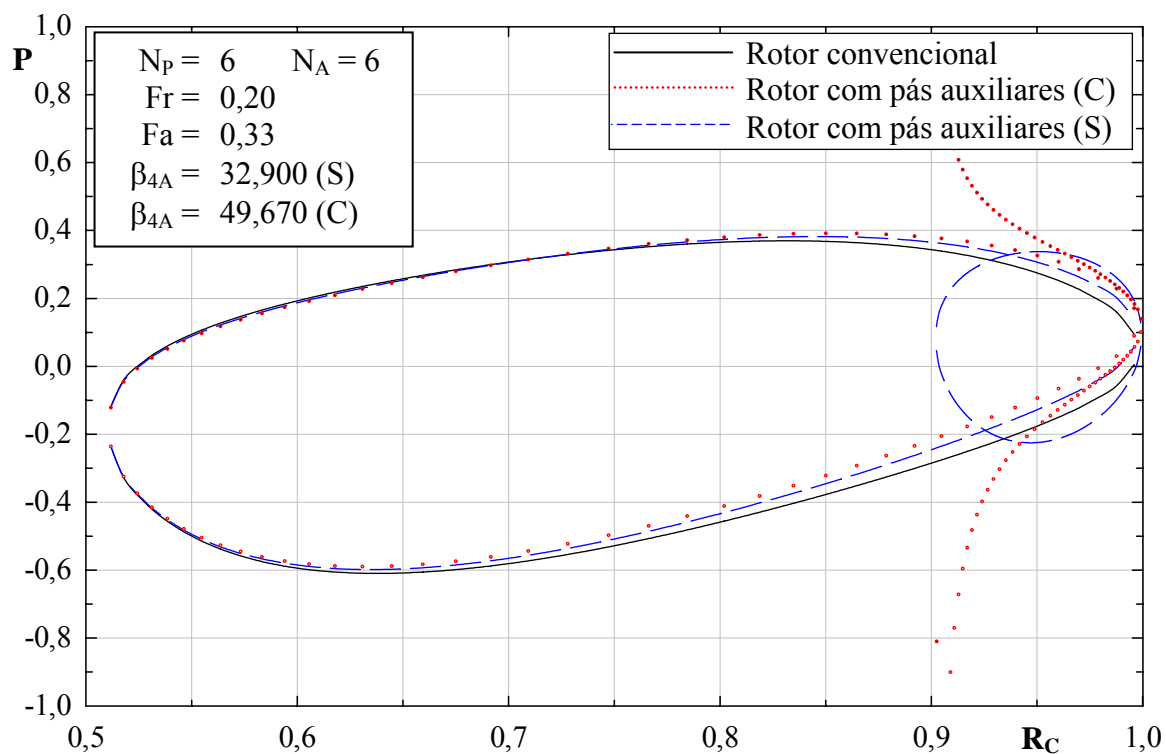


Figura 6.18 Distribuição de pressões no grupo de rotores 6_0,20_0,33.

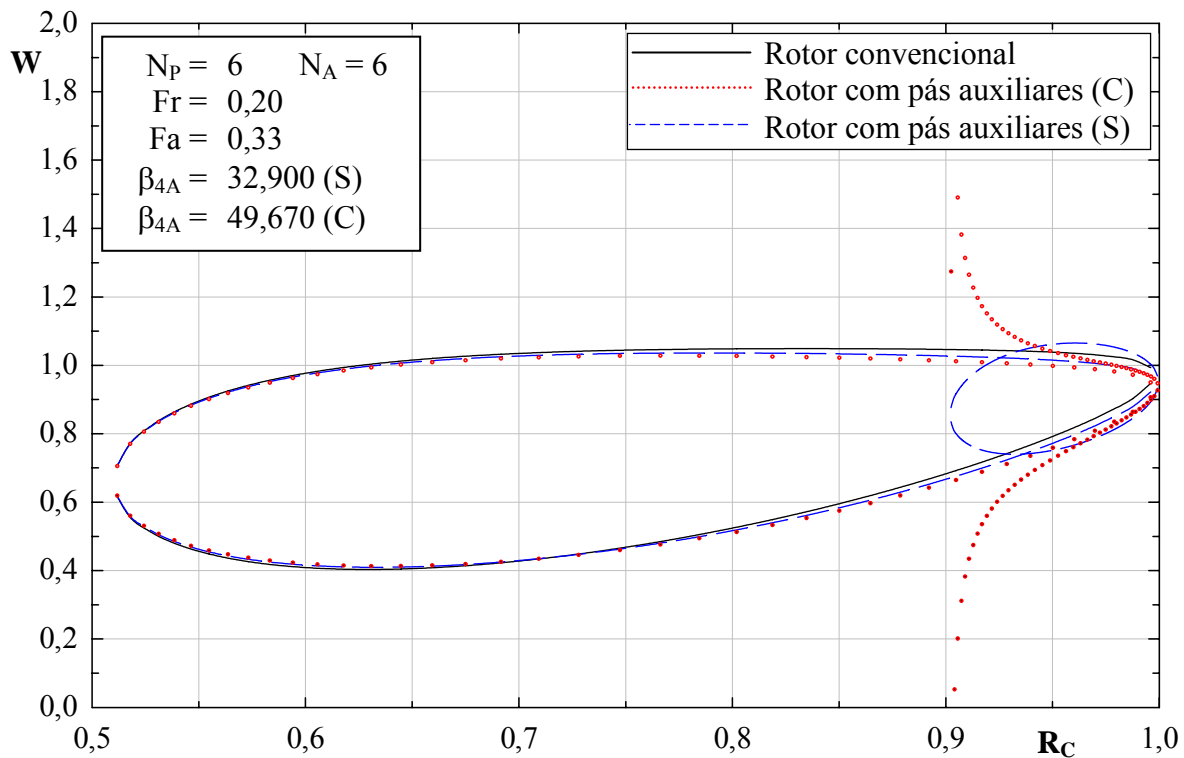


Figura 6.19 Distribuição de velocidades relativas no grupo de rotores 6_0,20_0,33.

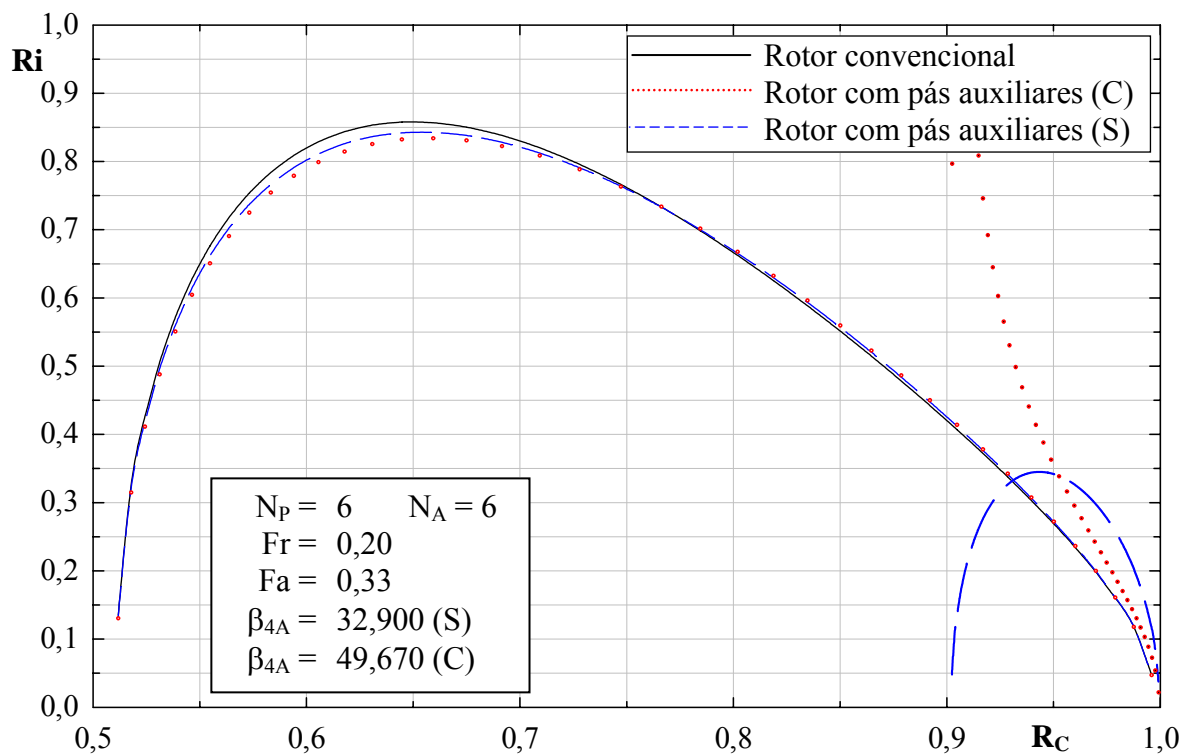


Figura 6.20 Distribuição do número de Richardson no grupo de rotores 6_0,20_0,33.

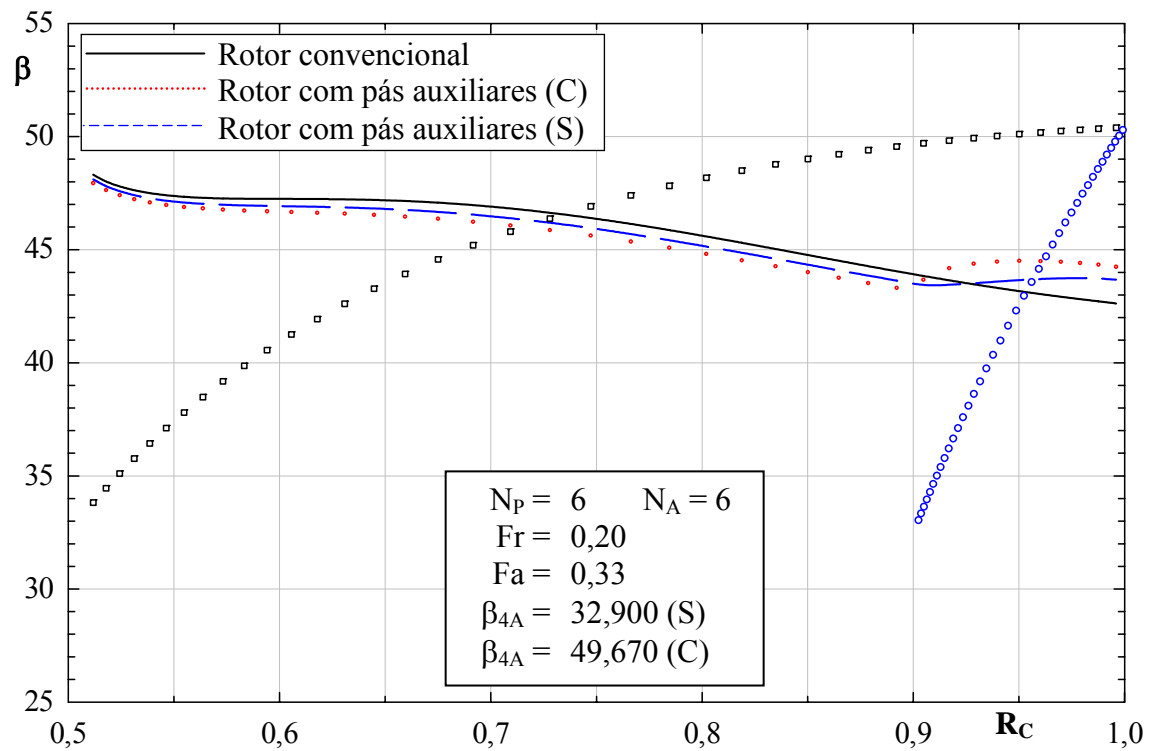


Figura 6.21 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento no grupo de rotores 6_0,20_0,33.

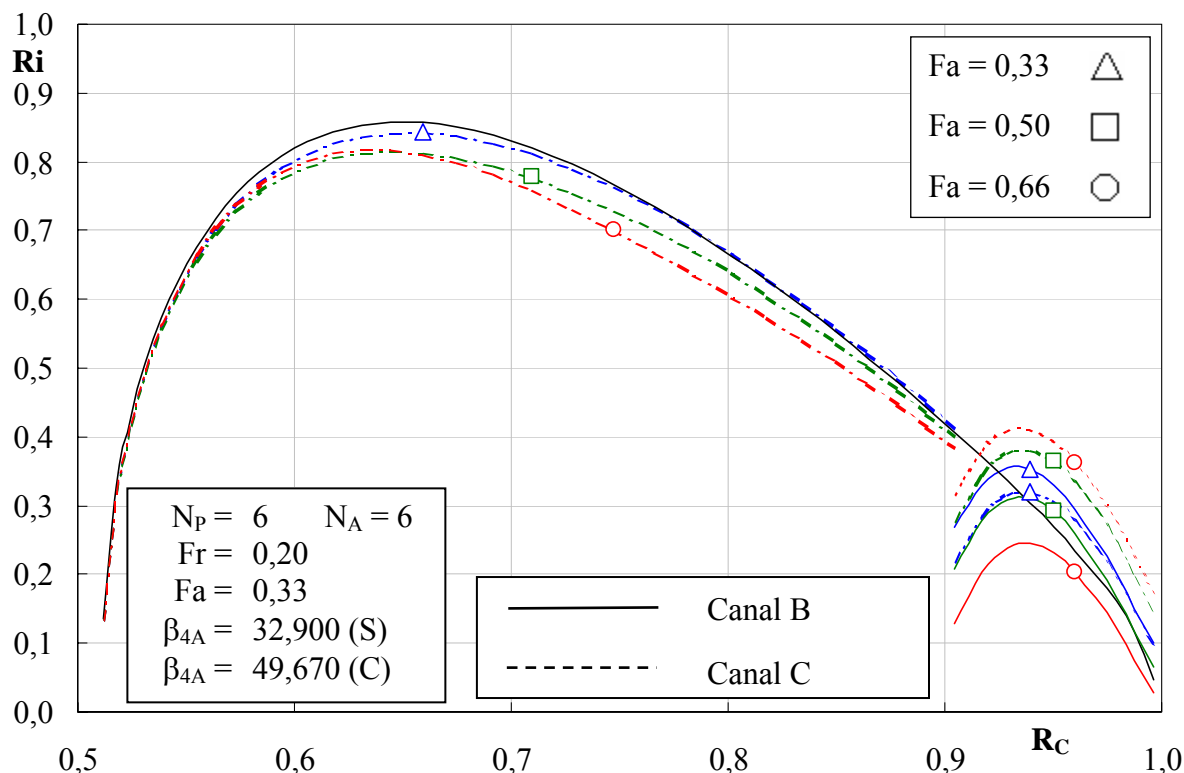


Figura 6.22 Distribuição do número de Richardson nos canais A e B do grupo de rotores 6_0,20_X.

As Figuras 6.22, 6.27 e 6.32 mostram as distribuições de números de Richardson considerando o seguinte (Veja a Figura 5.3): 1) as superfícies de pressão e de sucção das pás principais somente do canal formado por duas pás principais consecutivas (Canal A); 2) a superfície de pressão da pá auxiliar e a superfície de sucção da pá principal (Canal B) e 3) a superfície de pressão da pá principal e a superfície de sucção da pá auxiliar (Canal C). Nessas figuras, observa-se que os valores de Ri para os Canais B e C aumentam, à medida que os valores de Rc aumentam. Para o canal A, independentemente do valor de Fr, o Ri para o rotor com pás auxiliares é maior que o Ri para o rotor convencional somente para o $Fa = 0,33$. Observa-se também que, com o aumento dos valores de Fr, os valores dos $Ri_{m\acute{a}x}$ nas pás auxiliares vão se deslocando para o centro do rotor (região de entrada do rotor). Essa situação sugere que deve haver um valor limite para que $Ri_{m\acute{a}x}$ nas pás auxiliares não se aproxime da região de entrada do rotor uma vez que, se as pás auxiliares forem muito longas, o bloqueio geométrico provocado pelas pás auxiliares irá afetar as características do escoamento não só na entrada no desempenho do rotor. Foi observado por Oliveira (2001) que, para o número ótimo de pás de rotores convencionais, sempre correspondia a faixa maior de Rc, para um determinado valor de Ri abaixo do valor de $Ri_{m\acute{a}x}$ (Figura 5.2). Essa característica sugere que, para rotores com pás auxiliares, deve-se também ter uma ampla faixa de Rc e, portanto, valores altos de Fr não são recomendados para rotores centrífugos com pás auxiliares.

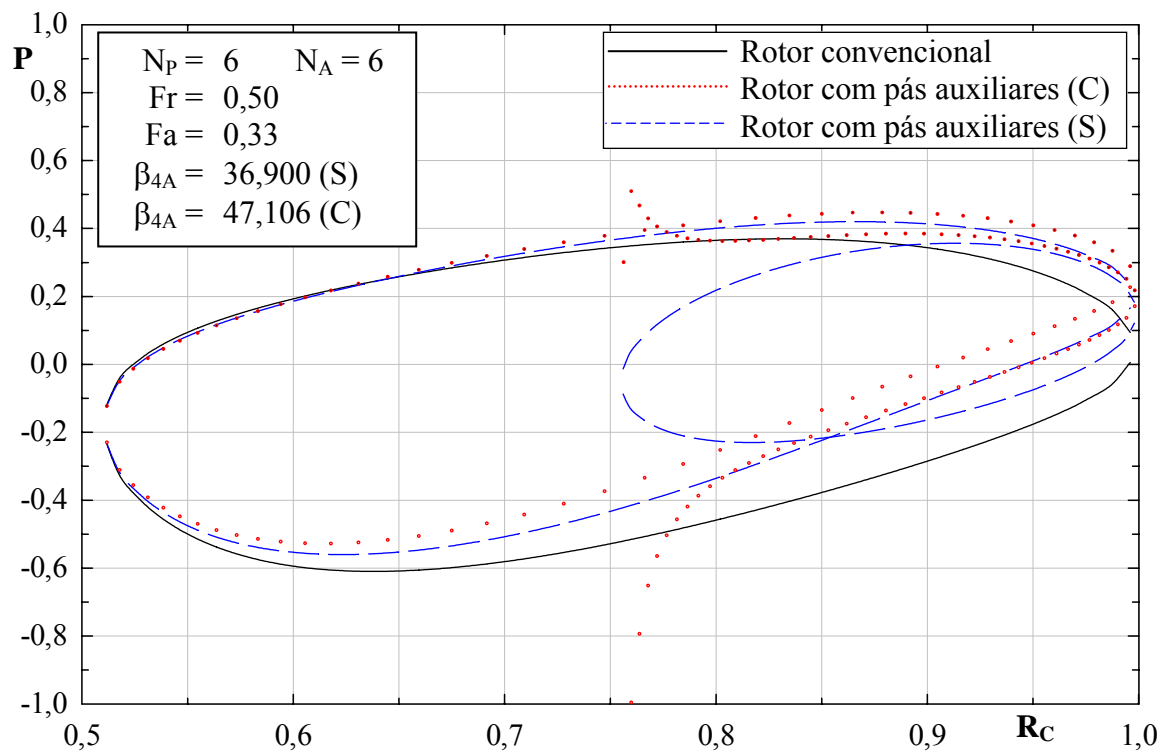


Figura 6.23 Distribuição de pressões no grupo de rotores 6_0,50_0,33.

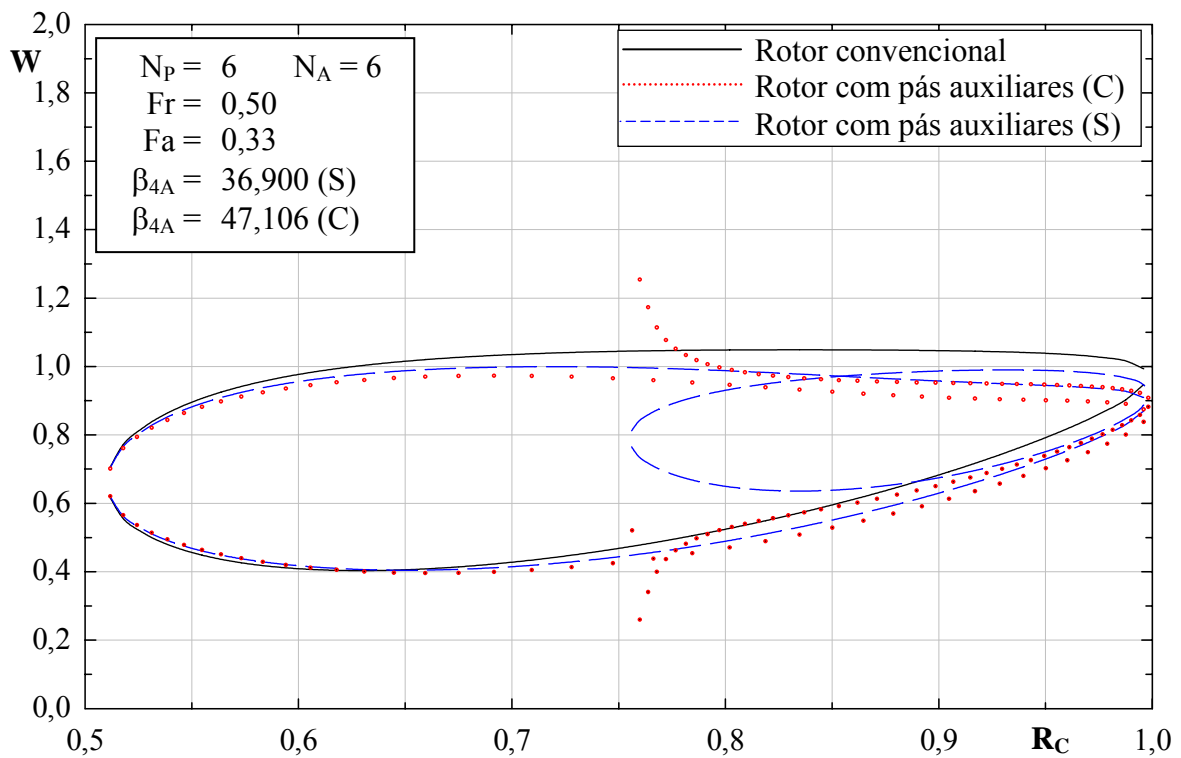


Figura 6.24 Distribuição de velocidades relativas no grupo de rotores 6_0,50_0,33.

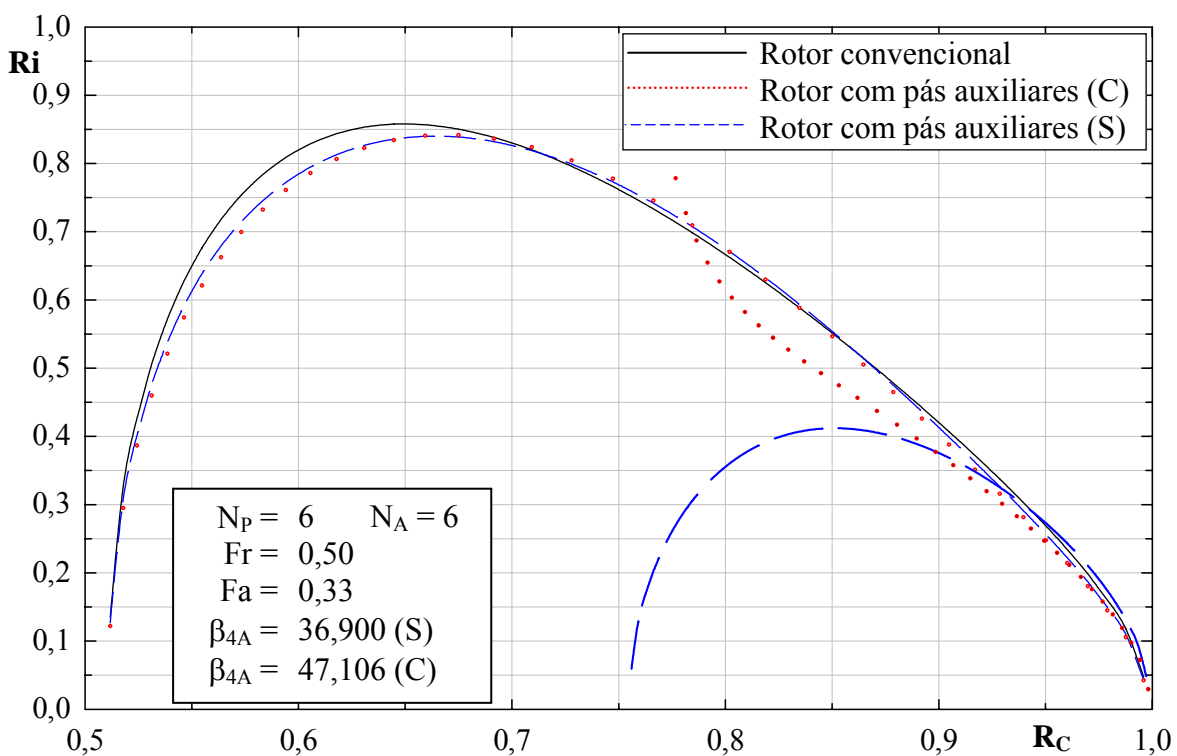


Figura 6.25 Distribuição do número de Richardson no grupo de rotores 6_0,50_0,33.

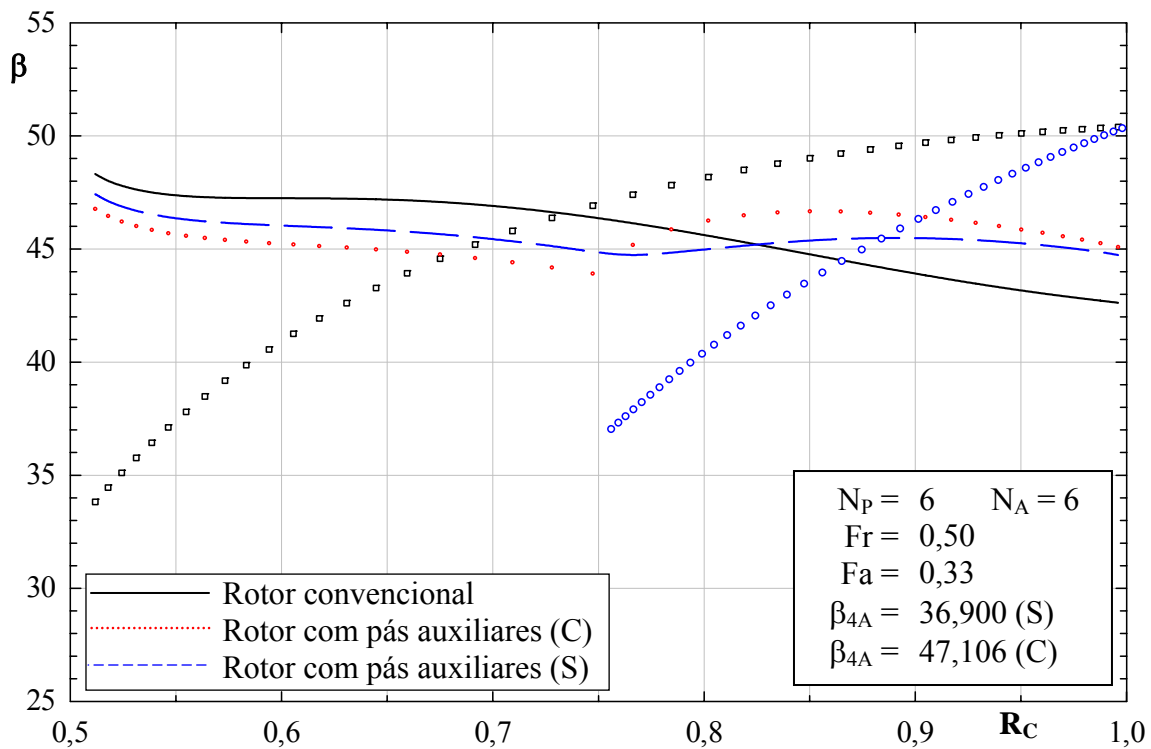


Figura 6.26 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento no grupo de rotores 6_0,50_0,33.

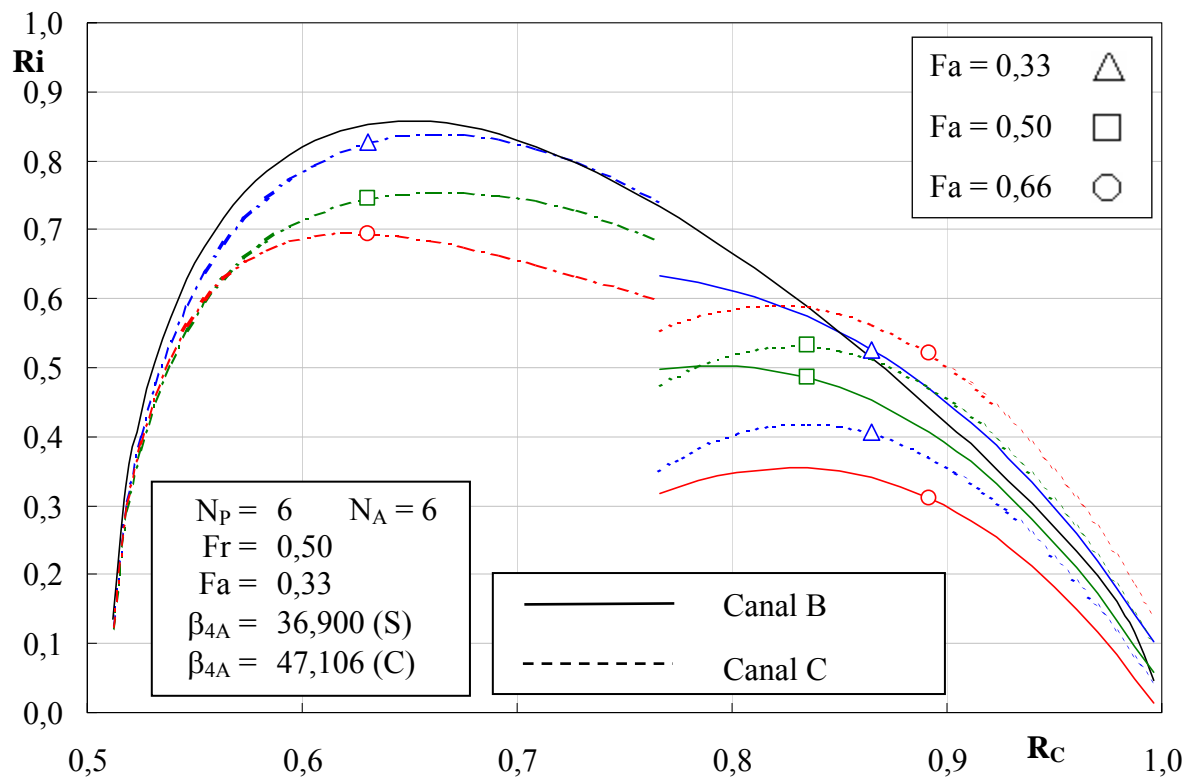


Figura 6.27 Distribuição do número de Richardson nos canais A e B do grupo de rotores 6_0,50_X.

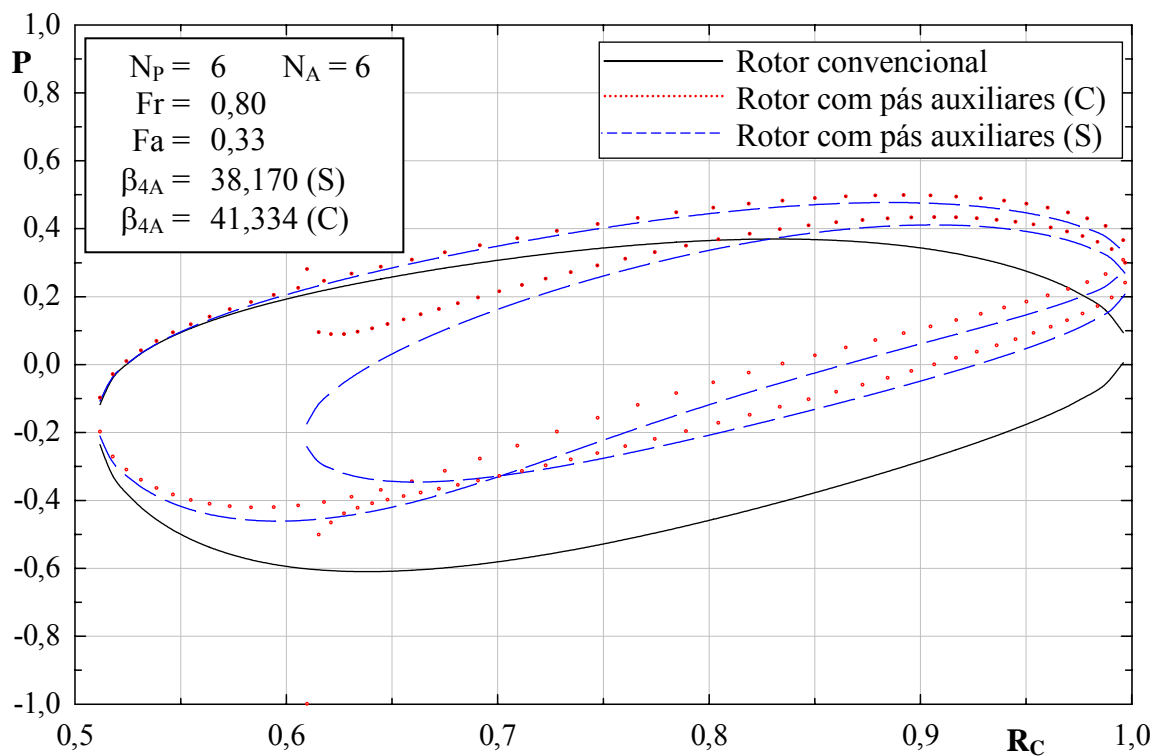


Figura 6.28 Distribuição de pressões no grupo de rotores 6_0,80_0,33.

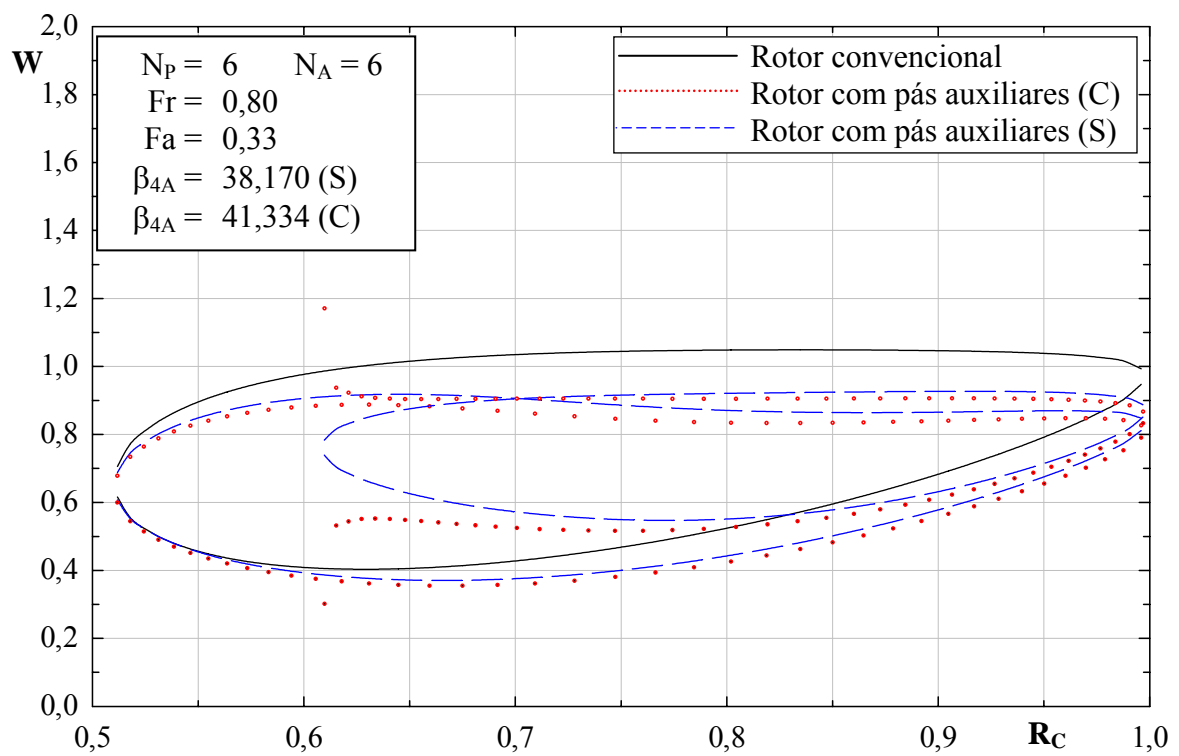


Figura 6.29 Distribuição de velocidades relativas no grupo de rotores 6_0,80_0,33.

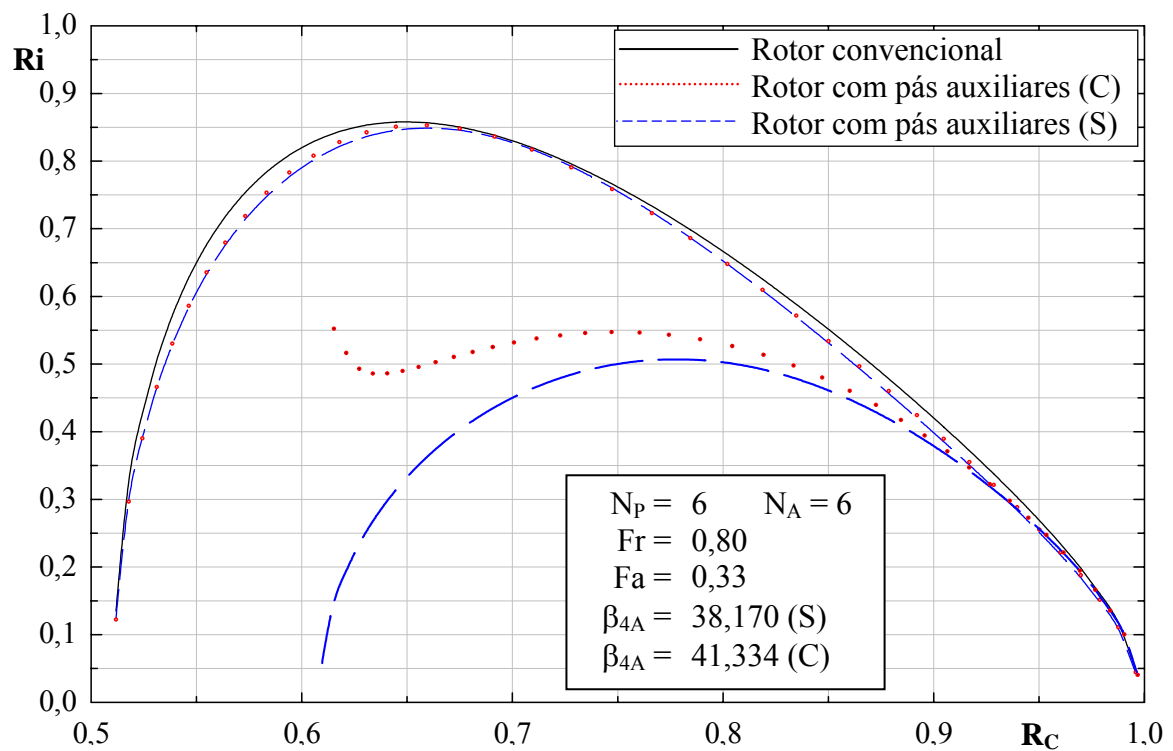


Figura 6.30 Distribuição do número de Richardson no grupo de rotores 6_0,80_0,33.

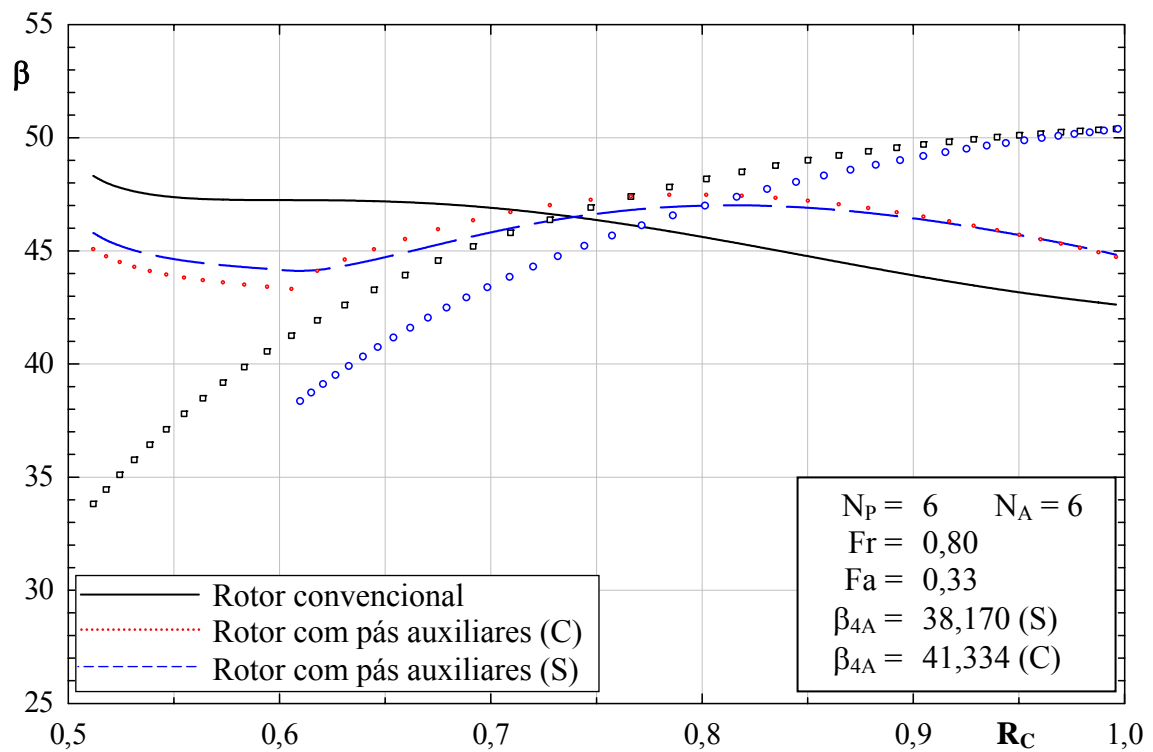


Figura 6.31 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento no grupo de rotores 6_0,80_033.

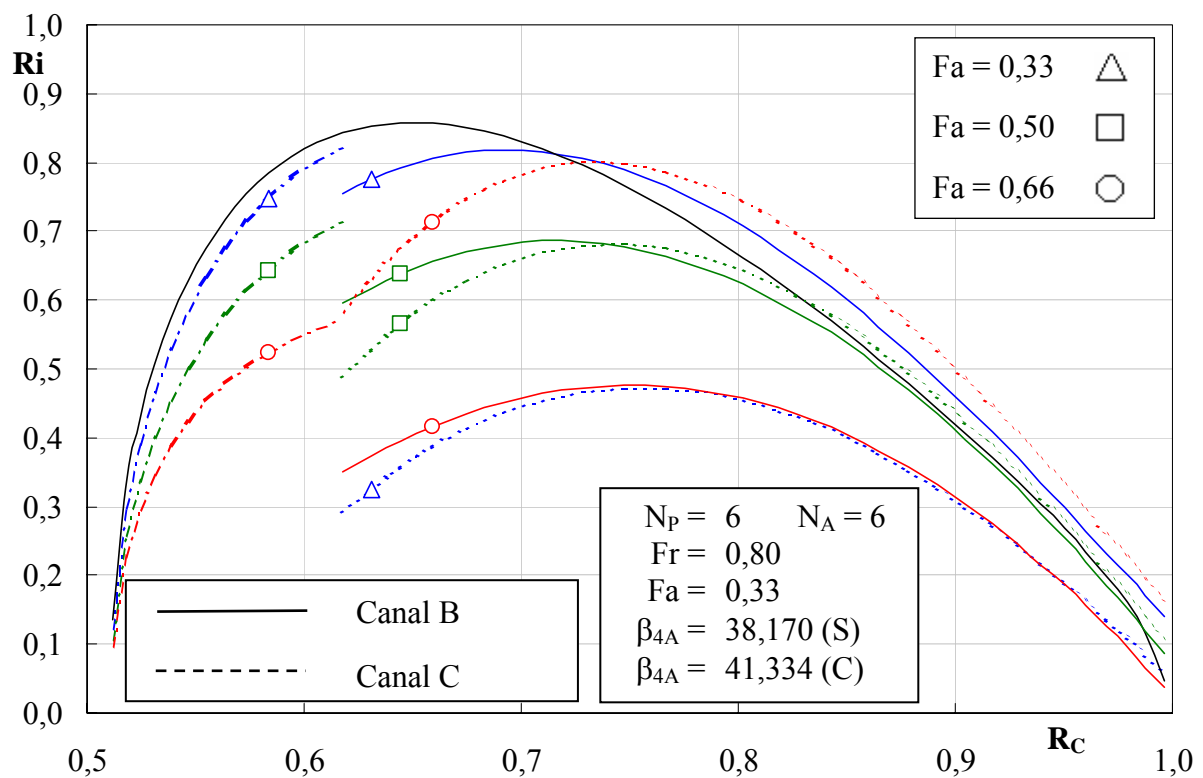


Figura 6.32 Distribuição do número de Richardson nos canais A e B do grupo de rotores 6_0,80_X.

As Figuras 6.33, 6.38 e 6.43, que apresentam a pressão adimensional, P , e as Figuras 6.34, 6.39 e 6.44, que representam a velocidade relativa adimensional, em função da relação de raios, R_c , mostram que, com o aumento dos valores de Fr , o carregamento nas pás principais, para os rotores com pás auxiliares, diminui em relação ao carregamento nas mesmas pás para o rotor convencional. Os valores de P e W são alterados principalmente na superfície de sucção da pá.

As Figuras 6.35, 6.40 e 6.45 mostram que os valores de números de Richardson para as pás principais vão aumentando, à medida que se aumenta os valores de Fr . Observa-se que essa característica também é válida para as pás auxiliares.

As Figuras 6.36, 6.41 e 6.46 mostram as distribuições de ângulos da pá, $\beta_{pá}$, e de ângulos do escoamento relativo, β , para os rotores convencionais e com pás auxiliares. Observa-se que o ângulo do escoamento relativo na entrada é maior que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares. Na saída do rotor, essa situação é invertida, ou seja, o ângulo do escoamento relativo é menor que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares, devido ao desvio do escoamento na saída caracterizado pelo fator de deficiência de potência.

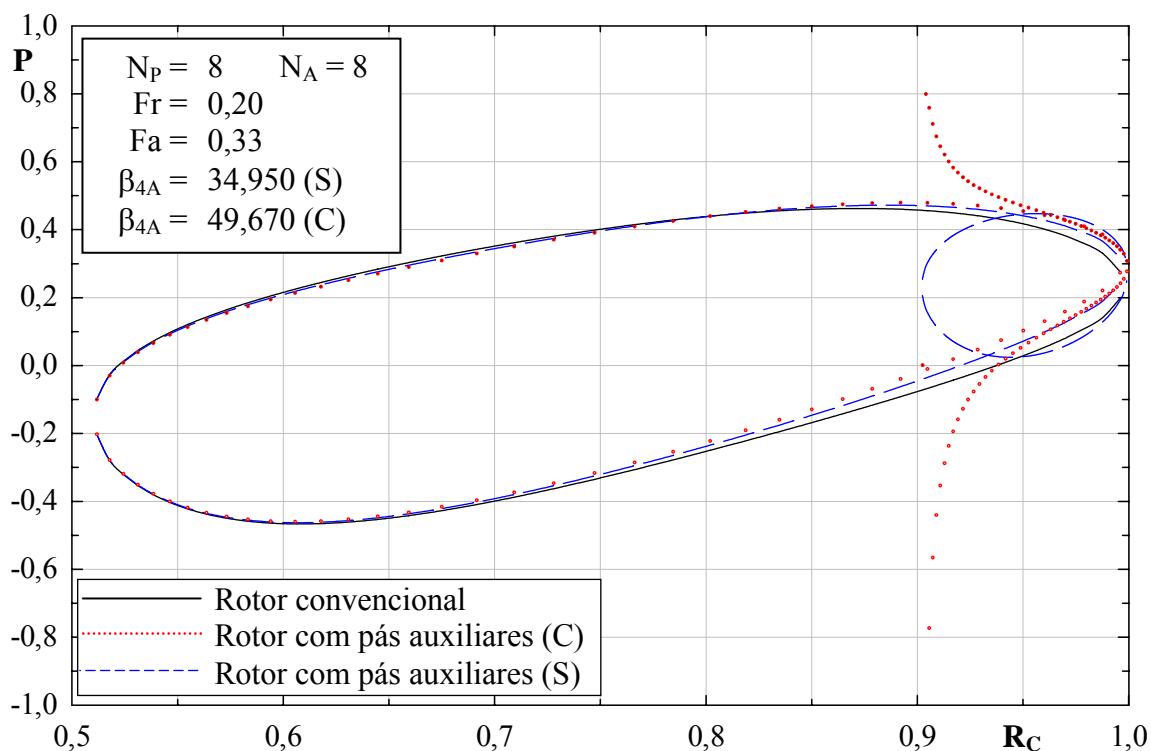


Figura 6.33 Distribuição de pressões no grupo de rotores 8_0,20_0,33.

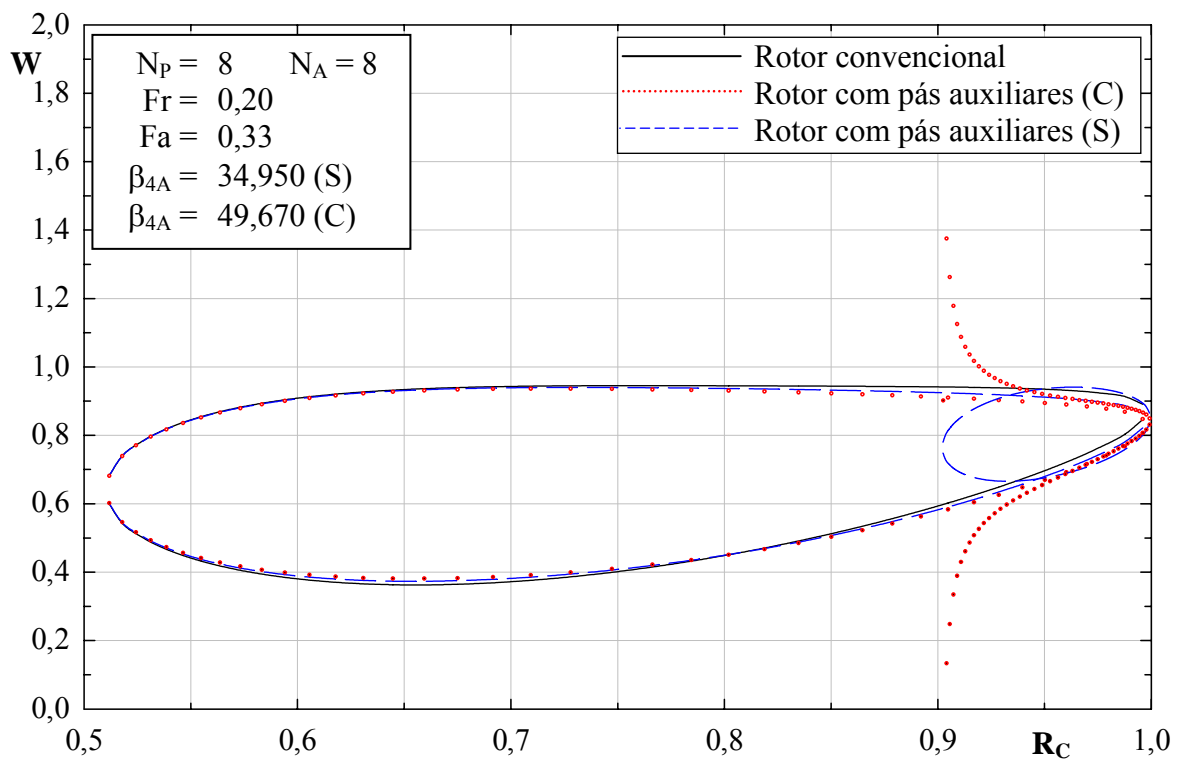


Figura 6.34 Distribuição de velocidades relativas no grupo de rotores 8_0,20_0,33.

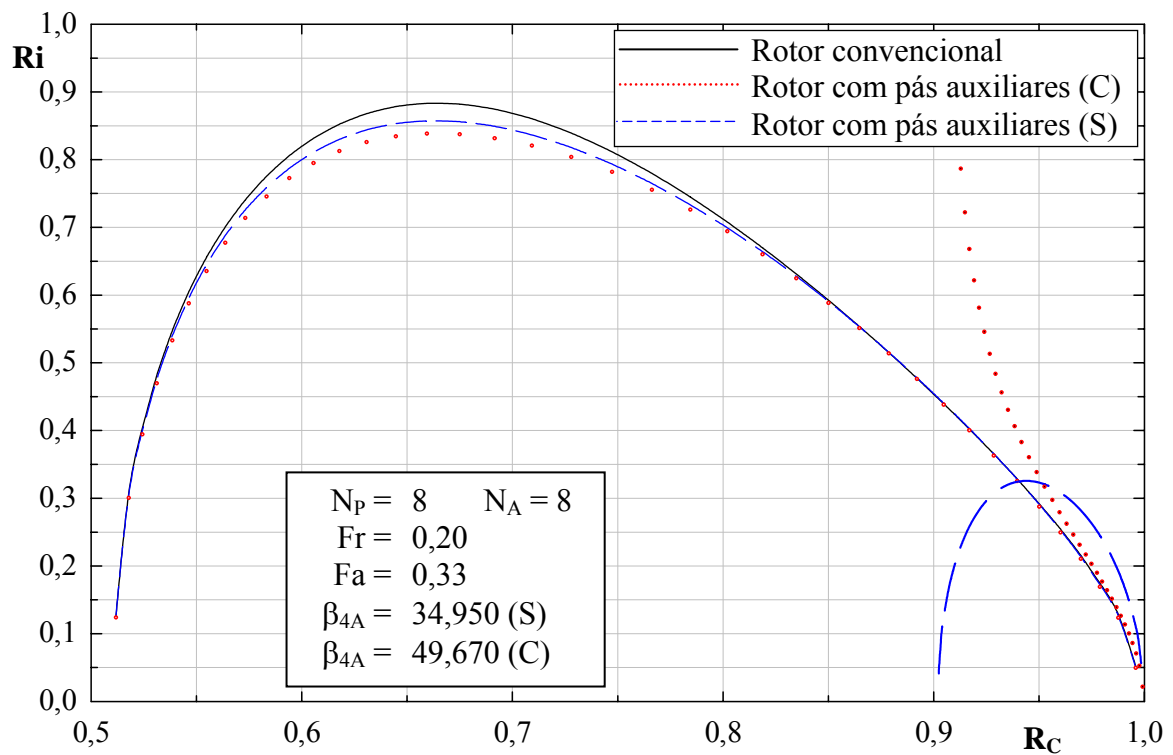


Figura 6.35 Distribuição do número de Richardson no grupo de rotores 8_0,20_0,33.

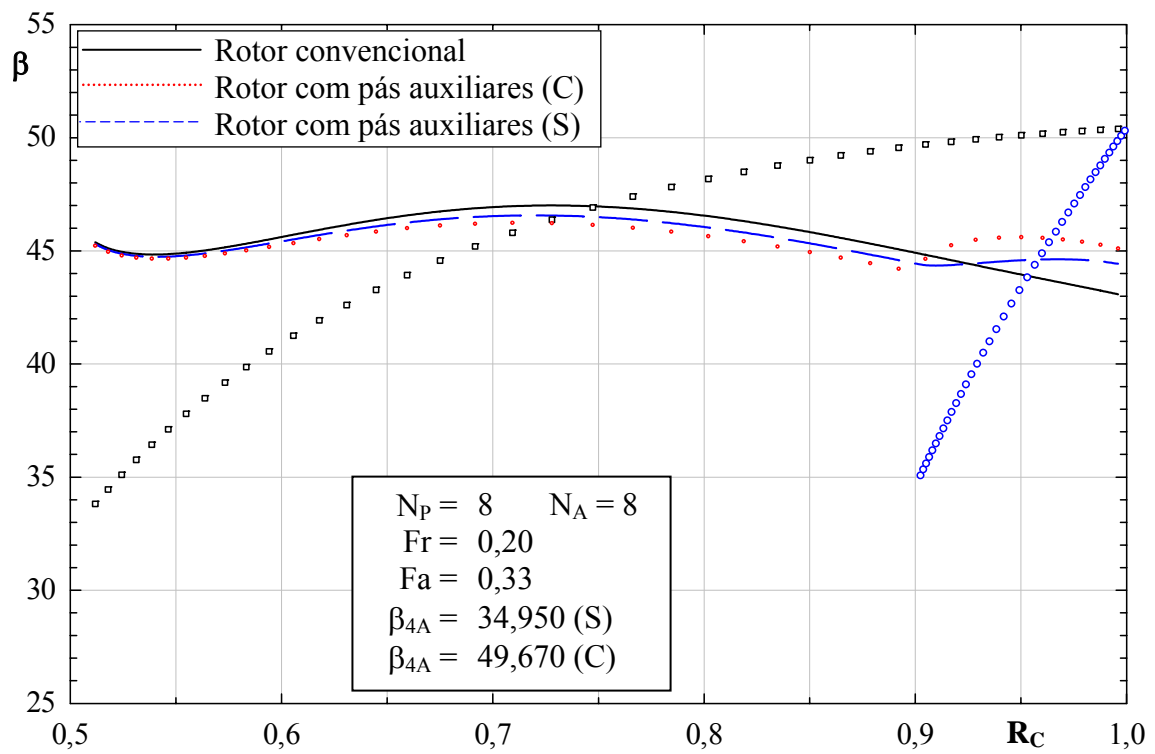


Figura 6.36 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento no grupo de rotores 8_0,20_033.

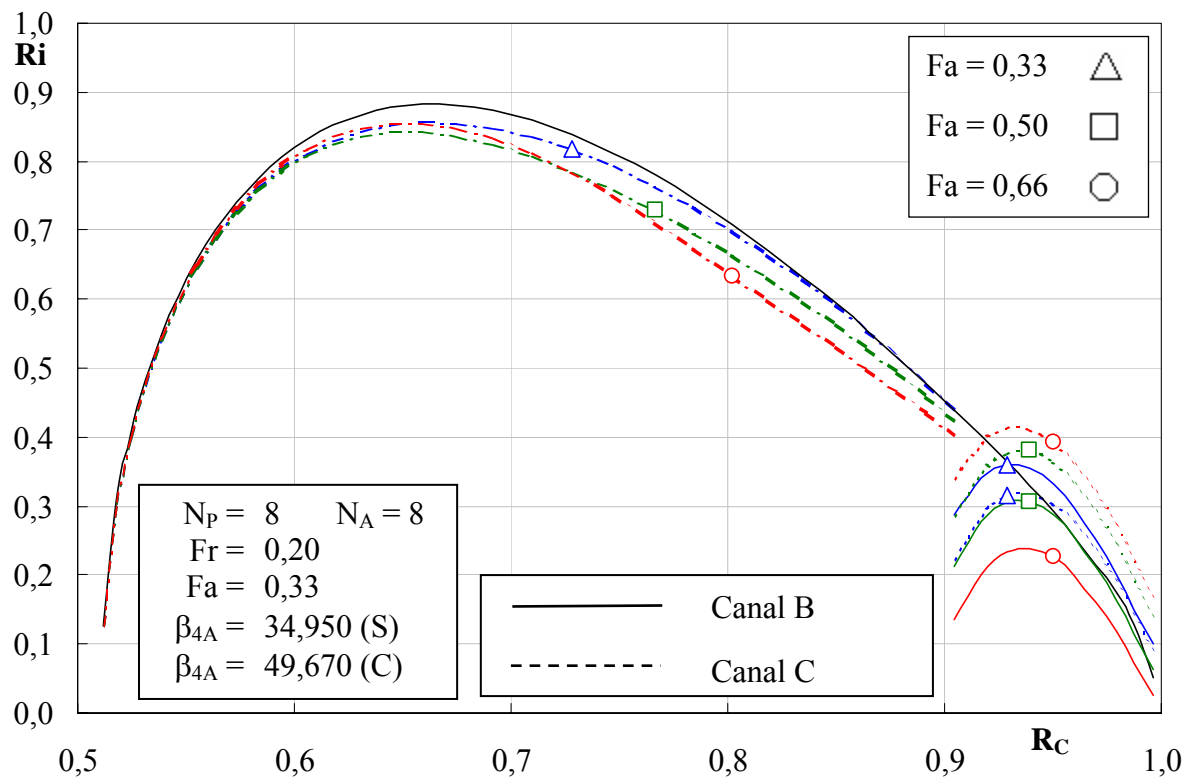


Figura 6.37 Distribuição do número de Richardson nos canais A e B do grupo de rotores 8_0,20_X.

As Figuras 6.37, 6.42 e 6.47 mostram as distribuições de números de Richardson considerando o seguinte (Veja a Figura 5.3): 1) as superfícies de pressão e de sucção das pás principais somente do canal formado por duas pás principais consecutivas (Canal A); 2) a superfície de pressão da pá auxiliar e a superfície de sucção da pá principal (Canal B) e 3) a superfície de pressão da pá principal e a superfície de sucção da pá auxiliar (Canal C). Nessas figuras, observa-se que os valores de Ri para os Canais B e C aumentam, à medida que os valores de Rc aumentam. Para o canal A, independentemente do valor de Fr , o Ri para o rotor com pás auxiliares é maior que o Ri para o rotor convencional somente para o $Fa = 0,33$. Observa-se também que, com o aumento dos valores de Fr , os valores dos $Ri_{\text{máx}}$ nas pás auxiliares vão se deslocando para o centro do rotor (região de entrada do rotor). Essa situação sugere que deve haver um valor limite para que $Ri_{\text{máx}}$ nas pás auxiliares não se aproxime da região de entrada do rotor uma vez que, se as pás auxiliares forem muito longas, o bloqueio geométrico provocado pelas pás auxiliares irá afetar as características do escoamento não só na entrada no desempenho do rotor. Foi observado por Oliveira (2001) que, para o número ótimo de pás de rotores convencionais, sempre correspondia a faixa maior de Rc , para um determinado valor de Ri abaixo do valor de $Ri_{\text{máx}}$ (Figura 5.2). Essa característica sugere que, para rotores com pás auxiliares, deve-se também ter uma ampla faixa de Rc e, portanto, valores altos de Fr não são recomendados para rotores centrífugos com pás auxiliares.

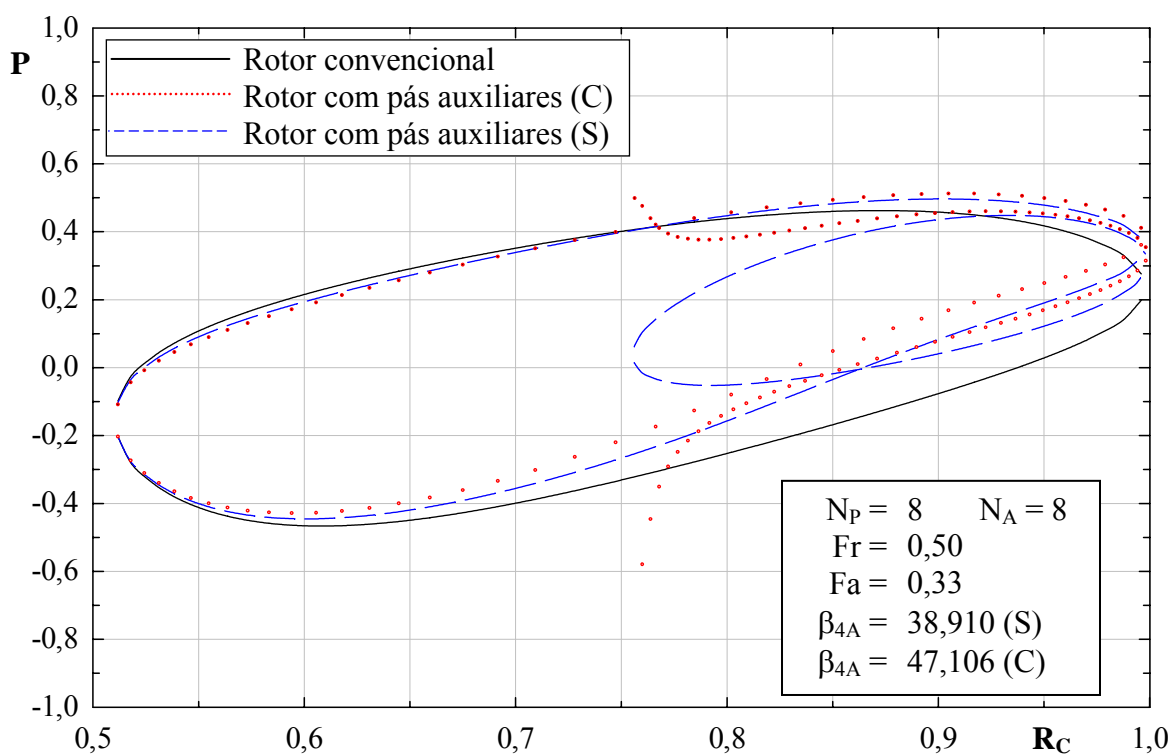


Figura 6.38 Distribuição de pressões no grupo de rotores 8_0,50_0,33.

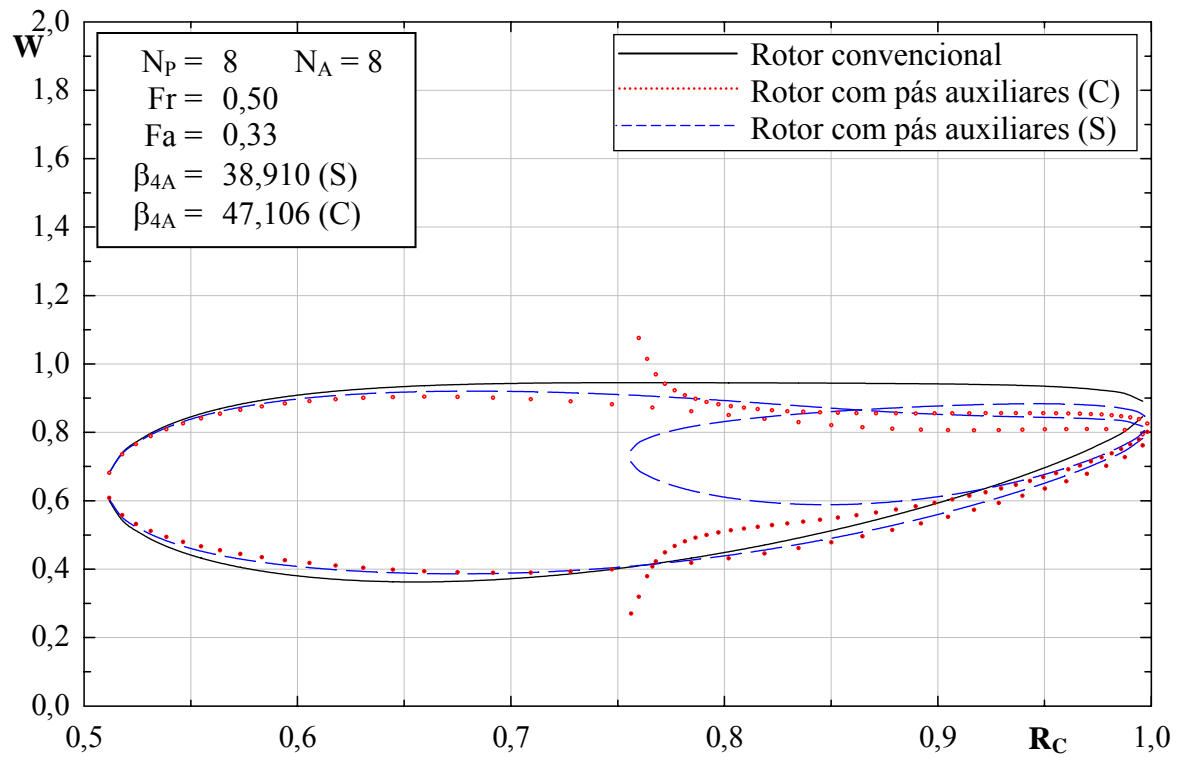


Figura 6.39 Distribuição de velocidades relativas no grupo de rotores 8_0,50_0,33.

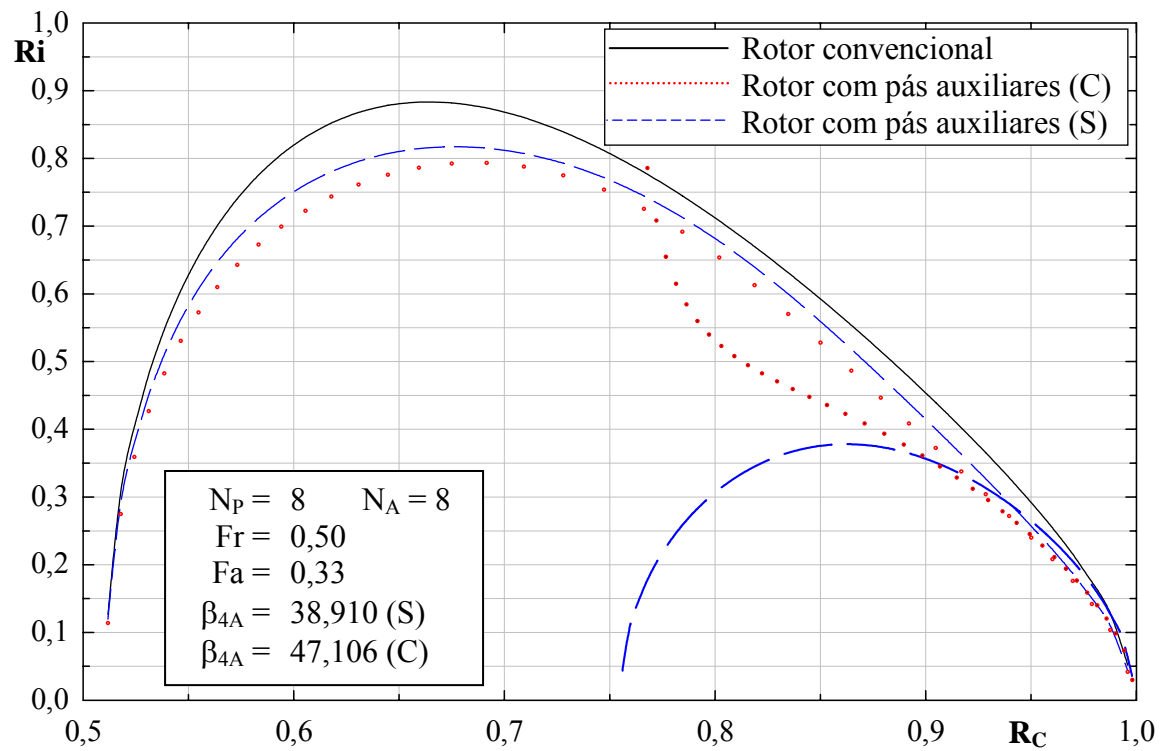


Figura 6.40 Distribuição do número de Richardson no grupo de rotores 8_0,50_0,33.

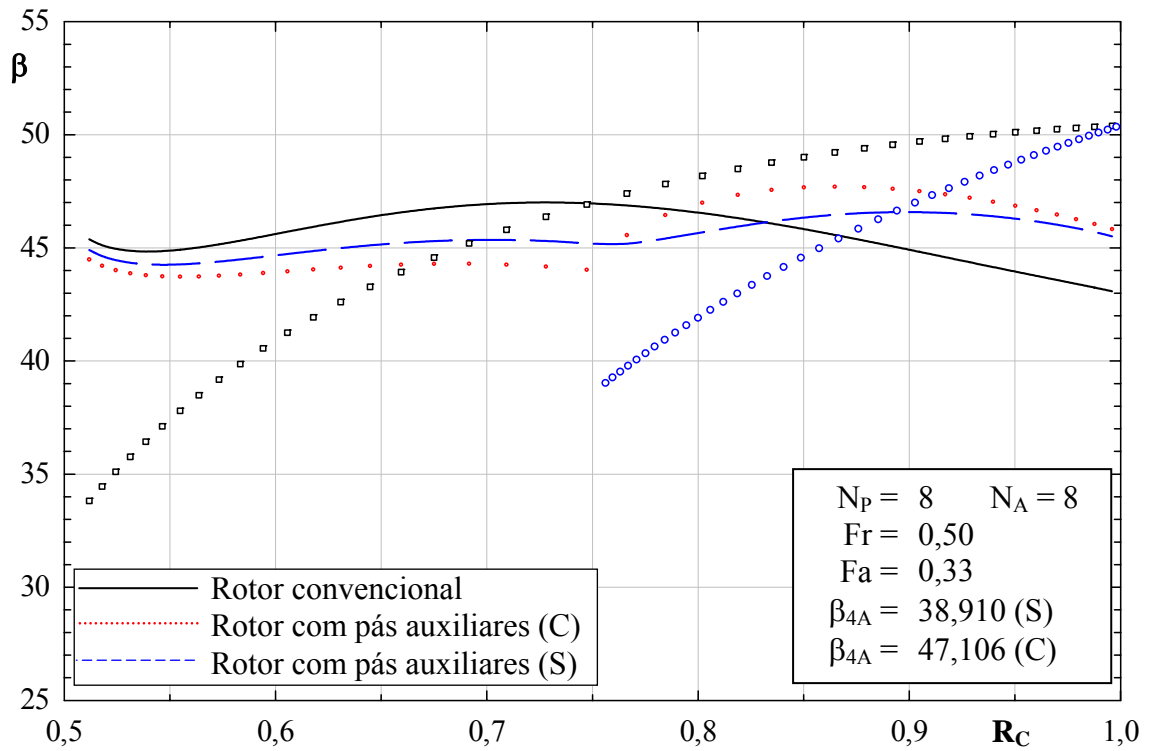


Figura 6.41 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento no grupo de rotores 8_0,50_033.

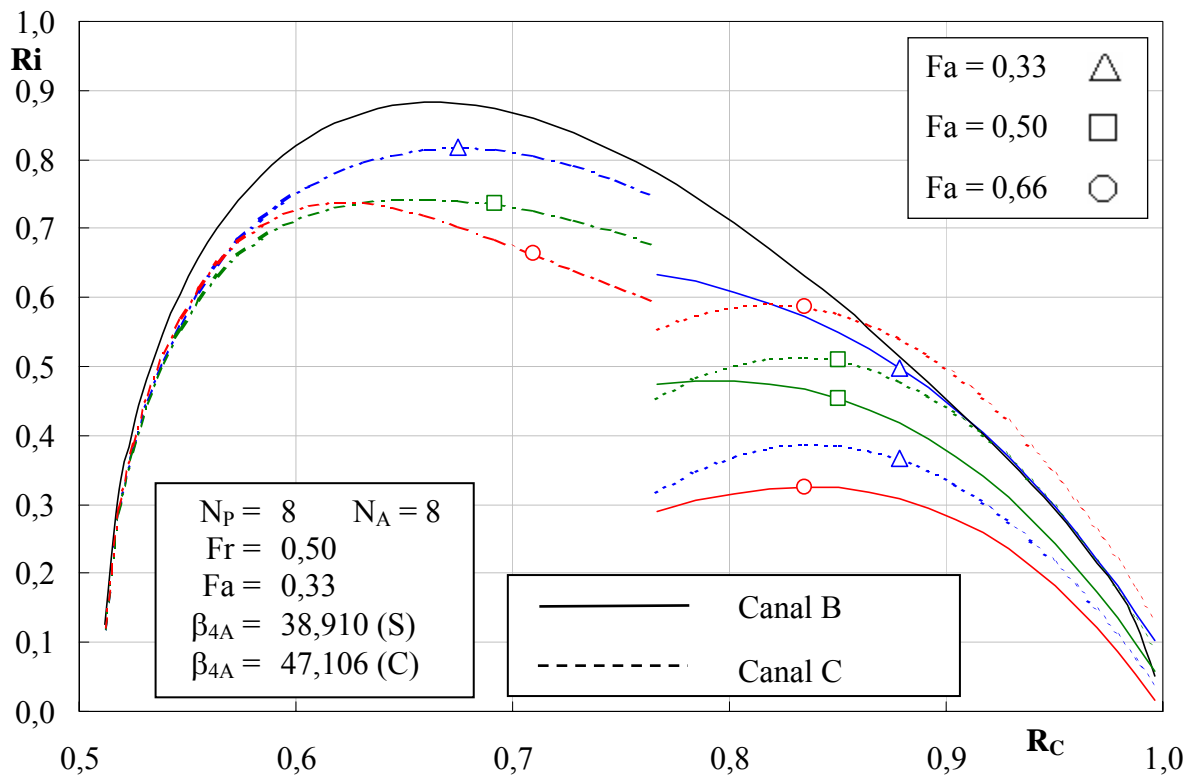


Figura 6.42 Distribuição do número de Richardson nos canais A e B do grupo de rotores 8_0,50_X.

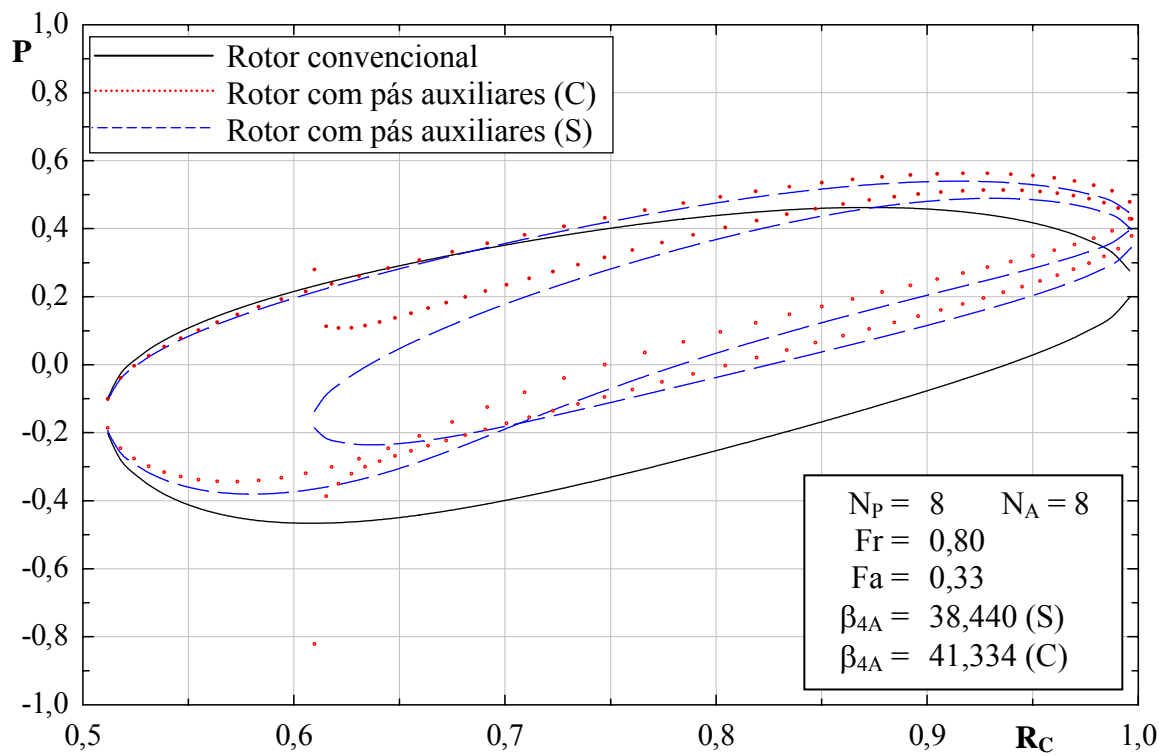


Figura 6.43 Distribuição de pressões no grupo de rotores 8_0,80_0,33.

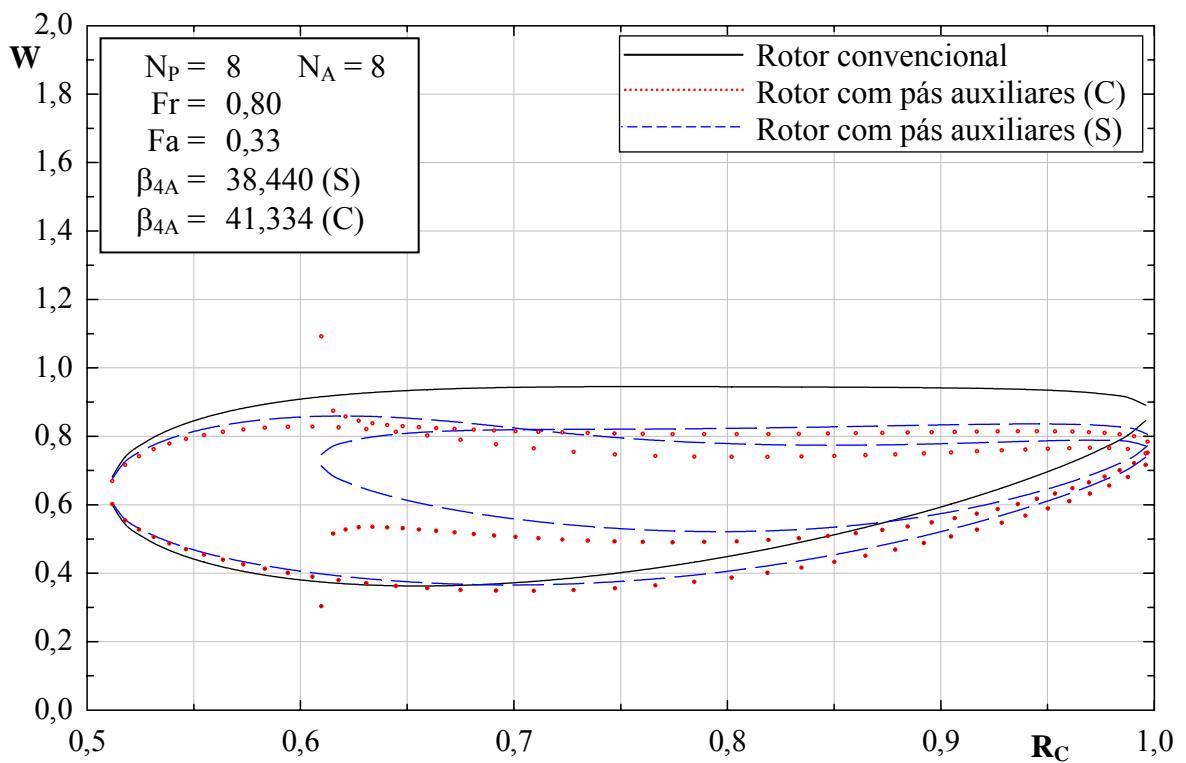


Figura 6.44 Distribuição de velocidades relativas no grupo de rotores 8_0,80_0,33.

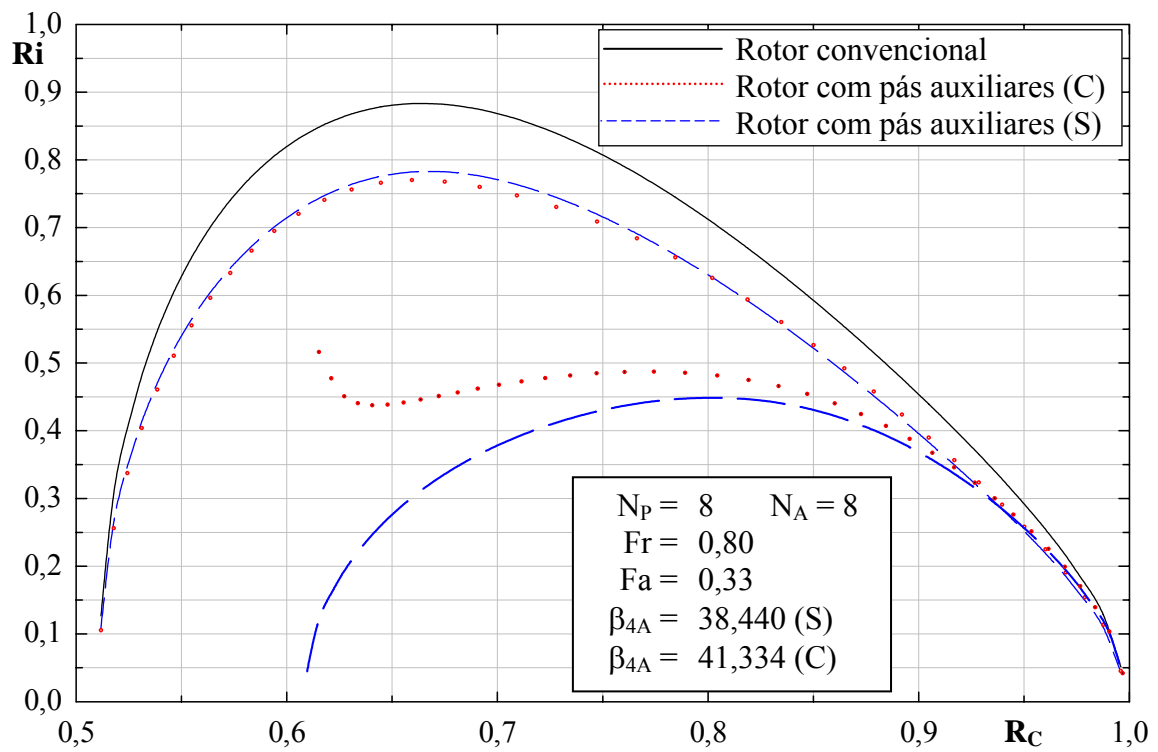


Figura 6.45 Distribuição do número de Richardson no grupo de rotores 8_0,80_0,33.

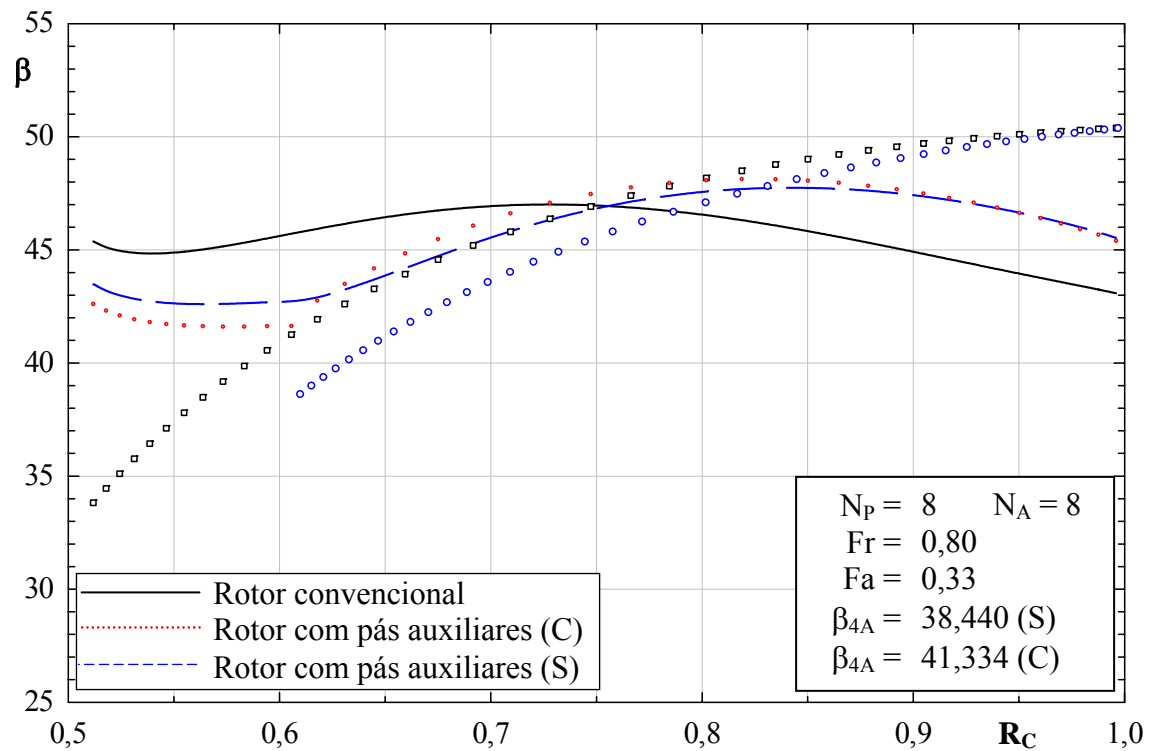


Figura 6.46 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento no grupo de rotores 8_0,80_0,33.

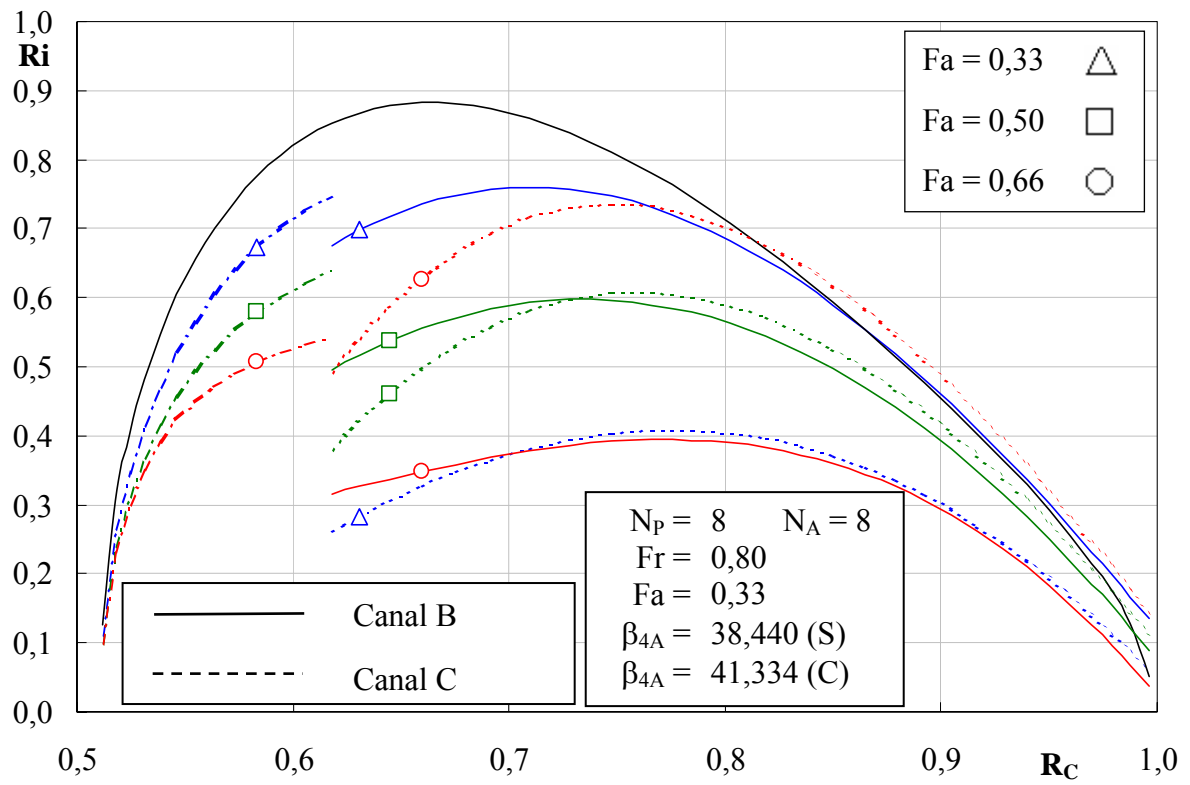


Figura 6.47 Distribuição do número de Richardson nos canais A e B do grupo de rotores 8_0,80_X.

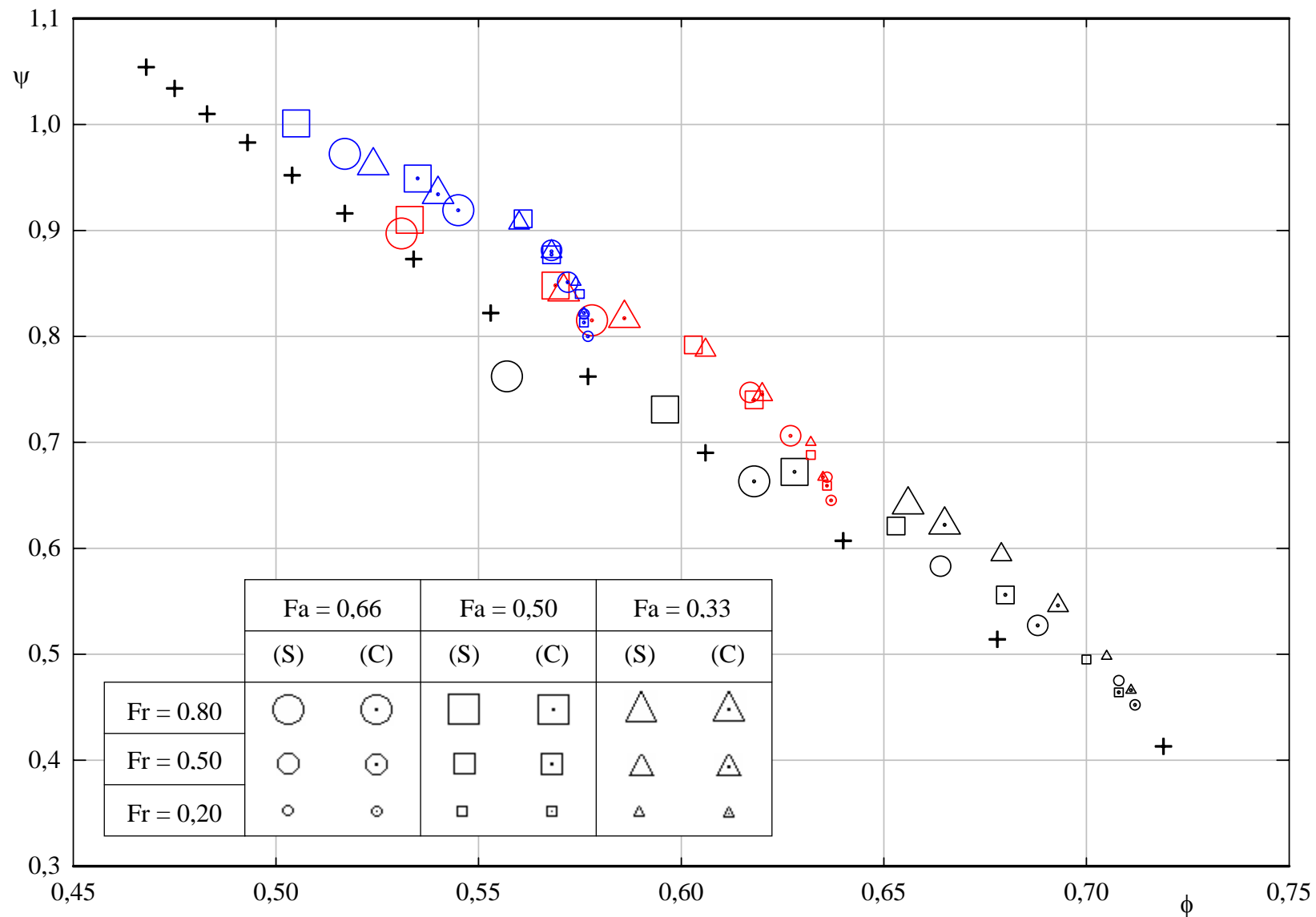


Figura 6.1 Coeficiente de pressão em função do coeficiente de vazão para os diversos fatores de ângulo, Fa, e de raio, Fr.

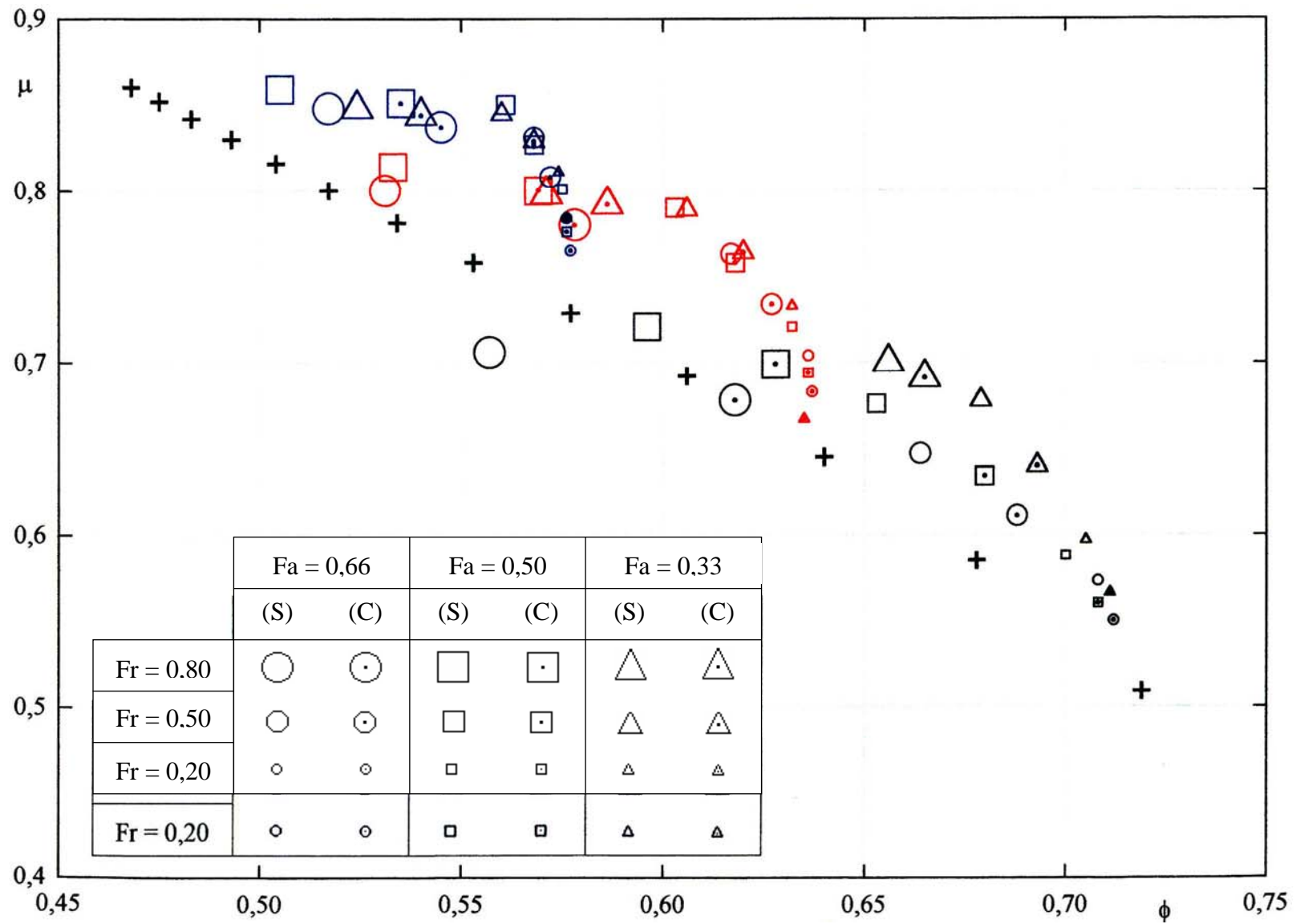


Figura 6.2 Fator de deficiência de potência em função do coeficiente de vazão para os diversos fatores de ângulo, Fa , e de raio, Fr .

Capítulo 7

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

7.1 CONCLUSÕES

7.1.1 SOBRE OS ASSUNTOS ABORDADOS NA ANÁLISE TEÓRICA

1) A formulação do escoamento potencial e incompressível, Capítulo 3, considerou a variação de largura das pás, possibilitando o tratamento de qualquer tipo de grade radial ou aproximadamente radial tanto móvel (girante) como fixa. A formulação foi realizada no próprio plano da grade radial, evitando-se transformações intermediárias. A formulação integral apresentada é exclusivamente de contorno e linear, porém aproximada. Tal aproximação foi realizada na integral de campo, que depende não só da variação radial da largura da pá mas também do próprio campo de velocidades resultante. Como uma primeira aproximação, o componente radial da velocidade absoluta (presente na integral de campo), desconhecida em princípio, e que torna não-linear a formulação, foi obtida por meio da equação integral da continuidade do escoamento.

2) A formulação apresentada no Capítulo 3 foi inicialmente desenvolvida para um rotor convencional e, depois, foi estendida para o caso de um rotor com um conjunto de pás auxiliares. A formulação apresentada no Item 3.2.8 pode ser estendida para dois ou mais conjuntos de pás auxiliares, sem qualquer dificuldade.

3) A solução numérica da equação integral de Fredholm de primeira espécie, resultante da formulação para PIF foi obtida através do método dos painéis. Em cada painel plano, foi utilizada uma distribuição linear de densidade de vórtice. Essa distribuição linear possibilitou a aplicação direta das condições de entrada (entrada em choque), $\Gamma_1 = 0$, e de saída (condição

de Kutta), $\Gamma_{M+1} = 0$, respectivamente, nos bordos de ataque e de fuga das pás (principais e auxiliares), compatíveis com a natureza física do escoamento nessas regiões.

4) Para um certo número de painéis, a discretização é um fator importante na determinação das características do escoamento. Na discretização das pás, para a solução numérica, foi utilizada a série geométrica cujo quociente q_{sg} (fator de discretização) permitiu um controle efetivo da distribuição dos comprimentos dos painéis, onde pôde-se, facilmente, concentrar os pontos de cálculo (pontos de controle) em regiões onde as velocidades (ou pressões) do escoamento mudam mais acentuadamente (regiões dos bordos de ataque e de fuga). Diversos testes foram realizados para se determinar o “melhor” valor de q_{sg} associado ao número de painéis, M . Nos casos analisados, foi estabelecido $q_{sg} = 1,05$ e $M = 40$ tanto para as pás principais como para as pás secundárias.

5) A solução numérica da equação integral, por meio do método dos painéis, possibilitou o cálculo do escoamento potencial em rotores com pás auxiliares de formato de um arco de círculo. Evidentemente, esse formato pode ser alterado, podendo-se analisar pás altamente curvadas e de formato arbitrário. Para uma dada geometria de pá e um número fixo de painéis, o tempo computacional, para o modelo apresentado no Capítulo 4, depende do número de pás (principais e auxiliares); esse tempo cresce com o aumento do número de pás. Apesar dessa dependência, o tempo computacional é extremamente baixo, devido ao número de painéis adotado ($M_P = M_A = 40$).

6) Via de regra, o número de pás de rotores centrífugos convencionais é determinado por meio de fórmulas empíricas que consideram somente alguns parâmetros geométricos da pá. Dependendo dos coeficientes empíricos adotados, o número de pás pode variar numa ampla faixa de valores. A formulação integral apresentada permite considerar toda a geometria da pá e, em conseqüência, obter características mais completas do escoamento potencial. Baseando-se em argumentos físicos, foi possível mostrar que o número de Richardson máximo (que depende do carregamento da pá) é um parâmetro que possibilita determinar o número ótimo de pás de rotores centrífugos convencionais com pás curvadas para trás.

7) A utilização do critério do número de Richardson máximo para a determinação do número ótimo de pás de rotores centrífugos convencionais é um fato relevante. Como foi baseado em argumentos físicos, esse critério pode ser estendido para qualquer turbomáquina. Isso pôde ser feito para rotores com pás auxiliares. Nesse caso, foi observado no presente trabalho, que não só o número de pás mas o comprimento e a posição circunferencial das pás auxiliares em relação às pás principais podem ser otimizados. Evidentemente, essa constatação deve ser avaliada através de resultados experimentais em laboratório.

8) A fim de comparar os diversos resultados numéricos entre si, foi proposto o cálculo do número de Richardson nos canais formados pelas pás. Como o número de Richardson é definido com base no carregamento das pás, foram calculados os carregamentos das pás considerando três situações: a primeira (Canal A), leva em consideração o carregamento das pás principais na sua porção inicial, a segunda (Canal B), considera o lado de pressão das pás auxiliares e o lado de sucção das pás principais na sua porção final, e, a terceira (Canal C), considera o lado de pressão das pás principais na sua porção final e o lado de sucção das pás auxiliares. As distribuições desses números de Richardson permitiram concluir que as pás auxiliares devem ser colocadas mais próximas do lado de sucção das pás principais e não devem ter um comprimento longo, pelo critério do número de Richardson.

9) Em geral, as pás auxiliares são originadas de suas correspondentes pás principais. Nesse caso (pás seccionadas), para a vazão sem choque na entrada das pás principais, sempre haverá um choque na entrada das pás auxiliares. Para evitar essa situação, foi proposto neste trabalho uma modificação no valor do ângulo de entrada das pás auxiliares (pás modificadas), mantendo-se o mesmo formato em arco de círculo das pás principais. Foi constatado que o escoamento com incidência igual a zero (sem choque na entrada), tanto nas pás principais como nas pás auxiliares, fez aumentar o valor do coeficiente de vazão ótimo em relação ao caso de rotores com pás seccionadas, com uma conseqüente diminuição dos valores do coeficiente de pressão e do fator de deficiência de potência ótimos.

7.1.2 SOBRE OS RESULTADOS NUMÉRICOS

1) Com base no critério do número de Richardson máximo, o valor ótimo do número de pás para o rotor convencional analisado é igual a 8 (Tabela 6.2).

2) Com base no critério do número de Richardson máximo (Tabelas 6.3, 6.4 e 6.5) e nas distribuições de números de Richardson nos Canais A, B e C (Figuras 6.7, 6.12, 6.17, 6.22, 6.27, 6.32, 6.37, 6.42 e 6.47), foi possível concluir que o rotor com 8 pás (principais e auxiliares, com $F_a = 0,33$ e $F_r = 0,2$, dentre os valores analisados neste trabalho, é o melhor.

3) Para um certo valor de coeficiente de vazão ótimo é possível estabelecer diversos valores de coeficientes de pressão ótimos pela combinação de diversas configurações e geometrias de pás auxiliares (Figura 6.1).

4) Para um certo valor de coeficiente de vazão ótimo é possível estabelecer diversos valores de fatores de deficiência de potência ótimos pela combinação de diversas configurações e geometrias de pás auxiliares (Figura 6.2).

7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas sugestões para trabalhos futuros são apresentadas com base nos assuntos desenvolvidos nas análises teórica (escoamento potencial e incompressível) e numérica (método das singularidades – método dos painéis) do presente trabalho.

7.2.1 TRABALHOS TEÓRICOS

1) Análise do escoamento em rotores centrífugos com mais de um conjunto de pás auxiliares

A formulação apresentada no Capítulo 3 poderia ser facilmente estendida para analisar o escoamento em rotores centrífugos para configurações com mais de um conjunto de pás auxiliares de formatos e comprimentos diferentes, posicionados entre o conjunto de pás principais. Essa situação seria muito útil na análise do escoamento em bombas centrífugas de alta velocidade de rotação.

2) Análise do escoamento em grades radiais fixas com ou sem aletas auxiliares

A formulação apresentada no Capítulo 3 poderia facilmente ser estendida para analisar o escoamento em duas grades radiais fixas em *tandem* de turbinas hidráulicas. Essas grades são típicas de pré-distribuidor e distribuidor de turbinas Francis de baixa rotação específica (alta queda). Poderia ser feita uma análise do efeito do espaçamento entre essas grades no escoamento de saída do distribuidor que afetaria o escoamento na entrada do rotor da turbina.

3) Análise do escoamento em rotor e estator de turbomáquinas radiais

A formulação apresentada no Capítulo 3, poderia ser estendida para analisar o escoamento em grades móvel e fixa, tanto de turbomáquinas radiais geradoras como motoras, com o escoamento de uma grade interagindo com o da outra. Nesse caso, o escoamento absoluto é não-permanente e a condição de Kutta aplicada neste trabalho deve ser modificada para tratar tal situação. Novamente, a análise do efeito do espaçamento entre as grades seria muito útil.

4) Análise do escoamento em rotor e voluta de turbomáquinas centrífugas

A formulação apresentada no Capítulo 3, poderia ser estendida para analisar o escoamento em grade móvel (rotor) e voluta de turbomáquinas centrífugas. Novamente, o escoamento absoluto é não-permanente e a condição de Kutta aplicada neste trabalho deve ser modificada para tratar tal situação. A análise do formato da voluta e a da distância entre a sua lingüeta e o rotor seria de grande validade.

5) Análise do escoamento em rotor centrífugo com passo variado

O modelo computacional do Capítulo 4, poderia ser estendido para analisar o escoamento em rotores centrífugos com passo variado, onde a simetria circunferencial do escoamento, evidentemente, não seria mais conservada. Esse estudo seria muito útil não só em termos aerodinâmicos mas, principalmente, em análises posteriores visando os níveis de ruído.

6) Análise do escoamento em rotores centrípetos de turbomáquinas radiais motoras de baixo n_{qA} (Turbinas Francis e Turbinas-Bombas)

A formulação apresentada no Capítulo 3 seria imediatamente aplicada. Para essa análise, o sentido do escoamento é centrípeto e o sentido de rotação do rotor é invertido em relação à formulação apresentada. Ao contrário dos rotores centrífugos, o escoamento real em rotores centrípetos não apresenta a estrutura jato-esteira. Portanto, esse sentido de escoamento favorece a aplicação do critério do número de Richardson máximo para a determinação do número ótimo de pás de qualquer geometria de rotor convencional e de rotor com pás auxiliares, tanto de turbina Francis lenta convencional e de turbina-bomba (operando no modo turbina) de alta queda.

7) Análise do escoamento potencial e incompressível em rotores radiais (centrífugos e centrípetos) utilizando outros tipos de singularidades

Singularidades de perturbação, isoladas ou combinadas, do tipo fonte, dipolo e vórtice poderiam ser apropriadamente utilizadas com distribuições de singularidades de ordem superior em cada painel curvado. Para esse estudo, em princípio, as integrais de campo poderiam ser aproximadas do mesmo modo apresentado no Capítulo 3. Um estudo comparativo entre os diversos tipos de singularidades e geometrias de painéis utilizados seria bastante útil.

Todas as sete sugestões apresentadas anteriormente (com exceção da Sugestão 5, ou mesmo quando o número de pás auxiliares não é igual ao número de pás principais, ou ainda as pás auxiliares não são posicionadas circunferencialmente simétricas entre si), poderiam ser resolvidas através de um modelo computacional diferente daquele apresentado no Capítulo 4. Ao invés de utilizar o somatório do número de pás representado na equação (4.23) poderia ser utilizada a expressão que representa tal somatório dada na equação (3.29). Com isso, o tempo computacional não mais seria dependente do número de pás como foi salientado no Item 4.5.

No Item 1.2 foi comentado sobre a validade do cálculo do escoamento potencial e incompressível em rotores centrífugos de turbomáquinas desconsiderando a espessura das pás. Evidentemente, a espessura das pás (constante ou variável) mesmo sendo relativamente pequena, como ocorre em rotores de bombas hidráulicas e, principalmente, em rotores de venti-

ladores centrífugos, não deve ser desprezada. Efeitos não só de espessura mas, também, da sua geometria nas regiões muito próximas dos bordos de ataque e de fuga irão afetar as características de desempenho do rotor. O efeito de espessura mudaria a equação (3.69), para a aproximação feita na integral de campo, e poderia ser avaliado principalmente para rotores com pás auxiliares. Desse modo, todas as sete sugestões anteriores poderiam ser formuladas para pás de espessura finita, tomando-se por base, por exemplo, o trabalho de Oliveira (2001) que utilizou uma transformação para mapear a grade radial móvel (rotor centrífugo) em uma grade linear, ou estender a formulação apresentada neste trabalho para considerar o efeito de espessura.

8) Análise do número de Richardson e sua importância nas características de desempenho da turbomáquina

Com base em argumentos físicos apresentados no Capítulo 5, foi possível determinar o número ótimo de pás de rotores centrífugos convencionais e rotores com pás auxiliares por meio do número de Richardson máximo, independentemente do seu valor numérico. Para as mesmas geometrias de seções meridional e transversal (alterando-se somente número de pás), os resultados mostraram diferentes distribuições de números de Richardson e diferentes valores máximos localizados em diferentes posições radiais no interior de cada rotor. Essas situações merecem uma investigação mais profunda. O número de Richardson definido no Item 5.7 está associado ao carregamento e à velocidade relativa média no plano transversal que indicam a qualidade do escoamento ao passar pelo rotor. Enquanto não se dispõe de dados experimentais locais para analisar as distribuições de números de Richardson segundo a definição dada em (5.38) ou (5.41) em termos da pressão adimensional, os resultados experimentais globais da sugestão 2 do item seguinte seriam bastante úteis.

7.2.2 TRABALHOS EXPERIMENTAIS

1) Testes em rotores centrífugos com pás auxiliares em banco de testes especiais

Diversas configurações de rotores centrífugos com pás auxiliares (por exemplo, com a mesma geometria de seção meridional) poderiam ser construídos. Em princípio, poderiam ser construídas pás com espessura constante, baseadas na linha média da pá dos rotores centrífugos apresentados neste trabalho. Vários testes poderiam ser conduzidos, com o rotor isolado (em banco de teste especial sem interferência da voluta, Oliveira (2001)), para as análises do escoamento e dos níveis de ruído.

2) **Testes em rotores centrífugos com pás auxiliares com a mesma voluta (Testes em ventiladores)**

No lugar da seção especial de testes, ficaria o ventilador centrífugo a ser testado. Esses ventiladores teriam a mesma voluta com diversas configurações de rotores centrífugos com pás auxiliares. Os testes poderiam ser realizados de uma maneira mais simples objetivando apenas a determinação de grandezas globais tais como coeficiente de vazão, coeficiente de pressão, coeficiente de potência e rendimento global do ventilador. Dessa forma, o número ótimo de pás (principais e auxiliares) poderia ser determinado com base, por exemplo, no rendimento máximo do ventilador. Esses resultados seriam bastante úteis, para comprovar a eficácia do critério do número de Richardson máximo na determinação do número ótimo de pás.

Apêndice A

GEOMETRIA DO ROTOR E DISCRETIZAÇÃO DAS PÁS

No trabalho FINEP/EFEI (1981), foi projetada uma geometria de seção meridional para um rotor de ventilador centrífugo com rotação específica, n_{qA} , igual a 150. As pás desse rotor têm formato de um arco de círculo (ARC). Essa geometria de seção meridional foi utilizada em todos os rotores centrífugos com pás auxiliares analisados no presente trabalho.

Todos os rotores centrífugos com pás auxiliares (seccionadas e modificadas) foram gerados com pás principais e auxiliares em formato de um arco de círculo. Para a solução numérica, as pás principais e auxiliares foram discretizadas em 40 painéis cada uma, cujos comprimentos foram distribuídos com base na série (progressão) geométrica.

No Item A.1, são apresentadas as geometrias das seções meridional e transversal dos rotores centrífugos analisados e no Item A.2 a discretização das pás.

A.1 GEOMETRIA DO ROTOR

Toda geometria de cada rotor centrífugo analisado neste trabalho foi obtida analiticamente, uma vez que a sua seção meridional tem disco externo (capa do rotor) inclinado e disco interno perpendicular em relação ao eixo do rotor.

A.1.1 SEÇÃO MERIDIONAL

As arestas de entrada e de saída das pás (principais e auxiliares) são paralelas ao eixo do rotor centrífugo. Portanto, a linha média (geratriz média) no plano meridional da superfície de revolução média do escoamento pode ser facilmente obtida através dos diâmetros e largu-

ras de entrada e de saída das pás, que também definem a variação radial de largura das pás. Tomando-se por base as dimensões das pás principais, Tabela 6.1, a sua largura é representada por

$$b_P(r) = b_{4P} - \frac{b_{4P} - b_{5P}}{r_{5P} - r_{4P}}(r - r_{4P}) \quad (\text{A.1})$$

e, para a pás auxiliares,

$$b_A(r) = b_{4A} - \frac{b_{4A} - b_{5A}}{r_{5A} - r_{4A}}(r - r_{4A}), \quad (\text{A.2})$$

sendo $b_A(r) = b_P(r)$ para $r_{4A} \leq r \leq r_{5A} = r_{5P}$.

A.1.2 SEÇÃO TRANSVERSAL

Para uma pá em formato de um arco de círculo, pode-se facilmente obter o raio de curvatura da sua linha média, R_{mp} , que, no caso de pás infinitamente finas, é o próprio arco de círculo, ou seja,

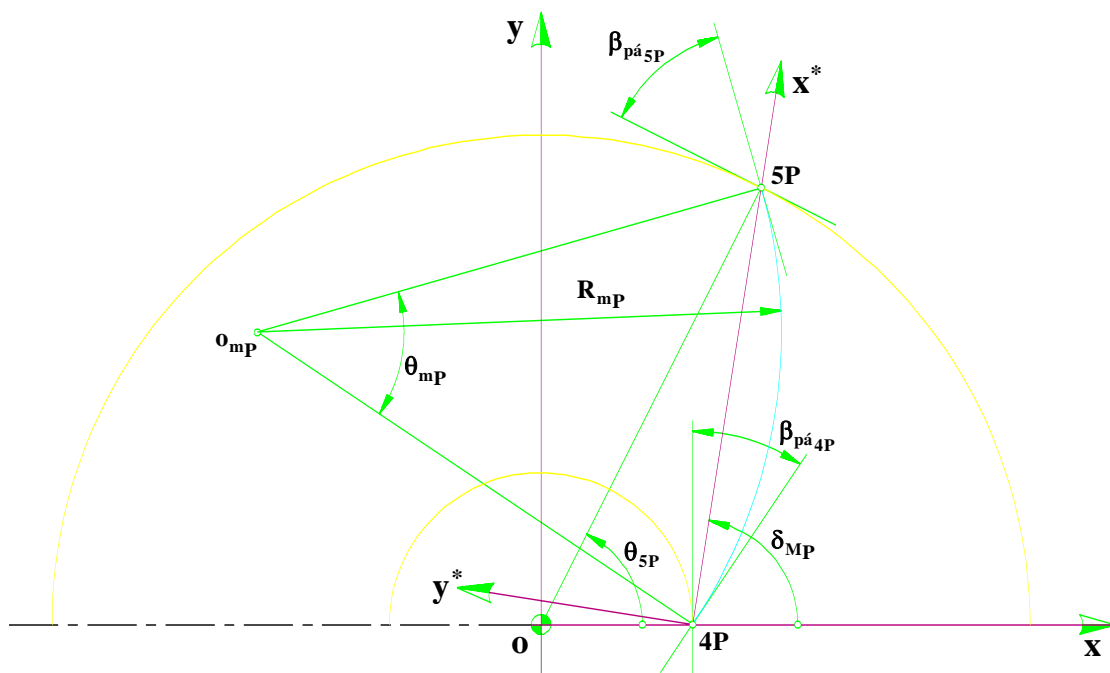


Figura A.1 Esquema de uma pá principal de espessura infinitamente fina (PIF) em formato de um arco de círculo.

$$R_{mp} = \frac{D_{5P}^2 - D_{4P}^2}{4(D_{5P} \cos \beta_{pá_{5P}} - D_{4P} \cos \beta_{pá_{4P}})}, \quad (\text{para as pás principais}) \quad (\text{A.3})$$

e

$$R_{mA} = \frac{D_{5A}^2 - D_{4A}^2}{4(D_{5A} \cos \beta_{pá_{5A}} - D_{4A} \cos \beta_{pá_{4A}})}. \quad (\text{para as pás auxiliares}) \quad (\text{A.4})$$

O ângulo do setor, θ_m , referente à corda da pá (Figura A.1) é

$$\theta_{mp} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\cos \beta_{pá_{5P}} - \frac{D_{4P}}{D_{5P}} \cos \beta_{pá_{4P}}}{\sin \beta_{pá_{5P}} + \frac{D_{4P}}{D_{5P}} \sin \beta_{pá_{4P}}} \right), \quad (\text{para as pás principais}) \quad (\text{A.5})$$

e

$$\theta_{mA} = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\cos \beta_{pá_{5A}} - \frac{D_{4A}}{D_{5A}} \cos \beta_{pá_{4A}}}{\sin \beta_{pá_{5A}} + \frac{D_{4A}}{D_{5A}} \sin \beta_{pá_{4A}}} \right). \quad (\text{para as pás auxiliares}) \quad (\text{A.6})$$

A.2 DISCRETIZAÇÃO DAS PÁS

Os pontos extremos de cada painel da pá discretizada são obtidos de acordo com a seguinte metodologia:

1) Adota-se o número total de painéis, M , distribuídos na linha representativa da pá, com os pontos extremos $j = 1$ no bordo de ataque (ba) e $j = N + 1$ no bordo de fuga (bf) da pá.

2) Divide-se o comprimento da pá em duas partes iguais, para se obter uma distribuição simétrica de comprimentos dos painéis em torno do ponto central, $j = M/2 + 1$, desse comprimento $j = M/2 + 1$.

3) Utiliza-se uma série geométrica de quociente q_{sg} , para obter os pares de pontos $x_j(s)$ e $y_j(s)$. Para cada par (x_j, y_j) , o parâmetro de contorno, s , da pá assume os valores obtidos através da soma dos j termos da série geométrica, ou seja,

$$\left. \begin{aligned}
 s_{j+1} &= a_1 \frac{(q_{sg})^j - 1}{q_{sg} - 1}, \quad j = 1, 2, \dots, M/2. \\
 s_{j+1} &= s_j + a_1 (q_{sg})^{(N-j)}, \quad j = M/2 + 1, M/2 + 2, \dots, M, \\
 \text{sendo} \quad a_1 &= \frac{L_{pá} (q_{sg} - 1)}{2 (q_{sg})^{M/2} - 1}. \\
 \text{O parâmetro de contorno do bordo de ataque é } s_1 &= s_{ba} = 0. \\
 \text{O parâmetro de contorno do bordo de fuga é } s_{N+1} &= s_{bf}.
 \end{aligned} \right\} \quad (A.7)$$

4) Calcula-se as coordenadas dos pontos extremos dos painéis (x_j, y_j) em função dos valores de s determinados em (A.7), de acordo com a equação da curva que representa o formato da pá, neste trabalho a curva é um arco de círculo.

O comprimento da pá, $L_{pá}$, no caso de pá em formato de um arco de círculo, é

$$L_{pá} = R_m \theta_m. \quad (A.8)$$

As expressões dadas em (A.7) e (A.8) são utilizadas para discretizar as pás principais e as pás auxiliares.

Apêndice B

RESULTADOS NUMÉRICOS PARA $Fa = 0,50$

As Figuras B.1 até B.36 apresentam os resultados obtidos para os 9 grupos de rotores centrífugos com $Fa = 0,50$, que estão colocados na Tabela B.1 para facilitar a análise dessas figuras.

Nessas figuras, os resultados obtidos para as distribuições de P , W , Ri , $\beta_{pá}$, e β são apresentados simultaneamente para os três tipos de rotores analisados neste trabalho, ou seja, o rotor convencional, o rotor com pás auxiliares seccionadas e o rotor com pás auxiliares modificadas.

Tabela B.1 Grupo de rotores centrífugos com $Fa = 0,50$.

Grupo	N_P	N_A	Fr	$\beta_{pá_{4A}}(S)$	$\beta_{pá_{4A}}(C)$	Figura			
						P	W	Ri_{P-A}	β
1	4	4	0,20	28,400	49,670	B.1	B.2	B.3	B.4
2	4	4	0,50	29,300	47,106	B.5	B.6	B.7	B.8
3	4	4	0,80	32,000	41,334	B.9	B.10	B.11	B.12
4	6	6	0,20	30,200	49,670	B.13	B.14	B.15	B.16
5	6	6	0,50	32,400	47,106	B.17	B.18	B.19	B.20
6	6	6	0,80	34,200	41,334	B.21	B.22	B.23	B.24
7	8	8	0,20	32,250	49,670	B.25	B.26	B.27	B.28
8	8	8	0,50	35,400	47,106	B.29	B.30	B.31	B.32
9	8	8	0,80	35,800	41,334	B.33	B.34	B.35	B.36

As Figuras B.1, B.5 e B.9 (pressão adimensional, P) e B.2, B.6 e B.10 (velocidade relativa adimensional, W) mostram que, com o aumento dos valores de Fr , o carregamento nas pás principais, para os rotores com pás auxiliares, diminui em relação ao carregamento nas mesmas pás para o rotor convencional. Os valores de P e W são alterados principalmente na superfície de sucção da pá principal.

As Figuras B.3, B.7 e B.11 mostram que os valores de números de Richardson para as pás principais vão aumentando à medida que se aumenta os valores de Fr . Observa-se que essa característica também é válida para as pás auxiliares.

As Figuras B.4, B.8 e B.12 mostram as distribuições de ângulos da pá, $\beta_{pá}$, e de ângulos do escoamento relativo, β , para os rotores convencionais e com pás auxiliares. Observa-se que o ângulo do escoamento relativo na entrada é maior que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares. Na saída essa situação é invertida, ou seja, o ângulo do escoamento relativo é menor que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares, devido ao desvio do escoamento na saída caracterizado pelo fator de deficiência de potência.

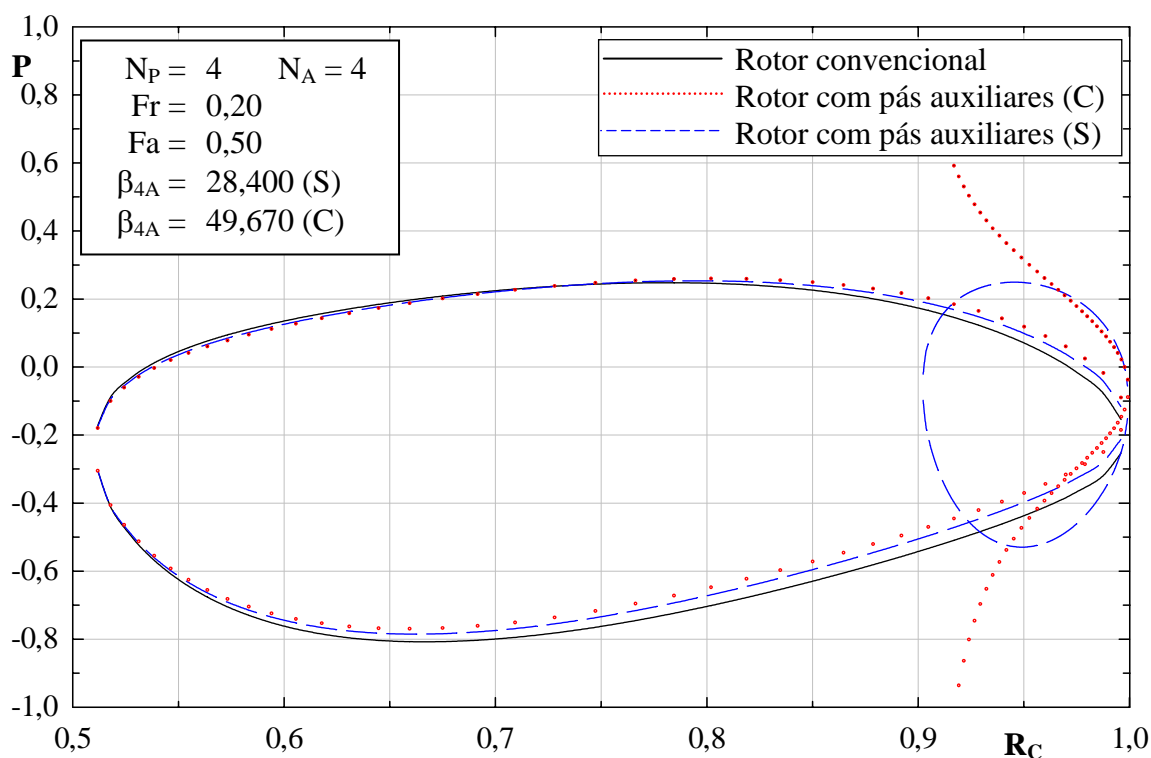


Figura B.1 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,20_0,50.

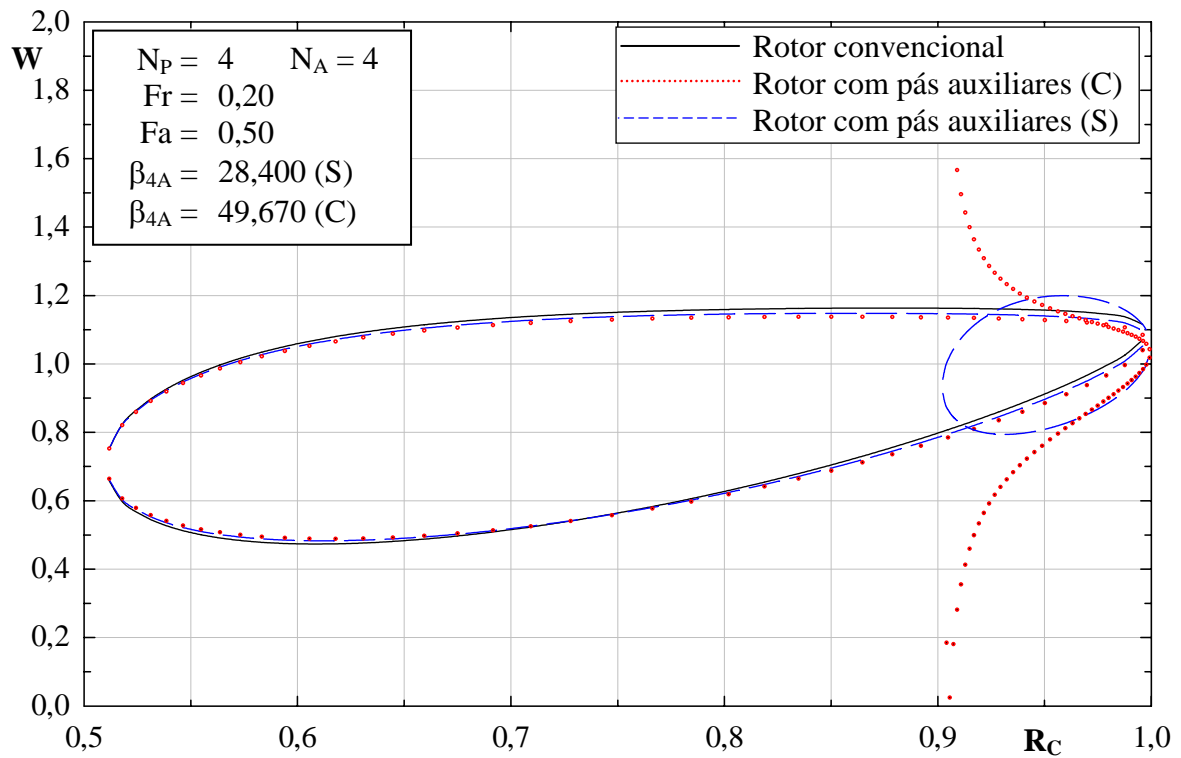


Figura B.2 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,20_0,50.

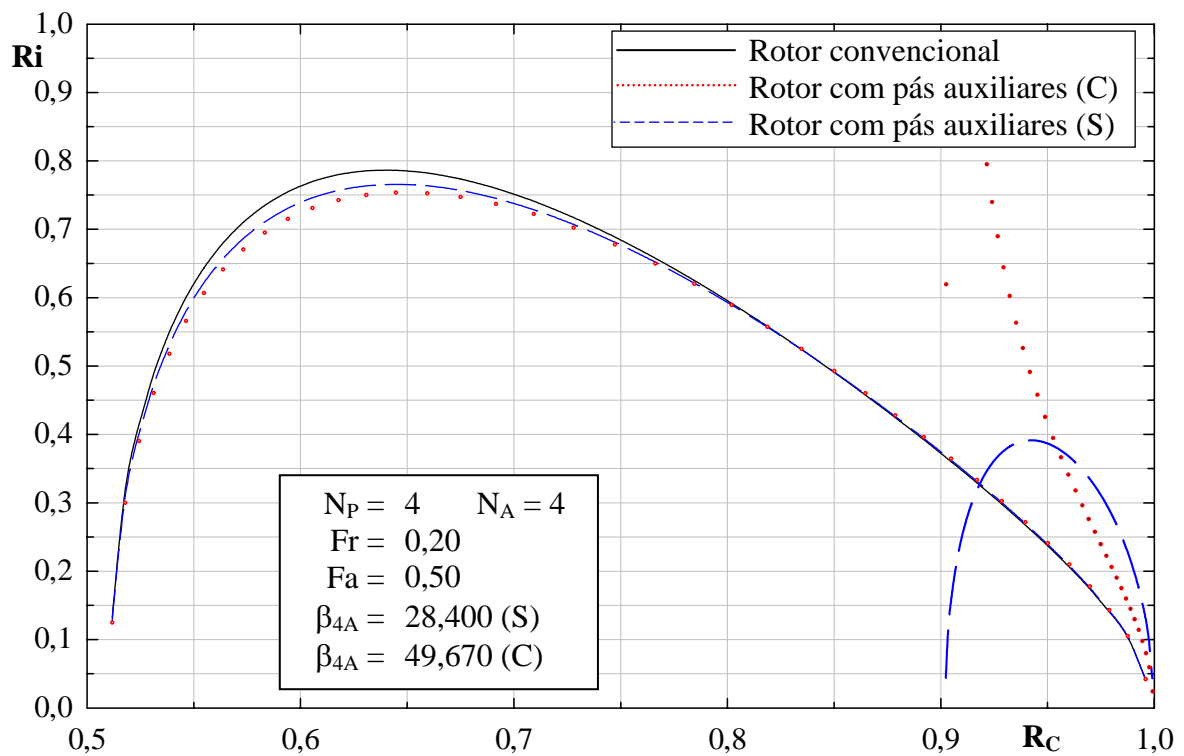


Figura B.3 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,20_0,50.

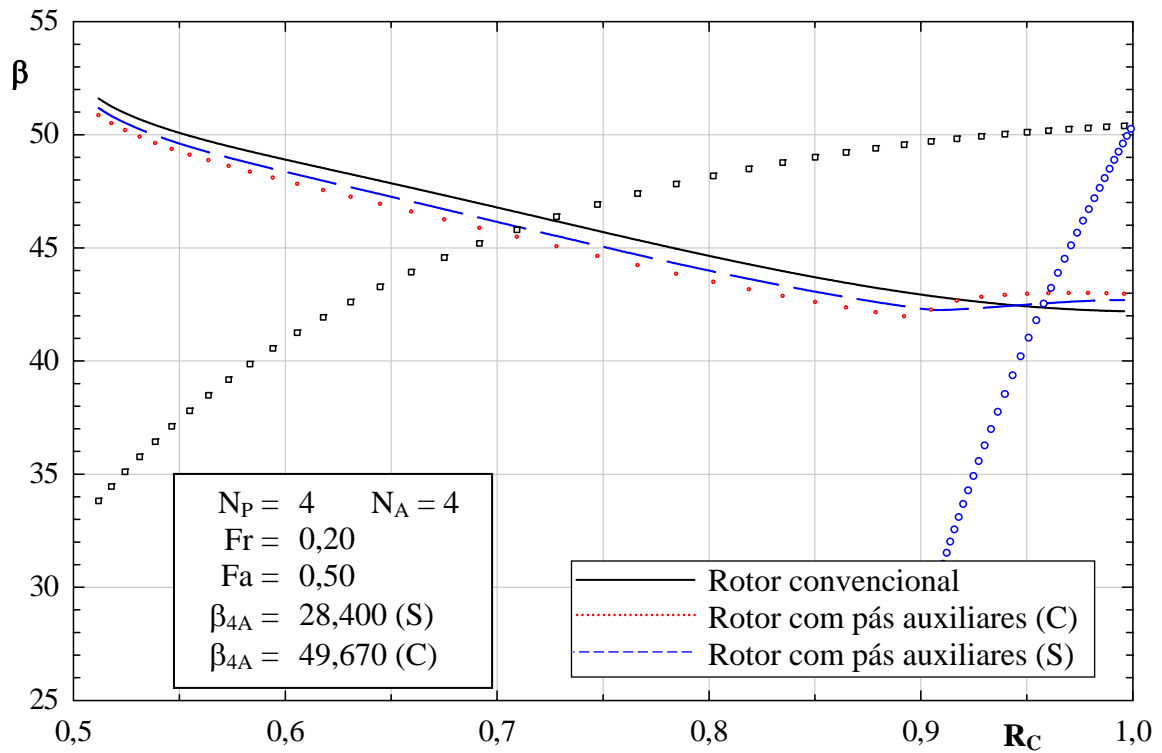


Figura B.4 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,20_0,50.

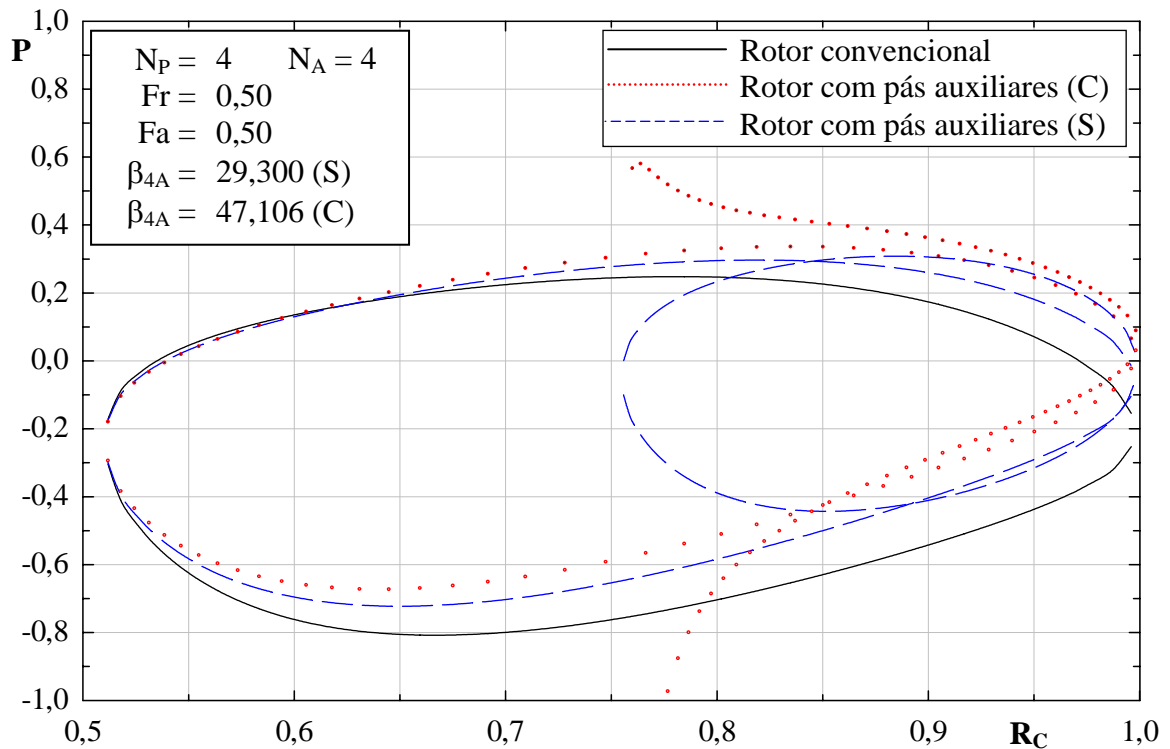


Figura B.5 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,50_0,50.

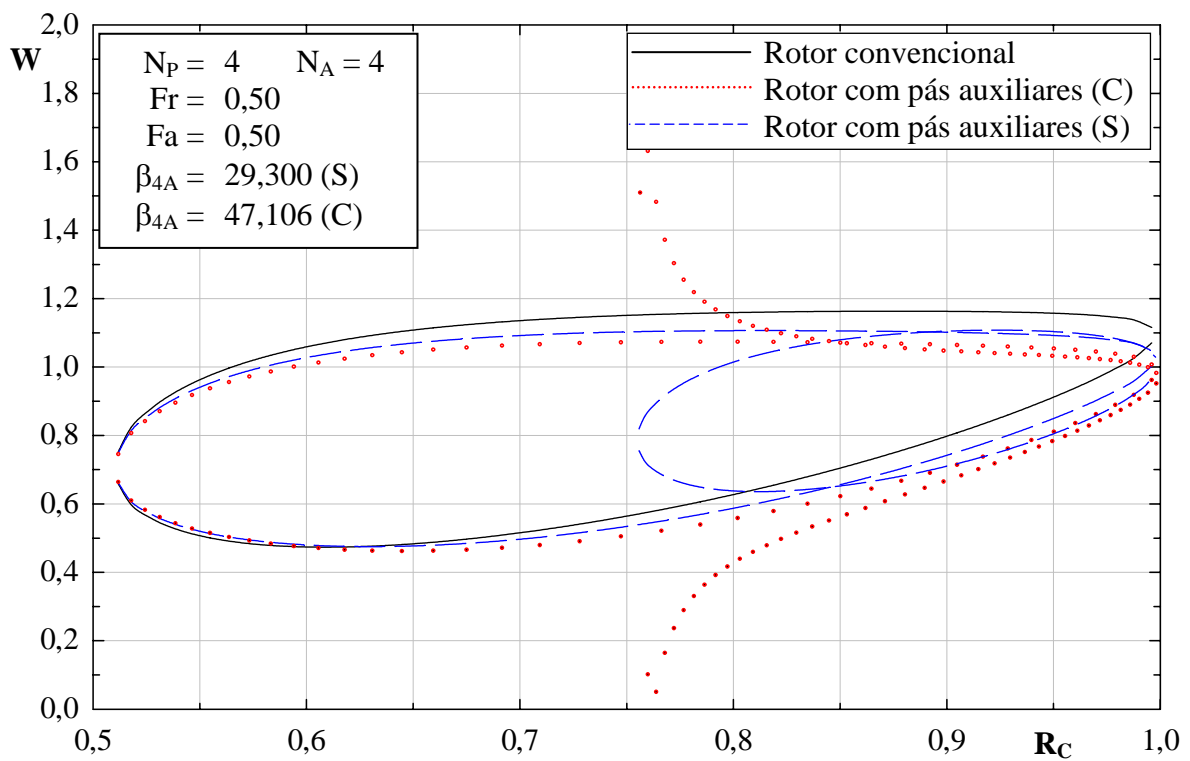


Figura B.6 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,50_0,50.

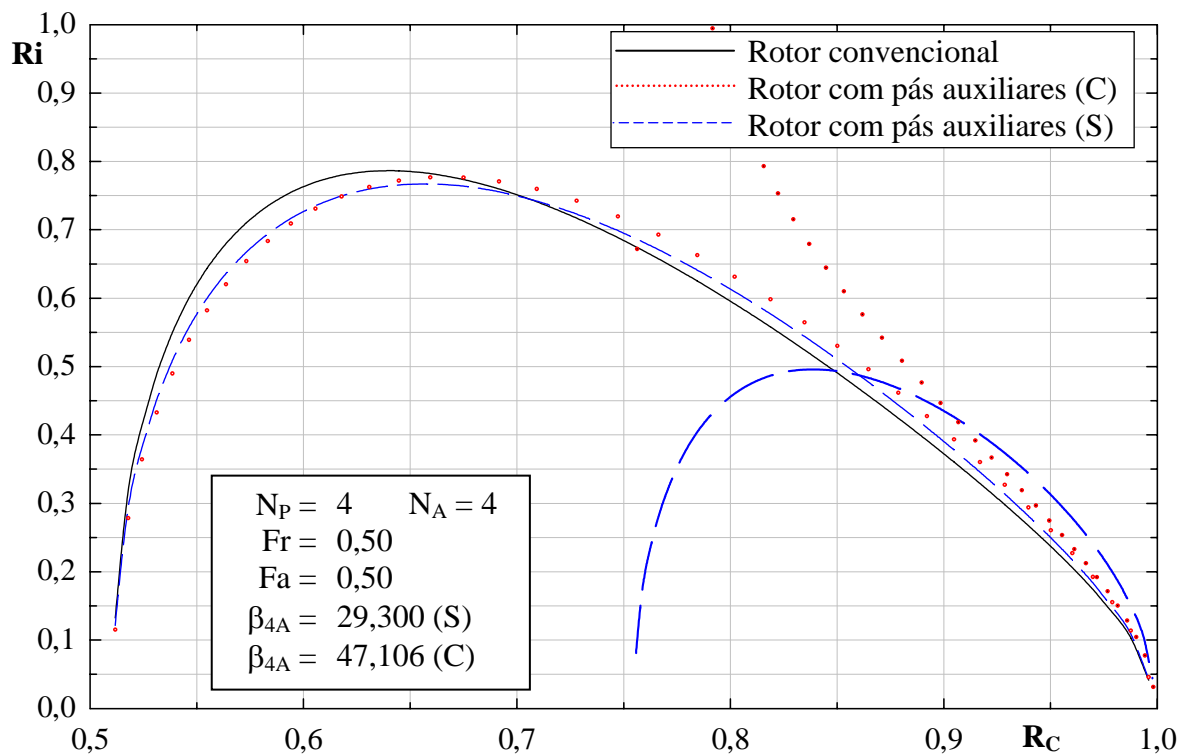


Figura B.7 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,50_0,50.

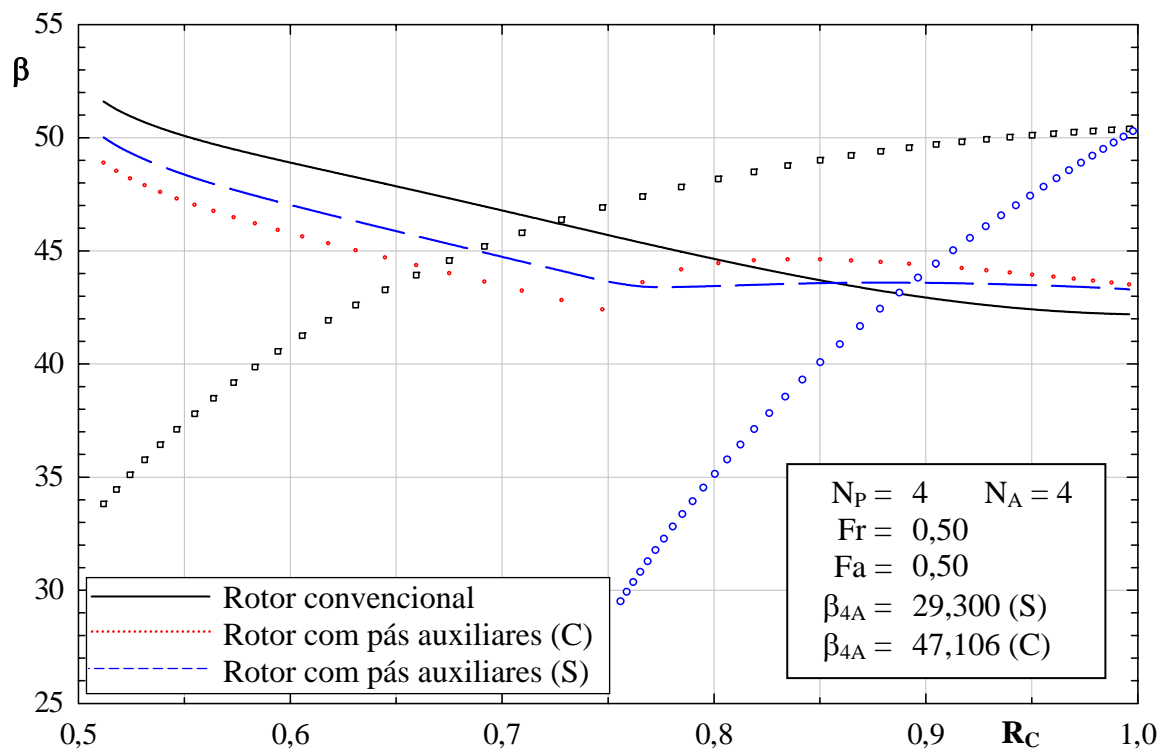


Figura B.8 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,50_0,50.

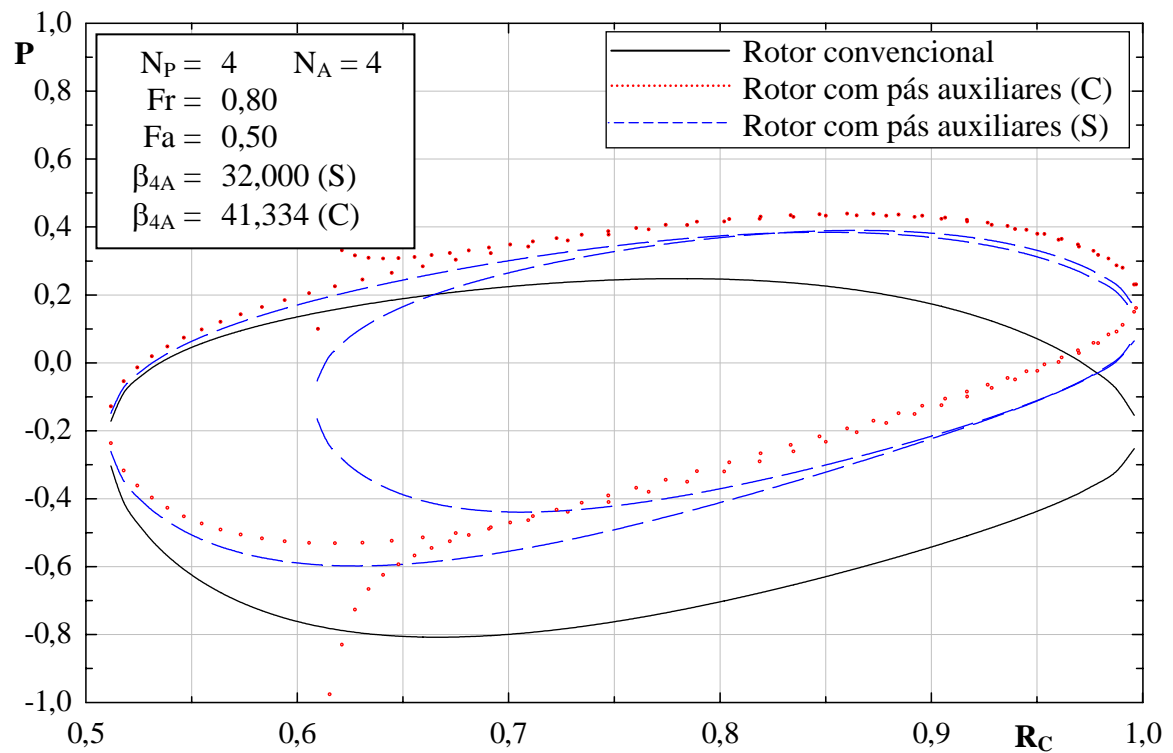


Figura B.9 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,80_0,50.

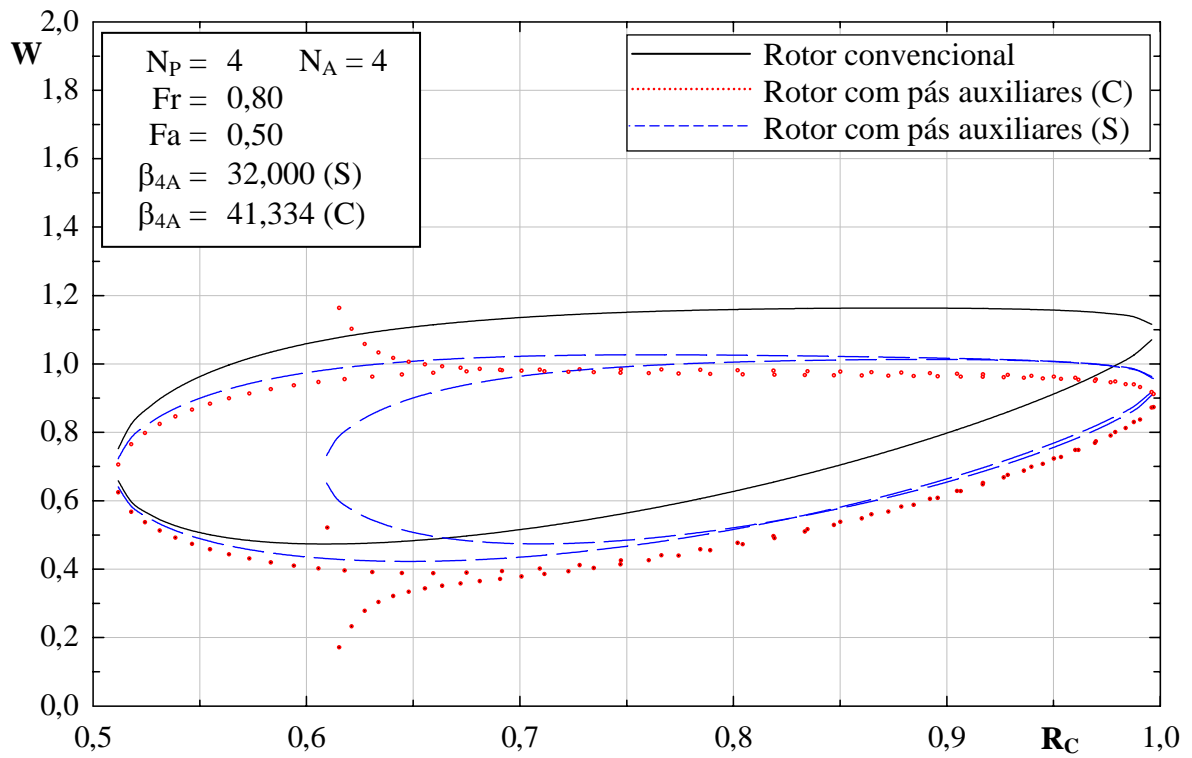


Figura B.10 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,80_0,50.

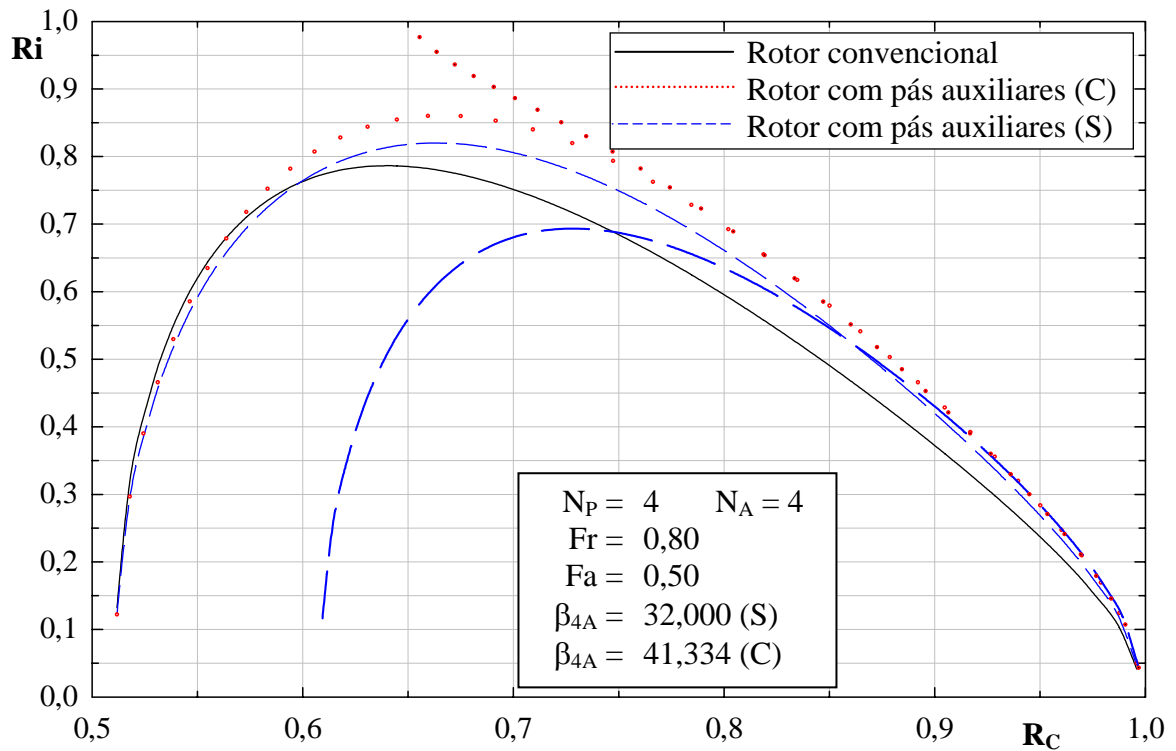


Figura B.11 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,80_0,50.

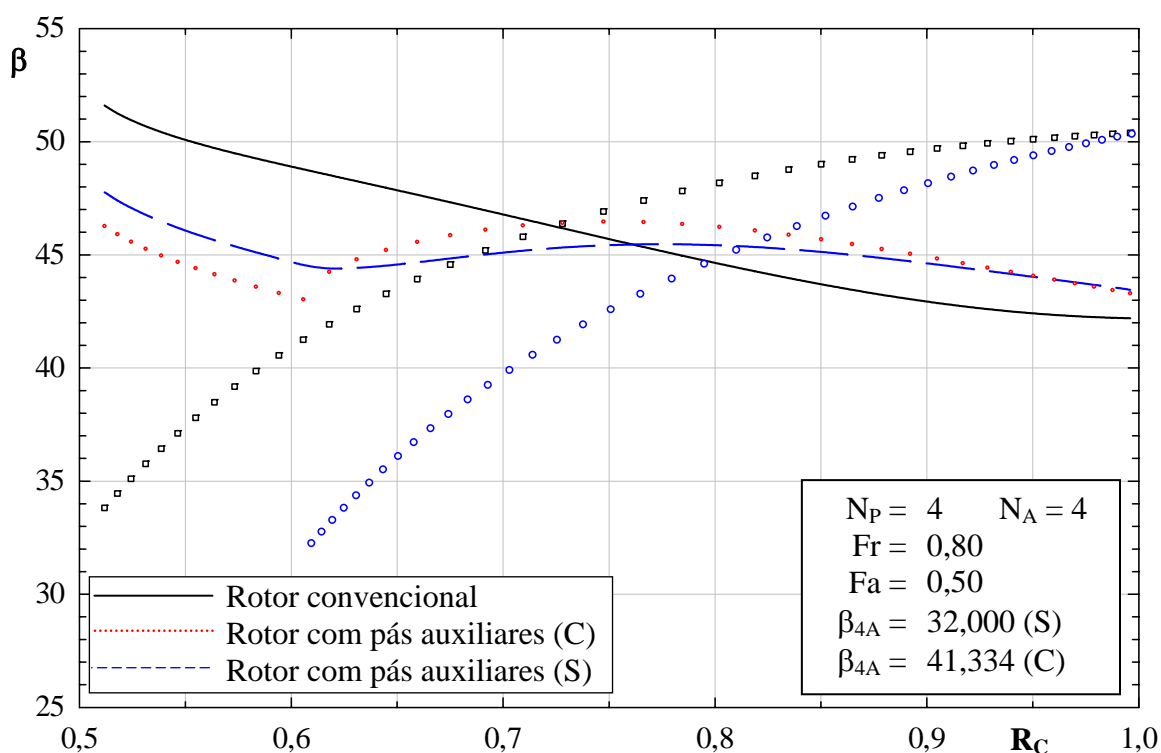


Figura B.12 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,80_0,50.

As Figuras B.13, B.17 e B.21 (pressão adimensional, P) e B.14, B.18 e B.22 (velocidade relativa adimensional, W) mostram que, com o aumento dos valores de Fr , o carregamento nas pás principais, para os rotores com pás auxiliares, diminui em relação ao carregamento nas mesmas pás para o rotor convencional. Os valores de P e W são alterados principalmente na superfície de sucção da pá principal.

As Figuras B.15, B.19 e B.23 mostram que os valores de números de Richardson para as pás principais vão aumentando à medida que se aumenta os valores de Fr . Observa-se que essa característica também é válida para as pás auxiliares.

As Figuras B.16, B.20 e B.24 mostram as distribuições de ângulos da pá, $\beta_{pá}$, e de ângulos do escoamento relativo, β , para os rotores convencionais e com pás auxiliares. Observa-se que o ângulo do escoamento relativo na entrada é maior que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares. Na saída essa situação é invertida, ou seja, o ângulo do escoamento relativo é menor que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares, devido ao desvio do escoamento na saída caracterizado pelo fator de deficiência de potência.

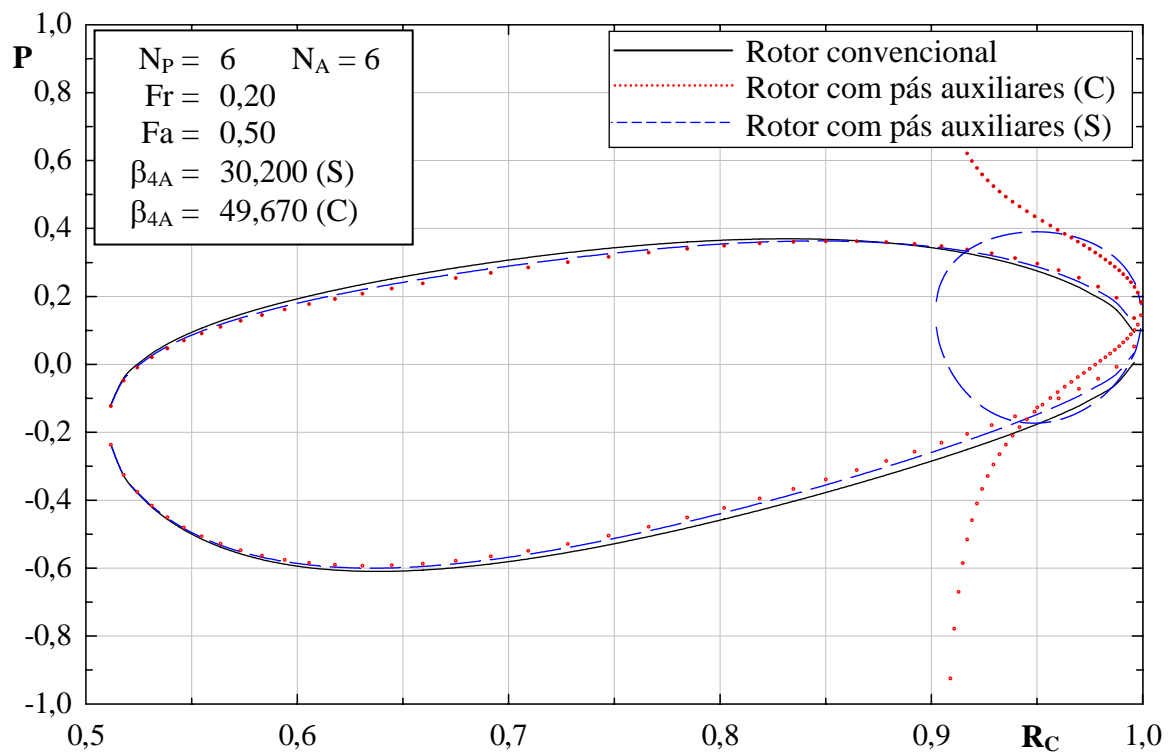


Figura B.13 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,20_0,50.

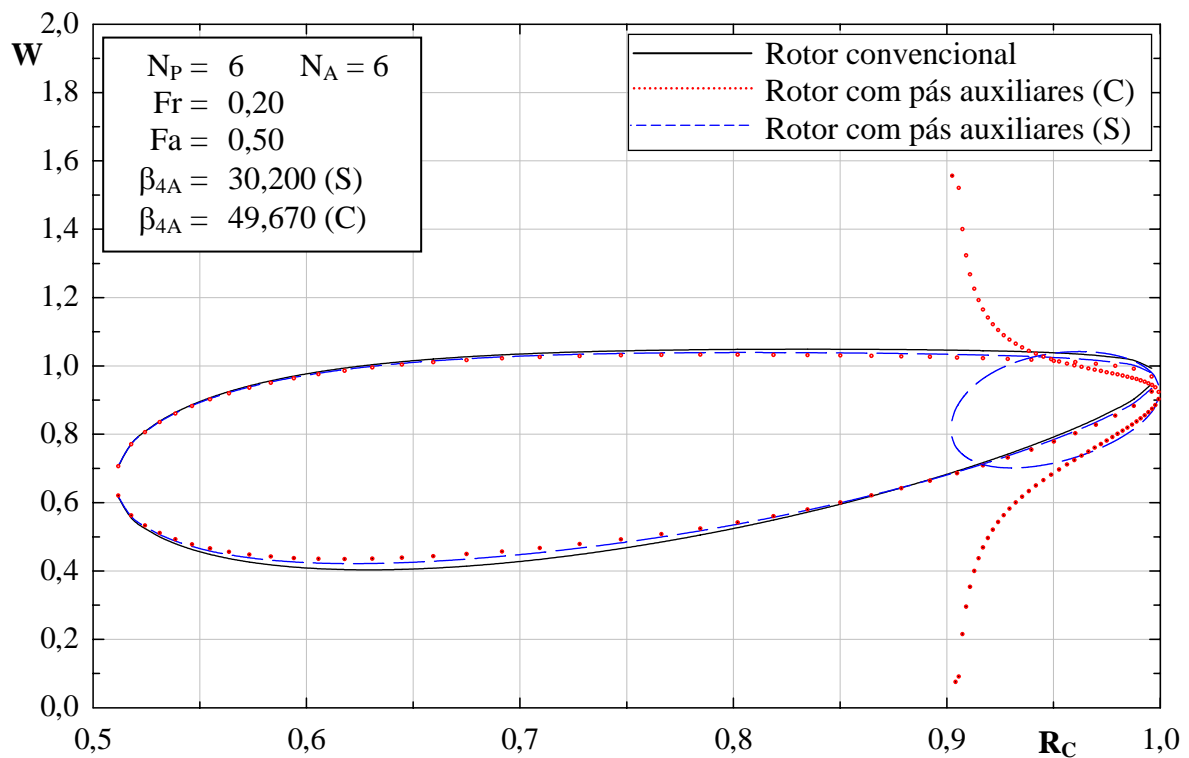


Figura B.14 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,20_0,50.

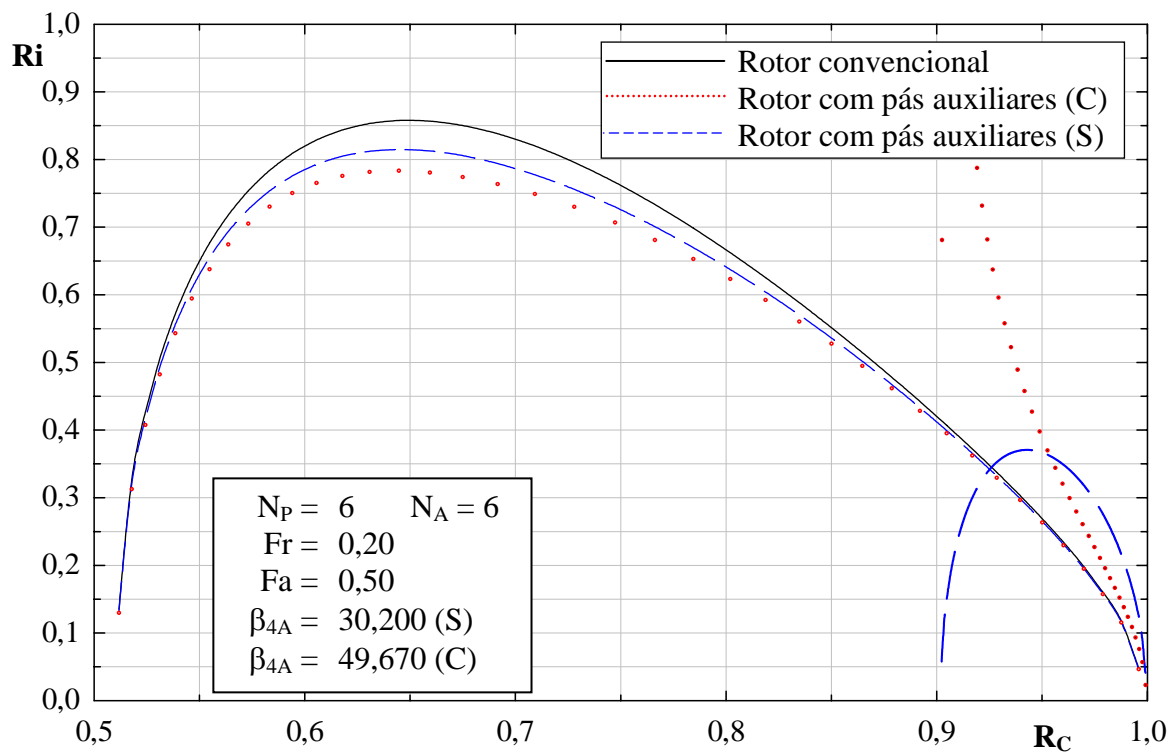


Figura B.15 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,20_0,50.

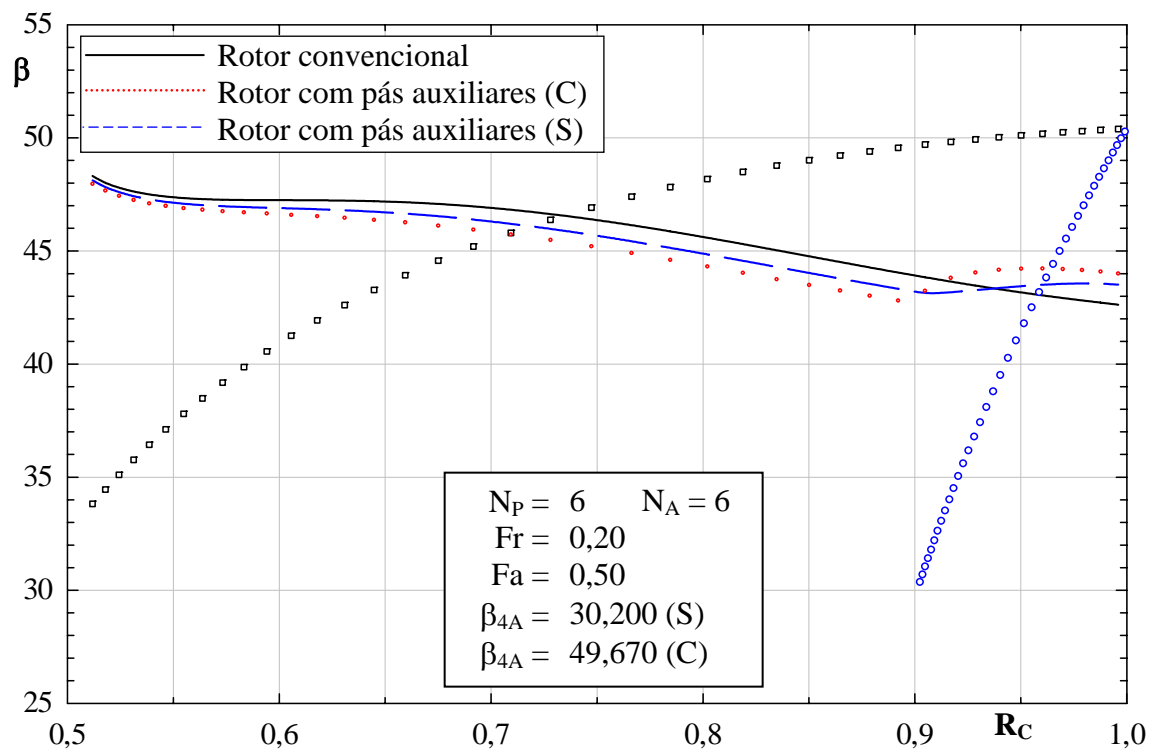


Figura B.16 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,20_0,50.

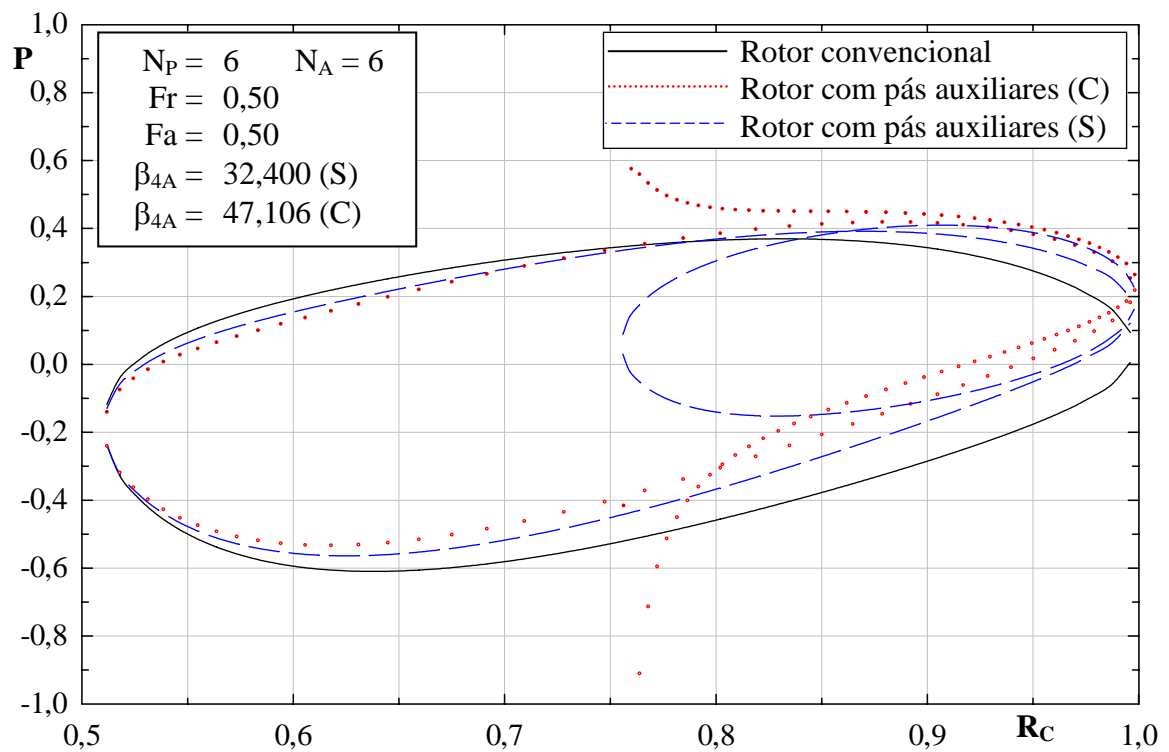


Figura B.17 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,50_0,50.

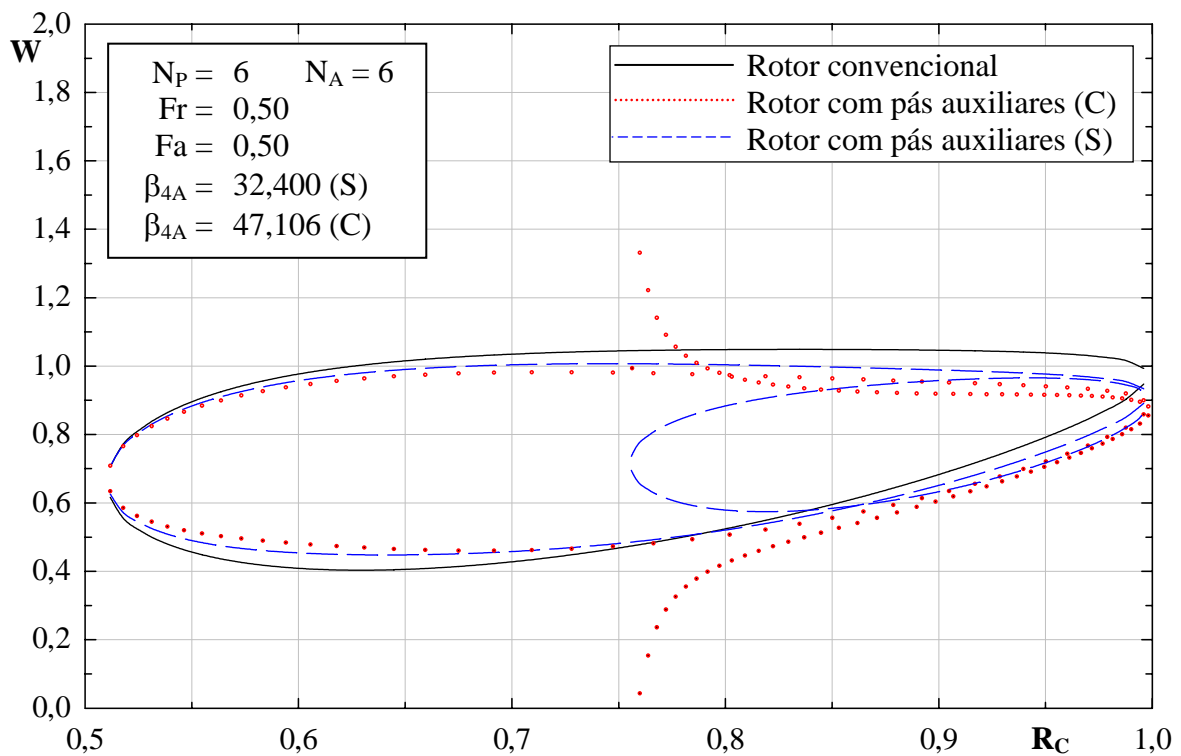


Figura B.18 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,50_0,50.

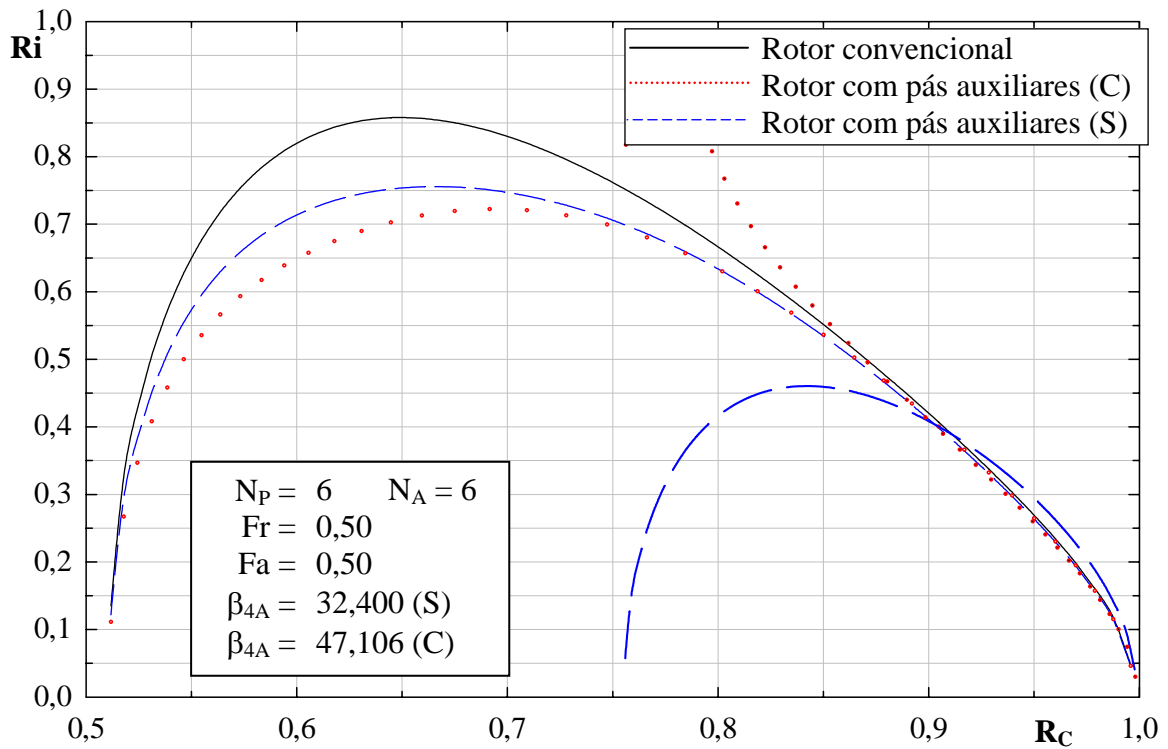


Figura B.19 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,50_0,50.

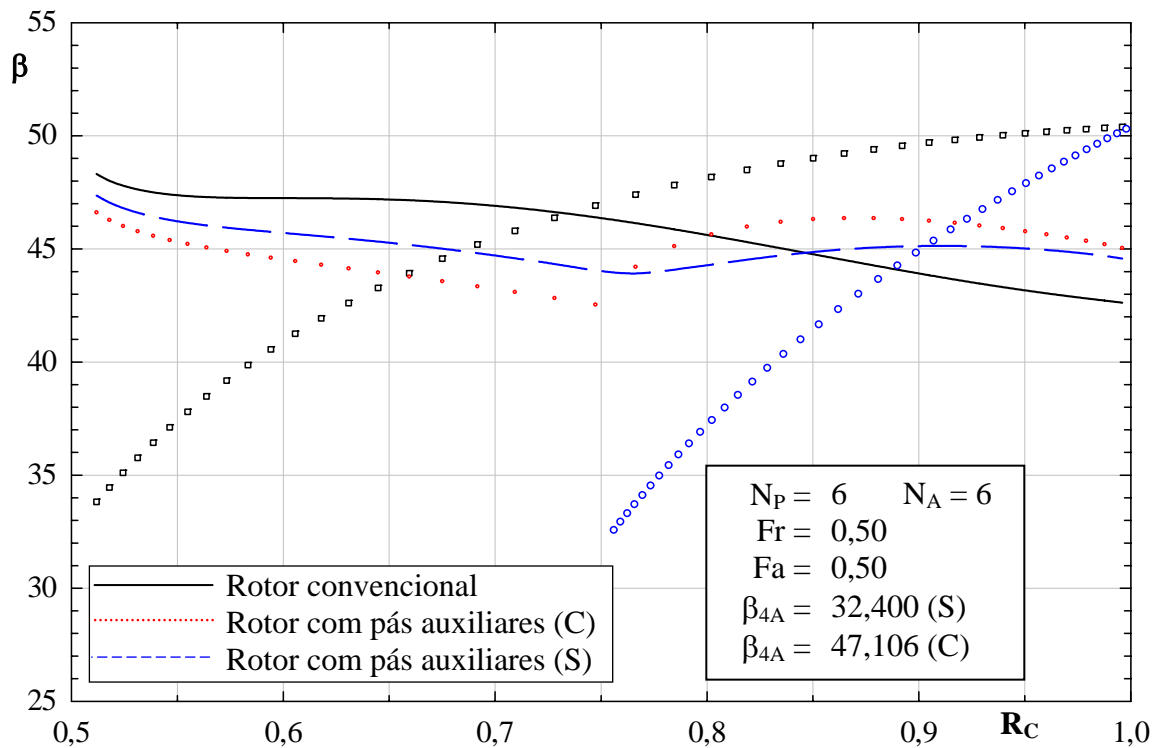


Figura B.20 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,50_0,50.

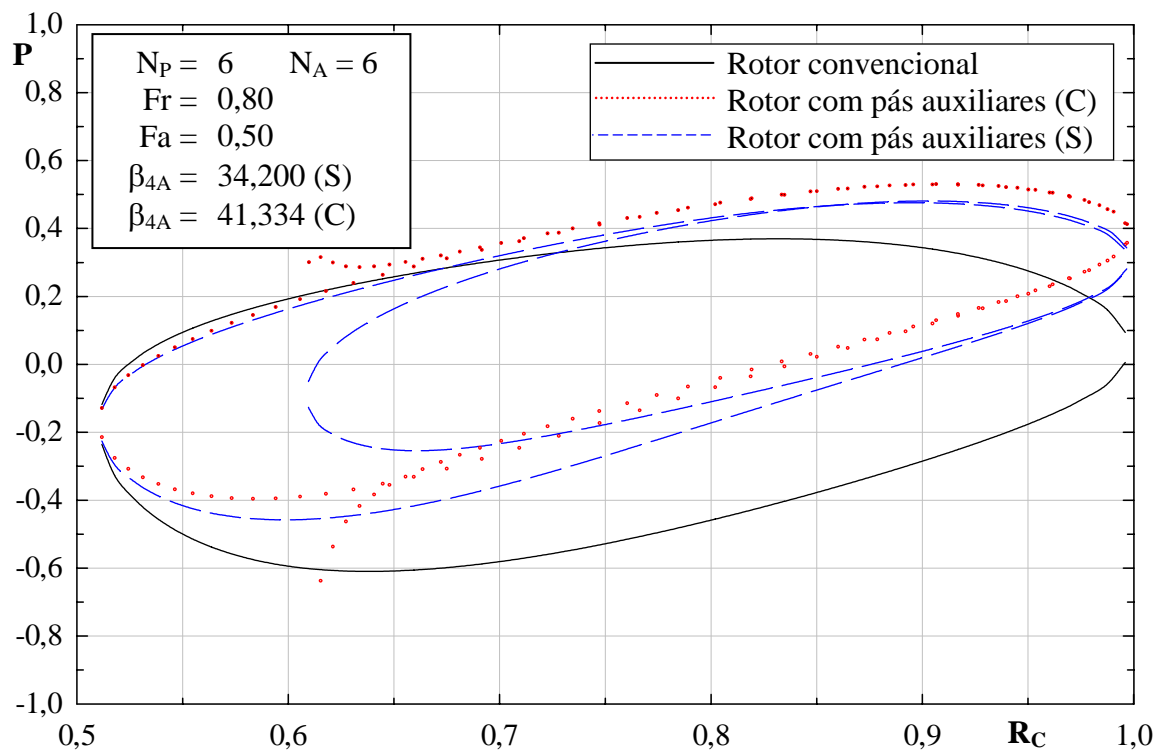


Figura B.21 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,80_0,50.

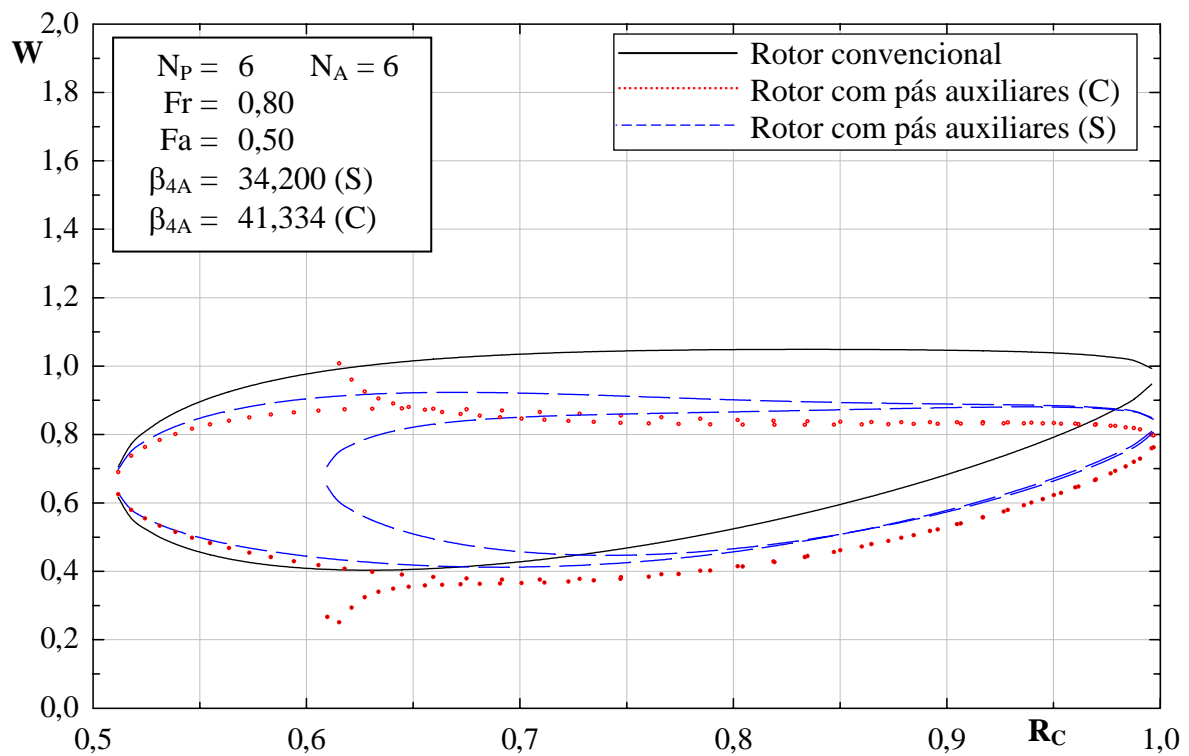


Figura B.22 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,80_0,50.

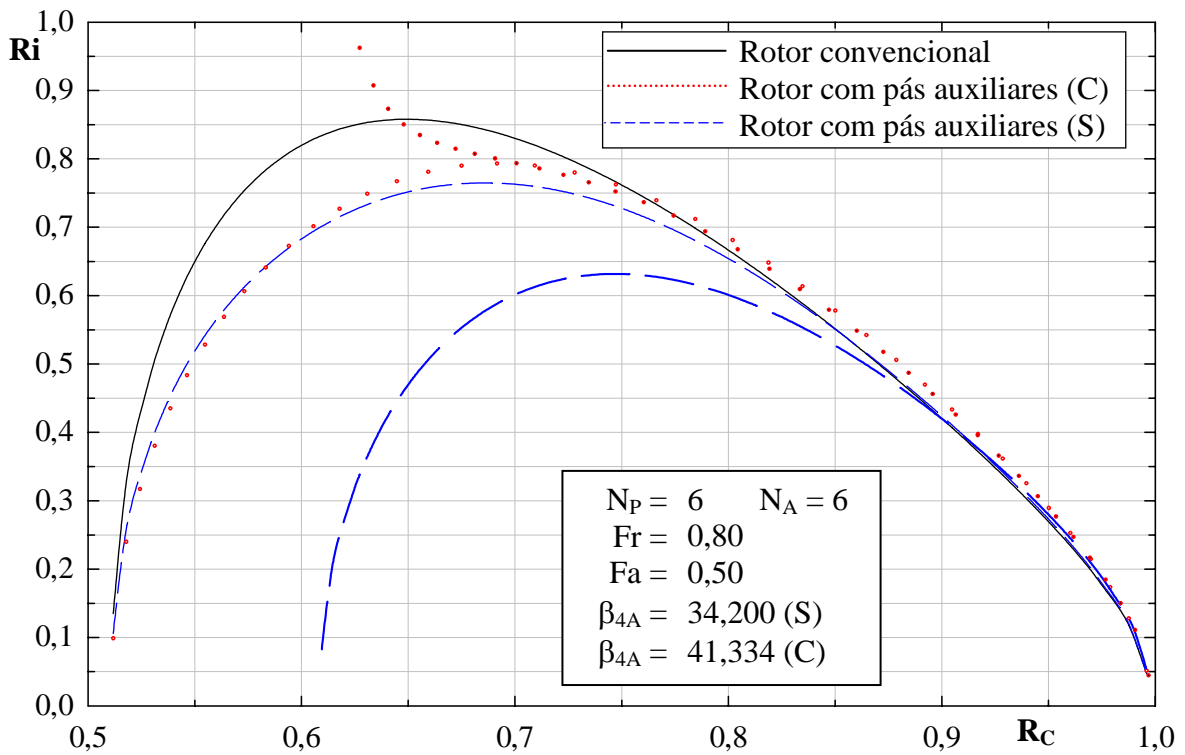


Figura B.23 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,80_0,50.

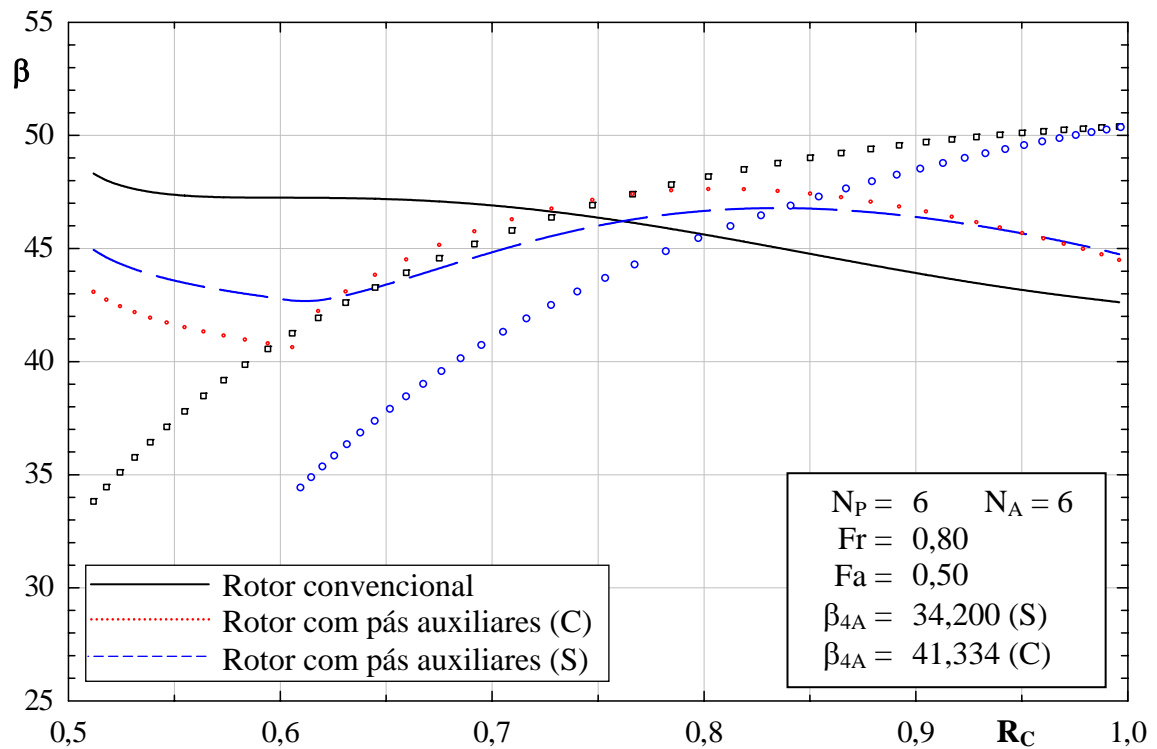


Figura B.24 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,80_0,50.

As Figuras B.25, B.29 e B.33 (pressão adimensional, P) e B.26, B.30 e B.34 (velocidade relativa adimensional, W) mostram que, com o aumento dos valores de Fr , o carregamento nas pás principais, para os rotores com pás auxiliares, diminui em relação ao carregamento nas mesmas pás para o rotor convencional. Os valores de P e W são alterados principalmente na superfície de sucção da pá principal.

As Figuras B.27, B.31 e B.35 mostram que os valores de números de Richardson para as pás principais vão aumentando à medida que se aumenta os valores de Fr . Observa-se que essa característica também é válida para as pás auxiliares.

As Figuras B.28, B.32 e B.36 mostram as distribuições de ângulos da pá, $\beta_{pá}$, e de ângulos do escoamento relativo, β , para os rotores convencionais e com pás auxiliares. Observa-se que o ângulo do escoamento relativo na entrada é maior que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares. Na saída essa situação é invertida, ou seja, o ângulo do escoamento relativo é menor que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares, devido ao desvio do escoamento na saída caracterizado pelo fator de deficiência de potência.

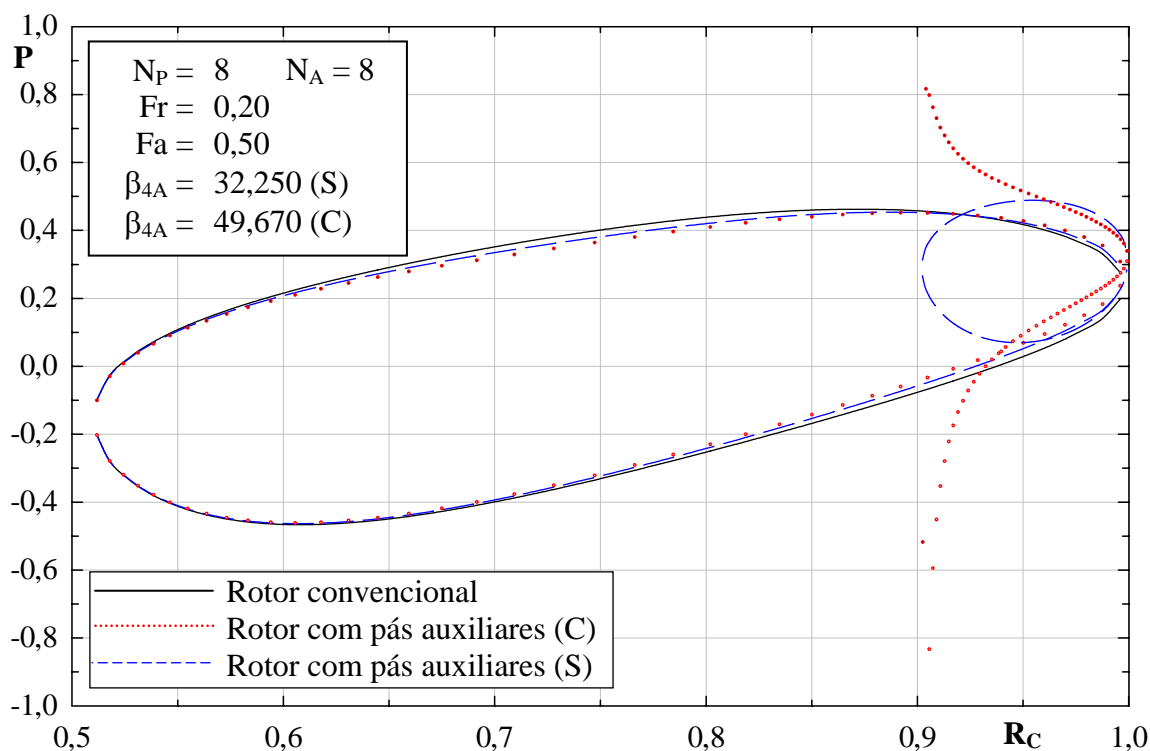


Figura B.25 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,20_0,50.

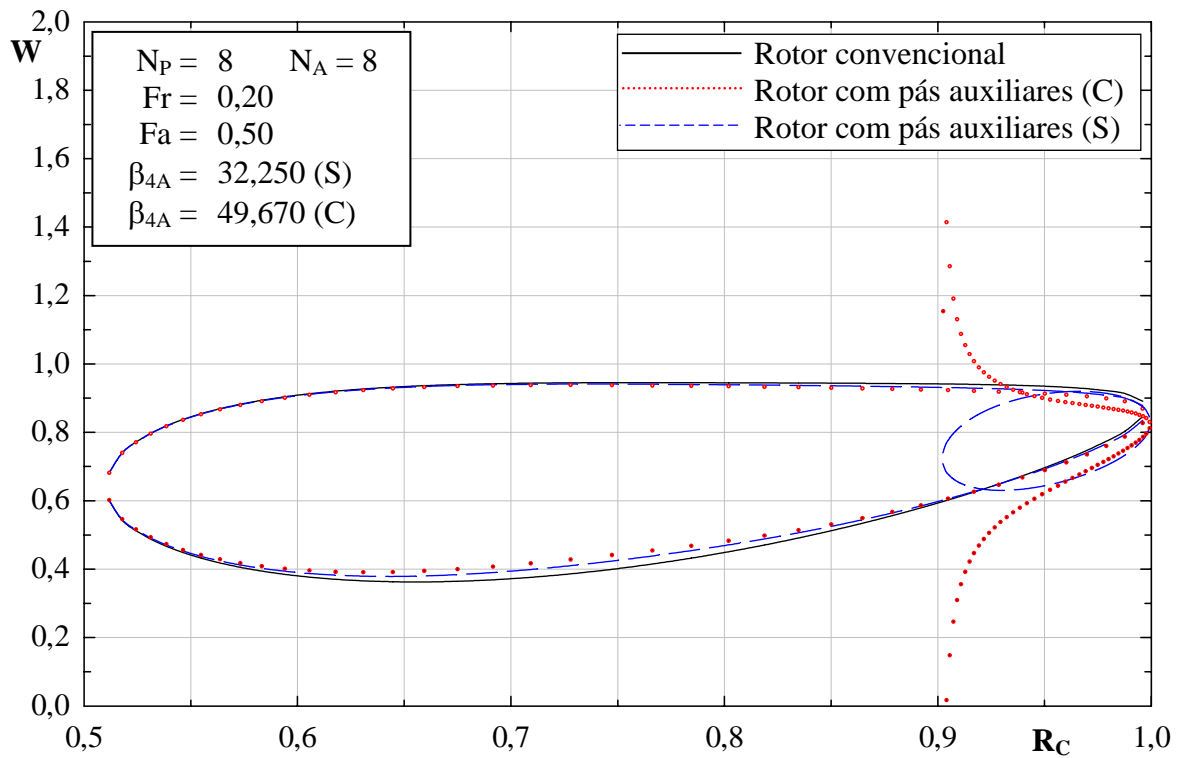


Figura B.26 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,20_0,50.

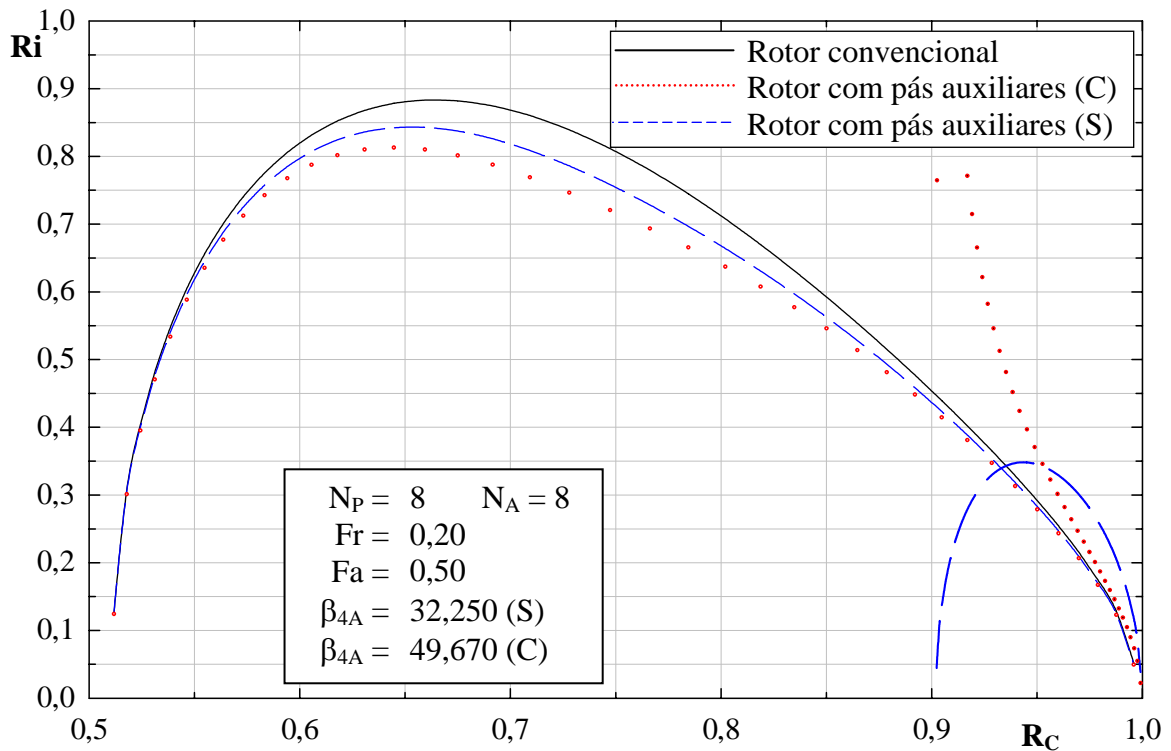


Figura B.27 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,20_0,50.

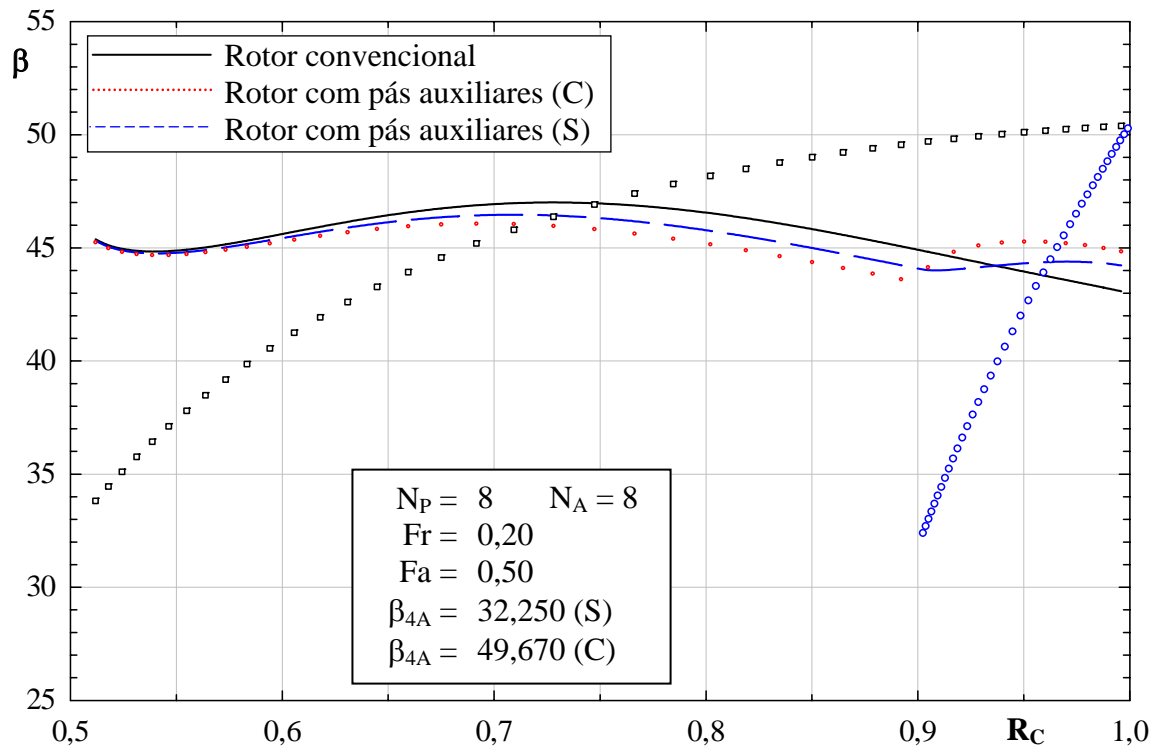


Figura B.28 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,20_0,50.

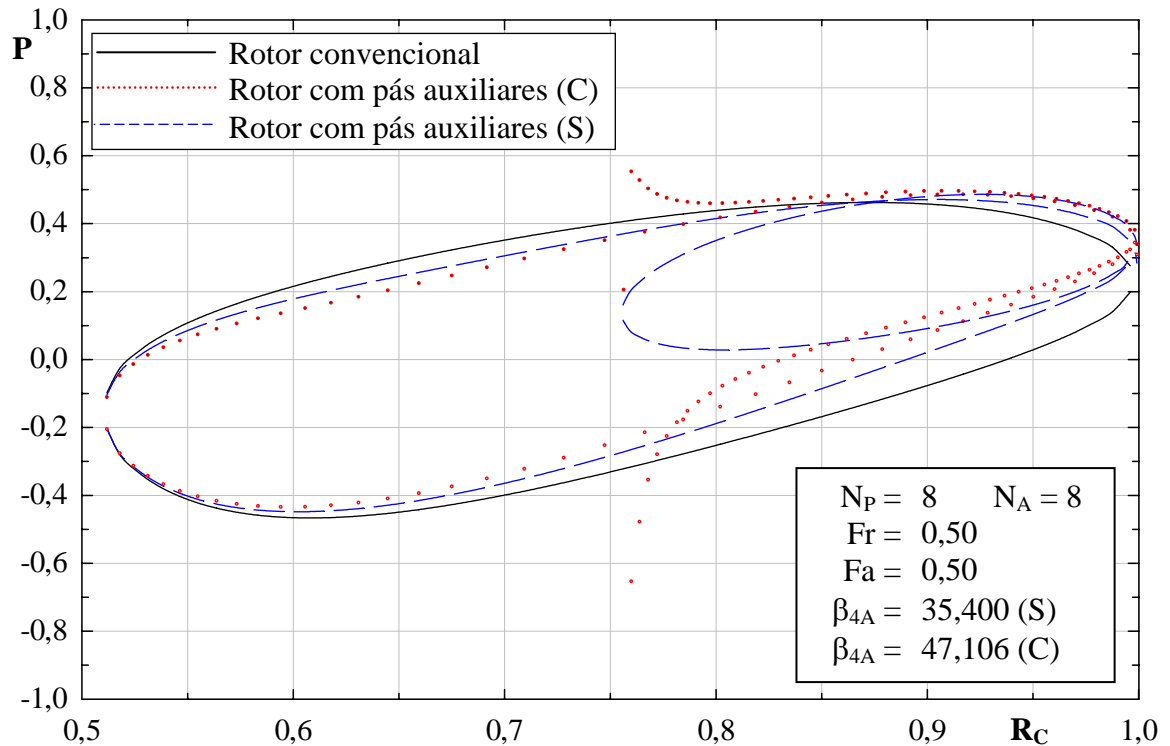


Figura B.29 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,50_0,50.

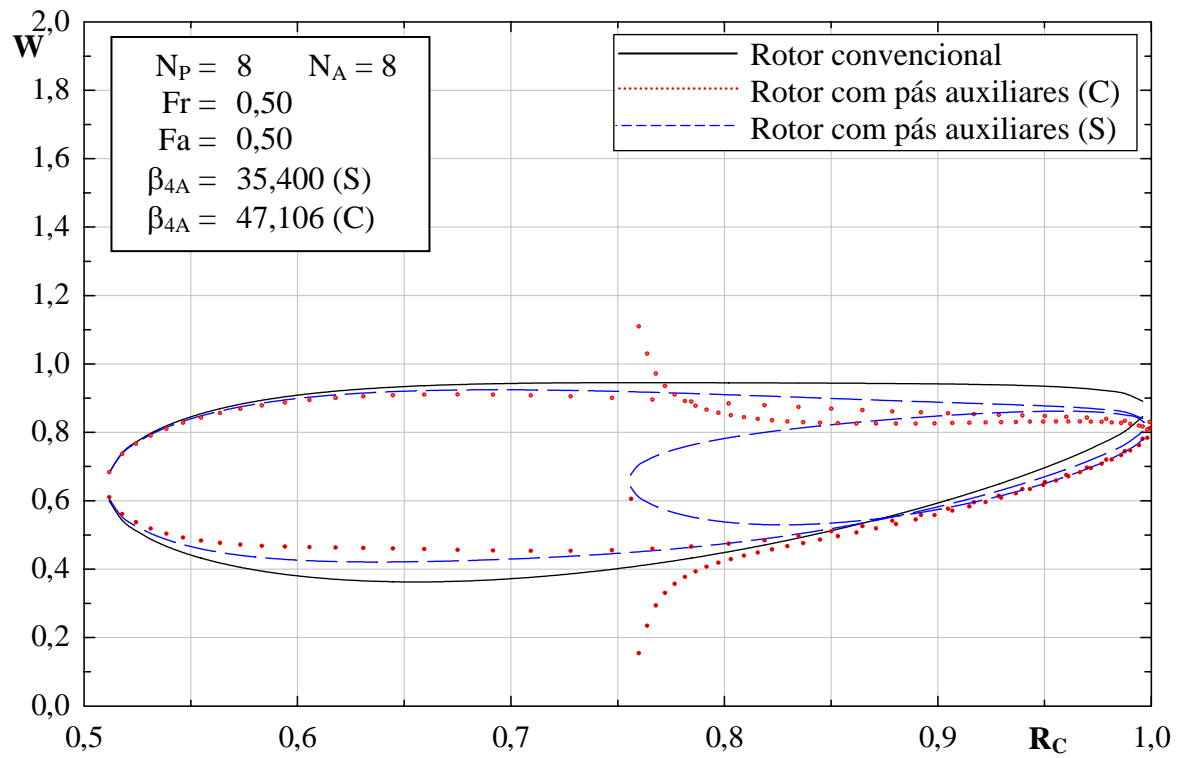


Figura B.30 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,50_0,50.

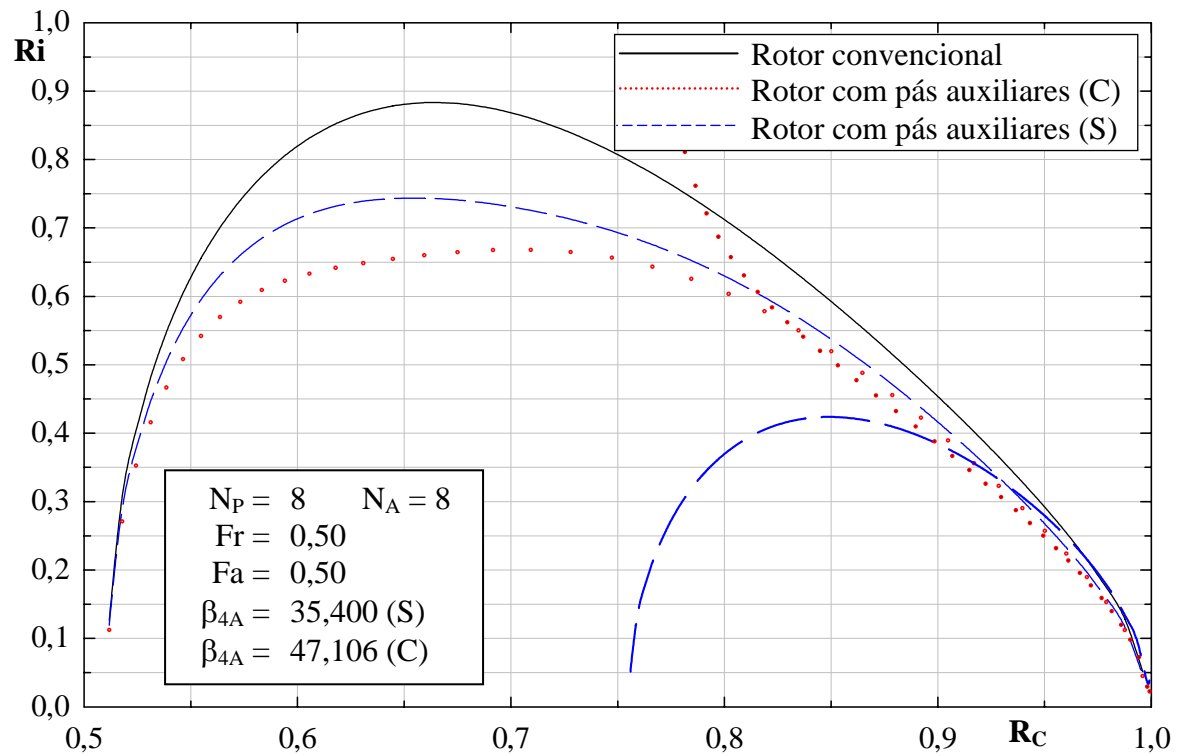


Figura B.31 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,50_0,50.

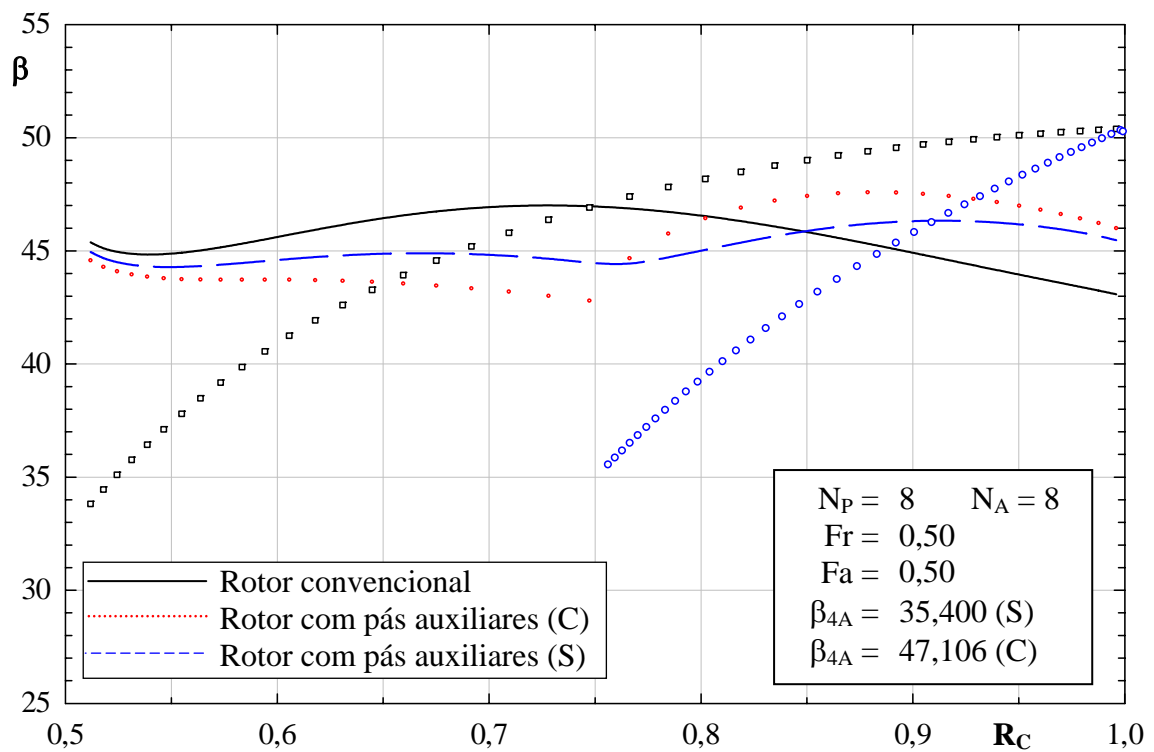


Figura B.32 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,50_0,50.

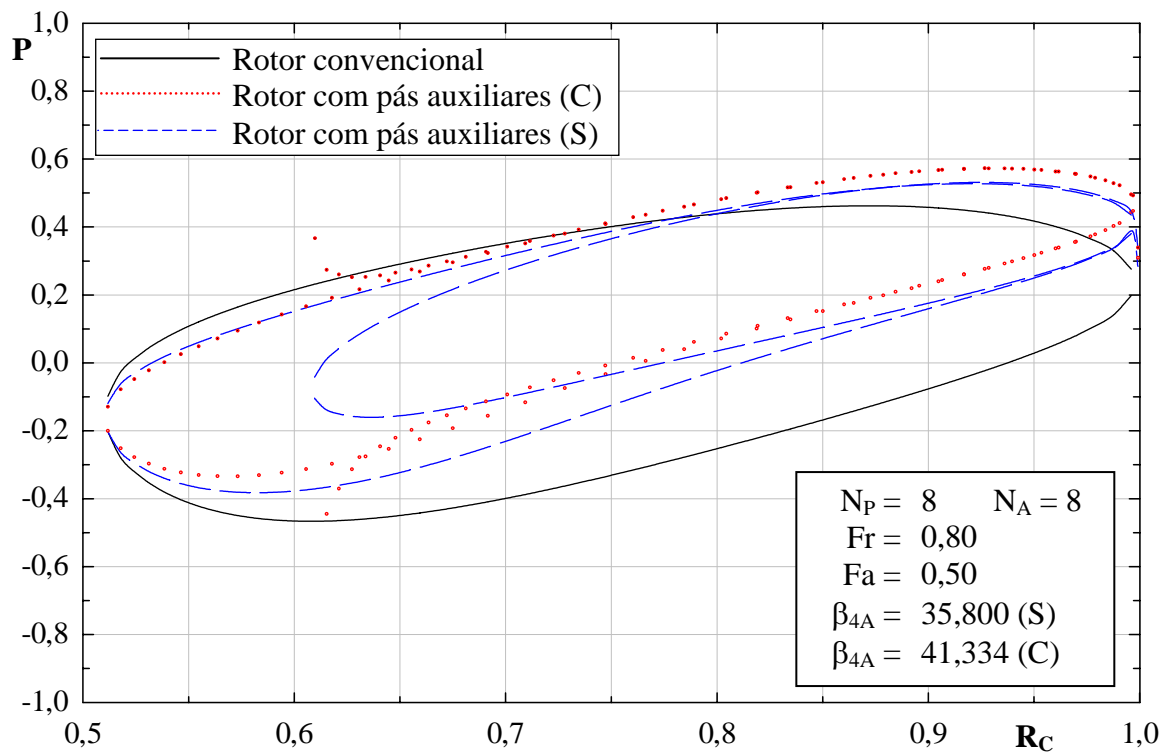


Figura B.33 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,80_0,50.

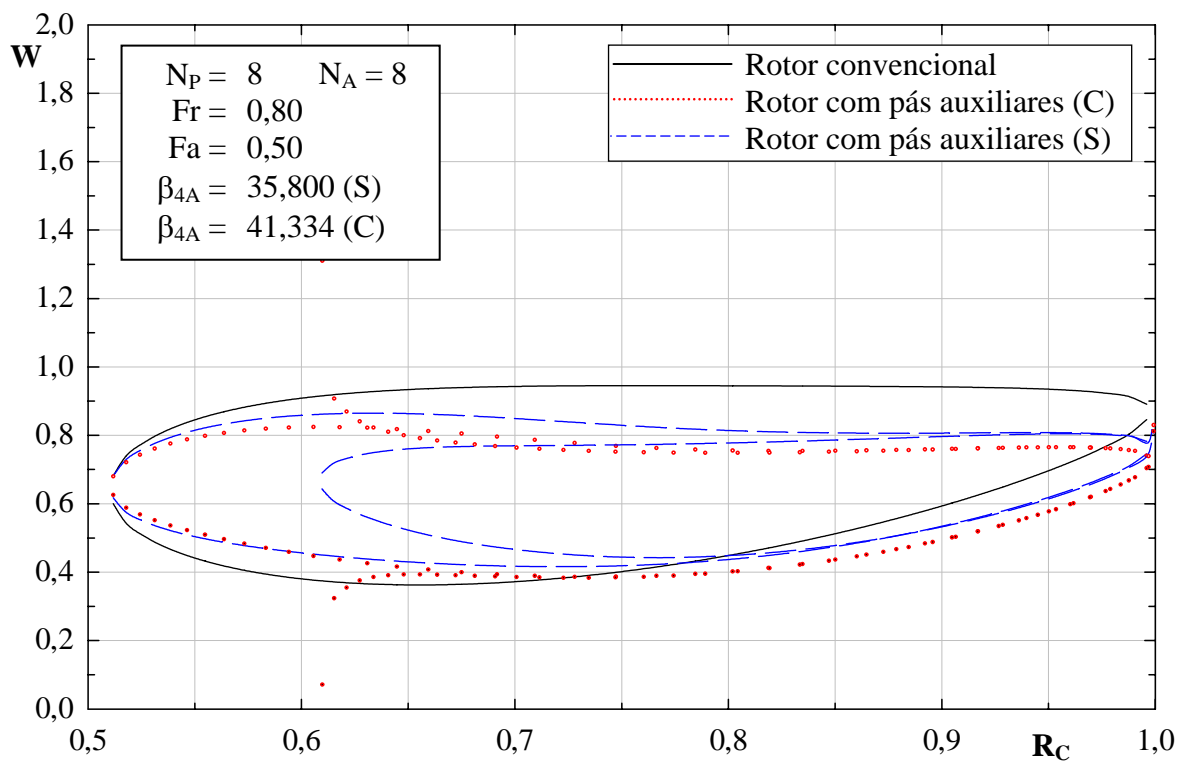


Figura B.34 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,80_0,50.

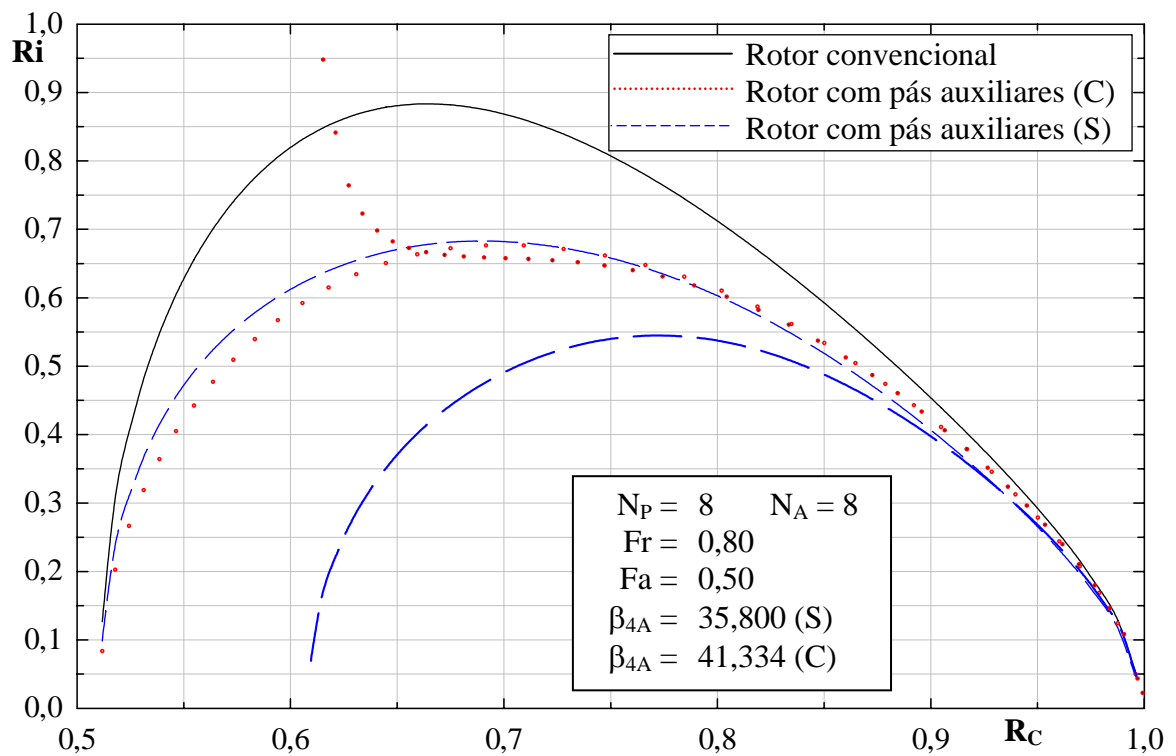


Figura B.35 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,80_0,50.

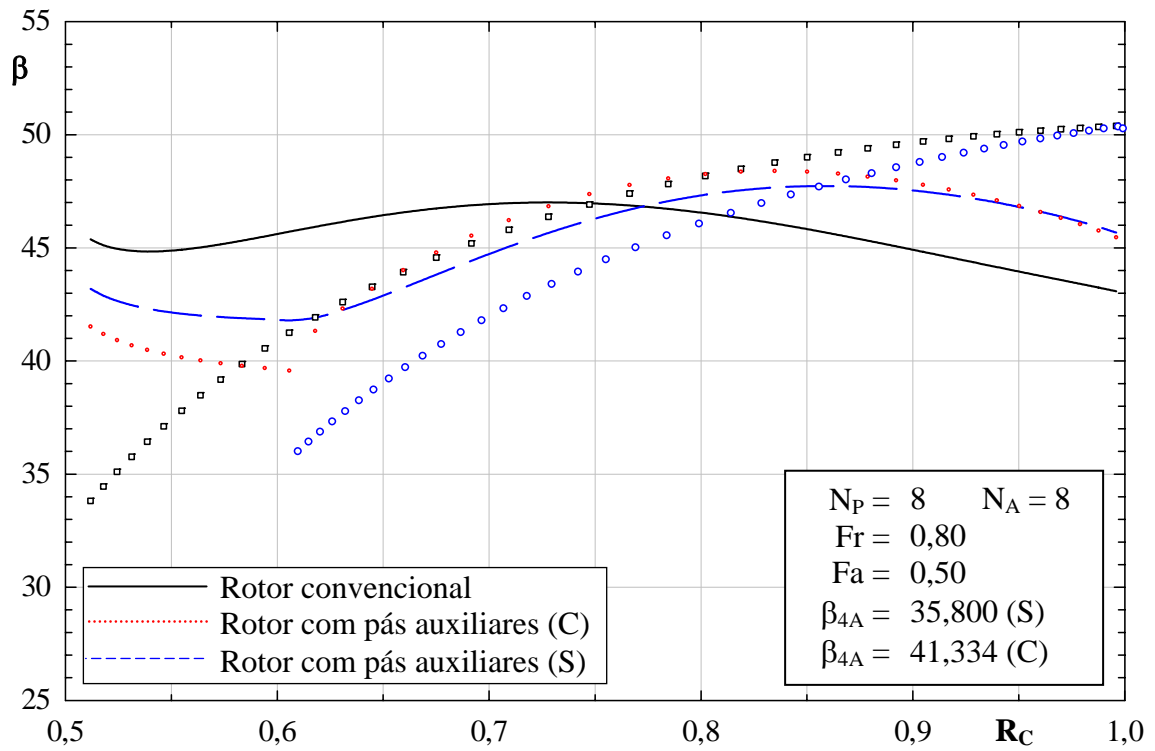


Figura B.36 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,80_0,50.

Apêndice C

RESULTADOS NUMÉRICOS PARA $Fa = 0,66$

As Figuras C.1 até C.36 apresentam os resultados obtidos para os 9 grupos de rotores centrífugos com $Fa = 0,66$, que estão colocados na Tabela C.1 para facilitar a análise dessas figuras.

Nessas figuras, os resultados obtidos para as distribuições de P , W , Ri , $\beta_{pá}$, e β são apresentados simultaneamente para os três tipos de rotores analisados neste trabalho, ou seja, o rotor convencional, o rotor com pás auxiliares seccionadas e o rotor com pás auxiliares modificadas.

Tabela C.1 Grupo de rotores centrífugos com $Fa = 0,66$.

Grupo	N_P	N_A	Fr	$\beta_{pá_{4A}}(S)$	$\beta_{pá_{4A}}(C)$	Figura			
						P	W	Ri_{P-A}	β
1	4	4	0,20	28,200	49,670	C.1	C.2	C.3	C.4
2	4	4	0,50	27,100	47,106	C.5	C.6	C.7	C.8
3	4	4	0,80	27,100	41,334	C.9	C.10	C.11	C.12
4	6	6	0,20	30,400	49,670	C.13	C.14	C.15	C.16
5	6	6	0,50	30,640	47,106	C.17	C.18	C.19	C.20
6	6	6	0,80	31,250	41,334	C.21	C.22	C.23	C.24
7	8	8	0,20	32,450	49,670	C.25	C.26	C.27	C.28
8	8	8	0,50	33,800	47,106	C.29	C.30	C.31	C.32
9	8	8	0,80	33,900	41,334	C.33	C.34	C.35	C.36

As Figuras C.1, C.5 e C.9 (pressão adimensional, P) e C.2, C.6 e C.10 (velocidade relativa adimensional, W) mostram que, com o aumento dos valores de Fr , o carregamento nas pás principais, para os rotores com pás auxiliares, diminui em relação ao carregamento nas mesmas pás para o rotor convencional. Os valores de P e W são alterados principalmente na superfície de sucção da pá principal.

As Figuras C.3, C.7 e C.11 mostram que os valores de números de Richardson para as pás principais vão aumentando à medida que se aumenta os valores de Fr . Observa-se que essa característica também é válida para as pás auxiliares.

As Figuras C.4, C.8 e C.12 mostram as distribuições de ângulos da pá, $\beta_{pá}$, e de ângulos do escoamento relativo, β , para os rotores convencionais e com pás auxiliares. Observa-se que o ângulo do escoamento relativo na entrada é maior que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares. Na saída essa situação é invertida, ou seja, o ângulo do escoamento relativo é menor que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares, devido ao desvio do escoamento na saída caracterizado pelo fator de deficiência de potência.

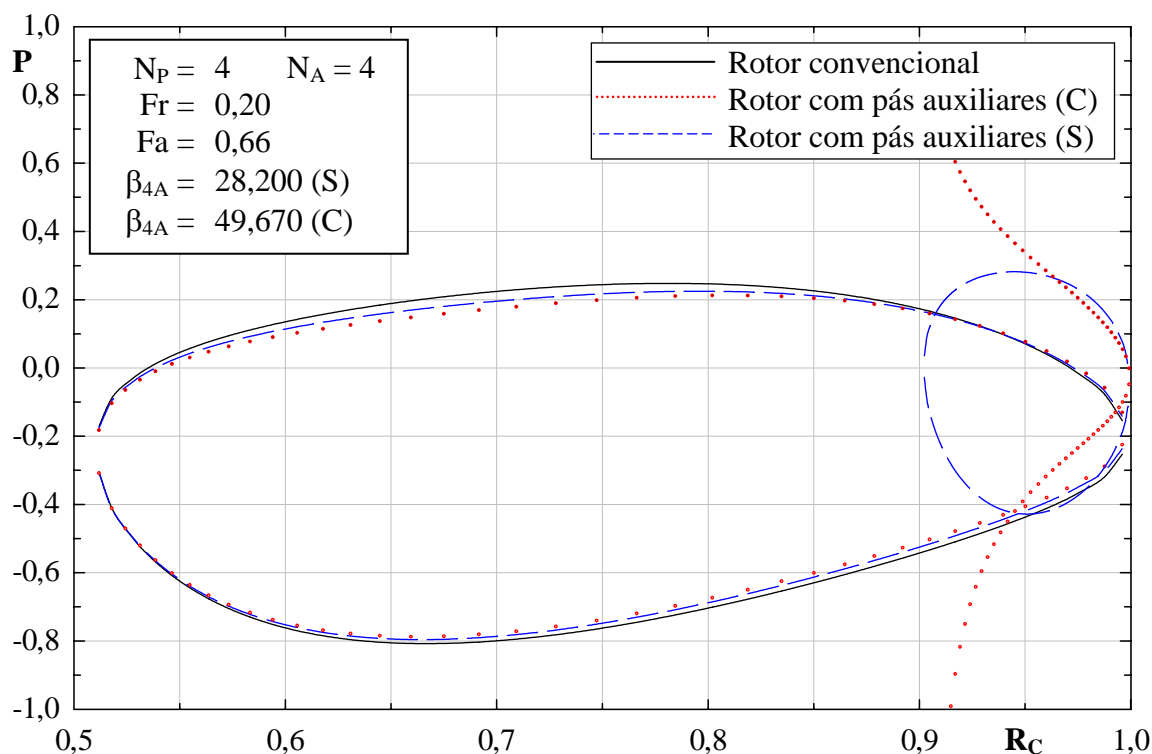


Figura C.1 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,20_0,66.

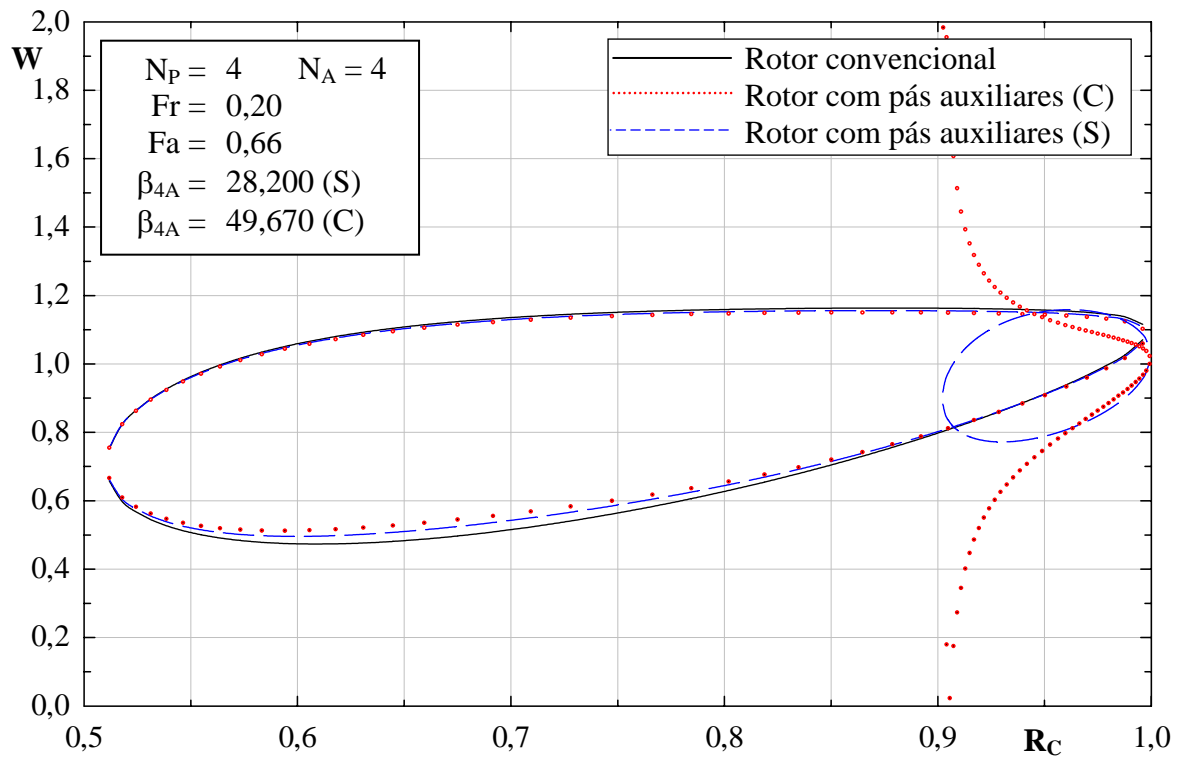


Figura C.2 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,20_0,66.

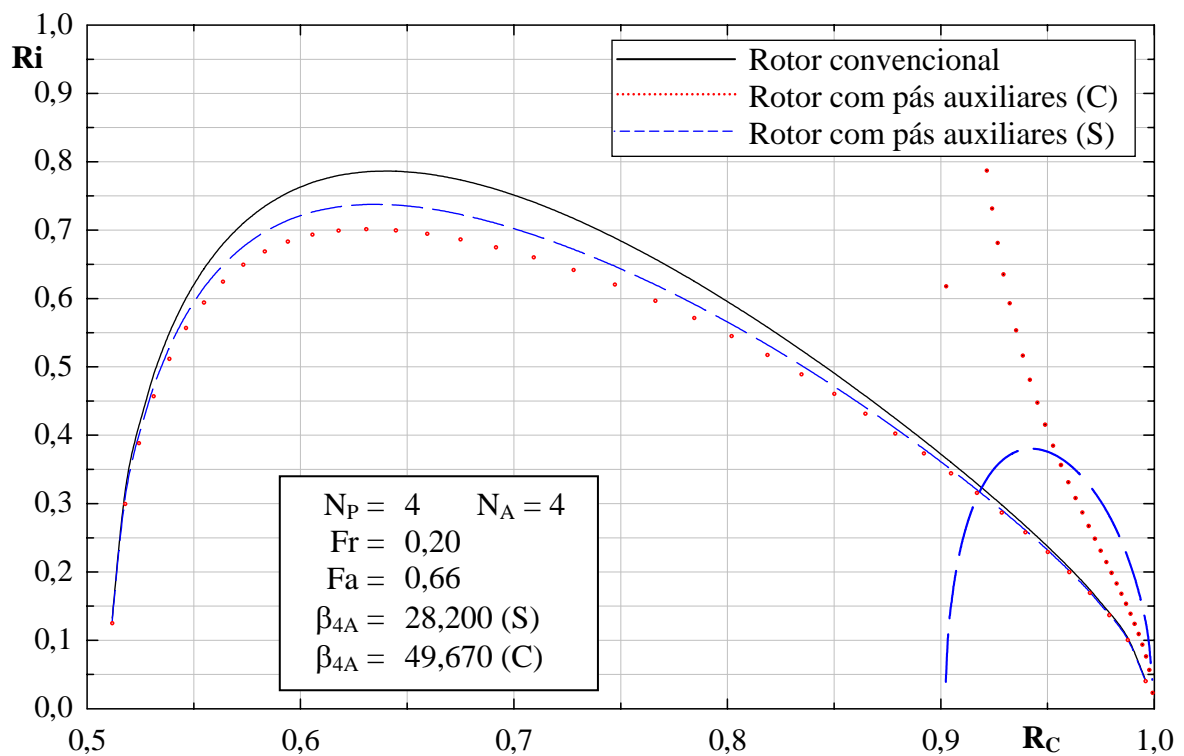


Figura C.3 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,20_0,66.

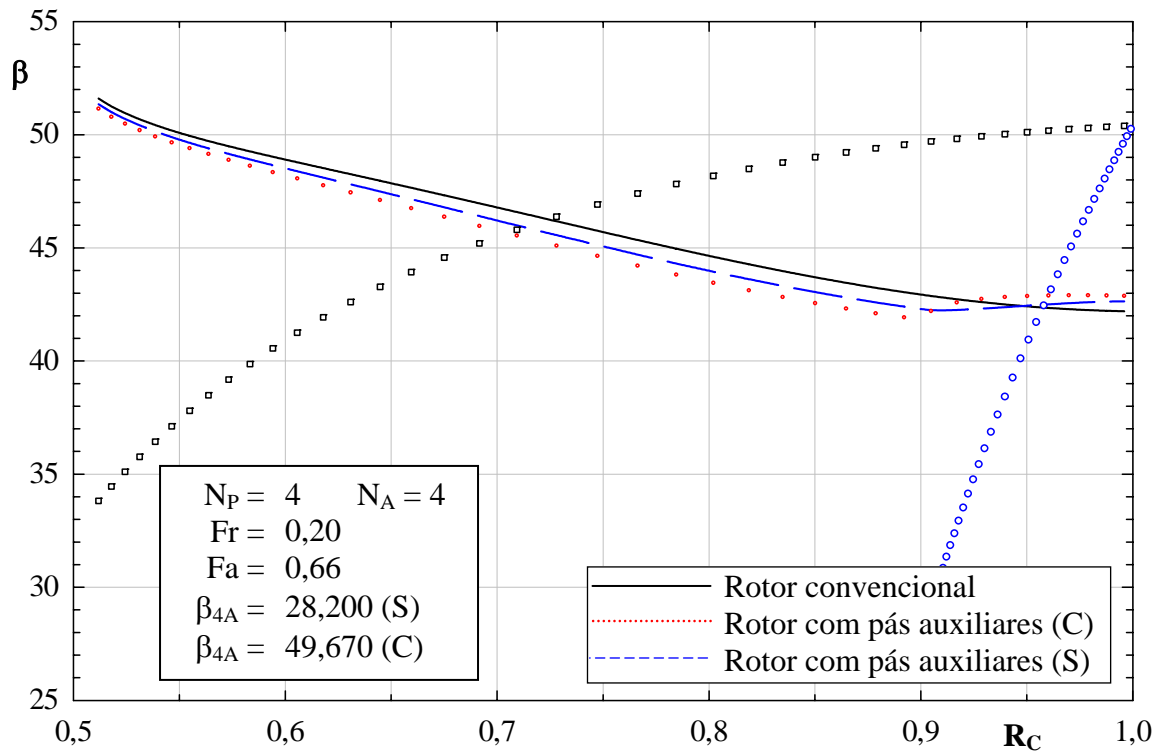


Figura C.4 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,20_0,66.

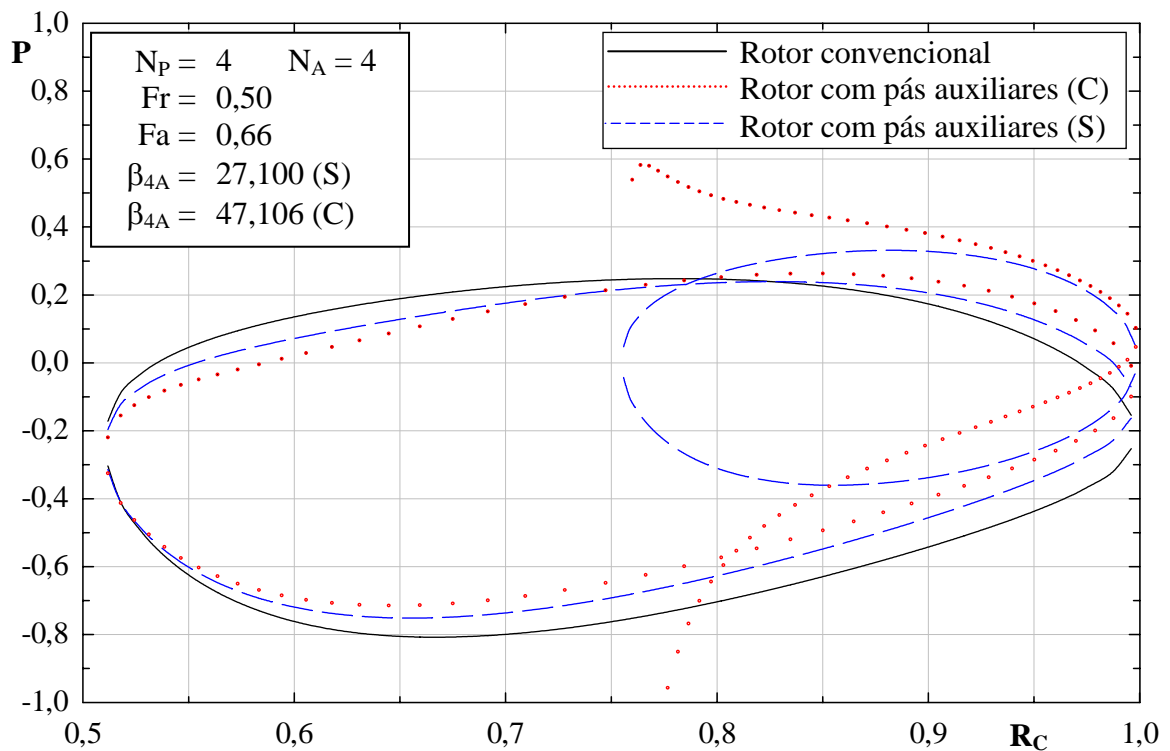


Figura C.5 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,50_0,66.

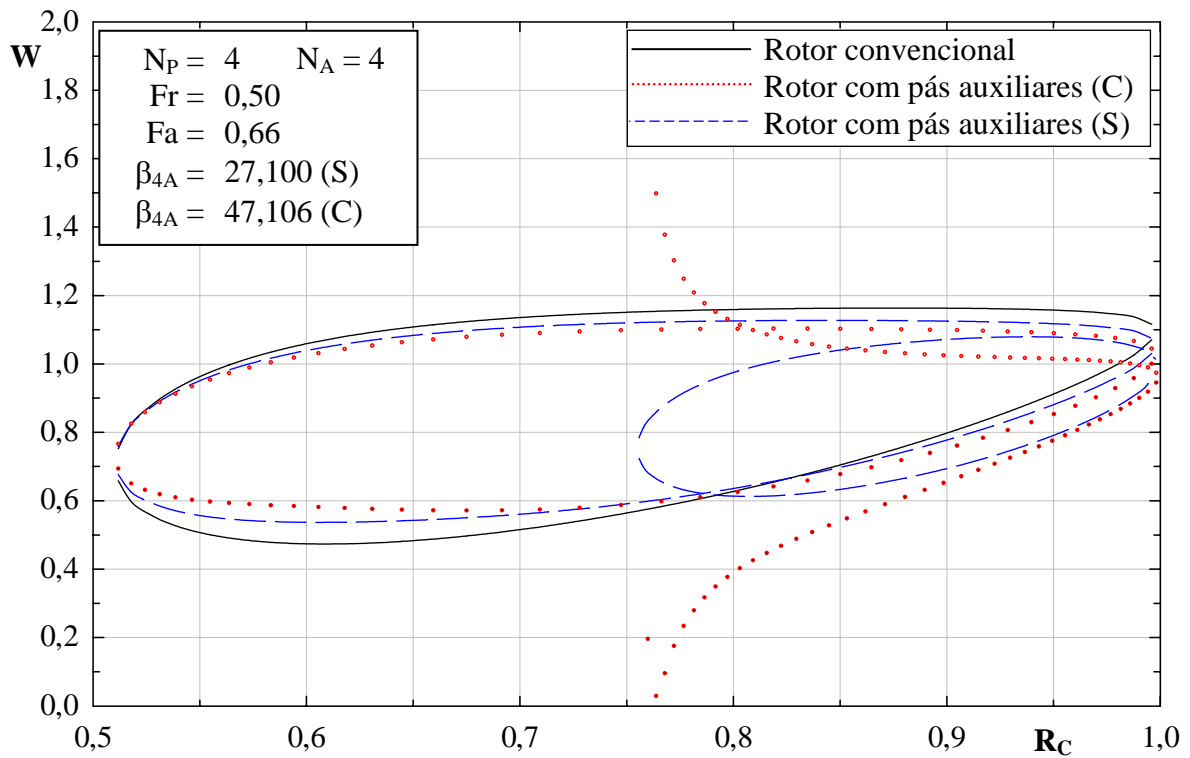


Figura C.6 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,50_0,66.

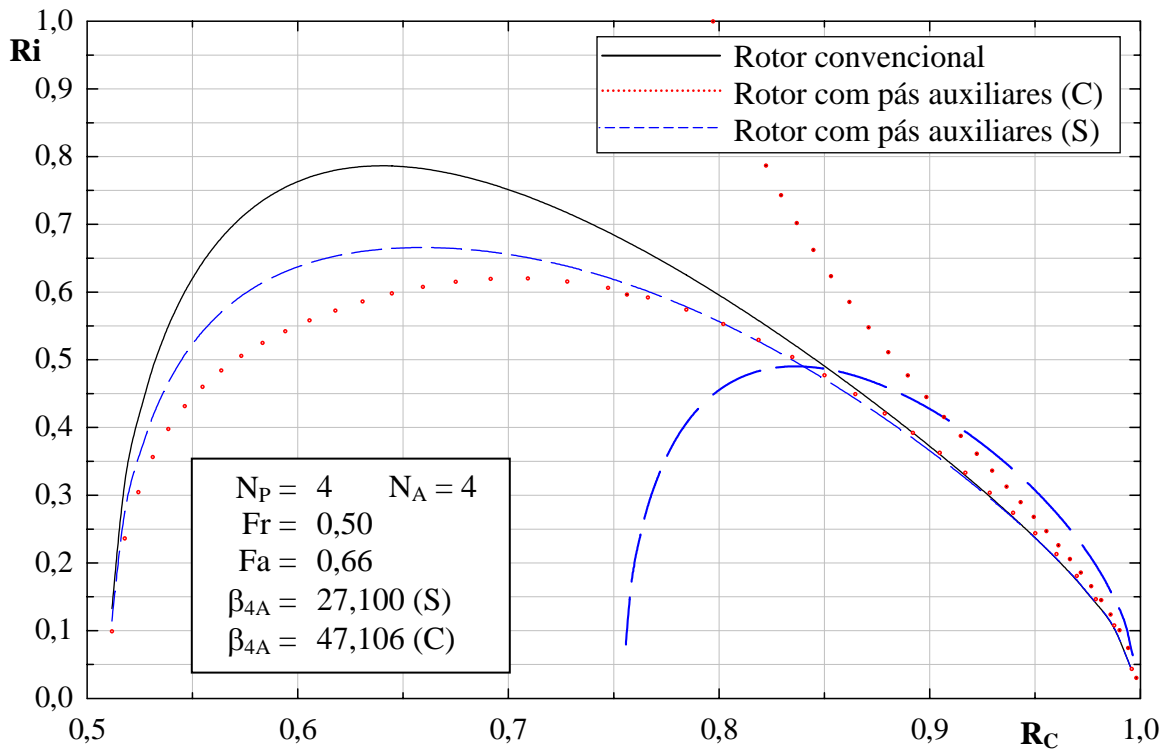


Figura C.7 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,50_0,66.

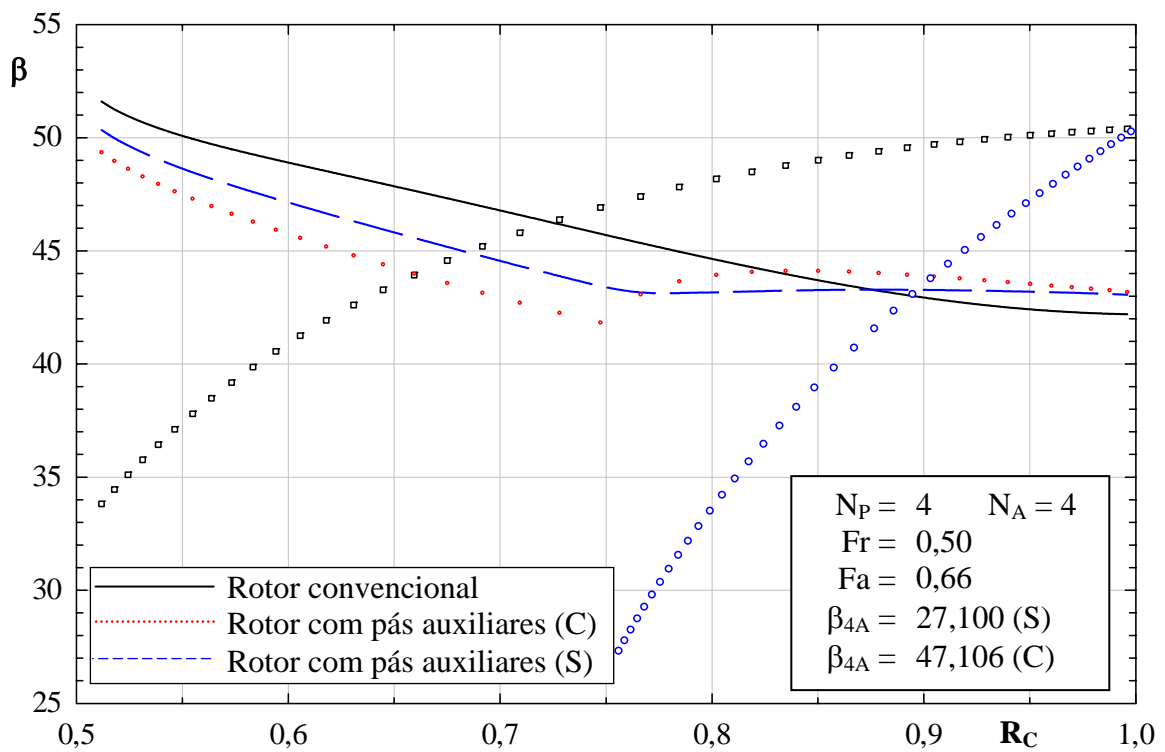


Figura C.8 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,50_0,66.

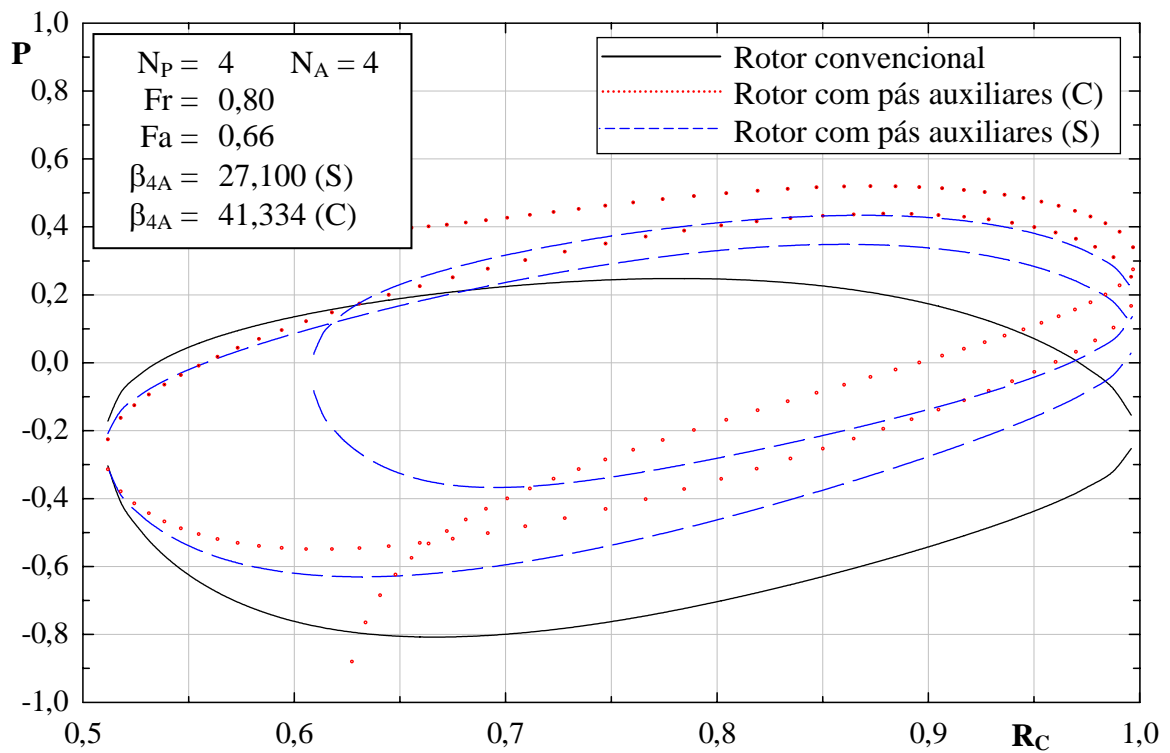


Figura C.9 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 4_0,80_0,66.

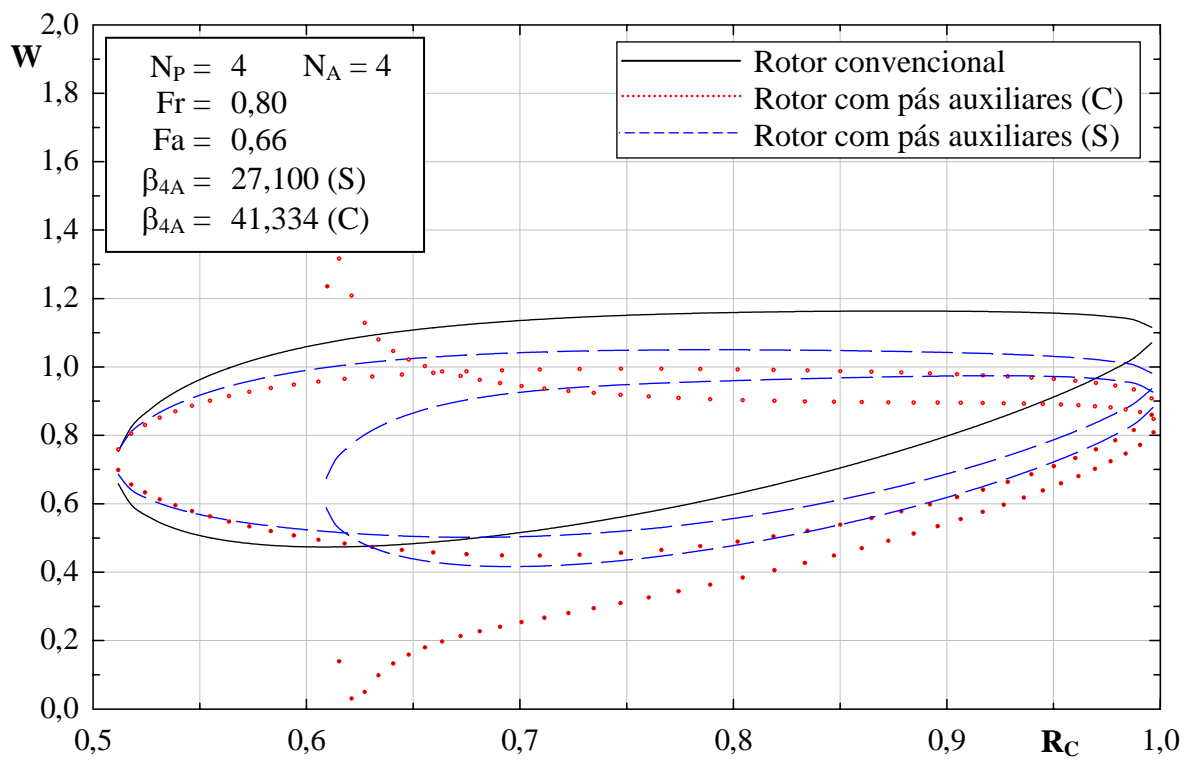


Figura C.10 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 4_0,80_0,66.

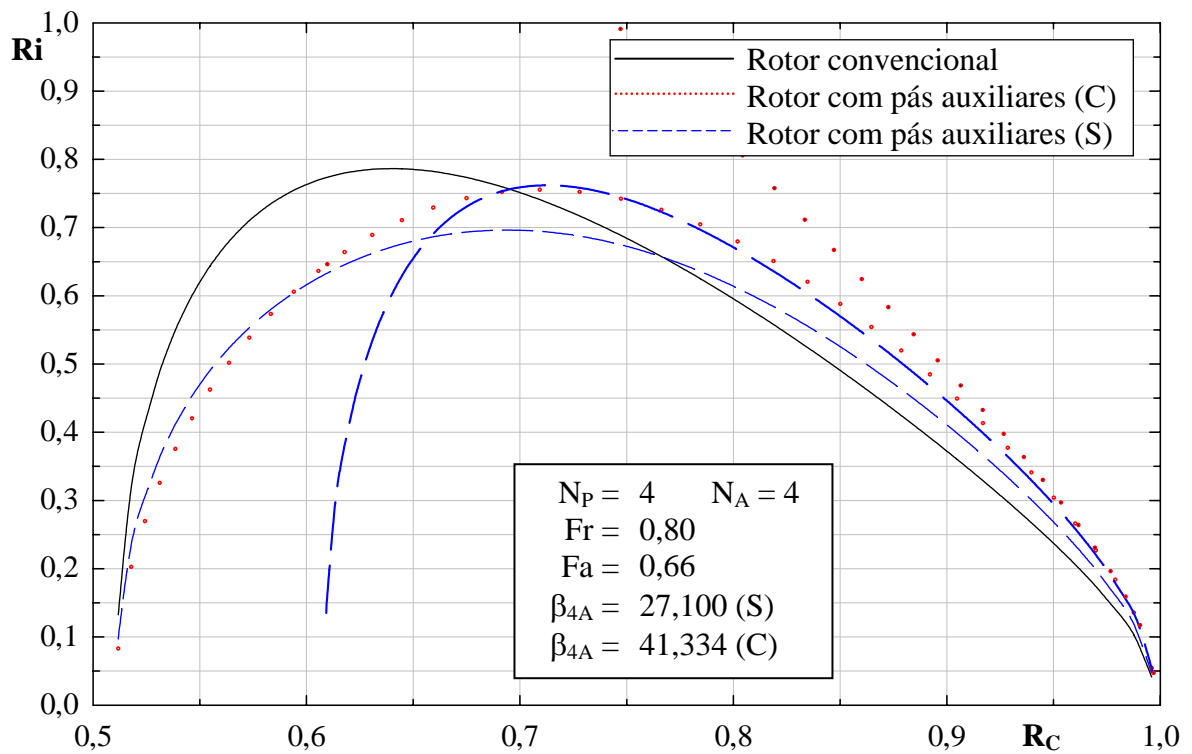


Figura C.11 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 4_0,80_0,66.

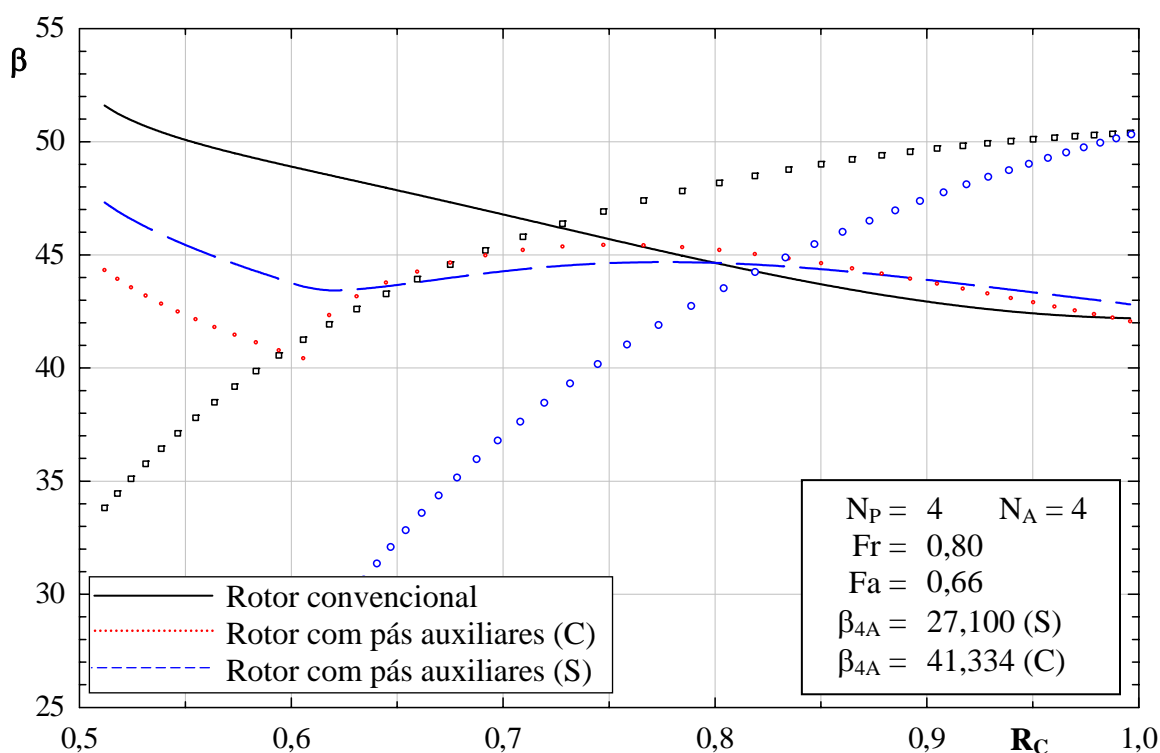


Figura C.12 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 4_0,80_0,66.

As Figuras C.13, C.17 e C.21 (pressão adimensional, P) e C.14, C.18 e C.22 (velocidade relativa adimensional, W) mostram que, com o aumento dos valores de Fr , o carregamento nas pás principais, para os rotores com pás auxiliares, diminui em relação ao carregamento nas mesmas pás para o rotor convencional. Os valores de P e W são alterados principalmente na superfície de sucção da pá principal.

As Figuras C.15, C.19 e C.23 mostram que os valores de números de Richardson para as pás principais vão aumentando à medida que se aumenta os valores de Fr . Observa-se que essa característica também é válida para as pás auxiliares.

As Figuras C.16, C.20 e C.24 mostram as distribuições de ângulos da pá, $\beta_{pá}$, e de ângulos do escoamento relativo, β , para os rotores convencionais e com pás auxiliares. Observa-se que o ângulo do escoamento relativo na entrada é maior que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares. Na saída essa situação é invertida, ou seja, o ângulo do escoamento relativo é menor que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares, devido ao desvio do escoamento na saída caracterizado pelo fator de deficiência de potência.

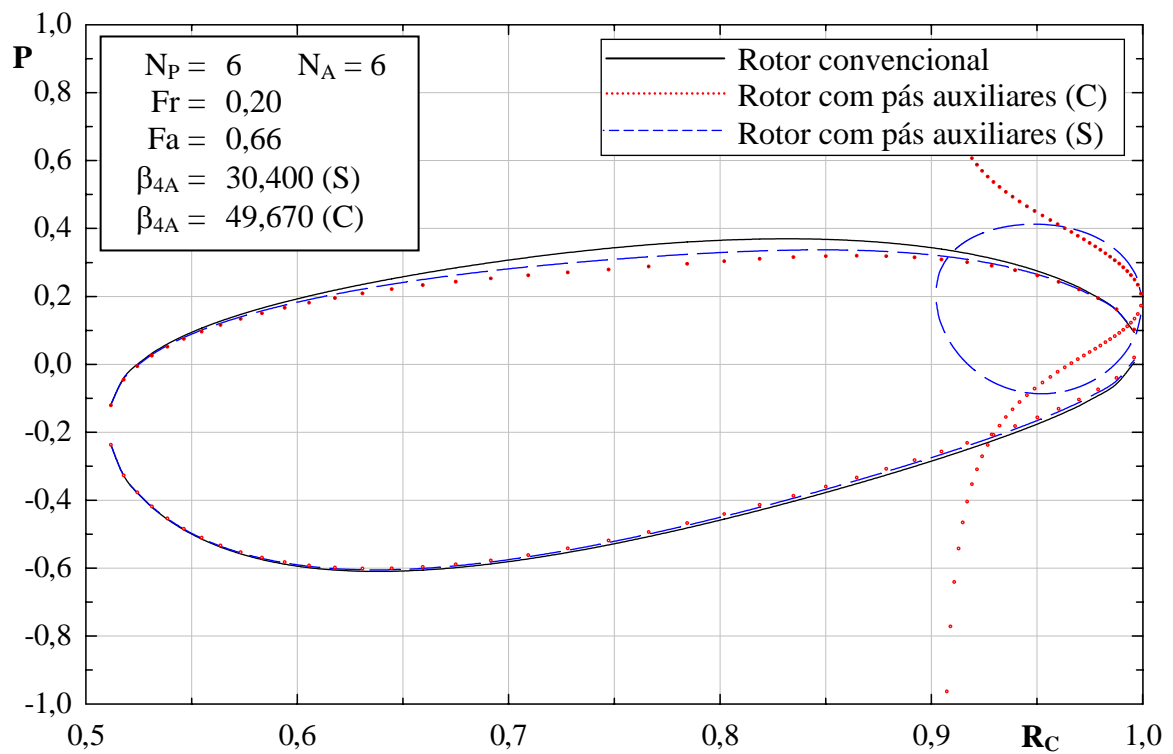


Figura C.13 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,20_0,66.

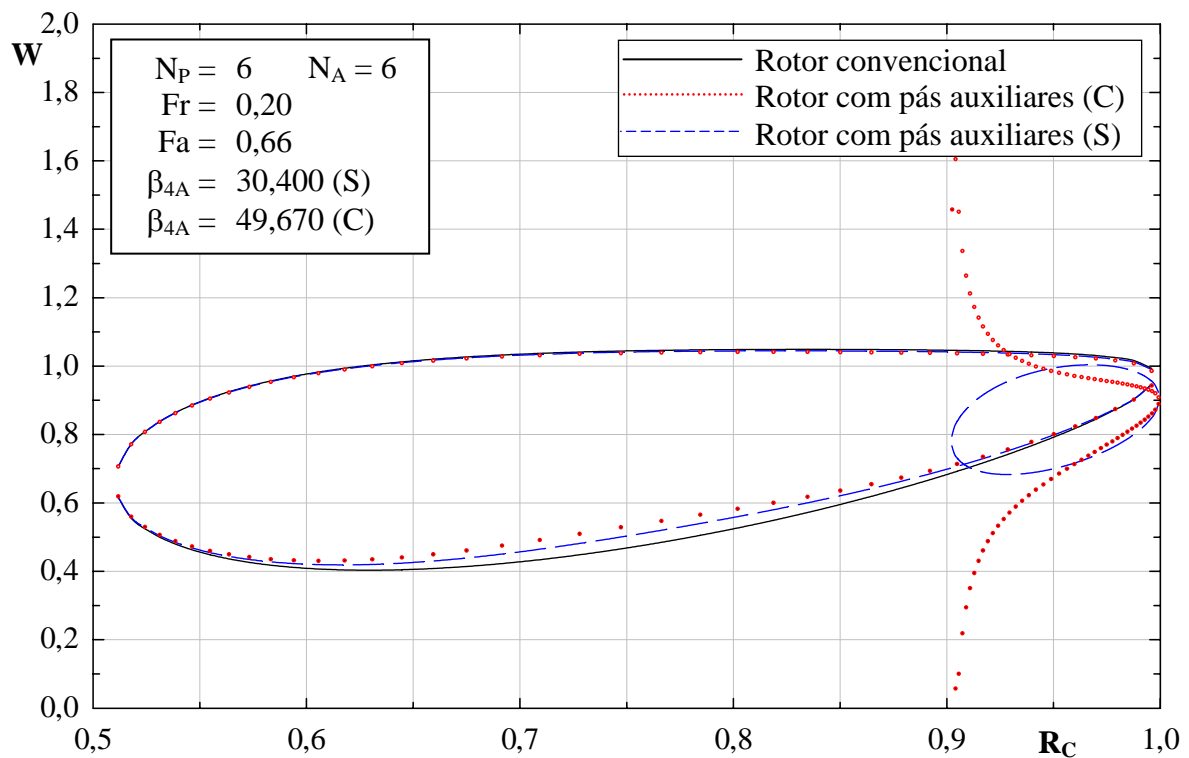


Figura C.14 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,20_0,66.

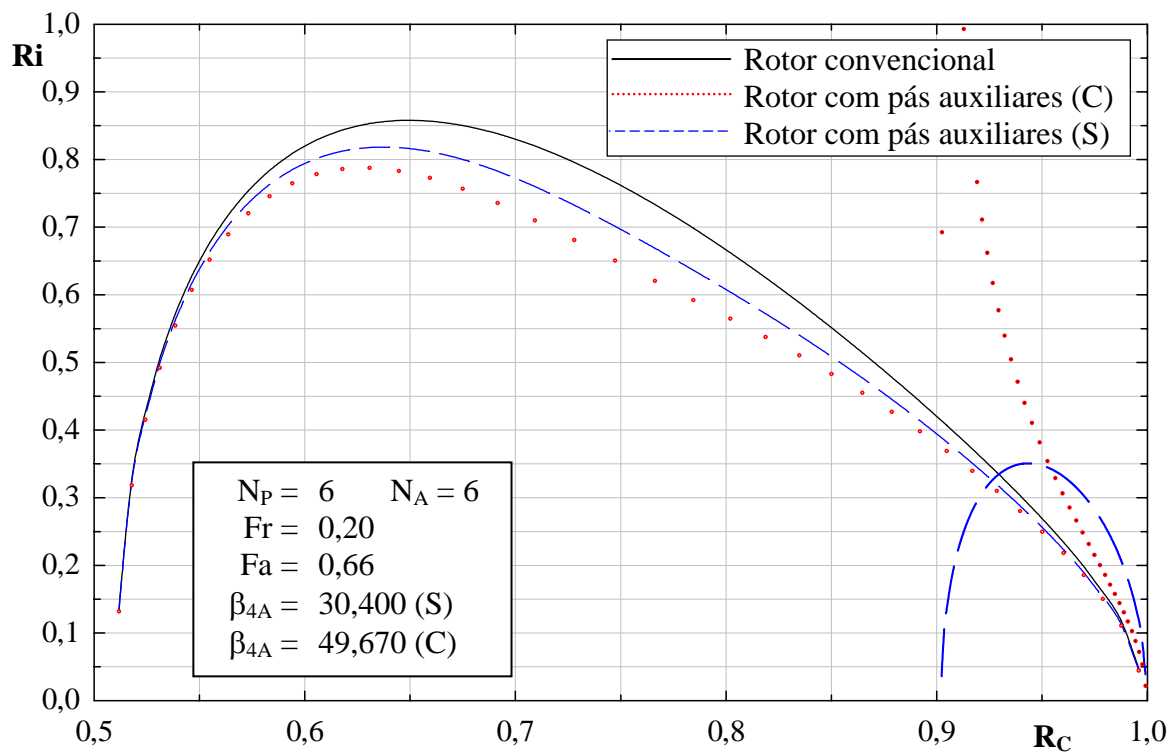


Figura C.15 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,20_0,66.

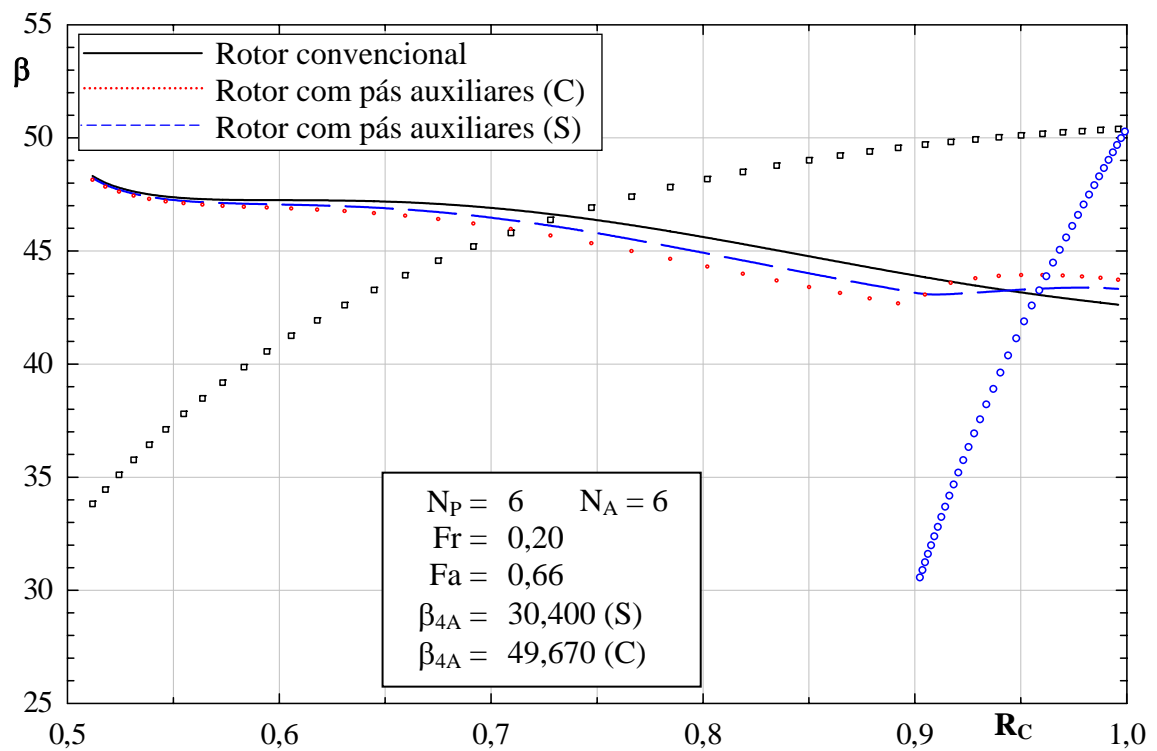


Figura C.16 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,20_0,66.

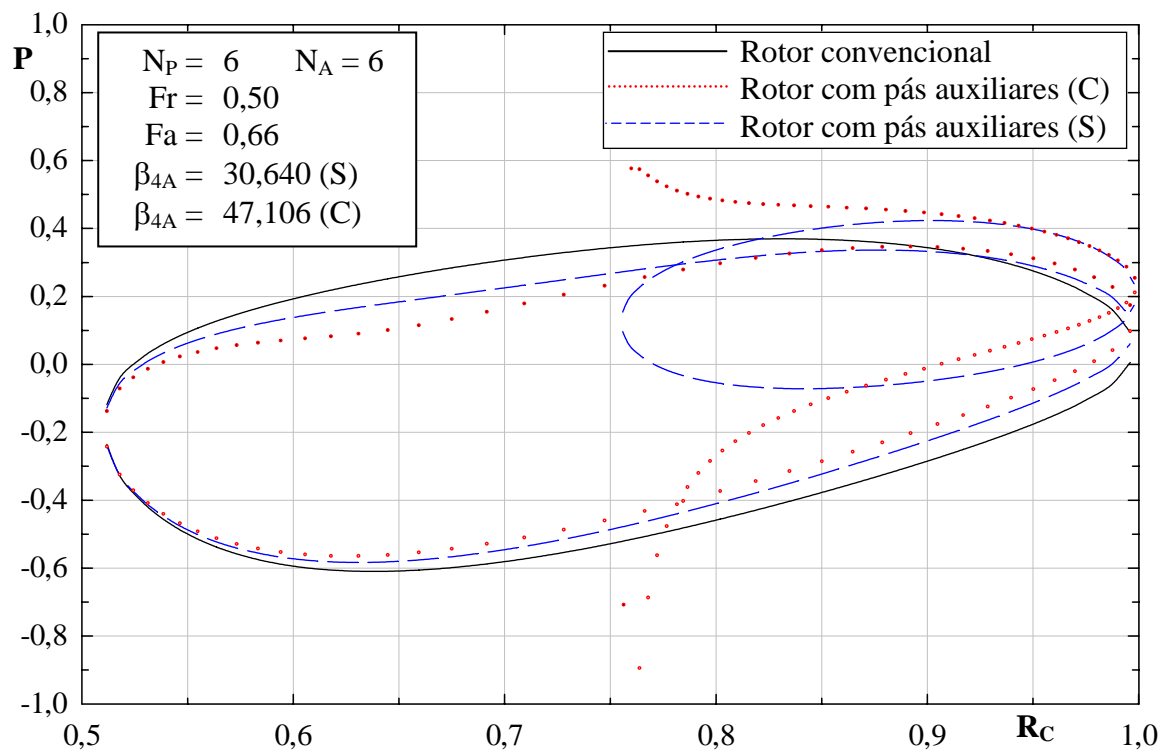


Figura C.17 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,50_0,66.

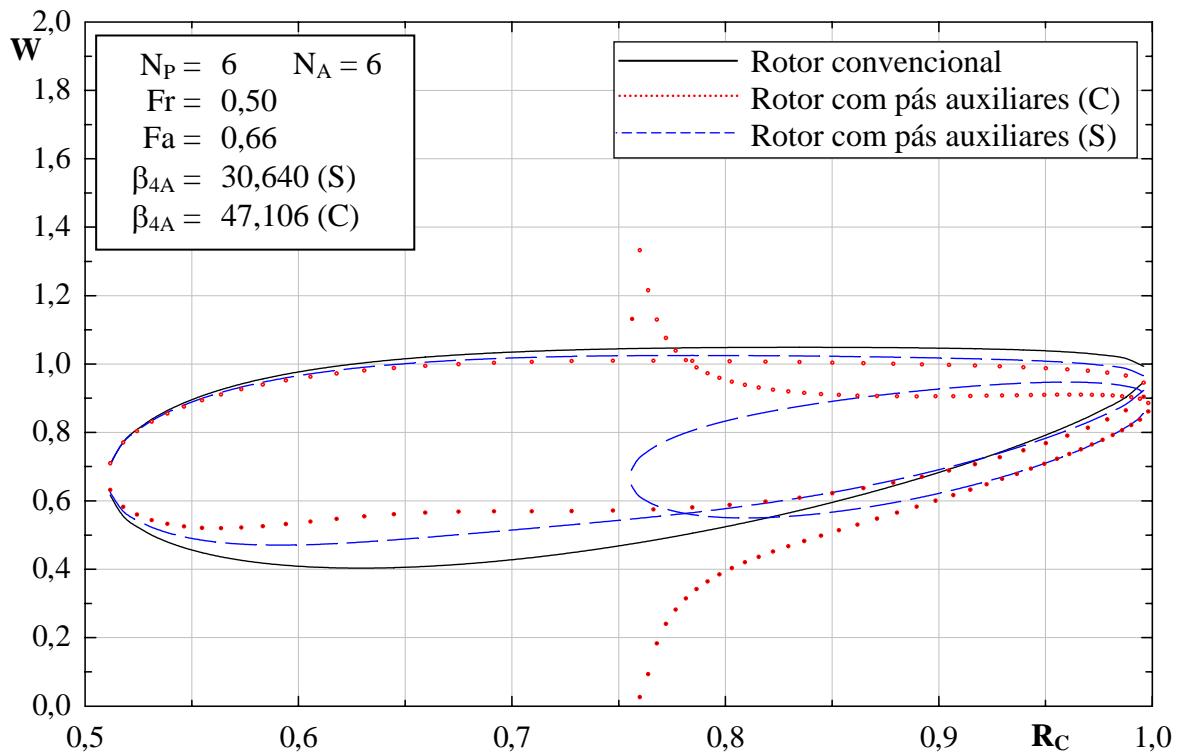


Figura C.18 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,50_0,66.

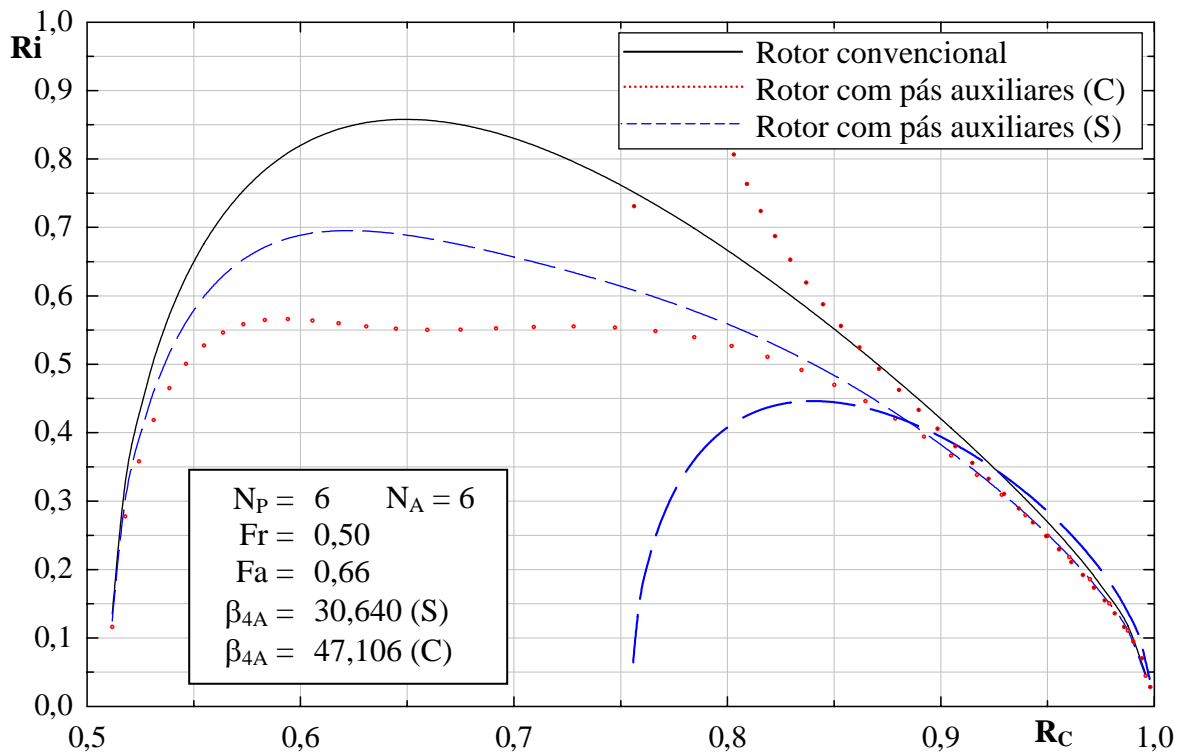


Figura C.19 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,50_0,66.

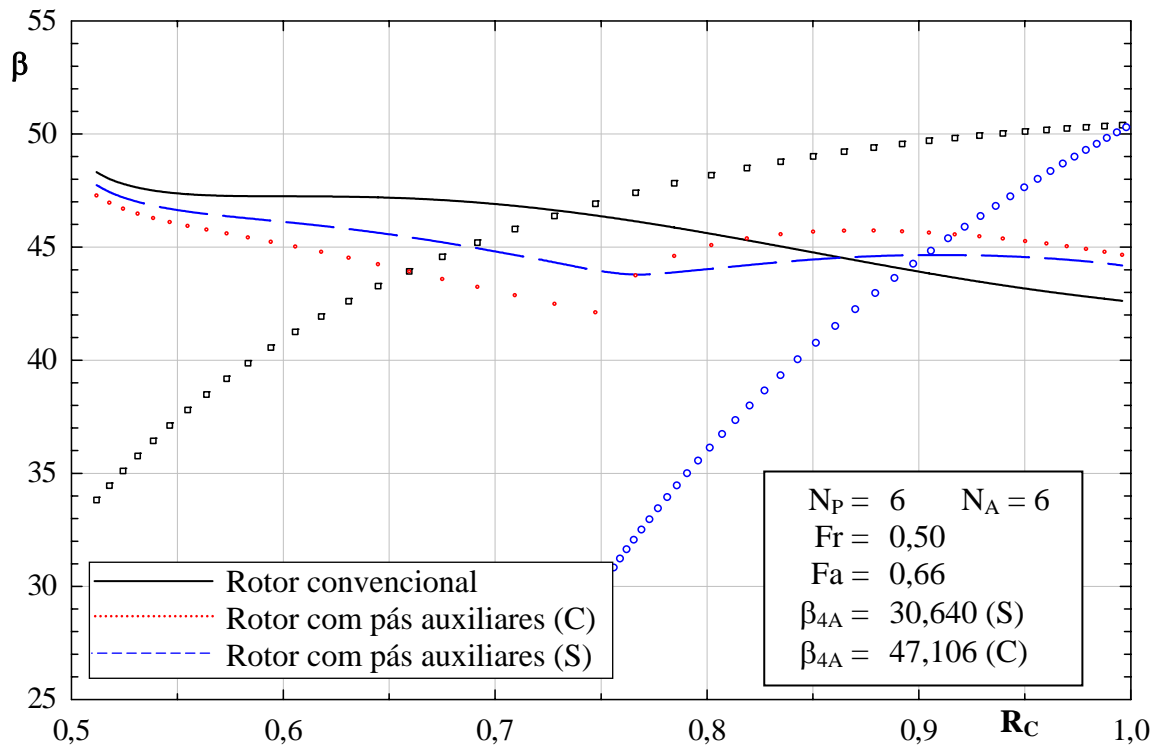


Figura C.20 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,50_0,66.

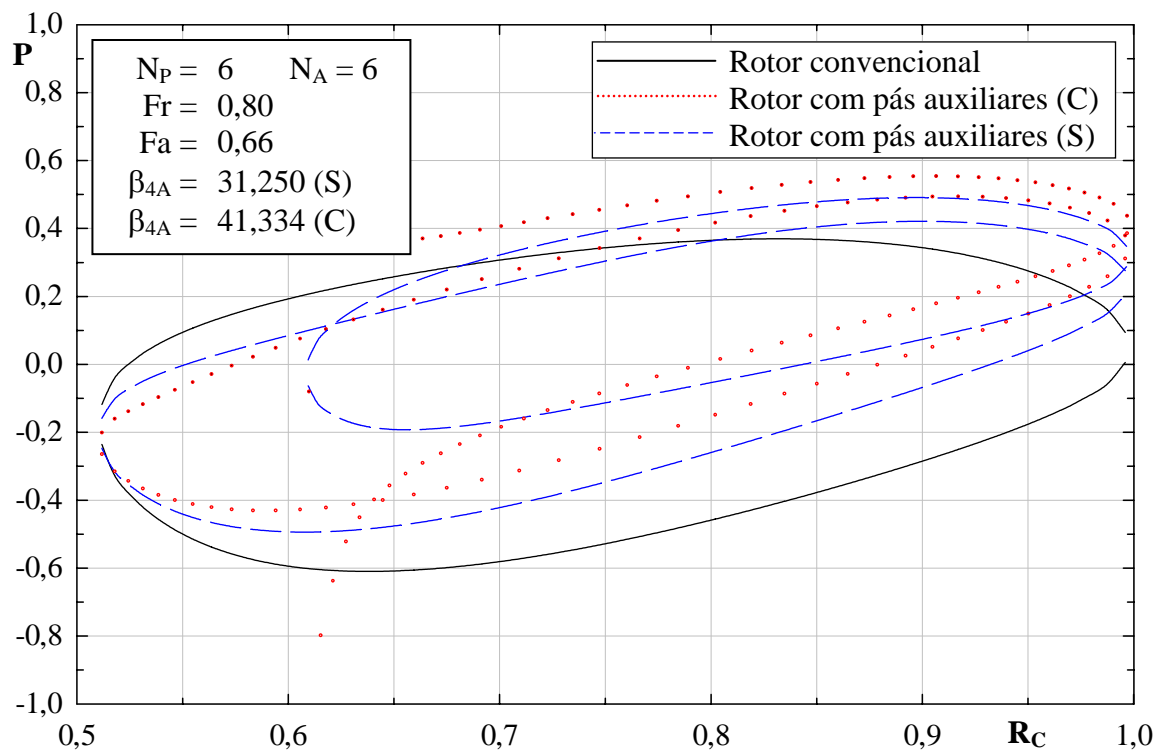


Figura C.21 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 6_0,80_0,66.

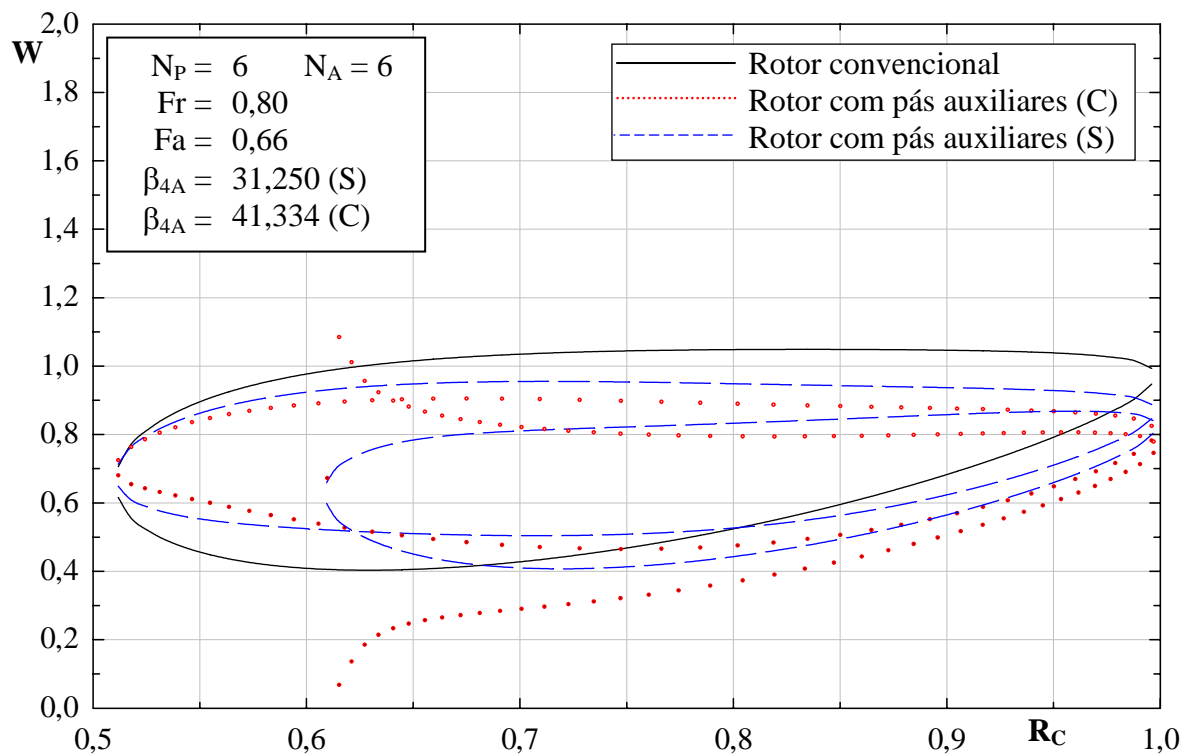


Figura C.22 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 6_0,80_0,66.

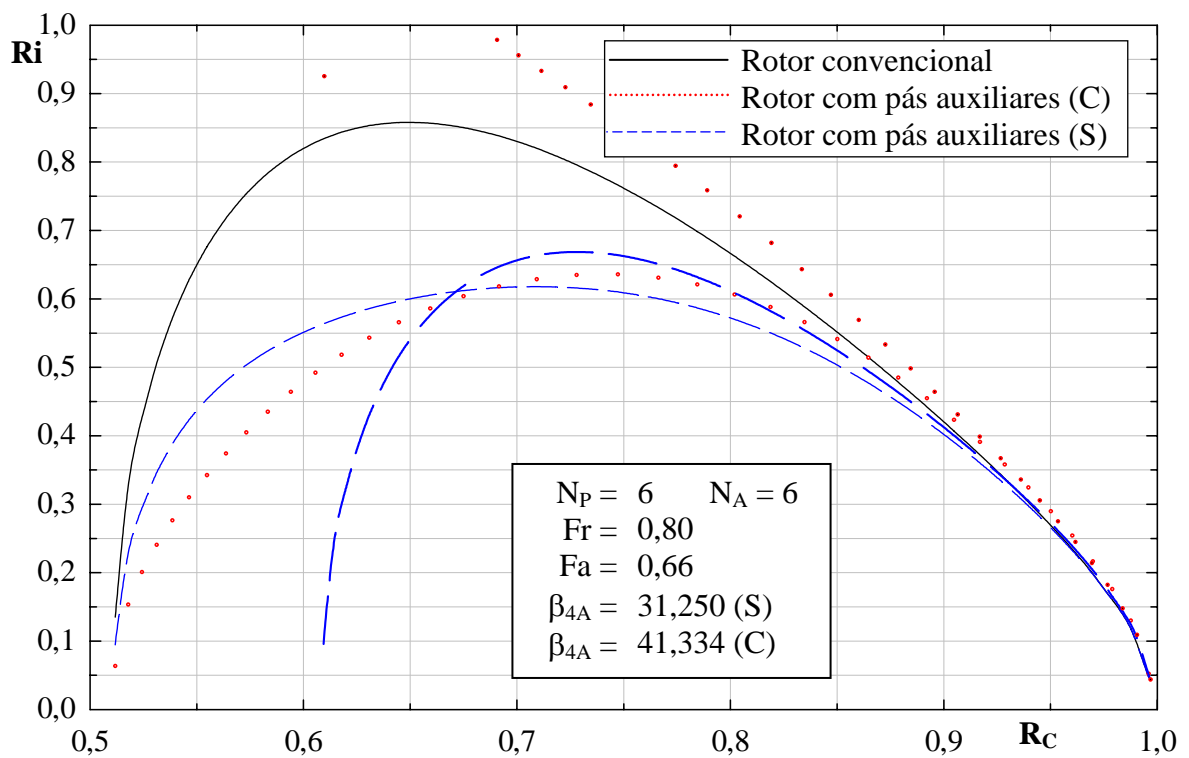


Figura C.23 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 6_0,80_0,66.

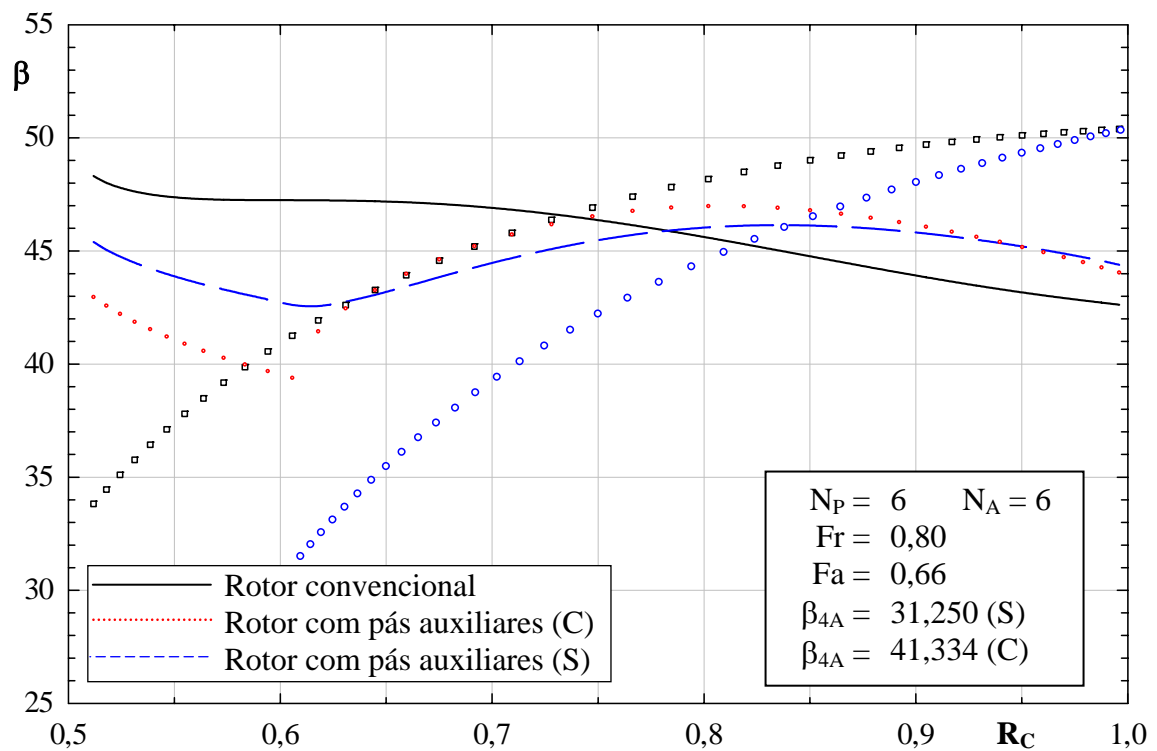


Figura C.24 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 6_0,80_0,66.

As Figuras C.25, C.29 e C.33 (pressão adimensional, P) e C.26, C.30 e C.34 (velocidade relativa adimensional, W) mostram que, com o aumento dos valores de Fr , o carregamento nas pás principais, para os rotores com pás auxiliares, diminui em relação ao carregamento nas mesmas pás para o rotor convencional. Os valores de P e W são alterados principalmente na superfície de sucção da pá principal.

As Figuras C.27, C.31 e C.35 mostram que os valores de números de Richardson para as pás principais vão aumentando à medida que se aumenta os valores de Fr . Observa-se que essa característica também é válida para as pás auxiliares.

As Figuras C.28, C.32 e C.36 mostram as distribuições de ângulos da pá, $\beta_{pá}$, e de ângulos do escoamento relativo, β , para os rotores convencionais e com pás auxiliares. Observa-se que o ângulo do escoamento relativo na entrada é maior que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares. Na saída essa situação é invertida, ou seja, o ângulo do escoamento relativo é menor que o ângulo da pá, tanto para as pás principais como para as pás auxiliares, devido ao desvio do escoamento na saída caracterizado pelo fator de deficiência de potência.

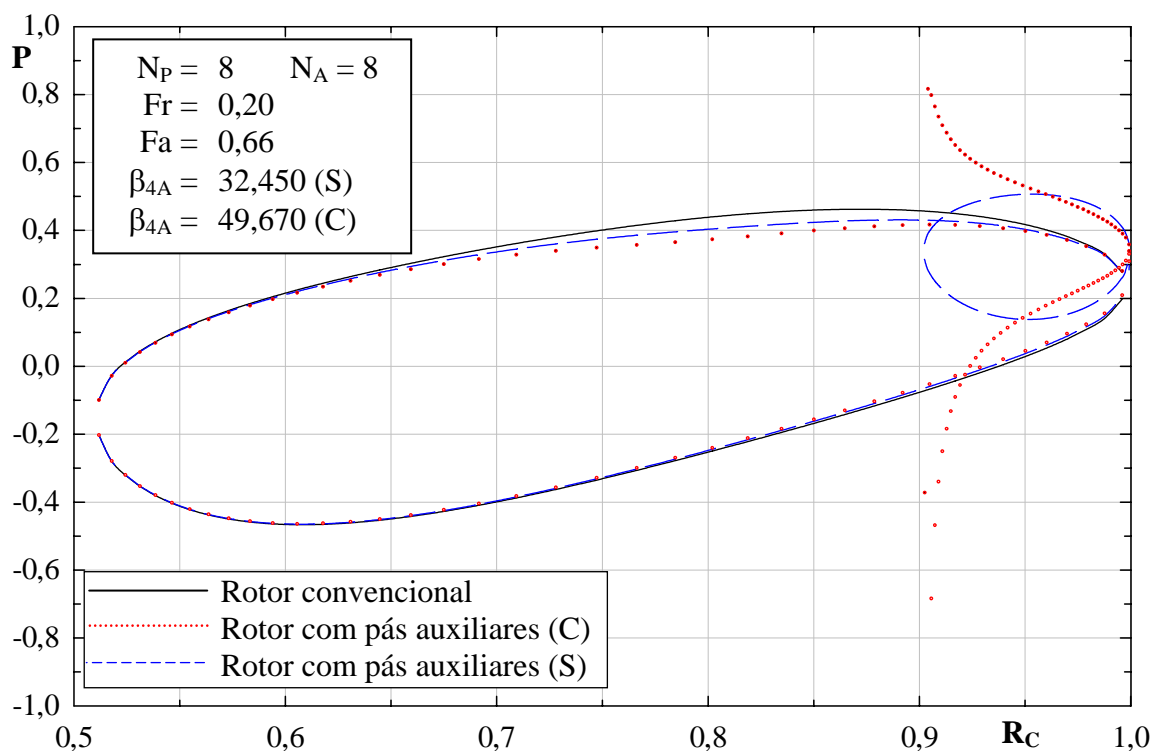


Figura C.25 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,20_0,66.

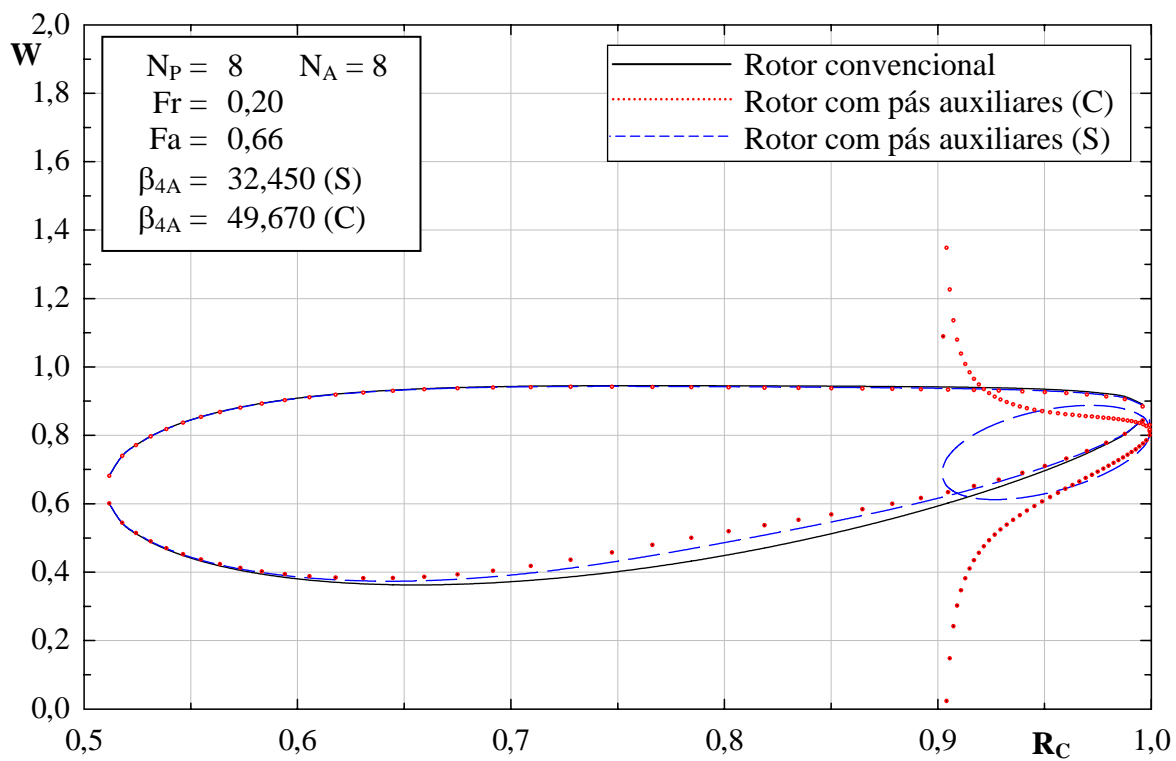


Figura C.26 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,20_0,66.

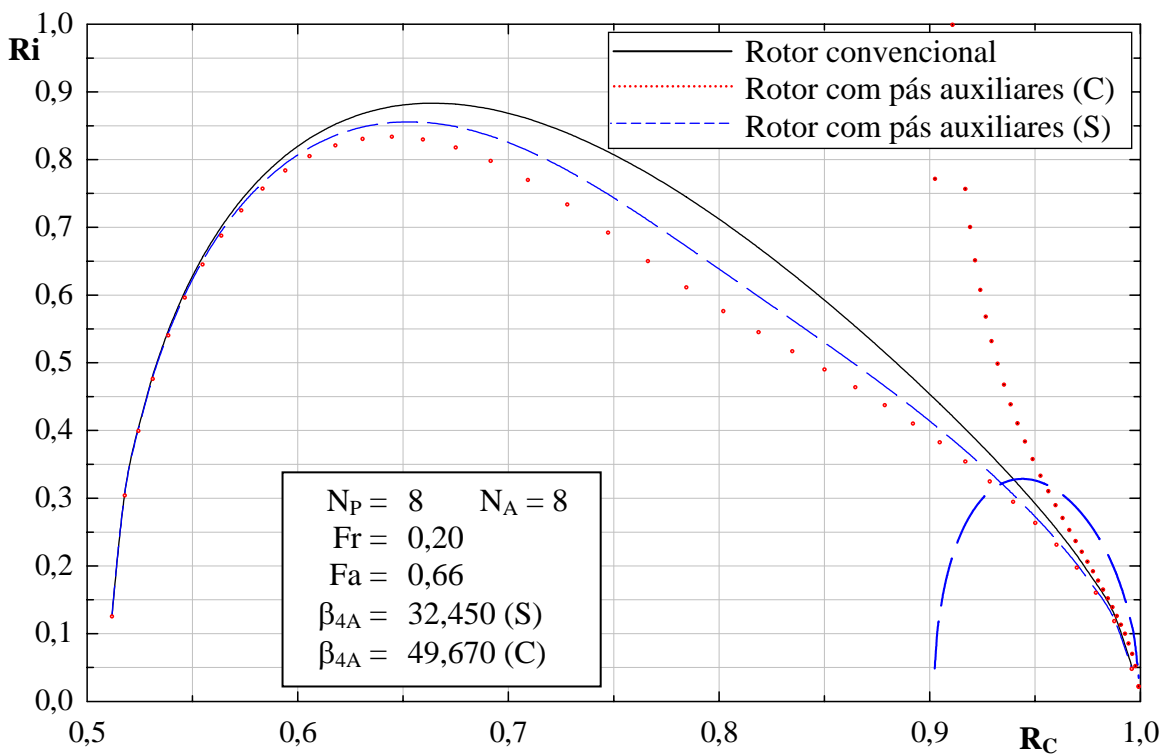


Figura C.27 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,20_0,66.

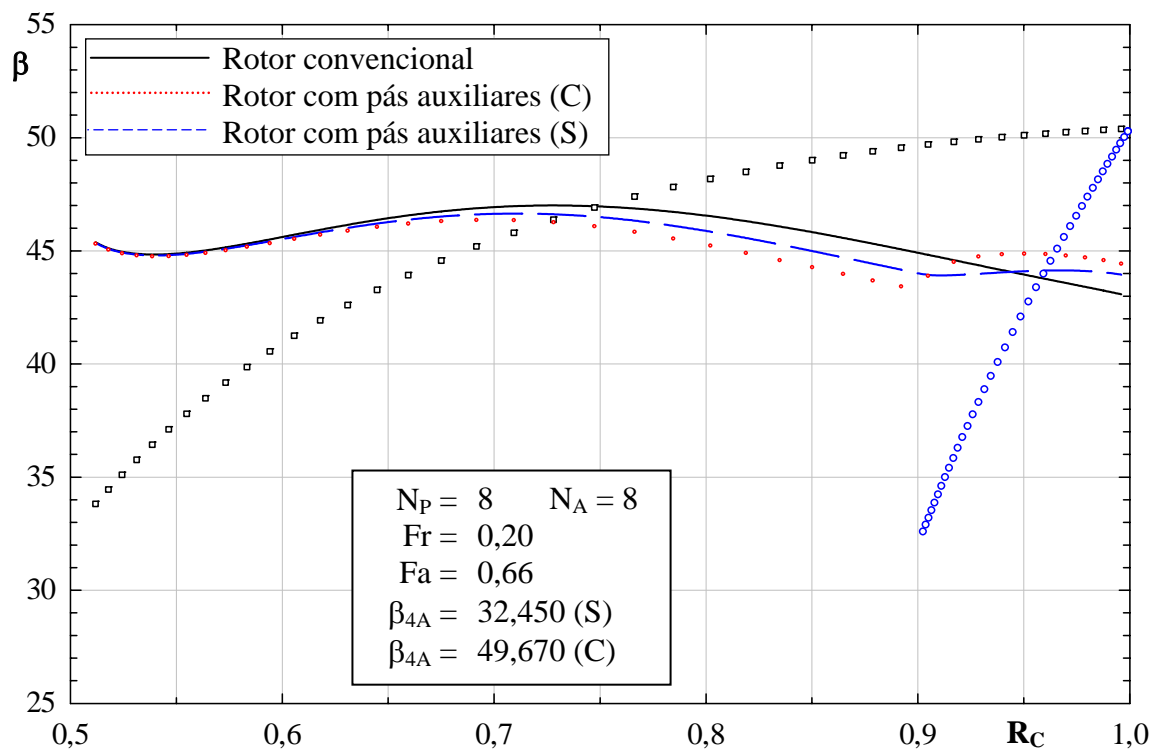


Figura C.28 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,20_0,66.

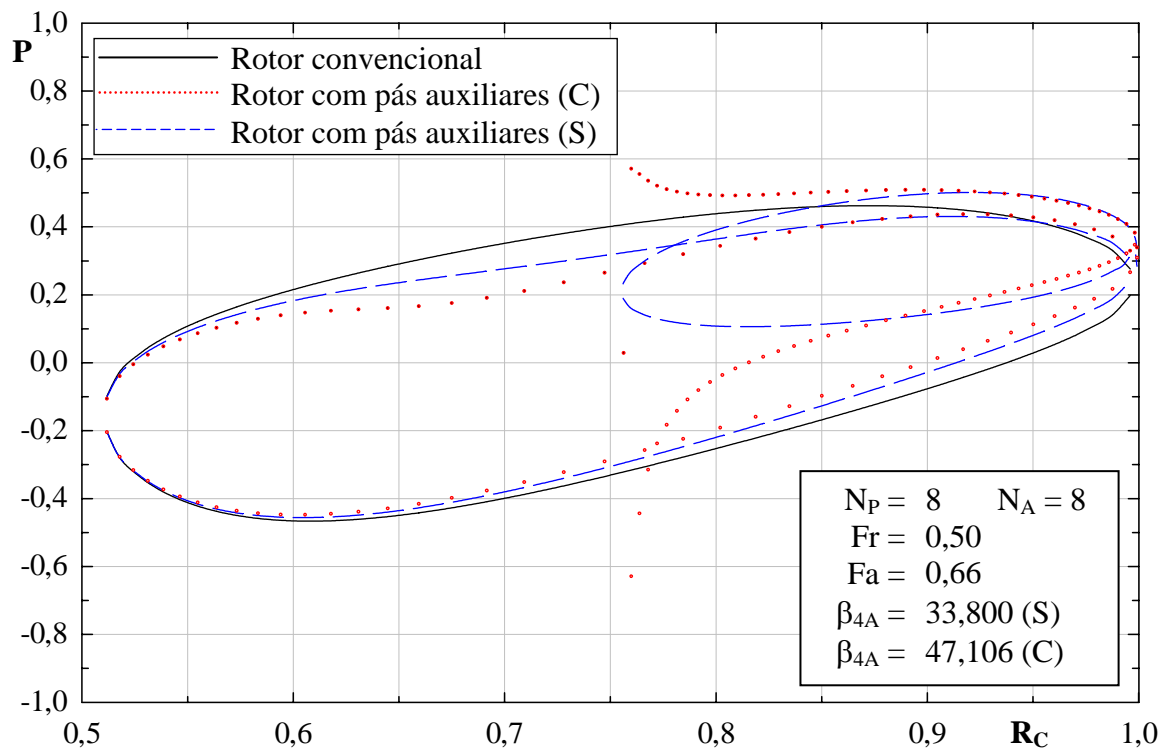


Figura C.29 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,50_0,66.

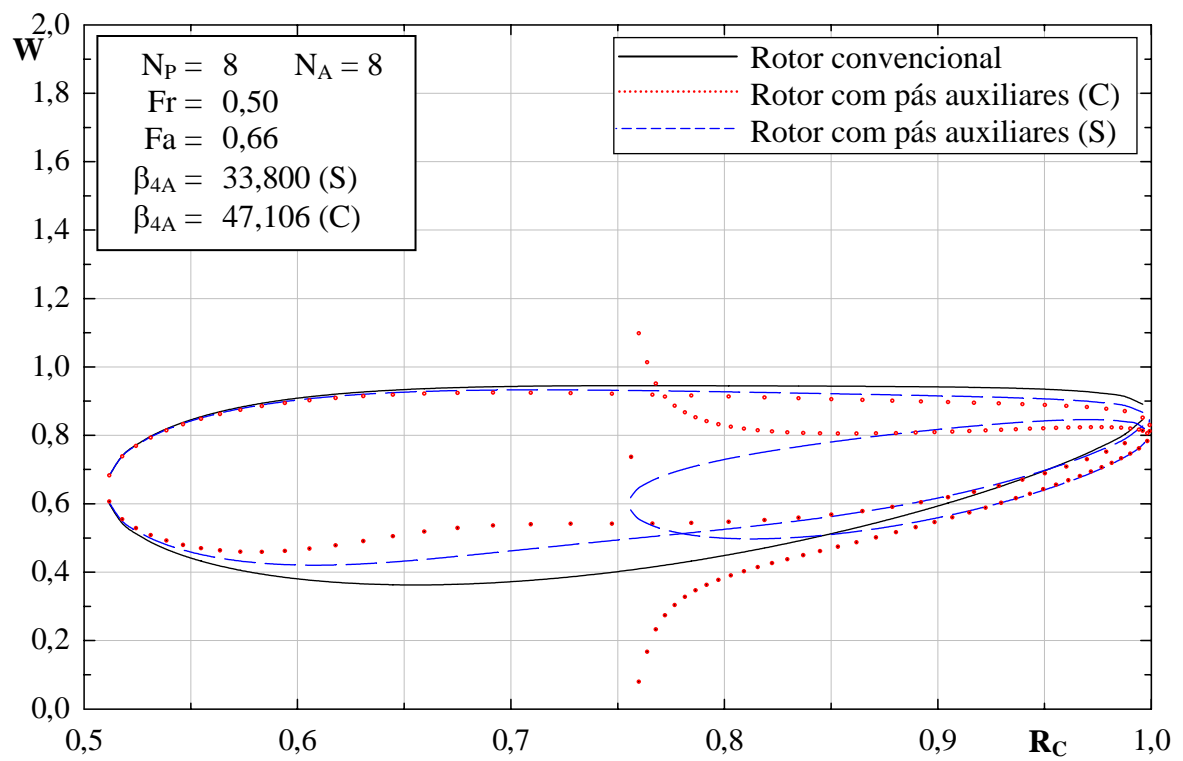


Figura C.30 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,50_0,66.

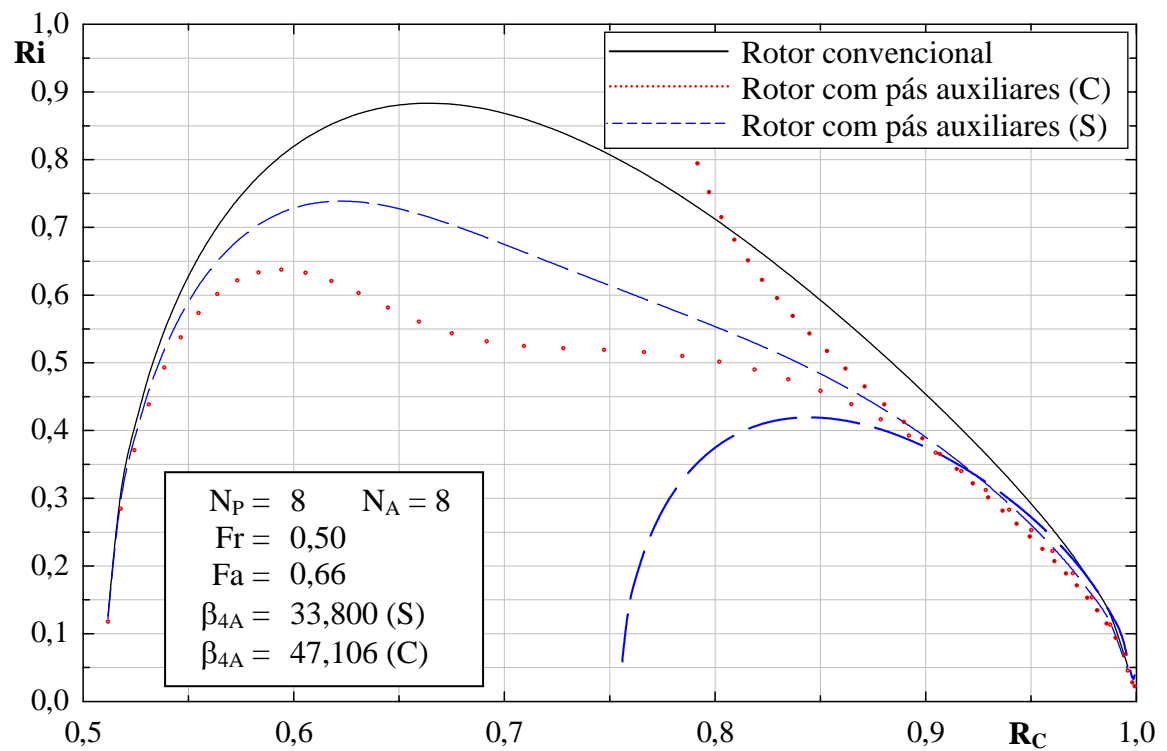


Figura C.31 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,50_0,66.

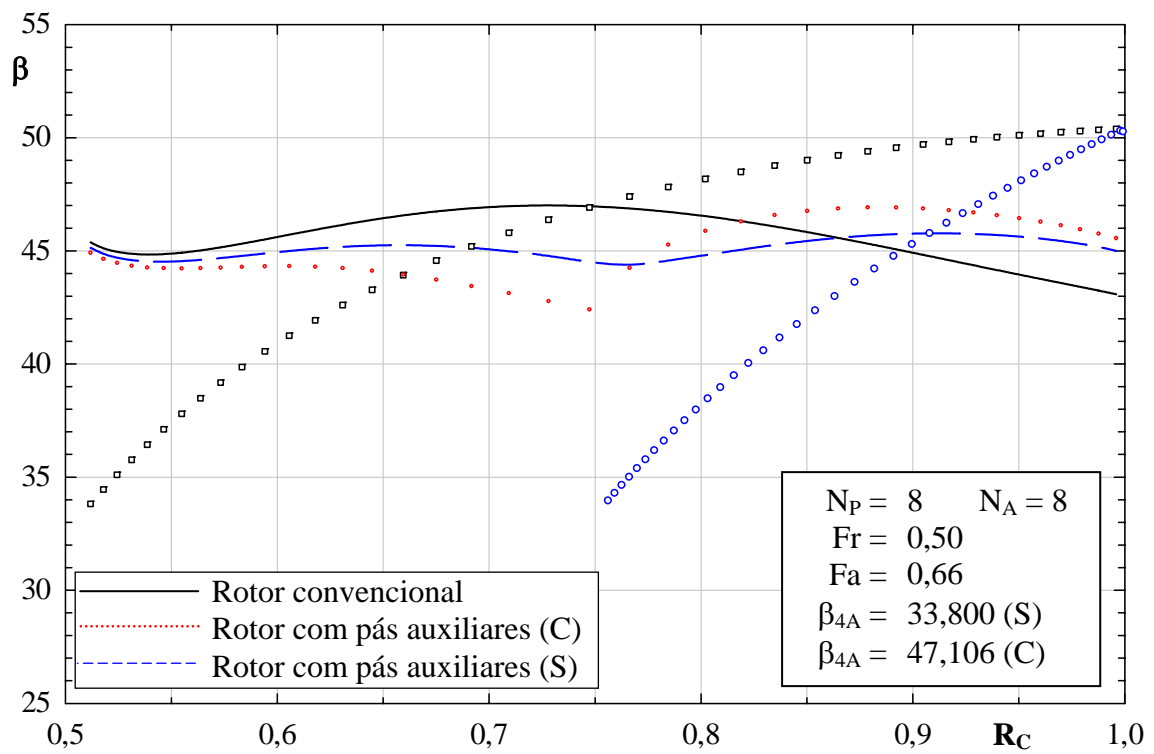


Figura C.32 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,50_0,66.

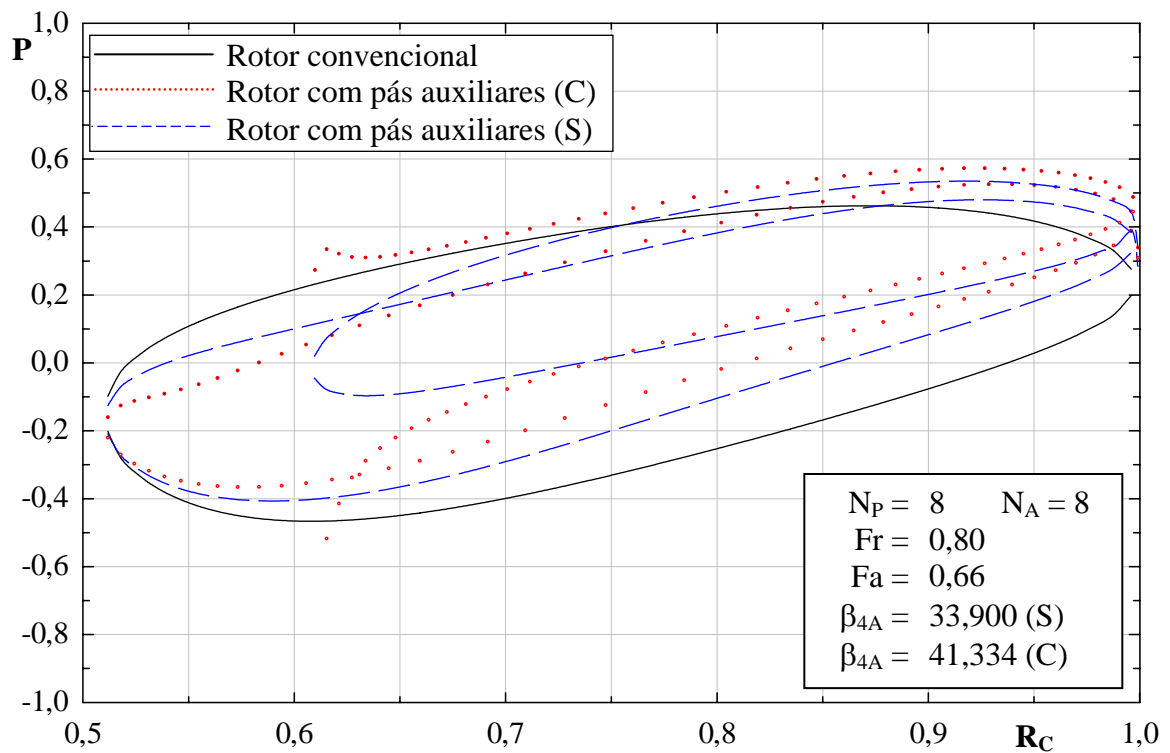


Figura C.33 Distribuição de pressões para o grupo de rotores 8_0,80_0,66.

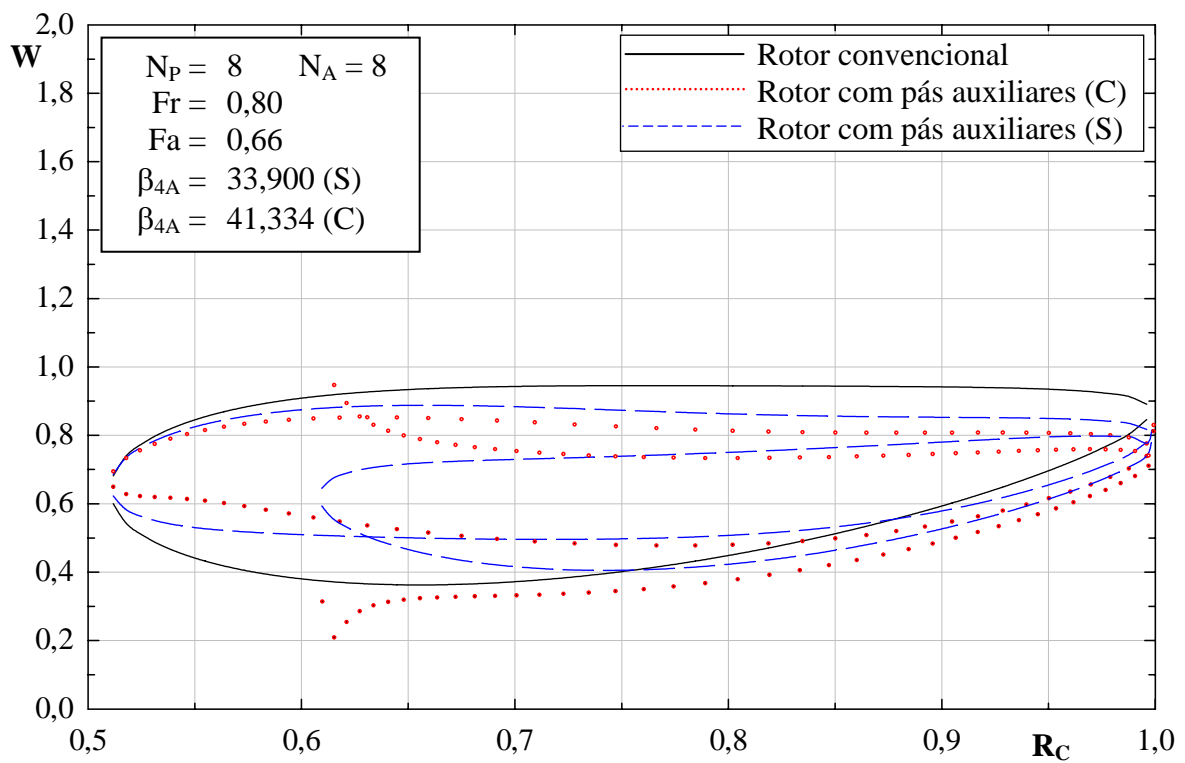


Figura C.34 Distribuição de velocidades relativas para o grupo de rotores 8_0,80_0,66.

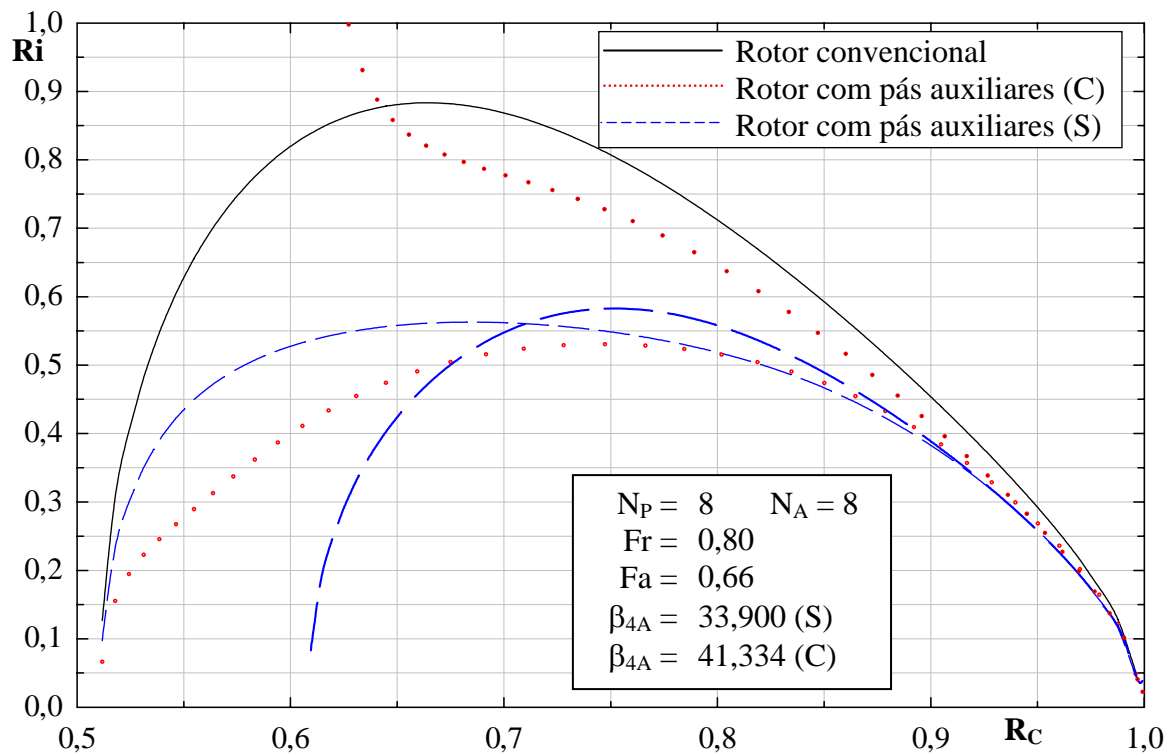


Figura C.35 Distribuição do número de Richardson para o grupo de rotores 8_0,80_0,66.

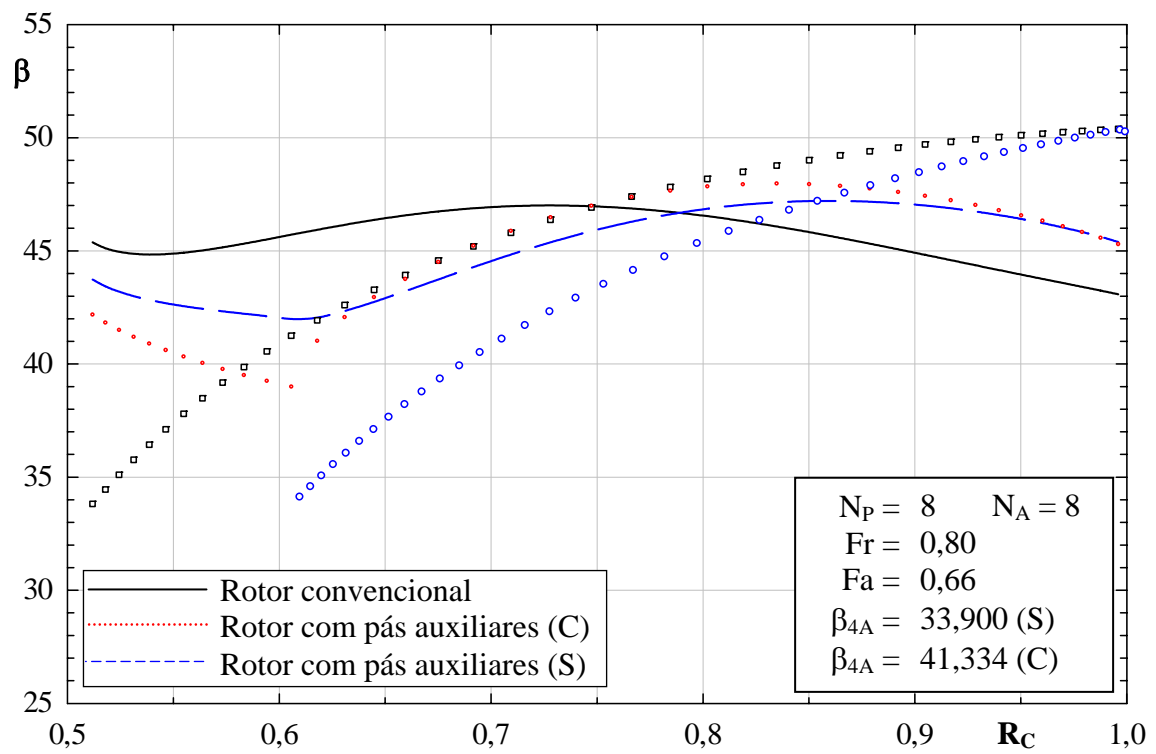


Figura C.36 Distribuições dos ângulos das pás e do escoamento para o grupo de rotores 8_0,80_0,66.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adler, D.**, 1980, “Status of centrifugal impeller internal aerodynamics - Part I: Inviscid flow prediction methods”, ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 102, pp. 728-737
- Adler, D.** and **Krimerman, Y.**, 1980, “On the relevance of inviscid subsonic flow calculations to real centrifugal impellers flows”, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 102, pp. 78-84
- Amorim, J. C. C.**, 1987, “Cálculo do escoamento potencial em perfis aerodinâmicos isolados e em grades de turbomáquinas”, Dissertação de Mestrado, EFEI, Itajubá - MG
- Balje, O. E.**, 1978, “A flow model for centrifugal compressor rotors”, ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 100, pp. 148-158
- Balje, O. E.**, 1981, “Turbomachines - A guide to design, selection, and theory”, John Wiley & Sons, Inc.
- Bakir, F., Kouidri, S., Belamri, T. and Rey, R.**, 2001-a, “Calcul potentiel instationnaire appliqué à l’interaction roue-volute des pompes centrifuges”, La Houille Blanche, N. 2-2001, pp. 64-69
- Bakir, F., Kouidri, S., Belamri, T. and Rey, R.**, 2001-b, “On a general method of unsteady potential calculation applied to the compression stages of a turbomachine – Part I: Theoretical approach”, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 123, pp. 780-786
- Cumpsty, N. A.**, 1989, “Compressor aerodynamics”, Longman Scientific & Technical
- Dean Jr., R. C. and Senoo, Y.**, 1960, “Rotating wakes in vaneless diffusers”, ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 82, pp. 563-574

- Eckardt, D.**, 1976, "Detailed flow investigations within a high speed centrifugal compressor impeller", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 98, pp. 390-402
- Eckardt, D.**, 1980, "Flow field analysis of radial and backswept centrifugal compressor impellers, Part I: Flow measurement using a laser velocimeter", The 25th Annual International Gas Turbine Conference and the 22th Annual Fluids Engineering Conference, New Orleans, Symposium Performance Prediction of Centrifugal Pumps and Compressors - ASME, pp. 77-86
- Eremeef, L. R.**, 1974, "Calcul des écoulements dans les turbomachines en fluide parfait et incompressible", Compte rendu, Contrat No. 73.71765.00.221.75.01, Délégation Générale à la Recherche Scientifique et Technique, Grenoble
- Fagan, J. R. and Fleeter, S.**, 1991, "Impeller flow field measurement and analysis", ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 113, pp. 670-679
- Fernandes, E., C., e Oliveira, W.**, 1991, "Cálculo do escoamento potencial em rotores centrífugos de máquinas de fluxo", IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, São Paulo, Brasil, pp. 497-500
- FINEP/EFEI**, 1981, "Pesquisa de novas formas de ventiladores visando reduzir o seu volume construtivo do escoamento, ruído e vibração", Convênio FINEP/EFEI, Itajubá - MG
- Fryml, T., Heisler, V. and Pavluch, M.**, 1983, "The influence os auxiliary blades on the characteristics and efficiency of centrifugal pump impellers", Proceedings of the Seventh Conference on Fluid Machinery, Akadémiai Kiadó, Budapest, Vol. 1, pp. 247-255
- Giesing, J. P.**, 1964, "Extension of the Douglas Neumann program to problems of lifting cascades", Report No. LB 31653, Bureau of Ships Fundamental Hydromechanics Research, USA
- Gostelow, J. P.**, 1973, "Review of compressible flow theories for airfoil cascades", ASME Journal of Engineering for Power, Vol. 95, pp. 281-292.
- Gostelow, J. P.**, 1984, "Cascade aerodynamics", Pergamon Press

- Greitzer, E. M.**, 1981, "The stability of pumping systems - The 1980 Freeman Scholar Lecture", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 103, pp. 193-242
- Hathaway, M. D., Chriss, R. M., Wood, J. R. and Strazisar, A. J.**, 1993, "Experimental and computational investigation of the NASA low-speed centrifugal compressor flow field", ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 115, pp. 527-542
- Hess, J. L. and Smith, A. M. O.**, 1967, "Calculation of potential flow about arbitrary bodies", Progress in Aeronautical Sciences, Vol. 8, pp. 1-138
- Hoffmeister, M.**, 1960, "Berechnung der Strömung durch ein radiales Laufrad unter Berücksichtigung der veränderlichen Breite der Schaufeln", Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Dresden, Band 9, Heft 1, S. 27-36
- Hunziker, R., and Gyarmathy, G.**, 1994, "The operational stability of a centrifugal compressor and its dependence on the characteristics of the subcomponents", ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 116, pp. 250-259
- Isay, W. H.**, 1954, "Beitrag zur Potentialströmung durch radiale Schaufelgitter", Ingenieur - Archiv, Band 32, S. 203-210
- Japikse, D.**, 1976, "Review - Progress in numerical turbomachinery analysis", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 98, pp. 592-606
- Japikse, D., and Platt, J. M.**, 2004, "Optimization in component design and redesign", The 10th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Honolulu, Hawaii, March 07-11, pp. 1-14
- Katsanis, T., and McNally, W. D.**, 1969, "Fortran program for calculating velocities and streamlines on a blade-to-blade stream of tandem blade turbomachine", NASA TN D 5044
- Katz, J. and Plotkin, A.**, 1991, "Low-speed aerodynamics – from wing theory to panel methods", McGraw-Hill, Inc.

- Lakshminarayana, B.**, 1991, “An assessment of computational fluid dynamic techniques in analysis and design of turbomachinery - The 1990 Freeman Scholar Lecture”, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 113, pp. 315-352
- Lakshminarayana, B.**, 1996, “Fluid dynamics and heat transfer of turbomachinery”, John Wiley & Sons Inc.
- Lewis, R. I.**, 1991, “Vortex element methods for fluid dynamic analysis of engineering systems”, Cambridge University Press
- Luu, T. S., Abdelrahman, M. M. and Ribaud, Y.**, 1980, “Transonic flow analysis in an impeller equipped with splitter blades”, The 25th Annual International Gas Turbine Conference and the 22th Annual Fluids Engineering Conference, New Orleans, Symposium Performance Prediction of Centrifugal Pumps and Compressors - ASME, pp. 47-60
- Manzanares Filho, N.**, 1982, “Escoamento potencial em grades radiais de máquinas de fluxo”, Dissertação de Mestrado, EFEI, Itajubá - MG
- Manzanares Filho, N. e Oliveira, W.**, 1992, “Cálculo do escoamento potencial em rotores centrífugos com pás finas e largura variável”, ENCIT, IV Encontro Nacional de Ciências Térmicas, ABCM, Rio de Janeiro – RJ
- Martensen, E.**, 1959, “Berechnung der Druckverteilung an Gitterprofilen in ebener Potentialströmung mit einer Fredholmschen Integralgleichung”, Archive for Rational Mechanics and Analysis, Band. 3, S. 235-270
- McNally, W. D. and Sockol, P. M.**, 1985, “Review - Computational methods for internal flows with emphasis on turbomachinery”, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 107, pp. 6-22
- Miyamoto, H., Nakashima, Y., and Ohba, H.**, 1992, “Effects of splitter blades on the flows and characteristics in centrifugal impellers”, JSME International Journal, Series II, Vol. 35, N. 2, pp. 238-246.
- Mizuki, S., Ariga, I. and Watanabe, I.**, 1974, “Investigation concerning the blading of centrifugal impellers”, ASME paper 74-GT-143

- Murata, S., Ogawa, T. and Gotoh, M.**, 1978, "On the flow in a centrifugal impeller (2nd Report, Effects of change in impeller width)", Bulletin of the JSME, Vol. 21, No. 151, pp. 90-97
- Nyiri, A.**, 1970, "Determination of the theoretical characteristics of hydraulic machines based on potential theory", Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae, Vol. 69 (3-4), pp. 243-273
- Oliveira, W.**, 2001, "Análise do escoamento em turbomáquinas radiais", Tese de Doutorado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA, Documento N.: CTA/ITA-IEM/TD-007/2001, São José dos Campos - SP
- Pfleiderer, C.**, 1960, "Bombas centrífugas y turbocompresores", Editorial Labor S. A.
- Sato, S., Furukawa, A. and Takamatsu, Y.**, 1996, "Air water two-phase flow performance of centrifugal pump impellers with various blades angles", JSME International Journal, Series B, Vol. 39, No. 2, pp. 223-229
- Savage, M., Felix, R., and Emery, J.**, 1955, "High-speed cascade tests of a blade section designed for typical hub conditions of high-flow transonic rotors", NACA RM L55F07
- Scholz, N.**, 1965, "Aerodynamik der Schaufelgitter", Band I, Verlag G. Braun
- Tuzson, J.**, 1993, "Interpretation of impeller flow calculations", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 115, pp. 463-467
- Vavra, M. H.**, 1974, "Aero-thermodynamics and flow in turbomachines", Robert E. Krieger Publishing Company
- Whitfield, A. and Baines, N. C.**, 1990, "Design of radial turbomachines", Longman Scientific & Technical
- Wu, C. H.**, 1952, "A general theory of three-dimensional flow in subsonic and supersonic turbomachines of axial -, radial-, and mixed-flow types", NACA TN 2604

Wu, C. H., and Wang, B., 1984, "Matrix solution of compressible flow on S_1 surface through a turbomachine blade row with splitter vanes or tandem blades", ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 106, pp. 449-454

Zhu, Z., Jin, Q., and Huang, D., 2000, "Experimental study on high-speed centrifugal pumps with a half-open complex impeller", The Second International Symposium on Fluid Machinery and Fluid Engineering (2nd ISFMFE) October, 22-25, Beijing, China