

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS

AMANDA BATISTA SANTOS

**CONTRIBUIÇÕES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DA MATEMÁTICA
PROBLEMATIZADA PARA A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DE FUTUROS
PROFESSORES: UM ESTUDO DE TESES E DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS**

ITAJUBÁ
2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS

AMANDA BATISTA SANTOS

**CONTRIBUIÇÕES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DA MATEMÁTICA
PROBLEMATIZADA PARA A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DE FUTUROS
PROFESSORES: UM ESTUDO DE TESES E DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, da Universidade Federal de Itajubá, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências.

Área de concentração: Educação em Ciências

Linha de Pesquisa: Processos Formativos e Práticas Pedagógicas

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Eliane Matesco Cristovão

ITAJUBÁ

2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS

AMANDA BATISTA SANTOS

**CONTRIBUIÇÕES DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DA MATEMÁTICA
PROBLEMATIZADA PARA A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DE FUTUROS
PROFESSORES: UM ESTUDO DE TESES E DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS**

Banca Examinadora:

Prof^a Dr^a. Eliane Matesco Cristovão
(orientadora)
Universidade Federal de Itajubá

Prof^a Dr^a Mariana Feiteiro Cavaleri
Universidade Federal de Itajubá

Prof^o Dr^o Enio Freire de Paula
Instituto Federal de São Paulo

Prof^o Dr^o Victor Augusto Giraldo
Universidade Federal do Rio de Janeiro

ITAJUBÁ

2025

Dedico esse trabalho à minha família, sobretudo ao meu esposo e meus pais, que me apoiaram e incentivaram nesta escolha! Dedico também à minha orientadora, Professora Eliane, pela qual tenho muita admiração.

AGRADECIMENTOS

Agradeço sempre! Sobretudo à Deus, meu criador, que me permitiu chegar até aqui.

Obrigada, Senhor!

Agradeço ao meu esposo Danilo, que trilhou comigo este caminho, me apoiando, incentivando e compreendo os meus momentos de ausência durante o desenvolvimento da pesquisa.

Agradeço aos meus pais, Sebastião e Alair, por todo ensino, por todo suporte, e por me ensinarem, através de suas lutas.

Agradeço à minha orientadora Prof^a Dr^a Eliane Matesco Cristovão, que contribuiu de forma muito valiosa para minha formação e para esta pesquisa.

Agradeço à instituição à qual pertenço, Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI), por todas as oportunidades de aprendizado e crescimento, desde os anos de graduação.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências (PPGEC), que juntamente com os professores, me oportunizaram uma formação de qualidade.

Agradeço ao Grupo de Pesquisa em Práticas Formativas e Educativas em Ciências e Matemática (PFECiM), que juntamente com seus membros, contribuíram com um olhar cuidadoso para minha pesquisa.

RESUMO

SANTOS, Amanda Batista. **Contribuições da Resolução de Problemas e da Matemática Problematicada para a formação matemática de futuros professores: um estudo de teses e dissertações brasileiras.** 2025. 123 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências), Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, 2025.

Este trabalho aborda a formação inicial do professor de Matemática, investigando as contribuições e limitações da Resolução de Problemas (RP) ou da Matemática Problematicada (MP) para a formação matemática de futuros professores. Essa busca é realizada em teses e dissertações que desenvolvem pesquisas empíricas sobre estas abordagens. O estudo reflete sobre os aspectos da escola e da formação matemática de futuros professores, considerando as novas realidades do ensino escolar. Trabalha-se com a hipótese de que a RP e a MP sejam caminhos para uma formação matemática mais eficaz, voltada para a prática docente. A pesquisa, de caráter bibliográfico, examina teses e dissertações brasileiras que adotam a abordagem da RP ou da MP na formação inicial de professores, sendo desenvolvida em duas fases. A primeira fase consiste no levantamento de trabalhos sobre o tema, a partir de títulos e resumos. A segunda fase envolve uma metassíntese, com a leitura integral dos textos e a construção de uma síntese interpretativa dos dados. A ferramenta BuscAd, desenvolvida no Microsoft Excel, foi utilizada para organizar a busca e seleção dos trabalhos. A síntese interpretativa se baseou em três focos principais: (1) Analisar como a RP é abordada em pesquisas empíricas com foco na formação inicial de professores e compreender suas contribuições e limitações para a formação matemática; (2) Analisar como a MP é abordada em pesquisas empíricas com foco na formação inicial de professores e compreender suas contribuições e limitações para a formação matemática e (3) Compreender interseções e distanciamentos entre RP e MP a partir das pesquisas analisadas. Os resultados apontam que na MP, muitas contribuições à formação matemática do professor são produzidas, tendo em vista a sua característica problematizadora e a possibilidade de produção de um conhecimento matemático que relacione constantemente os conteúdos da Matemática Acadêmica à Matemática Escolar. Em contrapartida, como limitações para a formação matemática destacam-se os desafios da condução metodológica no trabalho com a abordagem. Vale ressaltar que por ser uma proposta recente, ainda existem poucos trabalhos a serem analisados. Para a RP, os resultados evidenciam contribuições à formação matemática por meio da dinâmica de participação ativa do estudante na construção de caminhos em busca de solução para o problema, tornando possível uma maior significação dos conceitos matemáticos. Como limitações, destaca-se a falta de uma problematização dos conceitos, ou seja, os problemas partem de uma matemática dada à priori. Em termos metodológicos, a própria dinâmica prevista em algumas etapas não permite que os licenciandos avancem matematicamente, porém, nas etapas em que eles poderiam avançar, isso vai depender da preocupação do docente em promover maiores aprofundamentos e problematizações durante o processo. Em algumas pesquisas, nota-se que esta preocupação se limitou à discussão metodológica da RP e não com o aprofundamento da discussão matemática em si.

Palavras-chave: Formação inicial de professores. Formação matemática. Resolução de Problemas. Matemática Problematicada.

ABSTRACT

SANTOS, Amanda Batista. **Contribuições da Resolução de Problemas e da Matemática Problemática para a formação matemática de futuros professores: um estudo de teses e dissertações brasileiras.** 2025. 123 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências), Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, 2025.

This paper addresses the initial training of Mathematics teachers, investigating the contributions and limitations of Problem Solving (PR) or Problematic Mathematics (PM) for the mathematical training of future teachers. This search is carried out in theses and dissertations that develop empirical research on these approaches. The study reflects on the aspects of school and the mathematical training of future teachers, considering the new realities of school education. It works with the hypothesis that PR and PM are paths to a more effective mathematical training, focused on teaching practice. The research, of a bibliographic nature, examines Brazilian theses and dissertations that adopt the PR or PM approach in the initial training of teachers, and is developed in two phases. The first phase consists of a survey of works on the subject, based on titles and abstracts. The second phase involves a meta-synthesis, with the full reading of the texts and the construction of an interpretative synthesis of the data. The BuscAd tool, developed in Microsoft Excel, was used to organize the search and selection of works. The interpretative synthesis was based on three main focuses: (1) To analyze how RP is approached in empirical research focusing on initial teacher training and to understand its contributions and limitations for mathematics training; (2) To analyze how MP is approached in empirical research focusing on initial teacher training and to understand its contributions and limitations for mathematics training; and (3) To understand intersections and distances between RP and MP based on the research analyzed. The results indicate that in MP, many contributions to the mathematics training of teachers are produced, given its problematizing characteristic and the possibility of producing mathematical knowledge that constantly relates the contents of Academic Mathematics to School Mathematics. On the other hand, as limitations for mathematics training, the challenges of methodological conduct in working with the approach stand out. It is worth noting that, as this is a recent proposal, there are still few studies to be analyzed. For RP, the results show contributions to mathematical education through the dynamics of active student participation in the construction of paths in search of a solution to the problem, making it possible to have a greater meaning of mathematical concepts. As limitations,

the lack of problematization of concepts stands out, that is, the problems start from a mathematics given a priori. In methodological terms, the dynamics foreseen in some stages do not allow undergraduates to advance mathematically, however, in the stages in which they could advance, this will depend on the teacher's concern in promoting greater depth and problematization during the process. In some studies, it is noted that this concern was limited to the methodological discussion of RP and not to the deepening of the mathematical discussion itself.

Keywords: Initial teacher training. Mathematical training. Problem Solving. Problematized Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Página inicial da ferramenta BuscAd.....	40
Figura 2 - Diagrama representativo da constituição do <i>corpus</i> dos trabalhos de RP.....	41
Figura 3 - Diagrama representativo da constituição do <i>corpus</i> dos trabalhos de MP.....	42
Figura 4 - Página inicial do formulário no <i>Google forms</i>	43

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Teses e Dissertações a serem analisadas (<i>corpus</i> final).....	44
--	----

LISTA DE SIGLAS

A.E.C – Antes da Era Cristã
AAM – Álgebra Abstrata Moderna
AP – Atividades Problematizadoras
BA – Bahia
BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
Capes – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CDI2 – Cálculo Diferencial e Integral II
CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CoP – Comunidade de Prática
DO - Doutorado
ED – Equações Diferenciais
EDO – Equações Diferenciais Ordinárias
EDUCIMAT – Educação em Ciências e Matemática
FA – Ficha de Acompanhamento
FACHUSC – Faculdade de Ciências Humanas do Sertão Central
GEPFPM – Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática
GTERP – Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas
IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IFES – Instituto Federal do Espírito Santo
IFG – Instituto Federal de Goiás
IFSP – Instituto Federal de São Paulo
MA – Mestrado Acadêmico
MCTI – Ministério da Ciência Tecnologia e Inovações
MEAAMaRP – Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas
MP – Matemática Problematizada
MT – Mato Grosso
NCTM – National Council of Teachers of Mathematics
P.A – Progressão Aritmética
P.G – Progressão Geométrica
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PE – Pernambuco
PPG – Programa de Pós-Graduação

PRP – Programa de Residência Pedagógica

RCA – Ressignificando o Conceito de Área

RP – Resolução de Problemas

UEM – Universidade Estadual de Maringá

UEPB – Universidade Estadual da Paraíba

UFCG/CES – Universidade Federal de Campina Grande/ Centro de Educação e Saúde

UFMT – Universidade Federal do Mato Grosso

UFN – Universidade Franciscana

UFPR – Universidade Federal da Paraíba

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

ULBRA – Universidade Luterana do Brasil

UNESP – Universidade Estadual Paulista

UNICSUL – Universidade Cruzeiro do Sul

UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	14
1. A ESCOLA, A FORMAÇÃO E A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO PROFESSOR.....	18
1.1 A metamorfose da escola e suas implicações para a formação do professor ...	18
1.2 A formação Matemática do futuro professor.....	20
2. A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A ABORDAGEM PROBLEMATIZADA DA MATEMÁTICA.....	28
2.1 A metodologia de Resolução de Problemas	28
2.2 A abordagem Problematizada da Matemática	32
3. ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO	38
3.1 Procedimentos metodológicos	39
3.2 Procedimentos analíticos	46
4. COMPREENDENDO AS CONTRIBUIÇÕES E LIMITAÇÕES DA RP E DA MP PARA A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO FUTURO PROFESSOR.....	47
4.1 Pesquisas que investigam a abordagem da MP na formação inicial (e continuada) de professores de Matemática.....	47
4.2 Síntese das contribuições da MP para a formação matemática do futuro professor	52
4.2.1 Atividades com a abordagem histórica.....	53
4.2.2 Atividades que remetem às ordens de invenção	55
4.2.3 Atividades que questionam ordens de estrutura	58
4.3 Pesquisas que investigam a metodologia de RP na formação inicial de professores de Matemática	60
4.4 Síntese das contribuições da RP para a formação matemática do futuro professor	85
4.4.1 A busca de caminhos de resolução a partir dos conhecimentos prévios ...	86

4.4.2 Leitura e resolução do problema em conjunto.....	91
4.4.3 Plenária e busca do consenso.....	94
4.4.4 Formalização do conteúdo.....	98
4.4.5 Possibilidade de geração de novos problemas e conteúdos.....	101
4.5 Aproximações e distanciamentos entre MP e RP	104
CONSIDERAÇÕES FINAIS	108
REFERÊNCIAS	113
REFERÊNCIAS DO CORPUS DA PESQUISA	116
APÊNDICE A.....	120

INTRODUÇÃO

O interesse pelo desenvolvimento dessa pesquisa parte de um desejo que nasce, ainda na graduação em Matemática Licenciatura, em se aprofundar em uma metodologia de ensino e aprendizagem da matemática, a Resolução de Problemas (RP), buscando compreendê-la, bem como as suas potencialidades para o ensino. Após a entrada no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, da Universidade Federal de Itajubá, esse interesse foi redirecionado para a formação inicial do professor de matemática, e esta pesquisa foi delineada dentro de um projeto aprovado na Chamada Universal CNPq/MCTI nº 10/2023, denominado “O conhecimento matemático próprio da docência na pesquisa em Educação Matemática: a necessária renovação da formação de professore (a) s, tendo em vista a profissão”.

Este projeto é coordenado pela orientadora desta pesquisa e busca levantar, sistematizar e analisar elementos presentes em dissertações e teses do campo da Educação Matemática que possam contribuir para o entendimento de conhecimentos matemáticos próprios para a docência. Tais elementos são fundamentais para os processos de formação de professores de Matemática que rompa com o modelo formativo dominante no Brasil e que busque abarcar as demandas formativas reais desse profissional. Além disso, ao pensar na formação do professor é necessário que sejam consideradas as realidades contemporâneas, sobretudo porque essa formação exige constantes atualizações a partir das novas exigências de sujeitos, sociedade, interações e comportamentos. “A preparação de professores para essas demandas exige uma transformação radical dos métodos tradicionais de formação” (Gómez, 2010, p. 53).

De acordo com Gómez (2010), a tarefa do professor consiste em oportunizar aos estudantes o desenvolvimento de suas competências ou qualidades humanas fundamentais. Ou seja, “construir, modificar e reformular de forma crítica e criativa os seus conhecimentos, atitudes, sentimentos, crenças e capacidades” (Gómez, 2010, p. 44). Sendo assim, ainda de acordo com Gómez (2010), a profissão docente exige o conhecimento especializado do professor, mas também o comprometimento e a competência desse profissional em promover e acompanhar o aprendizado relevante dos estudantes.

Nesse sentido, a formação do professor precisa considerar o seu papel diante dos cenários contemporâneos de ensino, que muito além de explicar conteúdos e fazer

avaliações, exige, “acompanhar, estimular e orientar a aprendizagem de todos e cada um dos cidadãos ao longo da vida” (Gómez, 2010, p. 44).

Por isso, os professores requerem uma formação que inclua, claro, o conhecimento do que se quer ensinar e a paixão pelo conhecimento, mas também o gosto por ajudar a aprender, o conhecimento de como os alunos contemporâneos aprendem, dos múltiplos recursos e formas de ensinar, das formas possíveis de organizar atividades e contextos e de avaliar processos e produtos para ajudar a aprender, bem como o desenvolvimento de saberes profissionais, competências e atitudes que estimulem e motivem mesmo e principalmente aqueles que por circunstâncias muito diversas não querem, não sabem ou não podem aprender. (Gómez, 2010, p. 13).

Segundo Fiorentini e Oliveira (2013), são diversas as concepções e interpretações do que seja a formação profissional requerida pela prática do professor de matemática, e a relação entre essa formação e prática deve estabelecer coerência. Desse modo, torna-se imprescindível a problematização dos processos de ensino e aprendizagem nos cursos de Licenciatura em Matemática, considerando a realidade do trabalho docente na Educação Básica, bem como as demandas de conhecimento matemático dos estudantes.

Em contrapartida, o ensino de matemática vivencia algumas dicotomias que impedem as mudanças necessárias ao processo de formação do professor, com vistas a propiciar, no âmbito dessa formação, o desenvolvimento do conhecimento. Moreira e David (2007) discutem uma dessas dicotomias: a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar. “A diferenciação está entre o conjunto de significados que a comunidade científica dos matemáticos identifica com o nome de matemática e o conjunto de saberes especificamente associados à educação matemática escolar” (Moreira, David, 2007, p. 17). Ambas fazem parte dos conhecimentos mobilizados pelo futuro professor, no entanto, tem-se a Matemática Acadêmica como centro da formação, o que não contribui para o ensino da Matemática Escolar que é, de fato, o que será ensinado.

Nesse sentido, Giraldo (2018) reconhece a existência de tal dicotomia, mas opta por outra que se aproxima, com intensidade, do que se pretende discutir neste trabalho: a ideia de Matemática naturalizada *versus* Matemática Problematizada¹ (MP). Para o autor, a exposição naturalizada (ou não problematizada), considera a matemática como um “corpo de conhecimento que sempre foi e sempre será da forma que é hoje, ou que evolui linearmente de um estado visto como “mais atrasado” para um estado “mais avançado”, por meio da inspiração isolada de “gênios com talento inato” (Giraldo, 2018, p. 41). Já a

¹ Em artigo mais recente o autor tem adotado a nomenclatura matemática não problematizada e matemática problematizada, para evitar a polissemia do termo naturalizada.

MP “corresponde a uma concepção da matemática a partir de seus múltiplos processos sociais de produção” (Giraldo, 2018, p. 41). Desse modo, entende-se que a MP oportuniza maiores questionamentos, reflexões e investigações por parte do estudante.

Assim, surge a necessidade de “(re) pensar as formas de exposição da matemática na escola” (Giraldo, 2018, p. 40), sendo necessária à formação do professor o desenvolvimento de abordagens de ensino voltadas a uma matemática de criação, que se estabelece a partir de seus processos de invenção e reinvenção, e não simplesmente, de uma matemática estruturada e imposta.

Nesse sentido, a Matemática Problematizada parece se aproximar da metodologia de Resolução de Problemas, que propõe o desenvolvimento do pensamento matemático de forma autônoma e construtiva, através de problemas. Corroborando esta ideia, que parece estar presente em ambas as propostas, Moreira e David (2007), afirmam que no trabalho escolar, o professor deve ser capaz de envolver os alunos em situações problemas, desafiando-os na ressignificação dos saberes anteriores.

Levando em consideração o interesse inicial pela metodologia de Resolução de Problemas, levantou-se a hipótese de que poderiam existir muitas aproximações entre a MP e a RP, sobretudo considerando a concepção do termo “problema” em ambas as abordagens. Dessa forma, para esta pesquisa, optou-se por estudar mais a fundo tanto a MP quanto a RP. Ao longo do processo, tal concepção foi sendo modificada, de modo a evidenciar concepções muito distintas para esse termo nas duas abordagens.

Diante do exposto, partindo de trabalhos anteriores, desenvolvidos nestas duas abordagens, é colocada a seguinte questão de pesquisa: *Que contribuições para a formação matemática de professores são evidenciadas em pesquisas empíricas que investigam a Matemática Problematizada ou a Resolução de Problemas na formação inicial?*

Compreender o que tem sido produzido sobre RP e MP na formação inicial de professores de matemática pode ser um caminho para responder a esta questão, sobretudo ao olhar para pesquisas empíricas, que objetivam o processo formativo onde ocorre a formação matemática. Acredita-se que esse caminho possibilita identificar de que forma estas abordagens têm auxiliado na formação matemática e na formação didático-pedagógica dos futuros professores, trazendo possíveis encaminhamentos para mudanças na formação que, por sua vez, podem implicar em mudanças nos processos de ensino da matemática escolar. Além disso, o foco na formação matemática do futuro professor se justifica por ser uma preocupação de pesquisas atuais, entre elas a pesquisa na qual este

projeto se localiza, que busca investigar os conhecimentos matemáticos próprios da docência. Zaidan *et. al.* (2021), ao estudar 172 Projetos Pedagógicos de Cursos de Licenciatura em Matemática de Institutos Federais e Universidades públicas de todo o país, destacam a importância de um "percurso formativo" nesses cursos, enfatizando a necessidade de uma abordagem crítica e aberta às mudanças curriculares propostas pelas diretrizes nacionais. Os autores sugerem que a formação matemática dos futuros professores deve ir além da mera transmissão de conteúdos, incorporando práticas pedagógicas que promovam uma compreensão profunda e reflexiva da matemática. Dessa forma, o estudo de teses e dissertações pode contribuir com elementos para a constituição desses percursos formativos.

Partindo disso, o objetivo dessa pesquisa é **compreender as contribuições e limitações da RP e da MP para a formação matemática do futuro professor apontadas por teses e dissertações brasileiras.**

Como objetivos específicos, têm-se a proposta de

- Analisar como a RP é abordada em pesquisas empíricas com foco na formação inicial de professores e compreender suas contribuições e limitações para a formação matemática;
- Analisar como a MP é abordada em pesquisas empíricas com foco na formação inicial de professores e compreender suas contribuições e limitações para a formação matemática;
- Compreender interseções e distanciamentos entre RP e MP a partir das pesquisas analisadas.

Diante destes objetivos, o referencial teórico, apresentado no próximo capítulo, discute aspectos da escola e da formação, em especial a formação matemática do futuro professor, bem como trata da RP e MP no ensino e na formação do professor de matemática. Na sequência, é apresentado o percurso metodológico da pesquisa, bem como a apresentação da ferramenta tecnológica *BuscAd*² e das etapas utilizadas na metassíntese realizada. Em seguida apresenta-se a análise e os resultados, finalizando com as referências bibliográficas e apêndice.

²Ferramenta tecnológica desenvolvida por Daniel Redinz Mansur e Renan Oliveira Altoé, ambos pós-graduandos do PPG Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT) do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). Esta ferramenta é baseada no Microsoft Excel e que contribui para o processo de importação e tratamento de dados de estudos para realização de Revisão de Literatura (Mansur; Altoé, 2021).

1. A ESCOLA, A FORMAÇÃO E A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO PROFESSOR

Tendo em vista que uma pesquisa, em geral, parte da inquietação do pesquisador em compreender um determinado fenômeno ou realidade, esta surge do interesse da pesquisadora em conhecer pesquisas que abordam a RP e a MP na formação inicial de professores de matemática, para compreender como estas são propostas nesses cursos e quais as suas contribuições para a formação matemática do futuro professor.

Desse modo, partindo do foco de estudo desta pesquisa, torna-se imprescindível discutir aspectos da escola, sobretudo considerando as suas novas realidades, da formação do professor que atua nesse ambiente, em especial da formação matemática do professor de matemática e, também, da RP e MP como propostas de ensino.

1.1 A metamorfose da escola e suas implicações para a formação do professor

Nóvoa (2022) discute o modelo escolar que se entende desde os últimos 150 anos com características próprias e que suscita a necessidade de mudanças no processo educativo, sobretudo, devido à revolução digital. Essa mudança necessária ao processo educativo, chamada pelo autor de “*Metamorfose da escola*”, tem sido muito discutida nos últimos anos. Para o autor, esta é uma proposta de futuro que passa pela construção de processos transformadores de Educação, a partir das experiências e realidades existentes. Trata-se de repensar todos os contextos que envolvem a escola a partir da constante dinâmica de alunos, professores, sociedade e mundo. “É preciso chamar a atenção para a necessidade de organizar os ambientes educativos de modo a facilitarem o estudo, o trabalho cooperativo, a diferenciação pedagógica, a comunicação, a criação” (Nóvoa, 2022, p. 15-16). Outrossim, o autor também chama atenção à necessidade de transformação do espaço físico da escola, que envolve, inclusive, o trabalho dos professores, o tempo de aula, e não somente a estrutura do espaço.

Estamos num tempo de mudanças profundas na educação, de metamorfose da escola. Neste tempo precisamos de ter uma grande clareza sobre a missão da escola, sem nos deixarmos tentar por discursos etéreos, ilusórios. E precisamos também de ser capazes de pôr em causa um modelo escolar que, durante muito tempo, parecia imutável (Nóvoa, 2022, p. 19-20).

De acordo com Nóvoa (2022), o modelo escolar já não serve mais às necessidades do século XXI, de tal modo, que seja necessário a sua metamorfose. “Para isso, é preciso coragem para alterar a sua forma, interna e externa, isto é, o seu modelo interno de organização e a sua relação externa com a sociedade” (Nóvoa, 2022, p. 78). Nóvoa (2022), traz em seu livro *“Escolas e Professores: proteger, transformar, valorizar”* as realidades vivenciadas pela escola durante o processo da pandemia da Covid-19, enfatizando um dos retratos positivos mostrados por esse período, e que trata justamente da possibilidade de mudança nos espaços de ensino, o que parecia ser impossível.

Esse processo de múltiplas transformações da escola suscita transformações na formação do professor.

Do mesmo modo que a metamorfose da escola implica a criação de um novo ambiente educativo (uma diversidade de espaços, práticas de cooperação e de trabalho em comum, relações próximas entre o estudo, a pesquisa e o conhecimento), também a mudança na formação de professores implica a criação de um novo ambiente para a formação profissional docente (Nóvoa, 2022, p. 62).

Para Nóvoa (2022), o ambiente das universidades e das escolas não é propício à formação do professor do século XXI. “Precisamos, pois, de reconstruir estes ambientes, tendo sempre como orientação que o lugar da formação é o lugar da profissão” (Nóvoa, 2022, p. 63). Nesse sentido, o autor propõe, que a partir dessa escola em transformação haja uma formação inicial de professores que a acompanhe. Trata-se de uma prática de sala de aula que demanda o desempenho de novas funções e ações pelo professor, e esse processo implica a mudança nas políticas e práticas de formação.

Os cursos de licenciatura no Brasil, em seu início, se constituíam por uma formação que garantisse três anos de estudo das chamadas disciplinas específicas, sendo completado com mais um ano de formação das disciplinas pedagógicas. No entanto, essa formação, obviamente, incitou reformulações. “A partir da década de 1970, no bojo de uma intensa discussão sobre o papel social e político da educação, começam a se configurar mudanças estruturais nos cursos de licenciatura” (Moreira; David, 2007, p. 13). De acordo com Moreira e David (2007), o processo de formação do professor deveria se desenvolver de forma mais integrada, sendo necessário, além da formação específica, o aprofundamento na formação deste, como educador.

Nessa perspectiva, as modificações na estrutura dos cursos de licenciatura vão dando novas faces à formação docente. “A formação pedagógica não se limita mais à apresentação de técnicas de ensino e passa a incluir disciplinas como Sociologia da

Educação, Política Educacional e outras” (Moreira; David, 2007, p. 14). Entretanto, os cursos ainda não possibilitam a integração necessária da teoria com a prática a ser desenvolvida na escola básica, ou seja, ainda há muito que se fazer. “Na busca de alternativas para a solução, criam-se na década de 1980, as chamadas disciplinas integradoras” (Moreira; David, 2007, p. 14), modelo ainda presente. Apesar dessa tentativa, ainda são muitos os problemas, especialmente na relação, ou na falta de relação, entre a formação docente e a prática do professor na escola básica.

De acordo com Nóvoa (2022), essa formação se fecha em dicotomias que impedem as mudanças necessárias e urgentes para essa área. Muito se discute se a formação teórica do professor (conhecimento matemático, conhecimento da história, conhecimento da biologia) não seria mais importante do que a formação prática, que o leva a vivenciar e refletir a escola como lugar de construção dos seus conceitos e práticas de ensino. No entanto, “nem as universidades, nem as escolas, isoladamente, são suficientes para formar professores” (Nóvoa, 2022, p. 76). Para Nóvoa (2022), não basta ao professor apenas o conhecimento dos conteúdos científicos das disciplinas, e nem tão pouco, exclusivamente, dos conhecimentos pedagógicos. Ambos devem ser articulados, o que não os torna acabados, sendo imprescindível também o “conhecimento profissional docente”.

Nesse sentido, partindo da proposta de reconstrução dos ambientes, trazida por Nóvoa, tem-se a problemática da formação de professores, que não permite a promoção de ambientes favoráveis à formação para o século XXI. A adoção de novas perspectivas de formação, que permitam diferentes abordagens da Matemática, podem contribuir com a mudança desses ambientes, entre elas a RP e a MP.

1.2 A formação Matemática do futuro professor

Moreira e David (2007) destacam a importância e a necessidade de estudos sobre os saberes mobilizados pelos professores ao lecionarem, e que possibilitam uma formação que complementa os saberes da prática docente escolar. Também, de acordo com os mesmos autores, “coloca-se claramente a necessidade de um redimensionamento da formação matemática na licenciatura, de modo a equacionar melhor os papéis da Matemática Acadêmica e da Matemática Escolar nesse processo” (Moreira; David, 2007, p. 103). Nesse sentido, entende-se como fundamental, que haja na Licenciatura em

Matemática, espaço para se pensar nas possibilidades de construção do raciocínio matemático realizada por alunos do ensino básico.

Segundo Moreira e David (2007), a partir dos anos 1990 são desenvolvidos vários trabalhos sobre os cursos de Licenciatura em Matemática.

Entretanto, raramente são focalizadas de forma específica as relações entre os conhecimentos matemáticos veiculados no processo de formação e os conhecimentos matemáticos associados à prática docente escolar (Moreira; David, 2007, p. 14).

A partir dessa concepção, tem-se uma desvinculação da Matemática Escolar com a Matemática Acadêmica, que coloca o professor em duas posições distintas, sendo levado a desenvolver a matemática que se faz adequada à situação ou ambiente. De acordo com Moreira e David (2007), esse processo coloca a Matemática Escolar como um simples e básico componente da complexa Matemática Acadêmica, o que torna a primeira como um conhecimento naturalmente “dado”, sem possibilidades de investigação, questionamento ou reflexão dentro do processo de formação profissional do professor.

Para Moreira e David (2007), a Matemática Escolar inclui os saberes produzidos e mobilizados pelos professores de Matemática ao ensinar e também resultados de pesquisas sobre a aprendizagem e o ensino escolar de conceitos matemáticos, técnicas, processos, entre outros. Sendo assim, o conhecimento da matemática desenvolvida na escola vai muito além do conhecimento da matemática pura, englobando os conhecimentos pedagógicos desenvolvidos pelo professor e pelos alunos durante o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Nesse sentido, pensar na formação do licenciando que vai ensinar matemática na escola, é pensar na matemática escolar. No artigo *“O que é número real? Os números reais na formação do professor da educação básica”*, os autores Moreira e Ferreira (2012) discutem possibilidades de abordagem desse tema em cursos de Licenciatura em Matemática visando o trabalho no ensino básico, que por sua vez, sempre operou a partir de uma matemática estruturada e única. Para esses autores, o trabalho com os conjuntos numéricos não deve envolver, simplesmente, a construção de um modelo abstrato da estrutura dos números, mas sim um trabalho pedagógico que envolva uma nova noção de número, construída a partir da negociação de significados sobre a construção e estabelecimento desses conjuntos numéricos. Os autores argumentam sobre a necessidade de repensar a formação do professor de matemática com vistas ao ensino básico:

Diante do cenário descrito abreviadamente acima, observa-se a necessidade de se desenvolver uma abordagem dos números reais na licenciatura em matemática que contemple as especificidades do curso,

isto é, que seja voltada para a formação do professor da educação básica, visando sua (futura) prática docente escolar. Mas, o que discutir com o licenciando sobre os números reais? (...) Como dissemos, essas notas foram elaboradas com o objetivo de apresentar ao licenciando uma visão tão informal quanto possível do conjunto dos números reais. Isso quer dizer que a ênfase não foi posta na hierarquização lógico-axiomática da teoria, mas nos significados dos conceitos e na consideração de questões relevantes do ponto de vista do ensino e da aprendizagem escolar” (Moreira; Ferreira, 2012, p. 4).

Ao pensar na formação matemática do futuro professor, é importante então considerar os principais elementos que envolvem a prática, o que de acordo com Moreira e Ferreira (2012) envolve submeter os valores da matemática acadêmica aos objetivos essenciais da formação profissional. Ainda também, de acordo com os autores, é importante, ao professor, conhecer as concepções prontas dos seus alunos frente a um assunto, não para serem substituídas pelas concepções colocadas pelo professor mais à frente, mas sim para

apresentar, de forma acessível e consistente, um conjunto de ideias, conceitos, significados e relações de modo que o licenciando, ao interagir com esses elementos, possa identificar limitações e aspectos contraditórios ou insatisfatórios no seu mosaico de representações desses objetos e, a partir daí, reavaliá-lo, criticá-lo e enriquecê-lo. Isso, no nosso entendimento, pode contribuir de forma importante na preparação do futuro professor para a ação didático-pedagógica em sala de aula do ensino básico, já que uma de suas tarefas profissionais será ajudar seus alunos a construir conhecimentos matemáticos através de um processo semelhante, embora adaptado às condições específicas do ensino escolar (Moreira; Ferreira, 2012, p. 5-6).

Assim, pensando na postura a ser desenvolvida pelo licenciando, esta envolve, portanto, a construção de uma visão crítica e avaliativa frente aos conceitos e significados matemáticos construídos, sempre com um olhar para a escola. Trata-se de um processo que envolve o resgate da matemática escolar de forma contínua, pelo licenciando, buscando ressignificá-la a todo instante na licenciatura. Tal postura permite maiores possibilidades para uma formação do professor, que seja crítica e familiarizada com a matemática escolar. Assim, há maiores chances de que o futuro professor desenvolva em sua sala de aula de matemática, um trabalho de construção e ressignificação, e não simplesmente de reprodução de técnicas matemáticas. Moreira e Ferreira (2012), entendem como totalmente inapropriado que o professor de matemática do ensino básico salte para as definições formais em sua prática na escola, o que poderia ser comparado à ideia de ensinar a crianças a definição de carro de maneira formal. Ou seja, o licenciando precisa desenvolver seus conhecimentos matemáticos a partir da perspectiva do ensino.

Por fim, mas igualmente importante, consideramos que é preciso construir, ao longo da formação inicial do professor, uma visão global da matemática escolar, uma visão que efetivamente lhe sirva de instrumento para o trabalho de ensino, quaisquer que sejam os estágios em que venha a trabalhar nos níveis fundamental e médio. Um dos grandes problemas que se pode citar com relação ao ensino da matemática na escola básica é a visão fragmentada e incoerente que a criança constrói (ou é levada a construir) do conhecimento matemático. Muitas vezes os licenciados chegam à escola básica como docentes com uma visão não muito diferente daquela com que saíram de lá como alunos porque, nos seus anos de formação universitária, não tiveram a oportunidade de reexaminar profundamente a matemática que vão ensinar sob a perspectiva do professor que vão ser (Moreira; Ferreira, 2012, p. 6).

Em seu trabalho sobre o caso da unicidade da decomposição em primos, Moreira (2020) discute o Teorema Fundamental da Aritmética referenciando-se em suas formas de trabalho na Educação Básica e nos cursos de Licenciatura em Matemática. Segundo ele, as demonstrações acadêmicas da unicidade da decomposição em primos realizadas por meio das provas por absurdo, desconsideram o trabalho docente voltado à Educação Básica, tendo em vista que um aluno do 6º ano não estará facilmente familiarizado com esse tipo de justificativa para a compreensão desse processo, o que mostra uma despreocupação com a formação matemática para o ensino escolar.

Outro aspecto envolvido na formação dos licenciandos em Matemática percorre, logicamente, a estrutura curricular dos cursos e o tempo dedicado às disciplinas, e que de acordo com Moreira (2020), não priorizam as discussões referentes à prática do professor da escola básica.

Acaba não “sobrando” tempo para discutir, com o foco requerido pela prática docente escolar, o papel da unicidade da decomposição em primos na estruturação da matemática que irá trabalhar com seus futuros alunos do sexto ano do Ensino Fundamental (Moreira, 2020, p. 234-235).

Outra situação que ilustra claramente a necessidade de uma formação articulada à prática desenvolvida na escola está no ensino da Álgebra. Moreira e Silva (2021) entendem o ensino da álgebra escolar como um trabalho complexo e sofisticado, que envolve a construção do pensamento algébrico por um longo processo na Educação Básica. Isso ilustra a necessidade de um trabalho voltado à construção de conhecimentos específicos para ensinar álgebra na Educação Básica, e não de ordens e estruturas de uma álgebra acadêmica.

Assim, sobretudo ao longo das últimas duas décadas, toma corpo a ideia de que existe um tipo de conhecimento matemático específico para o ofício de ensinar na escola básica e que, em princípio, deveria estar fortemente presente na formação matemática do professor nos cursos de Licenciatura (Moreira; Silva, 2021, p. 3-4).

Shulman (1986), ao falar de formação de professores cita o exemplo da matemática afirmando que o saber matemático necessário ao licenciando e futuro professor não é o mesmo saber que necessita o bacharel em matemática ao desenvolver seu trabalho. De acordo com Reis (2001), as disciplinas de matemática pura na licenciatura só são relevantes à formação dos professores se objetivarem as práticas de matemática da escola básica. Para Moreira (2020), a formação de conteúdo é proposta de forma isolada no currículo dos cursos de Licenciatura em Matemática, sem nenhuma distinção dos cursos de bacharelado, o que mostra um problema com relação a formação desse licenciando, que se conecta a uma matemática desarticulada do conteúdo a ser trabalhado na Educação Básica, e que, por sua vez, acarreta consequências no ensino da matemática escolar. Tal realidade representa a despreocupação dos cursos de licenciatura com relação a essa formação necessária do professor, levando à dificuldade do licenciando em fazer as articulações matemáticas visando as futuras práticas escolares. Ainda de acordo com Onuchic e Morais (2013), ao saírem da universidade, os professores recém-formados não se sentem seguros para o exercício da docência na Educação Básica e tendem a utilizar os livros didáticos como única fonte de informação.

Embora este não seja o foco principal da pesquisa, é importante destacar que o papel do professor formador é fundamental nesse processo. “A maioria dos professores de Cálculo, de Álgebra, de Análise, de Topologia, etc, acredita que ensina apenas conceitos e procedimentos matemáticos” (Fiorentini, 2005, p. 110). No entanto, a atuação do professor é, o tempo todo, influenciada pelas suas concepções e valores, de tal forma que durante o processo de construção do conhecimento matemático, são estabelecidas as relações entre esse conteúdo, o ser e o mundo. “O futuro professor não aprende dele (professor formador) apenas uma Matemática, internaliza também um modo de concebê-la e de tratá-la e avaliar sua aprendizagem” (Fiorentini, 2005, p. 111). Sendo assim, o conhecimento dos processos pedagógicos que envolvem o ensino da matemática é fundamental para a formação do futuro professor também durante o aprendizado da matemática pura.

Ainda segundo Moreira e David (2007), o reconhecimento da especificidade da Matemática Escolar torna difícil a análise isolada do conhecimento disciplinar e dos

outros saberes da prática docente. “A Matemática Escolar constitui um amálgama de saberes regulado por uma lógica que é específica do trabalho educativo, ainda que envolva uma multiplicidade de condicionantes” (Moreira; David, 2007, p. 36).

Nessa perspectiva, ao olhar para os cursos de Licenciatura em Matemática, Moreira e David (2007) discutem saberes mobilizados nesses cursos, consideravelmente “inúteis” para a prática do professor, da mesma forma em que trabalha saberes de “forma inadequada” referenciado à prática. “Além disso, muitas vezes se recusa a desenvolver uma discussão sistemática com os licenciandos a respeito de conceitos e processos que são fundamentais na educação escolar básica em Matemática” (Moreira; David, 2007, p. 42). Moreira e David (2007) também observam o trabalho com os números naturais, racionais e reais nos cursos de Licenciatura em Matemática, e que não fazem associação, de forma alguma, ao tratamento escolar do tema. “O traço comum e persistente é o abandono sistemático, no processo de formação, das questões que se referem à prática docente escolar” (Moreira; David, 2007, p. 99).

Sobre a ausência de discussões pedagógicas acerca dos temas e conceitos matemáticos nas licenciaturas, Moreira e David (2007) também definem os *saberes*, e *não saberes*, vinculados ao conhecimento docente. Entre esses “*não saberes*” estão as questões que não são discutidas nas licenciaturas e que fazem parte da prática profissional do professor.

O problema é que, ao não se discutir essas questões na licenciatura, interrompe-se um fluxo de saberes que, tendo sua origem no estudo de dificuldades associadas ao exercício da própria prática docente escolar, a ela retornaria através do processo de preparação profissional para essa prática. A interrupção desse fluxo acaba aprofundando o fosso entre duas instâncias importantes de formação docente: a licenciatura e a prática na escola (Moreira, David, 2007, p. 102).

Para Fiorentini e Oliveira (2013), a matemática do professor é sempre um saber de relação, de tal modo que se estabelece a partir dos acontecimentos, das situações e das relações. Nesse sentido, para essa formação, “é preciso que ele (futuro professor) possa experienciar o processo de exploração e investigação nas disciplinas matemáticas da licenciatura” (Fiorentini; Oliveira, 2013, p. 925).

O professor de matemática precisa conhecer, com profundidade e diversidade, a matemática enquanto prática social e que diz respeito não apenas ao campo científico, mas, sobretudo, à matemática escolar e às múltiplas matemáticas presentes e mobilizadas/produzidas nas diferentes práticas cotidianas. (Fiorentini; Oliveira, 2013, p. 924).

Para Moreira, David e Tomaz (2013), os saberes da formação do professor de matemática devem ser construídos a partir do conhecimento da real prática docente da sala de aula, o que demanda um estudo a priori desse ambiente, das relações ali estabelecidas, das situações e dos seus participantes.

Se o conhecimento matemático do professor importa em sua atividade docente escolar, então é preciso partir da matemática demandada na prática da sala de aula da escola para chegar ao conhecimento matemático da formação e não, ao contrário, partir de uma matemática preestabelecida pelo processo de formação, esperando que o professor, assim formado, a “leve” para dentro da sala de aula da escola (David; Moreira; Tomaz, 2013, p. 57).

Desse modo, a presença desse formador, que se responsabiliza e contribui para um processo construtivo de conhecimentos essenciais ao licenciando, vai ao encontro de novas perspectivas de formação do futuro professor de matemática, bem como, partindo da problematização de conceitos e propondo situações que permitam o questionamento, a discussão, a investigação e a reflexão, por meio de problemas. “Uma forma de fazer com que os alunos avaliem suas formas de pensamento, seria o de propor problemas em que se admitam vários caminhos de resolução, bem como com várias soluções possíveis” (Rocha, 2016, p. 103). Ainda segundo Rocha (2016), para alguns autores, os professores deveriam conhecer várias das estratégias do ensino de matemática através de RP, e serem encorajados a encontrar múltiplas estratégias de resolução. De acordo com Onuchic e Allevato (2011), em pesquisas desenvolvidas com alunos e atividades de formação docente com a utilização da metodologia de RP, têm-se significativos avanços na compreensão de conceitos matemáticos, bem como no aprimoramento da prática docente por parte do professor.

Para Onuchic *et. al.* (2014), destaca-se, inclusive por orientações oficiais no Brasil, a necessidade de superar as antigas práticas de transmissão do conhecimento, colocando o aluno como construtor do seu próprio conhecimento. “O desenvolvimento da criatividade, da autonomia e de habilidades de pensamento crítico e de trabalho em grupo deve ser promovido” (Onuchic *et. al.* 2014, p. 40). Ainda segundo as autoras, essa realidade coloca o professor como mediador dos processos de construção do conhecimento matemático, sendo necessário que este apresente aos alunos, novos recursos e metodologias.

Em outra perspectiva, tem-se a MP como uma possibilidade que caminha na direção de uma formação matemática para a prática profissional. Ou seja, de uma abordagem de ensino que esteja preocupada com a apropriação, pelo professor, do que

vai ensinar na escola. Assim, a MP prioriza, “sobretudo as diversas formas, cultural e socialmente situadas, por meio das quais saberes matemáticos são produzidos e mobilizados” (Giraldo, 2019, p. 8). Tal apropriação se desenvolve por meio da construção dos conceitos e significados a partir da própria gênese, da história de surgimento do conhecimento matemático.

Tais considerações justificam a discussão proposta por este trabalho, que busca compreender as contribuições e limites da RP e da MP para a formação inicial de professores. Dessa forma, no próximo capítulo, trataremos teoricamente destas duas abordagens.

2. A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A ABORDAGEM PROBLEMATIZADA DA MATEMÁTICA

A preocupação com o ensino de matemática, tem levado as pesquisas à proposição de diferentes abordagens metodológicas em Educação Matemática. Essas abordagens no ensino de matemática, de acordo com Onuchic e Morais (2013) exigem a vivência de diferentes metodologias de trabalho na formação inicial, e que para o estudante, futuro professor, constitui-se como novas e significativas possibilidades de ensino da matemática.

Embora se reconheça a complexidade da sala de aula, acredita-se que, na formação inicial docente, o futuro professor, vivenciando diferentes abordagens metodológicas, terá a oportunidade de examinar conteúdos matemáticos com profundidade, refletindo sobre eles, de forma a atender mais e melhor às dificuldades de seus estudantes. (Onuchic; Morais, 2013, p. 275).

Uma dessas abordagens é a Resolução de Problemas (RP) que, historicamente, surgiu junto à Educação Matemática. Entretanto, recentemente, ao tratar de modo especial da formação inicial de professores de Matemática, o pesquisador brasileiro Victor Giraldo tem investigado e orientado pesquisas que discutem o que ele chama de uma abordagem Problematizada da Matemática (MP).

Neste capítulo aprofunda-se conceitualmente estas duas abordagens, para constituir o referencial teórico desta pesquisa.

2.1 A metodologia de Resolução de Problemas

“A Resolução de Problemas começou a constituir-se como teoria pelas mãos do matemático e pesquisador George Polya, e apresentada em um dos livros mais vendidos no mundo moderno: *A arte de resolver problemas*” (Morais; Onuchic, 2014, p. 22). De acordo com as autoras, em seu livro “*A arte de resolver problemas*” de 1945, Polya propõe quatro fases, julgadas por ele, como próprias de uma tentativa de resolver qualquer problema: “(1) compreender o problema, (2) estabelecer um plano, (3) executar o plano e (4) examinar a solução obtida” (Morais; Onuchic, 2014, p. 23).

De fato, assim como defendem as autoras, como preocupação, George Polya tinha a melhoria das habilidades de resolução de problemas pelos estudantes, e que, por sua vez, se davam através dos professores, também bons resolvidores de problemas. É assim

que em 1967 ele sugere, em uma de suas observações para o trabalho com RP, que o professor somente formalize os conceitos matemáticos depois que os alunos forem capazes de evidenciar a necessidade desses termos (Morais; Onuchic, 2014).

Segundo Moraes e Onuchic (2014), antes de 1980 tem-se o currículo escolar oficial norte-americano sendo desenvolvido junto às pesquisas sobre RP, e que foi orientado pelo Movimento da Matemática Moderna. No entanto, este movimento não trouxe os resultados esperados quanto às habilidades dos alunos em resolver problemas em matemática, permitindo então que a teoria de RP pudesse então ser incorporada aos currículos escolares de todo o mundo.

“No ano de 1980, o documento “Uma Agenda para Ação - Recomendações para a Matemática Escolar para a década de 1980, publicado pelo NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), propôs que Resolução de Problemas fosse o foco da Matemática Escolar nos anos 1980” (Morais; Onuchic, 2014, p. 28). No entanto, ainda se tinham muitas dúvidas sobre como desenvolver esse trabalho na escola básica, causando equívocos no trabalho com a proposta. Assim, com o objetivo de promover melhores concepções acerca da RP como foco da matemática escolar, Schroeder e Lester (1989) propõem em seu livro “*Novas Direções para a Matemática da Escola Elementar*” três abordagens de ensino de resolução de problemas, o que permitiu nortear o trabalho com essa metodologia:

Ensinar “sobre” resolução de problemas é trabalhar com o método proposto por Polya (1945/1995) ou alguma pequena variação dele; no ensino “para”, o professor se concentra sobre as formas de como a Matemática a ser ensinada pode ser aplicada na resolução de problemas rotineiros ou não rotineiros. Nessa abordagem, embora a aquisição de conhecimento matemático tenha uma importância primeira, o maior propósito da aprendizagem de matemática é seu capaz de utilizá-la; no ensino “via” resolução de problemas, problemas são válidos não só com o propósito de se aprender matemática, mas, também com o significado primeiro de fazer Matemática (Morais; Onuchic, 2014, p. 29-30).

“Na verdade, consideramos que a expressão “através” - significando “ao longo”, “no decurso” - enfatiza o fato de que ambas, Matemática e Resolução de Problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente” (Onuchic *et. al.* 2014, p. 38).

Ainda segundo Moraes e Onuchic (2014), após a publicação de “Os Princípios e Padrões para a Matemática Escolar” em 2000 (*Standards* 2000), com orientações para o professor de Matemática de sala de aula, foi possível a implantação da RP no currículo escolar americano, impulsionando, por sua vez, o desenvolvimento da Metodologia de

Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP), sendo considerada pelas autoras como uma ampliação das três abordagens sugeridas por Schroeder e Lester.

A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador (Onuchic *et. al.* 2014, p. 43).

Onuchic e Allevato (2011) discutem o emprego da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação pelo Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP), que considera um trabalho de ocorrência simultânea dos três elementos, assim, “enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprende e a avaliação se realiza por ambos” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 81).

O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula quando necessário. Chamamos a esse processo de trabalho de uma forma Pós-Polya de ver resolução de problemas” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 81).

“Ocorre que, mais recentemente, também o conceito de avaliação começou a ser repensado nos ambientes de ensino” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 82), de modo a tomar o desenvolvimento do estudante durante o processo também como eixo importante de avaliação. Assim, “no ensino-aprendizagem a avaliação é um componente extremamente importante” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 82).

No ensino aprendizagem avaliação de matemática através da RP, portanto, o problema é tido como “gerador, pois visa a construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento” (Onuchic *et. al.* 2014, p. 45). Assim, a formalização do conteúdo é feita posteriormente. “Nessa metodologia o problema é ponto de partida e orientação para a atividade de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos” (Onuchic *et. al.* 2014, p. 44).

No entanto, no trabalho com RP, apesar de esta se estabelecer como uma metodologia de ensino bem estruturada, ainda acontecem muitos equívocos e confusões com relação ao que seja, de fato, trabalhar com a metodologia. “Até muito recentemente, ensinar a resolver problemas significava apresentar situações-problema e, talvez, incluir um exemplo com uma solução técnica específica” (Onuchic, 1999, p. 199). Ou seja, ainda

nos dias atuais, muitos professores enfrentam desafios ao trabalhar com a metodologia, ou porque não aprenderam, ou porque criaram uma concepção errônea do que seja a proposta, não alcançando, portanto, os resultados que ela pode proporcionar.

Num outro trabalho, Ponte e Canavarro (1994) analisam as perspectivas de quatro professoras do 3º ciclo e do ensino secundário sobre a resolução de problemas. [...] Os autores concluem que, de um modo geral, os professores sentem uma série de dificuldades quando procuram pôr em prática a resolução de problemas nas suas aulas: (i) alguns deles não têm muita inclinação para a resolução de problemas; (ii) existe muita variação na terminologia e nas ideias associadas à resolução de problemas (em especial, sobre o que é um problema e quais são os problemas mais apropriados para propor na sala de aula); (iii) sente-se uma grande pressão para o cumprimento dos programas; (iv) faltam materiais adequados para organizar um ensino com base na resolução de problemas; e (v) o modo de gerir as situações de resolução de problemas, nomeadamente na fase de discussão coletiva afigura-se problemático” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 115).

De acordo com Onuchic (2014), a tendência da metodologia de RP é considerar os estudantes como participantes em ação, os problemas como instrumentos bem definidos e a “atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade” (Onuchic, 1999, p. 203). Assim,

o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. [...] Sem dúvida, ensina matemática através da resolução de problemas é a abordagem mais consistente com as recomendações do NCTM e dos PCN, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto de resolução de problemas (Onuchic, 1999, p. 207).

Assim, “na abordagem de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas” (Onuchic, 1999, p. 210-211).

Desse modo, para o trabalho com RP, segundo a sua estrutura, é importante conceituar a palavra “problema”. Assim,

um problema se configura na relação com o resolvidor, de tal modo que, se ele já conhece ou tem memorizado tais métodos de resolução ou não está interessado na atividade, não será para ele um problema (Onuchic *et. al.* 2014, p. 44).

Trata-se, portanto, de uma tarefa na qual não se tenha um caminho pronto para chegar à solução, mas esse caminho deve ser construído, encontrado pelo resolvidor do problema. Nesse sentido é que a RP torna-se uma alternativa significativa para a formação do licenciando em matemática. “É preciso favorecer conhecimento pedagógico

consistente ao futuro professor como, por exemplo, para ensinar Matemática via resolução de problemas, [...]”. (Imbernón, 2011, p. 60-61).

Onuchic e Allevato (2011) sugerem alguns encaminhamentos para o trabalho com a tendência MEAAMaRP, e que se contemplam em: “1. preparação do problema; 2. leitura individual; 3. leitura em conjunto; 4. resolução do problema; 5. observar e incentivar; 6. registro das resoluções na lousa; 7. plenária; 8. busca por consenso; 9. formalização do conteúdo” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 83-84).

2.2 A abordagem Problematizada da Matemática

Diferente de uma metodologia, a abordagem problematizada da matemática se refere a “uma concepção da matemática a partir de seus múltiplos processos sociais de produção” (Giraldo, 2018, p. 41). Sobre esses processos, o autor inclui a construção histórica da matemática e “os seus processos de produção e mobilização de saberes nos contextos sociais escolares” (Giraldo, 2018, p. 41).

Giraldo (2018) refere-se à dicotomia Matemática não problematizada *versus* Matemática problematizada, enfatizando a primeira como sempre presente em nossos contextos de ensino, sendo considerada como o único e correto modelo. “A visão não problematizada da matemática é uma visão e uma exposição da matemática a partir de seus resultados, como uma ciência estática, estanque” (Schiller, 2021, p. 31). Outrossim, “em muitos obstáculos de ensino e de aprendizagem de matemática, podem se encontrar vínculos entre concepções sobre a própria natureza da matemática e formas naturalizadas de exposição da disciplina” (Giraldo, 2018, p. 41).

De fato, a ideia de uma matemática naturalizada já não serve mais, se considerarmos as mudanças nos sujeitos e nos contextos que se conectam à ela. São necessárias novas formas de se pensar o conhecimento de todas as disciplinas. Nesse sentido, “o ensino da Matemática deve ser entendido e aplicado de modo a propiciar a construção do saber pelo aluno e não ser meramente a aplicação de técnicas que visem a transferência de informações” (Giraldo, Santos, Lacerda, 2022, p. 1).

Ao conceituar a MP, para considerar o termo “problematização” é necessário que se tenha consciência da característica polissêmica do termo, que traz conceituações em perspectivas diferentes. Ao pensar na perspectiva adotada nesta pesquisa, é possível encontrar interseções com as ideias de Paulo Freire em sua abordagem Problematizadora, que ao criticar a denominada educação “bancária”, manifesta seu posicionamento frente

ao modelo de educação que há muito tempo se tem oferecido Freire (1996). De acordo com Schiller³, (2021), a medida em que não permite uma postura ativa por parte do estudante no processo de construção do conhecimento, o modelo de educação bancária determina o lugar de cada indivíduo na sociedade. “Por outro lado, um ensino problematizador pode significar subjetividades voltadas para a consciência sobre si e sobre o mundo” (Schiller, 2021, p. 19). Para o autor, a partir da proposta de Freire, tem-se uma nova determinação para o professor, colocando-o como mediador dos processos de ensino e aprendizagem.

Sobre a abordagem da MP e suas potencialidades de mobilização dos contextos sociais, Schiller (2021) discute a necessidade de se pensar o lugar político do ensino de matemática na construção da sociedade, enfatizando que o próprio ato de escolher ou não por um caminho ou solução a seguir, é um posicionamento político. Assim, a MP se faz a partir de sujeitos pensantes dispostos a se posicionarem frente às realidades que lhes são colocadas, com o intuito de se desenvolverem e produzirem coletivamente novas experiências, saberes, conhecimentos, questionamentos, situações e realidades significativas.

A partir disso, é possível a exposição de uma ideia inicial de aproximação entre RP e MP, que vai começando a ser desconstruída. É possível perceber que a metodologia de Resolução de Problemas e a abordagem Problematizada da Matemática, são epistemologicamente diferentes. E esta diferença pode estar na própria compreensão do termo problema, que será discutido de forma mais aprofundada a partir de agora.

O termo “problema” em matemática, em geral, sugere situações complicadas, duvidosas, e que incitam a busca de respostas, de um resultado. Entretanto, ao tratar da matemática em uma abordagem problematizada, Giraldo e Roque (2021) encaram as situações problemáticas a partir de uma visão diferenciada. “Os problemas não são eliminados pela solução, não se tratam de motivações provisórias ou de ausências anteriores ao saber” (Giraldo; Roque, 2021, p. 13). Em vez disso, os autores atribuem aos problemas matemáticos a função ou característica de trazer força ao desenvolvimento desse conhecimento. O problema torna-se então o “cerne”, o centro onde se desenvolve a matemática. Assim, “os problemas são constituintes do próprio saber, elementos

³ Schiller (2021) foi um dos trabalhos que apareceu no levantamento. Ele não foi analisado por não se tratar de uma pesquisa empírica, e sim de um estudo teórico, entretanto, tendo em vista a escassez de trabalhos que discutem a abordagem Problematizada da Matemática, julgou-se como uma importante discussão sobre o tema.

genéticos do conhecimento, que insistem e permanecem como força de criação” (Ibid, p. 13).

Ao pensar nos avanços da matemática, é possível identificar o quanto os questionamentos e problemas apresentados por diferentes pesquisadores levaram seus sucessores a novas revelações, como bem ilustrado no surgimento das Geometrias não euclidianas. “O fracasso de todas as tentativas de provar o quinto postulado de Euclides levou lentamente a uma nova concepção da matemática” (Bongiovanni; Jahn, 2010, p. 39):

Pelo fim do século XVIII foram feitas novas tentativas de demonstrar o quinto postulado de Euclides por meio de demonstrações indiretas. Mas, em vez de conduzir a uma contradição, este novo conjunto de axiomas formou a base de uma teoria consistente chamada hoje de geometrias não euclidianas (Bongiovanni; Jahn, 2010, p. 44).

Dessa forma, entende-se que o desenvolvimento da matemática é feito através de problematizações. Sendo assim, o motor do desenvolvimento desse conhecimento não está nas certezas e nos resultados, mas sim nos problemas.

Outro aspecto muito importante no histórico do desenvolvimento do conhecimento matemático está em uma suposta neutralidade exercida por essa ciência. “Dentre as ciências, a matemática assumiu um posto de ciência neutra, como um sinônimo de abstração da realidade” (Schiller, 2021, p. 22). Sendo assim, nos ambientes de ensino de matemática, não há espaço para explorações, debates e informalidades. “Segundo essa lógica, a aula de matemática deve se transformar em um ambiente acrítico, disciplinar e que reforça lugares sociais em nome de uma suposta neutralidade” (Schiller, 2021, p. 22). Ainda de acordo com a autora, “diferentemente de muitas disciplinas consideradas “ideológicas” como a história e a filosofia, a matemática aparece como um conhecimento totalmente neutro” (Ibid, p. 17).

Partindo dessa discussão, torna-se interessante pensar o lugar político da matemática, bem como suas possibilidades de criação por meio do seu desenvolvimento, defendendo, portanto, “um ensino de matemática em que as/os professoras/es tenham consciência do lugar político que ocupam e intencionalidade sobre as possíveis subjetividades produzidas” (Schiller, 2021, p. 18).

Essas reflexões sugerem a importância de se pensar uma abordagem para a disciplina escolar matemática que não seja apenas uma introdução ao saber sistematizado e formalizado estabelecido, mas que dê conta de uma perspectiva mais ampla, que inclua os processos históricos e culturais de produção desse conhecimento e que, ao invés de invisibiliza-los, que situe politicamente os diversos usos e

construções da matemática como campo epistêmico (Schiller, 2021, p. 27).

Schiller (2021) considera a característica *autoproblematizadora* do conhecimento matemático à medida em que esta ciência é capaz de se transformar a partir de suas inquietações. Trata-se de deixar de acreditar única e exclusivamente nas respostas obtidas, e apoderar-se das indagações, das situações que geram conflitos. É preciso, portanto, resistir a um ensino de matemática que não problematiza. Resistir às hegemonias do ensino para produzir conhecimento, de fato. Entretanto,

valorizar a estrutura de problematização interna não significa dizer que a matemática é autossuficiente enquanto área de conhecimento, como se não houvesse necessidade de abertura para troca e influência de outras áreas, mas sim explicitar como a autoproblematização da matemática contribui para a sua construção enquanto ciência. Ou seja, significa perceber a problematização como elemento constituinte e estruturante do que compreendemos por matemática. Assumir essa característica gera uma mudança radical na visão do que entendemos por matemática (Schiller, 2021, p. 40).

De acordo com Lacerda, Santos e Giraldo (2022), a problematização do conteúdo matemático oportuniza ao estudante o questionamento, a experimentação, a manipulação, a investigação e a interação autônomas com o conteúdo e o professor. Ou seja, “A problematização ou desnaturalização de conceitos matemáticos tem o potencial de propiciar aos alunos a verdadeira experiência de criação da matemática – ainda que para isso não seja necessário seguir os padrões de rigor da matemática superior” (Ripoll; Rangel; Giraldo, 2016, p. XXIII).

Giraldo e Roque (2021) discutem a matemática descrita por duas ordens diferenciadas, ao que os autores chamam de “ordem da estrutura” e “ordem de invenção”. A ordem da estrutura, de acordo com os autores, descreve a matemática como uma ciência exata que sistematiza e organiza seus conceitos por meio de axiomas e teoremas com a finalidade de trazer resultados incontestáveis. Por sua vez, a ordem de invenção é definida pelos autores como “as formas de produção de conhecimento que estiveram e estão presentes nas diversas práticas hoje chamadas de matemáticas” (Giraldo; Roque, 2021, p. 3).

Da perspectiva das ordens de invenção, a escrita e a exposição convencionais da matemática parecem estar de trás para frente. Axiomas e definições, que na ordem da estrutura precedem os teoremas, constituem, na verdade, condições que garantem a validade de determinados resultados e que, em geral, foram entendidas e formuladas por último, a partir de explorações em torno dos próprios resultados.

Nesse sentido, axiomas e definições nascem de processos de invenção que buscam encapsular e organizar formalmente ideias (em geral, já familiares em algum sentido) e que encerram uma intencionalidade de expressar condições que possibilitem a validade formal dessas ideias. [...] Entretanto, a escrita matemática convencional, que obedece a ordem da estrutura, pode causar a impressão justamente do contrário: de que são os enunciados dos axiomas e das definições que fundam as ideias matemáticas e que essas, incidentalmente ou por alguma predestinação misteriosa, conduzem a teoremas em cujas hipóteses se encaixam perfeitamente. O confinamento de sua escrita à ordem da estrutura desconecta a matemática de seus contextos de invenção, desconsiderando os problemas que a engendraram e engendram e ocultando ideias fundamentais envolvidas nesses contextos e na própria organização da matemática contemporânea (Giraldo; Roque, 2021, p. 3-4).

Com relação às abordagens matemáticas refletidas por Giraldo e Roque (2021), entende-se que a perspectiva não problematizada da matemática segue as ordens da estrutura, enquanto a perspectiva problematizada “pode ajudar a produzir abordagens mais referenciadas pelas ordens de invenção” (Giraldo; Roque, 2021, p. 9).

Defenderemos, ainda, que a consideração dessas oposições – entre perspectivas não problematizada e problematizada, entre a ordem da estrutura e as ordens de invenção – pode fornecer uma lente teórica que ajude a entender como algumas dificuldades de aprendizagem matemática comumente reconhecidas em espaços e tempos educacionais institucionalizados se relacionam com certas formas culturalmente legitimadas de ensinar matemática na educação básica e na educação superior (Ibid, 2021, p. 9).

Desse modo, ao refletir sobre os processos e as estruturas em que se constrói o conhecimento matemático, amplia-se as formas de pensá-lo, bem como de organizá-lo e de buscar seus significados. A partir disso, tem-se a realidade docente frente às dicotomias e lacunas dos processos de ensino e aprendizagem da matemática e que envolvem essas ordens de exposição do conhecimento. Tais ordens, se pensadas de forma individualizada, por muitas vezes, impedem a evolução desse conhecimento, à medida em que segrega-o e intitula-o por “matemática difícil” e “matemática facilitada”, sendo esta última, um procedimento necessário para fazer com que o conhecimento matemático também possa chegar aos “menos capazes”. Assim, a ordem de estrutura garante a “exatidão dos resultados” (Giraldo; Roque, 2021, p. 3), enquanto a ordem de invenção está ligada às diferentes formas de se construir esse conhecimento.

No ensino superior predomina a prática de uma matemática não problematizada, que prioriza a ordem da estrutura. “Isso se verifica, por exemplo, em disciplinas iniciais de cálculo diferencial e integral, quando se opta por dar ênfase a procedimentos rotineiros

(...), em lugar de explorar os fundamentos conceituais matemáticos desses métodos” (Giraldo, 2018, p. 41). Tais práticas, ainda segundo o autor, desconSIDERAM as constantes transformações sociais, enquanto apresentam a matemática da mesma forma que era praticada no passado. Essa é uma problemática que chega ao ensino da escola por meio do professor que foi exposto à essa visão da matemática, fortalecendo cada vez mais as dicotomias.

Nesse sentido, na perspectiva da MP, torna-se imprescindível discutir a responsabilização do professor universitário por uma formação diferenciada, que permita ao “futuro professor viver um ambiente rico em produção e negociação de significados, aproximando-se, assim, do movimento de elaboração/construção do saber matemático” (Fiorentini, 2005, p. 112).

De acordo com Fiorentini (2005), ambos os professores, de matemática pura e de disciplinas pedagógicas, contribuem de forma significativa para a formação matemática e para a formação didático-pedagógica do futuro professor. Entretanto, é imprescindível que essa compreensão seja assumida por esses formadores. Dessa forma, torna-se importante que “a discussão sobre problematização atinja uma dimensão da formação e das práticas docentes” (Giraldo; Roque, 2021, p. 18).

3. ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

Segundo André e Gatti (2008), as pesquisas qualitativas caracterizam-se por um viés investigativo, na tentativa de compreender os aspectos que formam o homem, suas relações e construções pessoais e sociais. Para Esteban (2010), essa é uma atividade que visa à compreensão de fenômenos educativos e sociais e à mudança de práticas.

Dessa forma, este estudo está caracterizado como uma pesquisa qualitativa, de caráter bibliográfico, que busca, inicialmente, levantar teses e dissertações brasileiras que dialoguem sobre a formação do professor de matemática, em articulação com a metodologia de Resolução de Problemas ou com a abordagem Problematizada da Matemática.

Para compreender as contribuições e limitações das abordagens da RP e da MP para a formação matemática do futuro professor, apontadas por pesquisas empíricas desenvolvidas no Brasil, optamos pelo processo de revisão sistemática de teses e dissertações. Em artigo publicado pelo Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática (GEPFPM), os autores afirmam que,

Embora a revisão sistemática utilize como fonte de dados, à semelhança dos estudos de revisão bibliográfica, a literatura de um determinado campo ou tema de estudo, ela diferencia-se da revisão bibliográfica por utilizar um processo metódico e rigoroso de busca e seleção de fontes primárias, de coleta de dados/informações, de análise/interpretação e de sistematização e produção de sínteses integradoras das evidências (GEPFPM, 2018, p. 235).

Ainda segundo os autores, a definição da questão de pesquisa e do objetivo da investigação levam a revisão sistemática a assumir uma das seguintes modalidades de pesquisa: mapeamento de pesquisas, estado da arte ou estado do conhecimento da pesquisa, metanálise e metassíntese.

Na presente pesquisa, além dos resumos comumente utilizados em estados da arte ou do conhecimento, foram buscadas informações mais aprofundadas sobre a forma como os pesquisadores utilizam a metodologia de Resolução de Problemas ou sobre como desenvolvem uma abordagem Problematizada da Matemática, de forma mais específica, aproximações e distanciamentos entre estas abordagens, acessando os textos completos das dissertações e teses. Desse modo, esta pesquisa assume a modalidade metassíntese, que segundo Matheus (2009) é a “integração interpretativa de achados qualitativos (derivados de estudos fenomenológicos etnográficos, da teoria fundamentada dos dados e outros), que são a síntese interpretativa dos dados” (Matheus, 2009, p.544). De acordo

com a autora, as integrações mencionadas produzem uma nova interpretação dos resultados, a qual não pode ser encontrada nos estudos primários analisados.

Neste estudo, considera-se como dados de pesquisa apenas as dissertações de mestrado acadêmico e mestrado profissional e as teses de doutorado por concordar com as ideias de Megid Neto e Carvalho (2018) ao considerarem esses trabalhos como documentos primários de pesquisa. Segundo os autores, “as dissertações e teses constituem relatórios bem mais completos de pesquisa, uma vez que as informações divulgadas em artigos ou em comunicações de eventos têm de ser bastante resumidas em virtude da extensão exigida para esses trabalhos” (Megid Neto; Carvalho, 2018, p. 6).

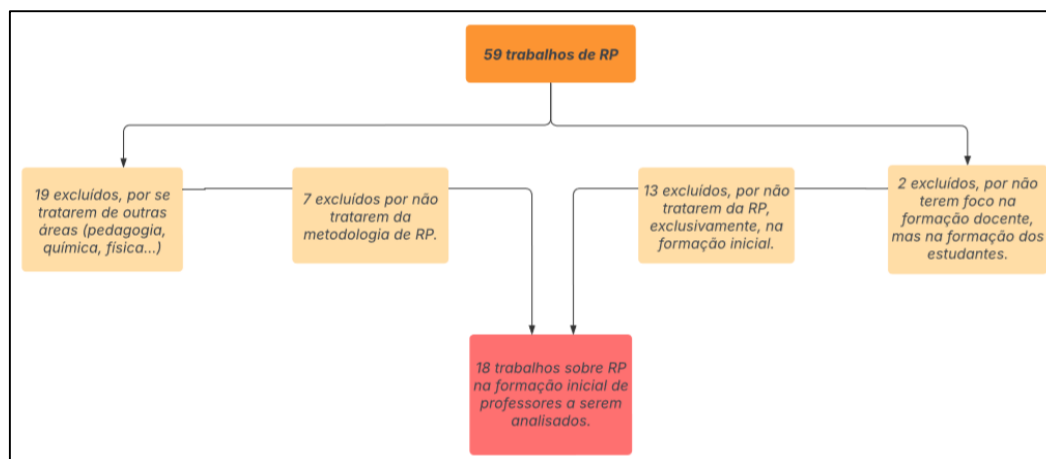
Tendo em vista a tipologia da pesquisa explicitada, o próximo tópico descreve os procedimentos metodológicos que foram adotados para desenvolvê-la.

3.1 Procedimentos metodológicos

Para o levantamento inicial das teses e dissertações foi utilizada uma ferramenta tecnológica desenvolvida no Microsoft Excel, denominada BuscAd (Mansur; Altoé, 2021) que facilita a busca de pesquisas científicas.

A motivação para a criação desse artefato tecnológico ocorreu a partir das necessidades de Mestrandos e Doutorandos do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (EDUCIMAT), do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), em realizarem Revisões de Literatura de suas investigações. (Mansur; Altoé, 2021, p. 3).

A ferramenta “BuscAd” tem se mostrado muito eficaz na busca por trabalhos acadêmicos, uma vez que permite resultados mais rápidos e abrangentes. Assim, o trabalho de busca na planilha se inicia com a escolha das palavras-chave que norteiam o tema em estudo. No caso desta pesquisa foram utilizadas as palavras “matemática”, “formação inicial de professores”, “resolução de problemas”, “metodologia”. Em seguida, foram geradas sequências de palavras, formadas pela própria ferramenta, buscando agrupá-las.

Figura 2: diagrama representativo da constituição do *corpus* dos trabalhos de RP

Fonte: elaborado pela autora (2025)

Em um segundo momento da pesquisa, foram buscadas teses e dissertações que discutem a tendência da MP na formação inicial de professores com o objetivo de buscar articulações com a RP e compreender suas contribuições e limites para a formação inicial. Foram utilizados os seguintes termos de busca na ferramenta BuscAd: “matemática problematizada”, “formação inicial de professores”. Foram encontrados 10 trabalhos, no entanto, nenhum deles foi selecionado, pois não tratavam exclusivamente da Matemática Problematizada na perspectiva do autor Victor Giraldo, à qual concentra-se esta pesquisa.

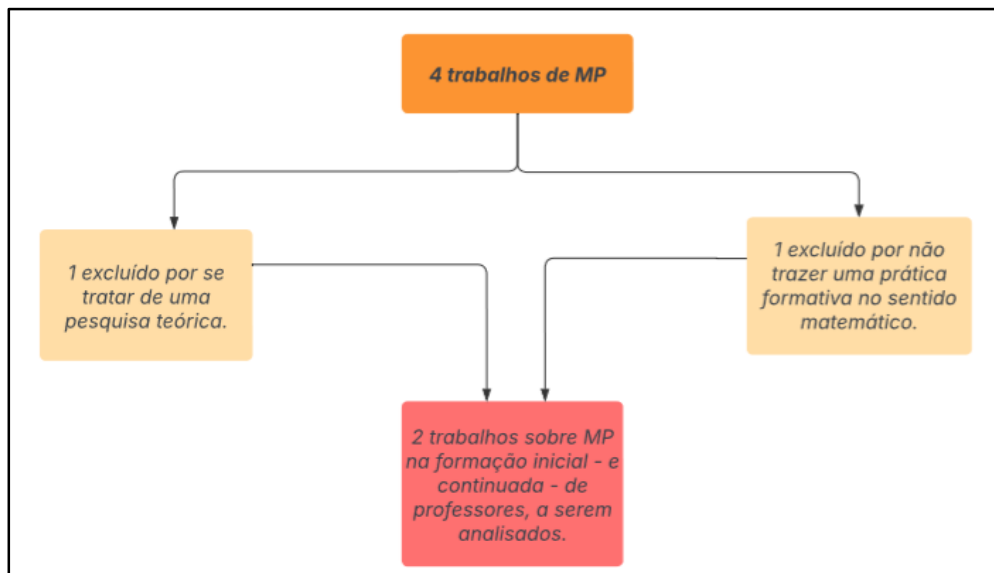
Foram então utilizadas para as buscas, o Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e a BDTD. Em ambas foram inseridos os termos de busca “matemática problematizada” e “formação inicial de professores”, no entanto, optou-se também pela seleção dos filtros de orientador e banca para Victor Augusto Giraldo e Tatiana Marins Roque, que têm discutido em conjunto a abordagem da MP. Essa seleção pelos filtros se justifica como facilitadora na busca por trabalhos na perspectiva objetivada.

Nessa busca, foram encontrados 4 trabalhos. Com a leitura dos resumos, pode-se excluir dois trabalhos: um deles, de Schiller (2021), por se tratar de uma pesquisa teórica, que inclusive foi tratado no referencial nesta pesquisa, e o trabalho de Pinto (2019), por não trazer uma proposta de prática formativa no sentido matemático, priorizando um debate político acerca da formação de professores que ensinam matemática.

Sendo assim, restaram apenas **2 trabalhos de MP** a serem analisados - um que trata da Formação Inicial de professores de matemática e outro que discute a Formação

Continuada. A escolha por manter este último como parte do *corpus* da pesquisa faz-se pelo número escasso de trabalhos encontrados sobre a MP na formação de professores.

Figura 3: diagrama representativo da constituição do *corpus* dos trabalhos de MP



Fonte: elaborado pela autora (2025)

Para facilitar a extração de informações detalhadas de todos os trabalhos do *corpus*, foi elaborado no *Google Forms* um modelo de Fichamento Analítico. As primeiras perguntas elaboradas buscavam informações mais básicas sobre os trabalhos e com foco nos objetivos específicos desta pesquisa, bem como sobre o título do trabalho, nome do autor, nome da instituição, referências bibliográficas, entre outras. No entanto, com as primeiras leituras do *corpus*, foi-se evidenciando a necessidade de acrescentar novas perguntas ao formulário, bem como, associação com outras abordagens metodológicas, concepções de MP ou RP adotadas pelo autor, entre outras.

Figura 4: página inicial do formulário no *Google forms*

Fonte: elaborado pela autora (2024)

Após o exame de qualificação do mestrado, para o qual um trabalho de cada tendência havia sido fichado e analisado, foi dada continuidade ao processo de fichamento dos demais trabalhos. Ao fazer uma leitura cuidadosa dos objetivos e da proposta trazida nas pesquisas, observou-se a necessidade de exclusão de mais alguns trabalhos referentes a Metodologia de Resolução de Problemas, pois esses não traziam os elementos que estavam sendo buscados.

O trabalho de Canal (2021) foi excluído, neste caso, pois ao analisar as propostas de atividade trazidas pela pesquisadora, observou-se que não houve a utilização da abordagem de RP na perspectiva pretendida, tendo em vista que a autora aborda a Resolução de Problemas segundo a Teoria Neopiagetiana de Robbie Case.

Os trabalhos de Huf (2020) e Mitsuuchi (2020) também foram excluídos, pois após uma leitura cuidadosa, observou-se que estes voltavam-se aos estudantes do curso de Pedagogia, e não aos licenciandos em Matemática.

E ainda, apesar de discutir a RP, o trabalho de Figueiredo (2017) também foi excluído por seu foco na abordagem do Design de Problemas. Por fim, o trabalho de Costa (2012), que não foi encontrado disponível para leitura, também não pôde ser analisado.

Desse modo, tem-se como composição do *corpus* final de trabalhos analisados nesta pesquisa: **13 trabalhos de RP** na Formação Inicial de professores e **2 trabalhos de MP** (um na Formação Inicial e outro na Formação Continuada). Os trabalhos são apresentados no Quadro 2, sendo os amarelos de MP e os azuis de RP, organizados

cronologicamente, do mais atual ao mais antigo em ambas as abordagens. No quadro, as abreviações DO e MA referem-se aos níveis de Doutorado e Mestrado Acadêmico, respectivamente.

Quadro 1: Teses e Dissertações a serem analisadas (*corpus* final)

Título	Ano	Autor	Nível	Instituição	Orientador
Matemática Problematicada na licenciatura: articulando história e tecnologias em componentes curriculares de conteúdo matemático	2021	Daniel de Jesus Silva	DO	Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)	Victor Augusto Giraldo
Rumo a uma postura problematizadora na formação de professores de Matemática: articulando práticas históricas e práticas de sala de aula	2020	Bruna Moustapha-Corrêa	DO	Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)	Victor Giraldo e Aline Bernardes
Entre plantas e árvores: uma articulação entre a Resolução de Problemas, a Análise Combinatória e um beija-flor	2022	Ana Carolina Ferreira Rangel	MA	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)	Lourdes de la Rosa Onuchic
Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas na formação inicial de Professores: um olhar para os conteúdos algébricos	2022	Ana Beatriz de Oliveira	MA	Universidade Estadual de Maringá (UEM)	Marcelo Carlos de Proença
Design de problemas e o conhecimento matemático para o ensino de licenciandos em matemática sobre progressões aritméticas e geométricas	2021	Thalia Leiria Pinto	MA	Universidade de Franciscana (UFN)	Eleni Bisognin
Equações diferenciais ordinárias na formação inicial de professores de Matemática através da resolução de problemas	2021	Igor Raphael Silva de Melo	MA	Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)	Roger Ruben Huaman Huanca
Possibilidades do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em um curso de Licenciatura Matemática na rede Federal de Educação Tecnológica no Estado de São Paulo	2019	Egidio Rodrigues Martins	DO	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)	Lourdes de la Rosa Onuchic

Uma proposta de Ensino de Álgebra Abstrata Moderna, com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e suas contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática	2017	Nilton Cezar Ferreira	DO	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)	Lourdes de la Rosa Onuchic
O Ensino da Geometria através da Resolução de Problemas: explorando Possibilidades na Formação Inicial de Professores de Matemática	2017	Thâmara Chaves Brasil	MA	Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)	Roger Ruben Huaman Huanca
A Resolução de Problemas no ensino de Estatística: uma contribuição na formação inicial do professor de matemática	2016	Patrícia Melo Rocha	MA	Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)	Roger Ruben Huaman Huanca
Resolução de Problemas e Modelagem Matemática: uma experiência na Formação Inicial de Professores de Física e Matemática	2016	Rônero Marcio Cordeiro Domingos	MA	Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)	Roger Ruben Huaman Huanca
Álgebra e aspectos do pensamento algébrico: um estudo com resolução de problemas na licenciatura em Ciências Naturais e Matemática	2014	Simone Simionato dos Santos Laier	MA	Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)	Gladys Denise Wielewski
O processo de Ensino - Aprendizado - Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da Formação Inicial do Professor de Matemática	2014	Elizabeth Quirino de Azevedo	DO	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)	Lourdes de la Rosa Onuchic
A resolução de problemas na licenciatura em matemática: análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado	2012	Marcelo Carlos de Proença	DO	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)	Nelson Antonio Pirola
O processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na Formação Inicial de Professores de Matemática	2010	Célia Barros Nunes	DO	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)	Lourdes de la Rosa Onuchic

Fonte: elaborado pela autora (2024)

3.2 Procedimentos analíticos

Após a realização da etapa de fichamento de todos os trabalhos, as respostas foram textualizadas, elencando todos os dados trazidos na planilha gerada pelo formulário. A textualização dos dados foi uma etapa importante, tendo em vista que o processo de análise dos trabalhos pode tornar-se mais efetivo quando os dados estão dispostos de maneira mais organizada e estruturada, neste caso, textualmente.

Em resumo, a pesquisa seguiu as etapas de uma metassíntese, conforme descrito por Matheus (2009, p. 545):

- (i) identificar o interesse intelectual e qual o objetivo do estudo;
- (ii) estabelecer o que é pertinente aos interesses da pesquisa e, consequentemente, os critérios iniciais para a inclusão dos estudos;
- (iii) ler e analisar detalhadamente os estudos a fim de identificar metáforas e interpretações relevantes, criando resumos que facilitem a organização e o acesso aos resultados pelo pesquisador;
- (iv) estabelecer como as pesquisas se relacionam - ao justapor os resultados dos estudos primários, é possível fazer uma suposição preliminar sobre suas inter-relações;
- (v) elaborar novas afirmações, mais sucintas e abrangentes, que correspondam ao conteúdo do conjunto de resultados, mantendo, entretanto, o contexto original do qual surgiram e
- (vi) elaborar uma nova explicação que seja equivalente a todos os estudos analisados.

Dessa forma, no próximo capítulo, inicialmente descreve-se os trabalhos de cada tendência, divididos em dois tópicos, um para MP e outro para RP. Cada tópico é finalizado com uma síntese. Em seguida apresenta-se uma síntese integrativa, procurando estabelecer distanciamentos e aproximações entre a MP e a RP.

4. COMPREENDENDO AS CONTRIBUIÇÕES E LIMITAÇÕES DA RP E DA MP PARA A FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO FUTURO PROFESSOR

Retomando a questão orientadora deste estudo, que busca questionar o que as pesquisas sobre MP e RP trazem como contribuições para a formação matemática de futuros professores de matemática, busca-se, neste capítulo analítico, olhar para as situações de ensino e aprendizagem trazidas nas pesquisas, na tentativa de analisar e compreender as formas como podem se desenvolver os processos de formação matemática do licenciando, tendo em vista o conhecimento matemático acadêmico e o conhecimento matemático para o ensino, necessários ao futuro professor de Matemática.

Para isso, primeiramente apresenta-se as análises dos dois trabalhos relativos à MP, conceito ainda recente e utilizado em poucas pesquisas sobre a formação inicial de professores, que é o foco nesse estudo. Devido a essa escassez, optou-se por analisar trabalhos cujo foco não foi especificamente na formação inicial, mas que trazem contribuições para se repensar essa formação. O tópico seguinte trata dos trabalhos que investigam a Resolução de Problemas na formação inicial de professores de matemática, especialmente aqueles que olham para conteúdos matemáticos específicos e não somente para a abordagem metodológica. Ao final de cada tópico são apresentadas sínteses dos trabalhos analisados e, em seguida, uma síntese integrativa procurando estabelecer distanciamentos e aproximações entre a MP e a RP.

4.1 Pesquisas que investigam a abordagem da MP na formação inicial (e continuada) de professores de Matemática

O primeiro trabalho tido como objeto de análise nesta pesquisa trata-se de uma tese de doutorado, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação, da Faculdade de Educação, na UFRJ, no ano de 2021. Em seu trabalho, Silva (2021, p. 14), busca compreender os “possíveis desdobramentos de uma abordagem de matemática de uma perspectiva problematizada na construção de saberes docentes na formação inicial dos professores de matemática”.

Como questão de pesquisa, coloca-se:

Que sentidos sobre a matemática como campo de conhecimento e como disciplina escolar, bem como sobre a docência como profissão, podem

ser produzidos ou mobilizados no contexto de uma proposta de abordagem numa perspectiva de matemática problematizada, estruturada pela articulação entre história e tecnologias, em uma disciplina de conteúdo matemático na formação inicial de professores de matemática? (Silva, 2021, p. 40).

A pesquisa é de cunho qualitativo e definida pelo autor a partir de “um estudo empírico que parte da interação do pesquisador com os sujeitos” (Silva, 2021, p. 41) em que é elaborada uma proposta de ensino, aplicada posteriormente em uma turma do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II (CDI2), com cinco estudantes da turma do primeiro semestre de 2019. Segundo o autor, a motivação deste trabalho estaria em construir formas de saberes de matemática, na referida disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, destacando:

(1) a discussão explícita sobre relações entre conteúdo do componente curricular e o conteúdo da educação básica; (2) a exploração de metodologias de ensino no componente curricular que possam inspirar práticas que os licenciandos desenvolverão futuramente como professores da educação básica (Silva, 2021, p. 37).

"O estudo principal ocorreu durante a primeira unidade, entre 18 de março e 2 de maio daquele ano, perfazendo 8 encontros de aproximadamente 5 horas, ou seja, por 8 semanas" (Silva, 2021, p. 105). A proposta associa-se com as abordagens metodológicas da História da Matemática e com as Tecnologias. Durante a aplicação, são propostas atividades de oficina, trabalho em grupo, roda de conversa, atividade investigativa, narrativas escritas, produção de portfólios, questionário, elaboração de plano de aula e, como forma oficial de avaliação é utilizada a avaliação escrita considerando os aspectos formativos do componente curricular. Os conteúdos matemáticos trabalhados na proposta envolvem o Cálculo Diferencial e Integral e o estudo de Função e Área. Os recursos utilizados em aula são os materiais disponíveis em sala, textos e computadores.

Com relação às atividades desenvolvidas na turma, o autor define-as como

atividades de caráter investigativo, envolvendo: (1) reconhecimento de situações, exploração e inquietações iniciais; (2) formulação de conjecturas; (3) realização de testes e refinamento de conjecturas; (4) demonstrações (provas, níveis de rigor) e (5) avaliações do trabalho realizado, com caráter formativo [...] e se utiliza de uma abordagem inspirada nas premissas que sustentam o *concept study* (Silva, 2021, p. 106).

Com relação a atividade de produção de narrativas escritas, estas buscam compreender as impressões dos licenciandos acerca do curso de Licenciatura em

Matemática, “bem como suas percepções com respeito ao componente Cálculo e os seus possíveis papéis na formação inicial de professores de matemática” (Silva, 2021, p. 107).

Também são propostas atividades dinâmicas, bem como a atividade Resignificando o Conceito de Área (RCA) e a atividade do cálculo de uma área com formato não poligonal utilizando práticas similares às que usavam os povos do antigo Egito. Outra atividade interessante de medição da sala de aula utilizando uma corda de 1,15 metros é proposta.

A partir dessa atividade também foram lançadas aos alunos perguntas disparadoras abordando suas percepções sobre o conceito de área e seu ensino, visando mobilizar suas experiências e suas expectativas, com referência nos pressupostos que sustentam a proposta de *concept study* de Davis e seus colaboradores (Silva, 2021, p. 107).

O autor também traz a proposta de leitura de textos, objetivando a reflexão sobre as relações entre os acontecimentos históricos e o desenvolvimento dos conceitos matemáticos. Os estudantes são convidados à realização de atividades em grupo, objetivando o compartilhamento de ideias.

Outra atividade é proposta fora do ambiente de sala de aula em que os “grupos devem escolher um local externo da universidade e elaborar uma situação-problema didática (com medidas reais) para resolução com aplicação da integral” (Silva, 2021, p. 94) e que é discutida posteriormente. “Discussões coletivas sobre a metodologia e tecnologias empregadas nas aulas de CDI2, fazendo inferências acerca de possibilidades semelhantes na educação básica” (Silva, 2021, p.94) também são realizadas.

Em outro momento da disciplina também é planejada uma “exploração do conteúdo programático da componente curricular, discutindo integração de funções trigonométricas e integração de funções racionais por frações parciais” (Silva, 2021, p. 120) e resolução de exercícios.

A atividade dos portfólios tem o objetivo de contemplar “reflexões e experiências dos participantes a partir de suas experiências no componente curricular em relação: ao conteúdo matemático, aos saberes de matemática do ensino [...] e a suas próprias perspectivas de futuras práticas docentes” (Silva, 2021, p. 107). Assim os alunos eram

incentivados a registrar semanalmente reflexões e experiências relacionadas diretamente às aulas e atividades em relação: ao conteúdo matemático, aos saberes de matemática do ensino, ao seu próprio processo de aprendizagem, e às suas próprias perspectivas de futuras práticas docentes, dificuldades observadas, abordagens ou tecnologias idealizadas ou aplicadas, impressões ou vivências pessoais, etc (Silva, 2021, p. 113).

O questionário aplicado ao final, por sua vez, buscou captar impressões de todos participantes sobre a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral na formação do professor de matemática. A atividade de roda de conversa trouxe a oportunidade dos participantes discutirem coletivamente suas impressões sobre a experiência na disciplina, com um roteiro semiestruturado.

O segundo trabalho analisado também se refere a uma tese de doutorado, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRJ, no ano de 2020. Em sua tese, Corrêa (2020) tem como objeto de estudo uma “proposta de formação em serviço ofertada (as atividades problematizadoras)” (Corrêa, 2020, p. 26), em que os próprios professores, participantes da proposta, “têm o papel de nos auxiliar a avaliar (no sentido de avaliar conosco) essa proposta, a partir da perspectiva de quem a experienciou” (Corrêa, 2020, p. 26). Portanto, os objetivos dessa pesquisa se definem em:

- a. formular a postura problematizadora; b. elaborar uma proposta de formação – as atividades problematizadoras – como uma possível forma para desenvolver a postura problematizadora; c. descrever uma aplicação das atividades problematizadoras; e d. apresentar uma análise de algumas mudanças discursivas experienciadas pelos participantes durante essa aplicação” (Corrêa, 2020, p. 26-27).

A pesquisa é qualitativa, e traz uma proposta de ensino, elaborada e aplicada pela pesquisadora em uma turma de 12 professores do Programa de Mestrado Profissional, em uma universidade pública do Rio de Janeiro, durante o segundo período letivo de 2018. Os participantes, cujas idades variaram entre 29 e 73 anos, apresentavam experiências docentes entre 3 e 50 anos. “Os encontros ocorreram em 13 sessões semanais com duração de 3 horas cada sessão. A proposta associa-se com a abordagem da História da Matemática” (Corrêa, 2020, p. 127).

Durante a aplicação são realizadas atividades por meio de narrativas escritas, produção de portfólios, diários reflexivos, relato do encontro, questionário online e momentos de discussão em conjunto. Entre os recursos utilizados estão questionário online, com 42 perguntas abertas e fechadas, e entrevistas individuais semiestruturadas com duração de 40 a 60 minutos e gravações de áudio e vídeo. Os conteúdos matemáticos trabalhados são Equações Lineares; Área de figuras planas e Teorema de Pitágoras; Funções.

A autora se utiliza do que se chama de Atividades Problematizadoras (AP). Segundo ela, “nossa AP aborda as diferenças entre as práticas matemáticas do passado

(através da história) e da sala de aula (através das tarefas matemáticas), problematizando-as e situando-as em seus respectivos contextos" (Corrêa, 2020, p. 115).

As atividades problematizadoras propostas são organizadas em três etapas – 1) desencadeadoras de discussão, 2) zoom histórico e zoom out e 3) reflexões sobre práticas docentes – que, por sua vez, são construídas sobre dois tipos de tarefas – tarefas matemáticas e tarefas focadas em história – e em tarefas que promovem a reflexão e que estimulam a incorporação da problematização na prática docente (Corrêa, 2020, p. 120).

As AP são organizadas em rodadas de tarefas, compostas pelas três etapas, e em cada rodada são reunidas “tarefas focadas em história, tarefas matemáticas e tarefas reflexivas nas quais os professores escrevem sobre o que aconteceu e/ou compartilham seus pensamentos com o grupo” (Corrêa, 2020, p. 120).

Assim, durante a primeira etapa desenvolvemos tarefas matemáticas nas quais os professores são convidados a iniciar a reflexão sobre o tema da rodada. Utilizamos as tarefas matemáticas de Biza e de colegas (por exemplo, Biza *et. al.* 2007, 2018), para questionar a forma como os professores lidam com as suas atividades letivas normais (...) (Corrêa, 2020, p. 124).

Na primeira etapa, onde são realizadas as discussões, o objetivo é de desenvolver uma postura problematizadora nos professores, considerando suas opiniões sobre a matemática e o seu ensino, sendo esta discussão, muito importante, já no início. A etapa zoom in e zoom out visa: “uma imersão nas fontes originais, um olhar histórico e um desvelamento da fonte” (Corrêa, 2020, p. 124-125). “Esta etapa inicia-se com a tarefa de imersão com o objetivo de abalar as zonas de conforto dos professores. Tarefas de *Overlook*⁴ são desenvolvidas para contextualizar as práticas. Por fim, propomos retornar à fonte com o objetivo de desvendá-la” (Corrêa, 2020, p. 124-125).

Sobre a finalização da rodada de tarefas, tem-se o encerramento realizado com as reflexões das práticas docentes, nas quais, de acordo com Corrêa, 2020, p. 125, “são colocadas aos professores, situações hipotéticas de sala de aula dentro de uma tarefa matemática, mas agora também levando em consideração o contexto histórico e o trecho discutido anteriormente”.

Além disso, são propostas atividades tarefa de diários reflexivos, portfólios, relato de encontro - todos por meio de narrativas e a proposição de abordagens de ensino de um tema de escolha com a finalidade de aplicação em aula do próprio professor:

⁴ Em sua pesquisa, a autora se utiliza do termo para se referir a “um olhar histórico para as fontes” (Corrêa, 2020, p. 124). Segundo Corrêa (2020), as Tarefas de *Overlook* são desenvolvidas com o objetivo de contextualizar as práticas.

"1) diário reflexivo – narrativa pessoal de forma livre sobre o que acontece em cada reunião do PA, tentando conectar o que foi discutido durante a reunião e as próprias experiências dos participantes; 2) relatório da reunião – em cada reunião do PA, dois participantes (selecionados voluntariamente) poderão ser responsáveis pela elaboração de um relatório sobre os principais pontos daquela reunião, a ser compartilhado no início da reunião seguinte (cada participante poderá ser responsável por pelo menos um destes relatórios); 3) portfólio – conjunto de materiais e reflexões produzidos ao longo da PA, elaborados em conjunto por duplas de participantes, e apresentados a todo o grupo ao final do processo, a fim de compartilharem suas experiências desenvolvidas durante a PA" (Corrêa, 2020, p. 126).

Com o objetivo de promover discussões a respeito da matemática egípcia antiga, foi solicitada aos professores (que ocupam o papel de estudantes, neste contexto) a leitura de livros e contato com vídeos recomendados sobre a temática, objetivando discussões mais aprofundadas. Na reunião seguinte, fizemos uma discussão plenária, quando eles compartilharam suas questões e dúvidas, e explicamos algumas idiossincrasias das práticas matemáticas egípcias" (Corrêa, 2020, p. 140).

Em outra atividade, os professores estudantes foram apresentados a uma *mathtask* com o objetivo de fazer com que estes pudessem “identificar de que maneira diferentes tipos de demonstrações ou justificativas para o teorema de Pitágoras são, por eles, validado(a)s” (Corrêa, 2020, p. 167).

Também foi solicitada uma tarefa de casa com o objetivo de pensar a demonstração de um teorema (Teorema de Pitágoras) para uma turma de estudantes da Educação Básica. As soluções apresentadas seriam discutidas posteriormente, em aula. Segundo Corrêa, 2020, p. 189, também são propostas tarefas de reflexão sobre o ensino de matemática.

4.2 Síntese das contribuições da MP para a formação matemática do futuro professor

Após a identificação e descrição dos trabalhos de MP analisados, buscou-se a construção de uma síntese integrativa objetivando discutir, com base no referencial teórico desta pesquisa, as possíveis contribuições da utilização dessa abordagem para a formação matemática do futuro professor. Desse modo, com o objetivo de facilitar as análises, buscou-se uma melhor organização dos dados coletados a partir de agrupamentos.

A proposta da criação desses agrupamentos surge com a percepção de semelhanças entre as discussões levantadas por Silva (2021) e Corrêa (2020). Sendo

assim, foram utilizados os seguintes tópicos a fim de agrupar os dados dessas pesquisas: atividades com abordagem histórica; atividades que remetem às ordens de invenção e atividades que remetem às ordens de estrutura.

4.2.1 Atividades com a abordagem histórica

Em ambos os trabalhos (Silva (2021) e Côrrea (2020)) são utilizadas atividades que visam o desenvolvimento de uma postura problematizadora dos participantes, utilizando-se dos conceitos históricos na busca por uma formação matemática. Dessa forma, já se percebe como uma característica comum aos dois trabalhos analisados a presença da história como recurso para a problematização, que é inerente à abordagem problematizada da matemática.

Giraldo, 2018, p. 41, descreve a exposição problematizada da matemática como um movimento em que “inclui-se tanto os processos históricos de produção de conhecimento, que levaram às formas como a matemática está estabelecida hoje, como os processos de produção e mobilização de saberes nos contextos sociais escolares” (Giraldo, 2018, p. 41).

Na atividade desenvolvida com os estudantes em Silva (2021), o autor descreve que foi proposta a medição da área da sala de aula utilizando uma corda de 1,15 metros, em que foi possível aos alunos uma aproximação com as tecnologias utilizadas na cultura do Egito por volta do século V A.E.C⁵. Essa abordagem se assemelha ao que foi desenvolvido em Corrêa (2020), em que a autora traz uma proposta de AP que, segundo ela, visam abordar “as diferenças entre as práticas matemáticas do passado (através da história) e da sala de aula (através das tarefas matemáticas), problematizando-as e situando-as em seus respectivos contextos” (Corrêa, 2020, p. 115). Essas situações, em que são evidenciadas e discutidas práticas de matemática do passado, oportunizam ao licenciando e participante das pesquisas a ressignificação da matemática praticada nos dias de hoje. Esta proposta vai ao encontro do que defende Fiorentini (2005), quando argumenta sobre as perspectivas em que pode ser focalizado o conhecimento matemático, com destaque, neste caso, para as práticas cotidianas não formais.

Todas essas perspectivas interessam à formação do professor, pois a matemática escolar se constitui com feição própria mediante um processo de interlocução com a matemática científica e com a

⁵ Adotamos a mesma sigla utilizada pelo autor: Antes da Era Cristã (A.E.C.).

matemática produzida/mobilizada nas diferentes práticas cotidianas (Fiorentini, 2005, p. 108).

Além disso, em ambos os trabalhos são evidenciadas inúmeras situações que discutem as práticas de matemática do passado com vistas a pensar na matemática dos dias de hoje. Tal realidade permite inferir sobre a possibilidade de que esta seja uma característica marcante do trabalho com a MP.

Nesse sentido, percebe-se uma exposição problematizada da matemática tanto no trabalho de Silva (2021) quanto no trabalho de Corrêa (2020) a medida em que os autores envolvem os estudantes em atividades que visam a discussão e o entendimento de práticas de matemática sociais e históricas. Corroborando esta ideia, o próprio Silva (2021) defende que, ao partir dos processos históricos para construir os conceitos matemáticos na formação de professores, oportuniza-se a formação para explicar os “como?” da matemática escolar.

Em Silva (2021), o pesquisador trabalha com o que ele chama de Atividades RCA, buscando, na história, problematizações para o cálculo de áreas. Assim, ele "apresenta alguns elementos históricos da matemática sobre contribuições de povos antigos, em especial as atividades agrícolas do Antigo Egito nas margens do rio Nilo" (Silva, 2021, p. 91). De modo similar, em Corrêa (2020), a autora propõe uma imersão nas fontes históricas, seguida de discussões sobre os conceitos matemáticos envolvidos. “Após essa imersão, discutimos aspectos da matemática egípcia antiga, especialmente sistema de numeração, frações e operações, tendo como principais referências livros didáticos brasileiros (Carvalho & Roque, 2012; Roque, 2012)” (Corrêa, 2020, p. 140).

Nesse sentido, a iniciativa de buscar elementos históricos nesses contextos não só permite que o licenciando passe a conhecer as justificativas históricas que sustentam a existência dos conceitos matemáticos, como também a importância delas na construção da matemática. Fiorentini (2005) discute sobre a importância de o professor “conhecer o processo de como se deu historicamente a produção e a negociação de significados em Matemática” (Fiorentini, 2005, p. 109), fundamentais à significação dos conceitos matemáticos.

Em outro momento, Silva (2021) traz uma proposta de atividade envolvendo o “cálculo da área de um terreno qualquer com formato não poligonal situado às margens do rio Nilo” (Silva, 2021, p. 91), na qual os alunos têm de calcular aproximações para a área da forma que preferirem. “Os alunos utilizam técnicas de usar áreas de figuras poligonais conhecidas inscritas em figuras não poligonais para calcular suas áreas por

meio de processos de aproximação" (Silva, 2021, p. 116). Pautado nas ideias de Giraldo e Roque (2021), Silva (2021) afirma que essa prática pode ser comparada às práticas do quinto século A.E.C.

Ainda sobre a problematização de práticas matemáticas históricas, em Côrrea (2020), são propostas atividades de leitura e exibição de vídeos discutindo a Geometria Grega e os Elementos de Euclides, visando obter um panorama histórico com destaque para as práticas matemáticas presentes na fonte estudada. Segundo a autora, tais práticas objetivam a compreensão, por parte dos professores participantes de sua pesquisa, de uma matemática situada temporal e culturalmente, sendo possível o uso das práticas do passado para problematizar as práticas de matemática atuais. Experiências como essas são defendidas por Fiorentini (2005) como parte importante para a formação matemática do futuro professor, pois,

para ser professor de Matemática não basta ter um domínio conceitual e procedimental da Matemática produzida historicamente. Sobretudo, necessita conhecer seus fundamentos epistemológicos, sua evolução histórica, a relação da Matemática com a realidade, seus usos sociais e as diferentes linguagens com as quais se pode representar ou expressar um conceito matemático (Fiorentini, 2005, p. 110).

Nesse sentido é possível perceber a MP como potencializadora de um resgate às ideias e práticas matemáticas produzidas historicamente - e que às vezes são consideradas irrelevantes - contribuindo assim para uma formação matemática contextualizada do futuro professor.

4.2.2 Atividades que remetem às ordens de invenção

A exposição da matemática a partir das ordens de invenção é muito presente nas propostas trazidas em ambos os trabalhos de Silva (2021) e Côrrea (2020), uma vez que esses autores buscam o desenvolvimento de processos de uma matemática problematizada por parte de seus estudantes.

Nesse sentido, a proposta elaborada em Silva (2021) prevê aulas com o uso de atividades investigativas que, de acordo com o autor, buscam desenvolver a capacidade dos estudantes de reconhecerem situações e explorá-las, formular conjecturas, testá-las e refiná-las, fazer demonstrações e avaliar o próprio trabalho de maneira formativa. Atividades como essas são evidenciadas também em Corrêa (2020), em que a autora propõe a etapa “disparando as discussões”. Segundo a autora o objetivo dessa etapa é de promover uma postura problematizadora dos professores participantes, considerando suas

opiniões sobre a matemática e o seu ensino. De fato, em ambas as propostas observa-se o envolvimento de processos relativos à uma abordagem problematizada da matemática a medida em que exigem do licenciando ou do professor em serviço, uma posição ativa frente ao conhecimento, se colocando em face aos conceitos, questionando as situações, desenvolvendo conjecturas e provando-as, o que corrobora com as ideias de Fiorentini (2005) sobre o uso de atividades exploratórias e problematizadoras para a aprendizagem dos saberes matemáticos na formação de professores.

Ainda sobre essas atividades, observa-se suas características de ordens de invenção, uma vez que permitem aos estudantes a oportunidade de produção, e não de repetição, de saberes.

Em uma situação mais específica, Silva (2021) ainda propõe atividades que permitam discussões sobre as formas de se fazer medições, próprias a diferentes grupos sociais, as quais, segundo ele, levaram os licenciandos à reflexão acerca das possibilidades de abordagem na Educação Básica, dando destaque “aos aspectos históricos e tecnológicos socialmente localizados” (Silva, 2021, p. 113). Nessa mesma perspectiva, Corrêa (2020) propõe a finalização da rodada de tarefas com reflexões sobre práticas docentes. “São colocadas aos professores, situações hipotéticas de sala de aula dentro de uma tarefa matemática, mas agora também levando em consideração o contexto histórico e o trecho discutido anteriormente” (Corrêa, 2020, p. 125). Apesar dessas atividades se pautarem na abordagem histórica da matemática, é possível olhá-las sob a ótica das ordens de invenção, pois ambas visam as diferentes formas de se pensar e de se construir os conceitos matemáticos com vistas ao ensino em sala de aula. Sendo assim, no contexto dessas atividades percebe-se a busca pela caracterização de uma ciência que se constroi também a partir de experiências matemáticas, tendo o contexto e as relações como parte desse processo. Assim, essa não é uma construção que se faz apenas por meio da reprodução de passos lógicos.

Ao olhar para os processos de invenção refletidos nas atividades descritas acima, e pensando na perspectiva da matemática a ser ensinada, destacam-se as contribuições de Giraldo e Roque (2021) ao discutirem sobre as ordens de invenção na formação de professores.

Programas e ações (institucionalizados ou espontâneos) de formação de professores que ensinam matemática podem se constituir em lugares estratégicos para iniciar movimentos de transformação em direção a um ensino de matemática orientado pelas ordens de invenção. Por um lado, as formas de exposição da matemática nesses programas e ações podem exercer uma influência importante nas práticas dos professores em

formação, em particular, em suas concepções sobre o que é saber ou aprender matemática e sobre quais são os objetivos do ensino da disciplina (Giraldo e Roque, 2021, p. 4).

Em Silva (2021), este descreve sobre outra atividade em que os estudantes teriam de decidir sobre os métodos de resolução que usariam nas situações.

Após registrarem os resultados, recebem o sistema de eixo ortogonais num papel transparência, que tinha o objetivo de possibilitar conjecturas sobre que curvas formam o desenho das margens nos intervalos $[-10,0]$ e $[0,10]$, ambas arcos de parábolas, que têm em comum o ponto $(0,1)$. As expressões analíticas para essas curvas poderiam ser encontradas por quaisquer métodos escolhidos pelos participantes (como interpolação polinomial ou resolução de sistema de equações a partir da equação genérica da parábola). A conclusão dessa primeira etapa é pela determinação das equações que representavam globalmente as curvas, por uma lei de formação, estruturando uma função $f: [-10,10] \rightarrow \mathbb{R}$, instaurando discussões sobre o tema funções com vistas à educação básica (Silva, 2021, p. 92).

O fato dos alunos terem a possibilidade de escolha própria pelos métodos para encontrarem as expressões analíticas para as curvas, e de levantarem conjecturas para elas sobre os desenhos formados nas margens dos intervalos, representa uma contraposição à ideia de técnicas pré-fixadas (Giraldo e Roque, 2021) na construção do conhecimento matemático.

Em Corrêa (2020), a autora também propõe uma tarefa matemática objetivando fazer com que os estudantes tomem decisões próprias.

Esta etapa foi estruturada em torno de uma tarefa matemática (Figura 13) apresentando uma situação em que um menino de 12 anos que não teve contato formal com álgebra escolar, mas ainda assim resolve o Problema 25 por tentativa. Seu pai, experiente participante de discursos matemáticos, quer convencê-lo de que “a maneira mais fácil” de resolver o problema seria por meio de uma equação. O menino então conta a história para a professora e pergunta por que seu pai insiste no uso de uma equação. Foi solicitado aos participantes que explicassem como responderiam ao menino, se ele estivesse na posição de seu professor, bem como outras questões envolvidas nessa situação, principalmente por que o pai insiste no uso da equação” (Corrêa, 2020, p. 144).

Nesse sentido, a atividade proposta proporcionou aos estudantes o contato com uma outra forma de expor seus processos de pensamento sobre o conteúdo algébrico, as quais remetem a processos de ordens de invenção. Tão logo, em uma abordagem do conteúdo matemático que privilegie os processos de pensamento elaborados pelo licenciando, tem-se a possibilidade de formação matemática. Nesse sentido, as ideias trazidas pelas propostas citadas corroboram com o que defende Fiorentini (2005, p. 111)

quando discute a possibilidade de vivência de “outros modelos de ensino das disciplinas específicas de Matemática”; situações essas colocadas por meio de diferentes abordagens metodológicas, o que contribui para o crescimento do arcabouço de saberes do licenciando para atuar no ensino.

Após a resolução do problema buscando encontrar expressões analíticas para as curvas, Silva (2021) propõe aos estudantes outras investigações.

Os grupos são convidados a recalcular a área da mesma região, porém, usando apenas retângulos. Olhando para o desenho pela perspectiva do sistema de eixos ortogonais [...], os participantes são orientados a determinar outras três aproximações para a área da região dada (usando 10, 20 e 40 retângulos com bases sobre o eixo dos x e altura determinada pela função da curva do rio), e a comparar seus resultados com a primeira resposta registrada (Silva, 2021, p. 92-93).

Nessa mesma perspectiva, Corrêa (2020) se utiliza da etapa *zoom out*, em que ela discute sobre a matemática egípcia, para propor aos estudantes o retorno à solução do Problema 24 buscando explorá-lo por completo. Sobre propostas como essas, Fiorentini (2005) defende que

Uma alternativa seria, como vem acontecendo com alguns educadores matemáticos, promover atividades exploratórias e problematizadoras das dimensões conceituais, procedimentais, epistemológicas e históricas dos saberes matemáticos de disciplinas como Álgebra, Geometria, Cálculo, Análise, etc, de modo que o aluno se constitua em sujeito de conhecimento, isto é, no principal protagonista do processo de aprender” (Fiorentini, 2005, p. 111-112).

Da perspectiva de Giraldo e Roque (2021), pode-se entender as atividades descritas acima como uma abordagem da matemática que remete às ordens de invenção, que em oposição às ordens de estrutura, permitem processos de (re) invenção por meio das investigações e exploração dos resultados, engendrando soluções que podem até mesmo culminar na elaboração de axiomas e definições.

4.2.3 Atividades que questionam ordens de estrutura

A discussão da matemática na perspectiva das ordens de estrutura é inerente às situações e contextos matemáticos que se fazem pelas ordens de (re) invenção. Isto se dá pelo fato de que ambas se configuram como formas de exposição da matemática totalmente opostas. Ou seja, não há como se referir a uma sem citar a outra. Sendo assim, foram utilizados alguns trechos dos textos de Silva (2021) e Corrêa (2020) em que os

autores questionam a presença das ordens de estrutura em situações de ensino e aprendizagem da matemática.

Em ambos os trabalhos, encontram-se propostas de aplicação de atividades diferenciadas, como trabalho em grupo, roda de conversa, atividade investigativa, narrativas escritas, produção de portfólios, elaboração de plano de aula, entre outros, que se configuram como recursos, métodos e práticas de ensino que fogem à abordagem tradicionalmente expositiva. Essa escolha, pelos pesquisadores, caracteriza o trabalho com a abordagem problematizada da matemática à medida em que desconsidera uma exposição pronta e acaba de seus conceitos, ou seja, uma exposição embasada nas ordens de estrutura, como argumentam Giraldo e Roque (2021). Ao tratar da matemática comumente abordada na licenciatura, a qual Moreira (2020) trata como matemática acadêmica, o autor reforça a mesma ideia defendida por Giraldo e Roque (2021), pois entende que, apenas com esta matemática, o professor em formação precisaria realizar adaptações nas formas de abordagem dos conceitos matemáticos na Educação Básica. No entanto, tais adaptações demandam um conjunto de conhecimentos matemáticos específicos para o ensino, que não surgem simplesmente da prática. Ou seja, esse tipo de construção e relação precisa ser feita já na licenciatura, pelos formadores.

Em Silva (2021), o autor traz uma proposta de atividades externas à sala de aula com a “elaboração de uma situação-problema didática (com medidas reais) para resolução com aplicação da integral” (Silva, 2021, p. 94). Este é um contexto que foge à ordem da estrutura na qual comumente se baseia o ensino de integral nos cursos de cálculo, evitando o que Giraldo e Roque (2021) caracterizam como uma abordagem de matemática a partir de uma visão convencional. Em Corrêa (2020), também são encontradas propostas de atividades que fogem completamente à ordem da estrutura no trabalho com a matemática, bem como no estudo do Teorema de Pitágoras, em que os professores participantes devem selecionar uma demonstração do teorema, diferente das que já foram vistas por eles, visando a sua apresentação para uma turma de estudantes da Educação Básica.

Propostas como essas opõem-se às ordens de estrutura da matemática, pois buscam o envolvimento dos estudantes com a matemática de forma contextualizada em Silva (2021) (quando os estudantes elaboram um problema com medidas reais) e de forma criativa em Corrêa (2020) (quando os professores participantes utilizam uma forma desconhecida para demonstrar o Teorema de Pitágoras). E ainda, em concordância às ideias de Moreira e Ferreira (2012), tem-se em atividades como essas, a possibilidade de

desenvolvimento de uma postura crítica do futuro professor, com relação aos conceitos matemáticos a partir do olhar da matemática da Educação Básica.

4.3 Pesquisas que investigam a metodologia de RP na formação inicial de professores de Matemática

Neste capítulo serão apresentados, de forma breve, todos os trabalhos sobre a RP que constituem o *corpus* desta pesquisa. Para isso, optou-se por trazer as informações sobre o local de desenvolvimento da pesquisa, os objetivos do trabalho, a pergunta de pesquisa, os conteúdos objetivados em cada proposta de ensino, os métodos e recursos utilizados, as formas de avaliação (se houver) e a descrição das atividades desenvolvidas nas propostas. Esta exposição busca propiciar ao leitor uma breve compreensão de como é realizado o trabalho com a metodologia nesses contextos de ensino, com foco na formação matemática do futuro professor, e não apenas para o uso da abordagem metodológica.

O primeiro trabalho de RP analisado trata-se de uma dissertação de mestrado, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, no ano de 2022. Em sua pesquisa, a autora tem como objetivo:

compreender como pode a Metodologia de Ensino Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas ajudar no desenvolvimento do raciocínio combinatório de futuros professores e contribuir para a reflexão sobre suas ações pedagógicas (Rangel, 2022, p. 118).

Entre os objetivos específicos, a autora elenca:

"i. Analisar as estratégias de resolução dos participantes; ii. Analisar como os participantes trabalham com problemas em um grupo colaborativo; iii. Analisar como pensam os problemas a partir de uma ótica pedagógica" (Rangel, 2022, p. 27).

Como questão de pesquisa, coloca-se: "Como pode a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas ajudar no desenvolvimento do raciocínio combinatório de futuros professores e contribuir para a reflexão sobre suas ações pedagógicas?" (Rangel, 2022, p. 26-27).

A pesquisa é qualitativa, do tipo pesquisa de campo, em que são elaboradas e aplicadas propostas de atividades pela professora pesquisadora no contexto de uma turma de 8 alunos (bolsistas do Programa Residência Pedagógica (PRP)) da Licenciatura em Matemática da Unesp – campus Rio Claro. Entre a turma também está um estudante do

curso de Bacharelado em Matemática. A proposta se faz por meio de uma sequência didática, composta por sete encontros que tiveram duração entre 1h30min a 2h30min. A dinâmica das aulas se fez por meio de aula expositiva e dialogada, trabalho em grupo, atividade investigativa e questionário.

Segundo a pesquisadora (Rangel, 2022), como os encontros ocorreram de forma remota, os recursos utilizados no desenvolvimento da proposta foram *Google Forms*, *Google Meet*, *Google Jambord* e *WhatsApp*. Devido ao número de encontros e de atividades realizadas durante a proposta, para este trabalho foi escolhido apenas um dos encontros a ser descrito neste tópico, abordando o conceito de Permutação.

Com relação às atividades aplicadas, Rangel (2022) utiliza-se do termo Comunidade de Prática (CoP) para designar o grupo de estudantes com que o trabalho foi realizado. De acordo com a autora,

Os encontros eram constituídos por duas partes principais: um problema para ser trabalhado com a MEAAMaRP e um diálogo, após a finalização do problema, sobre como o problema poderia ser tratado em sala de aula com sugestões de abordagem dadas pelos participantes e o levantamento de dificuldades em relação ao conteúdo do problema ou à metodologia (Rangel, 2022, p. 84).

Essa dinâmica, proposta pela professora pesquisadora, possibilita o levantamento de outras questões além daquelas que surgem no contexto da formação, levando o licenciando a pensar sobre a metodologia e os conteúdos que vai ensinar em futuros contextos de sala de aula.

No primeiro encontro, a professora-pesquisadora propôs o Problema 1, que tinha por objetivo uma discussão acerca do conceito de Permutação, momento este, que viria a acontecer no segundo encontro. “O problema teve por objetivo encontrar a posição de uma determinada pessoa numa fila de vacinação e ainda determinar quanto tempo seria necessário para que ela fosse vacinada” (Rangel, 2022, p. 86).

Problema 1 (Rangel, 2022, p. 87)

Luísa está em uma categoria montada por sua cidade para receber a vacina contra a COVID-19. Porém, junto com ela, há mais pessoas. A fim de não ter problemas e nem risco de aglomerações, cada pessoa recebeu uma senha de espera. A senha é escrita em ordem crescente com 4 algarismos distintos, utilizando somente os algarismos 1, 4, 5 e 7.

a) Luísa recebeu a senha 7415. Quantas senhas há na frente da senha da Luísa? Se colocarmos as pessoas em fila, de acordo com o número da senha, em que posição na fila ela estará?

b) O posto de saúde gasta, em média, 10 min para vacinar cada pessoa. A vacinação começa às 8h seguindo o número da primeira senha e formada pelos algarismos acima, em que horário Luísa será vacinada?

Conforme em Rangel (2022), como o encontro ocorreu em formato remoto, o problema acima foi apresentado na tela compartilhada com os estudantes, dentro da chamada em que estava localizada a sala virtual. O primeiro passo foi um convite à leitura individual do problema pelos estudantes, seguido de uma divisão destes em duplas para a resolução do problema. Sobre a metodologia utilizada nesse contexto do ensino remoto, Rangel (2022) argumenta:

A resolução do problema poderia ser enviada por aplicativos de mensagens ou ser feita no próprio quadro digital que era acessado por todos os participantes. Nesse problema não houve uma diversidade de resolução, algumas são bem semelhantes como as resoluções das duplas Carlos/Beatrice e Bianca/Diogo. Ao final, todas as duplas chegaram a uma resposta correta (Rangel, 2022, p. 93).

Durante a discussão e resolução em conjunto do problema, os estudantes buscam uma discussão acerca do que seria o termo permutação, com uma generalização feita pela professora pesquisadora, formalizando os processos matemáticos dos alunos.

O segundo trabalho de RP analisado, trata-se de uma pesquisa de mestrado, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da UEM, em 2022. Em sua pesquisa, a autora tem como objetivo "analisar a compreensão de estudantes do terceiro ano do curso de Licenciatura em Matemática acerca do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas, com foco nos conteúdos algébricos do Ensino Fundamental – Anos Finais" (Oliveira, 2022, p. 16). Entre os objetivos específicos a autora elenca:

"a) analisar a resolução e compreensão dos futuros professores de Matemática sobre o processo de resolução de problemas de conteúdos algébricos; b) analisar a elaboração e compreensão dos futuros professores de Matemática acerca das propostas de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas para introduzir conteúdos algébricos no Ensino Fundamental – Anos Finais; c) analisar as potencialidades e dificuldades apontadas pelos futuros professores de Matemática sobre realizar o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas" (Oliveira, 2022, p. 16).

Como questão de pesquisa, coloca-se: "Que compreensões acerca do Ensino-Aprendizagem de Matemática, via Resolução de Problemas, emergem durante um curso de formação para licenciandos em Matemática, com foco nos conteúdos algébricos do Ensino Fundamental – Anos Finais?" (Oliveira, 2022, p. 16).

A pesquisa trata de uma proposta de ensino elaborada e aplicada pela pesquisadora em uma turma de licenciandos em matemática de uma universidade pública do Estado do Paraná, na disciplina de Estágio Supervisionado II, do período noturno. Os participantes da pesquisa foram 7 acadêmicos, sendo 3 do sexo masculino e 4 do sexo feminino. “A faixa etária dos participantes da pesquisa está compreendida entre 20 e 33 anos, sendo que quatro dos acadêmicos têm entre 21 e 22 anos” (Oliveira, 2022, p. 58).

De acordo com Oliveira (2022), a pesquisa é de cunho qualitativo, do tipo pesquisa de campo, se caracterizando ainda como uma pesquisa exploratória, e que se deu no contexto de um curso de formação ocorrendo por meio de 10 encontros de 2 horas-aula cada um, realizados uma vez por semana. As atividades realizadas no curso se constituíram por meio de questionários, discussões em grupo e propostas de ensino elaboradas com base em um roteiro pautado em cinco ações.

A proposta se desenvolveu em dois momentos, contemplando estudos teóricos sobre RP a partir de leitura e discussão de textos, e atividades de resolução de problemas. Com relação às atividades aplicadas, Oliveira (2022) descreve:

No encontro 1, foram propostas aos futuros professores três situações de Matemática para que resolvessem da maneira que quisessem, utilizando a maior variedade de caminhos/estratégias possíveis. Sendo assim, no encontro 2 cada um dos licenciandos apresentou suas resoluções a respeito das três situações de Matemática (Oliveira, 2022, p. 67-68).

Situação 1 (Oliveira, 2022, p. 61)

Joana fez uma compra e lhe restou 1 real e 60 centavos de troco. Ela recebeu esse troco em moedas de 0,25, 0,10 e 0,05 centavos, sendo ao todo 17 moedas. Quantas moedas de cada valor Joana recebeu?

É possível observar que a pesquisadora não se prende aos passos colocados pela metodologia de RP. No entanto, o problema é apresentado aos alunos com o objetivo de chegar a um conteúdo específico. Além das aulas teóricas e de resolução de problemas, foi proposto aos licenciandos a elaboração de uma proposta de ensino, com base em um roteiro como forma de orientação. Após o planejamento, os estudantes deveriam apresentar à turma suas propostas de ensino.

Por fim, foi aplicado um questionário com sete perguntas que envolviam as diversas discussões abordadas durante a formação, de modo avaliar o que os acadêmicos conseguiram compreender a partir do curso (Oliveira, 2022, p. 61).

O terceiro trabalho de RP analisado, trata-se de uma pesquisa de mestrado, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da UFN, em Santa Maria, em 2021. Em sua pesquisa, a autora tem como objetivo "investigar as contribuições do Design de Problemas e da metodologia de Resolução de Problemas, para construção do conhecimento matemático para o ensino do conteúdo de Progressões Aritméticas e Geométricas, por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática" (Pinto, 2021, p. 14). Entre os objetivos específicos, Pinto (2021) elenca:

- i. Analisar como os alunos da Licenciatura em Matemática reformulam problemas matemáticos referentes às Progressões Aritméticas e Geométricas.
- ii. Oportunizar aos alunos de Licenciatura em Matemática vivenciarem experiências como designers de problemas para, futuramente, incorporarem essa estratégia em suas práticas pedagógicas.
- iii. Analisar as respostas dos problemas propostos com o intuito de identificar como os alunos, em formação inicial, constroem seus conhecimentos para o ensino referentes às Progressões Aritméticas e Geométricas (Pinto, 2021, p. 14).

Como questão norteadora de pesquisa tem-se: "como o processo de Design de Problemas e a metodologia de Resolução de Problemas podem contribuir para a construção de conhecimentos matemáticos para o ensino referentes às Progressões Aritméticas e Geométricas, de alunos de um curso de Licenciatura em Matemática?" (Pinto, 2021, p. 12).

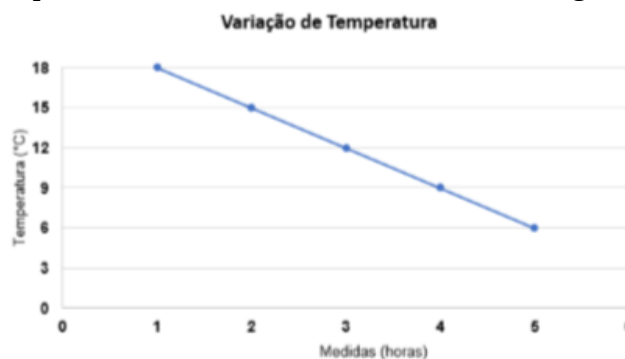
A pesquisa é qualitativa, do tipo pesquisa de campo, com uma proposta elaborada e aplicada pela pesquisadora junto aos licenciandos. A pesquisa associa a RP com a abordagem metodológica do Design de Problemas.

De acordo com Pinto (2021) o contexto da turma se faz por "estudantes do Instituto Federal Farroupilha, localizado no estado do Rio Grande do Sul. Os participantes da pesquisa foram seis acadêmicos do 5º semestre de um curso de Licenciatura em Matemática" (Pinto, 2021, p.46). O período em que foi desenvolvida a proposta foi compreendido entre 03 de Julho à 31 de Julho do ano de 2020. Entre os tipos de atividades desenvolvidas estão aula expositiva e dialogada, atividade investigativa, questionário e resolução de problemas. Os recursos utilizados no desenvolvimento dos encontros foram "sala virtual do *facebook*, *whatsapp*, *email*, portfólio, diário de campo, questionário e gravações das discussões realizadas sobre os problemas propostos" (Pinto, 2021, p. 46). Como conteúdos matemáticos a serem trabalhados estão a Progressão Aritmética e a Progressão Geométrica.

A proposta de Pinto (2021) consiste no trabalho com vários problemas. Para esta análise, escolhemos o encontro que aborda o problema 2 a seguir:

Problema 2 (Pinto, 2021, p. 59)

A variação da temperatura num dia de inverno é descrita no gráfico abaixo.



- Observe os dados expostos no gráfico e, a partir deles, faça uma tabela com a temperatura variando do mesmo modo até a 8ª medida (em horas).
- A partir da tabela construída, pode-se perceber um padrão, qual?
- Se a temperatura continuar a variar desse modo, como você explicaria para seu futuro aluno sobre a variação da temperatura na 9ª medida (em horas)?
- Qual (is) conteúdo(s) você observa que pode(m) se relacionar com o problema proposto?

Em outro momento, Pinto (2021) discute o uso equivocado da ideia de termo geral, feito por um dos licenciandos. “Ele nomeou o “n” da fórmula do termo geral da Progressão Aritmética, que seria o 9, como sendo uma expressão do termo geral. Notou-se, assim, que o conceito de termo geral não está consolidado para o licenciando” (Pinto, 2021, p. 62).

Evidências como essas tornam-se fundamentais para o professor formador, uma vez que este passa a conhecer as dificuldades dos seus estudantes, sendo possível saná-las. Situações de ensino como essas são defendidas por Onuchic e Allevato (2011) ao se trabalhar com RP. De acordo com as autoras, a “Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 82).

Pinto (2021) também observa e discute a relação entre a Função Afim e a Progressão Aritmética, “a qual é a essência do problema proposto e que é fundamental para a explicação aos futuros alunos dos licenciandos” (Pinto, 2021, p. 61). Nesse sentido, ao serem questionados, na letra “d” do problema, sobre quais os conteúdos poderiam ser

relacionados ao gráfico, os estudantes apresentaram respostas diferenciadas, bem como também sobre o conteúdo de funções, no entanto, sem especificar qual o tipo de função poderia expressar o comportamento do gráfico. Situações como essas refletem a falta de preparo a que os estudantes são acometidos na escola básica. Corroborando esta ideia, Onuchic e Allevato (2011) destacam queixas que atestam que licenciandos “saem mal preparados da escola, não sabendo fazer uso da Matemática trabalhada ao longo de tantos anos de escolaridade, e mostram-se incapazes de tomar decisões na vida, não tendo aprendido a pensar matematicamente” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 95).

O quarto trabalho de RP analisado trata-se de uma pesquisa de mestrado, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da UEPB, Campina Grande, em 2021. Em sua pesquisa, o autor tem como objeto de estudo as “Equações Diferenciais Ordinárias através da Resolução de Problemas, e a construção do Modelo Preliminar, no contexto da metodologia científica de Romberg-Onuchic (2014)” (Melo, 2021, p. 108). Nesse sentido,

[...] toma-se como objeto de estudo as Equações Diferenciais (ED), ou ainda, estritamente, as Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), componente curricular obrigatório em Licenciaturas em Matemática, que propõe justamente colocar em prática a Matemática conceitual relacionada a fenômenos físicos e naturais do mundo e, assim, dar aplicabilidade e compreensão a aspectos teóricos vistos em outras disciplinas como o Cálculo Diferencial e Integral e Análise Real (Melo, 2021, p. 17-18).

Como objetivo geral da pesquisa, tem-se:

Analisar as estratégias metodológicas da Resolução de Problemas nas Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), levando em consideração a sua importância na atualidade e a necessidade de ensino para tornar significativa a aprendizagem dos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática (Melo, 2021, p. 13-14).

A partir do Modelo Modificado, Melo (2021) coloca a seguinte questão de pesquisa: “como, utilizando a Metodologia de Ensino–Aprendizagem–Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, durante um Curso de Extensão, podemos levar o aluno da Licenciatura em Matemática da UFCG/CES a (re) construir conhecimentos sobre as Equações Diferenciais Ordinárias?” (Melo, 2021, p. 111).

A pesquisa segue o modelo qualitativo, do tipo pesquisa de campo, em que "o pesquisador assumirá o papel de observador-participante" (Melo, 2021, p. 111). Quem elaborou e aplicou a proposta foi o próprio professor-pesquisador. O contexto da aplicação se fez em um curso de extensão para alunos de um curso de Licenciatura em

Matemática da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), Campus Cuité/PB. No entanto, como requisito para participação do curso, todos os estudantes já deveriam ter cursado as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I e II, assim o curso foi constituído por um público diverso de alunos (de períodos diferentes, já reprovados ou não em EDO e até mesmo, alunos já formados). O número total de inscritos participantes foi de 16 estudantes e a instituição escolhida foi o Centro de Educação e Saúde da UFCG.

O curso ocorreu de forma online, no período de 27 de outubro a 1 de dezembro de 2021, nas quartas-feiras, às 14h. Cada encontro teve duração de duas horas, sendo que destes, ocorreram seis encontros síncronos e seis encontros assíncronos (para atendimento e orientação). Entre as atividades realizadas utilizou-se de aula expositiva e dialogada, trabalho em grupo, atividade investigativa e questionário.

Os recursos utilizados foram questionário diagnóstico, uso da plataforma *Google Meet* para as aulas remotas, *Google Sala de Aula*, *Zoom Meetings* (serviço de conferência remota que combina videoconferência, reuniões online, bate-papo e colaboração móvel) e *WhatsApp*. Os instrumentos de avaliação utilizados foram questionário de avaliação sobre o curso e a dinâmica do trabalho.

Entre as atividades aplicadas, está o trabalho com o problema 01.

Problema 01 - o Problema Gerador (Melo, 2021, p. 146)

Seu José abriu uma caderneta de poupança com o objetivo de no futuro adquirir um bem no valor de R\$ 40.000, 00. Foi proposto ao Seu José que os juros sejam creditados continuamente a uma taxa de $r = 1\%$ ao mês e que os depósitos também sejam feitos continuamente a uma taxa constante, sendo no início o saldo igual a zero. Nessas condições qual deve ser a taxa de depósito mensal para que Seu José, em 20 meses, consiga atingir o valor pretendido?

Melo (2021) apresenta como objetivos do problema proposto:

- Apresentar os conceitos introdutórios de EDO (Definição; Ordem de uma EDO; EDO Linear e Não-Linear; Solução de uma EDO; Resolução de uma EDO de 1º Ordem; PVI; e o Método do Fator Integrante);
- Desenvolver e explorar conceitos e conteúdos matemáticos da Educação Básica, como: Progressão Aritmética (P.A.); Progressão Geométrica (P.G); Juros simples; Juros Compostos, Funções; Função Exponencial; Taxa de Variação; Derivada e Proporcionalidade;
- Aprofundar a compreensão dos conceitos da Matemática Financeira;
- Explorar o modelo matemático tipo exponencial que representa o tema juros (Melo, 2021, p. 147).

De acordo com Melo (2021), a heterogeneidade representada pelos participantes do curso trouxe desafios à proposta. “Foi percebido que durante a resolução da situação-

problema 01, alguns participantes de alguns grupos mencionaram a ideia de poder resolver por EDO, já outros afirmaram não terem ideia como seria esse tipo de resolução” (Melo, 2021, p. 171).

Nessa perspectiva, o intuito de construir e reconstruir conceitos das EDO a partir de uma situação-problema, se torna cada vez mais desafiador, considerando que essa temática, [...] possui conceitos específicos que não são fáceis de construir se não houver um planejamento do problema gerador ou de como explorar os conceitos que possam conectar os conhecimentos prévios com os específicos (Melo, 2021, p. 172).

A reflexão feita por Melo (2021) considera os desafios da utilização da metodologia de RP para ensinar conteúdos matemáticos, mais especificamente neste caso, EDO. Corroborando esta ideia, Onuchic (1999) discute o papel desempenhado pelos problemas no ensino, que no melhor dos casos, “são utilizados apenas como uma forma de aplicação de conhecimentos anteriormente adquiridos pelos alunos” (Onuchic, 1999, p. 211).

Em Melo (2021), o autor descreve uma situação ocorrida durante a plenária, em que um dos estudantes observou a possibilidade do envolvimento de uma taxa de variação no problema 01, chegando a considerações inesperadas pelo professor-pesquisador.

Após esta etapa, o professor-pesquisador formaliza o conceito de Equação Diferencial partindo de tudo o que foi discutido e buscando fazer relações com os conceitos básicos da matemática escolar.

Em Melo (2021), a metodologia seguida pelo professor-pesquisador após a formalização, ao propor junto aos estudantes uma outra resolução para a situação-problema utilizando os conceitos das EDO, é uma estratégia capaz de permitir aos estudantes a significação de todo o processo já percorrido até a formalização do conteúdo, em que os alunos passam a conhecer a funcionalidade das EDO na resolução de situações-problema. Nesse sentido, “a formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 82).

O quinto trabalho de RP analisado trata-se de uma pesquisa de doutorado, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, em 2019. Em sua pesquisa, o autor tem como objetivo:

analisar os desafios e a possibilidade do uso da referida metodologia na Formação de Professores de Matemática no Instituto Federal de São Paulo (IFSP) e saber como os professores formadores e os licenciandos em Matemática veem a possibilidade da utilização da Metodologia em diferentes níveis de ensino” (Martins, 2019, p. 63).

O autor não apresenta uma questão de pesquisa explicitamente, e nem mesmo descreve seu objeto de estudo. A pesquisa é de cunho qualitativo e quem elabora e aplica a proposta é o pesquisador.

O contexto da pesquisa se faz em uma turma de cinco estudantes do 3º semestre do curso de Licenciatura em Matemática na Disciplina de Prática Pedagógica III no IFSP, campus de Araraquara. Ao todo, foram 16 encontros realizados no primeiro semestre de 2017. Estes ocorrem por meio de aula expositiva e dialogada utilizando situações-problema e entrevista.

Os conteúdos trabalhados na proposta foram: divisibilidade, generalização de padrões e polinômios.

Além das atividades com situações-problema, foram trabalhados os pressupostos teóricos da metodologia de RP, com o objetivo de que os estudantes compreendam suas potencialidades, limites e como utilizá-la no ensino de matemática. E ainda, segundo Martins, 2019, p. 76, “partindo da leitura do texto pelos alunos, espera-se recorrer ao seu conhecimento prévio para que eles, futuros professores de Matemática, percebam diferentes caminhos para construir diferentes conceitos relativos ao tema Número e Operações”.

Martins (2019), discute a importância do tema Números e Operações no currículo da educação básica, e da falta de domínio do estudante, com relação a esse conhecimento. “Isso pode ser percebido, no nosso caso, pois nenhum dos alunos dessa turma fez referências àquilo que os PCN afirmavam” (Martins, 2019, p. 76). Nesse sentido, a metodologia de RP não apenas contribui para identificar os conhecimentos matemáticos dos estudantes, mas também os conhecimentos didático-pedagógicos e de currículo dos licenciandos.

No decorrer dos encontros são propostos muitos problemas a serem resolvidos pelos licenciandos, entre eles o problema 5.

Problema 5 (Martins, 2019, p. 79)

As boas notícias correm depressa. Ana poupou dinheiro suficiente para comprar uma bicicleta. Imediatamente disse a duas amigas e, dez minutos mais tarde, cada uma repetiu a novidade a duas outras amigas. Se a novidade continuar a se espalhar dessa maneira, quantas pessoas saberão da nova bicicleta de Ana ao fim de 60 minutos?

Martins (2019) discute o modo que os estudantes utilizam para refletir sobre o problema 5 e sugere outra possibilidade de resolução. No entanto, assim como nesta situação-problema, nas demais, não há uma discussão sobre os resultados matemáticos realizados pelos estudantes e suas estratégias de resolução. O autor faz apenas uma descrição detalhada de como se deram as resoluções do problema em sala, e logo em seguida, já descreve a próxima situação-problema.

Os alunos resolveram esse problema fazendo uso de potências de 2. Esse problema poderia ter sido pensando da seguinte forma: Ana = $2^0 = 1$ Duas amigas = $2^1 = 2$ ao fim de 10 min = $2^2 = 4$ ao fim de 20 min = $2^3 = 8$ ao fim de 30 min = $2^4 = 16$ ao fim de 40 min = $2^5 = 32$ ao fim de 50 min = $2^6 = 64$ ao fim de 60 min = $2^7 = 128$ Resposta: 128 pessoas ao final de 60 minutos. A resposta acima leva em consideração as novas pessoas que souberam da novidade de Ana nos últimos dez dos 60 minutos. Se levarmos em consideração o número total de pessoas que souberam da novidade no decorrer dos 60 minutos, teríamos 127 pessoas anteriores que, junto com essas 128 pessoas, perfazem 255 pessoas que souberam da novidade de Ana" (Martins, 2019, p. 86-87).

Em outra situação, o pesquisador propõe aos licenciandos uma atividade em que estes devem criar um problema gerador de novos conceitos e conteúdos, mais especificamente para trabalhar Progressões Geométricas, objetivando a aplicação por meio da metodologia de RP em uma turma de 1º Ano do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio em que o professor regente também lecionava. Esse é um momento em que muitos conceitos matemáticos podem ser desenvolvidos pelos estudantes, tendo em vista que a elaboração de um problema com vistas ao ensino de um conteúdo, leva o estudante a mobilizar seus conhecimentos de matemática para formalizar um conceito específico. Corroborando essa ideia, Allevato e Onuchic 2009, p. 142, defendem que essa etapa de pensar novos problemas permite a “compreensão dos elementos essenciais do conteúdo matemático”.

Na etapa de aplicação do problema com os alunos da educação básica, percebe-se que o autor traz discussões acerca da posição dos estudantes do ensino básico no desenvolvimento da atividade, sem discutir os conhecimentos matemáticos que podem estar sendo mobilizados nos licenciandos durante a aplicação em aula. De acordo com Martins, 2019, p. 109, “um de nossos objetivos, nesse encontro, foi preparar os alunos da licenciatura para a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em uma turma de alunos do Ensino Médio”.

Sendo assim, em Martins (2019) pode-se perceber a metodologia de RP sendo trabalhada com foco maior no desenvolvimento dos licenciandos com relação ao seu uso, à compreensão das etapas e de como se dá a aplicação da metodologia de RP em sala de aula. Ou seja, neste trabalho não foram encontradas contribuições diretas para formação matemática dos licenciandos.

De fato, apesar de apresentar contribuições à formação matemática do futuro professor, essa metodologia também pode ser utilizada apenas com o objetivo de uma formação metodológica, contribuindo para que o futuro professor saiba utilizá-la em suas aulas.

O sexto trabalho de RP analisado trata-se de uma pesquisa de doutorado, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, em 2017. Em sua pesquisa, o autor tem como objeto de estudo a formação inicial de professores de matemática, e como objetivo:

compreender as contribuições que a Álgebra Abstrata Moderna (onde se trabalham as teorias de Grupos, Aneis e Corpos, dentre outras), ministrada como uma disciplina em cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, poderia dar à Formação Inicial de Professores de Matemática” (Ferreira, 2017, p. 16).

Como questões de pesquisa o autor coloca:

1) Quais as contribuições de um curso de Álgebra Abstrata Moderna (AAM) para a formação de professores da Educação Básica, ministrado para alunos do quinto período de Licenciatura em Matemática do IFG? e 2) Como, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, podemos levar o aluno da Licenciatura em Matemática do IFG a construir conhecimentos de Álgebra Abstrata Moderna? (Ferreira, 2017, p. 88-89).

A pesquisa é qualitativa, do tipo pesquisa de campo e ocorre no contexto de uma turma de 9 alunos do quinto período de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Goiás (IFG). A proposta foi elaborada pelo professor-pesquisador e aplicada em 16 encontros (com duração de duas aulas, cada).

As atividades ocorreram por meio de aula expositiva e dialogada, trabalho em grupo e questionários, e os conteúdos trabalhados foram da Álgebra II: Grupo, Anel, Domínio de Integridade e Corpo. As atividades discutidas nesta análise fazem parte do encontro um, no qual tinha como objetivo, trabalhar os conteúdos específicos das operações de adição e multiplicação de números naturais, objetivando a introdução dos conceitos de Operações Binárias sobre conjuntos infinitos.

Ferreira (2017) se utiliza de situações-problema, mas as chama de Atividade.

Atividade 1 (Ferreira, 2017, p. 97)

Dois amigos, A e B, conversam sobre seus filhos. A dizia a B que tinha 3 filhas, quando B perguntou a idade das mesmas. Sabendo A que B gostava de problemas de aritmética, respondeu da seguinte forma: “O produto das idades das minhas filhas é 36. A soma de suas idades é o número daquela casa ali em frente”. Depois de algum tempo, B retrucou: “Mas isso não é suficiente para que eu possa resolver o problema”. A pensou um pouco e respondeu: “Tem razão. Esqueci de dizer que a mais velha toca piano”. Com base nesses dados, B resolveu o problema. Pergunta-se: qual a idade das filhas de A?

Após as tentativas de resolução pelos estudantes, é proposto o momento de plenária em que o professor-pesquisador aproveitou para introduzir o conceito de Operação Binária, buscando a etapa de formalização.

De acordo com Ferreira (2017), nos momentos de plenária e busca do consenso, o professor questionou os estudantes sobre o que seria uma operação. A pergunta silenciou os estudantes, que mesmo tentando entrar em um acordo, não conseguiram concluir nada a respeito do conceito. Aproveitando esse gancho, o professor-pesquisador então se utiliza da resolução do problema para mostrar aos estudantes que “as operações de adição e multiplicação associavam cada par de números a um novo número e, em seguida, generalizou essa ideia fazendo a formalização do conceito de Operação Binária” (Ferreira, 2017, p. 145).

O sétimo trabalho de RP analisado trata-se de uma pesquisa de mestrado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da UEPB, Campina Grande, em 2017. Em sua pesquisa, a autora tem como objeto de estudo o Ensino de Geometria através da Resolução de Problemas, objetivando “(re) construir conhecimentos geométricos, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas” (Brasil, 2017, p. 19). Como objetivos específicos, a autora elenca:

- i. Levar o aluno-participante, licenciando em Matemática, a construir novas ideias sobre diferentes conteúdos da Geometria, a fim de que possa desenvolver uma forma de ensino com compreensão.
- ii. Analisar as contribuições da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas durante o curso de extensão, para a formação docente de um grupo de licenciandos em matemática da UEPB e UFCG.
- iii. Avaliar como os alunos-participantes do curso de extensão se comportam diante de um ambiente de Resolução de Problemas e o interesse desses alunos em relação a Geometria (Brasil, 2017, p. 19-20).

Como questão de pesquisa, Brasil (2017) coloca: "Quais as principais contribuições da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problema, durante um curso de extensão, para a formação docente de um grupo de licenciandos em Matemática?" (Brasil, 2017, p. 20).

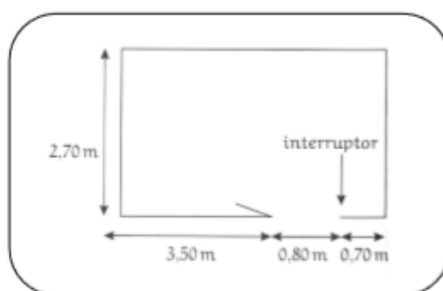
A pesquisa é de cunho qualitativo, do tipo pesquisa de campo, e apresenta uma proposta de ensino elaborada e aplicada pelo pesquisador no contexto de uma turma de 20 estudantes do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba e da Universidade Federal de Campina Grande, em um curso de extensão intitulado: O ensino da Geometria no contexto da Resolução de Problemas visando a teoria e a prática, realizado no ano de 2017. O curso se faz por meio de 10 encontros (4 horas de duração) com 40 horas presenciais e 20 horas destinadas à atendimento.

As atividades ocorreram por meio de aula expositiva e dialogada, trabalho em grupo, atividade investigativa, questionário, problemas e tarefas, objetivando os conteúdos de perpendicularismo de reta e plano; congruência e semelhança de triângulos; grafos; círculo e circunferência; posição relativa entre reta e plano; fórmula de Euler; Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras, Teorema do ângulo externo; paralelepípedo e pirâmide; cilindro; cone e esfera e topologia.

No encontro um a pesquisadora trabalha com o “Problema do interruptor”.

Problema do interruptor (Brasil, 2017, p. 146)

A figura abaixo mostra a planta de um quarto, com pé direito igual a 3 m. Deseja-se instalar um fio conectando uma lâmpada, localizada no centro do teto, ao interruptor, situado a 80 cm de altura, junto à porta indicada na planta (cuja altura é 1,95 m).



Determine o comprimento de fio necessário nos seguintes casos:

- O fio deve se manter, tanto no teto como na parede, paralelo a uma das três direções principais.
- O fio, na parede, deve ficar colocado segundo a vertical.

Para resolver esse problema, seguindo os passos da metodologia de RP, a pesquisadora solicita aos estudantes a leitura individual, e em seguida a leitura coletiva, em grupos formados pelos alunos. Já na primeira leitura são levantadas dúvidas pelos estudantes, com relação a alguns termos técnicos, como por exemplo, o que significa “pé-direito”. A intervenção do professor nesse momento é fundamental, se as dúvidas não forem esclarecidas, será difícil que o estudante realize progresso em suas tentativas de resolução.

Apesar de não haver um processo de formalização do conteúdo neste contexto, Brasil (2017) relata que, ao fim, é realizada uma conversa com os estudantes sobre as resoluções, na busca de um consenso. É interessante perceber as possibilidades de discussão que a metodologia traz ao licenciando, não somente com relação ao problema em si, mas também com relação aos conteúdos que podem envolvê-lo, e as relações estabelecidas entre conteúdos e conceitos, oportunizando a formação matemática do futuro professor.

O oitavo trabalho de RP analisado trata-se de uma dissertação de mestrado. Ela foi desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da UEPB em 2016. Em sua pesquisa, Rocha (2016) objetiva o estudo da Estatística por meio de atividades envolvendo a Resolução de Problemas, bem como os processos de ensino e aprendizagem envolvidos nesta ação. Rocha (2016) tem como objetivo central de seu trabalho

identificar, analisar, compreender e descrever como os alunos de Licenciatura Plena em Matemática desenvolvem suas habilidades e atitudes para a prática da sala de aula utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino da Estatística e Probabilidade" (Rocha, 2016, p. 126).

Sendo assim, a pergunta orientadora de toda sua pesquisa se desdobra em "Como contribuir na formação inicial de professores de Matemática, para a construção do conhecimento estatístico e probabilístico através da Resolução de Problemas, necessário para um bom professor de Matemática do Ensino Básico?" (Rocha, 2016, p. 126).

Em Rocha (2016), a autora trabalha com uma proposta de ensino elaborada e aplicada, neste caso, pela pesquisadora-professora em uma turma do 9º período, do turno noturno, na disciplina de Estatística e Probabilidade, do curso de Licenciatura Plena em Matemática da UEPB, Campus VI, situado em Monteiro – PB, constituída por duas

alunas. Ao todo aconteceram 13 encontros, realizados no período de 7 de julho a 26 de agosto de 2016, duas vezes por semana, com 2h/aula cada encontro.

Dentre as atividades propostas “foram selecionados problemas geradores de novos conceitos e novos conteúdos, extraídos de livros didáticos e de revistas especializadas, além disso, quando necessário, [...] textos e questões que exigissem reflexão” (Rocha, 2016, p. 152), tarefas para casa e um questionário aplicado ao fim da disciplina visando a avaliação do componente curricular pelas alunas. Em uma das aulas, a professora fez uso de material manipulativo (caixa com duas bolinhas azuis e uma vermelha). Como instrumento de avaliação das alunas foi feita a observação da participação das aulas e uma prova escrita de peso 5 ao final da disciplina.

Os conteúdos trabalhados na disciplina têm como foco a Estatística e a Probabilidade, bem como os conceitos probabilísticos, eventos, espaço amostral, Eventos Equiprováveis, Probabilidade Condicional, Independência Estatística, Conceitos Estatísticos, Distribuição de Frequência, Representações Tabulares e Gráficas, Medidas de Tendência Central, Medidas Separatrizes e Medida de Dispersão e Educação Estatística.

Os 13 encontros realizados durante a disciplina geraram um grande número de informações, sendo escolhido, portanto, apenas um encontro (terceiro encontro) a ser descrito neste tópico, intitulado pela autora: “*Sobre noções básicas de Probabilidade e a Probabilidade de um Evento*”. O objetivo do referido encontro foi “trabalhar os conceitos iniciais da probabilidade e os espaços amostrais finitos equiprováveis utilizando experimentos probabilísticos, promovendo a discussão e reflexão acerca dos fenômenos de observação” (Rocha, 2016, p. 168). Para esse encontro, Rocha (2016) propõe inicialmente uma discussão acerca das resoluções trazidas pelas alunas sobre o problema “os pontos dos dados”, que foi deixado como tarefa.

Problema “Os pontos dos dados” (Rocha, 2016, p. 168)

No lançamento de dois dados e na observação do produto dos pontos das faces superiores, diga a probabilidade dos seguintes eventos:

- A: o produto ser menor que 10.
- B: o produto ser um número de 5 a 12.
- C: o produto ser um número entre 5 e 12.
- D: o produto ser menor ou igual a 10.
- E: o produto ser no máximo 20.
- F: o produto ser múltiplo de 4.

Na sequência é proposto o problema “Jogo das bolinhas”, que deve ser resolvido seguindo as etapas da metodologia de RP.

Problema do jogo das bolinhas (Rocha, 2016, p. 170)

Mônica e Bruno têm uma caixa que contém somente duas bolinhas azuis e uma vermelha. Mônica sugere um jogo. Sem olhar, ela tirará duas bolinhas de dentro da caixa. Se ambas forem da mesma cor, ela ganha um ponto. Bruno, na sua vez, também tira duas bolinhas. Se elas forem de cores diferentes, ele ganha um ponto. O primeiro jogador que obtiver 10 pontos ganha o jogo. Este jogo é justo? Se não, como se poderiam adicionar bolinhas à caixa para torná-lo justo?

Ambas alunas buscaram resolver o problema individualmente e, na sequência, discutiram suas soluções consensualmente. Já no início, foi necessária a intervenção da professora que esclareceu a dúvida que uma das alunas apresentou com relação a procedimentos de amostragem com e sem reposição.

Na sequência, a professora propõe uma discussão acerca do quanto o jogo proposto por Mônica à Bruno é justo, e sobre o que seria um jogo justo. Assim, para analisar se o jogo era injusto, como as alunas acreditavam, a professora solicitou que elas realizassem um experimento probabilístico, manipulando uma caixa com duas bolinhas azuis e uma vermelha, e registrando os resultados da experimentação. A professora também questionou as aulas sobre a definição de problema, e se elas entendiam o que estavam fazendo por Resolução de Problemas. Definições como *“Problema é algo que dá dor de cabeça ... é algo que a gente fica “matutando”, será que é isso? será que é aquilo? e tem várias possibilidades de resolver para ver qual é o que vai dar certo”* foram surgindo.

Durante as aulas, a professora intervém apenas quando necessário, com o objetivo de mediar a construção feita pelas alunas e reforçar conceitos que ainda se mostram inconclusivos ou mal compreendidos.

Os problemas escolhidos são geradores de conteúdo e a metodologia de trabalho com tarefas para casa em todas as aulas se mostra muito interessante, pensando em um trabalho complementar ao que é feito durante as aulas.

Entendendo que a avaliação também deve ser realizada durante todo o processo, como parte da abordagem utilizada da metodologia de RP: *Ensino-Aprendizagem-Avaliação*, percebe-se que a pesquisadora não discute de que forma avalia suas alunas durante os momentos de participação, fala, exposição de resoluções.

O nono trabalho de RP analisado trata-se de uma pesquisa de mestrado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEPB, Campina Grande, em 2016. Em sua pesquisa, o autor tem como objeto de estudo a Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, objetivando

identificar e compreender como os alunos de Licenciatura em Física e Matemática desenvolvem suas habilidades e atitudes para a prática da sala de aula no contexto da Modelagem Matemática, por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas (Domingos, 2016, p. 17).

Como objetivos específicos, coloca-se:

a) Analisar como os alunos se comportam diante de um ambiente da Modelagem Matemática; b) Avaliar o interesse dos alunos na resolução de problemas no contexto da Modelagem; c) Observar como os alunos da formação inicial em Física ou Matemática desenvolvem seus primeiros trabalhos na prática da sala de aula, utilizando a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas (Domingos, 2016, p. 89).

O autor tem como pergunta de pesquisa norteadora a seguinte questão:

Como os estudantes de um curso de Licenciatura em Física ou Matemática podem desenvolver suas habilidades e atitudes para a prática da sala de aula no contexto da Modelagem ao longo de um curso de extensão sobre Equações Diferenciais Ordinárias, utilizando-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas? (Domingos, 2016, p. 89).

A pesquisa é de cunho qualitativo, caracterizada como pesquisa de campo. A proposta associa-se com a Modelagem Matemática e os conteúdos estudados são Equações Diferenciais Ordinárias, Proporcionalidade, Função Exponencial e Progressões Geométricas. O contexto de aplicação se caracteriza por uma turma de 16 alunos, sendo 7 do curso de Licenciatura em Física do IF Sertão, Campus de Salgueiro, 8 do curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Ciências Humanas do Sertão Central – FACHUSC (Instituição Privada) e um professor substituto do IF Sertão, Campus de Salgueiro. Dos 16 participantes, três já exerciam a função docente (Domingos, 2016, p. 104).

A proposta é elaborada e aplicada pelo pesquisador. No final do curso, apenas 10 alunos conseguiram concluir, sendo em sua maioria, alunos da licenciatura em Matemática. A proposta ocorreu por meio de dez encontros, utilizando-se de aula expositiva e dialogada e fazendo uso de situações-problema. Entre os dez problemas selecionados para o trabalho com a proposta está a situação-problema 1.

Situação-Problema 1 (Domingos, 2016, p. 98-99)

A tabela abaixo apresenta os dados do censo demográfico da cidade de Salgueiro/PE realizado pelo IBGE entre os anos de 2000 a 2010. A partir dos dados apresentados, considerando que a taxa de crescimento é proporcional à população existente em cada instante, determine uma estimativa do número de habitantes dessa cidade no ano 2020.

Tabela - Censo demográfico da cidade de Salgueiro/PE de 2000/2010

ANOS	IBGE POPULAÇÃO	TAXA MÉDIA DE CRESCIMENTO ANUAL
2000	51.571	0.94%
2010	56.629	0.94%

Fonte: IBGE

Domingos (2016) descreve que as situações-problema utilizadas tinham como objetivo, além de fazer com que os alunos refletissem sobre modelos clássicos representados por EDOs, possibilitar a eles o entendimento de que essa metodologia poderia ser utilizada em atividades envolvendo os conteúdos do nível básico.

Após ser questionado por um estudante sobre a possibilidade de inúmeras soluções para um problema, o pesquisador se concentrou em mostrar aos alunos, que na Modelagem Matemática, objetiva-se encontrar um modelo consistente e que represente a situação estudada (processo de validação do modelo).

"Validação da solução 1 - Ao analisar juntamente com os estudantes a forma com que o grupo 1 resolveu a situação-problema, percebeu-se que eles haviam interpretado a situação como uma progressão aritmética de razão 5.058, embora não tivessem percebido tal fato. Nesse caso, foi solicitado que os estudantes tentassem expressar o modelo do grupo 1 de forma algébrica. Com algumas dificuldades, chegaram ao seguinte modelo: $P_t = P_0 + 5058t$.

Onde: P_0 representa a população inicial e t o tempo (termo da sequência). Nesse caso, cada termo é associado a dez anos. Por exemplo, o ano de 2000 equivale ao 1º termo da sequência, já 2010 equivale ao 2º e assim por diante.

A partir de uma análise cuidadosa feita juntamente com os alunos, foi percebido pela turma que o modelo encontrado não contemplava a situação real, uma vez que, a situação-problema considerava que a taxa de crescimento é proporcional à população existente em cada instante, caso contrário, a solução encontrada pelo grupo estaria correta (Domingos, 2016, p. 112).

A situação acima descreve um momento fundamental para a formação matemática desses licenciandos, e que de acordo com Domingos (2016), foi possível, devido ao uso da metodologia. Ao buscarem validar o modelo encontrado, os estudantes fizeram uso dos conceitos que envolvem as progressões aritméticas, de tal modo que, em conjunto,

conseguem perceber as lacunas no modelo construído. Ao fazerem isso, os estudantes estão ressignificando os conceitos matemáticos constantemente.

O décimo trabalho de RP analisado trata-se de uma pesquisa de mestrado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação da UFMT, Cuiabá, em 2014. Em sua pesquisa, a autora tem como objetivo “Estudar aspectos do pensamento algébrico revelados por futuros professores de Matemática ao resolverem problemas que têm o potencial para mobilizar esse tipo de pensamento, evidenciados em seus registros e reflexões sobre eles” (Laier, 2014, p. 21).

Como objetivos específicos de sua pesquisa, a autora elenca:

- i. Identificar aspectos do pensamento algébrico revelados pelos estudantes durante a resolução dos problemas.
- ii. Identificar e caracteriza as concepções da Álgebra que os estudantes apresentam.
- iii. Identificar os processos envolvidos para a resolução dos problemas.
- iv. Compreender em que a atividade algébrica, por meio da resolução de problemas, pode contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico (Laier, 2014, p. 21).

A pergunta de pesquisa que norteia os objetivos se faz por: “Que aspectos do Pensamento Algébrico são revelados por alunos do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática: Habilitação em Matemática?” (Laier, 2014, p. 21).

A pesquisa é qualitativa e de acordo com Laier (2014), segue a metodologia exploratória e investigativa. Quem elabora e aplica as atividades propostas são a própria professora-pesquisadora, no contexto de uma turma de alunos matriculados no 8º semestre do curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática: Habilitação em Matemática da UFMT - Campus de Sinop/MT.

Para as atividades, são utilizadas situações-problema e questionário. O conteúdo trabalhado é a Álgebra.

Entre os problemas utilizados está o Problema 1:

Problema 1 (Laier, 2014, p. 80)

Em três árvores estavam empoleirados 60 pássaros. Num dado momento, 6 pássaros voaram da primeira árvore, 8 voaram da segunda árvore e 4 voaram da terceira árvore. Ficou, então, o mesmo número de pássaros em cada uma das árvores. Quantos pássaros estavam em cada árvore?

Segundo Laier (2014), a escolha desse problema foi pensada com o objetivo de que os estudantes pensassem em diferentes maneiras para resolvê-lo, sem fazer uso das operações algébricas.

A princípio, evidencia-se que Laier (2014) não tem a pretensão de partir de um problema com o objetivo de formalizar um conteúdo. Ela busca, ao final de cada resolução, evidenciar quais os aspectos do pensamento algébrico foram revelados e refletir sobre eles nesse contexto de ensino e aprendizagem. No entanto, a autora se utiliza da metodologia de RP e traz discussões que refletem a influência dessa escolha na aprendizagem matemática dos estudantes.

Ao discutir as resoluções do Problema 1, Laier (2014) percebe a predominância do uso de expressões algébricas, bem como nas resoluções do estudante Pedro, ao estabelecer um sistema de equações lineares de três variáveis para representar o número de pássaros em cada árvore. Na sequência o estudante faz uso do método da substituição e encontra os valores para cada variável. Esse episódio é analisado por Laier (2014), que elenca os aspectos do pensamento algébrico apresentados pelos estudantes durante a resolução, entre eles: “utilizaram um conjunto de linguagens que expressam o domínio de conceitos matemáticos” (Laier, 2014, p. 93). Sendo assim, em atividades como essa o estudante tem oportunidade de expor para si próprio os conceitos matemáticos que já domina, se permitindo, a partir disso, avançar na construção de outros conceitos. Nesse sentido, Laier, 2014, p. 93 ainda enfatiza que os estudantes “desenvolveram/criaram uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente”.

O décimo primeiro trabalho de RP analisado trata-se de uma pesquisa de doutorado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro, em 2014. Em sua pesquisa, a autora tem como objeto de estudo a formação inicial de professores de Matemática, objetivando “investigar a formação inicial do professor de Matemática para a Educação Básica, verificando o potencial da Metodologia de Ensino Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas” (Azevedo, 2014, p. 11).

Como questão de pesquisa, apresenta-se: “Como preparar o futuro professor de Matemática da UFMT - Campus Sinop, para a construção do conhecimento matemático necessário a um professor de matemática do Ensino Básico?” (Azevedo, 2014, p. 84).

A pesquisa é qualitativa e traz uma proposta de ensino elaborada e aplicada pelo pesquisador, no contexto de uma turma de 14 alunos do 6º semestre do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza e Matemática da UFMT- Campus Sinop, na disciplina Tendências em Educação Matemática II. A aplicação da proposta se deu em 15 encontros compostos por atividades para a sala de aula e por tarefas extraclasse. Cada encontro teve duração de 3 horas/aula.

Para as atividades foram utilizadas aula expositiva e dialogada, trabalho em grupo, atividade investigativa, questionário e situações-problema, com o objetivo de trabalhar os conteúdos de Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Ao fim da proposta é realizada uma prova escrita com o objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes.

Além das atividades de leitura e discussão de textos, a pesquisadora propõe aos estudantes o preenchimento de uma Ficha de Acompanhamento (FA) ao fim de cada encontro, contendo anotações referentes ao trabalho e à avaliação da aula.

Entre os problemas utilizados por Azevedo (2014) está a seguinte situação:

Situação-problema (Azevedo, 2014, p. 137)

Em uma caixa estão fichas numeradas de 1 a 35. Marta tira duas fichas cuja soma dos dois números é 31. A raiz quadrada da diferença desses dois números é 5. Quais são os dois números que Marta tirou?

Após lerem o problema individualmente e iniciarem a discussão em grupo, a professora-pesquisadora questiona os grupos, buscando compreender os conceitos e conteúdos que os estudantes pensam ser necessários para a resolução do problema.

O momento de mediação da professora com o G3 é muito pertinente nesse processo, pois revela à professora, já no início da aula, dados sobre como os alunos pensam matematicamente. Os estudantes, por sua vez, têm a oportunidade de compartilhar em voz alta o que estão pensando, esse processo os torna mais ousados e motivados em continuar a busca pela solução. Sobre isso, Onuchic e Allevato (2011), destacam a atuação do professor no trabalho com RP, como aquele que deve incentivar os alunos a “utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto” (p. 84).

Ao perceber que o problema poderia não ser um gerador de conhecimento novo aos estudantes, Azevedo (2014) comenta que, como professora-pesquisadora, buscou questioná-los sobre como eles poderiam trabalhar o problema como gerador do conceito de sistema de equações, considerando-o como um conceito novo em sala de aula.

Experiências como essas são fundamentais ao licenciando, pois os motivam no trabalho com a metodologia. “Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a

constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 82).

O décimo segundo trabalho de RP analisado trata-se de uma pesquisa de doutorado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da UNESP, Bauru, em 2012. Em sua pesquisa, o autor elenca alguns objetivos, como:

1. Identificar e descrever os conhecimentos dos licenciandos em Matemática sobre a temática da resolução de problemas, segundo a formação adquirida; 2. Analisar a participação desses alunos em um Curso sobre Resolução de Problemas (1ª etapa da intervenção) na aquisição de conhecimentos sobre resolução de problemas; 3. Analisar as dificuldades e as possibilidades decorrentes do trabalho com a resolução de problemas, durante as regências de aula (2ª etapa da intervenção), na escola básica; 4. Identificar e analisar quais conhecimentos foram (re) constituídos acerca da resolução de problemas como um caminho para se ensinar e aprender Matemática na escola básica (Proença, 2012, p. 16-17).

Como questão de pesquisa, coloca-se:

Uma intervenção, baseada em um Curso sobre Resolução de Problemas e em regências de aula, favorece a formação do futuro professor de Matemática para o ensino- aprendizagem da Matemática escolar por meio da resolução de problemas? Quais as possibilidades e limites para a implementação do trabalho com a resolução de problemas nas regências de aula do estágio curricular supervisionado pelos futuros professores de Matemática? (Proença, 2012, p. 16-17).

A pesquisa é do tipo qualitativa e traz uma proposta de ensino elaborada e aplicada pelo professor pesquisador, no contexto de duas disciplinas - Prática de Ensino de Matemática V e Estágio Curricular Supervisionado II - em uma turma de 4 alunos do 4º ano do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública do interior do Estado de São Paulo. A proposta ocorreu em 8 encontros, no período de março a maio de 2010.

A proposta de ensino traz atividades de aula expositiva e dialogada, atividade investigativa, aplicação de questionário, resolução de situações-problema, tarefas e elaboração de sequência didática. Os conteúdos trabalhados são aritmética, álgebra e geometria.

Como o contexto de aplicação da proposta também se deu em uma disciplina de estágio, em uma segunda etapa buscou-se a elaboração de sequências didáticas, por parte dos estudantes, “envolvendo conteúdos de aritmética, álgebra e geometria, buscando implementar o conhecimento adquirido neste curso nas regências de aula, durante a disciplina de Estágio Curricular Supervisionado II” (Proença, 2012, p. 81).

O professor-pesquisador busca dividir os estudantes em dupla, para que possam realizar o trabalho. Entre os problemas trabalhados na proposta está o de número 4:

Problema 4 (Proença, 2012, p. 105)

Em um triângulo isósceles, uma das medianas divide seu perímetro em duas partes: 12 cm e 9 cm. Determine os lados do triângulo.

Após o contato com o problema 4, o pesquisador coloca aos estudantes a importância de saber fazer uma representação correta do problema. Segundo Proença (2012), o momento da representação ocorre inicialmente, ao olhar para os dados que o problema traz. “O grande critério da resolução de um problema é o que? É fazer uma boa representação. Ali, se eu tivesse desenhado um triângulo equilátero, por exemplo, iriam ficar a , a e a (os lados). No caso, iria errar” (Proença, 2012, p. 106). De fato, a busca por um esquema, ilustração ou ideia que represente bem a situação-problema, leva a caminhos assertivos para a resolução. Além disso, quando busca por uma representação, o estudante constrói conhecimentos matemáticos com sentido.

Após utilizar-se da estratégia de tentativa e erro para mostrá-la aos estudantes como um caminho que pode ser válido, o pesquisador instiga-os a pensarem nesse tipo de trabalho com seus futuros alunos.

Essa estratégia vai aparecer. Para nós isso é uma estratégia e é válida. Aí a gente pode fazer o quê? Discutir com o aluno essa forma de resolução e depois naquela forma que a gente fez, matemática (de sistema de equação). E podemos discutir essas coisas aqui: o que é triângulo isósceles, a questão do perímetro, o que é mediana, a resolução de sistemas. É nesse caminhar que nos interessa. [...] Quando eles resolverem desse modo (supor e testar), você poderia perguntar para o aluno: como você poderia chamar essa estratégia que você utilizou? Para os alunos nomearem a estratégia. Aí pode pedir para os alunos virem até a lousa colocar a estratégia ou falar para eles ditarem e você escreve na lousa. E depois mostrar a resolução na forma matemática, entendeu? (Proença, 2012, p. 107).

Nesse contexto, o pesquisador se aproveita de uma das “brechas” que a metodologia abre, para fazer com que os estudantes reflitam sobre o ensino desses conceitos matemáticos na educação básica. Situações como essas abrem caminhos para a abordagem de outros conceitos e conteúdos, e até mesmo para a proposição de novos problemas, como indica Onuchic (2009).

O décimo terceiro trabalho de RP analisado trata-se de uma pesquisa de doutorado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da UNESP, Rio Claro, em 2010. Em sua pesquisa, a autora tem como objeto de estudo trabalhar a Geometria Euclidiana, numa abordagem dinâmica, com alunos, futuros professores, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia – UNEB, Campus X. Como objetivo de pesquisa a autora tem, “investigar, compreender e evidenciar as potencialidades didático-matemáticas da Metodologia de Ensino Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas nos processos de ensinar e aprender Geometria” (Nunes, 2010, p. 12).

Nunes (2010) apresenta três questões de pesquisa, buscando respondê-las ao longo de seu trabalho:

- 1) Como a Geometria Euclidiana, através da resolução de problemas, pode contribuir para a formação matemático-pedagógica do professor?
- 2) Como a necessidade de um conhecimento didático aliado a um conhecimento matemático, fazendo-se uso de uma metodologia alternativa de trabalho em sala de aula, pode influenciar e contribuir com eficiência na formação inicial de professores?
- 3) Como compreender o processo ensino-aprendizagem da geometria através da resolução de problemas sob a perspectiva didático-matemática na formação inicial de professores? (Nunes, 2010, p. 19-20).

A pesquisa é de cunho qualitativo e traz uma proposta de atividades elaborada e aplicada pelo professor-pesquisador no contexto da disciplina “A didática da Matemática” de 14 alunos de uma turma do 4º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da UNEB/Campus X, situado em Teixeira de Freitas – BA, em 2008. A proposta é realizada em 15 encontros, no período de 10 de novembro a 16 de dezembro de 2008; cada encontro tem a duração de 3h/aula.

As atividades são desenvolvidas por meio de aula expositiva e dialogada, trabalho em grupo, atividade investigativa, questionário e problemas. Os conteúdos trabalhados são da aritmética, álgebra e geometria.

O trabalho desenvolvido por Nunes (2010) envolve a execução de dois projetos. O projeto p1 visava o trabalho com a disciplina de Didática da Matemática e o p2 visava o trabalho com a disciplina de Laboratório de Matemática II. Sendo assim, apenas as atividades desenvolvidas no projeto p1 serão discutidas nesta análise, uma vez que o p2 não teve tanto foco na metodologia de RP.

Além da leitura e discussão conjunta de alguns textos a respeito da didática da matemática e da metodologia de RP, a professora-pesquisadora traz algumas situações-problema, entre elas, a descrita a seguir:

Situação-problema 32 (Nunes, 2010, p. 136)

Se uma fábrica de doces disponibilizar 7428 balas para serem distribuídas igualmente a 5 instituições, entre suas crianças, quantas balas caberia a cada instituição?

Responda:

- 1) Como resolver esse problema em uma turma de ensino fundamental de 1^a a 4^a série?
- 2) Que matemática “nova” quer-se construir através da resolução desse problema?
- 3) Para que série vocês acreditam que esse problema é adequado? Se, para várias séries, como ele poderia ser trabalhado nas diferentes séries? O objetivo específico para esse problema é o de explorar o conceito de divisão e seu algoritmo.

Após o momento de resolução em grupos, foi solicitada a exposição dessas resoluções na lousa, com o objetivo de discuti-las em uma plenária.

De acordo com Nunes (2010), ao serem questionados pela professora-pesquisadora sobre a relação matemática existente entre os termos da divisão (dividendo, divisor, quociente e resto), percebeu-se grande dificuldade dos estudantes, e ainda, ao questionar os estudantes sobre a série escolar em que tal problema poderia ser trabalhado, muitos demonstram dificuldade em compreender a ideia da divisão como uma repartição do todo em partes iguais. Tais percepções pela professora-pesquisadora, só foram possíveis devido a característica investigativa da metodologia de RP. Além disso, os questionamentos levantados constantemente levam os estudantes a estimularem o raciocínio matemático.

Ao final, a professora-pesquisadora formaliza o novo conteúdo a partir de tudo que foi construído. “Nesse caso, foi explorado o conceito de divisão utilizando o conhecimento conceitual e o conhecimento procedimental” (Nunes, 2010, p. 208).

4.4 Síntese das contribuições da RP para a formação matemática do futuro professor

Assim como na análise dos trabalhos que tratam da MP, neste tópico busca-se a construção de uma síntese integrativa objetivando discutir, com base no referencial teórico desta pesquisa, as possíveis contribuições da utilização da metodologia de RP para a formação matemática do futuro professor. A organização dos dados da pesquisa é feita a partir de agrupamentos, contribuindo para o processo analítico.

Tendo em vista que a metodologia de RP prevê um trabalho de resolução do problema gerador seguindo etapas pré-definidas, em todas as propostas analisadas

observa-se a execução destas etapas. Desse modo, adotou-se como possibilidade de agrupamentos para a análise dos dados, as seguintes etapas da metodologia: a busca de caminhos de resolução a partir dos conhecimentos prévios; leitura e resolução do problema em conjunto; plenária e busca do consenso, além da formalização do conteúdo, adotada como última etapa. Entretanto, percebeu-se a necessidade de um outro agrupamento, tendo em vista o ensino de Matemática na Educação Básica: possibilidades de adaptação ou de geração de novos problemas sobre outros conteúdos.

Além disso, é importante salientar que, em todos os trabalhos analisados, percebe-se comumente o uso de um grande número de problemas para o ensino de um conteúdo, o que leva ao entendimento de que essa é uma característica da abordagem de RP. Sendo assim, tornou-se inviável a análise de todos os encontros de aula trazidos nas propostas, o que levou a escolha de uma ou duas situações-problema, em cada trabalho, como objetos de análise nesta pesquisa. Essa escolha se deu a partir da leitura dos encontros e das atividades propostas, procurando sempre destacar e trazer para as análises, aquelas em que se percebeu maiores oportunidades de formação matemática dos licenciandos, especialmente com vistas ao ensino de matemática na Educação Básica.

4.4.1 A busca de caminhos de resolução a partir dos conhecimentos prévios

Em Rocha (2016), a autora propõe um trabalho com o problema “Os pontos dos dados”, objetivando uma discussão e comparação das soluções encontradas por suas alunas sobre o conteúdo de probabilidade. Sobre essas soluções a autora discute as oportunidades de desenvolvimento dos conhecimentos prévios. “Pude perceber nessa tarefa que as alunas chegaram a respostas diferentes” (Rocha, 2016, p. 168), o que é muito comum neste momento, dado o fato de que cada estudante traz seus conhecimentos e que o conteúdo formalizado, que possibilitaria às alunas chegarem a resultados parecidos, ainda não havia sido feito.

Depois deste momento de comparação de respostas, a pesquisadora relata que

pediu pra aluna B ir na lousa terminar o cálculo das probabilidades dos eventos. A aluna A também participou e ajudou nos cálculos. Então chegaram a este resultado $\left(\frac{17}{36}\right) \simeq 0,472 \simeq 47\%$ é a probabilidade de ocorrência do evento A (Rocha, 2016, p. 169).

As respostas apresentadas pelas alunas, poderiam gerar uma discussão mais aprofundada sobre os fundamentos da probabilidade, no entanto, o que se nota é que esta etapa inicial, de fato, não permite muitos aprofundamentos dos conceitos matemáticos,

tendo em vista o objetivo de que os estudantes devem partir unicamente de seus conhecimentos para traçar caminhos de solução ao problema. E ainda, nesse início, o professor deve manter uma posição mais passiva frente às construções dos estudantes, deixando que estes elaborem suas resoluções e justificativas para a situação-problema.

Do mesmo modo, em Rangel (2022), a autora descreve a possibilidade de identificar, a partir dos diálogos produzidos pelos participantes, que apesar destes apresentarem entendimento do problema e utilizarem-se do raciocínio combinatório, ainda não demonstraram conhecimento do termo permutação. “Podemos perceber que há um entendimento sobre as possibilidades de números que podem ser formados com os algarismos disponíveis, mas isso não se manifesta na fala e nem em alguma possível relação com a fórmula da Permutação” (Rangel, 2022, p. 93). Nesse contexto, pode-se perceber, que assim como em Rocha (2016), não há - nesta etapa - a pretensão de buscar grandes discussões e aprofundamentos a respeito dos conceitos da análise combinatória, tendo em vista a caracterização da etapa como propícia à construção de resoluções dos problemas sem o conhecimento de um conteúdo matemático formalizado. Além disso, devido a essa característica, observa-se uma dificuldade ainda maior em pensar na construção de conceitos com vistas ao ensino da matemática escolar.

A partir disso, analisando esses contextos, percebe-se que há uma potencialidade da metodologia de RP em levar os estudantes a utilizarem-se de suas capacidades de pensar matematicamente quando desconhecem conceitos que poderiam auxiliá-los na resolução do problema mais facilmente. “A aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor” (Onuchic *et. al.* 2014, p. 40). No entanto, é possível inferir que nas etapas descritas, não houve uma matemática sendo discutida, buscando a explicação dos “por quê” e dos “como” com vistas à uma formação para o ensino da disciplina. Esta observação surge a partir da característica da própria etapa, que objetiva um trabalho com os conhecimentos prévios dos estudantes.

Com relação aos momentos de traçar caminhos variados a partir dos conhecimentos prévios que os alunos têm consigo, estes são muito importantes, pois permitem, a partir das tentativas próprias e investigações, recorrendo única e exclusivamente às suas potencialidades, a significação de conceitos gradativamente construídos. Entretanto, é possível perceber que nesse processo, os estudantes constroem muitos conceitos próprios da metodologia, mais do que da própria constituição da matemática para o ensino. Sendo assim, é possível inferir que ambas situações

comprovam os argumentos de Moreira e David (2007) quando discutem sobre as raras situações em que os conhecimentos da matemática acadêmica se relacionam aos conhecimentos matemáticos do ensino escolar.

No trabalho de Rocha (2016), a autora observa que mesmo sem uma formalização prévia dos conceitos da probabilidade, as alunas puderam construir tanto o espaço amostral, quanto os eventos, partindo unicamente de seus conhecimentos preexistentes na tentativa de resolução do problema. De modo semelhante, Oliveira (2022) descreve sua proposta para o primeiro encontro: “No encontro 1, foram propostas aos futuros professores três situações de Matemática para que resolvessem da maneira que quisessem, utilizando a maior variedade de caminhos/estratégias possíveis” (Oliveira, 2022, p. 67-68). E ainda, em outro momento, Oliveira (2022) discute as dificuldades apresentadas por uma estudante ao utilizar-se do método de resolução de sistemas de equações, levando-a à escolha de um outro caminho para resolver a situação, pelo método de tentativa e erro.

Em situações como essas, Onuchic e Allevato (2011) defendem o uso da metodologia de RP que “desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 82). De fato, nesses contextos ocorrem grande aperfeiçoamento do raciocínio matemático, tendo em vista o desconhecimento de fórmulas e caminhos rápidos de resolução. E ainda, em Oliveira (2022), a iniciativa da estudante, de buscar outros meios para resolver o problema, desfazendo-se do uso das fórmulas (sistema de equações), mostra que a aprendizagem de conceitos matemáticos se faz de forma muito significativa a partir da construção de caminhos, sendo insuficiente para a compreensão dos conceitos, o uso e aplicação de fórmulas. Por outro lado, percebe-se novamente, uma formação metodológica sendo construída nesses momentos, tendo em vista que em todas essas situações, pretende-se construir conceitos para resolver problemas, sem necessariamente buscar compreendê-los em sua origem, em seus contextos e em suas relações com a matemática para o ensino. Sobre isso, Moreira e Ferreira (2012) discutem a necessidade do licenciando desenvolver seus conhecimentos matemáticos a partir da perspectiva do ensino.

Ainda em outra situação, em Domingos (2016), o autor relata que em suas mediações, buscava fazer perguntas aos estudantes, de modo a mobilizá-los a partir de seus conhecimentos prévios sempre mirando um novo conhecimento, mais propriamente, as EDOs (Equações Diferenciais Ordinárias). Domingos (2016) reflete sobre o diálogo

que ocorre entre uma estudante do curso de licenciatura em matemática e ele mesmo (pesquisador).

– Professor, eu ainda não vi nada sobre Equações Diferenciais Ordinárias, acho que não vou conseguir resolver essa situação-problema”.

Então, o pesquisador perguntou se teria como resolver a situação-problema utilizando outros conteúdos básicos da Matemática. Nesse momento o aluno Hugo disse: “– estou tentando resolver por PA” (Domingos, 2016, p. 108).

Nesse contexto, tem-se a significação gradativa dos conceitos ocorrendo com o objetivo de chegar a um novo conhecimento matemático. De fato, esse processo permite a construção significativa da matemática, pois ao utilizar-se de seus conhecimentos, nenhuma etapa percorrida pelo estudante ficará sem sentido, sendo possível a justificação de todas as etapas percorridas por ele. Entretanto, o próprio autor enfatiza que o objetivo de usar a referida situação-problema estava em avaliar o nível de conhecimento dos estudantes para saber como proceder nos próximos encontros. Assim, apesar de motivar os estudantes a utilizarem-se de conteúdos da matemática básica para resolver a situação, observa-se que o professor-pesquisador não discute os “não saberes” desses estudantes neste momento, o que é pertinente, tendo em vista os objetivos desta etapa na metodologia. Nessa dinâmica, os estudantes continuam as resoluções até o fim da aula. Sobre a ausência de uma discussão acerca do que os licenciandos não sabem, Moreira e David (2007) discutem o distanciamento entre a matemática da formação e a matemática escolar.

Ainda com relação aos conhecimentos prévios dos estudantes, em outras situações foi possível identificar sérias lacunas que dificultaram o trabalho já no início da resolução dos problemas - o que reforça o papel do professor como mediador nesses contextos, possibilitando aos estudantes avançarem. Essas lacunas ou insuficiência de conhecimentos prévios necessários são percebidas por alguns autores (Rocha, 2016; Pinto, 2021; Brasil, 2017). Em Pinto (2021), a autora observa e discute as dificuldades dos estudantes em relacionar os dados do gráfico com uma Progressão Aritmética.

Um ponto importante a ser salientado foi sobre dificuldade dos futuros professores em entender a conexão entre as funções Afim e Exponencial com as Progressões, pois nos dois problemas que continham gráficos, alguns licenciandos só tinham a noção de que os gráficos das progressões, tanto as Aritméticas quanto as Geométricas, representavam uma função, porém não sabiam especificar de que natureza eram (Pinto, 2021, p. 107-108).

Em Brasil (2017) a autora discute os questionamentos dos estudantes ao transitar entre o plano e o espaço, tendo em vista que a imagem representativa da situação se faz no plano.

Dado o tempo para que eles agora realmente resolvessem o problema, nessa etapa do roteiro, eles começaram a dialogar entre si, surgindo diversas indagações a respeito da posição do fio e do interruptor, pois a figura estava na forma plana, como uma planta baixa e eles demonstraram dificuldade para transitar entre o plano e o espaço (Brasil, 2017, p. 146).

Em Rocha (2016), a pesquisadora observa que não foi possível o avanço pretendido do conteúdo devido às lacunas percebidas no conhecimento trazido por suas alunas. No entanto, ainda segundo a autora, esse processo de atendimento às necessidades das licenciandas só ocorreu devido ao trabalho com os problemas.

Nesse sentido, é interessante perceber que já nesta etapa inicial da metodologia, o professor tem a oportunidade de conhecer as dificuldades dos estudantes, possibilitando assim, a busca por superá-las.

Ao analisar a situação descrita em Pinto (2021), percebe-se que a professora-pesquisadora identifica a dificuldade dos estudantes, partindo de seus conhecimentos prévios, em relacionar os conceitos de função com o conceito de progressões. “Outro aspecto relevante, se for pensado no ensino deste problema, baseia-se na relação da Função Afim com a Progressão Aritmética, a qual é a essência do problema proposto e que é fundamental para a explicação aos futuros alunos dos licenciandos” (Pinto, 2021, p. 61). Sendo assim, apesar de perceber as dificuldades trazidas pelos licenciandos nesse momento inicial, a autora ainda não aprofunda a discussão sobre os conceitos, o que é conveniente, tendo em vista os objetivos específicos dessa etapa. Por outro lado, observa-se grande potencial do problema utilizado, quando traz a possibilidade de relacionar conceitos da matemática escolar. E ainda, nesse sentido, a própria autora percebe a necessidade de uma formação matemática com vistas ao ensino.

Voltando ao trabalho de Brasil (2017), a autora discute os conhecimentos prévios dos estudantes com relação à geometria - dados pela dificuldade de transitar entre o plano e o espaço. Nesse contexto, a professora-pesquisadora deixa que os estudantes construam suas resoluções, sem direcioná-los a questionamentos que remetem a uma formação matemática com sentido. Assim, nesse momento, os estudantes estão preocupados com os caminhos possíveis de resolução, sem necessariamente se questionarem sobre a construção de conhecimentos para o ensino de geometria. Essa atuação é pertinente

devido à etapa de utilização dos conhecimentos prévios para as resoluções, em que os estudantes se encontram neste momento.

Assim, ao pensar na etapa de resolução dos problemas a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes, percebe-se grande potencialidade de construção de conceitos matemáticos, tendo em vista que nessa dinâmica o estudante pode construir conceitos matemáticos com sentido e de forma gradativa, partindo do que ele já conhece. Entretanto, observa-se que neste momento não há a possibilidade de grandes aprofundamentos na matemática que está sendo desenvolvida pelos estudantes, devido ao fato de que esta etapa é pensada com o objetivo de fazer com que os próprios estudantes construam seus caminhos de resolução, limitando assim, as oportunidades de grandes aprofundamentos dos conceitos matemáticos, sobretudo com vistas ao ensino. E ainda, sobre isso, Moreira, David e Tomaz (2013) defendem que o ponto de partida da formação deve ser na matemática, demandada na prática escolar. Assim, percebe-se nesta etapa, um foco metodológico, mostrando aos estudantes como pensar caminhos de resolução.

4.4.2 Leitura e resolução do problema em conjunto

A metodologia de RP envolve um trabalho colaborativo entre os estudantes, tendo o professor como mediador dos processos de construção dos conhecimentos matemáticos. A partir disso, tem-se já nas primeiras etapas, a dinâmica de formação de grupos, em que os estudantes se juntam para a leitura, compreensão e resolução do problema. “De posse do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo” (Allevato, Onuchic, 2009, p. 140).

Nessa etapa, em Azevedo (2014), a autora propõe aos estudantes que se coloquem em grupos para um trabalho em conjunto. Após esse momento, os estudantes iniciam uma discussão, e a professora-pesquisadora então questiona o grupo G3:

PP: – Que matemática vocês estão pensando ser necessária para resolver o problema?

A8: – Adição, subtração, radiciação, estimativa e também montando uma tabela, usando tentativa e erro.

A7: – Álgebra com resolução de sistemas, lembrando de ajeitar a conta para a raiz não ficar negativa.

A8: – É, podemos resolver através de sistemas de equações ou através de tabela atribuindo valores.

PP: – Muito bem, continuem (Azevedo, 2014, p. 137-138).

Essa etapa é muito importante, pois ao resolverem o problema em conjunto, os estudantes podem discutir esse processo. No entanto, percebe-se a ausência de um

aprofundamento da matemática presente nesta situação, mais propriamente, do conteúdo de sistema de equações, que deveria ser relacionado neste caso, ao contexto da Álgebra escolar. Embora nesta etapa ainda não seja possível fazer um aprofundamento dos conteúdos, percebe-se que a professora poderia ter instigado mais os licenciandos, para que definissem melhor os caminhos que poderiam ser adotados e os motivos desta escolha, pensando no ensino desses conteúdos. Sobre isso, Moreira e Silva (2021) refletem a necessidade de uma formação articulada à prática desenvolvida na escola, tendo em vista a complexidade do trabalho com os conteúdos algébricos.

Em Rocha (2016) também é descrito o processo de resolução do problema em conjunto, calculando a probabilidade dos eventos.

A professora-pesquisadora pediu para as alunas explicarem como chegaram à solução do problema. A aluna A disse que fez anotando para cada questão solicitada no problema apenas as possibilidades correspondentes. Já a aluna B disse que fez desenhos das 6 faces dos dois dados e foi registrando todas as possibilidades de saída de faces. Porém, com base nos registros da aluna B, pude perceber que ela não repetiu as combinações das faces que mudaram apenas a ordem dos números. Após ter analisado as situações descritas, foi dado um tempo para que as alunas comparassem suas respostas. A dupla percebeu que não estavam considerando as repetições e assim foram refazer a contagem das possibilidades (Rocha, 2016, p. 169).

Segundo a autora, o momento de trabalho conjunto levou as estudantes à compreensão de que não haviam considerado as repetições dos eventos, o que é muito pertinente nesse momento. No entanto, percebe-se que muitas outras situações poderiam ser levantadas a partir dessa percepção das alunas, como por exemplo, buscar entender o porquê das repetições e o que significa tomar essa decisão. Ou então, discussões acerca dos próprios termos que envolvem o conceito de probabilidade, pensando na matemática que eles irão ensinar futuramente. Sobre isso, Moreira e David (2007) argumentam: “muitas vezes se recusa a desenvolver uma discussão sistemática com os licenciandos a respeito de conceitos e processos que são fundamentais na educação escolar básica em Matemática” (Moreira; David, 2007, p. 42).

Em outro momento, sobre as oportunidades de interação entre as estudantes, Rocha (2016) observa que o trabalho com RP exigiu inúmeros momentos de interação entre as alunas, dando espaço para que elas expusessem seus processos de pensamento, levando-as à reflexão mais aprofundada destes e elaborando argumentos e justificativas que defendam seu raciocínio matemático. Tais observações refletem a perspectiva de uma formação metodológica das estudantes, sendo evidenciada por discussões mais

sistemáticas do que de compreensão dos processos matemáticos com vistas ao ensino. Também em Rangel (2022), sobre a importância do trabalho em conjunto, a autora descreve:

os participantes compartilhavam um engajamento mútuo que os levava à aprendizagem da Combinatória, e um interesse compartilhado, pois todos se mostraram interessados em conhecer e experienciar um modo diferente de apresentar os conteúdos matemáticos (Rangel, 2022, p. 120).

Essas dinâmicas de ensino e aprendizagem podem ser associadas às ideias de Fiorentini (2005) sobre a formação matemática e didático-pedagógica do professor:

Reafirmo que essa forma de viver a Matemática contribui não apenas para uma apropriação compreensiva e histórico-crítica da Matemática, mas, também, ajuda a formar didático-pedagogicamente o professor. [...] São experiências semelhantes a essas que podem efetivamente romper com a reprodução da tradição pedagógica do ensino da Matemática (Fiorentini, 2005, p. 112).

Sendo assim, diferentemente da etapa de plenária, em que todos discutem as resoluções dos problemas colocados na lousa, objetivando chegar a um consenso, nesse momento de resolução e discussão em conjunto, os estudantes buscam chegar a uma solução discutindo suas ideias entre si. Sobre essa etapa, Onuchic *et. al.* 2014, p. 45, argumentam que quando os estudantes se reúnem “exercitam a expressão de ideias, para o que necessitarão utilizar e aprimorar a linguagem, a fim de expressar-se com clareza e coerência e fazer-se entender”. Obviamente, a formação didático-pedagógica, defendida por Fiorentini (2005) é tão importante quanto a formação matemática do futuro professor, entretanto, é preciso compreender que o licenciando está sendo preparado para lecionar matemática, tão logo, este precisa, antes de tudo, compreender a matemática em sua gênese, em sua origem, bem como os conceitos que vai ensinar. Somente assim, o futuro professor poderá contribuir de modo significativo para a construção do conhecimento matemático dos seus estudantes da educação básica.

Em Rangel (2022), no primeiro encontro, a professora-pesquisadora coloca aos estudantes o seguinte problema: “encontrar a posição de uma determinada pessoa numa fila de vacinação e ainda determinar quanto tempo seria necessário para que ela fosse vacinada” (Rangel, 2022, p. 86). Segundo Rangel (2022), o objetivo era de que os estudantes discutissem o termo Permutação, buscando uma solução para o problema. Nesse momento ocorre um trabalho coletivo. De modo semelhante, em Proença (2012), o autor também dispõe os estudantes em duplas para que possam ler e resolver o problema em conjunto.

Por outro lado, em outra situação, Ferreira (2017) destaca inicialmente a dificuldade que os estudantes apresentaram em trabalhar de forma cooperativa, sendo necessárias inúmeras intervenções dos professores (pesquisador e colaborador) na busca de fazê-los compreender que “qualquer ideia que fosse levantada, deveria ser explorada por todos, abrindo um caminho que pudesse levá-los a entender o que aqueles números dados queriam dizer” (Ferreira, 2017, p. 138). Esse processo de colocar os estudantes para exercerem a busca pela negociação de significados, traz a possibilidade de construções cada vez mais robustas do pensamento matemático, como argumentam Onuchic *et. al.* (2014). Entretanto, novamente se observa maior foco na formação metodológica dos estudantes, tendo em vista o objetivo de fazê-los aprender a trabalhar em conjunto. E ainda, nesses contextos, percebe-se momentos em que os conceitos matemáticos poderiam ter sido mais problematizados, contribuindo também para uma formação matemática do futuro professor.

Sobre a oportunidade de aprofundamento nas ideias uns dos outros - e não mais nas ideias do professor unicamente - para encontrar caminhos de resolução, Onuchic e Allevato (2011) refletem que no trabalho com RP o professor deve “transferir para o aluno grande parte da responsabilidade por sua própria aprendizagem, colocando-o como protagonista de seu processo de construção de conhecimento” (Onuchic *et. al.* 2014, p. 40). Tal concepção é fundamental e defendida por Fiorentini (2005), quando este discute a importância de que em seus processos formativos, o futuro professor seja colocado como protagonista de sua aprendizagem matemática. Sendo assim, entende-se que na etapa de trabalho em conjunto, não há tantas oportunidades de exploração e aprofundamento da matemática envolvida no problema, tendo em vista a formalização do conteúdo, que ainda não foi realizada. Porém, percebe-se situações em que é possível ao professor-pesquisador, mobilizar maiores questionamentos e investigações nos estudantes.

4.4.3 Plenária e busca do consenso

Na etapa de plenária os estudantes são convidados para uma discussão acerca dos resultados que, anteriormente, foram colocados na lousa por um membro de cada grupo. Esse é um momento de exposição de ideias matemáticas visando alcançar a etapa posterior, que prevê um consenso entre todos. Apesar de serem etapas distintas, neste

tópico optou-se por discuti-las em conjunto, tendo em vista que a etapa de busca do consenso é consequência da etapa de plenária, objetivando a culminância das discussões.

É nestas duas estampas que espera-se um aprofundamento maior dos conteúdos abordados na resolução dos problemas, culminando com a sua formalização, ou seja, o que trará o consenso entre todos.

Em Melo (2021), é descrita uma situação ocorrida durante a plenária, em que um dos estudantes observou a possibilidade do envolvimento de uma taxa de variação na situação-problema 01. Essa observação foi continuamente instigada pelo professor-pesquisador, levando o estudante a afirmar “que além de existir uma taxa de variação, ela não era constante, e por isso alguns métodos de resolução apresentados por alguns grupos, não seriam válidos” (Melo, 2021, p. 171).

Ainda no segundo encontro, o professor questionou sobre qual conceito, visto ainda no Ensino Superior, remete à taxa de variação. O mesmo participante que mencionou sobre a existência da taxa de variação, citou “derivada”. Com essa resposta, o debate se aprofundou, e assim o professor lançou outros questionamentos a respeito de outros conceitos matemáticos. Logo, outro participante citou proporcionalidade, já que no próprio enunciado no problema essa palavra era citada. Em meio a essa discussão, o professor-pesquisador confirma tais hipóteses e assume a necessidade de iniciar a etapa da formalização, onde o professor aprofunda a discussão citando a ideia do conceito de derivada, de proporcionalidade e a de ter um resultado desconhecido a encontrar (Melo, 2021, p. 172).

Em situações como essas é possível perceber um processo de consciência sobre os entes matemáticos, no caso a derivada, sendo formado pelos estudantes a partir das discussões mediadas pelo professor. Corroborando esta afirmação é possível entender o momento de plenária e busca de consenso a partir de Onuchic e Allevato (2011) ao defenderem que a “metodologia de RP desenvolve a crença de que os estudantes são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 82). No entanto, apesar de perceber um movimento mais formativo com relação à compreensão da matemática nesta etapa especificamente, neste caso, voltado para um conteúdo da matemática acadêmica (Moreira; David, 2007) ainda se observa o desenvolvimento de um foco metodológico na postura dos licenciandos, sem abordar de forma suficientemente aprofundada a matemática escolar, necessária para o seu ensino. Corroborando esta ideia, Moreira e David (2007), discutem sobre os inúmeros trabalhos (com os números naturais, racionais e reais nos cursos de Licenciatura em Matemática) que não fazem associação alguma ao tratamento escolar do tema. Ou seja, é uma formação

matemática em sua perspectiva acadêmica, não a formação matemática defendida por Moreira e David (2007).

Em Nunes (2010), o autor traz uma proposta de atividade interessante com os estudantes, objetivando o ensino do conceito de divisão e seu algoritmo. Apesar de ser uma proposta que não envolve necessariamente os conceitos da matemática acadêmica, mas sim da matemática básica, percebe-se interessantes momentos de discussão sobre o conceito de divisão, que em geral, é pouco compreendido pelos alunos na escola.

O grupo B apresentou sua solução em forma decimal – 1485,6. Os outros dois grupos, discordando da resolução do grupo B, responderam o problema dizendo que cada instituição receberia 1485 balas e sobriariam três. Entre os três grupos, surgiu a condição do contexto do problema, pois como é que iria mandar 0,6 de bala para cada instituição? Entretanto, não havia nenhuma dúvida quanto à operação que o problema pedia. Em sequência, a professora pediu que cada grupo desse sua opinião a respeito das questões levantadas para o problema. Percebeu-se que todos haviam compreendido que o problema exigia a operação divisão, porém como não sabiam conceituá-la, apenas efetuaram o algoritmo da divisão (Nunes, 2010, p. 206).

No trecho acima é possível perceber que não bastou aos estudantes, conhecerem o algoritmo ou procedimento da divisão e realizá-lo, mas estes precisavam antes, compreender outros conceitos matemáticos envolvidos com a situação-problema, como por exemplo, a compreensão da divisão exata e não exata. Essa dificuldade representa as lacunas de uma matemática escolar experienciada por esses licenciandos, reforçando a perspectiva de Moreira e Ferreira (2012) sobre a necessidade de compreender profundamente a matemática que vão ensinar. Além disso, observa-se que não houve uma tentativa de discutir a fundo essas lacunas, evidenciando a preocupação por uma formação mais metodológica do que matemática do futuro professor.

Segundo a autora Rocha (2016), posteriormente à segunda tentativa de resolução do problema do cálculo das probabilidades dos eventos no jogo das bolinhas, uma das alunas foi até a lousa para fazer os registros da nova resolução, apresentando as possibilidades encontradas para cada evento. Isso permitiu outra intervenção da professora com relação ao que o problema propunha. Nesse momento foi esclarecido que o solicitado foi o cálculo das probabilidades dos eventos, e não, das possibilidades, como as alunas estavam chamando, o que gerou uma nova discussão sobre as diferenças entre ambos os termos. Nesta fase da metodologia, observa-se o que Onuchic *et. al.* (2014) chamam de esforço conjunto entre professora e alunas na busca de um consenso, ou seja, um momento de interação que permite a exposição e audição de diferentes ideias, na

tentativa de descobrir e construir os conceitos, sendo este processo, característico de uma formação de preocupação metodológica.

Em Ferreira (2017, durante a plenária, o pesquisador já aproveitou para introduzir o conceito de Operação Binária.

Pp: – Quais conceitos matemáticos foram necessários para resolver esse problema?

Alunos: – Apenas adição e multiplicação.

Pp: – E o que são adição e multiplicação?

Alunos: – Operações

Pp: – E o que é uma operação? (Ferreira, 2017, p. 144).

O diálogo entre os estudantes e o professor pesquisador mostra a importância do momento da plenária, em que todos podem acompanhar o raciocínio uns dos outros. O professor, por sua vez, não traz respostas prontas aos alunos, mas os incentiva a encontrar as respostas por meio de seu próprio raciocínio matemático.

Percebemos depois, que outros alunos também tinham a mesma dúvida. E, isso mostrou a importância da Plenária, pois, se o processo de resolução tivesse terminado após cada grupo chegar à solução correta do problema, muitos alunos ainda teriam dúvidas e o professor nem teria conhecimento disso (Ferreira, 2017, p. 141).

Apesar de haver algumas discussões abertas e colaborativas no momento da plenária, ainda é muito característico desse contexto, o foco em uma formação metodológica do licenciando, tendo em vista as discussões de como se dão os momentos, e não de como se formam os conceitos matemáticos para o ensino. Sendo assim, nas situações descritas acima, ocorridas por meio das etapas de plenária e busca do consenso, não se observa um trabalho articulado ao conteúdo da educação básica, como defende Moreira (2020), tendo as discussões levantadas com pouco aprofundamento.

Em outra situação, Rangel (2022), traz um episódio de plenária e busca de consenso em que os estudantes discutem sobre o que seria o termo permutação ao resolverem um problema de formação de senhas para descobrir a posição de uma pessoa em uma fila de espera.

A participante Bianca comentou “eu falei Permutação porque eu lembrava que tinha mais ou menos isso... mas eu não tinha certeza... mas é... eu lembro de comentarem que na permutação pode ser usado a troca, né?!” e o participante Diogo completou “só pra eu entender, esse daí era uma Permutação então né, porque é a troca, porque são os mesmos números de um conjunto... é o mesmo conjunto só que em diferentes posições né, daí em relação a ordem a gente tem tantos tipos de... estaria então contando as ordens diferentes que esse conjunto poderia se dispor, tipo isso...”. Desse modo, a pesquisadora generalizou a ideia apresentada nas resoluções, mostrando que diante dos elementos distintos do conjunto de algarismos para formar a senha,

sendo a forma como esses n elementos são ordenados é chamada de Permutação e possui como fórmula: $P_n = n!$ (Rangel, 2022, p. 97).

Aqui observa-se a exposição dos processos de pensamento dos alunos de forma justificada, o que para Onuchic *et. al.* (2014) se caracteriza por uma promoção de autonomia e desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico em grupo. Relacionada à promoção dessa autonomia, pode-se considerar a discussão de Moreira (2020) sobre a importância do trabalho com os porquês em sala de aula de matemática, onde o autor critica a ideia de que “os alunos não estão em condições de acompanhar as justificativas e/ou não estão interessados” (Moreira, 2020, p. 234). E ainda, essas situações de ensino e aprendizagem onde todos discorrem e colocam suas proposições acerca de uma temática ou conceito específico são muito pertinentes, sobretudo em aulas de matemática, em que formas de exposição como estas são, em geral, inexploradas. Em contrapartida, ainda se percebe inexistente a proposta de uma discussão do termo permutação (conceito tão discutido na matemática escolar) partindo de uma perspectiva que problematize os conceitos e situações que se relacionam ao tema, bem como com vistas ao ensino básico. Essa limitação não se fundamenta nas características das etapas de plenária e busca do consenso, mas sim na atuação do professor ao utilizar a metodologia, que poderia ser mais formativa, nesta etapa, no sentido matemático.

4.4.4 Formalização do conteúdo

Na metodologia de RP, a formalização do conteúdo é a última etapa do processo, em que o professor apresenta aos estudantes, por meio de uma linguagem matemática formalizada, os conceitos, procedimentos e propriedades que qualificam o conteúdo. Sendo assim, quando feita no início do trabalho, a formalização do conteúdo pode induzir os estudantes a simplesmente aplicarem as técnicas estudadas, impedindo assim que estes tenham a oportunidade de se colocarem em processo investigativo, construindo conceitos.

Em Laier (2014), a princípio, evidencia-se que a autora não tem a pretensão de partir de um problema com o objetivo de formalizar um conteúdo. Ela busca, ao final de cada resolução, evidenciar quais os aspectos do pensamento algébrico foram revelados pelos estudantes e refletir sobre eles nesse contexto de ensino e aprendizagem. No entanto, a autora se utiliza da metodologia de RP e traz discussões que refletem a influência dessa escolha na aprendizagem matemática dos estudantes.

Por exemplo, de acordo com Laier (2014), é observado ao final das resoluções e discussão, a presença de um aspecto do pensamento algébrico, bem como a capacidade de manipulação das operações e estabelecimento de relações, mesmo que aritméticas, por parte dos estudantes. “Todos perceberam que poderiam utilizar alguma estrutura aritmética, e expressaram isso ao resolver o P1” (Laier, 2014, p. 93). Sendo assim, apesar de alguns estudantes ainda não se utilizarem da Álgebra para expressarem-se matematicamente, ainda assim “apresentaram um conjunto de linguagens, para operarem matematicamente” (Laier, 2014, p. 94). Essas estratégias desenvolvidas pelos próprios alunos contribuem para uma contínua significação de conceitos, e vai ao encontro do que defendem Onuchic *et. al.* (2014) sobre o “fazer matemática”. Porém, é possível perceber nesta etapa, que os estudantes não são levados à um aprofundamento da álgebra - mas que poderia ter ocorrido, bem como não buscam compreender como esse conceito foi construído e de que forma ele poderia ser tratado no ensino nos contextos do ambiente escolar. Sobre isso, Moreira e Silva (2021) discutem a complexidade do trabalho com a álgebra na escola, enfatizando a necessidade de professores bem formados para o ensino desse conteúdo.

Na etapa de formalização do conteúdo em Rangel (2022), a pesquisadora se utiliza das resoluções trazidas pelos estudantes para chegar ao conceito de permutação.

A formalização iniciou-se com algumas percepções sobre a ordem da escolha dos números, pois precisava obedecer a ordem crescente. Depois foi conversado sobre a troca de algarismo que ocorria a cada senha e essa também poderia ser chamada de Permutação (Rangel, 2022, p. 97).

Em Melo (2021), percebe-se que, diferentemente dos demais trabalhos, tem-se uma busca por formalizar o conteúdo de EDO buscando o estabelecimento de relações entre a matemática do Ensino Superior e a matemática da Educação Básica, aproximando-se de uma proposta de formação matemática do futuro professor.

Logo, esse momento foi imprescindível para que pudéssemos explorar a correlação entre a matemática do Ensino Superior com a matemática da Educação Básica, ao relacionar uma equação algébrica do 2º Grau e uma Equação Diferencial Ordinária – A álgebra escolar e o Cálculo Diferencial e Integral (Melo, 2021, p. 172).

A partir desse momento, o professor-pesquisador busca a introdução do conceito de Equação Diferencial relacionando as discussões com os conceitos básicos da matemática escolar.

Enfatizando as equações da álgebra escolar, onde nós temos o “x” como a incógnita com equações do tipo que a incógnita são funções; ou seja,

os participantes perceberam que equações diferenciais nada mais são do que equações que envolvem as derivadas dessas funções [...] Assim, foram abordados os seguintes conteúdos introdutórios: • Definição (ED – EDO – EDP); • Ordem de uma EDO; • EDO Linear e Não-Linear; • Solução de uma EDO [...] As conexões (específicas) do problema nos levou a discutirmos sobre os seguintes conceitos: • Resolução de uma EDO de 1ª Ordem; • Problema de Valor Inicial (PVI); • Método do Fator Integrante (Melo, 2021, p. 173-174).

Com relação a etapa de formalização, Onuchic *et. al.* argumentam:

na etapa da formalização, o professor registra uma apresentação “formal” - organizada e estruturada em linguagem matemática - padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução de problemas, destacando diferentes técnicas operatórias, e construindo demonstrações, se for o caso” (Onuchic *et. al.* 2014, p. 46).

Sendo assim, tem-se que, especificamente neste contexto do trabalho de Melo, o autor buscou uma formação matemática dos professores, e não somente metodológica, à medida em que priorizou uma discussão acerca das relações entre o conteúdo de EDO com o conteúdo de equações algébricas do 2º grau, trabalhado no ensino básico. E ainda, neste contexto tem-se a possibilidade de construção do conceito de EDO, indo ao cerne da questão, ou seja, à forma como se dá esse conhecimento, como ele é construído e como se relaciona a outros conceitos da matemática.

Com isso, o momento favoreceu que fosse abordado um outro questionamento: “O que são Equações Diferenciais?” [...] Ou seja, resolver uma Equação Diferencial propõe-se em descobrir qual é a função representada por y , partindo da hipótese em que não fazemos ideia de como ela foi construída. Ou seja, um problema familiar ao inverso do Cálculo Diferencial, dada uma derivada, devemos encontrar, agora, uma antiderivada (Melo, 2021, p. 172-173).

Corroborando essa ideia, Moreira e Ferreira (2012) defendem uma formação de professores que sirva de instrumento para o trabalho do futuro professor de ensinar matemática.

Assim como em Laier (2014), em Brasil (2017), também não é feita uma formalização do conteúdo ao tratar do problema um. Entretanto, a autora relata que ao fim, é realizada uma conversa com os estudantes sobre as resoluções na busca de um consenso. Após isso, alguns questionamentos são colocados pela pesquisadora, bem como: “Quais os conteúdos que vocês viram que dá para você trabalhar com esse problema? Em meio as respostas, a pesquisadora identificou alguns conteúdos que os alunos participantes falaram: paralela, área, unidade de medida, teorema de Pitágoras” (Brasil, 2017, p. 152). Nesse sentido, é interessante perceber as possibilidades de

discussão que a metodologia traz ao licenciando, quando este torna-se capaz de compreender em quais contextos de ensino de matemática o problema em questão poderia ser utilizado. Tal possibilidade mostra-se interessante, mas insuficiente em ambos os trabalhos quando voltada à formação matemática dos licenciandos, pois as relações feitas pela turma e professora-pesquisadora se mostram muito breves. A partir disso, tem-se o que Moreira e David (2007) discutem como o abandono sistemático, durante a formação inicial, das questões que se referem à prática docente do professor de matemática.

4.4.5 Possibilidade de geração de novos problemas e conteúdos

De acordo com Onuchic *et. al.* (2014), após a formalização do conteúdo, novos problemas devem ser propostos aos estudantes, buscando fortalecer o que foi aprendido durante a resolução do problema gerador e ampliando as possibilidades de compreensão do conteúdo. Sobre os novos problemas:

Eles possibilitam analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões acerca daquele conteúdo ou tópico matemático, gerando um círculo que se configura pela construção de novos conhecimentos e pela resolução de novos problemas e, assim por diante (Onuchic *et. al.* 2014, p. 46).

Sobre essa etapa, em Martins (2019), o autor propõe aos licenciandos uma atividade em que estes devem criar um problema gerador de novos conceitos e conteúdos, mais especificamente para trabalhar Progressões Geométricas, objetivando a aplicação por meio da metodologia de RP em uma turma de 1º Ano do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio em que o professor regente também lecionava.

Fazendo uma análise a partir de Onuchic *et. al.* (2014), tem-se ambas propostas caracterizando a metodologia de RP como propulsora de novos problemas. “A resolução de problemas tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos e, reciprocamente, novos conhecimentos proporcionam a proposição e resolução de intrigantes e importantes problemas” (Onuchic *et. al.* 2014, p. 35). Sendo assim, em um contexto como este, tem-se grande oportunidade dos estudantes desenvolverem, através da experiência com os alunos do Ensino Médio, um processo de formação dos conceitos matemáticos para o ensino. Entretanto, percebe-se aqui como foco, o desenvolvimento dos licenciandos em compreender como se dá o trabalho com a metodologia de RP em

sala de aula. “Esse momento foi um momento muito rico, pois, visando à prática de sala de aula desses alunos licenciandos, essa atividade teve como objetivo desenvolver a resolução do problema gerador escolhido, seguindo as etapas da metodologia adotada” (Martins, 2019, p. 141). Moreira e David (2007) defendem como prioridade, a formação matemática do professor, tendo em vista que este é o conteúdo que será próprio de sua prática, ou seja, uma formação que não se limite a aspectos metodológicos do ensino.

Em Azevedo (2014), ao perceber que o problema poderia não ser um gerador de conhecimento novo aos estudantes naquele contexto, a autora comenta que, como professora-pesquisadora, buscou questioná-los sobre como eles poderiam então trabalhar o problema como gerador do conceito de sistema de equações, considerando-o como um conceito novo em sala de aula.

PP: O problema pode ser um gerador de qual conceito matemático? Como vocês explicariam esse conceito pra seus futuros alunos?

A12: Conceitos de equação. Primeiro colocaria o problema. Os alunos resolveriam de formas diferentes e, depois, introduziria o conceito de sistemas. Passaria para eles resolverem com a forma de sistema.

A13: O problema leva o aluno a usar conhecimentos de álgebra usando incógnita pra substituir o que ainda não se sabe.

PP: Para que nível você acha que ele pode ser usado como um problema gerador?

A13: Para diferentes níveis. Usando a tabela para alunos que dominam o uso de tabela. A outra forma seria utilizar para conteúdos de sistema de equações, de acordo com o que o aluno já sabe.

PP: (Para o grupo G2) O problema pode ser um gerador de qual conceito matemático?

A6: O problema poderia ser passado antes do ensino de sistemas. Passar depois de explicar o conteúdo para ver como os alunos conseguem resolver.

PP: (Para o G1) Que mais podemos discutir com esse problema?

A3: Discutir as formas de resolução de problemas de maneira que podemos entender a maneira correta (Azevedo, 2014, p. 138).

Na fala expressa pelos estudantes, tem-se que nesse processo, além de estarem desenvolvendo e aprimorando conhecimentos algébricos e de sistema de equações, os estudantes também estão desenvolvendo conhecimento de como utilizar a metodologia para ensinar matemática. Sobre isso, Onuchic e Allevato (2011) defendem:

A resolução de problemas representa, da forma como trabalhamos, um contexto bastante propício à construção de conhecimento matemático a partir da observação e percepção de padrões, especialmente se considerada como metodologia de ensino, ou seja, se o problema for proposto como gerador de novos conceitos e conteúdos matemáticos” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 90).

Assim, é possível compreender a etapa de geração de novos problemas e conteúdos como potencializadora da formação matemática do professor com vistas ao

ensino da matemática escolar. Entretanto, apesar do esforço questionador da professora-pesquisadora, percebe-se que ainda seria possível explorar com mais profundidade essas possibilidades, discutindo com os estudantes sobre a origem dos conceitos que estavam sendo discutidos e a forma como eles são construídos, por exemplo.

Nessa perspectiva, é possível inferir que o experimento de pensar na geração de novos problemas e conteúdos a partir de um problema específico, pode ser relacionado à tentativa de olhar para os conteúdos do Ensino Superior visando o ensino de matemática da Educação Básica. Nesse sentido, em muitas das propostas analisadas, observa-se esse movimento de pensar possibilidades de trabalho com o problema em questão visando o ensino de conteúdos matemáticos na Educação Básica, ou seja, de geração de novos problemas e conteúdos, entretanto, este movimento exige um trabalho consciente, do formador de professores, com foco na formação matemática e não apenas metodológica do futuro professor.

Em Ferreira (2017), o autor discute sobre os conceitos propostos com vistas à Educação Básica, ou seja, como geradores de contextos e conteúdos do ensino básico, visando as contribuições para a formação matemática.

Quando o Professor-Pesquisador buscava relacionar um conteúdo de AAM com conteúdos da Educação Básica, ou incentivar e proporcionar situações para que os estudantes buscassem sempre essa relação, ele levava os alunos a perceber a importância dessa disciplina para sua formação e que cada conceito, que eles iam aprendendo, não serviria apenas para garantir sua aprovação nessa disciplina, mas os ajudaria a melhorar sua compreensão sobre algum conteúdo da Educação Básica. Ou seja, os conteúdos da Álgebra Abstrata serviam para justificar conteúdos elementares, como as definições e propriedades das operações dos números inteiros, a importância do zero e do um para as operações numéricas e a relação existente entre estruturas como matrizes e polinômios, dentre outros (Ferreira, 2017, p. 229-230).

Sendo assim, é possível perceber novamente a “etapa” de geração de novos problemas e conteúdos na perspectiva de ensinar a matemática acadêmica com vistas à matemática escolar, como sugerem Moreira e David (2007). E ainda, neste movimento de pensar o ensino de conteúdos escolares, gerados por questionamentos de uma matemática acadêmica, é que o licenciando passa a desenvolver práticas baseadas na formação que teve. Essa atividade realizada pelos licenciandos visando os conteúdos da Educação Básica permitiu muitas contribuições à formação docente, e justificadas por Fiorentini (2005) como oportunidades de ressignificação de conceitos matemáticos. “Por exemplo: como cada licenciando pensa introduzir, na prática escolar, o conceito de

equação ou promover a iniciação ao desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos” (Fiorentini, 2005, p. 112).

4.5 Aproximações e distanciamentos entre MP e RP

É compreensível que os termos “Matemática Problematizada” e “Resolução de Problemas” possam causar, a priori, a percepção de que se referem a abordagens de ensino ou formação parecidas, afinal, ambas carregam terminologias ligadas a problemas em matemática. No entanto, é importante delinear as aproximações e os distanciamentos existentes entre estas abordagens para que o formador de professores possa lançar mão de ambas, alcançando os resultados que elas podem proporcionar para a formação do futuro professor. Este professor será capaz de promover um ensino coerente com a realidade de seus alunos e uma aprendizagem com significado para todos.

Ao considerar as aproximações entre a MP e a RP, percebe-se que em todos os trabalhos analisados (de RP e MP), há grande semelhança quanto aos papéis dos alunos e do professor; sendo o primeiro aquele que assume uma posição ativa frente ao conhecimento, e o segundo, aquele que auxilia, que media e orienta os processos de pensamento, reflexões e construções matemáticas. Também, em ambas as abordagens é possível evidenciar um trabalho a partir de investigação conjunta e interações. Além disso, tanto da RP quanto na MP, os problemas são tidos como centrais.

Outra aproximação está na formalização do conteúdo, que tanto na MP quanto na RP, passa a ser uma consequência do processo de construção dos conceitos por meio dos problemas ou das problematizações, e não mais o ponto de partida de todo o processo.

Outro aspecto de aproximação pode ser discutido a partir de Rangel (2022), quando a autora reflete como os estudantes discutiam sobre como a metodologia de RP leva o licenciando a caminhar para pensamentos que podem ser trabalhados em outros assuntos no ensino de matemática. Esta ideia mostra uma possível proximidade da RP com a MP, tendo em vista que a MP tem a proposta de levar o estudante a investigar diferentes contextos e assuntos de matemática de forma problematizada. De modo semelhante, Brasil (2017), entende que a RP constitui-se como uma metodologia que busca ir além do problema em si. Assim, a autora entende que esse trabalho pode ser realizado também em outras áreas do conhecimento. Tal perspectiva se assemelha à ideia de uma abordagem problematizada da matemática, à medida em que permite a abertura de espaços para discussões matemáticas em diferentes contextos e situações.

O maior distanciamento entre RP e MP parece começar a surgir quando se pensa na natureza dos problemas utilizados. Os pesquisadores que adotam a MP se preocupam com um ensino de matemática a partir de uma perspectiva epistemológica, que busca compreender a história dos conceitos e como se deu o surgimento destes. Já na RP, é possível a utilização de qualquer problema, desde que o trabalho com o problema siga as instruções próprias da metodologia de RP. Na RP tem-se o problema como ponto de partida da discussão para a formalização de um conteúdo matemático, na MP o problema é o próprio contexto de discussão. Assim é importante compreender qual o conceito de problema trazido em ambas as abordagens.

O significado do termo problema, nas duas abordagens, ajuda a esclarecer esse distanciamento. Na RP o problema é considerado como uma tarefa na qual o resolvidor não tenha as ferramentas prontas para resolvê-lo, as fórmulas, os procedimentos, os teoremas, mas este caminho de busca por solução será traçado por ele, a medida em que se envolve. Já em uma abordagem problematizada da matemática, "o sentido de "problemático" em discussão se refere a contextos compostos por problemas, como motrizes do desenvolvimento da matemática" (Silva, 2021, p. 55). Ou seja, o problema é uma situação que abre espaço para inúmeras discussões, de diferentes origens, capazes de relacionar o conhecimento matemático às mais diversas situações e realidades a que se queira. Sendo assim, tais características podem remeter a um possível distanciamento entre as abordagens, considerando a concepção do termo "problema" em matemática.

Nessa mesma perspectiva, ao compreender o problema como gerador de novos problemas e conceitos matemáticos na RP, pode-se até inferir uma possível aproximação com a característica de problema como força motriz do conhecimento matemático na MP. Entretanto, é preciso salientar que na RP, novos problemas são gerados a partir da(s) solução/soluções encontrada(s). Sendo assim, é preciso passar por todas as etapas de resolução para chegar à geração de novos problemas e conteúdos em matemática. Já na MP, é do próprio problema que saem novas objeções, novas situações e problematizações. Ou seja, nesta última, o problema sempre será considerado como instância criativa, como gênese do conhecimento, como aquele que impulsiona o conhecimento, independente das soluções.

Com relação ao uso que se faz do problema, Brasil (2017), destaca que "a Resolução de Problemas pede muito mais do que uma solução, ela considera os passos para alcançar os resultados, o caminho que foi percorrido, as tentativas, as estratégias, a lógica do raciocínio" (Brasil, 2017, p. 111). Entretanto, na MP, não há uma preocupação

com a solução do problema, pois, simplesmente por sua própria existência, é possível chegar à construção do conhecimento matemático.

a existência e a acessibilidade ou não de uma solução são irrelevantes para a verdade do problema, na mesma medida em que a obtenção de uma solução não o esgota – pois o problema não constitui uma ausência ou insuficiência de conhecimento, e sim sua própria gênese (Giraldo; Roque, 2021, p. 13).

Reforçando essa ideia, Silva (2021), amparado por Giraldo (2018), idealizador da proposta da MP, entende-a como uma “concepção de matemática que parte de seus vários processos sociais de produção” (Silva, 2021, p. 54). Assim, ao trabalhar com a matemática, o sujeito a considera como um corpo de conhecimentos que se constrói e se define a partir de inúmeras referências (históricas, sociais, culturais, de posição política, ideológicas, de crenças, de experiências, entre outros), construindo uma outra visão de matemática para o ensino e aprendizagem, e contraditória à estrutura e à ordem, disseminadas pelo estudo do conhecimento matemático no decorrer dos séculos. Portanto, a concepção de MP defendida em Silva (2021), assim como também em Corrêa (2020), e assumida pelos autores, não está atrelada a uma perspectiva metodológica (do tipo partir de um problema gerador, como na RP), mas sim a um “posicionamento político e epistemológico que sustenta posicionamentos teóricos ou metodológicos” (Silva, 201, p. 56).

Silva (2021) ressalta, de forma explícita, um distanciamento entre a MP e a RP. Na única inserção sobre a metodologia "resolução de problemas" em seu texto, o pesquisador alega que o objetivo de resolver problemas "é basicamente despertar a curiosidade, motivar o interesse ou contextualizar o assunto abordado, bem como estruturar o pensamento matemático" (Silva, 2021, p. 55). Assim, para defender a abordagem problematizada da Matemática, o autor critica a metodologia de resolução de problemas, apontando as limitações que a abordagem problematizada poderia romper. Rocha (2016), relativiza essa diferença ao afirmar que "o ensino através da resolução de problemas deve estar articulado com ensinar sobre e para resolver problemas" (Rocha, 2016, p. 98). De acordo com a autora, esta é uma metodologia de ensino de matemática que permite aos alunos o desenvolvimento de novos conhecimentos de matemática por meio de tentativas de resolução de problemas, e aprender a resolver problemas também é um objetivo da metodologia. Ou seja, a RP está preocupada com o aspecto metodológico do ensino, mas também visa o desenvolvimento de novos conhecimentos matemáticos.

Assim, apesar destes distanciamentos, a partir das análises aqui empreendidas, acredita-se que ambas podem contribuir para a formação matemática e didático-pedagógica do professor, porém cada uma com suas especificidades. Para explicar melhor estas especificidades (que talvez até relativizem os distanciamentos apontados), optou-se por retomar as etapas da metodologia de RP, comparando-as com a abordagem problematizada da Matemática.

Nas primeiras etapas da RP, quando os estudantes devem construir caminhos de resolução para o problema utilizando-se, unicamente, de seus conhecimentos prévios, percebe-se a impossibilidade de problematizações e aprofundamentos dos conceitos matemáticos, tendo em vista que a formalização do conteúdo ainda não deve ser realizada pelo professor formador. Ele precisa dar tempo para que os alunos resgatem e problematizem estes conhecimentos prévios. Esta pode ser entendida como uma limitação da primeira etapa, mas não da metodologia de RP necessariamente, frente à possibilidade de formação matemática do futuro professor. Esta formação ocorrerá com mais propriedade nas etapas finais, que culminam com a formalização do conteúdo.

Isso não quer dizer que, em relação aos trabalhos de RP analisados, não se possa notar que os estudantes poderiam ter sido mais instigados a procurarem explicações sobre os conceitos matemáticos, já buscando fazer relações com os conteúdos da matemática escolar. Esse pode ser um indício da falta de uma preocupação do pesquisador que utiliza a RP com esta formação matemática. Percebe-se nitidamente, em alguns trabalhos, a preocupação metodológica, ou seja, que o estudante, futuro professor, compreenda a metodologia de Resolução de Problemas. Essa percepção leva novamente ao entendimento de que a metodologia de RP permite contribuições à formação matemática do professor, assim como a abordagem problematizada da matemática (possível aproximação entre ambas), entretanto o pesquisador precisa ter essa preocupação.

Nas etapas de plenária e busca de consenso, novamente observa-se, a partir dos trabalhos, ainda mais potencialidades da metodologia em promover uma formação matemática dos licenciandos, com vistas ao ensino na Educação Básica, à medida em que permitem ao professor instigar os estudantes com relação à matemática que está sendo discutida. Entretanto, na maioria das situações analisadas nesta pesquisa, os professores-pesquisadores acabam não problematizando, com o enfoque esperado, as ideias e discussões matemáticas necessárias para o ensino. Assim, pode-se considerar que a metodologia de RP se aproxima da abordagem problematizada da matemática à medida

em que se constitui por meio de etapas que potencializam aprofundamentos na matemática para o ensino.

Nas etapas finais da metodologia, em que se busca a formalização do conteúdo e, posteriormente, a possibilidade de geração de novos problemas e conteúdos, observa-se grandes potencialidades de formação matemática do futuro professor com vistas ao ensino. Estas etapas permitem a discussão mais aprofundada dos conceitos já formalizados, e a problematização destes conceitos, visando a elaboração de novos problemas geradores de novos conteúdos da matemática escolar. Embora não se tenha percebido muitos aprofundamentos da matemática com vistas ao ensino, nestas duas etapas percebe-se maior ocorrência desses momentos problematizadores nos trabalhos. Assim, é possível perceber aproximações da metodologia de RP com a abordagem problematizada da matemática, nos momentos de formalização do conteúdo e de geração de novos problemas e conceitos matemáticos.

Sobre a metodologia de RP, Domingos (2016) discute: “essa metodologia deve, também, fazer o aluno pensar criticamente sobre os aspectos sociais” (Domingos, 2016, P. 81). Assim, partindo do autor, percebe-se uma aproximação da metodologia de RP com a abordagem problematizada da matemática, quando em ambas evidencia-se o potencial de desenvolvimento de uma matemática crítica e investigativa sobre as situações e problemáticas. De fato, na MP, tem-se a visão de uma matemática que se faz a partir dos processos sociais, históricos e escolares (Giraldo, 2018).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando a importância de uma formação matemática que objetive as práticas da matemática escolar - sendo esta, o foco do trabalho do professor na Educação Básica (Moreira, 2020; Moreira e David, 2007; Fiorentini e Oliveira, 2013), torna-se fundamental a discussão e uso de abordagens de ensino que contribuam para o desenvolvimento de uma formação matemática e didático-pedagógica dos futuros professores. Nesse sentido, tem-se como possibilidades para promover esta formação a utilização de abordagens como a RP e a MP.

Sendo assim, a realização desta pesquisa se deu com o objetivo de compreender um pouco mais sobre as contribuições e limitações da metodologia de Resolução de Problemas e da abordagem problematizada da matemática para a formação matemática

de professores no contexto da formação inicial. A partir disso, foram delineados como objetivos específicos, visando orientar o trabalho, analisar como a MP e a RP são abordadas em pesquisas empíricas com foco na formação inicial de professores, compreender suas contribuições e limitações para a formação matemática, além de compreender aproximações e distanciamentos entre estas abordagens.

Para a realização das análises, buscou-se o desenvolvimento desta pesquisa por meio de uma metassíntese, realizando inicialmente um levantamento bibliográfico de teses e dissertações brasileiras sobre formação inicial do professor de matemática em articulação com a RP e a MP, e em seguida estabelecendo os trabalhos pertinentes aos interesses desta pesquisa. Nesse processo, muitos trabalhos foram excluídos por não trazerem o foco ou na RP, ou na MP dentro da perspectiva pretendida, ou seja, trabalhos empíricos, que discutem práticas; alguns trabalhos também foram excluídos por não tratarem da formação inicial do professor de matemática. Esta etapa já mostrou a importância e necessidade do desenvolvimento de pesquisas futuras sobre a MP, tendo em vista o baixo número de trabalhos empíricos encontrados. Esse fato levou à opção pela inclusão e análise de um trabalho sobre MP na formação continuada.

A fase de análise detalhada dos estudos foi realizada por meio de leitura dos trabalhos e preenchimento de fichamentos analíticos, sendo estes, textualizados posteriormente com o objetivo de promover maior organização dos dados encontrados. Finalmente, tem-se como produto final, a criação de sínteses integrativas que discutem a RP e a MP no processo de formação inicial de professores de matemática, quais suas contribuições e limitações para a formação matemática do futuro professor e os distanciamentos entre estas abordagens. As análises foram realizadas à luz do referencial adotado e as sínteses integrativas construídas trazem novas interpretações sobre as abordagens da RP e da MP no contexto adotado.

Com relação às contribuições e limitações da MP, Silva (2021, p. 56) define a MP como “uma postura política e epistêmica que antecede e sustenta posicionamentos teóricos ou metodológicos”, o que pode levar ao pensamento e construção de ideias matemáticas a partir de problematizações. Sendo assim, na análise dos trabalhos de MP, percebe-se muitas contribuições à formação matemática do professor, tendo em vista a sua característica problematizadora, que busca discutir a matemática epistemologicamente, ou seja, a partir de sua origem e de suas relações com os aspectos históricos, sociais, escolares e dos mais diversos contextos em que se possa relacioná-la. Nesse sentido, percebe-se que nos trabalhos de MP muita matemática é produzida, de

forma a relacionar constantemente os conteúdos da Matemática Acadêmica à Matemática Escolar, o que contribui para a formação matemática do futuro professor.

Em contrapartida, é possível identificar limitações no trabalho com a referida abordagem, sobretudo considerando a forma como se conduz metodologicamente o trabalho com a MP, em que o professor não tem um plano de aula estruturado que leve os estudantes aos objetivos pré-definidos pelo docente, ou seja, ele trabalha numa zona de risco. Sendo assim, é possível inferir que não há controle dos percursos que as discussões matemáticas possam tomar durante a abordagem com a MP, colocando o professor em situações matemáticas desafiadoras. Além disso, percebe-se que no trabalho a partir de uma abordagem problematizada da matemática, tem-se maior demanda de tempo de aula, o que poderia comprometer o planejamento das aulas. Ainda sobre as possíveis limitações do trabalho com a MP, mais especificamente no Ensino Superior, está a resistência à adoção de novas abordagens de ensino de matemática por parte dos professores formadores. De fato, nos cursos superiores, ainda são predominantes o uso de práticas matemáticas que se desenvolvem pela ordem de estrutura, remontando a um ensino de matemática de muitos anos. A partir disso, pode-se inferir a urgente necessidade de uma discussão que responsabilize o professor universitário por uma formação com vistas à prática profissional dos futuros professores de matemática.

Vale destacar o quão recente é o trabalho com a MP, o que leva a um possível desconhecimento teórico e metodológico da abordagem na formação de professores, levando a dificuldades para desenvolvê-lo em sala de aula. Mais pesquisas precisam ser realizadas para tornar mais confortável sua aplicação.

Com relação às pesquisas com foco na RP, foi possível inferir que, certamente seria possível evidenciar muitas contribuições dessa metodologia para a formação matemática do futuro professor. É possível perceber que a metodologia de RP propicia ao estudante resolvidor, a oportunidade de construir caminhos de solução para os problemas de forma investigativa e autônoma, contribuindo assim para a significação dos conceitos matemáticos. E ainda, ao proporem novos problemas geradores, é possível que os estudantes construam maior significação para os conceitos matemáticos quando compreendem estes como necessários para solucionar os problemas.

Entretanto, lacunas são identificadas na formação matemática dos licenciandos quando se analisa os resultados destas pesquisas. Fica evidente uma insuficiência de produção de conhecimento matemático, a qual não está atrelada à potencialidade da metodologia, mas sim à falta de uma preocupação do formador e/ou pesquisador que a

utiliza, em promover aprofundamentos e problematizações matemáticas durante as suas intervenções nas discussões dos licenciandos. Tal consideração leva novamente à necessidade de repensar o papel do formador de professores na responsabilização com a construção de significados em matemática visando as práticas matemáticas escolares.

Embora se tenha clareza que, nas etapas iniciais que a metodologia propõe, grandes aprofundamentos matemáticos não são adequados, buscando o desenvolvimento de tentativas de resolução dos problemas apenas com os conhecimentos prévios dos estudantes, nas etapas finais esse aprofundamento se faz necessário. Entretanto, entre os trabalhos de RP analisados, considera-se que nem todos promoveram discussões matemáticas aprofundadas, como estas poderiam ter sido.

Nesse sentido, vale ressaltar o papel do pesquisador-formador nesse processo. Ou seja, trabalhar com a metodologia de Resolução de Problemas, apenas com a finalidade de ensinar a metodologia, pode não ser o melhor caminho para promover a formação matemática do futuro professor. Essa formação necessita de um aprofundamento matemático das discussões. Corroborando essa ideia, Moreira e David (2007), discutem que na maioria dos casos, os matemáticos buscam formar os licenciandos a partir de uma Matemática Acadêmica, enquanto os formadores de professores preconizam uma formação metodológica. Isso limita a formação matemática necessária ao futuro professor.

Com relação às aproximações e distanciamentos entre a RP e a MP, destaca-se como maior distanciamento, a natureza dos problemas utilizados em ambas. Na MP é possível lidar com o problema como o próprio saber, ou seja, como a fonte do conhecimento, diferentemente da RP em que o problema parte de uma matemática dada a priori, que não é problematizada, ou seja, se busca um caminho para chegar à resposta do problema, sendo esta resposta considerada como o saber. Em outra perspectiva, tem-se no trabalho com a RP, maior foco na formação metodológica, diferentemente da MP em que se busca a compreensão da matemática como uma construção histórica e social.

Entre as aproximações da RP com a MP está o potencial de ambas as abordagens em possibilitar o desenvolvimento de uma matemática crítica e investigativa sobre as problemáticas e situações. A partir disso, conclui-se que tanto a metodologia de RP quanto a abordagem problematizada da matemática, podem trazer contribuições à formação matemática do futuro professor, sendo necessário que, no âmbito da

metodologia de RP, o professor formador busque utilizá-la mobilizando maiores aprofundamentos e problematizações na matemática envolvida nos problemas.

Por fim, entende-se que a realização desta pesquisa traz inúmeras contribuições ao campo da formação inicial de professores de matemática à medida em que questiona os processos de formação de professores, bem como discute as necessárias mudanças nesses processos com vistas à prática da sala de aula de matemática da escola. Algumas contribuições relacionadas ao uso e desenvolvimento de práticas de ensino utilizadas por professores de matemática também são trazidas nesta pesquisa, evidenciando as possíveis contribuições ou limitações das abordagens da RP e da MP para a formação matemática de futuros professores.

E ainda, esta pesquisa traz a possibilidade de discussão entre duas abordagens de ensino de forma comparativa, facilitando a compreensão e distinção da RP e da MP.

Como encaminhamentos futuros, um aprofundamento em novas pesquisas com foco na MP pode destacar outras nuances desta abordagem, as quais podem contribuir para sua expansão.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas?. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTILIN, Andresa Maria (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. 1ª Ed. Paco Editorial, 2014. P. 35-52.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro, v. 33, n. 55, p. 133-156, jul./dez. 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/issue/view/24/12> Acesso em: 19 dez. 2024.

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de; GATTI, Bernardete Angelina. **Métodos Qualitativos de Pesquisa em Educação no Brasil: origens e evolução**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO- ALEMÃO DE PESQUISA QUALITATIVA E INTERPRETAÇÃO DE DADOS - Brasília, 2008. Anais. 2008, p. 1-13.

BONGIOVANNI, Vincenzo; JAHN, Ana Paula. De Euclides às geometrias não euclidianas. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 22, p. 37-51, 2010. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/328833603.pdf> Acesso em: 19 dez. 2024.

DAVID, Maria Manuela; MOREIRA, Plínio Cavalcanti, TOMAZ, Vanessa Sena. Matemática Escolar, Matemática Acadêmica e Matemática do Cotidiano: uma teia de relações sob investigação. **Acta Scientiae**, 15(1), 42-60, 2013. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/349> Acesso em: 19 dez. 2024.

ESTEBAN, M. Paz Sandin. **Pesquisa qualitativa em educação**. Fundamentos e tradições. Porto Alegre: Artmed, 2010.

FIGUEIREDO, Fabiane Fischer. **Design de Problemas com a utilização das Tecnologias Digitais na Formação Inicial de Professores de Matemática**. Orientador: Claudia Lisete Oliveira Groenwald. 2017, 276 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2017.

FIORENTINI, Dario. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação PUC-Campinas**. n. 18, p. 107-115, junho de 2005. Disponível em: <https://periodicos.puc-campinas.edu.br/reeducacao/article/view/266> Acesso em: 19 de dez. 2024.

FIORENTINI, Dario. OLIVEIRA, Ana Tereza de Carvalho Correa de. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000400011>

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. Editora Paz e terra, 1996. Disponível em: http://www.apoeesp.org.br/sistema/ck/files/4-%20Freire_P_%20Pedagogia%20da%20autonomia.pdf . Acesso em 17 de Fev. 2025.

GEPFPM. Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática e as Revisões Sistemáticas. In: OLIVEIRA, Andreia Maria Pereira; ORTIGÃO, Maria Isabel Ramalho. (org.) Abordagens Teóricas e Metodológicas nas Pesquisas em Educação Matemática. Brasília: SBEM, 2018. p. 234-254. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/ebook_.pdf Acesso em 03 abr. 2024.

GIRALDO, Victor Augusto. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. **Cienc. Cult.**, São Paulo , v. 70, n. 1, p. 37-42, Jan. 2018 . Disponível em: http://cienciaecultura.bvs.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0009-67252018000100012&lng=en&nrm=iso . Acesso em 20 de set. 2023.

GIRALDO, Victor Augusto. Que Matemática para a Formação de Professores? Por uma Matemática Problematizada. In: XIII Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais do XIII ENEM**, 2019, Cuiabá. Brasília: SBEM, 2019. v. 1. p. 1-12.

GIRALDO, Victor Augusto; ROQUE, Tatiana. Por uma Matemática Problematizada: as Ordens de (Re)invenção. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-21, 4 ago. 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.46312/pem.v14i35.13409> Acesso em: 19 de dez. 2024.

GÓMEZ, Ángel I. Pérez. Aprender a educar. Nuevos desafíos para la formación de docentes. **Revista Interuniversitaria de formación del profesorado**. v. 68, p. 37-60, abr 2010. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/237031748_Aprender_a_educar_Nuevos_desafios_para_la_formacion_de_docentes Acesso em: 19 de dez. 2024.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza**. 9. Ed. (Trad. Silvana Cobucci Leite). São Paulo: Cortez, 2011.

LACERDA, Greice Keli; NASCIMENTO DOS SANTOS, Antônio Marcos; GIRALDO, Victor Augusto. Descobrimos os números irracionais na Educação Básica: Uma abordagem problematizada como o uso do Geogebra. **Cadernos do Aplicação**, Porto Alegre, v. 35, 2022. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/CadernosdoAplicacao/article/view/119273> Acesso em: 24 fev. 2024

MANSUR, Daniel Redinz; ALTOÉ, Renan Oliveira. **Ferramenta tecnológica para realização de revisão de literatura em pesquisas científicas: importação e tratamento de dados**. Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco, v. 10, n. 8, p. 8-28, 2021. <https://doi.org/10.36524/saladeaula.v10i1.1206>. Disponível em: <https://ojs.ifes.edu.br/index.php/saladeaula/article/view/1206> Acesso em: 21 set. 2024.

MATHEUS, Maria Clara Cassuli. Metassíntese qualitativa: desenvolvimento e contribuições para a prática baseada em evidências. **Acta Paul Enferm**, p. 138, 2009. <https://doi.org/10.1590/S0103-21002009000800019>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ape/a/vzwwDtfHR9JNY4xLMcpCtPN/abstract/?lang=pt> Acesso em: 11 de out. 2024.

MEGID NETO, Jorge; CARVALHO, Luiz Marcelo de. Pesquisas de estado da Arte: fundamentos, características e percursos metodológicos. In: ESCHENHAGEN, María Luisa; VÉLEZ-CUARTAS, Gabriel; MALDONADO, Carlos; PINO, Germán Guerrero (Edits). **Construcción de problemas de investigación: diálogos entre el interior y el exterior**. Universidad Pontificia Bolivariana/Universidad de Antioquia: Medellín, 2018. p. 97-113.

MORAIS, Rosilda dos Santos; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Uma abordagem histórica da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTILIN, Andresa Maria (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. 1ª Ed. Paco Editorial, 2014. P. 17-34.

MOREIRA, Plínio Cavalcante. **Formação matemática na Licenciatura e prática docente na escola**: o caso da unicidade da decomposição em primos. v. 5, n. 2, p. 230-245, dez. 2020. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/1631> Acesso em 19 de dez. 2024.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; FERREIRA, Maria Cristina Costa. O que é número Real? Os números reais na formação do professor da educação básica. 2012. In.: CURY, Helena Noronha; VIANNA, Carlos Roberto (organizadores). **Formação do professor de matemática**: reflexões e propostas. Santa Cruz do Sul: Editora IPR, 2012.

MOREIRA, Plínio Cavalcante; SILVA, Juliano Pereira da. Formação matemática na licenciatura e demandas da prática docente escolar: o caso da álgebra. **Perspectivas da Educação Matemática**. v. 14, n. 35 – Ano 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.46312/pem.v14i35.13258> Acesso em 19 de dez. 2024.

NÓVOA, Antônio. **Escolas e professores**: proteger, transformar, valorizar. Salvador. Colaboração Yara Alvim. 2022.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensinando matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 1-19, 2009. Disponível em: <http://www.uffrj.br/SEER/index.php?journal=gepem&page=issue&op=view&path%5B%5d=3>. Acesso em: 24 mai. 2024

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, 2011, Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5739> Acesso em 19 dez. 2024.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; MORAIS, Rosilda Santos. Resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 3, p. 671–691, 2013. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/16951> Acesso em: 24 fev. 2024.

POLYA, George. **A arte de Resolver Problemas**. 1945. Título em inglês: “How to solve it: a new aspect of mathematics method”. Tradução de Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro. Interciência, 1995.

REIS, Frederico da Silva. **A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise**: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros-didáticos. 2001. 302f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

RIPOLL, Cydara; RANGEL, Leticia; GIRALDO, Victor Augusto. **Livro do professor de Matemática na Educação Básica**: números naturais. v. 1. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

SCHILLER, Carolina Vieira. **Sobre a pretensa neutralidade da matemática e a possibilidade de um Ensino Problematizador**. Orientador: Victor Augusto Giraldo. 2021. 88 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

SCHROEDER, Thomas. L; LESTER Jr., Frank. K. Developing Understanding Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R; SHULTE, A. P. (ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston. NCTM, 1989, p. 31-42.

SHULMAN, Lee. S. Those who understand: Knowledge growth. **Teaching Educational Research**, Washington, DC, v. 15, n. 2, p. 4-14, Feb. 1986.

ZAIDAN, S.; FERREIRA, A. C.; DE PAULA, E. F.; SANTANA, F. C. de M.; COURA, F. C. F.; PEREIRA, P. S.; STORMOWSKI, V. (org.). **A Licenciatura em Matemática no Brasil em 2019**: análises dos projetos dos cursos que se adequaram à Resolução CNE/CP 02/2015. SBEM, Brasil, 2021. Livro Eletrônico. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/publicacoes/colecao-sbem> Acesso em 19 dez. 2024.

REFERÊNCIAS DO CORPUS DA PESQUISA

AZEVEDO, Elizabeth Quirino de. **O Processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto da formação inicial do Professor de Matemática**. Orientadora: Lourdes de la Rosa Onuchic. 2014. 268 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

BRASIL, Tamara Chaves. **O ensino da Geometria através de Resolução de Problemas**: explorando possibilidades na formação inicial de professores de Matemática. Orientador: Roger Ruben Huaman Huanca. 2017, 264 f. Dissertação (Mestrado em Ensino De Ciências E Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

CANAL, Ana Paula. **Pensamento Computacional articulado à Resolução de Problemas no ensino para formação inicial de professores de matemática: uma abordagem a partir da teoria de Robbie Case.** Orientador: Silvia Maria de Aguiar Isaia. 2021 319 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2021.

CORRÊA, Bruna Moustapha. **Rumo a uma Postura Problematicadora na Formação de Professores de Matemática: articulando práticas históricas e práticas de sala de aula.** 2020. Tese (Doutorado em Ensino e História da Matemática e da Física) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

COSTA, Manoel dos Santos. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Proporcionalidade através da Resolução de Problemas: uma experiência na formação Inicial de (futuros) professores de Matemática.** Orientador: Norma Suely Gomes Allevato. 2012, 286 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) - Universidade Cruzeiro Do Sul, São Paulo, 2012.

DOMINGOS, Ronero Marcio Cordeiro. **Resolução de Problemas e Modelagem Matemática: uma experiência na formação inicial de professores de física e matemática.** Orientador: Roger Ruben Huaman Huanca. 2016, 193 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

FERREIRA, Nilton Cezar. **Uma proposta de ensino de Álgebra Abstrata Moderna, com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e suas contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática.** Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic. 2017, 281 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2017.

HUF, Viviane Barbosa De Souza. **Resolução de problemas em matemática visando uma aprendizagem significativa na formação inicial de professores pedagogos: reconhecendo e superando dificuldades.** Orientador: Nilceia Aparecida Maciel Pinheiro. 2020, 147 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal Do Paraná, Ponta Grossa, 2020.

LAIER, Simone Simionato dos Santos. **Álgebra e Aspectos do Pensamento Algébrico: um estudo com Resolução de Problemas na Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática.** Orientador: Gladys Denise Wielewski. 2014, 173 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2014.

MARTINS, Egidio Rodrigues. **Possibilidades do uso da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas em um curso de licenciatura Matemática na Rede Federal de Educação Tecnológica no Estado de São Paulo.** Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic. 2019, 220 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio De Mesquita Filho, Rio Claro, 2019.

MELO, Igor Raphael Silva de. **Equações Diferenciais Ordinárias na formação inicial de professores de Matemática através da Resolução de Problemas.** Orientador: Roger

Ruben Huaman Huanca. 2021 247 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual Da Paraíba, Campina Grande, 2021.

MITSUUCHI, Jessica Tomiko Araujo. **Formação Inicial de Professores Multidisciplinares que ensinam Matemática e Resolução de Problemas:** concepções e Práticas Docentes. Orientador: Tania Teresinha Bruns Zimer. 2020, 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) - UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ, Curitiba, 2020.

NUNES, Célia Barros. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas:** perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic. 2010, 430 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2010.

OLIVEIRA, Ana Beatriz de. **Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução de problemas na formação inicial de professores:** um olhar para os conteúdos algébricos. Orientador: Marcelo Carlos de Proença. 2022 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual De Maringá, Maringá, 2022.

PINTO, Diego Matos. **Experiências com Matemática(s) na escola e na Formação Inicial de Professores:** desvelando tensões em relações de Colonialidade. Orientador (es): Victor Augusto Giraldo; Wellerson Quintaneiro. 2019, 171 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

PINTO, Thalia Leiria. **Design de problemas e o conhecimento matemático para o ensino de licenciandos em Matemática sobre Progressões Aritméticas e Geométricas.** Orientador: Eleni Bisognin. 2021 125 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2021.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **A Resolução de Problemas na licenciatura em Matemática:** análise de um processo de formação no contexto do Estágio Curricular Supervisionado. Orientador: Nelson Antonio Pirola. 2012, 210 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2012.

RANGEL, Ana Carolina Ferreira. **Entre plantas e árvores:** uma articulação entre a Resolução de Problemas, a Análise Combinatória e um beija-flor. Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic. 2022. 127 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2022.

ROCHA, Patrícia Melo. **A resolução de problemas no ensino de estatística:** uma contribuição na formação inicial do professor de matemática. Orientador: Roger Ruben Huaman Huanca. 2016. 252 p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Paraíba, 2016.

SILVA, Daniel de Jesus. **Matemática Problematizada na licenciatura:** articulando história e tecnologias em componentes curriculares de conteúdo matemático. Orientador: Victor Giraldo. 2021, 185 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

APÊNDICE A**Questões utilizadas para o fichamento das teses e dissertações**

- 1) Identificação do trabalho
 - Matemática Problematizada (MP)
 - Resolução de Problemas (RP)
- 2) Título
- 3) Autor (a)
- 4) Ano
- 5) Modalidade
 - Mestrado Acadêmico
 - Mestrado Profissional
 - Doutorado
- 6) Referência
- 7) Foco do estudo
- 8) Objeto de estudo
- 9) Objetivo
- 10) Questão
- 11) Natureza da pesquisa
 - Qualitativa
 - Quantitativa
 - Quali-quanti
- 12) Tipo de pesquisa
 - Pesquisa de campo
 - Bibliográfica
 - Não específica
 - Outros
- 13) Metodologia

- Estudo de caso
- Pesquisa da própria prática
- Pesquisa formação
- Estado da arte/conhecimento
- Documental
- Não específica
- Outros

14) Quem elaborou a proposta de ensino

- Professor
- Pesquisador
- Professor-pesquisador

15) Quem aplicou a proposta de ensino

- Professor
- Pesquisador
- Professor-pesquisador

16) Contexto da pesquisa (turma/ disciplina/ quantidade de alunos / ano/ universidade pública/ particular)

17) Qual a duração da aplicação da proposta

18) Associa com outras abordagens metodológicas

- Modelagem
- Etnomatemática
- Interdisciplinaridade
- História da matemática
- Jogos
- Tecnologias
- Atividade Investigativa
- Não associa
- Não específica
- Outros

19) Tipo de atividade

- Projeto
- Oficina
- Sequência didática
- Aula expositiva e dialogada
- Trabalho em grupo
- Júri simulado
- Tempestade de ideias
- Fórum
- Estudo dirigido
- Estudo de Caso
- Roda de conversa
- Narrativas escritas
- Produção de Portfólio
- Atividade Investigativa
- Questionário
- Problemas
- Tarefa
- Outros

20) Detalhamento das atividades (atividade diferenciada/ inovadora/ interessante)**21) Recursos utilizados****22) Instrumentos de avaliação**

- Prova
- Simulado
- Seminário
- Relatório
- Portfólio
- Diário
- Mapa conceitual
- Observação
- Auto avaliação
- Não especifica

- Outros

23) Conteúdos matemáticos (geral/ específicos)

24) Concepção de MP ou RP adotada (síntese)

25) Produto Educacional – link

26) Produto educacional – arquivo

27) Conclusões (indicações para a formação matemática)

28) Observações (percepções sobre aproximações e distanciamentos entre MP e RP)

29) Referenciais de MP ou RP

30) Referenciais de conhecimento/ formação matemática/ saberes.