

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Metodologia de Projeto Aerodinâmico de  
Rotores Axiais e Otimização da Pá com base  
nos Efeitos de *Sweep* e *Dihedral***

**Antonio Augusto Coli de Oliveira**

**Itajubá, Maio de 2014**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA**

**Antonio Augusto Coli de Oliveira**

**Metodologia de Projeto Aerodinâmico de  
Rotores Axiais e Otimização da Pá com base  
nos Efeitos de *Sweep* e *Dihedral***

**Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.**

**Área de Concentração:** Dinâmica dos Fluidos e Máquinas de Fluxo

**Orientador:** Prof. Dr. Ramiro G. Ramirez Camacho

**Co-orientador:** Prof. Dr. Waldir de Oliveira

**Maio de 2014**

**Itajubá - MG**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mauá  
Bibliotecária Jacqueline Rodrigues de Oliveira Balducci- CRB\_6/1698

O48m

Oliveira, Antonio Augusto Coli de  
Metodologia de Projeto Aerodinâmico de Rotores Axiais e  
Otimização da Pá com base nos Efeitos de Sweep e Dihedral. /  
Antonio Augusto Coli de Oliveira. ó Itajubá, (MG) : [s.n.], 2014.  
111 p. : il.

Orientador: Prof. Dr. Ramiro G. Ramirez Camacho.  
Co-orientador: Prof. Dr. Waldir de Oliveira.  
Dissertação (Mestrado) ó Universidade Federal de Itajubá.

1.Bomba Axial. 2.Projeto Aerodinâmico. 3.Sweep. 4.Dihedral.  
I. Camacho, Ramiro G. Ramirez, orient. II. Oliveira, Waldir, co-  
orientador. III. Universidade Federal de Itajubá. IV. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO**  
**EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**Antonio Augusto Coli de Oliveira**

**Metodologia de Projeto Aerodinâmico de**  
**Rotores Axiais e Otimização da Pá com base**  
**nos Efeitos de *Sweep* e *Dihedral***

Dissertação aprovada por banca examinadora em 09 de maio de 2014, conferindo ao autor o título de **Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.**

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Ramiro G. Ramirez Camacho (Orientador)

Prof. Dr. Jesuíno Takachi Tomita

Prof. Dr. Nelson Manzanares Filho

Prof. Dr. Waldir de Oliveira

**Itajubá - MG**

**2014**

## **Dedicatória**

*Aos meus pais, Aldo e Helena,  
à minha irmã, Gabrielle Eliza,  
e à minha esposa Tatiana.*

## **Agradecimentos**

Agradeço primeiramente a Deus por sempre estar presente em minha vida, pela coragem e determinação que me destes.

Aos meus pais, Aldo e Helena e minha irmã, Gabrielle Eliza pelo carinho, amor, compreensão e incentivo em todos os movimentos.

À minha esposa, Tatiana, por estar sempre do meu lado, incentivando saltos mais longos e pelas sábias palavras de conforto nos momentos difíceis.

Às colegas e amigas de Pós-Graduação Angie e Lady, pelo apoio e amizade em todos os momentos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ramiro G. Ramirez Camacho, pela confiança depositada em mim, amizade e pelo incentivo.

Ao Professor Waldir de Oliveira pelos ensinamentos, pelas valiosas sugestões, amizade e pelo berço familiar.

À todos os colegas e professores do LHV pelo apoio e pelos momentos de descontração durante os trabalhos realizados.

À FAPEMIG, pelo suporte financeiro.

## Resumo

**OLIVEIRA, A. A. C. (2014)**, *Metodologia de Projeto Aerodinâmico de Rotores Axiais e Otimização da Pá com base nos Efeitos de Sweep e Dihedral*, Itajubá, 122p. Dissertação (Mestrado em Dinâmica dos Fluidos e Máquina de Fluxo) - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá

Este trabalho apresenta uma metodologia para o projeto aerodinâmico de rotores de bombas axiais, com base em valores iniciais de funcionamento estabelecidos. Essa metodologia propõe uma modificação na região próxima à ponta da pá, visando minimizar os efeitos causados pelo espaçamento entre a ponta da pá e a carcaça (folga de topo) no escoamento em rotores axiais.

O escoamento em turbomáquinas axiais é bastante complexo, principalmente na região da folga de topo. Essa folga deve ser minimizada ao máximo, mas seu limite depende das tecnologias de fabricação e de montagem tanto do rotor como da carcaça. Para uma determinada folga de topo, existem algumas maneiras de minimizar os efeitos causados pela folga de topo. Uma delas é o deslocamento dos perfis da pá na região próxima à ponta da pá. Esses deslocamentos são conhecidos como *sweep* e *dihedral*.

Um rotor axial de bomba foi projetado e foi fixada uma determinada folga de topo. Esse rotor convencional foi então modificado e aplicado o *sweep* e *dihedral* na região próxima à ponta da pá. Por meio de técnicas de dinâmica dos fluidos computacional (DFC), a busca pelo valor ótimo do rendimento foi feita através do otimizador CRSA (*Controlled Random Search Algorithm*), com plataforma Fortran, que gerencia o sistema de geração de malhas com o *software* de simulação numérica, FLUENT<sup>®</sup>. Com base nos valores ótimos encontrados foi realizada uma restrição do intervalo de variação do *sweep* e *dihedral*, visando obter um valor ótimo mais preciso. De posse do melhor valor ótimo encontrado, isto é, o maior rendimento, foi feita a comparação com o projeto inicial (rotor convencional), para uma faixa de vazões. Foi constatado um ganho real em toda a faixa analisada, mostrando a eficácia da aplicação do *sweep* e *dihedral*.

### Palavras-chave

Bomba Axial, Rotor Axial, Projeto Aerodinâmico, *Sweep*, *Dihedral*, Otimização, CRSA, CFD

## **Abstract**

**OLIVEIRA, A. A. C. (2014)**, *Methodology for Aerodynamic Design of Axial Flow Rotor and Blade Optimization Based on the Effects of Sweep and Dihedral*, Itajubá, 122p. Dissertation - Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá

This work presents a methodology for aerodynamic design of axial flow pump rotors based on initial values established. This methodology proposes a modification close to the blade tip region, in order to minimize the effects caused by the spacing between the blade tip and casing (tip clearance) in the flow of axial flow rotors.

The flow in axial turbomachinery is complex, especially in the tip clearance region. This gap should be minimized to the maximum, but its limit depends on the manufacture technology and assembly of both the rotor and the casing. For a given tip clearance, there are some ways to minimize the effects caused by tip clearance. One is the displacement of the blade profiles close to the blade tip region. These displacements are known as sweep and dihedral.

An axial flow pump rotor was designed and a certain tip clearance was fixed. This conventional rotor was then modified and applied the sweep and dihedral in the region near to the blade tip. By means of techniques of computational fluid dynamics (CFD), the search for the optimal value of efficiency was made through the CRSA optimizer with Fortran platform that manages the system of mesh generation with the numerical simulation software, FLUENT ®. Based on optimal values found, a restriction of range of sweep and dihedral was performed in order to obtain a more accurate optimal value. Having found the best value, i. e., the highest efficiency, was compared to the original design (conventional rotor), for a range of flow rate. A real gain was observed across the range analyzed, showing the effectiveness of the application of sweep and dihedral.

### **Keywords**

Axial Flow Pump, Axial Flow Rotor, Aerodynamic Design, Sweep, Dihedral, Optimization, CRSA, CFD

## Sumário

<b>SUMÁRIO</b> .....	<b>i</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>iv</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>vii</b>
<b>SIMBOLOGIA</b> .....	<b>viii</b>
<b>CAPITULO 1</b> .....	<b>1</b>
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1 Considerações Gerais</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2 Revisão Bibliográfica</b> .....	<b>7</b>
<b>1.3 Motivação do Trabalho</b> .....	<b>9</b>
<b>1.4 Objetivos do Trabalho</b> .....	<b>9</b>
<b>1.5 Organização do Trabalho</b> .....	<b>10</b>
<b>CAPITULO 2</b> .....	<b>11</b>
<b>ESCOAMENTOS EM TURBOMÁQUINAS</b> .....	<b>11</b>
<b>2.1 Escoamento em Turbomáquinas Axiais</b> .....	<b>11</b>
<b>2.2 Escoamento na Folga de Topo</b> .....	<b>12</b>
<b>2.3 Perdas Internas em Turbomáquinas</b> .....	<b>17</b>
2.3.1 Perdas internas .....	17
2.3.2 Estimativa das perdas internas .....	17
<b>2.4 Influência da Folga de Topo em Turbomáquinas Axiais</b> .....	<b>18</b>
<b>CAPITULO 3</b> .....	<b>46</b>
<b>PROJETO HIDRODINÂMICO DE ROTOR AXIAL E</b>	
<b>MODIFICAÇÃO NA GEOMETRIA DAS PÁS</b> .....	<b>22</b>
<b>3.1 Projeto Hidrodinâmico do Rotor</b> .....	<b>22</b>
3.1.1 Análise de cavitação .....	23
3.1.2 Grandezas geométricas principais do rotor .....	27
3.1.3 Teoria da asa de sustentação aplicada ao projeto das	
pás de rotores axiais .....	30
3.1.4 Cálculo da altura geométrica de sucção da bomba .....	35

3.1.5 Cálculo das grandezas geométrica principais do rotor . . . . .	37
3.1.6 Cálculo da geométrica das pás . . . . .	40
<b>3.2 Modificação da Geometria da Pá na Região Próxima à sua Ponta . . . . .</b>	<b>45</b>
3.2.1 <i>Sweep</i> . . . . .	45
3.2.2 <i>Dihedral</i> . . . . .	47
<b>CAPITULO 4 . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL E</b>	
<b>MODELO MATEMÁTICO . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>4.1 Histórico da Dinâmica dos Fluidos Computacional . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>4.2 Dinâmica dos Fluidos Computacional . . . . .</b>	<b>51</b>
4.2.1 Geração de malhas computacionais . . . . .	54
4.2.2 Tipos de malhas computacionais . . . . .	55
4.2.3 Método dos volumes finitos – <i>solver</i> . . . . .	57
4.2.4 Pós-processamento . . . . .	58
4.2.5 Condições de contorno . . . . .	58
<b>4.3 Modelo Matemático . . . . .</b>	<b>59</b>
4.3.1 Equação de conservação da massa . . . . .	60
4.3.2 Equação de conservação da quantidade de movimento . . . . .	60
<b>4.4 Fundamentos de turbulência . . . . .</b>	<b>61</b>
4.4.1 Equações para o escoamento turbulento . . . . .	61
4.4.2 Descrição do modelo <i>k-<math>\omega</math> SST</i> . . . . .	66
<b>CAPITULO 5 . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>RESULTADOS E ANÁLISE . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>5.1 Simulação Numérica . . . . .</b>	<b>68</b>
5.1.1 Geometria e malha . . . . .	69
5.1.2 Condições de contorno . . . . .	73
5.1.3 Esquemas de discretização e interpolação . . . . .	74
<b>5.2 Metodologia de Integração de Processos . . . . .</b>	<b>76</b>
<b>5.3 Pós-Processamento dos Resultados . . . . .</b>	<b>79</b>
5.3.1 Rendimento hidráulico e demais grandezas de funcionamento . . . . .	80
5.3.2 Determinação do $y^+$ . . . . .	88
<b>5.4 Cavitação . . . . .</b>	<b>89</b>
<b>CAPITULO 6 . . . . .</b>	<b>94</b>

<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b> .....	<b>94</b>
<b>6.1 Conclusões</b> .....	<b>94</b>
<b>6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros</b> .....	<b>96</b>
<b>APÊNDICE A</b> .....	<b>98</b>
<b>EXPRESSÕES PARA O MODELO DE TURBULÊNCIA <math>K-\omega</math> SST</b> .....	<b>98</b>
<b>APÊNDICE B</b> .....	<b>103</b>
<b>MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO CRSA</b> .....	<b>103</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>106</b>

## Lista de Figuras

Figura 1.1	Componentes principais de bombas axiais (Figura adaptada de Macintyre, 1980). . . . .	3
Figura 1.2	Características de desempenho de uma bomba axial com pás reguláveis ou ajustáveis (Figura adaptada de Brennen, 1994). . . . .	6
Figura 2.1	Esquema ilustrativo de escoamentos em rotores axiais de turbomáquinas (Figura adaptada de Lakshminarayana, 1996). . . . .	12
Figura 2.2	Natureza do escoamento na ponta da pá, na grade linear e no rotor axial de compressor e turbina (Lakshminarayana, 1996). . . . .	13
Figura 2.3	Esquema do escoamento na região próxima à ponta da pá de rotor axial de uma turbina a gás observado a partir de um sistema referencial rotativo (Dey e Camci, 2004). . . . .	15
Figura 2.4	Esquema do escoamento na região próxima à folga de topo em teste de grade linear (Dey e Camci, 2004) . . . . .	15
Figura 3.1	Nomenclatura para a determinação da altura geométrica de sucção da bomba, $h_s$ (Figura adaptada de Macintyre, 1980) . . . . .	24
Figura 3.2	Diagrama de Cordier para turbomáquinas geradoras (Figura adaptada de Dietzel, 1980). . . . .	28
Figura 3.3	Elementos para o pré-dimensionamento de bombas e ventiladores axiais (Figura adaptada de Bran e Souza, 1969). . . . .	29
Figura 3.4	Grade linear representativa de rotor axial, triângulos de velocidades na entrada e na saída da grade linear e triângulo de velocidades para o escoamento médio. . . . .	31
Figura 3.5	Ilustração do teorema de Kutta-Joukowski aplicado a aerofólios em grade linear (Figura retirada de Albuquerque, 2006). . . . .	33

Figura 3.6	Perfil em um escoamento inicialmente não perturbado (Figura retirada de Albuquerque, 2006) . . . . .	35
Figura 3.7	Diagrama de Cordier para turbomáquinas geradoras (Figura adaptada de Dietzel, 1980). . . . .	38
Figura 3.8	Elementos para o pré-dimensionamento de bombas e ventiladores axiais (Figura adaptada de Bran e Souza, 1969). . . . .	39
Figura 3.9	Esquema de técnicas de empilhamento utilizando <i>sweep</i> e <i>dihedral</i> (Kwedikha, 2009). . . . .	46
Figura 3.10	Vista frontal de três rotores axiais sendo dois com aplicação de <i>sweep</i> (Kwedikha, 2009) . . . . .	46
Figura 3.11	Vista de três pás de rotores axiais sendo duas com aplicação de <i>dihedral</i> . . . . .	47
Figura 4.1	Resumo do procedimento para solução de um problema utilizando DFC. . . . .	53
Figura 4.2	Terminologia de malhas computacionais. . . . .	54
Figura 4.3	Geometrias de elementos de malhas computacionais. . . . .	55
Figura 4.4	Estruturas de escoamento turbulento . . . . .	61
Figura 4.5	Comparação do custo computacional de modelos de turbulência . . . . .	64
Figura 5.1	Trecho do arquivo <i>script.rpl</i> para geração de geometria e malha computacional . . . . .	70
Figura 5.2	(a) Geometria de um canal hidráulico periódico correspondente a $\frac{1}{4}$ do domínio completo e (b) Geometria do domínio completo representado parcialmente . . . . .	71
Figura 5.3	(a) Refinamento na região do topo, (b) Detalhe do refinamento na pá, (c) Detalhe dos elementos na folga de topo e (d) Detalhe do refinamento na região da ponta da pá. . . . .	72
Figura 5.4	Condições de contorno utilizadas nas simulações numéricas . . . . .	74
Figura 5.5	Esquema de discretização do método SIMPLE . . . . .	75
Figura 5.6	Limites das variações de <i>sweep</i> . . . . .	77
Figura 5.7	Limites das variações de <i>dihedral</i> . . . . .	77
Figura 5.8	Fluxograma de integração dos processos. . . . .	78
Figura 5.9	Demonstrativo da convergência ao longo das iterações. . . . .	79
Figura 5.10	Comportamento dos efeitos de <i>sweep</i> e <i>dihedral</i> . . . . .	80

Figura 5.11	Processo de otimização, população inicial: 30 pontos, 100 tentativas de busca . . . . .	81
Figura 5.12	Ilustração do processo de otimização, população inicial: 30, 100 tentativas de busca . . . . .	82
Figura 5.13	Processo de otimização, população inicial: 30 pontos, 50 tentativas de busca . . . . .	83
Figura 5.14	Ilustração do processo de otimização, população inicial: 30 pontos, 50 tentativas de busca. . . . .	83
Figura 5.15	Geometria ótima da pá: (a) <i>Dihedral</i> = -7,8 mm, (b) <i>Sweep</i> = -29,3 mm . . . . .	84
Figura 5.16	Rendimento hidráulico em função da vazão volumétrica. . . . .	85
Figura 5.17	Altura efetiva de elevação em função da vazão volumétrica. . . . .	86
Figura 5.18	Potência de eixo em função da vazão volumétrica. . . . .	87
Figura 5.19	Potência hidráulica em função da vazão volumétrica. . . . .	88
Figura 5.20	Variação de $y^+$ na altura média (50 %) da pá . . . . .	89
Figura 5.21	Curvas características de uma bomba centrífuga . . . . .	90
Figura 5.22	Rendimento hidráulico e intensidade de cavitação em função da vazão volumétrica. . . . .	91
Figura 5.23	Iso-superfícies de pressões iguais ou menores que a pressão de vapor da água de 2346 Pa. . . . .	92

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1	Valores de altura geometria de sucção para $Q = 12,28 \text{ m}^3/\text{s}$ e $H = 12,2 \text{ mca}$ . . . . .	37
Tabela 3.2	Valores das diversas grandezas características dos perfis que compõem as pás . . . . .	44
Tabela 4.1	Comparação entre malhas tetraédrica e hexaédrica . . . . .	56

## Simbologia

### Letras Latinas

$a_{apar}$	Aceleração aparente
$b$	Altura radial da pá
$c$	Velocidade absoluta
$C_A$	Coefficiente de arrasto
$c_m$	Componente meridional da velocidade absoluta
$c_{m3}$	Componente meridional da velocidade absoluta na entrada
$c_{m6}$	Componente meridional da velocidade absoluta na saída
$C_p$	Coefficiente de pressão
$C_S$	Coefficiente de sustentação
$c_{u3}$	Componente circunferencial da velocidade absoluta na entrada
$c_{u6}$	Componente circunferencial da velocidade absoluta na saída
$c_\infty$	Velocidade de incidência do escoamento absoluto médio
$D_e$	Diâmetro externo do rotor
$D_i$	Diâmetro interno do rotor
$D_\omega$	Difusão cruzada.
$F_{pá}$	Força na pá
$F_S$	Força de sustentação
$F_A$	Força de arrasto
$g$	Aceleração da gravidade local.
$\tilde{G}_k$	Geração da energia cinética turbulenta devido aos gradientes da velocidade média
$G_\omega$	Geração da taxa de dissipação específica
$H$	Altura efetiva (total) de elevação
$h_s$	Altura de sucção da bomba
$I$	Tensor unitário

$k$	Energia cinética turbulenta
$L$	Limite inferior
$\ell$	Comprimento da corda do perfil
$\ell_e$	Comprimento da corda do perfil da ponta da pá
$\ell_i$	Comprimento da corda do perfil da raiz da pá
$\dot{m}$	Vazão mássica
$n$	Rotação do rotor
$N_{pá}$	Número de pás
$N_{vp}$	Número de variáveis do projeto
$n_{qA}$	Rotação específica referente vazão
$p$	Pressão estática
$P$	População inicial
$Pe$	Potência de eixo
$Ph$	Potência útil do fluido (potência hidráulica)
$Q$	Vazão volumétrica
$r$	Raio
$r_e$	Raio externo do rotor
$Re$	Número de Reynolds
$r_i$	Raio interno do rotor
$\vec{r}_p$	Vetor-posição de uma partícula em relação ao referencial não-inercial
$\ddot{R}_0$	Aceleração devida à translação do referencial não-inercial em relação ao inercial
$S$	Taxa de deformação
$S_k$	Termo fonte referente à energia cinética turbulenta
$S_\omega$	Termo fonte referente à taxa de dissipação específica
$t$	Passo da grade linear; tempo
$U$	Limite superior
$u$	Velocidade circunferencial
$w$	Velocidade relativa
$w_a$	Componente axial da velocidade relativa
$w_u$	Componente circunferencial da velocidade relativa
$y^+$	Parâmetro adimensional relacionado à distância normal à parede
$Y$	Trabalho específico

$Y_{pá}$	Trabalho específico do rotor
$Y_k$	Dissipações da energia cinética turbulenta
$Y_\omega$	Dissipações da taxa de dissipação específica
$z$	Altura geométrica

## Letras Gregas

$\beta_3$	Ângulo do escoamento relativo na entrada
$\beta_6$	Ângulo do escoamento relativo na saída
$\beta_4$	Ângulo da pá na entrada
$\beta_5$	Ângulo da pá na saída
$\beta_\infty$	Ângulo do escoamento relativo médio
$\Gamma$	Circulação
$\Gamma_k$	Difusividades efetivas da energia cinética turbulenta.
$\Gamma_\omega$	Difusividades efetivas da taxa de dissipação específica.
$\delta$	Coefficiente de diâmetro
$\delta_{ij}$	Operador delta de Kronecker
$\Delta c_u$	Diferença das componentes circunferenciais das velocidades absolutas entre a saída e a entrada das pás
$\Delta p_T$	Pressão total
$\Delta h$	Decréscimo de pressão
$\varepsilon$	Coefficiente de escorregamento; taxa de dissipação de energia cinética turbulenta
$\eta$	Rendimento total do rotor
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido
$\mu_t$	Viscosidade turbulenta
$\upsilon$	Relação de diâmetros
$\pi$	3,14159265...
$\rho$	Massa específica (densidade) do fluido em escoamento
$\sigma$	Coefficiente de ligeireza
$\sigma_c$	Coefficiente de cavitação
$\sigma_k$	Coefficiente de cavitação

$\tau$	Altura da folga de topo
$\tau_g$	Tensões totais
$\tau_t$	Tensor de Reynolds
$\tau_w$	Tensão de cisalhamento na parede
$\phi$	Coefficiente de vazão
$\psi$	Coefficiente de pressão
$\omega$	Velocidade angular; taxa de dissipação específica
$\dot{\omega}$	Aceleração angular
$\nabla$	Operador nabla

## Subscritos

$a$	Referente à direção axial
$E$	Entrada
$S$	Saída
$e$	Referente a externo
$i$	Referente a interno
$m$	Referente à direção meridional
$pá$	Referente à pá ou ao rotor
$u$	Referente à direção circunferencial
3	Referente ao escoamento na entrada do rotor axial
4	Referente à entrada da pá
5	Referente à saída da pá
6	Referente ao escoamento na saída do rotor axial
$\infty$	Referente às condições médias do escoamento entre a entrada e saída na grade linear

## Superescritos

*	Referente aos coeficientes de pressão baseados na velocidade meridional média
---	-------------------------------------------------------------------------------

-	Referente a um vetor
-	Referente a uma parte média temporal de uma variável
=	Referente a um tensor
$T$	Transposto

## Abreviaturas

GL	Grade linear
R	Rotor
sw	<i>Sweep</i>
dh	<i>Dihedral</i>

## Siglas

CAD	<i>Computer – aided design</i> (Desenho auxiliado por computador)
CRSA	<i>Controlled Random Search Algorithm</i>
DFC	Dinâmica dos fluidos computacional
IEM	Instituto de Engenharia Mecânica
LHV	Laboratório de Hidrodinâmica Virtual
RANS	<i>Reynolds-averaged Navier-Stokes</i> (Equações médias de Reynolds)
RSM	<i>Reynolds Stress Model</i> (Modelo das tensões de Reynolds)
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations</i> (Método semi-implícito para as equações de pressão)
SST	<i>Shear Stress Transport</i> (Tensão cisalhante)
UDF	<i>User-Defined Functions</i> (Funções definidas pelo usuário)
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

## Capítulo 1

# INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentadas inicialmente algumas considerações sobre bombas axiais, seus principais componentes hidromecânicos e folga de topo (espaçamento entre ponta da pá e a carcaça que a envolve). Em seguida, é apresentada uma revisão bibliográfica sobre o projeto de rotores axiais convencionas, folga de topo e modificações na região próxima à ponta da pá. Essas modificações no rotor convencional são realizadas por meio do *sweep* (deslocamento do perfil ao longo da sua corda) e do *dihedral* (deslocamento do perfil perpendicularmente à sua corda). Posteriormente, é apresentada a principal motivação do presente trabalho, que consiste na aplicação, em rotores de bombas axiais, do *sweep* e do *dihedral*, a fim de diminuir as perdas de escoamento e conseqüentemente aumentar o rendimento (eficiência) da bomba. Em seguida, são apresentados os principais objetivos deste trabalho. Finalmente, é descrito o conteúdo principal deste trabalho, dividido em cinco capítulos e dois apêndices, e a sua organização.

## 1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

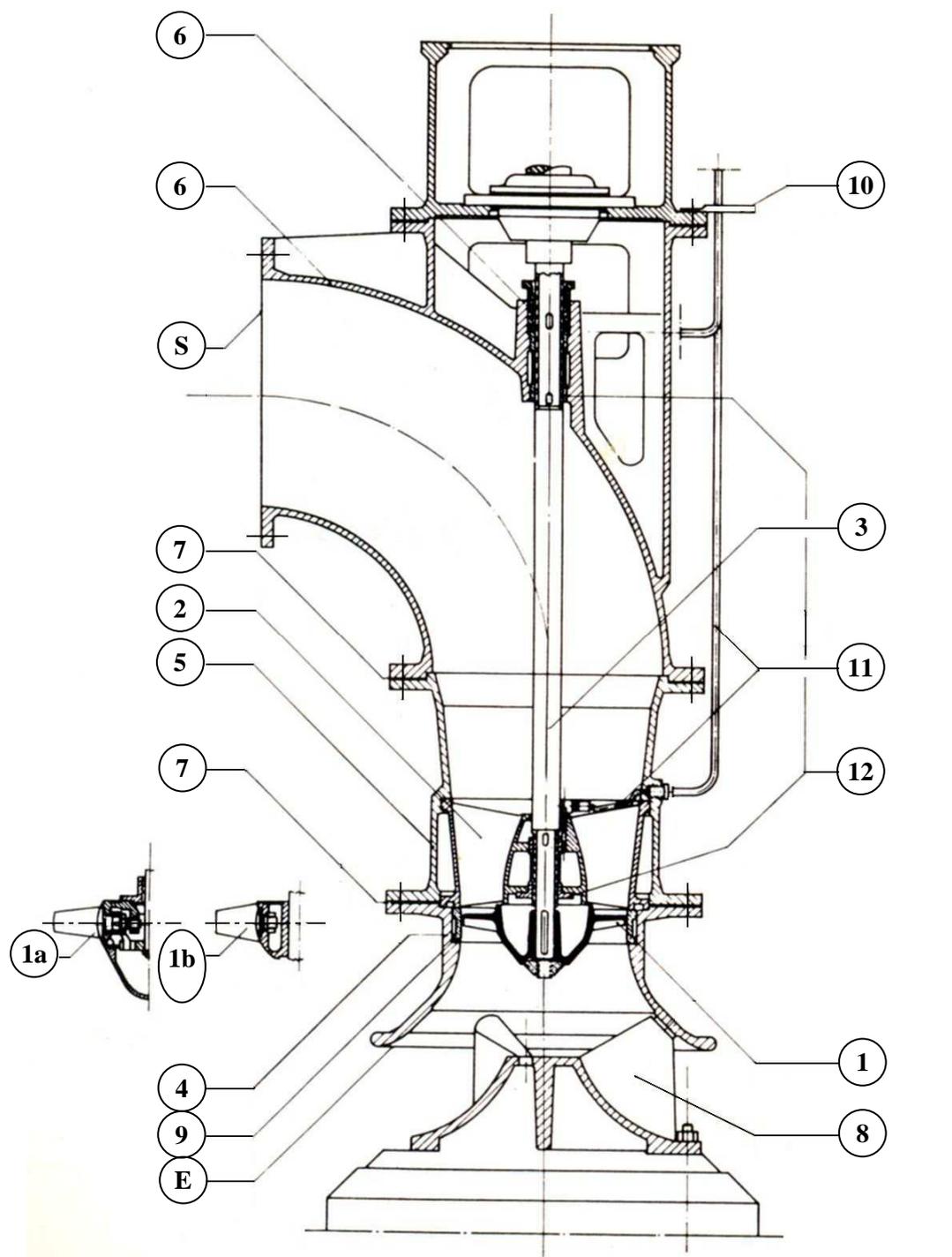
As bombas hidráulicas constituem uma classe importante de turbomáquinas cujo princípio de funcionamento é baseado na mudança da quantidade de movimento do líquido de trabalho. Quanto à direção do escoamento principal, as bombas hidráulicas geralmente são clas-

sificadas em radiais, diagonais e axiais. No caso específico de bombas axiais, o escoamento principal através do rotor ocorre na direção axial ao seu eixo, ou seja, as superfícies de corrente médias desse escoamento são coaxiais. Bombas axiais têm um amplo campo de aplicações nas mais diversas áreas onde são requeridas pressões relativamente baixas e vazões relativamente altas.

Em geral, os principais componentes hidromecânicos de uma bomba axial são: um corpo de entrada, um rotor, um difusor, um corpo da bomba e um corpo de saída geralmente curvado (Figura 1.1). O rotor é constituído por um determinado número de pás, geralmente de duas a seis pás, um cubo e uma ogiva (componente localizado à frente do cubo). O rotor é fixado ao eixo da bomba. Geralmente, esse eixo atravessa o corpo de saída da bomba (Figura 1.1).

As pás são fixadas (montadas) no cubo do rotor. Essa fixação pode ser rígida ou não. Na fixação rígida, as pás ou são soldadas ao cubo ou são fundidas juntas ao cubo. Quando a fixação não é rígida, as pás podem ser reguláveis ou ajustáveis (Figura 1.1). Quando as pás não são reguláveis e nem ajustáveis (portanto, rígidas), a carcaça (corpo de entrada) que envolve o rotor bem como o cubo do rotor não precisam ter formatos esféricos (geralmente, cilíndricos ou cônicos). Se há regulagem ou ajustagem das pás, a carcaça e o cubo do rotor têm que ter formatos esféricos. Nesses dois casos, surgem dois espaçamentos (folgas). Um espaçamento, que é inerente à turbomáquina axial, é entre a ponta das pás e a carcaça (geralmente, não muito pequeno, em torno de 1 a 2 % do diâmetro externo do rotor, para turbomáquinas hidráulicas). O outro espaçamento é entre a raiz das pás e o cubo (geralmente, muito pequeno). No caso de pás reguláveis, existe um mecanismo no interior do cubo do rotor que permite regular a posição das pás com o rotor girando, ou seja, para uma determinada vazão, o sistema regula automaticamente o ângulo de montagem das pás. Esse tipo de bomba geralmente é denominado de bomba Kaplan. No caso de pás ajustáveis, a posição das pás é ajustável somente com o rotor parado.

Este trabalho analisa uma bomba axial com as seguintes características geométricas: 1) a bomba é composta basicamente por um rotor axial, uma ogiva à frente do rotor e uma carcaça que envolve o rotor; 2) as pás são fixadas ao cubo sem ajustagem e regulagem, portanto, rígidas (sem variação do seu ângulo de montagem); 3) em decorrência, a carcaça e o cubo têm formato cilíndrico; 4) também em decorrência, só existe a folga de topo, que é mantida constante na simulação numérica; 5) o diâmetro do eixo da bomba é igual ao diâmetro do cubo do rotor; 6) não há carcaças cônica ou curvada, respectivamente, antes e após a carcaça cilíndrica que envolve o rotor; 7) não há difusor (após o rotor) aletado.



- |                             |                                        |                             |
|-----------------------------|----------------------------------------|-----------------------------|
| 1 Rotor                     | 5 Corpo da bomba                       | 11 Sistema de lubrificação  |
| 1a Rotor com pás reguláveis | 6 Corpo de saída da bomba              | 12 Sistema de mancais       |
| 1b Rotor com pás ajustáveis | 7 Sistema de juntas                    | E Seção de entrada da bomba |
| 2 Difusor aletado           | 8 Sistema de apoio com guia na entrada | S Seção de saída da bomba   |
| 3 Árvore (eixo) da bomba    | 9 Sistema de anéis de desgaste         |                             |
| 4 Corpo de entrada da bomba | 10 Apoio do tubo de lubrificação       |                             |

**Figura 1.1** Componentes principais de bombas axiais (Figura adaptada de Macintyre, 1980)

Em geral, as duas dimensões principais de rotores axiais de bombas são obtidas por meio de gráficos do tipo diagrama de Cordier (1955) e coeficientes adimensionais que permitem determinar os diâmetros externo (diâmetro da ponta da pá) e interno (diâmetro da raiz da pá) do rotor (Capítulo 2). O número de pás de rotores axiais geralmente é obtido por meio de correlações semi-empíricas ou mesmo através de valores fornecidos em gráficos em função da rotação específica da bomba. O projeto hidrodinâmico preliminar das pás (empilhamento dos diversos perfis que formam cada pá) do rotor axial é feito com base na teoria da asa de sustentação. Em geral, adota-se a condição de vórtice-livre (vórtice potencial) e se escolhe os melhores perfis hidrodinâmicos que atendam ao coeficiente de sustentação requerido em cada seção radial da pá e que apresentam o menor coeficiente de arrasto possível (Capítulo 2).

A carcaça da bomba que envolve o rotor axial tem como principal dimensão o seu diâmetro interno referente à região mais próxima à ponta da pá do rotor. Esse diâmetro interno, via de regra, é estabelecido em função do diâmetro externo (diâmetro da ponta da pá) do rotor. Esses dois diâmetros estabelecem o espaçamento radial entre o rotor e a carcaça. Esse espaçamento é denominado de folga de topo. Essa folga preliminarmente é estabelecida com base alguns aspectos: 1) finalidade da bomba; 2) tamanho da bomba; 3) processo de fabricação da bomba, particularmente do seu rotor e da sua carcaça e 4) montagem do rotor na carcaça que o envolve.

Neste trabalho, para efeito de simulação numérica, admite-se que a carcaça e o rotor são perfeitamente concêntricos (sem nenhum defeito de montagem). Nessa condição, a folga de topo é rigorosamente constante na direção circunferencial, não apresentando nenhum efeito de “bombeamento” caracterizado por possíveis excentricidades entre o rotor e a carcaça. Além do mais, a folga de topo terá um valor fixo, ou seja, seu valor não será alterado nas simulações numéricas do presente trabalho.

De posse do projeto hidrodinâmico preliminar do rotor axial (ou mesmo de um rotor axial convencional existente), pode-se fazer melhorias (modificações) na geometria das pás (mantendo-se os diâmetros da ponta e da raiz das pás) para uma determinada folga de topo fixada. Para essas condições, o objetivo principal, resultante da modificação da geometria das pás do rotor axial, é minimizar as perdas de escoamento provenientes da folga de topo e consequentemente maximizar o rendimento (eficiência) hidráulico do rotor.

Existem algumas técnicas que visam a modificação da geometria da pá e que são aplicadas ou na região próxima à ponta da pá ou mesmo no topo da pá (Silva, 2012). Essas técnicas têm como objetivo principal diminuir os efeitos causados pela folga de topo em turbomáquinas axiais. Entre essas técnicas, pode-se citar: 1) rebaixamento do lado de pressão e/ou do

lado de sucção da pá, que pode ser total (em toda extensão dos lados de pressão e/ou sucção) ou parcial (em algumas partes dos lados de sucção e/ou pressão). Esse rebaixamento (*squealer tip*) é aplicado apenas no topo da pá, por exemplo, Camci *et al.* (2003); 2) Extensão (prolongamento) do topo da pá (*tip platform extension*) que pode ser aplicado no lado de pressão ou no lado de sucção da pá, podendo ser total (em toda extensão dos lados de pressão ou sucção) ou parcial (em algumas partes dos lados de sucção ou pressão), por exemplo, Dey e Camci (2004); 3) deslocamento do perfil ao longo da sua corda (*sweep*) e/ou deslocamento do perfil perpendicularmente à sua corda (*dihedral*). Esses deslocamentos podem ser aplicados numa região próxima à ponta da pá ou se estender para uma região mais afastada da ponta da pá.

Neste trabalho, apenas o *sweep* e o *dihedral* são analisados (sem combinações com as outras duas técnicas de modificação descritas acima) e aplicados numa pequena região próxima à ponta da pá. Esses dois tipos de deslocamentos são aplicados simultaneamente e não de forma isolada. As palavras *sweep* e *dihedral* serão permanentemente utilizadas neste trabalho, pelo fato de ainda não se ter, na área de turbomáquinas, uma única palavra na língua portuguesa para designar os termos “deslocamento do perfil ao longo da sua corda” e “deslocamento do perfil perpendicularmente à sua corda”, como são as palavras na língua inglesa.

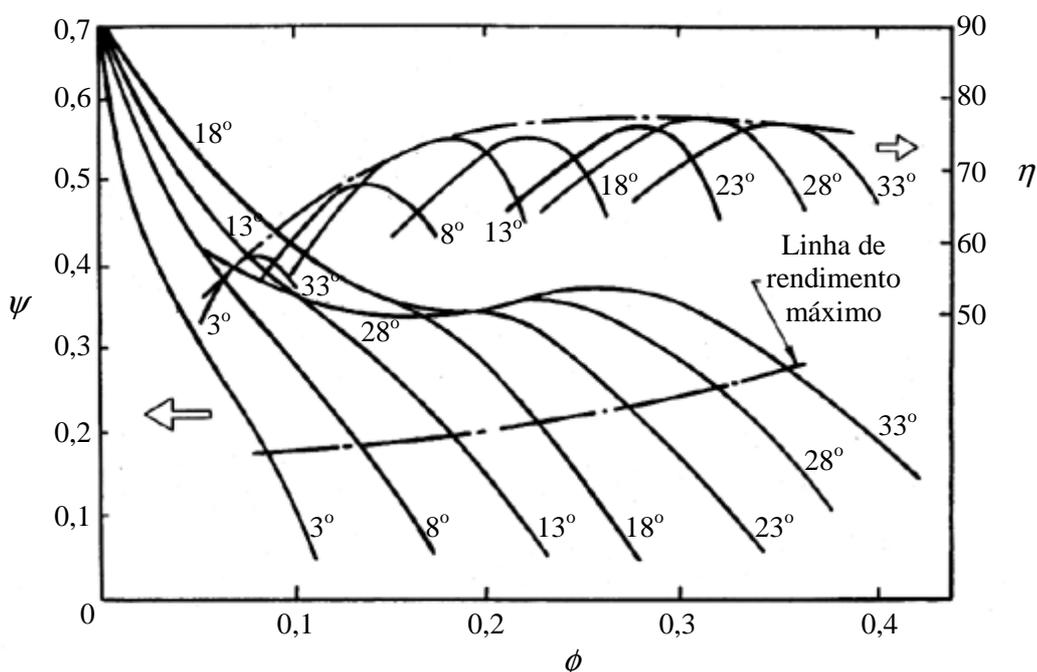
De um modo geral, como salientado anteriormente, o campo de aplicações de bombas axiais está situado na faixa de grandes vazões e pequenas pressões (alturas efetivas de elevação), ao contrário de bombas centrífugas cujo campo de aplicações está situado na faixa de pequenas vazões e grandes pressões. Esse conceito sobre o campo de aplicações em termos de vazão e pressão é mais bem entendido através da grandeza adimensional, utilizada em turbomáquinas hidráulicas, denominada de *rotação específica referente à vazão (volumétrica)*,  $n_{qA}$ , Equação (1.1). As grandezas de funcionamento que definem essa rotação específica são: rotação,  $n$  [rps], vazão volumétrica,  $Q$  [m<sup>3</sup>/s], e altura efetiva de elevação,  $H$  [m], da bomba. Os valores dessas grandezas são aqueles referentes ao ponto de rendimento total máximo da bomba, e  $g$  é a aceleração da gravidade local.

$$n_{qA} = n \frac{Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} 10^3 \quad (1.1)$$

As bombas axiais geralmente apresentam  $n_{qA}$  na faixa em torno de 450 a 900, independentemente do seu tamanho e do líquido operado. Bombas axiais com  $n_{qA}$  mais próximos de 450 apresentam vazões menores, alturas efetivas de elevação maiores e número de pás maior, em geral seis até a oito. Bombas axiais com  $n_{qA}$  mais próximos de 900 apresentam vazões maiores, alturas efetivas de elevação menores e número de pás menor, em geral duas ou três.

As características de desempenho hidrodinâmico de bombas axiais, além da rotação e da vazão, dependem fortemente da geometria do rotor, particularmente de suas pás. Para uma determinada geometria das pás, tanto a altura efetiva de elevação da bomba como a sua margem de estabilidade, caracterizada pela suas vazões mínima e máxima, são influenciadas pela variação da folga de topo. Do mesmo modo, para uma determinada folga de topo, a altura efetiva de elevação e a vazão são influenciadas pela variação da geometria das pás.

Uma forma de apresentar o campo de operação de turbomáquinas hidráulicas é por meio dos coeficientes de pressão e de vazão. Bombas axiais com pás reguláveis ou ajustáveis apresentam características de pressão (coeficiente de pressão,  $\psi$ ) e rendimento total,  $\eta$ , em função da vazão (coeficiente de vazão,  $\phi$ ), para diversos ângulos de montagem das pás ( $3^\circ$ ,  $8^\circ$ , até,  $33^\circ$ ), como no caso das características de desempenho representadas na Figura 1.2). Nas simulações numéricas do presente trabalho, o campo de funcionamento da bomba axial está na faixa referente à região de operação estável da bomba, ou seja, as vazões não devem ser inferiores àquela referente ao seu limite de bombeamento.



**Figura 1.2** Características de desempenho de uma bomba axial com pás reguláveis ou ajustáveis (Figura adaptada de Brennen, 1994)

As baixas alturas efetivas de elevação apresentadas pelas bombas axiais, quando comparadas às bombas centrífugas, se devem ao fato de que o aumento de pressão no rotor depende basicamente da hidrodinâmica das pás e não do efeito centrífugo, como ocorre em rotores

radiais de bombas centrífugas. Essa é uma característica inerente a qualquer turbomáquina axial que desafia o projetista no intuito de projetar tais máquinas com o melhor desempenho hidrodinâmico possível. No caso de bombas axiais, esse melhor desempenho está intimamente relacionado à melhor geometria possível das pás do rotor (e das aletas do difusor, se existir).

## 1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na literatura técnica disponível, existem poucos trabalhos relacionados à influência do *sweep* e do *dihedral* em turbomáquinas hidráulicas, especificamente em bombas axiais. Basicamente, esses trabalhos são de exclusividade de importantes empresas multinacionais, dificultando desta maneira, a obtenção de informações específicas sobre o tema.

A literatura existente basicamente relata apenas o projeto de turbomáquinas axiais geradoras convencionais (sem *sweep* e *dihedral*), como bombas e ventiladores. Aparentemente, não se dispõe de uma metodologia de projeto capaz de fornecer um procedimento geral para o projeto de bombas axiais com *sweep* e/ou *dihedral*.

A seguir, são apresentados os trabalhos mais relevantes sobre o projeto convencional e sobre aplicação do *sweep* e do *dihedral* em rotores axiais, ambos utilizados neste trabalho.

### **a) Revisão bibliográfica sobre o projeto de rotores axiais convencionais**

Em geral, metodologias de projeto hidro ou aerodinâmico de rotores axiais são encontradas em livros-textos, que são descritos abaixo.

Stepanoff (1962) apresenta um procedimento detalhado de cálculo para o rotor e para o difusor de bombas axiais com base em dados de grade e também um exemplo de cálculo.

Pfleiderer (1960) apresenta um procedimento detalhado com base na teoria da asa de sustentação. Apresenta também um exemplo completo e detalhado de cálculo para o rotor e para o difusor de bombas axiais.

Schulz (1964) apresenta um procedimento semelhante ao de Pfleiderer (1960), embora um pouco mais simplificado. Apresenta também um exemplo de cálculo para um rotor de bomba axial. Desse exemplo, Schulz também apresenta um gráfico importante sobre algumas características de projeto do referido rotor. Apesar de ser específico, o gráfico pode ser estendido a outros projetos de rotores axiais.

Bran e Souza (1969) apresentam um procedimento semelhante ao de Pfleiderer (1960).

Aplicaram a teoria da asa de sustentação ao projeto aerodinâmico de rotores axiais de bombas, ventiladores e turbinas hidráulicas e apresentaram exemplos de cálculos para rotores. O livro-texto fornece alguns gráficos que são importantes para o projeto preliminar de rotores axiais.

Macintyre (1980) apresenta também a teoria da asa de sustentação aplicada a rotores axiais, mas não apresenta nenhum exemplo de cálculo.

Wallis (1983) apresenta uma teoria bastante completa para o projeto tanto de rotores como de estatores (antes e após o rotor) de ventiladores axiais com base na teoria de grade. Wallis apresenta diversos exemplos de cálculo de rotores axiais utilizando tanto a condição de vórtice-livre (vórtice potencial) como a de vórtice-forçado.

Albuquerque (2006) utiliza o mesmo procedimento de Bran e Souza (1969) e apresenta um texto detalhado sobre a teoria da asa de sustentação e aplica tal teoria ao projeto de rotores axiais de um ventilador e de uma turbina utilizando a condição de vórtice-livre.

Peng (2008) apresenta um procedimento simplificado da teoria da asa de sustentação e também da teoria de grade. Apresenta também exemplos de cálculos para a linha de corrente média de rotores e difusores de ventiladores axiais.

### **b) Revisão bibliográfica sobre folga de topo e *sweep* e *dihedral***

Lakshminarayana (1996) é a principal referência em termos de livro-texto para o desenvolvimento deste trabalho. O autor aborda com detalhes diversos temas de interesse na área de turbomáquinas, entre eles destaca-se o mecanismo das diversas perdas em turbomáquinas, incluindo as perdas de topo e os efeitos da folga de topo em seu desempenho. Apresenta diversas correlações de perdas desenvolvidas por ele e por outros autores. Aborda com detalhes as equações que regem o escoamento em turbomáquinas e fornece uma excelente contribuição sobre os modelos de turbulência mais apropriados para escoamentos em turbomáquinas.

Kwedikha (2009) apresenta a comparação de dois casos com aplicação de *sweep* e de *skew* (combinação dos efeitos de *sweep* e *dihedral*) nas pás, considerando exemplos industriais. O autor mostra que, mesmo aplicados próximos à ponta da pá, acabam influenciando o escoamento nas regiões dos canais formados pelas pás.

Smith e Yeh (1963) apresentam um método aproximado para incluir o *sweep* e *dihedral* no projeto de turbomáquinas axiais. Apresentam também um método analítico para a correção na região da ponta da pá. Com base no método desenvolvido, os autores apresentam um procedimento de projeto aplicado à grade com a aplicação de *sweep*.

Vad (2008) apresenta técnicas de empilhamento não-radial (com deslocamentos dos perfis) das seções da pá para ventiladores e compressores axiais na vazão de projeto. Sugere a

aplicação de *sweep* e *dihedral* para a melhoria do rendimento total e aumento da faixa de operação livre de estol (*stall*) em ventiladores e compressores axiais. O autor destaca o papel fundamental das ferramentas de dinâmica dos fluidos computacional (DFC) na avaliação dos efeitos aerodinâmicos do empilhamento não-radial dos perfis das pás, bem como a incorporação de *sweep* e *dihedral* nas técnicas sistemáticas de projeto das pás de turbomáquinas axiais.

### 1.3 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Atualmente os projetos de componentes e da turbomáquinas como um todo têm se tornado mais exigentes diante das novas tecnologias existentes. Com base em ferramentas computacionais, novos materiais e processos de fabricação essas máquinas se tornam cada vez mais eficientes. Sendo assim, qualquer contribuição que possa ser aplicada ao projeto visando à redução de alguma perda e conseqüentemente o aumento da eficiência é sempre bem vinda.

Em rotores axiais, uma maneira de melhorar as suas características de desempenho é reduzindo as perdas causadas pela folga de topo. Dependendo do valor dessa folga, pode haver cavitação provocada por ela para uma determinada vazão. Nesse sentido, é possível com ligeiras modificações na região próxima à ponta da pá reduzir as perdas e a cavitação.

Os poucos estudos referentes ao *sweep* e ao *dihedral* encontrados em turbomáquinas hidráulicas, especificamente em bombas axiais, sugerem a aplicação desses deslocamentos a fim de minimizar as perdas oriundas da folga de topo. Entretanto, esses deslocamentos são mais aplicados às máquinas térmicas, como turbinas a gás e turbocompressores. Dessa maneira, é importante avaliar o ganho de rendimento em bombas axiais com a aplicação dos do *sweep* e do *dihedral* em projetos de rotores axiais convencionais existentes.

### 1.4 OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma metodologia para obtenção da geometria ótima da região próxima à ponta da pá, aplicando o *sweep* e o *dihedral*, a fim de minimizar os efeitos causados pela folga de topo e conseqüentemente aumentar o rendimento (eficiência) hidráulico da bomba.

Outros objetivos decorrentes do objetivo principal são:

1) Desenvolver uma metodologia de integração dos *softwares*, ICEM → CFD → CRSA, em linguagem FORTRAN, para obter a combinação ótima do *sweep* e do *dihedral* com objetivo encontrar o máximo rendimento hidráulico do rotor.

2) Desenvolver um *script* geral para o dimensionamento de rotores axiais, em linguagem Tcl/Tk, para ser executado no ICEM CFD<sup>®</sup> a partir dos dados do projeto.

3) Utilizar técnicas de Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC) para determinar as características de desempenho do rotor axial.

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Na sequência deste trabalho, o Capítulo 2 apresenta alguns fundamentos teóricos básicos sobre escoamentos internos e perdas internas em turbomáquinas.

O Capítulo 3 apresenta uma metodologia de projeto hidrodinâmico de rotores axiais convencionais e uma técnica de deslocamentos de perfis (*sweep* e *dihedral*) na região próxima à ponta da pá, no intuito de modificar a geometria das pás de rotores axiais convencionais.

O Capítulo 4 apresenta uma breve história da Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC), o modelo matemático do problema estudado neste trabalho e uma descrição sucinta de técnicas de DFC.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos da simulação numérica realizada no programa comercial FLUENT<sup>®</sup>, por meio do programa de otimização, CRSA, em linguagem FORTRAN. Além disso, é apresentada a comparação desses resultados para o rotor axial convencional (projeto original) e para o rotor modificado (projeto otimizado) pela inclusão do *sweep* e do *dihedral* na região próxima à ponta da pá.

O Capítulo 6 apresenta as principais conclusões extraídas deste trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

O Apêndice A apresenta as expressões para o modelo de turbulência *k- $\omega$  SST* utilizado na determinação das características de desempenho dos rotores analisados.

O Apêndice B apresenta uma descrição do método de otimização CRSA, bem como seu algoritmo de busca pelo ponto ótimo.

Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas neste trabalho.

## Capítulo 2

# ESCOAMENTO E PERDAS EM TURBOMÁQUINAS

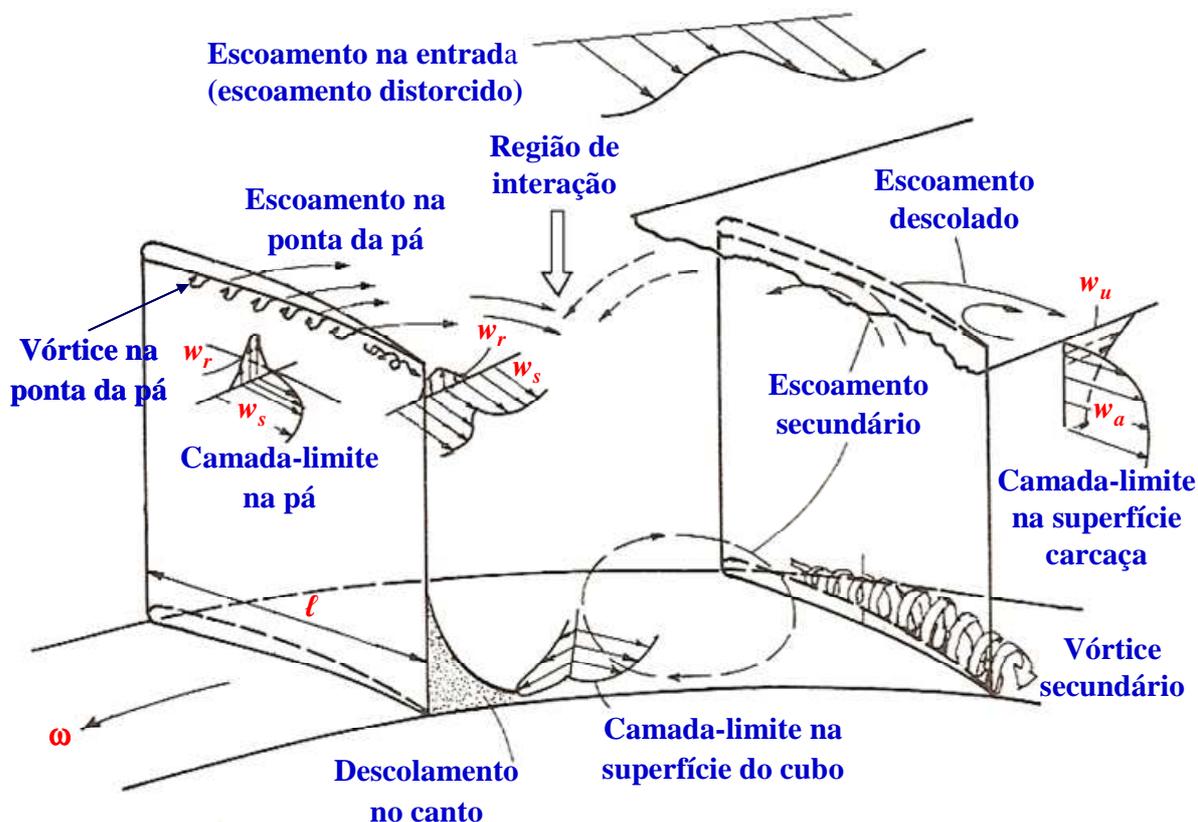
Neste capítulo são apresentados alguns conceitos sobre o escoamento em turbomáquinas axiais. Em seguida, são apresentados alguns detalhes do escoamento resultante da folga de topo próximo à ponta da pá. Na seqüência, é apresentada uma descrição sucinta das perdas internas que ocorrem em turbomáquinas. Por fim, são descritos alguns comentários relevantes sobre a influência da folga de topo no escoamento em turbomáquinas axiais.

## 2.1 ESCOAMENTO EM TURBOMÁQUINAS AXIAIS

Como é sabido, o escoamento em turbomáquinas é um dos mais complexos existentes em dinâmica dos fluidos. Essa complexidade se deve não só à rotação do rotor da turbomáquina como também à geometria complexa dos seus diversos componentes. Para projetar e promover alterações na geometria de qualquer componente de uma turbomáquina, particularmente no seu rotor, deve-se compreender a natureza a do escoamento e entender o mecanismo das diversas perdas na turbomáquina procurando sempre que possível minimizá-las, saber calcular e analisar os resultados obtidos em simulação numérica e/ou em ensaios laboratoriais.

A Figura 2.1 apresenta um esquema ilustrativo do escoamento em rotores axiais para uma determinada rotação e vazão. Observa-se que, além do escoamento principal, ocorrem diversos tipos de escoamentos como o escoamento secundário e o escoamento na ponta da pá, sendo este inerente a qualquer turbomáquina axial. Não é objetivo deste trabalho descrever a

natureza desses escoamentos e a interação entre eles. Além do livro-texto de Lakshminarayana (1996), o leitor poderá consultar outros livros e diversos artigos que tratam desse assunto, como o de Gregory-Smith (1997) sobre escoamento secundário.

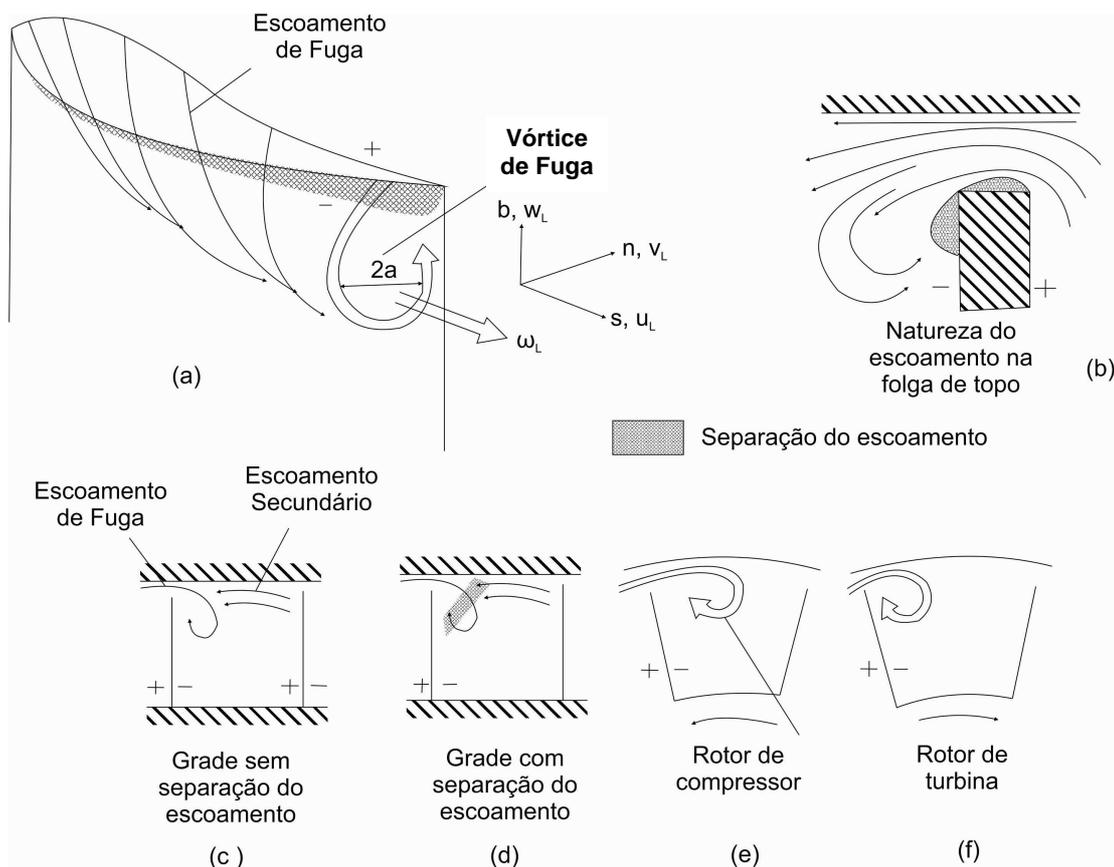


**Figura 2.1** Esquema ilustrativo de escoamentos em rotores axiais de turbomáquinas (Figura adaptada de Lakshminarayana, 1996)

## 2.2 ESCOAMENTO NA FOLGA DE TOPO

Segundo Lakshminarayana (1996), na maioria das turbomáquinas, o espaço entre a ponta da pá e a carcaça (folga de topo) induz escoamento de fuga através da folga, resultando na formação de vórtice de fuga. Esse escoamento depende do tipo de turbomáquina, do formato da pá e do tipo de escoamento (incompressível ou compressível). A Figura 2.2 mostra uma ilustração um pouco idealizada, sendo esses fenômenos muito mais complexos. O escoamento de fuga de um lado para o outro da pá, na folga de topo, surge por causa da diferença de pressões entre as duas superfícies dos lados da pá.

Uma suposição implícita nessa aproximação é que a pressão de estagnação através da folga é a mesma e o escoamento de fuga surge devido à diferença de pressões estáticas através da folga de topo. Assim, a vazão local depende da diferença de pressões locais e, portanto, o carregamento da pá é o parâmetro com maior influência na magnitude do escoamento de fuga.



**Figura 2.2** Natureza do escoamento na ponta da pá, na grade linear e no rotor axial de compressor e turbina (Lakshminarayana, 1996)

A vazão de fuga através da folga de topo, que não participa do processo de transferência de energia, depende do valor (altura) da folga. Entretanto, quando os efeitos viscosos estão presentes na folga e na superfície da carcaça próxima à ponta da pá, a altura da folga desempenha um papel muito importante no escoamento de fuga. Mas se a folga é extremamente pequena, os efeitos viscosos na folga de topo, bem como os efeitos não-viscosos irão manter mínimas a velocidade e a vazão mássica do escoamento de fuga. Com alturas da folga em níveis práticos, o escoamento de fuga aumenta e uma grande vazão mássica atravessa a folga de topo. Assim, os dois parâmetros críticos que controlam a magnitude do escoamento de fuga são a altura da folga e o carregamento da pá.

O escoamento na folga de topo e nas suas proximidades é bastante complexo e provoca efeitos tridimensionais ao campo do escoamento principal. Essa tridimensionalidade não está confinada somente nas vizinhanças do topo da pá, mas se propaga em direção à raiz da pá (chegando a aproximadamente 30% da altura da pá a partir do seu topo, dependendo da turbomáquina). A dissipação e mistura do escoamento e vórtice de fuga induz perdas de escoamento e redução do rendimento total da turbomáquina que pode chegar de 2 a 4%. Além disso, consequências ainda mais graves podem ocorrer, como cavitação, causando erosão (cavitacional) das superfícies metálicas, aumento das perdas e necessidade de reparo das superfícies afetadas pela erosão.

Em uma condição de operação normal, a diferença de pressões entre o lado de pressão e o lado de sucção da pá faz com que o escoamento passe através da folga de topo com forte aceleração. O escoamento através da folga de topo interage com o vórtice secundário e com o escoamento principal. A interação do escoamento secundário com o escoamento na folga de topo produz uma interface distinta. Um parâmetro que controla a magnitude da perda de pressão do escoamento na folga de topo é o carregamento da pá.

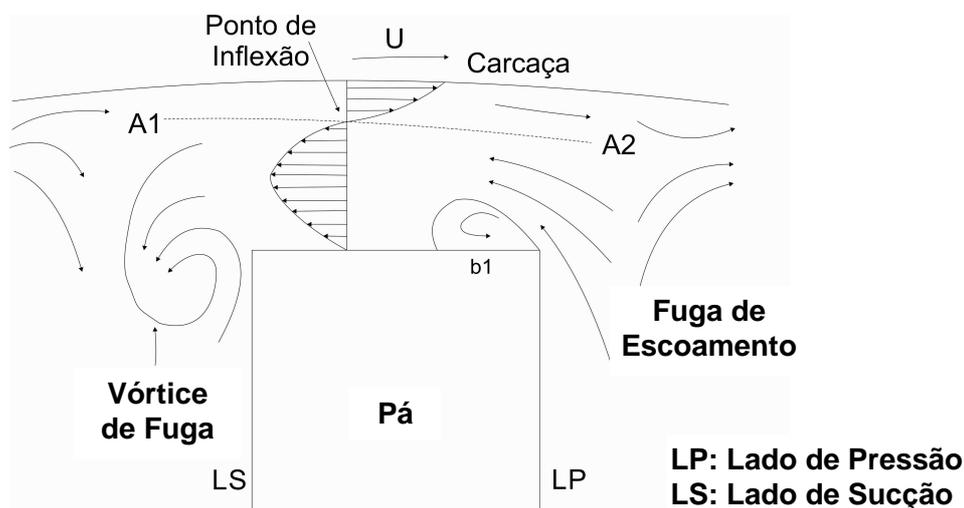
O escoamento na região próxima à ponta da pá e o escoamento principal possuem ângulos e velocidades diferentes. A mistura desses escoamentos ocasiona perdas por dissipação viscosa e a formação de um vórtice na região da folga e sua dissipação interage com o escoamento principal, gerando mais perdas. Os principais fatores que influenciam na perda de topo são: valor (altura) da folga de topo, ângulo de incidência do escoamento e diferença de pressões entre as superfícies dos lados de sucção e pressão da pá. O escoamento que passa pela folga de topo não sofre nenhuma mudança em sua quantidade de movimento angular.

Dey e Camci (2004) ilustram esquematicamente as diferenças entre os escoamentos na região próxima à ponta da pá observados a partir de um sistema referencial rotativo (rotor axial), Figura 2.3, e a partir de um sistema fixo (grade linear) em um teste de grade, Figura 2.4. A condição de não-deslizamento sobre o topo da pá e movimento relativo da carcaça em uma direção oposta à direção relativa do escoamento que atravessa a folga de topo produz uma forma bastante complexa do escoamento viscoso nessa região.

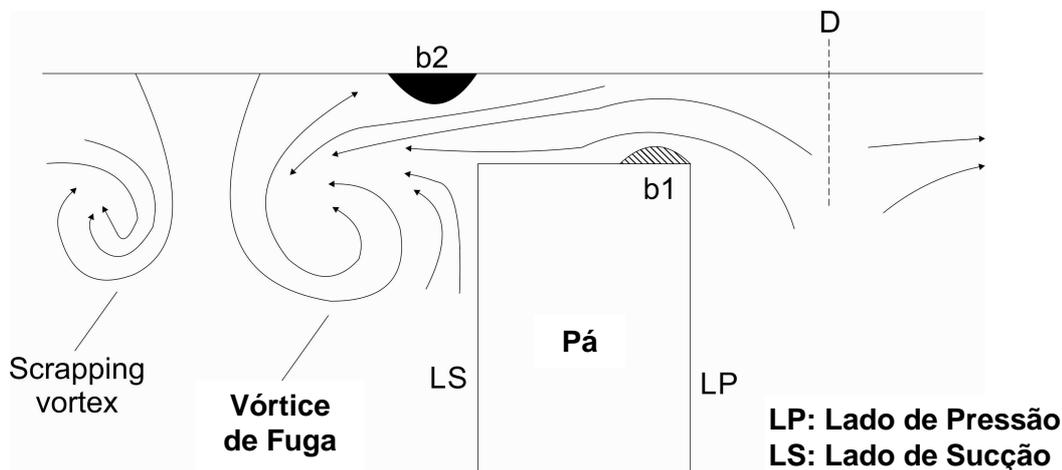
Na folga de topo, o escoamento que passa do lado de pressão para o lado de sucção da pá está sujeito a atrito viscoso com a carcaça externa. O perfil de velocidades do escoamento na folga, apresentado na Figura 2.3, mostra um jato de escoamento de fuga típico entre o topo da pá e o ponto de inflexão do perfil localizado próximo à carcaça.

O escoamento relativo ao topo da pá é reverso perto da carcaça externa, acima do ponto de inflexão. Há uma zona de recirculação do escoamento,  $b_1$ , mas, provavelmente, não na

superfície da carcaça, como sugerido em modelos de escoamento no topo baseada na grade estacionária. A existência de uma bolha de separação,  $b_1$ , no topo da pá próxima ao lado de pressão da pá pode aumentar o escoamento que vaza (foge) na folga de topo devido à geometria “arredondada” que ela cria nessa região.



**Figura 2.3** Esquema do escoamento na região próxima à ponta da pá de rotor axial de uma turbina a gás observado a partir de um sistema referencial rotativo (Dey e Camci, 2004)



**Figura 2.4** Esquema do escoamento na região próxima à folga de topo em teste de grade linear (Dey e Camci, 2004)

Próximo à carcaça, na região onde a velocidade média muda de direção, há elevada produção de energia cinética turbulenta. Note que o movimento da carcaça pode ajudar na redução da relação de fluxo de massa e quantidade de movimento do vazamento de escoamento na

folga de topo, pelo cisalhamento em sua direção oposta. Pelo fato de o movimento relativo da carcaça não existir em uma grade estacionária, uma grade linear equivalente para o escoamento rotativo na folga de topo é suposta ter um vazamento de escoamento mais intenso.

O vazamento de escoamento primeiramente é misturado na região da folga de topo, e este processo é irreversível. Esse escoamento será novamente injetado no escoamento principal. A diferença de velocidades desses dois escoamentos e a mistura de escoamentos criam a jusante uma esteira de escoamento. O parâmetro crítico que controla a magnitude desse escoamento no topo é a torção que a pá possui na região próxima à ponta da pá.

Uma irregularidade na superfície da pá pode produzir uma distorção desproporcional no campo de escoamento, podendo ocasionar separação prematura da camada-limite no lado de sucção e na posição do ponto de separação do escoamento. O principal efeito da separação do escoamento na região do topo é atuar como um limitador de escoamento e, por causa da subsequente mistura, como uma fonte de perda. O recolamento do escoamento separado nessa região depende não somente da extensão (distância entre os lados de pressão e de sucção) do topo da pá ser suficientemente longa, mas também do número de Reynolds do escoamento na folga de topo.

Como comentado anteriormente, a Figura 2.4 mostra o escoamento próximo à folga de topo em uma grade linear num dado instante. A linha tracejada D representa a divisão entre linhas de corrente próximas à carcaça e aquelas referentes ao escoamento que vaza através do folgas de topo a partir do lado de pressão em direção ao lado de sucção da pá formando o vórtice de fuga. A bolha de separação,  $b_1$ , geralmente é formada sobre o topo da pá com canto reto. Muitas vezes há uma segunda zona de recirculação,  $b_2$ , próxima à carcaça, formada pelo vazamento do escoamento proveniente da folga de topo que avança na direção do lado de sucção da pá. Um núcleo desse vazamento de escoamento pode ser observado entre a carcaça e o topo da pá nesse tipo de grade estacionária.

As bolhas de separação,  $b_1$  e  $b_2$ , modificam a orientação do jato oriundo do escoamento de vazamento (fuga) entre a carcaça e a superfície do topo da pá. Este cenário é típico em pás com espessura máxima de quatro vezes o tamanho da folga. A bolha  $b_1$  nunca recola em pás um tanto finas. De qualquer maneira, a energia cinética média presa no vórtice de fuga se dissipa como perda. O cenário real é mais complicado em um rotor de uma bomba, pois o efeito de cisalhamento da carcaça e a força de Coriolis, devido ao movimento relativo, contribuem como fontes geradoras de perdas.

O escoamento que vaza do lado de pressão para o lado de sucção da pá se junta ao chamado *scrapping vortex*, na região do topo próxima à superfície da carcaça e nas proximidades

do lado de sucção da pá, quando ambos têm o mesmo sentido de rotação, estes se intensificam resultando em um efeito ainda mais prejudicial. Porém, quando eles têm sentidos de rotação opostos tendem a se anular, favorecendo a diminuição das perdas.

## **2.3 PERDAS INTERNAS EM TURBOMÁQUINAS**

### **2.3.1 Perdas internas**

Como comentado anteriormente, o escoamento em turbomáquinas, sempre de natureza complexa, contribui para a geração de perdas internas nessas máquinas. O rendimento (eficiência) de uma bomba está diretamente relacionado às perdas do escoamento devido ao atrito viscoso, que podem ser avaliadas em termos de perdas de pressão, perdas de energia cinética, etc. A origem das diferentes fontes de perdas no escoamento é descrita por vários autores que realizaram diversos ensaios em laboratório para o desenvolvimento de modelos de perdas. Geralmente, essas perdas são classificadas em: 1) perdas de perfil; 2) perdas de mistura; 3) perdas de parede; 4) perdas secundárias; 5) perdas por incidência; 6) perdas em canais (onde não há pás (rotor) e aletas (difusor, por exemplo, volutas de turbomáquinas radiais e diagonais); 7) perdas por choque (turbomáquinas térmicas); 8) perdas na folga de topo. Não é objetivo deste trabalho descrever sobre essas perdas. O leitor poderá consultar, por exemplo, o livro-texto de Lakshminarayana (1996) que fornece descrições bastante detalhadas das diversas perdas em turbomáquinas.

### **2.3.2 Estimativa das perdas internas**

As fontes de perdas internas em turbomáquinas são normalmente quantificadas em termos de coeficientes definidos de diversas formas. Apesar de as diversas perdas internas em turbomáquinas não poderem ser divididas (separadas), pelo fato de elas interagirem entre si, para efeito didático, muitos autores de trabalhos e livros-textos separam essas perdas em algumas categorias. Por exemplo, no estudo de turbomáquinas hidráulicas, as perdas internas geralmente são divididas em perdas de escoamento (hidráulicas), perdas por fuga e perdas por atrito lateral. Não é objetivo deste trabalho quantificar perdas. O leitor poderá consultar, por

exemplo, o livro-texto de Lakshminarayana (1996) que fornece um conteúdo bastante completo sobre as diversas perdas em turbomáquinas.

Os primeiros trabalhos sobre a folga de topo apresentavam suposições sobre o comportamento do escoamento em turbomáquinas e sua influência no desempenho desta, pois os mecanismos de perdas internas ainda não estavam bem entendidos, principalmente aquele referente à folga de topo. O estudo do comportamento do escoamento na folga de topo e regiões próximas a essa folga, mesmo de forma rudimentar, constatou que tal escoamento influencia as demais perdas internas em turbomáquinas axiais, levando a necessidade de ser estimada quantitativamente. Para tanto, foram desenvolvidos métodos denominados correlações ou modelos de perdas, os quais buscam distinguir a origem e a influência das perdas no desempenho da turbomáquina.

Os modelos de perdas foram propostos por diversos autores ao longo dos anos. Os autores classificam os modelos de perdas em globais ou individuais. Os modelos de perdas globais representam a contribuição de cada fator que influencia nas perdas agrupado em um único coeficiente. O coeficiente pode ser correlacionado com parâmetros adimensionais pertinentes, como, por exemplo, o clássico modelo de Soderberg (1949). As perdas individuais podem ser correlacionadas com parâmetros apropriados do escoamento.

A predição e modelagem do escoamento de fuga (vazamento) na folga de topo e na região próxima à ponta da pá podem ser feitas conforme quatro categorias: modelos baseados na quantidade de movimento, modelos baseados na dissipação de energia, modelos baseados na análise do volume de controle e modelo baseado em técnicas de DFC. Nesses modelos de perdas, a predição das perdas oriundas do escoamento na folga de topo é somente baseada no valor (altura) da folga e no tipo da geometria da ponta da pá. Não há modelo de perda que quantifique esta perda para diferentes geometrias da ponta da pá do rotor, sendo para tal utilizado alguma técnica da DFC.

## **2.4 INFLUÊNCIA DA FOLGA DE TOPO EM TURBOMÁQUINAS AXIAIS**

Betz (1926) foi o primeiro a publicar um trabalho sobre a influência da folga de topo no desempenho de turbomáquinas. Os estudos foram realizados para uma turbina hidráulica do tipo Kaplan.

Até a década de 1930, os estudos realizados em turbomáquinas se baseavam em experimentos e alguma aproximação a partir de modelos empíricos, não havendo muitos trabalhos disponíveis na literatura. Os fenômenos do escoamento em turbomáquinas e a sua quantificação ainda estavam sendo descobertos. A partir da Segunda Guerra Mundial, com o advento do motor a jato e a evolução tecnológica, iniciou-se também o progresso na área de turbomáquinas. Desde então, são publicados diversos trabalhos sobre o escoamento (fuga ou vazamento do escoamento) na folga de topo de turbomáquinas, estudando suas causas e possíveis maneiras de diminuir seus efeitos prejudiciais.

Estudos sobre o escoamento devido à folga de topo em turbomáquinas datam os anos 60 e eram baseados em experimentos, correlações e modelos, formando a base para o desenvolvimento de vários estudos na dinâmica dos fluidos em turbomáquinas. Lakshiminarayana e Horlock (1962) apresentaram um estudo realizado em túnel de vento para dois perfis de pás sendo um de pequena e outro de grande relação folga de topo/corda. Nesse estudo os autores analisaram o escoamento na folga de topo e as perdas de escoamento de uma pá isolada de compressor.

Nessa época, os estudos sobre o escoamento secundário e suas características estavam sendo amplamente desenvolvidos, resultando em descobertas de fenômenos importantes como o vórtice ferradura. De igual forma, diversos experimentos, principalmente testes de laboratório em grades representativas de turbomáquinas, estavam sendo realizados com o objetivo de analisar o escoamento na região da folga de topo. Porém, as perdas devido ao escoamento na folga de topo somente eram possíveis ser estimadas através dos modelos de perdas.

Segundo Lakshminarayana e Horlock (1962), os efeitos qualitativos e quantitativos do escoamento na folga de topo dependem das seguintes características:

- Altura da folga de topo,  $\tau$ ;
- Carregamento aerodinâmico da pá;
- Espessura do perfil na ponta (topo) da pá;
- Ângulo de montagem da pá;
- Ângulo do escoamento incidente;
- Perfil e espessura da camada-limite na superfície da carcaça que envolve o rotor;
- Rotação do rotor;
- Número de Reynolds;
- Espessura da camada-limite na ponta (topo) da pá;
- Gradiente de pressão na direção radial na folga de topo.

Na década de 1980 foram publicados alguns trabalhos sobre a folga de topo e sua influência no desempenho da turbomáquina: Booth *et al.* (1982) forneceram uma base metodológica para o entendimento do escoamento na folga de topo; Sieverding (1985-a) fez uma importante revisão sobre o escoamento secundário em turbinas a gás; e Sieverding (1985-b) analisou os efeitos da folga de topo no escoamento de turbomáquinas axiais. O Instituto von Karman para Dinâmica dos Fluidos publicou nessa época diversos trabalhos reunidos numa coletânea de estudos numéricos e experimentais sobre o escoamento na folga de topo, representando um marco nos estudos sobre esse assunto, comprovando que a região da folga de topo é muito mais complexa do que se imaginava.

Ainda na década de 1980 iniciaram-se estudos computacionais mais relevantes, especialmente utilizando técnicas de dinâmica dos fluidos computacional, nas quais formaram a base para os estudos atuais nessa área tornando possível uma melhor estimativa quantitativa à realidade do escoamento. Esses estudos comprovaram que apesar da folga de topo ser muito pequena relativamente ao diâmetro externo do rotor (dependendo da turbomáquina, tal folga pode ser muito menor que 1 mm), essa folga possui alta influência sobre as características de desempenho da turbomáquina.

O escoamento (fuga ou vazamento) na folga de topo não participa do processo de transferência de energia, conseqüentemente, causa uma diminuição (turbomáquina motora) ou aumento (turbomáquina geradora) na potência de eixo. Aumentar a folga de topo implica num aumento do vazamento de fluido e conseqüente degradação do desempenho da turbomáquina.

De acordo com Schabowski e Hodson (2007), em uma turbina axial a diferença entre o topo da pá e a carcaça é geralmente da ordem de 1% a 2% da altura da pá. Geralmente, o tamanho da folga de topo é medido em termos de percentagem da corda ou da altura da pá. Booth *et al.* (1982) relataram que, o tamanho típico da folga de topo de 1% da altura da pá, causa de 1 a 2% de vazamento do escoamento principal e é responsável por 1 a 3% das perdas de eficiência do estágio, ou a queda na eficiência de 1% para cada aumento na folga de 1% da corda do rotor. Schaub *et al.* (1994) sugerem que, em uma turbina de alta pressão, 45% das perdas são referentes às pás do rotor e 30% das perdas no estágio são atribuídas ao escoamento (fuga ou vazamento) na folga de topo. Isto explica o fato de a turbina de fluxo radial (sem disco externo (sem *shroud* no rotor) ser bem menos sensível à perda devido à folga de topo do que a de fluxo axial.

Segundo Baskharone (2006), o vazamento do escoamento pode ser direto ou indireto. O vazamento direto descreve o movimento direto do escoamento do lado de pressão para o de sucção da pá sobre a folga de topo, onde a queda de entalpia estática é convertida em perda de

pressão estática. Esse escoamento (fuga ou vazamento) não participa do processo de transferência de energia diminuindo (para turbinas) a produção de trabalho de eixo. O vazamento indireto também ocorre devido à diferença de pressões de ambos os lados da pá, porém esta migração do escoamento se desenvolve da montante a jusante sobre o topo da pá. Como tentativa de abrandar esses efeitos, o autor sugere modificações na carcaça e o uso de pás do tipo *shrouded* total ou parcial.

Os aspectos geométricos do bordo de ataque e de fuga da pá de uma turbina axial também são discutidos por Baskharone (2006). A espessura da região próxima ao bordo de ataque da pá pode suportar uma mudança considerável do ângulo de incidência do escoamento. Uma grande espessura causa a estagnação do escoamento, associada à perda de energia e de pressão total. No entanto, uma pequena espessura, o carregamento aerodinâmico influencia na incidência da pá, resultando em deterioração de desempenho em nível significativo. Uma pequena espessura pode produzir uma região de movimento de vórtices muito próximo ao bordo de fuga na região próxima ao topo da pá, agravando a zona de mistura do escoamento definida como esteira. Em ambas as geometrias, os estudos de grades são comuns para a determinação da interação dos escoamentos (na folga de topo e nos canais formados pelas pás) com a pá.

## Capítulo 3

# PROJETO HIDRODINÂMICO DE ROTOR AXIAL E MODIFICAÇÃO NA GEOMETRIA DAS PÁS

Neste Capítulo é apresentada inicialmente uma metodologia para o projeto hidrodinâmico de rotores axiais convencionais de bombas. Essa metodologia utiliza gráficos do tipo diagrama de Cordier (1955) e coeficientes adimensionais que permitem determinar as duas principais dimensões de rotores axiais. O número de pás é obtido por meio de correlações semiempíricas. O projeto hidrodinâmico preliminar das pás (empilhamento dos diversos perfis que formam cada pá) do rotor axial é feito com base na teoria da asa de sustentação. Adota-se a condição de vórtice-livre (vórtice potencial) e se escolhe os melhores perfis hidrodinâmicos que atendam ao coeficiente de sustentação requerido em cada seção radial da pá e que apresentem o menor coeficiente de arrasto possível. Posteriormente, é apresentada uma modificação na geometria das pás numa pequena região próxima à ponta das pás. Essa modificação utiliza o *sweep* e o *dihedral* com o objetivo de diminuir as perdas devido à folga de topo, que é mantida constante, e conseqüentemente aumentar o rendimento (eficiência) da bomba.

## 3.1 PROJETO HIDRODINÂMICO DO ROTOR

Neste item são apresentados os cálculos que definem a geometria de rotores axiais. Inicialmente, é apresentado o cálculo da altura geométrica de sucção da bomba, com base na

análise de cavitação. De posse dos valores conhecidos (dados de projeto) de vazão volumétrica,  $Q$ , e altura efetiva de elevação,  $H$ , da bomba, determina-se a altura geométrica de sucção,  $h_s$ , por meio da rotação da bomba,  $n$ . Com o conjunto  $Q$ ,  $H$ , e  $n$  determina-se a rotação específica da bomba,  $n_{qA}$ . De posse da rotação específica, são determinadas algumas grandezas geométricas principais do rotor como o diâmetro externo (ponta da pá),  $D_e$ , e o diâmetro interno (raiz),  $D_i$ . Por fim, determinam-se os diversos perfis aerodinâmicos (hidrodinâmicos) que compõem as pás do rotor, com base na teoria da asa de sustentação.

### 3.1.1 Análise de cavitação

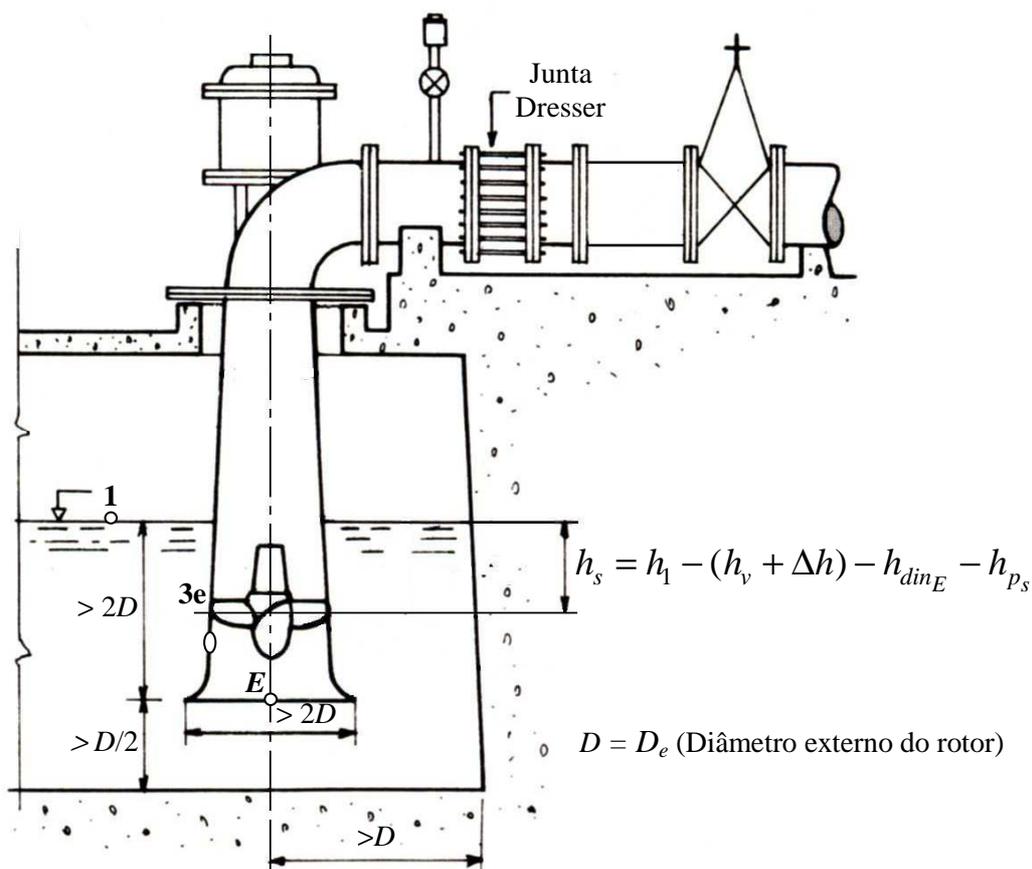
A geometria (particularmente do rotor), rotação e vazão de uma bomba hidráulica fazem com que ocorram baixas pressões do líquido operado pela bomba em regiões próximas à entrada do rotor. Via de regra, a menor pressão do líquido em escoamento na bomba ocorre no rotor logo após a sua aresta de entrada. Caso a pressão absoluta atinja a pressão de vapor do líquido na temperatura de operação, inicia-se um processo de vaporização. Nas regiões mais rarefeitas formam-se pequenas bolhas ou cavidades, de onde surgiu o nome *cavitação*, vaporizando o líquido em seu interior. Essas bolhas são então conduzidas pelo escoamento de líquido e, ao penetrarem em regiões de pressões mais elevadas, ocorre implosão dessas bolhas, condensando o vapor até o estado líquido. As pequenas partículas condensadas se chocam com as superfícies metálicas do rotor, que se submetem a forças oriundas da energia das partículas, ocasionando o rompimento (erosão cavital) de elementos do material do rotor, formando pequenos orifícios.

Além de provocar o desgaste do rotor, a cavitação reduz tanto a altura efetiva de elevação,  $H$ , como também o rendimento total,  $\eta$ , da bomba. Os efeitos da cavitação são de fácil percepção devido à vibração e ao ruído originados. Na sequência, é apresentado o desenvolvimento para se obter a altura geométrica de sucção (altura de posicionamento da bomba em relação ao nível de líquido no reservatório de aspiração),  $h_s$ .

#### a) Determinação da altura geométrica de sucção da bomba

Considerando escoamento permanente, incompressível e unidimensional e aplicando a equação de energia no ponto 1 (nível superior de líquido contido no reservatório de aspiração) e no ponto  $E$  (interseção da linha de centro do eixo do rotor com a linha referente à face de entrada da bomba), veja, por exemplo, Oliveira (2011), obtém-se, de acordo com a Figura 3.1,

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2g} + z_E + \underset{1 \rightarrow E}{Perdas} \quad (3.1)$$



**Figura 3.1** Nomenclatura para a determinação da altura geométrica de sucção da bomba,  $h_s$  (Figura adaptada de Macintyre, 1980)

Com  $c_1 = 0$  resulta,

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_E}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2g} + z_E - z_1 + \underset{1 \rightarrow E}{Perdas} \quad (3.2)$$

Sendo  $p_{3e} < p_E$ , onde  $p_{3e}$  é a pressão no ponto mais externo da aresta de entrada do rotor e  $p_E$  a pressão no ponto  $E$  (Figura 3.1), e admitindo-se uma distribuição de pressões hidrostáticas entre os pontos  $E$  e  $3e$ , obtém-se

$$p_E = p_{3e} + \rho g (z_{3e} - z_E) \quad (3.3)$$

Dividindo a expressão anterior pelo peso específico,  $\gamma$  do líquido operado pela bomba, tem-se

$$\frac{p_E}{\gamma} = \frac{p_{3e}}{\gamma} + z_{3e} - z_E \quad (3.4)$$

Substituindo a Equação (3.4) na Equação (3.2), resulta

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_{3e}}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2g} + z_{3e} - z_1 + \underset{1 \rightarrow E}{Perdas} \quad (3.5)$$

Supondo que no ponto  $3e$  atue a pressão de vapor do líquido,  $p_v$ , na temperatura de bombeamento, obtém-se da Equação (3.5)

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_v}{\gamma} + \frac{c_E^2}{2g} + z_{3e} - z_1 + \underset{1 \rightarrow E}{Perdas} \quad (3.6)$$

Sendo  $h_s$  medido em relação ao nível de líquido contido no reservatório de aspiração (ponto 1 na Figura 3.1), a altura geométrica de sucção,  $h_s$ , conforme a Figura 3.1, é negativa, portanto

$$h_s = -(z_1 - z_{3e}) \quad (3.7)$$

Sendo

$$h_1 = \frac{p_1}{\gamma}, \quad h_v = \frac{p_v}{\gamma}, \quad h_{dinE} = \frac{c_E^2}{2g} \quad \text{e} \quad h_{ps} = \underset{1 \rightarrow E}{Perdas} \quad (3.8)$$

e substituindo as Equações (3.7) e (3.8) na Equação (3.6), obtém-se

$$h_1 = h_v + h_{dinE} + h_s + h_{ps} \quad (3.9)$$

Explicitando a altura geométrica de sucção,  $h_s$ , obtém-se

$$h_s = h_1 - h_v - h_{dinE} - h_{ps} \quad (3.10)$$

Conforme comentado anteriormente, no ponto  $3e$  não prevalece a menor pressão do escoamento na bomba, mas sim num ponto no interior do rotor após a sua aresta de entrada. Esta pressão mínima geralmente é determinada com base no valor da altura correspondente ao decréscimo de pressão no rotor,  $\Delta h$ , portanto, a Equação (3.10) torna-se em:

$$h_s = h_1 - (h_v + \Delta h) - h_{dinE} - h_{ps} \quad (3.11)$$

Para que a bomba não cavite, deve-se ter uma margem de segurança, portanto a igualdade na Equação (3.11) torna-se em

$$h_s < h_1 - h_v - \Delta h - h_{dinE} - h_{ps} \quad (3.12)$$

Separando as grandezas que dependem do sistema (instalação) daquelas que dependem das características da bomba, obtém-se

$$\underbrace{h_1 - (\pm h_s) - h_v - h_{ps}}_{NPSH_{disp}} > \underbrace{\Delta h + h_{dinE}}_{NPSH_{req}} \quad (3.13)$$

Na Equação (3.13), o  $NPSH_{disp}$  representa a carga energética líquida e disponível na instalação para permitir a aspiração do líquido, ao passo que o  $NPSH_{req}$  representa a carga energética líquida que a bomba necessita para aspirar o líquido.

Conforme a Equação (3.13), para não haver cavitação na bomba, deve-se ter  $NPSH_{disp} > NPSH_{req}$ , portanto, uma reserva (segurança) torna-se necessária, ou seja,

$$NPSH_{disp} = NPSH_{req} + Reserva \quad (3.14)$$

Em geral, os fabricantes de bombas hidráulicas especificam em seus catálogos os valores de  $NPSH_{req}$  em função da vazão volumétrica,  $Q$ .

### b) Determinação do decréscimo adicional de pressão no rotor

O decréscimo adicional de pressão no rotor,  $\Delta h$ , depende do tipo de bomba, da sua geometria, da rotação e da vazão. Para efeito de cálculo da altura geométrica de sucção, o valor de  $\Delta h$  é obtido por meio de correlações empíricas, baseadas no coeficiente de cavitação,  $\sigma_c$ , também denominado de coeficiente de Thoma, que está relacionado à altura efetiva de elevação,  $H$ , ou seja,

$$\sigma_c = \frac{\Delta h}{H} \quad (3.15)$$

Na literatura técnica, existem diversas correlações empíricas para  $\sigma_c$ . Essas correlações são colocadas em função da rotação específica,  $n_{qA}$ . No caso específico de bombas axiais, as principais correlações para  $\sigma_c$  são listadas como segue.

1) Conforme Stepanoff (1962)

$$\sigma_c = (2,85 \text{ até } 2,87) 10^{-4} n_{qA}^{4/3} \quad (3.16)$$

2) Conforme Escher Wyss (Fabricante de bombas e turbinas hidráulicas)

$$\sigma_c = (2,80 \text{ até } 2,82) 10^{-4} n_{qA}^{4/3} \quad (3.17)$$

3) Conforme SHI (Standards of Hydraulic Institute) dos EUA

$$\sigma_c = (2,66 \text{ até } 2,68) 10^{-4} n_{qA}^{4/3} \quad (3.18)$$

4) Conforme Pfleiderer (1960)

$$\sigma_c = 2,72 \cdot 10^{-4} n_{qA}^{4/3} \quad (3.19)$$

### 3.1.2 Grandezas geométricas principais do rotor

O rotor tem como grandezas geométricas principais o diâmetro externo (topo da pá),  $D_e$ , e o diâmetro interno (raiz da pá),  $D_i$ . Além desses dois diâmetros, deve-se estabelecer também o número de pás do rotor,  $N_{pá}$ . Essas grandezas podem ser obtidas através do diagrama de Cordier (1955) que relaciona o coeficiente de ligeireza,  $\sigma$ , com coeficiente de diâmetro,  $\delta$ . O diâmetro externo,  $D_e$ , também, pode ser obtido por meio de gráficos específicos para cada modalidade de turbomáquina através do coeficiente de pressão,  $\psi$ . Em geral, esses gráficos também indicam o número de pás,  $N_{pá}$ , e a relação de diâmetros,  $\nu = D_i / D_e$ . A seguir, são apresentados os coeficientes adimensionais necessários para obtenção das grandezas geométricas principais de rotores axiais.

- **Coefficiente de diâmetro**

O coeficiente de diâmetro,  $\delta$ , é um coeficiente adimensional, que relaciona o diâmetro externo,  $D = D_e$  (no caso de rotores axiais), com vazão,  $Q$ , e trabalho específico,  $Y$ , da turbomáquina representado por

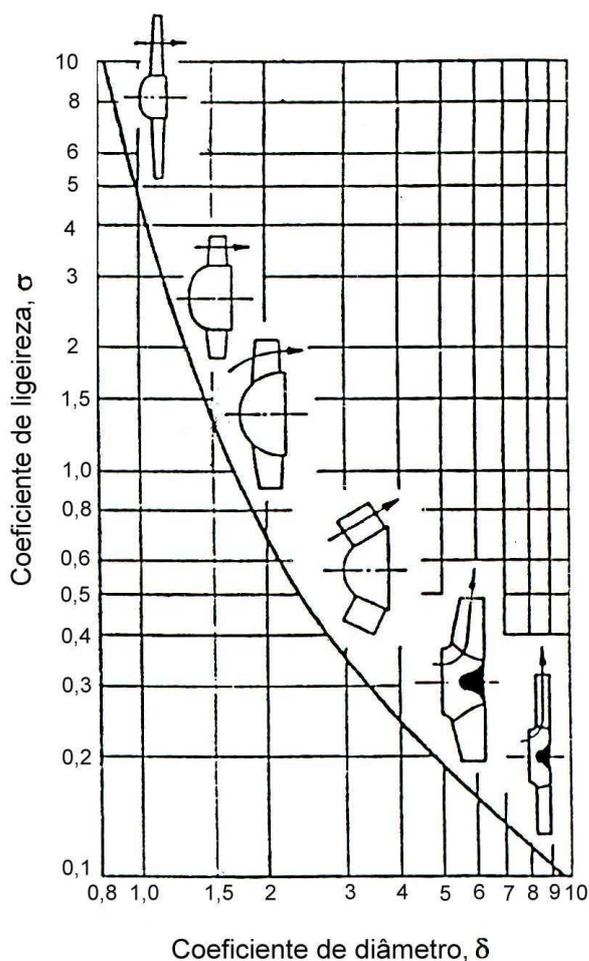
$$\delta = 1,054 \frac{Y^{3/4}}{Q^{1/2}} D \quad (3.20)$$

- **Coefficiente de ligeireza**

O coeficiente de ligeireza,  $\sigma$ , relaciona a rotação,  $n$ , com a vazão,  $Q$ , e o trabalho específico,  $Y = gH$ , representado por

$$\sigma = 2,108 \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}} n \quad (3.21)$$

O coeficiente de ligeireza e o coeficiente de diâmetro podem ser correlacionados pelo diagrama de Cordier e está representado na Figura 3.2 (Dietzel, 1980). Esse diagrama representa um mapeamento dos coeficientes de diâmetro e ligeireza para vários tipos de turbomáquinas. Cordier verificou que tais pontos se localizam sobre uma curva (ou faixa) de otimização. De posse desse diagrama é possível projetar rotores de turbomáquinas otimizadas.



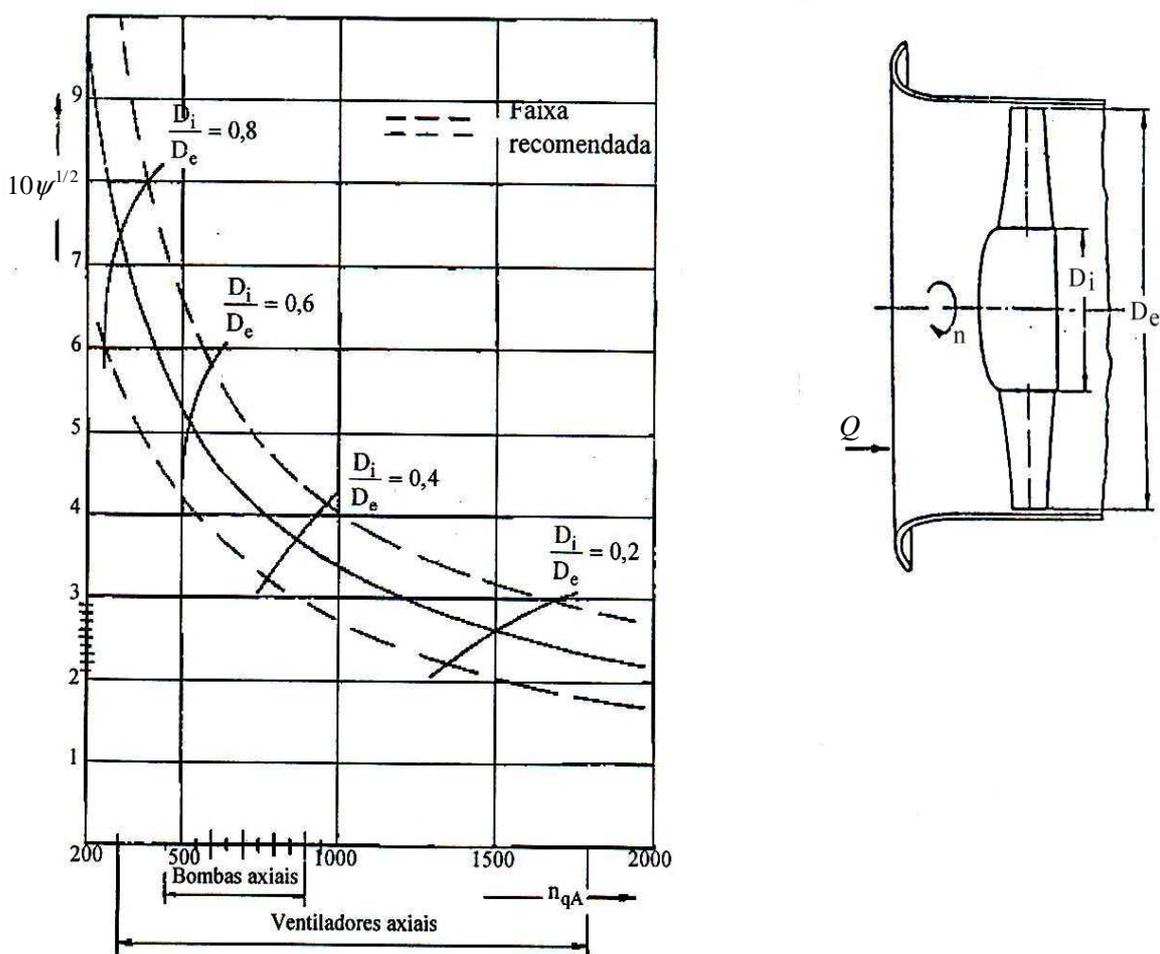
**Figura 3.2** Diagrama de Cordier para turbomáquinas geradoras (Figura adaptada de Dietzel, 1980)

- Coeficiente de pressão

O coeficiente de pressão,  $\psi$ , relaciona trabalho específico,  $Y$ , da turbomáquina com a velocidade circunferencial (tangencial),  $u_e$ , referente ao diâmetro externo do rotor,  $D_e$ , representado por:

$$\psi = \frac{2Y}{u^2} = \frac{2gH}{u_e^2} \quad (3.22)$$

O coeficiente de pressão,  $\psi$ , em função da rotação específica,  $n_{qA}$ , está representado na Figura 3.3 para turbomáquinas axiais geradoras (bombas e ventiladores).



**Figura 3.3** Elementos para o pré-dimensionamento de bombas e ventiladores axiais (Figura adaptada de Bran e Souza, 1969)

### 3.1.3 Teoria da asa de sustentação aplicada ao projeto das pás de rotores axiais

A partir de 1940 os projetos hidro ou aerodinâmico de pás (rotor) e também de aletas (estator) de turbomáquinas axiais começaram a incorporar elementos da teoria da asa de sustentação (Albuquerque, 2006). A Figura 3.4 apresenta mais detalhes da grade linear representativa do rotor axial e também dos triângulos de velocidade correspondentes. A grade linear é composta de perfis hidrodinâmicos idênticos e igualmente espaçados;  $t$  é o espaçamento entre os perfis que é denominado de passo;  $\ell$  é o comprimento da corda do perfil e  $\beta$  é o ângulo de montagem desses perfis. O escoamento se aproxima da grade linear com velocidade relativa uniforme,  $w_3$ . Ao ser defletido pelas pás (perfis), o fluxo sai da grade linear com velocidade uniforme  $w_6$ . A velocidade relativa média  $w_\infty$  é definida por:

$$w_\infty = \left( \frac{w_3 + w_6}{2} \right) \quad (3.23)$$

A força de sustentação,  $F_s$ , que o escoamento exerce sobre a pá (perfil) dá origem a uma circulação,  $\Gamma$ , em torno do perfil. Devido à hipótese de periodicidade do escoamento em cada canal formado por duas pás (perfis) consecutivas, consideram-se, para efeito de cálculo da circulação, as linhas  $bc$  e  $da$  simétricas, conforme a Figura 3.4. Tem-se, então

$$\Gamma = \oint_{abcd} \vec{w} \cdot d\vec{s} = \int_{ab} w_{u3} ds + \int_{cd} w_{u6} ds \quad (3.24)$$

Com a consideração de valores uniformes, resulta

$$\Gamma = -w_{u3}t + w_{u6}t = t\Delta w_u = t\Delta c_u \quad (3.25)$$

Aplicando agora a equação da quantidade de movimento na forma integral ao volume de controle abcda, serão determinados os componentes axial ( $z$ ) e circunferencial ( $u$ ) da força que a pá exerce sobre o fluido e vice-versa.

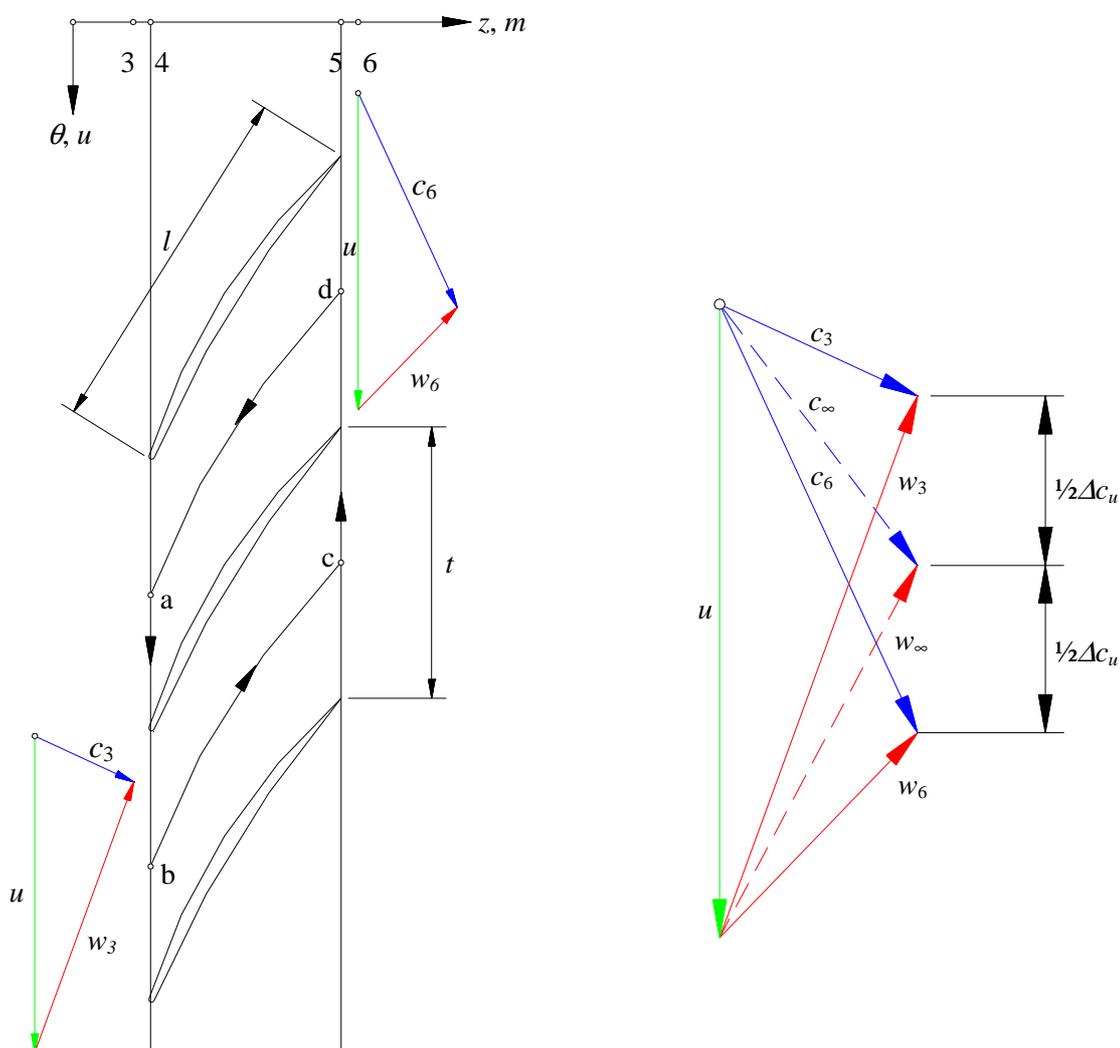
$$\vec{F}_{ext} + \int_{VC} -\vec{a}_{apar} dm = \frac{d}{dt} \int_{VC} \vec{w} dm + \oint_{SC} \vec{w} dm \quad (3.26)$$

Do referencial da grade, o escoamento se processa em regime permanente, sendo nulo, portanto, o primeiro termo do segundo membro (taxa de variação da q.d.m. no VC). Além

disso, é fácil verificar que, nesse caso, as forças aparentes (segundo termo do primeiro membro) não apresentam componentes em  $u$  ou em  $z$ , apenas em  $r$ . Desse modo, tem-se

$$F_{ext,u} = \int_{SC} w_u d\dot{m} = -\dot{m}\Delta c_u \quad (3.27)$$

$$F_{ext,z} = \int_{SC} w_z d\dot{m} = 0 \quad (3.28)$$



**Figura 3.4** Grade linear representativa de rotor axial, triângulos de velocidades na entrada e na saída da grade linear e triângulo de velocidades para o escoamento médio

Na direção circunferencial, a força externa é a exercida pela pá. Logo, a reação do fluido sobre a pá ao longo de  $u$  é dada por

$$F_{pá,u} = \dot{m}\Delta c_u = \rho w_{m\infty} t b \Delta c_u \quad (3.29)$$

$b$  é a altura radial da pá (perpendicular ao plano Figura 3.4). Considerando a Equação (3.29) e o ângulo  $\beta_\infty$  que a velocidade  $w_\infty$  forma com a direção circunferencial, a Equação (3.30) pode ser rescrita como

$$F_{pá,u} = b \rho w_\infty \Gamma \text{sen} \beta_\infty \quad (3.30)$$

Na direção axial, a força externa resulta da interação com a pá mais a diferença de pressão estática entre a entrada e a saída do rotor. Logo, a reação do fluido sobre a pá ao longo de  $z$  é dada por

$$F_{pá,z} = (p_3 - p_6) t b \quad (3.31)$$

Aplicando a equação de Bernoulli para o rotor, obtém-se

$$p_3 - p_6 = \frac{\rho}{2} (w_6^2 - w_3^2) \quad (3.32)$$

Como  $w_{m6} = w_{m3} = w_{m\infty}$ , a Equação (3.32) assume a forma

$$p_3 - p_6 = \rho (w_{u6} - w_{u3}) w_{u\infty} \quad (3.33)$$

Substituindo a Equação (3.33) na Equação (3.32) e usando o resultado da circulação, Equação (3.25), e a definição de  $\beta_\infty$ , obtém-se

$$F_{pá,z} = b \rho w_\infty \Gamma \cos \beta_\infty \quad (3.34)$$

Portanto, a força que o fluido exerce sobre a pá de um rotor axial, segundo as hipóteses admitidas até o momento, é

$$\vec{F}_{pá} = \vec{F}_{pá,u} + \vec{F}_{pá,z} = b \rho w_\infty \Gamma (\cos \beta_\infty \hat{k} + \text{sen} \beta_\infty \hat{e}_\theta) \quad (3.35)$$

Essa força tem módulo

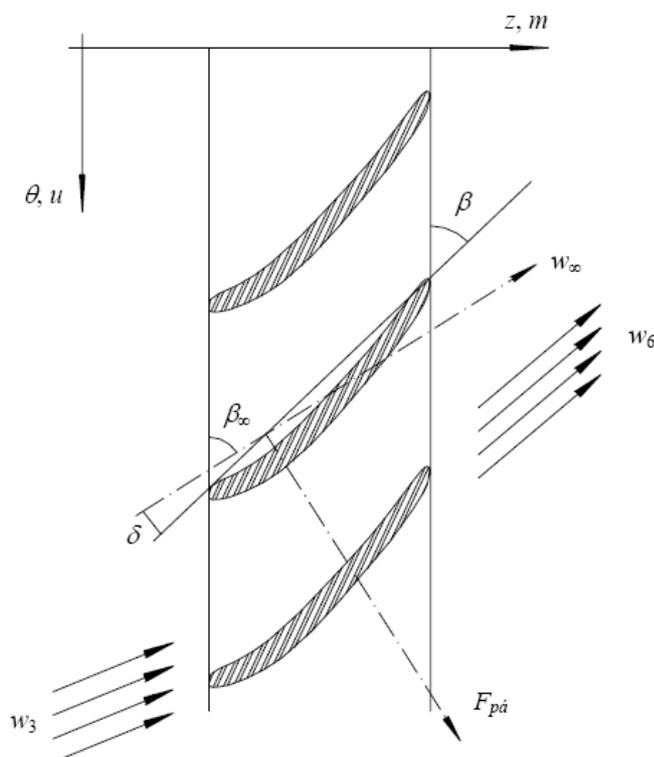
$$F_{pá} = b \rho w_\infty \Gamma \quad (3.36)$$

e é perpendicular à velocidade  $w_\infty$ .

A dedução anterior é válida tanto para uma grade linear geradora como motora, desde que os efeitos de atrito sejam desprezados (escoamento ideal). Tais resultados correspondem ao conhecido teorema de Kutta-Joukowski que, para o caso de grades lineares, pode ser enunciado como segue: “A força  $F_{pá}$  devida a um escoamento potencial, incompressível e permanente sobre um perfil disposto em grade é perpendicular ao vetor  $w_\infty = (w_3 + w_6)/2$ , sendo  $w_3$  e  $w_6$  as velocidades antes e após a grade, respectivamente. A intensidade dessa força, por unidade de largura da pá, é

$$\frac{F_{pá}}{b} = \rho w_\infty \Gamma \quad (3.37)$$

onde  $\rho$  é massa específica do fluido e  $\Gamma$  é a circulação em torno da pá (perfil). Por isso, foi útil definir  $w_\infty$ , pois, com essa definição, recupera-se o teorema de Kutta-Joukowski aplicado a aerofólios ou hidrofólios em grade linear. Para o escoamento em torno de um perfil de pá de turbomáquina axial, a velocidade que faz o papel de velocidade incidente numa asa de sustentação é a velocidade média  $w_\infty = (w_3 + w_6)/2$ , Figura 3.5.  $\delta$  é o ângulo de ataque (ângulo entre  $w_\infty$  e a direção da corda).



**Figura 3.5** Ilustração do teorema de Kutta-Joukowski aplicado a aerofólios em grade linear (Figura retirada de Albuquerque, 2006)

O ângulo de montagem do perfil,  $\beta$ , em relação à direção circunferencial, é calculado para turbomáquinas geradoras (por exemplo, uma bomba axial) por:

$$\beta = \beta_{\infty} + \delta \quad (3.38)$$

Os efeitos do escoamento real em torno de um perfil aerodinâmico são traduzidos pelo aparecimento de uma força resultante com componentes perpendicular (sustentação) e paralelo (arrasto) a  $w_{\infty}$ , que decorrem da distribuição de pressões estabelecida e das ações da viscosidade na camada-limite. Num perfil hidro ou aerodinâmico, busca-se ter  $F_S \gg F_A$ , o que equivale a um pequeno coeficiente de escorregamento  $\varepsilon = F_A / F_S$ . Quanto menor  $\varepsilon$ , melhor é o desempenho geral do perfil. Esse coeficiente depende da forma do perfil e do ângulo de ataque, da mesma forma que a força de sustentação.

Na Figura 3.6, está representado um perfil aerodinâmico disposto num escoamento inicialmente não-perturbado de velocidade uniforme  $w_{\infty}$ , com ângulo de ataque  $\delta$ . O escoamento é considerado incompressível, sendo  $\rho$  e  $\mu$  a densidade e a viscosidade do fluido, respectivamente. Admitindo-se que o interesse é estudar perfis de uma mesma família, os valores  $y_{\max}$  e  $\ell$  são suficientes para a determinação de toda a geometria do perfil. Considerando escoamento bidimensional, as forças de sustentação e arrasto ( $F_S$  e  $F_A$ ) por unidade de largura,  $b$ , podem ser escritas como

$$C_S = \frac{F_S}{\frac{1}{2} \rho w_{\infty}^2 \ell} \equiv \text{coeficiente de sustentação} \quad (3.39)$$

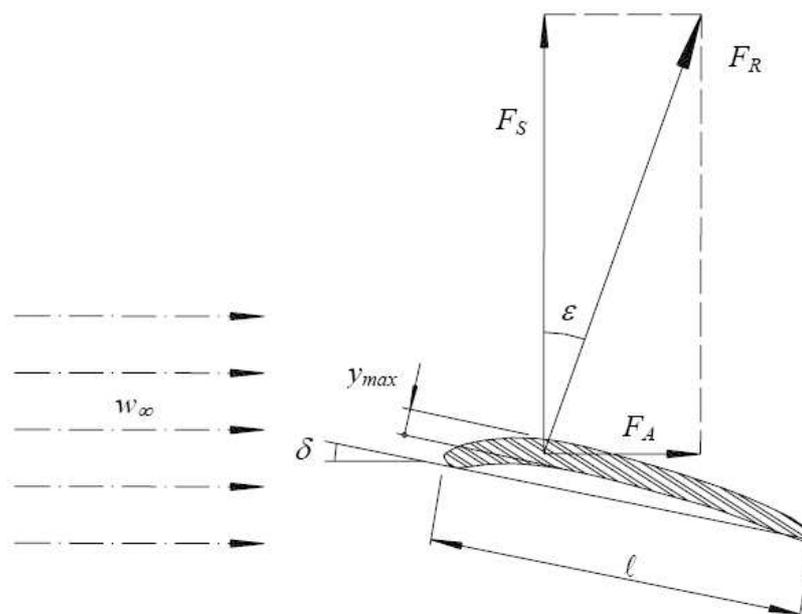
$$C_A = \frac{F_A}{\frac{1}{2} \rho w_{\infty}^2 \ell} \equiv \text{coeficiente de arrasto} \quad (3.40)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho w_{\infty} \ell}{\mu} \equiv \text{número de Reynolds} \quad (3.41)$$

Considerando-se as Equações (3.39), (3.35) e (3.25) e lembrando também que  $F_{pá} \approx F_S$  na região de operação ótima dos perfis, tem-se

$$C_S \frac{\ell}{t} = \frac{2\Delta c_u}{w_{\infty}} \quad (3.41)$$

A Equação (3.41) constitui a base de cálculo de turbomáquinas axiais, via teoria da asa de sustentação. Nessa equação, relacionam-se grandezas obtidas nos triângulos de velocidades do escoamento com as características adimensionais desejadas para os perfis da grade. Isto é muito importante no dimensionamento aerodinâmico das grades de rotores e estatores de turbomáquinas axiais.



**Figura 3.6** Perfil em um escoamento inicialmente não perturbado (Figura retirada de Albuquerque, 2006)

### 3.1.4 Cálculo da altura geométrica de sucção da bomba

Para se evitar os efeitos da cavitação, uma bomba deve ser posicionada adequadamente em relação ao nível de líquido contido no reservatório de aspiração. Como salientado anteriormente, a posição da bomba é caracterizada pela altura geométrica de sucção,  $h_s$ . O procedimento para se estabelecer a altura geométrica de sucção,  $h_s$ , é o seguinte:

1) Adotam-se convenientemente certas rotações,  $n$ , para a bomba, que podem ser ou não as rotações assíncronas de motores elétricos, portanto, acionamento direto entre a bomba e o motor elétrico acionador ou acionamento indireto (há um sistema de transmissão entre a bomba e o motor acionador), respectivamente;

2) Com o valor da rotação,  $n$ , e os valores conhecidos (dados de projeto) de vazão,  $Q$ , e de altura efetiva de elevação,  $H$ , da bomba, determina-se a rotação específica da bomba,  $n_{qA}$ , para cada rotação, ou seja,

$$n_{qA} = n \frac{Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}} 10^3 \quad (3.42)$$

3) De posse da rotação específica da bomba,  $n_{qA}$ , calcula-se o coeficiente de cavitação (coeficiente de Thoma),  $\sigma_c$ , pela expressão dada por Pfleiderer (1960), Equação (3.19);

4) Com o valor do coeficiente de cavitação,  $\sigma_c$ , calcula-se o decréscimo adicional de pressão,  $\Delta h$ , de acordo com a expressão do coeficiente de cavitação,  $\sigma_c$ ; Equação (3.15);

5) Por fim, determina-se a altura geométrica de sucção,  $h_s$ , pela Equação (3.12).

Os valores conhecidos (dados de projeto) para realizar o Passo 2 acima são

$$Q = 12,2 \text{ m}^3/\text{s} \quad (3.43)$$

e

$$H = 12,28 \text{ mca} \quad (3.44)$$

As expressões utilizadas nos Passos 3, 4 e 5, apresentadas abaixo, seguem a mesma numeração indicada anteriormente.

$$\sigma_c = 2,72 \cdot 10^{-4} n_{qA}^{4/3} \quad (3.19)$$

$$\Delta h = \sigma_c H \quad (3.15)$$

$$h_s = h_1 - h_v - \Delta h - h_{dinE} - h_{ps} \quad (3.12)$$

Diversos valores de rotação,  $n$ , foram estabelecidos na faixa compreendendo 1800 até 180 rpm. Para efeito de comparação e de definição do valor da altura geométrica de sucção,  $h_s$ , foram selecionados alguns valores os quais estão apresentados na Tabela 3.1.

Da Tabela 3.1, observa-se que o valor de  $h_s \cong -128$  m, correspondente à rotação de 1800 rpm, é demasiadamente grande. Este valor implica num afogamento (sinal negativo no valor de  $h_s$ ) da bomba, ou seja, a bomba deve estar posicionada abaixo do nível superior de líquido contido no reservatório de aspiração de pelo menos 128 m (Veja a Figura 3.1). Por outro lado, observa-se que o valor de  $h_s \cong 3,25$  m, correspondente à rotação de 180 rpm, é proibitivo, uma vez que bombas axiais não podem trabalhar, por meios naturais, com valores de  $h_s$  positivos (bomba posicionada acima do nível superior de líquido contido no reservatório de aspiração). O valor de  $h_s = -3,549$  m para  $n = 310$  rpm, foi estabelecido com base em dois critérios: 1) pelo tamanho relativamente grande do rotor axial da bomba; 2) o uso de uma transmissão por

reductor de velocidades de engrenagens, típica de bombas axiais de grande potência, como a do presente trabalho, portanto, da Tabela 3.1, resulta

$$n = 310 \text{ rpm} \quad (3.45)$$

e

$$n_{qA} \cong 500 \quad (3.46)$$

**Tabela 3.1** Valores de altura geometria de sucção para  $Q = 12,28 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $H = 12,2 \text{ mca}$

$n$	$n_{qA}$	$\sigma$	$\Delta h$	$h_s$
rpm	-	-	m	m
1800	2907,658	11,288	137,716	-128,070
...	...	...	...	...
700	1130,756	3,204	39,092	-29,445
500	807,683	2,046	24,960	-15,314
400	646,146	1,519	18,537	-8,890
350	565,378	1,272	15,514	-5,867
330	533,071	1,176	14,343	-4,697
310	500,763	1,082	13,196	-3,549
290	468,456	0,990	12,073	-2,427
270	436,149	0,900	10,976	-1,329
250	403,841	0,812	9,905	-0,259
...	...	...	...	...
180	290,766	0,524	6,392	3,254

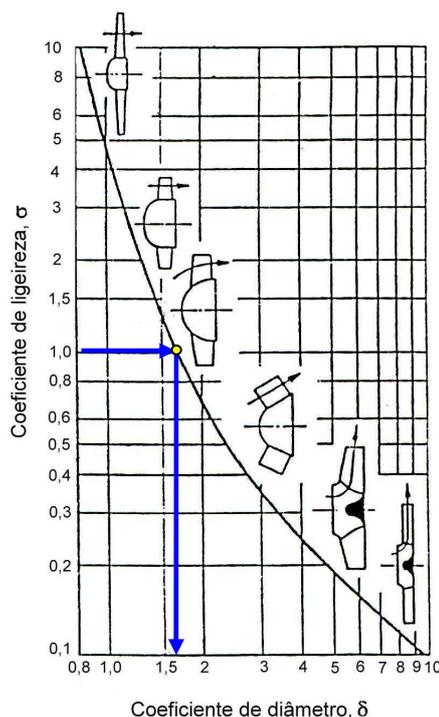
### 3.1.5 Cálculo das grandezas geométricas principais do rotor

Conforme comentado anteriormente, três grandezas geométricas principais do rotor axial da bomba são: 1) o diâmetro externo do rotor,  $D_e$ ; 2) o diâmetro interno do rotor,  $D_i$ , que é obtido da relação de diâmetros (relação de cubo),  $\nu$ ; 3) o número de pás do rotor. No que segue, são apresentados os cálculos para se obter os valores dessas grandezas.

- **Cálculo do diâmetro externo do rotor**

Uma vez conhecidos os valores de  $Q$ ,  $H$  e  $n$ , existem dois procedimentos básicos para se determinar o diâmetro externo do rotor,  $D_e$ , conforme exposto no Item 3.1.2: 1) calcula-se o

coeficiente de ligeireza, pela Equação (3.22) e, através do diagrama de Cordier, apresentado no Item 3.1.2 pela Figura 3.2, determina-se o coeficiente de diâmetro,  $\delta$ , e posteriormente calcula-se  $D_e$  pela Equação (3.20); 2) com o valor da rotação específica,  $n_{qA} \cong 500$ , Equação (3.46), determina-se o coeficiente de pressão,  $\psi$ , através do gráfico da Figura 3.3 e posteriormente calcula-se  $D_e$  pela Equação (3.22). Esses procedimentos são ilustrados nas Figuras 3.7 e 3.8.



**Figura 3.7** Diagrama de Cordier para turbomáquinas geradoras  
(Figura adaptada de Dietzel, 1980)

Portanto, da Equação (3.21), com os valores de  $Q$ ,  $H$  e  $n$  estabelecidos pelas Equações (3.43), (3.44) e (3.45), respectivamente, resulta

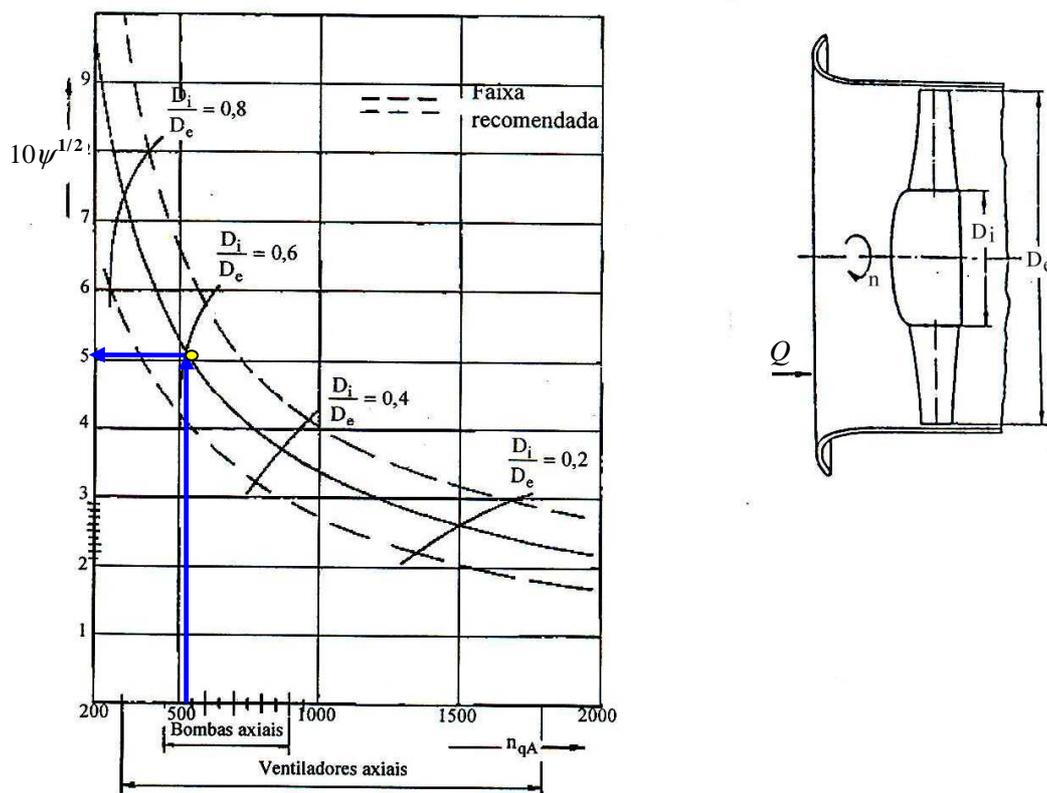
$$\sigma = 1,06 \quad (3.47)$$

Com o valor de  $\sigma = 1,06$ , obtém-se do diagrama de Cordier, Figura 3.7,

$$\delta = 1,60 \quad (3.48)$$

Da Figura 3.8, com o valor de  $n_{qA}$  dado pela Equação (3.46), resulta

$$10\psi^{1/2} = 0,53 \quad (3.49)$$



**Figura 3.8** Elementos para o pré-dimensionamento de bombas e ventiladores axiais (Figura adaptada de Bran e Souza, 1969)

Considerando as Equações (3.48) e (3.20) e as Equações (3.49) e (3.22), resultam, respectivamente,  $D_e = 1609$  mm e  $D_e = 1798$  mm. No presente trabalho foi considerado o valor médio aproximado entre esses dois valores resultando, portanto,

$$D_e = 1700 \text{ mm} \quad (3.50)$$

#### • Cálculo do diâmetro interno do rotor

O cálculo do diâmetro interno do rotor,  $D_i$ , é obtido através da relação de diâmetros (relação de cubo),  $\nu$ , ou seja,

$$\nu = \frac{D_i}{D_e} = \frac{r_i}{r_e} \quad (3.51)$$

A relação de diâmetros pode ser obtida do gráfico apresentado na Figura 3.8 em função da rotação específica,  $n_{qA}$ . Para um valor de  $n_{qA}$ , existe uma faixa de valores de  $\nu$ . No presente

trabalho, foi fixado um valor de  $\nu = 0,54$  resultando, de acordo com a Equação (3.51),  $D_i = 918$  mm para  $D_e = 1700$  mm. O valor do diâmetro interno foi considerado igual a 920 mm, portanto,

$$D_i = 920 \text{ mm} \quad (3.52)$$

#### • Número de Pás

O número de pás do rotor,  $N_{pá}$ , pode ser baseado em expressões semi-empíricas propostas por Pfleiderer (1960). Bombas axiais têm número de pás geralmente bem definidos. Numa ampla faixa de rotações específicas,  $n_{qA}$ , de bombas axiais, o número de pá varia apenas de 2 a 6. No presente trabalho, seguindo as recomendações de Pfleiderer (1960), o valor do número de pás foi fixado em 4.

$$N_{pá} = 4 \quad (3.53)$$

### 3.1.6 Cálculo da geometria das pás

Com base nas grandezas geométricas principais do rotor e nos valores conhecidos de rotação,  $n$ , vazão volumétrica,  $Q$ , e altura efetiva de elevação,  $H$ , da bomba, são realizados inicialmente alguns cálculos preliminares necessários para o projeto dos diversos perfis que compõem as pás do rotor. De posse desses cálculos, é apresentada uma metodologia para a determinação dos diversos perfis que compõem as pás do rotor bem como uma tabela com os valores calculados para cada estação (seção) radial referente a cada perfil.

#### a) Cálculos preliminares

Com a hipótese de vórtice potencial (vórtice-livre), tanto o trabalho específico do rotor,  $Y_{pá}$ , como a velocidade meridional do escoamento,  $c_m$ , no rotor são constantes ao longo do altura das pás, ou seja, ao longo da direção radial (Albuquerque, 2006), portanto,

$$Y_{pá} = \text{constante}, \text{ para } r_i \leq r \leq r_e \quad (3.54)$$

e

$$c_m = \text{constante}, \text{ para } r_i \leq r \leq r_e \quad (3.55)$$

As Equações (3.54) e (3.55) constituem a base principal para o cálculo dos perfis e da sua posição (ângulo de montagem) em relação à direção circunferencial.

Desprezando-se inicialmente a espessura das pás na entrada e saída das pás (pontos 4 e 5, respectivamente, Figura 3.4), o componente meridional da velocidade absoluta,  $c_m$ , é dado por

$$c_m = c_{m4} = c_{m5} = \frac{4Q}{\pi(D_e^2 - D_i^2)} \quad (3.56)$$

O trabalho específico do rotor,  $Y_{pá}$ , conforme, por exemplo, Pflleiderer (1960), é dado por

$$Y_{pá} = \eta_h Y \quad (3.57)$$

onde  $\eta_h$  representa o rendimento hidráulico e  $Y$  o trabalho específico da bomba dado por

$$Y = gH \quad (3.58)$$

O trabalho específico do rotor,  $Y_{pá}$ , também pode ser representado por (Pflleiderer, 1960),

$$Y_{pá} = u(c_{u6} - c_{u3}) = u \Delta c_u \quad (3.59)$$

portanto, da Equação (3.59), obtém-se

$$\Delta c_u = \frac{Y_{pá}}{u} \quad (3.60)$$

Adotando-se  $\eta_h = 0,91$ , e com os valores estabelecidos anteriormente, obtém-se os seguintes valores de acordo com as Equações (3.56), (3.57) e (3.60):

$$c_m = 7,65 \text{ m/s} \quad (3.61)$$

$$Y_{pá} = 133,57 \text{ J/kg} \quad (3.66)$$

$$\Delta c_u = \frac{133,57}{u} \text{ m/s} \quad (3.67)$$

A velocidade circunferencial,  $u$ , na Equação (3.67) é dada por

$$u = 2\pi r n = \pi D n \quad (3.68)$$

Portanto, segundo a Equação (3.68), para cada estação (seção) radial da pá, ao variar  $r$  (ou  $D$ ) varia  $u$  e, em consequência, conforme a Equação (3.67), varia também  $\Delta c_u$ , de modo que  $Y_{pá}$  permaneça constante, conforme a Equação (3.54).

## b) Cálculo dos perfis das pás

Com os valores do diâmetro interno (diâmetro do cubo ou da raiz da pá),  $D_i = 920$  mm, e do diâmetro externo (diâmetro ponta da pá),  $D_e = 1700$  mm, pode-se escolher um número apropriado de estações (seções) radiais entre o cubo do rotor e a ponta da pá. O espaçamento entre as diversas estações não precisa ser equidistante. No presente trabalho, foi estabelecido o número de estações igual a 10 (incluindo o cubo e a ponta da pá). Estas estações foram consideradas equidistantes umas das outras, conforme mostra a Tabela 3.2.

O procedimento para o preenchimento da Tabela 3.2 tem a seguinte seqüência de etapas:

1) Cálculo dos diâmetros,  $D_j$ , com  $j = 1, 2, \dots, 10$ , referentes às 10 estações radiais, do cubo à ponta da pá (o índice  $j$  se refere a cada estação);

2) Cálculo das velocidades circunferenciais,  $u_j$ , conforme a Equação (3.68);

3) Cálculo das diferenças de componentes da velocidade circunferencial,  $\Delta c_{u_j}$ , conforme a Equação (3.67), neste caso,  $\Delta c_{u_j} = c_{u6_j}$ , visto que,  $c_{u3_j} = 0$ ;

4) Cálculo dos ângulos do escoamento absoluto na entrada do rotor,  $\alpha_{3_j}$ , por meio do triângulo de velocidades,  $\alpha_{3_j} = \arctg(c_{m_j}/c_{u3_j})$ ; como  $c_{u3_j} = 0$ , então,  $\alpha_{3_j} = 90^\circ$  para qualquer estação radial;

5) Cálculo das velocidades relativas médias entre a entrada e a saída, por meio dos triângulos de velocidades,  $w_{\infty_j} = \sqrt{(u_j - \Delta c_{u_j} / 2)^2 + c_{m_j}^2}$ ;

6) Cálculo dos ângulos das velocidades relativas médias entre a entrada e a saída, por meio dos triângulos de velocidades,  $\beta_{\infty_j} = \arcsen(c_{m_j} / w_{\infty_j})$ ;

7) Cálculo da relação  $C_{s_j} \ell_j / t_j$ , utilizando:

$$C_s \frac{\ell}{t} = \frac{2\Delta c_u}{w_\infty} \quad (3.69)$$

8) Cálculo dos passos (distâncias entre duas pás consecutivas),  $t_j = \pi D_j / N_{pás}$ ;

9) Nesta etapa, torna-se necessário a adoção do valor do comprimento da corda de cada perfil,  $\ell_j$ . Portanto, foi estabelecido um valor mínimo e máximo, sendo o valor mínimo para o comprimento da corda do perfil da estação do cubo e o valor máximo para o comprimento da corda do perfil da estação da ponta da pá;

10) Cálculo do valor da razão de solidez,  $\ell_j / t_j$ , para cada estação radial. Para o projeto de bombas hidráulicas, deve-se ter em mente que perfis com comprimento da corda muito pequeno resultam em grandes carregamentos sobre as pás, com conseqüente aumento dos riscos de cavitação. De acordo com os resultados para os perfis ao final dessa seqüência de cálculos, pode ser necessário adotar novos valores para o comprimento da corda, para gerar valores diferentes de razão de solidez;

11) Cálculo dos coeficientes de sustentação,  $C_{s_j}$ , com base na relação  $C_{s_j} \ell_j / t_j$  (Passo 7) e na razão de solidez,  $\ell_j / t_j$  (Passo 10);

12) Por requisitos de resistência dos materiais, calculam-se as espessuras máximas dos perfis  $y_{máx}$ . Nesse cálculo, considera-se um efeito combinado de esforços: tensões normais devidas ao momento fletor, causado pelas forças de sustentação, e tensões normais devidas à força centrípeta sobre as pás em rotação. Daí, especificando-se um valor de tensão admissível para o material, pode-se determinar o valor da espessura máxima de cada perfil. No cubo (raiz da pá), as espessuras do perfil são maiores que aquelas do perfil da ponta da pá. Novamente, pode ser necessário refazer esses cálculos ao final do processo.

13) Cálculo das espessuras máximas relativas  $y_{máx_j} / \ell_j$ ;

14) Utilizando diagramas polares, por exemplo, Bran e Souza (1969), que mostram a dependência entre os coeficientes de sustentação e de arrasto,  $C_s$  e  $C_a$ , escolhe-se perfis adequados para cada estação; É interessante procurar nas curvas polares aqueles perfis que, com o coeficiente de sustentação determinado no Passo 11, apresentam coeficientes de escorregamento,  $\varepsilon$ , próximos de  $\varepsilon_{mín}$  (escorregamento mínimo), ou seja, para cada valor de  $C_s$ , buscar um perfil que, nesse ponto, tenha a menor  $tg \varepsilon_j = C_{a_j} / C_{s_j}$ ;

15) Estabelecidos os perfis, as constantes  $a$  e  $b$  da correlação para  $C_s$ ,

$$C_s = C_s(y_{\max} / \ell, \delta) \approx a \frac{y_{\max}}{\ell} + b \delta \quad (3.70)$$

já estarão definidas de acordo com o perfil escolhido.

A partir disso, calculam-se os ângulos de ataque,  $\delta_j$ , segundo a Equação (3.70), ou seja,  $\delta_j = (C_{s_j} - a_j y_{m\acute{a}x_j} / \ell_j) / b_j$ . Os ângulos de ataque devem variar de maneira decrescente e suave do cubo (raiz da pá) para a ponta da pá. Valores negativos ou muito grandes (próximos ao *stall* (estol) do perfil) refletem escolhas inadequadas para os perfis;

**Tabela 3.2** Valores das diversas grandezas características dos perfis que compõem as pás

Estação	$D$	$u$	$\Delta c_u$	$\alpha_6$	$w_\infty$	$\beta_\infty$	$C_s \ell / t$	$\ell / t$	$t$	$\ell$
-	mm	m/s	m/s	°	m/s	°	-	-	mm	mm
Cubo	920,00	14,933	8,866	40,79	12,992	43,39	1,365	1,500	722,56	1083,84
2	1006,66	16,340	8,102	43,36	14,476	36,08	1,119	1,433	790,63	1133,24
3	1093,33	17,747	7,460	45,72	15,969	31,90	0,934	1,367	858,70	1173,55
4	1180,00	19,153	6,912	47,90	17,463	28,62	0,792	1,300	926,77	1204,80
5	1266,66	20,560	6,439	49,91	18,953	25,98	0,679	1,233	994,83	1226,96
6	1353,33	21,967	6,027	51,77	20,439	23,80	0,590	1,167	1062,90	1240,05
7	1440,00	23,373	5,664	53,48	21,920	21,98	0,517	1,100	1130,97	1244,07
8	1526,66	24,780	5,343	55,07	23,395	20,43	0,457	1,033	1199,04	1239,00
9	1613,33	26,187	5,056	56,54	24,866	19,08	0,407	0,967	1267,10	1224,87
Ponta	1700,00	27,594	4,798	57,91	26,331	17,92	0,364	0,900	1335,17	1201,65

**Tabela 3.2** Valores das diversas grandezas características dos perfis que compõem as pás (continuação)

Estação	$C_s$	$y_{m\acute{a}x}$	$y_{m\acute{a}x} / \ell$	Perfil	$\delta$	$\beta$	$Co$	$Re \cdot 10^{-7}$	$\varepsilon$	$\tau$
-	-	mm	-	-	°	°	-	-	-	-
Cubo	0,910	60,000	0,055	GÖ480	7,48	43,56	0,471	1,440	0,022	0,703
2	0,781	56,667	0,050	GÖ428	5,88	37,78	0,606	1,678	0,026	0,752
3	0,684	53,333	0,045	GÖ428	5,06	33,68	0,551	1,917	0,025	0,790
4	0,609	50,000	0,042	GÖ428	4,45	30,44	0,503	2,152	0,021	0,820
5	0,551	46,667	0,038	GÖ428	4,00	27,81	0,461	2,379	0,025	0,843
6	0,505	43,333	0,035	GÖ587	3,97	25,95	0,613	2,593	0,026	0,863
7	0,470	40,000	0,032	GÖ587	3,70	24,13	0,564	2,790	0,028	0,879
8	0,442	36,667	0,030	GÖ587	3,51	22,60	0,519	2,965	0,020	0,892
9	0,421	33,333	0,027	GÖ587	3,38	21,31	0,477	3,116	0,021	0,903
Ponta	0,405	30,000	0,025	GÖ587	3,31	20,20	0,438	3,237	0,027	0,913

16) Cálculo dos ângulos de montagem das pás (ângulos de posicionamento de cada perfil que compõe as pás), conforme a Equação (3.38), ou seja,  $\beta_j = \beta_\infty + \delta_j$ ;

17) Cálculo dos coeficientes de afinamento ou engrossamento,  $C_{oj}$ , conforme a expressão  $C_{oj} = (y_{máx_j} / \ell_j) / (y_{máx_j} / \ell_j)_b$ ; onde  $(y_{máx_j} / \ell_j)_b$  é a espessura relativa máxima do perfil base (valores conhecidos para cada perfil);

18) Cálculo dos números de Reynolds,  $Re_j$ , baseado no comprimento da corda,  $\ell_j$ , de cada perfil, segundo a Equação (3.41), ou seja,  $Re_j = \rho w_{\infty_j} \ell_j / \mu$ ;

19) Cálculo dos coeficientes de escorregamento,  $\varepsilon_j$ , com base nos coeficientes de sustentação e de arrasto, ou seja,  $\varepsilon_j = \text{arctg}(C_a / C_s)$ ;

20) Cálculo dos graus de reação:  $\tau_j = Y_{est_j} / Y_{pá_j} = 1 - c_{u3j} / (2u_j)$

## 3.2 MODIFICAÇÃO DA GEOMETRIA DA PÁ NA REGIÃO PRÓXIMA À SUA PONTA

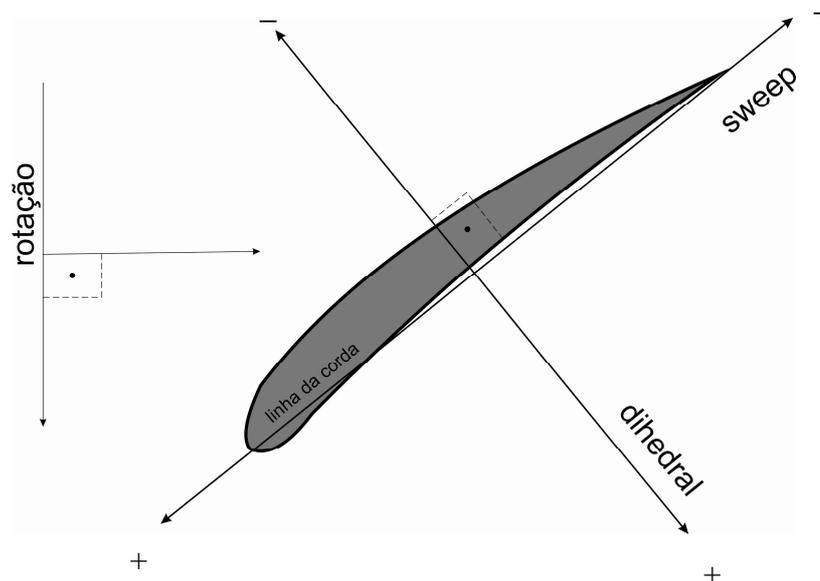
As perdas de escoamento resultantes da folga de topo relatadas por Lakshminarayana(1996), podem ser reduzidas indiretamente através da modificação parcial ou total da geometria da pá do rotor. Técnicas como o deslocamento do perfil ao longo da sua corda (*sweep*) e deslocamento do perfil perpendicularmente à sua corda (*dihedral*) são empregadas em novos projetos de rotores de turbomáquinas axiais. Essas técnicas são chamadas de empilhamento não radial (NRS - *Non Radial Stacking*) e originaram de projetos de asas de aeronaves, visando melhorar as suas características aerodinâmicas, como arrasto e sustentação, em escoamentos transônicos, supersônicos e hipersônicos, bem como ajustar o centro de gravidade da aeronave, melhorando sua instabilidade e a visão do piloto.

A Figura 3.9 apresenta de forma esquemática como são aplicadas essas técnicas de empilhamento que podem ser utilizadas de maneira isolada ou combinadas, de acordo com o efeito que se deseja causar no escoamento na turbomáquina.

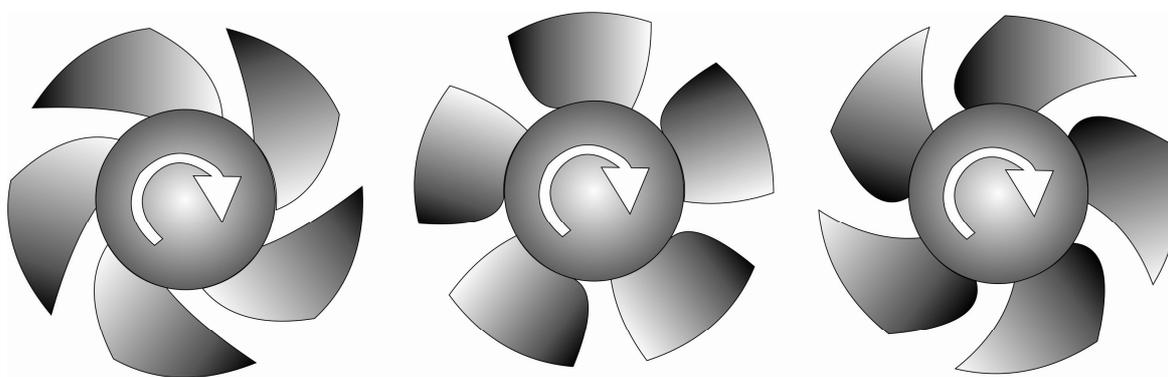
### 3.2.1 Sweep

O *Sweep* tem como característica o deslocamento do perfil ao longo da sua corda (Figura 3.9). O *sweep* pode ser no sentido do bordo de ataque (*sweep* para frente (*forward*) ou *sweep* no mesmo sentido de rotação do rotor ou ainda *sweep* positivo); ou ser no sentido do bordo

de fuga (*sweep* para trás (*backward*) ou *sweep* no sentido contrário de rotação do rotor ou ainda *sweep* negativo). A Figura 3.10 ilustra esses dois deslocamentos comparados com a condição sem aplicação de *sweep*.



**Figura 3.9** Esquema de técnicas de empilhamento utilizando *sweep* e *dihedral* (Kwedikha, 2009)



Rotor com *sweep* para trás

Rotor sem *sweep*

Rotor com *sweep* para frente

**Figura 3.10** Vista frontal de três rotores axiais sendo dois com aplicação de *sweep* (Kwedikha, 2009)

Segundo Acosta *et al.* (2001), o *sweep* geralmente é aplicado para trás, e seu principal efeito é diminuir a influência da compressibilidade. Problemas similares ocorrem em turbinas a gás e são descritos detalhadamente em Wadia *et al.* (1998). É uma prática comum na indús-

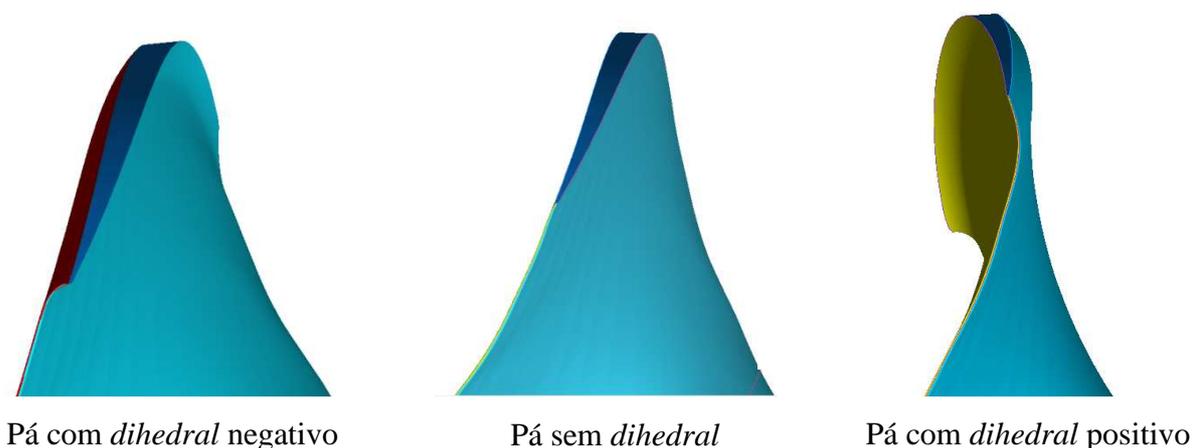
tria a aplicação do *sweep* em diversas bombas. A cavitação em líquidos causa vários problemas em bombas e intuitivamente muitos projetistas têm inclinado as pás para trás no plano meridional procurando minimizar os carregamentos estruturais e as vibrações nas pás. Cooper (1973) patenteou um projeto de rotor com *sweep* para trás que apresenta resultados benéficos frente à cavitação.

Wadia *et al.* (2004) mostraram que o *sweep* para frente promoveu um aumento na eficiência de compressores axiais transônicos de um estágio para todos os níveis de folga de topo analisados, mas a sua eficiência diminuiu à medida que a folga de topo foi aumentando.

Os estudos referentes ao *sweep* diferem quanto à melhoria na eficiência de turbomáquinas, quando aplicado para frente ou para trás. Yamaguchi *et al.* (1991) e Beiler e Carolus (1999) mostraram que, quando aplicados para frente, a eficiência era melhor, enquanto para Clemen e Stark (2003) aplicando para trás a eficiência era melhor.

### 3.2.2 Dihedral

O *Dihedral* tem como característica o deslocamento do perfil perpendicularmente à sua corda. O *Dihedral* pode ser no mesmo sentido de rotação do rotor (*dihedral* positivo) ou ser no sentido contrário de rotação (*dihedral* negativo, Figura 3.9). A Figura 3.11 ilustra esses dois deslocamentos comparados com a condição sem aplicação de *dihedral*.



**Figura 3.11** Vista de três pás de rotores axiais sendo duas com aplicação de *dihedral*

Existem poucos trabalhos disponíveis na literatura que se referem à aplicação somente de *dihedral* em pás de turbomáquinas. A maioria dos estudos encontrados é quando se aplica somente o *sweep* ou se aplica a combinação de *sweep* e *dihedral*.

## Capítulo 4

# DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL E MODELO MATEMÁTICO

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos relacionados à Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC). Inicialmente, um histórico sobre a DFC é descrito de forma sucinta. Em seguida, é feita uma descrição do procedimento para se obter a solução de um problema utilizando DFC. Nessa descrição são apresentados alguns conceitos relacionados à geração de malhas computacionais, tipos de malhas, método dos volumes finitos, pós-processamento e condições de contorno. Na sequência, é apresentado o modelo matemático utilizado e suas equações de conservação. Finalmente, são apresentados alguns fundamentos de turbulência, as equações de conservação para escoamento turbulento e modelos de turbulência, incluindo uma breve descrição do modelo  $k-\omega SST$  utilizado neste trabalho.

### 4.1 HISTÓRICO DA DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

No período entre os séculos XVIII e XIX foram desenvolvidos diversos trabalhos significativos com o intuito de descrever matematicamente o movimento dos fluidos. Pode-se citar os seguintes autores e seus respectivos trabalhos que contribuíram para o desenvolvimento da ciência: Daniel Bernoulli (1700-1782) obteve a clássica equação de Bernoulli considerando

o modelo ideal de escoamento. Leonhard Euler (1707-1783) propôs as equações de Euler do escoamento, que descrevem a conservação da quantidade de movimento de um fluido não viscoso e a conservação da massa. Euler também propôs a teoria potencial com base na definição de função corrente e função potencial. Claude Louis Marie Navier Henry (1785-1836) e George Gabriel Stokes (1819-1903) introduziram transporte viscoso nas equações de Euler, o que resultou na equação de Navier-Stokes, sendo esta a base da Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC) moderna. Neste trabalho, será utilizada a sigla DFC, ao invés de CFD (*Computational Fluid Dynamics*).

Nesse mesmo período, surgiram exímios matemáticos que contribuíram de forma significativa para o desenvolvimento da ciência, como Siméon-Denis Poisson (1781-1840) que apresentou uma equação diferencial parcial, com aplicações na eletrostática, mecânica dos fluidos e física teórica, conhecida como a equação de Poisson. Joseph Louis Lagrange (1736-1813) contribuiu para a solução de equações diferenciais com base em teorias como Polinômio de Lagrange, função de Lagrange, multiplicadores de Lagrange, entre outras. Jean-Louis-Marie Poiseuille (1797-1869) obteve soluções para escoamentos viscosos e laminares em tubos cilíndricos. A unidade de viscosidade dinâmica no sistema CGS de unidades recebeu o nome de *poise* (símbolo P) em sua homenagem. John William Rayleigh (1842-1919), investigou a hidrodinâmica da cavitação, do movimento das ondas, de jatos instáveis, fluxo laminar, entre outros. Maurice Marie Alfred Couette (1858-1943) obteve soluções analíticas para escoamento laminares e turbulentos. Pierre Simon de Laplace (1749-1827) formulou a equação de Laplace, a transformada de Laplace que surge em todos os ramos da física e da matemática, como também nas análises teóricas da mecânica dos fluidos. Osborne Reynolds (1842-1912) publicou aproximadamente 70 trabalhos durante a sua vida, leva seu nome no número de Reynolds, que é a relação entre as forças inerciais e viscosas num fluido em escoamento, que permite identificar as regiões de fluxo laminar e turbulento.

No século XX foram redefinidas e aprimoradas as teorias da camada-limite laminar e turbulenta. As personalidades mais importantes neste período foram: Ludwig Prandtl (1875-1953), com a sua teoria da camada-limite, conceito de comprimento da mistura, escoamentos compressíveis e o conhecido número de Prandtl. Theodore von Karman (1881-1963) analisou o que é atualmente conhecida como a esteira de von Karman (*vortex street*) para o escoamento em regime não permanente. Geoffrey Ingram Taylor (1886-1975) desenvolveu a teoria estatística de turbulência e a microescala de Taylor (escala de comprimento) usada para caracterizar a energia do escoamento turbulento. Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987) definiu as escalas ou micro escalas de Kolmogorov e o espectro de energia universal.

A sugestão de Kolmogorov foi de que as estruturas da turbulência só podem evoluir de modo que a vorticidade “se concentre” em escalas cada vez menores, mas que ocupam todo o espaço, até que os efeitos viscosos dominem totalmente e a energia cinética do movimento turbulento torne-se energia interna do escoamento, na forma de calor. George Keith Batchelor (1920-2000), contribuiu para a teoria da turbulência homogênea.

Lewis Fry Richardson (1881-1953) pode ser considerado o pioneiro da Dinâmica dos Fluidos Computacional moderna. Em 1917 tentou prever o tempo numericamente através da resolução de equações diferenciais parciais, mesmo não obtendo sucesso, foi considerado o trabalho que deu início à DFC. Sua própria tentativa de calcular o tempo para um período de oito horas demorou seis semanas e terminou em fracasso. Enormes requisitos de cálculo do seu modelo levou Richardson a propor uma solução que a chamou “*forecast-factory*”. Esta ideia teria enchido um estádio grande, com 64.000 pessoas, cada uma de posse de uma calculadora mecânica, que iriam realizar parte do cálculo. Um líder no centro, usando sinais luminosos coloridos e comunicação telegráfica coordenaria a previsão do tempo.

A Primeira solução numérica para escoamento em torno de um cilindro foi obtida em 1933, por Alexander Thom (Thom, 1953). Em 1953, Mitutosi Kawaguti (Kawaguti, 1953) obtém uma solução para o escoamento em torno de um cilindro usando uma calculadora mecânica de mesa, trabalhando 20 horas por semana por 18 meses. Richard Courant (1888-1972), Kurt Friedrichs (1901-1982) e Hans Lewy (1904-1988) revolucionaram a teoria dos métodos numéricos para a resolução de equações diferenciais.

Durante a década de 1960, a divisão de estudos teóricos de Los Alamos (Estados Unidos) contribuiu com muitos métodos numéricos que ainda são utilizados, tais com: *particle-in-cell* (PIC), *marker-and-cell* (MAC), *vorticity-stream function methods*, *arbitrary Lagrangian-Eulerian* (ALE) e *k-ε turbulence model*.

Durante a década de 1970, o grupo de trabalho sob a direção de Dudley Brian Spalding, no Imperial College (Londres), desenvolveram códigos de DFC como: *parabolic flow* (GENMIX), *vorticity-stream function*, *SIMPLE algorithm* e o *TEACH code*. Em 1980, Suhas V. Patankar publicou *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, um dos livros mais influentes em DFC.

Até os anos de 1970 as soluções em DFC eram baseados nas equações de Euler 2D, utilizando método da marcha no tempo para capturar altos números de Mach e ondas de choque. A ampla utilização desse método possibilitou estender para casos 3D, porém a capacidade computacional existente somente permitia a solução de malhas grosseiras devido à capacidade de armazenamento em memória. A mudança das soluções utilizando a equação de Euler

para as equações de Navier-Stokes possui forte dependência computacional, fator alcançado em meados dos anos de 1980, impulsionando inúmeros estudos, onde efeitos viscosos foram considerados, como também os tensores de Reynolds baseados em médias temporais das flutuações, conhecidas como *Reynolds Averaged Navier-Stokes* (RANS). Esse método proporcionava simulações menos onerosas onde a viscosidade turbulenta era calculada por modelos de turbulência com base em equações de transporte para a energia cinética de turbulência,  $k$ , e a dissipação de energia,  $\varepsilon$ . Mais recentemente, os modelos aplicados em técnicas utilizando RANS, foram substituídos por metodologias híbridas como o LES (*Large Eddy Simulation*) ou Simulação de Grandes Escalas, onde com base em filtros aplicados no espectro de energia de turbulência é possível simular os grandes turbilhões e modelar as menores estruturas destes. A simulação direta das equações de Navier-Stokes usando o método DNS (*Direct Numerical Simulation*) resolve as equações de Navier-Stokes para todas as escalas da turbulência correspondente ao número de Reynolds considerado, até as escalas menores e dissipativas, representada pela escala de Kolmogorov.

## 4.2 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

As equações de conservação de Navier-Stokes foram formuladas no início do século XIX. Apesar de todos os progressos da matemática desde então, ainda não é possível resolver analiticamente as equações de Navier-Stokes para problemas reais de engenharia, os quais possuem domínios e condições de contorno complexos. Dependendo do tipo de problema a ser analisado, os métodos experimentais podem ser inviáveis ou apresentar custos muito elevados. Dessa forma, recorre-se às técnicas computacionais para o estudo do escoamento. Isso implica em resolver as equações de Navier-Stokes numericamente com o intuito de se obter os campos de velocidades, pressões, densidades e de qualquer outra grandeza de interesse.

O avanço da computação digital principalmente nos últimos 30 anos forneceu uma terceira alternativa para as análises do campo de escoamento com base em técnicas numéricas de solução de equações diferenciais. Apesar de ser uma área relativamente nova, a DFC está em pleno desenvolvimento e expansão, antes utilizada apenas por pesquisadores, hoje é aplicada por profissionais das mais diversas áreas do conhecimento como engenharias, ciências da saúde, ciências biológicas, entre outras.

A DFC complementa estudos em que análises teóricas ou experimentais não são suficientes, por razões de complexidade, custo e tempo, possibilitando o entendimento dos fenômenos físicos envolvidos. A simulação numérica auxiliada pelos modernos computadores pode acelerar o desenvolvimento de um determinado projeto, por meio da redução do tempo gasto em ensaios de laboratório, com os diferentes parâmetros do problema a serem estudados. A DFC através de técnicas de visualização científica (pós-processamento) auxilia o entendimento da física do escoamento, permitindo ao projetista identificar os fenômenos do escoamento embutidos no grande volume de dados. A solução simulada ou modelada de problemas de engenharia pode ser integrada com programas de otimização de forma a realizar modificações nos protótipos virtuais até que seja alcançada uma determinada função-objetivo. Essa metodologia de projeto otimizado permite racionalizar a produção de protótipos físicos e o planejamento de experimentos, por meio da redução do número de horas necessárias, por exemplo, em ensaios em túneis de vento.

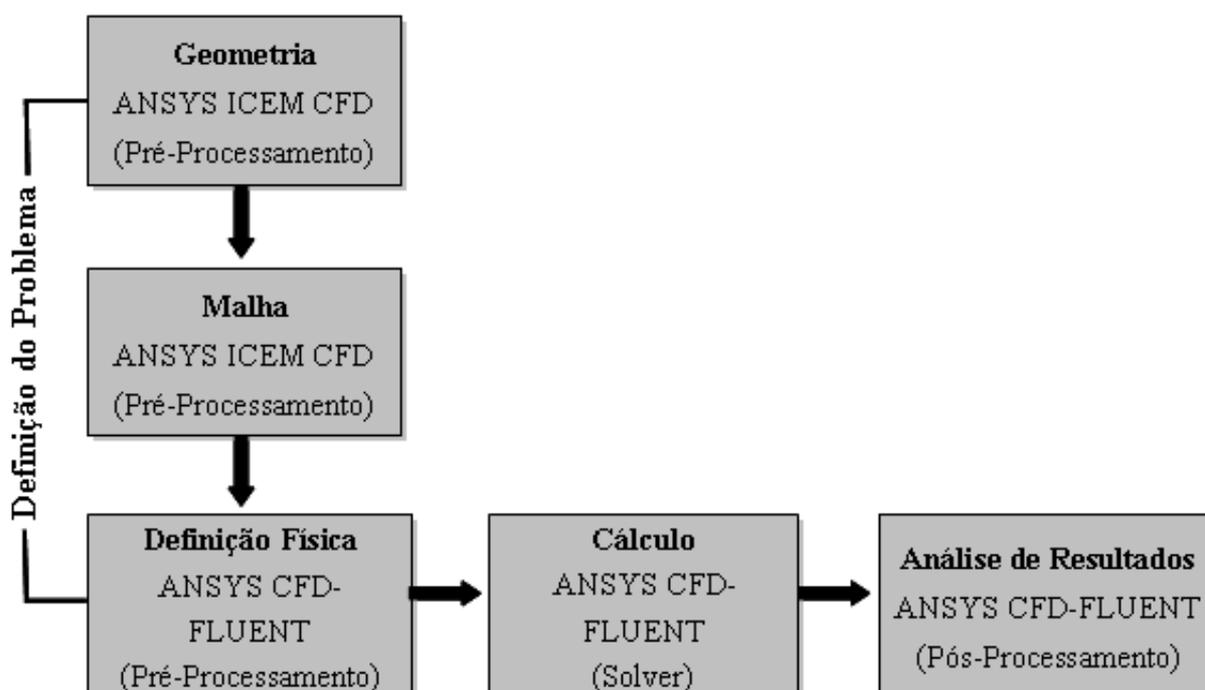
Para que o fenômeno físico possa ser resolvido numericamente, torna-se necessário estabelecer um modelo matemático que represente tal fenômeno. Infelizmente, a realidade é complexa e aleatória, sendo impossível ter um modelo puramente matemático que resolva qualquer campo de escoamento (multifásico, discreto, mudança de fase, transitório, etc.), sem recorrer a modelos empíricos e semiempíricos para o fechamento das equações de transporte. Como exemplo, a literatura apresenta diversos modelos para escoamentos turbulentos. Até o presente momento, não se tem um modelo de turbulência único que seja aplicável a todos os problemas envolvendo escoamento.

Levando-se em consideração a complexidade da geometria, os fenômenos envolvidos no problema, o grau de refinamento da malha computacional e o modelo computacional adotado, pode-se chegar a um valor muito próximo do real. Vale salientar que a escolha dos modelos de turbulência, modelos multifásicos, modelos discretos, entre outros, dependem da experiência e bom senso do usuário em compreender o fenômeno físico e as equações diferenciais de conservação que o representam.

Para a solução de problemas em DFC, algumas etapas devem ser executadas. A Figura 4.1 representa as principais etapas para solução de um determinado problema. A primeira etapa consiste na definição do problema, através da sua geometria. Programas comerciais auxiliares como ICEM-CFD<sup>®</sup>, SolidWorks<sup>®</sup>, AutoCAD<sup>®</sup>, Pro-Engineer<sup>®</sup>, CATIA<sup>®</sup>, entre outros, permitem modelar qualquer geometria de um objeto no espaço bidimensional ou tridimensional. A segunda etapa consiste na geração da malha computacional (estruturada ou não estruturada), na definição das propriedades termodinâmicas e na aplicação das condições de contor-

no. Na terceira etapa, é realizada a obtenção da solução numérica com base na definição de critérios numéricos para a solução das equações diferenciais. Finalmente, o pós-processamento permite visualizar a solução na forma local ou global.

Para as simulações realizadas no presente trabalho, foram utilizados os seguintes *softwares* comerciais: ICEM-CFD 14.0<sup>®</sup>, para a geração da geometria e da malha computacional, e FLUENT 14.0<sup>®</sup>, para a definição dos modelos de turbulência, esquemas de solução numérica, condições de contorno, e análise de resultados.



**Figura 4.1** Resumo do procedimento para solução de um problema utilizando DFC

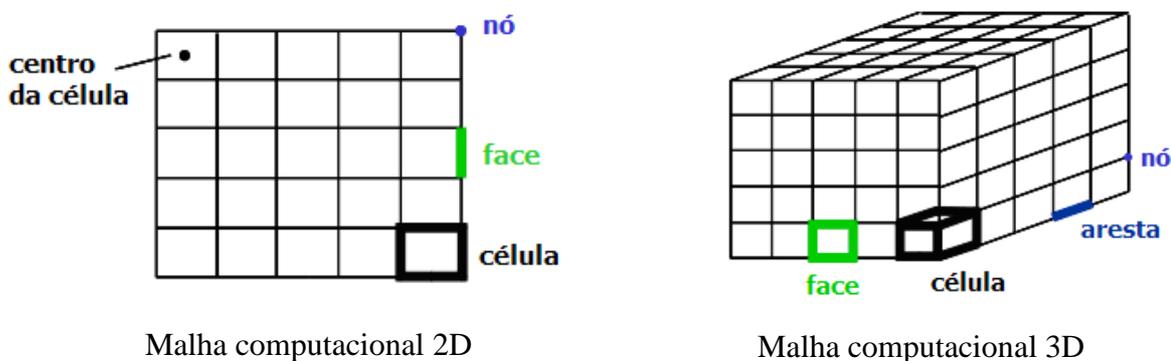
Entretanto, estão disponíveis *softwares* comerciais modernos de DFC com seus próprios geradores de malhas. Os *softwares* de DFC mais recentes permitem uma grande portabilidade para diferentes sistemas operacionais, como também a integração com diversos softwares de desenho tipo CAD. Possuem amplos bancos de dados de propriedades termodinâmicas, para gases ideais e reais. Esses *softwares* são frequentemente atualizados com modelos de turbulência, escoamentos multifásicos, sedimentação, acústica, etc. Muitos softwares comerciais permitem a edição de novos modelos através de funções definidas pelo usuário (UDF—*User Defined Functions*).

### 4.2.1 Geração de malhas computacionais

Uma malha computacional é constituída por linhas e pontos. Os pontos são considerados onde essas arestas se interceptam e servem de orientação para o cálculo de propriedades físicas baseado num modelo matemático. Uma malha computacional é uma representação em forma discreta de um plano ou de um volume.

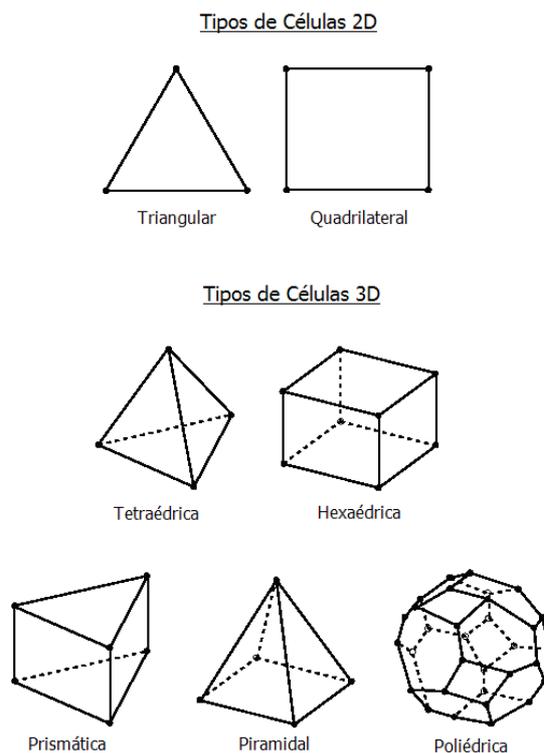
A Figura 4.2 apresenta a terminologia utilizada em todos os métodos de discretização, ou seja:

- Célula ou elemento: volume de controle no qual o domínio é particionado;
- Nó: ponto da malha;
- Centro da célula: centro geométrico do elemento ou célula;
- Aresta: fronteira da face;
- Face: fronteira do elemento ou célula;
- Zona, agrupamento de nós, faces e células: zonas de fronteira de paredes;
- Domínio: grupo de nós, faces e zonas celulares.



**Figura 4.2** Terminologia de malhas computacionais

A Figura 4.3 mostra os diferentes elementos ou células que podem ser geradas no *software* ICEM-CFD 14.0<sup>®</sup>, em domínios 2D e 3D. A malha pode ser construída com elementos triangulares e quadriláteros para problemas em 2D, e com elementos tetraédricos, hexaédricos, prismáticos, piramidais e poliedrais para problemas em 3D. É uma prática comum o uso de malha híbridas em geometrias complexas, através do uso de vários tipos de elementos. Por exemplo, camadas prismáticas próximas à parede, elementos tetraédricos e piramidais na região de transição, até a formação da zona de elementos hexaédricos.



**Figura 4.3** Geometrias de elementos de malhas computacionais

## 4.2.2 Tipos de malhas computacionais

Uma malha é denominada uniforme quando seus pontos são uniformemente espaçados, caso contrário é chamada de não uniforme. Quando o domínio apresenta regiões de maiores gradientes de velocidades ou de pressões, opta-se por uma maior concentração de elementos nessa região (maior refinamento), caso contrário, uma menor concentração onde esses gradientes são menores (por exemplo, longe das camadas-limites). Este procedimento pode ser automático, isto é, na medida em que se obtém a solução do campo de escoamento, os gradientes são identificados possibilitando a adaptação.

A malha também pode ser classificada como estruturada se apresentar um padrão na sua distribuição de pontos ou elementos. As malhas estruturadas têm como princípio a associação de blocos 2D ou 3D para uma parte ou toda geometria do domínio computacional. Essa técnica de blocagem pode ser aplicada sem muita dificuldade em geometrias simples, entretanto, dependendo da experiência do usuário, as malhas estruturadas podem ser aplicadas com certa dificuldade em qualquer geometria. Este tipo de malha, normalmente gera resultados de melhor precisão, principalmente se os elementos apresentam maiores ortogonalidades. A malha não estruturada pode ser gerada com diversos tipos de elementos e é empregada em geometri-

as complexas. No caso de rotores de turbomáquinas, em situações onde não existem grandes torções da pá, a malha estruturada pode ser a melhor opção. No caso de bombas axiais, onde as pás geralmente apresentam grande torção entre a sua base e a sua ponta, a malha não estruturada, porém híbrida, é a melhor opção.

A Tabela 4.1 apresenta uma comparação entre os prós e os contras das malhas estruturadas e não estruturadas.

**Tabela 4.1** Comparação entre malhas tetraédrica e hexaédrica

	<b>Prós</b>	<b>Contras</b>
Malha hexaédrica (estruturada)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mais robusta</li> <li>• De fácil convergência</li> <li>• Possibilidade de utilização de elementos mais grosseiros (menor número de elementos)</li> <li>• Tempo reduzido na geração (computador)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Não se adapta a superfícies complexas</li> <li>• Considerável tempo gasto na associação blocagem/geometria</li> <li>• Em geometrias mais complexas comumente o índice de <i>skewness</i> (assimetria) é alto, de difícil correção</li> </ul>
Malha tetraédrica (não estruturada)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Alta flexibilidade (se adapta a praticamente qualquer tipo de geometria)</li> <li>• Geração automatizada</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Maior tempo de geração (computador)</li> <li>• Possibilidade de erros de malha</li> <li>• Necessidade de maior refinamento</li> <li>• Dificuldade de convergência</li> </ul>

O processo de discretização traz erros que estão diretamente relacionados ao grau de refinamento da malha. Todavia, um número muito grande de elementos exige uma grande capacidade computacional. É interessante, portanto, encontrar o grau de refinamento que torna a grandeza deste erro pequena (dentro de uma determinada tolerância) ao qual se dá o nome de independência de malha.

A qualidade de uma determinada malha pode ser avaliada, antes de iniciar o processo de solução, através de dois parâmetros principais de qualidade: *Skewness* e *Aspect Ratio*. *Skewness* é definido como a diferença entre o formato de uma célula e o formato de uma célula equilateral de equivalente volume. Células com alto índice de *skewness* podem diminuir a precisão e desestabilizar a solução. Como ilustração de uma situação ideal, para uma célula triangular, os ângulos internos deveriam ser de aproximadamente 60°, enquanto para uma célula quadrilateral os ângulos internos deveriam ser de aproximadamente 90°. Uma regra geral seria utilizar células com índice de *skewness* inferior 0,95. Valores superiores a 0,95 podem provocar dificuldades de convergência e podem exigir mudanças no *solver*, como fatores de sub-relaxação ou utilização de um *solver* acoplado baseado em pressão.

A relação de aspecto ou razão de alongamento (*aspect ratio*) da célula é a razão entre a maior e a menor diagonal de uma célula. Seu valor é esperado ser o mais próximo da unidade. Ainda poderia ser incluída a uniformidade da malha relacionada à razão de crescimento dos elementos. A real influência desses parâmetros depende do método numérico empregado.

Na região próxima à parede surgem gradientes de velocidade devido à condição de não-eskorregamento que resulta na formação da camada-limite. Essa região deve receber uma atenção especial na construção da malha visando representar com precisão o escoamento. Depois de se obter a solução em uma determinada malha, é possível refinar apenas nos locais onde os gradientes de pressão são elevados. Esse procedimento é conhecido como adaptação da malha.

### 4.2.3 Método dos Volumes Finitos

Através de um método numérico é possível obter a solução numérica das equações de conservação da massa e de quantidade de movimento. A técnica numérica mais utilizada para problemas de análise de escoamento é a de os *volumes finitos* que tem como base o balanço das variáveis vetoriais e escalares no volume de controle.

Basicamente, o método dos volumes finitos consiste, em princípio, representar o fenômeno físico através de equações diferenciais de transporte, utilizando uma variável geral  $\phi$  (escalar ou vetorial) na forma conservativa e representativa de um o campo de escoamento. Podem ser escritas as equações da forma geral representada na Equação (4.1) onde, da esquerda para a direita, são identificados os seguintes quatro termos: variação temporal, termo convectivo, termo difusivo e o termo fonte.  $\Gamma^*$  representa um parâmetro constante como, por exemplo, a viscosidade dinâmica ou o coeficiente de condução de calor.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma^* \text{grad } \phi) + S_\phi \quad (4.1)$$

A etapa principal do método de volumes finitos é integrar a equação diferencial, Equação 4.1, e, em seguida, aplicar o teorema da divergência de Gauss, o qual estabelece para um vetor  $\mathbf{a}$ , a seguinte identidade:

$$\int_{CV} \text{div } \mathbf{a} dV = \int_A \mathbf{n} \cdot \mathbf{a} dA \quad (4.2)$$

Com o auxílio do teorema de Gauss, que permite transformar a integral de volume numa integral de superfície, resulta a equação geral de conservação na forma integral, ou seja,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{CV} \rho \phi dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{ grad } \phi) + \int_{CV} S_\phi dV \quad (4.3)$$

A Equação (4.3) representa a conservação de uma variável  $\phi$  na forma integral aplicada num volume de controle infinitesimal. Logo, os sistemas de equações diferenciais parciais são transformados em equações algébricas a serem resolvidas por métodos numéricos, que podem ser diretos, como Eliminação de Gauss e Decomposição LU, ou iterativos, como Método de Gauss-Seidel, Método de Jacobi ou Método das Sobre-relaxações Sucessivas.

Existem várias técnicas numéricas de solução e suas diferenças estão associadas à forma com que as variáveis incógnitas são aproximadas e ao procedimento de discretização. Todas essas metodologias numéricas levam a sistemas de equações lineares, com matrizes cheias ou esparsas, com um grande número de equações, tornando necessária uma abordagem numérica para a solução de tais sistemas.

#### 4.2.4 Pós-processamento

O pós-processamento é o passo final na análise de DFC e envolve a organização e interpretação dos dados do campo de escoamento predito, a produção de imagens, gráficos e animações para facilitar a análise dos resultados. Devido aos avanços tecnológicos, a maioria dos *softwares* comerciais de DFC está provida com ferramentas versáteis para visualização de campos escalares e vetoriais, incluindo visualização da geometria e da malha, visualização de linhas de corrente, visualização da trajetória das partículas, gráficos de contornos, gráficos de vetores e gráficos bidimensionais e tridimensionais.

#### 4.2.5 Condições de contorno

As condições de contorno especificam o valor das variáveis nas fronteiras do domínio físico em estudo. No âmbito das simulações efetuadas em rotores de turbomáquinas, utilizando o FLUENT<sup>®</sup>, existem quatro tipos de condições de contorno: entrada, saída, periódicas e superfícies sólidas (paredes).

### a) Superfície de entrada

A condição de contorno na superfície de entrada é configurada no FLUENT<sup>®</sup> como *fluxo mássico de entrada (Mass Flow Inlet)* ou velocidade uniforme. Essa condição permite definir as direções dos vetores numa base de coordenadas cartesianas ou cilíndricas. Uma outra condição, além do campo de velocidades, é a pressão estática na superfície de entrada. Para problemas de escoamento incompressíveis é importante introduzir o valor da pressão em termos relativos (pressões manométricas).

A intensidade da turbulência na secção de entrada é modelada a partir do nível de turbulência em percentagem e da taxa de viscosidade turbulenta.

### b) Superfície de saída

Na superfície de saída foi utilizada neste trabalho a condição de *pressão estática na saída* também em termos relativos, designada no código como *Pressure-Outlet*. Essa condição admite que a pressão dinâmica seja determinada numericamente, para se obter a pressão total na superfície de saída.

### c) Superfícies periódicas

O FLUENT<sup>®</sup> iguala as propriedades do escoamento nas células de uma superfície periódica às propriedades das células vizinhas do plano periódico oposto.

### d) Superfícies sólidas

Os escoamentos laminares e turbulentos são significativamente afetados pela presença das paredes (superfícies sólidas) pelo cálculo das tensões de atrito. Geralmente, é imposta a condição de não escorregamento ou escorregamento nulo nas paredes.

## 4.3 MODELO MATEMÁTICO

Problemas de mecânica dos fluidos e de escoamento em turbomáquinas são caracterizados por princípios físicos que, quando representados matematicamente, resultam em equações do tipo diferencial, chamadas de equações de conservação. As equações diferenciais para sistemas não-inerciais (rotores de turbomáquinas) são as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento associadas ao campo de velocidades relativas. Neste trabalho, não é levada em consideração a equação de conservação da energia, por se tratar de um escoamento isotérmico.

### 4.3.1 Equação de conservação da massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{w} = 0 \quad (4.4)$$

No problema estudado, o primeiro termo da Equação (4.4) não é considerado pelo fato de o escoamento ser considerado incompressível.

### 4.3.2 Equação de conservação da quantidade de movimento

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{w}) + \nabla \cdot (\rho \vec{w} \vec{w}) + \rho(2\vec{\omega} \times \vec{w} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_p) + \vec{\omega} \times \vec{r}_p + \ddot{\vec{R}}_0) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{g} \quad (4.5)$$

Na Equação (4.5),  $\vec{w}$ ,  $\vec{\omega}$  e  $\vec{r}_p$  representam, respectivamente, a velocidade relativa, a velocidade angular e o vetor-posição de uma partícula de fluido escoando num volume de controle não-inercial.  $\dot{\vec{\omega}}$ ,  $p$  e  $\ddot{\vec{R}}_0$  representam, respectivamente, a aceleração angular, a pressão estática e a aceleração de translação do volume de controle não-inercial em relação ao referencial inercial. Para turbomáquinas estacionárias (turbomáquinas fixadas numa estrutura sem movimento de translação),  $\ddot{\vec{R}}_0 = 0$ . Todos os termos da Equação (4.5) representam força por unidade de massa, portanto,  $\rho \vec{g}$  é a força gravitacional por unidade de massa.  $2\vec{\omega} \times \vec{w}$ ,  $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_p)$  e  $\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_p$  representam, respectivamente, forças por unidade de massa associadas às acelerações de Coriolis, normal (ou centrípeta) e tangencial.  $\vec{\tau}$  é o tensor das tensões viscosas, representado por

$$\vec{\tau} = \mu \left[ (\nabla \vec{w} + \nabla \vec{w}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{w} I \right] \quad (4.6)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade molecular ou dinâmica e  $I$  é o tensor unitário (ANSYS, Inc., 2011).

Ao usar a condição de incompressibilidade, o tensor das tensões viscosas,  $\vec{\tau}$ , Equação (4.6), também pode ser representado por

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.7)$$

onde o divergente deste tensor é dado por

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_j^2} \quad (4.8)$$

Na Equação (4.5), o primeiro termo do lado esquerdo é nulo, por se tratar de escoamento relativo permanente.

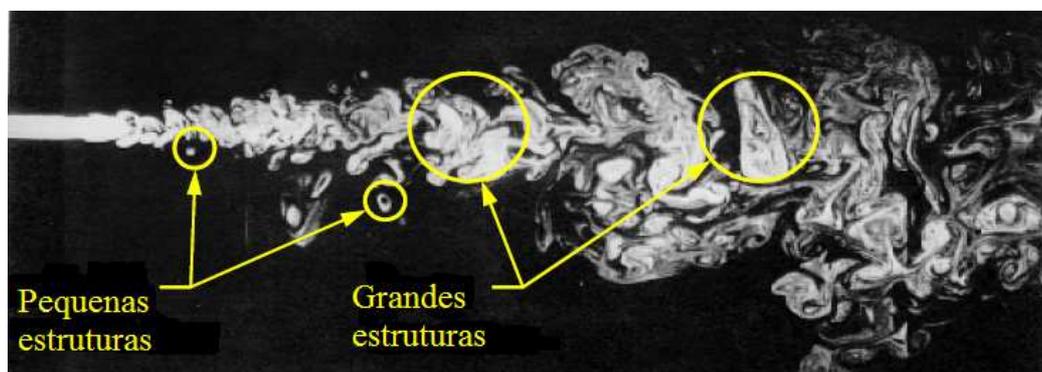
Em situações onde os fenômenos físicos são caracterizados transientes, soluções permanentes não poderão ser aplicadas, sendo necessário considerar a variação temporal da velocidade ou a aceleração local.

## 4.4 FUNDAMENTOS DE TURBULÊNCIA

### 4.4.1 Equações para o escoamento turbulento

Um escoamento que se encontre em regime laminar pode tornar-se instável quando aumenta a sua velocidade, onde as camadas laminares se cruzam provocando a dissipação da energia cinética.

Os escoamentos turbulentos são caracterizados por movimentos não permanentes, irregulares, os quais transportam quantidades de massa, momento, espécies escalares que flutuam no tempo e espaço. As velocidades e propriedades dos fluidos comumente exibem variações randômicas em diferentes escalas de tempo e espaço. A Figura 4.4 mostra a formação das diferentes estruturas de vorticidade para um escoamento de um jato de fluido.



**Figura 4.4** Estruturas de escoamento turbulento

Uma descrição detalhada do campo de escoamento turbulento, sem dúvida, seria realizada utilizando técnicas de simulação direta (DNS—Direct Numerical Simulation) na qual é desconsiderada qualquer tipo de aproximação, onde são calculadas todas as escalas de vorticidade bem como todas as escalas de tempo. Esse tipo de análise requer a construção de malhas extremamente finas, com objetivo de capturar todas as escalas de vorticidade com tempo reduzidos. Atualmente, as abordagens DNS, devido ao alto custo computacional, são aplicadas apenas para baixos Reynolds.

Entretanto, é possível obter soluções aproximadas da turbulência através da modelagem das médias de Reynolds (*RANS – Reynolds averaged Navier-Stokes*). Nessa técnica, via médias de Reynolds, é considerado que toda variável dependente, escalar ou vetorial, pode ser decomposta em uma parte média temporal mais uma parte flutuante, como por exemplo, o campo de velocidades relativas:

$$w_i(x_i, t) = \bar{w}_i(x_i) + w'_i(x_i, t) \quad (4.9)$$

sendo,

$$\bar{w}_i(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T w_i(x_i, t) dt \quad (4.10)$$

onde  $x_i$  são as coordenadas espaciais,  $(x, y, z)$ ,  $T$  é uma média de um intervalo que deve ser suficientemente grande de forma capturar todas as escalas de flutuações.

Ao substituir as médias mais as flutuações do campo de velocidades, Equação (4.9), nas equações de conservação da massa e quantidade de movimento (Equações de Navier-Stokes) podem se obtidas as novas equações de transporte onde surgem os tensores das médias de Reynolds, Equação (4.13).

### 1) Equação de conservação da massa

Para escoamento incompressível, obtém-se

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{w}_i) = 0 \quad (4.11)$$

### 2) Equação de conservação da quantidade de movimento

Como comentado no Item 4.3.2, a aceleração aparente,  $\vec{a}_{apar}$ , para uma turbomáquina estacionária,  $\ddot{\vec{R}}_0 = 0$ , com velocidade angular (rotação) constante,  $\omega = 0$ , é reduzida a

$$\vec{a}_{apar} = 2\vec{\omega} \times \vec{w} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_p) \quad (4.12)$$

Portanto, considerando escoamento relativo permanente para um sistema não inercial, a Equação (4.5) torna-se, para as grandezas médias, em

$$\rho \bar{w}_j \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial x_j} + \rho (\bar{a}_{apar})_i = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{w}_i}{\partial x_j^2} - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{w'_i w'_j} + \rho \bar{g}_i \quad (4.13)$$

Ao termo

$$\tau_t = -\rho \overline{w'_i w'_j} \quad (4.14)$$

dá-se o nome de tensor de Reynolds. O tensor de correlações,  $\overline{w'_i w'_j}$ , que compõem o tensor de Reynolds, é um tensor simétrico, dado por

$$\overline{w'_i w'_j} = \begin{bmatrix} \overline{w'_x w'_x} & \overline{w'_x w'_y} & \overline{w'_x w'_z} \\ \overline{w'_y w'_x} & \overline{w'_y w'_y} & \overline{w'_y w'_z} \\ \overline{w'_z w'_x} & \overline{w'_z w'_y} & \overline{w'_z w'_z} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Geralmente, a parte turbulenta e a tensão viscosa são agrupadas. Assim, a tensão geral ou total (Viçosa e Silvestrini, 2004) é representada por

$$\tau_{s_{ij}} = -\rho \overline{w'_i w'_j} + \mu \left( \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{w}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.16)$$

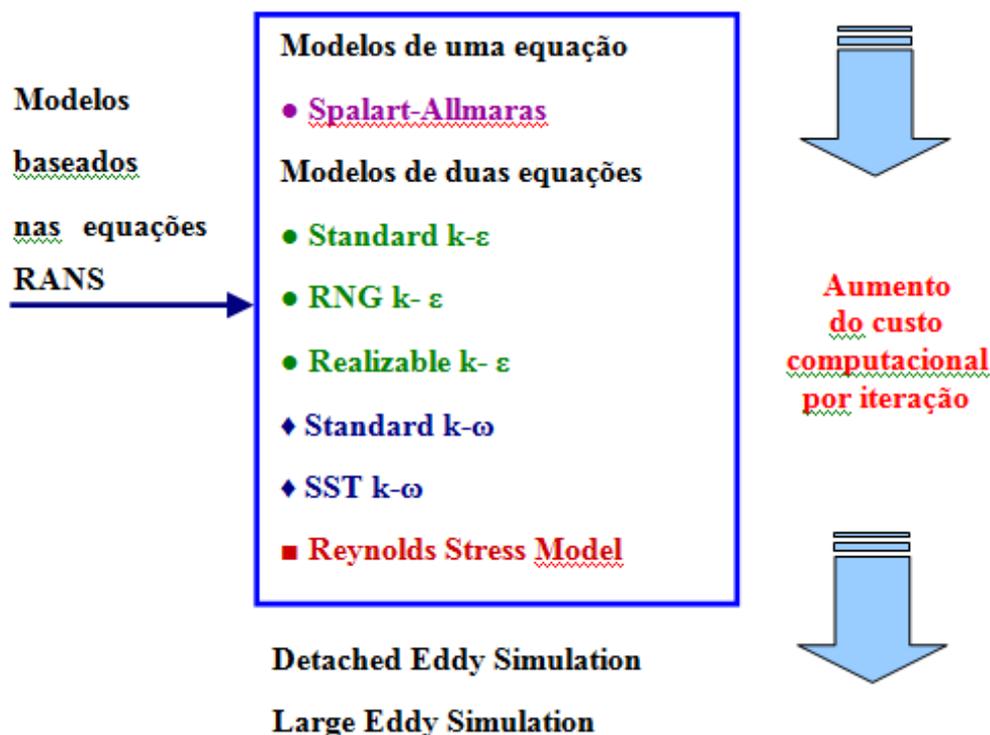
O tensor de Reynolds,  $\tau_t$ , pode ser modelado de uma forma apropriada utilizando a hipótese de *Boussinesq*. Ele pode ser representado em função de uma viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , ou seja,

$$-\rho \overline{w'_i w'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial w_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (4.17)$$

onde  $k$  é a energia cinética turbulenta e  $\delta_{ij}$  é o operador *Delta de Kronecker*.

A viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , é obtida empregando-se modelos de turbulência que têm como base a determinação do tensor de Reynolds (*RANS – Reynolds averaged Navier-Stokes*).

Segue, abaixo, uma listagem de modelos de turbulência disponíveis em códigos de DFC como FLUENT<sup>®</sup> e CFX<sup>®</sup>, baseados nas equações RANS, DES e LES, em função do tempo computacional por iteração.



**Figura 4.5** Comparação do custo computacional de modelos de turbulência

A seguir, é apresentada uma descrição sucinta das características e aplicabilidade de alguns modelos de turbulência baseados no cálculo das RANS.

### **Modelo Spalart-Allmaras (SA)**

É um modelo relativamente novo, de baixo custo computacional, baseado em uma única equação de transporte resolvendo diretamente para uma viscosidade turbulenta modificada. Foi projetado especialmente para aplicações aeroespaciais envolvendo escoamentos delimitados e refinados próximo à parede, tem mostrado bons resultados para camadas-limite sujeitas a gradientes de pressão adversos. Econômico para malhas pouco refinadas, é recomendado para problemas de média complexidade (2D), escoamentos internos/externos e escoamentos na camada-limite sob gradiente de pressão (exemplos: aerofólios, asas, fuselagem de avião, mísseis, casco de navio, entre outros). O modelo SA não conta com funções de parede, sendo necessária a solução do campo de escoamento completo, isto é, as

malhas próximas à parede necessariamente devem estar contidas nos gradientes da camada viscosa laminar e da camada intermediária, apresentando  $y^+$  aproximadamente 1.

### **Modelo *Standard k-ε***

O modelo *k-ε standard* (padrão) é largamente utilizado na modelagem de turbulência para aplicações industriais e é considerado um modelo robusto e razoavelmente preciso, contendo sub-modelos de compressibilidade, empuxo, combustão, multifásicos, etc. O modelo *k-ε* contém funções de parede, não sendo necessária a simulação na região da camada viscosa laminar e da camada intermediária. Os coeficientes são derivados empiricamente e são válidos para escoamentos totalmente turbulentos. O modelo *k-ε* é muito popular para aplicações industriais devido à fácil convergência. Geralmente, não é indicado para escoamentos onde existem grandes regiões de separação, gradientes adversos, altas curvaturas de linha de corrente e altos gradientes de pressão.

### **Modelo *RNG (Renormalization Group) k-ε***

Variante do modelo *k-ε* padrão, os coeficientes das equações do modelo *k-ε RNG* são derivados analiticamente. Mudanças significantes nas equações melhoram a habilidade de modelar escoamentos altamente deformados. O modelo *k-ε RNG* conta ainda com opções adicionais que auxiliam na predição de turbilhamento e escoamentos com baixo número de Reynolds. As constantes nas equações são derivadas usando a teoria de grupo de renormalização, contendo sub-modelos de viscosidade diferencial considerando efeitos de baixo número de Reynolds; fórmula algébrica derivada analiticamente para número de Prandtl/Schmidt e modificação para turbilhão. Desempenho melhor que o modelo *k-ε* padrão para escoamento complexo, com altas taxas de deformação, turbilhamento e separação.

### **Modelo *Realizable k-ε***

O termo realizável significa que o modelo satisfaz certas restrições nas tensões de Reynolds, sendo consistente com a física de escoamentos turbulentos. Nem o modelo *k-ε* padrão nem o modelo *RNG k-ε* são realizáveis. O benefício desse modelo resume-se a uma previsão da taxa de propagação de jatos planos e circulares, também provável performance superior em escoamentos envolvendo rotação, camada-limite sob fortes gradientes de pressão adversos, separação e recirculação. Oferece a maioria dos benefícios e possui aplicações similares ao modelo *RNG*, e é possivelmente mais preciso e de mais fácil convergência que o modelo *RNG*.

### **Modelo *Standard k- $\omega$***

Modelo de duas equações baseado em Wilcox (1998), o modelo *k- $\omega$  standard* (padrão) demonstra superior desempenho para escoamentos internos com baixo número de Reynolds. As equações dos modelos *k- $\omega$*  não contêm termos indefinidos na parede, podendo estes, por exemplo, serem integrados à parede sem a utilização de funções de parede. Os modelos *k- $\omega$*  padrão são precisos e robustos em larga faixa de escoamento com camadas-limites, regiões de separação e com gradiente de pressão adverso. São amplamente utilizados em análise de turbomáquinas e na área aeroespacial. A dissipação de energia é calculada pela variação da vorticidade. Apresenta dificuldades na convergência da solução, sendo assim, o modelo *k- $\epsilon$*  é via de regra usado inicialmente até a definição de uma certa condição inicial para logo ativar o modelo *k- $\omega$* .

### **Modelo *k- $\omega$ SST (Shear Stress Transport)***

Variante do modelo *k- $\omega$* , o modelo *k- $\omega$  SST* utiliza uma função de mistura para transição gradual do modelo *k- $\omega$*  padrão próximo à parede para o modelo *k- $\epsilon$*  de alto número de Reynolds na região externa da camada-limite. Esse modelo contém uma formulação modificada para a camada viscosa turbulenta considerando efeitos de transporte da principal tensão cisalhante turbulenta. O modelo *k- $\omega$  SST* oferece benefícios similares ao *k- $\omega$*  padrão, a dependência da distância de parede o torna menos apropriado a escoamentos não viscosos.

### ***Reynolds Stress Model (RSM)***

As tensões de Reynolds são resolvidas diretamente usando equações de transporte, evitando-se a suposição da viscosidade isotrópica de outros modelos de turbulência. É recomendado para escoamentos com alta taxa de helicidade. Requer mais tempo de processamento e memória, e é de difícil convergência devido ao acoplamento de todas as equações de transporte. Apropriado para escoamentos tridimensionais complexos com forte curvatura de linha de corrente, alto grau de rotação/turbilhonamento (exemplos: duto curvo, passagens de escoamento rotacional, ciclones, misturadores, etc.).

#### **4.4.2 Descrição do modelo *k- $\omega$ SST***

Neste trabalho é utilizado o modelo de turbulência *k- $\omega$  SST*, criado por Menter (1993) para combinar efetivamente a formulação robusta e rigorosa do modelo *k- $\omega$*  em regiões pró-

ximas à parede, com as vantagens do  $k-\varepsilon$ , ao tratar escoamentos livres. Sua formulação é similar ao do modelo  $k-\omega$ , mas inclui algumas outras funções para o tratamento próximo e longe da parede, permitindo valores de  $y^+$  entre 50 e 300.

O modelo  $k-\omega$  *standard* e o  $k-\varepsilon$  quando multiplicados por uma função que adota o valor de 1 em regiões próximas à parede, ativando-se aqui o modelo  $k-\omega$  e o valor de 0, quando se analisa uma região afastada da parede, ativando-se o modelo  $k-\varepsilon$ . A definição da viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , é modificada para se levar em consideração a tensão cisalhante turbulenta. As constantes do modelo  $k-\omega$  *SST* diferem das constantes do modelo  $k-\omega$ .

Essas características tornam o modelo  $k-\omega$  *SST* mais preciso e confiável para uma faixa mais ampla de escoamentos como, por exemplo, problemas com gradientes de pressão adversos e separação do escoamento, quando comparado com o modelo  $k-\omega$ . As equações de transporte do modelo  $k-\omega$  *SST* têm uma forma similar àsquelas do modelo  $k-\omega$ . Essas equações são apresentadas a seguir.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (4.18)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \omega u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (4.19)$$

Nas Equações (4.18) e (4.19), o termo  $\tilde{G}_k$  representa a geração da energia cinética turbulenta devido aos gradientes da velocidade média;  $G_\omega$  representa a geração de  $\omega$ ;  $\Gamma_k$  e  $\Gamma_\omega$  representam as difusividades efetivas de  $k$  e  $\omega$  respectivamente;  $D_\omega$  é o termo de difusão cruzada;  $Y_k$  e  $Y_\omega$  são as dissipações de  $k$  e  $\omega$  devido à turbulência, e finalmente os termos  $S_k$  e  $S_\omega$ , representam os termos fonte definidos pelo usuário. No Apêndice A é descrito o equacionamento do presente modelo junto com as constantes utilizadas no mesmo (ANSYS, Inc., 2011).

## Capítulo 5

# RESULTADOS E ANÁLISE

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações numéricas para os valores ótimos de *sweep* (*sw*) e *dihedral* (*dh*) numa certa faixa de variação em relação à geometria original de projeto do rotor. As análises têm como objetivo quantificar o rendimento hidráulico (eficiência hidráulica) do rotor, considerando a folga no topo e assim definir uma nova geometria de pá. Não serão feitas considerações nem análises profundas em relação ao algoritmo de otimização CRSA utilizado neste trabalho, uma vez que tal algoritmo já foi validado no trabalho de Silva (2011). São feitas as análises locais e globais do campo de escoamento mostrando os efeitos provocados pelo *sweep* e *dihedral*, através das ferramentas de pós-processamento do *software* FLUENT<sup>®</sup>. Essas ferramentas permitem fazer análises de cavitação, com base no campo de pressões, que são muito úteis para a determinação das regiões sujeitas à cavitação no rotor.

## 5.1 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

O cálculo do escoamento no rotor axial (projeto preliminar) no presente trabalho foi realizado pelo programa comercial FLUENT<sup>®</sup>. Foram consideradas algumas hipóteses como:

- Escoamento relativo em regime permanente, incompressível e isotérmico;
- Massa específica da água:  $\rho = 998,2 \text{ kg/m}^3$ ;

- Viscosidade dinâmica da água:  $\mu = 0,001003$  kg/ms.

Todos os casos foram simulados no Laboratório de Hidrodinâmica Virtual – LHV, do Instituto de Engenharia Mecânica – IEM, da Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI. Foi utilizado um computador com Sistema Operacional Windows – 7 Ultimate, Intel Core i7-2600, 8 núcleos, 3,4 GHz e 43 Gb de memória RAM. O tempo de processamento foi de aproximadamente 160 horas integrado com o *otimizador*.

### 5.1.1 Geometria e malha

A geometria do rotor foi gerada através da edição de um *script* de comandos em linguagem Tcl/Tk para interpretação pelo *software* ICEM-CFD<sup>®</sup>. O *script* tem como base um arquivo de texto com comandos executáveis para geração de pontos, curvas, superfícies e parâmetros de malha, tornando-o aplicável a diversos projetos. A Figura 5.1 apresenta um trecho do arquivo *script.rpl* utilizado no presente trabalho para a geração da geometria do rotor e da malha computacional. Nas primeiras linhas são definidas as variáveis de projeto referentes ao *sweep* e *dihedral* na região próxima à ponta da pá. Essas variáveis são as primeiras a serem definidas, pelo fato de que elas são acopladas a outro arquivo proveniente do processo de otimização, como será descrito posteriormente. Essas variáveis são facilmente modificadas de um modo automático pelo otimizador CRSA, gerando diferentes configurações de pás.

É importante destacar que para haver uma integração dos processos CRSA-FLUENT<sup>®</sup> e ICEM-CFD o arquivo *script.rpl* não deve conter erros de interpretação. Portanto, antes da execução automática desses processos, esse arquivo deve ser submetido a vários testes em diferentes equipamentos (CPU's) com objetivo de testar a sua confiabilidade e portabilidade, caso contrário a integração dos processos poderá não ocorrer ou se ocorrer apresentar resultados não reais.

A edição do arquivo *script.rpl* requer, sem dúvida, muito cuidado, sendo necessário nomear todas as entidades geométricas (pontos, linhas, superfícies e parâmetros de malha) a fim de garantir a confiabilidade na execução automática. O não cumprimento dessa etapa resulta na geração de nomes de forma aleatória pelo compilador Tcl/Tk do ICEM-CFD<sup>®</sup>, que quando se aplica o processo de geração da malha, esta pode ser gerada de maneira errada, contendo furos ou elementos sobrepostos, ou até mesmo nem ser gerada pelo *software*.

No *script* são dadas informações das dimensões básicas obtidas do projeto preliminar do rotor axial, como:

```
#####
### Script de geracao da malha e geometria do canal de rotor axial ###
#####
#
### VARIAVEIS GEOMETRICAS
set sweep12 0 ;
set sweep11 [expr 0.4*($sweep12)] ;
set sweep10 [expr 0.1*($sweep12)] ;
set dihedral12 0 ;
set dihedral11 [expr 0.4*($dihedral12)] ;
set dihedral10 [expr 0.1*($dihedral12)] ;
set folga 1.0015 ;# valor da folga no topo
set cent 0.0
set Z 4 ;# numero de pas
set n 10 ;# numero de pares de pontos por perfil
set De 1700 ;# diametro externo (mm)
set Di 920 ;# diametro interno (mm)
set L1 1083.84 ;# corda 1(mm)
set L2 1133.24 ;# corda 2(mm)
set L3 1173.55 ;# corda 3(mm)
set L4 1204.80 ;# corda 4(mm)
set L5 1226.96 ;# corda 5(mm)
set L6 1240.05 ;# corda 6(mm)
set L7 1244.07 ;# corda 7(mm)
set L8 1239.00 ;# corda 8(mm)
set L9 1224.87 ;# corda 9(mm)
set L10 1216.65 ;# corda 10(mm)
set L11 1207.65 ;# corda 11(mm)
set L12 1201.65 ;# corda 12(mm)
set C0_E1 0.471 ;# coef. de afinamento da estacao 1
set C0_E2 0.606 ;# coef. de afinamento da estacao 2
set C0_E3 0.551 ;# coef. de afinamento da estacao 3
set C0_E4 0.503 ;# coef. de afinamento da estacao 4
set C0_E5 0.461 ;# coef. de afinamento da estacao 5
set C0_E6 0.590 ;# coef. de afinamento da estacao 6
set C0_E7 0.564 ;# coef. de afinamento da estacao 7
set C0_E8 0.519 ;# coef. de afinamento da estacao 8
set C0_E9 0.477 ;# coef. de afinamento da estacao 9
set C0_E10 0.455 ;# coef. de afinamento da estacao 10
set C0_E11 0.445 ;# coef. de afinamento da estacao 11
set C0_E12 0.438 ;# coef. de afinamento da estacao 12
set beta1 136.44 ;# angulo de montagem do perfil 1 (graus)
set beta2 142.22 ;# angulo de montagem do perfil 2 (graus)
set beta3 146.38 ;# angulo de montagem do perfil 3 (graus)
set beta4 149.56 ;# angulo de montagem do perfil 4 (graus)
set beta5 152.00 ;# angulo de montagem do perfil 5 (graus)
set beta6 154.00 ;# angulo de montagem do perfil 6 (graus)
set beta7 156.00 ;# angulo de montagem do perfil 7 (graus)
set beta8 157.40 ;# angulo de montagem do perfil 8 (graus)
set beta9 158.69 ;# angulo de montagem do perfil 9 (graus)
set beta10 158.99 ;# angulo de montagem do perfil 10 (graus)
set beta11 159.30 ;# angulo de montagem do perfil 11 (graus)
set beta12 159.80 ;# angulo de montagem do perfil 12 (graus)
set XCE1 0.5 ;#
set XCE2 0.5 ;#
set XCE3 0.5 ;#
set XCE4 0.5 ;# % da corda referente ao centro de rotacao no eixo X da estacao 1
set XCE5 0.5 ;# em relacao ao borde de ataque
```

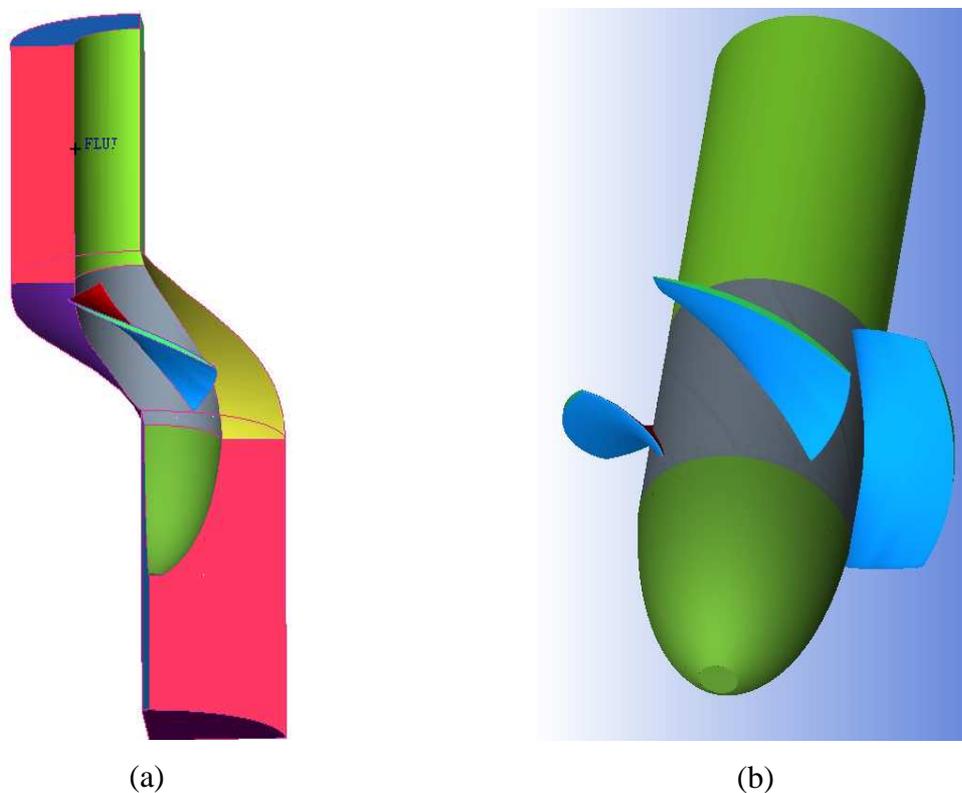
**Figura 5.1** Trecho do arquivo *script.rpl* para geração de geometria e malha computacional

- Número de pás: 4;
- Diâmetro interno (diâmetro do cubo): 920 mm;
- Diâmetro externo (diâmetro da ponta da pá): 1700 mm;
- Número de estações (seções radiais de cada perfil) do cubo até a ponta da pá: 10;
- Comprimento da corda de cada perfil, em mm;

- Coeficiente de afinamento (ou engrossamento) de cada perfil;
- Ângulo de montagem de cada perfil, em graus;
- Coordenadas de alguns pontos do contorno de cada perfil, em mm;
- Valor da folga de topo: 8,5 mm (0,5 % do diâmetro externo do rotor);
- *Sweep* e *dihedral*, em mm.

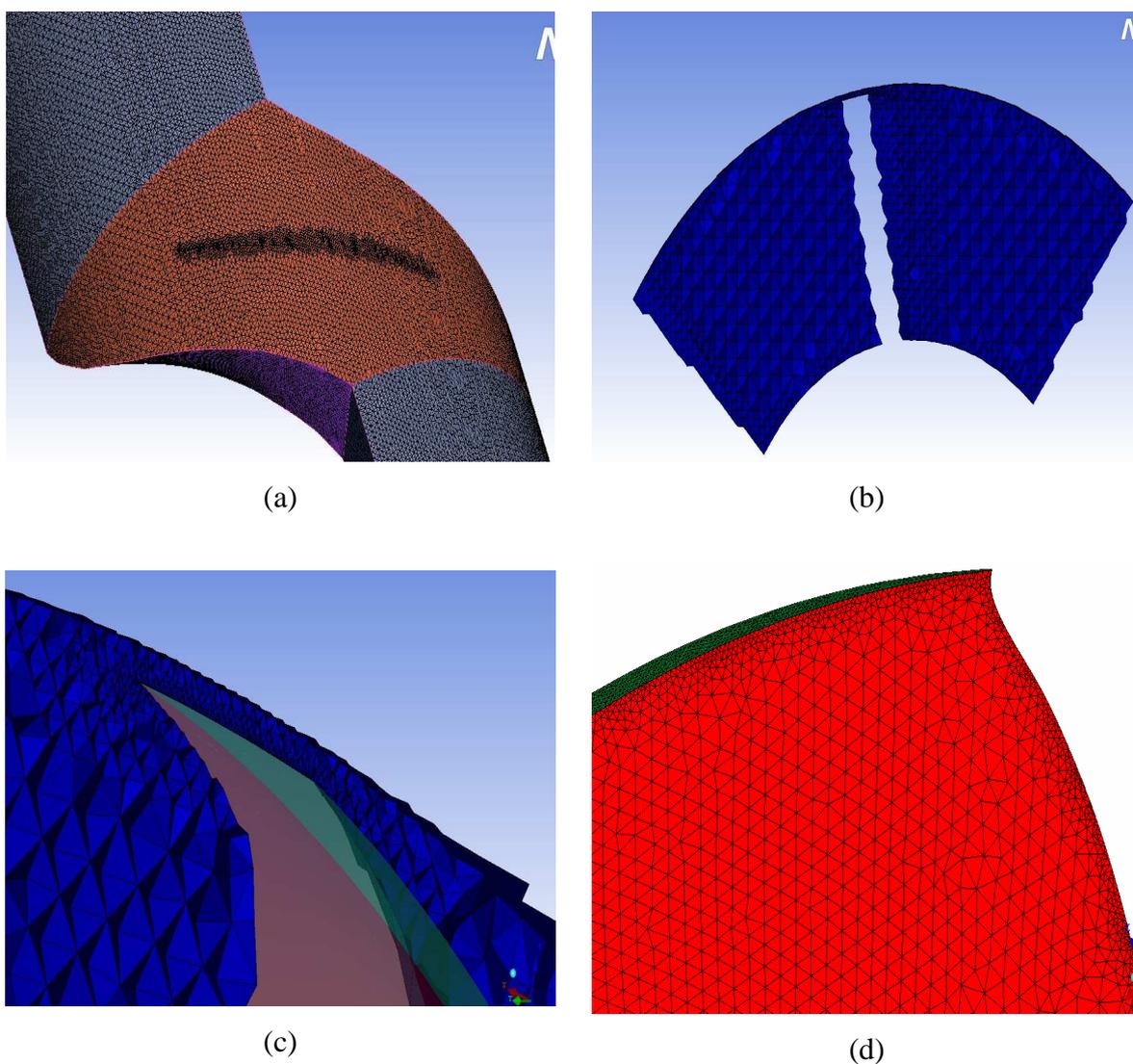
O *sweep* e o *dihedral* foram aplicados somente na região mais próxima à ponta da pá, evitando-se, dessa forma, a criação de um degrau entre a 9ª. e 10ª. estações. Além disso, entre essas duas estações foram criadas duas estações intermediárias, suavizando os deslocamentos, e nessas estações foram aplicados os efeitos correspondentes a 40% e 10% daqueles aplicados à 10ª. estação.

A Figura 5.2(a) mostra o domínio parcial referente ao canal hidráulico periódico correspondente a  $\frac{1}{4}$  do domínio completo, devido ao fato de que o domínio parcial se repete para cada pá (4 pás). Dessa forma, aplicando-se as condições de periodicidade nas superfícies laterais do canal, não é necessário realizar os cálculos para o domínio completo, conforme mostra a Figura 5.2(b), reduzindo assim o tempo computacional e conseqüentemente seu custo.



**Figura 5.2** (a) Geometria de um canal hidráulico periódico correspondente a  $\frac{1}{4}$  do domínio completo e (b) Geometria do domínio completo representado parcialmente

Depois de criada a geometria do canal, conforme mostra Figura 5.2, são editados no *script* os comandos com informações dos parâmetros de malha nas diferentes superfícies: cubo (raiz da pá), topo da pá, intradorso e extradorso da pá incluindo os bordos de ataque e de fuga, ogiva, eixo da bomba e carcaças da bomba. A malha utilizada foi do tipo não estruturada, com elementos tetraédricos. Na Figura 5.3, observa-se o refinamento da malha nas regiões do topo e bordos de ataque e fuga. O refinamento nessas regiões é importante devido aos altos gradientes de pressão, velocidade e de energia cinética de turbulência que estão presentes. Na folga de topo foram criadas 7 camadas de elementos tetraédricos. O número de elementos do canal do rotor foi de 2.244.928.



**Figura 5.3** (a) Refinamento na região do topo, (b) Detalhe do refinamento na pá, (c) Detalhe dos elementos na folga de topo e (d) Detalhe do refinamento na região da ponta da pá

A malha não estruturada com elementos tetraédricos próximos às paredes resulta em uma melhor opção, quando comparado à malha estruturada com elementos hexaédricos que é de difícil geração através das técnicas de blocagem para adaptação em geometrias complexas como é o caso do rotor axial. O uso de elementos tetraédricos implica em melhores resultados dos gradientes próximos às paredes, resultando na adequada quantificação das tensões de cisalhamento, separação da camada-limite e, em consequência, o cálculo de rendimento.

### 5.1.2 Condições de contorno

As condições de contorno foram estabelecidas segundo os dados do projeto preliminar da bomba axial apresentados no Capítulo 2 e aplicadas nas fronteiras (superfícies) do domínio. A bomba axial do presente trabalho não contém difusor aletado, portanto a análise do escoamento foi feita sem a influência de difusor aletado (componente fixo). Dessa forma, existe apenas um componente rotativo (rotor), não existindo interfaces entre domínios fixos e móveis (rotativos). Essa abordagem permite quantificar mais eficientemente os efeitos provocados pelo *sweep* e *dihedral* na ponta da pá, já que esses efeitos poderiam ser dissipados no difusor, dificultando a obtenção do ganho de rendimento procurado.

Diversas condições de contorno podem ser aplicadas para as análises do escoamento em turbomáquinas, neste trabalho foram usadas as seguintes:

#### 1) Superfície de entrada

Nessa superfície foi fixada a condição de velocidade na entrada (*velocity-inlet*), onde foi especificada a pressão manométrica inicial e a vazão. Segundo o projeto preliminar, foi considerada uma pressão estática manométrica na entrada de 58.305 Pa, e uma vazão mássica de 3.063,86 kg/s, vazão esta referente a  $\frac{1}{4}$  da vazão de projeto, visto que os cálculos referem-se a apenas um canal periódico, com baixos níveis de turbulência (5%).

#### 2) Superfície de saída

Nessa superfície foi utilizada a condição de pressão na saída (*pressure-outlet*). A pressão de saída estabelecida foi de 124.367 Pa de acordo com o projeto do rotor da bomba.

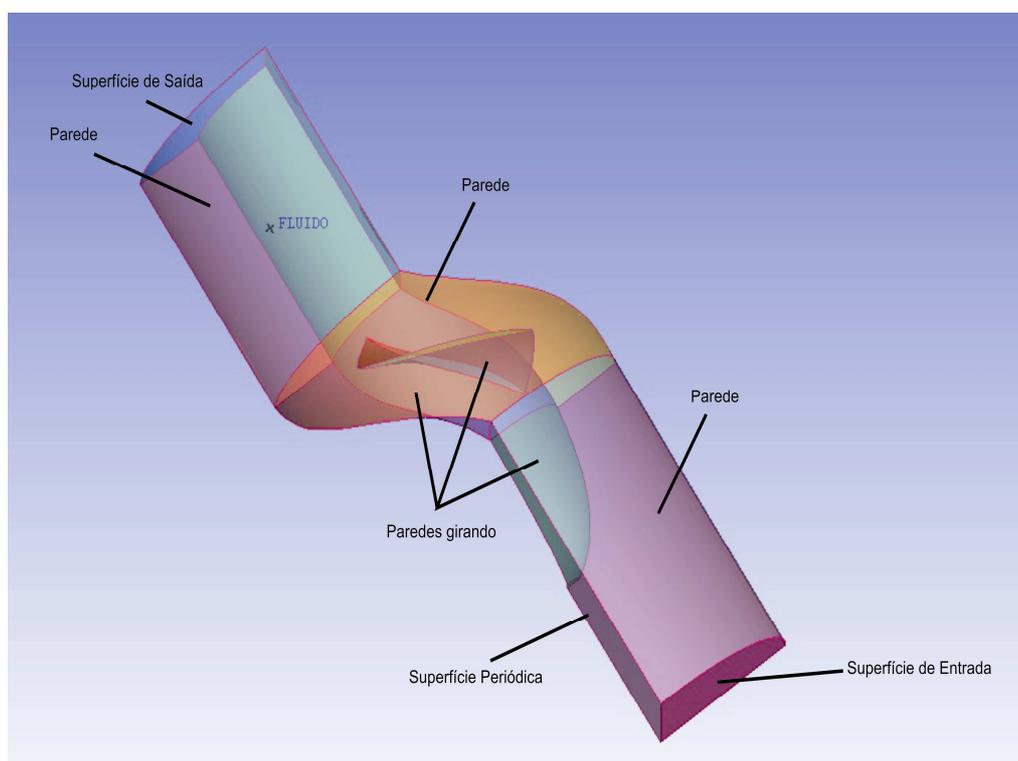
#### 3) Superfícies periódicas

A condição de periodicidade é usada quando a geometria de interesse e o escoamento possuem uma repetição periódica natural. Assim, ao calcular as propriedades do escoamento nas células de uma fronteira periódica, o *software* FLUENT<sup>®</sup> iguala aquelas propriedades às

das células correspondentes do plano periódico oposto. O tipo de periodicidade deve ser escolhido como rotacional. Quando se aplica essa condição, a vazão nominal total deve ser dividida pelo número de canais periódicos do domínio.

#### 4) Paredes

As condições de contorno de parede são utilizadas nas fronteiras (superfícies) sólidas em contato com o fluido em escoamento. Essas superfícies podem ser estacionárias ou podem se movimentar. Neste trabalho foram indicadas como paredes com movimento relativo ao domínio; o cubo, a ogiva e as pás, sendo o domínio definido pela rotação de projeto de 310 rpm. Condições sem movimento (condição de não escorregamento) foram impostas nas carcaças e no eixo da bomba. Na Figura 5.4 são resumidas as condições de contorno utilizadas na análise do escoamento no canal periódico do rotor axial.



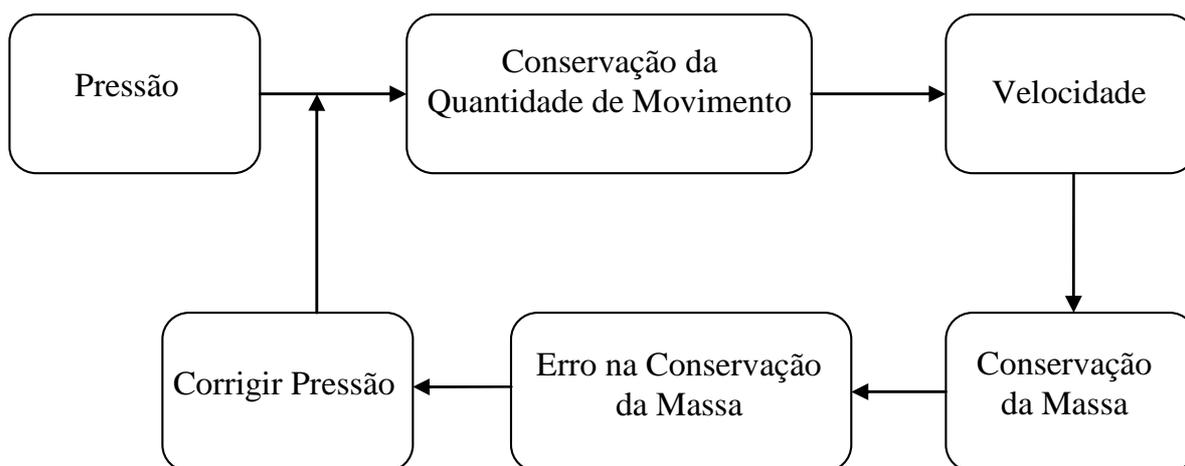
**Figura 5.4** Condições de contorno utilizadas nas simulações numéricas

### 5.1.3 Esquemas de discretização e interpolação

No processo de discretização, o sistema de equações de quantidade de movimento e da conservação da massa pode ser concebido para ser resolvido de maneira segregada ou acoplada. A solução segregada consiste em resolver os sistemas lineares de cada equação um a um,

atualizando seus coeficientes devido à não linearidade e ao acoplamento entre as variáveis. A solução acoplada, por sua vez, cria uma única matriz envolvendo todos os coeficientes e resolvendo todas as incógnitas simultaneamente, necessitando de atualizações da matriz de coeficientes devido à não linearidade do problema, ou seja, com a solução acoplada, logicamente, evita-se empregar os conhecidos métodos para tratamento do acoplamento pressão-velocidade.

Os métodos que utilizam a solução segregada usam a equação de conservação da quantidade de movimento para calcular os componentes do vetor velocidade e transformam a equação de conservação da massa em uma equação que permite uma correção para o campo de pressões utilizado anteriormente. Esse novo campo de pressões deve corrigir as velocidades de tal forma que a massa seja conservada. A Figura 5.5 mostra uma representação esquemática do método SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*).



**Figura 5.5** Esquema de discretização do método SIMPLE

Considerando o escoamento incompressível, pode ser utilizado o algoritmo SIMPLE para se obter os campos de pressões e de velocidades. O SIMPLE utiliza um processo iterativo baseado numa relação entre a velocidade e correções da pressão, onde os valores finais de velocidade devem satisfazer a conservação da massa e obtendo-se seguidamente o campo de pressão. Para a interpolação da pressão foi utilizado o esquema padrão nos nós centrais e a velocidade nas faces das células ou elementos.

Para a solução numérica das equações de quantidade de movimento, energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação específica foi utilizado o esquema a montante com precisão de primeira ordem em termos dos erros de truncamento (*First order Upwind*).

Devido a não linearidade do conjunto de equações a serem resolvidas pelo *solver*, é necessário controlar as mudanças das variáveis a serem encontrada em cada iteração. Isso é feito mediante os fatores de sub-relaxação (ANSYS, Inc., 2011). Na maioria das simulações de diversos problemas já analisados, os fatores padrão de sub-relaxação do FLUENT® não precisam ser mudados, a menos que seja observado um comportamento instável ou divergente da solução. Durante a análise do escoamento dos rotores axiais reversíveis (Espinosa, 2013), nenhuma tendência instável foi observada, por tal motivo foram mantidos os fatores de sub-relaxação padrão.

## 5.2 METODOLOGIA DE INTEGRAÇÃO DE PROCESSOS

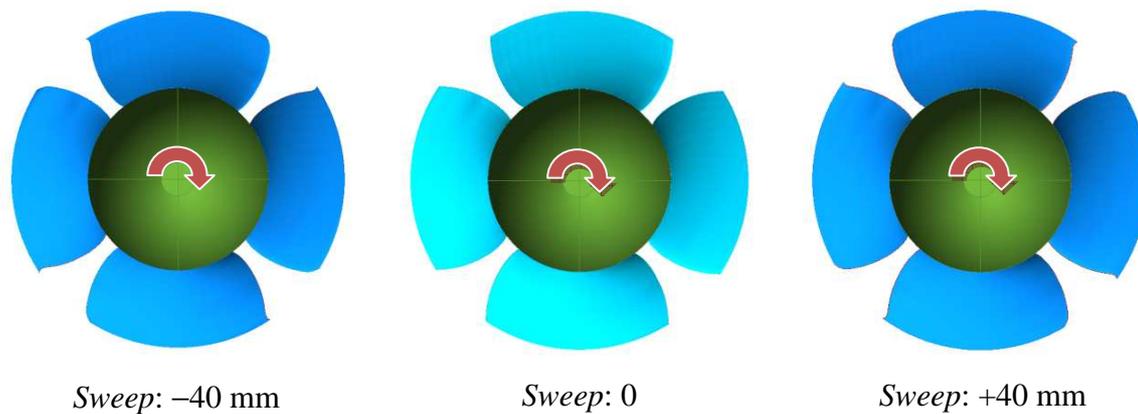
Para aperfeiçoar sistemas complexos em engenharia é necessário utilizar metodologias de integração de processos, isto é, cálculo de escoamento em CFD e algoritmos de otimização. Essas metodologias contribuem de forma significativa para o desenvolvimento de novos e melhores projetos.

Para o procedimento de otimização foi utilizado o algoritmo de otimização global estocástico conhecido como Algoritmo de Busca Aleatória Controlada (*Controlled Random Search Algorithm*), CRSA, que tem como base uma população inicial e promove substituições iterativas dos piores indivíduos pelos melhores, desejando que a população se concentre em torno do ótimo global.

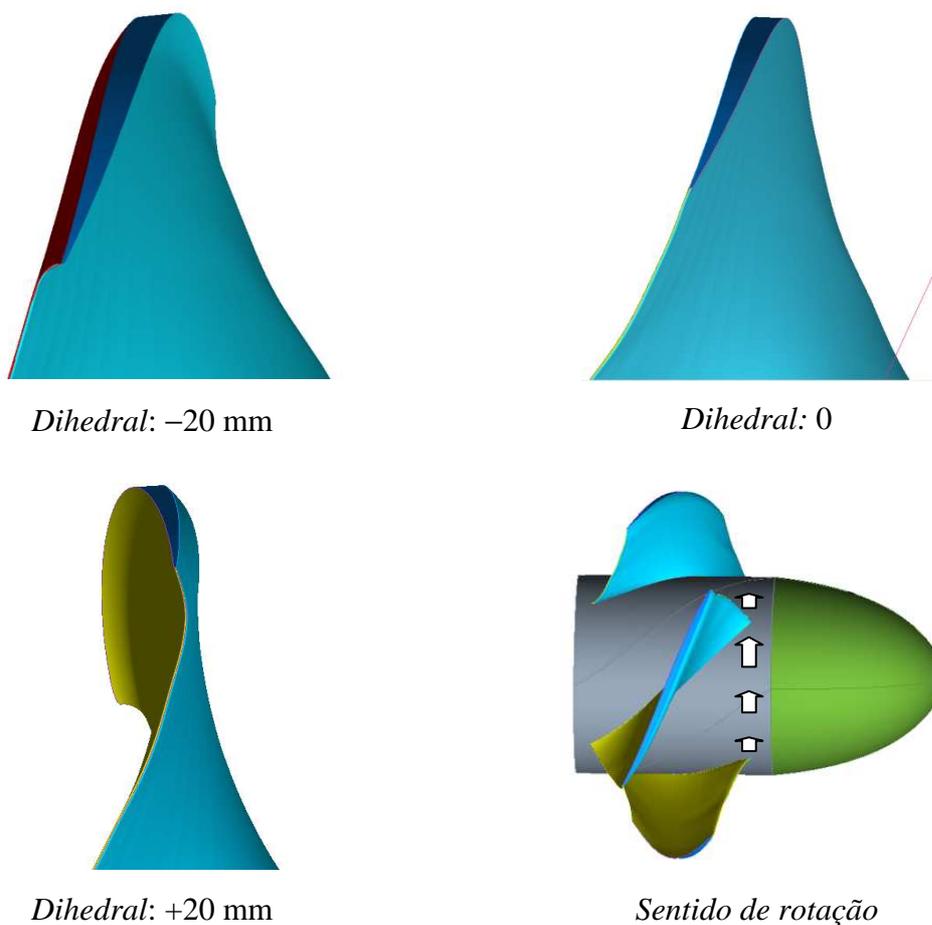
Como já citado, com base nas dimensões básicas do projeto preliminar, define-se o domínio computacional do rotor, isto é, a construção automática de malhas e geometrias parametrizadas através de arquivo tipo *script*. Nesse arquivo foram introduzidas as variáveis de projeto a serem otimizadas, definidas como *sweep* e *dihedral*. Para a solução do escoamento no rotor foi utilizado o *software* FLUENT®. As condições de contorno, modelo de turbulência (*k $\omega$ SST*), propriedades termodinâmicas, rotação e critérios de convergência da solução foram introduzidos através de arquivos auxiliares tipo *journal.jou*.

O processo de integração se inicia com a criação de um arquivo texto contendo as variações de *sweep* e *dihedral*. Neste trabalho foram realizadas pequenas variações na ponta da pá, sendo o *sw* de [-40 mm a +40 mm] e o *dh* de [-20 mm a +20 mm]. A Figura 5.6 mostra o *sweep* na ponta da pá, nos limites de variação de +40 a -40 mm. A Figura 5.7 mostra as variações de *dihedral* em relação ao sentido de rotação.

Outro parâmetro inicial importante a ser definido foi o tamanho do plano de experimentos, sendo  $N_{pop} = 10(n+1)$ , onde  $n$  o número de variáveis do problema. Diante das duas variáveis, *sweep* e *dihedral* ( $n=2$ ), obtém-se, por exemplo, um plano de experimentos com 30 variações randômicas de *sweep* e *dihedral*.



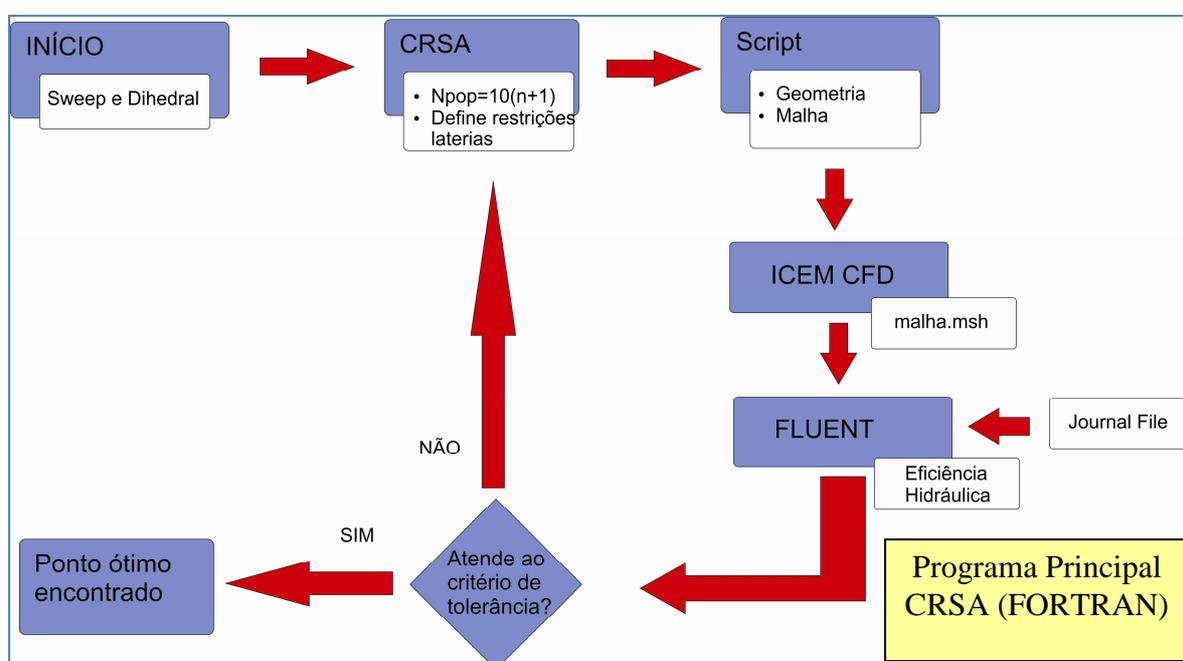
**Figura 5.6** Limites das variações de *sweep*



**Figura 5.7** Limites das variações de *dihedral*

O programa integrador ou gerenciador dos processos é o algoritmo de otimização CRSA escrito em linguagem FORTRAN, que permite gerenciar a integração através de comandos em DOS executados internamente no programa (comando *iqsystem*). Esse programa já desenvolvido pelo LHV do Instituto de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Itajubá, não sendo objetivo de estudo neste trabalho. Dessa forma, é possível executar internamente os *softwares* ICEM-CFD e FLUENT<sup>®</sup> e através desses programas executar arquivos que aqui serão usados para criação da geometria e malha, *script.rpl*, no caso do ICEM-CFD, e para execução da simulação, *journal.jou*, no caso do FLUENT<sup>®</sup>.

A Figura 5.8 apresenta um fluxograma que resume a ordem e iteração dos processos do otimizador.



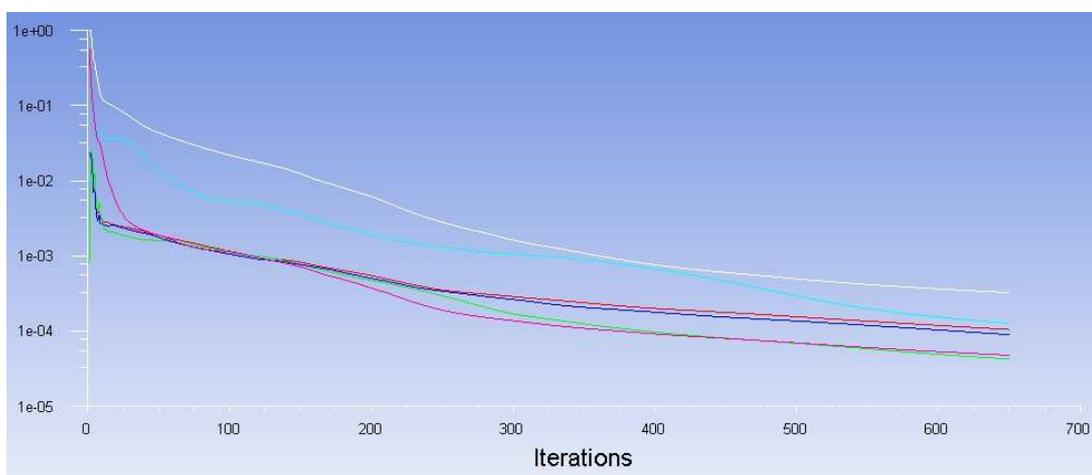
**Figura 5.8** Fluxograma de integração dos processos

Conforme apresenta a Figura 5.8, são definidos os limites das variáveis de projeto no CRSA, como também o tamanho do plano de experimentos. Em seguida, com base nesses valores, é criado o *script.rpl* a partir da junção num arquivo *script1.rpl* existente, contendo todos os comandos para execução da geometria e da malha, e um arquivo *script2.rpl* contendo apenas os valores de *sweep* e *dihedral*. Esse arquivo final é então executado pelo ICEM-CFD<sup>®</sup> em modo *batch* (oculto), gerando a nova geometria e o arquivo *malha.msh*. O *software* FLUENT<sup>®</sup>, através do arquivo *journal.jou*, faz a leitura da nova malha (*malha.msh*) e introduz as condições de contorno, métodos de cálculo, critérios de convergência, entre outros,

todas essas descritas no arquivo *journal*, bem como a inicialização dos cálculos e os resultados no pós-processamento. Depois de atendido o resíduo  $\varepsilon = 10^{-3}$  na simulação CFD, é gerado um arquivo texto que contém o valor do rendimento hidráulico da bomba axial. Esse valor é obtido através de uma ferramenta do FLUENT® denominada de *turbotopology*, onde primeiramente são definidas as superfícies que representam o sistema móvel e fixo, como: pás, topo, ogiva, cubo, carcaça, eixo, entrada, saída e a periodicidade.

Após a geração do plano de experimentos, são obtidos os valores dos rendimentos hidráulicos de todos os pontos do DOE (Design of Experiments), então o CRSA inicia o processo de otimização buscando um máximo rendimento hidráulico. Esse processo pode demorar de algumas horas até alguns dias, dependendo do número de elementos da malha e da complexidade da solução.

O critério de convergência dos resultados estabelecido,  $\varepsilon = 10^{-3}$ , é considerado um bom grau de precisão, levando-se em conta as inúmeras simulações que são feitas pelo otimizador. Essa convergência se deu de maneira suave e coerente, como pode ser observado na Figura 5.9 que mostra a diminuição de resíduos de acordo com o número de iterações.



**Figura 5.9** Demonstrativo da convergência ao longo das iterações

### 5.3 PÓS-PROCESSAMENTO DOS RESULTADOS

Na sequência, são apresentados os resultados das simulações do escoamento, desde a primeira abordagem até o resultado final encontrado como melhor ponto para a combinação de efeitos de *sweep* e *dihedral*. São apresentados os gráficos do tipo colina para os processos

de otimização com base no rendimento hidráulico,  $\eta_h$ . É apresentada também a geometria ótima com os efeitos de deslocamento dos perfis na região próxima à ponta da pá. Nessa etapa, foram obtidos os valores do parâmetro adimensional  $y^+$  em relação ao comprimento da corda da pá. Estão traçados também os gráficos das curvas características de rendimento hidráulico,  $\eta_h$ , altura efetiva (total) de elevação,  $H$ , potência de eixo,  $Pe$ , e potência hidráulica,  $Ph$ , da bomba. Finalmente é analisada a cavitação no rotor da bomba.

### 5.3.1 Rendimento hidráulico e demais grandezas de funcionamento

Tendo por base apenas o projeto preliminar, foi estabelecida uma condição inicial para os deslocamentos dos perfis, visto que não se tinha nenhum estudo para este caso que definiria qual poderia ser a magnitude dos efeitos de *sweep* e *dihedral* aplicados à pá. Para estabelecer estes valores foi realizada uma primeira abordagem do problema com valores escolhidos de *sweep* e *dihedral* de modo que não causasse uma grande deformação geométrica na pá, visando ter uma idéia dos limites das variações desses deslocamentos. Foram então analisados seis pontos, tanto para o *sweep* e como para o *dihedral*, sendo três positivos e três negativos, limitados em uma variação de 12 mm a partir da condição sem nenhum deslocamento. Todos os pontos foram calculados considerando a vazão e rotação de projeto. Depois de realizadas as simulações no programa comercial FLUENT<sup>®</sup>, de maneira manual, isto é, sem uso do otimizador, apenas alterando os valores no arquivo *script.rpl* e importando a malha para simulação no FLUENT<sup>®</sup>, o projeto inicial apresentou um rendimento de  $\eta_h = 85,78\%$ . Analisando estes resultados preliminares observou-se que os deslocamentos negativos, tanto para o *sweep* como para o *dihedral*, proporcionaram uma melhora no rendimento hidráulico da bomba, enquanto o deslocamento positivo resultou num decréscimo, como se observa na Figura 5.10.

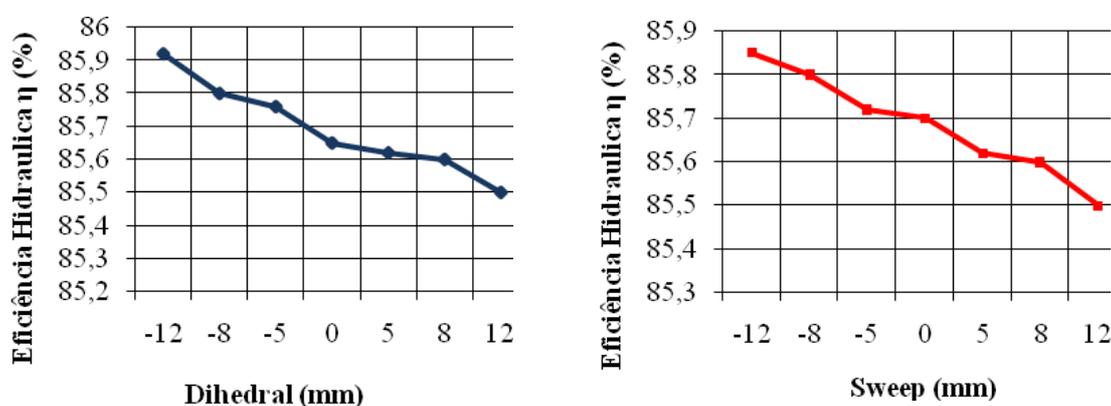
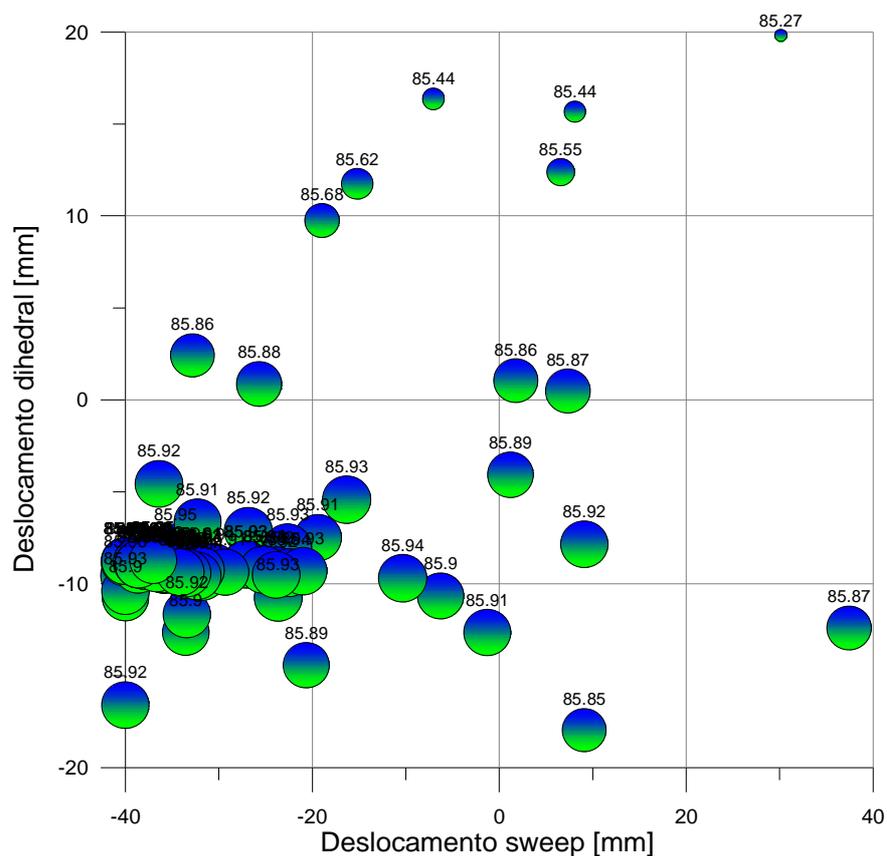


Figura 5.10 Comportamento dos efeitos de *sweep* e *dihedral*

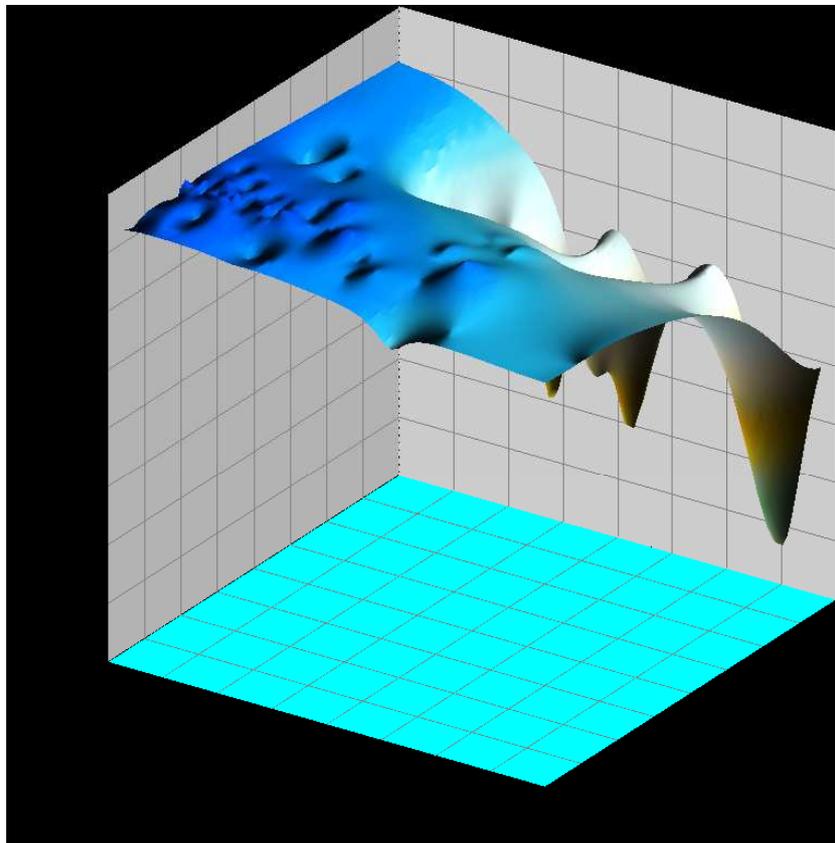
Em uma segunda abordagem, foi realizada a otimização através da integração com CRSA e o *solver* de CFD. Foi gerada uma população inicial de 30 pontos randomicamente para as variáveis de projeto, agora com limites laterais maiores que  $[-40 \text{ mm a } +40 \text{ mm}]$  para o *sweep* e de  $[-20 \text{ mm a } +20 \text{ mm}]$  para o *dihedral*. Esses limites também respeitam a modificação não abrupta na ponta da pá, visto que esta representa, neste caso, 10% da altura da pá, e está dividida em duas estações, como salientado anteriormente. Se fossem adotados valores muito grandes de deslocamentos do perfil poderia ocasionar regiões com geometrias não recomendadas para a bomba. Foram então definidas 100 tentativas para a busca do ótimo da função-objetivo (rendimento hidráulico). A Figura 5.11 apresenta no eixo das ordenadas o efeito *dihedral*, no eixo das abscissas o efeito *sweep*, e o rendimento hidráulico é representado pelo tamanho das bolhas 2D.



**Figura 5.11** Processo de otimização, população inicial: 30 pontos, 100 tentativas de busca

Foi verificado que existe uma grande concentração de valores negativos de *sweep* e *dihedral*, à medida em que o CRSA vai contraindo a população para um máximo global do rendimento hidráulico.

A Figura 5.12 representa o mesmo comportamento de forma mais ilustrativa, evidenciando a região com maiores valores de rendimento hidráulico.



**Figura 5.12** Ilustração do processo de otimização, população inicial: 30, 100 tentativas de busca

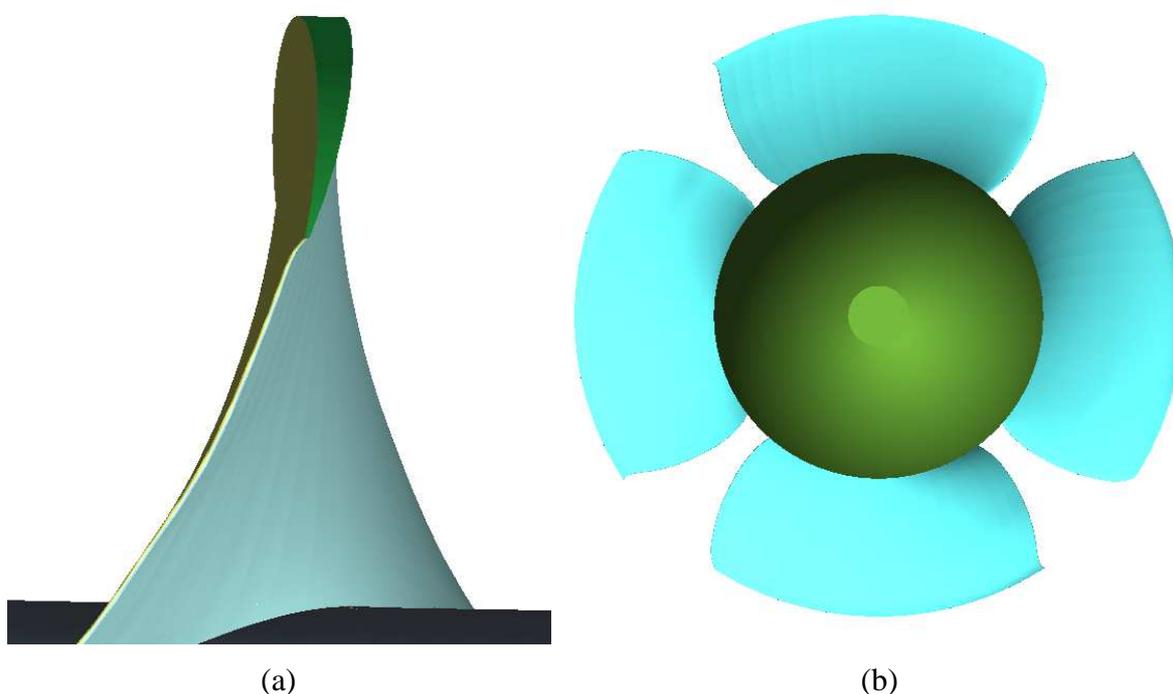
Numa terceira abordagem, foi também criada uma população inicial de 30 pontos com base na contração da população que foi evidenciada na abordagem anterior. Nessa abordagem, os limites de *sweep* e *dihedral* foram mudados de [0 a -40 mm] e [0 a -20 mm] respectivamente, com o objetivo de se fazer uma busca mais depurada do rendimento hidráulico, visto que os valores com maiores rendimentos estavam compreendidos neste intervalo, conforme constatado na abordagem anterior. Foram realizadas desta vez 50 tentativas de busca do ótimo.

As Figuras 5.13 e 5.14 apresentam os novos valores de rendimento hidráulico dentre os novos limites de variação e pode ser observado que novamente foi apresentada uma boa convergência para uma determinada região do gráfico, região esta compreendida entre *sweep* [-30 mm e -15 mm] e *dihedral* [-10 mm e -4 mm].



Nessa terceira análise, foi encontrado o valor do máximo rendimento hidráulico igual a 85,95 %, para os valores de  $sweep = -29,3$  mm e  $dihedral = -7,8$  mm. Pode-se observar na Figura 5.13 que existem outros pontos muito próximos do valor ótimo de rendimento hidráulico que também podem ser considerados. Entretanto, devem ser feitas análises mais criteriosas com base em metodologias de otimização robusta para determinar o ótimo absoluto.

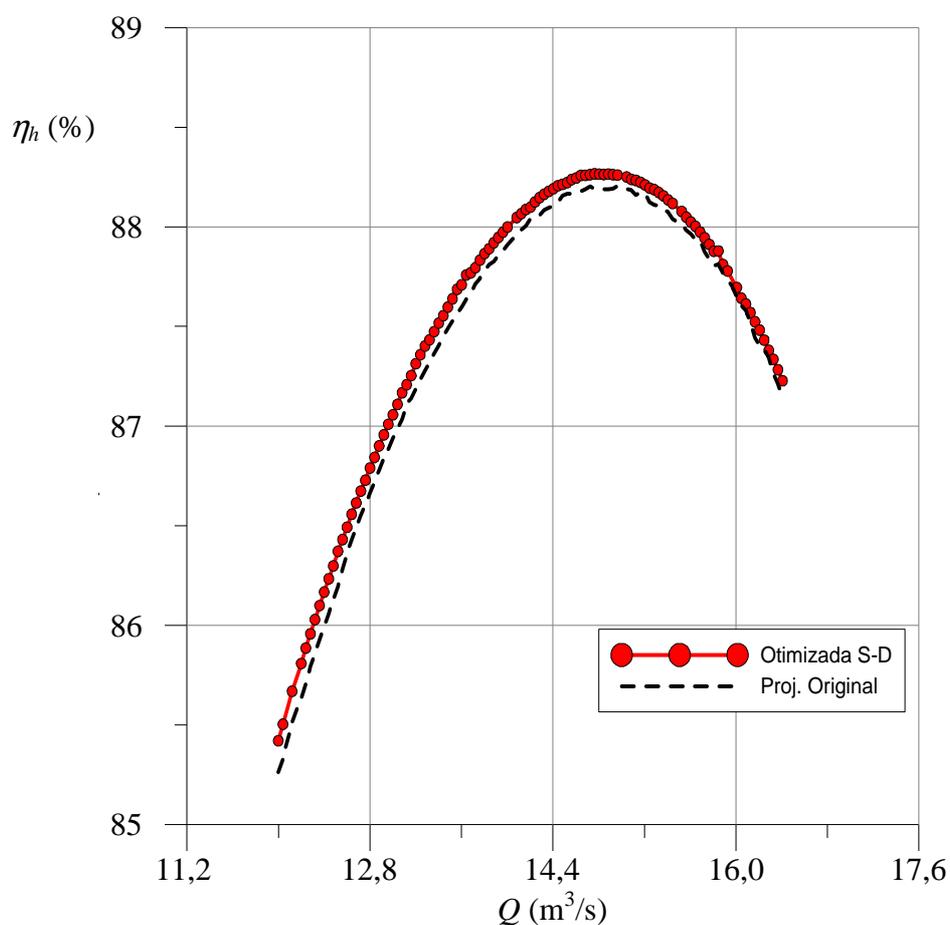
Na Figura 5.15 são apresentados o  $sweep$  e o  $dihedral$  ótimos para a obtenção do máximo rendimento hidráulico. Deve-se observar que as variações geométricas na região próxima à ponta da pá são pequenas, mantendo-se praticamente a integridade do projeto preliminar, como já era esperado, visto que o  $sweep$  e o  $dihedral$  foram aplicados apenas entre a penúltima (9ª.) e a última (10ª.) estações da pá. Se esses deslocamentos fossem aplicados numa região maior, por exemplo, entre a 6ª. e a 10ª. estações, a geometria da pá seria modificada mais significativamente, em consequência, o rendimento hidráulico também mudaria e poderia ser esperado um maior rendimento. Essa metodologia tem como objetivo oferecer informações para a melhoria dos projetos de bombas axiais.



**Figura 5.15** Geometria ótima da pá: (a)  $Dihedral = -7,8$  mm,  
(b)  $Sweep = -29,3$  mm

A Figura 5.16 mostra o gráfico do rendimento hidráulico para 106 valores de vazão volumétrica. Foi observado que, em toda a faixa de vazões, o rotor com pás otimizadas apresen-

tou melhores rendimentos hidráulicos, em comparação com o projeto original (sem *sweep* e sem *dihedral*). A diferença relativamente pequena entre esses rendimentos pode ser atribuída ao *sweep* e ao *dihedral* aplicados somente numa pequena região próxima à ponta da pá. Por outro lado, observa-se que os máximos rendimentos hidráulicos, tanto do rotor otimizado como do rotor original, correspondem aos valores de vazão muito próximos de  $14,80 \text{ m}^3/\text{s}$ . No caso do rotor otimizado, o rendimento hidráulico foi de 88,30 %, enquanto que para o rotor original foi de 88,12 %.

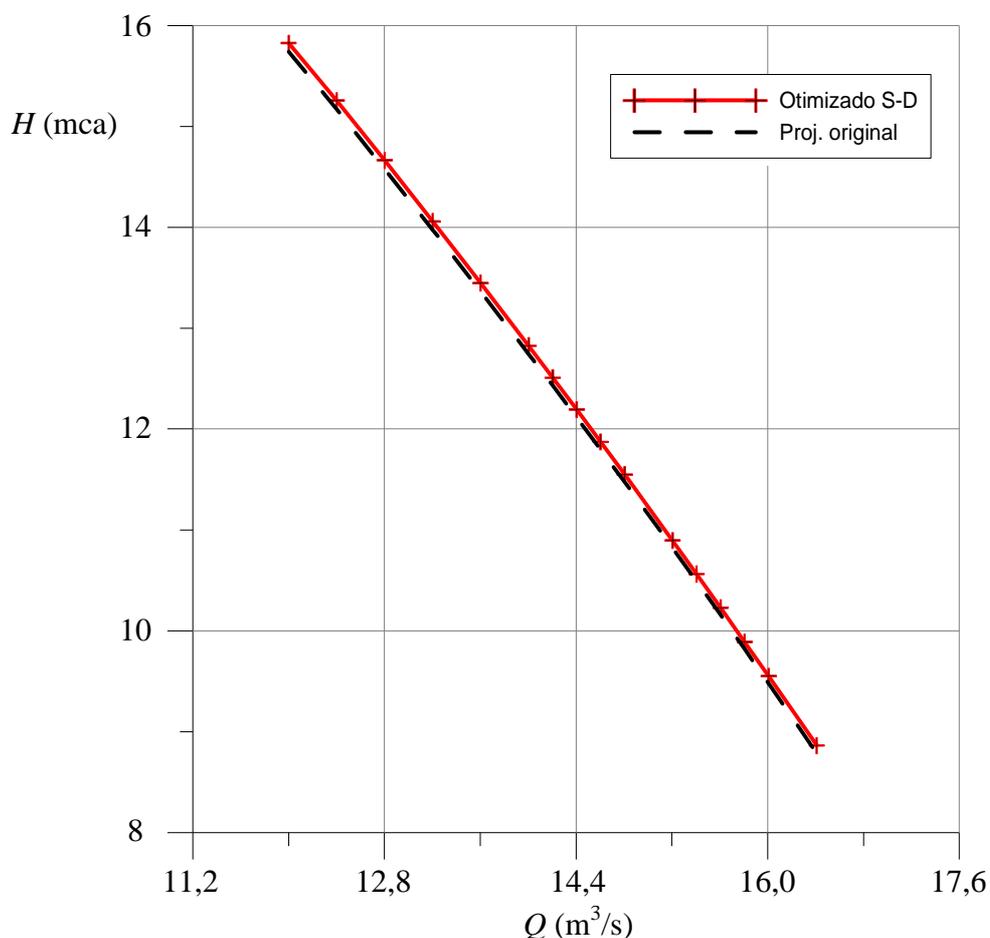


**Figura 5.16** Rendimento hidráulico em função da vazão volumétrica

É evidente que existe uma diferença de  $2,52 \text{ m}^3/\text{s}$  (20,5 %) entre a vazão correspondente ao rendimento hidráulico máximo calculado por meio de DFC ( $14,80 \text{ m}^3/\text{s}$ ), *Bomba A*, e a vazão nominal (vazão correspondente ao rendimento total máximo) da bomba de  $12,28 \text{ m}^3/\text{s}$ , *Bomba B*, tomada como vazão de projeto. Vale ressaltar que a geometria da *Bomba B*, além do rotor axial, é composta por um corpo de entrada curvado, uma carcaça cilíndrica que envolve o rotor, um corpo de saída também curvado e atravessado pelo eixo da bomba, e um

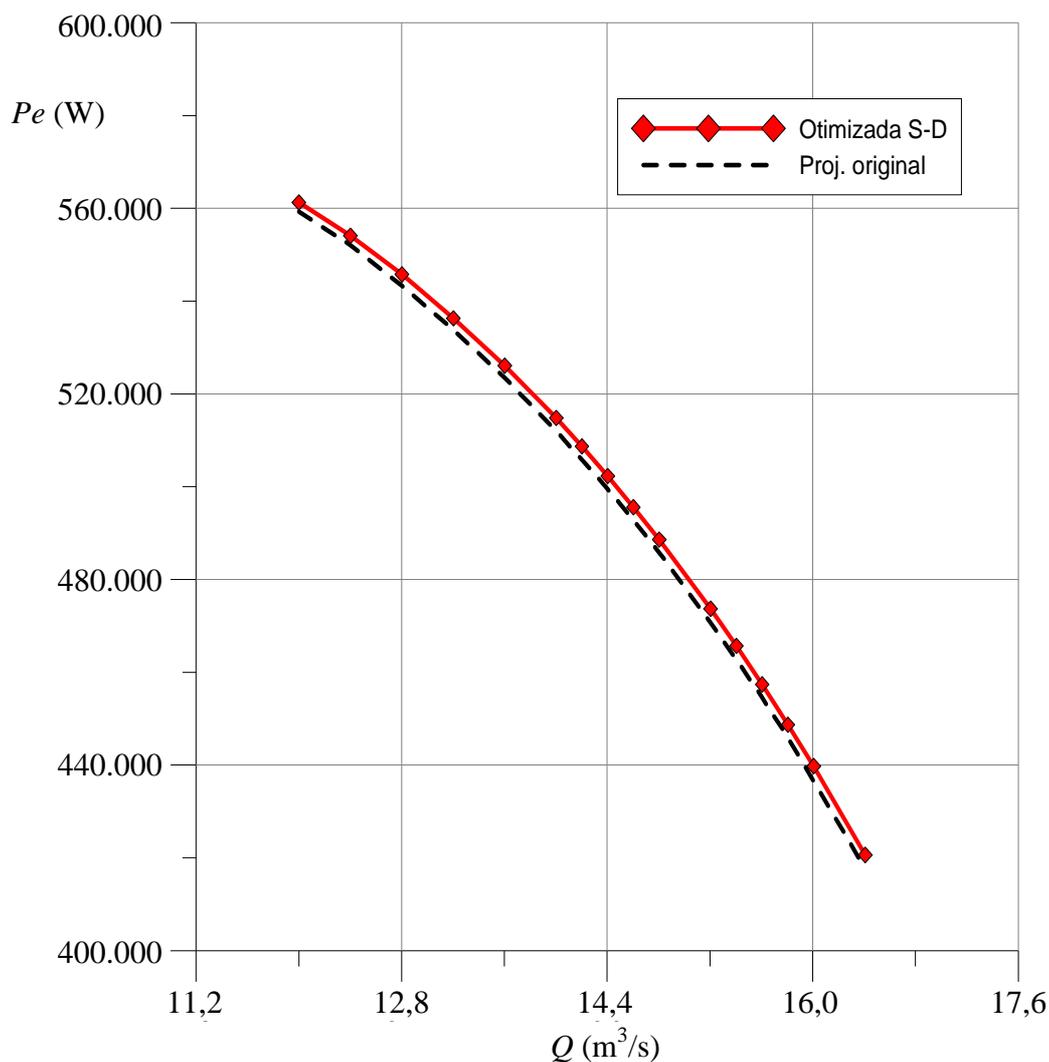
difusor aletado (após o rotor). A *Bomba A* do presente trabalho, além do rotor axial, é composta pela carcaça cilíndrica que envolve o rotor, um corpo cilíndrico reto antes do rotor, um corpo cilíndrico reto após o rotor e o eixo da bomba (Figura 5.2). Portanto, além da diferença de geometrias dos componentes antes e após o rotor, a *Bomba A* não possui difusor aletado e, em consequência, deve apresentar uma vazão maior que aquela referente à *Bomba B*, uma vez que o difusor aletado atua como uma restrição ao escoamento oriundo do rotor.

Para a obtenção da curva característica de altura efetiva de elevação,  $H$ , foram considerados 16 valores de vazão volumétrica, tanto para o rotor com pá otimizada como para o rotor original. A Figura 5.17 apresenta essas curvas. Pode-se observar um ganho na altura efetiva de elevação para o caso do rotor com pá otimizada, assim como ocorreu na curva de rendimento hidráulico descrita acima. Para a vazão nominal de  $12,28 \text{ m}^3/\text{s}$  da *Bomba B*, resultou numa altura efetiva de elevação,  $H$ , de  $15,4 \text{ mca}$ . Para a vazão de  $14,80 \text{ m}^3/\text{s}$ , correspondente ao rendimento hidráulico máximo da *Bomba A*, resultou numa altura efetiva de elevação de  $11,40 \text{ mca}$ .



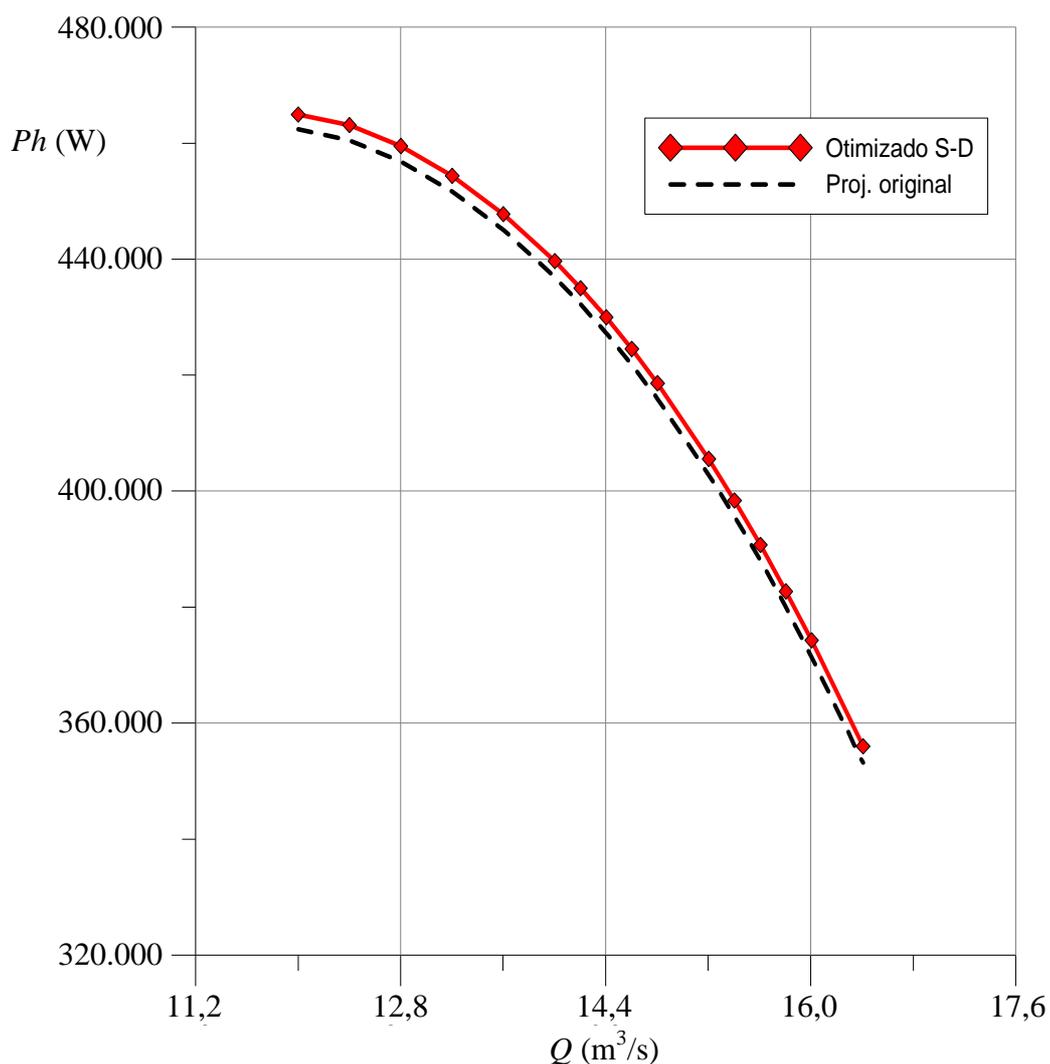
**Figura 5.17** Altura efetiva de elevação em função da vazão volumétrica

Da mesma maneira, a curva característica de potência de eixo em função da vazão volumétrica, representada na Figura 5.18, mostra valores coerentes para o projeto original e para o rotor com pá otimizada, que apresentou potência de eixo maior após a otimização. Para o ponto de rendimento máximo com vazão de  $14,80 \text{ m}^3/\text{s}$  é necessária uma potência de eixo de aproximadamente  $47,9 \text{ kW}$ .



**Figura 5.18** Potência de eixo em função da vazão volumétrica

Finalmente, a Figura 5.19 apresenta a curva de potência hidráulica em função da vazão volumétrica que consequentemente apresentou o mesmo comportamento das outras curvas descritas anteriormente, com potência hidráulica maior para a condição de rotor otimizado para uma mesma vazão. Para o ponto de maior rendimento, referente à vazão de  $14,80 \text{ m}^3/\text{s}$ , a potência hidráulica foi de  $42,3 \text{ kW}$ .

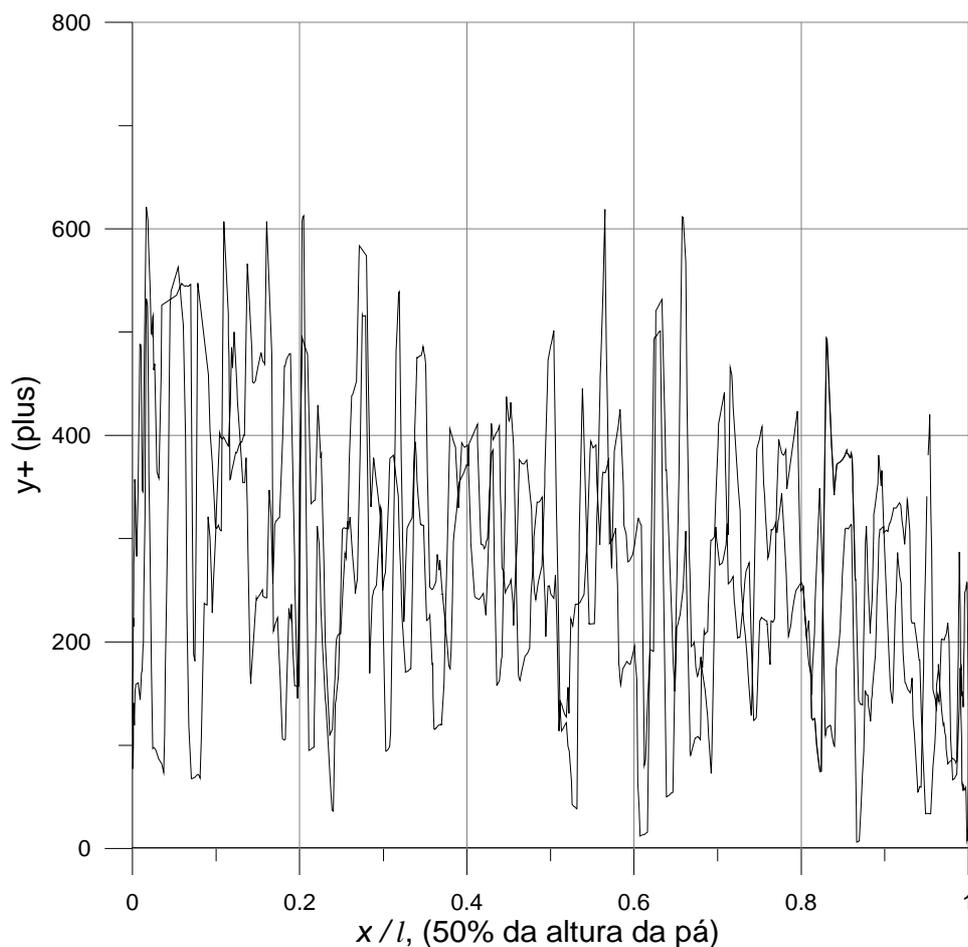


**Figura 5.19** Potência hidráulica em função da vazão volumétrica

### 5.3.2 Determinação de $Y^+$

A Figura 5.20 apresenta a variação de  $y^+$ , na altura média (50 %) da pá, oscilando entre aproximadamente 5 e 600, resultando num valor médio de 268,12. Esse valor é adequado, pelo fato de o modelo de turbulência  $k - \omega$  contar com funções de parede que permitem a geração de malhas pouco refinadas.

O modelo  $k - \omega$  possui funções de parede que permitem o cálculo das variáveis da camada-limite para quantificar as tensões de atrito na parede de forma efetiva, sendo assim o valor de  $y^+$  na ordem de 268,12 pode ser considerado apropriado para os propósitos do presente trabalho.



**Figura 5.20** Variação de  $y^+$  na altura média (50 %) da pá

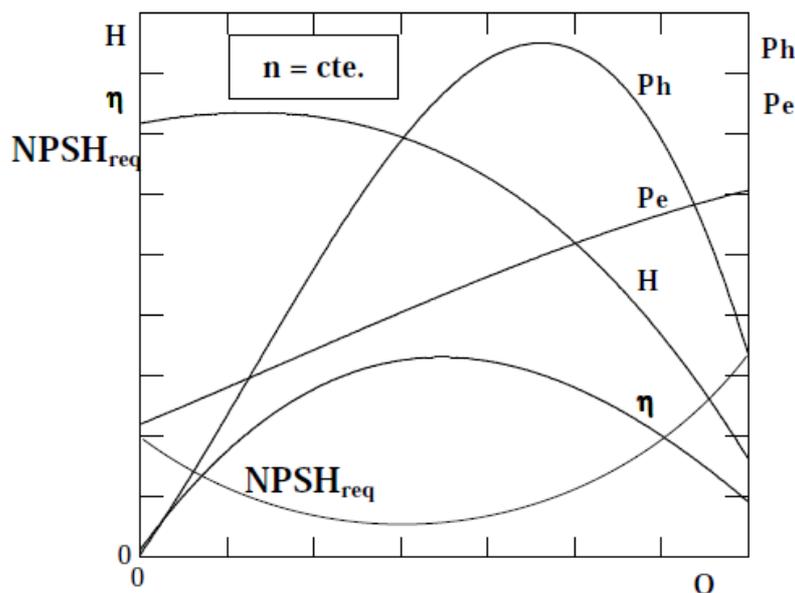
## 5.4 CAVITAÇÃO

A cavitação surge quando a pressão em algum ponto do líquido em escoamento é igual ou menor que a pressão de vapor do líquido na temperatura de trabalho, originando o aparecimento de bolhas ou cavidades de vapor do líquido, daí o nome de cavitação. Essas bolhas são arrastadas pelo líquido em escoamento e são implodidas nas regiões de maiores pressões. O desaparecimento das bolhas cria espaços para que o líquido circundante penetre nesses espaços. O surgimento e desaparecimento das bolhas de vapor do líquido se processam com frequências altas, da ordem de  $10^4 \text{ s}^{-1}$ .

As partículas formadas pela condensação se chocam muito rapidamente umas de encontro às outras, e de encontro à superfície sólida que se antepõe ao seu deslocamento. Os cho-

ques contra as superfícies sólidas causam a degradação do material, provocando a denominada erosão cavital.

A cavitação provoca além da erosão cavital, vibrações na turbomáquina, aumento do ruído, queda do rendimento e da altura de energia, e conseqüentemente aumento da potência de eixo em bombas e sua diminuição dessa potência em turbinas hidráulicas.



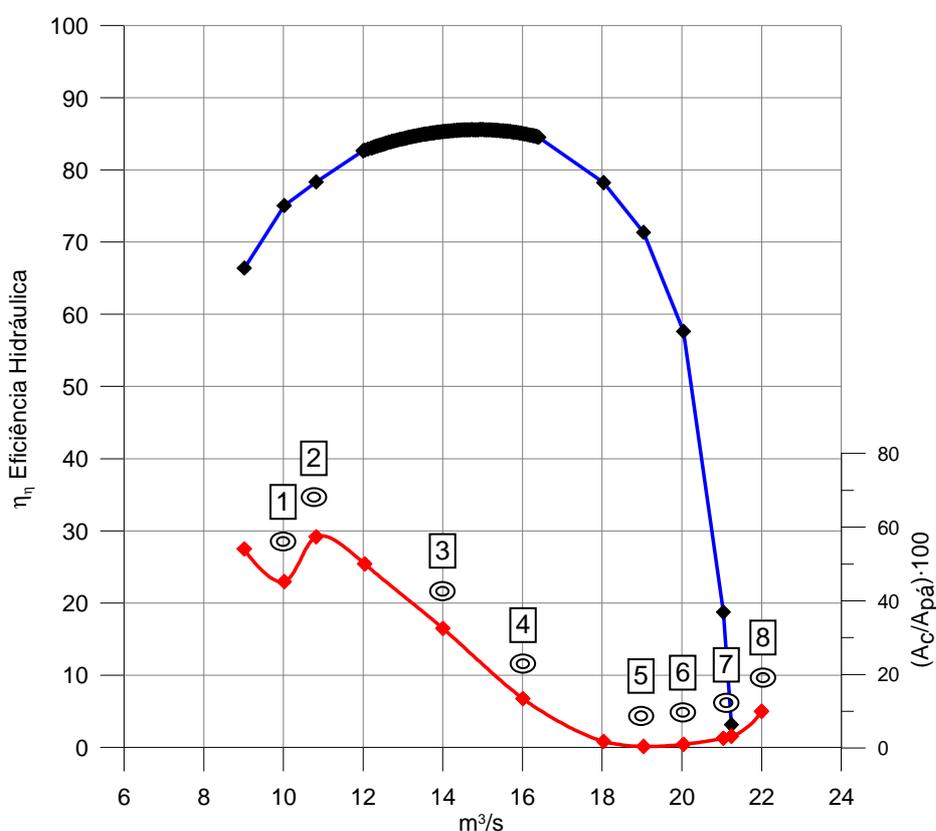
**Figura 5.21** Curvas características de uma bomba centrífuga

Através do estudo da cavitação, surge uma nova característica de funcionamento para as turbomáquinas. Essa característica está associada com o chamado coeficiente de cavitação mínimo,  $\sigma_{\min}$ , ou coeficiente de *Thoma*. No caso de bombas, essa característica é denominada de  $NPSH_{req}$  (*Net Positive Suction Head Required*) ou  $NPSH$  da bomba, normalmente utilizada na literatura internacional, ou ainda  $APLS_{req}$  (*Altura Positiva Líquida de Sucção requerida* ou altura de sucção positiva requerida). A Figura 5.21 mostra diversas curvas características de uma bomba centrífuga para uma rotação constante. Observa-se que o valor do  $NPSH_{req}$  no ponto de máximo rendimento total,  $\eta$ , ocorre numa faixa muito próxima do menor valor do  $NPSH_{req}$ . Porém, essa situação pode não ocorrer em diversas bombas, particularmente no caso de bombas axiais, onde o menor valor de  $NPSH_{req}$  pode ocorrer, dependendo do projeto da bomba, para uma vazão bem diferente daquela correspondente ao máximo rendimento.

Análises de cavitação utilizando ferramentas de pós-processamento em CFD, com base nos campos de pressões, são muito úteis para a demonstração das regiões sujeitas à cavitação. Uma forma de análise é o mapeamento da pressão de vapor da água de 2346 Pa (à temperatu-

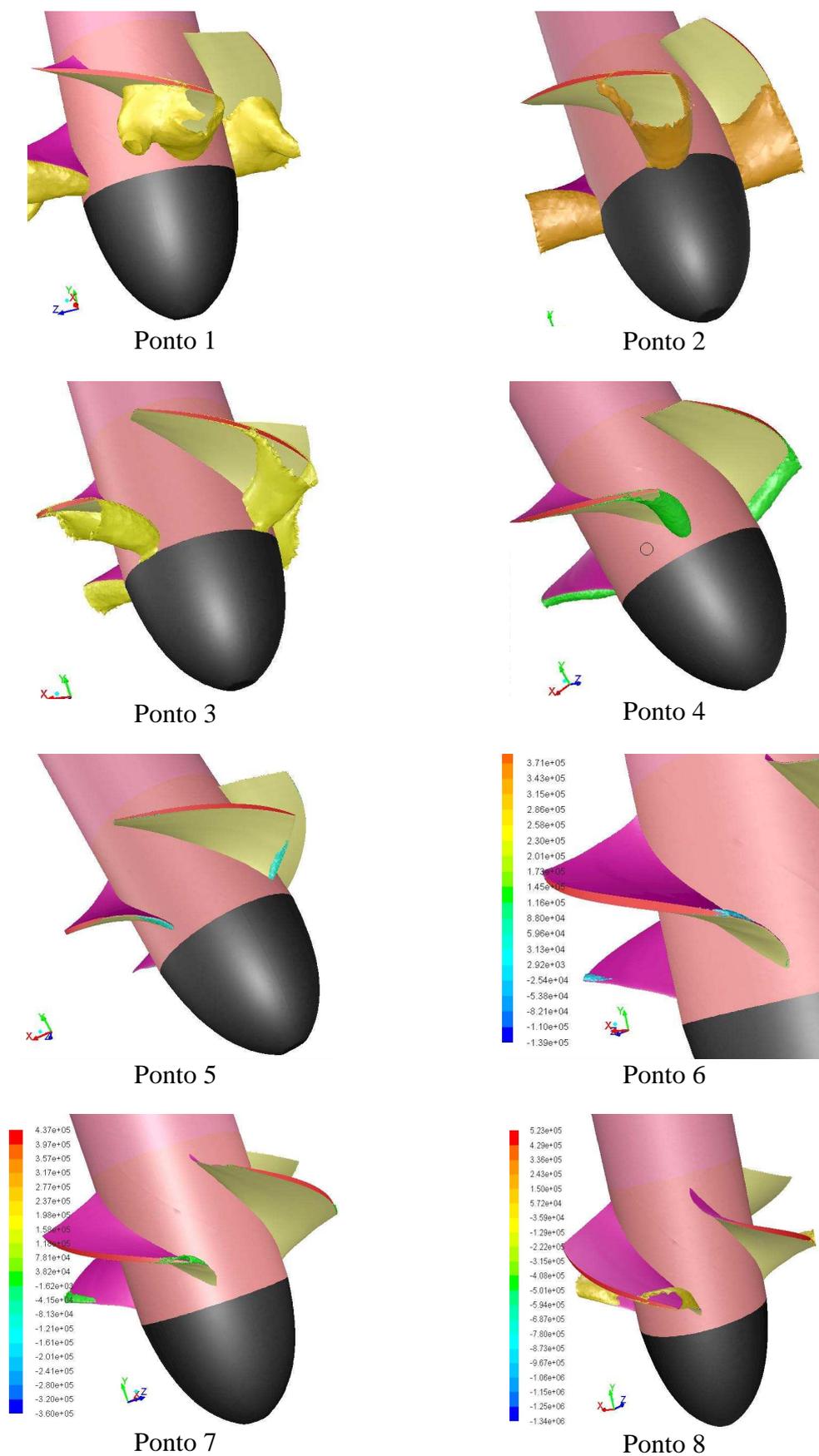
ra de 20 °C) através da geração de iso-superfícies com o valor de 2346 Pa em todo o domínio computacional do rotor. Sendo assim, é possível definir como região sujeita à cavitação ou intensidade de cavitação dada pela relação entre a área da superfície sujeita à cavitação,  $A_c$ , e a área da superfície da pá,  $A_{pá}$ .

Com objetivo de quantificar a intensidade da cavitação, a Figura 5.22, além do rendimento hidráulico, representa também a relação  $(A_c/A_{pá}) \times 100$ , onde o valor mínimo dessa relação corresponde a uma vazão em torno de 72 % maior que aquela referente ao máximo rendimento. Para valores de vazão inferiores à vazão nominal (vazão referente ao máximo rendimento), a relação  $A_c/A_{pá}$  apresenta oscilação na faixa em torno de 9 a 11 m<sup>3</sup>/s.



**Figura 5.22** Rendimento hidráulico e intensidade de cavitação em função da vazão volumétrica

A Figura 5.23 apresenta, na forma de iso-superfícies, as regiões onde a pressão absoluta da água em escoamento no rotor é igual ou menor que a pressão de vapor da água (2346 Pa). Nessa figura, a identificação Ponto 1, Ponto 2, ..., Ponto 8 corresponde aos 8 valores de vazões indicados na Figura 5.22. Aumentando-se a vazão a partir do Ponto 2 (Figura 5.22), a região com pressões iguais ou menores que 2346 Pa (lado de sucção) da pá vai diminuindo (diminuindo a cavitação) até o Ponto 5 onde praticamente as pressões são maiores que 2346 Pa.



**Figura 5.23** Iso-superfícies de pressões iguais ou menores que a pressão de vapor da água de 2346 Pa

Após o Ponto 5, ainda com o aumento da vazão, as pressões voltam a ser iguais ou menores que 2346 Pa, intensificando novamente as regiões de cavitação, podendo-se observar a separação da camada-limite agora no lado de pressão da pá.

É importante destacar que análises mais profundas de cavitação podem ser realizadas utilizando modelos para escoamentos multifásicos, onde se prevê mudanças de fase, com objetivo de caracterizar mais realisticamente o fenômeno da cavitação. Porém essa abordagem requer um maior custo computacional quando integrada com algoritmos de otimização. Por outro lado, a análise de cavitação com modelos monofásicos, através do mapeamento da pressão de vapor do líquido operado pela turbomáquina, tem-se mostrado adequada para inúmeras análises em rotores de bombas e turbinas hidráulicas na indústria.

## Capítulo 6

# CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões extraídas deste trabalho. Algumas sugestões para trabalhos futuros são indicadas para o projeto hidrodinâmico de rotores axiais bem como para estudos relacionados ao *sweep* e *dihedral* na pá.

## 6.1 CONCLUSÕES

No Capítulo 1 foram apresentadas algumas características de bombas axiais e seus principais componentes, e foi introduzida uma grandeza adimensional importante, na área de turbomáquinas, que é a rotação específica referente à vazão,  $n_{qA}$ . Essa grandeza é muito importante para o projeto hidrodinâmico preliminar de turbomáquinas. Foi também descrita uma revisão bibliográfica sobre o projeto hidrodinâmico de bombas axiais, particularmente do seu rotor, e sobre o tema central deste trabalho, que é a utilização do *sweep* e do *dihedral* em pás de rotores axiais. Comentou-se a importância desses dois tipos de deslocamentos que, quando aplicados de maneira apropriada na região próxima à ponta da pá, reduzem as perdas de escoamento no rotor e conseqüentemente aumenta o rendimento total da bomba. Foi enfatizado que existem poucos trabalhos publicados a respeito desses dois tipos de deslocamentos em turbomáquinas hidráulicas axiais (mas não em turbomáquinas térmicas), basicamente em ventiladores, e, aparentemente, não existe trabalho sobre tal assunto aplicação em bombas axiais.

No Capítulo 2 foram apresentados alguns aspectos básicos sobre o escoamento em turbomáquinas axiais, particularmente, em seus rotores. Uma maior ênfase foi dada ao escoamento na folga de topo e nas suas vizinhanças, e também a influência dessas perdas no desempenho dessas máquinas. Foi comentado que tal escoamento pode se estender numa boa extensão do comprimento das pás, interagindo com o escoamento principal no rotor e tornando ainda mais complexo o escoamento. Também foram descritas não só as perdas de escoamento que ocorrem na folga de topo mas também as perdas em rotores, bem como as maneiras de quantificá-las.

No Capítulo 3 foi apresentada uma metodologia para o projeto preliminar de rotores axiais e também para o projeto hidro ou aerodinâmico de pás desse tipo de rotor, esta baseada na teoria da asa de sustentação. Neste trabalho, foi utilizada a condição de vórtice-livre para a solução da equação de equilíbrio radial. Foi apresentada também uma modificação da geometria das pás utilizando a combinação do *sweep* e do *dihedral*. Foi enfatizado o porquê do uso desses dois deslocamentos apenas numa pequena região próxima à ponta das pás.

No Capítulo 4 foram apresentadas as técnicas de dinâmica dos fluidos computacional, o modelo matemático e utilizado e suas equações de conservação. Para a obtenção da solução numérica das equações, foram apresentados os sistemas de referência do programa comercial FLUENT<sup>®</sup> utilizado. Foram também descritos como foi realizada a discretização do domínio por meio da geração da malha computacional, os tipos de malhas, a lei de parede para obter o parâmetro adimensional  $y^+$ , as equações para o escoamento turbulento e uma descrição sucinta de alguns modelos de turbulência, especificamente o modelo de tensão cisalhante  $k-\omega SST$  utilizado neste trabalho.

No Capítulo 5 foram apresentados e analisados os resultados obtidos da simulação numérica através de técnicas de dinâmica dos fluidos computacional. Tal simulação foi realizada não só para o rotor axial convencional (projeto original) projetado neste trabalho mas também para este mesmo rotor, porém com a modificação da geometria das pás (rotor modificado) descrita anteriormente. Foram apresentadas todas as condições para obtenção do ponto ótimo do *sweep* e do *dihedral*, incluindo o processo para geração da geometria e da malha do rotor, bem como sua iteração com o *software* de simulação numérica através do otimizador existente. Foram realizadas três abordagens a fim de restringir o campo de análise dos efeitos de *sweep* e *dihedral*, convergindo para uma região comum.

Os resultados numéricos mostraram que a aplicação do *sweep* e do *dihedral* contribuiu para um aumento no rendimento hidráulico do rotor axial em toda faixa de vazões analisada,

ainda que tal aplicação fosse realizada em apenas uma pequena região próxima à ponta da pá, correspondente a 10% da altura da pá. Dessa maneira, procurou-se limitar os valores de *sweep* e *dihedral* para que não ocasionasse regiões com geometrias em “degraus”, causando grandes interferências no escoamento e conseqüentemente reduzindo muito o rendimento da máquina. De posse do ponto ótimo de rendimento da máquina, foi observado que a vazão ótima diferiu da vazão inicial de projeto. Entretanto, deve ser observado que a vazão obtida da simulação é para uma bomba axial sem difusor, sem corpo de entrada com boca de sino e sem corpo de saída curvado (Figura 1.1) e os dados de projeto (vazão e altura efetiva de elevação) são de uma bomba completa, semelhante àquela da Figura 1.1.

## 6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

No caso do projeto hidrodinâmico do rotor, foram adotados certos coeficientes, como o coeficiente de cavitação (Thoma),  $\sigma_c$ , desenvolvido por Pfleiderer (1960), para a definição da rotação. Também, o coeficiente de diâmetro,  $\delta$ , e o coeficiente de ligeireza,  $\sigma$ , foram interpolados de gráficos, como o diagrama de Cordier (1955). Esse tipo de interpolação (em gráficos) sempre pode causar discrepâncias nos valores lidos e conseqüentemente resultar em valores diferentes tanto para o diâmetro externo como para o diâmetro interno do rotor, ou seja, pode-se obter diferentes geometrias de rotores para os mesmos dados de projeto. Isso também pode afetar o número de pás, por exemplo, 4 pás resulta em características de desempenho diferentes de 3 ou de 5 pás. Finalmente, a escolha de cada perfil baseada em diagramas polares pode causar mudanças na geometria de cada estação da pá, alterando também as características de desempenho da máquina.

Para trabalhos futuros, uma sugestão seria adotar outro valor de relação de diâmetro, presente na faixa permitida do diagrama utilizado com base na rotação específica da bomba, refazendo os cálculos e simulando em *software* apropriado, comparando os resultados com as condições iniciais de projeto. Também, pode-se escolher outras famílias de perfis para o projeto, que implicará em diferentes desempenhos da máquina.

Outro ponto de estudo deste trabalho foi a aplicação do deslocamento nos perfis na ponta da pá, visando diminuir os efeitos causados pelo escoamento através da folga de topo. Conforme descrito anteriormente, a aplicação de *sweep* e *dihedral* apenas nas proximidades da

ponta da pá pode ser estendida para uma região mais afastada dessa ponta, que deverá resultar em diferentes características de desempenho da máquina.

Depois de decidido as estações que seriam aplicados os deslocamentos, foi adotado um intervalo de valores, nesse caso, o *sweep* variou de  $-40$  mm a  $+40$  mm e o *dihedral* de  $-20$  mm a  $+20$  mm. Esses valores foram adotados com base em uma análise visual de forma que não deformasse em demasia (em degraus) a ponta da pá. Uma fonte de novas investigações seria aumentar esses deslocamentos, procurando novos resultados e comparando com os já existentes.

Uma melhor abordagem seria a junção dos dois critérios citados acima, isto é, aumentar o número de estações radiais da pá e concomitantemente aumentar os valores de deslocamentos do perfil de cada estação, podendo dessa maneira obter resultados mais abrangentes.

Um terceiro ponto, mas não menos importante, foi a escolha do otimizador utilizado, neste caso o método CRSA. Em um novo estudo pode-se escolher um outro método de otimização que possa encontrar um novo ponto de melhor aplicação dos efeitos aplicados.

## Apêndice A

# EXPRESSÕES PARA O MODELO DE TURBULÊNCIA $k-\omega$ SST

Este apêndice apresenta as expressões e as constantes utilizadas em cada um dos termos das equações de transporte, Equações (3.18) e (3.19) do Capítulo 3, para o modelo de turbulência  $k-\omega$  SST.

O termo  $\tilde{G}_k$  representa a geração da energia cinética turbulenta devido aos gradientes da velocidade média. Esse termo depende de  $G_k$ , e ambos estão definidos por

$$\tilde{G}_k = \min(G_k, 10\rho\beta^* k\omega) \quad (\text{A.1})$$

$$G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (\text{A.2})$$

$G_\omega$  representa a geração de  $\omega$  e é dada por

$$G_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} \tilde{G}_k \quad (\text{A.3})$$

sendo

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left( \frac{\alpha_0 + Re_t / R_\omega}{1 + Re_t / R_\omega} \right) \quad (\text{A.4})$$

sendo

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left( \frac{\alpha_0^* + Re_t / R_k}{1 + Re_t / R_k} \right) \quad (\text{A.5})$$

$$\alpha_\infty = F_1 \alpha_{\infty,1} + (1 - F_1) \alpha_{\infty,2} \quad (\text{A.6})$$

$$\alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{w,1} \sqrt{\beta_\infty^*}} \quad (\text{A.7})$$

$$\alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{w,2} \sqrt{\beta_\infty^*}} \quad (\text{A.8})$$

onde

$$Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (\text{A.9})$$

$$\alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3} \quad (\text{A.10})$$

Para elevados números de Reynolds  $\alpha^* = \alpha_\infty^* = 1$ . Nas Equações (3.18) e (3.19),  $\Gamma_k$  e  $\Gamma_\omega$  representam as difusividades efetivas de  $k$  e  $\omega$ , respectivamente, e são calculadas por

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (\text{A.11})$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (\text{A.12})$$

onde  $\sigma_k$  e  $\sigma_\omega$  são os números de Prandtl para  $k$  e  $\omega$  respectivamente. A viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , é dada por

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[ \frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{\alpha_1 \omega} \right]} \quad (\text{A.13})$$

onde  $S$  é a magnitude da taxa de deformação e

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1 / \sigma_{k,1} + (1 - F_1) / \sigma_{k,2}} \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{F_1 / \sigma_{\omega,1} + (1 - F_1) / \sigma_{\omega,2}} \quad (\text{A.15})$$

As funções  $F_1$  e  $F_2$ , são dadas por

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4) \quad (\text{A.16})$$

$$\Phi_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2} \right] \quad (\text{A.17})$$

$$D_\omega^+ = \max \left[ 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right] \quad (\text{A.18})$$

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2) \quad (\text{A.19})$$

$$\Phi_2 = \max \left[ 2 \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right] \quad (\text{A.20})$$

onde  $y$  é a distância até a próxima superfície e  $D_\omega^+$  é a parte positiva do termo de difusão cruzada,  $D_\omega$ , definido por

$$D_\omega = 2(1 - F_1)\rho \frac{1}{\omega \sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (\text{A.21})$$

Nas Equações (3.18) e (3.19),  $Y_k$  e  $Y_\omega$  representam a dissipação de  $k$  e  $\omega$  devido à turbulência.  $Y_k$  é calculada da seguinte forma:

$$Y_k = \rho \beta^* k \omega \quad (\text{A.22})$$

onde

$$\beta^* = \beta_i^* \left[ 1 + \zeta^* F(M_t) \right] \quad (\text{A.23})$$

$$\beta_i^* = \beta_\infty^* \left( \frac{4/15 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4}{1 + (\text{Re}_t / R_\beta)^4} \right) \quad (\text{A.24})$$

$Y_\omega$  é definida por

$$Y_\omega = \rho \beta \omega^2 \quad (\text{A.25})$$

onde

$$\beta = \beta_i \left[ 1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i} \zeta^* F(M_t) \right] \quad (\text{A.26})$$

$$\beta_i = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2} \quad (\text{A.27})$$

As constantes do modelo de turbulência  $k-\omega$  SST são dadas por

$$\sigma_{k,1} = 1,176 \quad (\text{A.28})$$

$$\sigma_{\omega,1} = 2,0 \quad (\text{A.29})$$

$$\sigma_{k,2} = 1,0 \quad (\text{A.30})$$

$$\sigma_{\omega,2} = 1,168 \quad (\text{A.31})$$

$$\alpha_1 = 0,31 \quad (\text{A.32})$$

$$\beta_{i,1} = 0,075 \quad (\text{A.33})$$

$$\beta_{i,2} = 0,0828 \quad (\text{A.34})$$

$$\alpha_\infty^* = 1 \quad (\text{A.35})$$

$$\alpha_\infty = 0,52 \quad (\text{A.36})$$

$$\alpha_0 = 1/9 \quad (\text{A.37})$$

$$R_\omega = 2,95 \quad (\text{A.38})$$

$$\kappa = 0,41 \tag{A.39}$$

$$R_k = 6 \tag{A.40}$$

$$\zeta^* = 1,5 \tag{A.41}$$

$$R_\beta = 8 \tag{A.42}$$

$$\beta_\infty^* = 0,09 \tag{A.43}$$

$$M_t = 0,25 \tag{A.44}$$

## Apêndice B

# MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO CRSA

O método de otimização utilizado neste trabalho foi o algoritmo de busca aleatória controlada (*Controlled Random Search Algorithm – CRSA*), desenvolvido por Price (1977). Trata-se de um algoritmo de minimização global nitidamente voltado para o tratamento de problemas mono-objetivo no qual, a cada iteração, ocorre a substituição de apenas um único indivíduo da população, aquele que apresenta o maior valor da função-objetivo, resultando em apenas uma avaliação dessa função em cada iteração. Outras versões deste algoritmo foram propostas e testadas por Ali *et al.* (1997). Comparações posteriores entre versões do CRSA e algoritmos genéticos e de evolução diferencial, realizadas por Ali e Törn (2004), demonstraram que os algoritmos de busca aleatória controlada seriam capazes de obter resultados de mesmo nível com custo computacional competitivo. Modificações mais recentes foram introduzidas no CRSA por Manzanares Filho *et al.* (2005), e aplicadas ao projeto inverso de grades lineares de turbomáquinas. Outras aplicações envolveram o projeto conceitual de rotores de turbinas hidráulicas axiais, (Albuquerque *et al.*, 2006, 2007-b), a comparação entre algumas versões do CRSA aplicadas ao projeto inverso de aerofólios, (Albuquerque *et al.*, 2007-a), e o projeto direto de aerofólios, (Manzanares Filho *et al.*, 2007).

Os algoritmos de busca aleatória controlada se encaixam na categoria de algoritmos de busca global, assim como os algoritmos genéticos e os algoritmos de evolução diferencial, por exemplo. A principal vantagem dos algoritmos CRS, frente aos demais algoritmos populacionais, reside na sua maior facilidade de implementação, gerando respostas finais de nível comparável a um custo computacional competitivo.

As várias versões dos algoritmos CRS derivam do método de busca aleatória desenvolvido por Price (1977), segundo Ali *et al.* (1997). Trata-se de algoritmos de minimização global em que, a cada iteração, somente o ponto que apresenta o valor mais alto de função-objetivo é substituído por outro, gerado heurísticamente dentro dos limites estabelecidos.

Independentemente da sua versão, um algoritmo CRS parte da geração aleatória de uma população inicial de  $P_N$  indivíduos, quantidade essa mantida ao longo de todo o procedimento de otimização. Cada indivíduo é definido por  $N_{vp}$  variáveis de projeto, sujeitas aos limites inferiores  $L_j$  e superiores  $U_j$ , formando assim o espaço de projeto  $S = \{\bar{x} \in \mathfrak{R}^n : L_j \leq x_j \leq U_j, j = 1, \dots, N_{vp}\}$ . Neste espaço de projeto,  $S$ , se dá a busca pelo mínimo global da função-objetivo  $f : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  (contínua), através da contração iterativa da população inicial, por meio de procedimentos puramente heurísticos, conforme descrito por Ali *et al.* (1997). Em cada iteração, a busca pelo mínimo global consiste na sucessiva substituição do ponto com maior valor da função-objetivo, ponto  $h$ , por um ponto denominado ponto tentativa, ponto  $p$ , de forma que  $f(p) < f(h)$ .

Segundo descrito por Moino (2006), os passos de um algoritmo CRS básico seriam:

1. Gerar aleatoriamente uma população inicial de  $P_N$  indivíduos com  $N_{vp}$  variáveis de projeto definidas em  $S$ . Calcular os valores da função nesses pontos de um modo indexado. Determinar o pior ponto,  $h$ , e o melhor ponto,  $l$ , que correspondem aos pontos da população com o maior e o menor valor da função-objetivo,  $f_h = f(h)$  e  $f_l = f(l)$ , respectivamente. Caso um critério de parada seja atendido, por exemplo,  $f_h - f_l < \varepsilon$ , onde  $\varepsilon$  é uma tolerância especificada, parar; se não tal critério não seja atendido, continuar;
2. Gerar um ponto tentativa,  $p$ , para substituir o pior ponto,  $h$ ;
3. Se  $p$  for inviável ( $p \notin S$ ), retornar ao passo 2 ou transformar  $p$  de modo a torná-lo viável;
4. Avaliar  $f_p = f(p)$ . Se  $p$  for insatisfatório,  $f_p \geq f_h$ , retornar ao passo 2;
5. Atualizar a população, substituindo o atual pior ponto pelo ponto tentativa. Encontrar  $h$  e  $f_h$  na nova população. Se  $f_p < f_l$ , estabelecer  $p$  e  $f_p$  como os novos  $l$  e  $f_l$ , respectivamente;
6. Se o critério de parada for atendido, parar. Se não, retornar ao passo 2.

As principais diferenças entre as versões do CRS encontram-se na forma com que é gerado o ponto tentativa, no passo 2, e a eventual implementação de uma busca local no passo

5, sempre que o melhor ponto for o mais novo da população. Deve-se observar que em todas as versões é admitido que  $P_N \gg N_{vp}$ . Uma sugestão, dada por Ali *et al.* (1997), para determinar o número de indivíduos na população seria  $P_N = 10(N_{vp} + 1)$ , a qual foi adotada neste trabalho.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACOSTA, A. J., TSUJIMOTO, Y., YOSHIDA, Y., ASUMA, S., COOPER, P. (2001)**, “Effects of leading edge sweep on the cavitating characteristic of inducer pumps”, *International Journal of Rotating Machinery*, 7(6), pp. 397-404
- ALBUQUERQUE, R. B. F. (2006)**, “Teoria da Asa de Sustentação Aplicada às Máquinas de Fluxo”, UNIFEI-IEM, 24 p.
- ALBUQUERQUE, R. B. F., MNZANARES FILHO, N., OLIVEIRA, W. (2006)**, “A study of controlled random search algorithms with application to conceptual design optimization of axial-flow hydraulic turbines”, *Proceedings of XXVII CILAMCE, Belém-PA-Brazil*, Paper CIL09-508
- ALBUQUERQUE, R. B. F., MNZANARES FILHO, N., OLIVEIRA, W. (2007-a)**, “Conceptual optimization of axial-flow hydraulic turbines with non-free vortex design”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 221, Part A: Journal of Power and Energy*, pp. 713-725
- ALBUQUERQUE, R. B. F., MNZANARES FILHO, N., SOUZA, B. S. (2007-b)**, “A comparative study controlled random search algorithms with application to inverse airfoil design”, *CMNE/CILAMCE 2007, Porto, Portugal*
- ALI, M. M., TÖRN, A., VIITANEN, S. (1997)**, “A numerical comparison of some modified controlled random search algorithms”, *Journal of Global Optimization*, Vol. 11, pp. 377-385

- ALI, M. M., TÖRN, A. (2004)**, “Population set-based global optimization logarithms: some modifications and numerical studies”, *Computers and Operations Research*, Vol. 31, pp. 1703-1725
- ANSYS INC. (2011)**, “ANSYS FLUENT Theory Guide”, U.S.A.
- ANSYS INC. (2011)**, “ANSYS FLUENT User's Guide”, U.S.A.
- BASKHARONE, E. A. (2006)**, “Principles of turbomachinery in air-breathing engines”, Cambridge University Press, 580 pp.
- BEILER, M. G., CAROLUS, T. H. (1999)**, “Computational and measuring of the flow in axial flow fans with skewed blades”, *Journal of Turbomachinery*, Transactions of the ASME, Vol. 121, pp. 59-66
- BETZ, A. (1926)**, “Über die Vorgänge an den Schaufelenden von Kaplan-Turbine”, in *Hydraulische Probleme*, Berlin: VDI Verlag, S. 161
- BOOTH, T. C., HEPWORTH, P.R., DODGE, H. K., (1982)**, “Rotor-tip leakage: Part I: basic methodology”, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Transactions of the ASME, V. 104, pp. 154-161
- BRAN, R., SOUZA, Z. (1969)**, “Máquinas de fluxo: bombas, ventiladores e turbinas”, *Ao Livro Técnico S. A.*, 345 p.
- BRENNEN, C. E. (1994)**, “Hydrodynamics of pumps”, Concepts ETI, Inc. and Oxford University Press, 293 pp.
- CAMCI, C., DEY, D., KAVURMACIOGLU, L. (2003)**, “Tip leakage flows near partial squealer rims in an axial flow turbine stage”, GT2003-38979, *IGTI/ASME TURBO EXPO 2003*, June 2003, Atlanta, Georgia, 1-12 pp.
- CLEMEN, C., STARK, U. (2003)**, “Compressor blades with sweep and dihedral: a parameter stud”, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> European Conference Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics*, Prague, Czech Republic, pp. 151-161
- COOPER, P. (1973)**, “High flow pump impeller for low net positive suction head and method of designing same”, *United States Patent*, 3,737,249

**CORDIER, O. (1955)**, “Ähnlichkeitsbetrachtung bei Strömungsmaschinen”, VDI-Zeitschrift, Band 97, Nr. 34, S. 1233-1234

**DEY, D., CAMCI, C. (2004)**, “Tip desensitization of an axial turbine rotor using tip platform extensions”, von Karman Institute Lecture Series VKI-LS 2004-02, Turbine Blade Tip Design and Tip Clearance Treatment, 19-23 January 2004, pp. 42-62, ISBN 2-930389-51-6, Brussels, Belgium Paper 2001-GT-0484, ASME International Gas Turbine Conference

**DIETZEL, F. (1980)**, “Turbinen, Pumpen und Verdichter”, Vogel-Buchverlag, 342 S.

**ESPINOSA, A. L. S. (2013)**, “Desenvolvimento de uma metodologia para o projeto aerodinâmico de rotores axiais reversíveis de ventiladores de jato de túneis rodoviários”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá - MG, 112 p.

**GREGORY-SMITH, D. G. (1997)**, “Physics of secondary flows”, VKI Lecture Series, 1997-01

**KWEDIKHA, A. R. (2009)**, “Aerodynamic effects of blade sweep and skew applied to rotors of axial flow turbomachinery”, Doctor of Philosophy Thesis, University of Technology and Economics, Budapest, Hungary, 102 pp.

**LAKSHMINARAYANA, B. (1996)**, “Fluid dynamics and heat transfer of turbomachinery” John Wiley & Sons, Inc. 820 pp.

**LAKSHMINARAYANA, B., HORLOCK, J. H. (1962)**, “Tip-clearance flow and losses for an isolated compressor blade”, London: Ministry of Aviation Aeronautic, 24 pp.

**MACINTYRE, A. J. (1980)**, “Bombas e instalações de bombeamento”, Editora Guanabara Dois S.A., 667 p.

**MANZANARES FILHO, N., MOINO, C. A. A., JORGE, A. B. (2005)**, “An improved controlled random search algorithm for inverse airfoil cascade design”, 6<sup>th</sup> World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-6) Paper n. 4451

- MANZANARES FILHO, N., SOUZA, B. S. A., RAMIREZ, R. B. C., ALBUQUERQUE, R. B. F., JORGE, A. B. (2007)**, “Airfoil shape optimization using a controlled random search algorithm”, Proceedings of COBEM 2007, 19<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, November 5-9, 10 pp.
- MENTER, R. F. (1993)**, “Zonal two-equation kappa-omega turbulence models for aerodynamic flows”, Fluid Dynamics Conference, Orlando, U.S.A.
- MOINO, C. A. A. (2006)**, “Metodologia para projeto inverso de aerofólios em grades de turbomáquinas via otimização por busca aleatória controlada”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá - MG, 74 p.
- OLIVEIRA, W. (2011)**, “Notas de Aulas de EME705: Máquinas de Fluxo I”, Instituto de Engenharia Mecânica – IEM, Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI
- PENG, W. W. (2008)**, “Fundamentals of turbomachinery”, John Wiley & Sons, Inc.
- PFLEIDERER, C. (1960)**, “Bombas centrífugas y turbocompresores”, Editorial Labor S. A., 631 p.
- PRICE, W. L. (1977)**, “A controlled random search proceeding for global optimization”, The Computer Journal, Vol 20, pp. 367-370
- SCHABOWSKI, Z., HODSON, H. (2007)**, “The reduction of over tip leakage loss in unshrouded axial turbines using winglets and squealer”, Paper No. GT2007-27623, pp. 663-675, ASME Turbo Expo 2007, Montreal, Canada
- SCHAUB, U. W., VLASIC, E., MOUSTAPHA, S. H. (1994)**, “Effect of tip clearance on the performance of a highly loaded turbine stage”, AGARD-CP-537, Technology Requirements for Small Gas Turbines, Paper 29
- SCHULZ, H. (1964)**, “Bombas: funcionamiento, cálculo y construcción”, Labor, 332 p.
- SIEVERDING, C. H. (1985-a)**, “Recent progress in the understanding of basic aspects of secondary flows in turbine blade passages” Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Transactions of the ASME, Vol. 107, pp. 248-257

- SIEVERDING, C. H. (1985-b)**, “Tip clearance effects in axial turbomachines”, Lectures Series VKI LS 1985-05
- SILVA, E. R. (2011)**, “Técnicas de metamodelagem aplicadas à otimização de turbomáquinas”, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá - MG, 141 p.
- SILVA, L. M. (2012)**, “Cálculo do escoamento em uma turbina axial de alta pressão com diferentes configurações na geometria do topo do rotor utilizando técnicas de CFD”, Dissertação de Mestrado em Aerodinâmica, Propulsão e Energia, Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA, São José dos Campos - SP, 180 p.
- SMITH, L. M., YEH, H. (1963)**, “Sweep and dihedral effects in axial-flow turbomachinery”, Journal of Basic Engineering, Transactions of the ASME, Vol. 85, pp. 401-416
- SODERBERG, C. R. (1949)**, “Unpublished report”, Gas Turbine Laboratory, MIT
- STEPANOFF, A. J. (1962)**, “Centrifugal and axial flow pumps”, John Wiley & Sons, Inc., 563 pp.
- VAD, J. (2008)**, “Aerodynamic effects of blade sweep and skew in low-speed axial flow rotors at the design flow rate: an overview”, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers A, Vol. 222, Nr. 1, pp. 69-85
- VIÇOSA, S. M., SILVESTRINI, J. H. (2004)**, “Turbulência”, Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas - ABCM, Coleção Cadernos de Turbulência, Vol. 4, p. 1-18
- WADIA, A. R., SZUCS, P. N., CRALL, D. W. (1998)**, “Inner workings of aerodynamics sweep”, Journal of Turbomachinery, Transactions of the ASME, Vol. 120, pp. 671-682
- WADIA, A. R., HAH, C., RABE, D. (2004)**, “The impact of forward sweep on tip clearance flows in transonic compressors”, 24th International Congress of the Aeronautical Sciences, pp. 1-10
- WALLIS, R. (1983)**, “Axial flow fans and ducts”, John Wiley & Sons, Inc., 478 pp.

**WILCOX, D. C. (1998)**, “Turbulence modeling for CFD”, DCW Industries, Canada, 460 pp.

**YAMAGUCHI, N., TOMINAGA, T., HATTORI, S., MITSUHASHI, T. (1991)**,  
“Secondary-loss reduction by forward-skewing of axial compressor rotor blading”,  
Yokohama International Gas Turbine Congress, Yokohama, Japan, pp. II.61-II.68