



Universidade
Federal de Itajubá

TESE DE DOUTORADO

**MÉTODO DE INTERAÇÃO VISCOSA/NÃO-VISCOSA
PARA REDUÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL EM
PROBLEMAS DE AERODINÂMICA**

Autor

Lucas Lincoln Fonseca Soares

INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Itajubá, Junho de 2022

Minas Gerais – Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TESE DE DOUTORADO

**MÉTODO DE INTERAÇÃO VISCOSA/NÃO-VISCOSA
PARA REDUÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL EM
PROBLEMAS DE AERODINÂMICA**

Autor: **Lucas Lincoln Fonseca Soares**

Orientador: **Nelson Manzanares Filho**

Co-orientador: **Ramiro Gustavo Ramirez Camacho**

Curso: **Engenharia Mecânica**

Área de Concentração: **Térmica, Fluidos e Máquinas de Fluxo**

Itajubá, Junho de 2022

Minas Gerais – Brasil

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TESE DE DOUTORADO

**MÉTODO DE INTERAÇÃO VISCOSA/NÃO-VISCOSA
PARA REDUÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL EM
PROBLEMAS DE AERODINÂMICA**

Autor

Lucas Lincoln Fonseca Soares

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marcelo Assato	IAE
Prof. Dr. Alex Mendonça Bimbato	UNESP
Prof. Dr. Ivan Felipe Silva dos Santos	UNIFEI
Prof. Dr. Luiz Antônio Alcântara Pereira	UNIFEI
Prof. Dr. Ramiro Gustavo Ramirez Camacho	UNIFEI
Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho	UNIFEI

Dedicatória

Dedico este trabalho a todos os pesquisadores e cientistas do planeta Terra.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador Nelson Manzanares Filho e coorientador Ramiro Gustavo Ramirez Camacho pelo apoio, atenção, confiança e colaboração para solucionar as dúvidas e problemas que surgiram ao longo da realização deste trabalho.

Agradeço também ao programa, aos técnicos e ao corpo docente da Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UNIFEI por toda assistência e estrutura concedidas. À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro. À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) através do projeto APQ-01865-18.

“Tudo aquilo que o homem ignora, não existe para ele. Por isso o universo de cada um, se resume no tamanho do seu saber.”

Albert Einstein

Resumo

Visto que simulações de CFD para problemas de escoamento externo podem ocasionar elevados custos computacionais, o presente trabalho apresenta um método de interação viscosa/não-viscosa que permite simular o escoamento viscoso em domínio computacional reduzido, que abrange a região rotacional do escoamento (também chamado de subdomínio viscoso). Para tal, é proposta uma metodologia interativa que consiste em: calcular o escoamento potencial fora da região rotacional; impor a velocidade daquele escoamento como condição de contorno na fronteira do subdomínio viscoso; calcular velocidades de transpiração para corrigir o escoamento potencial; recalcular o campo de velocidades do escoamento potencial fora da região rotacional; e atualizar as condições de contorno no subdomínio viscoso. Para determinar a velocidade de transpiração, foi utilizada a abordagem de decomposição de velocidades, que vem sendo explorada para desenvolver métodos de interação viscosa/não-viscosa. Nessa abordagem, para calcular a transpiração, é necessário primeiro determinar uma fronteira onde a vorticidade seja desprezível (denominada fronteira rotacional). Determinar a fronteira rotacional pode ser uma tarefa complexa. Duas propostas foram então apresentadas para tratar dessa questão: usar uma superfície auxiliar de transpiração para facilitar a determinação daquela fronteira (e para servir de superfície de colocação do escoamento potencial), e usar critérios alternativos para avaliar a vorticidade desprezível. Foram realizados cálculos no subdomínio viscoso para problemas de escoamento bidimensional, incompressível, permanente, laminar ou turbulento, sobre o perfil NACA 0012, corpos rombudos e múltiplos corpos. O uso da metodologia proposta permitiu reduzir os custos computacionais, e os resultados dos coeficientes aerodinâmicos e dos campos do escoamento viscoso obtidos no domínio reduzido, em geral, foram satisfatórios para os níveis de engenharia.

Palavras-chave: Aerodinâmica, escoamento externo, interação viscosa/não-viscosa, velocidade de transpiração, decomposição de velocidades, fronteira rotacional.

Abstract

Since CFD simulations for external flow problems may cause high computational costs, the present work presents a viscous/inviscid interaction method that allows to simulate the viscous flow in a reduced computational domain, which encompasses the rotational flow region (also called viscous subdomain). To this end, an interactive methodology is proposed, which consists of: calculate the potential flow outside the rotational region, impose the velocity of potential flow as a boundary condition at the boundary of the viscous subdomain, calculate the transpiration velocity to correct the potential flow, recalculate the field of potential flow velocities outside the rotational region, and update boundary conditions in the viscous subdomain. To determine the transpiration velocity, the velocity decomposition approach was used, which has been explored to develop methods of viscous/inviscid interaction. In this approach, to calculate the transpiration, it is necessary to first determine a boundary where the vorticity is negligible (called the rotational boundary). Determining the rotational boundary can be a complex task. Thus, two proposals were made to address this issue: the use of an auxiliary surface to facilitate the determination of rotational boundary (and to serve as a control surface for the potential flow), and to use of alternative criteria to evaluate the negligible vorticity. Calculations were performed in the viscous subdomain for two-dimensional, incompressible, steady, laminar or turbulent flows problems, on the profile NACA 0012, bluff bodies and multiple bodies. The use of the proposed methodology allowed to reduce the computational costs, and the results of the aerodynamic coefficients and of the viscous flow fields obtained in the reduced domain, in general, were satisfactory for the engineering levels.

Keywords: Aerodynamics, External flow, viscous/inviscid interaction, transpiration velocity, velocity decomposition, rotational boundary.

Sumário

Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	xii
Lista de Símbolos	xv
Lista de Abreviaturas	xviii
1 Introdução	1
1.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional e Interação Viscosa/não-viscosa.	1
1.2 Revisão Bibliográfica.	5
1.3 Justificativa.	12
1.4 Objetivos.	13
1.5 Delineamento do Trabalho.	14
2 Formulação Teórica	16
2.1 Escoamento Potencial Incompressível.	16
2.1.1 Condições de Contorno para o Escoamento Potencial-puro.	19
2.2 Escoamento Viscoso – Equações de Navier-Stokes.	21
2.2.1 Equações de Navier-Stokes com Médias de Reynolds (RANS).	22
2.2.2 Modelagem da Turbulência.	23
2.2.3 Condições de Contorno no Domínio Reduzido.	24
2.3 Escoamento Potencial-Viscoso.	25
2.3.1 Princípio de Decomposição de velocidades.	26
2.3.2 Condição de Contorno de Transpiração para o Potencial-Viscoso.	27
2.3.3 Condição de Circulação para o Potencial-viscoso.	28

3 Metodologia e Implementação Numérica	30
3.1 Escoamento Potencial-Viscoso.	30
3.1.1 Modelagem Numérica: Método dos Painéis.	31
3.1.2 Sistemática Iterativa para o Cálculo da Velocidade de Transpiração. ...	35
3.1.3 Cálculo do Escoamento Potencial-Viscoso.	38
3.1.4 Implementação Numérica.	40
3.2 Escoamento Viscoso.	42
3.3 Determinação da Fronteira Rotacional.	43
3.3.1 Critério de Vorticidade Limite (ω_{lim}).	45
3.3.2 Critério de Vorticidade nula ($\omega_z = 0$).	46
3.3.3 Critério de Pressão Total Máxima (p_{tmax}).	47
3.3.4 Interpolação da Fronteira Rotacional.	49
3.4 Sistemática Iterativa da Metodologia.	51
4 Resultados	54
4.1 Escoamento Laminar sobre o Perfil NACA 0012.	54
4.1.1 Convergência de Malha no Domínio Extenso.	55
4.1.2 Influência da Dimensão do Domínio Reduzido e do Resíduo RMS das Interações.	58
4.1.3 Influência do Número de Linhas de amostragem.	68
4.1.4 Influência dos Critérios de Vorticidade Desprezível.	69
4.1.5 Influência do Resíduo RMS da Ultima Interação.	71
4.2 Escoamento Turbulento sobre o Perfil NACA 0012.	72
4.2.1 Convergência de Malha no Domínio Extenso.	72
4.2.2 Ângulo de incidência: 0°	74
4.2.3 Ângulo de incidência: 3°	78
4.2.4 Ângulo de incidência: 5° e 8°	84
4.3 Escoamento Laminar sobre um Cilindro Quadrado.	89
4.4 Escoamento Laminar sobre dois Cilindros Quadrados.	97
4.5 Escoamento Turbulento sobre o Perfil 30P30N.	101

4.6 Estudos Adicionais e Outros Casos de Múltiplos Corpos.	108
4.6.1 Escoamento Turbulento NACA 0012.	108
4.6.2 Dois Perfis NACA 0012.	114
4.6.3 Duas Seções de Avião.	117
4.6.4 Aerofólio 30P0N.	120
4.7 Discussão dos Resultados do Escoamento no Subdomínio Viscoso.	124
 5 Conclusões e Futuro da Metodologia	 128
5.1 Conclusões.	128
5.2 Futuro da Metodologia.	130
 Referências Bibliográficas	 133

Lista de Figuras

1.1	Esquema de decomposição de domínios. (b) Situações em que a determinação da fronteira rotacional pode se tornar problemática e representação da superfície auxiliar.	5
2.1	Nomenclatura utilizada para descrever o subdomínio potencial.	17
2.2	(a) Esquema da distribuição de fontes e vórtices sobre o corpo e fontes sobre a esteira. (b) Distribuição de fontes e vórtices sobre uma superfície auxiliar.	19
2.3	Nomenclatura das fronteiras do subdomínio viscoso.	21
2.4	Esquema da região vortical e do sistema de coordenadas local em S	27
3.1	(a) Painéis sobre o corpo e a esteira no referencial global. (b) Painel isolado no referencial local.	31
3.2	Nomenclatura de um painel isolado observado do referencial global.	34
3.3	Discretização da esteira pra escoamento com ângulo de incidência.	41
3.4	Esquema para determinação da fronteira rotacional, δ	44
3.5	Perfil do módulo da vorticidade para o escoamento sobre uma placa plana, Reynolds 2000.	45
3.6	(a) Contornos de vorticidade (ω_z) para escoamento laminar sobre uma placa plana, Reynolds 2000, (b) cilindro circular, Reynolds 60, e (c) um aerofólio NACA 0012, Reynolds 2000, $\alpha = 3^\circ$. (d, e, f) Perfis de vorticidade para o módulo da vorticidade e ω_z ao longo das linhas de amostragem destacadas em (a), (b) e (c). (g até l) Destaque nas regiões onde ω_z muda de sinal.	46

3.7	(a) Contornos de pressão total (p_t) para escoamento laminar sobre uma placa plana, Reynolds 2000, (b) cilindro circular, Reynolds 60, e (c) um aerofólio NACA 0012, Reynolds 2000, $\alpha = 3^\circ$. (d, e, f) Perfis de pressão total ao longo das linhas de amostragem destacadas em (a), (b) e (c). (g até i) Destaque nas regiões onde p_t é máximo.	48
3.8	Fronteira rotacional resultante da aplicação dos critérios de pressão total máxima (p_{tmax}) e vorticidade nula ($\omega_z = 0$) do escoamento sobre placa plana, Reynolds 2000 baseado no comprimento da placa, L	48
3.9	Esquema geométrico para determinação dos pontos intermediários da fronteira rotacional.	50
3.10	Fluxograma da sistemática interativa da metodologia.	52
4.1	(a) Representação do domínio extenso em formato “C”. (b) Bloco referente ao domínio reduzido – NACA 0012, $\alpha = 0^\circ$	55
4.2	(a) Malha nível <i>Muito-Grosseiro</i> . (b) Malha nível <i>Muito-refinado</i> – NACA 0012. .	56
4.3	Linhas de amostragem sobre o corpo e a linha representativa da esteira.	60
4.4	Parte superior da fronteira rotacional, δ , resultante do critério de pressão total máxima em função do resíduo das interações para $y_{dr} = 0.5c$ (a) e $y_{dr} = 0.9c$ (b). ...	60
4.5	Componente na direção x do campo de velocidades do escoamento potencial-puro sobre a fronteira do domínio reduzido $y_{dr} = 0.9c$ variando o comprimento da esteira.	61
4.6	Componente na direção x do campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso sobre a fronteira do domínio reduzido variando o parâmetro res_{pv}	61
4.7	Componente na direção x do campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso sobre a fronteira dos domínios reduzidos, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	65
4.8	Evolução da parte superior fronteira rotacional, resultante do critério de pressão total máxima, no domínio reduzido $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	65
4.9	Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	65
4.10	Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	66
4.11	Convergência do escoamento potencial-viscoso - $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	67

4.12	Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior), $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	67
4.13	Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	67
4.14	(a) Parte superior da fronteira rotacional para 16, 30 e 56 linhas de amostragem. (b) Destaque na região sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	69
4.15	Componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2, variando o número de linhas de amostragem – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	69
4.16	(a) Parte superior da fronteira rotacional resultante dos critérios de vorticidade desprezível. (b) Destaque na região sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	70
4.17	Convergência do escoamento potencial-viscoso aplicando os critérios de vorticidade desprezível – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	70
4.18	Malha próxima à parede do perfil NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	72
4.19	(a) Parte superior da fronteira rotacional resultante dos critérios de vorticidade desprezível. (b) Destaque na região sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$..	76
4.20	Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, Seq. 3 – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	77
4.21	(a) Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, Seq 3. (b) Convergência do escoamento potencial-viscoso – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	77
4.22	Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior) – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	78
4.23	Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, Seq. 3 – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	78
4.24	Domínio reduzido utilizado para escoamento com ângulo de incidência de 3° sobre o perfil NACA 0012.....	79
4.25	Linhas de amostragem (verde) sobre o perfil NACA 0012 e sobre a esteira (azul), $\alpha = 3^\circ$	80

4.26	(a) Fronteira rotacional resultante dos critérios de vorticidade desprezível. (b) Destaque na região sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	82
4.27	Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	82
4.28	(a) Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido. (b) Convergência do escoamento potencial-viscoso – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	83
4.29	Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior) utilizando o teorema de Kutta-Joukowski – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	83
4.30	Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	83
4.31	(a) Fronteira rotacional resultante do critério de pressão total máxima para $\alpha = 5^\circ$ e $\alpha = 8^\circ$. (b) Destaque na região sobre o perfil NACA 0012 – NACA 0012, $Re = 10^6$.	86
4.32	(a) Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido para $\alpha = 5^\circ$, e (b) $\alpha = 8^\circ$ – NACA 0012, $Re = 10^6$...	86
4.33	(a) Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido para $\alpha = 5^\circ$, e (b) $\alpha = 8^\circ$ – NACA 0012, $Re = 10^6$	87
4.34	(a) Convergência do escoamento potencial-viscoso para $\alpha = 5^\circ$, e (b) $\alpha = 8^\circ$ – NACA 0012, $Re = 10^6$	87
4.35	Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior) utilizando o teorema de Kutta-Joukowski – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 5^\circ$	87
4.36	Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior) utilizando o teorema de Kutta-Joukowski – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 8^\circ$	88
4.37	(a) Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, para $\alpha = 5^\circ$, e (b) $\alpha = 8^\circ$ – NACA 0012, $Re = 10^6$	88
4.38	(a) Representação do domínio extenso. (b) Bloco referente ao domínio reduzido – Quadrado.	89
4.39	Malha ao redor do quadrado.	91

4.40	Representação da superfície auxiliar de transpiração (SAT) e das linhas de amostragem.	91
4.41	Parte superior da fronteira rotacional, δ , resultante do critério de vorticidade nula variando res_0 – Quadrado, $Re = 60$	92
4.42	Componente na direção x do campo de velocidades do escoamento potencial-puro e potencial-viscoso sobre a fronteira do domínio reduzido variando o comprimento da superfície auxiliar – Quadrado, $Re = 60$	92
4.43	(a) Parte superior da fronteira rotacional resultante dos critérios de vorticidade desprezível. (b) Destaque na região sobre o quadrado – $Re = 60$	94
4.44	Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, Seq. 2 – Quadrado, $Re = 60$	95
4.45	(a) Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, Seq. 2. (b) Convergência do escoamento potencial-viscoso – quadrado, $Re = 60$	96
4.46	Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior), Seq. 2 – Quadrado, $Re = 60$	96
4.47	Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso, e no domínio reduzido, Seq. 2 – Quadrado, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	96
4.48	(a) Representação do domínio extenso. (b) Bloco referente ao domínio reduzido – dois quadrados.	97
4.49	Malha ao redor dos dois quadrados.	98
4.50	Representação da superfície auxiliar de transpiração (SAT) e das linhas de amostragem.	98
4.51	Fronteira rotacional, δ , resultante do critério de pressão total máxima variando res_0 – Dois quadrados, $Re = 40$	98
4.52	Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, Seq. 1 – Dois quadrados, $Re = 40$	100
4.53	Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, Seq. 2 – Dois quadrados, $Re = 40$	100
4.54	Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado na parte superior do domínio extenso (superior) e no inferior do domínio reduzido (inferior), Seq. 2 – Dois quadrados, $Re = 40$	100

4.55	Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, Seq. 2 – Dois quadrados, $Re = 40$	101
4.56	(a) Representação do domínio extenso. (b) Bloco referente ao domínio reduzido – 30P30N.	102
4.57	Malha ao redor do perfil 30P30N.	103
4.58	Representação da superfície auxiliar de transpiração (SAT) e das linhas de amostragem.	103
4.59	(a) Evolução da fronteira rotacional resultante do critério de pressão total máxima, Seq. 1. (b) Destaque na região sobre o perfil 30P30N. (c) Destaque no <i>slot</i> – $Re = 10^6$	105
4.60	Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, Seq. 1 – 30P30N, $Re = 10^6$	106
4.61	(a) Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, Seq. 1. (b) Convergência do escoamento potencial-viscoso – 30P30N, $Re = 10^6$	106
4.62	Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior), Seq. 1 – 30P30N, $Re = 10^6$	107
4.63	Perfis de velocidade (componente u) próximos ao perfil 30P30N e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, resultante da última interação, Seq. 2 – 30P30N, $Re = 10^6$	107
4.64	(a) Representação das superfícies de colocação (corpo S_b e linha da esteira S_w). (b) Dimensões do domínio computacional. (c) Malha ao redor do aerofólio – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares <i>et al.</i> , 2022).	109
4.65	(a) Resultados da fronteira rotacional usando a distribuição linear e parabólica para 20 linhas de amostragem (b) Representação das linhas de amostragem. (c) Fronteira rotacional usando todas as linhas de amostragem e 30 linhas, e (d) destaque na região perto do aerofólio – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares <i>et al.</i> , 2022).	109
4.66	(a) Taxa de dissipação específica (ω) sobre o corpo. (b) Energia cinética específica e taxa de dissipação específica sobre a linha representativa da esteira (Soares <i>et al.</i> , 2022).	111

4.67	Variáveis do modelo de turbulência sobre linhas de amostragem na região da esteira: (a) Energia cinética específica, e taxa de dissipação específica, (b) razão de viscosidade turbilhonar (Soares <i>et al.</i> , 2022)	112
4.68	(a) Razão de viscosidade turbilhonar em fronteiras do domínio extenso. (b) Energia cinética e taxa de dissipação sobre linhas de amostragem na região da esteira, usando valores diferentes para razão de viscosidade turbilhonar na fronteira do domínio reduzido, e (c) razão de viscosidade turbilhonar (Soares <i>et al.</i> , 2022).	113
4.69	(a) Representação das superfícies de colocação. (b) e (c) dimensões do domínio computacional. (d) Malha ao redor dos aerofólios (Soares <i>et al.</i> , 2022)	114
4.70	(a) Pressão sobre os aerofólios. (b) Componente na direção x do campo de velocidades na fronteira do domínio reduzido. (Soares <i>et al.</i> , 2022)	116
4.71	(a) Mapa de contorno ao redor dos aerofólios. (b) Perfis de velocidades ao longo de linhas de amostragem sobre o aerofólios, e (c) sobre a esteira (Soares <i>et al.</i> , 2022)	116
4.72	(a) Representação tridimensional dos aviões. (b) Representação da superfície auxiliar e das linhas da esteira. (c) Dimensões do domínio. (d) Representação em escala dos domínios extenso e reduzido. (e) Malha ao redor dos aviões (Soares <i>et al.</i> , 2022)	117
4.73	(a) Campo de velocidades (componente x) sobre a fronteira do domínio reduzido. (b) Pressão sobre os aviões (Soares <i>et al.</i> , 2022)	119
4.74	(a) Mapa de contorno do campo de velocidades no domínio extenso e reduzido. (b) Perfis de velocidade ao longo de linhas de amostragem sobre os aviões, e (c) na região da esteira (Soares <i>et al.</i> , 2022)	119
4.75	(a) Aerofólio 30P30N. (b) Configuração do <i>slat</i> e <i>flap</i> . (c) Representação da superfície auxiliar e esteira. (d) Dimensões do domínio computacional. (e) Malha ao redor do aerofólio, com destaque no <i>slat</i> e <i>flap</i> (Soares <i>et al.</i> , 2022)	120
4.76	(a) Campo de velocidades (componente x) na fronteira do domínio reduzido. (b) Coeficiente de pressão sobre os elementos do aerofólio 30P30N (Soares <i>et al.</i> , 2022)	122
4.77	Mapas de contorno para o campo de velocidades obtido no domínio extenso e domínio reduzido (Soares <i>et al.</i> , 2022)	122
4.78	Perfis de velocidade ao longo de linhas de amostragem sobre os elementos do aerofólio e sobre a linha da esteira (Soares <i>et al.</i> , 2022)	123

- 5.1** Velocidades calculadas na fronteira do domínio reduzido para (a) escoamento laminar ao redor do perfil NACA 0012, $\alpha = 0^\circ$, e (b) escoamento laminar ao redor de um cilindro circular. 132
- 5.2** A direita as velocidades calculadas na fronteira correspondente do domínio reduzido para (a) escoamento laminar ao redor de um elipsoide, e (b) quatro elipsoides. 132

Lista de Tabelas

4.1 – Resultados do estudo de resolução de malha do escoamento laminar ao redor do perfil NACA 0012 – $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	56
4.2 – Resultados do estudo de dimensão da malha sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	57
4.3 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, c_a , no domínio extenso em função do resíduo RMS – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	57
4.4 – Número de elementos nos domínios reduzidos, e percentual de redução do número de elementos em relação ao domínio extenso – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	58
4.5 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, c_a , no domínio reduzido em função do resíduo RMS da interação 0 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	59
4.6 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, das sequências de interações no domínio reduzido, $y_{dr} = 0.5c$ – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$..	62
4.7 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, das sequências de interações no domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$ – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$..	63
4.8 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, das sequências de interações no domínio reduzido, $y_{dr} = 1.3c$ – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$..	63
4.9 – Percentual de redução médio do tempo computacional, e erro relativo médio do coeficiente de arrasto, em relação ao domínio extenso – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	63
4.10 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto no domínio reduzido com $res_0 = 10^{-5}$ – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	64
4.11 – Tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto no domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2, em função do número de linhas de amostragem – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	68
4.12 – Tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto no domínio reduzido em função do critério de vorticidade desprezível – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$..	71

4.13 – Percentual de redução do tempo computacional, e erro relativo do coeficiente de arrasto, para $res_\eta = 10^{-8}$ e 10^{-12} – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	71
4.14 – Resultados do estudo de resolução de malha do escoamento turbulento sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	73
4.15 – Evolução do tempo computacional, número de iterações e coeficiente de arrasto (c_a) no domínio extenso em função do resíduo RMS – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	73
4.16 – Evolução do tempo computacional, número de iterações e coeficiente de arrasto, c_a , no domínio reduzido em função do resíduo RMS da interação 0 – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	74
4.17 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, c_a , das sequências de interações no domínio reduzido – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	75
4.18(1) – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , no domínio extenso em função do resíduo RMS – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	79
4.18(2) – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , no domínio reduzido em função de res_0 – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	79
4.19 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , da sequência de interações no domínio reduzido – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	81
4.20 – Percentual de redução do tempo computacional e percentual do erro relativo dos coeficientes de arrasto e sustentação – NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	81
4.21 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto (c_a), e coeficiente de sustentação (c_s), da sequência de interações no domínio reduzido – NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 5^\circ$	84
4.22 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto (c_a), e coeficiente de sustentação (c_s), da sequência de interações no domínio reduzido – NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 8^\circ$	85
4.23 – Resultados do estudo de resolução de malha do escoamento laminar ao redor do quadrado – $Re = 60$	90
4.24 – Resultados do estudo de dimensão da malha sobre o quadrado – $Re = 60$	90
4.25 – Evolução do tempo computacional, número de iterações e coeficiente de arrasto, c_a , no domínio reduzido em função do resíduo RMS da interação 0 – Quadrado, $Re = 60$	91
4.26 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, das sequências de interações no domínio reduzido – Quadrado, $Re = 60$	93
4.27 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, da sequência de interações no domínio reduzido – Dois quadrados, $Re = 40$	99

4.28 – Resultados do estudo de resolução de malha do escoamento turbulento sobre o perfil 30P30N – $Re = 10^6$	102
4.29 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , no domínio extenso em função do resíduo RMS – 30P30N, $Re = 10^6$	102
4.30 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , no domínio reduzido em função de res_0 – 30P30N, $Re = 10^6$	104
4.31 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , da sequência de interações no domínio reduzido – 30P30N, $Re = 10^6$	104
4.32 – Número de iterações e resíduo da velocidade de transpiração em função da distribuição e número de linhas de amostragem para $res_{pv} = 10^{-4}$ – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares <i>et al.</i> , 2022).....	110
4.33 – Evolução do tempo computacional, coeficiente de arrasto e sustentação - dois NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares <i>et al.</i> , 2022).....	115
4.34 – Redução do tempo computacional, e erro relativo dos coeficientes aerodinâmicos – dois NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares <i>et al.</i> , 2022).....	115
4.35 – Tempo computacional, coeficiente de arrasto e coeficiente de sustentação, no domínio extenso, e domínio reduzido para a ultima atualização - dois aviões, $Re = 5 \cdot 10^5$, $\alpha = 0^\circ$ (Soares <i>et al.</i> , 2022).....	118
4.36 – Redução do tempo computacional e erro relativo dos coeficientes aerodinâmicos para as sequencias de interações - dois aviões, $Re = 5 \cdot 10^5$, $\alpha = 0^\circ$ (Soares <i>et al.</i> , 2022).	118
4.37 – Dado experimental para o coeficiente de sustentação. Tempo computacional e coeficientes aerodinâmicos obtidos no domínio extenso, e no domínio reduzido para ultima atualização – Aerofólio 30P30N, $Re = 1.71 \cdot 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares <i>et al.</i> , 2022).	121
4.38 – Redução do tempo computacional e erro relativo dos coeficientes aerodinâmicos para as sequencias de interações – Aerofólio 30P30N, $Re = 1.71 \cdot 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares <i>et al.</i> , 2022).	121
4.39 – Percentual de redução do número de elementos da malha, do tempo computacional, e erro relativo (médio) dos coeficientes aerodinâmicos nos problemas apresentados.	126

Lista de Símbolos

Símbolos Latinos

A	Matriz de Influência devido às fontes
c	Corda do perfil aerodinâmico
c_a	Coeficiente de arrasto
c_s	Coeficiente de sustentação
$\mathcal{D}_p$	Domínio/região potencial
$\mathcal{D}_v$	Domínio/região viscoso
$\mathcal{D}_\delta$	Domínio/região vortical
$\mathcal{F}_s$	Força de sustentação
f_γ	Função moduladora da densidade dos vórtices
$\vec{I}$	Tensor identidade
k	Energia cinética específica
L	Comprimento da superfície de colocação
M	Matriz de Influência devido aos vórtices
n	Coordenada local normal à superfície de colocação
$\hat{n}$	Vetor unitário normal à superfície de colocação
n_p	Número de painéis
p	Pressão estática acrescida de efeito gravitacional
$\bar{p}$	Pressão média
p_t	Pressão total
ρ	Densidade de fontes
r	Distância entre a superfície de colocação e o ponto de cálculo
res_0	Resíduo da interação 0

res_{int}	Resíduo das interações
res_{pv}	Parâmetro de convergência do escoamento potencial-viscoso
$\mathcal{S}$	Coordenada local tangente à superfície de colocação
$\hat{\mathcal{S}}$	Vetor unitário tangente à superfície de colocação
$\mathcal{S}_d$	Fronteira do subdomínio viscoso
$\vec{s}$	Coordenada local dos pontos extremos dos painéis
U	Módulo da velocidade do escoamento viscoso
$\vec{u}$	Campo de velocidade do escoamento viscoso
$\overline{\vec{u}}$	Campo de velocidade média do escoamento viscoso
$\vec{v}$	Campo de velocidade do escoamento potencial
v_{tr}	Velocidade de transpiração
$\vec{w}$	Velocidade vortical
$\mathcal{X}$	Ponto de cálculo
x	Coordenada global do eixo das abscissas
y	Coordenada global do eixo das ordenadas
y^+	y plus

Símbolos Gregos

α	Ângulo de incidência
α_{vort}	Parâmetro fração da vorticidade máxima
β	Ângulo formado entre um painel e o eixo das abscissas
γ	Densidade de vórtices
Γ	Circulação
δ	Fronteira rotacional
η	Número de interações
θ	Ângulo formado entre r e $\mathcal{X}$
μ	Viscosidade dinâmica do fluido
μ_t	Viscosidade turbilhonar
ν	Ângulo formado entre r e $\mathcal{S}$
ρ	Massa específica do fluido
φ	Potencial-viscoso de velocidades

Φ	Potencial de velocidades
$\vec{\omega}$	Campo de vorticidade
Ω	Taxa de dissipação específica
$ \omega $	Módulo da vorticidade
ω_{lim}	Vorticidade limite
ω_z	Componente da vorticidade normal ao plano

Subscritos/Sobrescritos

a	Sobre a Superfície auxiliar
c	Sobre o Corpo
δ	Sobre a Fronteira rotacional
e	Sobre a esteira
i	Indexação do ponto de cálculo
it	Iteração
j	Indexação do painel e seus pontos extremos
k	Indexação do número de linhas de amostragem
max	Valor máximo
n	Direção normal à superfície de colocação
$\mathcal{S}$	Direção tangente à superfície de colocação
T	Transposto
∞	No infinito (muito distante)
$'$	Flutuações de uma variável

Lista de abreviaturas

CFD	Computational Fluid Dynamics
<i>inlet</i>	Fronteira na entrada do domínio computacional
KJ	Kutta-Joukowski
NS	Navier-Stokes
<i>outlet</i>	Fronteira na saída do domínio computacional
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
Re	Número de Reynolds
SAT	Superfície Auxiliar de Transpiração
VNV	Viscosa/não-viscosa

Capítulo 1

Introdução

1.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional e Interação Viscosa/Não-Viscosa

As análises sobre os movimentos dos fluidos sempre contribuíram para o desenvolvimento das sociedades. Em séculos passados, a compreensão desses movimentos permitiu a construção de canais hídricos com o objetivo de distribuição e abastecimento de água para a população. Com o passar do tempo, o avanço da tecnologia, e da matemática, possibilitou entender e controlar melhor os fenômenos envolvidos nos movimentos dos fluidos. Com isso, muitos problemas que pareciam impossíveis de serem resolvidos foram solucionados. Para resolver problemas relacionados à distribuição de água, por exemplo, foram criadas bombas hidráulicas. Posteriormente, com o avanço da eletricidade, o desenvolvimento de turbinas permitiu a geração de energia elétrica em grande escala. Desde então, muitas máquinas que operam segundo princípios da dinâmica dos fluidos foram projetadas e aperfeiçoadas, destacando-se: os motores a combustão, turbinas hidráulicas, aeronaves e embarcações. No entanto, a construção de máquinas mais complexas e eficientes era limitada devido à tecnologia e às ferramentas de cálculo disponíveis. Com o surgimento da era computacional, a complexidade dos projetos de diversas modalidades de máquinas foi praticamente superada com o uso das ferramentas da dinâmica dos fluidos computacional.

A dinâmica dos fluidos computacional (em inglês, *Computational Fluid Dynamics* – CFD) é a combinação de conhecimentos das áreas da mecânica de fluidos e cálculo numérico. Atualmente, problemas complexos de engenharia, envolvendo escoamentos internos e externos, são resolvidos com sucesso graças a CFD. Em se tratando de escoamentos externos (em que se inserem os estudos da aerodinâmica), a modelagem por CFD é capaz de fornecer informações acuradas sobre como aeronaves, automóveis ou embarcações, dentre muitas outras máquinas e estruturas, vão se comportar durante a operação dos mesmos.

Em geral, para escoamentos típicos de aerodinâmica, a abordagem da CFD pode ser feita através de dois modelos: potencial (irrotacional) ou viscoso (rotacional). A modelagem potencial trata o escoamento de um fluido como se este não tivesse viscosidade. Nesse caso, fenômenos associados ao crescimento de camada limite, geração de vorticidade e desenvolvimento de turbulência, não podem ser reproduzidos. Já a modelagem do escoamento viscoso pode ser feita diretamente através das equações de Navier-Stokes (NS), que inclui os efeitos da viscosidade do fluido em nível macroscópico. Contudo, para escoamento com elevado número de Reynolds (regime turbulento), uma modelagem muito difundida em aerodinâmica emprega o conceito das médias dos campos nas equações de NS, o que resulta nas conhecidas equações de Navier-Stokes com Média de Reynolds (em inglês, *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* – RANS).

As equações completas de NS ou RANS (daqui em diante tratadas apenas por equações de NS) constituem-se de um sistema de equações de segunda ordem não linear, o que torna difícil (ou impossível) determinar soluções analíticas. Para tal, aquelas equações devem ser discretizadas e resolvidas numericamente em todo o domínio do escoamento, satisfazendo as condições de contorno apropriadas. Mas, em problema de escoamento externo ao redor de um corpo com elevados número de Reynolds, os efeitos viscosos ficam confinados nas proximidades da parede do corpo (e na esteira que se forma à jusante), então a certa distância o escoamento pode ser tratado como potencial. Desse modo, um método numérico simples e com baixo custo computacional pode ser empregado para representar o escoamento relativamente distante, tal como um método integral de elementos de contorno.

A maioria dos métodos conhecidos para modelagem de escoamentos viscosos oferece elevada precisão nos cálculos, ao passo que pode existir um custo computacional significativo. Em se tratando de escoamentos externos, nos métodos Eulerianos é necessário discretizar uma grande região do domínio fluido para que a condição de contorno de escoamento não-perturbado¹ possa ser aplicada corretamente. Dessa maneira, a fronteira externa do domínio deve estar suficientemente distante do corpo e da esteira, ocasionando *domínios extensos* e exigindo altos custos computacionais desde sua discretização até a solução das equações de NS.

Os custos computacionais estão relacionados diretamente com o tempo de processamento e memória armazenada. Contudo, os chamados métodos de interação viscosa/não-viscosa (VNV) tornam possível a redução desses custos computacionais para determinar a solução de um problema de escoamento viscoso. Uma maneira é discretizar as equações de NS em um domínio computacional relativamente pequeno, onde o número de incógnitas pode ser consideravelmente reduzido. Nesse caso, a condição de escoamento não-perturbado em uma fronteira externa mais próxima deixa de ser apropriada. Contudo, a solução do escoamento potencial (com condição de contorno de transpiração²) pode servir como condição de contorno para as equações de NS sobre a fronteira de um *domínio reduzido*, desde que ele abranja a região rotacional do escoamento. Nesse sentido, a modelagem potencial por métodos de elementos de contorno (método dos painéis, por exemplo) apresenta uma considerável vantagem, pois permite que a solução do escoamento viscoso possa ser determinada de forma mais eficiente, mantendo a precisão e reduzindo os custos computacionais. Então, ambos os modelos (potencial e viscoso) diferem não só na descrição física do escoamento, mas também no contexto numérico. No escoamento potencial, na grande parte dos problemas conhecidos, a solução advém de um sistema linear, o que não ocorre no modelo viscoso.

Em se tratando de escoamento externo, a técnica de reduzir o domínio está inserida em uma linha de métodos de *decomposição de domínios*. Nesses métodos o

¹ Na abordagem Euleriana, a condição de contorno de escoamento não-perturbado é equivalente a impor que a velocidade do escoamento é constante e uniforme na fronteira externa do domínio.

² A condição de contorno de transpiração introduz uma vazão fictícia através da superfície do corpo (e da linha representativa da esteira) para simular o efeito de deslocamento das linhas de corrente causado pelas camadas viscosas.

domínio é decomposto em um subdomínio viscoso, próximo ao corpo, e um subdomínio potencial, mais afastado. No primeiro, as equações de NS são calculadas utilizando condições de contorno viscosas na parede (aderência); enquanto que no segundo, para escoamento incompressível, a equação de Laplace para o potencial de velocidades deve ser satisfeita com condições de escoamento distante não-perturbado. No entanto, determinar as condições de contorno de acoplamento na interface dos subdomínios pode ser uma tarefa complexa.

Neste trabalho, na linha do método de interação VNV para redução de domínio, o subdomínio viscoso é definido como um domínio reduzido, e o subdomínio potencial é toda a região fora do corpo (excluindo uma linha ou superfície à jusante para representar o efeito da esteira viscosa). A interface de acoplamento para determinar a solução do escoamento potencial é denominada *fronteira rotacional*, e está contida no interior dos subdomínios, Fig. 1.1(a). Contudo, vale ressaltar que essa fronteira é definida a partir da solução no subdomínio viscoso. É importante que a fronteira rotacional esteja localizada em uma região onde a vorticidade possa ser negligenciada. Para tal, a vorticidade é avaliada ao longo de *linhas de amostragem* normais à superfície do corpo e linha média da esteira (Fig. 1.1). No entanto, em casos específicos, isso pode tornar problemática a determinação da fronteira rotacional. Para corpos com saliências e concavidades na sua superfície, corpos rombudos, ou para problemas com múltiplos corpos, por exemplo, certas linhas podem ficar imersas na esteira viscosa, fazendo com que a vorticidade não atinja um valor desprezível, Fig. 1.1(b). Contudo uma superfície de colocação³ apropriada, ou *superfície auxiliar*, pode ser empregada para facilitar a construção das linhas de amostragem e avaliar a vorticidade desprezível de maneira consistente. A superfície auxiliar deve envolver parcialmente ou totalmente o corpo, totalmente a linha representativa da esteira e precisa estar dentro da região rotacional.

Para determinar a condição de contorno de acoplamento, a solução do escoamento potencial deve ser determinada de maneira interativa, aplicando condição de contorno de transpiração sobre a parede do corpo e linha da esteira, ou sobre uma superfície auxiliar. A condição de transpiração, por sua vez, pode ser formulada pelo princípio de decomposição potencial-vorticidade (mais conhecido como princípio de

³ No contexto potencial as superfícies de colocação são aquelas onde as condições de contorno são impostas.

decomposição de velocidades), tal que o campo de velocidades do escoamento viscoso pode ser expresso pela soma do gradiente de um potencial (parcela irrotacional) com uma parcela rotacional ou *vortical*. Nesse contexto, o escoamento potencial é denominado *potencial-viscoso*, pois, embora potencial, busca reproduzir (de maneira iterativa) o campo de velocidades do escoamento viscoso na fronteira rotacional. Então o conceito de decomposição de velocidades é aplicado para transferir informações da fronteira rotacional para a(s) superfície(s) de colocação e calcular a velocidade de transpiração correspondente. O campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso, por sua vez, é usado para impor a condição de contorno para as equações de NS sobre a fronteira do domínio reduzido. Trabalhar com um domínio computacional reduzido é uma das atuais contribuições dos métodos de interação VNV, e serve de principal motivação para o presente trabalho.

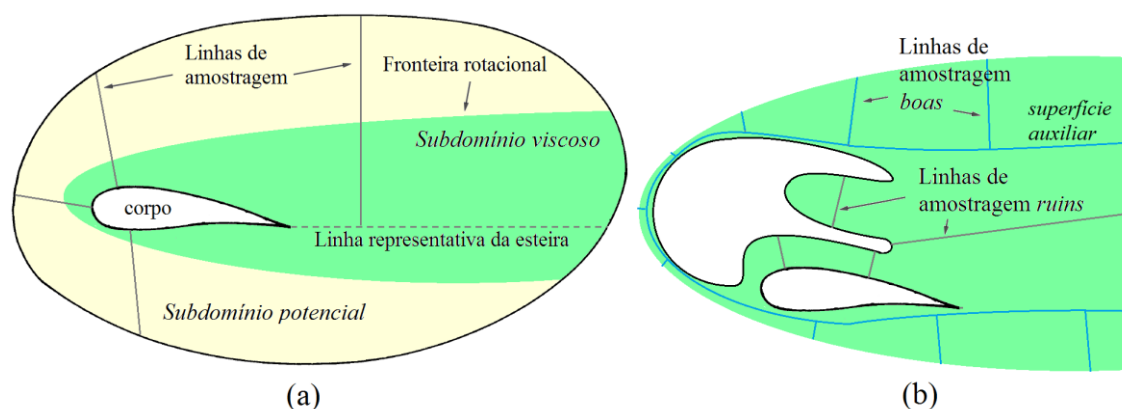


Fig. 1.1 (a) Esquema de decomposição de domínios. (b) Situações em que a determinação da fronteira rotacional pode se tornar problemática e representação da superfície auxiliar.

1.2 Revisão Bibliográfica

Em se tratando de problemas de escoamento externo, muitos pesquisadores desenvolveram abordagens de interação viscosa/não-viscosa (VNV) para tirar vantagem do fato de que na maior parte do domínio o escoamento é irrotacional. Uma abordagem comum envolve decompor as equações de Navier-Stokes (NS), decompondo as variáveis do problema (velocidade ou vorticidade) em diferentes componentes e resolvendo cada uma usando o método mais apropriado. Outro método de decomposição consiste em dividir o domínio computacional em subdomínios, de maneira que na região rotacional as equações de NS ou RANS são calculadas, enquanto que no restante utiliza-se a modelagem potencial. Contudo, algumas abordagens

razoavelmente diretas foram desenvolvidas para melhorar a solução do potencial de velocidades. Uma delas inclui o efeito da presença da camada limite viscosa através do clássico método de espessura de deslocamento (Lighthill, 1958). Finalmente, para melhorar a solução das equações de NS, o campo potencial pode ser utilizado como condição de contorno nas fronteiras do domínio computacional onde o escoamento é irrotacional.

No artigo de Lighthill (1958) foram apresentados quatro possíveis métodos para simular os efeitos viscosos na solução do escoamento potencial. Dentre eles, o mais difundido é o método de *fontes equivalentes*. Na literatura de aerodinâmica aplicada, a abordagem de fontes equivalentes de Lighthill é mais conhecida como método de *velocidade de transpiração*. Em trabalhos pioneiros de Piers *et al.* (1976), Dvorak *et al.* (1977), Hess (1977) e Lemmerman e Sonnad (1979), foi demonstrada a viabilidade do acoplamento entre a modelagem potencial e viscosa utilizando o método de transpiração de Lighthill, que apresentou vantagens computacionais significativas sobre o método alternativo de acréscimo de espessura de deslocamento, uma vez que, no primeiro a geometria é invariante durante o processo iterativo.

Um dos métodos atuais que tratam o problema de interação viscosa/não-viscosa se baseia no princípio de decomposição de velocidades, que consiste em expressar o campo de velocidades do escoamento viscoso como a soma de um componente irrotacional e outro rotacional (o que inclui a célebre decomposição de Helmholtz). O componente rotacional também é conhecido como componente vortical, pois está relacionado com o campo de vorticidade. Uma das abordagens do princípio de decomposição de velocidades envolve decompor as equações de NS e resolver cada componente usando o método mais apropriado. Em outra abordagem, o princípio de decomposição de velocidades pode ser considerado para reformular o potencial de velocidades, sendo possível derivar uma expressão mais geral da velocidade de transpiração de Lighthill. A abordagem teórica sobre a formulação exata da velocidade de transpiração é amplamente investigada nos artigos de Morino (1986), Morino *et al.* (1995) e Morino *et al.* (1999).

Na linha do princípio de decomposição de velocidades, no artigo de Shatalov e Hafez (2003), a equação da quantidade de movimento é utilizada para atualizar a parcela rotacional da velocidade satisfazendo as condições de contorno viscosas na

parede. A pressão está relacionada com o potencial de velocidades através de uma formulação generalizada da equação de Bernoulli, com inclusão de um termo responsável por simular os efeitos viscosos. Uma equação do tipo Poisson é resolvida em todo o campo para o potencial de velocidades, ao invés da pressão usada nos métodos convencionais. Shatalov e Hafez (2003) discutem que há possíveis benefícios na formulação proposta com relação aos métodos convencionais. Concluem, porém, que seriam necessários estudos adicionais para uma avaliação quantitativa da formulação, em particular no que tange a uma possível redução de custo computacional usando decomposição de domínios. Posteriormente, Hafez *et al.* (2006) aplicaram uma formulação semelhante para o estudo de escoamentos laminares e permanentes ao redor de aerofólios com sustentação. Hafez *et al.* (2006) concluem que a formulação apresentada pode ser vista como um método de decomposição de domínios baseado em um procedimento de interação viscosa/não-viscosa, podendo ser estendida para problemas de escoamento transiente.

No trabalho de Kendon *et al.* (2003) foi investigada uma decomposição semelhante às aquelas apresentadas no trabalho de Shatalov e Hafez (2003). No entanto a abordagem potencial é feita usando um método de elementos de contorno. A decomposição é usada para modificar as equações de NS que são resolvidas em um domínio computacional reduzido. O método é aplicado a casos bidimensionais e estendido para três dimensões.

Campana *et al.* (1995) e Iafrati e Campana (2003) investigaram e implementaram métodos de decomposição de domínio para reduzir os custos computacionais em domínio estendido para aplicações navais. Um modelo de escoamento viscoso multifásico é utilizado na região da superfície livre, enquanto que na região distante da interface é empregado um modelo potencial. As estratégias de acoplamento investigadas fazem uso do campo de velocidade potencial como condição de contorno das equações RANS. Os resultados da decomposição do domínio são comparados com os resultados viscosos e potenciais, obtidos resolvendo as equações correspondentes em todo o domínio, e com dados experimentais. Uma técnica semelhante é introduzida no trabalho de Chen e Lee (1996), no entanto ela emprega uma formulação de potencial de velocidade não linear. A mesma técnica de acoplamento é aplicada com poucas interações entre as soluções viscosa e potencial. Os

resultados numéricos demonstram a capacidade do método de acoplamento iterativo para obter soluções acuradas das equações RANS.

Kim *et al.* (2005) utilizaram a decomposição do tipo Helmholtz para derivar as equações RANS complementares, que são similares às equações RANS, mas são expressas em termos do potencial e um componente complementar de velocidade. Dado um campo potencial, as equações RANS complementares podem ser resolvidas para o componente rotacional, e a velocidade do escoamento viscoso pode ser determinada pela soma dessas partes. Foi observado que a componente rotacional depende do campo potencial, fazendo com que a decomposição não seja única. Para minimizar o domínio computacional das equações RANS para a componente rotacional, é necessário determinar um campo potencial que capture um campo de velocidade viscoso em uma fronteira fora da camada limite e esteira. Kim *et al.* (2005) alcançaram bons resultados usando este método para escoamentos laminares e turbulentos. No entanto, eles descobriram que, sem a redução do domínio, o método de solução utilizando as equações RANS complementares não reduz o tempo computacional quando comparado com as equações RANS convencionais. A principal conclusão dos autores foi que, as equações RANS complementares funcionam bem, mas não fornecem economia computacional.

No trabalho de Edmund *et al.* (2011), foram feitas melhorias no trabalho original de Kim *et al.* (2005), introduzindo um termo de velocidade de transpiração na modelagem potencial. As equações RANS complementares foram resolvidas usando o potencial de velocidade com o clássico método de transpiração de Lighthill, e uma ligeira redução do custo computacional foi alcançada. No entanto essa abordagem foi descartada em favor de uma abordagem mais direta.

Ainda sobre o artigo de Kim *et al.* (2005), foi discutido na tese de Edmund. (2012) que, para redução do domínio computacional, é essencial simular os efeitos da viscosidade no escoamento potencial. Mas se a solução do potencial satisfaz a condição de impenetrabilidade⁴, ela não representará com acurácia a velocidade do escoamento viscoso em regiões pouco afastadas do corpo, mesmo se nessas regiões os efeitos da

⁴ A condição de impenetrabilidade implica que o fluxo normal à superfície do corpo e à linha de esteira seja nulo.

vorticidade forem insignificantes. O processo de simular os efeitos viscosos sobre o campo potencial depende da decomposição de velocidades, mas não requer que o componente rotacional seja resolvido diretamente. É mais eficiente utilizar as equações NS para resolver os campos no domínio reduzido e expressar a componente rotacional como a diferença entre o componente viscoso e o componente potencial ao invés de resolver as equações NS complementares para a componente rotacional. Desse modo, o termo adicional introduzido pela decomposição da equação da quantidade de movimento é desprezado.

Como Edmund (2012) observou, a decomposição de velocidades não é única para um dado campo de velocidades total. Assim, para reduzir o domínio computacional, deve ser determinada uma decomposição de velocidades em que o componente rotacional vai para zero à medida que a vorticidade diminui a nível desprezível longe do corpo e esteira. Para anular a componente rotacional, o campo de velocidades total deve ser igual ao campo potencial fora da região da camada limite e esteira. O potencial de velocidades deve, portanto, incluir de alguma maneira os efeitos da camada limite e esteira.

Em função dessas observações, Edmund (2012) e Edmund *et al.* (2013) desenvolveram uma metodologia que emprega simultaneamente a decomposição de domínios e de velocidades para resolver as equações de NS em problemas de escoamento externo. No contexto da decomposição de domínios, o subdomínio viscoso abrange a região rotacional do escoamento (domínio reduzido), enquanto que o subdomínio potencial é toda região externa ao corpo e a linha da esteira. Já no contexto do princípio de decomposição de velocidades, o escoamento no subdomínio potencial é chamado de potencial-viscoso, pois emprega condição de contorno de transpiração que depende do campo de velocidades do escoamento viscoso sobre a interface de acoplamento entre os subdomínios. Essa interface corresponde a uma fronteira externa ao corpo e esteira. O componente vortical da velocidade, que é solenoidal, é calculado para transferir informação dessa fronteira para o corpo e esteira, e para calcular as velocidades de transpiração correspondentes.

Em geral, as abordagens que utilizam a decomposição de domínios são sensíveis à localização da interface de acoplamento entre a solução potencial e viscosa. Além

disso, especificar incorretamente as condições de contorno na interface pode resultar em descontinuidades nos campos de velocidade e pressão. Um aspecto importante na tese de Edmund (2012) é o critério para determinar aquela interface. Para tal, é usado um critério de vorticidade limite, no qual a vorticidade (em módulo) é avaliada ao longo de linhas de amostragem normais ao corpo e linha de esteira. A localização da interface de acoplamento, denominada fronteira rotacional ou vortical, é aquela onde uma diminuta fração da vorticidade limite de cada linha de amostragem é atingida.

Outro aspecto importante da tese de Edmund (2012) é a forma como as velocidades de transpiração no corpo e na linha de esteira são calculadas para serem usadas, a posteriori, no cálculo do escoamento de potencial-viscoso. Inspirado no trabalho de Morino (1986), ao integrar o divergente da velocidade vortical (que é solenoidal) ao longo da direção normal ao corpo e à linha de esteira, seu componente normal é colocado em termos de uma integral que deve ser calculada a partir da superfície do corpo/esteira até a fronteira rotacional. No entanto, para evitar o cálculo dessa integral diretamente, Edmund (2012) desenvolve um processo iterativo de modo que a convergência da velocidade de transpiração implique em anular aquele componente normal na fronteira rotacional. O campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso, por sua vez, é usado para impor a condição de contorno para o escoamento viscoso sobre a fronteira do subdomínio viscoso (domínio reduzido). Dentro das limitações práticas, a fronteira do domínio reduzido pode corresponder a uma fronteira externa à fronteira rotacional, onde as condições de contorno para o escoamento viscoso podem ser impostas mais facilmente. Os casos estudados no trabalho de Edmund (2012) envolveram problemas de escoamento laminar ou turbulento, bidimensional ou com simetria axial, para corpos esbeltos ou rombudos. Em todos os testes apresentados houve redução dos custos computacionais em comparação com a solução do escoamento no domínio estendido, onde a condição de escoamento não-perturbado é aplicada.

Rosemurgy (2014) e Rosemurgy *et al.* (2016) estenderam a abordagem de Edmund (2012) para problemas de aerodinâmica com sustentação, em regime laminar e turbulento. A abordagem é restrita a escoamentos bidimensionais, incompressíveis e permanentes. O destaque desse trabalho está na formulação do escoamento potencial-viscoso, que inclui efeito de circulação, capaz de capturar corretamente a perda de

sustentação devido ao descolamento, que é um efeito puramente viscoso. Os resultados são apresentados para o perfil NACA0012 variando o número de Reynolds e ângulo de ataque. Os autores concluem que a metodologia apresentada produz resultados acurados e possibilita elevada economia computacional.

Na linha dos trabalhos de Edmund (2012) e Rosemurgy (2014), Chen *et al.* (2015), Chen (2017) e Chen e Maki (2017) estendem o uso da abordagem de decomposição de velocidade para escoamento transiente. Para calcular um potencial-viscoso transiente, duas abordagens são propostas. Quando os efeitos transientes estão presentes em todo o campo, os componentes rotacional e potencial são dependentes do tempo. Uma abordagem baseada na velocidade instantânea permite que a solução do potencial-viscoso seja feita em um incremento de tempo diferente da solução viscosa. Em outra abordagem, baseada na velocidade média temporal, a dependência do tempo do potencial-viscoso pode ser negligenciada quando o escoamento fora da região rotacional é fracamente dependente do tempo. Então, o campo de velocidade com média temporal pode ser usado para calcular o potencial-viscoso para proporcionar economia considerável no custo computacional. Em Chen *et al.* (2015), para examinar a capacidade do método de simular escoamentos transientes, foram selecionadas como casos de teste problemas bidimensionais para escoamento laminar sobre uma placa e cilindro circular. Em Chen (2017), são apresentados resultados para escoamento tridimensional e turbulento sobre geometrias complexas, com concavidades e protuberâncias, tais como: casco de navio e um esferóide prolato.

Na linha metodológica dos trabalhos de Edmund (2012) e Rosemurgy (2014), os seguintes merecem citação. White *et al.* (2017) investigam a metodologia para problemas de superfície livre, aplicada ao escoamento ao redor de um casco de embarcação. O artigo de Rosemurgy *et al.* (2013) é uma versão preliminar do artigo de Rosemurgy *et al.* (2016), diferindo basicamente na formulação do escoamento potencial-viscoso. No artigo de Soares *et al.* (2020) foi proposto o uso de uma superfície auxiliar de transpiração (SAT) para facilitar a determinação da fronteira rotacional em problemas de escoamento ao redor de corpos rombudos. A metodologia é restrita a escoamento bidimensional, permanente, incompressível e laminar. Além disso, Soares *et al.* (2020) propuseram um critério de vorticidade alternativo, que consiste em

determinar, em uma linha de amostragem a partir da SAT, o ponto em que a vorticidade muda de sinal. Na sequência, Soares *et al.* (2022) empregaram a técnica da superfície auxiliar para casos de escoamento turbulento ao redor de múltiplos corpos. Os resultados obtidos pelos autores foram satisfatórios em termos de tempo computacional e cálculo dos campos do escoamento, mostrando que o uso da superfície auxiliar é uma excelente técnica para tratar casos onde se torna problemática a determinação da fronteira rotacional.

1.3 Justificativa

Visto que as simulações de CFD para problemas de escoamento externo podem demandar um grande esforço computacional, o presente trabalho apresenta uma metodologia de interação viscosa/não-viscosa para redução dos custos computacionais. Inspirada principalmente nos trabalhos de Edmund (2012) e Rosemurgy (2014), a metodologia proposta é baseada nos métodos de decomposição de domínio e decomposição de velocidades para resolver as equações de Navier-Stokes em um domínio computacional reduzido que abrange a região rotacional do escoamento. Para tal, um método de elementos de contorno de baixo custo computacional é utilizado para determinar a solução potencial na fronteira do domínio reduzido, situada na região irrotacional do escoamento. Além disso, uma tarefa crucial e relativamente complexa é determinar a fronteira de acoplamento (fronteira rotacional) entre as soluções potencial e viscosa.

Conforme já discutido nas seções anteriores, a fronteira rotacional é determinada através da avaliação da vorticidade ao longo de linhas de amostragem. Mas em algumas aplicações (corpos rombudos ou múltiplos corpos, por exemplo) isso pode se tornar uma difícil tarefa. Então, um primeiro aspecto é a construção de linhas de amostragem que permitam aplicar de forma consistente um critério de vorticidade desprezível. Para reduzir os desafios relacionados à determinação da fronteira rotacional, Chen (2017) empregou superfícies à jusante do corpo para evitar que as linhas de amostragem ficassem completamente submersas na esteira. No artigo de Soares *et al* (2020), foi proposto o uso de uma superfície auxiliar de transpiração para fornecer uma boa representação da fronteira rotacional em torno do corpo e da esteira.

O presente trabalho constitui também uma extensão do artigo de Soares *et al.* (2020) no que diz respeito ao uso da superfície auxiliar. Entretanto, motivado por esse aspecto, o presente trabalho propõe ainda o uso da superfície auxiliar para tratar problemas de múltiplos corpos. As linhas de amostragem são construídas a partir desta nova superfície (dentro do subdomínio viscoso), onde as condições de transpiração do escoamento potencial também devem ser satisfeitas.

Vale ressaltar que alguns dos resultados apresentados no presente trabalho foram aprimorados e publicados por Soares *et al.* (2022), e portanto, tais resultados publicados também foram considerados para serem apresentados nesta tese.

Finalmente, também é proposto um critério de vorticidade desprezível baseado no campo de pressão total. Esse novo critério consiste em determinar o ponto em que o valor do componente normal do gradiente da pressão total é nulo ao longo de uma linha de amostragem.

1.4 Objetivos

O objetivo geral dessa pesquisa é aplicar a abordagem de decomposição de domínio e decomposição de velocidades em problemas de escoamento com sustentação e aplicá-la a problemas com múltiplos corpos. Além disso, alguns parâmetros e procedimentos metodológicos também serão explorados. A metodologia proposta ainda estará restrita a escoamento bidimensional, incompressível e permanente. Os objetivos específicos consistem em:

- Aplicar a metodologia a problemas de escoamento laminar e turbulento para corpos com e sem o efeito de sustentação;
- Verificar a generalidade e viabilidade de um critério alternativo de vorticidade desprezível baseado no campo de pressão total;
- Verificar a viabilidade do uso da superfície auxiliar de transpiração para problemas de múltiplos corpos.

1.5 Delineamento do Trabalho

Este trabalho está dividido em 5 capítulos. Na sequência, o capítulo 2 apresenta a formulação teórica utilizada para descrever o escoamento potencial, seção 2.1; o escoamento viscoso (com abordagem RANS), seção 2.2; e a velocidade de transpiração, seção 2.3.

No capítulo 3, é apresentada a metodologia de implementação numérica proposta. A seção 3.1, apresenta a modelagem numérica do escoamento potencial-viscoso, o procedimento iterativo de cálculo da velocidade de transpiração, os sistemas de equações resultantes da aplicação das condições de contorno de transpiração, e os procedimentos de implementação do escoamento potencial-viscoso. Na seção 3.2, são discutidos os procedimentos e parâmetros de solução numérica do escoamento viscoso, que é calculado utilizando programa Ansys CFX®. A seção 3.3, apresenta a discussão sobre os critérios de vorticidade desprezível e sobre os procedimentos para determinação da fronteira rotacional. A seção 3.4 apresenta a discussão sobre os procedimentos e parâmetros da sistemática interativa da metodologia.

O capítulo 4 apresenta os resultados do escoamento viscoso obtidos no domínio reduzido. A seção 4.1 apresenta os resultados do escoamento laminar, sem incidência, sobre o perfil NACA 00012, com número de Reynolds igual a 2000. A seção 4.2 trata o escoamento turbulento, sem e com ângulo de incidência, sobre o perfil NACA 00012, com número de Reynolds igual a 10^6 . A seção 4.3 apresenta os resultados do escoamento laminar sobre um cilindro quadrado com número de Reynolds igual a 60. Esses resultados foram obtidos no artigo de Soares. *et al.* (2020). As seções 4.4 e 4.5 tratam os problemas de múltiplos corpos. Na seção 4.4 são apresentados os resultados do escoamento laminar ao redor de dois cilindros quadrados alinhados na vertical, e na seção 4.5 são apresentados os resultados do escoamento turbulento sobre o perfil 30P30N, que é composto por um *slot* e um *flap*. Na seção 4.6 são apresentados os resultados publicados por Soares *et al.* (2022), que constitui parte dos casos apresentados nesta tese com algumas análises adicionais. Para finalizar o capítulo 4, a seção 4.7 apresenta a discussão dos resultado obtidos no subdomínio viscoso.

Finalmente, o capítulo 5 apresenta as conclusões e as propostas para dar continuidade ao presente trabalho. Na sequência, estão apresentadas as referências bibliográficas.

Capítulo 2

Formulação Teórica

Este capítulo aborda as formulações matemáticas básicas para descrever o escoamento potencial e o escoamento viscoso incompressível. A seção 2.1 mostra a formulação do potencial de velocidades utilizado para descrever o escoamento potencial-puro (com condição de contorno de impenetrabilidade) e escoamento potencial-viscoso (com condição de contorno de transpiração). A seção 2.2 mostra as equações governantes do escoamento viscoso, o tratamento para modelagem da turbulência, e as condições de contorno aplicadas no subdomínio viscoso (domínio reduzido). Finalmente, a seção 2.3 mostra a teoria e o desenvolvimento do cálculo da velocidade de transpiração utilizando o princípio de decomposição de velocidades, e as condições de circulação para escoamentos com sustentação.

2.1 Escoamento Potencial Incompressível

Considerando o caso de escoamento externo e bidimensional de um fluido não viscoso em um subdomínio potencial, $\mathcal{D}_p$ (Fig. 2.1), então: U_∞ é o módulo da velocidade do escoamento incidente, α é o ângulo de incidência do escoamento incidente, $\mathcal{S}_c$ representa a fronteira que coincide com a parede do corpo, $\mathcal{S}_e$ é uma linha representativa do efeito de uma possível esteira viscosa e $\mathcal{S}_\infty$ é a fronteira localizada no infinito onde a condição de escoamento não-perturbado é satisfeita.

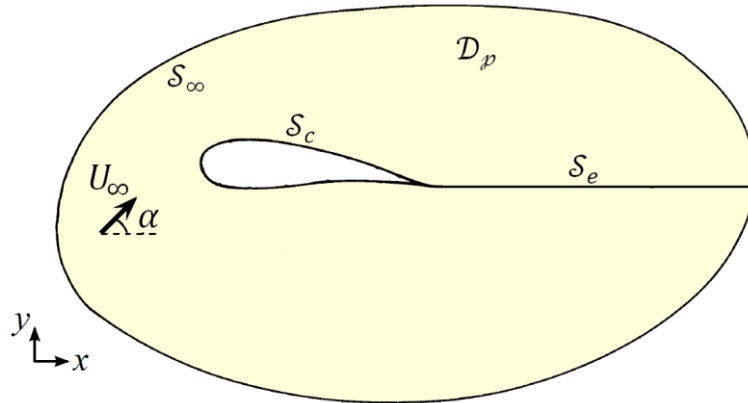


Fig. 2.1 Nomenclatura utilizada para descrever o subdomínio potencial.

Quando o escoamento é potencial, isso significa que ele é irrotacional, e, portanto, o rotacional do campo de velocidades $\vec{v}$ é nulo:

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = \vec{0} \quad \text{em } \mathcal{D}_p. \quad (2.1)$$

Nesse caso, o campo de velocidades pode ser descrito pelo gradiente de uma função escalar Φ , denominada potencial de velocidades⁵:

$$\vec{v} = \vec{\nabla} \Phi \quad \text{em } \mathcal{D}_p. \quad (2.2)$$

Além disso, em se tratando de escoamento incompressível, o divergente do campo de velocidade é nulo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{em } \mathcal{D}_p. \quad (2.3)$$

Então, substituindo a Eq. (2.2) na Eq. (2.3), é obtida a Equação de Laplace para o potencial de velocidades:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{em } \mathcal{D}_p. \quad (2.4)$$

Qualquer conjunto de soluções particulares da Eq. (2.4) pode ser combinado linearmente para obter outra solução (princípio da superposição linear), denominada potencial total de velocidades. Isso torna possível que escoamentos potenciais sejam associados a uma série de singularidades (que podem ser do tipo: fontes, dipolos e vórtices) que também compartilham da propriedade de incompressibilidade e

⁵ Isso é possível devido a seguinte identidade vetorial: $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \Phi = \vec{0}$, o que satisfaz a Eq. (2.1).

irrotacionalidade em particular. A indução de um conjunto de singularidades sobre um escoamento incidente é capaz de representar, dentro das devidas limitações, o escoamento potencial ao redor de um corpo.

A equação de Laplace é a equação governante do potencial de velocidades, e é resolvida usando o método integral de contorno, amplamente discutido na literatura (Katz e Plotkin, 1991). Então, as identidades de Green⁶ são utilizadas para expressar o potencial de velocidades em função da densidade de singularidades (do tipo fontes e dipolos) distribuídas sobre as fronteiras do subdomínio potencial. Entretanto, no presente trabalho a formulação do potencial de velocidades é baseada na abordagem apresentada por Hess e Smith (1967). Nessa abordagem o potencial de velocidades, Φ , é descrito em função da distribuição de singularidades do tipo fontes e vórtices sobre o corpo, e fontes sobre a linha representativa da esteira, logo:

$$\Phi(\mathcal{X}) = \Phi_{\infty} + \int_{\mathcal{S}_c} \left[\frac{q(\mathcal{S})}{2\pi} \ln r - \frac{\gamma}{2\pi} \theta \right] d\mathcal{S} + \int_{\mathcal{S}_e} \frac{q(\mathcal{S})}{2\pi} \ln r d\mathcal{S} \quad \text{em } \mathcal{D}_p, \quad (2.5)$$

onde Φ_{∞} é o potencial de velocidades devido ao escoamento incidente; q e γ são as densidades de fontes e vórtices, respectivamente; r é a distância entre os pontos de cálculo ($\mathcal{X}$) e integração ($\mathcal{S}$), enquanto θ é o ângulo formado entre os vetores unitários na direção $\mathcal{S}$ e r , Fig. 2.2(a). Note que na formulação de Hess e Smith (1967) a densidade de fontes é variável ao longo de $\mathcal{S}$, enquanto que a densidade dos vórtices é constante (ou variável, mas depende de um único parâmetro). As fontes têm a função principal de representar o corpo e simular a presença da esteira viscosa, enquanto que os vórtices são responsáveis pelos efeitos de circulação associados à assimetria do escoamento e pelo surgimento de uma força de sustentação.

No caso em que a superfície do corpo e da esteira são substituídas por uma superfície auxiliar (Soares *et al.*, 2020), $\mathcal{S}_a$ (Fig. 2.2(b)), a Eq. (2.5) pode ser reescrita como:

$$\Phi(\mathcal{X}) = \Phi_{\infty} + \int_{\mathcal{S}_a} \left[\frac{q(\mathcal{S})}{2\pi} \ln r - \frac{\gamma}{2\pi} \theta \right] d\mathcal{S} \quad \text{em } \mathcal{D}_p. \quad (2.6)$$

⁶ As identidades de Green podem ser interpretadas como uma versão bidimensional do teorema fundamental do cálculo. Conhecendo os valores das incógnitas (densidade de singularidades) sobre os limites do domínio é possível calcular o potencial de velocidades em qualquer ponto dentro do domínio, e vice-versa.

Vale ressaltar que nesse caso, a superfície auxiliar deve envolver parcialmente ou totalmente o corpo, totalmente a linha representativa da esteira e precisa estar dentro da região rotacional quando for sobreposta ao subdomínio viscoso.

A superposição do escoamento incidente com as singularidades fornece uma solução que só é única satisfazendo condições de contorno sobre a(s) superfície(s) de colocação e no infinito, além de uma condição de unicidade em problemas com circulação (condição de Kutta num bordo de fuga, por exemplo). Dessa maneira, uma condição de contorno é imposta sobre as superfícies de colocação, enquanto que a condição de escoamento não-perturbado (no infinito) é satisfeita naturalmente⁷, Eq. (2.7).

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi = \Phi_{\infty} \quad \text{em } S_{\infty}. \quad (2.7)$$

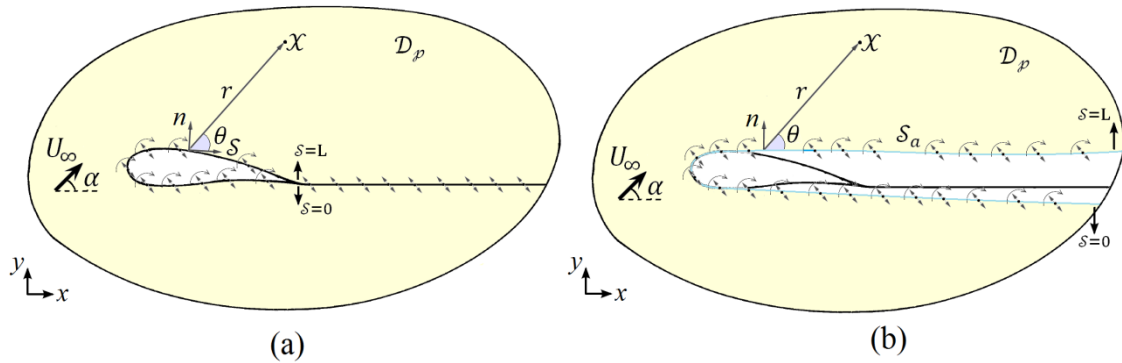


Fig. 2.2 (a) Esquema da distribuição de fontes e vórtices sobre o corpo e fontes sobre a esteira. (b) Distribuição de fontes e vórtices sobre uma superfície auxiliar.

2.1.1 Condições de Contorno para o Escoamento Potencial-Puro

O primeiro procedimento da sistemática interativa da metodologia proposta neste trabalho consiste em determinar uma solução potencial preliminar para inicializar a resolução do escoamento viscoso no domínio reduzido. Para tal, são utilizadas as condições de Newmann (no contorno) e a condição de Kutta para determinar as

⁷ Isso ocorre, pois o gradiente dos potenciais de influência das fontes ($\ln r$) e dos vórtices (θ) resulta em um campo de velocidades que é inversamente proporcional à distância r .

densidades de fontes e vórtices. A condição de Newmann é aplicada na Eq. (2.5) ou (2.6) para satisfazer a condição de impenetrabilidade, Eq. (2.8), enquanto que a condição de Kutta é aplicada igualando as velocidades tangenciais no bordo de fuga do corpo ou nas extremidades da superfície auxiliar para evitar a circulação do escoamento nesses pontos, Eq. (2.9).

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad \text{em } \mathcal{S}_c + \mathcal{S}_e \text{ ou } \mathcal{S}_a \quad (2.8)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathcal{S}} \right|_{\mathcal{S}=0} = - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathcal{S}} \right|_{\mathcal{S}=L} \quad \text{em } \mathcal{S}_c \text{ ou } \mathcal{S}_a. \quad (2.9)$$

Na Eq. (2.8), n é a coordenada normal à $\mathcal{S}$; enquanto que na Eq. (2.9), ambos os membros representam a velocidade na direção $\mathcal{S}$ (velocidade tangencial), sendo que $\mathcal{S} = 0$ e $\mathcal{S} = L$ representam o início e o fim da respectiva fronteira $\mathcal{S}$ (intradorso e extradorso do bordo de fuga, respectivamente, Fig. 2.2). Após obter a solução para as densidades das fontes e dos vórtices, a velocidade induzida em $\mathcal{D}_p$ é determinada usando a Eq. (2.2).

O principal aspecto do uso de uma superfície auxiliar é facilitar a construção das linhas de amostragem, onde um critério de vorticidade desprezível é avaliado ao longo dessas linhas para determinar a fronteira rotacional. Daí então, o campo de velocidades do escoamento viscoso é utilizado para determinar a solução do escoamento potencial-viscoso. Mas é importante observar que para satisfazer corretamente a condição da Eq. (2.8), a superfície $\mathcal{S}_a$ teria que ser uma linha de corrente. Entretanto, no contexto da presente metodologia, a $\mathcal{S}_a$ não tem que representar o escoamento potencial relacionado à geometria do problema, mas tem que representar da melhor maneira o escoamento viscoso longe do corpo e da esteira (com ou sem transpiração). Vale ressaltar que, especialmente no caso de corpos rombudos, uma escolha adequada da superfície auxiliar pode permitir uma solução preliminar mais realista do que aquela obtida com a condição (2.8) imposta na superfície do próprio corpo. Finalmente, com relação ao uso da condição (2.8), outras suposições podem ser consideradas (com base nas equações da camada limite, por exemplo), desde que o custo computacional não seja alto.

Neste trabalho, o potencial de velocidades que satisfaz as Eqs. (2.8) e (2.9) é denominado *potencial-puro* (Φ), e o campo de velocidades resultante é utilizado como

condição de contorno inicial do escoamento viscoso sobre a fronteira do subdomínio viscoso (domínio reduzido).

2.2 Escoamento Viscoso – Equações de Navier-Stokes

Considerando o escoamento externo e bidimensional de um fluido viscoso em um subdomínio $\mathcal{D}_v$ (Fig. 2.3), então: U_∞ , α e $\mathcal{S}_c$ são definidos como antes, $\mathcal{S}_d$ representa a fronteira do domínio onde são impostas as condições de contorno de velocidade, $\mathcal{S}_\infty$ representa a fronteira onde comumente é imposta a condição de pressão no infinito, e finalmente, δ é a fronteira que separa a região rotacional da região irrotacional (fronteira rotacional).

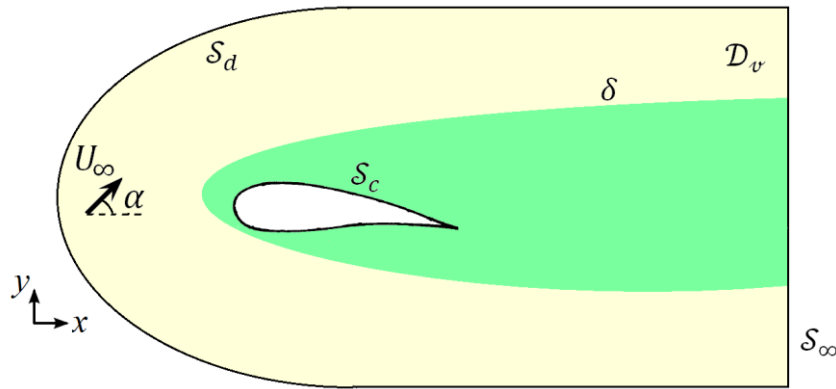


Fig. 2.3 Nomenclatura das fronteiras do subdomínio viscoso.

As equações governantes da dinâmica dos fluidos são deduzidas através dos princípios de conservação da massa e quantidade de movimento. Em se tratando de escoamentos incompressíveis, o princípio da conservação da massa resulta na equação da continuidade, Eq. (2.10). Já as equações de quantidade de movimento para um fluido newtoniano (viscosidade constante) resultam nas conhecidas equações de Navier-Stokes (NS), Eq. (2.11).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{em } \mathcal{D}_v, \quad (2.10)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = -\vec{\nabla} p + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad \text{em } \mathcal{D}_v, \quad (2.11)$$

onde ρ e μ são a massa específica e a viscosidade dinâmica do fluido, $\vec{u}$ é o campo de velocidades do escoamento viscoso e p é a pressão estática acrescida de efeitos gravitacionais.

As soluções analíticas das Eqs. (2.10) e (2.11) são raras. Para problemas de engenharia que envolvem geometrias complexas, essas equações devem ser discretizadas e resolvidas numericamente. O primeiro termo do membro esquerdo da Eq. (2.11) representa os efeitos não-permanentes do escoamento (aceleração local), enquanto que o segundo contém os termos não lineares (ou convectivos), tornando necessário em geral o uso de métodos numéricos iterativos para resolvê-los. Já o membro direito contém as variações de pressão estática e os termos de segunda ordem (ou difusivos) associados aos efeitos viscosos.

2.2.1 Equações de Navier-Stokes com Médias de Reynolds (RANS)

Na maioria dos escoamentos externos estudados em engenharia, predomina o regime turbulento, que é caracterizado por possuir elevado número de Reynolds. O escoamento turbulento é instável e transiente devido ao fato de que pequenas perturbações geradas próximas ao corpo são naturalmente amplificadas. Contudo, essas perturbações podem ser dissipadas rapidamente. Então, para muitos dos problemas práticos é suficiente conhecer o valor médio dos campos de interesse.

A técnica introduzida por Reynolds (1895) consiste em decompor os campos do escoamento em duas parcelas: uma média e uma flutuante, Eqs. (2.12) e (2.13).

$$\vec{u} = \bar{\vec{u}} + \vec{u}' \quad \text{em } \mathcal{D}_v, \quad (2.12)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad \text{em } \mathcal{D}_v. \quad (2.13)$$

onde $\bar{\vec{u}}$ e $\bar{p}$ são as parcelas médias dos campos de velocidade e pressão, respectivamente; e $\vec{u}'$ e p' as flutuações no tempo. Substituindo as Eqs. (2.12) e (2.13) nas Eqs. (2.10) e (2.11) são obtidas as equações do escoamento turbulento médio.

$$\vec{\nabla} \cdot \bar{\vec{u}} = 0 \quad \text{em } \mathcal{D}_v, \quad (2.14)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{\vec{u}}}{\partial t} + \rho (\bar{\vec{u}} \cdot \vec{\nabla}) \bar{\vec{u}} = -\vec{\nabla} \bar{p} + \vec{\nabla} \cdot \left[\mu \left(\vec{\nabla} \bar{\vec{u}} + \vec{\nabla} \bar{\vec{u}}^T \right) - \rho \overline{\vec{u}' \vec{u}'} \right] \quad \text{em } \mathcal{D}_v. \quad (2.15)$$

As Eqs. (2.14) e (2.15) são conhecidas como equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (abreviatura em inglês, RANS). O segundo termo do membro

direito da Eq. (2.15) é notoriamente diferente das equações de Navier-Stokes, Eq. (2.11). O primeiro termo dentro dos colchetes é o tensor de tensões viscosas, e o sobescrito T indica o transposto do tensor $\vec{\nabla} \vec{u}$, enquanto que no segundo está incluído o efeito das flutuações, $-\rho \overline{u' u'}$ (denominado tensor de Reynolds), resultante das operações feitas no termo convectivo das equações de Navier-Stokes.

2.2.2 Modelagem da Turbulência

Para simplificar a modelagem do tensor de Reynolds, a hipótese de Boussinesq é empregada para expressá-lo em função da *viscosidade turbilhonar* (μ_t), Eq. (2.16), que é uma propriedade do escoamento turbulento médio e que pode variar no espaço e no tempo.

$$\rho \overline{u' u'} = -\mu_t \left(\vec{\nabla} \vec{u} + \vec{\nabla} \vec{u}^T \right) + \frac{2}{3} \rho k \vec{I} \quad \text{em } \mathcal{D}_v, \quad (2.16)$$

onde $k = \frac{1}{2} \text{tr} \left(\overline{u' u'} \right)$ é a energia cinética específica, enquanto $\vec{I}$ é o tensor identidade. A hipótese de Boussinesq é utilizada nos modelos de turbulência de Spalart-Allmaras, Kappa-Ômega ($k - \Omega$), Kappa-Épsilon ($k - \varepsilon$), entre outros. Esses modelos empregam equações de transporte para as variáveis que caracterizam a turbulência, tais como viscosidade turbilhonar, energia cinética e taxas de dissipação.

Neste trabalho foi adotado o modelo de turbulência $k - \Omega$ *Shear Stress Transport* ($k - \Omega$ SST), desenvolvido por Menter (1994, 1996). A abordagem SST do modelo $k - \Omega$ utiliza simultaneamente os modelos $k - \Omega$ e $k - \varepsilon$. Nas regiões parietais, é empregado o modelo $k - \Omega$; já nas regiões mais afastadas do corpo, é empregado o modelo $k - \varepsilon$. Essa composição de modelos torna o modelo $k - \Omega$ SST confiável e acurado.

Para determinar a viscosidade turbilhonar, o modelo $k - \Omega$ SST emprega duas equações de transporte, uma para energia cinética específica, k (Eq. (2.17)), e outra para a taxa de dissipação específica, Ω (Eq. (2.18)).

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\lambda_k} \right) \frac{\partial}{\partial x_i} k \right] + G_k - Y_k + S_k \quad \text{em } \mathcal{D}_v, \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\Omega\bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\lambda_\Omega} \right) \frac{\partial}{\partial x_i} \Omega \right] + G_\Omega - Y_\Omega + S_\Omega \quad \text{em } \mathcal{D}_v. \quad (2.18)$$

Na Eq. (2.17), G_k é a parcela de geração de energia cinética específica, enquanto que na Eq. (2.18) G_Ω é a geração da taxa de dissipação. Os termos $\left(\mu + \frac{\mu_t}{\lambda} \right)$ presentes em ambas as equações representam a difusividade efetiva de k e Ω , enquanto λ_k e λ_Ω são constantes de turbulência de Prandtl para energia cinética e taxa de dissipação. Y_k e Y_Ω são os termos de dissipação, e finalmente, S_k e S_Ω são termos fonte, responsáveis por incluir efeitos externos. Os termos com subscrito “ i ” representam somatórios (convenção de soma de Einstein) com $i = 1$ até 3.

2.2.3 Condições de Contorno no Domínio Reduzido

O domínio reduzido usado para resolver as equações de NS (ou RANS) abrange a região rotacional do escoamento, Fig. (2.3). Comparando com um domínio extenso, típico de simulação de escoamento externo, a maioria das condições de contorno permanece a mesma. A condição de escorregamento nulo sobre a parede do corpo é uma delas, Eq. (2.19).

$$\vec{u} = \vec{0} \quad \text{em } \mathcal{S}_c. \quad (2.19)$$

A condição de pressão no infinito imposta em $\mathcal{S}_\infty$ também pode ser mantida, e, portanto $\mathcal{S}_\infty$ deve estar localizada a uma distância suficientemente longa do corpo.

No entanto, para domínios reduzidos a condição de escoamento não-perturbado não pode ser aplicada na fronteira $\mathcal{S}_d$, pois ainda há forte influência do corpo e esteira. Entretanto, se essas fronteiras estão localizadas fora da região do escoamento rotacional, a solução do escoamento potencial-puro pode ser imposta como condição de contorno, a priori, para resolver as equações de NS no domínio reduzido.

$$\vec{u}^{(0)} = \vec{\nabla}\Phi \quad \text{em } \mathcal{S}_d \quad (2.20)$$

Essa condição é comumente reconhecida na literatura como correção de *farfield*, (Thomas e Salas, 1986), e é empregada muitas vezes porque é uma aproximação melhor do que usar a velocidade do escoamento não-perturbado. Mas para resolver as equações de NS em um domínio reduzido em que na maior parte o escoamento é rotacional, então

a condição (2.20) deve ser aplicada de maneira iterativa. Para isso é necessário melhorar a solução do campo de velocidades do escoamento potencial, em $\mathcal{S}_d$, utilizando condição de contorno de transpiração na(s) superfície(s) de colocação.

A condição de contorno (2.20) conduz à solução preliminar do escoamento viscoso (interação $int = 0$), permitindo que a fronteira rotacional δ (Fig. 2.3) seja determinada aplicando um critério de vorticidade desprezível. Com o campo de velocidades do escoamento viscoso em δ , a condição de contorno do escoamento potencial-viscoso pode ser formulada através do princípio de decomposição de velocidades. Então, a solução do escoamento potencial-viscoso é determinada, e o campo de velocidades pode ser calculado em $\mathcal{S}_d$. Assim, o processo iterativo entre o escoamento potencial-viscoso e o escoamento viscoso se desenvolve, atualizando a condição de contorno sobre a fronteira do domínio reduzido, Eq. (2.21).

$$\vec{u}^{(int)} = \vec{\nabla}\varphi^{(int)} \quad \text{em } \mathcal{S}_d, int \geq 1, \quad (2.21)$$

onde φ representa o potencial-viscoso de velocidades.

2.3 Escoamento Potencial-Viscoso

O potencial-viscoso de velocidades também é descrito pela Eq. (2.5) ou (2.6), basta trocar Φ por φ . Então, a diferença mais importante entre os escoamentos potencial-puro (Φ) e potencial-viscoso (φ) é a condição de contorno para a velocidade normal à(s) superfície(s) de colocação. No primeiro é imposta condição de contorno de impenetrabilidade ($\partial\Phi/\partial n = 0$); enquanto que no segundo é imposta condição de contorno de transpiração ($\partial\varphi/\partial n \neq 0$). O efeito da transpiração está relacionado com o deslocamento das linhas de corrente causado pelas camadas viscosas, e uma formulação com base nesse deslocamento poderia ser empregada (Lighthill, 1958). Contudo, neste trabalho a formulação da condição de contorno de transpiração é baseada no princípio de decomposição de velocidades.

Por outro lado, assim como no escoamento potencial-puro, a densidade dos vórtices também é responsável pelos efeitos da circulação, e a condição (2.9) pode ser imposta para o potencial-viscoso de velocidades. No entanto, uma alternativa é usar o

teorema de Kutta-Joukowski, que relaciona a força de sustentação do escoamento viscoso com a densidade dos vórtices.

2.3.1 Princípio de Decomposição de Velocidades

No princípio de decomposição de velocidades, o campo de velocidades do escoamento viscoso, $\vec{u}$, é decomposto em uma parcela irrotacional e outra rotacional, Eq. (2.22).

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\varphi + \vec{w} \quad \text{em } \mathcal{D}_v, \quad (2.22)$$

$$\vec{\nabla}\varphi = \vec{u} - \vec{w} \quad \text{em } \mathcal{D}_p, \quad (2.23)$$

onde $\vec{\nabla}\varphi$ corresponde ao campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso; enquanto $\vec{w}$ é a parcela rotacional, denominada velocidade vortical. A velocidade vortical é qualquer solução particular da Eq. (2.24), que pode ser verificada tomando o rotacional da Eq. (2.22).

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{w} \quad \text{em } \mathcal{D}_v, \quad (2.24)$$

onde $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u}$ é o campo de vorticidade.

A decomposição da Eq. (2.22) é válida para qualquer campo vetorial, e a Eq. (2.24), além de necessária, é uma condição suficiente para validade da Eq. (2.22) ou Eq. (2.23). Além disso, a decomposição da Eq. (2.22) é bastante geral, o que inclui a clássica decomposição de Helmholtz. As decomposições apresentadas por Morino *et al.* (1999), denominadas decomposição *E* e decomposição *W*, têm a característica distintiva de que a velocidade vortical, em casos práticos, é nula em toda região irrotacional. No caso da decomposição *E* as seguintes condições para a velocidade vortical devem ser satisfeitas:

$$\vec{w} = w_\delta \hat{s} + w_n \hat{n} \quad \text{em } \mathcal{D}_\delta, \quad (2.25)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{w} = 0 \quad \text{em } \mathcal{D}_\delta \quad (2.26)$$

$$\vec{w}(\delta) = 0 \quad \text{em } \delta. \quad (2.27)$$

onde $\mathcal{D}_\delta$ é a região vortical limitada pela fronteira rotacional δ , também chamada de fronteira vortical, Fig. 2.4.

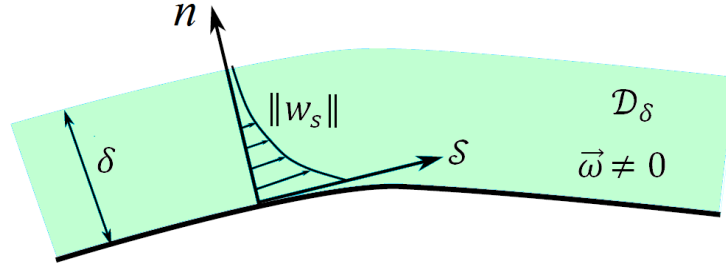


Fig. 2.4 Esquema da região vortical e do sistema de coordenadas local em $\mathcal{S}$.

2.3.2 Condição de Contorno de Transpiração para o Potencial-Viscoso

Definindo a velocidade de transpiração como $v_{tr} = \partial\varphi/\partial n$, então essa transpiração pode ser determinada escrevendo a Eq. (2.23) na direção normal à(s) superfície(s) de colocação, logo:

$$v_{tr} = -w_n \quad \text{em } \mathcal{S}_c + \mathcal{S}_e, \quad (2.28)$$

$$v_{tr} = u_n - w_n \quad \text{em } \mathcal{S}_a, \quad (2.29)$$

onde w_n é o componente normal da velocidade vortical, enquanto u_n é o componente normal da velocidade do escoamento viscoso.

Na Eq. (2.28), u_n é nulo sobre o corpo ($\mathcal{S}_c$) e sobre a linha média da esteira ($\mathcal{S}_e$), parte devido à condição de aderência sobre $\mathcal{S}_c$ (Eq. (2.19)), e parte devido à $\mathcal{S}_e$ ser considerada uma linha de corrente. Quanto à Eq. (2.29), u_n deve ser conhecido sobre $\mathcal{S}_a$. Portanto, é necessário determinar o componente w_n . Para tal, neste trabalho é utilizada a decomposição E (Morino *et al.*, 1999), que satisfaz as condições (2.25) a (2.27). Então, w_n pode ser calculado utilizando a Eq. (2.25) para desenvolver a Eq. (2.26) em um sistema cartesiano local ($\mathcal{S}, n$), Fig. 2.4; e assim integrar esse resultado na direção normal à(s) superfície(s) de colocação (local onde é assumido $n = 0$):

$$w_n = \int_0^\delta \frac{\partial w_s}{\partial \mathcal{S}} dn + w_n(\delta) \quad \text{em } \mathcal{S}_c + \mathcal{S}_e \text{ ou } \mathcal{S}_a. \quad (2.30)$$

O limite superior de integração é estrategicamente escolhido para coincidir com a fronteira rotacional para que a condição (2.27) possa ser aplicada, logo:

$$w_n = \int_0^\delta \frac{\partial w_s}{\partial \mathcal{S}} dn \quad \text{em } \mathcal{S}_c + \mathcal{S}_e \text{ ou } \mathcal{S}_a. \quad (2.31)$$

Então, esse resultado pode ser substituído nas Eqs. (2.28) ou (2.29) para definir a condição de contorno de transpiração para o escoamento potencial-viscoso:

$$v_{tr} = - \int_0^\delta \frac{\partial w_s}{\partial \mathcal{S}} dn \quad \text{em } \mathcal{S}_c + \mathcal{S}_e, \quad (2.32)$$

$$v_{tr} = u_n - \int_0^\delta \frac{\partial w_s}{\partial \mathcal{S}} dn \quad \text{em } \mathcal{S}_a. \quad (2.33)$$

A Eq. (2.31) produz uma expressão muito próxima daquela do método de fontes equivalentes de Lighthill (1958)⁸. A principal diferença é que na Eq. (2.31) é usado o campo de velocidades potencial ao invés da velocidade imediatamente fora da camada-limite. Isso pode ser verificado decompondo a Eq. (2.22) ou (2.23) na direção s , e substituindo w_s na Eq. (2.31). Além disso, em contraste com o método de Lighthill, a abordagem pela decomposição E permite descrever o escoamento potencial (potencial-viscoso) como: $\vec{\nabla}\varphi = \vec{u}$ na região irrotacional, e $\vec{\nabla}\varphi = \vec{u} - \vec{w}$ na região vortical $\mathcal{D}_\delta$.

2.3.3 Condição de Circulação para o Potencial-Viscoso

No escoamento potencial-puro a condição de Kutta é aplicada para garantir que o bordo de fuga do corpo seja um ponto de estagnação (ou com velocidades iguais no extradorso e intradorso). Quando a condição de Kutta é satisfeita, o campo de velocidade é suave à medida que o fluido escoar nas proximidades do bordo de fuga (sem contorná-lo). Essencialmente, essa condição é uma restrição física adicional no potencial de velocidades, que é usado para determinar o valor da circulação ligada ao corpo.

A condição de Kutta é imposta pela Eq. (2.9). No entanto, no contexto da presente metodologia, há um problema com o uso dessa condição, pois ela não considera a perda de sustentação devido ao atrito e à separação do escoamento, que são efeitos puramente viscosos. A solução para esse problema foi proposta por Rosemurgy *et al.* (2014), que consiste em usar o teorema de Kutta-Joukowski para relacionar a força de sustentação por unidade de comprimento, $\mathcal{F}_s$, no corpo, calculada pelas equações de

⁸ No método de Lighthill, a velocidade de transpiração é expressa em função da diferença entre os componentes na direção s da velocidade imediatamente fora da camada-limite e dentro da camada-limite.

Navier-Stokes no domínio reduzido, com a circulação total Γ do escoamento potencial-viscoso, Eq. (2.34).

$$\mathcal{F}_s = \rho U_\infty \Gamma \quad \text{em } \mathcal{S}_c. \quad (2.34)$$

Uma vez que a força de sustentação é calculada, a circulação necessária para gerar esta sustentação é determinada reorganizando o teorema de Kutta-Joukowski, e finalmente, a Eq. (2.35) é a condição de circulação do escoamento potencial-viscoso para determinar a densidade dos vórtices γ .

$$\int_{\mathcal{S}_c} \gamma d\mathcal{S} = \Gamma = \frac{\mathcal{F}_s}{\rho U_\infty} \quad \text{em } \mathcal{S}_c. \quad (2.35)$$

Capítulo 3

Metodologia e Implementação Numérica

Este capítulo apresenta os procedimentos numéricos para implementação da presente metodologia. A seção 3.1 mostra a abordagem de cálculo do escoamento potencial-viscoso, o que inclui: a modelagem numérica, a sistemática de cálculo da velocidade de transpiração, a obtenção da solução do escoamento, e a implementação computacional propriamente dita. Na seção 3.2 é discutida a abordagem de cálculo do escoamento viscoso. A seção 3.3 apresenta os detalhes e procedimentos para determinação da fronteira rotacional. E finalmente, na seção 3.4 é discutida a sistemática interativa da metodologia, que em geral consiste em: impor o campo de velocidade do escoamento potencial-puro como condição de contorno para o escoamento viscoso no domínio reduzido; calcular o escoamento viscoso no domínio reduzido até uma determinada precisão; determinar a fronteira rotacional; obter a solução de escoamento potencial-viscoso; e atualizar a condição de contorno do escoamento viscoso na fronteira do domínio reduzido.

3.1 Escoamento Potencial-Viscoso

Neste trabalho a modelagem numérica do escoamento potencial-viscoso é baseada em um método integral de elementos de contorno amplamente empregado em problemas de escoamento externo, denominado método dos painéis. Já o cálculo da velocidade de transpiração é feito através de um procedimento iterativo proposto por

Edmund (2012). A implementação das rotinas de cálculo do escoamento potencial-viscoso é feita em linguagem Fortran.

3.1.1 Modelagem Numérica: Método dos Painéis

Martensen (1959) e Hess e Smith (1967) desenvolveram e aplicaram o método dos painéis para diversos problemas de aerodinâmica. Em relação aos métodos numéricos conhecidos, tais como métodos de elementos finitos, volumes finitos e diferenças finitas, o método dos painéis apresenta grande vantagem pela sua simplicidade, pois requer a discretização apenas do contorno. Isso torna o método dos painéis extremamente eficiente para os níveis de tecnologia de processamento computacional da atualidade.

Uma técnica simples do método dos painéis consiste em discretizar o contorno (corpo, linha representativa da esteira ou superfície auxiliar) através de segmentos retos denominados painéis, cujos pontos extremos (ou nós) pertencem ao contorno $\mathcal{S}$ (Fig. 3.1(a)). Cada painel está associado a uma distribuição de singularidades, cujas densidades são as incógnitas do método. Então, pelo princípio da superposição linear o potencial total de velocidades pode ser descrito em função da soma das influências de todos os painéis. Finalmente as densidades das singularidades são determinadas impondo as condições de contorno apropriadas sobre os pontos médios dos painéis (ou pontos de colocação), Fig. 3.1(b).

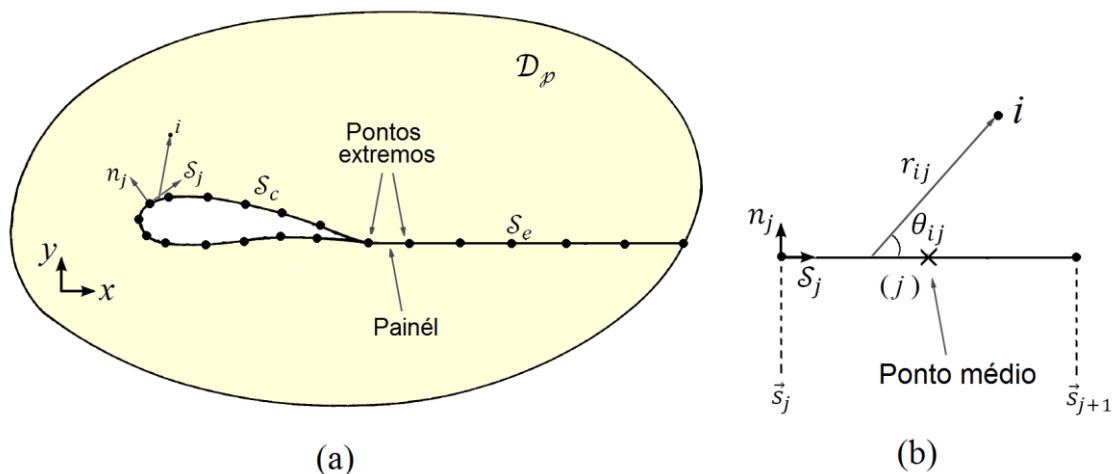


Fig. 3.1 (a) Painéis sobre o corpo e a esteira no referencial global. (b) Painel isolado no referencial local.

De maneira geral, com base em um referencial sobre um painel (referencial local, Fig. 3.1(b)), o potencial de velocidades induzido em um ponto i (em $\mathcal{D}_p$) por painéis j , pode ser descrito usando a Eq. (2.5), então:

$$\varphi_i = \Phi_{\infty i} + \sum_{j=1}^{n_p} \int_{\vec{s}_j}^{\vec{s}_{j+1}} \left[\frac{q_j^c}{2\pi} \ln r_{ij} - \frac{\gamma_j}{2\pi} \theta_{ij} \right] d\mathcal{S}_j + \sum_{j=1}^{n_p^e} \int_{\vec{s}_j}^{\vec{s}_{j+1}} \frac{q_j^e}{2\pi} \ln r_{ij} d\mathcal{S}_j. \quad (3.1)$$

Na Eq. (3.1), o somatório no segundo termo do membro direito representa a influência das fontes de densidade q_j^c , e vórtices de densidade γ_j , distribuídos nos painéis j do corpo $\mathcal{S}_c$, cujas coordenadas locais dos nós são denotadas por $\vec{s}_{j+1}$ e $\vec{s}_j$, Fig. 3.1(b). No limite superior da soma, n_p é o número de painéis utilizados para discretizar $\mathcal{S}_c$. Já o último termo da Eq. (3.1) segue a mesma interpretação para a esteira $\mathcal{S}_e$. Para a superfície auxiliar, $\mathcal{S}_a$, é obtida uma expressão análoga à Eq. (3.1) considerando o potencial de velocidades da Eq. (2.6).

Motivado pela formulação numérica de Hess e Smith (1967), neste trabalho considera-se que a densidades de fontes é constante para cada painel, enquanto que a densidade dos vórtices, γ_j , é modulada por uma função, f_γ , Eq. (3.2).

$$\gamma_j = \gamma_{max} f_\gamma(\mathcal{S}_j) = \frac{\gamma_{max}}{2} \left[1 + \sin \left(\frac{2\pi\mathcal{S}_j}{L} - \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (3.2)$$

onde γ_{max} é o valor máximo da densidade dos vórtices (em $\mathcal{S}_j/L = 1/2$), e L é o comprimento total do corpo (ou superfície auxiliar). Além disso, f_γ , resulta que a densidade dos vórtices sobre os nós do bordo de fuga se anula quando $\mathcal{S}_j = 0$ e $\mathcal{S}_j = L$, reforçando a condição de Kutta e melhorando os resultados para geometrias com bordo de fuga afilado⁹. Contudo, para evitar o cálculo da integral de f_γ no termo de indução por vórtices, Eq. (3.1), $\mathcal{S}_j$ é colocado em função dos seus valores médios, $\bar{\mathcal{S}}_j$, e em seguida relacionando-os linearmente com os índices j para satisfazer os limites nos pontos médios dos painéis do bordo de fuga, Eq. (3.3).

$$f_{\gamma_j} = \frac{1}{2} \left[1 + \sin \left(\frac{\pi(2j-1)}{n_p} - \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (3.3)$$

⁹ Bordo de fuga afilado é aquele em que o ângulo do bordo é muito pequeno, fazendo com que as superfícies superior e inferior do bordo fiquem quase paralelas.

Com essas considerações, as densidades de fontes e vórtices podem ser colocadas para fora das integrais da Eq. (3.1), e o resultado são integrações que podem ser facilmente calculadas no referencial local. Mas antes, como as condições de Neumann e de Kutta são impostas para o campo de velocidades, é conveniente determiná-lo em um ponto i qualquer usando $\vec{v}_i = \vec{\nabla}\varphi_i$, então.

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}\varphi_i = \vec{U}_\infty + \sum_{j=1}^{n_p} \left[\frac{q_j^c}{2\pi} \int_{\tilde{s}_j}^{\tilde{s}_{j+1}} \vec{\nabla} \ln r_{ij} d\mathcal{S}_j - \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_{\tilde{s}_j}^{\tilde{s}_{j+1}} \vec{\nabla} \theta_{ij} d\mathcal{S}_j \right] \\ + \sum_{j=1}^{n_p^e} \frac{q_j^e}{2\pi} \int_{\tilde{s}_j}^{\tilde{s}_{j+1}} \vec{\nabla} \ln r_{ij} d\mathcal{S}_j.\end{aligned}\quad (3.4)$$

onde $\vec{U}_\infty$ é o campo de velocidades induzido pelo escoamento incidente.

As integrais da Eq. (3.4) estão em função dos pontos extremos dos painéis e dos pontos de cálculo, e podem ser calculadas analiticamente escrevendo r_{ij} e θ_{ij} em função das coordenadas locais, $\mathcal{S}_j$ e n_j , Fig. 3.1(b). Contudo, as geometrias do problema (corpo, esteira, fronteira do domínio reduzido e fronteira rotacional) são descritas em um referencial global (x,y) , então é necessário decompor os campos de velocidades levando em conta a inclinação dos painéis, β_j , Fig. 3.2. Dessa decomposição de referenciais, os termos resultantes que acompanham a solução das integrais são compactados e representados como as matrizes de influência global. Sendo assim, o campo de velocidades no referencial global pode ser descrito como:

$$\vec{\nabla}\varphi_i = U_\infty(\hat{x} \cos \alpha + \hat{y} \sin \alpha) + \sum_{j=1}^{n_p} \left[\frac{q_j^c}{2\pi} \mathbb{A}_{ij}^c + \frac{\gamma_{max}}{2\pi} f_{\gamma_j} \mathbb{M}_{ij}^c \right] + \sum_{j=1}^{n_p^e} \frac{q_j^e}{2\pi} \mathbb{A}_{ij}^e. \quad (3.5)$$

onde as matrizes de influência $\mathbb{A}_{ij}$ e $\mathbb{M}_{ij}$ representam os termos resultantes das influências das fontes e vórtices, respectivamente. As matrizes de influência no referencial global dependem da inclinação dos painéis, β_j , e quando for o caso, também da inclinação local, β_i , da fronteira de cálculo, Fig. 3.2.

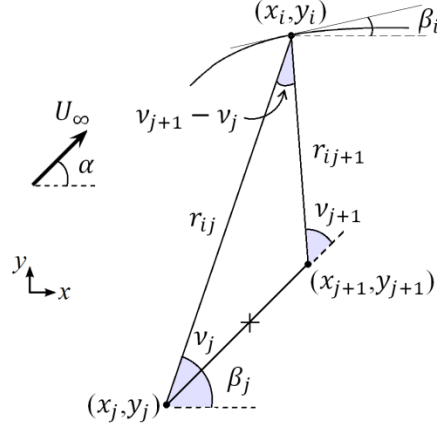


Fig. 3.2 Nomenclatura de um painel isolado observado do referencial global.

Os componentes das matrizes de influência normal e tangencial à fronteira de cálculo são:

$$\mathbb{A}_{nij} = \ln|r_{ij+1}/r_{ij}| \sin(\beta_i - \beta_j) + (v_{j+1} - v_j) \cos(\beta_i - \beta_j), \quad (3.6)$$

$$\mathbb{A}_{sij} = -\ln|r_{ij+1}/r_{ij}| \cos(\beta_i - \beta_j) + (v_{j+1} - v_j) \sin(\beta_i - \beta_j), \quad (3.7)$$

$$\mathbb{M}_{nij} = -\mathbb{A}_{sij}, \quad (3.8)$$

$$\mathbb{M}_{sij} = \mathbb{A}_{nij}. \quad (3.9)$$

No referencial global as distâncias entre os pontos extremos dos painéis, (x_{j+1}, y_{j+1}) e (x_j, y_j) , e o ponto de cálculo, (x_i, y_i) , são r_{ij+1} e r_{ij} , então:

$$r_{ij+1}^2 = (x_i - x_{j+1})^2 + (y_i - y_{j+1})^2, \quad (3.10)$$

$$r_{ij}^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2, \quad (3.11)$$

$$\beta_j = \text{atan2}((y_{j+1} - y_j), (x_{j+1} - x_j)). \quad (3.12)$$

$$v_{j+1} - v_j = \text{atan2}(\arg_1, \arg_2), \quad (3.13)$$

$$\arg_1 = (x_i - x_j)(y_i - y_{j+1}) - (x_i - x_{j+1})(y_i - y_j), \quad (3.14)$$

$$\arg_2 = (x_i - x_{j+1})(x_i - x_j) + (y_i - y_{j+1})(y_i - y_j) \quad (3.15)$$

Vale ressaltar que se os pontos de cálculo estão sobre os pontos médios dos painéis, então $v_{j+1} - v_j = \pi$ quando $i = j$ (auto-influência). Quando os pontos de cálculo fazem parte de uma fronteira descrita unicamente por estes pontos (fronteira do

subdomínio viscoso, por exemplo), então é conveniente reescrever as matrizes de influência em termos dos componentes cartesianos globais, isto é:

$$\mathbb{A}_{x_{ij}} = -\ln|r_{ij+1}/r_{ij}| \cos(\beta_j) - (v_{j+1} - v_j) \sin(\beta_j), \quad (3.16)$$

$$\mathbb{A}_{y_{ij}} = -\ln|r_{ij+1}/r_{ij}| \sin(\beta_j) + (v_{j+1} - v_j) \cos(\beta_j), \quad (3.17)$$

$$\mathbb{M}_{x_{ij}} = \mathbb{A}_{y_{ij}}, \quad (3.18)$$

$$\mathbb{M}_{y_{ij}} = -\mathbb{A}_{x_{ij}}. \quad (3.19)$$

3.1.2 Sistemática Iterativa para o Cálculo da Velocidade de Transpiração

No escoamento potencial-viscoso é imposta condição de contorno de transpiração (Eqs. (2.28) e (2.29)), que depende do componente normal da velocidade vortical, w_n , Eq. (2.31). Contudo, o cálculo da integral na Eq. (2.31) não é trivial. Então, neste trabalho é utilizado um algoritmo iterativo proposto por Edmund (2012) para evitar o cálculo direto daquela integral, que está presente na condição de contorno expressa na Eq. (2.32) ou (2.33). Na iteração it , considera-se o resultado da integral da iteração anterior $it - 1$:

$$v_{tr}^{(it)} = - \left(\int_0^\delta \frac{\partial w_s}{\partial s} dn \right)^{(it-1)} \quad \text{em } \mathcal{S}_c + \mathcal{S}_e, \quad (3.20)$$

$$v_{tr}^{(it)} = u_n(0) - \left(\int_0^\delta \frac{\partial w_s}{\partial s} dn \right)^{(it-1)} \quad \text{em } \mathcal{S}_a. \quad (3.21)$$

O componente viscoso $u_n(0)$ sobre $\mathcal{S}_a$, e a fronteira rotacional, são determinados com o campo do escoamento viscoso obtidos na interação anterior.

Para iniciar o algoritmo iterativo a velocidade de transpiração é considerada nula, o que leva a solução do escoamento potencial-puro. Então, nas iterações iniciais o campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso sobre a fronteira rotacional (δ) ainda não reproduz com precisão o escoamento viscoso naquela fronteira. Com isso $\vec{w}(\delta) = \vec{u}(\delta) - \vec{\nabla}\varphi(\delta) \neq 0$, e a Eq. (2.30) pode ser utilizada para calcular iterativamente a integral nas Eqs (3.20) e (3.21), tal que:

$$v_{tr}^{(it)} = -w_n(0)^{(it-1)} + w_n(\delta)^{(it-1)} \quad \text{em } \mathcal{S}_c + \mathcal{S}_e, \quad (3.22)$$

$$v_{tr}^{(it)} = u_n(0) - w_n(0)^{(it-1)} + w_n(\delta)^{(it-1)} \quad \text{em } \mathcal{S}_a. \quad (3.23)$$

onde,

$$w_n(0)^{(it-1)} = -v_{tr}^{(it-1)} \quad \text{em } \mathcal{S}_c + \mathcal{S}_e, \quad (3.24)$$

$$w_n(0)^{(it-1)} = u_n(0) - v_{tr}^{(it-1)} \quad \text{em } \mathcal{S}_a. \quad (3.25)$$

$$w_n(\delta)^{(it-1)} = u_n(\delta) - \frac{\partial \varphi(\delta)^{(it-1)}}{\partial n} \quad \text{em } \delta. \quad (3.26)$$

Vale ressaltar que durante as iterações u_n é fixo a cada cálculo do escoamento potencial-viscoso. Além disso, não há relação entre as iterações do escoamento potencial-viscoso (para determinar a velocidade de transpiração) e as interações entre os escoamentos potencial-viscoso e viscoso (para atualizar as condições de contorno no subdomínio viscoso). Para simplificar a implementação da Eq. (3.22) e (3.23), considera-se a Eq. (3.24) e (3.25), então:

$$v_{tr}^{(it)} = v_{tr}^{(it-1)} + w_n(\delta)^{(it-1)} \quad \text{em } \mathcal{S}_c + \mathcal{S}_e \text{ ou } \mathcal{S}_a. \quad (3.27)$$

Um aspecto importante da Eq. (3.27) é que o procedimento iterativo com o uso da superfície auxiliar, $\mathcal{S}_a$, não depende de $u_n(0)$, implicando que para o escoamento potencial-viscoso a fronteira do corpo ($\mathcal{S}_c$) e da esteira ($\mathcal{S}_e$) têm fisicamente a mesma função da superfície auxiliar ($\mathcal{S}_a$), ou seja, representar os efeitos viscosos na fronteira rotacional (δ). Além disso, a Eq. (3.27) mostra que a superfície de colocação não precisa necessariamente ser definida por uma linha de corrente, já que a contribuição viscosa $u_n(0)$ é cancelada de acordo com o procedimento iterativo, restando apenas a transpiração. Assim, há certa liberdade na escolha da superfície auxiliar, desde que facilite a determinação da fronteira rotacional, que desempenha um papel físico importante na interação viscosa/não-viscosa. A determinação da fronteira rotacional é discutida com detalhes na seção 3.3.

Outro aspecto importante da Eq. (3.27) é que a convergência da velocidade de transpiração implica que o componente $w_n(\delta)$ está se aproximando de zero. Isso mostra que o escoamento potencial-viscoso se aproxima do escoamento viscoso em δ ,

conforme se observa na Eq. (3.26). Por esse motivo, o cálculo da raiz do valor quadrático médio (ou RMS, do inglês para *root means square*) do componente $w_n(\delta)$, é um bom parâmetro para verificar a convergência do escoamento potencial-viscoso. Utilizar um valor pequeno para esse parâmetro (na ordem de 10^{-4} , por exemplo) resulta em soluções mais acuradas na fronteira rotacional, porém, com um pequeno incremento no custo computacional. Edmund (2012) aplica o cálculo RMS do componente $w_n(\delta)$ como critério de convergência do escoamento potencial-viscoso. Note na Eq. (3.27) que o cálculo desse critério é equivalente ao cálculo RMS da diferença entre as velocidades de transpiração nas iterações. Entretanto, como a finalidade do cálculo do escoamento potencial-viscoso é determinar o campo de velocidades na fronteira do subdomínio viscoso, é conveniente usar um parâmetro menos conservativo, já que o campo de velocidades longe do corpo converge mais rápido que a velocidade de transpiração.

Em busca de um parâmetro eficiente, o presente trabalho utiliza como critério de convergência do escoamento potencial-viscoso o cálculo RMS da diferença entre o componente $w_n(\delta)$ nas iterações, res_{pv} , Eq. (3.28).

$$res_{pv} = \sqrt{\frac{1}{n_p^\delta} \sum_{j=1}^{n_p^\delta} \left(w_{n_j}(\delta)^{(it)} - w_{n_j}(\delta)^{(it-1)} \right)^2} \quad (3.28)$$

onde n_p^δ é o número de pontos da fronteira rotacional, que é igual a soma do número de painéis sobre o corpo e esteira ($n_p^c + n_p^e$) ou igual ao número de painéis na superfície auxiliar (n_p^a). Utilizar um valor baixo ($\leq 10^{-4}$) para res_{pv} resulta em soluções satisfatórias na fronteira rotacional com baixo custo computacional. Note que a convergência da Eq. (3.28) não implica que o componente $w_n(\delta)$ esteja se aproximando de zero. Contudo, vale ressaltar que o RMS da diferença entre as velocidades de transpiração nas iterações também acaba sendo verificado na prática, embora não seja colocado como critério de convergência. Rosemurgy (2014) emprega um critério similar à Eq. (3.28).

3.1.3 Cálculo do Escoamento Potencial-Viscoso

As densidades das fontes e dos vórtices devem ser calculadas para determinar o campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso, que por sua vez, é utilizado

para atualizar as condições de contorno do escoamento viscoso no domínio reduzido. Para isso, a condição de contorno de transpiração (Eq. (3.27)) é imposta nos pontos médios de todos os painéis (lembrando-se do efeito da auto-influência na Eq. (3.13)). A condição de Kutta (Eq. (2.9)) é imposta no primeiro e no último painel (em $j = 1$ e $j = n_p$), isto é, aqueles que definem o bordo de fuga do corpo ou extremidades da superfície auxiliar. Entretanto, quando utilizado o teorema de Kutta-Joukowski, o valor γ_{max} da densidade dos vórtices pode ser calculado diretamente pelo teorema, e as incógnitas do problema passam a ser apenas as densidades de fontes.

Sistema de equações com a Condição de Kutta: Aplicando as condições (3.27) e (2.9) na Eq. (3.5), resulta um sistema de equações lineares cujas incógnitas são as densidades das fontes e dos vórtices. O sistema de equações devido a distribuição de fontes e vórtices sobre o corpo ($\mathcal{S}_c$) e fontes sobre a esteira ($\mathcal{S}_e$) é descrito na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} [\mathbb{A}_n^{cc}] & [\mathbb{A}_n^{ec}] & \sum_{j=1}^{n_p} f_{\gamma_j} \mathbb{M}_{n_j}^{cc} \\ [\mathbb{A}_n^{ce}] & [\mathbb{A}_n^{ee}] & \sum_{j=1}^{n_p} f_{\gamma_j} \mathbb{M}_{n_j}^{ce} \\ \sum_{k=1, n_p} \mathbb{A}_s^{cc}{}_{kj} & \sum_{k=1, n_p} \mathbb{A}_s^{ec}{}_{kj} & \sum_{j=1}^{n_p} \sum_{k=1, n_p} f_{\gamma_j} \mathbb{M}_{n_j}^{cc}{}_{kj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q^c\} \\ \{q^e\} \\ \gamma_{max} \end{Bmatrix}^{it} = 2\pi U_\infty \begin{Bmatrix} \{u_n^c\} + \{v_{tr}^c\} \\ \{u_n^e\} + \{v_{tr}^e\} \\ u_s^c \end{Bmatrix}^{it}. \quad (3.29)$$

Na Eq. (3.29), a matriz dos coeficientes é composta pelas matrizes de influência. Os sobrescritos “cc” e “ec” representam a influência do corpo sobre ele mesmo, e da esteira sobre o corpo, respectivamente; enquanto que “ce” e “ee” representam a influência do corpo sobre a esteira, e da esteira sobre ela mesma. Nesse esquema, o primeiro sobrescrito (“c” de “ce”, por exemplo) está representando a fronteira descrita pelos painéis, enquanto que o segundo sobrescrito está representando a fronteira descrita pelos pontos de cálculo. No vetor de incógnitas, q^c e q^e são as densidades de fontes sobre o corpo e sobre a esteira, respectivamente. Quanto à contribuição do escoamento incidente no vetor do membro direito: $u_n^c = \sin(\beta^c - \alpha)$, $u_n^e = \sin(\beta^e - \alpha)$ e

$\mathcal{U}_s^c = -\cos(\beta_1^c - \alpha) - \cos(\beta_{n_p}^c - \alpha)$. Lembrando que a iteração 1, $v_{tr}^{(0)} = 0$ (Eq. (3.24)), resulta na solução do escoamento potencial-puro.

Quando a superfície de colocação é representada por uma superfície auxiliar ($\mathcal{S}_a$), um sistema de equações mais compacto é obtido para determinar as densidades de fontes e vórtices, Eq. (3.30).

$$\begin{bmatrix} [\mathbb{A}_n^{aa}] & \sum_{j=1}^{n_p} f_{\gamma_j} \mathbb{M}_n^{aa}{}_j \\ \sum_{k=1, n_p} \mathbb{A}_s^{aa}{}_k & \sum_{j=1}^{n_p} \sum_{k=1, n_p} f_{\gamma_j} \mathbb{M}_n^{aa}{}_{kj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q^a\} \\ \gamma_{max} \end{Bmatrix}^{it} = 2\pi U_\infty \begin{Bmatrix} \{u_n^a\} \\ u_s^a \end{Bmatrix}^{it}. \quad (3.30)$$

Com as densidades de fontes e vórtices determinadas, os campos de velocidades do escoamento potencial-viscoso (ou potencial-puro) são calculados pela Eq. (3.5). Esse resultado é utilizado para atualizar as condições de contorno na fronteira do subdomínio viscoso.

Sistema de equações com o Teorema de Kutta-Joukowski: Nessa abordagem, a densidade dos vórtices é calculada pela Eq. (2.35) considerando as Eqs. (3.2) e (3.3), então:

$$\gamma_{max} = \frac{\mathcal{F}_s}{\rho U_\infty \sum_{j=1}^{n_p} f_{\gamma_j} \mathcal{S}_j} \quad \text{em } \mathcal{S}_c. \quad (3.31)$$

Vale ressaltar que essa abordagem só é utilizada para o cálculo do escoamento potencial-viscoso, já que existe uma solução viscosa da força de sustentação da interação anterior. Em qualquer situação, para calcular o escoamento potencial-puro utiliza-se a condição de Kutta.

Com o resultado da Eq. (3.31), na Eq. (3.5) o termo de influência dos vórtices pode ser rearranjado para o vetor do membro direito do sistema de equações, e o vetor de incógnitas fica em função apenas das densidades de fontes sobre o corpo e a esteira, Eq. (3.32).

$$\begin{bmatrix} [A_n^{cc}] & [A_n^{ec}] \\ [A_n^{ce}] & [A_n^{ee}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q^c\} \\ \{q^e\} \end{Bmatrix}^{it} = 2\pi U_\infty \begin{Bmatrix} \{u_n^c\} + \{v_{tr}^c\}^{it} \\ \{u_n^e\} + \{v_{tr}^e\}^{it} \end{Bmatrix} - \gamma_{max} \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^{n_p} f_{\gamma_j} M_{n_j}^{cc} \\ \sum_{j=1}^{n_p} f_{\gamma_j} M_{n_j}^{ce} \end{Bmatrix}. \quad (3.32)$$

Em se tratando de uma superfície auxiliar, é obtido um sistema de equações similar, Eq. (3.33).

$$[A_n^{aa}] \{q^a\}^{it} = 2\pi U_\infty \{u_n^a + v_{tr}^a\}^{it} - \gamma_{max} \left\{ \sum_{j=1}^{n_p} f_{\gamma_j} M_{n_j}^{aa} \right\}. \quad (3.33)$$

No contexto do uso da superfície auxiliar, a aplicabilidade do Teorema de Kutta-Joukowski está correta, pois pelo teorema de Kelvin a circulação sobre o corpo e esteira é a mesma sobre a superfície auxiliar, e, portanto, a força de sustentação sobre o(s) corpo(s) (envolvido(s) pela superfície auxiliar) pode ser usada para calcular a densidade dos vórtices.

3.1.4 Implementação Numérica

As geometrias do corpo, linha representativa da esteira (ou superfície auxiliar), fronteira do subdomínio viscoso e fronteira rotacional são obtidas diretamente através da malha computacional gerada para resolver as equações de Navier-Stokes. As coordenadas extraídas sobre o corpo e esteira são colocadas como os pontos nodais dos painéis. A esteira é comumente representada por uma linha que parte do bordo de fuga do corpo e pode ser paralela à corda do corpo ou paralela à direção do escoamento incidente. Existem estudos voltados à investigação de formas mais realistas para a fronteira representativa da esteira (Katz e Plotkin, 2001). Entretanto, para o cálculo do escoamento potencial-viscoso deste trabalho o mais importante é que a linha da esteira fique dentro da esteira viscosa para capturar melhor o efeito viscoso (idem para superfície auxiliar).

No escoamento potencial-viscoso, exceto para escoamento simétrico, as condições de contorno sobre a parte superior e inferior da esteira são diferentes, e aplicá-las no mesmo ponto de cálculo pode resultar num sistema mal condicionado. Então, neste trabalho, na discretização da esteira, a parte superior e a parte inferior estão

separadas por uma distância menor que 1% da corda, Fig. 3.3. Note que um dos pontos extremos da esteira coincide com o nó do bordo de fuga do perfil.

Rosemurgy *et al.* (2013) apresentaram um técnica semelhante para representar a esteira, porém foram utilizadas duas retas alinhadas com o escoamento incidente. Outra técnica foi apresentada por Rosemurgy (2014), que consiste em distribuir fontes e dipolos sobre uma única linha representativa da esteira. Nessa técnica, as fontes são responsáveis por simular a espessura da esteira viscosa, enquanto que os dipolos representam a assimetria na esteira. A distribuição de fontes cria um salto na velocidade normal no ponto médio do painel, enquanto que os dipolos permitem um fluxo contínuo normal através do painel. Segundo o autor, a combinação de fontes e dipolos é adequada para este propósito devido à natureza de seus coeficientes de influência. Rosemurgy (2014) testou casos com a linha da esteira paralela ao escoamento incidente e paralela à corda, mostrando que os resultados no subdomínio viscoso (ou longe do corpo) não dependem de maneira significativa da orientação da esteira.

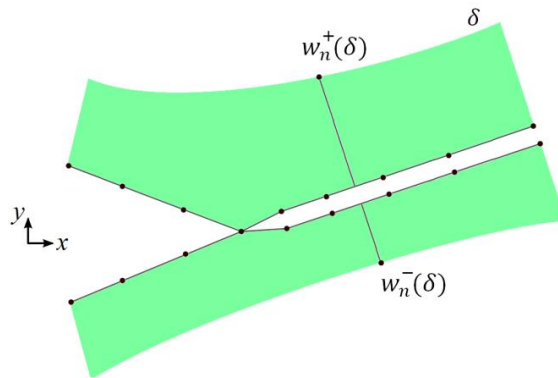


Fig. 3.3 Discretização da esteira para escoamento com ângulo de incidência.

As coordenadas da fronteira do subdomínio viscoso correspondem aos pontos de cálculo (ou nós) da malha. As coordenadas da fronteira rotacional são determinadas após um procedimento de avaliação de um critério de vorticidade desprezível (ao longo de linhas normais aos painéis) que é analisado no subdomínio viscoso. Mediante tal critério, então os pontos da fronteira rotacional resultam de interpolações de coordenadas entre os pontos de cálculo da malha (seção 3.3).

A implementação numérica para o cálculo do escoamento potencial-viscoso é feita em linguagem Fortran (Microsoft® *Visual Studio*), por apresentar excelente desempenho computacional. As matrizes de influência (3.6) a (3.9) são

utilizadas para impor as condições de contorno e calcular os campos de velocidade sobre as superfícies de colocação. Além disso, elas são utilizadas também para calcular os campos de velocidade sobre a fronteira rotacional, já que a velocidade de transpiração depende de $w_n(\delta)$, Eq. (3.27). Já as matrizes de influência (3.16) a (3.19) são utilizadas para calcular os campos de velocidades sobre a fronteira do subdomínio viscoso.

A rotina *dgesv* da biblioteca Lapack é usada para resolver em cada iteração os sistemas lineares de equações, apresentados na seção 3.1.3, usando o método de decomposição LU. O cálculo é realizado em dupla-precisão. A solução convergente do sistema de equações é determinada de maneira iterativa, e o critério de convergência é baseado no parâmetro res_{pv} , Eq. (3.28).

3.2 Escoamento Viscoso

A fim de obter a solução numérica do escoamento viscoso foram utilizados programas de CFD provenientes do pacote *Ansys Workbench*® (2016). Como qualquer ferramenta operacional de CFD, é necessário primeiro definir a forma e dimensões do domínio computacional. Para tal, é utilizado o programa *Geometry*®. Com relação à discretização do domínio, optou-se pelo uso de malhas estruturadas, pois para fins de comparação, isso permitiu que a malha do domínio reduzido fosse topologicamente igual à parte correspondente da malha do domínio extenso¹⁰. As malhas foram geradas usando a ferramenta *Mesh*® - *Design Modeler*.

Para calcular as equações da continuidade e de Navier-Stokes, utilizou-se um programa amplamente conhecido na área de CFD, o *Ansys CFX*®. Em se tratando de escoamento turbulento, as equações RANS foram calculadas utilizando o modelo de turbulência $k - \Omega$ SST. O *solver* CFX® é baseado no método de volumes finitos. O acoplamento velocidade-pressão é feito usando o algoritmo Rhie-Chow de quarta ordem. O esquema de cálculo dos termos convectivos das equações de quantidade de movimento é definido como Alta Resolução (*High Resolution*). Com este esquema, a ordem da diferenciação dos termos convectivos varia conforme a região do escoamento. Em regiões com gradientes baixos é aplicada a diferenciação de segunda ordem, que é

¹⁰ A solução no domínio extenso é determinada aplicando a condição de escoamento não-perturbado, e é utilizada para comparar com os cálculos no domínio reduzido.

mais precisa; enquanto que em regiões com gradientes elevados é aplicada diferenciação de primeira ordem, que é mais confiável (Ansys CFX, 2011).

O critério de convergência do escoamento viscoso nas interações é estabelecido através do valor do resíduo RMS das equações da continuidade e quantidade de movimento. O cálculo é realizado em dupla-precisão. Em todos os casos deste trabalho o processamento computacional foi realizado em série (*serial*). Foi utilizado um computador com processador Intel® Core™ i7-4702MQ de 2.20 GHz e 8 GB de memória RAM.

3.3 Determinação da Fronteira Rotacional

Conforme já discuto nas seções anteriores, a fronteira rotacional, δ , é a interface de acoplamento para determinar a solução do escoamento potencial-viscoso. No entanto δ é determinado com informações do subdomínio viscoso. É importante que δ esteja localizado em uma região onde a vorticidade seja desprezível. Então, é comum que a vorticidade seja avaliada ao longo de linhas de amostragem normais aos painéis, partindo dos pontos médios (pois estes são os pontos de colocação) até a fronteira do subdomínio viscoso. Em seguida é utilizado um critério de vorticidade desprezível para, ao longo de linhas de amostragem, determinar os pontos da fronteira rotacional. Por outro lado, o campo de velocidades do escoamento viscoso nessa fronteira é utilizado para calcular o componente $w_n(\delta)$, Eq. (3.26), e em seguida a velocidade de transpiração, Eq. (3.27).

Para problemas de escoamento sobre corpos rombudos ou múltiplos corpos, por exemplo, determinar a fronteira rotacional pode se tornar uma tarefa complexa, pois, certas linhas de amostragem podem ficar imersas na esteira viscosa, fazendo com que a vorticidade não atinja um valor desprezível. Então, um aspecto da determinação da fronteira rotacional é a construção de linhas de amostragem que permitam aplicar de forma consistente um critério de vorticidade desprezível. Para isso, nos casos apropriados é utilizada uma superfície auxiliar (Soares *et al.*, 2020) para fornecer uma boa representação da fronteira rotacional em torno do corpo e esteira (seja o corpo rombudo ou não).

3.3 Determinação da Fronteira Rotacional

Outro aspecto é a implementação das linhas de amostragem. Dependendo do *solver* do escoamento viscoso, coletar amostras de vorticidade ao longo de um grande número de linhas de amostragem pode se tornar caro e difícil de implementar. Então, é considerado apenas um número relativamente pequeno de linhas de amostragem para determinar os pontos correspondentes de δ , Fig. 3.4, enquanto que os pontos intermediários são determinados por interpolação linear, conforme será discutido na subseção 3.3.4.

Dependendo da dimensão do subdomínio viscoso e do resíduo de convergência nas interações, o critério de vorticidade desprezível pode não ser satisfeito em todas as linhas de amostragem na região da esteira mais afastada do corpo. Nesse caso, um dos procedimentos adotados nos trabalhos na linha de Edmund (2012), consiste em definir δ como zero naquelas linhas, e a condição de contorno de impenetrabilidade é imposta nos painéis correspondentes. Contudo, ao invés de aplicar a condição de impenetrabilidade, o cálculo da velocidade de transpiração nos painéis vizinhos pode ser utilizado para determinar a transpiração correspondente, através de um processo de interpolação (Edmund, 2012).

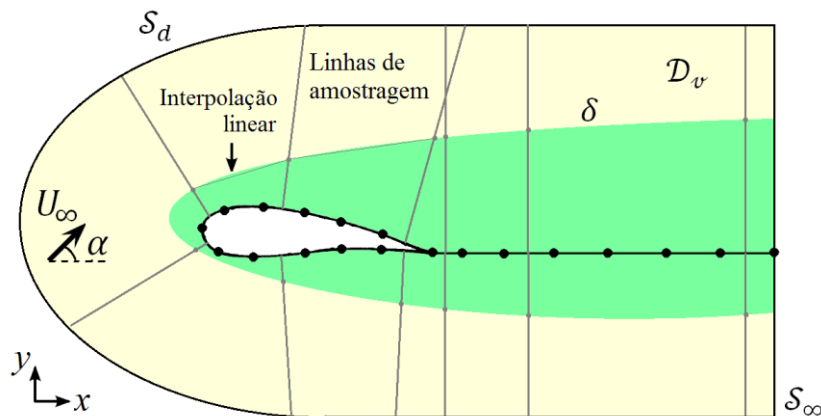


Fig. 3.4 Esquema para determinação da fronteira rotacional, δ .

Neste trabalho, na maior parte dos problemas, as dimensões do subdomínio viscoso e o resíduo de convergência nas interações são escolhidos para garantir que o critério de vorticidade desprezível seja satisfeito em todas as linhas de amostragem (lembrando que elas são definidas apenas em alguns painéis). Mas quando não for possível, então a fronteira rotacional é definida até as linhas de amostragem em que o critério é satisfeito e, forçadamente, a superfície de colocação é truncada para satisfazer

a condição de contorno de transpiração. Na seção 4.3 são discutidos mais detalhes sobre o tratamento desse aspecto na determinação da fronteira rotacional.

3.3.1 Critério de Vorticidade Limite (ω_{lim})

Esse critério foi desenvolvido nos trabalhos na linha de Edmund (2012), e basicamente consiste em calcular o módulo da vorticidade ao longo de linhas de amostragem e comparar com uma fração do módulo da vorticidade máxima correspondente, $|\omega_{max}|$. O critério é satisfeito quando o módulo da vorticidade atinge o valor da vorticidade limite: $\omega_{lim} = \alpha_{vort} |\omega_{max}|$ onde α_{vort} é um parâmetro externo a ser fornecido no intervalo de $0 < \alpha_{vort} < 1$.

Neste critério, é importante que a determinação de $|\omega_{max}|$ seja feita ao longo de uma linha de amostragem partindo do corpo ou da linha representativa da esteira ($\mathcal{S}_e$). Em linhas de amostragem sobre o corpo a vorticidade máxima ocorre na parede, tendendo a zero à medida que se afasta. Já em linhas de amostragem na esteira, a vorticidade passa por um máximo em regiões próximas a $\mathcal{S}_e$, Fig. 3.5. Então, após determinar $|\omega_{max}|$ o cálculo do módulo da vorticidade ao longo de uma linha de amostragem deve começar a partir do ponto referente à vorticidade máxima determinada, caso contrário o critério poderá ser satisfeito em regiões muito rotacionais (Fig. 3.5, linha 2). Esse procedimento também deve ser considerado para o caso do uso de uma superfície auxiliar, $\mathcal{S}_a$.

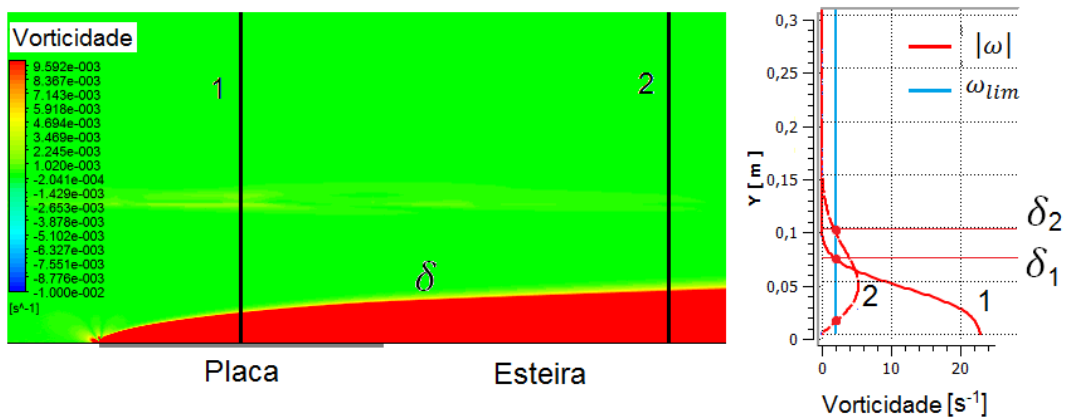


Fig. 3.5 Perfil do módulo da vorticidade para o escoamento sobre uma placa plana, $Re = 2000$.

3.3.2 Critério de Vorticidade nula ($\omega_z = 0$)

Esse critério foi proposto no artigo de Soares *et al.* (2020), e ainda está restrito a escoamentos bidimensionais (no plano). O critério de vorticidade nula consiste em calcular o componente ω_z do vetor vorticidade (perpendicular ao plano) ao longo das linhas de amostragem. As Figs. 3.6 (a, b, c) ilustram uma parte do campo de vorticidade calculado em domínio extenso para diferentes corpos. A Fig. 3.6 (d a l) ilustra o comportamento do campo de vorticidade em algumas linhas de amostragem. Para a metade superior do domínio, há um limite no qual a vorticidade muda de sinal, com valores negativos próximos ao corpo e na esteira, e valores positivos muito pequenos externamente, e tendendo a zero à medida que se afasta. Para a metade inferior do domínio, o oposto ocorre até que ω_z mude de sinal.

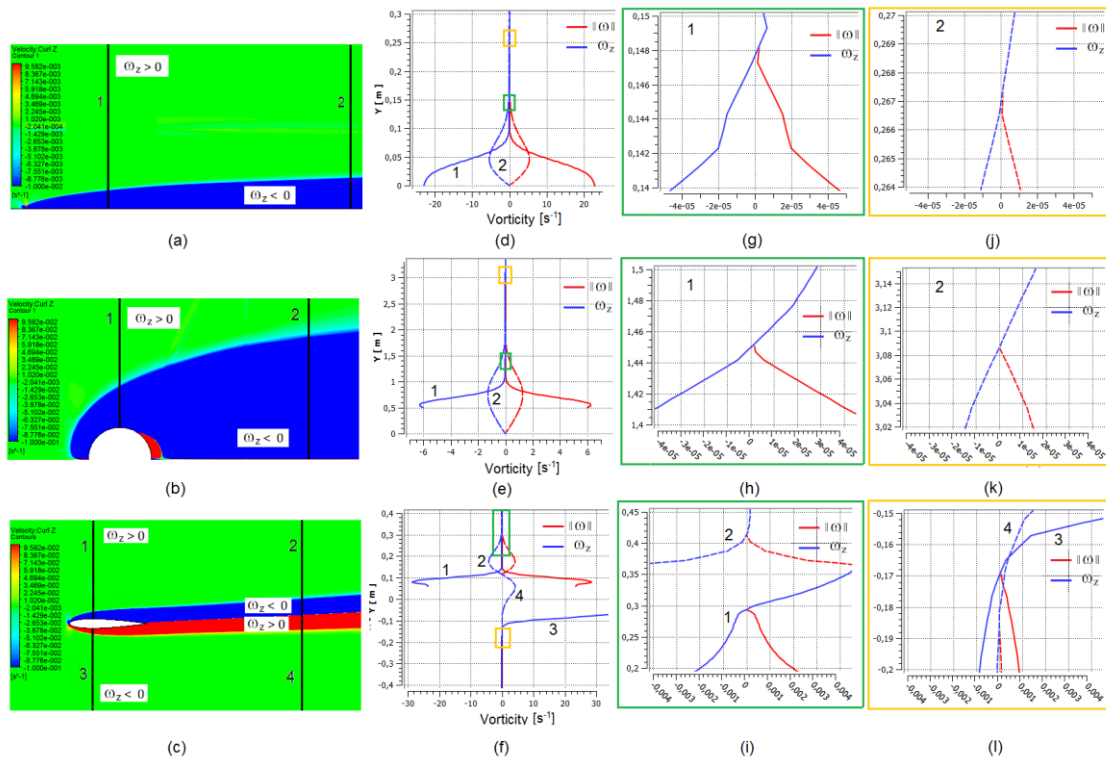


Fig. 3.6 (a) Contornos de vorticidade (ω_z) para escoamento laminar sobre uma placa plana, $Re = 2000$, (b) cilindro circular, $Re = 60$, e (c) um aerofólio NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 3^\circ$. (d, e, f) Perfis de vorticidade para o módulo da vorticidade e ω_z ao longo das linhas de amostragem destacadas em (a), (b) e (c). (g até l) Destaque nas regiões onde ω_z muda de sinal.

O critério de vorticidade nula $\omega_z = 0$ consiste em encontrar em cada linha de amostragem a distância δ , a partir do corpo e da linha de esteira (ou superfície auxiliar), na qual o componente ω_z da vorticidade muda de sinal. Então, a fronteira de vorticidade

nula é considerada equivalente à fronteira rotacional. Foi observado que o critério de vorticidade limite tende ao critério de vorticidade nula à medida que α_{vort} diminui.

Para cada linha de amostragem, é utilizado um cálculo de interpolação para determinar o ponto exato onde a vorticidade é nula, situado entre aqueles que a vorticidade muda de sinal. Uma possível generalização para escoamento tridimensional é considerar o componente de vorticidade normal ao plano local definido pela direção da linha de amostragem e o vetor velocidade.

3.3.3 Critério de Pressão Total Máxima ($p_{t_{max}}$)

Diferente dos critérios baseados no valor da vorticidade, o critério proposto neste trabalho é baseado no valor da pressão total. Por esse motivo, esse critério é mais atrativo pelo fato de que a pressão total é um escalar, o que facilitará a extensão da determinação da fronteira rotacional para problemas tridimensionais. Além disso, como a pressão total é uma variável primitiva, os erros de pós-processamento dessa grandeza devido à malha são menores que aqueles erros resultantes do cálculo da vorticidade, o que torna esse critério menos sensível à qualidade da malha.

O critério de pressão total máxima consiste em determinar o ponto mais distante da superfície de colocação em que o valor do componente do gradiente da pressão total na direção de uma linha de amostragem é nulo. Verifica-se na prática que esse extremo corresponde a um máximo da pressão total. É importante destacar que este cenário foi recorrente em vários casos estudados, envolvendo corpos rombudos ou esbeltos, em regime laminar ou turbulento, Fig. 3.7. Logo, essa fronteira de pressão total máxima será naturalmente considerada equivalente à fronteira rotacional (δ).

É possível mostrar que este critério é consistente com o critério de vorticidade nula ($\omega_z = 0$). De fato, nos casos estudados os pontos da fronteira rotacional resultante de ambos os critérios estão em ótima concordância, Figs. 3.7 e 3.8. A partir da equação de Navier-Stokes, Eq. (2.11), é possível evidenciar a pressão total (definida por $p_t = \frac{1}{2}\rho U^2 + p$) utilizando uma identidade vetorial para o termo convectivo¹¹, logo:

$$\vec{\nabla} p_t = \rho \vec{u} \times \vec{\omega} + \mu \nabla^2 \vec{u}. \quad (3.34)$$

¹¹ Utiliza-se a seguinte identidade vetorial: $(\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{\nabla}U^2 - \vec{u} \times \vec{\omega}$.

3.3 Determinação da Fronteira Rotacional

O componente na direção de uma linha de amostragem da Eq. (3.34) é:

$$\frac{\partial p_t}{\partial n} = -\rho u_s \omega_z + \mu \nabla^2 u_n. \quad (3.35)$$

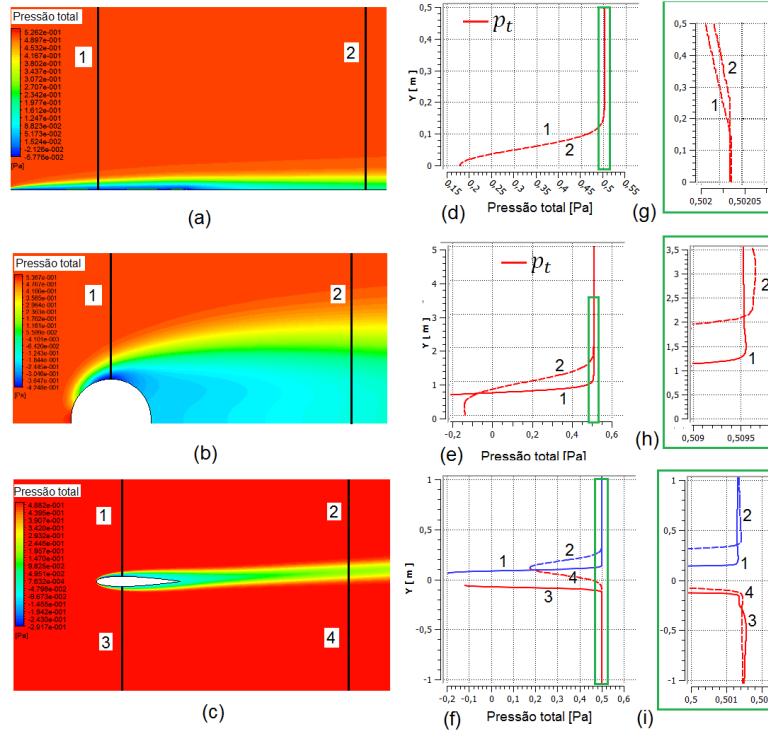


Fig. 3.7 (a) Contornos de pressão total (p_t) para escoamento laminar sobre uma placa plana, $Re = 2000$, (b) cilindro circular, $Re = 60$, e (c) um aerofólio NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 3^\circ$. (d, e, f) Perfis de pressão total ao longo das linhas de amostragem destacadas em (a), (b) e (c). (g até i) Destaque nas regiões onde p_t é máximo.

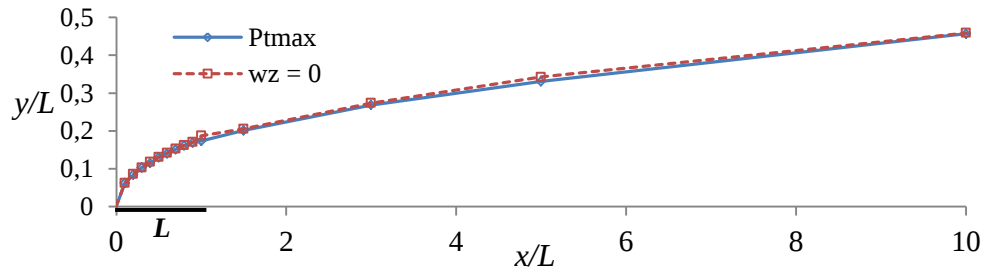


Fig. 3.8 Fronteira rotacional resultante da aplicação dos critérios de pressão total máxima ($p_{t,max}$) e vorticidade nula ($\omega_z = 0$) do escoamento sobre placa plana, $Re = 2000$ baseado no comprimento da placa, L .

Na região da fronteira rotacional o termo $\mu \nabla^2 u_n$ já é desprezível (ainda mais desprezível para escoamento com elevado número de Reynolds). Além disso, se a vorticidade é nula em δ , então $\rho u_s \omega_z = 0$ e, portanto, $\partial p_t / \partial n = 0$; mais propriamente, verifica-se que a pressão total é máxima em $n = \delta$. Naturalmente, a generalidade deste critério permanece uma questão em aberto. Em problemas que envolvem corpos rombudos, por exemplo, foi observado que nas linhas de amostragem do bordo de ataque, a pressão total pode passar por mínimos e máximos (satisfazendo $\partial p_t / \partial n = 0$); no entanto, um ponto de pressão total máxima sempre ocorre nas proximidades dos pontos em que $\omega_z = 0$.

3.3.4 Interpolação da Fronteira Rotacional

Nos trabalhos de Edmund (2012) e Rosemurgy (2014), as linhas de amostragem são definidas em todos os painéis do corpo e da linha representativa da esteira. Mas no presente trabalho, as linhas de amostragem são definidas em apenas alguns painéis, de maneira que na região do bordo de ataque do corpo há uma concentração maior de linhas do que na região da esteira. Uma linha de amostragem é construída pela reta normal a um painel, passando pelo seu ponto médio e se estendendo até a interseção com a fronteira do subdomínio viscoso. Sobre uma linha de amostragem, a solução do campo de vorticidade (ou pressão total) é resultado de uma interpolação que depende dos pontos de cálculo da malha; contudo essa interpolação é feita automaticamente pelo CFX®. Logo um critério de vorticidade desprezível é utilizado para determinar os pontos da fronteira rotacional (x^δ, y^δ) da linha de amostragem.

Foi desenvolvido neste trabalho um esquema de interpolação linear para determinar os pontos intermediários de δ , que são os pontos entre aqueles que pertencem às linhas de amostragem. A interpolação deve garantir que os pontos intermediários serão formados pela intercessão entre: as linhas normais aos painéis intermediários com a reta que liga os consecutivos pontos x^δ e y^δ , Fig. 3.9.

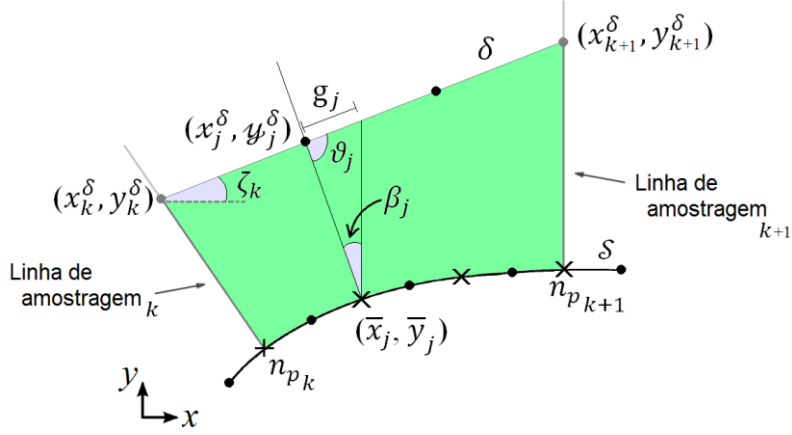


Fig. 3.9 Esquema geométrico para determinação dos pontos intermediários da fronteira rotacional.

O cálculo dos pontos intermediários (x_j^δ, y_j^δ) depende dos pontos médios dos painéis $(\bar{x}_j, \bar{y}_j)$, do número de linhas de amostragem (n_{la}), do número dos painéis (n_{p_k}) que tem linha de amostragem (k), e dos pontos da fronteira rotacional (x_k^δ, y_k^δ) , determinados pelo critério de vorticidade desprezível.

$$x_j^\delta = \bar{x}_j - g_j \cos(\zeta_k). \quad (3.36)$$

$$y_j^\delta = y_k^\delta + \tan \zeta_k (x_j^\delta - x_k^\delta), \quad (3.37)$$

O intervalo de k é: $1 \leq k \leq n_{la} - 1$; enquanto que o intervalo de j é: $n_{p_k} \leq j \leq n_{p_{k+1}}$; além disso:

$$g_j = \left[y_k^\delta - \bar{y}_j + \tan \zeta_k (\bar{x}_j - x_k^\delta) \right] \frac{\sin \beta_j}{\sin \vartheta_j} \quad (3.38)$$

$$\tan \zeta_k = \frac{y_{k+1}^\delta - y_k^\delta}{x_{k+1}^\delta - x_k^\delta} \quad (3.39)$$

$$\vartheta_j = \frac{1}{2}\pi - (\zeta_k + \beta_j) \quad (3.40)$$

É importante que a primeira e a última linhas de amostragem sejam definidas no primeiro e no último painel, respectivamente, caso contrário o número de pontos na fronteira rotacional não será o mesmo número de pontos médios da(s) superfície(s) de colocação.

3.4 Sistemática Interativa da Metodologia

A sistemática de interação viscosa/não-viscosa da presente metodologia é representada como um fluxograma na Fig. 3.10. O processo começa definindo os seguintes parâmetros: o número de interações entre o escoamento potencial-viscoso e o escoamento viscoso (η), o resíduo RMS para o escoamento viscoso nas interações (res_{int} , $int = 0, 1, \dots, \eta$), e o parâmetro de convergência para solução de escoamento potencial-viscoso (res_{pv}). Em seguida, o campo de velocidade do escoamento potencial-puro é colocado como condição de contorno para o escoamento viscoso no domínio reduzido, Eq. (2.20). Depois disso, cada ciclo de interação (ou atualização) consiste nas seguintes etapas:

- Calcular o escoamento viscoso no domínio reduzido até um determinado resíduo RMS (res_{int}) para as equações da continuidade e quantidade de movimento (etapa 5);
- Determinar a fronteira rotacional, δ , implementando as linhas de amostragem e utilizando um critério de vorticidade desprezível (etapa 7);
- Calcular o escoamento potencial-viscoso até que o critério de convergência seja satisfeito (etapa 8);
- Atualizar a condição de contorno do escoamento viscoso na fronteira do domínio reduzido (etapa 10).

Ao iniciar o ciclo de interação viscosa/não-viscosa, o cálculo do escoamento viscoso é interrompido de acordo com a etapa 5, onde $res[RMS(\vec{u})]$ é o valor do resíduo RMS das equações da continuidade e quantidade de movimento. Determinada a fronteira rotacional (etapa 7), em cada interação o cálculo do escoamento potencial-viscoso é interrompido quando res_{pv} atinge o valor pre-definido (etapa 8). O número da interação, int , é incrementado (etapa 9) até $int = \eta$ (etapa 6), e assim a solução final é obtida.

Quanto maior for o número de interações (ou atualizações), mais correta será a solução no subdomínio viscoso (em comparação com o domínio extenso), no entanto, o tempo computacional pode aumentar para cada interação. A cada atualização o resíduo RMS das equações governantes aumenta consideravelmente, só atingindo o valor

3.4 Sistemática Interativa da Metodologia

anterior ao decorrer de algumas iterações. Por esse motivo, é importante que nas primeiras interações, o valor do resíduo das interações, res_{int} , não seja muito baixo. Com um resíduo baixo, a solução no subdomínio viscoso pode ficar próxima daquela do domínio extenso com um número menor de interações. Entretanto, melhores resultados podem ser obtidos realizando mais interações com um resíduo inicial mais alto e diminuindo o resíduo a cada interação. De fato, com determinadas sequências do valor de res_{int} , é possível reduzir significativamente o tempo de cálculo no subdomínio viscoso.

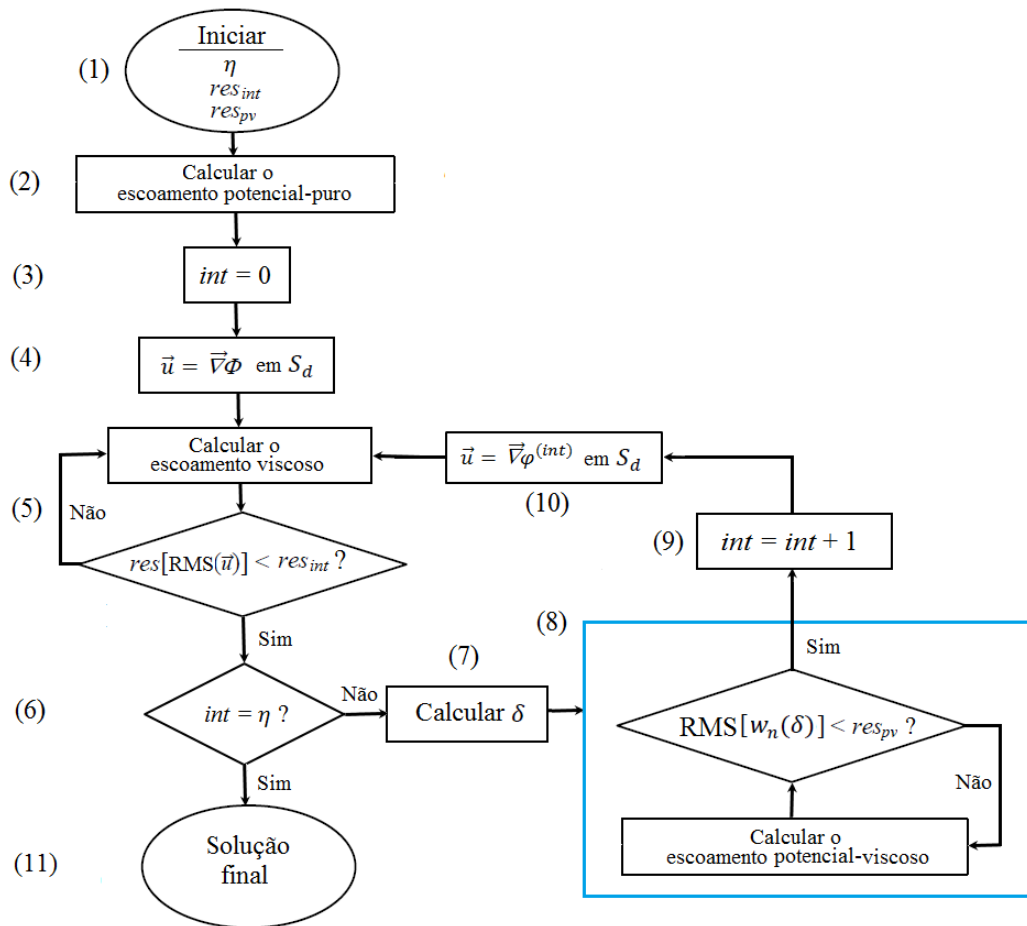


Fig. 3.10 Fluxograma da sistemática interativa da metodologia.

A solução do campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso na fronteira do domínio reduzido não é muito sensível aos seguintes aspectos: critério de vorticidade, número de linhas de amostragem e parâmetro de convergência res_{pv} . Portanto, a solução do escoamento viscoso no domínio reduzido também não é afetada de forma significativa por esses aspectos. De fato, a solução no subdomínio viscoso é

sensível apenas aos aspectos do cálculo do escoamento viscoso, desde as dimensões do subdomínio até os parâmetros de convergência. Em geral, para subdomínios moderadamente reduzidos (não muito reduzido), é comum que poucas interações sejam suficientes para obter resultados satisfatórios. Por outro lado, quando as dimensões do subdomínio viscoso são muito reduzidas, mais interações são necessárias para obter resultados satisfatórios. Contudo, a sequência de res_{int} pode ser alterada para proporcionar redução do tempo de cálculo nas interações. Então, com uma sequência adequada, o custo computacional total (tempo e memória) pode ser menor para domínios não muito reduzidos.

Capítulo 4

Resultados

Este capítulo está dividido em seis seções. A seção 4.1 apresenta os resultados do escoamento laminar, sem ângulo de incidência, sobre o perfil NACA 0012. Foi investigada a influência de todos os parâmetros da sistemática interativa da metodologia no tempo computacional, no coeficiente de arrasto, e no campo de velocidades. A seção 4.2 mostra os resultados do escoamento turbulento, variando o ângulo de incidência, sobre o perfil NACA 0012. A seção 4.3 mostra os resultados do escoamento laminar sobre um cilindro quadrado, e a seção 4.4, escoamento laminar sobre dois cilindros quadrados alinhados perpendicularmente ao escoamento incidente. A seção 4.5 mostra os resultados do escoamento turbulento sobre o perfil 30P30N, que possui um *slot* e um *flap*. A seção 4.6 mostra os principais resultados publicados por Soares *et al.* (2022). Finalmente, a seção 4.7 mostra a discussão dos resultados.

4.1 Escoamento Laminar sobre o Perfil NACA 0012

Nesta seção, serão apresentados os resultados do escoamento laminar sem ângulo de incidência ($\alpha = 0^\circ$) sobre o perfil NACA 0012, com bordo de ataque na origem. O número de Reynolds, $Re = 2000$, está baseado no comprimento da corda, $c = 1$ [m], velocidade do escoamento incidente, $U_\infty = 1$ [m/s], massa específica, $\rho = 1$ [kg/m³], e viscosidade dinâmica, $\mu = 0.0005$ [kg/(m·s)]. A pressão na saída do domínio é igual à pressão de referência, 0 [Pa].

Em se tratando de escoamento laminar sobre um corpo esbelto, os efeitos viscosos são predominantes, mas ficam confinados próximos ao corpo. Então, este é um problema adequado para explorar os parâmetros da sistemática interativa da metodologia, e, além disso, demonstrar a capacidade da sistemática iterativa do escoamento potencial-viscoso em capturar os efeitos viscosos para reproduzir os campos de velocidade do escoamento na fronteira do subdomínio viscoso (domínio reduzido).

4.1.1 Convergência de Malha no Domínio Extenso

Inicialmente, um estudo de refinamento e dimensão de malhas permitiu definir a malha mais apropriada para determinar a solução do escoamento viscoso no domínio reduzido. Esse estudo foi feito em domínio extenso, onde naturalmente foi aplicada a condição de escoamento não-perturbado. Foi construído um bloco que representa o domínio reduzido, Fig. 4.1. Em se tratando de malha estruturada, para fins de comparação, a construção desse bloco garantiu a sobreposição dos elementos do domínio reduzido no domínio extenso.

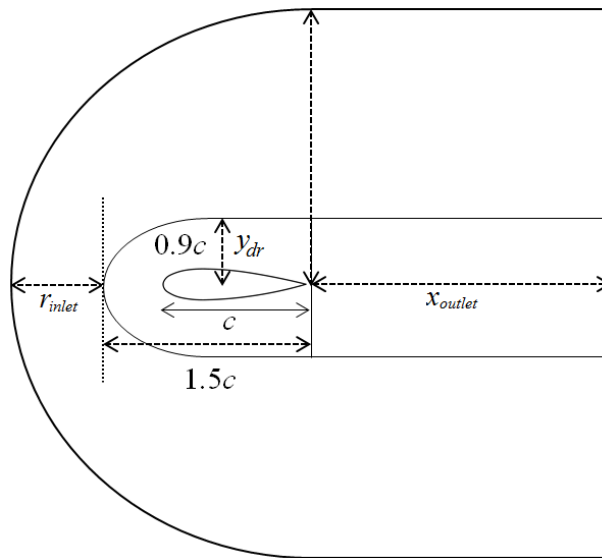


Fig. 4.1 Representação do domínio computacional em formato “C” – NACA 0012, $\alpha = 0^\circ$.

Para o estudo de refinamento da malha, foi utilizado um domínio com dimensões $(r_{inlet}/c, x_{outlet}/c) = (20, 20)$. As malhas foram divididas em níveis de refinamento que estão associados à resolução da malha que, por sua vez, representa o número de elementos sobre as interfaces de alguns blocos. O primeiro valor da resolução se refere

ao número de elementos sobre a interface r_{inlet} (e as correspondentes), enquanto que o segundo valor se refere ao número de elementos sobre o corpo e sobre a parte superior e inferior da linha que parte do bordo de fuga até x_{outlet} (linha representativa da esteira).

O critério de convergência da malha foi baseado no valor do coeficiente de arrasto, e o resíduo RMS das equações da continuidade e quantidade de movimento foi 10^{-12} . A Tab. 4.1 mostra os resultados do número de elementos da malha de domínios extensos, tempo computacional (em segundos), número de iterações, e coeficiente de arrasto, c_a , para cada nível de refinamento. O tempo computacional é calculado no CFX®. A Fig. 4.2 ilustra as malha dos níveis de refinamento *Muito-grosseiro* e *Muito-refinado*.

Tab. 4.1 – Resultados do estudo de resolução de malha do escoamento laminar ao redor do perfil NACA 0012 – $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

Níveis	Resolução	Número de elementos	Tempo comp. [s]	It.	c_a
<i>Muito-grosseiro</i>	70x240	16800	60	96	0.08462
<i>Grosseiro</i>	70x300	21000	85	106	0.08419
<i>Médio</i>	70x380	26600	94	94	0.08410
<i>Médio-refinado</i>	150x380	57000	192	91	0.08344
<i>Refinado</i>	220x380	83000	278	93	0.08339
<i>Muito-refinado</i>	320x380	121600	435	94	0.08338

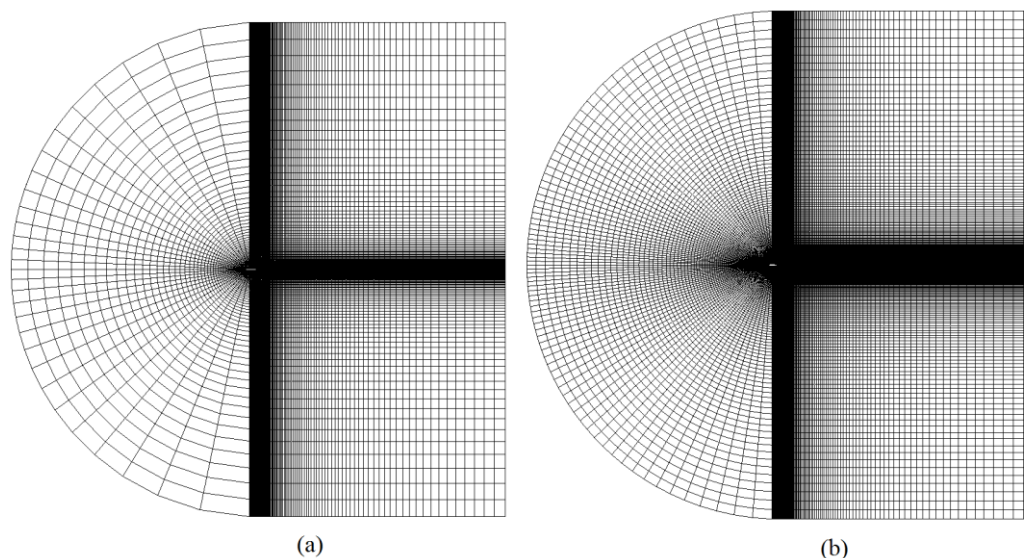


Fig. 4.2 (a) Malha nível *Muito-Grosseiro*. (b) Malha nível *Muito-refinado* – NACA 0012.

Para o estudo de dimensão da malha, optou-se em utilizar a malha de nível *Médio-refinado*. Nesse estudo, a resolução da malha no bloco que corresponde ao domínio reduzido foi mantida, enquanto que na parte complementar do domínio, o número de elementos foi alterado de acordo com as dimensões da malha. A Tab. 4.2 apresenta os resultados do número de elementos da malha, tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, variando as dimensões que estão representadas na Fig. 4.1. Observa-se que, as dimensões 20 – 20 foram suficientes para obter resultados satisfatórios. Também foi analisada a convergência do coeficiente de arrasto de acordo com o resíduo RMS das equações da continuidade e quantidade de movimento (daqui em diante tratado apenas por resíduo RMS), para definir o resíduo da última interação, res_η , Tab. 4.3.

Tab. 4.2 – Resultados do estudo de dimensão da malha sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

Dimensão $r_{inlet}/C - x_{outlet}/C$	Número de elementos	Tempo comp. [s]	It.	c_a
10 – 20	49400	121	83	0.08362
10 – 30	54200	155	91	0.08361
20 – 20	57000	192	91	0.08344
20 – 30	62500	202	104	0.08344
30 – 30	66800	215	118	0.08341

Tab. 4.3 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, c_a , no domínio extenso em função do resíduo RMS – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

RMS	Tempo comp. [s]	It.	c_a
10^{-3}	13	5	0.13294
10^{-4}	22	9	0.08849
10^{-6}	57	24	0.08347
10^{-8}	102	43	0.08344
10^{-12}	192	91	0.08344

Note-se que o resíduo RMS de 10^{-6} ou 10^{-8} é suficiente para obter resultados satisfatórios. No entanto, para mostrar a capacidade de redução dos custos computacionais da presente metodologia, foi adotado 10^{-12} . A subseção 4.1.5 mostra alguns resultados comparativos utilizando também 10^{-8} .

4.1.2 Influência da Dimensão do Domínio Reduzido e do Resíduo RMS das Interações

Nesta subseção, serão apresentados os resultados do escoamento laminar sobre o perfil NACA 0012 no domínio reduzido variando a dimensão $y_{dr} = 0.5c$, $0.9c$ e $1.3c$, Fig. 4.1. A dimensão $x_{outlet} = 20c$ foi mantida para que a condição de pressão fosse aplicada corretamente. Como nos testes de convergência de malha o bloco que corresponde ao domínio reduzido tem $y_{dr} = 0.9c$, então o número de elementos nos demais domínios reduzidos foi alterado para garantir a sobreposição dos elementos no domínio extenso. A Tab.4.4 mostra o número de elementos das malhas nos domínios reduzidos, e o percentual de redução de elementos com relação ao domínio extenso, que tem 57000 elementos.

Tab. 4.4 – Número de elementos nos domínios reduzidos, e percentual de redução do número de elementos em relação ao domínio extenso – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

y_{dr}	Número de elementos	% redução
$0.5c$	21280	62.6
$0.9c$	24700	56.6
$1.3c$	26600	53.3

Para iniciar o procedimento iterativo ($int = 0$), a solução das densidades de fontes e vórtices do escoamento potencial-puro foi determinada sobre o corpo e sobre a linha representativa da esteira, que se estende até a saída do domínio (alinhada com o escoamento incidente). Foram utilizados 180 painéis sobre o corpo, 100 painéis na parte inferior da esteira e 100 na parte superior da esteira. O número total de painéis é igual ao segundo valor da resolução da malha nível *Médio-refinado*, ou seja, 380 painéis (Tab. 4.1).

O campo de velocidades do escoamento potencial-puro foi inserido como condição de contorno na fronteira do domínio reduzido para iniciar o cálculo do escoamento viscoso no CFX®. Mas para definir o resíduo RMS da interação 0 (res_0), foi analisada a convergência do coeficiente de arrasto no domínio reduzido de $y_{dr} = 0.9c$, Tab. 4.5.

Tab. 4.5 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, c_a , no domínio reduzido em função do resíduo RMS da interação 0 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

RMS res_0	Tempo comp. [s]	It.	c_a
10^{-3}	6	5	0.14567
10^{-4}	14	13	0.09374
10^{-5}	33	33	0.09290

Para $res_0 = 10^{-3}$ o tempo computacional foi pequeno, mas o valor do coeficiente de arrasto ainda ficou distante daquele obtido no domínio extenso (Tab. 4.3). Já para $res_0 = 10^{-4}$ e 10^{-5} houve redução significativa no valor do arrasto, e ficaram próximos; já o tempo computacional aumentou de maneira quase proporcional. Visto que para $res_0 = 10^{-5}$ o tempo computacional foi maior, e com pouca mudança no arrasto, então $res_0 = 10^{-4}$ foi suficiente para: determinar a fronteira rotacional, calcular o escoamento potencial-viscoso, e realizar a primeira atualização das condições de contorno no subdomínio viscoso. Esse comportamento também foi observado nos demais casos, $y_{dr} = 0.5c$ e $1.3c$.

Com a solução do escoamento viscoso da interação 0, foi possível determinar a fronteira rotacional. Para tal, foram construídas 30 linhas de amostragem, sendo que 16 delas estão sobre o corpo (8 em cada lado, superior e inferior), e 14 na linha representativa da esteira (7 em cada lado), Fig. 4.3. O critério de pressão total máxima ($p_{t_{max}}$, subseção 3.3.3) foi utilizado para determinar os pontos da fronteira rotacional. Entretanto, é importante ressaltar que, dependendo da dimensão do domínio reduzido, e do resíduo RMS res_0 , o critério de pressão total máxima pode não ser satisfeito em todas as linhas de amostragem, Fig. 4.4(a). Devido o escoamento ser simétrico, apenas a parte superior da fronteira rotacional foi representada.

Observa-se na Fig. 4.4(a) (domínio reduzido $y_{dr} = 0.5c$) que para $res_0 = 10^{-3}$ e 10^{-4} o critério de pressão total máxima não foi satisfeito em todas as linhas de amostragem. Contudo, para $res_0 = 10^{-5}$ o escoamento já está bem estabelecido e os pontos de pressão total máxima foram verificados em todas as linhas de amostragem. Por outro lado, no domínio reduzido $y_{dr} = 0.9c$, Fig. 4.4(b), aquele critério foi satisfeito em todas as linhas de amostragem, independente de res_0 . O mesmo aconteceu para y_{dr}

= 1.3c. Esse comportamento também foi observado em outros critérios e em problemas típicos estudados.

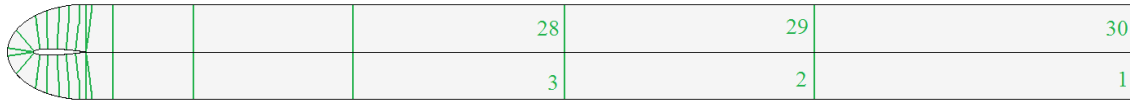


Fig. 4.3 Linhas de amostragem sobre o corpo e a linha representativa da esteira.

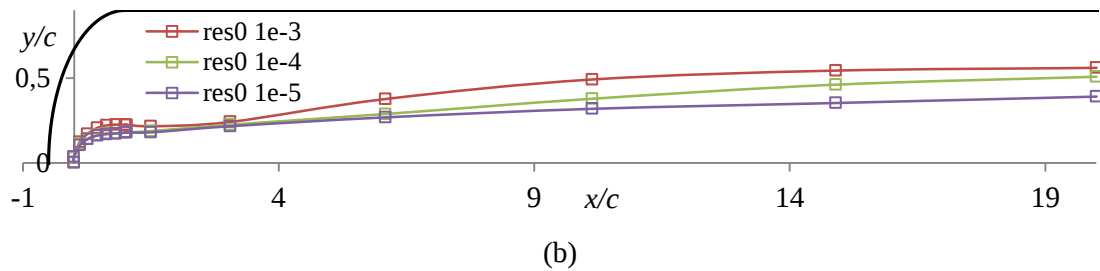
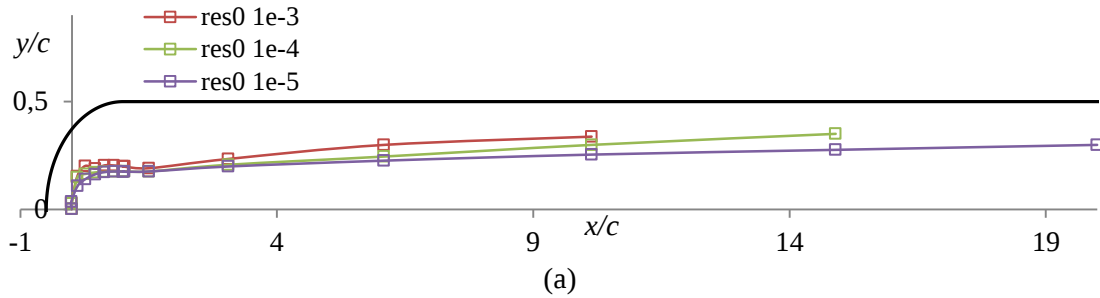


Fig. 4.4 Parte superior da fronteira rotacional, δ , resultante do critério de pressão total máxima em função do resíduo das interações para $y_{dr} = 0.5c$ (a) e $y_{dr} = 0.9c$ (b).

Como o resíduo escolhido para a interação 0 foi $res_0 = 10^{-4}$, então para $y_{dr} = 0.5c$ a linha da esteira se estendeu até $x = 15c$, Fig. 4.4(a), enquanto que para $y_{dr} = 0.9c$ e $1.3c$ ela se estendeu até a saída do domínio, $x = 20c$, Fig. 4.4(b). Consequentemente o número de linhas de amostragem para $y_{dr} = 0.5c$ foi reduzido para 28. Para verificar se há influência da extensão (ou comprimento) da esteira nas condições de contorno do subdomínio viscoso para interação 0, o campo de velocidades do escoamento potencial-puro foi calculado sobre a fronteira do domínio reduzido $y_{dr} = 0.9c$, variando o comprimento da esteira, Fig. 4.5.

Note-se que o comprimento da linha representativa da esteira (ou o que poderia ser a superfície auxiliar) não afetou de maneira significativa as condições de contorno para interação 0. Isso mostrou que aquele comprimento não influenciaria na comparação entre os resultados do domínio reduzido, para $y_{dr} = 0.5c$, $0.9c$ e $1.3c$. Quanto mais distante do corpo estiver a fronteira do domínio reduzido, menor será a influência do

comprimento da esteira. Vale ressaltar que esse comportamento também foi observado na solução do campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso.

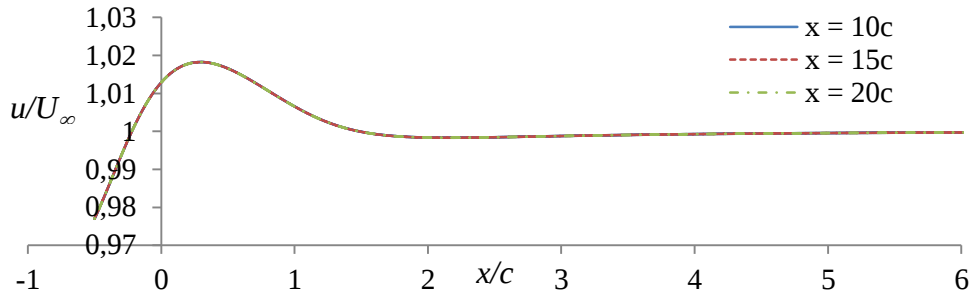


Fig. 4.5 Componente na direção x do campo de velocidades do escoamento potencial-puro sobre a fronteira do domínio reduzido $y_{dr} = 0.9c$ variando o comprimento da esteira.

Com os pontos da fronteira rotacional determinados, os pontos intermediários foram calculados por interpolação (subseção 3.3.4). Então, o campo de velocidades do escoamento viscoso foi calculado na fronteira rotacional para dar início à sistemática iterativa do escoamento potencial-viscoso (subseção 3.1.2). Para verificar a influência do parâmetro de convergência do escoamento potencial-viscoso, res_{pv} (Eq. (3.28)), o campo de velocidades foi calculado na fronteira do domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$, variando aquele parâmetro. Esse resultado está apresentado na Fig. 4.6. Note-se que o número de iterações aumentou consideravelmente à medida que res_{pv} diminuiu, contudo, não houve diferença significativa entre os campos de velocidades. Então, $res_{pv} = 10^{-4}$ foi suficiente para obter a solução do escoamento potencial-viscoso.

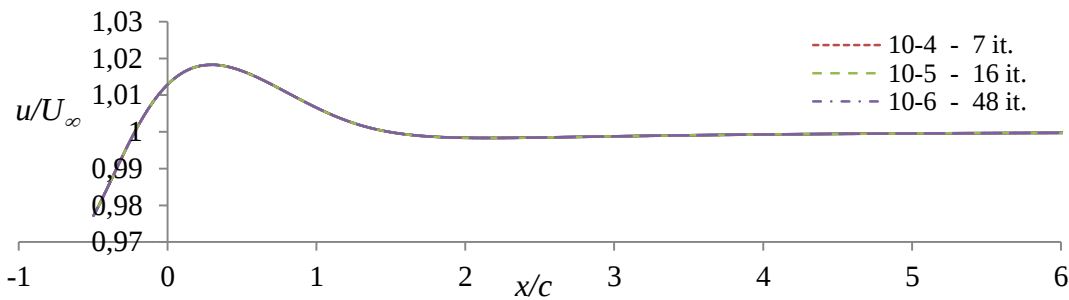


Fig. 4.6 Componente na direção x do campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso sobre a fronteira do domínio reduzido variando o parâmetro res_{pv} .

O campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso foi utilizado para atualizar as condições de contorno no subdomínio viscoso. Para realizar as atualizações, foram escolhidas sequências do resíduo das interações, res_{int} , que dependem do

número de interações (ou atualizações). Na interação 0, $res_0 = 10^{-4}$, e na última interação, $res_\eta = 10^{-12}$. As Tabs. 4.6, 4.7 e 4.8 mostram os resultados do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, c_a , no domínio reduzido para cada sequência de interações. Observe que cada tabela é para uma dimensão y_{dr} diferente.

Note-se que para o domínio reduzido de $y_{dr} = 0.5c$ (Tab. 4.6), a solução do coeficiente de arrasto na interação 0 ainda está distante daquela obtida no domínio extenso; contudo, bastaram poucas interações para melhorar o arrasto. Nas sequências 1 e 2, foram realizadas duas atualizações. Comparando essas sequências, quando a primeira atualização foi feita com $res_1 = 10^{-5}$ (Seq. 2), embora o tempo computacional tenha sido maior, o resultado final do arrasto foi melhor. Já nas sequências 3 e 4, foram realizadas três atualizações. O fato de fazer mais uma atualização e, além disso, reduzir gradativamente res_{int} (Seq. 4), proporcionou melhores resultados do coeficiente de arrasto. No entanto, reduzir res_{int} nas interações que antecedem a última aumentou o tempo computacional, Seq. 2 e 4. Note-se então que o tempo computacional foi afetado praticamente pela sequência res_{int} , e não pelo número de interações. Em geral, no domínio reduzido de $y_{dr} = 0.5c$, os resultados do coeficiente de arrasto não foram precisos, mas a redução do tempo computacional foi satisfatória (Tab. 4.9).

Tab. 4.6 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, das sequências de interações no domínio reduzido, $y_{dr} = 0.5c$ – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

		Tempo comp. [s]	It.	c_a
Domínio Extenso		192	91	0.08344
Domínio Reduzido				
Seq. 1	res_{int}			
	$res_0 = 10^{-4}$	12	13	0.10558
	$res_1 = 10^{-4}$	21	23	0.08752
Seq. 2	$res_2 = 10^{-12}$	102	126	0.08487
	$res_0 = 10^{-4}$	12	13	0.10558
	$res_1 = 10^{-5}$	42	48	0.08759
Seq. 3	$res_2 = 10^{-12}$	120	147	0.08465
	$res_0 = 10^{-4}$	12	13	0.10558
	$res_1 = 10^{-4}$	21	23	0.08752
Seq. 4	$res_2 = 10^{-4}$	25	26	0.08411
	$res_3 = 10^{-12}$	103	124	0.08457
	$res_0 = 10^{-4}$	12	13	0.10558
Seq. 4	$res_1 = 10^{-4}$	21	23	0.08752
	$res_2 = 10^{-5}$	43	49	0.08488
	$res_3 = 10^{-12}$	119	95	0.08403

4.1 Escoamento Laminar sobre o Perfil NACA 0012

Tab. 4.7 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, das sequências de interações no domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$ – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

		Tempo comp. [s]	It.	c_a
Domínio Extenso		192	91	0.08344
Domínio Reduzido		res_{int}		
Seq. 1	$res_0 = 10^{-4}$	14	13	0.09374
	$res_1 = 10^{-4}$	23	21	0.08449
	$res_2 = 10^{-12}$	114	117	0.08378
Seq. 2	$res_0 = 10^{-4}$	14	13	0.09374
	$res_1 = 10^{-5}$	45	45	0.08434
	$res_2 = 10^{-12}$	129	134	0.08354
Seq. 3	$res_0 = 10^{-4}$	14	13	0.09374
	$res_1 = 10^{-4}$	23	45	0.08449
	$res_2 = 10^{-5}$	48	70	0.08378
	$res_3 = 10^{-12}$	131	130	0.08350

Tab. 4.8 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, das sequências de interações no domínio reduzido, $y_{dr} = 1.3c$ – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

		Tempo comp. [s]	It.	c_a
Domínio Extenso		192	91	0.08344
Domínio Reduzido		res_{int}		
Seq. 1	$res_0 = 10^{-4}$	13	12	0.09150
	$res_1 = 10^{-4}$	18	16	0.08508
	$res_2 = 10^{-12}$	191	198	0.08386
Seq. 2	$res_0 = 10^{-4}$	13	12	0.09150
	$res_1 = 10^{-5}$	44	41	0.08393
	$res_2 = 10^{-12}$	203	210	0.08342

Tab. 4.9 – Percentual de redução médio do tempo computacional, e erro relativo médio do coeficiente de arrasto, em relação ao domínio extenso – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

y_{dr}	% redução tempo comp.	% erro relativo
0.5c	42.2	1.30
0.9c	35.0	0.20
1.3c	-	0.24

No domínio reduzido de $y_{dr} = 0.9c$ (Tab. 4.7), em todas as sequências o coeficiente de arrasto ficou melhor que no domínio de $y_{dr} = 0.5c$. Isso é esperado, pois, nesse caso, a fronteira do domínio reduzido fica em regiões mais irrotacionais, o que torna a solução do escoamento potencial-puro (ou potencial-viscoso) mais adequada. Comparando as sequências 2 e 3, o fato de se realizar mais uma interação não melhorou

de forma significativa o coeficiente de arrasto, e o acréscimo do tempo computacional ao realizar aquela interação foi insignificante. Em geral, no domínio reduzido de $y_{dr} = 0.9c$, os resultados do coeficiente de arrasto e do tempo computacional foram satisfatórios (Tab. 4.9).

Finalmente, no domínio reduzido de $y_{dr} = 1.3c$ (Tab. 4.8), os resultados do coeficiente de arrasto foram satisfatórios (com destaque para Seq. 2), no entanto, em ambas as sequências, pode-se considerar que não houve redução do tempo computacional.

Os resultados do coeficiente de arrasto da Tab. 4.6 poderiam ser mais precisos caso fossem feitas mais interações. O estudo da influência do número de interações e resíduo res_{int} também foi investigado no trabalho de Edmund (2012), porém, nas sequências o resíduo foi mantido constante (exceto para ultima interação). Os resultados de Edmund (2012) mostraram que, para problemas de escoamento laminar sobre corpos esbeltos e rombudos, duas a três atualizações são suficientes para convergir a solução do escoamento potencial-viscoso nas interações.

Nas sequências apresentadas nas Tabs. 4.7 e 4.8 foram necessárias de duas a três atualizações para obter bons resultados, pois o resíduo da interação 0 foi 10^{-4} . Usar um resíduo menor, $res_0 = 10^{-5}$, reduziu o número de interações necessárias para obter resultados razoáveis, no entanto o tempo computacional foi maior, Tab. 4.10.

Tab. 4.10 – Evolução do tempo computacional, número de interações, e coeficiente de arrasto no domínio reduzido com $res_0 = 10^{-5}$ – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

		Tempo comp. [s]	It.	c_a
Domínio Extenso		192	91	0.08344
Domínio Reduzido				
$y_{dr} = 0.9c$	res_{int}			
	$res_0 = 10^{-5}$	33	33	0.09290
	$res_1 = 10^{-12}$	150	159	0.08399
$y_{dr} = 1.3c$	$res_0 = 10^{-5}$	32	30	0.08998
	$res_1 = 10^{-12}$	202	212	0.08363

Nas Tabs. 4.6 a 4.8, a Seq. 2 foi escolhida para apresentar alguns resultados gráficos. A Fig. 4.7 mostra a solução, da última interação, do componente na direção x do campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso sobre a fronteira dos domínios reduzidos (lembrando que nessa fronteira $\vec{\nabla}\varphi = \vec{u}$). Note-se que a diferença

entre as soluções no domínio extenso e no domínio reduzido foi mais significativa para o caso de $y_{dr} = 0.5c$, isso mostra porque o coeficiente de arrasto não foi bem calculado, Tab. 4.6. Por outro lado, nos outros casos a concordância entre os campos de velocidade foi ligeiramente melhor.

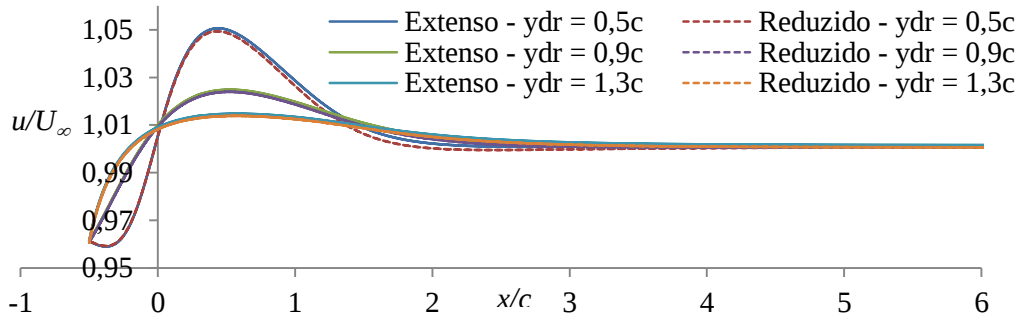


Fig. 4.7 Componente na direção x do campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso sobre a fronteira dos domínios reduzidos, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

A Fig. 4.8 mostra a evolução da parte superior da fronteira rotacional no domínio $y_{dr} = 0.9c$ (Tab. 4.7, Seq. 2). A Fig. 4.9 mostra a evolução do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido.

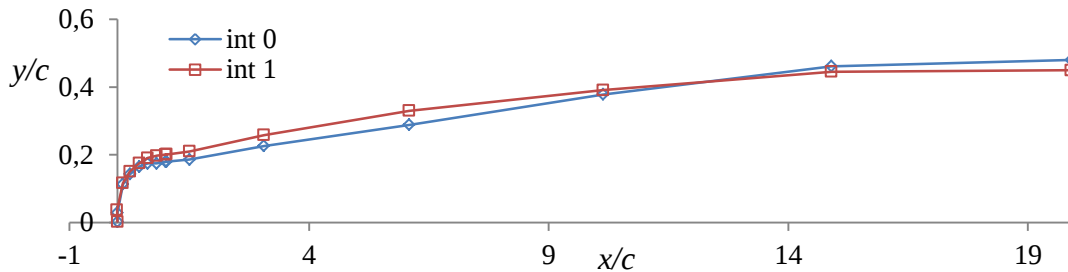


Fig. 4.8 Evolução da parte superior da fronteira rotacional, resultante do critério de pressão total máxima, no domínio reduzido $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

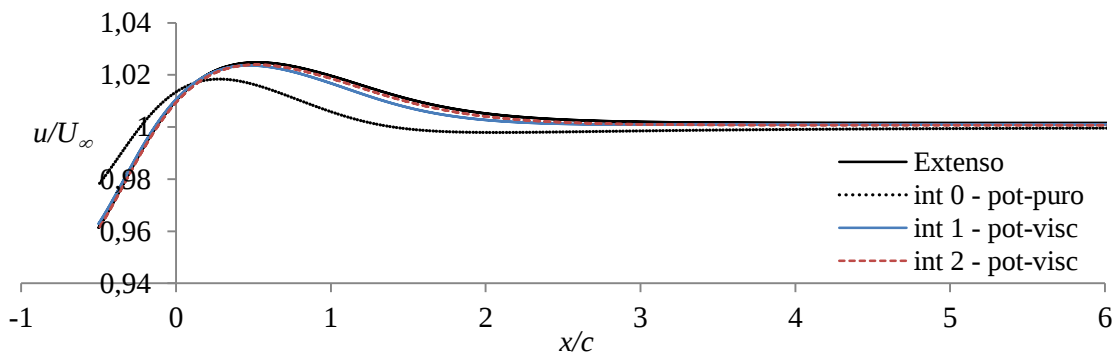


Fig. 4.9 Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

Note-se na Fig. 4.9 que a solução do campo de velocidades do escoamento potencial-puro está distante da solução no domínio extenso. No primeiro cálculo do escoamento potencial-viscoso a solução melhorou consideravelmente, e bastou mais uma interação para se obter resultados apreciáveis.

A Fig. 4.10 mostra a convergência do escoamento viscoso no domínio extenso, e no domínio reduzido, em termos do resíduo RMS do componente x da equação da quantidade de movimento. Note-se que o resíduo aumentou em cada atualização no domínio reduzido, e só atingiu o valor anterior ao decorrer de poucas iterações. O número total de iterações foi maior no domínio reduzido, mas o tempo computacional para cada iteração foi consideravelmente menor, o que possibilitou a redução do custo computacional.

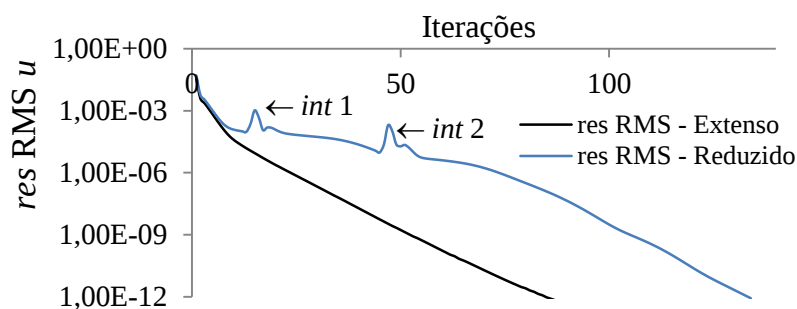


Fig. 4.10 Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

A Fig. 4.11 mostra a convergência do escoamento potencial-viscoso em termos do parâmetro, res_{pv} . Note-se que bastaram poucas iterações, e o custo computacional foi insignificante. A Fig. 4.12 mostra o mapa de cores do campo de velocidades calculado no domínio extenso e no domínio reduzido $y_{dr} = 0.9c$. Note-se que a concordância entre esses resultados foram apreciáveis, isso pode ser verificado melhor nos perfis de velocidade, ao longo de linhas de amostragem, sobre o NACA 0012 e sobre a esteira, Fig. 4.13.

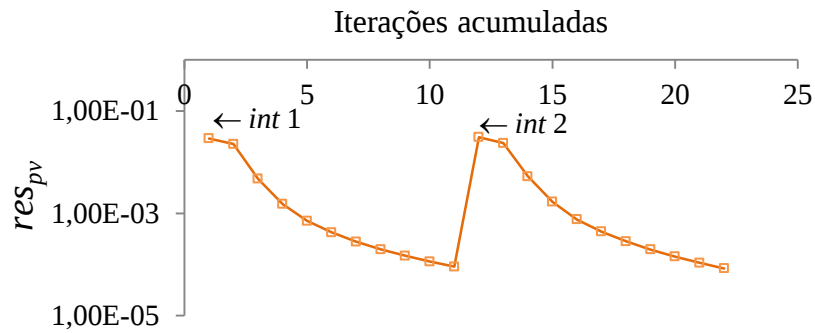


Fig. 4.11 Convergência do escoamento potencial-viscoso - $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

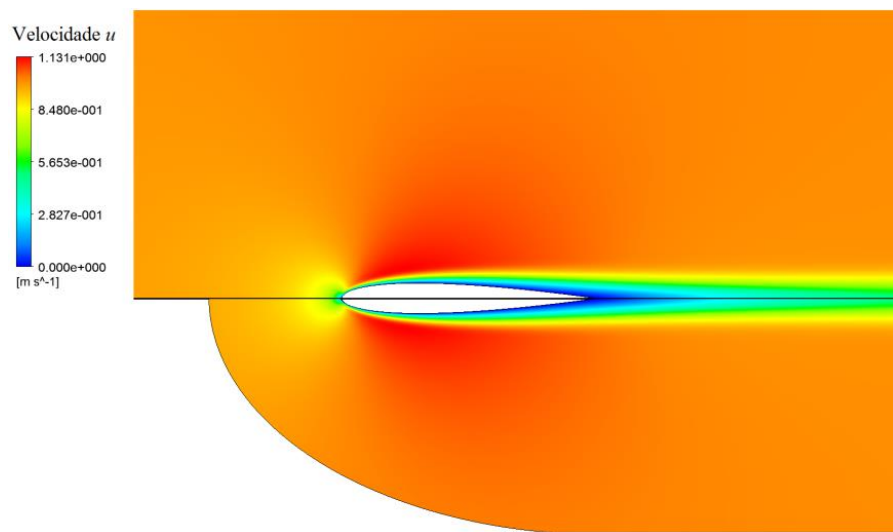


Fig. 4.12 Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior), $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

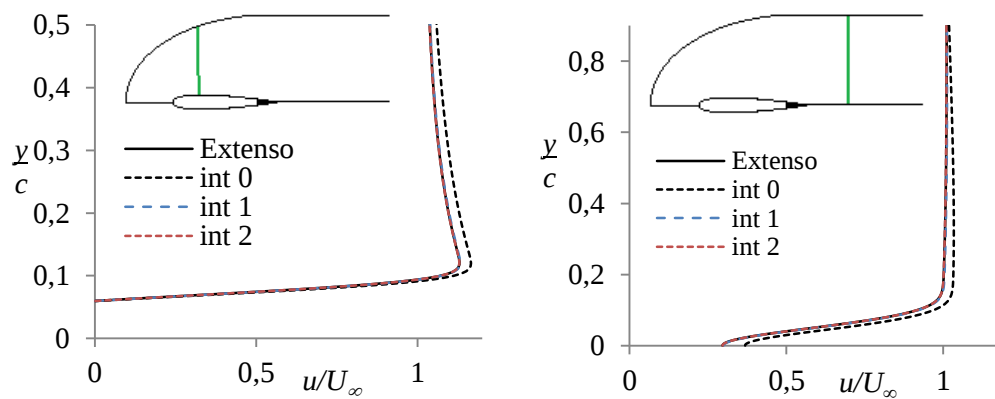


Fig. 4.13 Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2 – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

Em geral, os resultados utilizando o domínio $y_{dr} = 0.9c$ (Tab. 4.7) foram mais satisfatórios. Apesar da baixa redução do tempo computacional, o erro relativo do coeficiente de arrasto, em média, foi o menor, Tab. 4.9. Por esse motivo, o domínio $y_{dr} = 0.9c$ foi considerado para verificar a influência de outros parâmetros.

4.1.3 Influência do Número de Linhas de Amostragem

Os resultados anteriores foram calculados utilizando 30 linhas de amostragem aplicando o critério de pressão total máxima. Para verificar a influência do número de linhas de amostragem, a Seq. 2 da Tab. 4.7 foi recalculada utilizando também 16 e 56 linhas. Conforme feito anteriormente, metade dessas linhas está na parte superior do domínio, enquanto que a outra metade está na parte inferior.

A Tab. 4.11 mostra os resultados da ultima interação variando o número de linhas de amostragem. A Fig. 4.14 mostra a parte superior da fronteira rotacional da ultima interação. Dado o número de linhas, os números dos painéis que as definem foram mantidos à medida que aumenta o número de linhas. Note-se que o número de linhas modificou a forma da fronteira rotacional na região próxima ao bordo de ataque, Fig. 4.14(b), no entanto, isso não influenciou de maneira significativa os resultados, Tab. 4.11 e Fig. 4.15.

Tab. 4.11 – Tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto no domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2, em função do número de linhas de amostragem – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

	Tempo comp. [s]	It.	c_d
Domínio Extenso	192	91	0.08344
Domínio Reduzido			
16 linhas	134	134	0.08355
30 linhas	129	134	0.08354
56 linhas	145	147	0.08359

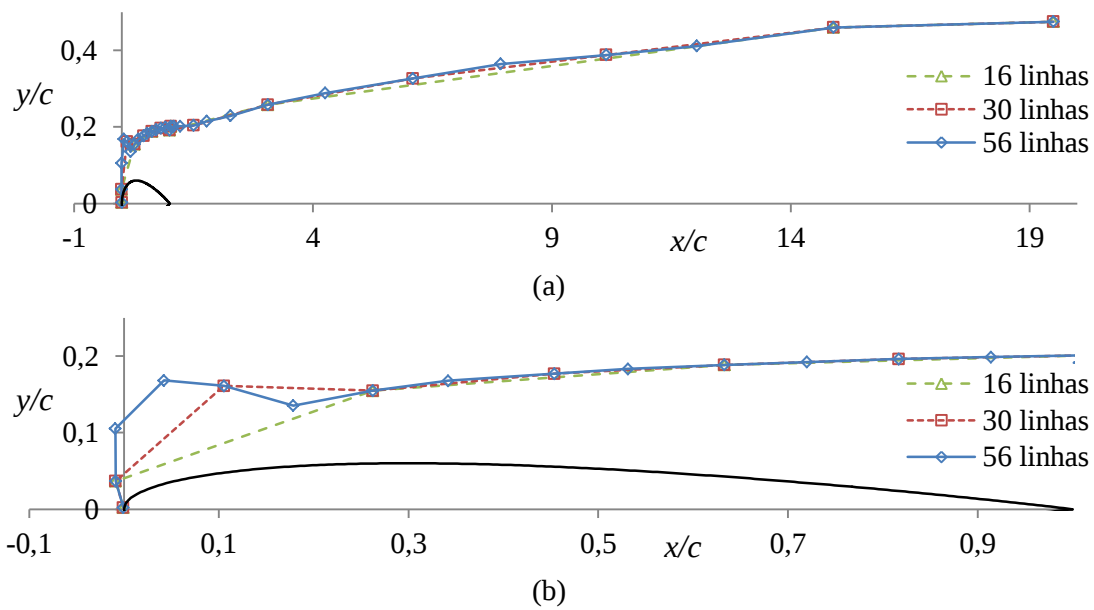


Fig. 4.14 (a) Parte superior da fronteira rotacional para 16, 30 e 56 linhas de amostragem. (b) Destaque na região sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

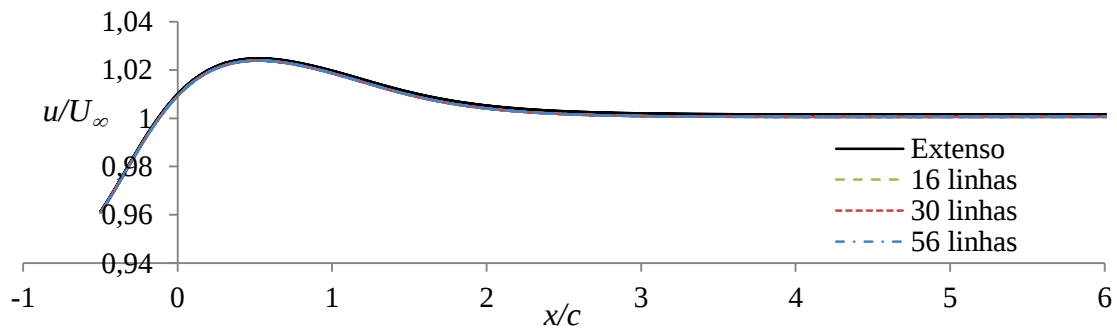


Fig. 4.15 Componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, $y_{dr} = 0.9c$, Seq. 2, variando o número de linhas de amostragem – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

4.1.4 Influência dos Critérios de Vorticidade Desprezível

Nos resultados anteriores a fronteira rotacional foi determinada utilizando o critério de pressão total máxima ($p_{t_{max}}$). Para verificar a influência dos outros critérios de vorticidade desprezível (seção 3.3), a Seq. 2 da Tab. 4.7 foi recalculada utilizando também os critérios de vorticidade limite (ω_{lim}) e vorticidade nula ($\omega_z = 0$). Para esses testes foram utilizadas 30 linhas de amostragem. A Fig. 4.16 mostra a parte superior da fronteira rotacional, da ultima interação, utilizando todos os critérios.

4.1 Escoamento Laminar sobre o Perfil NACA 0012

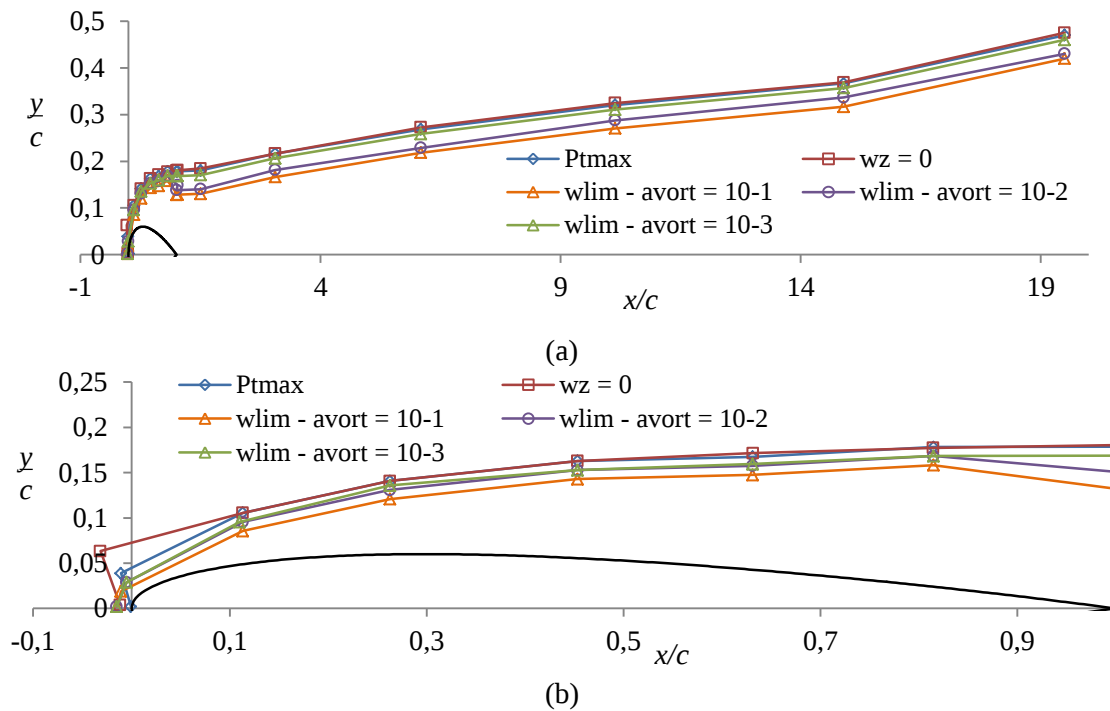


Fig. 4.16 (a) Parte superior da fronteira rotacional resultante dos critérios de vorticidade desprezível. (b) Destaque na região sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

Note-se que os critérios de pressão total máxima e vorticidade nula foram quase equivalentes, exceto na região do bordo de ataque, Fig. 4.16(b). Em geral, o critério de vorticidade limite tende aos outros critérios à medida que α_{vort} diminui. Por esse motivo, para evidenciar as diferenças entre o critério ω_{lim} e os demais, foi escolhido $\alpha_{vort} = 10^{-1}$. A Fig. 4.17 mostra a convergência do escoamento potencial-viscoso (até $res_{pv} = 10^{-4}$) aplicando os critérios de vorticidade desprezível. Embora tenham sido necessárias mais iterações utilizando o critério de vorticidade limite, isso não influenciou de forma significativa os resultados, Tab. 4.12.

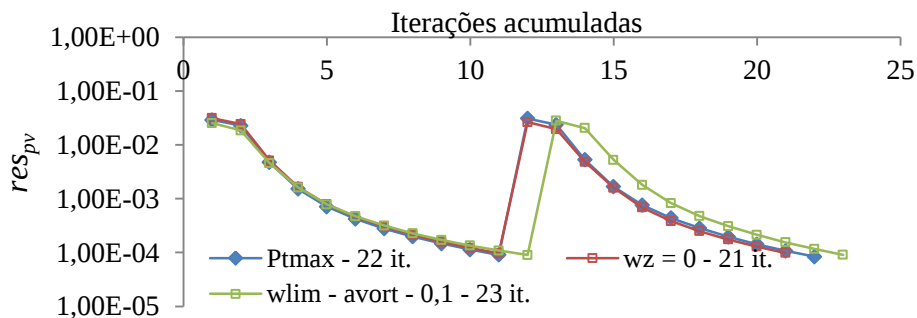


Fig. 4.17 Convergência do escoamento potencial-viscoso aplicando os critérios de vorticidade desprezível – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

Tab. 4.12 – Tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto no domínio reduzido em função do critério de vorticidade desprezível – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

	Tempo comp. [s]	It.	c_a
Domínio Extenso	192	91	0.08344
Domínio Reduzido			
$p_{t_{max}}$	129	134	0.08354
$\omega_z = 0$	128	134	0.08369
$\omega_{lim}, \alpha_{vort} = 0.1$	130	134	0.08353

4.1.5 Influência do Resíduo RMS da Última Interação

Nos resultados anteriores, o resíduo RMS da última interação foi 10^{-12} , no entanto, 10^{-6} ou 10^{-8} seria suficiente para obter resultados satisfatórios (Tab. 4.3). Por esse motivo, as sequências da Tab. 4.7 (domínio reduzido $y_{dr} = 0.9c$) foram recalculadas utilizando também como resíduo da última interação $res_\eta = 10^{-8}$. A Tab. 4.13 mostra o percentual de redução do tempo computacional e erro relativo do coeficiente de arrasto em relação ao domínio extenso para as sequências da Tab. 4.7.

Tab. 4.13 – Percentual de redução do tempo computacional, e erro relativo do coeficiente de arrasto, para $res_\eta = 10^{-8}$ e 10^{-12} – NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$.

	res_η	% redução tempo comp.	% erro relativo
Seq. 1	10^{-8}	24.5	0.41
	10^{-12}	40.6	0.41
Seq. 2	10^{-8}	7.8	0.12
	10^{-12}	32.8	0.12
Seq. 3	10^{-8}	7.8	0.072
	10^{-12}	31.7	0.072

Comparando res_η em cada sequência, verifica-se que a redução do tempo computacional diminuiu consideravelmente de 10^{-12} para 10^{-8} , enquanto que o erro relativo do arrasto não variou. O tempo computacional de cada interação no domínio extenso é maior, então de 10^{-8} até 10^{-12} houve um acúmulo de tempo naquele domínio, o que proporcionou ao domínio reduzido uma redução do tempo computacional mais significativa quando $res_\eta = 10^{-12}$.

4.2 Escoamento Turbulento sobre o Perfil NACA 0012

Nesta seção serão apresentados os resultados do escoamento turbulento sobre o perfil NACA 0012, variando o ângulo de incidência em: 0° , 3° , 5° e 8° . O número de Reynolds, $Re = 10^6$, está baseado no comprimento da corda, $c = 1$ [m], velocidade do escoamento incidente, $U_\infty = 1$ [m/s], massa específica, $\rho = 1$ [kg/m³], e viscosidade dinâmica, $\mu = 10^{-6}$ [kg/(m·s)]. A pressão na saída do domínio é igual a pressão de referência, 0 [Pa].

4.2.1 Convergência de Malha no Domínio Extenso

O estudo de refinamento de malha foi feito apenas para o caso de escoamento sem incidência, $\alpha = 0^\circ$. Assim como na seção anterior, esse estudo foi feito em domínio extenso, e as dimensões do bloco que representa o domínio reduzido foram as mesmas de antes. As dimensões do domínio extenso foram $(r_{inlet}/c, x_{outlet}/c) = (20, 20)$, Fig. 4.1. Em se tratando de escoamento turbulento, os efeitos inerciais são predominantes, então as camadas viscosas ficam mais próximas da parede do corpo, e por isso, aquelas dimensões certamente foram adequadas. Além disso, é necessário refinar a malha próxima ao corpo. Então, foi feito o cálculo da altura dos elementos adjacentes à parede adotando $y^+ \approx 1$, o que resultou altura de $\approx 2.3 \cdot 10^{-5}$ [m], Fig. 4.18.

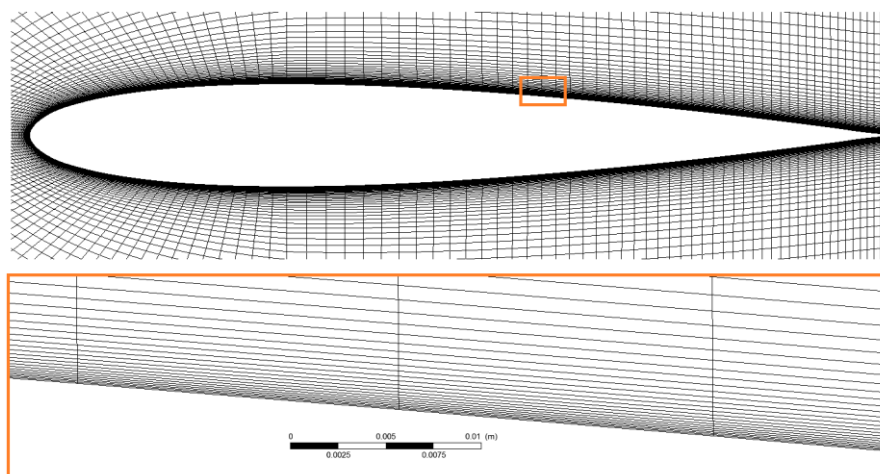


Fig. 4.18 Malha próxima à parede do perfil NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

Foi utilizado o modelo de turbulência $k - \Omega$ SST (subseção 2.2.2). O critério de convergência da malha foi baseado no valor do coeficiente de arrasto, e o resíduo RMS foi 10^{-7} . A Tab. 4.14 mostra os resultados do número de elementos da malha,

4.2 Escoamento Turbulento sobre o Perfil NACA 0012

tempo computacional, número de iterações e coeficiente de arrasto, c_a , para cada nível de refinamento.

Tab. 4.14 – Resultados do estudo de resolução de malha do escoamento turbulento sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

Níveis	Resolução	Número de elementos	Tempo comp. [s]	It.	c_a
<i>Grosso</i>	70x380	26600	472	334	0.01236
<i>Grosso-médio</i>	110x380	41800	258	118	0.01108
<i>Médio</i>	150x380	57000	362	115	0.01082
<i>Refinado</i>	150x490	73500	456	115	0.01078

Optou-se em utilizar a malha de nível *Médio* para definir o resíduo RMS da última interação, Tab. 4.15. Note-se que o resíduo RMS de 10^{-7} foi suficiente para obter resultados satisfatórios.

Tab. 4.15 – Evolução do tempo computacional, número de iterações e coeficiente de arrasto (c_a) no domínio extenso em função do resíduo RMS – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

RMS	Tempo comp. [s]	It.	c_a
10^{-4}	62	20	0.00808
10^{-5}	133	41	0.01075
10^{-6}	275	86	0.01083
10^{-7}	362	115	0.01082
10^{-8}	592	192	0.01082

Nas próximas subseções serão apresentados os resultados do escoamento turbulento sobre o perfil NACA 0012 no domínio reduzido com $y_{dr} = 0.9c$ (Fig. 4.1(b)). A dimensão $x_{outlet} = 20c$ foi mantida. O número de elementos no domínio reduzido foi de 24700, o que correspondeu a uma redução de 56.6% com relação ao domínio extenso, que tem 57000 elementos (o mesmo da seção anterior).

A solução das densidades de fontes e vórtices do escoamento potencial-puro ($int = 0$) foi determinada sobre o corpo e sobre a linha representativa da esteira, que se estende até a saída do domínio. Foram utilizados 180 painéis sobre o corpo, 100 painéis na parte inferior da esteira e 100 na parte superior da esteira, totalizando 380 painéis para representar as superfícies (segundo a malha nível *Médio*, Tab. 4.14).

4.2.2 Ângulo de incidência: 0°

Nesta subseção serão apresentados os resultados do escoamento turbulento sem ângulo de incidência sobre o perfil NACA 0012. O campo de velocidades do escoamento potencial-puro foi inserido como condição de contorno na fronteira do domínio reduzido para iniciar o cálculo do escoamento viscoso. Então, para definir o resíduo RMS da interação 0 (res_0), foi analisada a convergência do coeficiente de arrasto no domínio reduzido, Tab. 4.16.

Tab. 4.16 – Evolução do tempo computacional, número de iterações e coeficiente de arrasto, c_a , no domínio reduzido em função do resíduo RMS da interação 0 – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

RMS res_0	Tempo comp. [s]	It.	c_a
10^{-3}	17	11	0.01131
10^{-4}	39	29	0.01013
10^{-5}	65	50	0.01127

Note-se que os resultados do arrasto não estão muito distantes daquele obtido no domínio extenso (Tab. 4.15, RMS 10^{-7}), para $res_0 = 10^{-4}$ o arrasto foi até menor. Além disso, o comportamento do valor de arrasto foi oscilatório, o que não permitiu definir um valor mais adequado para iniciar o ciclo iterativo. Entretanto, com essa solução foi possível determinar a fronteira rotacional. Para tal foram construídas 32 linhas de amostragem, sendo que 20 delas estão sobre o corpo (10 em cada lado, superior e inferior), e 12 na linha representativa da esteira (6 em cada lado). A disposição das linhas é semelhante ao caso da seção anterior. O critério de pressão total máxima foi utilizado para determinar os pontos da fronteira rotacional.

Em se tratando de escoamento turbulento, a dimensão do domínio reduzido ($y_{dr} = 0.9c$) foi suficiente para que os critérios de vorticidade desprezível fossem satisfeitos em todas as linhas de amostragem. O campo de velocidades do escoamento viscoso foi calculado na fronteira rotacional para dar início à sistemática iterativa do escoamento potencial-viscoso. Conforme analisado na seção anterior, adotar $res_{pv} = 10^{-4}$ também permitiu obter resultados satisfatórios, similares àqueles da Fig. 4.6.

Os campos de velocidades do escoamento potencial-viscoso foram utilizados para atualizar as condições de contorno no subdomínio viscoso. Para tal, foram

escolhidas sequências do resíduo res_{int} que dependem do número de interações. A Tab. 4.17 mostra os resultados do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, no domínio reduzido para cada sequência de interações.

Tab. 4.17 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, c_a , das sequências de interações no domínio reduzido – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

		Tempo comp. [s]	It.	c_a
Domínio Extenso		362	115	0.01082
Domínio Reduzido				
res_{int}				
Seq. 1	$res_0 = 10^{-4}$	39	29	0.01013
	$res_1 = 10^{-4}$	43	30	0.01031
	$res_2 = 10^{-5}$	72	52	0.01115
	$res_3 = 10^{-7}$	116	87	0.01101
Seq. 2	$res_0 = 10^{-4}$	39	29	0.01013
	$res_1 = 10^{-5}$	70	52	0.01102
	$res_2 = 10^{-7}$	115	88	0.01101
Seq. 3	$res_0 = 10^{-5}$	65	50	0.01127
	$res_1 = 10^{-7}$	144	112	0.01101

Note-se que o resultado final do coeficiente de arrasto foi pouco influenciado pelas sequências ou número de interações. Na Seq. 1, houve um comportamento oscilatório no coeficiente de arrasto entre a primeira e ultima atualização. Na Seq. 2, não houve diferença significativa da primeira para ultima atualização. Na Seq. 3, com $res_0 = 10^{-5}$ foi necessária apenas uma atualização para obter arrasto comparável com as demais sequências, contudo, como foi visto na seção anterior (Tab. 4.10), o tempo computacional também foi maior. Em todas as sequências o erro relativo do arrasto foi de 1.75%, e houve redução apreciável do tempo computacional, em média 65.4%. Além disso, em geral, o número de iterações no domínio reduzido foi menor que no domínio extenso. Também foi considerada situação de não atualizar as condições de contorno, quando então o arrasto resultou em 0.01129, o que correspondeu a um erro relativo de 4.34%, maior do que aquele obtido com as atualizações; enquanto o tempo computacional foi de apenas 106 segundos (redução de 70.7%).

Na Tab. 4.17, a Seq. 3 foi escolhida para apresentar alguns resultados gráficos. A Fig. 4.19 mostra a parte superior da fronteira rotacional resultante de todos os critérios de vorticidade desprezível. Note-se que mesmo para escoamento turbulento, o critério de pressão total máxima e vorticidade nula são satisfeitos em posições quase

coincidentes. Note também que, a fronteira rotacional resultante do critério ω_{lim} com $\alpha_{vort} = 10^{-1}$ ficou muito próxima da parede do corpo, fazendo com que alguns pontos intermediários daquela fronteira (resultante do processo de interpolação) cruzassem a parede, Fig. 4.19(b). Nesse caso, seria necessário aumentar o número de linhas de amostragem ou reduzir o valor de α_{vort} . Contudo, o critério utilizado na sistemática iterativa foi o de pressão total máxima, que não apresentou esse tipo de problema.

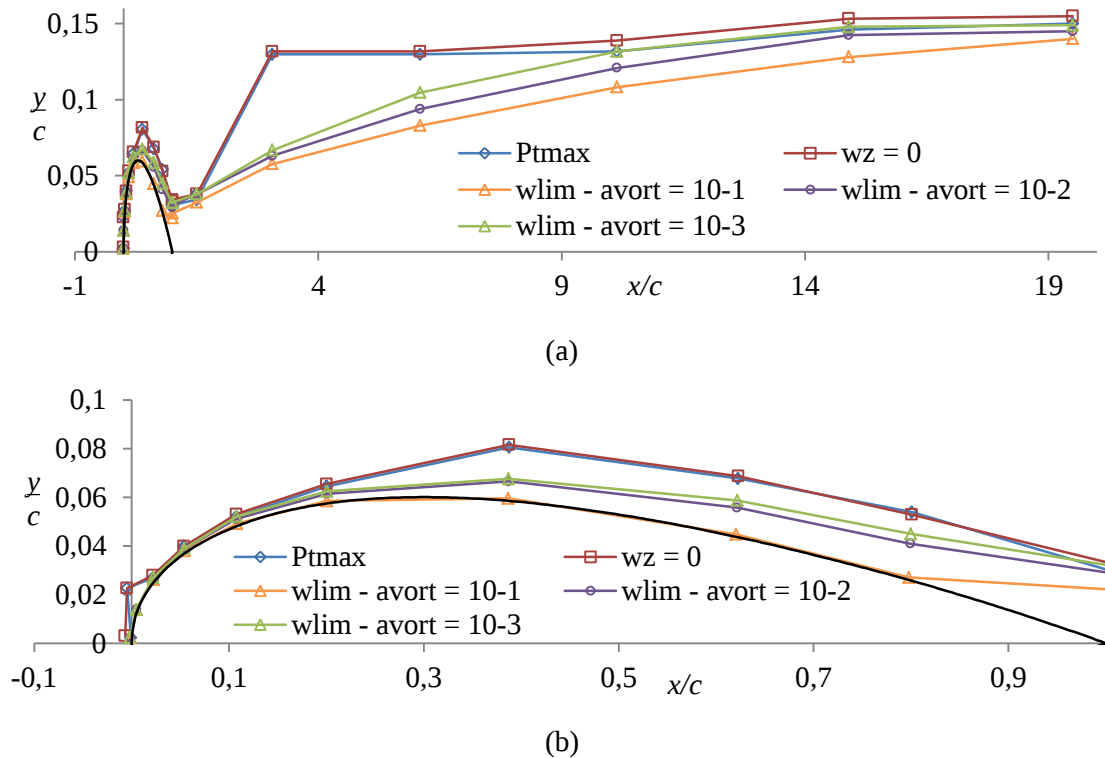


Fig. 4.19 (a) Parte superior da fronteira rotacional resultante dos critérios de vorticidade desprezível. (b) Destaque na região sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

A Fig. 4.20 mostra a evolução do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido. Note-se que a solução do campo de velocidades do escoamento potencial-puro está próxima da solução no domínio extenso, e bastou mais uma interação para obter resultados apreciáveis.

A Fig. 4.21(a) mostra a convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, e a Fig. 4.21 (b) mostra a convergência do escoamento potencial-viscoso.

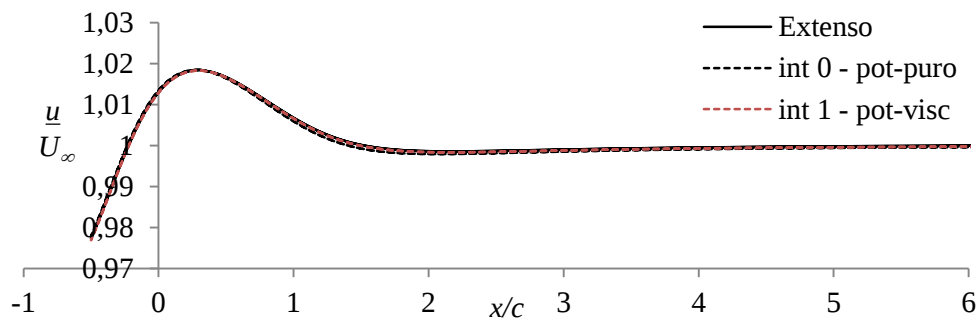


Fig. 4.20 Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, Seq. 3 – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

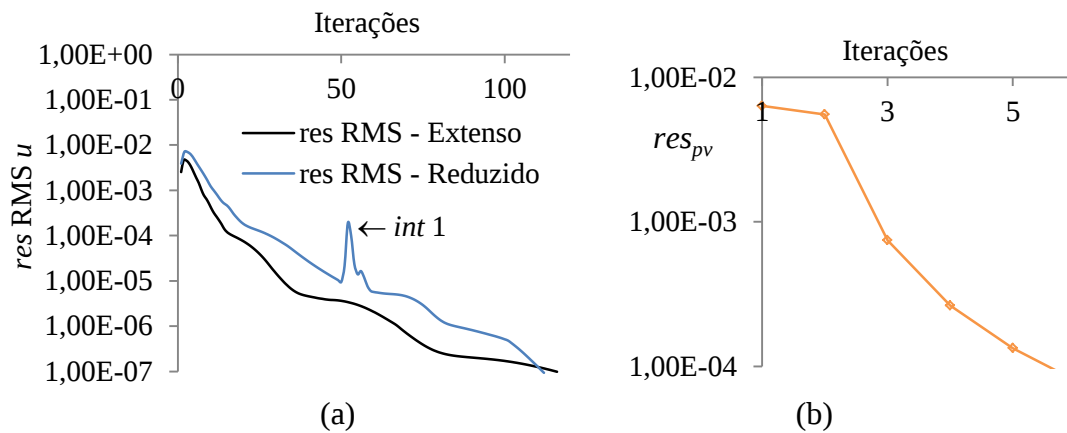


Fig. 4.21 (a) Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, Seq 3. (b) Convergência do escoamento potencial-viscoso – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

A Fig. 4.22 mostra o mapa de cores do campo de velocidades (componente na direção x) calculado no domínio extenso e no domínio reduzido. Note-se que a concordância entre esses resultados foram apreciáveis; isso pode ver verificado melhor nos perfis de velocidade ao longo de linhas de amostragem sobre o perfil NACA 0012 e na esteira, Fig. 4.23.

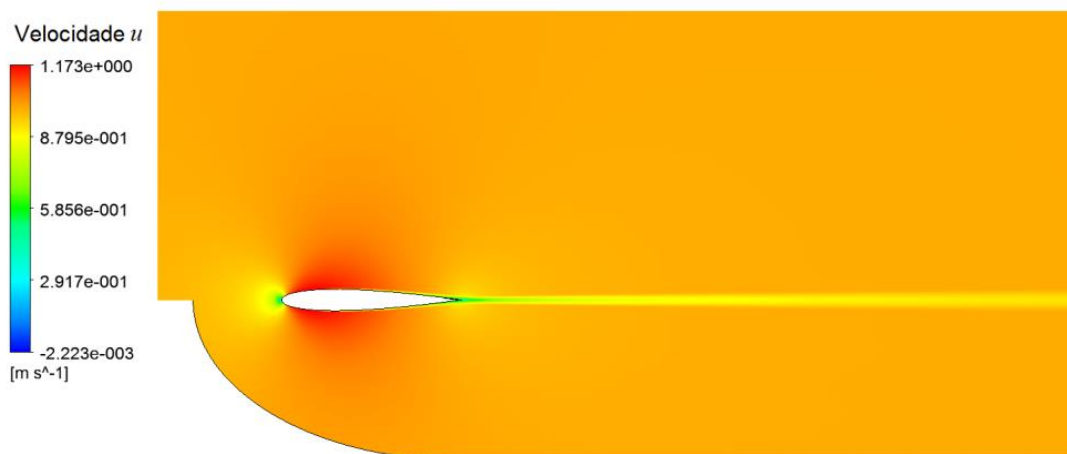


Fig. 4.22 Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior) – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

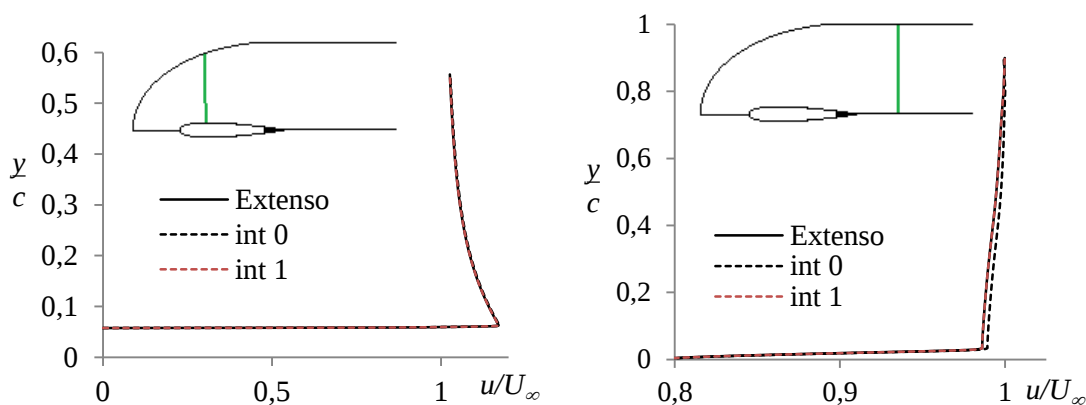


Fig. 4.23 Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, Seq. 3 – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

4.2.3 Ângulo de incidência: 3°

Para as situações com ângulo de incidência, foi utilizada uma malha com resolução igual a malha nível *Médio*, Tab. 4.14. Além disso, na região da esteira, as fronteiras do domínio reduzido seguem a direção do escoamento incidente de acordo com o ângulo de incidência, Fig. 4.24. Para fins de comparação, isso também foi considerado no bloco correspondente do domínio extenso.

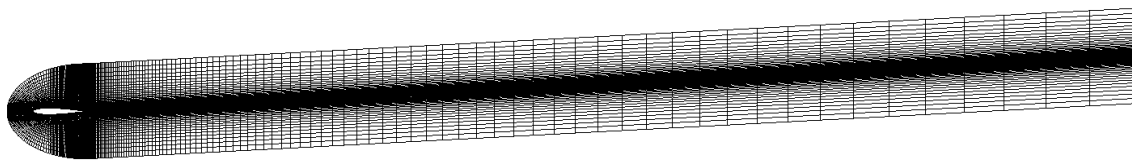


Fig. 4.24 Domínio reduzido utilizado para escoamento com ângulo de incidência de 3° sobre o perfil NACA 0012.

Para definir o resíduo da solução final (última interação), foi analisada a convergência do coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , no domínio extenso, Tab. 4.18(1). Note-se que, nesse caso, o resíduo RMS de 10^{-6} foi suficiente para obter resultados satisfatórios. Também foi analisada a convergência dos coeficientes de arrasto e sustentação (coeficientes aerodinâmicos) em função do resíduo RMS da interação 0, Tab. 4.18(2). Note-se que, em geral, os resultados dos coeficientes aerodinâmicos ficaram próximos daqueles obtidos no domínio extenso (Tab. 4.18(1), RMS 10^{-6}).

Tab. 4.18(1) – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , no domínio extenso em função do resíduo RMS – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$.

RMS	Tempo comp. [s]	It.	c_a	c_s
10^{-4}	60	22	0.00901	0.28561
10^{-5}	122	40	0.01132	0.32355
10^{-6}	255	82	0.01138	0.32514
10^{-7}	654	229	0.01139	0.32506

Tab. 4.18(2) – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , no domínio reduzido em função de res_0 – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$.

RMS res_0	Tempo comp. [s]	It.	c_a	c_s
10^{-3}	16	11	0.01192	0.34501
10^{-4}	40	28	0.01010	0.32289
10^{-5}	63	47	0.01144	0.32872

Para determinar a fronteira rotacional foi utilizado $res_0 = 10^{-5}$. No entanto, os critérios de vorticidade desprezível não foram satisfeitos em algumas linhas de amostragem sobre a esteira (próximas a saída do domínio). Além disso, nas situações com ângulo de incidência, a fronteira rotacional na região do bordo de ataque do perfil ficou muito próxima da parede. Então, para evitar que os pontos intermediários da fronteira rotacional cruzassem a parede, foi considerado um número maior de linhas de

amostragem sobre o corpo, concentrando-as mais na região do bordo de ataque, Fig. 4.25. Para tal, foram construídas 22 linhas de amostragem sobre o perfil NACA 0012, sendo 11 em cada lado.

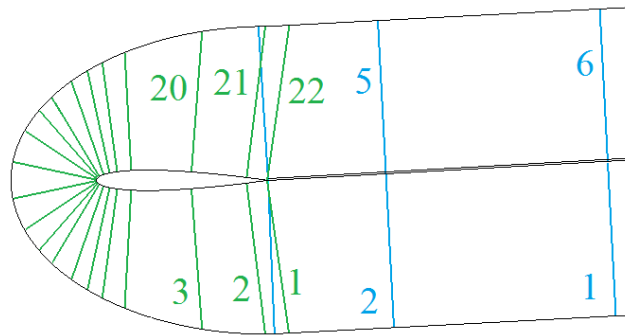


Fig. 4.25 Linhas de amostragem (verde) sobre o perfil NACA 0012 e sobre a esteira (azul), $\alpha = 3^\circ$.

Verificou-se que, independente de res_0 , todos os critérios foram satisfeitos até $x = 3c$. Então, foram suficientes 6 linhas de amostragem sobre a esteira para determinar os pontos da fronteira rotacional correspondente (Fig. 4.25), totalizando 28 linhas de amostragem. Conforme analisado na seção anterior, no presente problema, o comprimento da linha representativa da esteira também não afetou de maneira significativa o campo de velocidades do escoamento potencial-puro (ou potencial-viscoso) na fronteira do domínio reduzido. Os resultados foram similares àqueles da Fig. 4.5. Além disso, para o escoamento potencial-viscoso, há duas condições de contorno que devem ser satisfeitas na linha representativa da esteira no mesmo ponto de cálculo. Então, na discretização da esteira a parte superior e a parte inferior estão separadas por uma distância de $0.001c$.

Foi dado início à sistemática iterativa do escoamento potencial-viscoso, onde novamente foi adotado $res_{pv} = 10^{-4}$. O campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso foi utilizado para realizar apenas uma atualização nas condições de contorno no subdomínio viscoso, adotando $res_0 = 10^{-5}$, e utilizando a condição de Kutta e o teorema de Kutta-Joukowski, Tab. 4.19.

Note-se que os resultados dos coeficientes de arrasto e sustentação utilizando o teorema de Kutta-Joukowski ficaram mais próximos daqueles obtidos no domínio extenso. Usar a condição de Kutta para determinar a solução do escoamento potencial-viscoso resultou na redução do valor do coeficiente de arrasto, principalmente. Em

comparação com a condição de Kutta, a solução utilizando apenas o escoamento potencial-puro (sem atualizações até o resíduo RMS 10^{-6}) foi suficiente para obter resultados satisfatórios em termos do coeficiente de arrasto e do tempo computacional. A Tab. 4.20 mostra o percentual de redução do tempo computacional e do erro relativo dos coeficientes aerodinâmicos.

Tab. 4.19 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , da sequência de interações no domínio reduzido – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$.

		Tempo comp. [s]	It.	c_a	c_s
Domínio Extenso		255	58	0.01138	0.32514
Domínio Reduzido	res_{int}				
	$res_0 = 10^{-5}$	63	47	0.01137	0.32869
Kutta	$res_1 = 10^{-6}$	122	91	0.01118	0.32678
Kutta- Joukowski		125	91	0.01139	0.32637

Tab. 4.20 – Percentual de redução do tempo computacional e percentual do erro relativo dos coeficientes de arrasto e sustentação – NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$.

	% redução tempo comp.	% erro relativo	
		c_a	c_s
Potencial-puro	65.5	1.15	0.68
Kutta	52.1	1.75	0.50
Kutta- Joukowski	50.1	0.08	0.38

A Fig. 4.26 mostra a fronteira rotacional resultante de todos os critérios de vorticidade desprezível. Note-se que mesmo para escoamento turbulento com ângulo de incidência, o critério de pressão total máxima e vorticidade nula são satisfeitos em posições quase coincidentes. As Figs. 4.27 a 4.30 mostram a mesma sequência de resultados da seção anterior.

Note na Fig. 4.27 que o uso das abordagens: condição de Kutta ou do teorema de Kutta-Joukowski (KJ), não influenciou de maneira significativa o campo de velocidade do escoamento potencial-viscoso na fronteira do domínio reduzido. É interessante observar que a velocidade do escoamento potencial-puro na fronteira do domínio reduzido resultou um coeficiente de arrasto melhor que o obtido com escoamento potencial-viscoso com condição de Kutta (Tab. 4.20). Entretanto, a velocidade não ficou tão próxima da solução viscosa (domínio extenso) quando comparada com a do escoamento potencial-viscoso. O número de iterações no subdomínio viscoso foi o

mesmo para ambas as abordagens, Fig. 4.28(a), já o número de iterações para convergir o escoamento potencial-viscoso foi maior para abordagem do teorema de Kutta-Joukowski, Fig. 4.28(b).

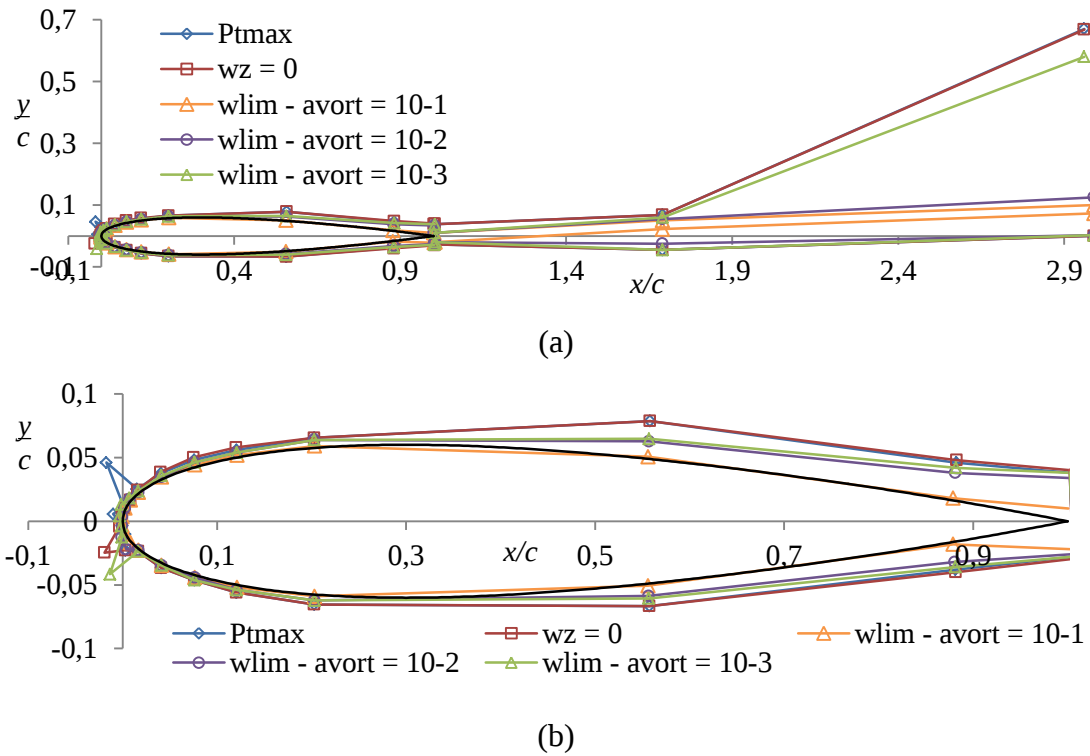


Fig. 4.26 (a) Fronteira rotacional resultante dos critérios de vorticidade desprezível. (b) Destaque na região sobre o perfil NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$.

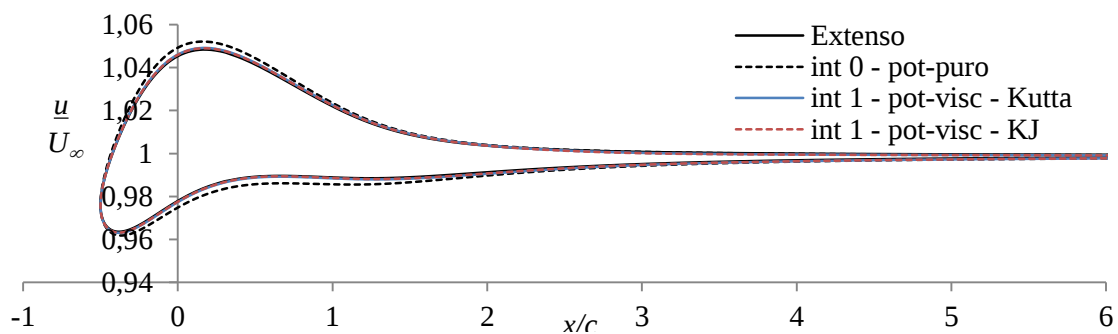
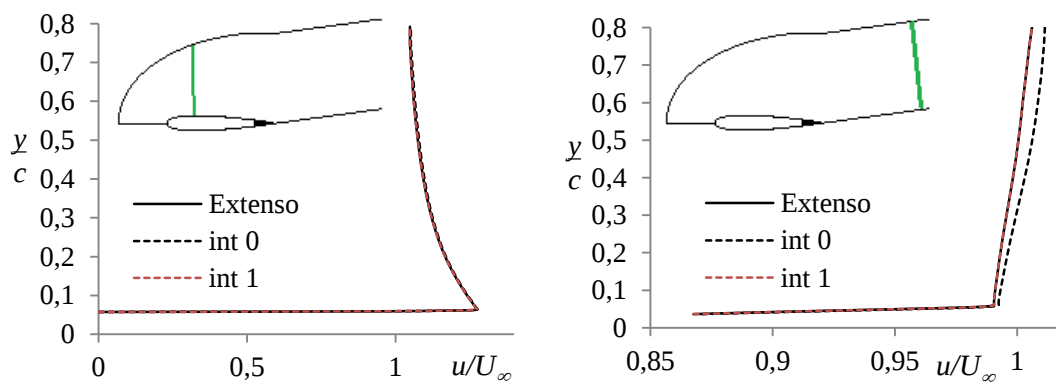
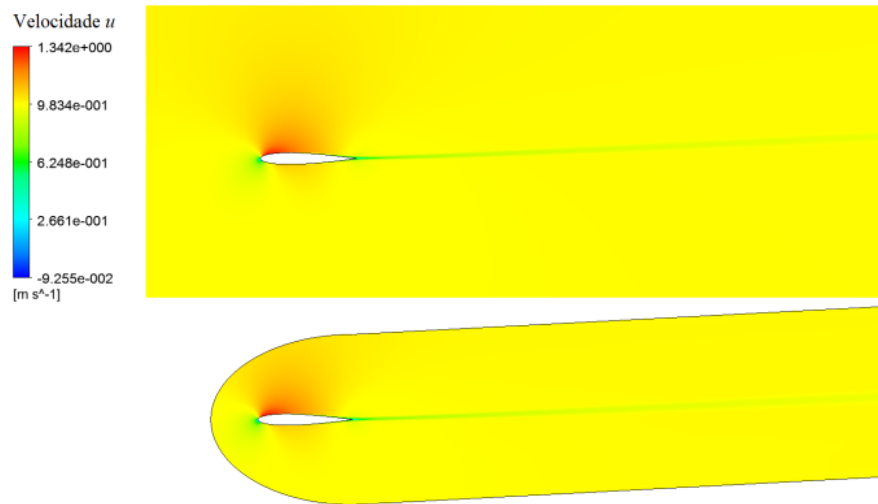
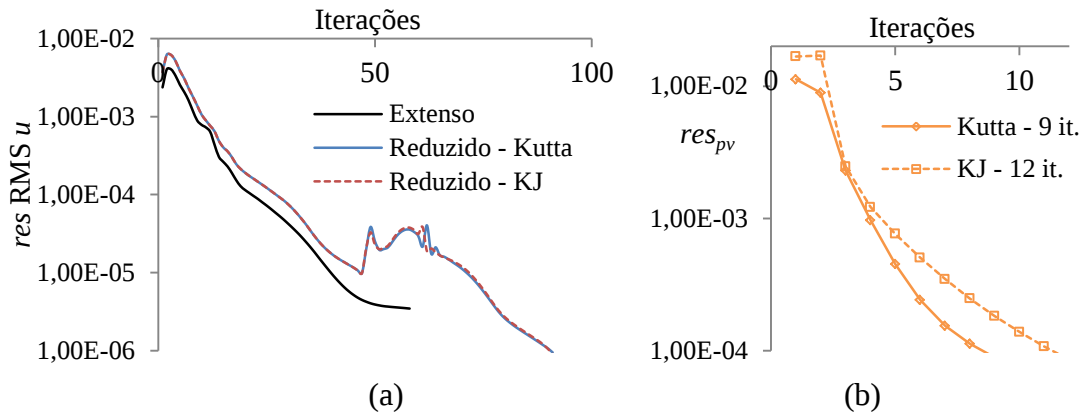


Fig. 4.27 Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$.



4.2.4 Ângulo de incidência: 5° e 8°

Para essas situações foram aplicados os mesmos procedimentos da situação anterior, no que diz respeito à forma e dimensão do domínio reduzido e ao número e posição das linhas de amostragem. Uma análise de convergência dos coeficientes aerodinâmicos definiu que o resíduo RMS da última interação, 10^{-6} , foi suficiente para obter resultados satisfatórios. Também foi analisada a convergência dos resultados em função do resíduo RMS da interação 0 (10^{-3} , 10^{-4} e 10^{-5}), mostrando que os coeficientes aerodinâmicos ficaram próximos daqueles obtidos no domínio extenso correspondente. O campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso foi utilizado para realizar apenas uma atualização, adotando $res_0 = 10^{-5}$, e utilizando a condição de Kutta e o teorema de Kutta-Joukowski.

As Tabs. 4.21 e 4.22 mostram os resultados para situação de $\alpha = 5^\circ$ e $\alpha = 8^\circ$, respectivamente. Para 5° , ao utilizar a solução do escoamento potencial-viscoso houve redução do coeficiente de sustentação em comparação com a solução da interação 0. Para 8° ocorreu o contrário, e o coeficiente de sustentação ainda ficou relativamente distante daquele obtido no domínio extenso, além disso, a redução do tempo computacional não foi muito significativa. Note-se que em ambas as situações, o resultado dos coeficientes de arrasto com a abordagem do teorema de Kutta-Joukowski ficou mais próximo daquele obtido no domínio extenso, no entanto, o erro relativo foi alto. Por outro lado, o erro relativo do coeficiente de sustentação foi menor em ambas as abordagens.

Tab. 4.21 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto (c_a), e coeficiente de sustentação (c_s), da sequência de interações no domínio reduzido – NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 5^\circ$.

		Tempo comp. [s]	It.	c_a	c_s
Domínio Extenso		155	68	0.01255	0.53686
Domínio Reduzido	res_{int}				
	$res_0 = 10^{-5}$	65	48	0.01159	0.53614
Kutta	$res_1 = 10^{-6}$	108	97	0.01195	0.53205
Kutta- Joukowski		110	94	0.01218	0.53148

Tab. 4.22 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto (c_a), e coeficiente de sustentação (c_s), da sequência de interações no domínio reduzido – NACA 0012 – $Re = 10^6$, $\alpha = 8^\circ$.

		Tempo comp. [s]	It.	c_a	c_s
Domínio Extenso		151	65	0.01578	0.83726
Domínio Reduzido	res_{int}				
	$res_0 = 10^{-5}$	80	57	0.21888	0.80864
Kutta	$res_1 = 10^{-6}$	128	107	0.01399	0.82847
Kutta- Joukowski		129	105	0.01468	0.82759

Os erros relativos dos coeficientes de arrasto e sustentação para 5° utilizando a condição de Kutta foram 4.78% e 0.89%, respectivamente; enquanto que o percentual de redução do tempo computacional foi de 30.22%. Por outro lado, utilizando o teorema de Kutta-Joukowski, os erros relativos dos coeficientes aerodinâmicos foram 2.94% e 1%, com percentual de redução do tempo computacional de 29%. Já o erro relativo dos coeficientes aerodinâmicos para 8° utilizando a condição de Kutta foram 11.34% e 1.05%, respectivamente; enquanto que o percentual de redução do tempo computacional foi de 15.2%. Utilizando o teorema de Kutta-Joukowski, os erros relativos foram 6.97% e 1.15%, com redução do tempo computacional de 14.6%.

Foi mencionado no trabalho de Rosemurgy (2014) que o valor do coeficiente de sustentação no domínio reduzido, aplicando o teorema de Kutta-Joukowski, tende a ser menor que aquele calculado aplicando a condição de Kutta. Apesar da pouca diferença, essa tendência também foi observada em todas as situações, Tabs. 4.19, 4.21 e 4.22.

As Figs. 4.31 a 4.37 mostram a mesma sequência de resultados das seções anteriores. Os resultados são similares aqueles já obtidos para $\alpha = 3^\circ$. Note-se que novamente, o uso das abordagens não influenciou de maneira significativa o campo de velocidade na fronteira do domínio reduzido, Fig. 4.32, e o número de iterações para convergir o escoamento potencial-viscoso foi maior para a abordagem do teorema de Kutta-Joukowski, Fig. 4.34.

4.2 Escoamento Turbulento sobre o Perfil NACA 0012

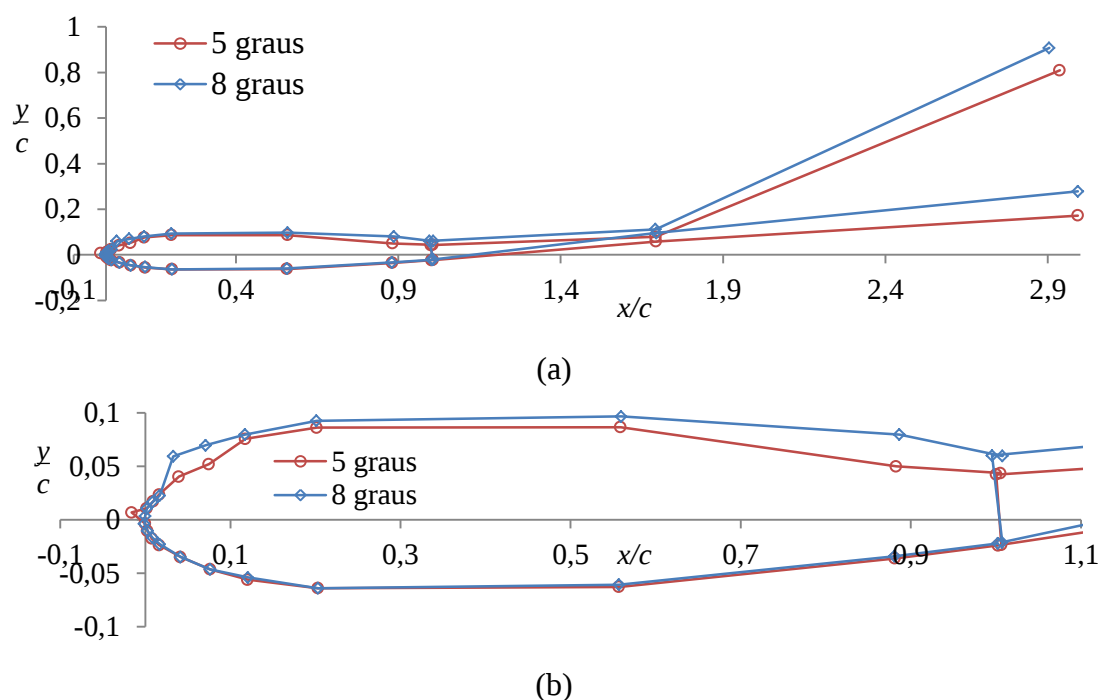


Fig. 4.31 (a) Fronteira rotacional resultante do critério de pressão total máxima para $\alpha = 5^\circ$ e $\alpha = 8^\circ$. (b) Destaque na região sobre o perfil NACA 0012 – NACA 0012, $Re = 10^6$.

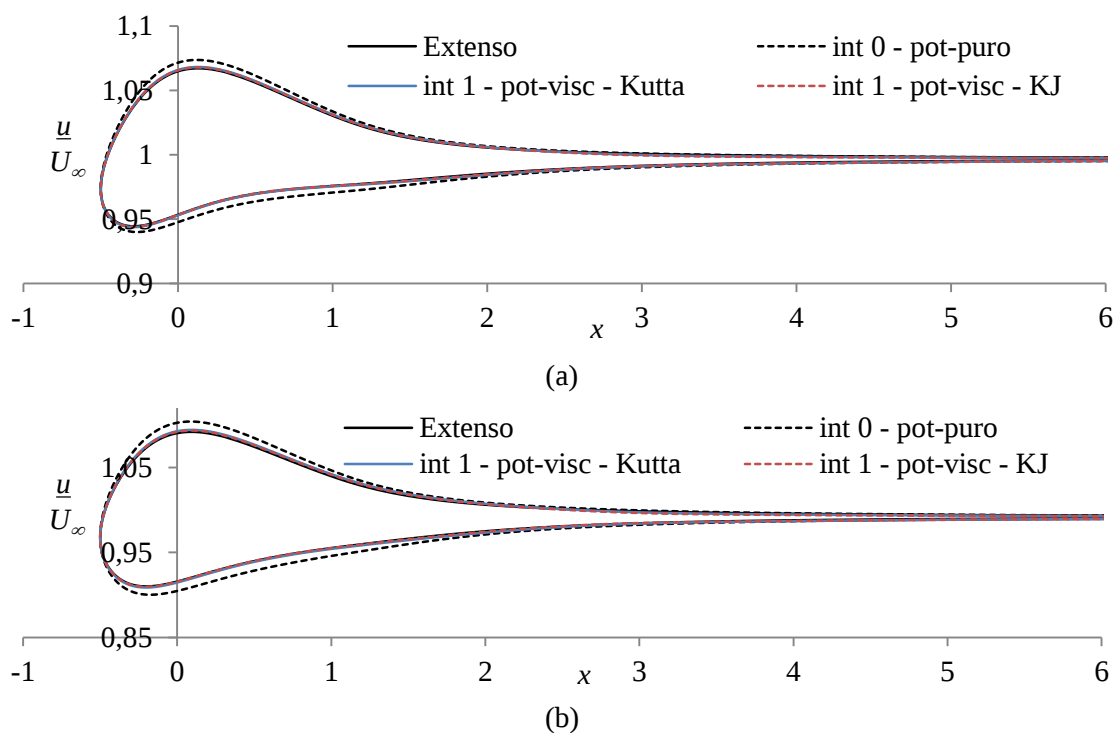


Fig. 4.32 (a) Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido para $\alpha = 5^\circ$, e (b) $\alpha = 8^\circ$ – NACA 0012, $Re = 10^6$.

4.2 Escoamento Turbulento sobre o Perfil NACA 0012

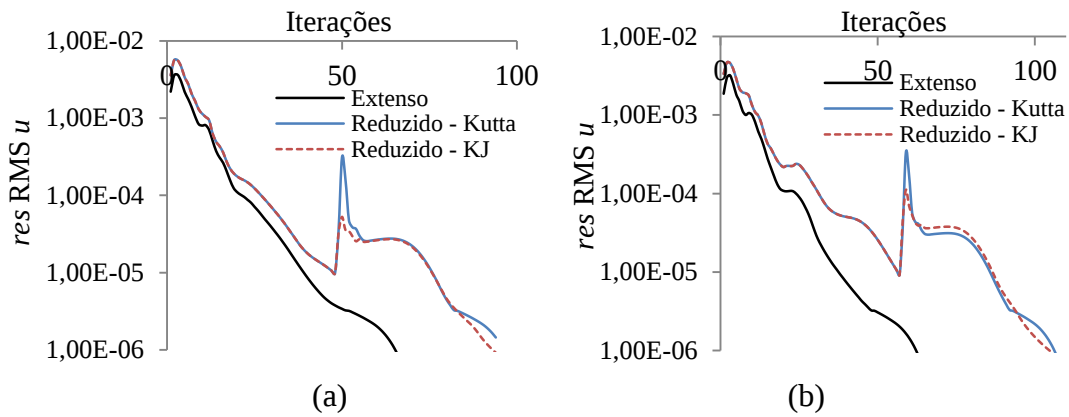


Fig. 4.33 (a) Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido para $\alpha = 5^\circ$, e (b) $\alpha = 8^\circ$ – NACA 0012, $Re = 10^6$

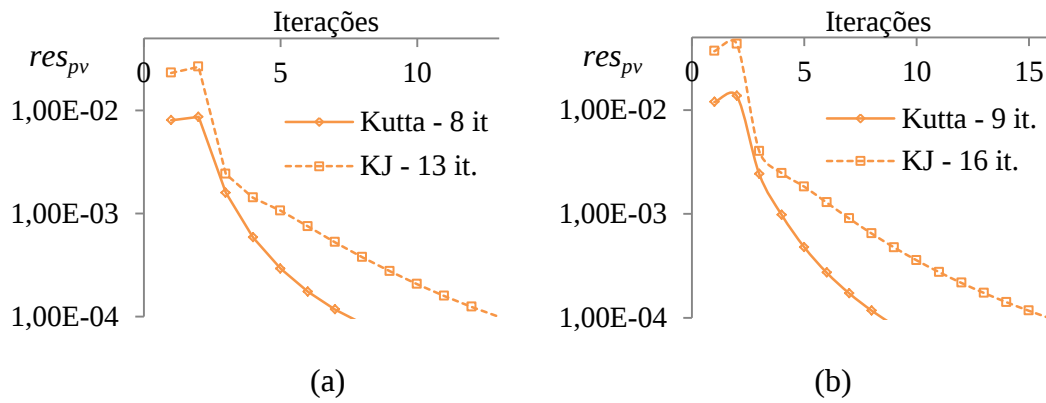


Fig. 4.34 (a) Convergência do escoamento potencial-viscoso para $\alpha = 5^\circ$, e (b) $\alpha = 8^\circ$ – NACA 0012, $Re = 10^6$.

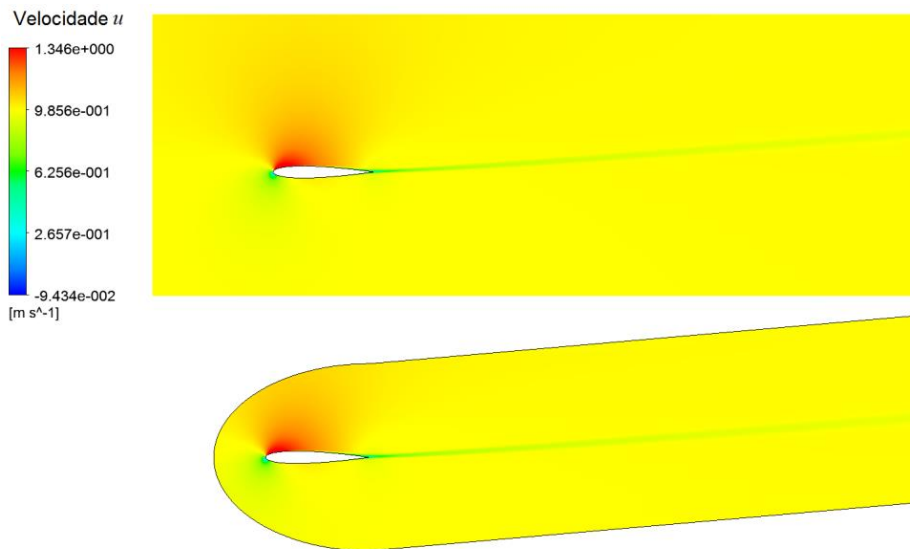


Fig. 4.35 Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior) utilizando o teorema de Kutta-Joukowski – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 5^\circ$.

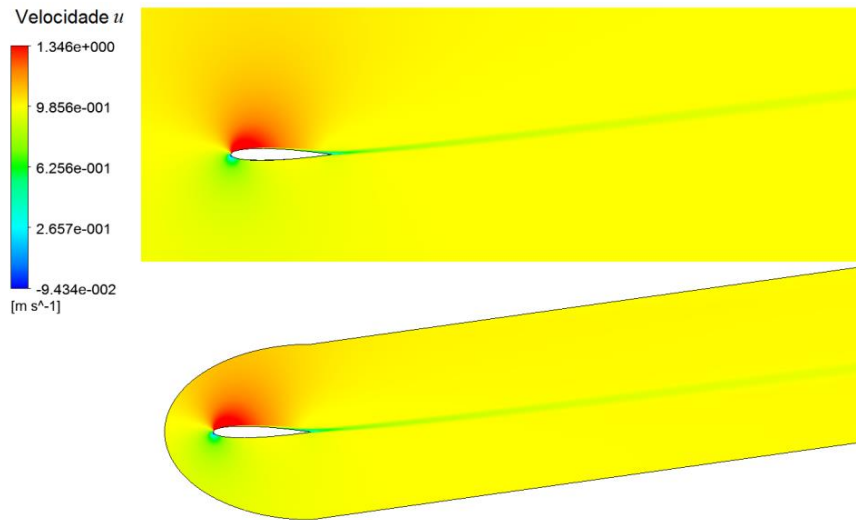


Fig. 4.36 Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior) utilizando o teorema de Kutta-Joukowski – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 8^\circ$.

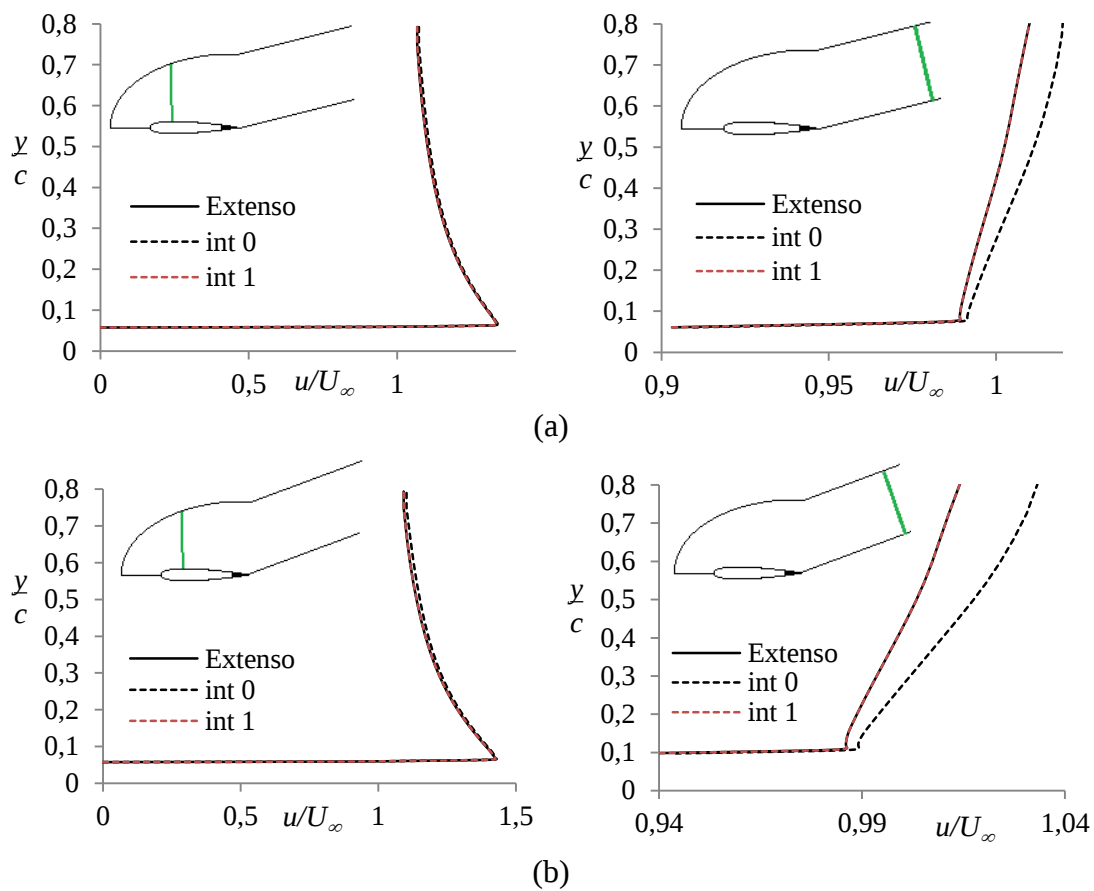


Fig. 4.37 (a) Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, para $\alpha = 5^\circ$, e (b) $\alpha = 8^\circ$ – NACA 0012, $Re = 10^6$.

4.3 Escoamento Laminar sobre um Cilindro Quadrado

Nesta seção serão apresentados os resultados do escoamento laminar, sem ângulo de incidência, sobre um cilindro quadrado (denominado apenas quadrado) centrado na origem. O número de Reynolds, $Re = 60$, está baseado no lado do quadrado, $l = 1$ [m], velocidade do escoamento incidente, $U_\infty = 1$ [m/s], massa específica, $\rho = 1$ [kg/m³], e viscosidade dinâmica, $\mu = 0.0166$ [kg/(m·s)]. A pressão na saída do domínio é igual a pressão de referência, 0 [Pa].

A motivação para o estudo desse caso se deve ao fato das linhas de amostragem que emergem da parte traseira do quadrado ficarem totalmente submersas na esteira viscosa. Assim, torna-se impossível satisfazer um critério de vorticidade desprezível ao longo dessas linhas. No entanto, o uso de uma superfície auxiliar adequada evita esse tipo de limitação.

Inicialmente, foi feito um estudo de refinamento e dimensão de malhas no domínio extenso, onde foi construído um bloco que representa o domínio reduzido, Fig. 4.38. Foi utilizado um domínio cujas dimensões são $(x_{inlet}/l$ e $x_{outlet}/l, y_{outlet}/l) = (50,50)$. O critério de convergência da malha foi baseado no valor do coeficiente de arrasto, e o resíduo RMS 10^{-7} permitiu obter resultados satisfatórios. A Tab. 4.23 mostra os resultados do número de elementos da malha, tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, c_a , para cada nível de refinamento.

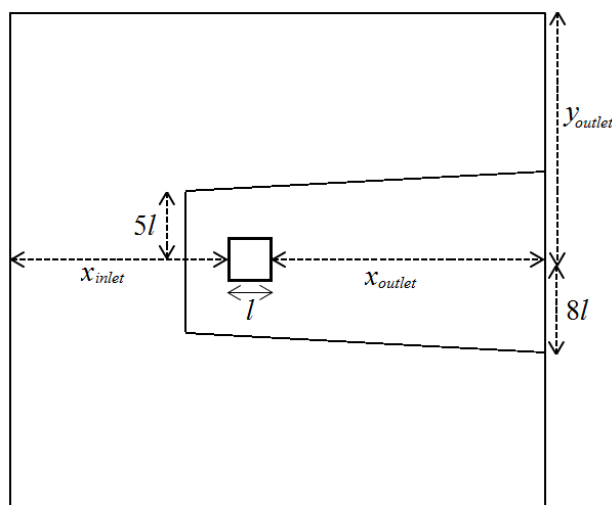


Fig. 4.38 Representação do domínio computacional.

4.3 Escoamento Laminar sobre um Cilindro Quadrado

Tab. 4.23 – Resultados do estudo de resolução de malha do escoamento laminar ao redor do quadrado – $Re = 60$.

Níveis	Número de elementos	Tempo comp. [s]	It.	c_a
<i>Grosseiro</i>	108750	169	50	1.4318
<i>Médio</i>	210000	301	43	1.4172
<i>Refinado</i>	351950	549	41	1.4148
<i>Muito-refinado</i>	480000	637	40	1.4166

Para o estudo de dimensão da malha, optou-se por utilizar a malha de nível *Refinado*. A resolução da malha no bloco que corresponde ao domínio reduzido foi mantida, enquanto que na parte complementar do domínio o número de elementos foi alterado de acordo com as dimensões do domínio. A Tab. 4.24 apresenta os resultados do número de elementos, tempo computacional, número de iterações e coeficiente de arrasto para as dimensões representadas na Fig. 4.38. Note-se que as dimensões 50 – 50 foram suficientes para obter resultados satisfatórios.

Tab. 4.24 – Resultados do estudo de dimensão da malha sobre o quadrado – $Re = 60$.

Dimensão x_{inlet}/l e $x_{outlet}/l - y_{outlet}/l$	Número de elementos	Tempo comp. [s]	It.	c_a
25 – 25	115800	210	63	1.4321
50 – 25	140000	480	137	1.4454
50 – 50	351950	549	41	1.4148
50 – 100	523400	808	59	1.4102

Para determinar a solução do escoamento viscoso no domínio reduzido, a dimensão $x_{outlet} = 50l$ foi mantida. Em se tratando de escoamento laminar sobre um corpo rombudo, as dimensões do domínio reduzido foram relativamente maiores que aquelas para o caso de escoamento sobre corpos esbeltos. Com isso, o número de elementos no domínio reduzido foi de 140000, o que correspondeu a uma redução de 60.2% com relação ao domínio extenso nível *Refinado*, que tem 351950 elementos. A Fig. 4.39 mostra parte da malha gerada no domínio reduzido.

A solução das densidades de fontes e vórtices do escoamento potencial-puro foi determinada sobre uma superfície auxiliar de transpiração (SAT) que coincide com a parede do quadrado na parte frontal, e se estende até a saída do domínio, Fig. 4.40. Foram utilizados 900 painéis para representar a superfície auxiliar. O campo de

velocidades do escoamento potencial-puro foi inserido como condição de contorno na fronteira do domínio reduzido para iniciar o cálculo do escoamento viscoso.

Para definir o resíduo RMS da interação 0 (res_0), foi analisada a convergência do coeficiente de arrasto no domínio reduzido, Tab. 4.25. Note-se que a mudança no valor do arrasto não foi muito significativa, e, além disso, os arrastos ainda estão distantes daquele obtido no domínio extenso. Contudo o tempo computacional aumentou de maneira significativa a medida que res_0 diminuiu.

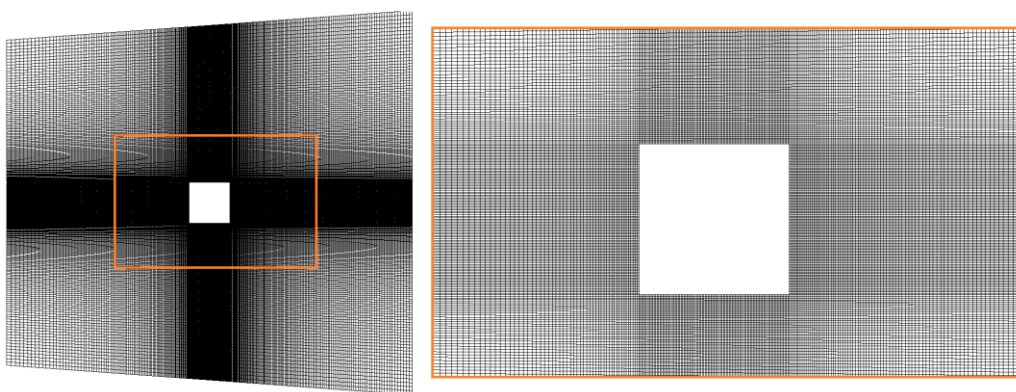


Fig. 4.39 Malha ao redor do quadrado.

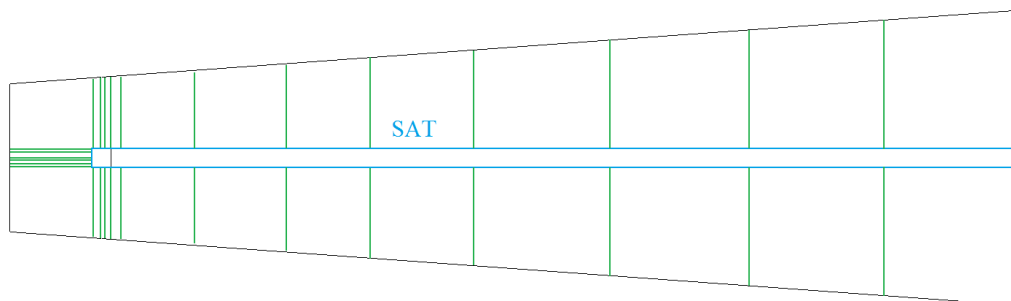


Fig. 4.40 Representação da superfície auxiliar de transpiração (SAT) e das linhas de amostragem.

Tab. 4.25 – Evolução do tempo computacional, número de iterações e coeficiente de arrasto, c_a , no domínio reduzido em função do resíduo RMS da interação 0 – Quadrado, $Re = 60$.

RMS res_0	Tempo comp. [s]	It.	c_a
10^{-4}	47	11	1.5900
10^{-5}	133	28	1.5498
10^{-6}	263	54	1.5496

Para determinar a fronteira rotacional, foram construídas 32 linhas de amostragem (Fig. 4.40). Foi utilizado o critério de vorticidade nula ($\omega_z = 0$). Entretanto, é importante ressaltar que para o domínio reduzido utilizado, dependendo do resíduo

RMS res_0 , o critério de vorticidade desprezível pode não ser satisfeito em todas as linhas de amostragem, Fig. 4.41.

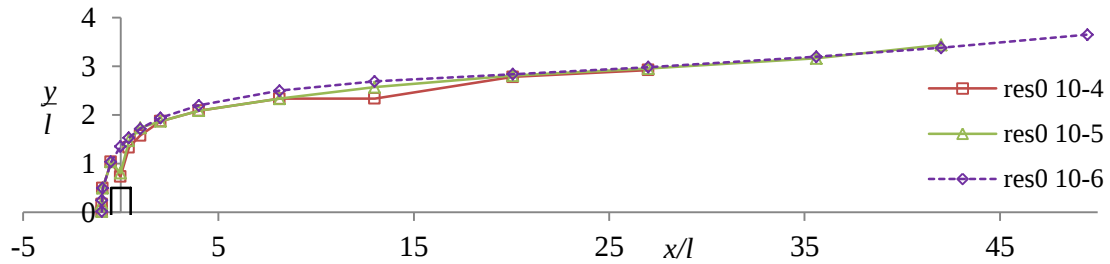


Fig. 4.41 Parte superior da fronteira rotacional, δ , resultante do critério de vorticidade nula variando res_0 – Quadrado, $Re = 60$.

Note-se na Fig. 4.41 que para $res_0 = 10^{-4}$ e 10^{-5} o critério de vorticidade nula não foi satisfeito em todas as linhas de amostragem. Para $res_0 = 10^{-4}$ o critério foi satisfeito até as linhas de amostragem que correspondem a $x = 27l$, enquanto que para $res_0 = 10^{-5}$, $x = 42l$. Contudo, para $res_0 = 10^{-6}$ o escoamento já está bem estabelecido e os pontos onde ω_z muda de sinal foram verificados em todas as linhas de amostragem. Vale ressaltar que o comprimento da superfície auxiliar depende da distância até onde o critério foi satisfeito; contudo, aquele comprimento não afetou de forma significativa o campo de velocidade do escoamento potencial-puro na fronteira do domínio reduzido. Por outro lado, adotando $res_0 = 10^{-6}$, aquele comprimento afetou o campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso resultante da primeira interação, Fig. 4.42.

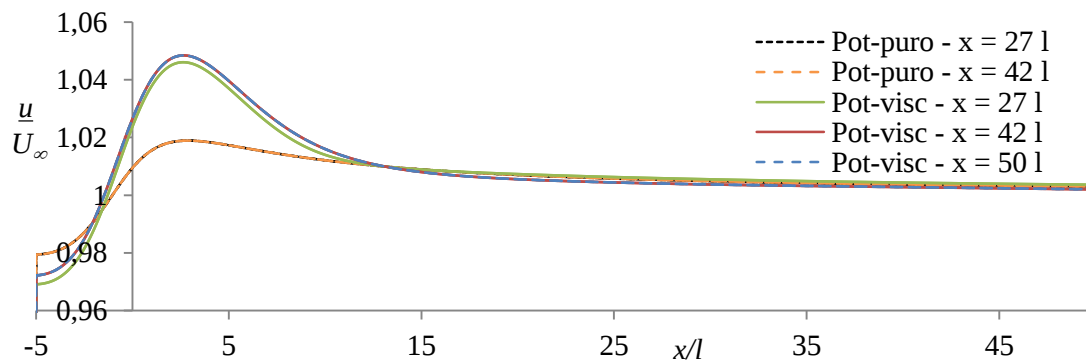


Fig. 4.42 Componente na direção x do campo de velocidades do escoamento potencial-puro e potencial-viscoso sobre a fronteira do domínio reduzido variando o comprimento da superfície auxiliar – Quadrado, $Re = 60$.

Ao contrário dos problemas já apresentados, a espessura e o comprimento da esteira viscosa que se forma a jusante de um corpo rombudo são muito maiores que aquelas formadas nos escoamentos sobre corpos esbeltos. Por isso, para o presente

problema, a solução do escoamento potencial-viscoso foi mais afetada pelo comprimento da superfície auxiliar; pois, quando o critério não é satisfeito em todas as linhas de amostragem, os efeitos viscosos (relacionados a esteira) podem estar sendo negligenciados. Então, é importante que, dentro do possível a fronteira rotacional seja determinada em todo o domínio.

Foi dado início à sistemática iterativa do escoamento potencial-viscoso. Conforme analisado nas seções anteriores, adotar $res_{pv} = 10^{-4}$ também permitiu obter resultados satisfatórios. Então, os campos de velocidades do escoamento potencial-viscoso foram utilizados para atualizar as condições de contorno no subdomínio viscoso. Para tal, foram escolhidas sequências do resíduo res_{int} . A Tab. 4.26 mostra os resultados do tempo computacional, número de iterações e coeficiente de arrasto no domínio reduzido de acordo com a sequência res_{int} .

Tab. 4.26 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, das sequências de interações no domínio reduzido – Quadrado, $Re = 60$.

		Tempo comp. [s]	It.	c_a
Domínio Extenso		548	41	1.4148
Domínio Reduzido				
		res_{int}		
Seq. 1	$res_0 = 10^{-4}$	47	11	1.5900
	$res_1 = 10^{-5}$	136	29	1.4213
	$res_2 = 10^{-7}$	350	77	1.4155
Seq. 2	$res_0 = 10^{-5}$	133	28	1.5498
	$res_1 = 10^{-7}$	380	83	1.4168
Seq. 3	$res_0 = 10^{-6}$	263	54	1.5496
	$res_1 = 10^{-7}$	502	108	1.4110

Todas as sequências produziram resultados satisfatórios para o coeficiente de arrasto, mas a Seq. 1 foi aquela que produziu os melhores resultados: o arrasto ficou próximo daquele obtido no domínio extenso (erro relativo de 0.05%), e o tempo computacional foi o menor (redução de 36.1%). Note-se que o tempo computacional nas Seqs. 1 e 2 estão próximos, e a redução foi satisfatória; já na Seq. 3, a redução do tempo computacional não foi significativa.

Apesar de que na Tab. 4.26 a Seq. 1 tenha sido a melhor, a Seq. 2 foi escolhida para apresentar alguns resultados gráficos. Essa sequência permitiu mostrar a capacidade da sistemática iterativa do escoamento potencial-viscoso em capturar os

4.3 Escoamento Laminar sobre um Cilindro Quadrado

efeitos viscosos com o mínimo de atualizações. A Fig. 4.43 mostra a parte superior da fronteira rotacional resultante de todos os critérios de vorticidade desprezível. Note-se que mesmo para escoamento com baixo número de Reynolds sobre corpo rombudo, o critério de pressão total máxima e vorticidade nula foram satisfeitos em posições quase coincidentes.

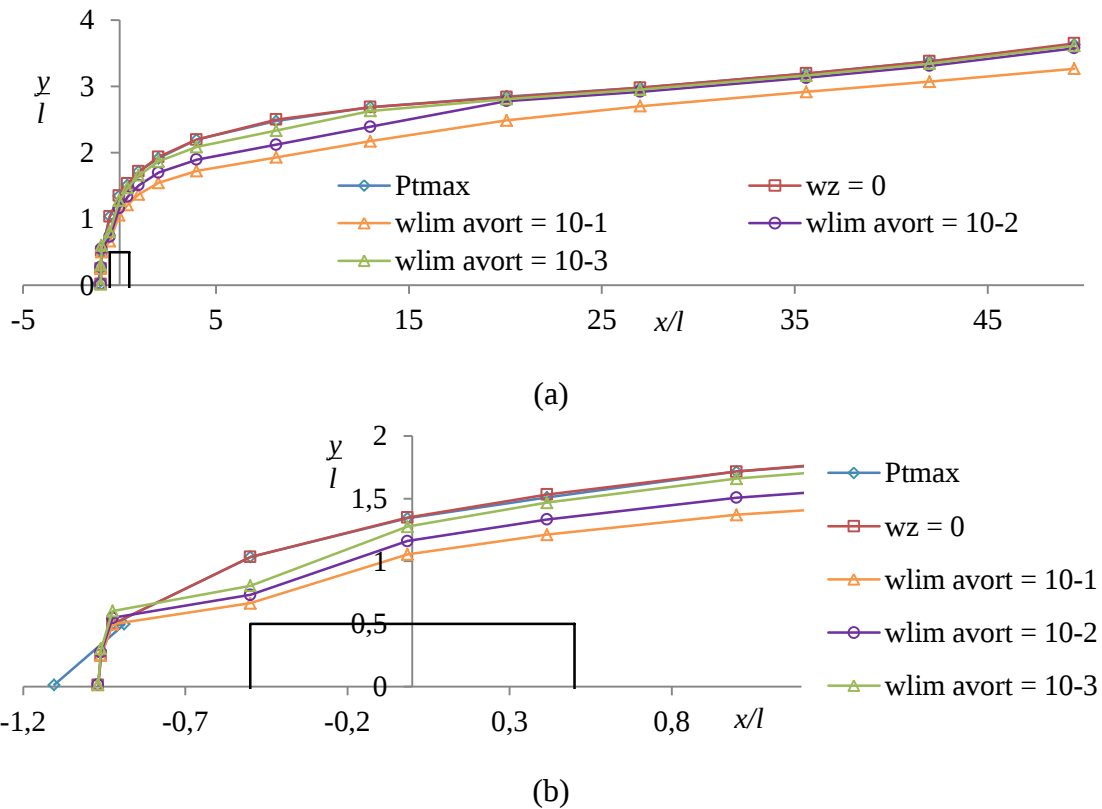


Fig. 4.43 (a) Parte superior da fronteira rotacional resultante dos critérios de vorticidade desprezível. (b) Destaque na região sobre o quadrado – $Re = 60$.

A Fig. 4.44 mostra a evolução do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido. Para fins de comparação, foram plotadas as soluções do escoamento potencial-puro considerando a superfície auxiliar (S_a), e considerado o corpo (S_c). Note-se que o comportamento da solução considerando S_a está mais próximo daquele no domínio extenso. A escolha adequada da S_a permitiu uma solução preliminar mais realista do que aquela obtida impondo a condição de impenetrabilidade em S_c . Contudo, bastou uma interação (Seq. 2) para que a solução do escoamento potencial-viscoso se aproximasse razoavelmente daquela obtida no domínio extenso. Note-se que, em se tratando de escoamento laminar ($Re = 60$) sobre corpo rombudo, a diferença entre a

solução do escoamento potencial-viscoso e aquela obtida no domínio extenso é maior do que nos problemas apresentados nas seções anteriores.

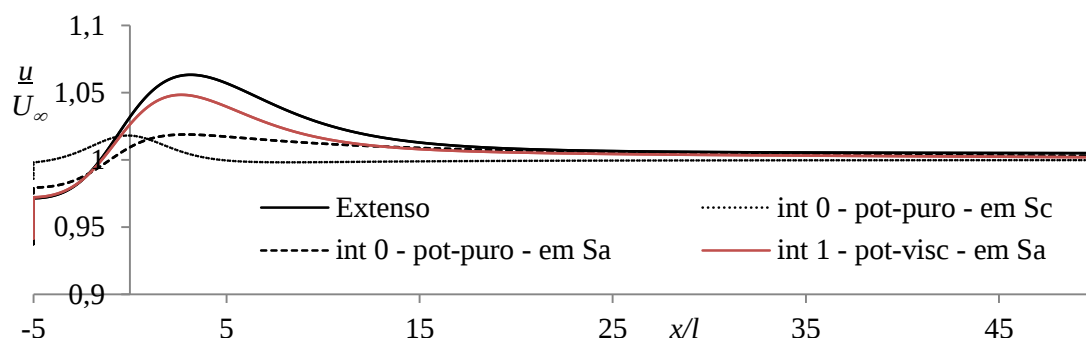


Fig. 4.44 Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, Seq. 2 – Quadrado, $Re = 60$.

A Fig. 4.45(a) mostra a convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e reduzido, e a Fig. 4.45(b) a convergência do escoamento potencial-viscoso. Note-se na Fig. 4.45(b) que o número de iterações para o presente problema foi maior que aqueles resultados das seções anteriores. A Fig. 4.46 mostra os mapas de cores do campo de velocidades no domínio extenso e domínio reduzido. Note-se que houve excelente concordância entre as soluções. Isso pode ser mais bem verificado nos perfis de velocidade ao longo de linhas de amostragem sobre o quadrado, e sobre e a esteira, Fig. 4.47.

Todos os resultados desta seção foram apresentados no artigo de Soares *et al.* (2020). Nesse artigo, também foram apresentados os resultados de convergência de malha no domínio reduzido. Além disso, foi investigada a influência do número de linhas de amostragem e do critério de vorticidade desprezível ($\omega_z = 0$ e ω_{lim}). Os autores também apresentaram resultados do escoamento laminar sobre um cilindro circular e uma semi-elipse.

4.3 Escoamento Laminar sobre um Cilindro Quadrado

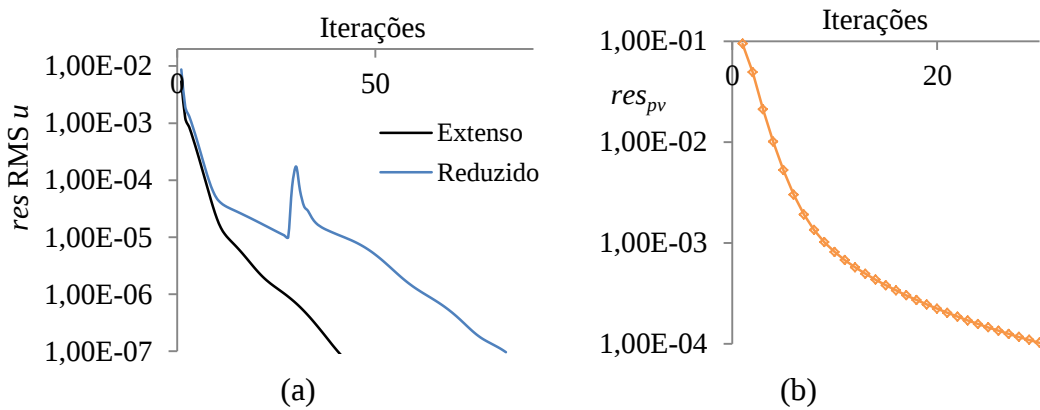


Fig. 4.45 (a) Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, Seq. 2. (b) Convergência do escoamento potencial-viscoso – quadrado, $Re = 60$.

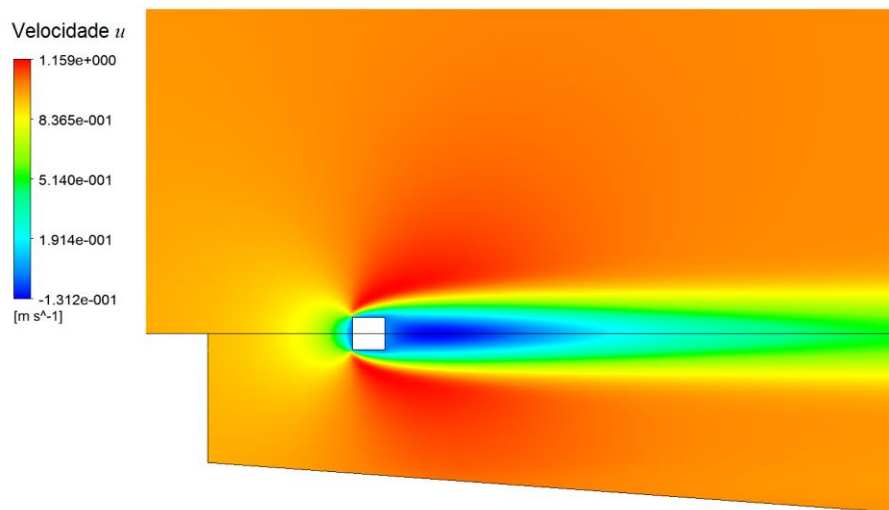


Fig. 4.46 Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior), Seq. 2 – Quadrado, $Re = 60$.

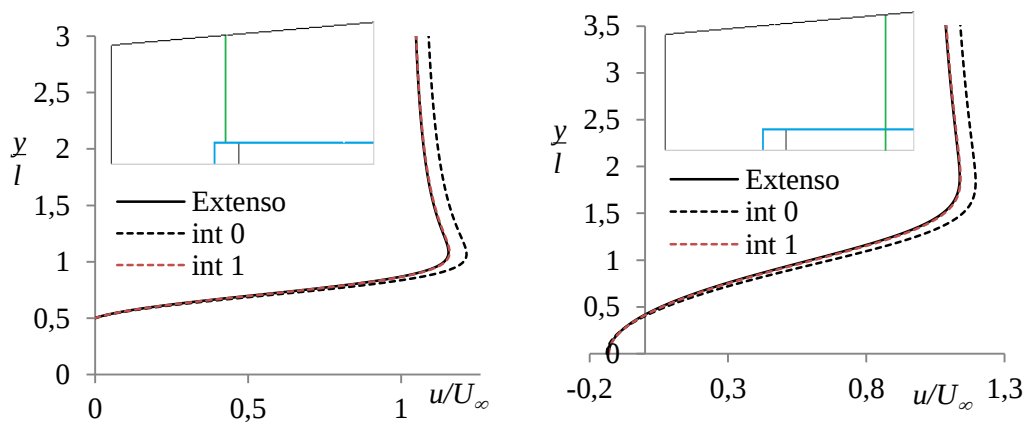


Fig. 4.47 Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso, e no domínio reduzido, Seq. 2 – Quadrado, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

4.4 Escoamento Laminar sobre dois Cilindros Quadrados

Nesta seção, serão apresentados os resultados do escoamento sobre dois cilindros quadrados, de lados iguais a l , alinhados perpendicularmente ao escoamento incidente. O quadrado situado na parte superior do domínio (quadrado superior) está centrado em $(x,y) = (0, l)$, enquanto que o quadrado na parte inferior do domínio (quadrado inferior) está centrado em $(x,y) = (0, -l)$. Os quadrados estão separados por uma distância igual a $1l$. O número de Reynolds, $Re = 40$, está baseado no lado dos quadrados, $l = 1$ [m], velocidade do escoamento incidente, $U_\infty = 1$ [m/s], massa específica, $\rho = 1$ [kg/m³], e viscosidade dinâmica, $\mu = 0.025$ [kg/(m·s)]. A pressão na saída do domínio é igual à pressão de referência, 0 [Pa].

Os resultados do estudo de refinamento de malha foram similares àqueles apresentados para o caso do quadrado (seção anterior). Foi utilizado um domínio com dimensões $(x_{inlet}/l$ e $x_{outlet}/l, y_{outlet}/l) = (50,50)$, Fig. 4.48. O critério de convergência da malha também foi baseado no valor do coeficiente de arrasto. Adotar o resíduo RMS de 10^{-7} permitiu obter resultados satisfatórios, e as dimensões do domínio utilizadas para esse estudo foram adequadas para o problema.

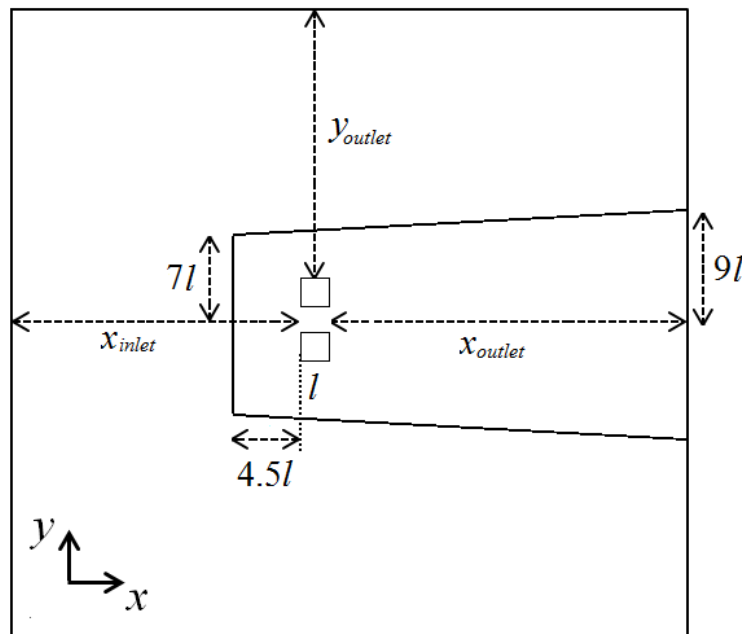


Fig. 4.48 Representação do domínio computacional.

Para determinar a solução do escoamento viscoso no domínio reduzido, a dimensão $x_{outlet} = 50l$ foi mantida. O domínio reduzido ficou com 95000 elementos, o que correspondeu a uma redução de 56.8% com relação ao domínio extenso, que tem 220000 elementos. A Fig. 4.49 mostra parte da malha gerada no domínio reduzido.

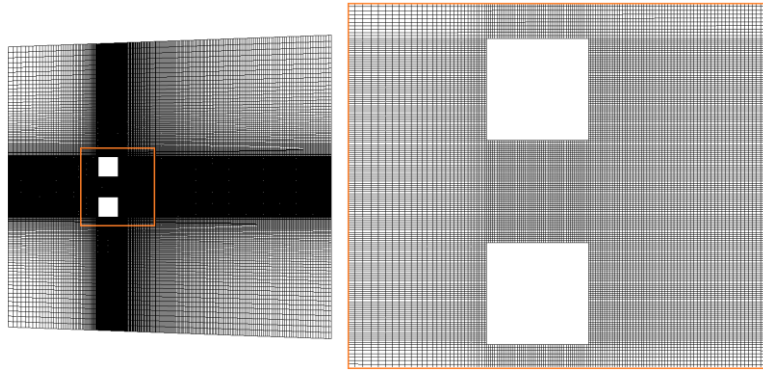


Fig. 4.49 Malha ao redor dos dois quadrados.

A solução das densidades de fontes e vórtices do escoamento potencial-puro foi determinada sobre uma superfície auxiliar de transpiração (SAT), Fig. 4.50. Foram utilizados 826 painéis para representar a superfície auxiliar. Foram construídas 28 linhas de amostragem (Fig. 4.50), e o critério de pressão total máxima foi utilizado para determinar os pontos da fronteira rotacional. Os resultados da fronteira rotacional, variando o resíduo RMS da interação 0, mostraram que $res_0 = 10^{-5}$ foi suficiente para que o critério fosse satisfeito em todas as linhas de amostragem, Fig. 4.51.

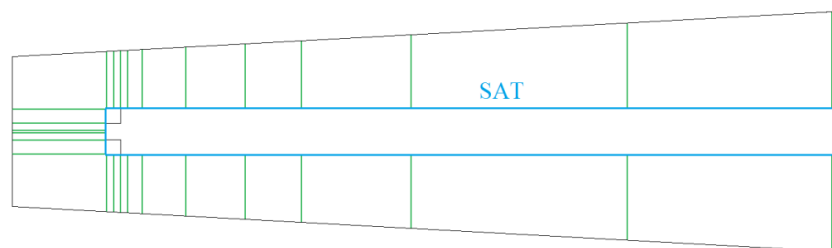


Fig. 4.50 Representação da superfície auxiliar de transpiração (SAT) e das linhas de amostragem.

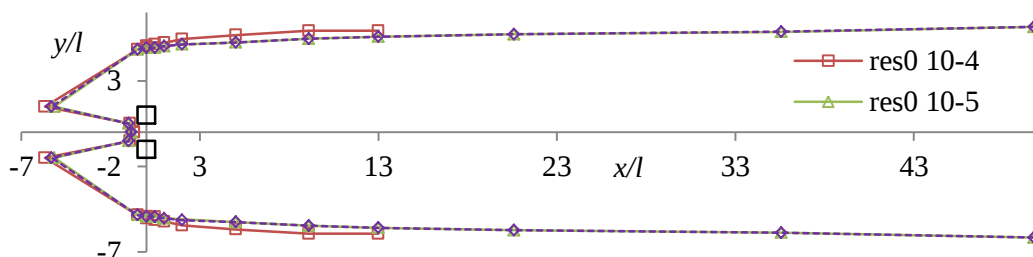


Fig. 4.51 Fronteira rotacional, δ , resultante do critério de pressão total máxima variando res_0 – Dois quadrados, $Re = 40$.

Foi dado início à sistemática iterativa do escoamento potencial-viscoso, onde novamente foi adotado $res_{pv} = 10^{-4}$. Os campos de velocidades do escoamento potencial-viscoso foram utilizados para realizar as sequências de interações, Tab. 4.27.

Tab. 4.27 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, e coeficiente de arrasto, da sequência de interações no domínio reduzido – Dois quadrados, $Re = 40$.

		Tempo comp. [s]	It.	$c_a _{sup}$	$c_a _{inf}$
Domínio Extenso		500	65	1.8751	1.8750
Domínio Reduzido					
		res_{int}			
Seq. 1	$res_0 = 10^{-4}$	42	13	1.9256	1.9227
	$res_1 = 10^{-5}$	164	48	1.9190	1.9183
	$res_2 = 10^{-7}$	344	104	1.8662	1.8661
Seq. 2	$res_0 = 10^{-5}$	167	50	1.9060	1.9058
	$res_1 = 10^{-7}$	356	109	1.8770	1.8770

Note-se que a redução do tempo computacional não foi muito significativa, 31.2% na Seq. 1, e 28.8% na Seq. 2. No entanto, o erro relativo do coeficiente de arrasto foi satisfatório nas duas sequências: 0.5% na Seq. 1 (para os dois quadrados, superior e inferior), e 0.1% na Seq. 2.

As Figs. 4.52 e 4.53 mostram a evolução do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido para as sequências 1 e 2, respectivamente. Com número de Reynolds igual a 40, o escoamento ao redor dos dois quadrados ficou praticamente simétrico. Note-se na Fig. 4.52, que não houve mudança significativa entre os resultados da interação 1 e 2. Em comparação com o resultado da seção anterior (Fig. 4.44), a redução do número de Reynolds fez com que o campo de velocidade do escoamento potencial-viscoso ficasse ainda mais distante da solução obtida no domínio extenso. Isso também afetou os resultados próximos ao corpo e na esteira, Figs. 4.54 e 4.55. Os resultados da convergência do escoamento viscoso, e do escoamento potencial-viscoso, foram graficamente quase idênticos àqueles da seção anterior, Fig. 4.45, e foram omitidos aqui.

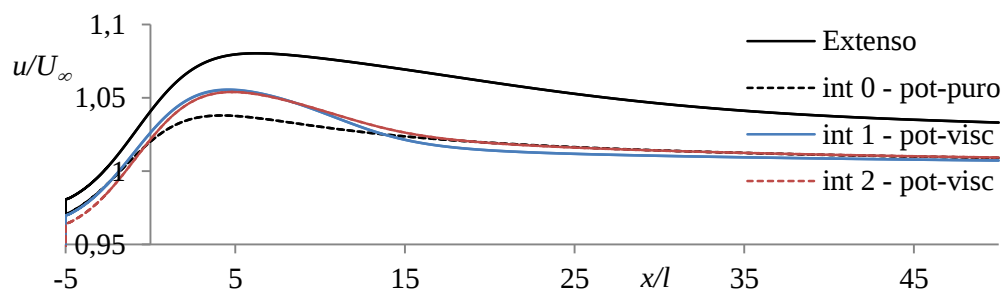


Fig. 4.52 Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, Seq. 1 – Dois quadrados, $Re = 40$.

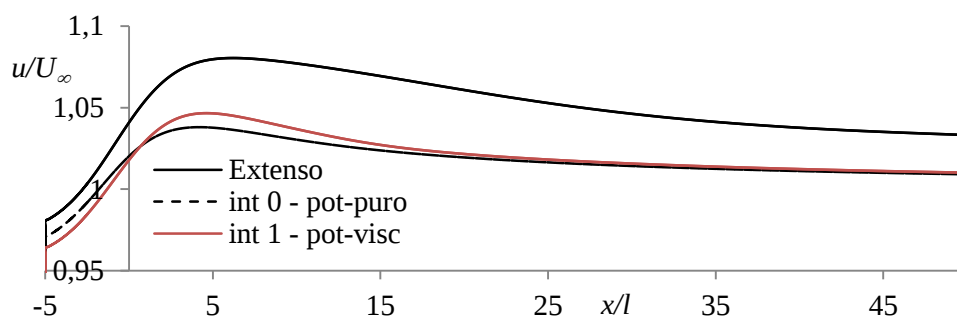


Fig. 4.53 Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, Seq. 2 – Dois quadrados, $Re = 40$.

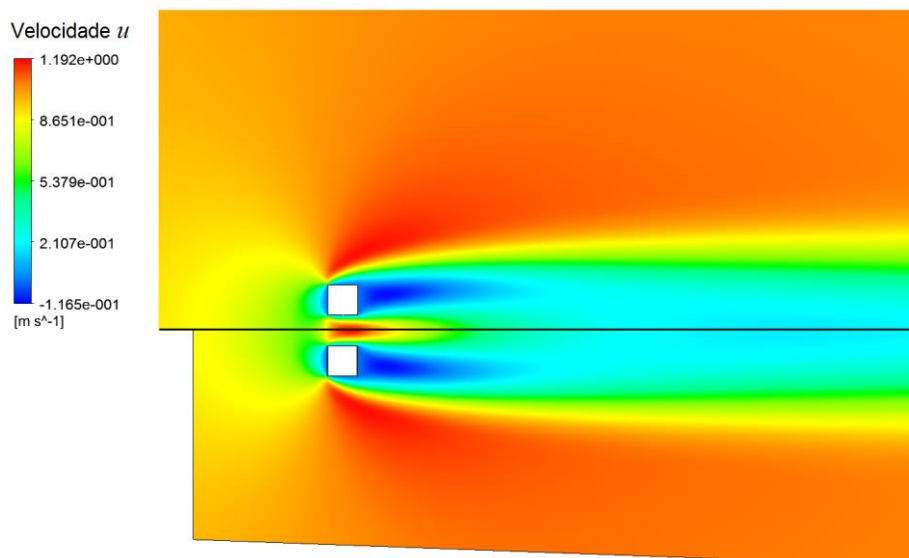


Fig. 4.54 Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado na parte superior do domínio extenso (superior) e no inferior do domínio reduzido (inferior), Seq. 2 – Dois quadrados, $Re = 40$.

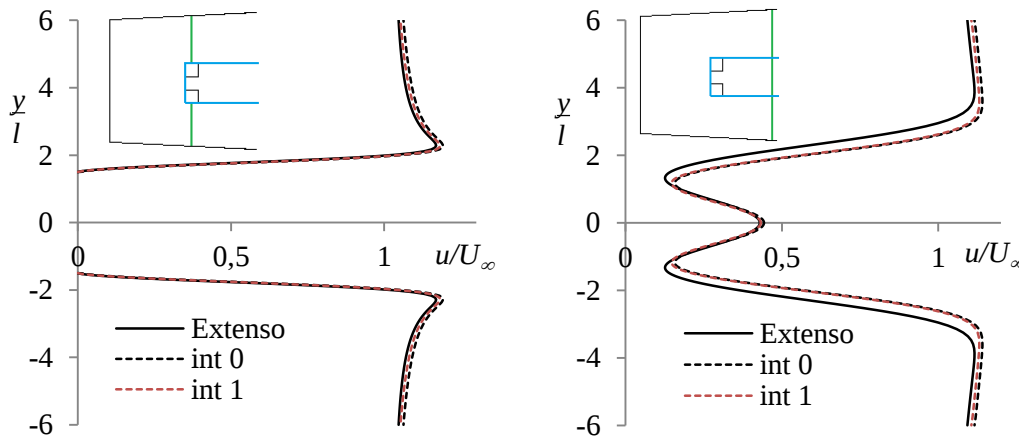


Fig. 4.55 Evolução dos perfis de velocidade (componente u) próximos ao corpo e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, Seq. 2 – Dois quadrados, $Re = 40$.

4.5 Escoamento Turbulento sobre o Perfil 30P30N

Nesta seção, serão apresentados os resultados do escoamento turbulento, sem ângulo de incidência, sobre o perfil de alta-sustentação 30P30N, que possui um *slot* e um *flap*, Fig. 4.56. Esse perfil composto pode ser estudado com mais detalhes no trabalho de Kyle e Louis, 2014. O número de Reynolds, $Re = 10^6$, está baseado no comprimento característico, $c = 1.33$ [m], velocidade do escoamento incidente, $U_\infty = 1$ [m/s], massa específica, $\rho = 1$ [kg/m³], e viscosidade dinâmica, $\mu = 1.33 \cdot 10^{-6}$ [kg/(m·s)]. A pressão na saída do domínio é igual à pressão de referência, 0 [Pa].

A Fig. 4.56(c) mostra as dimensões do domínio utilizadas para o estudo de refinamento de malha. Foi adotado $y^+ \approx 1$, e o modelo de turbulência $k-\omega$ SST. O critério de convergência da malha foi baseado nos coeficientes aerodinâmicos sobre o perfil, e o resíduo RMS foi 10^{-6} . A Tab. 4.28 mostra os resultados do número de elementos da malha, tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , para cada nível de refinamento.

Os valores dos coeficientes de arrasto e sustentação oscilaram; entretanto, foi escolhida a malha de nível *Médio* para definir o resíduo RMS da ultima interação, Tab. 4.29. Note-se que o resíduo RMS 10^{-6} foi suficiente para obter resultados satisfatórios.

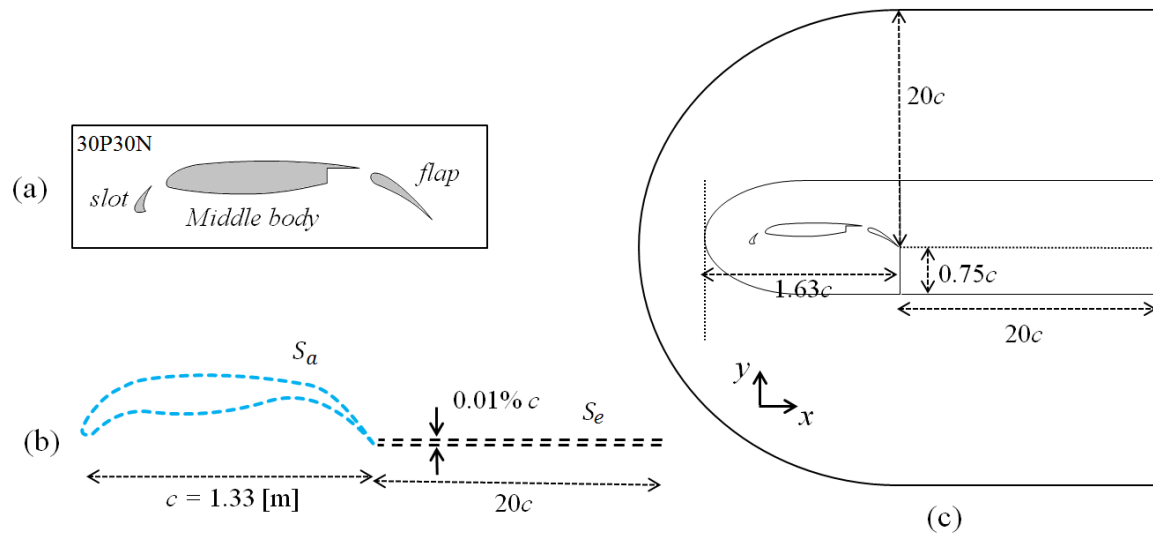


Fig. 4.56 (a) Aerofólio 30P30N. (b) Representação da superfície auxiliar e a linha representativa da esteira. (c) Representação do domínio computacional – 30P30N.

Tab. 4.28 – Resultados do estudo de resolução de malha do escoamento turbulento sobre o perfil 30P30N – $Re = 10^6$.

	Número de elementos	Tempo comp. [s]	It.	c_a	c_s
<i>Grossoiro</i>	31660	197	117	0.11166	0.90886
<i>Grossoiro-médio</i>	57990	263	84	0.13853	0.53795
<i>Médio</i>	65750	354	105	0.13419	0.63194
<i>Refinado</i>	73010	599	160	0.13482	0.51222

Tab. 4.29 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , no domínio extenso em função do resíduo RMS – 30P30N, $Re = 10^6$.

RMS	Tempo comp. [s]	It.	c_a	c_s
10^{-4}	106	33	0.11421	0.74230
10^{-5}	174	54	0.11718	0.69305
10^{-6}	354	105	0.13419	0.63194
10^{-7}	639	163	0.13413	0.62849

Para determinar a solução do escoamento viscoso no domínio reduzido, a dimensão $x_{outlet} = 20c$ foi mantida, Fig. 4.56(c). O número de elementos no domínio reduzido foi 34250 elementos, o que correspondeu uma redução de 47.9% com relação ao domínio extenso nível *Médio*, que tem 65750 elementos. A Fig. 4.57 mostra parte da malha gerada no domínio reduzido.

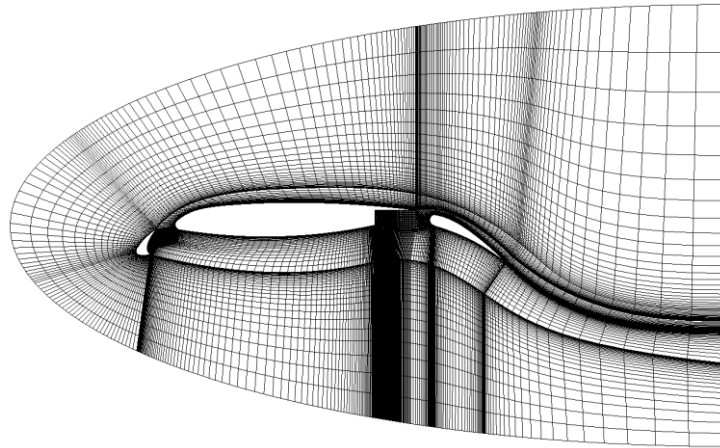


Fig. 4.57 Malha ao redor do perfil 30P30N.

A solução do escoamento potencial-puro foi determinada utilizando uma superfície auxiliar de transpiração (SAT), que envolve todo o perfil, e uma linha representativa da esteira, que passa pelo bordo de fuga do *flap*, Fig. 4.58. Foram utilizados 247 painéis para representar a superfície auxiliar, e 226 painéis para representar a esteira, sendo metade na parte superior e outra metade na parte inferior. A parte superior e a parte inferior da esteira estão separadas por uma distância de $0.01\%c$.

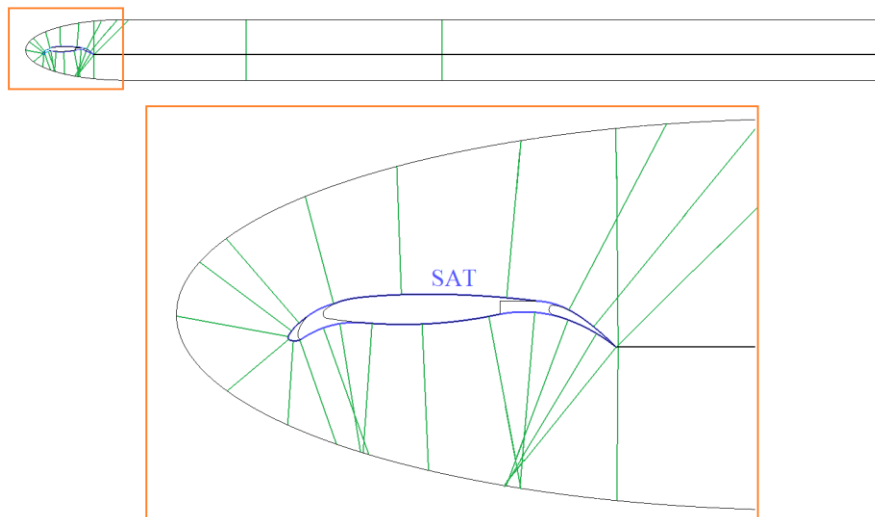


Fig. 4.58 Representação da superfície auxiliar de transpiração (SAT) e das linhas de amostragem.

O campo de velocidades do escoamento potencial-puro foi utilizado para dar início a solução do escoamento viscoso no domínio reduzido. Para definir o resíduo RMS da interação 0 (res_0), foi analisada a convergência dos coeficientes

4.5 Escoamento Turbulento sobre o Perfil 30P30N

aerodinâmicos, sobre o perfil, no domínio reduzido, Tab. 4.30. Note-se que as mudanças no valor dos coeficientes não foram muito significativas e, além disso, aqueles valores ainda estão distantes daquele obtido no domínio extenso. Contudo, o tempo computacional aumentou consideravelmente à medida que res_0 diminuiu.

Tab. 4.30 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , no domínio reduzido em função de res_0 – 30P30N, $Re = 10^6$.

RMS res_0	Tempo comp. [s]	It.	c_a	c_s
10^{-3}	26	12	0.15109	0.64813
10^{-4}	66	31	0.16499	0.67642
10^{-5}	111	53	0.16665	0.65398

Para determinar a fronteira rotacional, foram construídas 29 linhas de amostragem, sendo que, 21 delas estão sobre a superfície auxiliar, e as demais estão sobre a linha representativa da esteira (Fig. 4.58). Então, o critério de pressão total máxima foi utilizado para determinar os pontos da fronteira rotacional. Contudo, o critério foi satisfeito em todas as linhas de amostragem apenas para $res_0 = 10^{-4}$ e 10^{-5} .

Foi dado início à sistemática iterativa do escoamento potencial-viscoso. Adotou-se $res_{pv} = 10^{-4}$. O teorema de Kutta-Joukowski foi utilizado para determinar a densidade dos vórtices do escoamento potencial-viscoso, em seguida, foram calculados os campos de velocidades na fronteira do domínio reduzido para realizar as sequências de interações, Tab. 4.31.

Tab. 4.31 – Evolução do tempo computacional, número de iterações, coeficiente de arrasto, c_a , e coeficiente de sustentação, c_s , da sequência de interações no domínio reduzido – 30P30N, $Re = 10^6$.

		Tempo comp. [s]	It.	c_a	c_s
Domínio Extenso		354	105	0.13419	0.63194
Domínio Reduzido					
		res_{int}			
Seq. 1	$res_0 = 10^{-4}$	66	31	0.16499	0.67642
	$res_1 = 10^{-5}$	121	61	0.14608	0.69430
	$res_2 = 10^{-6}$	241	123	0.13705	0.64241
Seq. 2	$res_0 = 10^{-5}$	111	53	0.16665	0.65398
	$res_1 = 10^{-6}$	246	127	0.14143	0.63314

Note-se que os tempos computacionais nas duas sequências foram próximos, em média houve redução de 31%. O erro relativo dos coeficientes na Seq. 1 foi: 2.1% para o arrasto, e 1.6% para sustentação; já na Seq. 2: 5.4% para o arrasto, e 0.2% para sustentação. Em geral, os valores dos coeficientes aerodinâmicos foram satisfatórios. Então, a sequência 1 foi utilizada para mostrar alguns resultados gráficos.

A Fig. 4.59 mostra a evolução da fronteira rotacional resultante da solução no domínio reduzido nas interações. A Fig. 4.60 mostra a evolução do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido. Nessa figura, foi incluída a solução do campo de velocidades, apenas da primeira interação, utilizando a condição de Kutta. Note-se que ao utilizar o teorema de Kutta-Joukowski (KJ), o campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso ficou mais próximo daquele obtido no domínio extenso nas duas atualizações. Por esse motivo foi utilizado apenas o teorema KJ para determinar as soluções do escoamento potencial-viscoso, cujas velocidades foram utilizadas para realizar as atualizações.

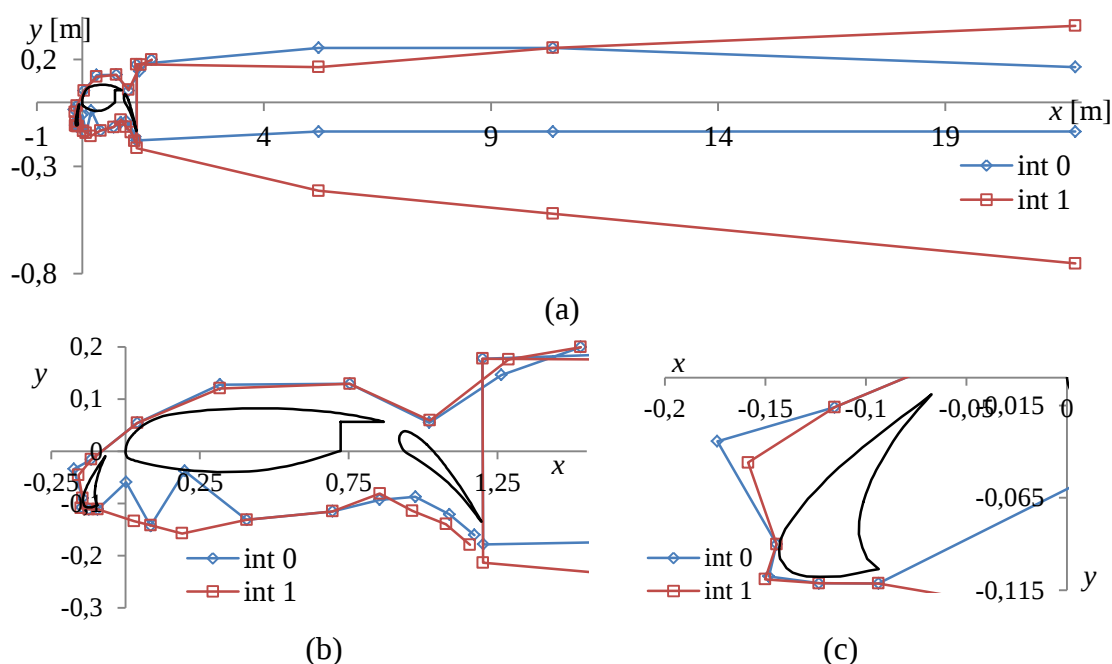


Fig. 4.59 (a) Evolução da fronteira rotacional resultante do critério de pressão total máxima, Seq. 1. (b) Destaque na região sobre o perfil 30P30N. (c) Destaque no slot – $Re = 10^6$.

A Fig. 4.61(a) mostra a convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, e a Fig. 4.61(b) mostra a convergência do escoamento potencial-viscoso. Note-se na Fig. 4.61(a), que ao realizar a interação 2, houve um

atraso considerável no processo de convergência do escoamento viscoso no domínio reduzido, no entanto, ao final do processo, houve redução do custo computacional. Note-se também que o número de iterações para convergir a solução do escoamento potencial-viscoso foi relativamente maior que nos casos apresentados nas seções anteriores, entretanto, o custo computacional continuou insignificante em comparação àquele para a solução do escoamento viscoso.

A Fig. 4.62 mostra o mapa de cores do campo de velocidades calculado no domínio extenso e no domínio reduzido. Note-se que a concordância entre as soluções no domínio extenso e domínio reduzido foram satisfatórias. Isso pode ser mais bem verificado nos perfis de velocidades ao longo de linhas de amostragem próximas ao perfil, Fig. 4.63.

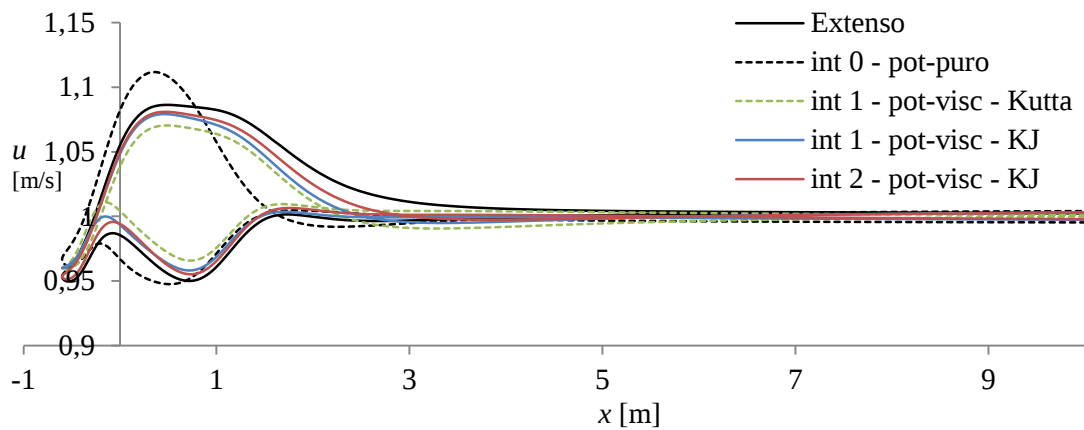


Fig. 4.60 Evolução do componente na direção x do campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido, Seq. 1 – 30P30N, $Re = 10^6$.

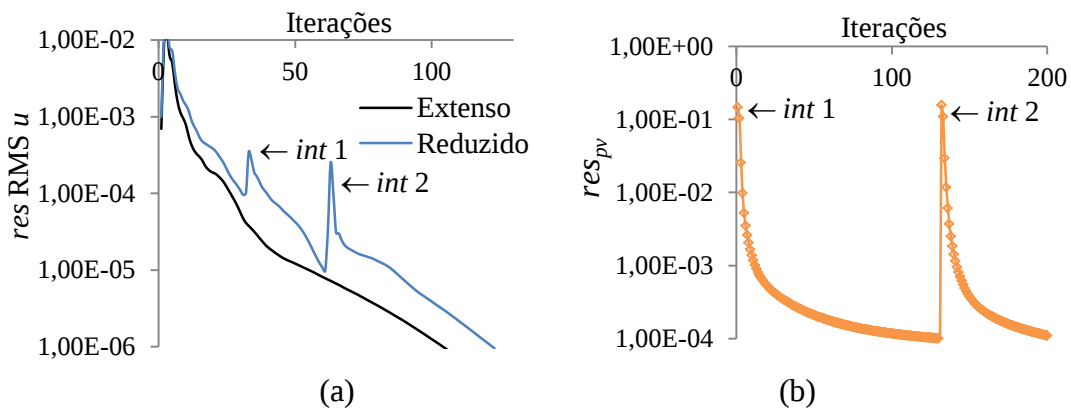


Fig. 4.61 (a) Convergência do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, Seq. 1. (b) Convergência do escoamento potencial-viscoso – 30P30N, $Re = 10^6$.

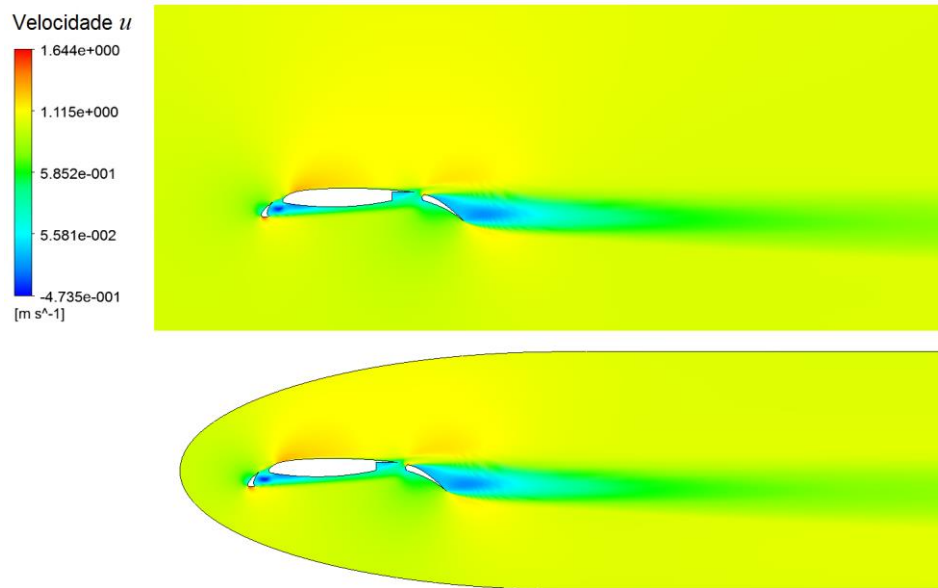


Fig. 4.62 Mapa de cores para o componente na direção x do campo de velocidades calculado no domínio extenso (superior) e no domínio reduzido (inferior), Seq. 1 – 30P30N, $Re = 10^6$.

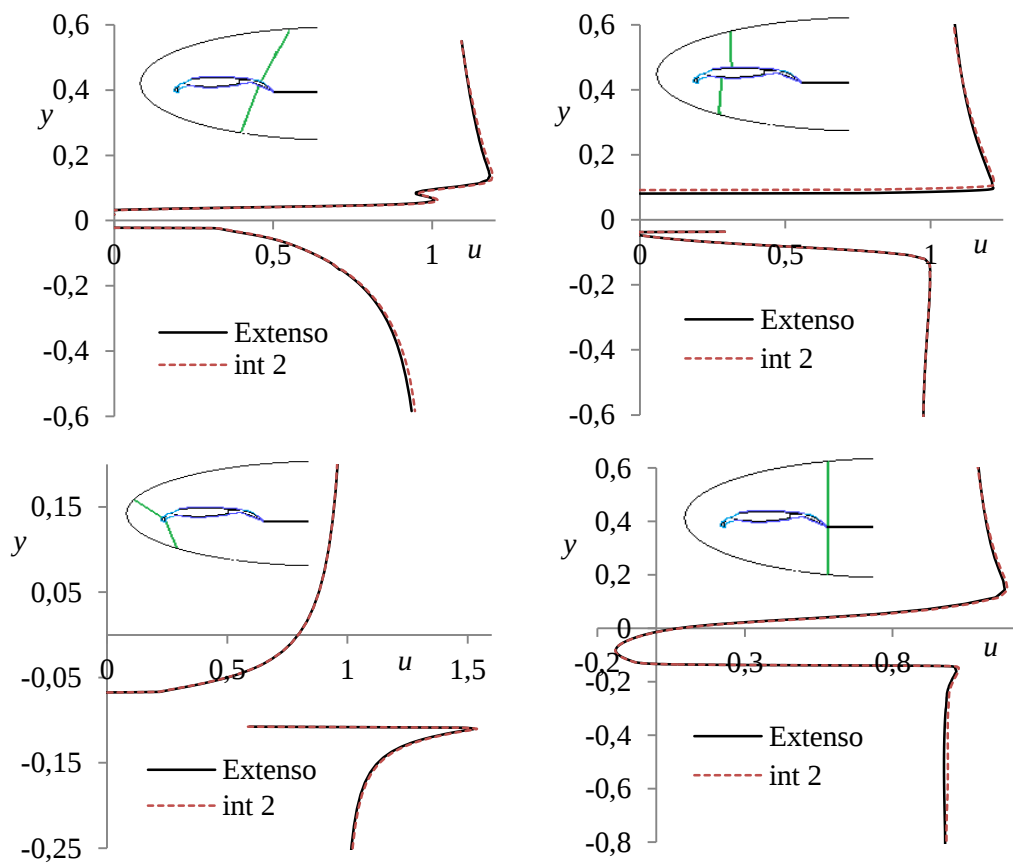


Fig. 4.63 Perfis de velocidade (componente u) próximos ao perfil 30P30N e à esteira, do escoamento viscoso no domínio extenso e no domínio reduzido, resultante da última interação, Seq. 2 – 30P30N, $Re = 10^6$.

4.6 Estudos Adicionais e Outros Casos de Múltiplos Corpos

Nesta seção serão apresentados os principais resultados publicados no trabalho de Soares *et al.* (2022), que constitui parte dessa tese. Além de outros problemas de múltiplos corpos, os autores consideraram alguns casos apresentados nas seções anteriores, contendo análises adicionais sobre a influência de alguns parâmetros. O principal avanço de implementação no trabalho de Soares *et al.* (2022) foi para a construção das linhas de amostragem, e consequentemente melhor representação da fronteira rotacional. Foram apresentados resultados da influência do número e distribuição (linear ou parabólica) das linhas de amostragem no erro da solução do escoamento potencial-viscoso. Contudo, o erro avaliado para o estudo da influência daqueles parâmetros foi o RMS do componente normal da velocidade vortical, que representa a convergência da velocidade de transpiração (assunto discutido na subseção 3.1.2 da presente tese). Além disso, Soares *et al.* (2022) apresentaram resultados importantes sobre as condições de contorno das variáveis do modelo de turbulência na fronteira do domínio reduzido.

4.6.1 Escoamento Turbulento NACA 0012

O primeiro caso apresentado por Soares *et al.* (2022) foi estudado na seção 4.2 da presente tese, escoamento turbulento ($Re = 10^6$) ao redor do perfil NACA 0012 com ângulo de incidência de 3 graus. A Fig. 4.64 mostra algumas características do problema. Apesar de ainda não se tratar de um problema de múltiplos corpos, esse caso foi considerado para estudar a influência dos parâmetros referentes às linhas de amostragem e condições de contorno para as variáveis de turbulência.

A Fig. 4.65 mostra os resultados da fronteira rotacional (usando o critério de pressão total máxima) variando o número e a distribuição das linhas de amostragem. A Fig. 4.65(a) mostra os resultados da fronteira rotacional usando 20 linhas de amostragem e aplicando as distribuições linear e parabólica. A distribuição parabólica permite concentrar mais linhas de amostragem no bordo de ataque, fazendo que, após o processo de interpolação da fronteira rotacional, a fronteira não cruze a parede do corpo,

4.6 Estudos Adicionais e Outros Casos de Múltiplos Corpos

como aconteceu para a distribuição linear. Como foi observado nas seções 4.1 e 4.2, esse problema é comum nos casos de escoamento com elevado número de Reynolds.

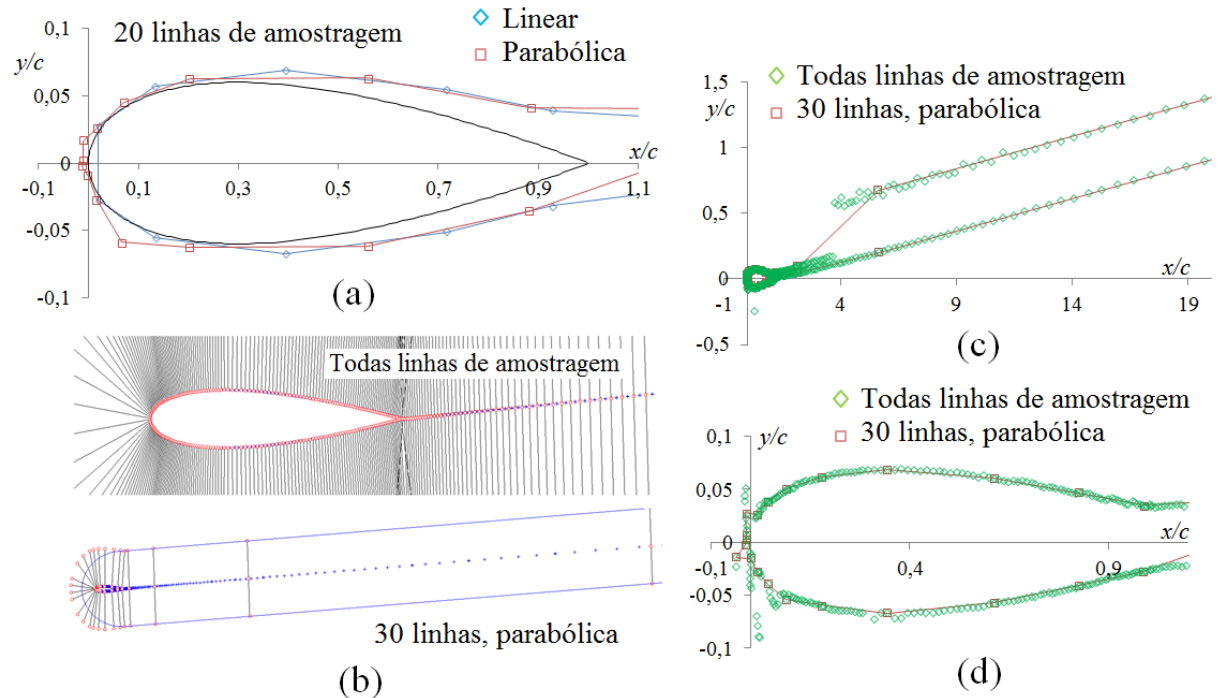
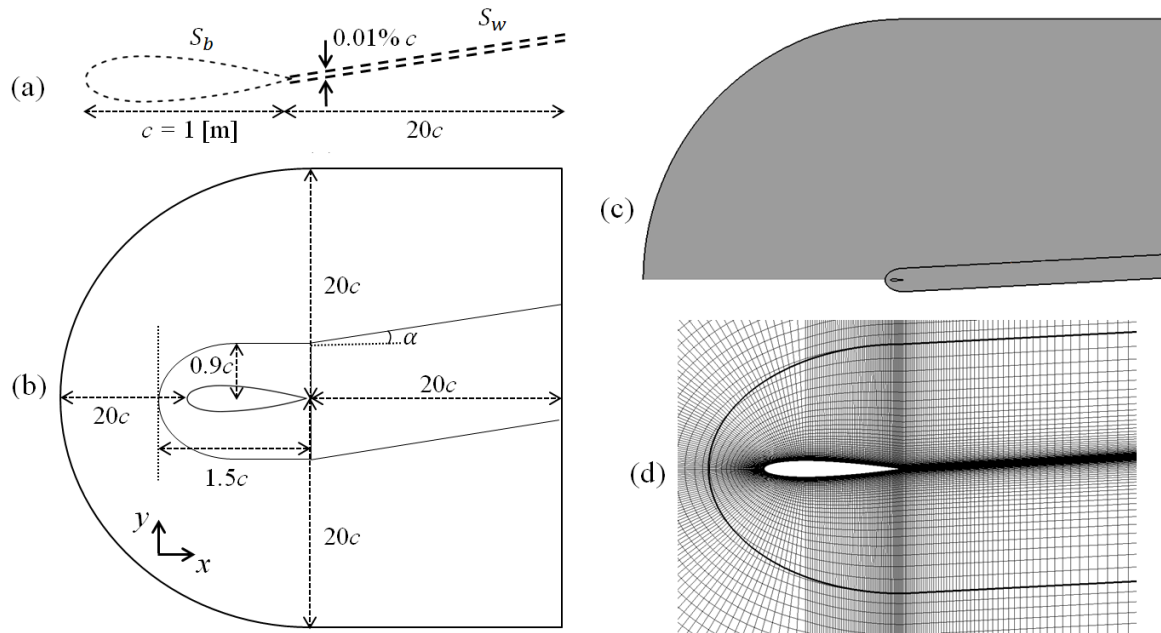


Fig. 4.65 (a) Resultados da fronteira rotacional usando a distribuição linear e parabólica para 20 linhas de amostragem (b) Representação das linhas de amostragem. (c) Fronteira rotacional usando todas as linhas de amostragem e 30 linhas, e (d) destaque na região perto do aerofólio – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares *et al.*, 2022)

Também foi verificada a influência dos parâmetros relacionados à construção das linhas de amostragem na convergência do escoamento potencial-viscoso (Tab. 4.32). Para essa análise, o parâmetro $res_{pv} = 10^{-4}$ (equação (3.28), subseção 3.1.2) foi usado como critério de convergência. Então, em função dos parâmetros das linhas de amostragem, o valor RMS da velocidade de transpiração foi calculado ($RMS[w_n(\delta)]$) até atingir o valor definido para res_{pv} . Note-se na Tab. 4.32 que usar poucas linhas de amostragem foi suficiente para obter resultados ligeiramente melhores do que usar todas as linhas de amostragem. Os melhores resultados foram aqueles usando 20 ou 30 linhas de amostragem com distribuição parabólica, embora sejam necessárias mais iterações para convergência do escoamento potencial-viscoso (porém com custo negligenciável).

Tab. 4.32 – Número de iterações e resíduo da velocidade de transpiração em função da distribuição e número de linhas de amostragem para $res_{pv} = 10^{-4}$ – NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares *et al.*, 2022)

Distribuição	Numero de Linhas	Iterações	$RMS[w_n(\delta)]$
Todas as linhas	460	19	$16.551 \cdot 10^{-4}$
<i>Linear</i>	30	19	$15.756 \cdot 10^{-4}$
	40	19	$15.874 \cdot 10^{-4}$
	60	19	$15.998 \cdot 10^{-4}$
	100	19	$16.151 \cdot 10^{-4}$
	140	19	$16.179 \cdot 10^{-4}$
	240	19	$16.179 \cdot 10^{-4}$
<i>Parabólica</i>	20	42	$2.987 \cdot 10^{-4}$
	30	42	$2.987 \cdot 10^{-4}$
	40	19	$15.682 \cdot 10^{-4}$
	60	19	$16.153 \cdot 10^{-4}$
	100	19	$15.817 \cdot 10^{-4}$
	140	19	$16.211 \cdot 10^{-4}$
	240	19	$16.202 \cdot 10^{-4}$

Sobre as condições de contorno das variáveis de turbulência, na presente tese a decomposição de velocidades foi empregada para calcular o campo de velocidades sobre a fronteira do domínio reduzido. Então, os efeitos da turbulência no campo de velocidade do escoamento potencial-viscoso ocorrem de maneira indireta no cálculo da velocidade de transpiração. As condições de contorno para as variáveis do modelo de turbulência, no domínio extenso e reduzido, foram aplicadas seguindo as

recomendações do *Guia de Modelagem* do CFX® (Ansys CFX, 2011), sendo a razão de viscosidade turbilhonar $\mu_t/\mu = 10$ e intensidade média de turbulência de 5%.

A Fig. 4.66 mostra os resultados das variáveis do modelo de turbulência, k e Ω , sobre o corpo e linha representativa da esteira. Note-se que aquelas variáveis calculadas no domínio reduzido ficaram muito próximas daquelas calculadas no domínio extenso. No entanto, note-se na Fig. 4.67 que longe do corpo e esteira, os resultados no domínio reduzido e extenso apresentaram diferenças significativas. Note-se também que longe da esteira, as variáveis do modelo de turbulência no domínio reduzido apresentaram valores muito maiores que no domínio extenso. A Fig. 4.68(a) mostra a razão de viscosidade turbilhonar (μ_t/μ) sobre a fronteira do domínio extenso e sobre a fronteira correspondente do domínio reduzido. Para o propósito de comparação com o domínio extenso, as condições de contorno para turbulência no domínio reduzido foram reconsideradas. Então, mantendo a intensidade de 5% e reduzindo a razão de viscosidade para, em média, $\mu_t/\mu = 6$, os resultados não mudaram de maneira significativa, como mostra a Fig. 4.68(b-c).

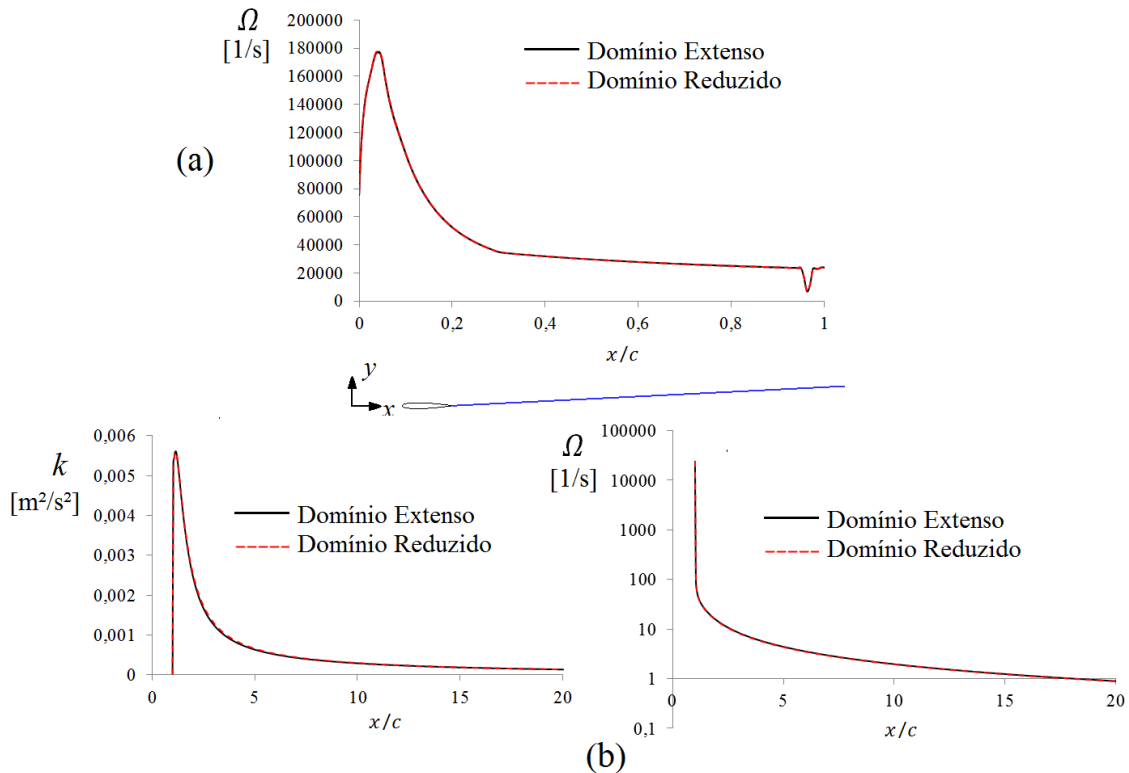


Fig. 4.66 (a) Taxa de dissipação específica (ω) sobre o corpo. (b) Energia cinética específica e taxa de dissipação específica sobre a linha representativa da esteira (Soares *et al.*, 2022)

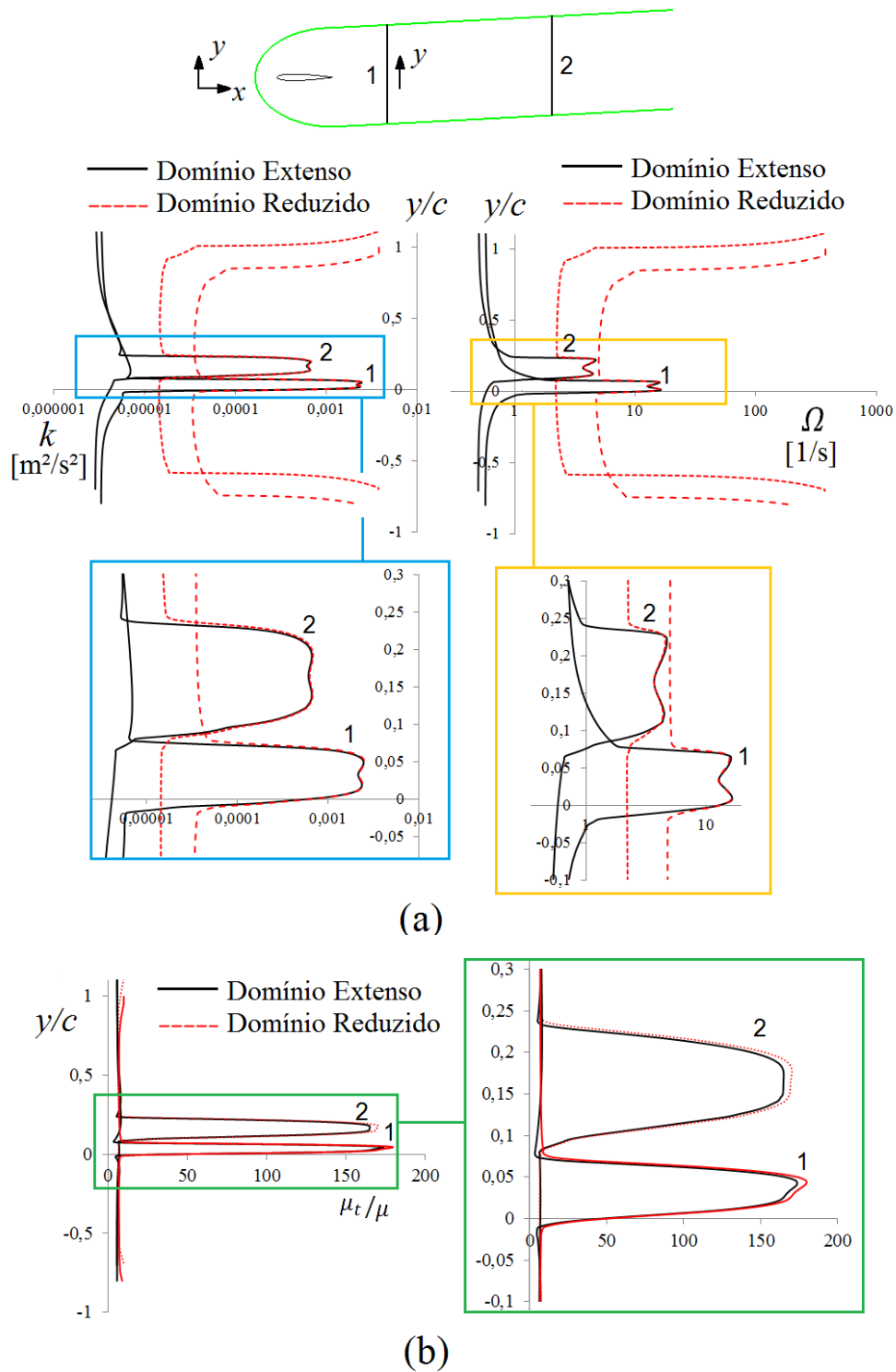


Fig. 4.67 Variáveis do modelo de turbulência sobre linhas de amostragem na região da esteira: (a) Energia cinética específica, e taxa de dissipação específica, (b) razão de viscosidade turbilhonar (Soares *et al.*, 2022)

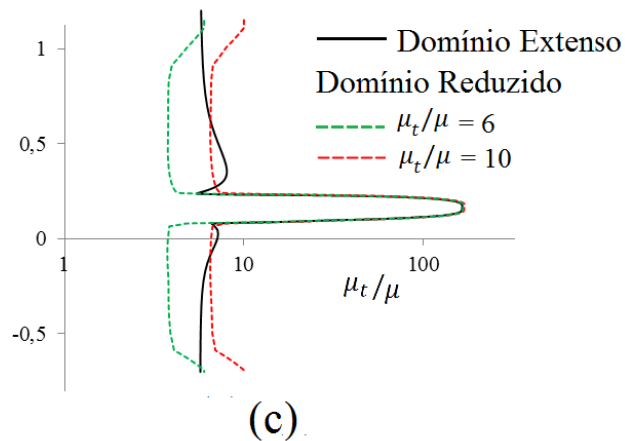
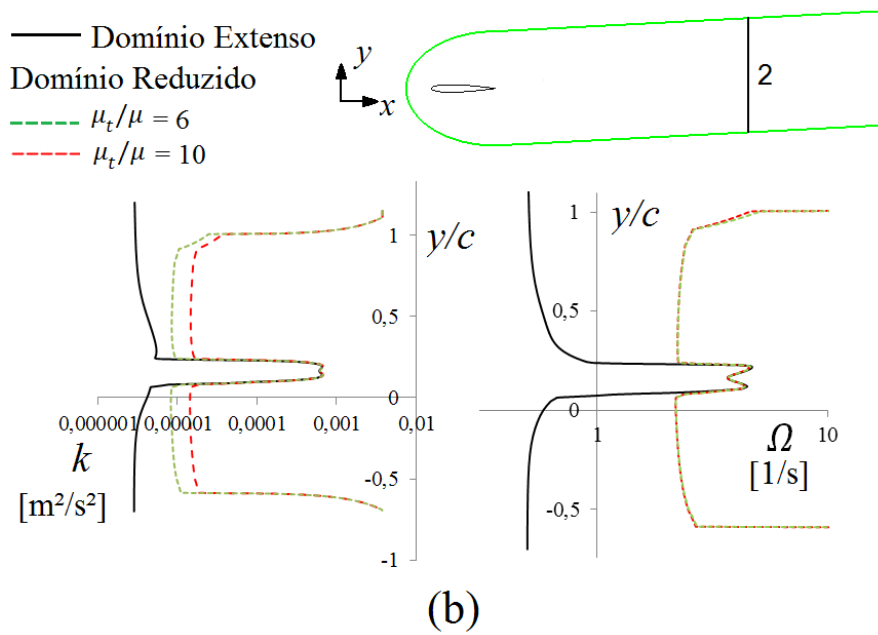
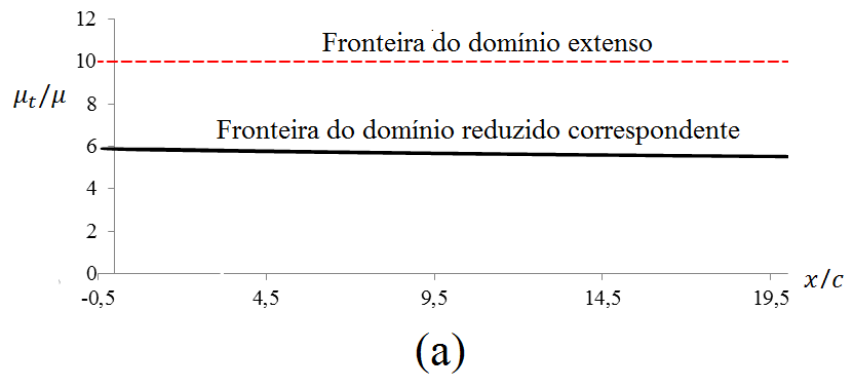


Fig. 4.68 (a) Razão de viscosidade turbilhonar na fronteira do domínio extenso e na fronteira do domínio reduzido correspondente. (b) Energia cinética e taxa de dissipação sobre uma linha de amostragem na região da esteira, usando valores diferentes para razão de viscosidade turbilhonar na fronteira do domínio reduzido, e (c) razão de viscosidade turbilhonar (Soares *et al.*, 2022)

4.6.2 Dois perfis NACA 0012

O escoamento ao redor de dois aerofólios NACA 0012 alinhados verticalmente, Fig. 4.69, foi o primeiro caso de múltiplos corpos apresentado por Soares *et al.* (2022). Os parâmetros do escoamento incidente foram os mesmos considerados na seção 4.2 da presente tese, e a sequência de resultados é semelhante àquelas já apresentadas nas seções anteriores. Para determinar a fronteira rotacional e calcular o escoamento potencial-viscoso foi considerado o uso de uma superfície auxiliar aberta que envolve ambos os aerofólios, Fig. 4.69(a), além das linhas que representam os efeitos da esteira (S_w). Foi adotado o critério de pressão total máxima, e 60 linhas de amostragem com distribuição parabólica foram suficientes para proporcionar bons resultados e uma boa representação da fronteira rotacional.

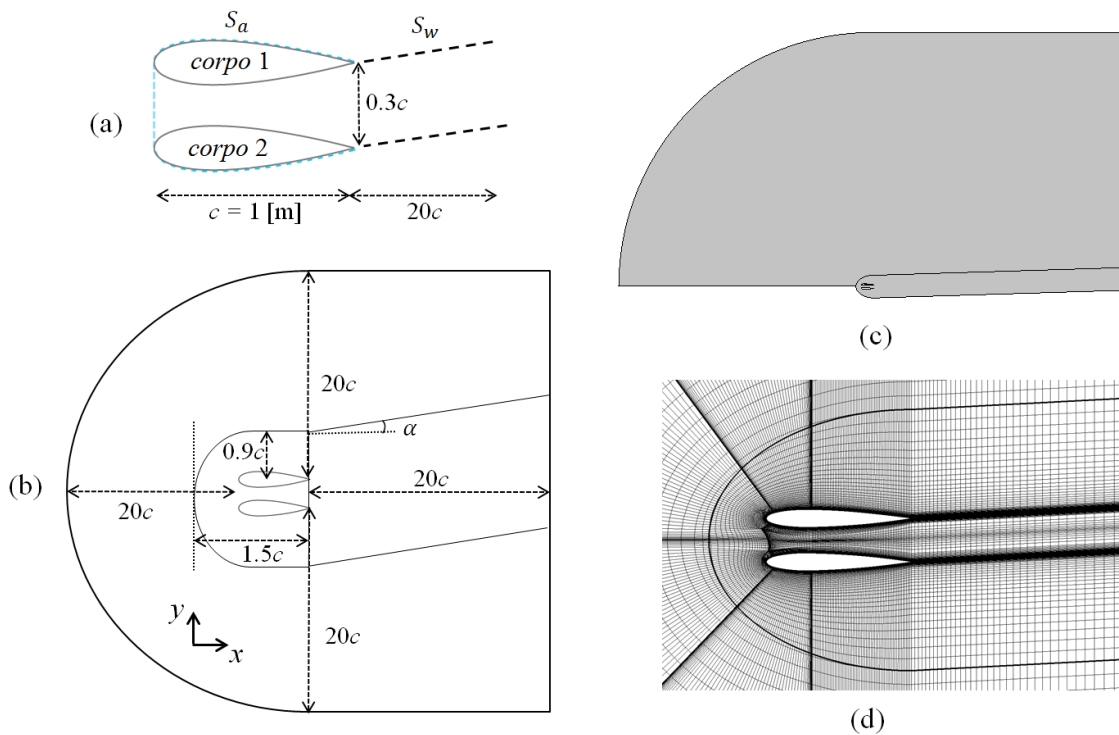


Fig. 4.69(a) Representação das superfícies de colocação. (b) e (c) Dimensões do domínio computacional. (d) Malha ao redor dos aerofólios (Soares *et al.*, 2022)

A Tab. 4.33 mostra a evolução do tempo computacional e coeficientes aerodinâmicos em três interações adicionais. Note-se que os coeficientes aerodinâmicos ficaram bem próximos àqueles obtidos no domínio extenso, e houve redução considerável do tempo computacional, Tab. 4.34.

Tab. 4.33 – Evolução do tempo computacional, coeficiente de arrasto e sustentação - dois NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares *et al.*, 2022)

	Tempo Comp. [s]		c_a	c_s
Domínio Extenso	602	<i>corpo 1</i>	-0.01349	-0.17273
		<i>corpo 2</i>	0.04520	0.56781
Domínio Reduzido				
$res_0 = 10^{-4}$	102	<i>corpo 1</i>	-0.00902	-0.2242
		<i>corpo 2</i>	0.04881	0.59229
$res_1 = 10^{-4}$	120	<i>corpo 1</i>	-0.00978	-0.19055
		<i>corpo 2</i>	0.04705	0.56949
$res_2 = 10^{-4}$	127	<i>corpo 1</i>	-0.00115	-0.18449
		<i>corpo 2</i>	0.04701	0.56934
$res_3 = 10^{-6}$	295	<i>corpo 1</i>	-0.01357	-0.17338
		<i>corpo 2</i>	0.04537	0.56650

Tab. 4.34 – Redução do tempo computacional, e erro relativo dos coeficientes aerodinâmicos – dois NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares *et al.*, 2022)

Redução Temp. Comp.		Erro relativo c_a	Erro relativo c_s
51%	<i>corpo 1</i>	0.59%	0.38%
	<i>corpo 2</i>	0.38%	0.23%

A Fig. 4.70(a) mostra o coeficiente de pressão sobre os aerofólios. A Fig. 4.70 (b) mostra a evolução da velocidade do escoamento potencial na fronteira do domínio reduzido. Na interação 0, o campo de velocidade não reproduz com acurácia a solução do escoamento viscoso, mas é suficiente para iniciar ao procedimento iterativo para determinar a fronteira rotacional. Três interações foram suficientes para obter resultados apreciáveis. A Fig. 4.71(a) mostra o mapa de contorno do campo de velocidades calculado no domínio extenso e domínio reduzido. A concorrência entre os resultados foram satisfatórias, isso pode ser verificado melhor nos perfis de velocidades ao longo de linhas de amostragem, sobre os aerofólios e linha da esteira, Fig. 4.71(b-c).

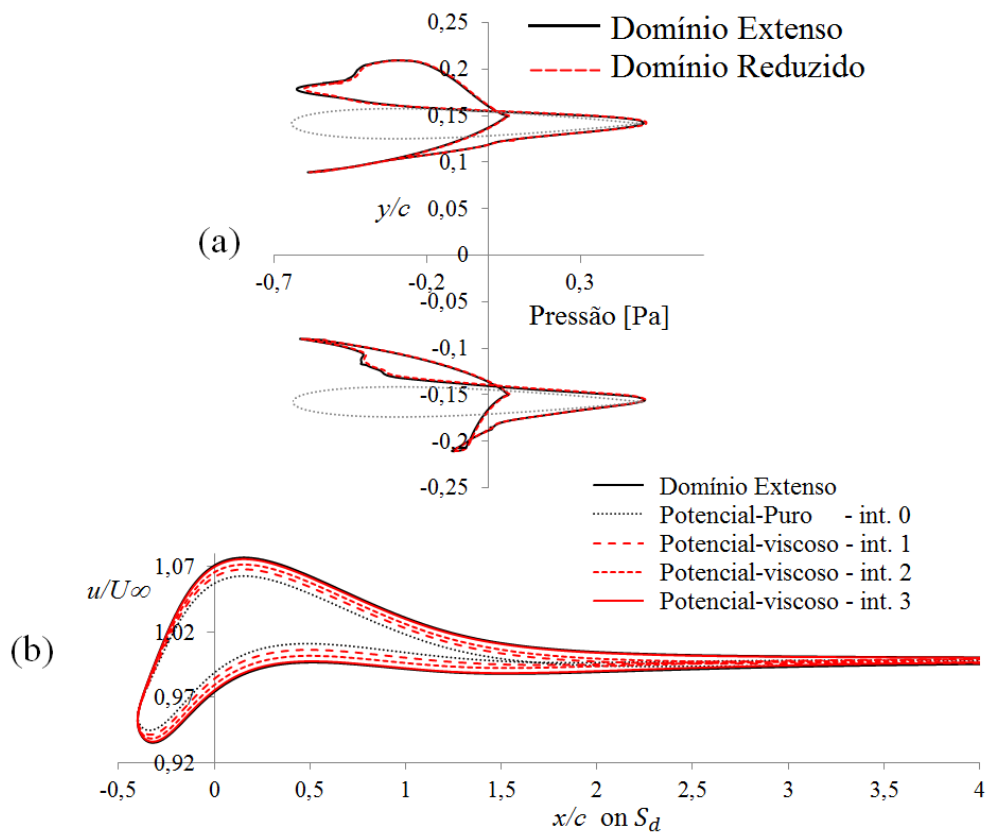


Fig. 4.70 (a) Pressão sobre os aerofólios. (b) Componente na direção x do campo de velocidades na fronteira do domínio reduzido. (Soares *et al.*, 2022)

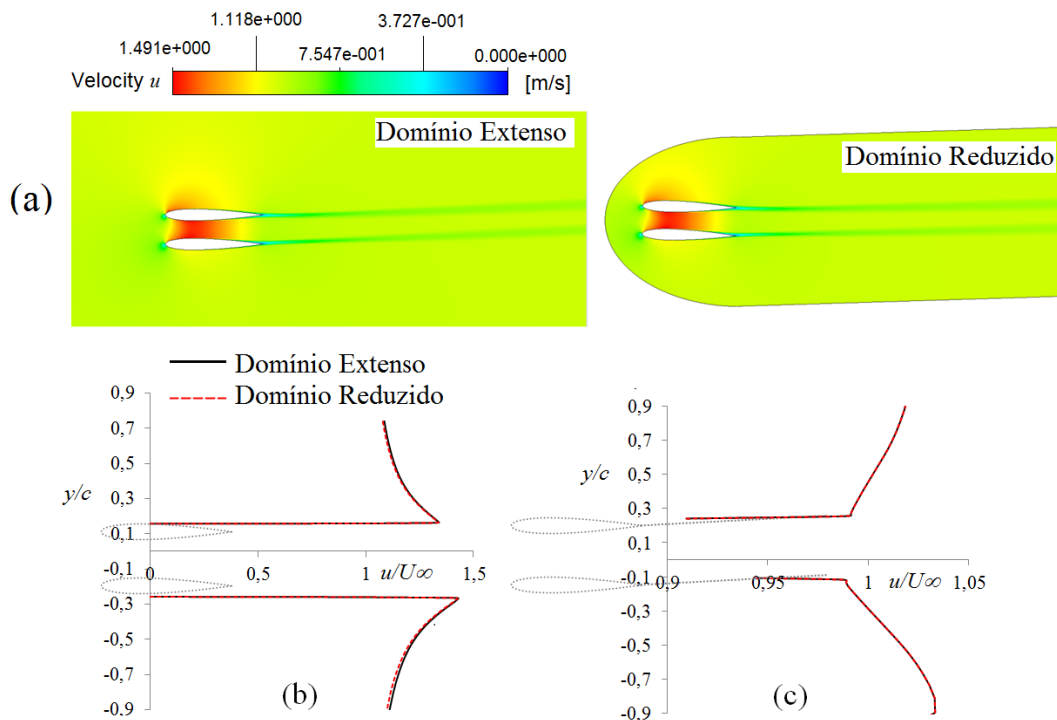


Fig. 4.71 (a) Mapa de contorno ao redor dos aerofólios. (b) Perfis de velocidades ao longo de linhas de amostragem sobre o aerofólios, e (c) sobre a esteira (Soares *et al.*, 2022)

4.6.3 Duas Seções de Avião

Foi considerado no trabalho de Soares *et al.* (2022) uma representação bidimensional de dois aviões, Fig. 4.72. O número de Reynolds é $5 \cdot 10^5$, $\alpha = 0^\circ$, e o comprimento representativo dos aviões é $l = 1$ [m]. Para representar as seções dos aviões, foi considerada uma superfície auxiliar que envolve parcialmente os dois corpos, Fig. 4.72(b), além das linhas de esteira (representadas por S_w). Para determinar a fronteira rotacional foram usadas 120 linhas de amostragem, e foi aplicado o critério de pressão total máxima.

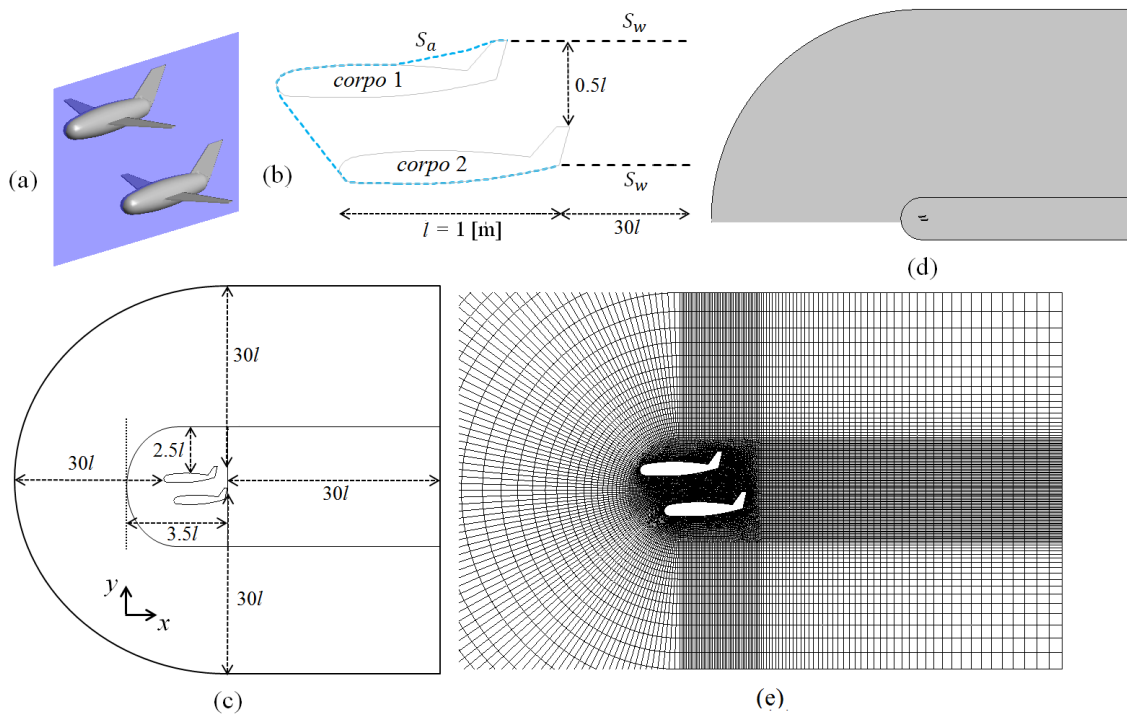


Fig. 4.72(a) Representação tridimensional dos aviões. (b) Representação da superfície auxiliar e das linhas da esteira. (c) Dimensões do domínio. (d) Representação em escala dos domínios extenso e reduzido. (e) Malha ao redor dos aviões (Soares *et al.*, 2022)

A Tab. 4.35 mostra o tempo computacional e os coeficientes aerodinâmicos referentes à solução da última atualização no domínio reduzido. Foram usadas as sequências 2 e 3 referentes à Tab. 4.6, seção 4.1 da presente tese. A Tab. 4.36 mostra a redução do tempo computacional e o erro relativo dos coeficientes aerodinâmicos de cada corpo. Assim como foi observado na seção 4.1, o custo computacional foi um pouco maior usando a Seq. 2, no entanto, os coeficientes aerodinâmicos foram mais próximos daqueles obtidos no domínio extenso. Em ambas as sequências a redução do tempo computacional foi significativa.

Tab. 4.35 – Tempo computacional, coeficiente de arrasto e coeficiente de sustentação, no domínio extenso, e domínio reduzido para a ultima atualização - dois aviões, $Re = 5 \cdot 10^5$, $\alpha = 0^\circ$ (Soares *et al.*, 2022)

	Tempo Comp. [s]		c_a	c_s
Domínio Extenso	556	<i>corpo</i> 1	0.12902	-1.13083
		<i>corpo</i> 2	0.08555	-1.26813
Domínio Reduzido				
<i>Seq.</i> 2	265	<i>corpo</i> 1	0.12964	-1.13831
		<i>corpo</i> 2	0.08544	-1.26552
<i>Seq.</i> 3	248	<i>corpo</i> 1	0.13022	-1.12280
		<i>corpo</i> 2	0.08590	-1.26141

Tab. 4.36 – Redução do tempo computacional e erro relativo dos coeficientes aerodinâmicos para as sequências de interações - dois aviões, $Re = 5 \cdot 10^5$, $\alpha = 0^\circ$ (Soares *et al.*, 2022)

	Redução Temp. Comp.		Erro relativo c_a	Erro relativo c_s
Seq. 2	52.3%	corpo 1	0.48%	0.66%
		corpo 2	0.11%	0.21%
Seq. 3	55.4%	corpo 1	0.93%	0.71%
		corpo 2	0.42%	0.53%

A sequência 3 foi escolhida para apresentar alguns resultados gráficos. De acordo com a Fig. 4.73, o escoamento potencial-viscoso não representou com acurácia o campo de velocidades obtido no domínio extenso. Esse comportamento também foi observado nos problemas de escoamento laminar ao redor de corpos rombudos (seção 4.3 e 4.4). No entanto, como o domínio reduzido é relativamente maior, essa diferença não afeta de maneira significativa o escoamento próximo e ao redor dos corpos e esteira, como mostra as Figs. 4.73 e 4.74. A Fig. 4.73(b) mostra que a pressão, sobre os aviões, calculada no domínio reduzido ficou próxima daquela obtida no domínio extenso, o que justifica a concordância entre os resultados dos coeficientes aerodinâmicos. A Fig. 4.74(a) mostra o mapa de contorno do campo de velocidades e a Fig. 4.74(b-c) os perfis de velocidade ao longo de linhas de amostragem sobre os aviões e linha da esteira. Mesmo com a diferença nas condições de contorno em no domínio reduzido, próximo dos corpos a concordância entre esses resultados foram expressivos.

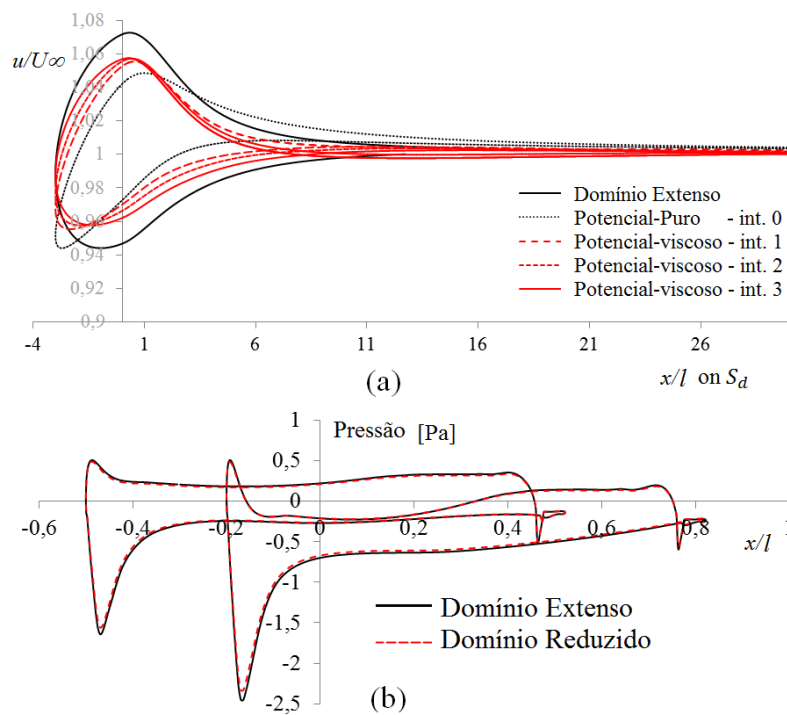


Fig. 4.73(a) Campo de velocidades (componente x) sobre a fronteira do domínio reduzido. (b) Pressão sobre os aviões (Soares *et al.*, 2022)

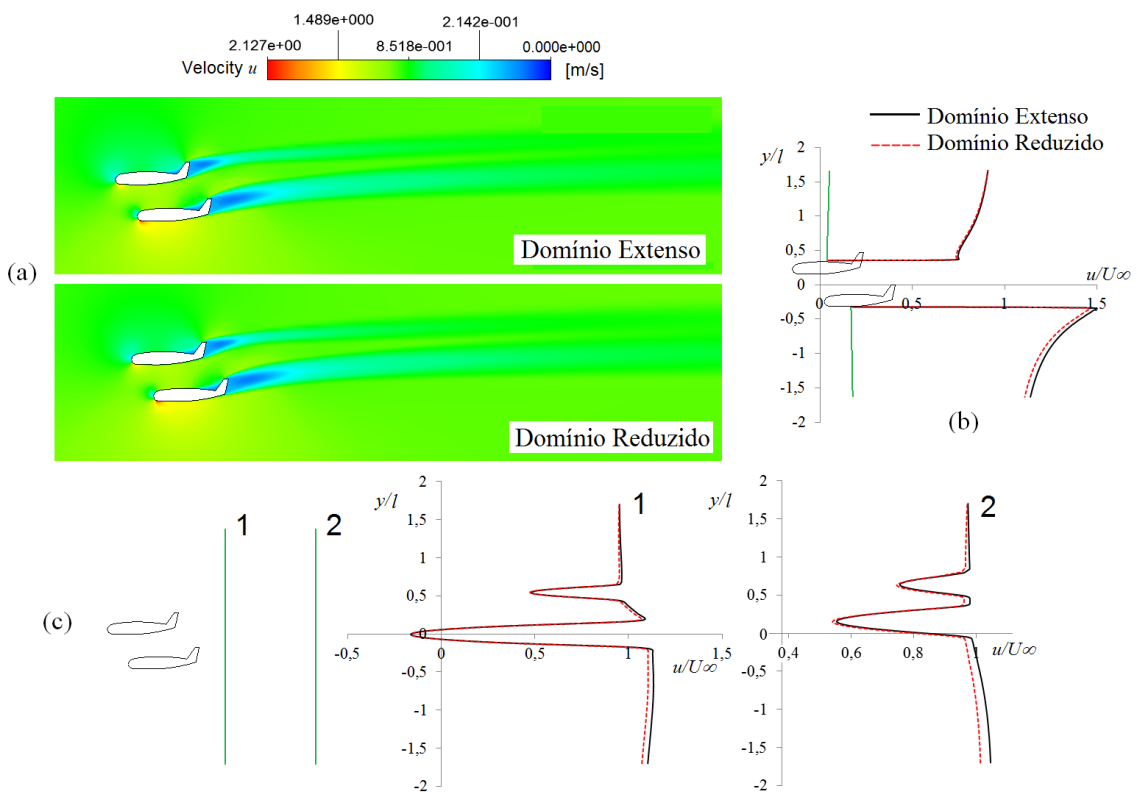


Fig. 4.74(a) Mapa de contorno do campo de velocidades no domínio extenso e reduzido. (b) Perfis de velocidade ao longo de linhas de amostragem sobre os aviões, e (c) na região da esteira (Soares *et al.*, 2022)

4.6.4 Aerofólio 30P30N

O ultimo caso apresentado por Soares *et al.* (2022) foi o escoamento turbulento ao redor do aerofólio 30P30N, muito semelhante àquele da seção 4.5 da presente tese, porém, com número de Reynolds igual a $1.71 \cdot 10^6$ e $\alpha = 3^\circ$. Além disso, alguns resultados são comparados com dados experimentais obtidos por Murayma *et al.* (2014). A Fig. 4.75 mostra as características do problema.

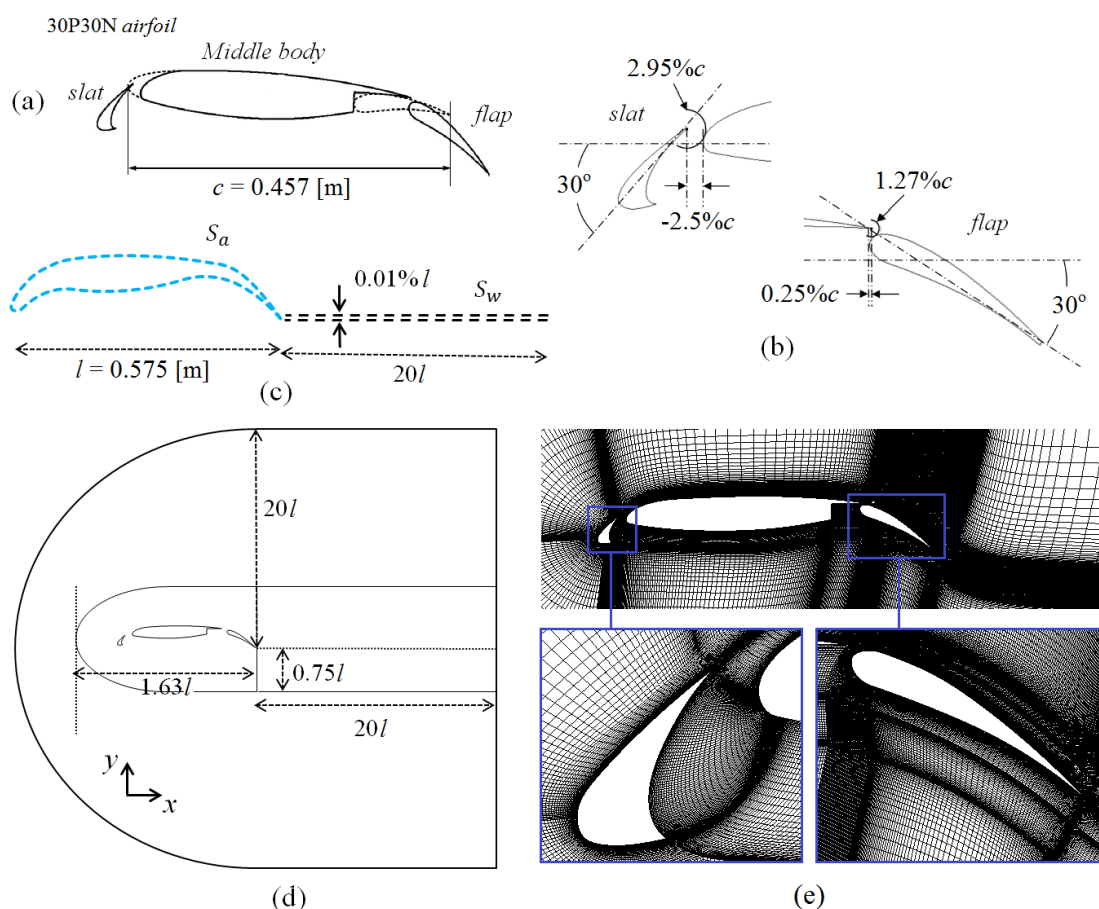


Fig. 4.75(a) Aerofólio 30P30N. (b) Configuração do *slat* e *flap*. (c) Representação da superfície auxiliar e esteira. (d) Dimensões do domínio computacional. (e) Malha ao redor do aerofólio, com destaque no *slat* e *flap* (Soares *et al.*, 2022)

Foram usadas 60 linhas de amostragem com distribuição parabólica, e o critério de pressão total máxima foi aplicado. A Tab. 4.37 mostra o tempo computacional e coeficientes aerodinâmicos referente a solução da última atualização das condições de contorno no domínio reduzido, e a Tab. 4.38 a redução do tempo computacional e erro relativo de cada elemento do aerofólio.

Tab. 4.37 – Dado experimental para o coeficiente de sustentação. Tempo computacional e coeficientes aerodinâmicos obtidos no domínio extenso, e no domínio reduzido para ultima atualização – Aerofólio 30P30N, $Re = 1.71 \cdot 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares *et al.*, 2022)

	Tempo Comp. [s]		c_a	c_s
Dado Experimental	-	30P30N	-	2.52
Domínio Extenso	556	<i>Slat</i>	0.00926	0.04415
		<i>Middle body</i>	-0.22455	1.99234
		<i>flap</i>	0.24919	0.53252
		30P30N	0.03391	2.56901
Domínio Reduzido	329	<i>Slat</i>	0.00918	0.04386
		<i>Middle body</i>	-0.22409	2.00195
		<i>flap</i>	0.24839	0.53629
		30P30N	0.03349	2.58221

Tab. 4.38 – Redução do tempo computacional e erro relativo dos coeficientes aerodinâmicos para as sequências de interações – Aerofólio 30P30N, $Re = 1.71 \cdot 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares *et al.*, 2022)

Redução Temp. Comp.		Erro relativo c_a	Erro relativo c_s
41%	<i>Slat</i>	0.84%	0.66%
	<i>Middle body</i>	0.21%	0.49%
	<i>flap</i>	0.32%	0.71%

Os resultados gráficos seguintes (Figs. 4.76 a 4.78) seguem a mesma ordem de apresentação dos casos anteriores dessa seção. Devido ao elevado número de Reynolds, observe na Fig. 4.76(a) que a solução do escoamento potencial-puro ficou próxima daquela obtida no domínio extenso, então duas interações foram suficientes para melhorar os resultados. A Fig. 4.76(b) mostra o coeficiente de pressão ao redor dos elementos do aerofólio. Os resultados obtidos com CFD ficaram próximos, além disso, eles mostraram boa concordância com os dados experimentais obtidos por Murayma *et al.* (2014). Finalmente, o mapa de contornos de velocidades, Fig. 4.77, e perfis de velocidades ao longo de linhas de amostragem, Fig 4.78, obtidos do domínio reduzido ficaram próximos daqueles obtidos do domínio extenso.

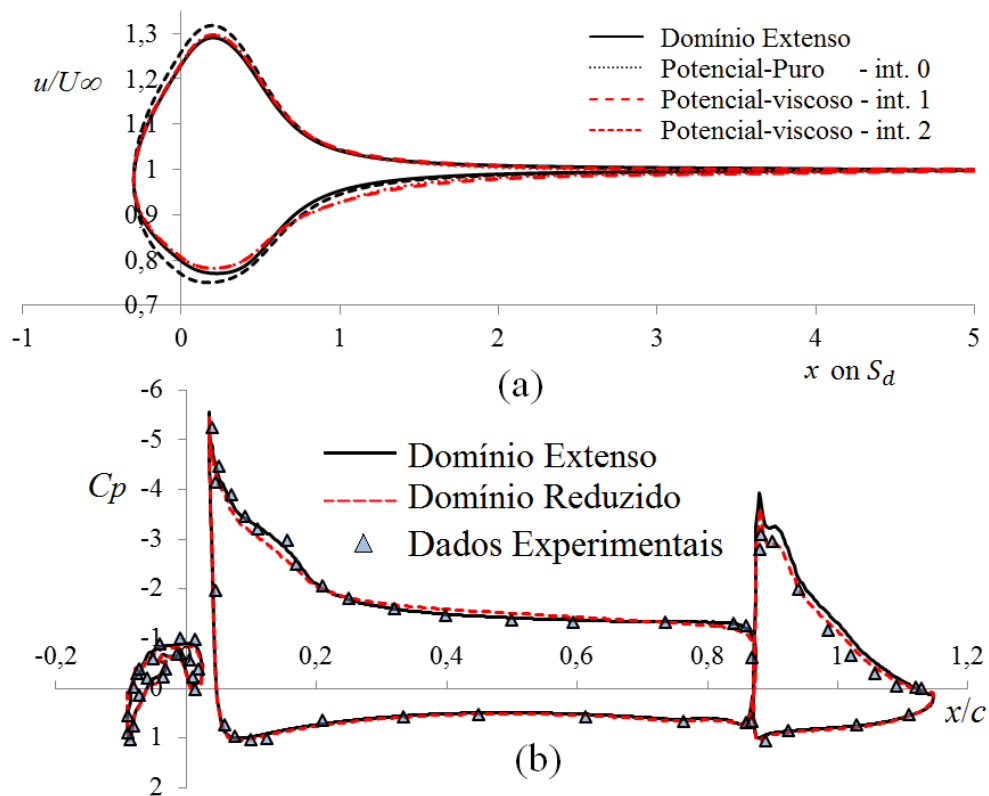


Fig. 4.76(a) Campo de velocidades (componente x) na fronteira do domínio reduzido. (b) Coeficiente de pressão sobre os elementos do aerofólio 30P30N (Soares *et al.*, 2022)

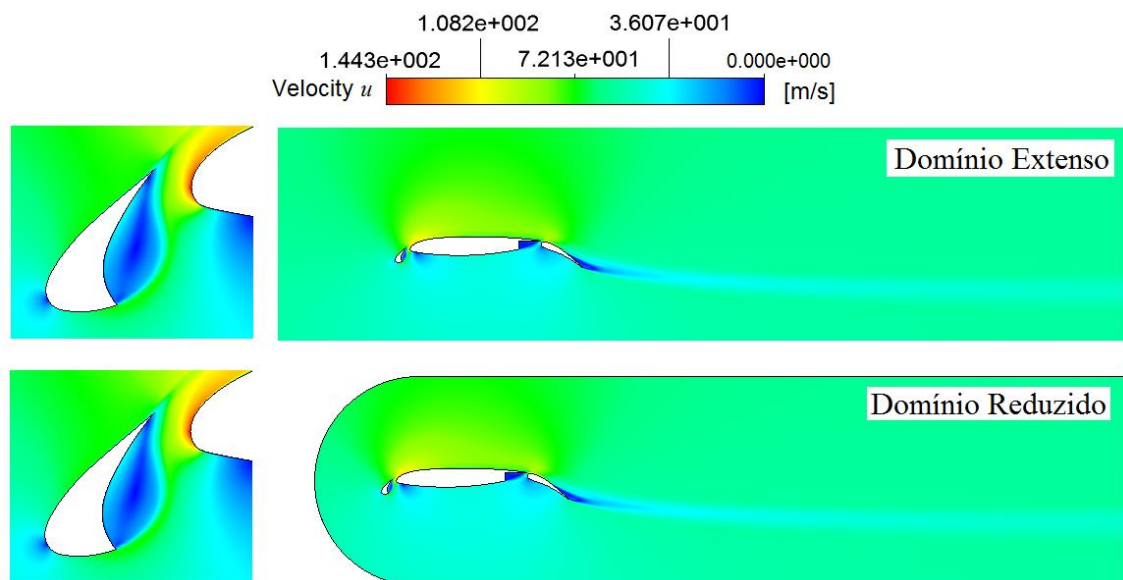


Fig. 4.77 Mapas de contorno para o campo de velocidades obtido no domínio extenso e domínio reduzido— Aerofólio 30P30N, $Re = 1.71 \cdot 10^6$, $\alpha = 3^\circ$ (Soares *et al.*, 2022)

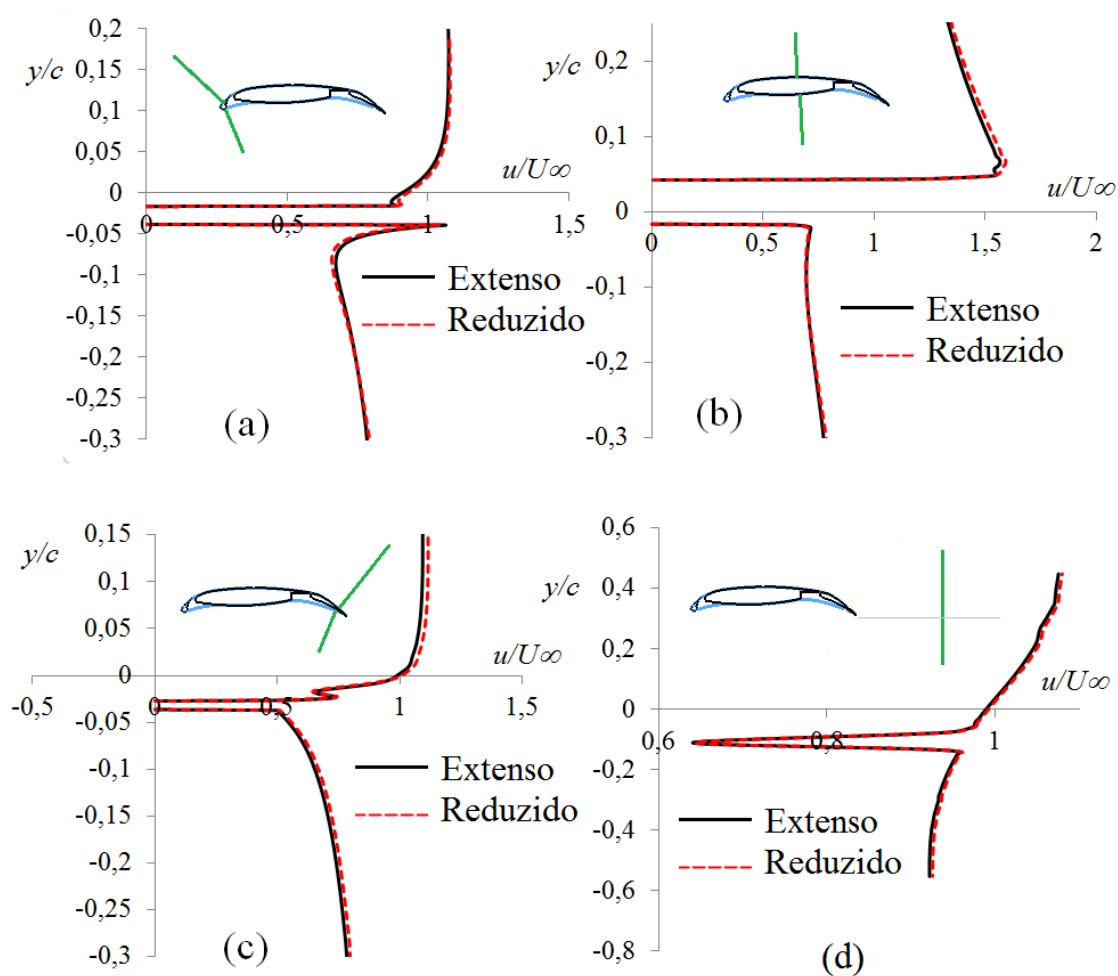


Fig. 4.78 Perfis de velocidade ao longo de linhas de amostragem sobre os elementos do aerofólio é sobre a linha da esteira (Soares *et al.*, 2022)

4.7 Discussão dos Resultados do Escoamento no Subdomínio Viscoso

Em grande parte dos problemas, existiram situações em que o critério de vorticidade desprezível não foi satisfeito em todas as linhas de amostragem (Figs. 4.4, 4.26, 4.41 e 4.51). Essas situações ocorreram quando o domínio foi muito reduzido, ou quando o resíduo RMS das interações foi relativamente alto ($\geq 10^{-3}$). Então, nesse caso, o comprimento da linha representativa da esteira (ou da superfície auxiliar) foi truncado para satisfazer a condição de contorno do escoamento potencial-viscoso. Nos problemas de escoamento sobre o perfil NACA 0012 (secções 4.1 e 4.2), aquele comprimento não afetou de maneira significativa o campo de velocidade na fronteira do subdomínio viscoso (Fig. 4.5). No entanto, nos problemas de escoamento sobre corpos rombudos (secções 4.3 e 4.4), aquele comprimento afetou o campo de velocidades do escoamento potencial-viscoso.

Os resultados apresentados nas secções 4.1, 4.2 e 4.3 indicaram que os critérios de vorticidade desprezível e o número de linhas de amostragem influenciaram a forma da fronteira rotacional. Mas, em geral, isso não influenciou a solução no subdomínio viscoso (subsecção 4.1.3). Esse comportamento também foi observado para problemas de escoamento ao redor de corpos rombudos (Soares *et al.*, 2020). No entanto, para escoamento turbulento (secção 4.2), houve situações em que a fronteira rotacional cruzou a parede do corpo, principalmente na região do bordo de ataque. Nesse caso, foi necessário concentrar mais linhas de amostragem naquelas regiões (Figs. 4.19 e 4.26). Contudo, a fronteira rotacional resultante dos critérios de vorticidade nula e pressão total máxima ficaram localizadas mais externamente ao corpo, de maneira que, após o processo de interpolação, a fronteira rotacional não cruzou a parede.

Em geral, os resultados de convergência dos coeficientes aerodinâmicos em função do resíduo RMS da interação 0 mostraram que, para $res_0 = 10^{-3}$, a solução no domínio reduzido ficou distante da solução no domínio extenso, contudo, o tempo computacional, até aquele resíduo, foi consideravelmente baixo (Tabs. 4.5, 4.18, 4.25 e 4.30)). Para $res_0 = 10^{-4}$, a solução no domínio reduzido ficou mais próxima da solução no domínio extenso, e embora o custo computacional aumentasse, já foi aceitável. Para

$res_0 \geq 10^{-5}$, a solução no domínio reduzido começou a convergir, mas o tempo computacional aumentou consideravelmente.

Obter resultados satisfatórios em termos de custo computacional, coeficientes aerodinâmicos, e campos de velocidade, dependeu da escolha das dimensões do domínio reduzido, do número de interações (ou atualizações), e da sequência de resíduo RMS das interações, res_{int} . Em domínio muito reduzido foram necessárias mais interações para obter bons resultados em termos do(s) coeficiente(s) aerodinâmico(s) e campos de velocidade (Tab. 4.6, Seq. 1 e 3). Em geral, na medida em que se aumenta a dimensão do domínio reduzido, menor vai se tornando o número de interações necessárias para se obter resultados satisfatórios (comparando a Tab. 4.6, Seq. 3 com a Tab. 4.8, Seq. 2). No entanto, os custos computacionais podem não valer a pena.

O tempo computacional foi relativamente maior quando o resíduo RMS das interações foi reduzido gradativamente (Tab. 4.6, Seq. 1 e 2, ou 3 e 4, Tab. 4.8), mas nesse caso, o cálculo do(s) coeficiente(s) aerodinâmico(s) foram mais precisos (o que é mais evidente na Tab. 4.8). Entretanto, o tempo computacional praticamente não foi influenciado pelo número de interações (Tab. 4.6, Seq. 1 e 3, ou 2 e 4, Tab. 4.17, Seq. 1 e 2).

Em geral, nas sequências com $res_0 = 10^{-4}$, foram necessárias de duas a três atualizações para obter resultados satisfatórios (Tabs. 4.7 a 4.8, 4.26 e 4.31), exceto para o problema do escoamento laminar sobre dois quadrados (secção 4.4). Além disso, aquelas sequências com $res_0 = 10^{-4}$ foram as que proporcionaram maior redução dos custos computacionais. Já nas sequências com $res_0 \geq 10^{-5}$, bastou uma atualização para obter resultados comparáveis àqueles das sequências com $res_0 = 10^{-4}$; além disso, essa sequência mostrou-se suficiente para os problemas de escoamento laminar sobre corpos rombudos (Tabs. 4.26 e 4.27, Seq. 2), escoamento turbulento sobre o perfil NACA 0012 (Tab. 4.17, Seq. 3; Tabs. 4.19, 4.21 e 4.22), e escoamento turbulento sobre o perfil 30P30N (Tab. 4.31).

Em todos os problemas apresentados houve redução dos custos computacionais. Em geral, o erro relativo dos coeficientes aerodinâmicos foi satisfatório, e os campos de velocidades foram bem calculados. A Tab. 4.32 mostra os melhores resultados do

percentual de redução do tempo computacional, e do erro relativo dos coeficientes de arrasto, c_a , e sustentação, c_s , para os problemas apresentados nas secções 4.1 a 4.5.

Tab. 4.39 – Percentual de redução do número de elementos da malha, do tempo computacional, e erro relativo (médio) dos coeficientes aerodinâmicos nos problemas apresentados.

Seção		% redução		% erro relativo	
		Malha	Tempo computacional	c_a	c_s
4.1	NACA 0012, $Re = 2000$, $\alpha = 0^\circ$	56.6	37.7	0.07	-
4.2.2	NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	56.6	68.2	1.75	-
4.2.3	NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	56.6	50.1	0.08	0.38
4.2.4	NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 5^\circ$	56.6	29	2.94	1
4.2.4	NACA 0012, $Re = 10^6$, $\alpha = 8^\circ$	56.6	14.6	6.97	1.15
4.3	Quadrado, $Re = 60$	60.2	36.1	0.05	-
4.4	Dois quadrados, $Re = 40$	56.8	31.2	0.5	-
4.5	Perfil 30P30N, $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$	47.9	31.9	2.1	1.6
4.6.2	Dois Perfis NACA 0012	41.5	51	0.48	0.3
4.6.3	Duas Seções de Avião	40.3	55.4	0.67	0.62
4.6.4	Perfil 30P30N, $Re = 1.71 \cdot 10^6$, $\alpha = 3^\circ$	44	41	0.45	0.62

Os melhores resultados referentes à redução do tempo computacional foram aqueles do escoamento turbulento com $\alpha = 0^\circ$ e 3° sobre o perfil NACA 0012, e os casos apresentados por Soares *et al.* (2022), seção 4.6.2 e 4.6.3. O custo computacional para resolver as equações RANS é maior que o custo para resolver as equações de NS. Por esse motivo, o ganho computacional naqueles escoamentos foi maior que nos demais. Além disso, são aqueles escoamentos onde as camadas viscosas estão mais confinadas próximo à parede e, portanto, o domínio computacional pode ser bem reduzido.

Nos problemas de escoamento turbulento, exceto no problema NACA 0012, $Re = 10^6$ e $\alpha = 3^\circ$ e para os casos apresentados por Soares *et al.* (2022), os coeficientes aerodinâmicos obtidos no domínio reduzido se afastaram mais de 1% daqueles obtidos no domínio extenso. Por outro lado, nos problemas de escoamento laminar, os coeficientes aerodinâmicos foram bem mais satisfatórios, enquanto que a redução do tempo computacional foi razoável.

Para fins de comparação, foi apresentado no trabalho de Edmund (2012) o problema NACA 0012, $Re = 2000$ e $\alpha = 0^\circ$, onde a redução do tempo computacional foi de 45%, e o erro relativo no coeficiente de arrasto foi 0.21%. Em outro problema apresentado pelo autor, NACA 0012, $Re = 6 \cdot 10^6$ e $\alpha = 0^\circ$, a redução do tempo computacional foi 51%, e o erro relativo no coeficiente de arrasto foi 1.5%. Para o problema do escoamento laminar sobre um cilindro circular ($Re = 60$), a redução do tempo computacional foi 2.8%, e o erro relativo no arrasto foi 0.36%. Ainda para esse problema, Soares *et al.* (2020) obtiveram redução de 11.9% no tempo computacional, e o erro relativo no arrasto foi 0.54%. Esses resultados são comparáveis àqueles apresentados na Tab. 4.32.

Capítulo 5

Conclusões e Futuro da Metodologia

5.1 Conclusões

Neste trabalho, foi proposta uma metodologia de interação viscosa/não-viscosa, utilizando CFD, para resolver problemas de escoamento externo. Os custos computacionais envolvidos nesses tipos de problemas podem ser elevados. Então, para reduzir esses custos, o escoamento viscoso pode ser calculado em domínio computacional reduzido, que abrange praticamente a região rotacional do escoamento. As condições de contorno na fronteira desse domínio reduzido podem ser calculadas através de um método potencial de elementos de contorno de baixo custo computacional. No entanto, os efeitos viscosos devem ser simulados pelo escoamento potencial. Para tal, é utilizada a condição de contorno de velocidade de transpiração. Uma maneira de determiná-la é utilizar o princípio de decomposição de velocidades. Nesse caso, o escoamento potencial é denominado escoamento potencial-viscoso. Com um procedimento iterativo, a velocidade de transpiração pode ser calculada para representar o escoamento viscoso sobre uma fronteira onde a vorticidade seja desprezível (fronteira rotacional).

O procedimento de determinação da fronteira rotacional pode ser uma tarefa relativamente complexa. Costuma-se empregar linhas de amostragem normais à parede do corpo e à esteira, e localizar em cada linha o ponto que atende a determinado critério

de vorticidade desprezível. O critério proposto neste trabalho, denominado critério de pressão total máxima, foi muito eficiente ao determinar os pontos da fronteira rotacional, e mostrou-se aplicável em diversos problemas. Além disso, em geral, o critério de pressão total máxima e o critério de vorticidade nula foram concordantes. Por outro lado, o uso de poucas linhas de amostragem, em conjunto com um procedimento de interpolação linear, mostrou-se uma técnica eficiente para determinar a fronteira rotacional.

Em problemas de escoamento sobre corpos rombudos, para evitar que linhas de amostragem que emergem da traseira do corpo fiquem imersas na esteira viscosa, uma superfície auxiliar de transpiração pode ser utilizada para construir as linhas de amostragem, determinar a fronteira rotacional, e calcular o escoamento potencial-viscoso. Então, com uma escolha adequada da superfície auxiliar, além de se facilitar a construção da fronteira rotacional, é possível reproduzir o escoamento viscoso, longe do corpo, melhor do que considerar o uso da superfície do próprio corpo como superfície de colocação. Além disso, o uso da superfície auxiliar mostrou-se altamente eficiente na determinação da fronteira rotacional, e no cálculo do escoamento potencial-viscoso, em problemas de múltiplos corpos.

Em geral, a metodologia proposta proporcionou resultados satisfatórios do escoamento viscoso no domínio reduzido. Os parâmetros para solução do escoamento potencial-viscoso (comprimento da linha da esteira e parâmetro de convergência), e os parâmetros para determinação da fronteira rotacional (número de linhas de amostragem e critério de vorticidade desprezível), não influenciaram de maneira significativa a solução no subdomínio viscoso. Por outro lado, o número e o resíduo RMS das interações, permitiram executar sequências da sistemática interativa da metodologia que proporcionaram resultados encorajadores no subdomínio viscoso.

Em todos os problemas apresentados houve redução dos custos computacionais ao calcular o escoamento viscoso no domínio reduzido. Entretanto, a redução desses custos pode ser maior para problemas de escoamento turbulento sobre corpos esbeltos. Para escoamento laminar, e ao redor de corpos rombudos, a redução dos custos computacionais é menos expressiva, mas, por outro lado, os coeficientes aerodinâmicos obtidos no domínio reduzido ficam mais próximos daqueles obtidos no domínio extenso.

5.2 Futuro da Metodologia

Foi observado que o critério de vorticidade desprezível pode não ser satisfeito em todas as linhas de amostragem e, por isso, a superfície de colocação foi truncada. Isso afetou de maneira negativa o campo de velocidades na fronteira do domínio reduzido no problema de escoamento ao redor de corpos rombudos (Fig. 4.42, e Soares *et al.*, 2020). Mas também foi observado que a forma da fronteira rotacional, em relação ao critério de vorticidade desprezível (subseção 4.1.4), não afeta muito o escoamento no subdomínio viscoso. Então, pretende-se investigar um procedimento eficaz para se extrapolar a fronteira rotacional até a saída do domínio a partir da linha de amostragem em que o critério de vorticidade não for satisfeito.

O estudo dos parâmetros da sistemática interativa relacionados ao escoamento no subdomínio viscoso, tais como, número de interações e resíduo RMS das interações, também foram apresentados nos trabalhos de Edmund (2012) e Rosemurgy (2014). As conclusões praticamente foram as mesmas do presente trabalho. Então, o estudo apresentado daqueles parâmetros foi suficiente para avaliar os efeitos no tempo computacional e na acurácia dos coeficientes aerodinâmicos. Por outro lado, reproduzir com mais acurácia o escoamento viscoso na fronteira do domínio reduzido ainda carece de mais investigação.

Foi observado que a diferença entre o campo de velocidade do escoamento potencial-viscoso e o campo de velocidades do escoamento viscoso, na fronteira do domínio reduzido, é maior para problemas de escoamento em regime laminar, e sobre corpos rombudos (Fig. 4.44, Fig. 4.52 e 4.53). No trabalho de Morino *et al.* (1995) foi apresentada uma decomposição do componente vortical que resulta num termo adicional no potencial de velocidades (formulado através das identidades de Green), além das usuais fontes pra transpiração, que representa uma distribuição de dipolos na região rotacional. Os autores apresentaram resultados do escoamento sobre uma placa plana, variando o número de Reynolds, usando essa formulação; que se mostrou promissora para o caso de escoamento com baixo número de Reynolds. Ocorreu que a influência adicional dos dipolos fez com que a intensidade do campo de velocidades do escoamento potencial (com transpiração) na interface de acoplamento, aumentasse em relação ao campo obtido apenas com a influência das fontes. Essa formulação pode ser

vista como uma correção no potencial-viscoso de velocidades para capturar melhor os efeitos viscosos, que são predominantes no escoamento laminar. Então, para continuação da presente pesquisa, pretende-se considerar também o uso dessa formulação para problemas de escoamento laminar ao redor de corpos rombudos. Contudo, para elevado número de Reynolds, o efeito dos dipolos seria menos importante.

No contexto atual da metodologia, a superfície auxiliar facilita a construção da fronteira rotacional, e é indispensável para os problemas de múltiplos corpos. Entretanto, definir a sua forma mais adequada é ainda uma tarefa complexa. Além disso, a forma da superfície auxiliar pode interferir nos resultados, como ocorreu ao se calcular o escoamento potencial-viscoso sobre uma superfície auxiliar que envolve um corpo, ou calculá-lo na superfície do próprio corpo (Fig. 4.44). Propõe-se então o uso de uma superfície de colocação coincidente com a fronteira rotacional (“Trabalho futuro”). Mesmo que a mudança de forma da superfície de colocação tivesse que ser levada em conta no decorrer das interações (o que torna necessário recalcular as matrizes de influência), o processo iterativo para calcular a velocidade de transpiração (proposto por Edmund, 2012) não seria mais necessário: nessa situação, a velocidade de transpiração sobre a fronteira rotacional, δ , passaria a ser igual à velocidade do escoamento viscoso naquela fronteira (o que equivale a determinar diretamente a velocidade de transpiração para impor que $w_n(\delta) = 0$). Alguns resultados preliminares usando essa abordagem já foram obtidos (Fig. 5.1), e mostram-se promissores, pois as velocidades do escoamento potencial-viscoso na fronteira do domínio reduzido ficaram ligeiramente mais próximas daquelas obtidas no domínio extenso. Contudo, essa abordagem ainda carece de investigação.

Pretende-se também investigar a abordagem mencionada acima para problemas de escoamento tridimensional. Para tal, será considerado o uso do Método de Soluções Fundamentais para calcular o escoamento potencial-viscoso. Menciona-se que, alguns resultados preliminares do cálculo do escoamento potencial-viscoso usando esse método já foram obtidos (problemas simétricos, Fig. 5.2), porém, o acoplamento com o domínio reduzido ainda é uma tarefa futura. Finalmente, é necessário avançar na implementação da sistemática interativa da metodologia. É preciso ainda implementar os códigos computacionais de interface (*scripts*) para realizar as interações automaticamente.

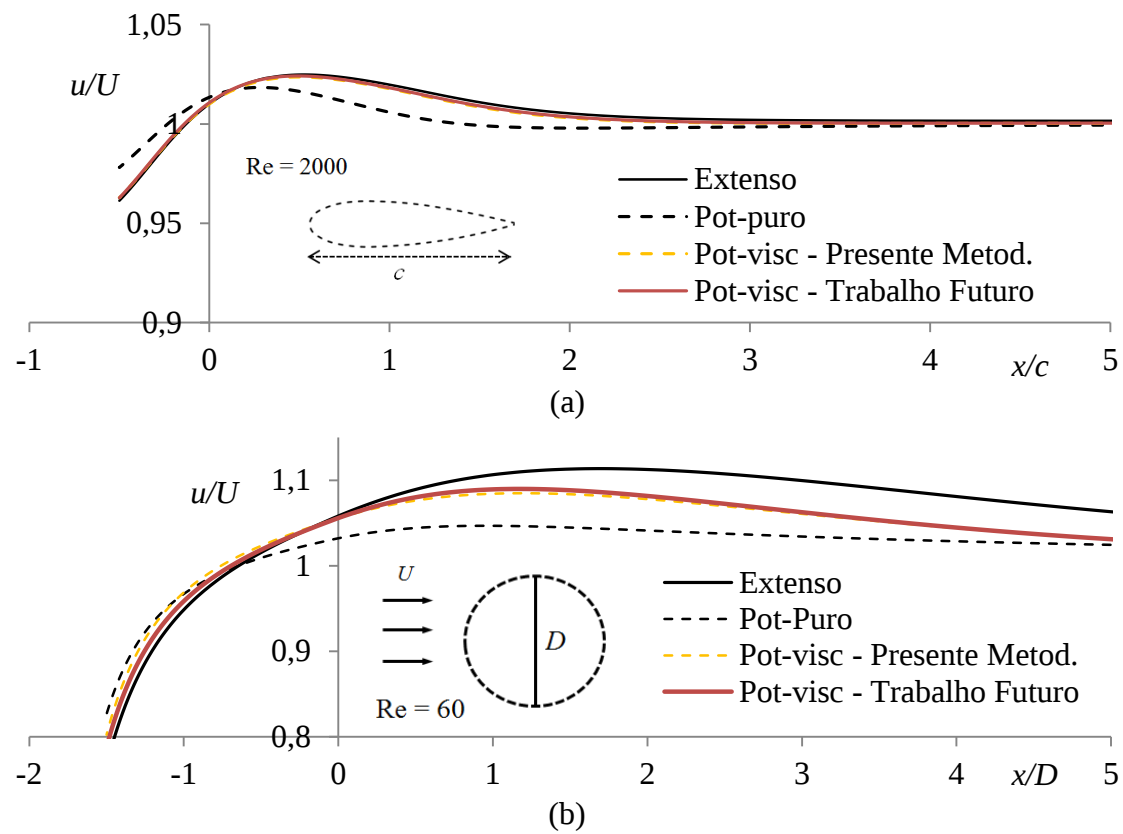


Fig. 5.1 Velocidades calculadas na fronteira do domínio reduzido para (a) escoamento laminar ao redor do perfil NACA 0012, $\alpha = 0^\circ$, e (b) escoamento laminar ao redor de um cilindro circular.

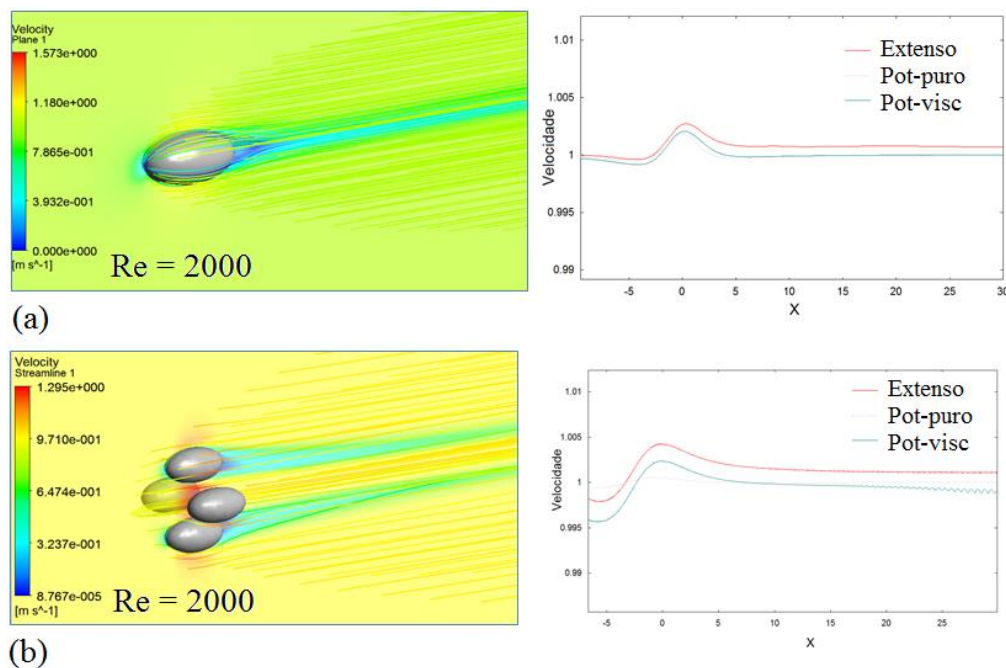


Fig. 5.2 À direita as velocidades calculadas na fronteira correspondente do domínio reduzido para (a) escoamento laminar ao redor de um elipsoide, e (b) quatro elipsoides.

Referências Bibliográficas

Ansys Inc. (2011) ANSYS CFX Theory guide. USA

Ansys Inc. (2011) ANSYS CFX Solver Modeling guide. USA

Bernardini, G.; Coderoni, M.; Gradassi, P.; Morino, L.; Simine, L. (2019) **Natural velocity decomposition: A review**. *Aerotec. Missili Spaz.* 98, 5–29.

Campana, E.; Di Mascio, A.; Esposito, P.; Lalli, F. (1995) **Viscous-inviscid coupling in free surface ship flows**. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 21(9), 699-722.

Chen, H. C.; Lee, S. K. (1996) **Interactive RANS/Laplace method for nonlinear free surface flows**. *J. Eng. Mech*, 122.

Chen, Y. (2017) **A Velocity Decomposition Approach for Three-Dimensional Unsteady Viscous Flow at High Reynolds Number**. Tese de Doutorado, Universidade do Michigan.

Chen, Y.; Maki, K. (2017) **A velocity decomposition approach for three-dimensional unsteady flow**. *Euromechflu*, (62), 94–108.

Chen, Y.; Maki, K.; Rosemurgy, W. (2015) **A velocity decomposition approach for unsteady external flow**. *ASME 34th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering OMAE 2015*, St. John's, Newfoundland and Labrador, Canada.

Dvorak, F. A.; Woodward, F. A.; Maskew, B. (1977) **A three-dimensional viscous/potential flow interaction analysis Method for multi-element wings**. *NASA CR 152012*.

Edmund, D. (2012) **A velocity decomposition method for efficient numerical computation of steady external flows**. Tese de Doutorado, Universidade do Michigan.

Edmund, D.; Maki, K.; Bech, R. (2011) **An improved viscous / inviscid velocity decomposition method.** *International Workshop on Water Waves and Floating Bodies, IWWFEB*, v. 26

Edmund, D.; Maki, K.; Bech, R. (2013) **A velocity-decomposition formulation for the incompressible Navier-Stokes equations.** *Comput Mesh*, 1-12.

Hafez, M.; Shatalov, A.; Wahba, E. (2006) **Numerical simulations of incompressible aerodynamic flows using viscous/inviscid procedures.** *Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(23-24), 3110 - 3127.

Hess, J. L. (1977) **Fully automatic combined potential-flow boundary layer procedure for calculating viscous effects on the lifts and pressure distributions of arbitrary three-dimensional configurations.** *Douglas Aircraft Co., Long Beach, Calif. MDC J7491.*

Hess, J.; Smith, A. (1967) **Calculation of potential flow about arbitrary bodies.** *Prog. Aerosp. Sci*, 8, 1–138.

Iafrati, A.; Campana, E. (2003) **A domain decomposition approach to compute wave breaking (wave-breaking flows).** *Int. J Numer Methods Fluids*, 41:419-445.

Katz, J.; Plotkin, A. (1991) **Low-speed Aerodynamics.** McGraw-Hill, *Universidade de Cambridge, Cambridge.*

Kendon, T., Sherwin, S., and Graham, J. (2003) **An irrotational / vortical split-flow approach to viscous free surface flow.** *In 2nd MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics.*

Kim, K.; Sirviente, A. I.; Beck, R. F. (2005) **The complementary RANS equations for the simulation of viscous flows.** *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 48(2), 199 – 229.

Kyle, A. P.; Louis N. (2014) **An Experimental Investigation of the 30P30N Multi-Element High-Lift Airfoil.** 20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 16-20.

Lemmer, L.; Sonnad, V. (1979) **Three-dimensional viscous-inviscid coupling using surface transpiration.** *Journal of Aircraft*, 16(6), 353-8.

Lighthill, M. J. (1958) **On displacement thickness**. *Journal of Fluids Mechanics*, (04), 383-392.

Martensen, E. (1959) **The calculation of the pressure distribution on a cascade of thick airfoils by means of fredholm integral equations of the second kind**. *Aerodynamics Experimental Station*, Gottingen.

Menter, F. (1994) **Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications**. *AIAA Journal* 32(8), 1598-605.

Menter, F. (1996) **A comparison of some recent eddy-viscosity turbulence models**. *Journal of Fluids Engineering* 118(3), 514-19.

Morino, L. (1986) **Helmholtz decomposition revised: Vorticity generation and trailing edge condition. I – Incompressible flows**. *Computacional Mechanics*, 1(1), 65-90.

Morino, L.; Gennaretti, M.; Shen, S. (1995) **Lighthill transpiration velocity revisited. An exact formulation**. *Meccanica*, 30(2), 127-137.

Morino, L.; Salvatore, F.; Gennaretti, M. (1999) **New velocity decomposition for viscous flows: Lighthill's equivalent-source method revisited**. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 173(3), 317-336.

Murayama, M., Nakakita, K., Yamamoto, K. (2014) **Experimental Study on Slat Noise from 30P30N Three-Element High-Lift Airfoil at JAXA Hard-Wall Low-speed Wind Tunnel**. *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*.

Piers, W. J., Schipolt, G.J., Van den Berg, G. (1976) **Calculation of the flow around a swept wing, taking into account the effect of the three-dimensional boundary layer**. *NLR TR 75076*.

Rosemurgy, W. (2014) **A velocity decomposition approach for lifting and free-surface flows**. Tese de Doutorado, Universidade do Michigan.

Rosemurgy, W.; Beck, R. F.; Maki, K. (2016) **A velocity decomposition formulation for 2D steady incompressible lifting problems**. *Euromechflu*, (58), 70-84.

Rosemurgy, W.; Edmund, D.; Maki, K. e Beck, R. F. (2013) **A velocity decomposition approach for steady free-surface flow**. In *29th Symposium on Naval Hydrodynamics*.

Shatalov, A.; Hafez, M. (2003) **Numerical Solutions of incompressible Navier-Stokes equations using modified Bernoulli's law.** *Int J Numer Methods Fluids*, (43):1107-1137.

Soares, L. L. F.; Manzanares-Filho, N.; Camacho, R. G. R. (2020) **Velocity decomposition approach for steady incompressible flow around bluff bodies using a transpiration auxiliary surface.** *Euromechflu*, (85), 134-148.

Soares, L. L. F.; Manzanares-Filho, N.; Camacho, R. G. R. (2022) **Velocity decomposition approach for steady incompressible flow around multiple bodies.** *Euromechflu*, (94), 60-77.

Thomas, J. L.; Salas, M. (1986) **Far-field boundary conditions for transonic lifting solutions to the Euler equations.** *AIAA Journal*, 24(7):1074-1080.

White, P. F.; Chen, Y.; Maki, K. J.; Beck, R. F. (2017) **Velocity decomposition analysis of free surface flow.** *In 32th International Workshop on water waves and floating bodies.*