



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**PLANO DE AMOSTRAGEM DUPLA
BASEADO NO C_{pk} PARA ACEITAÇÃO DE LOTES**

Aline Cristina Maciel

Itajubá
2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Aline Cristina Maciel

**PLANO DE AMOSTRAGEM DUPLA
BASEADO NO C_{pk} PARA ACEITAÇÃO DE LOTES**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como parte dos requisitos à obtenção do título de **Doutora em Engenharia de Produção**.

Área de Concentração: Engenharia de Produção

Orientador: Prof. Antonio Fernando Branco Costa, Dr.

Itajubá

2025

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

M 152p Maciel, Aline Cristina
 Plano de amostragem dupla baseado no Cpk para
 aceitação de lotes / Aline Cristina Maciel;
 orientador Antonio Fernando Branco Costa. --
 Itajubá, 2025.
 98 p.

 Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Produção) -- Universidade Federal de
Itajubá, 2025.

 1. Amostragem simples por Cpk. 2. Amostragem
 dupla por Cpk. 3. Amostragem dupla por atributos. 4.
 Normas de inspeção por amostragem. 5. Tamanho médio
 da amostra. I. Costa, Antonio Fernando Branco ,
 orient. II. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Aline Cristina Maciel

**PLANO DE AMOSTRAGEM DUPLA
BASEADO NO C_{pk} PARA ACEITAÇÃO DE LOTES**

Tese aprovada por banca examinadora em 24 de novembro de 2025, conferindo a autora o título de **Doutora em Engenharia de Produção**.

Banca Examinadora:

Prof. Antonio Fernando Branco Costa, Dr. (Orientador)
Prof. Carlos Henrique Pereira Mello, Dr.
Profa. Juliana Helena Daroz Gaudencio, Dra.
Profa. Marcela Aparecida Guerreiro Machado De Freitas, Dra.
Prof. Nilo Antonio De Souza Sampaio, Dr.

Itajubá
2025

DEDICATÓRIA

A Deus, por mais este degrau conquistado.

Aos meus pais, João e Zélia, pelo apoio, amor e dedicação.

*Ao meu esposo, Kleber, pelo amor, paciência, apoio e companheirismo, que me
fizeram chegar aqui.*

*Ao meu filho, Lucas, pelo amor, paciência e incentivo para que eu ofereça o melhor de
mim na vida e no trabalho.*

Aos meus amigos, pelo apoio e incentivo.

*Em memória de Rosângela Ribeiro, minha grande amiga-irmã, um exemplo de força,
resiliência, fé, amor e minha grande incentivadora.*

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Professor Dr. Antonio Fernando Branco Costa, pelos seus ensinamentos, conselhos, incentivo, paciência, compreensão, parceria, humildade, amizade e atenção.

A amiga e professora Dra. Juliana Gaudêncio por me instigar a cursar o doutorado para voltar a lecionar.

Ao Instituto de Engenharia de Produção e Gestão da UNIFEI, na figura de seus grandes professores e colaboradores, pela oportunidade que me foi concedida, bem como aos colegas do Instituto com os quais a troca de experiências e o convívio fizeram nascer grandes amizades.

A Rafaela Mendonça pela amizade, pelos ensinamentos, conselhos, paciência e grande parceria na pesquisa e elaboração de artigos acadêmicos.

Ao amigo Leonardo Lourenço, pela amizade sincera, pelos ensinamentos, apoio e incentivo.

A amiga e ex-aluna, Marianna Oliveira, pela recepção quando cheguei no doutorado, pelos ensinamentos, apoio e amizade.

Aos colegas do NOMATI, pelo companheirismo e por tornarem a jornada mais leve.

À CAPES e à UNIFEI, pelo apoio financeiro concedido para realização deste trabalho por meio do programa de bolsas de estudo.

E não poderia esquecer daqueles que foram norteadores quando me perdi durante um momento difícil da minha vida: Kleber Santos (meu amado marido), Lucas (meu filho amado), minhas amigas: Fernanda Moura, Regiane Flauzino, Bruna Martins, Tabata Padilha, Ana Carolina Vinci, Crishna Irion e Bianca Lopes; bem como, Eulália Ferreira (minha prima). Obrigada a todos pelo amor, presença, paciência, ouvidos atentos, conselhos e dedicação quando mais precisei. Serei eternamente grata.

*“A vida é como andar de bicicleta: para manter o equilíbrio, você deve
continuar se movendo.”
(Einstein, A.)*

RESUMO

A inspeção por amostragem tem reduzido esforços operacionais nas empresas durante o processo de aceitação/rejeição de lotes de itens provenientes dos fornecedores externos e/ou internos de produtos acabados e/ou em processo. Planos de amostragens baseados em estimativas amostrais do índice de capacidade do processo C_{pk} tem sido o foco de estudos recentes. Dentro desta vertente de pesquisa, propõe-se um plano de amostragem dupla baseado em estimativas amostrais do C_{pk} . No qual, de cada lote é escolhido uma amostra aleatória, e com as observações desta amostra de tamanho n_1 , obtêm-se \hat{C}_{pk1} , uma estimativa amostral do índice C_{pk} ; se \hat{C}_{pk1} for menor (maior) que um limitante k_1 (k_2), o lote será rejeitado (aceito), caso contrário, uma nova amostra de tamanho n_2 será aleatoriamente extraída do mesmo lote. Uma segunda estimativa \hat{C}_{pk2} , do índice C_{pk} , será então obtida com as observações desta segunda amostra e, finalmente, os valores de \hat{C}_{pk1} e \hat{C}_{pk2} determinarão a aceitação/rejeição do lote. A amostragem dupla baseada nas estimativas amostrais do índice C_{pk} apresenta-se como uma alternativa interessante ao plano de amostragem dupla por atributos da norma NBR 5426, devido a uma redução bastante significativa no número de itens inspecionados por lote; em média, a redução gira em torno de 71%. Também apresenta, em média, uma redução de 21% no número de itens inspecionados em relação ao plano de amostragem simples baseado no C_{pk} . Essa diminuição do tamanho médio da amostra necessária para a aceitação ou rejeição de lotes, promovida pelo plano de amostragem dupla baseado no C_{pk} , resulta em menor utilização de recursos operacionais, tais como mão de obra, tempo e custo durante o processo de inspeção de lotes industriais. Esse ganho alinha-se aos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS), em especial ao ODS 9 (Indústria, Inovação e Infraestrutura) e ao ODS 12 (Consumo e Produção Responsáveis), contribuindo para a promoção de uma indústria mais eficiente, responsável e inovadora.

Palavras-chave: Amostragem Simples Por C_{pk} ; Amostragem Dupla Por C_{pk} ; Amostragem Dupla Por Atributos; Normas De Inspeção Por Amostragem; Tamanho Médio Da Amostra.

ABSTRACT

Sampling inspection has reduced operational efforts in companies during the acceptance/rejection process of lots of items from external and/or internal suppliers of finished and/or in-process products. Sampling plans based on sample estimates of the process capability index (C_{pk}) have been the focus of recent studies. Within this line of research, a double sampling plan based on sample estimates of C_{pk} is proposed. In this plan, a random sample is selected from each lot, and with the observations of this sample of size n_1 , \hat{C}_{pk1} , a sample estimate of the C_{pk} index, is obtained. If \hat{C}_{pk1} is lower (higher) than a threshold $k_1(k_2)$, the lot will be rejected (accepted). Otherwise, a new sample of size n_2 will be randomly drawn from the same lot. A second estimate, \hat{C}_{pk2} , of the C_{pk} index will then be obtained with the observations of this second sample, and finally, the values of \hat{C}_{pk1} and \hat{C}_{pk2} will determine the acceptance/rejection of the lot. Double sampling based on sample estimates of the C_{pk} index presents itself as an interesting alternative to the double sampling plan by attributes of the NBR 5426 standard, due to a significant reduction in the number of items inspected per lot; on average, the reduction is around 71%. It also shows, on average, a 21% reduction in the number of items inspected compared to the single sampling plan based on C_{pk} . This decrease in the average sample size required for the acceptance or rejection of lots, promoted by the double sampling plan based on C_{pk} , results in lower use of operational resources such as labor, time, and cost during the industrial lot inspection process. This achievement aligns with the Sustainable Development Goals (SDGs), particularly SDG 9 (Industry, Innovation, and Infrastructure) and SDG 12 (Responsible Consumption and Production), contributing to the promotion of a more efficient, responsible, and innovative industry.

Keywords: Single Sampling By C_{pk} ; Double Sampling By C_{pk} ; Double Sampling By Attributes; Sampling Inspection Standards; Average Sample Size.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Amostragem Dupla por Atributos (ADA)	30
Figura 2 - Fluxograma do algoritmo do ASC_{pk}	34
Figura 3 - Regras gerais para comutação entre os modos de inspeção.....	39
Figura 4 - Método de Pesquisa	42
Figura 5 – Fluxograma do algoritmo do ADC_{pk}	45
Figura 6 - Divisão do intervalo entre k_1 e k_2 para obtenção de $P_3(p)$	47
Figura 7 - Etapas da aplicação do método de pesquisa	52
Figura 8 - Comparação da média de itens inspecionados por lote para o ADC_{pk} e o ADA	63
Figura 9 - Comparação da média de itens inspecionados por lote para o ADC_{pk} e o ASC_{pk} ...	64
Figura 10 - Comparação das CCO's do ADC_{pk} para o código K.....	65
Figura 11 - Comparação das CCO's do ADC_{pk} para o código L	65
Figura 12 - Comparação das CCO's do ADC_{pk} para o código M	66

LISTA DE QUADROS

Quadro 1.1- Análise dos principais artigos relacionados à pesquisa.....	24
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Planos de Amostragem Dupla/Simples baseados no C_{pk} e a Amostragem Dupla por Atributos (Código K)	53
Tabela 2 - Planos de Amostragem Dupla/Simples baseados no C_{pk} e a Amostragem Dupla por Atributos (Código L)	55
Tabela 3 - Planos de Amostragem Dupla/Simples baseados no C_{pk} e a Amostragem Dupla por Atributos (Código M)	56
Tabela 4 - Comparação das vantagens e desvantagens de três planos de amostragem	58
Tabela 5 - Espessura da pastilha de silício, primeira amostra	61
Tabela 6 - Espessura da pastilha de silício, segunda amostra	61
Tabela 7 - Comparação da média de itens inspecionados por lote para ADC_{pk} , ASC_{pk} e ADA	62

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ADA	Amostragem Dupla por Atributos
ADC _{pk}	Amostragem Dupla baseada no C _{pk}
ASC _{pk}	Amostragem Simples baseada no C _{pk}
ATTRI-VAR	Inspeção mista atributos-variáveis
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CCO	Curva Característica de Operação
DCU	Defeitos por Centena de Unidades
EWMA	<i>Exponentially Weighted Moving Average</i>
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado
LIE	Limite Inferior de Especificação
LSE	Limite Superior de Especificação
MIL-STD	Norma Militar Americana
NBR	Norma Brasileira
NOMATI	Núcleo de Otimização da Manufatura e Tecnologia da Inovação
NQA	Nível de Qualidade Aceitável
NQI	Nível de Qualidade Inaceitável
TMA	Tamanho Médio da Amostra

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Risco alfa total
α_1	Risco alfa da primeira amostra
β	Risco beta
μ	Média populacional
σ	Desvio padrão populacional
n	Tamanho da amostra
n_A	Tamanho da amostra, por atributos
n_V	Tamanho da amostra, por variáveis
Ac	Constante de Aceitação
Re	Constante de Rejeição
d	Número de itens defeituosos
X	Característica de interesse
\bar{X}	Média amostral
s	Desvio padrão amostral
δ	Deslocamento da média
λ	Razão entre os desvios padrão fora de controle e sob controle
k	Constante de aceitação/rejeição
m	Número de amostras
L	Número de lotes
\hat{C}_{pk}	Estimador amostral do C_{pk}
θ	Constantes de aceitação/rejeição (k_1, k_2, k_3)
$F_{\hat{C}_{pk}}(\theta)$	Função de distribuição cumulativa do \hat{C}_{pk}
$\Phi(\cdot)$	Distribuição normal cumulativa padronizada
$\phi(\cdot)$	Função densidade de probabilidade da função normal padrão
$G(\cdot)$	Função distribuição cumulativa da distribuição Chi-quadrado
p	Proporção de itens defeituosos/não conformes
$P_a(p)$	Probabilidade de aceitação
$P_1(p)$	Probabilidade de aceitação na primeira amostragem
$P_2(p)$	Probabilidade de ir para a segunda amostragem

LISTA DE SÍMBOLOS (CONT.)

$P_3(p)$	Probabilidade de aceitação na segunda amostragem
Δ	Pequena fração entre k_2 e k_1
p_0	Proporção de defeituosos/não conformes em controle
p_1	Proporção de defeituosos/não conformes fora de controle
C_A	Custo da inspeção por item, por atributos
C_V	Custo da inspeção por item, por variáveis
CT_A	Custo total da inspeção por plano duplo, por atributos
CT_V	Custo total da inspeção por plano duplo, por variáveis
P_{2A}	Probabilidade de ir para a segunda amostragem em inspeção por atributos
P_{2V}	Probabilidade de ir para a segunda amostragem em inspeção por variáveis
TMA_A	Tamanho médio da amostra, por atributos
TMA_V	Tamanho médio da amostra, por variáveis

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Questões da pesquisa	21
1.2	Objetivos da pesquisa	21
1.3	Justificativas da pesquisa	22
1.4	Limitações da pesquisa	25
2	REVISÃO TEÓRICA	26
2.1	Amostragem de aceitação	26
2.1.1	Amostragem por atributos	29
2.1.2	Amostragem por variáveis	32
2.1.3	Amostragem mista	36
2.2	Normas de inspeção por amostragem	37
3	PLANEJAMENTO E CONDUÇÃO DA PESQUISA	41
3.1	Método de Pesquisa	41
3.2	Plano de amostragem dupla baseada no C_{pk}	42
3.3	Aplicação do Método de Pesquisa	47
3.4	Parâmetros ótimos e comparações	52
3.5	Aplicação industrial	60
3.6	Discussões de resultados	62
4	CONCLUSÕES	67
	APÊNDICE A – Exemplo de cálculo	71
	APÊNDICE B – Código-fonte do ASC_{pk} em Fortran®	75
	APÊNDICE C – Código-fonte do ADC_{pk} em Fortran®	79
	APÊNDICE D – Artigos Gerados	89
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90

1 INTRODUÇÃO

A inspeção por amostragem tem sido utilizada pelas empresas como forma de reduzir os esforços operacionais durante o processo de aceitação/rejeição de lotes de itens provenientes dos fornecedores externos e/ou internos de produtos acabados ou em processo. Para a realização dessa inspeção são utilizados os planos de amostragem de aceitação, que são procedimentos para verificação se um lote de produto satisfaz os padrões de qualidade exigidos e, consequentemente para a tomada de decisão se os lotes de itens devem ser aceitos ou rejeitados (Fallahnezhad; Qazvini; Abessi, 2018; Wang, 2023; Wu; Chen, 2021; Wu; Wang, 2017). Esses planos de amostragem são úteis quando a inspeção de 100% é cara e demorada, envolvendo testes destrutivos e assim por diante (Aslam *et al.*, 2022). Esses planos de inspeção industriais auxiliam em um eficiente sentenciamento de lotes, adaptando-se a taxas reduzidas de defeitos devido aos avanços tecnológicos, à tomada de decisões para aceitação de produtos, à determinação de tamanhos de amostra ideais, à gestão de riscos para consumidores e produtores e ao aprimoramento eficiente dos processos de controle de qualidade (Alsultan; Al-Omari, 2023; Aslam, 2019; Pearn; Wu, 2007; Wu; Lee; Huang, 2021).

A amostragem de aceitação de lotes tem sido aplicada em diferentes indústrias, incluindo a indústria de placas de circuito impresso (Wu; Chen; Liu, 2022). Um exemplo dessa aplicação industrial será apresentado posteriormente. (Kaviyarasu; Sivakumar, 2022) argumentaram, ainda, que esses planos são de grande importância para indústrias como a farmacêutica, na qual são usados para avaliar a qualidade de produtos e monitorar materiais. No contexto de aumento de terceirização e altos níveis de qualidade, também é desejável ter um esquema de amostragem eficiente e econômico (Wu; Wu; Chen, 2015). É importante ressaltar que os planos de amostragem de aceitação têm uma variedade de aplicações em diversos campos, como evidenciado por pesquisas recentes conduzidas por (Ahmed *et al.*, 2024; Ameerq *et al.*, 2023; Darmawan *et al.*, 2024; Duarte; Singh; Moura, 2022; El Farne, 2023; Hussain *et al.*, 2024; Imran *et al.*, 2023; Joyce; Edna; Merlin, 2023; Narayanan; Jeyadurga; Balamurali, 2024; Naz *et al.*, 2023).

Na inspeção por amostragem, geralmente, uma amostra é retirada aleatoriamente de um lote de produtos e inspecionada de forma a obter-se a proporção de itens não conformes. Caso essa proporção seja aceitável, o lote é aceito. Caso contrário, o lote é rejeitado. Porém, segundo (Montgomery, 2017a), existem três tipos de amostragem para sentenciamento de lotes: por atributos, por variáveis e mista, que serão apresentados aqui de forma breve e apresentados com maiores detalhes, posteriormente.

Os planos de amostragem por atributos são os mais amplamente utilizados, pois são de fácil implementação e produzem sentenciamentos razoáveis dos lotes submetidos à inspeção (Balamurali, 2022). (Liu; Wu; Wei, 2025) destacam ainda, que além de sua simplicidade, a inspeção por atributos é intuitiva. O item da amostra é classificado como defeituoso ou não (ou o número de defeitos é contado) em relação a um dado requisito ou conjunto de requisitos, conforme define a NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a). Se o número de defeituosos (ou defeitos) obtido na inspeção for aceitável, o lote é aceito; senão o lote é rejeitado. Alguns estudos recentes de inspeção por atributos são: (Peña-González *et al.*, 2024; Qomi; Fernández, 2024; Tripathi; Dey; Saha, 2021).

Em contrapartida, a inspeção por variáveis se baseia na medição de uma característica de qualidade do item amostrado que pode ser medido em escala contínua, como: quilogramas, metros, metros por segundo, graus etc.; e cada medição é registrada, conforme define a NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c). Se o valor obtido na medição da característica de qualidade for aceitável, o lote é aceito; senão o lote é rejeitado. As publicações relacionadas à inspeção por amostragem por variáveis mostram uma grande tendência ao uso de índices de capacidade de processo como variável de decisão para o sentenciamento de lotes, conforme afirmam (Lee, Amy H.I. *et al.*, 2021). (Yen; Chang; Lee, 2023) afirmam ainda que durante mais de 15 anos, em razão da ampla utilização dos índices de capacidade de processo na indústria de manufatura, diversos pesquisadores passaram a integrar esses índices aos planos de amostragem por variáveis para a aceitação de lotes. Dentre os índices de capacidade, o C_{pk} é o que mais utilizado nos planos de inspeção por amostragem (Maciel; Fernando; Costa, 2023) e pelo que se constatou até 25/08/2025 em pesquisa realizada na base *Scopus* que será apresentada na seção 2.1.2, Amostragem por variáveis. No entanto, vale destacar alguns exemplos de artigos de inspeção por amostragem que utilizam o C_{pk} : (Aslam; Azam; Jun, 2013a; Liu; Wu, 2014; Liu; Wu; Tsai, 2021; Liu; Wu; Wei, 2025; Pearn; Wu, 2007; Seifi; Nezhad, 2017; Wang, 2025a; Wu *et al.*, 2017; Wu; Lee; Huang, 2021).

A abordagem mista é aplicada quando a inspeção é do tipo qualitativa e quantitativa; por exemplo, qualificando o item em defeituoso ou não, e ao mesmo tempo, quantificando o seu peso. Ela associa a inspeção por atributos e por variáveis ou na ordem inversa, esse último (variáveis-atributos) é apresentado na norma de inspeção por variáveis, a NBR5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c). No primeiro caso (atributos-variáveis), o mais usual segundo (Marques *et al.*, 2024), se o lote não é aceito na etapa por atributos, a amostra segue para a etapa por variáveis na qual o lote é aceito ou rejeitado. Na literatura há casos em que a mesma amostra passa pelas duas etapas (atributos-variáveis), mas também

existem aqueles em que uma amostra é coletada na etapa de inspeção por atributos e uma nova amostra é utilizada na etapa de inspeção por variáveis. Alguns exemplos desses trabalhos: (Balamurali, 2018, 2022; Balamurali; Aslam; Ahmad, 2018; Suresh; Devaarul, 2002, 2003; Usha; Balamurali, 2017; Wang *et al.*, 2017).

Esse trabalho foca na inspeção por variáveis, que segundo (Montgomery, 2017a) tem a vantagem de permitir a redução do tamanho da amostra quando comparada à inspeção por atributos.

Também é importante ressaltar que, ao contrário do que acontece nas normas de inspeção de amostragem por atributos, como a NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) e MIL-STD-105E (United States Department of Defense, 1989) que apresentam vários tipos de planos que incluem o duplo; nas normas de amostragem por variáveis, como a NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c) e MIL-STD-414 (United States Department of Defense, 1957), abordam somente o plano de inspeção simples e o misto (variável-atributo). Portanto, não há nenhuma menção ao plano de amostragem dupla por variáveis nessas normas.

Em uma inspeção por amostragem, se as informações da primeira amostra não forem suficientes para o sentenciamento de um lote, retira-se uma segunda amostra para que seja tomada a decisão de aceite ou rejeite do lote. Essa é a amostragem dupla que reduz o número médio de itens inspecionados necessário para o sentenciamento do lote, quando comparada ao plano de amostragem simples com mesma proteção (Narayanan; Jeyadurga; Balamurali, 2024; Schilling; Neubauer, 2009). Essa redução pode ser observada através da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), na qual é possível comparar o tamanho da amostra de um plano de amostragem simples com um plano de amostragem dupla, para o mesmo nível de inspeção, mesmo tamanho de lote e para o mesmo regime de inspeção. A critério de exemplo, através da Tabela 2 (Plano de amostragem simples) da referida norma, considere um lote de 300 peças, com nível de inspeção II, inspeção normal, com Nível de Qualidade Aceitável (NQA) de 1%, o tamanho da amostra necessário, no Código de amostras H, será de 50 peças. No Plano de amostragem dupla correspondente, obtido a partir da Tabela 5 da mesma norma, o tamanho de cada uma das duas amostragens é de 32 peças. Na maioria dos casos, a segunda etapa da amostragem dupla não é necessária, pois o lote é aceito ainda na primeira amostragem. Assim, o plano de amostragem dupla, por apresentar um tamanho médio de amostra (TMA) inferior ao tamanho da amostra (n) do plano de amostragem simples, exigirá a inspeção de uma quantidade menor de itens. A comprovação dessa afirmação será realizada através de um

exemplo de aplicação do plano duplo, após a apresentação do plano proposto e seu algoritmo, no Capítulo 3.

Há alguns trabalhos na literatura que se identificam, equivocadamente, como plano de inspeção por amostragem dupla por variáveis, mas na realidade são planos sequenciais de duas amostras, pois não carregam a informação da primeira amostra para a segunda etapa da amostragem, onde se inspeciona a segunda amostra e, obrigatoriamente, se decide pela aceitação/rejeição do lote. Exemplos recentes disso são abordados nos estudos de (Fallah Nezhad; Seifi, 2017a; Seifi; Nezhad, 2017; Sridevi; Balamurali, 2024; Sridevi; Jeyadurga; Balamurali, 2023). A estratégia de amostragem dupla é definida na NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) e na MIL-STD-105E (United States Department of Defense, 1989), que combina os resultados da primeira e da segunda amostragem, se necessária, para a aceitação ou rejeição do lote. Essa combinação dos dados da primeira e da segunda amostra, torna a análise mais robusta, reduzindo o risco de aceitar lotes defeituosos ou rejeitar lotes bons. É importante ressaltar também que (Baillie, 1992) considerou o plano de amostragem dupla por variável, mas ao invés de trabalhar com a estimativa amostral \hat{C}_{pk} do índice C_{pk} , trabalhou com média e desvio padrão das amostras.

Nas últimas duas décadas, segundo (Costa, 2023a), o estimador amostral \hat{C}_{pk} do índice de capacidade C_{pk} , vem sendo utilizado como variável de decisão para a aceitação/rejeição de lotes. Assim, o objetivo deste trabalho é propor um plano de amostragem dupla por variáveis baseado no índice C_{pk} que considera a observação de ambas as amostras, a primeira e a segunda, para o sentenciamento do lote, caso a decisão não possa ser tomada apenas com a primeira amostragem. É necessário ressaltar que o este trabalho é o primeiro a tratar do Plano de Amostragem Duplo C_{pk} , algo inexistente na literatura, pelo que se constatou até o presente momento (20/08/2025) em pesquisa realizada nas bases *Scopus* e *Web of Science* que será apresentada na seção 1.3, Justificativa da Pesquisa. E esse trabalho também tem como objetivo mostrar o desempenho do plano de amostragem dupla baseado no C_{pk} quando comparado ao plano de amostragem simples baseado no C_{pk} e ao plano de amostragem dupla por atributos, buscando uma redução do tamanho médio da amostra (TMA) necessário para o sentenciamento de lotes.

Esta tese tem quatro capítulos, sendo o primeiro a introdução, no qual foi apresentado o contexto do trabalho. Na sequência, serão apresentadas as questões da pesquisa, o objetivo geral e os objetivos específicos, a justificativa e a relevância do tema, as limitações. O capítulo 2 apresenta uma breve fundamentação teórica que abrange a amostragem de aceitação com

exemplos de pesquisas relacionadas a este tema e as normas brasileiras de inspeção por amostragem, bem como faz menção as suas referências internacionais. Em seguida, no capítulo 3, que apresenta o planejamento e condução da pesquisa, que contempla o método de pesquisa com uma breve classificação da pesquisa, a apresentação do plano de inspeção duplo baseado no C_{pk} proposto, a aplicação do método de pesquisa, os parâmetros ótimos e comparações, uma aplicação industrial e a análise dos resultados obtidos. No capítulo 4, as conclusões do estudo são apresentadas. Em seguida são apresentados os artigos gerados e publicados até o presente momento, acompanhada da seção de referências bibliográficas desse trabalho.

1.1 Questões da pesquisa

As questões que delineiam essa pesquisa são:

Como criar um plano de amostragem dupla por variáveis baseado no C_{pk} alternativo ao plano de amostragem dupla por atributos da norma NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a)?

Quais as vantagens do plano de amostragem dupla por variáveis baseado no C_{pk} , em relação ao plano de amostragem simples baseado no C_{pk} e amostragem dupla por atributos?

1.2 Objetivos da pesquisa

Considerando o contexto de planos de amostragem para sentenciamento de lotes, o objetivo geral desse trabalho é propor um plano de amostragem dupla por variáveis baseado no C_{pk} , buscando uma redução do tamanho médio da amostra (TMA) necessário para o sentenciamento de lotes.

Considerando o objetivo geral proposto, delineiam-se os seguintes objetivos específicos a serem explorados no trabalho:

- Apresentar o algoritmo do plano de amostragem simples baseado no C_{pk} ;
- Propor um algoritmo para o plano de amostragem dupla baseado no C_{pk} ;
- Implementar as formulações de forma automatizada na linguagem *Fortran*[®] e rodar os códigos-fonte dos planos de amostragem simples e dupla baseados no C_{pk} ;
- Disponibilizar os códigos-fonte dos planos de amostragem simples e dupla baseados no C_{pk} ;
- Apresentar um exemplo numérico da implementação do plano duplo baseado no C_{pk} ;
- Mostrar um exemplo de aplicação industrial;
- Comparar os resultados obtidos através dos códigos-fonte do plano duplo baseado no C_{pk} , do simples baseado no C_{pk} e ao duplo por atributos.

1.3 Justificativas da pesquisa

No que diz respeito à relevância deste tema, conforme já mencionado anteriormente, a estimativa amostral do C_{pk} (\hat{C}_{pk}), tem sido utilizada recentemente em artigos como forma de sentenciar lotes (Costa, 2023b, 2024). Vários casos de planos de amostragem que utilizam o C_{pk} já foram citados na introdução (seção 1) e alguns serão explanados no referencial teórico (seção 2). Recentemente, os trabalhos que utilizam o índice C_{pk} em planos de inspeção por amostragem são: (Hsu; Wang; Shu, 2020); (Lee *et al.*, 2018); (Rao; Aslam; Jun, 2019); (Wu; Darmawan; Liu, 2023) e (Wu; Lee; Huang, 2022).

Até o presente momento, não há na literatura um plano de inspeção por amostragem dupla, por variáveis, baseado no C_{pk} . Ou em qualquer outra estatística amostral. As normas de inspeção por variáveis: NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c) ou MIL-STD-414 (United States Department of Defense, 1957), incluem apenas os planos simples e misto (variável-atributo), conforme já mencionado anteriormente.

Em pesquisa realizada no dia 20/08/2025 na base Scopus para “Title/Abstract/Keywords” considerando as palavras chaves: “*double sampling plan*” e “ C_{pk} ”, apareceram dois artigos. No primeiro deles, (Sridevi; Jeyadurga; Balamurali, 2023) publicaram um artigo intitulado: “Plano de Amostragem Dupla Modificado baseado no C_{pk} ”, contudo, trata-se de um plano de amostragem sequencial com duas amostras. Isso porque, as informações da primeira amostra não são utilizadas na segunda etapa da amostragem, conforme descrito nas normas: NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) e MIL-STD-105E (United States Department of Defense, 1989), bem como no trabalho de (Baillie, 1992). Para (Narayanan; Jeyadurga; Balamurali, 2024) o Plano de Amostragem Dupla Modificado é adotado, pois considerar o número de defeitos acumulados da primeira e da segunda amostra da amostragem dupla é um complicador computacional. O segundo se trata de um artigo de (Balamurali *et al.*, 2020) intitulado: Um plano de amostragem dupla mista baseado no C_{pk} , em que utiliza inicialmente a amostragem dupla por atributos e se necessário utiliza a segunda etapa por variáveis, utilizando o C_{pk} como variável de decisão. Quando na mesma base se pesquisa considerando as palavras chaves: “*double sampling plan*” e “*capability index*”, apareceram além dos dois já mencionados, mais cinco artigos: (Wu; Darmawan, 2025), (Wu; Darmawan; Liu, 2025), (Fallah Nezhad; Seifi, 2017a), (Fallah Nezhad; Seifi, 2017b), (Fallah Nezhad; Seifi, 2016), que serão analisados no Quadro 1.1. Finalmente, considerando as palavras chaves: “*double acceptance sampling plan*” e “ C_{pk} ” ou “*double acceptance sampling plan*” e “*capability index*” não aparece nenhum artigo. A mesma pesquisa foi realizada também na Web

of Science – Coleção Principal, dia 20/08/2025, foram obtidos dois artigos a menos que na Scopus, os demais são exatamente os mesmos da primeira. Contudo nenhum artigo de ambas as bases pesquisadas contempla um plano de inspeção por amostragem dupla baseada no C_{pk} .

O Quadro 1.1 reúne os principais resultados obtidos através da pesquisa na Scopus e Web of Science – Coleção Principal, considerando os 7 artigos e dois outros artigos relevantes ao tema estudado. Os artigos foram classificados quanto ao ano de ocorrência, do mais recente ao mais antigo, e quanto ao foco da pesquisa. Nota-se através do Quadro 1.1, que conforme já mencionado anteriormente, não há trabalhos de plano de amostragem dupla baseado no C_{pk} na literatura até o momento da realização dessa pesquisa.

Vale ressaltar ainda, que não é possível estabelecer uma comparação entre o plano de amostragem dupla baseado no índice C_{pk} , proposto neste trabalho, e o plano sequencial baseado no C_{pk} (Sridevi; Jeyadurga; Balamurali, 2023) apresentado no Quadro 1.1, uma vez que este adota os tamanhos da amostra da primeira e segunda amostragem como: $n_2 > n_1$, enquanto o plano desenvolvido neste estudo, por estar fundamentado na norma de atributos, NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), utiliza $n_1 = n_2$. Tal comparação não seria justa, pois o plano sequencial mencionado apresenta um grau adicional de liberdade no tamanho das amostras, o que lhe confere vantagem em relação ao plano aqui proposto.

Desta maneira, justifica-se propor um Plano de Inspeção por Amostragem Dupla baseado no estimador amostral do índice de capacidade do processo C_{pk} , com o intuito de reduzir o tamanho médio da amostra. Afinal, um plano de amostragem dupla pode reduzir o total de inspeção exigida em comparação com um plano de amostragem única, sendo essa sua principal vantagem (Montgomery, 2017b). Da mesma forma, (Narayanan; Jeyadurga; Balamurali, 2024) também afirmam que a amostragem dupla reduz o tamanho de amostra necessária para a aceitação do lote com a mesma proteção. Além disso, (Wu; Darmawan; Liu, 2025) afirmam que a amostragem dupla oferece um benefício psicológico ao permitir uma segunda chance ao lote, caso não seja possível tomar uma decisão baseada nos resultados da primeira inspeção, o que pode ser atrativo para o fornecedor. Vale ressaltar ainda, que o C_{pk} , em sua composição, contempla a média e o desvio padrão, sendo possível realizar uma perturbação em ambos, simultaneamente. Essa perturbação simultânea da média e no desvio padrão permite testar a robustez do plano amostral frente a variações reais do processo, reduzindo erros na tomada de decisão no sentenciamento do lote.

A redução do tamanho médio da amostra necessária para a aceitação ou rejeição de lotes, a ser alcançada por meio do plano de amostragem dupla baseado no C_{pk} aqui proposto, resultará em menor utilização de recursos operacionais, tais como mão de obra, tempo e custo durante o

processo de inspeção de lotes industriais. Esse ganho se alinha aos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) (Organização das Nações Unidas, 2015), em especial ao ODS 9 (Indústria, Inovação e Infraestrutura) e ao ODS 12 (Consumo e Produção Responsáveis), contribuindo para a promoção de uma indústria mais eficiente, responsável e inovadora.

Quadro 1.1- Análise dos principais artigos relacionados à pesquisa

Trabalhos	Foco da pesquisa
(Wu; Darmawan, 2025)	Os autores propuseram o desenvolvimento de um plano de amostragem múltipla modificado para inspeção de variáveis, considerando a independência entre as etapas e integrando-o com o C_{pmk} .
(Wu; Darmawan; Liu, 2025)	Os autores propuseram o desenvolvimento de um plano de amostragem múltipla independente por etapa e o integra com um índice de capacidade baseado em perdas, C_{pm} , conhecido como índice de capacidade de Taguchi.
(Sridevi; Jeyadurga; Balamurali, 2023)	Os autores propuseram um plano de amostragem dupla modificada baseado no C_{pk} . Conforme já mencionado anteriormente, trata-se de um plano de amostragem sequencial com duas amostras, pois as informações da primeira amostra não são utilizadas na segunda etapa da amostragem.
(Balamurali <i>et al.</i> , 2020)	Os autores propuseram um plano de amostragem dupla mista, no qual a inspeção por atributos com amostragem dupla é utilizada na primeira etapa, e na segunda etapa é utilizado um plano de amostragem simples por variáveis baseado no C_{pk} .
(Fallah Nezhad; Seifi, 2017a)	Os autores propuseram o que denominaram de plano de amostragem dupla baseado no C_{pmk} . Contudo, similarmente ao que ocorre em (Sridevi; Jeyadurga; Balamurali, 2023), o plano é caracterizado como sequencial de duas amostras, pois as informações da primeira amostra não são utilizadas na segunda etapa da amostragem.
(Fallah Nezhad; Seifi, 2017b)	Os autores propuseram um plano de amostragem em grupo repetitivo baseado no C_{pmk} .
(Fallah Nezhad; Seifi, 2016)	Os autores propuseram um plano de amostragem em grupo repetitivo baseado no C_{pm} . Também desenvolveram um novo plano de amostragem com múltiplos estados dependentes, um plano denominado de amostragem dupla e um plano de amostragem para lotes ressubmetidos. Vale ressaltar que o plano de amostragem dupla mencionado, similarmente ao que ocorre em (Fallah Nezhad; Seifi, 2017a; Sridevi; Jeyadurga; Balamurali, 2023) também é caracterizado como sequencial de duas amostras, pois as informações da primeira amostra não são utilizadas na segunda etapa da amostragem, contudo baseado no C_{pm} .
(Baillie, 1992)	O autor propôs o plano de amostragem dupla para desvio padrão desconhecido. Ao invés de índices de capacidade, utiliza a média e desvio padrão das amostras.
(Sommers, 1981)	O autor apresenta uma comparação entre o plano de amostragem dupla para desvio padrão desconhecido, similar ao proposto por (Baillie, 1992), e o plano de amostragem simples correspondente. Assim, o autor buscava maximizar os benefícios e atenuar as limitações do plano de amostragem dupla. Da mesma forma, ao invés de índices de capacidade, utiliza a média e desvio padrão das amostras em ambos os planos.

1.4 Limitações da pesquisa

Esse trabalho se baseia na inspeção por amostragem para aceitação de lotes de produtos acabados ou semiacabados. Dessa forma, não visa de forma direta garantir, estimar ou inspecionar a qualidade do processo de produção dos itens provenientes de fornecedores ou processos anteriores, função esta atribuída aos controles de processo, que não é o foco dessa pesquisa. A inspeção por amostragem apenas serve como ferramenta de verificação da saída do processo para que esteja de acordo com as especificações (Montgomery, 2017a). Vale ressaltar ainda que os NQA's da NBR5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), utilizada como base deste trabalho, resultam em C_{pk} 's menores do que um, o que indicaria um processo incapaz, mas ressalto que o C_{pk} aqui é apenas uma variável de referência para a aceitação e rejeição do lote e não objetiva medir a capacidade do processo. Valores de C_{pk} menores que um podem ser encontrados em diversos trabalhos envolvendo inspeção por amostragem baseada no C_{pk} , como por exemplo: (Balamurali *et al.*, 2020; Sridevi; Jeyadurga; Balamurali, 2023), apresentados no Quadro 1.1. Nesses trabalhos sobre inspeção por amostragem baseada no C_{pk} não é realizada uma discussão sobre capacidade do processo devido aos valores obtidos para os C_{pk} 's, pois atua somente como uma variável de referência para aceitação ou não do lote, como já mencionado anteriormente.

Cabe ressaltar ainda que o fato de usar a NBR5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) para respaldar uma comparação justa entre o plano duplo por variáveis, proposto, com o simples por variáveis e o duplo por atributos, restringe os limites de especificação aos calculados a partir dos parâmetros escolhidos da referida norma, o que dificulta a visualização de como seria sua implementação em ambiente industrial. Mas para esclarecer esse fato, será apresentado um exemplo de aplicação industrial no tópico 3.5.

A combinação dos dados da primeira e da segunda amostra, no plano de amostragem dupla baseado no C_{pk} proposto neste trabalho, torna a análise mais robusta, reduzindo o risco de aceitar lotes defeituosos ou rejeitar lotes bons. No entanto, essa abordagem impõe desafios computacionais, devido à complexidade dos cálculos envolvendo probabilidade condicional, além de demandar maior tempo de processamento para determinar o menor tamanho médio de amostra necessário ao sentenciamento do lote, quando comparada a um plano sequencial equivalente, que desconsidera as informações da primeira amostra na segunda etapa de inspeção. O mesmo ocorre quando é comparado ao plano duplo por atributos ou ao plano simples por variáveis.

2 REVISÃO TEÓRICA

O Capítulo 2 aborda, de forma breve, os temas tratados nesse trabalho, mais especificamente a teoria da amostragem de aceitação e apresenta como os pesquisadores relacionam este assunto na literatura. E mostra as normas brasileiras de inspeção por amostragem que são utilizadas nesse trabalho, bem como menciona suas referências internacionais.

Não se almeja abranger toda a bibliografia existente sobre os temas, tampouco exaurir todas as possibilidades de pesquisa.

2.1 Amostragem de aceitação

Segundo (Dodge; Romig, 1929; Duncan, 1986) a amostragem de aceitação por atributos se caracteriza pelo sentenciamento de um lote de produtos acabados ou semiacabados como aceitável ou não, segundo um critério de proporção de itens defeituosos considerado aceitável. Esse procedimento se baseia na análise de uma amostra aleatória tomada desse lote. Esse tipo de amostragem pode ser vantajoso nos casos de: inspeção destrutiva; inspeções de itens de alto valor agregado; lotes grandes e inspeções de alto custo.

Conforme (Wang; Wu; Lin, 2022) a amostragem por aceitação desempenha um papel essencial na garantia da qualidade, tendo surgido nas Forças Armadas dos EUA e sido difundida por (Dodge; Romig, 1929). Devido à sua praticidade, a inspeção por amostragem foi imediatamente adotada pela indústria. Para (Murugeswari; Jeyadurga; Balamurali, 2022), a amostragem de aceitação é uma das ferramentas de maior praticidade empregada em aplicações de garantia da qualidade, que oferece ao produtor a oportunidade de evidenciar a qualidade do seu produto e ao consumidor a possibilidade de perceber essa qualidade.

Para (Schilling; Neubauer, 2017) há muitos trabalhos que falam sobre a necessidade de controle de processos para reduzir a dependência da amostragem por aceitação, mas na realidade, a amostragem nunca deixará de existir. Os autores detalham 10 motivos principais pelos quais a amostragem por aceitação ainda é necessária:

1. Testes destrutivos exigem amostragem. Obviamente não é produtivo usar uma amostragem 100% em testes destrutivos, pois eliminaria também os produtos bons, além dos defeituosos e não sobraria nada para vender.
2. Processo fora de controle exige amostragem para avaliar o produto. Uma condição fora de controle leva a resultados imprevisíveis. Assim, para avaliar o produto é necessário realizar uma amostragem aleatória de toda a produção depois do ocorrido.

3. Inspeção 100% é ineficiente e 0% é arriscado. Estima-se que a eficiência da inspeção total (100%) é em torno de 80% na triagem de produtos. Nenhuma inspeção oferece qualquer garantia. Na amostragem, são os lotes rejeitados, e não somente as peças defeituosas, que são devolvidos, o que chama a atenção da gestão.
4. Após a inspeção do processo, podem ocorrer causas especiais. O controle de processo acaba quando o gráfico de controle é gerado, mas o produto continua seu caminho e é afetado por causas subsequentes até sua chegada no cliente. A amostragem do produto final ou recebido oferece garantia contra problemas que ocorrem após a conclusão do processo.
5. Necessidade de garantia na implantação de controle de processo. Para que sejam implementados os gráficos de controle e alcançar o controle, o processo deve operar por um certo tempo. Durante esse período de controle desconhecido, o produto produzido deve ser avaliado. A amostragem é uma forma de realizar essa avaliação desse produto e também fornecer informações úteis no início do controle de processo.
6. Subgrupos racionais para controle de processo podem não representar a qualidade de saída. Subgrupos racionais são estabelecidos para indicar a estabilidade do processo (ou a instabilidade), mas não servem para avaliar todos os produtos produzidos. Por outro lado, a amostragem aleatória do produto fornece uma representação precisa da população amostrada.
7. Submissão intencional de material defeituoso. Experiências reais mostram que as pressões por produtividade ou lucro podem levar à fraude. A amostragem pode ajudar a prevenir e detectar esse tipo de ocorrência.
8. Controle de processo pode ser inviável devido ao custo ou à falta de capacitação técnica da equipe. Nesses casos, em que o produto precisa ser avaliado, a amostragem também é mais fácil de implementar.
9. A inspeção 100% não melhora o processo ou o produto. Frequentemente, é usada como justificativa para não avaliar e controlar o processo subjacente. Por outro lado, a amostragem com retorno de informações frequentemente promove a melhoria do processo.
10. O cliente exige plano de amostragem. Os clientes podem solicitar procedimentos de amostragem obrigatórios, que devem ser atendidos.

As principais vantagens da inspeção por amostragem para aceitação perante a inspeção 100% são: é menos dispendiosa de recursos operacionais, pois reduz o manuseio dos produtos;

demanda menos mão de obra; e, em geral, reduz enormemente a quantidade de erros na inspeção. Porém, têm as seguintes desvantagens: a de incorrer em dois tipos de erros que consistem em rejeitar lotes de alta qualidade (erro tipo I) e aceitar lotes de baixa qualidade (erro tipo II); gera menos informações a respeito do produto ou processo de produção; e demanda planejamento e registro do procedimento de amostragem, ao contrário do que ocorre na inspeção 100% (Montgomery, 2017a).

Ainda com relação aos erros decorrentes da estratégia de amostragem, (Costa, A. F. B. ; Epprecht, E. K. ; Carpinetti, 2005; Lee, Amy H. I. *et al.*, 2021) os definem da seguinte forma: erro tipo I (também conhecido como risco α ou risco do produtor), ou seja, a probabilidade de rejeitar um lote que tem um Nível de Qualidade Aceitável (NQA), e erro tipo II (também conhecido como risco β ou risco do consumidor), ou seja, a probabilidade de aceitar um lote com um Nível de Qualidade Inaceitável (NQI).

Além disso, os riscos α e β também podem ser definidos através de teste de hipóteses. Nesse contexto, o risco α é definido como a probabilidade de rejeitar a hipótese H_0 quando H_0 é verdadeira, e o risco β é definido como a probabilidade de não rejeitar H_0 quando H_0 é falsa (Montgomery; Runger, 2018).

Vale ressaltar, também, que conforme a NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), o NQA é a proporção máxima de defeituosos (p_0) que o consumidor considera aceitável de um processo. Segundo (Wang; Chang, 2023), o NQA geralmente é determinado com base na experiência da indústria e nos padrões dos clientes. Em contrapartida, o NQI é a proporção máxima de defeituosos (p_1) que o consumidor considera inaceitável de um processo (Maciel; Marques; Costa, 2024).

No entanto, para lotes provenientes de um processo em controle, o risco α médio pode ser estimado adotando-se p_0 como a proporção de defeituosos do lote. Da mesma forma, para lotes provenientes de um processo fora de controle (que produz uma proporção p_1 de defeituosos, com $p_1 > p_0$), o risco β pode ser estimado adotando-se p_1 como a proporção de defeituosos do lote (Costa, A. F. B. ; Epprecht, E. K. ; Carpinetti, 2005).

Todavia, os tipos principais de inspeção amostral para aceitação de lotes são por atributos e por variáveis, mas também há a combinação de ambos, denominado plano misto (Maciel; Fernando; Costa, 2023; Sridevi; Jeyadurga; Balamurali, 2023). Os três tipos de amostragem serão detalhados em tópicos específicos.

É importante salientar ainda, que nos planos por amostragem de aceitação, a classificação dos planos de amostragem por aceitação com base no tipo de dado distingue entre

inspeção por atributos e por variáveis (Nadi; Gildeh; Afshari, 2020; Wu *et al.*, 2024). Os dados de medição obtidos por meio da inspeção por atributos, utilizando o sistema passa-não-passa, resultam em uma avaliação binária (aceita/rejeita), indicando se a qualidade da característica de interesse atende aos padrões exigidos, mas esse método não é adequado para a verificação e validação de produtos de alta qualidade (Shu; Wang; Hsu, 2022). Em contrapartida, os dados de medição obtidos por meio da inspeção por variáveis fornecem informações detalhadas ao registrar quantitativamente o valor real da característica de qualidade, permitindo uma visão mais abrangente para a garantia da qualidade (Wu; Wang, 2024). Embora a inspeção por atributos seja relativamente simples, os planos de amostragem por variáveis têm atraído considerável atenção devido à sua excepcional eficiência informacional e econômica, especialmente em casos em que a qualidade desejada do produto é relativamente alta (Montgomery, 2017b; Nadi; Gildeh; Afshari, 2020; Wu; Pearn, 2008; Wu; Wang, 2024).

2.1.1 Amostragem por atributos

Os planos de amostragem por atributos são os mais amplamente utilizados, pois são de fácil implementação e produzem sentenciamentos razoáveis dos lotes submetidos à inspeção (Balamurali, 2022). Alguns autores foram pioneiros no plano de amostragem por atributos (Grubbs, 1949); (Golub, 1953); (Hald, 1967); (Govindaraju; Ganesalingam, 1997); (Govindaraju; Balamurali, 1998). E entre os estudos mais recentes estão (Duarte; Granjo, 2019) e (Mostofi; Shirkani, 2020).

A inspeção amostral por atributos se caracteriza por verificar se os itens de uma determinada amostra tomada de um lote estão de acordo com os limites de especificação, através de um gabarito ou um sistema passa ou não passa (Montgomery, 2017b). E pode, também, ser averiguado se são compatíveis com as características desejadas, quando comparados com a peça ou item padronizado (referência de qualidade). Feito isso, o número de defeituosos (d) é contado e comparado a um número de aceitação (Ac), previamente definido. Caso d seja menor ou igual a Ac , o lote é aceito, caso contrário, o lote é rejeitado. Esse caso, é denominado plano de inspeção por amostragem única ou simples, por atributo (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a; Duncan, 1986; United States Department of Defense, 1989).

Contudo, esse não é o único tipo de plano de amostragem por atributos para aceitação de lotes. (Schilling; Neubauer, 2009) e (Montgomery, 2017a) enumeram outros tipos de inspeção por atributos, como os planos de amostragem dupla, múltipla, sequencial e

retificadora. Alguns exemplos desses trabalhos (Liu; Cui, 2016; Pfanzagl; Schöler, 1970; Schöler, 1967; Sherman, 1965; Zhao; Wang; Sun, 2019).

A Amostragem Dupla por Atributos (ADA) está apresentada na Figura 1. Será dada uma atenção especial a esse tipo de amostragem, pois tal plano será utilizado como referência para o novo plano proposto nesse trabalho. Conforme (Costa, A. F. B. ; Epprecht, E. K. ; Carpinetti, 2005), a amostragem dupla tem o intuito de reduzir o tamanho médio da amostra a ser inspecionada. O plano de amostragem dupla, geralmente é preferido ao de amostragem simples por razões econômicas, devido à sua capacidade de tomar decisões rápidas na etapa inicial quando a qualidade do lote é excepcionalmente boa ou ruim (Wu; Darmawan, 2025). O plano de amostragem dupla também pode minimizar o número real de inspeções obrigatórias e oferece o benefício psicológico de uma segunda chance ao lote, como já mencionado anteriormente, o que pode ser atrativo para o fornecedor (Wu; Darmawan, 2025; Wu; Darmawan; Liu, 2023).

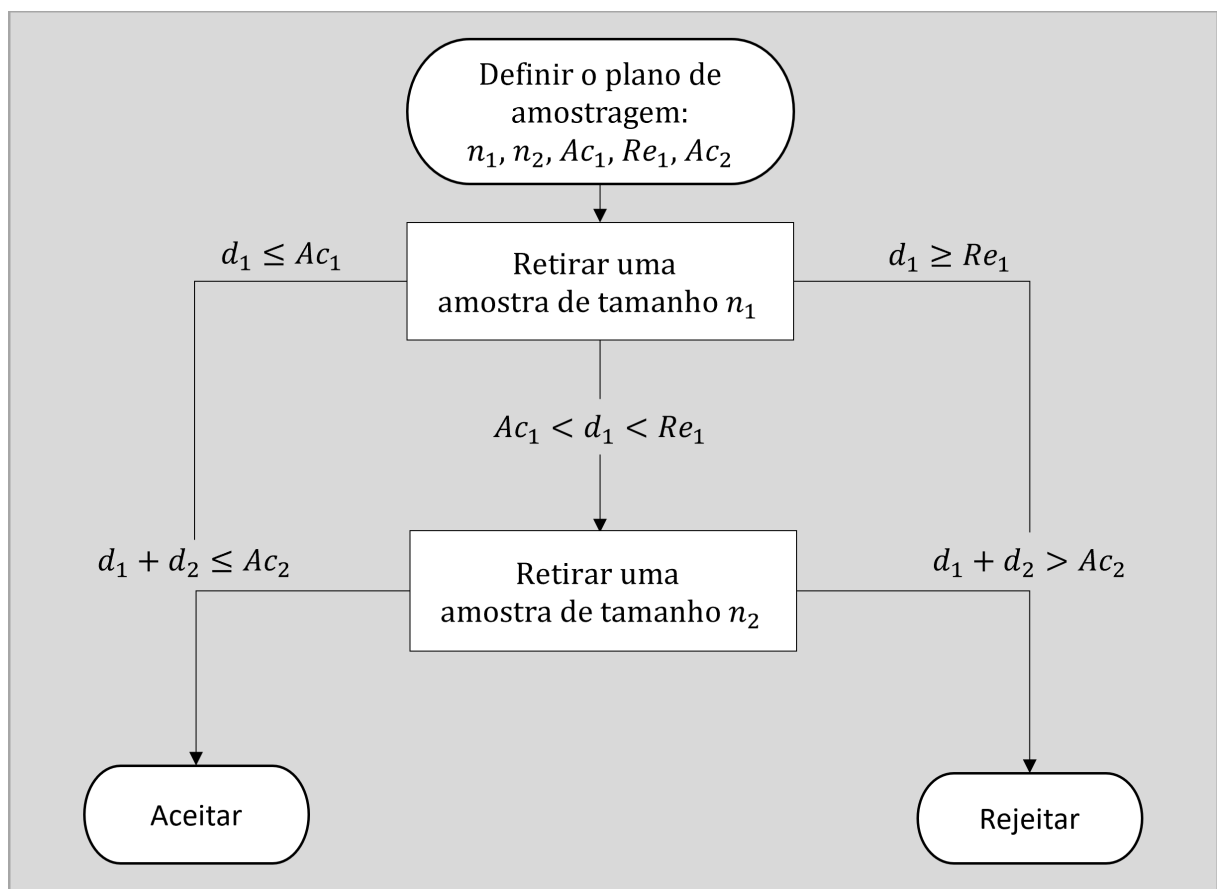


Figura 1 - Amostragem Dupla por Atributos (ADA)

Fonte: (Costa, A. F. B. ; Epprecht, E. K. ; Carpinetti, 2005)

Um plano de amostragem dupla consiste, segundo as normas de inspeção por atributos (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a; United States Department of Defense, 1989), em cinco parâmetros: dois tamanhos de amostra (n_1 e n_2), duas constantes de aceitação (Ac_1 e Ac_2), e uma constante de rejeição (Re_1). Através da Figura 1, nota-se que após escolhido o plano de amostragem, uma amostra de tamanho n_1 é retirada aleatoriamente do lote; conta-se o número de defeituosos nessa amostra (d_1), se $d_1 \leq Ac_1$, aceita-se o lote; se $d_1 \geq Re_1$, rejeita-se o lote; e caso contrário, se $Ac_1 < d_1 < Re_1$, deve-se retirar uma segunda amostra do lote, de tamanho n_2 . Então, soma-se o total de defeituosos encontrado nas duas amostras ($d_1 + d_2$), se $d_1 + d_2 \leq Ac_2$, aceita-se o lote; senão, rejeita-se o lote. Nos planos tabelados das referidas normas (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a; United States Department of Defense, 1989), $n_1 = n_2$ na amostragem dupla.

Contudo, há a amostragem múltipla na qual mais de duas amostras podem ser necessárias para a aceitação/rejeição do lote. Sua principal vantagem é que, em geral, suas amostras são menores que as amostras na amostragem única ou dupla. Em contrapartida, a gestão da amostragem múltipla é bem mais complexa que na dupla ou simples (Montgomery, 2017a).

Na amostragem sequencial retira-se uma sequência de amostras de um lote e o número de amostras é determinado pelos resultados obtidos no processo de amostragem. A amostragem pode continuar indefinidamente até que o lote seja 100% inspecionado. Além disso, na prática, em geral, a amostragem sequencial é interrompida quando o número de itens inspecionados é igual a três vezes o número de itens que seria inspecionado em um plano de amostragem simples correspondente. A amostragem será denominada sequencial em grupos, se o tamanho da amostra retirada do lote em cada estágio da inspeção, for maior que um. Em contrapartida, se o tamanho da amostra inspecionada em cada estágio for um, o procedimento será chamado de amostragem sequencial item a item (Montgomery, 2017b).

Na inspeção retificadora, se um lote for aceito, apenas os itens não conformes da amostra serão substituídos por itens conformes. Já no caso de o lote ter sido rejeitado, o lote passa por inspeção 100% e todos os itens não conformes são substituídos por itens conformes (Hsu; Hsu, 2012).

Além desses tipos, (Sherman, 1965) introduziu a estratégia do plano de inspeção por atributos repetitiva, na qual a inspeção por atributos é repetida até que a decisão de aceitar ou rejeitar o lote seja tomada.

2.1.2 Amostragem por variáveis

O plano de amostragem por variáveis é o segundo tipo de plano de amostragem de aceitação: uma amostra é selecionada aleatoriamente do lote, e então uma característica de qualidade X dos itens da amostra é medida; em seguida, o valor de uma estatística amostral — uma função das observações de X — é utilizado para aceitar ou rejeitar o lote (Marques *et al.*, 2024). A característica amostral desejada pode ser: média, desvio padrão ou variância e estimativas amostrais dos índices de capacidade de processo, nesse caso o mais utilizado é o C_{pk} (Maciel; Fernando; Costa, 2023; Maciel; Marques; Costa, 2024). Originalmente, o índice C_{pk} , um dos índices de capacidade de processo, era utilizado para avaliar o desempenho do processo com limites de especificação bilaterais, quantificando a distância escalonada entre o processo e seu limite de especificação mais próximo, conforme definido por (Kane, 1986). Embora esse último tenha sido criado para cálculo de capacidade de processos produtivos, conforme já mencionado anteriormente, ele tem sido adotado em diversos tipos de planos de inspeção atualmente.

Um exemplo clássico do plano de amostragem por variáveis que utiliza a média e o desvio padrão como variáveis de interesse, é apresentado por (Montgomery, 2017a). Trata-se de um processo de envase de garrafas não retornáveis de refrigerante, no qual a característica de qualidade X de interesse é a resistência à ruptura da garrafa com um limite de especificação inferior (LIE) de 225 *psi*. Se 1% ou menos das garrafas romperem com pressão inferior à LIE, o engarrafador deseja aceitar 95% dos lotes (risco α de 5%), entretanto se 6% ou mais das garrafas romperem com pressão inferior à LIE, o engarrafador gostaria de rejeitar 90% dos lotes (risco β de 10%). Para atender essas condições, o plano amostral necessita de uma amostra aleatória de tamanho $n = 40$, bem como da medição da característica de qualidade X dos itens da amostra, do cálculo de \bar{X} e s (média e desvio padrão amostrais) e, finalmente, obedecer à seguinte regra: se $(\bar{X} - LSL)/s > 1,9$ aceita-se o lote, senão rejeita-se o lote. Em um outro trabalho, (Devaarul; Senthil Kumar, 2019) propuseram um plano de inspeção que utiliza a média em um primeiro momento e a variância numa segunda etapa. Ainda, é possível encontrar, na literatura, outros planos de amostragens que utilizam diferentes estatísticas amostrais, como por exemplo o desvio-padrão ou variância (Zeigler; Goldman, 1972; Zeigler; Tietjen, 1968), *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) (Aslam; Azam; Jun, 2013b) e índices de capacidade do processo, sendo o C_{pk} , o mais utilizado nos estudos mais recentes. Para a comprovação que o C_{pk} é o mais utilizado dentre os índices de capacidade de processo aplicado aos planos de inspeção por amostragem para aceitação de lotes, foi realizada uma pesquisa no

dia 25/08/2025 na base Scopus para os campos “*Title/Abstract/Keywords*” considerando as palavras chaves: “*acceptance sampling plan*” e “ C_{pk} ”, resultando em 10 artigos (Aslam *et al.*, 2014, 2016; Balamurali *et al.*, 2020; Banihashemi; Wu; Amiri, 2025; Costa, 2023a; Liu; Wu; Wei, 2025; Negrin; Parmet; Schechtman, 2011b, 2011a; Pearn; Wu, 2007; Wu *et al.*, 2015). Considerando agora: “*acceptance sampling plan*” e “ C_{pmk} ” apareceram 6 artigos, sendo um deles de congresso (Scagliarini, 2022; Wang, 2025b, 2022; Wang; Wu; Li, 2025; Wu; Pearn, 2008; Wu; Wang, 2025). Para: “*acceptance sampling plan*” e “ C_p ” não foi encontrado nenhum artigo. Por último, considerando: “*acceptance sampling plan*” e “ C_{pm} ” apareceram 2 artigos (Lin, 2004; Wu; Wang, 2024). Contudo, em seguida, foi realizada a mesma pesquisa, considerando todos os campos (“*All*”) e as mesmas palavras chaves, foram encontrados o seguinte número de artigos, incluindo os de congresso que mencionam: o C_{pk} (205), o C_{pmk} (98), o C_p (26) e o C_{pm} (67).

Com intuito de apresentar estudos posteriores que têm aplicado índices de capacidade de processos clássicos como o C_{pk} no sentenciamento de lotes, é interessante iniciar com o plano de amostragem simples baseado no C_{pk} , que aqui será denominado ASC_{pk} e será utilizado mais adiante na comparação com o plano de amostragem proposto neste trabalho. O plano de amostragem simples foi o primeiro modelo de amostragem por aceitação que se tornou popular por ter uma implementação relativamente simples (Montgomery, 2017b). No entanto, estudos anteriores descobriram que os planos de amostragem simples, por inspecionarem apenas um único grupo de amostras, frequentemente exigem um tamanho de amostra relativamente grande para obter informações suficientes sobre a qualidade do produto, o que pode não ser economicamente viável (Wang, 2025b; Wang; Wu, 2024). Além do elevado custo, (Wu; Darmawan, 2025) afirmam ainda que esse plano exige um tempo considerável para ser executado. No ASC_{pk} , uma amostra de tamanho n é retirada aleatoriamente de um lote e a partir da média (\bar{X}) e o desvio padrão (s), amostrais, o \hat{C}_{pk} é calculado e comparado a uma constante de aceitação k . Se o $\hat{C}_{pk} \geq k$, então aceita-se o lote; senão rejeita-se o lote. Esse algoritmo pode ser visualizado na Figura 2.

Nesse contexto, (Pearn; Wu, 2007) apresentaram um plano de amostragem única baseado no índice C_{pk} , para processos normalmente distribuídos com uma pequena fração de itens não conformes ou defeituosos. Já (Aslam *et al.*, 2013) propuseram um plano de amostragem por variáveis com ressubmissão de lotes, no qual m amostras são retiradas do lote. Se a condição $\hat{C}_{pk} \geq k_a$ for atendida em uma dessas amostras, o lote é aceito, caso contrário, o lote é rejeitado. (Wu *et al.*, 2017) sugeriram dois tipos de planos de amostragem para

sentenciamento de lotes, baseado no índice C_{pk} , nos quais há um aumento da severidade das inspeções quando um lote é rejeitado. (Wu *et al.*, 2021) propuseram um plano de amostragem variável *skip-lot* que utiliza o índice C_{pk} para itens com baixa fração de não-conformidades ou de defeitos. (Liu; Wu, 2014) apresentaram um plano de amostragem repetitiva de grupo utilizando o índice C_{pk} com apenas um limite de especificação, o Limite Superior de Especificação (LSE) ou o Limite Inferior de Especificação (LIE). Entretanto, (Liu; Wu; Tsai, 2021), modificaram esse plano limitando o número máximo de amostras por lote.

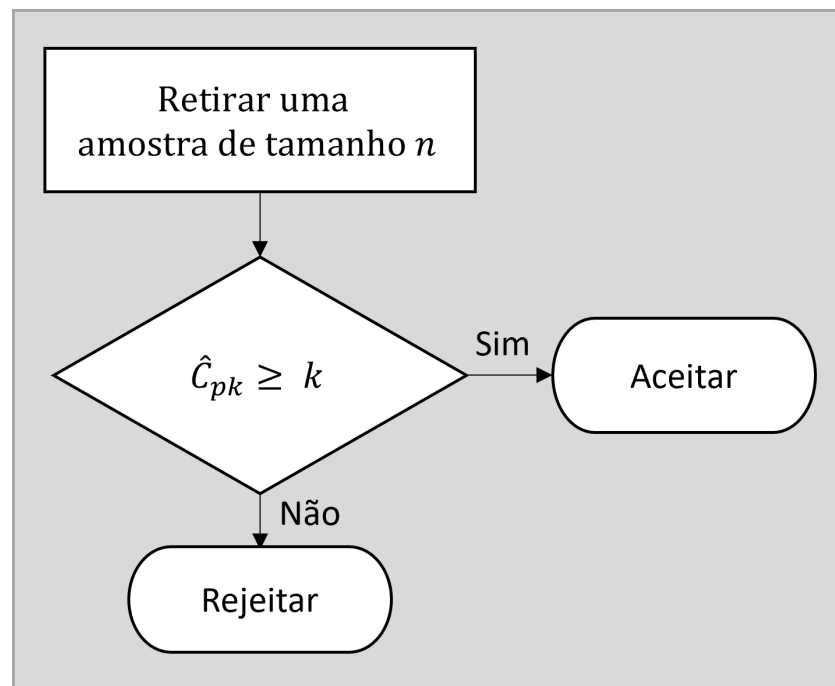


Figura 2 - Fluxograma do algoritmo do ASC_{pk}

Fonte: Autora (2025)

No plano de inspeção proposto por (Aslam *et al.*, 2013), uma amostra é coletada e a estatística \hat{C}_{pk} é calculada. Se \hat{C}_{pk} for maior ou igual ao valor limite (k_a), o lote é aceito. Caso contrário, novas $m - 1$ amostras são retiradas do lote. Se a condição $\hat{C}_{pk} \geq k_a$ for atendida em uma dessas novas amostras, o lote é aceito, senão o lote é rejeitado. De acordo com o plano de inspeção proposto por (Balamurali; Usha, 2014), o lote inicialmente passa por uma inspeção chamada de normal, em que uma amostra de tamanho n é retirada e então o \hat{C}_{pk} é calculado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k_N$, o lote é aceito. Caso contrário, o lote é rejeitado e os próximos lotes passarão por uma inspeção severa. Nesse caso, uma amostra de tamanho n é retirada e o \hat{C}_{pk} é calculado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k_T$ o lote é aceito e a próxima inspeção volta a ser normal. Caso contrário, o lote é rejeitado e se mantém a inspeção severa.

(Hussain *et al.*, 2017) apresentaram um plano de amostragem que se inicia com uma inspeção normal, em que todos os lotes são inspecionados. Uma amostra n é retirada e o valor do \hat{C}_{pk} é computado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k_a$, o lote é aceito. Após i lotes consecutivos aceitos, inicia-se a inspeção de apenas uma fração f de lotes. Na inspeção fracionada, conta-se o número de lotes consecutivos aceitos nesse tipo de inspeção (L). Caso, na inspeção por fração, $\hat{C}_{pk} < k_a$ e a quantidade de lotes aceitos consecutivamente for menor que uma constante definida (k), ou seja, $L < k$, retorna-se para a inspeção normal. Se $\hat{C}_{pk} < k_a$ e $L \geq k$, inicia-se uma re-amostragem. Nesse caso, $m - 1$ novas amostras são retiradas do lote e o \hat{C}_{pk} é calculado e comparado com k_a . Se a condição $\hat{C}_{pk} \geq k_a$ for atendida em uma dessas novas amostras, o lote é aceito e a inspeção por fração é mantida, senão o lote é rejeitado e retorna-se para a inspeção de 100% dos lotes.

No plano de inspeção proposto por (Balamurali; Aslam, 2019) uma amostra de tamanho n é retirada do lote e o \hat{C}_{pk} é calculado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k_a$, o lote é aceito. Se $\hat{C}_{pk} < k_r$, o lote é rejeitado. Caso $k_r \leq \hat{C}_{pk} < k_a$, o lote é aceito se os m lotes anteriores tiverem sido aceitos sob a condição $\hat{C}_{pk} \geq k_a$. Caso contrário, os passos anteriores são repetidos até que a decisão seja tomada. (Aslam; Balamurali; Jun, 2021) propuseram um plano múltiplo dependente em que uma amostra n_1 é retirada do lote e o \hat{C}_{pk} é calculado. Se $\hat{C}_{pk} \geq k_a$, o lote é aceito. Se $\hat{C}_{pk} < k_r$, o lote é rejeitado. Se $k_d \leq \hat{C}_{pk} < k_a$, o lote é aceito se os m lotes anteriores tiverem sido aceitos sob a condição $\hat{C}_{pk} \geq k_a$. Por fim, se $k_r \leq \hat{C}_{pk} < k_d$, uma nova amostra n_2 é retirada (sendo $n_2 > n_1$), o \hat{C}_{pk} é novamente calculado e a decisão é tomada de acordo com os critérios iniciais.

Ainda cabe uma explanação mais detalhada do plano proposto por (Sridevi; Jeyadurga; Balamurali, 2023), já apresentado na seção 1.3, no qual uma amostra aleatória de tamanho n_1 é retirada do lote e a estatística \hat{C}_{pk_1} é calculada. Se $\hat{C}_{pk_1} \geq k_a$ o lote é aceito. Se $\hat{C}_{pk_1} < k_r$ o lote é rejeitado. Caso, $k_r \leq \hat{C}_{pk_1} < k_a$, uma amostra de tamanho $n_2 (> n_1)$ é retirada e a estatística \hat{C}_{pk_2} é calculada. Se $\hat{C}_{pk_2} \geq k_a$, o lote é aceito. Caso contrário, o lote é rejeitado. Conforme já mencionado, os autores nomearam o plano como Plano de Amostragem Dupla Modificado baseado no C_{pk} . Os autores se basearam em (Aslam; Balamurali; Arif, 2016) para nomear o plano de inspeção proposto. Entretanto, conforme já mencionado, os passos apresentados são referentes a um plano de amostragem sequencial com duas amostras, pois as informações da primeira amostra não são utilizadas no cálculo do \hat{C}_{pk_2} .

Os pioneiros no estudo de planos de amostragem sequencial são (Pfanzagl; Schüller, 1970) e (Schüller, 1967). Posteriormente, surgiram outros trabalhos relacionados a amostragem sequencial na literatura, mas em muitos casos o plano é denominado como repetitivo. No entanto, há um trabalho, recente, que realizou um comparativo entre a abordagem de amostragem sequencial e a repetitiva, ambas baseadas no C_{pk} , para mais detalhes ver (Costa, 2023a). Há alguns trabalhos de amostragem sequencial (Jampachaisri *et al.*, 2020; Tomohiro; Arizono; Takemoto, 2016; Zhao; Wang; Sun, 2019). Da mesma forma, há alguns trabalhos de planos de inspeção por amostragem repetitiva (Aslam *et al.*, 2019; Aslam; Azam; Jun, 2013a; Saminathan; Mahalingam, 2018; Wu *et al.*, 2015; Yen *et al.*, 2018). Essa confusão em relação à nomenclatura entre os planos de inspeção dupla e sequencial tem se repetido na literatura. Por exemplo, (Fallah Nezhad; Seifi, 2017a) também nomearam como plano de amostragem dupla um plano do qual as etapas se assemelham ao plano de amostragem sequencial de duas amostras, já mencionado anteriormente.

2.1.3 Amostragem mista

O terceiro tipo de plano de amostragem para aceitação de lotes é o misto. Esse plano é uma junção de atributos e variáveis. Os precursores do plano misto foram (Schilling; Dodge, 1966); (Schilling; Dodge, 1967a); (Schilling; Dodge, 1967b) e (Schilling; Dodge, 1969); mas eles realizavam a inspeção por variáveis antes da verificação por atributos, diferentemente dos trabalhos posteriores encontrados na literatura, que fazem o oposto, os planos conhecidos por ATTRI-VAR (atributo-variáveis). Alguns exemplos de trabalhos de ATTRI-VAR: (Balamurali, 2018, 2022; Balamurali; Aslam; Ahmad, 2018; Wang *et al.*, 2017). Nesse plano, primeiramente uma amostra aleatória de tamanho n é selecionada de um lote, em seguida é inspecionada por atributos, por exemplo, em um sistema passa-não-passa. Dependendo do número de não-conformidades d encontrados na amostra, o lote é aceito ou rejeitado ou ainda segue para a etapa de inspeção por variáveis. Nessa fase, uma característica X do item inspecionado é medida e uma estatística escolhida Y é calculada e utilizada para aprovar ou rejeitar o lote em questão. Alguns autores também apresentaram planos de inspeção misto nos quais o \hat{C}_{pk} é utilizado para avaliação do lote. Por exemplo, (Aslam; Azam; Jun, 2013a) propuseram um plano misto repetitivo utilizando o \hat{C}_{pk} na etapa de variáveis. (Aslam *et al.*, 2014) apresentaram um plano de inspeção misto simples, também utilizando \hat{C}_{pk} . No plano misto proposto por (Saminathan; Mahalingam, 2018), o lote passa pela inspeção por atributos e após isso, é sujeito a uma inspeção por variáveis repetitiva baseada no \hat{C}_{pk} . (Balamurali *et al.*,

2020) propuseram um plano de inspeção misto em que a amostra é submetida inicialmente a uma inspeção por atributos dupla e após isso, ela passa por uma inspeção por variáveis simples na qual se utiliza o \hat{C}_{pk} . Por fim, (Balamurali, 2022) propõe um plano de inspeção misto para lotes ressubmetidos, também utilizando o índice \hat{C}_{pk} na etapa de inspeção por variáveis. Recentemente, há o trabalho de (Marques *et al.*, 2024) que apresenta o cálculo do \hat{C}_{pk} desvinculado dos limites de especificação, o que reduz o tamanho médio das amostras sem aumentar os riscos α e β e a apresentação dos ganhos é realizado a partir do plano misto repetitivo proposto por (Aslam; Azam; Jun, 2013b).

2.2 Normas de inspeção por amostragem

Há, atualmente, duas normas brasileiras relacionadas à inspeção por amostragem: a NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) que trata dos planos de amostragem e procedimentos na inspeção por atributos e a NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c) que trata de planos de amostragem e procedimentos na inspeção por variáveis. Segundo (Costa, A. F. B. ; Epprecht, E. K. ; Carpinetti, 2005), a NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) se baseia na versão de MIL-STD-105D criada durante a Segunda Guerra Mundial. A versão atualizada dessa norma é a MIL-STD-105E (United States Department of Defense, 1989). Entretanto, a NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c) se baseia na MIL-STD-414 (United States Department of Defense, 1957).

Será realizada uma explanação mais detalhada da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), por ser a referência do plano de inspeção por amostragem proposto. A NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c) será apresentada de forma breve.

A NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), como já mencionado, estabelece planos de amostragem e procedimentos para inspeção por atributos, especificamente. Primeiramente, são apresentadas as definições dos termos principais que envolvem a inspeção por amostragem e seu entendimento; muitos deles já apresentados anteriormente aqui, como: tamanho de amostra, níveis de qualidade aceitável e inaceitável, curva característica de operação (CCO), e entre outros.

Essa norma é aplicável a produtos acabados, componentes e matéria-prima, operações, materiais em processamento e/ou estocados, operações de manutenção, procedimentos administrativos, relatórios e dados. Contudo, o maior destaque é para o plano de amostragem

para aceitação e/ou rejeição de lotes que são tabelados na NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a).

Para a escolha de um plano de amostragem é necessário saber que há diversos níveis de inspeção: I, II, III e os especiais S1, S2, S3 e S4. O nível de inspeção estabelece a relação entre o tamanho do lote e o tamanho da amostra. Salvo em determinação contrária, o nível II será utilizado. Porém, conforme afirmam (Costa, A. F. B. ; Epprecht, E. K. ; Carpinetti, 2005) se for necessária uma redução do tamanho da amostra, o que aumentará o risco do consumidor (risco β), utiliza-se o nível I. Em contrapartida, se o objetivo for reduzir o risco do consumidor, utiliza-se o nível III, mas com a penalidade do aumento do tamanho da amostra. Os níveis especiais (S1, S2, S3 e S4) são utilizados para tamanhos de amostras pequenos, como em casos que demanda ensaios caros e/ou destrutivos, e para os quais se possa ou deva aceitar altos riscos de amostragem.

Entretanto, para esses casos é necessário escolher NQAs (%) adequados aos níveis especiais. Na tabela de codificação de amostragem, além dos tamanhos dos lotes e nível de inspeção, são apresentados códigos literais (A, B, C, em diante), que indicam o tamanho da amostra.

Assim, o NQA escolhido pelo responsável da inspeção e o código literal são utilizados para a escolha do plano de amostragem. Caso não haja uma opção na tabela correspondente para o plano desejado, uma seta indicará o que pode ser adotado como tal.

Há ainda três tipos de planos de amostragem, são eles: simples, duplo e múltiplo. Quando maior a quantidade de etapas do plano escolhido, maiores os esforços operacionais para gerenciar o plano, embora possa proporcionar menores tamanhos de amostras. Cada código literal, com seu respectivo tamanho de amostra e o NQA escolhido, apresenta no mínimo uma constante de aceitação do lote (A_c) e uma para rejeição (R_e), a depender se o plano é simples, duplo ou múltiplo.

Na norma, há também, três regimes de inspeção: normal, severo e atenuado. Normalmente, se inicia uma inspeção utilizando o regime normal. Deve-se manter inalterável o regime de inspeção para cada classe de defeitos nos sucessivos lotes, exceto quando se utiliza o sistema de comutação entre os três, que pode ser visto na Figura 3, apresentada por (Costa, A. F. B. ; Epprecht, E. K. ; Carpinetti, 2005).

Iniciando-se pela inspeção normal, se dez lotes consecutivos forem aceitos, ou seja, o fornecedor é confiável e fornece bom nível de qualidade, pode-se adotar a inspeção atenuada, que reduz o tamanho da amostra a ser inspecionado. Se na inspeção atenuada um lote for rejeitado ou o número de itens defeituosos cair entre as constantes de aceitação e rejeição, deve-

se retornar à inspeção normal. Em contrapartida, se durante a inspeção normal, apenas dois lotes de cinco consecutivos forem aceitos, ou seja, o fornecedor não é tão confiável, pode-se adotar a inspeção severa, que reduz a constante de aceitação. Se durante a inspeção severa, cinco lotes consecutivos forem aceitos, pode-se retornar à inspeção normal. Porém, se a inspeção severa se mantiver por dez lotes consecutivos (ou outro número de lotes definidos pelo responsável pela inspeção) e nenhum foi aceito, o plano de amostragem deve ser revisto (Figura 3).

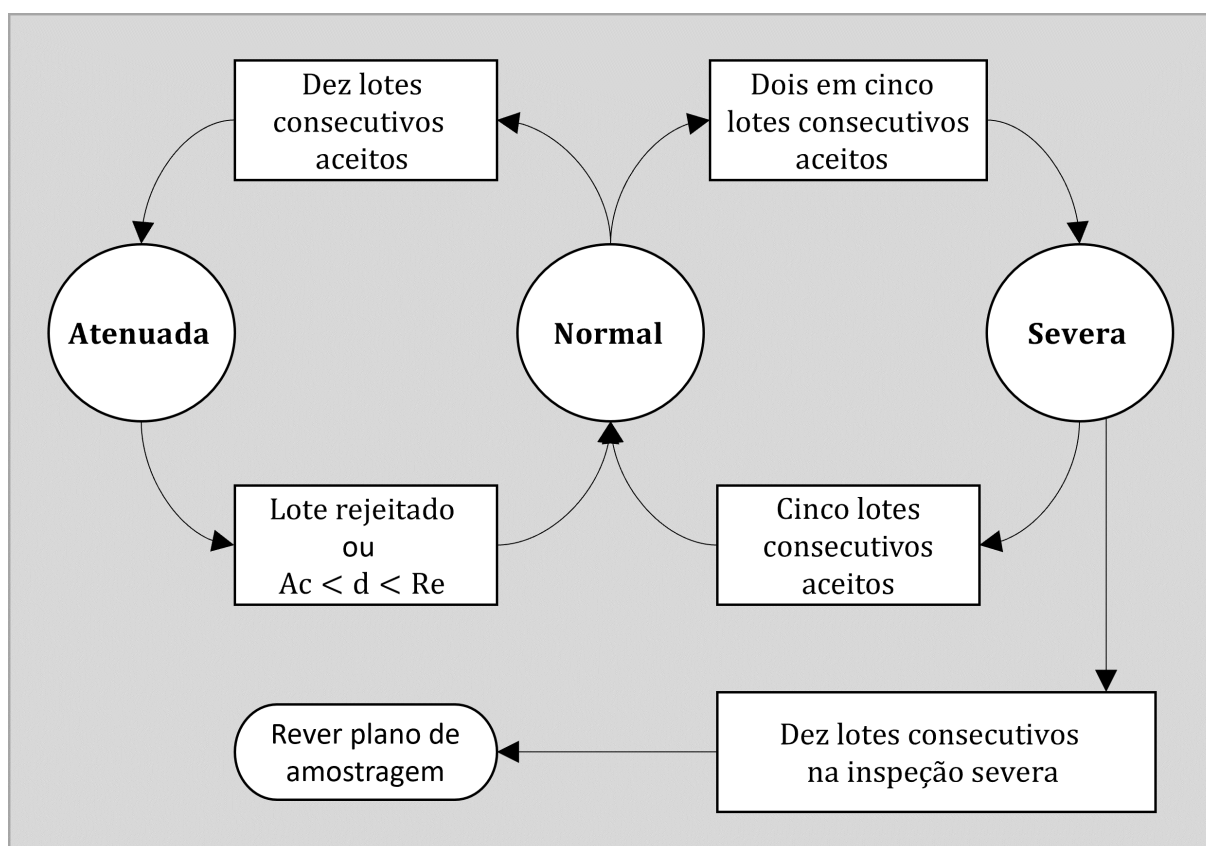


Figura 3 - Regras gerais para comutação entre os modos de inspeção

Fonte: (Costa, A. F. B. ; Epprecht, E. K. ; Carpinetti, 2005)

Contudo, (Costa, A. F. B. ; Epprecht, E. K. ; Carpinetti, 2005) destacam que nem sempre fará sentido classificar um item como defeituoso ou não, mas sim, contabilizar o número de defeitos que possui. Para utilizar os planos da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), nesses casos, deve-se assumir o NQA como o número máximo de defeitos por cada 100 unidades (DCU – Defeitos por Centena de Unidades) que pode ser aceitável como média do processo.

Vale ressaltar, que o intuito aqui foi apresentar os pontos principais da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) necessários a elaboração do plano proposto neste trabalho. Os planos tabelados, as Curvas Características de Operação, dentre outras informações mais aprofundadas, podem ser verificadas na própria norma. Entretanto, se o objetivo é a sua aplicação, há um guia de utilização na NBR 5427 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985b) que deve ser consultada para tal fim.

De forma similar, embora com algumas particularidades, a NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c) estabelece planos de amostragem e procedimentos para inspeção por variáveis, mas para a aplicação dessa norma é necessário consultar a NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a).

A NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c) tem as mesmas aplicações que a anterior e apresenta as definições dos termos utilizados na inspeção por amostragem, mas focando na inspeção por variáveis e seu entendimento, além de apresentar os mesmos níveis de inspeção (I, II, III e os especiais), os códigos literais, os tamanhos de lote e NQAs. Também, possui inspeção normal, atenuada e severa, e a possibilidade de comutação entre eles, conforme a Figura 3, já devidamente explicada anteriormente.

Em contrapartida a norma de atributos, a NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c) apresenta tabelas considerando tanto para variabilidade do processo conhecida, bem como para desconhecida. Essa norma trata apenas da inspeção por amostragem simples por variáveis, não fazendo menção a amostragem dupla ou múltipla. Porém, também apresenta a inspeção mista, composta pela junção da inspeção por variáveis e por atributos. Assim, a abordagem mista é uma opção quando não é possível sentenciar o lote somente com a inspeção por variáveis, realizada anteriormente a amostragem simples por atributos. Após a realização da inspeção simples por variáveis, um plano simples por atributos é selecionado na NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), mas deve ter o mesmo NQA escolhido na etapa de variáveis.

Desta forma, no plano misto variáveis/atributos, o lote pode ser aceito na etapa de variáveis se satisfizer a condição de aceitação regida pela NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c). Caso contrário, a amostra segue para a etapa de atributos. Se a amostra satisfizer a condição de aceitação dessa etapa regida pela NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), o lote é aceito, senão é rejeitado.

Para acessar os planos tabelados da amostragem simples por variáveis consulte a NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c).

3 PLANEJAMENTO E CONDUÇÃO DA PESQUISA

O Capítulo 3 aborda, o método e a classificação da pesquisa, propõe o plano duplo por variáveis baseado no C_{pk} , apresenta a aplicação do método, os parâmetros ótimos e comparações, uma aplicação industrial e as discussões de resultados.

3.1 Método de Pesquisa

O método de pesquisa utilizado foi a modelagem matemática dos planos de inspeção simples e duplo baseados no C_{pk} , esse último proposto nesse trabalho, com o intuito de reduzir o tamanho das amostras necessárias no sentenciamento de lotes.

A pesquisa é classificada com empírica normativa, pois preocupa-se com o desenvolvimento de políticas, estratégias e ações para aprimorar um sistema real, conforme definição de (Bertrand; Fransoo, 2002) e (Cauchick-Miguel *et al.*, 2018).

O método de pesquisa, apresentado na Figura 4, segue os seguintes passos:

1. Escolher no Plano de Amostragem Dupla por atributos da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) (inspeção normal) três códigos amostrais e três níveis de qualidade aceitáveis (NQA);
2. Calcular os Níveis de Qualidade Inaceitáveis (NQI) para risco $\beta = 5\%$, o α_1 (risco alfa da primeira amostra), o α (risco alfa total), o LSE (Limite Superior de Especificação), o LIE (Limite Inferior de Especificação) e o TMA (Tamanho Médio da Amostra), em controle, do plano de amostragem dupla por atributos apresentado no item 1, através de uma planilha e do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) do *Excel*[®];
3. Definir três desvios padrão (σ) maiores que um;
4. Calcular as médias (μ) correspondentes para os desvios do item 3, considerando os parâmetros dos itens 1 e 2, utilizando o GRG do *Excel*[®];
5. Implementar as formulações da amostragem simples por variáveis baseada no C_{pk} de forma automatizada no *Fortran*[®];
6. Rodar o código-fonte do item 5, considerando os parâmetros dos itens 1 a 4, exceto o α_1 (risco alfa da primeira amostra) e minimizar o tamanho da amostra (n) para o plano de amostragem simples por variáveis baseado no C_{pk} ;
7. Validar os resultados do item 6 por simulação de Monte Carlo;
8. Implementar as formulações da amostragem dupla por variáveis baseada no C_{pk} de forma automatizada no *Fortran*[®];

9. Rodar o código-fonte do item 7 com os parâmetros dos itens 1 a 4 e minimizar o TMA em controle do plano de amostragem dupla por variáveis baseada no C_{pk} no *Fortran*®;
10. Validar os resultados do item 9 por simulação de Monte Carlo;
11. Comparar os desempenhos do plano de amostragem dupla baseado no C_{pk} com o simples baseado no C_{pk} e o duplo por atributos.

Vale ressaltar que a validação dos resultados obtidos neste estudo utiliza a simulação de Monte Carlo, pois é amplamente difundida e utilizada na literatura; veja, por exemplo (Li; Zhao; Shao, 2012; Rhee; Ishii, 2003; Wang et al., 2024).

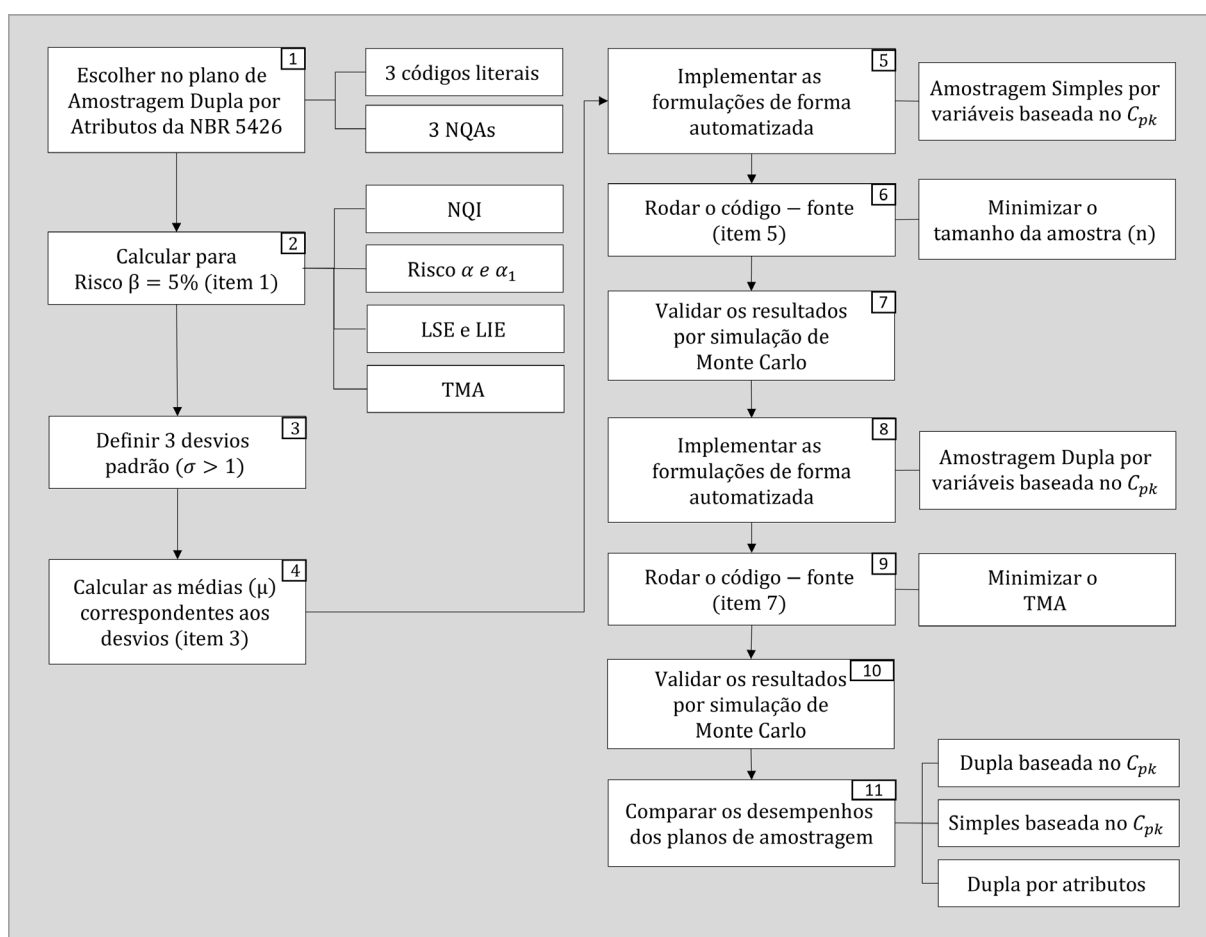


Figura 4 - Método de Pesquisa

Fonte: Autora (2025)

3.2 Plano de amostragem dupla baseada no C_{pk}

Antes de propor o Plano de Amostragem Dupla por Variáveis baseado no C_{pk} , considere uma característica de qualidade de interesse (X), que pode ser medida em escala contínua, com média e desvio padrão desconhecidos. E que lotes de boa qualidade são provenientes de um

processo em controle e os lotes ruins decorrem do mesmo processo, mas durante o período que o processo está fora de controle. A característica de interesse X , normalmente distribuída, quando em controle tem $\mu = \mu_0$ e $\sigma = \sigma_0$. Entretanto, fora de controle, $\sigma = \lambda\sigma_0$ e $\mu = \mu_0 + \delta\sigma_0$, com $\lambda > 1$. Para o lote submetido a inspeção, a proporção de itens não conformes, denotada por p é definida por:

$$p = Pr(X < LIE \text{ or } X > LSE) = \Phi\left(\frac{LIE - \mu}{\sigma}\right) + \left[1 - \Phi\left(\frac{LSE - \mu}{\sigma}\right)\right] \quad (1)$$

Na expressão (1), $\Phi(\cdot)$ é a distribuição normal cumulativa padronizada e as siglas LSE e LIE são o limite superior e limite inferior de especificação, respectivamente. Desta forma, os valores de p em controle e fora de controle são p_0 e p_1 :

$$\begin{aligned} p_0 &= Pr(X < LIE \text{ or } X > LSE | \sigma = \sigma_0 \text{ e } \mu = \mu_0) = \\ &= \Phi\left(\frac{LIE - \mu_0}{\sigma_0}\right) + \left[1 - \Phi\left(\frac{LSE - \mu_0}{\sigma_0}\right)\right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} p_1 &= Pr(X < LIE \text{ or } X > LSE | \sigma = \sigma_1 = \lambda\sigma_0 \text{ e } \mu = \mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma_0) = \\ &= \Phi\left(\frac{LIE - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\lambda\sigma_0}\right) + \left[1 - \Phi\left(\frac{LSE - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\lambda\sigma_0}\right)\right] \end{aligned} \quad (3)$$

Essa etapa busca propor o Plano de Amostragem Dupla por Variáveis baseado no C_{pk} (para o qual será adotada a sigla: ADC_{pk}). Para tal, foi utilizado como base o Plano de Amostragem Dupla por Atributos (para o qual será adotada a sigla: ADA) apresentado pela NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a). Dessa forma, o plano proposto, ADC_{pk} , combina os resultados do \hat{C}_{pk} da primeira e da segunda amostragem, quando necessária, para a aceitação ou rejeição do lote. Conforme já mencionado anteriormente, essa combinação dos dados da primeira e da segunda amostra, torna a análise mais robusta, reduzindo o risco de aceitar lotes defeituosos ou rejeitar lotes bons. Esse é o diferencial do plano proposto em relação aos planos existentes na literatura que se identificam, equivocadamente, como plano de inspeção por amostragem dupla por variáveis, mas na realidade são planos sequenciais de duas amostras, pois não carregam a informação da primeira amostra para a segunda etapa da amostragem, onde se inspeciona a segunda amostra e, obrigatoriamente, se decide pela aceitação/rejeição do lote, tais como (Fallah Nezhad; Seifi, 2017a; Seifi; Nezhad, 2017; Sridevi; Balamurali, 2024; Sridevi; Jeyadurga; Balamurali, 2023). O ADC_{pk} também difere do plano

duplo proposto por (Baillie, 1992) que considera a média e o desvio padrão ao invés do \hat{C}_{pk} . Vale lembrar que, conforme já apresentado dentre os índices de capacidade existentes, o C_{pk} é o que mais utilizado nos planos de inspeção por amostragem (Maciel; Fernando; Costa, 2023), o que foi comprovado através de uma pesquisa realizada na base *Scopus* apresentada na seção 1.3.

Dessa forma, o plano proposto, ADC_{pk} , consiste na definição de quatro parâmetros: uma amostra de tamanho n , uma constante de rejeição da primeira amostra k_1 , uma constante de aceitação da primeira amostra k_2 e uma constante para decisão k_3 , que irá definir se o lote será aceito ou rejeitado na segunda amostragem. O passo a passo do plano duplo proposto, ADC_{pk} , é apresentado a seguir:

Passo 1: Coletar uma primeira amostra aleatória de tamanho n do lote a ser inspecionado.

Passo 2: Medir a característica de qualidade X dos itens da primeira amostra.

Passo 3: Calcular a média (\bar{X}_1) e o desvio padrão (s_1) das observações da primeira amostra.

Passo 4: Obter a estimativa do C_{pk} da primeira amostra, $\hat{C}_{pk1} = \min \left\{ \frac{LSE - \bar{X}_1}{3s_1}; \frac{\bar{X}_1 - LIE}{3s_1} \right\}$.

As regras de decisão são:

- i. Rejeitar o lote se $\hat{C}_{pk1} \leq k_1$;
- ii. Aceitar o lote se $\hat{C}_{pk1} \geq k_2$;
- iii. Se $k_1 < \hat{C}_{pk1} < k_2$, então realizar o Passo 5.

Passo 5: Coletar uma segunda amostra aleatória de tamanho n do lote em inspeção.

Passo 6: Medir a característica de qualidade X dos itens da segunda amostra.

Passo 7: Calcular a média (\bar{X}_2) e o desvio padrão (s_2) das observações da segunda amostra.

Passo 8: Obter a estimativa do C_{pk} da segunda amostra, $\hat{C}_{pk2} = \min \left\{ \frac{LSE - \bar{X}_2}{3s_2}; \frac{\bar{X}_2 - LIE}{3s_2} \right\}$.

As regras de decisão são:

- iv. Aceitar o lote se $\hat{C}_{pk1} + \hat{C}_{pk2} \geq k_3$.

Senão, rejeitar o lote.

O fluxograma do algoritmo do plano proposto ADC_{pk} , pode ser visualizado através da Figura 5.

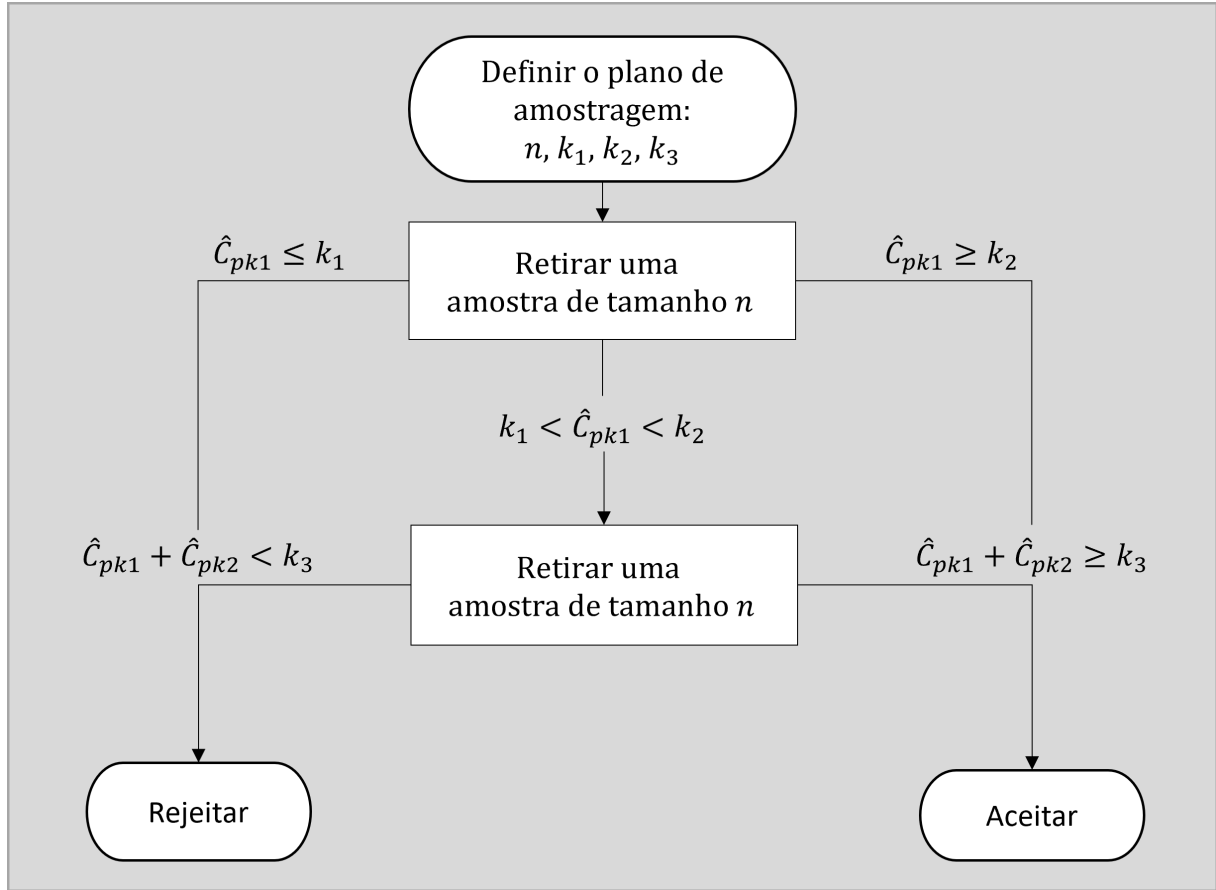


Figura 5 – Fluxograma do algoritmo do ADC_{pk}

Fonte: Autora (2025)

Considerando a curva característica de operação (CCO) que está associada a cada plano de amostragem e relaciona a probabilidade de aceitação (P_a) a proporção de itens não conformes (p) em um lote, a probabilidade de aceitação do ADC_{pk} é dada por:

$$P_a(p) = P_1(p) + P_2(p)P_3(p) \quad (4)$$

Na qual:

$P_1(p)$: é a probabilidade de aceitação na primeira amostragem;

$P_2(p)$: é a probabilidade de ir para a segunda amostragem;

$P_3(p)$: é a probabilidade de aceitação na segunda amostragem.

Para obter $P_1(p)$ e $P_2(p)$, utiliza-se a expressão de (Pearn; Shu, 2003), também utilizada recentemente nos trabalhos de (Maciel; Marques; Costa, 2025) e (Marques *et al.*, 2024), para o cálculo da função de distribuição cumulativa do \hat{C}_{pk} , que aqui denominada $F_{\hat{C}_{pk}}(\theta)$:

$$\begin{aligned}
F_{\hat{C}_{pk}}(\theta) &= P(\hat{C}_{pk} < \theta) = \\
&= 1 \\
&\quad - \int_0^{b\sqrt{n}} G\left[\frac{(n-1)(b\sqrt{n}-t)^2}{9n\theta^2}\right] \\
&\quad \times [\phi(t - \xi\sqrt{n}) + \phi(t + \xi\sqrt{n})]dt, \\
\theta &= k_1, k_2, k_3
\end{aligned} \tag{5}$$

Na expressão (5), $\theta > 0$, $b = d/\sigma$, $d = (USL - LSL)/2$, $\xi = (\mu - M)/\sigma$, $M = (USL + LSL)/2$, $G(\cdot)$ é a função distribuição cumulativa da distribuição Chi-quadrado X_{n-1}^2 e $\phi(\cdot)$ é a função densidade de probabilidade da função normal padrão $N(0,1)$. Entende-se por k_1 , k_2 e k_3 as constantes de decisão para sentenciamento do lote.

No ADC_{pk} os termos $P_1(p)$, $P_2(p)$ e $P_3(p)$ são obtidos de forma diferente. Nesse sentido, tem-se:

$$P_1(p) = P(\hat{C}_{pk1} \geq k_2) = 1 - F_{\hat{C}_{pk1}}(k_2) \tag{6}$$

$$P_2(p) = P(k_1 < \hat{C}_{pk1} < k_2) = F_{\hat{C}_{pk1}}(k_2) - F_{\hat{C}_{pk1}}(k_1) \tag{7}$$

Na expressão (6) e (7), $F_{\hat{C}_{pk1}}(k_1)$ e $F_{\hat{C}_{pk1}}(k_2)$ são calculados através da expressão (5). Por fim, o termo $P_3(p)$ se torna uma probabilidade condicional, que leva em consideração o valor de \hat{C}_{pk1} .

$$\begin{aligned}
P_3(p) &= \sum_{i=1}^{10000} \{Pr[\hat{C}_{pk1} + \hat{C}_{pk2} \geq k_3 \mid k_1 + (i-1)\Delta < \hat{C}_{pk1} \leq k_1 + i\Delta] \\
&\quad \times Pr[k_1 + (i-1)\Delta < \hat{C}_{pk1} \leq k_1 + i\Delta]\}
\end{aligned} \tag{8}$$

Para a obtenção da expressão (8), divide-se o intervalo entre k_1 e k_2 em numerosas pequenas frações, conforme apresentado na Figura 6. Cada fração possui um tamanho equivalente a $\Delta = (k_2 - k_1)/10000$, considerando-se 10000 frações no intervalo entre k_1 e k_2 . Então é calculado o somatório das probabilidades de \hat{C}_{pk1} pertencer ao intervalo de cada uma dessas frações. Para calcular cada uma dessas probabilidades, a expressão (5) é utilizada.

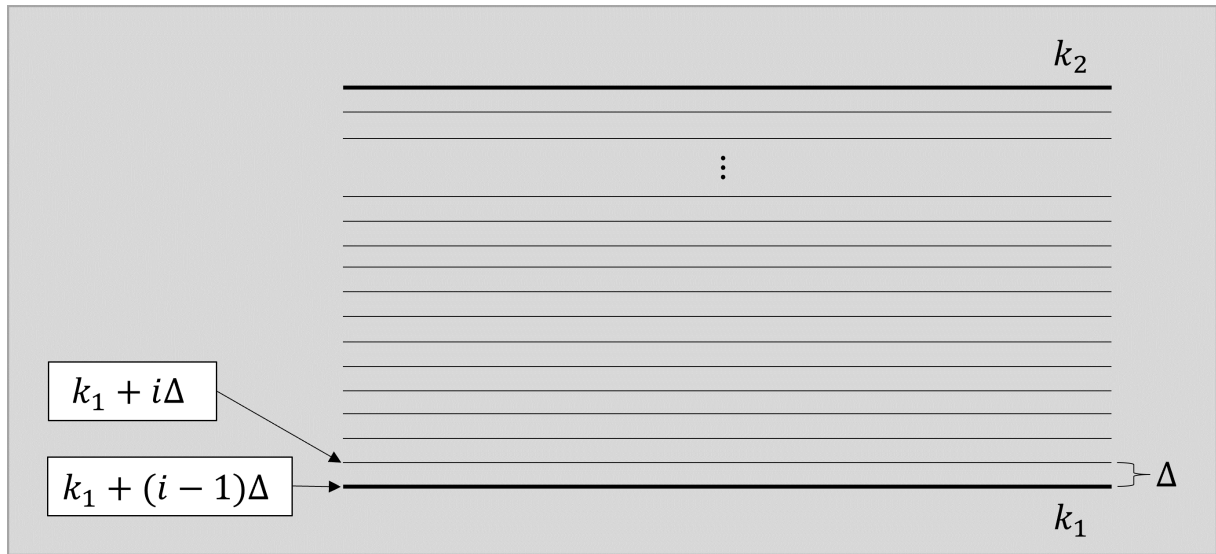


Figura 6 - Divisão do intervalo entre k_1 e k_2 para obtenção de $P_3(p)$

Fonte: Autora (2025)

Enquanto o cálculo do tamanho médio da amostra (TMA) no ADC_{pk} é realizado da seguinte forma:

$$TMA(p) = n + P_2(p)n \quad (9)$$

Portanto, buscou-se resolver o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} & \text{Min } TMA_{(p_0)} \\ & \text{St.: } P_a(p_0) = 1 - \alpha \\ & P_a(p_1) = \beta \cong 0,05 \\ & \alpha \leq 1; n > 1; k_1 < k_2 < k_3 \end{aligned} \quad (10)$$

Na expressão (10), o $TMA_{(p_0)}$ foi escolhido como função objetiva, porque a NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) sugere que o plano de inspeção deve ser interrompido se cinco lotes consecutivos forem rejeitados na inspeção severa e medidas corretivas devem ser executadas. Assim, espera-se que o processo esteja sob controle na maior parte do tempo. É importante salientar que na expressão (10) para o risco α foi apresentada a restrição de no máximo igual a 1 (um), pois seu valor será determinado de acordo com os parâmetros escolhidos na NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a). Entretanto, para o risco β foi assumido 5%, com uma margem de erro de 1%.

3.3 Aplicação do Método de Pesquisa

Após a apresentação das equações (1) a (10) referentes ao ADC_{pk} , bem como do Método de Pesquisa apresentado no item 3.1 e ilustrado na Figura 4, procede-se à descrição detalhada

da aplicação do referido método, cujo algoritmo está representado na Figura 7, por meio da seguinte sequência de etapas:

1. No Plano de Amostragem Dupla por Atributos (ADA) da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) (inspeção normal) foram escolhidos três códigos amostrais (K, L e M) e três níveis de qualidade aceitáveis (NQA: 0,004; 0,0065 e 0,01). Vale destacar que esses códigos foram escolhidos por corresponderem a tamanhos amostrais entre 80 e 200 itens, o que permite uma melhor visualização dos efeitos das perturbações sobre a média e o desvio padrão. Além disso, esses códigos indicam tamanhos de lote elevados (K: 1201–3200; L: 3201–10000; M: 10001–35000 itens) na inspeção de Nível II — nível este recomendado, na maioria dos casos, pela NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a). Conforme enfatiza (Montgomery, 2017a), as consequências da rejeição de um lote grande são mais significativas para o fornecedor do que a rejeição de um lote pequeno. Além disso, uma amostra maior proporciona uma CCO mais precisa, aumentando a proteção do consumidor contra a aceitação de um lote defeituoso isolado, e a proteção do produtor contra a rejeição de um lote de boa qualidade. Para os NQAs, foram selecionados três valores em sequência, até o limite máximo de 1%, valores esses compatíveis com os níveis de exigência adotados por diversas indústrias, especialmente aquelas com foco em alta confiabilidade e controle rigoroso de qualidade, como nos setores: placas de circuito impresso e farmacêutico, já mencionados anteriormente.
2. Cada código escolhido no item 1, para um dos NQAs definidos, tem seu respectivo tamanho de amostra (n), suas constantes de aceitação e rejeição da primeira e segunda amostra (Ac_1, Re_1, Ac_2, Re_2). Tais informações foram utilizadas para calcular o Nível de Qualidade Inaceitável (NQI), ou seja, a proporção de itens não conformes fora de controle (p_1) para risco $\beta = 5\%$. Então, a partir dos cálculos da probabilidade de aceitação tanto na primeira quanto na segunda amostra utilizando a distribuição binomial, foi utilizado o GRG do *Excel*[®] para obter p_1 . O α_1 (risco alfa da primeira amostra) foi obtido através do cálculo da probabilidade de rejeição na primeira amostra dado uma proporção de itens não conformes em controle ($p_0 = NQA$). De forma análoga, o α (risco alfa total) utiliza a probabilidade de rejeição do lote, também calculada utilizando a distribuição binomial como nos casos anteriores, mas considerando as duas etapas de amostragem. O LSE foi calculado a partir do p_0 utilizando a inversa da distribuição normal, no *Excel*[®] e assim, obteve-se também seu

simétrico o LIE. E por último, o TMA foi calculado através da equação (9), pois na amostragem dupla por atributos da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) $n_1 = n_2 = n$. Esse procedimento foi repetido para cada código (K, L e M) e seus três NQAs.

3. Definiu-se três desvios padrão (σ) maiores que 1 (1,1; 1,15 e 1,20). Da mesma forma que para o item 1, esses valores foram escolhidos, pois são adequados para indústrias com foco em alta confiabilidade e controle rigoroso de qualidade, como nos setores: placas de circuito impresso e farmacêutico, já mencionados anteriormente. Outro intuito para a escolha desses valores, foi o de facilitar a visualização do impacto da alteração dos desvios nas amostras dos planos de amostragem dupla e simples.
4. Calculou-se as médias (μ) correspondentes para cada desvio padrão (σ) do item 3, considerando também os parâmetros dos itens 1 e 2. Para que μ fosse obtida utilizando o GRG do *Excel*[®] e a equação (3) do p_1 . Esse resultado deve ser igual ao p_1 calculado no item 1.
5. Implementou-se as formulações da amostragem simples por variáveis baseada no C_{pk} de forma automatizada no *Fortran*[®] (o código-fonte se encontra no Apêndice B). Para tal modelagem foi utilizado o algoritmo do ASC_{pk} apresentado na Figura 2, bem como sua probabilidade de aceitação do lote, $P_a(p)$:

$$P_a(p) = P(\hat{C}_{pk} \geq k) = 1 - F_{\hat{C}_{pk}}(k) \quad (11)$$

Na equação (11), $F_{\hat{C}_{pk}}$ é calculado pela equação (5). Através da equação (11), quando o processo está em controle, $p = p_0$, o risco α é dado pela probabilidade de rejeição de um lote bom, conforme já explicado anteriormente, ou seja:

$$\alpha = 1 - P_a(p_0) \quad (12)$$

Quando o processo está fora de controle, $p = p_1$, o risco β é dado pela probabilidade de aceitação de um lote ruim, conforme já explicado anteriormente, ou seja:

$$\beta = P_a(p_1) \quad (13)$$

6. Rodou-se o código-fonte do ASC_{pk} do item 5, para cada código literal (K, L e M), seus respectivos NQAs e os seus três desvios padrões (σ : 1,1; 1,15 e 1,20). Minimizou-se o tamanho da amostra (n), tal que $n > 1$. Encontrou-se uma constante de aceitação k , que atendeu a restrição do risco α calculado no item 2, bem como o risco $\beta \cong 5\%$. Para tal, foram considerados os parâmetros dos itens 1 a 4, exceto o α_1 (risco alfa da primeira amostra, pois é amostragem simples), ou seja, as constantes

de entrada são α , LSE, μ e σ . A variável de entrada (principal), o tamanho da amostra (n), foi iniciada em $n = 2$. Para chegar na constante k , foi assumido, internamente no programa, um valor inicial alto $k = 8,0$ que foi variado ciclicamente de uma constante $\Delta = 0,5$, inicialmente, até que $Pac(p_0)$ fosse igual a $1 - \alpha$. Assim, através da varredura do espaço amostral para cada μ e σ , obteve-se um tamanho de amostra mínimo (n) e uma constante de aceitação k , que atenderam o risco α e o risco β desejados. Aqui houve pouca dificuldade em encontrar o resultado (n mínimo), já que apenas era necessário iterar o n . Os resultados obtidos também serão apresentados na seção 3.3.

7. Validou-se os resultados do item 6 por simulação de Monte Carlo;
8. Implementou-se as formulações da amostragem dupla por variáveis baseada no C_{pk} (ADC_{pk}) de forma automatizada no *Fortran*[®] (o código-fonte se encontra no Apêndice C). Para tal foi utilizado o algoritmo do ADC_{pk} da Figura 4, bem como as equações de probabilidade (4), (5), (6), (7), (8), (9) e (10).
9. Rodou-se o código-fonte do ADC_{pk} do item 8, para cada código literal (K, L e M) e seus respectivos NQAs e os seus três desvios padrões (σ : 1,1; 1,15 e 1,20). Minimizou-se o TMA em controle do ADC_{pk} , tal que $n > 1$ e encontrou-se as constantes de decisão para o sentenciamento do lote: k_1 , k_2 e k_3 , tal que $k_1 < k_2 < k_3$. Também se atendeu a restrição do risco α calculado no item 2, bem como o risco $\beta \cong 5\%$. Para tal, foram considerados alguns dos parâmetros dos itens 1 ao 4, ou seja, as constantes de entrada são α_1 , LSE, μ e σ , e a variável de entrada (principal), o tamanho da amostra (n) que foi iniciada em $n = 2$. Criou-se uma variável de entrada $NBarra$ (TMA), a qual foi atribuída um valor inicial, tal que $n < NBarra < 2n$. O k_3 também foi utilizado como variável de entrada, assumiu-se um valor inicial 0,1. Para chegar na constante k_1 , internamente no programa, assumiu-se um valor inicial 0,01, o qual foi variado ciclicamente de uma constante $\Delta = 0,0001$, inicialmente, até que a probabilidade de rejeição da primeira amostra $P(\hat{C}_{pk1} \leq k_1)$, da equação (5), fosse igual a α_1 . Contudo, para chegar na constante k_2 , internamente no programa, assumiu-se o mesmo valor inicial de k_1 que foi variado ciclicamente de uma constante $\Delta = 0,1$, inicialmente, até que a probabilidade de aceitação da primeira amostra, $P_1(p)$ da equação (6) fosse igual a uma variável denominada *Middle*, cuja equação é: $Middle = -(NBarra - n_1) / n_2 + 1 - \alpha_1$. *Middle* se originou da junção das equações (6), (7) e (9). Por fim, a probabilidade de aceitar na

segunda amostra, $P_3(p)$, foi calculada a partir da equação (8), considerando-se 10000 frações. Assim, através da varredura do espaço amostral para cada μ e σ , obteve-se um tamanho médio de amostra mínimo em controle (TMA) e as constantes de decisão k_1 , k_2 e k_3 , que atenderam o risco α e o risco β desejados. Nessa etapa, a dificuldade encontrada foi o tempo necessário para a obtenção do TMA mínimo, em controle, já que o algoritmo demanda iteração em três variáveis (n , $Nbarra$ e k_3). Os resultados obtidos serão apresentados na seção 3.3.

10. Validou-se os resultados do item 9 por simulação de Monte Carlo;
11. Comparou-se os desempenhos do plano de amostragem dupla baseado no C_{pk} com o simples baseado no C_{pk} e o duplo por atributos que será apresentado a seguir.

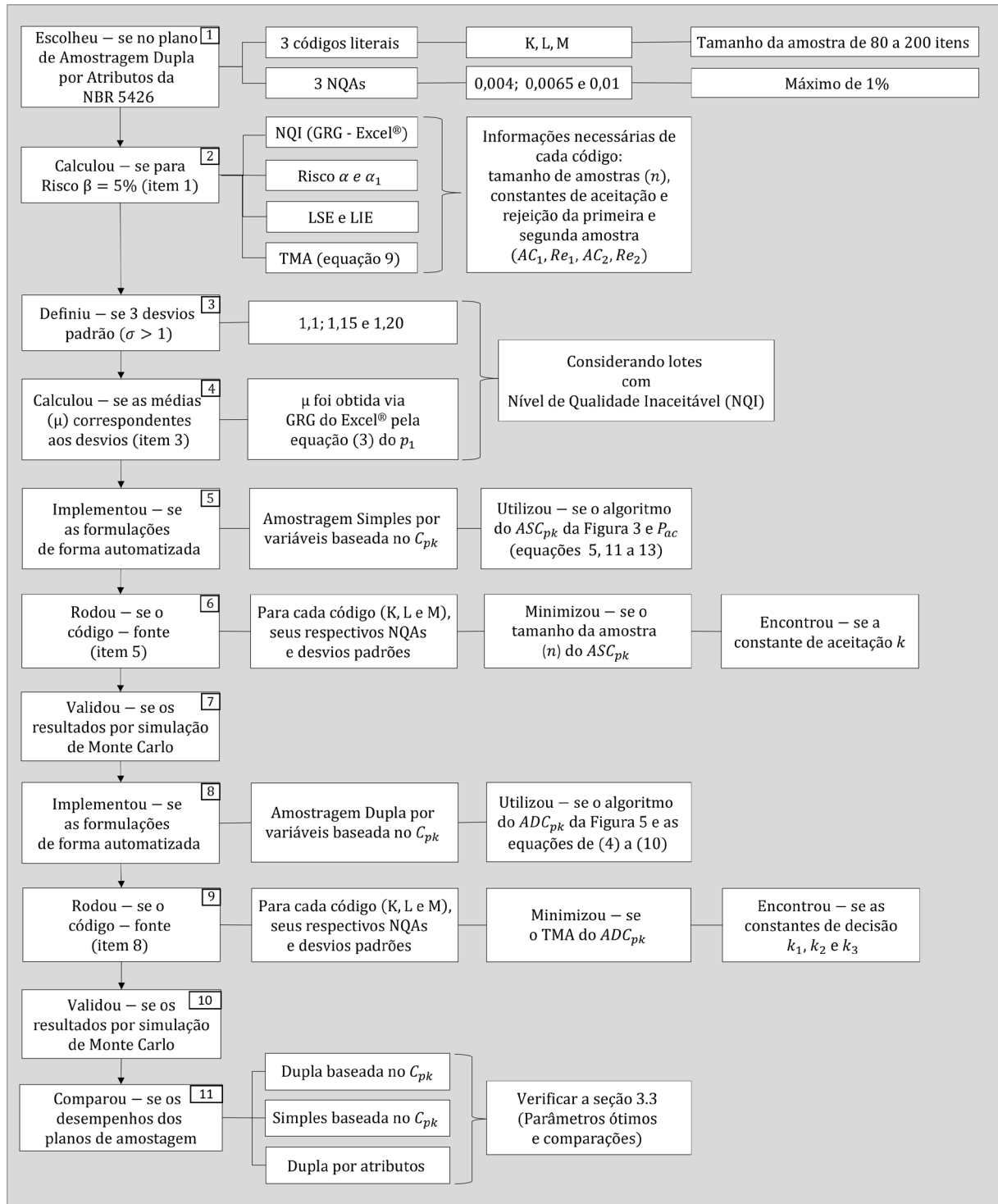


Figura 7 - Etapas da aplicação do método de pesquisa

Fonte: Autora (2025)

3.4 Parâmetros ótimos e comparações

Esta seção apresenta os valores ótimos para três planos de amostragem: ADC_{pk} , ASC_{pk} e ADA. Os resultados estão listados nas Tabelas 1 (código K), 2 (código L) e 3 (código M) e,

para facilitar o entendimento da aplicação do Método de Pesquisa, apresentado no item anterior, o Apêndice A fornece um exemplo demonstrando como esses resultados foram obtidos.

Assim, executando os dez primeiros passos do método (Figura 7), obtém-se as Tabelas 1, 2 e 3, cada uma para um código da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) (inspeção normal – K, L, M), três níveis de qualidade aceitáveis (NQA: 0,004; 0,0065 e 0,01) e três desvios padrão (σ : 1,1; 1,15 e 1,20), para os quais foram calculadas as médias (μ) correspondentes. O passo 11 do método de pesquisa, a análise comparativa, será realizado após a apresentação de cada uma das três tabelas e posteriormente, será realizada uma comparação global.

Inicialmente, na Tabela 1, tem-se o código K da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) (inspeção normal) com as médias (μ) calculadas para cada alteração do desvio padrão (σ).

Tabela 1 - Planos de Amostragem Dupla/Simples baseados no Cpk e a Amostragem Dupla por Atributos (Código K)

$p_0 = 0,004, p_1 = 0,0384, \alpha_1 = 0,041166, \alpha = 0,105, \beta = 0,05, LSE = 2,8782$														
μ	σ	$n_1=n_2$	ADC_{pk}				ASC_{pk}		ADA					
			TMA	k_1	k_2	k_3	n	k	$n_1=n_2$	TMA	Ac_1	Re_1	Ac_2	Re_2
0,9281	1,1	25	29,5	0,7158	0,8203	1,6454	32	0,7850	80	98,7	0	2	1	2
0,8345	1,15	26	30,2	0,7197	0,8153	1,6595	32	0,7850						
0,7357	1,2	27	31,1	0,7234	0,8137	1,6700	33	0,7873						

$p_0 = 0,0065, p_1 = 0,0490, \alpha_1 = 0,015562, \alpha = 0,028, \beta = 0,05, LSE = 2,7214$														
μ	σ	$n_1=n_2$	ADC_{pk}				ASC_{pk}		ADA					
			TMA	k_1	k_2	k_3	n	k	$n_1=n_2$	TMA	Ac_1	Re_1	Ac_2	Re_2
0,8959	1,1	30	34,1	0,6545	0,7565	1,4405	43	0,7076	80	111,3	0	3	3	4
0,8063	1,15	31	34,8	0,6578	0,7526	1,4480	44	0,7095						
0,7104	1,2	33	36,2	0,6641	0,7452	1,4642	45	0,7114						

$p_0 = 0,01, p_1 = 0,0627, \alpha_1 = 0,00866, \alpha = 0,023, \beta = 0,05, LSE = 2,5728$														
μ	σ	$n_1=n_2$	ADC_{pk}				ASC_{pk}		ADA					
			TMA	k_1	k_2	k_3	n	k	$n_1=n_2$	TMA	Ac_1	Re_1	Ac_2	Re_2
0,8826	1,1	29	33,3	0,5947	0,7128	1,3500	43	0,6600	80	94,6	1	4	4	5
0,7977	1,15	30	34,0	0,5982	0,7089	1,3575	44	0,6619						
0,7058	1,2	31	35,0	0,6016	0,7092	1,3630	45	0,6638						

A Tabela 1 é dividida em três partes, uma para cada NQA (p_0), com sua respectiva proporção de itens não conformes fora de controle (p_1), o risco alfa da primeira amostra (α_1),

o risco alfa global (α), o risco beta (β) e o LSE, explicitados na primeira linha de cada parte da tabela.

Tomando-se a primeira parte da Tabela 1 ($p_0 = 0,004$), comparando-se o ADC_{pk} com o ADA, o ADC_{pk} apresenta uma redução média de cerca de 69% no TMA. Essa redução é obtida calculando a média dos TMAs do ADC_{pk} subtraindo o TMA do ADA e em seguida dividindo o resultado pelo TMA do ADA, ou seja, $(30,27 - 98,70)/98,70 \cong -0,69$. Da mesma forma, há uma redução de 67%, em média, do tamanho da amostra do ASC_{pk} quando comparado ao TMA do ADA. Essa redução é obtida calculando a média dos ns do ASC_{pk} subtraindo o TMA do ADA e em seguida dividindo o resultado pelo TMA do ADA, ou seja, $(32,30 - 98,70)/98,70 \cong -0,67$. Comparando os dois planos de inspeção por variáveis, o ADC_{pk} apresenta uma redução no tamanho da amostra, em média, de cerca de 6% em relação ao ASC_{pk} . Essa redução é obtida calculando a média dos TMAs do ADC_{pk} subtraindo a média dos ns do ASC_{pk} e em seguida dividindo o resultado pela média dos ns do ASC_{pk} , ou seja, $(30,27 - 32,30)/32,30 \cong -0,06$.

Na segunda parte da Tabela 1 ($p_0 = 0,0065$), comparando-se o ADC_{pk} com o ADA há uma redução média de cerca de 69% no TMA. Da mesma forma, há uma redução de 60%, em média, do tamanho da amostra do ASC_{pk} quando comparado ao TMA do ADA. Agora, comparando os dois planos de inspeção por variáveis, o ADC_{pk} apresenta uma redução no tamanho da amostra, em média, de cerca de 20% em relação ao ASC_{pk} .

Já na terceira e última parte da Tabela 1 ($p_0 = 0,01$), comparando-se o ADC_{pk} com o ADA há uma redução média de cerca de 64% no TMA. Da mesma forma, há uma redução de 53%, em média, do tamanho da amostra do ASC_{pk} quando comparado ao TMA do ADA. Agora, comparando os dois planos de inspeção por variáveis, o ADC_{pk} apresenta uma redução no tamanho da amostra, em média, de cerca de 23% em relação ao ASC_{pk} .

Na sequência, na Tabela 2, tem-se o código L da NBR5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), inspeção normal, com as médias (μ) calculadas para cada desvio padrão (σ).

A Tabela 2 é dividida em três partes, como ocorre na Tabela 1. Na primeira parte da Tabela 2 ($p_0 = 0,004$), se compararmos o ADC_{pk} com o ADA, o ADC_{pk} apresenta uma redução média de cerca de 75% no TMA. Similarmente à Tabela 1, essa redução é obtida calculando a média dos TMAs do ADC_{pk} subtraindo o TMA do ADA e em seguida dividindo o resultado pelo TMA do ADA, ou seja, $(42,57 - 172,50)/172,50 \cong -0,75$. Da mesma forma, há uma redução de 68%, em média, do tamanho da amostra do ASC_{pk} quando comparado ao TMA do

ADA. Essa redução é obtida calculando a média dos ns do ASC_{pk} subtraindo o TMA do ADA e em seguida dividindo o resultado pelo TMA do ADA, ou seja, $(55,30 - 172,50)/172,50 \cong -0,68$. Contudo, comparando os dois planos de inspeção por variáveis, o ADC_{pk} apresenta uma redução no tamanho da amostra, em média, de cerca de 23% em relação ao ASC_{pk} . Essa redução é obtida calculando a média dos TMAs do ADC_{pk} subtraindo a média dos ns do ASC_{pk} e em seguida dividindo o resultado pela média dos ns do ASC_{pk} , ou seja, $(42,57 - 55,30)/55,30 \cong -0,23$.

Tabela 2 - Planos de Amostragem Dupla/Simples baseados no Cpk e a Amostragem Dupla por Atributos (Código L)

$p_0 = 0,004, p_1 = 0,0315, \alpha_1 = 0,014160, \alpha = 0,025, \beta = 0,05, LSE = 2,8782$															
			ADC_{pk}				ASC_{pk}		ADA						
μ	σ		$n_1=n_2$	TMA	k_1	k_2	k_3	n	k	$n_1=n_2$	TMA	Ac_1	Re_1	Ac_2	Re_2
0,8272	1,1		35	41,6	0,7091	0,8329	1,5412	54	0,7671	125	172,5	0	3	3	4
0,7259	1,15		35	42,2	0,7091	0,8389	1,5400	55	0,7686						
0,6159	1,2		35	43,9	0,7091	0,8550	1,5385	57	0,7715						

$p_0 = 0,0065, p_1 = 0,0405, \alpha_1 = 0,009286, \alpha = 0,024, \beta = 0,05, LSE = 2,7214$															
			ADC_{pk}				ASC_{pk}		ADA						
μ	σ		$n_1=n_2$	TMA	k_1	k_2	k_3	n	k	$n_1=n_2$	TMA	Ac_1	Re_1	Ac_2	Re_2
0,7931	1,1		33	42,4	0,6484	0,8110	1,4491	55	0,7228	125	148,3	1	4	4	5
0,6949	1,15		34	43,0	0,6515	0,8062	1,4543	56	0,7242						
0,5860	1,2		35	45,1	0,6545	0,8146	1,4581	59	0,7283						

$p_0 = 0,01, p_1 = 0,0522, \alpha_1 = 0,008725, \alpha = 0,016, \beta = 0,05, LSE = 2,5758$															
			ADC_{pk}				ASC_{pk}		ADA						
μ	σ		$n_1=n_2$	TMA	k_1	k_2	k_3	n	k	$n_1=n_2$	TMA	Ac_1	Re_1	Ac_2	Re_2
0,7776	1,1		35	43,3	0,6141	0,7535	1,3446	57	0,6734	125	140,2	2	5	6	7
0,6831	1,15		36	44,4	0,6169	0,7537	1,3495	59	0,6761						
0,5771	1,2		36	50,2	0,6169	0,7974	1,3478	62	0,6799						

Na análise da segunda parte da Tabela 2 ($p_0 = 0,0065$), comparando-se o ADC_{pk} com o ADA, o ADC_{pk} proporciona uma redução média de cerca de 71% no TMA. Porém, há uma redução de 62%, em média, do tamanho da amostra do ASC_{pk} quando comparado ao TMA do ADA. Agora, comparando os dois planos de inspeção por variáveis, o ADC_{pk} apresenta uma redução no tamanho da amostra, em média, também de cerca de 23% em relação ao ASC_{pk} .

Da mesma forma, tomando-se a terceira e última parte da Tabela 2 ($p_0 = 0,01$), comparando-se o ADC_{pk} com o ADA, o ADC_{pk} tem uma redução média de cerca de 67% no

TMA. Também, há uma redução de 58%, em média, do tamanho da amostra do ASC_{pk} quando comparado ao TMA do ADA. Na comparação dos dois planos de inspeção por variáveis, o ADC_{pk} apresenta uma redução no tamanho da amostra, em média, de cerca de 23% em relação ao ASC_{pk} .

Por fim, na Tabela 3, tem-se o código M da NBR5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), inspeção normal, com as médias (μ) calculadas para cada desvio padrão (σ).

Tabela 3 - Planos de Amostragem Dupla/Simples baseados no Cpk e a Amostragem Dupla por Atributos (Código M)

$p_0 = 0,004, p_1 = 0,0254, \alpha_1 = 0,008911, \alpha = 0,023, \beta = 0,05, LSE = 2,8782$																
			ADC_{pk}				ASC_{pk}			ADA						
μ	σ		$n_1=n_2$	TMA	k_1	k_2	k_3	n	k		$n_1=n_2$	TMA	Ac_1	Re_1	Ac_2	Re_2
0,7196	1,1		43	52,2	0,7161	0,8504	1,5796	69	0,7840		200	236,4	1	4	4	5
0,6079	1,15		45	53,7	0,7206	0,8461	1,5870	72	0,7872							
0,4800	1,2		45	57,8	0,7206	0,8730	1,5840	76	0,7912							

$p_0 = 0,0065, p_1 = 0,0328, \alpha_1 = 0,010379, \alpha = 0,019, \beta = 0,05, LSE = 2,7214$																
			ADC_{pk}				ASC_{pk}			ADA						
μ	σ		$n_1=n_2$	TMA	k_1	k_2	k_3	n	k		$n_1=n_2$	TMA	Ac_1	Re_1	Ac_2	Re_2
0,6811	1,1		45	56	0,6822	0,8129	1,4744	74	0,7391		200	226,4	2	5	6	7
0,5702	1,15		45	62,1	0,6822	0,8477	1,4730	77	0,7419							
0,4388	1,2		49	66,7	0,6900	0,8454	1,4853	84	0,7481							

$p_0 = 0,01, p_1 = 0,04, \alpha_1 = 0,004296, \alpha = 0,018, \beta = 0,05, LSE = 2,5758$																
			ADC_{pk}				ASC_{pk}			ADA						
μ	σ		$n_1=n_2$	TMA	k_1	k_2	k_3	n	k		$n_1=n_2$	TMA	Ac_1	Re_1	Ac_2	Re_2
0,6267	1,1		45	67,1	0,6213	0,8245	1,4010	81	0,7021		200	227,5	3	7	8	9
0,5123	1,15		49	67,2	0,6295	0,7990	1,4126	86	0,7061							
0,3686	1,2		55	76,8	0,6401	0,8073	1,4275	99	0,7153							

A Tabela 3 é dividida em três partes, da mesma forma nas Tabelas 1 e 2. Na primeira parte da Tabela 3 ($p_0 = 0,004$), comparando-se o ADC_{pk} com o ADA, há uma redução média de cerca de 77% no TMA. Similarmente às Tabela 1 e 2, essa redução é obtida calculando a média dos TMAs do ADC_{pk} subtraindo o TMA do ADA e em seguida dividindo o resultado pelo TMA do ADA, ou seja, $(54,57 - 236,40)/236,40 \cong -0,77$. Também, há uma redução de 69%, em média, do tamanho da amostra do ASC_{pk} , quando comparado ao TMA do ADA. Essa redução é obtida calculando a média dos ns do ASC_{pk} subtraindo o TMA do ADA e em

seguida dividindo o resultado pelo TMA do ADA, ou seja, $(72,30 - 236,40)/236,40 \cong -0,69$. Contudo, comparando os dois planos de inspeção por variáveis, o ADC_{pk} apresenta uma redução no tamanho da amostra, em média, de cerca de 25% em relação ao ASC_{pk} . Essa redução é obtida calculando a média dos TMAs do ADC_{pk} subtraindo a média dos ns do ASC_{pk} e em seguida dividindo o resultado pela média dos ns do ASC_{pk} , ou seja, $(54,57 - 72,30)/72,30 \cong -0,25$.

Analisando a segunda parte da Tabela 3 ($p_0 = 0,0065$), comparando-se o ADC_{pk} com o ADA, o ADC_{pk} reduz, em média, cerca de 73% no TMA. Também, há uma redução de 65%, em média, do tamanho da amostra do ASC_{pk} quando comparado ao TMA do ADA. Além disso, comparando os dois planos de inspeção por variáveis, o ADC_{pk} apresenta uma redução no tamanho da amostra, em média, de cerca de 21% em relação ao ASC_{pk} .

Contudo, tomando-se a terceira e última parte da Tabela 3 ($p_0 = 0,01$), comparando-se o ADC_{pk} com o ADA há uma redução média de cerca de 69% no TMA. Da mesma forma, há uma redução de 61%, em média, do tamanho da amostra do ASC_{pk} quando comparado ao TMA do ADA. Além disso, comparando-se os dois planos de inspeção por variáveis, o ADC_{pk} apresenta uma redução no tamanho da amostra, em média, de cerca de 21% em relação ao ASC_{pk} .

As Tabelas 1, 2 e 3 indicam que, em média, o TMA em controle da amostragem dupla por atributos (ADA) é o maior, seguido pelo tamanho amostral do plano de inspeção simples baseado no C_{pk} (ASC_{pk}) e o menor TMA é o da amostragem dupla baseada no C_{pk} (ADC_{pk}). O TMA do ADC_{pk} é de cerca 71% menor que o da ADA e cerca de 21% menor que o ASC_{pk} . Quando o desvio padrão (σ) aumenta de 1,1 para 1,15 e depois para 1,2, para os três NQAs (0,004; 0,0065 e 0,01), o TMA do plano de amostragem ADC_{pk} aumenta. Na maioria dos casos, o mesmo comportamento ocorre com o tamanho da amostra (n) do ASC_{pk} ; com exceção da primeira parte da Tabela 1 que apresenta duas linhas com $n = 32$. Em contrapartida, o TMA do plano de amostragem ADA permanece inalterado. Isso ocorre porque o plano ADA é baseado na classificação de itens em conforme ou não conforme, geralmente através de um gabarito produzido a partir de uma peça padrão ou por um sistema passa-não-passa. Portanto, esse plano não identifica se a variação no número de itens não conformes é devido a uma mudança no desvio padrão, na média ou em ambos.

Além disso, a partir das Tabelas 1, 2 e 3, ao calcular a redução percentual do TMA entre ADC_{pk} e o ADA, a redução mínima alcançada é de 63% no Código K quando $p_0 = 0.01$, $\mu = 0.7058$ e $\sigma = 1.2$ (Tabela 1, última linha). Em contrapartida, a redução máxima atingiu 78%

no código M quando $p_0 = 0.004$, $\mu = 0.7196$ e $\sigma = 1.1$ (Tabela 3, primeira linha). Nota-se, também que o código K teve menor ganho médio percentual, seguido pelo L e o M. Diante dessa explanação, nota-se que o plano proposto, o ADC_{pk} se mostrou com melhor desempenho, considerando-se perturbações na média e no desvio padrão, na redução do TMA quando comparado ao ASC_{pk} e ao ADA. Quanto maior o tamanho da amostra escolhida do ADA, maiores são os ganhos na redução do TMA dos planos ADC_{pk} e ASC_{pk} , pois é possível visualizar melhor o impacto das perturbações nas médias e desvios padrões dos processos produtivos.

Uma outra forma de comparar os três planos de amostragem — ADC_{pk} , ASC_{pk} e ADA — é apresentada na Tabela 4 que fornece uma lista das vantagens e desvantagens associadas a cada plano.

Tabela 4 - Comparação das vantagens e desvantagens de três planos de amostragem

Planos de Amostragem	Vantagens	Desvantagens
ADC_{pk}	Menor tamanho de amostra, Menor TMA, Implementação semelhante ao ADA, Pode dar uma segunda chance para aprovação do lote.	Requer medição, Pode ter duas etapas de inspeção, Maior tempo de processamento.
ASC_{pk}	Tamanho de amostra maior que o ADC_{pk} e menor que o ADA, Inspeção em uma única etapa, Baixo tempo de processamento, Facilidade de implementação.	Requer medição, Tamanho de amostra maior que o ADC_{pk} , Chance única para aprovação do lote.
ADA	Não requer medição (usa um gabarito), Implementação semelhante ao ADC_{pk} , Pode dar uma segunda chance para aprovação do lote.	Maior tamanho de amostra, TMA mais alto, Pode ter duas etapas de inspeção, Médio tempo de processamento.

Fonte: Autora (2025)

A análise da Tabela 4 mostra que o plano ADA não exige medições de variáveis contínuas como ASC_{pk} e ADC_{pk} , mas apresenta o maior tamanho de amostra e TMA, o que pode

comprometer sua viabilidade econômica. Pode incluir duas etapas de inspeção, oferecendo uma segunda chance de aprovação do lote, fator atrativo para o fornecedor. Seu tempo de processamento é médio e a implementação se assemelha à do ADC_{pk} . O plano ASC_{pk} , por sua vez, exige medições, possui tamanho de amostra menor que o ADA e maior que o ADC_{pk} , o que também pode ser economicamente desfavorável. Inclui apenas uma etapa de inspeção, oferecendo uma única chance de aprovação do lote, o que é menos interessante para o fornecedor. Tem baixo tempo de processamento e é mais simples de implementar que os demais. Em contrapartida, o plano ADC_{pk} se destaca pelo menor tamanho de amostra e TMA, o que favorece a viabilidade econômica. Assim como o ASC_{pk} , requer medições, e como o ADA, pode envolver duas etapas de inspeção, oferecendo segunda chance de aprovação do lote. Seu tempo de processamento é mais elevado e a implementação é semelhante à do ADA.

Desse modo, embora o ADC_{pk} apresente algumas desvantagens, como o elevado tempo de processamento, isso não representa um obstáculo significativo atualmente. Os avanços tecnológicos e o fácil acesso a computadores de alta performance no ambiente produtivo mitigam esse fator. Além do mais, o índice C_{pk} já é calculado e monitorado, geralmente por sistemas automatizados ou informatizados nos processos produtivos. Dessa forma, não haverá dificuldade para os operadores em calcular o \hat{C}_{pk} da primeira amostra e se necessário, da segunda, durante o uso do plano ADC_{pk} proposto.

Contudo, para comparar os custos da inspeção dupla por variáveis e por atributos, considere que o ponto de equilíbrio do custo total da inspeção por plano duplo por variáveis (CT_V), aqui representado pelo ADC_{pk} , e o custo total da inspeção do plano duplo por atributos (ADA), denominado CT_A . O ponto de equilíbrio é dado pela igualdade entre a multiplicação dos TMAs, da Equação (9), por seus respectivos custos, aqui denominados C_V (custo da inspeção de um item, por variáveis) e C_A (custo da inspeção de um item, por atributos), tal que:

$$\begin{aligned}
 CT_V &= CT_A \\
 C_V \times TMA_V &= C_A \times TMA_A \\
 n_V \times C_V + P_{2V} * n_V \times C_V &= n_A \times C_A + P_{2A} * n_A \times C_A
 \end{aligned} \tag{14}$$

Assumindo na Equação (14) que C_A equivale a uma unidade monetária, e utilizando como exemplo os dados da primeira linha da Tabela 3 com: $n_V = 43$ e $n_A = 200$, obtendo-se $P_{2V} = 0,214152$ e $P_{2A} = 0,182152$, as probabilidades de ir para a segunda amostra na inspeção por variáveis e por atributos, respectivamente, obtidas a partir do código-fonte do ADC_{pk} e do algoritmo do plano ADA, tem-se: $C_V = 4,53$. Assim, para que o plano de inspeção dupla por

atributos seja mais vantajoso, $C_V > 4,53C_A$. Ao mesmo tempo, uma inspeção dupla por variáveis é mais vantajosa quando $C_V < 4,53C_A$.

Entre os três planos analisados, o ADC_{pk} se destaca-se como a melhor opção. Como mencionado anteriormente, ele apresenta o menor TMA, o que implica em menor esforço operacional para a seleção de amostras na aceitação ou rejeição de lotes de produtos acabados ou em processamento. Essa característica amplia sua viabilidade econômica.

Um outro benefício relevante do ADC_{pk} é a possibilidade de oferecer uma segunda chance de aprovação ao lote, o que atende aos interesses do fornecedor. Sua implantação em ambiente operacional também é simples e segue lógica semelhante à do ADA, já familiar às empresas.

Todavia, também, é importante destacar que o usuário pode escolher o plano que melhor lhe atende de acordo com seu processo produtivo, pois foram geradas tabelas comparativas nesse trabalho. Através dos resultados obtidos nas Tabelas 1, 2 e 3, a segunda melhor opção relativa ao tamanho da amostra seria o ASC_{pk} , que embora tenha um desempenho inferior ao plano duplo (ADC_{pk}), ainda é bem melhor que o plano duplo por atributos (ADA). Por último, como já apresentado, viria a amostragem dupla por atributos (ADA) que apresenta o mais alto TMA.

Vale destacar ainda que os códigos-fonte, em linguagem *Fortran*[®], dos planos de inspeção por amostragem simples e duplo baseados no C_{pk} , disponibilizados nos Apêndices B e C, respectivamente, bem como, um exemplo numérico de aplicação do ADC_{pk} (Apêndice A), podem facilitar a implementação do plano escolhido em seus processos industriais.

Portanto, o plano duplo baseado no C_{pk} (ADC_{pk}) atendeu as expectativas referentes ao seu desempenho em reduzir o TMA quando comparado ao plano duplo por atributos (ADA) existente na NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) e ao plano simples baseado no C_{pk} (ASC_{pk}), além de gerar tabelas comparativas de desempenho, também inédito na literatura até o presente momento.

3.5 Aplicação industrial

Para demonstrar a aplicação do plano ADC_{pk} , será utilizado um exemplo prático apresentado por (Yen; Chang; Lee, 2023). No campo da microeletrônica, a espessura da pastilha de silício é uma característica crítica. Supõe-se que a espessura de um modelo específico de pastilha de silício esteja entre 0,0125 mm (LSE) e 0,0055 mm (LIE). As observações da primeira amostra, com distribuição normal e *Valor de P* = 0,876, são apresentadas na Tabela

5. As observações da segunda amostra, com distribuição normal e *Valor de P* = 0,830, são apresentadas na Tabela 6.

Na Tabela 2, para $\alpha = 0,016$ e $\beta = 0,05$, encontram-se os parâmetros ótimos do plano ADC_{pk} : $n = 36$; $TMA = 44,4$; $k_1 = 0,6169$; $k_2 = 0,7537$; e $k_3 = 1,3495$. Dessa forma, o objetivo era rejeitar no máximo 1,6% dos lotes que apresentavam um nível de qualidade aceitável (NQA) de $p_0 = 0,01$. Ao mesmo tempo, quer-se aceitar no máximo 5% dos lotes com um nível de qualidade inaceitável (NQI) de $p_1 = 0,0522$, com $\mu_1 = 0,6831$ e $\sigma_1 = 1,15$.

Utilizando esses parâmetros mencionados obtidos da Tabela 2, o ADC_{pk} apresentado no item 3.2 foi aplicado da seguinte forma:

Passo 1: Coletou-se uma primeira amostra de tamanho $n = 36$ do lote.

Passo 2: Mediu-se a espessura de cada pastilha de silício e apresentou-se as observações na Tabela 5.

Tabela 5 - Espessura da pastilha de silício, primeira amostra

0,010825	0,008361	0,011064	0,010001	0,011137	0,007961
0,01115	0,009722	0,009468	0,009437	0,011365	0,006769
0,011228	0,011692	0,010299	0,010064	0,009618	0,012011
0,010552	0,010051	0,008556	0,010179	0,008583	0,009216
0,009249	0,010308	0,01008	0,010394	0,010524	0,008824
0,011432	0,009588	0,011248	0,009171	0,012121	0,009155

Fonte:(Yen; Chang; Lee, 2023)

Passo 3: Calculou-se a média e o desvio padrão das observações da primeira amostra: $\bar{X}_1 = 0,0100$ e $s_1 = 0,0012$.

Passo 4: Obteve-se a estimativa do C_{pk} da primeira amostra:

$$\hat{C}_{pk1} = \min\{(0,0125 - \bar{X}_1)/3s_1; (\bar{X}_1 - 0,0055)/3s_1\} = 0,6860.$$

Como $\hat{C}_{pk1} = 0,6860$ está entre $k_1 = 0,6169$ e $k_2 = 0,7537$, então seguiu-se para o

Passo 5.

Passo 5: Coletou-se uma segunda amostra de tamanho $n = 36$ do lote.

Passo 6: Mediu-se a espessura de cada pastilha de silício e apresentou-se as observações na Tabela 6.

Tabela 6 - Espessura da pastilha de silício, segunda amostra

0,010534	0,011036	0,009519	0,010938	0,008904	0,010117
0,010117	0,009356	0,009094	0,010278	0,009275	0,011085
0,008803	0,011943	0,010834	0,011086	0,011206	0,010003
0,010607	0,009678	0,008040	0,011001	0,011406	0,012388
0,008766	0,010432	0,010570	0,011351	0,009704	0,009565
0,010033	0,011488	0,008870	0,010705	0,009453	0,010473

Fonte:(Yen; Chang; Lee, 2023)

Passo 7: Calculou-se a média e o desvio padrão das observações da segunda amostra: $\bar{X}_2 = 0,0102$ e $s_2 = 0,0010$.

Passo 8: Obteve-se a estimativa do C_{pk} da segunda amostra:

$$\hat{C}_{pk2} = \min\{(0,0125 - \bar{X}_1)/3s_1; (\bar{X}_1 - 0,0055)/3s_1\} = 0,7552.$$

Como $\hat{C}_{pk1} + \hat{C}_{pk2} = 1,4412 > k_3 = 1,3495$, então o lote foi aceito.

3.6 Discussões de resultados

Na aplicação industrial apresentada do ADC_{pk} , a decisão sobre o lote foi tomada na primeira amostra. A explicação para isso ocorre através da equação (9), do TMA, na qual é possível calcular a probabilidade de ir para uma segunda amostragem: $P(k_1 < \hat{C}_{pk} < k_2) = (44,4 - 36)/(36) = 0,23$. Esse resultado significa que em apenas 23% dos casos, será necessário coletar uma segunda amostra no ADC_{pk} . Assim, em 77% das vezes que a primeira amostra é retirada de um lote e inspecionada usando o ADC_{pk} , o lote será aceito/rejeitado sem a necessidade de ir para a segunda amostragem. O plano ASC_{pk} correspondente para este ADC_{pk} tem $n = 59$, que é maior que o $TMA = 44,4$ do ADC_{pk} , mostrando assim a vantagem do plano duplo em exigir um número menor de itens inspecionados para sentenciar o lote.

Este estudo pretende comparar o desempenho do plano ADC_{pk} com o ASC_{pk} e o ADA. Para permitir uma comparação gráfica de seus desempenhos, a primeira linha da Tabela 3 (Código M) foi tomada como referência. Assim, os valores mínimos dos TMAs do ADA e ADC_{pk} foram obtidos para diversos para várias proporções de itens não conformes (p). O n do ASC_{pk} permaneceu constante, pois utiliza apenas uma amostra. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Comparação da média de itens inspecionados por lote para ADC_{pk} , ASC_{pk} e ADA

p	ADC_{pk}	ASC_{pk}	ADA
0,0040	52,2	69	236,4
0,0076	61,1	69	276,4
0,0112	65,4	69	293,8
0,0148	66,1	69	290,7
0,0184	64,9	69	276,3
0,0220	62,7	69	258,5
0,0254	60,3	69	242,8

Baseado na Tabela 7, é possível comparar graficamente o TMA do ADC_{pk} com o do ADA, conforme apresentado na Figura 8. É evidente que o ADA apresenta um TMA muito maior do que o ADC_{pk} ao longo da curva. Isso demonstra a vantagem de ADC_{pk} sobre o ADA em termos de exigir um número menor de itens a serem inspecionados para a sentença do lote. À medida que p aumenta, a probabilidade de prosseguir para a segunda amostragem torna-se

maior, até um certo limite. Posteriormente, p torna-se tão alto que o lote é rejeitado na primeira amostragem, e a probabilidade de prosseguir para a segunda amostragem diminui novamente. Esse comportamento é mais evidente no ADA.

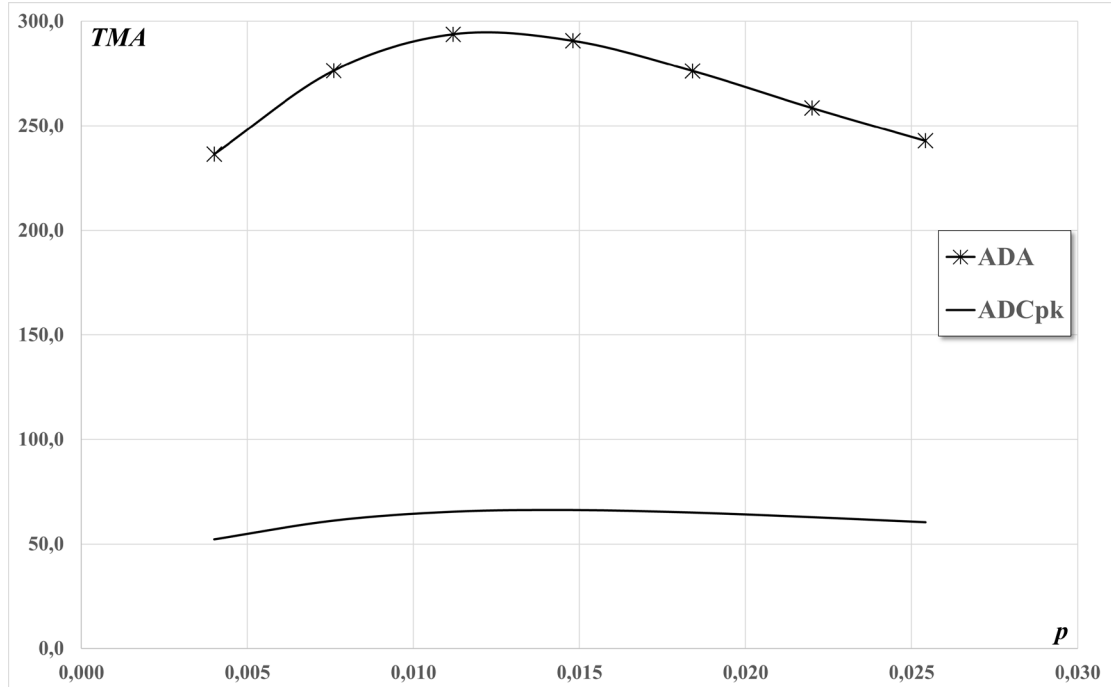


Figura 8 - Comparação da média de itens inspecionados por lote para o ADC_{pk} e o ADA

Fonte: Autora (2025)

Da mesma forma, baseado na Tabela 7, também é possível comparar graficamente o TMA do ADC_{pk} com o n do ASC_{pk}, conforme apresentado na Figura 9. É evidente que o ASC_{pk}, embora se aproxime da curva do ADC_{pk} em alguns pontos, apresenta um número maior de itens (n) para todas as proporções de itens não conformes (p) apresentadas. Isso demonstra também a vantagem de ADC_{pk} sobre ASC_{pk} em termos de exigir menos itens a serem inspecionados para sentença de lote. De forma semelhante ao que ocorre com o ADA, no caso do ADC_{pk}, à medida que p aumenta, a probabilidade de prosseguir para a segunda amostragem torna-se maior, até um certo limite. Após este ponto, p torna-se tão alto que o lote é rejeitado na primeira amostragem, e a probabilidade de prosseguir para a segunda amostragem diminui novamente.

Conforme (Montgomery, 2017a), a Curva Característica de Operação (CCO) é uma medida crítica na avaliação do desempenho de um plano de amostragem de aceitação, representando graficamente a probabilidade de aceitação (P_a) de um lote em função da sua fração de itens não conformes (p) e ilustrando, assim, a capacidade discriminatória do plano amostral.

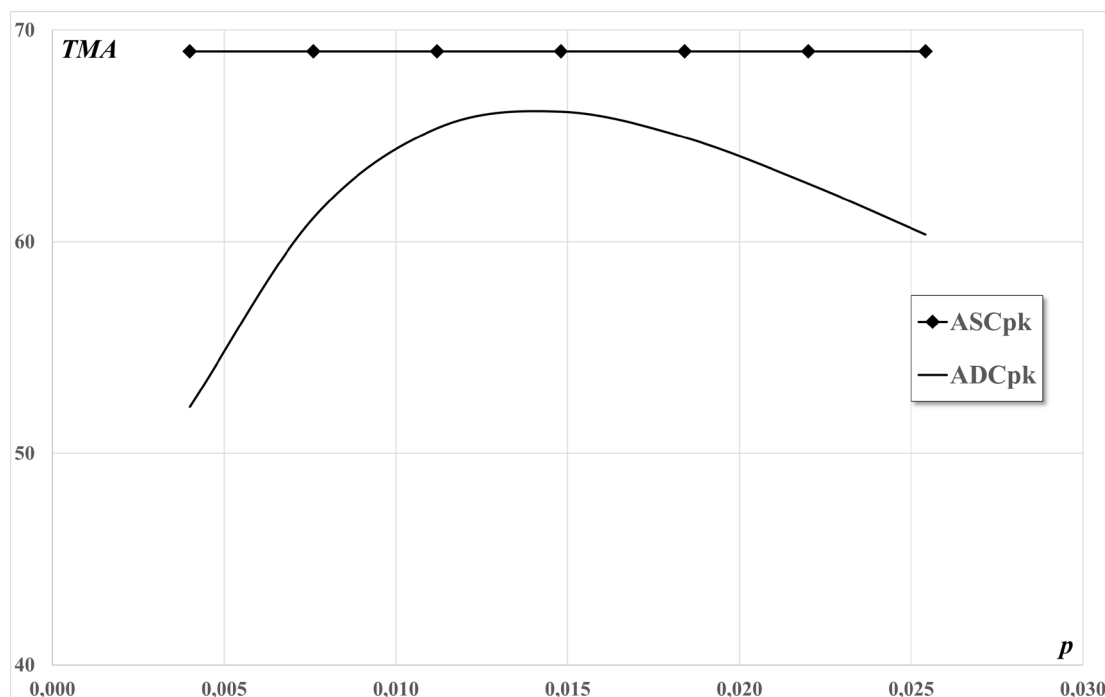


Figura 9 - Comparação da média de itens inspecionados por lote para o ADC_{pk} e o ASC_{pk}

Fonte: Autora (2025)

Dessa forma, é interessante comparar as CCO's para os três códigos: K, L e M, considerando a título de exemplo a primeira linha das Tabelas 1, 2 e 3 para $p_0 = 0,004$, $\beta = 0,05$, utilizando as mesmas variações da média para cada um dos 3 desvios: 1,1; 1,15 e 1,20. As CCO's para cada um dos códigos, K, L e M são apresentadas nas Figuras 10, 11 e 12, respectivamente. Nota-se que há a formação de um pequeno “dente” nas CCO's quando ela entra no período fora de controle para os desvios maiores que 1.

Na Figura 10, Código K, conforme a Tabela 1: $p_1 = 0,0384$, $\alpha = 0,105$, $n = 25$ itens apenas, com isso a variação entre as CCO's dos três desvios é sutil, mas com o aumento do desvio as curvas apresentam uma queda mais lenta da probabilidade de aceitação (P_a) em função da proporção de itens não conformes (p). Dessa forma, a queda da CCO do desvio 1,1 é a mais acentuada, seguida pela do desvio 1,15 e por último a do desvio 1,2. A partir de cerca de $p = 3\%$ as curvas praticamente se sobrepõem e a diferença entre elas é quase imperceptível.

Na Figura 11, no Código L, conforme a Tabela 2: $p_1 = 0,0315$, $\alpha = 0,025$ e $n = 35$ itens, um pouco maior que o caso anterior, com isso a variação entre as CCO's dos três desvios é perceptível, mas como ocorre também no caso anterior, o aumento do desvio as curvas apresentam uma queda mais lenta da probabilidade de aceitação (P_a) em função da proporção de itens não conformes (p). Dessa forma, a queda da CCO do desvio 1,1 é a mais acentuada, seguida pela do desvio 1,15 e por último a do desvio 1,2. Da mesma forma que no caso anterior,

a partir de cerca de $p = 3\%$ as curvas praticamente se sobrepõem e a diferença entre elas é quase imperceptível.

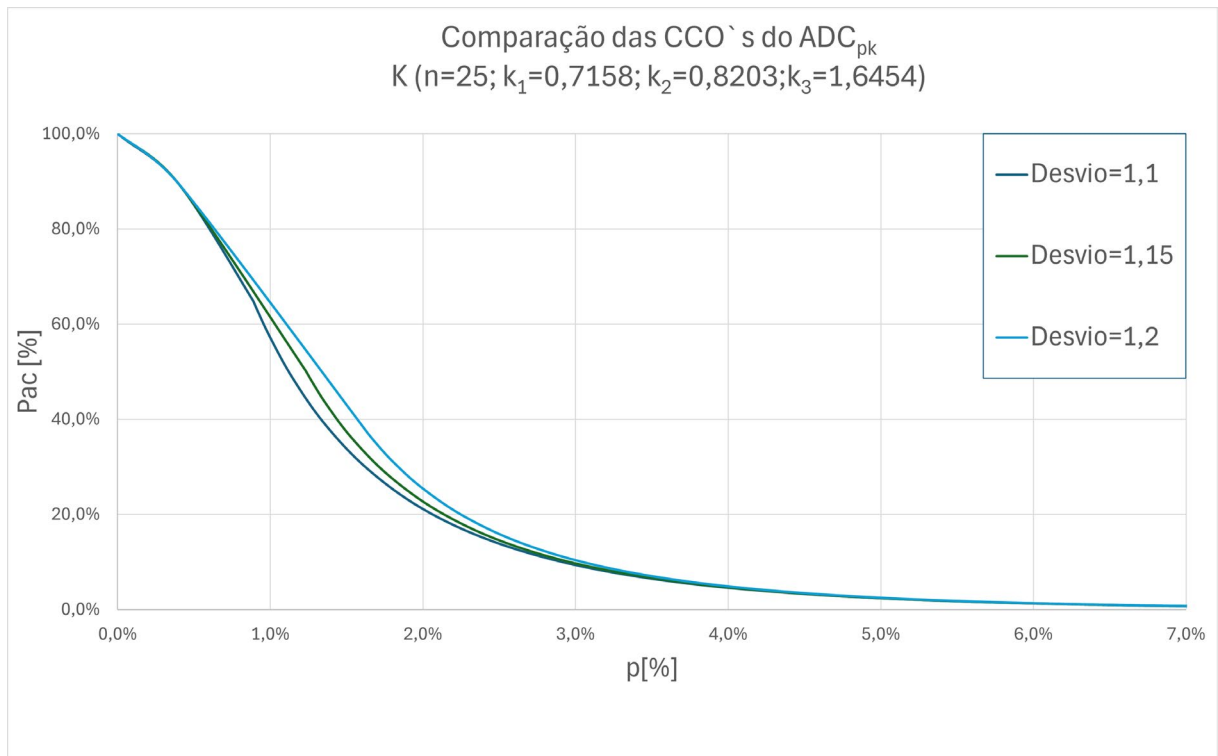


Figura 10 - Comparação das CCO's do ADC_{pk} para o código K

Fonte: Autora (2025)

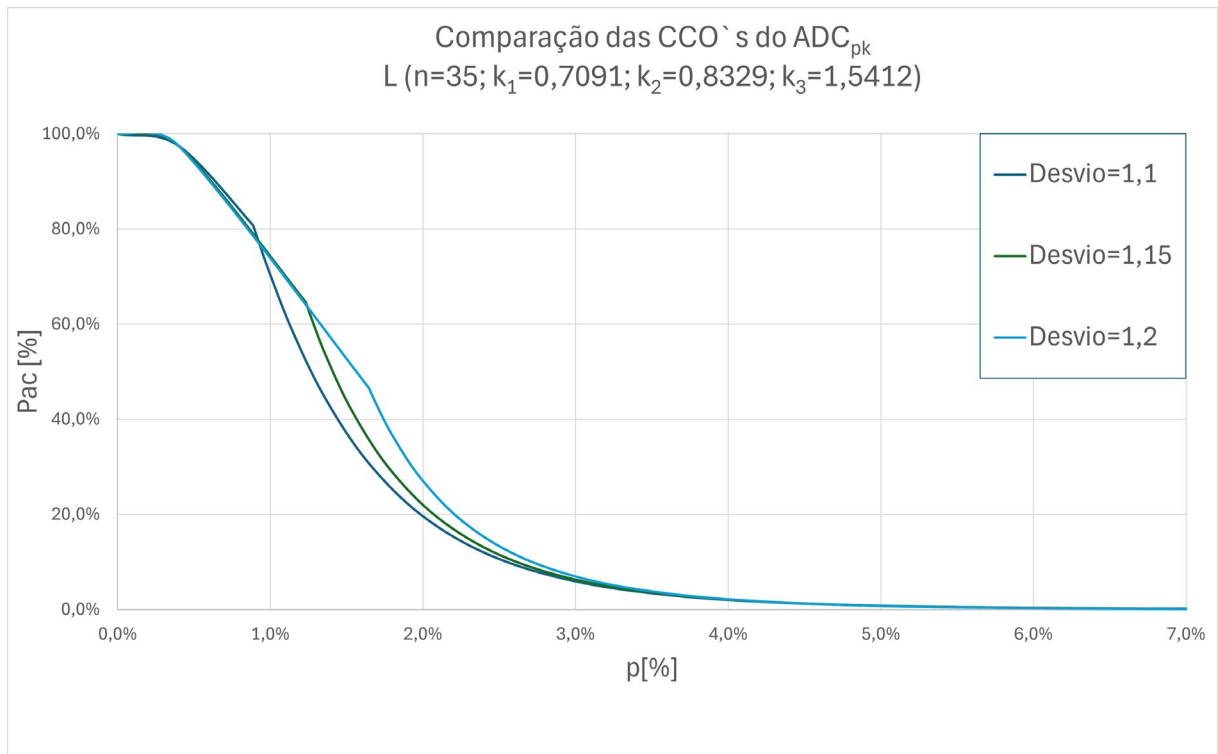


Figura 11 - Comparação das CCO's do ADC_{pk} para o código L

Fonte: Autora (2025)

Na Figura 12, no Código M, conforme a Tabela 2: $p_1 = 0,0328$, $\alpha = 0,023$ e $n = 43$ itens, mais expressivo que os casos anteriores, com isso a variação entre as CCO's dos três desvios é ainda mais evidente, mas como ocorre nos casos anteriores, o aumento do desvio as curvas apresentam uma queda mais lenta da probabilidade de aceitação (P_a) em função da proporção de itens não conformes (p). Dessa forma, a queda da CCO do desvio 1,1 é a mais acentuada, seguida pela do desvio 1,15 e por último a do desvio 1,2. Comportamento bem semelhante ao das CCO's do Código L, com p_1 e α bem similares ao caso anterior. Da mesma forma que nos casos anteriores, a partir de cerca de $p = 3\%$ as curvas praticamente se sobrepõem e a diferença entre elas é quase imperceptível.

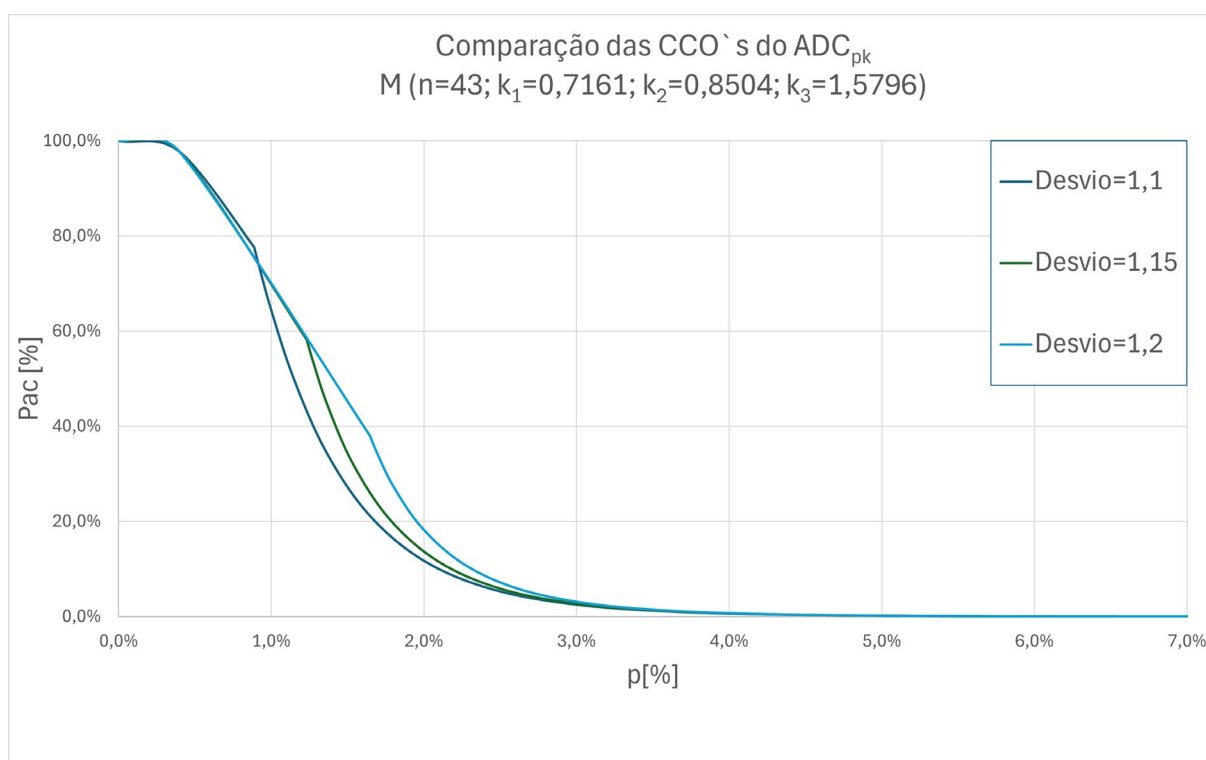


Figura 12 - Comparação das CCO's do ADC_{pk} para o código M

Fonte: Autora (2025)

Sabe-se através das Tabelas 1, 2 e 3, para a primeira linha das tabelas o Código K tem $TMA = 29,5$, o Código L tem $TMA = 41,6$ e o M tem $TMA = 52,2$. Assim, as Figuras 1, 2 e 3, evidenciam através das CCO's que quanto maior o TMA maior a visualização do impacto da variação do desvio padrão e da média no ADC_{pk} .

4 CONCLUSÕES

Esse trabalho propôs um plano de amostragem dupla baseado no C_{pk} , denominado ADC_{pk} , obtido a partir do plano de amostragem dupla por atributos (ADA) da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a). Também, realizou-se uma comparação de desempenho perante o plano simples baseado no C_{pk} (ASC_{pk}) e ao ADA, buscando reduzir o TMA necessário para o sentenciamento de lotes de produtos acabados ou em processamento.

Para tal plano, foram tomados três códigos da inspeção normal por atributos da NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a), o K, L e M, com três níveis de qualidade aceitáveis (NQA: 0,004; 0,0065 e 0,01) e três desvios padrão (σ : 1,1; 1,15; 1,20), para os quais foram calculadas as médias (μ) correspondentes.

Dois códigos-fonte em *Fortran*[®], referentes as formulações dos dois planos de amostragem, foram implementados e rodados. Sendo o primeiro da amostragem simples baseada no C_{pk} (ASC_{pk}) e o segundo de amostragem dupla baseado no C_{pk} (ADC_{pk}). A maior dificuldade na obtenção dos resultados se deu no ADC_{pk} , pois demandou a iteração com três variáveis (n , N_{barra} e k_3), enquanto no ASC_{pk} a iteração era com apenas uma (n).

Assim, através da aplicação do método de pesquisa, foram obtidos os parâmetros apresentados nas Tabelas (1, 2 e 3). Essas tabelas foram divididas em três partes, uma para cada NQA (p_0), com sua respectiva proporção de defeituosos fora de controle (p_1), o risco alfa da primeira amostra (α_1), o risco alfa global (α), o risco beta ($\beta = 0,05$) e o LSE, explicitados na primeira linha de cada parte das tabelas.

Em seguida, realizou-se o décimo primeiro passo do método de pesquisa que consiste na análise comparativa dos resultados obtidos nas Tabelas 1, 2 e 3. Percebeu-se que o menor TMA é do ADC_{pk} , seguido do ASC_{pk} e por último o ADA, com o TMA mais expressivo. Vale ressaltar que o TMA do ADC_{pk} é cerca de 71% menor que o da ADA e cerca de 21% menor que o ASC_{pk} . Essa vantagem do ADC_{pk} é maior para a letra M, obtendo redução de até 78% no TMA em relação ao ADA e 25,4% em relação ao tamanho amostral n do ASC_{pk} . Entretanto, o ganho é menor para a letra L, obtendo redução de até 63% no TMA em relação ao ADA e 5,6% em relação ao tamanho amostral n do ASC_{pk} . Nesse sentido, pode-se afirmar que o plano ADC_{pk} apresentou desempenho satisfatório. Esse desempenho também foi confirmado por meio de comparações gráficas entre o TMA do ADC_{pk} e do ADA, bem como entre o n do ASC_{pk} e o TMA do ADC_{pk} , em diversas proporções de itens não conformes (p). Essas comparações demonstraram a vantagem do ADC_{pk} sobre o ASC_{pk} ao exigir a inspeção de menos itens para sentenças de lote.

Observou-se também que quanto maior o tamanho da amostra escolhida do ADA, maiores são os ganhos na redução do TMA dos planos ADC_{pk} e ASC_{pk} . Isso ocorre porque um maior tamanho de amostra amplia a visualização do impacto das perturbações nas médias e desvios padrões dos processos produtivos. Desta forma, o código K teve menor ganho médio percentual, seguido pelo L e o M se destacou com o maior ganho na redução do TMA.

Além disso, o ADC_{pk} demanda um custo inferior ao do plano ADA, conforme demonstrado no exemplo anterior. No que se refere a comparação de custos, para o exemplo apresentado, para que o plano ADA seja mais vantajoso $C_V > 4,53C_A$. Em contrapartida, o ADC_{pk} é mais vantajoso quando $C_V < 4,53C_A$. Outro benefício relevante do ADC_{pk} é a possibilidade de oferecer uma segunda chance de aprovação ao lote, o que atende aos interesses do fornecedor, semelhante ao que ocorre no ADA. Sua implantação em ambiente operacional também é simples e segue lógica semelhante à do ADA, já familiar às empresas.

Quando se comparam as vantagens e desvantagens dos três planos em questão, embora o ADC_{pk} apresente algumas desvantagens, como o elevado tempo de processamento do código-fonte para alcançar os parâmetros ótimos, isso não representa atualmente um obstáculo significativo. Os avanços tecnológicos e o fácil acesso a computadores de alta performance no ambiente produtivo mitigam esse fator.

Além do mais, o índice C_{pk} já é calculado e monitorado, geralmente por sistemas automatizados ou informatizados nos processos produtivos. Nesse contexto, alinhado aos princípios da Indústria 4.0, que integra automação, análise de dados e conectividade inteligente, o uso do plano ADC_{pk} torna-se ainda mais viável, pois se beneficia da digitalização e da integração de sistemas para otimizar o monitoramento e a tomada de decisão. Dessa forma, não haverá dificuldade para os operadores em calcular o \hat{C}_{pk} da primeira amostra e se necessário, da segunda, durante o uso do plano ADC_{pk} proposto.

Vale ressaltar ainda, que o usuário pode escolher, entre os três planos, aquele que melhor atenda ao seu processo produtivo utilizando as tabelas comparativas geradas neste trabalho.

O plano de amostragem dupla utilizando C_{pk} (ADC_{pk}) proposto neste estudo pode ser aplicado em diversos tipos de indústrias que exigem tamanhos mínimos de amostra para inspeções e sentenças de lote de materiais. Como mencionado anteriormente, planos de amostragem têm sido utilizados nas indústrias de placas de circuito impresso e farmacêutica. Contudo, outros setores industriais que também possuem foco em alta confiabilidade e controle rigoroso de qualidade, como: automotivo, aeronáutico, defesa e saúde, podem fazer uso do ADC_{pk} .

Diante de todas essas considerações, concluiu-se que o plano proposto, ADC_{pk} , se mostrou com melhor desempenho, considerando-se as perturbações na média e no desvio padrão na redução do TMA quando comparado ao ASC_{pk} e ao ADA. Assim, necessitará de menores esforços operacionais para seleção das amostras para aceitar/rejeitar um lote de produtos acabados ou em processamento e no gerenciamento dos riscos do produtor e do consumidor, quando comparados ao ASC_{pk} e ao ADA. Essa redução de esforços operacionais, ao promover maior eficiência e racionalização dos processos, contribui diretamente para os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (Organização das Nações Unidas, 2015), em especial o ODS 9 (Indústria, Inovação e Infraestrutura), ao incentivar práticas inovadoras e tecnológicas, e o ODS 12 (Consumo e Produção Responsáveis), ao reduzir desperdícios e otimizar o uso de recursos, fortalecendo a sustentabilidade e a competitividade industrial.

Deste modo, o plano duplo baseado no C_{pk} (ADC_{pk}) atendeu aos objetivos esperados de desempenho e reduziu o TMA quando comparado ao plano duplo por atributos (ADA) existente na NBR 5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) e ao plano simples baseado no C_{pk} (ASC_{pk}).

Enfim, esse trabalho contribuiu com a proposição de um plano de amostragem dupla por variáveis baseado no C_{pk} (ADC_{pk}) inédito na literatura, até o presente momento, e que não consta em normas de inspeção por amostragem por variáveis como a NBR 5429 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985c) e a MIL-STD-414 (United States Department of Defense, 1957). Além disso, a análise comparativa dos três planos (ADC_{pk} , ASC_{pk} e ADA), já mencionada e originalmente gerada nesse trabalho, proporcionou ao usuário a possibilidade de escolha do mais adequado ao seu processo, facilitada pela apresentação de um exemplo de aplicação do ADC_{pk} (Apêndice A) e pela disponibilização dos códigos-fonte dos planos ASC_{pk} e do ADC_{pk} nos Apêndices B e C, respectivamente. Além disso, neste estudo, três códigos padrão e três NQA foram selecionados para ilustrar as vantagens do plano de amostragem proposto, mas os resultados podem ser estendidos a outros códigos e NQA.

Como proposta para trabalhos futuros, sugere-se uma investigação comparativa dos custos entre o ASC_{pk} , o ADC_{pk} e o ADA. Da mesma forma, recomenda-se a realização de uma comparação entre os planos mistos atributos-variáveis, com base no índice C_{pk} , e o plano ADC_{pk} . Essa análise pode ser expandida para contemplar a avaliação dos custos associados a cada um desses modelos. Além disso, propõe-se uma análise de desempenho envolvendo diferentes índices de capacidade de processo, como C_p , C_{pm} , C_{pmk} , entre outros, aplicados a planos de inspeção por amostragem. Sugere-se ainda, a realização de uma avaliação da qualidade dos trabalhos publicados envolvendo planos de amostragem encontrados na

literatura. Durante a elaboração desta pesquisa, verificou-se na literatura a existência de uma função de distribuição acumulada aproximada dos valores amostrais do índice C_{pk} , utilizada por 18 autores para determinar os parâmetros ótimos de seus planos de amostragem. No entanto, essa aproximação revelou-se incorreta, pois, para determinados valores da constante de aceitação do lote (k), a probabilidade de aceitação (P_a) poderia ultrapassar 100%. Esse achado originou a publicação: (Maciel; Marques; Costa, 2025).

APÊNDICE A – Exemplo de cálculo

Para ilustrar como os dados das Tabelas 1, 2 e 3 foram gerados, foi utilizado como exemplo o conjunto de dados com o maior ganho de redução em TMA para o plano ADC_{pk} (Tabela 3, Código M, primeira linha).

Seguindo o procedimento passo a passo detalhado na Figura 4, tem-se:

1. Foi selecionado o Código M da NBR5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) para inspeção normal Nível II, que é característica de lotes contendo entre 10001 e 35000 itens.
2. Na tabela da NBR5426 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1985a) para o plano normal de dupla amostragem por atributos (ADA), o $NQA = 0.4 \%$ foi escolhido, correspondendo a $p_0 = 0.004$. Consequentemente, o plano ADA é o seguinte: $n_1 = 200$, $Ac_1 = 1$, $Re_1 = 4$, $n_2 = 200$, $Ac_2 = 4$, $Re_2 = 5$.
3. Com os parâmetros do plano escolhido no item 2, é possível calcular o risco alfa para a primeira amostra (α_1) e o risco alfa geral (α). Utilizando a Figura 1 e aplicando a Distribuição Binomial, o risco de rejeição para a primeira amostra (α_1) é determinado da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= P\{d_1 \geq Re_1\} = 1 - P\{d_1 \leq (Re_1 - 1)\} \\ &= 1 - \sum_{j=0}^{(Re_1-1)} \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}\end{aligned}\tag{A1}$$

Substituindo os valores do item 2 na Equação (A1), obtém-se:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 1 - P\{d_1 \leq 3\} \\ &= 1 - \sum_{j=0}^3 \binom{200}{j} 0,004^j (1 - 0,004)^{200-j} = 0,008911\end{aligned}\tag{A1}$$

Para calcular o risco alfa geral (α), se faz necessário apresentar as equações envolvidas para obter a probabilidade de aceitação do plano de amostragem dupla por atributos

(ADA). Dessa forma, tomando-se a Equação (4) e fazendo $P_4(p) = P_2(p)P_3(p)$ para facilitar a apresentação da equação da probabilidade condicional, a probabilidade de aceitação, $P_a(p)$, é dada por:

$$P_a(p) = P_1(p) + P_4(p) \quad (A2)$$

Na qual:

$P_1(p)$: é a probabilidade de aceitação na primeira amostragem;

$P_4(p)$: é a probabilidade de ir para a segunda amostragem e aceitar o lote.

$$P_1(p) = P\{d_1 \leq Ac_1\} = \sum_{j=0}^{Ac_1} \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} \quad (A3)$$

$$\begin{aligned} P_4(p) &= P\{(d_1 + d_2 \leq Ac_2) \cap (Ac_1 < d_1 < Re_1)\} \\ &= \sum_{j=Ac_1+1}^{Re_1-1} \sum_{l=0}^{Ac_2-j} \binom{n}{l} p^l (1-p)^{n-l} \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} \end{aligned} \quad (A4)$$

De (A2), (A3) e (A4) para $p = p_0$, o risco alfa geral (α) é obtido por:

$$\alpha = 1 - P_a(p_0) = 1 - [P_1(p_0) + P_4(p_0)] \quad (A5)$$

Substituindo os valores do item 2 na Equação (A5), obtém-se:

$$\alpha = 1 - [P\{d_1 \leq 1\} + P\{(d_1 + d_2 \leq 4) \cap (1 < d_1 < 4)\}] \quad (A5)$$

$$\alpha = 1 - (0,808937 + 0,168081) = 0,023$$

4. Agora para calcular o p_1 , utiliza-se as equações (A2), (A3) e (A4) para $p = p_1$, e obtém-se:

$$\beta = P_a(p_1) = P_1(p_1) + P_4(p_1) \quad (A6)$$

Assumindo $\beta = 0,05$, um dos valores mais utilizados na literatura, e substituindo os valores do item 2 na Equação (A6), obtém-se:

$$\begin{aligned} \beta &= P\{d_1 \leq 1\} + P\{(d_1 + d_2 \leq 4) \cap (1 < d_1 < 4)\} \\ 0.05 &= \sum_{j=0}^1 \binom{200}{j} p_1^j (1 - p_1)^{200-j} \\ &+ \sum_{j=2}^3 \sum_{l=0}^{4-j} \binom{200}{l} p_1^l (1 - p_1)^{200-l} \binom{200}{j} p_1^j (1 - p_1)^{200-j} \end{aligned} \quad (A6)$$

Utilizando o método não linear do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) no *Excel*[®] para resolver a Equação (A6), obtém-se:

$$p_1 = 0,0254 \quad (A6)$$

5. Para determinar os limites de especificação, *LSE* e *LIE* para a Distribuição Normal Padrão, substitui-se $p_0 = 0,004$, $\mu_0 = 0$, $\sigma_0 = 1$, na Equação (2). Aplicando o inverso da distribuição normal padrão no *Excel*[®], obtém-se: *LSE* = 2,8782 e *LIE* = -2,8782.
6. Para determinar a média (μ_1), substituímos $p_1 = 0,0254$, $\sigma_1 = 1,1$, *LSE* = 2,8782, e *LIE* = -2,8782, na Equação (3). Aplicando o método de otimização não linear GRG no *Excel*[®], obtém-se: $\mu_1 = 0,7196$.
7. Nesta fase, os parâmetros ótimos para ADC_{pk} e ASC_{pk} são obtidos.

Para obter os resultados do ADC_{pk} , utiliza-se os parâmetros do ADA: $p_0 = 0,004$, $p_1 = 0,0254$, $\alpha = 0,023$, $\alpha_1 = 0,008911$, *LSE* = 2,8782, $\beta = 0,05$, $\mu_1 = 0,7196$, $\sigma_1 = 1,1$, no código-fonte do plano duplo baseado no C_{pk} em *Fortran*[®] (Apêndice C), que contempla a implementação das equações (4), (5), (6), (7), (8), (9) e (10). Os resultados obtidos são: $n_1 = n_2 = 43$, *TMA* = 52,2, $k_1 = 0,7161$, $k_2 = 0,8504$, $k_3 = 1,5796$. Esses resultados foram validados via simulação de Monte Carlo.

Para obter os resultados do ASC_{pk} , apresentado na Figura 2, é necessário mostrar que dada a Equação (5) a probabilidade de aceitação do lote (P_a) é dada por:

$$P_a(p) = P(\hat{C}_{pk} \geq k) = 1 - F_{\hat{C}_{pk}}(k) \quad (A7)$$

Os valores ótimos de (n, k) são as soluções para o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} & \text{Min } n(p_0) \\ & \text{St.: } P_a(p_0) = 1 - \alpha \\ & P_a(p_1) = \beta \cong 0,05 \\ & n > 1 \end{aligned} \quad (A8)$$

Substituindo $\alpha = 0,023$ na Equação (A8), tem-se:

$$\begin{aligned} & \text{Min } n(p_0) \\ & \text{St.: } P_a(p_0) = 0,977 \\ & P_a(p_1) = \beta \cong 0,05 \\ & n > 1 \end{aligned} \quad (A8)$$

De equações (5), (A7), (A8), utiliza-se os parâmetros do ADA: $p_0 = 0,004$, $p_1 = 0,0254$, $\alpha = 0,023$, $USL = 2,8782$, $\beta = 0,05$, $\mu_1 = 0,7196$, e $\sigma_1 = 1,1$, no código-fonte do plano simples baseado no C_{pk} em *Fortran*[®] (Apêndice B). Os resultados obtidos para o ASC_{pk} foram: $n = 69$ e $k = 0,7840$. Esses resultados também foram validados via simulação de Monte Carlo.

APÊNDICE B – Código-fonte do ASC_{pk} em Fortran®

```
USE MSIMSL ! Plano Simples Cpk
```

```
DOUBLE PRECISION WUWU, ERRABS, ERRREL, RESULT, ERREST, LOW,  
HIGH,  
& CPK, SL, UL, USL, LSL, SHIFT, N, DELTA, P2, LAMBDA, ALPHA,  
& SHIFT1, LAMBDA1
```

```
EXTERNAL WUWU  
COMMON N, CPK, SL, UL
```

```
ERRABS=0.0D0  
ERRREL=0.000001D0
```

! Variáveis de entrada:

```
ALPHA=0.023    ! Risco alfa calculado no item 2
```

```
USL=2.8782     ! LSE calculado no item 2
```

```
SHIFT1=0.7196 ! Média calculada no item 4
```

```
LAMBDA1=1.1    ! Desvio padrão do item 3
```

```
LSL=-USL ! LSI
```

```
1000 CONTINUE
```

```
WRITE(*, 88)
```

```
88 FORMAT ("      DIGITE O N")    !Comece com N=2 até atingir o Beta
```

```
READ(*,*)N
```


SHIFT=0 ! Média em controle
 LAMBDA=1 !Desvio padrão em controle

CPK=8.
 DELTA=.5

SL=SHIFT/LAMBDA
 UL=USL/LAMBDA

LOW=0.0D0
 HIGH=UL*DSQRT(N)

100 CONTINUE
 IF(DELTA.LT.0.00000001) GOTO 200

CALL DQDAGS (WUWU, LOW, HIGH, ERRABS, ERRREL, RESULT,
 ERREST)

P2=RESULT ! $(P2=1-FCpk)$. P2 é probabilidade de aceitação do lote

IF(P2.LT.1-ALPHA) THEN !Ajustando $P2 < 1-ALFA$ para encontrar K

CPK=CPK-DELTA !Ajustando o K

GOTO 100

ELSE
 CPK=CPK+DELTA
 DELTA=DELTA/2

CPK=CPK-DELTA

GOTO 100
 ENDIF

200 CONTINUE

WRITE(*,101)CPK,1-P2 !Saída1: CPK é o K e (1-P2) é o Alfa

101 FORMAT(2F14.9)

C

C

C FORA DE CONTROLE

C

C

SHIFT=SHIFT1

LAMBDA=LAMBDA1

SL=SHIFT/LAMBDA

UL=USL/LAMBDA

LOW=0.0D0

HIGH=UL*DSQRT(N)

CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT, ERREST)

P2=RESULT

WRITE(*,101)CPK, P2 !Saída2: Aqui o CPK é o K e P2 é o Beta

GOTO 1000

END

DOUBLE PRECISION FUNCTION WUWU(X)

USE MSIMSL


```
DOUBLE PRECISION N, CPK,SL ,UL, PI, X,A1,A2, A3,Q1,Q2 ,W
```

```
COMMON N, CPK, SL,UL
```

```
PI = 3.1415926536
```

! Aqui o cálculo de $P2=P(Cpk \geq K)=1-FCpk(k)$

```
W=(N - 1) * ((UL * DSQRT(N) - X) **2) / (9 * N * CPK *CPK)
```

```
A1 = DCHIDF(W,N-1)
```

```
Q1= X+SL*DSQRT(N)
```

```
A2=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q1*Q1/2.0D0)
```

```
Q2= X-SL*DSQRT(N)
```

```
A3=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q2*Q2/2.0D0)
```

```
WUWU = A1 * (A2 + A3)
```

```
END
```


APÊNDICE C – Código-fonte do ADC_{pk} em Fortran®

```
USE MSIMSL !ADCpk
```

```
DOUBLE PRECISION WUWU, ERRABS, ERRREL, RESULT, ERREST, LOW,  
HIGH,
```

```
& CPK, SL, UL, USL, LSL, SHIFT, LAMBDA, N, A, B, DELTA,  
&          CPK1, CPK2, GRID, SOMA, SOMA1, CC,  
&          N1, N2, NBARRA, MIDDLE, ALPHA1, BB, SHIFT1, LAMBDA1
```

```
INTEGER M, CICLOS  
PARAMETER (CICLOS=10000)
```

```
EXTERNAL WUWU  
COMMON N, CPK, SL, UL
```

```
ERRABS=0.0D0  
ERRREL=0.0001D0
```

```
C  
C  
C  
C
```

```
C INPUTS N1, N2, NBARRA (NBARRA é o número médio de itens inspecionados  
por lote no período em controle)
```

```
USL=2.5758      !LSE
```

```
ALPHA1=0.008725      !alfa1 da primeira amostra
```

```
SHIFT1=0.5771      ! média calculada
```

```
LAMBDA1=1.2      ! desvio padrão
```


LSL=-USL

804 CONTINUE

WRITE(*,443)

443 FORMAT(" INPUT N1, N2, NBARRA")

READ(*,*) N1, N2, NBARRA

C

C

C

C ALPHA1= Pr(Cpk1<K1)=Prob de rejeitar na primeira amostra

C

C INPUT: ALPHA1< ALFA Calculado

C

C

747 CONTINUE

WRITE(*,42)

42 FORMAT(" INPUT K3") !K3 (Constante de decisão na segunda amostragem)

READ(*,*) CC

MIDDLE= -(NBARRA-N1)/N2+1-ALPHA1

C

C

C

C MIDDLE= Pr(Cpk1>k2)

C

C

C

N=N1

M=N

SHIFT=0 !Média em controle

LAMBDA=1. !desvio em controle

SL=SHIFT/LAMBDA

UL=USL/LAMBDA

LOW=0.0D0 !limite inferior da integral FCpk

HIGH=UL*DSQRT(N) !limite superior da integral FCpk

CPK=0.01

DELTA=0.0001

300 CONTINUE

!Cálculo da integral FCpk com seus erros relativos

CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT,
ERREST)

IF (RESULT.GT.(1.0-ALPHA1)) THEN

CPK=CPK+DELTA

GOTO 300

ELSE

CPK=CPK-DELTA

DELTA=DELTA/2.0

IF (DELTA.LT.0.000001) GOTO 500

CPK=CPK+DELTA

GOTO 300

ENDIF

500 CPK1=CPK !Encontrando K1 por incrementos/decrementos de delta

WRITE(*,88) CPK1,1.0-RESULT

88 FORMAT(" k1=",F10.7, " Pr(Cpk1<k1)=", f9.7)

CPK=0.01

DELTA=0.1

301 CONTINUE

CALL DQDAGS (WUWU, LOW, HIGH, ERRABS, ERRREL, RESULT,
ERREST)

IF (RESULT.GT.MIDDLE) THEN

CPK=CPK+DELTA

GOTO 301

ELSE

CPK=CPK-DELTA

DELTA=DELTA/2.0

IF (DELTA.LT.0.0000001) GOTO 501

CPK=CPK+DELTA

GOTO 301

ENDIF

501 CPK2=CPK ! Encontrando K2 por incrementos/decrementos de delta

AA=RESULT ! probabilidade de aceitação na primeira amostra

WRITE(*,87) CPK2,RESULT

87 FORMAT(" k2=",F10.7, " Pr(Cpk1>k2)=", f9.7)

WRITE(*,86) 1-(RESULT+ALPHA1)

86 FORMAT(" Pr(k1<Cpk1>k2)=", f9.7) !Prob de não ir p seg. amostra

SOMA=0.0

SOMA1=0.0

GRID=(CPK2-CPK1)/CICLOS !criação das frações para calcular P3

DO 55 I=1,CICLOS

N=N1

CPK=CPK1+(I-1)*GRID

CALL DQDAGS (WUWU, LOW, HIGH, ERRABS, ERRREL, RESULT, ERREST)

A=RESULT

CPK=CPK1+I*GRID

CALL DQDAGS (WUWU, LOW, HIGH, ERRABS, ERRREL, RESULT, ERREST)

B=RESULT

SOMA=SOMA+(A-B)

N=N2

CPK=CC-(CPK1+(I-0.5)*GRID)


```
CALL DQDAGS (WUWU, LOW, HIGH, ERRABS, ERRREL, RESULT,
ERREST)
```

```
SOMA1=SOMA1+(1.0-RESULT)*(A-B)
```

```
55 CONTINUE
```

```
WRITE (*,77)SOMA
```

```
77 FORMAT("      Pr(k1<Cpk1>k2)=", f9.7)
```

```
C
```

```
C
```

```
C   SOMA1=Soma (Co =k1+ A*(k2-k1)/ciclos,A=0,1,...,ciclos)
```

```
Pr[Cpk1=Co) *Pr[Cpk2<K3-Co]=Prob de rejeitar na segunda amostra
```

```
C
```

```
C
```

```
WRITE (*,73)ALPHA1, SOMA1 ,ALPHA1+SOMA1
```

```
73  FORMAT(" ALPHA1=", F9.7," ALPHA2=", F9.7," ALPHA(total)=",
& F9.7,/)

```

```
C
```

```
C
```

```
C
```

```
C
```

```
C
```

```
C   FORA DE CONTROLE
```

```
C
```

```
C
```

```
C
```


C
C

WRITE (*,71)

71 FORMAT(" OUT OF CONTROL",/)

SOMA=0.0

SOMA1=0.0

SHIFT=SHIFT1

LAMBDA=LAMBDA1

C
C
C
C
C
C
C
C
C

1.2409 ====> P0=0.001 E P1=0.008

N=N1

SL=SHIFT/LAMBDA

UL=USL/LAMBDA

LOW=0.0D0

HIGH=UL*DSQRT(N)

CPK=CPK1


```
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT,
ERREST)
```

```
AA=1-RESULT
```

```
WRITE (*,69)AA
```

```
69 FORMAT(" Pr[Cpk1<k1]=", f9.7)
```

```
CPK=CPK2
```

```
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT,
ERREST)
```

```
BB=RESULT
```

```
WRITE (*,696)BB
```

```
696 FORMAT(" Pr[Cpk1>k2]=", f9.7)
```

```
DO 552 I=1,CICLOS
```

```
CPK=CPK1+(I-1)*GRID
```

```
N=N1
```

```
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT,
ERREST)
```

```
A=RESULT
```

```
CPK=CPK1+I*GRID
```

```
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT,
ERREST)
```

```
B=RESULT
```

```
SOMA=SOMA+(A-B)
```

```
CPK=CC-(CPK1+(I-0.5)*GRID)
```

```
N=N2
```

```
CALL DQDAGS (WUWU,LOW,HIGH,ERRABS, ERRREL,RESULT,
ERREST)
```


SOMA1=SOMA1+(1.0-RESULT)*(A-B)

552 CONTINUE

C WRITE (*,77)SOMA ,SOMA1, 1.0/(SOMA1+AA)

WRITE(*,66) SOMA

66 FORMAT(" Pr[K1<Cpk1<K2]=", F9.7)

WRITE(*,64) SOMA1

64 FORMAT(/," Pr[K1<Cpk1<K2]*Pr[Cpk2<K3]=", F9.7)

WRITE(*,62) 1-(SOMA1+AA)

C

C

C

C

C

C Variar N1, N2, NBARRA E K3 até conseguir os riscos alfa
e beta desejados.

C

C

C

62 FORMAT(" Risco Beta", F9.7)

WRITE(*,623) NBARRA, N1+N2*(1-AA-BB)

623 FORMAT(" NBARRA EM CONTOLE", F7.2,

& " NBARRA - FORA DE CONTROLE", F7.2)

WRITE(*,445)


```
445  FORMAT( "  DIGITE 1 PARA TROCAR O K3, CC REINICIAR")
```

```
      READ(*,*) NB
```

```
      IF (NB.EQ.1)  GOTO 747
```

```
      GOTO 804
```

```
      END
```

```
      DOUBLE PRECISION FUNCTION WUWU(X)
```

```
      USE MSIMSL
```

```
      C  EXTERNAL FUNCTION DNORDF , DGAMMA
```

```
      DOUBLE PRECISION N, CPK,SL ,UL, PI, X,A1,A2, A3,Q1,Q2 ,W
```

```
      COMMON N, CPK, SL,UL
```

```
      PI = 3.1415926536
```

```
      W=(N - 1) * ((UL * DSQRT(N) - X) **2) / (9 * N * CPK *CPK)
```

```
      A1  = DCHIDF(W,N-1)
```

```
      Q1=  X+SL*DSQRT(N)
```

```
      A2=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q1*Q1/2.0D0)
```

```
      Q2=  X-SL*DSQRT(N)
```

```
      A3=(1.0D0/DSQRT(2*PI))*DEXP(-Q2*Q2/2.0D0)
```

```
      WUWU = A1 * (A2 + A3)
```

```
      END
```


APÊNDICE D – Artigos Gerados

MARQUES, R. A. M.; MACIEL, A. C.; SOUZA, L. L. de.; COSTA, A. F. B. Estudo econômico de planos de inspeção por atributos baseados na NBR-5426. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - ENEGEP, 45., 2025, Natal, RN. *Anais...* Natal, RN: [s. n.], 2025.

MACIEL, A. C.; MARQUES, R. A. M.; COSTA, A. F. B. Concerns about designing Cpk sampling plans with an approximate cumulative distribution function. **Quality Engineering**, [s. l.], p. 1–10, 2025. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/08982112.2025.2537830>

MARQUES, R. A. M. et al. The design of the mixed repetitive sampling plans based on the Cpk index. **International Journal of Quality & Reliability Management**, [s. l.], v. 41, n. 2, p. 674–697, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1108/IJQRM-07-2022-0231>

MACIEL, A. C.; MARQUES, R. A. M.; COSTA, A. F. B. Estudos comparativos dos planos de amostragens simples baseados nos estimadores amostrais do Cpk e da variância. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - ENEGEP, 44., 2024, Porto Alegre, RS. *Anais...* Porto Alegre, RS: [s. n.], 2024.

MACIEL, A. C.; FERNANDO, A.; COSTA, B. Estudo parcial comparativo dos planos de amostragens simples baseados nos estimadores amostrais do Cpk e da variância. In: IEPG SUMMIT, 1., 2023, Itajubá, MG. *Anais...* Itajubá, MG: UNIFEI, 2023.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHMED, B. et al. Amputated life-testing based on extended Dagum percentiles for type of group inspection plans: optimal sample sizes, termination time ratios analysis. **Scientific reports**, [s. l.], v. 14, n. 1, p. 24144, 2024.
- ALSULTAN, R. A.; AL-OMARI, A. I. Zeghdoudi distribution in acceptance sampling plans based on truncated life tests with real data application. **Decision Making: Applications in Management and Engineering**, [s. l.], v. 6, n. 1, p. 432–448, 2023.
- AMEEQ, M. et al. A group acceptance sampling plan truncated life test for alpha power transformation inverted perks distribution based on quality control reliability. **Cogent Engineering**, [s. l.], v. 10, n. 1, 2023.
- ASLAM, M. et al. A Multiple Dependent State Repetitive Sampling Plan Based on Performance Index for Lifetime Data with Type II Censoring. **IEEE Access**, [s. l.], v. 7, p. 49377–49391, 2019.
- ASLAM, M. et al. A proposed procedure for variable sampling plans design based on process capability index. **Journal of Engineering Research**, [s. l.], v. 4, n. 4, p. 113–129, 2016.
- ASLAM, M. A variable acceptance sampling plan under neutrosophic statistical interval method. **Symmetry**, [s. l.], v. 11, n. 1, 2019.
- ASLAM, M. et al. Mixed acceptance sampling plans for product inspection using process capability index. **Quality Engineering**, [s. l.], v. 26, n. 4, p. 450–459, 2014.
- ASLAM, M. et al. Product acceptance determination based on EWMA yield index using repetitive and MDS sampling schemes. **Scientia Iranica**, [s. l.], v. 29, n. 4, p. 2241–2251, 2022.
- ASLAM, M. et al. Variable sampling inspection for resubmitted lots based on process capability index Cpk for normally distributed items. **Applied Mathematical Modelling**, [s. l.], v. 37, n. 3, p. 667–675, 2013.
- ASLAM, M.; AZAM, M.; JUN, C. H. A mixed repetitive sampling plan based on process capability index. **Applied Mathematical Modelling**, [s. l.], v. 37, n. 24, p. 10027–10035, 2013a.
- ASLAM, M.; AZAM, M.; JUN, C. A new lot inspection procedure based on exponentially weighted moving average. **International Journal of Systems Science**, [s. l.], v. 46, n. 8, p. 1392–1400, 2013b.
- ASLAM, M.; BALAMURALI, S.; ARIF, T. Improved double acceptance sampling plan based on truncated life test for some popular statistical distributions. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, [s. l.], v. 86, n. 3, p. 477–493, 2016.
- ASLAM, M.; BALAMURALI, S.; JUN, C. H. A new multiple dependent state sampling plan based on the process capability index. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, [s. l.], v. 50, n. 6, p. 1711–1727, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5426: planos de amostragem e procedimentos na inspeção por atributos**. Rio de Janeiro: [s. n.], 1985a.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5427: guia para utilização da norma NBR 5426**. Rio de Janeiro: [s. n.], 1985b.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5429: planos de amostragem e procedimentos na inspeção por variáveis**. Rio de Janeiro: [s. n.], 1985c.

BAILLIE, D. Double Sampling Plans for Inspection by Variables when the Process Standard Deviation is Unknown. **International Journal of Quality & Reliability Management**, [s. l.], v. 9, n. 5, 1992.

BALAMURALI, S. et al. A mixed double sampling plan based on Cpk. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, [s. l.], v. 49, n. 8, p. 1840–1857, 2020.

BALAMURALI, S. Combined attri-vari inspection policy for resubmitted lots based on the process capability index. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, [s. l.], v. 51, n. 9, p. 5406–5425, 2022.

BALAMURALI, S. Optimal designing of a new mixed variable lot-size chain sampling plan based on the process capability index. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, [s. l.], v. 47, n. 10, p. 2490–2503, 2018.

BALAMURALI, S.; ASLAM, M. Determination of multiple dependent state repetitive group sampling plan based on the process capability index. **Sequential Analysis**, [s. l.], v. 38, n. 3, p. 385–399, 2019.

BALAMURALI, S.; ASLAM, M.; AHMAD, L. Determination of a new mixed variable lot-size multiple dependent state sampling plan based on the process capability index. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, [s. l.], v. 47, n. 3, p. 615–627, 2018.

BALAMURALI, S.; USHA, M. Optimal designing of variables quick switching system based on the process capability index C pk. **Journal of Industrial and Production Engineering**, [s. l.], v. 31, n. 2, p. 85–94, 2014.

BANIHASHEMI, A.; WU, C.-W.; AMIRI, A. Analytical modeling of acceptance sampling plan with functional process capability index for circular profiles. **International Journal of Production Economics**, [s. l.], p. 109622, 2025.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations and Production Management**, [s. l.], v. 22, n. 2, p. 241–264, 2002.

CAUCHICK-MIGUEL, P. A. et al. **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. 3. ed. São Paulo: [s. n.], 2018.

COSTA, A. F. B. Comparing the performance of the Cpk and (X-bar, S) sampling plans. **Quality and Reliability Engineering International**, [s. l.], v. 40, n. 7, p. 4123–4130, 2024.

COSTA, A. F. B. Comparing the sequential and the repetitive Cpk sampling plans. **Quality and Reliability Engineering International**, [s. l.], v. 39, n. 7, p. 2869–2880, 2023a.

COSTA, A. F. B. The performance of the Cpk chart. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, [s. l.], v. 52, n. 8, p. 3912–3918, 2023b.

COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. **Controle Estatístico de Qualidade**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2005.

DARMAWAN, A. et al. Developing variables two-plan sampling scheme with consideration of process loss for lot sentencing. **Quality Engineering**, [s. l.], 2024.

DEVAARUL, S.; SENTHIL KUMAR, D. Development of two stages variable sampling plans (2S-VSP) with measures of mean and variance for continuous production process. **International Journal of Scientific and Technology Research**, [s. l.], v. 8, n. 12, p. 1630–1633, 2019.

- DODGE, H. F.; ROMIG, H. G. A method of sampling inspection. **The Bell System Technical Journal**, [s. l.], v. 8, n. 4, p. 613–631, 1929.
- DUARTE, B. P. M.; GRANJO, J. F. O. Optimal exact design of double acceptance sampling plans by attributes. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, [s. l.], v. 89, n. 17, p. 3313–3329, 2019.
- DUARTE, B. P. M.; SINGH, S. P.; MOURA, M. J. Optimal design of multivariate acceptance sampling plans by variables. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, [s. l.], v. 92, n. 15, p. 3129–3149, 2022.
- DUNCAN, A. J. **Quality control and industrial statistics**. 5. ed. Homewood: Irwin, 1986.
- EL FARME, N. Impact of the total measurement error on sampling plan for bulk materials – An optimal sampling plan under ToS framework. **Computers and Industrial Engineering**, [s. l.], v. 186, 2023.
- FALLAH NEZHAD, M. S.; SEIFI, S. Designing different sampling plans based on process capability index. **International Journal of Engineering, Transactions B: Applications**, [s. l.], v. 29, n. 8, p. 1120–1130, 2016.
- FALLAH NEZHAD, M. S.; SEIFI, S. Designing optimal double-sampling plan based on process capability index. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, [s. l.], v. 46, n. 13, p. 6624–6634, 2017a.
- FALLAH NEZHAD, M. S.; SEIFI, S. Repetitive group sampling plan based on the process capability index for the lot acceptance problem. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, [s. l.], v. 87, n. 1, p. 29–41, 2017b.
- FALLAHNEZHAD, M. S.; QAZVINI, E.; ABESSI, M. Designing an economical acceptance sampling plan in the presence of inspection errors based on maxima nomination sampling method. **Scientia Iranica**, [s. l.], v. 25, n. 3E, p. 1701–1711, 2018.
- GOLUB, A. Designing Single-Sampling Inspection Plans when the Sample Size is Fixed. **Journal of the American Statistical Association**, [s. l.], v. 48, n. 262, p. 278–288, 1953.
- GOVINDARAJU, K.; BALAMURALI, S. Chain sampling plan for variables inspection. **Journal of Applied Statistics**, [s. l.], v. 25, n. 1, p. 103–109, 1998.
- GOVINDARAJU, K.; GANESALINGAM, S. Sampling inspection for resubmitted lots. **Communications in Statistics Part B: Simulation and Computation**, [s. l.], v. 26, n. 3, p. 1163–1176, 1997.
- GRUBBS, B. F. E. On designing single sampling inspection plans. **The Annals of Mathematical Statistics**, [s. l.], v. 20, n. 2, p. 242–256, 1949.
- HALD, A. The Determination of Single Sampling Attribute Plans with Given Producer's and Consumer's Risk. **Technometrics**, [s. l.], v. 9, n. 3, p. 401–415, 1967.
- HSU, L. F.; HSU, J. T. Economic design of acceptance sampling plans in a two-stage supply chain. **Advances in Decision Sciences**, [s. l.], v. 2012, 2012.
- HSU, B. M.; WANG, T. C.; SHU, M. H. Lot-dependent sampling plans for qualifying long-term production capability with a one-sided specification. **Computers and Industrial Engineering**, [s. l.], v. 146, 2020.
- HUSSAIN, N. et al. An acceptance sampling plan for the odd exponential-logarithmic Fréchet distribution: applications to quality control data. **Cogent Engineering**, [s. l.], v. 11, n. 1, 2024.

- HUSSAIN, J. et al. SkSP-R sampling plan based on process capability index. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, [s. l.], v. 46, n. 6, p. 2955–2966, 2017.
- IMRAN, M. et al. A new Bell-exponential model: Properties and applications. **Cogent Engineering**, [s. l.], v. 10, n. 2, 2023.
- JAMPACHAISRI, K. et al. Empirical bayes based on squared error loss and precautionary loss functions in sequential sampling plan. **IEEE Access**, [s. l.], v. 8, p. 51460–51469, 2020.
- JOYCE, V. J.; EDNA, K. R. J.; MERLIN, G. S. Designing and selection of MSPZIP sampling plan. **International Journal of System Assurance Engineering and Management**, [s. l.], 2023.
- KANE, V. E. Process capability indices. **Journal of Quality Technology**, [s. l.], v. 18 (1), p. 41–52, 1986.
- KAVIYARASU, V.; SIVAKUMAR, P. Optimization of bayesian repetitive group sampling plan for quality determination in pharmaceutical products and related materials. **International Journal of Industrial Engineering Computations**, [s. l.], v. 13, n. 1, p. 31–42, 2022.
- LEE, Amy H.I. et al. Designing acceptance sampling plans based on the lifetime performance index under gamma distribution. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, [s. l.], v. 115, n. 11–12, p. 3409–3422, 2021.
- LEE, Amy H. I. et al. Designing acceptance sampling plans based on the lifetime performance index under gamma distribution. **The International Journal of Advanced Manufacturing Tchnology**, [s. l.], v. 115, n. 11–12, p. 3409–3422, 2021.
- LEE, A. H. I. et al. The construction of a modified sampling scheme by variables inspection based on the one-sided capability index. **Computers & Industrial Engineering**, [s. l.], v. 122, p. 87–94, 2018.
- LI, Y.; ZHAO, W.; SHAO, X. A process simulation based method for scheduling product design change propagation. **Advanced Engineering Informatics**, [s. l.], v. 26, n. 3, p. 529–538, 2012.
- LIN, H.-C. Variable sampling plans for normal distribution based on capability index Cpm. **International Journal of Industrial Engineering: Theory Applications and Practice**, [s. l.], 2004.
- LIU, F.; CUI, L. A design of attributes double sampling plans for three-class products. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, [s. l.], v. 45, n. 3, p. 1054–1071, 2016.
- LIU, S. W.; WU, C. W. Design and construction of a variables repetitive group sampling plan for unilateral specification limit. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, [s. l.], v. 43, n. 8, p. 1866–1878, 2014.
- LIU, S. W.; WU, C. W.; TSAI, Y. H. An adjustable inspection scheme for lot sentencing based on one-sided capability indices. **Applied Mathematical Modelling**, [s. l.], v. 96, p. 766–778, 2021.
- LIU, S. W.; WU, C. W.; WEI, I. T. Enhancing Lot Sentencing Through a Capability Index-Based Skip-Lot Sampling Scheme. **Quality and Reliability Engineering International**, [s. l.], v. 41, n. 3, p. 1149–1160, 2025.
- MACIEL, A. C.; FERNANDO, A.; COSTA, B. Estudo parcial comparativo dos planos de amostragens simples baseados nos estimadores amostrais do Cpk e da variância. In: IEPG SUMMIT, 1., 2023, Itajubá, MG. *Anais...* Itajubá, MG: UNIFEI, 2023.

- MACIEL, A. C.; MARQUES, R. A. M.; COSTA, A. F. B. Concerns about designing C pk sampling plans with an approximate cumulative distribution function. **Quality Engineering**, [s. l.], p. 1–10, 2025.
- MACIEL, A. C.; MARQUES, R. A. M.; COSTA, A. F. B. Estudos comparativos dos planos de amostragens simples baseados nos estimadores amostrais do Cpk e da variância. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - ENEGEP, 44., 2024, Porto Alegre, RS. *Anais...* Porto Alegre, RS: [s. n.], 2024.
- MARQUES, R. A. M. et al. The design of the mixed repetitive sampling plans based on the Cpk index. **International Journal of Quality & Reliability Management**, [s. l.], v. 41, n. 2, p. 674–697, 2024.
- MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017a.
- MONTGOMERY, D. C. **Introduction to statistical quality control**. 6. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2017b.
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied statistics and probability for engineers**. 7. ed. Arizona: John Wiley & Sons, 2018.
- MOSTOFI, A. G.; SHIRKANI, S. Designing a single-sampling plan for attributes in the presence of classification errors. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, [s. l.], v. 49, n. 7, p. 1768–1782, 2020.
- MURUGESWARI, N.; JEYADURGA, P.; BALAMURALI, S. Optimal designing of two-level skip-lot sampling reinspection plan. **Journal of Applied Statistics**, [s. l.], v. 49, n. 5, p. 1086–1104, 2022.
- NADI, A. A.; GILDEH, B. S.; AFSHARI, R. Optimal design of overall yield-based variable repetitive sampling plans for processes with multiple characteristics. **Applied Mathematical Modelling**, [s. l.], v. 81, p. 194–210, 2020.
- NARAYANAN, M. S.; JEYADURGA, P.; BALAMURALI, S. Optimal and economic design of modified double sampling plan under new Weibull–Pareto distribution. **International Journal of Quality and Reliability Management**, [s. l.], v. 41, n. 5, p. 1235–1252, 2024.
- NAZ, S. et al. A group acceptance sampling plan based on flexible new Kumaraswamy exponential distribution: An application to quality control reliability. **Cogent Engineering**, [s. l.], v. 10, n. 2, 2023.
- NEGRIN, I.; PARMET, Y.; SCHECHTMAN, E. Developing a model-based sampling plan. **Quality and Reliability Engineering International**, [s. l.], v. 27, n. 8, p. 1183–1198, 2011a.
- NEGRIN, I.; PARMET, Y.; SCHECHTMAN, E. Developing a sampling plan based on Cpk-unknown variance. **Quality and Reliability Engineering International**, [s. l.], v. 27, n. 1, p. 3–14, 2011b.
- ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS (ONU). **Transformando o nosso mundo: a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável**. Nova Iorque: Organização das Nações Unidas, 2015.
- PEARN, W. L.; SHU, M.-H. Manufacturing capability control for multiple power-distribution switch processes based on modified Cpk MPPAC. **Microelectronics Reliability**, [s. l.], v. 43, p. 963–975, 2003.
- PEARN, W. L.; WU, C. W. An effective decision making method for product acceptance. **Omega**, [s. l.], v. 35, n. 1, p. 12–21, 2007.

- PEÑA-GONZÁLEZ, D. et al. Enhancing Quality Control in Lot Reception: A Comparative Analysis of Innovative Attribute Acceptance Sampling Plans. **Journal of Industrial Engineering and Management**, [s. l.], v. 17, n. 3, p. 681–697, 2024.
- PFANZAGL, J.; SCHÜLER, W. The efficiency of sequential sampling plans based on prior distributions and costs. **Technometrics**, [s. l.], v. 12, n. 2, p. 299–310, 1970.
- QOMI, M. N.; FERNÁNDEZ, A. J. Optimal double acceptance sampling plans based on truncated life tests for Tsallis q -exponential distributions. **Journal of Applied Statistics**, [s. l.], n. May, p. 1–12, 2024.
- RAO, G. S.; ASLAM, M.; JUN, C. A variable sampling plan using generalized multiple dependent state based on a one-sided process capability index. **Communications in Statistics - Simulation and Computation**, [s. l.], v. 50, n. 9, p. 2666–2677, 2019.
- RHEE, S. J.; ISHII, K. Using cost based FMEA to enhance reliability and serviceability. **Advanced Engineering Informatics**, [s. l.], v. 17, n. 3–4, p. 179–188, 2003.
- SAMINATHAN, B.; MAHALINGAM, U. A new mixed repetitive group sampling plan based on the process capability index for product acceptance. **International Journal of Quality and Reliability Management**, [s. l.], v. 35, n. 2, p. 463–480, 2018.
- SCAGLIARINI, M. A sequential test and a sequential sampling plan based on the process capability index C_{pmk} . **Computational Statistics**, [s. l.], v. 37, n. 3, p. 1523–1550, 2022.
- SCHILLING, E. G.; DODGE, H. F. American Society for Quality Procedures and Tables for Evaluating Dependent Mixed Acceptance Sampling Plans Procedures and Tables for Evaluating Dependent Mixed Acceptance Sampling Plans*Dodge Source: **Technometrics**. [S. l.: s. n.], 1969.
- SCHILLING, E. G.; DODGE, H. F. *Dependent mixed acceptance sampling plans and their evaluation*. Technical Report No. N-27. Rutgers – The State University, Statistics Center, 1967a.
- SCHILLING, E. G.; DODGE, H. F. *On some joint probabilities useful in mixed acceptance sampling*. Technical Report No. N-26. Rutgers – The State University, Statistics Center, 1966.
- SCHILLING, E. G.; DODGE, H. P. *Tables of joint probabilities useful in evaluating mixed acceptance sampling plans*. Technical Report No. N-28. Rutgers – The State University, Statistics Center, 1967b.
- SCHILLING, E. G.; NEUBAUER, D. V. **Acceptance Sampling in Quality Control**. 2. ed. New York: Chapman and Hall/CRC, 2009.
- SCHILLING, E. G.; NEUBAUER, D. V. **Acceptance Sampling in Quality Control**. 3. ed. New York: Chapman and Hall/CRC, 2017.
- SCHÜLER, W. Multistage Sampling Procedures Based on Prior Distributions and Costs. **The Annals of Mathematical Statistics**, [s. l.], v. 38, n. 2, p. 464–470, 1967.
- SEIFI, S.; NEZHAD, M. S. F. Variable sampling plan for resubmitted lots based on process capability index and Bayesian approach. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, [s. l.], v. 88, n. 9–12, p. 2547–2555, 2017.
- SHERMAN, R. E. Design and Evaluation of a Repetitive Group Sampling Plan. **Technometrics**, [s. l.], v. 7, n. 1, p. 11–21, 1965.

SHU, M. H.; WANG, T. C.; HSU, B. M. Generalized quick-switch sampling systems indexed by Taguchi capability with record traceability. **Computers and Industrial Engineering**, [s. l.], v. 172, 2022.

SOMMERS, D. J. Two-Point Double Variables Sampling Plans. **Journal of Quality Technology**, [s. l.], v. 13, n. 1, p. 25–30, 1981.

SRIDEVI, S.; BALAMURALI, S. Designing of Variables Modified Double Sampling Plan with Double Specification Limits. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT TECHNIQUES IN CONTROL, OPTIMIZATION AND SIGNAL PROCESSING – INCOS, 2024. *Anais...* [S. l.]: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2024.

SRIDEVI, S.; JEYADURGA, P.; BALAMURALI, S. Determination of modified double sampling plan based on the process capability index. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, [s. l.], v. 93, n. 9, p. 1441–1460, 2023.

SURESH, K. K.; DEVAARUL, S. Designing and selection of mixed sampling plan with chain sampling as attribute plan. **Quality Engineering**, [s. l.], v. 15, n. 1, p. 155–160, 2002.

SURESH, K. K.; DEVAARUL, S. Multidimensional Mixed Sampling Plans. **Quality Engineering**, [s. l.], v. 16, n. 2, p. 233–237, 2003.

TOMOHIRO, R.; ARIZONO, I.; TAKEMOTO, Y. Proposal of variable sequential sampling plan having desired operating characteristics indexed by quality loss. **International Journal of Production Research**, [s. l.], v. 7543, p. 1–18, 2016.

TRIPATHI, H.; DEY, S.; SAHA, M. Double and group acceptance sampling plan for truncated life test based on inverse log-logistic distribution. **Journal of Applied Statistics**, [s. l.], v. 48, n. 7, p. 1227–1242, 2021.

UNITED STATES DEPARTMENT OF DEFENSE. **MIL-STD-105E: sampling procedures and tables for inspection by attributes**. Washington, D.C.: [s. n.], 1989.

UNITED STATES DEPARTMENT OF DEFENSE. **MIL-STD-414: sampling procedures and tables for inspection by variables for percent defective**. Washington, D.C.: [s. n.], 1957.

USHA, M.; BALAMURALI, S. Designing of a mixed-chain sampling plan based on the process capability index with chain sampling as the attributes plan. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, [s. l.], v. 46, n. 21, p. 10456–10475, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610926.2016.1236961>.

WANG, Z.-W. ; WANG C.-W. A Modified Skip-Lot Sampling Plan Considering Re-Sampling Mechanism Based on Advanced Capability Index. In: ISSAT INTERNATIONAL CONFERENCE ON RELIABILITY & QUALITY IN DESIGN, 27., 2022, Virtual Event. *Anais...* [S. l.]: International Society of Science and Applied Technologies, 2022.

WANG, T. C. Constructing a cloud-computing tool of single sampling plan based on process capability indices for product acceptance determination. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, [s. l.], 2025a.

WANG, F. K. et al. Dependent Mixed and Mixed Repetitive Sampling Plans for Linear Profiles. **Quality and Reliability Engineering International**, [s. l.], v. 33, n. 8, p. 1669–1683, 2017.

WANG, T. C. Development of a cost-effective inspection scheme with adaptive lot-disposition mechanisms and a third-generation capability index. **International Journal of Production Economics**, [s. l.], v. 288, 2025b.

- WANG, Z. H. Optimal design of a two-point variables skip-lot sampling plan with Taguchi capability index. **Quality Engineering**, [s. l.], v. 35, n. 1, p. 20–32, 2023.
- WANG, J. et al. Situation modeling and evaluation for complex systems: A case study of satellite attitude control system. **Advanced Engineering Informatics**, [s. l.], v. 61, n. November 2023, p. 102505, 2024.
- WANG, C. C.; CHANG, Y. S. Dynamic Acceptance Sampling Strategy Based on Product Quality Performance Using Examples from IC Test Factory. **Mathematics**, [s. l.], v. 11, n. 13, 2023.
- WANG, T. C.; WU, C. W. Development of a generalised dual sampling system with a flexible decision-rule-transformation mechanism. **Advanced Engineering Informatics**, [s. l.], v. 62, 2024.
- WANG, Z. H.; WU, C. W.; LI, P. Y. An improved skip-lot sampling scheme with resampling mechanism using an advanced capability index. **International Journal of Production Research**, [s. l.], v. 63, n. 1, p. 104–118, 2025.
- WANG, Z. H.; WU, C. W.; LIN, W. R. Developing a variables modified chain sampling plan with Taguchi capability index. **Quality and Reliability Engineering International**, [s. l.], v. 38, n. 6, p. 3051–3061, 2022.
- WU, C.-W. et al. A repetitive group sampling plan by variables inspection for product acceptance determination. **European J. Industrial Engineering**. [S. l.: s. n.], 2015.
- WU, C. W. et al. Capability-based quick switching sampling system for lot disposition. **Applied Mathematical Modelling**, [s. l.], v. 52, p. 131–144, 2017.
- WU, C. W. et al. Integrating capability index and generalized rule-switching mechanism for enhanced quick-switch sampling systems. **International Journal of Production Economics**, [s. l.], v. 276, 2024.
- WU, C. W. et al. Variables skip-lot sampling plans on the basis of process capability index for products with a low fraction of defectives. **Computational Statistics**, [s. l.], v. 36, n. 2, p. 1391–1413, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00180-020-01049-0>.
- WU, C. W.; CHEN, J. T. A modified sampling plan by variables with an adjustable mechanism for lot sentencing. **Journal of the Operational Research Society**, [s. l.], v. 72, n. 3, p. 678–687, 2021.
- WU, C. W.; CHEN, J. T.; LIU, S. W. Designing a yield-based skip-lot sampling plan for lot acceptance determination. **Journal of the Operational Research Society**, [s. l.], v. 73, n. 3, p. 653–663, 2022.
- WU, C. W.; DARMAWAN, A. A modified sampling scheme for lot sentencing based on the third-generation capability index. **Annals of Operations Research**, [s. l.], v. 349, n. 1, p. 25–46, 2025.
- WU, C. W.; DARMAWAN, A.; LIU, S. W. Developing a stage-independent multiple sampling plan with loss-based capability index for lot disposition. **Journal of the Operational Research Society**, [s. l.], v. 76, n. 3, p. 426–437, 2025.
- WU, C. W.; DARMAWAN, A.; LIU, S. W. Stage-independent multiple sampling plan by variables inspection for lot determination based on the process capability index C_{pk} . **International Journal of Production Research**, [s. l.], v. 61, n. 10, p. 3171–3183, 2023.

- WU, C. W.; LEE, A. H. I.; HUANG, Y. S. A variable-type skip-lot sampling plan for products with a unilateral specification limit. **International Journal of Production Research**, [s. l.], v. 59, n. 14, p. 4140–4156, 2021.
- WU, C.-W.; LEE, A. H. I.; HUANG, Y.-S. Developing a skip-lot sampling scheme by variables inspection using repetitive sampling as a reference plan. **International Journal of Production Research**, [s. l.], v. 60, n. 10, p. 3018–3030, 2022.
- WU, C. W.; PEARN, W. L. A variables sampling plan based on Cpmk for product acceptance determination. **European Journal of Operational Research**, [s. l.], v. 184, n. 2, p. 549–560, 2008.
- WU, C. W.; WANG, Z. H. A cost-effective skip-lot sampling scheme using loss-based capability index for product acceptance determination. **International Journal of Production Economics**, [s. l.], v. 273, 2024.
- WU, C. W.; WANG, Z. H. Developing a variables multiple dependent state sampling plan with simultaneous consideration of process yield and quality loss. **International Journal of Production Research**, [s. l.], v. 55, n. 8, p. 2351–2364, 2017.
- WU, C. W.; WANG, T. C. Development of a cost-effective adaptive sampling system considering process yield and quality loss. **Operational Research**, [s. l.], v. 25, n. 2, 2025.
- WU, C. W.; WU, T. H.; CHEN, T. Developing a variables repetitive group sampling scheme by considering process yield and quality loss. **International Journal of Production Research**, [s. l.], v. 53, n. 7, p. 2239–2251, 2015.
- YEN, C. H. et al. Multiple dependent state repetitive sampling plans based on one-sided process capability indices. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, [s. l.], v. 47, n. 6, p. 1403–1412, 2018.
- YEN, C. H.; CHANG, C. H.; LEE, C. C. A new multiple dependent state sampling plan based on one-sided process capability indices. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, [s. l.], v. 126, n. 7–8, p. 3297–3309, 2023.
- ZEIGLER, R. K.; GOLDMAN, A. A Double Sampling Plan for Two Comparing Variances. **Journal of the American Statistical Association**, [s. l.], v. 67, n. 339, p. 698–701, 1972.
- ZEIGLER, R. K.; TIETJEN, G. L. Double Sampling Plans where the Acceptance Criterion is the Variance. **Technometrics**, [s. l.], v. 10, n. 1, p. 99–106, 1968.
- ZHAO, X.; WANG, S.; SUN, L. Single and Sequential Sampling Plans for Multi-Attribute Products and Multi-Class Lot in Reliability Test. **IEEE Access**, [s. l.], v. 7, p. 81145–81155, 2019.