



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Rafaela Aparecida Mendonça Marques

**ESTUDO SOBRE PLANOS DE INSPEÇÃO MISTOS
BASEADOS NO ÍNDICE C_{pk}**

Itajubá

2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Rafaela Aparecida Mendonça Marques

**ESTUDO SOBRE PLANOS DE INSPEÇÃO MISTOS
BASEADOS NO ÍNDICE C_{pk}**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como parte dos requisitos à obtenção do título de **Doutora em Engenharia de Produção.**

Área de Concentração: Engenharia de Produção/ Qualidade e Produtos

Orientador: Prof. Antonio Fernando Branco Costa, Dr.

Itajubá

2025

AGRADECIMENTOS

Eduardo Galeano já dizia: “Não somos feitos de átomos, somos feitos de histórias.” E posso afirmar que tenho sido preenchida de histórias incríveis, especialmente nesses últimos quatro anos. E é claro, que essas histórias foram construídas com a participação de importantes pessoas para as quais eu gostaria de prestar meus agradecimentos.

Inicialmente, agradeço a essa força do universo que nos guia e nos coloca nos lugares e momentos certos. Eu chamo essa força de Deus! Agradeço também aos meus pais (Márcia Valéria e Edmilson); minha irmã Flávia; meus avós (Ari e Léa) e ao Pierre, por me apoiarem em todas as minhas decisões e por estarem presentes em todos os momentos. Às amizades de longa data - Isadora, Ana Paula e Gabriela - também agradeço. São pessoas que presenciaram as várias mudanças da Rafa e ainda assim optaram por permanecer.

Minha trajetória acadêmica não seria a mesma sem a orientação de pessoas brilhantes. Então agradeço ao professor Robson, por ser a primeira pessoa a me incentivar nesse caminho e me inspirar. Agradeço também aos professores Fernando e André pelo apoio e ensinamentos oferecidos durante o mestrado. Ao professor Branco, obrigada pela paciência e por compartilhar parte do seu conhecimento e experiência comigo. Tenho muito orgulho de ter sido orientada por você.

Ainda falando sobre inspirações, gostaria de agradecer à professora Juliana pelo suporte na escrita de artigos e por reviver os cafés do NOMATI. Agradeço também ao professor Anderson, que foi uma grande amizade que construí ao longo desses anos. Obrigada por acreditar no meu potencial e por transformar em lar um lugar tão longe de casa. Você sabe o quanto te admiro como pessoa e profissional.

Sou imensamente grata às amizades que surgiram e/ou se fortaleceram ao longo desse período. Agradeço à minha companheira de moradia, Mirelli, por todos os momentos compartilhados. Por muitas vezes fomos o abrigo uma da outra, um local seguro para dividir as alegrias e tristezas. Agradeço à minha companheira de pesquisa, Aline. Você e sua família foram os primeiros a me receberem em Itajubá e me ajudarem com a mudança. Obrigada por isso e por compartilhar dos meus “perrengues”. Agradeço também ao Leonardo, por sempre lembrar de mim nas oportunidades, por me incluir em seus projetos e por me oferecer abrigo quando precisei. Além dessas amizades, gostaria de agradecer também a outras pessoas, não menos importantes, que fizeram parte desse capítulo da minha história: aos amigos do NOMATI, aos amigos do Logtrans, especialmente ao Lucas, ao pessoal do Forró de Segunda e às amizades feitas durante os treinos e aulas de canto, em especial ao José e à Virgínia.

Por fim, agradeço aos professores da banca de avaliação desta tese, pela disponibilidade e pelas contribuições para que este trabalho se torne ainda melhor.

Em uma série que assisti, na última cena, ouvi a seguinte frase: “Se tiver coragem suficiente para se dar o presente de uma perspectiva bem ampla verá que o fim não é triste, é só o começo da próxima coisa incrivelmente bonita.” Encerro esse ciclo, grata a todos os momentos que vivi e a todas as pessoas que participaram de alguma forma. Aguardo então com muita expectativa e esperança as cenas do próximo capítulo.

RESUMO

A elaboração de planos de amostragem para avaliação de lotes de produtos é um dos tópicos presentes em controle estatístico de processos. Vários artigos dedicados aos planos de amostragens mistos utilizando o estimador amostral $\hat{C}_{pk}$, do índice de capacidade do processo C_{pk} , constituíram o objeto de estudo desta pesquisa. Nos planos de amostragens mistos, uma amostra é submetida inicialmente a uma inspeção por atributos e, dependendo dos resultados, ela também é submetida a uma inspeção por variáveis. Ao submeter uma amostra à inspeção por atributos e após isso, submetê-la à inspeção por variáveis a distribuição da característica de qualidade X passa a ser truncada, dificultando a obtenção da distribuição do $\hat{C}_{pk}$ e consequentemente dos riscos α e β . Na literatura, alguns autores não se atentaram a essa questão. Além disso, utilizaram uma expressão incorreta para a função de distribuição acumulada do estimador $\hat{C}_{pk}$. Por meio de simulações de Monte Carlo descobriu-se que os planos de amostragens ótimos apresentados por estes autores levam a riscos de aceitação de lotes de má qualidade altíssimos, prejudicando, em muito, o comprador. Foi necessário refazer toda otimização dos planos de amostragens, verdadeiramente respeitando os riscos α e β . Durante as investigações, observou-se que o estimador amostral $\hat{C}_{pk}$ não necessariamente precisa ser em função dos limites de especificação. Ao se utilizar uma nova estatística teste que é desvinculada das especificações, a otimização dos planos de amostragens passa a ter mais um grau de liberdade, gerando redução do número médio de itens inspecionados por lote.

Palavras-chave: Plano de amostragem misto; Plano de amostragem repetitivo; Estatística amostral do C_{pk} ; Distribuição truncada

ABSTRACT

The development of sampling plans for evaluating product batches is one of the topics present in statistical process control. Several articles dedicated to mixed sampling plans using the sampling estimator $\hat{C}_{pk}$, from the process capability index C_{pk} , constituted the object of study of this research. In mixed sampling plans, a sample is initially subjected to an inspection by attributes and, depending on the results, it is also subjected to an inspection by variables. When submitting a sample to inspection by attributes and after that, subjecting it to inspection by variables, the distribution of the quality characteristic X becomes truncated, making it difficult to obtain the distribution of $\hat{C}_{pk}$ and, consequently, of the risks α and β . In the literature, some authors did not pay attention to this issue. In addition, they used an incorrect expression for the cumulative distribution function of the $\hat{C}_{pk}$ estimator. Through Monte Carlo simulations, it was discovered that the optimal sampling plans presented by these authors lead to very high risks of acceptance of poor quality lots, greatly harming the buyer. It was necessary to redo all the optimization of the sampling plans, truly respecting the α and β risks. During the investigations, it was observed that the sample estimator $\hat{C}_{pk}$ does not necessarily need to be a function of the specification limits. By using a new test statistic that is unrelated to the specifications, the optimization of sampling plans now has one more degree of freedom, leading to a reduction in the average number of items inspected per lot.

Keywords: Mixed Sampling Plan; Repetitive Sampling Plan; C_{pk} Sample Statistics; Truncated Distribution

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AAJ (2013)	Plano de Inspeção Proposto por Aslam Azam e Jun (2013)
ATRIVAR	Plano de Inspeção Misto por Atributos e Variáveis
B-MDSP (2019)	Plano de Inspeção Proposto por Balamurali <i>et al.</i> (2019)
B-MSP (2020)	Plano de Inspeção Proposto por Balamurali (2020)
CCO	Curva Característica de Operação
EWMA	Médias Móveis Exponencialmente Ponderadas
LI	Limite Inferior
LIE	Limite Inferior de Especificação
LS	Limite Superior
LSE	Limite Superior de Especificação
MIL-STD	<i>Military Standard</i> – Norma Militar
NBR	Norma Brasileira
NMA	Número Médio de Amostras
NQA	Nível de Qualidade Aceitável
NQI	Nível de Qualidade Inaceitável
PID	Plano de Inspeção Dupla
PR	Plano de Amostragem de Grupo Repetitivo
SM-MRSP (2018)	Plano de Inspeção proposto por Saminathan e Mahalingam (2018)
STN-LCD	Dispositivo de Cristal Líquido no <i>Display</i> STN
TMA	Tamanho Médio das Amostras
TMA _A	Tamanho Médio da Amostra na Inspeção por Atributos
TMA _V	Tamanho Médio da Amostra na Inspeção por Variáveis
TMAS	Tamanho Médio da Amostra até o Sinal

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Risco do Produtor – Erro do tipo I
β	Risco do Consumidor – Erro do tipo II
μ	Média populacional
σ	Desvio-padrão populacional
σ_0	Desvio-padrão do processo sob controle
σ_1	Desvio-padrão do processo fora de controle
$\bar{x}$	Estimador amostral da média
s	Estimador amostral do desvio-padrão
Kgf/cm^2	Quilograma força por centímetro quadrado
C_p	Capacidade potencial do processo
C_{pk}	Capacidade efetiva do processo
C_{pm}	Índice de capacidade de Taguchi
$\hat{C}_p$	Estimador amostral do C_p
$\hat{C}_{pk}$	Estimador amostral do C_{pk}
$\hat{C}_{pk1}$	Estimador amostral do C_{pk} da primeira amostra
$\hat{C}_{pk2}$	Estimador amostral do C_{pk} da segunda amostra
$\hat{C}_{pm}$	Estimador amostral do C_{pm}
$\hat{C}_{pmk}$	Estimador amostral do C_{pmk}
k	Valor limite de $\hat{C}_{pk}$ para aceitação/rejeição do lote
k_N	Valor limite de $\hat{C}_{pk}$ para aceitação/rejeição do lote na inspeção normal
k_T	Valor limite de $\hat{C}_{pk}$ para aceitação/rejeição do lote na inspeção severa
k_a	Valor limite de $\hat{C}_{pk}$ para aceitação do lote
k_r	Valor limite de $\hat{C}_{pk}$ para rejeição do lote
X	Característica de qualidade
n	Tamanho da amostra
n_1	Tamanho da primeira amostra
n_2	Tamanho da segunda amostra
n_N	Tamanho da amostra na inspeção normal

n_T	Tamanho da amostra na inspeção severa
d	Quantidade de itens defeituosos na amostra
d_1	Quantidade de itens defeituosos na primeira amostra
d_2	Quantidade de itens defeituosos na segunda amostra
Ac	Número de aceitação do lote para inspeção por atributos
Ac_1	Número de aceitação do lote para inspeção por atributos- 1ª amostra
Ac_2	Número de aceitação do lote para inspeção por atributos- 2ª amostra
Re	Número de rejeição do lote para inspeção por atributos
Re_1	Número de rejeição do lote para inspeção por atributos- 1ª amostra
Re_2	Número de rejeição do lote para inspeção por atributos- 2ª amostra
p	Proporção de itens defeituosos que o processo produz
p_0	Proporção de itens defeituosos no lote com processo sob controle
p_{0I}	Proporção de itens abaixo do LIE com o processo sob controle
p_{0S}	Proporção de itens acima do LSE com o processo sob controle
p_1	Proporção de itens defeituosos no lote com processo fora de controle
p_{1I}	Proporção de itens abaixo do LIE com o processo fora de controle
p_{1S}	Proporção de itens acima do LSE com o processo fora de controle
Z_{LIE}	Variável aleatória normal padronizada baseada no LIE
Z_{LSE}	Variável aleatória normal padronizada baseada no LSE
np	Carta de controle para número de defeituosos
m	Quantidade de ressubmissões
i	Quantidade de lotes anteriormente inspecionados
j	Quantidade de lotes anteriores com $\hat{C}_{pmk}$ entre k_a e k_r
f	Fração de lotes a serem inspecionados
v	Quantidade de lotes que foram aceitos
q	Quantidade de lotes consecutivos aceitos na inspeção fracionada
λ	Alteração no desvio-padrão
Z_0	Variável aleatória normal padronizada para processo sob controle
Z_1	Variável aleatória normal padronizada para processo fora de controle
$\hat{C}_{pl}$	Índice de capacidade para o limite inferior de especificação
$\hat{C}_{pu}$	Índice de capacidade para o limite superior de especificação
$\hat{C}_s$	Índice de capacidade unilateral
$\tilde{C}_s$	Índice de capacidade unilateral corrigido

P_{ac}	Probabilidade de Aceitação
$A(p)$	Probabilidade total de aceitar um lote com qualidade p AAJ (2013)
P_a	Probabilidade de aceitar o lote baseado em apenas uma amostra
P_r	Probabilidade de rejeitar o lote baseado em apenas uma amostra
P	Probabilidade do número de defeituosos ser menor ou igual a Ac
Q_{k_a}	Probabilidade de $\hat{C}_{pk} > k_a$
P_{k_a}	Probabilidade de $\hat{C}_{pk} < k_a$
P_{k_r}	Probabilidade de $\hat{C}_{pk} < k_r$
$\hat{C}_R$	Variação do $\hat{C}_{pk}$ utilizando LI e LS
c_A	Custo para inspecionar um item por atributos
c_V	Custo para inspecionar um item por variáveis
Pr_V	Probabilidade de ir para a inspeção por variáveis
P_V	Probabilidade de aceitar o lote na inspeção por variáveis
P_{AT}	Probabilidade de aceitar o lote na inspeção por atributos B-MDSP (2019)
P_A	Probabilidade de aceitar o lote na inspeção por atributos B-MSP (2020)
φ	Redução do TMA
ψ	Média do TMA quando o processo está sob e fora de controle
$\Phi(.)$	Distribuição normal padrão acumulada
$\Phi^{-1}(.)$	Inversa da distribuição normal padrão acumulada
$G(.)$	Função de distribuição de probabilidade acumulada de Qui-Quadrado
$\phi(.)$	Função densidade de probabilidade da distribuição normal padrão
ω	Número médio de amostragens

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Comparativo de Curvas Características de Operação.....	14
Figura 1.2 - Estudos sobre planos de inspeção e índices de capacidade ao longo do tempo ...	15
Figura 1.3 - Distribuição normal de probabilidade considerando proporção de defeituosos $p=5\%$	16
Figura 2.1 - Níveis de inspeção propostos pela NBR-5426	20
Figura 2.2 - Sistema de comutação de acordo com a NBR-5426.....	20
Figura 2.3 - Exemplo para plano de amostragem simples – Normal (NBR- 5426)	21
Figura 2.4 - Fluxograma dos planos apresentados por: (a) Sherman (1965); (b) Govindaraju e Ganesalingam (1997)	22
Figura 2.5 - Fluxograma do algoritmo do PAMR	30
Figura 2.6 - Distribuição Normal Truncada	35
Figura 3.1 - Fluxograma para resolução do problema de otimização (2.21).....	39
Figura 3.2 - Fluxograma para resolução do problema de otimização (3.2).....	40
Figura 3.3 - Procedimento metodológico para estudo dos artigos	42
Figura 4.1 - Comparação das expressões (2.19) e (4.1) com os resultados de simulação.....	45
Figura 4.2 - Fluxograma do PAMR quando $k_a = k_r = k$	49
Figura 4.3 - CCO para alguns parâmetros do PAMR.....	50
Figura 4.4 - CCO comparativa entre o PAMR publicado e otimizado.....	50
Figura 4.5 - Comparação do TMA em plano de inspeção misto repetitivo utilizando C_{pk} e CR ($p_0=0,001$).....	55
Figura 4.6 - CCO do PAMR baseado no CR	55
Figura 4.7 - Fluxograma do algoritmo do plano de inspeção não truncado	58
Figura 4.8 - Comparação do TMA entre os planos de amostragem truncado e não truncado ($p_0=0,001$).....	60
Figura 4.9 - Fluxograma do plano de inspeção SM-MRSP (2018).....	61
Figura 4.10 - Fluxograma do plano de inspeção B-MDSP (2019).....	64
Figura 4.11 - Fluxograma do plano de inspeção proposto por Balamurali (2020).....	68
Figura 4.12 - Ponto de equilíbrio entre as inspeções por atributos e por variáveis ($p_0=0,0025$ e $p_1=0,050$).....	72
Figura 4.13 - Ponto de equilíbrio entre a inspeção por variáveis e mista ($p_0=0,0025$ e $p_1=0,025$).....	73

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Alterações na variância (λ) para diferentes combinações de p_0 e p_1	32
Tabela 4.1 – Os valores de (n, Ac, k_a, k_r, TMA) publicados por AAJ (2013) e os simulados (α, β, TMA) (continua)	46
Tabela 4.1 – Os valores de (n, Ac, k_a, k_r, TMA) publicados por AAJ (2013) e os simulados (α, β, TMA) (conclusão)	47
Tabela 4.2 - Os ótimos valores de (n, Ac, k_a, k_r) simulados – $\alpha = 5\%$, e $\beta = 10\%$	48
Tabela 4.3 - A espessura do cristal líquido dentro dos STN-LCDs	51
Tabela 4.4 - Resultados do PAMR para casos assimétricos.....	53
Tabela 4.5 - Comparação entre os planos de inspeção usando LSE e LS – $\alpha = 5\%$, e $\beta = 10\%$	54
Tabela 4.6 - Os valores ótimos (n, Ac, k_a, k_r) , $\max(\alpha, \beta) = (5, 10) \%$ - caso não truncado	59
Tabela 4.7 - Os parâmetros ótimos corretos e incorretos do SM-MRSP (2018).....	63
Tabela 4.8 - Os parâmetros ótimos corretos e incorretos do plano B-MDSP (2019).....	66
Tabela 4.9 - Os parâmetros ótimos corretos e incorretos do plano de inspeção B-MSP (2020)	70
Tabela 4.10 - Relação de custos entre inspeção por atributos e por variáveis ($\beta = 10\%$)	71
Tabela 4.11 - Relação de custos entre a inspeção por variáveis e mista ($\alpha = 5\%$ e $\beta = 10\%$)....	72

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 - Resumo de Planos de Amostragem por Variáveis Baseados no C_{pk} (continua) .	26
Quadro 2.1 - Resumo de Planos de Amostragem por Variáveis Baseados no C_{pk} (conclusão)	27
Quadro 2.2 - Resumo dos Planos de Amostragem Mistos Baseados no C_{pk}	28

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Contextualização da Pesquisa.....	13
1.2	Objetivos Geral e Específico	17
1.3	Delimitações do Estudo	18
1.4	Estrutura do Trabalho	18
2	REVISÃO TEÓRICA	19
2.1	Planos de Inspeção por Atributos	19
2.1.1	A Norma NBR-5426	19
2.1.2	Outros Tipos e Estudos de Inspeção por Atributos.....	21
2.2	Planos de Inspeção por Variáveis	23
2.2.1	Índices de Capacidade	23
2.2.2	Inspeção por variáveis utilizando o C_{pk}	25
2.3	Planos de Inspeção Mistos.....	27
2.3.1	Planos de Inspeção Mistos Utilizando o C_{pk}	28
2.3.2	O Plano de Amostragem Misto Repetitivo (PAMR) Baseado no C_{pk}	30
2.4	Distribuição de Probabilidade Truncada	33
2.5	Estudo Econômico em Planos de Inspeção	36
3	MÉTODO DE PESQUISA	38
3.1	Classificação do Estudo.....	38
3.2	Procedimentos Metodológicos.....	38
3.2.1	Avaliação do PAMR Baseado no C_{pk}	38
3.2.2	Proposta da utilização de uma nova estatística de teste	39
3.2.3	O PAMR Não Truncado.....	41
3.2.4	Outros Planos de Amostragem Mistos.....	41
3.2.5	Estudo Econômico dos Tipos de Planos de Inspeção	42
3.3	Questões de Pesquisa.....	44
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	45
4.1	A Expressão de Probabilidade do Estimador do C_{pk}	45
4.2	Riscos do PAMR e Correções	46
4.2.1	Aplicação Industrial.....	50

4.2.2	Exemplo do PAMR Baseado no C_{pk} para Casos Assimétricos	51
4.3	PAMR Baseado na Nova Estatística de Teste (CR)	53
4.4	O PAMR Não Truncado	56
4.5	Planos de Inspeção Mistos recentes elaborados a partir da expressão 2.19	60
4.5.1	O Novo Plano de Inspeção Misto Repetitivo	60
4.5.2	O Plano de Inspeção Misto Duplo	63
4.5.3	O Plano de Inspeção Misto Para Lotes Resubmetidos	67
4.5.4	Comparação Entre os Planos de Inspeção	70
4.6	Estudo Econômico dos Tipos de Planos de Inspeção	70
5	CONCLUSÕES.....	74
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	75
	APÊNDICE A – Artigos Gerados no Tema da Tese.....	85
	APÊNDICE B – Simulação para conferência de equações.....	86
	APÊNDICE C – Simulação do PAMR.....	88
	APÊNDICE D – Simulação do PAMR baseado no CR	90
	APÊNDICE E – Programa teórico automatizado PAMR não truncado.....	94
	APÊNDICE F – Programas automatizados para otimização de demais planos mistos..	99
	F.1. O Novo Plano Misto Repetitivo por Saminathan e Mahalingam (2018).....	99
	F.2. O Plano de Inspeção Misto Duplo por Balamurali <i>et al.</i> (2019)	105
	F.3. O Plano de Inspeção Misto Para Lotes Resubmetidos por Balamurali (2020)	111
	APÊNDICE G – Programa teórico Plano de Amostragem por Variáveis Simples baseado no C_{pk}	117

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização da Pesquisa

Uma das áreas presentes no controle estatístico de qualidade diz respeito à inspeção de lotes. Avaliar 100% de determinado lote é inviável, pois gera altos custos, demanda muito tempo, é cansativa e pode resultar em erros de avaliação. Portanto, a inspeção por amostragem é uma alternativa utilizada para verificar a qualidade dos lotes que são comercializados.

Ao realizar inspeções por amostragem estamos sujeitos a dois riscos. O risco do fornecedor, ou risco alfa (α), diz respeito à probabilidade de rejeitar um lote que possui um Nível de Qualidade Aceitável (NQA), isto é, o lote é obtido de um processo cuja proporção média de defeituosos está de acordo com a proporção estabelecida pelo produtor. Já o risco do consumidor, ou risco beta (β), é a probabilidade de aceitar um lote advindo de um processo em que a proporção de defeituosos excede o NQA, isto é, um lote que possui um Nível de Qualidade Inaceitável (NQI) (Costa; Epprecht; Carpinetti, 2005).

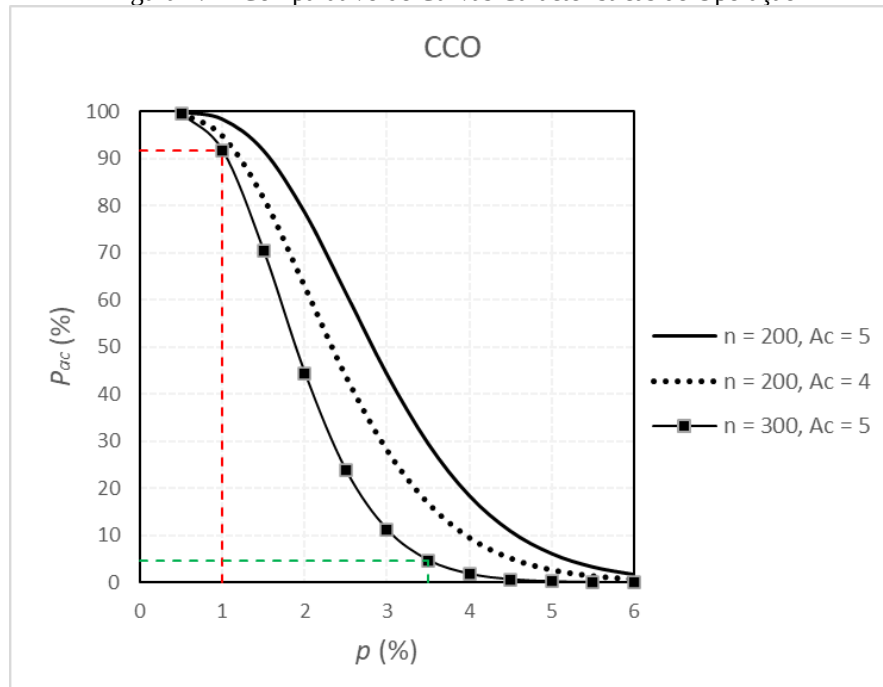
As inspeções por amostragem são classificadas em três tipos: inspeção por atributos, por variáveis e inspeção mista. Na inspeção por atributos os itens são classificados como defeituosos ou não defeituosos por meio, por exemplo, de dispositivos do tipo “passa/não passa”. É o tipo de amostragem mais tradicional e tem a vantagem de ser mais simples e possuir um menor custo por item inspecionado.

A partir da Curva Característica de Operação (CCO) de um plano de inspeção é possível obter os riscos α e β associados a cada NQA e NQI. A CCO apresenta a Probabilidade de Aceitação (P_{ac}) de determinado plano de inspeção para diferentes níveis de qualidade. A Figura 1.1 mostra a CCO para diferentes planos de inspeção. Considere um plano de inspeção em que se retira uma amostra de tamanho $n = 300$ e o lote é aceito se a quantidade de itens defeituosos na amostra (d) for igual ou menor a $Ac = 5$. Esse plano possui um risco $\alpha \cong 10\%$ para um NQA equivalente a $p = 0,01$ e um risco $\beta \cong 5\%$ para um NQI de $p = 0,035$, sendo p a proporção de itens defeituosos que o processo produz.

Um problema associado aos riscos α e β é a presença de um *trade-off*, conforme apresentado na Figura 1.1. A simples redução do tamanho da amostra, apesar de reduzir o risco do produtor, gera um aumento do risco do consumidor. Esse mesmo problema é encontrado ao se reduzir o número de aceitação (quantidade de itens defeituosos na amostra

que é considerado aceitável). Uma redução desse número, gera uma redução do risco do consumidor, mas um aumento do risco do produtor.

Figura 1.1 - Comparativo de Curvas Características de Operação



Fonte: Adaptado de Costa, Epprecht e Carpinetti (2005)

Na inspeção por variáveis a característica de qualidade dos itens da amostra é mensurável e o valor da estatística da amostra é utilizada para a aceitação ou rejeição do lote. Assim é possível obter mais informações sobre a amostra e sobre o processo. Além disso, a inspeção por variáveis permite inspecionar tamanhos de amostra menores para os mesmos riscos α e β . De acordo com Montgomery (2017), a principal desvantagem desse tipo de inspeção é que a distribuição de probabilidade da característica de qualidade deve ser conhecida, pois a maioria dos planos de inspeção por variáveis assumem que essa distribuição é normal.

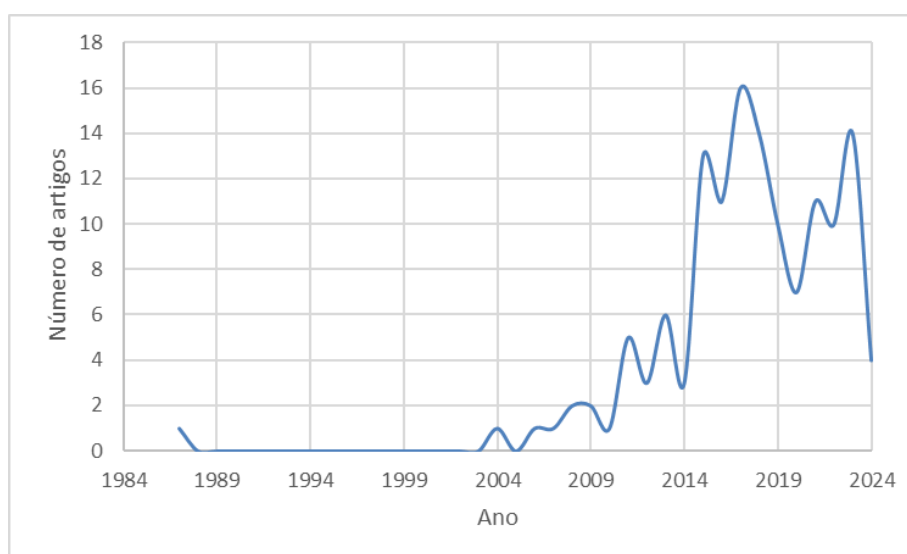
Montgomery (2017) dá um exemplo em que garrafas não retornáveis de refrigerante, que possuem Limite Inferior de Especificação (LIE) de 15,82 kgf/cm², são compradas de um fornecedor. O engarrafador deseja aceitar, no mínimo, 95% dos lotes que possuam até 1% de garrafas que não atendam à especificação. Além disso, ele deseja rejeitar 90% dos lotes que possuam 6% ou mais garrafas que não atendam à especificação. Para atender esse objetivo, são retiradas amostras de tamanho $n=40$ dos lotes inspecionados e então, calcula-se a estatística $Z_{LIE} = \bar{x} - LIE/s$; O lote é aceito se $Z_{LIE} \geq k = 1,9$. Sendo k um valor limite.

Além da estatística apresentada, outras estatísticas são utilizadas para a avaliação de lotes a partir da inspeção por variáveis. Alguns planos de inspeção utilizam a variância como

estatística de teste, por exemplo em Zeigler e Tietjen (1968), Zeigler e Goldman (1972) e Devaarul e Kumar (2019). Há também exemplos de planos que utilizam o coeficiente de variação, como visto em Yan, Liu e Dong (2016), Médias Móveis Exponencialmente Ponderadas (EWMA) (Aslam; Azam; Jun, 2013a; Haq; Woodall, 2023) e a combinação das estimativas de média e desvio padrão (Costa, 2024).

Porém, nos últimos anos há um crescente número de estudos que utilizam índices de capacidade na elaboração de planos de inspeção de lotes. A Figura 1.2 foi elaborada a partir de uma pesquisa realizada nas bases *Scopus* e *Web of Science*, no dia 02 de abril de 2024, com as palavras-chave “*sampling plan*” OU “*lot inspection*” E “*capability index*”. Ela mostra um crescimento recente de estudos nessa área.

Figura 1.2 - Estudos sobre planos de inspeção e índices de capacidade ao longo do tempo



Fonte: Autores (2024)

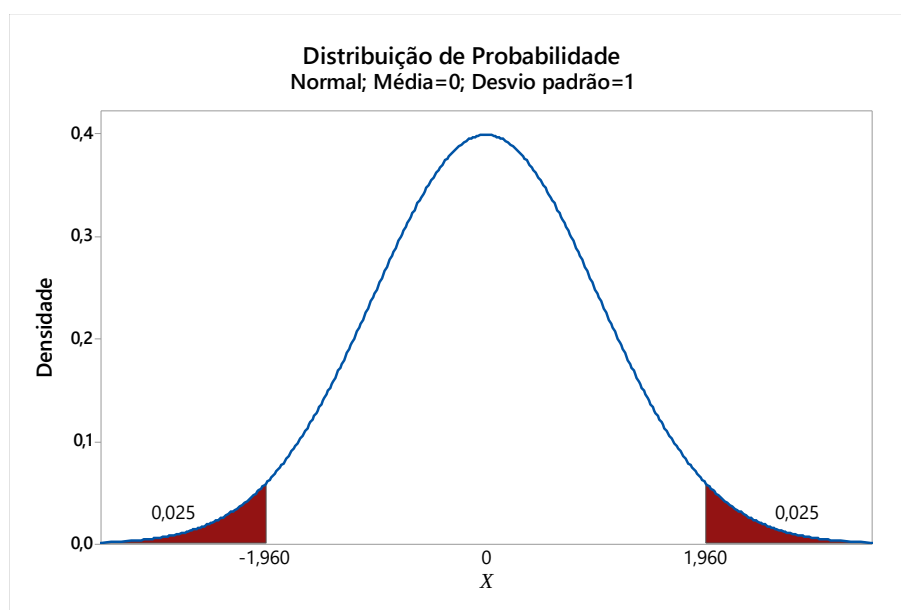
Um dos índices de capacidade mais conhecidos é o C_{pk} , que é utilizado nos planos propostos por Wu, Aslam e Jun (2012), Aslam *et al.* (2013a), Balamurali e Usha (2014), Wu *et al.* (2015), Balamurali e Usha (2017), Wu *et al.* (2017), Balamurali e Aslam (2019), Aslam, Balamurali e Jun (2019) e Wu *et al.* (2021).

Por fim, planos de inspeção mistos são aqueles em que os itens passam pela inspeção por atributos e pela inspeção por variáveis. De acordo com Wang *et al.* (2017), os planos de inspeção mistos apresentam melhor desempenho em termos de probabilidade de aceitação, podendo economizar tempo e custo para chegar na decisão final. E além disso, Pu, Li e Xiang (2011) defendem que, comparado com os planos por atributos, os planos de inspeção mistos requerem amostras menores com as mesmas probabilidades de erro e contém uma análise mais cuidadosa. Esse tipo de plano foi apresentado pela Norma Militar (MIL-STD) 414 para

inspeção por variáveis (Military Standard 414, 1957) e estudado inicialmente por Schilling e Dodge (1966, 1967a, 1967b, 1969). De acordo com os planos propostos por eles, os itens de um lote são submetidos a uma inspeção por variáveis e, caso não seja tomada uma decisão, os itens são submetidos a uma inspeção por atributos. Porém, na literatura recente também é comum encontrar planos nos quais os itens são submetidos primeiramente a uma inspeção por atributos e após isso, os itens são submetidos a uma inspeção por variáveis.

Assim como na inspeção por variáveis, o índice de capacidade C_{pk} tem sido utilizado nos planos de inspeção mistos. Alguns desses estudos utilizam amostras diferentes nas etapas por atributos e por variáveis, como em Balamurali (2017), Usha e Balamurali (2017), Balamurali, Aslam e Liaquat (2018), Saminathan e Mahalingam (2018), Balamurali (2018), Balamurali *et al.* (2019) e Balamurali (2020). Já Aslam, Azam e Jun (2013b) e Aslam *et al.* (2014) utilizam a mesma amostra nas duas etapas da inspeção mista. Porém, quando a mesma amostra é utilizada na etapa de inspeção por atributos e posteriormente na etapa de inspeção por variáveis, a distribuição de probabilidade da característica de qualidade X é truncada. Ou seja, as caudas da distribuição normal, referentes aos itens considerados defeituosos (conforme indicado no exemplo da Figura 1.3), são retiradas. Isso afeta a distribuição do $\hat{C}_{pk}$ e os riscos α e β . Portanto, nesse trabalho será discutido o efeito da distribuição truncada em plano de inspeção mistos.

Figura 1.3 - Distribuição normal de probabilidade considerando proporção de defeituosos $p=5\%$



Fonte: Marques *et al.* (2023)

O efeito da abordagem mista já foi discutido em estudos sobre cartas de controle, justificando a relevância desse estudo. Aslam *et al.* (2015) propuseram uma carta de controle

mista, utilizando as cartas de controle np e $\bar{x}$. Logo após, Leoni e Costa (2019) discutem sobre o efeito da distribuição truncada em cartas de controle. Os autores mostram que, ao utilizar uma carta de controle np e logo após, a partir da mesma amostra, utilizar a carta de controle $\bar{x}$, deve-se considerar que isso trunca a distribuição de probabilidade. Não levar isso em consideração afeta o Tamanho Médio da Amostra até o Sinal (TMAS). Isso motivou o atual trabalho, uma vez que se espera o mesmo efeito da distribuição truncada em planos de amostragem. É importante destacar que não considerar a distribuição truncada pode causar erros na obtenção dos parâmetros de amostragem levando à tomada de decisões erradas que podem afetar tanto o fornecedor (aumento do risco de ter um lote de boa qualidade rejeitado) quanto o consumidor (aumento das chances de aceitar um lote de má qualidade).

1.2 Objetivos Geral e Específico

Aslam, Azam e Jun (2013b) apresentaram o Plano de Amostragem Misto Repetitivo (PAMR) utilizando o $\hat{C}_{pk}$. No PAMR é utilizada a estratégia de submeter à inspeção por variáveis uma amostra que foi submetida primeiramente à inspeção por atributos. Porém, essa estratégia trunca a distribuição de X . Sendo assim, tal plano gerou valores de α e β que diferem do que foi indicado (5% e 10%). Além disso, a expressão apresentada para o cálculo dos parâmetros do PAMR superestima a probabilidade $\Pr \{\hat{C}_{pk} \leq \Theta\}$. Outros autores utilizaram essa mesma expressão, portanto, o erro vem sendo propagado em estudos mais recentes.

Sendo assim, o objetivo geral desse trabalho é: Investigar os planos de amostragens mistos baseados no $\hat{C}_{pk}$.

Os objetivos específicos são:

- Apresentar os parâmetros que minimizam o Tamanho Médio das Amostras (TMA) e que respeitam a restrição de $\alpha \cong 5\%$ e $\beta \cong 10\%$ (considerando um erro de 1% para mais ou para menos), quando o PAMR é utilizado.
- Comparar o PAMR com a estratégia de utilizar um Limite Inferior (LI) e um Limite Superior (LS) que independem dos limites de especificação, calculando assim, uma variante da estatística de teste $\hat{C}_{pk}$.
- Comparar o PAMR com a alternativa de utilizar-se amostras diferentes nas etapas de inspeção por atributos e variáveis.
- Apresentar os parâmetros que minimizam o TMA e que respeitam a restrição de $\alpha \leq 5\%$ e $\beta \leq 10\%$ para outros planos presentes na literatura e que utilizaram

a expressão que calcula a probabilidade $\Pr \{\hat{C}_{pk} \leq \Theta\}$, proposto no estudo sobre PAMR.

- Avaliar quando cada tipo de amostragem (por atributos, por variáveis e PAMR) é mais vantajoso baseado no custo.

1.3 Delimitações do Estudo

Este estudo visa aprofundar as discussões referentes a planos de inspeção mistos focando na estratégia de realizar a inspeção por atributos antes de realizar a inspeção por variáveis (ATRIVAR).

Dentre os índices de capacidade do processo, os mais usuais são C_p , C_{pk} e C_{pm} . O índice C_p é insensível a mudanças na média do processo. Já o índice C_{pm} pode apresentar valores muito diferentes para processos que produzem a mesma proporção de itens não conformes. Além disso, os índices C_p e C_{pm} são indefinidos quando a característica de qualidade possui apenas um limite de especificação (Costa; Epprecht; Carpinetti, 2004). Nesse sentido, o foco desse estudo está na utilização do índice C_{pk} na etapa de inspeção por variáveis. Portanto, esse trabalho não apresenta o detalhamento de planos de inspeção que utilizam outras estatísticas amostrais ou que não possuam o foco na amostragem mista.

1.4 Estrutura do Trabalho

Esse trabalho está estruturado da seguinte forma: No Capítulo 2 será realizada uma revisão de literatura sobre os diferentes tipos de inspeção, abordando aspectos das normas de inspeção por atributos e inspeção por variáveis. Além disso, os estudos da literatura sobre planos de amostragem para avaliação de lotes serão apresentados. Destaque para a seção 2.3.2, onde será apresentado, de forma mais aprofundada, o plano de inspeção que foi base para esse trabalho. O método de pesquisa utilizado será apresentado no capítulo 3. Já no capítulo 4, serão abordados os resultados desta pesquisa e no capítulo 5, serão indicadas as conclusões. Por fim, os artigos gerados a partir deste trabalho estão listados no Apêndice A.

2 REVISÃO TEÓRICA

O Capítulo 2 apresenta os temas abordados nesse trabalho, focando principalmente em planos de inspeção que utilizam o estimador amostral do índice C_{pk} para avaliação de lotes.

2.1 Planos de Inspeção por Atributos

2.1.1 A Norma NBR-5426

Quando se trata de inspeção por atributos, a Norma Brasileira NBR-5426 foi baseada na norma militar para atributos (Military Standard 105E, 1989) e pode ser utilizada. Ela serve como guia e estabelece planos e procedimentos para a realização de inspeções por atributos simples, dupla ou múltipla. Na inspeção simples, uma amostra de tamanho n é retirada do lote e a quantidade de itens defeituosos (d) é computada. Se $d \leq Ac$ o lote é aceito, caso contrário, o lote é rejeitado. Ac é uma constante referente à quantidade limite de itens defeituosos presente em uma amostra. No Plano de Inspeção Dupla (PID), uma primeira amostra de tamanho n_1 é retirada do lote e a quantidade de itens defeituosos (d_1) é computada. Se $d_1 \leq Ac_1$ o lote é aceito, se $d_1 \geq Re_1$, o lote é rejeitado. Porém, se $Ac_1 < d_1 < Re_1$, uma nova amostra de mesmo tamanho n_2 é retirada e a quantidade de itens defeituosos é contada (d_2). Se $d_1 + d_2 \leq Ac_2$, o lote é aceito, caso contrário, o lote é rejeitado. Já na inspeção múltipla, os passos da PID se repetem por até sete etapas.

A norma também apresenta níveis de inspeção I, II, III e S1, S2, S3 e S4. Geralmente, o nível II é o mais utilizado. O nível I é utilizado quando é permitido amostras de tamanho menor, gerando um menor poder de diferenciação entre lotes bons ou ruins. O nível III é utilizado quando deseja-se uma maior diferenciação, logo, o tamanho da amostra é maior. E os níveis especiais (S1 a S4) são utilizados quando é necessário um tamanho de amostra relativamente pequeno (para ensaios destrutivos, por exemplo) e permite-se grandes riscos de amostragem. A Figura 2.1 apresenta a tabela estabelecida pela norma que indica, a partir do nível de inspeção e do tamanho do lote, qual é o código de amostra. Esse código será utilizado posteriormente para definir qual o tamanho da amostra a ser retirada do lote e a quantidade máxima de itens defeituosos presentes na amostra para aceitar lote (Ac) ou rejeitar o lote (Re). Por exemplo, para um lote com 1000 itens, utilizando o nível de inspeção II, o código de amostra a ser utilizado é o J.

Figura 2.1 - Níveis de inspeção propostos pela NBR-5426

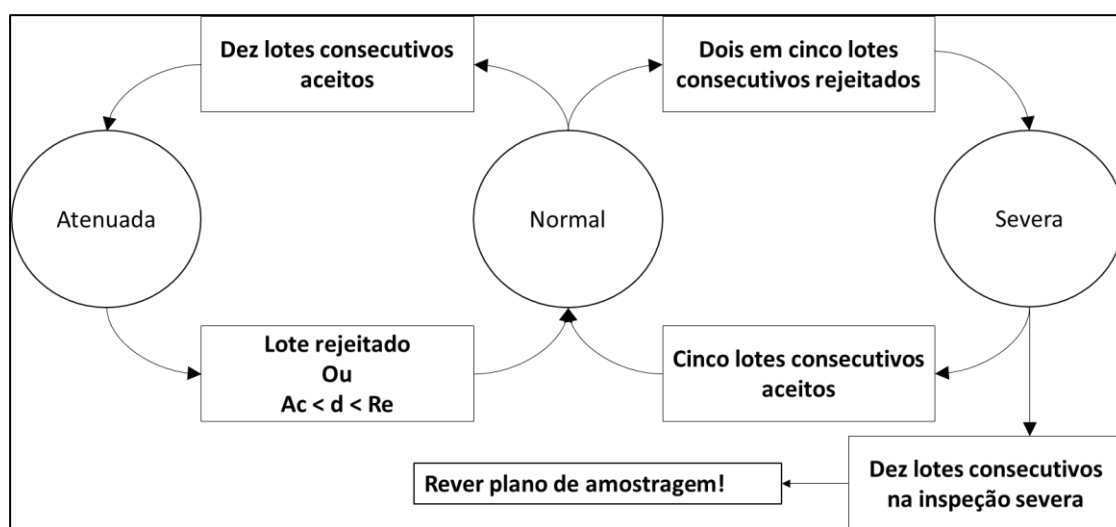
Tabela 1 - Codificação de amostragem

Tamanho do lote			Níveis especiais de inspeção				Níveis gerais de inspeção		
			S1	S2	S3	S4	I	II	III
2	a	8	A	A	A	A	A	A	B
9		15	A	A	A	A	A	B	C
16		25	A	A	B	B	B	C	D
26		50	A	B	B	C	C	D	E
51		90	B	B	C	C	C	E	F
91		150	B	B	C	D	D	F	G
151		280	B	C	D	E	E	G	H
281		500	B	C	D	E	F	H	J
501		1200	C	C	E	F	G	J	K
1201		3200	C	D	E	G	H	K	L
3201		10000	C	D	F	G	J	L	M
10001		35000	C	D	F	H	K	M	N
35001		150000	D	E	G	J	L	N	P
150001		500000	D	E	G	J	M	P	Q
Acima de 500001			D	E	H	K	N	Q	R

Fonte: NBR 5426 (1985)

A NBR-5426 apresenta tabelas com planos de amostragem para três diferentes regimes de inspeção: normal, atenuado e severo. Inicia-se um procedimento de inspeção no regime normal e as regras para a mudança de regime são apresentadas na Figura 2.2.

Figura 2.2 - Sistema de comutação de acordo com a NBR-5426



Fonte: Adaptado de Costa, Epprecht e Carpinetti (2005)

Após definir o código de amostragem, o tipo e o regime de inspeção, a partir do NQA, estabelecido por meio de contrato, é possível definir o tamanho da amostra e as constantes Ac e Re . A Figura 2.3 apresenta o exemplo de uma das tabelas presentes na norma, referente ao plano de amostragem simples, utilizando o regime Normal.

Figura 2.3 - Exemplo para plano de amostragem simples – Normal (NBR- 5426)

Código de amostras	Tamanho da amostra	NQA														
		0,010	0,015	0,025	0,040	0,065	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5	4,0	6,5
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2															
B	3															
C	5															
D	8															
E	13															
F	20															
G	32															
H	50															
J	80															

Fonte: NBR 5426 (1985)

Considerando o código J e supondo que o NQA foi estabelecido em 2,5, a amostra que deve ser retirada do lote deve ter tamanho $n = 80$. O número máximo de itens defeituosos na amostra para que o lote seja aceito deve ser de $Ac = 5$. Se a amostra possuir um número de defeituosos maior ou igual a $Re = 6$, o lote deve ser rejeitado.

2.1.2 Outros Tipos e Estudos de Inspeção por Atributos

Além dos tipos de inspeção por atributos apresentados na norma NBR-5426, Montgomery (2017) indica outros dois tipos de amostragem por atributos. No primeiro deles, chamado de inspeção retificadora, quando um lote é aceito, apenas os itens defeituosos da amostra são substituídos por itens não defeituosos. Caso o lote seja rejeitado, ele passa por uma inspeção 100% e todos os itens defeituosos do lote são substituídos por itens não defeituosos. O segundo tipo, chamado de Amostragem Sequencial, é uma extensão da amostragem múltipla, com a diferença de que não há um limite de sete amostras retiradas do lote. Quando o tamanho da amostra é igual a 1 item ($n = 1$), a inspeção é nomeada como Amostragem Sequencial Item por Item.

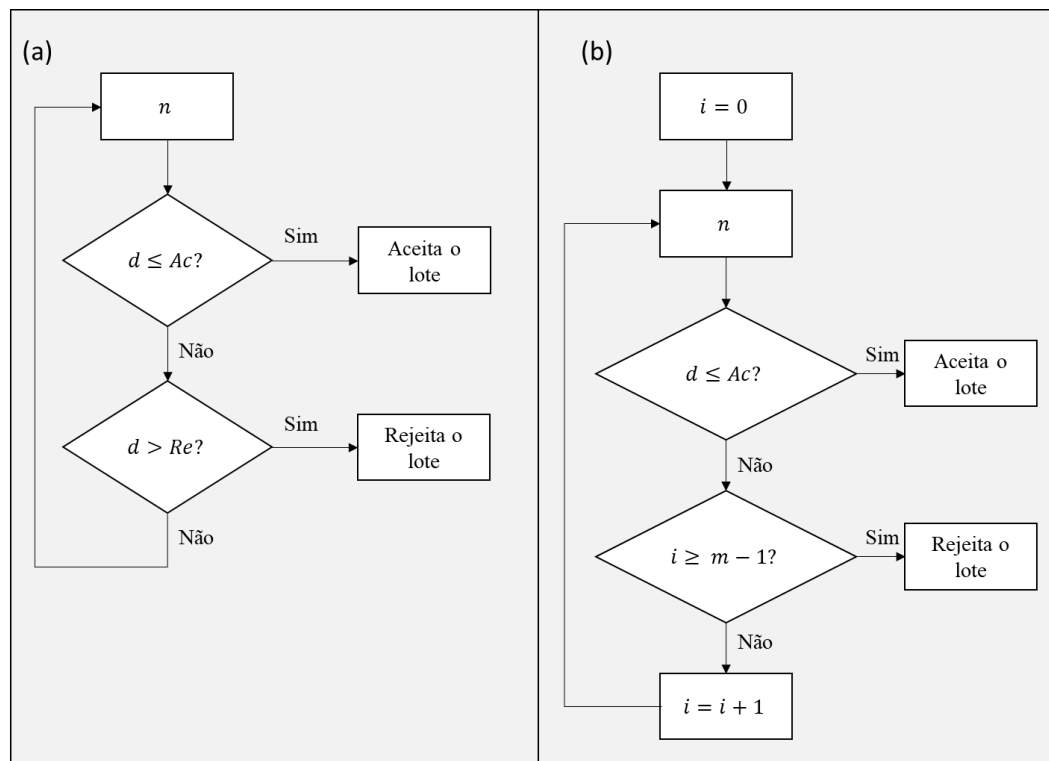
Grubbs (1949) foi um dos primeiros autores a estudarem planos de inspeção por atributos. Ele apresenta, por meio de aproximações pela distribuição binomial, tabelas com o número de aceitação (Ac) e o tamanho mínimo da amostra (n), de forma que a probabilidade de aceitar um lote com uma porcentagem aceitável de defeituosos (p_0) seja de 95% ou mais (ou seja, risco $\alpha \leq 5\%$), e a probabilidade de aceitar um lote com uma porcentagem inaceitável de defeituosos (p_1) seja no máximo 10% (ou seja, risco $\beta \leq 10\%$). Hald (1967) discute

soluções para planos de amostragem por atributos (n, Ac) utilizando as distribuições Poisson, Binomial e Hipergeométrica. Golub (1953) determina o número de aceitação (Ac) que minimiza a soma dos riscos α e β para casos em que o tamanho da amostra é fixo.

Sherman (1965) foi o pioneiro no estudo do chamado Plano Repetitivo (PR) de amostragem. No plano de inspeção proposto por ele, uma amostra de tamanho n é coletada e o número de itens defeituosos (d) é computado. Se $d \leq Ac$, o lote é aceito. Se $d > Re$, o lote é rejeitado. Ou ainda, se $Ac < d \leq Re$, uma nova amostra é coletada e os passos são repetidos até que uma decisão seja tomada. O fluxograma do plano proposto por ele é apresentado na Figura 2.4 (a).

Govindaraju e Ganesalingam (1997) foram os primeiros a sugerirem a estratégia de ressubmissão de lotes. No plano proposto por eles, uma amostra de tamanho n é retirada do lote, se $d \leq Ac$, o lote é aceito. Caso contrário, $m - 1$ (sendo $m \geq 1$) novas amostras são retiradas do lote e são submetidas à inspeção por atributos. Se a condição $d \leq Ac$ for atendida em uma das amostras, o lote é aceito. Caso contrário, o lote é rejeitado. Note que, se $m = 1$, o plano proposto se reduz à inspeção por atributos simples. O fluxograma do plano proposto por eles é apresentado na Figura 2.4 (b).

Figura 2.4 - Fluxograma dos planos apresentados por: (a) Sherman (1965); (b) Govindaraju e Ganesalingam (1997)



Fonte: Marques *et al.* (2023)

Já em trabalhos mais recentes, Duarte e Granjo (2019) propõem um algoritmo no intuito de encontrar os parâmetros ótimos para PID por atributos. Mostofi e Shirkani (2020) investigaram o efeito de erros de classificação (isto é, classificar um item conforme como não conforme e vice-versa) na elaboração de planos simples de inspeção por atributos, considerando duas situações (quando o item é ou não é submetido à uma inspeção retificadora). Além disso, é possível encontrar estudos que propõem um plano de amostragem que foi nomeado como Plano de Amostragem Duplo Modificado. Neste plano, a decisão sobre a aceitação ou rejeição do lote durante a segunda amostragem depende apenas dos dados da segunda amostra (ASLAM; BALAMURALI; ARIF, 2015; NARAYANAN; JEYADURGA; BALAMURALI, 2024).

2.2 Planos de Inspeção por Variáveis

Na inspeção por variáveis é possível utilizar a Norma Militar para plano de amostragem por variáveis (Military Standard 414, 1957). Ela oferece procedimentos para os casos de variabilidade conhecida e desconhecida (nesse último caso pode-se utilizar a amplitude ou o desvio-padrão como estatística de teste). Além disso, apresenta procedimentos para casos de processos que possuem um limite de especificação e dois limites de especificação, ou seja, possui Limite Inferior de Especificação (LIE) e Limite Superior de Especificação (LSE). Assim como na norma de inspeção por atributos, a norma de inspeção por variáveis apresenta uma tabela para definição do código de amostra. A norma possui 5 níveis de inspeção, sendo o nível IV o mais utilizado.

2.2.1 Índices de Capacidade

É possível fazer a avaliação da capacidade do processo a partir da análise da variabilidade em relação às especificações do produto, ou seja, capacidade se refere à uniformidade do processo (Montgomery, 2017). Uma maneira simples de quantificar a capacidade do processo é por meio dos índices de capacidade. Dentre os principais estão o C_p , C_{pk} e C_{pm} . O cálculo de cada um deles é apresentado abaixo.

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (2.1)$$

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{LSE - \mu}{3\sigma}; \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \right\} \quad (2.2)$$

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (d - \mu)^2}} \quad (2.3)$$

Quando os parâmetros da população são desconhecidos, os índices de capacidade são estimados por meio da média amostral ($\bar{x}$) e desvio-padrão amostral (s).

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6s} \quad (2.4)$$

$$\hat{C}_{pk} = \min \left\{ \frac{LSE - \bar{x}}{3s}; \frac{\bar{x} - LIE}{3s} \right\} \quad (2.5)$$

$$\hat{C}_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{s^2 + (d - \bar{x})^2}} \quad (2.6)$$

Dentre os estudos sobre planos de inspeção utilizando índices de capacidade, está o de Wu e Pearn (2008). Eles propuseram um plano de amostragem por variáveis em que uma amostra n é retirada do lote e o índice $\hat{C}_{pmk}$, que é a combinação dos índices $\hat{C}_{pk}$ e $\hat{C}_{pm}$, é calculado conforme a seguir:

$$\hat{C}_{pmk} = \min \left\{ \frac{USL - \bar{x}}{3\sqrt{s_n^2 + (\bar{x} - T)^2}}, \frac{\bar{x} - LSL}{3\sqrt{s_n^2 + (\bar{x} - T)^2}} \right\} \quad (2.7)$$

Na expressão (2.7), $s_n^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2/n$; T é o valor alvo, sendo o ponto médio entre os limites de especificação. É relevante destacar que, quando não há deslocamento da média em relação ao valor alvo, o $\hat{C}_{pmk}$ se reduz ao $\hat{C}_{pk}$. Se $\hat{C}_{pmk}$ for maior que uma constante k , o lote é aceito. Caso contrário, o lote é rejeitado. Outros estudos sobre planos de inspeção utilizando o $\hat{C}_{pmk}$ podem ser vistos em Nezhad e Seifi (2017a), Nezhad e Seifi (2017b), Wang *et al.* (2021) e Scagliarini (2022).

Alguns autores criaram planos de inspeção baseados em índices de capacidade, porém para processos com especificação unilateral, ou seja, processos que possuem apenas o LIE ou o LSE. Yen, Chang e Aslam (2013) propuseram um plano de inspeção repetitivo em que uma amostra é retirada do lote e dependendo de qual dos limites de especificação o processo possui, o $\hat{C}_{pl}$ ou o $\hat{C}_{pu}$ é calculado (denominado por $\hat{C}_s$), conforme expressão abaixo. Se $\hat{C}_s > k_a$ o lote é aceito, se $\hat{C}_s < k_r$ o lote é rejeitado. Caso contrário, os passos anteriores são realizados novamente até que uma decisão seja tomada.

$$\hat{C}_{pl} = \frac{\bar{x} - LIE}{3s} ; \hat{C}_{pu} = \frac{LSE - \bar{x}}{3s} \quad (2.8)$$

Outros autores que apresentaram planos de inspeção para processos com especificação unilateral são: Kurniati, Yeh e Wu (2015), Yen (2015), Yen *et al.* (2017), Wu, Lee e Chien (2017), Lee *et al.* (2018), Rao, Aslam e Jun (2019), Hsu, Wang e Shu (2020), Yen *et al.* (2020), Wu, Lee e Huang (2020), Liu, Wu e Tsai (2021), Wu, Lee e Huang (2021) e (Yen, Chang e Lee (2023).

2.2.2 Inspeção por variáveis utilizando o C_{pk}

Nesse subtópico serão apresentados alguns estudos sobre planos de amostragem que utilizam o índice C_{pk} para avaliação de lotes. Pearn e Wu (2007) foram os pioneiros no uso do C_{pk} para a aceitação ou rejeição de lotes. Segundo o plano de inspeção proposto por eles, uma amostra de tamanho n é coletada e o valor do $\hat{C}_{pk}$ é computado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k$ o lote é aceito, caso contrário o lote é rejeitado (sendo k o valor crítico de aceitação). Após, outros planos de inspeção por variáveis baseados no C_{pk} foram propostos: Wu, Aslam e Jun (2012), Aslam *et al.* (2013a), Balamurali e Usha (2014), Wu *et al.* (2015), Wu *et al.* (2017), Aslam, Balamurali e Jun (2019), Balamurali e Aslam (2019), Wu *et al.* (2021), Sridevi, Jeyadurga e Balamurali (2023) e Wu, Darmawan e Liu (2023).

Dentre as estratégias utilizadas estão a amostragem repetitiva, sequencial ou ressubmissão, fracionada, dependente e a comutação. Na amostragem repetitiva, enquanto a estatística $\hat{C}_{pk}$ estiver entre os valores de aceitação e rejeição (k_a e k_r) novas amostras são coletadas. O mesmo acontece na estratégia sequencial, até que um número m de amostras seja coletado. Ao alcançar esse número, se nenhuma decisão ter sido tomada, o lote deve ser rejeitado. Já na inspeção fracionada, após v lotes consecutivos serem aceitos, apenas uma fração f de lotes passa a ser inspecionada. Na inspeção dependente, a decisão será tomada baseada no lote atual e nos i lotes anteriores. Alguns desses estudos se basearam em uma aproximação da distribuição de probabilidade do C_{pk} . As implicações de se utilizar essa aproximação serão discutidas posteriormente.

De acordo com o plano de inspeção proposto por Balamurali e Usha (2014), o lote inicialmente passa por uma inspeção denominada Normal, em que uma amostra de tamanho n é retirada e então o $\hat{C}_{pk}$ é calculado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k_N$ o lote é aceito. Caso contrário, o lote é rejeitado e os próximos lotes passarão por uma inspeção Severa. Nesse caso, uma amostra de

tamanho n é retirada e o $\hat{C}_{pk}$ é calculado. Se $\hat{C}_{pk} \geq ks$ (sendo $ks > k_N$) o lote é aceito e a próxima inspeção volta a ser Normal. Caso contrário, o lote é rejeitado e se mantém a inspeção Severa. Wu et al. (2017) também apresenta esse plano de amostragem e acrescenta a estratégia de alterar o tamanho da amostra, invés de alterar a constante de aceitação. No plano proposto por eles, durante a inspeção Normal, uma amostra de tamanho n_N é retirada e o $\hat{C}_{pk}$ é calculado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k$, o lote é aceito. Caso contrário, o lote é rejeitado e o próximo lote passará por uma inspeção Severa. Assim, uma amostra de tamanho n_S (sendo $n_S > n_N$) é retirada e o $\hat{C}_{pk}$ é calculado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k$, o lote é aceito e o próximo lote volta a passar pela inspeção Normal.

Hussain *et al.* (2017) apresentaram um plano de amostragem que se inicia com uma inspeção normal, em que todos os lotes são inspecionados. Uma amostra n é retirada e o valor do $\hat{C}_{pk}$ é computado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k$, o lote é aceito. Após v lotes consecutivos aceitos, inicia-se a inspeção de apenas uma fração f de lotes. Caso, $\hat{C}_{pk} < k$ antes que Q lotes consecutivos da inspeção fracionada tenham sido aceitos, retorna-se para a inspeção de 100% dos lotes. Se $\hat{C}_{pk} < k$ após Q lotes consecutivos da inspeção fracionada serem aceitos, inicia-se uma ressubmissão. Nesse caso, $m - 1$ novas amostras são retiradas do lote e o $\hat{C}_{pk}$ é calculado e comparado com k . Se a condição $\hat{C}_{pk} \geq k$ for atendida em uma dessas novas amostras, o lote é aceito e a inspeção por fração é mantida, se não o lote é rejeitado e retorna-se para a inspeção de 100% dos lotes. O Quadro 2.1 apresenta um resumo dos planos de inspeção por variáveis baseados no C_{pk} .

Quadro 2.1 - Resumo de Planos de Amostragem por Variáveis Baseados no C_{pk} (continua)

Autores	Estratégia de amostragem	Número de parâmetros	Equação de distribuição
Pearn e Wu (2007)	Amostragem simples	2	Exata
Wu, Aslam e Jun (2012)	Ressubmissão	3	Exata
Aslam <i>et al.</i> (2013a)	Ressubmissão	3	Aproximação
Aslam <i>et al.</i> (2013b)	Amostragem repetitiva	3	Aproximação
Balamurali e Usha (2014)	Comutação (k)	3	Aproximação

Quadro 2.2 - Resumo de Planos de Amostragem por Variáveis Baseados no C_{pk} (conclusão)

Autores	Estratégia de amostragem	Número de parâmetros	Equação de distribuição
Wu <i>et al.</i> (2015)	Amostragem repetitiva	3	Exata
Wu, Lee e Chen (2016)	Amostragem dependente	4	Exata
Balamurali e Usha (2017)	Amostragem dependente	4	Aproximação
Hussain <i>et al.</i> (2017)	Amostragem fracionada e ressubmissão	6	Aproximação
Seifi e Nezhad (2017)	Ressubmissão	3	Exata
Wu <i>et al.</i> (2017)	Comutação (k e n)	4	Exata
Aslam, Balamurali e Jun (2019)	Amostragem dependente e sequencial (m=2)	5	Aproximação
Balamurali e Aslam (2019)	Amostragem dependente	4	Aproximação
Wu <i>et al.</i> (2021)	Amostragem fracionada	4	Exata
Wu, Darmawan e Liu (2023)	Ressubmissão	4	Exata
Costa (2023)	Amostragem repetitiva	3	Exata
Costa (2023)	Amostragem sequencial	3	Exata
Sridevi, Jeyadurga e Balamurali (2023)	Amostragem sequencial (m=2)	4	Aproximação

Fonte: Autores (2024)

2.3 Planos de Inspeção Mistos

Os planos de inspeção mistos foram inicialmente investigados por Schilling e Dodge (1966, 1967a, 1967b, 1969). Nos planos propostos, os itens de um lote são submetidos a uma inspeção por variáveis e, caso não seja tomada uma decisão, é realizada a inspeção por atributos. Porém, estudos mais recentes utilizam a estratégia de submeter os itens à inspeção por atributos primeiro, planos esses denominados ATRIVAR. A estratégia ATRIVAR já é

utilizada também, na literatura de cartas de controle, como por exemplo: Ho e Aparisi (2016), Ho e Quinino (2016), Aparisi e Ho (2018) e Simões *et al.* (2020). O foco deste trabalho será nesse tipo de inspeção mista utilizando, na etapa de inspeção por variáveis, o índice de capacidade $\hat{C}_{pk}$.

2.3.1 Planos de Inspeção Mistos Utilizando o C_{pk}

Na literatura já é possível encontrar alguns planos de inspeção mistos que utilizam o índice C_{pk} para a avaliação de lotes na etapa de inspeção por variáveis Aslam, Azam e Jun (2013), Aslam *et al.* (2014), Balamurali (2017), Saminathan e Mahalingam (2018), Balamurali *et al.* (2019), Balamurali (2020). O Quadro 2.2 apresenta um resumo dos estudos sobre planos de inspeção mistos baseados no C_{pk} presentes na literatura.

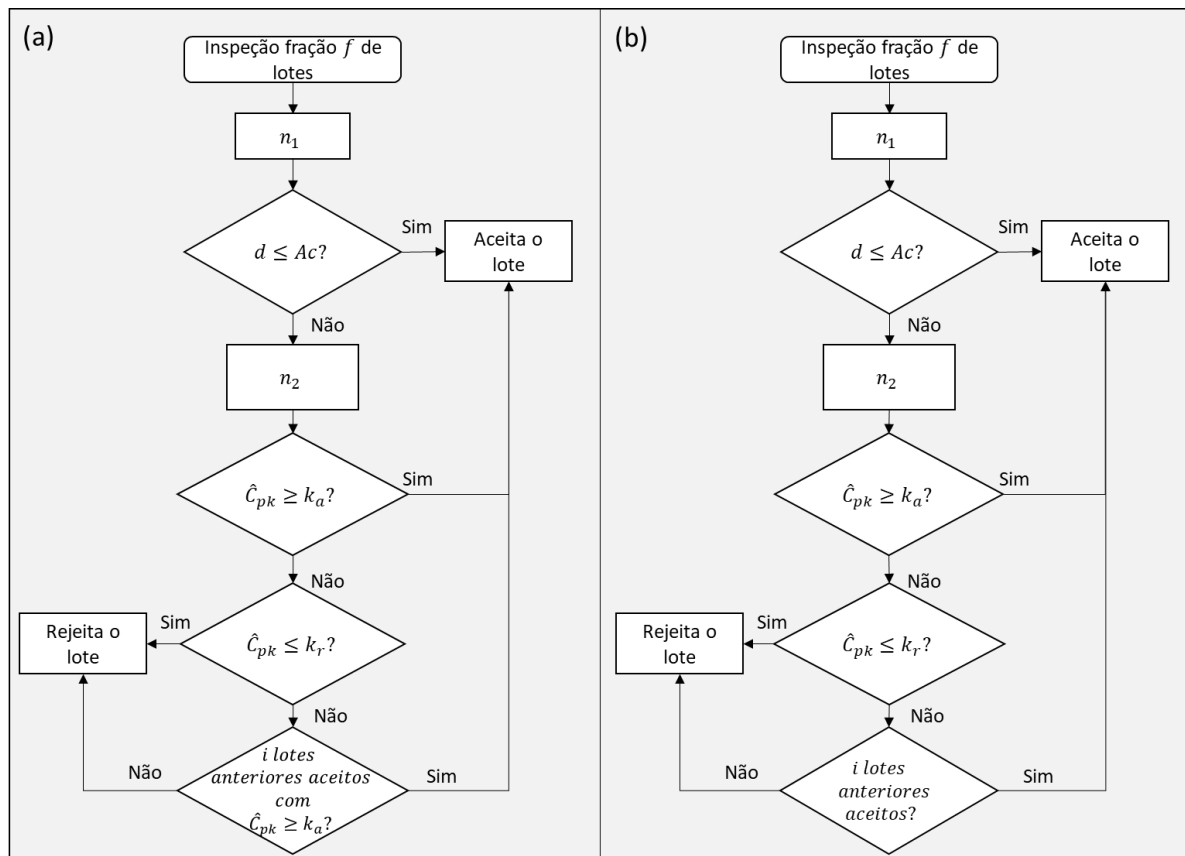
Quadro 2.3 - Resumo dos Planos de Amostragem Mistos Baseados no C_{pk}

Autores	Estratégia de amostragem	Variáveis de decisão	Equação de distribuição
Aslam, Azam e Jun (2013)	Repetitivo, com mesma amostra	4	Aproximação
Aslam <i>et al.</i> (2014)	Simples, com mesma amostra	3	Aproximação
Balamurali, Aslam e Jun (2016)	Repetitivo (na etapa de variáveis), com mesma amostra	4	Aproximação
Balamurali, Aslam e Jun (2016)	Ressubmissão com mesma amostra	4	Aproximação
Balamurali (2017)	Dependente, com amostras diferentes	6	Aproximação
Balamurali, Aslam e Ahmad (2017)	Dependente, fracionada, com amostras diferentes	7	Aproximação
Balamurali (2018)	Dependente, fracionada, com amostras diferentes	7	Aproximação
Saminathan e Mahalingam (2018)	Repetitivo, com amostras diferentes	5	Aproximação
Balamurali <i>et al.</i> (2019)	Dupla, com amostras diferentes	5	Aproximação
Balamurali (2020)	Ressubmissão, com amostras diferentes	5	Aproximação

Fonte: Autores (2024)

Balamurali (2018) propôs um plano de amostragem misto em que uma amostra de tamanho n_1 é retirada do lote e o número de itens defeituosos é contabilizado (d). Se $d \leq Ac$ o lote é aceito. Caso contrário, uma nova amostra de tamanho n_2 é retirada e o índice $\hat{C}_{pk}$ é calculado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k_a$, o lote é aceito. Se $\hat{C}_{pk} \leq k_r$ o lote é rejeitado. Por fim, se $k_r < \hat{C}_{pk} < k_a$, aceita-se o lote se os i lotes anteriores tiverem sido aceitos sob a condição $\hat{C}_{pk} \geq k_a$, caso contrário, o lote é rejeitado. A inspeção é realizada apenas em uma fração f de lotes é avaliado. Já no plano proposto por Balamurali, Aslam e Ahmad (2017) retira-se uma amostra de tamanho n_1 de uma fração f de lotes e o número de itens defeituosos (d) é computado. Se $d \leq Ac$ o lote é aceito. Caso contrário, uma amostra de tamanho n_2 é retirada, o índice $\hat{C}_{pk}$ é calculado e o lote é aceito se $\hat{C}_{pk} \geq k_a$. Se $\hat{C}_{pk} \leq k_r$, rejeita-se o lote. Ou então, se $k_r < \hat{C}_{pk} < k_a$, aceita-se o lote se os i lotes anteriores tiverem sido aceitos, caso contrário, rejeita-se o lote. A diferença entre o plano de Balamurali (2018) para o plano de Balamurali, Aslam e Ahmad (2017) é apresentada na Figura 2.5.

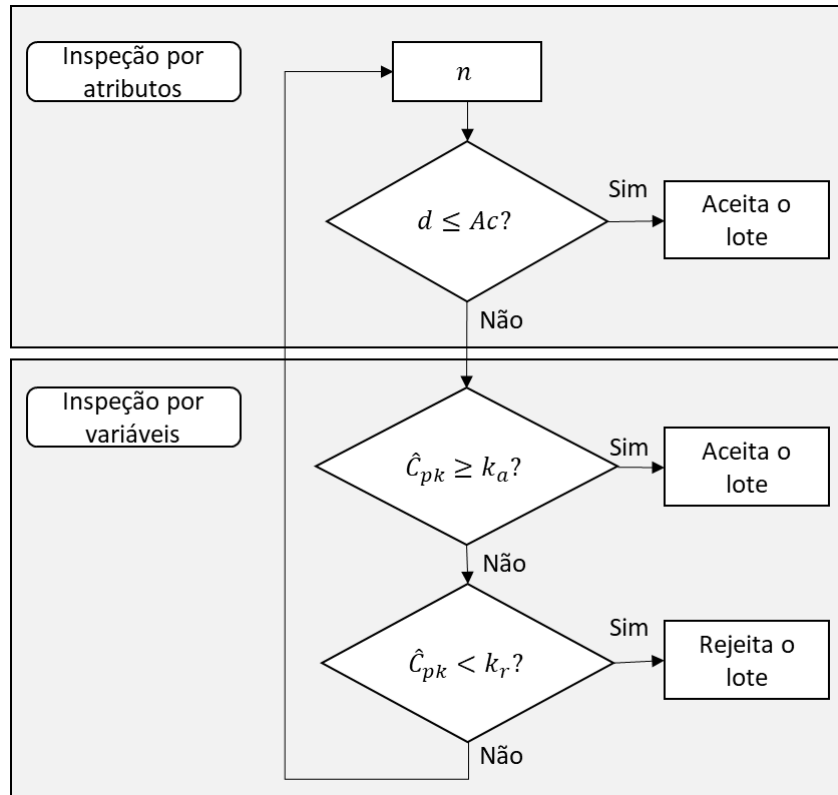
Figura 2.5 - Fluxograma dos planos propostos por: (a) Balamurali (2018); (b) Balamurali, Aslam e Ahmad (2017)



2.3.2 O Plano de Amostragem Misto Repetitivo (PAMR) Baseado no C_{pk}

O plano de inspeção proposto por Aslam, Azam e Jun (2013b), apresentado na Figura 2.9, segue as seguintes etapas:

Figura 2.5 - Fluxograma do algoritmo do PAMR



Fonte: Adaptado de Aslam, Azam e Jun (2013b)

- Etapa 1: Colete uma amostra aleatória de tamanho n .
- Etapa 2 (Atributos): Conte o número de itens não conformes (d) na amostra. A decisão segue as seguintes regras:
 - (a) Se $d \leq Ac$ aceite o lote.
Sendo Ac o número de aceitação.
 - (b) Caso contrário, vá para a Etapa 3.
- Etapa 3 (Variáveis): Meça a característica de qualidade X da mesma amostra e use-a para obter a média ($\bar{x} = \sum_{i=1}^n X_i / n$), o desvio-padrão $\left(s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n-1}}\right)$ e o índice $\hat{C}_{pk}$. A regra de decisão segue:
 - (a) Se $\hat{C}_{pk} \geq k_a$, aceite o lote.
 - (b) Se $\hat{C}_{pk} < k_r$, rejeite o lote.

Onde k_a e k_r são parâmetros para decidir se o lote será aceito ou rejeitado.

(c) Caso contrário, volte para a Etapa 1.

2.3.2.1 Definição do Processo Fora de Controle

Aslam, Azam e Jun (2013b) assumem que os lotes considerados “bons” são resultado de um processo sob controle. Já os lotes considerados “ruins” advêm do mesmo processo de produção, porém em um período fora de controle. Aslam, Azam e Jun (2013b) consideram como lotes “ruins” aqueles que foram resultantes de processos que, devido à uma causa especial, sofreram um aumento na variância. Considere X uma característica de qualidade que segue a distribuição normal e possui um desvio-padrão quando o processo está sob controle igual a $\sigma = \sigma_0$. Quando esse processo está fora de controle, o desvio-padrão é $\sigma = \sigma_1 = \lambda\sigma_0$, com $\lambda > 1$. Seja p a proporção de itens não conformes, dada por:

$$p = \Pr\{X < LIE \text{ ou } X > LSE\} = \Phi\left(\frac{LIE - \mu}{\sigma}\right) + \left[1 - \Phi\left(\frac{LSE - \mu}{\sigma}\right)\right] \quad (2.9)$$

Na expressão (2.9), $\Phi(\cdot)$ é a distribuição normal padrão acumulada. Se considerarmos simetria, ou seja, $\mu - LIE = LSE - \mu$, é possível reescrever a expressão anterior da seguinte forma:

$$p = \Pr\{X < LIE \text{ ou } X > LSE\} = 2\Phi\left(\frac{LIE - \mu}{\sigma}\right) = 2\Phi(Z) \quad (2.10)$$

Seja $p = p_0$ quando o processo está sob controle e $p = p_1$ quando o processo está fora de controle, então:

$$p_0 = \Pr\{X < LIE \text{ ou } X > LSE \mid \sigma = \sigma_0\} = 2\Phi\left(\frac{LIE - \mu}{\sigma_0}\right) = 2\Phi(Z_0) \quad (2.11)$$

$$p_1 = \Pr\{X < LIE \text{ ou } X > LSE \mid \sigma = \sigma_1\} = 2\Phi\left(\frac{LIE - \mu}{\lambda\sigma_0}\right) = 2\Phi(Z_1) \quad (2.12)$$

O valor de λ depende dos valores de entrada p_0 e p_1 . A relação entre eles é apresentada a seguir:

$$\lambda = \frac{\Phi^{-1}(0,5p_0)}{\Phi^{-1}(0,5p_1)} \quad (2.13)$$

Na expressão (2.13), $\Phi^{-1}(\cdot)$ é a inversa da distribuição normal padrão acumulada. A Tabela 2.1 apresenta os valores de λ para diferentes combinações de p_0 e p_1 .

Tabela 2.1 - Alterações na variância (λ) para diferentes combinações de p_0 e p_1

p_0	Z_0	p_1	Z_1	λ
0,0010	3,291	0,002	3,090	1,065
0,0010	3,291	0,003	2,968	1,109
0,0010	3,291	0,004	2,878	1,143
0,0010	3,291	0,006	2,748	1,198
0,0010	3,291	0,008	2,652	1,241
0,0010	3,291	0,010	2,576	1,277
0,0010	3,291	0,015	2,432	1,353
0,0010	3,291	0,020	2,326	1,414
0,0025	3,023	0,005	2,807	1,077
0,0050	2,807	0,010	2,576	1,090
0,0100	2,576	0,020	2,326	1,107
0,0300	2,170	0,060	1,881	1,154
0,0500	1,960	0,100	1,645	1,192

Fonte: Marques *et al.* (2023)

Nesse sentido, valor de λ aumenta com o aumento de p_1 . O mesmo padrão ocorre quando p_0 aumenta.

2.3.2.2 A Modelagem Matemática do PAMR

Nesse tópico serão apresentadas as expressões propostas por Aslam, Azam e Jun (2013b). As considerações sobre as equações serão apresentadas posteriormente.

Uma vez que o plano de inspeção proposto consiste em um plano misto repetitivo, os autores se embasaram na equação apresentada por Sherman (1965) para definir a Curva Característica de Operação (CCO). Nesse sentido, a probabilidade de aceitar um lote ($A(p)$) é dada por:

$$A(p) = \frac{P_a}{P_a + P_r} \quad (2.14)$$

Na expressão (2.14), P_a é a probabilidade de aceitar o lote baseado em uma única amostra e P_r é a probabilidade de rejeitar o lote baseado em uma única amostra. Nesse sentido, P_a e P_r podem ser escritas da seguinte forma:

$$P_a = P + (1 - P)Q_{k_a} \quad (2.15)$$

$$P_r = (1 - P)P_{k_r} \quad (2.16)$$

Nas expressões (2.15) e (2.16), P é a probabilidade do lote ser aceito na etapa de inspeção por atributos e essa probabilidade é dada a partir da distribuição binomial.

$$P = \sum_{i=0}^{Ac} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (2.17)$$

Já $Q_{k_a} = 1 - P_{k_a}$, sendo que P_{k_a} e P_{k_r} são a probabilidade de $\hat{C}_{pk}$ ser menor do que k_a e k_r respectivamente.

$$P_{\theta} = 1 - Q_{\theta} = \Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}, \theta = k_a, k_r \quad (2.18)$$

Aslam, Azam e Jun (2013b) calculam a probabilidade $\Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$ baseados em uma aproximação da distribuição de probabilidade do Cpk, como indicada abaixo:

$$\begin{aligned} P_{\theta} &= \Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\} \\ &= 1 - \left\{ \Phi \left((Z_{LSE} - 3\theta) \sqrt{\frac{n}{1 + 4,5\theta^2}} \right) - \Phi \left((-Z_{LSE} + 3\theta) \sqrt{\frac{n}{1 + 4,5\theta^2}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Na expressão (2.19), $Z_{LSE} = (LSE - \mu)/\sigma$.

Por fim, a seguinte expressão, baseada em Sherman (1965), é utilizada para o cálculo do Tamanho Médio das Amostras (TMA):

$$TMA(p) = \frac{n}{P_a + P_r} \quad (2.20)$$

Sendo assim, buscou-se resolver o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \min_{\Omega} f(n, Ac, k_a, k_r) &= TMA(p_1) \\ S. t.: g_1(n, Ac, k_a, k_r) &= A(p_0) \cong 1 - \alpha = 95\% \\ g_2(n, Ac, k_a, k_r) &= A(p_1) \cong \beta = 10\% \\ \Omega = n > 1; Ac &\geq 0; k_a \geq k_r > 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

2.4 Distribuição de Probabilidade Truncada

Considerando, por exemplo, uma distribuição normal de probabilidade, os valores de variáveis aleatórias são distribuídos em um intervalo $(-\infty, +\infty)$. Porém, de acordo com Jiang, Han e Lu (2012) e Zhou *et al.* (2017), em engenharia as variáveis de interesse costumam ser limitadas, isto é, não possuem intervalos infinitos. Quando a distribuição de probabilidade é truncada, os valores são distribuídos em intervalos finitos, então há um rearranjo da

distribuição (Araújo *et al.*, 2023; Tokmachev, 2018). Resumindo, uma distribuição truncada resulta em amostras cujos valores estão limitados acima, abaixo ou entre limites especificados (Paraíba, 2015) e portanto, isso afeta as estimativas calculadas.

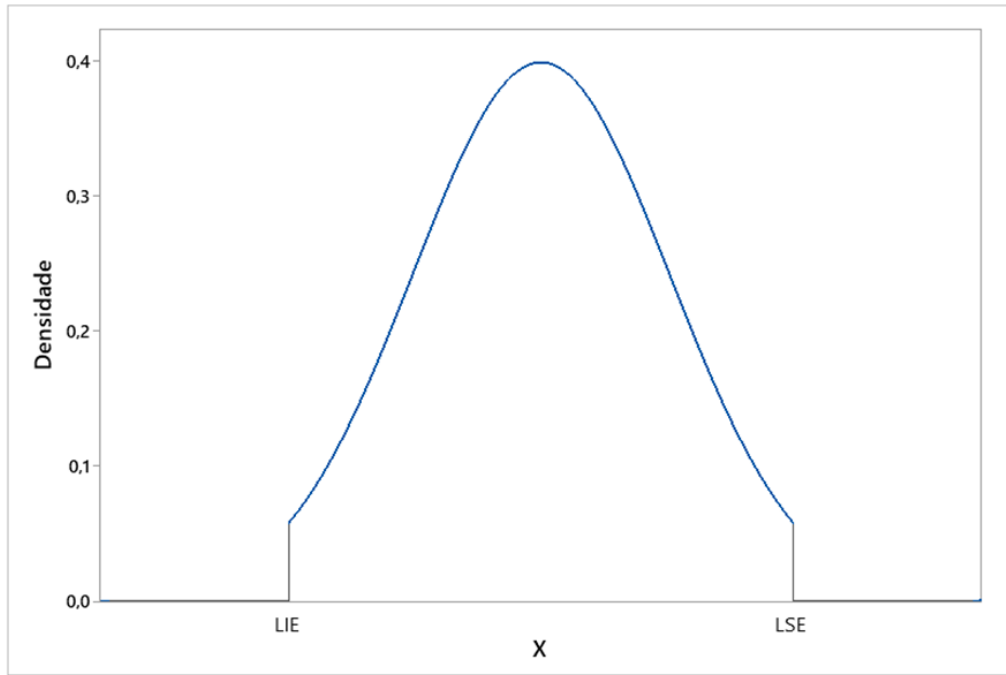
Dados biológicos, psicológicos, econômicos, de engenharia e vários outros tipos de dados científicos são frequentemente observados como amostras truncadas (Cohen, 1951). Logo, há uma variedade de situações na prática em que o estatístico encontra dados nos quais uma série de medições fora de certos limites não são descritos (Lin; Wang, 2024).

Alguns autores exemplificam a distribuição truncada a partir de processos de fabricação em que os itens são inspecionados e aqueles que não atendem às especificações são retirados da linha de produção (Nelson, 1964; Sweet; Tu, 2006; Kim, 2006). Essa estratégia afeta a distribuição de probabilidade, que passa a ser truncada, e também a avaliação de capacidade do processo. Isso ocorre pois, quando o cliente avalia as estimativas dos índices de capacidade do processo baseadas na distribuição normal, o processo pode ser considerado incapaz. Porém, uma vez que os itens defeituosos foram retirados pelo fornecedor, a proporção de produtos não conformes que o cliente recebe pode ser bastante baixa (característica de um processo capaz). Mais informações podem ser obtidas em Polansky, Chou e Mason (1998) e Pearn *et al.* (2007).

Leoni e Costa (2019) identificaram que, em cartas de controle mistas, utilizar a mesma amostra nas etapas de monitoramento por atributos e variáveis resulta em uma distribuição de probabilidade truncada. Consequentemente, os riscos alfa e beta, assim como o TMAS são afetados. Portanto, o mesmo ocorre no caso de planos de amostragem mistos que utilizam a mesma amostra nas etapas de inspeção por atributos e inspeção por variáveis. Há o truncamento devido à informação que é levada de uma etapa para outra.

Por exemplo, considere uma amostra de parafusos, retirada de um lote advindo de um processo que segue uma distribuição normal, que passa por uma inspeção mista. Um dos parafusos é inspecionado e o diâmetro está entre os limites de especificação. Logo após, essa peça passa por uma inspeção por variáveis. Uma vez que o parafuso não é defeituoso, sabe-se que seu diâmetro assume valores dentro do intervalo $[LIE, LSE]$, conforme Figura 2.6. Logo a distribuição de probabilidade é truncada, uma vez que os valores estão limitados aos limites de especificação e não é possível obter qualquer valor além desses limites. Ou seja, $\int_{LIE}^{LSE} f(x)dx = 1$. Em outras palavras, a probabilidade de o diâmetro do parafuso assumir um valor de até “x” deve considerar a condição $LIE \leq X \leq LSE$, isto é $\Pr(X \leq x | LIE \leq X \leq LSE)$.

Figura 2.6 - Distribuição Normal Truncada



Fonte: Autores (2024)

Ao considerar o plano de inspeção misto em que uma mesma amostra é submetida à inspeção por atributos e por variáveis, a distribuição das observações X é truncada. As observações X dos itens conformes são restritas ao intervalo $[LIE, LSE]$ com a seguinte função de densidade de probabilidade (Greene, 2002):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \frac{\phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}{1 - 2a} \quad (2.22)$$

Na expressão (4.2), $a = \Phi[(LIE - \mu)/\sigma]$. Já os valores de X dos itens não conformes estão nas caudas da distribuição normal, ou seja, seu valor X está em um dos intervalos $[-\infty, LIE]$, $[LSE, \infty]$. Graças à simetria da distribuição normal e à restrição de que a média do processo não é afetada pela causa especial, pode-se afirmar que a distribuição condicional das observações X , dado que as observações X estão na cauda esquerda da distribuição normal, é exatamente a mesma distribuição condicional das observações X , dado que as observações X estão na cauda direita da distribuição normal. Portanto:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \frac{\phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}{a} \quad (2.23)$$

Levando esse raciocínio para o nível amostral e considerando o PAMR, a probabilidade de aceitar um lote na etapa de inspeção por variáveis deve ser baseada em $\Pr\{\hat{C}_{pk} \geq k_a | d > Ac\}$, invés de simplesmente $\Pr\{\hat{C}_{pk} \geq k_a\}$. Uma vez que a distribuição de probabilidade truncada do C_{pk} é complexa, os resultados obtidos nesse estudo foram baseados em

Simulações de Monte-Carlo. Estudos futuros podem buscar esse desenvolvimento matemático.

2.5 Estudo Econômico em Planos de Inspeção

Em monitoramento de processos Duncan (1956) foi o pioneiro no estudo econômico de cartas de controle. Ele propôs um modelo econômico que visou encontrar o tamanho da amostra (n), o fator de abertura (k) e o intervalo de amostragem (h) que minimizassem o custo do ciclo de amostragem da carta $\bar{X}$. Outro estudo clássico da área é de Goel, Jain e Wu (1968) que descreveram um algoritmo para minimizar o custo de amostragem baseado no modelo de Duncan e realizaram uma análise de sensibilidade na qual avaliam o efeito das variáveis k e h . Lorenzen e Vance (1986) expandiram o modelo de Duncan para que fosse aplicado em qualquer carta de controle de qualidade. Após, estudos sobre o design econômico de outros tipos de cartas de controle foram propostos (Chiu, 1975; Williams; Looney; Peters, 1985; Taylor, 1968; Lo, 1994; Niaki; Malaki; Ershadi, 2011; Niaki; Ershadi, 2012).

Woodall, Lorenzen e Vance (1986) ressaltam que o estudo econômico de cartas de controle gera performance estatísticas pobres, caso não sejam consideradas durante a otimização. Logo, alguns estudos passaram a incluir as propriedades estatísticas como restrições (Saniga, 1989; Franco; Costa; Machado, 2012). Outros, porém, utilizaram a otimização multiobjetivo como estratégia para alcançar menores riscos alfa e beta (Castillo; Mackin; Montgomery, 1996; Celano; Fichera, 1999; Chen; Liao, 2004; Zarandi *et al.*, 2007; Safaei; Kazemzadeh; Niaki, 2012a; Safaei; Kazemzadeh; Niaki, 2012b; Faraz; Saniga, 2013; Bashiri *et al.*, 2013; Oviedo-Trespalacios; Penabaena-Niebles, 2019).

Na área de inspeção por amostragem alguns estudos de *design* econômico também já foram publicados. Guthrie e Johns (1959) foram um dos pioneiros nessa área. O modelo econômico proposto por eles levou em consideração os seguintes custos: custo unitário para a inspeção de uma amostra, custo de reparo de um item defeituoso na amostra, custo associado ao manuseio de itens não inspecionados de um lote aceito, custo associado a um item defeituoso aceito, custo de inspeção dos itens que não estavam na amostra de um lote rejeitado e o custo para reparo de itens defeituosos de um lote rejeitado. Collins (1974) expandiu o modelo anterior, acrescentando custos referentes a erros de classificação, isto é, classificar como defeituoso um item não defeituoso e vice-versa.

Stewart, Montgomery e Heikes (1978) desenvolveram um modelo econômico para inspeção dupla por atributos no qual consideraram quatro tipos de custos: custo variável para

amostrar e testar um item, custo fixo de inspeção por amostragem, custo unitário de se rejeitar um item, e custo unitário de aceitar um item defeituoso. Além disso, os autores apresentam um estudo econômico que avalia a partir de qual nível de qualidade (p) outras alternativas de planos de inspeção são mais vantajosas, como: aceitar o lote sem amostrá-lo, rejeitar o lote sem amostrá-lo, ou realizar uma inspeção 100%. Riew e Bai (1984) propuseram um estudo econômico para planos de inspeção por atributos com três critérios de decisão: aceitar, rejeitar ou avaliar 100% do lote. Os autores identificam que a utilização de três critérios é mais rentável do que a utilização de apenas dois critérios (aceitar/ rejeitar).

Hsu e Hsu (2012) propôs um modelo de estudo econômico para planos de inspeção simples por atributos. No modelo proposto são considerados os seguintes custos: o custo unitário para inspecionar um item, o custo de uma falha interna (ou seja, detectar itens defeituosos no lote antes que alcance o consumidor), o custo de uma falha externa (ou seja, não detectar um item defeituoso e ele continuar no processo produtivo ou chegar ao cliente). Fallahnezhad e Qazvini (2017), Aslam, Balamurali e Jun (2021) e Kannan, Jeyadurga e Balamurali (2021) utilizaram o mesmo modelo de custos para avaliar os planos de inspeção propostos por eles.

Em relação ao estudo econômico de planos de inspeção baseados em índices de capacidade, a literatura ainda é escassa. Um dos autores nesse tema, Yen *et al.* (2015) desenvolveram o planejamento econômico de um plano de inspeção retificadora utilizando índice de capacidade unilateral. Os autores consideraram os mesmos custos propostos por Hsu e Hsu (2012) para desenvolver o modelo econômico e minimizar o custo total de inspeção com restrições (riscos alfa e beta).

3 MÉTODO DE PESQUISA

3.1 Classificação do Estudo

De acordo com Turrioni e Mello (2012), a pesquisa pode ser classificada quanto à natureza, aos objetivos e à abordagem. Sendo assim, o presente estudo é considerado de natureza básica, pois visa a ampliação de conhecimentos teóricos, sem aplicação prática. Quanto aos objetivos, esta pesquisa é classificada como exploratória, pois visou uma maior familiaridade com o problema de distribuições truncadas na teoria de planos de inspeção por amostragem. Já quanto à abordagem, a presente pesquisa é classificada como quantitativa e utiliza o método de modelagem e simulação.

3.2 Procedimentos Metodológicos

3.2.1 Avaliação do PAMR Baseado no C_{pk}

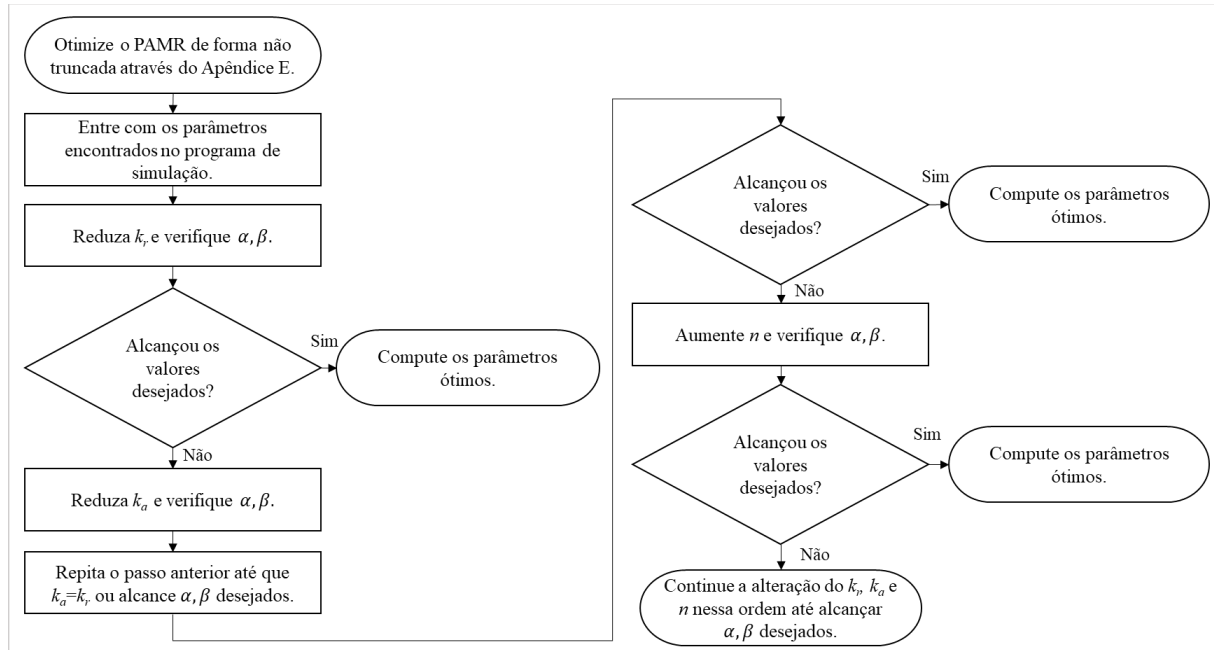
Inicialmente foi realizada uma revisão de literatura para melhor compreensão do tema de inspeção de lotes por amostragem. A partir disso, o PAMR foi estudado. Primeiramente, todas as equações utilizadas no PAMR foram analisadas. Uma atenção maior foi dada à equação (2.19) que calcula $\Pr\{\hat{C}_{pk} \leq \Theta\}$, sendo os resultados obtidos pelo cálculo da equação comparados com os resultados gerados por simulação desenvolvida no Fortran®. Ou seja, foram geradas diferentes amostras de dados aleatórios e foi verificada a frequência em que o C_{pk} estimado foi menor que uma determinada constante $\Theta = k$, que variou de 0 a 2. O código é apresentado no Apêndice B.

Os passos do PAMR foram reproduzidos e simulados por meio do Fortran® (código de programação apresentado no Apêndice C). Com isso, foi possível identificar que tal plano de inspeção possui risco α e risco β diferentes dos que foram apresentados na literatura. Isso já era esperado, pois as equações utilizadas no PAMR publicado não levaram em consideração o fato de que submeter uma mesma amostra à inspeção por variáveis após submetê-la à inspeção por atributos trunca a distribuição de X .

Após isso, com o auxílio da simulação apresentada no Apêndice C e do programa apresentado no Apêndice E (que será apresentado posteriormente), os parâmetros ótimos do PAMR foram obtidos, para o mínimo Tamanho Médio das Amostras (TMA) quando o processo está fora de controle, restrito à $\alpha \cong 5\%$ e $\beta \cong 10\%$ que são os valores usualmente

presentes na literatura. O passo a passo para a resolução da equação (2.21), por meio de simulação (Apêndice C) é apresentado na Figura 3.1.

Figura 3.1 - Fluxograma para resolução do problema de otimização (2.21)



Fonte: Marques *et al.* (2023)

Um exemplo de aplicação industrial utilizando esses novos parâmetros é apresentado. E curvas CCO foram geradas, por meio de simulação de diferentes proporções de defeituosos (p), utilizando o Apêndice C. Além disso, um exemplo de casos assimétricos foi apresentado, utilizando também o algoritmo presente no Apêndice C.

3.2.2 Proposta da utilização de uma nova estatística de teste

O C_{pk} é um índice utilizado para avaliação da capacidade de processos produtivos. Porém, assim como alguns planos de inspeção presentes na literatura, o PAMR utiliza o estimador amostral $\hat{C}_{pk}$ para aceitação e rejeição de lotes. Para essa finalidade pode-se utilizar uma variante da estatística de teste $\hat{C}_{pk}$ que é em função de limites inferiores e superiores que não são necessariamente dependentes dos limites de especificação.

Sendo assim, esse trabalho propõe o Plano de Amostragem Misto Repetitivo baseado em uma nova estatística teste e essa variação será chamada de $\hat{C}_R$. Nesse sentido, o $\hat{C}_R$ será calculado por meio da média e desvio padrão amostral e dos limites LI e LS, que são desvinculados dos limites de especificação, conforme apresentado na expressão (3.1).

$$\hat{C}_R = \min \left\{ \frac{LS - \bar{X}}{3s}; \frac{\bar{X} - LI}{3s} \right\} \quad (3.1)$$

Nessa etapa da pesquisa foi avaliado se a liberdade para ajustar os limites superior e inferior influencia no TMA, mantendo o mesmo risco α e risco β . Para isso, o programa de simulação utilizado para o estudo do PAMR foi modificado de forma que os limites passam a ser variáveis de decisão. Portanto, foi realizada a equação (3.2) foi solucionada, a partir do programa apresentado no Apêndice D. Para a obtenção do valor ótimo o passo a passo da Figura 3.2 foi utilizado.

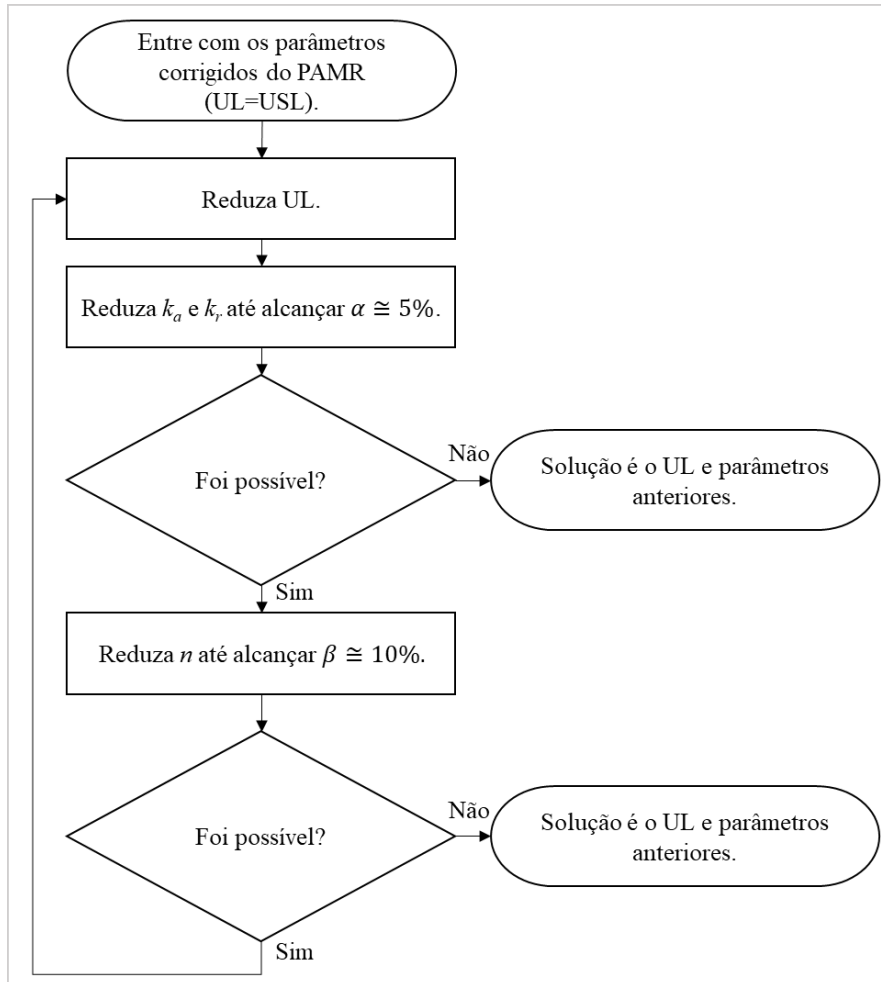
$$\min_{\Omega} f(n, Ac, k_a, k_r, LI, LS) = TMA(p_1)$$

$$S. t.: g_1(n, Ac, k_a, k_r, LI, LS) = A(p_0) \cong 1 - \alpha = 95\%$$

$$g_2(n, Ac, k_a, k_r, LI, LS) = A(p_1) \cong \beta = 10\%$$

$$\Omega = n > 1; Ac \geq 0; k_a \geq k_r > 0; LI = -LS \quad (3.2)$$

Figura 3.2 - Fluxograma para resolução do problema de otimização (3.2)



Fonte: Marques *et al.* (2023)

Curvas CCO foram geradas, a partir do Apêndice D, simulando a probabilidade de aceitação para diferentes proporções de itens defeituosos (p).

3.2.3 O PAMR Não Truncado

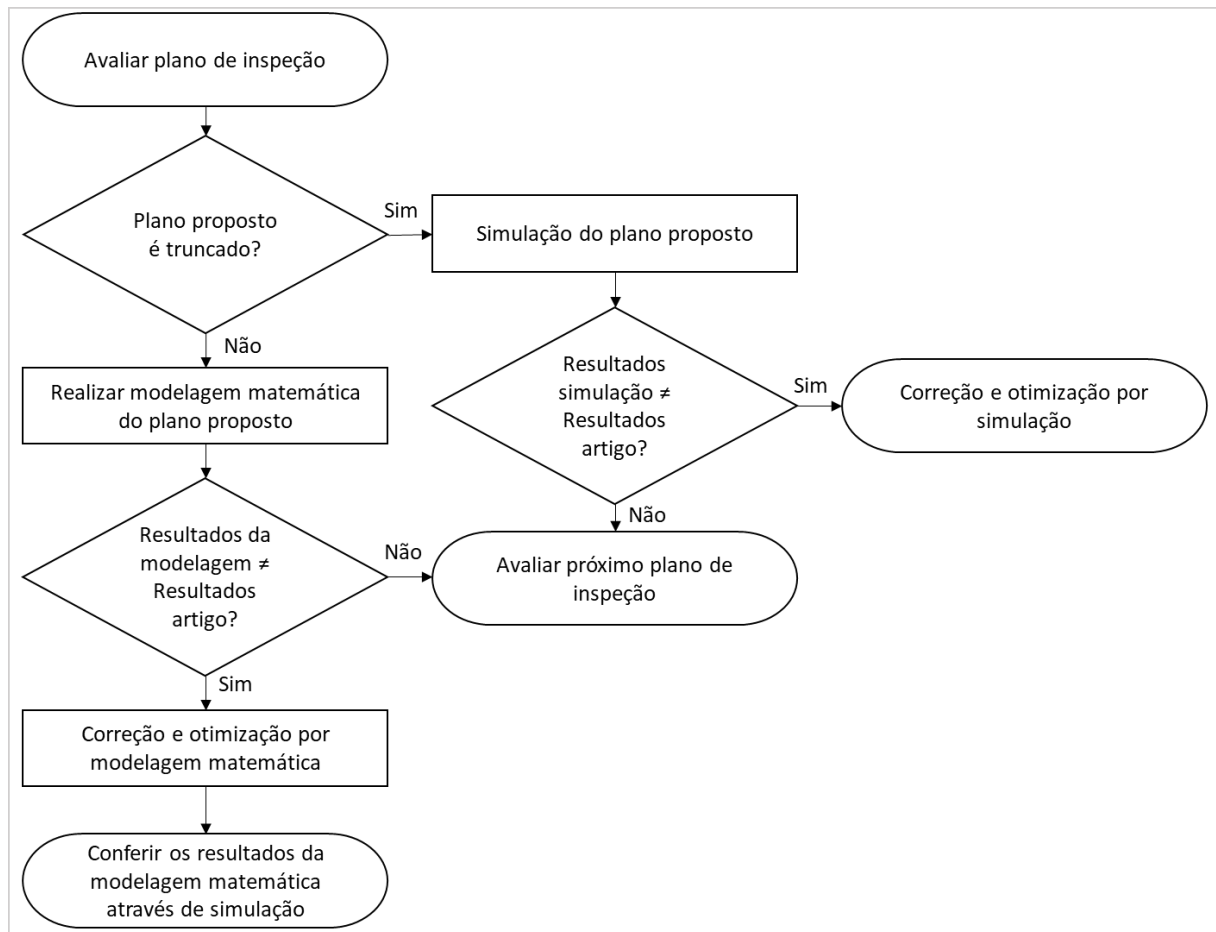
Nesse trabalho também foi estudado quais seriam os parâmetros do plano de inspeção caso a distribuição não fosse mais truncada, ou seja, uma nova amostra de mesmo tamanho fosse coletada na etapa de inspeção por variáveis. Após, a equação para o TMA, quando amostras diferentes são analisadas nas etapas de inspeção por atributos e por variáveis, foi apresentada. A partir disso, foi possível criar um programa automatizado no Fortran® (teórico) para a minimização do TMA, restrito à $\alpha \cong 5\%$ e $\beta \cong 10\%$ para o plano de inspeção não truncado. O programa utilizado para solucionar a equação (2.21) de maneira não truncada é apresentado no Apêndice E. As entradas do programa se iniciaram em $Ac=0$, $n=1(1500;1)$, onde se lê: Entrada inicial (Quantidade de incrementos; Tamanho dos incrementos), $k_a=0,01(150;0,01)$, $k_r=0,01(150;0,01)$. O mesmo procedimento se repetiu para diferentes Ac 's enquanto houvesse redução do TMA.

3.2.4 Outros Planos de Amostragem Mistos

Ao avaliar a equação de $\Pr\{\hat{C}_{pk} \leq \Theta\}$ apresentada na literatura sobre PAMR, foi possível identificar que ela não é precisa para determinados valores de Θ . Além disso, durante a revisão de literatura, identificou-se outros artigos que se basearam nessa equação para a criação de planos de inspeção baseados no C_{pk} . Portanto, foi realizada uma análise dos planos de inspeção mistos mais recentes que utilizaram essa equação, para verificar possíveis inconsistências. Ao identificar valores de riscos α e β diferentes dos comumente utilizados (5%, 10%) um estudo mais aprofundado foi realizado. O procedimento metodológico para o estudo de cada artigo é apresentado na Figura 3.3.

Nesse estudo, mais três planos de amostragem que apresentaram inconsistências devido à equação de distribuição de probabilidade do C_{pk} serão discutidos. Os programas construídos no Fortran® para estudo de cada plano de amostragem são apresentados no Apêndice F.

Figura 3.3 - Procedimento metodológico para estudo dos artigos



Fonte: Marques *et al.* (2023)

3.2.5 Estudo Econômico dos Tipos de Planos de Inspeção

De acordo com Montgomery (2017), a inspeção por atributos exige um maior tamanho de amostra quando comparada com a inspeção por variáveis e a inspeção mista, para mesmos riscos α e β . No entanto, inspecionar um item por variáveis é mais caro do que inspecionar um item por atributos. Então, foi realizado um estudo econômico para identificar qual deve ser o valor de se avaliar um item na inspeção por variáveis, para que ela seja mais vantajosa (em termos de custo) do que a inspeção por atributos. A mesma comparação foi feita entre a inspeção por variáveis e inspeção mista, mais especificamente o PAMR.

Deseja-se focar a análise nas diferenças entre os custos das inspeções por atributo, por variáveis e misto. Portanto, foram selecionados para essa etapa apenas os casos do PAMR que não possuem a etapa repetitiva, isto é, casos em que $k_a=k_r=k$.

Para identificar o mínimo tamanho de amostra necessário para a inspeção por atributos restrito a $\alpha \leq 5\%$ e $\beta \cong 10\%$ [problema de otimização não linear com restrições apresentado

pela expressão (3.3)], foi utilizada a função binomial e o método Gradiente Reduzido Generalizado (GRG). Para identificar o mínimo tamanho de amostra necessário, na inspeção por variáveis, para alcançar os mesmos riscos encontrados na inspeção por atributos, foi utilizado o programa elaborado no Fortran® presente no Apêndice G. Para solução desse problema, as entradas do programa se iniciaram em $n=1(1500;1)$. Portanto, foram solucionadas as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 \min_{\Omega} f(n, Ac) &= n \text{ (Atributos)} \\
 S. t.: g_1(n, Ac) &= \beta \leq 10\% \\
 g_2(n, Ac) &= \alpha \leq 5\% \\
 \Omega &= n > 1; Ac \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}
 \min_{\Omega} f(n, Ac) &= n \text{ (Variáveis)} \\
 S. t.: g_1(n, Ac) &= \beta \leq 10\% \\
 g_2(n, Ac) &= \alpha \leq 5\% \\
 \Omega &= n > 1; k > 0
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Por fim, os resultados da inspeção mista foram obtidos por meio de simulação de Monte-Carlo, conforme já apresentado na seção 3.2.1. Para obter o ponto de equilíbrio entre o plano de inspeção por atributos e o plano de inspeção por variáveis e o ponto de equilíbrio entre o plano de inspeção por variáveis e o plano misto, foram utilizadas as equações (3.5) e (3.6) respectivamente.

$$n \text{ (Atributos)} \times c_A = n \text{ (Variáveis)} \times c_V \tag{3.5}$$

$$n \text{ (Misto)} \times c_A + n \text{ (Misto)} \times Pr_V \times c_V = n \text{ (Variáveis)} \times c_V \tag{3.6}$$

Na expressão (3.5), c_A é o custo de se inspecionar um item por atributos. Nesse estudo será considerado que $c_A = 1$. E o custo de se inspecionar um item por variáveis (c_V) será apresentado em função de c_A . Na expressão (3.6), Pr_V é a probabilidade de uma amostra submetida à inspeção mista ir para a etapa de inspeção por variáveis, quando o processo está sob controle. Pr_V foi obtido a partir do programa de simulação do Apêndice C.

3.3 Questões de Pesquisa

O procedimento metodológico apresentado visou responder as seguintes questões de pesquisa:

Q1: Há artigos recentes sobre planos de amostragens mistos baseados no $\hat{C}_{pk}$ que possuem inconsistências?

Q2: Qual o verdadeiro TMA e os parâmetros necessários para que o PAMR alcance os riscos alfa e beta desejados?

Q3: Qual plano é mais eficiente, o PAMR ou o plano de inspeção utilizando a variante da estatística de teste $\hat{C}_{pk}$ que independe das especificações?

Q4: Qual plano é mais eficiente, o PAMR ou o plano de inspeção não truncado?

Q5: Qual o verdadeiro TMA e os parâmetros necessários para que os planos de inspeção recentes, que utilizaram a expressão $\Pr \{ \hat{C}_{pk} \leq \theta \}$ apresentada na literatura sobre PAMR, alcancem os riscos alfa e beta desejados?

Q6: Qual o ponto de equilíbrio da inspeção por atributos e inspeção por variáveis? E da inspeção por variáveis e mista?

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 A Expressão de Probabilidade do Estimador do C_{pk}

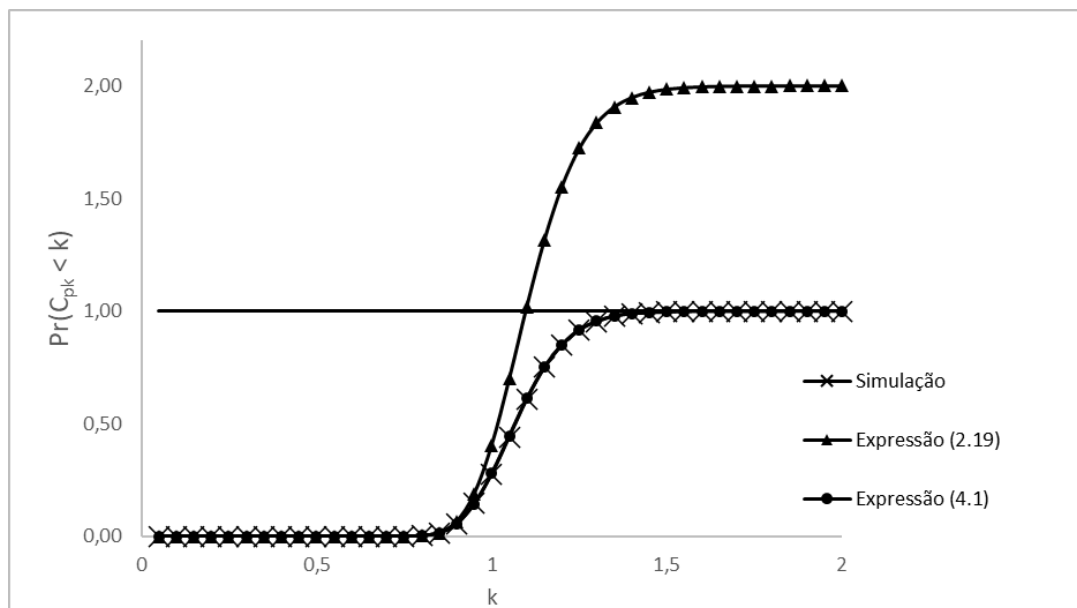
No estudo do PAMR foi utilizada a expressão (2.19) para o cálculo da probabilidade $\Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$. Já Pearn e Shu (2003) apresentaram a seguinte equação para obtenção dessa probabilidade [ver mais detalhes também em Lepore, Palumbo e Castagliola (2018) e Marques *et al.* (2024)]:

$$\Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\} = 1 - 2 \int_0^b G\left(\frac{(n-1)(b-t)^2}{9n\theta^2}\right) \phi(t) dt \quad (4.1)$$

Na expressão (4.1), $b=LSE\sqrt{n}/\sigma$, $G(\cdot)$ é a função de distribuição de probabilidade Qui-quadrado acumulada χ_{n-1}^2 , e $\phi(\cdot)$ é a função densidade de probabilidade da distribuição normal padrão $N(0,1)$.

Esse capítulo compara as duas expressões com o objetivo de identificar aquela que é mais precisa. A Figura 4.1 mostra os resultados de $\Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta = k\}$ considerando as duas expressões e os resultados obtidos por meio de simulação. Para isso foi adotado $LSE=3,291$, $\mu=0$, $\sigma=1$, $n=45$, e k variando de 0,05 até 2.

Figura 4.1 - Comparação das expressões (2.19) e (4.1) com os resultados de simulação



Fonte: Marques *et al.* (2023)

A partir da Figura 4.1 é possível perceber que a expressão (4.1) é mais precisa, apresentando resultados similares aos obtidos por simulação. Já a expressão (2.19) não apresenta resultados precisos. Além disso, a expressão (2.19) gera probabilidades acima de 100% para valores de $k > 1,05$, ou seja, apresenta um erro grave de estatística.

É importante destacar, que para o PAMR, nenhuma das duas expressões poderiam ser utilizadas, pois elas foram deduzidas para observações não truncadas.

Alguns autores utilizaram a expressão (2.19) para a obtenção dos parâmetros dos planos de inspeção misto. Mais adiante serão destacados os planos de inspeção apresentados em três artigos recentes que utilizaram essa expressão e por isso, os planos propostos resultam em riscos β indesejáveis ($>10\%$).

4.2 Riscos do PAMR e Correções

Seguindo o procedimento proposto pela Figura 3.1, inicialmente foram realizadas simulações do PAMR proposto por Aslam, Azam e Jun (2013b) [AAJ (2013)]. A Tabela 4.1 apresenta os parâmetros propostos pelos autores e o TMA resultante do plano de inspeção segundo eles. Além disso, nas três últimas colunas são apresentados os valores dos riscos α e β e o TMA obtidos por meio de simulação de Monte Carlo. A partir da Tabela 4.1 é possível perceber que o risco β do PAMR excede 34% e além disso, o TMA obtido por meio de simulação (última coluna) é sempre menor que o TMA apresentado pelos autores.

Para evidenciar a importância do risco β , considere na Tabela 4.1, o caso em que $p_0 = 0.001$ e $p_1 = 0.015$. O consumidor está disposto a adquirir lotes que possuam até 0,1% de itens não conformes. Porém, ao realizar o plano de inspeção proposto, o consumidor corre o risco de adquirir metade dos lotes ($\beta = 0.5$) que possuem 15 vezes mais itens defeituosos que 0,1% ($p_1 = 1.5\%$).

Tabela 4.1 – Os valores de (n , Ac , k_a , k_r , TMA) publicados por AAJ (2013) e os simulados (α , β , TMA)
(continua)

p_0	p_1	Publicado por AAJ (2013)					Obtidos por simulação		
		n	Ac	k_a	k_r	TMA	α (%)	β (%)	TMA
0,0010	0,002	981	0	1,0332	1,0287	1115,56	0,60	41,94	1041,39
	0,003	845	2	1,0778	1,0065	1115,15	0,03	55,67	877,92
	0,004	418	1	1,0459	0,9769	601,35	0,05	53,13	441,69
	0,006	255	1	1,0922	1,0276	257,91	1,11	54,81	255,03
	0,008	89	0	1,0181	0,9687	98,18	2,41	49,62	89,79
	0,010	70	0	0,9982	0,8983	94,23	0,67	51,64	72,76
	0,015	45	0	1,0738	1,0407	45,51	3,78	50,70	45,00
	0,020	41	0	0,9126	0,9118	41,05	1,57	44,03	41,00

Tabela 4.2 – Os valores de (n , Ac , k_a , k_r , TMA) publicados por AAJ (2013) e os simulados (α , β , TMA) (conclusão)

p_0	p_1	Publicado por AAJ (2013)					Obtidos por simulação		
		n	Ac	k_a	k_r	TMA	α (%)	β (%)	TMA
0,0025	0,005	375	1	0,9760	0,9442	527,70	4,57	49,66	407,09
	0,010	192	0	0,8674	0,8590	216,53	0,26	36,62	202,54
	0,015	169	2	0,9444	0,8888	180,29	0,24	53,36	169,20
	0,020	36	0	0,9315	0,9009	37,76	6,02	48,66	36,10
	0,025	29	0	0,9339	0,8610	32,42	4,52	48,32	29,16
	0,030	25	0	0,8699	0,8525	25,74	4,16	47,07	25,04
	0,050	13	0	0,9847	0,9711	13,07	3,22	51,34	13,00
0,005	0,010	396	3	0,8935	0,8822	439,07	4,23	46,18	402,86
	0,015	122	1	0,8797	0,8215	178,57	2,53	49,17	130,53
	0,020	41	0	0,9073	0,8069	57,86	8,69	46,42	43,07
	0,030	32	0	0,8014	0,7654	36,73	5,43	41,05	32,88
	0,040	24	0	0,7640	0,7424	25,75	4,80	40,07	24,30
	0,050	20	0	0,7501	0,6477	30,78	1,48	41,12	22,03
	0,100	17	1	0,8347	0,6454	21,41	0,24	48,24	17,02
0,01	0,020	173	2	0,8015	0,7832	212,03	6,92	39,74	183,51
	0,030	69	1	0,7842	0,7436	88,14	5,50	41,64	72,19
	0,040	59	0	0,6891	0,6776	66,20	1,60	34,26	62,41
	0,050	33	0	0,6739	0,6372	43,34	2,03	35,49	37,17
	0,100	18	1	0,7077	0,5178	37,47	0,19	49,19	19,65
	0,150	18	2	0,6487	0,5657	21,04	0,06	47,96	18,01
	0,200	15	2	0,5362	0,5085	16,15	0,03	39,89	15,02
0,03	0,060	76	2	0,6407	0,5835	182,70	2,28	43,07	115,30
	0,090	75	6	0,6706	0,6583	76,74	0,70	48,19	75,00
	0,120	64	7	0,6026	0,5877	66,88	0,06	49,16	64,00
	0,150	24	3	0,7147	0,6898	24,29	0,53	50,53	24,00
	0,300	5	0	0,3940	0,1648	23,36	0,05	48,44	11,10
0,05	0,100	59	5	0,6434	0,6195	63,32	7,20	45,47	59,02
	0,150	46	6	0,5642	0,5279	53,07	0,63	45,37	46,06
	0,200	13	2	0,6397	0,5961	13,57	2,46	50,19	13,00
	0,250	7	1	0,5910	0,5387	7,47	4,42	44,49	7,00
	0,500	5	2	0,6442	0,3634	6,12	0,12	50,13	5,00

Fonte: Marques *et al.* (2023)

Como os resultados obtidos por simulação não correspondem aos apresentados na literatura sobre PAMR, foi realizada a correção dos parâmetros do plano (n , Ac , k_a , k_r) por meio de simulação. A Tabela 4.2 traz os parâmetros corretos que levam ao TMA mínimo, agora respeitando as restrições $\alpha \cong 5\%$ e $\beta \cong 10\%$ (com erro máximo de 1%). É possível notar que, dependendo dos valores (p_0 , p_1), $k_a = k_r$ (em negrito), ou seja, o plano de amostragem ótimo de aceitação é o plano de amostragem misto simples, sem a característica repetitiva. Ou seja, a inspeção de uma única amostra é suficiente para aceitar ou rejeitar o lote.

Já para os casos repetitivos, percebe-se que o número médio de amostragens (ω) não ultrapassa o valor de 2 amostras. Isto é, a decisão é tomada rapidamente.

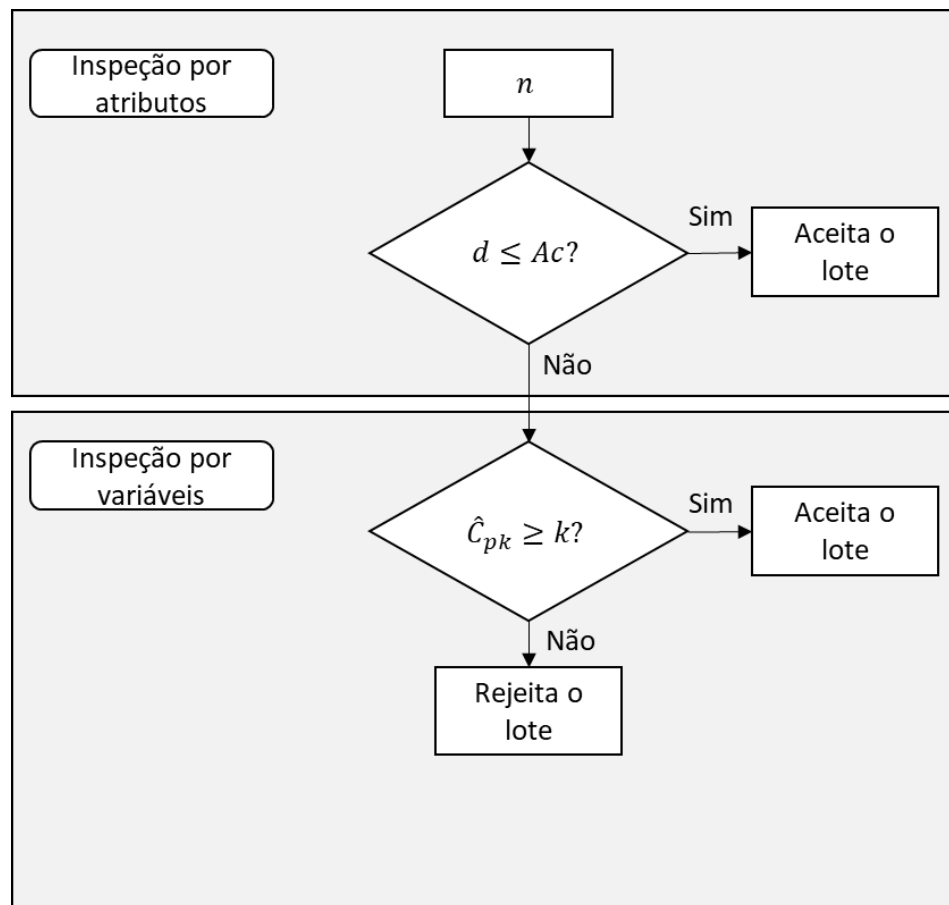
Tabela 4.3 - Os ótimos valores de (n, Ac, k_a, k_r) simulados – $\alpha = 5\%$, e $\beta = 10\%$

p_0	p_1	n	Ac	k_a	k_r	ω	TMA
0,001	0,002	1190	0	1,100	1,048	1,1	1328,6
	0,003	768	0	1,047	1,047	1,0	768,0
	0,004	570	0	1,041	1,041	1,0	570,0
	0,006	380	0	1,033	1,033	1,0	380,0
	0,008	285	0	1,028	1,028	1,0	285,0
	0,010	228	0	1,024	1,024	1,0	228,0
	0,015	152	0	1,020	1,020	1,0	152,0
	0,020	114	0	1,020	1,020	1,0	114,0
0,0025	0,005	525	0	1,020	0,936	1,4	758,3
	0,010	230	0	0,990	0,917	1,0	236,8
	0,015	153	0	0,912	0,912	1,0	153,0
	0,020	114	0	0,903	0,903	1,0	114,0
	0,025	91	0	0,894	0,894	1,0	91,0
	0,030	76	0	0,888	0,888	1,0	76,0
	0,050	45	0	0,875	0,875	1,0	45,0
0,005	0,010	290	0	0,950	0,844	1,8	530,9
	0,015	173	0	0,890	0,836	1,1	197,7
	0,020	118	0	0,980	0,811	1,1	132,0
	0,030	78	0	0,850	0,804	1,0	80,0
	0,040	57	0	0,910	0,784	1,0	58,2
	0,050	45	0	0,960	0,772	1,0	45,6
	0,100	22	0	0,744	0,744	1,0	22,0
0,01	0,020	283	2	0,850	0,780	1,3	368,4
	0,030	90	0	0,840	0,724	1,4	123,3
	0,040	61	0	0,950	0,697	1,3	76,7
	0,050	47	0	0,880	0,686	1,2	54,1
	0,100	22	0	0,970	0,637	1,0	23,0
	0,150	14	0	1,240	0,605	1,0	14,3
	0,200	11	0	0,593	0,593	1,0	11,0
0,03	0,060	101	2	0,720	0,606	1,7	173,4
	0,090	32	0	0,720	0,528	1,7	55,9
	0,120	24	0	0,630	0,517	1,3	31,0
	0,150	17	0	0,620	0,488	1,2	20,9
	0,300	7	0	0,510	0,402	1,1	7,5
0,05	0,100	74	3	0,630	0,530	1,6	97,7
	0,150	19	0	0,640	0,426	1,8	34,9
	0,200	16	0	0,520	0,426	1,2	19,9
	0,250	9	0	0,710	0,360	1,3	12,1
	0,500	4	0	0,320	0,280	1,0	4,1

Fonte: Marques *et al.* (2023)

O fluxograma da Figura 4.2 ajuda a entender o plano amostral misto simples, ou seja, quando $k_a = k_r = k$. Conforme apresentado na Figura 4.4, uma amostra n é retirada do lote e submetida à inspeção por atributos. Se a quantidade de itens não conformes for menor ou igual a Ac , o lote é aceito. Caso contrário, a mesma amostra passa pela inspeção por variáveis. Nessa etapa, o $\hat{C}_{pk}$ é calculado e se ele for maior ou igual a k , o lote é aceito. Caso contrário, o lote é rejeitado.

Figura 4.2 - Fluxograma do PAMR quando $k_a = k_r = k$



Fonte: Marques *et al.* (2023)

A Figura 4.3 apresenta as CCO's do PAMR para os parâmetros obtidos em $p_0=0,005$. A partir dela pode-se perceber que para um $NQI=p_1=0,025$, por exemplo, é possível obter um risco β menor que 10% para $n \geq 118$. Porém, ao se utilizar uma amostra de tamanho $n = 22$, obtém-se um risco $\beta \cong 60\%$.

A Figura 4.4 apresenta a CCO comparativa do PAMR com os parâmetros publicados na literatura e os corrigidos para o caso $p_0=0,005$ e $p_1=0,04$. É possível perceber que o risco β associado aos parâmetros publicados é maior que o usualmente utilizado na literatura ($\cong 10\%$).

Figura 4.3 - CCO para alguns parâmetros do PAMR

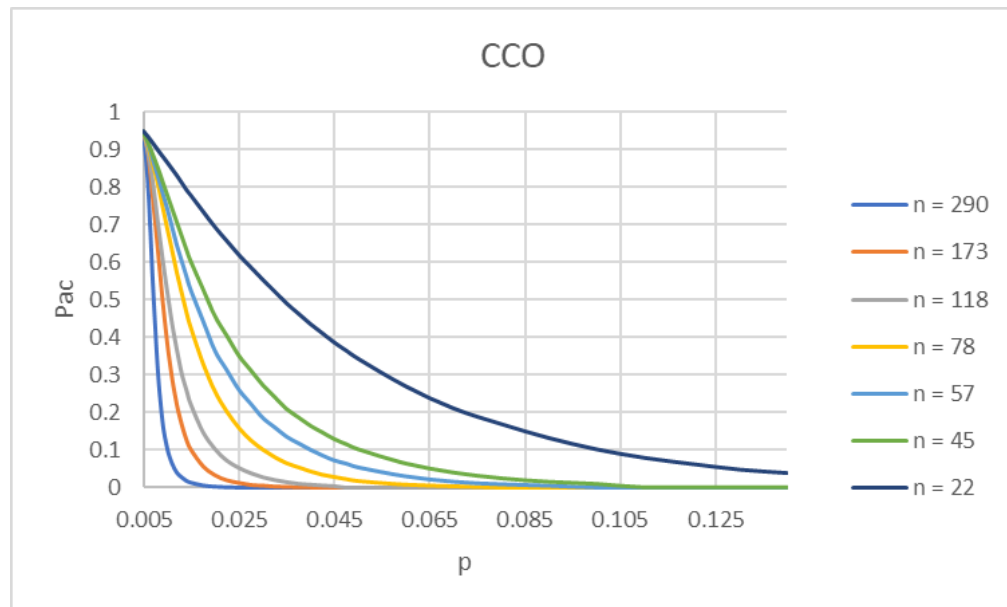
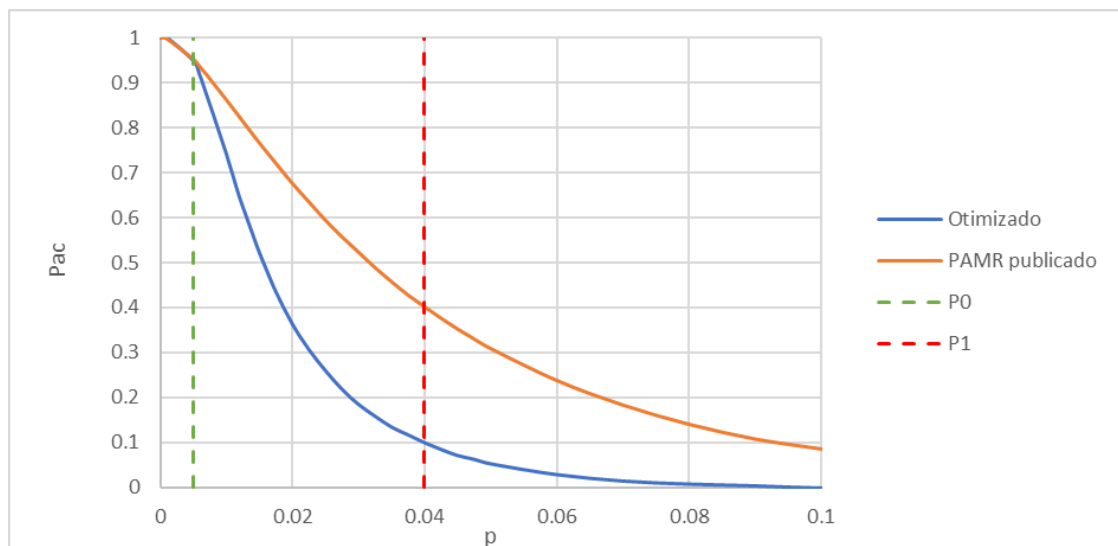
Fonte: Marques *et al.* (2023)

Figura 4.4 - CCO comparativa entre o PAMR publicado e otimizado

Fonte: Marques *et al.* (2023)

O tamanho da amostra e o TMA necessários para que o PAMR alcance os riscos desejados deveriam ser maiores dos que os publicados, que levam a um risco $\beta \cong 40\%$.

4.2.1 Aplicação Industrial

Para ilustrar o funcionamento do PAMR otimizado, um exemplo prático será apresentado nesse tópico. Wu e Pearn (2008) apresentaram um caso real de inspeção por amostragem de *displays* STN, um tipo de dispositivo de cristal líquido (LCD). A espessura do cristal líquido dentro dos STN-LCDs é a característica de qualidade X de interesse. O STN-

LCD é considerado defeituoso quando sua dimensão X for inferior a 0,660 mm (LIE=0,660), ou superior a 0,740 mm (LSE=0,740).

O caso real de inspeção por amostragem de monitores STN pode ser utilizado para ilustrar a aplicação do PAMR, incluindo as observações X fornecidas por Wu e Pearn (2008); presentes na Tabela 4.3. Seja o Nível de Qualidade Aceitável (NQA) $p_0=0,005$ e o Nível de Qualidade Inaceitável (NQI) seja $p_1=0,030$. Na Tabela 4.2, encontram-se os parâmetros do plano ótimo $n=78$, $Ac=0$, $k_a=0,850$, $k_r=0,804$. O plano de inspeção funcionará da seguinte forma:

- Etapa 1: Colete uma amostra de tamanho n e meça a espessura do cristal líquido dentro dos STN-LCDs. As observações estão na Tabela 4.3.

Tabela 4.4 - A espessura do cristal líquido dentro dos STN-LCDs

0,717	0,698	0,726	0,684	0,727	0,688	0,708	0,703	0,694	0,713
0,730	0,699	0,710	0,688	0,665	0,704	0,725	0,729	0,716	0,685
0,712	0,716	0,712	0,733	0,709	0,703	0,730	0,716	0,688	0,688
0,712	0,702	0,726	0,669	0,718	0,714	0,726	0,683	0,713	0,737
0,740	0,706	0,726	0,688	0,715	0,704	0,724	0,713	0,694	0,742
0,690	0,704	0,697	0,705	0,707	0,687	0,718	0,718	0,724	0,706
0,687	0,673	0,730	0,732	0,720	0,688	0,710	0,707	0,706	0,709
0,729	0,729	0,685	0,686	0,722	0,720	0,715	0,727		

Fonte: Wu e Pearn (2008)

- Etapa 2 (Atributos): Conte o número de itens não conformes (d) na amostra.
Como é possível ver pela Tabela 4.3, a espessura de 1 item está acima do LSE, ($X=0,742 > LSE=0,740$), sendo considerado não-conforme. Portanto $d = 1 > c = 0$, logo é necessário ir para a Etapa 3.
- Etapa 3 (Variáveis): Meça a característica de qualidade X da mesma amostra e utilize-a para obter a média ($\bar{x} = 0,7096$), o desvio-padrão ($s = 0,01877$) e o índice $\hat{C}_{pk} = \min\{(0,74 - \bar{x})/3s; (\bar{x} - 0,66)/3s\} = 1,072$.
Como $\hat{C}_{pk} = 1,072 > k_a = 0,850$, o lote é aceito na primeira amostra.

4.2.2 Exemplo do PAMR Baseado no Cpk para Casos Assimétricos

Em casos assimétricos, o processo do qual o lote é advindo sofre a ação de uma causa especial que provoca alterações na média e no desvio-padrão. Nessa seção será abordado

como calcular o deslocamento da média e variação do desvio-padrão. Além disso, um exemplo desse caso será abordado e discutido.

Considere um processo sob controle com média $\mu = \mu_0$ e desvio-padrão $\sigma = \sigma_0$. Quando o processo está sob controle, há uma proporção de itens não conformes abaixo do LIE (p_{0I}) e uma proporção de itens não-conformes acima do LSE (p_{0S}).

$$p_{0I} = \Phi\left(\frac{LIE - \mu_0}{\sigma_0}\right) \quad (4.2)$$

$$p_{0S} = 1 - \Phi\left(\frac{LSE - \mu_0}{\sigma_0}\right) \quad (4.3)$$

A soma de p_{0I} e p_{0S} resulta no total de itens não-conformes ($p = p_0$). Quando o processo está fora de controle, $p = p_1$, o processo possui média $\mu = \mu_1 = \delta\sigma_0 + \mu_0$ e desvio-padrão $\sigma = \sigma_1 = \lambda\sigma_0$. Nesse sentido, tem-se que a proporção de itens não conformes abaixo do LIE (p_{1I}) e acima do LSE (p_{1S}) é:

$$p_{1I} = \Phi\left[\frac{LIE - (\delta\sigma_0 + \mu_0)}{\lambda\sigma_0}\right] \quad (4.4)$$

$$p_{1S} = 1 - \Phi\left[\frac{LSE - (\delta\sigma_0 + \mu_0)}{\lambda\sigma_0}\right] \quad (4.5)$$

Em (4.4) e (4.5), p_{1I} e p_{1S} são dados de entrada. Os valores de LIE e LSE definidos em (4.2) e (4.3) ao considerar a distribuição normal padrão $[N(0,1)]$ e mantendo-se inalteráveis quando o processo sai de controle. Nota-se que (4.4) e (4.5) trata-se de um sistema de duas equações com duas incógnitas (δ e λ), logo, é possível estimar as perturbações na média e desvio-padrão.

A Tabela (4.4) apresenta um exemplo das soluções da equação (2.21) para casos assimétricos e a comparação com os valores publicados do PAMR. Nesse exemplo $p_{1I} = p/3$ e $p_{1S} = 2p/3$. No caso “a” são apresentados os parâmetros publicados, já no caso “b” são apresentados os parâmetros do PAMR otimizado.

Tabela 4.5 - Resultados do PAMR para casos assimétricos

p_0	p_1	δ	λ		Ac	n	ka	kr	$ASN(p_1)$
0.0010	0.020	0.085	1.409	a	0	35	1.0095	0.9008	40.16
				b	0	114	1.0800	1.0160	114.00
0.0025	0.050	0.121	1.534	a	0	16	0.8894	0.7967	18.14
				b	0	45	1.0100	0.8700	45.02
0.0050	0.100	0.171	1.694	a	0	8	0.7834	0.7567	8.23
				b	0	22	0.7700	0.7420	22.04
0.0100	0.200	0.268	1.986	a	0	5	0.5829	0.5553	5.24
				b	0	11	0.5930	0.5930	11.00
0.0300	0.300	0.317	2.063	a	0	3	0.5291	0.2769	5.54
				b	0	7	0.5100	0.4010	7.51
0.0500	0.100	0.051	1.188	a	0	2	0.3185	0.3141	2.02
				b	0	4	0.3200	0.2810	7.76

Fonte: Autores (2024)

É possível perceber que, assim como nos casos simétricos, o tamanho de amostra necessário para alcançar os riscos alfa e beta desejados é maior do que o publicado.

4.3 PAMR Baseado na Nova Estatística de Teste ($\hat{C}_R$)

As proporções de itens conformes (p_0) e não conformes (p_1) dependem dos limites de especificação (LIE, LSE), ver expressões (2.11) e (2.12). Além disso, esses limites definem a alteração na variância dos lotes “ruins”, ver expressão (2.13). Por outro lado, o estimador do C_{pk} para avaliação de lotes não precisa ser calculada em função dos limites de especificação (LIE, LSE). Isso significa que é possível definir uma variante do $\hat{C}_{pk}$ que é calculada em função de um limite inferior (LI) e um limite superior (LS) que são independentes dos limites de especificação. Essa variante, proposta neste trabalho, foi chamada de $\hat{C}_R$ e é obtida a partir da expressão (3.1). A liberdade de ajustar os limites (LI, LS) permite a redução do TMA sem gerar um aumento nos riscos α e β . Para a aplicação e comparação do cálculo proposto, considerou-se o caso simétrico, em que $LS - \mu = \mu - LI$ e a equação (3.2) foi solucionada.

A Tabela 4.5 apresenta os parâmetros ótimos n , Ac , ka , e kr para o plano de inspeção misto e o TMA resultante em dois casos: caso (a) o $\hat{C}_{pk}$ é função dos limites de especificação (LSE, LIE), caso (b) o plano de inspeção a partir do $\hat{C}_R$ que é em função dos limites superior e inferior (LS, LI). Na Tabela 4.5, treze combinações de (p_0 , p_1) foram selecionados com o objetivo de comparar os TMAs dos casos a e b . A partir da Tabela 4.4 é possível perceber que a adoção do $\hat{C}_R$ é mais vantajosa em processos que, sob controle, geram pequenas proporções de itens defeituosos. Além disso, a redução no TMA é maior à medida que a alteração no desvio padrão aumenta. Percebe-se que o uso do $\hat{C}_R$ reduz o TMA; a porcentagem de redução

é dada por $\varphi=100 \times \{[\text{TMA (caso a)} - \text{TMA (caso b)}] / \text{TMA (caso a)}\}$. Considerando o caso em que $p_0=0.001$, há uma redução de $\varphi > 34\%$ a até 74.6%.

Para ilustrar a vantagem de usar o $\hat{C}_R$ foram selecionadas, na Tabela 4.5, as entradas $(p_0, p_1) = (0.001, 0.015)$. No caso (a), o $LSE=3,291$, sendo assim o plano de inspeção misto funciona com o $\hat{C}_{pk}$ padrão que é obtido por $\min\{[(\mu+3.291\sigma)-\bar{x}]/3s; [\bar{x}-(\mu+3.291\sigma)]/3s\}$. No caso (b) em que $LS=2.400$, o plano de inspeção misto trabalha com a variação do $\hat{C}_{pk}$, o $\hat{C}_R$, dado por $\min\{[(\mu+2.400\sigma)-\bar{x}]/3s; [\bar{x}-(\mu+2.400\sigma)]/3s\}$. Em comparação com o plano de inspeção utilizando o $\hat{C}_{pk}$ padrão, a utilização do $\hat{C}_R$ reduz o TMA em mais de três vezes, de 150,0 para 40,5.

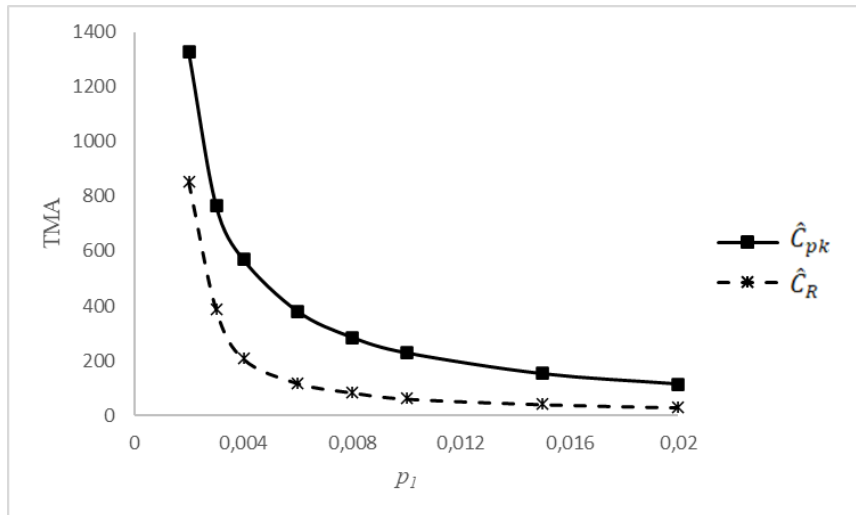
Tabela 4.6 - Comparação entre os planos de inspeção usando LSE e LS – $\alpha=5\%$, e $\beta=10\%$

p_0	p_1		n	Ac	k_a	k_r	TMA	LSE/LS	φ
0,001	0,002	a	1190	0	1,100	1,100	1328,6	3,291	35,9%
		b	510	0	0,879	0,837	852,3	2,700	
0,001	0,003	a	768	0	1,047	1,047	768,0	3,291	49,4%
		b	375	0	0,840	0,834	388,9	2,700	
0,001	0,004	a	570	0	1,041	1,041	570,0	3,291	63,7%
		b	180	0	0,840	0,806	207,1	2,700	
0,001	0,006	a	380	0	1,033	1,033	380,0	3,291	69,0%
		b	100	0	0,820	0,758	117,8	2,650	
0,001	0,008	a	285	0	1,028	1,028	285,0	3,291	70,7%
		b	70	0	0,818	0,720	83,6	2,600	
0,001	0,010	a	228	0	1,024	1,024	228,0	3,291	73,3%
		b	49	0	0,822	0,666	60,9	2,500	
0,001	0,015	a	152	0	1,020	1,020	152,0	3,291	73,4%
		b	32	0	0,810	0,600	40,5	2,400	
0,001	0,020	a	114	0	1,020	1,020	114,0	3,291	74,6%
		b	22	0	0,558	0,462	29,0	2,000	
0,0025	0,005	a	525	0	1,020	0,936	758,3	3,023	20,6%
		b	410	0	0,838	0,801	601,9	2,600	
0,005	0,010	a	290	0	0,950	0,844	530,9	2,807	15,8%
		b	278	0	0,788	0,740	447,1	2,450	
0,010	0,020	a	283	2	0,850	0,780	368,4	2,576	9,8%
		b	217	2	0,699	0,654	332,4	2,200	
0,030	0,060	a	101	2	0,720	0,606	173,4	2,170	9,3%
		b	99	1	0,666	0,595	157,2	2,120	
0,050	0,100	a	74	3	0,630	0,530	116,0	1,960	5,3%
		b	73	2	0,565	0,500	109,8	1,850	

Fonte: Marques *et al.* (2023)

É fato que a utilização do $\hat{C}_R$ é um pouco mais complexa, pois requer a determinação do valor do LS que leva ao TMA mínimo, passando a ser mais uma variável de decisão, mas esse trabalho adicional é compensado pelo menor número de itens inspecionados por lote. A Figura 4.5 evidencia a vantagem da utilização do $\hat{C}_R$ em termos de TMA para os casos em que $p_0=0.001$.

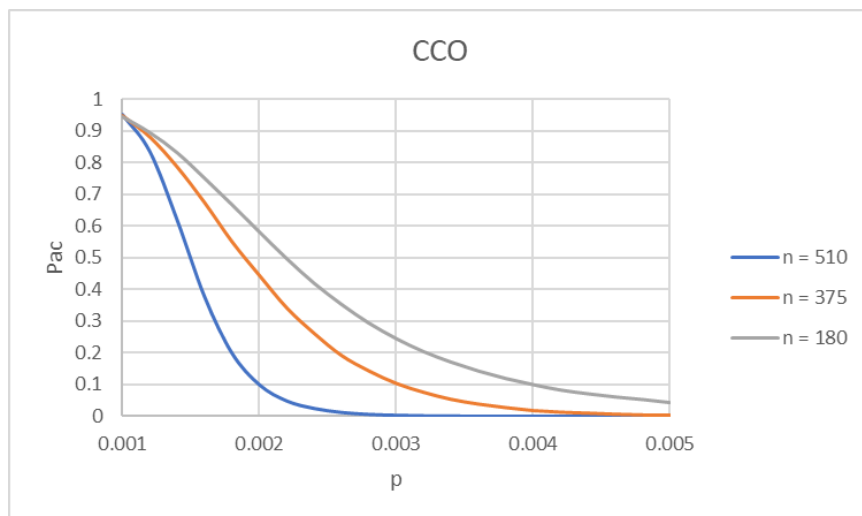
Figura 4.5 - Comparação do TMA em plano de inspeção misto repetitivo utilizando $\hat{C}_{pk}$ e $\hat{C}_R$ ($p_0=0,001$)



Fonte: Marques *et al.* (2023)

A Figura 4.6 apresenta as CCO's do PAMR baseado no $\hat{C}_R$ para os três primeiros parâmetros da Tabela 4.4.

Figura 4.6 - CCO do PAMR baseado no $\hat{C}_R$



Fonte: Marques *et al.* (2023)

É possível perceber que para um NQI =0,002, a partir de um tamanho de amostra $n=510$, obtém-se um risco $\beta \cong 10$. Já para $n=180$, esse risco aumenta para cerca de 60%.

4.4 O PAMR Não Truncado

O intuito dessa seção é apresentar outra variação do PAMR em que diferentes amostras são submetidas à inspeção por atributos e por variáveis. O algoritmo do plano de inspeção misto repetitivo com observações não truncadas possui quatro passos:

- Etapa 1: Colete uma amostra aleatória de tamanho n
- Etapa 2 (Atributos): Conte o número de itens não conformes (d) na amostra. A decisão segue as seguintes regras:

(a) Se $d \leq Ac$ aceite o lote.

Sendo Ac o número de aceitação.

(b) Caso contrário, vá para a Etapa 3.

- Etapa 3: Colete uma outra amostra de mesmo tamanho n
- Etapa 4 (Variáveis): Meça a característica de qualidade X da amostra e use-a para obter a média ($\bar{x}$), o desvio-padrão (s) e o índice $\hat{C}_{pk}$. A regra de decisão segue:

(a) Se $\hat{C}_{pk} \geq k_a$, aceite o lote.

(b) Se $\hat{C}_{pk} < k_r$, rejeite o lote.

Onde k_a e k_r são parâmetros para decidir se o lote será aceito ou rejeitado.

(c) Caso contrário, volte para a Etapa 1.

O fluxograma da Figura 4.7 nos ajuda a entender o algoritmo proposto. O fluxograma é dividido em duas partes: a primeira relacionada à etapa de inspeção por atributos; e a segunda relacionada à inspeção por variáveis.

Se for utilizado o plano de inspeção misto repetitivo, e os itens submetidos à inspeção variável forem diferentes dos submetidos à inspeção por atributos, então é possível obter uma expressão exata para o Tamanho Médio das Amostras (TMA).

Seja $P = \sum_{i=0}^{Ac} \binom{n}{i} p^i (-p)^{n-i}$ a probabilidade de aceitar o lote na Etapa 2, e seja $Q_{k_a} = Pr\{\hat{C}_{pk} \geq k_a\}$ a probabilidade de aceitar o lote na Etapa 4. Finalmente, seja $P_{k_r} = Pr\{\hat{C}_{pk} < k_r\}$ a probabilidade do lote ser rejeitado na Etapa 4. O número médio de amostras inspecionadas por lote (NMA):

$$NMA = \sum_{i=1}^{\infty} i Pr[NA = i] = P + 2a + 3bP + 4ba + 5b^2P + 6b^2a + 7b^3P + \dots \quad (4.6)$$

Na expressão (4.6), $a = (1 - P)(P_{k_r} + Q_{k_a})$ e $b = (1 - P)(1 - P_{k_r} - Q_{k_a})$

Então tem-se:

$$NMA = P + P \sum_{i=1}^{\infty} (2i + 1)b^i + a \sum_{i=1}^{\infty} (2i)b^{(i-1)} \quad (4.7)$$

Assim:

$$\begin{aligned} NMA = P + \frac{2Pb}{(1-b)} \sum_{i=1}^{\infty} i(1-b)b^{(i-1)} + \frac{Pb}{(1-b)} \sum_{i=1}^{\infty} (1-b)b^{(i-1)} \\ + \frac{2a}{(1-b)} \sum_{i=1}^{\infty} i(1-b)b^{(i-1)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

De acordo com as propriedades da distribuição geométrica: $\sum_{i=1}^{\infty} i(1-b)b^{(i-1)} = \frac{1}{1-b}$ e $\sum_{i=1}^{\infty} (1-b)b^{(i-1)} = 1$, substituindo na expressão (4.8):

$$NMA = P + \frac{2Pb + 2a}{(1-b)^2} + \frac{Pb}{(1-b)} \quad (4.9)$$

Substituindo $2Pb + 2a = 2(1 - P)(1 - b)$ em (4.9):

$$NMA = P + \frac{2(1 - P)(1 - b)}{(1 - b)^2} + \frac{Pb}{(1 - b)}$$

$$NMA = P + \frac{2(1 - P)(1 - b) + Pb(1 - b)}{(1 - b)^2}$$

$$NMA = P + \frac{(1 - b)(2 - 2P + Pb)}{(1 - b)^2}$$

$$NMA = P + \frac{(2 - 2P + Pb)}{(1 - b)} \quad (4.10)$$

Substituindo $b = (1 - P)(1 - P_{k_r} - Q_{k_a})$ em (4.10):

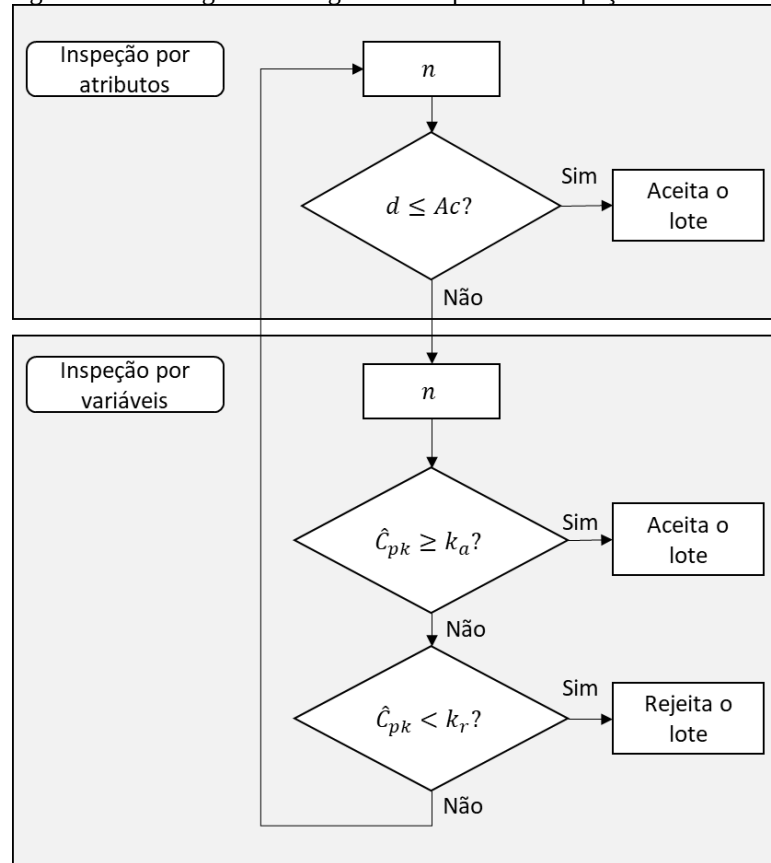
$$NMA = \frac{2 - P}{P + P_{k_r} + Q_{k_a} - P(P_{k_r} + Q_{k_a})} \quad (4.11)$$

Então, o Tamanho Médio das Amostras (TMA) é:

$$TMA = n \times NMA = n \times \frac{2 - P}{P + P_{k_r} + Q_{k_a} - P(P_{k_r} + Q_{k_a})} \quad (4.12)$$

Lembrando que as expressões para obter P e o par (P_{k_r}, Q_{k_a}) são, respectivamente, as expressões (2.17), (2.18) e (4.1).

Figura 4.7 - Fluxograma do algoritmo do plano de inspeção não truncado



Fonte: Marques *et al.* (2023)

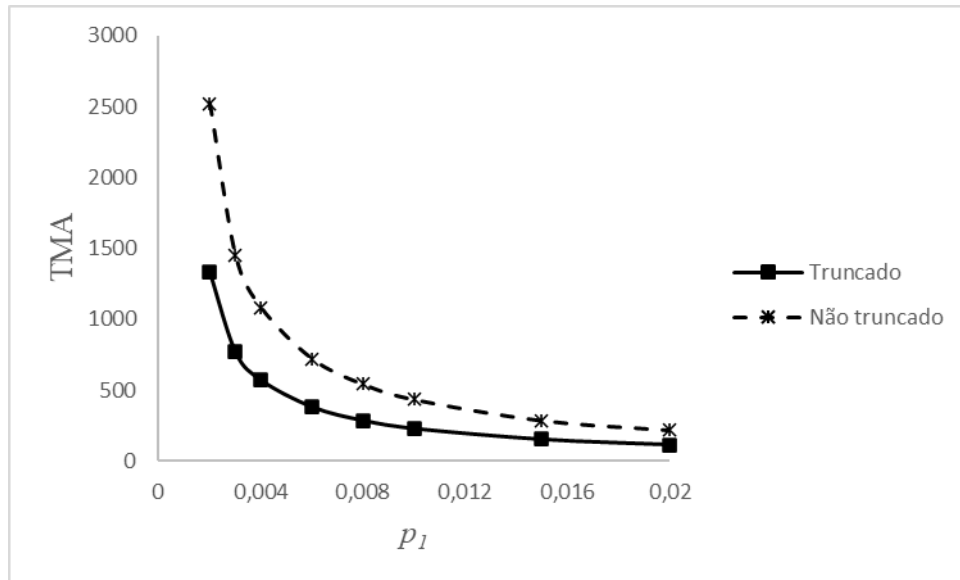
A Tabela 4.6 apresenta os valores ótimos dos parâmetros (n, Ac, k_a, k_r) para o plano de inspeção misto repetitivo com observações não truncadas que levam aos TMAs mínimos respeitando as restrições $\alpha \leq 5\%$, e $\beta \leq 10\%$. A Figura 4.8 evidencia o aumento no TMA ao utilizar o plano de amostragem não truncado para os casos em que $p_0=0,001$.

Tabela 4.7 - Os valores ótimos (n , Ac , k_a , k_r), máx $(\alpha, \beta) = (5, 10) \%$ - caso não truncado

p_0	p_1	n	Ac	k_a	k_r	TMA
0,001	0,002	1190	0	1,100	1,050	2521,4
	0,003	764	0	1,052	1,052	1451,1
	0,004	570	0	1,120	1,040	1083,7
	0,006	380	0	1,100	1,040	721,5
	0,008	285	0	1,100	1,040	541,1
	0,010	228	0	1,130	1,040	433,0
	0,015	150	0	1,150	1,050	284,5
	0,020	114	0	1,080	1,070	216,6
0,0025	0,005	525	0	1,020	0,940	1410,6
	0,010	230	0	0,990	0,931	446,2
	0,015	152	0	1,090	0,921	290,8
	0,020	114	0	1,090	0,921	217,2
	0,025	91	0	0,930	0,930	172,9
	0,030	76	0	0,940	0,940	144,4
	0,050	45	0	0,970	0,970	85,5
0,005	0,010	290	0	0,950	0,849	972,2
	0,015	174	0	0,890	0,849	368,6
	0,020	136	0	0,846	0,846	263,3
	0,030	80	0	0,850	0,837	153,9
	0,040	57	0	0,910	0,831	109,6
	0,050	45	0	0,960	0,832	86,2
	0,100	22	0	0,890	0,890	41,8
0,01	0,020	284	2	0,850	0,790	665,9
	0,030	90	0	0,840	0,740	220,8
	0,040	60	0	0,950	0,720	136,6
	0,050	47	0	0,880	0,720	98,6
	0,100	22	0	0,960	0,720	42,8
	0,150	14	0	1,230	0,750	26,8
	0,200	10	0	2,320	0,810	19,0
0,03	0,060	100	2	0,720	0,620	289,0
	0,090	32	0	0,720	0,550	94,2
	0,120	25	0	0,630	0,550	56,5
	0,150	18	0	0,620	0,540	38,3
	0,300	7	0	0,660	0,530	13,8
0,05	0,100	74	3	0,630	0,550	190,1
	0,150	20	0	0,640	0,450	61,9
	0,200	17	0	0,520	0,460	37,4
	0,250	9	0	0,710	0,420	20,6
	0,500	4	0	0,440	0,440	7,75

Fonte: Marques *et al.* (2023)

Figura 4.8 - Comparação do TMA entre os planos de amostragem truncado e não truncado ($p_0=0,001$)



Fonte: Marques *et al.* (2023)

Pode-se perceber que o uso de amostras diferentes na etapa de inspeção por atributos e na etapa de inspeção por variáveis resulta em maiores TMAs. Esse aumento varia de 67% a 99%. Por exemplo, se considerar as entradas $p_0=0,001$ e $p_1=0,002$, quando a mesma amostra é utilizada nas etapas de inspeção por atributos e por variáveis, o TMA é 1328,6 (Tabela 4.2 – primeira linha). No entanto, se a amostra submetida à inspeção por atributos não for a mesma que é submetida à inspeção por variáveis, o TMA do plano de inspeção misto repetitivo aumenta para 2521,4 (Tabela 4.6 – primeira linha); isso significa um aumento de quase 90%.

4.5 Planos de Inspeção Mistos recentes elaborados a partir da expressão 2.19

Alguns estudos recentes sobre planos de inspeção mistos baseados no índice C_{pk} utilizaram a expressão 2.19 para obter $P_\theta = Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$. Essa expressão superestima os valores de P_θ , influenciando no risco β desses planos de inspeção. Esses estudos serão abordados nessa seção seguindo o passo a passo proposto pela Figura 3.1.

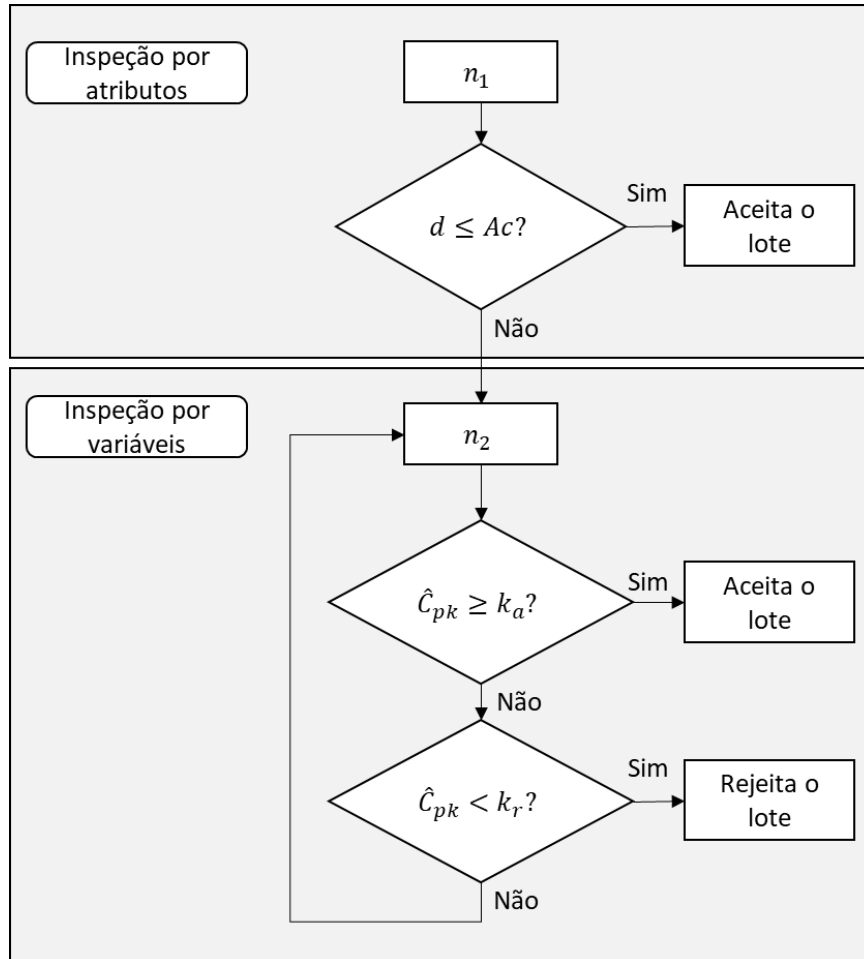
4.5.1 O Novo Plano de Inspeção Misto Repetitivo

Saminathan e Mahalingam (2018) propuseram um Novo Plano de Inspeção Misto Repetitivo [SM-MRSP (2018)] similar ao PAMR. As diferenças entre os planos são que: a amostra submetida à inspeção por variáveis não é mais a mesma submetida à inspeção por

atributos; e uma vez que a decisão não é tomada, apenas os passos da inspeção por variáveis são realizados novamente.

Considere X uma característica de qualidade que segue a distribuição normal. Se $X > LSE$ ou $X < LIE$, então o item é considerado não conforme. A Figura 4.9 ilustra o algoritmo do SM-MRSP (2018).

Figura 4.9 - Fluxograma do plano de inspeção SM-MRSP (2018)



Fonte: Marques *et al.* (2023)

Nesse sentido, o SM-MRSP (2018) tem os seguintes passos:

- Etapa 1: Retire uma amostra aleatória de tamanho n_1 do lote.
- Etapa 2 (Inspeção por atributos): Conte o número de itens não conformes d da amostra. A regra de decisão segue:
 - (a) Se $d \leq Ac$ aceite o lote.
Sendo Ac o número de aceitação.
 - (b) Caso contrário, vá para a Etapa 3.
- Etapa 3: Retire outra amostra de tamanho n_2 do lote.

- Etapa 4 (Inspeção por Variáveis): Meça a característica de qualidade X dos itens e obtenha a média ($\bar{x}$), o desvio-padrão (s), e o $\hat{C}_{pk} = \min\{(LSE - \bar{x})/3s; (\bar{x} - LIE)/3s\}$. A regra de decisão segue:

(a) Se $\hat{C}_{pk} \geq k_a$, aceite o lote.

(b) Se $\hat{C}_{pk} < k_r$, rejeite o lote.

Onde k_a e k_r são parâmetros para decidir se o lote será aceito ou rejeitado.

(c) Caso contrário, volte para a Etapa 3.

Segundo os passos do algoritmo apresentado, a probabilidade de aceitar um lote com qualidade p é dado por:

$$P_a(p) = P + (1 - P)P_V \quad (4.13)$$

Na expressão (4.13), P é a probabilidade de aceitar o lote na etapa de inspeção por atributos – ela é dada pela expressão (2.17). P_V é a probabilidade de aceitar o lote na etapa de inspeção por variáveis. Essa probabilidade é dada por:

$$P_V = \frac{Q_{k_a}}{P_{k_r} + Q_{k_a}} \quad (4.14)$$

As expressões (2.18) e (4.1) devem ser utilizadas para obter o par $P_{k_r} = Pr\{\hat{C}_{pk} < k_r\}$ e $Q_{k_a} = Pr\{\hat{C}_{pk} \geq k_a\}$.

Sendo assim, Saminathan e Mahalingam (2018) resolveram a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \min_{\Omega} f(n_1, n_2, c, k_a, k_r) &= \psi = \left\{ \frac{1}{2} [TMA(p_0) + TMA(p_1)] \right\} \\ S. t.: g_1(n_1, n_2, c, k_a, k_r) &= P_a(p_0) \geq 1 - \alpha = 95\% \\ g_2(n_1, n_2, c, k_a, k_r) &= P_a(p_1) \leq \beta = 10\% \\ \Omega &= n_1 > n_2 > 1; Ac \geq 0; k_a > k_r > 0 \end{aligned} \quad (4.15)$$

Na equação (4.15), p_0 e p_1 são, respectivamente, a proporção de itens não conformes p , do processo sob controle e fora de controle. O TMA é o tamanho médio das amostras inspecionadas por lote e é dado por:

$$TMA(p) = n_1 + (1 - P) \left(\frac{n_2}{P_{k_r} + Q_{k_a}} \right) \quad (4.16)$$

Uma vez que o plano de inspeção SM-MRSP (2018) não é truncado, de acordo com a Figura 3.1, os cálculos matemáticos do plano de inspeção foram realizados. Como o SM-MRSP (2018) foi elaborado por meio da expressão (2.19) para obter a probabilidade $Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$, seu risco β é consideravelmente maior do que 10%. A Tabela 4.7 apresenta seis combinações de (p_0, p_1) com dois casos: caso a e caso b. No caso a, há os parâmetros “ótimos” n_1 , n_2 , Ac , k_a , e k_r publicados na literatura, os riscos α , β , e o ψ associado a esses parâmetros. Os riscos β excedem 40%, então a equação (4.15) foi solucionada, mas agora utilizando a expressão (4.1) para obter a probabilidade $Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$. No caso b, é possível encontrar os parâmetros n_1 , n_2 , Ac , k_a , e k_r obtidos utilizando a expressão (4.1); eles são os verdadeiros valores que solucionam a equação (4.15) uma vez que eles levam ao mínimo ψ respeitando às restrições de $\alpha \leq 5\%$, e $\beta \leq 10\%$. Os resultados foram verificados por simulação.

Tabela 4.8 - Os parâmetros ótimos corretos e incorretos do SM-MRSP (2018)

p_0	p_1		n_1	n_2	Ac	k_a	k_r	α (%)	β (%)	ψ
0,001	0,002	a	469	466	0	1,04899	1,03899	3,82	52,18	389,72
		b	1280	751	0	1,08000	1,04000	4,95	10,00	2144,86
0,0025	0,005	a	286	285	0	0,94400	0,93400	4,12	47,90	261,88
		b	530	473	0	0,99000	0,94000	4,96	9,99	1120,31
0,005	0,010	a	208	206	0	0,86000	0,85000	4,26	44,92	202,65
		b	293	274	0	0,92000	0,85000	4,98	9,97	705,32
0,010	0,020	a	146	146	1	0,78349	0,77349	4,15	44,91	135,29
		b	158	157	0	0,85000	0,75000	4,97	9,95	456,74
0,030	0,060	a	73	73	2	0,63449	0,62449	4,37	41,27	68,36
		b	89	85	1	0,70000	0,60000	4,86	9,93	228,40
0,050	0,100	a	48	48	3	0,57049	0,56049	4,23	42,37	42,06
		b	64	58	2	0,63000	0,52000	4,97	9,85	151,08

Fonte: Marques *et al.* (2023)

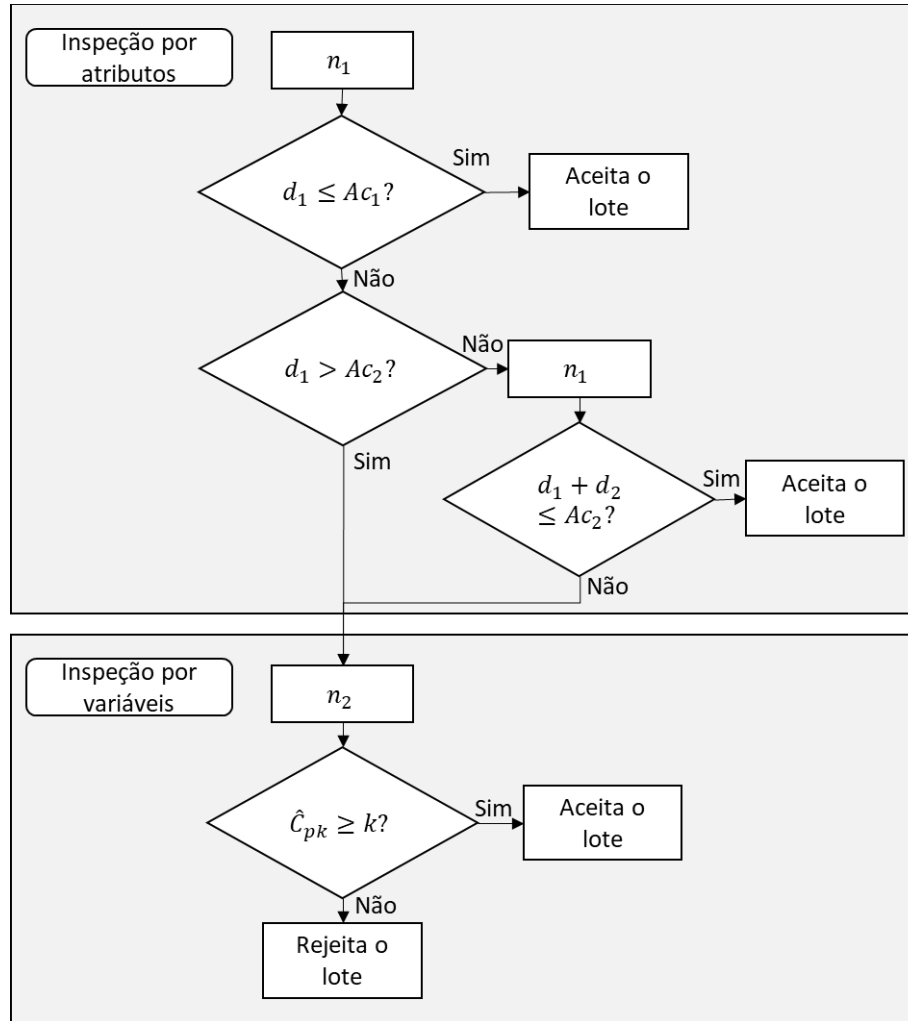
Comparando os dois casos: a e b, é possível notar que o plano de inspeção SM-MRSP (2018) presente na literatura subestimou n_1 , n_2 e ψ .

4.5.2 O Plano de Inspeção Misto Duplo

Balamurali *et al.* (2019) propuseram o Plano de Inspeção Misto Duplo [B-MDSP (2019)] para avaliar lotes de produtos dos quais a característica de qualidade X segue a

distribuição normal. Se $X > LSE$ ou $X < LIE$, então o item é considerado não conforme. A Figura 4.10 apresenta o fluxograma do plano de inspeção B-MDSP (2019).

Figura 4.10 - Fluxograma do plano de inspeção B-MDSP (2019)



Fonte: Marques *et al.* (2023)

Os passos do plano de inspeção B-MDSP (2019) são:

- Etapa 1: Retire uma amostra aleatória de tamanho n_1 do lote.
- Etapa 2 (Inspeção por atributos): Conte o número de itens não conformes d_1 da amostra. A regra de decisão segue:
 - (a) Se $d_1 \leq Ac_1$ aceite o lote.
 - (b) Se $d_1 > Ac_2$, então vá para a Etapa 3.
 - (c) Se $Ac_1 < d_1 \leq Ac_2$, então retire uma nova amostra de tamanho n_1 do lote e conte o número de itens não conformes, d_2 .
 - (d) Se $d_1 + d_2 \leq Ac_2$, então aceite o lote. Caso contrário, vá para a Etapa 3.

Onde Ac_1 e Ac_2 são os números de aceitação.

- Etapa 3: Retire uma amostra de tamanho n_2 do lote. Vá para a Etapa 4.
- Etapa 4 (Inspeção por Variáveis): Meça a característica de qualidade X dos itens e obtenha a média ($\bar{x}$), o desvio-padrão (s), e o $\hat{C}_{pk} = \min\{(LSE - \bar{x})/3s; (\bar{x} - LIE)/3s\}$. A regra de decisão segue:
 - (a) Se $\hat{C}_{pk} \geq k$, aceite o lote.
 - (b) Caso contrário, rejeite o lote.

Onde k é o valor limite para decidir se o lote será aceito ou rejeitado.

A probabilidade de aceitar um lote de qualidade p é dada por:

$$P_a(p) = P_{AT} + (1 - P_{AT})Q_k \quad (4.17)$$

Na expressão (4.17), P_{AT} e Q_k são, respectivamente, as probabilidades de aceitar o lote na inspeção por atributos e na inspeção por variáveis:

$$P_{AT} = \sum_{d_1=0}^{Ac_1} \binom{n_1}{d_1} p^{d_1} (1-p)^{n_1-d_1} + \sum_{d_1=Ac_1+1}^{Ac_2} \sum_{d_2=0}^{Ac_1-d_1} \binom{n_1}{d_1} p^{d_1} (1-p)^{n_1-d_1} \binom{n_1}{d_2} p^{d_2} (1-p)^{n_1-d_2} \quad (4.18)$$

$$Q_k = Pr\{\hat{C}_{pk} \geq k\} \quad (4.19)$$

O Tamanho Médio das Amostras (TMA) por lote é dado por:

$$TMA(p) = n_1 + n_1(1 - P_d(p)) + n_2(1 - P_{AT}) \quad (4.20)$$

Na expressão (4.20), $P_d(p)$ é a probabilidade de tomar uma decisão depois de inspecionar a primeira amostra de tamanho n_1 :

$$P_d(p) = \left(\sum_{d_1=0}^{Ac_1} \binom{n_1}{d_1} p^{d_1} (1-p)^{n_1-d_1} + 1 - \sum_{d_1=0}^{Ac_2} \binom{n_1}{d_1} p^{d_1} (1-p)^{n_1-d_1} \right) \quad (4.21)$$

Balamurali *et al.* (2019) resolveram a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
\min_{\Omega} f(n_1, n_2, Ac_1, Ac_2, k) &= \psi = \frac{1}{2} [TMA_{(p_0)} + TMA_{(p_1)}] \\
St.: g_1(n_1, n_2, Ac_1, Ac_2, k) &= P_{a(p_0)} \geq 1 - \alpha \\
g_2(n_1, n_2, Ac_1, Ac_2, k) &= P_{a(p_1)} \leq \beta \\
\Omega &= n_1 > n_2 \geq 1; Ac_2 > Ac_1 \geq 0; k > 0
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Em (4.22), p_0 e p_1 são, respectivamente, a proporção de itens não conformes p sob controle e fora de controle

O plano de inspeção B-MDSP (2019) também foi elaborado a partir da expressão (2.19), superestimando a probabilidade $Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$, e por causa disso, os riscos β do plano de inspeção com os parâmetros “ótimos” são consideravelmente maiores que 10%. Na Tabela 4.8, há seis combinações de (p_0, p_1) , e dois casos por combinação: caso a e caso b. No caso a, há os parâmetros “ótimos” n_1, n_2, Ac_1, Ac_2 , e k apresentados na literatura, os riscos α e β , e ψ associados a esses parâmetros. Os riscos β excedem 40%, e por isso, o problema de otimização (4.22) foi resolvido novamente, mas agora utilizando a expressão (4.1) para obter a probabilidade $Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$.

No caso b, há os valores de n_1, n_2, Ac_1, Ac_2 , e k obtidos ao utilizar a expressão (4.1); eles são os verdadeiros valores de ótimo para a equação (4.22), pois eles levam ao mínimo valor de ψ respeitando as restrições $\alpha \leq 5\%$, e $\beta \leq 10\%$. Os resultados foram verificados por simulação. Ao comparar os dois casos: a e b, é possível perceber que o plano de inspeção B-MDSP (2019) presente na literatura subestima n_1, n_2 , e também o tamanho médio da amostra por lote (ψ).

Tabela 4.9 - Os parâmetros ótimos corretos e incorretos do plano B-MDSP (2019)

p_0	p_1		n_1	n_2	Ac_1	Ac_2	k	α (%)	β (%)	ψ
0,001	0,002	a	616	602	0	1	1,052	3,80	48,84	1095,4
		b	1435	1420	0	1	1,060	4,94	9,99	2943,5
0,0025	0,010	a	97	86	0	1	0,982	3,26	52,90	147,8
		b	268	194	0	1	0,940	4,99	9,97	458,2
0,005	0,015	a	84	83	0	1	0,857	3,68	47,47	143,1
		b	220	217	0	1	0,860	4,95	9,97	454,8
0,010	0,020	a	165	160	1	3	0,783	3,86	42,24	297,0
		b	445	444	1	2	0,800	4,99	9,89	901,3
0,030	0,060	a	34	8	0	3	0,816	10,55	50,19	63,2
		b	275	274	0	1	0,650	3,10	9,97	549,2
0,050	0,100	a	21	8	0	3	0,690	10,45	48,25	40,4
		b	148	123	9	10	0,600	4,82	9,97	228,0

Fonte: Marques *et al.* (2023)

Ao comparar os dois casos: a e b, é possível perceber que o plano de inspeção B-MDSP (2019) presente na literatura subestima n_1 , n_2 , e também o tamanho médio da amostra por lote (ψ).

4.5.3 O Plano de Inspeção Misto Para Lotes Resubmetidos

Balamurali (2020) propôs um plano misto para lotes de resubmetidos (B-MSP (2020)) dos quais a característica de qualidade X segue a distribuição normal. Se $X > LSE$ ou $X < LIE$, então o item é considerado não conforme. Os passos do plano de inspeção proposto por ele são (também apresentados pela Figura 4.11):

- Etapa 1: Considere m amostras aleatórias de tamanho n_1 do lote. Pegue a primeira amostra aleatória ($i = 0$) de tamanho n_1 .
- Etapa 2 (Inspeção por atributos): Conte o número de itens não conformes d da amostra. A regra de decisão segue:

(a) Se $d \leq Ac$ aceite o lote.

Sendo Ac o número de aceitação.

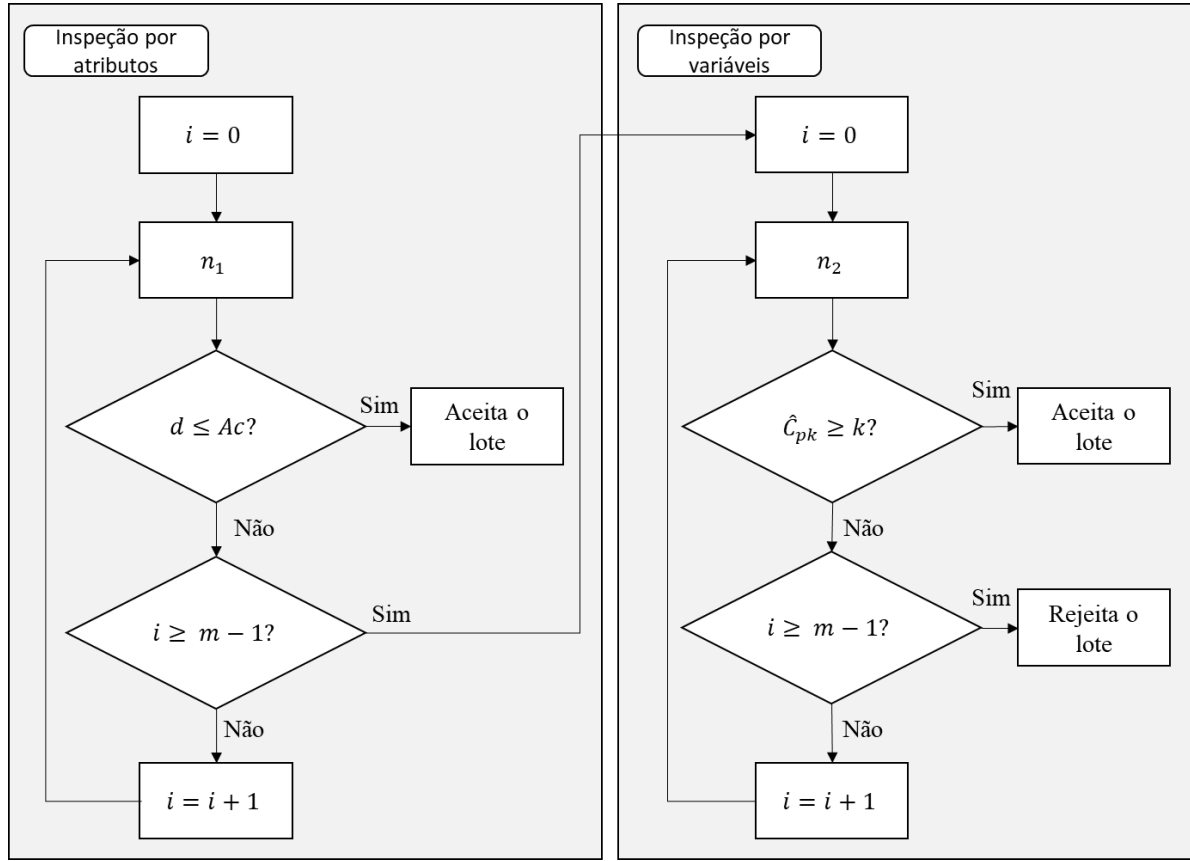
(b) Caso contrário, inspecione as outras amostras de tamanho n_1 até encontrar uma amostra em que a condição $d \leq Ac$ é atendida e o lote é aceito. Se m for alcançado e não houver aceitação na inspeção por atributos, a inspeção por variáveis será aplicada de acordo com a Etapa 3.

- Etapa 3: Considere m novas amostras aleatórias de tamanho n_2 do lote. Pegue a primeira amostra aleatória ($i = 0$) de tamanho n_2 .
- Etapa 4 (Inspeção por Variáveis): Meça a característica de qualidade X dos itens e obtenha a média ($\bar{x}$), o desvio-padrão (s), e o $\hat{C}_{pk} = \min\{(LSE - \bar{x})/3s; (\bar{x} - LIE)/3s\}$. A regra de decisão segue:

(a) Se $\hat{C}_{pk} \geq k$, aceite o lote.

(b) Caso contrário, continue inspecionando as outras amostras de tamanho n_2 até encontrar uma amostra em que a condição $\hat{C}_{pk} \geq k$ é atendida e o lote seja aceito. Se m for alcançado e não houver aceitação na inspeção por variáveis, rejeite o lote.

Figura 4.11 - Fluxograma do plano de inspeção proposto por Balamurali (2020)



Fonte: Marques *et al.* (2023)

A probabilidade de aceitar um lote com qualidade p é dada por:

$$P_a(p) = P_A + (1 - P_A)P_V \quad (4.23)$$

Na expressão (4.23), P_A e P_V são, respectivamente, as probabilidades de aceitar o lote nas inspeções por atributos e por variáveis.

$$P_A = 1 - (1 - P)^m \quad (4.24)$$

$$P_V = 1 - (1 - Q_k)^m \quad (4.25)$$

Na expressão (4.24), P é calculado por meio da expressão (2.17) e, na expressão (4.25), Q_k é a probabilidade $Pr\{\hat{C}_{pk} \geq k\}$ e deve ser calculada por meio das expressões (2.18) e (4.1).

O Tamanho Médio das Amostras (TMA) por lote é dado por:

$$TMA(p) = TMA_A + (1 - P_A)TMA_V \quad (4.26)$$

Na expressão (4.26), TMA_A é o tamanho médio da amostra na inspeção por atributos e TMA_V é o tamanho médio da amostra na inspeção por variáveis:

$$TMA_A = \frac{n_1(1 - (1 - P)^m)}{P} \quad (4.27)$$

$$TMA_V = \frac{n_2(1 - (1 - Q_k)^m)}{Q_k} \quad (4.28)$$

Balamurali (2020) resolveu a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \min_{\Omega} f(n_1, n_2, Ac, k, m) &= \psi = \frac{1}{2}[TMA(p_0) + TMA(p_1)] \\ St.: g_1(n_1, n_2, Ac, k, m) &= P_a(p_0) \geq 1 - \alpha = 95\% \\ g_2(n_1, n_2, Ac, k, m) &= P_a(p_1) \leq \beta = 10\% \\ \Omega &= n_1 > n_2 \geq 1; Ac \geq 0; k > 0; m \geq 1 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Em (4.29), p_0 e p_1 são, respectivamente, as proporções de itens não conformes (p) quando o processo está sob controle e fora de controle.

O plano de inspeção B-MSP (2020) também foi baseado na expressão (2.19), superestimando assim, a probabilidade $Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$, e por causa disso, o seu risco β é próximo a 100%; isso significa que o consumidor irá adquirir praticamente todos os lotes “ruins”. Na Tabela 4.9, há seis combinações de (p_0, p_1) , e dois casos para cada combinação: caso a e caso b. No caso a, estão os parâmetros “ótimos” n_1, n_2, Ac, k , e m apresentados na literatura, e o α, β , e ψ associados a esses valores – se a expressão (4.1) é usada para obter $Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$. O risco β excede 96%, então a equação (4.29) foi resolvida novamente, mas agora utilizando a expressão (4.1) para obter a probabilidade $Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$.

No caso b, há os valores ótimos dos parâmetros n_1, n_2, Ac, k , e m obtidos dessa forma; eles são os verdadeiros valores ótimos do problema de otimização (4.29), pois eles levam ao valor mínimo de ψ respeitando as restrições $\alpha \leq 5\%$, e $\beta \leq 10\%$. Os resultados foram posteriormente confirmados por simulação.

Tabela 4.10 - Os parâmetros ótimos corretos e incorretos do plano de inspeção B-MSP (2020)

p_0	p_1		n_1	n_2	Ac	k	m	α (%)	β (%)	ψ
0,001	0,002	a	340	106	0	1,24948	5	0,18	97,10	572,59
		b	1408	1400	0	1,05870	1	4,98	9,99	2595,10
0,0025	0,005	a	141	28	0	1,26550	5	0,19	96,89	240,69
		b	847	846	0	0,96000	1	4,99	9,78	1636,17
0,005	0,010	a	71	20	0	1,22048	5	0,19	96,84	122,29
		b	621	620	0	0,88220	1	4,99	9,95	1226,61
0,010	0,020	a	34	32	0	1,10202	5	0,18	97,03	59,20
		b	330	329	0	0,82000	2	4,99	8,05	1163,62
0,030	0,060	a	12	6	0	1,18001	5	0,18	96,77	21,32
		b	131	130	0	0,70000	4	4,99	7,40	879,28
0,050	0,100	a	7	4	0	1,30449	5	0,16	96,96	12,41
		b	94	93	0	0,61000	3	4,38	10,00	482,85

Fonte: Marques *et al.* (2023)

Comparando os dois casos: a e b, é possível perceber que o B-MSP (2020) presente na literatura subestimou n_1 e n_2 , e consequentemente, o ψ .

4.5.4 Comparação Entre os Planos de Inspeção

Ao avaliar os três planos de inspeção mistos baseados no C_{pk} mais recentes foi possível perceber que o Novo Plano de Inspeção Misto Repetitivo [SM-MRSP (2018)], apresentado por Saminathan e Mahalingam (2018), é o mais vantajoso em termos de TMA. Isto é, para os mesmos riscos α e β , ele exige um tamanho médio de amostras menor, quando comparado com os outros dois planos de inspeção. Por fim, o Plano de Inspeção Misto Duplo [B-MDSP (2019)] é o plano que necessita de um maior TMA para alcançar os riscos α e β desejados (5%,10%). Por exemplo, considerando $p_0=0,001$ e $p_1=0,002$, o TMA do SM-MRSP (2018) é de 2144,86, enquanto o do Plano de Inspeção Misto Para Lotes Resubmetidos [B-MSP (2020)] é 2595,10 e o do [B-MDSP (2019)] é de 2943,50.

4.6 Estudo Econômico dos Tipos de Planos de Inspeção

Sabe-se que a inspeção por atributos é mais econômica que a inspeção por variáveis. Em contrapartida, a inspeção por atributos exige um tamanho de amostra maior. Sendo assim, essa seção avalia qual deve ser o valor da inspeção por variáveis, de forma que ela seja mais vantajosa financeiramente. O mesmo estudo foi feito comparando a inspeção por variáveis e a inspeção mista. Para que o foco seja na diferença entre os tipos de inspeção, o estudo foi realizado apenas com as combinações de (p_0, p_1) em que o PAMR não possui a etapa repetitiva. Ou seja, a avaliação foi realizada nos casos em que $k_a=k_r=k$ (Figura 4.4).

A Tabela 4.10 apresenta o tamanho mínimo da amostra e o número de aceitação para a inspeção simples por atributos e por variáveis. Além disso, é apresentada a relação entre os dois tipos de inspeção. Fazendo uma análise econômica do exemplo $p_0=0,001$ e $p_1=0,003$, pode-se dizer que a inspeção por variáveis é mais vantajosa que a inspeção por atributos desde que o valor de se inspecionar um item por variáveis seja de até 9,34 vezes o valor de se inspecionar um item por atributos, ou seja $c_V < 9,34c_A$. Caso contrário, a inspeção por atributos é mais vantajosa, sendo então indicada a utilização de gabaritos.

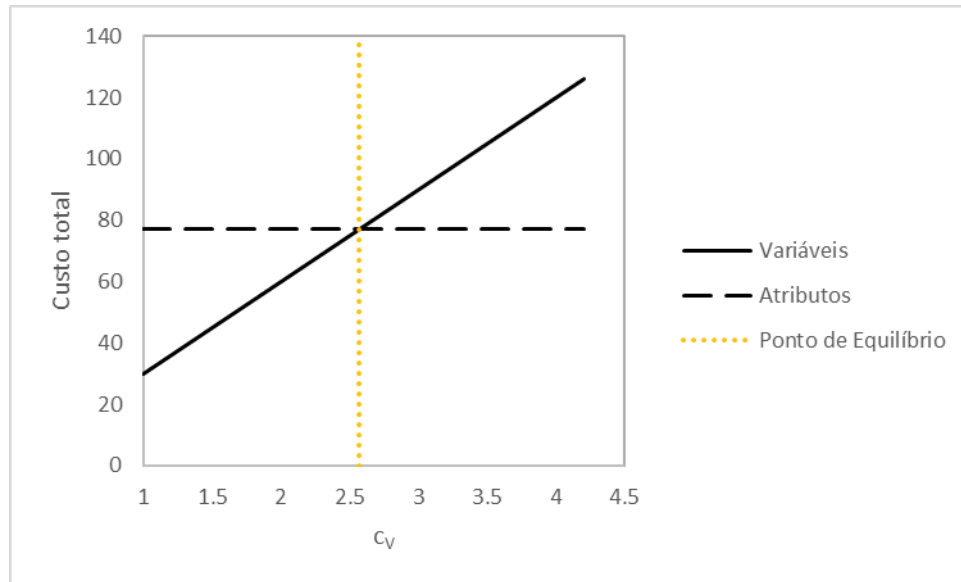
Tabela 4.11 - Relação de custos entre inspeção por atributos e por variáveis ($\beta = 10\%$)

p_0	p_1	n Atributos	Ac	n Variáveis	k	Alfa	c_V/c_A
0,001	0,003	3922	7	420	1,024	5%	9,34
	0,006	1112	3	158	0,969	3%	7,04
	0,008	664	2	110	0,946	3%	6,04
	0,010	531	2	94	0,923	2%	5,65
	0,015	258	1	55	0,894	3%	4,69
	0,020	194	1	46	0,863	2%	4,22
0,0025	0,015	444	3	109	0,865	3%	4,07
	0,020	265	2	75	0,840	3%	3,53
	0,025	212	2	63	0,814	2%	3,37
	0,030	129	1	43	0,805	4%	3,00
	0,050	77	1	30	0,744	2%	2,57
0,005	0,100	38	1	20	0,642	2%	1,90
0,01	0,200	18	1	14	0,514	1%	1,29

Fonte: Autores (2024)

A Figura 4.12 apresenta os custos da inspeção por atributos e inspeção por variáveis para o exemplo $p_0=0,0025$ e $p_1=0,050$. É possível perceber que antes do ponto de equilíbrio, que ocorre em $2,57c_A$, a inspeção por variáveis apresenta um custo menor que a inspeção por atributos. Após isso, a inspeção por variáveis se torna mais cara.

A mesma análise foi realizada para verificar quando o plano de inspeção misto é mais vantajoso que o plano de inspeção por variáveis. A Tabela 4.11 apresenta os parâmetros de cada plano de inspeção, assim como os custos de se inspecionar um item por variáveis (c_V) que resultam em um mesmo custo para a inspeção mista e a inspeção por variáveis. Fazendo uma análise econômica do exemplo $p_0=0,001$ e $p_1=0,015$, pode-se dizer que a inspeção por variáveis é mais vantajosa que a inspeção mista desde que o valor de se inspecionar um item por variáveis seja até 5,73 vezes o valor de se inspecionar um item por atributos, ou seja $c_V < 5,73c_A$.

Figura 4.12 - Ponto de equilíbrio entre as inspeções por atributos e por variáveis ($p_0=0,0025$ e $p_1=0,050$)

Fonte: Autores (2024)

Tabela 4.12 - Relação de custos entre a inspeção por variáveis e mista ($\alpha =5\%$ e $\beta =10\%$)

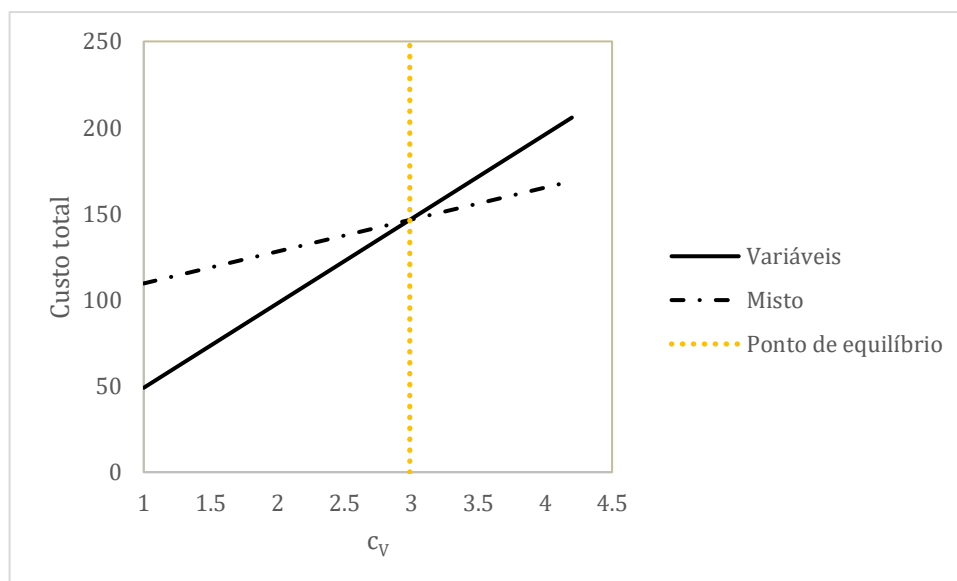
p_0	p_1	Misto					Variáveis		c_v/c_A
		n	Ac	k	TMA	Pr_V	n	k	
0,001	0,003	768	0	1,047	768	54%	420	1,024	90,79
	0,006	380	0	1,033	380	32%	136	0,973	24,33
	0,008	285	0	1,028	285	25%	94	0,952	12,03
	0,010	228	0	1,024	228	20%	73	0,933	8,67
	0,015	152	0	1,020	152	14%	48	0,901	5,73
	0,020	114	0	1,020	114	11%	36	0,875	4,81
0,0025	0,015	153	0	0,912	153	32%	94	0,870	3,41
	0,020	114	0	0,903	114	25%	64	0,845	3,19
	0,025	91	0	0,894	91	20%	49	0,825	2,99
	0,030	76	0	0,888	76	17%	40	0,808	2,83
	0,050	45	0	0,875	45	11%	24	0,761	2,34
0,005	0,100	22	0	0,744	22	10%	16	0,660	1,61
0,010	0,200	11	0	0,593	11	10%	9	0,537	1,40

Fonte: Autores (2024)

Ou seja, a vantagem econômica do plano de inspeção misto irá variar de acordo com cada processo. Cabe a cada empresa/setor avaliar qual plano é financeiramente melhor, uma vez que os custos de inspeção variam de acordo com o mensurando e com o processo de inspeção. Para processos de inspeção em que o custo de mensuração, comparado ao custo de classificação (inspeção por atributos), é maior que o ponto de equilíbrio, o plano de inspeção misto é mais econômico.

A Figura 4.13 apresenta os custos da inspeção por variáveis e inspeção mista para o exemplo $p_0=0,0025$ e $p_I=0,025$.

Figura 4.13 - Ponto de equilíbrio entre a inspeção por variáveis e mista ($p_0=0,0025$ e $p_I=0,025$)



Fonte: Autores (2024)

É possível perceber que antes do ponto de equilíbrio, que ocorre em $c_V = 2,99c_A$, a inspeção por variáveis apresenta um custo menor que a inspeção mista. Após isso, a inspeção mista se torna mais vantajosa, sendo a mais indicada nesse caso.

Nesse sentido, a decisão sobre qual o plano de amostragem é mais vantajoso depende da complexidade de cada processo de inspeção. Além disso, vale ressaltar que nem todos os produtos permitem a execução da inspeção por atributos ou a sua mensuração. Portanto, por mais que para um determinado processo, o custo de um plano de amostragem seja menor, pode ser que ele não seja possível de ser realizado devido à natureza do item a ser inspecionado.

5 CONCLUSÕES

Submeter à inspeção por variáveis a mesma amostra que foi submetida à inspeção por atributos trunca a distribuição de X . A partir de uma análise da literatura foi possível identificar planos de amostragem mistos que possuem inconsistências (Q1), comprovando que não se atentar à distribuição truncada ao elaborar planos de inspeção mistos gera riscos α e β que não condizem com os desejados (5%; 10%) e além disso, subestima o valor do TMA. Para $p_0=0,001$ e $p_1=0,002$, por exemplo, o TMA publicado foi de 1115,56, porém o TMA necessário para atingir os riscos desejados é de 1328,6 (Q2). Como a modelagem matemática de distribuições truncadas é complexa, a utilização de simulações de Monte Carlo se mostrou uma ferramenta confiável, que possibilitou o avanço dos estudos.

Este estudo apresentou uma alternativa para evitar que a distribuição de X seja truncada. Neste caso, a amostra submetida à inspeção por variáveis já não é a mesma daquela submetida à inspeção por atributos. Porém, foi possível perceber que, apesar de facilitar os cálculos matemáticos, essa alternativa não é viável em termos de TMA (Q4). Para o caso de $p_0=0,001$ e $p_1=0,002$, por exemplo, o TMA do PAMR truncado é de 1328,6 enquanto o TMA do PAMR não truncado é de 2521,4.

A literatura sobre PAMR apresenta uma expressão que superestima a probabilidade $Pr\{\hat{C}_{pk} < \theta\}$. Isso também afeta os riscos α e β (alcançando até 97,10% para o caso do [B-MSP (2020)]) assim como o TMA (Q5). Outros estudos se basearam nessa expressão para a obtenção dos valores ótimos dos planos de inspeção propostos. Esse fato comprova que o erro tem sido propagado na literatura e ressalta então, a importância deste trabalho.

Além disso, abordou-se como a liberdade de ajustar os limites (LI, LS), utilizado para o cálculo do $\hat{C}_R$, afeta o TMA. Foi possível perceber que essa possibilidade gera uma redução no TMA, quando comparado com o PAMR (Q3). Por exemplo, considerando $p_0=0,001$ e $p_1=0,002$, o TMA do PAMR baseado no $\hat{C}_{pk}$ é de 1328,6 e o do PAMR baseado no $\hat{C}_R$ é de 852,3. Essa é, portanto, mais uma contribuição deste trabalho.

Nesse estudo também foi realizada uma análise em termos de custos, permitindo identificar quando cada tipo de inspeção é vantajoso. Para cada combinação (p_0, p_1) foi identificado o ponto de equilíbrio entre o plano de inspeção por atributos por variáveis, e entre o plano de inspeção por variáveis e misto (Q6). Comparando o plano de inspeção por atributos e por variáveis e considerando $p_0=0,001$ e $p_1=0,003$, por exemplo, o ponto de equilíbrio é 9,34 C_A . Até esse valor, a inspeção por variáveis é mais vantajosa. Comparando a inspeção por variáveis com a inspeção mista para esse mesmo par (p_0, p_1) , o ponto de

equilíbrio é 90,79_{CA}. Até esse valor, a inspeção por variáveis é mais vantajosa que a inspeção mista. Portanto, cabe a cada empresa avaliar qual tipo de inspeção é mais vantajoso para cada processo, considerando a complexidade exigida para inspecionar os produtos.

Por fim, esse estudo possui algumas limitações. As análises focaram, principalmente, em planos de amostragem mistos. A estatística amostral utilizada nesse estudo foi o índice $\hat{C}_{pk}$. Os resultados de estudo econômico são válidos apenas para os planos de inspeção baseados no $\hat{C}_{pk}$ e não incluem estratégias amostrais como amostragem dupla, dependente, sequencial, dentre outras. Futuros estudos são indicados para outras estatísticas amostrais e outras estratégias de amostragem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APARISI, F.; HO, L. L. M-ATTRIVAR: An attribute-variable chart to monitor multivariate process means. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 34, n. 2, p. 214–228, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/qre.2250>

ARAÚJO, E. P. M.; MARTINS, M. C.; TEIXEIRA, D. G.; MELO, P. F. F. e. A Monte Carlo Uncertainty Propagation on the Accident Rate of a Plant Equipped with a Single Protection Channel Considering Truncated Probability Distributions. n. Esrel, p. 1034–1040, 2023. Disponível em: https://doi.org/10.3850/978-981-18-5183-4_r18-17-462-cd

ASLAM, M.; AZAM, M.; JUN, C. A new lot inspection procedure based on exponentially weighted moving average. **International Journal of Systems Science**, v. 46, n. 8, p. 1392–1400, 2013 a. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00207721.2013.822128>

ASLAM, M.; AZAM, M.; JUN, C. H. A mixed repetitive sampling plan based on process capability index. **Applied Mathematical Modelling**, v. 37, n. 24, p. 10027–10035, 2013 b. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.05.058>

ASLAM, M.; AZAM, M.; KHAN, N.; JUN, C. A mixed control chart to monitor the process. **International Journal of Production Research**, v. 53, n. 15, p. 4684–4693, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00207543.2015.1031354>

ASLAM, M.; BALAMURALI, S.; ARIF, T. Improved double acceptance sampling plan based on truncated life test for some popular statistical distributions. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, n. June 2015, p. 37–41, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00949655.2015.1016945>

ASLAM, M.; BALAMURALI, S.; JUN, C. H. A new multiple dependent state sampling plan based on the process capability index. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, v. 50, n. 6, p. 1711–1727, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610918.2019.1588307>

ASLAM, M.; BALAMURALI, S.; JUN, C. H. Determination and economic design of a generalized multiple dependent state sampling plan. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, v. 50, n. 11, p. 3465–3482, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610918.2019.1626883>

ASLAM, M.; WU, C. W.; AZAM, M.; JUN, C. H. Variable sampling inspection for resubmitted lots based on process capability index Cpk for normally distributed items. **Applied Mathematical Modelling**, v. 37, n. 3, p. 667–675, 2013 a. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.02.048>

ASLAM, M.; WU, C. W.; AZAM, M.; JUN, C. H. Mixed acceptance sampling plans for product inspection using process capability index. **Quality Engineering**, v. 26, n. 4, p. 450–459, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/08982112.2014.903970>

ASLAM, M.; WU, C. W.; JUN, C. H.; AZAM, M.; ITAY, N. Developing a variables repetitive group sampling plan based on process capability index Cpk with unknown mean and variance. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v. 83, n. 8, p. 1507–1517, 2013 b. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00949655.2012.663374>

BALAMURALI, S. A new mixed chain sampling plan based on the process capability index for product acceptance. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, v. 46, n. 7, p. 5423–5439, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610918.2016.1158833>

BALAMURALI, S. Optimal designing of a new mixed variable lot-size chain sampling plan based on the process capability index. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 47, n. 10, p. 2490–2503, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610926.2017.1339089>

BALAMURALI, S. Combined attri-vari inspection policy for resubmitted lots based on the process capability index. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, v. 0, n. 0, p. 1–20, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610918.2020.1771367>

BALAMURALI, S.; ASLAM, M. Determination of multiple dependent state repetitive group sampling plan based on the process capability index. **Sequential Analysis**, v. 38, n. 3, p. 385–399, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/07474946.2019.1648930>

BALAMURALI, S.; ASLAM, M.; AHMAD, L. Determination of a new mixed variable lot-size multiple dependent state sampling plan based on the process capability index. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 47, n. 3, p. 615–627, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610926.2017.1309435>

BALAMURALI, S.; ASLAM, M.; AHMAD, L.; JUN, C. H. A mixed double sampling plan based on Cpk. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 49, n. 8, p. 1840–1857, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610926.2019.1565836>

BALAMURALI, S.; ASLAM, M.; JUN, C. H. Designing of two mixed variable lot-size sampling plans using repetitive sampling and resampling based on the process capability index. **Sequential Analysis**, v. 35, n. 4, p. 413–422, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/07474946.2016.1238246>

BALAMURALI, S.; USHA, M. Optimal designing of variables quick switching system based on the process capability index C pk. **Journal of Industrial and Production Engineering**, v. 31, n. 2, p. 85–94, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/21681015.2014.893929>

BALAMURALI, S.; USHA, M. Designing of Variables Modified Chain Sampling Plan Based on the Process Capability Index with Unknown Mean and Variance. **American Journal of Mathematical and Management Sciences**, v. 36, n. 4, p. 363–377, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/01966324.2017.1369913>

BASHIRI, M.; AMIRI, A.; DOROUDYAN, M. H.; ASGARI, A. Multi-objective

genetic algorithm for economic statistical design of $\bar{X}$ control chart. **Scientia Iranica**, v. 20, n. 3, p. 909–918, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.scient.2013.05.008>

CAMPOS LEONI, R.; BRANCO COSTA, A. F. The performance of the truncated mixed control chart. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 48, n. 17, p. 4294–4301, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610926.2018.1494284>

CASTILLO, E. Del; MACKIN, P.; MONTGOMERY, D. C. Multiple-criteria optimal design of $\bar{X}$ control charts. **IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)**, v. 28, n. 6, p. 467–474, 1996. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/07408179608966293>

CELANO, G.; FICHERA, S. Multiobjective Economic Design of an $\bar{X}$ Control Chart. **Computers & Industrial Engineering**, v. 37, p. 129–132, 1999.

CHEN, Y. K.; LIAO, H. C. Multi-criteria design of an $\bar{X}$ control chart. **Computers & Industrial Engineering**, v. 46, n. 4 SPEC. ISS., p. 877–891, 2004. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2004.05.020>

CHIU, W. K. Economic Design of Attribute Control Charts. **Technometrics**, v. 17, n. 1, p. 81–87, 1975.

COHEN, A. C. J. On Estimating the Mean and Variance of Singly Truncated Normal Frequency Distributions from the First Three Sample Moments. **Annals of the Institute of Statistical Mathematics**, v. 3, n. 1, p. 37–44, 1951.

COLLINS, R. D. **Statistically and Economically Based Attribute Acceptance Sampling Models With Inspection Errors**. 1974.

COSTA, A. F. B. Comparing the sequential and the repetitive Cpk sampling plans. **Quality and Reliability Engineering International**, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/qre.3395>

COSTA, A. F. B. Comparing the performance of the Cpk and ($\bar{X}$, S) sampling plans. **Quality and Reliability Engineering International**, n. January, p. 4123–4130, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/qre.3605>

COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. **Controle Estatístico de Qualidade**. 1. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2004.

DEVAARUL, S.; SENTHIL KUMAR, D. Development of two stages variable sampling plans (2S-VSP) with measures of mean and variance for continuous production process. **International Journal of Scientific and Technology Research**, v. 8, n. 12, p. 1630–1633, 2019.

DUARTE, B. P. M.; GRANJO, J. F. O. Optimal exact design of double acceptance sampling plans by attributes. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v. 89, n. 17, p. 3313–3329, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00949655.2019.1663519>

DUNCAN, A. J. The Economic Design of $\bar{X}$ Charts used to Maintain Current Control of a Process. **Journal of the American Statistical Association**, v. 51, n. 274, p. 228–242, 1956.

FARAZ, A.; SANIGA, E. Multiobjective genetic algorithm approach to the economic statistical design of control charts with an application to $\bar{X}$ and S^2 charts. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 29, n. 3, p. 407–415, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/qre.1390>

FRANCO, B. C.; COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. Economic-statistical design of the $\bar{X}$ chart used to control a wandering process mean using genetic algorithm. **Expert Systems with Applications**, v. 39, n. 17, p. 12961–12967, 2012. Disponível em:

<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.05.034>

GOEL, A. L.; JAIN, S. . C. .; WU, S. . M. . An Algorithm for the Determination of the Economic Design of $\bar{X}$ - Charts Based on Duncan ' s Model. **Journal of the American Statistical Association**, v. 63, n. 321, p. 304–320, 1968.

GOLUB, A. Designing Single-Sampling Inspection Plans when the Sample Size is Fixed. **Journal of the American Statistical Association**, v. 48, n. 262, p. 278–288, 1953. Disponível em: <https://doi.org/10.4135/9781412961288.n9>

GOVINDARAJU, K.; GANESALINGAM, S. Sampling inspection for resubmitted lots. **Communications in Statistics Part B: Simulation and Computation**, v. 26, n. 3, p. 1163–1176, 1997. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610919708813433>

GREENE, W. H. **Econometric analysis**. 5th. ed. New York: NY: Prentice Hall, 2002.

GRUBBS, B. F. E. On designing single sampling inspection plans. **The Annals of Mathematical Statistics**, 1949.

GUTHRIE, D. J.; JOHNS, M. V. Bayes Acceptance Sampling Procedures for Large Lots. **The Annals of Mathematical Statistics**, v. 30, n. 4, p. 896–925, 1959. Disponível em: <https://doi.org/10.1214/aoms/1177733256>

HALD, A. The Determination of Single Sampling Attribute Plans with Given Producer's and Consumer's Risk. **Technometrics**, v. 9, n. 3, p. 401–415, 1967. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00401706.1967.10490484>

HAQ, A.; WOODALL, W. H. A misuse of the EWMA-type statistic in acceptance sampling applications. **Quality and Reliability Engineering International**, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/qre.3240>

HO, L. L.; APARISI, F. ATTRIVAR: optimized control charts to monitor process mean with lower operational cost. **Intern. Journal of Production Economics**, v. 182, p. 472–483, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2016.09.011>

HO, L. L.; DA COSTA QUININO, R. Combining attribute and variable data to monitor process variability: MIX S 2 control chart. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 87, n. 9–12, p. 3389–3396, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00170-016-8702-5>

HSU, B.-M.; WANG, T.-C.; SHU, M.-H. Lot-dependent Sampling Plans for Qualifying Long-term Production Capability with a One-Sided Specification. **Computers & Industrial Engineering**, v. 146, p. 106583, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106583>

HSU, L. F.; HSU, J. T. Economic design of acceptance sampling plans in a two-stage supply chain. **Advances in Decision Sciences**, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/2012/359082>

HUSSAIN, J.; BALAMURALI, S.; ASLAM, M.; JUN, C. H. SkSP-R sampling plan based on process capability index. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 46, n. 6, p. 2955–2966, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610926.2015.1053939>

JIANG, C.; HAN, X.; LU, G. Y. A hybrid reliability model for structures with truncated probability distributions. **Acta Mechanica**, v. 223, n. 9, p. 2021–2038, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00707-012-0691-3>

KANNAN, G.; JEYADURGA, P.; BALAMURALI, S. Economic design of repetitive

group sampling plan based on truncated life test under exponentiated half logistic distribution. **Quality Engineering**, v. 33, n. 2, p. 335–347, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/08982112.2020.1867176>

KIM, H.-J. On the Distribution and Its Properties of the Sum of a Normal and a Doubly Truncated Normal. **Communications for Statistical Applications and Methods**, v. 13, n. 2, p. 255–266, 2006. Disponível em: <https://doi.org/10.5351/ckss.2006.13.2.255>

KURNIATI, N.; YEH, R. H.; WU, C. W. Designing a variables two-plan sampling system of type TNTVSS-(nT, nN; K) for controlling process fraction nonconforming with unilateral specification limit. **International Journal of Production Research**, v. 53, n. 7, p. 2011–2025, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00207543.2014.946159>

LEE, A. H. I.; WU, C. W.; WANG, Z.; WANG, Z. The construction of a modified sampling scheme by variables inspection based on the one-sided capability index. **Computers & Industrial Engineering**, v. 122, p. 87–94, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.05.037>

LEPORE, A.; PALUMBO, B.; CASTAGLIOLA, P. A note on decision making method for product acceptance based on process capability indices Cpk and Cpmk. **European Journal of Operational Research**, v. 267, n. 1, p. 393–398, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.12.032>

LIN, T. I.; WANG, W. L. On moments of truncated multivariate normal/independent distributions. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 199, n. November 2023, p. 105248, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jmva.2023.105248>

LIU, S. W.; WU, C. W.; TSAI, Y. H. An adjustable inspection scheme for lot sentencing based on one-sided capability indices. **Applied Mathematical Modelling**, v. 96, p. 766–778, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.03.034>

LO, V. S. Y. On Estimation Methods of Input Parameters for Economic Attribute Control Charts. **Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician)**, v. 43, n. 3, p. 439–451, 1994.

LORENZEN, T. J.; VANCE, L. C. The economic design of control charts: A unified approach. **Technometrics**, v. 28, n. 1, p. 3–10, 1986. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00401706.1986.10488092>

MARQUES, R. A. M.; MACIEL, A. C.; COSTA, A. F. B.; SANTOS, K. R. S. The design of the mixed repetitive sampling plans based on the Cpk index. **International Journal of Quality & Reliability Management**, v. 41, n. 2, p. 674–697, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1108/IJQRM-07-2022-0231>

MILITARY STANDARD 105E. Sampling Procedures and Tables for Inspection by Attributes. 1989.

MILITARY STANDARD 414. Sampling Procedures and Tables for Inspection by Variables for Percent Defective. 1957.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 6. ed. 2017.

MOSTOFI, A. G.; SHIRKANI, S. Designing a single-sampling plan for attributes in the presence of classification errors. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, v. 49, n. 7, p. 1768–1782, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610918.2018.1506029>

NARAYANAN, M. S.; JEYADURGA, P.; BALAMURALI, S. Optimal and economic

design of modified double sampling plan under new Weibull–Pareto distribution. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v. 41, n. 5, p. 1235–1252, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1108/IJQRM-04-2022-0132>

NBR 5426. **Planos de amostragem e procedimentos na inspeção por atributos**. 1985.

NELSON, L. S. The Sum of Values from a Normal and a Truncated Normal Distribution. **Technometrics**, v. 6, n. 4, p. 469–471, 1964. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00401706.1964.10490210>

NEZHAD, M. S. F.; QAZVINI, E. A new economical scheme of acceptance sampling plan in a two-stage approach based on the maxima nomination sampling technique. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, v. 39, n. 7, p. 1097–1103, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/0142331216629203>

NEZHAD, M. S. F.; SEIFI, S. Designing optimal double-sampling plan based on process capability index. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 46, n. 13, p. 6624–6634, 2017 a. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610926.2015.1132325>

NEZHAD, M. S. F.; SEIFI, S. Repetitive group sampling plan based on the process capability index for the lot acceptance problem. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v. 87, n. 1, p. 29–41, 2017 b. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00949655.2016.1189553>

NIAKI, S. T. A.; ERSHADI, M. J. A hybrid ant colony, Markov chain, and experimental design approach for statistically constrained economic design of MEWMA control charts. **Expert Systems with Applications**, v. 39, n. 3, p. 3265–3275, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.09.014>

NIAKI, S. T. A.; MALAKI, M.; ERSHADI, M. J. A particle swarm optimization approach on economic and economic-statistical designs of MEWMA control charts. **Scientia Iranica**, v. 18, n. 6, p. 1529–1536, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.scient.2011.09.007>

OVIEDO-TRESPALACIOS, O.; PENABAENA-NIEBLES, R. Multi-objective approximation for the optimal design of control charts with variable parameters using the taguchi loss function. **2019 6th International Conference on Control, Decision and Information Technologies, CoDIT 2019**, p. 379–384, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/CoDIT.2019.8820392>

PARAÍBA, C. C. M. **Modelos Não Lineares Truncados Mistos para Locação e Escala**. 2015.

PEARN, W. L.; HUNG, H. N.; PENG, N. F.; HUANG, C. Y. Testing process precision for truncated normal distributions. **Microelectronics Reliability**, v. 47, n. 12, p. 2275–2281, 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.microrel.2006.12.001>

PEARN, W. L.; SHU, M.-H. Manufacturing capability control for multiple power-distribution switch processes based on modified Cpk MPPAC. **Microelectronics Reliability**, v. 43, p. 963–975, 2003. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0026-2714\(03\)00096-9](https://doi.org/10.1016/S0026-2714(03)00096-9)

PEARN, W. L.; WU, C. W. An effective decision making method for product acceptance. **Omega**, v. 35, n. 1, p. 12–21, 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.omega.2005.01.018>

POLANSKY, A. M.; CHOU, Y. M.; MASON, R. L. Estimating process capability indices for a truncated distribution. **Quality Engineering**, v. 11, n. 2, p. 257–265, 1998.

Disponível em: <https://doi.org/10.1080/08982119808919237>

PU, X.; LI, Y.; XIANG, D. Mixed variables-attributes test plans for single and double acceptance sampling under exponential distribution. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2011, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/2011/575036>

RAO, G. S.; ASLAM, M.; JUN, C. A variable sampling plan using generalized multiple dependent state based on a one-sided process capability index. **Communications in Statistics - Simulation and Computation**, v. 50, n. 9, p. 2666–2677, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610918.2019.1612431>

RIEW, M. C.; BAI, D. S. Economic Attributes Acceptance Sampling Plan With Three Decision Criteria. **Journal of Quality Technology**, v. 16, n. 3, p. 136–143, 1984. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00224065.1984.11978905>

SAFAEI, A. S.; KAZEMZADEH, R. B.; NIAKI, S. T. A. Multi-Objective economic statistical design of X-Bar control chart considering taguchi loss function. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 59, n. 9–12, p. 1091–1101, 2012 a. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00170-011-3550-9>

SAFAEI, A. S.; KAZEMZADEH, R. B.; NIAKI, S. T. A. Multiobjective design of an S control chart for monitoring process variability. **International Journal of Multicriteria Decision Making**, v. 2, n. 4, p. 408–424, 2012 b. Disponível em: <https://doi.org/10.1504/IJMCDM.2012.050679>

SAMINATHAN, B.; MAHALINGAM, U. A new mixed repetitive group sampling plan based on the process capability index for product acceptance. **International Journal of Quality and Reliability Management**, v. 35, n. 2, p. 463–480, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1108/IJQRM-11-2016-0213>

SANIGA, E. M. Economic statistical control-chart designs with an application to x and r charts. **Technometrics**, v. 31, n. 3, p. 313–320, 1989. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00401706.1989.10488554>

SCAGLIARINI, M. A sequential test and a sequential sampling plan based on the process capability index Cpmk. **Computational Statistics**, v. 37, n. 3, p. 1523–1550, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00180-021-01169-1>

SCHILLING, E. G.; DODGE, H. F. On some joint probabilities useful in mixed acceptance sampling. **Technical Report**, Rutgers University, n. N-26, 1966.

SCHILLING, E. G.; DODGE, H. F. Tables of joint probabilities useful in evaluating mixed acceptance sampling plans. **Technical Report**, Rutgers University, n. N-28, 1967 a.

SCHILLING, E. G.; DODGE, H. F. Dependent mixed acceptance sampling plans and their evaluation. **Technical Report**, Rutgers University, n. N-26, 1967 b.

SCHILLING, E. G.; DODGE, H. F. Procedures and Tables for Evaluating Dependent Mixed Acceptance Sampling Plans. **Technometrics**, v. 11, n. 2, p. 341–372, 1969. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00401706.1969.10490690>

SEIFI, S.; NEZHAD, M. S. F. Variable sampling plan for resubmitted lots based on process capability index and Bayesian approach. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 88, n. 9–12, p. 2547–2555, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00170-016-8958-9>

SHERMAN, R. E. Design and Evaluation of a Repetitive Group Sampling Plan. **Technometrics**, v. 7, n. 1, p. 11–21, 1965. Disponível em:

<https://doi.org/10.1080/00401706.1965.10490222>

SIMÕES, F. D.; FERNANDO, A.; COSTA, B.; APARECIDA, M.; MACHADO, G. The Trinomial ATTRIVAR control chart. **International Journal of Production Economics**, v. 224, p. 107559, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.107559>

SRIDEVI, S.; JEYADURGA, P.; BALAMURALI, S. Determination of modified double sampling plan based on the process capability index. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v. 93, n. 9, p. 1441–1460, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00949655.2022.2140156>

STEWART, R. D.; MONTGOMERY, D. C.; HEIKES, R. G. Choice of double sampling plans based on prior distributions and costs. **AIIE Transactions**, v. 10, n. 1, p. 19–30, 1978. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/05695557808975179>

SWEET, A. L.; TU, J. F. Evaluating tolerances and process capability when using truncated probability density functions. **International Journal of Production Research**, v. 44, n. 17, p. 3493–3508, 2006. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00207540500521576>

TAYLOR, H. M. The Economic Design of Cumulative Sum Control Charts. **Technometrics**, v. 10, n. 3, p. 479–488, 1968.

TOKMACHEV, M. S. Modeling of truncated probability distributions. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, v. 441, n. 1, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/441/1/012056>

TURRIONI, J. B.; MELLO, C. H. P. Metodologia de pesquisa em engenharia de produção. **Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI**, p. 191, 2012. Disponível em: http://www.carlosmello.unifei.edu.br/Disciplinas/Mestrado/PCM-10/Apostila-Mestrado/Apostila_Metodologia_Completa_2012.pdf

USHA, M.; BALAMURALI, S. Designing of a mixed-chain sampling plan based on the process capability index with chain sampling as the attributes plan. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 46, n. 21, p. 10456–10475, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610926.2016.1236961>

WANG, F. K.; TAMIRAT, Y.; LO, S. C.; ASLAM, M. Dependent Mixed and Mixed Repetitive Sampling Plans for Linear Profiles. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 33, n. 8, p. 1669–1683, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/qre.2134>

WANG, T. C.; WU, C. W.; HSU, B. M.; SHU, M. H. Process-capability-qualified adjustable multiple-dependent-state sampling plan for a long-term supplier–buyer relationship. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 37, n. 2, p. 583–597, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/qre.2750>

WILLIAMS, W. W.; LOONEY, S. W.; PETERS, M. H. Use of curtailed sampling plans in the economic design of np-control charts. **Technometrics**, v. 27, n. 1, p. 57–63, 1985. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00401706.1985.10488014>

WOODALL, W. H.; LORENZEN, T. J.; VANCE, L. C. Weaknesses of the Economic Design of Control Charts. **Technometrics**, v. 28, n. 4, p. 408, 1986. Disponível em: <https://doi.org/10.2307/1269000>

WU, C. W.; ASLAM, M.; CHEN, J. C.; JUN, C. H. A repetitive group sampling plan by variables inspection for product acceptance determination. **European Journal of Industrial Engineering**, v. 9, n. 3, p. 308–326, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1504/EJIE.2015.069340>

WU, C. W.; ASLAM, M.; JUN, C. H. Variables sampling inspection scheme for resubmitted lots based on the process capability index Cpk. **European Journal of Operational Research**, v. 217, n. 3, p. 560–566, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.09.042>

WU, C. W.; DARMAWAN, A.; LIU, S. W. Stage-independent multiple sampling plan by variables inspection for lot determination based on the process capability index Cpk. **International Journal of Production Research**, v. 61, n. 10, p. 3171–3183, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2078745>

WU, C. W.; LEE, A. H. I.; CHEN, Y. W. A Novel Lot Sentencing Method by Variables Inspection Considering Multiple Dependent State. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 32, n. 3, p. 985–994, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/qre.1808>

WU, C. W.; LEE, A. H. I.; CHIEN, C. C. A variables multiple dependent state sampling plan based on a one-sided capability index. **Quality Engineering**, v. 29, n. 4, p. 719–729, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/08982112.2017.1288913>

WU, C. W.; LEE, A. H. I.; HUANG, Y. A variable-type skip-lot sampling plan for products with a unilateral specification limit. **International Journal of Production Research**, v. 59, n. 14, p. 4140–4156, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1757778>

WU, C. W.; LEE, A. H. I.; HUANG, Y. Developing a skip-lot sampling scheme by variables inspection using repetitive sampling as a reference plan. **International Journal of Production Research**, v. 60, n. 10, p. 3018–3030, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00207543.2021.1909768>

WU, C. W.; LEE, A. H. I.; LIU, S. W.; SHIH, M. H. Capability-based quick switching sampling system for lot disposition. **Applied Mathematical Modelling**, v. 52, p. 131–144, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.07.050>

WU, C. W.; PEARN, W. L. A variables sampling plan based on Cpmk for product acceptance determination. **European Journal of Operational Research**, v. 184, n. 2, p. 549–560, 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.11.032>

WU, C. W.; SHU, M. H.; WANG, P. A.; HSU, B. M. Variables skip-lot sampling plans on the basis of process capability index for products with a low fraction of defectives. **Computational Statistics**, v. 36, n. 2, p. 1391–1413, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00180-020-01049-0>

YAN, A.; LIU, S.; DONG, X. Designing a multiple dependent state sampling plan based on the coefficient of variation. **SpringerPlus**, v. 5, n. 1, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1186/s40064-016-3087-3>

YEGANEH, R. R.; AYOUBI, M. Designing two mixed quick switching sampling plans for linear profiles. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 40, n. 2, p. 1026–1041, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/qre.3454>

YEN, C.-H.; CHANG, C.; ASLAM, M.; JUN, C. Multiple Dependent State Repetitive Sampling Plans based on One-Sided Process Capability Indices. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 0926, n. May, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610926.2017.1321121>

YEN, C. The economic design of variable acceptance sampling plan with rectifying inspection. 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1108/K-05-2013-0091>

YEN, C.; CHANG, C.; ASLAM, M. Repetitive variable acceptance sampling plan for

one-sided specification. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, n. February 2015, p. 37–41, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00949655.2013.862791>

YEN, C. H.; CHANG, C. H.; LEE, C. C. A new multiple dependent state sampling plan based on one-sided process capability indices. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 126, n. 7–8, p. 3297–3309, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00170-023-11310-7>

YEN, C. H.; MA, H.; YEH, C. H.; CHANG, C. H. The economic design of variable acceptance sampling plan with rectifying inspection. **Kybernetes**, v. 44, n. 3, p. 440–450, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1108/K-05-2013-0091>

YEN, C.; LEE, C.; LO, K.; SHIUE, Y. A Rectifying Acceptance Sampling Plan Based on the Process Capability Index. **Mathematics**, v. 8, n. 141, 2020.

ZARANDI, M. H. F.; ALAEDDINI, A.; TURKSEN, I. B.; GHAZANFARI, M. A neuro-fuzzy multi-objective design of shewhart control charts. **Advances in Soft Computing**, v. 41, p. 842–852, 2007. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-540-72432-2_84

ZEIGLER, R. K.; GOLDMAN, A. A Double Sampling Plan for Two Comparing Variances. **Journal of the American Statistical Association**, v. 67, n. 339, p. 698–701, 1972.

ZEIGLER, R. K.; TIETJEN, G. L. Double Sampling Plans where the Acceptance Criterion is the Variance. **Technometrics**, v. 10, n. 1, p. 99–106, 1968. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00401706.1968.10490538>

ZHOU, L.; LI, Z.; LI, Y.; ZHANG, N.; HAN, J. Structure buckling hybrid reliability analysis of a supercavitating projectile using a model with truncated probability and multi-ellipsoid convex set uncertainties. **Mechanics Based Design of Structures and Machines**, v. 45, n. 2, p. 173–189, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/15397734.2016.1160786>

APÊNDICE A – Artigos Gerados no Tema da Tese

Artigo aprovado em *Journal*:

- MARQUES, R. A. M.; MACIEL, A. C.; COSTA, A. F. B.; SANTOS, K. R. S.. The design of the mixed repetitive sampling plans based on the Cpk index. Artigo submetido à **International Journal of Quality and Reliability Management**.

Artigos em congresso:

- MARQUES, R. A. M.; MACIEL, A. C.; COSTA, A. F. B.; BALESTRASSI, P. P.. Desempenho do EWMA aplicado à previsão de consumo energético de uma universidade. **ENEGEP 2023**.
- MARQUES, R. A. M.; CESÁRIO, M. C.; COSTA, A. F. B.. Planos de Inspeção para Avaliação de Lotes Baseados em Índices de Capacidade: Uma Revisão de Literatura. **ENEGEP 2024**.
- MACIEL, A. C.; MARQUES, R. A. M.; COSTA, A. F. B.. Estudos Comparativos dos Planos de Amostragens Simples Baseados nos Estimadores Amostrais do Cpk e da Variância. **ENEGEP 2024**.
- MARQUES, R. A. M.; SOUZA, L. L.; GAUDÊNCIO, J. H. D.; CESÁRIO, M. C.. Método de Aprendizagem Ativa para Ensino de Inspeção de Qualidade. **SIMPEP 2024**.

APÊNDICE B – Simulação para conferência de equações

USE MSIMSL

REAL N, RE, TMA, REM, P0, P1, LIE, LSE, MEDIA, S, LAMBDA

REAL Z(1000), X(1000), DP, XM, KR, KA, CPinf, CPsup, CPK, AC

INTEGER A

!Digite KA=KR e P1=P0 para avaliação das equações

PRINT*, 'DIGITE A PROPORCAO DE DEFEITUOSOS DENTRO E FORA DE
CONTROLE'

PRINT*, 'DIGITE O TAMANHO DA AMOSTRA'

PRINT*, 'DIGITE KA'

PRINT*, 'DIGITE KR'

READ(*,*)P0,P1, N, KA, KR

LAMBDA=ANORIN(P0/2)/ANORIN(P1/2)

NR=N

LIE=ANORIN(P0/2)

LSE=-(ANORIN(P0/2))

DP=1

XM=0

AC=0

RE=0

A=0

DO 10 I=1,100000

100 A=A+1

MEDIA=0.0

S=0.0


```

DO 1000 J=1,N
CALL RNNOR (NR, Z)
X(J)=Z(J)*LAMBDA*DP+XM
MEDIA=MEDIA+X(J)
1000 CONTINUE

MEDIA=MEDIA/N
DO 10000 J=1,N
S=S+((X(J)-MEDIA)**2)
10000 CONTINUE

S=SQRT(S/(N-1))
CPinf=(MEDIA-LIE)/(3*S)
CPsup=(LSE-MEDIA)/(3*S)
CPK= MIN(CPinf, CPsup)

IF (CPK>=KA) THEN
AC=AC+1
GOTO 10
ELSE
RE=RE+1
GOTO 10
END IF

10 CONTINUE
TMA=(A*N)/100000
REM=(RE/100000)*100
AC=(AC/100000)*100
WRITE(*,25)' Tamanho médio de amostras:', TMA
WRITE(*,25)' Proporção média de rejeição:', REM
WRITE(*,25)' Proporção média de aceitação:', AC
25 FORMAT(A,1F14.7)
READ(*,*)
END

```

APÊNDICE C – Simulação do PAMR

```

USE MSIMSL
REAL R(1400), COUNT ,C , SUM ,MEAN,SQUAD ,DP ,CPK ,CICLOS, XSTD
REAL KA, KR, USL, LSL, XM
INTEGER NR, NC, AT, V

PRINT*,'DIGITE USL, DESVIO, DESLOC, C'
READ(*,*)USL, XSTD, XM, NC

5000  CONTINUE

PRINT*,'DIGITE N, KA, KR'
READ(*,*) NR, KA, KR

LSL=-USL
AT=0
V=0
COUNT=0
NA=0
CICLOS=100000

DO 20 J=1,CICLOS
  NA=NA+1
500  CONTINUE
  C=0
  CALL RNNOR (NR, R)
  CALL SSCAL (NR, XSTD, R, 1)
  CALL SADD (NR, XM, R, 1)
  DO 10 I =1,NR
    IF (R(I).LT. LSL.OR. R(I).GT.USL) THEN
      C=C+1
    ENDIF
  10  CONTINUE
  20  CONTINUE

```

```

    AT=AT+1
    IF (C.GT.NC) THEN
    V=V+1
    SUM=0
    SQUAD=0
    DO 30 K=1,NR
    SUM=SUM+R(K)
    SQUAD=SQUAD+R(K)*R(K)
30  CONTINUE
    MEAN=SUM/NR
    VAR=(SQUAD-NR*MEAN*MEAN)/(NR-1)
    DP=SQRT(VAR)
    IF (MEAN.LT.0) THEN
    CPK=(MEAN-LSL)/(3*DP)
    ELSE
    CPK=(USL-MEAN)/(3*DP)
    ENDIF
    IF (CPK.GT. KR. AND. CPK.LT.KA) THEN
    NA=NA+1
    GOTO 500
    ENDIF
    IF (CPK.LT. KR) COUNT=COUNT+1
    ENDIF
20  CONTINUE
    WRITE(*,100) 1-(COUNT/CICLOS) ,NR*NA/CICLOS
    WRITE(*,100) AT/CICLOS ,V/CICLOS
100  FORMAT(2F14.7)
    GOTO 5000
    END

```

APÊNDICE D – Simulação do PAMR baseado no $\hat{C}_R$

```

      USE MSIMSL
      REAL R(2000), COUNT ,C , SUM ,MEAN,SQUAD ,DP ,CPK ,CICLOS,XSTD,
& KA, KR , UL, LL , XST1
      INTEGER NR
4444  CONTINUE
      WRITE(*,269)
269   FORMAT(" DIGITE CICLOS, LAMBDA, C")
      READ(*,*)CICLOS,XST1 ,NC
      WRITE(*,268)
268   FORMAT(" DIGITE UL, N, K, W")
      COUNT=0
      NA=0
      SOMA=0
      XSTD=1.0
      READ(*,*) UL,NR,KA,KR
      LL=-UL

      DO 20 J=1,CICLOS
      NA=NA+1
      SOMA=SOMA+NR
500   CONTINUE
      C=0
      CALL RNNOR (NR, R)
      CALL SSCAL (NR, XSTD, R, 1)

      DO 10 I =1,NR
      IF (R(I).LT. LL.OR. R(I).GT.UL) THEN
      C=C+1
      ENDIF
10    CONTINUE
      IF (C.GT.NC) THEN
      SUM=0

```

```

SQUAD=0

DO 30 K=1,NR
SUM=SUM+R(K)
SQUAD=SQUAD+R(K)*R(K)
30  CONTINUE
MEAN=SUM/NR
VAR=(SQUAD-NR*MEAN*MEAN)/(NR-1)
DP=SQRT(VAR)
IF (MEAN.LT.0) THEN
CPK=(MEAN-LL)/(3*DP)
ELSE
CPK=(UL-MEAN)/(3*DP)
ENDIF
IF (CPK.GT. KR. AND. CPK.LT.KA) THEN
NA=NA+1
SOMA=SOMA+NR
GOTO 500
ENDIF
IF (CPK.LT. KR) COUNT=COUNT+1
ENDIF
20  CONTINUE
WRITE(*,100) COUNT/CICLOS ,NR*NA/CICLOS  ,SOMA/CICLOS
100 FORMAT("  alpha=",3F14.7)
XSTD=XST1
COUNT=0
NA=0
SOMA=0

DO 21 J=1,CICLOS
NA=NA+1
SOMA=SOMA+NR
501 CONTINUE
C=0

```

```

CALL RNNOR (NR, R)
CALL SSCAL (NR, XSTD, R, 1)

DO 11 I =1,NR
  IF (R(I).LT. LL.OR. R(I).GT.UL) THEN
    C=C+1
  ENDIF
11  CONTINUE
  IF (C.GT.NC) THEN
    SUM=0
    SQUAD=0

    DO 31 K=1,NR
      SUM=SUM+R(K)
      SQUAD=SQUAD+R(K)*R(K)
31  CONTINUE
      MEAN=SUM/NR
      VAR=(SQUAD-NR*MEAN*MEAN)/(NR-1)
      DP=SQRT(VAR)
      IF (MEAN.LT.0) THEN
        CPK=(MEAN-LL)/(3*DP)
      ELSE
        CPK=(UL-MEAN)/(3*DP)
      ENDIF
      IF (CPK.GT. KR. AND. CPK.LT.KA) THEN
        NA=NA+1
        SOMA=SOMA+NR
        GOTO 501
      ENDIF
      IF (CPK.LT. KR) COUNT=COUNT+1
    ENDIF
21  CONTINUE
    WRITE(*,101) 1-COUNT/CICLOS ,NR*NA/CICLOS  ,SOMA/CICLOS
101  FORMAT(" beta=",3F14.7)

```

GOTO 4444
END

APÊNDICE E – Programa teórico automatizado PAMR não truncado

```

USE MSIMSL
DOUBLE PRECISION WUWU, ERRABS,ERRREL, RESULT, ERREST, LOW,
HIGH
DOUBLE PRECISION CPK, SL, UL, USL, LSL, SHIFT0, LAMBDA0, P, N
DOUBLE PRECISION P1, P2, P3, P4, KA, KR, PA, PB, ASN, BN, BKA, BKR
DOUBLE PRECISION DALFA, DDBETA, ASN1, ASN2, BALFA, BBETA, BASN1
DOUBLE PRECISION BASN2, KAI, KRI, FIMN, FIMKA, FIMKR, MAXITAR
DOUBLE PRECISION ITEN, INCN, ITEKA, INCKA, ITEKR, INCKR
DOUBLE PRECISION SHIFT1, LAMBDA1
INTEGER C, M, X, XN, Y, YN, Z, ZN
EXTERNAL WUWU
COMMON N, CPK, SL ,UL

WRITE(*,50)
50  FORMAT ( ' ENTRE COM OS VALORES DO C, P1, P2, DESVIO, DESLOC ')
    READ(*,*) C, PA,PB, LAMBDA1, SHIFT1
1000 WRITE(*,51)
    51 FORMAT ( ' ENTRE COM OS VALORES INICIAIS DE USL, N, KA e KR ')
    READ(*,*) USL, N, KA,KR

    !COMECO PROGRAMA ++
8100 WRITE(*,91)
91  FORMAT ( ' DIGITE AS ITERACOES E INCREMENTO DE N, KA E KR')
    READ(*,*) ITEN, INCN, ITEKA, INCKA, ITEKR, INCKR
    XN=1
    YN=200
    ZN=200
    BN=N
    BKA=KA
    BKR=KR

```



```

DALFA=1
DDBETA=1
BALFA=1
BBETA=1
DASN1=0
DASN2=0
BASN1=0
BASN2=0
KAI=KA
KRI=KR
ITEN=ITEN+1
ITEKR=ITEKR+1
ITEKA=ITEKA+1
FIMN=N+(ITEN-1)*INCN
FIMKR=KR+(ITEKR-1)*INCKR
FIMKA=KA+(ITEKA-1)*INCKA
MAXITAR=ITEN*ITEKA*ITEKR
WRITE(*,551)N, FIMN, INCN
551  FORMAT("  VARIA  N DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,561)KA, FIMKA, INCKA
561  FORMAT("  VARIA  KA DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,571)KR, FIMKR, INCKR
571  FORMAT("  VARIA  KR DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,581)MAXITAR
581  FORMAT("  NUMERO MAXIMO DE ITERACOES = ",F14.3)
      DO 5000 X=1,ITEN
        KR = KRI
        DO 6000 Y=1,ITEKR
          IF (KAI>KR) THEN
            KA = KAI
          ELSE
            KA = KR+INCKA
          END IF
        DO 7000 Z=1,ITEKA

```

```

!FIM PROGRAMA ++
ERRABS=0.0D0
ERRREL=0.0001D0
LSL=-USL
M=N
P=PA
P1 = DBINDF(C,M,P)
CPK=KA
SHIFT0=0
LAMBDA0=1
SL= (SHIFT0-((USL+LSL)/2))/LAMBDA0
UL= (USL-LSL)/(2*LAMBDA0)
LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
P2=RESULT
CPK=KR
SL=(SHIFT0-((USL+LSL)/2))/LAMBDA0
UL=(USL-LSL)/(2*LAMBDA0)
LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
P3=1.0-RESULT
P4=(1-P1)*P3/(P1+(1-P1)*(P2+P3) )
ASN=N*(2.0-P1)/(P1+P2+P3-P1*(P2+P3) )
!COMECO PROGRAMA ++
DALFA = P4
ASN1 = ASN
!FIM PROGRAMA ++
P=PB
P1 = DBINDF(C,M,P)
CPK=KA
SL=(SHIFT1-((USL+LSL)/2))/LAMBDA1
UL=(USL-LSL)/(2*LAMBDA1)

```

```

LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
P2=RESULT
CPK=KR
SL=(SHIFT1-((USL+LSL)/2))/LAMBDA1
UL=(USL-LSL)/(2*LAMBDA1)
LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
P3=1.0-RESULT
P4=(1-P1)*P3/(P1+(1-P1)*(P2+P3) )
ASN=N*(2.0-P1)/(P1+P2+P3-P1*(P2+P3) )
!COMECO PROGRAMA++
DDBETA=1-P4
ASN2=ASN
DRMS=SQRT(((DALFA-0.05)**2)+((DDBETA-0.1)**2))
BRMS=SQRT(((BALFA-0.05)**2)+((BBETA-0.1)**2))
IF (DRMS<BRMS)THEN
BALFA=DALFA
BBETA=DDBETA
BASN1=ASN1
BASN2=ASN2
BN=N
BKA=KA
BKR=KR
END IF
IF (DRMS<0.0015) THEN
GOTO 5000
END IF
KA=KA+INCKA
7000  CONTINUE
KR=KR+INCKR
6000  CONTINUE

```

```

      N=N+INCN
5000  CONTINUE
      WRITE(*,201)BN
201   FORMAT(" BN=",F14.7)
      WRITE(*,301)BKA
301   FORMAT(" BKA=",F14.7)
      WRITE(*,401)BKR
401   FORMAT(" BKR=",F14.7)
      WRITE(*,451)BRMS
451   FORMAT(" BRMS=",F14.7)
      WRITE(*,501)BALFA, BASN1
501   FORMAT(" BALFA=",F14.7, " BASN1=", F14.7)
      WRITE(*,601)BBETA, BASN2
601   FORMAT(" BBETA=",F14.7, " BASN2=", F14.7)
      !FIM PROGRAMA++
      GOT 1000
      READ(*,*)
      END

```

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION WUWU(X)
USE MSIMSL
!EXTERNAL FUNCTION DNORDF , DGAMMA
DOUBLE PRECISION N, CPK,SL,UL, PI, X,A1,A2, A3,Q1,Q2 ,W
COMMON N, CPK, SL,UL
PI = 3.1415926536
W=(N - 1) * ((UL * DSQRT(N) - X) **2) / (9 * N * CPK *CPK)
A1  = DCHIDF(W,N-1)
Q1=  X+SL*DSQRT(N)
A2=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q1*Q1/2.0D0)
Q2=  X-SL*DSQRT(N)
A3=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q2*Q2/2.0D0)
WUWU = A1 * (A2 + A3)
END

```

APÊNDICE F – Programas automatizados para otimização de demais planos mistos

F.1. O Novo Plano Misto Repetitivo por Saminathan e Mahalingam (2018)

USE MSIMSL

DOUBLE PRECISION WUWU, ERRABS, ERRREL, RESULT, ERREST, LOW,
 & CPK, SL, UL, USL,LSL,SHIFT, LAMBDA,P,N,P1,P2,P3,P4,KA,KR,PA,PB
 & ,ASNA, ASNB ,NMA, N1, P5, HIGH,
 & ,ITEN1, INCN1, BN1, IN1, FIMN1, NN1
 & ,ITEN2, INCN2, BN2, IN2, FIMN2, NN2
 & ,ITEKA, INCKA, BKA, IKA, FIMKA, NKA
 & ,ITEKR, INCKR, BKR, IKR, FIMKR, NKR
 & ,ASN1, ASN2, BASN1, BASN2, BASNM, MAXITAR
 & ,DALFA, DDBETA, DASNM, BALFA, BBETA

INTEGER C, M

& ,ITEC, INCC, BC, IC, FIMC, NC

EXTERNAL WUWU

COMMON N, CPK, SL ,UL

WRITE(*,50)

50 FORMAT (' ENTRE COM OS VALORES DO USL, C, P1 e P2 ')

 READ(*,*) USL, C, PA,PB

1000 WRITE(*,51)

51 FORMAT (' ENTRE COM OS VALORES DO N1, N2, KA e KR ')

 READ(*,*) N1, N, KA,KR

 !COMECO PROGRAMA ++

8100 WRITE(*,91)

91 FORMAT (' DIGITE AS ITERACOES E INCREMENTO DE N1, N2')

 READ(*,*) ITEN1, INCN1,ITEN2, INCN2

8201 WRITE(*,87)

```

87  FORMAT ( ' DIGITE AS ITERACOES E INCREMENTO DE C, KA E KR')
    READ(*,*) ITEC, INCC,ITEKA, INCKA, ITEKR, INCKR
    VN=200
    XN=200
    YN=200
    ZN=200
    WN=200
    BN1=N1
    BN2=N
    BC=C
    BKA=KA
    BKR=KR
    DASN1=0
    DASN2=0
    DASNM=0
    BASN1=0
    BASN2=0
    BASNM=500000
    IN1=N1
    IN2=N
    IC=C
    IKA=KA
    IKR=KR
    ITEN1=ITEN1+1
    ITEN2=ITEN2+1
    ITEC =ITEC+1
    ITEKA=ITEKA+1
    ITEKR=ITEKR+1
    FIMN1=N1+(ITEN1-1)*INCN1
    FIMN2=N +(ITEN2-1)*INCN2
    FIMC =C +(ITEC -1)*INCC
    FIMKA=KA+(ITEKA-1)*INCKA
    FIMKR=KR+(ITEKR-1)*INCKR
    MAXITAR=(ITEN1-1)*(ITEN2-1)*(ITEC-1)*(ITEKA-1)*(ITEKR-1)

```

```

NN1=0
NN2=0
NC=0
NKA=0
NKR=0
WRITE(*,541)N1, FIMN1, INCN1
541  FORMAT("  VARIA N1 DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,551)N, FIMN2, INCN2
551  FORMAT("  VARIA N DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,561)C, FIMC, INCC
561  FORMAT("  VARIA C DE ",I14, " ATE ", I14, " DE ", I14)
      WRITE(*,571)KA, FIMKA, INCKA
571  FORMAT("  VARIA KA DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,581)KR, FIMKR, INCKR
581  FORMAT("  VARIA K DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,591)MAXITAR
591  FORMAT("  NUMERO MAXIMO DE ITERACOES = ",F14.3)
      N1= IN1
      DO 5000 X=1,ITEN1
      NN1= NN1+1
      N= IN2
      DO 6000 Y=1,ITEN2
      NN2 = NN2+1
      C= IC
      DO 7000 Z=1,ITEC
      NC=NC+1
      KA= IKA
      DO 8000 W=1,ITEKA
      NKA=NKA+1
      KR= IKR
      DO 9000 V=1,ITEKR
      NKR=NKR+1
      !FIM PROGRAMA ++

```

```

ERRABS=0.0D0
ERRREL=0.0001D0
LSL=-USL
M=N1
P=PA
P1 = DBINDF(C,M,P)
CPK=KA
SHIFT=0
LAMBDA=1
SL=SHIFT/LAMBDA
UL=USL/LAMBDA
LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
P2=RESULT
CPK=KR
SL=SHIFT/LAMBDA
UL=USL/LAMBDA
LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
P3=1.0-RESULT
P4=P2/(P2+P3)
P5=P1+(1-P1)*P4
ASNA=N1+(1-P1)*(N/(P2+P3))

!COMECO PROGRAMA ++
DALFA = 1-P5
ASN1 = ASNA
!FIM PROGRAMA ++

P=PB
P1 = DBINDF(C,M,P)
LAMBDA=DNORIN(PA/2)/ DNORIN(PB/2)

```



```

CPK=KA
SL=SHIFT/LAMBDA
UL=USL/LAMBDA
LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
P2=RESULT
CPK=KR
SL=SHIFT/LAMBDA
UL=USL/LAMBDA
LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
P3=1.0-RESULT
P4=P2/(P2+P3)
P5=P1+(1-P1)*P4
ASN2=ASN1+(1-P1)*(N/(P2+P3))
NMA= (ASNA+ASN2)/2

!COMECO PROGRAMA++
DDBETA=P5
ASN2=ASN2
DASN2=NMA
IF((DASN2<BASN2).and.(DALFA<=0.05).and.(DDBETA<=0.10)
&.and.(N1>N).and.(KA>KR))THEN
BALFA=DALFA
BBETA=DDBETA
BASN1=ASN1
BASN2=ASN2
BASN2=NMA
BN1=N1
BN2=N
BC=C
BKA=KA

```

```

        BKR=KR
        END IF
        KR=KR+INCKR
9000  CONTINUE
        KA=KA+INCKA
8000  CONTINUE
        C=C+INCC
7000  CONTINUE
        N=N+INCN2
6000  CONTINUE
        N1=N1+INCN1
5000  CONTINUE
        WRITE(*,201)BN1
201   FORMAT(" BN1=",F14.7)
        WRITE(*,211)BN2
211   FORMAT(" BN2=",F14.7)
        WRITE(*,221)BC
221   FORMAT(" BC=",I14)
        WRITE(*,231)BKA
231   FORMAT(" BKA=",F14.7)
        WRITE(*,241)BKR
241   FORMAT(" BKR=",F14.7)
        WRITE(*,251)BASNM
251   FORMAT(" BASNM=",F14.7)
        WRITE(*,261)BALFA, BASN1
261   FORMAT(" BALFA=",F14.7, " BASN1=", F14.7)
        WRITE(*,271)BBETA, BASN2
271   FORMAT(" BBETA=",F14.7, " BASN2=", F14.7)
        !FIM PROGRAMA ++
        GOTO 1000
        READ(*,*)
        END

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION WUWU(X)

```

USE MSIMSL
!EXTERNAL FUNCTION DNORDF , DGAMMA
DOUBLE PRECISION N, CPK,SL ,UL, PI, X,A1,A2, A3,Q1,Q2 ,W
COMMON N, CPK, SL,UL
PI = 3.1415926536
W=(N - 1) * ((UL * DSQRT(N) - X) **2) / (9 * N * CPK *CPK)
A1 = DCHIDF(W,N-1)
Q1= X+SL*DSQRT(N)
A2=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q1*Q1/2.0D0)
Q2= X-SL*DSQRT(N)
A3=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q2*Q2/2.0D0)
WUWU = A1 * (
A2 + A3)
END

```

F.2. O Plano de Inspeção Misto Duplo por Balamurali *et al.* (2019)

```

USE MSIMSL
DOUBLE PRECISION WUWU, ERRABS, ERRREL, RESULT, ERREST, LOW,
& HIGH, CPK, SL, UL, USL,LSL,SHIFT, LAMBDA,P,N,P1,P2,P3,K,PA,PB
& ,ASN ,NMA, PR, PK, PS, PT, ASNM, PD
& ,ITEN2, INCN2, BN2, IN2, FIMN2, NN2
& ,ITEK , INCK , BK , IK , FIMK , NK
& ,ASN1, ASN2, BASN1, BASN2, BASNM, MAXITAR
& ,DALFA, DDBETA, DASNM, BALFA, BBETA
INTEGER C1, C2, M, N1
& ,X, XN, Y, YN, Z, ZN, W, WN, V, VN
& ,ITEN1, INCN1, BN1, IN1, FIMN1, NN1
& ,ITEC1, INCC1, BC1, IC1, FIMC1, NC1
& ,ITEC2, INCC2, BC2, IC2, FIMC2, NC2
REAL PAT
EXTERNAL WUWU
COMMON N, CPK, SL ,UL
WRITE(*,50)

```

```

50   FORMAT ( ' ENTRE COM OS VALORES DO USL, P1 e P2 ')
      READ(*,*) USL, PA,PB
1000 WRITE(*,51)
51   FORMAT ( ' ENTRE COM OS VALORES DO N1, N2, C1, C2, K')
      READ(*,*) N1, N, C1, C2, K

      !COMECO PROGRAMA ++
8100 WRITE(*,91)
91   FORMAT ( ' DIGITE AS ITERACOES E INCREMENTO DE N1, N2')
      READ(*,*) ITEN1, INCN1,ITEN2, INCN2
8201 WRITE(*,87)
87   FORMAT ( ' DIGITE AS ITERACOES E INCREMENTO DE C1, C2 E K')
      READ(*,*) ITEC1, INCC1,ITEC2, INCC2, ITEK, INCK
      VN=200
      XN=200
      YN=200
      ZN=200
      WN=200
      BN1=N1
      BN2=N
      BC1=C1
      BC2=C2
      BK=K
      DASN1=0
      DASN2=0
      DASNM=0
      BASN1=0
      BASN2=0
      BASNM=500000
      IN1=N1
      IN2=N
      IC1=C1
      IC2=C2
      IK=K

```

```

ITEN1=ITEN1+1
ITEN2=ITEN2+1
ITEC1=ITEC1+1
ITEC2=ITEC2+1
ITEK=ITEK+1
FIMN1=N1+(ITEN1-1)*INCN1
FIMN2=N+(ITEN2-1)*INCN2
FIMC1=C1+(ITEC1-1)*INCC1
FIMC2=C2+(ITEC2-1)*INCC2
FIMK=K+(ITEK-1)*INCK
MAXITAR=(ITEN1-1)*(ITEN2-1)*(ITEC1-1)*(ITEC2-1)*(ITEK-1)
NN1=0
NN2=0
NC1=0
NC2=0
NK=0
WRITE(*,541)N1, FIMN1, INCN1
541  FORMAT("  VARIA N1 DE ",I14, " ATE ", I14, " DE ", I14)
      WRITE(*,551)N, FIMN2, INCN2
551  FORMAT("  VARIA N DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,561)C1, FIMC1, INCC1
561  FORMAT("  VARIA C1 DE ",I14, " ATE ", I14, " DE ", I14)
      WRITE(*,571)C2, FIMC2, INCC2
571  FORMAT("  VARIA C2 DE ",I14, " ATE ", I14, " DE ", I14)
      WRITE(*,581)K, FIMK, INCK
581  FORMAT("  VARIA K DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,591)MAXITAR
591  FORMAT("  NUMERO MAXIMO DE ITERACOES = ",F14.3)
      N1= IN1
      DO 5000 X=1,ITEN1
      NN1= NN1+1
      N= IN2
      DO 6000 Y=1,ITEN2
      NN2 = NN2+1

```

```

C1= IC1
DO 7000 Z=1,ITEC1
NC1=NC1+1
C2= IC2
DO 8000 W=1,ITEC2
NC2=NC2+1
K= IK
DO 9000 V=1,ITEK
NK=NK+1
!FIM PROGRAMA ++

ERRABS=0.0D0
ERRREL=0.0001D0
LSL=-USL
M=N1
P=PA
PAT=PA
PT=0.0
PR = DBINDF(C1,M,P)
DO 10 I= (C1+1), C2
PK= BINPR(I,M,PAT)
PS=DBINDF(C2-I,M,P)
PT=PT+PK*PS
10 CONTINUE
P1=PR+PT
PD=PR+1-DBINDF(C2,M,P)
CPK=K
SHIFT=0
LAMBDA=1
SL=SHIFT/LAMBDA
UL=USL/LAMBDA
LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)

```

```

P2=RESULT
P3=P1+(1-P1)*P2
ASN=M+M*(1-PD)+N*(1-P1)

!COMECO PROGRAMA ++
DALFA = 1-P3
ASN1 = ASN
!FIM PROGRAMA ++
P=PB
PAT=PB
PT=0.0
PR = DBINDF(C1,M,P)
DO 1500 I=C1+1, C2
PK=BINPR(I,M,PAT)
PS=DBINDF(C2-I,M,P)
PT=PT+PK*PS
1500 CONTINUE
P1=PR+PT
PD=PR+1-DBINDF(C2,M,P)
LAMBDA=DNORIN(PA/2)/ DNORIN(PB/2)
CPK=K
SL=SHIFT/LAMBDA
UL=USL/LAMBDA
LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
P2=RESULT
P3=P1+(1-P1)*P2
NMA= M+M*(1-PD)+N*(1-P1)
ASNM=(ASN+NMA)/2

!COMECO PROGRAMA++
DDBETA=P3
ASN2=NMA

```

```

DASNM=ASNM
IF((DASNM<BASNM).and.(DALFA<=0.05).and.(DDBETA<=0.10)
&.and.(N1>N).and.(C1<C2))THEN
BALFA=DALFA
BBETA=DDBETA
BASN1=ASN1
BASN2=ASN2
BASNM=ASNM
BN1=N1
BN2=N
BC1=C1
BC2=C2
BK=K
END IF
K=K+INCK
9000  CONTINUE
      C2=C2+INCC2
8000  CONTINUE
      C1=C1+INCC1
7000  CONTINUE
      N=N+INCN2
6000  CONTINUE
      N1=N1+INCN1
5000  CONTINUE
      WRITE(*,201)BN1
201   FORMAT("  BN1=",I14)
      WRITE(*,211)BN2
211   FORMAT("  BN2=",F14.7)
      WRITE(*,221)BC1
221   FORMAT("  BC1=",I14)
      WRITE(*,231)BC2
231   FORMAT("  BC2=",I14)
      WRITE(*,241)BK
241   FORMAT("  BK=",F14.7)

```



```

WRITE(*,251)BASNM
251  FORMAT(" BASNM=",F14.7)
WRITE(*,261)BALFA, BASN1
261  FORMAT(" BALFA=",F14.7, " BASN1=", F14.7)
WRITE(*,271)BBETA, BASN2
271  FORMAT(" BBETA=",F14.7, " BASN2=", F14.7)
!FIM PROGRAMA ++
GOTO 1000
READ(*,*)
END

DOUBLE PRECISION FUNCTION WUWU(X)
USE MSIMSL
! EXTERNAL FUNCTION DNORDF , DGAMMA
DOUBLE PRECISION N, CPK,SL ,UL, PI, X,A1,A2, A3,Q1,Q2 ,W
COMMON N, CPK, SL,UL
PI = 3.1415926536
W=(N - 1) * ((UL * DSQRT(N) - X) **2) / (9 * N * CPK *CPK)
A1  = DCHIDF(W,N-1)
Q1=  X+SL*DSQRT(N)
A2=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q1*Q1/2.0D0)
Q2=  X-SL*DSQRT(N)
A3=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q2*Q2/2.0D0)
WUWU = A1 * (A2 + A3)
END

```

F.3. O Plano de Inspeção Misto Para Lotes Ressubmetidos por Balamurali (2020)

```

USE MSIMSL

DOUBLE PRECISION WUWU, ERRABS, ERRREL, RESULT, ERREST, LOW,
& CPK, SL, UL, USL,LSL,SHIFT, LAMBDA,P,N,P1,P2,P3,P4,K,PA,PB, HIGH,
& ,ASN ,NMA, PAT, ASNM

```

```

& ,ITEN, INCN, ITEK, INCK, ITEN1, ITEM
& ,BN, BK, ASN1, ASN2, BASN1, BASN2, BASNM
& ,NI, KI, FIMN1,FIMN, FIMK, FIMM, MAXITAR
& ,NN, NK,NN1,NM
& ,DALFA, DDBETA, DASNM, BALFA, BBETA
INTEGER C, M, F , N1
& ,X, XN, Y, YN, Z, ZN, W, WN
& ,BN1, BM, N1I, MI, INCN1,INCM
EXTERNAL WUWU
COMMON N, CPK, SL ,UL
WRITE(*,50)
50  FORMAT ( ' ENTRE COM OS VALORES DO USL, C, P1 e P2 ')
    READ(*,*) USL, C, PA, PB
1000 WRITE(*,51)
51  FORMAT ( ' ENTRE COM OS VALORES DO N1, N, K e M ')
    READ(*,*) N1, N, K, F

    !COMECO PROGRAMA ++
8100 WRITE(*,91)
91  FORMAT ( ' DIGITE AS ITERACOES E INCREMENTO DE N1, N, K E M')
    READ(*,*) ITEN1, INCN1,ITEN, INCN, ITEK, INCK, ITEM, INCM
    XN=1
    YN=200
    ZN=200
    WN=200
    BN1=N1
    BN=N
    BK=K
    BM=F
    DASN1=0
    DASN2=0
    DASNM=0
    BASN1=0
    BASN2=0

```

```

BASNM=500000
N1I=N1
NI=N
KI=K
MI=F
ITEN1=ITEN1+1
ITEN=ITEN+1
ITEK=ITEK+1
ITEM=ITEM+1
FIMN1=N1+(ITEN1-1)*INCN1
FIMN=N+(ITEN-1)*INCN
FIMK=K+(ITEK-1)*INCK
FIMM=F+(ITEM-1)*INCM
MAXITAR=(ITEN1-1)*(ITEN-1)*(ITEK-1)*(ITEM-1)
NN1=0
NN=0
NK=0
NM=0
WRITE(*,541)N1, FIMN1, INCN1
541  FORMAT("  VARIA N1 DE ",I14, " ATE ", F14.3, " DE ", I14)
      WRITE(*,551)N, FIMN, INCN
551  FORMAT("  VARIA N DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,561)K, FIMK, INCK
561  FORMAT("  VARIA K DE ",F14.3, " ATE ", F14.3, " DE ", F14.3)
      WRITE(*,571)F, FIMM, INCM
571  FORMAT("  VARIA M DE ",I14, " ATE ", F14.3, " DE ", I14)
      WRITE(*,581)MAXITAR
581  FORMAT("  NUMERO MAXIMO DE ITERACOES = ",F14.3)
      DO 5000 X=1,ITEN
      NN= NN+1
      N1 = N1I
      DO 6000 Y=1,ITEN1
      NN1 = NN1+1
      K= KI

```

DO 7000 Z=1,ITEK

NK=NK+1

F= MI

DO 8000 W=1,ITEM

NM=NM+1

!FIM PROGRAMA ++

ERRABS=0.0D0

ERRREL=0.0001D0

LSL=-USL

M=N1

P=PA

PAT = DBINDF(C,M,P)

P1= 1.0-((1.0-PAT)**F)

CPK=K

SHIFT=0

LAMBDA=1

SL=SHIFT/LAMBDA

UL=USL/LAMBDA

LOW=0.0D0

HIGH=UL*DSQRT(N)

CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)

P2=RESULT

P3=1-((1-P2)**F)

P4= 1-(P1+(1-P1)*P3)

ASN=(M*P1/PAT)+(1-P1)*N*P3/(P2)

!COMECO PROGRAMA ++

DALFA = P4

ASN1 = ASN

!FIM PROGRAMA ++

P=PB

PAT = DBINDF(C,M,P)

P1= 1.0-((1.0-PAT)**F)

```

LAMBDA=DNORIN(PA/2)/ DNORIN(PB/2)
CPK=K
SL=SHIFT/LAMBDA
UL=USL/LAMBDA
LOW=0.0D0
HIGH=UL*DSQRT(N)
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
P2=RESULT
P3=1-((1-P2)**F)
P4= 1-(P1+(1-P1)*P3)
NMA=(M*P1/PAT)+(1-P1)*N*P3/(P2)
ASNM=(ASN+NMA)/2
!COMECO PROGRAMA++
DDBETA=1-P4
ASN2=NMA
DASNM = ASNM
IF((DASNM<BASNM).and.(DALFA<=0.05).and.(DDBETA<=0.10)
&.and.(N1>N))THEN
BALFA=DALFA
BBETA=DDBETA
BASN1=ASN1
BASN2=ASN2
BASNM=ASNM
BN1=N1
BN=N
BK=K
BM=F
END IF
F=F+INCM
8000  CONTINUE
      K=K+INCK
7000  CONTINUE
      N1=N1+INCN1
6000  CONTINUE

```

```

      N=N+INCN
5000  CONTINUE
      WRITE(*,201)BN1
201   FORMAT(" BN1=",I14)
      WRITE(*,251)BN
251   FORMAT(" BN=",F14.7)
      WRITE(*,301)BK
301   FORMAT(" BK=",F14.7)
      WRITE(*,401)BM
401   FORMAT(" BM=",I14)
      WRITE(*,451)BASNM
451   FORMAT(" BASNM=",F14.7)
      WRITE(*,501)BALFA, BASN1
501   FORMAT(" BALFA=",F14.7, " BASN1=", F14.7)
      WRITE(*,601)BBETA, BASN2
601   FORMAT(" BBETA=",F14.7, " BASN2=", F14.7)
      GOTO 1000
      READ(*,*)
      END

      DOUBLE PRECISION FUNCTION WUWU(X)
      USE MSIMSL
      ! EXTERNAL FUNCTION DNORDF , DGAMMA
      DOUBLE PRECISION N, CPK,SL ,UL, PI, X,A1,A2, A3,Q1,Q2 ,W
      COMMON N, CPK, SL,UL
      PI = 3.1415926536
      W=(N - 1) * ((UL * DSQRT(N) - X) **2) / (9 * N * CPK *CPK)
      A1  = DCHIDF(W,N-1)
      Q1=  X+SL*DSQRT(N)
      A2=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q1*Q1/2.0D0)
      Q2=  X-SL*DSQRT(N)
      A3=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q2*Q2/2.0D0)
      WUWU = A1 * (A2 + A3)
      END

```

APÊNDICE G – Programa teórico Plano de Amostragem por Variáveis Simples baseado no C_{pk}

```

USE MSIMSL
DOUBLE PRECISION WUWU, ERRABS, ERRREL, RESULT, ERREST,
& LOW, HIGH, N, DELTA, P2, LAMBDA, ALPHA,
& CPK, SL, UL, USL, LSL, SHIFT, SHIFT1, LAMBDA1
EXTERNAL WUWU
COMMON N, CPK, SL, UL
ERRABS=0.0D0
ERRREL=0.000001D0
WRITE(*,50)
50  FORMAT ( ' ENTRE COM OS VALORES DO ALFA, USL, SHIFT E LAMBDA ')
    READ(*,*) ALPHA, USL,SHIFT1, LAMBDA1
    LSL=-USL
1000 CONTINUE
    WRITE(*,88)
88  FORMAT  ("      DIGITE O N")
    READ(*,*)N
    SHIFT=0
    LAMBDA=1
    CPK=8.
    DELTA=.5
    SL=SHIFT/LAMBDA
    UL=USL/LAMBDA
    LOW=0.0D0
    HIGH=UL*DSQRT(N)
100  CONTINUE
    IF(DELTA.LT.0.00000001) GOTO 200
    CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
    P2=RESULT
    IF(P2.LT.1-ALPHA) THEN
        CPK=CPK-DELTA

```

```

      GOTO 100
    ELSE
      CPK=CPK+DELTA
      DELTA=DELTA/2
      CPK=CPK-DELTA
      GOTO 100
    ENDIF
200  CONTINUE
      WRITE(*,101)CPK,1-P2
101  FORMAT(2F14.9)

C    OUT OF CONTROL

      SHIFT=SHIFT1
      LAMBDA=LAMBDA1
      SL=SHIFT/LAMBDA
      UL=USL/LAMBDA
      LOW=0.0D0
      HIGH=UL*DSQRT(N)
      CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)
      P2=RESULT
      WRITE(*,101)CPK, P2
      GOTO 1000
    END

DOUBLE PRECISION FUNCTION WUWU(X)
  USE MSIMSL
  DOUBLE PRECISION N, CPK,SL ,UL, PI, X,A1,A2, A3,Q1,Q2 ,W
  COMMON N, CPK, SL,UL
  PI = 3.1415926536
  W=(N - 1) * ((UL * DSQRT(N) - X) **2) / (9 * N * CPK *CPK)
  A1  = DCHIDF(W,N-1)
  Q1=  X+SL*DSQRT(N)
  A2=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q1*Q1/2.0D0)

```



```
Q2= X-SL*DSQRT(N)
A3=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q2*Q2/2.0D0)
WUWU = A1 * (A2 + A3)
END
```