



UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

**USO DO CONTROLE POR MODO DESLIZANTE
COM INTEGRADOR CONDICIONAL PARA REDUZIR A
SUSCETIBILIDADE ÀS OSCILAÇÕES INDUZIDAS PELO PILOTO**

Jose Junior Leão Rodrigues

Itajubá – MG

2024

Jose Junior Leão Rodrigues

**USO DO CONTROLE POR MODO DESLIZANTE
COM INTEGRADOR CONDICIONAL PARA REDUZIR A
SUSCETIBILIDADE ÀS OSCILAÇÕES INDUZIDAS PELO PILOTO**

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Projeto, Materiais e Processos

Orientador: Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Jr

Coorientador: Prof. Dr. Marcelo Santiago de Sousa

Itajubá – MG

2024

Rodrigues, Jose J. L.

Uso do controle por modo deslizante com integrador condicional para reduzir a suscetibilidade às oscilações induzidas pelo piloto.

Jose Junior Leão Rodrigues. Itajubá, 2024. 372 p.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Jr

Coorientador: Prof. Dr. Marcelo Santiago de Sousa

Dissertação de Mestrado. Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Itajubá.

1. Controle por modo deslizante com integrador condicional (CISMC), Controle por modo deslizante (SMC), Controle não linear, Oscilações induzidas pelo piloto (PIO), Sistema piloto-veículo (PVS), Acoplamento aeronave-piloto (APC), Perda de controle em voo (LOC-I).

O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação pode ser reproduzida sem a autorização dos respectivos autores, com uso restrito para propósitos acadêmicos e científicos. Todos os direitos autorais são e devem ser associado às suas devidas referências.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas, às quais, presto minha homenagem:

Aos meus pais, Celia Maria Francisca e João de Oliveira Rodrigues, pelo apoio e pela contribuição ao longo do desenvolvimento deste estudo.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Sebastião Simões da Cunha Jr, pelo cumprimento de suas responsabilidades e pelo acompanhamento nas demais tarefas realizadas em ofício ao programa.

Ao meu coorientador, Prof. Dr. Marcelo Santiago de Sousa, pelo apoio fundamental no desenvolvimento do texto e das simulações, além das demais dúvidas, auxílios e horas dedicadas a este trabalho.

Aos membros da banca, Prof. Dr. Flavio Luiz Cardoso Ribeiro e Prof. Dr. Yohan Ali Díaz Méndez por seus comentários e sugestões acerca do tema desenvolvido.

A todos que contribuíram para que esta etapa fosse atingida, aos funcionários, professores e amigos, sem as suas contribuições, este trabalho não teria se tornado possível.

*A verdade não pode ser fabricada e
nada vende tão bem... quanto meia verdade.*

(Autoria desconhecida)

RESUMO

As oscilações induzidas pelo piloto (PIO), subclasse dos acoplamentos aeronave-piloto (APC) são caracterizadas pelas interações entre o piloto e uma aeronave, que quando instáveis, resultam em oscilações sustentadas e/ou incontroláveis a partir dos esforços do piloto para manter o controle da aeronave. Na presença de não linearidades, como a limitação de taxa, esses eventos tendem a ser graves e abruptos, sujeitando o piloto a condições desfavoráveis, sendo fator contribuinte às PIO – e pelo que se dispõe, na perda de controle de voo (LOC-I). Nesta dissertação, busca-se avaliar a tendência oscilatória de aeronaves com o propósito de mitigar às PIO em razão da saturação de taxa dos atuadores. O critério ponto de início de circuito aberto (OLOP) foi aplicado com este objetivo, dado um sistema veículo-piloto (PVS), incluindo as leis de controle, o modelo de piloto, a saturação de taxa do atuador e a dinâmica da aeronave. Em seguida, como uma proposta de inovação, implementou-se um controlador robusto baseado na técnica de controle por modo deslizante com integrador condicional (CISMC). Os resultados são expostos nas simulações e nas análises subsequentes, com o intuito de validar e comparar as respostas obtidas para o controlador aos modelos publicados na literatura. Em geral, o desempenho do CISMC, para os casos analisados, foi satisfatório, no que diz respeito ao controle e a estabilidade da aeronave, com a diminuição da degradação das respostas e dos atrasos de fase, exibindo um indicativo positivo na diminuição dos riscos ocasionados pelas PIO, a fim de desenvolver contramedidas e estratégias que assegurem as qualidades de voo às aeronaves.

Palavras-chave: controle por modo deslizante com integrador condicional (CISMC); controle por modo deslizante (SMC); controle não linear; oscilações induzidas pelo piloto (PIO); sistema piloto-veículo (PVS); acoplamento aeronave-piloto (APC); perda de controle em voo (LOC-I).

ABSTRACT

Pilot-induced oscillations, subclass of aircraft pilot couplings (APC), are characterized by interactions between the pilot and an aircraft, which when unstable, result in sustained and/or uncontrollable oscillations from the pilot's efforts to maintain control of the aircraft. In the presence of non-linearities, such as rate saturation, the events tend to be severe and abrupt, subjecting the pilot to unfavorable conditions, being a contributing factor to PIO – and from what is known, in the loss of control in-flight (LOC-I). In this dissertation, we seek to evaluate the oscillatory tendency of aircraft with the purpose of mitigating PIO due to actuator rate saturation. The open loop onset point (OLOP) criterion was applied with this objective, given a pilot-vehicle system (PVS), including the control laws, pilot model, actuator rate saturation and aircraft dynamics. Then, as an innovation proposal, a robust controller based on conditional integrator sliding mode control (CISMC), was implemented. The results are presented in the subsequent simulations and analyses, with the intention of validating and comparing the responses obtained for the controller with models published in the literature. In general, the performance of the CISMC, for the cases analyzed, was satisfactory, with regard to the aircraft control and stability, with a decrease in the degradation of responses and phase delays, showing a positive indication in reducing the risks of PIO occurring, in order to develop countermeasures and strategies that ensure aircraft flying qualities.

Key words: conditional integrator sliding mode control (CISMC); sliding mode control (SMC); nonlinear control; pilot-induced oscillations (PIO); pilot-vehicle system (PVS); aircraft-pilot coupling (APC); loss of control in-flight (LOC-I).

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Elementos básicos de uma aeronave com FCS FBW.....	1
Figura 2 – Diagrama esquemático de uma aeronave com FCS FBW.....	2
Figura 3 – Total de (a) acidentes fatais e de (b) fatalidades por categoria de ocorrência em 2022 para operações comerciais regulares.....	5
Figura 4 – Distribuição de acidentes, acidentes fatais e fatalidades por G-HRCs.....	6
Figura 5 – Fatalidades por categoria de ocorrência entre a frota mundial de jatos comerciais 2013-2022.....	7
Figura 6 – Distribuição de acidentes fatais por categoria de ocorrência 2002-2012.....	7
Figura 7 – Distribuição de acidentes fatais por LOC-I 2009-2018.....	8
Figura 8 – Porcentagem de acidentes fatais e fatalidades a bordo por fase de voo 2013-2022.....	9
Figura 9 – Distribuição de acidentes fatais e fatalidades a bordo por fase de voo 2013-2022.....	9
Figura 10 – Distribuição de acidentes LOC-I por fase de voo 2009-2018.....	10
Figura 11 – Sistema de controle de um servomotor de (a) circuito aberto e (b) fechado.....	17
Figura 12 – Resposta transitória do sistema servomotor ao comando de uma função degrau unitária.....	19
Figura 13 – Sistema de controle de um servomecanismo de circuito fechado.....	20
Figura 14 – Sistema de controle de compensação, incluindo a exibição do alvo e do seguidor....	21
Figura 15 – Sistema de controle de perseguição, incluindo a exibição da referência, alvo e do seguidor.....	21
Figura 16 – Sistema de controle compensatório equivalente para o operador humano.....	23
Figura 17 – Representação do sistema linear.....	24
Figura 18 – Variáveis que afetam o PVS.....	25
Figura 19 – PVS de circuito fechado para o comportamento compensatório e/ou de perseguição do piloto.....	28
Figura 20 – Modelo generalizado da função descritiva do piloto humano para o sistema compensatório.....	31
Figura 21 – Exemplo de um sistema de controle compensatório com suas respectivas respostas temporais.....	34

Figura 22 – Diagrama de Bode para o modelo de cruzamento.....	35
Figura 23 – Diagrama de Nichols para o modelo de cruzamento.....	36
Figura 24 – Diagrama de Nichols da resposta de controle de ângulo de atitude θ/θ_c de circuito aberto para derivação da resposta de circuito fechado, desconsiderando o termo de equalização da fase do piloto, $Y_p = K_p$	37
Figura 25 – Padrão de desempenho típico de rastreamento de atitude de arfagem em circuito fechado.....	37
Figura 26 – Classificação dos modelos de piloto humano.....	38
Figura 27 – Diagrama esquemático de um FCS modificado para ser usado em testes de voo.....	41
Figura 28 – Configuração do barramento do FCS.....	43
Figura 29 – Sistema de controle de taxa de rolagem de circuito fechado.....	43
Figura 30 – Resposta de taxa de rolagem.....	44
Figura 31 – Processo de desenvolvimento de leis de controle de voo.....	45
Figura 32 – Controlador de braço lateral.....	47
Figura 33 – Receptor FBW passivo.....	47
Figura 34 – Sistema de eixos e de superfícies, incluindo as forças, os ângulos e os momentos aerodinâmicos, além dos demais parâmetros de controle da aeronave.....	49
Figura 35 – Orientação da aeronave (Ângulos de Euler).....	51
Figura 36 – Conceito de transmissão e de controle de arfagem.....	53
Figura 37 – Conceito de transmissão e de controle de rolagem pura.....	53
Figura 38 – Conceito de transmissão e de controle de guinada pura.....	54
Figura 39 – Exemplos de movimentos dinâmicos estáveis e instáveis.....	56
Figura 40 – Estabilidade dinâmica longitudinal – Fugóide.....	58
Figura 41 – Estabilidade dinâmica longitudinal – Período curto.....	58
Figura 42 – Estabilidade dinâmica direcional – Guinada pura.....	61
Figura 43 – Estabilidade dinâmica latero-direcional – Rolagem.....	62
Figura 44 – Estabilidade dinâmica latero-direcional – Divergência direcional e em espiral.....	63
Figura 45 – Estabilidade dinâmica latero-direcional – <i>Dutch roll</i>	64
Figura 46 – Raízes complexas típicas no plano complexo s	68

Figura 47 – Taxonomia dos fenômenos do APC.....	71
Figura 48 – Condições associadas à PIO.....	72
Figura 49 – Compreensão da PIO.....	73
Figura 50 – Características gerais da tendência PIO para as respostas de frequência de alta e baixa ordem de uma tarefa de controle de atitude de arfagem.....	76
Figura 51 – Escala de classificação Cooper-Harper para medir a opinião dos pilotos.....	82
Figura 52 – Fluxograma de classificação de tendência à PIO.....	83
Figura 53 – Não linearidades simples.....	87
Figura 54 – Não linearidades complexas.....	88
Figura 55 – Respostas transitórias estáveis e instáveis do sistema ou do elemento de controle....	90
Figura 56 – Sistema de controle não linear básico de circuito fechado.....	96
Figura 57 – O elemento não linear e sua representação como função descritiva.....	100
Figura 58 – Não linearidade de limitação.....	102
Figura 59 – Não linearidade de limitação com saída típica para uma entrada senoidal.....	103
Figura 60 – Função descritiva da não linearidade de limitação.....	106
Figura 61 – (a) Característica de transferência real para a não linearidade de limitação e (b) característica linear equivalente para o limitador unitário com entrada senoidal $a/A < 1$	106
Figura 62 – Função descritiva senoidal para a não linearidade de limitação.....	107
Figura 63 – Sistema de controle básico contendo o RLE e um integrador em circuito fechado..	107
Figura 64 – Sistema de controle básico contendo a função descritiva do RLE e um integrador em circuito fechado.....	108
Figura 65 – Resposta de tempo do RLE para uma entrada senoidal e saída triangular.....	108
Figura 66 – Função descritiva de entrada senoidal e de saída triangular em relação à K	112
Figura 67 – Regiões e tempos de resposta para o RLE.....	113
Figura 68 – Diagrama de Bode da função descritiva do RLE.....	114
Figura 69 – Determinação da resposta de frequência de circuito aberto para o parâmetro OLOP em sistemas de controle com limitadores de caminho (a) de avanço e de (b) realimentação de estado.....	116
Figura 70 – Influência do ganho do modelo do piloto.....	119

Figura 71 – Limite de estabilidade do critério OLOP.....	120
Figura 72– Validação do critério OLOP com dados experimentais obtidos com o simulador de voo FOSIM.....	121
Figura 73 – Fluxograma do critério OLOP.....	122
Figura 74 – Trajetórias dos vetores de velocidade do sistema na condição de deslizamento....	125
Figura 75 – Interpretação geométrica e modo de deslizamento em duas superfícies de chaveamento (arcos ab e cb) e em sua interseção (arco bd).....	126
Figura 76 – Ilustração bidimensional do domínio do modo deslizante.....	128
Figura 77 – Trajetória induzida pela histerese ao ser associada com o chaveamento de controle...	134
Figura 78 – Esquema de chaveamento e resposta de controle induzida por histerese.....	134
Figura 79 – Funções de chaveamento para uma estrutura variável com controle por (a) relé ideal (b) saturação ideal (c) relé real e (d) saturação real.....	135
Figura 80 – Modos de deslizamento (ou quase) das funções de chaveamento para uma estrutura variável com controle por (a) relé ideal (b) saturação ideal (c) relé real e (d) saturação real.....	136
Figura 81 – Construção de Filippov para determinar o vetor de velocidade desejado $\mathbf{f}^0$ em um movimento de modo deslizante.....	140
Figura 82 – Cálculo dos limites do erro de rastreamento $\tilde{x}$	143
Figura 83 – Cálculo dos limites das derivadas do erro de rastreamento $\tilde{x}^i$	144
Figura 84 – Interpretação gráfica da função de chaveamento (Equação 159) e da lei de controle (Equação 166) para o modo deslizante ($n = 2$).....	145
Figura 85 – <i>Chattering</i> resultante do chaveamento de controle não ideal em um modo deslizante	146
Figura 86 – Espessura Φ e largura ε da camada limite para a superfície deslizante adaptativa..	147
Figura 87 – Interpolação de controle para a camada limite.....	147
Figura 88 – Diagrama do processo de transformação de estado do sistema em sua forma canônica controlável.....	150
Figura 89 – Diagrama do processo de linearização por realimentação de estado.....	158
Figura 90 – Diagrama do processo de linearização por realimentação de estado segundo a transformação de coordenadas no espaço de estado em sua forma normal.....	163

Figura 91 – Diagrama do processo de desacoplamento de perturbação por realimentação de estado segundo a transformação de coordenadas no espaço de estado em sua forma normal.....	174
Figura 92 – Diagrama do processo de linearização por realimentação de estado de alto ganho.	180
Figura 93 – Modelo de controlador robusto baseado no CISMCM para plantas de controle de grau relativo $\rho = 1$: controlador PI com <i>anti-windup</i> ; $K_P = k_c k_0 / \mu$; $K_I = k_c / \mu$ e $K_R = \mu / k_c$	193
Figura 94 – Modelo de controlador robusto baseado no CISMCM para plantas de controle de grau relativo $\rho = 4$ com <i>anti-windup</i>	194
Figura 95 – Planta de controle do PVS elementar, incluindo um modelo de atuador contendo o RLE.....	202
Figura 96 – Sistema de controle simplificado para o atuador de superfície de controle contendo o RLE.....	205
Figura 97 – Diagrama de Bode do atuador de superfície de controle linear.....	205
Figura 98 – Resposta de tempo do atuador de superfície de controle linear a uma entrada do tipo degrau.....	206
Figura 99 – Resposta de tempo da taxa do atuador de superfície de controle não linear a uma entrada do tipo degrau.....	207
Figura 100 – Resposta de tempo da posição do atuador de superfície de controle não linear a uma entrada do tipo degrau.....	207
Figura 101 – Respostas de tempo do atuador de superfície de controle altamente saturado a uma entrada do tipo senoidal.....	208
Figura 102 – Resposta de tempo do atuador de superfície de controle altamente saturado a uma entrada do tipo senoidal e de saída de posição correspondente.....	209
Figura 103 – Planta de controle do PVS A: Aeronave tipicamente instável, incluindo um modelo de atuador contendo o RLE.....	210
Figura 104 – Planta de controle do PVS B: Aeronave YF-12, incluindo um modelo de atuador com RLE.....	211
Figura 105 – Desenho esquemático de três vistas para a aeronave YF-12.....	211
Figura 106 – Limitação do envelope de voo da aeronave YF-12 em função da amplitude e da frequência de entrada, para o limite de posição $\delta_P = 6.5$ (°) e da taxa de saturação $\dot{\delta}_S = 15$ (rad/s) do limitador.....	212

Figura 107 – Diagrama de Bode: Determinação da frequência de início de circuito fechado obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.....	215
Figura 108 – Diagrama de Bode: Determinação da frequência de início de circuito fechado obtida por Gilbreath para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.....	215
Figura 109 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.....	216
Figura 110 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto obtida por Gilbreath para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.....	217
Figura 111 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem q_{SAS}/q_c – PVS B.....	219
Figura 112 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto obtida por Duda para o controle de ângulo de atitude θ/θ_c – PVS B.....	219
Figura 113 – Análise no domínio do tempo obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.....	221
Figura 114 – Análise no domínio do tempo obtida por Gilbreath para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.....	222
Figura 115 – Análise no domínio do tempo obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem $q_{SAS}/q_{SAS,RLE}$ e de ângulo de atitude θ/θ_c na frequência $\omega = 2.8$ (rad/s) – PVS B.....	223
Figura 116 – Análise no domínio do tempo obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem $q_{SAS}/q_{SAS,RLE}$ e de ângulo de atitude θ/θ_c na frequência $\omega = 2.8$ a 4 (rad/s) – PVS B.....	224
Figura 117 – Diagrama de Bode do atuador de superfície de controle linear.....	226
Figura 118 – Resposta de tempo do atuador de superfície de controle linear a uma entrada do tipo degrau considerando a variação da frequência de largura de banda ω_A	226
Figura 119 – Resposta de tempo da taxa do atuador de superfície de controle não linear a uma entrada do tipo degrau.....	227
Figura 120 – Resposta de tempo da posição do atuador de superfície de controle não linear a uma entrada do tipo degrau.....	227
Figura 121 – Respostas de tempo do atuador de superfície de controle linear a uma entrada do tipo senoidal.....	228

Figura 122 – Respostas de tempo do atuador de superfície de controle próximo à saturação a uma entrada do tipo senoidal.....	229
Figura 123 – Respostas de tempo do atuador de superfície de controle altamente saturado a uma entrada do tipo senoidal.....	230
Figura 124 – Lugar das raízes para a dinâmica longitudinal da aeronave tipicamente instável..	232
Figura 125 – Resposta transitória da dinâmica longitudinal da aeronave tipicamente instável a uma entrada do tipo degrau.....	232
Figura 126 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS A de circuito aberto.....	233
Figura 127 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS A de circuito fechado.....	233
Figura 128 – Resposta transitória da planta de controle do PVS A para uma entrada do tipo degrau em (a) circuito aberto e (b) circuito fechado.....	234
Figura 129 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS A, incluindo o modelo do atuador linear.....	235
Figura 130 – Lugar das raízes e resposta transitória da dinâmica longitudinal da aeronave YF-12 para uma entrada do tipo degrau.....	236
Figura 131 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS B de circuito aberto, considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c	237
Figura 132 – Resposta transitória da dinâmica da aeronave YF-12 e da planta de controle do PVS B de circuito aberto para uma entrada do tipo degrau, considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c	237
Figura 133 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS B de circuito fechado, considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c	238
Figura 134 – Resposta transitória da dinâmica da aeronave YF-12 e da planta de controle do PVS B de circuito aberto e fechado para uma entrada do tipo degrau, considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c	238
Figura 135 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS B de circuito aberto, considerando o controle de ângulo de atitude θ/θ_c	239
Figura 136 – Resposta transitória da dinâmica da aeronave YF-12 e da planta de controle do PVS B de circuito aberto e fechado para uma entrada do tipo degrau, considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c e de ângulo de atitude θ/θ_c	239

Figura 137 – Resposta transitória da dinâmica da aeronave YF-12 e da planta de controle do PVS B de circuito aberto e fechado para uma entrada do tipo degrau, incluindo o modelo de atuador linear e considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c e de ângulo de atitude θ/θ_c	240
Figura 138 – Diagrama de Bode: Determinação da frequência de início de circuito fechado para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.....	241
Figura 139 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.....	242
Figura 140 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto para o controle de taxa de arfagem q_{SAS}/q_c – PVS B.....	244
Figura 141 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto para o controle de ângulo de atitude θ/θ_c – PVS B.....	246
Figura 142 – Planta de controle formada pela implementação do controlador CISMCM ao PVS A.	247
Figura 143 – Análise no domínio do tempo para o PVS A original, considerando uma frequência variável $\omega = 4$ a 6 (rad/s).....	248
Figura 144 – Análise no domínio do tempo para o PVS A considerando a implementação do controlador CISMCM na frequência variável $\omega = 4$ a 6 (rad/s).....	250
Figura 145 – Análise no domínio do tempo para o PVS A considerando a implementação do controlador CISMCM e a ausência do termo diferencial na frequência variável $\omega = 4$ a 6 (rad/s)...	251
Figura 146 – Análise no domínio do tempo para o PVS A original, considerando as frequências constantes $\omega = 4.46$ e 4.47 (rad/s).....	252
Figura 147 – Análise no domínio do tempo para o PVS A considerando a implementação do controlador CISMCM nas frequências contantes $\omega = 4.47$ e 6 (rad/s).....	253
Figura 148 – Análise no domínio do tempo para o controlador CISMCM implementado ao PVS A	255
Figura 149 – Planta de controle formada pela implementação do controlador CISMCM ao PVS B	256
Figura 150 – Análise no domínio do tempo para o PVS B original, considerando uma frequência constante $\omega = 2.8$ (rad/s).....	257
Figura 151 – Análise no domínio do tempo para o PVS B original, considerando uma frequência variável $\omega = 2.8$ a 0 (rad/s).....	258

Figura 152 – Análise no domínio do tempo para o PVS B considerando a implementação do controlador CISMCM na frequência constante $\omega = 2.8$ (rad/s).....	259
Figura 153 – Análise no domínio do tempo para o PVS B original, considerando uma frequência constante $\omega = 4$ (rad/s).....	261
Figura 154 – Análise no domínio do tempo para o PVS B original, considerando uma frequência variável $\omega = 2.8$ a 4 (rad/s).....	262
Figura 155 – Análise no domínio do tempo para o PVS B considerando a implementação do controlador CISMCM na frequência constante $\omega = 4$ (rad/s).....	263
Figura 156 – Análise no domínio do tempo para o controlador CISMCM implementado ao PVS B	264
Figura 157 – Análise comparativa no domínio do tempo para o PVS B entre o modelo original e o controlador CISMCM na frequência constante $\omega = 2.8$ (rad/s), considerando a aplicação do modelo do piloto – Tustin.....	266
Figura 158 – Análise comparativa no domínio do tempo para o PVS B entre o modelo original e o controlador CISMCM na frequência constante $\omega = 4$ (rad/s), considerando a aplicação do modelo do piloto – Tustin.....	267
Figura 159 – Função periódica triangular.....	321

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Fatores contribuintes mais frequentes para LOC-I.....	11
Tabela 2 – Sumário dos sinais do sistema de controle compensatório do operador humano.....	23
Tabela 3 – Características de transferência do PVS de circuito fechado.....	29
Tabela 4 – Funções descritivas do operador humano para vários elementos controlados.....	35
Tabela 5 – Abordagens e contribuições sobre os modelos de piloto humano.....	39
Tabela 6 – Sumário das variáveis e dos parâmetros de controle da aeronave.....	49
Tabela 7 – Lugar das raízes e respostas temporais para a função de transferência $G(s)$ sob o efeito da variação da taxa de amortecimento.....	69
Tabela 8 – Resumo das respostas obtidas em relação a variação da taxa de amortecimento.....	70
Tabela 9 – Escala de classificação de tendência à PIO.....	84
Tabela 10 – Metodologias empregadas para avaliar a estabilidade do FCS em relação à PIO/LOC.....	85
Tabela 11 – Comportamento dos sistemas dinâmicos fortemente não lineares.....	95
Tabela 12 – Situações associadas à PIO devido a limitação de taxa e posição.....	111
Tabela 13 – Categorias de ocorrência na aviação.....	315
Tabela 14 – Fases de voo.....	318
Tabela 15 – Transformações algébricas para os diagramas de blocos e sua forma equivalente.....	320

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

a	Coefficiente da série de Fourier ou de quaisquer outras funções distintas
a_k	Valor de indiferença para a não linearidade de zona morta do modelo de precisão
a_s	Amplitude de saturação da não linearidade de limitação (°)
$a(\mathbf{z})$	Função de transformação de coordenada no espaço de estado
$a(\xi, \eta)$	Função de transformação de coordenada no espaço de estado
A	Amplitude (°)
$\mathbf{A}$	Matriz de estado contendo as derivadas de estabilidade da aeronave ($\in \mathbb{R}^n$)
$\mathbf{A}(\mathbf{z})$	Matriz correlacionada a dinâmica linear transformada
A_c	Amplitude de entrada (comandada) do sistema (ou piloto) de circuito fechado (°)
A_{F_m}	Amplitude de entrada da força de manche (°)
A_{q_c}	Amplitude de entrada do comando de taxa de arfagem (°)
A_i	Amplitude de entrada (°)
$A_{i,max}$	Amplitude de entrada máxima (°)
A_m	Amplitude de saída do sinal do amplificador para a entrada no motor (°)
$A_{i,RLE}$	Amplitude de entrada (ou saída) do elemento limitador de taxa (°)
A_s	Amplitude de saída (°)
A_{δ_c}	Amplitude de entrada do comando de superfície de controle (°)
$A_0(\omega)$	Amplitude de circuito aberto (°)
b	Coefficiente da série de Fourier ou de quaisquer outras funções distintas
$b(\mathbf{x})$	Função do ganho de controle
$b(\mathbf{z})$	Função de transformação de coordenada no espaço de estado
$b(\xi, \eta)$	Função de transformação de coordenada no espaço de estado
B	Constante de descontinuidade para a função degrau
$\mathbf{B}$	Matriz de entrada contendo as derivadas de controle da aeronave ($\in \mathbb{R}^{n \times m}$)

$\mathbf{B}(x, t)$	Matriz de ganhos dos controles ($\in \mathbb{R}^{n \times m}$)
$\mathbf{B}(\mathbf{z})$	Vetor correlacionado a dinâmica linear transformada
$(BW)_{min}$	Largura de banda proposta por Neal e Smith em circuito fechado
c	Coefficiente da série de Fourier ou de quaisquer outras funções distintas
$\mathbf{c}$	Vetor de coeficientes da função de chaveamento ($\in \mathbb{R}^m$)
$c(t)$	Saída do operador ou do elemento não linear
$\mathbf{C}$	Matriz de saída ($\in \mathbb{R}^{r \times n}$)
$C(j\omega)$	Transformada de Fourier da saída do operador ou do elemento não linear
$C(s)$	Transformação de Laplace da saída do operador ou do elemento não linear
d	Constante inteira positiva
$d(\xi, \eta)$	Função de transformação de coordenada no espaço de estado
D	Região de domínio ($D \subset \mathbb{R}^n$)
D_k	Região de subdomínio ($D_k \subset \mathbb{R}^n$)
D_w	Região de subdomínio ($D_w \subset \mathbb{R}^n$)
D_0	Região de subdomínio ($D_0 \subset \mathbb{R}^n$)
$\mathbf{D}(\mathbf{x}, t)$	Matriz diagonal com elementos positivos ($\in \mathbb{R}^{m \times m}$)
$\mathbf{D}$	Matriz direta ($\in \mathbb{R}^{r \times m}$)
e	Erro
$\hat{e}$	Erro estimado
e_a	Erro aumentado
e_r	Erro de regulação
e_s	Ponto (limite) de saturação do limitador de taxa
$e(t)$	Sinal de erro do sistema
E	Subvariedade em D
E_0	Vizinhança de E
$E(j\omega)$	Transformada de Fourier do erro
$E(s)$	Transformada de Laplace do erro
f	Frequência (rad/s)

$f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$	Função de estado
$\mathbf{f}(\mathbf{x})$	Campo vetorial suave em D
$\mathbf{f}_0(\mathbf{x})$	Campo vetorial suave em D representativo para a dinâmica zero do sistema
$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$	Função vetorial de estado ($\in \mathbb{R}^n$)
$\mathbf{f}(\mathbf{s})$	Função vetorial da função de chaveamento
$\mathbf{f}_R(\mathbf{x})$	Campo vetorial reduzido
$f_{n_{pc}}$	Frequência natural não amortecida de período curto (Hz)
F_a	Força de entrada de manche em arfagem (lbf)
F_m	Força de entrada de manche
$F_{r_c}^{r_{RLE}}(j\omega)$	Função de resposta de frequência de circuito fechado do r_c até o r_{RLE}
$F_{F_m}^{\delta_c}(j\omega)$	Função de resposta de frequência de circuito fechado da F_m até o δ_c
$F_{q_c}^{\delta_{pc}}(j\omega)$	Função de resposta de frequência de circuito fechado do q_c até o δ_{pc}
$F_{r_c}^{\delta_{pc}}$	Função de resposta de frequência de circuito fechado do r_c até o δ_{pc}
$F_0(j\omega)$	Função de resposta de frequência de circuito aberto
$\mathbf{F}(\mathbf{x}, \epsilon)$	Função de mapeamento de saída
$\mathbf{g}(\mathbf{x})$	Campo vetorial suave em D
$G(s)$	Função de transferência do sistema
$G_c(\omega)$	Função de transferência da lei de controle
$G_a(\omega)$	Função de transferência da dinâmica da aeronave
$\mathbf{G}$	Matriz transposta do gradiente de $\mathbf{s}$ com respeito ao vetor de estado $\mathbf{x}$ ($\in \mathbb{R}^{m \times n}$)
$h(\mathbf{x})$	Função de valor real suave em D
h_R	Valor real positivo da estimativa inferior de $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ na superfície esférica R
H	Entrada do sistema servo
H_R	Valor real positivo da estimativa superior de $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ na superfície esférica R
$i(t)$	Função de forçamento de entrada do sistema
$I(j\omega)$	Transformada de Fourier da função de forçamento de entrada do sistema
$I(s)$	Transformada de Laplace da função de forçamento de entrada do sistema
$\mathbf{I}$	Matriz identidade ($\in \mathbb{R}^{n \times n}$)

$j\omega$	Parte imaginária da variável complexa $s = \sigma + j\omega$
k_{a_s}	Constante de inclinação linear da não linearidade de limitação $(-a_s, a_s)$
k	Constante de ganho de controle
k_c	Constante de ganho do controlador
$k(\mathbf{x})$	Função de estado para a entrada fictícia $w(t)$
k^*	Número real para a definição do sistema semiglobalmente estabilizável
k_0	Constante de ganho da variável integral condicional
K	Razão de magnitude (ganho ou alto ganho) de entrada ou saída
K_0	Razão de magnitude (ganho ou alto ganho) de entrada ou saída no equilíbrio
$\mathbf{K}(\mathbf{x}, t)$	Matriz diagonal com elementos positivos ($\in \mathbb{R}^{m \times m}$)
K_a	Ganho de avanço
K_A	Ganho do atuador
K_c	Ganho da função de transferência do elemento controlado
K_D	Ganho derivativo do controlador PID associado ao CISMCM
K_i	Ganho do amplificador dependente da corrente elétrica
K_I	Ganho integral do controlador PID associado ao CISMCM
K_p	Ganho da função de transferência do piloto
K_P	Ganho proporcional do controlador PID associado ao CISMCM
K_m	Ganho de velocidade do motor
K_R	Ganho de realimentação de estado do controlador CISMCM
K_θ	Ganho da função de transferência do ângulo de atitude de arfagem
K_φ	Ganho da função de transferência do ângulo de rolamento
K_0	Razão de magnitude (Ganho) para a realimentação de estado de alto ganho
l	Momento de rolamento
L	Momento resultante de rolamento
$\mathbf{L}$	Vetor de ganho do observador
m	Momento de arfagem
m_R	Valor real positivo da estimativa superior de $\dot{V}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ na superfície esférica R

M	Momento resultante de arfagem
$M(\omega, A)$	Magnitude do elemento não linear
$\mathbf{M}_c$	Matriz de controlabilidade
$\mathbf{M}_o$	Matriz de observabilidade
n	Momento de guinada
$n(t)$	Remanescente na saída do operador
$n(s)$	Função polinomial
N	Momento resultante de guinada
$N(j\omega)$	Transformada de Fourier do remanescente do operador
$N(s)$	Transformada de Laplace do remanescente do operador
$N(\omega, A)$	Função descritiva do elemento não linear
$N_f(j\omega, A)$	Função descritiva geral do sistema de controle de circuito fechado
$N_a(j\omega, A)$	Função descritiva geral do sistema de controle de circuito aberto
$O(\mathbf{x}, \delta)$	Vizinhança ϵ no ponto $\mathbf{x}, t$ sobre a superfície de chaveamento S_i
p	Taxa de rolagem ($^\circ/\text{s}$)
$p(s)$	Equação característica
$\mathbf{p}(\mathbf{x})$	Campo vetorial suave em D
P	Período (s)
$\mathbf{P}_x$	Campo vetorial em E
q	Taxa de arfagem ($^\circ/\text{s}$)
$q(\mathbf{z})$	Função de transformação de coordenada no espaço de estado
$q(\xi, \eta)$	Função de transformação de coordenada no espaço de estado
q_c	Comando de taxa de arfagem
$\mathbf{Q}$	Matriz jacobiana do sistema não linear em função da transformação ... de estado
r	Taxa de guinada ($^\circ/\text{s}$)
$r(t)$	Sinal de referência de entrada do sistema
r_c	Sinal de entrada (comandado) do sistema de circuito fechado
r_{RLE}	Sinal de entrada do elemento limitador de taxa (RLE)

R	Taxa máxima do limitador ($^{\circ}/s$)
s	Superfície de deslizamento para o controlador CISM
$s(\mathbf{x}, t)$	Função de chaveamento
$\mathbf{s}$	Vetor da função de chaveamento ($\in \mathbb{R}^n$)
S	Região de domínio de um modo deslizante ($S \subset \mathbb{R}^n$)
$S(\mathbf{x}, t)$	Superfície de chaveamento
S_0	Região de subdomínio ($\in \mathbb{R}^n$)
S^*	Subvariedade suave $(n - \rho)$ -dimensional ($\in \mathbb{R}^n$) de distribuição integral máxima
$\mathbf{S}$	Vetor de superfície de chaveamento ($\in \mathbb{R}^m$)
t	Tempo (s)
t_b	Tempo adotado para aplicação da função degrau
t_d	Tempo de atraso
t_i	Tempo de entrada
t_s	Tempo de saída
t_0	Tempo inicial
t_f	Tempo final
T	Constante de tempo
$\mathbf{T}(\mathbf{x})$	Função vetorial de transformação de coordenada de estado (difeomorfismo)
T_I	Constante de atraso de tempo para o termo equalizador
T_K	Constante de tempo de avanço do modelo de precisão
T'_K	Constante de tempo de atraso do modelo de precisão
T_L	Constante de avanço de tempo para o termo equalizador
T_N	Constante de tempo de atraso de 1ª ordem para a dinâmica neuromuscular
T_{N_1}	Constante de tempo para aproximação de 1ª ordem do sistema neuromuscular
T_{NL}	Tempo de subida do sistema para o modelo de atuador não linear
T_s	Constante de tempo de modo espiral
T_r	Constante de tempo de modo de rolagem
T_{θ_1}	Constante de tempo de modo de fugóide

T_{θ_2}	Constante de tempo de modo de período curto
u	Velocidade axial (eixo longitudinal e/ou horizontal)
$u(t)$	Sinal de entrada de controle
$u(\mathbf{x}, t)$	Variável de controle
$\tilde{u}(\mathbf{x}, t)$	Variável de controle real, incluindo imperfeições e incertezas
u_{INS}	Sinal de controle insaturado
u_S	Sinal de controle saturado
u_0	Sinal de entrada de controle referente a dinâmica zero
$\mathbf{u}$	Vetor de controle ($\in \mathbb{R}^m$)
$\mathbf{u}^{eq}$	Vetor de controle equivalente ($\in \mathbb{R}^m$)
U	Velocidade axial total (eixo longitudinal e/ou horizontal)
v	Velocidade lateral
V	Velocidade lateral total
$V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$	Função de Lyapunov para condição de alcance no modo deslizante
$\mathbf{V}_t$	Vetor de velocidade total
w	Velocidade normal (eixo vertical)
$w(t)$	Sinal exógeno de entrada de perturbação, referência e/ou fictício
$\mathbf{w}$	Vetor ... de entrada de perturbação, referência e/ou fictício ($\in \mathbb{R}^l$)
$w(\tau)$	Função de ponderação
W	Velocidade normal total (eixo vertical)
$W(j\omega)$	Transformada de Fourier da função de ponderação
$W(s)$	Transformada de Laplace da função de ponderação
x	Coordenada longitudinal (axial e ou horizontal) do sistema de eixos ortogonais
$x(t)$	Variável de estado
$\tilde{x}$	Variável de erro de rastreamento do sistema para a superfície deslizante
$\mathbf{x}$	Vetor de estado ($\in \mathbb{R}^n$)
$\tilde{\mathbf{x}}$	Vetor de estado do erro de rastreamento do sistema para a superfície deslizante
$\hat{\mathbf{x}}$	Vetor de estado estimado para o observador

x_r	Variável de estado de referência e/ou desejável
$\mathbf{x}_r$	Vetor de estado de referência e/ou desejável ($\in \mathbb{R}^n$)
$\mathbf{x}_0$	Vetor de estado inicial e regular da distribuição não singular $\Delta(\mathbf{x})$ em D_0 de $\mathbf{x}_0$
x_c	Coordenada x do sistema de eixos de corpo da aeronave
x_e	Coordenada x do sistema de eixos de estabilidade da aeronave
x_T	Coordenada x do sistema de eixos da Terra
x_v	Coordenada x do sistema de eixos aerodinâmicos da aeronave
x_n	Coefficientes da série de Fourier
X	Força resultante axial atuante no eixo x
y	Coordenada lateral do sistema de eixos ortogonais
$y(t)$	Sinal de saída do sistema
$\hat{y}$	Sinal de saída do sistema estimado
$\mathbf{y}$	Vetor de saída do sistema ($\in \mathbb{R}^q$)
y_c	Coordenada y do sistema de eixos de corpo da aeronave
$y_c(\tau)$	Função de ponderação do elemento controlado
y_e	Coordenada y do sistema de eixos de estabilidade da aeronave
$y_p(\tau)$	Função de ponderação do operador
y_r	Sinal de saída de referência do sistema
y_T	Coordenada y do sistema de eixos da Terra
y_v	Coordenada y do sistema de eixos aerodinâmicos da aeronave
Y	Força resultante lateral atuante no eixo y
$Y(j\omega)$	Transformada de Fourier do sinal de saída do sistema
$Y(s)$	Transformada de Laplace do sinal de saída do sistema
$Y_c(j\omega)$	Transformada de Fourier da função de transferência do elemento controlado
$Y_c(s)$	Transformada de Laplace da função de transferência do elemento controlado
$Y_i(s)$	Função de transferência representativa para a álgebra do diagrama de blocos
$Y_p(j\omega)$	Transformada de Fourier da função de descrição do operador
$Y_p(s)$	Transformada de Laplace da função de descrição do operador

z	Coordenada normal do sistema de eixos ortogonais
$z(\)$	Variável de transformação de coordenada de estado (linearizante)
$\mathbf{z}$	Vetor de transformação de coordenada de estado (linearizante)
z_c	Coordenada z do sistema de eixos de corpo da aeronave
z_e	Coordenada z do sistema de eixos de estabilidade da aeronave
z_T	Coordenada z do sistema de eixos da Terra
z_v	Coordenada z do sistema de eixos aerodinâmicos da aeronave
Z	Força resultante normal atuante no eixo z

Símbolos Gregos

α	Ângulo de ataque
$\alpha_{()}$	Coeficiente do polinômio de Hurwitz para os observadores de alto ganho
$\alpha(\mathbf{x})$	Função correspondente a lei de controle por realimentação de estado
α_F	Coeficiente da função de estado de Filippov
β	Ângulo de derrapagem
$\beta(\mathbf{x})$	Função correspondente a lei de controle por realimentação de estado
γ	Ângulo de trajetória de voo
$\gamma(\mathbf{x})$	Função correspondente a lei de controle por realimentação de estado
γ_S	Instante de tempo em que ocorre a saturação para a não linearidade de limitação
δ	Constante real positiva de amplitude infinitesimal
$\delta_{()}$	Deflexão de superfície de controle (°)
$\dot{\delta}$	Taxa do atuador de superfície de controle (°/s)
δ_a	Deflexão de superfície de controle de aileron
δ_{a_c}	Comando de superfície de controle de aileron
δ_c	Comando de superfície de controle (°)
δ_l	Deflexão de superfície de controle de leme
δ_{l_c}	Comando de superfície de controle de leme
δ_p	Deflexão de superfície de controle de profundor (°)
δ_{p_c}	Comando de superfície de controle de profundor (°)
δ_p	Posição e/ou amplitude de saturação do limitador (°)
$\dot{\delta}_S$	Taxa de saturação do limitador (°/s)
$\Delta(\mathbf{x})$	Subespaço vetorial de distribuição dos campos vetoriais suaves ($\in \mathbb{R}^n$)
$\Delta^*(\mathbf{x})$	Subespaço vetorial de distribuição integral máxima
ϵ	Constante real positiva de amplitude infinitesimal
ϵ_0	Constante real positiva de amplitude infinitesimal no equilíbrio
ε	Largura da camada limite para a superfície deslizando

ζ	Taxa de amortecimento
ζ_d	Taxa de amortecimento de modo <i>dutch-roll</i>
ζ_{pc}	Taxa de amortecimento de período curto
ζ_f	Taxa de amortecimento de fugóide
ζ_N	Taxa de amortecimento para o sistema neuromuscular
ζ_φ	Taxa de amortecimento de modo de rolagem
η	Variável de estado da dinâmica interna não linear
$\boldsymbol{\eta}$	Vetor das componentes de estado $n - \rho$ da dinâmica interna não linear ($\in \mathbb{R}^n$)
$\boldsymbol{\eta}_0$	Vetor inicial ... de estado $n - \rho$... referente a dinâmica zero ($\in \mathbb{R}^n$)
θ	Ângulo de atitude de arfagem ($^\circ$)
θ_c	Comando de ângulo de atitude de arfagem ($^\circ$)
θ_e	Erro do comando de ângulo de atitude de arfagem ($^\circ$)
θ_i	Ângulo de entrada ($^\circ$)
θ_{i_0}	Constante do ângulo de entrada da função senoidal
θ_{s_0}	Constante do ângulo de saída da função senoidal
θ_s	Ângulo de saída ($^\circ$)
κ	Função de classe K_∞
λ	Constante estritamente positiva
$\lambda_{(\cdot)}$	Coefficiente do polinômio de Hurwitz ou de quaisquer outras funções distintas
Λ	Região de domínio ($\Lambda \subset \mathbb{R}^n$)
Λ_0	Região de subdomínio ($D_0 \subset \mathbb{R}^n$)
μ	Espessura da camada limite
ν	Constante inteira positiva
ξ	Variável de estado da dinâmica externa linear
$\boldsymbol{\xi}$	Vetor das componentes de estado ρ da dinâmica externa linear ($\in \mathbb{R}^\rho$)
$\boldsymbol{\xi}_r$	Vetor das componentes de estado ρ ... referente a saída de referência ($\in \mathbb{R}^\rho$)
ϖ	Razão entre as frequências de início do RLE ω_i e ω
ρ	Grau relativo

ρ	Vetor de grau relativo uniforme
σ	Parte real da variável complexa ($s = \sigma + j\omega$)
$\sigma(t)$	Variável integrativa (deslizante) da dinâmica do integrador condicional
τ	Intervalo ou atraso de tempo do operador, piloto ou da função correspondente
$\mathbf{\tau}(\mathbf{x})$	Campo vetorial em D
v	Variável de estado de entrada equivalente atribuída ao processo de linearização
v_a	Variável de estado de entrada adicional ... ao processo de linearização
$v^*(\mathbf{z})$	Função de valor real
φ	Ângulo de rolamento
ϕ	Ângulo de fase ($^\circ$)
$\phi(\omega, A)$	Ângulo de fase do elemento não linear
$\phi(\mathbf{x})$	Função de transformação de coordenada de estado (difeomorfismo)
$\Phi(\mathbf{x})$	Função vetorial de transformação de coordenada de estado (difeomorfismo)
$\Phi_t^T(\mathbf{x})$	Fluxo do campo vetorial $\mathbf{\tau}(\mathbf{x})$
ϕ_c	Ângulo de fase de cruzamento
ϕ_m	Margem de fase
ϕ_ζ	Ângulo de amortecimento ($^\circ$)
$\phi_0(\omega)$	Ângulo de fase de circuito aberto
Φ	Densidade espectral de potência
Φ_{cc}	Densidade espectral de potência da saída do operador
Φ_{ee}	Densidade espectral de potência do erro
Φ_{ii}	Densidade espectral de potência da função de forçamento de entrada do sistema
Φ_{nn}	Densidade espectral de potência remanescente na saída do operador
Φ_{yy}	Densidade espectral de potência da saída do sistema
Φ	Espessura da camada limite para a superfície deslizante adaptativa
ψ	Ângulo de proa
$\psi(u, y)$	Função não linear
ω	Frequência angular (rad/s)

ω_A	Frequência de largura de banda do atuador
ω_b	Frequência de largura de banda (<i>bandwidth</i>)
ω_c	Frequência de cruzamento (rad/s)
ω_d	Frequência natural de modo <i>dutch roll</i>
ω_{pc}	Frequência natural de período curto
ω_f	Frequência natural de fugóide
ω_i	Frequência de início do limitador de taxa (rad/s)
$\hat{\omega}_i$	Frequência de início do limitador de taxa de circuito fechado (rad/s)
ω_L	Largura de banda da função de forçamento
ω_n	Frequência natural não amortecida (rad/s)
ω_N	Frequência natural do sistema neuromuscular
ω_φ	Frequência natural de modo de rolagem
Ω	Região do subespaço de S ($\Omega \supset S$)
Ω_T	Rotação terrestre

Notações e operadores diversos

dB	Decibéis; $20 \log_{10}(A)$
$\dim(\)$	Dimensão da distribuição não singular de $\Delta(\mathbf{x})$
den	Denominador da função de transferência (as raízes são chamadas de pólos)
$\det(\)$	Determinante da matriz $(\)$
$e(\)$	Expoente – vezes dez elevado à potência de $(1, \dots, n)$
Gs	Aceleração em unidade de força
inf	Estimativa inferior
$\text{inv}(\)$	Menor distribuição involutiva de $\Delta(\mathbf{x})$
$\text{rank}[\]$	Notação empregada para a dimensão (ou posto) da distribuição $\Delta(\mathbf{x})$
$\text{hys}(\)$	Função histerese
max	Valor(es) máximo(s)
min	Valor(es) mínimo(s)
n	Numero de interações
num	Numerador da função de transferência (as raízes são chamadas de zeros)
$L_{(\)}h$	Derivada de Lie
p	Operador de Laplace $(d(\)/dt)$
s	Variável de transformação de Laplace $(s = \sigma + j\omega)$
sup	Estimativa superior
$\text{sat}(\)$	Função saturação
$\text{sgn}(\)$	Função sinal
sgn $(\)$	Função vetorial das funções sinais
$\text{span}\{ \}$	Notação empregada para a distribuição suave $\Delta(\mathbf{x})$
$(\dot{\ })$	$d(\)/dt$ (derivada de primeira ordem)
$(\ddot{\ })$	$d^2(\)/dt^2$ (derivada de segunda ordem)
$(\)$	Em função (ou subfunção) de
$(-)$	Termo representativo para as variáveis no ponto de equilíbrio
$(\wedge)$	Termo finito e/ou estimado

$(\sim)$	Termo real, preciso e/ou modificado
$(\)^\perp$	Perpendicular e/ou ortogonal a
$\circ$	Função composta
$\sphericalangle$	Ângulo de fase
∇	Gradiente
∇_h	Gradiente da função suave h
∇_s	Gradiente transposto das superfícies de chaveamento $\mathbf{s}$
$\nabla_{\mathbf{x}}$	Gradiente transposto do vetor de estado $\mathbf{x}$
∇_ϕ	Gradiente da função suave ϕ
Δ	Incremento
$ $	Magnitude
$ _{\text{dB}}$	Magnitude em dB
$[\]^T$	Matrix transposta
$[\]^{-1}$	Matriz (ou função) inversa
$[\mathbf{f}, \mathbf{g}]$	Colchete (ou produto) de Lie ($ad_{\mathbf{f}}\mathbf{g} = \nabla_{\mathbf{g}}\mathbf{f} - \nabla_{\mathbf{f}}\mathbf{g}$)
$\Rightarrow$	Implica
$\rightarrow$	Tende a
$\forall$	Para todo(s)
$\in$	Pertence a
$\subset$	Subconjunto de
$\langle \ \rangle$	Produto interno
$ \ $	Norma

LISTA DE ABREVIATURAS

AC	<i>Advisory circular</i>
ACAS	<i>Airborne collision avoidance system</i>
ADQ	<i>Adequate</i>
ADRM	<i>Aerodrome</i>
AFCS	<i>Automatic flight control systems</i>
AIRPROX	<i>Aircraft proximity</i>
AMAN	<i>Abrupt maneuver</i>
APC	<i>Aircraft-pilot coupling</i>
APR	<i>Approach</i>
ARC	<i>Abnormal runway contact</i>
ATM	<i>Air traffic management</i>
CABIN	<i>Cabin safety events</i>
CAPIO	<i>Control allocation pilot-induced oscillations</i>
CAST	<i>Commercial aviation safety team</i>
CAS	<i>Command augmentation system</i>
CCV	<i>Control configured vehicles</i>
CFIT	<i>Controlled flight into (or towards) terrain (ground, water or obstacle)</i>
CG	<i>Centro de gravidade</i>
CHR	<i>Cooper harper rating</i>
CICTT	<i>CAST/ICAO common taxonomy team</i>
CISMC	<i>Conditional integrator sliding mode control</i>
CNS	<i>Communication, navigation, surveillance</i>
CON	<i>Controllable</i>
CRZ	<i>Cruise</i>
CSMC	<i>Continuous sliding mode control</i>
CTOL	<i>Collision with obstacle(s) during takeoff and landing</i>
DPIOR	<i>Difference PIO rating ($PIOR_{non-linear} - PIOR_{linear}$)</i>

DST	<i>Descent</i>
EASA	<i>European union aviation safety agency</i>
ECL	<i>Em route climb</i>
EMG	<i>Emergency descent</i>
ENR	<i>En route</i>
EVAC	<i>Evacuation</i>
EXTL	<i>External load related occurrence</i>
FAA	<i>Federal aviation administration</i>
FFA	<i>Flygtekniska Forsöksanstalten</i>
FBL	<i>Fly-by-light</i>
FBW	<i>Fly-by-wire</i>
FCS	<i>Flight control systems</i>
FIRE-NI	<i>Fire/smoke (non-impact)</i>
FIRE-POST	<i>Fire/smoke (post-impact)</i>
FUEL	<i>Fuel related</i>
FOPI	<i>Fractional-order proportional-integral</i>
FOSIM	<i>Forskningssimulator</i>
GASP	<i>Global aviation safety plan</i>
GCOL	<i>Ground collision</i>
GOA	<i>Go-around</i>
GTOW	<i>Glider towing related events</i>
G-HRCs	<i>Global high-risk categories of occurrences</i>
HQ	<i>Handling qualities</i>
HRCs	<i>High-risk categories of occurrences</i>
IAF	<i>Initial approach fix</i>
IATA	<i>International air transport association</i>
ICAO	<i>International civil aviation organization</i>
ICE	<i>Icing</i>
ICL	<i>Initial climb</i>

IFR	<i>Instrument flight rules</i>
IMC	<i>Instrument meteorological condition</i>
ISMIC	<i>Integral sliding mode control</i>
ISS	<i>Input-to-state stability</i>
LATHOS	<i>Lateral high order system</i>
LALT	<i>Low altitude operations</i>
LDG	<i>Landing</i>
LOC	<i>Loss of control</i>
LOCAF	<i>Loss of control accident framework</i>
LOC-I	<i>Loss of control in-flight</i>
LOC-G	<i>Loss of control – ground</i>
LOES	<i>Low order equivalent system</i>
LOLI	<i>Loss of lifting conditions enroute</i>
LND	<i>Landing</i>
MAC	<i>Airprox / ACAS alert / loss of separation / (near) mid-air collisions</i>
MED	<i>Medical</i>
MNV	<i>Maneuvering</i>
MPC	<i>Model predictive control</i>
NA	<i>Não se aplica</i>
NAV	<i>Navigation errors</i>
NRC	<i>National research council</i>
NTIS	<i>National technical information service</i>
OCM	<i>Optimal control model</i>
OLOP	<i>Open-loop onset point</i>
OTHR	<i>Other</i>
PBT	<i>Pushback/towing</i>
PCU	<i>Power control unit</i>
PIO	<i>Pilot-(induced, sustained or in-the-loop) oscillation</i>
PIOR	<i>Pilot induced oscillation rating</i>

PIM	<i>Post-impact</i>
PVS	<i>Pilot-vehicle system</i>
RAMP	<i>Ground handling</i>
RE	<i>Runway excursion</i>
REF	<i>Referência(s)</i>
RI	<i>Runway incursion</i>
RI-VAP	<i>Runway incursion – vehicle, aircraft or person</i>
RLE	<i>Rate limiting element</i>
RLPF	<i>Nonlinear rate limiter prefilter</i>
SAS	<i>Stability augmentation system</i>
SAT	<i>Satisfactory</i>
SCF-NP	<i>System/component failure (non-powerplant)</i>
SCF-PP	<i>System/component failure (powerplant)</i>
SEC	<i>Security related</i>
SISO	<i>Single-input single-output</i>
SOP	<i>Standard operating procedures</i>
SMC	<i>Sliding mode control</i>
STD	<i>Standing</i>
SWRL	<i>Software rate limit filter</i>
TCAS	<i>Traffic collision avoidance system</i>
TO	<i>Takeoff</i>
TSMC	<i>Terminal sliding mode control</i>
TURB	<i>Turbulence encounter</i>
TXI	<i>Taxi</i>
UIMC	<i>Unintended flight in IMC</i>
UIR	<i>Universal integrative regulator</i>
UND	<i>Uncontrolled descent</i>
UNK	<i>Unknown or undetermined</i>
UNSAT	<i>Unsatisfactory or failed</i>

USOS	<i>Undershoot/overshoot</i>
VFR	<i>Visual flight rules</i>
VSC	<i>Structure variable control</i>
WILD	<i>Wildlife</i>
WSTRW	<i>Wind shear of thunderstorm</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Contexto científico e tecnológico	1
1.2 Motivação e justificativa	5
1.3 Objetivos.....	12
1.3.1 Objetivo geral	12
1.3.2 Objetivos específicos.....	12
1.4 Hipótese.....	13
1.5 Estrutura da dissertação	14
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	16
2.1 Contextualização sobre os sistemas de controle.....	16
2.1.1 Servomecanismos	16
2.1.2 Sistema de controle manual e operador humano	21
2.1.3 Modelos de piloto	25
2.1.3.1 Modelos matemáticos do piloto quase lineares	27
2.2.3.1.1 Tustin.....	30
2.2.3.1.2 Precisão.....	32
2.2.3.1.3 Cruzamento.....	33
2.1.3.2 Resumo dos demais modelos do piloto existentes na literatura	38
2.2 Sistema de controle de voo	40
2.2.1 Leis de controle	45
2.2.2 Dispositivos e elemento de controle.....	46
2.2.3 Sistemas de eixos e parâmetros de controle	48
2.3 Estabilidade e controle.....	52
2.3.1 Estabilidade estática	55
2.3.2 Estabilidade dinâmica.....	56
2.3.2.1 Dinâmica longitudinal	57
2.3.2.1.1 Função de transferência para a dinâmica longitudinal	59
2.3.2.2 Dinâmica lateral-direcional	61
2.3.2.2.1 Função de transferência para a dinâmica latero-direcional	65
2.3.3 Equação característica e lugar das raízes.....	66

2.4	Acoplamento aeronave-piloto.....	71
2.4.1	Oscilações induzidas pelo piloto	74
2.4.1.1	Categoria I	77
2.4.1.2	Categoria II.....	78
2.4.1.3	Categoria III.....	79
2.4.1.4	Categoria IV	80
2.4.1.4.1	Oscilação aumentada pelo piloto.....	80
2.4.3	Escalas de classificação e definições sobre as qualidades de voo.....	81
2.4.4	Metodologias para avaliar a estabilidade do FCS em relação à PIO não linear	84
3.	CRITÉRIO PONTO DE INÍCIO DE CIRCUITO ABERTO.....	86
3.1	Não linearidades	86
3.1.1	Comportamento dos sistemas dinâmicos não lineares	90
3.2	Método da função descritiva	96
3.3	Elemento limitador de taxa.....	102
3.3.1	Função descritiva para o limitador	103
3.3.2	Função descritiva aproximada para o limitador	108
3.4	CrITÉrio ponto de início de circuito aberto.....	115
4.	REGULAÇÃO ROBUSTA DE CONTROLE POR MODO DESLIZANTE	123
4.1	Teoria de controle por estrutura variável ou por modos deslizantes	123
4.1.1	Conceituação e definições para a lei de controle.....	124
4.1.1.1	Modos de alcance e condições necessárias e suficientes.....	127
4.1.1.2	Lei de alcance	131
4.1.1.3	<i>Chattering</i>	132
4.1.3	Formalização do modo deslizante	137
4.2	Superfície deslizante adaptativa	142
4.2.1	Definição da superfície deslizante.....	142
4.2.2	Aproximação contínua para o chaveamento de controle.....	146
4.3	Linearização por realimentação de estado.....	148
4.3.1	Teoria elementar e fundamentos matemáticos	151
4.3.1.1	Transformação de coordenadas no espaço de estado	156
4.3.1.3	Transformação à forma normal	160
4.3.1.4	Dinâmica zero.....	163

4.3.2	Estabilização e rastreamento de saída assintótico	168
4.3.2.1	Desacoplamento de perturbações	172
4.3.2.2	Realimentação de estado de alto ganho	176
4.3.2.3	Observadores não lineares com dinâmica de erro linearizável.....	181
4.3.2.4	Dinâmica zero assintoticamente estável globalmente	184
4.4	Formulação do controle por modo deslizante com integrador condicional.....	187
4.4.1	Regulação robusta via ação integral	187
4.4.1.1	Declaração do problema de controle	190
4.4.2	Integrador condicional	194
5.	METODOLOGIA.....	197
5.1	Contextualização geral sobre a dissertação	197
5.2	Modelo simplificado do atuador de superfície de controle.....	204
5.3	Plantas de controle do sistema piloto-veículo	209
5.3.1	PVS A: Aeronave tipicamente instável	209
5.3.2	PVS B: Aeronave YF-12	210
5.4	Aplicação do critério OLOP	213
5.4.1	PVS A.....	214
5.4.2	PVS B.....	218
5.5	Implementação do controlador CISMIC.....	220
5.5.1	Análise no domínio do tempo para o PVS A	221
5.5.2	Análise no domínio do tempo para o PVS B.....	223
6.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	225
6.1	Análise do modelo do atuador	225
6.2	Análise clássica do sistema piloto-veículo	231
6.2.1	Método do lugar das raízes e resposta transitória para o PVS A.....	231
6.2.2	Método do lugar das raízes e resposta transitória para o PVS B.....	235
6.2	Análise do critério OLOP	240
6.2.1	Aplicação do critério OLOP para PVS A.....	240
6.2.2	Aplicação do critério OLOP para o PVS B	243
6.4	Análise do controlador CISMIC	246
6.4.1	Implementação do controlador CISMIC para o PVS A.....	247
6.4.2	Implementação do controlador CISMIC para o PVS B.....	256

7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	269
7.1 Conclusões.....	269
7.2 Sugestões para trabalhos futuros.....	273
REFERÊNCIAS.....	275
ANEXO A – CATEGORIAS DE OCORRÊNCIA NA AVIAÇÃO.....	315
ANEXO B – FASES DE VOO	318
ANEXO C – ALGEBRA DO DIAGRAMA DE BLOCOS.....	320
APÊNDICE A – EXPANSÃO DE MEIO INTERVALO PARA A FUNÇÃO PERIÓDICA TRIANGULAR.....	321
A.1 Extensão da função periódica par	321
A.2 Extensão da função periódica ímpar.....	324
ANEXO B – CÓDIGO PARA OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DESCRITIVA EQUIVALENTE PARA O SISTEMA PILOTO-VEÍCULO	326

1. INTRODUÇÃO

Inicialmente, são estabelecidas as considerações gerais que delimitam o tema e sua importância no cenário atual, ao dissertar sobre o contexto científico e tecnológico do estudo, do seu propósito e de sua aplicação, dos motivos e justificativas acerca de sua relevância e dos objetivos gerais e específicos que permeiam esta dissertação. Em seguida, é enaltecido a hipótese e a estrutura deste trabalho.

1.1 Contexto científico e tecnológico

O desenvolvimento social, científico e tecnológico impulsiona os mercados, dos quais, os setores da aviação contemporânea precisam estar aptos para adequar-se às suas exigências. Neste sentido, a implementação de sistemas de controle de voo (*flight control system* – FCS), aliado ao uso de ferramentas de simulação e análise possibilitam que os requisitos de projeto sejam alcançados e cumpridos, identificando erros e melhorias nas fases de desenvolvimento, que auxiliam e asseguram os processos de certificação (Circular Consultiva – *Advisory Circular AC 25-7D*, 2018, p. 5-5).

A melhoria contínua dos modernos FCS deve-se à utilização dos sistemas *Fly-by-wire* (FBW), que possibilitaram um aumento progressivo do desempenho e das qualidades de voo nas aeronaves, proporcionando importantes benefícios, como: eliminação da complexidade mecânica dos controles de superfície, redução de peso, estabilização automática, integração de pilotos automáticos avançados (redução da carga de trabalho do piloto), flexibilidade operacional e requisitos de manutenção reduzidos (Fielding, 2001, p. 544, 2010, p. 11).

A seguir, apresenta-se os elementos básicos do FCS FBW na Figura 1.

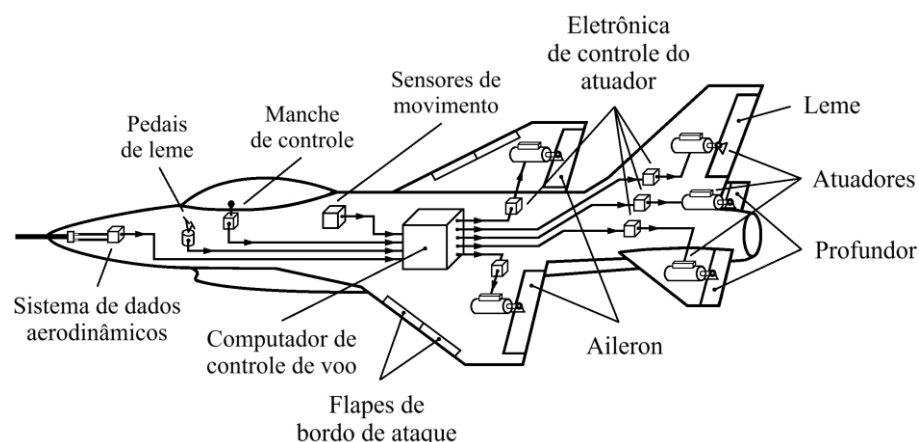


Figura 1 – Elementos básicos de uma aeronave com FCS FBW.
[Adaptado de: Collinson (2011, p. 180, 1999, p. 143)]

Segundo Collinson (1999, p. 142, 2011, p. 181), ao empregar um FCS FBW, as informações são transmitidas da cabine do piloto para os atuadores de superfície de controle por meio de sinais elétricos, oferecendo uma solução conveniente e lógica para os problemas associados a aeronaves de alto desempenho. Ademais, o principal benefício deste sistema é a capacidade de adaptar as características de controle em cada ponto do envelope de voo, com base nas leis de controle, que estabelecem uma correlação entre a demanda de superfície de controle no comando de manche do piloto e aos sinais de movimento dos sensores da dinâmica da aeronave (Collinson, 2011, p. 194).

De acordo com o relatório desenvolvido pela Airbus (2023, p. 18), a tecnologia FBW é atualmente um padrão industrial do mercado aeronáutico, sendo empregada em todos os modelos Airbus de 4ª geração produzidos na atualidade. Destaca-se que a partir do uso deste sistema, incluindo funções de proteção de envelope de voo, foi possível reduzir e proteger as aeronaves contra acidentes relacionados a perda de controle em voo (*loss of control in-flight* – LOC-I) nos últimos anos (2023, p. 28). Na Figura 2 exibe-se o diagrama representativo do FCS FBW.

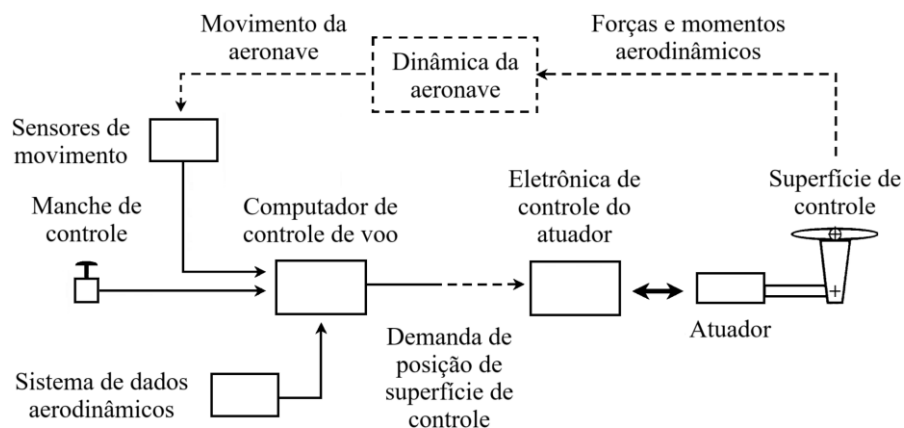


Figura 2 – Diagrama esquemático uma aeronave com FCS FBW.

[Adaptado de: Collinson (2011, p. 184, 1999, p. 144)]

Segundo Ossmann, Heller & Brieger (2008, p. 2), o aperfeiçoamento dos FCS FBW possibilitou a otimização do desempenho das aeronaves, contudo, os veículos configurados com alto controle (*control configured vehicles* – CCV) devem passar por um extenso processo de análise, a fim de identificar falhas e melhorias que assegurem a estabilidade e a robustez do sistema – piloto, controlador e aeronave, em todo o envelope de voo.

Em geral, as aeronaves são submetidas a avaliações em todas as suas condições operacionais, em voo. Em casos particulares, onde existe a imprescindibilidade do estudo em condições de risco ou perigosas (fora do envelope de voo, perturbações climáticas adversas, estados

de falha), o veículo pode ser avaliado mediante o uso de técnicas computacionais, a partir de simulações de alta fidelidade, baseado nas características do avião (AC 25-7D, 2018, p. 5-5).

De acordo com o Conselho Nacional de Pesquisa (*National Research Council* – NRC, 1997, p. 15), os FCS estão condicionados aos impulsos aplicados pelo piloto e pela reação advinda da aeronave. Nestas condições, as ações do piloto acoplam-se (A’harrah, 1994, p. 1194, 1995, p. 2-1) as características e aos movimentos do veículo, de modo a formar um sistema de controle por realimentação de estado (*feedback*); casualmente se diz que o piloto está operando em circuito fechado.

O acoplamento aeronave-piloto (*aircraft-pilot coupling* – APC) anormal e as oscilações “induzidas”, sustentadas e/ou no circuito (estigma histórico – McKay, 1995, p. E-8) pelo piloto (*pilot-induced, sustained and/or in-the-loop oscillations* – PIO) são eventos inadvertidos e não intencionais na trajetória de voo da aeronave que levam o sistema piloto-veículo (*pilot-vehicle system* – PVS) à desestabilização em circuito fechado (Ashkenas, Jex & McRuer, 1964, p. 1; Gibson, 1999, p. 138; Hess, 1997, p. 1141; NRC, 1997, p. 14; Smith, 1977, p. 6). As características e interações anormais do APC e das PIO não lineares, serão o alvo deste estudo.

Dos trabalhos desenvolvidos até os dias atuais, grande parcela destes retratam assuntos correlatos a falhas de aeronaves reais, provocados por eventos inadvertidos e desfavoráveis entre a dinâmica do PVS; em alusão, pode-se citar os acidentes e incidentes associados as aeronaves: Lockheed Martin/Boeing YF-22 (Dornhein, 1992), Saab JAS 39 Gripen (Rundqwist & Hillgren, 1996) e Boeing Globemaster C-17 (Iloputaife, 1997). Em McRuer (1995, p. 8), McRuer & Smith (1995), Mitchell, Kish & Seo, (1998, p. 59) e Mitchell & Klyde, (2004, p. 2) pode-se encontrar outros episódios envolvendo às PIOs.

Embora não seja um fenômeno novo (Harper, 1955, p. 17; Gibson, 1999, p. 138; Levi & Nelson, 1964, McKay, 1995, p. E-1), sua notoriedade foi ampliada a partir dos eventos severos, e por vezes, catastróficos, exibidos em aeronaves FBW, condições estas que não estavam devidamente explícitas em aeronaves convencionais (Gibson, 2001, p. 455). Segundo o NRC (1997, p. 25), as aeronaves equipadas com sistemas FBW exibiram, em sua maioria, os APCs adversos (ao qual estão incluídas as PIOs) em algum momento durante o seu desenvolvimento.

De acordo com a Circular Consultiva (AC 25-7D, 2018, p. 5-4), os eventos do histórico de serviço indicaram que as aeronaves modernas da categoria de transporte (ex.: Airbus A-320 e Boeing B-777) também são e foram suscetíveis aos APCs adversos em certas condições operacionais.

Além disso, a introdução de novas tecnologias, como a implementação dos sistemas FBW e *Fly-by-light* (FBL – transmissão por cabos de fibra óptica) apresentam condições favoráveis para que os APCs adversos persistam, e até certo ponto, aumentem, tornando necessário a maior vigilância à suscetibilidade desta ocorrência (NRC, 1997, p. 6). Deste modo, a aplicação de ferramentas de simulação pode desempenhar um papel efetivo e complementar na descoberta e compreensão destas tendências, contribuindo na avaliação e na corroboração de possíveis soluções.

A despeito das complicações para identificar a causa dos APC adversos, McKay (1995, p. E-8) ressalta que a maioria dos eventos foram resultados de deficiências no projeto das aeronaves e do FCS, que levaram à PIO. A fim de garantir a sua não ocorrência é essencial planejar sua ausência desde o início do projeto, começando por uma lei de controle devidamente construída, considerando o impacto da possível PIO no *hardware* do sistema em todas as alterações (mudanças) das leis de controle (Gibson, 2001, p. 463).

A implicação deste estudo deve-se à dificuldade em analisar e compreender esses episódios, que embora ocorram desde os primórdios da aviação, ainda não foram completamente compreendidos e solucionados, uma vez que esses eventos ainda persistem e ocorrem, tanto em aeronaves militares, quanto civis (McKay, 1995, p. E-1; NRC, 1997, p. 2).

Ademais, quando essas eventualidades envolvem não linearidades, como a saturação de taxa ou a limitação de posição dos atuadores, os eventos tendem a ser imprevisíveis e catastróficos (Collinson, 2011, p. 214; McRuer 1995, p. 80), sujeitando o piloto a condições inesperadas e indesejadas, sendo fator contribuinte às PIOs (e pelo que se dispõe, em LOC-I – Belcastro, *et al.*, 2017; Hodgkinson, 1995; Hess, 2014; Klyde & McRuer, 2009; Puyou e Biannic, 2013), que ocasiona riscos à aeronave e a vida da tripulação e dos passageiros, sendo causa recorrente entre acidentes e incidentes na aviação comercial.

Nesta dissertação, busca-se avaliar a tendência oscilatória de aeronaves, com a intenção de examinar e mitigar os APC adversos e às PIO não lineares, devido à saturação de taxa dos atuadores. Através do entendimento de sua causa e da aplicação do critério ponto de início de circuito aberto (OLOP), que foi selecionado para analisar sua ocorrência, pretende-se implementar, como proposta de inovação, um controlador baseado na lei de controle não linear por modo deslizante (*sliding mode control* – SMC) com integrador condicional (*conditional integrator* – CISMIC), na mitigação das PIOs não lineares, de categoria II.

1.2 Motivação e justificativa

A segurança é uma prioridade na aviação, de modo que a Organização da Aviação Civil Internacional (*International Civil Aviation Organization* – ICAO, 2022) estabelece no Plano Global de Segurança da Aviação (*Global Aviation Safety Plan* – GASP) os objetivos estratégicos de segurança, regionais e nacionais, a fim de reduzir continuamente o número de acidentes, fatalidades e de seus riscos, até 2030.

Os riscos de segurança surgem durante a prestação de um serviço ou da condução de uma atividade, sendo classificados entre incidentes ou acidentes, de acordo com as categorias de ocorrências na aviação, que foram elaboradas pela Equipe de Taxonomia Comum, que é composta pela Equipe de Segurança da Aviação Comercial (*Commercial Aviation Safety Team* – CAST) e pela ICAO (CAST/ICAO *Common Taxonomy Team* – CICTT). No Anexo A exibe-se todas as categorias de ocorrência (subentende-se categoria de ocorrência na aviação desenvolvida pela CICTT).

Para o ano de 2022, o número total de acidentes fatais e de fatalidades por categoria de ocorrência pode ser visualizado na Figura 3.

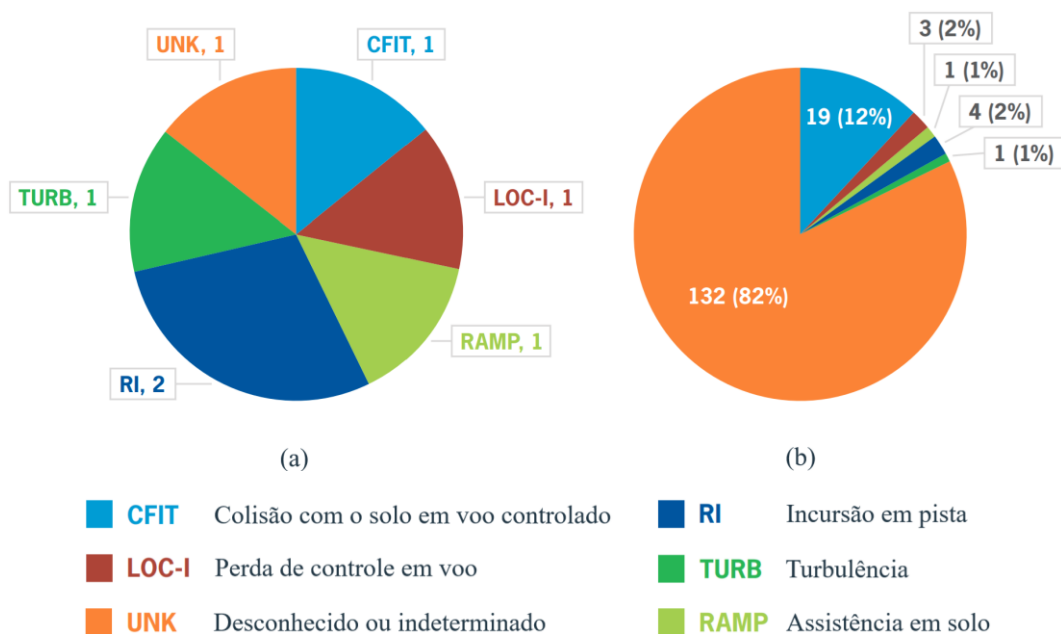


Figura 3 – Total de (a) acidentes fatais e de (b) fatalidades por categoria de ocorrência em 2022 para operações comerciais regulares.

[Adaptado de: ICAO (2023, p. 10-11)]

Por meio do GASP, a ICAO (2022, p. 3-5) divulga uma série de cinco categoriais de ocorrências de alto risco (*high-risk categories of occurrences – HRCs*) como prioridades globais a segurança (G-HRCs), que são evidenciadas a seguir:

- Colisão com o solo em voo controlado (*controlled flight into terrain – CFIT*);
- Colisão no ar (*mid-air collision – MAC*);
- Excursão em pista (*runway excursion – RE*);
- Incursão em pista (*runway incursion – RI*);
- Perda de controle em voo (*loss of control in-flight – LOC-I*).

Essas categorias (G-HRCs) foram particularizadas perante as demais (Anexo A) em razão dos índices de fatalidade, risco de mortalidade por acidente e/ou pelo número de acidentes e incidentes, obtidos globalmente; a partir de investigações, relatórios, inspeções, monitoramento e demais itens relacionados à segurança. Segundo o relatório de segurança desenvolvido pela ICAO (2023, p. 14), para as operações regulares de transporte aéreo comercial no ano de 2022, as G-HRCs corresponderam aos índices (em %) expostos na Figura 4:

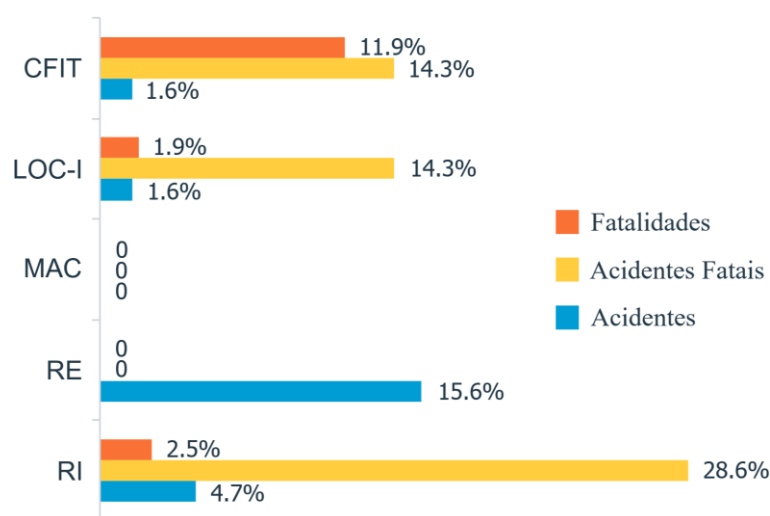


Figura 4 – Distribuição de acidentes, acidentes fatais e fatalidades por G-HRCs em 2022.
[Adaptado de: ICAO (2023, p. 14)]

Nesta perspectiva, a empresa Boeing (2023, p. 12) destaca em seu relatório estatístico anual que a principal causa de acidentes fatais por categoria de ocorrência entre jatos comerciais, nos anos de 2013 a 2022 foram por LOC-I, representando a maior parcela sobre as demais categorias, conforme a Figura 5.

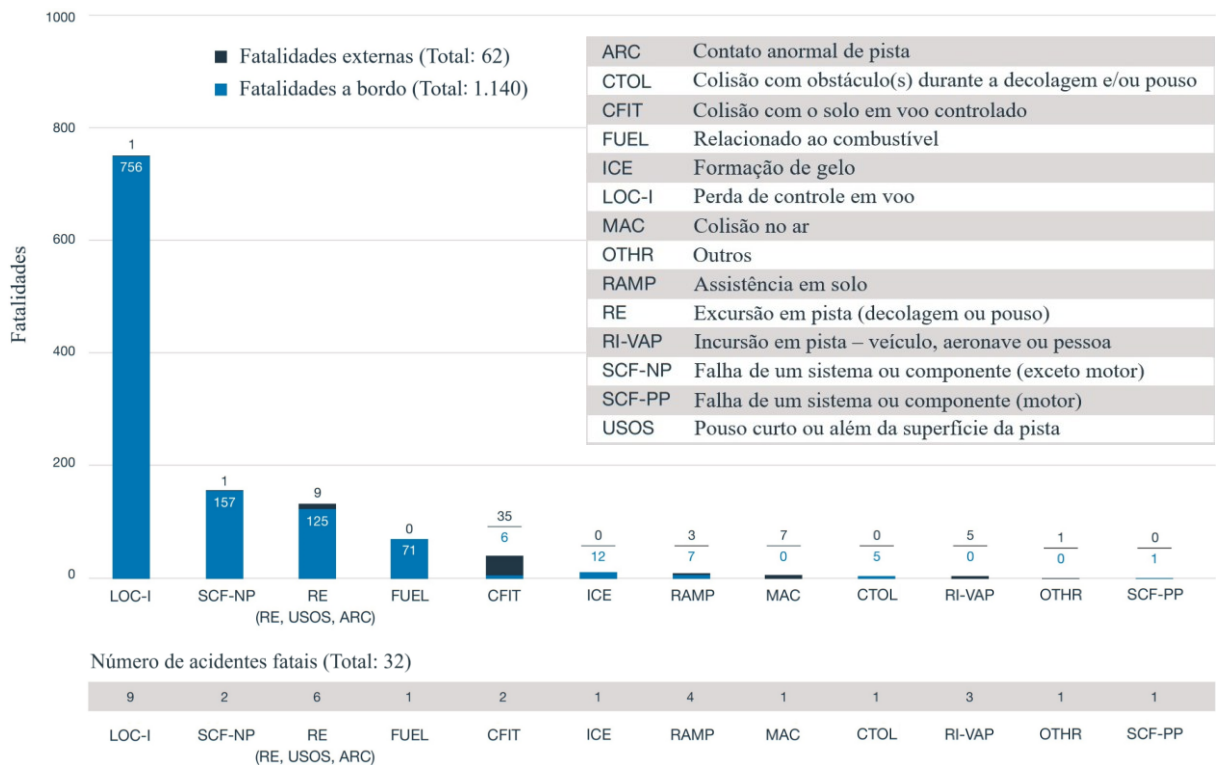


Figura 5 – Fatalidades por categoria de ocorrência entre a frota mundial de jatos comerciais 2013-2022.
[Adaptado de: Boieng (2023, p. 12)]

Similarmente, a análise estatística de acidentes desenvolvida pela Airbus (2023, p. 28) divulga que a maior fonte dos acidentes fatais nos últimos 20 anos ocorreu por LOC-I, seguida por CFIT, RE e outros, segundo a Figura 6. O relatório atesta e assegura que é possível reduzir os acidentes provocados pela LOC-I ao empregar sistemas FBW com funções de proteção de envelope de voo; condição estabelecida em todos os modelos Airbus produzidos atualmente (de 4ª geração): Boeing 777 e 787, Embraer E-Jets e o Sukhoi Superjet.

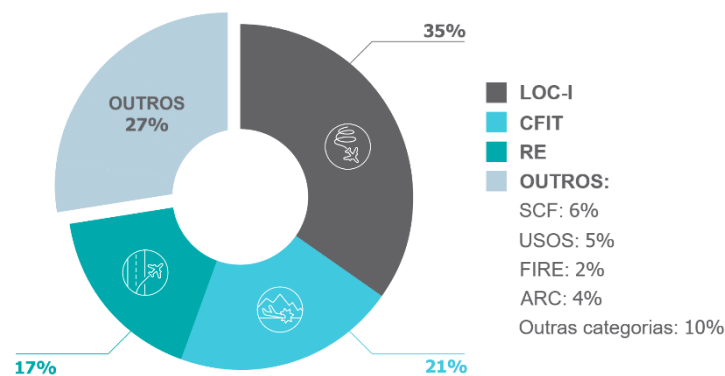


Figura 6 – Distribuição de acidentes fatais por categoria de ocorrência aérea 2002-2022.
[Adaptado de: Airbus (2023, p. 28)]

Em conformidade com ambas as companhias aéreas, a Agência da União Europeia para a Segurança da Aviação (*European Union Aviation Safety Agency – EASA*, 2023) fornece em sua revisão anual as estatísticas de segurança para a aviação na Europa em 2022, ao qual se destaca que, tanto para aeronaves, helicópteros e/ou planadores, os impactos da LOC-I são expressivos, situando-se entre as principais categorias de ocorrência nos últimos cinco anos, principalmente em helicópteros para usos gerais e aeronaves para operações especializadas.

Devido aos números de acidentes fatais e de fatalidades envolvendo a LOC-I, a Associação Internacional de Transporte Aéreos (*International Air Transport Association – IATA*, 2019, p. 17) reforça que estes acidentes são preponderantemente catastróficos; sendo que entre os anos de 2009 a 2018 ocorreram 64 acidentes (Figura 7), resultando em 2462 mortes, correspondendo a 60% das mortes para o período. Logo, o impacto da LOC-I vem sendo exposto como uma das prioridades para intervenção de segurança e mitigação de riscos.

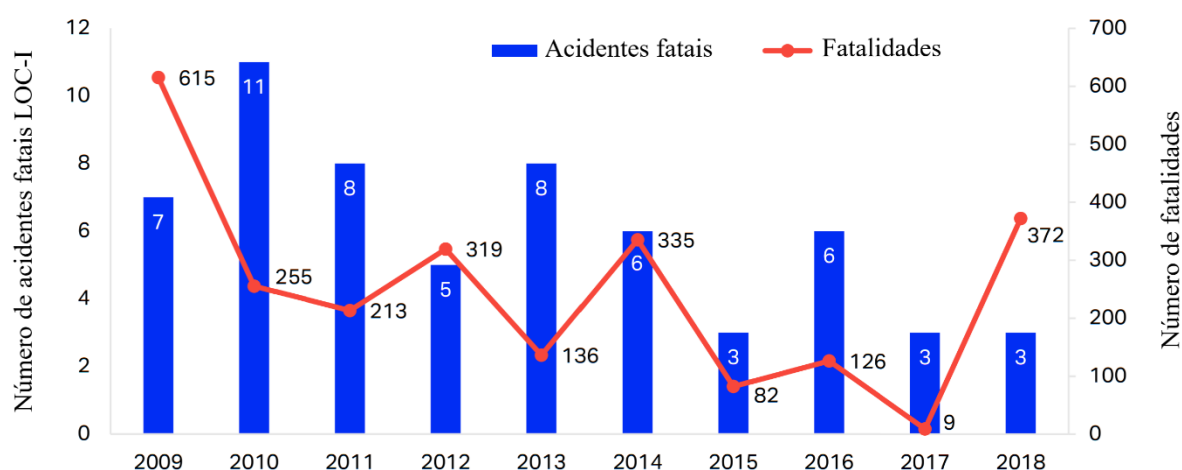
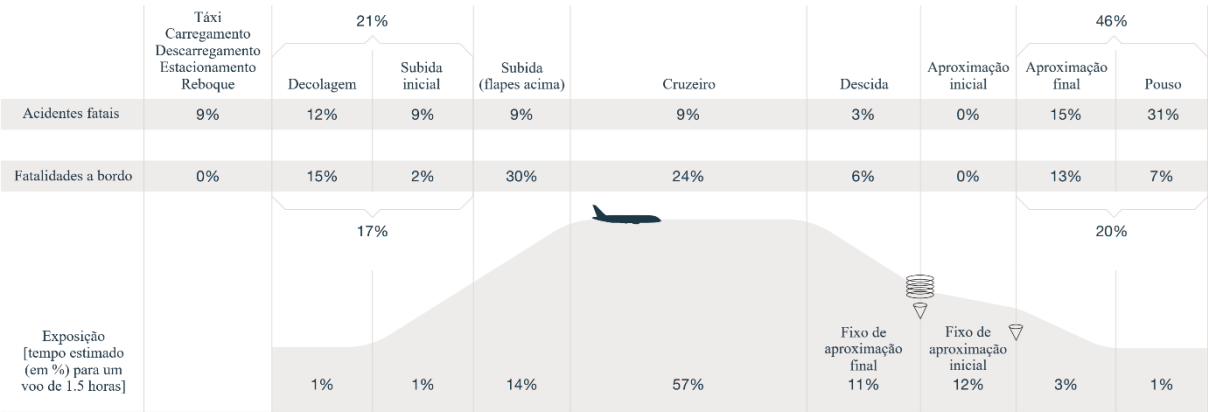


Figura 7 – Distribuição de acidentes fatais por LOC-I 2009-2018.

[Adaptado de: IATA (2019, p. 17)]

Além da associação entre os acidentes e as categorias de ocorrência, também se destaca essa relação entre as fases de voo da aeronave. Os relatórios elaborados pela Airbus (2023, p. 26), Boeing (2023, p. 13) e EASA (2023) salientam a correlação destes eventos entre as fases de voo, destacando que a maior parcela dos acidentes fatais ocorre nas fases de aproximação, pouso e subida. Essa conjuntura pode ser vista na Figuras 8 e 9, ao qual se exhibe a correspondência entre as fases do voo (em %) e o número de acidentes fatais e de fatalidades a bordo.



Nota: As porcentagens podem não totalizar 100% devido a arredondamentos numéricos

Figura 8 – Porcentagem de acidentes fatais e fatalidades a bordo por fases de voo 2013-2022.
[Adaptado de: Boeing (2023, p. 13)]

A aproximação e o pouso, assim como as demais circunstâncias de alto ganho do piloto (demanda) são tarefas altamente exigentes e complexas, tanto a aeronave, quanto a tripulação, que acarretam a uma elevada carga de trabalho, em termos do reestabelecimento da estabilidade e da qualidade de voo, devido a: alterações da configuração de voo da aeronave, comunicação, navegação e controle de tráfego aéreo e condições climáticas degradadas, que podem ser fatores contribuintes em acidentes (Airbus, 2023, p. 27).

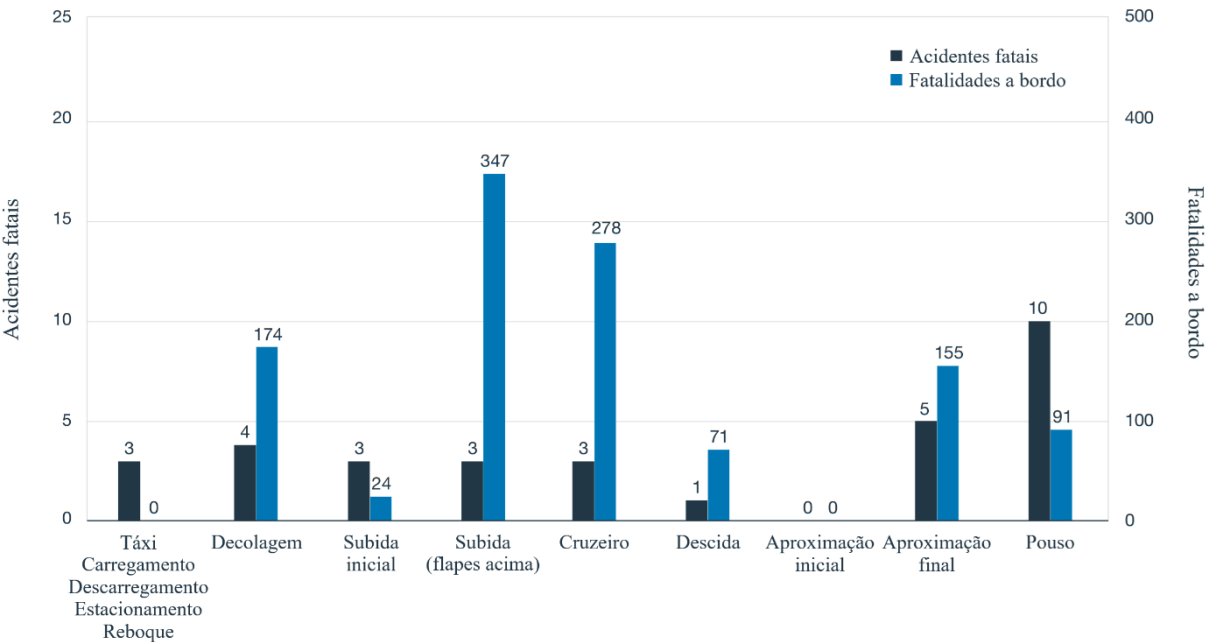


Figura 9 – Distribuição de acidentes fatais e fatalidades a bordo por fases de voo 2013-2022.
[Adaptado de: Boeing (2023, p. 13)]

Segundo a IATA (2019, p. 11), os acidentes por LOC-I tem potencial para ocorrer durante qualquer fase do voo, entretanto, foi durante a fase de subida inicial (*initial climb* – ICL) que ocorreram a maior quantidade dos acidentes, seguida por cruzeiro (*cruise* – CRZ), aproximação (*approach* – APR), decolagem (*takeoff* – TO), arremeter (*go-around* – GOA), pouso (*landing* – LND), em rota de subida (*en route climb* – ECL) e descida (*descent* – DST) entre 2009 a 2018, conforme Figura 10. No Anexo B, são apresentadas e descritas todas as fases de voo existentes, de acordo com a IATA (2019, p. 32) e a CICTT (2013).

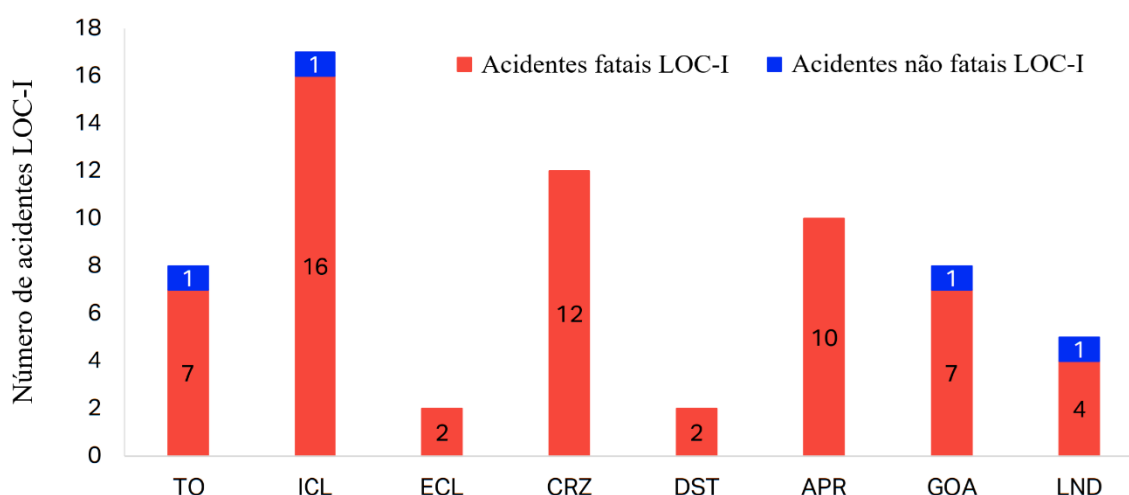


Figura 10 – Distribuição de acidentes LOC-I por fase de voo 2009-2018.
[Adaptado de: IATA (2019, p. 12)]

Entre as causas principais que contribuem para o acontecimento desses acidentes na fase de voo (IATA, 2019, p. 11), destaca-se:

- Mau funcionamento do sistema da aeronave;
- Operações fora do limite (e das limitações) da aeronave / envelope de voo;
- Manuseio manual inadequado;
- Falhas no processo de tomada de decisão;
- Monitoramento inadequado da tripulação e verificação cruzada;
- Operações em condições climáticas adversas e voo em baixa altitude.

De acordo com a ICAO (2022, p. 3-5), esses eventos envolvem vários fatores contribuintes, sendo eles induzidos tipicamente pela aeronave, por questões ambientais, pelo piloto/humano ou por quaisquer combinações entre os três; dentre essas categorias, destaca-se que os fatores “induzidos” (sustentados ou no circuito) pelos pilotos representam a causa mais recorrente quando se trata de acidentes por LOC-I.

Em síntese, a LOC-I refere-se aos acidentes em que a tripulação de voo não consegue manter o controle da aeronave, manifestando um desvio irreversível em sua trajetória prevista, envolvendo inúmeros fatores que podem ocorrer individualmente ou de maneira combinada, (IATA, 2019, p. 1). Um resumo sobre os principais fatores que contribuem para a LOC-I pode ser visto na Tabela 1.

Tabela 1 – Fatores contribuintes mais frequentes para LOC-I

Condições latentes	%	Erros da tripulação de voo	%
Gestão da segurança	38	Adesão SOP* / Verificação cruzada SOP*	42
Operações de voo	36	Manuseio manual / Controles de voo	42
Supervisão regulamentar	31	Intencional	22
Sistema de treinamento	27	Não intencional	18
SOPs* & Verificação	22	Comunicação de piloto a piloto	88
Ameaças ambientais	%	Estados indesejados da aeronave	%
Meteorologia	44	Vertical / Lateral / Desvio de velocidade	31
Falta de referência visual	15	Operação fora dos limites da aeronave	31
Pouca visibilidade / IMC*	15	Penetração desnecessária em condições metrológicas adversas	16
Condições de congelamento – ICE	15	Aproximação instável	13
Vento / Tesoura e/ou Rajada de Vento	15	Controle abrupto da aeronave	11
Ameaças Aéreas	%	Contra medidas	%
Mau funcionamento da aeronave	44	Desempenho geral da tripulação	42
Falha contida do motor / Mau funcionamento do motor	27	Monitorar / Verificação cruzada	27
Eventos de manutenção	11	Liderança	20
Pressão operacional	9	Capitão deve mostrar liderança	20
		Tomada de decisões a bordo / Gerência de contingência	18

Obs.*: Procedimento operacional padrão (*Standard operating procedures* – SOP)

Condição meteorológica do instrumento (*Instrument meteorological condition* – IMC)

[Adaptado de: IATA (2019, p. 24)]

Demais e outras informações sobre as causas da LOC-I podem ser encontradas em: Belcastro *et al.* (2014), Belcastro *et al.* (2017), Bromfield & Landry (2019), IATA (2015, 2016) e Smith & Bromfield, (2022).

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

O objetivo principal deste estudo é avaliar a lei de controle não linear por modo deslizante com integrador condicional (CISMC) na redução a suscetibilidade à oscilação induzida pelo piloto (PIO) devido a saturação de taxa dos atuadores da superfície aerodinâmica de controle. Pretende-se implementar um controlador robusto baseado no CISMC em plantas de controle de aeronaves, a fim de comparar e validar o desempenho da técnica em relação aos resultados publicados na literatura, relacionado à aplicação do critério ponto de início de circuito aberto (OLOP).

1.3.2 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral desta dissertação é necessário que os seguintes objetivos sejam cumpridos:

- Fundamentar os conceitos sobre os sistemas de controle voltados as aeronaves e de seus elementos integrantes, além do estudo sobre as interações indesejáveis do sistema piloto-veículo (PVS) relacionados às oscilações induzidas pelo piloto (PIO).
- Instruir-se sobre os critérios e metodologias adotados para avaliar a ocorrência à PIO não linear, devido a saturação de taxa dos atuadores.
- Conceituar o comportamento dinâmico e os problemas recorrentes das não linearidades, principalmente em relação ao elemento limitador de taxa (*rate limiting element* – RLE), que será associado ao modelo de atuador da superfície aerodinâmica.
- Estudar o critério ponto de início de circuito aberto (OLOP), segundo a teoria sobre a função descritiva equivalente e em conjunto com as suas devidas considerações ao ser aplicado ao PVS.
- Estudar a técnica não linear de controle por modo deslizante com integrador condicional (CISMC), baseada na lei de controle por estrutura variável (VSC) com modo deslizante (SMC) contínuo (CSMC) via ação integral (ISMC) condicional e em paralelo a teoria de linearização por realimentação de estado.
- Aplicar o critério OLOP e implementar o controlador CISMC nas plantas de controle do PVS para as aeronaves selecionadas e comparar as respostas obtidas com os resultados publicados na literatura.

1.4 Hipótese

O estudo é desenvolvido com o viés e a perspectiva de auxiliar e servir como instrumento de avanço tecnológico e de discussão científica, ao promover uma análise entre a temática sobre as oscilações induzidas pelo piloto (PIO) não lineares devido a saturação de taxa dos atuadores. Diante deste assunto, existem indagações e perguntas a serem tratadas e que serão respondidas ao longo do texto, mas que por ventura podem ser resumidas em uma única questão: O que são às PIO não lineares e como evitá-las?

Ao explorar tal pergunta, outras complementares foram feitas, como: O que são as não linearidades e os efeitos não lineares? e como as leis de controle afetam às PIO? De certo modo, ao ir respondendo cada uma destas indagações, nota-se que a extensão de conceitos necessários para a plena compreensão deste fenômeno vai muito além de escopo deste trabalho. Todavia, a abordagem atual se resume em estudar os casos em que o modelo do atuador, contendo o elemento limitador de taxa (RLE), enquanto saturado, tornam o sistema piloto-veículo (PVS) suscetíveis à PIO e para os quais se pretende evitá-la.

Em síntese, teve-se por hipótese que a implementação da lei de controle não linear por modo deslizante com integrador condicional (CISMC), que vem sendo aplicada satisfatoriamente no controle da dinâmica de voo de aeronaves e que apresenta mecanismos para reduzir as oscilações excessivas possa auxiliar na mitigação da tendência à PIO não linear devido a saturação de taxa dos atuadores.

O critério ponto de início de circuito aberto (OLOP), desenvolvido pela DLR *German Aerospace*, foi selecionado para avaliar as plantas de controle, sendo este um dos critérios mais preponderante para avaliação das PIO não lineares devido a saturação de taxa. O critério pode ser aplicado a um PVS, integrando as leis de controle, o modelo de piloto, a limitação de taxa do atuador e a dinâmica da aeronave selecionada.

A partir da aplicação do critério OLOP e da proposta de inovação, espera-se promover análises e comparações entre as leis de controle empregadas e suas correspondências sobre à PIO, a fim de avaliar o desempenho do controlador CISMC e de sua lei de controle, com o intuito de desenvolver medidas que assegure qualidades de voo satisfatórias às aeronaves.

1.5 Estrutura da dissertação

O presente trabalho está organizado e segmentado em sete capítulos, em término com as referências bibliográficas e dos demais anexos e apêndices, conforme será exposto a seguir.

No Capítulo 1, se expõe uma breve introdução sobre o contexto científico e tecnológico do projeto de pesquisa, fundamenta-se seu propósito e esclarece sua importância, seguido pelos objetivos centrais e subsequentes, até a apresentação da hipótese e da estrutura desta dissertação.

No Capítulo 2, é exposto a fundamentação teórica da dissertação, salientado os principais conceitos sobre os sistemas de controle, desde sua constituição inicial, a partir do desenvolvimento das teorias iniciais em servomecanismos até a abordagem das leis de controle em sistemas *Fly-by-wire* (FBW). Posteriormente são apresentados os conceitos básicos sobre as superfícies e os parâmetros de controle e estabilidade, seguido pela descrição dos acoplamentos aeronave-piloto (APCs) e de suas subdivisões, dos quais estão incluídas às oscilações induzidas pelo piloto (PIO). Ao término, são apresentadas as escalas de classificação e as metodologias de avaliação correspondentes à PIO.

No Capítulo 3, é apresentado o critério ponto de início de circuito aberto (OLOP), desenvolvido para avaliar às PIO não lineares devido a saturação de taxa da superfície de controle dos atuadores. Neste capítulo serão introduzidos os conceitos ligados as não linearidades, ao elemento limitador de taxa (RLE), ao método da função descritiva e sobre os demais assuntos envolvidos na aplicação do critério OLOP.

No Capítulo 4, elucida-se o processo de regulação robusta de controle por modos deslizantes, ao qual consta o desenvolvimento teórico das leis de controle progenitoras para a técnica de controle não linear por modo deslizantes com integrador condicional (CISMC). Destes assuntos, salienta-se os conceitos básicos sobre o controle por estrutura variável (VSC), da formalização do modo deslizante e de sua superfície adaptativa, além do estudo sobre a linearização por realimentação de estado. Diante destes conceitos, formaliza-se o CISMC perante à elaboração de um controlador baseado no SMC com ação integral condicionada.

No Capítulo 5, é apresentada a metodologia desta dissertação, que servirá como base e guia para as etapas realizadas posteriormente ao longo do processo de desenvolvimento das simulações. O alinhamento entre as teorias introduzidas é promovido, de modo a concatenar os assuntos abordados e de modo a esclarecer as demais informações não introduzidas anteriormente, como em relação aos modelos das aeronaves selecionadas, que podem ser encontrados ao longo deste capítulo.

No Capítulo 6, são expostas as análises e os resultados obtidos para o modelo do atuador e para as plantas de controle do PVS das aeronaves, além de apresentar as respostas da aplicação do critério OLOP e da implementação do controlador CISMIC, com sua respectiva comparação com os resultados publicados na literatura, evidenciando em cada análise os pontos de melhoria que a técnica pode proporcionar às plantas de controle, assim como suas devidas limitações.

No Capítulo 7, são divulgadas as conclusões gerais e as sugestões para trabalhos futuros oriundos deste trabalho.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Uma revisão geral sobre alguns dos assuntos a serem abordados nesta dissertação é feita a seguir, ao introduzir os elementos percussores dos sistemas de controle, envolvendo os servomecanismos, o controle manual e o operador humano, retratando a evolução dos estudos teóricos e das tecnologias empregadas até o desenvolvimento das leis e dos sistemas de controle de voo para as aeronaves. Além disso, serão abordadas as questões básicas relacionadas a tarefa de controle e de estabilidade, sobre os acoplamentos aeronave-piloto (APCs) e de suas subdivisões, dos fatores constituintes para as oscilações induzidas pelo piloto (PIO) e dos padrões de comportamento dinâmico do sistema piloto-veículo (PVS), segundo os eventos precursores desencadeantes, incluindo as metodologias empregadas para sua avaliação.

2.1 Contextualização sobre os sistemas de controle

A evolução dos sistemas de controle deve-se ao avanço de teorias e de estudos sobre os sistemas de controle lineares e de suas oscilações correspondentes, a partir das investigações iniciais em servomecanismos, do controle por realimentação de estado, da representação e do uso da resposta no domínio da frequência, da formulação de modelos matemáticos para o operador/piloto e do elemento controlado, além dos demais elementos não lineares incluídos ou resultante das operações de controle.

Dos quais, se sobrepõem os trabalhos percussores concebidos por Poincaré e Lyapunov, ao fim do século XVIII, seguidos por Duffing, Van der Pol, (Iqbal *et al.*, 2017, p. 2 *apud* Poincaré, 1885, Lyapunov, 1892, Duffing, 1918), Minorsky (1922), Van der Pol (1926), Nyquist (1932), Hazen (1934) e Bode (1940), que propuseram (ou serviram como meio de desenvolvimento de) métodos e metodologias para avaliar a estabilidade de sistemas lineares; que se estendeu ao controle automático a partir do controle de servomecanismos.

2.1.1 Servomecanismos

Os dispositivos de controle foram desenvolvidos para controlar automaticamente o desempenho de máquinas e processos, ao substituir, em vários âmbitos, a força muscular humana, em virtude de assegurar que os procedimentos sucedam de maneira econômica, precisa e segura (Hazen, 1934, p. 279). Segundo Hall (1943, p. 4), os sistemas de controle automáticos são projetados para regular variáveis físicas (posição ou estado) de um processo (ou dispositivo) em resposta a um sinal de indicação do instrumento de controle.

Os sistemas de controle automáticos em geral são subdivididos entre os sistemas de controle de circuito (malha ou ciclo) aberto: os sinais (ou a potência – motores síncronos) são fornecidos diretamente ao controlador (ex.: controle de semáforos operado por tempo) e de circuito fechado: os sinais são proporcionais à posição ou estado do dispositivo (ex.: termostato, elemento sensível controla a quantidade de calor fornecido a algum objeto com base na temperatura), sendo o controle afetado por essas grandezas (James, Nichols & Phillips, 1947, p. 10; Hazen, 1934, p. 280; Hall, 1943, p. 4).

De acordo com Hazen (1934, p. 283), os instrumentos de medição raramente podem fornecer qualquer força ou potência apreciável ao elemento de controle, ao qual será necessário incluir um dispositivo intermediário para amplificar a energia. Tais dispositivos serão chamados de servomecanismos (ou apenas “servo”) e serão definidos como “um dispositivo amplificador de potência no qual o elemento amplificador que aciona a saída é ativado pela diferença entre os sinais de entrada e saída do sistema”. Deste modo, um sistema de controle de circuito fechado também será denominado como um servomecanismo (Hall, 1943, p. 5).

A seguir são apresentados dois diagramas de blocos representativos para os sistemas de controle de um servomotor de (a) circuito aberto e de (b) circuito fechado, ao qual são incluindo os elementos típicos deste sistema, em que constam o amplificador, a fonte de energia externa e o motor, conforme a Figura 11.

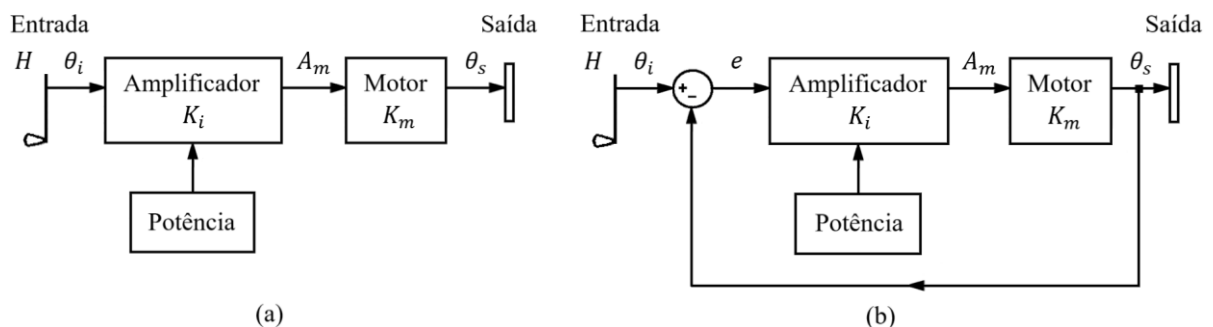


Figura 11 – Sistema de controle de um servomotor de (a) circuito aberto e (b) fechado.

[Adaptado de: James, Nichols & Phillips (1947, p. 9)]

Em circuito aberto (Figura 11a – à esquerda), a fonte de energia externa será controlada a partir da demanda do volante H quando girada até um ângulo θ_i através do amplificador, que irá acionar o eixo de carga do motor até o ângulo θ_s ; em condições ideais: $\theta_s = \theta_i$ e $\dot{\theta}_s = \dot{\theta}_i$. Para que isso seja satisfeito, as características da fonte de alimentação, do amplificador e do motor devem ser mantidas constantes ao longo do tempo, desconsiderando quaisquer perdas (flutuações de potência, temperatura e variações de carga, entre outras) durante o processo.

Em geral, estes requisitos não podem ser cumpridos. Neste caso, se aplicam os sistemas de circuito fechado (Figura 11b – à direita), em que existirá um mecanismo ou instrumento que irá fechar (comparar) o circuito de maneira elétrica, mecânica ou humana, a partir da diferença entre a entrada θ_i e a saída θ_s , resultando no erro e .

De modo a esclarecer alguns pontos importantes sobre essa abordagem é apresentado a seguir a resolução matemática para o sistema servo, segundo James, Nichols & Phillips (1947, p. 9), sendo K_i o ganho do amplificador dependente da corrente elétrica, K_m o ganho de velocidade do motor e A_m a amplitude de saída do sinal do amplificador para a entrada no motor, dada por:

$$A_m = K_i e \quad (1)$$

A velocidade do motor (sem atrasos de tempo) será proporcional à A_m e

$$\frac{d\theta_s}{dt} = K_m A_m \quad (2)$$

o erro de entrada do amplificador pode ser expresso por:

$$e = \theta_i - \theta_s \quad (3)$$

Combinando as Equações 1, 2 e 3, chega-se ao resultado exposto na Equação 4.

$$\frac{A_m}{K_i} = \theta_i - \theta_s = \frac{1}{K_i K_m} \frac{d\theta_s}{dt} \quad (4)$$

Assumindo $K = K_i K_m$ e adotando uma entrada senoidal θ_i , igual a $\theta_{i_0} \sin \omega t$, tem-se:

$$\frac{d\theta_s}{dt} + K\theta_s = K\theta_{i_0} \sin(\omega t) \quad (5)$$

A solução em estado estacionário para a Equação 5 é obtido a partir da Equação 6,

$$\theta_0 = \theta_{s_0} \sin(\omega t - \phi) \quad (6)$$

considerando os parâmetros de entrada conforme a Equação 7.

$$\theta_{s_0} = \frac{\theta_{i_0}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{K^2} + 1}}, \quad \tan \phi = \frac{\omega}{K} \quad (7)$$

Caso K seja suficientemente grande em comparação a ω , a Equação 6 pode ser expandida através do teorema binomial, resultando na expressão exposta na Equação 8.

$$\theta_{s_0} = \theta_{i_0} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{K^2} \right) \quad (8)$$

Como resultado, desde que K seja muito maior que ω , a saída θ_s será essencialmente igual à entrada θ_i , em magnitude e fase. Em contraste com o sistema de circuito aberto, a precisão do servomecanismo somente irá requerer que o ganho do motor – K_m e o ganho do amplificador – K_i sejam suficientemente elevados, dispensando quaisquer compensações do amplificador ou de um motor insensível à carga, sendo estas, umas das principais vantagens dos sistemas com realimentação (*feedback*) de estado (James, Nichols & Phillips, 1947, p. 11).

Contudo, existirão certas limitações físicas (além de outros fatores, ex.: efeitos inerciais), já que o ganho real do amplificador será limitado até a saturação ou a partir de uma frequência definida (Lozier, 1956, p. 32) e o ganho do motor também diminuirá caso a velocidade ou o torque sejam excedidos. Portanto, haverá um valor limite em que o sistema não funcionará.

Para o comportamento transitório, o sistema pode ser avaliado com base em uma entrada do tipo degrau, no qual o ângulo θ_i será zero até $t_b < t$ e então sofre uma mudança descontínua para uma constante B , para todos os tempos $t > t_b$. De modo, que a Equação 5 torna-se:

$$\frac{d\theta_s}{dt} + K\theta_s = K\theta_i \quad (9)$$

A entrada e a solução para a Equação 9 são apresentadas nas Equações 10 e 11.

$$\begin{cases} \theta_i = 0, & t < t_b \\ \theta_i = B, & t > t_b \end{cases} \quad (10)$$

$$\theta_s = B[1 - e^{-K(t-t_b)}], \quad t \geq t_b \quad (11)$$

A função degrau (em vermelho) e a sua resposta (em azul) são apresentadas na Figura 12, onde $B = 1$, $K = 0.5$, $t_b = 0$ e $t = 10$. Similarmente ao sistema estacionário, quanto maior os ganhos K_i e K_m , mais rapidamente a resposta de saída se aproximará da entrada.

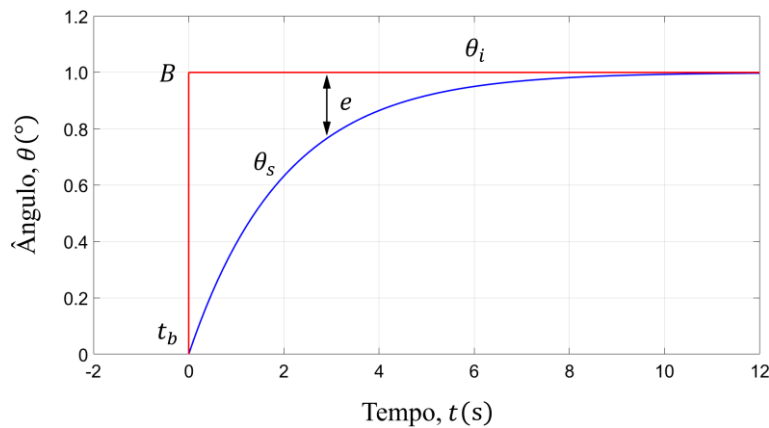


Figura 12 – Resposta transitória do sistema servomotor ao comando de uma função degrau unitária.

Além destes dois tipos de entradas para o sistema servo (senoidal e degrau), existirá uma entrada arbitrária importante aos sistemas de controle manuais, ao qual será possível descrever uma função de ponderação, de acordo com a Equação 12:

$$\theta_s(t) = \int_0^t \theta_i(t - \tau)w(\tau)d\tau, \quad t \geq 0 \quad (12)$$

A Equação 12 indica que, em qualquer tempo t , a saída será igual à soma das contribuições de entrada nos demais tempos passados, sendo que cada elemento da entrada aparece multiplicado por um fator (ou peso), dependente do intervalo de tempo (ou do atraso) τ entre o tempo presente t e o tempo da entrada correspondente. Adotando θ_i como uma entrada qualquer começando em um tempo finito, a saída do servomotor θ_s pode ser descrita, segundo a Equação 13:

$$\theta_s(t) = K \int_0^\infty \theta_i(t - \tau)e^{-K\tau}d\tau \quad (13)$$

Com base na entrada exposta na Equação 10, a resposta de saída resulta na Equação 14 e

$$\theta_s(t) = K \int_0^{t-t_b} BK e^{-K\tau}d\tau = B[1 - e^{-K(t-t_b)}] \quad (14)$$

a solução desta equação é chamada de função de ponderação, segundo a forma:

$$w(\tau) = Ke^{-K\tau} \quad (15)$$

Em síntese, essas são as entradas típicas para o sistema servomotor e que são casualmente empregadas no estudo dos sistemas de controle, como será ser visto ao longo do texto e durante as simulações. Além disso, um sistema de controle generalizado para quaisquer elementos a serem controlados pode ser concebido a partir da hipótese levantada para o servomecanismo, conforme a Figura 13, em que se inclui os meios para a detecção dos erros (sensor, comparador e monitor), o controlador e a combinação entre o servomotor e da carga de saída (Elemento controlado).

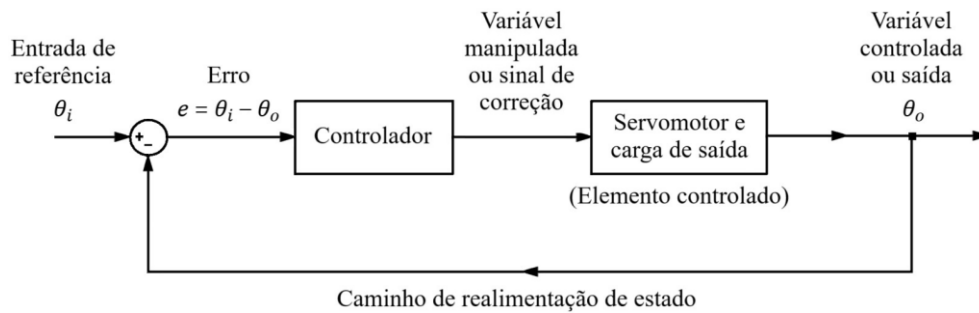


Figura 13 – Sistema de controle de um servomecanismo de circuito fechado.
[Adaptado de: Kochenburger (1950, p. 270)]

2.1.2 Sistema de controle manual e operador humano

Um sistema de controle manual funciona similarmente a um sistema servo no qual um operador humano tem a tarefa de detectar um desalinhamento (estabilização ou rastreamento) entre a entrada e a saída de um sistema e de iniciar uma resposta necessária para reduzir esse desalinhamento (Craik, 1947, p. 58; Elkind, 1956, p. 1; Hick, 1948, p. 37). Tais sistemas possuem características desejáveis no controle de aeronaves, orientação de mísseis, controle de incêndio e sistemas de mira e/ou direção.

Na Figura 14 e 15 elucidam-se os dois sistemas de controle típicos para o operador humano, designados entre uma tarefa de rastreamento compensatório e de perseguição, além da exibição (*display*) para os sistemas, sendo “A” o alvo, “S” o seguidor e “R” a referência.

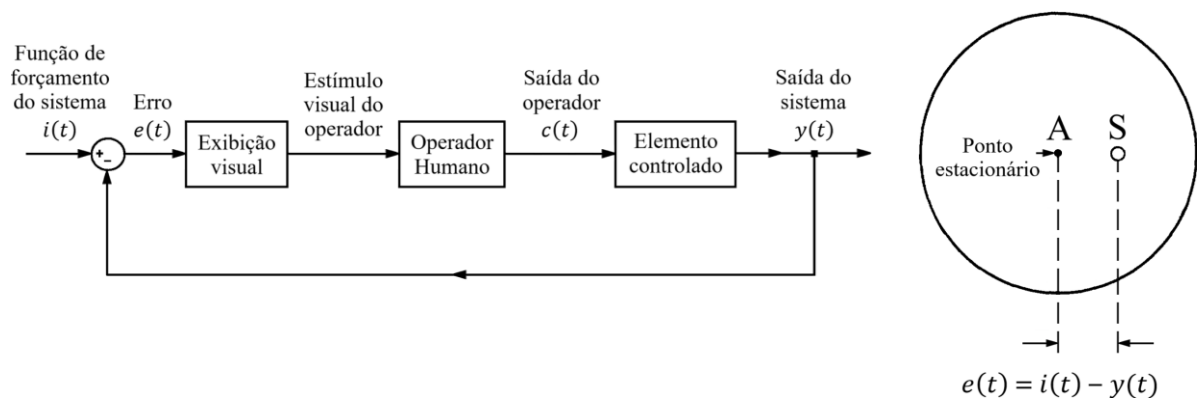


Figura 14 – Sistema de controle de compensação, incluindo a exibição do alvo e do seguidor.

[Adaptado de: Elkind (1956, p. 2), Elkind & Forgie (1957, p. 45), Hess (1981, p. 263), Krendel & McRuer (1960, p. 27), McRuer & Krendel (1957, p. 8) e Sadoff (1960, p. 7)]

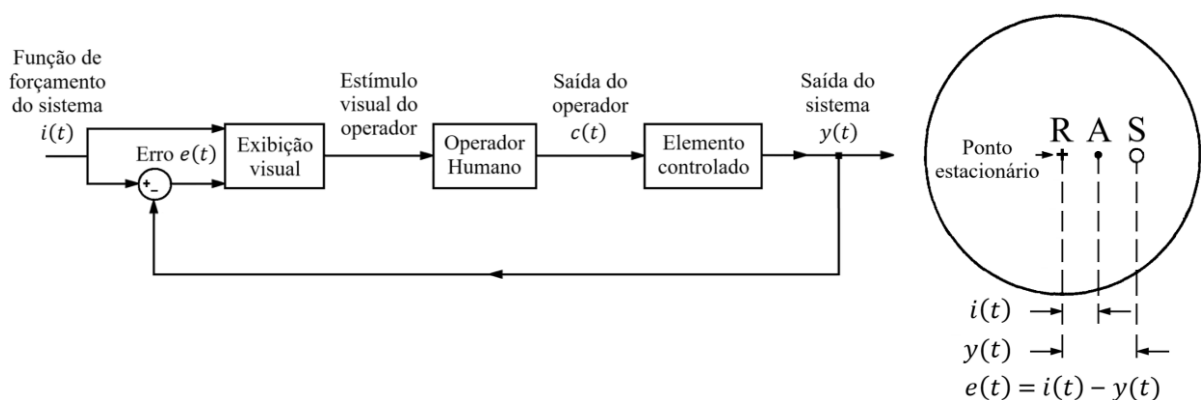


Figura 15 – Sistema de controle de perseguição, incluindo a exibição da referência, alvo e do seguidor.

[Adaptado de: Elkind (1956, p. 2), Elkind & Forgie (1957, p. 45), Hess (1981, p. 263), Krendel & McRuer (1960, p. 27), McRuer & Krendel (1957, p. 8, 1974, p. 48-49) e Sadoff (1960, p. 7-28)]

De acordo com Tustin (1947, p. 202), a resposta do operador – reação advinda do movimento desempenhado pelas suas mãos e da resposta muscular e ocular resultante para uma

tarefa de rastreamento, está relacionada linearmente ao erro, a taxa de variação e ao atraso de tempo, mas que existirão efeitos subsidiários, como a sobreposição de espasmos, harmônicos, variabilidade aleatória e outros fatores que agem como uma perturbação adicional, em conjunto com o movimento do controlador.

Esta condição implica que a resposta do operador é não linear. Todavia, de acordo com Bates (1947, p. 303), Booton (1954, p. 9), James, Nichols & Phillips (1947, p. 9), Johnson (1952, p. 169), Kochenburger (1950, p. 282), Tustin (1947a, p. 197, 1947b, p. 144) e demais autores, a teoria sobre os servomecanismos poderá ser aplicada aos sistemas lineares, envolvendo não linearidades, a partir de uma lei de controle suficientemente análoga a representação linear.

Segundo Craik (1947, p. 56) e Tustin (1947a, p. 201), o operador humano comporta-se basicamente como um servo de correção intermitente, em que o operador tende a ajustar o ganho a um valor tal que o elemento controlado e o próprio formem um sistema marginalmente estável, sendo estas, uma das características mais úteis do operador humano, podendo deste modo, melhorar o desempenho da tarefa de acordo com as considerações de estabilidade.

Além disso, a capacidade do operador humano de ajustar suas características para atender aos requisitos do sistema proporciona aos sistemas de controle manuais um certo grau de flexibilidade, que é difícil de alcançar em sistema totalmente automáticos (Elkind, 1956, p. 1), sendo que o seu comportamento pode ser descrito a partir de funções de transferência quase lineares, estimadas – a priori, da natureza do comportamento humano não linear.

Contribuições iniciais e subsequentes sobre a fisiologia do comportamento dos operadores humanos a estímulos nervosos, sensoriais e visuais, aos padrões musculares, a reflexos voluntários e associados e aos atrasos entre reações e fases refratárias, além de outros efeitos referentes ao controle (atrito, folga, inércia) e a tarefa de rastreamento, podem ser vistos em: Adams (1961), Birmingham & Taylor (1954); Craik (1947, 1948), Fenn (1938), Hick (1948), Poulton (1957); Stark (1959); Telford (1931), Vince (1948a, 1948b), Welford (1952) e Young *et al.* (1964).

De acordo com McRuer & Krendel (1957, p. 3, 1959, p. 382), os padrões de respostas humanas que mais se destacam serão aqueles que, em tarefas de controle de circuito fechado, produzem características de transferência para funções de rotina específicas. Essas características, apesar de distintas entre tarefas e operadores, podem ser aproximadas e expressas em termos inerentes à sua adaptação, apoiado em alguns fatores, tais como:

1. A característica dinâmica do elemento controlado;
2. O tipo particular de entrada imposta e o seu grau de previsibilidade;

3. Os tempos (ou atrasos) de reação individuais (distintos entre operador) reais e limitantes do ser humano durante a realização de uma operação específica.
4. A motivação, atenção, treinamento prévio e a condição psicológica e fisiológica geral do ser humano durante a execução da tarefa.

Outros fatores que devem ser observados são o tipo de elemento controlado pelo operador (aeronave, automóvel, navio, ou quaisquer mecanismos ou processos controláveis) e os meios reais que serão empregues ao controle (manipulador – alavanca ou volante, com suas restrições associadas; molas e amortecedores – McRuer & Krendel, 1957, p. 8). Essas características serão agrupadas, e se possível (devido à complexidade inerente a adaptabilidade do operador), descritas ao elemento controlado.

Segundo McRuer & Krendel (1959, p. 383), se as características do operador humano para uma determinada tarefa forem consideradas adequadas e compatíveis com as descrições convencionais para os componentes do sistema de controle, o modelo matemático desenvolvido para o operador consistirá em uma função descritiva mais uma quantidade adicional inserida, designada como remanescente ou residual (Tustin, 1947a, p. 195), que representa a saída não linear do operador. A Figura 16 resume e expressa tais considerações.

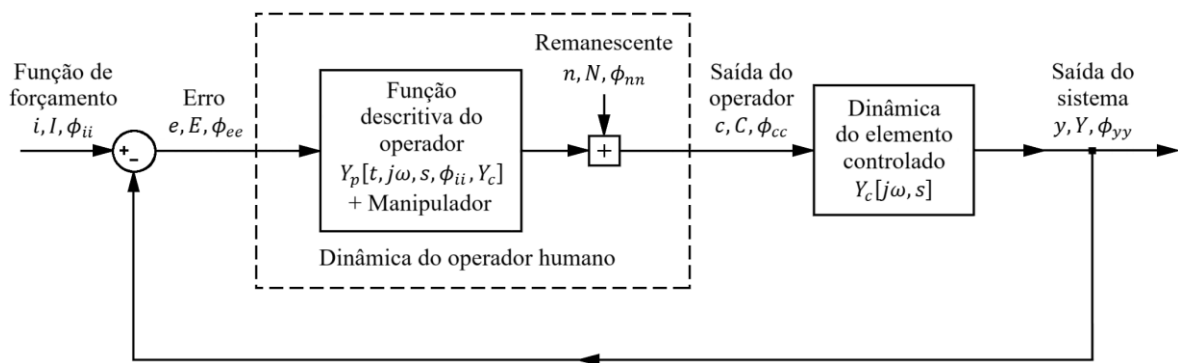


Figura 16 – Sistema de controle compensatório equivalente para o operador humano.
[Adaptado de: Graham & McRuer (1961, p. 441), McRuer & Krendel (1957, p. 33, 1959, p. 387, 1960, p. 29, 1962, p. 1119, 1974, p. 19), McRuer, Ashkenas & Guerre (1960, p. 9), McRuer, Graham, Krendel & Reisener (1965, p. 13) e McRuer & Weir (1969, p. 260)]

Os sinais do circuito de controle podem ser representados como funções de tempo (ou como atraso de tempo – τ) e a partir de suas transformações (Fourier ou Laplace), além de também poderem ser expressados como densidades espectrais de potência Φ (demais informações sobre essa metodologia aplicada a dinâmica de aeronaves podem ser vistas em Press & Turkey, 1959 e Graham & McRuer, 1961), conforme a Tabela 2.

Tabela 2 – Sumário dos sinais do sistema de controle compensatório do operador humano

Símbolos	Descrição	Função do tempo	Transformada de Fourier	Transformada de Laplace	Espectros de Potência
i	Função de forçamento de entrada do sistema	$i(t)$	$I(j\omega)$	$I(s)$	$\Phi_{ii}(\omega)$
c	Saída do operador	$c(t)$	$C(j\omega)$	$C(s)$	$\Phi_{cc}(\omega)$
e	Sinal de erro do sistema	$e(t)$	$E(j\omega)$	$E(s)$	$\Phi_{ee}(\omega)$
r	Remanescente do operador	$n(t)$	$N(j\omega)$	$N(s)$	$\Phi_{nn}(\omega)$
y	Resposta de saída do sistema	$y(t)$	$Y(j\omega)$	$Y(s)$	$\Phi_{yy}(\omega)$
y_p	Característica do operador humano	$y_p(\tau)$	$Y_p(j\omega)$	$Y_p(s)$	
y_c	Característica do elemento controlado	$y_c(\tau)$	$Y_c(j\omega)$	$Y_c(s)$	

[Adaptado de: McRuer & Krendel (1957, p. 34, 1959, p. 392) e Krendel & McRuer (1960, p. 29)]

Como mencionado anteriormente, muitos sistemas não lineares de interesse podem ser aproximados por um elemento linear equivalente, determinado a partir de um tipo ou classe de entrada (Figura 17 – McRuer & Krendel, 1957, p. 18, 1959, p. 389). A introdução da função de ponderação e/ou de sua transformada, a função de transferência, permite a descrição do desempenho de um sistema linear baseado em operações algébricas, ao utilizar as transformações das funções de entrada, de resposta e de ponderação em contraponto das funções de tempo.

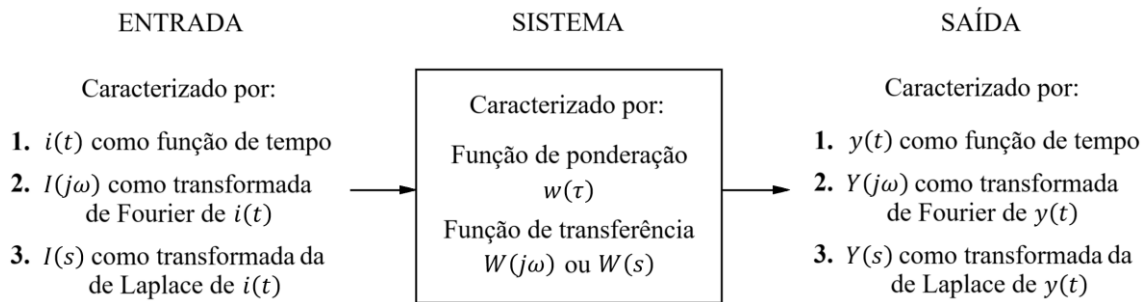


Figura 17 – Representação do sistema linear.

[Adaptado de: McRuer & Krendel (1957, p. 17, 1959, p. 388) e Graham & McRuer (1961, 78)]

Deste modo, as transformadas de Fourier e de Laplace para Equação 12, segundo a Figura 17, podem ser expressas, segundo a Equação 16 e 17,

$$Y(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-j\omega t} dt = W(j\omega)I(j\omega) \quad (16)$$

$$Y(s) = \int_0^{\infty} y(t)e^{-st} dt = W(s)I(s) \quad (17)$$

2.1.3 Modelos de piloto

A capacidade humana como elemento dinâmico em um sistema de controle pode assumir diversas formas, contudo, os modelos descritivos e matemáticos do piloto são comumente empregados para descrever as características de transferência da resposta do operador ao comando do elemento controlado – no caso da aeronave, dada as especificações de estabilidade do controle e da qualidade de voo requeridas e desejadas (Gibson, 1995, p. 56, 1999, p. 57).

De acordo McRuer & Jex (1967, p. 231) e McRuer & Krendel (1974, p. 16), os modelos matemáticos buscam resumir essas questões, promovendo uma base racional e compreensível das ações do piloto para serem usadas em conjunto com as demais características do veículo, com o objetivo de prever e elucidar o comportamento do operador. A seguir expõe-se um sistema piloto-veículo (PVS), contendo os quatro tipos de variáveis que afetam as características do piloto humano como controlador, descritas em função das variáveis: da tarefa, ambientais, centradas no operador e processuais, conforme Figura 18.

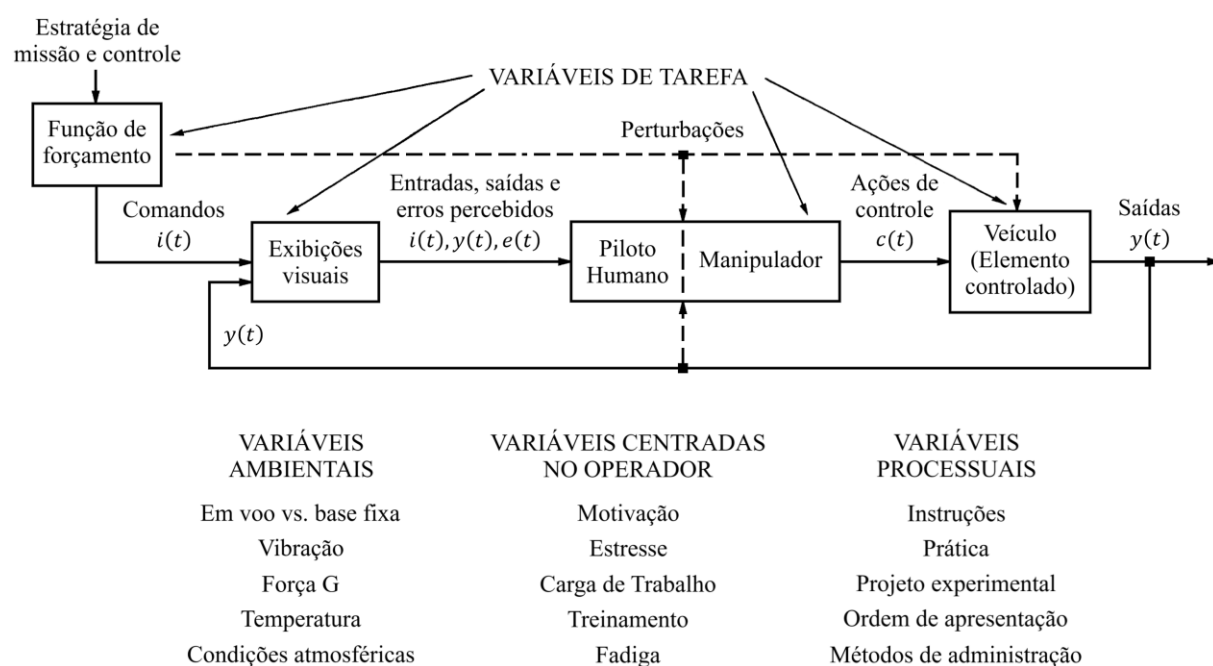


Figura 18 – Variáveis que afetam o PVS.

[Adaptado de: McRuer & Jex (1967, p. 233); McRuer & Krendel (1974, p. 16)]

1. Variáveis de tarefa

As variáveis de tarefa englobam todas as entradas do sistema e dos demais elementos externos diante do controle do piloto, sendo compreendidas entre quatro fatores: Função de forçamento, exibições visuais (*display*), manipulador e da dinâmica do elemento controlado. As perturbações e as entradas de comando do piloto relacionadas à estratégia de missão e do controle influenciam diretamente na dinâmica do piloto, assim como as características de exibição visual, do manipulador e do elemento controlado, que devem ser adaptadas para fornecer estabilidade ao circuito.

Segundo McRuer & Krendel (1974, p. 17), estas variáveis constituem-se em diversos aspectos, todavia, alguns destes fatores são limitados, por interesse, como no caso das funções de forçamento, que são escolhidas entre sinais de entrada com distribuição de amplitude, formato e largura de banda bem definidos, em conjunto com os elementos controlados, que representam ou idealizam veículos práticos e físicos.

Inicialmente, a maneira utilizada para especificar essas informações foi determinar as respostas dos elementos decorrentes a uma vasta variedade de entradas, em seguida, catalogá-las em pares de entrada-resposta (Anexo C), dado as características de transferência que constituem o repertório da resposta dinâmica do piloto (Graham & McRuer, 1961, p. 79; McRuer & Krendel, 1957, p. 17, 1959, p. 389; McRuer, Ashkenas & Guerre, 1960, p. 7). Muitas medições da resposta humana a estímulos visuais foram feitas, conduzidas em simuladores e/ou e em voo.

Tustin (1947a) foi um dos pioneiros a realizar medições dinâmicas das respostas dos operadores humanos em sistema de controle manuais, a partir de funções de forçamento visual de aparência aleatória, introduzindo o conceito de função descritiva, do remanescente e dos sistemas quase lineares à teoria de controle por realimentação de estado (McRuer & Krendel, 1957, p. 13; McRuer, Graham, Krendel & Reisener, 1965, p. 12).

Trabalhos associados a medições e a investigações de funções descritivas do operador humano foram desenvolvidas subsequentes por: Russell, Goodyear (McRuer & Krendel, 1974 *apud* Russell, 1951; Goodyear, 1952), Elkind (1956), McRuer & Krendel (1957), Hall (1963), McRuer, Graham, Krendel & Reisener (1965), Stapleford, McRuer & Magdaleno (1967), Magdaleno & McRuer (1971), McRuer & Krendel (1974), ao qual, os parâmetros dos modelos foram sendo estabelecidos e ampliados, a fim de descrever de maneira consistente a capacidade dinâmica do piloto em sistemas de controle de rastreamento.

2. Variáveis ambientais

As variáveis do ambiente envolvem todos os fatores ambientais que afetam a operação do piloto externamente, incluído a(o): iluminação e a atmosfera circundante, temperatura, vibração, ruído; força G e aceleração, tanto em voo, quanto em simuladores em solo.

3. Variáveis centradas no operador

As variáveis centradas no operador incluem as características do piloto em face da tarefa de controle, de acordo como a(o): motivação, treinamento, condição física e mental, carga de trabalho, estresse e fadiga (entre outros). De modo que uma descrição satisfatória do modelo de piloto perpassa pela compreensão das interações entre os processos fisiológicos e mentais dos operadores.

4. Variáveis processuais

As variáveis processuais abrangem os procedimentos gerais para a realização das tarefas, como a(o): Instrução e a doutrina de ensaio, prática, cronograma de treinamento, projeto experimental, ordem de apresentação e métodos de administração (entre outros). Segundo McRuer & Krendel (1974, p. 17), essas variáveis incluem subjetividades que devem ser analisadas cuidadosamente, uma vez que as avaliações e medições geralmente envolvem poucas execuções, perante um número pequeno de pilotos.

2.1.3.1 Modelos matemáticos do piloto quase lineares

Assim como mencionado no capítulo 2.1.2, uma descrição satisfatória de um modelo de piloto em um sistema de controle perpassa pela compreensão das interações entre os processos fisiológicos e mentais dos operadores e dos aspectos físicos e dinâmicos da aeronave, de acordo com as demandas do sistema piloto-veículo (PVS). Deste modo, ao considerar o comportamento do piloto como um elemento do sistema é necessário entender o quão complexo pode se tornar o processo de sua descrição, que envolvem muitas das variáveis discutidas anteriormente.

De acordo com McRuer & Krendel (1957, p. 7), torna-se desejável que o modelo do piloto seja desenvolvido considerando algumas simplificações, de modo que as descrições de suas características possam ser expressas em termos dos estímulos advindos da tarefa de rastreo e da resposta do controlador, tal que as informações obtidas forneçam os modos de decisão futura.

Neste sentido, a dinâmica comportamental do piloto pode ser subdividida em três características fundamentais, baseado nas tarefas de rastreamento compensatório, de perseguição e do comportamento precognitivo, segundo as definições:

- Compensatório

O comportamento (e/ou rastreamento) compensatório é caracterizado por comandos e distúrbios de aparência aleatória, quando a única informação acionada pelo piloto é consistida pelos erros do sistema ou das saídas da aeronave (McRuer, 1995, p. 19). Em condições exigentes (atenção total), o piloto exerce um controle de circuito fechado sobre a aeronave, de maneira a reduzir os erros do sistema; como o rastreamento compensatório é obtido a partir da diferença entre a função de forçamento e a saída do sistema (Figura 14), o operador somente pode determinar os movimentos de controle sob as condições de entrada (ou em um ponto de equilíbrio) zero (McRuer & Krendel, 1957, p. 7).

- Perseguição

No comportamento (e/ou rastreamento) de perseguição, a experiência passada fornece ao operador as informações futuras sobre os movimentos de controle, de tal modo que a entrada e a saída do sistema são exibidas em relação a uma referência (Figura 15). Neste caso, o operador conduz o controle em circuito fechado através da realimentação visual sobre as suas respostas (McRuer & Krendel, 1957, p. 7 e McRuer, 1995, p. 27).

Na Figura 19 é exposto um PVS de circuito fechado que expõem as configurações destes dois comportamentos (compensatório e de perseguição) e na Tabela 3 são exibidas as suas características de transferência.

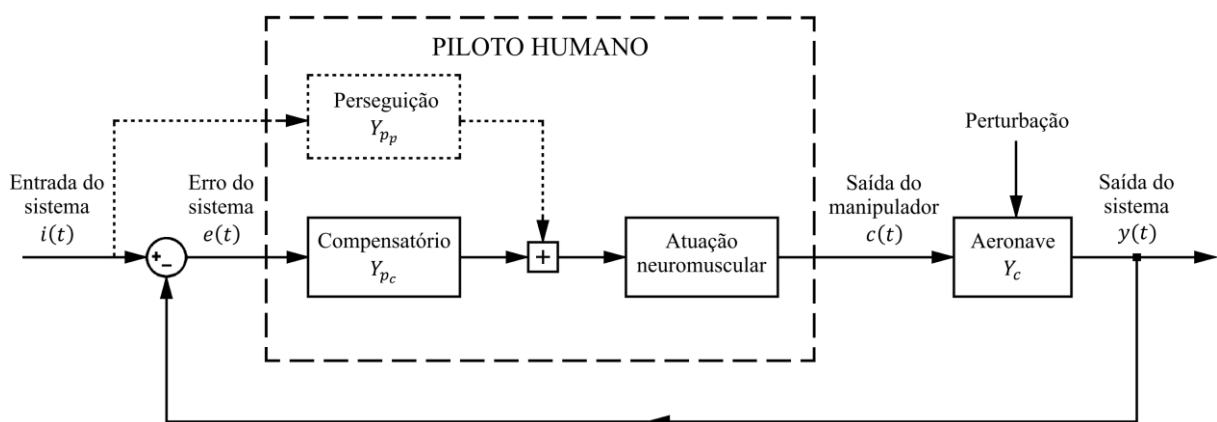


Figura 19 – PVS de circuito fechado para o comportamento compensatório e/ou de perseguição do piloto. [Adaptado de: McRuer & Krendel (1957, p. 10, 1974, p. 48) e McRuer (1995, p. 28)]

Tabela 3 – Características de transferência do PVS de circuito fechado

Características de transferência	Compensatório	Perseguição
Circuito Aberto		
Saída/Erro, y/e	$Y_{pc} Y_c$	$\frac{(Y_{pc} + Y_{pp}) Y_c}{1 - Y_{pp} Y_c}$
Circuito Fechado		
Saída/Entrada, y/i	$\frac{Y_{pc} Y_c}{1 + Y_{pc} Y_c}$	$\frac{(Y_{pc} + Y_{pp}) Y_c}{1 + Y_{pp} Y_c}$
Erro/Entrada, e/i	$\frac{1}{1 + Y_{pc} Y_c}$	$\frac{1 - Y_{pp} Y_c}{1 + Y_{pc} Y_c}$

[Adaptado de: McRuer & Krendel (1974, p. 48) e McRuer (1995, p. 28)]

- Precognitivo

O comportamento precognitivo pode ser considerado como um modelo de alto nível de controle, correspondente à completa familiaridade do operador com a dinâmica do elemento controlado, uma vez que o operador tem condições de desencadear um repertório de respostas praticadas e devidamente sequenciadas, com comandos neuromusculares hábeis, discretos e devidamente cronometrados e dimensionados (McRuer, 1995, p. 29).

Segundo McRuer (1995, p. 29), esses comandos equivalem as respostas condicionadas que podem ser desencadeadas pela situação e pelo comando, mas que não dependem inteiramente destas condições. Posto isso, o comportamento puro de controle de circuito aberto também é chamado de precognitivo, que irá incluir os movimentos altamente qualificados que ocorrem repetidamente ou de forma automática.

Além disso, um caso especial de dinâmica do piloto humano (que será importante para o estudo das oscilações induzidas pelo piloto – capítulo 2.4.1) é o comportamento precognitivo síncrono, para os quais, as entradas de comando serão consideradas como senoidais e o piloto progride entre as fases, adaptando-se à entrada.

Segundo McRuer (1995, p. 30), nestas condições, o comportamento do piloto adapta-se em faixas distintas, dado que o comportamento periódico não é transcrito simultaneamente, de modo a passar pela etapa inicial compensatória (ajuste em função dos erros) e intermediária, na qual o operador consegue reconhecer (e seguir) à senoide, sem atrasos de fase. Para esta situação, a característica (e/ou função) de transferência pode ser aproximada pela dinâmica $Y_p = K_p$.

Na presença de oscilação sustentada (PIO), essa condição é inteiramente válida pois a saída do piloto fica bloqueada por fase, de modo que o modelo de ganho puro é adequado. Caso o comportamento periódico das saídas do piloto esteja associado a ondas trapezoidais ou retangulares, essa condição ainda se mantém (McRuer, 1995, p. 30).

A seguir são apresentados alguns dos modelos matemáticos de piloto que são casualmente encontrados na literatura e que são amplamente aplicados em estudos teóricos e experimentais (em simuladores) para a retratação do comportamento humano.

2.1.3.1.1 Tustin

A primeira sugestão de um modelo representativo para o operador/piloto surge a partir do trabalho precursor desenvolvido por Tustin (1944 *apud* McRuer & Krendel, 1957a, p. 13, 1947, p. 194 – e de possível os autores, como Weiss, 1943 *apud* McRuer & Krendel, 1957a, p. 14), sendo desenvolvido a partir da análise da natureza da resposta do operador ao comando manual sob a condição de mira em um alvo em movimento.

De acordo de McRuer & Krendel (1957, p. 14), uma estrutura consideravelmente elaborada para o conceito de compensação aplicado a um sistema homem-máquina foi desenvolvida a partir destes trabalhos (Tustin e Weiss), tal que o modelo consegue fornecer avanço e/ou outra equalização para que o operador possa compensar seus atrasos de fase, de modo a permitir que a operação ocorra com maior ganho, atenuando o ruído remanescente de alta frequência.

A ideia por trás disso é de compensar as características que o operador não executa tão bem e ao mesmo tempo permitir que o operador otimize o que consiga realizar adequadamente. Segundo Weiss (1943, 1955 *apud* McRuer & Krendel, 1957, p. 14) e Tustin (1943 *apud* McRuer & Krendel, 1957, p. 14, 1947, p. 194), um modelo comportamental do piloto para a tarefa de rastreamento pode ser representado pela função descritiva expressa na Equação 18.

$$Y_p = K_p \frac{(T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)} e^{-\tau s} \simeq K_p \frac{(T s + 1)}{s} e^{-\tau s} \quad (18)$$

Sendo K_p o ganho do piloto, T_1 e T_2 as constantes de avanço e atraso de tempo e τ o atraso de tempo (latência) do piloto. A constante de tempo T está relacionada a razão entre a mudança de posição (ou da velocidade de saída) como resultado da troca de posição do controle manual, tal que a função de transferência para a posição fosse descrita por $1/s$. Além disso, um modelo mais realista foi desenvolvido ao incluir a atuação neuromuscular, conforme a Equação 19.

$$Y_p \doteq \frac{K_p e^{-j\omega\tau} (T_L j\omega + 1)}{(T_I j\omega + 1)(T_N j\omega + 1)} \quad (19)$$

A constante de tempo de atraso referente à dinâmica neuromuscular T_N , segundo McRuer & Krendel (1957, p. 77, 114) foi proposta por Russell (1951) devido a necessidade de ajuste da estabilidade do sistema composto pela função de transferência de circuito aberto entre o operador e o elemento controlado. De acordo com Russel (1951 *apud* McRuer & Krendel, 1957, p. 114), sem a adição deste atraso, o sistema de circuito fechado expõe uma margem de estabilidade instável, com atrasos adicionais além da largura de banda da medição, para baixas frequências.

Assim, as características gerais de equalização (e/ou otimização) para os parâmetros da função descritiva do piloto podem ser resumidos conforme a Figura 20.

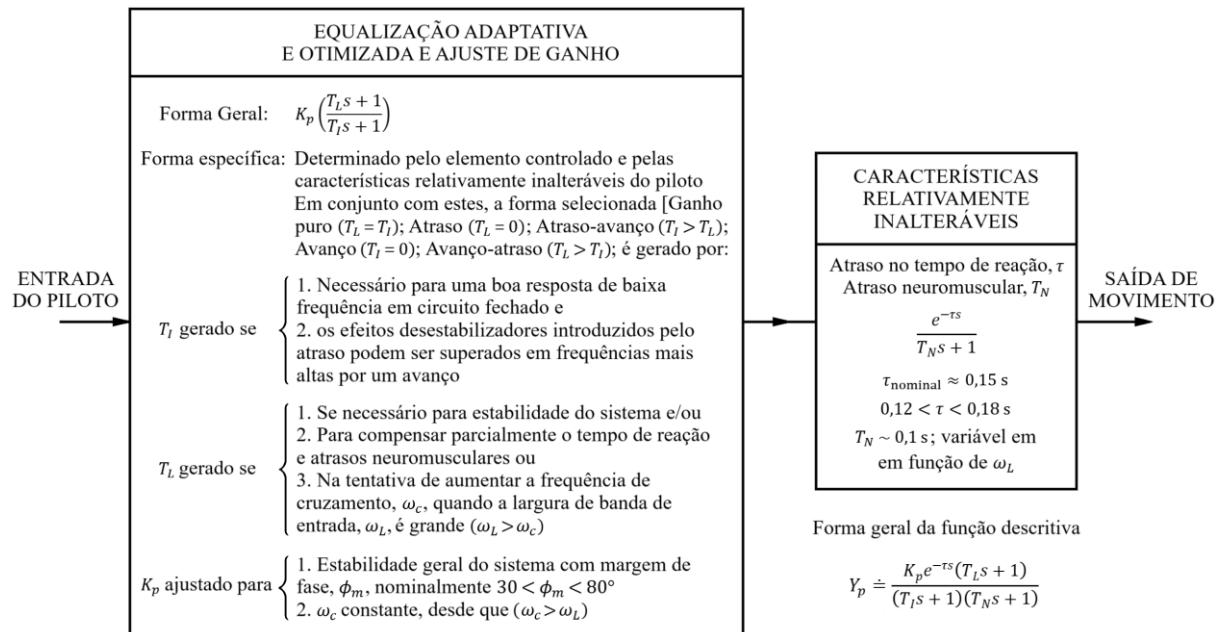


Figura 20 – Modelo generalizado da função descritiva do piloto humano para o sistema compensatório.

[Adaptado de: Ashkenas, Jex & McRuer (1964, p. 9) e McRuer e Krendel (1962, p. 1120-1121)]

Deste modelo, irá surgir uma versão mais precisa, que além dos parâmetros apresentados anteriormente, irá incluir os outros aspectos estudados pelos demais autores (Tustin, Russell, Goodyear, Elkind, Hall, McRuer & Krendel, entre outros – capítulo 3.2.1), que são reformulados na forma geral do modelo de precisão (McRuer & Krendel, 1974, p. 29).

2.1.3.1.2 Precisão

O modelo descritivo para o comportamento do operador que considera os demais aspectos da tarefa de controle é chamado de modelo de precisão, dado a maior capacidade de ajustes dos parâmetros da função descritiva, que inclui os termos de atraso e avanço para frequências muito baixas e o termo de segunda ordem acoplado ao sistema de atuação neuromuscular (McRuer & Krendel, 1974, p. 29), de acordo com a Equação 20.

$$Y_p(s) = K_p \quad \begin{array}{c} \text{Ganho} \\ \text{Atraso de} \\ \text{tempo puro} \end{array} \quad e^{-j\omega\tau} \quad \begin{array}{c} \text{Equalização} \\ \text{em série} \end{array} \quad \left(\frac{T_L j\omega + 1}{T_I j\omega + 1} \right) \quad \begin{array}{c} \text{Atraso-avanço de} \\ \text{frequência muito baixa} \end{array} \quad \underbrace{\left(\frac{T_K j\omega + 1}{T'_K j\omega + 1} \right)}_{e^{-ja_k/\omega}} \quad \begin{array}{c} \text{Sistema de atuação} \\ \text{neuromuscular} \end{array} \quad \underbrace{\left[\frac{1}{(T_{N_1} j\omega + 1) \left(\frac{j\omega^2}{\omega_N^2} + \frac{2\zeta_N j\omega}{\omega_N} + 1 \right)} \right]}_{\frac{1}{T_N j\omega + 1} \text{ ou } e^{-j\omega T_N}} \quad (20)$$

Em que:

$$a_k \doteq \frac{1}{T_K} - \frac{1}{T'_K} \quad \text{e} \quad T_N \doteq T_{N_1} + \frac{2\zeta_N}{\omega_N} \quad (21)$$

Sendo T_K e T'_K as constantes de tempo de avanço e atraso do modelo de precisão da função descritiva do piloto humano, ζ_N a taxa de amortecimento para o sistema neuromuscular, ω_N a frequência natural do sistema neuromuscular, T_{N_1} a constante de atraso de tempo de primeira ordem do sistema neuromuscular, T_N a constante de tempo de atraso para aproximação de primeira ordem da dinâmica neuromuscular e a_k o valor de indiferença para a não linearidade de zona morta (capítulo 3.1) do modelo de precisão da função descritiva do piloto humano.

Apesar deste modelo acarretar em uma maior quantidade de parâmetros a serem estabelecidos, é possível, deste modo, aproximar o comportamento do operador a uma representação mais realista do comportamento humano. Ademais, segundo McRuer & Krendel (1974, p. 29), fora os elementos centrais (ganho K_p , latência τ e constante de tempo de atraso T) que configuram o modelo descritivo padrão do operador (Equação 18), os demais parâmetros podem ser assumidos ou ignorados, dependendo do rigor da análise e para os quais a Equação 20 pode ser simplificada (assumindo as correlações informadas na Equação 21) conforme a Equação 22.

$$Y_p(s) = K_p \left(\frac{T_L j\omega + 1}{T_I j\omega + 1} \right) e^{-j[\omega(\tau+T_N)+\alpha/\omega]} \quad (22)$$

Além destes dois modelos, um outro modelo comumente empregado em análises de sistema de controle manual é o modelo de cruzamento, composto pela descrição quantitativa aproximada da dinâmica do sistema homem-máquina para sistemas compensatórios de circuito único (McRuer & Krendel, 1974, p. 25).

2.1.3.1.3 Cruzamento

O modelo de cruzamento, segundo McRuer & Krendel (1974, p. 25) não se distinguem “explicitamente” entre as características do elemento controlado e do operador, dado que a combinação (em série) entre os elementos centrais de controle é ajustada para minimizar o erro de rastreamento, resultando na função descritiva de circuito aberto exposta na Equação 23.

$$Y_p Y_c = K_p e^{-\tau s} (T_L s + 1) \frac{K_c}{s(Ts + 1)} \quad (23)$$

Sendo K_c o ganho do elemento controlado. De acordo com McRuer (1995, p. 19), para uma tarefa de rastreamento de controle de rolagem (Y_c – Figura 21), na qual a velocidade é proporcional à saída de aileron do piloto após o incremento de um atraso de primeira ordem, a Equação 23 irá corresponder à capacidade do piloto (Y_p) em desenvolver um avanço antecipatório ($T_L s + 1$) que cancela o atraso de rolagem da aeronave ($1/Ts + 1$).

Nesta situação, o ganho do piloto (K_p) e da aeronave (e/ou do elemento controlado K_c) podem ser combinados em uma faixa de frequência próxima à frequência de cruzamento ω_c , que será ajustado a partir da função de transferência $1/s$ (integrador) como uma inclinação de -20 (dB/década) em um Diagrama de Bode (Figura 22), de tal modo que a frequência ω_c desejada possa ser atingida (a fim de ajustar a margem de estabilidade do sistema – Gibson, 1999, p. 61, McRuer & Jex, 1967, p. 234). Posto isso, a Equação 23 pode ser reescrita em função da frequência $\omega_c = K_p K_c$, conforme a Equação 24.

$$Y_p Y_c = \frac{\omega_c e^{-\tau s}}{s} \quad (24)$$

De acordo com McRuer (1995, p. 19), o comportamento dinâmico compensatório do piloto de desenvolver um avanço que antecipa os atrasos de subsidência de rolagem condiz os resultados obtidos para o conjunto de amostras de sinais exibidos na Figura 21. Segundo McRuer & Krendel (1974, p. 9), esses resultados foram obtidos a partir de um ensaio investigativo que foi conduzido por um instrutor profissional altamente treinado, no qual a sua função foi de reali-

zar um rastreamento compensatório sobre a entrada de sinais de aparência aleatória, que devem ser seguidos pela saída do elemento controlado; para o ensaio, o valor adotado para a constante de tempo foi de $T = 1/3$.

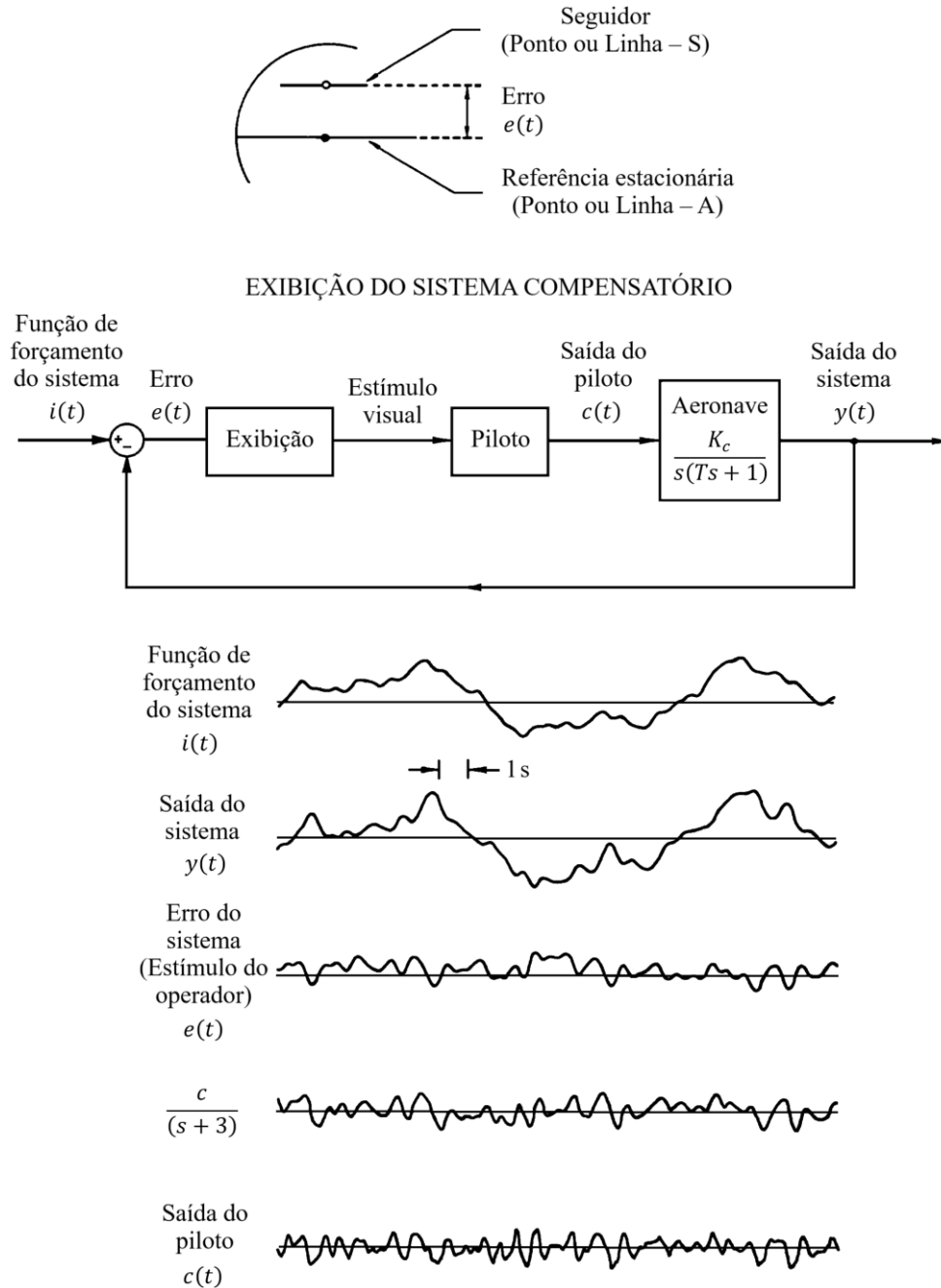


Figura 21 – Exemplo de um sistema de controle compensatório com suas respectivas respostas temporais. [Adaptado de: McRuer (1995, p. 20) *apud* McRuer & Krendel (1974, p. 9)]

O ensaio para alguns outros modelos de elemento controlado (Y_c) podem ser encontrados em McRuer & Krendel (1974, p. 5 a 10) e a combinação entre estes elementos com a função descritiva do piloto pode ser vista na Tabela 4.

Tabela 4 – Funções descritivas do operador humano para vários elementos controlados

Função de transferência do elemento controlado	Função descritiva do operador	Função de transferência de circuito aberto	
		Forma $Y_p Y_c$	Atraso de tempo efetivo τ
K_c	$\frac{K_p e^{-\tau s}}{s}$	$\frac{\omega_c e^{-\tau s}}{s}$	NA
$\frac{K_c}{s}$	$K_p e^{-\tau s}$	$\frac{\omega_c e^{-\tau s}}{s}$	0.14
$\frac{K_c}{s(s+a)}$	$K_p(s+a)e^{-\tau s}$	$\frac{\omega_c e^{-\tau s}}{s}$	0.16
$\frac{K_c}{s^2}$	$K_p s e^{-\tau s}$	$\frac{\omega_c e^{-\tau s}}{s}$	0.43
$\frac{K_c}{s-\lambda}$	$K_p e^{-\tau s}$	$\frac{\omega_c e^{-\tau s}}{(s-\lambda)}$	0.07
$\frac{K_c}{(s+a)(s-\lambda)}$	$K_p(s+a)e^{-\tau s}$	$\frac{\omega_c e^{-\tau s}}{(s-\lambda)}$	0.20

[Adaptado de: McRuer, Graham, Krendel e Reisener, 1965, p. 28;
McRuer & Jex (1967, p. 237) e McRuer & Krendel (1974, p. 11)]

Ademais, a condição em que os ganhos do piloto e do elemento controlador são combinados em comparação a frequência de cruzamento podem ser melhor compreendidos na Figura 22, que consiste na representação da resposta de circuito aberto $Y_p Y_c$ em um diagrama de Bode para o modelo de cruzamento.

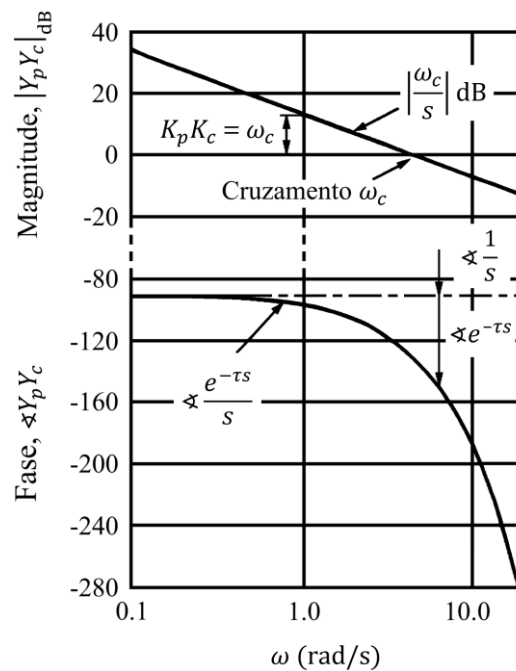


Figura 22 – Diagrama de Bode para o modelo de cruzamento.

[Adaptado de: Gibson (1995, p. 65, 1999, p. 68) e McRuer (1995, p. 21)]

Nesta condição, o ganho nominal é representado por uma linha reta com inclinação de -20 (dB/década) e a fase pelo ângulo de fase -90 ($^{\circ}$), com adição do atraso de fase proporcional a latência do piloto (Gibson, 1999, p. 62). Além disso, de acordo com Gibson (1995, p. 62, 1999, p. 63), dado a equivalência entre os diagramas de Bode e de Nichols, o modelo de cruzamento pode ser obtido de maneira semelhante, segundo a Figura 23.

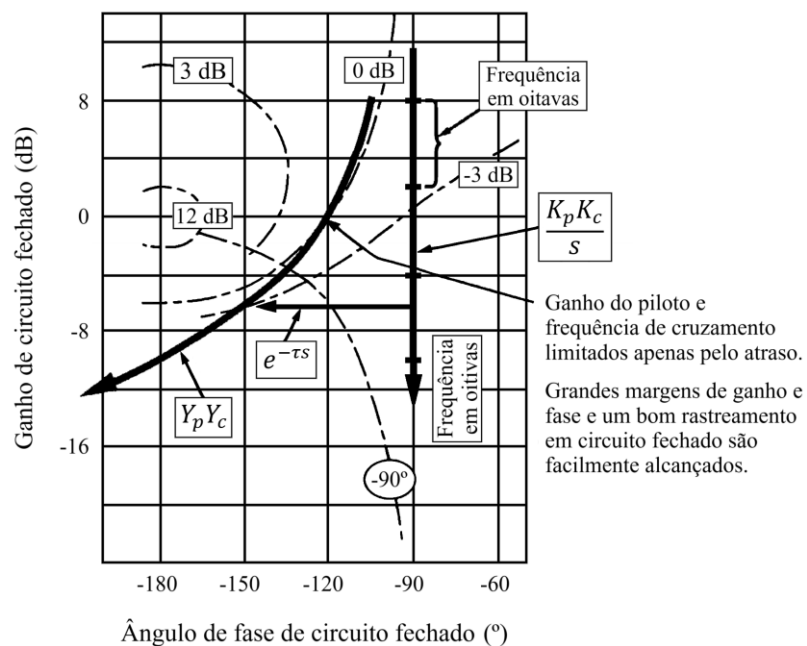


Figura 23 – Diagrama de Nichols para o modelo de cruzamento.

[Adaptado de: Gibson (1995, p. 67, 1999, p. 71)]

Da Figura 23 é possível notar que um bom desempenho de circuito fechado é alcançável com uma alta margem de ganho e de fase, que é estabelecida entre a curva de resposta de frequência $Y_p Y_c$ no ponto de cruzamento com a linha de 0 (dB) e da fase de -180 ($^{\circ}$), sendo a frequência de cruzamento somente limitada pelo atraso de fase do piloto.

Além deste resultado, Gibson (1999, p. 63 – baseado em outros autores) propõe a análise da característica de circuito aberto da aeronave e do piloto, combinando o ganho e a fase em uma única curva, e para o qual o ganho do piloto é adicionado à resposta da aeronave (sem equalização e atraso). O diagrama de Nichols para essa condição pode ser visto na Figura 24.

Para a resposta de frequência $Y_p Y_c$ obtida para a tarefa de controle de ângulo de atitude θ/θ_c , a queda de amplitude de circuito fechado é menor que -1 (dB) para baixas frequências e à medida que a frequência aumenta, o ganho de circuito fechado se torna maior até que seja atingido o máximo pico de amplitude (ressonância) próximo à 6 (dB), antes de diminuir para as frequências mais altas.

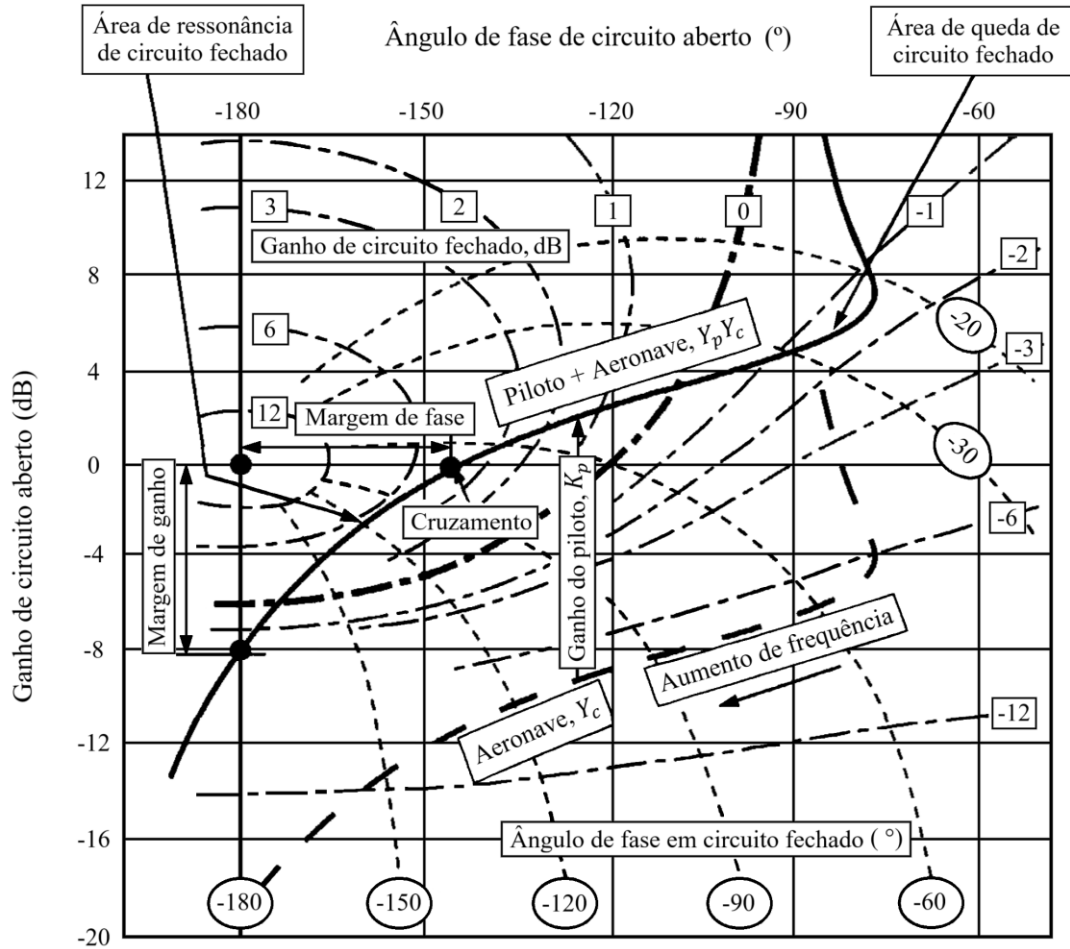


Figura 24 – Diagrama de Nichols da resposta de controle do ângulo de atitude θ/θ_c de circuito aberto para derivação da resposta de circuito fechado, desconsiderando o termo de equalização da fase do piloto, $Y_p = K_p$.

[Adaptado de: Gibson (1995, p. 66, 1999, p. 70)]

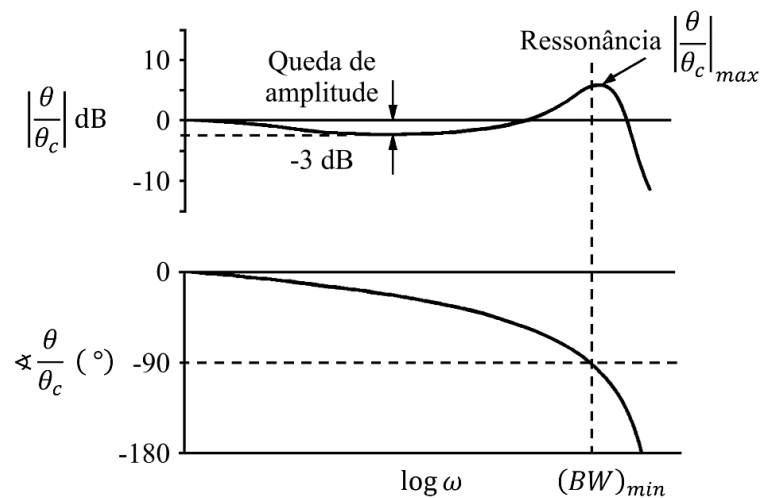


Figura 25 – Padrão de desempenho típico de rastreamento de atitude de arfagem em circuito fechado.

[Adaptado de: Gibson (1999, p. 70), Neal & Smith (1970, p. 41, 1971, p. 806)]

De acordo com Gibson (1999, p. 63) e Neal & Smith (1970, p. 41, 1971, p. 806), um bom desempenho para a tarefa de rastreamento θ/θ_c é obtido quando a queda de amplitude em baixa frequência antes de atingir o pico de ressonância máximo $|\theta/\theta_c|_{max}$ é inferior à -3 (dB), com largura de banda na fase em -90 ($^\circ$), conforme a Figura 25.

2.1.3.2 Resumo dos demais modelos do piloto existentes na literatura

Além dos modelos matemáticos que foram apresentados anteriormente, baseados na teoria clássica de controle, existirão outros que não serão abordados previamente nesta dissertação, todavia, dado sua relevância, destaca-se os modelos: de controle ótimo (Kleinman, Baron & Levison e Baron, Kleinman & Levison, 1970), e adaptativo (Hess, 2006), os modelos baseado na fisiologia humana: estrutural (Hess, 1980), descritivo (Hosman, 1996) e biodinâmico (Griffin, 2001), além dos modelos que estão sendo desenvolvidos a partir das técnicas de controle difuso e por redes neurais, segundo a Figura 26.

Na tabela 5 expõe-se os demais trabalhos e contribuições correlacionadas aos modelos de piloto, para maior compreensão e melhor detalhamento de suas aplicações e dos seus mecanismos de funcionamento, recomenda-se a leitura inicial destes modelos em Lone & Cooke (2014) e Xu *et al.* (2017).

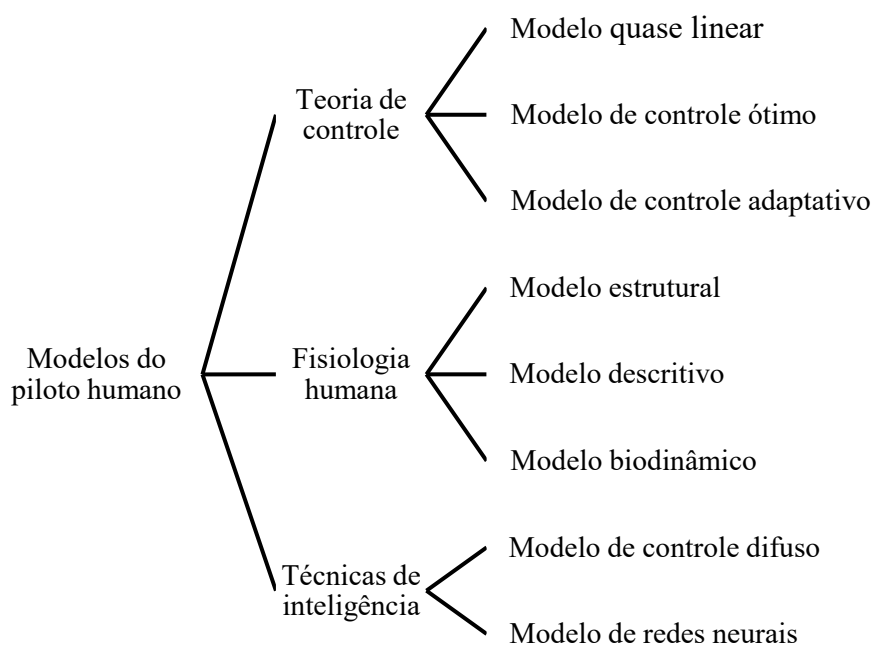


Figura 26 – Classificação dos modelos de piloto humano
[Adaptado de: Xu *et al.* (2017, p. 4)]

Tabela 5 – Abordagens e contribuições sobre os modelos de piloto humano

Abordagens e contribuições	Autor(es) [Ref.]
Teoria de controle	
Modelo quase linear	Ashkenas, Jex & McRuer (1964), Bates (1947), Booton (1954), Craik (1947, 1948), Chen (1956), Elkind (1956, 1959), Goodyear (1952 <i>apud</i> McRuer & Krendel, 1974), Hall (1958, 1963), Hick (1948), Johnson (1952), Kochenburger (1950), Krendel & McRuer (1960), Lozier (1956), McRuer, Graham, Krendel & Reisener (1965), McRuer & Jex (1967), McRuer & Krendel (1957, 1959, 1962, 1974), Russell (1951 <i>apud</i> McRuer & Krendel, 1974), Sadoff (1960), Tustin (1947a, 1947b).
Modelo de controle ótimo (<i>Optimal Control Model</i> – OCM)	Bacon & Schmidt (1983), Baron, Kleinman & Levison (1970), Davidson & Schmidt (1992), Hess (1977), Kleinman, Baron & Levison (1970), Schmidt (1979).
Modelo adaptativo	Hess (2006, 2009, 2014, 2016), Velger, Grunwald & Merhav (1984)
Fisiologia humana	
Modelo estrutural	Hess (1980, 1983, 1984, 1989, 1990, 1995, 1997).
Modelo descritivo	Hosman (1996, 1998, 1999).
Modelo biodinâmico	Griffin (2001), Masarati <i>et al.</i> (2015).
Técnicas de inteligência	
Modelo de controle difuso	Chen <i>et al.</i> (2018), Entzinger & Suzuki (2010), Gestwa & Grigorie (2011), Stewart <i>et al.</i> (2009), Xu <i>et al.</i> (2019), Xu & Wu (2021), Zeyada & Hess (2001).
Modelo de redes neurais	Mori <i>et al.</i> (2007), Mori & Suzuki (2009), Sánchez-Sánchez & Izzo (2018), Suzuki <i>et al.</i> (2006), Tan <i>et al.</i> (2014).

De modo geral, dentre os modelos do piloto que podem ser empregados aos sistemas de controle de voo (FCS) e ao PVS, foi optado pela utilização dos modelos matemáticos quase lineares, segundo o modelo de Tustin e de cruzamento. A escolha parte da premissa da aplicação do critério ponto de início de circuito aberto (OLOP), que envolvem os aspectos da tarefa de rastreamento compensatório e precognitivo, e para o qual, foram empregados metodologia similares, envolvendo o ajuste do ganho, das constantes de atrasos e avanço e da latência do piloto.

Os demais modelos fazem parte do estudo geral sobre os modelos do piloto, que podem ser utilizados (futuramente), caso exista o interesse específico em retratar melhor as condições de controle do piloto, uma vez que é de interesse ao tema, dado que o comportamento do operador, como será visto nos capítulos subsequentes, pode desencadear instabilidades durante a execução da tarefa de controle.

Deste modo, a retratação mais fidedigna do comportamento do piloto torna possível almejar aspectos mais integrados e otimizados do operador, tal que um modelo autônomo e associado as demandas da tarefa possam tornar a execução das manobras menos intensas e/ou abruptas, dado que a lei de controle composta pelo modelo do piloto possa auxiliar e garantir um patamar aceitável e seguro (ao FCS e as superfícies de controle aerodinâmicas) durante a condução da missão. Na atualidade, as aeronaves modernas com FCS *Fly-by-wire* (FBW) oferecem inúmeras vantagens e benefícios diante deste quesito.

2.2 Sistema de controle de voo

Os sistemas de controle automáticos, e subsequentemente, os sistemas de controle de voo (FCS) são datados por um extenso processo de desenvolvimento, que surge ao término do século XVIII e do início do século XIX, a partir de alguns trabalhos percursores elaborados por Maxim, Obry e Sperry E. & Sperry L. (Maxim, 1891, Obry, 189?, Sperry E. & Sperry L., 1910 *apud* McRuer & Graham, 1981, p. 355-356). Além destes, de acordo a retratação histórica desenvolvida por McRuer & Graham (1981), inúmeros autores podem ser citados perante a concepção dos FCS, que percorre pela era do desenvolvimento das aeronaves.

A contribuição das teorias sobre a dinâmica das aeronaves e do controle por realimentação de estado são casualmente interligadas, aos passos que cada uma de suas contribuições permitiu que os sistemas fossem melhorados e/ou amplificados e para os quais as aeronaves foram evoluindo e se modernizando até se tornarem o que são hoje.

De maneira geral, os FCS, assim como os sistemas de controle manuais, são empregados como uma interface entre os controles das variáveis físicas ou digitais de um dispositivo, que no caso das aeronaves, as superfícies aerodinâmicas são os elementos de maior destaque dentro destas tarefas (contudo, quaisquer outros elementos e/ou dispositivos podem ser controlados).

A aeronave durante o voo depende das correções – ajuste do desalinhamento para os graus de liberdade associados à capacidade de rotação e translação em tornos dos eixos de simetria (capítulo 2.2.2 e 2.2.3) do piloto humano e/ou de um FCS automático para manter as qualidades de voo e a estabilidade do veículo, dado que sem a atividade de controle, a possibilidade do voo estável é inexistente, uma vez que a dependência entre esses ajustes tornam possível conduzir o voo em condições operacionais (McLean, 1990, p. 1).

De acordo com Fielding (2001, p. 543, 2010, p. 1), os primeiros FCS (assim como em relação as primeiras aeronaves) eram todos baseados em elementos e dispositivos mecânicos, interligando as superfícies de controle através de cabos, polias, hastes e alavancas. Consequentemente, com o aumento das dimensões, do desempenho e das velocidades atingidas pelas aeronaves, as forças para mover as superfícies aerodinâmicas acabam por exceder a capacidade do operador, de tal modo que surgem os primeiros sistemas auxiliares (McLean, 1990, p. 6).

A implementação de sistemas hidráulicos, e posteriormente, de sistemas eletro-hidráulicos foi sendo realizada em conjunto com o sistema de atuação do piloto, até que os sistemas de controle automáticos substituíssem o papel de todas as etapas de transmissão de energia, cabendo ao piloto somente a tarefa de sinalização e/ou de solicitação do comando de controle.

De acordo Collinson (1999, p. 142, 2011, p. 180) e Fielding (2001, p. 543, 2010, p. 2), a substituição das ligações mecânicas entre as superfícies aerodinâmicas por sinais elétricos originou a terminologia *Fly-by-wire* (FBW). Um exemplo simplificado para esta condição pode ser visto na Figura 27, aonde se expõe o diagrama esquemático do FCS modificado para a aeronave YF-86D, que foi utilizado para o estudo da dinâmica do piloto e da resposta da aeronave em um simulador de voo; para o modelo original, a servoválvula é substituída por outro pistão (similar a sua entrada – à esquerda).

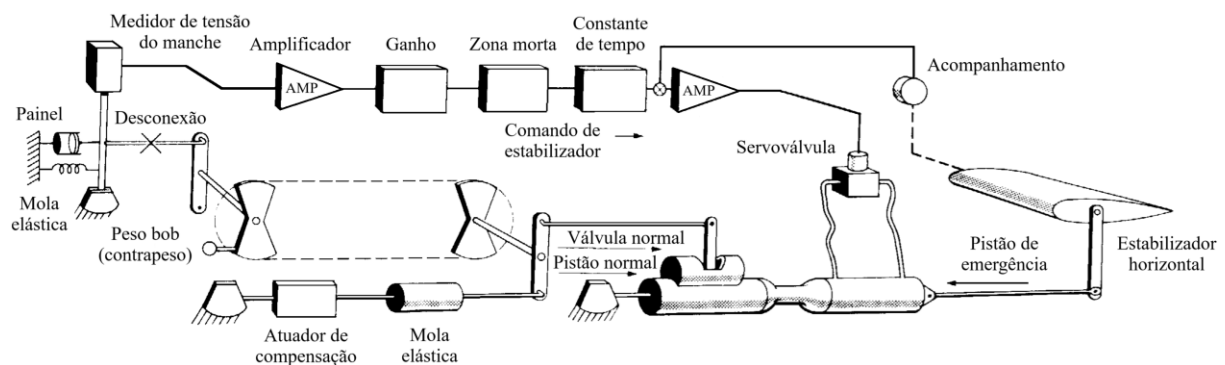


Figura 27 – Diagrama esquemático de um FCS modificado para ser usado em testes de voo.
[Adaptado de: Sadoff (1960, p. 23)]

Como pode ser notado (Figura 27), a substituição dos elementos mecânicos é feita através de uma versão equivalente do sistema em formato eletroeletrônico, para os quais, o comando do piloto ocorre diretamente entre a superfície de controle (no caso, do manche ao estabilizador horizontal, correlacionado a deflexão de profundor), ao invés do comando ser transpassado primeiramente entre os elos e hastes de ligação até a atuação hidráulica.

Do mesmo modo que foi informado no capítulo introdutório (1.1), os benefícios da aplicação dos FCS FBW incluem a redução da complexidade mecânica, redução de peso, o aumento do desempenho e da qualidade de manuseio perante o envelope de voo, flexibilidade operacional, integração de pilotos automáticos e do auxílio de controle de comando de manobra em circuito fechado (Collinson, 1999, p. 147, 2011, p. 186 e Fielding, 2001, p. 2001, p. 544).

Além destes benefícios, de acordo com Fielding (2001, p. 544), a principal vantagem do FCS FBW é a capacidade de adaptar as características do sistema em cada ponto do envelope de voo a partir das leis de controle (capítulo 2.2.1), que permitem ao controle digital a implementação de algoritmos complexos para as condições de voo.

Algumas desvantagens deste sistema (eletroeletrônico – Figura 27) são a discretização dos sinais, a introdução de atrasos devido aos componentes, que podem envolver o tempo de amostragem e de processamento, filtros e problemas de *aliasing* (Collinson, 2011, p. 232). Além disso, segundo McLean (1990, p. 6), em caso de falha ou pane elétrica, o FCS pode deixar de funcionar, de tal modo que a superfície de controle não é atuada, colocando em risco a tarefa de controle, caso não exista um sistema mecânico de emergência (reversão manual).

Neste quesito, as aeronaves FBW (e *Fly-by-light* – FBL) possuem o mesmo tipo de FCS das aeronaves convencionais, mas que se distinguem por não possuírem reversão manual. Para atender a situação de emergência quando ocorrem falhas no sistema, as aeronaves possuem FCS que são triplicados, às vezes quadruplicados (redundância), para atender a esse rigoroso requisito de confiabilidade. (McLean, 1990, p. 6).

De acordo com Collinson (1991, p. 143, 2011, p. 182), a transmissão elétrica dos sinais e comandos são o elemento chave do sistema FBW. Para as aeronaves modernas, os sinais são transmitidos ao longo de uma rede interconectada usando um barramento de dados digitais, conforme a Figura 28. O sistema de atuação quádruplo típico é composto por quatro atuadores de primeiro estágio, totalmente independentes, que acionam as válvulas de servocontrole da unidade de controle de potência (*Power control unit* – PCU), com quatro sensores de posição independentes que são usados para manter a integridade do sistema.

Segundo Collinson (1999, p. 144, 2011, p. 182), a realimentação de estado melhora consideravelmente a velocidade de resposta do sistema de atuação (em comparação a PCU convencional), uma vez que a rápida obtenção da resposta para o sistema de acionamento dos atuadores é indispensável para as aeronaves velozes de alto desempenho, de modo a minimizar os atrasos advindo do circuito de controle.

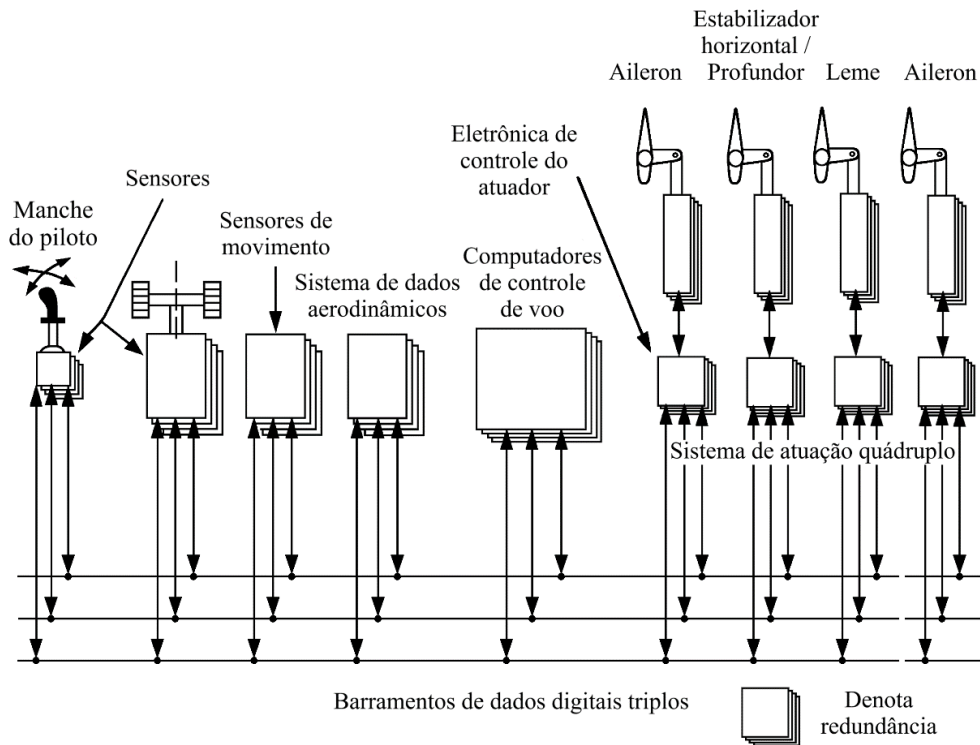


Figura 28 – Configuração do barramento do FCS.
[Adaptado de: Collinson (2011, p. 182, 1999, p. 143)]

A comparação entre a resposta de comando para um FCS convencional em relação ao sistema FBW foi realizada por Collinson (1999, p. 148, 2011, p. 190), ao qual o autor compara o desempenho dos FCS em relação a uma tarefa de controle de taxa de rolagem p . Na Figura 29 é exibido o diagrama esquemático do FCS de circuito fechado para essa tarefa, contendo o controlador, o atuador e a dinâmica da aeronave, dado a entrada de comando do piloto e o circuito de realimentação, incluindo o sensor de taxa de giro.

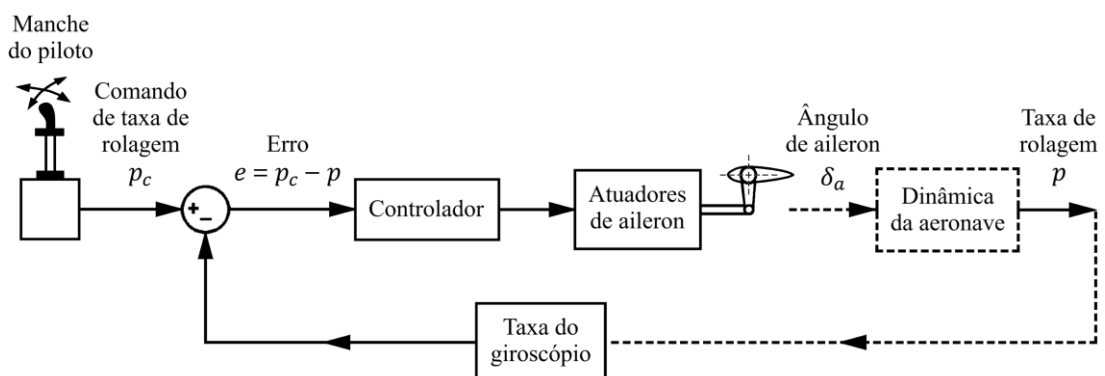


Figura 29 – Sistema de controle de taxa de rolagem de circuito fechado.
[Adaptado de: Collinson (2011, p. 190, 1999, p. 148)]

Para a realização desta tarefa, o FCS pode ser utilizado para fornecer um controle de comando de manobra de circuito fechado acoplado ao piloto, dado a entrada de taxa de rolagem iniciada pelo piloto. De acordo com Collinson (1999, p. 148), o computador de controle de voo é capaz de controlar o movimento das superfícies de controle para manobrar a aeronave na mesma taxa imposta pelo piloto, com pouca diferença entre os comandos.

A taxa de rolagem, ao ser comandada, deflete a superfície aerodinâmica de aileron, que nos instantes iniciais tem um súbito (fase de resposta rápida) aumento de taxa, para posterior redução dos erros. Mantendo o ganho do controlador suficientemente alto (Figura 12 – capítulo 2.1.2), o erro estacionário da taxa de rolagem torna-se pequeno; em comparação com a resposta do sistema convencional de circuito aberto, sendo a resposta do FCS FBW mais rápida e a variação em torno do envelope de voo menor (Collinson, 2011, p. 190, 1999, 149).

A comparação entre ambas as respostas pode ser vista na Figura 30, considerando uma entrada de comando do tipo degrau unitário.

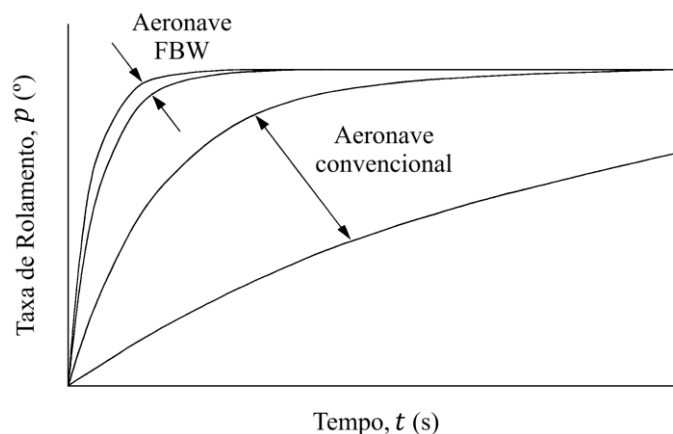


Figura 30 – Resposta de taxa de rolagem.
[Adaptado de: Collinson (2011, p. 191, 1999, p. 148)]

Ademais, de acordo com o Conselho Nacional de Pesquisa (NRC, 1997, p. 55), à medida que a complexidade dos FCS FBW aumentou, a dinâmica efetiva da aeronave foi sendo adaptada em resposta às tarefas de controle. O tipo de resposta e as características dinâmicas podem ser alteradas em função das fases de voo, da velocidade no ar, da altitude e perante as configurações dos flapes (de borda de ataque). Todavia, a partir do aumento dos modos de resposta de controle do FCS, tem-se o potencial do aumento recorrente da incompatibilidade entre as expectativas do piloto sobre as respostas advindas da aeronave.

Caso a automação do FCS seja muito complexa, o piloto não consegue ter um modelo mental adequado do sistema, de tal modo que os pilotos acabam por desenvolver um modelo *ad*

hoc (transitório) da dinâmica da aeronave com base nas operações nominais de voo. Em situações emergências e instáveis, segundo o NRC (1997, p. 55), este modelo pode levar a estratégias de controle inadequadas e à potencialização do evento indesejado (que será correlacionada ao acoplamento aeronave-piloto – APC adverso e à oscilação induzida pelo piloto – PIO, capítulo 2.4).

Apesar disso, os modos de conversão de controle de arfagem, rolagem e guinada podem ser melhorados em um grau sem precedentes através da tecnologia FBW, a partir dos métodos de super aumento, limitação de manobra e prevenção de giro (Gibson, 1995, p. 56). A lei de controle altamente aumentada (super aumento) aplica-se estritamente ao sistema de controle de taxa de arfagem integral e essa terminologia expressa que a lei de controle domina tanto a resposta da aeronave que a influência da aerodinâmica normal (clássica) acaba sendo suprimida.

2.2.1 Leis de controle

Segundo Fielding (2010, p. 7), as leis de controle de voo são projetadas para proporcionar um aumento de estabilidade a aeronave e um controle satisfatório durante a execução de alguma tarefa e/ou missão, tanto para o voo manual, quanto automático. A arquitetura das leis de controle são fundamentais para que o desempenho da aeronave seja adequado, sendo que o projeto de suas leis envolve inúmeras características, que perpassam pelos requisitos operacionais do cliente, da aeronave e do FCS. Um processo típico simplificado para o projeto de leis de controle de voo pode ser visto na Figura 31.

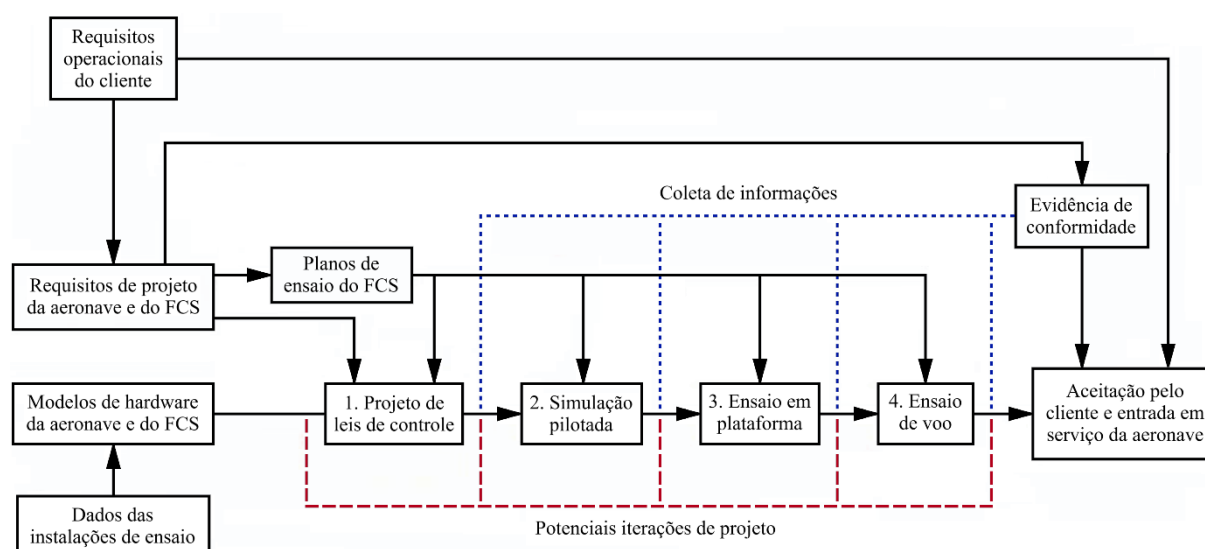


Figura 31 – Processo de desenvolvimento de leis de controle de voo.

[Adaptado de: Fielding (2010, p. 8)]

De acordo com Fielding (2010, p. 8), as quatro etapas principais do processo podem ser descritas, como:

1. Projeto das leis de controle: definição dos parâmetros do controlador e avaliação das características de estabilidade e resposta da aeronave aumentada em simulações computacionais lineares. Uma vez que a arquitetura do sistema e a estrutura das leis de controle tenham sido estabelecidas, os ganhos, filtros e as funções não lineares são posteriormente projetados.

2. Simulação pilotada: avaliação das qualidades de manejo da aeronave aumentada.

3. Teste de plataforma: verificação da implementação do hardware das leis de controle de voo, de modo a garantir a operação correta em condições reais.

4. Teste de voo: validação do projeto em relação às especificações da aeronave e, portanto, aos requisitos do cliente e de aeronavegabilidade.

2.2.2 Dispositivos e elementos de controle

A partir do emprego dos sistemas de controle de voo automáticos (*automatic flight control systems* – AFCS), aliado à tecnologia *Fly-by-wire* (FBW), o comando do piloto e do copiloto tornaram-se indiretos, uma vez que a ligação entre o manche e as superfícies de controle não são mais interligadas perante uma estrutura física e mecânica, dos quais, os elementos e os dispositivos de controles puderam ser reduzidos e adaptados.

Segundo McLean (1990, p. 7), em referência às aeronaves convencionais, que utilizam pedais e manche (manipulo) alongado, os dispositivos de controle das aeronaves modernas foram substituídos por controladores (alavancas) de braço lateral, que oferecem sinais correspondentes à força aplicada pelo piloto, ocupando menos espaço e permitindo a implementação de algumas melhorias. Na Figura 32 é exibido um controlador de braço lateral, com o informativo sobre os deslocamentos de posição em relação as manobras de arfagem, rolagem e guinada.

De acordo com Collinson (2011, p. 187), a alavanca de controle para os sistemas FBW é frequentemente chamada de receptor, de tal modo que as entradas de comando do piloto são traduzidas em sinais elétricos para o FCS, podendo ser subdivididos entre dois tipos básicos: receptor passivos e ativos.

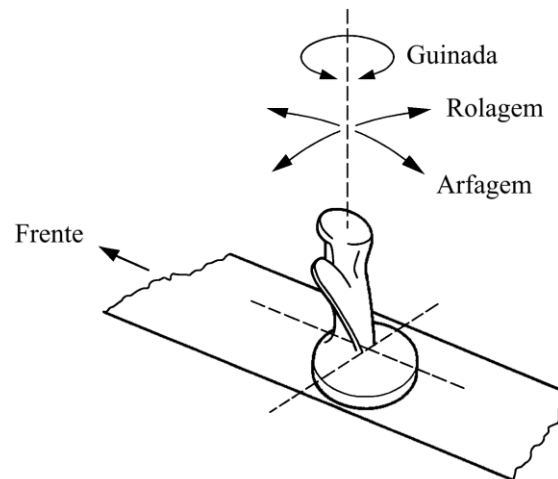


Figura 32 – Controlador de braço lateral.
[Adaptado de: McLean (1990, p. 7)]

O receptor passivo é constituído por uma alavanca de controle que fornece um deslocamento fixo por meio de um arranjo mecânico, envolvendo uma caixa de molas e um sistema de amortecimento (Figura 33). O amortecedor proporciona o ajuste de sensibilidade entre a aplicação da força e a rigidez das molas estabelecem a taxa de controle (deflexão) da superfície de controle (Collinson, 1999, p. 147). Para um aumento na deflexão, é necessário um aumento na força aplicada ao manche, que será “traduzida” pelos sensores elétricos (redundantes e independentes para cada eixo de controle) e informada ao FCS.

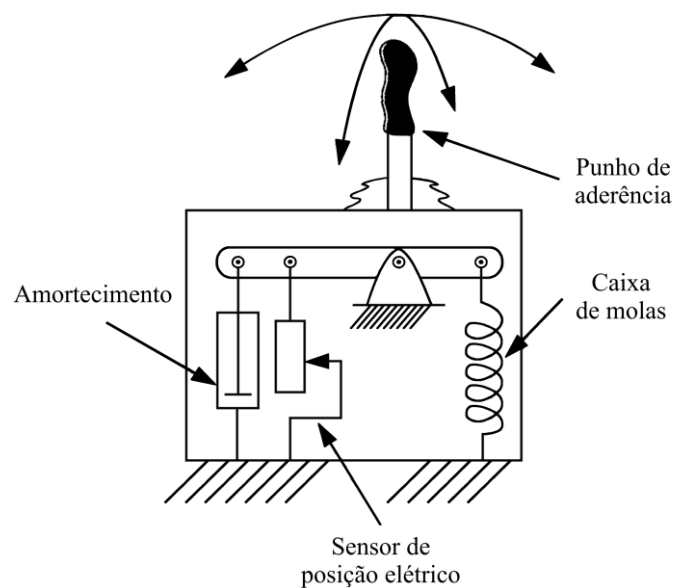


Figura 33 – Receptor FBW passivo.
[Adaptado de: Collinson (1999, p. 147)]

No caso do receptor ativo, o deslocamento da alavanca de controle pode variar amplamente, dado que a força aplicada pelo piloto é transpassada para o FCS através de um sistema de motores controlados por computador. Para cada eixo de atuação, existe um algoritmo que fornece as características de deslocamento da força necessária para defletir a superfície aerodinâmica.

Segundo Collinson (2011, p. 245), esse tipo de receptor FBW oferece algumas vantagens em comparação ao sistema passivo, dado a possibilidade de estabelecer um gradiente de força variável com paradas intermediárias (transições suaves), que permite limitar as zonas de manuseio “despreocupado” (não exigentes) do piloto, enquanto o gradiente variável fornece a “sensação” de controle desejado perante as faixas do envelope de voo.

Além disso, é possível incrementar outros recursos, como: posição nula variável (compensação paralela do piloto automático), indicadores de início de *buffeting*, estol iminente ou de partida e a capacidade de acoplar os deslocamentos entre os receptores. De acordo com Collinson (2010, p. 245), a capacidade de duplicar os deslocamentos do receptor do piloto para o copiloto (ou vice-versa) sem a interconexão mecânica entre as alavancas de controle é um dos principais benefícios deste elemento, tanto para as tarefas de treinamento (compartilhamento de dicas e comandos), quanto na prestação de algum serviço aeronáutico.

2.2.3 Sistema de eixos e parâmetros de controle

As equações que descrevem as forças e os momentos aerodinâmicos de uma aeronave podem ser desenvolvidas através das leis de Newton, dado um sistema de coordenadas definido para o veículo. Em geral, emprega-se o sistema de eixos ortogonais, denominado pelas letras x , y , z , que correspondem às coordenadas: normal (vertical), lateral e longitudinal (horizontal) da aeronave. Para os estudos dos sistemas de controle de voo automáticos (AFCS), segundo Cook, (2007, p. 12-14) e Mclean (1990, p. 16-18), comumente atribui-se quatro sistemas de eixos, sendo:

- O sistema de eixos do corpo

Selecionado por conveniência, os eixos x_c , y_c e z_c coincidem com os eixos principais da aeronave, tal que os termos inerciais nas equações de movimento possam ser simplificados.

- O sistema de eixos da Terra

Representados pelos eixos x_T , y_T e z_T , é empregado principalmente para expressar os efeitos gravitacionais, a altitude, a distância horizontal e a orientação da aeronave, através de um

sistema de eixos inerciais, segundo o centro terrestre. O eixo x_T é selecionado para indicar a direção norte, o eixo y_T aponta para o leste, com tríade ortogonal, z_T , para baixo. Ω_T representa a rotação terrestre.

- O sistema de eixos de estabilidade

O eixo x_e é atribuído para coincidir com o vetor de velocidade total V_T no plano de simetria da aeronave (eixo longitudinal), sendo atrelado ao eixo de corpo x_b através do ângulo de ataque α . As equações de movimento derivadas deste sistema de eixos (x_e, y_e e z_e) são diretamente correlacionadas ao sistema de eixos do corpo. De acordo com McLean (1990, p. 18), este sistema de eixo é o mais empregado em trabalhos sobre AFCS.

- O sistema de eixos aerodinâmicos

Orientado em relação ao fluxo de ar e em relação ao ângulo de trajetória de voo γ da aeronave, denominado pelos eixos x_v, y_v e z_v , além de ser vinculado ao sistema de eixo de estabilidade através do ângulo de derrapagem β , conforme o vetor de velocidade total $\vec{V}_T$.

A Figura 34 propõe-se a elucidar tais considerações e a Tabela 6 expõe os símbolos e as notações adotadas para referenciar as variáveis e os parâmetros de controle, incluindo as forças, os momentos, os ângulos e as velocidades da aeronave.

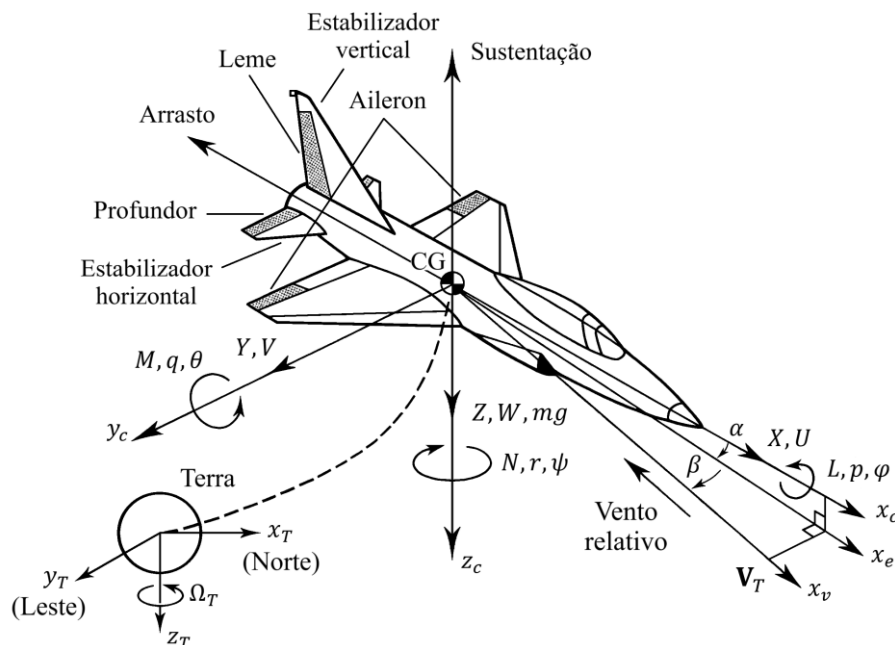


Figura 34 – Sistema de eixos e de superfícies, incluindo as forças, os ângulos e os momentos aerodinâmicos, além dos demais parâmetros de controle da aeronave.

[Adaptado de: Cook (2000, p. 62, 2007, p. 15), McLean (1990, p. 17) e Stevens, Lewis & Johnson (2015, p. 76)]

Tabela 6 – Sumário das variáveis e dos parâmetros de controle da aeronave

Símbolos	Variável	Descrição
X	Força resultante axial	Forças aerodinâmicas
Y	Força resultante lateral	
Z	Força resultante normal	
L	Momento resultante de rolamento	Momentos aerodinâmicos
M	Momento resultante de arfagem	
N	Momento resultante de guinada	
φ	Ângulo de rolamento	Ângulos de orientação
ψ	Ângulo de proa	
θ	Ângulo de atitude	
α	Ângulo de ataque	
β	Ângulo de derrapagem	
p	Taxa de rolagem	Velocidades angulares
q	Taxa de arfagem	
r	Taxa de guinada	
U	Velocidade axial total	Velocidades lineares
V	Velocidade lateral total	
W	Velocidade normal total	
V_T	Vetor de velocidade total	

[Adaptado de: Cook (2000, p. 63, 2007, p. 16), McLean (1990, p. 17)]

Os ângulos definidos pela rotação em torno da tríade ortogonal serão chamados de ângulos de Euler (Cook, 2007, p. 138). Os ângulos de Euler são empregados para descrever e orientar um corpo rígido rotativo em um espaço euclidiano tridimensional, ao qual, a aeronave é orientada em relação à Terra (McLean, 1990, p. 26). Na Figura 35 apresenta-se os ângulos e suas rotações, sendo o ângulo de atitude representado por θ , o ângulo de rolamento por ϕ e ψ será o ângulo de guinada, respectivamente.

A partir disto, as equações do movimento da aeronave podem ser desenvolvidas em relação as variáveis de estados, segundo o número de graus de liberdade do sistema dinâmico linear e pelos ângulos de Euler. Por conveniência, as equações de movimento são descritas através da hipótese de pequenas perturbações em torno de um estado de equilíbrio.

A princípio, como não faz parte do escopo desta dissertação, o desenvolvimento das equações e de suas derivadas ficam como sugestão de leitura, que pode ser feita através de quaisquer referências relacionadas ao assunto (Cook, 2007, p. 66; Etkin & Reid, 1996; Nelson, 1998, p. 96; McLean, 1990, p. 19; McRuer, Ashkenas & Graham, 1968 e Stevens, Lewis & Johnson, 2015).

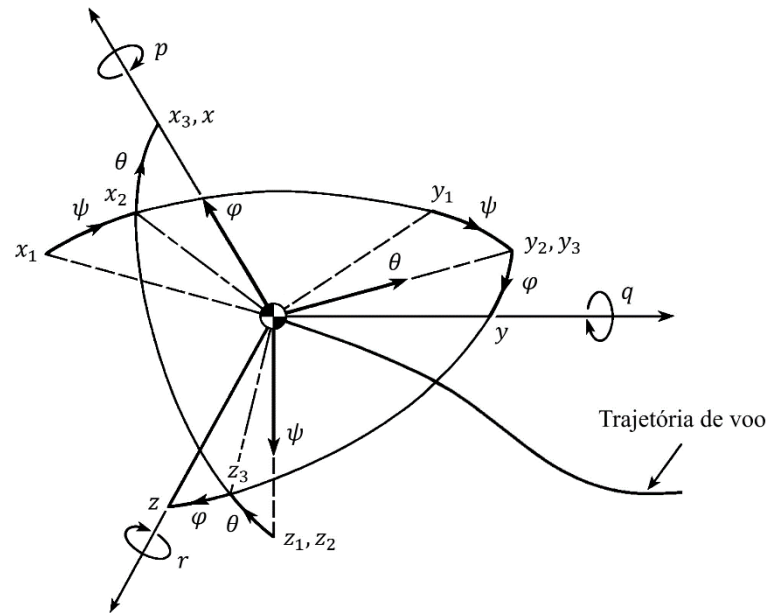


Figura 35 – Orientação da aeronave (Ângulos de Euler).
[Adaptado de: Etkin & Reid (1996, p. 98) e Nelson (1998, p. 102)]

Para o estudo dentro dos sistemas de controle, o interesse maior está sobre as soluções das equações de movimento, que são representativas para a dinâmica da aeronave. Neste sentido, as equações linearizadas são transformadas (Laplace) em funções de transferência lineares, que permitem que o comportamento dinâmico da aeronave seja analisado em relação a estabilidade e em função de sua resposta no domínio do tempo e da frequência (Cook, 2007, p. 98).

As funções de transferência da resposta da aeronave são empregadas para descrever a relação dinâmica entre as variáveis de estado de entrada e saída, de modo que a resposta do sistema será composta pela razão entre dois polinômios, que casualmente podem ser correlacionados ao comando do piloto (e/ou da superfície aerodinâmica) e a resposta advinda da aeronave para uma determinada tarefa de controle.

Para o estudo em aeronaves, é conveniente que as equações de movimento e, portanto, de suas funções de transferência correspondentes, sejam abordadas entre as dinâmicas longitudinais e látero-direcionais, conforme será feito no capítulo subsequente, relacionado ao estudo destas características envolvendo os conceitos de estabilidade e controle.

Além do uso de funções de transferência, outra forma alternativa para representar as equações de movimento é através da abordagem no espaço de estado, para o qual a análise e o projeto dos sistemas de controle são determinados a partir da teoria de controle moderna (Nelson, 1998, p. 324). Para esta representação, as equações de estado serão expressas como equações diferenciais de primeira ordem que transcrevem o comportamento dinâmico do sistema.

Segundo Cook (2007, p. 85) e Nelson (1998, p. 324), as equações de estado conseguem descrever completamente o sistema (caso o número de variáveis seja correspondente ao número de graus de liberdade), uma vez que qualquer equação diferencial pode ser decomposta em um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem, conforme o conceito sobre a linearização por realimentação de estado, que será discutida futuramente (capítulo 4.3).

Em vista desta hipótese, tem-se que o sistema dinâmico pode ser reduzido a um conjunto de equações diferenciais, que pode ser representado em sua forma matricial, conforme a equação de estado (Equação 25) e de saída do sistema (Equação 26).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (25)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \quad (26)$$

Sendo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ o vetor de variáveis de estado, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ o vetor de controle contendo as variáveis de entrada, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^q$ o vetor de saída, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a matriz de estado, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ a matriz de entrada, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{q \times n}$ a matriz de saída e $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{q \times m}$ a matriz direta.

Ambas as representações para as equações de movimento da aeronave em sua forma concisa serão expostas, mas antes disso, apresenta-se um breve resumo sobre os conceitos de estabilidade e controle.

2.3 Estabilidade e controle

Antes de mais nada, serão introduzidos alguns conceitos importantes, de modo que se possa compreender o que se passa nos sistemas de controle para que a aeronave tenha boas qualidades de voo e de manuseio durante a tarefa de controle. Neste sentido, faz-se necessário definir o conceito de estabilidade, que está relacionado com a capacidade de manter, atingir ou retornar o voo (ou a posição) de equilíbrio após alguma perturbação, que pode ter sido gerada pelo piloto ou por um fenômeno atmosférico (Nelson, 1998, p. 39).

Segundo Cook (2007, p. 224), uma definição típica de estabilidade para um sistema linear pode ser descrita, como: “um sistema que está inicialmente em um estado de equilíbrio é dito estável se, após uma perturbação de amplitude e duração finita, a resposta se torna cada vez menor. Posto isso, entende-se que a aeronave deve ser capaz de atingir o voo de equilíbrio e de ter a capacidade de manobrar em uma ampla variedade de velocidades e de altitude, mantendo-se estável, de modo que o desempenho e as qualidades de voo sejam atingidos.

Deste modo, a condição de equilíbrio somente pode ser mantida e atingida a partir dos ajustes e das correções promovidas pelas superfícies aerodinâmicas e através do sistema de propulsão, que irão permitir que a aeronave seja ajustada (corrigida) para os estados desejados (Nelson, 1998, p. 40). Nas Figuras 36, 37 e 38 são exibidos os conceitos de transmissão para o controle de arfagem, rolagem e guinada (pura), com os seus respectivos diagramas esquemáticos contendo as funções de transferência para a tarefa de controle de circuito fechado de ângulo de atitude θ , rolamento ϕ e proa ψ , em razão do comando de profundor δ_p , aileron δ_a e leme δ_l .

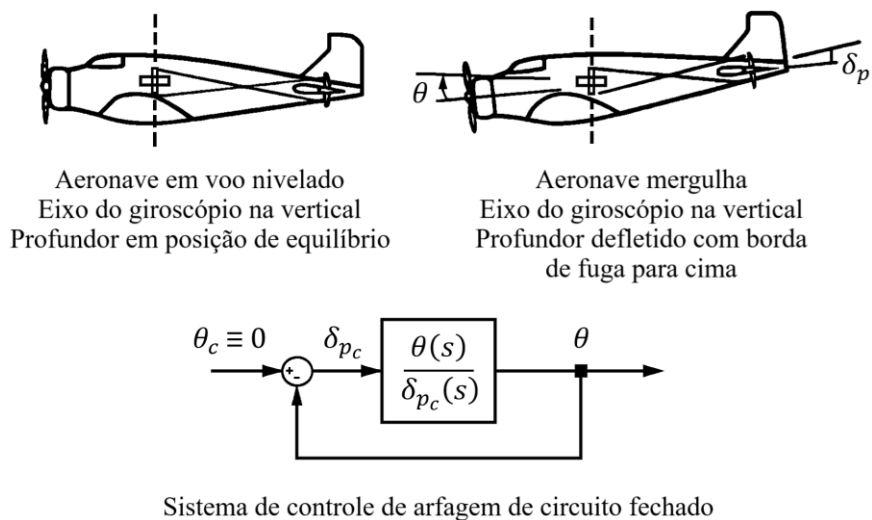


Figura 36 – Conceito de transmissão e controle de arfagem.

[Adaptado de: McRuer, Ashkenas & Graham (1968, p. 1-35)]

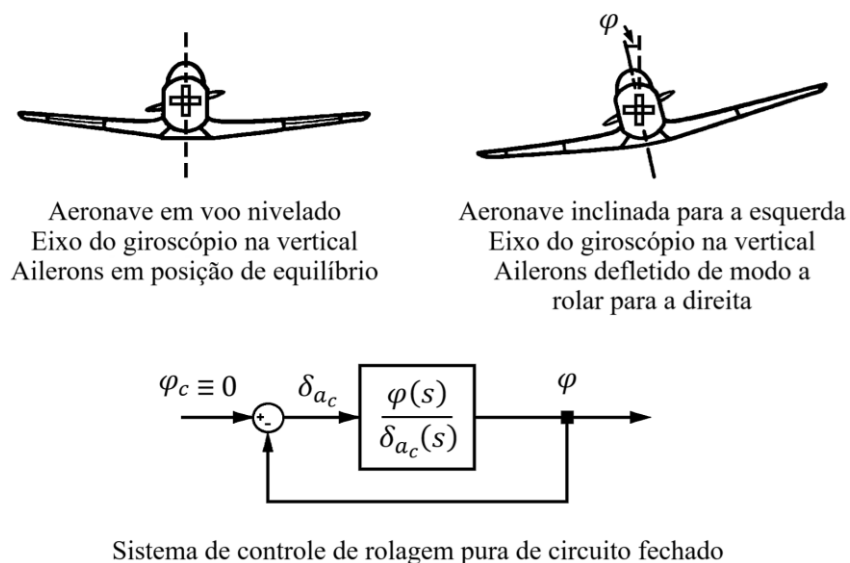


Figura 37 – Conceito de transmissão e de controle de rolagem pura.

[Adaptado de: McRuer, Ashkenas & Graham (1968, p. 1-35)]

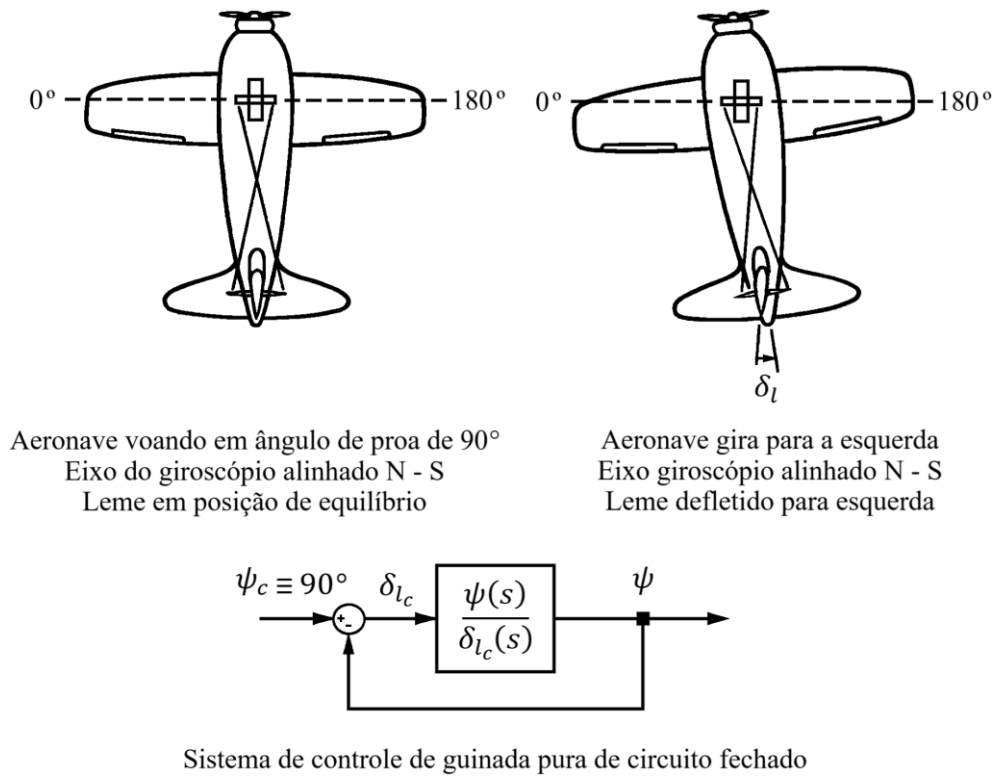


Figura 38 – Conceito de transmissão e de controle de guinada pura.
[Adaptado de: McRuer, Ashkenas & Graham (1968, p. 1-35)]

Ao aplicar o conceito de estabilidade a aviões, de acordo com Etkin & Reid (1996, p. 7) pode-se estabelecer duas classes destes conceitos, definidas em relação a estabilidade inerente e sintética. A estabilidade inerente está relacionada as características físicas e aerodinâmicas da fuselagem da aeronave, com controle fixos ou livres e a estabilidade sintética (e/ou artificial) é fornecida pelo sistema de controle de voo automático (AFCS), através dos sistemas de aumento de estabilidade (*Stability augmentation system* – SAS).

A partir dos SAS, as aeronaves com pouco ou nenhuma estabilidade aerodinâmica podem conseguir realizar o voo, ou até mesmo para as aeronaves inerentemente instáveis (Etkin & Reid, 1996, p. 7). Na atualidade, a maioria das aeronaves comerciais e militares de alto desempenho utilizam destes sistemas, que faz o uso de sensores para medir as taxas angulares dos eixos de corpo do veículo, que irão realimentar os servomecanismos que acionam as superfícies de controle aerodinâmico, proporcionando um aumento fictício do amortecimento e da frequência natural para os modos dinâmicos da aeronave (Stevens, Lewis & Johnson, 2015, p. 287).

Além disso, o conceito de estabilidade pode ser casualmente estudado em duas vertentes, relacionadas a estabilidade estática e dinâmica. Segundo Cook (2007, p. 225), apesar destes assuntos serem inseparáveis (pois ocorrem simultaneamente), a estabilidade estática pode ser interpretada como a tendência da aeronave (ou do sistema) convergir para a condição de equilíbrio após uma perturbação e a estabilidade dinâmica retrata o movimento envolvido no processo de estabilização. Assuntos estes que serão abordados a seguir.

2.3.1 Estabilidade estática

Segundo Etkin & Reid (1996, p. 6), Hurt (1965, p. 243) e Nelson (1998, p. 40), a estabilidade é uma propriedade de um estado de equilíbrio, para os quais a soma de todas as forças e momentos em torno do centro de gravidade (CG) são iguais à zero e, portanto, não há acelerações e a aeronave encontra-se em repouso ou em movimento uniforme. Caso o equilíbrio seja perturbado por uma rajada ou por uma deflexão das superfícies de controle, a aeronave estará sujeita a acelerações (devido ao desequilíbrio entre as forças e momentos) de translação e rotação.

A estabilidade estática de um sistema (ou de uma aeronave) é definida pela tendência inicial de retornar às condições de equilíbrio após ser perturbado. O estado de equilíbrio, como vem a ser discutido, é um conceito primordial para o entendimento de estabilidade, que pode ser subdividido entre o equilíbrio estável, instável e neutro.

Para uma pequena perturbação e/ou deslocamento, o sistema é estável se tende (dado os graus de liberdade incluídos) a voltar a sua condição inicial; caso o sistema decaia, aumente, transgrida ou divirja após ser perturbado, o equilíbrio é instável. No equilíbrio neutro, quaisquer perturbações e/ou deslocamentos tende a manter o sistema (e/ou aeronave) em equilíbrio para uma dada condição (mas como posição deslocada), no qual o corpo não tem a tendência de voltar a posição original e nem de continuar a se mover na direção imposta (Etkin & Reid, 1996, p. 6).

Como será visto futuramente, é de interesse que o sistema seja totalmente estável, em todos os graus de liberdade para uma determinada tarefa de controle (uma exceção são as aeronaves acrobáticas, que necessitam de um controle mais “permissível”), de modo que possam ser evitadas quaisquer incompatibilidades e instabilidade no FCS.

2.3.2 Estabilidade dinâmica

De acordo com Hurt (1965, p. 245) e Nelson (1998, p. 42), a estabilidade dinâmica será definida pelo movimento resultante da resposta do sistema (ou/e aeronave) após a entrada de perturbações e de seu comportamento correspondente. De maneira geral, os movimentos resultantes deste regime por ser resumidos, conforme a Figura 39.

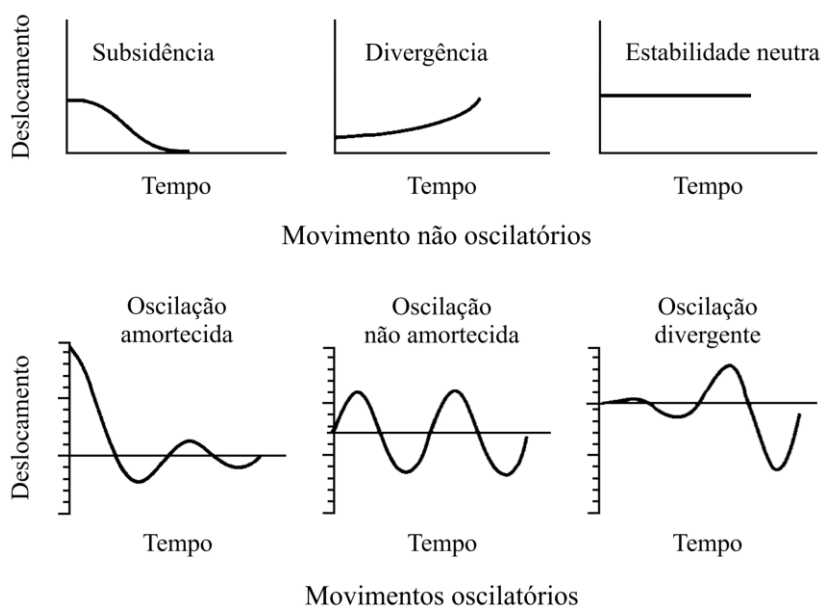


Figura 39 – Exemplos de movimentos dinâmicos estáveis e instáveis.
[Adaptado de: Hurt (1965, p. 246) e Nelson (1998, p. 41)]

Caso a aeronave ou algum objeto seja perturbado, o seu comportamento dinâmico ao longo do tempo pode variar entre movimentos não oscilatórios, que incluem a subsidência (convergência ao equilíbrio), divergência e a estabilidade neutra, assim como para os movimentos oscilatórios, envolvendo oscilações amortecidas, não amortecidas e divergentes.

Destaca-se que uma aeronave pode ser estaticamente estável e apresentar uma dinâmica instável, de tal modo que a estabilidade estática não garante a estabilidade dinâmica (ao contrário de uma relação inversa). Além disso, tem-se que a redução da perturbação com o tempo indica que a energia está sendo dissipada, para o qual se denominam os conceitos de amortecimento aerodinâmico positivo e negativo (Nelson, 1998, p. 42).

Se uma aeronave apresenta um amortecimento positivo, as forças e momentos do veículo agem de forma a diminuir a perturbação, caso contrário, a aeronave será dinamicamente instável. Nesta condição, a utilização do sistema de aumento de estabilidade (SAS) pode tornar possível que o avião seja pilotado, a partir do incremento de um amortecimento artificial.

Ademais, ressalva-se a importância da obtenção do grau de estabilidade dinâmica da aeronave (ou sistema), que é especificado pelo tempo levado para amortecer a amplitude inicial da perturbação até a metade, no regime estável e do tempo levado para dobrá-la em um movimento instável, definidos em função da frequência e do período da oscilação (Nelson, 1998, p. 42).

Além disso, a partir do incremento da ação do piloto, a análise do comportamento dinâmico da aeronave torna-se mais complexa e para os quais surgem outras incompatibilidades que poderão levar a aeronave a se tornar instável (assunto que será discutido no capítulo 2.4 sobre os acoplamentos aeronave-piloto adversos e sobre as oscilações induzidas pelo piloto).

A seguir são abordados os conceitos de estabilidade e controle para as dinâmicas longitudinais e latero-direcionais.

2.3.2.1 Dinâmica longitudinal

Como visto, a estabilidade dinâmica é atingida quando a resposta transitória da aeronave tende (ou não) a retornar à condição de equilíbrio e para o qual a amplitude do movimento resultante após a perturbação dobra ou diminui ao longo do tempo. Essencialmente, esta situação pode ser avaliada perante os seis graus de liberdade da aeronave, que envolvem as taxas de rotação em arfagem, rolagem e guinada e as translações na direção horizontal, vertical e lateral.

De acordo com Hurt (1965, p. 279), a estabilidade dinâmica longitudinal está relacionada aos graus de liberdade de rotação em arfagem (momento de arfagem M) e de translação vertical e horizontal (Figura 34 – capítulo 2.2.3). Nesta condição, as principais variáveis no movimento longitudinal são definidas pelo ângulo de atitude de arfagem θ , ângulo de ataque α , velocidade de voo V e perante o comando da superfície aerodinâmica de profundor δ_{p_c} . Além disso, destaca-se que a dinâmica longitudinal da aeronave pode ser subdividida em dois modos principais de oscilação, que são definidos casualmente como fugóide e período curto.

O modo de estabilidade longitudinal de fugóide consiste em uma oscilação de período muito longo, que envolve a variação perceptível no ângulo de atitude de arfagem, na altitude e na velocidade, mas com ângulo de ataque praticamente constante. Segundo Hurt (1965, p. 281), essa oscilação pode ser considerada com um estágio de transição gradual entre a energia potencial e cinética em torno de um equilíbrio entre a velocidade e altitude. Por apresentar um período longo, o piloto é capaz de neutralizar a tendência oscilatória com pouca compensação e na maioria dos casos, as correções necessárias são leves e sutis.

Na Figura 40 exibe-se o modo longitudinal de fugóide, com um esboço comportamental do movimento dinâmico da aeronave.

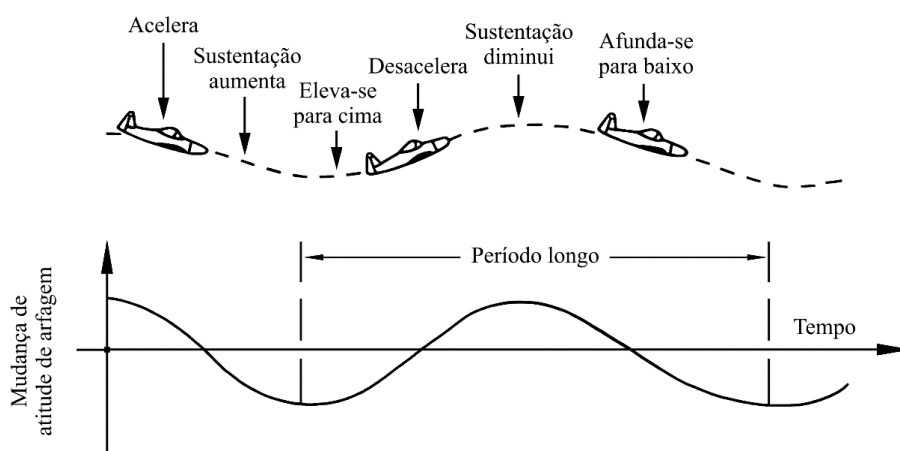


Figura 40 – Estabilidade dinâmica longitudinal – Fugóide.

[Adaptado de: Gibson (1995, p. 32), Hurt (1965, p. 280) e Nelson (1998, p. 148)]

O modo de estabilidade longitudinal de período curto, com seu nome indica, é definido por um movimento de período relativamente curto, com frequência relativamente alta, que ocorre essencialmente a uma velocidade constante. A oscilação de atitude de arfagem descreve o processo de restauração do equilíbrio a partir da estabilidade estática, com redução da amplitude através da taxa de amortecimento de arfagem, de acordo com a Figura 41.

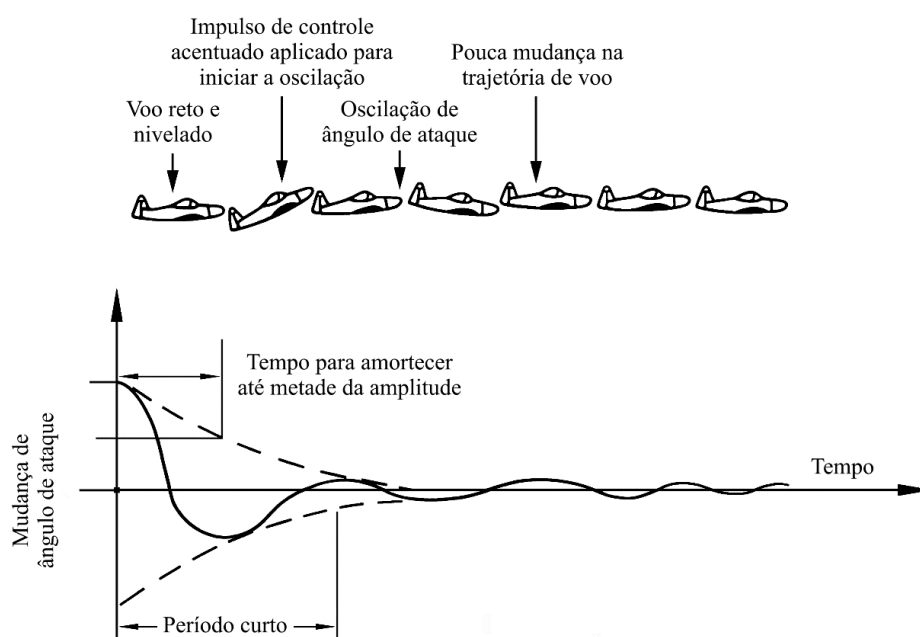


Figura 41 – Estabilidade dinâmica longitudinal – Período curto.

[Adaptado de: Gibson (1995, p. 32), Hurt (1965, p. 280) e Nelson (1998, p. 148)]

Dentre estes dois modos de estabilidade longitudinal, o modo de período curto é o de maior importância, uma vez que essa oscilação pode produzir altas cargas de voo durante estágios exigentes, e sendo seu período relativamente curto, a instabilidade resultante do atraso de resposta da aeronave e do piloto podem tornar a oscilação instável, com amplitude de proporções perigosas em um período extremamente curto (Hurt, 1965, p. 241).

2.3.2.1.1 Função de transferência para a dinâmica longitudinal

Assim como foi introduzido no capítulo 2.2.3, a solução das equações de movimento à pequenas perturbações para a aeronave podem ser representadas no espaço de estado e como funções de transferência de resposta, que irão descrever completamente a dinâmica linearizada da aeronave sob uma entrada de controle. Segundo Cook (2007, p. 138), a resposta longitudinal ao comando de profundor sobre um estado de compensação, desconsiderado o empuxo (mantido constante), pode ser descrito conforme a Equação 27 (associado a Equação 25).

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_w & x_q & x_\theta \\ z_u & z_w & z_q & z_\theta \\ m_u & m_w & m_q & m_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{\delta_{pc}} \\ z_{\delta_{pc}} \\ m_{\delta_{pc}} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_{pc} \quad (29)$$

Sendo δ_{pc} o comando de superfície de controle de profundor, u a velocidade axial (no eixo longitudinal), w a velocidade normal (no eixo vertical), q a taxa de arfagem e θ o ângulo de atitude. Os coeficientes da matriz de estados **A** são representados pelas derivadas de estabilidade aerodinâmica, em referência aos eixos de corpo da aeronave e do momento de arfagem (x , z e m) e os coeficientes da matriz de entrada **B** correspondem as derivadas de controle, ambas apresentadas em sua forma concisa; as definições gerais para cada um dos elementos podem ser vistas em Cook, 2007, p. 412.

A solução da equação de estado para o movimento longitudinal da aeronave (Equação 29) resulta em quatro funções de transferência (dado a presença das quatro variáveis de estado), para os quais, o interesse maior será correlato a resposta de ângulo de atitude às entradas de controle de profundor, uma vez que o ângulo de atitude é o meio de controle empregado pelo piloto para realizar a maior parcela das tarefas de voo (Gibson, 1999, p. 21).

Neste sentido, a função de transferência para a tarefa de controle de ângulo de atitude em razão do comando (e/ou da deflexão aplicada a) de superfície de profundor para a estabilidade dinâmica longitudinal pode ser resumida pela Equação 30.

$$\frac{\theta(s)}{\delta_{pc}(s)} = \frac{K_\theta (T_{\theta_1} s + 1)(T_{\theta_2} s + 1)}{\underbrace{\left(\frac{s^2}{\omega_f^2} + \frac{2\zeta_f s}{\omega_f} + 1 \right)}_{\text{Oscilação de fugóide}} \underbrace{\left(\frac{s^2}{\omega_{pc}^2} + \frac{2\zeta_{pc} s}{\omega_{pc}} + 1 \right)}_{\text{Oscilação de período curto}}} \quad (30)$$

Sendo K_θ o ganho da função de transferência do ângulo de atitude, T_{θ_1} e T_{θ_2} as constantes de tempo de modo de fugóide e de período curto, ω_f e ω_{pc} as frequências naturais das oscilações de fugóide e de período curto ζ_f e ζ_{pc} as taxas de amortecimento das oscilações de fugóide e de período curto.

Segundo Cook (2007, p. 139), a solução das equações de movimento da dinâmica longitudinal da aeronave (Equação 29) resultam em descrições polinomiais para os numeradores e denominadores da função de transferência, tal que o polinômio de quarta ordem, quando igualado à zero $As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E = 0$, possa ser representado como dois pares de raízes reais e complexas $(s^2 + 2\zeta_f \omega_f s + \omega_f^2)(s^2 + 2\zeta_{pc} \omega_{pc} s + \omega_{pc}^2)$.

A partir desta transformação, as informações essenciais para o estudo da dinâmica longitudinal da aeronave podem ser interpretadas em função das constantes de tempo, das taxas de amortecimento e das frequências naturais, que proporcionam inúmeras vantagens ao processo de análises, de modo a conceber uma visão mais clara sobre o impacto das variáveis no desempenho e na estabilidade do avião, além de promover uma equivalência entre os termos convencionais aplicados no estudo dos sistemas dinâmicos em geral.

Desta equação será possível descrever as características da estabilidade longitudinal da aeronave (caso necessário, a partir das demais equações), que estão relacionadas ao comando da superfície de controle de profundor. Além disso, destaca-se que o denominador da função de transferência, chamado de polinômio característico, determina a estabilidade e o comportamento dinâmico da aeronave e o numerador será responsável ressaltar e/ou reduzir alguma destas características da resposta (Cook, 2007, p. 139).

Todavia, de acordo com Gibson (1999, p. 4), a especificação da estabilidade somente a partir destes conceitos pode ser inadequada aos modernos sistemas de controle de voo (FCS) digitais, que incluem um número maior de parâmetros a serem avaliados, dado a inclusão de outros elementos no circuito de controle. Neste sentido, o estudo da estabilidade advém de uma exaustiva análise que deve levar em consideração todos os parâmetros que possam influenciar o controle da aeronave e para os quais se busca boa qualidade de voo.

2.3.2.2 Dinâmica latero-direcional

Do mesmo modo que foi realizado para a dinâmica longitudinal, a estabilidade latero-direcional da aeronave pode ser avaliada perante a estabilidade e o controle lateral e direcional, assim como em relação ao acoplamento entre ambos os movimentos. De acordo com Hurt (1965, p. 284), a estabilidade direcional pode ser definida com a tendência da aeronave em retornar ao equilíbrio após uma perturbação ao longo do tempo (igualmente ao que foi declarado). Para essa condição, o grau de liberdade para a estabilidade dinâmica direcional está voltado para a rotação em guinada (momento de guinada N) sobre o eixo vertical, relacionado ao ângulo de proa ψ e/ou de derrapagem β , de acordo com a Figura 42.

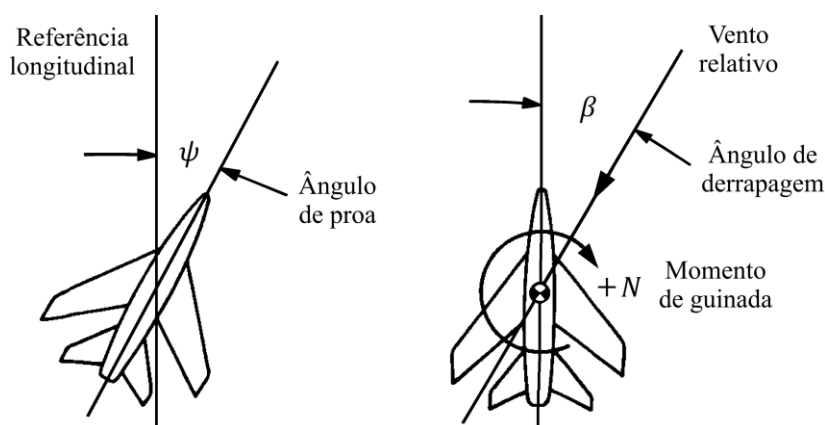


Figura 42 – Estabilidade dinâmica direcional – Guinada pura.
[Adaptado de: Hurt (1965, p. 286)]

A condição de equilíbrio é mantida, assim como a coordenação dos movimentos de controle pode ser realizada através da superfície aerodinâmica de leme. O comando (e/ou deflexão) do leme produz um coeficiente de momento de guinada que deve atender a demanda da aeronave para a condução da manobra, que pode ser atuado para resultar em um momento positivo ou negativo, dado o requerimento de direção (à direita ou à esquerda) almejado.

Em relação a estabilidade dinâmica lateral, o retorno para a posição de equilíbrio envolve a rotação de rolagem (momento de rolamento L em torno do eixo longitudinal) devido a derrapagem lateral β . Segundo Hurt (1965, p. 295), um momento de rolamento positivo tende a girar a asa direita para baixa e a aeronave se desloca para a direita, caso o momento seja negativo, a aeronave se desloca para a esquerda.

Na Figura 43 são expostas as características do comportamento de estabilidade dinâmica lateral para o movimento de rolagem, considerando as condições estável, instável e neutra.

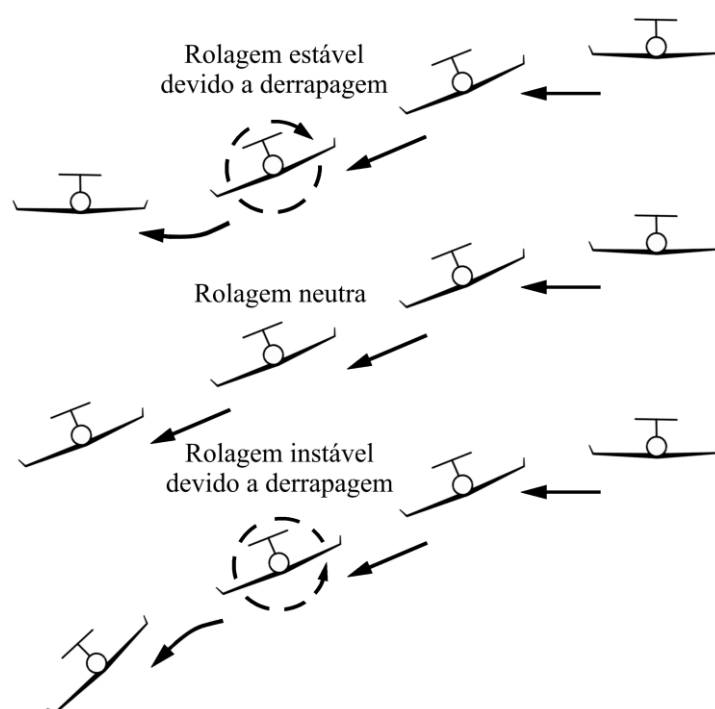


Figura 43 – Estabilidade dinâmica lateral– Rolagem pura.

[Adaptado de: Hurt (1965, p. 296)]

Todavia, destaca-se que o deslocamento lateral produzido pelo momento de rolamento em relação ao ângulo de derrapagem irá promover um momento de guinada, dependendo da natureza da estabilidade direcional (Hurt, 1965, p. 299). Neste sentido, a resposta geral de estabilidade lateral faz parte de uma combinação entre os momentos de rolamento, guinada e do ângulo de derrapagem. De acordo com Nelson (1998, p. 181), a complexa interação entre essas variáveis acopladas produz três tipos (ou modos) possíveis de movimento, que irão corresponder a divergência direcional, espiral e ao modo oscilatório de *dutch roll* (rolamento holandês).

A divergência direcional está relacionada a condição em que aeronave não apresenta estabilidade direcional e para o qual, após ser perturbada, a aeronave tende a girar progressivamente para um ângulo de derrapagem maior. Segundo Hurt (1965, p. 299) e Nelson (1998, p. 181), essa situação é intolerável, podendo resultar em riscos estruturais e a condições inseguras de voo, mas que podem ser evitadas pelo projeto adequado da superfície vertical do estabilizador.

Ao contrário da divergência direcional, a divergência em espiral decorre de um movimento não oscilatório em caráter de baixa estabilidade lateral quando comparada a alta estabi-

lidade direcional. O comportamento em espiral, após a aeronave ser perturbada ocorre gradualmente, tornando-se mais íngreme, até a condição de mergulho em espiral. Apesar do modo de estabilidade dinâmica latero-direcional em espiral ser problemático em seus estágios finais, na maioria dos casos, o seu efeito é corrigido durante os períodos anteriormente a quaisquer progressões alarmantes (Hurt, 1965, p. 299).

Na Figura 44 são apresentados os dois modos de estabilidade dinâmica para o conceito de divergência direcional e em espiral. Ademais, destaca-se que a aeronave que detém de estabilidade estática lateral (efeito diedro), o movimento pode ocorrer sem mudança significativa no ângulo de rolamento (Nelson, 1998, p. 181).

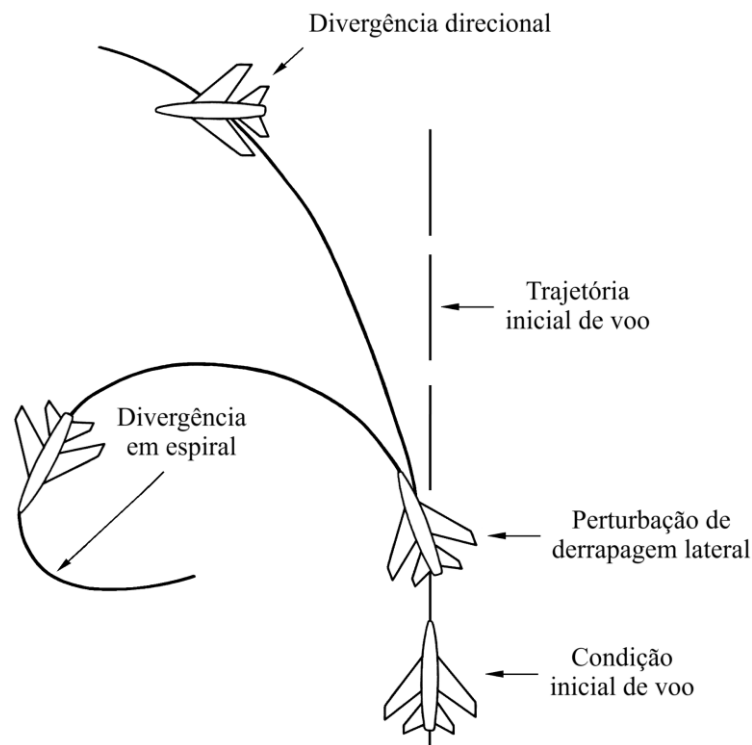


Figura 44 – Estabilidade dinâmica latero-direcional – Divergência direcional e em espiral.
[Adaptado de: Nelson (1998, p. 196)]

Por último, o modo de estabilidade latero-direcional de *dutch roll* ocorre quando a combinação e/ou o acoplamento entre as oscilações de rolagem e guinada têm a mesma frequência, e para o qual existe um atraso de fase entre os modos. Segundo Hurt (1965, p. 300), o modo de *dutch roll* geralmente é estável, mas por apresentar um comportamento oscilatório tende a ser preocupante, devido às exigências da tarefa.

De modo geral, o *dutch roll* ocorre quando o efeito diedro é alto em comparação à estabilidade direcional estática (inverso à divergência espiral), mas que por ventura, quando a taxa de amortecimento é alta (quando possível, devido aos outros modos), o movimento tende a ser amenizado. Na Figura 45 é exposto este comportamento. Aliás, ressalva-se que a sugestão desta nomenclatura foi proposta em comparação ao movimento característico de um patinador no gelo (Nelson, 1998, p. 181 *apud* Adams, 1959).

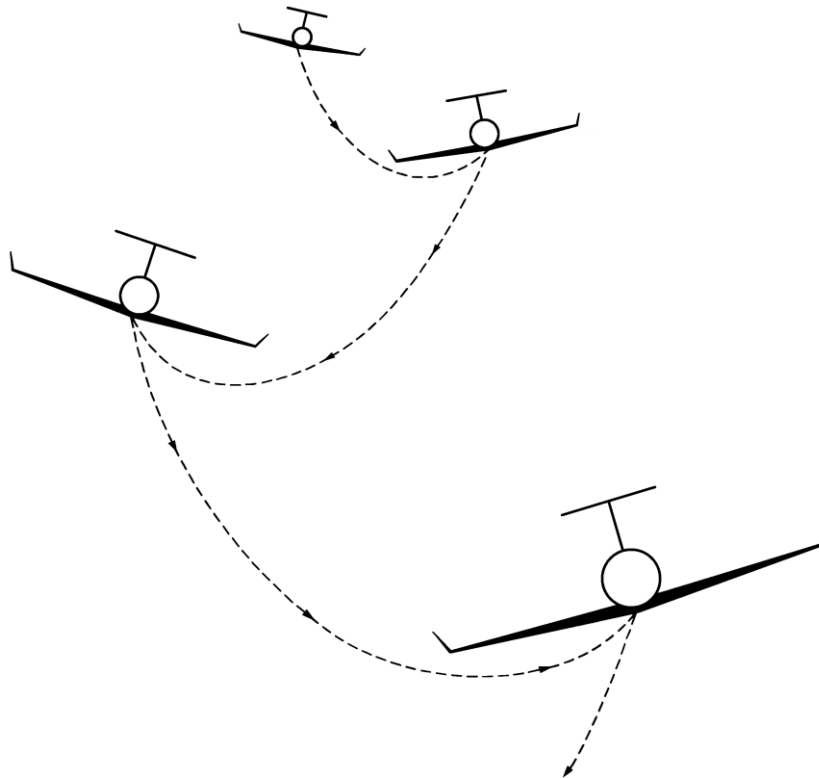


Figura 45 – Estabilidade dinâmica latero-direcional – *Dutch roll*.
[Adaptado de: Nelson (1998, p. 197)]

Dentre esses três modos de estabilidade dinâmica latero-direcional, o efeito da divergência direcional é o mais crítico, sendo o *dutch roll* censurável e a divergência em espiral tolerável para baixas taxas de divergência. De acordo com Hurt (1965, p. 300), se a estabilidade direcional estática for adequada para evitar o *dutch roll*, isso possivelmente será suficiente para evitar a divergência direcional, uma vez que as boas qualidades de manuseio podem ser obtidas a partir de uma alta estabilidade direcional estática e de um pequeno efeito de diedro.

2.3.2.2.1 Função de transferência para a dinâmica lateral-direcional

As equações de movimento à pequenas perturbações para a dinâmica lateral-direcional da aeronave podem ser descritas do mesmo modo que foi feito para a dinâmica longitudinal, em seu formato no espaço de estado e como funções de transferência da resposta. Para a entrada de controle de aileron e leme, considerando o deslocamento em derrapagem, as equações linearizadas no estado de compensação de equilíbrio podem ser descritas conforme a Equação 31.

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_v & y_p & y_r & y_\varphi \\ l_v & l_p & l_r & l_\varphi \\ n_v & n_p & n_r & n_\varphi \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{\delta_{ac}} & y_{\delta_{lc}} \\ l_{\delta_{ac}} & l_{\delta_{lc}} \\ n_{\delta_{ac}} & n_{\delta_{lc}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{ac} \\ \delta_{lc} \end{bmatrix} \quad (31)$$

Sendo δ_{ac} o comando de superfície de controle de aileron, δ_{lc} o comando de superfície de controle de leme, v a velocidade lateral, p a taxa de rolagem, r a taxa de guinada e φ o ângulo de rolamento. Os coeficientes das matrizes **A** e **B** são representados pelas derivadas de estabilidade aerodinâmicas e de controle em função do eixo de corpo y e dos momentos de rolamento l e guinada n , ambos representados em seu formato conciso (Cook, 2007, p. 421).

A solução da equação de estado para a dinâmica lateral-direcional resulta na descrição polinomial do numerador e do denominador da função de transferência de resposta, tal que a equação característica para os modos de estabilidade lateral-direcional é representada por um polinômio de quinta ordem $s(As^4 + Bs^3 + Cs^2 + Ds + E)$, que ao ser igualado à zero, possa ser transcrito (fatorado) em função das constantes de tempo, da frequência natural e da taxa de amortecimento $s(T_s s + 1)(T_r s + 1)(s^2 + 2\zeta_d \omega_d s + \omega_d^2)$.

O tempo simples com raiz zero corresponde ao modo direcional, indicando a condição de estabilidade neutra. Segundo McLean (1990, p. 85), uma vez que o rumo (guinada) tenha sido alterado (perturbado), não há tendência natural para que a equilíbrio seja restituído, a não ser através da ação corretiva nos controles (leme). Os termos $(T_s s + 1)$ e $(T_r s + 1)$ descrevem o modo espiral e o modo de subsidência de rolagem (não oscilatórios) e o par de raízes complexas (representado pelo termo quadrático) correspondem ao modo de *ducth roll* (oscilatório).

As funções de transferência de resposta para a equação de estado (Equação 31) resultam em oito funções distintas (devido ao numerador), quatro relacionadas ao controle de aileron e quatro em função de leme. Destas equações, optou-se por apresentar a função de transferência relacionada ao controle do ângulo de rolamento sob o comando da superfície de controle de aileron, de acordo com a Equação 32.

$$\frac{\varphi(s)}{\delta_{a_c}(s)} = \frac{K_\varphi \left(\frac{s^2}{\omega_\varphi^2} + \frac{2\zeta_\varphi}{\omega_\varphi} s + 1 \right)}{\underbrace{(T_s s + 1)}_{\text{Modo Espiral}} \underbrace{(T_r s + 1)}_{\text{Modo de Rolagem}} \underbrace{\left(\frac{s^2}{\omega_d^2} + \frac{2\zeta_d}{\omega_d} s + 1 \right)}_{\text{Modo Dutch-Roll}}} \quad (32)$$

Sendo φ o ângulo de rolamento, K_φ o ganho da função de transferência do ângulo de rolamento, T_s e T_r as constantes de tempo de modo espiral e do modo de rolagem, ω_φ e ω_d as frequências naturais de modo de rolagem e do modo *dutch-roll* e ζ_φ e ζ_d as taxas de amortecimento do modo de rolagem e do modo *dutch-roll*.

Como a função de transferência de resposta (Equação 34) advém das equações do movimento da dinâmica linear, as mesmas práticas e técnicas de controle empregada para analisar a estabilidade longitudinal por ser utilizadas para a avaliar a estabilidade latero-direcional, ressaltando suas devidas considerações.

2.3.3 Equação característica e lugar das raízes

Com foi introduzido no capítulo anterior, a equação característica é definida a partir do polinômio (denominador) da função de transferência de resposta, cujas as suas raízes determinam os modos de estabilidade dinâmica da aeronave. De acordo com Cook (2007, p. 227), a solução do polinômio ao ser igualado a zero retrata a equação característica, que para os modos de estabilidade dinâmicos da aeronave “clássica” (definida pelas equações de movimento) resulta em equações de quarta a quinta ordem.

Para os helicópteros, as equações podem apresentar oitava ordem e para os sistemas de controle de voo (FCS), com lei de controle altamente aumentada, a equação pode chegar à ordens superiores a trinta. Deste modo, a interpretação destas equações, com maior ordem podem ser problemáticas, dado alta quantidade de raízes (ou pólos) a serem avaliadas. Na Equação 33 é exposto a equação característica para um sistema de ordem n .

$$n(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \quad (33)$$

Para um sistema desta ordem, a estabilidade dinâmica pode ser atingida caso todas (essencialmente) as raízes da equação característica tenham partes reais negativas $s = -\sigma_i$ ($i = n$),

podendo conter os pares complexos (e/ou imaginários) $-\sigma_i \pm j\omega_i$, desde que os coeficientes constantes da Equação 33 sejam reais ($a_i \in \mathbb{R}^n$) positivos. Segundo Cook (2007, p.227), a resposta transitória para essa condição é dada por $k_i e^{-\sigma_i t}$ e $k e^{-\sigma_i t} \sin(\omega_i t + \phi_i)$, tal que a resposta após uma perturbação decai a zero com $t \rightarrow \infty$, sendo assintoticamente estável. Caso qualquer uma das raízes tenha parte real positiva, o sistema será instável.

Além do mais, a estabilidade do sistema pode ser obtida e determinada através dos históricos da resposta transitória no tempo e da localização dos polos e zeros (raízes do numerador) da função de transferência da resposta. De acordo com Cook (2007, p. 287) e Nelson (1998, p. 243), uma ferramenta propícia para investigar a dinâmica de um sistema de controle é a técnica do lugar das raízes, que fornece informações detalhadas sobre a estabilidade do sistema de circuito fechado, a partir da função de transferência de circuito aberto.

Este método consiste em expor todas as raízes (polos e zeros) e trajetórias da equação característica no plano complexo s , para a variação de um ou mais dos parâmetros do sistema. O diagrama ou método do lugar das raízes foi desenvolvido por Evans (1948, 1950) para determinar todas as raízes da equação diferencial de um sistema de controle por meios gráficos, permitindo a síntese da resposta transitória desejada e/ou da resposta de frequência.

De modo geral, segundo Nelson (1998, p. 244), a localização da raiz no plano complexo s e o tipo de resposta transitória podem ser determinadas pela posição dos polos, tal que para o(s) pólo(s) na metade esquerda do plano a resposta é estável e quaisquer pólo(s) na metade direita leva o sistema a instabilidade. Quanto mais distante a raiz estiver do plano imaginário (à esquerda ou à direita), mais rápido (amplitude dobra ou reduz a metade) a resposta converge (ou divergente) e todos os pólos localizado no eixo vertical (imaginário) terão estabilidade neutra (oscilação constante).

Caso os pólos estejam sobre o eixo horizontal (real), a resposta tem a mesma frequência amortecida e período constantes e quanto mais longe do eixo real, maior será a frequência. Entre as linhas radiais e circulares em torno da origem, tem-se que as taxas de amortecimento e as frequências naturais não amortecida serão constantes.

Tais observações sobre a localização dos pólos podem ser vistas na Figura 46, para uma equação característica de segunda ordem com coeficientes constantes, de acordo com a Equação 34; destaca-se que um dos pólos foi suprimido por conveniência ($\sigma - j\omega$).

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \quad (34)$$

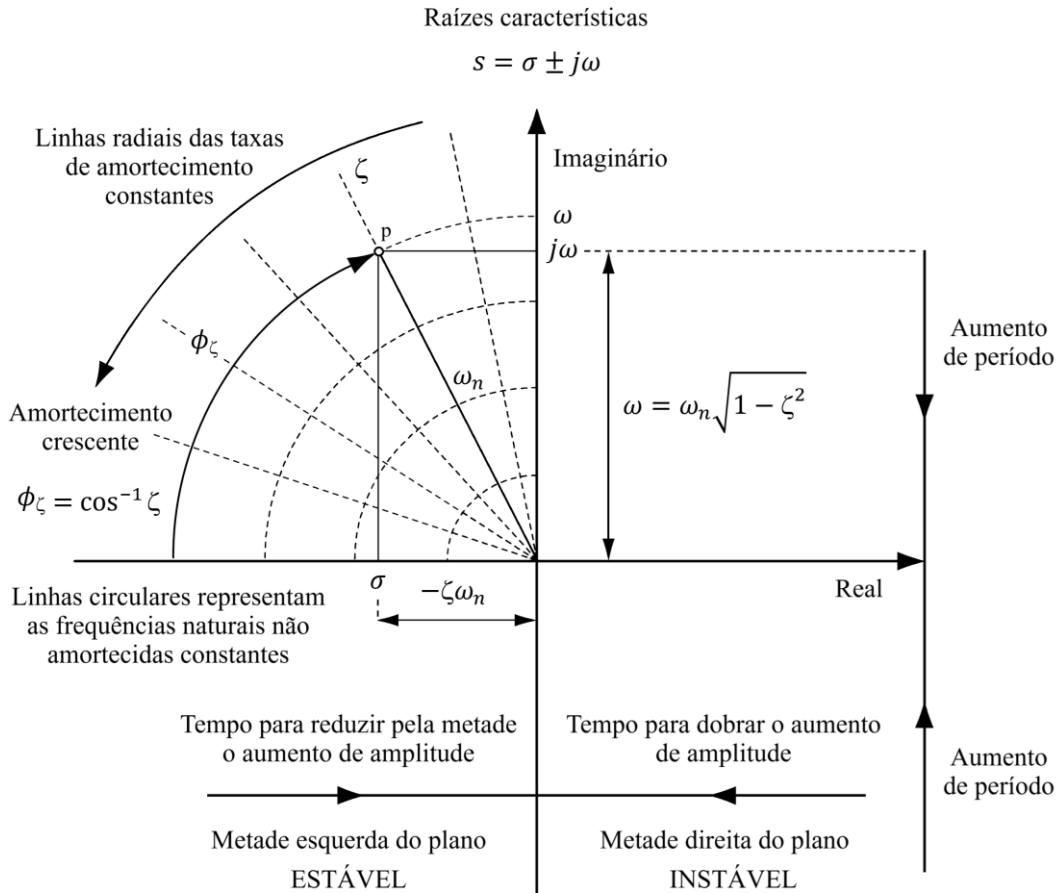


Figura 46 – Raízes complexas típicas no plano s .
 [Adaptado de: Cook (2007, p. 236) e Nelson (1998, p. 137)]

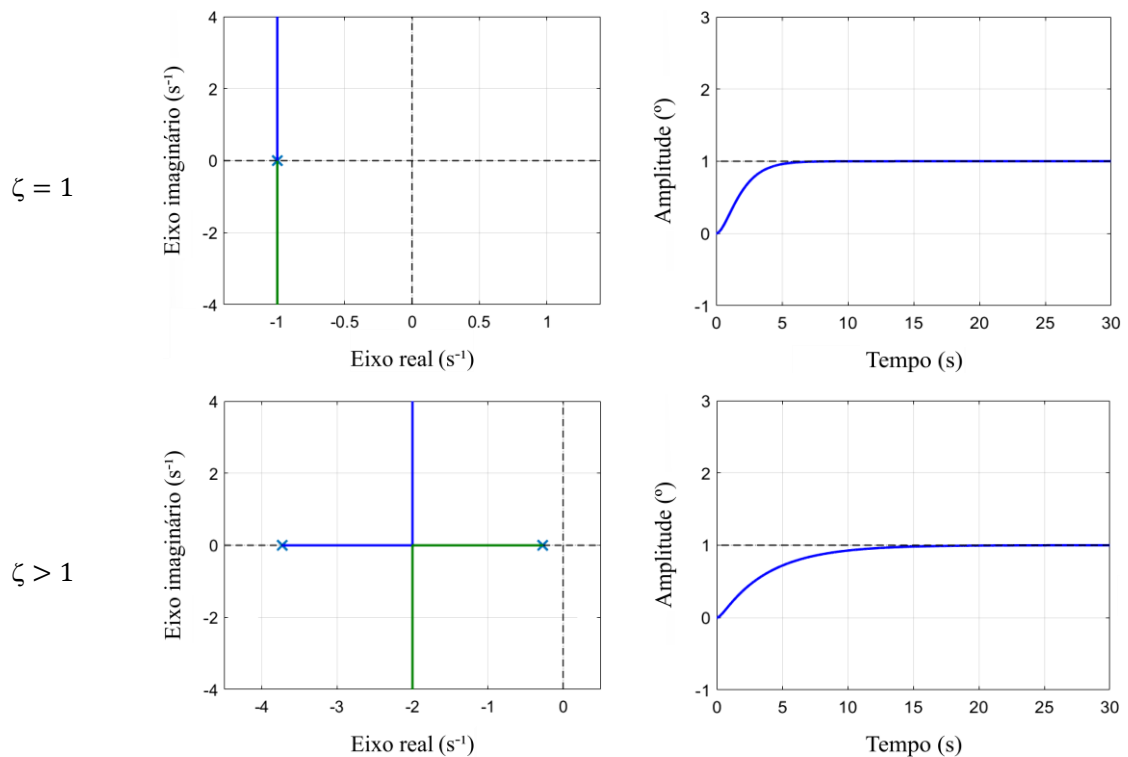
Além disso, uma função de transferência de resposta com uma equação característica de segunda ordem foi proposta para ser avaliada em razão da taxa de amortecimento ζ , mantendo a frequência natural não amortecida ω_n constante e numerador igual a 1, segundo a Equação 35.

$$G(s) = \left(\frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right) \quad (35)$$

Para esse caso, a faixa de variação da taxa de amortecimento foi avaliada entre os intervalos $\zeta < -1$, $0 > \zeta > -1$, $\zeta = 0$, $0 < \zeta < 1$, $\zeta = 1$ e $\zeta > 1$, considerando uma entrada de comando do tipo degrau unitário para a obtenção da resposta transitória. Os resultados obtidos para essa condição são apresentados na Tabela 7 e a descrição para cada um dos intervalos simulados são apresentados na Tabela 8, diante da posição exibida dos polos em relação ao plano s e do comportamento dinâmico da resposta transitória.

Tabela 7 – Lugar das raízes e respostas temporais para a função de transferência $G(s)$ sob o efeito da variação da taxa de amortecimento

Taxa de amortecimento	Lugar das raízes	Resposta transitória
$\zeta < -1$		
$0 > \zeta > -1$		
$\zeta = 0$		
$0 < \zeta < 1$		



[Adaptado de: Northrop Aircraft (1952, p. II-27)]

Tabela 8 – Resumo das respostas obtidas em relação a variação da taxa de amortecimento

Taxa de amortecimento	Lugar das raízes	Resposta transitória
$\zeta < -1$	Duas raízes reais distintas positivas	Movimento crescente exponencial
$0 > \zeta > -1$	Raízes complexas com parte real positiva	Movimento senoidal de crescimento exponencial
$\zeta = 0$	Raízes complexas com parte real igual a 0	Movimento senoidal não amortecido Movimento harmônico puro
$0 < \zeta < 1$	Raízes complexas com parte real negativa	Movimento senoidal em decrescimento exponencial subamortecido
$\zeta = 1$	Duas raízes reais negativas iguais	Movimento em decrescimento exponencial com amortecimento crítico
$\zeta > 1$	Duas raízes reais distintas negativas	Movimento em decrescimento exponencial superamortecido

[Adaptado de: Nelson (1998, p. 138)]

2.4 Acoplamento aeronave-piloto

Os acoplamentos aeronave-piloto (APC) são caracterizados pelas interações dinâmicas do sistema piloto-veículo (PVS) em correspondência ao sistema de controle de voo (FCS), sendo representados por fenômenos benignos ou indesejáveis. De acordo com o Conselho Nacional de Pesquisa (NRC, 1997, p. 1), as interações do piloto combinadas a dinâmica da aeronave podem formar (ou resultar) em um sistema de circuito aberto ou fechado (capítulo 2.1.1), caso as respostas estejam fortemente acopladas (ou não) à resposta da aeronave.

Segundo Hodgkinson & Mitchell (2000, p. 151), os fenômenos benignos correspondem ao funcionamento correto (ou normal) do FCS e as situações em que as dinâmicas do PVS forem instáveis, o resultado será a efetuação do APC indesejável (ou anormal). Os APCs anormais são descritos por oscilações ou divergências raras, não intencionais e inesperadas do PVS (NRC, 1997, p. 2), que ao assumir um padrão temporal oscilante serão autodenominadas como oscilações induzidas pelo piloto – PIOs.

Na Figura 47 expõe-se um diagrama esquemático das subdivisões do APC.

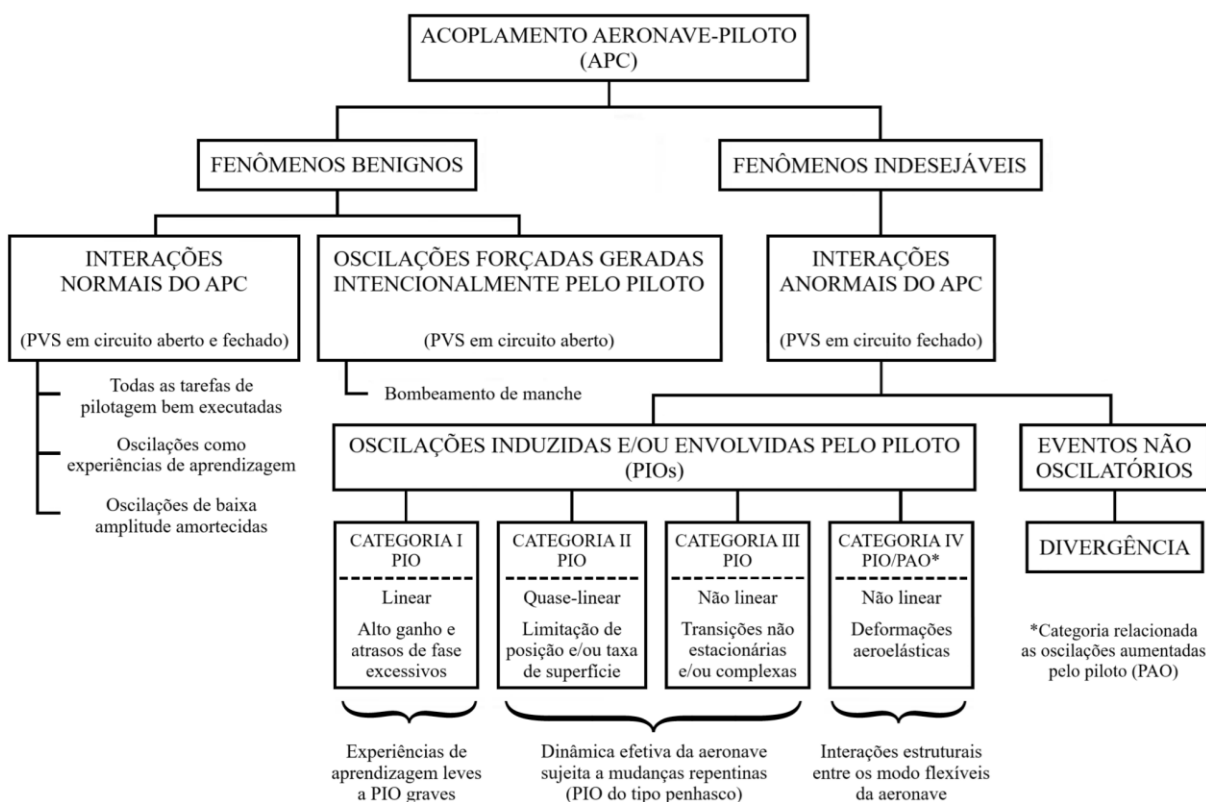


Figura 47 – Taxonomia dos fenômenos do APC.

[Adaptado de: NRC (1997, p. 32)]

Os APCs desafortunados são episódios fundamentalmente interativos e que ocorrem durante tarefas altamente exigentes, no decorrer de mudanças nas dinâmicas do ambiente, do piloto ou da aeronave, que criam ou desencadeiam incompatibilidades entre as respostas reais e esperadas do avião (NRC, 1997, p. 3).

Dos acontecimentos associados aos APCs anormais, os acidentes e incidentes decorrem em sua maior parcela por causa de eventos de alto ganho (demanda), que exigem do piloto um controle rígido, como em operações de pouso, reabastecimento aéreo, rastreamento de alvos, condições climáticas adversas, emergenciais ou em situações que o piloto automático foi desativado, enquanto a aeronave está em uma condição inadequada (McRuer, 1995, p. 4).

Tais considerações são resumidas na Figura 48, dos quais são expostas as condições associadas à PIO para um PVS elementar de circuito fechado, salientando os elementos necessários e suficientes e as situações habituais e típicas para sua ocorrência.

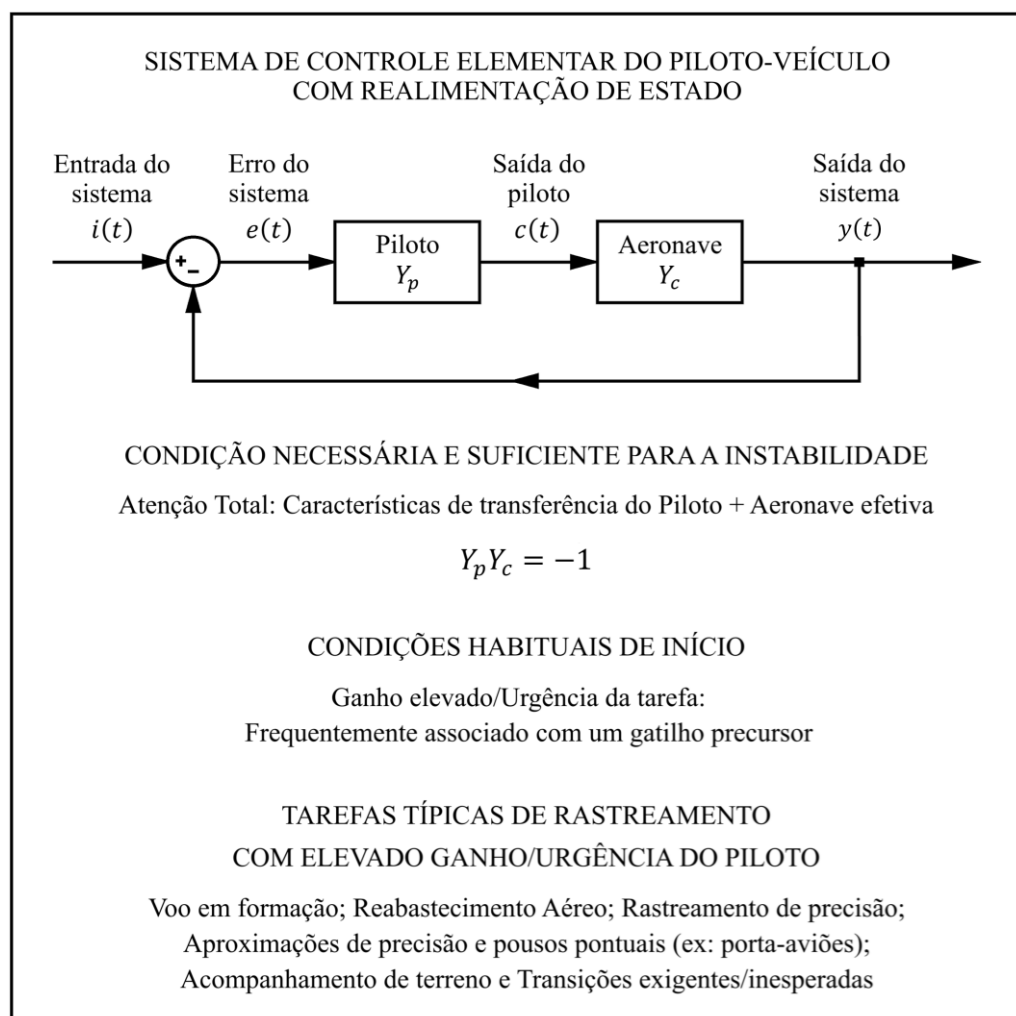


Figura 48 – Condições associadas à PIO.

[Adaptado de: Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 9), McRuer (1995, p. 4) e NRC (1997, p. 21)]

Contudo, segundo o NRC (1997, p. 19), a maioria das tarefas de voo são realizadas com comandos discretos altamente qualificados, adaptados para manobras específicas e empregues em entradas de circuito aberto, poucos são os episódios de atenção total, de ações contínuas de circuito fechado que demandam alto ganho do piloto para a aeronave ser controlada.

Historicamente, a ocorrência dos APCs adversos e da tendência à PIO foi atribuída a contribuição de três elementos principais, que tornam possível o seu desencadeamento, dos quais se destaca: a combinação entre a aeronave, do FCS e dos atuadores, sensores e filtros, juntamente ao proceder do piloto nas condições de circuito fechado e do gatilho (*trigger*), que compõe os requisitos suficientes para a suscetibilidade à PIO (NRC, 1997, p. 22).

Na Figura 49 é ilustrado essa concepção.

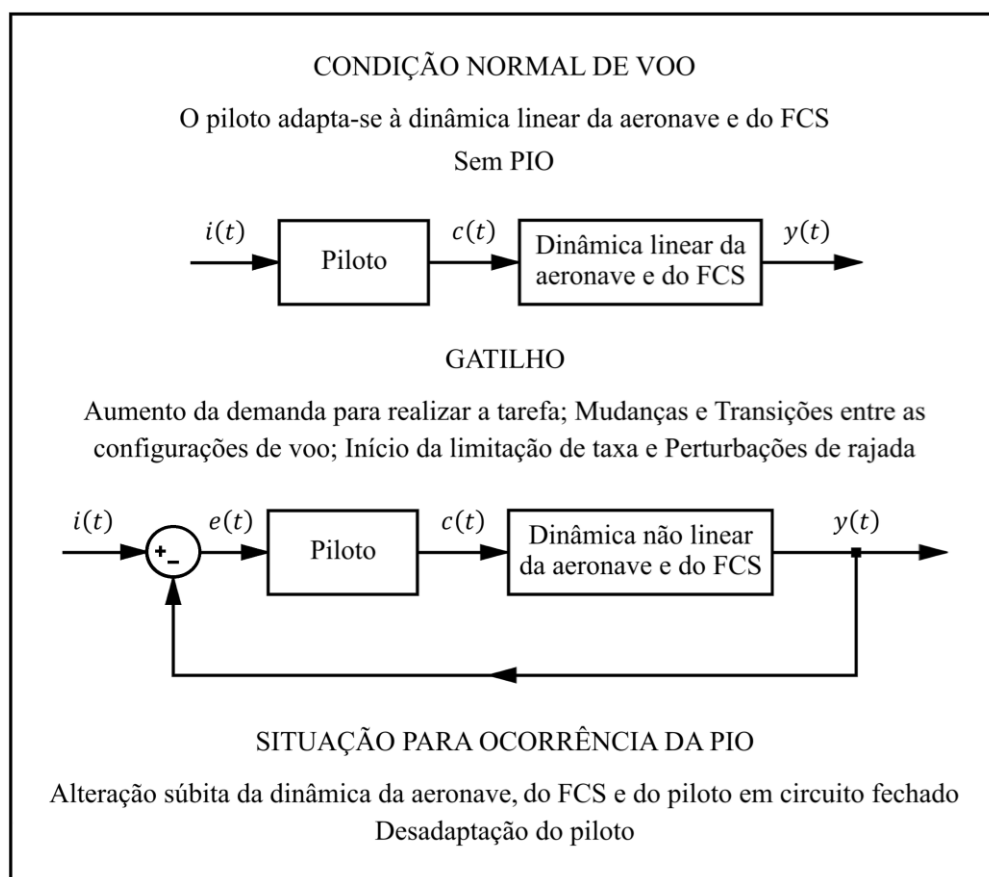


Figura 49 – Compreensão da PIO.

[Adaptado de: NRC (1997, p. 19) e Smith (1995, p. 3-5)]

Segundo a Organização de Pesquisa e Tecnologia (*Research and Technology Organization* – RTO) e a Organização do Tratado do Atlântico Norte (*North Atlantic Treaty Organization* – NATO), o gatilho consiste em uma interação que provoca inconstâncias e instabilidades no PVS, podendo manifestar um efeito não linear ao FCS ou uma alteração inesperada e/ou não solicitada

na resposta do veículo. Nessa perspectiva, o piloto sujeita-se a uma condição de voo inadvertida, dá qual o mesmo pode não ser capaz de se adaptar ao comportamento do controle de voo às novas características dinâmicas da aeronave (RTO/NATO, 2000, p. 75).

2.4.1 Oscilações induzidas pelo piloto

As oscilações induzidas pelo piloto (PIO) são definidas como oscilações sustentadas ou incontroláveis resultantes dos esforços do piloto para manter o controle da aeronave (Klyde, McRuer & Myers, 1995 e Duda, 1998, p. 267). As PIOs apresentam aspectos amplos, podendo representar um comportamento dinâmico oscilatório momentâneo, facilmente corrigido e de baixa amplitude, em contraponto a uma PIO de elevada amplitude, totalmente desenvolvida, que compromete a segurança da aeronave, da tripulação e dos passageiros (NRC, 1997, p. 2).

Segundo Collinson (2011, p. 214) e Hurt (1965, p. 314), o piloto, ao conduzir a aeronave, pode induzir vários movimentos através da ação dos controles e para os quais alguns destes movimentos podem ser indesejáveis, devido à ação inadvertida. Dentre os movimentos que podem desencadear à PIO, o modo de estabilidade longitudinal de período curto (relacionado a tarefa de controle de atitude de arfagem – capítulo 2.3.2.1), por apresentar frequências relativamente altas em um período curto de tempo pode promover uma oscilação sustentada instável, quando sujeito a atrasos de fase entre a aeronave, FCS e o piloto.

O atraso da resposta humana combinado ao atraso do sistema de controle pode certamente produzir condições desfavoráveis e prejudiciais à aeronave, que levam à perda de controle de voo (LOC-I). De acordo com Hurt (1965, p. 314), as reações de controle inadvertidas podem fornecer um amortecimento negativo ao movimento oscilatório, tornando-o instável. Quando a PIO é percebida pelo piloto, a solução mais eficaz é liberar (ou abandonar) o controle imediatamente, de modo que a aeronave se recupere em virtude da estabilidade dinâmica inerente.

Quaisquer tentativas de amortecer a força a oscilação pode sustentar e/ou amplificar o problema, todavia, nem sempre é possível que a solicitação de controle seja abandonada, uma vez que às PIO são notoriamente associadas ao pouso e à decolagem, tal que o piloto possa estar em uma condição ao qual seja indevido e inviável a retirada de comando. Salienta-se que o intervalo entre estes eventos é muito rápido, e mesmo que o piloto seja bem treinado e tenha as altas horas de voo perante a aeronave, essa condição ainda não deixa de ser preocupante, principalmente em relação a fase de voo ou do tipo de missão/tarefa a ser executada.

Segundo Gibson (1999, p. 139), as respostas advindas do FCS sobre às PIO podem ser relacionadas às características dinâmicas do PVS de alta e baixa ordem. Para as aeronaves convencionais, anteriores ao surgimento dos FCS *Fly-by-wire*, a resposta dinâmica do PVS é considerada de baixa ordem, apesar de estarem incluídos a dinâmica do atuador e de outros elementos que possam aumentar a estabilidade (além do piloto e da aeronave), mas que em si, a estabilidade dinâmica do PVS permanece correlata as equações de movimento da aeronave.

Nesta condição, as PIOs são classificadas (capítulo 2.4.2) em condições aceitáveis e/ou satisfatórias e para os quais o piloto consegue manter o controle da aeronave reduzindo o ganho, com uma pequena perda no desempenho. Para os sistemas de alta ordem, que incluem as aeronaves FBW e a utilização dos FCS digitais, a ordem das leis de controle aumentam consideravelmente, de tal modo que a significância direta entre o comportamento dinâmico da aeronave é suprimida (e/ou sobreposta).

Da resposta para o sistema de alta ordem, tem-se que os principais problemas foram relacionados a atrasos digitais e a sua maior complexidade, dado que a compreensão de cada uma das raízes poderia não ser totalmente compreensível. De acordo com Gibson (1999, p. 132), foi a partir da dificuldade em compreender os sistemas de alta ordem, que irá surgir o conceito de sistema equivalente de baixa ordem (*Low order equivalent system* – LOES).

Para este cenário, as PIOs são caracterizadas entre baixas frequências e grandes amplitudes, com classificação adequada e/ou controlável, e que embora a tarefa possa ser realizada, os movimentos indesejáveis são facilmente induzidos, exigindo atenção total e esforços para manter o controle, com perda do desempenho da tarefa que podem levar ao abandono do manche, e na pior hipótese, a perda de controle.

Uma resposta de alta e de baixa ordem para um sistema de controle genérico é exposta por Gibson (1986, p. 444, 1995, p. 146, 1999, p. 171), do qual são ilustradas algumas das considerações comentadas anteriormente para ambos os sistemas e para os quais será possível observar a forma da resposta de frequência, conforme o diagrama de Nichols exposto na Figura 50. Segundo Gibson (1986, p. 437), a área de interesse destaca à região entre as defasagens de fase de -180 a 200 ($^{\circ}$), para determinação da frequência PIO.

O estudo do PVS foi realizado assumindo um modelo de piloto com ganho síncrono, desconsiderando a equalização do piloto ao assumir o comportamento precognitivo de ganho puro durante a condição PIO (Gibson, 1986, 437). A resposta de baixa ordem tipifica os casos experimentais livres de PIO, dado que o atraso de fase não deve exceder o ângulo de fase de -180 ($^{\circ}$).

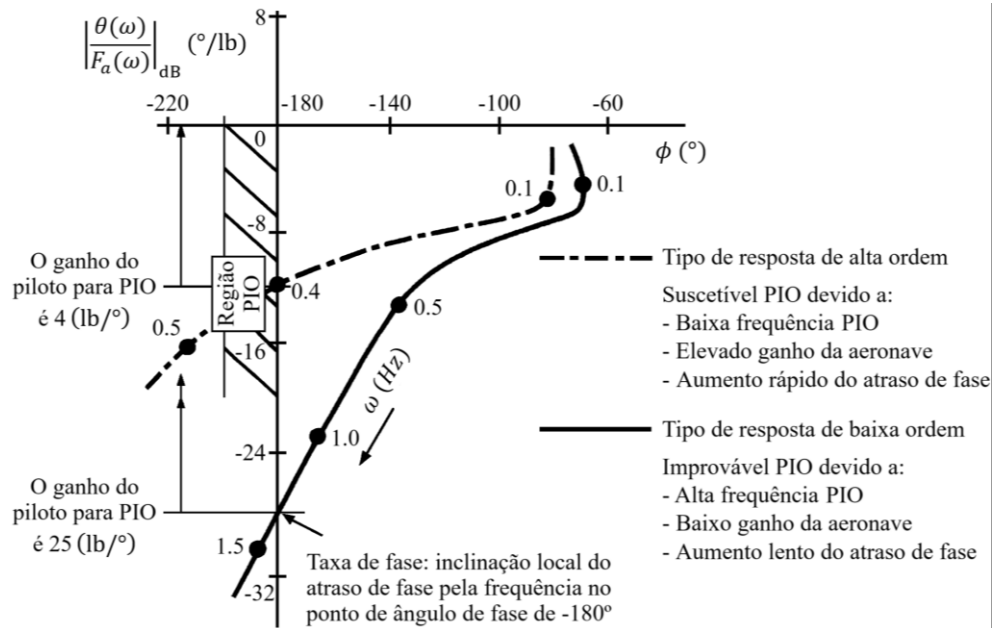


Figura 50 – Características gerais da tendência PIO para as respostas de frequência de alta e baixa ordem de uma tarefa de controle de atitude de arfagem.
[Adaptado de: Gibson (1995, p. 146, 1999, p. 171 *apud* 1986)]

Para o exemplo proposto, Gibson (1999, p. 150) destaca que a resposta de baixa ordem ultrapassa o atraso de fase de -180° devido ao sistema de atuadores da superfície aerodinâmica, contudo, os limites de ganho impostos pelo FCS atenuam e garantem que a margem de ganho seja satisfatória para a tarefa de controle. Da resposta de alta ordem, tem-se os casos que tiveram problemas graves em relação à PIO.

Segundo Gibson (1999, p. 150), as respostas dos FCS foram progredindo da classificação aceitável para inaceitável à medida que a função característica do sistema foi aumentada, além disso, o aumento do atraso de fase faz com que o sistema de baixa ordem torna-se de alta ordem. O autor ainda destaca que o incremento de um filtro simples de atraso na tentativa de suavizar e/ou atenuar o comportamento abrupto do piloto pode resultar no aumento da amplitude na frequência PIO na qual o piloto fica “travado”, ao invés de fornecer a atenuação da resposta.

As instabilidades do FCS e os problemas associados à PIO tem sido recorrente aos avanços tecnológicos, que promoveram um aumento desta incidência. A partir disso, foram desenvolvidos inúmeros trabalhos e pesquisas a fim de estudar e compreender os efeitos dessas interações, com intuito de desenvolver contramedidas para assegurar as qualidades de voo as aeronaves e de modo a diminuir a ocorrência destes eventos (Gibson, 1999, p. 200). Atualmente, as PIOs são divididas em quatro categorias, classificadas em consideração a alguns comportamentos distintos do PVS de circuito fechado.

2.4.1.1 Categoria I

As características efetivas da aeronave para esta categoria são essencialmente lineares e a conduta do piloto se aproxima de um comportamento linear e estacionário em relação ao tempo. A resposta dessas interações pode ser interpretada de forma separada, entre o elemento linear, que descreve a função de acionamento sob a entrada específica e da parcela remanescente induzida pelo piloto, considerando uma entrada do tipo senoidal e a saída correspondente ao somatório da senoide com o composto de seus harmônicos subsecivos (NRC, 1997, p. 34).

Alterações no ganho do piloto, do elemento controlado, sensibilidade não linear do manche ou desatenções do piloto podem ser referidas, já que se enquadram nesta categoria. As oscilações do PVS podem ser ocasionais ou induzidas, de caráter repetitivo, que pode ser suprimida através da redução do ganho, desaplicando o esforço de manche, em caso iniciais. Em circunstâncias adversas, a atuação do piloto pode não ser o suficiente para transtornar o evento, proporcionando fenômenos graves (Gibson, 1999, p. 139 e McRuer, 1995, p. 79).

Os principais componentes da aeronave associados a suscetibilidade à PIO linear são aqueles que restringem de forma inapropriada a capacidade do piloto se adequar ao ganho do PVS em circuito fechado. Os atrasos de fase (ou de tempo) excessivos limitam a faixa de ajuste de ganho, diminuindo a largura de banda e o desempenho do PVS. Ademais, outro fator a ser salientado é o ganho efetivo “inadequado”, que quanto mais elevado, mais a aeronave se torna sensível aos comandos, em contrapartida, o inverso proporciona lentidão à resposta (Hodgkinson & Mitchell, 2000, p. 150; NRC, 1997, p. 35).

Em RTO/NATO (2000, p. 53 *apud* Gibson, 1999) se retratam duas subdivisões entre os problemas confrontados na categoria I. A PIO clássica de baixa ordem é caracterizada por oscilações resultante do excesso de sensibilidade, *bobble* (oscilações de baixa amplitude e amortecidas) excessivos ou *dropback* (diferença/queda entre a atitude de arfagem no momento em que o manche é liberado em relação ao estado estacionário), frequência natural demasiadamente pequena e baixo amortecimento, sendo esses alguns dos fatores resultantes da dinâmica subordinada a aerodinâmica “inata” (subordinada as equações de movimento – teoria clássica).

As respostas neste caso são imediatas (ou quase) e acopladas à entrada do manche, tornando possível a diminuição do ganho. Em contraponto, as PIO de alta ordem, de acordo com a RTO/NATO (2000, p. 53), estão associadas ao FCS, incluindo atrasos de fase adicionais devido a filtros, taxa de amostragem, sensores, ganhos excessivos no percorrer do comando e da saturação do sistema de atuação, que atrasam a resposta e “incapacita” o piloto de sustar o evento.

2.4.1.2 Categoria II

As oscilações do PVS são caracterizadas por eventos quase lineares, relacionados a limitação de taxa e/ou posição (McRuer, 1995, p. 80 e NRC, 1997, p. 36). Nesta categoria, as aeronaves apresentam não linearidades intrínsecas a sua concepção, devido às restrições físicas ligadas à transmissão mecânica dos elementos da superfície de controle, como hastes de deflexão, limitadores de taxa e de posição e a restrições digitais (artificiais) correlacionadas ao hardware e ao software do controlador, que são atribuídas para proteger os sistemas de atuação hidráulicos (e/ou de outro subsistema), a fim de evitar sobrecargas (Ossmann, Heller & Brieger, 2008, p. 2).

Em particular, a limitação de taxa do atuador foi apontada como causa recorrente de mudanças repentinas na dinâmica da aeronave, que veio a contribuir para incidentes e acidentes nos últimos anos (Klyde & Mitchell, 2004, p. 804 e Hess & Snell, p. 90). A saturação de taxa pode ocasionar às PIO por certas razões, uma vez que a limitação proporciona um atraso adicional (dependente da amplitude) entre a posição do atuador comandado e da acomodação real, que tende a desestabilizar o FCS, definindo a magnitude do ciclo limite de circuito fechado.

Está condição reduz o ganho efetivo e a largura de banda do PVS, promovendo ao piloto uma redução da efetividade do controle, e sendo a resposta não iminente, o operador tenta compensar com uma entrada de ganho maior, amplificando o problema (RTO/NATO, 2000, p. 54). A limitação de taxa ainda pode resultar em modificações efetivas da dinâmica de corpo rígido da aeronave, tornando-a instável.

Segundo Klyde & Mitchell (2004, p. 47) e o NRC (1997, p. 47), a saturação de taxa do atuador de circuito fechado reduz a margem de estabilidade do PVS, promovendo perda de controle, uma vez que as mudanças na dinâmica da resposta são frequentemente graves. De acordo com o RTO/NATO (2000, p. 55), as diretrizes básicas enaltecem que é preciso investigar a resposta da aeronave na região de atraso de fase de -180° com o máximo de entradas possíveis, por mais irrealistas que possam aparentar, já que quanto maior for a atenuação do ganho no caminho de comando nas regiões propícias à PIO, menor será o risco de saturação dos controles.

De certo modo, as PIO de categoria II são correlatas as de categoria I, exceto pelo domínio das não linearidades, sendo reiteradamente graves, enquanto às PIO de categoria I abrange níveis de baixa a alta amplitude. Deve-se notar, no entanto, que a limitação da taxa não resulta necessariamente em PIOs e a metodologia de previsão da suscetibilidade à PIO, particularmente após um evento não linear, ainda não é completamente compreendida. (Collinson, 2011, p. 214; Hess, 1997, p. 1147, Klyde & Mitchell, 2004, p. 812 e RTO/NATO, 2000, p. 102 *apud* Gibson, 1999).

2.4.1.3 Categoria III

As oscilações do PVS desta classe são identificadas como transições não lineares do elemento controlado ou da dinâmica comportamental do piloto, uma vez que essas alterações podem ser concatenadas ao comando do piloto (McRuer, 1995, p. 80). As trocas entre os modos do sistema, alterações internas no FCS e modificações das configurações aerodinâmicas são reconhecidos como fatores resultante para ocorrência desta categoria (Ossmann, Heller & Brieger, 2008, p. 2 e NRC, 1997, p. 36).

A tecnologia FBW permitiu que fossem projetados FCS com elaborados modos digitais para o PVS, destinados a aperfeiçoar o desempenho da aeronave em inúmeras missões, sob as condições de voo esperadas. Nesse sentido, o NRC (1997, p. 5) destaca que essas trocas, quando implementadas adequadamente, ocorrem de forma discreta, não afetando a operação do piloto. Todavia, a complexidade inerente do FCS modernos dificulta aos projetistas antecipar todas as interações possíveis de ocorrer atadas ao piloto.

De acordo com RTO/NATO (2000, p. 127) e Ashkenas, Jex & McRuer (1964, p. 21), as PIO de categoria III são caracterizadas por interações altamente não lineares (e/ou incluindo múltiplas não linearidades dominantes), correlatas ao veículo, FCS, piloto e as leis de controle. Além disso, a própria aeronave contém não linearidades relacionadas a cinemática e aos efeitos aerodinâmicos, como no caso do número de Mach, ângulo de ataque, ângulo de derrapagem e da potência dos motores.

O comportamento do piloto manifesta os efeitos não lineares e variantes no tempo e o FCS exibe essa condição através dos limites de taxa, posição e de aceleração. As leis de controle retratam essa premissa a partir das trocas entre modos, filtros, limitações e de proteções (RTO/NATO, 2000, p. 128). Os aviões com múltiplas superfícies de controle de eixo podem apresentar problemas ao combinar a entrada entre a manobra de rolagem e de arfagem, na utilização de canards, flapes e empuxo vetorial; esse caso é tipificado com um problema de múltiplos eixos, que proporciona um aumento na gravidade da situação (McRuer, 1995, p. 11).

As interações altamente não lineares proporcionam PIOs sérias e de complexa análise. As transições da dinâmica do piloto e da aeronave efetiva se relacionam entre as características de pré-transição e as de pós-transição, dá qual, quanto mais a resposta se difere, maior a severidade da PIO (NRC, 1997, p. 37).

2.4.1.4 Categoria IV

A categoria IV foi inserida há pouco tempo, sendo destinada a efetuar análises aos efeitos das interações entre as entradas do piloto ao comando e das interações estruturais entre os modos flexíveis da aeronave (Drewiacki, Silvestre & Neto, 2019, p. 1539, Klyde & Mitchell, 2004, p. 805; Moreira, *et al.*, 2023, p. 2; Ossmann, Heller & Brieger, 2008, p. 2 e Paladini, Drewiacki & Bidinotto, 2024, p. 1). Incluir os modos estruturais nas análises é algo ambicionado, já que estudos incluindo os modos dinâmicos estruturais demonstram que essa condição afeta consideravelmente as qualidades de voo (Powers, 1996, p. 1).

De acordo com Drewiacki, Neto & Silvestre (2020, p. 3 *apud* Ashkenas, Magdaleno & Mcruer, 1983), o piloto humano não é capaz de fechar um circuito de controle para controlar um dos modos flexíveis da aeronave devido à natureza de frequências mais altas e das limitações correspondente a fisiologia humana. Todavia, a flexibilidade da fuselagem pode incrementar atrasos adicionais ao modo estrutural de corpo rígido e contribuir para às PIO. Neste caso, a inclusão da categoria IV é adequada.

Além disso, existem poucas referências que denominam uma divisão íntegra e plena entre a categoria IV e as oscilações “aumentadas” (termo um tanto quanto controverso, assim como a palavra “induzidas” para às PIOs) pelo piloto (PAO), de tal forma que se torna imprecisa sua distinção (apesar da alta similaridade). Deste modo, se apresenta ambas as suas definições, de forma separada, a fim de salvaguardar qualquer inexatidão de conceitos.

2.4.1.4.1 Oscilações aumentada pelo piloto

A eminente necessidade de implementar novos projetos de aeronaves mais eficientes sucede do estudo da aproximação entre as frequências dos modos estruturais do corpo rígido e elástico, de forma que os efeitos da aeroelasticidade nas qualidades de voo não podem ser desconsiderados (Drewiacki, Neto & Silvestre, 2020, p. 2).

O comportamento aeroelástico de um veículo aéreo pode apresentar potencial para afetar o controle e a sua estabilidade em configurações que não são totalmente compreendidas. Segundo Norton (1994, p. 10-3), é essencial que sejam conhecidas as fontes de instabilidade em um problema de acoplamento aeroelástico. Os modos aeroelásticos de resposta da estrutura da aeronave são variáveis que comumente são desconsideradas, mas que contribuem para tais instabilidades.

Os modos de deformação, como o de torção da asa, a primeira flexão longitudinal da fuselagem e a inclinação vertical do estabilizador são exemplos de situações propícias para esses

eventos, sendo que cada modo tem sua frequência, forma e amortecimento associados, sujeitos a alterações inerciais da dinâmica rígida e das cargas aerodinâmicas (Norton, 1994, p. 10-3).

Deste modo, as PAO podem ser descritas, segundo Norton (1994, p. 10-4), como oscilações aeroelásticas ou vibrações mecânicas que produzem acelerações na estação de controle do piloto ou na resposta rígida do corpo da aeronave, das quais o piloto acidentalmente se une, sustentando ou aprimorando essas dinâmicas.

2.4.2 Escalas de classificação e definições sobre as qualidades de voo

As qualidades de voo de uma aeronave estão correlacionadas às características de estabilidade e controle, que são avaliadas perante a impressão que o piloto tem sobre a manobrabilidade do avião (Nelson, 1998, p. 164). Os pilotos emitem uma opinião subjetiva sobre a facilidade ou dificuldade de controlar a aeronave em voo estável, dada uma missão ou manobra a ser desempenhada, ao qual, essa impressão oscila entre questões sobre a percepção e sensibilidade aos comandos, segundo as forças e os gradientes dos elementos de controle.

Segundo a Norma de Interface do Departamento de Defesa (*Department of Defense Interface Standard*, 2004, p. 88) MIL-STD-1797A, os requisitos de qualidade de voo são elaborados para permitir que as aeronaves sejam avaliadas sobre certas especificações, como sobre o tipo ou classe do avião, em relação a fase ou tarefa de voo, assim como para os graus qualitativos de adequação para as qualidades de voo, dado os níveis estabelecidos (Cook, 2007, p. 252).

Além destas subdivisões, uma escala de classificação importante foi proposta por Cooper e Harper (*Cooper Harper Rating* – CHR, Cooper & Harper, 1969, p. 12), sendo está uma orientação frequentemente empregada para avaliar as qualidades de manuseio de uma aeronave. O sistema é composto por uma árvore de decisões, que considera a adequação das tarefas, as características da aeronave e a avaliação do piloto para medir e classificar as qualidades de voo através da opinião dos pilotos ao conduzir a aeronave ou o modelo da aeronave – em voo ou em um simulador de voo (Harper & Cooper, 1986, p. 524).

De acordo com Hodgkinson & Mitchell (2000, p. 119) e Harper & Cooper (1986, p. 525), a escala apresenta uma classificação de dez pontos, em que (1) é excelente e (10) representa as piores qualidades possíveis, separadas em três agrupamentos de níveis 1, 2 e 3, a fim de ampliar a avaliação. A escala foi descrita para ser dicotômica, com o intuito de facilitar a repetitividade por meio de uma série de decisões relacionadas ao desempenho da tarefa e a carga de trabalho do piloto. Os fatores que afetam a opinião dos pilotos estão dispostos entre a tarefa de pilotagem, quais deficiências estão presentes e sobre as condições do ambiente atmosférico.

A escala é exposta na Figura 51.

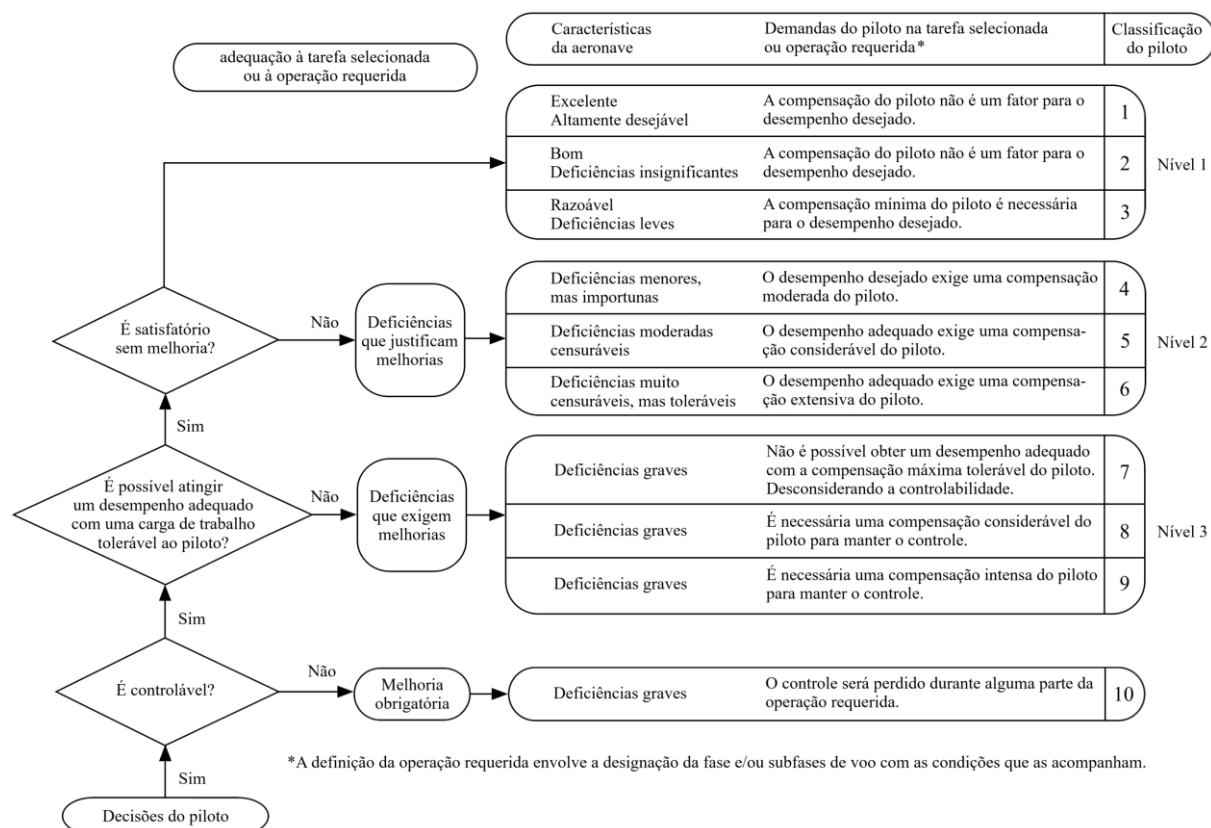


Figura 51 – Escala de classificação Cooper-Harper para medir a opinião dos pilotos.

[Adaptado de: Cooper & Harper (1969, p. 12), Department of Defense Interface Standard (2004, p. 89), Durham (2013, p. 153), Harper & Cooper, 1986, p. 525 e Hodgkinson & Mitchell (2000, p. 120)]

Em relação às PIOs, a aplicabilidade da escala de classificação Cooper-Harper pode ser um pouco restrita e/ou limitada, dado que a abrangência do conceito de qualidade de voo proposta pela árvore de decisões pode dificultar a avaliação do piloto. Deste modo, Cooper & Harper (1969, p. 12) destacam que pode ser desejável classificar os comentários dos pilotos perante uma característica específica, como no caso das PIO.

Um exemplo de classificação para a avaliação da tendência PIO é exposto na Figura 52, onde é possível observar o diagrama de um fluxograma de decisões modificado e adequado a análise à PIO, sendo a escala de classificação dividida em seis partes. Para os valores 1, 2 e 3, a tendência PIO é inexistente, sendo classificada entre as qualidades de voo: satisfatória e/ou adequada e para os demais valores (4, 5 e 6), a tendência à PIO são evidentes, tais que as oscilações sustentadas acarretam em perda de desempenho, controle rígido e/ou do abandono da tarefa.

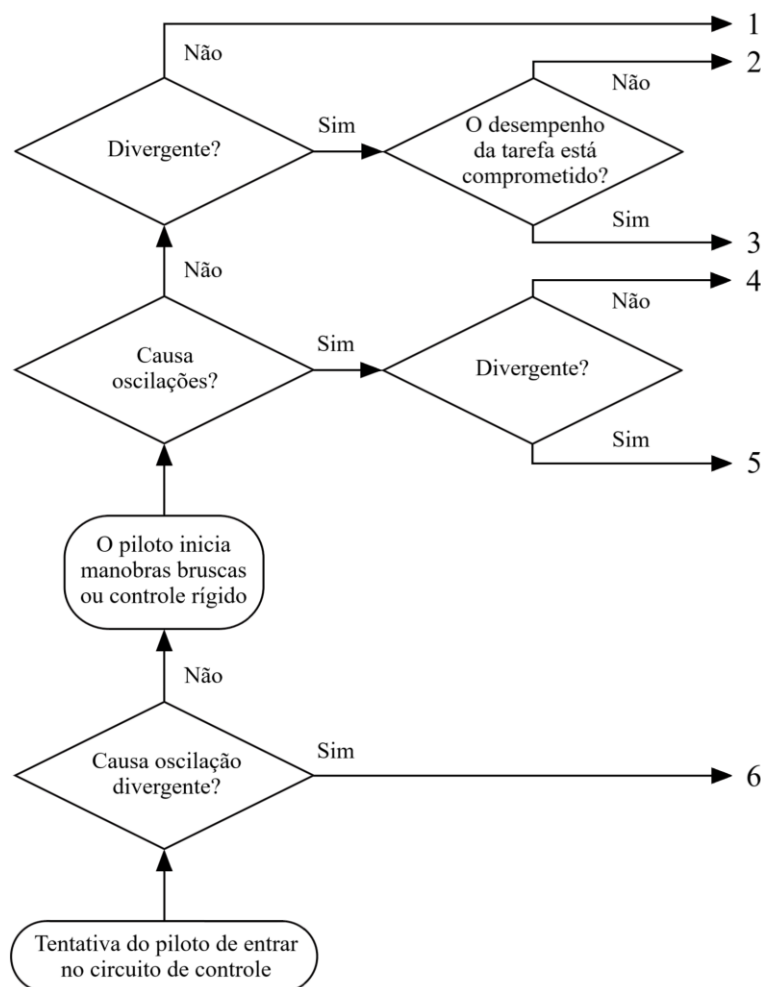


Figura 52 – Fluxograma de classificação de tendência à PIO.

[Adaptado de: Bjorkman (1986, p. 48), McRuer (1995, p. 38) e Weingarten & Chalk (1981, p. 44)]

Além disso, de acordo com Circular Consultiva (AC 25-7D *apud* Administração Federal de Aviação – FAA), essa escala pode ser caracterizada em relação a proposta de quatro termos, que resumem a condição PIO nas categorias: SAT: Satisfatório, ADQ: Adequado, COM: Controlável e UNSAT: Insatisfatório ou reprovado, ao contrário da classificação de 6 pontos exposta na Figura 52; resumidamente, a proposta une as duas melhores e as duas piores classificações nas categorias SAT (1 e 2) e UNSAT (5 e 6).

A descrição da escala de classificação de tendência à PIO pode ser lida na Tabela 9.

Tabela 9 – Escala de classificação de tendência à PIO

Classificação FAA HQ	Descrição das características PIO	Classificação numérica
	Não há tendência do piloto em induzir movimentos indesejáveis.	1
SAT	Os movimentos indesejáveis tendem a ocorrer quando o piloto inicia manobras bruscas ou tenta um controle rígido. Estes movimentos podem ser evitados ou eliminados pela técnica do piloto.	2
ADQ	Os movimentos indesejáveis são facilmente induzidos quando o piloto inicia manobras bruscas ou tenta um controle rígido. Estes movimentos podem ser evitados ou eliminados, mas apenas com o sacrifício do desempenho da tarefa ou através de considerável atenção e esforço do piloto.	3
CON	As oscilações tendem a desenvolver-se quando o piloto inicia manobras abruptas ou tenta um controle rígido. O piloto deve reduzir o ganho ou abandonar a tarefa para recuperar.	4
UNSAT	As oscilações divergentes tendem a desenvolver-se quando o piloto inicia manobras abruptas ou tenta um controle rígido. O piloto deve abrir o circuito de controle, libertando ou congelando o manche.	5
	As perturbações ou o controle normal do piloto pode causar oscilações divergentes. O piloto deve abrir o circuito de controle, libertando ou congelando o manche.	6

[Adaptado de: AC 25-7D (2018, p. 5-11), Bjorkman (1986, p. 48), Cooper & Harper (1969, p. 25), Difranco (1967, p. 18), McRuer (1995, p. 38) e Smith (1978, p. 27)]

2.4.3 Metodologias para avaliar a estabilidade do FCS em relação à PIO não linear

A tecnologia FBW possibilitou que as aeronaves pudessem ser projetadas em conjunto com vários modos dinâmicos, que são destinados a melhorar o desempenho do avião para cada tipo de missão, dada as condições de voo dentro do envelope de voo. A evolução dos sistemas FBW permitiram a otimização dos modernos FCS, mas que por apresentarem alto nível de controle, necessitam passar por uma extensiva análise para certificar a estabilidade e a robustez do sistema em todo o seu envelope de voo (Ossmann, Heller & Brieger, 2008, p. 2).

Ademais, destaque-se que em análises insuficientes, corre-se o risco de existirem condições imprevistas, como em relação a saturação de taxa do atuador, que distingue a resposta real da superfície aerodinâmica, degradando o desempenho do sistema e podendo produzindo oscilações ocultas não lineares, que podem passar despercebidas (Andrievsky *et al.*, 2013, p. 75).

Em virtude do avanço tecnológico e em conformidade com as necessidades iminentes do período, foram desenvolvidos inúmeros trabalhos, a fim de avaliar e analisar as características dos sistemas de controle (ou somente a deste) em correspondência às PIOs, envolvendo: modelos de piloto, servomecanismos, funções de descrição, leis de controle e demais abordagens não lineares dentro do PVS, envolvendo (ou não) a saturação de taxa.

Dentre algumas metodologias atuais empregadas para avaliar a estabilidade e a perda de controle (LOC) em relação (ou correspondente) aos FCS e às PIO, se expõe:

Tabela 10 – Metodologias empregadas para avaliar a estabilidade do FCS em relação à PIO/LOC

Abordagens, métodos e contribuições	Autor(es) [Ref.]
Alocação de controle (<i>Control Allocation technique to recover from Pilot-Induced Oscillations – CAPIO</i>)	Acosta <i>et al.</i> (2015), Boskovic & Mehra (2002), Durham & Bordignon (1996), Page & Steinberg (2000), Yildiz & Kolmanovsky (2010), Tohidi, Yildiz & Kolmanovsky (2017), Tohidi, Yildiz & Kolmanovsky (2018), Tohidi & Yildiz (2020) e Yildiz, Kolmanovsky & Acosta (2011).
<i>Anti-windup</i>	Barbu <i>et al.</i> (1999), Barbu <i>et al.</i> (2005), Biannic, Tarbouriech & Farret (2006), Biannic & Tarbouriech (2007, 2009), Brieger <i>et al.</i> (2012), Leonov <i>et al.</i> (2012), Puyon & Biannic (2013), Queinnec <i>et al.</i> (2017), Sofrony <i>et al.</i> (2006) e Virnig e Bodden (1994).
Cenários de bifurcação	Bucolo <i>et al.</i> (2020).
Controle adaptativo L_1	Wang, Santone & Cao (2012).
Controle integral proporcional de ordem fracionária (<i>Fractional-Order Proportional-Integral – FOPI</i>)	Yuan, Chen & Fei (2018).
Detecção em tempo real	Mitchell & Arencibia (2004).
Dica inteligente (<i>smart-cue</i>) e Ganho inteligente (<i>smart-gain</i>)	Klyde & McRuer (2009).
Dicas preditivas	Stepanyan <i>et al.</i> (2017).
Esquemas de compensação de limite de taxa (compensador DASA, SAAB, H_∞)	Gatley <i>et al.</i> (2006).
Estrutura de acidentes por perda de controle em voo (<i>Loss of Control - Accident Framework – LOCAF</i>)	Ancel & Shih (2012).
Indicadores de exibição	Lombaerts <i>et al.</i> (2017).
Modelo de controle preditivo (<i>Model Predictive Control – MPC</i>)	Galuppini, Magni & Raimondo (2018), Liang <i>et al.</i> (2007) e Rezaei & Khosravi (2023).
Plano de parâmetros	Perng (2011).
Pré-filtro não linear (RLPF*/SWRL*)	Liebst, Chapa & Leggett (2002).
Redes Neurais	Campbell <i>et al.</i> (2021).
Pequenas ondas (Wavelet)	Klyde <i>et al.</i> (2004); Klyde <i>et al.</i> (2020) e Thompson <i>et al.</i> (2004).
Voo virtual digital	Wang <i>et al.</i> (2021) e Wang <i>et al.</i> (2023).
Variedade central estável (<i>Center-stable manifold</i>)	Tran <i>et al.</i> (2017).

Obs.*: Alguns dos trabalhos incluídos não tratam diretamente da temática PIO, contudo, de maneira indireta, foram percussores e/ou contribuem ao assunto e/ou ao desenvolvimento do método.

RLPF: Pré-filtro limitador de taxa não linear (*Nonlinear Rate Limiter Prefilter*)

SWRL: Filtro de limite de taxa de software (*Software Rate Limit filter*)

3. CRITÉRIO PONTO DE INÍCIO DE CIRCUITO ABERTO

Neste capítulo, apresenta-se o desenvolvimento teórico e matemático do critério ponto de início de circuito aberto (OLOP). De início, serão abordados os conceitos básicos e fundamentais sobre as não linearidades e de seus comportamentos característicos, que poderão ser representados através do método da função descritiva; técnica esta, que permite a descrição de uma função não linear baseada nos termos da série de Fourier. Após esta etapa introdutória, será descrito o critério OLOP propriamente dito, que foi desenvolvido para avaliar a estabilidade de sistemas de controle de voo (FCS) às oscilações induzidas pelo piloto (PIO) devido a saturação de taxa do elemento limitador (RLE), com base na utilização da função descritiva.

3.1 Não linearidades

As não linearidades, assim como seu nome sugere, são caracterizadas devido aos comportamentos típicos e não lineares dos elementos dos sistemas dinâmicos, que embora possam ser aproximados – quando os efeitos são pequenos ou variam lentamente com o tempo, aos modelos quase-lineares, os seus padrões de comportamento são diferentes e distintos, dado a variedade de não linearidades existentes (Graham & McRuer, 1961, p. 1).

Em síntese, todos os sistemas físicos, segundo Slotine & Li (1991, p. 4), serão não lineares e irão conter parâmetros que variam no tempo em algum grau. Deste modo, os sistemas verdadeiramente não lineares serão aqueles que não podem ser definidos como “superlineares”, descritos por equações diferenciais ordinárias, lineares, com coeficientes constantes, ao qual, o método da função de transferência não é apropriado (Graham & McRuer, 1991, p. 1090).

As não linearidades são onipresentes nos sistemas dinâmicos, das quais pode-se dividi-las entre as categorias: parasitas, inerentes ou naturais (atritos, folgas, forças centrípetas) e intencionais, essenciais ou artificiais (limitação, amortecimento variável, pré-carga, relé), simples ou complexas, univariada ou multivariadas e contínuas ou descontínuas (Graham & McRuer, 1961, p. 26 e Slotine & Li, 1991, p. 4).

As não linearidades inerentes, parasitas ou naturais são implícitas do elemento ou do sistema dinâmico e para os quais se busca eliminá-las, ou ao menos minimizar os seus efeitos. De acordo com Graham & McRuer, (1991, p. 1091), existem inúmeras não linearidades desta categoria incluídas nos FCS, dependendo do elemento do sistema a ser analisado, dentre sensores, amplificadores, condicionadores de sinais, atuadores, conexões ou a própria aeronave. Em sistemas de controle manuais, as não linearidades estão relacionadas a atritos, folgas e histerese me-

cânica, que em geral, são indesejadas. Destaca-se que o advento dos sistemas de voo *Fly-by-Wire* (FBW) tem contribuído para a minimização destes efeitos.

Em contraponto, as não linearidades nos estágios posteriores de amplificação e de condicionamento de sinais tendem a serem intencionais, essenciais ou artificiais. A pré-carga tem sido aplicada nos manipuladores manuais FBW, com o intuito de evitar pequenos movimentos inadvertidos das mãos, para centralizar e dessensibilizar os manipuladores ou para carregar a folga em engrenagens (Graham & McRuer, 1991, p. 1095). Outro exemplo é a utilização da zona morta em sistemas de alívio de carga, para que os operadores somente atuem quando o fator de carga normal for superior a um dado valor mínimo.

A limitação e/ou saturação, assunto este que será abordado a seguir, estão incluídas entre as não linearidades intencionais, essenciais ou artificiais, dado as categorias quase contínuas ou essencialmente discretas (Graham & McRuer, 1991, p. 1095). Os efeitos da saturação dos amplificadores, dos limites de posição de controle e da limitação da velocidade do atuador produzem dependências na forma da resposta (e na estabilidade do controle) em relação à entrada.

São consideradas como quase contínuas, pois atuam dentro de um determinado limite, uma vez que serão inativas até que os valores sejam excedidos perante as quantidades de movimento (ou de alguma restrição física e/ou digital) do avião. Os limitadores são empregados principalmente para restringir o fator de carga e as posições de superfície de controle, além de serem utilizados para a proteção dos atuadores. Nas Figuras 53 e 54 são apresentados alguns dos elementos não lineares casualmente encontradas na literatura, reunidos entre simples e complexos:

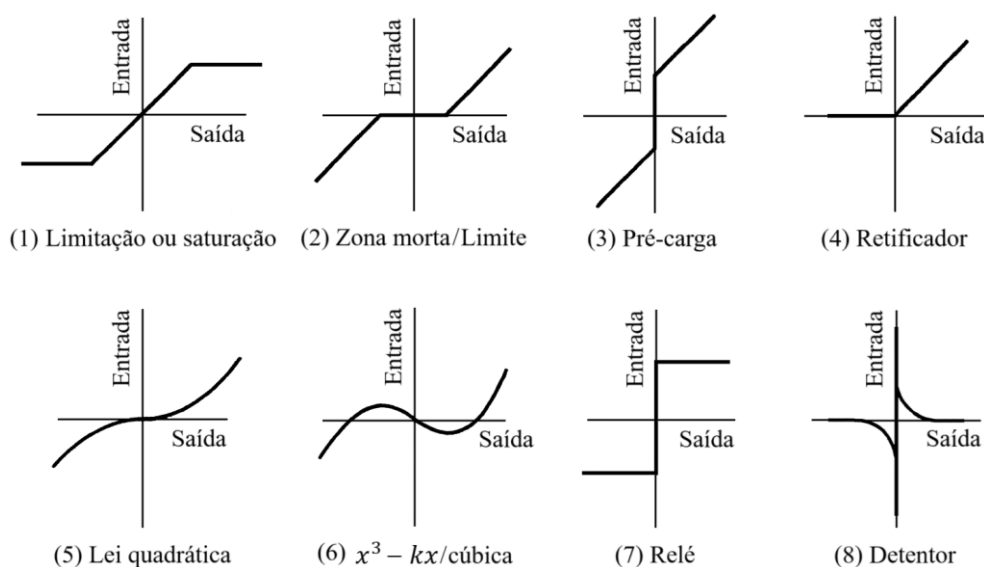


Figura 53 – Não linearidades simples.

[Adaptado de: Graham & McRuer (1961, p. 29, 1991, p. 1095)]

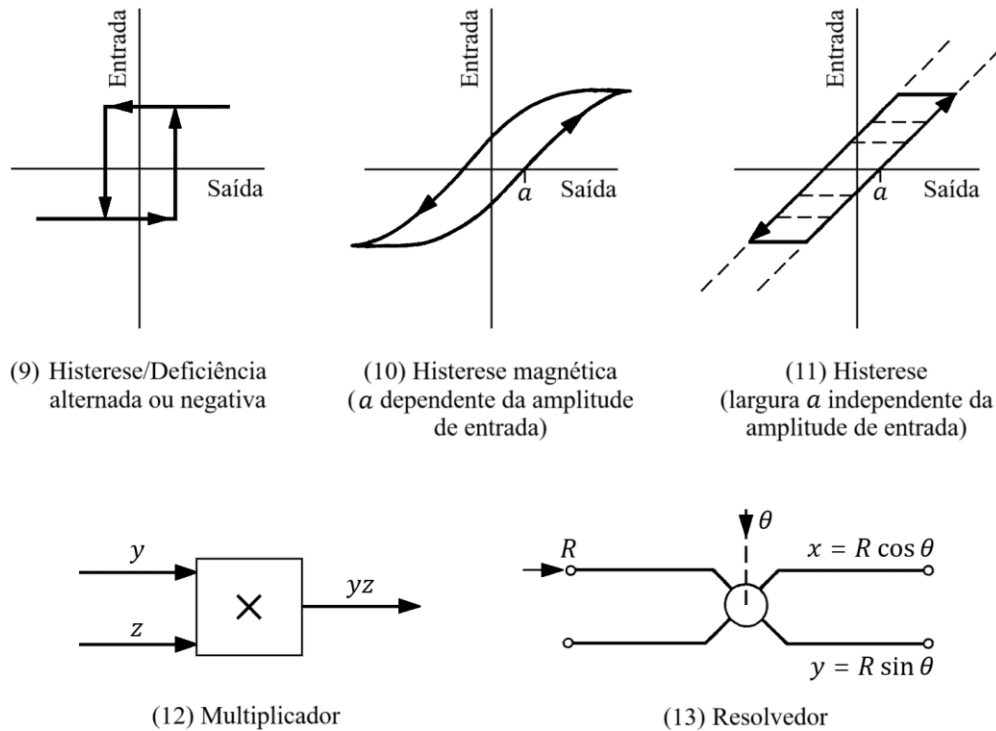


Figura 54 – Não linearidades complexas.

[Adaptado de: Graham & McRuer (1961, p. 29, 1991, p. 1095)]

Segundo Graham & McRuer (1991, p. 1093), os pilotos humanos, quando considerados como elementos quase-lineares do sistema de controle, dado sua capacidade de ajuste, podem, na medida do possível, inverter e amenizar os efeitos não lineares, ao fornecer mudanças nos ganhos e nos modos da aeronave, suprimindo em parte a demanda necessária para evitar a não linearidade.

Todavia, os esforços do piloto para manter o controle da aeronave podem resultar em oscilações sustentadas, condição instável e indesejada, que provoca as oscilações induzidas pelo piloto (PIO), assunto este que foi abordado no capítulo 2.4. Salienta-se que as causas e as soluções das PIO não estão relacionadas totalmente ao piloto (como o termo induzido aparenta sugerir), mas nas características não lineares dos sistemas e nos demais aspectos que tornam o sistema piloto-veículo (PVS) instável.

Neste sentido, os sistemas não lineares não são apenas diferentes dos lineares, nos quesitos físicos e matemáticos, além disso, os mesmos apresentam próprias características individualizadas, não existindo uma teoria geral que os enquadre. O princípio da sobreposição não é aplicável, assim como as transformações de Laplace, de modo que os problemas devem ser tratados diretamente e dentro de suas particularidades, dada a combinação de cenários e de combinações possíveis do sistema (Graham & McRuer, 1961, p. 45).

Apesar disso e embora a análise de sistemas de controle não lineares possam ser difíceis, existem três métodos habituais que podem ser aplicados, com suas respectivas vantagens e desvantagens, para obtenção de soluções aproximadas e de informações sobre a estabilidade em pequenos instantes, aos quais, destaca-se:

- Plano de fase

Método gráfico de estudo de sistemas não lineares de segunda ordem. Propõe-se a resolver graficamente uma equação diferencial de segunda ordem, resultando em trajetórias de movimento do sistema em um plano bidimensional, denominado por plano de fase.

- Teoria de Lyapunov

Método indireto e direto da teoria de Lyapunov. O método indireto, ou método de linearização, afirma que as propriedades de estabilidade de um sistema não linear nas proximidades de um ponto de equilíbrio são essencialmente as mesmas de sua aproximação linearizada. O método direto, ou análise de Lyapunov, é uma generalização dos conceitos de energia associados a um sistema mecânico: O movimento de um sistema mecânico é estável se sua energia mecânica total diminui o tempo todo.

- Função descritiva

O método da função descritiva permite que os elementos não lineares sejam descritos em funções de transferência quase lineares, para posterior utilização das técnicas lineares no domínio do tempo e da frequência.

Além destes três métodos, existem outras técnicas que partem para análises gráficas e/ou numéricas, em conjunto com as simulações computacionais. Embora as simulações numéricas possam ser de grande ajuda para a resolução dos problemas não lineares, tais métodos também não resolvem essencialmente os problemas associados a compreensão física das não linearidades e os resultados encontrados podem ser imprecisos, ou somente válidos para casos isolados.

Em relação à proposta desta dissertação, somente o método da função descritiva será abordado integralmente (capítulo 3.2). O mesmo será empregue para descrever uma função descritiva para o limitador de taxa, dada a não linearidade de limitação (capítulo 3.3). A seguir são abordados os principais comportamento dinâmicos dos sistemas não lineares.

3.1.1 Comportamento dos sistemas dinâmicos não lineares

As respostas de um sistema linear invariante no tempo a partir de quaisquer tipos de funções de forçamento pode ser representado a partir de uma função de ponderação do sistema (Equação 12 – capítulo 2.1.1). Segundo Gelb & Velde (1968, p. 7), o sistema, nesta condição, pode ser decomposto em relação aos seus modos dinâmicos normais, que são expressos como funções exponenciais e/ou senoidais complexas (capítulo 2.3.2), dado as condições iniciais.

Um resumo das respostas transitórias para um sistema e/ou para um elemento do sistema de controle pode ser visto na Figura 55 (Similar a Figura 39).

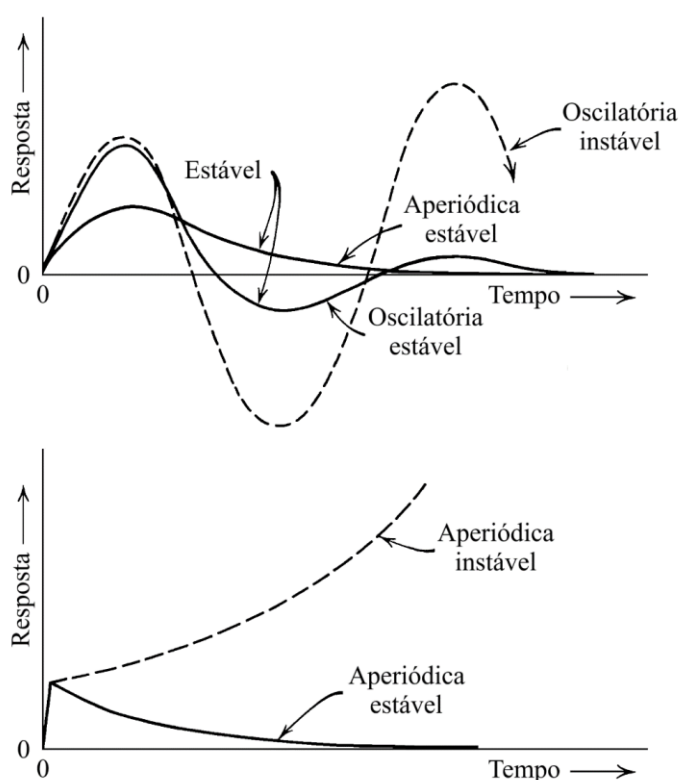


Figura 55 – Respostas transitórias estáveis e instáveis do sistema ou do elemento de controle.

[Adaptado de: Graham & McRuer (1961, p. 25)]

Todavia, ao contrário dos sistemas lineares (apesar que a definição de estabilidade para pequenas perturbações em um ponto de equilíbrio serem válidas e o comportamentos de alguns elementos serem similares), as características de resposta não podem ser sintetizadas de maneira similar ou de forma tão abrangente. Como mencionado no capítulo anterior, as não linearidades detêm de características próprias, que se distinguem entre si e que embora possam ser afetadas pelas condições iniciais, na maioria dos casos, a dinâmica resultante pode oscilar e/ou divergir de modo um tanto quanto “aleatória”.

Além disso, os sistemas e os elementos não lineares podem agir em faixa distintas, que podem levar o sistema a ser estável e instável para condições alternadas, e também para modos dinâmicos em que a característica oscilatória pode independe das condições iniciais (Slotine e Li, 1991, p. 8). Ademais, dentre as funções de forçamento impostas aos sistemas não lineares, destaca-se que a função senoide tem um papel importante (assim como nos sistemas de controle lineares), devido a aproximação de seu caráter quase senoidal para as entradas reais de alguns sistemas (Gelb & Velde, 1968, p. 7).

Outras funções que podem melhor representar o comportamento destes sistemas serão obtidas a partir de métodos estatísticos, utilizando a função de densidade de probabilidade para somar as entradas aleatórias independentes em uma distribuição (Gaussiana) normal (Graham & McRuer, 1961, p. 227). Este método representa melhor a variabilidade e a aleatoriedade dos sinais do piloto, mas que não será abordado perante essa dissertação.

Neste sentido, a entrada dos sinais de controle para os sistemas não lineares e/ou para os elementos não lineares afeta e pode introduzir efeitos subsidiários que vão além do próprio comportamento dinâmico da aplicação, de tal modo que sempre existirão algumas ressalvas para a análise de uma (ou mais) não linearidade(s). Todavia, de modo geral, alguns dos fenômenos e dos comportamentos típicos dos elementos não lineares foram sendo registrados e para os quais se pode definir:

- Equilíbrios múltiplos e/ou perda de precisão estática

De acordo com Graham & McRuer (1961, p. 38) e Khalil (2015, p. 8), um sistema não linear pode apresentar mais de um ponto de equilíbrio (capítulo 2.3.1) isolado, de tal modo que o sistema possa convergir e/ou divergir para mais de um estado estacionário. Essa condição indevida não acontece ao sistema lineares, que apresentam somente um ponto de equilíbrio, e para o qual o sistema deve/irá “atrair” as variáveis de estado do sistema.

Em Slotine e Li (1991, p. 7) é exposto um exemplo interessante sobre essa condição, dado um sistema não linear de primeira ordem $\dot{x} = -x + x^2$, que quando integrado, expõe dois pontos de equilíbrios em $x = 0$ e $x = 1$. Para $x_0 < 1$, o sistema converge para o ponto de equilíbrio $x = 0$ e quando $x_0 > 1$ a resposta tende a infinito.

- Tempo de escape (e/ou fuga) finito

Neste caso, as variáveis de estados tendem ao infinito em um tempo finito. Para o exemplo anterior, quando $x_0 > 1$, as respostas do sistema tendem ao infinito de modo muito rápido,

tal que existe um comportamento assintótico vertical que eleva os estados em um determinado instante (Slotine e Li, 1991, p. 7). Para o sistema linear, essa condição é amenizada, uma vez que o sistema atinge o infinito à medida que o tempo se aproxima do infinito (Khalil, 2015, p. 8).

- Novas frequências e/ou oscilações sub-harmônicas, harmônicas ou quase periódicas

Segundo Khalil (2015, p. 8), uma entrada de sinal periódica em um sistema não linear pode produzir novas frequências, que serão múltiplos e/ou submúltiplos desta entrada. Para uma entrada do tipo senoidal, a resposta de saída do sistema será composta pelos harmônicos e sub-harmônicos da saída. De acordo com Graham & McRuer (1961, p. 30), para a entrada de duas frequências de valores distintos, a resposta do sistema será dividida entre duas frequências correspondentes a entrada (podendo ser distintas em amplitude e fase), além das outras compostas por sua soma, diferença e dos demais harmônicos e sub-harmônicos (e de suas combinações).

Como será discutido nos capítulos subsequentes (3.2 e 3.3), a introdução de novas frequências é um fenômeno bem recorrente no sistema de controle reais e para os quais os demais harmônicos e sub-harmônicos serão considerados e/ou suprimidos dependendo do rigor e da proposta da análise. Para a não linearidade de limitação, descrita a partir do método da função descritiva, os termos superiores de maior ordem (correspondentes ao remanescente) poderão ser melhor compreendidos e interpretados.

- Dependência da forma e da estabilidade da resposta na amplitude e/ou na sequência de entrada

Essa característica está presente em muitos sistemas de controle e suas causas são vastas, uma vez que a dependência da forma (e possivelmente da estabilidade) pode ser estabelecida pelas condições iniciais de entrada. Segundo Graham & McRuer (1991, p. 1090), os efeitos da saturação de um amplificador, limites de posição de controle e limitação de velocidade de um atuador são exemplos clássicos para essa condição, onde o comportamento do sistema linear e não linear se distingue com o aumento da amplitude.

- Caos

Esse fenômeno abrangem os comportamentos dinâmicos “caóticos” das respostas do sistema, a partir de pequenas diferenças nas condições iniciais. O caos é uma condição extremamente sensível aos parâmetros de entrada, dado que sua saída é imprevisível, de tal modo que os movimentos do sistema não podem ser enquadrados a um comportamento típico.

De acordo com Slotine e Li (1991, p. 11), deve-se diferenciar os movimentos aleatórios dos caóticos, uma vez que o caos é um problema determinístico, que envolve poucas incertezas, diferentemente dos aleatórios. Os fenômenos caóticos podem ser observados em inúmeros sistemas físicos e reais, na presença de turbulência, em dinâmicas atmosféricas e em sistemas mecânicos e elétricos, envolvendo folgas e dinâmicas elásticas, assim como em sistemas de controle por realimentação de estado.

- Ciclos limite

De acordo com Graham & McRuer (1961, p. 41, 1991, p. 1090) e Slotine e Li (1991, p. 8), os ciclos limites podem ser definidos como uma oscilação não linear de frequência e amplitude fixas sem excitação externa, podendo também ser chamado de oscilação autoexcitada e/ou sustentada. Os ciclos limites representam um dos comportamentos típicos dos sistemas não lineares, tal que a oscilação independe das condições iniciais (diferentemente dos sistemas lineares) e dos parâmetros de entrada.

De maneira geral, esses fenômenos são indesejáveis, a não ser quando não são atribuídos de forma intencional (como no caso dos osciladores eletrônicos). Assim, é de interesse que os ciclos limite sejam evitados e previstos, de modo que o sistema esteja livre de sua ocorrência, dada uma certa faixa operacional de frequência.

Segundo Slotine e Li (1991, p. 163), os ciclos limites são indesejáveis e devem ser restringidos, pois reduzem a precisão de controle, quando o ciclo limite é instável, podendo causar desgastes progressivos ou falha mecânica no hardware do sistema de controle, além de causar efeitos subsidiários, como desconforto da tripulação e dos passageiros durante a condução do voo sob piloto automático.

Além disso, os ciclos limites estão e foram associados a suscetibilidade às oscilações induzidas pelo piloto (PIO) não lineares de categoria II, e para o qual se almeja sua restrição. De acordo com Ashkenas, Jex & McRuer (1964, p. 20), a análise sobre a tendência PIO não linear é sujeita a determinar os problemas fundamentais dos elementos controlados que podem causar uma oscilação sustentada quando o piloto tentar manter e controlar a aeronave.

Embora não seja necessário obter um conhecimento preciso da forma da onda de ciclo limite, o conhecimento sobre sua existência, bem como da amplitude e da frequência para sua ocorrência são importantes. De acordo com Slotine e Li (1991, p. 164) o método da função descritiva pode ser utilizado para esse propósito, dado que a função de descrição do elemento não linear permite que sua linearização seja utilizada para a previsão de ciclos limites.

- Ressonância de salto

O fenômeno de salto (*jump resonance*) é um fenômeno típico dos sistemas não lineares, principalmente quando estão associados a não linearidade de limitação (entre outras). Segundo Levinson (1953, p. 1 – sendo este um dos autores precursores sobre o assunto), ao verificar o desempenho de um servomecanismo (para sua aplicação, foi considerado um tacômetro de circuito fechado envolvendo um filtro passa-alta para posterior estudo da saturação, correlato a proposta expressa por Graham & McRuer, 1961, p. 32) a partir da resposta de frequência de circuito fechado com amplitude variável de entrada, alguns fenômenos peculiares foram vistos.

Para pequenas amplitudes, o comportamento do servomecanismo foi adequado ao ser comparado com a teoria clássica linear, com frequências de pico (ressonância) e de cruzamento próximas as esperadas. Todavia, à medida que a amplitude de entrada foi sendo aumentada para frequência maiores, foi observado um aumento abrupto na amplitude de pico (com queda correspondente no atraso de fase), para o qual a resposta “salta” ou “dobra”. Nesse caso, tem-se que o fenômeno de ressonância de salto tenha ocorrido.

Para entradas de amplitude ainda maiores, esse fenômeno é extinguido. Nota-se assim, que dentre um intervalo entre as amplitudes de entrada, ocorre um fenômeno distintos do comportamento linear, que é amenizado caso o regime seja “ultrapassado”. Esse conceito será melhor compreendido quando as faixas de atuação do elemento limitador de taxa (RLE) forem definidas, mas que a princípio, pode-se destacar que a ressonância de salto irá ocorrer quando um sistema de controle não linear passa por uma determinada região de transição entre o comportamento dinâmico linear e não linear.

Deste modo, o conceito sobre a ressonância de salto é importante, pois assim como foi explicado para os ciclos limite, ambos estes fenômenos estão associados a ocorrência das PIOs não lineares de categoria II. Segundo o Conselho Nacional de Pesquisa (NRC, 1997, p. 46), a ressonância de salto pode ocorrer durante as fases de transição de controle do piloto de circuito fechado, quando o mesmo está operando linearmente para a execução de uma tarefa exigente e a atividade demanda um ganho maior, de modo que o piloto adentra em regiões limitadas (não lineares) pela taxa de saturação do atuador.

Neste caso, a introdução de um pequeno aumento na amplitude de entrada do sistema de circuito fechado pode gerar um atraso de fase considerável e repentino, que pode levar o sistema piloto-veículo à desestabilização. De acordo com NRC (1997, p. 46 *apud* Duda, 1995, p. 290 e McRuer, Klyde & Myers, 1996, p. 590), a ressonância de salto associada a limitação de taxa

pode estar entre uma das principais fontes de PIOs do tipo penhasco (Figura 47), que são condições de instabilidade graves e arriscadas, que podem levar a perda de controle.

As qualidades de voo (escalas e classificações – capítulo 2.4.2) para essa condição podem decair consideravelmente a partir dos atrasos introduzidos e a questão sobre a estabilidade da aeronave irá depender da progressão dos eventos e da atividade de controle do piloto. Ademais, um resumo sobre os principais fenômenos e de seus respectivos comportamentos dinâmicos fortemente não lineares pode ser visto na Tabela 11.

Tabela 11 – Comportamento dos sistemas dinâmicos fortemente não lineares

Fenômeno	Movimento	Causas possíveis	Exemplos na aeronáutica
Ciclo limite	Movimento periódico subsequente a uma variedade de condições específicas	Diversos, mas incluindo limitação; zona morta/ limite e histerese	Leme flutuante com atrito seco; controle <i>bang-bang</i> ; servo hidráulico com compressibilidade do óleo; possível PIO; Flutter
Equilíbrios múltiplos; perda de precisão estática	Possível transição violenta entre equilíbrios estáveis; múltiplas posições de repouso	Atrito seco; aerodinâmica não linear; cinemática	Servos de posição; arfagem para cima; instabilidade de rolagem; rotações
Novas frequências	Componentes de frequência na saída, não na entrada ou nas perturbações	Característica de função par (retificador); multiplicador de frequência	Sustentação ou arrasto simétrico da lei quadrática; movimento anquilótico; acoplamentos laterais e longitudinais
Dependência da forma e da estabilidade da resposta na amplitude ou na sequência de entrada	Diversos	Saturação de amplificador ou servo; limitação de velocidade; amortecimento variável	Limitação deliberada; controle <i>bang-bang</i> ; controle adaptativo; amortecedor de guinada não linear
Ressonância de salto	Transição súbita de uma amplitude (de oscilação) para outra	"Mola" dura ou macia	Arfagem para cima é um exemplo aperiódico
Caos	Movimento imprevisível, mas com alguns "ciclos", muitas vezes com extrema sensibilidade a condições específicas	Diversos	Aeroelasticidade; Asas com alta razão de aspecto; Problemas associados as não linearidades de pré-carga, cúbica, zona-morta e histerese (Xiang, Yan & Li, 2014)

[Adaptado de: Graham & McRuer (1991, p. 1091)]

3.2 Método da função descritiva

A técnica da função descritiva, como mencionado no capítulo 2.1.2, possibilita o uso de técnicas lineares aos sistemas de controle envolvendo não linearidades, a partir da descrição de funções de transferência quase lineares, mais uma quantidade adicional, chamada de remanescente. Segundo Slotine & Li (1991, p. 157), as principais aplicações do método são: prever ciclos limites, sub harmônicos, fenômenos de salto e respostas de sistema não lineares a entradas senoidais. O método da função descritiva pode ser aplicado para um sistema básico, contendo a não linearidade e o elemento linear em circuito fechado, conforme a Figura 56.

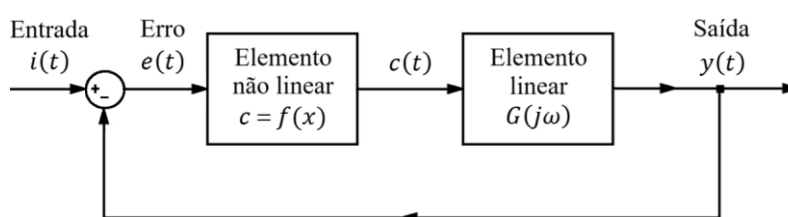


Figura 56 – Sistema de controle básico não linear de circuito fechado.
[Adaptado de: Graham & McRuer (1961, p. 145), Slotine & Li (1991, p. 162)]

A função descritiva usualmente pode ser aproximada em relação aos termos de primeira ordem da função trigonométrica, dentro da faixa fundamental aos sinais de entrada e saída do sistema. O remanescente representa os sinais de alta frequência, consistindo de todos os demais termos da série de Fourier, ao qual, de acordo com Graham & McRuer (1961, p. 108) e Slotine & Li (1991, p. 163), poderão ser desconsiderados, uma vez que os sistemas de ordem superior suprimem, em parte, os harmônicos de alta frequência, proporcionando uma resposta aceitável em caráter passa-baixa (*low pass* – maioria dos sistemas físicos).

Segundo Slotine & Li (1991, p. 164), o sistema de controle básico não linear contendo a não linearidade (Figura 56), para que possa ser linearizado e aproximado por uma função quase linear, deve satisfazer as seguintes condições:

1. Existir apenas um único componente não linear;
2. O componente não linear deve ser invariante no tempo;
3. Dada uma entrada senoidal $e(t) = A \sin(\omega t)$, apenas o componente fundamental $f_1(t)$ na saída $c(t)$ será considerado.
4. A não linearidade é ímpar.

Em relação as suposições, se pode descrever:

1. Implica que os componentes não lineares, caso sejam maiores que um ou mais, deverão ser agrupados e/ou negligenciados em ordem de interesse;
2. Condição estabelecida perante a aplicação do critério de Nyquist para sistemas autônomos não lineares invariantes no tempo;
3. Apenas o termo fundamental da série trigonométrica será utilizado, dado que os sistemas tenham propriedades passa-baixa (filtra os harmônicos de ordem superior), de acordo com a Equação 36.

$$|G(j\omega)| \gg |G(jn\omega)|, \quad n = 2, 3, \dots \quad (36)$$

4. Por praticidade, o gráfico da relação não linear $N(e(t))$ entre a entrada e a saída é simétrico à origem.

Diante das suposições estipuladas, pode-se descrever a função de saída do elemento não linear $c(t)$ com base nos termos da série trigonométrica, sendo que, a priori, serão apresentados todos os demais termos, além do fundamental ($n = 1$), de acordo com a Equação 37. Os termos de ordem $n \geq 2$ serão considerados como harmônicos superiores e que serão desconsiderados a partir da condição 3. Posteriormente (ao longo deste capítulo) será possível avaliar a influência predominante do termo fundamental, em comparação aos demais termos.

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos(x) + a_2 \cos(2x) + \dots + b_1 \sin(x) + b_2 \sin(2x) \quad (37)$$

Ademais, a Equação 37 pode ser abreviada em sua forma compacta (Equação 38).

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx) \quad (38)$$

Os coeficientes da série de cossenos e senos podem ser obtidos a partir de identidades trigonométricas, derivadas das condições de ortogonalidade e da integração ao longo do intervalo fundamental ($a \leq x \leq a + 2\pi$), que resulta nas Equações 39, 40 e 41.

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_a^{a+2\pi} f(x) dx \quad (39)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_a^{a+2\pi} f(x) \cos(nx) dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (40)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_a^{a+2\pi} f(x) \sin(nx) dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (41)$$

Uma faixa conveniente para o estudo destas equações (39, 40 e 41) será entre o intervalo $(-\pi \leq x \leq \pi)$. Sendo $a = -\pi$, os coeficientes da série (a_0 , a_n e b_n) podem ser reescritos de acordo com as Equações 42, 43 e 44.

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (42)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (43)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (44)$$

Caso $f(x)$ seja uma função par $f(-x) = f(x)$, a Equação 38 por ser reduzida, segundo a Equação 45, com seus coeficientes expostos na Equação 46.

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) \quad (45)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) dx, \quad a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad (46)$$

Sendo ímpar $f(-x) = -f(x)$, a Equação 38 torna-se a expressão a ser apresentada na Equação 47, com coeficientes, segundo a Equação 48.

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx) \quad (47)$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin(nx) dx \quad (48)$$

Além destas considerações, outra abordagem de interesse ocorre quando se quer analisar as funções entre o intervalo $(-\infty \leq x \leq \infty)$ e tendo em vista o caráter cíclico das funções trigonométricas, a função $f(x)$ pode ser expressa em termos de uma função periódica, com período P igual a $2\pi/\omega$. A periodicidade da função (sendo n uma constante inteira, positiva ou negativa) pode ser definida, segunda a Equação 49.

$$f(t + nP) = f\left[t + n\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)\right] = f(t) \quad (49)$$

De modo que a Equação 37, torna-se a expressão apresentada na Equação 50,

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos(\omega t) + a_2 \cos(2\omega t) + \dots + b_1 \sin(\omega t) + b_2 \sin(2\omega t) \quad (50)$$

com representação compacta, de acordo com a Equação 51 e

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t) \quad (51)$$

sendo os seus coeficientes retratados pelas Equações 52, 53 e 54:

$$a_0 = \frac{\omega}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} f(t) d(\omega t) \quad (52)$$

$$a_n = \frac{\omega}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} f(t) \cos(n\omega t) d(\omega t), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (53)$$

$$b_n = \frac{\omega}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} f(t) \sin(n\omega t) d(\omega t), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (54)$$

De acordo com Guillemin (1949, p. 453), os ângulos de fase entre harmônicos podem ser obtidos a partir das identidades trigonométricas expostas nas Equações 55 e 56,

$$c_n \cos(n\omega t + \phi_n) \equiv c_n \sin\left(n\omega t + \frac{\pi}{2} + \phi_n\right) \quad (57)$$

$$c_n \cos(n\omega t + \phi_n) \equiv c_n \cos(\phi_n) \cos(n\omega t) - c_n \sin(\phi_n) \sin(n\omega t) \quad (58)$$

ao qual, as séries trigonométricas podem ser reescritas com base em uma série de cosenos (e/ou de senos), de acordo com as Equações 59 e 60,

$$f(t) = \frac{c_0}{2} + c_1 \cos(\omega t + \phi_1) + c_2 \cos(2\omega t + \phi_2) + \dots \quad (59)$$

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega t + \phi_n) \quad (60)$$

em que, seus coeficientes podem ser obtidos, segundo as Equações 61 e 62.

$$a_0 = c_0, \quad a_n = c_n \cos(\phi_n), \quad b_n = -c_n \sin(\phi_n) \quad (61)$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \phi_n = -\tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \quad (62)$$

Resultado este que pode ser expresso em sua representação complexa, segundo a Equação 63, dada a correlação exponencial para as funções trigonométricas, conforme a Equação 64.

$$f(t) = \frac{c_0}{2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega t} \quad (63)$$

$$e^{jnx} = \cos(x) + j \sin(x), \quad e^{jn\omega t} = \cos(n\omega t) + j \sin(n\omega t) \quad (64)$$

O termo que tem a frequência angular fundamental é comumente chamado de componente fundamental da função periódica $f(t)$ e os demais termos, cujas frequências são múltiplos inteiros da fundamental, chamados de harmônicos. Para maior esclarecimento sobre a obtenção de alguns dos resultados, fica a sugestão de leitura em Zill (2018, p. 677 a 690); Guillemin (1949, p. 436 a 454) e Kreyszig, E.; Kreyszig, H. & Norminton, E. (2018, p. 474 a 490).

Dada a formulação matemática anterior, a função descritiva, conforme a Figura 57, pode ser desenvolvida, considerando (3ª suposição) uma entrada senoidal $e(t) = A \sin(\omega t)$. A saída do elemento não linear $c(t)$, conforme Slotine e Li (1991, p. 165), pode ser aproximada por uma função periódica, descrita em função dos termos fundamentais da série trigonométrica e das suposições propostas.

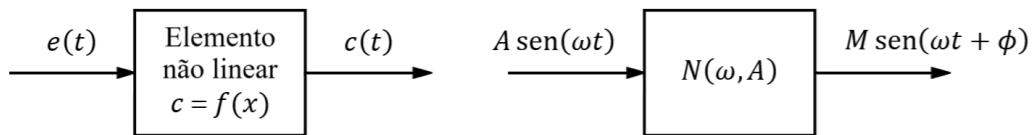


Figura 57 – O elemento não linear e sua representação como função descritiva.

[Adaptado de: Slotine & Li (1991, p. 162)]

A saída $c(t)$, apesar de ser periódica, não é senoidal, de modo que os harmônicos de maiores ordens afetam e sobrepõem a resposta do elemento não linear. Todavia, o remanescente, incluindo os demais termos, serão filtrados se o sistema apresentar características passa-baixa.

Em que, para $n = 1$ e $a_0 = 0$ (4ª suposição), a Equação 38 pode ser reescrita de acordo com as Equações 65 e 66.

$$c(t) = f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t) \quad (65)$$

$$c(t) \approx f_1(t) = a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t) \quad (66)$$

Dada a definição para funções periódicas (Slotine & Li, 1991, p. 165 – Equação 49), tem-se que a expressão pode ser resumida, segundo a Equação 67 e

$$f\left[A \sin\left(\omega\left(t + n\frac{2\pi}{\omega}\right)\right)\right] = f[A \sin(\omega t)] \quad (67)$$

de acordo com a Equação 57 e Figura 57, a saída $c(t)$ pode ser dada pela Equação 68.

$$c(t) = a_1 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + b_1 \sin(\omega t) = M \sin(\omega t + \phi) \quad (68)$$

Isso implica que a saída do elemento não linear corresponde aos termos fundamentais de uma senoide de mesma frequência à entrada senoidal, representada pelas Equações 69 e 70,

$$M(\omega, A) = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \quad \phi(\omega, A) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{b_1}{a_1}\right) \quad (69)$$

$$\sin \phi(\omega, A) = \frac{b_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}, \quad \cos \phi(\omega, A) = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} \quad (70)$$

podendo ser representada também em seu formato complexo, segundo a Equação 71.

$$c(t) = M e^{j(\omega t + \phi)} = (a_1 + j b_1) e^{j \omega t} \quad (71)$$

Segundo Slotine & Li (1991, p. 166), o conceito de função de resposta no domínio da frequência pode ser aplicado, ao qual, a entrada senoidal é comparada a saída senoidal de um dado sistema. Neste sentido, a função descritiva do elemento não linear $N(\omega, A)$ pode ser definida como a razão entre a saída do elemento não linear $c(t)$ (dado os seus termos fundamentais) em relação a sua entrada $e(t)$, de acordo com a Equação 72.

$$N(\omega, A) = \frac{c(t)}{e(t)} = \frac{M e^{j(\omega t + \phi)}}{A e^{j \omega t}} = \frac{M}{A} e^{j \phi} = \frac{1}{A} (a_1 + j b_1) \quad (72)$$

3.3 Elemento limitador de taxa

O limitador de taxa, composto pela não linearidade de limitação (nome adotado preferencialmente para indicar a não linearidade, ao invés de saturação) é um elemento intencionalmente incluído aos sistemas dinâmicos para limitar e restringir grandezas e/ou outros dispositivos, em relação ao seu tamanho, material e/ou potência disponível. O seu funcionamento pode ser descrito conforme a Figura 58, sendo que a linha inteira representa o seu comportamento real e a linha tracejada, sua idealização.

A partir de uma entrada pequena e gradativa no sistema, sua resposta tende a ser correspondente (e/ou proporcional), até um dado limite, ao qual, o dispositivo irá saturar (pouco ou nenhum aumento significativo é adicionado a saída), de acordo com o máximo valor adotado.

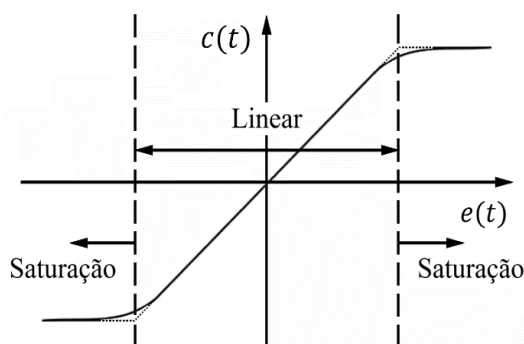


Figura 58 – Não linearidade de limitação.
[Adaptado de: Slotine e Li (1991, p. 170)]

Segundo Slotine & Li (1991, p. 170), a maioria dos atuadores exibem esta característica, tanto em atuadores com acionamento feito por servomotores, devido às limitações impostas ao torque de saída pela propriedade magnética do material, quanto em atuadores hidráulicos, dada a vazão máxima permitida entre as válvulas de controle.

No capítulo 2.4.1 é dito que as não linearidades podem ocasionar às PIO devido ao seu comportamento anômalo dentro do sistema de controle, além disso, para o caso particular das PIO de Categoria II, tem-se que as principais causas para sua ocorrência são em razão da saturação de taxa e/ou da posição dos atuadores da superfície aerodinâmica de controle. A saturação de taxa, em condições instáveis, promove atrasos adicionais na resposta do atuador, reduzindo o ganho efetivo e a margem de estabilidade do piloto, que procura compensar os seus efeitos, autossustentando a oscilação inadvertida.

A seguir é feita a descrição do limitador de taxa contendo a não linearidade de limitação.

3.3.1 Função descritiva para o limitador

A relação entre a saída e a entrada de uma não linearidade de limitação pode ser vista na Figura 59, sendo a magnitude e o instante de tempo de saturação determinados por a_s e γ_s , com inclinação da faixa linear descrito por k_{a_s} (por conveniência, em função dos cálculos posteriores, $a_s = a$, $\gamma_s = \gamma$ e $k_{a_s} = k$). A função descritiva para o limitador pode ser desenvolvida para dois casos, considerando um sinal de entrada do tipo senoidal $e(t) = A \sin(\omega t)$.

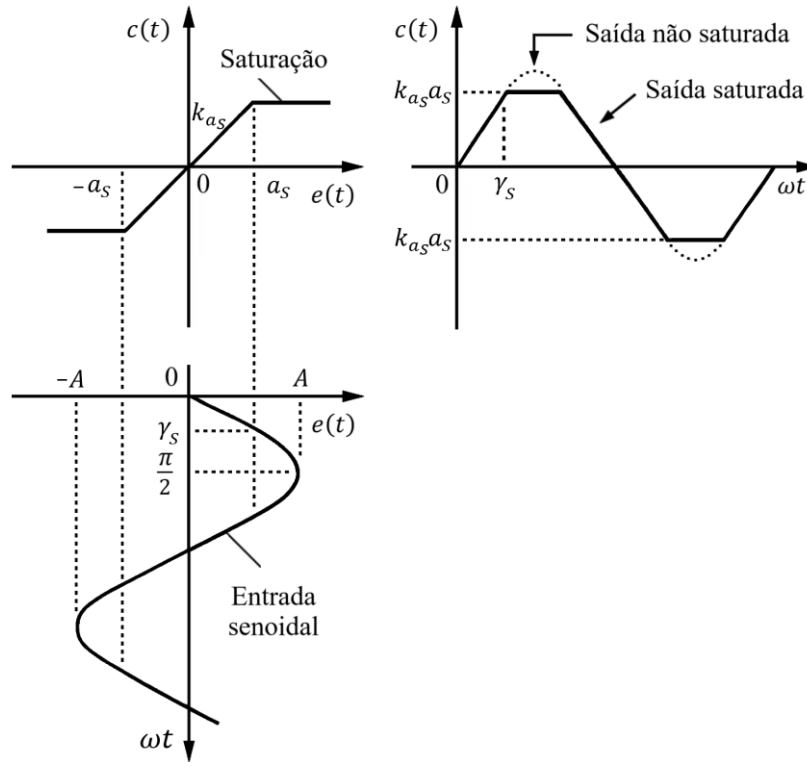


Figura 59 – Não linearidade de limitação com saída típica para uma entrada senoidal.
[Adaptado de: Graham & McRuer (1961, p. 106), McRuer & Krendel (1957, p. 20),
Northrop Aircraft (1952, p. VI-6) e Slotine & Li (1991, p. 173)]

Se $A < a$, a entrada $e(t)$ para o RLE permanecerá dentro do intervalo linear, ao qual, a resposta correspondente pode ser descrita somente pela constante k , sendo $c(t) = kA \sin(\omega t)$. Para o segundo caso, se $A > a$, conforme a Figura 59, tem-se que a função descritiva pode ser expressa, segundo os intervalos expostos nas Equações 73 e 74.

$$c(t) = \begin{cases} kA \sin(\omega t) & 0 \leq \omega t \leq \gamma \\ ka & \gamma < \omega t \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (73)$$

$$A \sin \gamma = a, \quad \gamma = \sin^{-1} \left(\frac{a}{A} \right) \quad (74)$$

Para as não linearidades, simples, simétricas e ímpares ($a_0 = 0, a_n = 0$), sujeitas a entradas senoidais, uma vez que os termos cossenos e os harmônicos senos pares serão zero, de acordo com as Equações 47 e 48, do capítulo 3.2, Apêndice A. 2 e segundo Graham & McRuer (1961, p. 105) e Slotine & Li, (1991, p. 174), a função de descritiva para a não linearidade de limitação pode ser expressa, conforme a Equação 75.

$$c(t) = f(t) = b_1 \sin \omega t + b_3 \sin 3\omega t + b_5 \sin 5\omega t + \dots + b_n \sin n\omega t \quad (75)$$

Recordando que para o desenvolvimento da função descritiva somente o termo fundamental foi adotado, desconsiderando os demais termos superiores, que compõe os harmônicos do elemento remanescente, segundo a Equação 76.

$$c(t) = b_1 \sin \omega t + \underbrace{\sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} b_n \sin n\omega t}_{\text{Remanescente: } n(t)} \quad (76)$$

O coeficiente b_1 da série de Fourier pode ser obtido a partir da Equação 77.

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(x) dx \quad (77)$$

Dada a simplificação para função ímpar (Equação 48) e considerando a periodicidade da função $f(t)$, (Equação 54 – suprimindo os termos ω nas integrais) e adotando os intervalos propostos (Equação 73) para o limitador $c(t) = f(t)$, chega-se às Equações 78 e 79.

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} c(t) \sin(\omega t) d(\omega t) \quad (78)$$

$$b_1 = \frac{4}{\pi} \int_0^{\gamma} kA \sin(\omega t) \sin(\omega t) d(\omega t) + \frac{4}{\pi} \int_{\gamma}^{\frac{\pi}{2}} ka \sin(\omega t) d(\omega t) \quad (79)$$

Simplificando a Equação 79, obtém-se a Equação 80.

$$b_1 = \frac{4k}{\pi} \left[A \int_0^{\gamma} \sin^2(\omega t) d(\omega t) + a \int_{\gamma}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t) d(\omega t) \right] \quad (80)$$

Rearranjando o termo $\sin^2(\omega t)$, dada a sua relação trigonométrica $\sin^2(\omega t) = [(1 - \cos(2\omega t))/2]$ e integrando ambas as partes, chega-se à expressão exposta na Equação 81,

$$b_1 = \frac{2kA}{\pi} \left[\left(\gamma - \frac{\sin(2\gamma)}{2} \right) + \frac{2a}{A} \cos(\gamma) \right] \quad (81)$$

que pode ser simplificada através da identidade $\sin(2\theta) = 2 \sin(\theta) \cos(\theta)$, resultando na expressão apresentada na Equação 82.

$$b_1 = \frac{2kA}{\pi} \left[\gamma - \sin(\gamma) \cos(\gamma) + \frac{2a}{A} \cos(\gamma) \right] \quad (82)$$

Segundo a Equação 74, o termo seno pode ser alterado em função de a e A , ao qual, pode-se chegar as Equações 83 e 84.

$$b_1 = \frac{2kA}{\pi} \left[\gamma - \frac{a}{A} \cos(\gamma) + \frac{2a}{A} \cos(\gamma) \right] \quad (83)$$

$$b_1 = \frac{2kA}{\pi} \left[\gamma - \frac{a}{A} \cos(\gamma) \right] \quad (84)$$

Transformando o termo cosseno, dado sua identidade trigonométrica, obtém-se o resultado exposto na Equação 85 e

$$b_1 = \frac{2kA}{\pi} \left[\gamma - \frac{a}{A} \sqrt{1 - \sin^2(\gamma)} \right] \quad (85)$$

substituindo γ na Equação 85, chega-se à expressão final apresentada na Equação 86.

$$b_1 = \frac{2kA}{\pi} \left[\sin^{-1} \left(\frac{a}{A} \right) - \frac{a}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A} \right)^2} \right] \quad (86)$$

De acordo com Graham & McRuer (1961, p. 85), a expressão para o coeficiente b_1 pode ser expandida para o caso b_n , segundo a Equação 87.

$$b_n = \frac{4A}{\pi(1 - n^2)} \left[\left(\frac{a}{A} \right) \frac{\cos(n\gamma)}{n} - \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A} \right)^2} \sin(n\gamma) \right] \quad (87)$$

A partir da obtenção do coeficiente b_1 da série de Fourier para a não linearidade de limitação, pode-se obter a função descritiva quase linear para o elemento limitador de taxa, dada a

razão entre o sinal de entrada senoidal $e(t) = A \sin(\omega t)$ e de sua resposta de saída correspondente $c(t) = b_1$, conforme a Equação 88.

$$N(A) = \frac{c(t)}{e(t)} = \frac{b_1}{A} = \frac{2k}{\pi} \left[\sin^{-1} \left(\frac{a}{A} \right) - \frac{a}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A} \right)^2} \right] \quad (88)$$

De acordo com Slotine e Li (1991, p. 174) e segundo a Figura 60 – função descritiva normalizada $N(A)/k$ sobre A/a , pode-se observar três características para esta função, sendo:

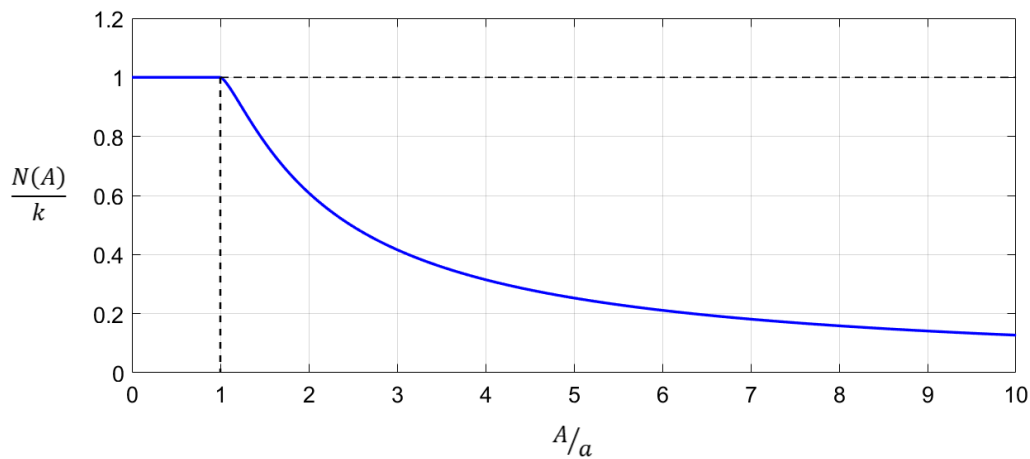


Figura 60 – Função descritiva da não linearidade de limitação.

1. $N(A) = k$, se a amplitude de entrada estiver dentro da faixa linear $A < a$;
2. $N(A)$ diminui à medida que a amplitude de entrada A aumenta e
3. Não há mudança de fase, uma vez que a saturação não ocasiona atraso à entrada.

A seguir, expõe-se ambos os elementos do sistema, dada sua representação característica real para a não linearidade de limitação e seu equivalente quase linear para o limitador unitário com entrada senoidal, $a/A < 1$, segundo a Figura 61.

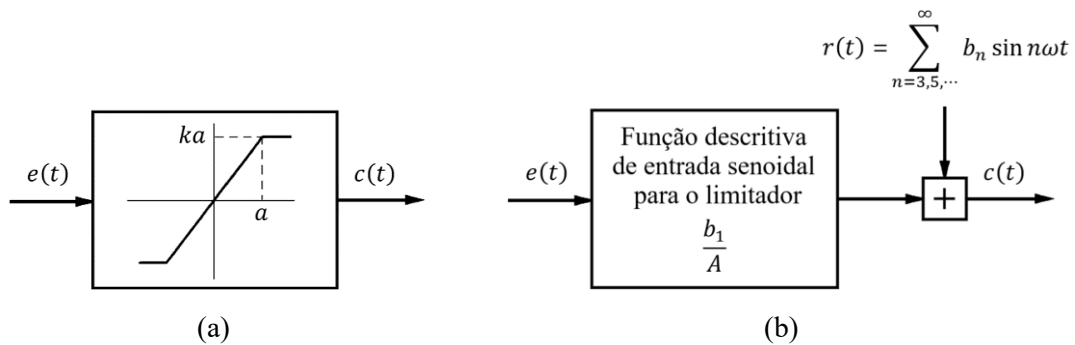


Figura 61 – (a) Característica de transferência real para a não linearidade de limitação e (b) característica linear equivalente para o limitador unitário com entrada senoidal $a/A < 1$.

[Adaptado de: Graham & McRuer (1961, p. 86) e McRuer & Krendel (1957, p. 21)]

A razão de amplitude e o ângulo de fase para a função descritiva senoidal para a limitação pode ser vista na Figura 62, onde é exposto o termo fundamental, incluindo os harmônicos “remanescentes”. As razões de amplitude são descritas a partir das relações b_1/A – fundamental, b_3/b_1 e b_5/b_1 – 3º e 5º harmônico, considerando o ângulo de fase de entrada igual à zero, admitindo um ganho puro que oscila apenas com a amplitude de entrada, dado o parâmetro a/A .

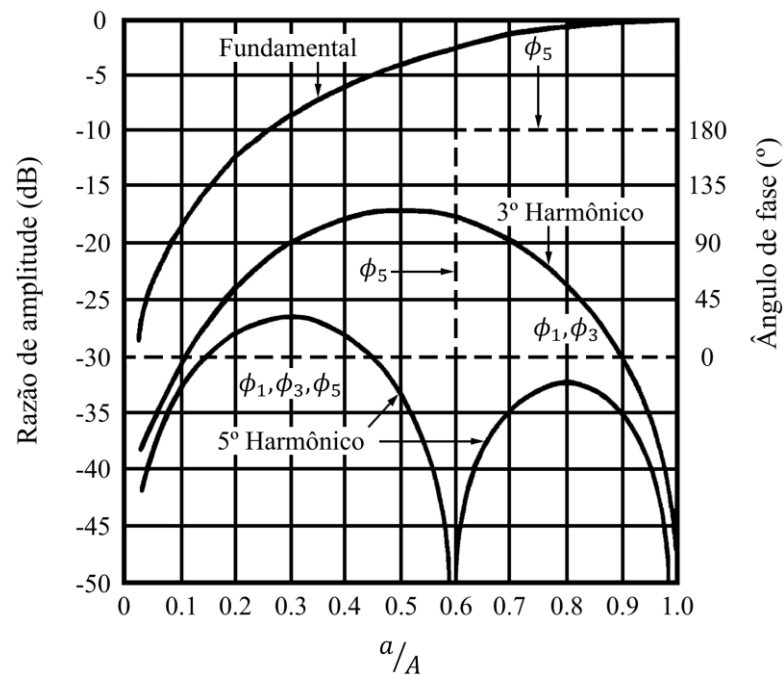


Figura 62 – Função descritiva senoidal para a não linearidade de limitação.

[Adaptado de: McRuer & Krendel (1957, p. 22) e Northrop Aircraft (1952, p. VI-8)]

A partir do desenvolvimento teórico anterior e dado o interesse em avaliar as características de ambos os elementos do sistema, tanto de seu comportamento real, quanto para seu o equivalente, a não linearidade de limitação será analisada perante um modelo simplificado do atuador contendo o RLE, ao incluir um integrador no caminho direto (em série) do sistema de controle em circuito fechado, de acordo com a Figuras 63 e 64.

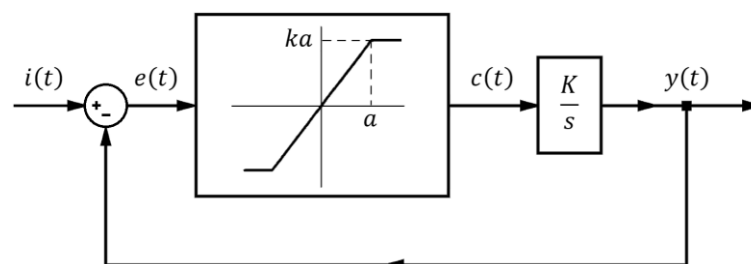


Figura 63 – Sistema de controle básico contendo o RLE e um integrador em circuito fechado.

[Adaptado de: Chen (1956, p. 355), Graham & McRuer (1961, p. 81) e McRuer e Krendel (1957, p. 29)]

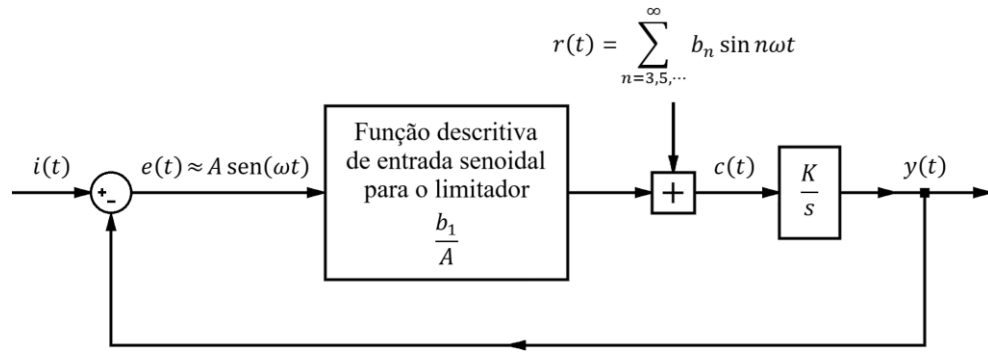


Figura 64 – Sistema de controle básico contendo a função descritiva para o RLE e um integrador em circuito fechado.
[Adaptado de: Graham e McRuer (1961, p. 86)]

A abordagem de um modelo de atuador para a superfície de controle aerodinâmica com saturação de taxa será desenvolvida futuramente com este propósito, de acordo com os trabalhos feitos por: Ashkenas, Jex & McRuer (1964), Klyde, McRuer & Myers (1995, 1997), Klyde & Mitchell (2004) e Klyde (2022). A avaliação do limitador de taxa quase linear será feita nos próximos capítulos para a aplicação da função descritiva aproximada, em conjunto com a teoria necessária para aplicação do critério OLOP.

3.3.2 Função descritiva aproximada para o limitador

Para o caso altamente saturado, a saída do sistema de controle pode ser aproximada por uma função periódica de caráter triangular e segundo Hanke (1995, p. 11-3), para uma entrada do tipo senoidal, o padrão de comportamento do sistema envolvendo o elemento limitador de taxa (RLE) pode ser descrito conforme a Figura 65.

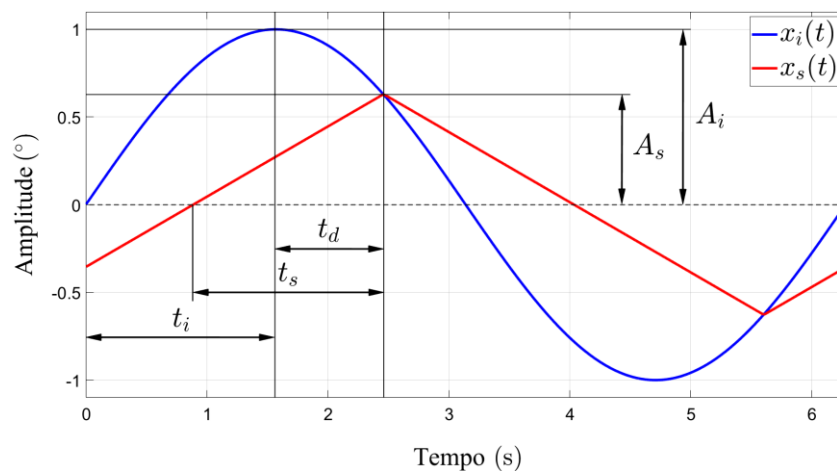


Figura 65 – Resposta de tempo do RLE para uma entrada senoidal e saída triangular.
[Adaptado de: Hanke (1995, p. 11-10)]

A resposta oscilatória do sistema para a condição estacionária pode ser empregada para o desenvolvimento da função descritiva do elemento limitador, em função dos termos fundamentais da série trigonométrica, desenvolvida anteriormente (capítulo 3.2) e de acordo com a Equação 89, dado seus coeficientes, nas formas apresentadas na Equação 90.

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{jn\omega t} \quad (89)$$

$$x_1 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) e^{j\omega t} dt, \quad x_1 = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) [\cos(\omega t_0) + j \sin(\omega t_0)] dt \quad (90)$$

Para o RLE, o sinal de entrada senoidal será definido pela Equação 91,

$$x_i(t) = A_i \sin(\omega t) \quad (91)$$

com sua respectiva taxa descrita pela Equação 92.

$$\dot{x}_i(t) = A_i \omega \cos(\omega t) \quad (92)$$

Dado que a taxa máxima de entrada $\dot{x}_{i,max}(t)$ ocorre quando o $\cos(\omega t) = 1$, sendo o período do sinal senoidal igual a $P = 4t_i$ e a frequência $\omega = \pi/2t_i$, de acordo com a Equação 93. Além disso, no estado estacionário, $t_1 = t_0$.

$$\dot{x}_{i,max} = A_i \omega = \frac{\pi A_i}{2 t_i} \quad (93)$$

A função descritiva para o RLE será determinada a partir da obtenção da função de magnitude $M(\omega, A)$ e do ângulo de fase ϕ . Neste sentido, a taxa de magnitude de entrada ou saída K , empregue para obtenção da primeira parcela do elemento não linear é obtida a partir da razão entre as taxas de saída constante do limitador $\dot{x}_s = A_s/t_s$ e de entrada máxima (Equação 93) das funções triangular e senoidal, conforme a Equação 94.

$$K = \frac{A_s}{A_i} = \frac{A_s}{\dot{x}_{i,max}} \left(\frac{\pi}{2t_i} \right) = \frac{\pi}{2} \frac{\dot{x}_s}{\dot{x}_{i,max}} \quad (94)$$

Sendo a taxa máxima do limitador $R = \dot{x}_s = \pm A_s/t_s$, a Equação 94 pode ser reescrita em função de R e ω , segundo a Equação 95.

$$K = \frac{\pi}{2} \frac{R}{\omega A_i} \quad (95)$$

O ângulo de fase ϕ entre a onda senoidal de entrada e a onda triangular de saída pode ser obtido a partir do atraso de tempo t_d , demarcado através do cruzamento entre as curvas $x_i(t)$ e $x_s(t)$, em $t = t_i + t_d$ (Figura 65), que pode ser calculado através da Equação 96.

$$A_i \sin(\omega(t_i + t_d)) = A_s \quad (96)$$

Expandindo o termo seno na Equação 96, chega-se à Equação 97.

$$A_i [\sin(\omega t_i) \cos(\omega t_d) + \sin(\omega t_d) \cos(\omega t_i)] = A_s \quad (97)$$

Sendo $\omega t_i = \pi/2$, $K = A_s/A_i$ e $\phi = -\omega t_d$, a Equação 97 pode ser resolvida resultando na expressão exposta na Equação 98.

$$\cos(\phi) = -K \quad \text{ou} \quad \phi = -\cos^{-1}(K) \quad (98)$$

Destes resultados, tem-se que a função descritiva $N(\omega, A)$ pode ser concebida, sendo que a magnitude $M(\omega, A)$ para a onda periódica triangular foi obtida do termo fundamental da série de Fourier ($n = 1$), desenvolvido no Apêndice A. 2, para expansão de meio intervalo ímpar, segundo a Equação 99.

$$f(x) = \frac{8A}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n^2} = \frac{8A_s}{\pi^2} \sin(\omega t) \quad (99)$$

Deste modo, a função descritiva para o RLE pode ser definida segundo as Equações 72, 98 e 99, dada a expressão exposta na Equação 100.

$$N(j\omega, A_i) = \frac{x_0(t)}{x_i(t)} = \frac{M e^{j(\omega t + \phi)}}{A_i e^{j\omega t}} = \frac{8K}{\pi^2} e^{-j \cos^{-1}(K)} \quad (100)$$

De acordo com Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 36), as não linearidades de limitação de taxa e posição, quando associadas à dinâmica efetiva do veículo (aeronave) tornam a análise PIO mais complexas, de tal modo que a combinação entre a dinâmica do operador (Y_p) e do elemento controlado (Y_c) podem ser resumidas segundo a Tabela 12.

Tabela 12 – Situações associadas à PIO devido a limitação de taxa e posição

Situação	Condições para suscetibilidade à PIO	Categoria PIO
Limitação de taxa de comando em série dominante	$Y_p(j\omega_u)Y_c(j\omega_u)\frac{8K}{\pi^2}e^{-j\cos^{-1}(K)} = -1$	II
Limitação de taxa do atuador de único efector [$\omega_u \gg \omega_u$]	$Y_p(j\omega_u)Y_c(j\omega_u)\frac{8K}{\pi^2}e^{-j\cos^{-1}(K)} = -1$	II
Limitação de taxa do atuador de único efector com largura de banda finita	$Y_p(j\omega_u)Y_c(j\omega_u)N[j\omega_u, A, V_{L_k}, \delta_L] = -1$ $k = 1 \rightarrow m$ limitadores, $N[\] =$ atuador + limitadores do FCS	II
Limitação de taxa e posição de único efector	$Y_p(j\omega_u)Y_c(j\omega_u)N[j\omega_u, A, V_{L_k}, \delta_L] = -1$ $k = 1 \rightarrow m$ limitadores	II
Limitação de taxa e posição de múltiplos efetores	$Y_p(j\omega_u)Y_c(j\omega_u)N[j\omega_u, A, V_{L_k} \dots, \delta_{L_i} \dots] = -1$ $k = 1 \rightarrow m$ limitadores, $i = 1 \rightarrow n$ efetores	III

[Adaptado de: Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 36)]

Neste sentido, a Equação 100 estabelece a condição limite para a PIO associada à saturação de taxa do RLE, que pode ser reescrita em termos da taxa máxima do atuador R e da amplitude de entrada A_i , conforme a Equação 101.

$$N(j\omega, A_i) = \left(\frac{4}{\pi} \frac{R}{\omega A_i}\right) e^{-j\cos^{-1}\left(\frac{\pi}{2} \frac{R}{\omega A_i}\right)} \quad (101)$$

Além disso, pode-se determinar a frequência de início do RLE ω_i , de acordo com Duda (1995, p. 289, 1997a, p. 582, 1998, p. 269), Duus & Duda (1999, p. 2), Gilbreath (2001, p. 2-4) e Van der Weerd (2000, p. 49), como sendo a frequência no qual ocorre a primeira saturação do RLE, que é parte fundamental na aplicação do critério OLOP. A frequência ω_i é obtida a partir da relação entre a taxa máxima do atuador R (relacionada a saída da onda triangular) e a amplitude de entrada do RLE $A_{i,RLE}$, de acordo com a Equação 102.

$$\omega_i = \frac{R}{A_{i,RLE}} \quad (102)$$

Posto isso, a Equação 101 pode ser reescrita e expressa em termos de ω_i (Equação 102), segundo a Equação 103.

$$N(j\omega, A_{i,RLE}) = \frac{4}{\pi} \frac{\omega_i}{\omega} e^{-j\cos^{-1}\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega_i}{\omega}\right)} \quad (103)$$

As condições de contorno para a utilização da função descritiva do RLE são determinadas através da delimitação entre as regiões de análise (Hanke, 1995, p. 11-4), em função do ângulo

de fase ϕ e da taxa de magnitude K , de acordo com a Equação 98. Desta equação, tem-se que o ângulo ϕ será limitado entre os valores $K = 0$ e $K = 1$, segundo a Equação 104.

$$\phi_{max} \text{ em } K = 0 \quad \text{e} \quad \phi_{min} \text{ em } K = 1 \quad (104)$$

Segundo Klyde (2022, p. 51) e Klyde & Mitchell (2004, p. 807), o parâmetro K fornece o grau de severidade da saturação de taxa, ao qual, à medida que $K \rightarrow 0$, o limite de taxa e o atraso de fase aumentam, em contraponto da redução de amplitude (A_s). Se $K \rightarrow 1$, a limitação de taxa e o atraso de fase diminuem, aumentando a amplitude. Além disso, o sistema não linear se aproxima do comportamento linear quando $K = 1$, de acordo a Figura 66.

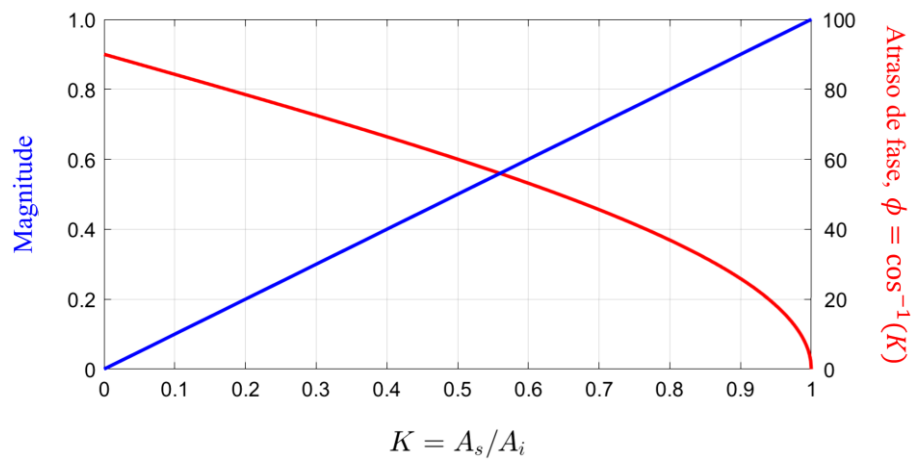


Figura 66 – Função descritiva de entrada senoidal e de saída triangular em relação à K .

[Adaptado de: Klyde & Mitchell (2004, p. 807) e Klyde (2022, p. 52)]

De maneira a simplificar as expressões posteriores, define-se que a razão inversa (atente-se à Equação 103) entre a frequência ω e a frequência de início do RLE ω_i (assim como para K) podem ser descritas a partir de uma nova variável ϖ , de acordo com a Equação 105.

$$\frac{\omega_i}{\omega} = \frac{R}{A_i \omega} = \varpi \quad \text{e} \quad K = \frac{A_s}{A_i} = \frac{\pi \varpi}{2} \quad (105)$$

Para a aplicação do critério OLOP, a região de saturação máxima do RLE será empregue segundo a função descritiva (Equação 100 e 103), definida perante ϖ e válida até um certo limite, estabelecido em Duda (1995, p. 289), Gilbreath (2001, p. 2-6) e Amato, *et al.* (2000, p. 3565 *apud* Pandit, 1987), conforme a Equação 106.

$$\varpi_{crit} \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi^2}{4} + 1}} \leq 0.537 \quad \text{ou} \quad \omega \geq 1.862 \omega_i \quad (106)$$

Como $\varpi_{crit} \cong 0.537$, de acordo com a Equação 106, tem-se $K_{crit} \cong 0.844$. Outros valores para ϖ , com sua respectiva correlação com a taxa K sobre as amplitudes dos sinais de entrada (A_i – senoidal) e saída (A_s – triangulares) podem ser vistos na Figura 67.

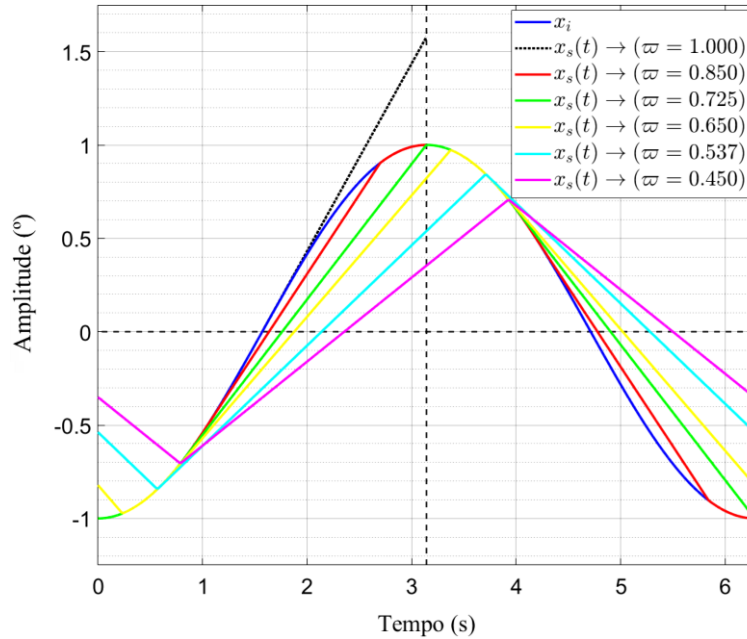


Figura 67 – Regiões e tempos de resposta para o RLE.
[Adaptado de: Hanke (1995, p. 11-11) e Amato *et al.* (2000, p. 3569)]

Dentre os valores propostos, nota-se que para $\varpi = 0.725$ (Hanke, 1995, p. 11-3), o sinal de saída $x_s(t)$ tem amplitude exatamente igual ao sinal de entrada $x_i(t)$ e por conseguinte, os valores obtidos acima da ϖ_{crit} apresentam uma redução na amplitude (de acordo com a aplicação direta da Equação 105), devido ao rastreamento do sinal comandado.

Os resultados foram obtidos a partir da simulação do modelo do atuador contendo o RLE, para um sinal de entrada senoidal de frequência $\omega = 1$ (rad/s) e amplitude $A = 1$ (°), com taxa máxima do atuador $R = \varpi(A_i\omega)$, segundo a Equação 105. Ademais, ressalva-se que o gráfico foi transladado (após o regime de estabilização inicial) em seu eixo temporal, de modo a estabelecer um período centralizado em 2π , com um ganho do atuador K_A elevado, afim de reduzir eventuais atrasos de fase.

Deste modo, as condições de contorno para o RLE podem ser descritas, de acordo com as regiões de análises (I, II e III) propostas por Hanke (1995, p. 11-3), Duda (1995, p. 289) e posteriormente empregada por Gilbreath (2001, p. 2-6), segundo os intervalos entre as frequências adotadas, de acordo com as Equações 107, 108 e 109.

Região I (sem saturação):

$$\frac{\omega}{\omega_{onset}} < 1, \quad \begin{cases} A = 1 \\ \phi = 0 \end{cases} \quad (107)$$

Região II (transição – interpolação *spline* cúbica (Gilbreath, 2001, p. 2-5):

$$\frac{\omega}{\omega_{onset}} < 1.862, \quad \begin{cases} A = 0.2908\alpha^3 - 1.4396\alpha^2 + 1.9232\alpha + 0.223 \\ \phi = 0.528\alpha^3 - 2.6213\alpha^2 + 3.5056\alpha - 1.4171 \end{cases} \quad (108)$$

Região III (saturação totalmente desenvolvida):

$$\frac{\omega}{\omega_{onset}} \geq 1.862, \quad \begin{cases} A = (4\varpi/\pi) \\ \phi = -\cos^{-1}(\pi\varpi/2) \end{cases} \quad (109)$$

A região I é descrita como a faixa na qual não há saturação, onde o RLE não é acionado, de modo que não haverá atenuação de amplitude e do atraso de fase. A região II, descrita como transição, é o instante ao qual ocorrerá o início da limitação de taxa até a completa saturação do atuador, estimada através de uma interpolação *spline* cúbica, no domínio da frequência. Nesta região, observa-se uma leve diminuição na amplitude e um aumento considerável no atraso de fase. A região III, descrita pela função descritiva (Equação 103), inicia-se no limite da saturação ($\omega \geq 1.862\omega_i$), caracterizando o regime totalmente saturado do atuador.

O RLE, quando saturado, pode desestabilizar o sistema de controle e causar um ciclo limite – oscilação sustentada de frequência e amplitude fixas, que é independente das condições iniciais (capítulo 3.1.1). De maneira a ilustrar essa concepção, foi obtido o diagrama de Bode (Figura 68) para estas três regiões, considerando a frequência de início do RLE $\omega_i = 1$ (rad/s).

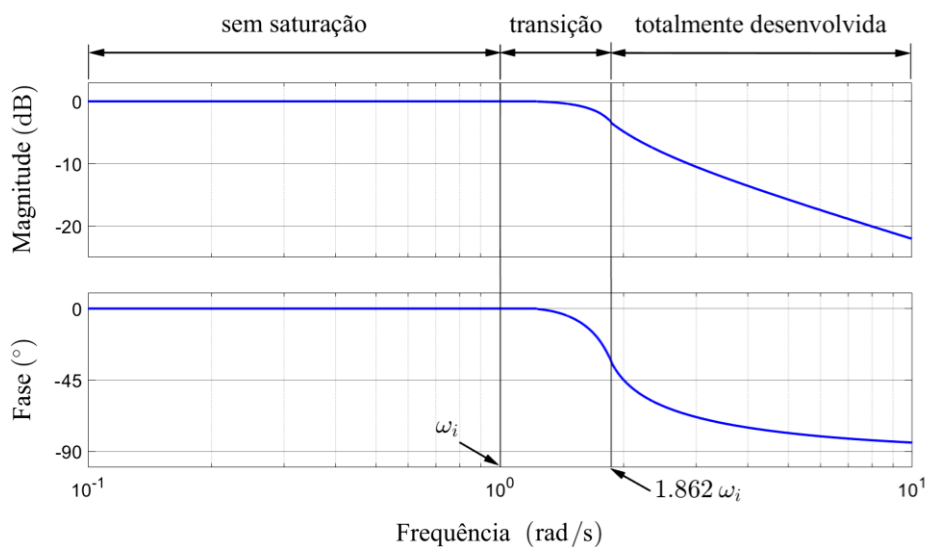


Figura 68 – Diagrama de Bode da função descritiva do RLE.

[Adaptado de: Duda (1995, p. 293, 1997a, p 583), Gilbreath (2001, p. 2-6) e NRC (1997, p. 190)]

3.4 Critério ponto de início de circuito aberto

Em síntese, o ponto de início de circuito aberto (OLOP) é definido como o valor de resposta em frequência da aeronave de circuito aberto ou do sistema piloto-veículo (PVS) na frequência de início de circuito fechado $\hat{\omega}_i$, podendo ser empregado para prever problemas de estabilidade relacionados a saturação de taxa em sistemas de controle de circuito fechado, associados à PIO de categoria II (Duda, 1995, p. 291, 1997a, p. 582, 1998 p. 269, Duus & Duda, 1999, p. 2 e Gilbreath, 2001, p. 2-7).

O critério OLOP visa encontrar a frequência na qual o RLE, em circuito fechado, é acionado pela primeira vez, dado um sinal de entrada de controle. A determinação da frequência $\hat{\omega}_i$ é feita considerando os limites da superfície de controle e do manche, segundo a Equação 110.

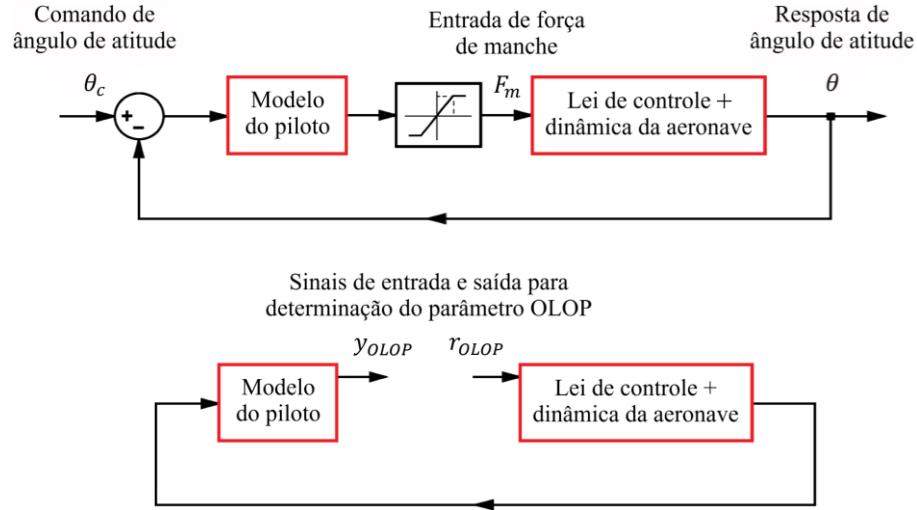
$$A_c |F_{r_c}^{r_{RLE}}(j\hat{\omega}_{onset})| = A_{F_m} |F_{F_m}^{\delta_c}(j\hat{\omega}_{onset})| = A_{F_m} \left| \frac{\delta_c}{F_m}(j\hat{\omega}_{onset}) \right| = \frac{R}{\hat{\omega}_{onset}} \quad (110)$$

Sendo $F_{r_c}^{r_{RLE}}(j\hat{\omega}_{onset})$ a função de resposta de frequência de circuito fechado entre o sinal de entrada (com amplitude A_c) do sistema (ou piloto) r_c até o sinal de entrada do RLE r_{RLE} , δ_c a entrada de comando da superfície de controle e F_m a força de entrada de manche. A solução desta equação para $\hat{\omega}_i$ consiste em determinar a interseção da amplitude de resposta de frequência $A_c |F_{r_c}^{r_{RLE}}(j\omega)|$ (de r_c até r_{RLE}) a partir de uma linha reta com inclinação -20 (dB/década) que cruza a linha de 0 (dB) no limite de taxa do atuador R (relacionado ao integrador 1/s no caminho de avanço), em um diagrama de Bode.

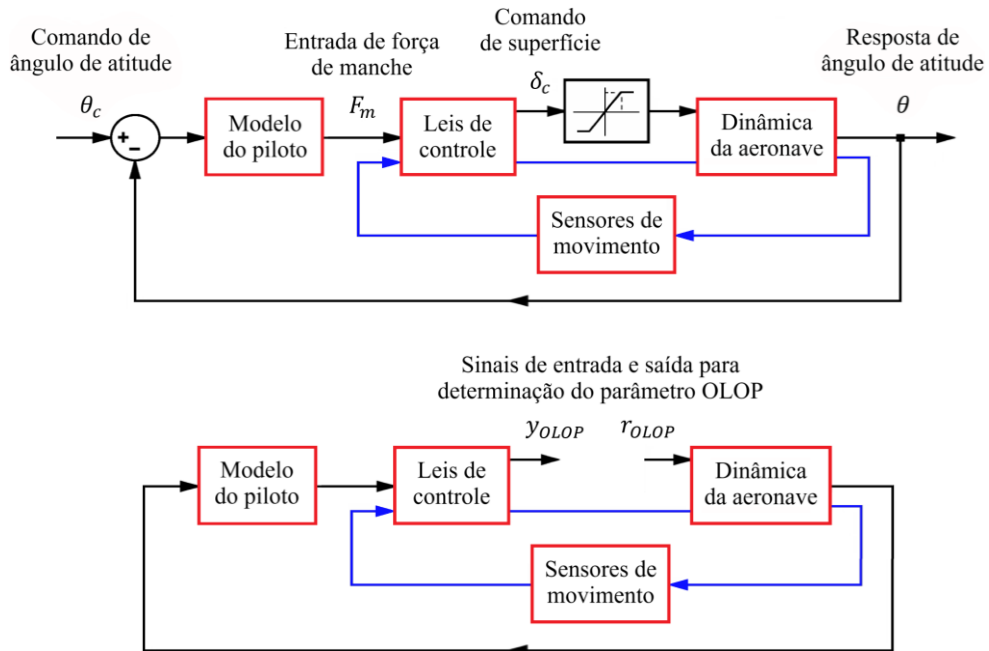
Em seguida, de acordo com Duda (1997a, p. 583), a aplicação do critério OLOP necessita da determinação da resposta de frequência de circuito aberto necessária $F_0(j\omega)$, obtida a partir da remoção do RLE, de modo a tratar o PVS independentemente da não linearidade. Assim, a saída do RLE é definida como a entrada do sistema de circuito aberto r_{OLOP} e a entrada do RLE é definida como a saída do sistema de circuito aberto y_{OLOP} . Na Figura 69 ilustra-se este procedimento para os sistemas de controle de voo (FCS) com limitadores de caminho (a) de avanço (direto) e de (b) realimentação de estado (retorno/*feedback*).

A resposta de frequência de circuito aberto $F_0(j\omega)$, para o controle de taxa de arfagem (Figura 69a) pode ser obtida a partir da Equação 111 (correlacionado a Equação 110):

$$A_{q_c} |F_{q_c}^{\delta_c}(j\omega)| = A_{q_c} \left| \frac{\delta_c}{q_c}(j\hat{\omega}_{onset}) \right| = \frac{R}{\hat{\omega}_{onset}} \quad (111)$$



(a) Limitadores de caminho de avanço (direto)



(b) Limitadores de caminho de realimentação de estado (retorno/feedback)

Figura 69 – Determinação da resposta de frequência de circuito aberto para o parâmetro OLOP em sistemas de controle com limitadores de caminho (a) de avanço e de (b) realimentação de estado.

[Adaptado de: Duda (1997a, p. 583), Duda & Duus (2001, p. 422), Duus (2000, p. 4), Duus & Duda (1999, p. 3), Gilbreath (2001, p. 2-10)]

Sendo $F_{q_c}^{\delta_c}(j\omega)$ a função de resposta de frequência de circuito fechado entre o comando de taxa de arfagem q_c (com amplitude A_{q_c}) até o comando da superfície de controle de profundor. De acordo com o desenvolvimento inicial relacionado à função descritiva, as funções q_c e

δ_c podem ser representadas em seu domínio do tempo complexo, dada sua frequência e amplitude de entrada, conforme as Equações 112 e 113.

$$q_c(t) = A_{q_c} e^{j\omega t} \quad (112)$$

$$\delta_c(t) = A_{\delta_c} e^{(j\omega t + \phi)} \quad (113)$$

Onde A_{δ_c} é a amplitude de entrada do comando de superfície (profundor) e ϕ o atraso de fase adicional referente aos elementos da função linear e descritiva do sistema de circuito fechado. Considerando a atribuição de uma amplitude de entrada A_{q_c} e de uma frequência ω , as variáveis A_{δ_c} e ϕ podem ser obtidas em termos da contribuição dos demais elementos do sistema, substituindo o RLE pela função descritiva (Equações 100 e 103), na confecção de um sistema equivalente geral.

Segundo Duda (1995, p. 289) e Gilbreath (2001, p. 2-8), um método iterativo foi desenvolvido para solucionar estas duas incógnitas perante a função descritiva do sistema de circuito fechado generalizado $N_f(j\omega, A)$, dada a impossibilidade da aplicação direta de um método linear devido a saturação de taxa. As partes reais e imaginárias do sistema complexo representativo para as funções de transferência da lei de controle G_c e da dinâmica da aeronave G_a é formado por duas equações altamente não lineares, descritas pelas Equações 114 e 115.

$$\frac{A_{\delta_c}}{|G_c(\omega)|} \cos(\phi - \phi_{G_c}) + A_{\delta_c} |G_a(\omega)| |N(\omega, A_{\delta_c})| \cos(\phi + \phi_{G_a} + \phi_N) - K A_{q_c} = 0 \quad (114)$$

$$\frac{A_{\delta_c}}{|G_c(\omega)|} \sin(\phi - \phi_{G_c}) + A_{\delta_c} |G_a(\omega)| |N(\omega, A_{\delta_c})| \sin(\phi + \phi_{G_a} + \phi_N) = 0 \quad (115)$$

A função $N_f(j\omega, A)$ para o sistema de controle equivalente pode ser determinada a partir da resolução destas equações (114 e 115) perante a aplicação de algum algoritmo de otimização não linear. Para a finalidade desta dissertação, aplicou-se um método similar ao encontrado em Gilbreath (2001, p. B-1), que pode ser visto no Apêndice B. A partir da determinação da função $N_f(j\omega, A)$ para o sistema de circuito fechado, pode-se obter a função descritiva de circuito aberto $N_a(j\omega, A)$, de modo que resultados possam ser comparados com a resposta de frequência linear em um diagrama de Nichols. A função $N_a(j\omega, A)$ pode ser calculada através da Equação 116.

$$N_a(j\omega, A) = \frac{N_f(j\omega, A)}{1 \pm N_f(j\omega, A)} \quad (116)$$

Além disso, outro aspecto que deve ser avaliado perante o critério OLOP é o modelo do piloto, dado que um sistema pode se tornar instável a partir da desadaptação do piloto à alguma mudança repentina na dinâmica da aeronave (Duda, 1995, p. 291, 1997a, p. 583, 1998, p. 267 e Gilbreath, 2001, p. 2-15).

Segundo Duda (1997a, p. 583), um modelo inicial adequado a ser empregado é considerar a entrada do piloto como um ganho simples (puro), sem atrasos, dado que na presença de oscilações sustentadas (PIO), o modelo de ganho puro é apropriado para representar o comportamento precognitivo síncrono do piloto (McRuer, 1995, p. 74 – capítulo 2.1.3.1). Deste modo, o critério OLOP pode ser aplicado para determinar a gravidade dos efeitos da saturação de taxa sobre a atuação do piloto.

De acordo com Van der Weerd (2000, p. 52), a escolha do ganho do piloto K_p é importante devido que o seu valor impacta diretamente na estabilidade do sistema linear de circuito fechado e na posição do parâmetro OLOP. Para a aplicação do critério OLOP, o ganho deve ser ajustado com base no ângulo de fase de cruzamento ϕ_c linear do PVS de circuito aberto (Duda, 1997a, p. 583; Duus & Duda, 1999, p. 3 e Gilbreath, 2001, p. 2-18) entre o espectro de baixo ($\phi_c = -90^\circ$) e alto ($\phi_c = -160^\circ$) ganho.

Caso um modelo do piloto K_p seja estabelecido para um baixo ganho (maior margem de fase) e o parâmetro OLOP resultante esteja localizado em uma região acima do limite de estabilidade proposto por Duda (1995, 1997a, 1998) e Duda, Hovmark & Forssell (1997) é provável que o PVS seja propenso à PIO de categoria II. Caso seja adotado um modelo de alto ganho (menor margem de fase) e o parâmetro OLOP esteja localizado em uma região abaixo do limite, é improvável que o PVS apresente tendências PIO de categoria II devido a limitação de taxa.

A influência do ganho do piloto em relação ao ângulo de fase de cruzamento ϕ_c (entre -120 a -160°) pode ser vista na Figura 70, onde são plotados os resultados para a aeronave F-18 (configuração 1_0, em vermelho) e para o simulador de voo NT-33 (configuração LATHOS – *Lateral high order system* L3_2, em verde).

Segundo Duda (1997a, p. 583), a avaliação da função descritiva para o RLE expõe um aumento no atraso de fase e na diminuição da amplitude desde o início de sua primeira ativação. Se o parâmetro OLOP estiver localizado em uma região acima de 0 dB (e do limite de estabilidade), o atraso de fase causa um aumento na amplitude do PVS de circuito fechado, que amplifica o efeito da saturação e aumenta o atraso, podendo tornar o sistema instável.

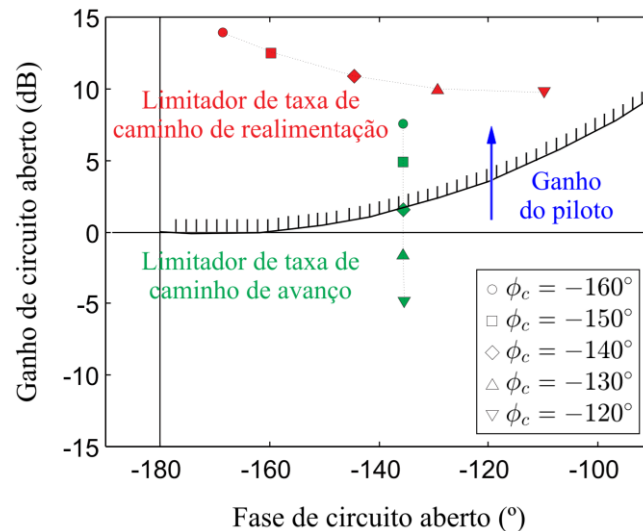


Figura 70 – Influência do ganho do modelo do piloto.

[Adaptado de: Duda, Hovmark & Forssell (1997, p. 174-176), Duda & Duus (2001, p. 423),

Caso o parâmetro esteja abaixo de 0 dB (e do limite de estabilidade), o aumento do atraso de fase não aumenta a amplitude de circuito fechado, tornando os efeitos da limitação de taxa menos problemáticos. Dito isso, nota-se que um modelo do piloto de baixo ganho tende a oferecer menos riscos ao PVS associados a PIO de categoria II.

Além disso, segundo Gilbreath (2001, p. 3-9), é possível incluir um modelo do piloto mais elaborado através da aplicação do critério de Neal-Smith, que faz uso de um modelo similar ao que foi proposto por Tustin (capítulo 2.1.3.1.1). A ideia surge da observação que o modelo de ganho puro oferece uma boa aproximação para as condições em que a oscilação está totalmente desenvolvida (Figura 68), contudo, nas situações anteriores ao início da saturação e durante a transição, o seu resultado pode ser insuficiente.

Ademais, durante o voo, o piloto tende a se manter estável perante a dinâmica da aeronave, contudo, após uma mudança repentina devido à algum fator que altere (como a saturação de taxa) a dinâmica efetiva do veículo, o comportamento do sistema sofre de um efeito chamado de retenção pós-transição (Gilbreath, 2001, p. 3-9 *apud* Klyde, McRuer & Myers, 1995, p. 6). Isso quer dizer que após uma mudança (e/ou transição de fase), o acoplamento entre o piloto e o veículo se mantém, momentaneamente, igual ou similar a condição anterior e que segundo Gilbreath (2001, p. 3-9) pode levar a uma desadaptação do piloto, desencadeando à PIO.

Deste modo, o critério proposto por Neal & Smith (1970, 1971) pode complementar a análise, já que seus parâmetros, que incluem o ganho do piloto, a compensação de avanço/atraso e a latência do piloto, que podem ser ajustados a um padrão de desempenho que satisfaça: uma

queda de amplitude inferior a -3 (dB) em baixa frequência antes de atingir o pico de ressonância máximo e largura de banda na fase de -90 ($^{\circ}$), de modo a proporcionar ao PVS boas qualidades de voo (Figura 25), reduzindo os erros de circuito fechado do estado estacionário a níveis aceitáveis, com a reprodução de comandos ágeis para o piloto (Hodgkinson & Mitchell, 2000, p. 133).

A partir da determinação da frequência de início de circuito fechado do limitador de taxa $\hat{\omega}_i$ e da resposta de frequência linear para o sistema de controle, o efeito do RLE na margem de estabilidade do PVS pode ser determinado com base no parâmetro OLOP e através do fenômeno de salto, observado após o início da saturação em um gráfico de Nichols, para que possam ser feitas previsões sobre a suscetibilidade à PIO.

A seguir exibe-se o diagrama de Nichols (Figura 71) contendo o limite de estabilidade proposto (e atualizado) por Duda (1997b, 1998, p. 570 *apud* Gilbreath, 2001, p. 2-16) e validado (Figura 72) a partir da diferença entre as estimativas obtidas de ensaios não lineares e lineares ($DPIOR = PIOR_{\text{Não linear}} - PIOR_{\text{Linear}}$) utilizando os modelos de aeronaves disponíveis através do uso do simulador de voo Forskningssimulator (FOSIM) do instituto de pesquisa aeronáutica da Suécia (Flygtekniska Forsöksanstalten – FFA).

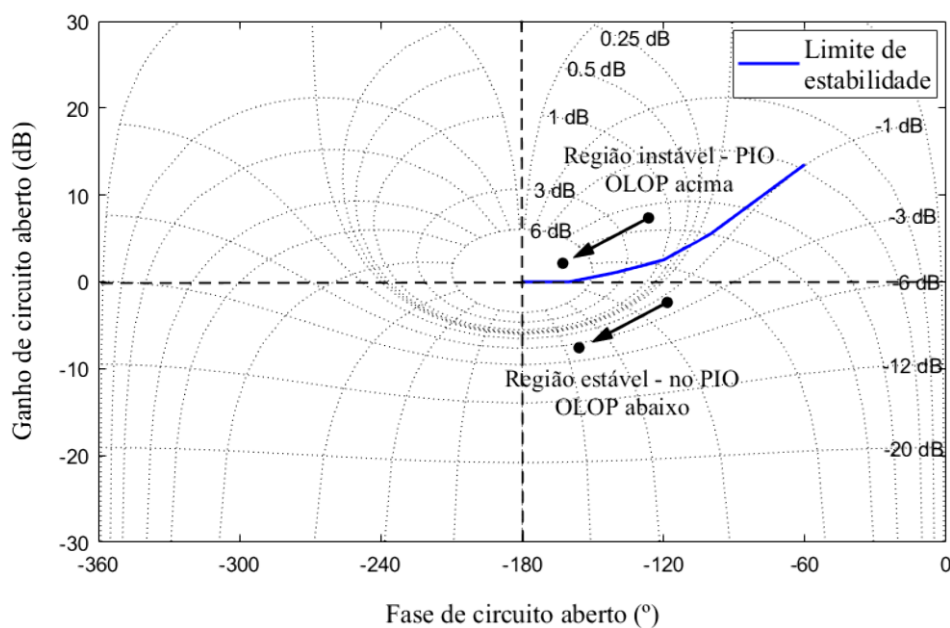


Figura 71 – Limite de estabilidade do critério OLOP.

[Adaptado de: Duda (1995, p. 297-298, 1997a, p. 583, 1998, p. 270), Duda *et al.* (1998, p. 431), Duda & Duus (2001, p. 422), Duus & Duda (1999, p. 4) e Gilbreath (2001, p. 2-16)]

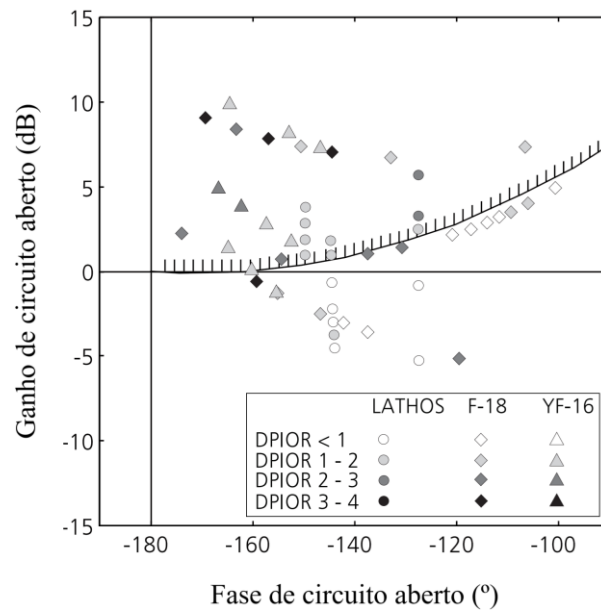


Figura 72– Validação do critério OLOP
com dados experimentais obtidos com o simulador de voo FOSIM.
[Adaptado de: Duda, *et al.* (1998, p. 436) e Duda & Duus (2001, p. 421)]

Segundo Duda *et al.* (1998, p. 437) e de acordo com a Organização de Pesquisa e Tecnologia/Organização do Tratado do Atlântico Norte (RTO/NATO, 2000, p. 110), a principal descoberta dos ensaios em voo e das análises posteriores foi que a potencial PIO devido à saturação de taxa de caminho de realimentação de estado (*feedback*) é significativamente mais crítico do que a limitação de taxa de caminho de avanço, de modo que a mudança na dinâmica do sistema é mais previsível para o piloto quando os limitadores estão no caminho de avanço.

Neste sentido, existe uma tendência para que sejam adotados dois limites de estabilidade para o critério OLOP, dependendo da localização do RLE (similar ao que foi proposto por Os-smann, Heller & Brieger, 2008, p. 13). Além disso, destaca-se que é necessário ter experiência para interpretar as previsões do critério OLOP, assim como um conhecimento prévio sobre o projeto do sistema de controle e de seus elementos constituintes, e que embora possam existir empecilhos em sua aplicação, os resultados obtidos comprovaram a eficácia do método na previsão da tendência PIO de categoria II (Duda *et al.* 1998, p. 437).

O fluxograma geral do critério OLOP pode ser visto na Figura 73, com suas devidas considerações para cada etapa do processo até a obtenção do parâmetro OLOP.

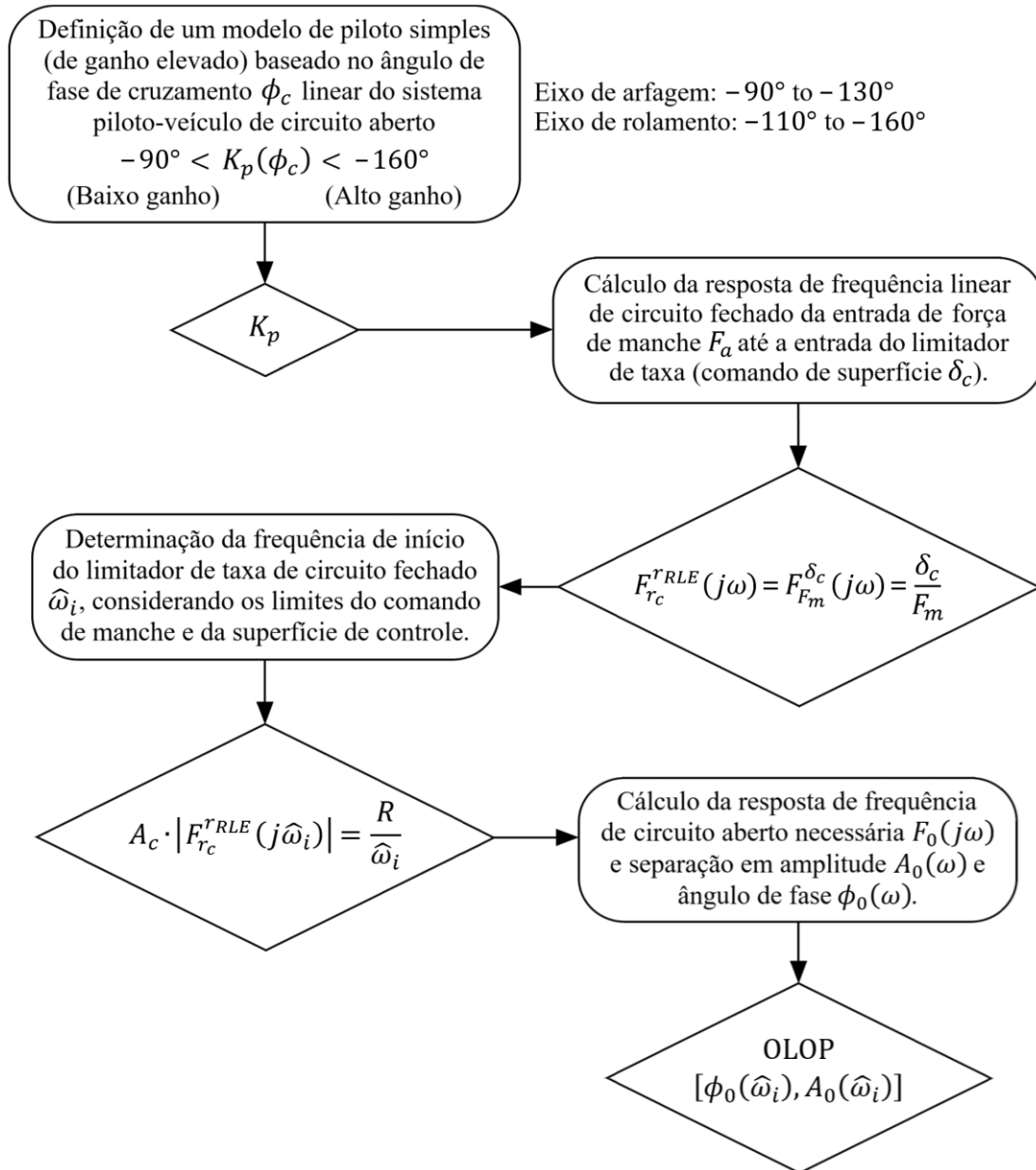


Figura 73 – Fluxograma do critério OLOP

[Adaptado de: Duda (1995, p. 291, 1997a, p. 583, 1998, p. 270), Duda *et al.* (1998, p. 430), Duda & Duus (2001, p. 422), Duda, Hovmark & Forssell (1997, p. 173), Duus & Duda (1999, p. 3)]

4. REGULAÇÃO ROBUSTA DE CONTROLE POR MODO DESLIZANTE

Ao longo deste capítulo será apresentado as teorias envolvidas no desenvolvimento teórico do controlador robusto baseado na regulação de controle por modo deslizante (SMC) com integrador condicional (CISMC), partindo dos trabalhos iniciais sobre o controle por estrutura variável (VSC), da evolução dos conceitos, abordagens e metodologias para as superfícies e do modo de deslizamento, salientando os efeitos e fenômenos indesejáveis e suas soluções até o avanço para o projeto da lei de controle não linear propriamente dita, passando pelas etapas e definições sobre o processo de linearização por realimentação de estado e da regulação robusta via ação integral.

4.1 Teoria de controle por estrutura variável ou por modo deslizante

O controle por estrutura variável (VSC), associado ao conceito de superfície deslizante surge na literatura por volta da década de 50, a partir de trabalhos precursores, como os desenvolvidos por Dolgolenko (1955 apud Utkin, 1974), Emelyanov (1957 *apud* Slotine & Li, 1991) e Filippov (1960), no contexto de regulação de estrutura variável em sistemas lineares (Slotine & Li, 1991, p. 307 e Hung, J. Y., Gao & Hung, J. C., 1993, p. 2).

Segundo Díaz-Méndez (2018, p. 26), esse nome foi dado pelo fato que a lei de controle utiliza uma lógica que altera a estrutura e a trajetória do sistema a partir de uma função de chaveamento, que conduz a resposta para uma superfície deslizante, de onde surge a terminologia de controle por modo deslizante (SMC). Em síntese, o modo de deslizamento é o principal meio de operação para os movimentos do VSC (Utkin, 1992, p. 6).

O SMC baseia-se na capacidade de lidar e contabilizar efetivamente com a presença de incertezas estruturadas (ou paramétricas) nos parâmetros (imprecisões correspondentes aos termos do modelo, relacionados as propriedades, ex.: massa, carga, torque, atrito) e de dinâmicas não estruturadas/modeladas (imprecisões ou simplificações dos modos estruturais, taxas e atrasos), quantificando as compensações resultantes da modelagem (Slotine & Li, 1991, p. 306).

De acordo com Slotine & Li (1991, p. 277), a metodologia desta lei de controle consiste numa simplificação notacional, equivalente à substituição de um problema de rastreamento de ordem n por um de estabilização, partindo do pressuposto que é mais fácil controlar um sistema descrito por equações diferenciais de 1ª ordem, sejam elas não lineares ou incertas. De tal modo que ao invés de controlar cada uma das variáveis de estado, constrói-se uma superfície (contendo estas variáveis), que será a única dinâmica a ser controlada (Díaz-Méndez, 2018, p. 26).

A técnica de SMC fornece uma abordagem que visa manter a estabilidade do sistema em face de imprecisões e embora possa ser alcançado um desempenho ótimo, deve-se salientar que, na presença de imprecisões e incertezas na estrutura do modelo, o desempenho de rastreamento alcançável pode estar limitado à largura de banda disponível (Slotine & Li, 1991, p. 306).

Além disso, de acordo com Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 17) e Slotine & Li (1991, p. 277), o SMC (ou VSC) vem sendo aplicado satisfatoriamente na manipulação de robôs, servomecanismos, transmissões e motores automotivos, motores elétricos de alto desempenho e em sistemas de energia.

Em relação aos estudos em aeronaves, pode-se citar os trabalhos desenvolvidos por: Alwi & Edwards (2006), Dongmo (2012), Jafarov & Tasaltin (2000), Hess & Wells (2003), Huang, Kuo & Way (2003), Lee, Nambisan & Singh (2008), Levant *et al.* (2000), Lin & Chin (2006), Rao & Sinha (2010, 2013), Shkolnikov & Shtessel (2001), Shtessel & Shkolnikov (2003), Shtessel, Buffington & Banda (1999, 2002), Wang, Bao & Li (2016), Xu, Mirmirani & Ioannou (2004), Zhuang *et al.* (2021) e Zinober, Ei-Ghezawi & Billings (1982), que utilizaram o SMC para controlar e rastrear os ângulos e as velocidades do veículo, dada a metodologia aplicada.

4.1.1 Conceituação e definições para a lei de controle

Seja um sistema não linear, variante no tempo, de ordem n e com m variáveis de entrada, cuja a função vetorial de estado contínua $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ possa ser descrita segundo a Equação 117.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (117)$$

Uma forma particular de expressar a equação 117 será obtida através do método de controle equivalente (capítulo 4.1.2.3), cujo o sistema descontínuo não linear é representado por uma função linear de controle, de acordo com a Equação 118.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u} \quad (118)$$

Sendo $\mathbf{x}$ o vetor de estado $\in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}$ o vetor de controle $\in \mathbb{R}^m$ e $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ a matriz de ganhos dos controles $\in \mathbb{R}^{n \times m}$. De maneira geral, o VSC pode ser definido através de uma lógica de chaveamento que estabelece a relação de controle entre a alternância geométrica dos limites u_i^+ e u_i^- , dada a combinação convexa (e tangente) dos valores de u_i em ambos os lados de uma superfície de chaveamento s_i (Slotine & Li, 1991, p. 284 *apud* Filippov, 1960).

Na Equação 119 expõe-se uma representação habitual para o sistema contendo essa lógica, segundo DeCarlo, Zak & Matthews (1988, p. 215), Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 3), Silva (2007, p. 57) e Utkin (1977, p. 217, 1992, p. 4).

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} u_i^+(\mathbf{x}, t) & \text{se } s_i(\mathbf{x}, t) > 0 \\ u_i^-(\mathbf{x}, t) & \text{se } s_i(\mathbf{x}, t) < 0 \end{cases}, \quad i = 1, \dots, m \quad (119)$$

A função de valor real de chaveamento $s_i(\mathbf{x}, t)$ é descrita em função das variáveis de estado e tempo, de acordo com a função vetorial $\mathbf{s}(\mathbf{x}, t)$, definida a partir das funções de chaveamento $\mathbf{s}(\mathbf{x}, t) = [s_1(\mathbf{x}, t), s_2(\mathbf{x}, t), \dots, s_m(\mathbf{x}, t)]^T$. O vetor de controle para a estrutura variável $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ pode ser descrito similarmente, sendo $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = [u_1(\mathbf{x}, t), u_2(\mathbf{x}, t), \dots, u_m(\mathbf{x}, t)]^T$.

A alternância entre os limites (u_i^+, u_i^-) da função de controle (Equação 119) determinam as variáveis de controle u_i que satisfazem o conjunto de pontos do espaço de estado, tal que $s_i(\mathbf{x}, t) = 0$. As funções s_i serão definidas como superfícies de chaveamento S_i , para quaisquer valores de i que atendam esta condição ($s_i = 0$) e para qual exista trajetórias que a atinjam, em ambos os lados, para cada um dos pontos da superfície.

Na Figura 74 exibe-se uma representação das trajetórias dos vetores de velocidade do sistema sobre uma superfície na condição de deslizamento. Ademais, destaca-se que as trajetórias sobre a função de chaveamento podem ser convergentes ou divergentes (ou opostas), em ambos os lados da superfície de descontinuidade (Slotine, 1983, p. 7).

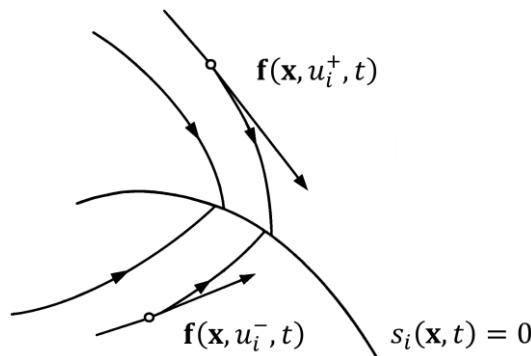


Figura 74 – Trajetórias dos vetores de velocidade do sistema na condição de deslizamento.

[Adaptado de: Utkin (1992, p. 4 apud 1981, p. 24 e Slotine & Li (1991, p. 281)]

A condição de deslizamento é estabelecida caso o vetor de estado inicial $\mathbf{x}(t_0)$, em um determinado instante de tempo t_0 esteja contido na superfície de chaveamento S_i e permaneça, para todo tempo $t > t_0$, de modo que $\mathbf{x}(t)$ será denominado como um modo ou movimento deslizando do sistema.

A função de chaveamento s_i , em sistemas lineares, invariante no tempo, segundo Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 6) podem ser comumente representadas por uma equação característica do modo deslizante em sua forma controlável descentralizada, decompondo o sistema em m subsistemas, em função dos seus coeficientes de chaveamento desacoplados $\mathbf{c}_i^T \in \mathbb{R}^m$. Deste modo, s_i pode ser expressa segundo a Equação 120. A estabilidade do modo deslizante em cada subsistema é garantida se $\mathbf{c}_i^T$ for escolhido ($\mathbf{c}_i^T \mathbf{x} = 0$) adequadamente.

$$s_i(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_i^T \mathbf{x}, \quad i = 1, \dots, m \quad (120)$$

Além das considerações anteriores, uma condição importante para o VSC está relacionada ao tempo, direção e alcance do vetor de estado $\mathbf{x}(t)$ até o encontro com uma superfície de chaveamento S_i . O tempo de alcance para o sistema será obtido em decorrência do tempo empregado (tempo inicial $t_0 = 0$) na trajetória de controle dos estados $\mathbf{x}(t_0)$ até o instante de encontro com uma superfície ou uma interseção de superfícies.

De acordo com Silva (2007, p. 59), para determinar que o vetor de estado $\mathbf{x}(t)$ atinja a(s) superfície(s) ou uma interseção de superfícies ($S_{ij} = S_i \cap S_j$, para $s_i(\mathbf{x}, t) = 0$ e $s_j(\mathbf{x}, t) = 0$, ilustrado na Figura 75) de chaveamento em um intervalo de tempo finito, é necessário impor uma condição de alcance, ao qual, a trajetória do sistema sob esta condição será denominada por modo de alcance. Assuntos tais, que serão abordados a seguir.

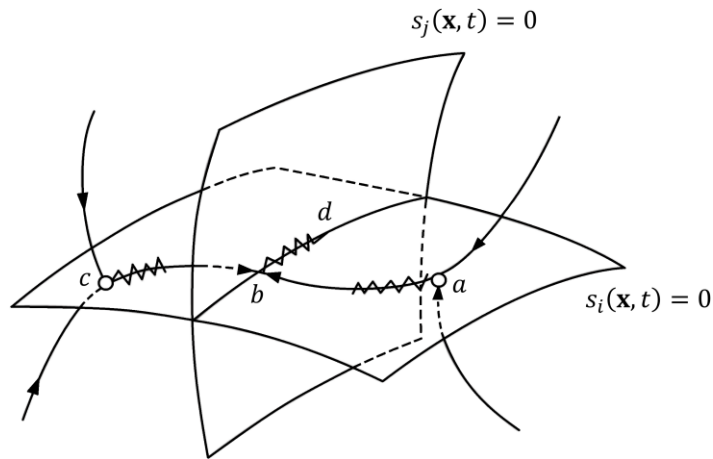


Figura 75 – Interpretação geométrica e modo de deslizamento em duas superfícies de chaveamento (arcos ab e cb) e em sua interseção (arco bd).

[Adaptado de: Utkin (2004, p. 6, 1981, p. 24, 1992, p. 5)]

4.1.1.1 Modos de alcance e condições necessárias e suficientes

Dentre as metodologias existentes e aplicadas para a condição de alcance, destacam-se duas abordagens, que serão introduzidas neste capítulo. Além destas, salienta-se que existem outras, mas que por finalidade e em sua maioria, propõem-se a satisfazer a condição de alcance, em um tempo finito, através de metodologias que descrevam e solucionem o modo deslizante.

- Abordagem direta

Desenvolvida por Emelyanov (1957, 1959 *apud* Utkin 1974) e estudadas por demais outros autores, a abordagem direta da função de chaveamento foi uma das metodologias precursoras ao desenvolvimento da técnica de controle por estrutura variável (VSC), assim como perante a elaboração da condição de alcance.

De acordo com Silva (2007, p. 78), esta abordagem baseia-se na extensão das condições necessárias e suficientes para a existência dos modos deslizantes, ao redor de um ponto pertencente a superfície S_i . Tais conceitos serão abordados ao longo de ambos os capítulos, todavia, de maneira sucinta, define-se:

Para a existência de um modo deslizante sobre uma superfície S_i , em um ponto qualquer $(\mathbf{x}, t)$, é necessário e suficiente que, ao redor de uma vizinhança $O(\mathbf{x}, \delta)$ deste ponto (sendo δ um escalar infinitesimal), a derivada temporal de $s_i(\mathbf{x}, t)$ seja menor que uma constante negativa $-a$ ($a \in \mathbb{R}^+$), quando $s_i(\mathbf{x}, t)$ for positiva e a derivada temporal de $s_i(\mathbf{x}, t)$ seja maior que um escalar positivo a , quando $s_i(\mathbf{x}, t)$ for negativa, em uma região de domínio S , contendo o modo deslizante, segundo a Equação 121.

$$\begin{aligned} \dot{s}_i(\mathbf{x}, t) &< -a \text{ quando } s_i(\mathbf{x}, t) > 0 \\ \dot{s}_i(\mathbf{x}, t) &> a \text{ quando } s_i(\mathbf{x}, t) < 0' \end{aligned} \quad \forall \mathbf{x} \in O(\mathbf{x}, \delta) \quad (121)$$

Assim sendo, a condição global de alcance (o modo de alcance do sistema atinge as superfícies $\mathbf{S} = [S_1, S_2, \dots, S_m]^T$ em determinado intervalo de tempo – Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C, 1993, p. 8 e Silva, 2007, p. 79) para a função de chaveamento s_i pode ser descrita conforme a Equação 122 e reescrita em sua forma equivalente, de acordo com a Equação 123.

$$\begin{aligned} \dot{s}_i(\mathbf{x}) &< 0 \text{ quando } s_i(\mathbf{x}) > 0 \\ \dot{s}_i(\mathbf{x}) &> 0 \text{ quando } s_i(\mathbf{x}) < 0' \end{aligned} \quad i = 1, \dots, m \quad (122)$$

$$s_i \dot{s}_i < 0, \quad i = 1, \dots, m) \quad (123)$$

Para a condição local, em um tempo de alcance infinito, segundo Utkin (1992, p. 5), é suficiente para a existência do modo de deslizamento em uma superfície de descontinuidade, que os limites da derivada temporal de $s_i(\mathbf{x})$ em zero, para ambos os lados, satisfaça a Equação 124.

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s}_i < 0 \quad \text{e} \quad \lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s}_i > 0 \quad (124)$$

No capítulo 4.1.2 serão apresentados três métodos auxiliares que se propõe a solucionar a existência e a unicidade de uma solução ao problema do sistema dinâmico descontínuo.

- Abordagem pela função de Lyapunov

De acordo com DeCarlo, Zak & Matthews (1988, p. 216 *apud* Utkin, 1974, 1977), Khalil (2002b, p. 552, 2015, p. 47, p. 232), Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 8), Silva (2007, p. 263) e Utkin (1981, p. 76, 1992, p. 46), uma função candidata de Lyapunov para o problema generalizado de estabilidade de modo deslizante deve satisfazer as seguintes condições:

Seja S na variedade (espaço topológico) $s = 0$ o domínio ($S \subset \mathbb{R}^n$) de um modo deslizante, se para todo $\epsilon > 0$, existe um $\delta > 0$, de tal forma que qualquer movimento que comece em uma vizinhança δ n -dimensional de S possa deixar a vizinhança ϵ n -dimensional de S apenas através da vizinhança ϵ , entre os limites de S , conforme Figura 76.

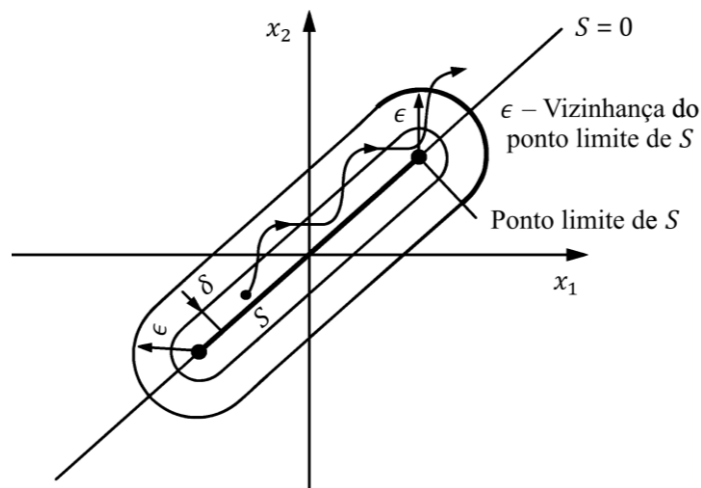


Figura 76 – Ilustração bidimensional do domínio do modo deslizante.

[Adaptado de: DeCarlo, Zak & Matthews (1992, p. 216)]

E seja Ω uma região do subespaço $s_1, s_2, \dots, s_m$ pertence à S ($\Omega \supset S$) contendo a origem e cuja função $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ seja continuamente diferenciável, localmente Lipschitz (contínua), para qual, as seguintes condições sejam válidas:

A função $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ é positiva definida com respeito à $\mathbf{s}$, isto é, $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) > 0$ com $s \neq 0$, $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ e $t \in \mathbb{R}$ arbitrários e $V(\mathbf{x}, 0, t) = 0$. Em uma superfície esférica $\|\mathbf{s}\| = R \in \mathbb{R}^+$, sendo $R \neq 0$, as seguintes relações devem ser satisfeitas, segundo a Equação 125.

$$\inf_{\|\mathbf{s}\|=R} V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) = h_R, \quad \sup_{\|\mathbf{s}\|=R} V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) = H_R, \quad \lim_{R \rightarrow 0} H_R = 0 \quad (125)$$

Sendo h_R e H_R valores reais positivos das estimativas inferiores e superiores da esfera, $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ e $t \in \mathbb{R}$ arbitrários, que dependem somente de R .

A derivada de tempo total da função $\dot{V}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ em relação ao sistema exposto na Equação 118 é negativa em toda a superfície de descontinuidade, $\forall \mathbf{x} \in \Omega$, exceto para $\mathbf{x}$ na superfície de chaveamento $\mathbf{s}$ onde as entradas de controle são sub definidas (ou não definidas), e em toda a superfície da esfera $\|\mathbf{s}\| = R$, exceto para os pontos de descontinuidade, e portanto, onde a derivada de $\dot{V}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ não existe, de acordo com a Equação 126.

$$\dot{V} = \nabla_{\mathbf{s}} V(\mathbf{G}\mathbf{f} + \mathbf{G}\mathbf{B}\mathbf{u}) + \nabla_{\mathbf{x}} V(\mathbf{f} + \mathbf{G}\mathbf{B}\mathbf{u}) + \frac{\partial V}{\partial t} \quad (126)$$

Sendo $\nabla_{\mathbf{s}}$ e $\nabla_{\mathbf{x}}$ o transposto dos gradientes das superfícies de chaveamento, $s_1, \dots, s_m$ e do vetor de estado, $x_1, \dots, x_n$ e $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ uma matriz cuja as linhas i são o transposto do gradiente de $\mathbf{s}$ com respeito ao vetor de estado $\mathbf{x}$, conforme a Equação 127.

$$\nabla_{\mathbf{s}} = \left[\frac{\partial}{\partial s_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial s_m} \right]^T, \quad \nabla_{\mathbf{x}} = \left[\frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n} \right]^T, \quad \mathbf{G} = \left[\frac{\partial s_1}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial s_m}{\partial x_n} \right]^T \quad (127)$$

A relação exposta na Equação 126 é verdadeira para quaisquer valores entre $0 < a < b$ com $s \in \Omega$, se $\|\mathbf{s}\| \leq b$, segundo a Equação 128.

$$\sup_{\|\mathbf{s}\|=R} \dot{V}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) = -m_R, \quad m_R > 0, \quad \sup_{R \in [a,b]} m_R < 0 \quad (128)$$

O limite superior para a função $\dot{V}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ é definido $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ e $t \in \mathbb{R}$ arbitrários, enquanto m_R for uma estimativa real positiva e depende apenas de R . Por conseguinte, um movimento de modo deslizante estável ao longo da interseção de superfícies $s_i = 0$, em um domínio S , tem por suficiente que, $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ e $t \in \mathbb{R}$ arbitrários, exista uma função contínua diferenciável $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ que as condições 1 e 2 assegurem a estabilidade e para o qual, o limite a seguir seja válido, de acordo com a Equação 129.

$$\lim_{R \rightarrow \infty} h_R = \infty \quad (129)$$

Segundo Utkin (1992, p. 49), para a aplicação de funções suaves por partes, a condição de estabilidade do modo deslizante impõe, por existência, que a função de Lyapunov $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ seja contínua diferenciável e positiva em função das superfícies $\mathbf{s}$, que deve ser adequada ao método de controle equivalente, na forma da Equação 118, para que as demais considerações introduzidas anteriormente possam serão válidas.

Um caso particular de função suave por parte para o modo deslizante é a função sinal $\text{sgn}(\cdot)$ (representada como uma não linearidade de relé, segundo o capítulo 3.1 – Figura 53), que é expressa na Equação 130, sendo $\mathbf{D}(\mathbf{x}, t) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ uma matriz dependente do vetor de estado $\mathbf{x}$ e de tempo t e $\mathbf{sgn}(\mathbf{s}) = [\text{sgn}(s_1), \text{sgn}(s_2), \dots, \text{sgn}(s_m)]^T$ uma função vetorial das funções sinais (Equação 131) das funções de chaveamento $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_m]^T$.

$$\dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{D}(\mathbf{x}, t)\mathbf{sgn}(\mathbf{s}) \quad (130)$$

$$\text{sgn}(\mathbf{s}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \mathbf{s} > 0 \\ -1, & \text{se } \mathbf{s} < 0 \end{cases} \quad (131)$$

Para sistemas multivariáveis, de acordo com DeCarlo, Zak & Matthews (1988, p. 217) e Utkin (1992, p. 78), as funções candidatas de Lyapunov podem ser difíceis de serem estabelecidas, exceto para os casos em que a matriz de ganhos dos controles $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$, em sua forma controlável descentralizada é: simétrica, diagonal e/ou diagonalmente dominante, com forma generalizada (Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C., 1993, p. 8), segundo a Equação 132.

$$V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) = \mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (132)$$

De modo que a condição de alcance global apresentada por Utkin (1974) e Itkis (1976) consiste na própria definição da função de Lyapunov. Segundo Khalil (2002b, p. 114, 2015, p. 47) e Silva (2007, p. 79), para que origem seja um ponto de equilíbrio estável $\mathbf{s} = 0$, a derivada de $V(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t)$ ao longo das trajetórias das superfícies de chaveamento $S_1, S_2, \dots, S_m$, devem satisfazer a inequação a seguir, conforme a Equação 133.

$$\dot{V}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) < 0, \quad \forall \mathbf{x} \in S \text{ com } \mathbf{s} \neq 0 \quad (133)$$

Para um tempo de alcance finito, segundo Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 8), a Equação 133 pode ser modificada, adotando ϵ como uma constante positiva de amplitude infinitesimal, de acordo com a Equação 134.

$$\dot{V}(\mathbf{x}, \mathbf{s}, t) < \epsilon, \quad \forall \mathbf{x} \in S \text{ com } \mathbf{s} \neq 0, \quad \epsilon \in \mathbb{R}^+ \quad (134)$$

Em DeCarlo, Zak & Matthews (1988) e Khalil (2002b, 2015) são apresentadas algumas aplicações e exemplos baseados nesta abordagem, ao qual, deixa-se como sugestão a leitura.

4.1.1.2 Lei de alcance

O método da lei de alcance consiste na imposição de uma função de chaveamento que descreverá a dinâmica do movimento deslizante diretamente, segundo a Equação 135. De acordo com Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 8), algumas vantagens desta metodologia incluem: a especificação conjunta da condição e do modo de alcance do sistema, a simplificação da solução para o VSC e a possível redução das oscilações excessivas nos modos de deslizamento.

$$\dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{K}(\mathbf{x}, t)\mathbf{f}(\mathbf{s}) - \mathbf{D}(\mathbf{x}, t)\mathbf{sgn}(\mathbf{s}) \quad (135)$$

Sendo $\mathbf{K}(\mathbf{x}, t)$ e $\mathbf{D}(\mathbf{x}, t)$ as matrizes diagonais com elementos da diagonal principal positivos ou nulos ($\in R^m$) em função de $\mathbf{s}$, $\mathbf{sgn}(\mathbf{s})$ uma função vetorial das funções sinais (Equação 131) das funções de chaveamento $\mathbf{s}$ e $\mathbf{f}(\mathbf{s}) = [f_1(s_1), f_2(s_2), \dots, f_m(s_m)]^T$ uma função vetorial das funções de chaveamento $\mathbf{s}$, que satisfaz a condição, segundo a Equação 136.

$$s_i f_i(s_i) > 0, \quad \forall s_i \neq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (136)$$

Além da lei de alcance exibida na Equação 135, alguns casos especiais podem ser vistos em Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 8), devido as especificações das matrizes $\mathbf{K}(\mathbf{x}, t)$ e $\mathbf{D}(\mathbf{x}, t)$, que definem taxas distintas para a função de chaveamento $\mathbf{s}$, resultando em estruturas distintas e diferentes na lei de controle. A seguir, são reproduzidos os três exemplos de leis de alcance, de acordo com as Equações 137, 138 e 139.

Lei de alcance de taxa constante:

$$\dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{D}(\mathbf{x}, t)\mathbf{sgn}(\mathbf{s}) \quad (137)$$

Lei de alcance de taxa constante, mais termo proporcional:

$$\dot{\mathbf{s}} = -\mathbf{K}(\mathbf{x}, t)\mathbf{f}(\mathbf{s}) - \mathbf{D}(\mathbf{x}, t)\mathbf{sgn}(\mathbf{s}) \quad (138)$$

Lei de alcance da taxa de potência:

$$\dot{s}_i = -k_i |s_i|^\alpha \mathbf{sgn}(s_i), \quad 0 < \alpha < 1, \quad i = 1, \dots, m \quad (139)$$

4.1.1.3 Chattering

A resposta de um sistema por estrutura variável (VSC) perpassa por três etapas, que segundo Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 12), podem ser definidas pelo modo de alcance, de deslizamento e de estado estacionário. A condição e o modo de alcance estabelecem as condições para que a(s) superfície(s) seja(m) atingida(s), sendo que o modo deslizante ocorre durante e ao redor da trajetória até a etapa final, definida pelo estado estacionário, que tem por finalidade conduzir e minimizar a resposta dos estados para uma condição de equilíbrio ou de deslocamento constante, ao reduzir o erro a zero ($e \approx 0$) ou até atingir um estado de ciclo limite.

No decorrer do modo deslizante e do estado estacionário, devido ao chaveamento descontínuo ao longo da(s) superfície(s) e da descontinuidade da função sinal $\text{sgn}(\cdot)$ (Equação 130), a resposta durante estas fases tende a ser oscilante e/ou vibratória, em forma de zigue-zague, com amplitude finita de alta frequência, denominada por *chattering* (Bartolini, Ferrara & Usai, 1998, p. 241; Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C., 1993, p. 13; Levant, 2010, p. 1380; Shtessel *et al.*, 2014, p. 9; Slotine & Li, 1991, p. 289 e Young, Utkin & Ozguner, 1999, p. 328).

Em geral, essas oscilações excessivas são essencialmente indesejadas, já que comprometem a qualidade do sinal de controle e degradam o desempenho do sistema, ao reduzir a precisão devido aos atrasos entre as trocas de controle (Khalil, 2002b, p. 555, 2015, p. 236), além de poder excitar dinâmicas de altas frequências não modeladas (Bartolini, *et al.*, 2000, p. 1711; Slotine & Li, 1991, p. 289 e Young, Utkin & Ozguner, 1999, p. 329).

No controle de uma aeronave, por exemplo, os sinais a serem recebidos pelo sistema de controle de voo (FCS) devem ser mantidos, se possível, de maneira contínua e suave, de modo que uma superfície aerodinâmica, ao ser defletida, não possa mover-se alternadamente, com elevada frequência, ao ponto que é desejável que exista um patamar de robustez ou insensibilidade do sistema às incertezas do modelo e às perturbações externas (Shtessel *et al.*, 2014, p. 9).

Portanto, a maioria dos sistemas de controle práticos e reais não suportam a alternância excessiva de VSC, sem que exista uma perda no desempenho. Além da presença dos atrasos de tempos finitos, segundo Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 13), um outro fator que dificulta sua a implementação está relacionada as limitações dos atuadores físicos, que no caso dos motores de corrente contínua, devido à indutância do enrolamento, não permite que a corrente seja alternada a uma taxa infinitamente rápida.

Uma das formas de amenizar o efeito do *chattering* é suavizar a descontinuidade de controle em uma fina camada limite, vizinha à superfície de chaveamento (Slotine & Li, 1991, 290 – temática que será explorada no capítulo 4.2), ao qual, a função $\text{sgn}(\cdot)$ é aproximada por uma função contínua $\text{sat}(\cdot)$, dentro de uma camada limite em torno da superfície. A Equação 140 expõe a função $\text{sat}(\cdot)$, definida em relação à função sinal $\text{sgn}(\cdot)$ (Equação 131) e a Equação 141 define a função $\text{sat}(\cdot)$ em função da camada limite μ .

$$\text{sat}(s_i) \begin{cases} s_i, & \text{se } |s_i| \leq 1 \\ \text{sgn}(s_i), & \text{se } |s_i| > 1 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (140)$$

$$\text{sat}(s_i) \begin{cases} 1, & \text{se } s_i > \mu \\ \frac{s_i}{\mu}, & \text{se } |s_i| \leq \mu, \\ -1, & \text{se } s_i < -\mu \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (141)$$

A função $\text{sat}(\cdot)$ é caracterizada como um elemento que apresenta alto ganho e um pequeno erro de aproximação, sendo empregada com o objetivo de reduzir o *chattering* ao custo de uma pequena deterioração do sinal, motivada pela suposição que alguns sistemas práticos não suportam alterações abruptas, como no caso dos sistemas mecânicos que apresentam folgas entre engrenagens e/ou em dispositivos móveis que não devem ser afetados por forças e torques assíncronos, a fim de evitar o desgaste das peças (Bartolini, Ferrara & Usai, 1998, p. 242).

Todavia, mesmo para os casos em que uma função de suavização possa ser aplicada, somente é possível garantir que o modo deslizante ocorra em uma pequena vizinhança, dentro da camada limite μ , ao qual, de acordo com Bartolini, Ferrara & Usai (1998, p. 242), não garante totalmente que o sistema esteja isento de *chattering* ou que a distância estabelecida por μ não possa ser ultrapassada por uma frequência imprevisível.

Neste sentido, a hipótese que os sistemas de controle possam ser instantaneamente controlados, em sistema reais não é aplicável, de modo que os fatores acima referidos afetam na tarefa de controle, ao ponto que as Equações 131, 140 e 141 serão idealizações das condições reais e práticas do controle para a(s) superfície(s) de chaveamento s_i .

Segundo Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 13), Silva (2007, p. 83) e Slotine (1983, p. 7), o controle real para a função sinal e de saturação pode ser regularizado ao assumir que o comportamento do sistema será degenerado a partir de um chaveamento histerético, que pode ser modelado, de acordo com a Equação 142, sendo Δ um valor incremental positivo.

$$\text{hys}(s_i) = \begin{cases} 1, & \text{se } s_i > \Delta \text{ ou } \dot{s}_i < 0 \text{ e } |s_i| < \Delta \\ -1, & \text{se } s_i < -\Delta \text{ ou } \dot{s}_i > 0 \text{ e } |s_i| > \Delta \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (142)$$

O controle por relé, através da função $\text{sgn}(\cdot)$ e da característica de histerese torna impossível que o chaveamento ocorra intrinsecamente na superfície $s_i = 0$, ao invés disso, as soluções do sistema serão limitadas entre a superfície $s = \pm \Delta$, de acordo com a Figura 77.

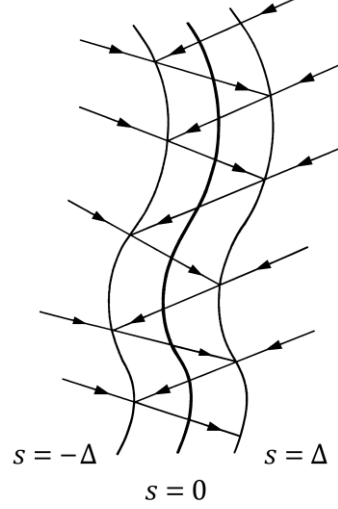


Figura 77 – Trajetória induzida pela histerese ao ser associada com o chaveamento de controle
[Adaptado de: Silva (2007, p. 84) e Slotine (1983, p. 8)]

O sinal de resposta correspondente ao controle com histerese pode ser visualizado na Figura 78, assumindo que o chaveamento de controle é descrito a partir da Equação 142, para u^+ e u^- , segundo a Equação 143.

$$u(s) = \text{hys}(s) = \begin{cases} u^+, & \text{se } s > \Delta \text{ ou } \dot{s} < 0 \text{ e } |s| < \Delta \\ u^-, & \text{se } s < -\Delta \text{ ou } \dot{s} > 0 \text{ e } |s| < \Delta \end{cases} \quad (143)$$

Em relação ao controle prático realizado através da função saturação, o efeito da histerese também está presente e de acordo com Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 14), a abordagem para esta condição tende a ser complexa, especialmente quando o sistema de controle é não linear, ao qual, o método da função descritiva tem sido uma das formas de abordar esse problema, assunto este, desenvolvido perante os capítulos 3.2 a 3.4.

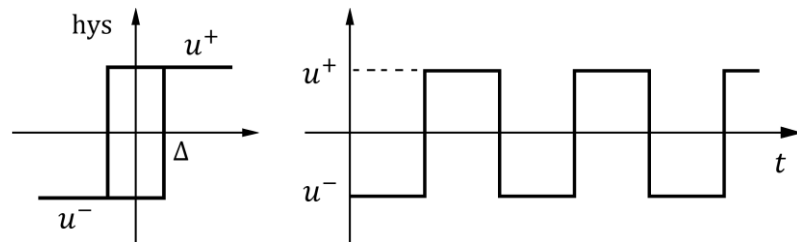


Figura 78 – Esquema de chaveamento e resposta de controle induzida por histerese
[Adaptado de: Silva (2007, p. 84)]

Na Figura 79 exibe-se as quatro situações para a função de chaveamento discutidas anteriormente, envolvendo o controle por relé, segundo a função $\text{sgn}(\cdot)$, para as situações idealizada (a) e real (c) e para o controle decorrente da função de saturação $\text{sat}(\cdot)$, para o caso ideal (b) e real (d). O estudo preliminar destas funções foi introduzido no capítulo 3.1, como elementos não lineares nos sistemas dinâmicos, representados pelas Figuras 53 e 54.

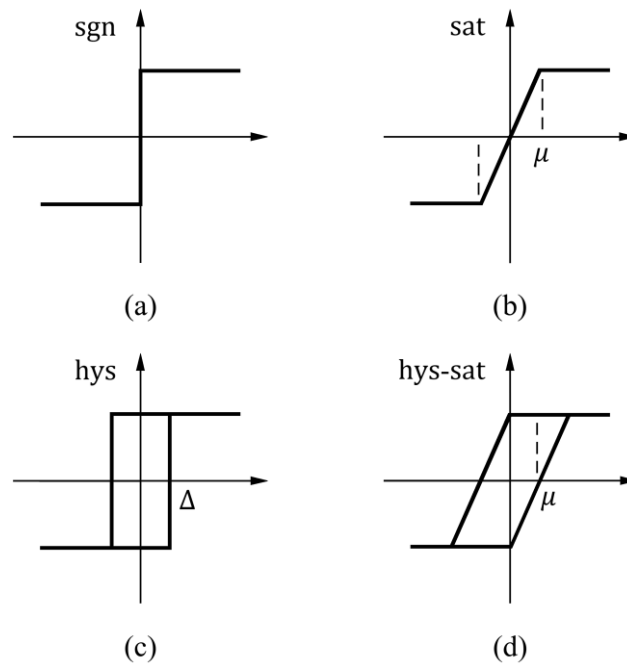


Figura 79 – Funções de chaveamento para uma estrutura variável com controle por (a) relé ideal (b) saturação ideal (c) relé real e (d) saturação real
[Adaptado de: Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 14)]

Os aspectos gerais destas funções podem ser observados através dos seus modos de deslizamento correspondentes, mediante a abordagem de um sistema de controle genérico de segunda ordem $\ddot{x} + a\dot{x} + bx$, com uma superfície de chaveamento $\dot{x} + cx = 0$, sendo a , b e c coeficientes reais quaisquer. Para as funções de chaveamento propostas, os seus modos deslizantes (ou quase) podem ser vistos na Figura 80.

Em síntese, pode-se observar pela Figura 80 que, nas condições ideais, o controle por relé (a) não exibe oscilação devido ao *chattering*, pois existe um modo de deslizamento ideal na superfície de chaveamento $s = 0$, com erro estacionário nulo, possibilitando a alternância infinita dos estados independentemente de distúrbios e incertezas paramétricas, evidenciando as propriedades de robustez e invariância.

Para o controle ideal da função saturação (b), onde a espessura da camada limite é definida por μ , o controle pode ser descrito em duas etapas. Fora da camada limite, o controle é

idêntico as características expostas para o relé ideal e dentro da camada limite, o controle será definido a partir de um controle linear de alto ganho. As trajetórias da resposta do sistema serão limitadas por μ , mas não são forçadas a permanecer na superfície $s = 0$, de modo que não existirá um modo de deslizamento ideal e a propriedade de invariância. Contudo, sendo a função de controle contínua, o efeito do *chattering* é amenizado.

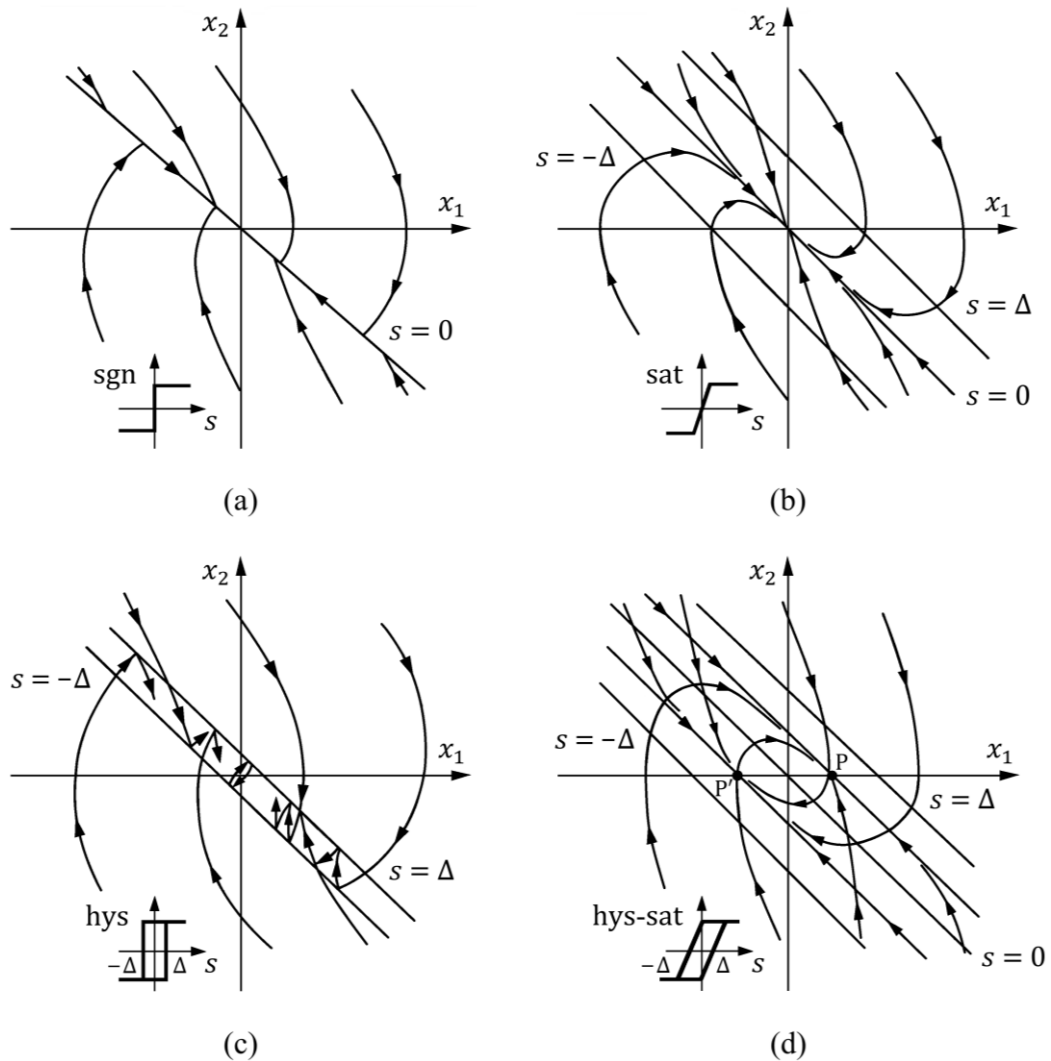


Figura 80 – Modos de deslizamento (ou quase) das funções de chaveamento para uma estrutura variável com controle por (a) relé ideal (b) saturação ideal (c) relé real e (d) saturação real
 [Adaptado de: Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 14)]

O controle por relé real (c), devido a degeneração alternada impossibilita que o chaveamento ocorra diretamente sobre a superfície $s = 0$, ao qual, a trepidação induzida pela histerese é limitada entre um valor incremental $\pm \Delta$. Neste caso, há um modo de deslizamento não ideal, repercutindo na presença de *chattering*. Além disso, para o estado estacionário, segundo Hung.

J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 14), a origem não será um ponto de equilíbrio, logo e consequentemente, a resposta do sistema comportar-se-á como um ciclo limite.

Para o último caso, referente ao controle prático de saturação (d), tem-se que o chaveamento de controle ocorrerá de maneira similar ao caso real, incluindo os efeitos da histerese, de modo que dentro da camada limite μ , as trajetórias do sistema convergem assintoticamente para dois pontos de equilíbrio, com a presença de erro no estado estacionário, sem modo deslizante. Tal como na situação ideal, a propriedade de invariância não é garantida, além disso, as propriedades do sistema VSC serão inexistentes quando a inclinação da faixa linear de controle da função saturação não for suficientemente grande.

Segundo Hung. J. Y., Gao & Hung. J. C. (1993, p. 14), uma forma de contornar o problema da invariância pode ser realizada através do ajuste adaptativo da espessura da camada limite proposto por Slotine (1983, 1984), Slotine & Sastry (1983) e Slotine & Li (1991), a fim de obter um rastreamento insensível as perturbações e ao grau de incerteza da dinâmica do sistema. A descrição da superfície deslizante de acordo com esta abordagem é realizada no capítulo 4.2, mas antes disso, formaliza-se o conceito de modo deslizante, unicidade e existência para o problema do sistema dinâmico descontínuo.

4.1.2 Formalização do modo deslizante

Do ponto de vista formal, as equações com lado direito descontínuo (apresentadas no capítulo 4.1.1) não satisfazem os teoremas clássicos sobre a existência e unicidade de uma solução, de modo a depender de abordagens axiomáticas ou físicas adicionais (Utkin 1974, p.7). A formulação, na maioria dos casos se resume a encontrar um determinado sistema de equações diferenciais com lado direito contínuo, que apesar das discontinuidades da função de controle original, permitem a descrição do movimento no modo deslizante.

As incertezas do comportamento dos sistemas descontínuos nas superfícies de chaveamento possibilitaram que diversas técnicas de análise fossem desenvolvidas para abordar este problema, ademais, segundo Utkin (1992, p. 6), foi a partir dos estudos sobre as estruturas variáveis, na década de 60 que foi dado o maior enfoque rumo ao desenvolvimento do controle por modo deslizante (SMC).

Para solucionar os problemas associados ao comportamento descontínuo dos sistemas de controle por estrutura variável (VSC) foram sugeridas algumas alternativas para substituir ou reduzir o problema original a um modelo modificado, a partir de métodos que proporcionem

uma solução aproximada e contínua, permitindo o uso de técnicas clássicas de análise ou através de métodos de determinação de uma equação diferencial com lado direito contínuo.

A seguir serão apresentadas três abordagens que se propuseram a solucionar a existência e a unicidade de uma solução ao problema do sistema dinâmica descontínuo, segundo o método de regularização, baseado na substituição do problema inicial e de acordo com os métodos de Filippov e de controle equivalente, segundo a teoria de equações diferenciais com lado direito contínuo, que preserva e mantém inalterado os estados originais.

- Método de regularização

A substituição de um problema original em uma solução reduzida e contínua, que permita a utilização de técnicas clássica é denominado como um processo de regularização, que segundo Utkin (1992, p. 12), teve sua base teórica estabelecida por Tikhonov (1952) e sua escola, que desenvolveram técnicas de regularização a problemas não clássicos gerais, envolvendo pequenos parâmetros em problemas singulares de controle ótimo.

De acordo com Silva (2007, p. 62), o método de regularização consiste na determinação de uma aproximação contínua para o chaveamento de controle exposto nas Equações 117 e 118, de tal forma que a equação diferencial que representa o sistema descontínuo satisfaça às condições do teorema de existência e unicidade e resolva a equação diferencial resultante, quando os limites para as variáveis físicas da aproximação contínua tendem a zero.

Em geral, as técnicas de regularização correspondem a sistemas da vida real, de modo que as equações de deslizamento tendem a se diferir em cada uma das abordagens devido ao âmbito de sua aplicação. Segundo Utkin (1992, p. 12), uma característica comum em ambas (ou na maior parte) as técnicas é a presença do vetor de velocidade no espaço de estados, sendo tangencial a uma ou mais superfícies, na ocorrência de um modo deslizante. Além disso, as técnicas suficientemente amplas serão aquelas que conseguem descrever o deslizamento sem o uso de um modelo preciso do comportamento do sistema na vizinhança dos limites de descontinuidade, mesmo que as equações sejam obtidas de forma ambígua (“chaveada”).

Para o caso a ser estudado, considera-se a regularização descrita por Utkin (1981, p. 36, 1992, p. 13 – por conviência, devido ao método de controle equivalente, que será exposto posteriormente), que faz uso de uma camada limite, de valor incremental Δ , segundo as Equações 142 e 143. Em Silva (2007, p. 62) é possível contemplar uma metodologia similar.

Seja um movimento deslizante $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = 0$ que ocorra entre as interseções das superfícies $(S_1 \cap S_2 \cap \dots \cap S_r, r \leq m)$ de descontinuidade $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = [s_1(\mathbf{x}), s_2(\mathbf{x}), \dots, s_m(\mathbf{x})]^T$, que levam em consideração um controle real ou preciso $\tilde{\mathbf{u}}$, que inclui imperfeições e incertezas (por exemplo: atrasos, histerese, inércia), de acordo com a Equação 144.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{u}}, t) \quad (144)$$

O custo para tal substituição transcreve-se sobre o modo deslizante, que não mais ocorrerá estritamente na variedade $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = 0$, mas sim em uma vizinhança próxima desta, limitada pela variável Δ e que será dependente das imperfeições consideradas; quando Δ tende a zero, o modo deslizante real aproxima-se do ideal, conforme Equação 145.

$$\|\mathbf{s}(\mathbf{x})\| \leq \Delta, \quad \|\mathbf{s}(\mathbf{x})\| = \sqrt{(\mathbf{s}^T \mathbf{s})} \quad (145)$$

A condição necessária de estabilidade para o modo deslizante, em um domínio S é garantida caso a Equação 145 forneça pelo menos uma única solução e caso as variáveis desta solução satisfaçam a desigualdade, segundo a Equação 146.

$$\min(u_i^-, u_i^+) \leq \tilde{u}_i \leq \max(u_i^-, u_i^+) \quad (146)$$

- Método de Filippov

A teoria de equações diferenciais com o lado direito descontínuo desenvolvida por Filippov (1960, 1961, 1985, 1988) constroem uma solução média das soluções obtidas ao aproximar-se do ponto de descontinuidade a partir de diferentes direções, sendo está, uma das bases principais para a aplicação dos modos deslizantes ao VSC. A Equação 147, similar a Equação 117 retrata a dinâmica do sistema a seguir:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u(\mathbf{x}), t) \quad (147)$$

De acordo com Filippov (1960, p. 105, 1961, p. 933, 1985, p. 42), a dinâmica deste sistema (Equação 147) pode ser representada pela média entre as estruturas, conforme a Equação 148.

$$\mathbf{f}^0 = \alpha_F \mathbf{f}^+ + (1 - \alpha_F) \mathbf{f}^-, \quad 0 \leq \alpha_F \leq 1) \quad (148)$$

Segundo Utkin (1992, p. 9 *apud* Filippov, 1960), a função de estado $\mathbf{f}^0$ corresponde a todos os valores de $\mathbf{f}$ pertencente a um conjunto fechado convexo mínimo em cada um dos pontos da superfície quando $\mathbf{x}(t)$ transpassa por toda a vizinhança $O(\mathbf{x}, \delta)$, dado os limites (Equação 149) da função $\mathbf{f}^0$.

Segundo Slotine & Li (1991, p. 284), a Equação 148 representa geometricamente uma solução para a dinâmica do sistema no modo deslizante $\dot{s} = 0$, dado o conceito de controle equivalente u^{eq} (assunto a ser discutido sequencialmente), para $\mathbf{f}^{eq} = \mathbf{f}^0$.

$$\mathbf{f}^+ = \lim_{s \rightarrow 0} \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^+, t) \quad \text{e} \quad \mathbf{f}^- = \lim_{s \rightarrow 0} \mathbf{f}(\mathbf{x}, u^-, t) \quad (149)$$

O coeficiente α_F é determinado de maneira a exigir que as trajetórias da dinâmica no modo deslizante ($\dot{s} = 0$) sejam tangentes à superfície (Slotine & Li, 1991, p. 283), dada as projeções normais de $\mathbf{f}^+$ e $\mathbf{f}^-$ (Filippov, 1960, p. 105, 1985, p. 42), que devem ser perpendiculares ao gradiente ∇_s (DeCarlo, Zak & Matthews, 1988, p. 218, Filippov, 1984, p. 42 e Silva, 2007, p. 246 – Equação 127) das superfícies s . O coeficiente α_F pode ser obtido através da Equação 150, incluindo o termo ∇_s^T , para o cálculo direto de suas projeções.

$$\alpha_F = \frac{\nabla_s^T \mathbf{f}^-}{\nabla_s^T (\mathbf{f}^- - \mathbf{f}^+)} \quad (150)$$

Na condição $\nabla_s^T \mathbf{f}^0 = 0$ e sendo α_F um coeficiente determinado em um ponto pertencente a superfície, para ambos as funções $\mathbf{f}^+$ e $\mathbf{f}^-$, obtém-se a equação que descreve o modo deslizante diretamente, sob a condição inicial $s = 0$, de acordo com a Equação 151.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}^0(\mathbf{x}, t) = \left[\frac{\nabla_s^T \mathbf{f}^-}{\nabla_s^T (\mathbf{f}^- - \mathbf{f}^+)} \right] \mathbf{f}^+ + \left[\frac{\nabla_s^T \mathbf{f}^+}{\nabla_s^T (\mathbf{f}^+ - \mathbf{f}^-)} \right] \mathbf{f}^- \quad (151)$$

Na Figura 81 é retratado uma construção dos vetores de velocidade do sistema, corresponde a teoria desenvolvida por Filippov para o movimento de modo deslizante.

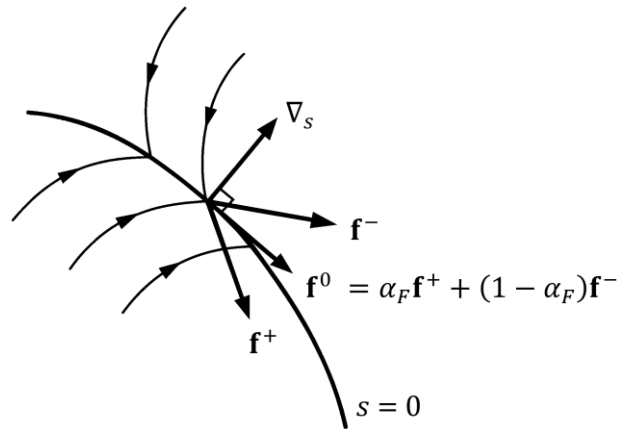


Figura 81 – Construção de Filippov para determinar o vetor de velocidade desejado $\mathbf{f}^0$ em um movimento de modo deslizante.

[Adaptado de: DeCarlo, Zak & Matthews, (1988, p. 218) e Filippov (1961, p. 923)]

Uma leitura introdutória e mais detalhada sobre o método de Filippov pode ser lida em Filippov (1960, 1961, 1985, 1988), Silva (2007) e Slotine (1973).

- Método de controle equivalente

O método de controle equivalente, desenvolvido por Utkin (1974, 1981, 1992 e possivelmente baseado em trabalhos correlatos e anteriores a esse período, por exemplo: Emelyanov e Filippov), define um modo de controle contínuo através de uma ação necessária para manter o movimento deslizante ideal em S (Shtessel *et al.*, 2014, p. 47). De acordo com DeCarlo, Zak & Matthews (1988, p. 218) e Utkin (1992, p. 14, 1981, p. 37), tem-se a formalização a seguir:

Seja um modo deslizante entre as interseções das superfícies ($S_1 \cap S_2 \cap \dots \cap S_r$, $r \leq m$) na variedade $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = [s_1(\mathbf{x}), s_2(\mathbf{x}), \dots, s_m(\mathbf{x})]^T$, para os sistemas expostos nas Equações 117 e 118. Suponha que em um tempo t_0 a trajetória dos estados da planta intercepta as superfícies de chaveamento e que exista um modo deslizante $t \geq t_0$, de modo que por existência, tem-se que $\dot{\mathbf{s}}(\mathbf{x}) = 0$ e $\mathbf{s}(\mathbf{x}) = 0$ para $\forall t \geq t_0$.

A solução (ou as várias soluções) para um controle contínuo baseado nesta concepção deve reproduzir um vetor de estado igualmente zero em relação as derivadas temporais do vetor $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ ao longo das trajetórias do sistema, conforme a Equação 152, sendo $\mathbf{G}$ a matriz dos gradientes da função de chaveamento $\mathbf{s}$, de acordo com a Equação 127.

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{G}\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = 0 \quad (152)$$

O vetor $\mathbf{u}$ m -dimensional será chamado de vetor de controle equivalente $\mathbf{u}^{eq}$ quando for possível solucionar a Equação 152, em referência ao sistema original modificado, segundo a Equação 153, que pode ser representado como uma função linear, baseado na teoria de equações diferenciais com lado direito descontínuo, dado a matriz de ganho dos controles $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ (similar a Equação 118), conforme a Equação 154.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}^{eq}, t) \quad (153)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}^{eq} \quad (154)$$

O modo deslizante para o sistema descontínuo considerando um controle equivalente para a Equação 154 pode ser obtido segundo a Equação 155, incluindo a matriz $\mathbf{G}$.

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{G}\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{G}\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}^{eq} \quad (155)$$

Assumindo que a matriz $\mathbf{GB}$ é não singular ($\det \mathbf{GB} \neq 0$) para $\forall \mathbf{x}$ e t (Utkin, 1981, p. 40, 1992, p. 15; DeCarlo, Zak & Matthews, 1988, p. 218 e Shtessel *et al.*, 2014, p. 47), obtém-se a Equação 156, isolando o termo $\mathbf{u}^{eq}$.

$$\mathbf{u}^{eq}(\mathbf{x}, t) = -[\mathbf{G}(\mathbf{x}, t)\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)]^{-1}\mathbf{G}(\mathbf{x}, t)\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad (156)$$

E substituindo o resultado obtido para o controle equivalente na Equação 154, tem-se a descrição do movimento de modo deslizante na variedade $\mathbf{s} = 0$, conforme a Equação 157.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)[\mathbf{G}(\mathbf{x}, t)\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)]^{-1}\mathbf{G}(\mathbf{x}, t)\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad (157)$$

4.2 Superfície deslizante adaptativa

Neste capítulo serão introduzidos os conceitos principais sobre o desenvolvimento da teoria sobre a superfície deslizante de acordo com os trabalhos desenvolvidos por Slotine (1983, 1984), Slotine & Sastry (1983), Slotine & Coetsee (1986) e Slotine & Li (1991). Esta metodologia consiste em satisfazer as propriedades de invariância e robustez para o sistema descontínuo e ao modo deslizante existente, de tal forma que o modelo empregado seja insensível a distúrbios, imprecisões e incertezas paramétricas, devido ao ajuste adaptativo da espessura da camada limite.

4.2.1 Definição da superfície deslizante

De acordo com Slotine e Li (1991, p. 277), considere um sistema dinâmico não linear, de entrada única, segundo a Equação 158.

$$\dot{\mathbf{x}}^n = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x})u \quad (158)$$

Em que $\mathbf{x} = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{n-1}]^T$ é o vetor de estado, u a entrada de controle e x a saída de estado de interesse; ademais, segundo o exemplo para o servomecanismo (capítulo 2.1.1), tem-se que o vetor de estado $\mathbf{x}$ pode ser associado a potência ou a corrente elétrica do amplificador, a entrada de controle u ao torque do motor e sendo x a saída de posição correspondente do sistema mecânico. A função de estado $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ e do ganho de controle $\mathbf{b}(\mathbf{x})$ não são exatamente conhecidas, mas a extensão de suas imprecisões é limitada superiormente por funções contínuas de $\mathbf{x}$ (capítulo 4.1.1.1).

A tarefa de rastreamento para o problema de controle (Equação 158) consiste em encontrar os estados de $\mathbf{x}$ que rastreiem, em um tempo variável uma trajetória de referência específica (e/ou desejada) do vetor $\mathbf{x}_r = [x_r \ \dot{x}_r \ \dots \ x_r^{n-1}]^T$ na presença do modelo impreciso das funções de

$f(\mathbf{x})$ e $b(\mathbf{x})$, ao satisfazer a condição de controle finito u , considerando o estado inicial de referência igual a $\mathbf{x}_r(0) = \mathbf{x}(0)$. Segundo Slotine & Li (1991, p. 278), a posição e a velocidade da trajetória não podem saltar de um estado a outro, de modo que ela deve começar em união com a planta; caso contrário, o rastreamento é alcançável somente após o regime transitório.

Como mencionado no capítulo 4.1, a metodologia desta lei deve-se a uma simplificação notacional, equivalente à substituição de um problema de rastreamento de ordem n por um de estabilização de primeira ordem. Neste sentido, define-se o erro de rastreamento do sistema como $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_r = [\tilde{x} \ \dot{\tilde{x}} \ \dots \ \tilde{x}^{n-1}]^T$ e a superfície de deslizamento $S(t) \in \mathbb{R}^n$, variante no tempo, para a função de chaveamento $s(\mathbf{x}, t) = 0$, segundo a Equação 159.

$$s(\mathbf{x}, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} \quad (159)$$

Sendo λ uma constante estritamente positiva correlacionada a taxa de decaimento do erro (Díaz-Méndez, 2018, p. 28). Para um sistema de segunda e terceira ordem ($n = 2$ e 3), têm-se as expressões $s = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x}$ e $s = \ddot{\tilde{x}} + 2\lambda \dot{\tilde{x}} + \lambda^2 \tilde{x}$. De acordo com Slotine & Li (1991, p. 279), dada a condição inicial ($\mathbf{x}_r = \mathbf{x} = 0$), o problema de rastreamento $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}_r$ equivale a manter o controle do sistema na superfície $S(t)$ para $t > 0$, cuja solução será única para $s \equiv 0$, quando $\tilde{\mathbf{x}} \equiv 0$. Em síntese, o problema de rastreamento do vetor n -dimensional $\mathbf{x}_r$ (Equação 158) pode ser substituído por um problema de estabilização de primeira ordem em s (Equação 159), onde os limites de s podem ser descritos em função dos limites do vetor de erro de rastreamento $\tilde{\mathbf{x}}$, segundo a Equação 160, assumindo que $\tilde{\mathbf{x}}(0) = 0$.

$$\forall t \geq 0, |s(t)| \leq \Phi \Rightarrow \forall t \geq 0, |\tilde{x}^i(t)| \leq (2\lambda)^i \varepsilon, i = 0, \dots, n-1 \quad (160)$$

Sendo $\varepsilon = \Phi/\lambda^{n-1}$ a largura da camada limite Φ . Por definição, segundo a Equação 160, o erro de rastreamento $\tilde{x}$ da função de chaveamento s pode ser obtido a partir de uma sequencia de filtros passa baixa de primeira ordem, conforme a Figura 82.

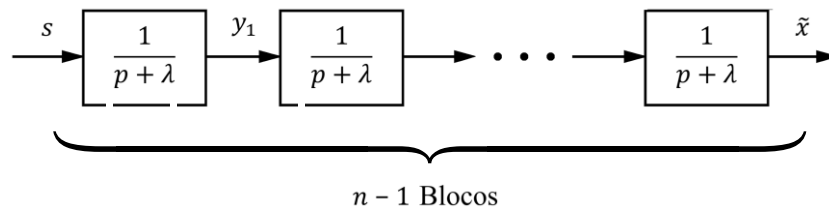


Figura 82 – Cálculo dos limites do erro de rastreamento $\tilde{x}$
[Adaptado de: Slotine & Li (1991, p. 279)]

Sendo p o operador de Laplace (d/dt). Segundo Slotine & Li (1991, p. 279), a saída do primeiro filtro y_1 , conforme a Figura 82 pode ser obtida pela Equação 161.

$$y_1(t) = \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} s(\tau) d\tau \quad (161)$$

Para $|s| \leq \Phi$, obtém-se a inequação, de acordo com a Equação 162 e

$$|y_1(t)| \leq \Phi \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau = (\Phi/\lambda)(1 - e^{-\lambda t}) \leq \Phi/\lambda \quad (162)$$

para a saída $y^{n-1} = \tilde{x}$, obtém-se o resultado exposto na Equação 163.

$$|\tilde{x}| \leq \Phi/\lambda^{n-1} = \varepsilon \quad (163)$$

De maneira similar, as derivadas do erro de rastreamento $\tilde{x}^i$ podem ser obtidas segundo a sequência exposta na Figura 83.

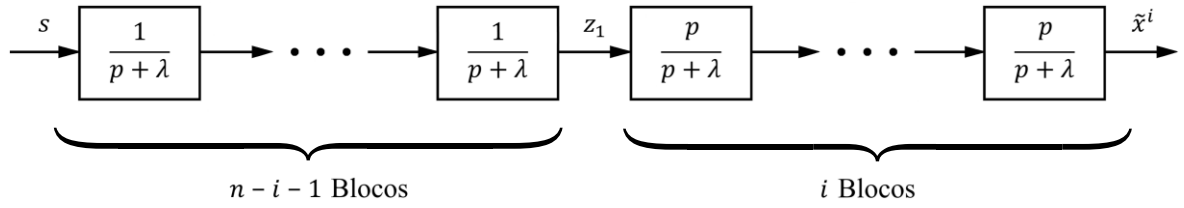


Figura 83 – Cálculo dos limites das derivadas do erro de rastreamento $\tilde{x}^i$
[Adaptado de: Slotine & Li (1991, p. 279)]

Sendo $|z_1(t)| \leq \Phi/\lambda^{n-1-i}$ a saída do $(n-1-i)$ éximo filtro e admitindo a relação para os filtros i , segundo a Equação 164.

$$\frac{p}{p+\lambda} = \frac{p+\lambda-\lambda}{p+\lambda} = 1 - \frac{\lambda}{p+\lambda} \quad (164)$$

A partir das Equações 163 e 164 e segundo a Figura 83, pode-se descrever a sequência dos limites das derivadas do erro de rastreamento $\tilde{x}^i$, de acordo com a Equação 165.

$$|\tilde{x}^i| \leq (\Phi/\lambda^{n-1-i})(1 + \lambda/\lambda)^i = (2\lambda)^i \varepsilon \quad (165)$$

Resultado este concebido através dos limites do vetor de erro de rastreamento estabelecidos na Equação 160. Para o caso $\tilde{x}(0) \neq 0$, os limites são obtidos assintoticamente entre um curto intervalo de tempo $(n-1)/\lambda$. Deste modo, o problema de rastreamento é substituído por um problema de estabilização, com medida de desempenho descritas segunda a Equação 160.

Segundo Slotine & Li (1991, p. 280), o problema de estabilização de primeira ordem consiste em manter a função de chaveamento s em zero através de uma lei de controle u , de tal forma que a superfície $S(t)$ possa ser descrita de acordo com a Equação 166.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -a|s| \quad (166)$$

Em que a é uma constante estritamente positiva ($a \in \mathbb{R}^+$), similar a Equação 121. A Equação 166 expressa que a distância quadrática à superfície s^2 decresce ao redor de todas as trajetórias do sistema, sendo restringidas em direção à $S(t)$, segundo a Figura 75. A condição de deslizamento torna a superfície um conjunto invariante, permitindo que algumas perturbações e incertezas possam ser toleradas, mantendo a trajetória apontada para a superfície enquanto o movimento deslizante decorre ($s = 0$, Equação 159).

A definição da função de chaveamento implica que o erro de rastreamento decairá exponencialmente a zero, a partir de uma constante de tempo $(n - 1)/\lambda$. Segundo Slotine & Li (1991, p. 282), essa condição é satisfeita para a Equação 166 conforme a Figura 84, para $n = 2$. A superfície deslizante é descrita por uma linha no plano de fase, com inclinação λ , contendo o ponto variante no tempo $\mathbf{x}_r(t) = [x_r \ \dot{x}_r]^T$.

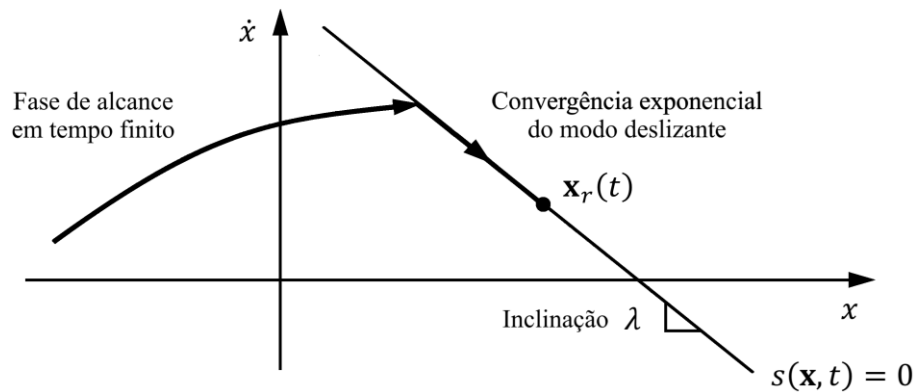


Figura 84 – Interpretação gráfica da função de chaveamento (Equação 159) e da lei de controle (Equação 166) para o modo deslizante ($n = 2$).

[Adaptado de: Slotine & Li (1991, p. 282)]

Como pode ser visto na Figura 84, para quaisquer condições iniciais, a trajetória dos estados do sistema deve atingir a superfície s , variável no tempo, em um tempo finito menor que $|s|(t = 0)/a$ e por seguinte, deslizar ao longo da superfície em direção a $\mathbf{x}_r$ exponencialmente, a partir de uma constante de tempo $1/\lambda$.

Em síntese, ao empregar as equações 159 e 166 para descrever o modo deslizante, tem-se por ideia principal que a função escolhida para expressar o erro de rastreamento s seja bem comportada e que a lei de controle por realimentação de estado u (em s^2) seja semelhante à função candidata de Lyapunov de circuito fechado (capítulo 4.1.1.1), considerando a presença de perturbações e de imprecisões do modelo (Slotine & Li, 1991, p. 282).

Na presença de distúrbios e imprecisões na modelagem, a lei de controle, por ser descontínua em $S(t)$, provoca oscilações (ou trepidações) excessivas durante o modo deslizante, denominadas por *chattering*. Assim como mencionado no capítulo 4.1.1.3, o *chattering*, ilustrado na Figura 85, é um fenômeno indesejável, ao qual, busca-se reduzi-lo através de uma lei de controle adequada, que suavize as trocas entre o chaveamento descontínuo para a obtenção de um alcance ideal entre a largura de banda de controle e a precisão de rastreamento.

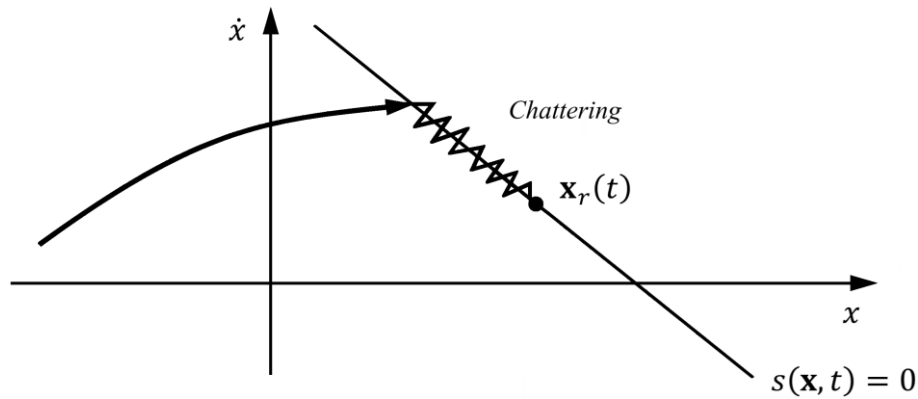


Figura 85 – *Chattering* resultante do chaveamento de controle não ideal em um modo deslizante.
[Adaptado de: Slotine & Li (1991, p. 283)]

4.2.2 Aproximação contínua para o chaveamento de controle

Para solucionar, ou ao menos amenizar os efeitos do *chattering*, como dito anteriormente (capítulo 4.1.1.3), uma das formas possíveis é suavizar a descontinuidade de controle chaveada a partir de uma camada limite, vizinha à superfície de chaveamento, segundo a Equação 167, dado que em geral, o efeito do *chattering* deve ser eliminado para a obtenção de um desempenho adequado para a lei de controle (Slotine & Li, 1991, p. 290).

$$O(t) = \{\mathbf{x}, |s(\mathbf{x}, t)| \leq \Phi\}, \quad \Phi > 0 \quad (167)$$

Sendo $O(t)$ uma vizinhança arbitrariamente pequena e $\varepsilon = \Phi/\lambda^{n-1}$ a largura da camada limite Φ , de acordo com a Figura 86, para o caso $n = 2$.

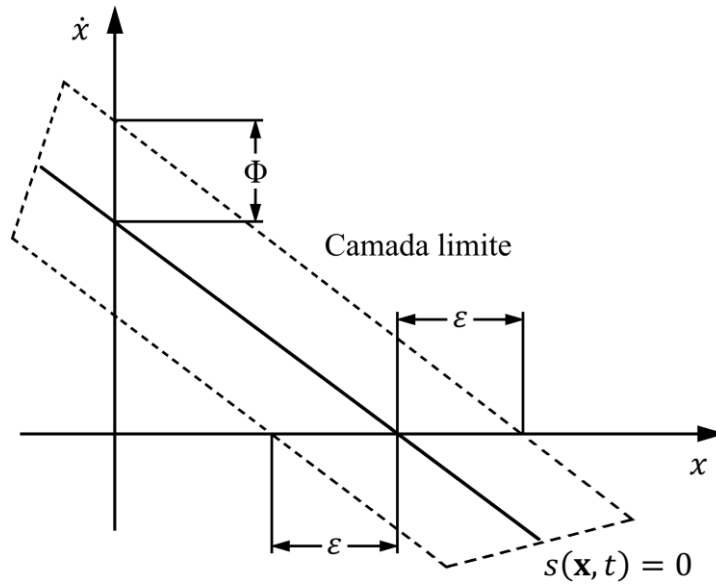


Figura 86 – Espessura Φ e largura ε da camada limite para a superfície deslizante adaptativa.
[Adaptado de: Slotine (1983, p. 38) e Slotine & Li (1991, p. 291)]

Fora da vizinhança $O(t)$, a lei de controle u deve ser escolhida segundo a condição de deslizamento estabelecida pela Equação 166, de modo a garantir que a camada limite seja atrativa, portanto, invariante (Slotine & Li, 1991, p. 291). Neste sentido, as trajetórias dos estados que iniciam em $O(t = 0)$ permanecem em $O(t)$ para $t \geq 0$. Dentro de $O(t)$, as trajetórias podem ser definidas por uma lei de controle u , considerando a melhor estimativa para o controle real $\tilde{u}$ (conforme a teoria de regularização e de controle equivalente – capítulo 4.1.2), em termos da substituição da função $\text{sgn}(s)$ pela função contínua $\text{sat}(s)$, em s/Φ , segundo a Figura 87.

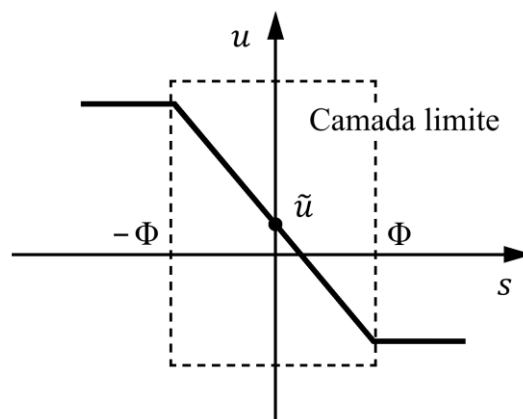


Figura 87 – Interpolação de controle para a camada limite.
[Adaptado de: Slotine (1983, p. 38) e Slotine & Li (1991, p. 292)]

4.3 Linearização por realimentação de estado

A origem do controle por modo deslizante (SMC), como mencionado, deu-se a partir do avanço da técnica de controle por estrutura variável (VSC) e através do desenvolvimento teórico sobre a superfície e o modo deslizante, dos quais surge o conceito de controle “contínuo” (Zhou & Fisher, 1992) por modo deslizante (*Continuous Sliding Mode Control* – CSMC).

Em paralelo (e conjuntamente) com o CSMC, as teorias sobre os sistemas de controle não lineares evoluíram a partir de trabalhos precursores (Brockett, 1978, 1982; Desoer & Wang, 1980; Jakubczyk & Respondek, 1980; Krener, 1973) relacionados a linearização por realimentação de estado (correlacionado aos métodos geométricos diferenciais, segundo Isidori, 1995, p. 33, Khalil, 1996, p. 558), assunto este que será abordado a seguir devido a introdução de certos conceitos e definições importantes para a formalização do processo de regulação robusta.

A linearização por realimentação de estado, similarmente ao conceito de sistemas de controle quase lineares é uma abordagem de projeto baseada na capacidade de transformar algebricamente a dinâmica de um sistema não linear (não somente de um ou mais elementos não lineares) em uma dinâmica linear, para o uso e aplicação de técnicas de controle lineares.

Este método busca simplificar a forma da dinâmica do sistema a partir da escolha de uma representação de estado distinta, transformando o sistema original em um modelo equivalente (Slotine & Li, 1991, p. 207), sendo empregado a problemas típicos, como no controle de helicópteros, aeronaves de alto desempenho, robôs industriais e dispositivos biomédicos.

O procedimento de aplicação do método de linearização por realimentação de estado pode ser feito para uma classe de sistemas não lineares descritos em sua forma canônica controlável (ou complementar), segundo a Equação 168.

$$\dot{x}^n = f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u \quad (168)$$

Onde $\mathbf{x} = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{n-1}]^T$ é o vetor de estado, u é a entrada de controle, x é a saída de estado de interesse e $f(\mathbf{x})$ e $b(\mathbf{x})$ são as funções não lineares de estado. Este formato é único no sentido que as derivadas de x não estão acopladas ao controle u , conforme a Equação 169.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u \end{bmatrix} \quad (169)$$

A seguir, faz-se uma breve retratação do processo de transformação de uma equação diferencial geral (Equação 170) em um modelo no espaço de estado, a fim de expor essa condição.

$$y^n + a_{n-1}y^{n-1} + a_{n-2}y^{n-2} + \dots + a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = b_0u \quad (170)$$

Sendo a e b os coeficientes da equação diferencial, que podem ser reorganizados separando o termo de maior potência (à esquerda), conforme a Equação 171.

$$y^n = -a_{n-1}y^{n-1} - a_{n-2}y^{n-2} - \dots - a_2\ddot{y} - a_1\dot{y} - a_0y + b_0u \quad (171)$$

Além disso, a Equação 171 pode ser transformada em um sistema de n equações de primeira ordem, definindo as variáveis $x_1, x_2, \dots, x_n$, segundo a Equação 172.

$$\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= \dot{y} \\ &\vdots \\ x_{n-1} &= y^{n-2} \\ x_n &= y^{n-1} \end{aligned} \quad (172)$$

Diferenciando ambos os lados da Equação 172 e

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{y} \\ \dot{x}_2 &= \ddot{y} \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= y^{n-1} \\ \dot{x}_n &= y^n \end{aligned} \quad (173)$$

relacionando as Equações 172 e 173 chega-se ao resultado exposto na Equação 174.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= -a_0x_1 - a_1x_2 - \dots - a_{n-2}x_{n-1} - a_{n-1}x_n + b_0u \end{aligned} \quad (174)$$

Matricialmente, este resultado pode ser representado de acordo com a Equação 175.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (175)$$

Na Figura 88 expõe-se o diagrama esquemático que resume este processo.

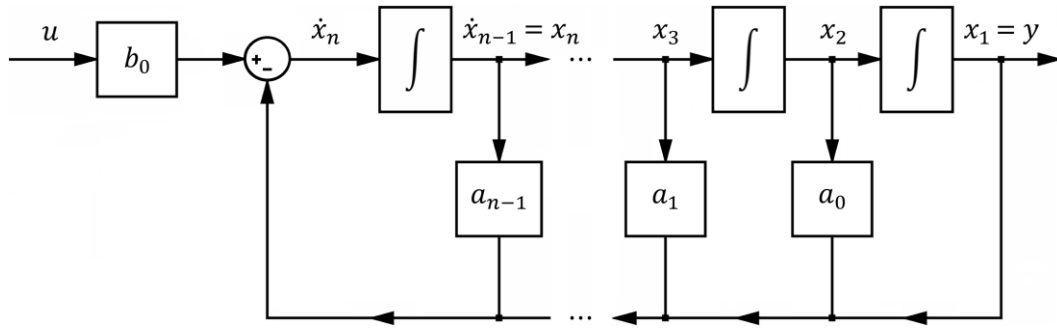


Figura 88 – Diagrama do processo de transformação de estado do sistema em sua forma canônica controlável.
[Adaptado de: Jobling (2019)]

Para os sistemas que podem ser representados em sua forma canônica de controlabilidade, a entrada de controle u , pode ser dada pela Equação 176, assumindo que $b \neq 0$.

$$u = \frac{1}{b}(-f + v) \quad (176)$$

De modo que as não linearidades podem ser canceladas a partir de uma relação diferencial linear entre a saída x^n e uma nova entrada v , equivalente ao processo de linearização $x^n = v$, segundo a lei de controle exposta na Equação 177.

$$v = -k_0 x - k_1 \dot{x} - k_2 \ddot{x} - \dots - k_{n-1} x^{n-1} \quad (177)$$

Sendo os coeficientes k_i equivalentes à a_i , de modo que $k_0 = a_0, k_1 = a_1, \dots, k_{n-1} = a_{n-1}$ e $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, \dots, x_{n-1} = x^{n-1}$. Os valores de k_i devem ser escolhidos de modo que o polinômio $\lambda^n + k_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + k_1\lambda + k_0$ tenha raízes estritamente no plano da metade esquerda (Figura 46, regime oscilatório, convergente e estável $s = -\sigma \pm j\omega$), que conduz à dinâmica exponencialmente a zero, conforme à Equação 178.

$$x^n + k_{n-1}x^{n-1} + \dots + k_1\dot{x} + k_0x = 0, \quad \forall x(t) \rightarrow 0 \quad (178)$$

De acordo com Slotine & Li (1991, p. 210), para as tarefas que envolvam o rastreamento de uma saída de referência e/ou desejada $x_r(t)$, a lei de controle pode ser modificada, de acordo com a Equação 179.

$$v = x_r^n - k_0 e - k_2 \dot{e} - \dots - k_{n-1} e^{n-1} \quad (179)$$

Em que $e(t) = \tilde{x}(t) = x(t) - x_r(t)$ é o erro de rastreamento.

4.3.1 Teoria elementar e fundamentos matemáticos

Seja o sistema n -dimensional não linear com uma única entrada e saída (*Single-Input Single-Output* – SISO), transformável a forma normal, segundo a Equação 180 e de acordo com Isidori (1995), Khalil (1996, 2002b, 2015), Slotine & Li (1991) e Vidyasagar (1993). Todas as condições assumidas para o desenvolvimento teórico partem destes trabalhos, salvaguardando quaisquer outras questões.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \\ y &= h(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{180}$$

Sendo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estado, u a entrada de controle, y o vetor de saída, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ e $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ são campos vetoriais suaves em $D \subset \mathbb{R}^n$ e $h(\mathbf{x})$ uma função de valor real suave ($D \subset \mathbb{R}^n$).

De acordo com Slotine & Li (1991, p. 246), a ideia principal da linearização por realimentação de estado é diferenciar a função de saída do sistema y repetidamente até que a entrada de controle u apareça, de modo que se possa projetar um controle (Equação 176) que cancele as não linearidades e imponha uma dinâmica linear.

Além disso, segundo Isidori (1995, p. 8), as operações diferenciais envolvendo campos vetoriais e campos covetoriais – em especial, relacionado ao gradiente ∇ (associado a matriz jacobiana, composta pelas derivadas parciais de h com respeito a x_i), são usados frequentemente na análise de sistemas de controle não lineares, de tal modo que ao longo do texto serão definidas algumas notações matemáticas que simplificam e sintetizam os cálculos recorrentes do desenvolvimento desta teoria.

De início, define-se uma operação importante para o avanço do estudo, envolvendo o produto interno de uma função de valor real suave $h(\mathbf{x})$ e de um campo vetorial suave $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, ambos definidos em $D \subset \mathbb{R}^n$, na forma expressa pela Equação 181.

$$\langle \nabla h(\mathbf{x}), \mathbf{f}(\mathbf{x}) \rangle = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i(\mathbf{x}) = L_{\mathbf{f}} h(\mathbf{x})\tag{181}$$

Resultando em uma nova função de valor real suave. Então, para o sistema não linear (Equação 180), a primeira derivada da saída $\dot{y}$ será dada pela Equação 182.

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u] \stackrel{\text{def}}{=} L_{\mathbf{f}} h(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{g}} h(\mathbf{x})u\tag{182}$$

Sendo $L_{\mathbf{f}}$ e $L_{\mathbf{g}}$ as derivadas de Lie de h com respeito a $\mathbf{f}$ e $\mathbf{g}$.

As derivadas de Lie são definidas como derivadas parciais contínuas (e direcionais) de h ao longo da direção do vetor $\mathbf{f}$ (Slotine & Li, 1991, p. 229 e Vidyasagar, 1993, p. 381).

Formalmente, tem-se:

Definição 1: Seja $h(\mathbf{x})$ uma função de valor real suave e $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ um campo vetorial suave em $D \in \mathbb{R}^n$, então a derivada de Lie de h em relação à $\mathbf{f}$ é uma função definida por:

$$L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}) = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \nabla_h \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (183)$$

Recursivamente, derivando a Equação 183 para $L_{\mathbf{f}}h$, chega-se à Equação 184.

$$L_{\mathbf{f}}^i h(\mathbf{x}) = L_{\mathbf{f}} L_{\mathbf{f}}^{i-1} h(\mathbf{x}) = \frac{\partial (L_{\mathbf{f}}^{i-1} h)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (184)$$

Para $i = 0$, tem-se que $L_{\mathbf{f}}^0 h(\mathbf{x}) = h(\mathbf{x})$. Além disso, a derivada de $h(\mathbf{x})$ ao longo do campo vetorial $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ e depois (a ordem dos fatores importa) ao longo de um campo vetorial $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ pode ser definida segundo a Equação 185.

$$L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}} h(\mathbf{x}) = \frac{\partial (L_{\mathbf{f}} h)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \nabla (L_{\mathbf{f}} h) \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (185)$$

Para o caso de dois campos vetoriais, pode-se aplicar o operador matemático, denominado por colchete (ou produto) de Lie, de acordo com a definição a seguir.

Definição 2: Seja $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ e $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ dois campos vetoriais em $\mathbb{R}^n$. O colchete de Lie de $\mathbf{f}$ e $\mathbf{g}$ é formado por um terceiro campo vetorial definido pela Equação 186.

$$[\mathbf{f}, \mathbf{g}] = \nabla_{\mathbf{g}} \mathbf{f} - \nabla_{\mathbf{f}} \mathbf{g} \quad (186)$$

O colchete de Lie $[\mathbf{f}, \mathbf{g}]$, segundo Isidori (1995, p. 9), Khalil (1996, p. 560), Slotine & Li (1991, p. 230) e Vidyasagar (1993, p. 391) é comumente escrito por $ad_{\mathbf{f}} \mathbf{g}$ (ad – adjunto), a fim de evitar a forma $[\mathbf{f}, \dots, [\mathbf{f}, \mathbf{g}]]$. Recursivamente, chega-se as notações, expostas na Equação 187.

$$ad_{\mathbf{f}}^0 \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{g}(\mathbf{x}), \quad ad_{\mathbf{f}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) = [\mathbf{f}, \mathbf{g}](\mathbf{x}), \quad ad_{\mathbf{f}}^i \mathbf{g}(\mathbf{x}) = [\mathbf{f}, ad_{\mathbf{f}}^{i-1} \mathbf{g}](\mathbf{x}), \quad i \geq 1 \quad (187)$$

A partir desta abordagem, os sistemas podem ser sintetizados, sendo conveniente para o tratamento formal da linearização por realimentação de estado de n -ésima ordem, do qual se irá fazer o uso para definir as propriedades de integrabilidade e involutividade, segundo o teorema de Frobenius, que fornece as condições necessárias e suficientes para a resolubilidade desta classe de equações diferenciais parciais (Isidori, 1995, p. 23 e Slotine & Li, 1991, p. 234).

Teorema 1 (Frobenius): Seja $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_d$ um conjunto de campos vetoriais linearmente independentes (relacionado a uma distribuição não singular). O conjunto é completamente integrável se, e somente se, for involutivo.

Definição 3: Um conjunto linearmente independente de campos vetoriais $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_d$ em $\mathbb{R}^n$ é dito ser completamente integrável se, e somente se, existirem $n - d$ funções de valores reais suaves $h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_{n-d}(\mathbf{x})$ satisfazendo o sistema de equações diferenciais parciais exposto na Equação 188, sendo os gradientes ∇h_i linearmente independentes.

$$\nabla h_i \mathbf{f}_j = 0, \quad \forall 1 \leq i \leq n - d, \quad 1 \leq j \leq d \quad (188)$$

Definição 4: Um conjunto linearmente independente de campos vetoriais $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_d$ em $\mathbb{R}^n$ é dito ser involutivo se, e somente se, houver funções de valores reais suaves $a_{ijk}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ tais que a Equação 189 possa ser expressa como uma combinação linear do conjunto original de campos vetoriais.

$$[\mathbf{f}_i, \mathbf{f}_j](\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^d a_{ijk}(\mathbf{x}) \mathbf{f}_k(\mathbf{x}), \quad \forall i, j \quad (189)$$

Ademais, um outro conceito importante que deve ser definido está correlacionado a distribuição destes campos vetoriais, de modo que para $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_d$ em $D \subset \mathbb{R}^n$, onde $\Delta(\mathbf{x})$ representa um subespaço de $\mathbb{R}^n$ que abrange cada um os vetores em quaisquer pontos de $\mathbf{x} \in D$, tal que a coleção de todos os subespaços vetoriais de $\Delta(\mathbf{x})$ para $\mathbf{x} \in D$ será denominada como uma distribuição suave, de acordo com a Equação 190.

$$\Delta(\mathbf{x}) = \text{span}\{\mathbf{f}_1(\mathbf{x}), \mathbf{f}_2(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{f}_d(\mathbf{x})\} \quad (190)$$

Associado ao conceito de distribuição suave, pode-se definir algumas notações recorrentes (como será visto ao longo do texto) relacionadas ao comportamento da distribuição $\Delta(\mathbf{x})$ ao longo dos campos vetoriais suaves $\mathbf{f}_i$ em função de $\mathbf{x}$ (Isidori, 1995, p. 15). Dentre as quais, uma das informações de interesse perpassa pela dimensão (ou posto – rank) desta distribuição, correlacionado com a definição de não singularidade (invertível).

A princípio, a distribuição $\Delta(\mathbf{x})$ em D é não singular, se existe uma constante inteira d , tal que a distribuição possa ser definida conforme a Equação 191.

$$\dim(\Delta(\mathbf{x})) = \text{rank}[\mathbf{f}_1(\mathbf{x}) \ \mathbf{f}_2(\mathbf{x}) \ \dots \ \mathbf{f}_d(\mathbf{x})] = d, \quad \forall \mathbf{x} \in D \quad (191)$$

De modo que os campos vetoriais suaves $\mathbf{f}_i$ em $1 \leq i \leq d$, $\forall \mathbf{x} \in D$ sejam todos linearmente independentes. Além disso e de acordo com Isidori (1995, p. 17) e Khalil (2002b, p. 524, 2015, p. 182), diz-se que a distribuição $\Delta(\mathbf{x})$ é involutiva, se o colchete de lie $[\tau_i, \tau_j]$ de qualquer par de campos vetoriais $\tau_i(\mathbf{x})$ e $\tau_j(\mathbf{x})$ pertencentes a $\Delta(\mathbf{x})$ é um campo vetorial que pertence a $\Delta(\mathbf{x})$, de acordo com a Equação 192.

$$\tau_i \in \Delta, \quad \tau_j \in \Delta \quad \Rightarrow \quad [\tau_i, \tau_j] \in \Delta \quad (192)$$

Onde $\tau_i(\mathbf{x})$ e $\tau_j(\mathbf{x})$ são definidos pela Equação 193.

$$\tau_i = \sum_{k=1}^d c_{ik} \mathbf{f}_k(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \tau_j = \sum_{k=1}^d c_{jk} \mathbf{f}_k(\mathbf{x}), \quad 0 \leq i, j \leq d \quad (193)$$

Sendo $\mathbf{f}_i$ e $\mathbf{f}_j$ os campos vetoriais suaves que abrangem localmente a distribuição $\Delta(\mathbf{x})$ e c_i e c_j os seus coeficientes correspondentes, tal que a propriedade de involutividade possa ser descrita, segundo a Equação 194. Aliás, expandindo os campos vetoriais τ_i e τ_j para o coquete de Lie $[\tau_i, \tau_j]$, chega-se à proposição exposta na Equação 192.

$$[\mathbf{f}_i, \mathbf{f}_j] \in \Delta, \quad \forall 1 \leq i, j \leq d \quad (194)$$

Segundo Isidori (1995, p. 17) e de acordo com a Equação 192, pode-se verificar que uma distribuição não singular é ou não involutiva caso o posto (ou dimensão) dos campos vetoriais suaves $\mathbf{f}_1(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{f}_d(\mathbf{x})$ satisfaçam a condição expressa na Equação 195.

$$\text{rank}[\mathbf{f}_1(\mathbf{x}) \cdots \mathbf{f}_d(\mathbf{x})] = \text{rank}[\mathbf{f}_1(\mathbf{x}) \cdots \mathbf{f}_d(\mathbf{x}) [\mathbf{f}_i, \mathbf{f}_j](\mathbf{x})], \quad \forall \mathbf{x} \quad \text{e} \quad 1 \leq i, j \leq d \quad (195)$$

A partir das definições introduzidas e retomando os cálculos anteriores, tem-se que a Equação 182, quando $L_{\mathbf{g}}h(\mathbf{x}) = 0$, $\dot{y} = L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x})$ é linearmente independente de u e de acordo Slotine & Li (1991, p. 247), para $L_{\mathbf{g}}h(\mathbf{x}) \neq 0$ em algum ponto $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ (sendo $\mathbf{x}_0$ um ponto regular da distribuição não singular $\Delta(\mathbf{x})$ em uma vizinhança D_0 de $\mathbf{x}_0$ – Isidori, 1991, p. 15), por continuidade, essa relação é verificada em uma vizinhança finita D em $\mathbf{x}$.

Neste sentido, pode-se introduzir uma relação diferencial linear entre a saída $\dot{y}$ e a nova entrada v , equivalente ao processo (Equação 176 – em sua forma canônica controlável) de linearização por realimentação de estado $\dot{y} = v$, segundo a Equação 196.

$$u = \frac{1}{L_{\mathbf{g}}h(\mathbf{x})} (-L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}) + v) \quad (196)$$

Para $\ddot{y}$, chega-se ao resultado exposto na Equação 197.

$$\ddot{y} = \nabla(L_f h)[\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u] = L_f^2 h(\mathbf{x}) + L_g L_f h(\mathbf{x})u \quad (197)$$

Se $L_g L_f h(\mathbf{x}) = 0$, então $\ddot{y} = L_f^2 h(\mathbf{x})$ é linearmente independente de u .

Prosseguindo e derivando recursivamente de $\ddot{y}$ até y^i , obtém-se a expressão geral para a saída do sistema, de acordo com a Equação 198.

$$y^i = L_f^i h(\mathbf{x}) + L_g L_f^{i-1} h(\mathbf{x})u, \quad i = 1, 2, \dots, \rho - 1 \quad (198)$$

Sendo $L_g L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x}_0) \neq 0$ para algum $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ em D_0 na vizinhança D de $\mathbf{x}_0$, de modo que a lei de controle u possa ser reescrita para a formulação geral, conforme a Equação 199.

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{\rho-1} h} (-L_f^\rho h(\mathbf{x}) + v) \quad (199)$$

O número ρ de diferenciações necessárias para que a entrada de controle u apareça é chamado de grau relativo do sistema (Isidori 1995, p. 139, Khalil 2002b, p. 510, 2015, p. 172 e Slotine & Li, 1991, p. 247), sendo uma extensão da definição para os graus relativos de um sistema linear em $\rho \leq n$, em que n representa a ordem do sistema. Por definição, tem-se:

Definição 5: O sistema não linear com uma única entrada e única saída (SISO) representado pela Equação 180 tem grau relativo ρ em um domínio D , $\forall \mathbf{x} \in D$ em um ponto $\mathbf{x}_0$, se as seguintes condições forem satisfeitas:

1. $L_g L_f^i h(\mathbf{x}) = 0, \forall \mathbf{x}$ em uma vizinhança de $\mathbf{x}_0$ e $\forall i < \rho - 1$
2. $L_g L_f^\rho h(\mathbf{x}_0) \neq 0$

Além deste importante conceito para o processo de linearização por realimentação de estado, uma outra etapa necessária, comumente empregada na análise de sistemas de controle não lineares é a transformação de coordenadas no espaço de estado.

4.3.1.1 Transformação de coordenadas no espaço de estado

De acordo com Isidori (1995, p. 11), é de interesse em muitos cenários que o sistema de controle possa ser modificado na forma $\mathbf{z} = \mathbf{T}(\mathbf{x})$, sendo $\mathbf{z}$ uma nova variável de estado e $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ uma função correspondente a sua transformação, de maneira que algumas propriedades possam ser exibidas, como no caso da controlabilidade e da observabilidade (definidas ao longo do texto) ou para que os sistemas sejam solucionados.

No caso dos sistemas não lineares, as transformações de coordenada de estado podem ser descritas na forma apresentada na Equação 200.

$$\mathbf{z} = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \phi_1(\mathbf{x}) \\ \phi_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \phi_{n-1}(\mathbf{x}) \\ \phi_n(\mathbf{x}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \\ \phi_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \\ \vdots \\ \phi_{n-1}(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \\ \phi_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \end{pmatrix} \quad (200)$$

Além disso, formalmente, tem-se que o conceito de difeomorfismo está associado ao processo de transformação de estado, segundo as definições a seguir.

Definição 6: Uma função $\boldsymbol{\Phi}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, definida em uma região D é chamada de difeomorfismo se for suave, e se sua inversa $\boldsymbol{\Phi}^{-1}$ existe e é suave, segundo a Equação 201.

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\Phi}^{-1}(\mathbf{z}) \quad (201)$$

Definição 7: Seja $\boldsymbol{\Phi}$ uma função suave definida em uma região D em $\mathbb{R}^n$. Se a matriz jacobiana $\nabla_{\boldsymbol{\Phi}}$ é não singular em um ponto $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ de D , então $\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x})$ define um difeomorfismo local em uma sub região de D_0 em D .

Portanto, segundo estas definições, o sistema exposto na Equação 180 pode ser descrito, segundo uma nova variável de estado $\mathbf{z}$, de acordo com a Equação 202.

$$\dot{\mathbf{z}} = \frac{d\mathbf{z}}{dt} = \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u] \quad (202)$$

Como $\mathbf{x} = \boldsymbol{\Phi}^{-1}(\mathbf{z})$, o sistema pode ser reescrito conforme a Equação 203.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{z}) + \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{z})u \\ y &= \tilde{h}(\mathbf{z}) \end{aligned} \quad (203)$$

Sendo $\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{z})$, $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{z})$ e $\tilde{h}(\mathbf{z})$ as funções modificadas resultantes da mudança de variável, definidas segundo a Equação 204.

$$\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{z}) = \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \right]_{\mathbf{x}=\Phi^{-1}(\mathbf{z})}, \quad \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{z}) = \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \right]_{\mathbf{x}=\Phi^{-1}(\mathbf{z})}, \quad \tilde{h}(\mathbf{z}) = [h(\mathbf{x})]_{\mathbf{x}=\Phi^{-1}(\mathbf{z})} \quad (204)$$

Tendo em vista ambos os conceitos e definições apresentados anteriormente, pode-se formalizar o processo de linearização por realimentação de estado de entrada.

Definição 8: Um sistema não linear de única entrada (Equação 180), com $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ e $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ sendo campos vetoriais suaves em $\mathbb{R}^n$, é dito ser linearizável no estado de entrada se existir uma região D em $\mathbb{R}^n$, um difeomorfismo $\Phi: D \rightarrow \mathbb{R}^n$ e uma lei de controle de realimentação de estado não linear, segundo a Equação 205 (lei de controle linearizante – Slotine e Li, 1991, p. 238 correlacionada ao controle de realimentação de estado estático – Isidori, 1995, p. 147):

$$u = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v \quad (205)$$

Onde $\alpha(\mathbf{x})$ e $\beta(\mathbf{x})$ são as funções que caracterizam a lei de controle, definidas em um conjunto aberto $\mathbb{R}^n$ ($\beta \neq 0 \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$), de acordo com a Equação 206 e

$$\alpha(\mathbf{x}) = \frac{L_{\mathbf{f}}^{\rho} h(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x})} \quad \text{e} \quad \beta(\mathbf{x}) = \frac{1}{L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x})} \quad (206)$$

para os quais as novas variáveis de estado $\mathbf{z} = \Phi(\mathbf{x})$ e a nova entrada v satisfazem a relação linear invariante no tempo, segundo a Equação 207.

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}v \quad (207)$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{z}$$

Sendo $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a matriz e $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ e $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ os vetores correspondentes da dinâmica linear transformada, conforme a Equação 208.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (208)$$

$$\mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]$$

Como pode ser verificado, a Equação 205 corresponde a uma representação similar do sistema não linear descrito em sua forma canônica controlável (ou complementar), de modo que a linearização por realimentação de estado é um caso especial de linearização de entrada e saída, com grau relativo n (Slotine e Li, 1991, p. 237). O processo de linearização por realimentação de estado é ilustrado no diagrama (Figura 89) a seguir.

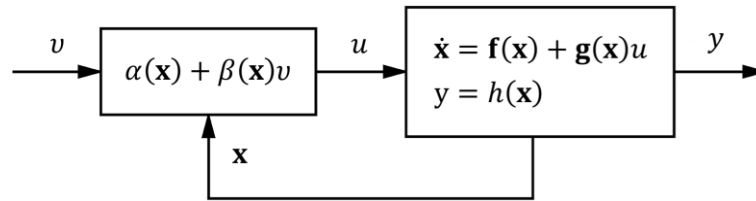


Figura 89 – Diagrama do processo de linearização por realimentação de estado.
[Adaptado de: Isidori (1995, p. 148)]

Em circuito fechado (Figura 89), a lei de controle u é definida segundo a Equação 205, onde v é uma nova entrada de referência externa (ao processo de linearização de estado) sobre o sistema apresentado na Equação 180, resultando na estrutura exposta na Equação 209.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\beta(\mathbf{x})v \\ y &= h(\mathbf{x})\end{aligned}\quad (209)$$

Na coordenada $\mathbf{z} = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x})$, o sistema não linear de circuito fechado é linear e controlável, tais que as funções modificadas resultantes possam ser descritas conforme a Equação 210,

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) &= \left[\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x})) \right]_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\mathbf{z})} = \mathbf{A}\mathbf{z} \\ \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) &= \left[\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{g}(\mathbf{x})\beta(\mathbf{x})) \right]_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\mathbf{z})} = \mathbf{B}\end{aligned}\quad (210)$$

para alguma matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e vetor $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^n$ (Equação 208) adequados a condição de controlabilidade, segundo a Equação 211.

$$\mathbf{M}_c = \text{rank}[\mathbf{B} \ \mathbf{A}\mathbf{B} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B} \ \dots \ \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] = n \quad (211)$$

Sendo $\mathbf{M}_c$ a matriz de controlabilidade.

Reiterando a premissa inicial que o sistema deve ser integrável e involutivo, segundo o teorema de Frobenius e de acordo coas definições 3 e 4 (capítulo 4.3.1), pode se definir as condições (teoremas) necessárias para que este processo seja solucionável, admitindo que $h(\mathbf{x})$ seja uma função de valor real suave associada a uma função de mapeamento de saída.

Teorema 2: Seja um sistema não linear representado pela Equação 180. O problema de linearização por realimentação no espaço de estado é solucionável próximo a um ponto $\mathbf{x}_0$ se, e somente se, existir um domínio $D \subset D_0$, com $\mathbf{x}_0 \in D_0$, tal que as seguintes condições sejam satisfeitas:

1. A matriz $[\mathbf{g}(\mathbf{x}_0) \quad \text{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad \text{ad}_f^{n-2} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad \text{ad}_f^{n-1} \mathbf{g}(\mathbf{x})]$ tem rank (ou posto) n ;
2. A distribuição $\text{span}\{\mathbf{g}(\mathbf{x}), \text{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x}), \dots, \text{ad}_f^{n-2} \mathbf{g}(\mathbf{x})\}$ é involutiva próxima de $\mathbf{x}_0$.

De modo que exista uma função de mapeamento de saída $h(\mathbf{x})$ para qual o sistema tenha grau relativo ρ igual a n em $\mathbf{x}_0$, caso as condições de integrabilidade e involutividade sejam cumpridas. Neste sentido, se uma função $h(\mathbf{x})$ satisfaz a condição imposta por esse teorema, então os vetores $\mathbf{g}(\mathbf{x}_0), \text{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x}_0), \dots, \text{ad}_f^{n-2} \mathbf{g}(\mathbf{x}_0), \text{ad}_f^{n-1} \mathbf{g}(\mathbf{x}_0)$ devem ser linearmente independentes, tal que a distribuição não singular seja involutiva em torno de $\mathbf{x}_0$, conforme a Equação 212.

$$\nabla h(\mathbf{x})[\mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad \text{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad \text{ad}_f^{n-2} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad \text{ad}_f^{n-1} \mathbf{g}(\mathbf{x})] = 0 \quad (212)$$

Segundo Isidori (1995, p. 198), da resolução deste problema, tem-se que a função $h(\mathbf{x})$ nas coordenadas linearizadas não será necessariamente um mapeamento de saída linear, de tal modo que se busca estabelecer as condições de existência para que o processo de realimentação de estado e de transformação de coordenadas garantam que toda a descrição do sistema, seja linear e controlável. Assim, estabelece o teorema a seguir.

Teorema 3: Seja um sistema não linear representado pela Equação 180, com grau relativo ρ em $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$, $\mathbf{f}(0) = 0$ e $\mathbf{g}(0) = 0$ e para o qual exista uma lei de controle por realimentação de estado não linear segundo a Equação 205 e uma transformação de coordenada $\mathbf{z} = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x})$, definida localmente em torno de $\mathbf{x}_0$, que transforme o sistema não linear em um sistema linear e controlável, conforme a Equação 207 (sendo a matriz $\mathbf{A}$ e os vetores $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$ definidos de acordo com a Equação 208), se, e somente se, as seguintes condições forem satisfeitas:

1. A matriz $[\mathbf{g}(\mathbf{x}), \text{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x}), \dots, \text{ad}_f^{n-2} \mathbf{g}(\mathbf{x}), \text{ad}_f^{n-1} \mathbf{g}(\mathbf{x})]$ tem rank (ou posto) $n \quad \forall \mathbf{x} \in D$;

2. Os campos vetoriais $\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x})$ e $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) = \mathbf{g}(\mathbf{x})\beta(\mathbf{x})$, com $\alpha(\mathbf{x})$ e $\beta(\mathbf{x})$ definidos pela Equação 206, são tais que a relação exposta na Equação 213 satisfaça

$$[ad_{\tilde{\mathbf{f}}}^i \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}), ad_{\tilde{\mathbf{f}}}^j \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x})] = 0, \quad \forall 0 \leq i, j \leq n \quad \text{e} \quad \forall \mathbf{x} \text{ próximo a } \mathbf{x}_0 \quad (213)$$

O teorema 3 declara que através de uma nova condição (Equação 213) é possível alcançar a linearidade do sistema a partir da realimentação e da transformação de coordenadas no espaço de estado. Quando estes teoremas (1, 2 e 3) não são satisfeitos, o sistema (não linear) não pode ser transformado em um sistema linear e controlável, a princípio. Todavia, de acordo com Isidori (1995, p. 194), ainda será possível decompor o sistema em duas componentes, sendo um destes subsistemas linear, de tal modo que se possa encontrar uma função de mapeamento de saída $h(\mathbf{x})$ que maximize o grau relativo do sistema.

Para a situação em que estas condições (teoremas) não são satisfeitas, será necessário solucionar uma equação diferencial parcial na forma apresentada na Equação 214 (similar a Equação 212); condição esta que será analisada no capítulo 4.3.2.3.

$$\nabla h(\mathbf{x})[\tau_1(\mathbf{x}) \cdots \tau_k(\mathbf{x})] = 0 \quad (214)$$

Sendo $\boldsymbol{\tau}$ um campo vetorial, com distribuição expressa segundo a Equação 215, sendo $\text{inv}(\Delta)$ a menor distribuição involutiva de Δ .

$$\text{span}\{\tau_1(\mathbf{x}), \dots, \tau_k(\mathbf{x})\} = \left(\text{inv}\left(\text{span}\{\mathbf{g}(\mathbf{x}), ad_{\mathbf{f}}\mathbf{g}(\mathbf{x}), \dots, ad_{\mathbf{f}}^{v-2}\mathbf{g}(\mathbf{x})\}\right) \right) \quad (215)$$

4.3.1.2 Transformação à forma normal

Uma aplicação de interesse para o processo de linearização por realimentação de estado (em conjunto com a mudança de coordenadas), segundo Isidori (1995, p. 148), é transformar um dado sistema não linear em um sistema linear e controlável, de tal forma que o sistema com grau relativo $\rho \leq n$, em algum ponto $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$, possa ser transformado em sua forma normal, usando uma mudança de coordenadas $\mathbf{z} = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x})$, composta pelos componentes da função de saída y em função de $h(\mathbf{x})$ e de suas derivadas ao longo de $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, conforme a Equação 216.

$$\mathbf{z} = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \phi_1(\mathbf{x}) \\ \phi_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \phi_{n-1}(\mathbf{x}) \\ \phi_n(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (216)$$

Podendo ser resumida na forma expressa na Equação 217.

$$z_i = \phi_i(\mathbf{x}) = y^i = L_f^{i-1}h(\mathbf{x}), \quad 1 \leq i \leq \rho \leq n \quad (217)$$

A partir desta transformação, o sistema pode ser descrito a partir das novas coordenadas, similarmemente ao processo realizado para transformar a equação diferencial geral em um modelo no espaço de estado, dado sua forma canônica controlável (Equações 170 a 174), de acordo com a Equação 218.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \frac{\partial \phi_1}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \dot{y} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = L_f h(\mathbf{x}) = \ddot{y} = \phi_2(\mathbf{x}) = z_2 \\ \dot{z}_2 &= \frac{\partial \phi_2}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \ddot{y} = \frac{\partial (L_f h)}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = L_f^2 h(\mathbf{x}) = \ddot{\ddot{y}} = \phi_3(\mathbf{x}) = z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{\rho-1} &= \frac{\partial \phi_{\rho-1}}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = y^{\rho-1} = \frac{\partial (L_f^{\rho-2} h)}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x}) = y^\rho = \phi_\rho(\mathbf{x}) = z_\rho \\ \dot{z}_\rho &= \frac{\partial \phi_\rho}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = y^\rho = \frac{\partial (L_f^{\rho-1} h)}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = L_f^\rho h(\mathbf{x}) + L_g L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x}) u \end{aligned} \quad (218)$$

Como $\mathbf{x} = \Phi^{-1}(\mathbf{z})$, os termos $L_f^\rho h(\mathbf{x})$ e $L_g L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x})$ podem ser rescritos a partir das funções $a(\mathbf{z})$ e $b(\mathbf{z}) \neq 0 \forall \mathbf{z}$ em uma vizinhança de $\mathbf{z}_0$, segundo a Equação 219.

$$\begin{aligned} a(\mathbf{z}) &= L_f^\rho h(\Phi^{-1}(\mathbf{z})) \\ b(\mathbf{z}) &= L_g L_f^{\rho-1} h(\Phi^{-1}(\mathbf{z})) \end{aligned} \quad (219)$$

De modo que $\dot{z}_\rho$ pode ser descrito, conforme a Equação 220.

$$\dot{z}_\rho = a(\mathbf{z}) + b(\mathbf{z})u \quad (220)$$

Assim, a lei de controle de realimentação de estado u pode ser expressa em termos destes coeficientes (a e b), conforme a Equação 221 (e de acordo com as Equações 176 e 199).

$$u = \frac{1}{b(\mathbf{z})} (-a(\mathbf{z}) + v) \quad (221)$$

Segundo Isidori (1995, p. 143), se $\phi_{\rho+1}(\mathbf{x}), \dots, \phi_n(\mathbf{x})$ forem escolhidos de tal forma que $L_{\mathbf{g}}\phi_i(\mathbf{x}) = 0$, pode-se definir a relação exposta na Equação 222.

$$z_i = \frac{\partial \phi_i}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u) = L_{\mathbf{f}}\phi_i(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{g}}\phi_i(\mathbf{x})u = L_{\mathbf{f}}\phi_i(\mathbf{x}) \quad (222)$$

Definindo a função $q(\mathbf{z})$ em relação a $L_{\mathbf{f}}\phi_i(\mathbf{x})$, tem-se a Equação 223.

$$q_i(\mathbf{z}) = L_{\mathbf{f}}\phi_i(\Phi^{-1}(\mathbf{z})), \quad \forall \rho + 1 \leq i \leq n \quad (223)$$

Deste modo, $\dot{z}_i$ pode ser escrito segundo a Equação 224.

$$\dot{z}_i = q_i(\mathbf{z}) \quad (224)$$

Além disso, se um sistema é linearizável em termos da entrada e saída com um grau relativo n , deve ser linearizável em termos do estado de entrada, conforme a definição.

Definição 9: Um sistema não linear de n -ésima ordem é linearizável em um estado de entrada se, e somente se, existir uma função de valor real $z_1(\mathbf{x})$ – primeiro novo estado de $\mathbf{z}$ representando a saída, tal que a linearização de entrada e saída do sistema com $z_1(\mathbf{x})$ como função de saída tem grau relativo n .

Em resumo, a descrição do sistema no espaço de estado em suas novas coordenadas na forma apresentada na Equação 225 são ditas normais.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{\rho-1} &= z_{\rho} \\ \dot{z}_{\rho} &= v = a(\mathbf{z}) + b(\mathbf{z})u \\ \dot{z}_{\rho+1} &= q_{\rho+1}(\mathbf{z}) \\ &\vdots \\ \dot{z}_n &= q_n(\mathbf{z}) \\ y &= z_1 \end{aligned} \quad (225)$$

Na Figura 90 ilustra-se essa condição, de acordo com o diagrama representativo para o processo de linearização de estado em sua forma normal.

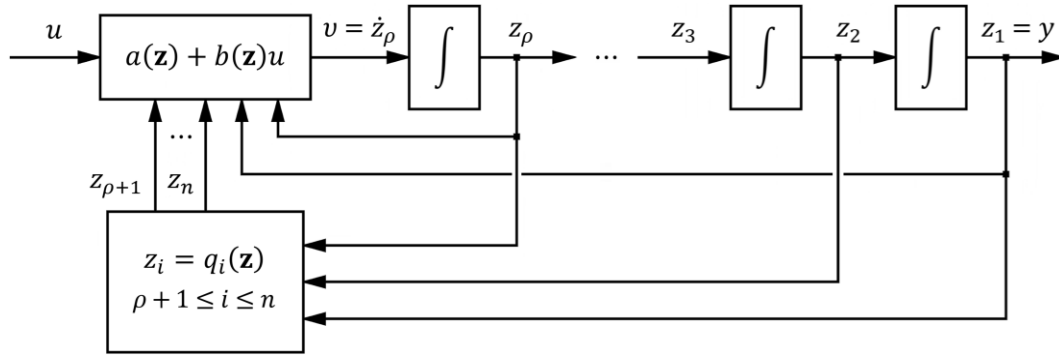


Figura 90 – Diagrama do processo de linearização por realimentação de estado segundo a transformação de coordenadas no espaço de estado em sua forma normal.

[Adaptado de: Isidori (1995, p. 144)]

Segundo Isidori (1995, p. 161), o sistema não linear em sua forma normal é representado através de equações decompostas em subsistemas lineares, de dimensão ρ , correspondente ao comportamento de entrada e saída e de um possível sistema não linear, de dimensão $n - \rho$, que não afeta a saída (relacionado a dinâmica interna não observável, Slotine & Li, 1991, p. 254).

Como a estabilidade dinâmica interna para os sistemas lineares é determinada através da localização dos zeros de uma função de transferência, tem-se do processo de realimentação de estado que o comportamento dinâmico de entrada e saída do sistema pode ser comparado identicamente a uma função de transferência descrita conforme a Equação 226.

$$G(s) = \frac{1}{s^i}, \quad 0 \leq i \leq \rho \quad (226)$$

4.3.1.3 Dinâmica zero

A partir da linearização por realimentação de estado, da mudança de coordenada e de sua transformação à forma normal, foi possível decompor o sistema não linear em duas parcelas, aos quais constam uma parte externa e interna. Segundo Slotine & Li (1991, p. 254) e de acordo o desenvolvimento anterior, a parte externa de dimensão ρ , refere-se à relação linear entre a saída y e a variável de estado v , equivalente à sua forma canônica de controlabilidade e a parte interna corresponde aos termos $n - \rho$ posteriores (Equação 225).

Como a dinâmica externa pode ser bem controlada a partir do projeto de uma entrada v que se adeque a saída y , a dificuldade atual é garantir que a dinâmica interna também corresponda satisfatoriamente ao projeto da lei de controle, de modo que os estados internos permaneçam limitados e, portanto, não afetem ou prejudiquem o desempenho da tarefa (Slotine & Li, 1991,

p. 254). Neste sentido, introduz-se um conceito importante para abordar este problema, associado a “dinâmica zero” para um sistema não linear.

Para a problematização a seguir, segundo Isidori (1995, p. 162) e Khalil (2015, p. 175, 2002, p. 515), é de interesse que seja introduzido novas notações relacionadas à forma normal apresentada na Equação 225, a fim de reduzir e sintetizar as expressões. Assim, define-se que a variável $\boldsymbol{\eta}$ irá compreender os componentes do vetor de estado $n - \rho$, referente aos estados da dinâmica interna não linear e $\boldsymbol{\xi}$ os componentes ρ , referente aos estados da dinâmica linearizada, de acordo com a Equação 227.

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{\rho-1} \\ z_\rho \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\eta} = \begin{pmatrix} z_{\rho+1} \\ z_{\rho+2} \\ \vdots \\ z_{n-1} \\ z_n \end{pmatrix} \quad (227)$$

Dado que os graus relativos ρ_i de um sistema linear correspondem a diferença entre o número de pólos e zeros da função de transferência e seja $\rho < n$ (o sistema apresenta zeros em sua concepção – Isidori, 1995, p. 162) o sistema não linear SISO em sua forma normal, a partir das notações introduzidas anteriormente (Equações 225 e 227), conforme a Equação 228.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{\rho-1} &= z_\rho \\ \dot{z}_\rho &= a(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) + b(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})u \\ \dot{z}_{\rho+1} &= q_{\rho+1}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) \\ &\vdots \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{q}_n(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) \\ y &= z_1 \end{aligned} \quad (228)$$

A dinâmica zero, de acordo com Isidori (1995, p. 164) corresponde ao comportamento dinâmico interno do sistema quando a saída é mantida identicamente a zero através das condições iniciais de entrada. A restrição da saída y , ao ser mantida neste estado implica que todas as suas derivadas sejam zero ($y^i = 0, i = 1, \dots, \rho$), de tal modo que o movimento da dinâmica esteja restrito em uma subvariedade (superfície) suave $S^* \in \mathbb{R}^{n-\rho}$ de $S \in \mathbb{R}^n$ em $\boldsymbol{\xi} = 0$.

Segundo Slotine & Li (1991, p. 254), para que o sistema opere em uma dinâmica zero, tal que os estados de $\mathbf{x}$ permaneçam na superfície S^* , o estado inicial do sistema $\mathbf{x}_0$ deve estar contido na superfície e a entrada u deve manter a saída y em zero. Sendo $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = 0$ e $h(\mathbf{x}_0) = 0$, tem-se que necessariamente as primeiras coordenadas z_i serão 0 em $\mathbf{x}_0$, além disso, sem perda de generalização (Isidori, 1995, p. 162), assume-se $\xi = 0$ e $\eta = 0$ em $\mathbf{x}_0$.

Portanto, se $\mathbf{x}_0$ é um ponto de equilíbrio para o sistema original, (ξ, η) é um ponto de equilíbrio para o sistema nas novas coordenadas, conforme a Equação 229.

$$\begin{aligned} a(\xi, \eta) &= 0 \quad \text{em} \quad (\xi, \eta) = (0, 0) \\ q(\xi, \eta) &= 0 \quad \text{em} \quad (\xi, \eta) = (0, 0) \end{aligned} \quad (229)$$

O problema de zerar a saída consiste em encontrar os pares $(\mathbf{x}_0, u_0)$ de um determinado estado inicial $\mathbf{x}_0$ e de uma função de entrada de controle u_0 definidos para todo t em uma vizinhança de $t = 0$, tal qual a saída do sistema y seja identicamente zero, para as mesmas condições. Como a saída do sistema linear é idêntica a zero ($y^\rho(t) = \dot{z}_\rho(t) = 0$), tem-se que $\xi = 0$.

De modo que a entrada de controle u pode ser reescrita segundo a Equação 230.

$$0 = a(0, \eta) + b(0, \eta)u \quad (230)$$

Com solução única para u_0 (Equação 231), sendo $b(0, \eta) \neq 0$, se η próximo de zero.

$$u_0 = -\frac{a(0, \eta)}{b(0, \eta)} \quad (231)$$

Sendo $\xi = 0$, o comportamento geral da dinâmica do sistema é regido pela Equação 232, enquanto $\eta(0) = \eta_0$ pode ser escolhido arbitrariamente.

$$\dot{\eta} = q(0, \eta) \quad (232)$$

Dado que o conceito de dinâmica zero advém da abordagem linear relacionada aos zeros de uma função de transferência, expande-se tal conceito para o sistema a ser apresentado na Equação 233, onde $\rho < n$ e $b_i \neq 0$. Além disso, ao longo desta problematização será salientado a propriedade de observabilidade, segundo o desenvolvimento a seguir.

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 \dots + b_{n-\rho-1}s^{n-\rho-1} + s^{n-\rho}}{a_0 + a_1s + a_2s^2 \dots + a_{n-1}s^{n-1}} \quad (233)$$

A representação do modelo de estado para o sistema linear exposto na função de transferência $G(s)$ pode ser descrito conforme a Equação 234.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}\quad (234)$$

Sendo $\mathbf{A}$ a matriz e $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$ os vetores correspondentes, conforme a Equação 235.

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= [b_0 \quad b_1 \quad b_2 \quad \cdots \quad b_{n-\rho-1} \quad 1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]\end{aligned}\quad (235)$$

De maneira similar ao processo de linearização por realimentação de estado introduzido no capítulo 4.3.1, a saída do sistema linear y (Equação 234) é diferenciada repetidamente até que a entrada de controle u apareça, de modo que as não linearidades possam ser canceladas. Assim, a primeira derivada de y é dada pela Equação 236.

$$\dot{y} = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{C}\mathbf{B}u \quad (236)$$

Caso $\mathbf{C}\mathbf{B} = 0$, tem-se que $\mathbf{C}\mathbf{A} (L_g h(\mathbf{x}) = 0)$ é linearmente independente de u . Para $\ddot{y}$, obtém-se o resultado exposto na Equação 237.

$$\ddot{y} = \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{x} + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}u + \mathbf{C}\mathbf{B}\dot{u} \quad (237)$$

Se $\mathbf{C}\mathbf{B} = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} = 0$, então $\ddot{y} = \mathbf{C}\mathbf{A}^2$ é linearmente independente de u . A partir disto e derivando recursivamente, chega-se à expressão geral para y^i , segundo a Equação 238.

$$y^i = \mathbf{C}\mathbf{A}^i\mathbf{x} + \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}u + \cdots + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}u^{i-2} + \mathbf{C}\mathbf{B}u^{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n - \rho \quad (238)$$

Admitindo que $\mathbf{C}\mathbf{B} = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} = 0$, então tem-se que $\mathbf{C}\mathbf{A}^i\mathbf{x}$ possa ser diretamente associado a $L_f^i h(\mathbf{x})$, assim como $\mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}$ em relação a $L_g L_f^{i-1} h(\mathbf{x})$. Neste sentido, a lei de controle u (Equação 199) pode ser reformulada, de acordo com a Equação 239.

$$u = \frac{1}{\mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}} (-\mathbf{C}\mathbf{A}^i + v) \quad (239)$$

Sendo $\mathbf{C}\mathbf{A}^i\mathbf{B} = L_g L_f^i h(0) = 0, \forall i < n - \rho - 1$ e $\mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B} = L_g L_f^{i-1} h(0) \neq 0$. De maneira similar ao problema anterior, o sistema pode ser transformado em sua forma normal, a partir da

mudança de variável $\mathbf{z} = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x})$, onde consta os componentes da matriz $\mathbf{A}$ e dos vetores $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$, separado em duas parcelas, referente a dinâmica do sistema nas novas coordenadas.

Para os primeiros termos ρ , tem-se a Equação 240.

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \mathbf{C}\mathbf{x} = b_0x_1 + b_1x_2 + \cdots + b_{n-\rho-1}x_{n-\rho} + x_{n-\rho+1} \\
 z_2 &= \mathbf{CA}\mathbf{x} = b_0x_2 + b_1x_3 + \cdots + b_{n-\rho-1}x_{n-\rho+1} + x_{n-\rho+2} \\
 &\vdots \\
 z_{\rho-1} &= \mathbf{CA}^{\rho-2}\mathbf{x} = b_0x_{\rho-1} + b_1x_{\rho} + \cdots + b_{n-\rho-1}x_{n-2} + x_{n-1} \\
 z_{\rho} &= \mathbf{CA}^{\rho-1}\mathbf{x} = b_0x_{\rho} + b_1x_{\rho+1} + \cdots + b_{n-\rho-1}x_{n-1} + x_n
 \end{aligned} \tag{240}$$

Para $n - \rho$, os termos podem ser expressos segundo a relação exposta na Equação 241.

$$\begin{aligned}
 z_{\rho+1} &= x_1 \\
 z_{\rho+2} &= x_2 \\
 &\vdots \\
 z_{n-1} &= x_{n-\rho-1} \\
 z_n &= x_{n-\rho}
 \end{aligned} \tag{241}$$

Derivando as Equações 240 e 241 e rearranjando os termos em sua forma normal (segundo Isidori, 1985, p. 165) e adequando os estados em função das variáveis vetoriais $\boldsymbol{\xi}$ e $\boldsymbol{\eta}$, obtém-se o sistema de circuito fechado na forma representativa do modelo no espaço de estados, de acordo com a Equação 242.

$$\begin{aligned}
 \dot{\boldsymbol{\xi}} &= \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{B}v \\
 \dot{\boldsymbol{\eta}} &= q(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) \\
 y &= \mathbf{C}\boldsymbol{\xi}
 \end{aligned} \tag{242}$$

Com a matriz $\mathbf{A}$ e os vetores $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$ sendo descritos de acordo com a Equação 243. Para a dinâmica zero, tem-se $\dot{\boldsymbol{\eta}} = q(0, \boldsymbol{\eta})$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \tag{243}$$

Além disso, para $\forall \mathbf{z} \in \Phi$ em um domínio D_0 de $D \in \mathbb{R}^n$, a matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e o vetor $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^n$ devem satisfazer a condição de observabilidade, conforme Equação 244.

$$\mathbf{M}_0 = \text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (244)$$

Sendo $\mathbf{M}_0$ a matriz de observabilidade. Ademais, a perda de controlabilidade (Equação 211) e/ou de observabilidade (Equação 244) podem ser avaliadas a partir da Equação 245, ao qual, a função de transferência $G(s)$ é avaliada em relação ao cancelamento de um pólo ou de um zero através da diferença entre os graus do polinômio do denominador e do numerador (Isidori, 1995, p. 139 e Vidyasagar, 1993, p. 285).

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \quad (245)$$

Sendo $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a matriz identidade.

De acordo com Isidori (1995, p. 170) e Slotine & Li (1991, p. 255), a dinâmica zero desempenha um papel importante aos sistemas de controle devido as suas propriedades assintóticas, dos quais, quando estes sistemas são estáveis, serão denominados por sistemas de fase mínima, assunto que será abordado no próximo capítulo.

4.3.2 Estabilização e rastreamento de saída assintótico

A dinâmica zero quando imposta, torna-se parte da dinâmica interna de um sistema de controle não linear de circuito fechado por meio da lei de controle por realimentação de estado, cujo comportamento de entrada e saída assemelha-se ao de um sistema linear constituído por uma cadeia de integradores ρ , relacionado ao grau relativo de entrada e saída do sistema.

Para o problema de estabilização (ou regulação – Isidori & Li, 1991, p. 192) assintótica de um sistema não linear (Equação 180), avalia-se um sistema com grau relativo $\rho \leq n$, no qual a dinâmica zero é assintoticamente estável em um dado ponto de equilíbrio $(\xi, \eta) = (0, 0)$, segundo a lei de controle por realimentação de estado u em sua forma canônica de controlabilidade (associado as Equações 176, 199 e 221), na forma expressa na Equação 246.

$$u = \frac{1}{b(\xi, \eta)} (-a(\xi, \eta) - k_0 z_1 - k_1 z_2 - k_2 z_3 - \dots - k_{\rho-1} z_\rho) \quad (246)$$

Sendo os coeficientes k_ρ escolhidos (Equação 247) de modo que o polinômio

$$s^\rho + k_{\rho-1}s^{\rho-1} + \dots + k_1s + k_0 \quad (247)$$

tenha raízes estritamente no plano da metade esquerda (Hurwitz); a dinâmica exponencial é conduzida a zero. Neste sentido, define-se:

Definição 10: Seja um sistema não linear (Equação 180) com grau relativo ρ . Suponha que no equilíbrio $\boldsymbol{\eta} = 0$ a dinâmica zero é localmente e assintoticamente estável e que todas as raízes do polinômio (Equação 247) tenham parte real negativa. Então, a lei de controle (Equação 246) produz um sistema de circuito fechado localmente e assintoticamente estável que estabiliza o equilíbrio $(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) = (0, 0)$.

Além disso, a lei de controle de estabilização (Equação 246), assim como mencionado por Isidori (1995, p. 175) e Slotine e Li (1991, p. 255), não necessita explicitamente que o sistema esteja em sua forma normal, uma vez que é somente preciso que o sistema tenha uma dinâmica zero, com um equilíbrio localmente e assintoticamente estável em $\boldsymbol{\eta} = 0$. Sendo os termos z_i e as funções $a(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})$ e $b(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})$ relacionadas (e invertíveis) as variáveis originais, a lei de controle pode ser expressa segundo a Equação 248.

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x})} \left(-L_f^\rho h(\mathbf{x}) - k_0 h(\mathbf{x}) - k_1 L_f h(\mathbf{x}) - \dots - k_{\rho-1} L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x}) \right) \quad (248)$$

Ao impor uma nova entrada de referência adicional v_a (que será associado ao sinal de saída de referência y_r para a tarefa de rastreamento) ao controle, tem-se que na lei de controle de estabilização pode ser descrita, conforme a Equação 249.

$$u = \frac{1}{b(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})} \left(-a(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) + v_a - \sum_{i=1}^{\rho} k_{i-1} z_i \right) \quad (249)$$

O sistema de circuito fechado gerado a partir da Equação 249 pode ser expresso e sintetizado em uma representação de modelo de estado, segundo a Equação 250.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\xi}} &= \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{B}v \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} &= q(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) \end{aligned} \quad (250)$$

Com a matriz $\mathbf{A}$ e o vetor $\mathbf{B}$ sendo descritos através da Equação 251.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -k_0 & -k_1 & -k_2 & \cdots & -k_{\rho-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (251)$$

Para $v_a = 0$, o sistema torna-se igual ao resultado obtido na Equação 248. Para $v_a \neq 0$, localmente e assintoticamente estável em $(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) = (0, 0)$ e suficientemente pequeno, as trajetórias de v_a são limitadas (Isidori, 1995, p. 178). A definição geral sobre essa questão é realizada para a tarefa de rastreamento, segundo o desenvolvimento a seguir, que perpassa de maneira similar aos passos introduzidos para a dinâmica zero (capítulo 4.3.1.3).

O problema de rastreamento para o sinal de saída de referência y_r consiste em encontrar os pares $(\mathbf{x}_0, u_0)$ de estado inicial $\mathbf{x}_0$ e de entrada de controle u_0 definidos $\forall t$ em uma vizinhança de $t = 0$, tal que a saída do sistema y coincida exatamente com a saída de referência y_r $\forall t$ em uma vizinhança de $t = 0$, segundo a Equação 252.

$$y^i(t) = y_r^{i-1}(t) = z_i(t), \quad \forall t \text{ e } 1 \leq i \leq \rho \quad (252)$$

Em que as variáveis $\boldsymbol{\xi}$ podem ser reescritas de acordo com a Equação 253.

$$\boldsymbol{\xi}_r = \begin{pmatrix} y_r \\ \dot{y}_r \\ \vdots \\ y_r^{\rho-1} \end{pmatrix} \quad (253)$$

Deste modo, a entrada de controle u pode ser descrita conforme a Equação 254,

$$y_r^\rho = a(\boldsymbol{\xi}_r, \boldsymbol{\eta}) + b(\boldsymbol{\xi}_r, \boldsymbol{\eta})u \quad (254)$$

sendo o comportamento dinâmico do sistema regido pela Equação 255.

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = q(\boldsymbol{\xi}_r, \boldsymbol{\eta}) \quad (255)$$

Para o rastreamento da saída de referência y_r , tem-se que o vetor de estado inicial $(\mathbf{x}_0)$ deve ser necessariamente definido para $\boldsymbol{\xi}(0) = \boldsymbol{\xi}_r(0)$, enquanto $\boldsymbol{\eta}(0) = \boldsymbol{\eta}_0$ é escolhido arbitrariamente. Portanto, a lei de controle u pode ser descrita, segundo a Equação 256.

$$u = \frac{1}{b(\xi, \eta)} \left(-a(\xi, \eta) + y_r^\rho - \sum_{i=1}^{\rho} k_{i-1} (z_i - y_r^{i-1}) \right) \quad (256)$$

Assim como feito anteriormente (Equação 248), o sistema pode ser expresso em suas variáveis originais, conforme a Equação 257.

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x})} \left(-L_f^\rho h(\mathbf{x}) + y_r^\rho - \sum_{i=1}^{\rho} k_{i-1} (L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x}) - y_r^{i-1}) \right) \quad (257)$$

A partir da Equação 256, chega-se próximo a expressão de interesse para o desenvolvimento do controlador, ao qual, propõe-se a definição do erro de rastreamento $e(t)$, segundo a diferença entre o sinal de saída real $y(t)$ e do sinal de saída de referência $y_r(t)$, de acordo com a Equação 258 (similar a definição feita para a suficiente deslizante adaptativa – capítulo 4.2).

$$e(t) = y(t) - y_r(t) \quad (258)$$

Imposta a definição do erro $e(t)$ e sendo $z_i = y^{i-1}$ (Equação 252), o sistema pode ser descrito a partir da expressão apresentada na Equação 259.

$$u = \frac{1}{b(\xi, \eta)} \left(-a(\xi, \eta) + y_r^\rho - \sum_{i=1}^{\rho} k_{i-1} e^{i-1} \right) \quad (259)$$

De modo que a entrada geral do sistema v possa ser expressa conforme a Equação 260.

$$v = \dot{z}_\rho = y^\rho = y_r^\rho - \sum_{i=1}^{\rho} k_{i-1} e^{i-1} \quad (260)$$

Sendo os coeficientes k_i escolhidos de tal maneira que polinômio (Equação 247) tenha raízes estritamente no plano da metade esquerda, do qual a dinâmica decai exponencialmente a zero, segundo a Equação 261.

$$e^\rho + k_{\rho-1} e^{\rho-1} + \dots + k_1 \dot{e} + k_0 e = 0, \quad \forall x(t) \rightarrow 0 \quad (261)$$

De acordo com Isidori (1995, p. 179), a função de erro $e(t)$ satisfaz a equação diferencial linear (similar a Equação 178), de ordem ρ , cujos os coeficientes k_i podem ser arbitrariamente predefinidos, segundo as raízes da equação característica (Equação 247). Para um tempo $t \rightarrow \infty$,

a saída do sistema rastreia a saída de referência y_r , com um erro que pode convergir a zero, com decaimento exponencial arbitrariamente rápido.

De maneira geral, foram expostas as principais características e propriedades para uma plena compreensão dos passos e dos elementos básicos necessários para a aplicação da técnica de linearização por realimentação de estado e das etapas secundárias relacionadas a mudança de coordenada e de sua transformação à forma normal. Desta formulação teórica e segundo a técnica de controle por modo deslizante (SMC) será desenvolvido o projeto do controlador SMC com integrador condicional (CI-SMC).

Contudo, antes de introduzir o controlador CISM, faz-se ainda quatro pequenas abordagens sobre: o problema do desacoplamento não linear de perturbações – sendo está uma das formas utilizadas para dissociar os distúrbios, ruídos e as perturbações que afetam os estados; da realimentação de estado de alto ganho, assumindo que a dinâmica zero é assintoticamente estável desde a sua primeira aproximação; da extensão de conceitos para os observadores não lineares e sobre a conceituação da dinâmica zero assintoticamente estável globalmente, sendo estes, assuntos de interesse ao controlador, uma vez que a técnica se propõe a lidar efetivamente com a presença de incertezas e imprecisões do modelo, em caráter de uma realimentação de estado exata e global.

4.3.2.1 Desacoplamento de perturbações

O problema de desacoplamento de perturbações por realimentação de estado em sistemas lineares foi introduzido por Gilbert (1969), Falb & Wolovich (1967), Morgan (1964), Rekasius (1965 *apud* Gilbert, 1969) e Wonham & Morse (1970) sobre a preposição de dissociar os distúrbios e as perturbações de maneira independente e ao neutralizar (tornar insensível) os seus efeitos com respeito aos estados de saída do sistema. O desacoplamento de perturbações para os sistemas não lineares foi estendido por Hirschorn (1981), Isidori *et al.* (1981), Kreund (1975), Marino (1984), Marino, Respondek & Van der Schaft (1989); entre possíveis outros autores.

Para a dinâmica não linear, o sistema adotado é exposto na Equação 262.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u + \mathbf{p}(\mathbf{x})w \\ y &= h(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{262}$$

Sendo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estado, w a entrada de perturbação, u a entrada de controle, y o vetor de saída, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ e $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ são campos vetoriais suaves em $D \subset \mathbb{R}^n$ e $h(\mathbf{x})$ uma função

de valor real suave ($D \subset \mathbb{R}^n$). De início, busca-se avaliar as condições de existência (Definição 8 – Equação 205) para um controle por realimentação de estado, segundo a Equação 263,

$$u = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v \quad (263)$$

onde $\alpha(\mathbf{x})$ e $\beta(\mathbf{x})$ são as funções (similar a Equação 206) que caracterizam o controle u , conforme a Equação 264.

$$\alpha(\mathbf{x}) = \frac{L_f^\rho h(\mathbf{x})}{L_g L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x})} \quad \text{e} \quad \beta(\mathbf{x}) = \frac{1}{L_g L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x})} \quad (264)$$

O sistema de circuito fechado resultante deste processo, no qual a saída y é independente e desacoplada da perturbação w , pode ser visto na Equação 265.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\beta(\mathbf{x})v + \mathbf{p}(\mathbf{x})w \\ y &= h(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (265)$$

Em sua forma normal, o sistema não linear de circuito fechado apresentado na Equação 262 pode ser expresso em função das derivadas de Lie de sua saída y – similar a abordagem realizada no capítulo 4.3.1, para um grau relativo ρ em $\mathbf{x}_0$, assumindo que y deve ser independente de w , quando $v = 0, \forall t > 0$, conforme a Equação 266.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}) + \mathbf{p}(\mathbf{x})w \\ y &= h(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (266)$$

De modo que a primeira derivada da saída do sistema $\dot{y}$ pode ser vista na Equação 267.

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}) + \mathbf{p}(\mathbf{x})w] = L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha} h(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{p}} h(\mathbf{x})w \quad (267)$$

Sendo $L_{\mathbf{p}} h(\mathbf{x}) = 0$, tal que $\mathbf{x}$ esteja próximo de $\mathbf{x}_0$, tem-se que $L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha} h(\mathbf{x})$ é linearmente independente de w . Assim, para a 2ª derivada do sistema, chega-se a:

$$\ddot{y} = \nabla(L_{\mathbf{f}} h) [\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}) + \mathbf{p}(\mathbf{x})w] = L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha}^2 h(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{p}} L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha} h(\mathbf{x})w \quad (268)$$

Para $L_{\mathbf{p}} L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha} h(\mathbf{x}) = 0$, $L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha}^2 h(\mathbf{x})$ é independente de w , segundo a Equação 268. Prosseguindo até a ρ -ésima derivada, obtém-se a expressão geral, conforme a Equação 269.

$$y^\rho = L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha}^\rho h(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{p}} L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha}^{\rho-1} h(\mathbf{x})w \quad (269)$$

Se $L_{\mathbf{p}}L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha}^{\rho-1}h(\mathbf{x}) = 0$, então $L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha}^{\rho}h(\mathbf{x})$ é independente de w . Assim posto, a saída y do sistema por realimentação de estado de circuito fechado pode ser desacoplada da entrada de uma perturbação w , se a condição necessária exposta na Equação 270 é satisfeita.

$$L_{\mathbf{p}}L_{\mathbf{f}+\mathbf{g}\alpha}^i h(\mathbf{x}) = 0, \quad \forall 0 \leq i \leq \rho - 1 \text{ e } \forall \mathbf{x} \text{ próximo a } \mathbf{x}_0 \quad (270)$$

Ademais, a partir da transformação de coordenada de estado $\mathbf{z} = \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$ e da notação vetorial $\boldsymbol{\xi}$ e $\boldsymbol{\eta}$, pode-se descrever o sistema na forma apresentada na Equação 271.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{\rho-1} &= z_{\rho} \\ \dot{z}_{\rho} &= a(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) + b(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})u \\ &\vdots \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} &= q(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) + d(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})w \\ y &= z_1 \end{aligned} \quad (271)$$

Sendo $d(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})$ uma função correspondente a notação vetorial $(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})$ associada a perturbação w . Na Figura 91 exibe-se um diagrama esquemático para o sistema (Equação 271) de circuito fechado.

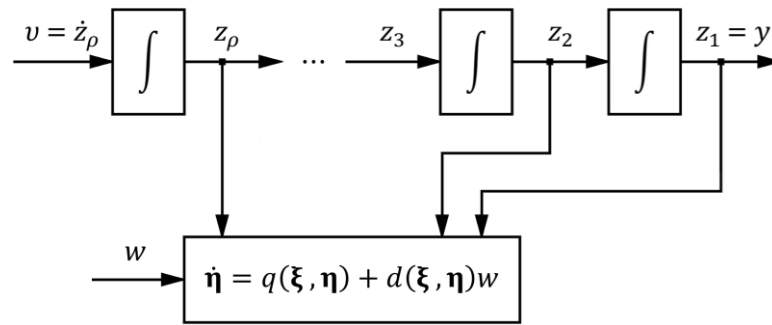


Figura 91 – Diagrama do processo de desacoplamento de perturbação por realimentação de estado segundo a transformação de coordenadas no espaço de estado em sua forma normal.

[Adaptado de: Isidori (1995, p. 186)]

A partir disto e de acordo com Isidori (1995, p. 188), ainda é possível realizar medições sobre a entrada de perturbação w , de tal modo que esta informação possa ser útil para o projeto de controle. Assim, uma lei de controle nesta perspectiva pode ser vista na Equação 272.

$$u = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v + \gamma(\mathbf{x})w \quad (272)$$

Como esta lei se propõe a obter um possível desacoplamento da saída de perturbação w a partir das medições disponíveis, tem-se que as condições para a dissociação podem ser mais brandas, dada à forma do sistema de circuito fechado exposto na Equação 273.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\beta(\mathbf{x})v + (\mathbf{g}(\mathbf{x})\gamma(\mathbf{x}) + \mathbf{p}(\mathbf{x}))w \\ y &= h(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (273)$$

Desta expressão, tem-se que a função $\gamma(\mathbf{x})$ correspondente à entrada w deve satisfazer a seguinte relação, conforme a Equação 274.

$$L_{\mathbf{g}\gamma+\mathbf{p}}L_{\mathbf{f}}^i h(\mathbf{x}) = L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}^i h(\mathbf{x})\gamma(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{p}}L_{\mathbf{f}}^i h(\mathbf{x}) = 0 \quad (274)$$

$\forall 0 \leq i \leq \rho - 1$ e $\forall \mathbf{x}$ próximo a $\mathbf{x}_0$. Além disso, segundo a definição de grau relativo, tem-se que a função $\gamma(\mathbf{x})$ correlata a lei de controle por realimentação de estado deve satisfazer:

$$L_{\mathbf{p}}L_{\mathbf{f}}^i h(\mathbf{x}) = 0, \quad \forall 0 \leq i \leq \rho - 2 \quad (275a)$$

$$L_{\mathbf{p}}L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x}) = -L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}^i h(\mathbf{x})\gamma(\mathbf{x}) \quad (275b)$$

Da Equação 275b é possível obter a expressão que transcreve o comportamento da função $\gamma(\mathbf{x})$, de acordo com a Equação 276.

$$\gamma(\mathbf{x}) = -\frac{L_{\mathbf{p}}L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}^i h(\mathbf{x})} \quad (276)$$

Deste modo, a condição necessária e suficiente para resolver o problema de dissociar a perturbação da saída por meio da realimentação de estado que inclua as medições de w é estabelecida pela Equação 275a, contudo e segundo Isidori (1995, p. 189), esta condição é mais fraca que a Equação 270, ao ponto que $L_{\mathbf{p}}L_{\mathbf{f}}^i h(\mathbf{x})$ deve ser zero para todos os valores de $\rho - 2$. A seguir apresenta-se a lei de controle u para o desacoplamento de perturbação w em relação as funções $\alpha(\mathbf{x})$, $\beta(\mathbf{x})$ (Equação 264) e $\gamma(\mathbf{x})$ (Equação 276), segundo a Equação 277.

$$u = \frac{L_{\mathbf{f}}^{\rho} h(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x})} + \frac{v}{L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x})} - \frac{L_{\mathbf{p}}L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x})} w \quad (277)$$

4.3.2.2 Realimentação de estado de alto ganho

O problema do desacoplamento de perturbações para sistemas SISO não lineares pode ser resolvido a partir da utilização de alguns métodos, como da teoria de perturbação geométrica singular para equações diferenciais ordinárias (Fenichel, 1979; Kokotovic, Khalil & O'Reilly, 1999; Johnson, 2005; Levin & Levinson, 1954; Saksena, O'reilly & Kokotovic (1984), Tikhonov, 1948, 1952; entre outros autores) e segundo a realimentação de estado de alto ganho (Khalil & Saberi, 1987, Young, Kokotovic & Utkin, 1977; Young, 1982; Marino, 1984 e Willems, 1981).

De acordo com Marino (1984) e Young, Kokotovic & Utkin (1977), a abordagem através da técnica de perturbação singular em sistemas de controle por estrutura variável (VSC), que operam a partir dos modos deslizantes (referente aos sistemas de controle descontínuo) podem ser associadas de maneira similar (mas não equivalente – Utkin, 1992, p. 167) na compensação de perturbações em sistemas linearizáveis por realimentação de estado de alto ganho.

Segundo Utkin (1992, p, 155), o alto ganho é uma ferramenta clássica (Meerov, 1947, 1959 *apud* Utkin, 1992) para supressão dos efeitos de distúrbios e de variações paramétricas, quando empregado em sistemas de controle desacoplados e/ou decompostos em movimentos independentes. A seguir, faz-se a problematização do projeto de uma lei de controle estabilizadora localmente por realimentação de estado, de acordo com o desenvolvimento proposto por Isidori (1995, p. 189), ao qual, busca-se avaliar a proposição que a dinâmica zero de um sistema não linear é assintoticamente estável a partir da primeira aproximação.

Seja um sistema não linear representado na forma apresentada na Equação 278.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \quad (278a)$$

$$u = K\mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (278b)$$

Com $\mathbf{f}(0) = 0$ e $\mathbf{h}(0) = 0$, grau relativo $\rho = 1$ em $\mathbf{x} = 0$ e dinâmica zero assintoticamente estável na primeira aproximação, de modo que todos os autovalores da matriz $\mathbf{Q}$

$$\mathbf{Q} = \left[\frac{\partial q(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right]_{(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})=(0,0)} \quad (279)$$

tenham parte real negativa (Equação 247), segundo a Equação 279. Sendo $\mathbf{Q}$ a matriz jacobiana do sistema não linear em função da transformação de coordenada de estado em sua forma normal, referente a dinâmica zero no equilíbrio.

O parâmetro K , relacionado a razão de magnitude de alto ganho, define a estrutura de chaveamento (similar ao VSC) para o controle u (Equação 278b), de acordo com a Equação 280, admitindo que existe um valor positivo K_0 tal que, $\forall K$ que satisfaça $|K| > K_0$, o equilíbrio $\mathbf{x} = 0$ é assintoticamente estável.

$$\begin{cases} K > 0 \text{ se } L_{\mathbf{g}}h(0) > 0 \\ K < 0 \text{ se } L_{\mathbf{g}}h(0) < 0 \end{cases} \quad (280)$$

Este resultado é satisfeito e provado a partir da teoria de perturbações singulares, das quais, uma plena e completa leitura sobre esta concepção pode ser lida em Isidori (1995, p. 190 – apêndice B). Contudo, de mais generalista, tem-se que K , para $L_{\mathbf{g}}h(0) < 0$ pode ser descrito conforme a Equação 281.

$$K = -\frac{1}{\epsilon}(\mathbf{x}) \quad (281)$$

Sendo ϵ uma constante real positiva de amplitude infinitesimal. A partir desta definição, o sistema de circuito fechado (Equação 278a) pode ser reescrito de acordo com a Equação 282.

$$\epsilon \dot{\mathbf{x}} = \epsilon \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \epsilon) \quad (282)$$

Sendo $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \epsilon)$ uma função de mapeamento definida em $D \times (-\epsilon_0, +\epsilon_0) \in \mathbb{R}^n$ de uma sub-variedade E em D desde que $\mathbf{F}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{h}(\mathbf{x})$ e $\mathbf{g}(0) \neq 0$ ($L_{\mathbf{g}}h(0) \neq 0$) em uma vizinhança Λ do ponto $\mathbf{x} = 0$, cujo o conjunto de pontos de equilíbrio $\mathbf{F}(\mathbf{x}, 0) = 0 \forall \mathbf{x} \in E: \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0$.

Na forma normal, o sistema pode ser representado pela Equação 283.

$$\begin{aligned} \epsilon \dot{\mathbf{z}} &= \epsilon a(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) - b(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta})K\mathbf{z} \\ \epsilon \dot{\boldsymbol{\eta}} &= \epsilon q(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}) \end{aligned} \quad (283)$$

Ademais, segundo Isidori (1995, p. 520), o campo vetorial reduzido $\mathbf{f}_R(\mathbf{x})$ associado ao sistema em sua forma normal coincide com os campos vetoriais da dinâmica zero, conjuntamente aos pares $(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta})$, tal que $\mathbf{z} = 0$, segundo a Equação 284.

$$\mathbf{f}_R(\mathbf{x}): \mathbf{x} \in E \rightarrow \mathbf{f}_R(\mathbf{x}) = \mathbf{P}_{\mathbf{x}} \left[\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x}, \epsilon)}{\partial \epsilon} \right]_{\epsilon=\epsilon_0=0} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(0, \boldsymbol{\eta}) \\ q(0, \boldsymbol{\eta}) \end{pmatrix} \quad (284)$$

Sendo $\mathbf{P}_{\mathbf{x}}$ um campo vetorial em E . Assumindo que $\dot{\boldsymbol{\eta}} = q(0, \boldsymbol{\eta})$ é assintoticamente estável na primeira aproximação de $\boldsymbol{\eta} = 0$ e que existe $\epsilon_0 > 0$ tal que, para cada $\epsilon \in (0, \epsilon_0)$ o sistema

tenha um ponto de equilíbrio isolado em $\mathbf{x}_\epsilon$ próximo a 0, que é assintoticamente estável. Como $\mathbf{F}(0, \epsilon) = 0 \forall \epsilon \in (0, \epsilon_0)$, tem-se $\mathbf{x}_\epsilon = 0$.

Para o caso dos sistemas que apresentam maior grau relativo ρ é possível resolvê-los a partir da redução de ordem para um sistema com $\rho = 1$, segundo o desenvolvimento realizado anteriormente, assumindo que a saída do sistema y possa ser substituída por uma saída fictícia relacionada a uma entrada de referência e/ou de perturbação, de acordo com a Equação 285.

$$w = k(\mathbf{x}) \quad (285)$$

Sendo $k(\mathbf{x})$ uma função definida segundo a Equação 286.

$$k(\mathbf{x}) = L_f^{\rho-1}h(\mathbf{x}) + k_{\rho-2}L_f^{\rho-2}h(\mathbf{x}) + \dots + k_1L_fh(\mathbf{x}) + k_0h(\mathbf{x}) \quad (286)$$

onde $k_0, \dots, k_{\rho-2}$ são os coeficientes reais para a função $k(\mathbf{x})$ do novo sistema não linear com grau relativo $\rho = 1$ em 0 (sendo $L_gk(0) = L_gL_f^{\rho-1}k(0) \neq 0$). O sistema não linear (Equação 278) adequado a uma entrada fictícia w pode ser visto na Equação 287.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \\ w &= k(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (287)$$

Admitindo que este sistema deve ser estabilizado por uma saída de realimentação de estado na forma da lei de controle u (Equação 280), segundo a Equação 288.

$$u = -Kw \quad (288)$$

A princípio, busca-se avaliar o comportamento assintótico do sistema a partir da análise de sua dinâmica zero, de modo que a dinâmica interna de saída seja igual a zero. De acordo com o capítulo 4.3.2 e similarmente a Equação 260, a entrada fictícia w pode ser descrita conforme a Equação 289.

$$w = z_\rho + k_{\rho-2}z_{\rho-1} + \dots + k_1z_2 + k_0z_1 = z_\rho + \sum_{i=2}^{\rho} k_{i-2}z_{i-1} \quad (289)$$

Para $w(t) = 0$, tem-se que a expressão acima pode ser simplificada em termos de z_ρ , de modo que o sistema possa ser representado em sua forma normal, associada a dinâmica zero da nova saída, de acordo com a dinâmica $(n - 1)$ -dimensional exposta na Equação 290.

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= z_2 \\
\dot{z}_2 &= z_3 \\
&\vdots \\
\dot{z}_{\rho-1} &= z_\rho = - \sum_{i=2}^{\rho} k_{i-2} z_{i-1} \\
\dot{\boldsymbol{\eta}} &= q \left(z_1, \dots, z_{\rho-1}, - \left(\sum_{i=2}^{\rho} k_{i-2} z_{i-1} \right), \boldsymbol{\eta} \right)
\end{aligned} \tag{290}$$

De acordo com Isidori (1995, p. 192), essas equações (Equação 290) apresentam o formato triangular de bloco, dos quais, através do cálculo da matriz jacobiana correspondente é possível provar que a dinâmica zero do sistema é assintoticamente estável na primeira aproximação, se todas as raízes do polinômio apresentado na Equação 291

$$n(s) = s^{\rho-1} + k_{\rho-2}s^{\rho-2} + \dots + k_2\dot{s} + k_1\dot{s} + k_0 \tag{291}$$

têm parte real negativa e K o mesmo sinal de $L_g L_f^{\rho-1} k(0)$ (Equação 280), de modo que a lei de controle u (Equação 288) estabiliza assintoticamente o equilíbrio $\mathbf{x} = 0$ do sistema (Equação 287), conforme a Equação 292.

$$u = -K \left(L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x}) + k_{\rho-2} L_f^{\rho-2} h(\mathbf{x}) + \dots + k_1 L_f h(\mathbf{x}) + k_0 h(\mathbf{x}) \right) \tag{292}$$

Portanto, é possível deduzir uma realimentação de saída de estado para a função $y(t)$ em relação a $w(t)$ (Equação 293), tendo em vista que a função $L_f^i h(\mathbf{x})$ tem grau relativo coincidente com a i -ésima derivada de $y(t)$, para $0 \leq i \leq \rho - 1$.

$$w(t) = y^{\rho-1}(t) + k_{\rho-2} y^{\rho-2}(t) + \dots + k_1 \dot{y}(t) + k_0 y(t) \tag{293}$$

Este resultado pode ser interpretado como uma saída de um sistema obtido por conexões em cascata do sistema original com um filtro linear cuja função de transferência é exatamente igual ao polinômio $n(s)$. Segundo Isidori (1995, p. 193), tal filtro não é fisicamente realizável, contudo, é possível desenvolvê-lo a partir de uma aproximação adequada, sem que as propriedades de estabilidade do sistema de circuito fechado sejam prejudicadas; condição esta que será explicitada a seguir.

Para $T = \epsilon$, sendo T uma constante de tempo real positiva de amplitude infinitesimal, o sistema formado pelas Equações 278a e 278b tem estrutura semelhante ao problema de perturbação singular e de acordo com Isidori (1991, p. 193), para $T > 0$, suficiente pequeno, existirá um ponto de equilíbrio que é assintoticamente estável na primeira aproximação para a função de transferência apresentada na Equação 294.

$$G(s) = -\frac{K}{1 + Ts} \quad (294)$$

A concepção desta abordagem pode ser vista na Figura 92 (e com maior detalhamento teórico em Isidori, 1995, p. 193) e deste resultado, tem-se que a introdução de uma pequena constante de tempo T ao sistema de controle de circuito fechado não diminui ou prejudica a sua estabilidade assintótica local.

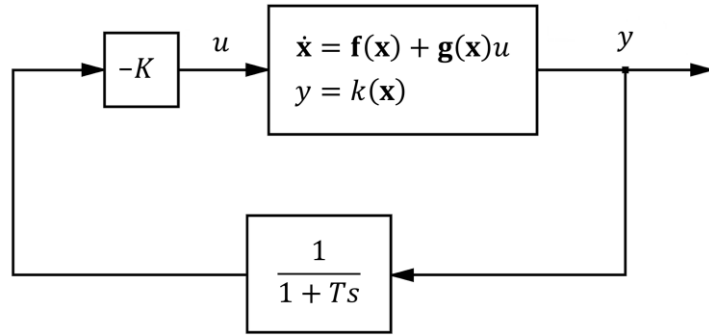


Figura 92 – Diagrama do processo de linearização por realimentação de estado de alto ganho
[Adaptado de: Isidori (1995, p. 148)]

Em síntese, expandindo esta propriedade para o caso $\rho - 1$, pode-se deduzir a seguinte proposição para o problema generalizado.

Definição 11: Seja um sistema de grau relativo ρ em $\mathbf{x}_0$, com dinâmica zero assintoticamente estável na primeira aproximação e cuja as raízes do polinômio $n(s)$ (Equação 291) têm parte real negativa (Hurwitz), tal que exista um processo de realimentação de estado de saída linear representado por uma função de transferência (Equação 295) que estabiliza o sistema, desde que K seja uma constante adequadamente grande, com o mesmo sinal de $L_g L_f^{\rho-1} k(0)$ e T seja uma constante positiva suficientemente pequena.

$$G(s) = -\frac{Kn(s)}{(1 + Ts)^{\rho-1}} \quad (295)$$

4.3.2.3 Observadores não lineares com dinâmica de erro linearizável

Até o presente momento os sistemas não lineares estudados foram abordados através do processo de linearização de estado, de tal maneira que os sistemas fossem transformados em um modelo linear equivalente, dadas as mudanças de coordenadas no espaço de estado. Dentre essas etapas, a transformação em uma forma normal e a partir de uma dinâmica restrita de saída zero assintoticamente estável foi possível estabelecer as condições suficientes e necessárias para a linearização, assim como para as tarefas de estabilização e de rastreamento assintótico.

Todavia, ambos os artifícios teóricos empregados partiram de uma abordagem local e assintoticamente estável em um ponto de equilíbrio, dos quais, as leis de controle por realimentação de estado são definidas, somente e apenas, em uma vizinhança próxima deste ponto.

Neste sentido e de acordo com Isidori (2013, p. 372), é de interesse que os sistemas apresentem uma dinâmica zero assintoticamente estável globalmente (sistemas de fase mínima globais) devido a extensão dos conceitos e das suposições (impostas anteriormente nos capítulos 4.3.1 a 4.3.4) para a implementação de estratégias de estabilização baseadas na realimentação de estado de saída de alto ganho, em sistemas passivos, no controle não interativo com estabilidade e na regulação de saída.

Perante essa proposição, faz-se uma extensão de conceitos e de definições para a realimentação de estado segundo a abordagem através dos observadores não lineares com dinâmica de erro linearizável, conforme Isidori (1995, p. 203) e Khalil (2015, p. 187), ao qual é expandida a condição em que o sistema não satisfaz os teoremas 1, 2 e 3, de modo a depender da resolução da equação diferencial parcial (Equação 214) e da determinação do campo vetorial τ .

O observador, de acordo com Luenberger (1964, p. 72, 1966, p. 190, 1971, p. 596), pode ser considerado como um sistema que reconstrói o vetor de estado de uma planta a partir das entradas e saídas disponíveis do sistema, de tal modo que se possa obter uma aproximação ou estimativa do vetor de estado desconhecido. O conceito de observadores para sistemas não lineares foi introduzido por Bestle & Zeitz (1983), Kou, Elliott & Tarn (1975), Krener & Isidori (1983), Krener & Respondek (1985), Thau (1973) e Zeitz (1987).

Para o problema da estimativa do vetor de estado, o sistema não linear pode ser representado na forma exposta pela Equação 296.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \psi(u, y) \\ y &= \mathbf{Cx}\end{aligned}\tag{296}$$

Sendo $\psi(u, y)$ uma função não linear (localmente Lipschitz) conhecida e $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$ um par observável (Equação 244), onde $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é uma matriz e $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ um vetor em sua forma canônica de observabilidade (Equação 243).

Para o seguinte sistema (Equação 296), o observador não linear pode ser descrito na forma exposta pela Equação 297.

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \psi(u, y) + \mathbf{L}(y - \hat{y}) \quad (297)$$

Sendo $\hat{\mathbf{x}}$ o vetor de estado estimado para o observador e $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ um vetor de ganho do observador. A partir da Equação 297, tem-se que o termo de correção $(\mathbf{L}(y - \hat{y}))$ – Khalil, 2015, p. 263) depende da estimativa do erro ($\mathbf{e} = \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$) de saída do sistema $y = \mathbf{C}\mathbf{x}$ pela saída estimada $\hat{y}$ (representativo na forma $\hat{y} = h(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}$), que é obtida através da Equação 298.

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{LC})\mathbf{e} \quad (298)$$

O sistema na forma referida pela Equação 297 é chamado de observador com dinâmica de erro linear (Khalil, 2015, p. 263; Krener & Respondek, 1985 e Xiao *et al.* 2003, p. 623), quando o vetor $\mathbf{L}$ é tal que $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$ tenha todos os autovalores no plano da metade esquerda (estritamente com parte real negativa – Hurwitz), que implica que o limite $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{x}}(t)$ seja zero, de modo que a estimativa do erro se aproxime assintoticamente de $\mathbf{x}(t)$ à medida que t tende ao infinito, $\forall \mathbf{x}$ na condição inicial $\tilde{\mathbf{x}}(0)$, suficientemente pequeno $\|\tilde{\mathbf{x}}(0)\|$.

Resumidas tais questões, aborda-se a seguir o problema de linearização do observador, a partir da definição:

Definição 12: O problema de linearização do observador é solucionável se, e somente se

$$\dim(\text{span}\{\nabla h(\mathbf{x}_0), \nabla L_f h(\mathbf{x}_0), \dots, \nabla L_f^{n-1} h(\mathbf{x}_0)\}) = n \quad (299)$$

Se a condição estabelecida pela equação 299 é satisfeita, então pode-se definir uma vizinhança D_0 de $\mathbf{x}_0$, onde existe um único campo vetorial $\boldsymbol{\tau}$ que satisfaz a seguinte condição $\forall \mathbf{x} \in D_0$, segundo a Equação 300 (associada a definição 5 e aos teoremas 2 e 3 – capítulo 4.3.1.1).

$$L_{\boldsymbol{\tau}} h(\mathbf{x}) = L_{\boldsymbol{\tau}} L_f h(\mathbf{x}) = \dots = L_{\boldsymbol{\tau}} L_f^{n-2} h(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{e} \quad L_{\boldsymbol{\tau}} L_f^{n-1} h(\mathbf{x}_0) = 1 \quad (300)$$

Da Equação 299, tem-se que o cálculo do campo vetorial $\boldsymbol{\tau}$ é realizado de maneira similar a Equação 212, para o conjunto de equações expostas na Equação 301.

$$\begin{bmatrix} \nabla h(\mathbf{x}) \\ \nabla L_f h(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \nabla L_f^{n-2} h(\mathbf{x}) \\ \nabla L_f^{n-1} h(\mathbf{x}) \end{bmatrix} [\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}) \quad ad_f \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad ad_f^{n-2} \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}) \quad ad_f^{n-1} \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x})] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (301)$$

Desta equação, obtém-se uma relação importante para a resolução do problema de linearização do observador, assim como para a realimentação de estado em condições globais, de acordo com a definição:

Definição 13: O problema de linearização do observador é solucionável se, e somente se, existir um mapeamento $\mathbf{F}$ em Λ de $\mathbb{R}^n$ em uma vizinhança D_0 de $\mathbf{x}_0$ que satisfaz a Equação 302.

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{z}} = [\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}) \quad -ad_f \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad (-1)^{n-1} ad_f^{n-1} \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x})]_{\mathbf{x}=\mathbf{F}(\mathbf{z})}, \quad \forall \mathbf{z} \in \Lambda \quad (302)$$

Onde $\boldsymbol{\tau}$ é a solução única do campo vetorial exposto na Equação 301.

Destas duas definições e assumindo que ambas sejam verdadeiras (Isidori, 1995, p. 206), descreve-se os teoremas finais que garantem a unicidade e a integrabilidade da solução para a equação diferencial parcial (Equação 301) dos campos vetoriais $\tau_i(\mathbf{x})$, como consequência do teorema de Frobenius (teoremas 1, 2 e 3 – capítulo 4.3.1).

Teorema 4: Seja $\boldsymbol{\tau}_1(\mathbf{x}), \dots, \boldsymbol{\tau}_n(\mathbf{x})$ os campos vetoriais em $\mathbb{R}^n$ da equação diferencial parcial exposta na Equação 303.

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial z_i} = \boldsymbol{\tau}_i(\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\mathbf{z})) \quad (303)$$

Onde $\mathbf{F}$ é um mapeamento em um conjunto aberto $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $(\mathbf{z}_0, \mathbf{x}_0)$ um ponto em $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ e $\boldsymbol{\tau}_1(\mathbf{x}_0), \dots, \boldsymbol{\tau}_n(\mathbf{x}_0)$ são campos vetoriais linearmente independentes. Para este caso, devem existir vizinhanças D_0 de $\mathbf{x}_0$ e Λ_0 de $\mathbf{z}_0$ e um difeomorfismo $\boldsymbol{\Phi}^{-1}(\mathbf{z}): \Lambda_0 \rightarrow D_0$ que resolvem a Equação 303, tal que $\mathbf{F}(\mathbf{z}_0) = \mathbf{x}_0$ se, e somente se, a Equação 304 é satisfeita.

$$[\boldsymbol{\tau}_i, \boldsymbol{\tau}_j] = 0, \quad \forall 1 \leq i, j \leq n \quad (304)$$

Teorema 5: O problema de linearização do observador é solucionável se, e somente se a definição 12 é satisfeita e para o qual a única solução do campo vetorial $\boldsymbol{\tau}$ (Equação 301) e tal que a condição imposta na Equação 305 seja atendida.

$$[ad_f^i \boldsymbol{\tau}, ad_f^j \boldsymbol{\tau}] = 0, \quad \forall 0 \leq i < j \leq n-1 \quad (305)$$

4.3.2.4 Dinâmica zero assintoticamente estável globalmente

Perante todo o desenvolvimento (capítulo 4.3.1 a 4.3.2), foram introduzidos uma vasta gama de conceito que tornaram possível transformar um sistema não linear, através do processo de linearização por realimentação de estado em um sistema equivalente linear, controlável e observável, dos quais pretende-se estender tais conceitos para a estabilização de saída assintótica global, a partir da transformação de coordenada no espaço de estado, em sua forma normal.

Segundo Isidori (2013, p. 371), o conceito sobre estabilidade global para os sistemas não lineares por realimentação de estado torna-se possível a partir dos avanços teóricos e das noções introduzidas sobre a entrada para o estado estável (*Input-to-state stability* – ISS; Liberzon, Morse & Sontag, 2002; Sontag, 1989, 1990, 1998, 2008 e Sontag & Wang, 1995, 1996, 1999, 2000) e conforme o teorema de pequeno ganho (Jiang, Teel & Praly, 1994), além dos trabalhos desenvolvidos em aplicações típicas de estabilização global e semiglobal (Boothby, 1984; Byrnes & Isidori, 1985, 1989; Coron, Praly & Teel, 1995; Khalil & Farzad, 1992; Marino & Tomei, 1991, 1993; Qian & Lin, 2001; Teel & Praly, 1994, 1995), dos quais foram propostas definições (principalmente em função das técnicas de Lyapunov) que comprovaram que um sistema não linear, representado pela Equação 306 (similar ao sistema original adotado – Equação 180)

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \\ y &= h(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{306}$$

em sua forma normal global, segundo a Equação 307

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{f}_0(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho) \\ \dot{\xi}_i &= \xi_{i+1}, \quad i = 1, \dots, \rho - 1 \\ \dot{\xi}_\rho &= a(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho) + b(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho)u \\ y &= \xi_1\end{aligned}\tag{307}$$

é fortemente de fase mínima, quando o sistema apresenta dinâmica zero assintoticamente estável: $a(0,0,\dots,0)$ e $b(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho) \neq 0$, podendo assim ser estabilizado globalmente por meio de uma lei de controle na forma expressa pela Equação 308.

$$u = \kappa \left(\sum_{i=0}^{\rho-2} k_i \xi_{i+1} + \xi_\rho \right)\tag{308}$$

Sendo κ uma função de classe K_∞ ($[0, \alpha) \rightarrow [0, \infty)$, estritamente crescente e $\kappa(0) = 0$ – Khalil, 1996, p. 135). Segundo Isidori (2013, p. 372 *apud* Teel & Praly, 1995), caso o equilíbrio $\mathbf{z} = 0$ da dinâmica inversa seja localmente e exponencialmente estável, a estabilidade semiglobal pode ser atingida por meio de uma realimentação de estado dinâmica da saída do sistema y através de um observador robusto de alto ganho.

A seguir, faz-se a definição formal para a transformação do sistema não linear (Equação 306) em sua forma normal global, de acordo com Isidori (1995, p. 427).

Definição 14: Seja um sistema não linear representado pela Equação 306, com grau relativo uniforme ρ em $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, assumindo $\mathbf{f}(0) = 0$ e $\mathbf{g}(0) = 0$ e para o qual exista uma lei de controle por realimentação de estado não linear segundo a Equação 309 (equivalente ao controle apresentado na Equação 205).

$$u = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v \quad (309)$$

Sendo os campos vetoriais $\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x})$ e $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x})$ definidos globalmente conforme a Equação 310,

$$\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}) \text{ e } \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) = \mathbf{g}(\mathbf{x})\beta(\mathbf{x}) \quad (310)$$

onde $\alpha(\mathbf{x})$ e $\beta(\mathbf{x})$ (similar a Equação 206) são descritos segundo a Equação 320 e

$$\alpha(\mathbf{x}) = \frac{L_{\mathbf{f}}^\rho h(\mathbf{x})}{L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x})} \quad \text{e} \quad \beta(\mathbf{x}) = \frac{1}{L_{\mathbf{g}} L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x})} \quad (311)$$

para os quais os campos vetoriais $\boldsymbol{\tau}_i$ são completos e satisfazem a equação diferencial parcial (Equação 301), definido pela Equação 312.

$$\boldsymbol{\tau}_i = (-1)^{i-1} \text{ad}_{\tilde{\mathbf{f}}}^{i-1} \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}), \quad 1 \leq i \leq \rho \quad (312)$$

Seja $S^* \in \mathbb{R}^{n-\rho}$ uma subvariedade embutida suave de uma variedade $S \in \mathbb{R}^n$, tal que em torno de cada ponto de S^* existe uma vizinhança S_0 , definida de acordo com a Equação 313,

$$S^* = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : h(\mathbf{x}) = L_{\mathbf{f}} h(\mathbf{x}) = \dots = L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x}) = 0 \} \quad (313)$$

com cada componente de S^* sendo uma variedade integral máxima da distribuição não singular e involutiva Δ^* , conforme a Equação 314,

$$\Delta^* = \left(\text{span} \left\{ \nabla h(\mathbf{x}), \nabla L_{\mathbf{f}} h(\mathbf{x}), \dots, \nabla L_{\mathbf{f}}^{\rho-1} h(\mathbf{x}) \right\} \right)^\perp \quad (314)$$

tal que o mapeamento suave $\boldsymbol{\Phi}: S^* \times \mathbb{R}^\rho \rightarrow \mathbb{R}^n$ seja descrito pela Equação 315.

$$\left(\mathbf{z}, (\xi_1, \dots, \xi_\rho)\right) \rightarrow \Phi_{\xi_\rho}^{\tau_1}(\mathbf{z}) \circ \Phi_{\xi_{\rho-1}}^{\tau_2}(\mathbf{z}) \circ \dots \circ \Phi_{\xi_2}^{\tau_{\rho-1}}(\mathbf{z}) \circ \Phi_{\xi_1}^{\tau_\rho}(\mathbf{z}) \quad (315)$$

O termo $\Phi_t^{\tau}(\mathbf{x})$ será denominado como um fluxo do campo vetorial τ , que apresenta um inverso suave definido globalmente, de acordo com a Equação 316,

$$\left(\mathbf{z}, (\xi_1, \dots, \xi_\rho)\right) = \Phi^{-1}(\mathbf{x}) \quad (316)$$

no qual as variáveis de estado $\mathbf{z}$ e ξ_i são descritas pela Equação 317

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \Phi_{-h(\mathbf{x})}^{\tau_\rho}(\mathbf{x}) \circ \Phi_{-L_f^{\rho-1}h(\mathbf{x})}^{\tau_{\rho-1}}(\mathbf{x}) \circ \dots \circ \Phi_{-L_f^{\rho-2}h(\mathbf{x})}^{\tau_2}(\mathbf{x}) \circ \Phi_{-L_f^{\rho-1}h(\mathbf{x})}^{\tau_1}(\mathbf{x}) \\ \xi_i &= L_f^{i-1}h(\mathbf{x}), \quad 1 \leq i \leq \rho \end{aligned} \quad (317)$$

A partir da Equação 316, tem-se que o difeomorfismo definido globalmente permite que o sistema não linear seja transformado em sua representação normal, segundo a Equação 318,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{f}_0(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho) \\ \dot{\xi}_i &= \xi_{i+1}, \quad i = 1, \dots, \rho - 1 \\ \dot{\xi}_\rho &= a(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho) + b(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho)u = v \\ y &= \xi_1 \end{aligned} \quad (318)$$

onde $a(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho)$ e $b(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho)$ são definidos pela Equação 319,

$$\begin{aligned} a(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho) &= L_f^\rho h \circ \Phi(\mathbf{z}, (\xi_1, \dots, \xi_\rho)) \\ b(\mathbf{z}, \xi_1, \dots, \xi_\rho) &= L_g L_f^{\rho-1} h \circ \Phi(\mathbf{z}, (\xi_1, \dots, \xi_\rho)) \end{aligned} \quad (319)$$

se, e somente se, o campo vetorial τ satisfaz a condição exposta na Equação 320.

$$[\tau_i, \tau_j] = 0, \quad \forall 1 \leq i, j \leq \rho \quad (320)$$

Desta definição, segundo Isidori (1995, p. 432) pode-se estabelecer o projeto de uma lei de controle por realimentação de estado que estabiliza assintoticamente o equilíbrio $\mathbf{x} = 0$ do sistema globalmente, considerando que o sistema não linear tenha grau relativo uniforme ρ , em um subvariedade difeomórfica $S^* \in \mathbb{R}^{n-\rho}$ e caso os campos vetoriais τ_i sejam completos para a representação das equações de estado do sistema.

Além deste resultado, é possível encontrar algumas outras abordagens em Isidori (1995), que mas vão um pouco além do escopo inicial deste trabalho, assim como parte dos trabalhos mencionados no início deste capítulo. Todavia, deixa-se com sugestão aos interessados sobre o assunto, a recomendação da leitura de tais obras.

4.4 Formulação do controle por modo deslizante com integrador condicional

Ao longo do capítulo 4 foram introduzidos uma ampla variedade de conceitos e de definições que serão úteis para a compreensão das etapas e dos requisitos teóricos necessários para o desenvolvimento do projeto da lei de controle por modos deslizantes (SMC) com integrador condicional (CISMC); concebida dentro da temática sobre a regulação robusta via ação integral (Khalil, 2015, p. 318), de acordo com uma lei de controle de saída por realimentação de estado. Como poderá ser visto, ambos os assuntos discutidos são importantes e servirão como base para a formulação do controlador CISMC.

4.4.1 Regulação robusta via ação integral

A regulação robusta através da lei de controle por modo deslizante (SMC) trata-se de uma técnica empregada para solucionar tarefas de estabilização e de rastreamento assintótico em sistemas lineares e não lineares. O conceito de regulação robusta foi introduzido para os sistemas lineares na década de 70, a partir dos trabalhos desenvolvidos por Davison (1972, 1976), Desoer & Wang (1980), Johnson (1971), Francis & Wonham (1975, 1976) e Francis (1977), no contexto da regulação (estabilização) e do rastreamento assintótico em servomecanismos, em face de incertezas nos parâmetros do modelo e a rejeição de sinais de referência e de perturbações.

Esta metodologia foi estendida para os sistemas não lineares, conjuntamente ao controle integral através de alguns autores, segundo: Astolfi & Praly (2016); Byrnes *et al.* (1997), Byrnes & Isidori (2000), Freeman & Kokotovic (1995a, 1995b), Huang & Rugh (1990), Huang & Lin (1994), Huang (1995, 2004), Isidori & Byrnes (1990), Jiang & Marsden (2001), Khalil (1994, 1998, 2000), Knobloch, Isidori & Flockerzi (1993), Mahmoud & Khalil (1996), Mazenc & Praly (1996), Morari (1985) para sinais exógenos constantes e/ou variáveis no tempo.

A ação de controle integral, de acordo com Khalil (1998, p. 756), Morari (1985, p. 574) e Li, Ang & Chong (2006, p. 33) é implementada a fim de garantir que o erro estacionário do sistema convirja para zero (se possível) à medida que o tempo tende ao infinito, de modo a conduzir as trajetórias (contendo os estados) assintoticamente a um ponto de equilíbrio. Deste modo, a principal tarefa do controlador será estabilizar este ponto, que é desconhecido.

Neste sentido e segundo Khalil (2000, p. 490), algumas técnicas de controle robustas podem ser empregadas para solucionar e garantir a convergência do erro para uma pequena vizinhança próxima do equilíbrio, como a realimentação de estado por alto ganho, *backstepping* e o controle contínuo por modo deslizante (CSMC).

Deste último, tem-se que a introdução da ação integral para o CSMC (Zhou & Fisher, 1992) foi proposta inicialmente por Utkin & Shi (1996), sendo denominado como controle por modo deslizante integral (*integral sliding mode control* – ISMC). O ISMC vem sendo estudado por inúmeros outros autores, dos quais pode citar: Jia & Shan (2020), Khalil (2000, 2002a), Seshagiri & Khalil (2002), Laghrouche, Plestan & Glumineau (2007), Niu, Ho & Lam (2005), Pan, *et al.* (2018), Rubagotti, *et al.* (2011) e Zhang, *et al.* (2016).

Assim como suas variações (CSMC, ISMC, não-singular N-, contínuo C-, adaptativo A-, integral I-, terminal SMC – TSMC (Chiu, 2012; Venkataraman & Gulati, 1993; Yu, Feng & Man, 2020), além de possível outras abordagens), a teoria clássica do SMC tem sido empregada categoricamente para lidar com as imprecisões e incertezas dos modelos e a distúrbios externos na modelagem, que vem exibido ótimos resultados que destacam a precisão do método e sua eficácia em garantir a robustez do sistema (Levant, 1993, 1998, 2003; Slotine & Li, 1991; Slotine & Sastry, 1983, Slotine & Coetsee, 1986; Shtessel, Edwards, Fridman & Levant, 2014, Utkin, 1977, 1981, 1992; Utkin, Guldner & Shi; Young, Utkin & Ozguner, 1999).

No entanto, a regulação assintótica alcançada através da ação integral também ocasiona uma degradação no desempenho transitório do sistema, que mesmo na ausência de saturação do elemento limitador de taxa (RLE), a resposta tende a ser mais oscilatória (Seshagiri & Khalil, 2005a, p. 44). Na presença da saturação do RLE, a ação integral faz com que o erro continue a ser acumulado, ocasionando uma deterioração significativa entre o sinal de entrada da planta e de sua resposta correspondente, com elevado sobressinal e tempo de acomodação relativamente longo; fenômeno este que é chamado por *windup* (Galeani, *et al.*, 2009, p. 420; Kothare *et al.*, 1994, p. 1869; Li, Ang & Chong, 2006, p. 33 e Zheng, Kothare & Morari, 1994, p. 1015).

Segundo Li, Ang & Chong (2006, p. 33) e Seshagiri & Khalil (2005a, p. 44) e de acordo com o contexto sobre o *chattering* (capítulo 4.1.1.3), ressalva-se que diminuir o erro do sistema através do aumento de ganho (sendo o erro estacionário inversamente proporcional ao ganho do sistema) pode ser inviável ou indesejável, já que este incremento pode excitar dinâmicas de alta frequência não modeladas.

A princípio, uma solução para este problema foi proposta por Seshagiri e Khalil, (2005a, 2005b) e Singh, A. & Khalil (2005), ao qual o integrador foi modificado para fornecer a ação integral “condicionalmente” dentro da camada limite μ , a fim de diminuir a degradação do regime transitório. A modificação feita para o CISMCM consiste na implementação de uma lógica *anti-windup*, desenvolvida por Fertik & Ross (1967 *apud* Kothare *et al.*, 1994, p. 1870) e estendida por Hanus, Kinnaert & Henrotte (1987), onde o RLE será realimentado através da diferença entre o sinal saturado e não saturado (entre outras logics existentes), de modo a reduzir o termo integral e o efeito *windup*. Uma leitura introdutória sobre o assunto pode lida em Neto (2005).

O CISMCM é uma técnica de controle utilizada para resolver problemas de estabilidade e rastreamento em sistemas não lineares, sendo robusto, preciso e de fácil implementação quando comparado a outras técnicas não lineares. De acordo com Díaz-Méndez *et al.* (2020) , o CISMCM oferece algumas vantagens, que incluem:

1. o projeto da técnica fornece uma maneira conveniente de projetar controladores sem escala de ganho;
2. reduz a zero o erro de rastreamento causado pelo integrador condicional;
3. reduz o *chattering* a partir da substituição da função sinal pela função de saturação;
4. melhora a resposta transitória usando a ação integral *anti-windup* ao invés de um integrador convencional;
5. garante a estabilidade e a convergência da lei de controle.

A técnica C-ISMCM tem sido aplicada a problemas típicos envolvendo o controle de manipuladores robóticos, (Incremona, Ferrara, & Magni, 2017; Shi, Liu & Bajcinca, 2008; Norsahperi & Danapalasingam, 2020 e Zhang, *et al.*, 2018), a regulação de nível em tanques acoplados (Benamor *et al.*, 2011 e Prusty *et al.*, 2016), o controle marítimo de embarcações (Burger, Pavlov & Pettersen, 2009), o controle de quadricópteros (Campos *et al.*, 2024; Labbadi & Cherkaoui, 2019; Li *et al.*, 2016; Ullah *et al.*, 2020; Mu, Zhang & Shi, 2017 e Xiong *et al.*, 2021) e da dinâmica de voo de aeronaves (Campos, *et al.*, 2017; Díaz-Méndez, *et al.*, 2019; Seshagiri & Promtun, 2008; Sousa & Paglione, 2012 e Sousa *et al.*, 2013).

A partir desta breve síntese e considerando todas as demais informações e conceitos introduzidos nos capítulos (4.1, 4.2 e 4.3), faz-se a seguir a problematização da tarefa de controle para o problema de regulação robusta via ação integral, dos quais será possível acoplar os assuntos sobre o SMC e da linearização de saída por realimentação de estado.

Ademais, expande-se essa abordagem para os observadores de alto ganho e para o integrador condicional, segundo os trabalhos desenvolvidos por Khalil (1998, 2000, 2002a, 2015) e Seshagiri e Khalil (2002, 2005a, 2005b).

Além disso, destaca-se que a leitura sobre as contribuições feitas pelos autores mencionados no início do capítulo é fortemente indicada, tanto para melhor esclarecer alguns pontos sobre a teoria, assim como referente a diversificação de aplicações, exemplos e de provas teóricas sobre alguns conceitos e definições mais específicas, que não serão abordadas integralmente ao longo do texto.

4.4.1.1 Declaração do problema de controle

O problema de regulação robusta de sistemas não lineares de fase mínima, com uma única entrada e saída (*Single-Input Single-Output* – SISO), transformáveis a forma normal, uniformemente em um conjunto de perturbações constantes e de parâmetros incertos será modelado a partir da Equação 321.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u + p(\mathbf{x})w \\ y &= h(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{321}$$

Sendo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estado, u a entrada de controle, y a saída do sistema, $\mathbf{w}$ o vetor de sinal exógeno (incluindo perturbações a serem rejeitadas e/ou referências a serem rastreadas) pertencente a um domínio $D_w \subset \mathbb{R}^l$, $\mathbf{f}$, $\mathbf{g}$ e $\mathbf{p}$ são campos vetoriais suaves em $D \subset \mathbb{R}^n$ e h uma função escalar suave ($D \subset \mathbb{R}^n$) em uma subvariedade suave $S^* \in \mathbb{R}^{n-\rho}$ de $S \in \mathbb{R}^n$, tal que em torno de cada ponto de S^* (sendo uma variedade integral máxima da distribuição involutiva e não singular Δ^*) há uma vizinhança S_0 em $S^* \cap S_0$ dada por $\{x_i = k_i: i = 1, \dots, n - \rho\}$, onde $k_1, \dots, k_{n-\rho}$ são constantes positivas (Isidori *et al.*, 1981, p. 322; Isidori, 1995, p. 428).

De acordo com o capítulo 4.3.2, este sistema pode ser transformado em sua forma normal, segundo a Equação 322.

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_i &= \xi_{i+1}, \quad i = 1, \dots, \rho - 1 \\ \dot{\xi}_\rho &= a(\xi, \eta) + b(\xi, \eta)u \\ \dot{\eta} &= q(\xi, \eta) + k(\xi, \eta)w \\ y &= \xi_1\end{aligned}\tag{322}$$

Sendo $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_\rho) = (\phi_1, \dots, \phi_\rho) \in \mathbb{R}^\rho$ e $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_{n-\rho}) = (\phi_{\rho+1}, \dots, \phi_{n-\rho}) = (h(\mathbf{x}), \dots, L_f^{\rho-1}h(\mathbf{x})) \in \mathbb{R}^{n-\rho}$ os vetores das componentes de estado da dinâmica externa e interna do sistema linearizado, $\phi_{i,\dots,n-\rho}(\mathbf{x}) = \mathbf{z}$ o difeomorfismo em relação a variável de estado $\mathbf{z}$, $L_f^{\rho-1}h(\mathbf{x})$ a derivada de Lie de h em torno de $\mathbf{f}$ e $a(\xi, \eta)$, $b(\xi, \eta) \neq 0$, $q(\xi, \eta)$ e $d(\xi, \eta) \neq 0$ são funções de transformação de coordenada no espaço de estado.

Além disso, assume-se que o sistema não linear exposto na Equação 321 tem um grau relativo uniforme $\rho \leq n$, se as condições para o que sistema seja linearizável por realimentação de estado sejam satisfeitas ($L_g h(\mathbf{x}) = \dots = L_g L_f^{\rho-2} h(\mathbf{x}) = L_p L_f^{\rho-2} h(\mathbf{x}) = 0$ e $L_g L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x}) \neq 0$ – teoremas e definições do capítulo 4.3.1 e 4.3.2), permitindo assim, a transformação em sua forma normal (Equação 322), onde os termos ξ , η e suas funções correspondentes estão relacionadas as variáveis originais; sendo não singulares e involutivas, portanto, invertíveis.

Deste problema, desenvolve-se o projeto de um controlador por realimentação de estado que tem por objetivo estabilizar e/ou rastrear assintoticamente um sinal de entrada de referência $r(t) \in D_r \subset \mathbb{R}$ do sistema de controle (associado a saída de referência $y_r(t)$ – capítulo 4.3.2), ou seja, quando o limite entre o sinal de saída $y(t)$ e do sinal de referência $r(t)$ é igual a zero, garantido a limitação de todas as variáveis de estado; $\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - r(t)] = 0$.

Segundo Khalil (2015, p. 319), o problema de regulação é um caso especial do problema de rastreamento quando $r(t)$ é constante, tal que o projeto do controlador robusto consiste em manter as variáveis de estado limitadas e a saída $y(t)$ regulada assintoticamente em relação a $r(t)$ através da técnica de controle por modo deslizante (SMC), assegurando que o erro de regulação $e(t) = y(t) - r(t)$ seja restringido pela camada limite $k\mu$, com $k > 0$ e a partir da implementação da ação integral, de modo a garantir que o erro estacionário convirja para zero à medida que o tempo tende ao infinito, conduzindo assintoticamente as trajetórias em um ponto de equilíbrio $(\bar{\eta}, \bar{\xi}) = (0, 0)$, satisfazendo a Equação 323.

$$\begin{aligned}
 0 &= \bar{\xi}_{i+1}, \quad i = 1, \dots, \rho - 1 \\
 0 &= a(\bar{\xi}, \bar{\eta}) + b(\bar{\xi}, \bar{\eta})\bar{u} \\
 0 &= q(\bar{\xi}, \bar{\eta}) + k(\bar{\xi}, \bar{\eta})\bar{w} \\
 y &= \bar{\xi}_1
 \end{aligned} \tag{323}$$

A dinâmica zero correspondente ao sistema ocorre quando a saída é mantida identicamente a zero através das condições iniciais de entrada. A restrição da saída y , ao ser mantida neste estado implica que todas as suas derivadas sejam zero, de tal modo que o movimento da dinâmica esteja restrito na superfície de deslizamento s em $\bar{\xi} = (r, 0, \dots, 0)$.

Imposta a definição do erro $e(t)$, sendo $\xi_i = y^{i-1}$ para $1 \leq i \leq \rho$ e dada a mudança de variáveis $e_i = (e_1, \dots, e_\rho) = (\xi_1 - r, \dots, \xi_\rho)$, o sistema pode ser estabilizado por meio de uma lei de controle por realimentação de estado similar a Equação 308 (e de acordo com a Equação 261), adequada ao CSMC, de modo a incluir a superfície deslizante contendo o modo deslizante limitado entre a camada limite μ , de acordo com a Equação 324.

$$u = -k_c \operatorname{sat} \left(\frac{k_0 \sigma + k_1 e_1 + \dots + k_i e_{i+1} + e_\rho}{\mu} \right) \quad (324)$$

Onde k_c é o ganho do controlador (constante), σ é a variável integral condicional, μ é a espessura da camada limite e s representa a superfície deslizante. O termo $\operatorname{sat}(\cdot)$ está relacionado à função de saturação (Equação 141), que foi proposta com o objetivo de reduzir a vibração devido à comutação descontínua do SMC (Equação 119), com a função de sinal (Equação 131) $\operatorname{sgn}(\cdot)$ sendo aproximada pela função contínua $\operatorname{sat}(\cdot)$ dentro da camada limite μ e ao redor da superfície s . A Equação 325 estabelece essa condição:

$$\operatorname{sat}(s) \begin{cases} 1, & \text{se } s > \mu \\ \frac{s}{\mu}, & \text{se } |s| \leq \mu \\ -1, & \text{se } s < -\mu \end{cases} \quad (325)$$

A superfície deslizante s , incluindo a ação integral é descrita em função dos ganhos e de seus erros de regulação (incluindo suas derivadas), de ordem $\rho - 1$, segundo a Equação 326.

$$s = k_0 \sigma + k_1 e_1 + \sum_{i=2}^{\rho-1} k_i \hat{e}_i + \hat{e}_\rho, \quad k_0 > 0 \quad (326)$$

As constantes de ganho $k_0, \dots, k_{\rho-1}$ são escolhidas de modo que o polinômio

$$\lambda^\rho + k_{\rho-1} \lambda^{\rho-1} + \dots + k_1 \lambda + k_0 \quad (327)$$

seja Hurwitz, tal que os autovalores $\lambda, \dots, \lambda^{\rho-1}$ (Equação 327) possuam estritamente parte real negativa, de forma que o movimento é restrito à superfície $s = 0$ e o erro de regulação

e_r e suas derivadas converjam para zero. A variável integrativa σ corresponde à integração do erro aumentado e_a , que é uma combinação linear do erro de regulação e das estimativas de suas derivadas, conforme a Equação 328.

$$\dot{\sigma} = -k_0\sigma + \mu \operatorname{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right), \quad \dot{\sigma}(0) \in \left[-\frac{\mu}{k_0}, \frac{\mu}{k_0}\right] \quad (328)$$

No equilíbrio, $e_a = 0$, implica que $e_r = 0$. Para os graus relativos $\rho = 1$ e 2, a Equação 324 pode ser reescrita de acordo com as Equações 329 e 330, sendo: $\hat{e}_1 \cong e_1 = e_r = y - r$ e $\dot{e}_1 \cong \hat{e}_2$.

$$\rho = 1, \quad u = -k_c \operatorname{sat}\left(\frac{k_0\sigma + \hat{e}_1}{\mu}\right) \quad (329)$$

$$\rho = 2, \quad u = -k_c \operatorname{sat}\left(\frac{k_0\sigma + k_1\hat{e}_1 + \hat{e}_2}{\mu}\right) \quad (330)$$

Para os graus relativos 1 e 2, o controlador CISMCM assemelha-se aos controladores clássicos PI (Proporcional-Integral) e PID (Proporcional-Integral-Derivativo), com seus ganhos respectivos representados pelas variáveis K_P , K_I e K_D . Nas Figuras 93 e 94 são exibindo os diagramas esquemáticos do CISMCM de grau relativo $\rho = 1$ (similar ao controlador PI) e 4, incluindo o esquema *anti-windup* (relacionado ao ganho de realimentação K_R), a estimativa dos erros por observadores de alto ganho e a função saturação.

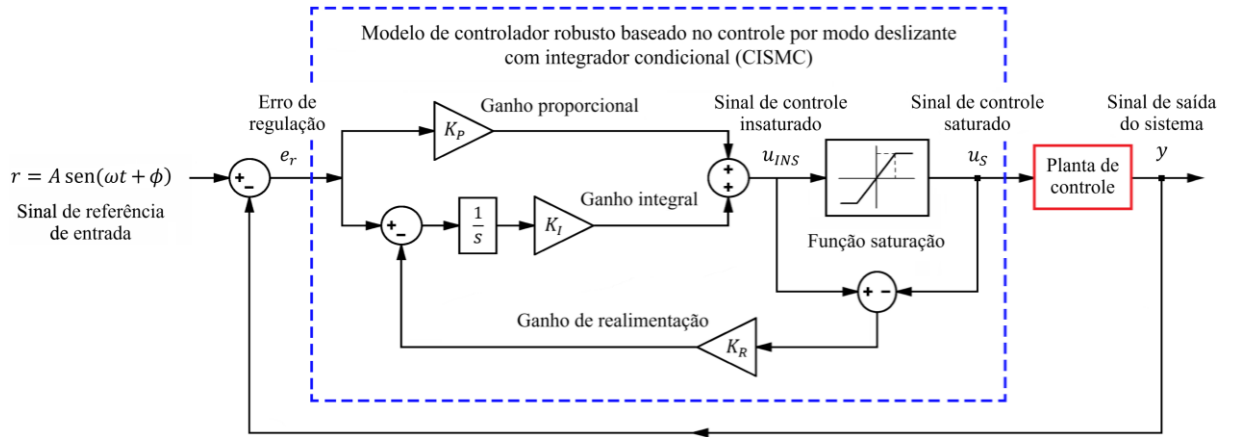


Figura 93. Modelo de controlador robusto baseado no CISMCM para plantas de controle de grau relativo $\rho = 1$: controlador PI com *anti-windup*; $K_P = k_c k_0 / \mu$; $K_I = k_c / \mu$ e $K_R = \mu / k_c$.

[Adaptado de: Khalil (2000, p. 493, 2002a, p. 579) e Seshagiri & Khalil (2005a, p. 53)]

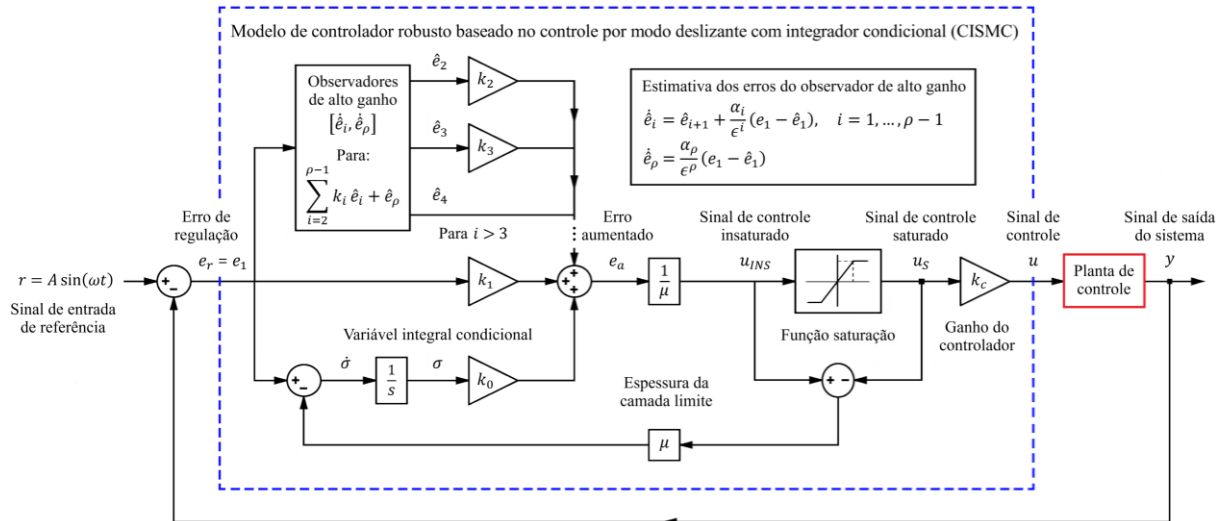


Figura 94. Modelo de controlador robusto baseado no CISM para plantas de controle de grau relativo $p = 4$ com *anti-windup*.

[Adaptado de: Khalil (2000, p. 493, 2002a, p. 579) e Seshagiri & Khalil (2005a, p. 53)]

Obs.*: não confundir a nomenclatura empregada para representar a superfície deslizando s com a variável representativa para o termo laplaciano do integrador $1/s$.

4.4.2 Integrador condicional

De modo a salientar o procedimento realizado para “condicionar” o integrador a partir de uma técnica *anti-windup* (Galeani, *et al.*, 2009; Kothare *et al.*, 1994; Li, Ang & Chong, 2006, Neto, 2005 e Zheng, Kothare & Morari, 1994), faz-se a seguir a descrição deste processo e para o qual será possível observar tais características em ambos os diagramas (Figuras 93 e 94) apresentados anteriormente.

Retomando a expressão principal para o integrador condicional, tem-se a Equação 331.

$$\dot{\sigma} = -k_0\sigma + \mu \operatorname{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right) \quad (331)$$

Onde σ é a variável integral condicional, k_0 é uma constante positiva, μ é a espessura da camada limite, s é a superfície deslizando e $\operatorname{sat}(\cdot)$ é a função saturação. Da Equação 325 para a função saturação, tem-se que as trajetórias do modo deslizando, (contendo os estados) são definidas para duas condições. Primeiramente, as variáveis podem estar contidas dentro da camada limite $|s| \leq \mu$ e para o qual a faixa de variação permitida está definida pela espessura da camada limite s/μ . Caso contrário, as variáveis de estado para o modo deslizando serão descritas pela função sinal $\operatorname{sgn}(\cdot)$, sendo $s > \mu = 1$ e $s < -\mu = -1$ (capítulo 4.1.1.3).

De acordo com Khalil (2002a, p. 580 – assim como em relação a teoria abordada no capítulo 4.1 e 4.2), a solução para a condição de equilíbrio $\sigma(0) \leq \mu$ converge exponencial e assintoticamente a zero, $\forall t \geq 0$, enquanto o controle não estiver saturado. Para a condição saturada, após um tempo finito, s entra na camada limite, tal que $\text{sat}(s/\mu) = s/\mu$.

Para a condição saturada, o sistema pode ser descrito segundo a Equação 332.

$$\dot{\sigma} = -k_0\sigma + k_1e_1 + \sum_{i=2}^{\rho-1} k_i \hat{e}_i + \hat{e}_\rho \stackrel{\text{def}}{=} e_a \quad (332)$$

Essa expressão pode ser melhor compreendida a partir das Figuras 93 e 94, de tal modo que o erro aumentado e_a será uma combinação linear do erro de regulação e_r e de suas derivadas. Sendo as estimativas das derivadas iguais à zero, a ação integral força com que o erro estacionário seja zero. Este é um esquema *anti-windup* básico que garante que o sistema tenha um comportamento adequado enquanto o controle está saturado (Khalil, 2002a, p. 580).

De modo a reescrever a expressão em relação ao ganho de realimentação K_R (Figura 93), tem-se que a Equação 331 pode ser modificada, adicionando em ambos os lados o erro aumentado e_a e substituindo em função da Equação 332.

Para este caso, obtém-se a expressão exposta na Equação 333 e

$$e_a + \dot{\sigma} = -k_0\sigma + \mu \text{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right) + e_a \quad (333)$$

substituindo em função da Equação 332, obtém-se a Equação 334.

$$\dot{\sigma} = -k_0\sigma - k_1e_1 - \sum_{i=2}^{\rho-1} k_i \hat{e}_i + \hat{e}_\rho + \mu \text{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right) + e_a \quad (334)$$

Reagrupando os termos e introduzindo o ganho de realimentação $K_R = \mu/k_c$, onde k_c é o ganho do controlador, chega-se à Equação 335.

$$\dot{\sigma} = K_R \left[-\frac{k_c s}{\mu} + k_c \text{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right) \right] + e_a \quad (335)$$

O termo em colchete representa a diferença entre os valores dos sinais de controle insaturados u_{INS} e saturados u_S , de acordo com a Equação 336.

$$\dot{\sigma} = K_R [u_{INS} - u_S] + e_a \quad (336)$$

Quando o controle não está saturado, a Equação 336 torna-se a ser a expressão 334, ao se igualar a integração do erro aumentado e_a .

De acordo com Khalil (2002a, p. 581 *apud* Seshagiri & Khalil, 2001), essa condição é garantida, quando $\mu^* > 0$ e para cada $\mu \in (0, \mu^*)$, se existe $\epsilon^* = \epsilon^*(\mu) > 0$, tal que a regulação assintótica seja alcançada para cada $0 < \mu < \mu^*$ e $0 < \epsilon < \epsilon^*$, de modo que, quando μ e ϵ tendem a zero, as trajetórias do sistema de circuito fechado se aproximam do controle por modo deslizante de realimentação de estado ideal: $u = -k_c \text{sgn}(s/\mu)$.

Para o controle modificado, considerando a substituição da função sinal $\text{sgn}(\cdot)$ pela função saturação, da imposição da ação integral por meio da Equação 331 e através da utilização de um observador de alto ganho parametrizado em relação a ϵ (constante positiva suficientemente pequena – parâmetro de projeto) e α_i (constantes positivas a serem determinadas para que as raízes do polinômio Hurwitz tenham parte real estritamente negativa – Equação 337)

$$\lambda^\rho + \alpha_1 \lambda^{\rho-1} + \dots + \alpha_{\rho-1} \lambda + \alpha_\rho = 0 \quad (337)$$

para obtenção das estimativas dos erros de regulação e de suas derivadas (de maior ordem $\rho > 2$) e_i e e_ρ por $\hat{e}_i$ e $\hat{e}_\rho$ para a superfície deslizante s (Equação 326), de acordo com as Equações 338 e 339,

$$\dot{\hat{e}}_i = \hat{e}_{i+1} + \frac{\alpha_i}{\epsilon^i} (e_i - \hat{e}_1), \quad i = 1, \dots, \rho - 1 \quad (338)$$

$$\dot{\hat{e}}_\rho = \frac{\alpha_\rho}{\epsilon^\rho} (e_1 - \hat{e}_1) \quad (339)$$

foi possível melhorar o desempenho transitório do sistema, uma vez que o erro de regulação (e de suas derivadas) no estado estacionário tende a zero, a partir do uso da ação integral condicional e da função $\text{sat}(\cdot)$, dentro de um esquema *anti-windup*, que auxilia na redução da degradação proporcionada pelo efeito *windup* (sobressinal e tempo de acomodação elevado) e pelo *chattering* (resposta oscilante e/ou vibratória, de alta frequência – capítulo 4.1.1.3).

5. METODOLOGIA

Neste capítulo serão apresentados os procedimentos e as etapas a serem realizadas para a avaliação dos modelos das aeronaves, de modo a salientar as informações necessárias para o desenvolvimento das simulações e das análises subsequentes. O alinhamento entre as teorias introduzidas nos capítulos anteriores é feito de modo a esclarecer e elucidar cada um dos pontos abordados e sua exigência e importância em relação aos objetivos desta dissertação.

Ao longo do texto, serão introduzidos os modelos matemáticos do atuador e das aeronaves, além da discussão sobre a aplicação do critério ponto de início de circuito aberto (OLOP) e das demais informações referentes a implementação do controlador robusto baseado no controle por modo deslizante com integrador condicional (CISMC). A aplicação do critério OLOP, assim como a comparação entre o desempenho do controlador CISMC em relação as plantas de controle das aeronaves serão feitas a partir dos resultados publicados na literatura, uma vez que servirão como base de validação entre a efetividade da técnica e como um parâmetro de avaliação na redução a suscetibilidade à oscilação induzida pelo piloto (PIO), devido a saturação de taxa.

5.1 Contextualização geral sobre a dissertação

Dentre os assuntos abordados, tem-se que a problemática imposta durante o desenvolvimento do texto e deste trabalho se perpetua entre algumas indagações e perguntas que foram feitas durante o processo de pesquisa e de estudo sobre às PIOs. Da hipótese, teve-se que a perguntar principal a ser respondida foi “O que são as PIO não lineares e como evitá-las?” e assim como antes, destaca-se que desta pergunta, surgem outras, que devem ser respondidas (ou evidenciadas) para uma plena concepção do que por ventura está a ser feito.

Em parte, por ser um fenômeno factível e recorrente, a PIO vem a ser relatada desde o início da aviação e expandindo o conceito do desacoplamento entre a interface homem-máquina para os sistemas de controle de modo geral, pode-se dizer, sem perda de significado, que ocorrem desde o desenvolvimento de quaisquer interfaces de comunicação entre dois objetos, elementos e/ou sistemas, que devem em conjunto atuar sobre uma dada função.

Os sistemas de controle, propriamente ditos, surgem a partir dos servomecanismos, sendo estes os elementos precursores relacionados ao projeto de controle, uma vez que estes dispositivos permitem: controlar, regular e/ou rastrear o comportamento físico de um sistema em função da posição e/ou das variáveis de estado. Neste âmbito, também surgem os conceitos fundamentais sobre os sistemas de circuito aberto e fechado, relacionados a forma como o sistema pode ser enquadrado perante a tarefa a ser controlada.

Destes sistemas, tem-se que os sistemas de circuito fechado oferecem, quando empregados, uma metodologia baseada na realimentação de estado, dos quais, a resposta do sistema é comparada simultaneamente com a sua entrada (ou vice-versa), de modo que esta diferença é chamada de erro. Em geral, busca-se desenvolver métodos e técnicas que possibilitem que o erro do sistema seja, o quão próximo possível a zero, de tal modo que as respostas sejam em si correspondentes aos comandos aplicados.

O desalinhamento e/ou a diferença entre a entrada e a saída dos sinais (ou dos meios de controle entre dois ou mais elementos) de controle para ambos os dispositivos ocorrem por inúmeros motivos, assim como em relação ao controle entre o piloto e a aeronave. Em demais âmbitos, essas incompatibilidades podem surgir de maneira um tanto quanto aleatória e/ou até certo ponto prevista, mas que irão depender do grau de sofisticação e da complexidade das plantas de controle.

De fato, deve-se salientar que devido a era da computação e a partir do desenvolvimento e da evolução dos sistemas elétricos e eletrônicos, foi possível atingir altos níveis de controle, dentre as inúmeras ramificações possíveis, de modo que a tarefa de controle se tornou uma etapa exigente em quaisquer áreas da atuação humana, que vão desde o uso “básico” em eletrodomésticos até a empregabilidade de sistemas de controle em grandes corporações.

Na atualidade é praticamente impossível pensar em um mundo sem que exista algum dispositivo que não promova algum grau de controle, mesmo nas tarefas menos exigentes e dos quais não exista um certo grau de incompatibilidade entre esses elementos. Assim, a principal tarefa de controle está em garantir que a operação ocorra, dentre as limitações de projeto e sua efetividade deve-se ao grau de correspondência entre o comando e a resposta do elemento controlado.

No caso da aeronave, o piloto busca controlar o veículo a partir dos dispositivos de controle (manche e/ou pedais), que são subordinados as superfícies de controle (profundor, aileron, leme, entre outros e demais elementos sustentadores, como canards e flapes). Na melhor hipótese, os comandos do piloto são atendidos prontamente e a correlação entre os sinais são tão próximos e iguais quanto possível, de maneira que o piloto tem plena condição de manter o controle da aeronave dentre as manobras permitidas e prescritas em seu envelope de voo.

Todavia, dentre os motivos ou razões para os quais essa tarefa não possa ser realizada adequadamente, destaca-se que as causas recorrentes ao controle humano (ou do dispositivo de controle), do elemento controlado (aeronave, ou de outros dispositivos) e de quaisquer elementos do ambiente ou do meio externo são os principais fatores que podem desencadear instabilidades, que alteram as características e/ou as propriedades do sistema, tornando-o instável.

Dentre essas causas, desconsiderando quaisquer falhas, folgas e inconsistências entre os mecanismos e posto a considerar que tanto o meio, quanto o equipamento estejam em ótimas condições de uso, os fatores operacionais, nos quais envolvem o controle humano estão entre as principais causas de acidentes e incidentes no ramo aeronáutico, assim como em outras áreas, uma vez que em quase todos os processos existe a contribuição humana na tarefa de controle.

No cenário atual e assim como no passado, muitas tarefas foram e são substituídas por dispositivos de controle automático, que apresentam vantagens relacionadas a repetição e a precisão das operações, sobre a carga de trabalho, da diminuição dos riscos e do aumento da produtividade, que possibilitaram grandes avanços durante as revoluções industriais, de modo que a automatização dos processos se tornou um fator chave para qualquer setor industrial.

Assim como os sistemas foram evoluindo, os processos se tornaram mais ágeis e versáteis e para os quais o desempenho das operações pode ser ampliado e melhorado. No caso dos sistemas de controle de voo (FCS), foi possível tornar as aeronaves cada vez mais seguras, leves e velozes, com aumento do desempenho nas tarefas a serem realizadas. Além disso, a possibilidade da implementação de leis de controle entre as superfícies aerodinâmicas promove inúmeros benefícios, como o aumento da segurança operacional, que reduz os riscos e protege os elementos de controle, além da redução da carga de trabalho do operador e do auxílio complementar durante a realização de manobras; dentre os inúmeros retornos recebido perante o controle.

A princípio, foi a partir do desenvolvimento dos FCS Fly-by-wire (FBW) que surge conceitualmente as aeronaves modernas como conhecemos hoje, dos quais, a maioria, senão quase todos, os mecanismos e/ou elementos de controle são regidos e interligados perante uma central de controle, que combina as informações atmosféricas e aerodinâmicas do ambiente, dos sensores de movimento (e dos demais componentes da aeronave) e da resposta aos comandos do piloto em informações úteis a serem dadas a tribulação de bordo e também aos próprios dispositivos, que podem se autorregular sem a interferência direta dos pilotos.

O conceito de piloto automático e autônomo surgem a partir destes sistemas, que tornam possível que a aeronave mantenha as condições de voo “constantes” (ou tão próxima quanto, devido as correções feitas pelo processo de realimentação) durante uma faixa da fase de voo (principalmente no voo de cruzeiro). Ademais, em fase de voo mais exigentes, as leis de controle e o sistema FBW, em aeronaves modernas, podem auxiliar na execução destas tarefas, de tal modo que o piloto se acopla a dinâmica da aeronave e do FCS e para o qual o desempenho durante a manobra pode ser melhorado.

Contudo, a combinação entre essas dinâmicas (ou de quaisquer outras, que ocorram de maneira similar) são suscetíveis a interferências e a incompatibilidades, que podem ocorrer de forma simultânea e/ou defasada, afetando o controle e a estabilidade do sistema. As PIOs, sub-classe dos acoplamentos aeronave-piloto (APC), fazem parte dos fenômenos indesejáveis, caracterizados como oscilações resultantes dos esforços do piloto na tentativa de manter o controle da aeronave durante alguma tarefa exigente e/ou transição inesperada, que pode comprometer a missão e proporcionar riscos a aeronave e a tripulação.

Neste sentido, a plena compreensão deste fenômeno foi importante para que o estudo fosse desenvolvido, uma vez que as categorias de ocorrência para os acidentes e incidentes aeronáuticos é bem vasta (Anexo A), de tal modo que existem inúmeras razões para os quais as aeronaves podem estar sujeitas a anomalias durante a prestação de serviços e/ou na condução de uma missão. Como pode ser lido, algumas das categorias apresentadas estão (e/ou podem estar) correlacionadas às PIOs, mas que a princípio, a categoria que mais se assemelha a esta condição é a perda de controle de voo (LOC-I), que é apontada como uma das principais causas entre os acidentes e incidentes ocorridos nos últimos anos.

A LOC-I e a PIO são condições indesejadas que ocorrem na aviação e suas causas são sempre prejudiciais, de modo que as aeronaves devem passar por um extenso processo de validação para que seja possível diminuir os riscos de quaisquer incompatibilidades durante o voo. Aqui, chega-se a segunda parte da hipótese, “... e como evitá-las?” muitos trabalhos foram desenvolvidos ao longo dos anos de maneira que fosse possível prever, evitar e/ou amenizar quaisquer movimentos indesejáveis entre a interação entre o piloto e da aeronave.

O piloto, ao comandar a aeronave através da ação nos controles pode induzir e/ou sustentar a incompatibilidade do sistema piloto-veículo (PVS), que podem resultar em oscilações instáveis. Aliás, uma das condições mais propícias para a ocorrência das PIOs é resultante do movimento de curto período do avião, onde o atraso de fase entre o comando e a resposta da aeronave podem ocasionar instabilidades na dinâmica do PVS, e sendo a frequência de curto período relativamente alta, a combinação dos atrasos do piloto e da aeronave podem resultar em uma oscilação de amplitude perigosa em um rápido período de tempo.

Altos ganhos e atrasos de fase excessivos são condições diretas para a ocorrência da PIO de categoria I, dos quais foram prescritos alguns métodos e/ou critérios para sua avaliação, como os desenvolvidos por Neal & Smith (1970, 1971) e Gibson (1982, 1995, 1999). As PIO de categoria I estão indexadas aos fenômenos lineares e as demais categorias (II a IV) irão incorporar

os efeitos não lineares. Em nosso caso, o interesse principal foi em analisar às PIO de categoria II, relacionada a não linearidade de limitação de posição e/ou de saturação de taxa.

Como evitá-las? Antes mesmo de tentar realizar tal façanha, foi necessário distinguir os eventos, para os quais às PIO foram classificadas. Deste modo, incorporar-se a segunda parte da hipótese: como evitar as PIO não lineares? e assim chega-se à pergunta original e para os quais a separação entre as terminologias entre estes sistemas de controle foi objetivada, uma vez que a diferenciação clara entre estas condições torna possível almejar alguma solução.

Assim como foi discutido, tem-se que os sistemas podem ser subdivididos entre as dinâmicas lineares e não lineares e que apesar de aparentarem ser complementemente distintas, em certo grau, ainda podem ser aproximadas devido a utilização de algumas técnicas, mas que sua diferença está “diretamente” relacionada ao processo de modelagem.

Os sistemas lineares tendem a ser previsíveis e seu comportamento pode ser estudado a partir de técnicas no domínio do tempo e da frequência. Ao contrário destes, os sistemas não lineares consistem em um ou mais elementos que não podem ser modelados por equações diferenciais lineares e seu comportamento pode ser tanto “imprevisível”, quanto independente das condições de entrada, que irão depender do grau e da complexidade do sistema.

Uma forma de contornar esse problema é utilizar técnicas que aproximem o comportamento não linear para um modelo equivalente, que permita que os sistemas sejam estudados de maneira mais generalista, a partir da aplicação de técnicas consolidadas perante os sistemas lineares. Ademais, destaca-se que existem poucas técnicas não lineares que possam ser empregadas a umas grandes variedades de sistemas, uma vez que o comportamento de cada não linearidade se distingue intrinsecamente a si própria e em cada uma de suas aplicações; diferentemente das técnicas lineares, que apresentam meios de estudo de abrangência geral.

Dentre as técnicas que podem ser empregadas para analisar as não linearidades, optou-se pelo estudo do método da função descritiva, que se propõe a descrever uma função equivalente (ou quase-linear) deste elemento. Além disso, esse método foi importante ao estudo da metodologia a ser empregada para avaliar às PIO devido à saturação de taxa. Portanto, uma forma de evitar às PIOs não lineares é compreender quais são as não linearidades pelos quais o FCS e PVS estão submetidos, como estes elementos afetam a tarefa de controle e como cada um destes elementos podem desestabilizar o sistema.

Ao transformar as não linearidades em elementos quase-lineares, pode-se obter informações mais consistente sobre os seus efeitos desencadeantes e se possível, contorná-los durante o projeto de desenvolvimento da lei de controle. Um método desenvolvido para tais propósitos é o critério ponto de início de circuito aberto (OLOP), no qual, a não linearidade de limitação é modelada a partir de uma função descritiva e utilizada para avaliar a frequência de início de circuito fechado, quando a saturação se inicia (condição não linear).

O critério OLOP foi elaborado para avaliar às PIO categoria II devido a saturação de taxa dos atuadores e por tais motivos foi selecionado para ser empregado neste trabalho. Sua abordagem consiste em analisar a resposta de frequência linear e a função descritiva do sistema através da utilização dos diagramas de Bode e de Nichols, onde será possível observar o comportamento e a estabilidade do PVS, que é normalmente consistido pelo modelo do piloto, da lei de controle, da dinâmica da aeronave, dos sensores de movimento e a partir da incorporação do elemento limitador de taxa (RLE), conforme a Figura 95.

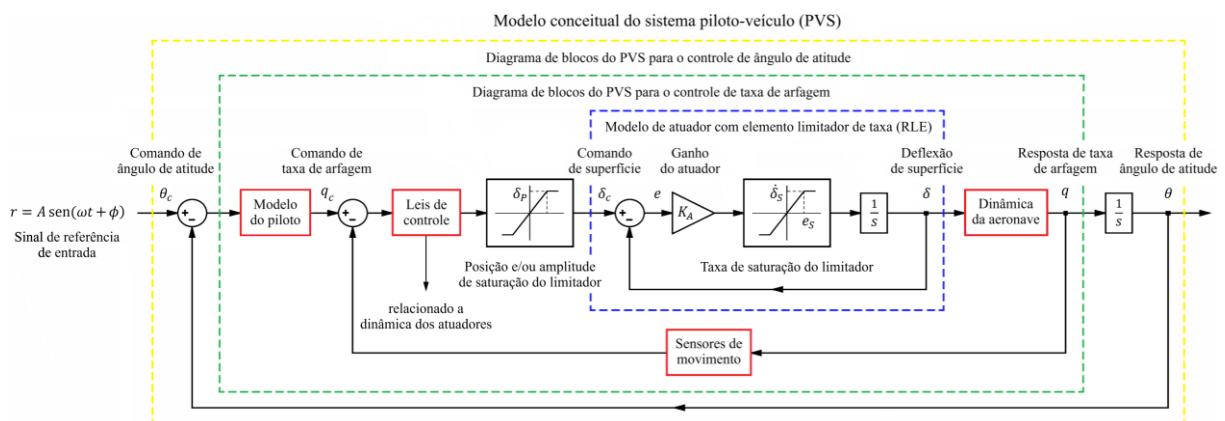


Figura 95 – Planta de controle do PVS elementar, incluindo um modelo de atuador contendo o RLE.

[Adaptado de: Duda (1995, p. 294, 1997a, p. 582), Klyde, McRuer & Myers (1997, p. 85),

Liebst, Chapa & Leggett (2002, p. 742), Levi & Nelson, 1964, p. 179,

McRuer, Klyde & Myers (1996, p. 588) e NRC (1997, p. 20)]

Além da aplicação do critério OLOP, teve-se por hipótese que a implementação da lei de controle não linear por modo deslizante com integrador condicional (CISMC), que vem sendo aplicada satisfatoriamente no controle da dinâmica de voo de aeronaves (e em demais dispositivos) e que apresenta mecanismos para a reduzir as oscilações excessivas (*chattering*) possa auxiliar na redução das PIOs não lineares, devido a saturação de taxa dos atuadores.

O estudo sobre esta técnica surge de maneira a complementar o entendimento básico sobre o funcionamento do controlador CISMIC, que aparenta ser uma técnica simples em sua concepção prévia, mas que sua origem é datada por um longo processo de desenvolvimento, que se inicia a partir de trabalhos precursores sobre o controle por estrutura variável (VSC). O VSC (também denominado como controle por modo deslizante SMC) busca alcançar a estabilidade assintótica entre duas (ou mais) estruturas instáveis através da imposição de um modo deslizante, que possibilita que as estruturas converjam para uma condição estável.

O chaveamento de controle resultante deste processo faz com que as trajetórias do sistema se movimentem em direção ao modo deslizante, que é descontínuo, dado os limites geométricos da lei de controle. Uma forma de contornar essa característica e de seus efeitos subjacentes foi suavizar a descontinuidade de controle a partir da utilização de funções suaves por parte (de caráter contínuo) e através da imposição de uma fina camada limite, a fim de amenizar os efeitos ocasionados pelo *chattering*.

Em conjunto com o desenvolvimento do SMC, outro assunto importante para a elaboração do CISMIC surge a partir da consolidação do processo de linearização por realimentação de estado, que assim como o método da função descritiva, essa metodologia se propõe a solucionar e transformar a dinâmica não linear de um sistema em um modelo equivalente linearizado. Dentre as etapas necessárias para sua realização, destaca-se a transformação de coordenadas no espaço de estado e a transformação à sua forma normal (entre as outros assuntos) permitem que o sistema seja modelado em duas parcelas, compostas pela parte externa (linear) e interna (não linear).

A condição de dinâmica zero permite que a lei de controle seja estabelecida para uma dada condição de equilíbrio, de tal modo que seja possível garantir a estabilidade assintoticamente do sistema de circuito fechado. A lei de controle desenvolvida para o problema de regulação em conjunto com o SMC faz parte da base teórica do CISMIC, que inclui algumas outras vantagens, relacionadas ao integrador condicional, que foi proposto a fim de reduzir o efeito *windup*.

A partir da obtenção dos modelos do atuador da superfície aerodinâmica e das plantas de controle das aeronaves irão ser desenvolvidas as simulações referentes à aplicação do critério OLOP e da implementação do controlador CISMIC, que é feita correspondentemente a cada um dos PVS (atuador e sistemas de controle A e B) e de acordo com os seus respectivos resultados (publicados na literatura), de modo a promover uma comparação imediata entre os respostas obtidas para a aplicação do critério e sobre o desempenho do controlador.

5.2 Modelo simplificado do atuador de superfície de controle

O modelo de atuador para as superfícies aerodinâmicas (a princípio, para o comando e deflexão dos profundores) foi adotado segundo o desenvolvimento da teoria sobre a não linearidade de limitação, relacionado ao elemento limitador de taxa (RLE), conforme a Figura 63. Este modelo foi aplicado para a avaliação da tendência à PIO por Ashkenas, Jex & McRuer (1964) na condição onde o atuador de superfície de controle de profundor é saturado.

De acordo com Ashkenas, Jex e McRuer (1964, p. 34), a saturação de taxa de um servo atuador hidráulico posicional leva a uma redução da razão entre a amplitude da resposta (em velocidade) da superfície aerodinâmica e do sinal de erro correspondente, de modo que o ganho de avanço (no capítulo 3.4 é diferenciado ambos os caminhos para o RLE) é reduzido, aumentando consequentemente a constante de tempo efetiva entre o comando do piloto e da resposta do atuador/deflexão da superfície.

A degradação resultante deste processo reduz a efetividade do atuador, que aumenta o atraso de fase, deslocando a dinâmica do RLE para frequências mais baixas, resultando na aproximação com o sistema piloto-veículo (PVS). Na presença de grandes compensações e de entradas bruscas do piloto, o PVS pode se tornar instável e se aproximar de um ciclo limite, que pode vir a desencadear à PIO, como no caso do estudo realizado para a aeronave North American X-15 (Ashkenas, Jex e McRuer, 1964, p. 38).

Posteriormente, Klyde, McRuer & Myers (1995, 1997), seguido por seus trabalhos subsequentes (McRuer, Klyde & Myers, 1996; Klyde & Mitchell, 2004 e Klyde, 2022) voltam a empregar este modelo (tanto da aeronave, quando do atuador) para um estudo individualizado sobre às PIO, que se baseia no estudo dos efeitos da saturação de taxa do atuador associado a aplicação da função descritiva inversa para a identificação de ciclos limites. Destes trabalhos, um estudo inicial sobre o modelo do atuador foi desenvolvido, considerando as especificações e os resultados obtidos para a condição insaturada (linear) e saturada (não linear) do RLE.

O modelo do atuador com RLE empregado para este estudo pode ser visto na Figura 96, sendo K_A o ganho do atuador (associado à K – Figura 63 e a frequência de largura de banda do atuador ω_A , conforme os trabalhos desenvolvidos por Klyde, McRuer & Myers, 1995, 1997 e dos demais), $\dot{\delta}_S$ a taxa de saturação do limitador e e_S o ponto de saturação, dado uma tarefa de controle de comando de superfície δ_c .

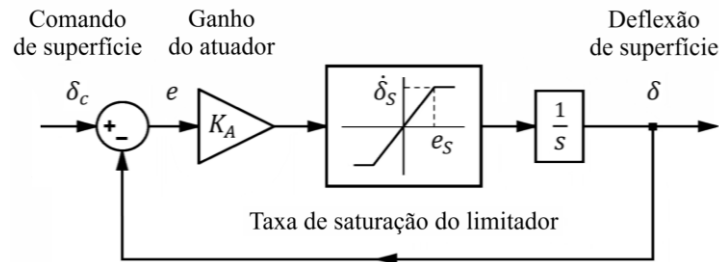


Figura 96 – Sistema de controle simplificado para o atuador de superfície de controle contendo o RLE. [Adaptado de: Ashkenas, Jex & McRuer (1964, p. 52), Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 22, 1997, p. 82), Klyde & Mitchell (2004, p. 805), McRuer (1995, p. 69), NRC (1997, p. 41) e Smith (1979, p. 36)]

Assim como foi desenvolvido para a função descritiva do atuador (capítulo 3.2 a 3.4) e de acordo com Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 22, 1997, p. 81), o modelo do atuador contendo o RLE pode ser avaliado perante três faixas de operação. Inicialmente, tem-se que o RLE está na condição linear, $e < e_s$, onde a resposta de tempo é caracterizada por um atraso simples de primeira ordem, dado a constante de tempo $T = 1/\omega_A$.

Nesta condição, o comportamento do modelo de atuador pode ser descrito através de uma análise no domínio da frequência e do tempo a partir de um diagrama de Bode correspondente ao sistema de controle e conforme a resposta de tempo a uma entrada do tipo degrau. Nas Figuras 97 e 98 são exibidos os gráficos obtidos por Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 23) para um exemplo no qual o RLE se encontra no estado linear.

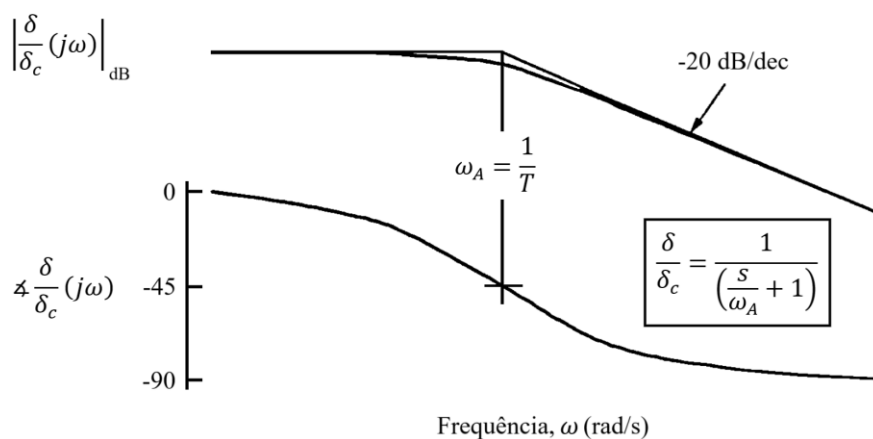


Figura 97 – Diagrama de Bode do atuador de superfície de controle linear.

[Adaptado de: Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 23, 1997, p. 82)]

Da Figura 97 e 98 pode-se notar que a constante de tempo T irá caracterizar o comportamento geral do sistema, assim como os estágios subsequentes ao tempo de convergência entre a entrada de comando da superfície de controle δ_c e de sua deflexão de saída δ .

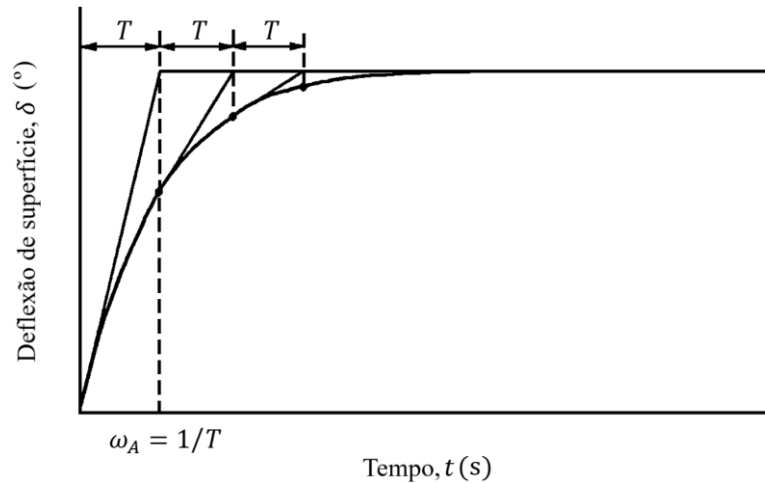


Figura 98 – Resposta de tempo do atuador de superfície de controle linear a uma entrada do tipo degrau. [Adaptado de: Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 23, 1997, p. 82)]

A segunda e terceira faixa de operação retratam os estágios onde o RLE está próximo à saturação e ao longo do regime totalmente saturado. Para o segundo caso, o comportamento do RLE pode ser aproximado por uma resposta quase linear, devido que o erro máximo excede minimamente o ponto de saturação e_s . Esta condição é normalmente caracterizada pela faixa de transição entre o estado linear e não linear do atuador, no qual ocorre um grande aumento no atraso de fase, com pouca mudança na amplitude da resposta.

Para o regime totalmente saturado, o comportamento não linear do sistema pode ser caracterizado pela taxa de saturação do RLE $\dot{\delta}_s$, que será igual ao limite máximo de taxa do limitador R . Nesta situação, segundo Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 24, 1997, p. 82), a presença da não linearidade torna as respostas no domínio da frequência e do tempo dependentes da amplitude (condição está que distingue o comportamento dinâmico entre o estado próximo à saturação, de acordo com o capítulo 3.4).

Para a resposta de tempo a uma entrada de sinal do tipo degrau, o tempo de subida do sistema (relacionado com a convergência entre o comando e a resposta da superfície aerodinâmica) não linear T_{NL} é descrito pela magnitude de entrada δ_c sobre a taxa máxima do limitador R e o ponto de saturação será definido pela razão entre a taxa R e a frequência de largura de banda do atuador ω_A . Nas Figuras 99 e 100 são expostos os gráficos das respostas de tempo do sistema para a condição totalmente saturada, considerando a taxa e a posição do atuador.

O modelo do atuador (Figura 96) foi simulado para três faixas operacionais, considerando um sinal de entrada senoidal $\delta_c = A \sin(\omega t + \phi)$, sendo A a amplitude, ω a frequência e ϕ o

ângulo de fase. Segundo Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 25, 1997, p. 82) e Klyde & Mitchell (2004, p. 805), as simulações foram realizadas a partir da definição dos parâmetros de entrada do sinal de referência (A , ω , ϕ) e de projeto (ω_A , R).

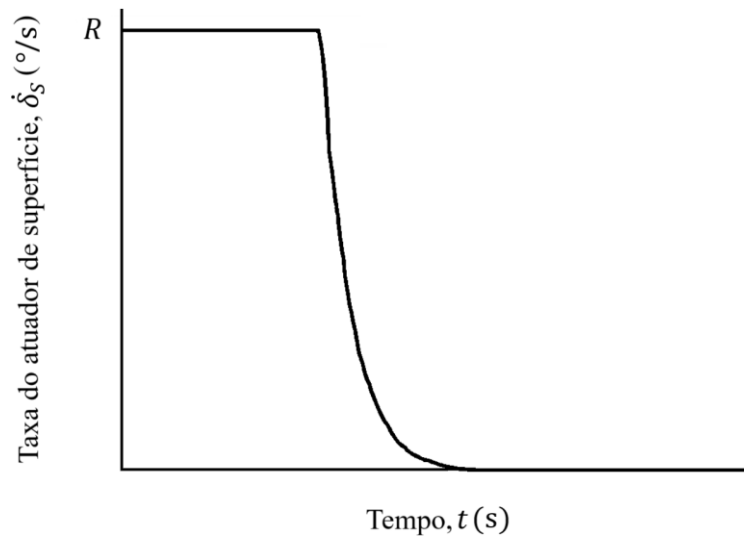


Figura 99 – Resposta de tempo da taxa do atuador de superfície de controle não linear a uma entrada do tipo degrau. [Adaptado de: Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 24, 1997, p. 82)]

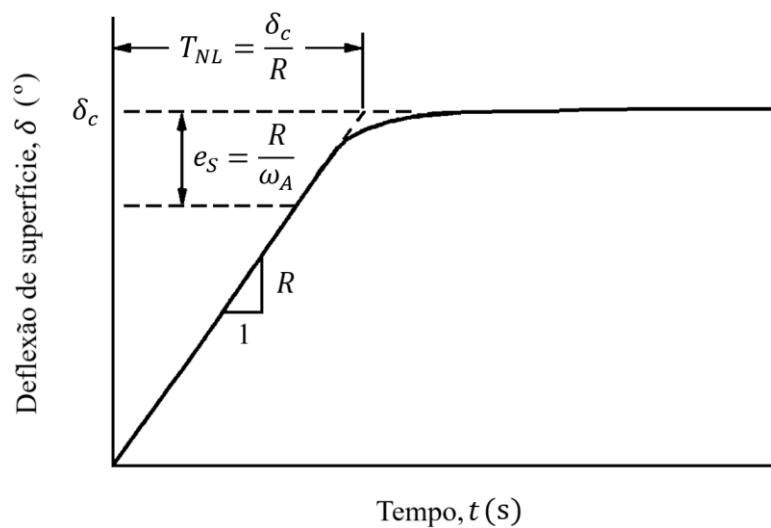


Figura 100 – Resposta de tempo da posição do atuador de superfície de controle não linear a uma entrada do tipo degrau. [Adaptado de: Klyde, McRuer & Myers (1995, p. 24, 1997, p. 82)]

Os resultados obtidos para o estado linear, próximo à saturação e totalmente saturado para o modelo do atuador contendo o RLE foram desenvolvidos considerando os parâmetros

constantes $\omega = 5$ (rad/s), $\phi = 0$, $\omega_A = 20$ (rad/s), $R = 40$ ($^\circ$ /s). Neste caso, somente a amplitude de entrada $A_i = 5, 9$ e 15 ($^\circ$) foi alterada para a obtenção das respostas dentro destas três categorias. Nas Figuras 101 e 102 são exibidos os resultados obtidos por Klyde & Mitchell (2004, p. 805) para o caso altamente saturado ($A_3 = 15$ $^\circ$) e os demais resultados obtidos para as simulações referentes ao modelo do atuador contendo o RLE (que incluirá as respostas para as demais amplitudes A_1 e A_2) podem ser vistos no capítulo subsequente, referente aos resultados.

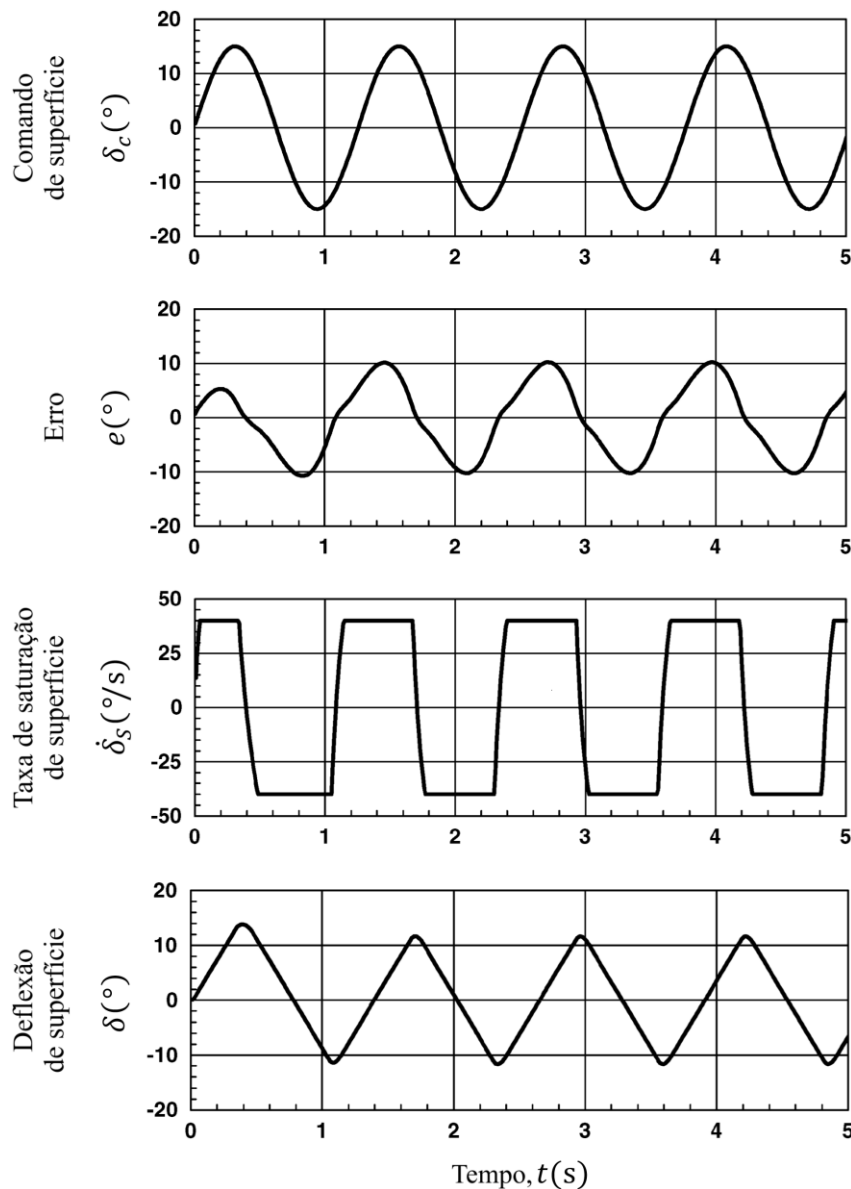


Figura 101 – Respostas de tempo do atuador de superfície de controle altamente saturado a uma entrada do tipo senoidal.
[Adaptado de: Klyde e Mitchell (2004, p. 805)]

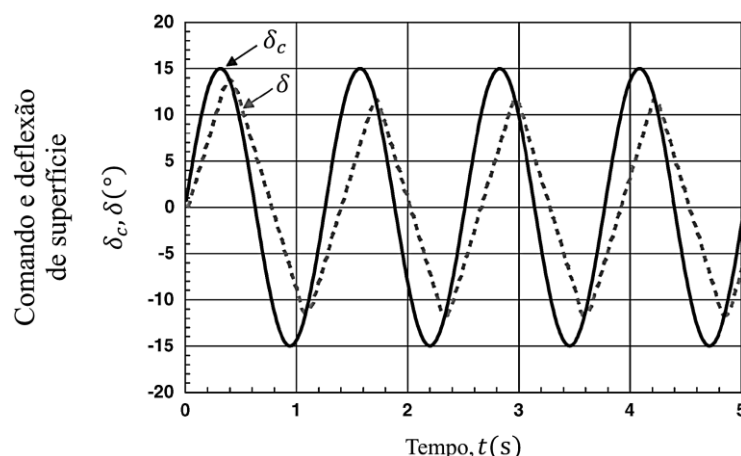


Figura 102 – Resposta de tempo do atuador de superfície de controle altamente saturado a uma entrada do tipo senoidal e de saída de posição correspondente.
[Adaptado de: Klyde e Mitchell (2004, p. 805)]

5.3 Plantas de controle do sistema piloto-veículo

Para a aplicação do critério OLOP, assim como perante a implementação do controlador CISMIC, foi necessário selecionar alguns modelos de aeronaves, assim como do PVS propriamente dito, para que fossem feitas as simulações. A priori, foram adotados os modelos apresentados no trabalho desenvolvido por Duda (1995), sendo este um dos trabalhos precursores sobre a aplicação do critério OLOP, de modo a ser a escolha ideal para o estabelecimento do estudo. Neste sentido, ambos os modelos foram simulados considerando os aspectos impostos por Duda (1995) e posteriormente por Gilbreath (2001).

Os dois modelos empregados por Duda (1995, p. 294) estão relacionados a duas plantas de controle para o PVS, descritas pelo PVS A: Aeronave tipicamente instável (com lei de controle altamente aumentada) e pelo PVS B: Aeronave YF-12. Destaca-se que o PVS A foi simulado por ambos os autores e os resultados obtidos foram coincidentes entre si, para uma localização aproximada do parâmetro OLOP. O detalhamento sobre cada um destes sistemas e a discussão sobre os resultados obtidos da aplicação do critério OLOP podem ser lidos a seguir.

5.3.1 PVS A: Aeronave tipicamente instável

O primeiro modelo a ser abordado foi a planta de controle para o PVS A, representado por um PVS simplificado de uma aeronave tipicamente instável. Esse modelo consiste na presença das leis de controle, da dinâmica da aeronave e do elemento limitador de taxa (RLE). O modelo do piloto para essa configuração não é utilizado, todavia, existe uma representação substituinte (mas não igualitária) relacionada a um ganho de caminho direto.

Na Figura 103 é exposto a planta de controle do PVS A, onde podem ser vistos as equações (funções de transferência) representativas para a lei de controle para a dinâmica dos atuadores e da dinâmica da aeronave, assim como o modelo não linear do atuador com RLE em uma tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_c .

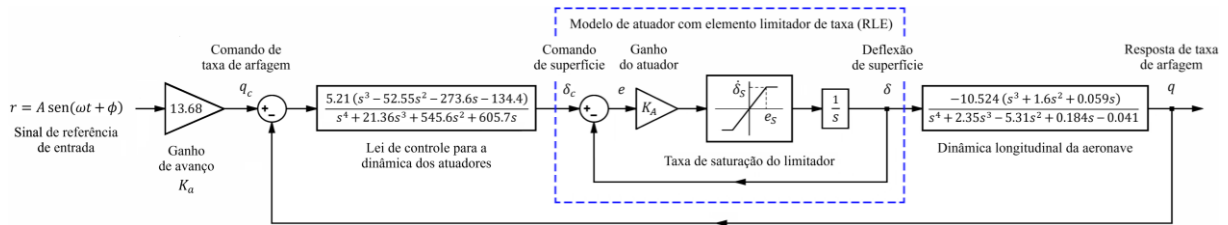


Figura 103 – Planta de controle do PVS A: Aeronave tipicamente instável, incluindo um modelo de atuador contendo o RLE.

[Adaptado de: Duda (1995, p. 294)]

O modelo foi simulado para uma taxa máxima do atuador $R = \dot{\delta}_s = 60$ ($^\circ/s$), considerando um sinal de referência de entrada do piloto de amplitude $A = 1$ ($^\circ$), frequência $\omega = 4$ a 6 (rad/s) e ângulo de fase $\phi = 0$ ($^\circ$), com ganho de avanço $K_a = 13.68$ e do atuador $K_A = 20.2$. Os resultados obtidos por Duda (1995) e Gilbreath (2001) poderão ser vistos ao longo do texto e dos capítulos subsequentes.

5.3.2 PVS B: Aeronave YF-12

O segundo modelo a ser avaliado foi a planta de controle para o PVS B, representado pelo PVS da aeronave YF-12. Esse modelo consiste na presença das leis de controle, da dinâmica da aeronave e do sistema de aumento de estabilidade (SAS), incluindo o RLE. O modelo do piloto para essa configuração é empregado, segundo a aplicação do critério OLOP, considerando um modelo de ganho puro, sem atrasos, como mencionado no capítulo 3.4.

Na Figura 104 é exibido o diagrama esquemático da planta de controle para o PVS B, onde podem ser vistas as funções de transferência correspondentes para cada um dos elementos do sistema (lei de controle para a dinâmica dos atuadores, dinâmica longitudinal da aeronave e do filtro de amortecimento de arfagem), assim como o modelo não linear do atuador com RLE em uma tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_c e de ângulo de atitude θ/θ_c . Destaca-se o SAS contém duas não linearidades, relacionadas a posição e/ou amplitude de saturação do limitador δ_p e a taxa de saturação do limitador $\dot{\delta}_s$, em conjunto com o filtro de amortecimento.

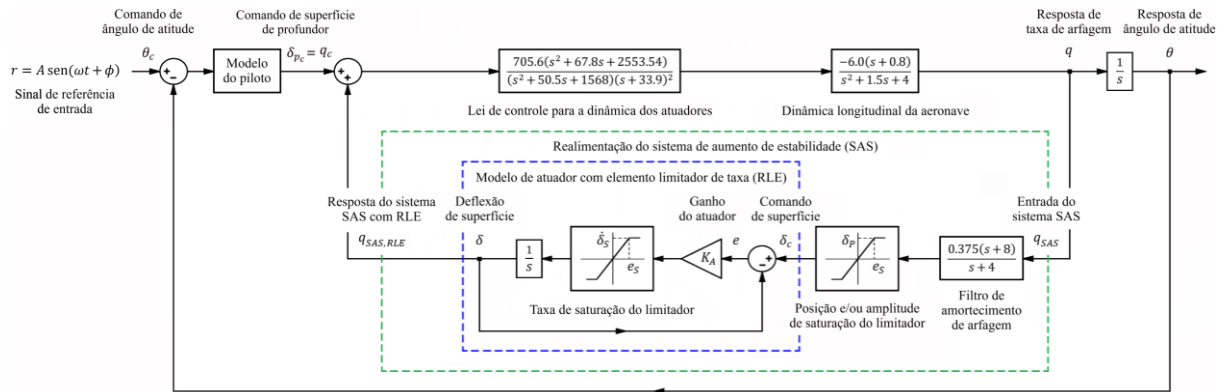


Figura 104 – Planta de controle do sistema piloto-veículo B: Aeronave YF-12, incluindo um modelo de atuador contendo o RLE.
[Adaptado de: Duda (1995, p. 294) e Smith & Berry (1975, p. 13)]

De acordo com Duda (1995, p. 290) e Smith & Berry (1975, p. 5), a aeronave Lockheed YF-12 pode ser descrita como um avançado interceptor bimotor de asa em delta, projetado para voos de longo alcance em altas velocidades ($Mach \geq 3$) acima de 24.400 metros de altitude, sendo um dos protótipos para o desenvolvimento da aeronave Lockheed SR-71 Blackbird. As três vistas desta aeronave podem ser vistas na Figura 105.

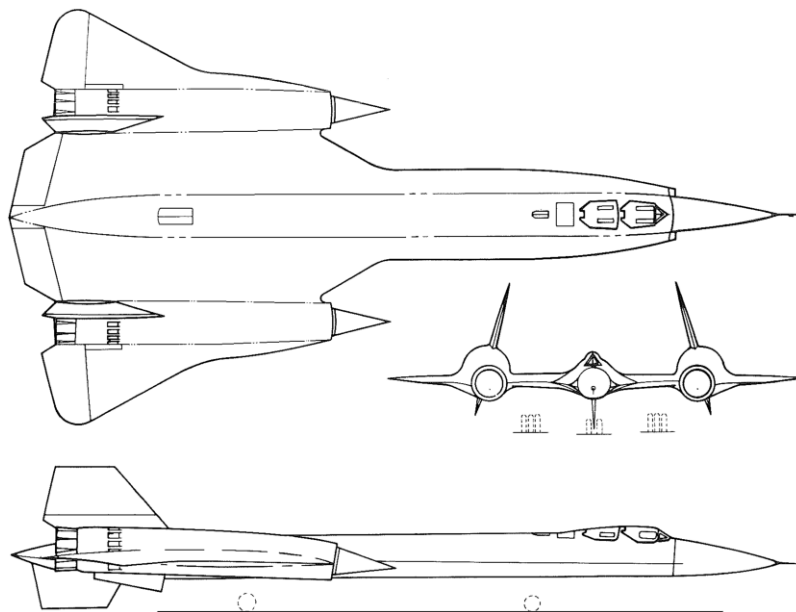


Figura 105 – Desenho esquemático de três vistas para a aeronave YF-12.
[Adaptado de: Smith & Berry (1975, p. 6)]

Segundo Smith & Berry (1995, p. 7), a aeronave YF-12 apresentou em voo dois tipos de PIOs longitudinais relacionados a tarefa de reabastecimento aéreo, referente as tendências PIO de alta amplitude, devido as correções abruptas do piloto nos controles de superfície, que levaram

o sistema SAS a saturação, causando atrasos de fase adicionais na resposta, que autossustentaram à PIO e entre a tendência PIO de baixa amplitude, causadas durante a interação do piloto sobre a combinação dos pólos de curto período (associado ao SAS) e dos primeiros zeros estruturais do modo de flexão.

Para a finalidade deste trabalho, somente às PIO devido a limitação de taxa ocasionadas pelo SAS serão consideradas, de tal modo que a função de transferência para o primeiro modo de flexão estrutural foi suprimida (assim como feito por Duda, 1995, p. 294 – apesar de existir o interesse em sua análise, para às PIO de categoria IV), que está relacionado ao movimento de oscilação da cabine (*cockpit*), causado pela flexão da aeronave (Smith e Berry, 1975, p. 7).

De acordo com Duda (1995, p. 291) e Smith & Berry (1975, p. 17), para o segundo caso, a aeronave YF-12 exibiu tendências PIO entre as frequências $\omega = 2.8$ a 4 (rad/s) devido a entradas de controle de grande amplitude e à contribuição não linear do SAS contendo o RLE.

Ademais, Smith & Berry (1975, p. 17) estabelecem a partir da aplicação do método da função descritiva as fronteiras de operação de circuito fechado para o envelope de voo da aeronave YF-12, entre a dinâmica linear e não linear do sistema, considerando os limites de posição δ_p (do sistema SAS) entre 2.5 (°) e 6.5 (°), com taxa de saturação do limitador $\dot{\delta}_s$ igual a 15 (rad/s), segundo as características descritivas da fuselagem e do SAS.

O resultado obtido para $\delta_p = 6.5$ (°) e $\dot{\delta}_s = 15$ (rad/s) pode ser visto na Figura 106.

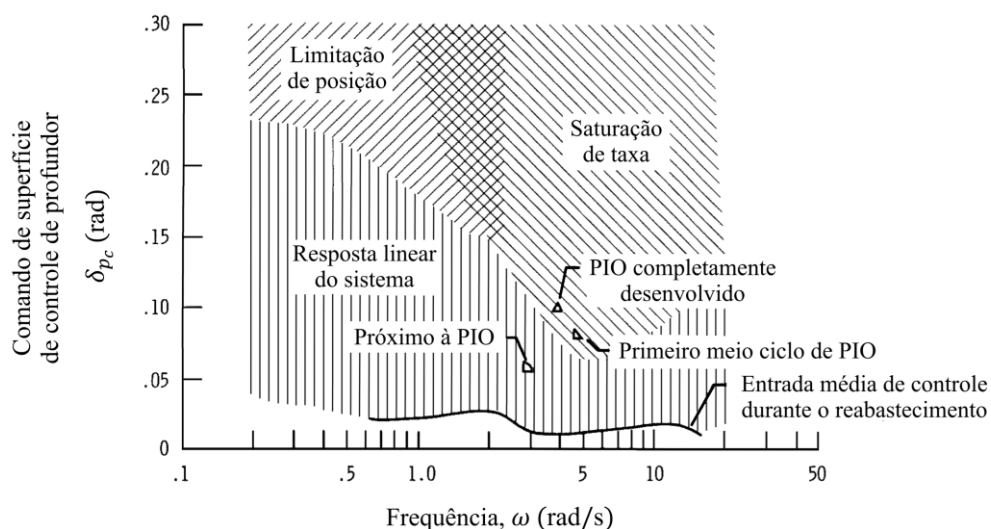


Figura 106 – Limitação do envelope de voo da aeronave YF-12 em função da amplitude e da frequência de entrada, para o limite de posição $\delta_p = 6.5$ (°) e da taxa de saturação $\dot{\delta}_s = 15$ (rad/s) do limitador.

[Adaptado de: Smith & Berry (1975, p. 17)]

A aeronave YF-12 foi simulada para uma taxa máxima do atuador $\dot{\delta}_s = 15$ ($^\circ/\text{s}$), considerando um sinal de entrada de amplitude $A = 5.73$ ($^\circ$), frequência $\omega = 2.8$ a 4 (rad/s) e ângulo de fase $\phi = 0$ ($^\circ$), com ganho do atuador $K_A = 20.2$. O modelo do piloto K_p foi proposto para um alto ganho igual a -1 ($^\circ$), dado que seu valor não foi informado, mas que assim com Duda (1995, p. 291) propôs, foi obtido a partir da aproximação entre a frequência de cruzamento $\omega_c \cong 4.1$ (rad/s).

5.4 Aplicação do critério OLOP

Assim como foi introduzido no capítulo 3.4, a aplicação do critério OLOP consiste em seguir cada um dos passos descritos em seu fluxograma (Figura 73) até a obtenção do parâmetro OLOP, que é dado em função da frequência de início do limitador de taxa de circuito fechado $\hat{\omega}_i$ através do cálculo da resposta de frequência de circuito aberto $F_0(j\omega)$ separada em relação a amplitude A_0 e o ângulo de fase ϕ_0 . Ademais, de modo a repassar todas as etapas anteriores até a sua obtenção, faz-se a seguir uma breve síntese de cada uma destas etapas até a exposição dos resultados obtidos por Duda (1995) e Gilbreath (2001).

De início, destaca-se o modelo do piloto é casualmente escolhido como um ganho puro (simples), sem atrasos, baseado no ângulo de fase de cruzamento ϕ_c linear do PVS de circuito aberto. Como foi visto na Figura 70, a influência do ganho do piloto está diretamente relacionada ao ângulo ϕ_c e a posição do RLE (caminho de avanço e/ou de realimentação de estado).

Para o PVS A, o RLE está no caminho de avanço, mas sem a aplicação de um modelo do piloto propriamente dito (dentro de um circuito de realimentação), que é substituído por um ganho de avanço $K_a = 13.68$. No caso do PVS B, o modelo do piloto foi obtido similarmente a descrição proposta por Duda (1997a), onde o seu valor é estimado a partir do ângulo de fase $\phi_c \cong 125$ ($^\circ$), encontrado entre o cruzamento com a faixa de 0 dB. O valor de ϕ_c foi interpolado perante a resposta de frequência de circuito aberto obtida por Duda (1995, p. 296).

Tendo selecionado os parâmetros iniciais do sinal de referência de entrada, do modelo do piloto e do RLE pode-se determinar a resposta de frequência linear de circuito fechado $F_{F_m}^{\delta_c}(j\omega)$ a partir da entrada de força de manche F_m (relacionado ao comando da tarefa de controle de taxa de arfagem q_c e/ou de ângulo de atitude θ_c) até a entrada do limitador de taxa (comando de superfície δ_c), correspondente a Equação 111.

Resultado este que pode ser visualizado (para o RLE no caminho de avanço) através da plotagem da resposta de frequência de circuito fechado em um diagrama de Bode, constando a

máxima taxa do atuador R adotada (linha reta com inclinação -20 dB/década). Ademais, ressalva-se que a mesma condição é vista em um diagrama de Nichols, dado a correlação direta entre ambos os diagramas.

Após a obtenção da frequência $\hat{\omega}_i$ (caso seja possível obtê-la diretamente), passa-se a próxima etapa que consiste em determinar a resposta de frequência linear de circuito aberto necessária $F_0(j\omega)$, obtida a partir da abertura do circuito onde se encontrar o RLE, de maneira a retratar o sistema sem a não linearidade de limitação (Figura 69). Deste modo, o PVS é modificado para a condição em que a saída do RLE é definida como a entrada do sistema de circuito aberto r_{OLOP} e a entrada do RLE torna-se a saída do sistema de circuito aberto y_{OLOP} .

A resposta de frequência de circuito aberto é obtida a partir do cálculo da relação entre a tarefa de controle (q_c e/ou θ_c) sobre a superfície de controle comandada (δ_c), referente a Equação 111. Assim como foi apresentado, a amplitude da superfície de controle e o ângulo de fase adicional podem ser obtidos em termos da contribuição dos demais elementos do sistema, substituindo o RLE pela função descritiva, a fim da obtenção de um sistema equivalente geral (Equações 114 e 115 – associadas ao PVS A, para o limitador de taxa no caminho de avanço).

A partir do método iterativo desenvolvido por Duda (1994, 1995, 1997a, 1997b) e Gilbreath (2001), foi possível solucionar o PVS para estas duas incógnitas, que separadas em duas parcelas, informam a localização do parâmetro OLOP. A exposição do comportamento da resposta de frequência do sistema linear e da função descritiva podem ser observados através de um diagrama de Nichols, de tal forma que o efeito do RLE na margem de estabilidade do PVS possa ser analisado para prever a suscetibilidade à PIO.

A seguir são expostos os resultados obtidos por Duda (1995) e Gilbreath (2001), considerando os passos introduzidos para a aplicação do critério OLOP.

5.4.1 PVS A

Para a aplicação do critério OLOP, o modelo do PVS foi simulado para uma taxa máxima do atuador $R = \dot{\delta}_s = 60$ ($^\circ/s$) e para o qual esse valor foi plotado em conjunto com a resposta de frequência de circuito fechado $F_{q_c}^{\delta_c}(j\omega)$ em um diagrama de Bode. A frequência de início do limitador de taxa de circuito fechado $\hat{\omega}_i$ foi obtida a partir do cruzamento entre a frequência $F_{q_c}^{\delta_c}(j\omega)$ com a taxa máxima R , resultando em um valor aproximado de 5.1 (rad/s), de acordo com as Figuras 106 e 107; referente aos resultados obtidos por Duda (1995, p. 295) e Gilbreath (2001, p. 2-8).

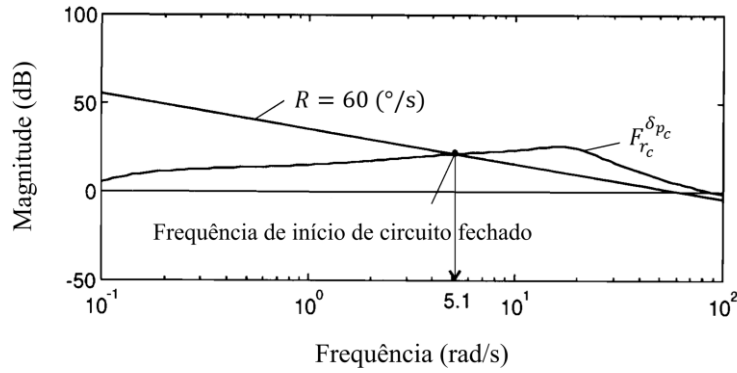


Figura 107 – Diagrama de Bode: Determinação da frequência de início de circuito fechado obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.
[Adaptado de: Duda (1995, p. 294)]

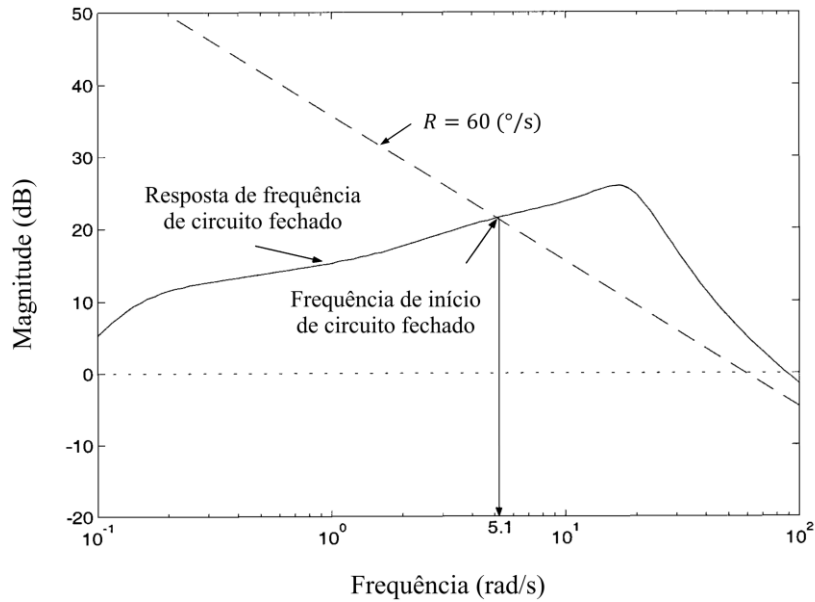


Figura 108 – Diagrama de Bode: Determinação da frequência de início de circuito fechado obtida por Gilbreath para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.
[Adaptado de: Gilbreath (2001, p. 2-8)]

Este valor foi obtido similarmente por ambos os autores, como pode ser visto nos gráficos expostos anteriormente. Aliás, destaca-se que na Figura 105 a resposta de frequência linear $F_{r_c}^{\delta_{p_c}}$ é representada por uma função relacionada ao sinal de entrada comandado pelo piloto de circuito fechado r_c sobre o comando de superfície de controle de profundor δ_{p_c} , que não se difere da Equações 110 e 111, já que para o PVS A, o sinal de controle r_c está diretamente correlacionado ao comando de taxa de arfagem.

Nas Figuras 109 e 110 são apresentadas as respostas de frequência linear de circuito aberto $F_0(j\omega)$ e de sua função descritiva equivalente, onde é possível observar o fenômeno de

salto após o início da transição entre o estado linear e não linear do RLE. Destaca-se que na Figura 109 é apresentado o PVS A simplificado de circuito aberto (que foi obtido através da abertura do circuito de realimentação).

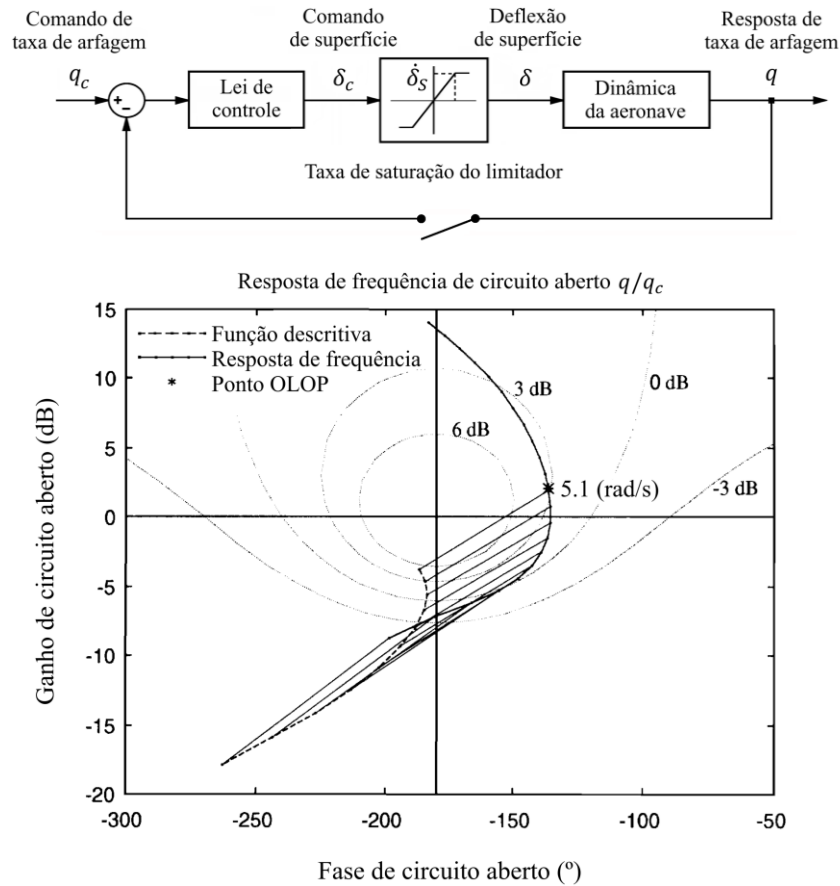


Figura 109 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.
[Adaptado de: Duda (1995, p. 295)]

Como pode ser visto em ambas as Figuras (109 a 110), a frequência de início do limitador $\hat{\omega}_i$ pode ser obtida após o fenômeno de salto, ocorrendo posteriormente a esta frequência, de tal forma que em ambos os diagramas é possível encontrá-la.

Deste modo e segundo Duda (1997, p. 583, 1998, p. 269), Duda, Hovmark & Forssell (1997, p. 173), Duda *et al.* (1998, p. 430), Duda & Duus (1999, p. 3, 2001, p. 420), a determinação do “ponto” OLOP não requer necessariamente da técnica da função descritiva quando o RLE está no caminho de avanço, uma vez que existe a correção direta entre o diagrama de Bode e a resposta obtida para o diagrama de Nichols, de tal maneira que foi possível desenvolver um método simplificado para calcular o parâmetro OLOP, sem que a função descritiva equivalente do sistema fosse obtida.

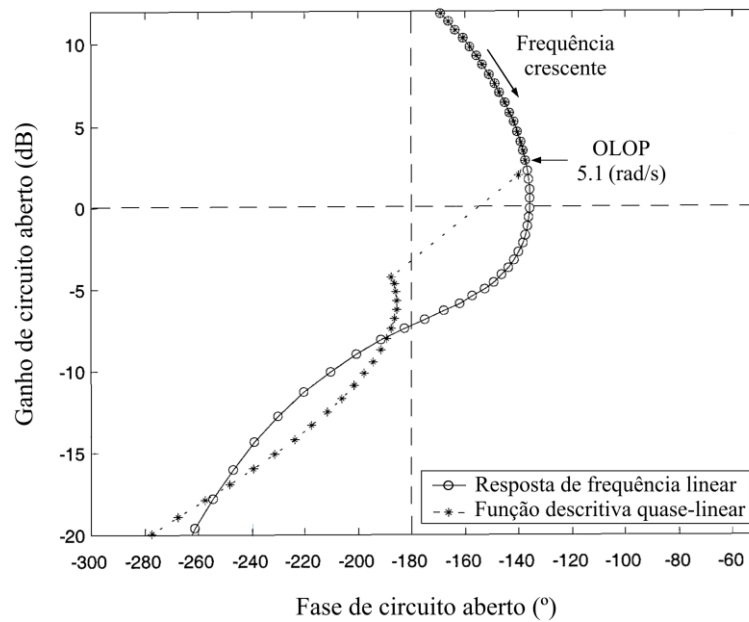


Figura 110 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto obtida por Gilbreath para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.
[Adaptado de: Gilbreath (2001, p. 2-6)]

Ademais, destaca-se que a obtenção da função descritiva equivalente possa ser difícil, dado que os elementos do sistema, em conjunto com o RLE dependem do cálculo correto das partes reais e imaginárias do sistema complexo (amplitude e fase), composto pelas funções de transferência de cada um dos elementos do PVS. Do mesmo modo que foi dito antes, a transformação e a álgebra do diagrama de blocos (Anexo C) pode ser de grande auxílio na resolução deste problema, mas que é limitado perante a complexidade e o número de limitadores de taxa.

Contudo, o método simplificado segue a mesma ordem dos fatores e de etapas introduzidas anteriormente, de tal forma que ambas as análises podem ser feitas, ou somente uma delas. Neste trabalho, o estudo da função descritiva foi considerado importante, tanto para a compreensão do método inicial, quando pela capacidade de conseguir transformar o elemento não linear em um modelo equivalente. Neste sentido, procurou-se aplicar o método em sua totalidade, uma vez que a função descritiva resultante do processo oferece uma compreensão mais ampla deste critério e do efeito do RLE.

No capítulo referente aos resultados, será discutido os pontos de dificuldades desta aplicação (principalmente relacionado ao RLE no caminho de realimentação), assim como outras observações que foram feitas durante o processo de desenvolvimento das simulações.

5.4.2 PVS B

Diferentemente do PVS A, o RLE encontra-se dentro do circuito de realimentação de estado (*feedback*), que implica de forma “direta” no processo de aplicação do critério OLOP. No PVS A, o RLE está no caminho de avanço (ou direto – Figura 69) em relação a saída da lei de controle e ao encontro da dinâmica da aeronave, de tal modo que a empregabilidade da função descritiva para o sistema de controle pode ser obtida a partir da Equações 114 e 115. Destaca-se que a formulação destas funções é um tanto quanto restrita aos seus trabalhos originários (Duda, 1994, 1997b), de modo que a formulação apresentada anteriormente não é necessariamente válida para o caso onde o RLE se encontra no caminho de realimentação.

Em demais outros trabalhos lidos, não foi possível encontrar alguma formulação similar e consistentes com essa aplicação, uma vez que em sua maior parte, ou os modelos matemáticos do PVS não são informados ou o RLE está no caminho de avanço. Neste sentido, o PVS B foi transformado a partir da utilização de algumas operações algébricas para o diagrama de blocos, de modo a ser reformulado para uma vertente equivalente.

Ademais, destaca-se a impossibilidade de transformar o PVS B em um modelo idêntico ao PVS A por causa do RLE (e de sua não linearidade), que em sua posição, não permite que o sistema seja modificado por quaisquer transformações que em si, façam ou tornem possível a sua igualização, não obstante a sua terminologia, ressalva-se assim, sua distinção.

Para a aplicação do critério OLOP, o modelo do PVS foi simulado para uma taxa máxima do atuador $R = \delta_S = 15$ ($^\circ/s$), desconsiderando a posição e/ou amplitude de saturação do limitador δ_p relacionado ao sistema de aumento de estabilidade (SAS). A frequência de início do limitador de taxa de circuito fechado $\hat{\omega}_i$ foi obtida a partir do início do fenômeno de salto entre a resposta de frequência linear de circuito aberto e de sua função descritiva correspondente, com valor aproximado de 3.01 (rad/s) para o controle de taxa de arfagem (de circuito aberto, incluindo o filtro de amortecimento de arfagem) q_{SAS}/q e para o controle de ângulo de atitude θ/θ_c entre a frequência $\hat{\omega}_i$ de 2.8 a 4 (rad/s), conforme as Figuras 111 e 112.

Na Figura 112 é possível observar a frequência de cruzamento $\omega_c \cong 4.1$ (rad/s), obtida através da interseção entre a resposta de frequência linear e a linha de 0 (dB), além disso, expõe-se que para ambos os gráficos não foram apresentados os diagramas de Bode correspondentes, dado que o RLE está no caminho de realimentação, e portanto, a obtenção da frequência $\hat{\omega}_i$ não pode ser obtida diretamente pelo cruzamento com a taxa máxima do atuador R .

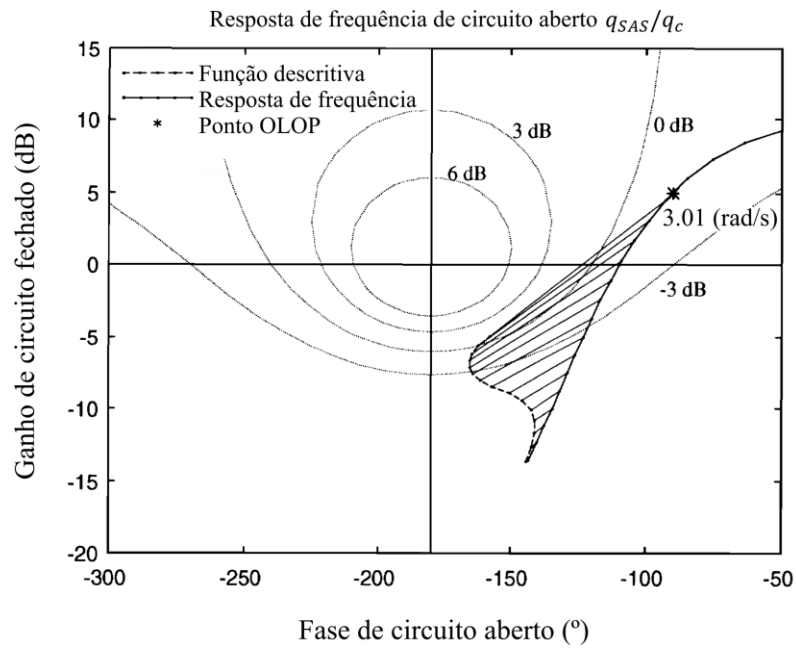


Figura 111 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem q_{SAS}/q_c – PVS B.
[Adaptado de: Duda (1995, p. 296)]

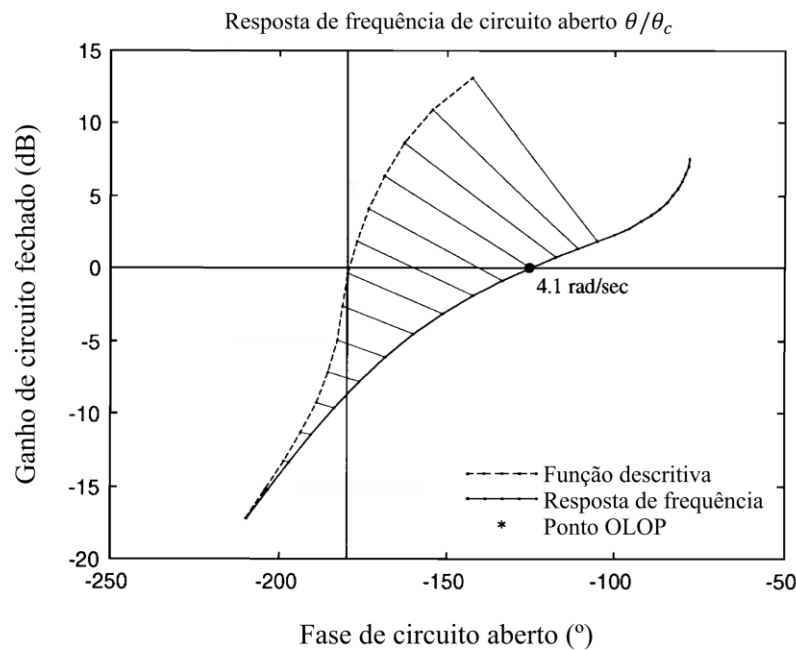


Figura 112 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto obtida por Duda para o controle de ângulo de atitude θ/θ_c – PVS B.
[Adaptado de: Duda (1995, p. 296)]

5.5 Implementação do controlador CISMCM

O controlador robusto baseado na lei de controle por modo deslizante com integrador condicional (CISMCM) foi proposto como uma melhoria aos sistemas de controle de voo (FCS), de modo que quando implementado em conjunto com a planta de controle do sistema piloto-veículo (PVS) possa auxiliar na mitigação da PIO não linear, devido à saturação de taxa dos atuadores da superfície aerodinâmica de controle.

Assim como mencionado no capítulo 4, a técnica de controle por CISMCM oferece inúmeras vantagens, que vão desde a sua capacidade de rastrear e estabilizar os sistemas dinâmicos não linear, garantindo a estabilidade e a convergência da lei de controle, quanto perante a sua capacidade de lidar com imprecisões, incertezas e a distúrbios externos a sua modelagem.

O CISMCM apresenta características de uma técnica robusta, precisa e de fácil implementação, que foi melhorado (em comparação ao SMC) através da utilização da superfície deslizante adaptativa e do integrador condicional, que proporcionaram outros benefícios, como a redução do erro estacionário e da degradação da resposta transitória (e do *chattering*) dos sistemas.

Deste modo, teve-se por hipótese que a implementação do controlador CISMCM nas plantas de controle do PVS A e B possa tornar os sistemas menos instáveis, a fim de reduzir os atrasos de fase e a degradação da resposta advinda da saturação de taxa. Além disso, nota-se que esta técnica, a partir do projeto de sua lei de controle e dos seus parâmetros de ajuste pode oferecer melhorias aos sistemas mesmo nas condições onde não há presença da saturação.

Para sua implementação, o controlador CISMCM foi modelado através de uma arquitetura padrão, envolvendo a superfície deslizante s , compostas pelos ganhos e erros de regulação (e de suas derivadas), incluindo a ação integral e a espessura da camada limite, acompanhados pela função saturação e do circuito de realimentação de estado, que serão rearranjados de modo a gerar o aspecto *anti-windup* para o integrador condicional, de acordo com a Figura 94.

O controlador CISMCM foi implementado aos modelos das plantas de controle do PVS A (Figura 103) e B (Figura 104) dentro de um circuito de realimentação. Os aspectos de entrada, assim como as demais variáveis necessárias para cada uma das simulações são apresentadas a seguir (mas que embora já tenham sido expostas, em parte, no capítulo 5.3). Além do mais, os resultados obtidos para os modelos originais serão expostos, de maneira que possam ser utilizados para comparar o desempenho do controlador CISMCM.

5.5.1 Análise no domínio do tempo para o PVS A

Em relação a aeronave tipicamente instável, o PVS A (Figura 103) foi simulado originalmente para um sinal de entrada do piloto de amplitude $A = 1$ ($^{\circ}$), frequência $\omega = 4$ a 6 (rad/s) e ângulo de fase $\phi = 0$ ($^{\circ}$), com ganho de avanço $K_a = 13.68$ e do atuador $K_A = 20.2$, considerando uma taxa máxima do limitador igual à $R = \dot{\delta}_s = 60$ ($^{\circ}/s$). Os resultados obtidos por Duda (1995) podem ser vistos na Figura 113.

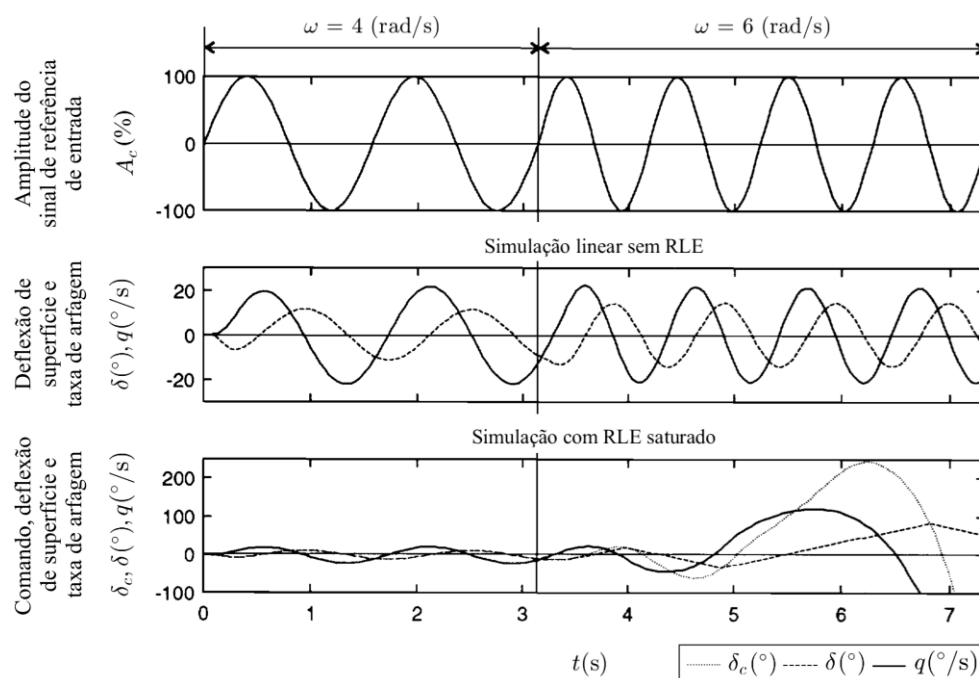


Figura 113 – Análise no domínio do tempo obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.
[Adaptado de: Duda (1995, p. 295)]

Dentre os sinais obtidos (comandos e respostas/deflexões correspondentes ao controle de taxa de arfagem e da superfície aerodinâmica de profundor), nota-se que após a transição de frequência em 3.14 (s), o sistema torna-se instável a partir do aumento da frequência (de 4 para 6 rad/s), indicado pelo colapso da resposta do atuador entre os sinais da superfície comandada (linha pontilhada) e defletida (linha espaçada), que apresenta um comportamento de onda triangular, retratado anteriormente (capítulo 3.3) com um regime altamente saturado.

As simulações expõem a dinâmica do sistema até um tempo aproximado de 7.3 (s), já que além deste período o sistema torna-se ainda mais degradado, dado que a tendência do sistema saturado, no estado instável é de continuar a promover o acúmulo do erro, que amplifica a amplitude e o atraso de fase. Ademais, destaca-se que o sistema enquanto abaixo da frequência de

início do limitador de taxa de circuito fechado ($\hat{\omega}_i \cong 5.1$ rad/s) se mantém “estável” (apesar dos atrasos residuais existentes relacionados aos próprios elementos do sistema) e com um comportamento dinâmico previsível e bem estabelecido, mas que após a sua ultrapassagem, tornar-se instável rapidamente, atingindo amplitudes e atrasos de fase consideravelmente altos em poucos segundos, que podem claramente acarretar em instabilidades ao PVS, tornando o sistema suscetível à PIO.

Em relação aos resultados obtidos (Figura 114) por Gilbreath (2001), as simulações foram desenvolvidas para as frequências $\omega = 5$ e 5.3 (rad/s) e para o qual pode-se notar as mesmas características obtidas por Duda (1995), dado que após ultrapassagem da frequência $\hat{\omega}_i$ (início da saturação), o sistema torna-se instável em poucos segundos, com aumento da amplitude e do atraso de fase.

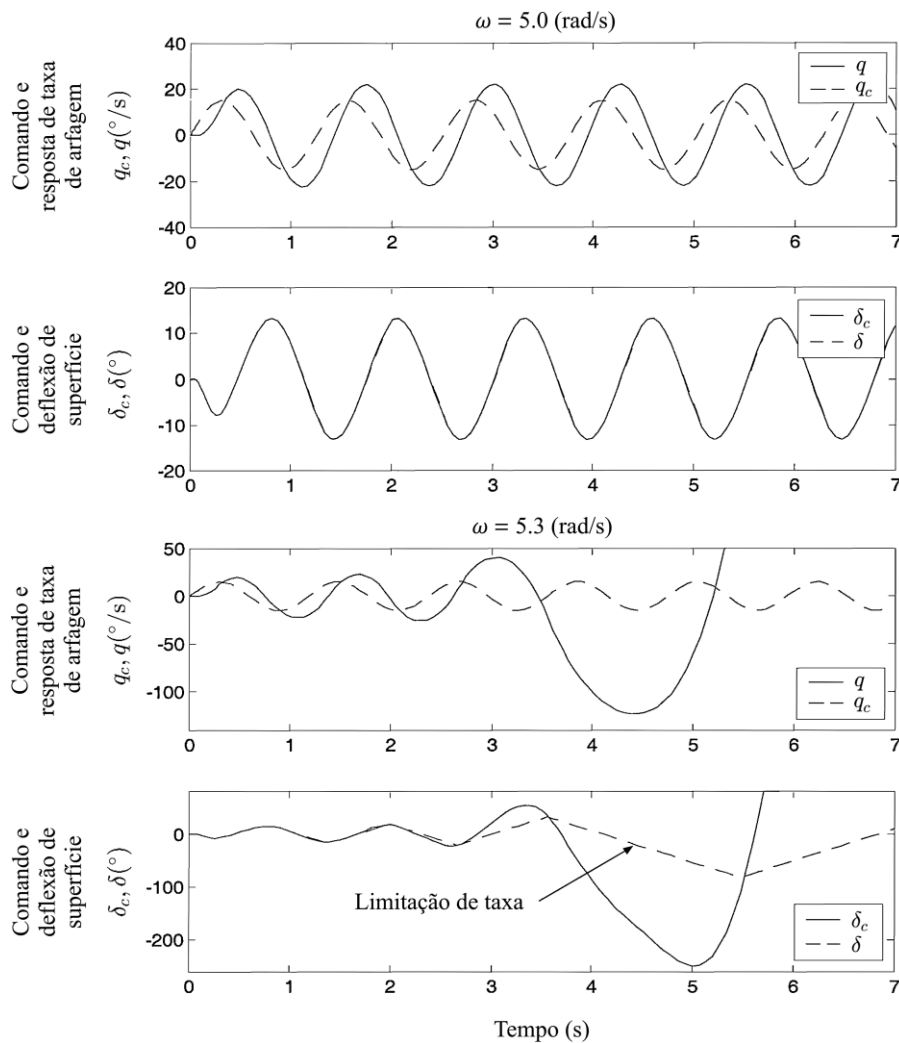


Figura 114 – Análise no domínio do tempo obtida por Gilbreath para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.
[Adaptado de: Gilbreath (2001, p. 2-14)]

5.5.2 Análise no domínio do tempo para o PVS B

Para a aeronave YF-12, o PVS B foi simulado para um sinal de referência de entrada senoidal de amplitude $A = 5.73$ ($^{\circ}$), frequência $\omega = 2.8$ a 4 (rad/s) e ângulo de fase $\phi = 0$ ($^{\circ}$), com ganho do atuador $K_A = 20.2$, considerando uma taxa máxima do atuador $\dot{\delta}_s = 15$ ($^{\circ}/s$) e de posição $\delta_p = 6.5$ ($^{\circ}$) para o sistema de aumento de estabilidade (SAS). O ganho do piloto K_p foi aproximado para um alto ganho de -1 ($^{\circ}$), estabelecido através da frequência de cruzamento $\omega_c \cong 4.1$ (rad/s).

Os resultados obtidos por Duda (1995) podem ser vistos nas Figuras 115 e 116, para a frequência constante de $\omega = 2.8$ (rad/s) e para a frequência variante entre $\omega = 2.8$ a 4 (rad/s), desconsiderando o limite de posição δ_p .

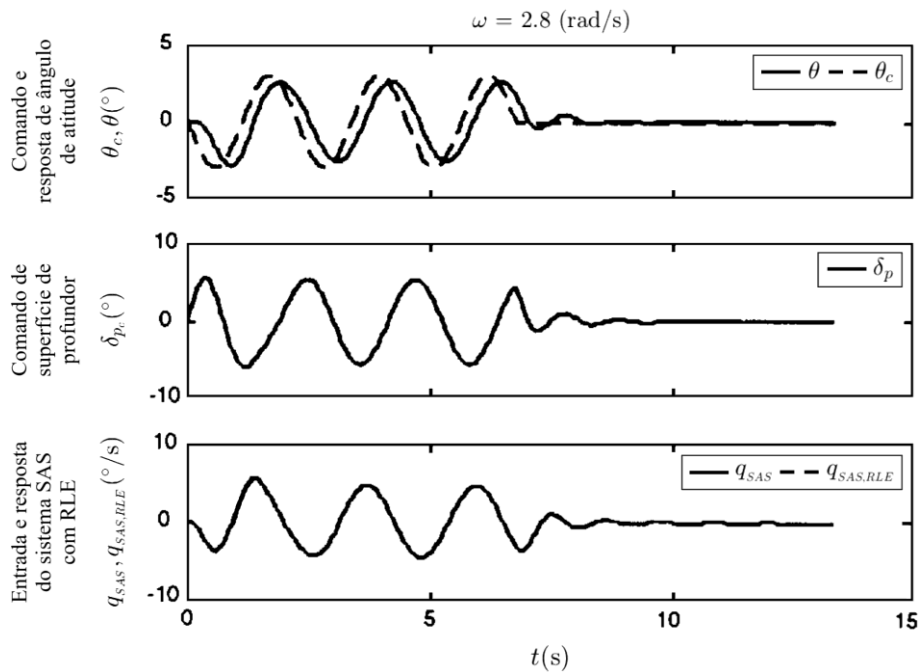


Figura 115 – Análise no domínio do tempo obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem $q_{SAS}/q_{SAS,RLE}$ e de ângulo de atitude θ/θ_c na frequência $\omega = 2.8$ (rad/s) – PVS B.

[Adaptado de: Duda (1995, p. 297)]

Como pode ser observado na Figura 115, o sinal de comando de ângulo de atitude é interrompido (cessado) próximo a 6 (s). Similarmente ao PVS A, após o sistema ultrapassar a frequência de início do limitador de taxa de circuito fechado $\hat{\omega}_i$ com o aumento de frequência, o sistema torna-se instável durante (ou próximo) a mudança de frequência, ocasionando um aumento de amplitude e do atraso de fase, que é retratado pela condição saturada do sinal de controle de taxa de arfagem do SAS (comportamento oscilatório triangular – Figura 115).

Ademais, destaca-se que a própria mudança entre frequências ocasiona atrasos na resposta do sistema, devido que o instante entre as trocas é descontínuo, uma vez que as ondas (a frequência dos sinais) são diferentes e a mudança não é gradativa. De certo modo, podem existir lógicas e dispositivos que suavizem este processo, mas não sem que exista algum tipo de degradação correlata ao processo (similar ao uso da função saturação).

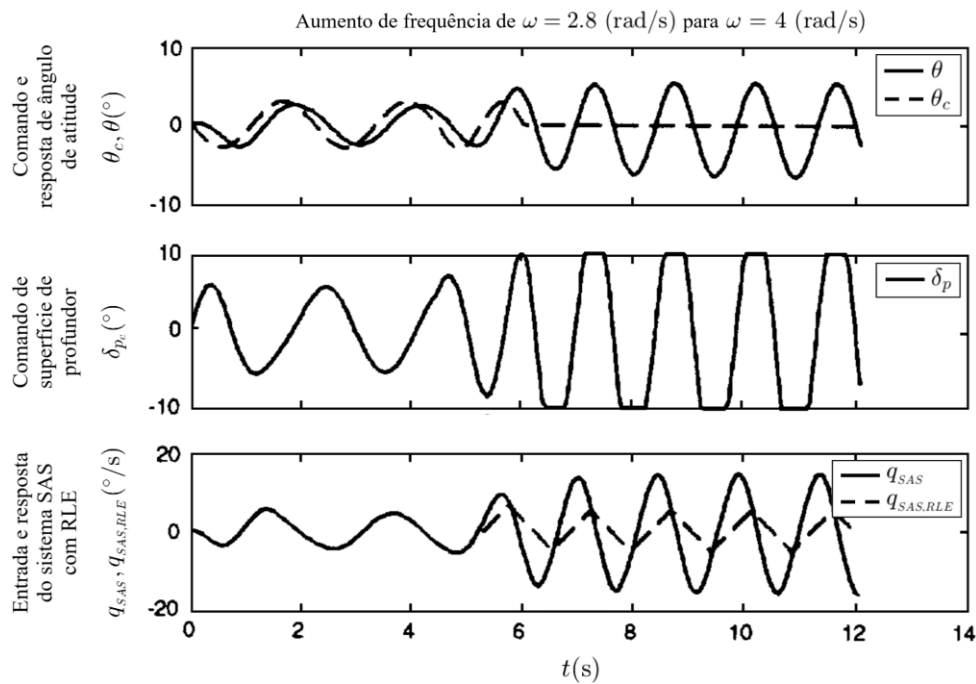


Figura 116 – Análise no domínio do tempo obtida por Duda para o controle de taxa de arfagem $q_{SAS}/q_{SAS,RLE}$ e de ângulo de atitude θ/θ_c na frequência $\omega = 2.8$ a 4 (rad/s) – PVS B.

[Adaptado de: Duda (1995, p. 297)]

6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As informações introduzidas em ambos os capítulos antecessores a este foram necessárias para o desenvolvimento e compreensão das simulações que são expostas ao longo deste capítulo. De início, foram abordados os conceitos precursores sobre os sistemas de controle e dos parâmetros relacionados ao controle de voo das aeronaves, de modo que o assunto sobre as oscilações induzidas pelo piloto (PIO) devido a saturação de taxa dos atuadores fosse estabelecido. Subsequentemente, foram desenvolvidas as bases teóricas que foram utilizadas para a avaliação da suscetibilidade à PIO, que consiste na aplicação do critério ponto de início de circuito aberto (OLOP) e na implementação de um controlador baseado na lei de controle por modos deslizantes com integrador condicional (CISMC). A partir da obtenção do modelo de atuador com o elemento limitador de taxa (RLE) e das plantas de controle do sistemas piloto-veículo (PVS) A (Aeronave tipicamente instável) e B (Aeronave YF-12) foram desenvolvidas as simulações de acordo com as especificações fornecidas na metodologia e a análise dos resultados e a discussão perante as respostas obtidas são feitas a seguir.

6.1 Análise do modelo do atuador

Inicialmente, o modelo do atuador (Figura 96) foi simulado para as três faixas operacionais, similarmente como foi proposto por Klyde, McRuer & Myers (1995), de tal modo que o elemento limitador de taxa (RLE) fosse explorado em seus estados: linear, próximo à saturação e totalmente saturado (similarmente ao capítulo 3.3.2 – Figura 68), dado os parâmetros de entrada do sinal senoidal de referência e de projeto. Todavia, antes a está proposta, foram desenvolvidas as simulações referentes aos estágios linear e não linear do atuador, segundo as Figuras 97 a 100.

Na condição linear, considerando uma entrada do tipo degrau unitário e um ganho do atuador K_A e/ou uma frequência de largura de banda do limitador ω_A igual a 20 (rad/s), foram obtidos o diagrama de Bode e a resposta de tempo correspondente para o modelo do atuador contendo o RLE, conforme as Figuras 117 e 118.

Do diagrama de Bode é possível observar que a queda de amplitude para o modelo do atuador ocorre em -3 (dB) no ângulo de fase de -45 ($^\circ$), que é evidenciado através das linhas tracejadas na frequência ω_A . Para valores maiores de K_A e/ou ω_A (igualmente ao exemplo introdutório apresentado no capítulo 2.1.1 para os servomecanismos – Figura 12), mais rapidamente a resposta de saída do sistema se aproximará da entrada comandada (Figura 118).

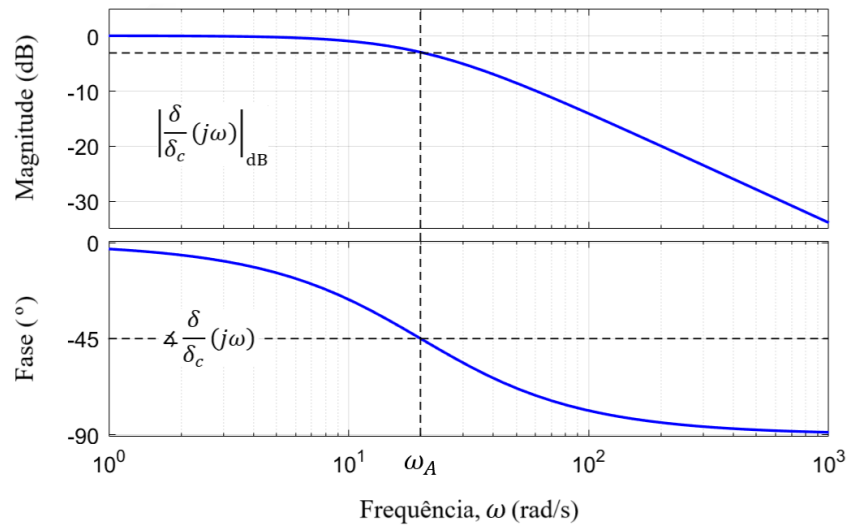


Figura 117 – Diagrama de Bode do atuador de superfície de controle linear.

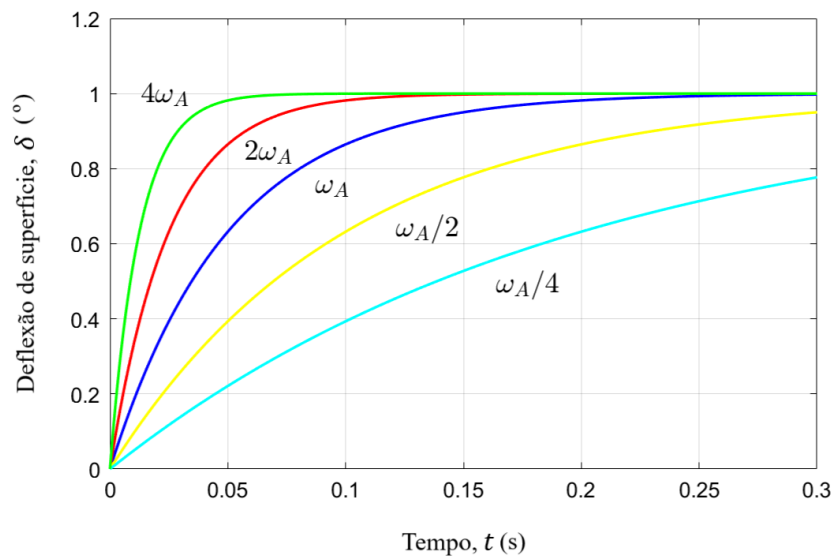


Figura 118 – Resposta de tempo do atuador de superfície de controle linear a uma entrada do tipo degrau considerando a variação da frequência de largura de banda ω_A .

Para a condição não linear foi atribuído uma taxa de saturação $\dot{\delta}_s = R = 1$ ($^{\circ}/s$), assumindo a mesma frequência de largura de banda ($\omega_A = 20$ rad/s). Nesta condição, a resposta de tempo para a taxa de saturação (após o incremento ω_A) mantém-se saturada por um breve período de tempo até que o sinal convirja a zero e a posição do atuador se aproxime da entrada de comando (do tipo degrau).

Para um aumento (ou diminuição) da taxa de saturação do limitador, o tempo de convergência diminui (aumenta) progressivamente (mantendo os demais parâmetros constantes), de tal modo que a resposta de tempo para a posição tem sua faixa linear mais ou menos inclinada devido

a esta alteração, sendo o tempo de subida descrito pela relação $T_{NL} = \delta_c/R$ e o ponto de saturação $e_S = R/\omega_A$, conforme as Figuras 119 e 120.

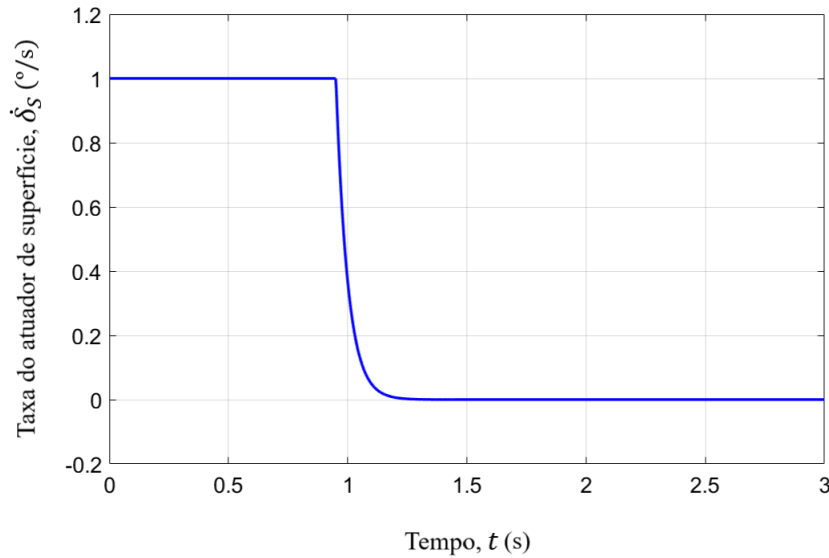


Figura 119 – Resposta de tempo da taxa do atuador de superfície de controle não linear a uma entrada do tipo degrau.

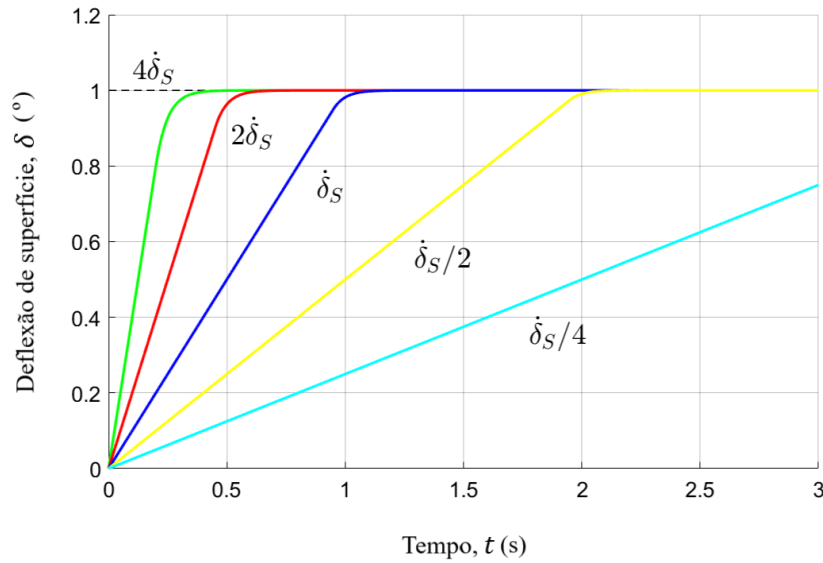


Figura 120 – Resposta de tempo da posição do atuador de superfície de controle não linear a uma entrada do tipo degrau.

Em relação as faixas de operação do RLE, as simulações para o modelo do atuador foram realizadas considerando os valores adotados para os parâmetros de projeto e de entrada (fornecidos na metodologia) para um sinal senoidal $\delta_c = A \sin(\omega t + \phi)$. A seguir são apresentados os três gráficos correspondentes ao estado linear (Figura 121), próxima à saturação (Figura 122) e totalmente saturado (Figura 123).

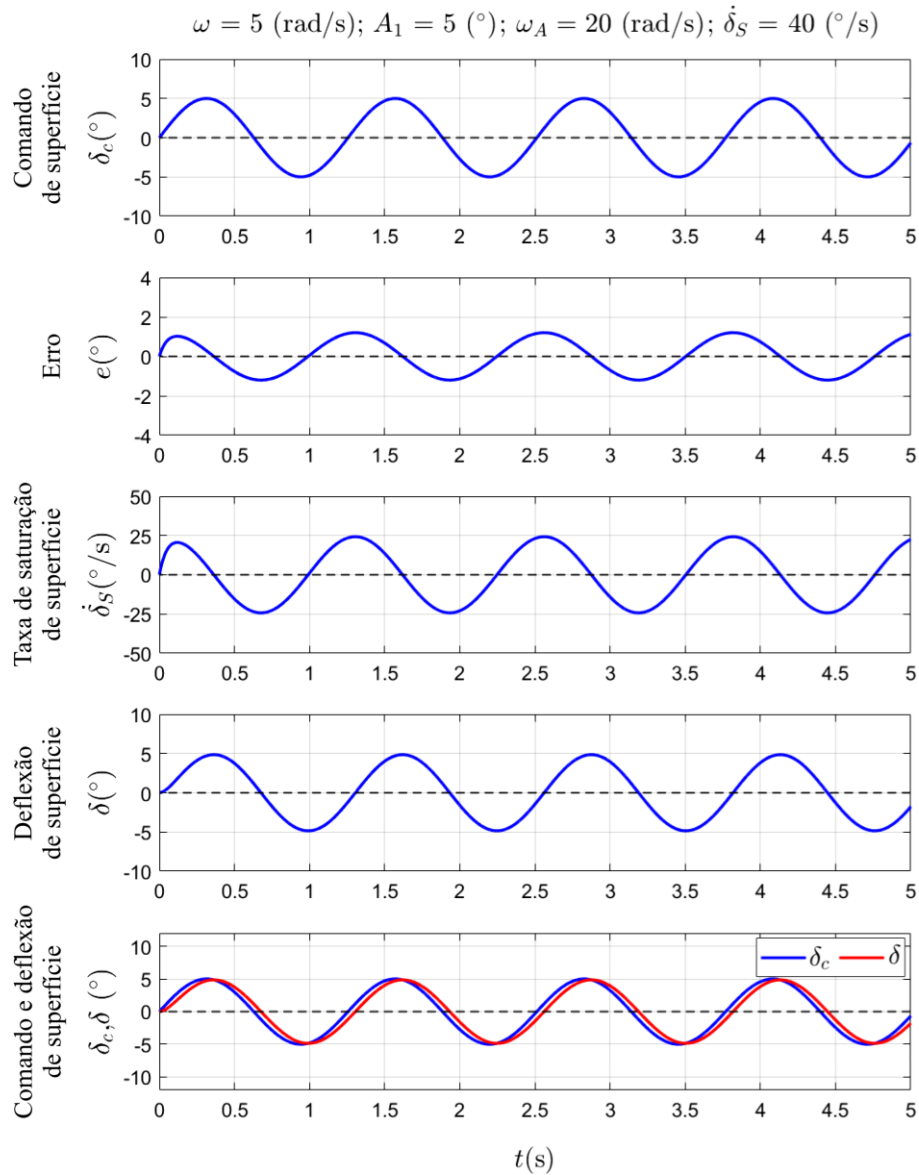


Figura 121 – Respostas de tempo do atuador de superfície de controle linear a uma entrada do tipo senoidal.

Para o modelo de atuador linear de circuito fechado, como pode ser visto na Figura 121, o sinal de referência de entrada para o comando da superfície de controle foi empregado considerando uma amplitude $A = 5 \text{ (}^\circ\text{)}$, tal que o erro $e = \delta_c - \delta$ não ultrapassa o ponto de saturação $e_s = 2 \text{ (}^\circ\text{)}$. Além disso, a taxa de saturação de superfície manteve-se abaixo do limite máximo do limitador $R = 40 \text{ (}^\circ\text{/s)}$, com deflexão de saída δ bem comportada e próxima a dinâmica do sinal de comando.

Desta correspondência (entre o sinal comandado e da resposta perante a deflexão da superfície aerodinâmica), nota-se que a diferença de fase é pequena e inversamente proporcional a frequência de largura de banda do atuador ω_A . Para valores superiores de ω_A , o comportamento

entre a entrada e a saída se tornam idênticos, todavia, cabe ressaltar que existe um limite entre o valor máximo admissível do ganho do atuador K_A (capítulo 2.1.1), assim como da frequência ω_A que podem ser empregados pelos sistemas, dado as suas limitações físicas e digitais.

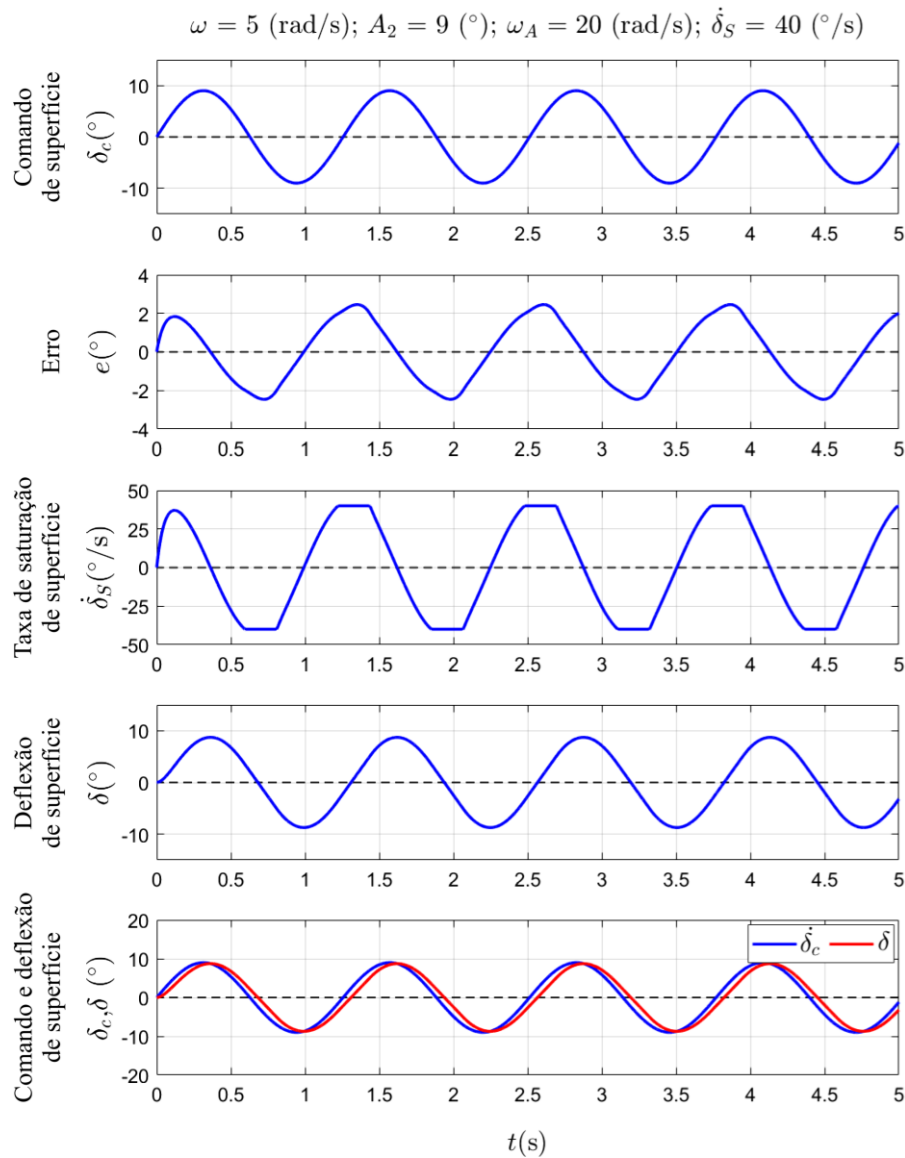


Figura 122 – Respostas de tempo do atuador de superfície de controle próximo à saturação a uma entrada do tipo senoidal.

Para o estado próximo à saturação, o modelo de atuador exibe um comportamento transitório entre a dinâmica linear e não linear, com o aumento de amplitude $A_2 = 9 \text{ (}^\circ\text{)}$. Nesta condição, o ponto de saturação e_S é ultrapassado, tal que a taxa de saturação começa a ser saturada, como é possível observar na Figura 122. Contudo, a diferença entre o sinal comandado e a resposta de saída do sistema manteve-se próxima à do estado linear, de modo que o atraso de fase entre os sinais ainda pode ser aproximado por um atraso simples de primeira ordem.

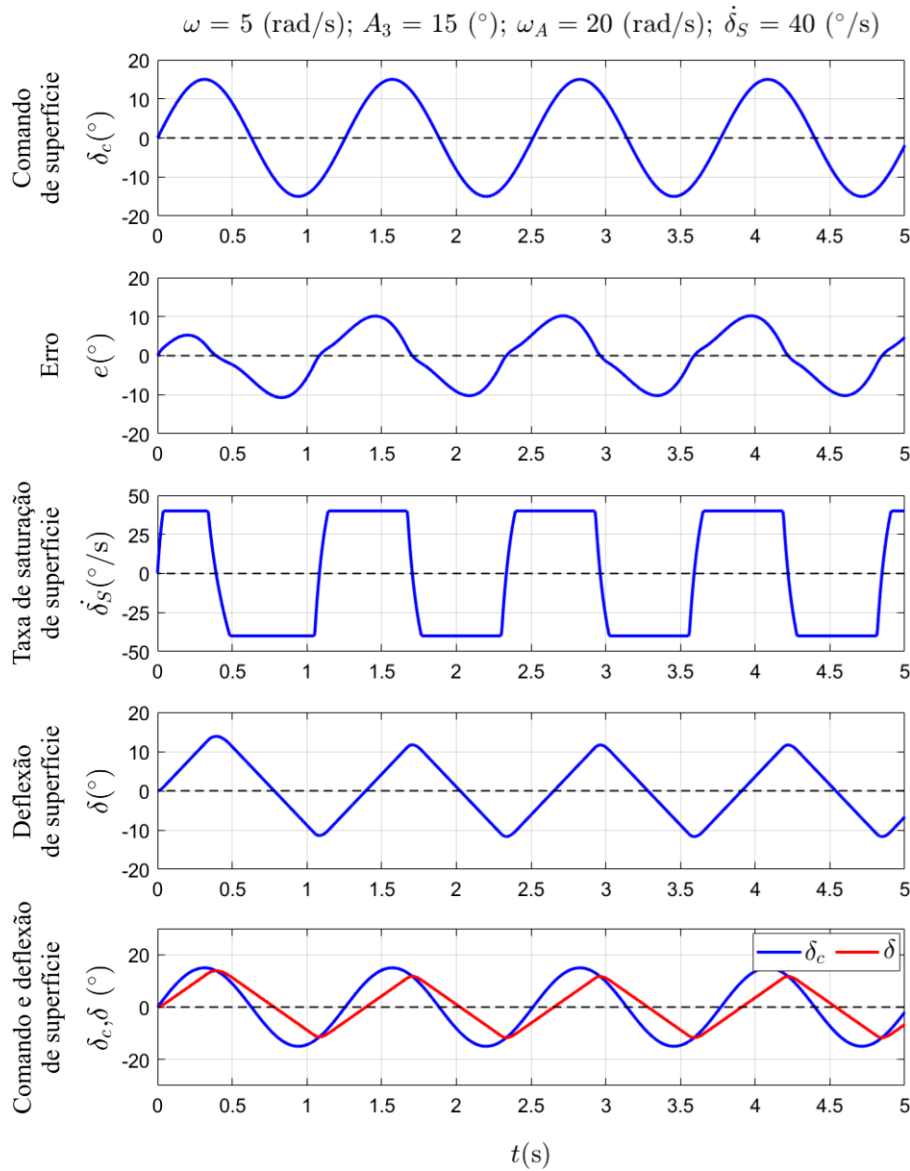


Figura 123 – Respostas de tempo do atuador de superfície de controle altamente saturado a uma entrada do tipo senoidal.

Para o regime totalmente saturado (Figura 123), nota-se que a amplitude de entrada ao ser aumentada ($A_3 = 15^\circ$) faz como que a degradação da resposta aumente, que ao ultrapassar o ponto de saturação e_S , conforme a faixa linear do limitador, o limite máximo de taxa de saturação é completamente extrapolado, resultando em uma onda periódica quadrática (controle *bang-bang* – entre máximos), com aumento do erro e , do atraso e da diferença de fase entre a deflexão de saída δ , seguido pela diminuição do ganho efetivo e do comportamento triangular característico da resposta altamente saturada (conforme as Figuras 101 e 102).

6.2 Análise clássica do sistema piloto-veículo

A análise clássica das funções de transferência de cada um dos elementos (e de sua combinação) que compõem os sistemas piloto-veículo (PVS) A e B será feita neste capítulo, em que se irá expor os resultados obtidos do estudo dos elementos do PVS a partir da utilização do método do lugar das raízes e da resposta transitória para cada um dos subsistemas abordados.

A priori, a combinação entre os elementos do PVS A e B seguem as trajetórias estipuladas em seus respectivos diagramas de blocos (plantas de controle do PVS A – Figura 103 e do PVS B – Figura 104). A retratação destes PVS a partir da representação geométrica do lugar das raízes para a função de transferência da dinâmica longitudinal da aeronave, combinada as leis de controle da dinâmica dos atuadores e ao modelo do atuador idealizado, de circuito aberto e fechado, incluindo as suas respostas transitórias são exibidas a seguir.

6.2.1 Método do lugar das raízes e resposta transitória para o PVS A

Para o PVS A, inicialmente fez-se a o estudo da dinâmica longitudinal da aeronave tipicamente instável, representada pela função de transferência exposta na Equação 340.

$$\frac{-10.524 (s^3 + 1.6s^2 + 0.059s)}{s^4 + 2.35s^3 - 5.31s^2 + 0.184s - 0.041} \quad (340)$$

Para esta equação (340), as raízes do polinômio característico (denominador – pólos) e do numerador (zeros) foram encontradas e seu resultado pode ser visto a partir da Equação 341, onde constam ambas as parcelas da dinâmica da aeronave. Como foi salientado por Duda (1995, p. 290) e assim como poderá ser visto através do lugar das raízes da função de transferência, um dos pólos está localizado no plano da metade direita, de modo que a aeronave será instável. Para que este modelo fosse estável (a priori, desconsiderando quaisquer outras questões), todas as raízes deveriam estar estritamente no plano da metade esquerda.

$$\text{num} = \begin{bmatrix} 0.000 \\ -1.562 \\ 0.038 \end{bmatrix}, \quad \text{den} = \begin{bmatrix} -3.750 + 0.000j \\ 1.440 + 0.000j \\ -0.019 + 0.086j \\ -0.019 - 0.086j \end{bmatrix} \quad (341)$$

Na Figura 124 é exposto um gráfico (separado em dois, para melhor visualização das raízes próximas a zero) representativo para os pólos (em ×) e zeros (em ○) da função de transferência para a dinâmica da aeronave (Equação 356), além de representar as faixas de deslocamento

entre a frequência e o amortecimento. Na Figura 125 apresenta-se a resposta transitória (movimento decrescente exponencial) para esta função (Equação 340) a partir de uma entrada do tipo degrau, com tempo de duração entre 0 a 5 (s).

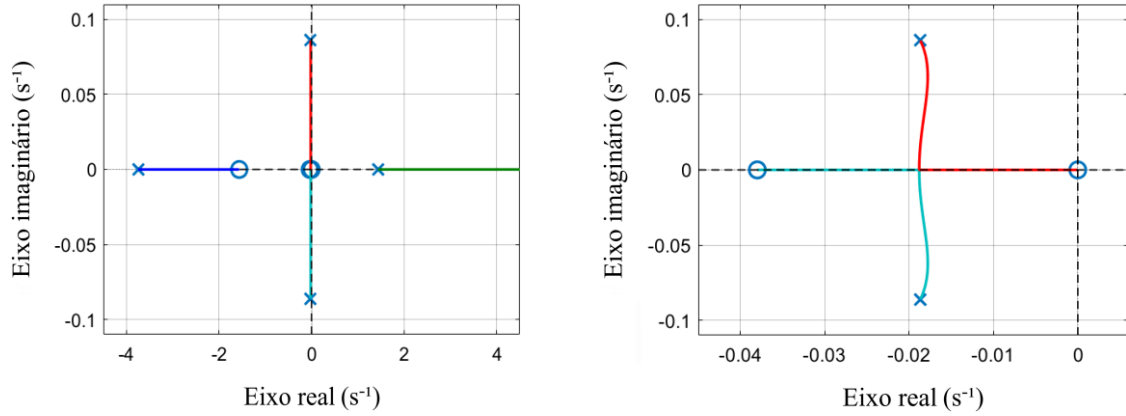


Figura 124 – Lugar das raízes para a dinâmica longitudinal da aeronave tipicamente instável.

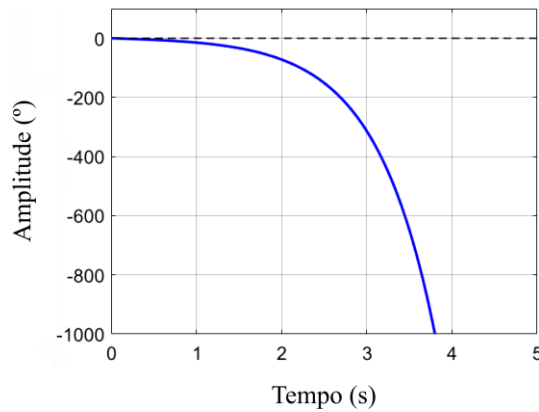


Figura 125 – Resposta transitória da dinâmica longitudinal da aeronave tipicamente instável a uma entrada do tipo degrau.

Para o PVS de circuito aberto, ambas as funções de transferência da lei de controle para a dinâmica dos atuadores, representada pela Equação 342

$$\frac{5.21(s^3 - 52.55s^2 - 273.6s - 134.4)}{s^4 + 21.36s^3 + 545.6s^2 + 605.7s} \quad (342)$$

e da dinâmica da aeronave (Equação 340) foram combinadas – incluindo o ganho de avanço $K_a = 13.68$ (°), para formar o sistema equivalente perante a tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_c , resultando na Equação 343.

$$\frac{q}{q_c} = \frac{-750.1s^6 + 3.822e4s^5 + 2.682e5s^4 + 4.314e5s^3 + 1.735e5s^2 + 5983s}{s^8 + 23.71s^7 + 590.4s^6 + 1773s^5 - 1477s^4 - 3315s^3 - 134s^2 - 25.33s} \quad (343)$$

Nesta condição, os pólos e zeros da função de transferência do PVS A de circuito aberto podem ser vistos na Equação 344.

$$\text{num} = \begin{bmatrix} 0 \\ 57.362 \\ -4.259 \\ -1.561 \\ -0.550 \\ -0.038 \end{bmatrix}, \quad \text{den} = \begin{bmatrix} 0.000 + 0.000j \\ -21.26 + 0.000j \\ -3.885 + 0.000j \\ 1.441 - 0.086j \\ -1.159 + 0.000j \\ -0.019 + 0.086j \\ -0.019 - 0.086j \end{bmatrix} \quad (344)$$

Note que a condição de instabilidade para o PVS A é mantida, apesar da maioria dos pólos do sistema estarem localizados no plano da metade esquerda, com forte tendência a desestabilizar no sentido da progressão entre o aumento do amortecimento (em módulo) e da frequência (Figura 126). Está condição é mantida (ou até certo ponto, demonstra-se ser mais instável, devido ao avanço de dois pólos no plano da metade direita) para o sistema de circuito fechado, com pode ser visto na Figura 127.

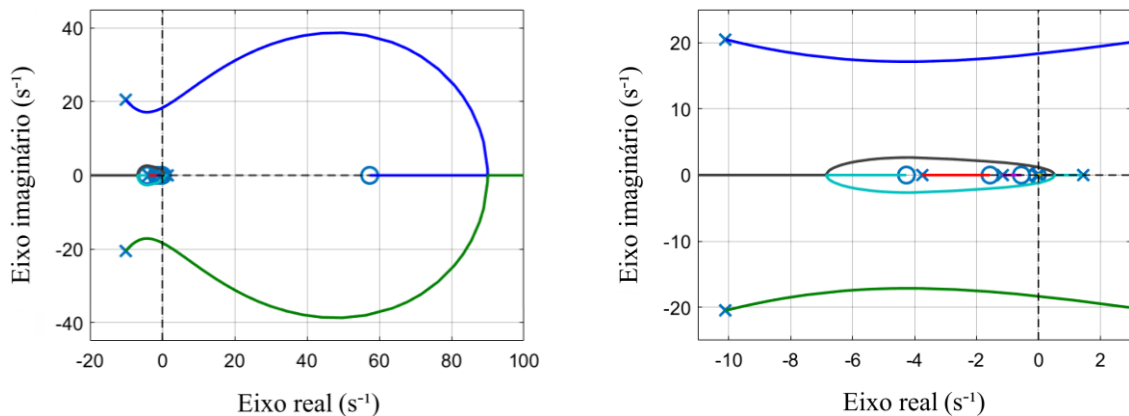


Figura 126 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS A de circuito aberto.

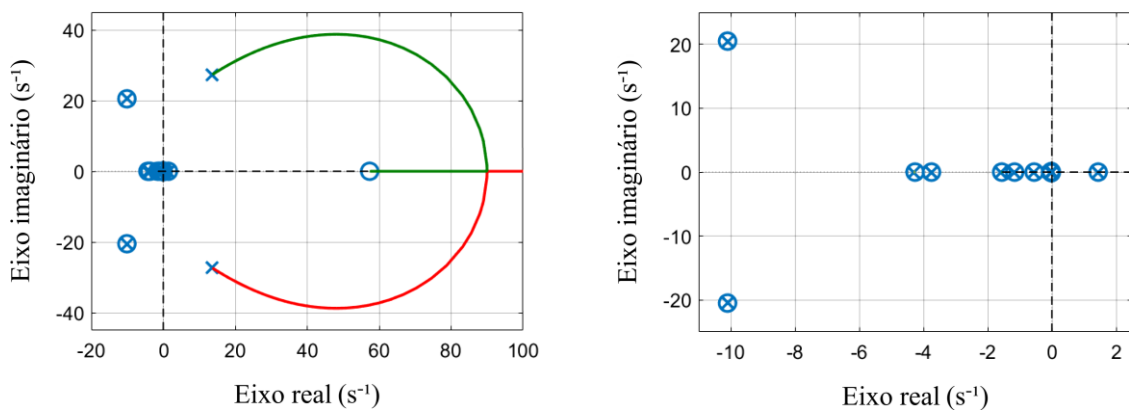


Figura 127 – Lugar das raízes para a planta do PVS A de circuito fechado.

Na Figura 128 são exibidos as respostas transitórias para uma entrada do tipo degrau para ambas as condições, tal que para o PVS A de circuito aberto, o comportamento da resposta é crescente exponencialmente e para o sistema de circuito fechado, a resposta tende a um movimento senoidal de crescimento altamente exponencial (capítulo 2.3.2.3).

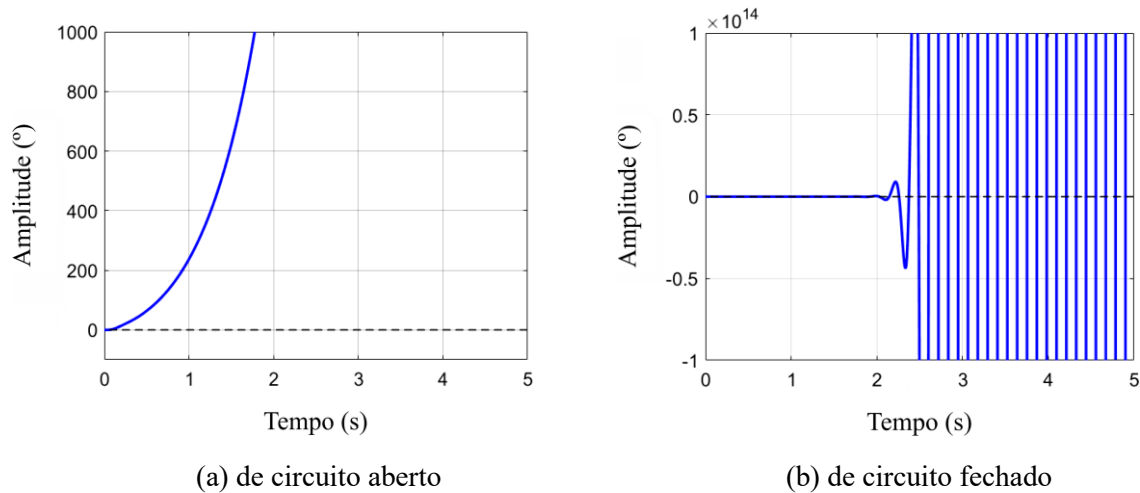


Figura 128 – Resposta transitória da planta de controle do PVS A para uma entrada do tipo degrau em (a) circuito aberto e (b) circuito fechado.

Além destas situações, pode-se simular o PVS A perante a atribuição de um modelo de atuador. Todavia, dado que a técnica do lugar das raízes é um método de análise linear, que faz uso da representação de uma função de transferência correspondente do sistema, o modelo não linear do atuador não pode ser aplicado, a não ser através de uma metodologia alternativa que permita representar o atuador enquanto saturado (condição não linear).

Contudo, uma análise prévia do estado insaturado pode ser feita, aplicando um modelo do atuador linear, segundo a Equação 345.

$$\frac{K_A}{s + K_A} = \frac{20.2}{s + 20.2} \quad (345)$$

Combinando o modelo do atuador com os demais elementos do sistema (lei de controle + dinâmica da aeronave) pode-se chegar a uma expressão geral (que foi suprimida por questão de espaço, devido a existência de muitos pólos e zeros, assim como para o sistema de circuito fechado) para o sistema de circuito aberto. O sistema de circuito fechado é obtido a partir do processo de realimentação de estado (*feedback* negativo) e o lugar das raízes para os respectivos sistemas (circuito aberto e fechado) podem ser vistos na Figura 129.

Para estes sistemas, a inclusão do modelo do atuador “ameniza” infinitamente a condição de instabilidade, que apesar da “sensação” de que as raízes se deslocaram à esquerda, o sistema

não chega ao ponto de atingir um comportamento dinâmico estável, já que ainda existem raízes no plano médio à direita. Para esta condição, a resposta transitória do sistema de circuito aberto tem um movimento crescente exponencial, similar a Figura 129a e para o sistema de circuito fechado o resultado é semelhante a Figura 129b, mas com um movimento senoidal de crescimento altamente exponencial reduzido.

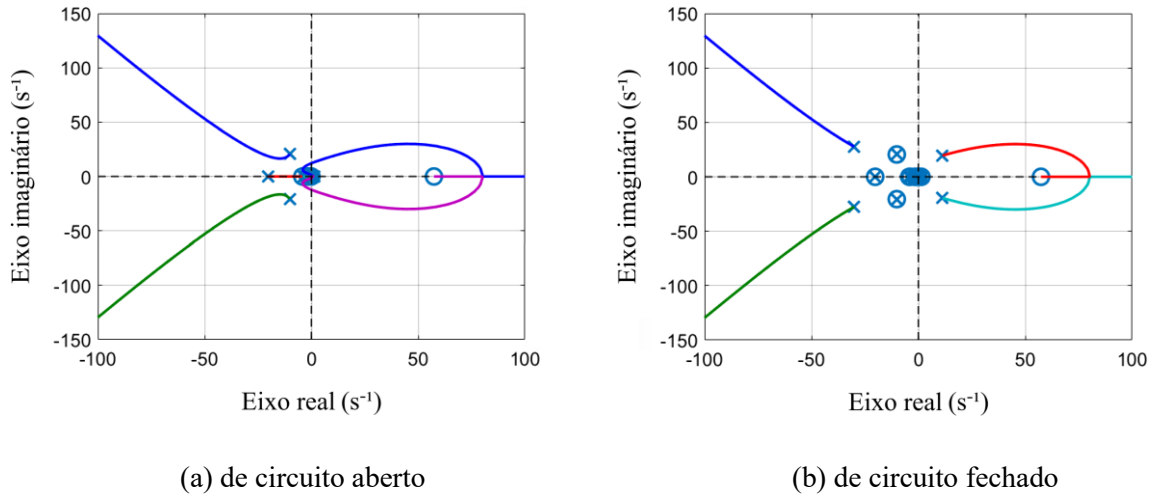


Figura 129 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS A, incluindo o modelo do atuador linear.

6.2.2 Método do lugar das raízes e resposta transitória para o PVS B

Similarmente ao PVS A, a aeronave YF-12 e o seu respectivo PVS foram analisados perante a localização de seus pólos e zeros a partir do método do lugar das raízes, conforme as funções de transferência da dinâmica da aeronave e do PVS B de circuito aberto e fechado, incluindo o SAS e de sua resposta transitória correspondente, dado uma entrada do tipo degrau.

Conforme a Figura 104, a dinâmica da aeronave pode ser representada pela Equação 346.

$$\frac{-6.0(s + 0.8)}{s^2 + 1.5s - 4} \quad (346)$$

Para essa equação, os pólos e os zeros foram encontrados e o seu resultado pode ser visto na Equação 347, onde constam ambas as parcelas da dinâmica da aeronave.

$$\text{num} = [-0.800], \quad \text{den} = \begin{bmatrix} -0.750 + 1.854j \\ -0.750 - 1.854j \end{bmatrix} \quad (347)$$

Como pode ser observado, ambos os pólos e zeros são negativos, de modo que as raízes estão localizadas no plano da metade esquerda, sendo o sistema, a princípio, estável.

Na Figura 130 é apresentado os gráficos referentes ao lugar das raízes e de sua resposta transitória (movimento senoidal em decrescimento exponencial subamortecido).

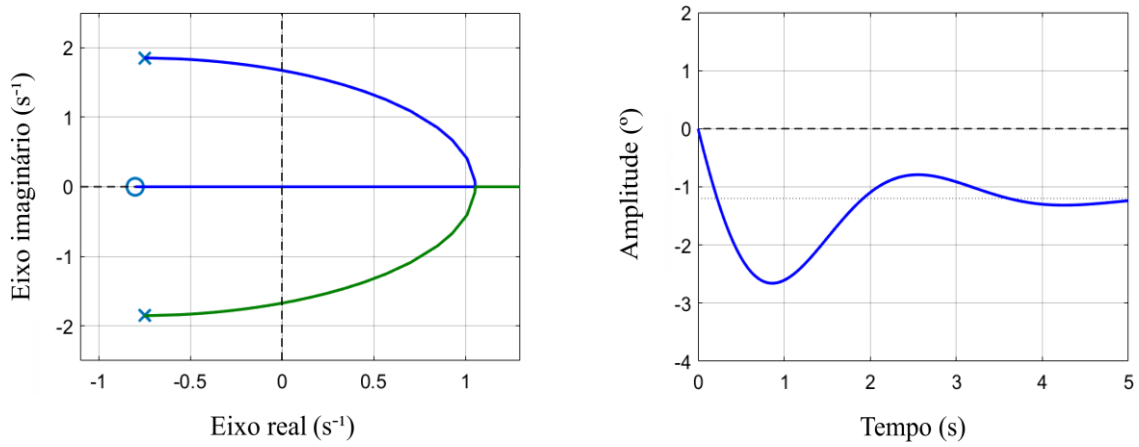


Figura 130 – Lugar das raízes e resposta transitória da aeronave YF-12 para uma entrada do tipo degrau.

Para o PVS B de circuito aberto, ambas as funções de transferência da lei de controle para a dinâmica dos atuadores (Equação 348)

$$\frac{705.6(s^2.67.8s + 2553.54)}{(s^2 + 50.5s + 1568)(s + 33.9)^2} \quad (348)$$

e da aeronave (Equação 346) foram combinadas (em série) ao filtro de amortecimento de arfagem (Equação 349)

$$\frac{0.375(s + 8)}{(s + 4)} \quad (349)$$

de maneira a formar um sistema correspondente a tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_c (“abrindo” o sistema em função das não linearidades), de acordo com a Equação 350.

$$\frac{q}{q_c} = \frac{-1588s^4 - 1.215e5s^3 - 5.013e6s^2 - 3.639e7s - 2.596e7}{s^7 + 123.8s^6 + 6804s^5 + 1.99e5s^4 + 2.77e6s^3 + 1.16e7s^2 + 2.06e7s + 2.88e7} \quad (350)$$

Para esta tarefa, os pólos e zeros da função de transferência do PVS de circuito aberto podem ser visto na Equação 351.

$$\text{num} = \begin{bmatrix} -33.85 + 37.53j \\ -33.85 - 37.53j \\ -8.001 + 0.000j \\ -0.800 + 0.000j \end{bmatrix}, \quad \text{den} = \begin{bmatrix} -25.28 + 30.52j \\ -25.28 - 30.52j \\ -33.87 + 0.964j \\ -33.87 - 0.964j \\ -3.995 + 0.000j \\ -0.750 + 1.855j \\ -0.750 - 1.855j \end{bmatrix} \quad (351)$$

Como todas as raízes da função de transferência para o PVS B de circuito aberto são negativas (para a tarefa de controle q/q_c), a condição de estabilidade é mantida, como pode ser visto na Figura 131 e através da resposta transitória (movimento de decaimento exponencial subamortecido) para ambos os casos (aeronave e PVS de circuito aberto – Figura 132).

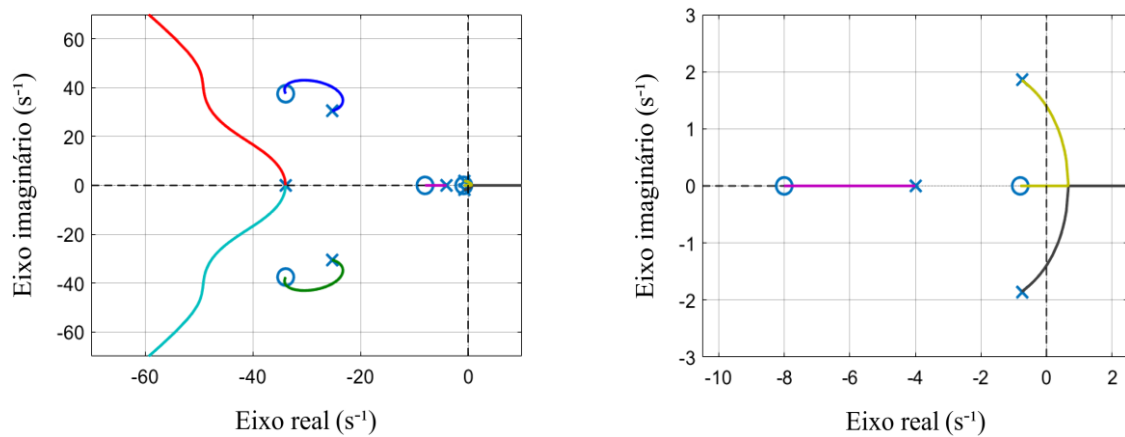


Figura 131 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS B de circuito aberto, considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c .

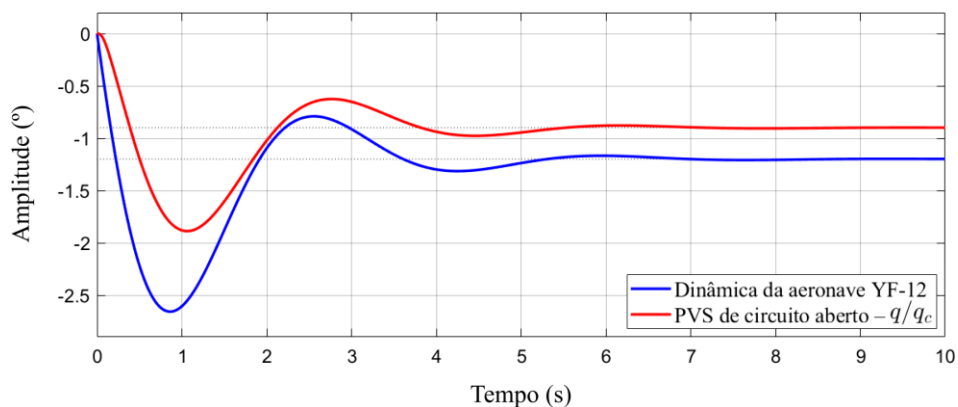


Figura 132 – Resposta transitória da dinâmica da aeronave YF-12 e da planta de controle do PVS B de circuito aberto para uma entrada do tipo degrau, considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c .

Para o PVS de circuito fechado, o lugar das raízes e sua resposta transitória foram obtidos para o controle de taxa de arfagem, na condição em que o SAS está conectado ao circuito de realimentação de estado (positiva), de acordo com as Figuras 133 e 134. Como pode ser visto nestas figuras, os pólos e zeros da função de transferência do circuito fechado são todos negativos, implicando em sua condição estável e que é confirmada a partir de sua resposta transitória, que diferentemente dos dois casos anteriores, “aparenta” expor o comportamento de um movimento em decaimento exponencial amortecido.

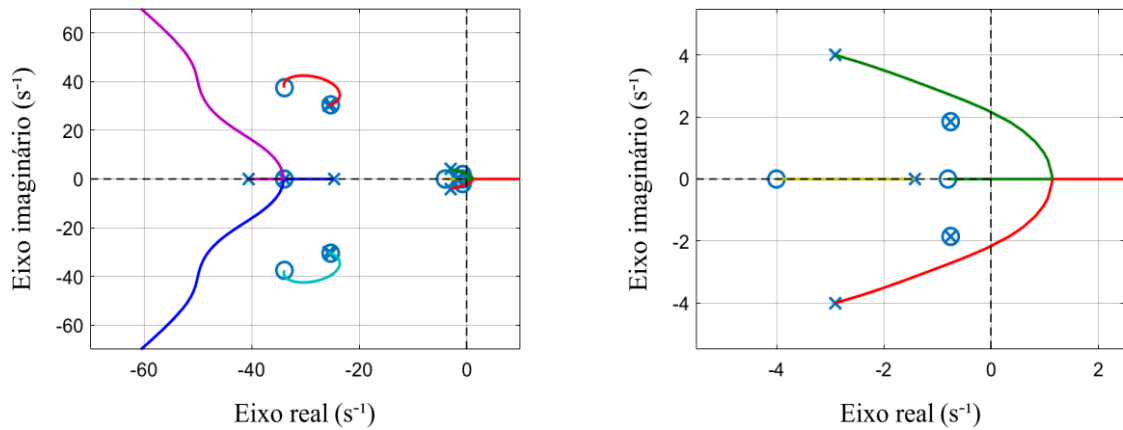


Figura 133 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS B de circuito fechado, considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c .

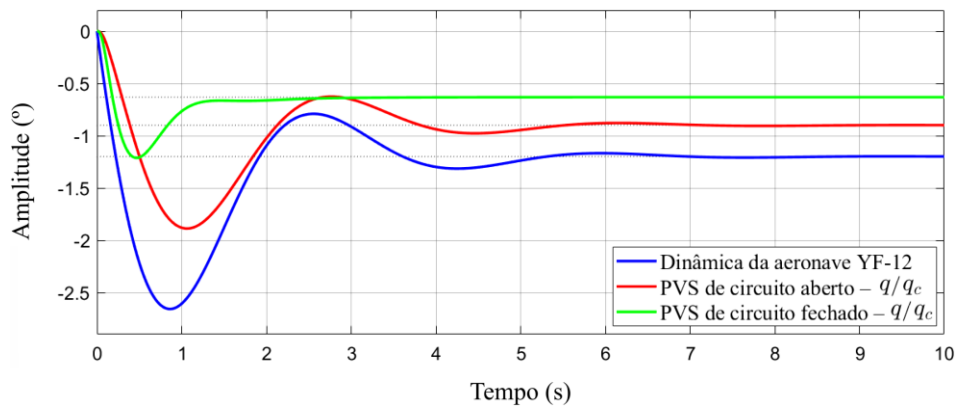


Figura 134 – Resposta transitória da dinâmica da aeronave YF-12 e da planta de controle do PVS B de circuito aberto e fechado para uma entrada do tipo degrau, considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c .

Em relação a tarefa de controle de ângulo de atitude θ/θ_c , segundo a Figura 104 e tendo em vista que a função de transferência correspondente para a tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_c foi obtida para o sistema de circuito fechado, tem-se que a sua obtenção pode ser feita a partir do incremento do integrador e do modelo do piloto, para o sistema de circuito fechado, assim como para o sistema de circuito aberto, eliminando (transformando – Anexo C) o circuito de realimentação de estado (*feedback*).

Ademais, destaca-se que o integrador pode ser adicionado ao circuito anterior (correspondente ao caminho de avanço contendo a lei de controle e a dinâmica longitudinal da aeronave e ao caminho de realimentação, contendo o SAS) movendo o ponto (ou o termo) diretamente e inversamente para ambos os caminhos. O lugar das raízes (para o PVS A de circuito aberto) e a resposta transitória para a tarefa de controle de ângulo de atitude de circuito aberto e de circuito fechado podem ser vistas nas Figuras 135 e 136.

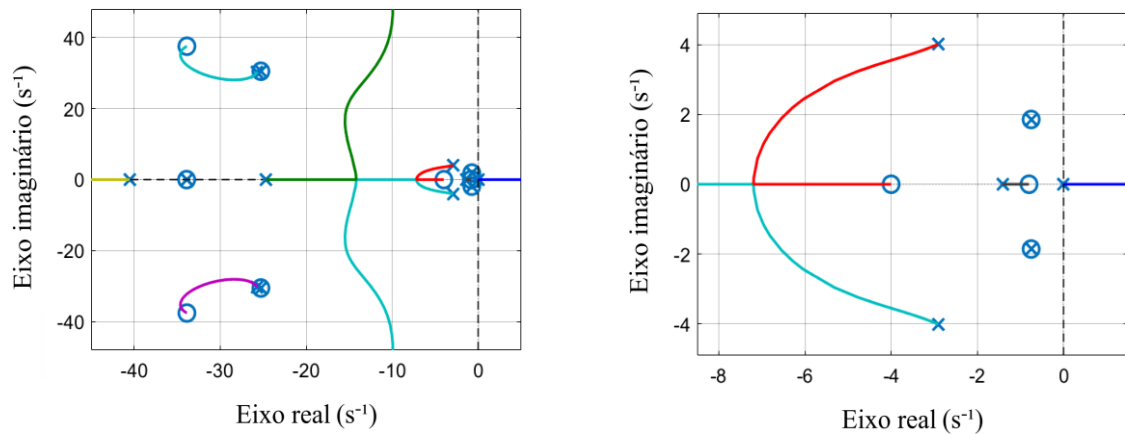


Figura 135 – Lugar das raízes para a planta de controle do PVS B de circuito aberto, considerando o controle de ângulo de atitude θ/θ_c .

Nota-se que o incremento do integrador torna o sistema instável a partir da inserção de um pólo em zero, como apresentado na Figura 135 (à direita). A resposta transitória para esta condição condiz com o que foi dito, assim como pode ser observado na Figura 136 (em amarelo – movimento decrescente exponencial).

Para o sistema de circuito fechado, o lugar das raízes não se distingue das demais características apresentadas anteriormente (apesar de surgirem algumas singularidades pontuais próximas a alguns pólos), com aumento considerável nos números de pólos e zeros, de modo que a sua figura correspondente ao lugar das raízes foi omitida. Todavia, a sua resposta transitória é apresentada em conjunto com as demais respostas (Figura 136 – em azul claro).

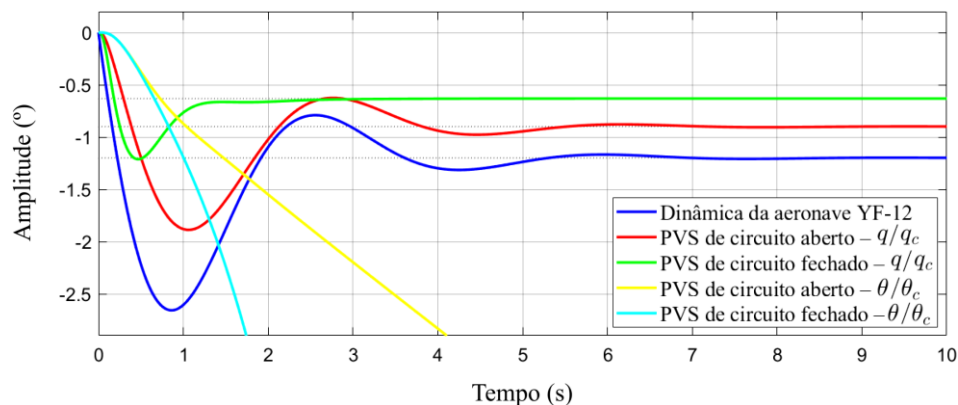


Figura 136 – Resposta transitória da dinâmica da aeronave YF-12 e da planta de controle do PVS B de circuito aberto e fechado para uma entrada do tipo degrau, considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c e de ângulo de atitude θ/θ_c .

Além disso, assim como foi feito para o PVS A, pode-se incrementar o modelo de atuador linear (Equação 345) ao SAS. Para ambos os casos, os resultados obtidos foram similares ou próximos aos apresentados (apesar do incremento de um pólo), de modo que o controle de taxa de

arfagem se manteve estável, tanto para o sistema de circuito aberto, quanto fechado e o controle de atitude, devido ao integrador, continua a ser instável.

Deste modo, a fim de não ter que representar cada um destes sistemas (e de seus respectivos gráficos sobre o lugar das raízes), somente a resposta transitória geral para todas essas condições é exposta na Figura 137. Salienta-se que as respostas para o incremento do atuador linear tiveram uma leve diferença sobre a situação anterior, de tal forma que a contribuição do atuador, em sua condição insaturada pouco interfere na estabilidade do sistema (em comparação aos demais elementos).

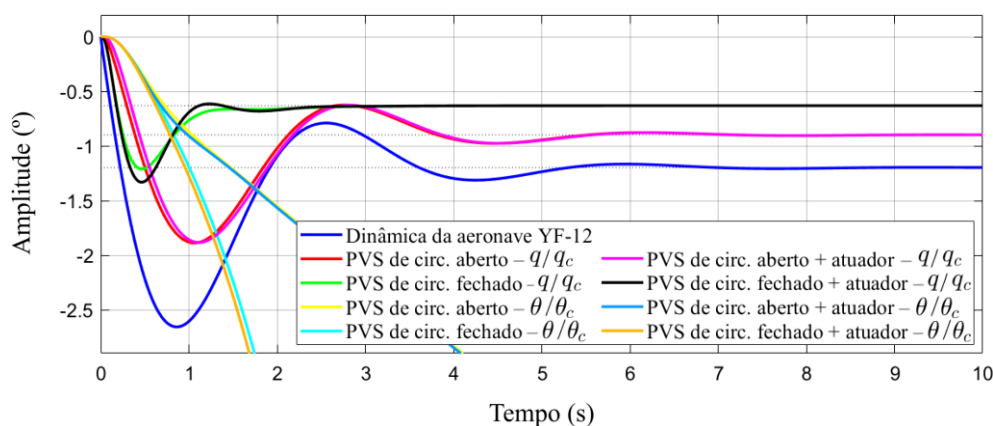


Figura 137 – Resposta transitória da dinâmica da aeronave YF-12 e da planta de controle do PVS B de circuito aberto e fechado para uma entrada do tipo degrau, incluindo o modelo de atuador linear e considerando o controle de taxa de arfagem q/q_c e de ângulo de atitude θ/θ_c .

6.3 Análise do critério OLOP

Os resultados obtidos para a aplicação do critério ponto de início de circuito aberto (OLOP) para o sistema piloto-veículo (PVS) A e B são apresentados a seguir. As simulações para ambos os cenários são discutidas separadamente, de modo que se possa compreender as características individuais de cada um dos sistemas, uma vez que o elemento limitador de taxa está presente no caminho de avanço (PVS A) e no caminho de realimentação de estado (PVS B).

6.3.1 Aplicação do critério OLOP para o PVS A

Os resultados da aplicação do critério OLOP ao PVS A são apresentados a seguir, dado que o PVS A (Aeronave tipicamente instável com lei de controle aumentada – Figura 103) foi simulado considerando os parâmetros informados na metodologia e segundo a representação de seus elementos de controle através das funções de transferência e da função descritiva para o elemento limitador de taxa (capítulo 3.3.2 – Equações 107, 108 e 109).

Assim como introduzido, o primeiro passo na aplicação do critério OLOP foi determinar o ganho do piloto, que para o PVS A, foi considerado um ganho de avanço $K_a = 13.68$, que é equivalente, mas não similar ao ganho simples do modelo do piloto, devido à ausência do circuito de realimentação (*feedback*). Nestas condições, a resposta de frequência de circuito fechado do sistema foi plotada em um diagrama de Bode em conjunto com a taxa máxima do limitador ($R = 60 \text{ rad/s}$ – linha em vermelho), ao qual foi encontrado a frequência de início do limitador de taxa de circuito fechado $\hat{\omega}_i = 5.08 \text{ (rad/s)}$, considerando o número de interações $n = 1000$.

Para a aplicação do critério OLOP, foi utilizado um modelo de atuador considerando apenas o RLE, semelhante à abordagem original, que é substituído pela função descritiva do limitador. Na Figura 138 é exposto o diagrama de Bode (incluindo a magnitude e a fase do sistema) para esta condição, considerando a tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_c .

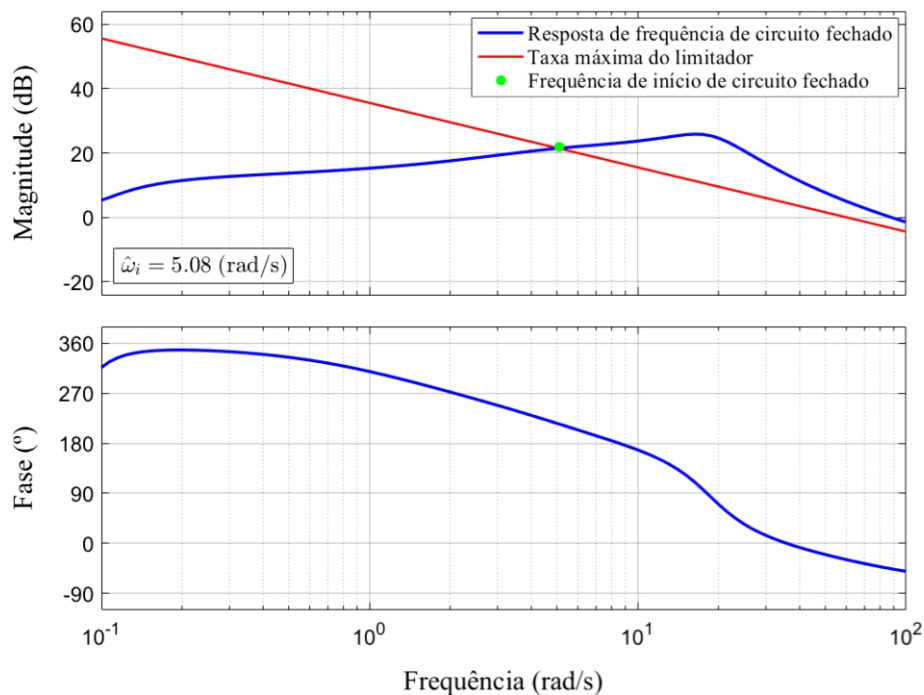


Figura 138 – Diagrama de Bode: Determinação da frequência de início de circuito fechado para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.

Como pode ser observado, esse resultado é condizente com as respostas obtidos por Duda (1995, p. 294 – Figura 107) e Gilbreath (2001, p. 2-8 – Figura 108). Para o PVS A, dado que o RLE está no caminho de avanço entre a lei de controle e a dinâmica longitudinal da aeronave, o critério OLOP pode ser resumido e simplificado a partir desta resposta, não necessitando da obtenção da função descritiva equivalente.

Destaca-se que esta simplificação é positiva no sentido de facilitar o uso do método e consequentemente da não obrigatoriedade da obtenção da função descritiva equivalente para o PVS, que devido aos cálculos das partes reais e imaginárias do sistema complexo (capítulo 3.4), possa ser uma tarefa complexa. Todavia, a obtenção da resposta de frequência linear de circuito aberto e da função descritiva equivalente para o sistema é obtida e para os quais as suas respostas podem ser vistas na Figura 139, uma vez que existe o interesse em estudar o comportamento do PVS e de observar o fenômeno de salto após o início da saturação.

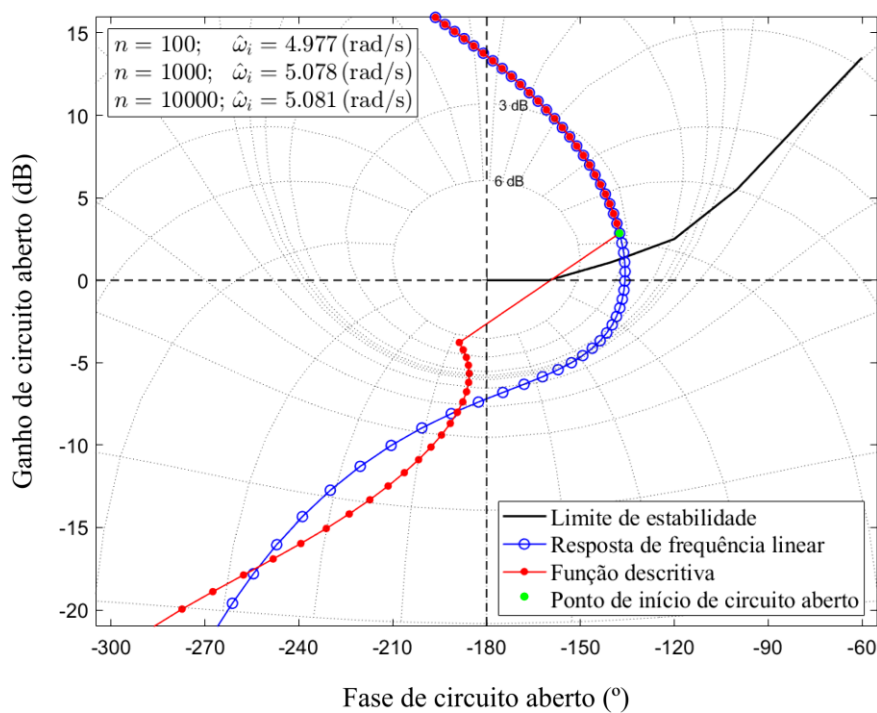


Figura 139 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto para o controle de taxa de arfagem q/q_c – PVS A.

Da Figura 139 é possível notar que a frequência $\hat{\omega}_i$ obtida do cruzamento entre a resposta de frequência linear de circuito fechado e a taxa de saturação do limitador é idêntica ao resultado encontrado no diagrama de Nichols ($\hat{\omega}_i = 5.081$ rad/s), de tal modo que a correlação entre ambos os gráficos (para o RLE no caminho de avanço) é válida.

Neste sentido, o método simplificado consiste em somente plotar o parâmetro OLOP na frequência $\hat{\omega}_i$ para a resposta de frequência linear de circuito aberto. Caso o ponto (OLOP) esteja acima do limite de estabilidade (como no caso do PVS A) é provável que o sistema apresente tendência à PIO e como o valor do ganho de avanço K_a pode ser considerado com uma condição de alto ganho, a suscetibilidade do PVS A à PIO de categoria II é evidente.

Ademais, evidencia-se que o método simplificado não é válido quando o RLE se encontra no caminho de realimentação, no sentido que a correlação direta entre a taxa de saturação do limitador não pode ser obtida durante o cruzamento com a resposta de frequência de circuito fechado, como no caso do PVS B, que será abordado a seguir.

6.3.2 Aplicação do critério OLOP para o PVS B

Para o PVS B (Aeronave YF-12 – Figura 104), o critério OLOP foi aplicado considerando ambas as tarefas de controle, dado os subsistemas incluídos para o controle de taxa de arfagem q_{SAS}/q_c e de ângulo de atitude θ/θ_c , que envolvem as funções de transferência da lei de controle, da dinâmica longitudinal da aeronave e do sistema de aumento de estabilidade (SAS).

Para o controle q_{SAS}/q_c , o modelo do piloto foi aproximado por um ganho de avanço K_a , dado que a entrada de comando de superfície de profundor iguala-se (diretamente) ao comando de taxa de arfagem. Para esta condição, foram propostos três valores de K_a , de modo que fosse possível avaliar o comportamento da função descritiva equivalente considerando o aumento do ganho na entrada do sistema.

Do mesmo modo que foi salientado anteriormente, o RLE por estar no caminho de realimentação impede que o método simplificado seja aplicado, dado que a correlação direta entre a resposta de frequência linear de circuito fechado com a taxa de saturação do limitador não possa ser obtida a partir do cruzamento entre as curvas em um diagrama de Bode. Neste sentido, foi necessário obter a função descritiva equivalente para o sistema prioritariamente, de tal modo que a frequência de início do limitador de taxa de circuito fechado $\hat{\omega}_i$ fosse obtida após o fenômeno de salto, que conseqüentemente expõe o momento de início da saturação do limitador.

Diferentemente do PVS A, a função descritiva do sistema não pode ser obtida a partir das equações 114 e 115, dado que a formulação apresentada foi desenvolvida para o cenário em que o RLE está no caminho de avanço. Posto isso, foi necessário realizar um processo de desenvolvimento “inverso” para compreensão do cálculo, de tal forma que fosse possível modificar as equações para a situação em que o RLE se encontra no caminho de realimentação.

Da formulação da resposta de frequência linear de circuito aberto, tem-se que o circuito para o controle de taxa de arfagem será aberto após o filtro de amortecimento de arfagem, de modo que o sistema de circuito aberto possa ser obtido a partir do cálculo em série da lei de controle da dinâmica dos atuadores, da aeronave e do SAS, desconsiderando as não linearidades. Além disso, destaca-se que o modelo do atuador e do SAS para a aplicação do critério OLOP é simplificado para sua condição original, que é composto somente pelas duas não linearidades.

Para a obtenção da função descritiva equivalente para o sistema, somente a taxa de saturação do limitador $\dot{\delta}_S = 15$ (°/s) foi considerada, uma vez que o método se propõe a encontrar o parâmetro OLOP perante a inclusão de somente uma não linearidade de limitação. Para a obtenção da função descritiva foi necessário considerar o sistema dentro do circuito de realimentação (fechado), dado que somente nestas condições o RLE pode ser avaliado.

Neste caso, a função descritiva foi modificada para eliminar (transformar – Anexo C) o circuito de realimentação para um diagrama equivalente, combinando (em cascata – série) as funções de transferência da lei de controle e da dinâmica longitudinal da aeronave como um subsistema agrupado Y_1 (Tabela 15) e o SAS como o subsistema Y_2 . Desta transformação, a expressão resultante foi substituída na Equação 114 e 115, tal que a função descritiva equivalente obtida por esse cálculo pode ser vista na Figura 140.

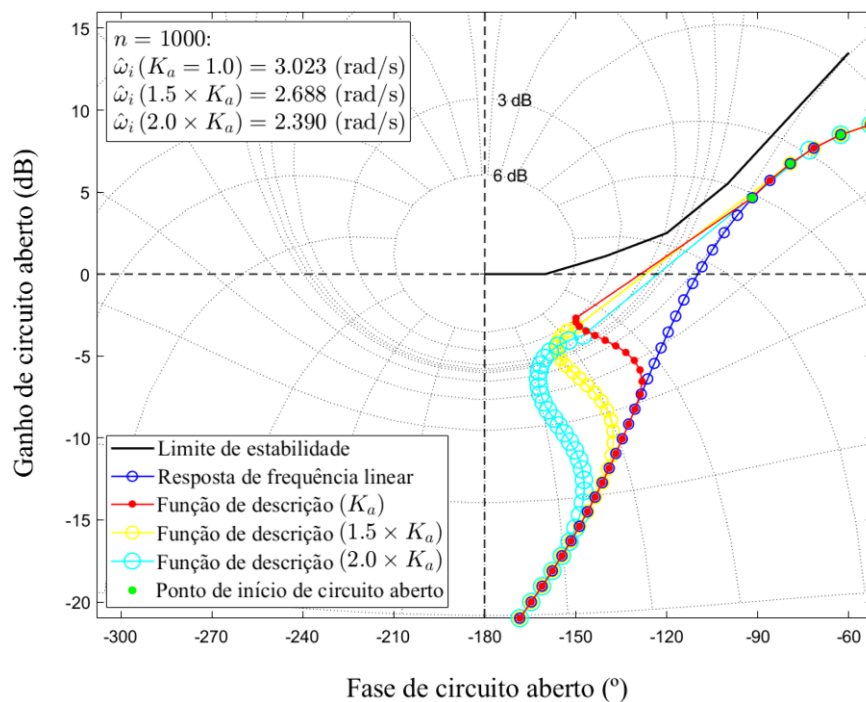


Figura 140 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto para o controle de taxa de arfagem q_{SAS}/q_c – PVS B.

Para um ganho de avanço $K_a = 1$, foi obtida a frequência de início $\hat{\omega}_i = 3.023$ (rad/s) e a resposta para demais valores ($K_a = 1.5$ e 2) podem ser vistas na Figura 140. Comparando este resultado com a resposta obtida por Duda (1995, p. 296 – Figura 111) é possível observar que a aplicação do critério OLOP para PVS B apresenta um alto grau de similaridade, tanto em correspondência a resposta de frequência, quanto em relação a função descritiva.

Deste resultado é possível observar que a função descritiva e a resposta de frequência linear não ultrapassam o ângulo de fase crítico de -180° , de tal modo que a tarefa de controle de taxa de arfagem q_{SAS}/q_c não está comprometida, dado que o parâmetro OLOP também está localizado abaixo do limite de estabilidade. Todavia, como será exibido para o controle de ângulo de atitude θ/θ_c , a influência do ganho do piloto pode tornar o sistema instável dependendo da magnitude de entrada K_p , que pode levar à má adaptação do PVS de circuito fechado.

Assim como foi proposto, o ganho puro (simples) do modelo do piloto foi obtido através da frequência de cruzamento ω_c , definida entre a interseção da resposta de frequência linear de circuito aberto na linha de 0 dB, considerando um ângulo de cruzamento $\phi_c = 125^\circ$. A obtenção da resposta de frequência linear de circuito aberto para a tarefa de controle de ângulo de atitude θ/θ_c foi obtida através do incremento do modelo do piloto e do integrador, abrindo o segundo circuito de realimentação, conforme a Figura 104.

Para o cálculo da função descritiva, foi possível obtê-la a partir de três modos: reaproveitando a função de transferência equivalente para o controle de taxa de arfagem q_{SAS}/q_c de circuito fechado, incluindo o modelo do piloto e o integrador (em cascata – série); movendo (e/ou intercalando) o integrador (ou o ponto “antes” para “depois”) para dentro do circuito (à esquerda), de maneira a combinar (em série) com a lei de controle + aeronave e inversamente ao circuito do SAS e/ou removendo o SAS do circuito de realimentação, de maneira a inclui-lo antes e após o cálculo do erro, que subsequente segue pelos demais cálculos, com o circuito de realimentação “limpo”, mas na presença “duplicada” do SAS.

Para ambas as formas de obter a função descritiva equivalente, os resultados demonstraram que a função resultante para todos os casos foi idêntica, apesar do cálculo da função descritiva ser diferente para cada uma destas maneiras, de acordo com a presença da não linearidade. Deste modo, o ganho do piloto pode ser inserido (e ajustado) para o ângulo de cruzamento $\phi_c = 125^\circ$ na linha de 0 (dB).

Nesta condição, o ganho do modelo do piloto $K_p = -0.5$ foi determinado considerando uma amplitude de entrada $\delta_{p_c} = 5.73^\circ$ e para os quais foram determinadas as frequências de cruzamento $\omega_c = 4.242$ (rad/s) e de início do RLE de circuito fechado $\hat{\omega}_i = 2.656$ (rad/s), de acordo com a Figura 141.

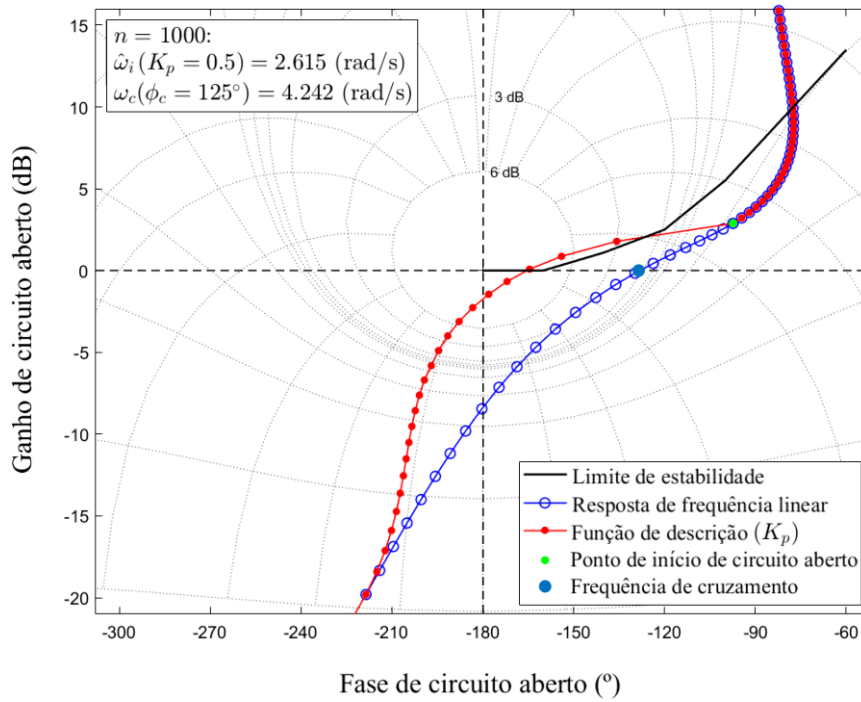


Figura 141 – Diagrama de Nichols: Resposta de frequência de circuito aberto para o controle de ângulo de atitude θ/θ_c – PVS B.

Assim como para os demais resultados obtidos da aplicação do critério OLOP, a resposta para o controle de atitude θ/θ_c é consistente ao ser comparada com Duda (1995, p. 296 – Figura 112), exceto pela pequena distinção entre o comportamento da função descritiva, que expõe um salto de menor amplitude, embora o parâmetro OLOP seja coincidente. Para um leve aumento no ganho do piloto, o ponto crítico (-180° , 0 dB) é atingível (condição instável).

6.4 Análise do controlador CISMCM

Os resultados da implementação do controlador baseado na lei de controle por modos deslizes com integrador condicional (CISMCM) para os sistemas A e B é discutida ao longo deste capítulo, que irá incluir a análise dos sinais de controle para as tarefas de taxa de arfagem q/q_c , de ângulo de atitude θ/θ_c e do comando e deflexão da superfície aerodinâmica de profundor. Do mesmo modo que foi feito para a análise da aplicação do critério OLOP, ambos os sistemas são avaliados separadamente.

6.4.1 Implementação do controlador CISMIC ao PVS A

O controlador CISMIC foi implementado ao PVS A (Figura 103) de acordo com a Figura 93 (e/ou Figura 94), para o grau relativo $\rho = 1$, correspondente a tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_c . O sistema formado entre a combinação do controlador CISMIC (em série e/ou cascata) com a planta de controle do PVS A pode ser visto na Figura 142, tendo em vista que o ganho de avanço $K_a = 13.68$ foi deslocado para a entrada do controlador, de modo a manter a mesma magnitude de entrada para o sistema original.

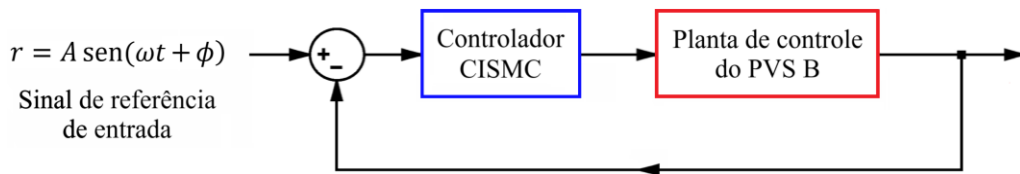


Figura 142 – Planta de controle formada pela implementação do controlador CISMIC ao PVS A.

Salienta-se que a planta de controle do PVS A está em circuito fechado (apresentando um circuito de realimentação negativo antes da entrada para o controlador CISMIC). Para esta condição, os parâmetros do controlador foram definidos para minimizar as distorções causadas pelos elementos do sistema e pela própria saturação, que induz atrasos de fase e degrada a resposta de circuito fechado.

Como a planta de controle do PVS A é originalmente suscetível à PIO, para as condições impostas (antes da imposição do controlador CISMIC), tanto a frequência ω e a amplitude de entrada A do sinal comandado, quando a taxa máxima do limitador R foram mantidas, de modo que as simulações possam ser comparadas (Figuras 113 e 114 – capítulo 5.5.1) aos resultados obtidos para a implementação do controlador CISMIC.

Para o PVS A, foram estabelecidos os valores para os parâmetros do controlador CISMIC (Equação 329) iguais à $k_c = 4$, $k_0 = 1$ e $\mu = 25$, referentes aos ganhos do controlador, do integrador condicional e da espessura da camada limite, a fim de manter uma regulação ideal da tarefa e garantir um nível adequado de controle sem que ocorra a saturação dos atuadores.

O ganho do controlador k_c foi ajustado de modo a manter uma boa correspondência entre o sinal comandado e da resposta obtida perante a execução da tarefa, considerando um valor abaixo do regime totalmente saturado do atuador, com uma espessura de camada limite μ que minimiza a degradação dos sinais e com um ganho para a variável integral condicional k_0 que foi mantido igual à 1.

Nas Figuras 143 e 144 são expostos os resultados obtidos para as simulações com e sem a implementação do controlador, considerando uma frequência variável $\omega = 4$ a 6 (rad/s). Para a Figura 143, a planta de controle do PVS A foi simulada similarmente as condições expostas por Duda (1995, p. 295 – Figura 113), de maneira que fosse possível obter resultados próximos ao que foram encontrados inicialmente.

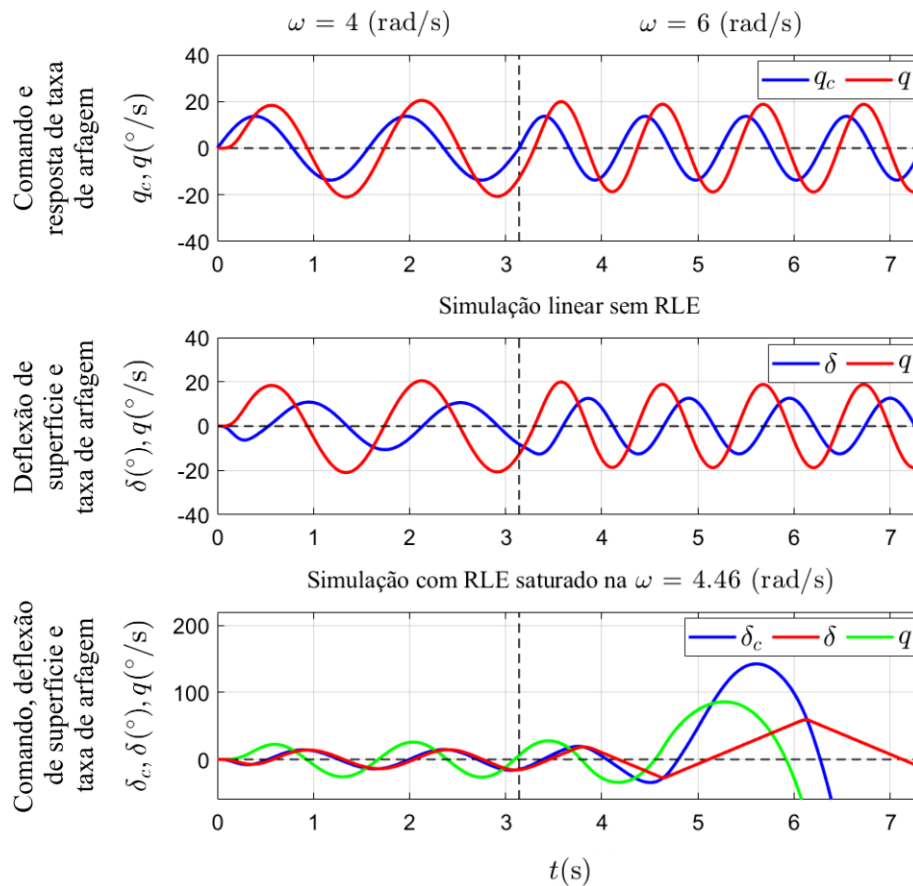


Figura 143 – Análise no domínio do tempo para o PVS A original, considerando uma frequência variável $\omega = 4$ a 6 (rad/s).

Ao comparar os resultados (Figura 113 e 143), é possível notar que as respostas foram coincidentes, dado a ausência do elemento limitador de taxa (RLE) para o comando e resposta de taxa de arfagem (q_c e q), assim como perante a deflexão de saída da superfície aerodinâmica δ . Para o incremento do RLE (terceiro gráfico da Figura 113 e 143), a condição de saturação é nítida, que se inicia poucos segundos ($t \approx 4$ s) após a transição entre frequências (3.14 s).

Para esta condição, foi preferível utilizar uma frequência constante $\omega = 4.46$ (rad/s) ou uma frequência variável até $\omega = 4.65$ (rad/s), ao invés de uma frequência que oscila de 4 a 6 (rad/s), dado que nesta condição a saturação ocorre prematuramente ao que foi exposto (na

Figura 113). A priori, a condição de instabilidade devido à saturação para PVS A ocorre a partir da frequência $\omega \cong 4.46$ (rad/s), que é inferior a frequência de início $\hat{\omega}_i$ obtida anteriormente (5.08 rad/s).

De maneira geral, um dos motivos para a redução da frequência de início do limitador está relacionado a introdução do modelo do atuador, que inclui a frequência de largura de banda ω_A (ou o ganho do atuador K_A) e o integrador, em circuito fechado, que se difere do caso original, onde consta somente o RLE. Inevitavelmente, a adição do modelo do atuador modifica as curvas de resposta de frequência linear e da função descritiva equivalente, de modo que a ordem da equação característica foi aumentada, ocasionando a diminuição da frequência $\hat{\omega}_i$, dado que o fenômeno de salto (início da saturação) ocorre mais “rapidamente”.

Foram feitos alguns testes simples em relação a esta condição, de modo que o incremento do modelo do atuador fosse incluído na análise, todavia, destaca-se que o RLE estando em circuito fechado impede que o cálculo da função descritiva seja feito diretamente pelo uso das equações anteriores (Equação 114 e 115), uma vez que a contribuição da não linearidade de limitação ocorre dentro do caminho de realimentação (Figura 69).

Desconsiderando esta condição e avaliando um modelo do atuador linear e em circuito fechado, combinado a dinâmica da aeronave (através do critério OLOP), foi possível encontrar uma frequência de início para o limitador de taxa $\hat{\omega}_i \cong 4.3$ (rad/s). De certa forma, essa pequena diferença (entre a resposta obtida para o critério OLOP e para a simulação do sistema PVS A ao comando de um sinal de entrada senoidal) deve-se a ausência do cálculo do RLE dentro do circuito de realimentação para o modelo do atuador. Além disso, caso a largura de banda do atuador ω_A seja aumentada, mantendo a taxa de saturação do limitador igualmente ao caso estudado, tem-se que a frequência $\hat{\omega}_i$ será diminuída.

Ainda sobre a Figura 143, nota-se que abaixo da frequência $\omega = 4.46$ (rad/s), o sistema se mantém “estável”, de modo que o atraso e a diferença de amplitude são decorrentes do regime linear e que a partir da ultrapassagem desta frequência o sistema se torna instável, percebido pelo colapso entre os sinais de resposta/comando de taxa de arfagem q/q_c e de superfície δ/δ_c após aproximadamente 4 (s) da simulação. Após este período, a instabilidade e a degradação do sistema aumentam rapidamente, de modo que o atraso de fase e a amplitude dos sinais atingem altos valores em um curto período de tempo, colocando em risco o controle da tarefa (que possivelmente vem a falhar, devido a perda de estabilidade).

Para o controlador CISMCM, os sinais foram mantidos estáveis ao longo de todo o período (0 a 7.3 s), mesmo na condição em que a saturação foi exibida. Da Figura 144 é possível observar que a tarefa de controle para a taxa de arfagem q/q_c foi atingida sem atrasos, considerando a mesma frequência variável de 4 a 6 (rad/s). Diferentemente da simulação para o modelo original, todos os três gráficos foram desenvolvidos para mesma faixa de frequência, de tal forma que o controlador CISMCM conseguiu suportar e atenuar o aumento de frequência.

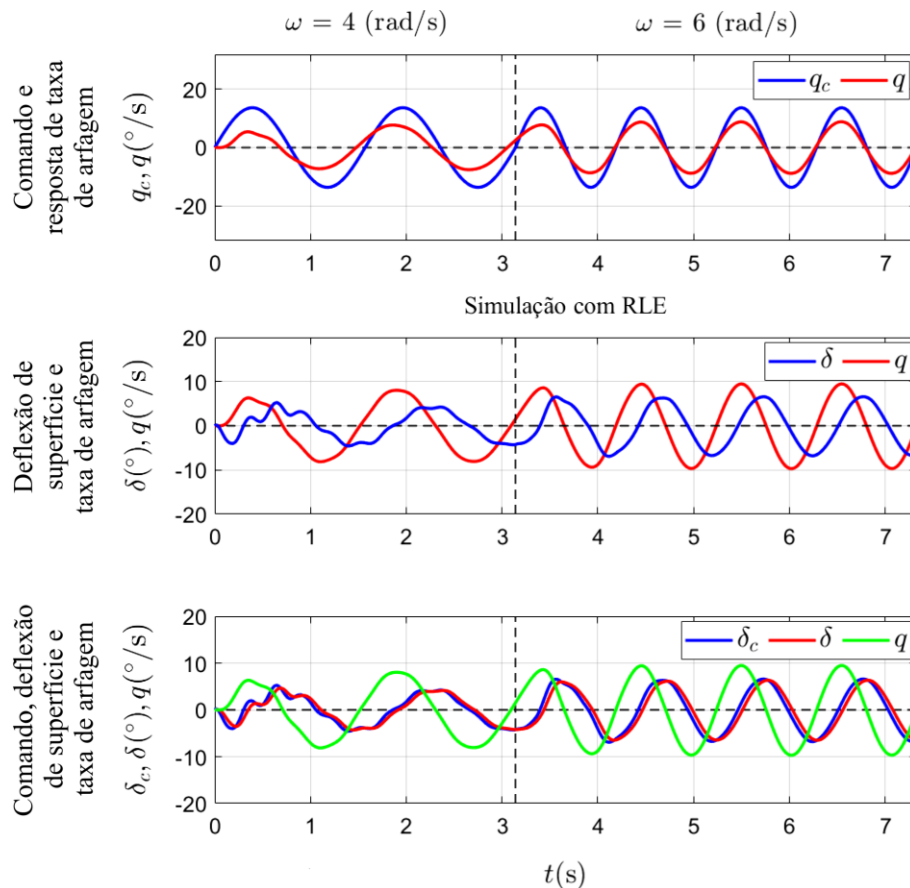


Figura 144 – Análise no domínio do tempo para o PVS A considerando a implementação do controlador CISMCM na frequência variável $\omega = 4$ a 6 (rad/s).

Como pode ser visto (Figura 144), não houve nenhuma anormalidade após a transição de frequência (a não ser o aumento de ciclos, que é esperado), uma vez que o PVS foi mantido estável durante todo o tempo de simulação. Todavia, destaca-se que nos segundos iniciais existe uma pequena perturbação (período de ajuste) resultante do regime transiente.

Deste resultado, destaca-se que a resposta obtida para o controlador CISMCM pode ser otimizada aumentando o valor do ganho constante do controlador k_c , contudo, isso ocasiona um aumento na degradação da resposta, que deve ser compensado pela espessura da camada limite

μ , até que o valor limite entre o estado saturado do atuador e a máxima regulação alcançável para a tarefa seja atingida.

Ademais, pode-se observar que foi necessário a imposição de uma grande espessura para a camada limite μ , de modo que fosse possível evitar quaisquer irregularidades na resposta, dado a contribuição dos elementos do sistema, da saturação e do termo diferencial (que diminui os atrasos, mas consequentemente, perturba o sinal). De fato, é possível atingir valores bem menores para μ caso o termo diferencial seja evitado, todavia, ressalva-se que o termo derivativo melhora consideravelmente a estabilidade e reduz o atraso de tempo.

Para esta hipótese, o PVS A foi simulado de acordo com os parâmetros propostos para a tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_c , considerando a implementação do controlador, mas com a ausência do termo diferencial, conforme os resultados exibidos na Figura 145. Desta figura, nota-se que o atraso de fase para a tarefa não foi atenuado, em comparação a Figura 144, contudo ainda foi possível manter a estabilidade do sistema. Para este caso, a espessura da camada limite μ pode ser reduzida em quatro vezes do seu valor adotado anteriormente ($\mu = 7.25$).

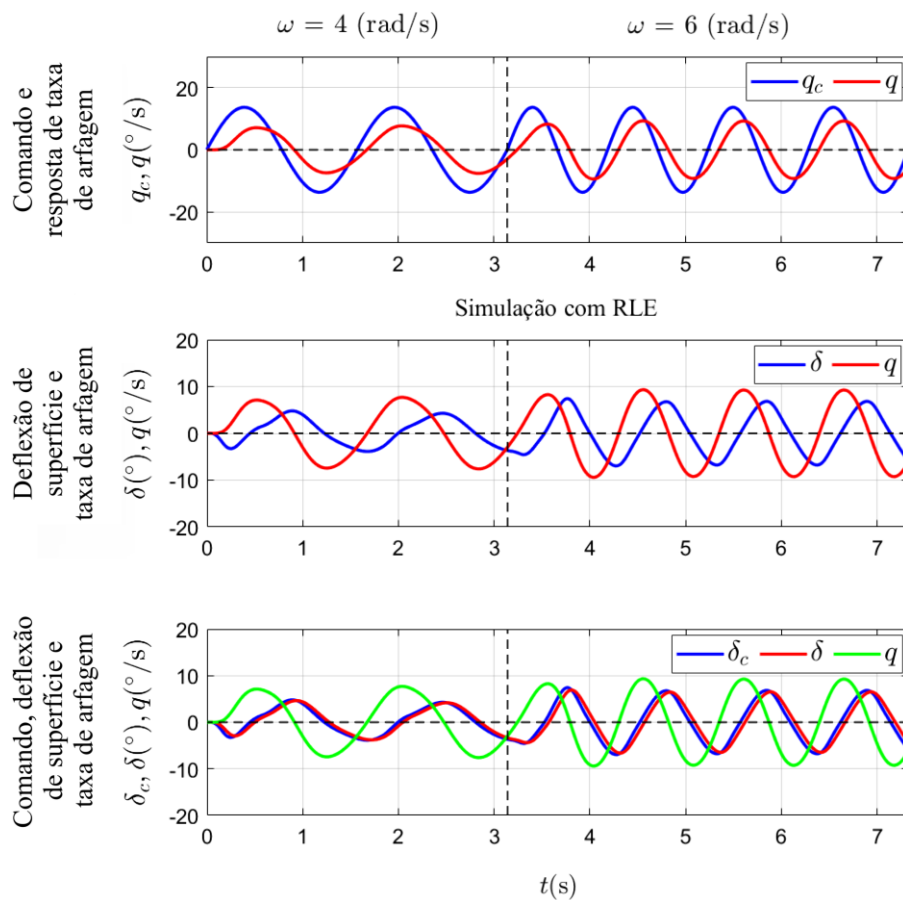


Figura 145 – Análise no domínio do tempo para o PVS A considerando a implementação do controlador CISMIC e a ausência do termo diferencial na frequência variável $\omega = 4$ a 6 (rad/s).

Além destes resultados, que foram desenvolvidos em função das respostas obtidas por Duda (1995, p. 295 – Figura 113), a planta de controle para o PVS A também foi simulada nos aspectos propostos por Gilbreath (2001, p. 2-8), dado a proposta de comparar a tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_c e o comando e a resposta da superfície δ/δ_c nas faixas de frequência abaixo e acima da frequência de início $\hat{\omega}_i$. Para esta condição, o PVS A foi simulado para as frequências constantes $\omega = 4.46$ e 4.47 (rad/s), tal que fosse possível observar o comportamento antes e depois da saturação.

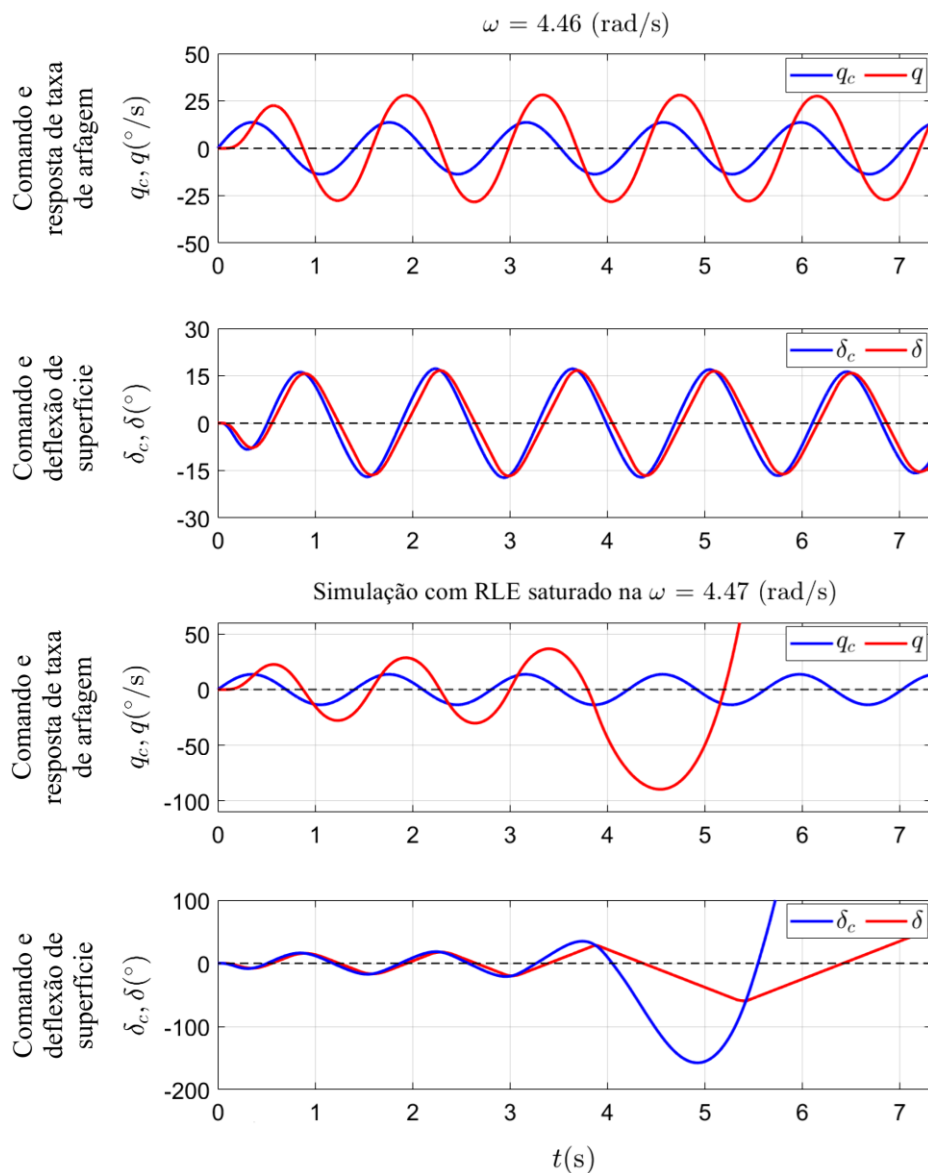


Figura 146 – Análise no domínio do tempo para o PVS A original, considerando as frequências constantes $\omega = 4.46$ e 4.47 (rad/s).

Na implementação do controlador CISMIC, foi preferível manter a maior frequência na faixa de 6 (rad/s), de modo a demonstrar que a técnica possui a capacidade de lidar com a planta

de controle do PVS A em um regime mais exigente. Além disso, foi incluído na análise o aumento do ganho de avanço $K_{a1} = 13.68$ e $K_{a2} = 20$, de maneira a considerar uma entrada de magnitude maior. Nas Figuras 146 e 147 são exibidos os resultados obtidos para simulação com e sem a implementação do controlador CISMCM.

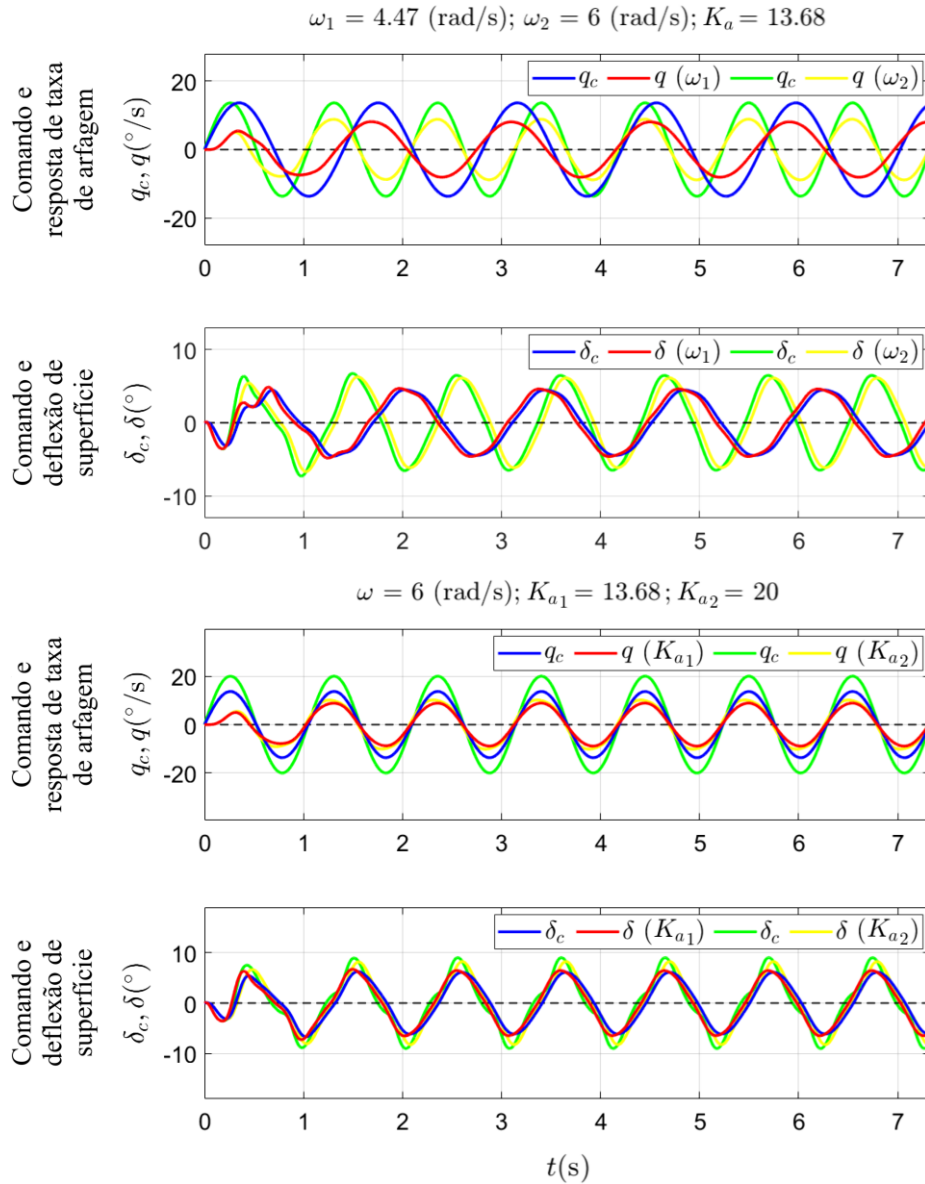


Figura 147 – Análise no domínio do tempo para o PVS A considerando a implementação do controlador CISMCM nas frequências contantes $\omega = 4.47$ e 6 (rad/s).

Da Figura 146, nota-se que os sinais de controle para a tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_c expuseram um comportamento similar ao que foi obtido por Gilbreath (2001, p. 2-14 – Figura 114), considerando que a frequência de início $\hat{\omega}_i$, devido a inclusão do modelo do atuador foi inferior ao que foi encontrado para o critério OLOP (como foi comentado antes).

Para a frequência $\omega = 4.46$ (rad/s), o PVS A manteve-se na faixa operacional linear, e a partir de um pequeno incremento na frequência (4.47 rad/s) a condição totalmente saturada do RLE foi atingida. Assim como para a Figura 143, após a saturação, o sistema torna-se instável em poucos segundos, com perda evidente de estabilidade, dado o aumento expressivo de amplitude e do atraso de fase, que leva o PVS A ao colapso.

A Figura 147 expõe os resultados obtidos para a implementação do controlador CISMIC, onde é possível observar a diminuição da amplitude e do atraso de fase, uma vez que as respostas foram estáveis e mantidas em níveis aceitáveis, evitando a saturação completa do RLE, mesmo nas condições em que a frequência e o ganho de avanço são aumentados.

Como pode ser visto, a correspondência entre o comando e a resposta de taxa de arfagem é coincidente, dado que o atraso de fase é pequeno. Para esta condição, tem-se que o comando do piloto e a resposta da superfície aerodinâmica são simultâneos (ou tão próxima quanto possível), de modo que a condição para a tendência à PIO é atenuada. Para o aumento da frequência e do ganho de avanço, o comportamento das respostas (para ambos os casos) foi mantido, exibindo que o controlador CISMIC foi capaz de lidar com o PVS A em condições mais rigorosas.

Além destas análises, que envolveram os elementos de controle do PVS A, também foi proposto a avaliação dos sinais de controle do controlador CISMIC, de modo que fosse possível analisar o seu comportamento durante o processo de regulação da planta de controle do PVS A. Na Figura 148 são expostos os gráficos de algumas das variáveis de controle do controlador CISMIC (Figura 94), que incluem os sinais dos erros de regulação (e_r e $\dot{e}_r$), da variável integral condicional (σ e $\dot{\sigma}$) e do controle insaturado e saturado (u_{INS} e u_s – ligados a entrada e a saída do sistema *anti-windup*).

Como pode ser visto, após os segundos iniciais, relacionados ao regime transiente, o comportamento das respostas tende a convergir para o equilíbrio estável (nas condições impostas) e os termos derivativos ($\dot{e}$ e $\dot{\sigma}$) retratam a condição em que o atraso de fase é diminuído, de tal forma que os sinais tendem a ser mais perturbados. Dos sinais de controle do circuito de realimentação do sistema *anti-windup* (u_{INS} e u_s), tem-se a exposição da característica da função saturação aplicada ao regime de controle saturado, que impede que os sinais acima de uma devida taxa sejam ultrapassados.

Aqui, evidencia-se que a função saturação (associada a não linearidade) é aplicada de uma forma benéfica a lei de controle, uma vez que a própria saturação do RLE não é indesejável, dado que a imposição de condições de contorno físicas e digitais para os sistemas de controle são necessárias, mas que ocasionam certamente a degradação da resposta.

Desde modo, a não linearidade de limitação, assim como outras (ex. pré-carga) podem (e devem) ser empregadas aos sistemas de controle, mas com sua devida cautela, já que devido ao ser caráter não linear, a atenção sobre os seus efeitos desencadeantes deve ser redobrada, uma vez que os seus efeitos podem tornar os sistemas suscetíveis a instabilidades e no caso das aeronaves, à PIO.

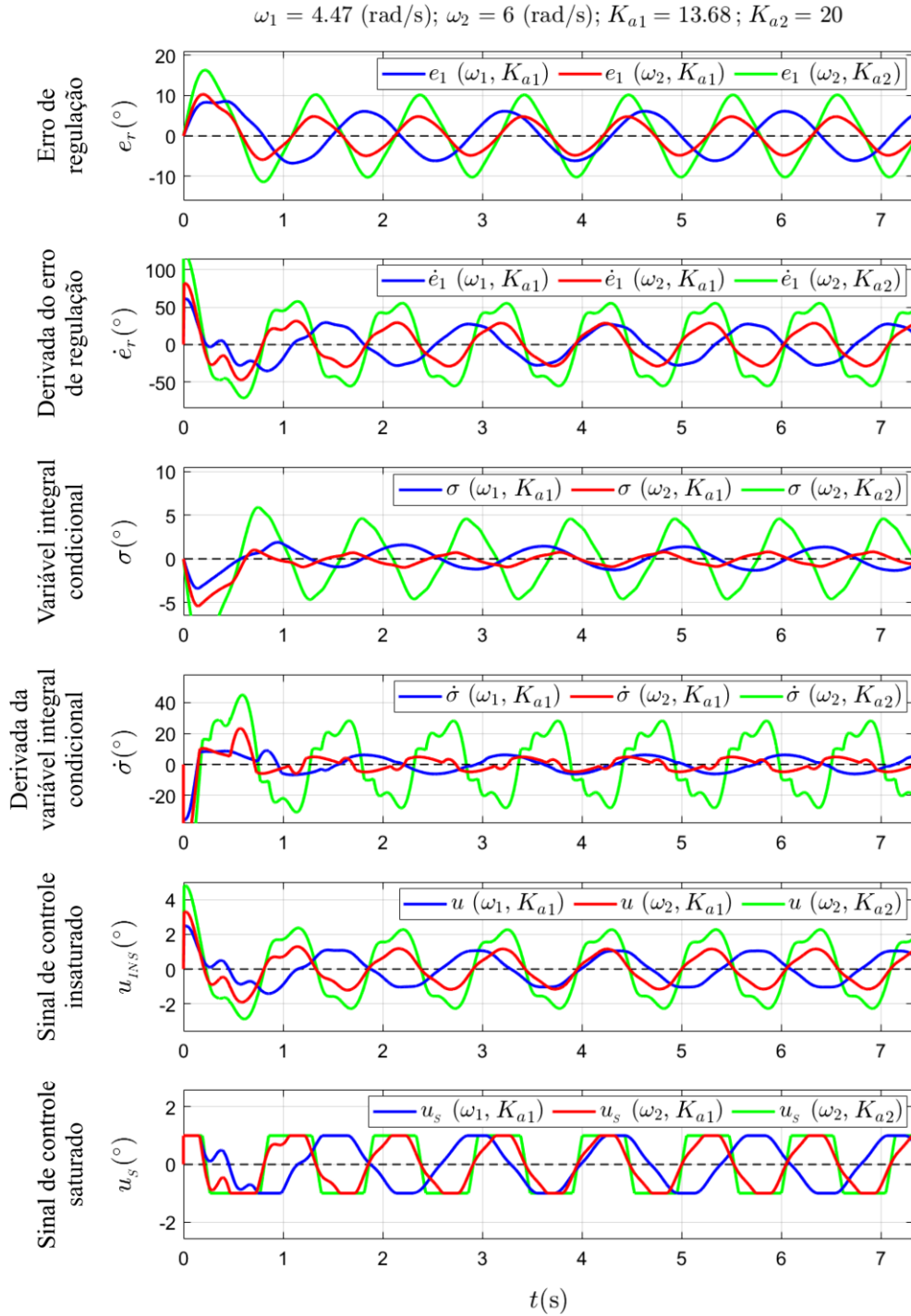


Figura 148 – Análise no domínio do tempo para o controlador CISMIC implementado ao PVS A.

6.4.2 Implementação do controlador CISMIC ao PVS B

Para a planta de controle do PVS B, o controlador CISMIC foi implementado de maneira similar ao que foi proposto para o PVS A, exceto pela ausência do ganho de avanço K_a , de modo que não foi necessário deslocar nenhum dos parâmetros do sistema. Neste caso, o modelo do piloto continua acoplado ao PVS B, dentro do circuito de realimentação, que inclui (em série) a tarefa de controle de taxa de arfagem q/q_s e o integrador, dado a tarefa geral de controle de ângulo de atitude θ/θ_c .

Na Figura 149 exibe-se o descritivo simplificado para a planta de controle formada entre o controlador CISMIC e o PVS B, salientando que cada um destes modelos pode ser observado detalhadamente nas Figuras 94 e 104.

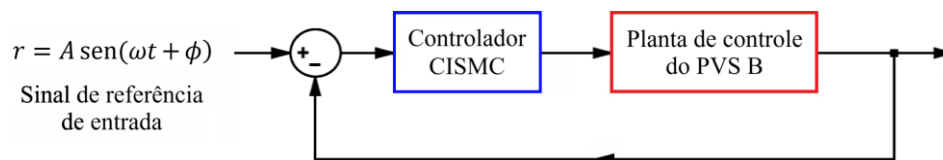


Figura 149 – Planta de controle formada pela implementação do controlador CISMIC ao PVS B.

Para o PVS B, os parâmetros do controlador CISMIC foram estabelecidos para os valores $k_c = 2$, $k_0 = 1$, $k_1 = 1$ e $\mu = 18$, considerando as mesmas condições do sistema original, aplicado a um sinal senoidal de amplitude $A = 5.73$ ($^\circ$) entre as frequências constantes e variáveis $\omega = 2.8$ a 4 (rad/s), com taxa de saturação do limitador $\dot{\delta}_s = 15$ ($^\circ$ /s) e de posição $\delta_p = 6.5$ ($^\circ$).

O modelo do piloto foi estabelecido para um alto ganho $K_p = -1$, valor este que foi aumentado em relação ao ganho do piloto obtido pelo critério OLOP ($K_p = -0.5$), dado que foi de interesse avaliar o PVS B para uma condição mais exigente. Ademais, ambas as condições para o modelo do piloto foram simuladas, contudo, para um ganho do piloto maior, as amplitudes e os efeitos da saturação são melhor evidenciados.

Os resultados obtidos para o PVS B com e sem a implementação do controlador CISMIC são exibidos nas figuras a seguir, considerando as tarefas de controle de ângulo de atitude θ/θ_c , do comando de superfície aerodinâmica de profundor e em relação aos sinais de entrada e saída do sistema de aumento de estabilidade (SAS).

Para a simulação do sistema original, conforme a Figura 150, os resultados exibem que o comportamento das respostas tende a ser manter estável apesar do atraso de fase entre o comando do piloto e da resposta da aeronave serem altos. Nesta frequência, a faixa de operação do elemento

elemento limitador de taxa (RLE) está próximo à saturação, como é evidenciado através do SAS, mas que ainda apresentada uma resposta no formato senoidal (diferentemente da faixa totalmente saturada, que é enaltecida pelo comportamento triangular).

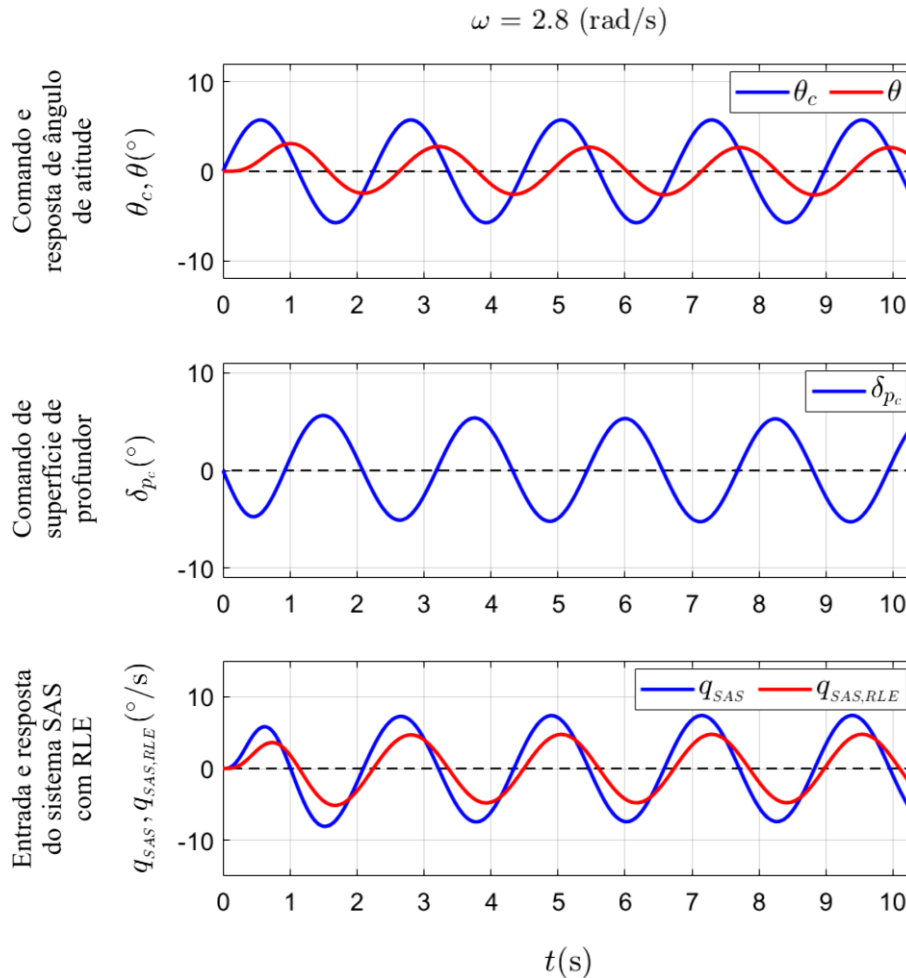


Figura 150 – Análise no domínio do tempo para o PVS B original, considerando uma frequência constante $\omega = 2.8 \text{ (rad/s)}$.

Em comparação a resposta obtida por Duda (1995, p. 297 – Figura 116), duas questões podem ser evidenciadas: o sinal de comando está invertido e a resposta é cessada após 6 (s). A questão sobre a inversão dos sinais está correlacionada a amplitude de entrada, que foi simulada por Duda (1995) a partir de um comando de superfície ($\delta_{pc} = A$) de sinal oposto. Essa condição não afeta a análise, dado que os limites de taxa e posição são simétricos, e para os quais o comportamento da resposta se mantem (só que espelhado no eixo longitudinal). As simulações poderiam ter sido feitas para uma amplitude negativa, mas foi optado em manter o sinal similar ao que foi aplicado ao PVS A.

Sobre a transição de frequências entre 2.8 (rad/s) a zero, foi por escolha própria que a análise fosse feita a partir de um sinal constante ao invés da condição em que o sinal é cessado, dado que a troca de frequências, quando não suavizada (por algum meio ou processo) introduz uma descontinuidade no ponto de transição, que degrada consideravelmente a resposta. Como o interesse principal foi avaliar o RLE (e o controlador CISMIC) na condição saturada, optou-se por manter a entrada do sinal constante, de modo a evitar a introdução de quaisquer outros elementos (fora os do próprio sistema de controle original e do modelo do atuador) que prejudicassem a integridade do sinal a ser controlado.

Todavia, o PVS B também foi simulado para uma amplitude de entrada negativa e com o cessar do sinal após 6 (s), que foi ajustado ao instante em que a degradação entre a troca de frequência é amenizada. Os resultados para essa simulação podem ser vistos na Figura 151.

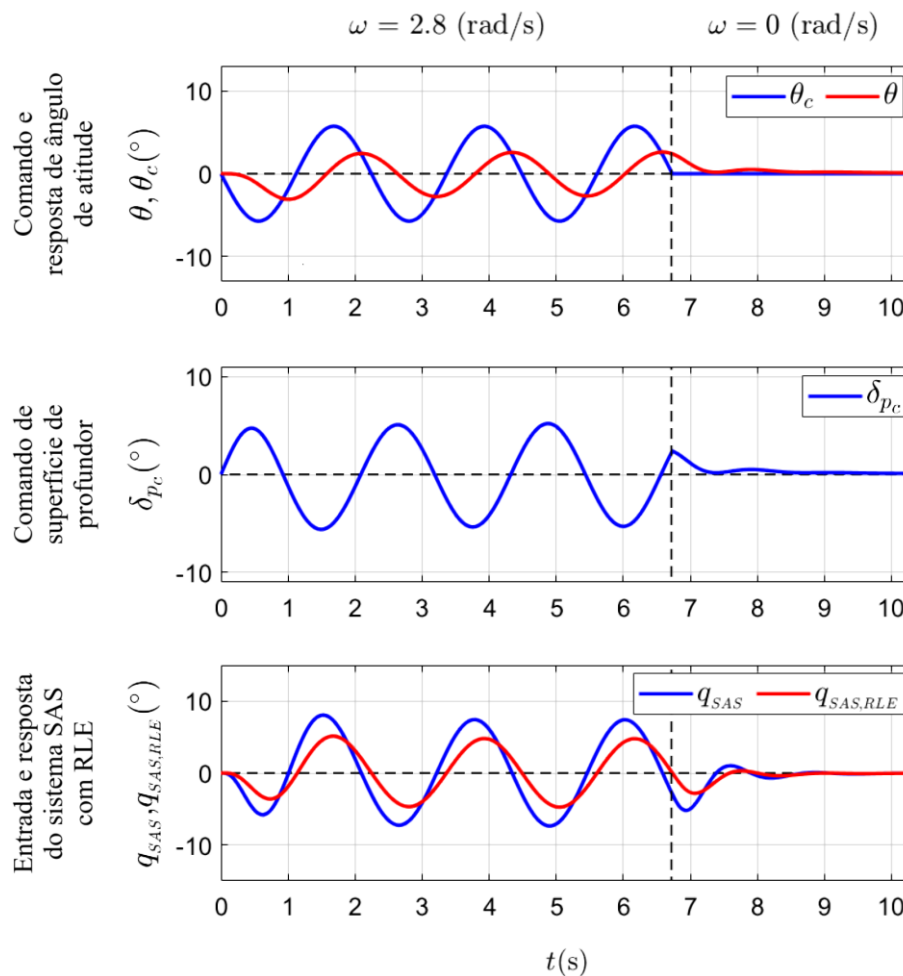


Figura 151 – Análise no domínio do tempo para o PVS B original, considerando uma frequência variável $\omega = 2.8$ a 0 (rad/s).

Deste gráfico (Figura 151) é possível observar que a transição entre as frequências foi levada alguns segundos à frente do período estabelecido (6.73 s), de modo a “suavizar” a troca, assim como o resultado de Duda (1995, p. 297 – Figura 142) “indica” fazer. Para este caso, a estabilidade do PVS B não é comprometida, uma vez que a frequência não ultrapassa a condição em que o RLE é saturado. Ao comparar esta resposta com a Figura 150, nota-se que o atraso de fase se manteve similar ao que foi obtido para frequência constante, apesar da inversão de sinais.

Para a implementação do controlador CISMIC, os resultados obtidos são expostos na Figura 152, considerando a frequência constante de entrada $\omega = 2.8$ (rad/s). Além disso, o ganho do controlador k_c foi proposto em duas faixas de magnitude, mantendo os demais parâmetros constantes. Das respostas obtidas, é possível observar que foi possível realizar a tarefa de controle de ângulo de atitude θ/θ_c sem atrasos, mas com uma amplitude do ângulo de arfagem reduzida, devido aos requisitos de controle dos elementos do sistema que não permitem um aumento no ganho sem que a saturação do RLE seja promovida.

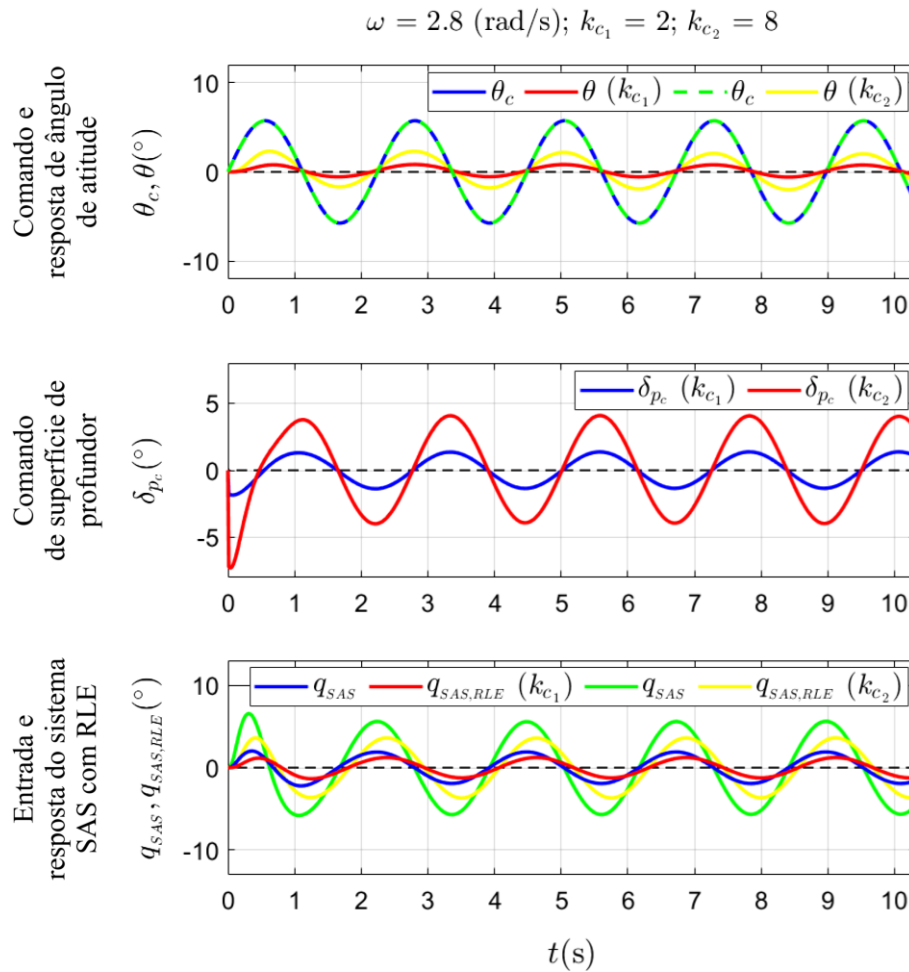


Figura 152 – Análise no domínio do tempo para o PVS B considerando a implementação do controlador CISMIC na frequência constante $\omega = 2.8$ (rad/s).

Como pode ser notado, a resposta do sistema original apresenta uma amplitude menor para o controle de ângulo de atitude, uma vez que os elementos do sistema atenuam o sinal ao longo do circuito de controle, de tal forma que haverá um equilíbrio entre a faixa ideal (disponível) de largura de banda que o piloto possa utilizar, tendo em vista a deterioração da resposta e a máxima precisão alcançável.

Na situação em que o ganho do controlador k_c é aumentado (de $k_{c1} = 2$ a $k_{c2} = 8$) é possível observar a melhora na correspondência entre os sinais de entrada e saída do sistema, mas que é limitado até um dado valor. Além disso, como o PVS B foi simulado para uma frequência mais alta, buscou-se manter o ganho em um faixa mais baixa do que poderia ser aplicado. Além destas questões, uma outra observação que deve ser evidenciada é que o comando de superfície de profundor e dos sinais do SAS sofrem uma redução no comprimento dos sinais nos instantes iniciais da simulação, que faz parte do regime de ajuste e de recuperação do sinal integrado.

Para a frequência constante $\omega = 4$ (rad/s), a condição de saturação do RLE é completamente atingida, de modo que o SAS é saturado para o caso original. Neste cenário, o comando e a resposta de ângulo de atitude exibem um grande atraso de fase, ao ponto de os sinais de controle serem invertidos, tornando a tarefa instável e suscetível à PIO, conforme a Figura 153.

Desta figura, salienta-se que a amplitude da resposta de saída chegou a ser ultrapassada pela entrada de comando, de tal modo que a resposta do piloto durante esse estágio proporciona um aumento (e/ou diminuição) na deflexão da superfície aerodinâmica. Neste sentido, o piloto tende a ser surpreendido pelo aumento (ou redução) da resposta e pela diferença de fase, que reduz o ganho efetivo e a margem de estabilidade. O piloto, na busca por atenuar (compensar) a instabilidade do PVS pode autossustentar a oscilação inadvertida, que em um curto período de tempo, pode levar o sistema ao colapso, resultando na perda de controle de voo.

Como mencionado anteriormente (capítulo 2.4), uma das formas de suprimir essa situação é diminuir o ganho do piloto, mas que devido a fase e o estágio de voo da aeronave, essa proposição pode ser inaplicável. Ademais, é importante destacar que a aeronave YF-12 é um caça-interceptor de alta velocidade (acima de 3600 km/h), portanto, quaisquer manobras, por menores que sejam, tendem a um efeito drástico na mudança de trajetória.

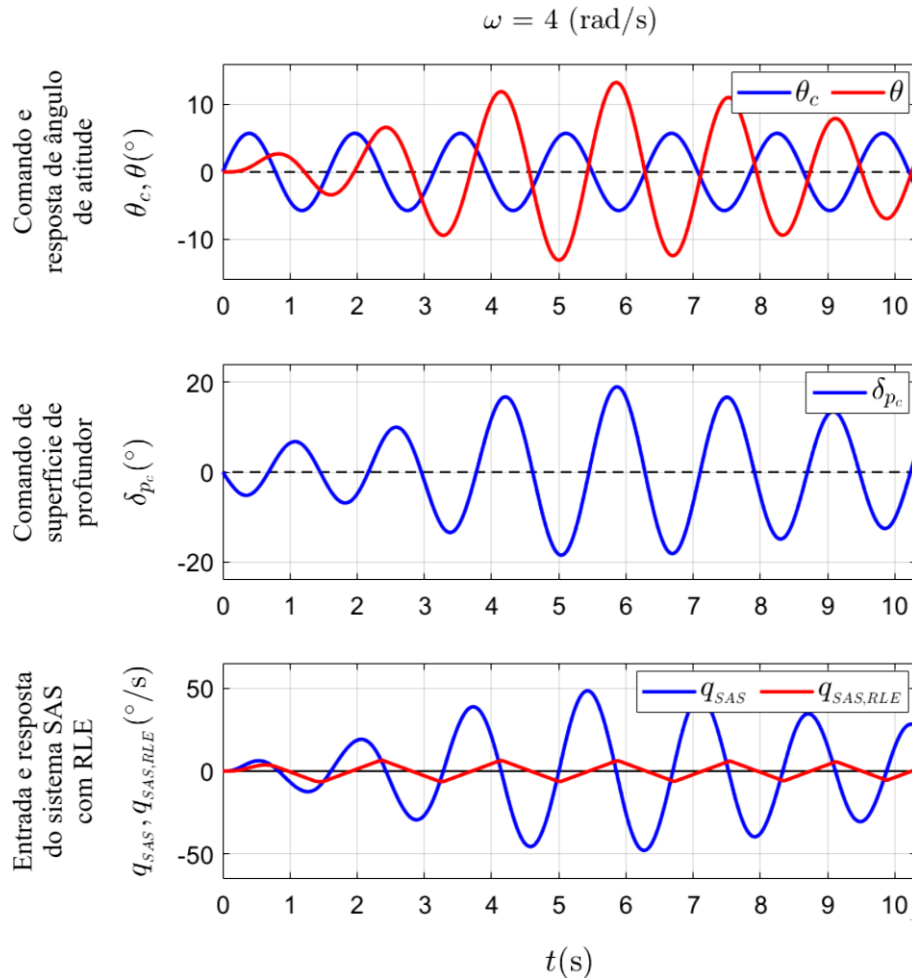


Figura 153 – Análise no domínio do tempo para o PVS B original, considerando uma frequência constante $\omega = 4 \text{ (rad/s)}$.

Similar ao que foi proposto, o PVS B foi simulado para a frequência variável de 2.8 a 4 (rad/s) e as respostas obtidas podem ser vistas na Figura 154, de maneira que fosse possível comparar os resultados com o que foram obtidos por Duda (1995, p. 297 – Figura 116). A princípio, a única condição que se distingue foi que o comando de atitude foi mantido, ao invés de ser cessado após a transição de frequências (6 s), dado que foi de interesse mantê-lo ativo para expor a condição exposta na simulação anterior ($\omega = 4 \text{ rad/s}$).

Após o intervalo de transição, é possível observar que a descontinuidade entre as curvas foi amenizada no instante de 6 (s) e que o seu comportamento instável após o aumento de frequência ocasionou um aumento do atraso, da diferença de fase, seguido pelo comportamento completamente saturado do SAS.

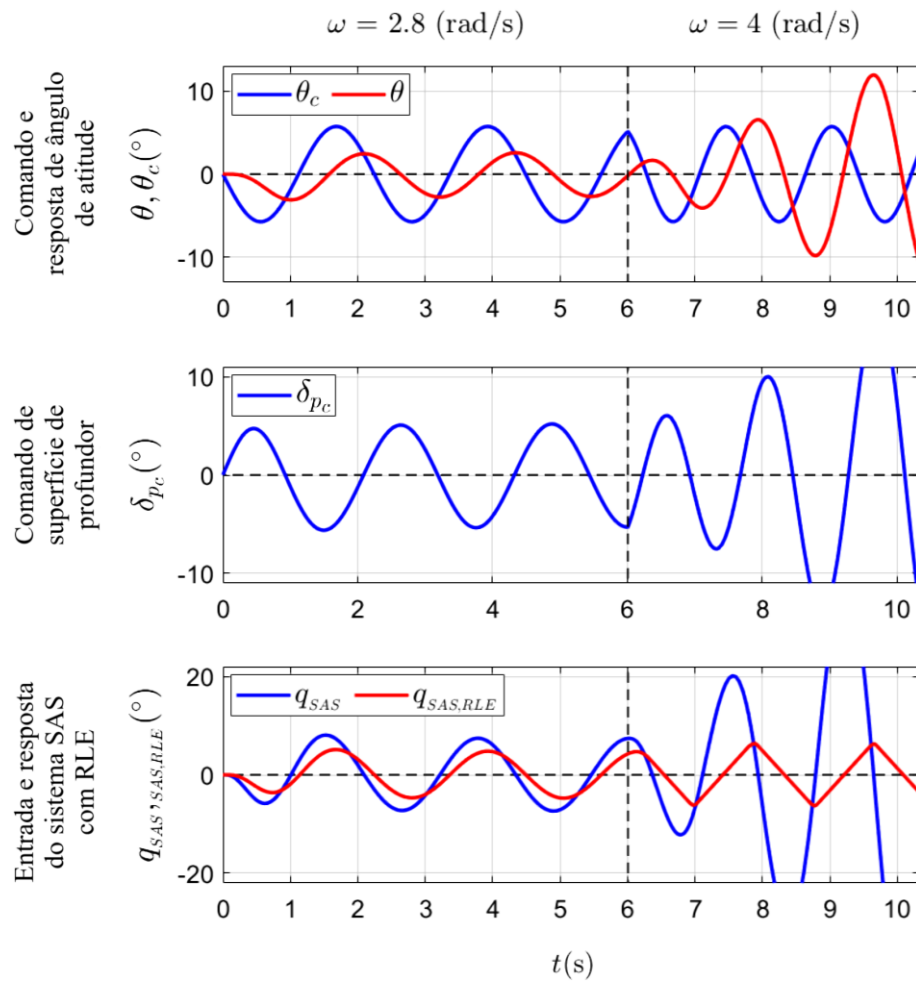


Figura 154 – Análise no domínio do tempo para o PVS B original, considerando uma frequência variável $\omega = 2.8$ a 4 (rad/s).

Para o controlador CISM C, nestas mesmas condições (Figura 153), foi possível obter bons resultados, de tal maneira que fosse possível evitar a completa saturação do SAS, de modo a manter as instabilidades e a degradação da resposta em um patamar viável (e controlável) para o PVS B. Para esta condição, o ganho do controlador k_c foi proposto para duas faixas de operação, similar ao que foi feito para a frequência $\omega = 2.8$ (rad/s), de modo a avaliar a sua contribuição, de acordo com a Figura 155.

Deste resultado (Figura 155), tem-se que a implementação do controlador CISM C torna o sistema estável, com a redução do atraso de fase para a tarefa de controle de ângulo de atitude θ/θ_c , mas que devido a contribuição dos elementos do sistema e da própria saturação, não foi possível aumentar a sua correspondência (diferença entre as amplitudes dos sinais de entrada e saída do sistema) sem que a saturação do RLE ocorra.

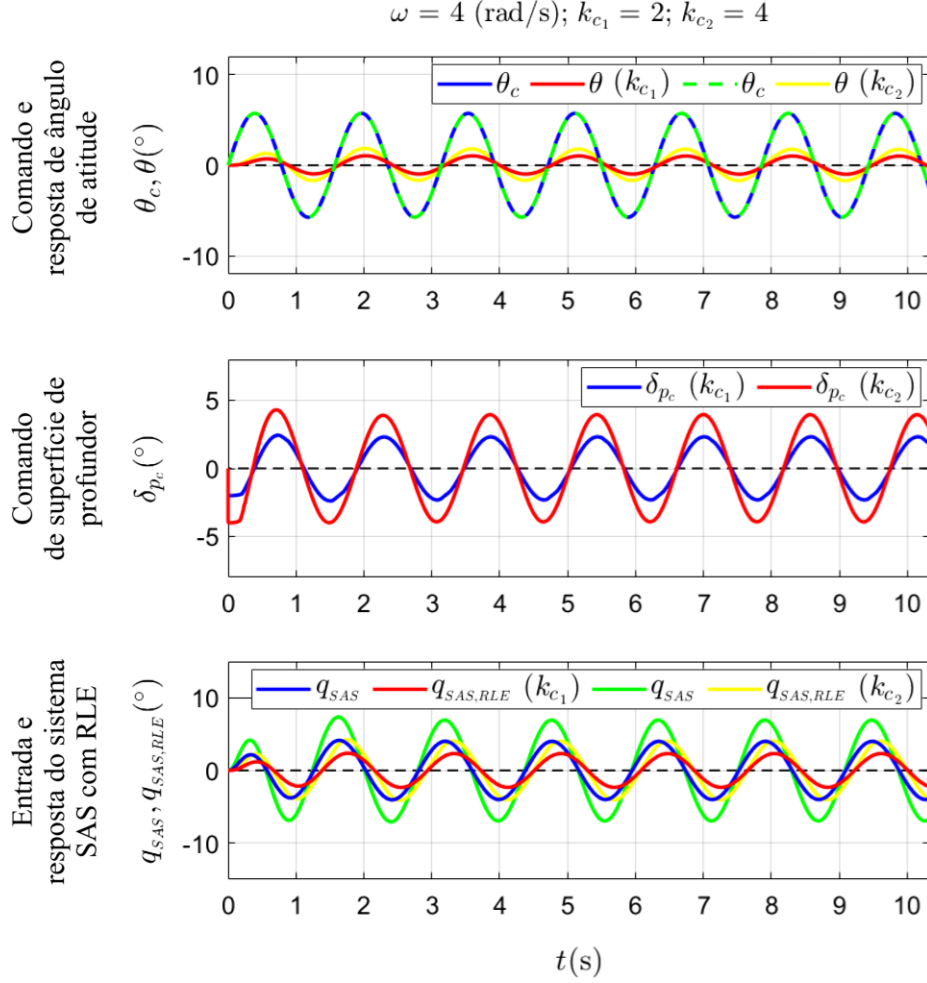


Figura 155 – Análise no domínio do tempo para o PVS B considerando a implementação do controlador CISMIC na frequência constante $\omega = 4 \text{ (rad/s)}$.

Para o controlador CISMIC, a avaliação dos parâmetros de controle em todas as faixas de análise (Figura 152 e 155 – $\omega = 2.8$ e 4 rad/s e $k_c = 2, 4$ e 8) são exibidas na Figura 156, de modo que fosse possível avaliar cada um dos parâmetros durante a tarefa de controle.

Em distinção ao PVS A (Figura 148), o comportamento dos sinais do controlador CISMIC são menos degradados (tendo em vista que a planta de controle do PVS A é muito instável – capítulo 6.2) e para o qual a saturação do circuito *anti-windup* é pouco atingida, dado que o ganho do controlador k_c foi mantido abaixo da faixa operacional completamente saturada.

Para a condição em que o ganho do controlador (ou de alguns dos demais ganhos) seja aumentado, é possível obter uma alta correspondência entre o comando e a resposta de saída para a tarefa de controle e mesmo na condição saturada do RLE, o controlador CISMIC ainda prove ao sistema a redução de amplitude e do atraso de fase, que é benéfico ao PVS B quando a saturação é atuante.

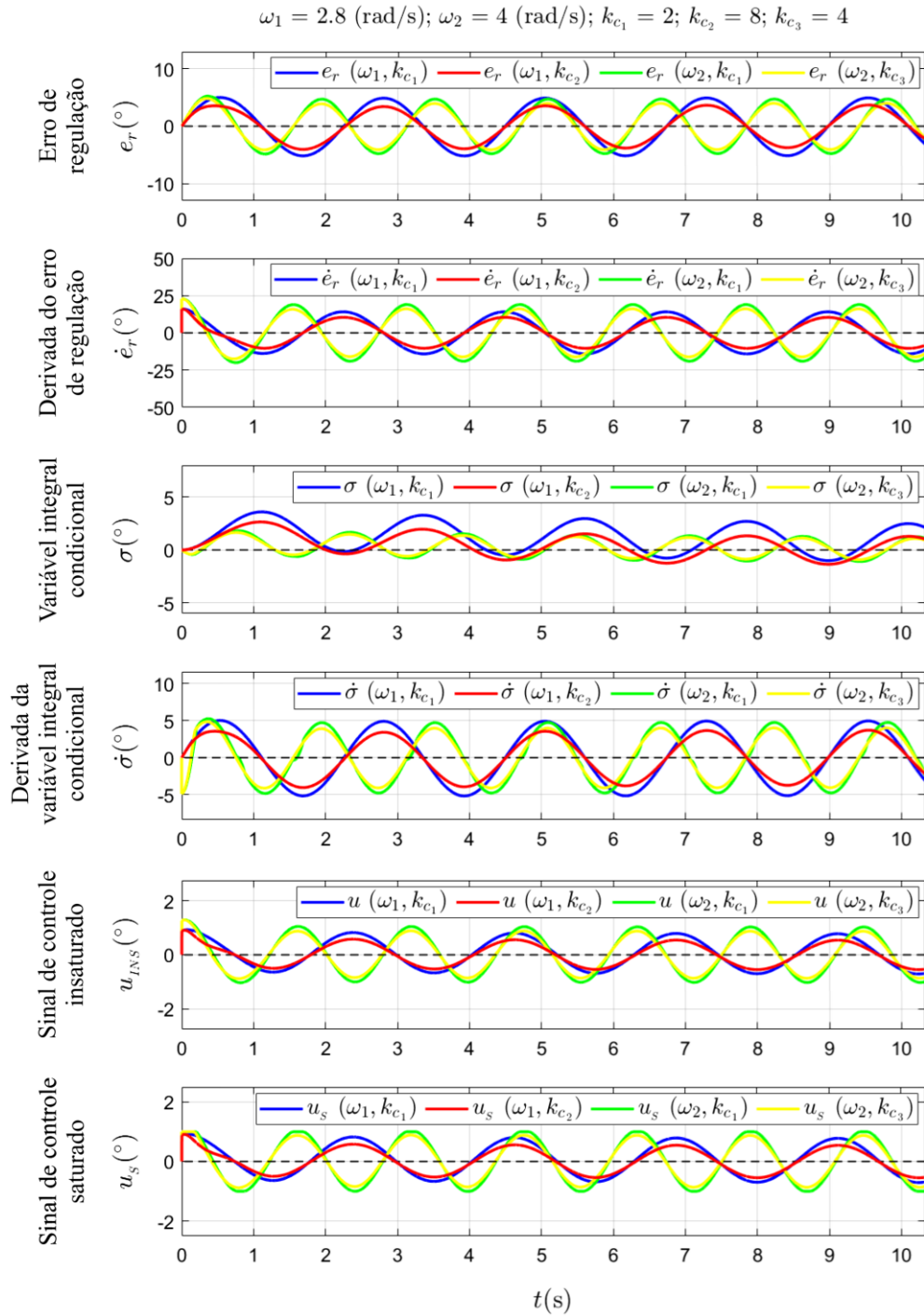


Figura 156 – Análise no domínio do tempo para o controlador CISMIC implementado ao PVS B.

De certo modo, foi almejado que a saturação fosse evitada, para que assim a suscetibilidade à PIO pudesse ser totalmente contida, todavia, ainda não se sabe ao certo se a condição de saturação deve ser completamente suprimida, uma vez que os sistemas de controle necessitam da imposição de limitações e que os seus efeitos desencadeantes não devem ser vistos necessariamente como “indesejáveis”.

Neste ponto, destaca-se que evitar a saturação de taxa dos atuadores é positivo para a estabilidade do sistema, contudo, também é de interesse que fosse avaliado as situações em que a saturação de taxa não possa ser evitada, de tal modo que a arquitetura da lei de controle seja capaz de lidar com esta condição.

O controlador CISMIC, por ser uma técnica de fácil implementação, possibilita que mais teste possam ser feitos, uma vez que a tarefa de controle é atingida, mesmo quando o RLE é saturado. Ademais, é de interesse que fosse possível que a planta do sistema fosse simulada a partir de algum protótipo físico e/ou experimental, de tal modo que a tarefa de controle fosse avaliada entre o sinal de referência e a deflexão de saída do dispositivo.

Algo similar pode ser feito a partir da utilização de um simulador de voo, dado que fosse possível incrementar o modelo do controlador e do atuador contendo o RLE. Dentre os outros testes que podem ser promovidos, tem-se que a adição de um atraso embutido ao comando do piloto e a entrada de sinais perturbados (e/ou randômicos) possam ser questões a ser avaliadas. A priori, algumas análises prévias sobre essa condição foram feitas e o controlador CISMIC expôs resultados melhores do que o sistema original.

Além do atraso, foi possível implementar um modelo do piloto similar ao modelo proposto por Tustin (capítulo 2.1.3.1.1), que inclui as constantes de tempo (de avanço e de atraso). Para essa condição, foram desenvolvidas duas simulações correlacionadas ao PVS B, nas mesmas frequências simuladas anteriormente ($\omega = 2.8$ e 4 rad/s), de modo que fosse introduzido ao ganho do modelo do piloto ($K_p = -0.5$, diminuído para o valor nominal) um atraso de tempo puro $\tau = 0.25$ (s) e as constantes de tempo de avanço $T_L = 1$ e de atraso $T_I = 1$.

Na Figura 157 é exposto a simulação para o sistema original e para a implementação do controlado CISMIC na frequência $\omega = 2.8$ (rad/s), considerando a imposição do modelo do piloto – Tustin. Para este sistema, os parâmetros do controlador CISMIC foram propostos para $k_c = 10$, $k_0 = 1$, $k_1 = -1$ e $\mu = 20$, de modo que fosse possível conter o atraso de fase introduzido pelo modelo do piloto.

Como pode ser observado, para a tarefa de controle de ângulo de atitude θ/θ_c , o sistema original (linha em vermelho) exibe um grande atraso de tempo, mas que não chega a ser completamente invertido ao comando de entrada (mas que claramente introduz instabilidade perante a condução da tarefa). Da implementação do controlador CISMIC, nota-se que o atraso de fase é progressivamente diminuído ao longo do tempo, dado o processo de estabilização (regulação – linha em verde) da técnica de controle.

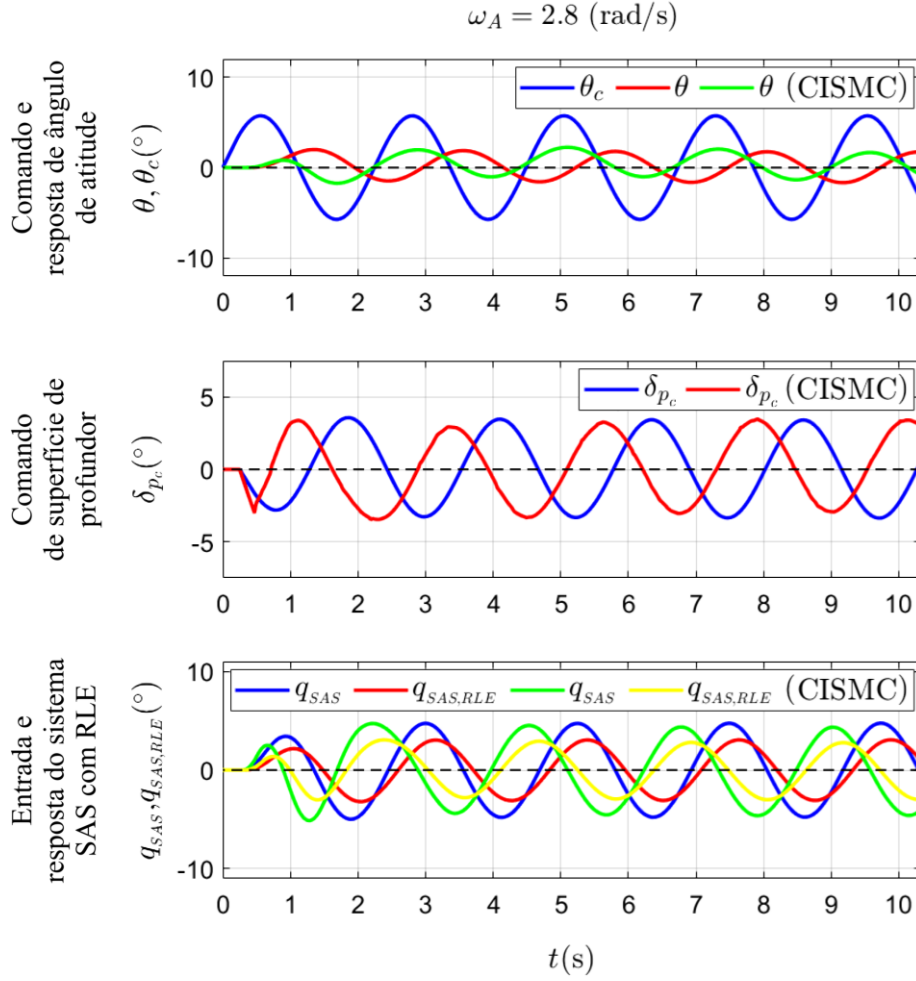


Figura 157 – Análise comparativa no domínio do tempo para o PVS B entre o modelo original e o controlador CISMIC na frequência constante $\omega = 2.8 \text{ (rad/s)}$, considerando a aplicação do modelo do piloto – Tustin.

Dos demais sinais, é possível avaliar que o controlador CISMIC “comprime” o primeiro ciclo do sinal de controle (que será melhor evidenciado na simulação a seguir), de tal modo que os sinais de controle se “antecipam” perante o sistema original. Além disso, o SAS não foi saturado, de modo que a estabilidade (mesmo para o sistema original) é atingível. Para a frequência $\omega = 4 \text{ (rad/s)}$, o ganho do controlador k_c foi reduzido à metade ($k_c = 5$) e o ganho k_1 foi aumentado em 5 vezes ($k_1 = -5$), de modo que o atraso de fase para a tarefa de controle do ângulo de atitude θ/θ_c fosse amenizado, conforme a Figura 158.

Desta figura, nota-se que o controle θ/θ_c expõe, para o sistema original, a completa inversão dos sinais, para os quais a condição de manuseio (manobrabilidade) da aeronave se torna difícil (senão improvável), apesar da condição de saturação do RLE ter sido mantida abaixo da completa saturação. Para um leve aumento do ganho do piloto ($K_p \cong 0.55$), as respostas para o PVS A original se tornam instáveis, com a presença do RLE saturado.

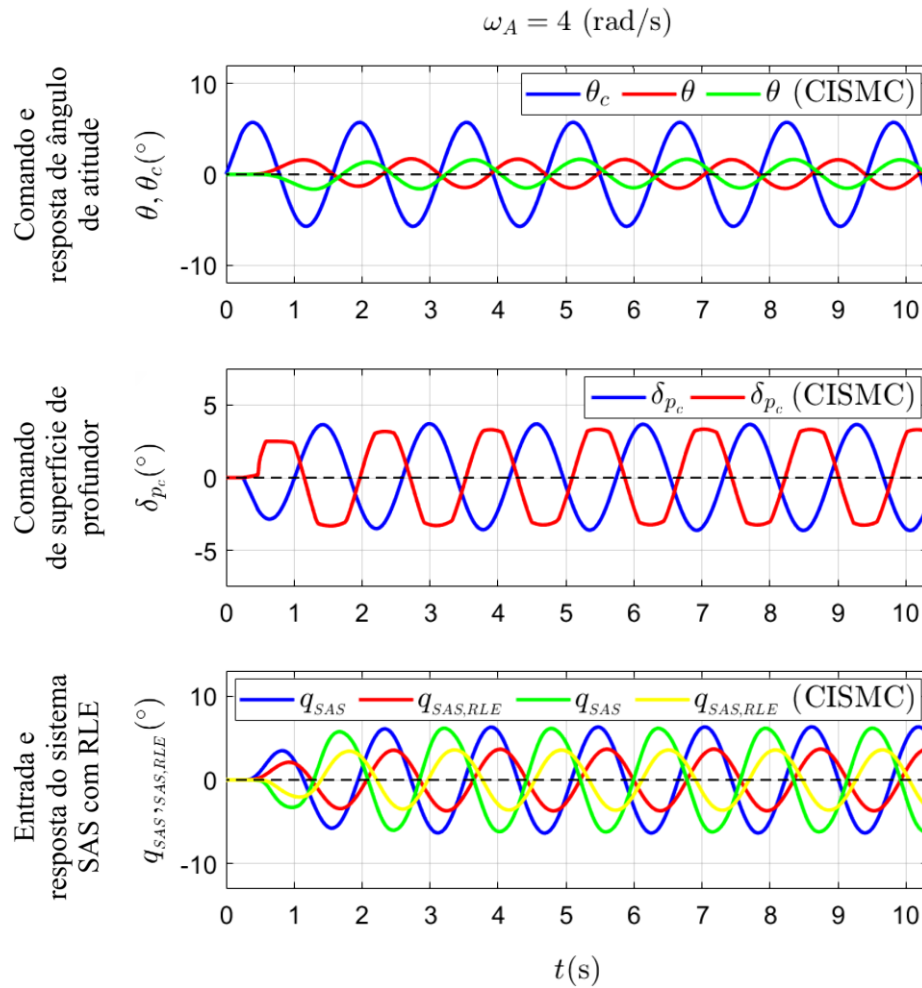


Figura 158 – Análise comparativa no domínio do tempo para o PVS B entre o modelo original e o controlador CISMIC na frequência constante $\omega = 4 \text{ (rad/s)}$, considerando a aplicação do modelo do piloto – Tustin.

Em relação ao controlador CISMIC, foi possível manter o atraso de fase bem pequeno, que pode ser totalmente amenizado ajustando o valor do ganho k_1 . Além disso, como foi comentado, é possível notar através do comando de superfície de profundor δ_{p_c} que o primeiro ciclo, após o atraso de tempo puro ($\tau = 0.25 \text{ s}$) é suprimido totalmente em função do ajuste do atraso de fase, que pode ser observado ao comparar ambas as figuras (157 e 158).

Neste sentido, pelo grande atraso de fase do sistema original, o comando entre ambos os sinais “aparenta” estar invertido. Essa condição também é evidenciada através dos sinais de entrada e saída do SAS. Para o aumento do ganho do piloto, o SAS é saturado, todavia, é possível manter o sistema estável e com alta correlação entre o comando e a resposta de controle.

De maneira geral, o controlador CISMIC consegue desempenhar o papel de “regulador”, assim como a formulação de sua teoria o descreve, tal que a partir dos parâmetros de ajuste (que

incluem os ganhos e a espessura da camada limite) é possível atingir a estabilidade do sistema, dado sua implementação conjunta com a planta de controle da aeronave (ou supostamente, de outros elementos/dispositivos).

Em relação a saturação de taxa do atuador, o controlador CISMIC expos um caráter robusto, ao conseguir manter o sistema estável, mesmo em condições tipicamente desestabilizante, ao qual, é de interesse que mais estudos sejam feitos para esta condição. A priori, teve-se que a implementação do controlador CISMIC reduziu os aspectos da saturação e que os seus parâmetros podem ser ajustados para que essa condição seja amenizada. Além disso, mesmo durante o estágio completamente saturado do RLE, foi possível reduzir o atraso de fase e a magnitude dos sinais, tais que esses efeitos podem ser considerados como positivos, no sentido da supressão das PIO.

7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir são feitas as considerações finais sobre o desenvolvimento desta dissertação, dos quais serão apresentados a síntese geral sobre os resultados obtidos e sobre os demais aspectos abordados durante as simulações. Além disso, algumas outras observações são retratadas ao longo do texto, de modo que os assuntos estudados anteriormente possam ser correlacionados, uma vez que dentre alguns temas, existe a possibilidade de melhoria, tal que possam ser realizados estudos mais aprofundados em trabalhos futuros.

7.1 Conclusões

Dentre os assuntos abordados perante essa dissertação, os objetivos gerais permearam-se sobre o estudo dos sistemas de controle e consequentemente dos seus efeitos indesejáveis, que foram correlacionados às oscilações induzidas pelo piloto (PIO), enquanto o tema foi regido ao estudo das aeronaves. As PIOs resultam dos esforços do piloto para manter o controle do veículo (e do sistema de controle de voo – FCS) em condições instáveis, que são ocasionadas por inúmeros fatores. Ao longo do texto, foram introduzidos uma ampla variedade de aspectos que consolidam a importância e a necessidade que estes eventos sejam evitados, dado à preponderância de acidentes e incidentes que possam estar correlacionados a perda de controle de voo.

Diante de tais obstáculos, os estudos foram restringidos aos aspectos das PIO de categoria II, correlacionada a não linearidade de limitação e de saturação de taxa dos atuadores. Para esta hipótese, o critério ponto de início de circuito aberto (OLOP) foi proposto, em vista de sua capacidade de lidar e prever os fenômenos desta categoria; dentre os quais a sua aplicação foi requerida. Para a aplicação do critério OLOP, foi necessário realizar um estudo inicial sobre o método da função descritiva – apesar do critério simplificado não exigir a sua obtenção, quando o elemento limitador de taxa (RLE) está no caminho de avanço, e sobre as não linearidades; assuntos estes que foram importantes para a efetividade da aplicação.

O método da função descritiva foi utilizado como plano de fundo para o desenvolvimento do critério OLOP, dado sua relevância em conseguir transformar a dinâmica não linear de um elemento em um modelo equivalente (quase-linear), que é notável quando se quer estudar a dinâmica de um sistema a partir de técnicas no domínio do tempo e da frequência. Para a não linearidade de limitação, duas abordagens foram realizadas para o desenvolvimento da função descritiva, que consistiram no método direto e aproximado.

A função descritiva para o RLE foi estabelecida para os três estágios de operação do limitador, que consistem nas faixas: linear, próxima à saturação e completamente saturado (essas condições foram exploradas a partir da análise do modelo do atuador). Através da imposição do limite de taxa máxima do limitador, pode-se obter o parâmetro OLOP, que é encontrado a partir da obtenção da frequência de início do limitador de taxa de circuito fechado na primeira ativação do RLE, podendo ser representado (em amplitude e fase) em um diagrama de Nichols sobre a resposta de frequência linear do sistema de circuito aberto.

Para as plantas de controle do sistema piloto-veículo (PVS) A e B pode-se obter o parâmetro OLOP para cada uma das tarefas, que envolveram o controle de taxa de arfagem q/q_c e de ângulo de atitude θ/θ_c . Como discutido nos resultados, a diferenciação entre a posição do RLE no caminho de avanço ou no caminho de realimentação distingue a aplicação do critério OLOP para ambas as plantas de controle. Para o PVS A, no qual o RLE está posicionado no caminho de avanço, a aplicação do critério OLOP torna-se mais “fácil” e previsível, uma vez que ambas as aplicações podem ser feitas (método geral e simplificado) e comparadas.

Para ambas as respostas, a frequência de início são (devem ser) obtidas para o mesmo valor, tanto para o cruzamento com a linha representativa para o limite máximo de taxa, quando após o fenômeno de salto, que ocorre no instante em que a saturação se inicia. De modo geral, os problemas relacionados a saturação no caminho de avanço são menos problemáticos, dado que as contramedidas podem ser feitas de maneira mais compreensível ao piloto. Além disso, demais métodos, como o da função descritiva inversa podem ser aplicados conjuntamente ao critério OLOP para esta condição.

Em relação ao PVS B, o efeito da saturação do RLE não é tão previsível, já que a correlação entre o comando do piloto e a resposta da aeronave não está diretamente explícita, e para o qual, a obtenção do parâmetro OLOP através do critério simplificado não pode ser obtido. Além disso, o próprio cálculo da função descritiva equivalente para a planta de controle nesta condição é mais complexo, uma vez que a separação entre os elementos (como é feita para o caminho de avanço) do PVS não é aplicável inteiramente (já que o circuito de realimentação é mantido).

Mesmo assim, foi possível encontrar o parâmetro OLOP (e as funções descritivas equivalentes) para ambas as tarefas de controle, além da determinação do ganho do modelo do piloto através da frequência de cruzamento. Destes resultados, pode-se determinar a estabilidade e a suscetibilidade à PIO de acordo com a posição do parâmetro OLOP, sendo o PVS A suscetível a tendências PIO categoria II e o PVS B, quando acoplado ao modelo do piloto, pode apresentar

instabilidades, mas que não levam à PIO diretamente, dado o ganho do piloto adotado. Para valores superiores, o ganho do modelo do piloto pode levar o PVS a ser instável e o parâmetro OLOP pode indicar essa suscetibilidade.

Além disso, a proposta de inovação referente a técnica de controle por modos deslizantes com integrador condicional (CISMC), que apresenta meios para promover uma regulação (estabilização) precisa em fase de imprecisões e incertezas nos parâmetros foi considerada adequada para auxiliar na redução das PIO devido a saturação de taxa dos atuadores.

Neste sentido, um estudo preliminar sobre essa técnica foi concebido e para os quais os assuntos progenitores dessa lei de controle foram abordados. De início, o estudo foi realizado perante a formalização da técnica de controle por estrutura variável (VSC) e/ou por modos deslizantes (SMC). Em paralelo, a teoria de linearização por realimentação de estado foi exposta, de modo que os demais passos necessários para o desenvolvimento do controlador fossem atingidos.

Destaca-se que o SMC e a teoria sobre a linearização por realimentação de estado são assuntos importantes que ainda estão em desenvolvimento (apesar dos seus fundamentos serem bem consolidados), dado que ambas as abordagens permitem que melhorias sejam feitas. Para os âmbitos destes assuntos, foram introduzidos os principais aspectos, que foram associados na elaboração do controlador CISMC, que incluiu o integrador condicional, dentro de um circuito de realimentação *anti-windup*.

De sua implementação, teve-se que os resultados obtidos para o controlador CISMC foram melhores em comparação as respostas apresentadas na literatura, uma vez que o controlador conseguiu manter a estabilidade e a degradação das oscilações dentro de um patamar aceitável, evitando a completa saturação do RLE e promovendo a redução dos atrasos de fase nas tarefas de controle. Ademais, foi possível observar que o controlador CISMC, mesmo na condição em que o RLE se encontra saturado, ainda consegue prover a redução de atrasos e de amplitude, mantendo e evitando a perda total de controle.

Nesse sentido, se a degradação da resposta e os atrasos de fase forem vistos como distúrbios inerentes à tarefa de controle, é possível ter seus efeitos minimizados com o uso do CISMC. Além disso, a possibilidade de ajuste dos parâmetros do controlador possibilita que sua empregabilidade possa ser feita para quaisquer plantas de controle, desde que o grau relativo do sistema seja equivalente, podendo se tornar uma ferramenta útil na elaboração de leis de controles, dado que a técnica expõe fortes indícios do seu caráter robusto, ao conseguir manter o controle perante a condições nitidamente instáveis (e/ou desestabilizantes).

Em geral, o impacto da saturação de taxa do atuador nos sistemas de controle é de reduzir consideravelmente a largura de banda e aumentar o atraso de fase, que são fatores que contribuem para a suscetibilidade à PIO. A redução da largura de banda e o aumento do atraso de fase restringem a faixa de ajuste de ganho do piloto, diminuindo a margem de estabilidade, que afeta o desempenho do PVS.

A largura de banda da aeronave está relacionada à faixa de frequência na qual o circuito entre o piloto e o veículo pode ser fechado, sem que haja perda de estabilidade, de modo que o piloto possa controlar adequadamente a aeronave sem excessiva compensação, e na qual a dinâmica da aeronave possa acomodar mudanças no ganho do piloto na execução de tarefas moderadas e altamente exigentes.

Deste modo, o projeto da lei de controle de uma aeronave deve ser capaz de manter um controle robusto durante toda a tarefa de pilotagem, a fim de diminuir os atrasos de fase e, se possível, aumentar a largura de banda (restrita a uma determinada faixa de frequência, limitada ao ganho e/ou margem de fase) e/ou diminuir a perda de largura de banda durante a saturação da taxa do atuador.

A partir do critério OLOP, verifica-se que quando a frequência de início do limitador de taxa de circuito fechado é atingida, conseqüentemente, a largura de banda do sistema de circuito fechado diminui, e isso contribui para a ocorrência de PIOs. Os sistemas de controle que podem aumentar a largura de banda do sistema de circuito fechado certamente podem reduzir essa suscetibilidade.

Neste sentido, os resultados obtidos para a implementação do controlador CISMCM indicam que a largura de banda de circuito fechado perante as plantas de controle pode ter sido aumentada, de tal forma que a suscetibilidade à PIO é reduzida. O conceito de projetar leis de controle para aumentar a largura de banda foi analisado por alguns pesquisadores (Arya & Chakrabarty, 2020).

Em resumo, tem-se que a implementação do controlador CISMCM foi capaz de evitar (e/ou ao menos amenizar) às PIOs decorrentes da saturação de taxa dos atuadores, uma vez que os resultados obtidos, de modo geral, foram satisfatórios, ao preservar e manter as qualidades de voo e de desempenho da aeronave durante a execução das tarefas. Estudos teóricos e analíticos mais detalhados sobre o CISMCM podem ser objeto de pesquisa para trabalhos futuros, que serão discutidos no capítulo subsequente.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Relacionado ao tema principal desta dissertação, podem ser feitas algumas sugestões para a sua continuação, dado que existem algumas vertentes para as quais esse trabalho pode ser estendido. Em que se destaca:

- A avaliação do critério do ponto de início de circuito aberto (OLOP) para outras plantas de controle, que envolvem o sistema piloto-veículo (PVS) de aeronaves que contenham o elemento limitador de taxa (RLE); Algumas aeronaves foram consideradas promissoras para demais análises, como: North American X-15 (Askhenas, Jex & Mcruer, 1964; Klyde, McRuer & Myers, 1995, 1997; Klyde & Mitchell, 2004, Klyde, 2022, Matranga, 1961), Lockheed Martin/Boeing YF-22 (Liebst, Michael & Leggett, 2002) e General Dynamics F-16 Fighting Falcon (Smith, 1979), além do modelo de uma aeronave instável de segunda ordem proposto por Duda (1998) e para o simulador de voo da aeronave de estabilidade variável NT-33 (Duus & Duda, 1999 e Gilbreath, 2001).
- Em paralelo com a aplicação do critério OLOP, pode ser realizado o estudo da técnica de função descritiva inversa (Ashkenas, Jex & McRuer, 1964, p. 38), que se propõe a avaliar o encontro de ciclos limites entre a resposta de frequência linear do PVS e da função descritiva do RLE (dependente da amplitude da oscilação e independente da frequência). Além disso, o critério OLOP pode ser atualizado perante a imposição do novo limite de estabilidade proposto por Ossmann, Heller & Brieger (2008, p. 13).
- Expandir a análise do controlador baseado na técnica de controle por modos deslizantes com integrador condicional para as demais plantas e explorar os aspectos do RLE durante a faixa operacional em que a saturação está completamente desenvolvida. A princípio, o controlador CISMCM foi empregado para evitar a saturação do RLE e manter a dinâmica do sistema estável, sem atrasos e com baixa degradação dos sinais. Todavia, é de interesse que possa ser estudados os sistemas de controle em que a saturação de taxa não deva (ou não possa) ser amenizada completamente e para os quais a lei de controle deve permitir que a integridade da tarefa seja atingida.
- A utilização de modelos do piloto pode ser ampliada, dado que somente dois dos modelos matemáticos quase lineares foram aplicados. Para a aplicação do critério OLOP, um modelo de ganho puro deve ser ajustado a dinâmica do PVS, todavia, a análise permite que os demais métodos possam ser empregados. Além disso, é de interesse que a análise dos modelos do piloto possa incluir a abordagem pelo critério de Neal-Smith.

- Dentre os demais modelos do piloto existentes, o estudo individualizado sobre suas características e aplicações faz parte do escopo desta dissertação, dado que a compreensão e o entendimento destas metodologias possam auxiliar na representação e no desenvolvimento de um modelo do piloto autônomo.
- Assim como o controlador se propõe a regular (e/ou estabilizar) a tarefa de controle a partir do ajuste de seus parâmetros de entrada, é de interesse que os parâmetros pudessem ser alto regulados, de tal modo que seus valores fossem condicionados (e otimizados/compensados) ao longo do tempo.
- O estudo sobre outras técnicas de controle lineares e não lineares, o aprofundamento teórico das técnicas estudadas, assim como a modificação da lei de controle através de outros esquemas *anti-windup* são questões a serem avaliadas, dado o interesse em analisar o desempenho do CISMIC perante outras técnicas e em demais aplicações.

REFERÊNCIAS

- Acosta, D. M.; Yildiz, Y.; Craun, R. W.; Beard, S. D.; Leonard, M. W.; Hardy, G. H. & Weinstein, M. Piloted evaluation of a control allocation technique to recover from pilot-induced oscillations. **Journal of Aircraft**, v. 52, n. 1, p. 130-140, 2015. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.C032576>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.C032576>. Acesso em: 12 mai. 2022.
- Adams, J. A. Human tracking behavior. **Psychological Bulletin**, v. 58, n. 1, p. 55-79, out. 1961. DOI: <https://doi.org/10.1037/h0041559>. Disponível em: <https://psycnet.apa.org/record/1962-00244-001>. Acesso em: 15 nov. 2023.
- Advisory Circular (AC) 25-7D. Flight test guide for certification of transport category airplanes. U.S. department of transportation, **Federal Aviation Administration AC 25-7D**, abr. 2018. Disponível em: https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory_Circular/25-7D.pdf. Acesso em: 05 abr. 2022.
- A'Harrah, R. An alternate control scheme for alleviating aircraft-pilot coupling. **AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference**, Scottsdale, Arizona, U.S.A., ago. 1994. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1994-3673>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1994-3673>. Acesso em: 01 nov. 2023.
- A'Harrah, R. The process for addressing the challenges of aircraft pilot coupling. Flight vehicle integration panel workshop on pilot-induced oscillations. **Advisory Group for Aerospace Research and Development**, Advisory Report AGARD-AR-335, v. 1, 1995. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA295962.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- Airbus. A Statistical analysis of commercial aviation accidents 1958 – 2022. **Safety Publications**, AIRBUS S.A.S, Blagnac, França, n. 7, fev. 2023. Disponível em: <https://www.airbus.com>. Acesso em: 09 jun. 2022.
- Alwi, H. & Edwards, C. Robust sensor fault estimation for tolerant control of a civil aircraft using sliding modes. **IEEE 2006 American Control Conference**, Minneapolis, Minnesota, U.S.A., 2006. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.2006.1657634>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1657634/>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Amato, F.; Iervolino, R.; Pandit, M. Scala, S. & Verde, L. Analysis of pilot-in-the-loop oscillations due to position and rate saturations. **Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 00CH37187)**, Sydney, New South Wales, Australia, v. 4, p. 3564-3569, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC.2000.912258>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/912258>. Acesso em: 06 jul. 2024.
- Ancel, E. & Shih, A. T. The analysis of the contribution of human factors to the in-flight loss of control accidents. **12th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Conference and 14th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference**, Indianapolis, Indiana, U.S.A., set. 2012. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2012-5548>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2012-5548>. Acesso em: 11 jul. 2022.

- Andrievsky, B. R.; Kuznetsov N. V.; Leonov G. A. & Pogromsky, A. Y. Hidden oscillations in aircraft flight control system with input saturation. **5th IFAC International Workshop on Periodic Control Systems**, International Workshop on Periodic Control Systems, Caen, France, v. 46, n. 12, p. 75-79, jul. 2013. DOI: <https://doi.org/10.3182/20130703-3-FR-4039.00026>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667015339380>. Acesso em: 13 jun. 2022.
- Arya, P. P. & Chakrabarty, S. Robust internal model controller with increased closed-loop bandwidth for process control systems. **IET Control Theory & Applications**, v. 14, n. 15, p. 2134-2146, 2020. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2019.1182>. Disponível em: <https://ietresearch.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1049/iet-cta.2019.1182>. Acesso em: 31 jul. 2024.
- Ashkenas, I. L.; Jex, H. R. & McRuer, D. T. Pilot-induced oscillations: their cause and analysis. **Systems Technology**, Norair Report NCR-64-143, Report STI TR-239-2, Norair Division, Northrop Corporation, National Technical Information Service, jul. 1964. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/AD0481994>. Acesso em: 13 jul. 2022.
- Ashkenas, I. L.; Magdaleno, R. E. & McRuer, D. T. **Flexible aircraft flying and ride qualities**. Annual NASA Aircraft Controls Workshop, Hampton, Virginia, U.S.A, p. 69-92, 1983. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19840012504/downloads/19840012504.pdf>. Acesso em: 09 out. 2024.
- Astolfi, D. & Praly, L. Integral action in output feedback for multi-input multi-output nonlinear systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 62, n. 4, p. 1559-1574, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.2016.2599784>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7542174>. Acesso em: 30 jul. 2024.
- Bacon, B. J. & Schmidt, D. K. An optimal control approach to pilot/vehicle analysis and the Neal-Smith criteria. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 6, n. 5, p. 339-347, set. 1983. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.19840>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.19840>. Acesso em: 15 jul. 2022.
- Barbu, C.; Reginatto, R.; Teel, A. R. & Zaccarian, L. Anti-windup design for manual flight control. **IEEE Proceedings of the 1999 American Control Conference**, San Diego, California, p. 3186-3190, 1999. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.1999.782352>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/782352>. Acesso em: 30 out. 2023.
- Barbu, Corneliu; Galeani, Sergio; Teel, Andrew R. & Zaccarian, Luca. Non-linear anti-windup for manual flight control. **International Journal of Control**, v. 78, n. 14, p. 1111-1129, set. 2005. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207170500267929>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/00207170500267929>. Acesso em: 01 nov. 2023.
- Baron, S., Kleinman, D. L. & Levison, W. H. An optimal control model of human response part II: prediction of human performance in a complex task. **Automatica**, v. 6, n. 3, p. 371-383, mai. 1970. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(70\)90052-X](https://doi.org/10.1016/0005-1098(70)90052-X). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000510987090052X>. Acesso em: 20 jun. 2023.

- Bartolini, G.; Ferrara, A. & Usai, E. Chattering avoidance by second-order sliding mode control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 43, n. 2, p. 241-246, fev. 1998. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.661074>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/661074>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- Bartolini, G, Ferrara, A.; Usai, E. & Utkin, V. I. On multi-input chattering-free second-order sliding mode control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 45, n. 9, p. 1711-1717, set. 2000. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.880629>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/880629>. Acesso em: 02 jun. 2024.
- Bates, J. A. V. Some characteristics of a human operator. **Journal of the Institution of Electrical Engineers-part IIA: Automatic Regulators and Servo Mechanisms**, v. 94, n. 2, p. 298-304, mai. 1947. DOI: <https://doi.org/10.1049/ji-2a.1947.0039>. Disponível em: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ji-2a.1947.0039>. Acesso em: 26 out. 2023.
- Belcastro, C. M.; Newman, R. L.; Crider, D. A.; Groff, L.; Foster, J. V.; Klyde, D. H. & Huston, M. A. Preliminary analysis of aircraft loss of control accidents: worst case precursor combinations and temporal sequencing. **AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference**, National Harbor, Maryland, U.S.A, jan. 2014. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2014-0612>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2014-0612>. Acesso em: 10 jun. 2022.
- Belcastro, C. M.; Foster, J. V.; Shah, G. H.; Gregory, I. M.; Cox, D. E.; Crider, D. A.; Groff, L.; Newman, R. L. & Klyde, D. H. Aircraft loss of control problem analysis and research toward a holistic solution. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, Special Issue on Aircraft Loss of Control, v. 40, n. 4, p. 733-775, abr. 2017. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.G002815>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G002815>. Acesso em: 10 jun. 2022.
- Benamor, A.; Chrifi-Alaui, L.; Messaoud, H. & Chaabane, M. Sliding mode control, with integrator, for a class of MIMO nonlinear systems. **Engineering**, v. 3, n. 05, p. 435-443, 2011. DOI: <https://doi.org/10.4236/eng.2011.35050>. Disponível em: <https://www.scirp.org/html/5085.html>. Acesso em: 12 jun. 2024.
- Bestle, D. & Zeitz, M. Canonical form observer design for non-linear time-variable systems. **International Journal of control**, v. 38, n. 2, p. 419-431, 1983. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207178308933084>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/00207178308933084>. Acesso em: 13 jul. 2024.
- Biannic, J.-M., Tarbouriech, S. & Farret, D. A practical approach to performance analysis of saturated systems with application to fighter aircraft flight controllers. **5th IFAC Symposium on Robust Control Design**, Toulouse, France, v. 39, n. 9, p. 35-40, jul. 2006. DOI: <https://doi.org/10.3182/20060705-3-FR-2907.00008>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667015334716>. Acesso em: 30 out. 2023.
- Biannic, J.-M. & Tarbouriech, S. Stability and performance enhancement of a fighter aircraft flight control system by a new anti-windup approach. **17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace**, Toulouse, France, v. 40, n. 7, p. 177-182, 2007. DOI: <https://doi.org/10.3182/20070625-5-FR-2916.00031>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667015332377>. Acesso em: 30 out. 2023.

- Biannic, J.-M. & Tarbouriech S. Optimization and implementation of dynamic anti-windup compensators with multiple saturations in flight control systems. **Control Engineering Practice**, v. 17, n. 6, p. 703-713, jan. 2009. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2008.11.002>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066108001974>. Acesso em: 30 out. 2023.
- Birmingham, H. P. & Taylor, F. V. A design philosophy for man-machine control systems. **Proceedings of the IRE**, v. 42, n. 12, p. 1748-1758, 1954. DOI: <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1954.274775>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4051597>. Acesso em: 15 nov. 2023.
- Bode, H. W. Relations between attenuation and phase in feedback amplifier design. **The Bell System Technical Journal**, v. 19, n. 3, p. 421-454, 1940. DOI: <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1940.tb00839.x>. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/j.1538-7305.1940.tb00839.x>. Acesso em: 24 out. 2023.
- Boeing. Statistical summary of commercial jet airplane accidents, Worldwide Operations | 1959 – 2022. **Statistical Summary**, The Boeing Company, v. 54, set. 2023. Disponível em: <https://www.boeing.com>. Acesso em: 09 jun. 2022.
- Boothby, W. M. Some comments on global linearization of nonlinear systems. **Systems & Control Letters**, v. 4, n. 3, p. 143-147, mai. 1984. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0167-6911\(84\)80016-X](https://doi.org/10.1016/S0167-6911(84)80016-X). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016769118480016X>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Bjorkman, E. A.; Silverthorn J. T. & Calico, R. A. Flight test evaluation of techniques to predict longitudinal pilot induced oscillations. **AIAA Astrodynamics Conference**, Williamsburg, Virginia, U.S.A., ago. 1986. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1986-2253>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1986-2253>. Acesso em: 10 ago. 2023.
- Booton, R. C. Nonlinear control systems with random inputs. **IRE Transactions on Circuit Theory**, v. 1, n. 1, p. 9-18, mar. 1954. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCT.1954.6373354>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6373354>. Acesso em: 24 out. 2023.
- Boskovic, J. D. & Mehra, R. K. Control allocation in overactuated aircraft under position and rate limiting. **IEEE Proceedings of the 2002 American Control Conference**, Anchorage, Alaska, U.S.A., v. 1, p. 791-796. mai. 2002. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.2002.1024911>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1024911>. Acesso em: 31 out. 2023.
- Brockett, R. W. Feedback invariants for nonlinear systems. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 11, n. 1, p. 1115-1120, 1978. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)66062-2](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)66062-2). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017660622>. Acesso em: 17 jun. 2024.
- Brockett, R. W. Asymptotic stability and feedback stabilization. Brockett, R. W; Millman, R. S. e Sussmann, H. J. (eds.). **Differential Geometric Control Theory**, Birkhauser, Boston, p. 181-191, 1983. Disponível em: https://courses.ece.ucsb.edu/ECE594/594D_W10Byl/hw/Brockett83.pdf. Acesso em: 17 jun. 2024.
- Bromfield, M. A. & Landry, S. J. Loss of control in flight-time to re-define?. **AIAA Aviation 2019 Forum**, Dallas, Texas, jun. 2019. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2019-3612>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2019-3612>. Acesso em: 09 jun. 2022.

- Brieger, O.; Kerr, M.; Postlethwaite, I.; Turner, M. C. & Sofrony, J. Pilot-involved-oscillation suppression using low-order antiwindup: flight-test evaluation. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 35, n. 2, p. 471-483, mar. 2012. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.54441>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.54441>. Acesso em: 30 out. 2023.
- Bucolo, M.; Buscarino, A.; Fortuna, L. & Gagliano, S. Bifurcation scenarios for pilot induced oscillations. **Aerospace Science and Technology**, v. 106, set. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2020.106194>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963820308762>. Acesso em: 12 mai. 2022.
- Burger, M.; Pavlov, A. & Pettersen, K. Y. Conditional integrators for path following and formation control of marine vessels under constant disturbances. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 42, n. 18, p. 179-184, 2019. DOI: <https://doi.org/10.3182/20090916-3-BR-3001.0055>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667016318900>. Acesso em: 12 jun. 2024.
- Byrnes, C. I. & Isidori, A. Global feedback stabilization of nonlinear systems. **24th IEEE Conference on Decision and Control**, p. 1031-1037, 1985. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC.1985.268656>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4048456>. Acesso em: 15 jun. 2024.
- Byrnes, C. I. & Isidori, A. New results and examples in nonlinear feedback stabilization. **Systems & Control Letters**, v. 12, n. 5, p. 437-442, jun. 1989. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(89\)90080-7](https://doi.org/10.1016/0167-6911(89)90080-7). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691189900807>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Byrnes, C. I.; Priscoli, F. D.; Isidori, A. & Kang, W. Structurally stable output regulation of nonlinear systems. **Automatica**, v. 33, n. 3, p. 369-385, mar. 1997. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(96\)00184-7](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(96)00184-7). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109896001847>. Acesso em: 07 jul. 2024.
- Byrnes, C. I. & Isidori, A. Output regulation for nonlinear systems: an overview. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 10, n. 5, p. 323-337, 2000. DOI: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1239\(20000430\)10:5<323::AID-RNC483>3.0.CO;2-G](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1239(20000430)10:5<323::AID-RNC483>3.0.CO;2-G). Disponível em: [https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/\(SICI\)1099-1239\(20000430\)10:5%3C323::AID-RNC483%3E3.0.CO;2-G](https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/(SICI)1099-1239(20000430)10:5%3C323::AID-RNC483%3E3.0.CO;2-G). Acesso em: 07 jul 2024.
- Campos, R. B.; Cunha, S. S.; Sousa, M. S.; Santos, N. L. & Camilo, C. S., 2017. Controle de uma aeronave flexível. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, v. 2, n. 20, p. 79-88, 2017. DOI: <https://doi.org/10.26512/ripe.v2i20.15006>. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/ripe/article/view/15006>. Acesso em: 08 ago. 2023.
- Campos, R. B.; Díaz-Méndez, Y; Sousa, M. S. & Cunha, S. S. Modified universal integral regulator for quadrotor UAV in the presence of external disturbances. **Archives of Current Research International**, v. 24, n. 5, p. 16-32, 2024. <https://doi.org/10.9734/ACRI/2024/v24i5675>. Disponível em: <https://journalacri.com/index.php/ACRI/article/view/675>. Acesso em: 12 jun. 2024.
- CAST/ICAO Common Taxonomy Team (CICTT). **Aviation Occurrence Categories, Definitions and Usage Notes**. 2021. Disponível em: <https://www.intlaviationstandards.org>. Acesso em: 13 jul. 2022.

- CAST/ICAO Common Taxonomy Team (CICTT). **Phase of Flight, Definitions and Usage Notes**. abri. 2013. Disponível em: <https://www.intlaviationstandards.org>. Acesso em: 06 out. 2022.
- Chen, C.; Tan, W.-Q.; Qu, X.-J. & Li, H.-X. A fuzzy human pilot model of longitudinal control for a carrier landing task. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 54, n. 1, p. 453-466, fev. 2018. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2760779>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8060539>. Acesso em: 19 fev. 2024.
- Chen, K. Quasi-linearization techniques for transient study of nonlinear feedback control systems. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry**, v. 74, n. 6, p. 354-365, jan. 1956. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAI.1956.6367113>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6367113>. Acesso em: 16 nov. 2023.
- Chiu, C.-S. Derivative and integral sliding mode control for a class of MIMO nonlinear systems. **Automatica**, v. 48, n. 2, p. 316-326, fev. 2012. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2011.08.055>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109811005528>. Acesso em: 27 ago. 2024.
- Cooper, G. E. & Harper, R. P. **The Use of Pilot Rating in the Evaluation of Aircraft Handling Qualities**. National Aeronautics and Space Administration, Technical Note, NASA TN D-5153, Washington, D. C., 1969. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/AD0689722>. Acesso em: 12 jul. 2022.
- Cook, M. V. Aircraft modelling. **Flight Control Systems: Practical Issues in Design and Implementation**, Pratt, R. (ed.). The Institution of Electrical Engineers e The American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000. Disponível em: https://kupdf.net/download/flight-control-systems-practical-issues-in-design-and-implementation_590030b2dc0d605606959e85pdf. Acesso em: 20 jul. 2022.
- Cook, M. V. **Flight Dynamics Principles: A Linear Systems Approach to Aircraft Stability and Control**. Butterworth-Heinemann, Elsevier, n. 2, 2007. Disponível em: <https://aerocastle.files.wordpress.com/2012/04/flightdynamicsprinciples.pdf>. Acesso em: 29 jan. 2024.
- Collinson, R. P. G. Fly-by-wire flight control. **Computing & Control Engineering Journal**, v. 10, n. 4, p. 141-152, ago. 1999. <https://doi.org/10.1049/cce:19990403>. Disponível em: https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/cce_19990403. Acesso em: 13 jun. 2022.
- Collinson, R. P. G. Fly-by-wire flight control, **Introduction to Avionics Systems**. Springer Science + Business Media, v. 3, jun. 2011. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-94-007-0708-5>. Disponível em: https://www.academia.edu/44935993/Introduction_to_Avionics_Systems. Acesso em: 13 jun. 2022.
- Coron, J.-M.; Praly, L. & Teel, A. Feedback stabilization of non-linear systems: Sufficient conditions and Lyapunov and input-output techniques. **Trends in Control: A European Perspective**, 1995. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3061-1_10. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4471-3061-1_10. Acesso em: 09 ago. 2024.

- Craik, K. J. Theory of the human operator in control systems I. The operator as an engineering system. **British Journal of Psychology. General Section**, v. 38, n. 2, p. 56-61, 1947. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.2044-8295.1947.tb01141.x>. Disponível em: <https://bps.psychub.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.2044-8295.1947.tb01141.x>. Acesso em: 26 out. 2023.
- Craik, K. J. Theory of the human operator in control systems II. Man as an element in a control system. **British journal of psychology. General Section**, v. 38, n. 3, p. 142-148, 1948. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.2044-8295.1948.tb01149.x>. Disponível em: <https://bps.psychub.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.2044-8295.1948.tb01149.x>. Acesso em: 26 out. 2023.
- Davidson, J. B. & Schmidt, D. K. Modified optimal control pilot model for computer-aided design and analysis. **National Aeronautics and Space Administration**, Technical Memorandum, NASA-TM-4384, ago. 1992. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19930002271>. Acesso em: 30 jan. 2024.
- Davison, E. The output control of linear time-invariant multivariable systems with unmeasurable arbitrary disturbances. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 17, n. 5, p. 621-630, out. 1972. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1972.1100084>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1100084>. Acesso em: 07 jul. 2024.
- Davison, E. The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems. **IEEE transactions on Automatic Control**, v. 21, n. 1, p. 25-34, fev. 1976. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1976.1101137>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1101137>. Acesso em: 01 jun. 2024.
- DeCarlo, R. A., Zak, S. H. & Matthews. G. P. Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial. **Proceedings of the IEEE**, v. 76, n. 3, p. 212-232, mar. 1988. DOI: <https://doi.org/10.1109/5.4400>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4400>. Acesso em: 03 mai. 2024.
- Department of Defense Interface Standard. **Flying Qualities of Piloted Aircraft**, MIL-STD-1797A, n. 3, ago. 2004. Disponível em: https://engineering.purdue.edu/~andrisan/Courses/AAE490F_S2008/Buffer/mst1797.pdf. Acesso em: 18 jan. 2023.
- Desoer, C. A. & Wang, Y. T. Linear time-invariant robust servomechanism problem: A self-contained exposition. **Control and Dynamic Systems**, Academic Press, v. 16, p. 81-129, 1980. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-012716-0.50009-1>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780120127160500091>. Acesso em: 01 jun. 2024.
- Díaz-Méndez, Y. **Estudo Detalhado do Regulador Integrativo Universal e Comparação com Outras Técnicas de Controle**. Tese, Universidade Federal de Itajubá, ago. 2018. Disponível em: <https://repositorio.unifei.edu.br/xmlui/handle/123456789/1622>. Acesso em: 18 jan. 2023.
- Díaz-Méndez, Y.; Sousa, M. S.; Gomes, G.; Cunha, S. & Ramos, A. Analytical design and stability analysis of the universal integral regulator applied in flight control. **International Journal of Control, Automation and Systems**, v. 17, p. 391-404, jan. 2019. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12555-018-0376-3>. Acesso em: 02 set. 2022.

- Díaz-Méndez, Y.; Jesus, L. D.; Sousa, M. S.; Cunha, S. S. & Ramos, A. B. Conditional integrator sliding mode control of an unmanned quadrotor helicopter. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers IMechE, Part I: Journal of Systems and Control Engineering**, v. 236, n. 3, p. 458-572, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1177/09596518211049861>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/09596518211049861>. Acesso em: 12 jun. 2024.
- DiFranco, D. A. Flight investigation of longitudinal short period frequency requirements and PIO tendencies. **Cornell Aeronautical Laboratory**, Air Force Flight Dynamics Laboratory Technical Report AFFDL-TR-66-163, Research and Technology Division, Air Force Systems Command, 1967. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/AD0656784>. Acesso em: 01 nov. 2023.
- Dongmo, J.-E. Aircraft loss-of-control recovery using feedback linearization and high order sliding mode control. **AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference**, Minneapolis, Minnesota, U.S.A., ago. 2012. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2012-4548>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2012-4548>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- Dornhein, M. A. Report pinpoints factors leading to YF-22 crash. **Aviation Week & Space Technology**, v. 9, p. 53-54, 1992. Disponível em: [http://pages.erau.edu/~rogers/as309/Videos/YF-22 %20Crash.htm](http://pages.erau.edu/~rogers/as309/Videos/YF-22%20Crash.htm). Acesso em: 15 jul. 2022.
- Drewiacki, D.; Silvestre, F. J. & Neto, A. B. Influence of airframe flexibility on pilot-induced oscillations. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 42, n. 7, p. 1537-1550, jul. 2019. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.G004024>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G004024>. Acesso em: 21 nov. 2024.
- Drewiacki, D.; Neto, A. B. & Silvestre, F. J. A new handling qualities criterion for pilot-augmented oscillations. **AIAA SCITECH 2020 Forum**, Orlando, Florida, U.S.A., p. 0282, jan. 2020. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2020-0282>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2020-0282>. Acesso em: 13 jun. 2022.
- Duda, H. **Frequency Domain Analysis of Rate Limiting Elements in Flight Control Systems**, DLR-FB 94-16, Interner Bericht (in German). 1994. Disponível em: <https://elib.dlr.de/30017/>. Acesso restrito.
- Duda, H. Effects of rate limiting elements in flight control systems-A new PIO-criterion. **AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference**, Baltimore, Maryland, U.S.A., p. 288-298, ago. 1995. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1995-3204>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1995-3204>. Acesso em: 15 jul. 2022.
- Duda, H. Prediction of pilot-in-the-loop oscillations due to rate saturation. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 20, n. 3, p. 581-587, mai. 1997. DOI: <https://doi.org/10.2514/2.4080>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.4080>. Acesso em: 10 dez. 2022.
- Duda, H.; Hovmark, G. & Forssell, L. Prediction of category II aircraft-pilot couplings - new experimental results. **22rd AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference**, New Orleans, Louisiana, U.S.A., p. 170-180, 1997. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1997-3499>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1997-3499>. Acesso em: 11 dez. 2022.

- Duda, H. **Flying qualities criteria considering rate limiting**, DLR-FB 97-15, Dissertation (in German), 1997. Disponível em: <https://elib.dlr.de/30370/>. Acesso restrito.
- Duda, H. Flight control system design considering rate saturation. **Aerospace Science and Technology**, v. 2, n. 4, p. 265-275, nov. 1998. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1270-9638\(98\)80004-7](https://doi.org/10.1016/S1270-9638(98)80004-7). Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270_963898800047. Acesso em: 04 nov. 2022.
- Duda, H.; Duus, G.; Hovmark, G. & Forssell, L. New flight simulator experiments on PIO due to rate saturation. **23rd AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference**, Boston, Maryland, U.S.A., p. 428-437, ago. 1998. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1998-4336>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1998-4336>. Acesso em: 04 nov. 2022.
- Duda, H. & Duus, G. Recent results of APC testing with ATTAS. **Pilot-Induced Oscillation Research: Status at the End of the Century**, NASA Dryden Flight Research Center, v. 1, 2001. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/20010038125>. Acesso em: 13 jul. 2022.
- Durham, W. C. & Bordignon, K. A. Multiple control effector rate limiting. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 19, n. 1, p. 30-37, 1996. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.21576>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.21576>. Acesso em: 31 out. 2023.
- Durham, W. **Aircraft Flight Dynamics and Control**. John Wiley & Sons, 2013. Disponível em: https://download.e-bookshelf.de/download/0003/9025/72/L-G-0003902572-00023_52884.pdf. 29 jan. 2022.
- Duus, G. & Duda, H. Analysis of the HAVE LIMITS database using the OLOP criterion. **AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit**, Portland, Oregon, ago. 1999. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1999-4007>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1999-4007>. Acesso em: 04 nov. 2022.
- Elkind, J. I. **Characteristics of Simple Manual Control Systems**. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, jun. 1956. Disponível em: <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/26873>. Acesso em: 25 out. 2023.
- Elkind, J. I. & Forgie, C. D. Characteristics of the human operator in simple manual control systems. **IRE Transactions on Automatic Control**, v. 4, n. 1, p. 44-55, mai. 1959. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1959.6429402>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6429402>. Acesso em: 26 out. 2023.
- Emelyanov, S. V. **Automatic Control Systems with Variable Structure**. Main Editorial Office of Physical and Mathematical Literature, Nauka Publishing House, Moscow, 1967. (In Russian). Disponível em: [\(seriya\)/_TOTK.html">http://publ.lib.ru/ARCHIVES/T/"Teoreticheskie_osnovy_tekhnicheskoy_kibernetiki"\(seriya\)/_TOTK.html](http://publ.lib.ru/ARCHIVES/T/). Acesso em: 04 mai. 2024.
- Entzinger, J. O. & Suzuki, S. Modeling of the visual approach to landing using neural networks and fuzzy supervisory control. **Aerospace Science and Technology**, v. 14, n. 2, p. 118-125, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2009.10.002>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963809000649>. Acesso em: 18 fev. 2024.

- Etkin, B. & Reid, L. D. **Dynamics of Flight: Stability and Control**. John Wiley & Sons, n. 3 1996. Disponível em: https://www.academia.edu/25575288/Dynamics_of_Flight_Stability_and_Control. Acesso em: 29 jan. 2022.
- European Union Aviation Safety Agency (EASA). Annual Safety Review 2023. **Safety Intelligence Department**, Cologne, Germany, 2023. DOI: <https://doi.org/10.2822/83672>. Disponível em: <https://op.europa.eu/>. Acesso em: 05 out. 2023.
- Evans, W. R. Graphical analysis of control systems. **AIEE Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 67, n. 1, p. 547-551, jan. 1948. DOI: <https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1948.5059708>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5059708>. Acesso em: 07 nov. 2023.
- Evans, W. R. Control system synthesis by root locus method. **AIEE Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 69, n. 1, p. 66-69, jan. 1950. DOI: <https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1950.5060121>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5060121>. Acesso em: 07 nov. 2023.
- Falb, P. & Wolovich, W. Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 12, n. 6, p. 651-659, 1967. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1967.1098737>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1098737>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Fenn, W. O. The mechanics of muscular contraction in man. **Journal of Applied Physics**, v. 9, n. 3, p. 165-177, mar. 1938. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.1710406>. Disponível em: <https://pubs.aip.org/aip/jap/article/9/3/165/176362/The-Mechanics-of-Muscular-Contraction-in-Man>. Acesso em: 18 fev. 2024.
- Fenichel, N. Geometric singular perturbation theory for ordinary differential equations. **Journal of Differential Equations**, v. 31, n. 1, p. 53-98, jan. 1979. DOI: [https://doi.org/10.1016/0022-0396\(79\)90152-9](https://doi.org/10.1016/0022-0396(79)90152-9). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022039679901529>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Fielding, C. The design of fly-by-wire flight control systems. **The Aeronautical Journal**, v. 105, n. 1051, p. 543-549, set. 2001. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0001924000018005>. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/journals/aeronautical-journal/article/design-of-flybywire-flight-control-systems/8C2A0AF919B7D112B67065FDEF584294>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- Fielding, C. Fly-by-wire flight control systems. **Encyclopedia of Aerospace Engineering**, John Wiley & Sons, Ltd, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1002/9780470686652.eae264>. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9780470686652.eae264>. Acesso em: 14 jun. 2022.
- Filippov, A. F. Differential equations with discontinuous right-hand side. **Matematicheskii Sbornik**, v. 93, n. 1, p. 99-128, 1960. (In Russian). Disponível em: <https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=sm&paperid=4807>. Acesso em: 03 abr. 2024.

- Filippov, A. G. Application of the theory of differential equations with discontinuous right-hand sides to non-linear problems in automatic control. **1st International IFAC Congress on Automatic and Remote Control**, v. 1, n. 1, p. 933-937, ago. 1960. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)70216-9](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)70216-9). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667017702169>. Acesso em: 03 mai. 2024.
- Filippov, A. G. **Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides**. Main Editorial Office of Physical and Mathematical Literature, Moscow, 1985. (In Russian). Disponível em: http://lib.yasu.am/disciplines_bk/993d02f72d5cf8043b064e5cd4ff13d0.pdf. Acesso em: 12 mai. 2024.
- Filippov, A. F. **Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides: Control Systems**. Mathematics and its Applications, Kluwer Academic Publishers, Springer Science & Business Media, 1988. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-94-0157793-9>. Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-015-7793-9>. Acesso em: 03 abr. 2024.
- Francis, B. A. & Wonham, W. M. The internal model principle for linear multivariable regulators. **Applied Mathematics and Optimization**, v. 2, n. 2, p. 170-194, jun. 1975. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01447855>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01447855>. Acesso em: 08 jul. 2024.
- Francis, B. A. & Wonham, W. M. The internal model principle of control theory. **Automatica**, v. 12, n. 5, p. 457-465, 1976. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(76\)90006-6](https://doi.org/10.1016/0005-1098(76)90006-6). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109876900066>. Acesso em: 08 jul. 2024.
- Francis, B. A. The linear multivariable regulator problem. **SIAM Journal on Control and Optimization**, v. 15, n. 3, p. 486-505, 1977. DOI: <https://doi.org/10.1137/0315033>. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/0315033>. Acesso em: 01 jun. 2024.
- Freeman, R. A. & Kokotovic, P. V. (a). Optimal nonlinear controllers for feedback linearizable systems. **IEEE Proceedings of 1995 American Control Conference**, Seattle, Washington, U.S.A, v. 4, p. 2722-2726, 1995. DOI: <https://doi.org/10.1109/AAC.1995.532343>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/532343>. Acesso em: 01 jun. 2024.
- Freeman, R. A. & Kokotovic, P. V. (b). Robust integral control for a class of uncertain nonlinear systems. **Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control**, v. 3, p. 2245-2250, dez. 1995. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC.1995.480537>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/480537>. Acesso em: 16 jul. 2024.
- Galeani, S.; Tarbouriech, S.; Turner, M. & Zaccarian, L. A tutorial on modern anti-windup design. **European Journal of Control**, v. 15, n. 3-4, p. 418-440, 2009. <https://doi.org/10.3166/ejc.15.418-440>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0947358009709987>. Acesso em: 07 ago. 2024.
- Galuppini, G.; Magni, L. & Raimondo, D. M. Model predictive control of systems with deadzone and saturation. **Control Engineering Practice**, v. 78, p. 56-64, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2018.06.010>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066118301710>. Acesso em: 23 out. 2023.

- Gatley, S. L.; Turner, M. C.; Postlethwaite, I. & Kumar, A. A comparison of rate-limit compensation schemes for pilot-induced-oscillation avoidance. **Aerospace Science and Technology**, v. 10, n. 1, p. 37-47, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2005.07.004>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963805001008>. Acesso em: 01 nov. 2023.
- Gelb, A. & Velde, W. E. **Multiple-input describing functions and nonlinear system design**. McGraw-Hill, 1968. Disponível: <https://ocw.mit.edu/courses/16-30-estimation-and-control-of-aerospace-systems-spring-2004/>. Acesso em: 10 out. 2024.
- Gestwa, M. & Grigorie, L. Using fuzzy control for modeling the control behaviour of a human pilot. **Fuzzy Controllers, Theory and Applications**, p. 297-326, 2011. DOI: <https://doi.org/10.5772/14491>. Disponível em: <https://www.intechopen.com/chapters/13979>. Acesso em: 19 fev. 2024.
- Gibson, J. C. Piloted handling qualities design criteria for high order flight control systems. **Advisory Group for Aerospace Research and Development, Criteria for Handling Qualities of Military Aircraft**, Conference proceedings, AGARD-AR-333, 1982. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/tr/pdf/ADA118596.pdf>. Acesso em: 19 fev. 2024.
- Gibson, J. C. Handling qualities for unstable combat aircraft. **ICAS 15th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences**, United Kingdom, London, p. 433-445, 1986. Disponível em: https://www.icas.org/ICAS_ARCHIVE/ICAS1986/ICAS-86-5.3.4.pdf. Acesso em: 08 out. 2024.
- Gibson, J. C. The definition, understanding and design of aircraft handling qualities. **Delft University of Technology**, Faculty of Aerospace Engineering, Report LR-756, 1995. Disponível em: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:a7d15d2e-7075-4487-9ca5-39e93ca93baa>. Acesso em: 26 out. 2023.
- Gibson, J. C. **Development of a Design Methodology for Handling Qualities Excellence in Fly by Wire Aircraft**. PhD thesis, Delft University Press, Faculty of Aerospace Engineering, 1999. Disponível em: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3A6b564b35-cb74-436c-8c47-845bfbbb8b4d>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- Gibson, J. C. Designing to prevent safety-related PIO. **Pilot-Induced Oscillation Research: Status at the End of the Century**, NASA Dryden Flight Research Center, v. 1, 2001. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/20010038125>. Acesso em: 13 jul. 2022.
- Gilbert, E. G. The decoupling of multivariable systems by state feedback. **SIAM Journal on Control**, v. 7, n. 1, p. 50-63, fev. 1969. DOI: <https://doi.org/10.1137/0307004>. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/0307004>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Gilbreath, G. P. **Prediction of Pilot-Induced Oscillations (PIO) Due to Actuator Rate Limiting Using the Open-Loop Onset Point (OLOP) Criterion**. PhD thesis. Air Force Institute of Technology, mar. 2001. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA390168>. Acesso em: 15 jul. 2022.
- Graham, D. & McRuer, D. T. **Analysis of Nonlinear Control Systems**. John Wiley & Sons, Inc, 1961. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/375063691/Analysis-of-Nonlinear-Control-Systems-by-Graham-and-McRuer>. Acesso em: 28 mar. 2023.

- Graham, D. & McRuer, D. Retrospective essay on nonlinearities in aircraft flight control. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 14, n. 6, p. 1089-1099, 1991. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.20762>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.20762>. Acesso em: 27 mar. 2023.
- Graybeal, T. D. Block diagram network transformation. **Electrical Engineering**, v. 70, n. 11, p. 985-990, nov. 1951. DOI: <https://doi.org/10.1109/EE.1951.6436927>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6436927>. Acesso em: 05 set. 2024.
- Griffin, M. J. The validation of biodynamic models. **Clinical Biomechanics**, v. 16, n.1, p. S81-S82, 2001. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0268-0033\(00\)00101-7](https://doi.org/10.1016/S0268-0033(00)00101-7). Disponível em: [https://www.clin-biomech.com/article/S0268-0033\(00\)00101-7/pdf](https://www.clin-biomech.com/article/S0268-0033(00)00101-7/pdf). Acesso em: 30 jan. 2024.
- Guillemin, E. A. **The Mathematics of Circuit Analysis**. Principles of electrical engineering series, Extensions to the mathematical training of electrical engineers. Massachusetts institute of technology. John Wiley & Sons, 1949. Disponível em: <https://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.19889/n5/mode/2up>. Acesso em: 08 dez. 2023.
- Hall, A. C. **The Analysis and Synthesis of Linear Servomechanisms**. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, mai. 1943. Disponível em: <https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/111056/55538966-MIT.pdf>. Acesso em: 13 nov. 2023.
- Hall, I. A. M. Effects of controlled element on the human pilot. **Princeton University**, Wright Air Development Center Technical Report WADC TR 57-509, Armed Services Technical Information Agency ASTIA Document N. AD-130979, Air Research and Development Command, AF 33 (616)-2506, Princeton, New Jersey, v. 57, n. 509, ago.1958. Disponível em: https://books.google.com.br/books/about/Effects_of_Controlled_Element_on_the_Hum.html?id=L7GSF4xucqwC. Acesso em: 26 jan. 2024.
- Hall, I. A. M. Study of the human pilot as a servo-element. **Journal of the Royal Aeronautical Society**, v. 67, n. 630, p. 351-360, 1963. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0001924000062771>. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/journals/aeronautical-journal/article/study-of-the-human-pilot-as-a-servoelement/433B5EE2683C8410F8A13B58602290B8>. Acesso em: 22 out. 2023.
- Hall, G. H. & Harper, R. P. In-flight simulation of the light weight fighters. **Aircraft Systems and Technology Meeting**, Los Angeles, California, U.S.A., 1975. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1975-985>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1975-985>. Acesso em: 05 out. 2024.
- Hanke, D. Handling qualities analysis on rate limiting elements in flight control systems. Flight vehicle integration panel workshop on pilot-induced oscillations. **Advisory Group for Aerospace Research and Development**, Advisory Report AGARD-AR-335, v. 1, 1995. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA295962.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- Hanus, R.; Kinnaert, M. & Henrotte, J.-L. Conditioning technique, a general anti-windup and bumpless transfer method. **Automatica**, v. 23, n. 6, p. 729-739, 1987. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(87\)90029-X](https://doi.org/10.1016/0005-1098(87)90029-X). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000510988790029X>. Acesso em: 02 jun. 2024.

- Harper, R. P. Flight evaluations of various longitudinal handling qualities in a variable - Stability jet fighter. **Cornell Aeronautical Laboratory**, Aeronautical Research Laboratory, Wright Air Development Center Technical Report WADC-TR-55-299, Air Research and Development Command, Buffalo, New York, U.S.A, jul. 1955. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/tr/AD0092496>. Acesso em: 28 jan. 2024.
- Harper, R. P. & Cooper, G. E. Handling qualities and pilot evaluation. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 9, n. 5, p. 515-529, 1986. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.20142>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.20142>. Acesso em: 13 jul. 2023.
- Hazen, H. L. Theory of servo-mechanisms. **Journal of the Franklin Institute**, v. 218, n. 3, p. 279-331, set. 1934. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0016-0032\(34\)90254-4](https://doi.org/10.1016/S0016-0032(34)90254-4). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0016003234902544>. Acesso em: 14 nov. 2023.
- Hess, R. A. Prediction of pilot opinion ratings using an optimal pilot model. **Human Factors**, v. 19, n. 5, p. 459-475, out. 1977. DOI: <https://doi.org/10.1177/001872087701900503>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/001872087701900503>. Acesso em: 27 out. 2023.
- Hess, R. A. Structural model of the adaptive human pilot. **Journal of Guidance and Control**. v. 3, n. 5, p. 416-423, set. 1980. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.56015>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.56015>. Acesso em: 20 jun. 2023.
- Hess, R. A. Pursuit tracking and higher levels of skill development in the human pilot. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, v. 11, n. 4, p. 262-273, abr. 1981. DOI: <https://doi.org/10.1109/TSMC.1981.4308673>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4308673>. Acesso em: 28 out. 2023.
- Hess, R. A. A model-based investigation of manipulator characteristics and pilot/vehicle performance. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 6, n. 5, 348-354, set. 1983. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.19841>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.19841>. Acesso em: 19 ago. 2023.
- Hess, R. A. Effects of time delays on systems subject to manual control. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 7, n. 4, p. 416-421, 1984. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.19872>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.19872>. Acesso em: 20 jun. 2022.
- Hess, R. A. Theory for aircraft handling qualities based upon a structural pilot model. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 12, n. 6, p. 792-797, 1989. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.20483>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.20483>. Acesso em: 30 jan. 2024.
- Hess, R. A. Model for human use of motion cues in vehicular control. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 13, n. 3, p. 475-482, 1990. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.25360>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.25360>. Acesso em: 29 ago. 2023.
- Hess, R. A. Modeling the effects of display quality upon human pilot dynamics and perceived vehicle handling qualities. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, v. 25, n. 2, p. 338-344, fev. 1995. DOI: <https://doi.org/10.1109/21.364831>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/364831>. 20 jun. 2022.

- Hess (a), R. A. Unified theory for aircraft handling qualities and adverse aircraft-pilot coupling. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 20, n. 6, p. 1141-1148, 1997. DOI: <https://doi.org/10.2514/2.4169>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.4169>. Acesso em: 19 mai. 2022.
- Hess, R. A. & Wells, S. R. Sliding mode control applied to reconfigurable flight control design. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 26, n. 3, p. 452-462, 2003. DOI: <https://doi.org/10.2514/2.5083>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.5083>. Acesso em: 04 mar. 2023.
- Hess, R. A. Simplified approach for modelling pilot pursuit control behaviour in multi-loop flight control tasks. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers IMechE, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, v. 220, n. 2, p. 85-102, fev. 2006. DOI: <https://doi.org/10.1243/09544100jaero33>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1243/09544100jaero33>. Acesso em: 29 ago. 23.
- Hess, R. A. Modeling pilot control behavior with sudden changes in vehicle dynamics. **Journal of Aircraft**, v. 46, n. 5, p. 1584-1592, set. 2009. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.41215>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.41215>. Acesso em: 20 jun. 2022.
- Hess, R. A. A model for pilot control behavior in analyzing potential loss-of-control events. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers IMechE, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, v. 228, n. 10, p. 1845-1856, abr. 2014. DOI: <https://doi.org/10.1177/0954410014531218>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0954410014531218>. Acesso em: 07 abr. 2022.
- Hess, R. A. Modeling human pilot adaptation to flight control anomalies and changing task demands. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 9, n. 3, 655-666, 2016. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.G001303>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G001303>. Acesso em: 20 jun. 2022.
- Hick, W. E. The discontinuous functioning of the human operator in pursuit tasks. **Quarterly Journal of Experimental Psychology**, v. 1, n. 1, p. 36-51, abr. 1948. DOI: <https://doi.org/10.1080/17470214808416741>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1080/17470214808416741>. Acesso em: 25 out. 2023.
- Hirschorn, R. M. (A, B)-Invariant distributions and disturbance decoupling of nonlinear systems. **SIAM Journal on Control and Optimization**, v. 19, n. 1, p. 1-19, 1981. DOI: <https://doi.org/10.1137/0319001>. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/0319001>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Hodgkinson, J. The relation of handling qualities ratings to aircraft safety. **Flight vehicle integration panel workshop on pilot induced oscillations**. Advisory Group for Aerospace Research and Development, Advisory Report AGARD-AR-335, v. 1, fev. 1995. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA295962.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- Hodgkinson, J. & Mitchell, D. G. **Flight Control Systems: Practical Issues in Design and Implementation**, Pratt, R. (ed.) The Institution of Electrical Engineers e The American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000. Disponível em: https://kupdf.net/download/flight-control-systems-practical-issues-in-design-and-implementation_590030b2dc0d605606959e85_pdf. Acesso em: 20 jul. 2022.

- Hosman, R. J. **Pilot's Perception and Control of Aircraft Motions**, PhD thesis, Delft University of Technology, set. 1996. Disponível em: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3A5a5d325e-cd81-43ee-81fd-8cf90752592d>. Acesso em: 30 jan. 2024.
- Hosman, R. & Stassen, H. Pilot's perception and control of aircraft motions. **7th IFAC Symposium on Analysis, Design and Evaluation of Man Machine Systems**, Kyoto, Japan, v. 31, n. 26, p. 311-316, 1998. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)40111-X](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)40111-X). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S147466701740111X>. Acesso em: 30 jan. 2024.
- Hosman, R. & Stassen, H. Pilot's perception in the control of aircraft motions. **Control engineering practice**, v. 7, n. 11, p. 1421-1428, nov. 1999. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0967-0661\(99\)00111-2](https://doi.org/10.1016/S0967-0661(99)00111-2). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S147466701740111X>. Acesso em: 30 jan. 2024.
- Huang, J. & Rugh, W. J. On a nonlinear multivariable servomechanism problem. **Automatica**, v. 26, n. 6, p. 963-972, 1990. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(90\)90081-R](https://doi.org/10.1016/0005-1098(90)90081-R). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000510989090081R>. Acesso em: 01 jun. 2024.
- Huang, J. & Lin, C.-F. On a robust nonlinear servomechanism problem. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 39, n. 7, p. 1510-1513, 1994. <https://doi.org/10.1109/9.299646>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/299646>. Acesso em: 07 jul. 2024.
- Huang, J. Asymptotic tracking and disturbance rejection in uncertain nonlinear systems. **IEEE transactions on Automatic Control**, v. 40, n. 6, p. 1118-1122, 1995. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.388697>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/388697>. Acesso em: 08 jul. 2024.
- Huang, Y. J.; Kuo, T. C. & Way, H. K. Robust vertical takeoff and landing aircraft control via integral sliding mode. **IEE Proceedings - Control Theory and Applications**, v. 150, n. 4, p. 383-388, jul. 2003. DOI: <https://doi.org/10.1049/ip-cta:20030593>. Disponível em: https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ip-cta_20030593. Acesso em: 07 abr. 2024.
- Huang, J. **Nonlinear Output Regulation: Theory and Applications**. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004. DOI: <https://doi.org/10.1137/1.9780898718683>. Disponível em: <https://epu.bs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9780898718683>. Acesso em: 07 jul. 2024.
- Hung, J. Y.; Gao, W. & Hung, J. C. Variable structure control: A survey. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 40, n. 1, p. 2-22, fev. 1993. DOI: <https://doi.org/10.1109/41.183817>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/184817>. Acesso em: 03 abri. 2024.
- Hurt, H. H. **Aerodynamics for Naval Aviators**. Naval Air Systems Command NAVAIR 00-80T-80, jan. 1965. Disponível em: https://www.faa.gov/sites/faa.gov/files/regulations_policies/handbooks_manuals/aviation/00-80T-80.pdf. Acesso em: 29 jan. 2022.
- Incremona, G. P.; Ferrara, A. & Magni, L. MPC for robot manipulators with integral sliding modes generation. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 22, n. 3, p. 1299-1307, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMECH.2017.2674701>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7864379>. Acesso em: 04 mar. 2023.

- Iqbal, J.; Ullah, M.; Khan, S. G.; Khelifa, B. & Ćuković, S. Nonlinear control systems - A brief overview of historical and recent advances. **Nonlinear Engineering**, v. 6, n. 4, p. 301-312, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1515/nleng-2016-0077>. Disponível em: <https://www.degruyter.com/document/doi/10.1515/nleng-2016-0077>. Acesso em: 08 mar. 2023.
- Iloputaife, O. Minimizing pilot-induced-oscillation susceptibility during C-17 development. **22nd AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference**, AIAA-97-3497, New Orleans, Los Angeles, California, U.S.A., p. 155-163, ago. 1997. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1997-3497>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1997-3497>. Acesso em: 07 abr. 2022.
- International Air Transport Association (IATA). **Loss of Control In-Flight (LOC-I) Prevention: Beyond the Control of Pilots**. Safety & Flight Operations, Montreal, Canada, n. 1, 2015. Disponível em: <https://www.iata.org/publishing>. Acesso em: 09 jul. 2023.
- International Air Transport Association (IATA). **Environmental Factors Affecting Loss of Control In-Flight: Best Practice for Threat Recognition & Management**. Safety and Flight Operations, Montreal, Canada, n. 1, 2016. Disponível em: <https://www.iata.org/publishing>. Acesso em: 9 jul. 2023.
- International Air Transport Association (IATA). **Loss of Control In-Flight Accident Analysis Report**, Guidance Material and Best Practices, Safety and Flight Operations, Montreal, Canada, 2019. Disponível em: <https://www.iata.org/publishing>. Acesso em: 09 jul. 2023.
- International Civil Aviation Organization (ICAO). Doc 10004. Global aviation safety plan 2023 – 2025, **International Civil Aviation Organization**, Montreal, Canada, 2022. Disponível em: <https://www.icao.int>. Acesso em: 09 jul. 2023.
- International Civil Aviation Organization (ICAO). **Safety Report**, Montreal, Canada, 2023. Disponível em: <https://www.icao.int>. Acesso em: 09 jul. 2023.
- Isidori, A.; Krener, A.; Gori-Giorgi, C. & Monaco, S. Nonlinear decoupling via feedback: A differential geometric approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 26, n. 2, p. 331-345, abr. 1981. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1981.1102604>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1102604>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Isidori, A. & Byrnes, C. I. Output regulation of nonlinear systems. **IEEE transactions on Automatic Control**, v. 35, n. 2, p. 131-140, fev. 1990. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.45168>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/45168>. Acesso em: 31 mai. 2023.
- Isidori, A. **Nonlinear Control Systems**. Communications and Control Engineering Series, Springer-Verlag London, n. 3, 1995. DOI: <https://doi.org/10.1107/978-1-84628-615-5>. Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-84628-615-5>. Acesso em: 31 mai. 2024.
- Isidori, A. Global almost disturbance decoupling with stability for non-minimum-phase single-input single-output nonlinear systems. **Systems & Control Letters**, v. 28, n. 2, p. 115-122, jun. 1996. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(96\)00021-7](https://doi.org/10.1016/0167-6911(96)00021-7). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691196000217>. Acesso em: 09 ago. 2024.

- Isidori, A. The zero dynamics of a nonlinear system: From the origin to the latest progresses of a long successful story. **European Journal of Control**, v. 19, n. 5, p. 369-378, set. 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2013.05.014>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0947358013000836>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Itkis, U. **Control Systems of Variable Structure**. Keter Publishing House Jerusalem, A Haslsted Press Book, John Wiley & Sons, 1976. Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/90441942/1976-control-systems-of-variable-structure-itkis>. Acesso em: 05 mai. 2024.
- Jafarov, E. M. & Tasaltin, R. Robust sliding-mode control for the uncertain MIMO aircraft model F-18. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 36, n. 4, p. 1127-1141, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1109/7.892663>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/892663>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Jakubczyk, B. & Respondek, W. On linearization of control systems. **Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences**, Serie des Sciences mathématiques, v. 28, n. 9-10, p. 517-522, 1980. Disponível em: <https://heuklyd.github.io/papers/pdf/Jakubczyk-Respondek-1980.pdf>. Acesso em: 01 jun. 2024.
- James, H. M.; Nichols, N. B. & Phillips, R. S. **Theory of Servomechanisms**. Office of Scientific Research and Development National Defense Research Committee, McGraw-Hill Book Company, v. 25, n. 1, 1947. Disponível em: <http://www.introni.it/pdf/25%20-%20Theory%20of%20Servomechanisms.pdf>. Acesso em: 14 nov. 2023.
- Jia, S. & Shan, J. Continuous integral sliding mode control for space manipulator with actuator uncertainties. **Aerospace Science and Technology**, v. 106, p. 106192, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2020.106192>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1270963820308749>. Acesso em: 31 jul. 2024.
- Jiang, Z.-P.; Teel, A. R. & Praly, L. Small-gain theorem for ISS systems and applications. **Mathematics of Control, Signals and Systems**, v. 7, p. 95-120, jun. 1994. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01211469>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/bf0121z1469>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Jiang, Z.-P. & Marcelis, I. Robust nonlinear integral control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 46, n. 8, p. 1336-1342, ago. 2001. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.940947>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/940947>. Acesso em: 16 jul. 2024.
- Jobling, C. P. **EGLM03 Modern Control Systems**, Swansea University, 2019. Disponível em: <https://cpjobling.github.io/eglm03-textbook/intro.html>. Acesso em: 17 jul. 2024.
- Johnson, C. D. Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 16, n. 6, p. 635-644, dez. 1971. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1971.1099830>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1099830>. Acesso em: 01 jun. 2024.
- Johnson, E. C. Sinusoidal analysis of feedback-control systems containing nonlinear elements. **IEEE Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry**, v. 71, n. 3, p. 169-181, jul. 1952. DOI: <https://doi.org/10.1109/tai.1952.6371220>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6371220>. Acesso em: 21 out. 2023.

- Johnson, R. S. **Singular Perturbation Theory: Mathematical and Analytical Techniques with Applications to Engineering**. Springer Science & Business Media, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1007/b100957>. Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/b100957>. Acesso em: 05 jul. 2024.
- Khalil, H. K. & Saberi, A. Adaptive stabilization of a class of nonlinear systems using high-gain feedback. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 32, n. 11, p. 1031-1035, 1987. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1987.1104481>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1104481>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Khalil, H. K. & Farzad, E. Semiglobal stabilization of a class of nonlinear systems using output feedback. **Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control**, p. 3423-3428, dez. 1992. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC.1992.371219>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/371219>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Khalil, H. K. Robust servomechanism output feedback controllers for feedback linearizable systems. **Automatica**, v. 30, n. 10, p. 1587-1599, out. 1994. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(94\)90098-1](https://doi.org/10.1016/0005-1098(94)90098-1). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109894900981>. Acesso em: 31 mai. 2023.
- Khalil, H. K. Nonlinear Control. Pearson Education, Prentice Hall, n. 2, 1996. Disponível em: https://nasim.hormozgan.ac.ir/ostad/UploadedFiles/863740/863740-87071863544_56456.pdf. Acesso em: 04 jan. 2024.
- Khalil, H. K. Universal regulators for minimum phase nonlinear systems. **Proceedings of the 1998 American Control Conference**, Philadelphia, Pennsylvania, U.S.A., v. 2, p. 756-760, 1998. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.1998.703509>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/703509>. Acesso em: 03 jan. 2024.
- Khalil, H. K. Universal integral controllers for minimum-phase nonlinear systems. **IEEE Transactions on automatic control**, v. 45, n. 3, p. 490-494, mar. 2000. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.847730>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/847730>. Acesso em: 26 mai. 2023.
- Khalil (a), H. K. Improved performance of universal integral regulators. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 115, p. 571-586, dez. 2002. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1021203230301>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1021203230301>. Acesso em: 26 mai. 2023.
- Khalil (b), H. K. **Nonlinear Control**. Pearson Education, Prentice Hall, n. 3, 2002. Disponível em: http://www.coep.ufrj.br/~liu/livros/Hassan_K.Khalil-Nonlinear_systems-Prent.djvu_best.pdf. Acesso em: 02 mar. 2024.
- Khalil, H. K. **Nonlinear Control**. Pearson Education. 2015. Disponível em: https://www.academia.edu/105520971/Nonlinear_Control_Hassan_K_Khalil_1. Acesso em: 14 abr. 2024.
- Kleinman, D. L.; Baron, S. & Levison, W. H. An optimal control model of human response part I: theory and validation. **Automatica**, Pergamon Press, v. 6, n. 3, p. 357-369, 1970. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(70\)90051-8](https://doi.org/10.1016/0005-1098(70)90051-8). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109870900518>. Acesso em: 20 jun. 2023.

- Klyde, D. H.; McRuer, D. T. & Myers, T. T. Unified pilot-induced oscillation theory, volume I: PIO analysis with linear and nonlinear effective vehicle characteristics, including rate limiting. **National Technical Information Service (NTIS)**, Systems Technology, Flight Dynamics Directorate, Wright Laboratory Technical Report WL-TR-96-3028, Hawthorne, California, dez. 1995. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA307580>. Acesso em: 04 abr. 2022.
- Klyde, D. H.; McRuer, D. T. & Myers, T. T. Pilot-induced oscillation analysis and prediction with actuator rate limiting. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 20, n. 1, p. 81-89, jan. 1997. DOI: <https://doi.org/10.2514/2.3998>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.3998>. Acesso em: 13 jul. 2022.
- Klyde, D. H. & Mitchell, D. G. Investigating the role of rate limiting in pilot-induced oscillations. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 27, n. 5, p. 804-813, 2004. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.3215>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.3215>. Acesso em: 01 out. 2023.
- Klyde, D. H.; Thompson, P. M.; Bachelder, E. N. & Rosenthal, T. J. Evaluation of Wavelet-Based Techniques for Detecting Loss of Control. **AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit**, Providence, Rhode Island, U.S.A., ago. 2004. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2004-4702>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2004-4702>. Acesso em: 01 out. 2023.
- Klyde, D. H. & McRuer, D. T. Development of Smart-Cue and Smart-Gain Concepts to Alleviate Loss of Control. **AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit**, Honolulu, Hawaii, U.S.A., ago. 2008. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2008-6209>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2008-6209>. Acesso em: 10 jul. 2022.
- Klyde, D. H. & McRuer, D. T. Smart-Cue and Smart-Gain concepts to alleviate loss of control. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 32, n. 5, p. 1409-1417, 2009. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.43156>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.43156>. Acesso em: 10 jul. 2022.
- Klyde, D. H.; Schulze, P. C.; Mello, R. S. F.; Mitchell, D. G.; Neil, C.; Cunliffe, C. & White, M. D. Assessment of a scalogram-based pilot-induced oscillation metric with flight-test and simulation data. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 43, n. 11, p. 2058-2072, 2020. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.G004981>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G004981>. Acesso em: 19 mai. 2022.
- Klyde, D. H. **Pilot-Induced Oscillations and Control Surface Rate Limiting: Comprehension, Analysis, Mitigation, and Detection**, PhD thesis, Delft University of Technology, 2022. <https://doi.org/10.4233/uuid:5c7e535b-0110-488a-b9d5-073ee3c39059>. Disponível em: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:5c7e535b-0110-488a-b9d5-073ee3c39059>. Acesso em: 24 mar. 2023.
- Knobloch, H. W.; Isidori, A. & Flockerzi, D. **Topics in Control Theory**, v. 22. Birkhäuser, 1993. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-0348-8566-9>. Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-0348-8566-9>. Acesso em: 08 jul. 2024.
- Kochenburger, R. J. A frequency response method for analyzing and synthesizing contactor servomechanisms. **IEEE Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 69, n. 1, p. 270-284, 1950. DOI: <https://doi.org/10.1109/t-aiee.1950.5060149>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5060149>. Acesso em: 21 out. 2023.

- Kokotovic, P. & Marino, R. On vanishing stability regions in nonlinear systems with high-gain feedback. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 31, n. 10, p. 967-970, out. 1986. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1986.1104140>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1104140>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Kokotovic, P.; Khalil, H. K. & O'Reilly, J. **Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design**. SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/book/10.1137/1.9781611971118>. Acesso em: 05 jul. 2024.
- Kothare, M. V., Campo, P. J.; Morari, M. & Nett, C. N. A unified framework for the study of anti-windup designs. **Automatica**, v. 30, n. 12, p. 1869-1883, 1994. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(94\)90048-5](https://doi.org/10.1016/0005-1098(94)90048-5). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109894900485>. Acesso em: 02 jun. 2024.
- Kou, S. R.; Elliott, D. L. & Tarn, T. J. Exponential observers for nonlinear dynamic systems. **Information and Control**, v. 29, n. 3, p. 204-216, nov. 1975. DOI: [https://doi.org/10.1016/S00019958\(75\)90382-4](https://doi.org/10.1016/S00019958(75)90382-4). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001995875903824>. Acesso em: 13 jun. 2024.
- Krendel, E. S. & McRuer, D. T. A servomechanisms approach to skill development. **Journal of the Franklin Institute**, v. 269, n. 1, p. 24-42, jan. 1960. DOI: [https://doi.org/10.1016/0016-0032\(60\)90245-3](https://doi.org/10.1016/0016-0032(60)90245-3). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0016003260902453>. Acesso em: 09 nov. 2023.
- Krener, A. J. On the equivalence of control systems and the linearization of nonlinear systems. **SIAM Journal on Control**, v. 11, n. 4, p. 670-676, 1973. DOI: <https://doi.org/10.1137/0311051>. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/0311051>. Acesso em: 07 jul. 2024.
- Krener, A. J. & Isidori, A. Linearization by output injection and nonlinear observers. **Systems & Control Letters**, v. 3, n. 1, p. 47-52, 1983. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(83\)90037-3](https://doi.org/10.1016/0167-6911(83)90037-3). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691183900373>. Acesso em: 13 jul. 2024.
- Krener, A. J. & Respondek, W. Nonlinear observers with linearizable error dynamics. **SIAM Journal on Control and Optimization**, v. 23, n. 2, p. 197-216, 1985. DOI: <https://doi.org/10.1137/0323016>. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/0323016>. Acesso em: 13 jul. 2024.
- Kreyszig, E.; Kreyszig, H. & Norminton, E. **Advanced Engineering Mathematics**. John Wiley & Sons, n. 10, 2018. Disponível em: https://www.bau.edu.jo/UserPortal/UserProfile/PostsAttach/59003_3812_1.pdf. Acesso em: 15 dez. 2023.
- Kreund, E. The structure of decoupled non-linear systems. **International Journal of Control**, v. 21, n. 3, p. 443-450, 1975. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207177508922001>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207177508922001>. Acesso em: 30 jul. 2024.
- Labbadi, M.; & Cherkaoui, M. Robust integral terminal sliding mode control for quadrotor UAV with external disturbances. **International Journal of Aerospace Engineering**, v. 2019, n. 1, p. 2016416, ago. 2019. DOI: <https://doi.org/10.1155/2019/2016416>. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1155/2019/2016416>. Acesso em: 04 mar. 2024.

- Laghrouche, S.; Plestan, F. & Glumineau, A. Higher order sliding mode control based on integral sliding mode. **Automatica**, v. 43, n. 3, p. 531-537, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2006.09.017>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S000510980600433X>. Acesso em: 01 ago. 2024.
- Lee, K. W., Nambisan, P. R. & Singh, S. N. Adaptive variable structure control of aircraft with an unknown high-frequency gain matrix. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 31, n. 1, p. 194-203, jan. 2008. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.31209>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.31209>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- Leonov, G. A.; Andrievskii, B. R.; Kuznetsov, N. V. & Pogromskii, A. Y. Aircraft control with anti-windup compensation. **Differential Equations**, v. 48, n. 13, p. 1700-1720, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0012266112130022>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1134/S0012266112130022>. Acesso em: 30 out. 2023.
- Levant, A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. **International journal of control**, v. 58, n. 6, p. 1247-1263, 1993. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207179308923053>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/00207179308923053>. Acesso em: 30 jul. 2024.
- Levant, A. Robust exact differentiation via sliding mode technique. **Automatica**, v. 34, n. 3, p. 379-384, 1998. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(97\)00209-4](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(97)00209-4). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109897002094>. Acesso em: 28 jul. 2024.
- Levant, A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. **International journal of Control**, v. 76, n. 9-10, p. 924-941, 2003. DOI: <https://doi.org/10.1080/0020717031000099029>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/0020717031000099029>. Acesso em: 07 ago. 2024.
- Levant, A.; Pridor, A.; Gitizadeh, R.; Yaesh, I. & Ben-Asher, J. Z. Aircraft pitch control via second-order sliding technique. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 23, n. 4, p. 586-594, 2000. DOI: <https://doi.org/10.2514/2.4591>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.4591>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- Levant, A. Chattering analysis. **IEEE transactions on automatic control**, v. 55, n. 6, p. 1380-1389, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.2010.2041973>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5404431>. Acesso em: 30 nov. 2024.
- Levi, O. A. & Nelson, W. E. An analytical and flight-test approach to the reduction of pilot-induced oscillation susceptibility. **Journal of Aircraft**, v.1, n. 4, p. 178-184, jul. 1964. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.43579>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.43579>. Acesso em: 01 nov. 2023.
- Levin, J. J. & Levinson, N. Singular perturbations of non-linear systems of differential equations and an associated boundary layer equation. **Journal of Rational Mechanics and Analysis**, v. 3, p. 247-270, 1954. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/24900288>. Acesso em: 05 jul. 2024.

- Levinson, E. Some saturation phenomena in servomechanisms with emphasis on the tachometer stabilized system. **IEEE Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry**, v. 72, n. 1, p. 1-9, 1953. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAI.1953.6371295>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6371295>. Acesso em: 30 mar. 2023.
- Li, S.; Wang, Y.; Tan, J. & Zheng, Y. Adaptive RBFNNs/integral sliding mode control for a quadrotor aircraft. **Neurocomputing**, v. 216, p. 126-134, dez. 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2016.07.033>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925231216307780>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Li, Y.; Ang, K. H. & Chong, G. C. PID control system analysis and design. **Control Systems Magazine**, v. 26, n. 1, p. 32-41, fev. 2006. DOI: <https://doi.org/10.1109/MCS.2006.1580152>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1580152>. Acesso em: 25 out. 2023.
- Liang, X.-H.; Yamada, K.; Sakamoto, N. & Jikuya, I. Model predictive controller design to suppress rate-limiter-based pilot-induced oscillations. **Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences**, v. 49, n. 166, p. 239-245, mar. 2007. DOI: <https://doi.org/10.2322/tjsass.49.239>. Disponível em: https://www.jstage.jst.go.jp/article/tjsass/49/166/49_166_239/article. Acesso em: 23 out. 2023.
- Liberzon, D.; Morse, A. S. & Sontag, E. D. Output-input stability and minimum-phase non-linear systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 47, n. 3, p. 422-436, mar. 2002. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.989070>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/989070>. Acesso em: 27 ago. 2024.
- Liebst, B. S.; Chapa, M. J. & Leggett, D. B. Nonlinear prefilter to prevent pilot-induced oscillations due to actuator rate limiting. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 25, n. 4, p. 740-747, jul. 2002. DOI: <https://doi.org/10.2514/2.4941>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.4941>. Acesso em: 12 set. 2022.
- Lin, C.-M. & Chin, W.-L. Adaptive decoupled fuzzy sliding-mode control of a nonlinear aeroelastic system. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 29, n. 1, p. 206-209, jan. 2006. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.17152>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.17152>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- Lombaerts, T.; Schuet, S.; Acosta, D.; Kaneshige, J.; Shish, K. & Martin, L. Piloted simulator evaluation of safe flight envelope display indicators for loss of control avoidance. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 40, n. 4, p. 948-963, abr. 2017. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.G001731>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G001731>. Acesso em: 20 jul. 2022.
- Lone, M. & Cooke, A. Review of pilot models used in aircraft flight dynamics. **Aerospace Science and Technology**, v. 34, p. 55-74, abr. 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2014.02.003>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963814000285>. Acesso em: 20 jun. 2022.
- Lozier, J. A steady state approach to the theory of saturable servo systems. **IRE Transactions on Automatic Control**, v. 1, n. 1, p. 19-39, mai. 1956. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1956.1100815>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1100815>. Acesso em: 30 out. 2023.

- Luenberger, D. G. Observing the state of a linear system. **IEEE Transactions on Military Electronics**, v. 8, n. 2, p. 74-80, 1964. DOI: <https://doi.org/10.1109/TME.1964.4323124>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4323124>. Acesso em: 13 jul. 2024.
- Luenberger, D. G. Observers for multivariable systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 11, n. 2, p. 190-197, 1966. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1966.1098323>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1098323>. Acesso em: 13 jul. 2024.
- Luenberger, D. G. An introduction to observers. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 16, n. 6, p. 596-602, dez. 1971. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1971.1099826>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1099826>. Acesso em: 14 jul. 2024.
- Magdaleno, R. E. & McRuer, D. T. Experimental validation and analytical elaboration for models of the pilot's neuromuscular subsystem in tracking tasks. **Systems Technology**, National Aeronautics and Space Administration, Contractor Report NASA-CR-1757, 1971. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19710013188>. Acesso em: 26 jan. 2024.
- Mahmoud, N. A. & Khalil, H. K. Asymptotic regulation of minimum phase nonlinear systems using output feedback. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 41, n. 10, p. 1402-1412, out. 1996. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.539423>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/539423>. Acesso em: 12 mai. 2023.
- Marino, R. High-gain feedback in non-linear control systems. **International Journal of Control**, v. 42, n. 6, p. 1369-1385, 1985. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207178508933431>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/00207178508933431>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Marino, R.; Respondek, W.; Van der Schaft, A. J. & Tomei, P. Nonlinear H_∞ almost disturbance decoupling. **Systems & Control Letters**, v. 23, n. 3, p. 159-168, set. 1994. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(94\)90001-9](https://doi.org/10.1016/0167-6911(94)90001-9). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691194900019>. Acesso em: 09 ago. 2024.
- Marino, R.; Respondek, W. & Van der Schaft A. J. Almost disturbance decoupling for single-input single-output nonlinear systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 34, n. 9, p. 1013-1017, set. 1989. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.35821>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/35821>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Marino, R. & Tomei, P. Dynamic output feedback linearization and global stabilization. **Systems & Control Letters**, v. 17, n. 2, p. 115-121, ago. 1991. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(91\)90036-E](https://doi.org/10.1016/0167-6911(91)90036-E). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016769119190036E>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Marino, R. & Tomei, P. Robust stabilization of feedback linearizable time-varying uncertain nonlinear systems. **Automatica**, v. 29, n. 1, p. 181-189, 1993. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(93\)90181-R](https://doi.org/10.1016/0005-1098(93)90181-R). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000510989390181R>. Acesso em: 09 ago. 2024.
- Masarati, P.; Quaranta, G.; Bernardini, A. & Guglieri, G. Voluntary pilot action through biodynamics for helicopter flight dynamics simulation. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 38, n. 3, p. 431-441, 2015. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.G000837> Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G000837>. Acesso em 30 jan. 2024.

- Matranga, G. J. Analysis of X-15 landing approach and flare characteristics determined from the first 30 flights. **National Aeronautics and Space Administration**, Technical Note NASA-TN-D-1057, 1961. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19980227282>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- Mazenc, F. & Praly, L. Adding integrations, saturated controls, and stabilization for feedforward systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 41, n. 11, p. 1559-1578, 1996. <https://doi.org/10.1109/9.543995>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/543995>. Acesso em: 30 jul. 2024.
- McKay, K. Editorial Summary. **Flight vehicle integration panel workshop on pilot induced oscillations**. Advisory Group for Aerospace Research and Development, Advisory Report AGARD-AR-335, v. 1, fev. 1995. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA295962.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- McLean, D. **Automatic Flight Control Systems**. Prentice Hall International, Series in Systems and Control Engineering, 1990. Disponível em: <https://archive.org/details/automaticflightc0000mc/le/>. Acesso em: 15 jul. 2022.
- McRuer, D. T. & Krendel, E. S. Dynamic response of human operators. **Scientific and Technical Information**, Wright Air Development Center Technical Report WADC-TR-56-524, Armed Services Technical Information Agency ASTIA Document N. AD-110593, out. 1957. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/tr/AD0110693>. Acesso em: 21 out. 2023.
- McRuer, D. T. & Krendel, E. S. The human operator as a servo system element. **Journal of the Franklin Institute**, v. 267, n. 5, p. 381-403, 1959. DOI: [https://doi.org/10.1016/0016-0032\(59\)90091-2](https://doi.org/10.1016/0016-0032(59)90091-2). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0016003259900912>. Acesso em: 19 mai. 2023.
- McRuer, D. T.; Ashkenas, I. L. & Guerre, C. L. A systems analysis view of longitudinal flying qualities, **Systems Technology**, Flight Control Laboratory, Wright Air Development Division Technical Report WADD-TR-60-43, 1960. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/AD0249386.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2022.
- McRuer, D. T. & Krendel, E. S. The man-machine system concept. **Proceedings of the IRE**, v. 50, n. 5, p. 1117-1123, mai. 1962. DOI: <https://doi.org/doi:10.1109/jrproc.1962.288016>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4066825>. Acesso em: 24 out. 2023.
- McRuer, D. T. & Krendel, E. S. Human pilot dynamics in compensatory systems. **Systems Technology**, Flight Control Laboratory, Air Force Flight Dynamics Laboratory Technical Report AFFDL-TR-65-15, 1965. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/AD0470337>. Acesso em: 20 jul. 2022.
- McRuer, D. T. & Jex, H. R. A review of quasi-linear pilot models. **IEEE Transactions on Human Factors in Electronics**, v. 3, n. 3, p. 231-249, 1967. DOI: <https://doi.org/10.1109/THFE.1967.234304>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1698271>. Acesso em: 20 jun. 2022.
- McRuer, D. T.; Hofmann, L. G.; Jex, H. R.; Moore, G. P.; Phatak, A. V.; Weir, D. H. & Wolkovitch, J. New approaches to human-pilot/vehicle dynamic analysis. **Systems Technology**, Flight Control Division, Air Force Flight Dynamics Laboratory Technical Report, AFFDL-TR-67-150, fev. 1968. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/tr/AD0667549>. Acesso em 20 jun. 2022.

- McRuer, D. T.; Ashkenas, I. L. & Graham, D. **Aircraft Dynamics and Automatic Control**. Systems Technology, Technical Report 129-1, Naval Air Systems Command, ago. 1968. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/AD0859330>. Acesso em 19 mai. 2022.
- McRuer, D. T. & Weir, D. H. Theory of manual vehicular control. **Ergonomics**, v. 12, n. 4, p. 599-633, abr. 1969. DOI: <https://doi.org/10.1080/00140136908931082>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/00140136908931082>. Acesso em: 20 jun. 2022.
- McRuer, D. T. & Krendel, E. S. Mathematical models of human pilot behavior. **National Technical Information Service (NTIS)**, Advisory Group for Aerospace Research and Development AGARD-AG-188, mar. 1974. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/AD0775905>. Acesso em: 04 abr. 2022.
- McRuer, D. T. & Graham, D. Eighty years of flight control-Triumphs and pitfalls of the systems approach. **Journal of Guidance and Control**, v. 4, n. 4, p. 353-362, jul. 1981. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.19743>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.19743>. Acesso em: 24 out. 2023.
- McRuer, D. T. **Pilot-Induced Oscillations and Human Dynamic Behavior**. National Aeronautics and Space Administration, NASA Contractor Report 4683, jul. 1995. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19960020960>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- McRuer, D. T. & Smith, R. E. PIO – A historical perspective. **Flight vehicle integration panel workshop on pilot induced oscillations**. Advisory Group for Aerospace Research and Development, Advisory Report AGARD-AR-335, v. 1, fev. 1995. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA295962.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- McRuer, D. T., Klyde, D. H. & Myers, T. T. Development of a comprehensive PIO theory. **21st AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference**, San Diego, California, U.S.A., p. 581-599. 1996. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1996-3433>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1996-3433>. Acesso em: 10 jul. 2022.
- Memon, A. Y. & Khalil, H. K. Output regulation of nonlinear systems using conditional servocompensators. **Automatica** v. 46, n. 7, p. 1119-1128, jul. 2010. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2010.03.015>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109810001354>. Acesso em: 27 jul. 2024.
- Minorsky, N. Directional stability of automatically steered bodies. **Journal of the American Society for Naval Engineers**, v. 34, n. 2, p. 280-309, mai. 1922. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1559-3584.1922.tb04958.x>. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1559-3584.1922.tb04958.x>. Acesso em: 31 dez. 2024.
- Mitchell, D. G.; Kish, B. A. & Seo, J. S. A flight investigation of pilot-induced oscillation due to rate limiting. **Aerospace Conference Proceedings**, v. 3, p. 59-74. 1998. DOI: <https://doi.org/10.1109/AERO.1998.685777>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/685777>. Acesso em: 01 nov. 2023.

- Mitchell, D. G. & Klyde, D. H. Recommended practices for exposing pilot-induced oscillations or tendencies in the development process. **USAF Developmental Test and Evaluation Summit, Systems Technology**, nov. 2004. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2004-6810>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2004-6810>. Acesso em: 01 nov. 2023.
- Morari, M. Robust stability of systems with integral control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 30, n. 6, p. 574-577, jun. 1985. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1985.1104012>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1104012>. Acesso em: 16 jul. 2024.
- Moreira, F. J.; Drewiacki, D., Alves, M. A., Buch, J.-P., Schwithal, J. & Seehof, C. Flight simulator results comparing three aircraft configurations: quasi-static, flexible and extended flexibility. **AIAA SCITECH 2023 Forum**, National Harbor, Maryland, U.S.A., p. 1368, 2023. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2023-1368>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2023-1368>. Acesso em: 19 nov. 2024.
- Morgan, B. The synthesis of linear multivariable systems by state-variable feedback. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 9, n. 4, p. 405-411, out. 1964. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1964.1105733>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1105733>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Mori, R.; Suzuki, S.; Sakamoto, Y. & Takahara, H. Analysis of visual cues during landing phase by using neural network modeling. **Journal of aircraft**, v. 44, n. 6, p. 2006-2011, nov. 2007. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.30208>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.30208>. Acesso em: 18 fev. 2024.
- Mori, R. & Suzuki, S. Neural network modeling of lateral pilot landing control. **Journal of Aircraft**, v. 46, n. 5, p. 1721-1726, set. 2009. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.42576>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.42576>. Acesso em: 19 fev. 2024.
- Mu, B.; Zhang, K. & Shi, Y. Integral sliding mode flight controller design for a quadrotor and the application in a heterogeneous multi-agent system. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 64, n. 12, p. 9389-9398, jul. 2017. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2017.2711575>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7953502>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- National Research Council (NRC). **Aviation Safety and Pilot Control: Understanding and Preventing Unfavorable Pilot-Vehicle Interactions**. National Academy of Sciences, Committee on the effects of aircraft-pilot coupling on flight safety, Aeronautics and Space Engineering Board, Commission on Engineering and Technical Systems, National Academy Press, 1997. DOI: <https://doi.org/10.17226/5469>. Disponível em: <http://www.nap.edu/catalog/5469.html>. Acesso em: 25 out. 2022.
- Neal, T. P. & Smith, R. E. An in-flight investigation to develop control system design criteria for fighter airplanes. **Cornell Aeronautical Laboratory**, Air Force Flight Dynamics Laboratory Technical Report AFFDL-TR-70-74, v. 1 & 2, dez. 1970. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/AD0880426>. Acesso em: 22 jul. 2022.
- Neal, T. P. & Smith, R. E. A flying qualities criterion for the design of fighter flight - Control systems. **Journal of Aircraft**, v. 8, n. 10, p. 803-809, out. 1971. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.59174>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.59174>. Acesso em: 13 jul. 2022.

- Nelson, R. C. **Flight Stability and Automatic Control**. WCB/McGraw Hill, v. 2, 1998. Disponível em: https://home.engineering.iastate.edu/~shermanp/AERE355/lectures/Flight_Stability_and_Automatic_Control_N.pdf. Acesso em: 18 jan. 2023.
- Neto, A. H. **Técnicas Anti-Windup em Estruturas de Controle PID, RST e GPC**. Dissertação, Universidade Federal de Santa Catarina, 2005. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/30383275.pdf>. Acesso em: 02 jun. 2024.
- Niu, Y.; Ho, D. W. & Lam, J. Robust integral sliding mode control for uncertain stochastic systems with time-varying delay. **Automatica**, v. 41, n. 5, p. 873-880, mai. 2005. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2004.11.035>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109805000361>. Acesso em: 16 jul. 2024.
- Norsahperi, N. M. H. & Danapalasingam, K. A. An improved optimal integral sliding mode control for uncertain robotic manipulators with reduced tracking error, chattering, and energy consumption. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 142, p. 106747, ago. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106747>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327020301333>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Northrop Aircraft. Methods of analysis and synthesis of piloted aircraft flight control systems. Fundamentals of design of piloted aircraft flight control systems. **Bureau of Aeronautics**, BuAer Report AE-61-4, v.1, 1952. DOI: <https://doi.org/10.21236/AD0024361>. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/tr/AD0024361>. Acesso em: 08 dez. 2023.
- Norton, W. J. Aeroelastic pilot-in-the-loop oscillations. **Flight Vehicle Integration Panel Workshop on Pilot Induced Oscillations**. Advisory Group for Aerospace Research and Development, Advisory Report AGARD-AR-335, v. 1, fev. 1995. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA295962.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- Nyquist, H. Regeneration theory. **Bell System Technical Journal**, v. 11, n. 1, p. 126-147, 1932. DOI: <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1932.tb02344.x>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6773211>. Acesso em: 23 out. 2023.
- Ossmann, D.; Heller, M. & Brieger, O. Enhancement of the nonlinear OLOP-PIO-criterion regarding phase-compensated rate limiters. **AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit**, Honolulu, Hawaii, ago. 2008. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2008-6207>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2008-6207>. Acesso em: 12 set. 2022.
- Page, A. B. & Steinberg, M. L. A closed-loop comparison of control allocation methods. **AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit**, Denver, Colorado, U.S.A., 2000. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2000-4538>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2000-4538>. Acesso em: 31 out. 2023.
- Paladini, A. L.; Drewiacki, D. & Bidinotto, J. H. Aeroelastic effects in PIO occurrences: a dual approach on flight simulator tests. **Aerospace Science and Technology**, v. 151, p. 109337, ago. 2024. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2024.109337>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963824004681>. Acesso em: 19 nov. 2024.

- Pan, Y.; Yang, C.; Pan, L. & Yu, H. Integral sliding mode control: performance, modification, and improvement. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, v. 14, n. 7, p. 3087-3096, jul. 2018. <https://doi.org/10.1109/TII.2017.2761389>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8064665>. Acesso em: 27 jul. 2024.
- Perng, J.-W. Application of parameter plane method to pilot-induced oscillations. **Aerospace Science and Technology**, v. 23, n. 1, p. 140-145, jul. 2011. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2011.06.006>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963811000988>. Acesso em: 04 nov. 2022.
- Poulton, E. C. On prediction in skilled movements. **Psychological Bulletin**, v. 54, n. 6, p. 467-478, mai. 1957. DOI: <https://doi.org/10.1037/h0045515>. Disponível em: <https://psycnet.apa.org/record/1959-02993-001>. 15 nov. 2023.
- Press, H. & Tukey, J. W. Power spectral methods of analysis and their application to problems in airplane dynamics. **Advisory Group for Aerospace Research and Development**, AGARD Flight Test Manual, v. 4, 1959. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-1-4831-9728-9.50036-9>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9781483197289500369>. Acesso em: 21 out. 2023.
- Prusty, S. B.; Seshagiri S., Pati, U. C. & Mahapatra, K. K. Sliding mode control of coupled tanks using conditional integrators. **IEEE 2016 Indian Control Conference**, Hyderabad, India, p. 146-151, jan. 2016. DOI: <https://doi.org/10.1109/INDIANCC.2016.7441120>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7441120>. Acesso em: 12 jun. 2024.
- Puyou, G. & Biannic, J.-M. Application of robust antiwindup design to the longitudinal aircraft control to cover actuator loss. **19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace**, v. 46, n. 19, p. 506-511, set. 2013. DOI: <https://doi.org/10.3182/20130902-5-DE-2040.00131>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667015363746>. Acesso em: 30 out. 2023.
- Qian, C. & Lin, W. A continuous feedback approach to global strong stabilization of nonlinear systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 46, n. 7, p. 1061-1079, 2001. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.935058>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/935058>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Queinnec, I.; Tarbouriech, S.; Biannic, J.-M. & Prieur, C. Anti-windup algorithms for pilot-induced-oscillation alleviation. **Aerospace Lab Journal**, AL13-07, v. 13, set. 2017. DOI: <https://doi.org/10.12762/2017.AL13-07>. Disponível em: <https://laas.hal.science/hal-01636186>. Acesso em: 23 out. 2023.
- Rao, V. & Sinha, N. K. Aircraft spin recovery using a sliding-mode controller. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 33, n. 5, p. 1675-1679, set. 2010. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.50186>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.50186>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- Rao, V. & Sinha, N. K. A sliding mode controller for aircraft simulated entry into spin. **Aerospace Science and Technology**, v. 28, n. 1, p. 154-163, jul. 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2012.10.011>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S127096381201617>. Acesso em: 07 abr. 2024.

- Research and Technology Organization (RTO)/North Atlantic Treaty Organization (NATO). **Flight Control Design: Best Practices**, La conception des systemes de commande de vol – Les meilleures pratiques, RTO Technical Report, RTO-RT-029, France, 2000. Disponível em: [https://www.sto.nato.int/publications/STO%20Technical%20Reports/RTO-TR-029/TR-029-\\$\\$ALL.pdf](https://www.sto.nato.int/publications/STO%20Technical%20Reports/RTO-TR-029/TR-029-$$ALL.pdf). Acesso em: 19 mai. 2022.
- Rezaei, P. & Khosravi, A. Designing a robust predictive controller to prevent rate-limiter-based pilot-induced oscillations in the frequency domain. **Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering**, v. 47, n. 2, p. 451-462, nov. 2023. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40998-022-00546-w>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s40998-022-00546>. Acesso em: 23 out. 2023.
- Rubagotti, M.; Estrada, A.; Castaños, F.; Ferrara, A. & Fridman, L. Integral sliding mode control for nonlinear systems with matched and unmatched perturbations. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 56, n. 11, p. 2699-2704, 2011. <https://doi.org/10.1109/TAC.2011.2159420>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5873128>. Acesso em: 27 jul. 2024.
- Rundqwist, L. & Hillgren, R. Phase compensation of rate limiters in JAS 39 Gripen. **21st AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference**, AIAA-96-3368-CP, San Diego, California, U.S.A., p. 69-79. jul. 1996. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1996-3368>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1996-3368>. Acesso em: 10 jul. 2022.
- Sadoff, M. The effects of longitudinal control-system dynamics on pilot opinion and response characteristics as determined from flight tests and from ground simulator studies. **National Aeronautics and Space Administration**, NASA MEMO 10-1-58A, out. 1960. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19980232012>. Acesso em: 08 nov. 2023.
- Saksena, V. R.; O'reilly, J. & Kokotovic, P. V. Singular perturbations and time-scale methods in control theory: survey 1976–1983. **Automatica**, v. 20, n. 3, p. 273-293, mai. 1984. DOI: [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(84\)90044-X](https://doi.org/10.1016/0005-1098(84)90044-X). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/000510988490044X>. Acesso em: 30 jul. 2024.
- Sánchez-Sánchez, C. & Izzo, D. Real-time optimal control via deep neural networks: study on landing problems. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 41, n. 5, p. 1122-1135, mai. 2018. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.G002357>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G002357>. Acesso em: 19 fev. 2024.
- Schmidt, D. K. Optimal flight control synthesis via pilot modeling. **Journal of Guidance and Control**, v. 2, n. 4, p. 308-312, jul. 1979. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.55880>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.55880>. Acesso em: 27 out. 2023.
- Seshagiri, S. & Khalil, H. K. On introducing integral action in sliding mode control. **Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control**, v. 2, p. 1473-1478, dez. 2002. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC.2002.1184727>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1184727>. Acesso em: 16 jul. 2024.

- Seshagiri, S. & Khalil, H. K. (a). Robust output feedback regulation of minimum-phase nonlinear systems using conditional integrators. **Automatica**, v. 41, n. 1, p. 43-54, jan. 2005. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2004.08.013>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109804002481>. Acesso em: 13 mai. 2023.
- Seshagiri, S. & Khalil, H. K. (b). Robust output regulation of minimum phase nonlinear systems using conditional servocompensators. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 15, n. 2, p. 83-102, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1002/rnc.977>. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/rnc.977>. Acesso em: 27 jul. 2024.
- Seshagiri, S. & Promptun, E. Sliding mode control of F-16 longitudinal dynamics. **2008 IEEE American Control Conference**, Seattle, Washington, U.S.A., p. 1770-1775, jun. 2008. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.2008.4586748>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4586748>. Acesso em: 12 mai. 2023.
- Silva, A. L. **Procedimento de Projeto de Leis de Controle de Voo de Aeronaves Utilizados o Controle a Estrutura Variável**. Dissertação, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2007. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/ITA_3e301f7e250e63bc832420fd92c06546. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Singh, A. & Khalil, H. K. Regulation of nonlinear systems using conditional integrators. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 15, n. 8, p. 339-362, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1002/rnc.996>. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/rnc.996>. Acesso em: 27 jul. 2024.
- Shi, J.; Liu, H. & Bajcinca, N. Robust control of robotic manipulators based on integral sliding mode. **International Journal of Control**, v. 81, n. 10, p. 1537-1548, ago. 2008. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207170701749881>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/00207170701749881>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Shkolnikov, I. A. & Shtessel, Y. B. Aircraft nonminimum phase control in dynamic sliding manifolds. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 24, n. 3, p. 566-572, mai. 2001. DOI: <https://doi.org/10.2514/2.4747>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.4747>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- Shtessel, Y. B.; Buffington J. & Banda, S. Multiple timescale flight control using reconfigurable sliding modes. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 22, n. 6, p. 873-883, nov. 1999. DOI: <https://doi.org/10.2514/2.4465>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.4465>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Shtessel, Y. B.; Buffington, J. & Banda, S. Tailless aircraft flight control using multiple time scale reconfigurable sliding modes. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 10, n. 2, p. 288-296, mar. 2002. DOI: <https://doi.org/10.1109/87.987075>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/987075>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Shtessel, Y. B. & Shkolnikov I. A. Aeronautical and space vehicle control in dynamic sliding manifolds. **International Journal of Control**, v. 76, n. 9-10, p. 1000-1017, 2003. DOI: <https://doi.org/10.1080/0020717031000099065>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/0020717031000099065>. Acesso em: 07 abr. 2024.

- Shtessel, Y. B., Edwards, C. Fridman, L. & Levant, A. **Sliding Mode Control and Observation**, Control Engineering, Springer Science & Business Media, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-8176-4893-0>. Disponível em: https://link.springer.com/book/10.10_07/978-0-8176-4893-0. Acesso em: 08 abr. 2024.
- Slotine, J.-J. **Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces**. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, mai. 1983. Disponível em: <https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/15531/11375440-MIT.pdf>. Acesso em: 02 mai. 2024.
- Slotine, J.-J. Sliding controller design for non-linear systems. **International Journal of Control**, v. 40, n. 2, p. 421-434, 1984. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207178408933284>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/00207178408933284>. Acesso em: 02 mai. 2024
- Slotine, J.-J. & Sastry, S. S. Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators. **International Journal of Control**, v. 38, n. 2, p. 465-492, dez. 1983. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207178308933088>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/00207178308933088>. Acesso em: 02 mai. 2024.
- Slotine, J.-J. & Coetsee, J. A. Adaptive sliding controller synthesis for non-linear systems. **International Journal of Control**, v. 43, n. 6, p. 1631-1651, 1986. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207178608933564>. Disponível em: https://www.tandfonline.com/doi/10.10_80/00207178608933564. Acesso em: 29 jul. 2024.
- Slotine, J.-J. & Li, W. **Applied Nonlinear Control**. Prentice Hall, 1991. Disponível em: <https://lewis-group.uta.edu/ee5323/notes/Slotine%20and%20Li%20applied%20nonlinear%20control-%20bad%20quality.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2023.
- Smith, J. & Bromfield, M. A. General aviation loss of control in-flight accidents: causal and contributory factors. **Journal of Air Transportation**, v. 30, n. 4, p. 137-153, out. 2022. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.D0286>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.D0286>. Acesso em: 23 out. 2022.
- Smith, J. W. & Berry, D. T. Analysis of longitudinal pilot-induced oscillation tendencies of YF-12 aircraft. **National Aeronautics and Space Administration**, Technical Note NASA TN D-7900, 1975. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19750008488>. Acesso em: 28 set. 2022.
- Smith, J. W. Analysis of a lateral pilot-induced oscillation experienced on the first flight of the YF-16 aircraft. **National Aeronautics and Space Administration**, Technical Memorandum NASA-TM-72867. set. 1979. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19790023049>. Acesso em: 25 set. 2024.
- Smith, J. W. & Edwards, J. W. Design of a nonlinear adaptive filter for suppression of shuttle pilot-induced oscillation tendencies. **National Aeronautics and Space Administration**, Technical Memorandum NASA-TM-81349, abr. 1980. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/1980012870>. Acesso em: 01 nov. 2023.
- Smith, R. E. Effects of control system dynamics on fighter approach and landing longitudinal flying qualities. **National Technical Information Service (NTIS)**, Calspan Advanced Technology Center, Air Force Flight Dynamics Laboratory AFFDL-TR-78-122, v. 1, mar. 1978. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/tr/ADA067550>. Acesso em: 15 jul. 2022.

- Smith, R. H. A theory for longitudinal short-period pilot induced oscillations. **National Technical Information Service (NTIS)**, Systems Research Laboratories, Air Force Flight Dynamics Laboratory Technical Report AFFDL-TR-77-57, jun. 1977. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/citations/tr/ADA056982>. Acesso em: 29 ago. 2023.
- Smith, R. H. Observations on PIO. Flight vehicle integration panel workshop on pilot-induced oscillations. **Advisory Group for Aerospace Research and Development**, Advisory Report AGARD-AR-335, v. 1, 1995. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA295962.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- Sofrony, J.; Turner, M. C.; Postlethwaite, I.; Brieger, O. & Leibling, D. Anti-windup synthesis for PIO avoidance in an experimental aircraft. **Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control**, San Diego, California, U.S.A., p. 5412-5417, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC.2006.377217>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4177409>. Acesso em: 30 out. 2023.
- Sontag, E. D. Smooth stabilization implies coprime factorization. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 34, n. 4, p. 435-443, abr. 1989. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.2801>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/28018>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Sontag, E. D. Further facts about input to state stabilization. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 35, n. 4, p. 473-476, abr. 1990. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.52307>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/52307>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Sontag, E. D. Comments on integral variants of ISS. **Systems & Control Letters**, v. 34, n. 1-2, p. 93-100, 1998. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0167-6911\(98\)00003-6](https://doi.org/10.1016/S0167-6911(98)00003-6). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167691198000036>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Sontag, E. D. & Wang, Y. On characterizations of the input-to-state stability property. **European Journal of Control**, v. 1, n. 1, p. 24-36, 1995. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0947-3580\(95\)70005-X](https://doi.org/10.1016/S0947-3580(95)70005-X). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S094735809570005X>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Sontag, E. D. & Wang, Y. New characterizations of input-to-state stability. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 41, n. 9, p. 1283-1294, set. 1996. DOI: <https://doi.org/10.1109/9.536498>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/536498>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Sontag, E. D. & Wang, Y. Notions of input to output stability. **Systems & Control Letters**, v. 38, n. 4-5, p. 235-248, 1999. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0167-6911\(99\)00070-5](https://doi.org/10.1016/S0167-6911(99)00070-5). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167691199000705>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Sontag, E. D. & Wang, Y. Lyapunov characterizations of input to output stability. **SIAM Journal on Control and Optimization**, v. 39, n. 1, p. 226-249, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1137/S0363012999350213>. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/S0363012999350213>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Sontag, E. D. Input to state stability: Basic concepts and results. **Nonlinear and Optimal Control Theory: Lectures given at the C. I. M. E. Summer School held in Cetraro**, Nistri, P. & Stefani, G., Italy, 2004, p. 163-220, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-540-77653-6>. Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-540-77653-6>. Acesso em: 08 ago. 2024.

- Sousa, M. S. & Paglione, P. Proposição de valores para os graus relativos de parâmetros da dinâmica de voo de aviões. **Congresso Nacional de Engenharia Mecânica CONEM**, São Luís, Rio de Janeiro, Brasil, 2012. Disponível em: <https://www.abcm.org.br/anais/conem/2012/PDF/CONEM2012-1399.pdf>. Acesso em: 29 jan. 2022.
- Sousa, M. S.; Paglione, P.; Ribeiro, F. L. & Silva, R. G. Use of universal integral regulator to control the flight dynamics of flexible airplanes. **22nd International Congress of Mechanical Engineering COBEM**, Ribeirão Preto, São Paulo, Brazil, nov. 2013. Disponível em: <https://abcm.org.br/app/webroot/anais/cobem/2013/PDF/568.pdf>. 14 jul. 2022.
- Stapleford, R. L., McRuer, D. T. & Magdaleno, R. E. Pilot describing function measurements in a multiloop task. **IEEE Transactions on Human Factors in Electronics**, v. 2, p. 113-125, jun. 1967. DOI: <https://doi.org/10.1109/THFE.1967.233628>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1698250>. Acesso em: 30 set. 2022.
- Stark, L. Stability, oscillations, and noise in the human pupil servomechanism. **Proceedings of the IRE**, v. 47, n. 11, p. 1925-1939, nov. 1959. DOI: <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1959.287206>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4065608>. Acesso em: 24 out. 2022.
- Stepanyan, V.; Krishnakumar, K.; Dorais, G.; Reardon, S.; Barlow, J.; Lampton, A. & Hardy, G. Loss-of-control mitigation via predictive cuing. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 40, n. 4, p. 831-846, abr. 2017. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.G001731>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.G001731>. Acesso em: 10 jul. 2023.
- Stevens, B. L.; Lewis, F. L. & Johnson, E. N. **Aircraft Control and Simulation: Dynamics, Controls Design, and Autonomous Systems**. John Wiley & Sons, n. 3, 2015. Disponível em: <https://www.academia.edu/99897908>. Acesso em: 18 jan. 2023.
- Stewart, P.; Gladwin, D.; Parr, M. & Stewart, J. Multi-objective evolutionary - Fuzzy augmented flight control for an F16 aircraft. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers IMechE, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, v. 224, n. 3, p. 293-309, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1243/09544100JAERO610>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1243/09544100JAERO610>. Acesso em: 19 fev. 2024.
- Stout, T. M. Block diagram transformations for systems with one nonlinear element. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry**, v. 75, n. 3, p. 130-141, 1956. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAI.1956.6367160>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6367160>. Acesso em: 05 set. 2024.
- Suzuki, S.; Sakamoto, Y.; Sanematsu, Y. & Takahara, H. Analysis of human pilot control inputs using neural network. **Journal of Aircraft**, v. 43, n. 3, p. 793-798, 2006. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.16898>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.16898>. Acesso em: 19 fev. 2024.
- Tan, W.; Wu, Y.; Qu, X. & Efremov, A. V. A method for predicting aircraft flying qualities using neural networks pilot model. **The 2014 2nd International Conference on Systems and Informatics (ICSAI 2014)**, Shanghai, China, p. 258-263, nov. 2014. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICSAI.2014.7009296>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7009296>. Acesso em: 18 fev. 2024.

- Teel, A. & Praly, L. Global stabilizability and observability imply semi-global stabilizability by output feedback. **Systems & Control Letters**, v. 22, n. 5, p. 313-325, mai. 1994. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(94\)90029-9](https://doi.org/10.1016/0167-6911(94)90029-9). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691194900299>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Teel, A. & Praly, L. Tools for semiglobal stabilization by partial state and output feedback. **SIAM Journal on Control and Optimization**, v. 33, n. 5, p. 1443-1488, 1995. DOI: <https://doi.org/10.1137/S0363012992241430>. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/S0363012992241430>. Acesso em: 15 jul. 2024.
- Telford, C. W. The refractory phase of voluntary and associative responses. **Journal of Experimental Psychology**, v. 14, n. 1, 1931. DOI: <https://doi.org/10.1037/h0073262>. Disponível em: <https://psycnet.apa.org/record/1931-04368-001>. Acesso em: 14 nov. 2023.
- Thau, F. E. Observing the state of non-linear dynamic systems. **International Journal of Control**, v. 17, n. 3, p. 471-479, 1973. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207177308932395>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/00207177308932395>. Acesso em 13 jul. 2024.
- Tikhonov, A. N. On the dependence of the solutions of differential equations on a small parameter. **Matematicheskii Sbornik**, v. 22, n. 64, p. 193-204, 1948. <https://www.mathnet.ru/php/getFT.phpml?jrnid=sm&paperid=6075>. Acesso em: 10 abr. 2024.
- Tikhonov, A. N. Systems of differential equations containing a small parameters in the derivatives. **Matematicheskii Sbornik**, v. 31, n. 3, p. 575-586, 1952. <https://www.mathnet.ru/php/archive.phpml?wshow=paper&jrnid=sm&paperid=5548>. Acesso em: 10 abr. 2024.
- Tohidi, S. S.; Yildiz, Y. & Kolmanovsky, I. Adaptive control allocation for over-actuated systems with actuator saturation. **20th IFAC World Congress**, Toulouse, France, v. 50, n. 1, p. 5492-5497, jul. 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.1088>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896317315756>. Acesso em: 10 jul. 2022.
- Tohidi, S. S.; Yildiz, Y. & Kolmanovsky, I. Pilot induced oscillation mitigation for unmanned aircraft systems: An adaptive control allocation approach. **2018 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)**, Copenhagen, Denmark, p. 343-348, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1109/CCTA.2018.8511389>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8511389>. Acesso em: 26 mai. 2023.
- Tohidi, S. S. & Yildiz, Y. Adaptive control allocation: A human-in-the-loop stability analysis. **21st IFAC World Congress**, Berlin, Germany, v. 53, n. 2, p. 6321-6326, jul. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.1760>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896320323661>. Acesso em: 10 jul. 2022.
- Thompson, P. M.; Klyde, D. H.; Bachelder, E. N.; Rosenthal, T. J. & Brenner, M. J. Development of wavelet-based techniques for detecting loss of control. **AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit**, Providence, Rhode Island, U.S.A., 2004. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.2004-5064>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2004-5064>. Acesso em: 01 out. 2023.

- Tran, A. T.; Sakamoto, N.; Kikuchi, Y. & Mori, K. Pilot induced oscillation suppression controller design via nonlinear optimal output regulation method. **Aerospace Science and Technology**, v. 68, p. 278-286, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2017.05.010>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963816310732>. Acesso em: 10 jul. 2022.
- Tustin, A. (a). The nature of the operator's response in manual control, and its implications for controller design. **Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part IIA: Automatic Regulators and Servo Mechanisms**, v. 94, n. 2, p. 190-206, mai. 1947. DOI: <https://doi.org/10.1049/ji-2a.1947.0025>. Disponível em: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ji-2a.1947.0025>. Acesso em: 19 mai. 2022.
- Tustin, A. (b). The effects of backlash and of speed-dependent friction on the stability of closed-cycle control systems. **Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part II A: Automatic Regulators and Servo Mechanisms**, v. 94, n. 1, p. 143-151, ago. 1947. DOI: <https://doi.org/10.1049/ji-2a.1947.0021>. Disponível em: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ji-2a.1947.0021>. Acesso em: 21 out. 2023.
- Ullah, S.; Mehmood, A.; Khan, Q.; Rehman, S. & Iqbal, J. Robust integral sliding mode control design for stability enhancement of underactuated quadcopter. **International Journal of Control, Automation and Systems**, v. 18, p. 1671-1678, fev. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12555-019-0302-3>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12555-019-0302-3>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Utkin, V. I. **Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems**. Theoretical Foundations of Technical Cybernetics, Main Editorial Office of Physical and Mathematical Literature, Moscow, 1974. (In Russian). Disponível em: <https://studfile.net/preview/19227294/page:2>. Acesso em: 18 abr. 2024.
- Utkin, V. I. Variable structure systems with sliding modes. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 22, n. 2, p. 211-222, 1977. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1977.1101446>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1101446>. Acesso em: 18 abr. 2024.
- Utkin, V. I. **Sliding Modes in Problems of Optimization and Control**. Main Editorial Office of Physical and Mathematical Literature, Moscow, 1981. (In Russian). Disponível em: [\(seriya\)/TOTK.html">http://publ.lib.ru/ARCHIVES/T/"Teoreticheskie_osnovy_tekhnicheskoy_kibernetiki"\(seriya\)/TOTK.html](http://publ.lib.ru/ARCHIVES/T/). Acesso em: 03 mai. 2024.
- Utkin, V. I. **Sliding Modes in Control and Optimization**. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 1992. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-84379-2>. Disponível em: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-84379-2>. Acesso em: 14 abr. 2024.
- Utkin, V. I. & Shi, J. Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions. **Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control**, v. 4, p. 4591-4596, dez. 1996. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC.1996.577594>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/577594>. Acesso em: 16 jul. 2024.
- Utkin, V. I.; Guldner, J. & Shi, J. **Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems**. CRC Press, v. 2, jan. 2017. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781420065619>. Disponível em: <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.1201/9781420065619>. Acesso em: 27 jul. 2024.

- Utkin, V. I. Sliding mode control. Fridman, L. M. & Spurgeon, S. (eds.) **Variable Structure Systems: From Principles to Implementation**. Institution of Engineering and Technology, Control Engineering Series, v. 66, 2004. Disponível em: https://www.google.com.br/books/edition/Variable_Structure_Systems/zuD6Mh38KbYC. Acesso em: 14 abr. 2024.
- Van der Pol, B. LXXXVIII. On “Relaxation-Oscillations”. **The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science**, v. 2, n. 11, p. 978-992, jul. 1926. DOI: <https://doi.org/10.1080/14786442608564127>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/14786442608564127>. Acesso em: 24 out. 2023.
- Van der Weerd, R. Pilot-induced oscillation suppression methods and their effects on large transport aircraft handling qualities. The Boeing Company/Phantom Works Stability, Control and Flying Qualities Group, **Delft University Press**, abr. 2000. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/353047458>. Acesso em: 16 nov. 2023.
- Velger, M.; Grunwald, A. & Merhav S. Suppression of biodynamic disturbances and pilot-induced oscillations by adaptive filtering. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 7, n. 4, p. 401-409, jul. 1984. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.19870>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.19870>. Acesso em: 07 abr. 2022.
- Venkataraman, S. T. & Gulati, S. Control of nonlinear systems using terminal sliding modes. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 115, n. 3, p. 554-560, set. 1993. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2899138>. Disponível em: <https://asmedigitalcollection.asme.org/dynamicsystems/article/115/3/554/445399>. Acesso em: 27 ago. 2024.
- Vince, Margaret A (a). The intermittency of control movements and the psychological refractory period. **British Journal of Psychology, General Section**, v. 38, n. 3, p. 149-157, mar. 1948. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.2044-8295.1948.tb01150.x>. Disponível em: <https://bpspsychub.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.2044-8295.1948.tb01150.x>. Acesso em: 15 nov. 2023.
- Vince, M. A. (b). Corrective movements in a pursuit task. **The Quarterly Journal of Experimental Psychology**, v. 1, n. 2, p. 85-103, mar. 1948. DOI: <https://doi.org/10.1080/1747021480841674>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1080/17470214808416749>. Acesso em: 15 nov. 2023.
- Virnig, J. C. & Bodden, D. S. Multivariable control allocation and control law conditioning when control effectors limit. **AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference**, ago. 1994. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1994-3609>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1994-3609>. Acesso em: 01 nov. 2023.
- Wang, C.; Santone, M. & Cao, C. Pilot-induced oscillation suppression by using L_1 adaptive control. **Journal of Control Science and Engineering**, Hindawi Publishing Corporation, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1155/2012/394791>. Disponível em: <https://www.hindawi.com/journals/jcse/2012/394791/>. Acesso em: 04 abr. 2022.
- Wang, L.; Chang, L.; Liu, H. & Yue, T. Method of predicting nonlinear pilot-induced oscillations due to flight control degradation based on digital virtual flight. **Aerospace Science and Technology**, v. 116, jun. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2021.106871>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963821003813>. Acesso em: 12 mai. 2022.

- Wang, L.; Lu, C.; Jin, T.; Liu, H. & Yue, T. Suggestions for criteria to evaluate lateral-directional non-linear pilot-induced oscillations due to fly-by-wire civil aircraft landing configuration switch. **MDPI Aerospace**, v. 10, n. 9, set. 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/aerospace10090799>. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2226-4310/10/9/799>. Acesso em: 28 out. 2023.
- Wang, Z.; Bao, W. & Li, H. Second-order dynamic sliding-mode control for nonminimum phase under-actuated hypersonic vehicles. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 64, n. 4, p. 3105-3112, dez. 2016. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2633530>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7763848>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- Weingarten, N. C., & Chalk, C. R. In-flight investigation of large airplane flying qualities for approach and landing. **Calspan Advanced Technology Center**, Flight Dynamics Laboratory, Air Force Wright Aeronautical Laboratories, Technical Report AFWAL-TR-81-3118, set. 1981. Disponível em: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA120202.pdf>. Acesso em: 18 fev. 2024.
- Welford, A. T. The psychological refractory period and the timing of high-speed performance-a review and a theory. **British Journal of Psychology**, v. 43, n. 1, p. 2-19, fev. 1952. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.2044-8295.1952.tb00322.x>. Disponível em: <https://bpspsychub.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.2044-8295.1952.tb00322.x>. Acesso em: 15 nov. 2023.
- Willems, J. Almost invariant subspaces: An approach to high gain feedback design-Part I: Almost controlled invariant subspaces. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 26, n. 1, p. 235-252, fev. 1981. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1981.1102551>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1102551>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Wonham, W. M. & Morse, A. S. Decoupling and pole assignment in linear multivariable systems: a geometric approach. **SIAM Journal on Control**, v. 8, n. 1, p. 1-18, fev. 1970. DOI: <https://doi.org/10.1137/0308001>. Disponível em: <https://epubs.siam.org/doi/10.1137/0308001>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Xiao, M.Q.; Kazantzis, N.; Kravaris, C. & Krener, A. J. Nonlinear discrete-time observer design with linearizable error dynamics. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 48, n. 4, p. 622-626, 2003. <https://doi.org/10.1109/TAC.2003.809793>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1193742>. Acesso em: 14 jul. 2024.
- Xiang, J.; Yan, Y. & Li, D. Recent advance in nonlinear aeroelastic analysis and control of the aircraft. **Chinese journal of aeronautics**, v. 27, n. 1, p. 12-22, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cja.2013.12.009>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1000936113002252>. Acesso em: 14 dez. 2024.
- Xiong, J.; Pan, J.; Chen, G.; Zhang, X. & Ding, F. Sliding mode dual-channel disturbance rejection attitude control for a quadrotor. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 69, n. 10, p. 10489-10499, out. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1109/TIE.2021.3137600>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9665240>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Xu, H.; Mirmirani, M. D. & Ioannou, P. A. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 27, n. 5, p. 829-839, set. 2004. DOI: <https://doi.org/10.2514/1.12596>. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.12596>. Acesso em: 01 abr. 2024.

- Xu, S., & Wu, Y. Modeling multi-loop intelligent pilot control behavior for aircraft-pilot couplings analysis. **Aerospace Science and Technology**, v. 112, mai. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2021.106651>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963821001619>. Acesso em: 10 jul. 2022.
- Xu, S.; Tan, W.; Qu, X. & Zhang, C. Prediction of nonlinear pilot-induced oscillation using an intelligent human pilot model. **Chinese Journal of Aeronautics**, v. 32, n. 12, p. 2592-2611, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cja.2019.06.003>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1000936119302420>. Acesso em: 12 jul. 2022.
- Yildiz, Y. & Kolmanovsky, I. V. A control allocation technique to recover from pilot-induced oscillations (CAPIO) due to actuator rate limiting. **Proceedings of the 2010 American Control Conference**, Baltimore, Maryland, U.S.A., p. 516-523, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.2010.5530869>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5530869>. Acesso em: 14 jul. 2022.
- Yildiz, Y.; Kolmanovsky, I. V. & Acosta, D. A. control allocation system for automatic detection and compensation of phase shift due to actuator rate limiting. **Proceedings of the 2011 American Control Conference**, San Francisco, California, U.S.A., p. 444-449, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACC.2011.5991270>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5991270>. Acesso em: 10 jul. 2022.
- Young, K. D.; Utkin, V. I. & Ozguner, U. A control engineer's guide to sliding mode control. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 7, n. 3, p. 328-342, 1999. DOI: <https://doi.org/10.1109/87.761053>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/761053>. Acesso em: 01 jun. 2024.
- Young, K.-K.; Kokotovic, P. & Utkin, V. A singular perturbation analysis of high-gain feedback systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 22, n. 6, p. 931-938, 1977. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1977.1101661>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1101661>. Acesso em: 04 jul. 2024.
- Young, K.-K. Disturbance decoupling by high gain feedback. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 27, n. 4, p. 970-971, ago. 1982. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.1982.1103047>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1103047>. Acesso em: 05 jul. 2024.
- Young, L. R.; Green, D. M.; Elkind, J. I. & Kelly, J. A. Adaptive dynamic response characteristics of the human operator in simple manual control. **IEEE Transactions on Human Factors in Electronics**, v. 5, n. 1, p. 6-13, 1964. DOI: <https://doi.org/10.1109/THFE.1964.231648>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1698172>. Acesso em: 26 out. 2023.
- Yu, X.; Feng, Y. & Man, Z. Terminal sliding mode control – an overview. **IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society**, v. 2, p. 36-52, nov. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1109/OJIES.2020.3040412>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9271817>. Acesso em: 27 ago. 2024.

- Yuan, J.; Chen, Y. & Fei, S. Analysis of actuator rate limit effects on first-order plus time-delay systems under fractional-order proportional-integral control. **3rd IFAC Conference on Advances in Proportional-Integral-Derivative Control PID**, v. 51, n. 4, p. 37-42, mai. 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.06.022>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896318303148>. Acesso em: 08 fev. 2023.
- Zeyada, Y. & Hess, R. A. Hybrid genetic - Fuzzy algorithms for identifying human pilot cue utilization from simulation and flight data. **AHS International Annual Forum**, v. 57, mai. 2001. Disponível em: <https://vtol.org/store/product/hybrid-geneticfuzzy-algorithms-for-identifying-human-pilot-cue-utilization-from-simulation-and-flight-data-4478.cfm>. Acesso em: 18 fev. 2024.
- Zeitz, M. The extended Luenberger observer for nonlinear systems. **Systems & Control Letters**, v. 9, n. 2, p. 149-156, 1987. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(87\)90021-1](https://doi.org/10.1016/0167-6911(87)90021-1). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691187900211>. Acesso em: 12 jul. 2024.
- Zhang, J.; Liu, X.; Xia, Y.; Zuo, Z. & Wang, Y. Disturbance observer-based integral sliding-mode control for systems with mismatched disturbances. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 63, n. 11, p. 7040-7048, 2016. <https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2583999>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7498627>. Acesso em: 01 ago. 2024.
- Zhang, L.; Liu, L.; Wang, Z. & Xia, Y. Continuous finite-time control for uncertain robot manipulators with integral sliding mode. **IET Control Theory & Applications**, v. 12, n. 11, p. 1621-1627, jul. 2018. DOI: <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2017.1361>. Disponível em: <https://ietresearch.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1049/iet-cta.2017.1361>. Acesso em: 04 mar. 2024.
- Zheng, A., Kothare, M. V. & Morari, M. Anti-windup design for internal model control. **International Journal of Control**, v. 60, n. 5, p. 1015-1024, 1994. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207179408921506>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/00207179408921506>. Acesso em: 02 jun. 2024.
- Zhou, F. & Fisher, D. G. Continuous sliding mode control. **International Journal of Control**, v. 55, n. 2, p. 313-327, 1992. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207178608933564>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/10.1080/00207178608933564>. Acesso em: 29 jul. 2024.
- Zhuang, H.; Sun, Q.; Chen, Z. & Zeng, X. Robust adaptive sliding mode attitude control for aircraft systems based on back-stepping method. **Aerospace Science and Technology**, v. 118, nov. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2021.107069>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963821005794>. Acesso em: 07 abr. 2024.
- Zill, D. G. **Advanced Engineering Mathematics**. Jones & Bartlett Learning, v. 6, 2018. Disponível em: <https://archive.org/details/zilld.advancedengineeringmathematics6ed2018/>. Acesso em: 14 dez. 2023.
- Zinober, A. S.; Ei-Ghezawi, O. M. & Billings, S. A. Multivariable variable - structure adaptive model - following control systems. **IEE Proceedings D - Control Theory and Applications**, v. 1, n. 129, p. 6-12, 1982. DOI: <https://doi.org/10.1049/ip-d.1982.0002>. Disponível em: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ip-d.1982.0002>. Acesso em: 07 abr. 2024.

ANEXO A – CATEGORIAS DE OCORRÊNCIA NA AVIAÇÃO

Tabela 13 – Categorias de ocorrência na aviação

Abreviaturas	Descrição
	Aeródromo
ADRM	Ocorrências envolvendo problemas de projeto, serviço ou funcionalidade do aeródromo.
	Manobra abrupta
AMAN	A manobra abrupta intencional da aeronave pela tripulação de voo.
	Contato anormal de pista
ARC	Qualquer pouso ou decolagem envolvendo contato anormal de pista ou superfície de pouso.
	ATM/CNS
ATM	Ocorrências envolvendo problemas de serviços de Gerenciamento de Tráfego Aéreo (ATM) ou Comunicação, Navegação, Vigilância (CNS).
	Ave
BIRD	Ocorrências envolvendo colisões/quase colisões com aves.
	Eventos de segurança da cabine
CABIN	Ocorrências diversas entre a cabine dos passageiros em aeronaves da categoria transporte.
	Colisão (ou quase) com (ou em direção ao) o solo em voo controlado
CFIT*	Colisão ou quase colisão com o solo, água, ou obstáculo sem indicação de perda de controle.
	Colisão com obstáculo(s) durante a decolagem e pouso
CTOL	Colisão com obstáculo(s) durante a decolagem ou pouso no ar.
	Evacuação
EVAC	Ocorrência em que, (a) uma pessoa foi ferida (ou mais de uma) durante uma evacuação; (b) uma evacuação desnecessária foi realizada, (c) o equipamento de evacuação não funcionou conforme necessário ou (d) a evacuação contribuiu para a gravidade da ocorrência.
	Ocorrência relacionada à carga externa
EXTL	Ocorrências durante ou como resultado de carga externa ou operações de carga externa.
	Relaciona ao combustível
FUEL	Um ou mais motores experimentaram redução ou nenhuma saída de potência devido ao esgotamento do combustível, falta/má gestão de combustível, contaminação do combustível/ combustível errado, ou formação e/ou indução de gelo no carburador.
	Fogo/fumaça (sem impacto)
F-NI	Fogo ou fumaça dentro ou sobre a aeronave, em voo ou em solo, sem impacto externo.
	Fogo/fumaça (pós-impacto)
F-POST	Fogo ou fumaça resultante do impacto.
	Colisão em solo
GCOL	Colisão durante o taxiamento de ou para uma pista em uso.
	Eventos relacionados ao reboque de planador
GTOW	Liberação prematura, liberação inadvertida ou não liberação durante o reboque, cabo, perda de controle, ou impacto no reboque de aeronave/guincho.

	Formação de gelo
ICE	Acúmulo de neve, gelo, chuva congelante ou congelamento sobre a superfície da aeronave, que afeta adversamente o controle ou o desempenho da aeronave.
	Operações em baixo altitude
LALT	Colisão ou quase colisão com obstáculo(s)/objeto(s)/solo enquanto opera intencionalmente perto da superfície (excluído as fases de decolagem e pouso).
	Perda de controle em voo
LOC-I	Perda de controle da aeronave durante ou desvio da trajetória pretendida em voo.
	Perda de controle em solo
LOC-G	Perda de controle da aeronave enquanto a aeronave está em solo.
	Perda das condições de sustentação em rota
LOLI	Pouso em rota devido à perda das condições de sustentação.
	AIRPROX / Alerta ACAS / Perda de separação / Colisões (ou quase) no ar
MAC	Problemas de proximidade aérea / alertas do sistema de alerta de tráfego e prevenção de colisões (TCAS) / sistema de anticolisão em voo (ACAS), perda de separação, bem como quase colisões ou colisões entre aeronaves em voo.
	Médica
MED	Ocorrências envolvendo doenças de pessoas a bordo de uma aeronave.
	Erros de navegação
NAV	Ocorrências que envolvem a navegação incorreta de aeronaves no solo ou no ar.
	Outro
OTHR	Qualquer ocorrência não abrangida por outra categoria
	Assistência em solo
RAMP	Ocorrências durante (ou como resultado de) operações de assistência em solo.
	Excursão em pista
RE	Um desvio ou ultrapassagem da superfície da pista.
	Incursão em pista
RI	Qualquer ocorrência em um aeródromo envolvendo a presença incorreta de uma aeronave, veículo, ou pessoa na área protegida de uma superfície designada para pouso e decolagem.
	Relacionado a segurança
SEC	Atos criminais/de segurança que resultam em acidentes e incidentes (Anexo 13 – ICAO).
	Falha de um sistema ou componente (exceto motor)
SCF-NP	Falha ou mau funcionamento de um sistema ou componente que não seja o motor.
	Falha de um sistema ou componente (motor)
SCF-PP	Falha ou mau funcionamento de um sistema ou componente relacionado ao motor.
	Encontro com turbulência
TURB	Encontro com turbulência em voo.
	Voo não intencional em IMC
UIMC	Voo não intencional em condições meteorológicas do instrumento (IMC).

	Desconhecido ou indeterminado
UNK	Não existem informações suficientes para categorizar a ocorrência.
	Pouso curto ou além da superfície da pista
USOS	Pouso fora da superfície da pista/heliporto/heliponto.
	Animais selvagens
WILD	Colisão, risco de colisão ou ação evasiva tomada por uma aeronave para evitar animais selvagens na área de movimento de um aeródromo ou em um heliporto/heliponto em uso.
	Tesoura de vento ou trovoadas
WSTRW	Voo em direção ao vento ou trovoadas.

Obs.*: CFIT apresenta algumas nomenclaturas diferentes em versões mais novas e atualizadas dos relatórios anuais de segurança, dá qual se manteve o nome original e incluiu-se as demais questões em parêntese ou em seu descritivo.

[Adaptado de: CICTT (2021)]

ANEXO B – FASES DE VOO

Tabela 14 – Fases de voo

Abreviaturas	Descrição
Aproximação	
APR	Regras de voo por instrumentos (IFR): desde o fixo de aproximação inicial (IAF) até o início da manobra aérea de pouso. Regras de voo visual (VFR): do ponto de entrada do padrão VFR, ou 1000 pés acima da elevação da pista, até o início da manobra de voo de pouso. inclui: aproximação inicial; aproximação final; padrão de circuito – <i>Downwind</i> ; padrão de circuito – base; padrão de circuito – final; padrão de circuito – vento cruzado e aproximação/arremeter perdido.
Cruzeiro	
CRZ	A tripulação estabelece a aeronave uma velocidade definida e uma altitude de cruzeiro inicial constante predeterminada e prossegue em direção a um destino; termina com o início da fase de descida para uma aproximação ou com a tripulação iniciando uma fase de subida em rota.
Descida	
DST	A tripulação sai da altitude de cruzeiro para uma aproximação a um destino; termina quando a tripulação inicia mudanças na configuração e/ou velocidade da aeronave para facilitar o pouso em uma pista específica. inclui: também pode terminar com a tripulação iniciando uma fase subida em rota e cruzeiro.
Subida em rota	
ECL	A tripulação estabelece a aeronave em velocidade e configuração definidas, permitindo que a aeronave aumente a altitude para cruzeiro; termina com a aeronave estabelecendo uma altitude de cruzeiro inicial constante predeterminada a uma velocidade definida ou com a tripulação iniciando uma fase de descida.
Descida de emergência	
EMG	Uma descida controlada durante qualquer fase aérea em resposta a uma situação de emergência percebida.
Em rota	
ENR	IFR: desde a conclusão da subida inicial, passando pela altitude de cruzeiro e conclusão da descida controlada até o IAF. VFR: desde a conclusão da subida inicial, passando pelo cruzeiro e descida controlada até a altitude padrão VFR ou 1000 pés acima da elevação da pista. inclui: Subida para cruzeiro; cruzeiro; mudança de nível de cruzeiro, descida e espera.
Arremetida	
GOA	A tripulação aborta a descida para a pista de pouso planejada durante a fase de aproximação; termina após a velocidade e a configuração serem estabelecidas em uma altitude de manobra definida ou para continuar a subida até a fase de cruzeiro (final da subida inicial).
Subida inicial	
ICL	Final da subfase de decolagem até a primeira redução de potência prescrita, ou até atingir 1000 pés acima da elevação da pista ou do padrão de regras de voo visual (VFR).

	Pouso
LDG / LND	Desde o início da manobra de voo de pouso até que a aeronave saia da pista de pouso, para na pista ou quando a potência for aplicada para decolagem no caso de um pouso; termina quando a velocidade permite que a aeronave seja manobrada por meio de táxi para chegada a um estacionamento. inclui: arremetida.
	Manobra
MNV	Operações de voo acrobático/baixa altitude. inclui: acrobacia, voo baixo.
	Decolagem
TO	Desde a aplicação da potência de decolagem, passando pela rotação e até uma altitude de 35 pés acima da elevação da pista. inclui: decolagem e decolagem rejeitada.
	Retrocesso/reboque
PBT	A aeronave está se movimentando no portão, rampa ou área de estacionamento, auxiliado por um veículo rebocador. inclui: assistido: motor(es) não funcionando; partida do(s) motor(es), motor(es) operando, motor(es) desligado(s).
	Pós-impacto
PIM	Em qualquer parte do voo que ocorre após o impacto com uma pessoa, objeto, obstáculo ou terreno.
	Permanência
STD	Antes do retrocesso ou taxi, ou após a chegada, no portão, rampa ou área de estacionamento, enquanto a aeronave estiver parada; inclui: motor(es) não funcionando, partida do(s) motor(es), motor(es) em operação e motor(es) desligado(s).
	Taxi
TXI	A aeronave está se movendo na superfície do aeródromo por conta da própria antes da decolagem ou após o pouso. inclui: retorno de energia; taxi até a pista; taxi até a posição de decolagem; taxi da pista.
	Descida descontrolada
UND	Uma descida durante qualquer fase aérea em que a aeronave não sustenta um voo controlado.
	Desconhecido ou indeterminado
UNK	A fase do voo não é discernível a partir das informações disponíveis

Obs.*: Regras de voo por instrumentos (*Instrument Flight Rules – IFR*)

Fixo de aproximação inicial (*Initial Approach Fix – IAF*)

Regras de voo visual (*Visual Flight Rules – VFR*)

PIM não é uma fase de voo em si, mas como o próprio autor menciona, foi atribuída para permitir uma melhor descrição dos eventos.

[Adaptado de: IATA (2019, p. 32) e CICTT (2013)]

ANEXO C – ÁLGEBRA DO DIAGRAMA DE BLOCOS

Transformation	Original Diagram	Equivalent Diagram	Equation
1. Interchange of Blocks			$b = aY_1Y_2$
2. Interchange of summing points			$d = a - b + c$
3. Rearrangement of summing points.			$d = a - b - c$
4. Moving a summing point ahead of an element			$d = aY - c$
5. Moving a summing point beyond an element			$c = (a-b)Y$
6. Moving a takeoff point ahead of an element			$b = aY$
7. Moving a takeoff point beyond an element			$b = aY$ $a = b/Y$ $= a$
8. Moving a takeoff point ahead of a summing point			$c = a - b$
9. Moving a takeoff point beyond a summing point			$c = a - b$ $a = c + b$
10. Combining cascade elements			$b = aY_1Y_2$
11. Removing an element from a forward loop			$d = a(Y_1 - Y_2)$
12. Inserting an element in a forward loop			$d = aY_1 - a$
13. Eliminating a forward loop			$d = a(Y_1 - Y_2)$
14. Removing an element from a feedback loop			$d = \frac{aY_1}{1 + Y_1Y_2}$
15. Inserting an element in a feedback loop			$d = \frac{aY_1}{1 + Y_1}$
16. Eliminating a feedback loop			$d = \frac{aY_1}{1 + Y_1Y_2}$
16a.			$d = a \frac{Y_1}{1 + Y_1}$
16b.			$d = a \frac{1}{1 + Y_1}$
17. Inserting a feedback loop			$d = aY_1$
17a.			$d = aY_1$

Tabela 15 – Transformações algébricas para os diagramas de blocos e sua forma equivalente.

[Adaptado de: Northrop Aircraft (1952, p. II-14 *apud* Graybeal, 1951)]

APÊNDICE A – EXPANSÃO DE MEIO INTERVALO PARA A FUNÇÃO PERIÓDICA TRIANGULAR

Apresenta-se neste apêndice a expansão de meio intervalo para a função periódica triangular, obtida a partir dos termos da série de Fourier e empregada no capítulo 3.4 para estimar a magnitude do elemento não linear em relação a função descritiva do limitador de taxa do atuador. A expansão será realizada entre os intervalos da função $f(x)$, sendo a amplitude da onda descrita por A e o meio período por π , de acordo com a Figura 159 e Equação 352.

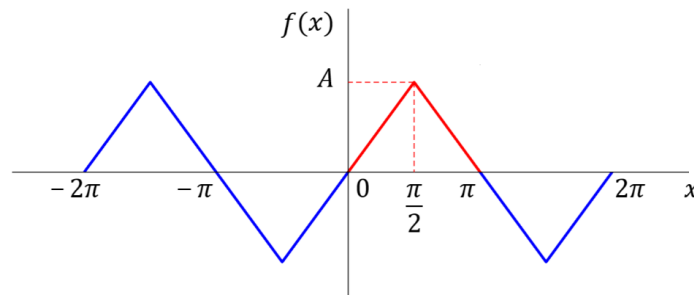


Figura 159 – Função periódica triangular

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2A}{\pi}x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{2A}{\pi}(\pi - x), & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases} \quad (352)$$

A função $f(x)$, descrita através de uma série geométrica pode, assim como mencionado no capítulo 3.2, ser expressa entre funções pares e ímpares, assumindo a representação de seus coeficientes por séries de cossenos e senos. Portanto, para a função triangular proposta (Figura 159), se desenvolverá ambas as extensões de meio intervalo e demais considerações acerca desta teoria podem ser lidas em Guillemín (1949) e Kreyszig, E.; Kreyszig, H. & Norminton, E. (2018).

A. 1 Extensão da função periódica par

A função par, de acordo com a Equação 45 (introduzida no capítulo 3.2) é representada segundo a Equação 353, com seus coeficientes apresentados pela Equação 354 (Equação 46).

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) \quad (353)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) dx, \quad a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad (354)$$

A obtenção das expressões para ambos os coeficientes (a_0 e a_n), segundo a função $f(x)$ (Equação 352) é feita a seguir, dado que as Equações 355 a 357 irão retratar os passos realizados para a obtenção de a_0 , exposto na Equação 358 e as Equações de 359 a 368 expõem os cálculos para feito para a_n , com solução apresentada na Equação 369.

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2A}{\pi} x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{2A}{\pi} (\pi - x) dx \right] \quad (355)$$

$$a_0 = \frac{2A}{\pi^2} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\pi - x) dx \right] = \frac{2A}{\pi^2} \left[\frac{x^2}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{x(2\pi - x)}{2} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right] \quad (356)$$

Resolvendo a Equação 356, chega-se ao resultado exposto na Equação 357.

$$a_0 = \frac{A}{2} \quad (357)$$

Agora, calculando o coeficiente a_n , de acordo com a Equação 358.

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad (358)$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2A}{\pi} x \cos(nx) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{2A}{\pi} (\pi - x) \cos(nx) dx \right] \quad (359)$$

$$a_n = \frac{4A}{\pi^2} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos(nx) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\pi - x) \cos(nx) dx \right] \quad (360)$$

Por praticidade, a Equação 360 é separada em duas parcelas, dada suas integrais, sendo:

$$a_{n_1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos(nx) dx = \left[\left(\frac{x \sin(nx)}{n} + \frac{\cos(nx)}{n^2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right] \quad (361)$$

$$a_{n_1} = \frac{1}{n^2} \left[\frac{n\pi}{2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - 1 \right] \quad (362)$$

$$a_{n_2} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\pi - x) \cos(nx) dx = \left[\left(\frac{\pi \sin(nx) - x \sin(nx)}{n} \right) - \left(\frac{\cos(nx)}{n^2} \right) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right] \quad (363)$$

Como a resolução para a_{n_2} torna-se extensa, a Equação 363 é dividida em duas partes:

$$a_{n_2i} = \left[\left(\frac{\pi \operatorname{sen}(n\pi) - \pi \operatorname{sen}(n\pi)}{n} \right) - \left(\frac{\cos(n\pi)}{n^2} \right) \right] = -\frac{1}{n^2} \cos(n\pi) \quad (364)$$

$$a_{n_2ii} = - \left[\left(\frac{(\pi \operatorname{sen}(\frac{n\pi}{2}) - \frac{\pi}{2} \operatorname{sen}(\frac{n\pi}{2}))}{n} \right) - \left(\frac{\cos(\frac{n\pi}{2})}{n^2} \right) \right] \quad (365)$$

$$a_{n_2ii} = \frac{1}{n^2} \left[\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \frac{n\pi}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] \quad (366)$$

Reagrupando as Equações 364 e 366, segundo a_{n_2i} e a_{n_2ii} , obtém-se:

$$a_{n_2} = -\frac{1}{n^2} \cos(n\pi) + \frac{1}{n^2} \left[\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \frac{n\pi}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] \quad (367)$$

$$a_{n_2} = \frac{1}{n^2} \left[\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \cos(n\pi) - \frac{n\pi}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] \quad (368)$$

Reagrupando as Equações 362 e 366, de acordo com a_{n_1} e a_{n_2} , chega-se ao resultado:

$$a_n = \frac{4A}{\pi^2} (a_{n_1} + a_{n_2}) = \frac{4A}{n^2 \pi^2} \left[2 \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \cos(n\pi) - 1 \right] \quad (369)$$

Caso n seja ímpar:

$$2 \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \cos(n\pi) - 1 = 0 - (-1) - 1 = 0 \quad (370)$$

Caso n seja par, múltiplo de 4 ($n = 4, 8, 12, \dots$):

$$2 \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \cos(n\pi) - 1 = 2 \cdot 1 - 1 - 1 = 0 \quad (371)$$

O contrário, resulta em:

$$2 \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \cos(n\pi) - 1 = 2 \cdot -1 - 1 - 1 = -4 \quad (372)$$

De modo, que os demais valor de n podem ser resumidos na progressão a seguir, dada a extensão da função periódica par de período 2π , segundo as Equações 373 e 374.

$$f(x) = \frac{A}{2} - \frac{16A}{\pi^2} \left(\frac{1}{2^2} \cos(2x) + \frac{1}{6^2} \cos(6x) + \frac{1}{10^2} \cos(10x) + \dots + \right) \quad (373)$$

$$f(x) = \frac{A}{2} - \frac{16A}{\pi^2} \sum_{n=2,6,10,\dots}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{n^2} \quad (374)$$

A. 2 Extensão da função periódica ímpar

Similarmente ao desenvolvimento feito para a função periódica par, as mesmas etapas serão seguidas para a descrição da função ímpar, das quais, sendo $f(x)$ representado pela Equação 375 (Equação 47) e seu coeficiente, segundo a Equação 376 (Equação 48).

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}(nx) \quad (375)$$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \operatorname{sen}(nx) dx \quad (376)$$

Os cálculos envolvidos para a obtenção do coeficiente b_n são expostos nas Equações 377 a 386, que levam a resolução apresentada pela Equação 387.

$$b_n = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2A}{\pi} x \operatorname{sen}(nx) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{2A}{\pi} (\pi - x) \operatorname{sen}(nx) dx \right] \quad (377)$$

$$b_n = \frac{4A}{\pi^2} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{sen}(nx) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\pi - x) \operatorname{sen}(nx) dx \right] \quad (378)$$

Por praticidade, a Equação 378 é separada em duas parcelas, dada suas integrais, sendo:

$$b_{n_1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{sen}(nx) dx = \left[\left(\frac{\operatorname{sen}(nx)}{n^2} - \frac{x \cos(nx)}{n} \right) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \quad (379)$$

$$b_{n_1} = \frac{1}{n^2} \left[\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \frac{n\pi}{2} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] \quad (380)$$

$$b_{n_2} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\pi - x) \operatorname{sen}(nx) dx = \left[-\left(\frac{\operatorname{sen}(nx)}{n^2} \right) - \left(\frac{\pi \cos(nx) - x \cos(nx)}{n} \right) \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \quad (381)$$

Como a resolução para b_{n_2} torna-se extensa, a Equação 381 é dividida em duas partes:

$$b_{n_{2i}} = \left[-\left(\frac{\operatorname{sen}(n\pi)}{n^2} \right) - \left(\frac{\pi \cos(n\pi) - \pi \cos(n\pi)}{n} \right) \right] = -\frac{1}{n^2} \operatorname{sen}(n\pi) \quad (382)$$

$$b_{n_2ii} = - \left[- \left(\frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{n^2} \right) - \left(\frac{\pi \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{n} \right) \right] \quad (383)$$

$$b_{n_2ii} = \frac{1}{n^2} \left[\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{n\pi}{2} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] \quad (384)$$

Reagrupando as Equações 382 e 384, segundo b_{n_2i} e b_{n_2ii} , obtém-se:

$$b_{n_2} = -\frac{1}{n^2} \sin(n\pi) + \frac{1}{n^2} \left[\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \frac{n\pi}{2} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] \quad (385)$$

$$b_{n_2} = \frac{1}{n^2} \left[\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \sin(n\pi) + \frac{n\pi}{2} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right] \quad (386)$$

Reagrupando as Equações 380 e 386, de acordo com b_{n_1} e b_{n_2} , chega-se ao resultado:

$$b_n = \frac{4A}{\pi^2} (b_{n_1} + b_{n_2}) = \frac{4A}{n^2 \pi^2} \left[2 \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \sin(n\pi) \right] \quad (387)$$

Caso n seja par:

$$2 \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \sin(n\pi) = 0 - 0 = 0 \quad (388)$$

Caso n seja ímpar:

$$2 \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \sin(n\pi) = 2 \cdot 1 - 0 = 2 \quad (389)$$

De modo, que os demais valor de n podem ser resumidos na progressão a seguir, dada a extensão da função periódica ímpar de período 2π .

$$f(x) = \frac{8A}{\pi^2} \left(\frac{1}{1^2} \sin(1x) + \frac{1}{3^2} \sin(3x) + \frac{1}{5^2} \sin(5x) + \dots + \right) \quad (390)$$

$$f(x) = \frac{8A}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n^2} \quad (391)$$

APÊNDICE B – CÓDIGO PARA OBTENÇÃO DA FUNÇÃO DESCRITIVA EQUIVALENTE PARA O SISTEMA PILOTO-VEÍCULO

```
% =====
% Descrição: Método para encontrar a função de descrição equivalente para o sistema piloto-
% veículo (PVS) com o elemento limitador de taxa (RLE) no caminho de avanço.
% PVS A: Aeronave tipicamente instável (Duda (1995, p. 294 – Figura 103)
% Código: Adaptado do trabalho desenvolvido por Gilbreath (2001, p. Apêndice B-1)
% =====

clear all
% close all
clc

global w R K magGc magGa faseGc faseGa dtr qc t
global vet_mag vet_fase vet_w vet_1 vet_2

vet_1 = [ ];
vet_2 = [ ];

% =====

% Parâmetros de entrada

w = logspace(-1,2,100); % Intervalo de análise
qc = 1.1; % Amplitude de comando
R = 60; % Taxa máxima do limitador

% Sistema piloto-veículo A

K = 13.68; % Ganho de avanço

% Lei de controle

Gc = tf(5.21*conv([1 -57.36],conv([1 4.26],[1 0.55])),...
    conv([1 2*.442*22.85 22.85^2],conv([1 1.16],[1 0])));

% Dinamica longitudinal da aeronave

Ga = tf(-10.524*conv([1 1.562],conv([1 0.038],[1 0])),...
    conv([1 2*0.212*.088 0.088^2],conv([1 3.75],[1 -1.44])));

num = K*(Gc);
den = zpk([ ],[ ],1)+series(Gc,Ga);
% den = 1+series(Gc,Ga);
pvsA = num/den; % Sistema de circuito fechado
% pcl = K*feedback(Gc,Ga,-1);
dtr = pi/180;
```

```

% =====

% Gráfico de Nichols para o sistema linear de circuito aberto e fechado

figure(1)
sysA = Gac*Gc; % Circuito aberto
hold on
sysA1 = (Gac*Gc/(1+Gac*Gc)); % Circuito fechado
nichols(sysA,sysA1)
ngrid

% =====

deltao = [ ];
phi2 = [ ];
vet_mag = [ ];
vet_fase = [ ];
vet_w = [ ];

% =====

for n = 1:length(R)

% Calculo da linha de limite de taxa (-20 dB/década) para o Diagrama de Bode

[magR,faseR] = bode(tf(R(n),[1 0]),w);

% Diagrama de Bode de circuito fechado

figure(2)
semilogx(w,20*log10(magR(1,:)), 'k:',w,20*log10(magR(1,:)), 'k:')
axis([.1,100,10,60])
hold on

title('Determinação da frequência de início do RLE de circuito fechado')
bode(pcl,w)
end

% =====

% Cálculo para encontrar a amplitude e a fase da resposta de frequência linear

[magpvsA,phi2(1)] = bode(pvsA,w(1));

deltao(1) = qc*magpvsA;
phi2(1) = phi2;

vet_mag = [ ];
vet_fase = [ ];

```

```

vet_w = [ ];
vet_de0 = [ ];
vet_p0 = [ ];
vet_mN = [ ];
vet_faseNit = [ ];

a = [qc*magpvsA;phi2];

for t = 1:1: length(w)

[magpvsA,phi2] = bode(pvsA,w(t));

a = [qc*magpvsA;phi2];

[magGc,faseGc] = bode(Gc,w(t));
[magGa,faseGa]=bode(Ga,w(t));

teste = w(t);

deltaoI(t) = a(1);
phi2I(t) = a(2);

xo = [deltaoI(t) phi2I(t)] ; % condição inicial

[a,fval(t)] = fminsearch(@eqs,xo);

if fval(t) > 0.0001

deltaoI(t) = 24;
phi2I(t) = -237;
onset = w(t);

xo = [deltaoI(t) phi2I(t)];

[a,fval(t)] = fminsearch(@eqs,xo);

else

deltaoI(t+1) = a(1);
phi2I(t+1) = a(2);

end

deltait = a(1);
phi2it = a(2);

teste1 = a-xo;
vet_1 = [vet_1, deltait];
vet_2 = [vet_2, phi2it];

```

```

[magNit,faseNit] = dfunction(w(t),R,delta_t);
vet_mag = [vet_mag magNit];
vet_fase = [vet_fase faseNit];
vet_w = [vet_w w(t)];
vet_mN = [vet_mN magNit];
vet_phNit = [vet_faseNit faseNit];

A = (magGa*magNit*magGc);
phi = (faseGa+faseGc+(phNit*180/pi));

% =====

% Calculo da função descritiva de circuito aberto

Nomag(t) = 20*log10(A);% +20*log10(K*qc)
% Nomag(t) = 20*log10(A/sqrt(1-2*A*cos(dtr*phi)+A^2));

Nofase(t) = dtr*phi-2*pi;
%-atan2(imag(-A*sin(dtr*phi)),abs(1-A*cos(dtr*phi)))-2*pi;
%-atan2(imag(-A*sin(dtr*phi)),real(1-A*cos(dtr*phi)))-2*pi;

vet_de0 = [vet_de0 deltao];
vet_p0 = [vet_p0 phi2];

w(t)

end

figure(3)
[mLin,pln] = bode(Gc*Ga,w);
figure(3)
plot(pln(1,:)-360,20*log10(mLin(1,:)),'-o',Nofase/dtr,Nomag,'-*')
xlabel('Fase de circuito aberto $[\^{\circ}]$', 'interpreter','latex','FontSize',14)
ylabel('Ganho de circuito aberto [dB]', 'interpreter','latex','FontSize',14);
legend('Limite de estabilidade','Função descritiva','Resposta de frequência','interpreter','la-
tex','FontSize',14);
axis([-300,-50,-20,15])
ngrid
hold on
v1 = [-60 -90 -100 -120 -140 -160 -180];
v2 = [13.5 7.5 5.5 2.5 1.1 0 0];
plot(v1,v2,'-k','LineWidth',1.5) % Limite de estabilidade para o critério OLOP

figure(4)
semilogx(w,fval)

```

```

% =====

% Função descritiva do sistema segundo as Equações 114 e 115

function f = eqs(x2)
global w R dtr magGc magGa faseGc faseGa K qc t

detao = x2(1);
phi2 = x2(2);

[dfuncmag,dfuncphase] = dfunction(w(t),R,detao);

f = ((detao/magGc)*cos(dtr*(phi2-faseGc)))+(detao*magGa*dfuncmag)...
    *cos(dtr*(phi2+faseGa)+dfuncphase)-K*qc)^2.0...
+((detao/magGc)*sin(dtr*(phi2-faseGc)))+(detao*magGa*dfuncmag)...
    *sin(dtr*(phi2+faseGa)+dfuncphase))^2.0;
end

% =====

% Função descritiva para o elemento limitador de taxa (RLE)

function [magN,faseN] = dfunction(freq,taxa,detao)

y = freq*detao/taxa;

if y < 1.1 % 1.0

magN = 1;
faseN = 0;

else

if (y < 1.862)

magN = polyval([.2908 -1.4396 1.9232 .223],y) % Interpolação spline cúbica
faseN = polyval([.528 -2.6213 3.5056 -1.4171],y)

else

if y >= 1.862

magN = pi/y/2;
phN = -acos(pi/y/2);

end
end
end
end

```